



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

**ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ  
ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

---

**ΑΓΙΟΛΟΓΗΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ  
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ – ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ**

---

**ΠΑΠΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ ΧΑΡ. ΣΠΥΡΙΔΩΝ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ**

---

**ΣΠΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ**

**ΣΤΑΥΡΙΔΗΣ ΛΕΩΝΙΔΑΣ**

---

**ΙΟΥΝΙΟΣ 2016**

---

## **ΠΡΟΛΟΓΟΣ**

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε και συντάχθηκε από τον γράφοντα στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης των σπουδών του στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών « Δομοστατικός Σχεδιασμός και Ανάλυση των Κατασκευών » της σχολής Πολιτικών Μηχανικών, του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

Εκφράζονται πολλές ευχαριστίες στους επιβλέποντες κ. Σπηλιόπουλο Κων/νο και κ. Σταυρίδη Λεωνίδα, για την καθοδήγηση τους και την ουσιαστική βοήθεια που προσέφεραν στην ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου, για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια που προσέφεραν και την υπομονή που έδειξαν, σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το πρόβλημα της Αλληλεπίδρασης Εδάφους - Κατασκευής, έχει αποτελέσει τις τελευταίες δεκαετίες, πεδίο εκτεταμένης έρευνας και τα αποτελέσματα της εκτός από ακαδημαϊκό έχουν ταυτόχρονα και πρακτικό ενδιαφέρον για τον μελετητή Πολιτικό Μηχανικό.

Σήμερα, η μέθοδος WINKLER ( 1867 ), σύμφωνα με την οποία το έδαφος υποκαθίσταται από ένα σύνολο κατακόρυφων ελατηρίων με συγκεκριμένη δυσκαμψία, παραμένει το πλέον δημοφιλές εργαλείο προσέγγισης του προβλήματος της Αλληλεπίδρασης Εδάφους – Κατασκευής, παρά τα γνωστά μειονεκτήματά της.

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας απλοποιημένης μεθόδου για την ανάλυση της αλληλεπίδρασης μιας κατασκευής με επιφανειακή θεμελίωση και του εδάφους όπου εδράζεται, το οποίο προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και μπορεί να αποτελείται από ένα πλήθος οριζόντιων στρώσεων.

Η διαδικασία που ακολουθείται για τον σκοπό αυτόν, αποτελεί μια καθαρά αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος της Αλληλεπίδρασης Εδάφους - Κατασκευής. Μια σημαντική πτυχή της είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την μεταβολή των ελαστικών ιδιοτήτων του εδάφους ανάλογα με το βάθος, ιδιότητες που μπορούν να προσδιορίζονται από εργαστηριακές δοκιμές σε δείγματα εδάφους.

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, αναπτύχθηκε εφαρμογή με την οποία υλοποιείται η αναλυτική διαδικασία, όπως παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3, χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του SAP2000 Application Programming Interface (API), που παρέχει την δυνατότητα της δημιουργίας ενός εργαλείου με άμεση πρόσβαση από τον μελετητή μηχανικό.

**ABSTRACT**

The problem of Soil – Structure Interaction, has been the subject of extensive research for the past few decades. The results of this research are really interesting for the civil engineer by both academic and practical perspective.

Nowadays, WINKLER'S method (1867), according to which the ground is replaced by vertical springs with specific stiffness, in spite of its known disadvantages, remains the most popular tool for the approximation of the Soil – Structure Interaction problem.

The purpose of this dissertation is to formulate a simpler method for the analysis of the interaction between a structure with shallow foundation and the soil upon which it rests. The elastic soil is simulated by an elastic half space and it can be consisted by some horizontal layers.

This process forms an analytical approach of the interaction problem. An important part of this process takes in consideration the change of the elastic characteristics of the soil according to the depth and other qualities, which have been found by experiments in ground specimens.

An application has been created for the analytical process, to meet the needs of this essay, which is referred to chapter 3. The SAP2000 Application Programming Interface (API) has been used, because it provides the capability for creating an accessible tool for the civil engineer.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|   |            |
|---|------------|
| <b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b>                                   | <b>I</b>   |
| <b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b>                                   | <b>II</b>  |
| <b>ABSTRACT</b>                                   | <b>III</b> |
| <b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b>                                | <b>IV</b>  |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>                      | <b>1</b>   |
| 1.1 ΓΕΝΙΚΑ  | 1          |
| 1.2 ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΕΣ                              | 1          |
| 1.3 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ                      | 2          |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ</b>            | <b>4</b>   |
| 2.1 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΗΜΙΧΩΡΟΥ | 4          |
| 2.2 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ              | 8          |
| 2.3 ΜΗΤΡΩΟ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΤΗΣ ΣΤΗΡΙΓΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ  | 11         |
| 2.4 ΜΗΤΡΩΟ ΕΥΚΑΜΨΙΑΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ                  | 13         |
| 2.5 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΩΝ ΠΕΔΙΛΩΝ           | 15         |
| 2.6 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ WINKLER ( 1867 )       | 21         |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ</b>   | <b>23</b>  |
| 3.1 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ                         | 23         |
| 3.2 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ                            | 25         |
| 3.3 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ                            | 27         |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</b>         | <b>30</b>  |
| 4.1 ΠΛΑΚΑ ΕΠΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ                   | 30         |
| 4.2 ΔΟΚΟΣ ΕΠΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ                   | 40         |
| 4.3 ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΡΙΩΝ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ              | 44         |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b>                  | <b>50</b>  |
| <b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ</b>                    | <b>54</b>  |

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, η Αλληλεπίδραση Εδάφους-Κατασκευής αποτελεί το αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας, με ιδιαίτερα πρακτικό ενδιαφέρον για τον μελετητή μηχανικό.

Σήμερα, η λύση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης, προσεγγίζεται τόσο με αναλυτικές όσο και με ημιαναλυτικές μεθόδους. Ωστόσο, για πρακτικά προβλήματα μηχανικής η μέθοδος WINKLER παραμένει το πλέον δημοφιλές εργαλείο για τον μηχανικό, παρά τα γνωστά μειονεκτήματά της.

## 1.2 ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΕΣ

Η γνωστή μέθοδος WINKLER ( WINKLER 1867 ), με την οποία το έδαφος υποκαθίσταται από ένα σύνολο κατακόρυφων ελατηρίων με συγκεκριμένη δυσκαμψία, αποδεικνύεται πολύ χρήσιμη, ιδιαίτερα για την προσέγγιση της συμπεριφοράς εύκαμπτων δοκών με μεγάλο μήκος ( TIMOSHENKO and LANGER 1932 ). Ωστόσο η μέθοδος αυτή μπορεί να αποδειχθεί ανεπαρκής, για ορισμένα άλλα πρακτικά προβλήματα.

Μια εναλλακτική μέθοδος ( OHDE 1942 ), που βασίζεται στην υπόθεση ότι το έδαφος συμπεριφέρεται όμοια με έναν γραμμικό – ελαστικό ημίχωρο, αποτελεί την γνωστή προσέγγιση BOUSSINESQ.

Μια ενδιαφέρουσα σύγκριση των δυο παραπάνω προσεγγίσεων στην ανάλυση της συμπεριφοράς άκαμπτων κυκλικών πλακών επί ενός μη ομογενούς ελαστικού ημιχώρου, παρουσιάζεται στην εργασία των CARRIER and CHRISTIAN ( 1973 ).

Με την είσοδο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, στην επιστήμη του πολιτικού μηχανικού, άρχισαν να αναπτύσσονται πεπερασμένα στοιχεία προσομοίωσης του εδάφους, ως άπειρου μέσου ( NOORZAEI et AL. 1991 , ZAHO et AL. 1991 ). Ωστόσο, η εφαρμογή της προσέγγισης αυτής σε πρακτικά θέματα παρουσιάζει πολλές δυσκολίες.

**1.3 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας, είναι η ανάπτυξη μιας απλοποιημένης μεθόδου για την ανάλυση της αλληλεπίδρασης μιας κατασκευής με επιφανειακή θεμελίωση και του εδάφους στο οποίο εδράζεται. Το έδαφος που προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος, μπορεί να αποτελείται από ένα πλήθος οριζόντιων στρώσεων.

Η παραμορφωσιακή συμπεριφορά του εδάφους, προσδιορίζεται με την εφαρμογή μιας αριθμητικής διαδικασίας, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τις ελαστικές ιδιότητες των οριζόντιων στρώσεων του εδάφους ( Μέτρο Ελαστικότητας και Λόγος Poisson ) καθώς και το πάχος τους.

Η διαδικασία που ακολουθείται για τον σκοπό αυτόν, αποτελεί μια καθαρά αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος της Αλληλεπίδρασης Εδάφους - Κατασκευής. Μια σημαντική πτυχή της είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την μεταβολή των ελαστικών ιδιοτήτων του εδάφους ανάλογα με το βάθος, ιδιότητες που μπορούν να προσδιορίζονται από εργαστηριακές δοκιμές σε δείγματα εδάφους.

Η επιρροή της αλληλεπίδρασης εδάφους - κατασκευής στην συνολική συμπεριφορά της κατασκευής, πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας το μοντέλο της κατασκευής με ακλόνητες στηρίξεις που τοποθετούνται στους κόμβους της διεπιφάνειας θεμελίωσης – εδάφους.

Συνδυάζοντας το μητρώο ευκαμψίας του εδάφους, με το μητρώο δυσκαμψίας που αντιστοιχεί στην στηριγμένη κατασκευή, προκύπτουν μετά από μια καθαρά αριθμητική διαδικασία, οι υποχωρήσεις των κόμβων της θεμελίωσης.

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, αναπτύχθηκε εφαρμογή με την οποία υλοποιείται η αναλυτική διαδικασία, όπως παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3, χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του SAP2000 Application Programming Interface (API), το οποίο παρέχει την δυνατότητα της δημιουργίας ενός εργαλείου με άμεση πρόσβαση από τον μελετητή μηχανικό.

Με το SAP2000 Application Programming Interface (API), γίνεται εφικτή η ανάπτυξη πρόσθετων εφαρμογών ( plug – ins ) , οι οποίες μπορεί να συνδεθούν με τις μεθόδους ανάλυσης και σχεδιασμού του SAP2000. Ταυτόχρονα μπορεί να υπάρξει αμφίδρομη ροή δεδομένων μεταξύ της πρόσθετης εφαρμογής και του προγράμματος.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

### 2.1 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΗΜΙΧΩΡΟΥ

Σύμφωνα με την γνωστή λύση του BOUSSINESQ (TIMOSHENKO and GOODIER 1934), η υποχώρηση  $W$  ενός σημείου με συντεταγμένες  $(x, y)$  στην επιφάνεια ενός ελαστικού, ισότροπου και ομοιογενούς ημιχώρου, εξαιτίας της επιβολής ενός συγκεντρωμένου φορτίου  $P$  σε απόσταση  $r$  από το εν λόγω σημείο, δίνεται από την σχέση :

$$W(x, y) = \frac{(1 - \mu^2)P}{E \pi r}, \quad \text{όπου : } r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad [1]$$

Όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας και  $\mu$  ο λόγος Poisson του ελαστικού ημιχώρου.

Στην βάση αυτών των αποτελεσμάτων, ο STEINBRENNER (1934) ανέπτυξε μια σχέση για τον άμεσο υπολογισμό της υποχώρησης  $W$  του εδάφους, στις γωνίες μιας ορθογωνικής περιοχής με πλευρές μήκους  $2a$  και  $2b$ , που φορτίζεται με ομοιόμορφα καταμεμημένο κατακόρυφο φορτίο  $p$ . Το υποκείμενο στρώμα εδάφους, έχει βάθος  $Z$  και ελαστικές ιδιότητες ( μέτρο ελαστικότητας  $E$  και λόγο Poisson  $\mu$  ).

$$W(2a, 2b) = \frac{f(z)}{\gamma} \quad [2]$$

Όπου :

$$\gamma = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad [3]$$

$$f(z) = \frac{\alpha p}{2\pi} \left[ \zeta \arctan\left(\frac{\beta}{\zeta \gamma}\right) + \ln\left(\frac{(\gamma - \beta)(\omega + \beta)}{(\gamma + \beta)(\omega - \beta)}\right) + \beta \ln\left(\frac{(\gamma - 1)(\omega + 1)}{(\gamma + 1)(\omega - 1)}\right) \right] \quad [4]$$

$$\beta = b/a, \quad \zeta = z/a, \quad \omega = \sqrt{1 + \beta^2}, \quad \gamma = \sqrt{1 + \beta^2 + \zeta^2} \quad [5]$$

Αν υποθεθεί ότι η αρχή των αξόνων βρίσκεται στο κέντρο της φορτιζόμενης επιφάνειας, τότε η σχέση [2] μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της υποχώρησης  $W_s$ , σε οποιοδήποτε σημείο  $S$  της επιφάνειας του εδάφους, με συντεταγμένες  $(x_s, y_s)$ .

Η υποχώρηση  $W_s$ , του σημείου  $S$  με συντεταγμένες  $(x_s, y_s)$ , λόγω φόρτισης της επιφάνειας (ABDC) με ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο  $p$  (σχήμα 2.1), δίνεται από την σχέση :

$$W_s = W(x_s + a, y_s + b) - W(x_s - a, y_s + b) - \\ - W(x_s + a, y_s - b) + W(x_s - a, y_s - b) \quad [6]$$

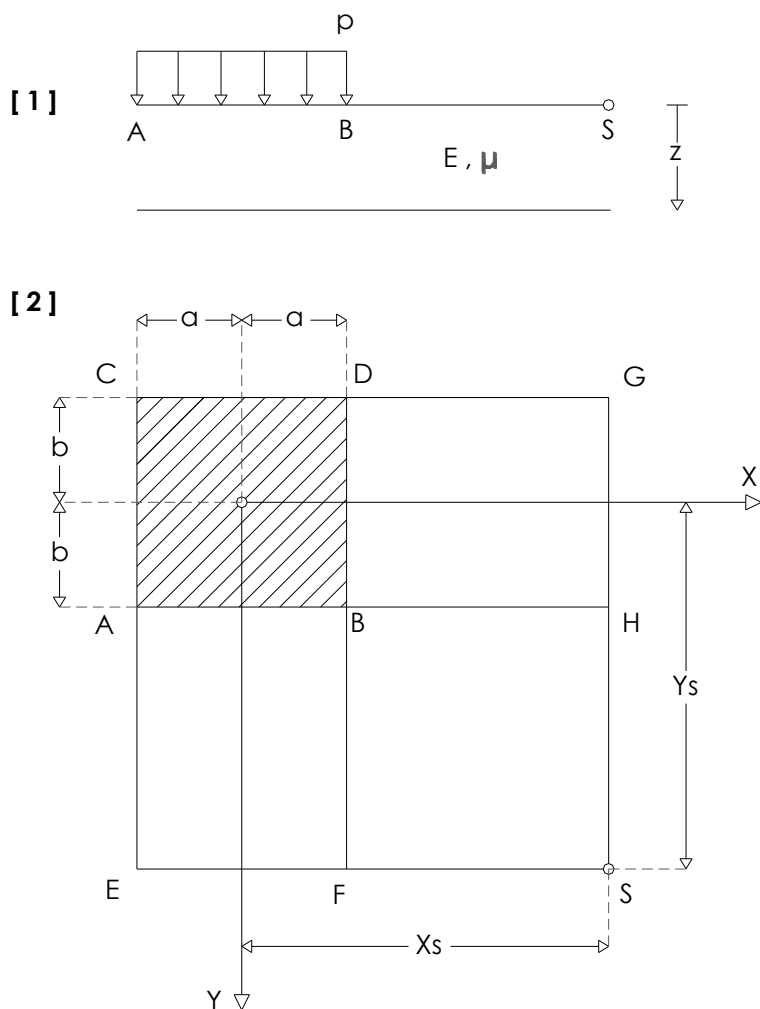
Δηλαδή ο υπολογισμός της υποχώρησης  $W_s$ , πραγματοποιείται έμμεσα με την φόρτιση των επιφανειών (CGSE) και (BHSF) με φορτίο  $p$  φορές προς τα κάτω, και των επιφανειών (DGSF) και (AHSE) με φορτίο  $p$  φορές προς τα πάνω.

Η σχέση [6], ισχύει με την προϋπόθεση, ότι  $x_s > a$  και  $y_s > b$ . Στην ειδική περίπτωση κατά την οποία  $y_s = 0$ , Η υποχώρηση  $W_s$  δίνεται από την σχέση :

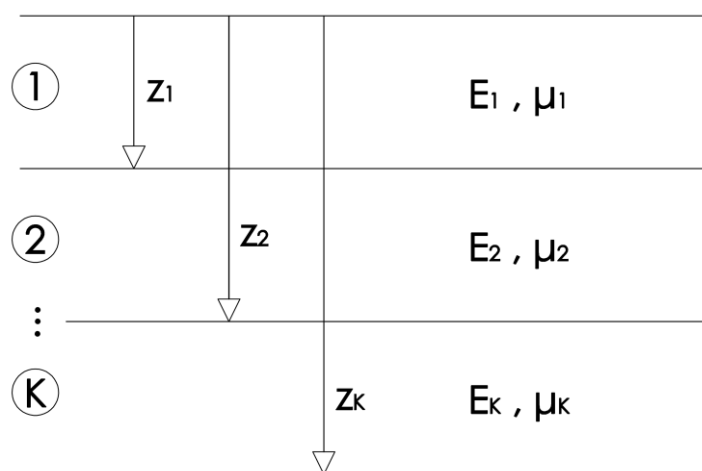
$$W_s = 2 [ W(x_s + a, b) - W(x_s - a, b) ] \quad [7]$$

Ομοίως και για την περίπτωση όπου  $x_s = 0$  :

$$W_s = 2 [ W(a, y_s + b) - W(a, y_s - b) ] \quad [8]$$



ΣΧΗΜΑ 2.1 Διάταξη για τον προσδιορισμό της εδαφικής υποχώρησης στο σημείο S : [1] Τομή και [2] Κάτοψη.



ΣΧΗΜΑ 2.2 Γενικά χαρακτηριστικά του ελαστικού εδάφους  $K$  στρώσεων

Ας υποθέσουμε τώρα, ότι ο ελαστικός ημίχωρος, αποτελείται από ένα πεπερασμένο αριθμό οριζόντιων στρωμάτων, σύμφωνα με το σχήμα 2.2, κάθε ένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από το βάθος  $Z_i$  από την επιφάνεια του εδάφους και από τις ελαστικές του ιδιότητες ( $E_i, \mu_i$ ).

