

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Αεροδυναμική Ανάλυση και Βελτιστοποίηση Επιβατικού
και Αγωνιστικού Οχήματος με Χρήση Συζυγών
Μεθόδων στο OpenFOAM

Διπλωματική Εργασία

Νεοκλής Τραϊφόρος

Επιβλέποντες: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2016

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση και κατάθεση της διπλωματικής μου εργασίας στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π κλείνει ένα μεγάλο, σημαντικό και όμορφο κεφάλαιο στη πορεία των σπουδών μου έως τώρα και, κατ' επέκταση της ζωής μου. Στο σημείο αυτό νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω ορισμένα άτομα τα οποία συνέβαλαν, ο καθένας με το τρόπο του, στην πορεία μου προς την λήψη αυτού του διπλώματος, στόχος που αποτέλεσε για εμένα ένα εφηβικό όνειρο.

Η εργασία αυτή αφιερώνεται στην οικογένειά μου και ειδικότερα στους γονείς μου. Στη μητέρα μου, που από τα παιδί προσπαθούσε να μου μάθει γράμματα όπως και στο πατέρα μου που αδιαλείπτως όλα αυτά τα χρόνια μου προσέφερε όλους τους αναγκαίους πόρους για να κάνω τις μηχανολογικές μου φιλοδοξίες, όνειρα και παιχνίδια πραγματικότητα. Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω την κοπέλα μου για την μεγάλη κατανόηση και υπομονή που έδειξε τους τελευταίους μήνες, για τον ελάχιστο χρόνο που της αφιέρωνα εξαιτίας των ακαδημαϊκών και λοιπών υποχρεώσεών μου.

Από την Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π και ειδικότερα απο το ΕΘΣ θα ήθελα να ευχαριστήσω καταρχήν το καθηγητή μου κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα θέμα που με ενδιαφέρει αρκετά, καθώς και για την βοήθεια του και την εμπιστοσύνη του προς το πρόσωπό μου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον μεταδιδακτορικό ερευνητή της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ Βαγγέλη Παπουτσή Κιαχαγιά για την εύστοχες και πάντα χρήσιμες παρατηρήσεις και συμβουλές του, όπως και τον διπλωματούχο πλέον φίλο Κωνσταντίνο Πατέλη. Επιπλέον από το Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών Ε.Μ.Π θα ήθελα να ευχαριστήσω τον μεταδιδακτορικό ερευνητή Μαρίνο Μανωλέσο για τις συμβουλές του περί αεροδυναμικού σχεδιασμού αγωνιστικών οχημάτων.

Ακόμα από την Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Θεόδωρο Κωστόπουλο όπως και το καθηγητή και διευθυντή του Τομέα Κατεργασιών του Ε.Μ.Π κ. Δημήτριο Μανωλάκο για την συνεργασία μας πάνω σε διάφορα θέματα και εν προθεστ καθ' όλη την διάρκεια των προπτυχιακών μου σπουδών.

Κλείνοντας, δεν θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω, όλα τα ενεργά και μη μέλη της Prom Racing Team του Ε.Μ.Π για την συνεργασία μας όλα αυτά τα χρόνια και την προσπάθειά τους να κρατήσουν την ομάδα ενεργή, παρά τις πολλαπλές αντιξοότητες που συχνά πυκνά εμφανίζονται. Ο θεσμός του formula student αποτελεί μια μοναδική εκπαιδευτική εμπειρία, την οποία είχα την ευκαιρία να βιώσω κατά την διάρκεια των σπουδών μου στο Ε.Μ.Π. Η ύπαρξή της ομάδας στο Ε.Μ.Π οφείλεται εν μέρει και στις διάφορες εταιρείες και οργανισμούς, τους οποίους επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω καθώς στηρίζουν έμπρακτα μια καθαρά φοιτητική μη-κερδοσκοπική πρωτοβουλία επενδύοντας στο μέλλον των Ελλήνων μηχανικών. Εύχομαι η ομάδα αυτή να πετύχει όλους τους στόχους που έχει θέσει στο εγγύς και μακροπρόθεσμο μέλλον.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΔ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Αεροδυναμική Ανάλυση και Βελτιστοποίηση Επιβατικού και Αγωνιστικού Οχήματος με Χρήση Συζυγών Μεθόδων στο OpenFOAM

Διπλωματική Εργασία
του

Νεοκλή Τραϊφόρου

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούνιος 2016

Περίληψη

Η διπλωματική αυτή εργασία πραγματεύεται την ανάλυση και βελτιστοποίηση, σύμφωνα το εκάστοτε επιθυμητό κριτήριο (π.χ οπισθέλκουσα, κάθετη δύναμη κτλ.), της αεροδυναμικής συμπεριφοράς αυτοκινήτων με μεθόδους και λογισμικό υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Για το σκοπό αυτό, γίνεται χρήση λογισμικού που έχει αναπτυχθεί στη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ (ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ).

Η εργασία αυτή χωρίζεται σε τρία μέρη. Αρχικά παρουσιάζονται οι εξισώσεις ροής που διέπουν την κίνηση του αέρα και τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν (Spalart-Allmaras, k- ω STT, realizable k- ϵ). Δίνονται ορισμένα στοιχεία για το ανοιχτό λογισμικό OpenFOAM που χρησιμοποιήθηκε και τη διαδικασία γένεσης πλέγματος μέσω του εργαλείου snappyHexMesh. Παρουσιάζονται τα βήματα της διαδικασίας αεροδυναμικής βελτιστοποίησης και, συνοπτικά, η θεωρία των ογκομετρικών καμπυλών b-splines ως εργαλείου μορφοποίησης υπολογιστικού πλέγματος και γεωμετρίας.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας μελετάται το γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου DrivAer. Το DrivAer αποτελεί μία προσπάθεια να γεφυρωθεί το χάσμα ανάμεσα στα εξαιρετικά απλοποιημένα γενικευμένα μοντέλα που είναι ελεύθερα προσβάσιμα στην ερευνητική κοινότητα και στις εξειδικευμένες αεροδυναμικές μελέτες που πραγματοποιούνται από τις αυτοκινητοβιομηχανίες στα μοντέλα παραγωγής τους, οι οποίες συνήθως δεν είναι διαθέσιμες στο ευρύ κοινό. Το συγκριτικό πλεονέκτημα του γενικευμένου μοντέλου αυτοκινήτου DrivAer είναι το γεγονός ότι είναι διαμορφώσιμο και άρα, μπο-

ρεί να χρησιμοποιηθεί σε μια πληθώρα αεροδυναμικών μελετών και βελτιστοποιήσεων, συμπεριλαμβανομένων των δοκιμών και της πιστοποίησης αναπτυσσόμενου λογισμικού.

Στη διπλωματική αυτή εργασία πραγματοποιήθηκαν δεκαέξι βασικές αεροδυναμικές μελέτες της διαμόρφωσης Notchback του DrivAer με χρήση της έκδοσης OpenFOAM, που συντηρεί η ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ. Αντικείμενο ενδιαφέροντος αποτελεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας του οχήματος και οι τεχνικές μείωσης του, όπως αυτή της βελτιστοποίησης μέσω της συνεχούς συζυγούς μεθόδου που αναπτύσσεται από τη ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ.

Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε υπολογιστικό πλέγμα αποτελούμενο από περίπου 4 εκατομμύρια κελιά. Έπειτα πραγματοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές κατηγορίες μελετών - κινούμενος δρόμος με περιστρεφόμενους τροχούς, στατικοί τροχοί και κινούμενος δρόμος, στατικός δρόμος και τροχοί- ενώ εξετάστηκε η επίδραση τριών μοντέλων τύρβης στα αποτελέσματα του συντελεστή οπισθέλκουσας και δύο σχημάτων διακριτοποίησης των όρων μεταφοράς που μοντελοποιούν την τύρβη για κάθε κατηγορία μελετών. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με δημοσιευμένα πειραματικά και υπολογιστικά αποτελέσματα. Από τα αποτελέσματα των μελετών αυτών εντοπίστηκαν, μέσω της δημιουργίας χαρτών παραγώγων ευαισθησίας (sensitivity derivatives maps) με τη χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου (continuous adjoint method), οι περιοχές εκείνες στις οποίες κατάλληλη αλλαγή της μορφής έχει να προσφέρει πρακτικά οφέλη στη συνολική αεροδυναμική συμπεριφορά του οχήματος. Οι χάρτες ευαισθησίας αποτελούν τη γραφική απεικόνιση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Στην περίπτωση μας, αντικειμενική συνάρτηση είναι ο συντελεστής οπισθέλκουσας του οχήματος και μεταβλητές σχεδιασμού οι κάθετες μετατοπίσεις των σημείων της επιφάνειας του αυτοκινήτου.

Μια τέτοια περιοχή με μεγάλες τιμές των παραγώγων ευαισθησίας και σημαντικά περιθώρια βελτίωσης αποτελεί ο πλευρικός καθρέπτης του αυτοκινήτου. Και εδώ, ως στόχος ορίστηκε η μείωση της οπισθέλκουσας του.

Για τη βελτιστοποίηση της μορφής της επιφάνειας του καθρέπτη πραγματοποιήθηκαν τρεις αυτοματοποιημένοι κύκλοι βελτιστοποίησης. Η μέθοδος βελτιστοποίησης που επιλέχθηκε ήταν, και σε αυτήν την περίπτωση, η αιτιοκρατική μέθοδος βελτιστοποίησης με τη χρήση συνεχών συζυγών μεταβλητών για ασυμπίεστη τυρβώδη ροή. Για την αυτόματη ανανέωση της μορφής του καθρέπτη ανα κύκλο βελτιστοποίησης έγινε χρήση του λογισμικού μορφοποίησης πλέγματος με χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines, που έχουν αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ σε περιβάλλον OpenFOAM. Με χρήση των παραπάνω εργαλείων, τα παραμετροποιημένα σημεία της επιφάνειας του καθρέπτη και του πλέγματος μετακινούνται με βάση τις παραγώγους ευαισθησίας και, τελικά, παράγεται μια νέα, βελτιωμένη μορφή του με μικρότερο συντελεστή οπισθέλκουσας.

Το τρίτο μέρος της παρούσας εργασίας αφορά την αεροδυναμική ανάλυση και εξέλιξη φοιτητικού αγωνιστικού οχήματος. Συγκεκριμένα, με τα ίδια υπολογιστικά εργαλεία μελετάται το αγωνιστικό όχημα τύπου Formula Student της ομάδας Prom Racing Team του ΕΜΠ. Οι διεθνείς φοιτητικοί διαγωνισμοί Formula Student αποτελούν το μεγαλύτερο φοιτητικό διαγωνισμό παγκοσμίως, ανεξαρτήτως επιστημονικού πεδίου ή

κλάδου. Οι φοιτητές καλούνται να σχεδιάσουν, μελετήσουν, κατασκευάσουν και εξελίξουν ένα αγωνιστικό μονοθέσιο αυτοκίνητο τύπου Formula. Οι φοιτητές κρίνονται τόσο για την ταχύτητα του οχήματος που κατασκεύασαν μέσω δυναμικών αγωνισμάτων (endurance race, skidpad, acceleration etc) όσο και για τις σχεδιαστικές, κατασκευαστικές, οικονομικές και διοικητικές επιλογές τους.

Σχεδιαστικός στόχος του νέου αυτοκινήτου είναι η μεγιστοποίηση της κάθετης δύναμης που ασκείται στο όχημα (για τη μεγιστοποίηση της δύναμης πρόσφυσης των ελαστικών του οχήματος) και η ελαχιστοποίηση του λόγου $-L/D$, όπου L η δύναμη άνωσης και D η δύναμη οπισθέλκουσας (για την αύξηση της αποδοτικότητάς του οχήματος). Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο η χρήση αεροδυναμικών διατάξεων όπως μπροστά, πίσω και πλευρικών πτερύγων αλλά και η χρήση αεροδυναμικού πατώματος.

Οι μελέτες της παρούσας εργασίας βασίστηκαν σε προηγούμενη διπλωματική εργασία [1] που πραγματοποιήθηκε στην ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ. Στην προηγούμενη εργασία παρουσιάστηκε ο προκαταρκτικός σχεδιασμός του αεροδυναμικού πακέτου ενός νέου μονοθέσιου και δημιουργήθηκαν οι χάρτες ευαισθησίας του οχήματος ως προς την άνωση (L), την οπισθέλκουσα (D), και τον λόγο των δύο, L/D . Αξιοποιώντας την πληροφορία αυτήν, πραγματοποιήθηκαν δεκαεφτά σχεδιαστικοί κύκλοι, αποτέλεσμα των οποίων ήταν η παραγωγή, με χρήση λογισμικού CAD, των κατασκευαστικών σχεδίων ενός νέου αεροδυναμικού πακέτου με βελτιωμένη απόδοση συγκριτικά με το προκαταρκτικό μοντέλο, σύμφωνα με τους στόχους που τέθηκαν.

Ο λόγος που σε αυτήν την εφαρμογή επιλέχτηκε μια μη-αυτοματοποιημένη μέθοδος βελτίωσης της αεροδυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος είναι οι πολλοί γεωμετρικοί περιορισμοί που επιβάλλονται τόσο από τους κανονισμούς του διαγωνισμού όσο και από άλλους παράγοντες (κατασκευαστικούς, χωροταξικούς κτλ.). Μια αυτοματοποιημένη μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής δίχως περιορισμούς θα είχε ως πιθανό αποτέλεσμα την παραβίαση κανόνων και, ενδεχομένως, τη δημιουργία γεωμετρικών, οι μορφές των οποίων θα ήταν ιδιαίτερα δύσκολο να κατασκευαστούν.

Συγκριτικά με το προκαταρκτικό μοντέλο, το νέο αεροδυναμικό πακέτο απέκτησε περισσότερη λεπτομέρεια, ενώ προστέθηκαν και νέα στοιχεία όπως ο οδηγός με το κράνος του, η εισαγωγή του αέρα του κινητήρα, τα ψυγεία και η εξάτμιση. Ακόμα έγινε εισαγωγή λεπτομερών αεροδυναμικών κανόνων που διέπουν τους διαγωνισμούς Formula Student και των κατασκευαστικών, χρονικών και οικονομικών περιορισμών. Το υπολογιστικό πλέγμα αυξήθηκε σε μέγεθος για να αποτυπώσει καλύτερα τα νέα στοιχεία ξεπερνώντας τα 23 εκατομμύρια κελιά ενώ αυξήθηκε αντίστοιχα και το υπολογιστικό κόστος των προσομοιώσεων, που εκτελέστηκαν στο πολυεπεξεργαστικό σύστημα της ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ.

Κατά την πραγματοποίηση των αεροδυναμικών μελετών δόθηκε έμφαση στην αποτελεσματική λειτουργία των διατάξεων πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων (multi element airfoil). Σημείο εκκίνησης και αναφοράς υπήρξαν τα σχέδια του προκαταρκτικού μοντέλου και τα αποτελέσματα από τους χάρτες ευαισθησίας του. Στις όποιες παρεμβάσεις έγιναν στο αεροδυναμικό πακέτο δόθηκε προσοχή στην αποτελεσματική

συνεργασία των αεροδυναμικών διατάξεων, τόσο μεταξύ τους όσο και με τα αλλά μηχανολογικά υποσυστήματα του αυτοκινήτου. Τέλος, μοντελοποιήθηκε η λειτουργία του κινητήρα στις 10.000 rpm .

Με βάση τα παραπάνω έγινε ανασχεδιασμός ορισμένων αεροδυναμικών διατάξεων με αλλαγή της μορφής ορισμένων αεροτομών, της γωνίας πρόσπτωσής τους και της σχετικής τους θέσης στο αυτοκίνητο. Επίσης τοποθετήθηκαν γενέτες στροβιλισμού (vortex generators) και gurney flaps σε επιλεγμένα σημεία του οχήματος. Τέλος, ανασχεδιάστηκε η μύτη του μονοθέσιου και το αεροδυναμικό πάτωμα ενώ υπολογίστηκαν, για κάθε επιφάνεια, οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτήν από τον αέρα.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

CFD Analysis and Aerodynamic Optimization of the DrivAer Car Model and a Formula Student race car using Continuous Adjoint Methods and OpenFOAM

Diploma Thesis
by

Neoklis Traiforos

Supervisor: Kyriakos C. Giannakoglou
Professor NTUA

Athens, June 2016

Abstract

This diploma thesis deals with the CFD analysis and aerodynamic shape optimization of automotive and racing vehicles, according to a pre-set target (minimum drag, maximum downforce). To this end, the version of the OpenFOAM open source software suite developed by the PCopt of the NTUA's Lab of Thermal Turbomachines (PCopt/NTUA) is used.

The present thesis is divided into three main parts. The theory behind CFD simulations is presented at the first part of this work. The Navier-Stokes equations are presented along with the turbulence models (Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST, realizable $k-\epsilon$) used. A short overview of the OpenFOAM software and the snappyHexMesh tool, which was used to generate the computational mesh of the simulations, is made. Furthermore, the steps of the aerodynamic shape optimization of vehicles, based on the continuous adjoint method, are presented. The volumetric b-splines theory used to modify parts of the computational mesh of the domain as well of the vehicle geometry during the aerodynamic shape optimization are presented too.

The second part of the thesis deals with the aerodynamic study of the DriVaer generic car model. This has been developed in order to bridge the gap between the extremely simplified generic car models used by the research community and the aerodynamic studies which are carried out by the car manufacturers for their production vehicles, which in most of the cases are not made publicly available. The advantage of the DriVaer generic car model is that it is adaptable and can be used

for various aerodynamic studies and optimizations, the results of which can then be extrapolated to real production cars.

At this diploma thesis, with the use of the variant of the OpenFOAM software maintained by PCOpt/NTUA, sixteen basic steady state aerodynamic studies of the Notchback configuration of the DriVaer car model have been carried out. Point of interest is the drag coefficient of the vehicle and the methods used to reduce it, such as the continuous adjoint method developed by the PCOpt/NTUA in the OpenFOAM environment.

The computational grid with approximately 4.000.000 cells was generated at first. Then, three different studies were performed. These are the rolling wheels and moving road simulation, the moving road with static wheels simulation and the static wheels and static road simulation. At each study, the effect of three different turbulence models (Spalart-Allmaras, $k-\omega$ STT, realizable $k-\epsilon$) on the drag coefficient of the vehicle was investigated. Moreover, two discretization schemes of the turbulence model PDEs were applied in order to examine their effect on the Cd value. The results of these simulations are compared with published experimental results. Using the sensitivity derivatives maps produced by the continuous adjoint method, the regions where an aerodynamic shape optimization method could offer significant improvements to the overall aerodynamic performance of the vehicle, are identified.

The sensitivity derivatives maps are the graphical representation of the derivatives of the objective function with respect to its design variables. The objective function is the reduction of the drag coefficient of the vehicle and design variables are the normal displacement of the points on the surface of the vehicle.

Such a region, with high values of the derivatives of the objective function and significant potential for improvement, is the side mirror of the car. In this case the target was to minimise the drag coefficient of the mirror. For the aerodynamic shape optimization of the mirror, three automatic optimization cycles were executed. The optimization method relied upon the continuous adjoint shape optimization method for incompressible turbulent flow. In order to automatically reshape the mirror at each optimization cycle according to the gradient of the objective function a morphing box was set around it. The morphing box utilized the volumetric b-splines theory in order to morph the computational mesh around the mirror and produce a new shape with reduced drag coefficient. This software was provided by the PCOpt/NTUA.

The third part of this thesis deals with the aerodynamic analysis and development of the NTUA's formula student vehicle developed by Prom Racing Team. The international formula student competitions are the biggest student competitions worldwide and challenge the students to design, built, develop and race a formula type racing vehicle. Students are evaluated not only by the speed of their racing cars but also by their design, manufacturing, managing, marketing and financial decisions.

A design goal for the new race car is the production of high values of downforce (to maximize traction). Another design goal is to minimize the downforce/drag ratio ($-L/D$) of the vehicle (to improve efficiency). For this reason, the use of efficient aerodynamic devices such as front, rear and side wings as well as an aerodynamic under-body equipped with diffuser is absolutely necessary.

The studies carried out for the formula student race car were based on a previous thesis[1], carried out at PCopt/NTUA. There, the conceptual design of the new race car was presented along with the lift, drag and L/D sensitivity maps of the conceptual model were created. Taking advantage of the information provided by the sensitivity maps, seventeen design cycles were carried out the product of which was the creation of the manufacturing drawings of the new aerodynamic package of the vehicle, utilizing CAD software, which features major improvements over its conceptual design according to the pre-set targets.

The reason we applied a manual shape optimization method in this study, is the fact that there are many geometrical constraints which are imposed by the rules governing the competition and the manufacturing ability of the team. The use of an automatic unconstrained shape optimization loop might yield a solution possibly violating some of the rules-constraints of the competition.

The aerodynamic model became more detailed compared to its conceptual design while new features were added to the simulation such as the driver with his helmet, the engine intake manifold, the radiators as well as the exhaust of the vehicle. Furthermore, the detailed formula student aerodynamic design specifications as well as the manufacturing, financial and project management constraints were included in the model. The computational mesh with up to 23 million cells in size was generated, while the computational cost grew respectively. For running these simulations, the multi-processor cluster of the PCopt/NTUA was used.

To improve the aerodynamic performance of the race car, special attention was paid to the efficient implementation of the multi-element airfoil design concept. Starting point for this trial-and-error optimization procedure was the results of sensitivity derivatives maps of the conceptual model. Following any change to the aerodynamic package of the vehicle from its conceptual design, attention was also given to the efficient cooperation of the various mechanical subsystems of the car with the aerodynamic package. The engine operation was simulated at 10.000 rpm.

With these constraints in mind, some airfoils were redesigned, others changed their angle of attack and their relative position. Moreover, vortex generators and gurney flaps were applied at some areas of the car. Finally, the car nose and underbody were redesigned.

Ακρωνύμια

ΕΜΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΕΘΣ	Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
ΜΠΤΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΜΔΕ	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική

CFD	Computational Fluid Dynamics
CAD	Computer Aid Design
DD	Direct Differentiation
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
TUM	Technische Universität München
OpenFOAM	Open Field Operation And Manipulation
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
NVD	Normalised Variable Diagram
GBM	Gradient Based Method

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Μέθοδοι Μοντελοποίησης Ανάλυσης και Βελτιστοποίησης	1
1.1 Το πρωτεύον πρόβλημα	1
1.1.1 Το λογισμικό OpenFOAM	2
1.1.2 Στοιχεία γένεσης πλέγματος	3
1.1.3 Οι εξισώσεις Navier-Stokes	6
1.1.4 Μοντέλα Τύρβης	8
1.1.5 Οριακές Συνθήκες	13
1.1.6 Διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής	15
1.1.7 Ο επιλύτης των εξισώσεων της ροής SIMPLE	17
1.2 Η Συνεχή Συζυγής Μέθοδος	19
1.2.1 Η βελτιστοποίηση και η συζυγής μέθοδος	19
1.2.2 Θεωρητική Θεμελίωση Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου	22
1.2.3 Ογκομετρικές Καμπύλες B-Splines	26
1.2.4 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες και Έκφραση των Παραγώγων Ευαι- σθησίας	28
1.2.5 Ο κύκλος βελτιστοποίησης	32
2 Υπολογιστική Μελέτη του DrivAer	35
2.1 Το γενικευμένο μοντέλο DrivAer	37
2.2 Γένεση πλέγματος γύρω από το μοντέλο DrivAer	39
2.3 Οριακές συνθήκες και διακριτοποίηση των εξισώσεων	46
2.4 Αποτελέσματα της Αεροδυναμικής Μελέτης	48
2.5 Χάρτης Ευαισθησίας	55
2.6 Βελτιστοποίηση Μορφής καθρέπτη Notchback	59
2.7 Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα	66
3 Υπολογιστική Μελέτη του Formula Student οχήματος του Ε.Μ.Π	69
3.1 Οι διεθνείς διαγωνισμοί Formula Student	69

3.2	Η ανάγκη χρήσης αεροδυναμικών διατάξεων σε αγωνιστικά οχήματα και Formula Student cars	71
3.3	Συνοπτική παρουσίαση τεχνικών κανονισμών Formula Student που αφορούν τον αεροδυναμικό σχεδιασμό.	73
3.4	Συνοπτική παρουσίαση του προκαταρκτικού σχεδιασμού του P16	74
3.5	Οι προδιαγραφές του νέου αεροδυναμικού πακέτου	76
3.6	Εισάγοντας νέα γεωμετρικά στοιχεία στο προκαταρκτικό σχέδιο	79
3.7	Παρουσίαση του υπολογιστικού πλέγματος του μονοθέσιου P16	81
3.8	Μοντέλα τύρβης και διακριτοποίηση	90
3.9	Αεροδυναμική εξέλιξη του μονοθέσιου P16.	91
3.9.1	Η εμπρός πτέρυγα του μονοθέσιου	91
3.9.2	Η πίσω πτέρυγα του μονοθέσιου	95
3.9.3	Οι πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις του μονοθέσιου	99
3.9.4	Το αεροδυναμικό πάτωμα και ο διαχύτης	102
3.9.5	Η μύτη του μονοθέσιου	106
3.9.6	Η χρήση γεννητριών στροβίλων στο μονοθέσιο	106
3.9.7	Η χρήση στοιχείων gurney flap	109
3.9.8	Επίδραση της λειτουργίας του κινητήρα στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος.	111
3.9.9	Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο στη διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης	111
3.9.10	Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο στη διαμόρφωση ελάχιστης οπισθέλκουσας	113
3.10	Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα.	116

Βιβλιογραφία

121

Κεφάλαιο 1

Μέθοδοι Μοντελοποίησης Ανάλυσης και Βελτιστοποίησης

1.1 Το πρωτεύον πρόβλημα

Για την προσομοίωση της ροής ρευστού γύρω από ένα στερεό σώμα σε δεδομένες συνθήκες ροής είναι απαραίτητη η εφαρμογή μεθοδολογίας υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics). Με τον όρο προσομοίωση εννοείται ο υπολογισμός των κατανομών πίεσης και ταχυτήτων στο υπολογιστικό χωρίο και, στη συνέχεια, ο υπολογισμός των διάφορων αεροδυναμικών μεγεθών που ανά περίπτωση μας ενδιαφέρουν (συντελεστής άνωσης, αντίσταση, δυνάμεις και ροπές στο στερεό σώμα).

Συγκεκριμένα, τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για την επίλυση ενός προβλήματος υπολογιστικής ρευστοδυναμικής είναι τα εξής :

- Ορίζεται το υπολογιστικό χωρίο στο οποίο θα επιλυθούν οι εξισώσεις ροής.
- Επιλέγεται το μοντέλο ροής δηλαδή οι εξισώσεις ενδεχομένως μαζί με το μοντέλο της τύρβης (συμπιεστή ή ασυμπιεστή ροή, χρονικά μεταβαλλόμενη ή μη).
- Καθορίζονται οι οριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα σύμφωνα με τη φυσική του.
- Γίνεται η διακριτοποίηση των εξισώσεων του προβλήματος με τα κατάλληλα σχήματα διακριτοποίησης.
- Γίνεται επαναληπτική επίλυση του διακριτοποιημένου συστήματος των εξισώσεων

και υπολογισμός των ροϊκών μεγεθών στο κέντρο κάθε κυψέλης του υπολογιστικού χωρίου (για κεντροκυβελική διατύπωση).

- Οπτικοποιούνται τα αποτελέσματα της επίλυσης του πεδίου ροής.

Στην παρούσα εργασία μας ενδιαφέρουν ιδιαίτερα οι τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας και άνωσης του στερεού σώματος οι οποίες προκύπτουν από την αδιαστατοποίηση της δύναμης της άνωσης και της οπισθέλκουσας που ασκούνται στα οχήματα για τη δεδομένη ταχύτητα του αέρα και επιφάνεια του οχήματος. Η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας στην περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του DriVaeer θα συγκριθεί με πειραματικά αποτελέσματα πριν χρησιμοποιηθεί ως αντικειμενική συνάρτηση στη διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αρχικά κάποια στοιχεία και για τη γένεση υπολογιστικών πλεγμάτων καθώς και το μοντέλο των εξισώσεων ροής. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί συνοπτικά η θεωρία των μοντέλων τύρβης που θα χρησιμοποιηθούν. Θα δοθούν οι οριακές συνθήκες για τα μεγέθη της ροής, καθώς και για τις μεταβλητές των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη, ενώ θα γίνει και αναφορά στα σχήματα που χρησιμοποιούνται για τη διακριτοποίηση όλων αυτών των εξισώσεων. Έπειτα, θα γίνει μια συνοπτική παρουσίαση του αλγόριθμου επίλυσης Simple του OpenFOAM .

1.1.1 Το λογισμικό OpenFOAM

Το λογισμικό το οποίο θα χρησιμοποιηθεί ως βάση για την πραγματοποίηση όλων των αεροδυναμικών μελετών είναι το OpenFOAM . Το OpenFOAM είναι ένα ελεύθερο λογισμικό ανοιχτού κώδικα για την επίλυση προβλημάτων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, το οποίο χρησιμοποιείται ευρύτατα σε εμπορικό και ακαδημαϊκό επίπεδο. Η βάση του κώδικα του OpenFOAM αναπτύχθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1980 στο Imperial College του Λονδίνου [2, 3]. Το OpenFOAM περιλαμβάνει εργαλεία για τη γένεση πλέγματος όπως τα εργαλεία blockMesh και snappyHexMesh τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία αυτή, καθώς και επιλύτες για ένα εύρος προβλημάτων, από τον τομέα της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής ως τον τομέα των οικονομικών. Οι επιλύτες αυτοί χρησιμοποιούνται για να λυθούν οι διακριτοποιημένες μορφές των εξισώσεων, ενώ στο χρήστη δίνεται επίσης η ελευθερία να επιλέξει το σχήμα διακριτοποίησης που θα χρησιμοποιηθεί για κάθε όρο της προς επίλυση εξίσωσης. Διατίθεται επίσης και μια πληθώρα εργαλείων για την μετεπεξεργασία των αποτελεσμάτων που προέκυψαν. Ένα τέτοιο εργαλείο είναι το Paraview. Το λογισμικό είναι γραμμένο στη γλώσσα προγραμματισμού C++ και καθώς ο κώδικας είναι ανοιχτός, μπορεί ο καθένας

να τον προσαρμόσει στις ανάγκες του. Παράδειγμα αποτελούν και οι συζυγείς τεχνικές που έχουν προγραμματιστεί από τη ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ ώστε να χρησιμοποιούνται στο OpenFOAM. Το OpenFOAM παρέχει τη δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας, δηλαδή να επιλύονται σε διαφορετικούς επεξεργαστές διαφορετικά τμήματα του προβλήματος ταυτόχρονα, πράγμα που μειώνει δραστικά το χρόνο που απαιτείται για την επίλυση ενός προβλήματος.

1.1.2 Στοιχεία γένεσης πλέγματος

Η γένεση του πλέγματος σε κάθε μελέτη υπολογιστικής ρευστοδυναμικής αποτελεί ένα απαραίτητο βήμα. Η μέθοδος που ακολουθείται για την ανάλυση της ροής, όπως αυτή συναντάται σε πραγματικά προβλήματα μηχανικού, έγκειται στον κατακερματισμό του χώρου που μελετάται σε μικρότερες κυψέλες, απλού σχήματος. Οι εξισώσεις της ροής διακριτοποιούνται στις κυψέλες αυτές που, διαφορετικά, ονομάζονται κελιά (cells). Το σύνολο των κελιών αποτελεί το υπολογιστικό πλέγμα, το οποίο διακρίνεται σε κατηγορίες με βάση το σχήμα των κελιών αυτών (τετράεδρα, εξαέδρα, πρίσματα, κ.λ.π.) αλλά και με βάση τον τρόπο σύνδεσης των κελιών (δομημένα, μη-δομημένα και υβριδικά πλέγματα).

Για τη γένεση ενός πλέγματος δεν υπάρχουν οδηγίες ή κάποια συγκεκριμένη μεθοδολογία για όλες τις περιπτώσεις μοντελοποίησης της ροής. Το πλέγμα σε κάθε περίπτωση διαμορφώνεται με βάση τη γνώση και την εμπειρία του μηχανικού. Ωστόσο υπάρχουν μερικές βασικές απαιτήσεις στις οποίες πρέπει κάθε πλέγμα να υπακούει. Πιο συγκεκριμένα ένα πλέγμα πρέπει να έχει:

- Αυξημένη πυκνότητα, πρωτίστως στα σημεία που τα μεγέθη της ροής έχουν μεγάλες κλίσεις. Η πύκνωση συμφέρει να εντοπίζεται μόνο στις παραπάνω περιοχές, καθώς πύκνωση του πλέγματος στο σύνολο του αυξάνει πολύ το υπολογιστικό κόστος της προσομοίωσης. Εκεί έγκειται και το πλεονέκτημα των μη-δομημένων πλεγμάτων, καθώς δίνουν ευκολότερα τη δυνατότητα τοπικής πύκνωσης του πλέγματος χωρίς να επηρεάζουν τα κελιά που βρίσκονται πιο μακριά.
- Ορθογωνιότητα, δηλαδή τα κελιά του πλέγματος να είναι κατά το δυνατόν ορθογώνια. Έτσι μειώνονται τα αριθμητικά σφάλματα και περιορίζεται η αριθμητική διάχυση. Γενικά η ορθογωνιότητα του πλέγματος ελέγχεται από τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της γραμμής που ενώνει τα κέντρα δύο γειτονικών κελιών και του κάθετου διανύσματος της κοινής τους έδρας.
- Ομαλότητα, ως προς τη μεταβολή του μεγέθους μεταξύ γειτονικών κελιών καθώς

και ως προς τις πλεγματικές γραμμές (αν τα πλέγματα είναι δομημένα). Γειτονικά κελιά με μεγάλες διαφορές στο μέγεθος καθώς και ασυνέχειες ή μεγάλες κλίσεις των πλεγματικών γραμμών χειροτερεύουν την ποιότητα του πλέγματος. Η απόσταση μεταξύ του σημείου που η γραμμή που ενώνει δύο γειτονικά κελιά διαπερνά την κοινή τους έδρα και του κέντρου της έδρας αυτής αποτελεί ένα δείκτη που εκφράζει κατά πόσο ένα κελί είναι λοξό.

Η γένεση πλέγματος είναι ένας παράγοντας εισαγωγής σφάλματος στη διαδικασία προσομοίωσης της ροής ρευστών και, για αυτόν τον λόγο, πρέπει να γίνεται προσεκτικός έλεγχος της ποιότητας του. Σημαντικό είναι επίσης ο μηχανικός να αντιλαμβάνεται την φυσική του προβλήματος που θέλει να μοντελοποιήσει και να δημιουργεί το ανάλογο πλέγμα. Ένα κακό πλέγμα μπορεί να οδηγήσει την αριθμητική επίλυση του προβλήματος σε απόκλιση ή ακόμα χειρότερα σε εισαγωγή σφάλματος, μη-ανιχνεύσιμου σε πρώτη προσέγγιση από τον μηχανικό, αλλά υπαρκτού και σημαντικού.

Επίσης, στα προβλήματα στα οποία θα κληθεί να λύσει ένας μηχανικός, η γένεση του πλέγματος καταναλώνει αρκετό χρόνο και υπολογιστικούς πόρους - κατά κύριο λόγο μνήμη - συγκριτικά με τα άλλα βήματα της διαδικασίας επίλυσης του προβλήματος. Για τον λόγο αυτό, σημαντικό είναι λ.χ να εντοπιστούν τυχόν συμμετρίες στη λύση του προβλήματος και να μοντελοποιηθεί-επιλυθεί κατά το δυνατόν ένα μόνο χωρικό τμήμα του προβλήματος προκειμένου να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος.

Κατά τη διαδικασία γένεσης πλέγματος, τόσο για την αεροδυναμική μελέτη και βελτιστοποίηση του DriVaeer όσο και για την αεροδυναμική μελέτη του P16 formula student race car δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στις περιοχές ύπαρξης έντονων τυρβώδων φαινομένων γύρω από το αυτοκίνητο με τοπική πύκνωση του πλέγματος στις περιοχές αυτές. Τέτοιες περιοχές είναι εκείνες στις οποίες υπάρχει έντονη μεταβολή της γεωμετρίας όπως, για παράδειγμα, στο πίσω μέρος των οχημάτων.

Ακόμα, σε αεροδυναμικές μελέτες αυτοκινήτων, το υπολογιστικό χωρίο πρέπει να έχει το κατάλληλο μήκος έτσι ώστε να έχει αναπτυχθεί η ροή προτού έρθει σε επαφή με το αυτοκίνητο, καθώς και να έχει αυτή σταθεροποιηθεί μετά την επαφή της με το όχημα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το υπολογιστικό χωρίο να ξεκινά τυπικά από τουλάχιστον 3 με 4 μήκη οχήματος μπροστά από το όχημα και να επεκτείνεται 6 με 7 μήκη οχήματος κατά τον ομόρρου. Επίσης, ένας άλλος παράγοντας που έχει σημασία κατά την αεροδυναμική προσομοίωση οχημάτων είναι ο λόγος στένωσης φ (blockage ratio), που δίνεται από τη σχέση (1.1)

$$\varphi = A_{ref}/(H \cdot W) \quad (1.1)$$

όπου A_{ref} η μετωπική επιφάνεια του αυτοκινήτου, H το ύψος του υπολογιστικού χωρίου και W το πλάτος του. Επιδιώκεται ο λόγος αυτός να είναι το κατά δυνατό μικρός για να μην επηρεάζεται η ροή γύρω από το αυτοκίνητο από τα πλευρικά όρια του χωρίου στην περίπτωση που αυτά θεωρηθούν στερεά τοιχώματα.

Στις πειραματικές εγκαταστάσεις έχει επιτευχθεί λόγος στένωσης 8% ενώ σε τυπικά υπολογιστικά χωρία επιτυγχάνεται λόγος κοντά στο 1%. Γνωρίζοντας λοιπόν τις διαστάσεις του μοντέλου μας και τον επιθυμητό λόγο στένωσης καθορίζονται οι διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου.

Για τη γένεση του πλέγματος, στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται τα εργαλεία που προσφέρει το λογισμικό OpenFOAM [2]. Το λογισμικό έχει τη δυνατότητα να ορίσει ένα πλέγμα το οποίο αποτελείται από τριδιάστατα “αυθαίρετα” πολυέδρα κελιά ή αλλιώς κυψέλες (cells). Ο όρος “αυθαίρετα” έχει την έννοια ότι τα κελιά αυτά μπορούν ουσιαστικά να αποτελούνται από ένα τυχαίο αριθμό εδρών, ενώ οι έδρες δεν έχουν κάποια προκαθορισμένη διεύθυνση. Τα πλέγματα αυτά ονομάζονται μη-δομημένα και λογισμικά που βασίζονται σε τέτοια πλέγματα παρέχουν μεγάλη ελευθερία τόσο στη γένεση του πλέγματος όσο και στο χειρισμό του. Για τη δημιουργία ενός μη-δομημένου πλέγματος στο OpenFOAM αρχικά δημιουργείται μέσω του εργαλείου blockMesh ένα δομημένο πλέγμα με κεντροκυψελικά εξαεδρικά κελιά. Οι ακμές των κελιών αυτών μπορεί να είναι ευθείες γραμμές, τόξα ή και splines.

Στη συνέχεια, μέσω του εργαλείου SnappyHexMesh του OpenFOAM εισάγεται στον όγκο που δημιουργήθηκε από το blockMesh η προς μελέτη γεωμετρία. Αυτό γίνεται μέσω ενός αρχείου επιφανειακού πλέγματος τύπου STL που διαβάζει το εργαλείο SnappyHexMesh. Στα αρχεία STL, το μοντέλο αποτελείται από τριγωνικές επιφάνειες, οι οποίες ορίζονται από το κάθετο σε αυτές διάνυσμα και οι γωνίες τους δίνονται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Το εργαλείο SnappyHexMesh παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας περιοχών μέσα στο χωρίο όπου το πλέγμα γίνεται σταδιακά πυκνότερο κοντά στο υπό μελέτη σώμα. Με το ίδιο εργαλείο δίνεται, επίσης, η δυνατότητα να δημιουργηθούν και ζώνες πύκνωσης του πλέγματος γύρω από ορισμένα μέρη της γεωμετρίας τα οποία παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και είναι σημαντικό να προσεγγιστεί πολύ καλά η ροή γύρω από αυτά. Τέλος, μπορούν να προστεθούν γύρω από το αυτοκίνητο και στο δρόμο στρώματα πολύ λεπτών στοιχείων, ώστε να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η φυσική της ροής στο οριακό στρώμα των στερεών επιφανειών.

Συνοπτικά, η διαδικασία κατά την οποία το SnappyHexMesh δημιουργεί το πλέγμα σε βήματα έχει ως εξής:

- Με βάση το δομημένο πλέγμα που έχει δημιουργήσει το blockMesh το Snappy-HexMesh διαιρεί (σύμφωνα με το αρχείο ρυθμίσεών του) τα κελιά του πλέγματος που βρίσκονται στην επιφάνεια του σώματος που μοντελοποιείται. Για να γίνει αυτό πρέπει πρώτα τουλάχιστο ένα στοιχείο του αρχικού πλέγματος του blockMesh να τέμνει την επιφάνεια της γεωμετρίας του μοντέλου έτσι ώστε να αναγνωριστεί αυτή από τον κώδικα.
- Ακολουθεί η διαγραφή κελιών στο εσωτερικό του σώματος. Πρέπει η περιοχή στην οποία διαγράφονται τα κελιά να εμπεριέχεται και να διαχωρίζεται πλήρως από το εξωτερικό πλέγμα με την επιφάνεια. Ποια από τις δύο περιοχές θα κρατηθεί καθορίζεται από το σε ποια πλευρά ανήκει το πέρας ενός διανύσματος που έχουμε ορίσει στο αρχείο ρυθμίσεων. Όσα κελιά έχουν ποσοστό του όγκου τους μεγαλύτερο του 50% στο χωρίο που ρέει το ρευστό δεν σβήνονται.
- Διαίρεση κελιών/πύκνωμα του πλέγματος, σε προκαθορισμένες από το χρήστη περιοχές, ώστε να υπάρχει καλύτερη ακρίβεια σε αυτές κατά την επίλυση και καλύτερη σύγκλιση του κώδικα επίλυσης της ροής.
- Προσαρμογή του πλέγματος στην επιφάνεια με μορφοποίηση των κοντινών σε αυτήν κελιών μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας του κώδικα.
- Πρόσθεση στρωμάτων (layers) κελιών στην επιφάνεια. Αυτή υλοποιείται με μορφοποίηση του πλέγματος ώστε τα κοντινά στην επιφάνεια κελιά του υπάρχοντος πλέγματος να μετατοπιστούν κατά σταθερή απόσταση μακριά από την επιφάνεια και, στη συνέχεια, προστίθενται επιπλέον στρώματα στην ενδιάμεση απόσταση που δημιουργήθηκε.

1.1.3 Οι εξισώσεις Navier-Stokes

Για την επίλυση των εξισώσεων ροής εφαρμόζεται η Μέθοδος των Πεπερασμένων Όγκων (Finite Volume Method) [4]. Προτού γίνει αναφορά στις εξισώσεις Navier-Stokes, πρέπει να τονιστεί ότι μελετάται ένα πρόβλημα εξωτερικής αεροδυναμικής, όπου το αυτοκίνητο κινείται με χαμηλή ταχύτητα, οπότε μπορεί να γίνει η θεώρηση ότι η ροή είναι ασυμπίεστη, δηλαδή η τιμή του ρ δεν μεταβάλλεται χρονικά αλλά και χωρικά. Επομένως, οι εξισώσεις της μέσης ροής καθώς και οι εξισώσεις των μοντέλων τύρβης θα γραφούν για ασυμπίεστο ρευστό.

Οι εξισώσεις που διέπουν τη ροή, δηλαδή οι εξισώσεις Navier-Stokes, και πιο συγκεκριμένα οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας και της ορμής για ασυμπίεστο ρευστό (1.2α'

και 1.2β' αντίστοιχα) [5], σε διαφορική μορφή γράφονται

$$R^p = -\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.2\alpha')$$

$$R_i^v = v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.2\beta')$$

όπου v_j είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας, p η πίεση διαιρεμένη με την σταθερή πυκνότητα ρ , ν η κινηματική συνεκτικότητα και ν_t η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα, η οποία προκύπτει από την λύση της ή των ΜΔΕ του μοντέλου τύρβης.

Να σημειωθεί ότι ακολουθείται η σύμβαση του Einstein, σύμφωνα με την οποία επαναλαμβανόμενοι δείκτες στον ίδιο όρο υποδηλώνουν άθροιση, εκτός αν δηλωθεί το αντίθετο. Στην εξίσωση 1.2β', ο πρώτος όρος είναι ο όρος μεταφοράς, ο δεύτερος είναι ο όρος διάχυσης (μοριακής λόγω του ν και τυρβώδους λόγω του ν_t) και ο τρίτος η κλίση της πίεσης. Μια πρακτική, για την λύση των εξισώσεων αυτών, είναι να αντικαθίσταται η εξίσωση της συνέχειας με την απόκλιση (div) της εξίσωσης της ορμής, ώστε να προκύπτει μία εξίσωση για την πίεση [6]. Αναλυτικότερα, η εξίσωση της ορμής μπορεί να γραφεί στην ημιδιακριτοποιημένη μορφή, για την κυψέλη P ως:

$$\alpha_P \vec{v}_P = H(\vec{v}) - \nabla p \quad (1.3)$$

όπου $H(\vec{v}) = -\sum_n \alpha_n \vec{v}_n$ που είναι το άθροισμα των συντελεστών της επίδρασης των γειτονικών κελιών στην εξίσωση για την κυψέλη P πολλαπλασιασμένα με τις αντίστοιχες ταχύτητες. Η εξίσωση της συνέχειας 1.2α' διακριτοποιείται ως:

$$\sum_f \vec{S} \vec{v}_f = 0 \quad (1.4)$$

όπου \vec{S} το εμβαδό της εκάστοτε έδρας του κελιού πολλαπλασιασμένο με το αντίστοιχο κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα που έχει κατεύθυνση προς τα έξω, και \vec{v}_f η ταχύτητα στην αντίστοιχη έδρα, η οποία μπορεί να βρεθεί με γραμμικοποίηση της σχέσης 1.3 ως:

$$\vec{v}_f = \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right)_f - \frac{(\nabla p)_f}{(\alpha_P)_f} \quad (1.5)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 1.5 στην εξίσωση 1.4 προκύπτει η εξίσωση Poisson για

την πίεση,

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\alpha_P} \nabla p \right) = \nabla \cdot \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right) = \sum_f \vec{S} \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right)_f \quad (1.6)$$

1.1.4 Μοντέλα Τύρβης

Η ροή γύρω από το αυτοκίνητο είναι τυρβώδης, μη μόνιμη, με περιοχές ανακυκλοφορίας και έντονης αποκόλλησης της ροής. Χαρακτηρίζεται δηλαδή από τυχαίες διαταραχές του πεδίου ροής προς όλες τις κατευθύνσεις. Το υπολογιστικό κόστος για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes για μια τυρβώδη ροή με τη μέθοδο DNS (Direct Numerical Simulation) [7] είναι απαγορευτικό, καθώς πρέπει να επιλυθούν όλες οι διαταραχές, από τις μικρότερες ως τις μεγαλύτερες, ενώ το χρονικό βήμα επίλυσης να είναι αρκετά μικρό ώστε να υπολογιστούν σωστά οι μεταβολές που εξελίσσονται πολύ γρήγορα. Καθώς λοιπόν ήταν αδύνατη η επίλυση των εξισώσεων ροής, προτάθηκαν και αναπτύχθηκαν πολλές μέθοδοι για τη μοντελοποίηση της τύρβης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιούνται τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης (Spalart-Allmaras, $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST) [8, 9, 10, 11] και θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν στην αεροδυναμική μελέτη του DriVaer.

Αρχικά, θα παρουσιαστεί το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασίζονται τα τρία αυτά μοντέλα και, στη συνέχεια, οι βασικές εξισώσεις που τα διέπουν και οι οριακές συνθήκες.

Η μοντελοποίηση της ροής επιλέχθηκε να γίνει με βάση τις Reynolds-Averaged Navier-Stokes εξισώσεις ροής (RANS), όπου κάθε μέγεθος χωρίζεται στο άθροισμα της μέσης χρονικά τιμής του και της χρονικής διακύμανσης του γύρω από την τιμή αυτή. Για παράδειγμα, η ταχύτητα γράφεται υπό τη μορφή:

$$v(x, t) = \bar{v}(x) + v'(x, t) \quad (1.7)$$

Με τον τρόπο αυτό, οι εξισώσεις Navier-Stokes γράφονται όπως φαίνονται στη σχέση 1.8, όπου ακολουθείται η σύμβαση του Einstein.

$$\bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = \bar{f}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} [-\bar{p} \delta_{ij} + \nu \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{v'_i v'_j}] \quad (1.8)$$

Ο μη-γραμμικός όρος $-\overline{\rho v'_i v'_j}$, γνωστός και ως τάσεις Reynolds, απαιτεί επιπλέον μο-

ντελοποίηση για να μπορούν να επιλυθούν οι εξισώσεις RANS . Για τη μοντελοποίηση του όρου αυτού εφαρμόζεται η υπόθεση του Boussinesq [12] σύμφωνα με την οποία οι τάσεις Reynolds δίνονται από τη σχέση 1.9.

$$-\overline{v'_i v'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1.9)$$

Η εξίσωση 1.9 είναι και αυτή που εισάγει τον όρο της κινηματικής συνεκτικότητας ν_t , ενώ ο όρος $k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i}$ εκφράζει την τυρβώδη κινητική ενέργεια και το δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker. Τα διάφορα λοιπόν μοντέλα τύρβης που έχουν αναφερθεί και θα αναλυθούν παρακάτω, δεν είναι παρά μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για τον υπολογισμό της ποσότητας ν_t .