Σε αυτήν την περίπτωση, η υποχώρηση  $W_s$ , του σημείου  $S$  με συντεταγμένες ( $x_s, y_s$ ), λόγω φόρτισης της επιφάνειας (ABDC) με ομοιόμορφα καταμεμημένο κατακόρυφο φορτίο  $p$ , όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, δίνεται από την σχέση :

$$W_s = W_{s,1}(Y_1) + W_{s,2}(Y_2) + \dots + W_{s,k}(Y_k) \quad [9]$$

Όπου :

$$W_{s,i}(Y_i) = W_s(z_i, Y_i) - W_s(z_{i-1}, Y_i) \quad [10]$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση [9] την σχέση [10], προκύπτει :

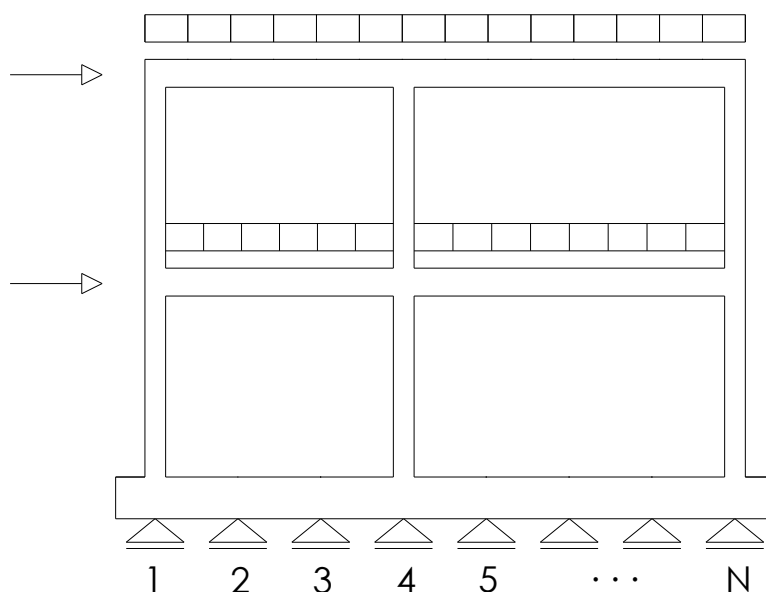
$$W_s = W_s(z_1, Y_1) + [W_s(z_2, Y_2) - W_s(z_1, Y_1)] + \dots + [W_s(z_k, Y_k) - W_s(z_{k-1}, Y_{k-1})] \quad [11]$$

Η τελευταία σχέση, μετά την αντικατάσταση σε αυτήν της σχέσης [2], γίνεται :

$$W_s = f(z_1)(1/Y_1 - 1/Y_2) + f(z_2)(1/Y_2 - 1/Y_3) + \dots + f(z_{k-1})(1/Y_{k-1} - 1/Y_k) + f(z_k)(1/Y_k) \quad [12]$$

## 2.2 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Προκειμένου να γίνει αντιληπτό το πρόβλημα της συμπεριφοράς του εδάφους σαν ελαστικού ημιχώρου, θεωρείται η πλαισιωτή κατασκευή του σχήματος 2.3 , η έδραση της οποίας στο έδαφος γίνεται μέσω θεμελιοδοκού.

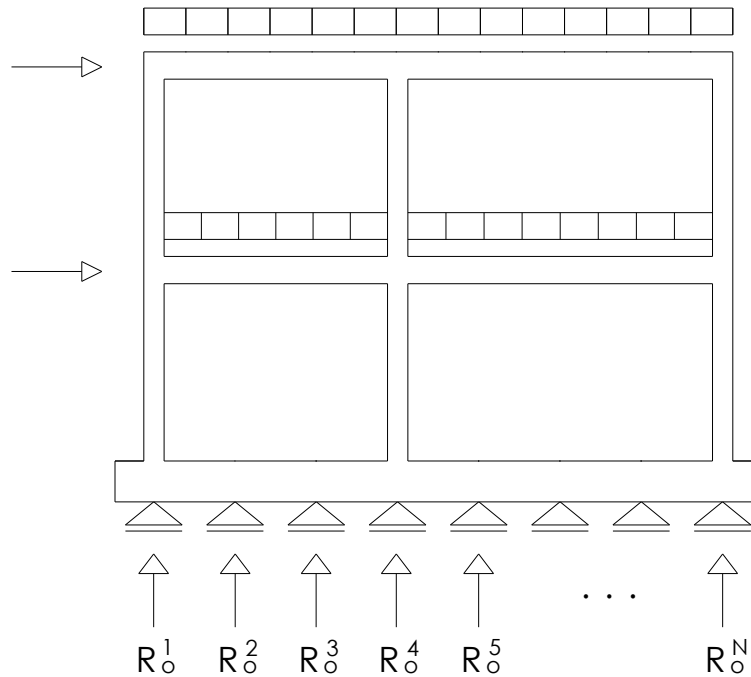


**ΣΧΗΜΑ 2.3** Το πρόβλημα του επίπεδου πλαισίου, που εδράζεται μέσω θεμελιοδοκού σε ελαστικό ημίχωρο.

Αρχικά, γίνεται διακριτοποίηση της θεμελιοδοκού σε ένα πεπερασμένο πλήθος επιμέρους στοιχείων, τα άκρα των οποίων, αποτελούν τους κόμβους της θεμελίωσης (έστω  $N$ ). Η κατασκευή θεωρείται ότι στηρίζεται καταρχήν στους εν λόγω κόμβους με ακλόνητη απλή έδραση.

Οι ακλόνητες αυτές στηρίξεις, κάτω από την εξωτερική φόρτιση του δομικού φορέα, οριζόντια και κατακόρυφη, αναπτύσσουν αντιδράσεις οι οποίες διατασσόμενες παράγουν το μητρώο - στήλη  $\{ R_0 \}$  ( Σχήμα 2.4 )

Η εξωτερική φόρτιση και οι αναπτυσσόμενες αντιδράσεις της απλά στηριγμένης κατασκευής αποτελούν αυτοίσοροπούμενο σύστημα και είναι σαφές ότι ο δομικός φορέας δεν αναπτύσσει στα σημεία των στηρίξεων καμία μετατόπιση.



**ΣΧΗΜΑ 2.4** Αντιδράσεις  $R_o$  των στηρίξεων , λόγω της εξωτερικής φόρτισης της στηριγμένης κατασκευής.

Το πρόβλημα έγκειται στην εύρεση ενός συνόλου επιβαλλομένων υποχωρήσεων των στηρίξεων  $\{ S \}$ , οι οποίες θα πρέπει να προκύπτουν ίδιες με εκείνες τις υποχωρήσεις που θα προκαλούνταν από την επιβολή στο έδαφος των συνολικά αναπτυσσόμενων αντιδράσεων  $\{ R \}$  .

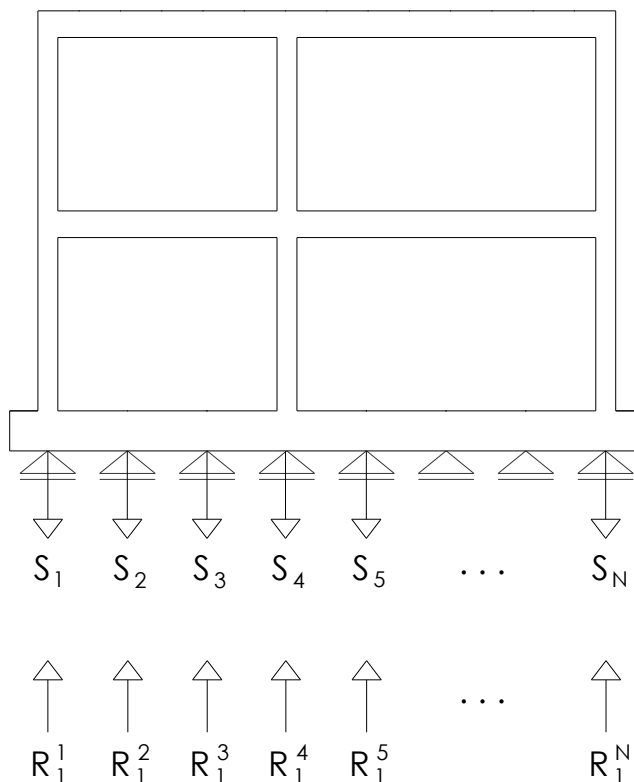
Το μητρώο – στήλη  $\{ R \}$  , περιέχει το άθροισμα των αντιδράσεων των στηρίξεων, εξαιτίας της άσκησης της εξωτερικής φόρτισης στην κατασκευή  $\{ R_o \}$  και των υποχωρήσεων  $\{ R_1 \}$  ( Σχήμα 2.5 ) , δηλαδή

$$\{ R \} = \{ R_o \} + \{ R_1 \} \quad [13]$$

Είναι σαφές ότι η σχέση που συνδέει το σύνολο των επιβαλλόμενων υποχωρήσεων  $\{ S \}$  , με τις αναπτυσσόμενες αντιδράσεις (εξαιτίας αυτής της επιβολής)  $\{ R_1 \}$  , θα είναι της μορφής :

$$\{ R_1 \} = [ K_{sup} ] \{ S \} \quad [14]$$

Το τετραγωνικό μητρώο  $[ K_{sup} ]$  , εκφράζει την δυσκαμψία της στηριγμένης κατασκευής έναντι στις επιβαλλόμενες υποχωρήσεις

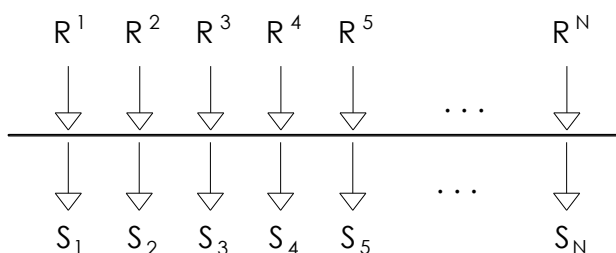


**ΣΧΗΜΑ 2.5** Αντιδράσεις  $\{ R_1 \}$  των στηρίξεων , λόγω της επιβολής σε αυτές ενός συνόλου υποχωρήσεων  $\{ S \}$

Λαμβάνοντας επίσης υπόψη και τις αντιδράσεις  $\{ R_0 \}$  λόγω των φορτίων της κατασκευής όπως αναφέρθηκε παραπάνω, από τις σχέσεις [ 13 ] και [ 14 ], προκύπτει :

$$\{ R \} = \{ R_0 \} + [ K_{SUP} ] \{ S \} \quad [15]$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, απομένει απλά να απαιτηθεί ότι εάν οι συνολικά αναπτυσσόμενες αντιδράσεις  $\{ R \}$  , ασκηθούν με αντίθετη φορά στο έδαφος να προκαλέσουν τις ίδιες υποχωρήσεις  $\{ S \}$  (σχήμα 2.6).



**ΣΧΗΜΑ 2.6**

Η σχέση που περιγράφει την παραμορφωσιακή συμπεριφορά του εδάφους, είναι της μορφής :

$$\{ S \} = [ F_{SOIL} ] \{ R \} \quad [16]$$

από τις σχέσεις [ 15 ] και [ 16 ], προκύπτει :

$$\begin{aligned} \{ S \} &= [ F_{SOIL} ] \{ R \} \rightarrow \\ \{ S \} &= [ F_{SOIL} ] [ \{ R_o \} + [ K_{SUP} ] \{ S \} ] \rightarrow \\ \{ S \} &= [ F_{SOIL} ] \{ R_o \} + [ F_{SOIL} ] [ K_{SUP} ] \{ S \} \rightarrow \\ [ [ I ] - [ F_{SOIL} ] [ K_{SUP} ] ] \{ S \} &= [ F_{SOIL} ] \{ R_o \} \quad [17] \end{aligned}$$

όπου [ I ] το τετραγωνικό μοναδιαίο μητρώο ( N x N )

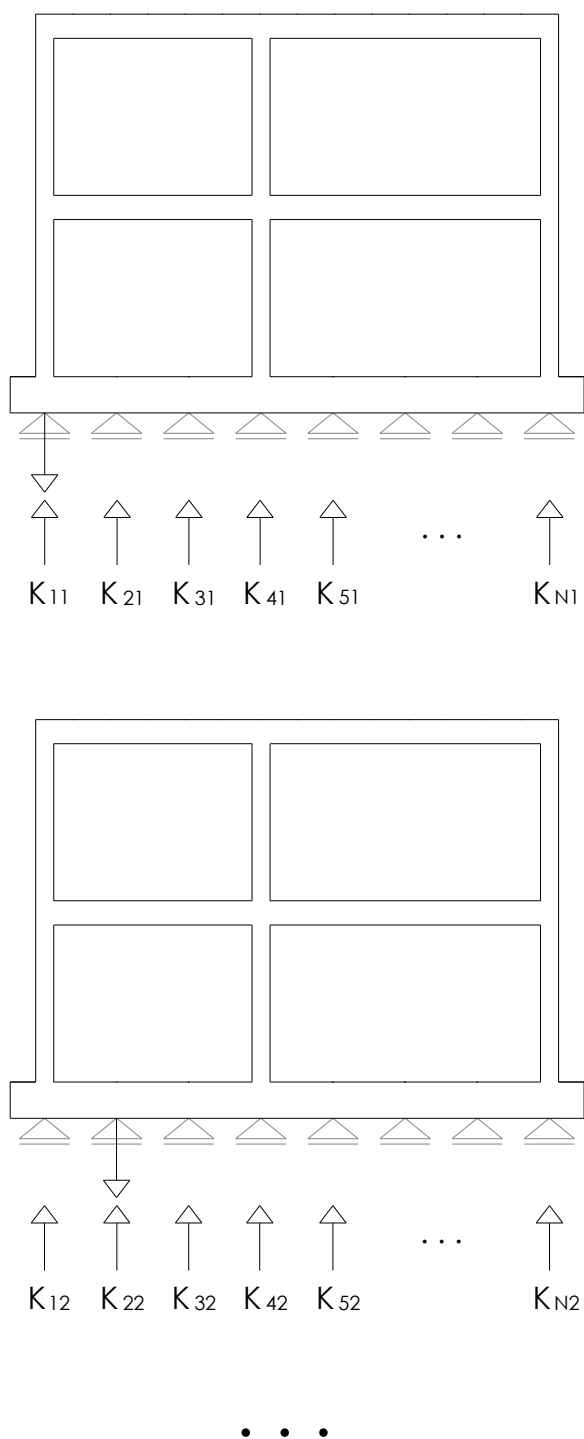
Η σχέση [17], αποτελεί γραμμικό σύστημα N εξισώσεων, από το οποίο προσδιορίζονται άμεσα οι υποχωρήσεις των κόμβων της θεμελίωσης {S}

### **2.3 ΜΗΤΡΩΟ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ ΤΗΣ ΣΤΗΡΙΓΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ [ K<sub>SUP</sub> ]**

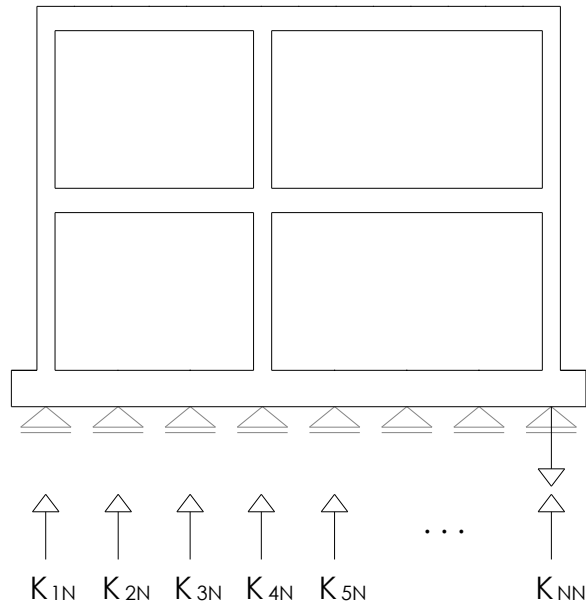
Επιβάλλοντας διαδοχικά σε κάθε έναν από τους N κόμβους της στηριγμένης κατασκευής, μια μοναδιαία υποχώρηση της αντίστοιχης στήριξης, αναπτύσσεται ένα σύνολο αντιδράσεων. Διατάσσοντας τις αντιδράσεις αυτές σε ένα τετραγωνικό μητρώο, προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας της στηριγμένης κατασκευής [ K<sub>SUP</sub> ], το οποίο είναι τετραγωνικό μητρώο, διαστάσεων N x N.

Αναλυτικά όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7, επιβάλλοντας στην πρώτη στήριξη της κατασκευής μία μοναδιαία υποχώρηση, αναπτύσσεται ένα σύνολο από αντιδράσεις ( K<sub>11</sub>, K<sub>21</sub>, K<sub>31</sub>, ..., K<sub>N1</sub> ). Στη συνέχεια μία μοναδιαία υποχώρηση που επιβάλλεται στη δεύτερη στήριξη προκαλεί ένα άλλο σύνολο από αντιδράσεις ( K<sub>12</sub>, K<sub>22</sub>, K<sub>32</sub>, ..., K<sub>N2</sub> ). Προχωρώντας διαδοχικά με τον ίδιο τρόπο μέχρι τη τελευταία στήριξη (N) , επιβάλλεται παρόμοια και εκεί η υποχώρηση που προκαλεί τις αντιδράσεις ( K<sub>1N</sub>, K<sub>2N</sub>, K<sub>3N</sub> , ..., K<sub>NN</sub> ).





**ΣΧΗΜΑ 2.7** Κατασκευή του μητρώου  $[K_{SUP}]$ , με διαδοχική επιβολή μιας μοναδιαίας μετατόπισης, σε κάθε στήριξη της κατασκευής.



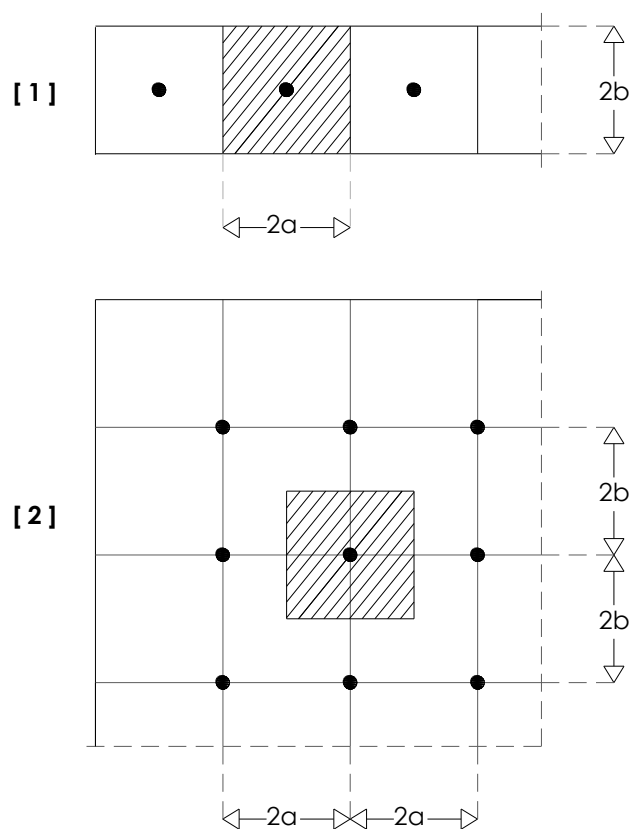
ΣΧΗΜΑ 2.7 ... Συνέχεια

#### 2.4 ΜΗΤΡΩΟ ΕΥΚΑΜΨΙΑΣ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ [ $F_{soil}$ ]

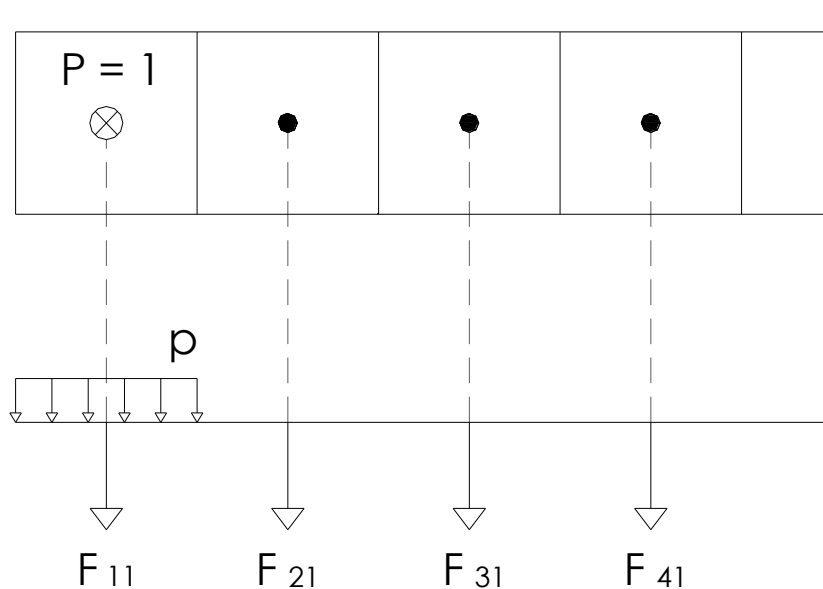
Οι  $N$  κόμβοι της διεπιφάνειας μεταξύ της θεμελίωσης και του εδάφους, θεωρούνται ως τα σημεία εφαρμογής των κατακόρυφων δράσεων στο έδαφος, κατανεμημένων στις επιφάνειες επιρροής των αντίστοιχων κόμβων.