Για να γίνουν κατανοητές οι διαφορές που προκύπτουν στα αποτελέσματα ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται θα παρουσιαστούν σύντομα οι σχέσεις και η θεωρία που διέπουν καθένα από τα μοντέλα αυτά.

Το μοντέλο των Spalart-Allmaras

Το μοντέλο των Spalart-Allmaras [8] δημιουργήθηκε κυρίως για χρήση σε εφαρμογές εξωτερικής αεροδυναμικής. Σύμφωνα με το μοντέλο, η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (1.10)$$

όπου $f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3}$ και $X = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$

Η μεταβλητή $\tilde{\nu}$, γνωστή και ως μεταβλητή του μοντέλου Spalart-Allmaras, υπολογίζεται από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης 1.11.

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + v_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1}(1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} - [C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}] \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right] \quad (1.11)$$

Τα μεγέθη $\sigma = 2/3, C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, \kappa = 0.41, C_{w1} = 3.239, C_{v1} = 7.1$ αποτελούν σταθερές του μοντέλου, d είναι η απόσταση από το πλησιέστερο στερεό τοίχωμα, ενώ τα μεγέθη \tilde{S}, f_{t2}, f_w προσδιορίζονται από συγκεκριμένες σχέσεις [13]. Μετά τη δημοσίευση του μοντέλου έχουν εμφανιστεί πολλές παραλλαγές του με σκοπό

να διορθώσουν αδυναμίες του μοντέλου που μπορεί να προκύψουν σε ορισμένες εφαρμογές. Στο λογισμικό OpenFOAM χρησιμοποιείται μια παραλλαγή του μοντέλου που προτάθηκε από τον Spalart [14, 15], η οποία εισάγει έναν νέο όρο f_{v3} μαζί με μία νέα σχέση για τον υπολογισμό του \tilde{S} που περιέχει τον όρο αυτό [13]. Στο αρχικό μοντέλο, το \tilde{S} ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε υπάρχει κίνδυνος να λάβει αρνητικές τιμές και, ως αποτέλεσμα, τα μεγέθη που εξαρτώνται από αυτό λαμβάνουν τιμές που μπορεί να οδηγήσουν σε προβλήματα σύγκλισης. Με την παραλλαγή εισάγεται ο όρος f_{v3} και δίνεται μία νέα σχέση για το \tilde{S} που τον εμπεριέχει, με την οποία εξασφαλίζεται η μη-αρνητική τιμή του \tilde{S} .

Το μοντέλο $k - \varepsilon$ και η παραλλαγή του realizable $k - \varepsilon$

Το μοντέλο $k - \varepsilon$ [16] είναι μοντέλο δύο ΜΔΕ εξισώσεων, μια για την τυρβώδη κινητική ενέργεια k και μια για την καταστροφή της κινητικής ενέργειας ε . Ο αρχικός σκοπός του μοντέλου ήταν να βελτιώσει το μοντέλο μήκους ανάμιξης [17] και επικεντρώνεται στους μηχανισμούς που επηρεάζουν την τυρβώδη κινητική ενέργεια k . Το μοντέλο αυτό βασίζεται στην υπόθεση ότι το ν_t είναι ισοτροπικό.

Στο μοντέλο αυτό η τυρβώδης κινητική ενέργεια k υπολογίζεται από την εξίσωση 1.12

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(kv_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\nu_t E_{ij} E_{ij} - \varepsilon \quad (1.12)$$

Η καταστροφή της κινητικής ενέργειας ε αντίστοιχα από την σχέση 1.13

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} 2 \frac{\varepsilon}{k} \nu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (1.13)$$

όπου $C_\mu = 0.09$, $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ αποτελούν σταθερές του μοντέλου. Οι όροι E_{ij} αναφέρονται στο ρυθμό παραμόρφωσης, ενώ το ν_t υπολογίζεται από την σχέση 1.14

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.14)$$

Το μοντέλο realizable $k - \varepsilon$ [9] αποτελεί μια παραλλαγή του μοντέλου $k - \varepsilon$ που σκοπό έχει να διορθώσει κάποιες από τις αδυναμίες του αρχικού. Πιο συγκεκριμένα, ήταν γνωστό για καιρό ότι σε περιπτώσεις όπου εμφανίζεται μεγάλη τιμή του μέσου ρυθμού παραμόρφωσης το μοντέλο οδηγούσε σε λανθασμένα αποτελέσματα καθώς οι ρηθές

τάσεις γίνονταν αρνητικές και παραβιαζόταν η ανισότητα των Cauchy-Schwarz για τις διατμητικές τάσεις. Για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες αυτές προτάθηκε η μεταβλητή C_μ , που μέχρι τότε θεωρούνταν σταθερή και ίση με 0.09, να είναι μεταβλητή, ενώ επιπλέον, διατυπώθηκε μία νέα διαφορική εξίσωση για την καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ε . Η διαφορική εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k παρέμεινε ως είχε και στο αρχικό μοντέλο $k - \varepsilon$. Οι εξισώσεις 1.15 και 1.16 αποτελούν τη διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k και της καταστροφής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ε αντίστοιχα, όπως αυτές γράφονται για ασυμπίεστο ρευστό,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(kv_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k + P_b - \varepsilon - Y_M + S_k] \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + C_1 S_\varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} P_b + S_\varepsilon] \quad (1.16)$$

όπου $C_1 = \max[0.43, \frac{\eta}{\eta+5}]$ ($\eta = S \frac{k}{\varepsilon}$, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$) ενώ τα μεγέθη $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_2 = 1.9$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.2$ αποτελούν σταθερές του μοντέλου. Οι όροι P_k και P_b αναφέρονται στην παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

Αφού υπολογιστούν τα k και ε με την επίλυση των ΜΔΕ, η σχέση 1.14 χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ν_t . Όπως αναφέρθηκε ήδη, το C_μ πλέον δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση 1.17

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (1.17)$$

με το $A_0 = 4.04$ να είναι μια σταθερή ποσότητα, ενώ τα A_s και U^* δίνονται από σχέσεις [18, 19].

Να σημειωθεί ότι παρά τα προτερήματα του μοντέλου αποτελεί και το πιο ακριβό μοντέλο από άποψη υπολογιστικού κόστους, ανάμεσα στις διάφορες παραλλαγές του μοντέλου $k - \varepsilon$ που υπάρχουν.

Το μοντέλο $k - \omega$ SST

Το μοντέλο $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) [10, 11] που προτάθηκε από τον Menter συνδυάζει το αρχικό μοντέλο $k - \omega$ του Wilcox [20] με το μοντέλο $k - \varepsilon$ [16]. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιεί το μοντέλο $k - \omega$ κοντά στα στερεά τοιχώματα, ενώ μακριά από αυτό χρησιμοποιείται το $k - \varepsilon$. Αυτός ο διαχωρισμός έγινε καθώς το αρχικό $k - \omega$ μοντέλο ήταν ευαίσθητο στην περιοχή μακριά από το οριακό στρώμα αλλά και για να βελτιωθεί η ακρίβεια υπολογισμού της κλίσης της πίεσης. Τέλος, παρουσιάζει καλή συμπεριφορά στα σημεία όπου παρατηρείται αποκόλληση της ροής. Το μοντέλο αυτό επιλύει δύο ΜΔΕ για τον υπολογισμό δύο πεδίων, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k και της ειδικής καταστροφής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ω . Οι εξισώσεις αυτές για ασυμπίεστο ρευστό είναι οι

$$\frac{\partial k}{\partial t} + v_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (1.19)$$

Μετά τον υπολογισμό των k και ω μπορεί να υπολογιστεί η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα ν_t σε κάθε σημείο

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, S F_2)} \quad (1.20)$$

Οι σταθερές $\alpha, \beta, \sigma_k, \sigma_\omega$ που εμφανίζονται στις εξισώσεις 1.18 και 1.19 λαμβάνουν διαφορετικές τιμές ανάλογα με τη συμπεριφορά που έχει υιοθετήσει το μοντέλο στην περιοχή εκείνη, δηλαδή αυτή του $k - \varepsilon$ ή αυτή του $k - \omega$. Για την περίπτωση που γίνεται χρήση του $k - \varepsilon$ αυτές είναι $\sigma_{k_2} = 1, \sigma_{\omega_2} = 0.856, \beta_2 = 0.0828$. Για την περίπτωση που γίνεται χρήση του $k - \omega$ είναι $\sigma_{k_1} = 0.85, \sigma_{\omega_1} = 0.5, \beta_1 = 0.075$. Κοινή τιμή και για τις δύο συμπεριφορές έχει η σταθερά $\beta^* = 0.09$, ενώ στο μοντέλο περιγράφονται και οι σχέσεις που δίνουν τιμές για τα μεγέθη F_1, F_2, P_k ενώ όπως αναφέραμε ισχύει $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$. Στην εξίσωση 1.20, η σταθερά $\alpha_1 = 0,31$ αντιστοιχεί στην τιμή της σταθεράς του α στο μοντέλο $k - \omega$.

1.1.5 Οριακές Συνθήκες

Για την επίλυση του προβλήματος της ροής γύρω από το αυτοκίνητο είναι απαραίτητο να καθοριστούν οι συνθήκες στο επ' άπειρο όριο καθώς και οι οριακές συνθήκες για όλες τις προς υπολογισμό ποσότητες στα υπόλοιπα όρια του υπολογιστικού πλέγματος. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να οριστούν οριακές συνθήκες για την πίεση, την ταχύτητα αλλά και για τα μεγέθη των μοντέλων τύρβης που χρησιμοποιούνται τόσο στο επ' άπειρο όριο, όσο και στην επιφάνεια του αυτοκινήτου και του δρόμου.

Σε κάθε μελέτη της εργασίας αυτής, θεωρείται ότι η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι 20 °C και πίεση 1.013 bar. Με αυτά τα δεδομένα υπολογίστηκε ότι η κινηματική συνεκτικότητα του αέρα είναι $\nu = 1.511 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Για την πίεση της ελεύθερης ροής ορίζεται στο επ' άπειρο όριο μηδενική οριακή συνθήκη Neumann, που σημαίνει ότι η τιμή της κάθετης παραγώγου της πίεσης είναι μηδέν (zerogradient στην ορολογία του OpenFOAM), δηλαδή $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ και για τις δύο κατηγορίες μελετών. Για την ταχύτητα της ελεύθερης ροής επιλέγεται σταθερή τιμή (fixedvalue) στην είσοδο του υπολογιστικού χωρίου με τιμή τέτοια ώστε να προκύπτουν αποτελέσματα συγκρίσιμα με τα δημοσιευμένα πειραματικά και υπολογιστικά ανά περίπτωση.

Σχετικά με τις τιμές των μεγεθών των μοντέλων τύρβης στο επ' άπειρο για την τιμή του $\tilde{\nu}$ της εξίσωσης του μοντέλου των Spalart-Allmaras ορίζεται[21] από την σχέση

$$\tilde{\nu} = 5\nu \quad (1.21)$$

οπότε η αρχική τιμή του είναι $\tilde{\nu} = 7 \cdot 10^{-6}$.

Για την τιμή του k των μοντέλων realizable $k - \varepsilon$ και $k - \omega$ SST στο επ' άπειρο χρησιμοποιείται η σχέση

$$k = \frac{3}{2}(vI)^2 \quad (1.22)$$

όπου I είναι η ένταση της τύρβης (σε ποσοστό επί της εκατό %) και v η μέση ταχύτητα της ροής.

Το ε στο επ' άπειρο δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$\varepsilon = C_\mu \frac{k^2}{\nu} \left(\frac{\nu_t}{\nu}\right)^{-1} \quad (1.23)$$

όπου το C_μ δίνεται απο τη σχέση 1.17 και $(\frac{\nu_t}{\nu})$ είναι ο λόγος τυρβώδους προς τη μοριακή συνεκτικότητα, για τον οποίο υποθέτουμε τιμή $(\frac{\nu_t}{\nu}) = 10$, η οποία είναι μια τυπική τιμή για προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής.

Τέλος, η τιμή για την ειδική καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ω στο επ' άπειρο, δίνεται, για ασυμπίεστα ρευστά, από τη σχέση

$$\omega = \frac{k}{\nu} \left(\frac{\nu_t}{\nu}\right)^{-1} \quad (1.24)$$

Όσον αφορά στα στερεά τοιχώματα, το δρόμο και το αυτοκίνητο δηλαδή, ορίζεται μηδενική συνθήκη τύπου Neumann για την πίεση.

Για την ταχύτητα ορίζεται στο σώμα του αυτοκινήτου μηδενική συνθήκη Dirichlet, δηλαδή για το διάνυσμα της ταχύτητας ισχύει $\vec{v} = 0$ (συνθήκη μη-ολίσθησης). Στο δρόμο, στην περίπτωση που αυτός είναι κινούμενος ορίζεται ταχύτητα κατά τον άξονα x ίση με την ταχύτητα της ελεύθερης ροής ενώ, παράλληλα, στις εμπρόσθιες και οπίσθιες ρόδες του αυτοκινήτου ορίζεται οριακή συνθήκη που λαμβάνει υπόψη και την περιστροφή τους έτσι ώστε η γραμμική ταχύτητα στην εξωτερική ακτίνα τους να συμφωνεί με την κίνηση του δρόμου και την ταχύτητα της ελεύθερης ροής. (το αυτοκίνητο σε κάθε περίπτωση δεν ολισθαίνει στο δρόμο.)

Για τα μεγέθη της τύρβης χρησιμοποιούνται οι κατάλληλες συναρτήσεις τοίχου που παρέχονται από το OpenFOAM ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που εφαρμόζεται. Για το k επιβάλλεται μηδενική συνθήκη Neumann για την περιοχή κοντά στα τοιχώματα, δηλαδή το αυτοκίνητο και τον δρόμο, ενώ το ω δίνεται [11] από τη σχέση

$$\omega = \sqrt{\omega_{vis}^2 + \omega_{log}^2} \quad (1.25)$$

όπου ω_{vis} είναι η τιμή του ω στο οριακό στρώμα και ω_{log} η τιμή του στη λογαριθμική περιοχή. Για το $\tilde{\nu}$ επιβάλλεται μηδενική συνθήκη Dirichlet στα τοιχώματα.

Τέλος, για την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα ν_t επιβάλλεται μια συνεχής κατανομή στα στερεά τοιχώματα του χωρίου, δηλαδή το αυτοκίνητο και το δρόμο, βασισμένο στην ταχύτητα, όπως προτάθηκε από τον Spalding [22] όταν γίνεται χρήση του μοντέλου των Spalart-Allmaras. Όταν χρησιμοποιούνται τα μοντέλα k - ω STT ή realizable k - ϵ το ν_t υπολογίζεται απο την ενσωματωμένη συνάρτηση τοίχου του OpenFOAM .

Στο πάνω όριο του υπολογιστικού χωρίου αλλά και στο επίπεδο απέναντι από το επίπεδο συμμετρίας επιλέχθηκε η χρήση μιας οριακής συνθήκης ολίσθησης. Αυτό σημαίνει

ότι επιβάλλεται μηδενική συνθήκη Dirichlet στις συνιστώσες της ταχύτητας που είναι κάθετες στα επίπεδα συμμετρίας, ενώ στις συνιστώσες της ταχύτητας που εφάπτονται στα επίπεδα και στα υπόλοιπα μεγέθη της ροής και των μοντέλων τύρβης επιβάλλεται μηδενική συνθήκη Neumann.

1.1.6 Διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής

Για την επίλυση ενός προβλήματος υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, όπως και κάθε προβλήματος που επιλύεται υπολογιστικά, πρέπει να γραφούν οι εξισώσεις στη διακριτή τους μορφή. Οι μέθοδοι διακριτοποίησης ενός προβλήματος είναι πολύ σημαντικές για την επίλυση και σύγκλιση του προβλήματος και πρέπει να συμφωνούν με τη φυσική του. Αποτελούν επίσης πηγή υπολογιστικού σφάλματος.

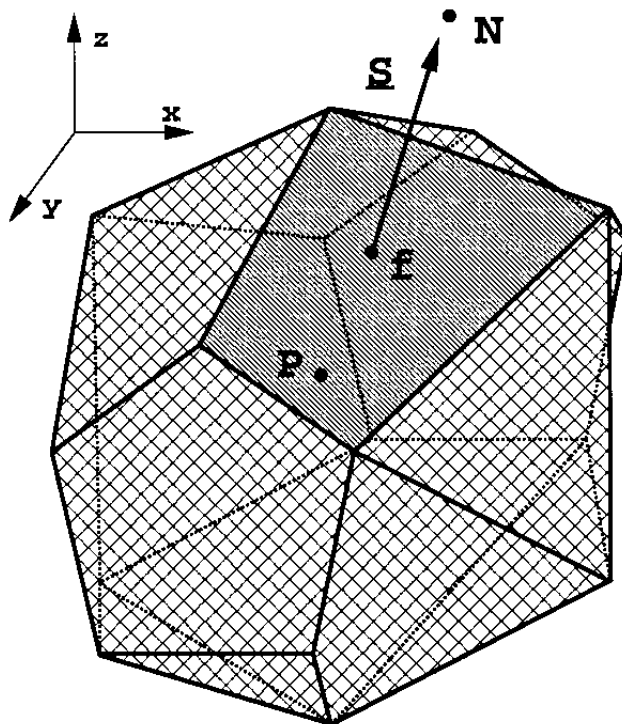
Το OpenFOAM δίνει τη δυνατότητα χρήσης πολλών σχημάτων διακριτοποίησης στο χρήστη. Υπάρχουν σχήματα πρώτης, δεύτερης και τέταρτης τάξης όπως και μικτά σχήματα διακριτοποίησης. Ένα τέτοιο σχήμα το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία είναι το σχήμα Gamma[23]. Οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων της ορμής διακριτοποιήθηκαν με βάση αυτό το σχήμα διακριτοποίησης. Το σχήμα αυτό χρησιμοποιεί μια μέθοδο σύμφωνα με την οποία, για κάθε επιφάνεια ενός όγκου ελέγχου, επιλέγεται βάσει της τοπικής κατάστασης/κατεύθυνσης της ροής, αν θα χρησιμοποιηθεί ανάντι διαφόριση ακρίβειας πρώτης τάξης, ή σχήμα κεντρικής διαφόρισης, ακρίβειας δεύτερης τάξης, ή αν θα χρησιμοποιηθεί ένα σχήμα που “αναμειγνύει” αυτά τα δύο.

Το σχήμα Gamma ανήκει στην οικογένεια σχημάτων διακριτοποίησης NVD (Normalized Variable Diagram) και έχει αναπτυχθεί ειδικά, έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιείται σε μη-δομημένα πλέγματα.

Στο σχήμα 1.1, παρουσιάζεται ένας όγκος ελέγχου με κέντρο P , μη-δομημένου πλέγματος, όπου τίθεται ότι η ροή φεύγει από τον όγκο ελέγχου από την έδρα f . Για κάθε έδρα του πλέγματος, αφού ελεγχθεί η φορά της ροής, υπολογίζεται η ποσότητα $\tilde{\phi}_C$, η οποία ονομάζεται κανονικοποιημένη μεταβλητή, σύμφωνα με τη σχέση 1.26

$$\tilde{\phi}_C = 1 - \frac{\phi_D - \phi_C}{2(\nabla\phi)_C \cdot \mathbf{d}} \quad (1.26)$$

όπου ϕ_D και ϕ_C είναι το βαθμωτό μέγεθος για το οποίο εφαρμόζεται το σχήμα λ.χ. στα μεγέθη της τύρβης, \mathbf{d} είναι το διάνυσμα της απόστασης των κέντρων των κελιών που μοιράζονται την έδρα και $(\nabla\phi)_C$ η κλίση του μεγέθους στο κέντρο του κελιού από



Σχήμα 1.1: Όγκος ελέγχου με κέντρο P . Το N ανήκει στο γειτονικό όγκο ελέγχου και f είναι η κοινή τους έδρα.

το οποίο φεύγει η ροή.

Η κανονικοποιημένη μεταβλητή $\tilde{\phi}_C$ περιορίζεται με τη χρήση μιας σταθεράς β_m η οποία ισούται συνήθως με $1/6$ έτσι ώστε να ισχύει $0 < \tilde{\phi}_C < \beta_m$. Το εύρος για το οποίο είναι το σχήμα εφαρμόσιμο είναι $1/10 \leq \beta_m \leq 1/2$, ενώ για τιμές εκτός του εύρους προκύπτει μεγαλύτερη αριθμητική διάχυση ή εισάγεται αστάθεια στη ροή.

Έπειτα, αφού υπολογιστεί το $\tilde{\phi}_C$ υπολογίζεται το $\tilde{\phi}_f$ ως εξής:

- Αν $\tilde{\phi}_C \leq 0$ ή $\tilde{\phi}_C \geq 1$, τότε χρησιμοποιείται ανάντι διαφοράση:

$$\tilde{\phi}_f = \tilde{\phi}_C \Rightarrow \phi_f = \phi_C$$

- Αν $\beta_m \leq \tilde{\phi}_C < 1$, χρησιμοποιείται κεντρική διαφοράση:

$$\tilde{\phi}_f = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\tilde{\phi}_C$$

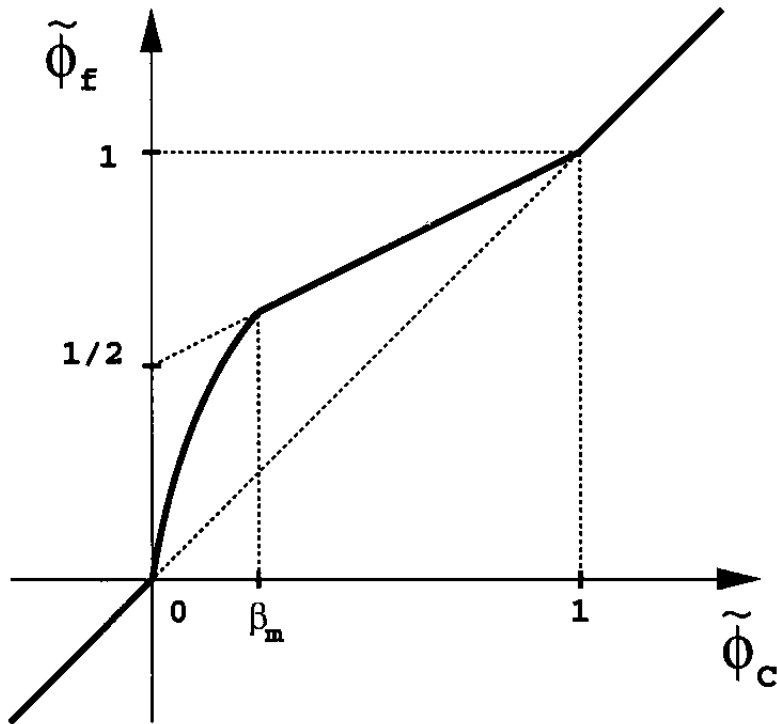
ή αλλιώς:

$$\phi_f = f_x \phi_C + (1 - f_x) \phi_D$$

- Αν $0 < \tilde{\phi}_C < \beta_m$ χρησιμοποιείται μίξη των δύο σχημάτων:

$$\tilde{\phi}_f = -\frac{\tilde{\phi}_C^2}{2\beta_m} + \left(1 + \frac{1}{2\beta_m}\right)\tilde{\phi}_C$$

ή αλλιώς:



Σχήμα 1.2: Το σχήμα διακριτοποίησης Gamma σε διάγραμμα NVD (Normalized Variable Diagram)[23].

$$\phi_f = (1 - \gamma(1 - f_x))\phi_C + \gamma(1 - f_x)\phi_D$$

όπου ο συντελεστής ανάμιξης γ υπολογίζεται ως $\gamma = \frac{\tilde{\phi}_C}{\beta_m}$ και το f_x είναι ίσο με $f_x = \frac{\overline{fD}}{CD}$. Το αντίστοιχο διάγραμμα παρουσιάζεται στο σχήμα 1.2.

Το πλεονέκτημα αυτών των σχημάτων είναι η αυξημένη ακρίβεια που προσφέρουν, έναντι σχημάτων πρώτης τάξης, εξασφαλίζοντας παράλληλα μεγαλύτερη ευστάθεια, χρησιμοποιώντας όπου κρίνεται απαραίτητο σχήματα μειωμένης ακρίβειας. Εκτός του αυτού του σχήματος για την διακριτοποίηση των όρων των εξισώσεων της ορμής, χρησιμοποιήθηκαν και σχήματα κεντρικής διαφοράς για τη διακριτοποίηση των όρων της διάχυσης.

1.1.7 Ο επιλύτης των εξισώσεων της ροής SIMPLE

Εφόσον έχει οριστεί η διακριτοποίηση των όρων σε καθεμιά από τις εξισώσεις της ροής, απομένει να οριστεί ο επιλύτης που θα χρησιμοποιηθεί για να λύσει τα διακριτοποιημένα και γραμμικά, πλέον, συστήματα εξισώσεων. Το λογισμικό OpenFOAM παρέχει μία

σειρά από επιλύτες για χρήση ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Γενικά, προβλήματα μόνιμης ροής λύνονται με τη βοήθεια του SimpleFoam όπου χρησιμοποιείται για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes ο αλγόριθμος SIMPLE, ο οποίος είναι ένας επιλύτης μόνιμης ροής. Αρχικά ορίζονται οι οριακές συνθήκες του προβλήματος ενώ στη συνέχεια ο επαναληπτικός αυτός αλγόριθμος ακολουθεί την εξής διαδικασία [6]:

- Επιλύεται η διακριτοποιημένη εξίσωση της ορμής και υπολογίζεται ένα ενδιάμεσο πεδίο ταχυτήτων, χρησιμοποιώντας μία αρχική εκτίμηση για την κλίση της πίεσης ή τις τιμές από μια προηγούμενη επανάληψη.
- Σχηματίζεται και επιλύεται η εξίσωση της πίεσης 1.6, ώστε να προκύψει η νέα κατανομή της και, στη συνέχεια, εφαρμόζεται υποχαλάρωση στις μεταβλητές της ροής.
- Γίνεται διόρθωση των ταχυτήτων με βάση τη νέα κατανομή πίεσης.
- Ανανεώνονται οι οριακές τιμές των ποσοτήτων της ροής.
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι σύγκλισης.

Να τονιστεί, ότι στο OpenFOAM, κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου SIMPLE γίνεται επίλυση ως προς την πίεση και όχι ως προς τη διόρθωση της πίεσης, όπως γίνεται συνήθως στον αλγόριθμο SIMPLE. Η επίλυση της εξίσωσης πίεσης γίνεται με χρήση του Γενικευμένου Πολυπλεγματολογικού Αλγορίθμου (Generalised Geometric-Algebraic Multi-Grid Solver, GAMG) του OpenFOAM. Η βασική αρχή με την οποία επιλύει το σύστημα είναι η εξής: αρχικά παράγει μια λύση η οποία βασίζεται σε ένα πολύ αραιό πλέγμα, στη συνέχεια χρησιμοποιεί τη λύση αυτή για να παράγει λύση σε πιο πυκνό πλέγμα. Σε κάθε επίπεδο πύκνωσης το σύστημα επιλύεται για έναν αριθμό επαναλήψεων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να συγκλίνει το σύστημα στο τελικό πλέγμα. Για να εκκινήσει η διαδικασία επίλυσης, πρέπει απλώς να οριστεί ο αριθμός κελιών του αρχικού αραιού πλέγματος.

Για την επίλυση των εξισώσεων που υπολογίζουν την ταχύτητα αλλά και των εξισώσεων του μοντέλου τύρβης, ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που επιλέγεται κάθε φορά, χρησιμοποιείται η μέθοδος των Gauss-Seidel[24].

1.2 Η Συνεχή Συζυγής Μέθοδος

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μια σύντομη αναφορά στις μεθόδους βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται στην υπολογιστική ρευστοδυναμική. Θα παρουσιαστεί αναλυτικά η συνεχής συζυγής μέθοδος (continuous adjoint method) [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31], το θεωρητικό της υπόβαθρο, τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματά της καθώς και τα βήματα που απαιτούνται για την ολοκλήρωση ενός κύκλου βελτιστοποίησης έχοντας τα αποτελέσματα της πρωτεύουσας ανάλυσης.

Στο τέλος του κεφαλαίου θα παρουσιαστεί η θεωρία των ογκομετρικών καμπυλών B-Splines καθώς και η χρήση τους ως μορφοποιητή πλέγματος για την αυτόματη ανανέωση της γεωμετρίας του μοντέλου σύμφωνα με τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, όπως έγινε στην περίπτωση της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης του DriVaer .

1.2.1 Η βελτιστοποίηση και η συζυγής μέθοδος

Βελτιστοποίηση ορίζεται ως η διαδικασία εύρεσης της καθολικής βέλτιστης σε ένα πρόβλημα λύσης ικανοποιώντας παράλληλα τους σχετικούς περιορισμούς. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση (ή μεγιστοποίηση) μιας αντικειμενικής συνάρτησης μέσω της μεταβολής κάποιων μεταβλητών σχεδιασμού

Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες μεθόδων βελτιστοποίησης: οι αιτιοκρατικές μέθοδοι και οι στοχαστικές. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι χρησιμοποιούν την πρώτη - και κάποιες φορές και την δεύτερη - παράγωγο της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού για την ανανέωση της τιμής τους μέσω μιας μεθόδου ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης όπως της απότομης καθόδου (Gradient Based Methods, GBMs).

Οι στοχαστικές μέθοδοι δεν απαιτούν επιπλέον πληροφορία πέρα από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι στοχαστικοί αλγόριθμοι, [32, 33, 34] με αντιπροσωπευτικό παράδειγμα τους εξελικτικούς αλγόριθμους (EA), έχουν το πλεονέκτημα ότι δεν παγιδεύονται σε τοπικό ελάχιστο, λόγω του τυχαριακού τρόπου αναζήτησης των λύσεων, έχουν όμως το μειονέκτημα ότι απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων για να βρουν την βέλτιστη λύση. Σε προβλήματα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής το κόστος αυτό είναι απαγορευτικό.

Αντίθετα οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης ενδέχεται να εγκλωβιστούν σε τοπικό ελάχιστο, ειδικά σε περιπτώσεις όπου η αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι συ-

νεχής. Παρόλα αυτά οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης παράγουν μια βελτιωμένη λύση που σε πολλές βιομηχανικές εφαρμογές θεωρείται αποδεκτή ως βελτίωση της υπάρχουσας λύσης. Επίσης, σε προβλήματα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, το υπολογιστικό κόστος των αιτιοκρατικών μεθόδων βελτιστοποίησης αν και είναι υψηλό είναι αποδεκτό.

Ανάμεσα στις διάφορες μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για τον υπολογισμό των παραγώγων που απαιτούνται στις αιτιοκρατικές μεθόδους, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η συζυγής μέθοδος (adjoint method). Η συζυγής μέθοδος [35, 36] εμφανίστηκε για πρώτη φορά στη θεωρία αυτομάτου ελέγχου [37] και χρησιμοποιείται στον κλάδο της βελτιστοποίησης σε φυσικά προβλήματα που περιγράφονται από συστήματα ΜΔΕ, όπως για παράδειγμα οι εξισώσεις Navier-Stokes

Παράδειγμα χρήσης της συζυγούς μεθόδου στην αεροδυναμική είναι η εύρεση της βέλτιστης μορφής αεροτομής σύμφωνα με μια επιθυμητή κατανομή πίεσης στην επιφάνειά της. Ουσιαστικά ζητείται η θέση των σημείων ελέγχου της επιφάνειας της αεροτομής. Η μοντελοποίηση και ο έλεγχος της αεροτομής μπορεί να γίνει για παράδειγμα με πολυώνυμα Bezier-Bernstein. Με τη συζυγή μέθοδο υπολογίζονται οι παράγωγοι ευαισθησίας, με βάση τις οποίες μεταβάλλονται τα σημεία ελέγχου έτσι ώστε να μειωθεί η απόκλιση από την επιθυμητή κατανομή πίεσης. Εντάσσοντας τη μέθοδο αυτή σε μια διαδικασία βελτιστοποίησης είναι δυνατό να προσδιοριστούν τα σημεία ελέγχου που δίνουν την καμπύλη της αεροτομής με την πλησιέστερη στην επιθυμητή κατανομή πίεσης.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες της συζυγούς μεθόδου, η διακριτή (discrete)[38, 39, 40, 41, 42] και η συνεχής (continuous) [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]. Στη διακριτή μέθοδο, αρχικά γραμμικοποιούνται και διακριτοποιούνται η αντικειμενική συνάρτηση και οι ροϊκές εξισώσεις και, κατόπιν, από τις διακριτοποιημένες εξισώσεις παράγονται οι προς επίλυση συζυγείς εξισώσεις, οι οποίες μπορούν να γραφούν απευθείας σε μητρωϊκή μορφή και να επιλυθούν αριθμητικά.

Με τη συνεχή συζυγή μέθοδο, οι συζυγείς εξισώσεις διατυπώνονται μαθηματικά χρησιμοποιώντας τις συνεχείς εξισώσεις ροής, δηλαδή στη μορφή ΜΔΕ, προτού αυτές διακριτοποιηθούν. Αρχικά, ορίζεται η επαυξημένη αντικειμενική συνάρτηση προσθέτοντας στην αντικειμενική συνάρτηση τις εξισώσεις ροής πολλαπλασιασμένες με τις συζυγείς μεταβλητές. Με χρήση του θεωρήματος Green-Gauss εξάγονται οι εκφράσεις των συνεχών συζυγών μεθόδων, οι συζυγείς οριακές συνθήκες καθώς και οι εκφράσεις των παραγώγων ευαισθησίας. Τέλος, οι συζυγείς μερικές διαφορικές εξισώσεις της ροής διακριτοποιούνται για να λυθούν αριθμητικά.

Πλεονέκτημα της συζυγούς μεθόδου είναι ότι λόγω της διατύπωσης της μεθόδου, το κόστος υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας μιας αντικειμενικής συνάρτησης είναι ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος. Ο χρόνος που απαιτείται συνολικά για τον υπολογισμό είναι ο χρόνος για να επιλυθούν οι εξισώσεις της ροής και ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση των συζυγών εξισώσεων. Ο χρόνος επίλυσης των συζυγών εξισώσεων θεωρείται προσεγγιακά ίδιος, ή τουλάχιστον ίδιας τάξης μεγάλους, με το χρόνο επίλυσης των ροϊκών εξισώσεων.

Στον αντίποδα, μειονέκτημα της μεθόδου αποτελεί η ανάγκη επαναδιατύπωσης των συζυγών εξισώσεων και των οριακών συνθηκών και, συνεπώς, ο επαναπρογραμματισμός του σχετικού λογισμικού για διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις.

Αφού υπολογιστούν οι παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης $\frac{\delta F}{\delta b_i}$ με τη βοήθεια της συζυγούς μεθόδου, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, με συνηθέστερη τη διαδικασία απότομης καθόδου (steepest descent), σύμφωνα με τη σχέση

$$b_i^{new} = b_i^{old} - \eta \frac{\delta F^{old}}{\delta b_i} \quad (1.27)$$

Στην παραπάνω εξίσωση b_i είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος, F είναι η αντικειμενική συνάρτηση και η είναι ένας βαθμωτός συντελεστής που ορίζει το βήμα της καθόδου. Πέραν της μεθόδου της απότομης καθόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν κι άλλες μέθοδοι όπως η μέθοδος των συζυγών κλίσεων (Conjugate Gradient) [43], η μέθοδος Newton [25] και προσεγγιστικές μέθοδοι Newton όπως η SR1 [44] και η BFGS [45, 46].

Η ανάπτυξη και εφαρμογή συζυγών τεχνικών αποτελεί βασική ερευνητική δραστηριότητα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες [26, 27, 47] αφορούσαν τη διατύπωση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου στην ανάλυση και το σχεδιασμό στροβιλομηχανών. Αρχικά, σε πολλές ερευνητικές ομάδες, οι συζυγείς εξισώσεις σε προβλήματα τυρβώδους ροής διατυπώνονταν βασισμένες στην ευρέως χρησιμοποιούμενη παραδοχή της “παγωμένης τύρβης” (frozen turbulence)[48], σύμφωνα με την οποία οι μεταβλητές των εξισώσεων τύρβης ήταν ανεξάρτητες των μεταβλητών σχεδιασμού. Σε ερευνητικές προσπάθειες της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ η παραδοχή αυτή εγκαταλείφθηκε αφού αντικαταστάθηκε με τη διατύπωση των συζυγών εξισώσεων για το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras [28, 49, 50]. Εφαρμογές της συζυγούς μεθόδου έχουν γίνει σε προβλήματα βελτιστοποίησης μορφής [29, 51], τοπολογίας [29, 51, 52], σχεδιασμού με αβεβαιότητες [51], κ.α.

Σε αντίθεση με την ερευνητική ομάδα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και άλλες ομάδες που ασχολούνται με την ανάπτυξη και εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, υπάρχουν πολλές ερευνητικές ομάδες που επικεντρώνουν το ενδιαφέρον και τις προσπάθειες τους στην ανάπτυξη της διακριτής συζυγούς μεθόδου. Οι Elliot και Peraire βελτιστοποίησαν τη μορφή ολόκληρου αεροσκάφους [53], με βάση μια επιθυμητή κατανομή πίεσης, με χρήση της διακριτής μεθόδου. Ο Giles και οι συνεργάτες του πρότειναν ένα επαναληπτικό σχήμα που εγγυόταν την σύγκλιση των συζυγών εξισώσεων σε περίπτωση που συνέκλινε και η λύση του πρωτεύοντος προβλήματος [38, 54]. Το σχήμα αυτό υιοθετήθηκε από πολλούς ερευνητές αλλά σε περιπτώσεις που η μελέτη αφορούσε περίπλοκες, τριδιάστατες ροές και η λύση του πρωτεύοντος προβλήματος ταλαντωνόταν γύρω από μία τιμή, η υιοθέτηση του σχήματος αυτού οδηγούσε τη λύση του συζυγούς προβλήματος να αποκλίνει. Για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό, οι Campobasso και Giles πρότειναν τη χρήση ενός σταθεροποιητή στο γραμμικό επιλύτη των συζυγών εξισώσεων [55, 56]. Αντίστοιχα με τη διατύπωση των συνεχών συζυγών εξισώσεων με διαφόριση του μοντέλου τύρβης των Spalart-Allmaras και την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, έχει αναπτυχθεί λογισμικό βασισμένο στη διαφόριση των εξισώσεων τύρβης για την περίπτωση της διακριτής διατύπωσης των συζυγών εξισώσεων, για τα μοντέλα Spalart-Allmaras [39, 57], $k - \varepsilon$ [58, 59], $k - \omega$ [60, 61] και $k - \omega$ SST [58].

1.2.2 Θεωρητική Θεμελίωση Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου

Στη συνέχεια, θα αναλυθεί το θεωρητικό υπόβαθρο της συνεχούς συζυγούς μεθόδου [35], ως προς το πώς παράγονται οι συζυγείς εξισώσεις της ροής, οι συζυγείς οριακές συνθήκες, καθώς και οι παράγωγοι ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης. Η ανάλυση αυτή βασίζεται στην υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” (frozen turbulence) [48] σύμφωνα με την οποία αμελείται η παραγωγή της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας ($\frac{\delta v_i}{\delta b_n}$) κατά την παραγωγή των συζυγών εξισώσεων αν και, στη συνέχεια, θα ληφθεί υπόψη η διαφόριση της εξίσωσης τύρβης όπως αυτή διατυπώνεται στο μοντέλο των Spalart-Allmaras [49, 28, 50].

Οι εξισώσεις μάζας και ορμής (1.2α', 1.2β'), οι εξισώσεις του μοντέλου τύρβης, καθώς και οι οριακές συνθήκες του προβλήματος αποτελούν το πρωτεύον πρόβλημα. Οι μεταβλητές του πρωτεύοντος πεδίου v_i, p και οι μεταβλητές του μοντέλου τύρβης που χρησιμοποιείται περιέχονται στο διάνυσμα U .

Σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής η αντικειμενική συνάρτηση F είναι, συνήθως, μια ολοκληρωματική ποσότητα όπως η άνοση ή η οπισθέλκουσα σε ένα αεροδυναμικό σώμα. Στην αεροδυναμική μελέτη του DriVaer, η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση είναι η δύναμη της οπισθέλκουσας στο αυτοκίνητο. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μορφής, οι μεταβλητές σχεδιασμού μπορούν να είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου για την παραμετροποίηση με πολυώνυμα Bezier-Bernstein ή με NURBS [62].

Η αντικειμενική συνάρτηση F εξαρτάται από το διάνυσμα U και τις μεταβλητές σχεδιασμού $b = (b_1, b_2, \dots, b_N)$. Η εξάρτηση της F από τις μεταβλητές b σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής είναι συχνά άμεση, καθώς οι περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις περιέχουν το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια πάνω στην οποία ορίζεται η F , το οποίο εξαρτάται από τις b . Επίσης η F εξαρτάται από το U το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από το b , οπότε ισχύει: $F = F(b, U(b))$. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι χρησιμοποιούν τις παραγώγους της F ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού b , $\frac{\delta F}{\delta b_n}$, για να ελαχιστοποιήσουν την F .

Το πλεονέκτημα της συζυγούς μεθόδου είναι ότι υπολογίζει τις παραγώγους $\frac{\delta F}{\delta b_n}$ με κόστος το οποίο δεν εξαρτάται από τον αριθμό N των μεταβλητών σχεδιασμού, σε αντίθεση με τη χρήση της ευθείας διαφορίσης (direct differentiation), όπου οι εξισώσεις της ροής διαφορίζονται ως προς τις μεταβλητές b και N γραμμικά συστήματα επιλύονται για τον υπολογισμό των παραγώγων των μεταβλητών της ροής ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, πράγμα που θα οδηγούσε σε χρονικό κόστος ίσο με το να λύνονται οι εξισώσεις ροής N φορές σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης [25]. Αρχικά, για να αναπτυχθεί η συζυγής μέθοδος, γίνεται η διατύπωση της επαυξημένης αντικειμενικής συνάρτησης F_{aug} (Augmented Objective Function). Αυτή ορίζεται προσθέτοντας, στην αντικειμενική συνάρτηση, τα χωρικά ολοκληρώματα των γινομένων των υπολοίπων των εξισώσεων ροής του πρωτεύοντος προβλήματος με τις συζυγείς μεταβλητές του προβλήματος. Άρα

$$F_{aug} = F + \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \int_{\Omega} q R^p d\Omega \quad (1.28)$$

όπου Ω είναι το υπολογιστικό χωρίο ενώ u_i είναι οι συζυγείς συνιστώσες της ταχύτητας και q είναι η συζυγής πίεση. Κανονικά η εξίσωση 1.28 θα έπρεπε να περιέχει και αντίστοιχους όρους για τις εξισώσεις που μοντελοποιούν την τύρβη, ωστόσο όπως αναφέρθηκε χρησιμοποιείται η υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” οπότε δεν προστέθηκαν περαιτέρω ολοκληρώματα. Πρέπει να τονιστεί ότι καθώς τα υπόλοιπα των συναρτήσε-

ων της ροής πρέπει πάντα να είναι μηδενικά, ισχύει $F \equiv F_{aug}$. Κάνοντας χρήση του θεωρήματος του Leibniz για τη διαφορίση της εξίσωσης 1.28 προκύπτει

$$\begin{aligned}\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} q R^p d\Omega \\ &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega \\ &\quad + \int_S (u_i R_i^v + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS\end{aligned}\quad (1.29)$$

όπου n_k περιέχει το σύνολο των κάθετων διανυσμάτων στην επιφάνεια και S τα όρια του χωρίου Ω , το οποίο μπορεί να αναλυθεί ως $S = S_I \cup S_O \cup S_W \cup S_{W_p}$. Τα S_I, S_O, S_W και $S_{W_p} = S_{W_p}(b)$ είναι αντίστοιχα τα όρια από όπου “εισέρχεται” και “εξέρχεται” η ροή, τα σταθερά και τα παραμετροποιημένα-ελεγχόμενα τοιχώματα του χωρίου Ω . Το S_{W_p} είναι το μόνο κομμάτι του S που μπορεί να ελεχθεί επομένως η εξίσωση 1.29 μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned}\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega \\ &\quad + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS\end{aligned}\quad (1.30)$$

Στις εξισώσεις 1.29,1.30 ο τελεστής $\delta()/\delta b_n$ αναφέρεται στη συνολική αλλαγή της εκάστοτε ποσότητας λόγω μεταβολής του b_n . Αντίθετα, η μερική παράγωγος $\partial()/\partial b_n$ παριστά τη μεταβολή της εκάστοτε ποσότητας που οφείλεται σε μεταβολή των μεταβλητών της ροής, οι οποίες προκαλούνται από μεταβολή της γεωμετρίας, χωρίς να συνυπολογίζει τη συνεισφορά στη μεταβολή θέσης του σημείου στο οποίο αναφέρονται οι ποσότητες αυτές. Η σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη είναι [47]

$$\frac{\delta \Phi}{\delta b_n} = \frac{\partial \Phi}{\partial b_n} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_n}\quad (1.31)$$

Μια αντικειμενική συνάρτηση που αποτελείται από επιφανειακά ολοκληρώματα μπορεί γενικά να γραφεί ως

$$F = \int_S F_S dS = \int_S F_{S_i} n_i dS\quad (1.32)$$

όπου F_S η ολοκληρωτέα ποσότητα στα όρια του χωρίου, ενώ γίνεται η υπόθεση ότι το κάθετο διάνυσμα n της επιφάνειας περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση. Η παραγωγή της 1.32 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού δίνει

$$\frac{\delta F}{\delta b_n} = \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS \quad (1.33)$$

Παραγωγίζοντας το επιφανειακό ολοκλήρωμα της σχέσης 1.33 και αναλύοντας τις μερικές παραγώγους της F με τη μέθοδο της αλυσίδας, προκύπτει

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS &= \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial v_k} n_i \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS + \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS + \int_S n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\partial x_k}{\partial b_n} n_k dS \\ &+ \int_S F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_S F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (1.34)$$

όπου $\tau_{kj} = (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right)$ είναι ο ταυιστής των τάσεων. Στη συνέχεια, παραγωγίζονται οι εξισώσεις 1.2α' και 1.2β', όπου υπενθυμίζεται ότι λόγω της υπόθεσης της “παγωμένης τύρβης” ο όρος $\delta \nu_t / \delta b_n$ παραλείπεται, και κάνοντας χρήση του θεωρήματος Green-Gauss αναλύονται ένα προς ένα τα χωρικά ολοκληρώματα της εξίσωσης 1.30, αντικαθιστώντας όπου γίνεται τις παραγώγους των εξισώσεων 1.2α', 1.2β' ώστε να προκύψει τελικά η εξίσωση [29, 51].

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \int_S \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{S_{Wp}} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{Wp}} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{Wp}} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{Wp}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\ &+ \int_{\Omega} \left\{ u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} \right\} \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} \left(-\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega \end{aligned} \quad (1.35)$$

όπου

$$\mathcal{BC}_i^u = u_i v_j n_j + \tau_{a,ij} n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k \quad (1.36)$$

και ο συζυγής τανυστής τάσεων είναι

$$\tau_{a,ij} = (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.37)$$

Για να αποφευχθεί το κόστος υπολογισμού των μερικών παραγώγων των p και v_i ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, μηδενίζονται οι συντελεστές των παραγώγων στην εξίσωση 1.35. Έτσι προκύπτουν οι συζυγείς εξισώσεις της ροής:

$$R^q = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1.38)$$

$$R_i^u = u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial (v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} = 0, \quad i=1, 2, (3) \quad (1.39)$$

Απλοποιώντας την εξίσωση 1.35 έχοντας ικανοποιήσει τις συζυγείς εξισώσεις ροής, προκύπτει η έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας η οποία, προς το παρόν, είναι η [29, 51]

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_n} = & \int_S \mathcal{B} C_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\ & + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} n_i \frac{\delta (dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (1.40)$$

1.2.3 Ογκομετρικές Καμπύλες B-Splines

Οι ογκομετρικές καμπύλες B-Splines αποτελούν μια τεχνική αριθμητικής προσέγγισης καμπυλών και επιφανειών. Έχουν την δυνατότητα να μορφοποιήσουν ταυτόχρονα τόσο την υπό μελέτη γεωμετρία όσο και τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος που έχουν παραμετροποιηθεί, χωρίς να επιδρούν αρνητικά στην ποιότητά του.

Οι τεχνικές αριθμητικής προσέγγισης καμπυλών αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στα χέρια του μηχανικού, καθώς, του επιτρέπουν να σχεδιάσει ή να τροποποιήσει διάφορες γεωμετρικές μορφές, όπως μια αεροτομή ή το περίγραμμα ενός αυτοκινήτου, έτσι ώστε ελέγχοντας τη θέση ορισμένων σημείων, τα οποία ονομάζονται σημεία ελέγχου,

να τροποποιείται ολόκληρη η γεωμετρία. Για την προσέγγιση τέτοιων καμπυλών έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες μέθοδοι, όπως προσέγγιση με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, μέσω πολυωνύμων Bezier-Bernstein, μέσω ακτινικών συναρτήσεων βάσης (Radial Basis Functions, RBF), μέσω b-splines και άλλες.

Στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των ογκομετρικών b-splines για την παραμετροποίηση του πλέγματος στην περιοχή γύρω από το καθρέπτη του DriVaer, όπου με τη βοήθεια του χάρτη ευαισθησίας κρίθηκε ότι η μεταβολή της γεωμετρίας του μπορεί να αποφέρει σημαντική βελτίωση στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Στην περιοχή αυτή αρχικά ορίζονται τα σημεία ελέγχου, τα οποία μετατοπίζονται με βάση τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας, προκειμένου να μετατοπίζεται αντίστοιχα και το τμήμα της γεωμετρίας που ελέγχεται από αυτά. Τελικά, θα προκύψει μια βελτιωμένη γεωμετρία, με αποτέλεσμα μειωμένο συντελεστή οπισθέλκουσας σε σχέση με του αρχικού οχήματος.

Η θεωρία των ογκομετρικών καμπύλων B-Splines που χρησιμοποιείται για την τοπική μορφοποίηση του πλέγματος ανά κύκλο βελτιστοποίησης στην περίπτωση της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης του DriVaer, παρουσιάζεται συνοπτικά παρακάτω.

Έστω b_m^{ijk} , $m \in [1, 3]$, $i \in [0, I]$, $j \in [0, J]$, $k \in [0, K]$ οι καρτεσιανές συντεταγμένες του ijk -οστού σημείου ελέγχου του τριδιάστατου πλέγματος ελέγχου, όπου I , J και K είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου ανά κατεύθυνση. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ ενός σημείου ενός υπολογιστικού πλέγματος, το οποίο βρίσκεται εντός των ορίων που ορίζονται από το πλέγμα ελέγχου, δίνονται από τη σχέση

$$x_m(u, v, w) = U_{i,pu}(u)V_{j,pv}(v)W_{k,pw}(w)b_m^{ijk} \quad (1.41)$$

όπου $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ οι παραμετρικές συντεταγμένες του σημείου του υπολογιστικού πλέγματος, U , V και W είναι οι συναρτήσεις βάσης, pu , $pυ$ και pw οι αντίστοιχοι βαθμοί τους, που μπορεί να διαφέρουν. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων του πλέγματος μπορούν να υπολογιστούν με χαμηλό κόστος αν είναι γνωστές οι παραμετρικές συντεταγμένες \mathbf{u} . Αυτές μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια, με απεικόνιση του $\mathbb{R}^3(x, y, z)$ στο $\mathbb{R}^3(u, v, w)$.

Με γνωστές τις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου, των διανυσμάτων κόμβων και τους βαθμούς των συναρτήσεων βάσης, οι παραμετρικές συντεταγμένες ενός σημείου

$\mathbf{r} = [x_r, y_r, z_r]^T$ υπολογίζονται επιλύοντας το σύστημα

$$\mathbf{R}(u, v, w) = \begin{bmatrix} x(u, v, w) - x_r = 0 \\ y(u, v, w) - y_r = 0 \\ z(u, v, w) - z_r = 0 \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

όπου τα $x_m(u, v, w)$ υπολογίζονται από την εξίσωση 1.41 αφού έχουν δοθεί οι τιμές των b . Για κάθε σημείο του υπολογιστικού πλέγματος το σύστημα 3×3 των εξισώσεων 1.42 λύνεται με τη μέθοδο Newton-Raphson, αφού υπολογιστεί και αντιστραφεί το Ιακωβιανό μητρώο $\partial x_m / \partial u_j$. Το μητρώο αυτό υπολογίζεται αναλυτικά με διαφόριση της εξίσωσης 1.41 ως προς τις συνιστώσες του \mathbf{u} . Η διαδικασία αυτή υπόκειται σε παραλληλοποίηση, καθώς ο υπολογισμός των παραμετρικών συντεταγμένων για κάθε σημείο του υπολογιστικού πλέγματος είναι ανεξάρτητος από τον αντίστοιχο υπολογισμό για κάθε άλλο σημείο.

Η παραπάνω διαδικασία αρκεί να πραγματοποιηθεί μία φορά. Στη συνέχεια, αφού τα σημεία ελέγχου \mathbf{b} μετακινήθούν, οι καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε σημείου του πλέγματος υπολογίζεται άμεσα από την εξίσωση 1.41 για τις ίδιες τιμές των παραμετρικών συντεταγμένων. Επιπλέον, παρατηρώντας την εξίσωση 1.41, οι συντεταγμένες x_m εξαρτώνται μόνο από τις παραμετρικές συντεταγμένες (u, v, w) που παραμένουν αμετάβλητες σε μεταβολές του \mathbf{b} , και στο \mathbf{b} . Προκύπτει λοιπόν ότι τα παραμορφωμένα πλέγματα είναι ανεξάρτητα του βήματος μεταβολής, και η ποιότητα πλέγματος θα είναι η ίδια αν η μετατόπιση των σημείων ελέγχου σε μία δεδομένη θέση γίνει σε ένα ή σε περισσότερα βήματα, γεγονός που αποτελεί ένα σημαντικό πλεονέκτημα που προσφέρει η χρήση b-splines, έναντι άλλων αλγορίθμων μετατόπισης πλέγματος λ.χ. βασισμένων σε RBFs.

1.2.4 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες και Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας

Η εξίσωση 1.40 περιέχει όρους των οποίων το κόστος υπολογισμού είναι υψηλό. Τέτοιοι όροι είναι η κλίση της ταχύτητας ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού ($\frac{\partial v_i}{\partial b_n}$), η αντίστοιχη κλίση της πίεσης ($\frac{\partial p}{\partial b_n}$) και η κλίση του τανυστή των τάσεων ($\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n}$). Για να αποφευχθεί το κόστος αυτό, οι όροι αυτοί απαλείφονται μηδενίζοντας τους αντίστοιχους συντελεστές τους. Από το μηδενισμό των συντελεστών αυτών προκύπτουν οι συζυγείς οριακές συνθήκες. Παρακάτω παρουσιάζεται η διαδικασία με την οποία προκύπτουν αυτές για τις επιφάνειες από όπου εισέρχεται και εξέρχεται η ροή, τα σταθερά

και τα παραμετροποιημένα στερεά τοιχώματα.

Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στο Επ'Απειρο Όριο

Στο όριο εισόδου της ροής (S_I) ισχύει $\delta v_i/\delta b_n = \partial v_i/\partial b_n = 0$, αφού $\delta x_k/\delta b_n = 0$, οπότε μηδενίζεται το πρώτο ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της εξίσωσης 1.40. Για να μηδενιστούν το δεύτερο και το τρίτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης τίθενται:

$$u_{\langle n \rangle} = u_j n_j = -\frac{\partial F_{S_I, i}}{\partial p} n_i \quad (1.43\alpha')$$

$$u_{\langle t \rangle}^I = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (1.43\beta')$$

$$u_{\langle t \rangle}^{II} = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (1.43\gamma')$$

όπου τα t_i^I, t_i^{II} είναι οι συνιστώσες του εφαπτόμενου στην επιφάνεια διανύσματος και $u_{\langle t \rangle}^I, u_{\langle t \rangle}^{II}$ είναι οι αντίστοιχες συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας.

Στο όριο από όπου εξέρχεται η ροή (S_O), ισχύει $\delta p/\delta b_n = \partial p/\partial b_n = 0$, οπότε το δεύτερο ολοκλήρωμα της εξίσωσης 1.40 μηδενίζεται. Το τρίτο ολοκλήρωμα μπορεί να αμεληθεί αν υποθεθεί μία σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας στην επιφάνεια εξόδου. Τέλος, το πρώτο ολοκλήρωμα μπορεί να απαλειφθεί, μηδενίζοντας την ολοκληρωτέα ποσότητα, με αποτέλεσμα να προκύπτουν δύο ή τρεις οριακές συνθήκες, ανάλογα αν το πρόβλημα είναι επιλύεται στις δύο ή τρεις διαστάσεις αντίστοιχα,

$$u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_O, k}}{\partial v_i} n_k = 0, \quad i = 1, 2, (3) \quad (1.44)$$

Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στα Σταθερά και Παραμετροποιημένα Τοιχώματα του Χωρίου

Για τα σταθερά τοιχώματα S_W , όπως και για την επιφάνεια S_I ισχύει $\delta x_k/\delta b_n = 0$, οπότε οι συζυγείς οριακές συνθήκες που ορίστηκαν στο όριο όπου εισέρχεται η ροή (1.43) συνεχίζουν να ισχύουν αρκεί, όπου αναφέρεται η F_{S_I} , να χρησιμοποιηθεί η F_{S_W}

Για τα παραμετροποιημένα τοιχώματα (S_{W_p}), καθώς έχει επιβληθεί $v_i = 0$, ισχύει

$\delta v_i / \delta b_n = 0$. Ωστόσο, καθώς $\delta x_k / \delta b_n \neq 0$, από την εξίσωση 1.31 προκύπτει η

$$\frac{\partial v_i}{\partial b_n} = - \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (1.45)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 1.45 στο πρώτο ολοκλήρωμα του δεξιού μέλους της εξίσωσης 1.40, αυτό γράφεται ως

$$\int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS = - \int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \quad (1.46)$$

όρος ο οποίος περιέχεται στην έκφραση της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης. Το δεύτερο και τρίτο ολοκλήρωμα απαλείφονται ικανοποιώντας τις εξισώσεις

$$u_{(n)} = - \frac{\partial F_{S_{W_p}, i}}{\partial p} n_i \quad (1.47\alpha')$$

$$u_{(t)}^I = \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (1.47\beta')$$

$$u_{(t)}^{II} = \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (1.47\gamma')$$

Κατά την απόδειξη των παραπάνω σχέσεων προκύπτουν διάφοροι όροι λόγω του ότι ισχύει, στο S_{W_p} , ή $\delta x_k / \delta b_n \neq 0$, και οι όροι αυτοί χρησιμοποιούνται στην έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας.

Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας

Μετά την εύρεση των οριακών συνθηκών για το επάπειρο όριο και τα σταθερά και παραμετροποιημένα τοιχώματα του χωρίου, η εξίσωση 1.40 απλοποιείται ακόμα περισσότερο και οι όροι που απομένουν εκφράζουν τις παραγώγους ευαισθησίας της F . Η γενική έκφραση της αντικειμενικής συνάρτησης [29, 51] είναι η

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F}{\delta b_n} = & - \int_{S_{W_p}} \mathcal{B}C_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \\
& + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_{W_p},i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p},i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p},i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \left(-u_{\langle n \rangle} + \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k n_l n_m \right) \mathcal{T}S_1 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^I t_m^I \mathcal{T}S_2 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \left(\frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k (t_l^{II} t_m^I + t_l^I t_m^{II}) \right) \mathcal{T}S_3 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^{II} t_m^{II} \mathcal{T}S_4 dS \tag{1.48}
\end{aligned}$$

όπου

$$\mathcal{T}S_1 = \tau_{ij} \frac{\delta(n_i n_j)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k n_i n_j \tag{1.49\alpha'}$$

$$\mathcal{T}S_2 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^I t_j^I)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^I t_j^I \tag{1.49\beta'}$$

$$\mathcal{T}S_3 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^I)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^I \tag{1.49\gamma'}$$

$$\mathcal{T}S_4 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^{II})}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^{II} \tag{1.49\delta'}$$

Η εξίσωση 1.48 αποτελεί τη γενική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας για μια αντικειμενική συνάρτηση F , η οποία σε κάθε πρόβλημα μπορεί να είναι διαφορετική. Στο παρόν πρόβλημα η αντικειμενική συνάρτηση η οποία είναι επιθυμητό να ελαχιστοποιηθεί είναι η οπισθέλκουσα F_d η οποία γράφεται στη μορφή της εξίσωσης 1.32 ως εξής

$$F = \int_S (p\delta_j^i - \tau_{ij}) n_j r_i dS = \int_S F_{S_j} n_j dS \tag{1.50}$$

όπου $F_{S_j} = (p\delta_j^i - \tau_{ij}) r_i$ και r_i το διάνυσμα της κατεύθυνσης της δύναμης, στην πε-

ρίπτωση της οπισθέλκουσας αυτό είναι το $(1, 0, 0)$, ενώ για παράδειγμα στην περίπτωση της άνωσης αυτό θα ήταν το $(0, 0, 1)$.

Οι παράγωγοι της F_{S_j} ως προς x_m και ως προς τις τάσεις $\tau_{l,m}$ είναι αντίστοιχα

$$\frac{\partial F_{S_j}}{\partial x_m} = \frac{\partial p}{\partial x_m} r_j - \frac{\partial \tau_i^j}{\partial x_m} r_i \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial F_{S_j}}{\partial \tau_{l,m}} = -\delta_l^i \delta_m^j r_i = -\delta_m^j r_l \quad (1.52)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις 1.51 και 1.52 στην εξίσωση 1.48 προκύπτει η τελική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας για τη αντικειμενική συνάρτηση της σχέσης 1.50,

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_n} = & - \int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS + \int_{S_{W_p}} n_i \left(\frac{\partial p}{\partial x_m} r_j - \frac{\partial \tau_i^j}{\partial x_m} r_i \right) n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\ & + \int_{S_{W_p}} (p \delta_j^i - \tau_{ij}) r_i \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} (p \delta_j^i - \tau_{ij}) r_i n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (1.53)$$

1.2.5 Ο κύκλος βελτιστοποίησης

Ως κύκλος βελτιστοποίησης ορίζεται η διαδικασία που ολοκληρώνεται με την αυτόματη ανανέωση της υπό μελέτη γεωμετρίας σύμφωνα με τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας που υπολογίστηκαν με τη χρήση της συζυγούς μεθόδου και μιας μεθόδου ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης όπως της απότομης καθόδου για την ανανέωση της θέσης των σημείων ελέγχου που ελέγχουν την παραμετροποιημένη γεωμετρία.

Τα βήματα για την εκτέλεση ενός κύκλου βελτιστοποίησης παρουσιάζονται παρακάτω:

- Ορίζεται το πλέγμα ελέγχου που εμπεριέχει το τμήμα της γεωμετρίας προς βελτιστοποίηση. Πιο τοπικές γεωμετρικές αλλαγές μπορούν να προκύψουν αυξάνοντας τα σημεία ελέγχου ή/και μειώνοντας το βαθμό των συναρτήσεων βάσης. Για το βαθμό της συνάρτησης βάσης πρέπει να ισχύει $p \geq 3$.

- Βρίσκονται τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος εντός του πλέγματος ελέγχου, για καθένα από τα οποία υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες (u, v, w) και τα οποία στη συνέχεια θα μετατοπιστούν με βάση τη μετατόπιση των σημείων ελέγχου. Οι παραμετρικές συντεταγμένες υπολογίζονται από τη σχέση 1.42 και, καθώς η διαδικασία αυτή είναι ανεξάρτητη για κάθε σημείο, υπόκειται σε παραλληλοποίηση. Το κόστος υπολογισμού αυξάνεται με αύξηση των σημείων ελέγχου ή των σημείων που παραμετροποιούνται.
- Επιλύονται οι εξισώσεις της ροής (μαζί με τις εξισώσεις τύρβης) και, στη συνέχεια, υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση.
- Επιλύονται οι συζυγείς εξισώσεις της ροής και, στη συνέχεια, υπολογίζεται η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης, $\delta F/\delta x_m$ ως προς τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος που βρίσκονται εντός του πλέγματος ελέγχου.
- Οι παράγωγοι αυτοί μετασχηματίζονται με χρήση του κανόνα της αλυσίδας στα σημεία ελέγχου, με σκοπό τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας ως προς τα σημεία ελέγχου. Ισχύει η σχέση

$$\frac{\delta F}{\delta b_i} = \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{m=1}^3 \frac{\delta F}{\delta x_m^j} \frac{\delta x_m^j}{\delta b_i} \quad (1.54)$$

όπου n_p ο αριθμός των σημείων του υπολογιστικού πλέγματος που θα μετατοπιστούν, ενώ η ποσότητα $\frac{\delta x_m^j}{\delta b_i}$ υπολογίζεται αναλυτικά με διαφορίση της σχέσης 1.41 ως προς b_i .

- Οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου υπολογίζονται με χρήση κάποιας μεθόδου ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης, για παράδειγμα με τη μέθοδο της απότομης καθόδου. Στο παρόν λογισμικό δίνεται η δυνατότητα να καθοριστεί το βήμα η της σχέσης 1.27 ή να οριστεί η μέγιστη επιθυμητή μετατόπιση των σημείων ελέγχου. Αν υπάρχουν περιοχές του πλέγματος που δεν παραμετροποιούνται, συνήθως πρακτική είναι τα εξωτερικά σημεία του πλέγματος ελέγχου να παραμένουν ακίνητα, ώστε να μην υπάρξει επικάλυψη παραμετροποιημένων και μή-περιοχών.
- Υπολογίζονται οι νέες θέσεις των παραμετροποιημένων σημείων του πλέγματος με χρήση των νέων σημείων ελέγχου και της εξίσωσης 1.41.

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση των συζυγών εξισώσεων για την παραγωγή των χαρτών ευαισθησίας, όπως και για την εκτέλεση του κύκλου βελτιστοποίησης μέσω ογκομετρικών B-Splines ως μορφοποιητή πλέγματος έχει αναπτυχθεί από την ερευνητική ομάδα του ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ σε περιβάλλον OpenFOAM .

Κεφάλαιο 2

Υπολογιστική Μελέτη του DriVaer

Για τη μείωση των εκπομπών των αερίων που ευθύνονται για το φαινόμενο του θερμοκηπίου, οι κυβερνήσεις και οι διεθνείς αρμόδιοι οργανισμοί έχουν θεσπίσει προδιαγραφές που πρέπει να πληρεί κάθε όχημα προκειμένου να μπορεί να πωληθεί στο κοινό. Τα τελευταία χρόνια οι κανονισμοί αυτοί, τόσο σε ευρωπαϊκό όσο και σε διεθνές επίπεδο, γίνονται όλο και πιο αυστηροί με προοπτική να γίνουν ακόμα πιο περιοριστικοί στο μέλλον, ενώ επιπλέον και οι καταναλωτές στρέφονται προς οχήματα τα οποία καταναλώνουν λιγότερο καύσιμο και μολύνουν λιγότερο. Στο γεγονός αυτό έρχεται να προστεθεί και ο νέος τρόπος μέτρησης των εκπομπών των ρύπων των αυτοκινήτων που θα τεθεί σε ισχύ σε ορισμένα χρόνια και θα προσομοιώνει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις πραγματικές συνθήκες οδήγησης ενός οχήματος και των εκπομπών του.

Οι αυτοκινητοβιομηχανίες, στην προσπάθειά τους να ανταποκριθούν στην πίεση που δέχονται για τη μείωση των εκπομπών του διοξειδίου του άνθρακα (CO_2) των αυτοκινήτων τους αναζητήσουν νέες λύσεις και μεθόδους. Έχουν διεξαχθεί πολλές μελέτες και έχουν εφαρμοστεί πολλές βελτιστοποιήσεις που αποσκοπούν στην ελάττωση των ρύπων [63, 64, 65]. Ορισμένες τεχνολογίες που ήδη εφαρμόζονται είναι η μείωση του βάρους των οχημάτων με χρήση σύνθετων υλικών και ελαφρών μεταλλικών κραμάτων, η χρήση υπερπλήρωσης των κινητήρων με ανασχεδιασμό των θαλάμων καύσης, η χρήση υβριδικών συστημάτων με ηλεκτροκινητήρες μπαταρίες, η αναγεννητική πέδηση κτλ.

Αρκετά, όμως, περιθώρια βελτίωσης υπάρχουν και από την πλευρά της αεροδυναμικής των οχημάτων, μέσω της βελτιστοποίησης της μορφής των αυτοκινήτων, που αναμένεται να αποφέρει σημαντικές αλλαγές στο σχεδιασμό τους.

Για το σκοπό αυτό, είναι απαραίτητο να προσομοιώνεται με ακρίβεια, μέσω υπολογιστικών τεχνικών, η ροή γύρω από τα αυτοκίνητα. Γενικές μελέτες ακαδημαϊκού, και όχι μόνο, ενδιαφέροντος των φαινομένων της ροής γίνονται με τη χρήση εξαιρετικά απλοποιημένων μοντέλων αυτοκινήτων όπως είναι το μοντέλο Ahmed [66] και το μοντέλο SAE [67]. Τέτοια μοντέλα δίνουν τη δυνατότητα να μελετηθεί η βασική δομή της ροής, χωρίς να την επηρεάζουν παρεμβολές που δημιουργούνται λόγω των διαφορετικών περιοχών του αυτοκινήτου όπως η ύπαρξη και η περιστροφή των τροχών ή η αλληλεπίδραση του δρόμου και της κάτω πλευράς του οχήματος. Οι παρεμβολές αυτές όμως είναι και αυτές που προκαλούν μερικά από τα πιο σύνθετα φαινόμενα της ροής και για το λόγο αυτό συχνά είναι απαραίτητη η μελέτη τους. Για τις περιοχές αυτές, έχει αποδειχθεί ότι υπάρχουν δυνατότητες βελτίωσης [68], χωρίς να επηρεάζονται τα βασικά σχεδιαστικά χαρακτηριστικά του αυτοκινήτου.

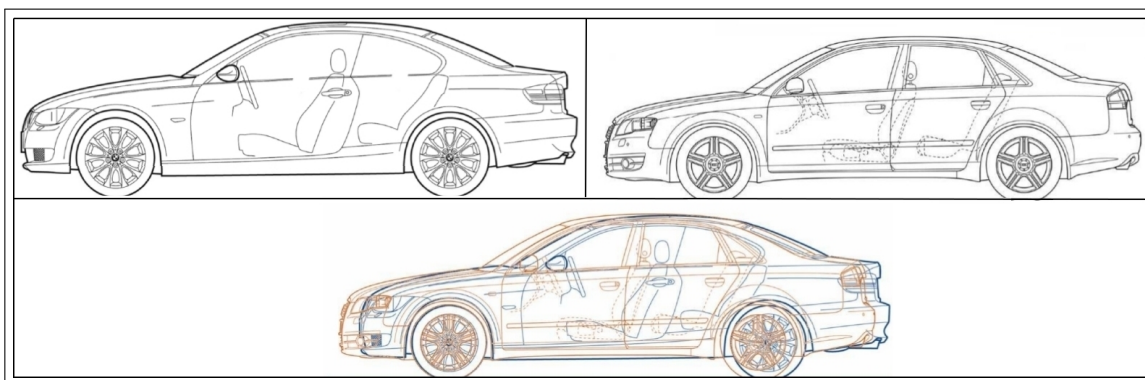
Αντίθετα με αυτήν την κατεύθυνση, οι αυτοκινητοβιομηχανίες διεξάγουν εξειδικευμένες μελέτες σχετικές με τα μοντέλα παραγωγής τους. Ωστόσο, λόγω της περιορισμένης πρόσβασης στην ακριβή γεωμετρία αυτών των οχημάτων από την ερευνητική και ακαδημαϊκή κοινότητα ή λόγω αδυναμίας δημοσίευσης ακόμη και αυτών στα οποία υπάρχει πρόσβαση, καθώς και λόγω του μικρού χρόνου ζωής τους μέχρι να αντικατασταθούν από νέα μοντέλα, οι αεροδυναμικές μελέτες σε αυτά τα μοντέλα είναι περιορισμένες και τα δεδομένα που προκύπτουν από αυτές δυσύρετα.

Καθώς, λοιπόν, τα αποτελέσματα από τη μελέτη εξαιρετικά γενικευμένων μοντέλων δεν επαρκούν για ορισμένες μελέτες, ενώ τα μοντέλα οχημάτων παραγωγής είναι προσβάσιμα σε περιορισμένο αριθμό ατόμων, δημιουργήθηκε ένα νέο, ρεαλιστικό, γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου, το DrivAer [69], το οποίο προτάθηκε και αναπτύχθηκε από τον τομέα Αεροδυναμικής και Μηχανικής των Ρευστών του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου.

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία θα γίνει μελέτη της ροής του αέρα γύρω από την διαμόρφωση Notchback του DrivAer ενώ θα γίνει προσπάθεια, μέσω μεθόδων βελτιστοποίησης μορφής, να μειωθεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας του καθρέπτη του αυτοκινήτου C_d με τελικό σκοπό τη μείωση των εκπομπών CO_2 . Η προσομοίωση της ροής θα γίνει με τη βοήθεια του ανοιχτού λογισμικού OpenFOAM [70], ενώ για τη βελτιστοποίηση θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό, βασισμένο στη συνεχή συζυγή μέθοδο, που αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

2.1 Το γενικευμένο μοντέλο DrivAer

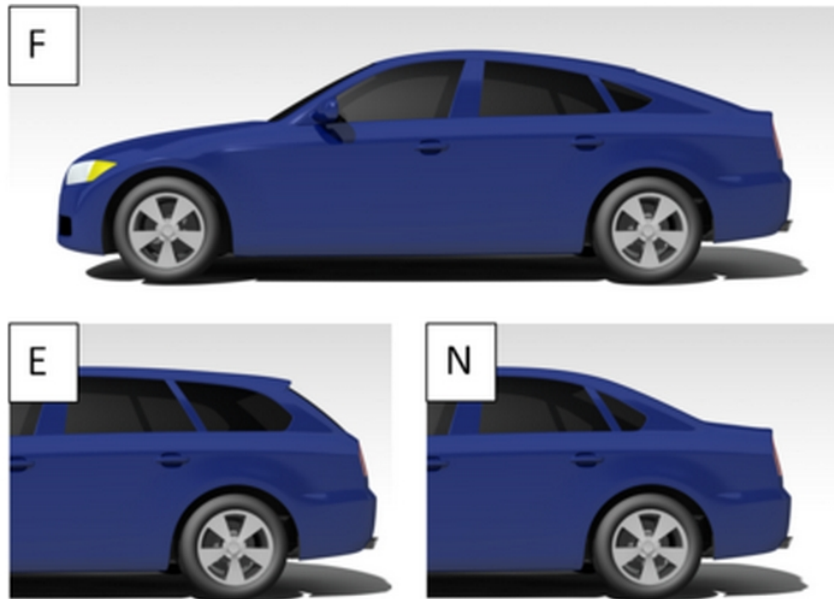
Το μοντέλο αυτοκινήτου DrivAer [69] αναπτύχθηκε από τον τομέα Αεροδυναμικής και Μηχανικής Ρευστών του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου (Institute of Aerodynamics and Fluid Mechanics of the Technische Universität München, TUM) σε συνεργασία με τις Audi AG [71] και BMW Group [72]. Για τη δημιουργία του συνδυάστηκαν τα δεδομένα CAD από δύο αυτοκίνητα των παραπάνω εταιριών, τα BMW 3 Series Limousine και Audi A4 Limousine, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1: Δημιουργία του μοντέλου *DrivAer* (κάτω) συνδυάζοντας τα αυτοκίνητα *BMW 3 Series Limousine* (πάνω αριστερά) και *Audi A4 Limousine* (πάνω δεξιά). Πηγή Τεχνικό Πανεπιστημίο Μονάχου [73].

Το μοντέλο παρέχει τη δυνατότητα διαμόρφωσης με διαφορετικούς τύπους αμαξώματων, τροχών, πατώματος και μηχανολογικών υποσυστημάτων. Έτσι είναι εφικτή η μελέτη της αεροδυναμικής επίδρασης του κάθε εναλλάξιμου μέρους στο σύνολο της αεροδυναμικής συμπεριφοράς του αυτοκινήτου. Πιο συγκεκριμένα, έχει τρία διαφορετικά οπίσθια μέρη (*Fastback*, *Estate Back*, *Notchback*) που μπορούν να εφαρμοστούν (Σχήμα 2.2), έτσι ώστε να μπορεί να μελετηθεί η ροή για διάφορες κατηγορίες οχημάτων, ενώ υπάρχουν και δυο διαμορφώσεις για το κάτω μέρος του αμαξώματος, μία λεπτομερής και μία λεία (Σχήμα 2.3). Τέλος παρέχεται η δυνατότητα χρήσης κλειστών ή λεπτομερών τροχών, όπως και η χρήση καθρέπτη ή όχι στις μελέτες .

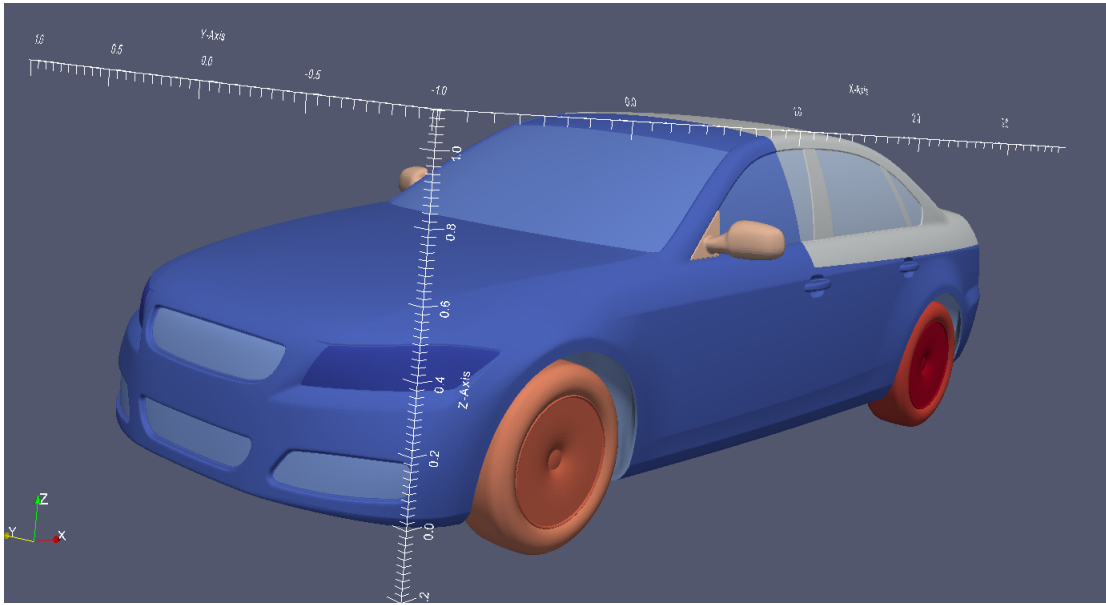
Για να οριστεί η διαμόρφωση του μοντέλου *DrivAer* χρησιμοποιείται μια συντομογραφία που αποτελείται από τέσσερα μέρη. Στο πρώτο μέρος ορίζεται η οπίσθια διαμόρφωση του αυτοκινήτου με το αρχικό γράμμα της αγγλικής ονομασίας της (**F**astback , **E**state Back, **N**otchback), στο δεύτερο ορίζεται η διαμόρφωση του αμαξώματος στην κάτω πλευρά του, αν θα είναι δηλαδή λεπτομερής (**D**etailed Underbody) ή λεία (**S**mooth Underbody), ενώ στο τρίτο ορίζεται αν θα έχει καθρέπτες (**wM**, with Mirrors) ή όχι



Σχήμα 2.2: Διαφορετικές διαμορφώσεις του *DrivAer:Fastback (F)*, *Estate Back (E)*, *Notchback (N)*.



Σχήμα 2.3: Διαφορετικές διαμορφώσεις του *DrivAer* για το κάτω μέρος του αμαξώματος: *Detailed Underbody (D)*, *Smooth Underbody (S)*.



Σχήμα 2.4: Η διαμόρφωση Notchback $N_S_wM_wW$.

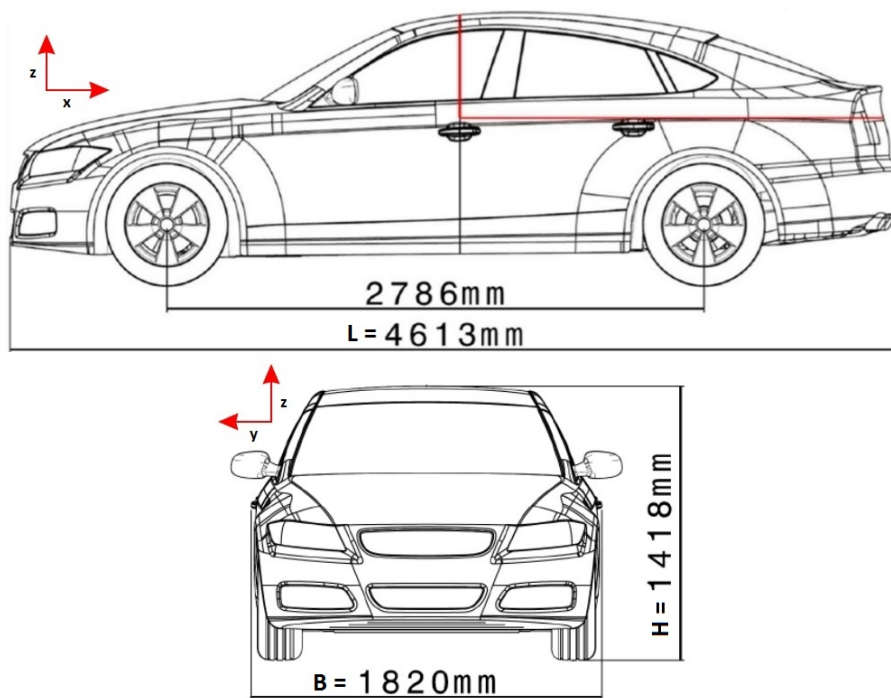
(**woM**, without Mirrors). Τέλος, στο τέταρτο μέρος ορίζεται αν θα έχει ρόδες (**wW**, with Wheels) ή όχι (**woW**, without Wheels). Η διαμόρφωση που θα μελετηθεί σε αυτήν τη διπλωματική εργασία είναι η Notchback όπου η κάτω πλευρά του αμαξώματος είναι λεία, το αυτοκίνητο έχει κλειστούς τροχούς και καθρέπτες και ορίζεται από τις συντομογραφίες $N_S_wM_wW$ (Σχήμα 2.4).

2.2 Γένεση πλέγματος γύρω από το μοντέλο DrivAer

Στην περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του DrivAer δημιουργήθηκε υπολογιστικό πλέγμα σύμφωνα με αυτά που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 1.1.2. Το υπολογιστικό πλέγμα που δημιουργήθηκε και παρουσιάζεται παρακάτω χρησιμοποιήθηκε για όλες τις αεροδυναμικές μελέτες όπως και για τη βελτιστοποίηση.

Βασική παράμετρος που επηρεάζει το μέγεθος του υπολογιστικού πλέγματος που δημιουργήθηκε είναι οι διαστάσεις του οχήματος που μελετάται. Οι βασικές διαστάσεις του DrivAer παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.5.

Σύμφωνα με τις διαστάσεις αυτές, προκειμένου να αναπτυχθεί ο τυρβώδης χαρακτήρας της ροής προτού έρθει σε επαφή με το αυτοκίνητο, καθώς και να έχει αναπτυχθεί ο ομόρρους μετά το όχημα επιλέχθηκε, το υπολογιστικό χωρίο να έχει μήκος ίσο με 11



Σχήμα 2.5: Βασικές διαστάσεις του μοντέλου *DrivAer*.

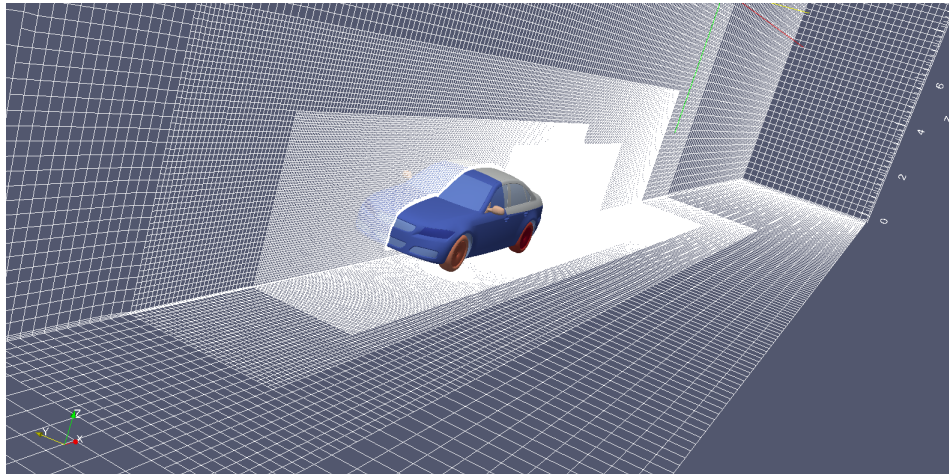
φορές το μήκος (L) του αυτοκινήτου, πλάτος ίσο με 6.1 φορές το πλάτος του (B), και ύψος ίσο με 8 φορές το ύψος του (H) (Πίνακας 2.1).

Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου		
Κλίμακα Μοντέλου	1 : 1	1 : 1
Συνολικό Μήκος	$11L$	$50.69m$
Συνολικό Πλάτος	$6.1B$	$11.10m$
Συνολικό Ύψος	$8H$	$11.34m$

Πίνακας 2.1: Διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου στο οποίο θα ενσωματωθεί η γεωμετρία του αυτοκινήτου *DrivAer*.

Σύμφωνα με τις διαστάσεις αυτές του υπολογιστικού χωρίου ο λόγος στένωσης ήταν 1.7% σύμφωνα με το τύπο (1.1), στην περίπτωση μελέτης του *DrivAer*, και για την περαιτέρω μείωσή του απαιτείται η αύξηση του πλάτους και του ύψους του υπολογιστικού χωρίου.

Επίσης, καθώς η γεωμετρία του *DrivAer* στη διαμόρφωση Notchback που μελετήθηκε στην εργασία αυτή χρησιμοποιεί λείο πάτωμα (Smooth Underbody), θεωρείται ότι η γεωμετρία του αυτοκινήτου είναι συμμετρική, με επίπεδο συμμετρίας το $y = 0$. Αυτό δίνει τη δυνατότητα να περιοριστεί το υπολογιστικό κόστος, αφού χρησιμοποιώντας τη γεωμετρία μόνο του μισού αυτοκινήτου, μειώνεται και στο μισό το μέγεθος του



Σχήμα 2.6: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για τη διαμόρφωση Notchback .

Πίνακας 2.2: Διαστάσεις των ζωνών πύκνωσης του πλέγματος γύρω από το *DriveAer*.

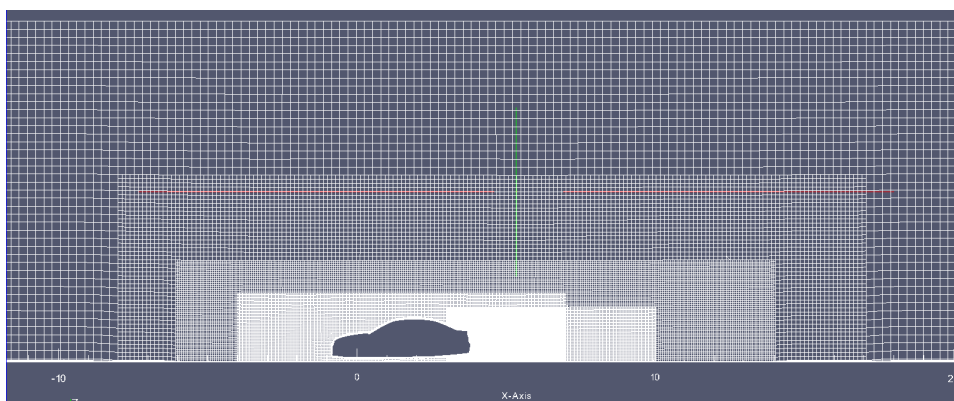
Ζώνη πύκνωσης	Συνολικό Μήκος (m)	Συνολικό Πλάτος (m)	Συνολικό Ύψος (m)
1	25	3	6
2	20	2	3
3	11	1.5	2
4	4	1.2	1.5

υπολογιστικού χωρίου.

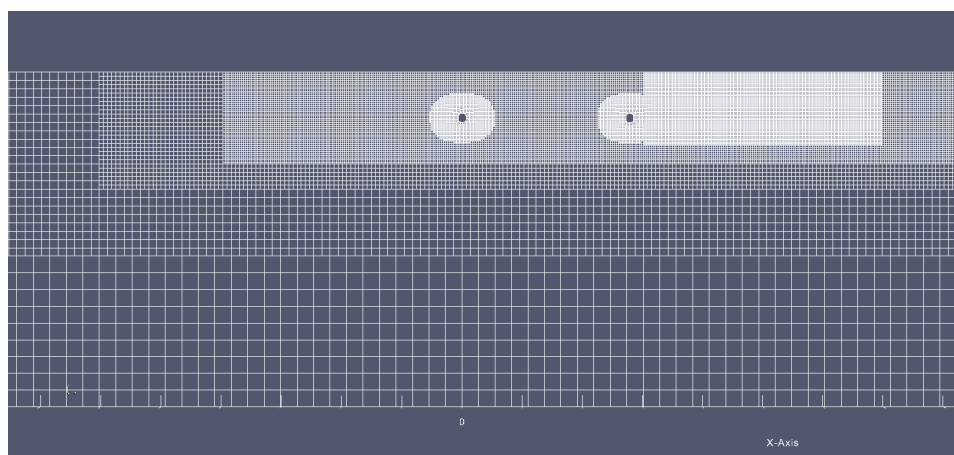
Για τη γένεση του πλέγματος χρησιμοποιήθηκαν τα εργαλεία που προσφέρει το λογισμικό OpenFOAM . Συγκεκριμένα, μέσω του BlockMesh δημιουργήθηκε δομημένο υπολογιστικό πλέγμα εξαεδρικών κελιών με ευθείες ακμές, το οποίο για τις διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου που επρόκειτο να δημιουργηθεί είχε 185 διαμερίσεις κελιών κατά τον άξονα x , 20 κατά τον άξονα y και 42 κατά τον άξονα z .

Στη συνέχεια, η γεωμετρία της διαμόρφωσης Notchback του DriveAer εισήχθη στο δομημένο υπολογιστικό πλέγμα που δημιουργήθηκε μέσω του εργαλείου snappyHexmesh και ενός αρχείου επιφανειακού πλέγματος τύπου stl για την αναγνώριση της γεωμετρίας του οχήματος. Έπειτα, δημιουργήθηκαν ζώνες προοδευτικής πύκνωσης των κελιών, με αυξανόμενη πυκνότητα προς την επιφάνεια του οχήματος. Όπως φαίνεται δημιουργήθηκαν τέσσερις ζώνες πύκνωσης πλέγματος. Οι διαστάσεις των ζωνών αυτών μπορούν να φανούν στα Σχήματα 2.6, 2.7, 2.8 και στο Πίνακα 2.2.

Η λογική με την οποία έγινε η προοδευτική πύκνωση του πλέγματος προς την επιφάνεια του αυτοκινήτου έχει να κάνει με την φύση της ροής που είναι αρκετά τυρβώδης στο πίσω μέρος του οχήματος και για αρκετά μήκη οχήματος κατάντι. Έτσι επιλέχθηκε η



Σχήμα 2.7: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για τη διαμόρφωση Notchback στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος.

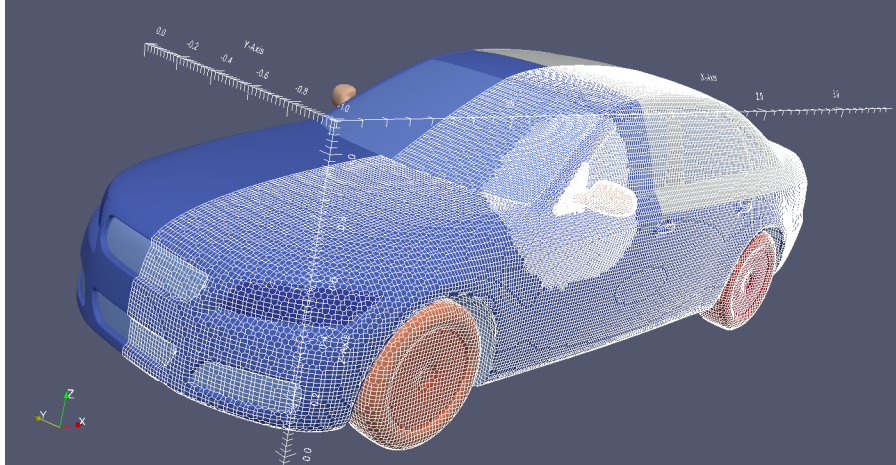


Σχήμα 2.8: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για τη διαμόρφωση Notchback στο επίπεδο του δρόμου.

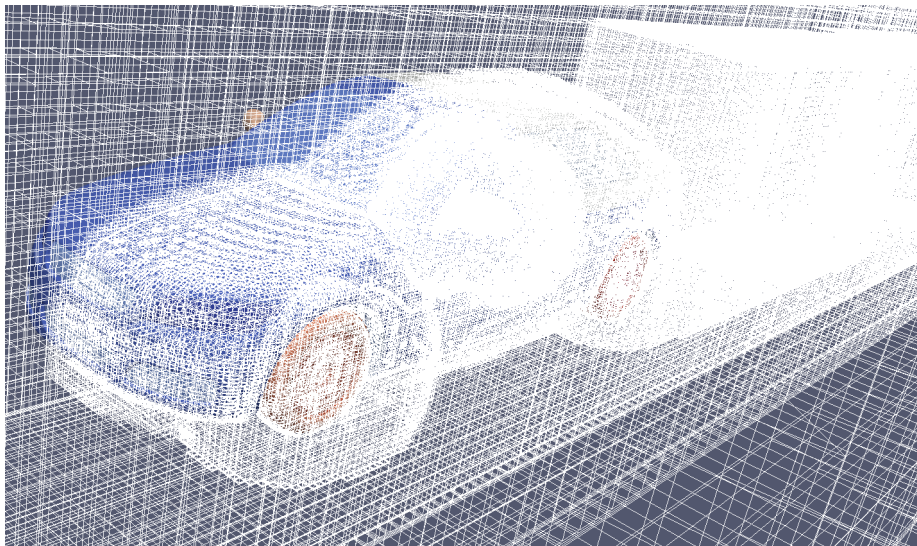
αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος σε αυτήν την περιοχή.

Επίσης μέσω του snappyHexmesh δημιουργήθηκε τοπική πύκνωση του επιφανειακού πλέγματος του οχήματος, για την ακριβέστερη αναπαράστασή του σε περιοχές όπως ο καθρέπτης του οχήματος που αποτελεί σημείο ενδιαφέροντος στην εργασία αυτήν 2.9.

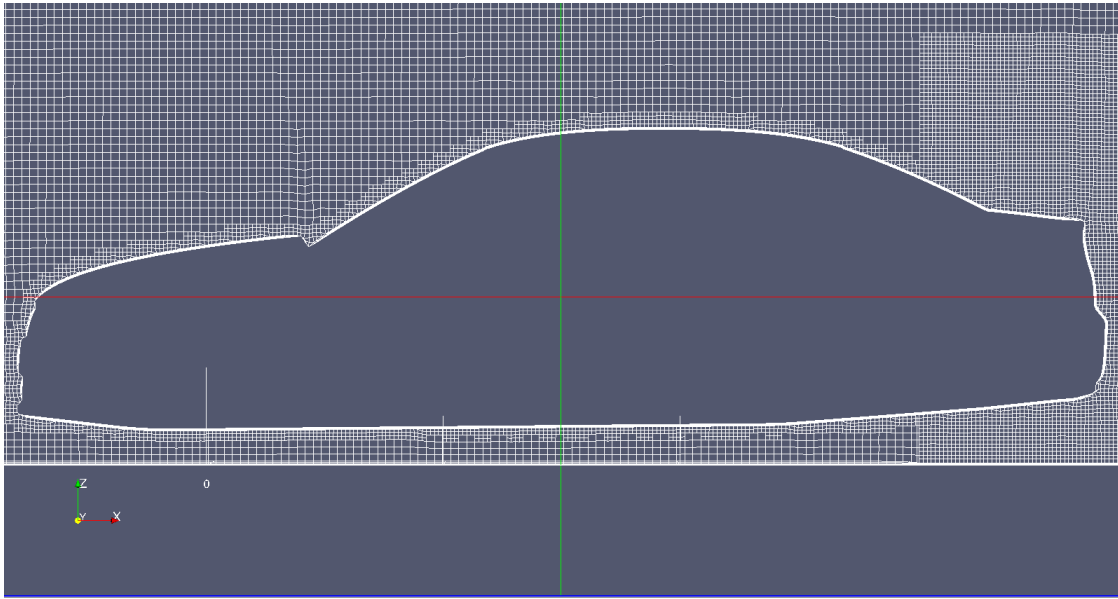
Με το ίδιο εργαλείο, δίνεται επίσης η δυνατότητα να δημιουργηθούν και τοπικές ζώνες πύκνωσης του πλέγματος γύρω από ορισμένα μέρη της γεωμετρίας τα οποία παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και είναι σημαντικό να προσεγγιστεί πολύ καλά η ροή γύρω από αυτά. Τέτοιες περιοχές είναι οι εμπρόσθιες και οι οπίσθιες ρόδες και ο καθρέπτης του αυτοκινήτου (στον οποίο στην συνέχεια θα γίνει βελτιστοποίηση μορφής) όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10. Συγκεκριμένα, αυξήθηκε η πυκνότητα του πλέγματος σε ακτίνα 0.3 μέτρα γύρω από τους τροχούς και τον πλευρικό καθρέπτη του οχήματος.