Η μορφή των επιφανειών επιρροής των κόμβων, εξαρτάται από την διακριτοποίηση του μοντέλου της θεμελίωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.8 .

Εάν τώρα, σε κάθε κόμβο της θεμελίωσης επιβάλλεται διαδοχικά ένα μοναδιαίο κατακόρυφο συγκεντρωμένο φορτίο, που κατανέμεται ομοιόμορφα στην αντίστοιχη επιφάνεια επιρροής του κόμβου, και οι προκαλούμενες υποχωρήσεις των  $N$  κόμβων, όπως προκύπτουν από την σχέση [12], διατάσσονται κάθε φορά σε στήλες, θα προκύψει το μητρώο ευκαμψίας του ελαστικού εδάφους [  $F_{soil}$  ], το οποίο είναι τετραγωνικό μητρώο - διαστάσεων  $N \times N$



ΣΧΗΜΑ 2.8 Επιφάνειες επιρροής των κόμβων της θεμελίωσης.

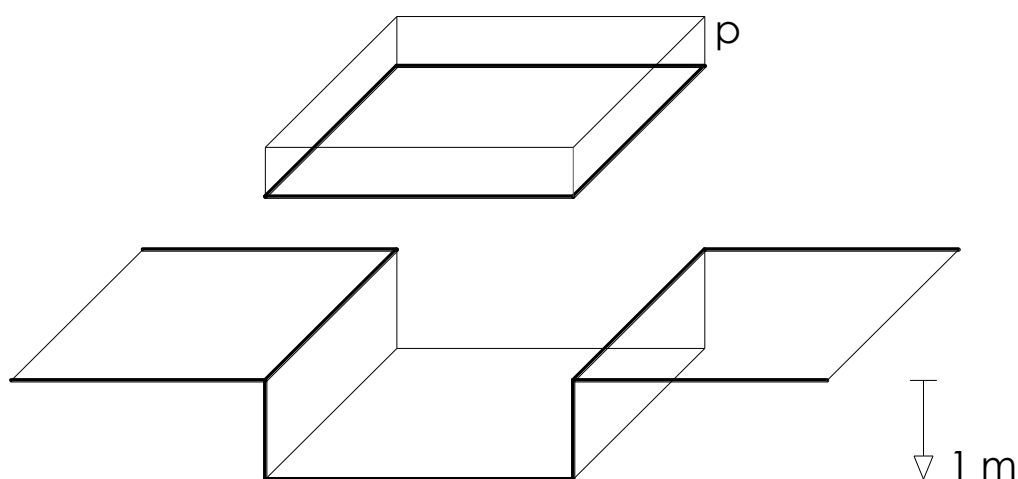


ΣΧΗΜΑ 2.9 Κατασκευή του μητρώου  $[F_{soil}]$ , με διαδοχική επιβολή μιας μοναδιαίας δύναμης, σε κάθε κόμβο της θεμελίωσης.

## 2.5 Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΩΝ ΠΕΔΙΛΩΝ

Τα περισσότερα λογισμικά αναλύσεων, χειρίζονται την περίπτωση κατά την οποία η κατασκευή εδράζεται στο έδαφος με μεμονωμένα πέδιλα, υποκαθιστώντας το έδαφος με ελατήρια ορισμένης δυσκαμψίας. Δηλαδή, η παραμορφωσιακή συμπεριφορά του εδάφους αποδίδεται με την έννοια του ελαστικού δείκτη εδάφους  $k$ .

Ο δείκτης  $k$  ( $\text{kN} / \text{m}^3$ ) παριστάνει την πίεση  $p$  ( $\text{kN} / \text{m}^2$ ) που απαιτείται να ασκηθεί σε μία επιφάνεια του εδάφους, ώστε αυτή να υποχωρήσει κατά  $1\text{m}$ , υποθέτοντας ότι η υποχώρηση μίας επιφάνειας του εδάφους κάτω από ένα ομοιόμορφο φορτίο  $p$  είναι σε όλη την έκτασή της ενιαία και ίση με  $p / k$ . Δηλαδή, ο δείκτης  $k$  παριστάνει τη στιβαρότητα της εδαφικής επιφάνειας έναντι υποχώρησης.



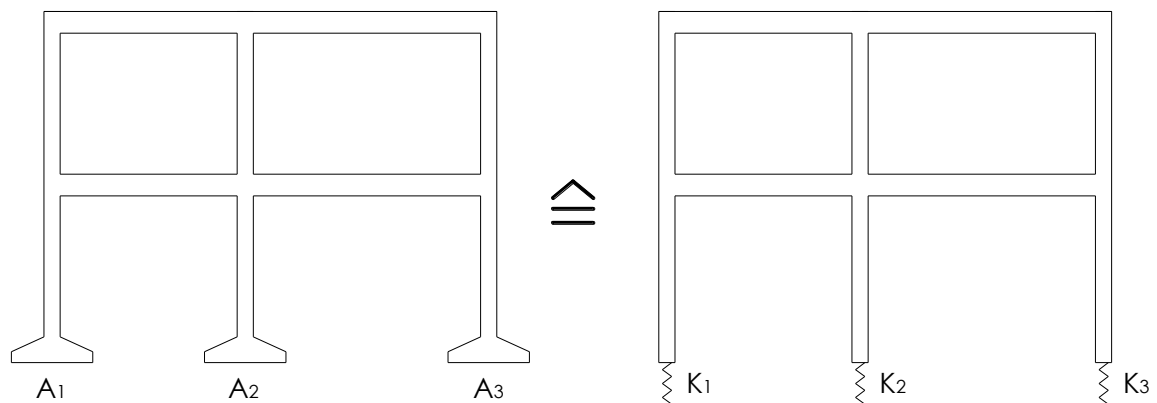
**ΣΧΗΜΑ 2.10** Έννοια του δείκτη εδάφους  $k$

Ο δείκτης  $k$  δεν αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα ενός συγκεκριμένου εδαφικού δείγματος, αλλά εξαρτάται άμεσα από τις διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας και ως εκ τούτου ο καθορισμός του σαν παραμορφωσιακού χαρακτηριστικού ενός εδαφικού στρώματος είναι σε κάποιο βαθμό αναξιόπιστος, παρά το γεγονός ότι για πρακτικές εφαρμογές, η χρήση του είναι βολική γιατί κινείται στο πνεύμα της σημειακής ελαστικής στήριξης.

Επιπλέον, οι παραδοχές ότι ένα φορτίο που δρά στην επιφάνεια του εδάφους δεν προκαλεί παραμόρφωση πουθενά αλλού πέρα από την επιφάνεια φόρτισης και ότι όλα τα σημεία μέσα στη φορτιζόμενη επιφάνεια υποχωρούν το ίδιο, δεν είναι καθόλου ρεαλιστικές.

Σε κάθε περίπτωση μπορεί να υπολογιστεί μία λογική τιμή του δείκτη  $k$  για μία ορθογωνική επιφάνεια, εάν αυτή φορτιστεί με φορτίο  $1 \text{ kN} / \text{m}^2$  και υπολογιστεί η υποχώρηση  $w$  στο κέντρο της σύμφωνα με τις σχέσεις της παραγράφου 2.1. Έτσι ο δείκτης εδάφους θα είναι  $k = 1 / w$ .

Με τον τρόπο αυτό μπορεί το έδαφος κάτω από κάθε μεμονωμένο πέδιλο με επιφάνεια  $A_i$ , να προσομοιώνεται πρακτικά με ένα ελατήριο δυσκαμψίας  $k_i$ , ίσης με  $k_i = k \times A_i$ , δεδομένου ότι σύμφωνα με τα προηγούμενα, μία κεντρικά ασκούμενη δύναμη  $P$  στο πέδιλο προκαλεί βύθιση  $w = ( P / A ) / k$ .

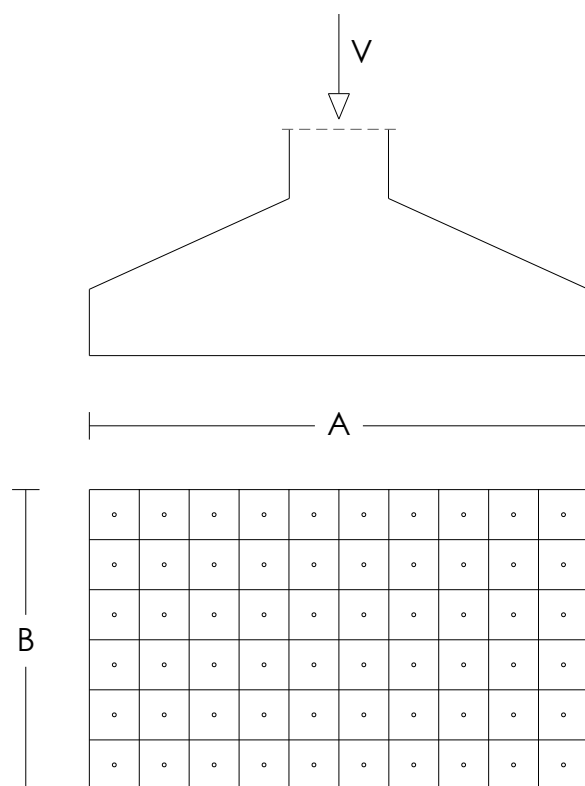


**ΣΧΗΜΑ 2.11** Προσομοίωση της ενδοτικότητας των πεδίων με μετατοπισιακά ελατήρια.

Έτσι η ανάλυση του φορέα κάτω από τα δεδομένα φορτία θα οδηγήσει σε εκείνη την έντασή του, που είναι συμβατή με τις αναπτυσσόμενες υποχωρήσεις του εδάφους (δηλαδή των ελατηρίων) και οι οποίες φυσικά δεν μπορούν να είναι γνωστές ή προκαθορισμένες από την αρχή.

Προκειμένου όμως για άκαμπτα ( ορθογωνικά ) πέδιλα, η παραπάνω εκτίμηση του δείκτη εδάφους δεν είναι εντελώς σωστή, αφού για τον υπολογισμό του δεν λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι λόγω της φόρτισης του πεδίου, θα προκληθούν τέτοιες υποχωρήσεις του εδάφους ώστε αυτές να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο. Για τον λόγο αυτό προτείνεται να ακολουθείται η παρακάτω αριθμητική διαδικασία.

Αρχικά η ορθογωνική επιφάνεια του εδάφους, στην οποία εδράζεται το πέδιλο, διακριτοποιείται με ένα πλήθος  $N$  ορθογωνικών περιοχών, κάθε μία από τις οποίες αντιπροσωπεύεται από έναν κόμβο που τοποθετείται στο κέντρο της ( Σχήμα 2.12 ).



**ΣΧΗΜΑ 2.12** Διακριτοποίηση της ορθογωνικής επιφάνειας του εδάφους

Το πρόβλημα τώρα έγκειται στην εύρεση της ( μοναδικής ) κατανομής αντιδράσεων των  $N$  κόμβων - Διάνυσμα  $\{ \mathbf{R} \}$  - στατικώς ισοδύναμης με το εφαρμοσθέν κατακόρυφο φορτίο  $V$  στο πέδιλο, που να προκαλεί ένα τέτοιο σύνολο  $N$  υποχωρήσεων των κόμβων της επιφάνειας του εδάφους - Διάνυσμα  $\{ \mathbf{S} \}$  , ώστε αυτές να ανήκουν στο ίδιο παραμορφωσιακό επίπεδο.

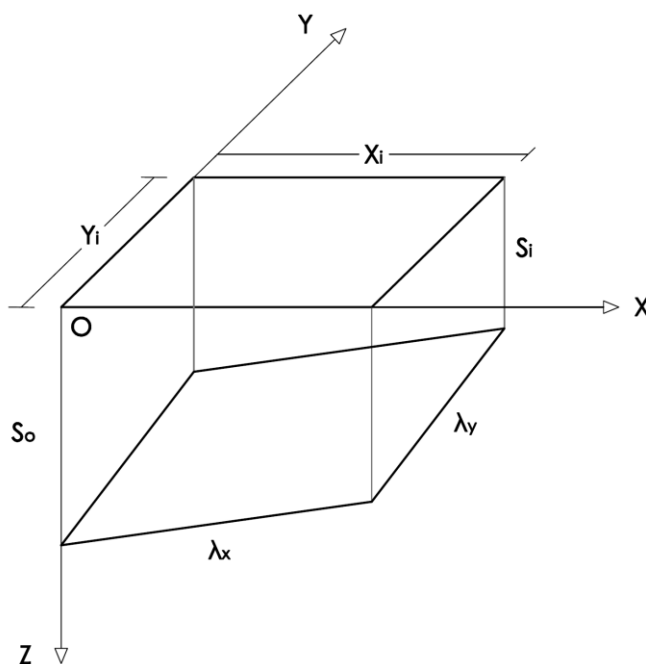
Η παραμορφωσιακή συμπεριφορά του εδάφους, δίνεται από την σχέση  $\{ S \} = [ F_{soil} ] \{ R \}$  ( Σχέση [16] ), όπου το μητρώο ευκαμψίας του εδάφους  $[ F_{soil} ]$  κατασκευάζεται σύμφωνα με την διαδικασία που παρατίθεται στην παράγραφο 2.4

Η σχέση [16] μπορεί να γραφεί :

$$\{ R \} = [ K_{soil} ] \{ S \} \quad [18]$$

$$\text{Όπου : } [ K_{soil} ] = [ F_{soil} ]^{-1} \quad [19]$$

Η διακριτοποιημένη ορθογωνική επιφάνεια αναφέρεται στο τρισ-ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων OXYZ. Κάθε κόμβος ( i ), χαρακτηρίζεται από τις συντεταγμένες του (  $X_i, Y_i$  ) και από την ορθογωνική επιφάνεια επιρροής του (  $a_i \times b_i$  ).



**ΣΧΗΜΑ 2.13** Παραμόρφωση της εδαφικής επιφάνειας

Λόγω της δράσης του κατακόρυφου φορτίου  $V$ , η παραμορφωμένη εδαφική επιφάνεια αποτελεί επίπεδο, που χαρακτηρίζεται από την υποχώρηση του εδάφους  $S_0$  κάτω από το σημείο  $O$ , και από τις κλίσεις του επιπέδου  $\lambda_x$  και  $\lambda_y$  κατά τους άξονες  $X-X$  και  $Y-Y$ , αντίστοιχα (σχήμα 2.13).

Έτσι η υποχώρηση του κόμβου (  $i$  ), θα δίνεται από την σχέση :

$$S_i = S_0 - \lambda_x X_i - \lambda_y Y_i \quad [20]$$

Η παραπάνω σχέση σε μητρική γραφή :

$$\{ S \} = S_0 \{ I \} - \lambda_x \{ X \} - \lambda_y \{ Y \} \quad [21]$$

Όπου :  $\{ I \}$  μητρώο (  $N \times 1$  ), όλα τα στοιχεία του οποίου είναι ίσα με την μονάδα και  $\{ X \}$  ,  $\{ Y \}$  μητρώα (  $N \times 1$  ), τα οποία περιέχουν αντίστοιχα, τις συντεταγμένες  $X$  και  $Y$  κάθε κόμβου.

Οι αντιδράσεις που αναπτύσσονται στους  $N$  κόμβους, θα πρέπει να ικανοποιούν τις τρεις παρακάτω εξισώσεις, προκειμένου να ισορροπούν με το κατακόρυφο φορτίο  $V$  , η εφαρμογή του οποίου γίνεται στο σημείο με συντεταγμένες (  $e_x$  ,  $e_y$  ).

$$\sum R_i = V \quad [22]$$

$$\sum R_i X_i = V e_x \quad [23]$$

$$\sum R_i Y_i = V e_y \quad [24]$$

Οι παραπάνω σχέσεις σε μητρική γραφή :

$$\{ I \}^T \{ R \} = V \quad [25]$$

$$\{ X \}^T \{ R \} = V e_x \quad [26]$$

$$\{ Y \}^T \{ R \} = V e_y \quad [27]$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις [18] και [21] στις σχέσεις [25] έως [27], προκύπτει το παρακάτω γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων, από το οποίο προσδιορίζονται οι τρεις άγνωστοι  $S_0$  ,  $\lambda_x$  ,  $\lambda_y$  :

$$\begin{aligned} A_1 S_0 - B_1 \lambda_x - C_1 \lambda_y &= V \\ A_2 S_0 - B_2 \lambda_x - C_2 \lambda_y &= V e_x \\ A_3 S_0 - B_3 \lambda_x - C_3 \lambda_y &= V e_y \end{aligned} \quad [28]$$



Όπου :

$$A_1 = \{ I \}^T [ K_{soil} ] \{ I \}, A_2 = \{ X \}^T [ K_{soil} ] \{ I \}, A_3 = \{ Y \}^T [ K_{soil} ] \{ I \}$$

$$B_1 = \{ I \}^T [ K_{soil} ] \{ X \}, B_2 = \{ X \}^T [ K_{soil} ] \{ X \}, B_3 = \{ Y \}^T [ K_{soil} ] \{ X \}$$

$$C_1 = \{ I \}^T [ K_{soil} ] \{ Y \}, C_2 = \{ X \}^T [ K_{soil} ] \{ Y \}, C_3 = \{ Y \}^T [ K_{soil} ] \{ Y \}$$

Μετά τον προσδιορισμό των  $S_0$  ,  $\lambda_x$  ,  $\lambda_y$  , μπορούν άμεσα να υπολογιστούν οι υποχωρήσεις  $\{ S \}$ , καθώς και οι αντιδράσεις  $\{ R \}$  των N κόμβων.

Ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία καθίσταται εφικτός ο προσδιορισμός των δυσκαμψιών, των ισοδύναμων ελατηρίων δηλαδή του Μετατοπισιακού ( κατακόρυφου ) ελατηρίου με δυσκαμψία  $K_s$ , και των Στροφικών ελατηρίων με δυσκαμψίες  $K_x$  και  $K_y$  αντίστοιχα.