Σχήμα 2.9: Πύκνωση του επιφανειακού πλέγματος του οχήματος στην περιοχή του καθρέπτη.



Σχήμα 2.10: Πύκνωση του πλέγματος γύρω από τους τροχούς και τον καθρέπτη.



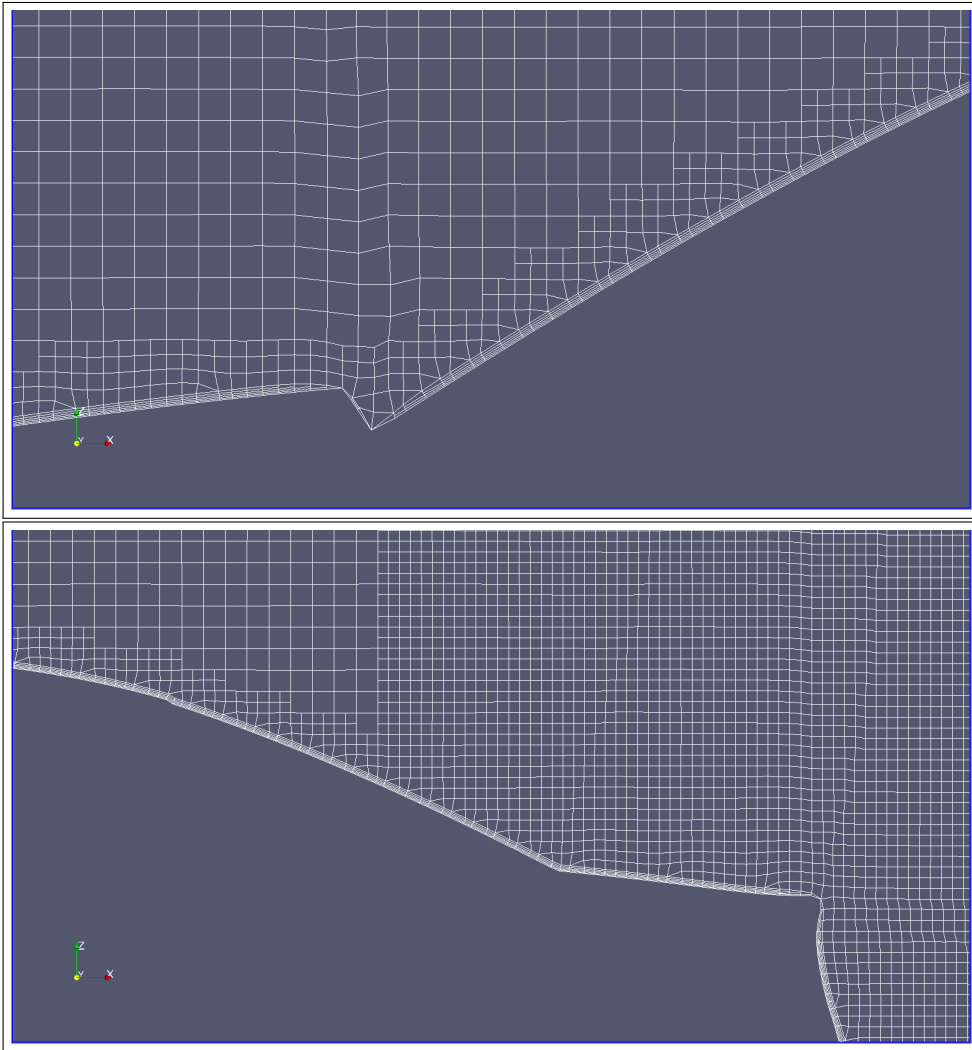
Σχήμα 2.11: Στρώματα λεπτών στοιχείων στο όχημα στο επίπεδο συμμετρίας του.

Τέλος, προστέθηκαν μερικά στρώματα πολύ λεπτών στοιχείων γύρω από το αυτοκίνητο και σε επαφή με το δρόμο, ώστε να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η φυσική της ροής όταν αυτή έρχεται σε επαφή με το όχημα (Σχήματα 2.11 και 2.12). Στο αυτοκίνητο τοποθετήθηκαν πέντε στρώματα, στον καθρέπτη του οχήματος έξι, ενώ στο δρόμο τρία.

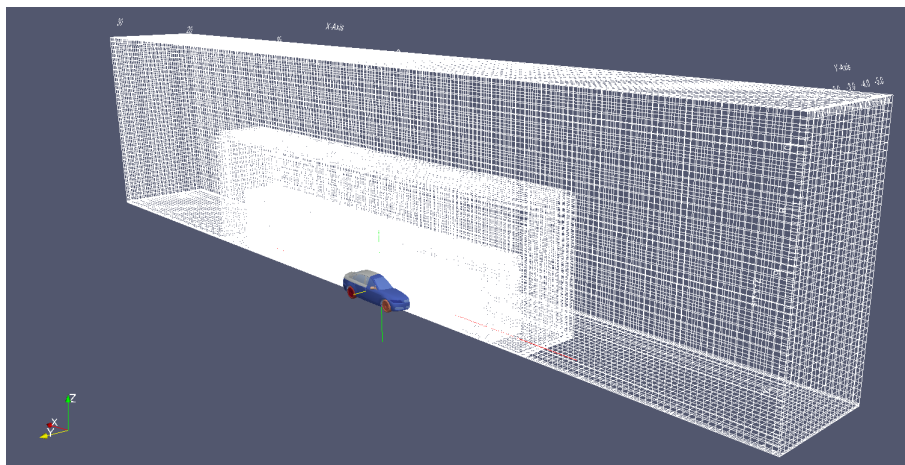
Η τελική μορφή του πλέγματος φαίνεται στα σχήματα 2.13 και 2.14. Το μέγεθος του πλέγματος στο μισό όχημα ανέρχεται κοντά στα 4 εκατομμύρια κελιά και για τη δημιουργία του χρειάστηκαν 800 sec σε 40 πυρήνες Intel i7 στα 1,6 GHz . Το πλέγμα - αν και κατά τόπους πυκνό - θεωρείται αρκετά αραιό, ωστόσο λόγω του υπολογιστικού κόστους που συνοδεύεται με πύκνωση του πλέγματος, των περιορισμένων υπολογιστικών πόρων και το πλήθος των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί αφού αξιολογήθηκε η ικανότητα του να παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η μέγιστη κυρτότητα των κελιών που εμφανίζει είναι 2.02 και η μέση μη-ορθογωνικότητα 4.5.

Το πλέγμα αποτελείται από :

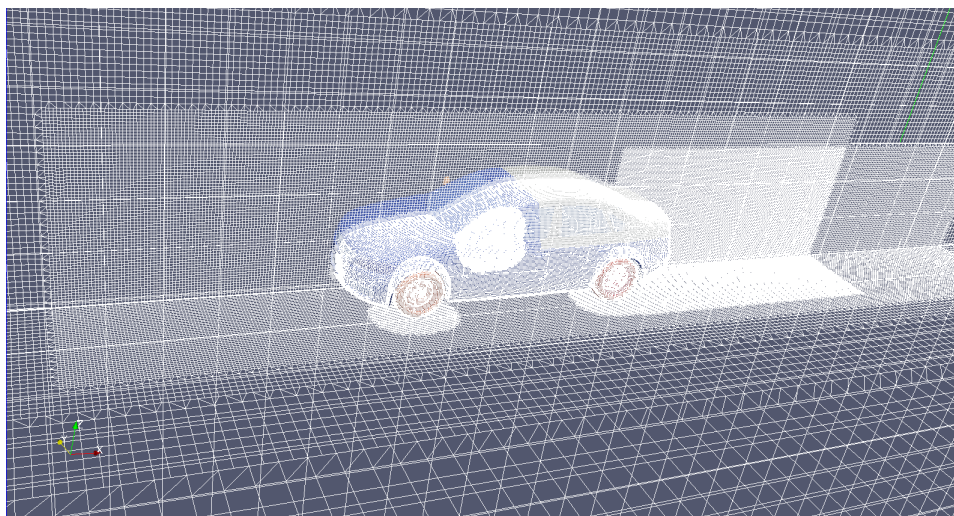
- 3890017 εξάεδρα
- 9155 πρίσματα
- 123497 πολύεδρα



Σχήμα 2.12: Στρώματα λεπτών στοιχείων στο (παρμπρίζ) και στο πίσω μέρος του οχήματος.



Σχήμα 2.13: Το υπολογιστικό πλέγμα.



Σχήμα 2.14: Το τελικό πλέγμα που δημιουργήθηκε για τη διαμόρφωση $N_S_wM_wW$.

2.3 Οριακές συνθήκες και διακριτοποίηση των εξισώσεων

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις στην εργασία αυτή συγκρίνονται με τα αντίστοιχα δημοσιευμένα πειραματικά αποτελέσματα, προκειμένου να γίνει μια αξιολόγηση της ποιότητάς τους. Η σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα θα γίνεται σύμφωνα με τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στο Πανεπιστήμιο του Μονάχου [73]. Για την ορθή σύγκριση των αποτελεσμάτων λοιπόν, πρέπει οι συνθήκες των προσομοιώσεων να συμφωνούν με αυτές που επικρατούσαν κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων στην σήραγγα. Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στην αεροσήραγγα του Πανεπιστημίου του Μονάχου έγιναν σε περιβάλλον με θερμοκρασία $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ και πίεση 1.013 bar , από όπου υπολογίστηκε ότι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού είναι $\nu = 1.511 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$.

Στα πειράματα, ανεξάρτητα από τις διάφορες διαμορφώσεις, χρησιμοποιήθηκε μοντέλο του αυτοκινήτου με κλίμακα $1 : 2.5$, του οποίου το χαρακτηριστικό μήκος είναι $l_{ref} = L/2.5 = 1.84\text{m}$. Λόγω τεχνολογικών περιορισμών, η μέγιστη ταχύτητα που μπορούσε να αναπτυχθεί από τον κινούμενο διάδρομο της αεροσήραγγας ήταν $U_{\infty} = 50\text{m/s}$ αλλά, στην πράξη η μέγιστη ταχύτητα που χρησιμοποιήθηκε ήταν $U_{\infty} = 40\text{m/s}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, προκύπτει αριθμός Reynolds, της ροής ίσος με

$$Re = \frac{U_{\infty} \cdot l_{ref}}{\nu} = 4.87 \cdot 10^6 \quad (2.1)$$

Για να είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων, επιλέγεται αυτή να γίνει μεταξύ ίδιων αριθμών Reynolds και όχι μεταξύ ίδιων ταχυτήτων. Στις προσομοιώσεις στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η διαμόρφωση Notchback σε κλίμακα 1 : 1, όπου το μήκος αναφοράς του οχήματος είναι $L_{ref} = L = 4.613\text{ m}$. Για τον ίδιο λοιπόν αριθμό Reynolds που υπολογίστηκε παραπάνω, προκύπτει ότι η ταχύτητα του αέρα στο επάπειρο όριο είναι $U_{\infty} = 16\text{ m/s}$. Για την πίεση ορίζεται στο επάπειρο όριο μηδενική οριακή συνθήκη Neumann, που σημαίνει ότι η τιμή της κάθετης παραγώγου της πίεσης είναι μηδέν, δηλαδή $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$.

Για την προσομοίωση της τύρβης θα χρησιμοποιηθούν τα μοντέλα $k-\omega$ SST (Menter's Shear Stress Transport), Spalart-Allmaras, και realizable $k-\varepsilon$. Για την τιμή του $\tilde{\nu}$ στο άπειρο ορίζεται

$$\tilde{\nu} = 5\nu \quad (2.2)$$

ώστε να αναπτυχθεί πλήρως ο τυρβώδης χαρακτήρας της ροής, οπότε και η αρχική τιμή του είναι $\tilde{\nu} = 7 \cdot 10^{-6}$.

Το k μπορεί να υπολογιστεί με βάση τη σχέση 1.22 στην περίπτωση μας με $I = 0.4\%$ και $U_{\infty} = 16\text{ m/s}$ προκύπτει $k = 6.144 \cdot 10^{-3}\text{ J/kg}$. Το ε προκύπτει από τη σχέση 1.23 για την περίπτωση μας $\varepsilon = 2.2484 \cdot 10^{-2}\text{ J/(kg} \cdot \text{s)}$. Τέλος, από τη σχέση 1.24 η ειδική καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ω , υπολογίζεται $\omega = 40.6612 \frac{1}{\text{s}}$.

Στον πίνακα 2.3 φαίνονται συνοπτικά οι συνθήκες της ελεύθερης ροής.

Ταχύτητα στο Επάπειρο Όριο (U_{∞})	16 m/s
Θερμοκρασία Περιβάλλοντος	20 °C
Περιβαλλοντική πίεση (p_{∞})	1.013 bar
Πυκνότητα αέρα (ρ)	1.2047 kg/m ³
Κινηματική Συνεκτικότητα (ν)	1.511 · 10 ⁻⁵ m ² /s
Μήκος Αναφοράς (L_{ref})	4.613 m
Αριθμός Reynolds	4.87 · 10 ⁶
Μεταβλητή του Μοντέλου Spalart-Allmaras ($\tilde{\nu}$)	7 · 10 ⁻⁶ m ² /s
Κινητική Ενέργεια Τύρβης (k)	6.144 · 10 ⁻³ J/kg
Καταστροφή Τυρβ. Κιν. Ενέργειας (ε)	2.2484 · 10 ⁻² J/(kg · s)
Ειδική Καταστροφή Τυρβ. Κιν. Ενέργειας (ω)	40.6612 $\frac{1}{\text{s}}$

Πίνακας 2.3: Συγκεντρωτικός πίνακας συνθηκών ελεύθερης ροής.

Για τις οριακές συνθήκες στα στερεά τοιχώματα για την περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του DriVaer, ισχύουν όσα ειπώθηκαν στο κεφάλαιο 1.1.5. Για την ταχύτητα

συγκεκριμένα, στην περίπτωση που ο δρόμος είναι κινούμενος εφαρμόζεται ταχύτητα μέτρου 16 m/s , ενώ στις εμπρόσθιες και οπίσθιες ρόδες του αυτοκινήτου ορίζεται οριακή συνθήκη που λαμβάνει υπόψη και την περιστροφή τους με 50.25 rad/s , τιμή που συμφωνεί με την κίνηση του αυτοκινήτου με αυτήν την ταχύτητα, καθώς η ακτίνα των τροχών του αυτοκινήτου είναι $r = 318.4 \text{ mm}$.

Σχετικά με τα σχήματα διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν, οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων της ορμής διακριτοποιούνται με βάση το μικτό σχήμα διακριτοποίησης Gamma, κεφάλαιο 1.1.6. Ο όρος διάχυσης των εξισώσεων της τύρβης διακριτοποιείται σε κάθε επιφάνεια ενός όγκου ελέγχου γραμμικά, με τη χρήση ενός σχήματος κεντρικής διαφοράς.

Σε κάθε κατηγορία προσομοιώσεων (κινούμενος δρόμος και τροχοί, στατικός δρόμος και τροχοί, κινούμενος δρόμος με στατικούς τροχούς) εξετάστηκαν δύο σχήματα διακριτοποίησης των όρων μεταφοράς των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη για κάθε μοντέλο τύρβης, το σχήμα Gamma και το σχήμα ανάντι διαφοράς ακρίβειας πρώτης τάξης. Αυτό έγινε για να διερευνηθεί κατά πόσο η ακρίβεια διακριτοποίησης του όρου αυτού μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα, με κριτήριο το συντελεστή οπισθέλκουσας C_d αλλά και το ρυθμό σύγκλισης των εξισώσεων της ροής.

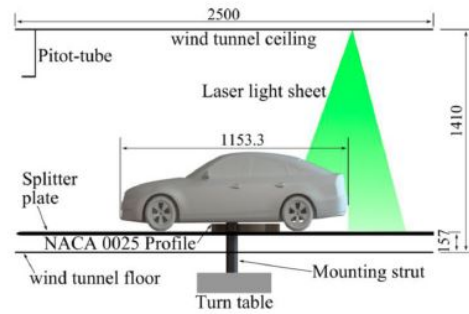
2.4 Αποτελέσματα της Αεροδυναμικής Μελέτης

Στη περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του Notchback εκτελέστηκαν τρεις κατηγορίες προσομοιώσεων με RANS [74]. Στην πρώτη γίνεται η θεώρηση των στατικών τροχών και δρόμου. Στην δεύτερη του κινούμενου δρόμου και των περιστρεφόμενων (χωρίς ολίσθηση) τροχών, ενώ στην τρίτη του κινούμενου δρόμου και των στατικών τροχών. Η δύο πρώτες κατηγορίες προσομοιώσεων είναι και αυτές για τις οποίες υπάρχουν πειραματικά αποτελέσματα ενώ η τρίτη κατηγορία έγινε ως μια προσπάθεια προσομοίωσης του ρόλου του διαχωριστή (splitter plate) [75] που συνήθως τοποθετείται σε αεροσήραγγες κατά την αεροδυναμική μελέτη οχημάτων για τον περιορισμό της επίδρασης του οριακού στρώματος της σήραγγας στο όχημα (Σχήμα 2.15).

Από αυτές τις τρεις κατηγορίες μελετών εκτιμήθηκε η επίδραση της κίνησης των τροχών και του δρόμου στην τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας του οχήματος. Οι υπολογισμοί της κατηγορίας των στατικών τροχών και δρόμου χρησιμεύουν, στη συνέχεια, για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος, από το οποίο θα φανούν οι περιοχές που επιδέχονται βελτίωση.



(a) TU München | Setup



(b) TU Berlin | Setup

Σχήμα 2.15: Η πειραματική διαμόρφωση κατά την μελέτη του DriVaer στο Πολυτεχνείο του Μονάχου [76, 73] και του Βερολίνου[77, 78]

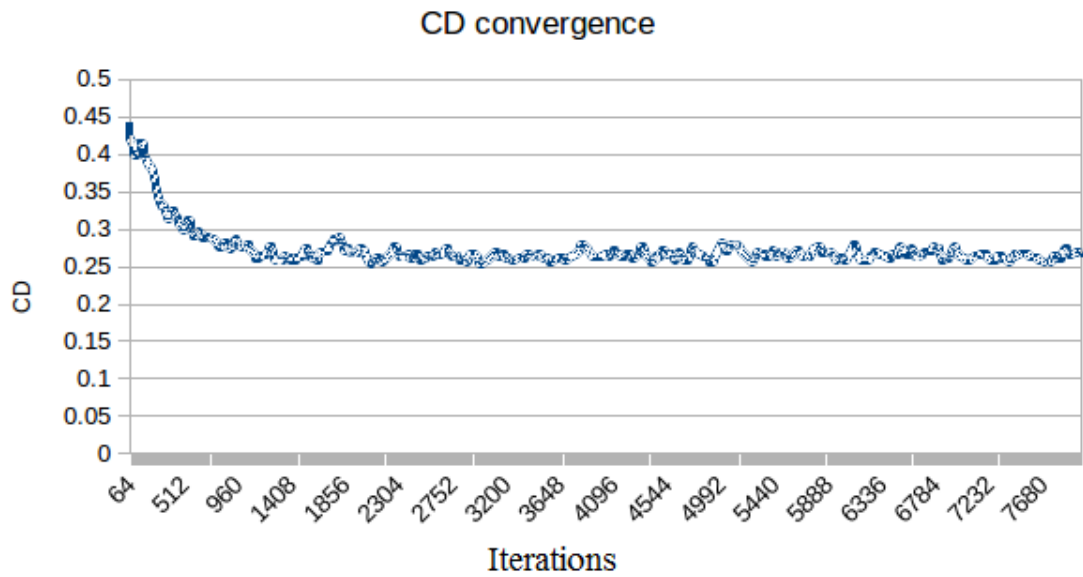
Αν και η ροή γύρω από κάθε αυτοκίνητο είναι εκ φύσεως χρονικά μεταβαλλόμενη (unsteady), εντούτοις σε πολλές περιπτώσεις, όπως και στην παρούσα εργασία, επιλέγεται να επιλυθεί με επιλύτη μόνιμης ροής όπως ο SIMPLE. Αυτό συμβαίνει διότι η μελέτη ενός τέτοιου φαινομένου για κάθε χρονική στιγμή, και για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ακόμα και μικρό, είναι ακριβή από άποψη υπολογιστικών πόρων και χρόνου εκτέλεσης. Επιπλέον ο βασικότερος λόγος που προτιμάται, αντί αυτού, να χρησιμοποιηθεί ένας επιλύτης μόνιμης ροής είναι ότι για την επίλυση του μη-μόνιμου συζυγούς προβλήματος πρέπει να αποθηκευτούν όλα τα χρονικά βήματα του επιλύτη ροής. Αυτό απαιτεί μεγάλο μέγεθος μνήμης και αποθηκευτικού χώρου. Η χρήση επιλύτη μόνιμης ροής έχει ως αποτέλεσμα, η λύση να συγκλίνει μέχρι έναν βαθμό και, στη συνέχεια, να εμφανίζει μικρή χαρακτηριστική ταλάντωση γύρω από μια μέση τιμή. Κατά συνέπεια, ο συντελεστής οπισθέλκουσας δεν έχει μία σταθερή τιμή αλλά μεταβάλλεται ελαφρά. Για το λόγο αυτό, η υπολογιστική διαδικασία εκτελείται για 8000 επαναλήψεις, με σκοπό να συγκλίνουν οι λύσεις των εξισώσεων, πράγμα που επιτυγχάνεται σε ικανοποιητικό βαθμό, ενώ η τιμή του C_d λαμβάνεται ως η μέση τιμή των τελευταίων 1000 επαναλήψεων (Σχήμα 2.16).

Ο συντελεστής οπισθέλκουσας δίνεται από τη σχέση

$$C_d = \frac{F_d}{(1/2)\rho U_\infty^2 A_{ref}} \quad (2.3)$$

όπου F_d η οπισθέλκουσα που ασκείται στο αυτοκίνητο, U_∞ η ταχύτητα, ρ η πυκνότητα του αέρα και A_{ref} η μετωπική επιφάνεια του αυτοκινήτου.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα διάφορα μοντέλα τύρβης που εξετάστηκαν καθώς και για τα διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης που εφαρμόστηκαν



Σχήμα 2.16: Η ταλάντωση της λύσης του προβλήματος για την περίπτωση της μελέτης με περιστρεφόμενους τροχούς και δρόμο με $k-\omega$ STT μοντέλο τύρβης και διακριτοποίηση Gamma

Πίνακας 2.4: Πίνακας αποτελεσμάτων για την κατηγορία των περιστρεφόμενων τροχών και του κινούμενου δρόμου της διαμόρφωσης Notchback του DriVaer.

Περιστρεφόμενοι Τροχοί – Κινούμενος δρόμος					
Διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς της τύρβης		Upwind		Gamma	
		Cd	Τυπική απόκλιση	Cd	Τυπική απόκλιση
Τύρβη	Spalart-Allmaras	0.2437	0.0024	0.2467	0.0017
	realizable k-ε	0.2610	0.0050	0.2651	0.0096
	k -ω STT	0.2461	0.0058	0.2426	0.0040
Experimental		0.246			

για τον όρο μεταφοράς των εξισώσεων της τύρβης για κάθε κατηγορία μελετών.

Καθώς η αντικειμενική συνάρτηση που ελαχιστοποιείται είναι ο συντελεστής της οπισθέλκουσας, γίνεται σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την υπολογιστική μελέτη και τα πειραματικά αποτελέσματα [73, 69].

Συγκρίνοντας τις τιμές του Cd της μελέτης των περιστρεφόμενων τροχών και κινούμενου δρόμου με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι τόσο το μοντέλο k -ω STT όσο και το Spalart-Allmaras προσεγγίζουν με ικανοποιητική ακρίβεια το πείραμα. Μικρότερη απόκλιση απο το πειραματικό αποτέλεσμα εμφανίζει ο συνδυασμός του μοντέλου k -ω STT με ανάντι σχήμα διακριτοποίησης του όρου

Πίνακας 2.5: Πίνακας αποτελεσμάτων για την κατηγορία των στατικών τροχών και του κινούμενου δρόμου της διαμόρφωσης *Notchback* του *DriVaer*.

Στατικοί Τροχοί – Κινούμενος δρόμος					
Διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς της τύρβης		Upwind		Gamma	
		Cd	Τυπική απόκλιση	Cd	Τυπική απόκλιση
Τύρβη	Spalart-Allmaras	0.2615	0.0021	0.2602	0.0015
	realizable k-ε	0.2615	0.0084	0.2631	0.0087
	k -ω STT	0.2505	0.0030	0.2592	0.0036
Experimental		-			

Πίνακας 2.6: Πίνακας αποτελεσμάτων για την κατηγορία των στατικών τροχών και του στατικού δρόμου της διαμόρφωσης *Notchback* του *DriVaer*.

Στατικοί Τροχοί – Στατικός δρόμος					
Διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς της τύρβης		Upwind		Gamma	
		Cd	Τυπική απόκλιση	Cd	Τυπική απόκλιση
Τύρβη	Spalart-Allmaras	0.2554	0.0023	0.2560	0.0026
	k -ω STT	0.2429	0.0043	0.2427	0.0038
Experimental		0.258			

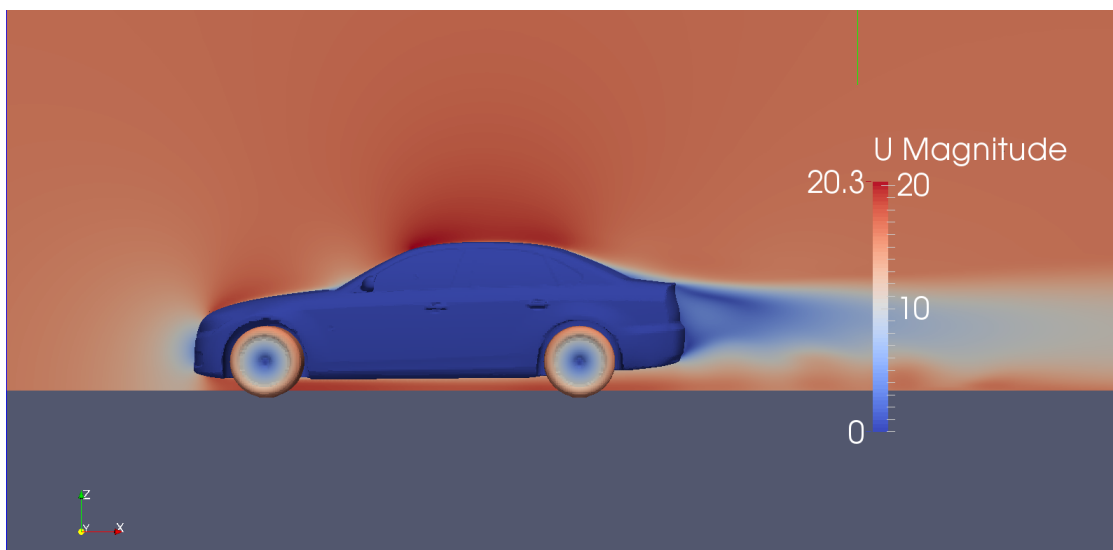
μεταφοράς των εξισώσεων της τύρβης.

Πρακτικά ίδιας ακρίβειας αποτέλεσμα αλλά με μικρότερη τυπική απόκλιση και με μειωμένο υπολογιστικό κόστος - εξαιτίας του γεγονότος ότι επιλύει μία μόνο ΜΔΕ - παράγει το μοντέλο Spalart-Allmaras. Αυτό το καθιστά μία καλή εναλλακτική ως προς το μοντέλο k -ω STT .

Από την άλλη πλευρά το μοντέλο realizable k-ε δεν είναι ικανό στην περίπτωση αυτή να παρέχει ιδιαίτερα ακριβή αποτελέσματα. Λόγω μάλιστα της μη-μονιμότητας της ροής, το συγκεκριμένο μοντέλο τύρβης εμφανίζει και σημαντική ταλάντωση των λύσεων γύρω από τη μέση τιμή. Η χρήση του σχήματος διακριτοποίησης Gamma , στη συγκεκριμένη περίπτωση, δεν επιφέρει βελτίωση των αποτελεσμάτων ενώ αυξάνει επιπλέον την ταλάντωση των λύσεων του προβλήματος.

Τα διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης των εξισώσεων μεταφοράς της τύρβης στα διάφορα μοντέλα παράγουν παραπλήσια αποτελέσματα σε θέμα ακρίβειας προσέγγισης της λύσης με το σχήμα Gamma σε αυτήν την περίπτωση να εμφανίζεται λιγότερο ταλαντωτικό σε κάθε μοντέλο.

Για την περίπτωση των στατικών τροχών και δρόμου, το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras σε συνδυασμό με διακριτοποίηση Gamma των εξισώσεων μεταφοράς της τύρβης προσεγγίζει με την καλύτερη ακρίβεια το πειραματικό αποτέλεσμα ενώ η τιμή

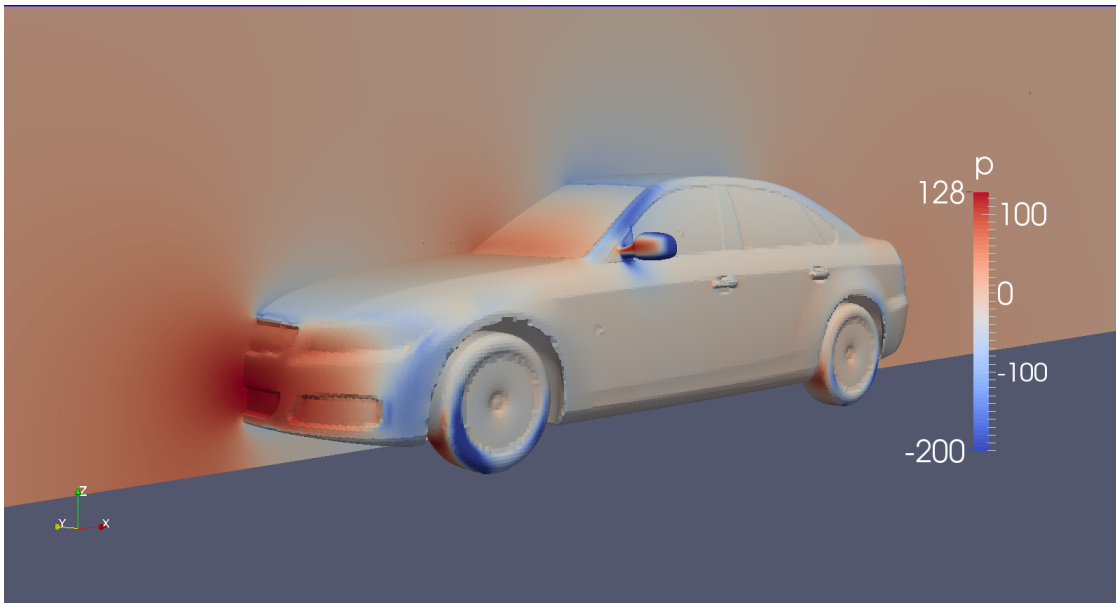


Σχήμα 2.17: Η ταχύτητα για τη διαμόρφωση *N_S_wM_wW* κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το *Spalart-Allmaras* όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι με το σχήμα *Gamma*.

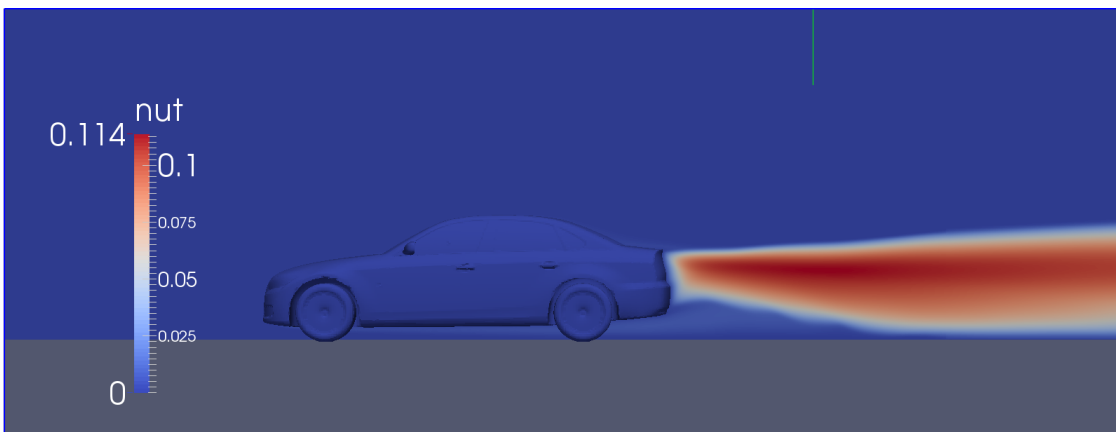
της τυπικής απόκλισης της λύσης είναι περίπου στο 1%.

Συγκρίνοντας τώρα τις τρεις κατηγορίες μελετών μεταξύ τους, παρατηρούμε ότι η μελέτη με στατικούς τροχούς και δρόμο παράγει αποτελέσματα με μεγαλύτερο συντελεστή οπισθέλκουσας συγκριτικά με την κατηγορία των περιστρεφόμενων τροχών και κινούμενου δρόμου. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με τα δημοσιευμένα πειραματικά και υπολογιστικά αποτελέσματα για το *DrivAer* και με τη βιβλιογραφία περί αεροδυναμικής οχημάτων. Η κατηγορία των στατικών τροχών και του κινούμενου δρόμου παράγει εν τέλει αποτελέσματα με τιμή *Cd* κοντά αλλά μεγαλύτερη από αυτήν της κατηγορίας των στατικών τροχών και δρόμου.

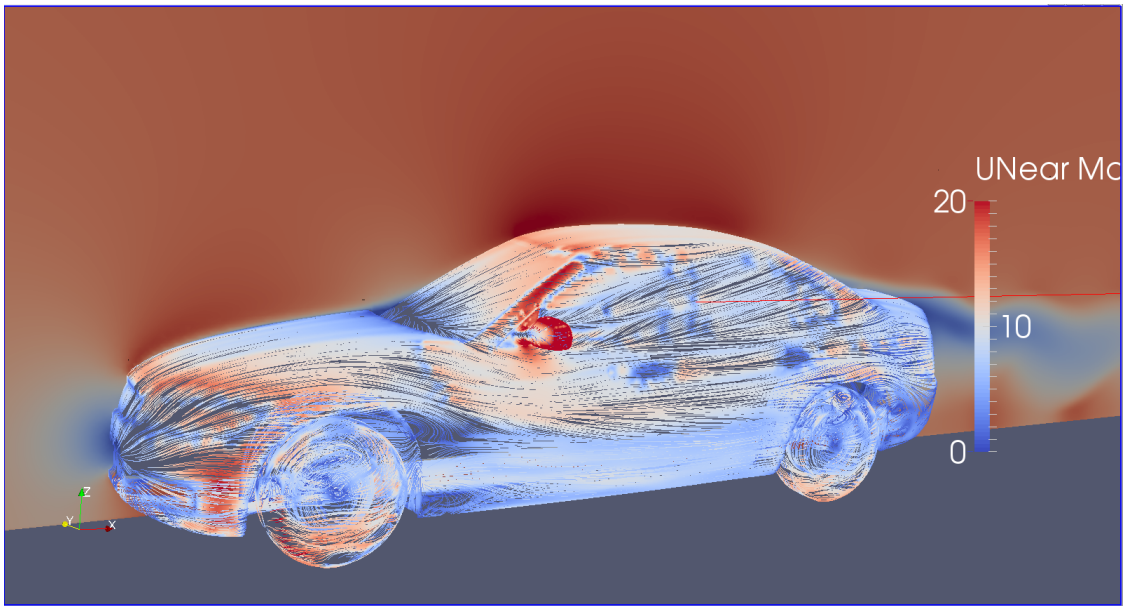
Όπως είναι εμφανές από τα σχήματα 2.17, 2.18, 2.20, 2.21, στο μπροστά μέρος του οχήματος και, συγκεκριμένα, στο μπροστά προφυλακτήρα υπάρχει σημείο ανακοπής της ροής με μηδενική ταχύτητα και μέγιστη πίεση. Στη συνέχεια, η ροή επιταχύνεται προς το πίσω μέρος του οχήματος και υπάρχει ανάκτηση πίεσης στο πάνω μέρος του καπό. Έπειτα η ταχύτητα της ροής μικραίνει όσο αυτή πλησιάζει στο παρμπρίζ όπου υφίσταται εκ νέου σημείο ανακοπής και η πίεση αυξάνεται. Μετά από αυτό το σημείο η ροή επιταχύνεται έντονα ακολουθώντας το σχήμα της οροφής του οχήματος, γεγονός το οποίο δημιουργεί υποπίεση στην οροφή του οχήματος από την οποία δημιουργείται η μη επιθυμητή άνωση, χαρακτηριστικό γνώρισμα πολλών επιβατικών αυτοκινήτων. Μετά, η ροή επιβραδύνεται εκ νέου και αποκολλάται στο πίσω μέρος του οχήματος



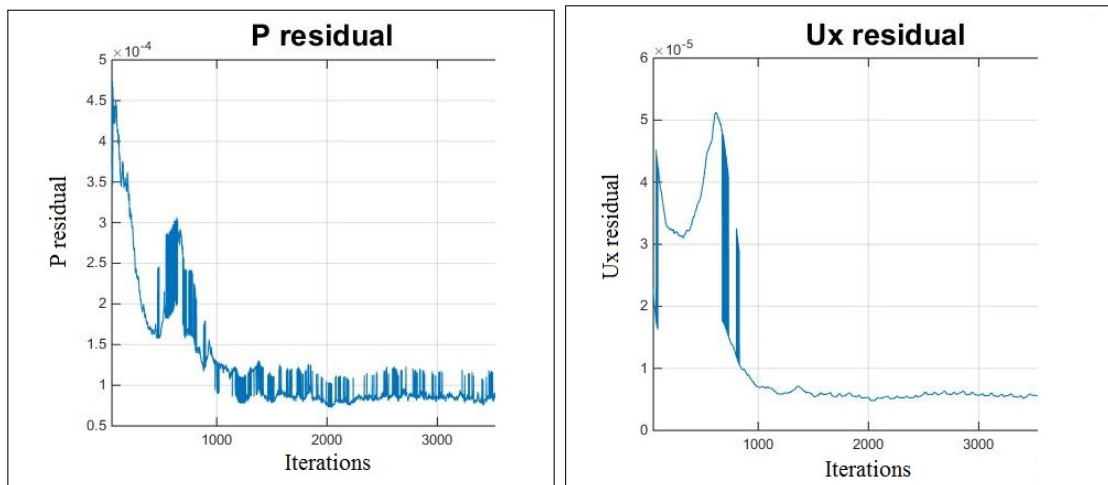
Σχήμα 2.18: Η πίεση για τη διαμόρφωση $N_S_wM_wW$ κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το *Spalart-Allmaras* όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι με το σχήμα *Gamma* .



Σχήμα 2.19: Η τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα για τη διαμόρφωση $N_S_wM_wW$ κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το *Spalart-Allmaras* όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι με το σχήμα *Gamma* .



Σχήμα 2.20: Η ταχύτητα πολύ κοντά στο στερεό τοίχωμα (0.001 mm) για τη διαμόρφωση $N_S_wM_wW$ κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το $k-\omega\ STT$ όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι με το σχήμα Γ .



Σχήμα 2.21: Διάγραμμα υπολοίπων των εξισώσεων της πίεσης και της ταχύτητας, για την περίπτωση των στατικών τροχών και δρόμου. Το μοντέλο τύρβης είναι το $Spalart-Allmaras$ όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι με το σχήμα U_{rwind} .

λόγω έντονης μεταβολής της γεωμετρίας του οχήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα έντονη ανακυκλοφορία της ροής στο πίσω μέρος του οχήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.20 και δημιουργία στροβίλων. Η πίεση στην περιοχή αυτή είναι χαμηλότερη της ατμοσφαιρικής, το οποίο αποτελεί αιτία δημιουργίας επιπλέον οπισθέλκουσας στο όχημα.

Ιδιαίτερες περιοχές ενδιαφέροντος αποτελούν η περιοχή του A-pillar και του πλευρικού καθρέπτη του οχήματος στις οποίες έχουμε ιδιαίτερα υψηλή ταχύτητα όπως και έντονες μεταβολές της, κυρίως εξαιτίας μεταβολής της γεωμετρίας του οχήματος σε εκείνα τα σημεία. Συγκεκριμένα, στον καθρέπτη του οχήματος που θα αποτελέσει αντικείμενο περαιτέρω μελέτης και βελτιστοποίησης, η ροή μετά το αρχικό σημείο ανακοπής της επιταχύνεται έντονα και αποκολλάται στο τέλος του.

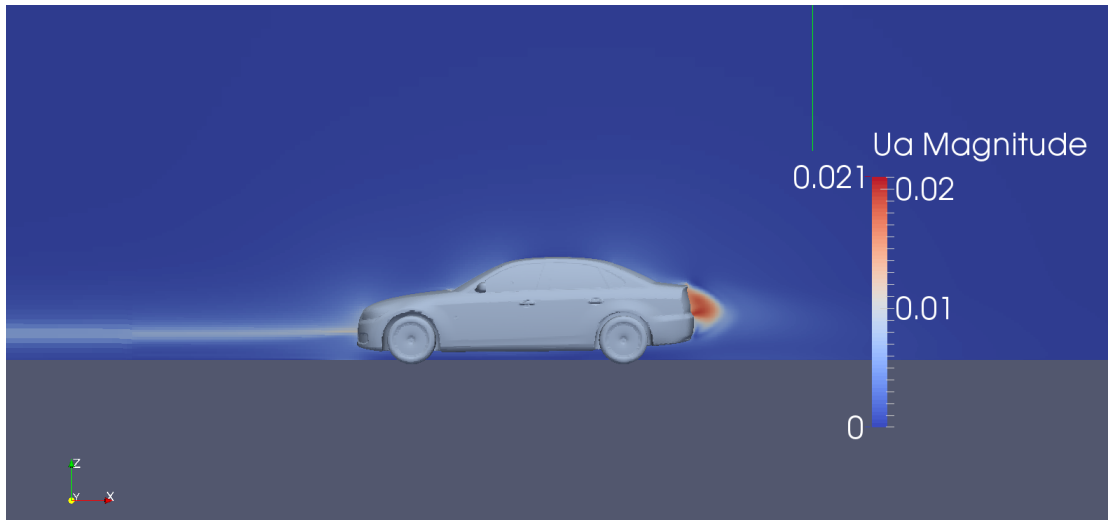
2.5 Χάρτης Ευαισθησίας

Από τα αποτελέσματα της αεροδυναμικής μελέτης υπάρχουν περιοχές του οχήματος που η μεταβολή της μορφής τους θα οδηγούσε σε βελτίωση της αεροδυναμικής τους απόδοσης. Δημιουργείται έτσι η ανάγκη ύπαρξης ενός εργαλείου το οποίο θα καταδεικνύει με ακρίβεια τις περιοχές εκείνες που πρέπει να τροποποιηθούν. Ένα τέτοιο εργαλείο είναι οι χάρτες ευαισθησίας που προαπαιτούν τον υπολογισμό των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τη γεωμετρία του στερεού σώματος.

Οι χάρτες ευαισθησίας (Sensitivity Maps) αποτελούν γραφική απεικόνιση των περιοχών εκείνων που πρέπει να μετακινηθούν για να βελτιωθεί η απόδοση του σχεδίου ως προς ένα στόχο. Αποτελούν χρήσιμο εργαλείο για έναν σχεδιαστή παρέχοντάς του πολύτιμη πληροφορία προς ποια κατεύθυνση να κινηθεί προκειμένου να βελτιώσει το σχέδιο του.

Για τη δημιουργία τους απαιτείται ο υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας οι οποίες υπολογίζονται μέσω της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, με χρήση λογισμικού της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Ουσιαστικά, οι χάρτες ευαισθησίας είναι μια γραφική απεικόνιση των περιοχών όπου παρουσιάζεται δυναμικό για μεταβολές στην αντικειμενική συνάρτηση. Οι παράγωγοι ευαισθησίας χρωματίζουν το σώμα, ανάλογα με την τιμή και το πρόσημο τους, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένας χρωματικός χάρτης όπου τονίζονται οι περιοχές όπου υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης της αεροδυναμικής.

Συχνά, οι χάρτες ευαισθησίας χρησιμοποιούνται σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής με αντικειμενική συνάρτηση τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπως η

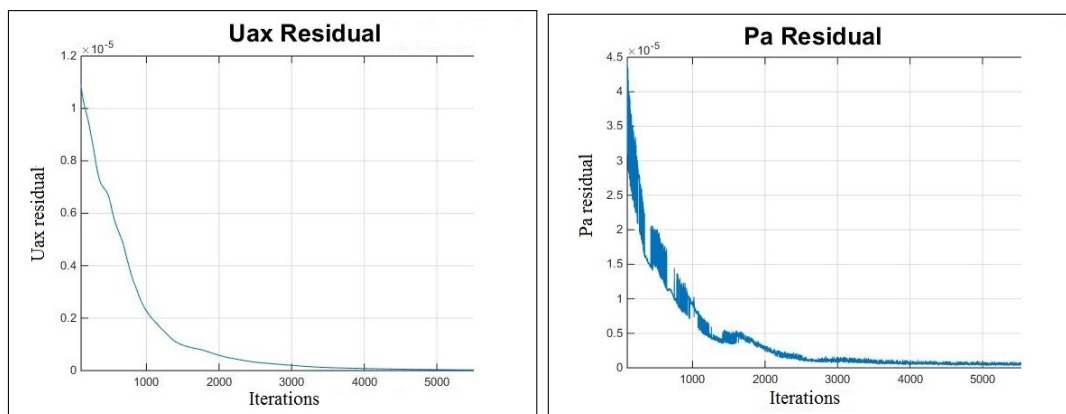


Σχήμα 2.22: Πεδίο συζυγούς ταχύτητας γύρω από το *N_S_wM_wW* .

άνωση και η οπισθέλκουσα και απεικονίζουν τη σχεδιαστική κατεύθυνση που πρέπει να ακολουθηθεί για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Στην περίπτωση μας, υπολογίζονται οι παράγωγοι ευαισθησίας της οπισθέλκουσας που ασκείται στο αυτοκίνητο. Να σημειωθεί ότι εφαρμόζεται η θεώρηση των στατικών τροχών και δρόμου, ενώ η μοντελοποίηση της τύρβης στο πρωτεύον πρόβλημα έγινε με τα μοντέλα $k - \omega$ SST και Spalart-Allmaras με χρήση σχήματος ανάντι διαφόρισης ακρίβειας πρώτης τάξης (Upwind) για τους όρους μεταφοράς των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη στο πρωτεύον πρόβλημα και σχήματος Gamma για τους όρους μεταφοράς των εξισώσεων της ορμής.

Για τη διακριτοποίηση της συζυγούς ταχύτητας εφαρμόστηκε το σχήμα ανάντι διαφόρισης ακρίβειας πρώτης τάξης Upwind, διότι το σχήμα αυτό είναι λιγότερο ταλαντωτικό σε σύγκριση με το Gamma και οδηγεί σε γρηγορότερη σύγκλιση του προβλήματος. Ο όρος διάχυσης των συζυγών εξισώσεων της τύρβης διακριτοποιείται γραμμικά, με χρήση σχήματος κεντρικής διαφόρισης. Τελος, στην περίπτωση της μη-παγωμένης τύρβης, για τη διακριτοποίηση των όρων μεταφοράς των συζυγών εξισώσεων τύρβης εφαρμόστηκε επίσης το σχήμα (Upwind).

Στο σχήμα 2.22 παρουσιάζεται η συζυγής ταχύτητα από την επίλυση του συζυγούς προβλήματος. Χαρακτηριστικό του συζυγούς προβλήματος το οποίο αποτυπώνεται και στην εικόνα είναι ότι η ροή έχει φορά αντίθετη της πρωτεύουσας, από την έξοδο δηλαδή του υπολογιστικού χωρίου προς την είσοδο. Επίσης, 2.23 δίνονται και τα διαγράμματα υπολοίπων των εξισώσεων της συζυγούς ταχύτητας και πίεσης για 10000 επαναλήψεις της επίλυσης του συζυγούς προβλήματος.

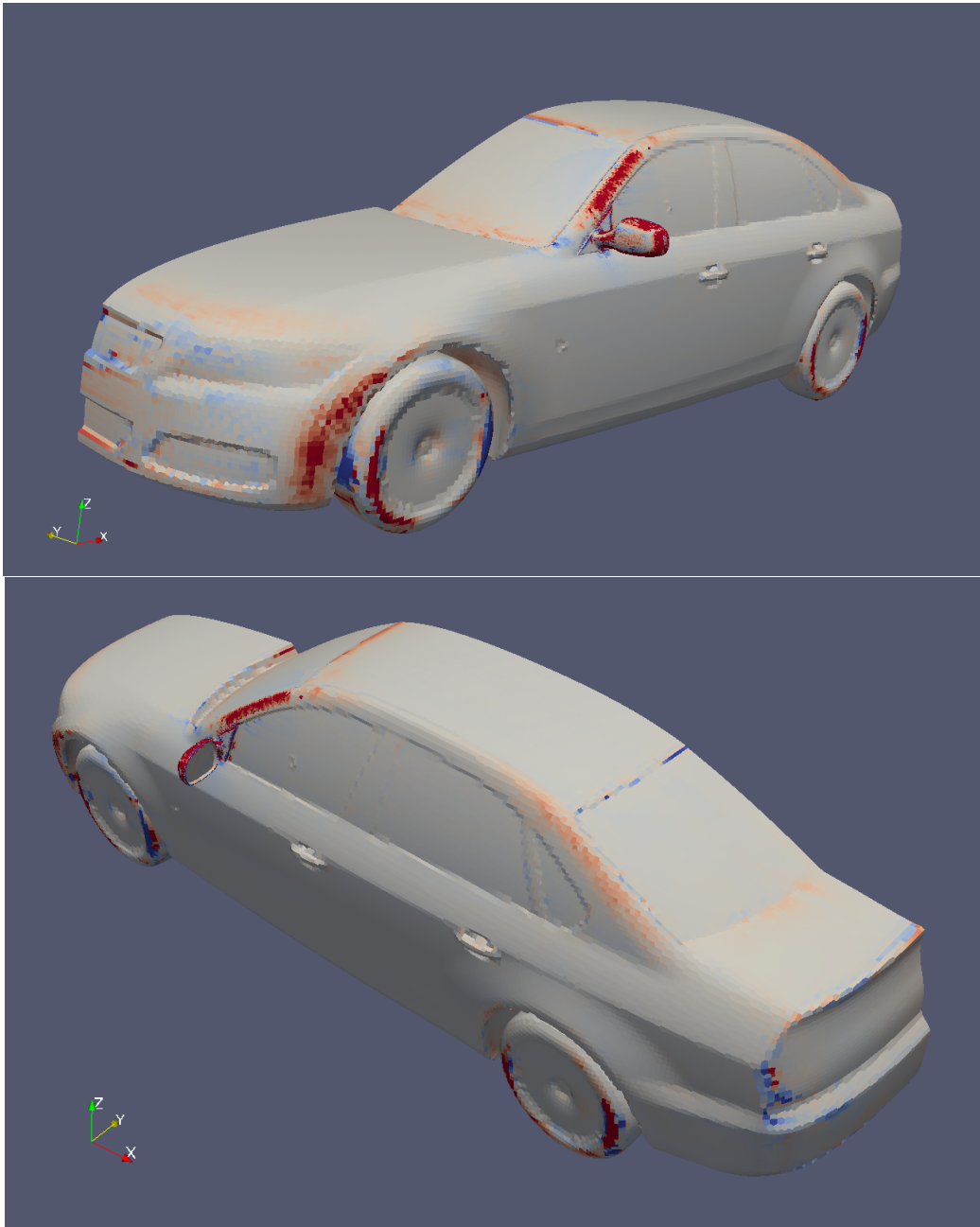


Σχήμα 2.23: Διάγραμμα υπολοίπου των εξισώσεων της συζυγούς ταχύτητας και πίεσης, για την περίπτωση των στατικών τροχών και δρόμου. Το μοντέλο τύρβης είναι το *Spalart-Allmaras* όπου η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι *U_{wind}*.

Στα σχήματα 2.24 παρουσιάζεται ο χάρτης ευαισθησίας όπως προέκυψε με χρήση του μοντέλου $k - \omega$ SST στο πρωτεύον πρόβλημα. Ο χρωματισμός της επιφάνειας έγινε με βάση την κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς την κάθετη μετατόπιση κάθε σημείου της επιφάνειας του αυτοκινήτου. Αν η κλίση είναι θετική τότε αυτό βάφεται με κόκκινο, ενώ αν ισχύει το αντίθετο με μπλε. Με πιο απλά λόγια, με κόκκινο χρώμα εμφανίζονται οι περιοχές όπου η γεωμετρία του αυτοκινήτου θα έπρεπε να μετακινηθεί προς τα μέσα για να έχουμε βελτίωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης ενώ, αντίθετα, με μπλε χρώμα παρουσιάζονται οι περιοχές όπου η γεωμετρία θα έπρεπε να μετακινηθεί προς τα έξω. Τέλος, με περίπου λευκό οι περιοχές που μεταβολή της γεωμετρίας δεν μεταβάλλει ή μεταβάλλει ελάχιστα την αντικειμενική συνάρτηση.

Όπως φαίνεται και στο χάρτη, υπάρχουν αρκετές περιοχές όπου η γεωμετρία του αυτοκινήτου μπορεί να μεταβληθεί με στόχο τη μείωση του συντελεστή της οπισθέλκουσας του αυτοκινήτου. Ξεχωρίζουν αρκετά ο πυλώνας (A-pillar) που βρίσκεται μεταξύ του μπροστινού παραθύρου και του πλαϊνού παραθύρου και η περιοχή του καθρέπτη που εδώ αποτελεί αντικείμενο βελτιστοποίησης.

Μελέτες έχουν δείξει ότι η υιοθέτηση της υπόθεσης της “παγωμένης τύρβης” σε ορισμένες εφαρμογές ενδεχομένως οδηγεί σε υπολογισμό παραγώγων ευαισθησίας με λανθασμένη τάξη μεγέθους ή σε μερικές, σπανιότερες, περιπτώσεις και με λάθος πρόσημο. Στην πρώτη περίπτωση, αυτό σημαίνει ότι μέθοδοι όπως αυτή της απότομης καθόδου θα χρειαστούν ίσως περισσότερους κύκλους βελτιστοποίησης μέχρι να καταλήξουν στη βέλτιστη λύση. Στη δεύτερη περίπτωση, αντίθετα, λόγω του λάθους πρόσημο, η διαδικασία της βελτιστοποίησης μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα. Το γεγονός ότι, ανάλογα και το πρόβλημα, υπάρχει κίνδυνος να υπολογιστούν παράγω-



Σχήμα 2.24: Η πλάγια εμπρόσθια και οπίσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με την υπόθεση της “παγωμένης τύρβης”) ως προς την οπισθέλκουσα. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

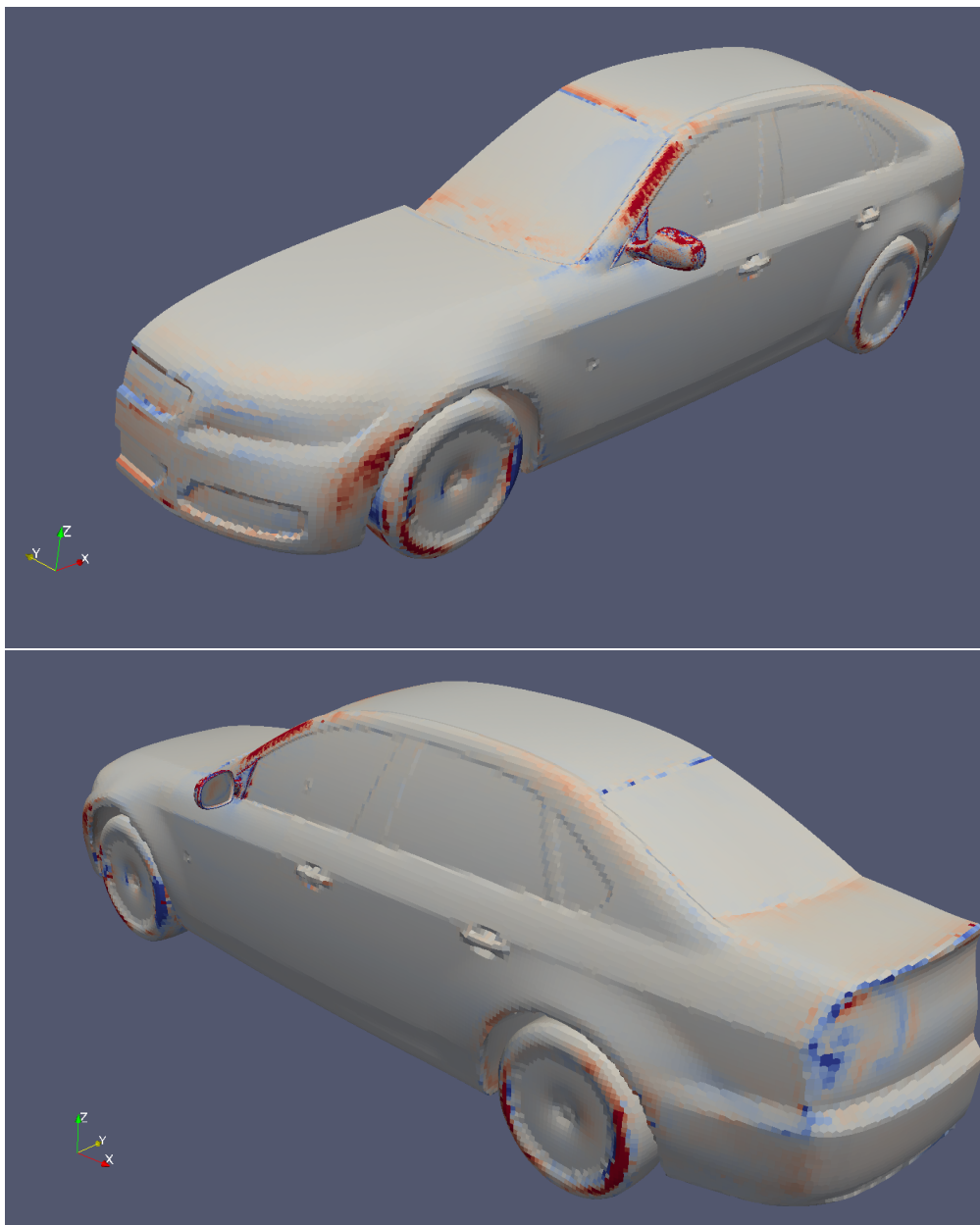
γοι με λάθος πρόσημο υποδηλώνει την ανάγκη να λαμβάνεται υπόψη και η διαφορά των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη. Για το λόγο αυτό εφαρμόστηκε, σε ένα τελευταίο στάδιο, η συνεχής συζυγής μέθοδος λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά της εξίσωσης τύρβης όπως αυτή περιγράφεται από το μοντέλο των Spalart-Allmaras [28, 49, 50].

Στα σχήματα 2.25 φαίνεται ο χάρτης ευαισθησίας, για τον οποίο έχει ληφθεί υπόψη η διαφορά της εξίσωσης της τύρβης.

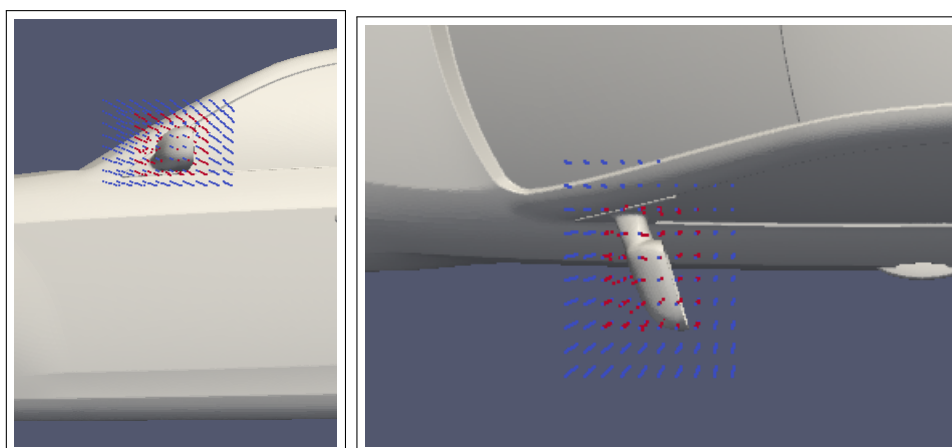
Κάνοντας μία σύγκριση ανάμεσα στους χάρτες ευαισθησίας της παγωμένης τύρβης και εκείνον με παραγωγή της εξίσωσης τύρβης των Spalart-Allmaras είναι ξεκάθαρο ότι, στη συγκεκριμένη εφαρμογή, δεν εντοπίζονται έντονες διαφορές μεταξύ τους. Οι μεγαλύτερες διαφορές φαίνονται στο A-pillar, όπου η υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” οδηγεί σε υπολογισμό μεγαλύτερων παραγώγων και για σχετικά μεγαλύτερη επιφανειακή έκταση. Ανάλογα συμβαίνει και για τον καθρέπτη όπου μάλιστα σε μια μικρή περιοχή στο τέλος του, ο χάρτης με παραγωγή της εξίσωσης τύρβης αλλάζει το πρόσημο πράγμα το οποίο δεν συμβαίνει στην υπόθεση της παγωμένης τύρβης (Σχήμα 2.24). Έτσι, αν κάποιος σχεδιαστής προσπαθούσε να βελτιστοποιήσει την περιοχή αυτή με βάση το χάρτη που προκύπτει έχοντας κάνει την παραδοχή της παγωμένης τύρβης, το αποτέλεσμα ενδεχομένως θα ήταν το αντίθετο από το επιθυμητό. Εδώ έγκειται και η σημασία της διαφοράς της εξίσωσης της τύρβης, η οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη, κατά την παραγωγή των συζυγών εξισώσεων.

2.6 Βελτιστοποίηση Μορφής καθρέπτη Notch-back

Γνωρίζοντας πλέον επακριβώς, μέσω του χάρτη ευαισθησίας, τις περιοχές εκείνες που η εφαρμογή μιας μεθόδου βελτιστοποίησης μορφής θα είχε πρακτικά οφέλη υλοποιείται ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης σχετικά με τη μορφή του καθρέπτη του DriVaer . Συγκεκριμένα, εκτελέστηκαν τρεις κύκλοι βελτιστοποίησης σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 1.2.5. Τοποθετήθηκε γύρω από τον καθρέπτη ένα πλέγμα ελέγχου ορθογωνικής μορφής, το οποίο αποτελείται από δέκα σημεία ελέγχου κατά τον διαμήκη και εγκάρσιο άξονα του οχήματος και οκτώ κατά τον κατακόρυφο. Το αρχικό πλέγμα των σημείων ελέγχου είχε μήκος 0.35 m πλάτος 0.45 m και ύψος 0,24 m . Μέσα σε αυτό περιέχονταν 167211 σημεία του υπολογιστικού πλέγματος που παραμετροποιήθηκαν, ενώ επιλέχθηκε για καθεμία από τις συναρτήσεις βάσης βαθμός



Σχήμα 2.25: Η πλάγια εμπρόσθια και οπίσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με παραγωγή της εξίσωσης τύρβης των Spalart-Allmaras) ως προς την οπισθόελκουσα. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.



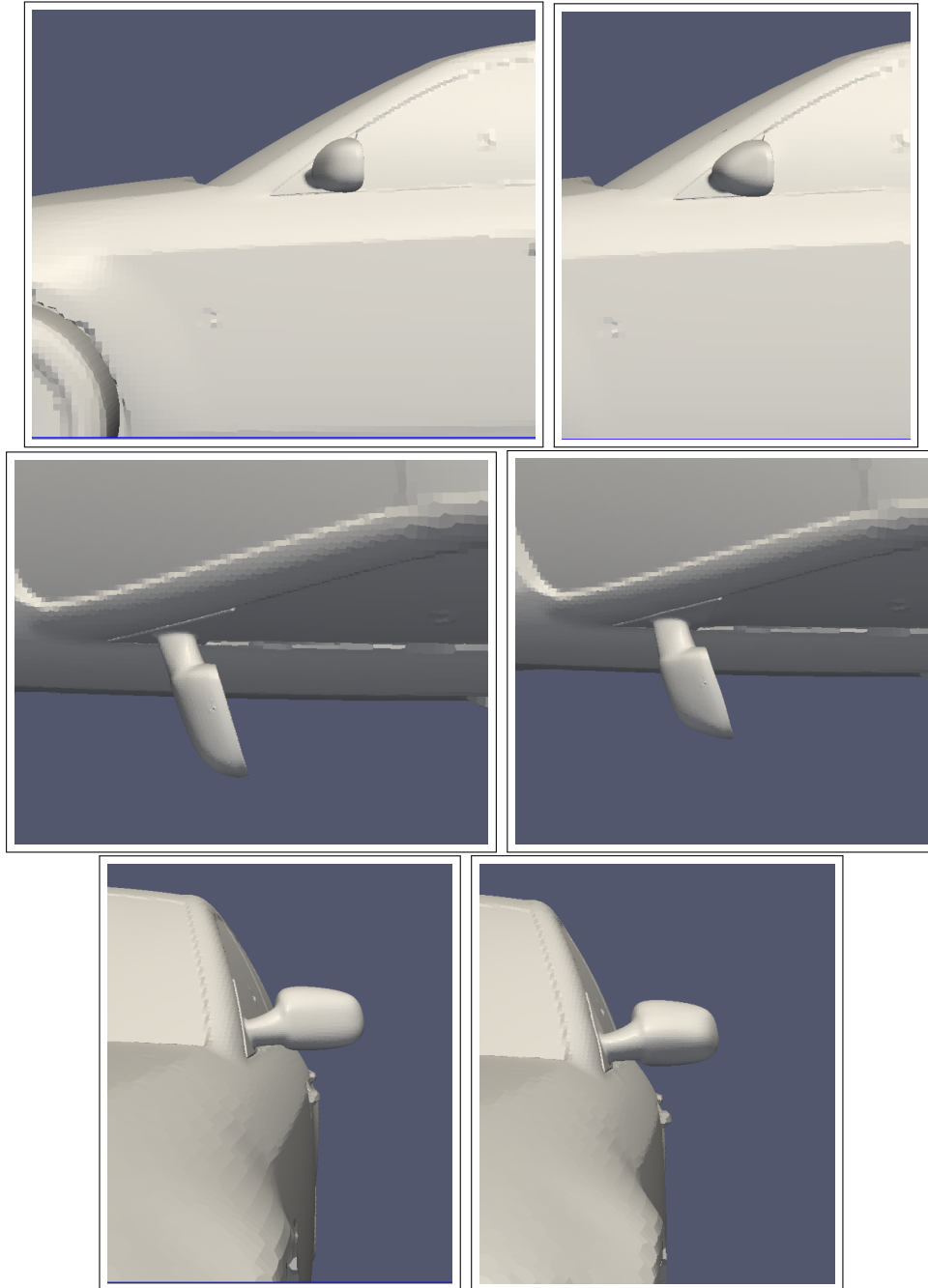
Σχήμα 2.26: Τα σημεία ελέγχου γύρω από τον καθρέπτη.

πολυωνύμου $p = 3$ για καλύτερη τοπική υποστήριξη.

Το πλέγμα μετατοπίστηκε ανά κύκλο βελτιστοποίησης με βάση τις παραγώγους ευαισθησίας που υπολογίζονται με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου. Επειδή η περιοχή αυτή αποτελεί εσωτερικό τμήμα του συνολικού υπολογιστικού χωρίου, επιλέγεται οι δύο εξωτερικές στιβάδες του πλέγματος ελέγχου να παραμείνουν ακίνητες, ώστε να αποφευχθεί πιθανή αλληλοκάλυψη παραμετροποιημένων και μη-παραμετροποιημένων σημείων και να εξασφαλιστεί η λειότητα της επιφάνειας του καθρέπτη. Επίσης, επιλέχθηκε η μέγιστη δυνατή μετατόπιση των σημείων ελέγχου ανά κύκλο βελτιστοποίησης να είναι ίση με δύο εκατοστά. Τέλος, αποφασίστηκε τα σημεία να μην έχουν τη δυνατότητα μετακίνησης κατά τον κατακόρυφο άξονα ως μια προσπάθεια ο αλγόριθμος να μην επέμβει - μειώσει δηλαδή - το εμβαδόν που τοποθετείται ο καθρέπτης που βλέπει ο οδηγός. Στο σχήμα 2.26 παρουσιάζονται τα σημεία ελέγχου που τοποθετήθηκαν γύρω από το πλευρικό καθρέπτη. Εκείνα με κόκκινο χρώμα παραμένουν ακίνητα, ενώ τα μπλέ μπορούν να κινηθούν προς οποιαδήποτε κατεύθυνση.

Στο πίνακα 2.7 παρουσιάζεται ο συντελεστής οπισθέλκουσας του αρχικού καθρέπτη που χρησιμοποιείται ως τιμή σύγκρισης για το βελτιστοποιημένο. Παρατηρείται ότι η συνεισφορά ύπαρξης του καθρέπτη στο συνολικό Cd του οχήματος είναι μικρή και είναι περίπου 4.5%. Η γεωμετρία του αρχικού καθρέπτη και αυτού που προέκυψε με την εκτέλεση τριών κύκλων βελτιστοποίησης φαίνονται στο σχήμα 2.27.

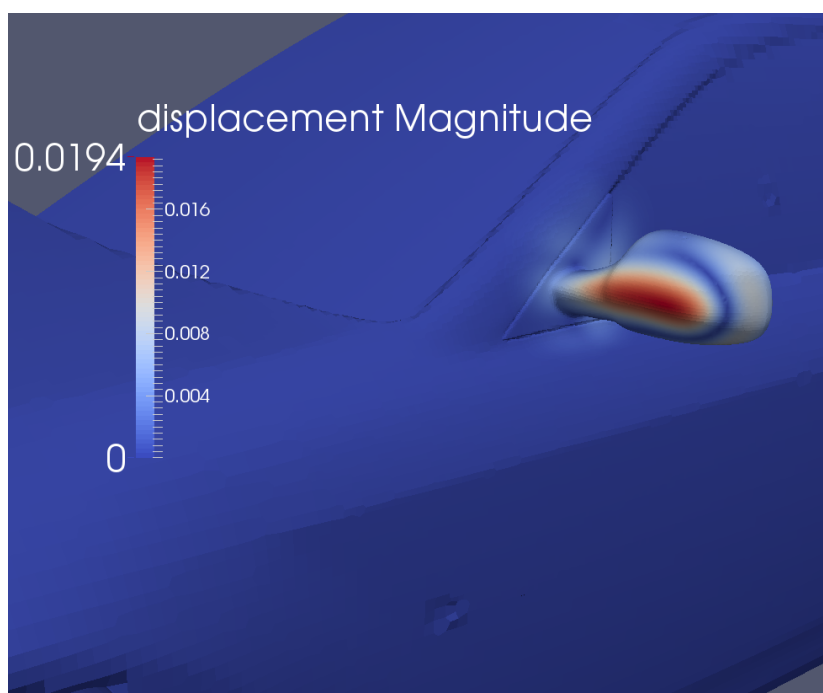
Αποτέλεσμα των τριών κύκλων βελτιστοποίησης ήταν η δημιουργία ενός πιο αεροδυναμικού καθρέπτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.27. Το μήκος του καθρέπτη μεγάλωσε και η μετωπική επιφάνεια προσβολής του έγινε πιο οξεία. Η μετατόπιση των σημείων της επιφάνειας του καθρέπτη ως τον τρίτο κύκλο βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στο



Σχήμα 2.27: Η αρχική γεωμετρία του καθρέπτη αριστερά και η βελτιστοποιημένη δεξιά.

Πίνακας 2.7: Ο συντελεστής οπισθέλκουσας του αρχικού καθρέπτη.

Cd καθρέπτη - Στατικοί τροχοί και δρόμος					
Διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς της τύρβης		Upwind		Gamma	
		Cd	Τυπική απόκλιση%	Cd	Τυπική απόκλιση %
Τύρβη	Spalart-Allmaras	0.0117	0.6742	0.0119	0.7926
	k- ω STT	0.0109	0.9137	0.0110	0.8366



Σχήμα 2.28: Η μετατόπιση των σημείων του βελτιστοποιημένου καθρέπτη σε μέτρα σχετικά με την αρχική γεωμετρία.

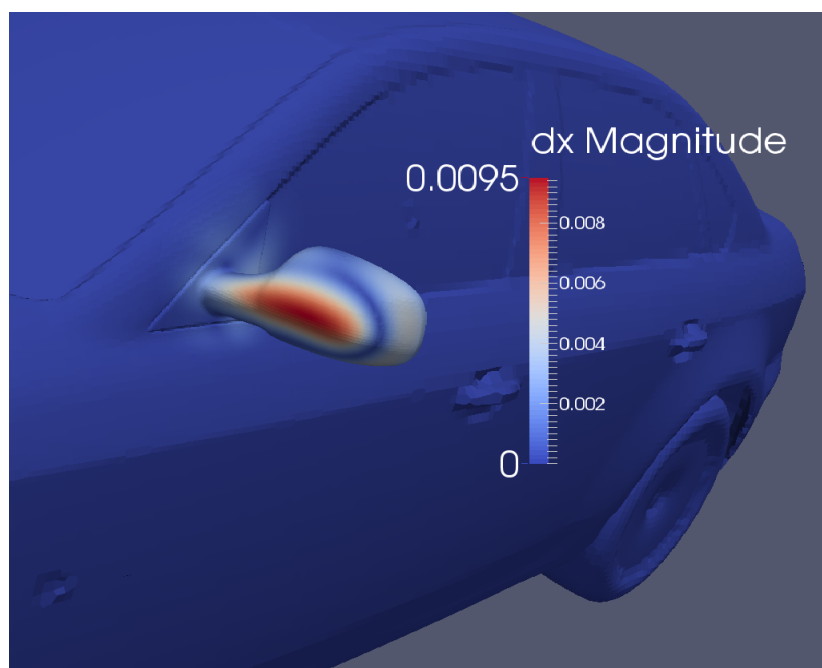
Πίνακας 2.8: Cd βελτιστοποιημένου καθρέπτη.

Βελτιστοποιημένος καθρέπτης				
Τύρβη	Διακριτοποίηση $\tilde{\nu}$	Cd	Τυπική απόκλιση %	Βελτίωση %
Spalart-Allmaras	Upwind	0.009369	0.35564	19.92

σχήμα 2.28. Η μετατόπιση των σημείων κατά τον πρώτο κύκλο παρουσιάζεται στο σχήμα 2.29.

Η τελική τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας παρουσιάζεται στον πίνακα 2.8, όπου φαίνεται ότι το ποσοστό βελτίωσης του συντελεστή σε σχέση με την αρχική του τιμή είναι 19.92%.

Η κατανομή της πίεσης στον αρχικό και στον βελτιστοποιημένο καθρέπτη παρουσιάζεται στο σχήμα 2.30. Όπως είναι φανερό ο βελτιστοποιημένος καθρέπτης δέχεται



Σχήμα 2.29: Η μετατόπιση των σημείων του καθρέπτη σε χιλιοστά κατά το πρώτο κύκλο βελτιστοποίησης.

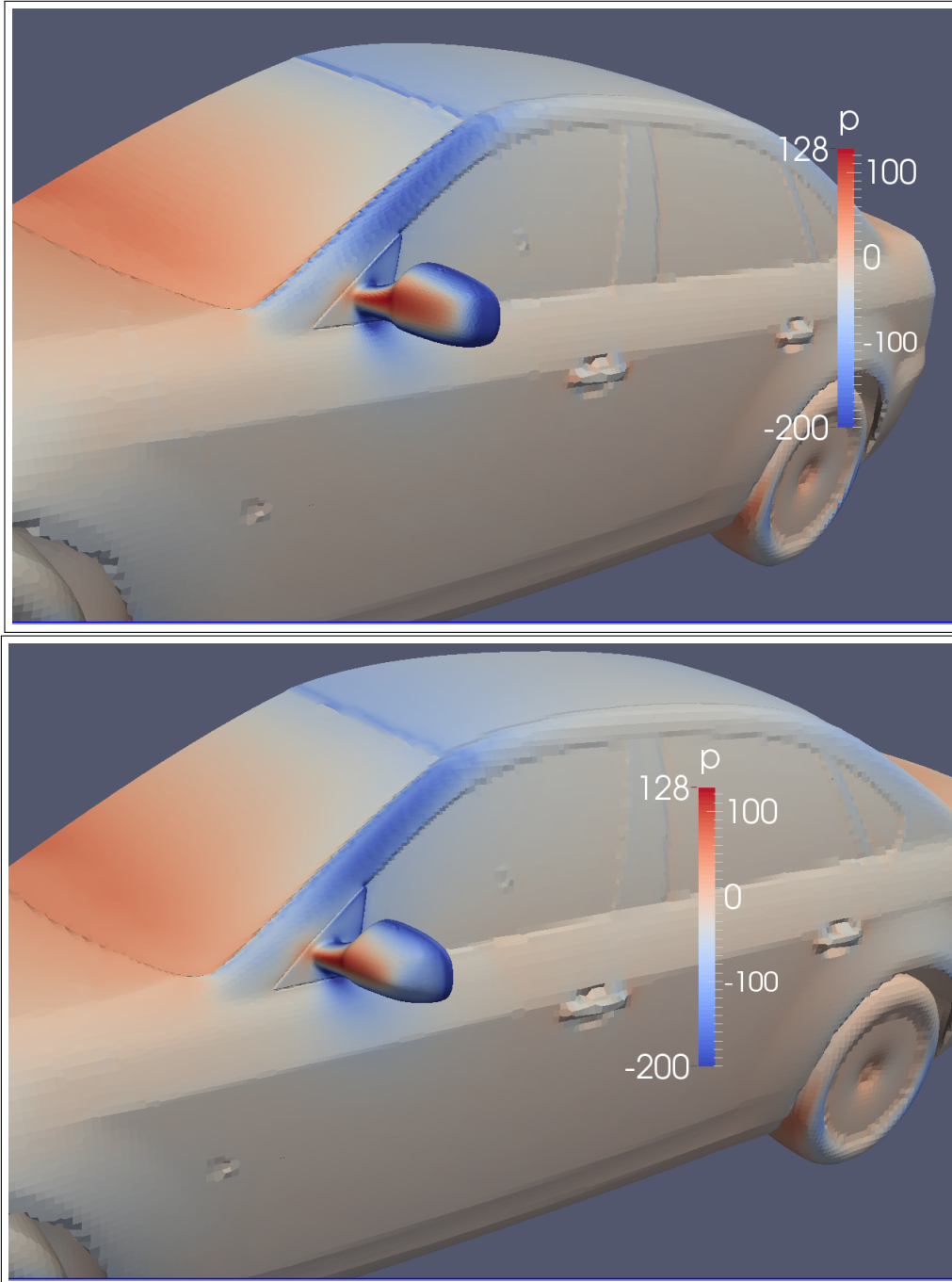
Πίνακας 2.9: Δυνάμεις οπισθέλκουσας και άνωσης σε καθρέπτη.

Δυνάμεις σε καθρέπτη				
Γεωμετρία	Οπισθέλκουσα(N)	Τυπική απόκλιση	Άνωση(N)	Τυπική απόκλιση
Αρχική	1.948	0.013	-1.150	0.003
Βελτιστοποιημένη	1.560	0.006	-1.378	0.039

μειωμένες πιέσεις. Επίσης η περιοχή χαμηλής πίεσης στον βελτιστοποιημένο καθρέπτη είναι μικρότερης έκτασης από ότι στον αρχικό.

Τα παραπάνω αποτελέσματα συνοψίζονται στο πίνακα 2.9, όπου παρουσιάζονται οι δυνάμεις της οπισθέλκουσας και της άνωσης που ασκούνται στο καθρέπτη σε κάθε περίπτωση. Είναι φανερό ότι ο βελτιστοποιημένος καθρέπτης δέχεται μειωμένη δύναμη οπισθέλκουσας συγκριτικά με την αρχική γεωμετρία, ενώ παράλληλα η αλλαγή της μορφής του με στόχο την ελαχιστοποίηση της οπισθέλκουσας είχε ως αποτέλεσμα την παραγωγή και ενός μικρού ποσού επιπλέον κάθετης δύναμης το οποίο είναι επιθυμητό.

Να σημειωθεί εδώ ότι μια σύγκριση ανάμεσα στο Cd του οχήματος με την αρχική γεωμετρία του καθρέπτη και στο Cd με τη βελτιστοποιημένη γεωμετρία του καθρέπτη δεν είναι εφικτή λόγω της μικρής συνεισφοράς του Cd του καθρέπτη στο συνολικό Cd οχήματος και στην ταλάντωση της τιμής των λύσεων. Ανάλογα ισχύουν και για τις δυνάμεις. Κλείνοντας, ανά κύκλο βελτιστοποίησης το πλέγμα που προέκυπτε μετά



Σχήμα 2.30: Κατανομή πίεσης στον αρχικό (πάνω) και βελτιστοποιημένο (κάτω) καθρέπτη.

την τοπική παραμόρφωσή του πλέγματος στην περιοχή του καθρέπτη ήταν αξιόλογης ποιότητας και δεν αλλοίωνε την ποιότητα των αποτελεσμάτων του επόμενου κύκλου.

Μετά την εκτέλεση τριών κύκλων βελτιστοποίησης, η νέα γεωμετρία που προέκυψε μπορεί να μην είναι μεν η καθολικά βέλτιστη αλλά είναι σημαντικά βελτιωμένη. Αυτό είναι σημαντικό για πολλές αυτοκινητοβιομηχανίες καθώς συχνά αρκούνται σε βελτίωση της υπάρχουσας διάταξης. Για να προκύψει η βέλτιστη γεωμετρία πρέπει όλη η διαδικασία να επαναληφθεί για ίσως αρκετούς ακόμα κύκλους βελτιστοποίησης. Καθώς όμως οι υπολογιστικές απαιτήσεις για κάτι τέτοιο είναι αρκετά μεγάλες και, δεδομένου ότι κατά τη βελτιστοποίηση μια γεωμετρίας η οποία βρίσκεται ήδη σε καλό επίπεδο ο πρώτος κύκλος βελτιστοποίησης συνήθως επιτυγχάνει κέρδος έως και 80% του συνολικού, ενώ κάθε επόμενο βήμα συνεισφέρει λιγότερο, δεν κρίθηκε σκόπιμο να εκτελέσουμε επιπλέον κύκλους. Τέλος, ένας επιπλέον λόγος είναι ότι, από τη στιγμή που εκτελείται βελτιστοποίηση μορφής δίχως περιορισμούς, η εκτέλεση πολλών κύκλων βελτιστοποίησης θα είχε πιθανόν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία καθρέπτη με "αφύσικη γεωμετρία" η οποία είτε δεν θα συμβάδιζε με τους ισχύοντες κανόνες που αφορούν την ελάχιστη επιφάνειά του και την οξύτητα των ακμών του είτε θα είχε πολύ υψηλό κόστος κατασκευής.

2.7 Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Στο πρώτο τμήμα των αεροδυναμικών μελετών της εργασίας αυτής μελετήθηκε το γενικευμένο αλλά αρκετά ρεαλιστικό μοντέλο αυτοκινήτου DrivAer στη διαμόρφωση Notchback. Δημιουργήθηκε το υπολογιστικό πλέγμα και πραγματοποιήθηκαν δεκαέξι διαφορετικές προσομοιώσεις με τελικό ζητούμενο τον συντελεστή οπισθέλκουσας του οχήματος. Έπειτα, με στόχο την ελαχιστοποίηση του συντελεστή οπισθέλκουσας του οχήματος και κατ' επέκταση της κατανάλωσης καυσίμου του, δημιουργήθηκαν μέσω της συνεχούς συζυγούς μεθόδου οι χάρτες ευαισθησίας του C_d του οχήματος.

Τέλος γνωρίζοντας πλέον τις περιοχές εκείνες στις οποίες η εφαρμογή μιας μεθόδου βελτιστοποίησης μορφής θα είχε πρακτικά οφέλη, έγινε εφαρμογή τεχνικής βελτιστοποίησης μορφής, βασισμένης στη συνεχή συζυγή μέθοδο, η οποία έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε για τη βελτιστοποίηση της μορφής του πλευρικού καθρέπτη του οχήματος, δίνοντας βελτίωση περίπου 20% συγκριτικά με το C_d της αρχικής διαμόρφωσης του καθρέπτη. Συγκεκριμένα το C_d του καθρέπτη μειώθηκε από 0.0117 σε 0.009369.

Η διαδικασία που παρουσιάστηκε συνοψίζεται στα παρακάτω :

- Δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος. Είναι μια σχετικά απλή διαδικασία, θέλει όμως προσοχή και εμπειρία από το χρήστη ώστε να γίνει αξιόπιστη προσέγγιση της ροής γύρω από το όχημα. Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων εξαρτάται από πολλούς παράγοντες με σημαντικότερο την πυκνωση του σε περιοχές ενδιαφέροντος και έντονης μεταβολής των μεγεθών της ροής. Ακόμα, σημαντική είναι και η ύπαρξη παραλληλόγραμμων κελιών – στρωμάτων - με πλευρές παράλληλες στα στερεά τοιχώματα, για μείωση της αριθμητικής διάχυσης. Αυτό συνεπάγεται αναπόφευκτα αύξηση του υπολογιστικού κόστους. Το πλέγμα δημιουργήθηκε με χρήση του εργαλείου SnappyHexMesh του OpenFOAM .
- Επιλύεται το πρωτεύον πρόβλημα με χρήση του επιλύτη SIMPLE του OpenFOAM . Είναι επιλύτης μόνιμης ροής αλλά μπορεί να προσεγγίσει και ελαφρά μη μόνιμα προβλήματα με μια ταλάντωση των λύσεων του γύρω από μια μέση τιμή. Από την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων της ροής προκύπτουν τα μεγέθη της πίεσης και της ταχύτητας στα βαρύκεντρα των πλεγματικών κυψελών από όπου, στη συνέχεια, υπολογίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Οι τιμές που προκύπτουν συγκρίνονται με τις αντίστοιχες πειραματικές. Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται για τη χρήση τους στο επόμενο στάδιο της παραγωγής των χαρτών ευαισθησίας και της βελτιστοποίησης του οχήματος
- Επιλύεται το συζυγές πρόβλημα. Σχηματίζονται οι συζυγείς εξισώσεις με βάση την αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση και επιλύονται αριθμητικά. Υπολογίζονται τα συζυγή πεδία και μέσω αυτών οι τιμές των παραγώγων ευαισθησίας της οπισθέλκουσας. Οι παράγωγοι αυτοί χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του χάρτη ευαισθησίας.
- Με βάση τα αποτελέσματα του χάρτη ευαισθησίας επιλέγεται προς βελτιστοποίηση η περιοχή του καθρέπτη του οχήματος. Για το σκοπό αυτό, τοποθετείται γύρω από τον καθρέπτη ένα πλέγμα ελέγχου το οποίο παραμετροποιεί την γεωμετρία που βρίσκεται στο εσωτερικό του με χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines. Τα σημεία ελέγχου που καθορίζουν τη θέση των παραμετροποιημένων σημείων μετακινούνται με βάση τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας, όπως αυτές έχουν υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα. Η μετακίνηση των σημείων ελέγχου έχει ως αποτέλεσμα τη μετατόπιση όλων των σημείων που βρίσκονται εντός της περιοχής ελέγχου, μορφοποιώντας δηλαδή τοπικά το πλέγμα. Ο βαθμός της μετατόπισης κάθε παραμετροποιημένου σημείου καθορίζεται από την παράγωγο ευαισθησίας. Έτσι, παράγεται η νέα, βελτιωμένη γεωμετρία του οχήματος. Η χρήση της με-

θόδου μορφοποίησης πλέγματος με ογκομετρικές b-splines έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να μορφοποιήσει γεωμετρίες οι οποίες είχαν δοθεί στο χρήστη σε μορφή μη επεξεργάσιμη από αυτόν. Έτσι, με χρήση του λογισμικού αυτού μπορούν να εκτελεστούν αυτοματοποιημένα πολλοί κύκλοι βελτιστοποίησης. Επίσης η χρήση τους δεν συνεπάγεται μείωση της ποιότητας του παραμετροποιημένου πλέγματος ανά κύκλο βελτιστοποίησης.

Οι αεροδυναμικές μελέτες του DriVaer εκτελέστηκαν στο πολυεπεξεργαστικό σύστημα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, σε μηχανήματα με διαφορετική υπολογιστική ισχύ, με βάση τη διαθεσιμότητα των υπολογιστικών πόρων ανά περίπτωση. Χρησιμοποιήθηκαν ανά προσομοίωση 40 πυρήνες Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v2 στα 2.60 GHz και Intel(R) i7 CPU στα 2.0 GHz της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Για τη δημιουργία του πλέγματος χρειάστηκαν 13 λεπτά. Το πρωτεύον πρόβλημα επιλυόταν σε χρόνο από 7 ώρες και 20 λεπτά ως 14 ώρες και 10 λεπτά, ανάλογα το μοντέλο τύρβης που εφαρμοζόταν, ενώ το συζυγές σε χρόνο από 10 ώρες, στην περίπτωση της παραδοχής της “παγωμένης τύρβης”, έως 21 ώρες με διαφόριση της εξίσωσης του μοντέλου τύρβης. Για την παραμετροποίηση του πλέγματος γύρω από το καθρέπτη του οχήματος απαιτήθηκαν 15 λεπτά. Για τη εκτέλεση τριών κύκλων βελτιστοποίησης χρειάστηκαν 4.8 μέρες.

Όπως φαίνεται το υπολογιστικό κόστος της μελέτης του DriVaer ήταν αρκετά υψηλό και ήταν ένας λόγος για τον οποίο εκτελέστηκαν μόνο 3 κύκλοι βελτιστοποίησης. Σκοπός, εξάλλου, της διπλωματικής αυτής εργασίας δεν είναι η αναζήτηση της βέλτιστης γεωμετρίας, αλλά η προσαρμογή όσων παρουσιάστηκαν σε μία μέθοδο βελτιστοποίησης ενός οχήματος.

Το συμπέρασμα λοιπόν που προκύπτει είναι πως μία μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής βασισμένη στη συνεχή συζυγή μέθοδο και τη χρήση ογκομετρικών b-splines μπορεί να εφαρμοστεί για τη βελτίωση της γεωμετρίας τμημάτων ενός αυτοκινήτου, δίνοντας αξιόλογα αποτελέσματα. Για την ανάδειξη της βέλτιστης γεωμετρίας μπορούν να εκτελεστούν αρκετοί κύκλοι βελτιστοποίησης ωστόσο αυτό συνοδεύεται από ένα σημαντικό υπολογιστικό κόστος. Στην περίπτωσή μας, η διαδικασία εφαρμόστηκε για ένα ρεαλιστικό, αλλά γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου, ωστόσο, μπορεί να εφαρμοστεί για τη μελέτη διαφόρων μοντέλων αυτοκινήτου και να αποφέρει σημαντικές βελτιώσεις στη γεωμετρία τους.

Κεφάλαιο 3

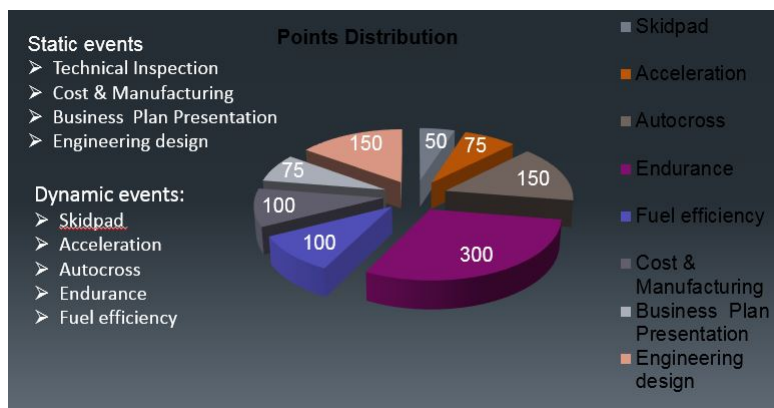
Υπολογιστική Μελέτη του Formula Student οχήματος του Ε.Μ.Π

Στην ενότητα αυτήν θα παρουσιαστεί η διαδικασία και τα αποτελέσματα της αεροδυναμικής μελέτης του P16 formula student race car της Prom Racing Team powered by Bosch. Αρχικά θα γίνει μια σύντομη αναφορά στους διεθνείς διαγωνισμούς formula student. Στη συνέχεια, θα φανεί η ανάγκη χρήσης αεροδυναμικών διατάξεων σε αγωνιστικά οχήματα ενώ θα παρουσιαστούν συνοπτικά και οι τεχνικοί κανονισμοί των διαγωνισμών Formula Student που αφορούν τον αεροδυναμικό σχεδιασμό και επηρέασαν το προκαταρκτικό αεροδυναμικό πακέτο του αυτοκινήτου που σχεδιάστηκε σε προηγούμενη διπλωματική εργασία [1].

Έπειτα, θα παρουσιαστεί η διαδικασία γένεσης πλέγματος για την εκτέλεση κάθε σχεδιαστικού κύκλου της αεροδυναμικής μελέτης του P16 formula student race car , όπως και οι οριακές συνθήκες των αεροδυναμικών μελετών. Στο κύριο μέρος της ενότητας αυτής παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αεροδυναμικής μελέτης ενώ γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων με το προκαταρκτικό μοντέλο.

3.1 Οι διεθνείς διαγωνισμοί Formula Student

Ο θεσμός της Formula Student ξεκίνησε το 1981 από την SAE (Society of Automotive Engineers) στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής. Το 1998 η IMechE (Institute of



Σχήμα 3.1: Το σύνολο το μέγιστων βαθμών ανά αγώνισμα στους διαγωνισμούς *Formula Student*

Mechanical Engineers) ανέλαβε την διοργάνωση των ευρωπαϊκών διαγωνισμών. Σήμερα αποτελεί το μεγαλύτερο φοιτητικό διαγωνισμό με events σε όλο το κόσμο την περίοδο του καλοκαιριού τόσο για τα combustion (FSC) όσο και για τα electric cars (FSE).

Η βασική ιδέα δημιουργίας του διαγωνισμού είναι ότι φοιτητές μηχανολογίας, καλούνται να σχεδιάσουν, μελετήσουν και κατασκευάσουν ένα πρωτότυπο μονοθέσιο αγωνιστικό όχημα τύπου Formula (open wheel) . Το μονοθέσιο τους πρέπει να υπακούει στους εκάστοτε ισχύοντες τεχνικούς κανονισμούς. Οι τεχνικοί κανονισμοί πρέπει να προάγουν την καινοτομία και την δημιουργικότητα των συμμετεχόντων και το project πρέπει να διευθύνεται και να διεξάγεται από φοιτητές.

Το σενάριο του διαγωνισμού είναι ότι μια κατασκευάστρια εταιρεία διεξήγαγε έρευνα αγοράς και διαπίστωσε την ανάγκη ανάπτυξης ενός νέου οχήματος – προϊόντος. Πελάτες θα αποτελούν οι ερασιτέχνες οδηγοί αγώνων (non-professional weekend autocross racer). Κάθε ομάδα φοιτητών πρέπει να παρουσιάσει ένα πρωτότυπο όχημα προς αξιολόγηση από την εταιρεία. Το όχημα αυτό θα αξιολογηθεί σε κάθε δυνατή παράμετρο του. Τόσο αν ικανοποιεί τις ανάγκες του πελάτη (performance, be low in cost, easy to maintain, and reliable) όσο και από την σκοπιά της κατασκευής του και της εμπορικής εκμετάλλευσής του. Η νικήτρια ομάδα κερδίζει το συμβόλαιο με την εταιρεία.

Ο διαγωνισμός χωρίζεται σε δύο βασικά τμήματα, το στατικό και το δυναμικό. Νικήτρια ομάδα αναδεικνύεται εκείνη που θα συγκεντρώσει το μέγιστο των πόντων και από τα δύο τμήματα. Στο σύνολο των βαθμών είναι 1000, ενώ αυτοί μοιράζονται στα διάφορα αγωνίσματα όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1

3.2 Η ανάγκη χρήσης αεροδυναμικών διατάξεων σε αγωνιστικά οχήματα και Formula Student cars

Το αγωνιστικό όχημα το οποίο μπορεί με τον καλύτερο τρόπο να αξιοποιεί τις δυνατότητες των ελαστικών του κάτω από διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας διαθέτει το ανταγωνιστικό πλεονέκτημα έναντι των άλλων. Τα ελαστικά είναι το μόνο μέρος του οχήματος το οποίο έρχεται σε επαφή με τον δρόμο και μέσω των οποίων το όχημα δέχεται τις δυνάμεις που είναι υπεύθυνες για την πρόωση και πορεία του. Η δύναμη που ασκείται στην διεπιφάνεια ελαστικού δρόμου είναι η δύναμη τριβής 3.1

$$T = \mu N \quad (3.1)$$

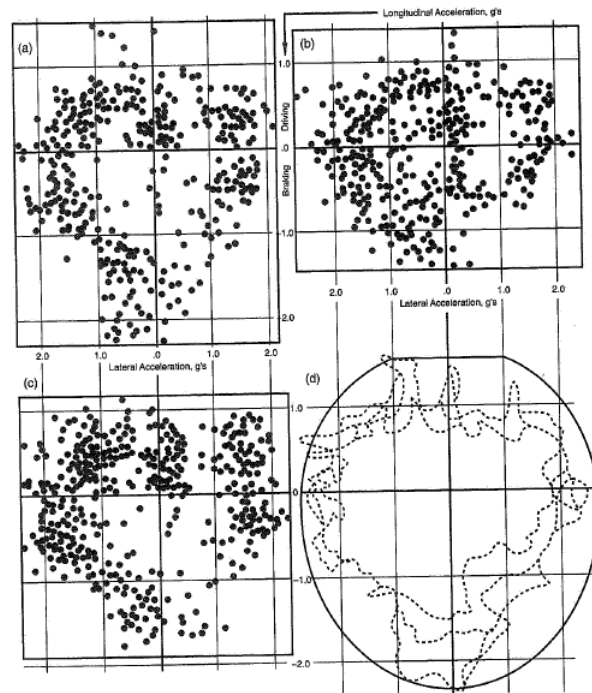
όπου μ συντελεστής πρόσφυσης ελαστικού-δρόμου, $N = W + Faero$ η κατακόρυφη δύναμη που ασκείται στο όχημα, W το βάρος του οχήματος και $Faero$ η κάθετη δύναμη στο όχημα αποτέλεσμα της αεροδυναμικής του.