Για την εύρεση της δυσκαμψίας  $K_s$  αρκεί να επιλυθεί το σύστημα τριών εξισώσεων [28], για κατακόρυφο φορτίο  $V = 1$  KN, και να προσδιορισθεί η υποχώρηση του εδάφους στο σημείο εφαρμογής της φόρτισης, έστω  $S_v$ .

Η δυσκαμψία  $K_s$  θα δίνεται από την σχέση :

$$K_s = 1 / S_v \quad [29]$$

Όπου :

$$S_v = S_0 - \lambda_x e_x - \lambda_y e_y \quad [30]$$

Για την εύρεση της δυσκαμψίας  $K_x$  αρκεί να επιλυθεί το παρακάτω σύστημα εξισώσεων :

$$\begin{aligned} A_1 S_0 - B_1 \lambda_x - C_1 \lambda_y &= 0 \\ A_2 S_0 - B_2 \lambda_x - C_2 \lambda_y &= 1 \\ A_3 S_0 - B_3 \lambda_x - C_3 \lambda_y &= 0 \end{aligned} \quad [31]$$

Η τιμή της δυσκαμψίας  $K_x$  θα δίνεται από την σχέση :

$$K_x = 1 / \lambda_x \quad [32]$$

Ενώ για την τιμή της δυσκαμψίας  $K_y$  θα πρέπει να επιλυθεί το παρακάτω σύστημα εξισώσεων :

$$\begin{aligned} A_1 S_0 - B_1 \lambda_x - C_1 \lambda_y &= 0 \\ A_2 S_0 - B_2 \lambda_x - C_2 \lambda_y &= 0 \\ A_3 S_0 - B_3 \lambda_x - C_3 \lambda_y &= 1 \end{aligned} \quad [33]$$

Με την τιμή της δυσκαμψίας  $K_y$  να δίνεται από την σχέση :

$$K_y = 1 / \lambda_y \quad [34]$$

## 2.6 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ WINKLER ( 1867 )

Με την μέθοδο που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, φαίνεται να ξεπέρνιονται οι βασικές ελλείψεις της γνωστής μεθόδου WINKLER ( 1867 ), σύμφωνα με την οποία το έδαφος μπορεί να υποκαθίσταται από ένα σύνολο κατακόρυφων ελατηρίων με συγκεκριμένη δυσκαμψία, και η οποία παραμένει για δεκαετίες το πλέον δημοφιλές εργαλείο για πρακτικά προβλήματα μηχανικής.

Το πρόβλημα της μεθόδου WINKLER συνίσταται κυρίως στην ανεπάρκεια της να χειριστεί την μετάδοση των διατμητικών τάσεων, αφού εξ' ορισμού της, ένα φορτίο που δρά στην επιφάνεια του εδάφους δεν προκαλεί την υποχώρηση του εδάφους πουθενά αλλού πέρα από την φορτιζόμενη επιφάνεια.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου που παρουσιάζεται, είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την μεταβολή των ελαστικών ιδιοτήτων του εδάφους ανάλογα με το βάθος, ιδιότητες που μπορούν να προσδιορίζονται από εργαστηριακές δοκιμές σε δείγματα εδάφους.

Αντίθετα η μέθοδος WINKLER, που είναι σήμερα η πλέον διαδεδομένη προσέγγιση του προβλήματος, και με την οποία το έδαφος υποκαθίσταται από ένα σύνολο κατακόρυφων ελατηρίων, χρησιμοποιεί την έννοια του δείκτη εδάφους, ο οποίος δεν αποτελεί κάποια χαρακτηριστική ιδιότητα του εδάφους και έτσι δεν μπορεί να εξαχθεί από την γεωτεχνική έρευνα.

Η υποκατάσταση του εδάφους θεμελίωσης, με κατακόρυφα ελατήρια, οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα για την περίπτωση μιας πλάκας ( επί εδάφους ) που φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο.

Έτσι με την μέθοδο WINKLER, ή πλάκα φαίνεται να μην αναπτύσσει καμία ένταση, αφού θα εκτελέσει κίνηση στερεού σώματος, με ενιαία υποχώρηση όλων των σημείων της.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

### 3.1 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

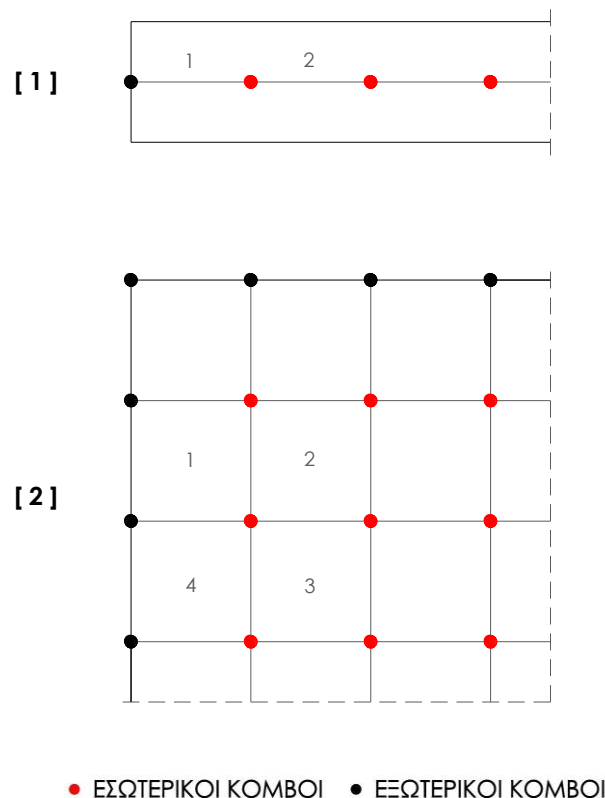
Σύμφωνα με την μέθοδο που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, για την ανάλυση μιας κατασκευής, η οποία υπόκειται σε εξωτερική φόρτιση (κατακόρυφα και οριζόντια φορτία) και θεμελιώνεται με πεδילוδοκούς ή γενική κοιτόστρωση, σε στρωματοποιημένο ελαστικό έδαφος, θα πρέπει να ακολουθηθεί η παρακάτω αριθμητική διαδικασία :

1. Διακριτοποίηση της θεμελίωσης της θεωρούμενης κατασκευής, με ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων.
2. Προσδιορισμός της αντίστοιχης επιφάνειας επιρροής, για κάθε **εσωτερικό κόμβο** \* της θεμελίωσης.
3. Τοποθέτηση ακλόνητων στηρίξεων σε κάθε εσωτερικό κόμβο της θεμελίωσης.
4. Κατασκευή του Μητρώου Ευκαμψίας του Εδάφους [  $F_{soil}$  ], σύμφωνα με την παράγραφο 2.4
5. Κατασκευή του Μητρώου Δυσκαμψίας της στηριγμένης κατασκευής [  $K_{sup}$  ], σύμφωνα με την παράγραφο 2.3
6. Προσδιορισμός των αντιδράσεων των στηρίξεων, της απλά στηριγμένης κατασκευής, εξαιτίας της εξωτερικής φόρτισης και μόρφωση του μητρώου – στήλης {  $R_o$  }
7. Επίλυση του γραμμικού συστήματος N εξισώσεων της σχέσης [17], από το οποίο προσδιορίζονται οι υποχωρήσεις των κόμβων της θεμελίωσης {  $S$  }
8. Προσδιορισμός των συνολικά αναπτυσσόμενων αντιδράσεων {  $R$  } εξαιτίας της εξωτερικής φόρτισης και της επιβολής των υποχωρήσεων, που υπολογίσθηκαν.

9. Εάν κάποιες από τις αντιδράσεις που προσδιορίστηκαν στο βήμα 8, είναι αρνητικές (φορά προς τα κάτω), τότε γίνεται σταδιακή αντικατάσταση των στηρίξεων των αντίστοιχων κόμβων με κατακόρυφα ελατήρια πολύ μικρής δυσκαμψίας και επαναλαμβάνονται τα βήματα 5 έως 8, ώστε μετά από μια συγκλίνουσα διαδικασία να προκύψουν όλες οι αντιδράσεις του μητρώου  $\{ R \}$  θετικές, παρουσιάζοντας μια ζώνη ομαλώς αυξανομένων θετικών αντιδράσεων ξεκινώντας από πολύ μικρές ( θετικές πάντα ) τιμές .

10. Ανάλυση της κατασκευής κάτω από την εξωτερική φόρτιση (κατακόρυφα και οριζόντια φορτία) και την επιβολή του συνόλου  $\{ S \}$  των υποχωρήσεων.

\* Προκειμένου για θεμελιοδοκούς, εσωτερικός κόμβος θεωρείται εκείνος με τον οποίον συνορεύουν 2 πεπερασμένα στοιχεία ( FRAME OBJECTS ), ενώ για κοιτοστρώσεις εκείνος με τον οποίον συνορεύουν 4 πεπερασμένα στοιχεία ( AREA OBJECTS ), σύμφωνα με το σχήμα 3.1



**ΣΧΗΜΑ 3.1** Ορισμός εσωτερικών – εξωτερικών κόμβων για την περίπτωση δοκού [1] και πλάκας [2].

### 3.2 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, αναπτύχθηκε εφαρμογή με την οποία υλοποιείται η αριθμητική διαδικασία, όπως παρουσιάζεται στην παράγραφο 3.1, χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του SAP2000 Application Programming Interface (API).

Το SAP2000 API είναι ένα εργαλείο προγραμματισμού που έχει ως στόχο την αποτελεσματική πρόσβαση στις λειτουργίες ανάλυσης και σχεδιασμού του SAP2000, επιτρέποντα την άμεση σύζευξη, μεταξύ μιας εφαρμογής και του ίδιου του λογισμικού αναλύσεων, και μάλιστα κατά τη διάρκεια του χρόνου εκτέλεσης.

Επιπλέον, μέσα από τη χρήση του API, δίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης πρόσθετων εφαρμογών ( plug – ins ) , οι οποίες επεκτείνουν την υπολογιστική ικανότητα του προγράμματος και είναι ενσωματωμένες ολοκληρωτικά μέσα στο περιβάλλον SAP2000. Από προγραμματιστικής απόψεως, το API αποτελείται από μια βιβλιοθήκη λογισμικού η οποία προσφέρει πρόσβαση σε μια συλλογή λειτουργιών μέσω των οποίων επιτυγχάνεται ο εξ αποστάσεως έλεγχος της λειτουργίας του SAP2000. Τα κυριότερα σημεία που το API παρέχει συνοψίζονται παρακάτω:

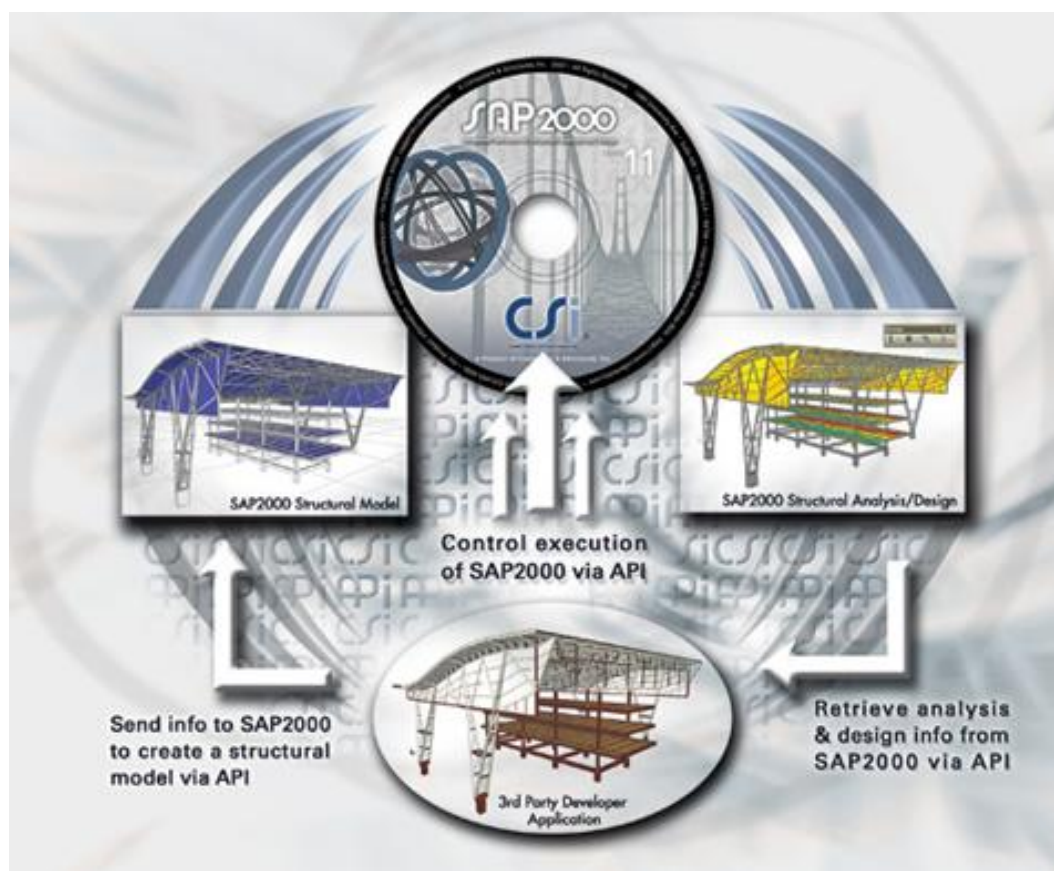
1. Άμεση σύζευξη με τις μεθόδους ανάλυσης και σχεδιασμού του SAP2000.
2. αμφίδρομη ροή δεδομένων μεταξύ της πρόσθετης εφαρμογής και του SAP2000.
3. Δεν υπάρχει ανάγκη χρησιμοποίησης ενδιάμεσων αρχείων, με αποτέλεσμα την σημαντική μείωση του χρόνου που απαιτείται για την ανταλλαγή δεδομένων, ιδιαίτερα σε μεγάλα υπολογιστικά μοντέλα.
4. Συμβατότητα με τις περισσότερες σύγχρονες γλώσσες προγραμματισμού.
5. Ταυτόχρονη μεταφορά δεδομένων και έλεγχος ενός δομικού μοντέλου από άλλες εφαρμογές.

6. Ανάπτυξη πρόσθετων εφαρμογών που θα παραμένουν συμβατές με μελλοντικές εκδόσεις του SAP2000.

7. Δυνατότητα ανάπτυξης εφαρμογών, προσαρμοσμένων στις ανάγκες του χρήστη, αλλά και παροχή δυνατότητας προγραμματισμού από τον ίδιο τον χρήστη.

Σε κάθε περίπτωση, το SAP2000 API προσφέρει ένα ευρύ φάσμα γλωσσών προγραμματισμού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν, το οποίο περιλαμβάνει την συντριπτική πλειοψηφία των σύγχρονων γλωσσών προγραμματισμού, όπως Visual Basic.NET, Visual Basic for Applications (VBA), Visual C #, Visual C ++, Visual Fortran και Matlab.

Συγκεκριμένα στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic for Applications (VBA), για την κατασκευή του κώδικα της εφαρμογής.



ΣΧΗΜΑ 3.2

### 3.3 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Στο Σχήμα 3.3, φαίνεται το παράθυρο διαλόγου, στο οποίο ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα του εδάφους και της θεμελίωσης της κατασκευής, πριν την εκτέλεση του κώδικα. Υπενθυμίζεται ότι αρχικά και πριν την εκτέλεση της εφαρμογής θα πρέπει να γίνει Διακριτοποίηση της Θεμελίωσης.

| SOIL LAYER [i] | DISTANCE Z [i] | MODULUS OF ELASTICITY, E | POISSON RATIO |
|----------------|----------------|--------------------------|---------------|
|----------------|----------------|--------------------------|---------------|

| FOOT, i | SIDE Xi | SIDE Yi |
|---------|---------|---------|
|---------|---------|---------|

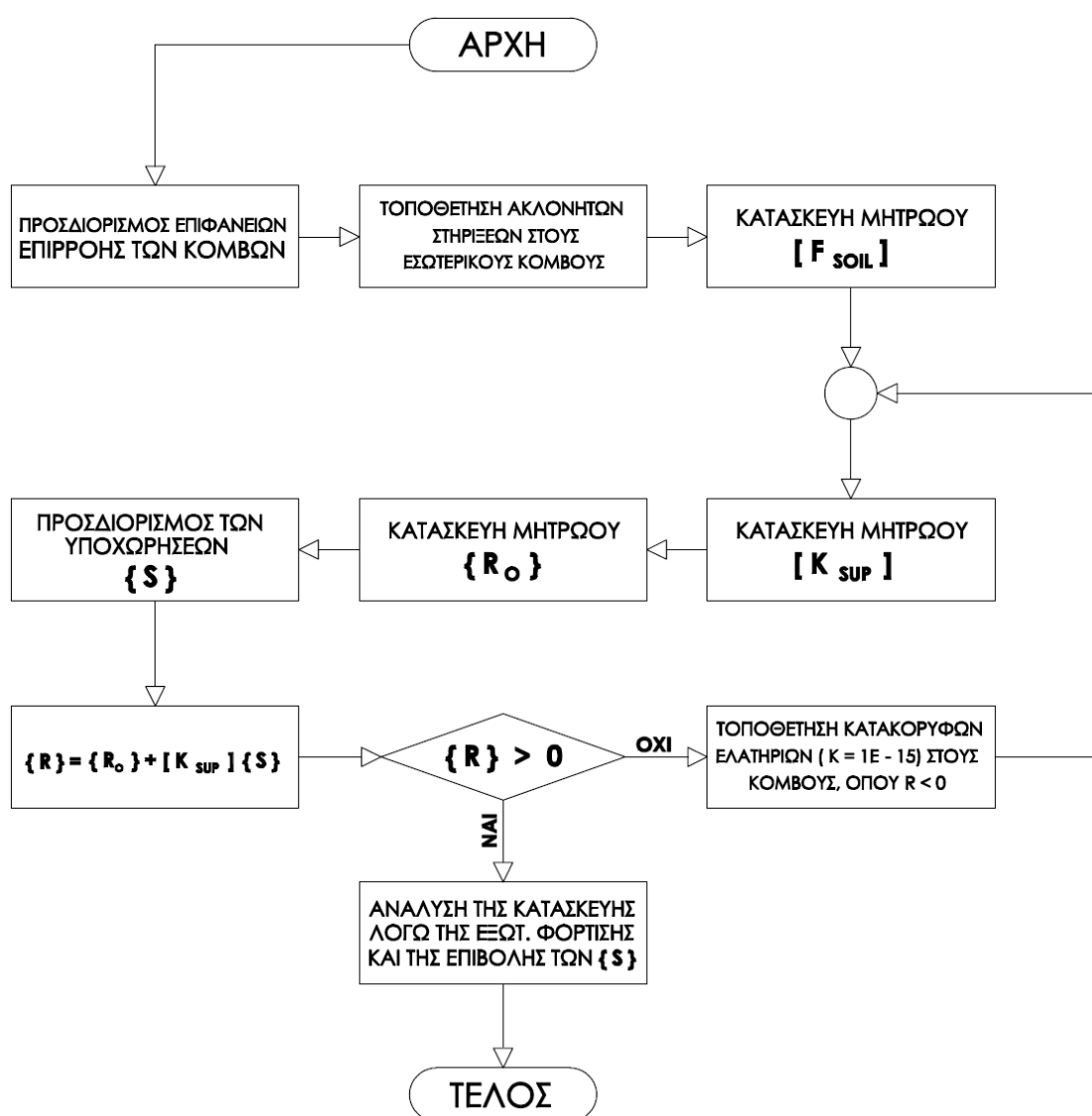
**ΣΧΗΜΑ 3.3** Το παράθυρο διαλόγου στο οποίο ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα του προβλήματος.

Αρχικά πρέπει να προσδιοριστούν τα χαρακτηριστικά του στρωματοποιημένου εδάφους. Στο Πεδίο 1, ο χρήστης εισάγει τον αριθμό των οριζόντιων εδαφικών στρωμάτων και ύστερα στο Πεδίο 2 τα ελαστικά χαρακτηριστικά ( Μέτρο ελαστικότητας και Λόγος Poisson ) κάθε στρώσης.



Στο ίδιο Πεδίο προσδιορίζεται και η κατακόρυφη απόσταση της κατώτερης επιφάνειας κάθε στρώσης από την επιφάνεια του εδάφους. Στο Πεδίο 3, ο χρήστης επιλέγει τον τύπο της θεμελίωσης της εξεταζόμενης κατασκευής, δηλαδή αν η κατασκευή θεμελιώνεται στο έδαφος με Γενική Κοιτόστρωση η με Πλέγμα Θεμελιοδοκών.

Αφού συμπληρωθούν απ' τον χρήστη τα προαναφερθέντα πεδία, με την επιλογή RUN ( Πεδίο 6 ) γίνεται εκτέλεση του προγράμματος σύμφωνα με την αριθμητική διαδικασία της παραγράφου 3.1, η οποία σε γενικές γραμμές φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα ροής ( Σχήμα 3.4 ).



ΣΧΗΜΑ 3.4 Διάγραμμα ροής του προγράμματος.

Στην περίπτωση που η κατασκευή εδράζεται στο έδαφος με Μεμονωμένα Πέδιλα, ο χρήστης οφείλει να επιλέξει την αντίστοιχη επιλογή στο Πεδίο 3, και να εισάγει τον αριθμό τους ( Πεδίο 4 ). Στην συνέχεια πρέπει να καταχωρήσει τις διαστάσεις τους, στο Πεδίο 5.

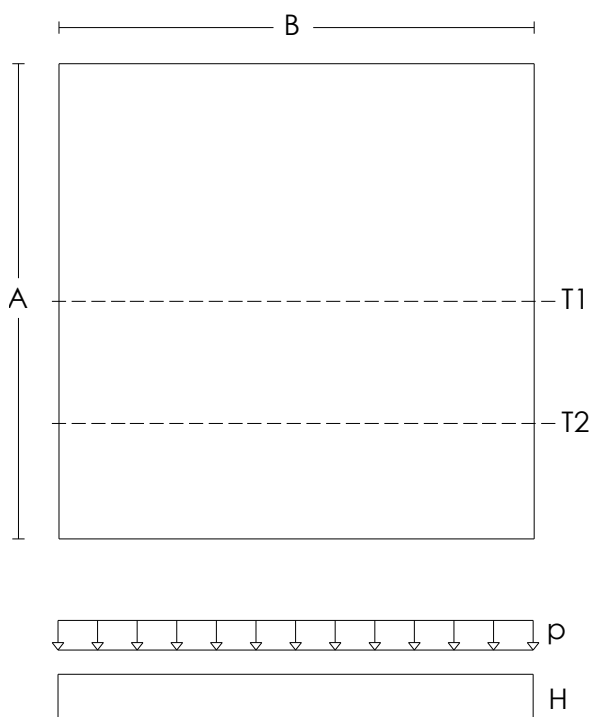
Επιλέγοντας το Πεδίο 6, γίνεται εκτέλεση του προγράμματος το οποίο βασίζεται στην αριθμητική διαδικασία της παραγράφου 2.5, περί Μεμονωμένων Δύσκαμπτων Πεδίων.

Υπενθυμίζεται, ότι με την συγκεκριμένη διαδικασία μπορούν να υπολογιστούν οι δυσκαμψίες των αντίστοιχων ελατηρίων ( Κατακόρυφου Μετατοπισιακού και Στροφικών κατά τις διευθύνσεις X και Y ), τα οποία προτείνεται να χρησιμοποιούνται στην ανάλυση της κατασκευής.

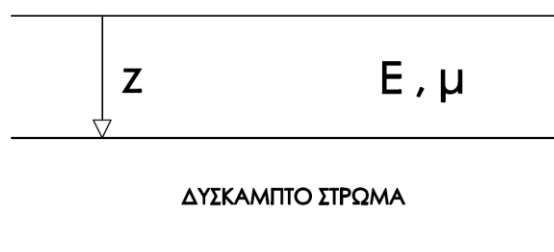
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

### 4.1 ΠΛΑΚΑ ΕΠΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Η πλάκα του σχήματος 4.1, διαστάσεων  $A = B = 9 \text{ m}$  και  $H = 0.20 \text{ m}$ , φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p = 20 \text{ KN/m}^2$ . Η πλάκα είναι κατασκευασμένη από σκυρόδεμα με μέτρο ελαστικότητας  $30.000 \text{ MPa}$ .

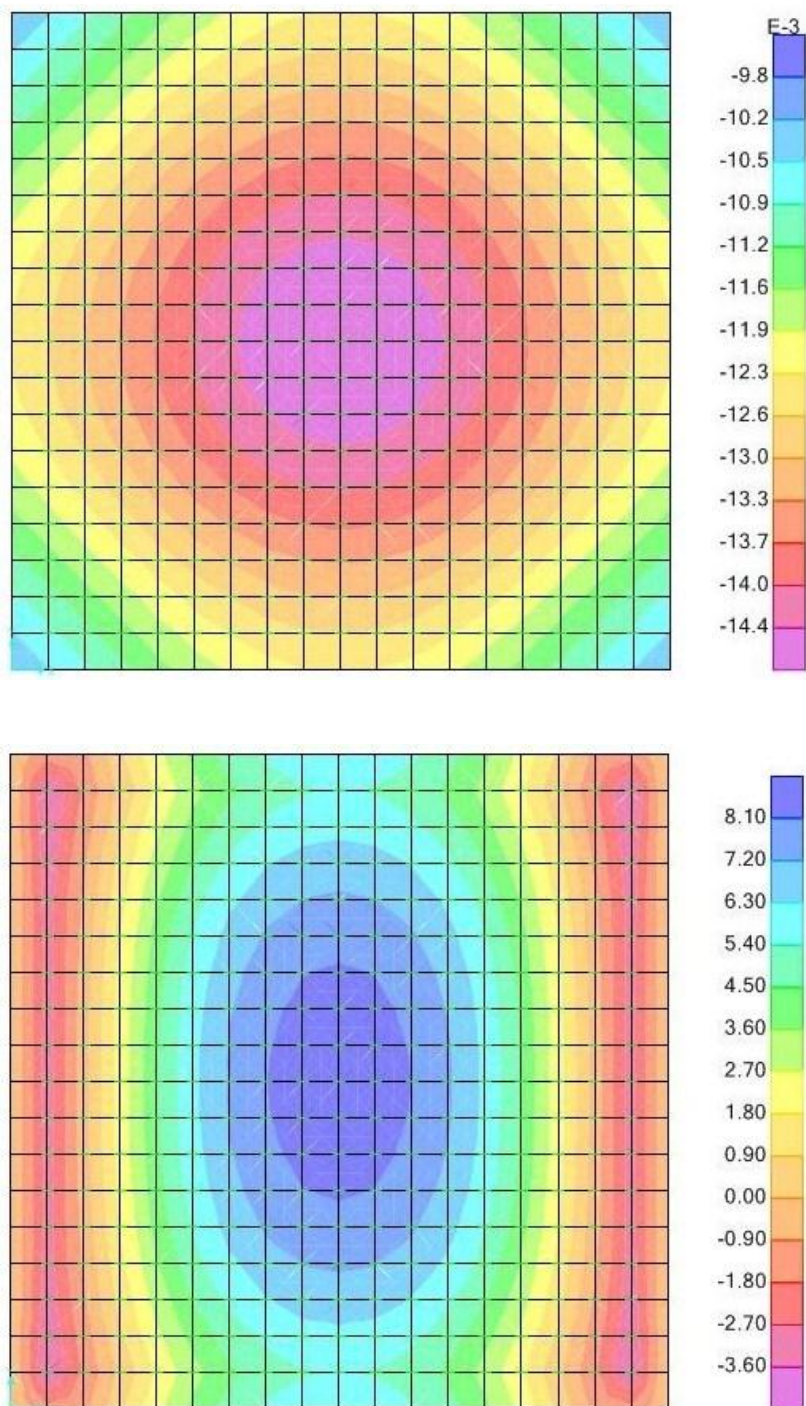


**ΣΧΗΜΑ 4.1** Τετραγωνική πλάκα διαστάσεων  $9 \times 9 \times 0.2 \text{ m}$ , που φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p = 20 \text{ KN/m}^2$

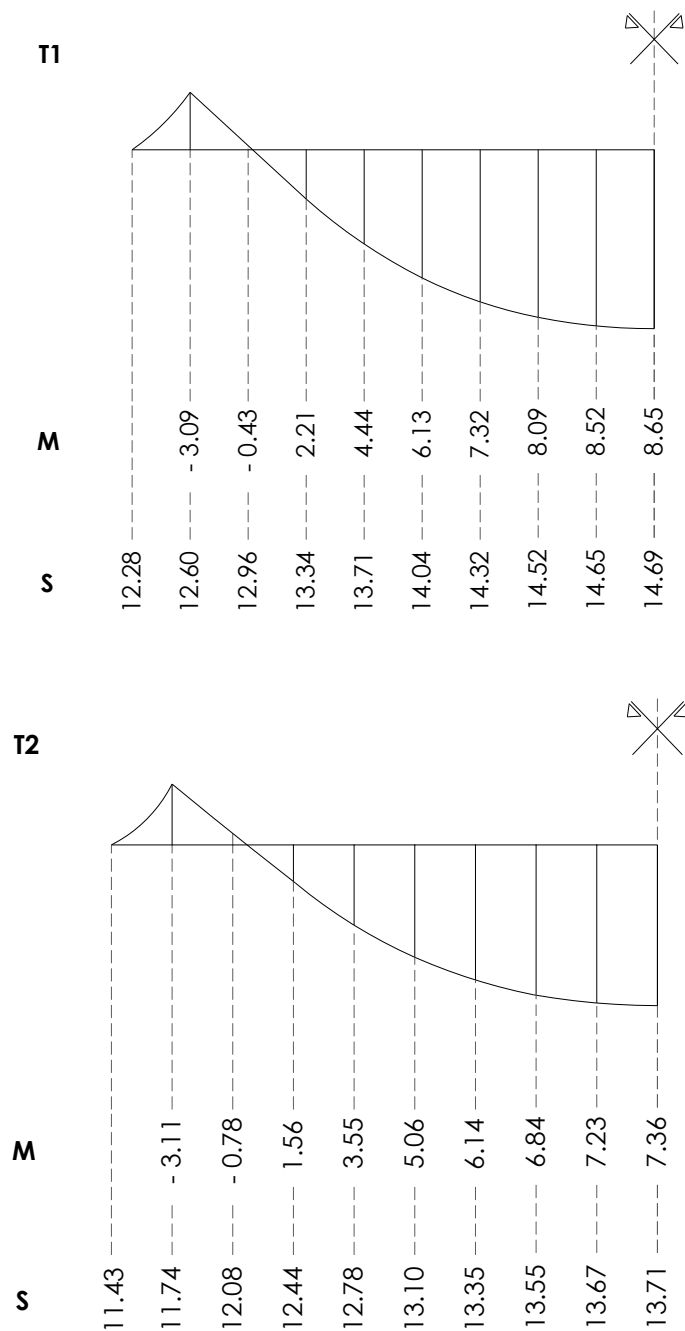


**ΣΧΗΜΑ 4.2** Χαρακτηριστικά του εδάφους στο οποίο εδράζεται η πλάκα του παραδείγματος.

Αρχικά, θεωρούμε πως η πλάκα εδράζεται επί ελαστικού εδάφους, τα χαρακτηριστικά του οποίου φαίνονται στο σχήμα 4.2 (  $Z = 10 \text{ m}$  ,  $E = 10000 \text{ KPa}$  ,  $\mu = 0.3$  ).



**ΣΧΗΜΑ 4.3** Επάνω : Υποχωρήσεις ( m ) , Κάτω : Ροπές Κάμψης ( KNm ) , για την περίπτωση που η πλάκα εδράζεται επί ελαστικού έδαφους.



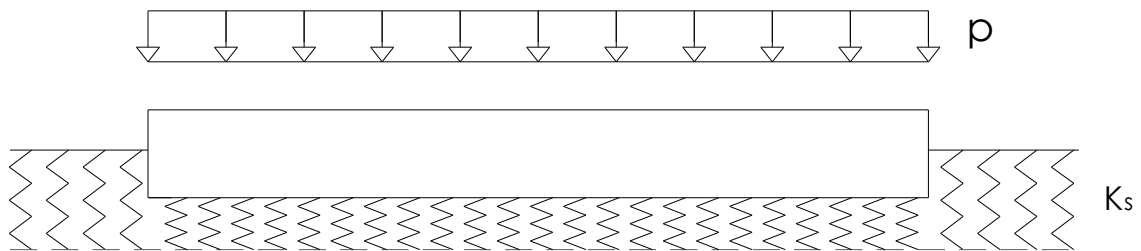
**ΣΧΗΜΑ 4.4** Διαγράμματα Ροπών Κάμψης στις τομές T1 ( επάνω ) και T2 ( κάτω )

Στα σχήματα 4.3 και 4.4, φαίνονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης για την περίπτωση κατά την οποία η ομοιόμορφα φορτισμένη πλάκα σκυροδέματος, εδράζεται επί ελαστικού εδάφους, σύμφωνα με την διαδικασία που αναπτύχθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Για λόγους σύγκρισης, γίνεται ανάλυση της ίδιας πλάκας σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER ( Σχήμα 4.5 ), θεωρώντας για τα κατακόρυφα ελατήρια δείκτη δυσκαμψίας  $K_s = 10.186 \text{ KN/m}^3$  .

Η τιμή του δείκτη δυσκαμψίας, προσδιορίζεται από την σχέση  $K_s = 1/W_s$  , όπου  $W_s$  η υποχώρηση ενός στοιχείου της πλάκας επιφάνειας  $1 \text{ m}^2$  , όταν αυτό φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $1 \text{ KN/m}^2$ . Με εφαρμογή της σχέσης [12] η υποχώρηση προκύπτει  $0.0982 \text{ mm}$ .

Σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER, η πλάκα υποχωρεί ομοιόμορφα ( κίνηση στερεού σώματος ) κατά  $2.45 \text{ mm}$ , και ως εκ τούτου δεν αναπτύσσεται εσωτερική ένταση ( ΠΧ Καμπτικές Ροπές ) σε αυτήν.

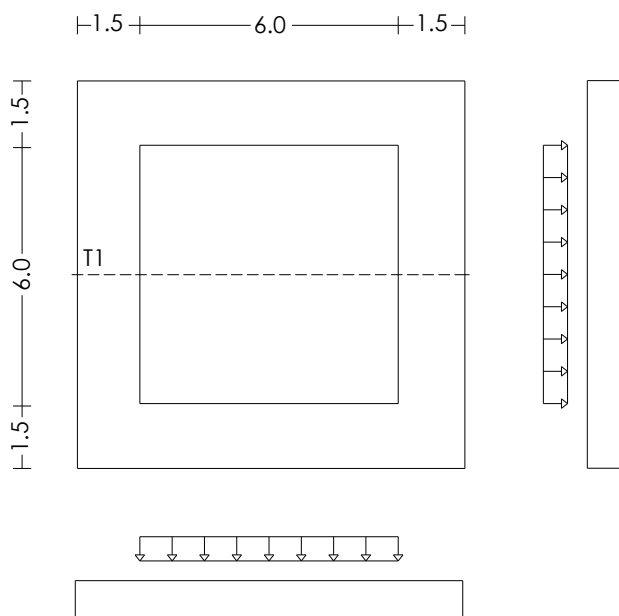


**ΣΧΗΜΑ 4.5** Ομοιόμορφη υποχώρηση της πλάκας κατά  $2.45 \text{ mm}$ , υπό την επίδραση του φορτίου  $p$ , σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER.

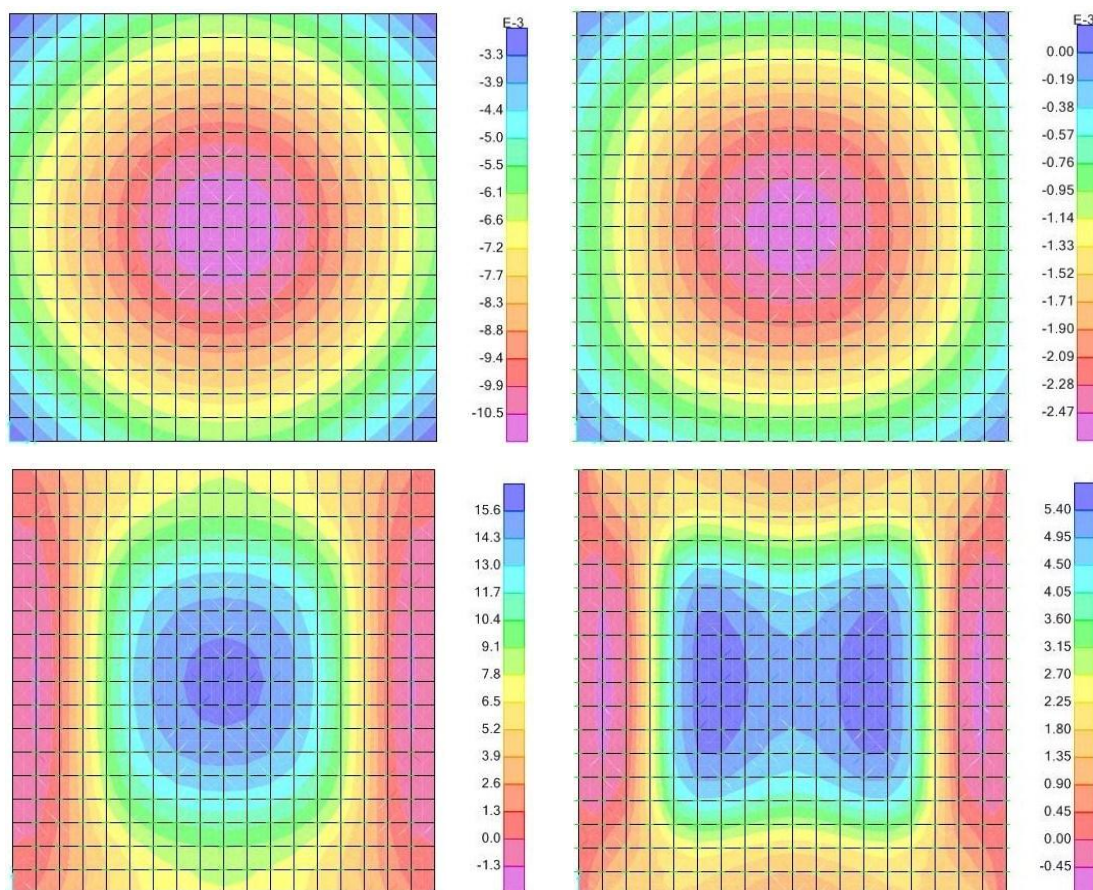
Θεωρούμε τώρα πως η ίδια πλάκα δεν φορτίζεται σε όλη την επιφάνεια της με το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p = 20 \text{ KN/m}^2$  , αλλά αυτό περιορίζεται σε μια τετραγωνική επιφάνεια  $6 \times 6 \text{ m}$  προς το κέντρο της, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6

Και σε αυτήν την περίπτωση συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση που το έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και για την περίπτωση που εφαρμόζεται η μέθοδος WINKLER.