Κατά την στροφή του οχήματος, η δύναμη τριβής T αναλύεται σε δύο συνιστώσες ανάλογες της γωνίας ολίσθησης του ελαστικού (slip angle). Η μια είναι υπεύθυνη για την πρόωση του οχήματος ενώ η δεύτερη έχει το ρόλο της κεντρομόλου και είναι υπεύθυνη για την πλευρική επιτάχυνση του οχήματος, η τιμή της οποίας είναι κρίσιμη για κάθε αγωνιστική κατασκευή. Ουσιαστικά κάθε αγωνιστικό όχημα πρέπει να έχει όσο το δυνατό πιο ευρύ διάγραμμα πλευρικών επιταχύνσεων (g-g diagram 3.2) και να μπορεί να διατηρήσει τη μέγιστη τιμή πλευρικής επιτάχυνσης προς κάθε κατεύθυνση το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα [79].

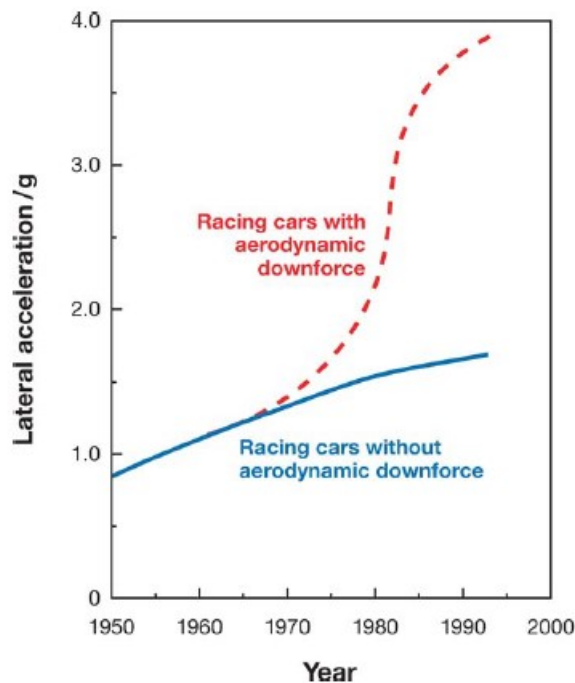
Με αδιαστατοποίηση της εξίσωσης με την επιτάχυνση της βαρύτητας προκύπτει 3.2

$$\frac{Lateral\ accel}{g} = \mu(1 + Faero/W) \quad (3.2)$$

Όπως προκύπτει από την 3.2 για τη μέγιστη πλευρική επιτάχυνση πρέπει να ελαχιστοποιηθεί το βάρος του οχήματος και να μεγιστοποιηθεί η κατακόρυφη δύναμη που δέχεται το όχημα από τον αέρα. Στο σχήμα 3.3 παρουσιάζεται η ικανότητα πλευρικής επιτάχυνσης των αγωνιστικών οχημάτων με την χρήση αεροδυναμικών διατάξεων και μη.



Σχήμα 3.2: Μορφή διαγράμματος πλευρικών επιταχύνσεων αγωνιστικής φόρμουλας. Οριζόντιος άξονας πλευρική επιτάχυνση, κατακόρυφος άξονας διαμήκη επιτάχυνση [79]



Σχήμα 3.3: Εξέλιξη της αύξησης της πλευρικής επιτάχυνσης των αγωνιστικών οχημάτων.

Στους διαγωνισμούς Formula Student η χρήση αεροδυναμικών διατάξεων είναι εξίσου σημαντική και επιπλέον τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότερες ομάδες διαθέτουν αεροδυναμικές διατάξεις, συγκριτικά με το παρελθόν, καθώς αυξάνεται η μέση ωριαία ταχύτητα των διαγωνισμών και οι πίστες γίνονται όλο και πιο "ανοιχτές", ευνοώντας τις ομάδες με αεροδυναμικό σχεδιασμό.

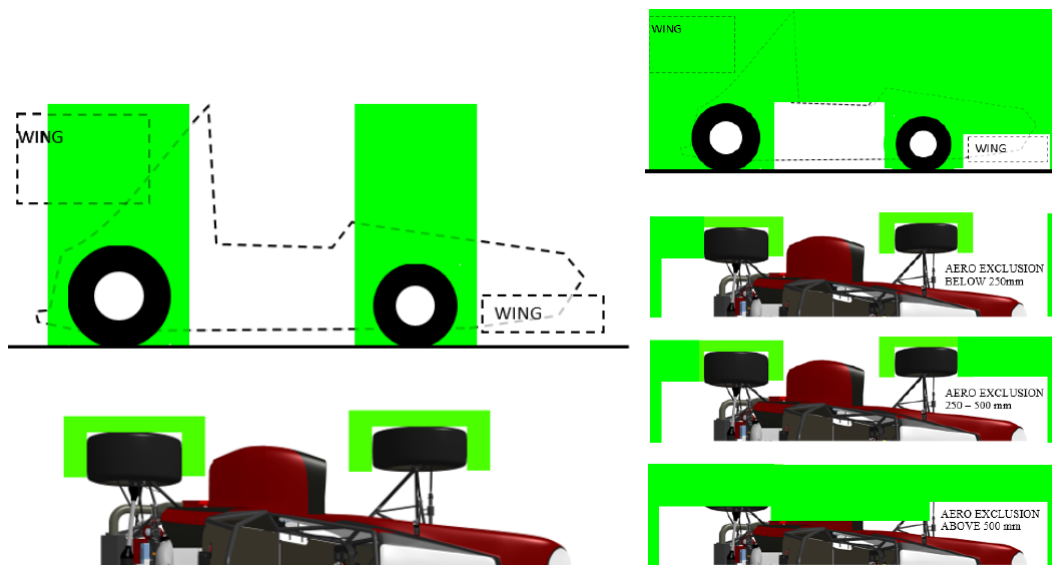
Τα ελαστικά που χρησιμοποιεί το αυτοκίνητο της Prom Racing Team είναι ικανά για 2 g επιτάχυνση. Η μέγιστη τιμή επιτάχυνσης που έχει καταγράψει η ομάδα έως σήμερα είναι 1,4 g χωρίς την χρήση αεροδυναμικών διατάξεων. Κατά συνέπεια λοιπόν υπάρχει αρκετή αναξιοποίητη απόδοση και για αυτό το λόγο αναγκαία είναι η χρήση αεροτομών.

3.3 Συνοπτική παρουσίαση τεχνικών κανονισμών Formula Student που αφορούν τον αεροδυναμικό σχεδιασμό.

Όπως συμβαίνει σε κάθε αγωνιστική κατηγορία, έτσι και ο θεσμός της Formula Student εμπίπτει σε διάφορους τεχνικούς και μη περιορισμούς. Εντούτοις, καθώς οι περιορισμοί αυτοί είναι σχετικά χαλαροί, οι φοιτητές έχουν την δυνατότητα να κινηθούν σε ένα ευρύ φάσμα σχεδιαστικών ιδεών και προτάσεων. Συνεπώς, κάθε αυτοκίνητο είναι μοναδικό.

Οι κανονισμοί που αφορούν τον αεροδυναμικό σχεδιασμό των αυτοκινήτων Formula Student την αγωνιστική περίοδο 2015 - 2016 είναι οι εξής.

- Οι τροχοί του αυτοκινήτου θα πρέπει να είναι εμφανείς τόσο στην κάτοψη όσο και στην πλάγια όψη του οχήματος.
- Καμία αεροδυναμική συσκευή δεν πρέπει να βρίσκεται πάνω από 700 mm μπροστά από την εμπρός επιφάνεια των εμπρός τροχών.
- Καμία εμπρόσθια αεροδυναμική συσκευή δεν πρέπει να είναι πλατύτερη από την εξωτερική επιφάνεια των ελαστικών των εμπρός τροχών.
- Καμία οπίσθια αεροδυναμική συσκευή δεν πρέπει να είναι πλατύτερη από την εσωτερική επιφάνεια των ελαστικών των πίσω τροχών.
- Καμία αεροδυναμική συσκευή δεν πρέπει να βρίσκεται πάνω από 250 mm πίσω από την πίσω επιφάνεια των πίσω τροχών. Καμία αεροδυναμική συσκευή δεν πρέπει να βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο των 1.2 m.



Σχήμα 3.4: Γραφική αναπαράσταση των περιοχών του οχήματος που απαγορεύεται η χρήση αεροδυναμικών διατάξεων.

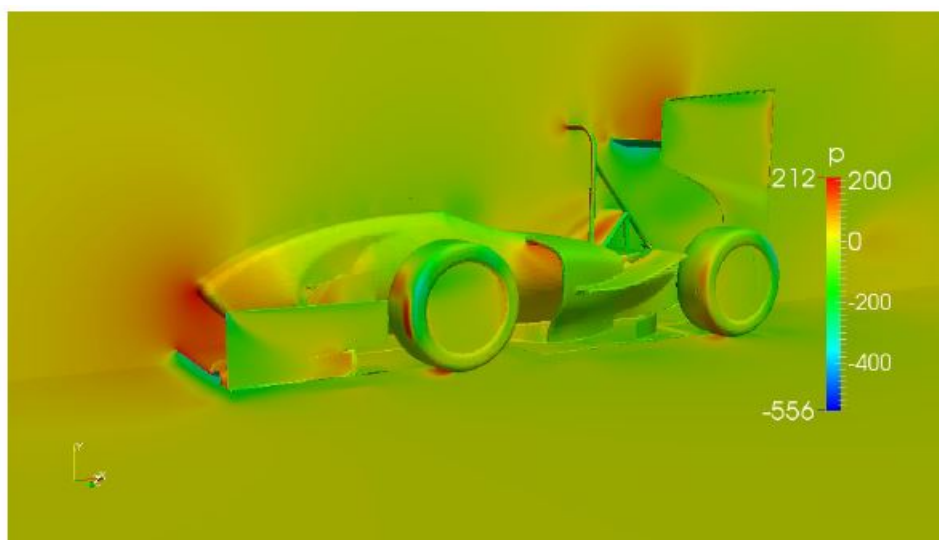
- Απαγορεύεται η χρήση ανεμιστήρων

Στο σχήμα 3.4 φαίνονται παραστατικά οι περιοχές του οχήματος που επιτρέπεται η χρήση αεροδυναμικών διατάξεων. Με πράσινο χρώμα είναι εκείνες στις οποίες απαγορεύεται η χρήση.

Όπως φαίνεται οι κανονισμοί δεν είναι ιδιαίτερα περιοριστικοί συγκριτικά με άλλες κατηγορίες μηχανοκίνητου αθλητισμού (Formula 1, World Endurance Cars, DTM κτλ). Τα επίπεδα κάθετης δύναμης που μπορούν να επιτευχθούν είναι αρκετά μεγάλα, της τάξης των 90 kg στα 70 km/h η ακόμα μεγαλύτερα με λόγο $-L/D$ περίπου στο 3.5 για την διαμόρφωση μέγιστης παραγωγής κάθετης δύναμης.

3.4 Συνοπτική παρουσίαση του προκαταρκτικού σχεδιασμού του P16

Αφετηρία σχεδιασμού του νέου αεροδυναμικού πακέτου υπήρξε μια προηγούμενη διπλωματική εργασία [1], που πραγματοποιήθηκε στην ΜΠΤΡ&Β/ΕΜΠ. Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκε ο προκαταρκτικός σχεδιασμός του μονοθέσιου P16 . Συγκεκριμένα έγινε η επιλογή του προφίλ των αεροτομών του οχήματος, όπως και μια πρώτη διαστασιολόγηση των αεροδυναμικών διατάξεων, ενώ δημιουργήθηκαν και οι χάρτες ευαισθησίας του οχήματος για τη μελλοντική του βελτίωση και βελτιστοποίηση.



Σχήμα 3.5: Κατανομή πίεσης στο προκαταρκτικό μοντέλο [1].

Στόχος του προκαταρκτικού σχεδιασμού ήταν η δημιουργία ενός αεροδυναμικού πακέτου το οποίο θα χαρακτηρίζεται από υψηλές τιμές κάθετης δύναμης - της τάξης των 60 kg σε 72 km/h , καθώς η ταχύτητα αυτή είναι μια τυπική τιμή για τους διαγωνισμούς formula student. Επίσης, το μοντέλο θα έπρεπε να έχει ένα λόγο $-L/D$ κοντά στο 3 και η κάθετη δύναμη να κατανέμεται κατά 55% στο μπροστά άξονα. Καθώς όμως οι πίστες που διεξάγονται οι διαγωνισμοί είναι αρκετά κλειστές και οι ταχύτητες χαμηλές με μέση ωριαία ταχύτητα 70 km/h περίπου - συγκριτικά με άλλες μορφές μηχανοκίνητου αθλητισμού - οι αεροδυναμικές διατάξεις πρέπει να έχουν μεγάλη επιφάνεια. Οι προδιαγραφές αυτές σε συνδυασμό με την ενσωμάτωση των βασικών αεροδυναμικών κανόνων των διαγωνισμών επηρέασαν σημαντικά την μορφή του προκαταρκτικού αεροδυναμικού πακέτου.

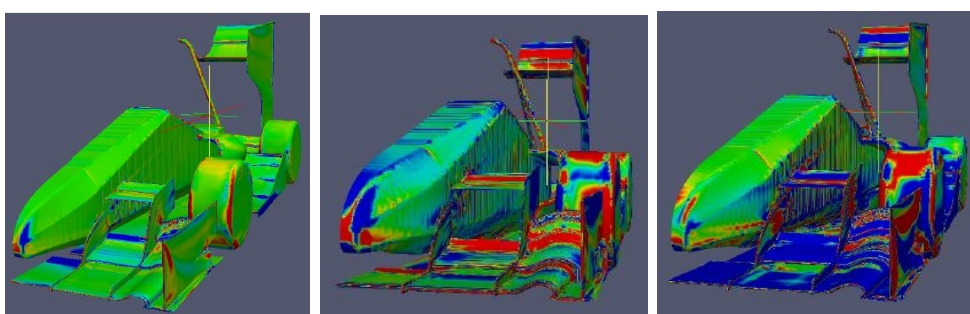
Τα αποτελέσματα της μελέτης του προκαταρκτικού μοντέλου με κινούμενο δρόμο και περιστρεφόμενους τροχούς θεωρήθηκαν ως σημείο αναφοράς για την παρούσα εργασία (σχήματα 3.5 και 3.6) [1].

Χαρακτηριστικό σημείο του προκαταρκτικού σχεδιασμού ήταν η δημιουργία των χαρτών ευαισθησίας του οχήματος. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκε ο χάρτης ευαισθησίας της οπισθέλκουσας (D) της άνωσης (L) και του λόγου των δύο $-L/D$ (σχήμα 3.7). Οι χάρτες αυτοί αποτέλεσαν χρήσιμο εργαλείο για τη βελτίωση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς του οχήματος μιας και πλέον ήταν εμφανείς οι περιοχές εκείνες που πρέπει να μορφοποιηθούν και να βελτιωθούν/βελτιστοποιηθούν.

Η εργασία αυτή αξιοποιώντας τα συμπεράσματα του προκαταρκτικού σχεδιασμού και

Forces (rotating wheels)	Downforce (N)	Drag (N)	Downforce/Drag (N)
Front Wing	143	21.3	6.71
Rear Wing	107.3	38.4	2.79
Unerbody	88.4	13.4	6.60
Bodywork	-22.3	-0.69	
Wheels	-16.2	11.4	-1.42
Car	321.1	124.7	2.57

Σχήμα 3.6: Υπολογιστικά αποτελέσματα του προκαταρκτικού σχεδιασμού του P16 αυτοκινήτου με περιστρεφόμενους τροχούς και κινούμενο δρόμο [1].



Σχήμα 3.7: Χάρτες ευαισθησίας του προκαταρκτικού μοντέλου [1].

της πληροφορίας που περιέχεται στους χάρτες ευαισθησίας, στοχεύει στην περαιτέρω βελτίωση της αεροδυναμικής απόδοσης του οχήματος, ενσωματώνοντας πλήρως όλους τους γεωμετρικούς, κατασκευαστικούς και οικονομικούς περιορισμούς της ομάδας, όπως και τα σφιχτά της χρονοδιαγράμματα.

Στόχος και αποτέλεσμα των μελετών που ακολουθούν είναι η δημιουργία του τελικού αεροδυναμικού πακέτου του οχήματος σε επίπεδο μηχανολογικών σχεδίων, το οποίο θα σέβεται όλους τους περιορισμούς και τις προδιαγραφές που θεσπίστηκαν και παρουσιάζονται παρακάτω.

3.5 Οι προδιαγραφές του νέου αεροδυναμικού πακέτου

Ο σχεδιασμός του νέου αεροδυναμικού πακέτου αρχίζει με τη διατύπωση των προδιαγραφών/στόχων που πρέπει να επιτευχθούν. Οι προδιαγραφές που θεσπίστηκαν για τον σχεδιασμό του τελικού αεροδυναμικού πακέτου ήταν οι εξής:

Οι προδιαγραφές:

- Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο πρέπει να αξιοποιήσει τα συμπεράσματα του προκαταρκτικού σχεδιασμού και να χτίσει πάνω στην υπάρχουσα γνώση της ομάδας, για τη μεγιστοποίηση της απόδοσης και ανταγωνιστικότητας της. Συγκεκριμένα στόχος είναι πλέον η αύξηση της κάθετης δύναμης στο όχημα με οδηγό τον χάρτη ευαισθησίας και η διατήρηση του λόγου $-L/D$ του προκαταρκτικού μοντέλου.
- Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο πρέπει να σέβεται πλήρως τόσο τους γενικούς (θέση αεροδυναμικών διατάξεων στο όχημα κτλ) όσο και τους λεπτομερείς (ελάχιστη ακτίνα αεροτομών στην ακμή πρόσπτωσης κτλ) τεχνικούς αεροδυναμικούς κανονισμούς των διαγωνισμών formula student.
- Δεδομένου ότι ο μηχανολογικός σχεδιασμός του οχήματος έχει ολοκληρωθεί και οριστικοποιηθεί πλήρως, το τελικό αεροδυναμικό πακέτο πρέπει να σέβεται τα διάφορα υποσυστήματα του οχήματος και να μην υπάρχει κίνδυνος να επηρεάσει αρνητικά την λειτουργία τους, (ανάγκες ψύξης κινητήρα φρένων κτλ,) ή να συμπέσει γεωμετρικά πάνω σε αυτά.
- Το αεροδυναμικό μοντέλο των προσομοιώσεων πρέπει να γίνει πιο λεπτομερές με προσθήκη νέων στοιχείων (οδηγού, ψυγείων κτλ), προκειμένου τα αποτελέσματα των μελετών να ανταποκρίνονται καλύτερα στην πραγματικότητα.
- Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο πρέπει να διαθέτει κινητά αεροδυναμικά στοιχεία για την καλύτερη ρύθμιση του οχήματος και την αποδοτικότερη λειτουργία του στα διάφορα αγωνίσματα (επιτάχυνση, αγώνας αντοχής κτλ.)
- Ο σχεδιασμός του τελικού αεροδυναμικού πακέτου πρέπει να λάβει υπόψη του την κατασκευαστική ικανότητα τόσο της ίδιας της ομάδας, η οποία θα κατασκευάσει την πλειοψηφία των αεροδυναμικών διατάξεων, όσο των συνεργατών της (συνεργαζόμενα μηχανουργεία κτλ).
- Ο σχεδιασμός του τελικού αεροδυναμικού πακέτου πρέπει να διευκολύνει την κατασκευαστική διαδικασία παράγοντας σχέδια τα οποία μπορούν να κατασκευαστούν σε διάστημα δύο μηνών από μια ομάδα τεσσάρων ατόμων.
- Ο σχεδιασμός του τελικού αεροδυναμικού πακέτου πρέπει λάβει υπόψη του τους οικονομικούς περιορισμούς της ομάδας και το μειωμένο budget που διαθέτει για την κατασκευή του αεροδυναμικού πακέτου.

Οι τρεις τελευταίοι περιορισμοί, αν και εκ πρώτης όψεως μπορεί να μοιάζουν, ότι δεν έχουν άμεση σχέση με το περιεχόμενο της παρούσας εργασίας, εντούτοις είχαν κα-

θοριστική συμβολή στην τελική μορφή του αεροδυναμικού πακέτου και κατ' επέκταση των μελετών ΥΡΔ που πραγματοποιήθηκαν.

Συγκεκριμένα για την ικανοποίηση των τριών τελευταίων προδιαγραφών επιλέχτηκε από τον γράφοντα το σύνολο των αεροδυναμικών διατάξεων στο όχημα να αποτελείται από έξι διαφορετικούς τύπους αεροτομών. Ο αριθμός αυτός, όπως θα φανεί στα επόμενα κεφάλαια, καθορίστηκε από τους διαφορετικούς τύπους αεροτομών που χρειάζονται για την αποδοτική λειτουργία της μπροστά και πίσω πτέρυγας του μονοθεσίου. Οι πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις του μονοθεσίου αποτελούνται από συνδυασμό αυτών των αεροτομών διαθέτοντας μόνο ένα επιπλέον διαφορετικό τύπο αεροτομής.

Από τις αεροτομές αυτές δημιουργήθηκαν ευθείες πτέρυγες χωρίς κύρτωση η άλλη διαμόρφωση που θα τους προσέδιδε τριδιάστατο χαρακτήρα πέραν από το επέκτασμα. Η επιλογή αυτή έγινε προκειμένου να αρκεί η χρήση τριαξονικής φρέζας για την κατασκευή του καλουπιού κάθε αεροτομής. Επίσης μετά από επικοινωνία με τα συνεργαζόμενα μηχανουργεία για την κατασκευή των καλουπιών των αεροτομών, η ελάχιστη ακτίνα που μπορούσαν να πετύχουν σε αποδεκτό χρόνο και κόστος ήταν $r = 3 \text{ mm}$ για την ακμή εκφυγής των αεροτομών.

Καθώς το αεροδυναμικό πακέτο του οχήματος αποτελείται από έξι μόνο αεροτομές, είναι εμφανές ότι κάθε αεροτομή θα χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα από ένα σημεία πάνω στο όχημα, σε διαφορετική γωνία πρόσπτωσης και σε διαφορετικές μάλιστα συνθήκες ροής, εξαιτίας της αλληλεπίδρασης του με τα άλλα μέρη του οχήματος. Προκύπτει λοιπόν ότι έγινε μια προσεκτική ισορροπία και βρέθηκε ίσως η χρυσή τομή μεταξύ αεροδυναμικής απόδοσης, κόστους και χρόνου κατασκευής.

Οι παραπάνω λόγοι ήταν οι αιτίες για τις οποίες δεν εφαρμόστηκε μια αυτοματοποιημένη μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής, ανάλογη εκείνης που εφαρμόστηκε στην περίπτωση του πλευρικού καθρέπτη του DriVaer. Μια τέτοια μέθοδος δίχως περιορισμούς, ενδεχομένως θα δημιουργούσε για κάθε επιφάνεια του οχήματος μοναδικές γεωμετρίες που απαιτούσαν κατασκευαστικές διαδικασίες και συνεπαγόμενο κόστος το οποίο δεν θα ήταν αποδεκτό.

3.6 Εισάγοντας νέα γεωμετρικά στοιχεία στο προκαταρκτικό σχέδιο

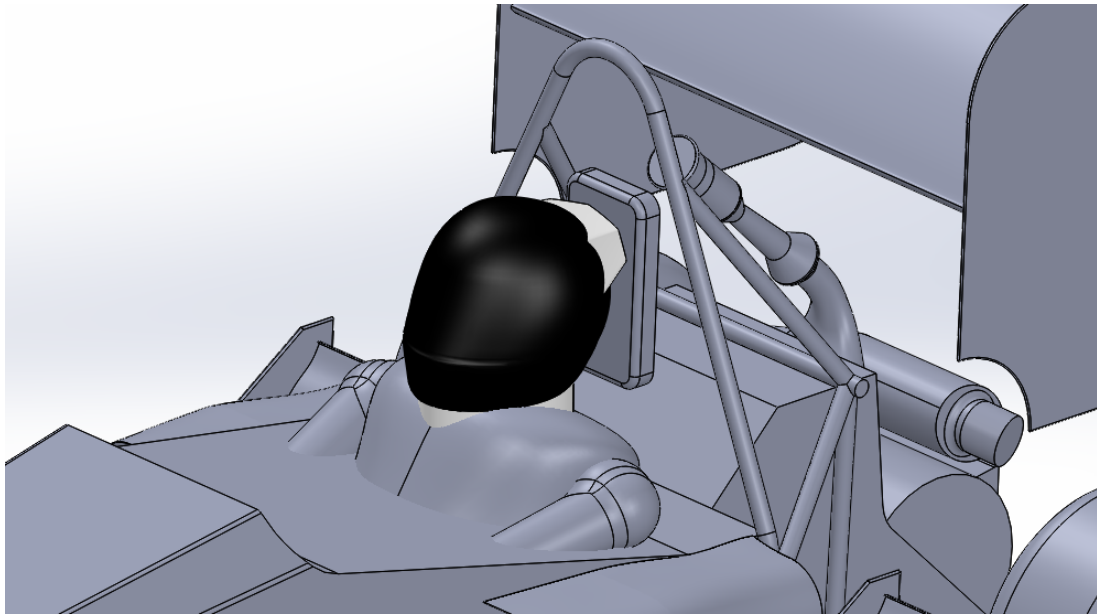
Για την ικανοποίηση της δεύτερης, τρίτης και τετάρτης προδιαγραφής είναι απαραίτητος ο ανασχεδιασμός του πακέτου μέσω λογισμικού μηχανολογικού σχεδιασμού CAD. Για το σκοπό αυτό έγινε χρήση του λογισμικού SolidWorks[70].

Στη παρούσα εργασία έγινε χρήση του σχεδιαστικού τμήματος του προγράμματος CAD. Μέσω του λογισμικού έγινε η προετοιμασία και μορφοποίηση του CAD αρχείου του P16 formula student race car πριν από κάθε αεροδυναμική μελέτη. Συγκεκριμένα γινόταν έλεγχος της γεωμετρίας του μοντέλου έτσι ώστε αυτό να είναι υδατοστεγές - watertight, ενώ όπου χρινόταν απαραίτητο (π.χ τροχοί του οχήματος) γινόταν και απλοποίηση του μοντέλου για την επιτυχή και γρήγορη σύγκλιση του επιλύτη. Το λογισμικό είναι συμβατό με πολλούς διαφορετικούς τύπους αρχείων και μπορεί να εξάγει το επιφανειακό πλέγμα του μοντέλου σε μορφή STL για χρήση από το OpenFOAM .

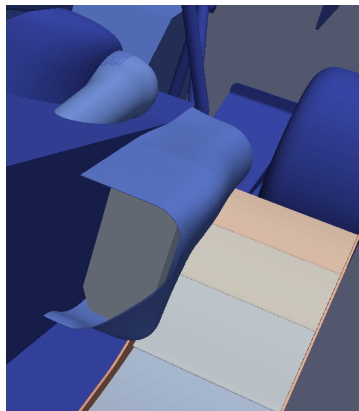
Οι δυνατότητες του προγράμματος που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αυτές του τριδιάστατου παραμετρικού σχεδιασμού για τον σχεδιασμό των αεροδυναμικών επιφανειών και πτερύγων του μονοθέσιου όπως, επίσης, και η δυνατότητα χειρισμού μεγάλων τριδιάστατων μοντέλων αποτελούμενα από πολλά υποσυστήματα, για την τοποθέτηση των αεροδυναμικών στοιχείων στην κατάλληλη θέση στο όχημα.

Επίσης, μέσω αυτού του λογισμικού έγινε και η προσθήκη επιπλέον στοιχείων στο προκαταρκτικό μοντέλο όπως του οδηγού με το κράνος και το απαραίτητο προσκέφαλο καθοριζόμενο από τους κανονισμούς του διαγωνισμού, της εισαγωγής αέρα του κινητήρα, των ψυγείων, της εξάτμισης, όπως και ανασχεδιασμός του όγκου που περικλείει τον κινητήρα για να περικλείει και το σύστημα μετάδοσης κίνησης (διαφορικό κτλ.)
Σχήματα 3.8,3.9,3.10, 3.11

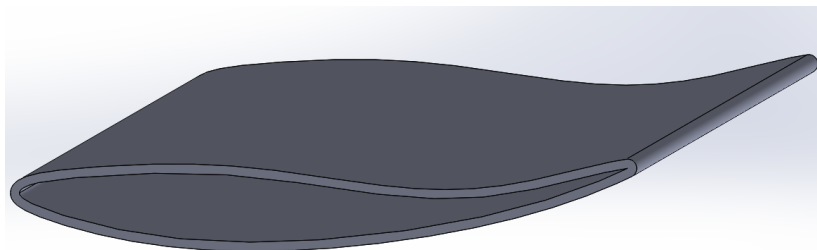
Με την ενσωμάτωση αυτών των επιπλέον στοιχείων στο σχέδιο ξεκίνησε η διαδικασία βελτίωσης της αεροδυναμικής του απόδοσης. Συγκεκριμένα εκτελέστηκαν 17 σχεδιαστικοί κύκλοι. Η μορφή του αεροδυναμικού μοντέλου κατά τον πρώτο κύκλο σχεδιασμού παρουσιάζεται στο σχήμα 3.12.



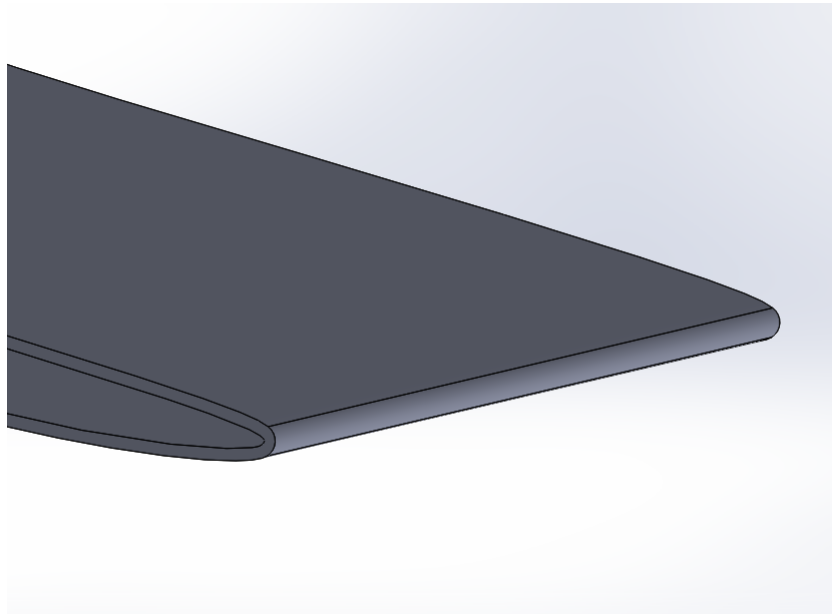
Σχήμα 3.8: Ο οδηγός με το κράνος του, το προσκέφαλο, όπως και εισαγωγή αέρα του κινητήρα καθώς και ο όγκος μέσα στον οποίο περικλείονται κινητήρας και το σύστημα μετάδοσης κίνησης.



Σχήμα 3.9: Τα ψυγεία του οχήματος. Μοντελοποιήθηκαν ως ενιαίοι κλειστοί όγκοι, περίπτωση αρκετά δυσμενέστερη της πραγματικότητας.



Σχήμα 3.10: Η ελάχιστη ακτίνα στην ακμή εκφυγής των αεροτομών καθοριζόμενη από πραγματικούς κατασκευαστικούς περιορισμούς.



Σχήμα 3.11: Η ελάχιστη ακτίνα στην ακμή προσβολής των αεροτομών καθορίζομενες από τους κανονισμούς.

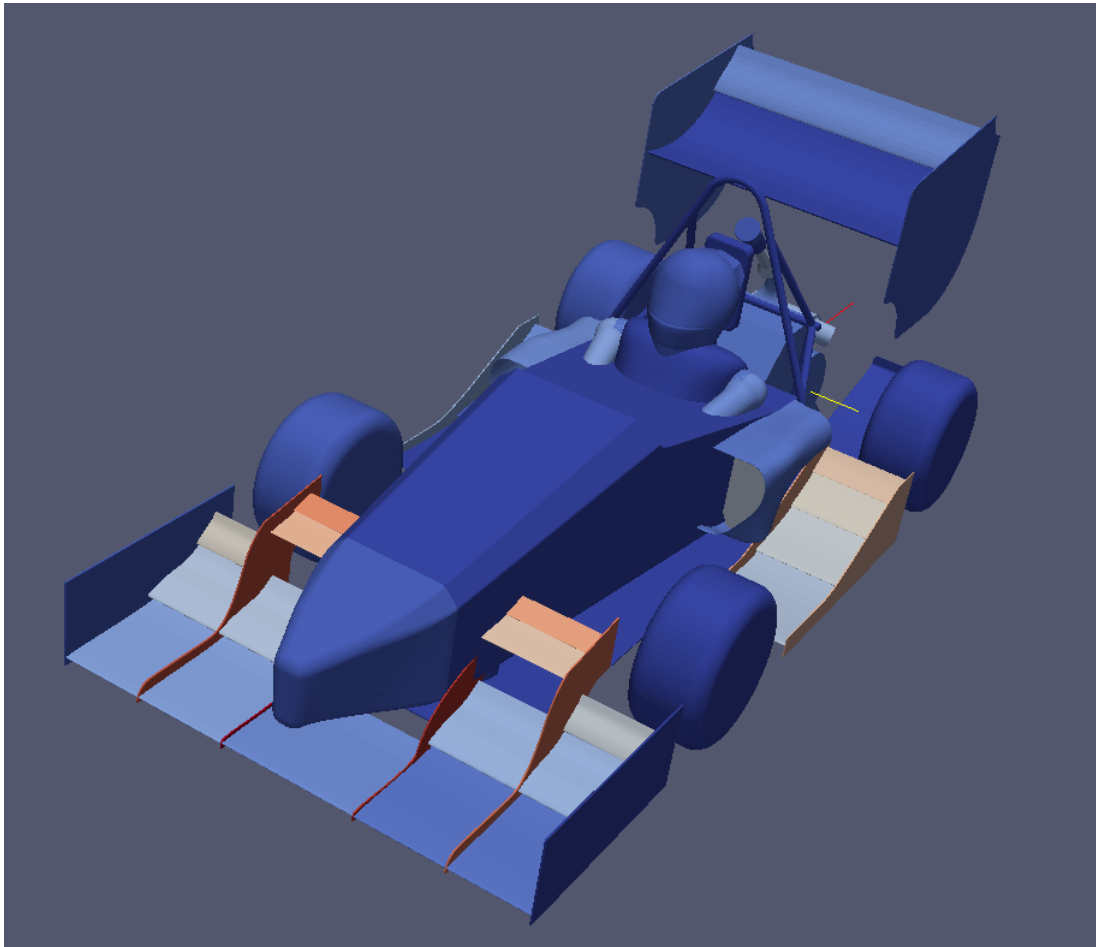
3.7 Παρουσίαση του υπολογιστικού πλέγματος του μονοθέσιου P16

Στην περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του P16 formula student car δημιουργήθηκε υπολογιστικό πλέγμα σύμφωνα με τις αρχές που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 1.1.2. Βασική παράμετρος που επηρεάζει το μέγεθος του υπολογιστικού πλέγματος που δημιουργήθηκε είναι οι διαστάσεις του οχήματος που μελετάται. Οι βασικές διαστάσεις του P16 οχήματος παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.13.

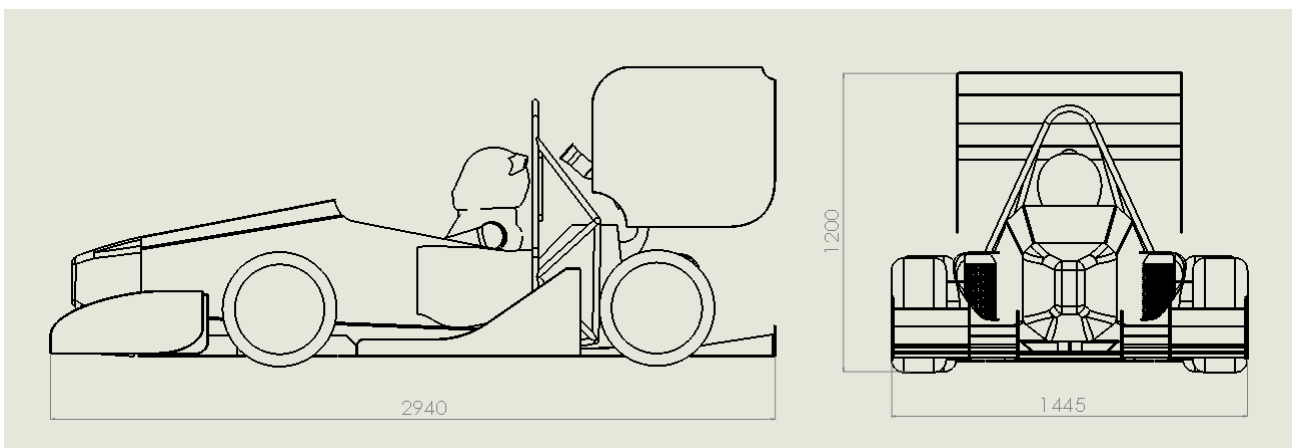
Σύμφωνα με τις διαστάσεις αυτές, προκειμένου να αναπτυχθεί η ροή προτού έρθει σε επαφή με το αυτοκίνητο, καθώς και να έχει αναπτυχθεί η τύρβη μετά την επαφή της με το όχημα επιλέχθηκε, το υπολογιστικό χωρίο να έχει μήκος ίσο με 16 φορές το μήκος (L) του αυτοκινήτου, πλάτος ίσο με 5.5 φορές το πλάτος του (B), και ύψος ίσο με 8 φορές το ύψος του (H) (Πίνακας 3.1).

Σύμφωνα με τις διαστάσεις αυτές του υπολογιστικού χωρίου ο λόγος στένωσης ήταν 1.5% σύμφωνα με το τύπο (1.1), στην περίπτωση μελέτης του P16, και για την περαιτέρω μείωσή του απαιτείται η αύξηση του πλάτους και του ύψους του υπολογιστικού χωρίου.

Επίσης, καθώς η γεωμετρία του οχήματος που μελετήθηκε σε αυτό το τμήμα της εργα-



Σχήμα 3.12: Η μορφή του αεροδυναμικού μοντέλου στο πρώτο κύκλο σχεδιασμού.



Σχήμα 3.13: Βασικές διαστάσεις του μοντέλου P16.

Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου		
Κλίμακα Μοντέλου	1 : 1	1 : 1
Συνολικό Μήκος	16L	47.0m
Συνολικό Πλάτος	5.5B	8.0m
Συνολικό Ύψος	8H	10.0m

Πίνακας 3.1: Διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου στο οποίο θα ενσωματωθεί η γεωμετρία του αυτοκινήτου P16 .

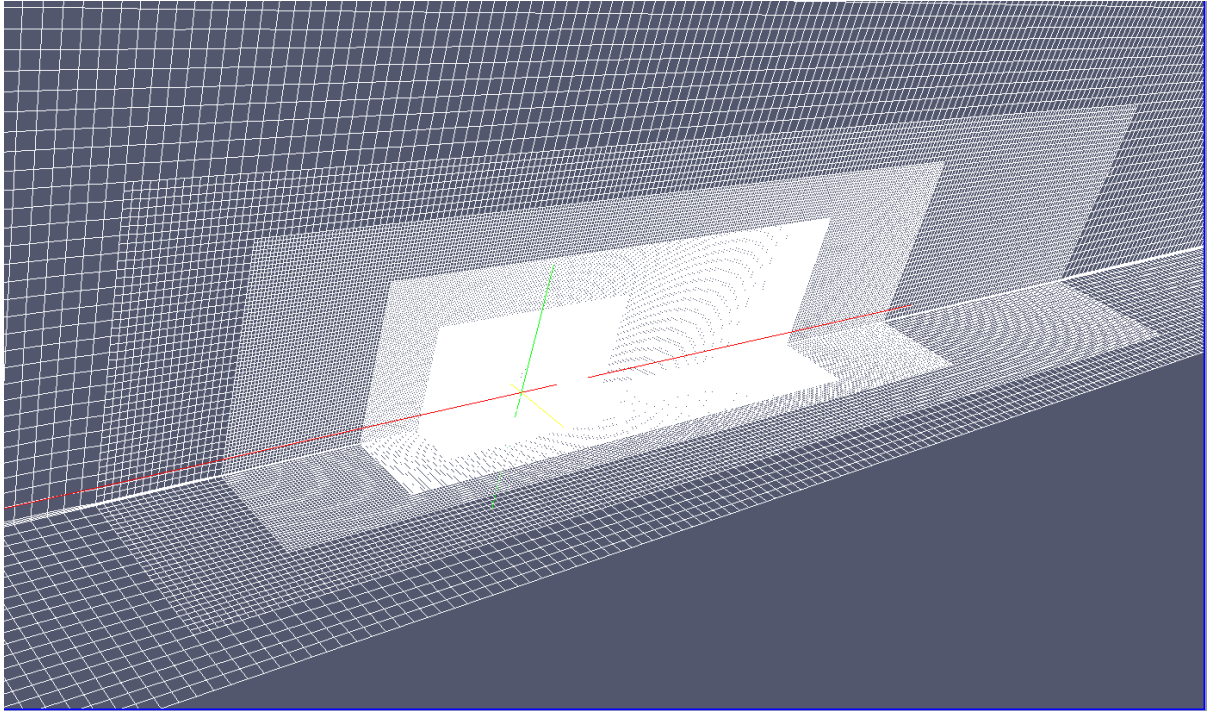
Πίνακας 3.2: Διαστάσεις των ζωνών διαφορετικής πυκνώσης.

Ζώνη πυκνώσης	Συνολικό Μήκος(m)	Συνολικό Πλάτος (m)	Συνολικό Ύψος (m)
1	27	3	5
2	17	2	4
3	11	1.5	3
4	4.3	0.9	2

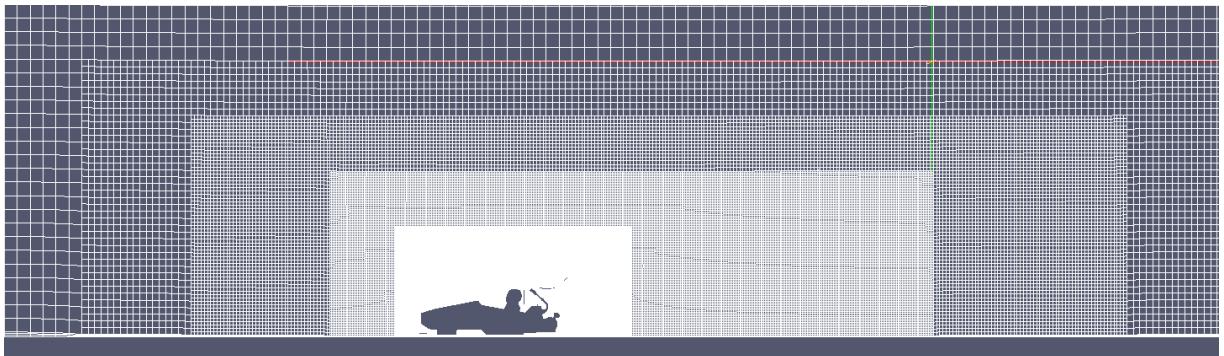
σίας είναι συμμετρική, θεωρούμε επίπεδο συμμετρίας το $y=0$. Το μόνο μη-συμμετρικό γεωμετρικό χαρακτηριστικό της γεωμετρίας που μοντελοποιήθηκε είναι ο σωλήνας της εξάτμισης του οχήματος, πάνω από το όγκο που περικλείει το σύστημα μετάδοσης κίνησης του οχήματος. Ο σωλήνας αυτός καταλήγει στο τελικό της εξάτμισης, το οποίο βρίσκεται συμμετρικά προς το διαμήκη άξονα του οχήματος. Η ύπαρξη του σε εκείνο το σημείο καθώς και το μέγεθός του δεν αναμένεται να επηρεάσει ουσιαστικά τα αποτελέσματα. Αυτό δίνει τη δυνατότητα της συμμετρικής αντιμετώπισης του προβλήματος προκειμένου να περιοριστεί το υπολογιστικό κόστος, αφού χρησιμοποιώντας τη γεωμετρία μόνο του μισού αυτοκινήτου, μειώνεται και στο μισό το μέγεθος του υπολογιστικού χωρίου.

Για τη γένεση του πλέγματος χρησιμοποιήθηκαν τα εργαλεία που προσφέρει το λογισμικό OpenFOAM . Συγκεκριμένα, μέσω του BlockMesh δημιουργήθηκε δομημένο υπολογιστικό πλέγμα εξαεδρικών κελιών με ευθείες ακμές, το οποίο για τις διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου που επρόκειτο να δημιουργηθεί είχε 200 διαμερίσεις κελιών κατά τον άξονα x , 20 κατά τον άξονα y και 40 κατά τον άξονα z .

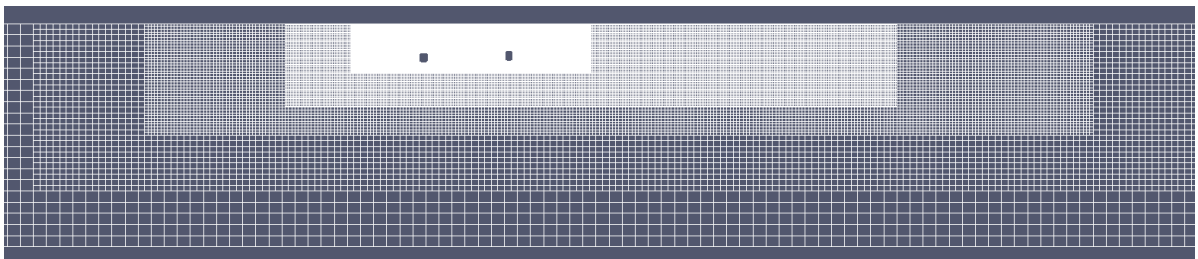
Στη συνέχεια, η γεωμετρία του οχήματος εισήχθη στο δομημένο υπολογιστικό πλέγμα που δημιουργήθηκε μέσω του εργαλείου snappyHexmesh και ενός αρχείου επιφανειακού πλέγματος τύπου stl για την αναγνώριση της γεωμετρίας του οχήματος. Έπειτα, δημιουργήθηκαν ζώνες προοδευτικής πυκνώσης των κελιών, με αυξανόμενη πυκνότητα προς την επιφάνεια του οχήματος. Όπως φαίνεται δημιουργήθηκαν τέσσερις ζώνες πυκνώσης πλέγματος. Οι διαστάσεις των ζωνών αυτών μπορούν να φανούν στα σχήματα 3.14, 3.15, 3.16 και Πίνακας 3.2.



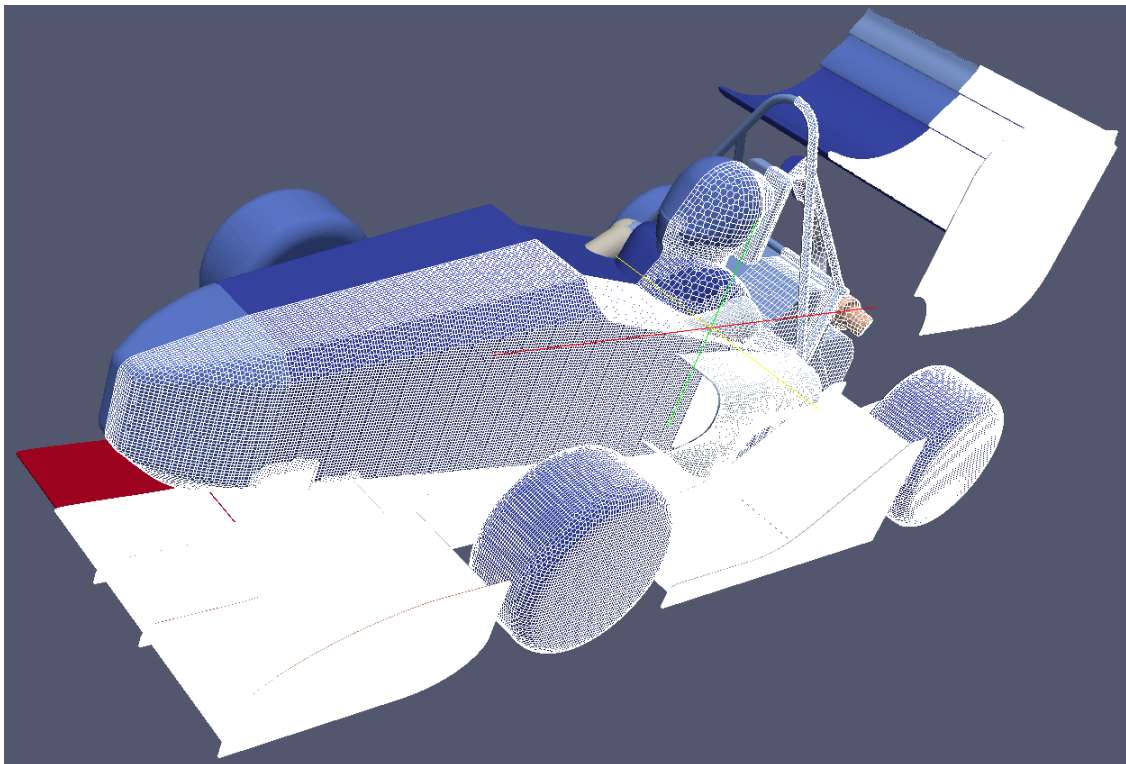
Σχήμα 3.14: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για το αγωνιστικό όχημα P16 .