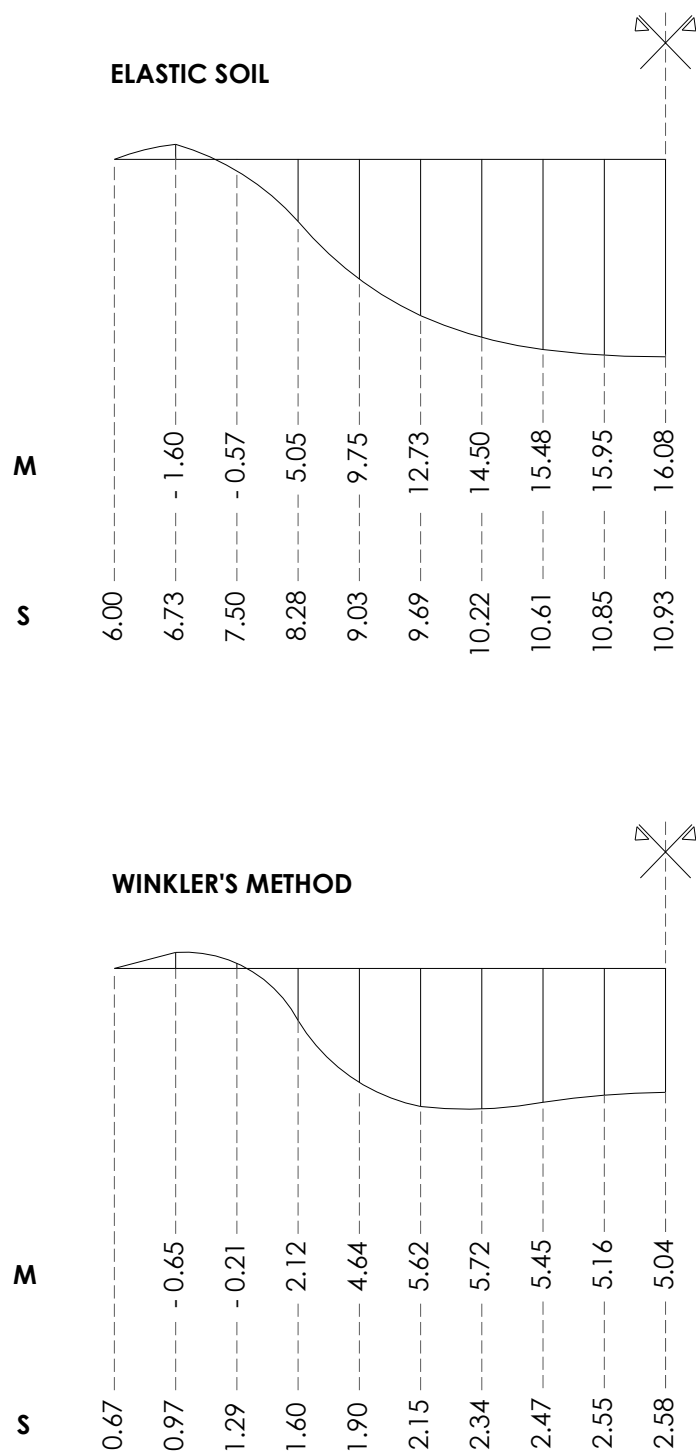
Παρατηρούμε πως τα αποτελέσματα των δυο μεθόδων, διαφέρουν σημαντικά τόσο από πλευράς εντατικής κατάστασης (Καμπτικών Ροπών) της πλάκας, όσο και από πλευράς υποχωρήσεων.



**ΣΧΗΜΑ 4.6** Τετραγωνική πλάκα διαστάσεων 9 X 9 X 0.2 m , που φορτίζεται με το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p$ , σε επιφάνεια 6 X 6 m



**ΣΧΗΜΑ 4.7** Επάνω : Υποχωρήσεις ( m ) , Κάτω : Ροπές Κάμψης ( kNm ) , για την μέθοδο ελαστικού εδάφους ( Αριστερά ) και WINKLER ( Δεξιά )



**ΣΧΗΜΑ 4.8** Διαγράμματα Ροπών Κάμψης στην τομή T1, για τις δυο εξεταζόμενες μεθόδους.



Εξετάζουμε τώρα την επιρροή του μεγέθους της δυσκαμψίας της πλάκας ( όσον αφορά το πάχος της ) καθώς και των ελαστικών ιδιοτήτων του εδάφους, στην παραμορφωσιακή – εντατική της κατάσταση, όπως προκύπτει από τις δυο μεθόδους.

Για τον σκοπό αυτό θεωρούμε δυο τιμές για το πάχος της πλάκας του σχήματος 4.6 :  $H = 0.30 / 0.60$  m και τρεις τύπους εδάφους με μέτρα ελαστικότητας  $E = 10000 / 20000 / 40000$  KPa αντίστοιχα και κοινό λόγο Poisson  $\mu = 0.3$

Στο σχήμα 4.9, παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα ( καμπτικές ροπές ) των δυο μεθόδων, για τις δυο τιμές πάχους της πλάκας και για τους τρεις τύπους εδάφους.

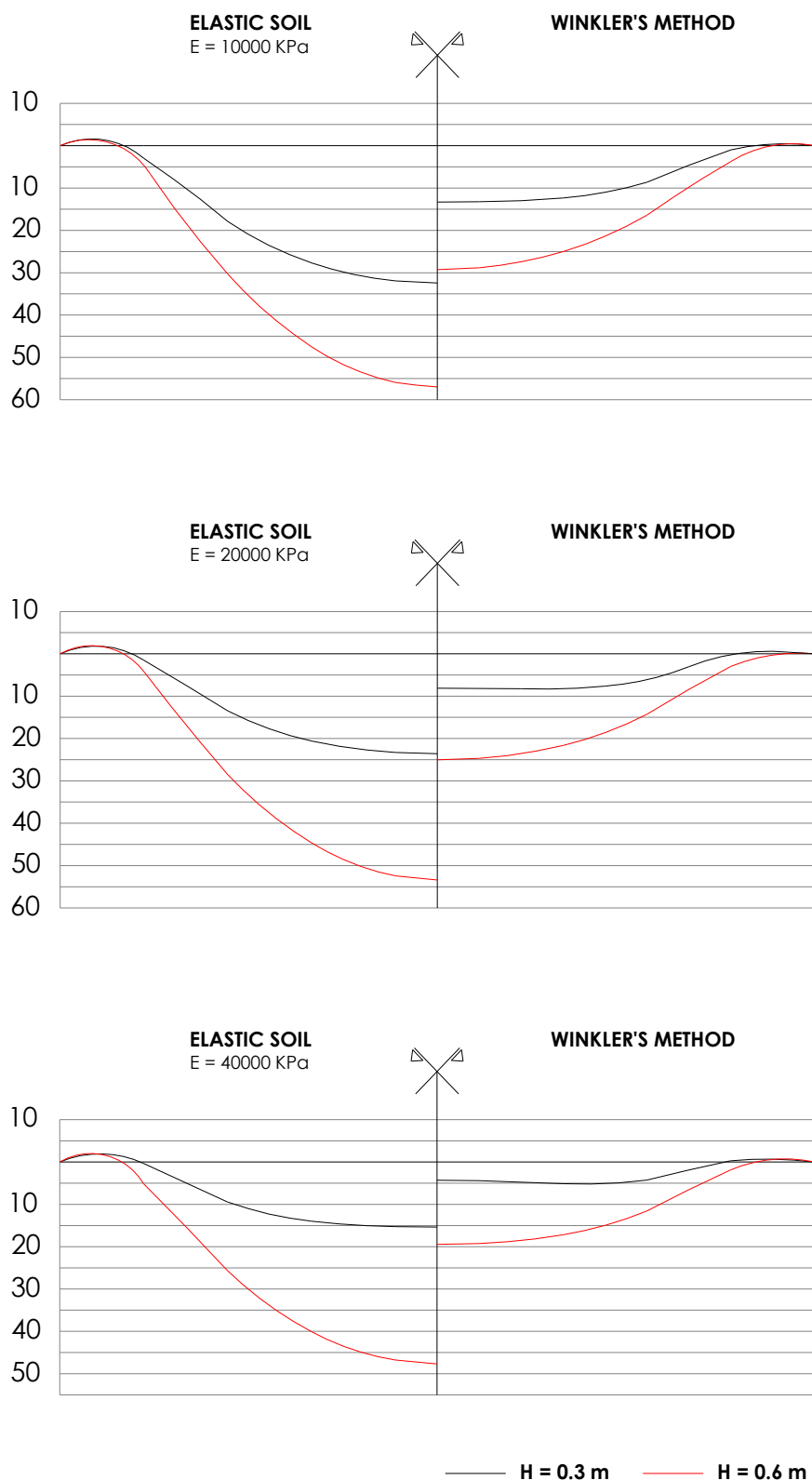
Για λόγους σύγκρισης εισάγουμε τον δείκτη  $\gamma_{\mu}$  , ο οποίος ισούται με την καμπτική ροπή από την θεώρηση του εδάφους ως ελαστικού ημιχώρου, προς την αντίστοιχη ροπή όπως υπολογίζεται από την μέθοδο WINKLER.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1** Τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  για τις εξεταζόμενες περιπτώσεις

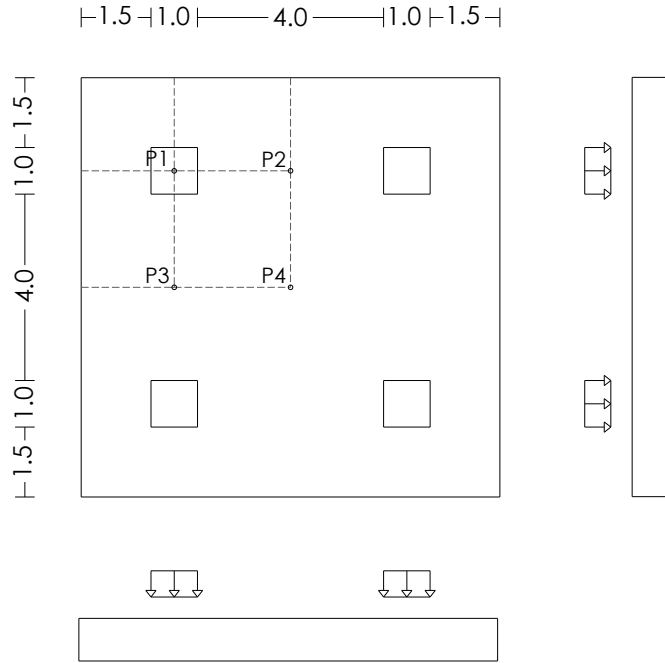
|           |                  | <b>H = 0.3 m</b> | <b>H = 0.6 m</b> |
|-----------|------------------|------------------|------------------|
| <b>Es</b> | <b>10000 KPa</b> | 2.43             | 1.94             |
|           | <b>20000 KPa</b> | 2.86             | 2.13             |
|           | <b>40000 KPa</b> | 3.00             | 2.45             |

Όπως προκύπτει από τον πίνακα 4.1 , οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους είναι σημαντικές για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, αφού υπάρχει περίπτωση στην οποία η ροπή κάμψης της μίας μεθόδου είναι τριπλάσια από την αντίστοιχη της άλλης, στο μέσον της πλάκας

Πιο συγκεκριμένα, οι διαφορές φαίνεται να αυξάνονται καθώς μειώνεται το πάχος της πλάκας και συνεπώς η δυσκαμψία της, με ταυτόχρονη αύξηση του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους στο οποίο αυτή εδράζεται.



**ΣΧΗΜΑ 4.9** Διαγράμματα Καμπτικών Ροπών ( σε KNm ) στην τομή T1, για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.



**ΣΧΗΜΑ 4.10** Τετραγωνική πλάκα διαστάσεων 9 X 9 X 0.2 m , που φορτίζεται σε τέσσερις περιοχές, με κατανεμημένο φορτίο  $p = 1 \text{ KN/m}^2$

Η ίδια πλάκα, διαστάσεων 9 X 9 m , φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p = 100 \text{ KN/m}^2$  , στις τέσσερις τετραγωνικές επιφάνειες 1 X 1 m , όπως φαίνεται στο σχήμα 4.10

Και πάλι θεωρούμε δυο τιμές για το πάχος της πλάκας : 0.30 / 0.60 m και τρεις τύπους ελαστικού εδάφους με μέτρα ελαστικότητας 10000 / 20000 / 40000 KPa αντίστοιχα και κοινό λόγο Poisson 0.3

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2** Ροπές Κάμψης ( σε KNm ) για πάχος πλάκας  $H = 0.30 \text{ m}$ , στα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της.

| <b>H = 0.3 m</b> |                  | <b>P1</b> | <b>P2</b> | <b>P3</b> | <b>P4</b> | <b>γμ</b> |
|------------------|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Es</b>        | <b>10000 KPa</b> | 17.20     | 1.53      | 6.09      | 4.26      | 1.25      |
|                  |                  | 13.76     | - 5.41    | 1.93      | - 3.63    |           |
|                  | <b>20000 KPa</b> | 16.05     | - 0.11    | 4.94      | 2.42      | 1.20      |
|                  |                  | 13.39     | - 5.00    | 1.78      | - 3.20    |           |
|                  | <b>40000 KPa</b> | 14.75     | - 1.40    | 3.80      | 0.90      | 1.16      |
|                  |                  | 12.73     | - 4.45    | 1.48      | - 2.64    |           |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3** Ροπές Κάμψης ( σε KNm ) για πάχος πλάκας **H = 0.60 m**, στα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της.

| <b>H = 0.6 m</b> |                  | <b>P1</b> | <b>P2</b> | <b>P3</b> | <b>P4</b> | <b>γμ</b> |
|------------------|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Es</b>        | <b>10000 KPa</b> | 22.37     | 11.84     | 12.12     | 15.74     | 1.60      |
|                  |                  | 13.97     | - 6.11    | 1.91      | - 4.39    |           |
|                  | <b>20000 KPa</b> | 21.91     | 10.94     | 11.61     | 14.77     | 1.57      |
|                  |                  | 13.96     | - 5.95    | 1.94      | - 4.22    |           |
|                  | <b>40000 KPa</b> | 21.16     | 9.51      | 10.77     | 13.21     | 1.52      |
|                  |                  | 13.92     | - 5.73    | 1.96      | - 3.98    |           |

Στους πίνακες 4.2 και 4.3, παρουσιάζονται οι καμπτικές ροπές στα τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία της πλάκας ( βλ. Σχήμα 4.10 ) , για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, όπως προκύπτουν από τις δυο μεθόδους.

Με έντονη γραμματοσειρά τα αποτελέσματα για την περίπτωση που το έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και με απλή αυτά της μεθόδου WINKLER.

Όπως προκύπτει από τις τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  , που αφορά τις μέγιστες καμπτικές ροπές, οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους γίνονται εντονότερες στην περίπτωση που η πλάκα έχει μεγαλύτερο πάχος και εδράζεται στο πιο "μαλακό" έδαφος.

Πέρα όμως από τις μέγιστες ροπές, οι οποίες εμφανίζονται στην θέση άσκησης του φορτίου, μπορούν να εντοπιστούν ακόμα μεγαλύτερες διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων των δυο μεθόδων, κυρίως στην περίπτωση της δύσκαμπτης πλάκας επί "μαλακού" εδάφους.

Αντίθετα στην περίπτωση μικρότερου πάχους της πλάκας, οι διαφορές είναι σε ανεκτά πλαίσια, ειδικά για την περίπτωση κατά την οποία αυτή εδράζεται σε "σκληρότερο" έδαφος.

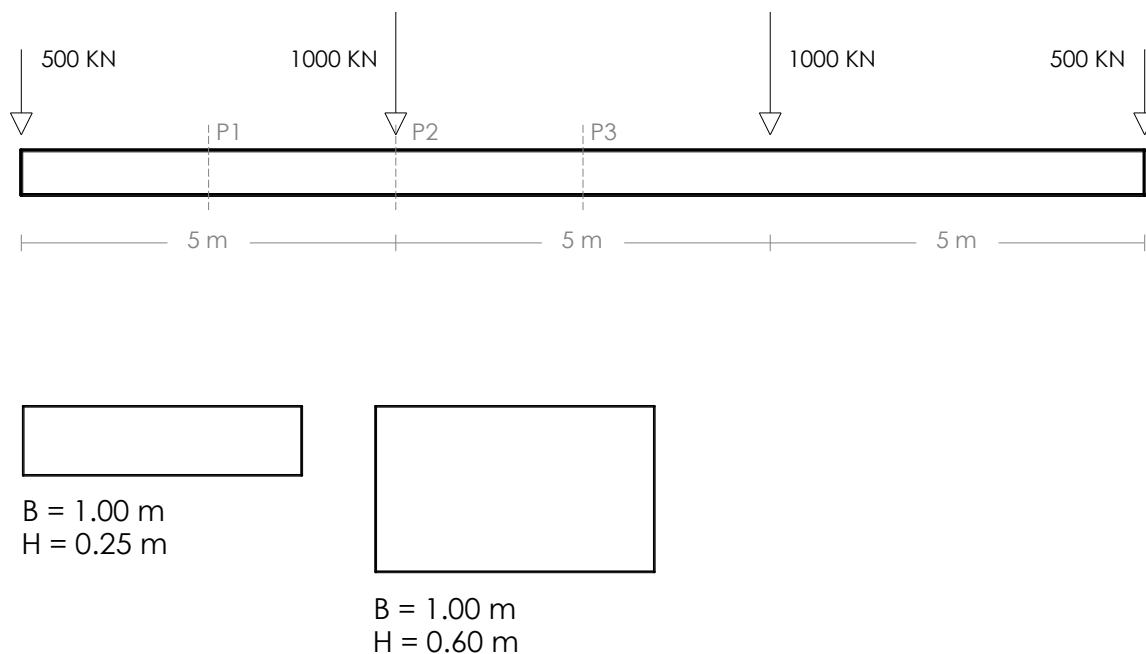
Σε κάθε περίπτωση, μπορούμε να καταλήξουμε πως για μια πλάκα η οποία εδράζεται σε ελαστικό έδαφος, η επιρροή του μεγέθους της δυσκαμψίας της καθώς και των ελαστικών ιδιοτήτων του υποκείμενου εδάφους, στην εντατική της κατάσταση, είναι σημαντική όσον αφορά τα αποτελέσματα των δυο μεθόδων.

## 4.2 ΔΟΚΟΣ ΕΠΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

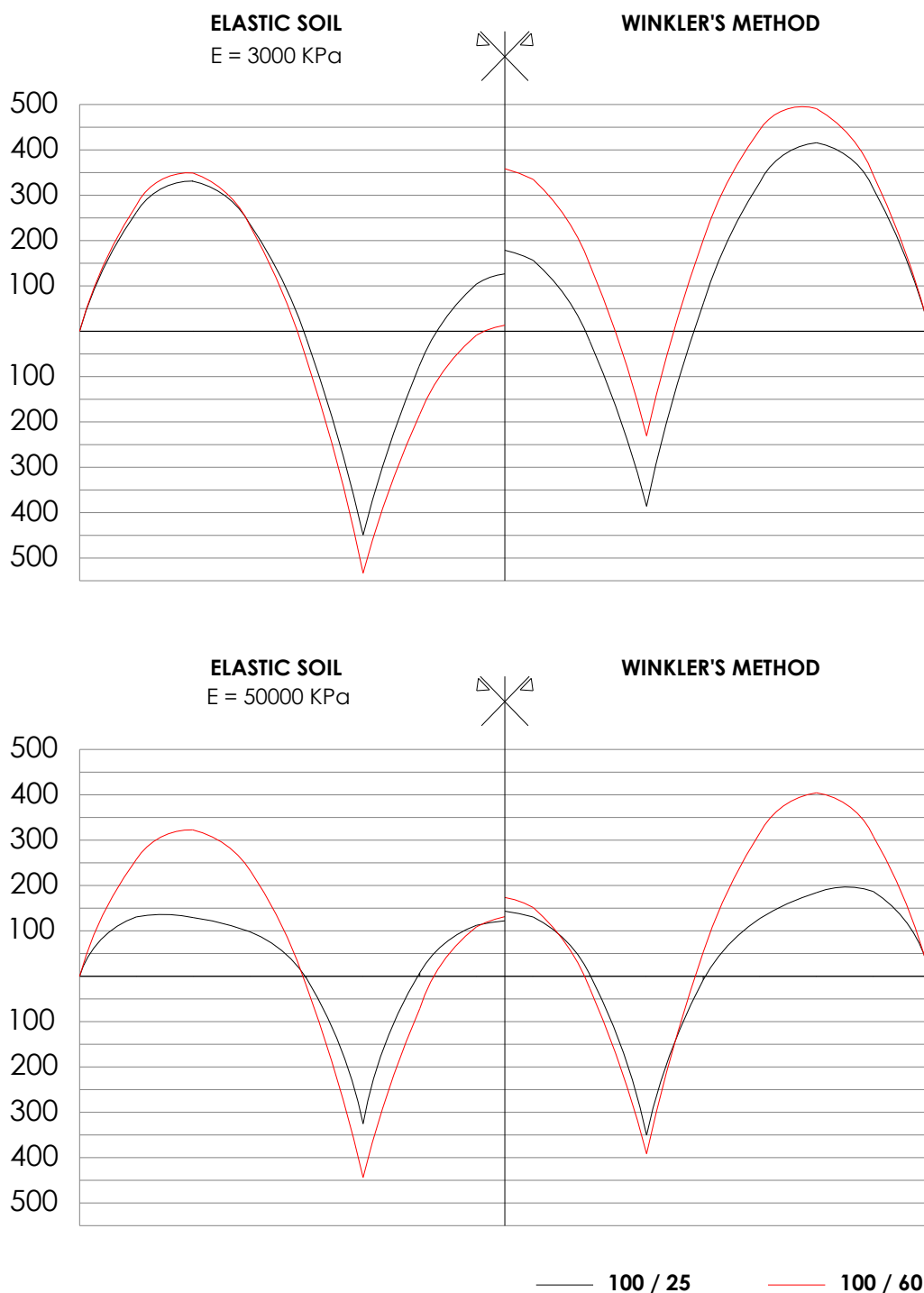
Η δοκός του σχήματος 4.11, μήκους 15 m, είναι κατασκευασμένη από σκυρόδεμα με μέτρο ελαστικότητας 30000 MPa, και φορτίζεται με 4 συγκεντρωμένα φορτία.

Θεωρούμε δυο τιμές του ύψους  $H$  της διατομής της δοκού, 0.25 / 0.60 m και επίσης δυο τιμές για το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους στο οποίο εδράζεται, 3000 / 50000 KPa.

Πραγματοποιούνται δυο αναλύσεις, μια θεωρώντας ότι το έδαφος προσομοιώνεται σαν ελαστικός ημίχωρος, και μια χρησιμοποιώντας την μέθοδο του Δείκτη Εδάφους  $K_s$  ( μέθοδος WINKLER ). Ο Δείκτης εδάφους  $K_s$  σε κάθε περίπτωση, προσδιορίζεται κατά VESIC.



**ΣΧΗΜΑ 4.11** Συμμετρική δοκός επί εδάφους, μήκους 15 m με τέσσερα συγκεντρωμένα φορτία



**ΣΧΗΜΑ 4.12** Διαγράμματα Καμπτικών Ροπών ( σε KNm ), για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4** Τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  στα χαρακτηριστικά σημεία της δοκού

|           |                  | <b>P1</b> | <b>P2</b> | <b>P3</b> |                 |
|-----------|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| <b>Es</b> | <b>3000 KPa</b>  | 0.797     | 1.165     | 0.697     | <b>100 / 25</b> |
|           |                  | 0.711     | 2.310     | 0.037     | <b>100 / 60</b> |
|           | <b>50000 KPa</b> | 0.702     | 0.928     | 0.852     | <b>100 / 25</b> |
|           |                  | 0.798     | 1.133     | 0.757     | <b>100 / 60</b> |

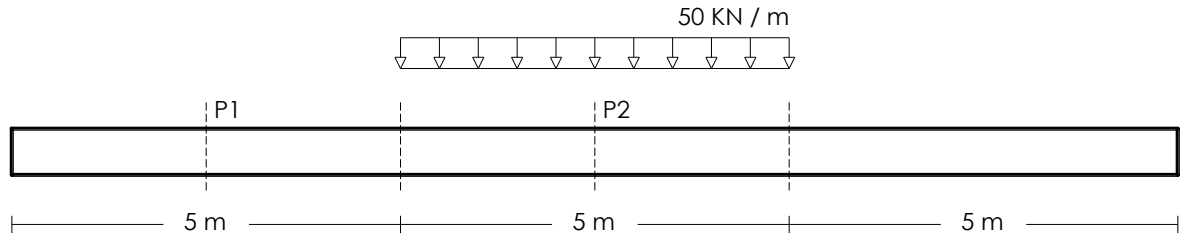
Στο σχήμα 4.12 φαίνονται τα Διαγράμματα Ροπών Κάμψης της δοκού για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις και στον πίνακα οι αντίστοιχες τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  στα χαρακτηριστικά της σημεία : P1 στο αριστερό άνοιγμα, P2 στο σημείο εφαρμογής του φορτίου 1000 KN και P3 στο μεσαίο άνοιγμα.

Γίνεται αμέσως αντιληπτό ότι οι διαφορές είναι σαφείς ( ανάμεσα στις δυο μεθόδους ) για την περίπτωση της δύσκαμπτης δοκού όταν αυτή εδράζεται σε "μαλακό" έδαφος (  $E = 3000 \text{ KPa}$  ).

Στην περίπτωση κατά την οποία η δοκός εδράζεται στο πιο "σκληρό" έδαφος (  $E = 50000 \text{ KPa}$  ), οι διαφορές είναι μικρές, ειδικά για την περίπτωση της εύκαμπτης δοκού.

Από τις τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  , μπορεί να διαπιστωθεί ότι η μέθοδος WINKLER, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, δίνει μεγαλύτερα εντατικά μεγέθη στα ανοίγματα της δοκού, με την μεγαλύτερη διαφορά να εντοπίζεται στο μεσαίο άνοιγμα για την περίπτωση που η δύσκαμπτη δοκός ( 100 / 60 ) εδράζεται στο σκληρότερο έδαφος, όπου η καμπτική ροπή της μεθόδου WINKLER είναι 27 φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της άλλης μεθόδου.

Αντίθετα στο σημείο P2, όπου εφαρμόζεται το κατακόρυφο φορτίο των 1000 KN, μεγαλύτερες τιμές για τις Ροπές Κάμψης, δίνει η ανάλυση κατά την οποία το έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος.



**ΣΧΗΜΑ 4.13** Συμμετρική δοκός επί εδάφους, μήκους 15 m με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο 50 kN / m στο μεσαίο “άνοιγμα”.

Η δοκός της προηγούμενης εφαρμογής φορτίζεται τώρα με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο 50 kN / m, επί τμήματος μήκους 5 m στο κέντρο της, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.13.

Θεωρούμε και πάλι δυο τιμές του ύψους  $H$  της διατομής της δοκού, 0.25 / 0.60 m και επίσης δυο τιμές για το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους στο οποίο εδράζεται, 3000 / 50000 kPa.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5** Ροπές Κάμψης και τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$  στα χαρακτηριστικά σημεία της δοκού

|    |           | P1      |         | $\gamma_{\mu}$ | P2            |        | $\gamma_{\mu}$ |          |
|----|-----------|---------|---------|----------------|---------------|--------|----------------|----------|
| Es | 3000 kPa  | - 13.33 | - 11.04 | 1.207          | <b>76.65</b>  | 78.89  | 0.969          | 100 / 25 |
|    |           | - 7.85  | - 8.95  | 0.877          | <b>8.32</b>   | 8.02   | 1.037          | 100 / 60 |
|    | 50000 kPa | -       | -       | -              | <b>277.23</b> | 271.82 | 1.019          | 100 / 25 |
|    |           | - 14.23 | - 11.13 | 1.279          | <b>69.02</b>  | 69.80  | 0.989          | 100 / 60 |

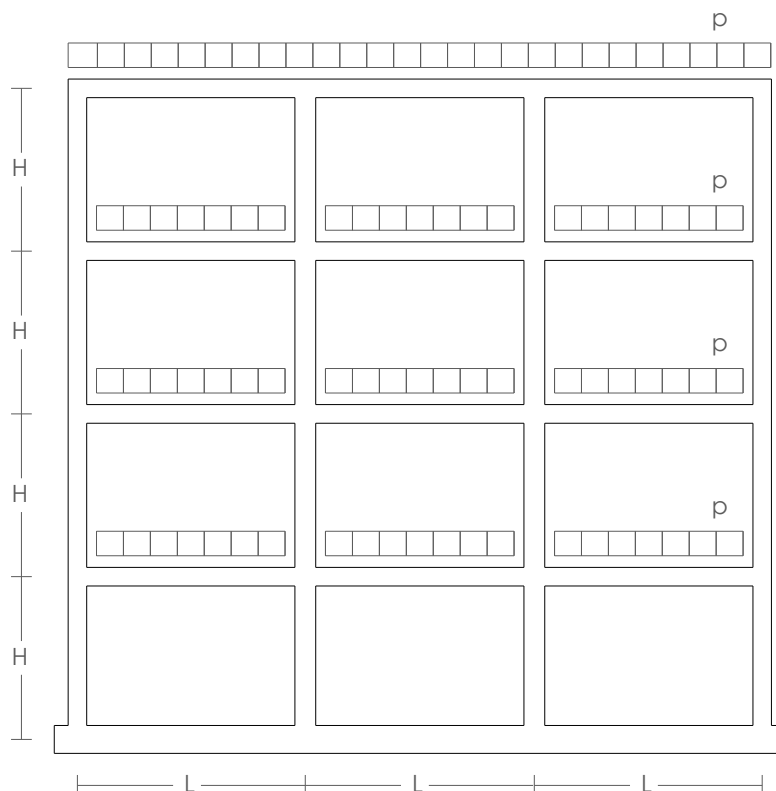
Στον πίνακα 4.5 φαίνονται οι Ροπές Κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία της δοκού και οι αντίστοιχες τιμές του δείκτη  $\gamma_{\mu}$ . Με έντονη γραμματοσειρά τα αποτελέσματα για την περίπτωση που το έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και με απλή αυτά της μεθόδου WINKLER.

Σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις δυο μεθόδους, είναι αρκετά κοντά, ενώ η μεγαλύτερη διαφορά ( $\gamma_{\mu} = 1.279$ ), προκύπτει για την περίπτωση που η δύσκαμπτη δοκός εδράζεται στο “σκληρό” έδαφος.



### 4.3 ΕΠΙΠΕΔΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΡΙΩΝ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ

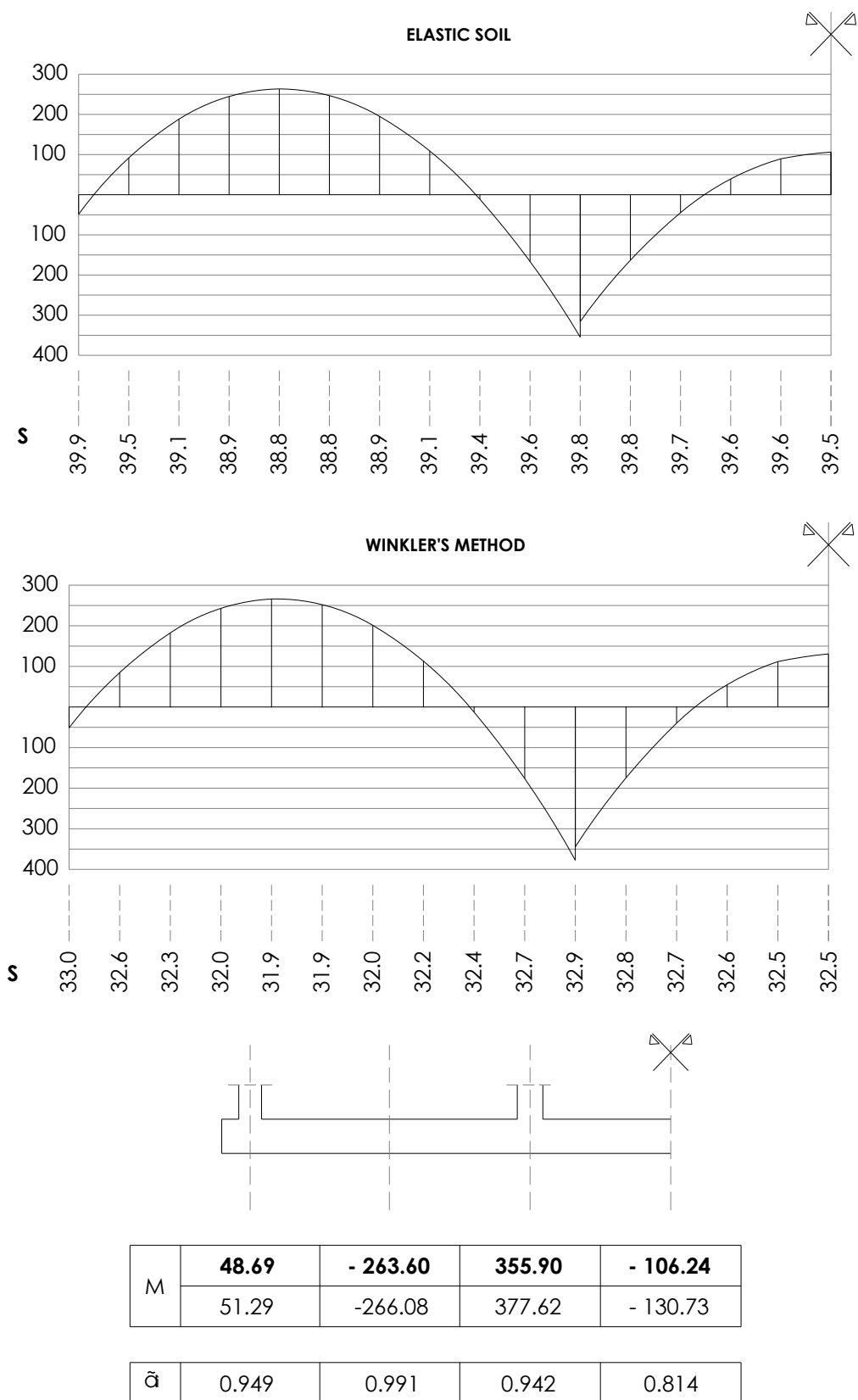
Το επίπεδο πλαίσιο τριών ανοιγμάτων του σχήματος 4.14, με άνοιγμα  $L = 5 \text{ m}$ , ύψος ορόφων  $H = 3.5 \text{ m}$  και φορτίο δοκών  $p = 30 \text{ KN/m}$ , εδράζεται μέσω πεδילוδοκού διατομής 100/60, σε έδαφος, με μέτρο ελαστικότητας  $E = 10000 \text{ KPa}$  και λόγο Poisson  $\mu = 0.3$ . Οι δοκοί της ανωδομής είναι διαστάσεων 30/60, τα εξωτερικά υποστυλώματα 40/40 και τα εσωτερικά 40/60.



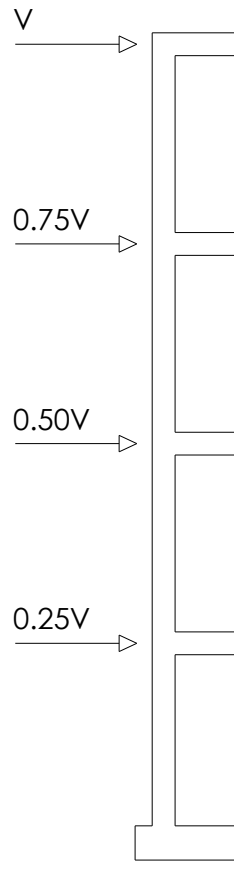
**ΣΧΗΜΑ 4.14** Επίπεδο πλαίσιο τριών ανοιγμάτων

Στο σχήμα 4.15 φαίνονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης ( Ροπές Κάμψης και Υποχωρήσεις ) με θεώρηση του εδάφους ως ελαστικού ημιχώρου ( επάνω ) και με την μέθοδο WINKLER ( κάτω ), θεωρώντας δείκτη εδάφους  $K_s = 5120 \text{ KN/m}^3$ , κατά VESIC. Υπολογίστηκαν επίσης οι τιμές του δείκτη  $\gamma_m$  στα χαρακτηριστικά σημεία της δοκού.

Από τα αποτελέσματα, φαίνεται πως δεν υπάρχουν μεγάλες διαφορές της εντατικής κατάστασης της πεδילוδοκού, ανάμεσα στις δυο μεθόδους.