Σχήμα 3.15: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για το αγωνιστικό όχημα P16 στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος.



Σχήμα 3.16: Ζώνες πύκνωσης πλέγματος για το αγωνιστικό όχημα P16 στο επίπεδο του δρόμου.

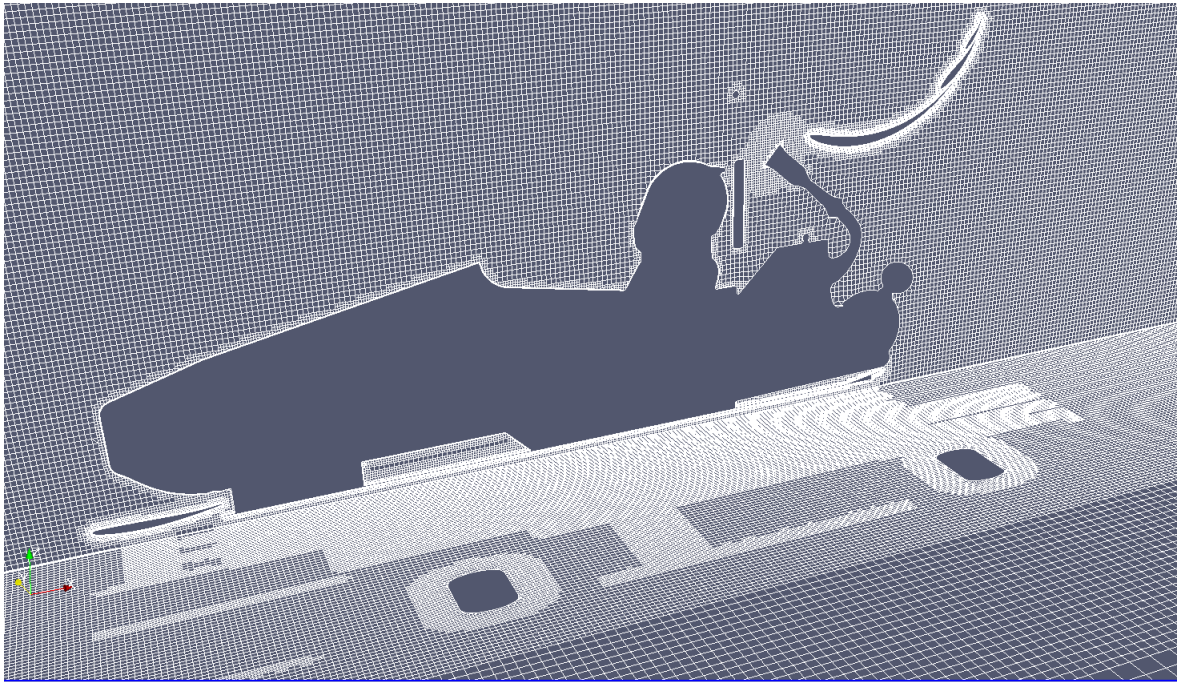


Σχήμα 3.17: Πύκνωση του επιφανειακού πλέγματος του οχήματος P16 σε επιλεγμένες περιοχές.

Η λογική με την οποία έγινε η προοδευτική πυκνωση του πλέγματος προς την επιφάνεια του αυτοκινήτου έχει να κάνει με το τυρβώδη ομόρρου της ροής του οχήματος. Έτσι επιλέχθηκε η αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος σε αυτήν την περιοχή.

Επίσης, μέσω του snappyHexmesh δημιουργήθηκε τοπική πυκνωση του επιφανειακού πλέγματος που ορίζει τη γεωμετρία του οχήματος για την ακριβέστερη αναπαράστασή του σε περιοχές καθοριστικές για την αεροδυναμική απόδοση του οχήματος. Τέτοιες είναι όλες οι επιφάνειες των πτερύγων του οχήματος, το αεροδυναμικό πάτωμα και οι ρόδες του οχήματος 3.17.

Επίσης, δημιουργήθηκαν τοπικές ζώνες πυκνωσης του πλέγματος γύρω από ορισμένα μέρη της γεωμετρίας τα οποία παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και είναι σημαντικό να προσεγγιστεί πολύ καλά η ροή γύρω από αυτά. Τέτοιες περιοχές είναι οι ρόδες και οι πτέρυγες του μονοθέσιου και το αεροδυναμικό πάτωμα 3.18. Συγκεκριμένα, αυξήθηκε η πυκνότητα του πλέγματος σε ακτίνα 5 cm γύρω από τους τροχούς του οχήματος. Γύρω από την μπροστά και πίσω πτέρυγα του οχήματος, όπως και γύρω από τις πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις (side towers) έγινε πυκνωση του πλέγματος σε ακτίνα 2 cm από το στερεό τοίχωμα. Σε ακτίνα 10 cm έγινε πυκνωση γύρω από

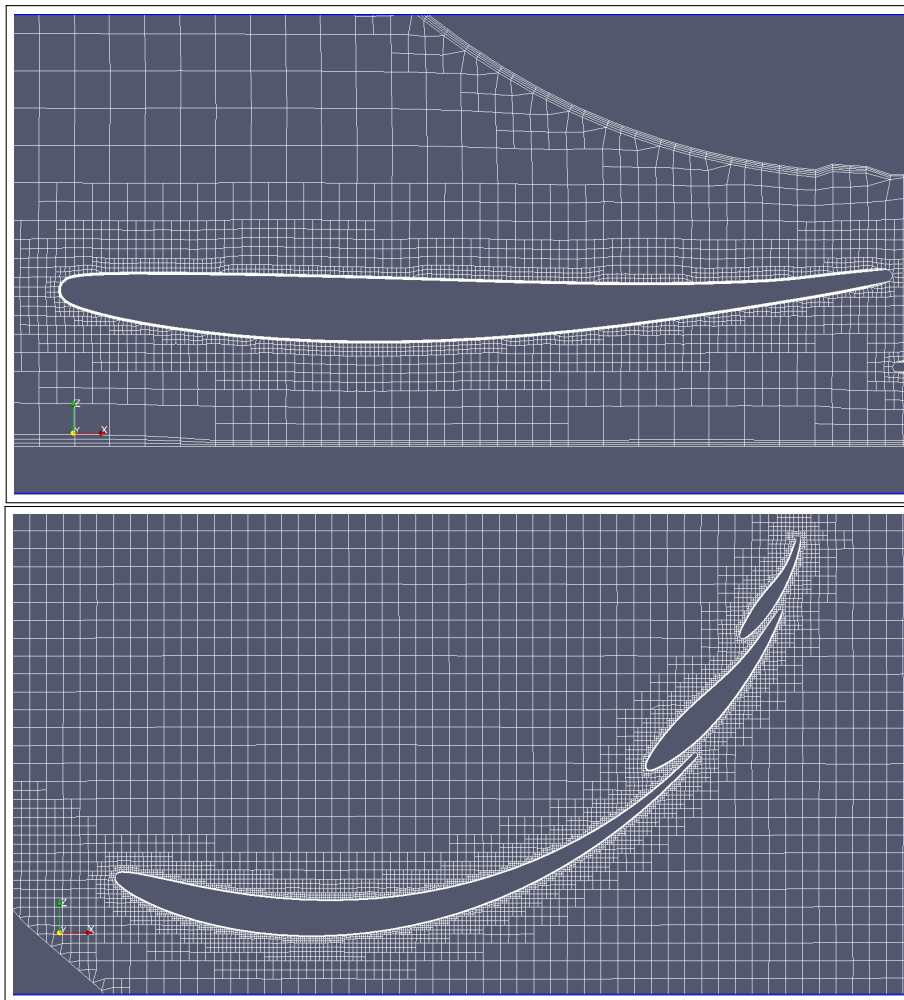


Σχήμα 3.18: Πύκνωση του πλέγματος γύρω σημεία ενδιαφέροντος.

την εισαγωγή αέρα του κινητήρα του οχήματος. Τέλος, για το αεροδυναμικό πάτωμα και τον διαχύτη έγινε τοπική πυκνωση πλέγματος σε ακτίνα 4 cm από το στερεό του τοίχωμα, το οποίο συμπίπτει με την απόσταση του αεροδυναμικού πατώματος από τον δρόμο. Στο σχήμα 3.18 παρουσιάζεται η τοπική πυκνωση του πλέγματος στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος και στο δρόμο.

Τέλος, προστέθηκαν μερικά στρώματα πολύ λεπτών στοιχείων γύρω από το αυτοκίνητο και σε επαφή με το δρόμο, ώστε να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η φυσική της ροής όταν αυτή έρχεται σε επαφή με το όχημα (Σχήμα 3.19). Στο σασί και στους τροχούς τοποθετήθηκαν τέσσερα στρώματα, στις πτέρυγες και στο αεροδυναμικό πάτωμα και διαχύτη του οχήματος έξι, ενώ στο δρόμο και στον οδηγό τρία. Στο σχήμα 3.19 παρουσιάζονται τα επιφανειακά στρώματα λεπτών κελιών στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος στην περιοχή της πίσω πτέρυγας όπως και της μπροστά.

Πριν την εκτέλεση κάθε σχεδιαστικού κύκλου δημιουργήθηκε το υπολογιστικό πλέγμα της κάθε μελέτης. Αυτό το οποίο διέφερε ανά περίπτωση ήταν το επίπεδο πυκνωσης του πλέγματος ανά περιοχή και επιφάνεια οχήματος. Στις αρχικές μελέτες όπως φαίνεται στο πίνακα 3.3 το πλέγμα δεν ήταν τόσο πυκνό. Κατά την πορεία εκτέλεσης των σχεδιαστικών κύκλων το πλέγμα γίνονταν όλο και πιο πυκνό. Αυτό ήταν απαραίτητο καθώς οι αποστάσεις μεταξύ των πτερύγιων των διατάξεων πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων, γίνονταν όλο μικρότερες καθώς, όπως θα φανεί στη συνέχεια, αυτό έδινε



Σχήμα 3.19: Στρώματα λεπτών στοιχείων στην περιοχή της μπροστά (πάνω) και της πίσω (κάτω) πτέρυγας του οχήματος.

καλύτερα αποτελέσματα. Κατά συνέπεια, η αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος ήταν απαραίτητη προκειμένου να αναγνωρίζονται ως ξεχωριστά στοιχεία και όχι ως ενιαία πτέρυγα.

Η μορφή του πλέγματος του τελικού αεροδυναμικού πακέτου φαίνεται στα σχήματα 3.20. Το μέγεθος του πλέγματος ανέρχεται κοντά στα 23.5 εκατομμύρια κελιά και για τη δημιουργία του χρειάστηκαν 5.4 hours σε 86 πυρήνες Intel Xeon στα 2,4 GHz . Το πλέγμα - αν και κατά τόπους πυκνό - θεωρείται μάλλον αραιό, συγκρίνοντάς το με τα υπολογιστικά πλέγματα που χρησιμοποιούνται απο επαγγελματικές αγωνιστικές ομάδες. Ωστόσο για τα δεδομένα του διαγωνισμού formula student θεωρείται ικανοποιητικό. Επίσης λόγω του υπολογιστικού κόστους που συνοδεύεται με πύκνωση του πλέγματος και το πλήθος των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί

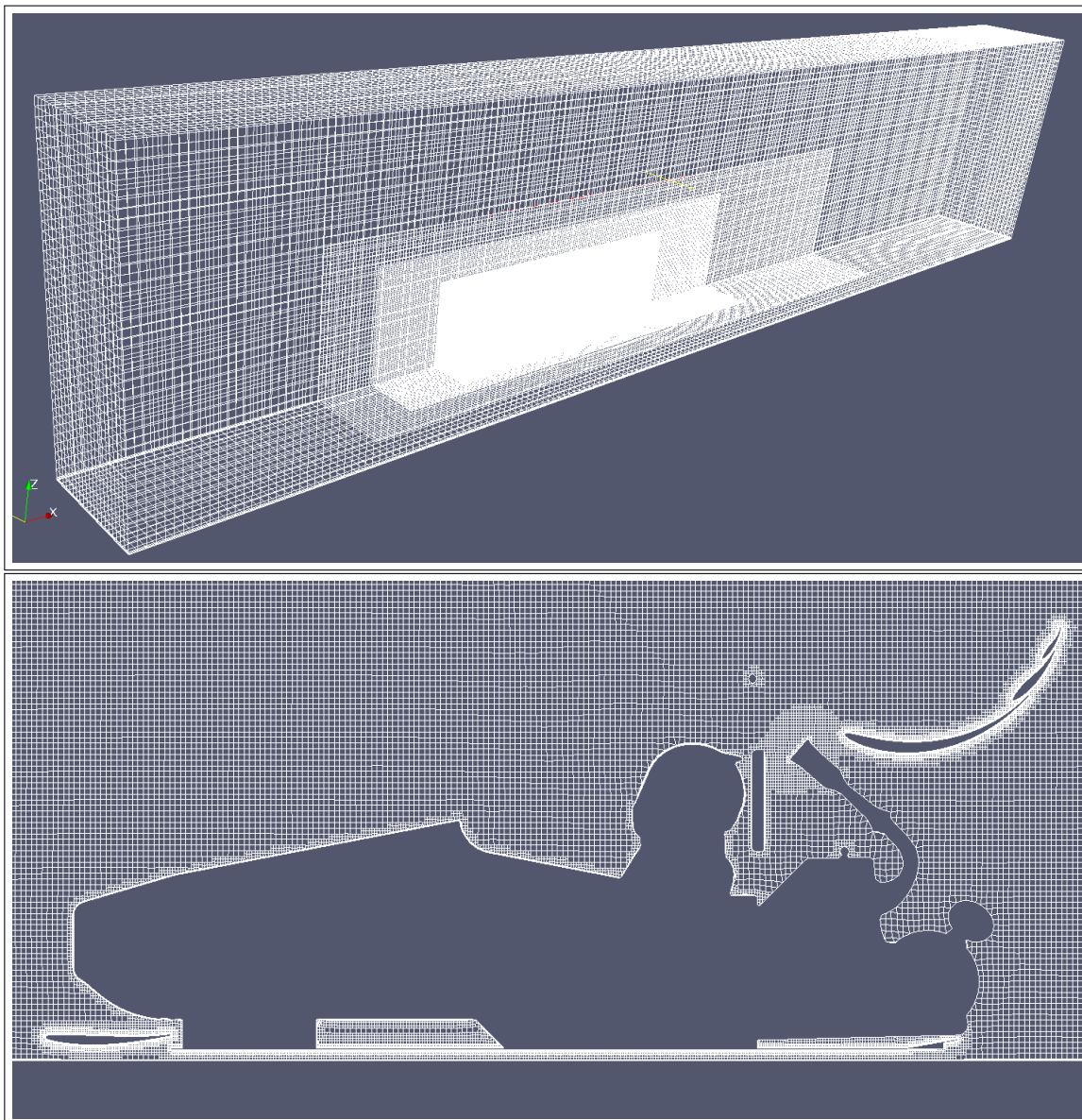
Πίνακας 3.3: Το μέγεθος του υπολογιστικού πλέγματος ανά σχεδιαστικό κύκλο

Προσομοίωση	Πυρήνες	Μέγεθος πλέγματος (εκατ. κελιά)	Χρόνος πλεγματοποίησης (h)
1	14	10.2	3.9
2	40	10.3	1
3	60	12	1.7
4	60	11.6	0.7
5	60	16.6	2.2
6	60	17	2.5
7	80	18	2.3
8	80	17.8	3.5
9	80	17.7	2.8
10	100	17.8	2.4
11	100	19	3.3
12	100	17.8	4.2
13	86	18	3.4
14	86	19.5	3.4
15	86	23.8	5.5
16	140	23.4	4.2
17	100	20	3.9

αφού αξιολογήθηκε η ικανότητα του να παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Το πλέγμα αποτελείται από :

- 22439808 εξάεδρα
- 267352 πρίσματα
- 1069441 πολύεδρα



Σχήμα 3.20: Το υπολογιστικό πλέγμα του τελικού αεροδυναμικού πακέτου.

3.8 Μοντέλα τύρβης και διακριτοποίηση

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις στην εργασία αυτή συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του προκαταρκτικού σχεδιασμού. Προκειμένου να γίνει μια άμεση σύγκριση των αποτελεσμάτων πρέπει οι συνθήκες των προσομοιώσεων να είναι αντίστοιχες.

Οι μελέτες του προκαταρκτικού μοντέλου έγιναν σε περιβάλλον με θερμοκρασία 20 °C και πίεση 1.013 bar, από όπου υπολογίστηκε ότι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού είναι $\nu = 1.511 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Η ταχύτητα της ελεύθερης ροής του αέρα ήταν $v_\infty = 20 \text{ m/s}$ και η κλίμακα του υπολογιστικού μοντέλου ήταν 1 : 1. Με βάση αυτά τα δεδομένα, προκύπτει αριθμός Reynolds, της ροής ίσος με (3.3)

$$Re = \frac{v_\infty \cdot l_{ref}}{\nu} = 3.93 \cdot 10^6 \quad (3.3)$$

Για την πίεση ορίζεται στο άπειρο όριο μηδενική οριακή συνθήκη Neumann, δηλαδή $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$. Για την προσομοίωση της τύρβης θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο Spalart-Allmaras ενώ για την τιμή του $\tilde{\nu}$ στο άπειρο ορίζεται (3.4)

$$\tilde{\nu} = 5\nu \quad (3.4)$$

Στον πίνακα 2.3 φαίνονται συνοπτικά οι συνθήκες της ελεύθερης ροής.

Ταχύτητα στο Επ'άπειρο Όριο (U_∞)	20 m/s
Θερμοκρασία Περιβάλλοντος	20 °C
Περιβαλλοντική πίεση (p_∞)	1.013 bar
Πυκνότητα αέρα (ρ)	1.2047 kg/m ³
Κινηματική Συνεκτικότητα (ν)	1.511 · 10 ⁻⁵ m ² /s
Μήκος Αναφοράς (L_{ref})	2.94 m
Αριθμός Reynolds	3.93 · 10 ⁶
Μεταβλητή του Μοντέλου Spalart-Allmaras ($\tilde{\nu}$)	7 · 10 ⁻⁶ m ² /s

Πίνακας 3.4: Συγκεντρωτικός πίνακας συνθηκών ελεύθερης ροής μελέτης P16 .

Για τις οριακές συνθήκες στα στερεά τοιχώματα για την περίπτωση της αεροδυναμικής μελέτης του P16 , ισχύουν όσα ειπώθηκαν στο κεφάλαιο 1.1.5. Για την ταχύτητα, στην περίπτωση μελέτης του P16 ο δρόμος θεωρείται οτι κινείται με ταχύτητα μέτρου 20 m/s σύμφωνα με την φορά του αέρα, ενώ στις εμπρόσθιες και οπίσθιες ρόδες του

αυτοκινήτου ορίζεται οριακή συνθήκη που λαμβάνει υπόψη την περιστροφή τους με 86.580 rad/s για την εμπρόσθια ρόδα και 85.653 rad/s για την οπίσθια, τιμή που συμφωνεί με την κίνηση του αυτοκινήτου με αυτήν την ταχύτητα χωρίς ολίσθηση, καθώς η ακτίνα των εμπρόσθιων τροχών του αυτοκινήτου είναι $r_f = 231 \text{ mm}$ και των οπίσθιων $r_r = 233.5 \text{ mm}$.

Σχετικά με τα σχήματα διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν, οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων της ορμής διακριτοποιούνται με βάση το μικτό σχήμα διακριτοποίησης Gamma που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 1.1.6. Ο όρος διάχυσης των εξισώσεων της τύρβης διακριτοποιείται στην κάθε επιφάνεια ενός όγκου ελέγχου γραμμικά, με χρήση ενός σχήματος κεντρικής διαφοράσης. Οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη διακριτοποιήθηκαν επίσης με το σχήμα Gamma. Η επιλογή αυτή έγινε καθώς αυτό το σχήμα προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια.

3.9 Αεροδυναμική εξέλιξη του μονοθεσίου P16.

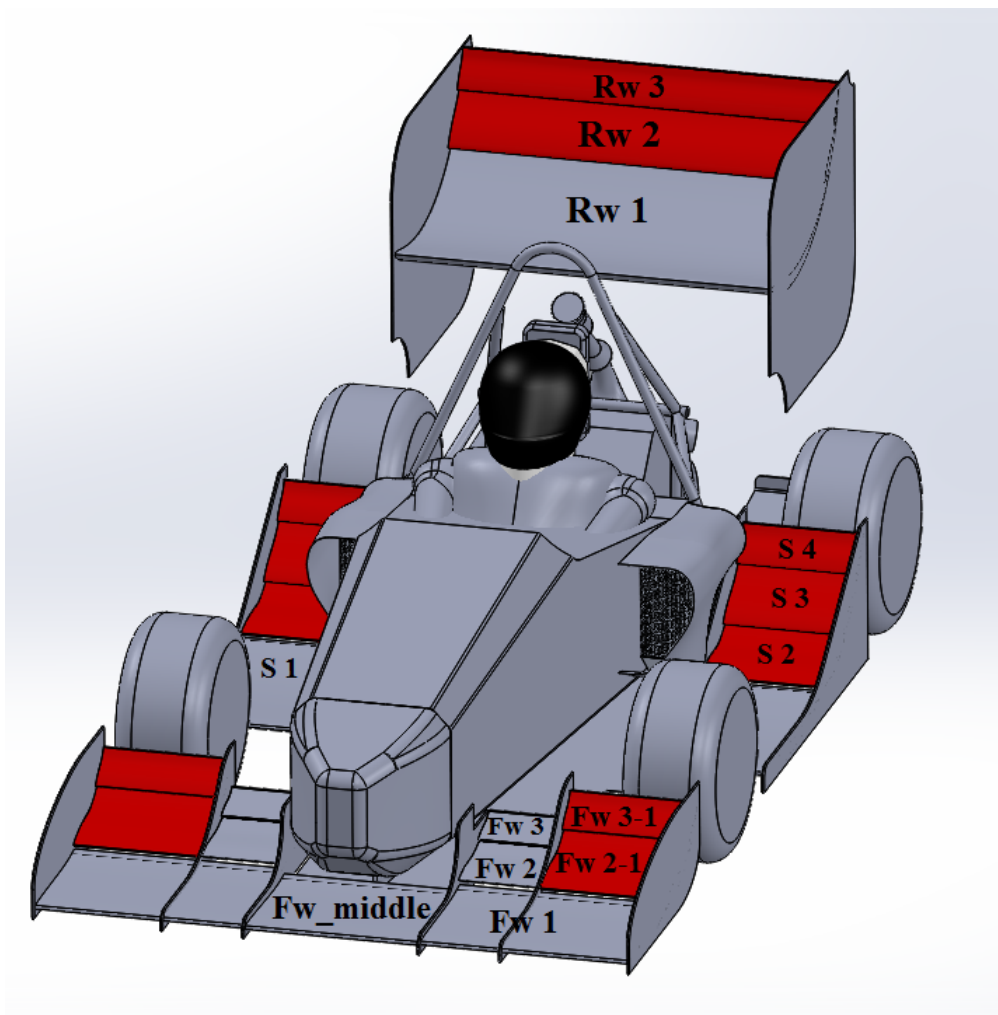
Η επίλυση των εξισώσεων της ροής κάθε μελέτης έγινε με τον επιλύτη SIMPLE του OpenFOAM. Εδώ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για κάθε αεροδυναμική διάταξη ξεχωριστά. Σε κάθε σχεδιαστικό κύκλο που πραγματοποιήθηκε άλλαζε η μορφή ενός μόνο αεροδυναμικού στοιχείου ή διάταξης, σχετικά με τον προηγούμενο κύκλο προκειμένου να είμαστε σίγουροι ότι η συγκεκριμένη αλλαγή είναι υπεύθυνη για τις αλλαγές που παρατηρήθηκαν στα αποτελέσματα των αεροδυναμικών μεγεθών (*ceteris paribus*).

Τα πτερύγια, ανάλογα με την θέση τους στο όχημα, έχουν μια κωδική ονομασία. Η ονοματολογία τους παρουσιάζεται στο σχήμα 3.21

3.9.1 Η εμπρός πτέρυγα του μονοθεσίου

Η εμπρός πτέρυγα του μονοθέσιου παράγει περίπου το 38% της συνολικής κάθετης δύναμης στο όχημα και μορφοποιεί την ροή κατάντι. Ο σχεδιασμός της έλαβε υπόψη τις ανάγκες ψύξης του οχήματος, όπως και την απόδοση της πίσω πτέρυγας καθώς το ανώρευμα που παράγει επιδρά αρνητικά στην λειτουργία των ψυγείων και στην πραγματική γωνία πρόσπτωσης της πίσω πτέρυγας. Ακόμα στόχος της είναι να εκτρέπει την ροή γύρω από τους μπροστά τροχούς.

Στα σχήματα 3.22 3.23 3.24 3.25 3.26 3.27 3.19 παρουσιάζεται η αρχική, η τελική καθώς και μια ενδιάμεση μορφή της μπροστά πτέρυγας κατά την πορεία της αεροδυναμικής



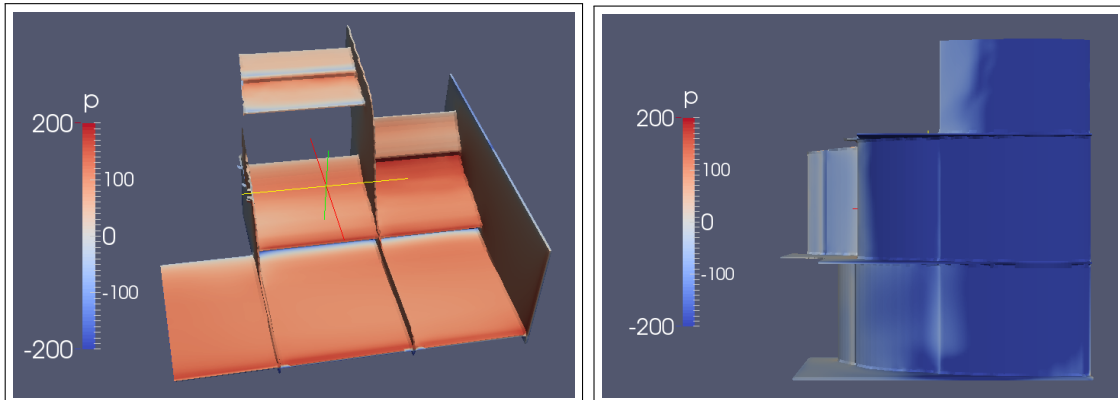
Σχήμα 3.21: Με κόκκινο τα πτερύγια που έχουν την δυνατότητα αλλαγής της γωνίας πρόσπτωσής τους

εξέλιξης της. Σε κάθε περίπτωση, παρουσιάζεται η μισή συμμετρική πτέρυγα.

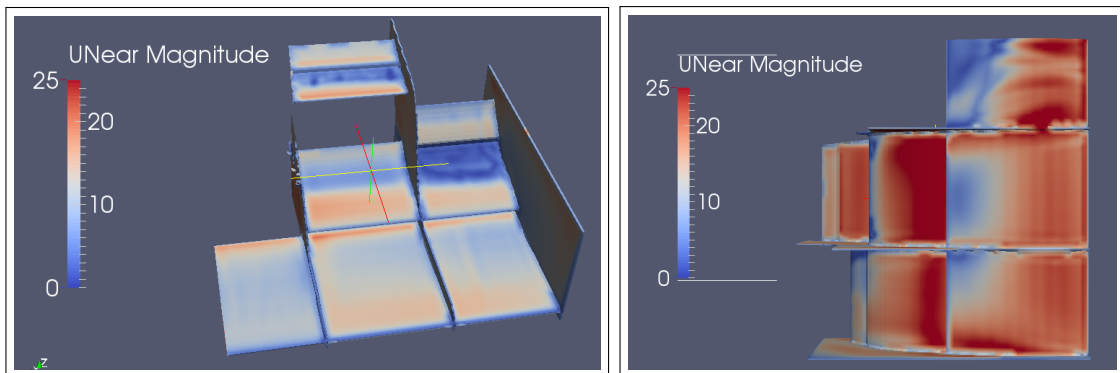
Η αρχική μορφή της εμπρός πτέρυγας κατά τον πρώτο κύκλο σχεδιασμού παρουσιάζεται στα σχήματα 3.22, 3.23.

Παρατηρούμε την αποκόλληση της ροής (μπλε χρώμα στην ταχύτητα) 3.22 σε αρκετά σημεία της πλευράς υποπίεσης της πτέρυγας. Για την αύξηση της απόδοσης της πρέπει η ροή να μείνει προσκολλημένη στην επιφάνεια της αεροτομής ή, αν δεν είναι αυτό εφικτό παντού, να μειωθεί η περιοχή της αποκόλλησης.

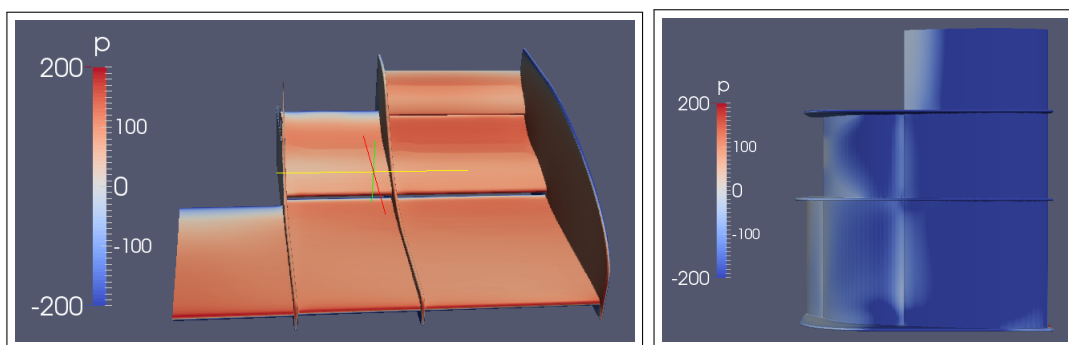
Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η μορφή της εμπρός πτέρυγας κατά τον έβδομο σχεδιαστικό κύκλο, στη μέση περίπου δηλαδή της αεροδυναμικής εξέλιξης του τελικού αεροδυναμικού πακέτου 3.24, 3.25.



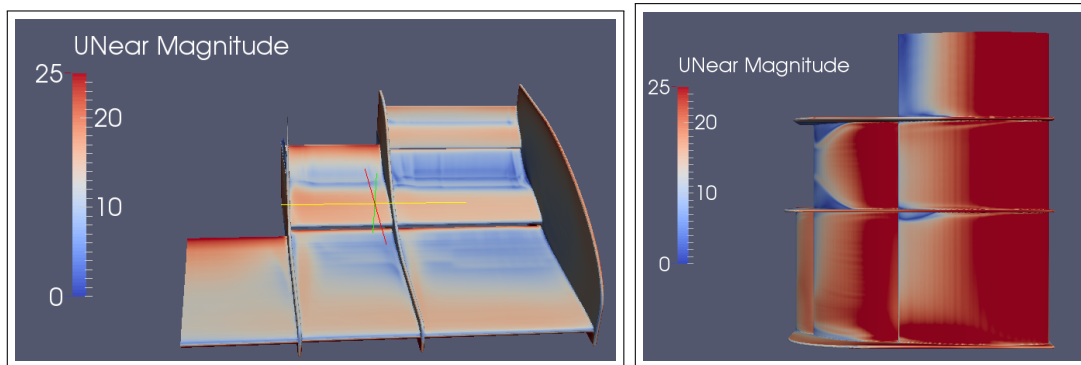
Σχήμα 3.22: Η κατανομή πίεσης στην αρχική πτέρυγα του μονοθέσιου.



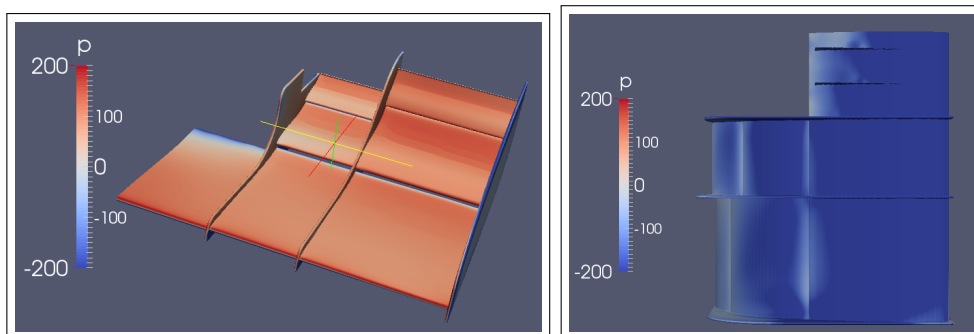
Σχήμα 3.23: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της αρχικής πτέρυγας του μονοθέσιου.



Σχήμα 3.24: Η κατανομή πίεσης στην πτέρυγα του μονοθέσιου κατά τον έβδομο σχεδιαστικό κύκλο.



Σχήμα 3.25: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της πτέρυγας του μονοθέσιου κατά τον έβδομο σχεδιαστικό κύκλο.

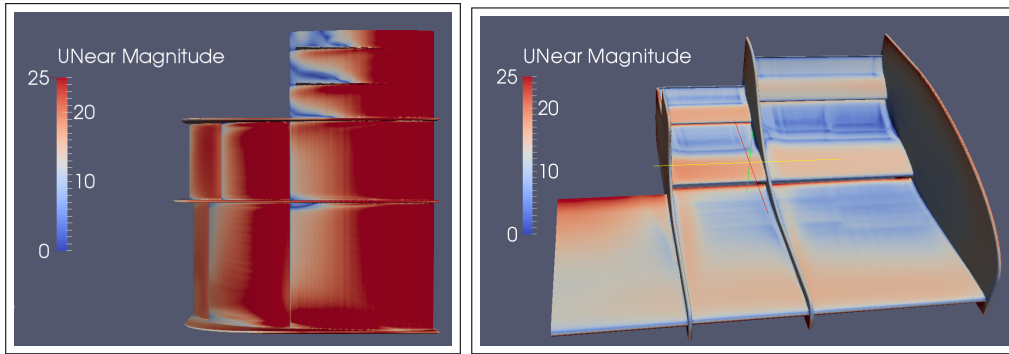


Σχήμα 3.26: Η κατανομή πίεσης στην τελική πτέρυγα του μονοθέσιου.

Εδώ παρατηρούμε τη γωνιακή αποκόλληση της ροής (μπλε χρώμα στην ταχύτητα) στην πλευρά υποπίεσης του πτερυγίου της διάταξης δύο αεροδυναμικών στοιχείων. Για την αύξηση της απόδοσης του πρέπει να προστεθεί ένα επιπλέον στοιχείο ή άλλες διαμορφώσεις που θα καθυστερήσουν την αποκόλληση της ροής σε εκείνο το σημείο (γεννήτριες στροβίλων κτλ). Στην ενδιάμεση αυτή μορφή, η μπροστά πτέρυγα έχει βελτιωμένη απόδοση συγκριτικά με την αρχική πτέρυγα, το οποίο αντικατοπτρίζεται και στο σχήμα 3.25 των πιέσεων της πτέρυγας.

Η τελική μορφή της εμπρός πτέρυγας σε διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης παρουσιάζεται στα σχήματα 3.26, 3.27.

Στην τελική της διαμόρφωση, η μπροστά πτέρυγα δεν παρουσιάζει ουσιαστική αποκόλληση ροής μόνο στο κεντρικό της στοιχείο όπου για γεωμετρικούς λόγους, εξαιτίας της ύπαρξης της μύτης του μονοθέσιου σε εκείνο το σημείο δεν μπορεί να προστεθεί επιπλέον πτερύγιο. Η αλλαγή γωνίας πρόπτωσης δεν μπορεί να προσφέρει ουσιαστική βελτίωση, παρά μόνο η αλλαγή της αεροτομής, το οποίο όμως θα ανέβαζε το κόστος κατασκευής και ήταν μια λύση που τελικά δεν επιλέχθηκε. Κατά συνέπεια, η τελική



Σχήμα 3.27: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της τελικής πτέρυγας του μονοθέσιου.

Πίνακας 3.5: Οι δυνάμεις στην μπροστά πτέρυγα ανά περύγιο

Σχεδιαστικός κύκλος	1		7		16	
	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)
Fw_1	73.4	3	85.2	3.5	86.3	4.2
Fw_2	33.6	12.7	30.5	10.8	21.7	8
Fw_3	1.9	2.2	3.4	3.6	4.3	5.4
Fw_2_1	-	-	-	-	12	2.6
Fw_3_1	-	-	-	-	4.3	2.2
Fw_middle	52.6	0.5	59.3	1.2	59.9	0.4

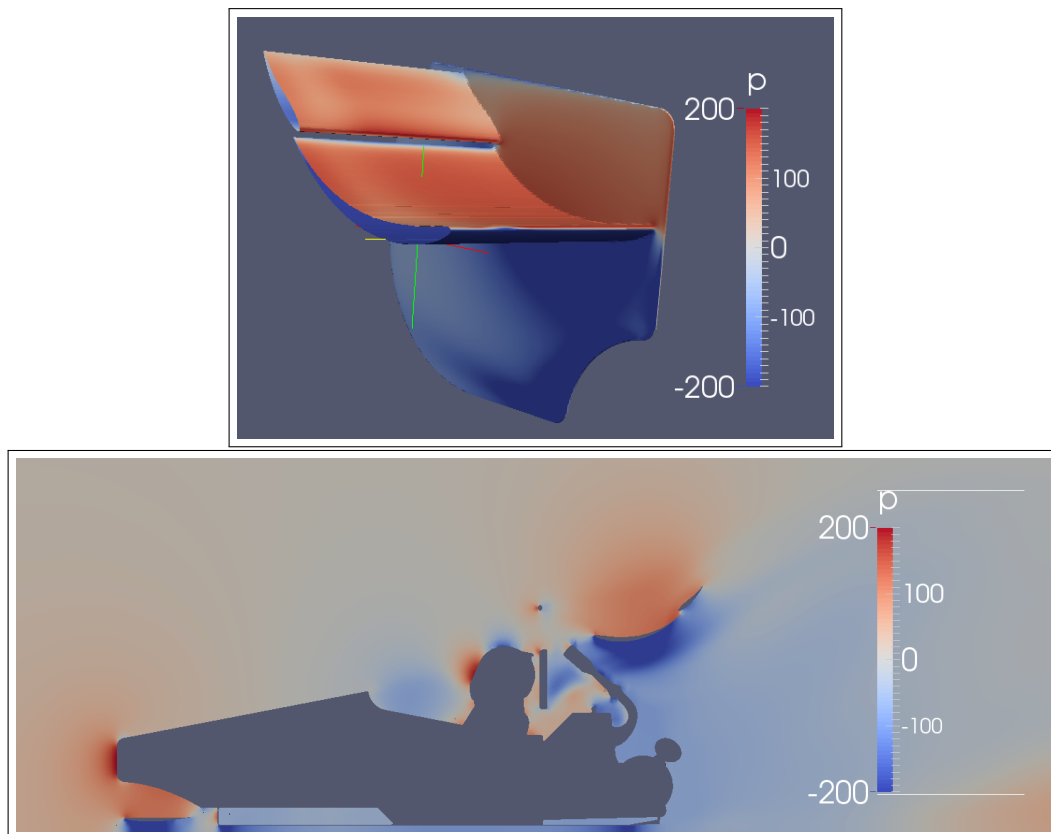
διαμόρφωση της μπροστά πτέρυγας εμφανίζει τα υψηλότερα μεγέθη κάθετης δύναμης συγκριτικά με οποιοδήποτε προηγούμενο κύκλο.

Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε περύγιο της εμπρός πτέρυγας για τις τρεις διαμορφώσεις που παρουσιάστηκαν παρουσιάζονται στο πίνακα 3.5. Για το πρώτο και έβδομο σχεδιαστικό κύκλο το Fw_2 αναφέρεται σε όλο το επέκτασμα του περυγίου απο σασί ως τις ρόδες του οχήματος.

3.9.2 Η πίσω πτέρυγα του μονοθέσιου

Η πίσω πτέρυγα του μονοθέσιου παράγει περίπου το 34% της κάθετης δύναμης του οχήματος στην διαμόρφωση μέγιστης παραγωγής κάθετης δύναμης. Η απόδοσή της επηρεάζεται απο τη λειτουργία του κινητήρα καθώς βρίσκεται κοντά στην εισαγωγή του, σε βαθμό που θα διερευνηθεί σε επόμενο ενότητα της εργασίας αυτής.

Στα σχήματα 3.28 3.29 3.30 3.31 3.32 3.33 παρουσιάζεται η αρχική, η τελική καθώς και μια ενδιάμεση μορφή της πίσω πτέρυγας κατά την πορεία της αεροδυναμικής εξελιξής της. Σε κάθε περίπτωση, παρουσιάζεται η μισή συμμετρική πτέρυγα.

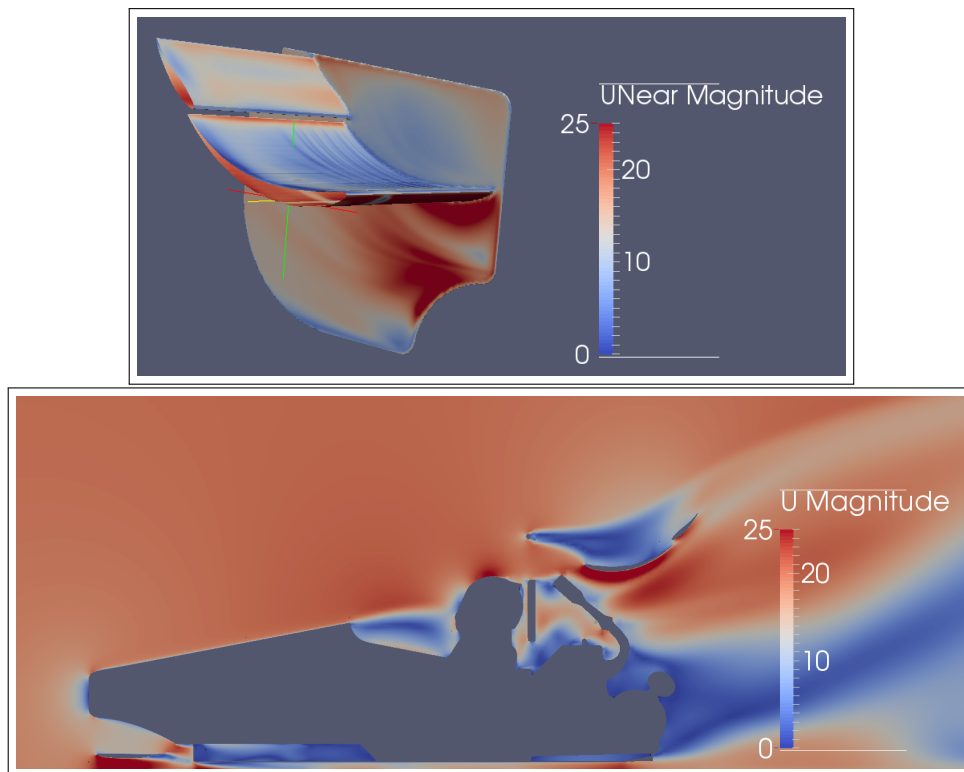


Σχήμα 3.28: Η κατανομή πίεσης στην αρχική πτέρυγα του μονοθεσίου (πάνω) και στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος (κάτω).

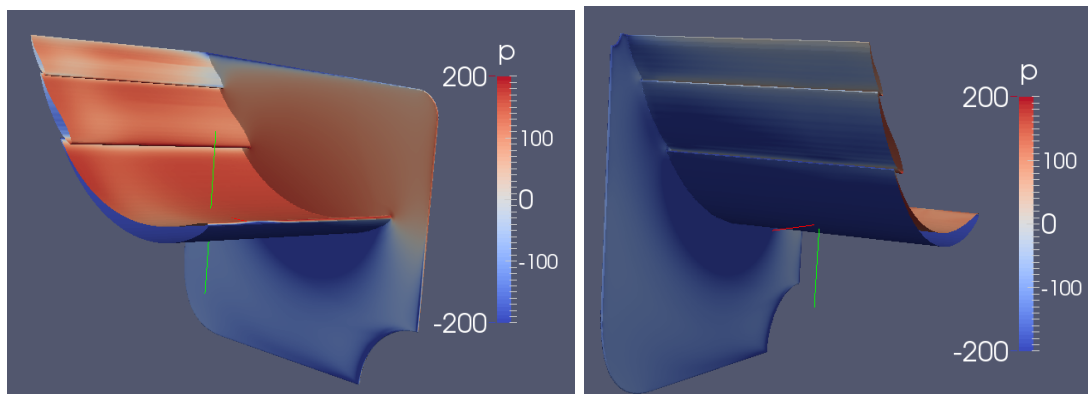
Η αρχική μορφή της πίσω πτέρυγας κατά τον πρώτο κύκλο σχεδιασμού παρουσιάζεται στα σχήματα 3.28, 3.29.

Παρατηρούμε ότι η ροή στο πρώτο στοιχείο τις πτέρυγας στην πλευρά της υποπίεσης είναι προσκολλημένη πράγμα το οποίο δεν συμβαίνει στο δεύτερο στοιχείο, το οποίο δεν εμφανίζει αποκόλληση της ροής μόνο στην ακμή εκφυγής του. Λύση για αύξηση της απόδοσης είναι η προσθήκη ενός επιπλέον πτερυγίου, πάνω από το δεύτερο, μικρότερης χορδής από αυτό. Επίσης από την ταχύτητα της ροής στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος στο σχήμα 3.29 φαίνεται ότι η ύπαρξη του σωλήνα roll hoop που επιβάλλεται από τους κανονισμούς για την προστασία του οδηγού σε περίπτωση ανατροπής επηρεάζει την πλευρά υπερπίεσης της μπροστά αεροτομής καθώς αυτή βρίσκεται στον ομόρρου του.

Στην συνέχεια, παρουσιάζεται η μορφή της πίσω πτέρυγας κατά τον όγδοο σχεδιαστικό κύκλο 3.30, 3.31, όπου επιλέχθηκε η χρήση ενός επιπλέον πτερυγίου για την αύξηση της απόδοσής της. Η επιλογή όμως αυτή συνεπάγεται και αύξηση της οπισθέλκουσας



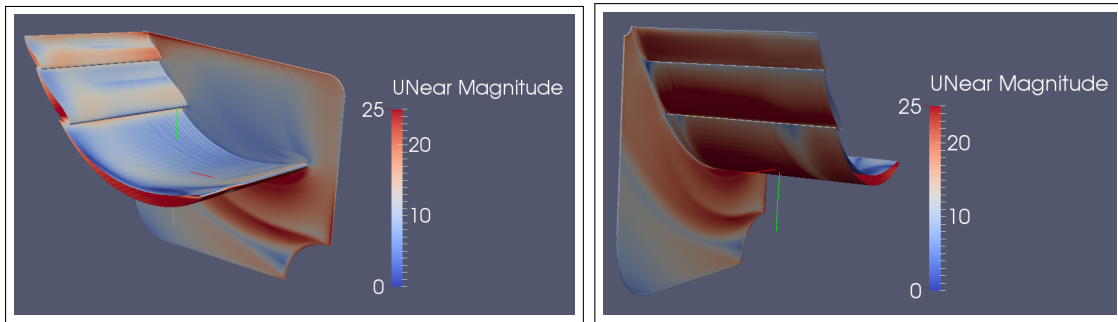
Σχήμα 3.29: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της αρχικής πτέρυγας του μονοθεσίου (πάνω) και στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος (κάτω).



Σχήμα 3.30: Η κατανομή πίεσης στην πτέρυγα του μονοθεσίου κατά τον όγδοο σχεδιαστικό κύκλο.

του οχήματος. Καθώς όμως οι ταχύτητες στις οποίες θα αγωνιστεί το όχημα είναι σχετικά μικρές (μέση ωριαία 72 km/h) η λύση αυτή εν τέλει υιοθετήθηκε.

Στην ενδιάμεση αυτή μορφή, η πίσω πτέρυγα έχει βελτιωμένη απόδοση συγκριτικά με την αρχική, το οποίο αντικατοπτρίζεται και στο σχήμα 3.30 των πιέσεων της πτέρυγας. Η ύπαρξη ενός τρίτου πτερυγίου οδήγησε στην αύξηση της απόδοσης της διάταξης



Σχήμα 3.31: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της πτέρυγας του μονοθεσίου κατά τον όγδοο σχεδιαστικό κύκλο.