**ΣΧΗΜΑ 4.15** Διαγράμματα Καμπτικών Ροπών ( σε kNm ) και υποχωρήσεις S ( σε mm ), για τις δυο μεθόδους.

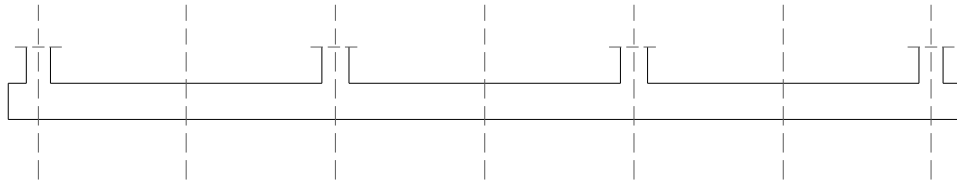


**ΣΧΗΜΑ 4.16** Κατανομή της οριζόντιας φόρτισης στους ορόφους του επιπέδου πλαισίου

Θεωρούμε τώρα πως η κατασκευή, φορτίζεται και με οριζόντια φόρτιση, η κατανομή της οποίας σε κάθε όροφο φαίνεται στο σχήμα 4.16. Επιλέγονται τρεις τιμές για το φορτίο  $V$ ,  $V_1 = 248 \text{ KN}$ ,  $V_2 = 372 \text{ KN}$  και  $V_3 = 496 \text{ KN}$ .

Η τιμή  $V_1$ , προκαλεί μετατόπιση 2.50 m κατά την διεύθυνση της οριζόντιας φόρτισης, του σημείου εφαρμογής του συνολικού κατακόρυφου φορτίου, ενώ οι  $V_2$  και  $V_3$  προκαλούν μετατοπίσεις 3.75 m και 5.00 m, αντίστοιχα.

Προκύπτει έτσι ότι για την φόρτιση  $V_1$ , το σημείο εφαρμογής μετακινείται στο σύνορο του ελαστικού πυρήνα ( $15 / 6 = 2.5 \text{ m}$ ), ενώ για τα άλλα δυο φορτία έξω από αυτόν.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6** Αποτελέσματα αναλύσεων για οριζόντια φόρτιση  $V = V_1 = 248 \text{ KN}$ 

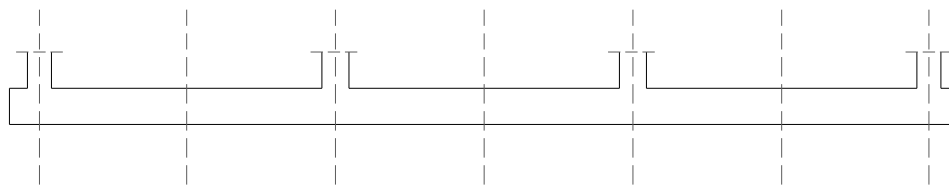
$$V_1 = 248 \text{ KN}$$

|   |               |                 |               |                 |               |                 |                |
|---|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------|
| S | <b>14.3</b>   | <b>22.4</b>     | <b>31.3</b>   | <b>39.5</b>     | <b>48.3</b>   | <b>55.2</b>     | <b>65.4</b>    |
|   | 1.6           | 11.7            | 22.5          | 32.5            | 43.2          | 52.0            | 64.4           |
| M | <b>142.46</b> | <b>- 111.42</b> | <b>399.89</b> | <b>- 115.36</b> | <b>702.07</b> | <b>- 457.88</b> | <b>- 47.51</b> |
|   | 138.03        | - 92.90         | 405.69        | - 135.75        | 754.21        | - 491.13        | - 37.89        |
| p | <b>46.98</b>  | <b>70.64</b>    | <b>112.92</b> | <b>148.78</b>   | <b>197.04</b> | <b>238.16</b>   | <b>554.76</b>  |
|   | 8.06          | 60.14           | 115.14        | 166.46          | 221.46        | 266.30          | 330.00         |

Στον Πίνακα 4.6, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων για την περίπτωση κατά την οποία το φορτίο  $V$ , παίρνει την τιμή  $V_1 = 248 \text{ KN}$  και για τις δυο μεθόδους. Με έντονη γραμματοσειρά, φαίνονται τα αποτελέσματα για την περίπτωση κατά την οποία το έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και με κανονική, τα αποτελέσματα σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER.

Συγκεκριμένα για κάθε περίπτωση υπολογίστηκαν οι Υποχωρήσεις (  $S$  σε mm ), οι Ροπές Κάμψης (  $M$  σε KNm ) και οι εδαφικές πιέσεις (  $p$  σε  $\text{KN} / \text{m}^2$  ), στα χαρακτηριστικά σημεία της πεδιλοδοκού, δηλαδή στις στηρίξεις και στα ανοίγματά της.

Δεν προκύπτουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους, όσον αφορά την εντατική κατάσταση της πεδιλοδοκού ( Ροπές Κάμψης ) παρά το γεγονός ότι οι εδαφικές υποχωρήσεις παρουσιάζουν σαφείς διαφοροποιήσεις, ειδικά στην περιοχή αριστερά του γεωμετρικού άξονα συμμετρίας. Σε σχέση με τις εδαφικές πιέσεις τα πράγματα είναι ξεκάθαρα, αφού εντοπίζονται μεγάλες μεταβολές ανάμεσα στις δυο μεθόδους, κυρίως στις θέσεις των δυο ακραίων υποστυλωμάτων.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7** Αποτελέσματα αναλύσεων για τις άλλες τιμές του V ( 372 / 496 KN )

$$V_2 = 372 \text{ KN}$$

|   |               |             |               |                 |               |                 |                |
|---|---------------|-------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------|
| S | <b>- 2.4</b>  | <b>11.4</b> | <b>25.1</b>   | <b>38.4</b>     | <b>52.2</b>   | <b>63.9</b>     | <b>79.8</b>    |
|   | - 14.1        | 1.7         | 17.3          | 32.5            | 48.4          | 62.0            | 80.1           |
| M | <b>185.20</b> | -           | <b>419.26</b> | <b>- 121.68</b> | <b>878.73</b> | <b>- 573.84</b> | <b>- 93.50</b> |
|   | 181.40        | -           | 436.40        | - 147.73        | 942.50        | - 604.09        | - 86.00        |
| p | <b>0</b>      | <b>0</b>    | <b>80.58</b>  | <b>143.24</b>   | <b>217.10</b> | <b>283.58</b>   | <b>698.40</b>  |
|   | - 72.42       | 8.60        | 88.56         | 166.44          | 248.04        | 317.86          | 410.5          |

$$V_3 = 496 \text{ KN}$$

|   |               |               |               |              |                |                 |                 |
|---|---------------|---------------|---------------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|
| S | <b>- 50.4</b> | <b>- 24.7</b> | <b>1.2</b>    | <b>27.0</b>  | <b>52.1</b>    | <b>75.0</b>     | <b>103.4</b>    |
|   | - 29.9        | - 8.4         | 12.1          | 32.5         | 53.6           | 72.1            | 95.8            |
| M | <b>249.30</b> | -             | <b>380.07</b> | -            | <b>1030.56</b> | <b>- 748.05</b> | <b>- 129.00</b> |
|   | 224.77        | -             | 467.11        | - 159.70     | 1130.79        | - 724.46        | - 127.06        |
| p | <b>0</b>      | <b>0</b>      | <b>0</b>      | <b>78.10</b> | <b>217.40</b>  | <b>343.9</b>    | <b>948.46</b>   |
|   | - 152.92      | - 42.94       | 62.00         | 166.42       | 274.62         | 369.4           | 490.98          |

Στα ίδια συμπεράσματα όσον αφορά τις Υποχωρήσεις και τις Ροπές Κάμψης της πεδילוδοκού, στα επτά χαρακτηριστικά της σημεία, καταλήγουμε και για τις άλλες δυο τιμές του V, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.7. Επιπλέον, όπως και στην ανάλυση του φορέα με οριζόντια φόρτιση για  $V_1 = 248 \text{ KN}$ , οι τιμές των εδαφικών πιέσεων παρουσιάζουν και εδώ αξιολογες διαφορές.

Ταυτοχρόνως και στις δυο περιπτώσεις φόρτισης, σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER, αναπτύσσονται εφελκυστικές ( αρνητικές ) πιέσεις του εδάφους στην περιοχή κοντά στα σημεία εφαρμογής της οριζόντιας φόρτισης.

Όπως γίνεται αντιληπτό, το γεγονός αυτό δεν μπορεί να είναι φυσικά αποδεκτό. Στον αντίποδα, η μέθοδος που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να χειριστεί καλύτερα αυτή την αδυναμία της μέθοδου WINKLER.

Έτσι στην περιοχή, όπου σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER εμφανίζονται εφελκυστικές εδαφικές πιέσεις, οι αντίστοιχες τιμές είναι μηδενικές, πράγμα απολύτως λογικό, αφού λόγω του μεγέθους της οριζόντιας φόρτισης, τα σημεία εκείνα "ανασηκώνονται" από το έδαφος, όπως μπορεί να φανεί από τις αντίστοιχες εδαφικές μετατοπίσεις.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας απλοποιημένης μεθοδολογίας για την προσέγγιση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης μιας κατασκευής με επιφανειακή θεμελίωση και του εδάφους στο οποίο εδράζεται, το οποίο προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος και μπορεί να αποτελείται από ένα πλήθος οριζόντιων στρώσεων.

Για τις ανάγκες της εργασίας, αναπτύχθηκε εφαρμογή με την οποία υλοποιείται η αναλυτική διαδικασία, όπως παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3, χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του SAP2000 Application Programming Interface (API), με το οποίο παρέχεται η δυνατότητα της δημιουργίας ενός εργαλείου με άμεση πρόσβαση από τον μελετητή μηχανικό.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου που αναπτύχθηκε, είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την μεταβολή των ελαστικών ιδιοτήτων του εδάφους ανάλογα με το βάθος, ιδιότητες που μπορούν να προσδιορίζονται από εργαστηριακές δοκιμές σε δείγματα εδάφους.

Αντίθετα η μέθοδος WINKLER, που είναι σήμερα η πλέον διαδεδομένη προσέγγιση του προβλήματος, και με την οποία το έδαφος υποκαθίσταται από ένα σύνολο κατακόρυφων ελατηρίων, χρησιμοποιεί την έννοια του δείκτη εδάφους, ο οποίος δεν αποτελεί κάποια χαρακτηριστική ιδιότητα του εδάφους και έτσι δεν μπορεί να εξαχθεί από την γεωτεχνική έρευνα.

Η ανάλυση, σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER, μίας πλάκας εδραζόμενης στο έδαφος που φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο, οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα όσον αφορά τα αποτελέσματά για την εντατική – παραμορφωσιακή κατάστασή της.

Συγκεκριμένα, η πλάκα φαίνεται να εκτελεί κίνηση στερεού σώματος, με ενιαία υποχώρηση όλων των σημείων της, χωρίς προφανώς την ανάπτυξη εντατικών μεγεθών

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τρία χαρακτηριστικά παραδείγματα, και τα αποτελέσματα της ανάλυσης σύμφωνα με την μέθοδο που αναπτύχθηκε συγκρίνονται με τα αντίστοιχα της μεθόδου WINKLER ■

Το πρώτο παράδειγμα αφορά την περίπτωση μιας τετραγωνικής πλάκας εδραζόμενης επί εδάφους και φορτιζόμενης με ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο στην επιφάνεια της. Όπως προαναφέρθηκε, στην περίπτωση που η ανάλυση γίνεται με την μέθοδο WINKLER, η πλάκα δεν αναπτύσσει εντατικά μεγέθη, λόγω ομοιόμορφης υποχώρησής. Αντίθετα όταν το υποκείμενο έδαφος προσομοιώνεται ως ελαστικός ημίχωρος, η ομοιόμορφα φορτισμένη πλάκα, αναπτύσσει κανονικά εντατικά μεγέθη.

Η συμπεριφορά της τετραγωνικής πλάκας εξετάστηκε και για άλλες δυο περιπτώσεις φόρτισης, από την μια με ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο σε μια κεντρική επιφάνειά της και από την άλλη σε τέσσερις μοναδιαίες επιφάνειες.

Παράλληλα έγινε προσπάθεια διερεύνησης της επιρροής της δυσκαμψίας της πλάκας καθώς και του εδάφους στο οποίο εδράζεται, στην "απόκριση" των δυο μεθόδων. Για τον σκοπό αυτό θεωρήθηκαν δυο τιμές για το πάχος της πλάκας και τρεις τύποι εδάφους.

Οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους, στην εντατική – παραμορφωσιακή εικόνα της πλάκας είναι σημαντικές για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.

Για την πρώτη περίπτωση φόρτισης οι διαφορές φαίνεται να αυξάνονται καθώς μειώνεται το πάχος της πλάκας και συνεπώς η δυσκαμψία της, με ταυτόχρονη αύξηση του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους στο οποίο αυτή εδράζεται, ενώ για την δεύτερη περίπτωση φόρτισης, οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους είναι πιο έντονες στην περίπτωση που η δύσκαμπτη πλάκα εδράζεται στο πιο "μαλακό" έδαφος ■

Στο δεύτερο παράδειγμα, διερευνήθηκε η συμπεριφορά θεμελιοδοκού επί εδάφους που φορτίζεται αφενός με τέσσερα συγκεντρωμένα φορτία και αφετέρου με κατανομημένο φορτίο, στο κεντρικό τμήμα της. Θεωρήθηκαν και σε αυτή την περίπτωση, δυο τιμές για το ύψος της διατομής της πλάκας και δυο τύποι εδάφους.



Για την περίπτωση που η δοκός φορτίζεται με τα συγκεντρωμένα φορτία, οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους, είναι σαφείς για την περίπτωση της δύσκαμπτης δοκού όταν αυτή εδράζεται σε “μαλακό” έδαφος, ενώ κυμαίνονται σε ανεκτά επίπεδα για την συμπεριφορά της εύκαμπτης δοκού ειδικά όταν αυτή εδράζεται στο σκληρότερο έδαφος.

Όταν η θεμελιοδοκός φορτίζεται στο κεντρικό της τμήμα με ομοιόμορφο φορτίο, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις δυο μεθόδους, είναι αρκετά κοντά, ενώ η μεγαλύτερη διαφορά, προκύπτει για την περίπτωση που η δύσκαμπτη δοκός εδράζεται στο “σκληρό” έδαφος ■

Το τελευταίο παράδειγμα του κεφαλαίου 4, αφορά επίπεδο πλαίσιο τριών ανοιγμάτων, που εδράζεται στο έδαφος μέσω θεμελιοδοκού. Έγινε ανάλυση του πλαισίου σύμφωνα με τις δυο μεθόδους αφενός για τα κατακόρυφα φορτία, και αφετέρου και για οριζόντια. Για την οριζόντια φόρτιση, εξετάστηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

Στην περίπτωση που στο πλαίσιο ενεργούν μόνον τα κατακόρυφα φορτία η εντατική – παραμορφωσιακή κατάσταση που προκύπτει από την θεώρηση του εδάφους ως ελαστικού ημιχώρου, δεν διαφέρει σημαντικά από την αντίστοιχη για την περίπτωση που εφαρμόζεται η μέθοδος του δείκτη εδάφους.

Σε αντίστοιχα συμπεράσματα καταλήγουμε για την εντατική κατάσταση της θεμελιοδοκού και για την περίπτωση που η κατασκευή φορτίζεται και με οριζόντια φόρτιση, σημαντικές όμως διαφοροποιήσεις, εντοπίζονται όσον αφορά τις υποχωρήσεις του εδάφους κατά μήκος της δοκού αλλά και σχετικά με τις εδαφικές πιέσεις.

Συγκεκριμένα σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER, οι εδαφικές πιέσεις κυρίως στην περιοχή των εξωτερικών υποστυλωμάτων είναι σημαντικά μικρότερες, από τις αντίστοιχες που προκύπτουν από την θεώρηση ελαστικού εδάφους.

Ταυτόχρονα, στις περιπτώσεις οριζόντιας φόρτισης, σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER, αναπτύσσονται εφελκυστικές ( αρνητικές ) πιέσεις του εδάφους στην περιοχή κοντά στα σημεία εφαρμογής της οριζόντιας φόρτισης.

Όπως γίνεται αντιληπτό, το γεγονός αυτό δεν μπορεί να είναι φυσικά αποδεκτό. Στον αντίποδα, η μέθοδος που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να χειριστεί καλύτερα αυτή την αδυναμία της μέθοδου WINKLER.

Έτσι στην περιοχή, όπου σύμφωνα με την μέθοδο WINKLER εμφανίζονται εφελκυστικές εδαφικές πιέσεις, οι αντίστοιχες τιμές είναι μηδενικές, πράγμα απολύτως λογικό, αφού λόγω του μεγέθους της οριζόντιας φόρτισης, τα σημεία εκείνα "ανασηκώνονται" από το έδαφος, όπως μπορεί να φανεί από τις αντίστοιχες εδαφικές μετατοπίσεις. ■

Μπορούμε να καταλήξουμε, στο ότι η διαδικασία επίλυσης που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία, διαθέτει σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι της μεθόδου WINKLER, αφού πρώτα απ' όλα, τα δεδομένα που χρησιμοποιεί μπορούν να εξαχθούν από την γεωτεχνική έρευνα.

Ταυτόχρονα σε ορισμένες περιπτώσεις οι διαφορές ανάμεσα στις δυο μεθόδους είναι αρκετά σημαντικές, γεγονός που μπορεί να εξαρτάται από την δυσκαμψία της επιφανειακής θεμελίωσης καθώς και από τις ελαστικές ιδιότητες του εδάφους στο οποίο εδράζεται.

**Carrier, W. D., and Christian, J. T. ( 1973 ).** "Rigid circular plane resting on a non-homogeneous elastic half space." *Geotechnique*, 23, 67 – 84.

**Noorzai, J., Viladkar, M. N., and Godbole, P. N. ( 1991 ).** "Soil – structure interaction of space frame – raft – soil system – A parametric study." *Comput. Struct.*, 40(5), 1235 – 1247.

**Ohde, J. ( 1942 ).** "Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungs-körpern. " [ Calculation of soil pressure distribution under foundation elements ] *Der Bauingenieur*, 23, 99 – 107 και 122 – 127 ( in German ).

**Stavridis, L.T. ( 1997 ).** "Tragwerke auf elastischem Boden." [ Structures on elastic soil ] *Bauingenieur*, 72, Springer – Verlag, 565 - 569 ( in German ).

**Stavridis, L.T. ( 2002 ).** "Simplified Analysis of Layered Soil-Structure Interaction." *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 128, 224 – 230.

**Stavridis, L.T. ( 2009 ).** "Rigid Foundations Resting on an Elastic Layered Soil." *Geotechnical and Geological Engineering*, 27, 407 – 417.

**Stavridis, L.T.** *Structural Systems : Behaviour and Design*, Thomas Telford Ltd., London

**Steinbrenner, W ( 1934 ).** "Tafeln zur Setzungsberechnung." [ Tables for the calculation of settlements ] *Straße*, 121 – 124 ( in German ).

**Timoshenko, S., and Langer, B. F. ( 1932 ).** *Trans. ASME*, 54, 277.

**Timoshenko, S., and Goodier, J. N. ( 1934 ).** *Theory of elasticity*, McGraw – Hill, New York, Chap. 4, 97 - 104.

**Winkler, E. ( 1867 ).** *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit* [ the systematic teaching of elasticity and strength ], H. Domenicuw, ed., Prague, Czechoslovakia, 182 – 184 ( in german ).

**Wolf. J. P., and Song, C. ( 1996 ).** *Finite element modelling unbounded media*, Willey, New York.

**Zaho, C., Valliapan, S., and wang, Y. C. ( 1991 ).** "An approximate method for simulating infinite media." *Comput. Struct.*, 41(5), 1041 – 1049.