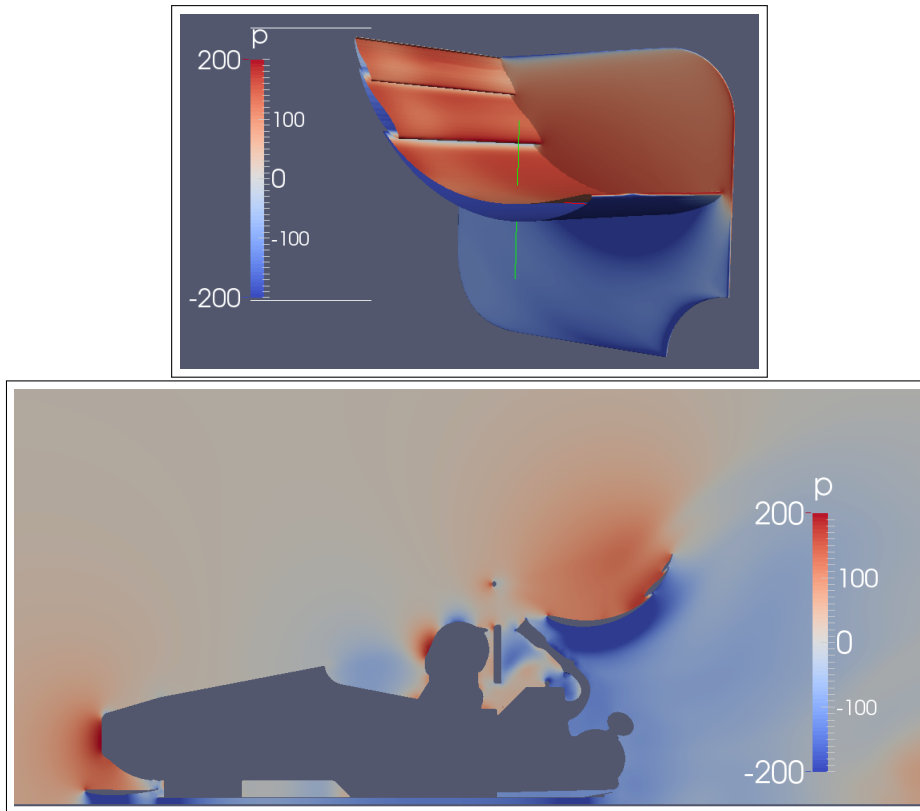
Πίνακας 3.6: Οι δυνάμεις στην πίσω πτέρυγα ανά πτερύγιο

Σχεδιαστικός κύκλος	1		8		16	
	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)
RW_1	189.2	40	243.7	46.6	245.2	49.2
RW_2	27.5	27.6	32.6	37.2	33.7	43.9
RW_3	-	-	6.9	10	9.8	22.6

ως προς την παραγωγή κάθετης δύναμης. Το τρίτο πτερύγιο αύξησε την υποπίεση του δεύτερου στοιχείου καθώς η ροή παρέμεινε προσκολλημένη σε αυτό. Το τρίτο πτερύγιο όμως, λόγω της αυξημένης γωνίας πρόσπτωσής του, εμφανίζει αποκόλληση της ροής στην ακμή εκφυγής του και υψηλές δυνάμεις οπισθέλκουσας. Για την αύξηση της κάθετης δύναμης σε αυτό το αεροδυναμικό στοιχείο προστέθηκε ένα κατακόρυφο προς την ακμή εκφυγής του τοίχωμα γνωστό από την βιβλιογραφία ως gurney flap.

Η τελική μορφή της πίσω πτέρυγας σε διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης παρουσιάζεται στα σχήματα 3.32, 3.33.

Η πίσω πτέρυγα στην τελική της διαμόρφωση διαθέτει τρία πτερύγια ενώ εμφανίζει και υψηλά ποσά κάθετης δύναμης. Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε πτερύγιο της πίσω πτέρυγας για τις τρεις διαμορφώσεις που παρουσιάστηκαν παρουσιάζονται στο πίνακα 3.6



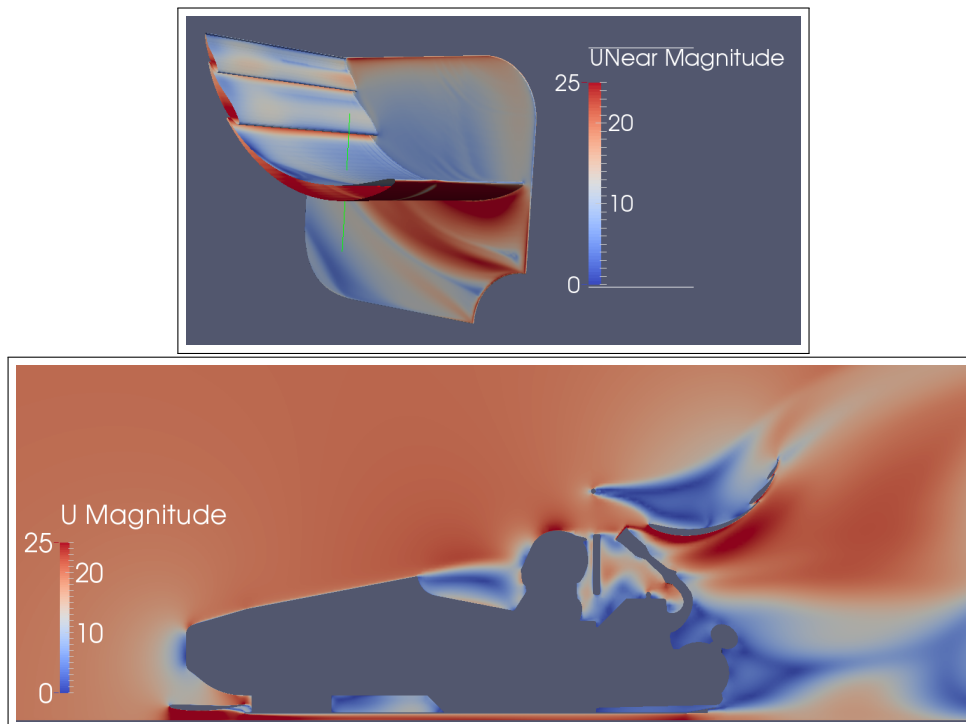
Σχήμα 3.32: Η κατανομή πίεσης στην τελική πτέρυγα του μονοθεσίου καθώς και στο επίπεδο συμμετρίας του.

3.9.3 Οι πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις του μονοθεσίου

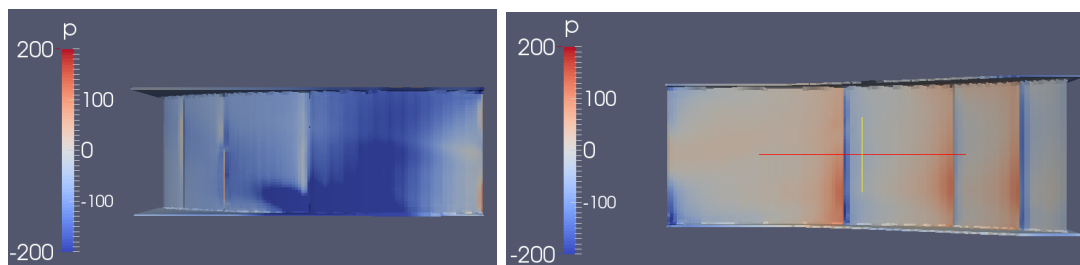
Οι δύο πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις του μονοθέσιου 3.34 παράγουν περίπου το 15% της κάθετης δύναμης του οχήματος στην διαμόρφωση μέγιστης παραγωγής κάθετης δύναμης. Η απόδοσή τους επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την περιστροφή των τροχών καθώς και από τη λειτουργία της μπροστά πτέρυγας καθώς βρίσκεται κατάντι της ροής τους. Σχεδιαστικός στόχος των πλευρικών αεροδυναμικών διατάξεων εκτός της παραγωγής κάθετης δύναμης είναι να εκτρέψουν την ροή από τους πίσω τροχούς του οχήματος.

Στα σχήματα 3.34 3.35 3.36 3.37 3.38 3.39 παρουσιάζεται η αρχική, η τελική καθώς και μια ενδιάμεση μορφή των πλευρικών αεροδυναμικών διατάξεων κατά την πορεία της αεροδυναμικής εξέλιξης τους.

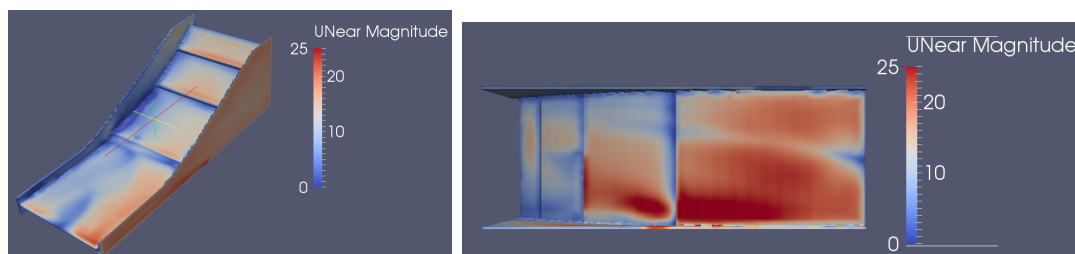
Η αρχική μορφή της πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης του οχήματος κατά τον πρώτο κύκλο σχεδιασμού παρουσιάζεται στα σχήματα 3.34 3.35.



Σχήμα 3.33: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της τελικής πτέρυγας του μονοθεσίου (πάνω) και η ταχύτητα της ροής στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος κάτω.



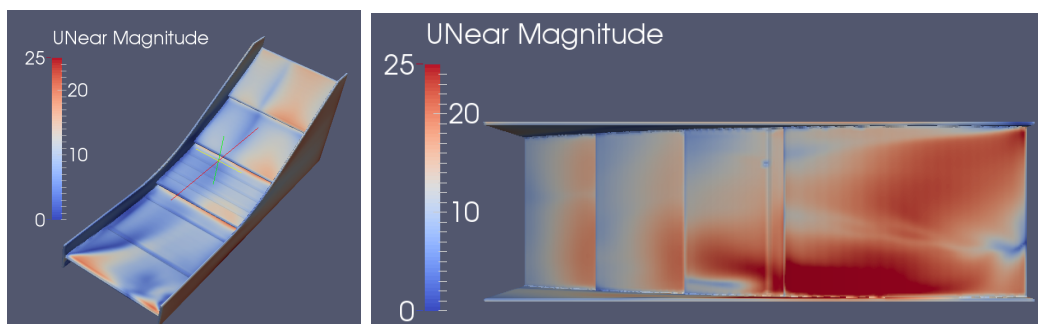
Σχήμα 3.34: Η κατανομή πίεσης στην αρχική πλευρική αεροδυναμική διάταξη του μονοθεσίου.



Σχήμα 3.35: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα στην αρχική πλευρική αεροδυναμική διάταξη του μονοθεσίου.



Σχήμα 3.36: Η κατανομή πίεσης στην πλευρική αεροδυναμική διάταξη του μονοθέσιου κατά τον δεύτερο σχεδιαστικό κύκλο.

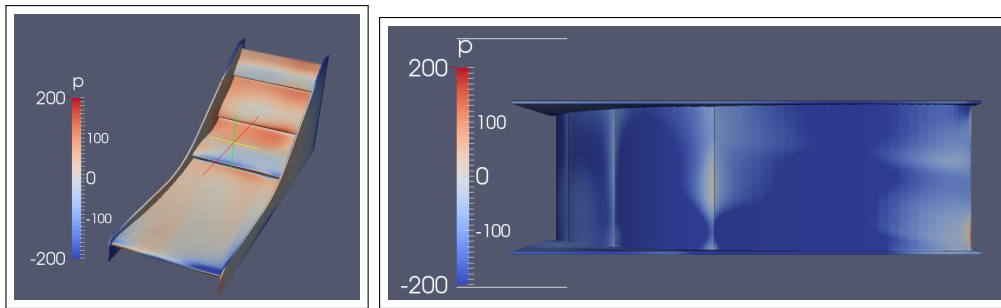


Σχήμα 3.37: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης του μονοθέσιου κατά τον δεύτερο σχεδιαστικό κύκλο.

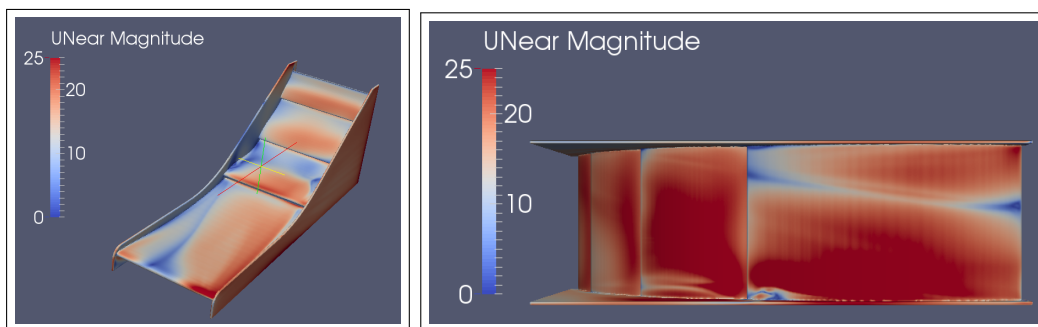
Παρατηρούμε ότι η ροή στο τρίτο και τέταρτο στοιχείο της πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης στην πλευρά της υποπίεσης έχει αποκολληθεί πράγμα το οποίο φαίνεται από τη σχεδόν μηδενική ταχύτητα (μπλε χρώμα) στο σχήμα 3.35. Η λειτουργία της διάταξης, κατά συνέπεια, έχει μεγάλα περιθώρια βελτίωσης. Αρχικά θα αξιοποιηθεί όλος ο διαθέσιμος χώρος που ορίζουν οι κανονισμοί για αυτήν τη διάταξη. Έπειτα, γίνεται αντικατάσταση των αεροτομών με αεροτομές που χρησιμοποιούνται στη μπροστά και πίσω πτέρυγα για οικονομοτεχνικούς λόγους.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η μορφή της πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης κατά τον δεύτερο σχεδιαστικό κύκλο, όπου αξιοποιήθηκε όλος ο διαθέσιμος χώρος που ορίζουν οι κανονισμοί για αυτήν τη διάταξη 3.36 3.37.

Με αξιοποίηση του διαθέσιμου χώρου από τον δεύτερο κιόλας σχεδιαστικό κύκλο η πλευρική αεροδυναμική διάταξη έχει βελτιωμένη απόδοση. Η αύξηση της κάθετης δύναμης που αυτή παράγει προήλθε κατά κύριο λόγο από την αύξηση της επιφάνειάς της. Η τελική μορφή της πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης σε διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης παρουσιάζεται στα σχήματα 3.38, 3.39.



Σχήμα 3.38: Η κατανομή πίεσης στην τελική πλευρική αεροδυναμική διάταξη του μονοθέσιου.



Σχήμα 3.39: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα της τελικής πλευρικής αεροδυναμικής διάταξης του μονοθέσιου.

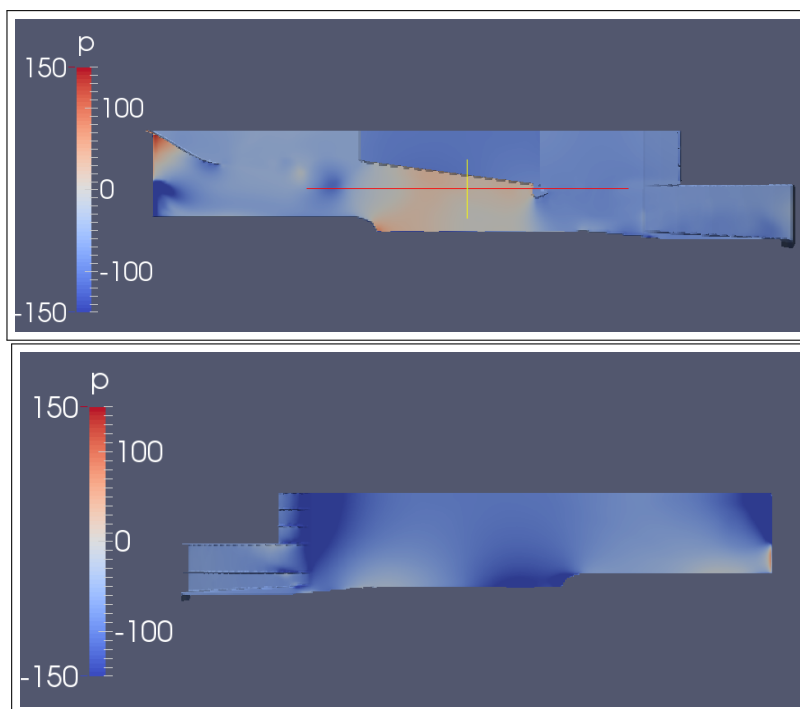
Πίνακας 3.7: Οι δυνάμεις στην πλευρική αεροδυναμική διάταξη ανά πτερύγιο

Σχεδιαστικός κύκλος	1		2		16	
Δυνάμεις	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)
S_1	21.4	1.9	22.2	1.9	34.1	3.3
S_2	7.2	2.8	10.5	2.5	15.8	5.8
S_3	3.5	3	7.8	3.6	8.7	8.2
S_4	0.5	0.6	2.1	1.6	2.7	5.5

Η πλευρική αεροδυναμική διάταξη στην τελική της διαμόρφωση διαθέτει τέσσερα πτερύγια ενώ παράγει 85% περισσότερη κάθετη δύναμη συγκριτικά με το προκαταρκτικό σχέδιο. Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε πτερύγιο των διατάξεων που παρουσιάστηκαν παρουσιάζονται στο πίνακα 3.7.

3.9.4 Το αεροδυναμικό πάτωμα και ο διαχύτης

Το αεροδυναμικό πάτωμα παράγει το 20% της κάθετης δύναμης στο όχημα παράγοντας μάλιστα ελάχιστη δύναμη οπισθέλκουσας. Κατά συνέπεια, είναι η διάταξη με τον



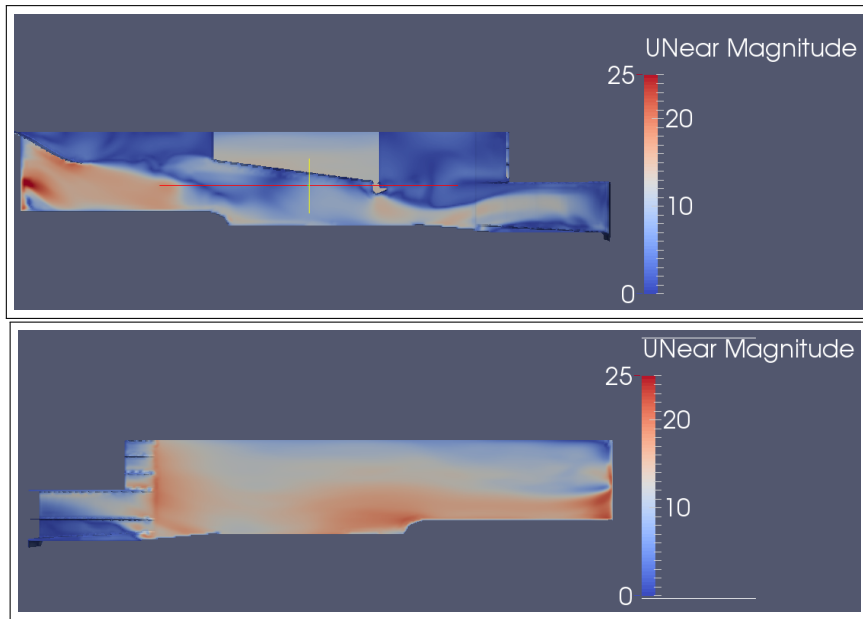
Σχήμα 3.40: Η κατανομή πίεσης στην αρχική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος του μονοθέσιου

μεγαλύτερο λόγο $-L/D$. Η λειτουργία του επηρεάζεται από τη μπροστά πτέρυγα του οχήματος και από την απόστασή του από το έδαφος. Η απόστασή του αεροδυναμικού πατώματος από το έδαφος ορίστηκε σε 30 mm για λόγους κινηματικής του οχήματος (βύθιση του οχήματος κατά το φρενάρισμα) και κανονισμών.

Ο διαχύτης αποτελείται από 3 κανάλια τα οποία επιλέχθηκε να έχουν ευθύ τοιχώματα για κατασκευαστικούς λόγους. Η χρήση γεννητριών στροβίλων στο εσωτερικό των καναλιών όπως θα φανεί σε επόμενη ενότητα καθυστερεί την αποκόλληση της ροής και αυξάνει την απόδοση της διάταξης. Η αρχική διάταξη παράγει 92.4 N κάθετη δύναμη με $-L/D=53$

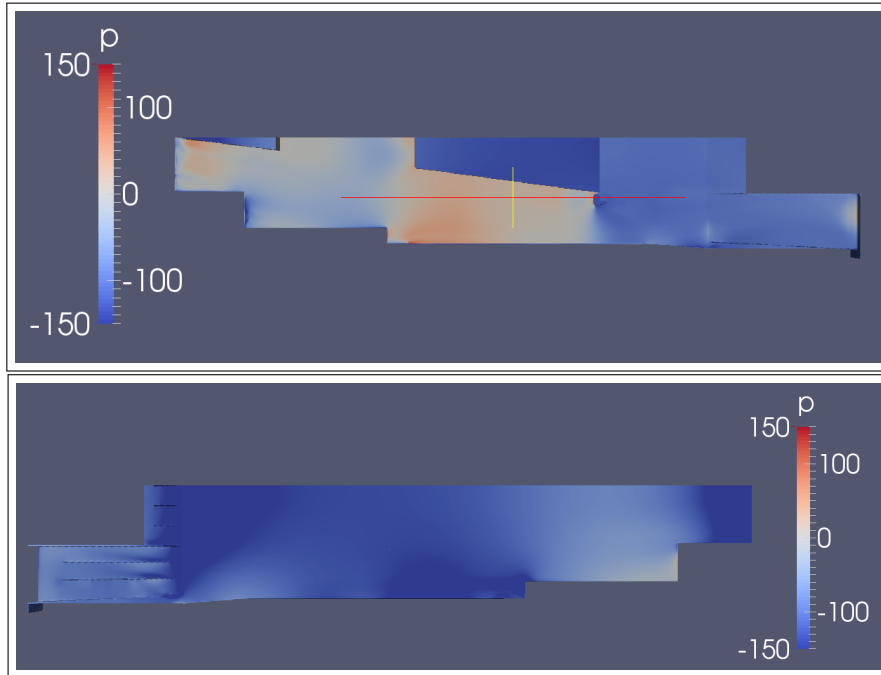
Στο πάνω μέρος του τελικού αεροδυναμικού πατώματος υπάρχει ένας τριγωνικός διαχωριστής (splitter plate), ρόλος του οποίου είναι να εκτρέψει τη ροή κάτω από τα ψυγεία προς το πίσω μέρος του οχήματος χωρίς να επηρεάσει αρνητικά τις πλευρικές αεροδυναμικές διατάξεις. Η αρχική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος του οχήματος παρουσιάζεται στα σχήματα 3.40 3.41.

Συγκριτικά με την αρχική του μορφή το αεροδυναμικό πάτωμα επεκτάθηκε προς την μπροστά αεροτομή ενώ μεγάλωσε και κατά πλάτος καταλαμβάνοντας όλο τον διαθέσιμο από τους κανονισμούς χώρο. Η τελική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος του

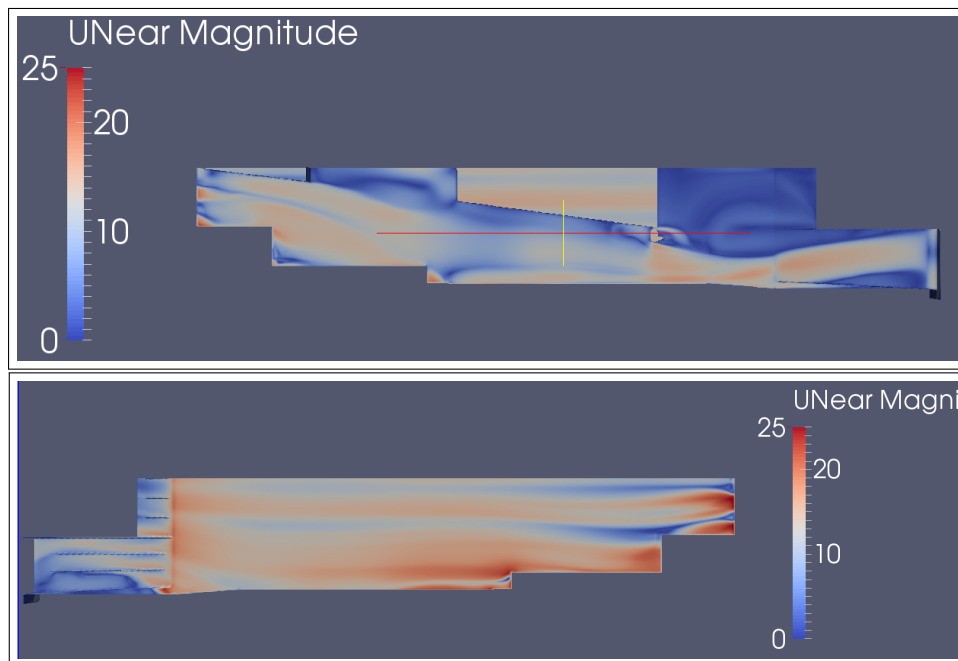


Σχήμα 3.41: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα στην αρχική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος του μονοθέσιου

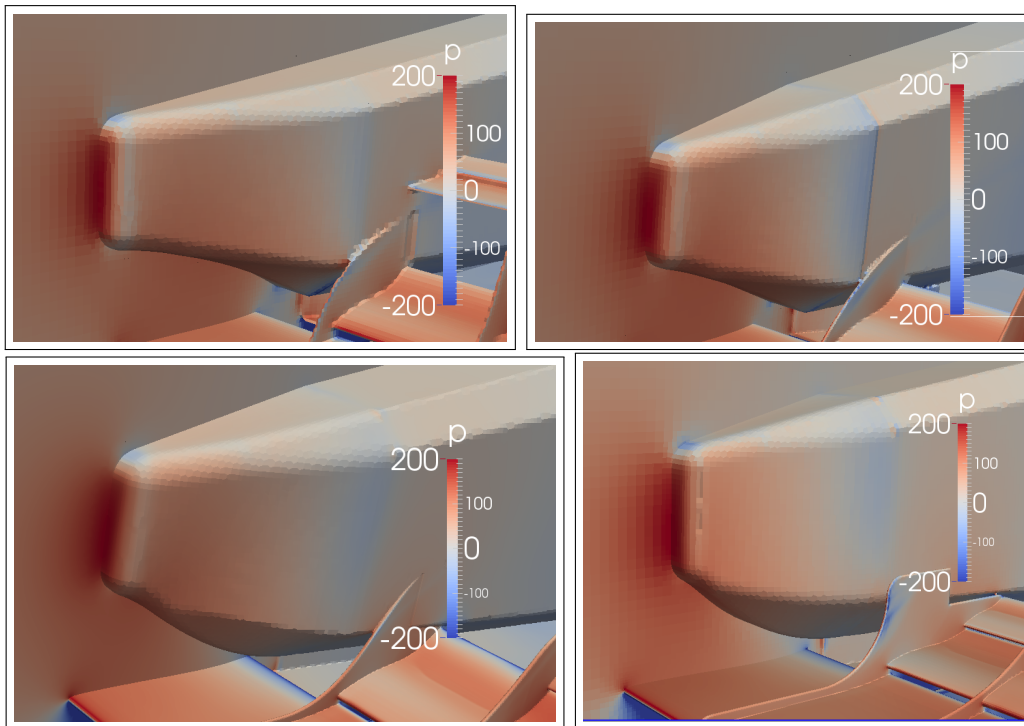
οχήματος 3.42 3.43. Το τελικό αεροδυναμικό πάτωμα παράγει 175 N κάθετη δύναμη με $-L/D=38,6$.



Σχήμα 3.42: Η κατανομή πίεσης στην τελική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος.



Σχήμα 3.43: Η ταχύτητα σε απόσταση 0.001 mm από το στερεό τοίχωμα στην τελική μορφή του αεροδυναμικού πατώματος.



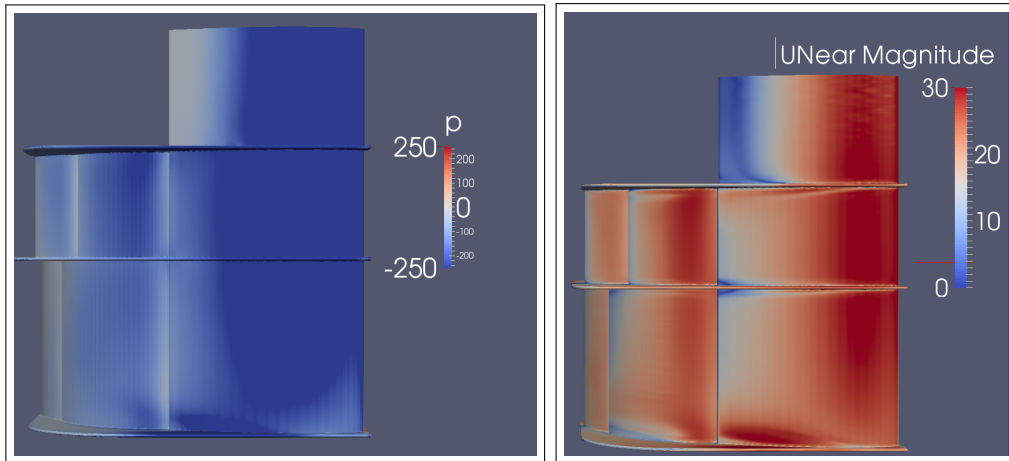
Σχήμα 3.44: Η κατανομή πίεσης στην αρχική μύτη του μονοθέσιου (πάνω δεξιά), σε δύο ενδιάμεσους σχεδιαστικούς κύκλους καθώς και στην τελική της εκδοχή (κάτω αριστερά).

3.9.5 Η μύτη του μονοθέσιου

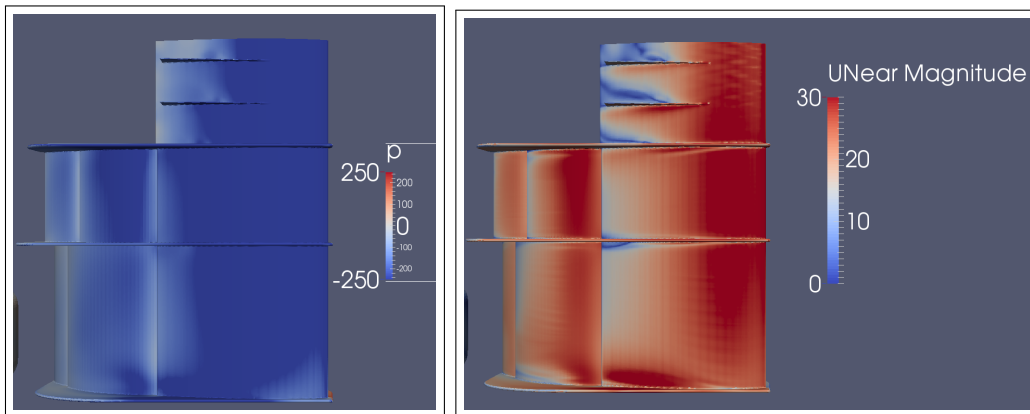
Σχεδιαστικός στόχος της μύτης του μονοθέσιου είναι η παραγωγή μικρού ή και καθόλου ποσού άνωσης όπως και η ελαχιστοποίηση της οπισθέλκουσας του οχήματος. Υπάρχουν όμως ορισμένοι γεωμετρικοί περιορισμοί που υπαγορεύονται από τους κανονισμούς του διαγωνισμού. Η πορεία της αεροδυναμικής εξέλιξης του σχήματος της μύτης του μονοθέσιου σχήμα παρουσιάζεται στο σχήμα 3.44. Η αρχική διαμόρφωση της μύτης παράγει 8.5 N άνωσης και 10.5 N οπισθέλκουσας, ενώ η τελική 3.5 N άνωσης και 11.5 N οπισθέλκουσας, αντίστοιχα.

3.9.6 Η χρήση γεννητριών στροβίλων στο μονοθέσιο

Οι γεννήτριες στροβίλων χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία στροβίλων οι οποίοι ενεργοποιούν το οριακό στρώμα καθυστερώντας την αποκόλλησή του. Στην περίπτωση της Prom Racing Team χρησιμοποιήθηκαν σε 2 σημεία του οχήματος τα οποία παρουσίαζαν έντονη αποκόλληση ροής και για γεωμετρικούς ή άλλους περιορισμούς δεν ήταν



Σχήμα 3.45: Η πίεση και ταχύτητα στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής χωρίς γεννήτριες στροβίλων.

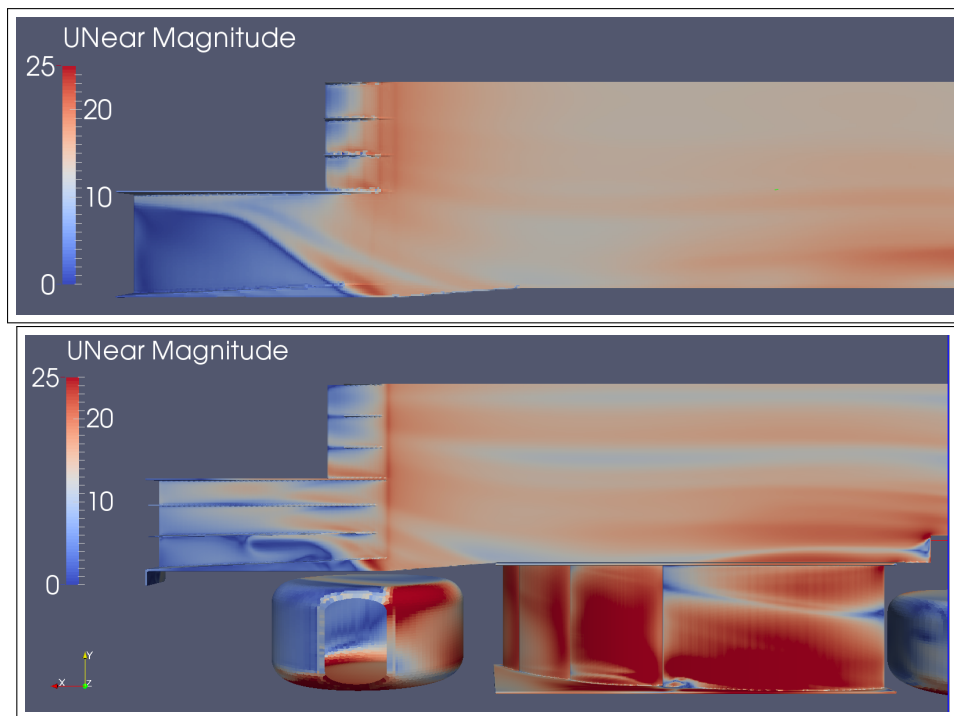


Σχήμα 3.46: Η πίεση και ταχύτητα στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής με την χρήση γεννητριών στροβίλων.

εφικτή η εφαρμογή άλλης λύσης.

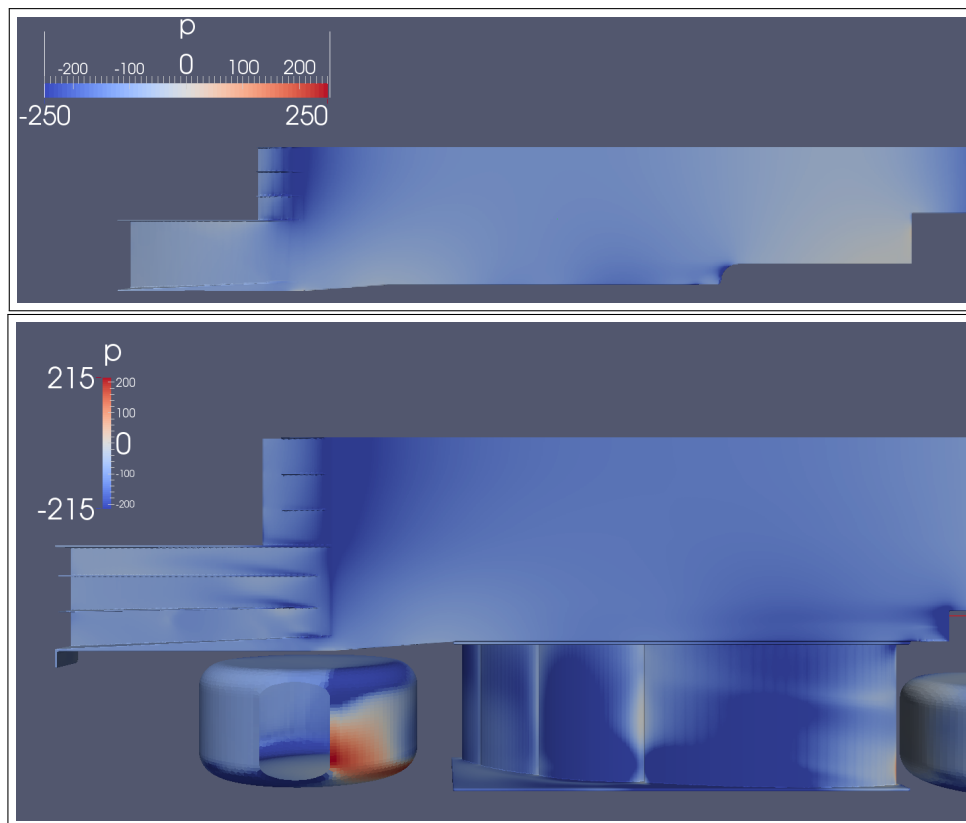
Η πρώτη εφαρμογή τους έγινε στο κεντρικό περύγιο της μπροστά πτέρυγας το οποίο βρίσκεται κάτω από την μύτη του οχήματος 3.45 3.46. Η αλλαγή στη γωνία πρόσπτωσης αυτού του στοιχείου δεν οδηγεί σε βελτίωση της απόδοσής της, ενώ η αντικατάσταση της αεροτομής με άλλη απορρίπτεται για τεχνοοικονομικούς λόγους. Οι γεννήτριες στροβίλων μοντελοποιήθηκαν ως τριγωνικά στοιχεία πάχους 2 mm και τοποθετήθηκαν λίγο πριν την περιοχή έντονης αποκόλλησης της ροής. Η εφαρμογή γεννητριών στροβιλισμού στην πλευρά της υποπίεσης του περυγίου, έχει ως αποτέλεσμα αυτό να παράγει 57.8 N κάθετης δύναμης ενώ χωρίς τη χρήση τους το περύγιο παρήγαγε 54.9 N κάθετης δύναμης.

Η δεύτερη εφαρμογή των γεννητριών στροβιλισμού έγινε στα κανάλια του διαχύτη του



Σχήμα 3.47: Η ταχύτητα στην πλευρά υποπίεσης του διαχύτη χωρίς γεννήτριες στροβίλων στο μεγάλο κανάλι (πάνω) και με τη χρήση (κάτω).

αεροδυναμικού πατώματος. Οι γεννήτριες στροβίλων, και εδώ, μοντελοποιήθηκαν ως τριγωνικά στοιχεία πάχους 2 mm και τοποθετήθηκαν στην είσοδο της ροής του διαχύτη. Η επίδραση τους φαίνεται στα σχήματα 3.47, 3.48. Με τη χρήση γεννητριών στροβίλων η ροή παραμένει προσκολλημένη στο τοίχωμα για μεγαλύτερη έκταση και η υποπίεση του πατώματος αυξάνεται.

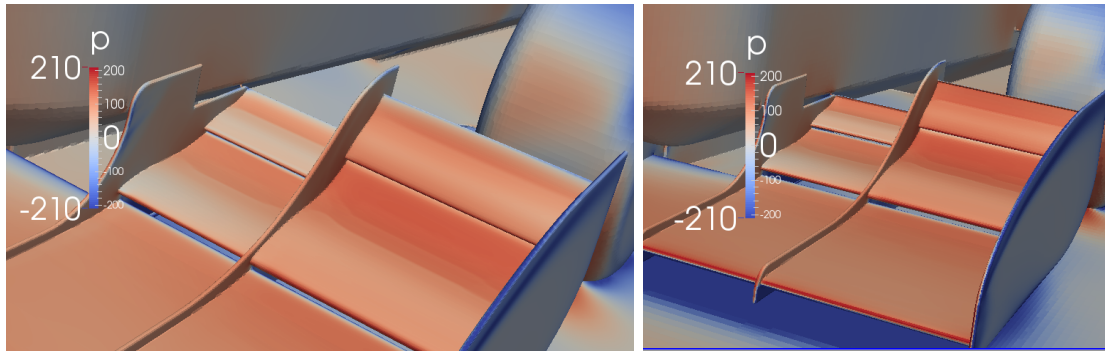


Σχήμα 3.48: Η πίεση στην πλευρά υποπίεσης του διαχύτη χωρίς γεννήτριες στροβίλων στο μεγάλο κανάλι (πάνω) και με την χρήση (κάτω).

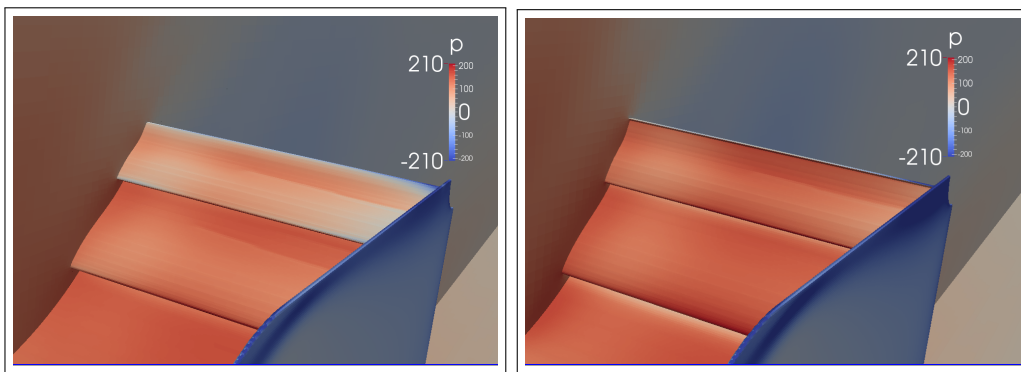
3.9.7 Η χρήση στοιχείων gurney flap

Ως gurney flap ορίζεται ένα κάθετο προς την ακμή εκφυγής αεροδυναμικό στοιχείο. Το μήκος του σύμφωνα με τη βιβλιογραφία είναι 2% με 3% της χορδής της αεροτομής στην οποία εφαρμόζεται. Στόχος του είναι η αύξηση της κάθετης δύναμης στο στοιχείο στο οποίο εφαρμόζεται. Η χρήση του όμως συνεπάγεται και αύξηση της οπισθέλκουσας του πτερυγίου.

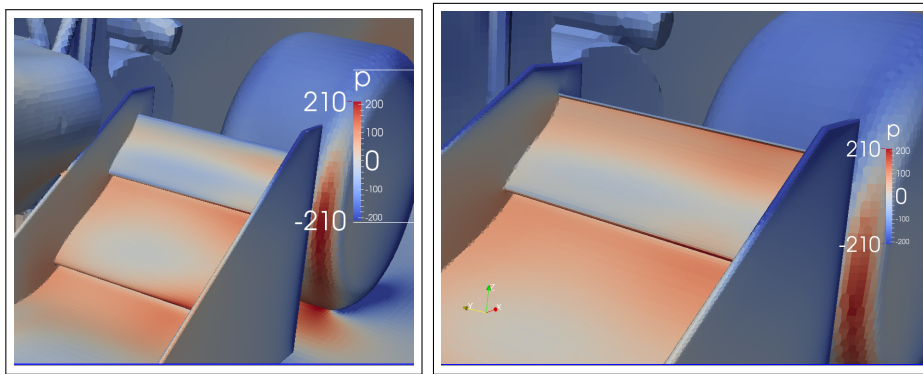
Στο αγωνιστικό μονοθέσιο της Prom Racing Team gurney flap χρησιμοποιήθηκαν στα πτερύγια των διατάξεων πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων που δεν διαθέτουν άλλο πτερύγιο πάνω από την ακμή εκφυγής τους. Συγκεκριμένα, στη μπροστά πτέρυγα 3.49, στο τρίτο στοιχείο της πίσω πτέρυγας 3.50, στο τέταρτο στοιχείο των πλευρικών αεροδυναμικών διατάξεων 3.51. Στο πίνακα 3.8 παρουσιάζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα πτερύγια με ή χωρίς την χρήση gurney flap .



Σχήμα 3.49: Η επίδραση της χρήσης gurney flap στην μπροστά πτέρυγα.



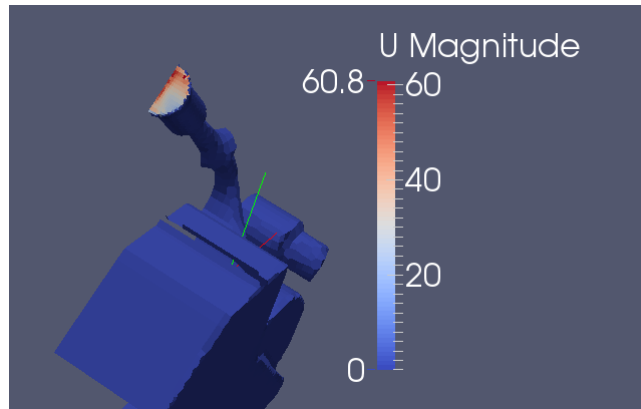
Σχήμα 3.50: Η επίδραση της χρήσης gurney flap στην πίσω πτέρυγα.



Σχήμα 3.51: Η επίδραση της χρήσης gurney flap στην πλευρική αεροδυναμική διάταξη.

Πίνακας 3.8: Οι δυνάμεις στα πτερύγια με ή χωρίς τη χρήση του gurney flap

Σχεδιαστικός κύκλος	No gurney		With gurney	
	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)
FW_3	2.9	1.4	4.3	2.2
FW_3_1	3	3.4	4.1	5.2
Rw_3	4.5	8.5	9.5	22
S_4	1.3	2.5	2.6	5.3



Σχήμα 3.52: Η ταχύτητα του αέρα στη διατομή εισόδου της εισαγωγής του κινητήρα.

3.9.8 Επίδραση της λειτουργίας του κινητήρα στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος.

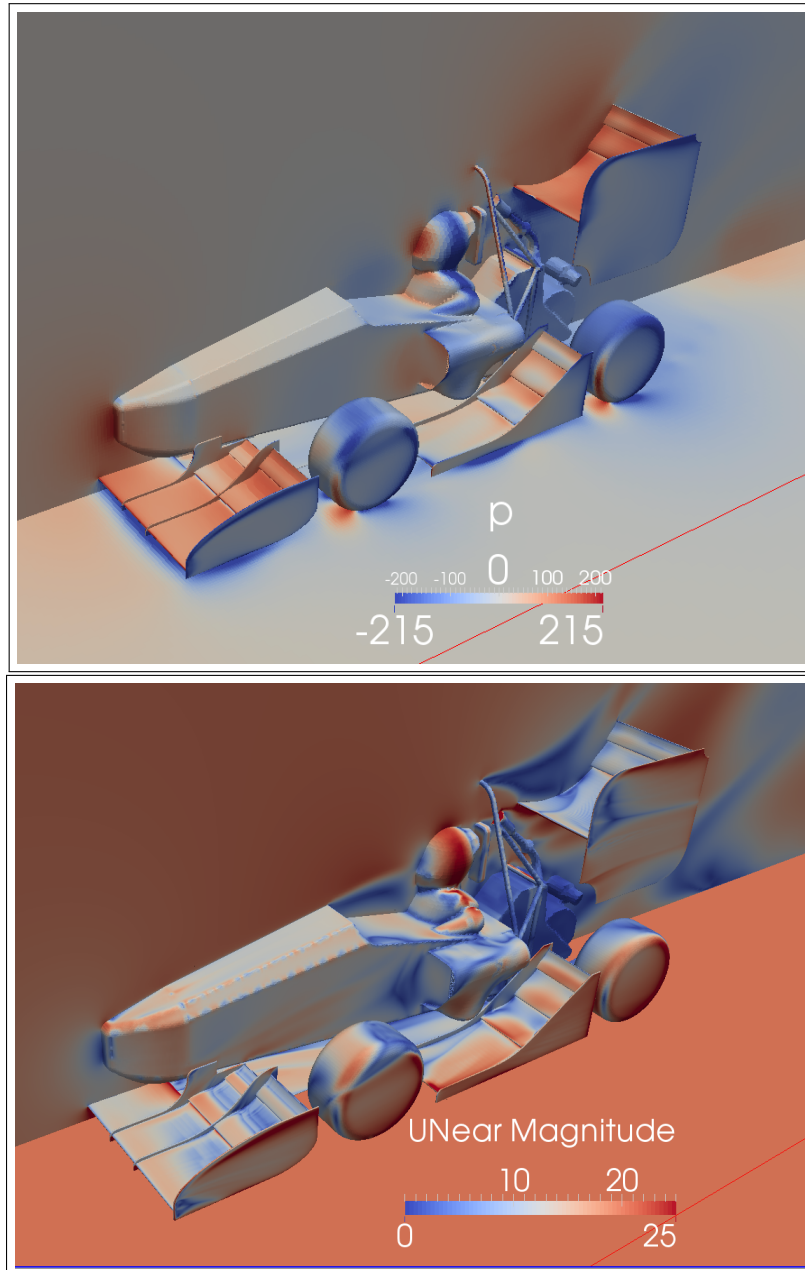
Αντικείμενο αυτής της μελέτης ήταν η επίδραση της λειτουργίας του κινητήρα σε συνθήκες πλήρους φορτίου στη απόδοση της πίσω αεροτομής καθώς βρίσκεται σε μικρή απόσταση από αυτήν. Ο κινητήρας του οχήματος είναι χωρητικότητας 600 cc και η μοντελοποίηση έγινε στις 10.000 rpm.

Για αυτήν την ταχύτητα περιστροφής υπολογίστηκε ότι η απαιτούμενη παροχή μάζας αέρα είναι 50 l/sec . Η εισαγωγή του κινητήρα έχει διάμετρο 74.56 mm . Έτσι τέθηκε ταχύτητα ροής μέτρου 11.45 m/sec κάθετη στην εισαγωγή αέρα του κινητήρα.

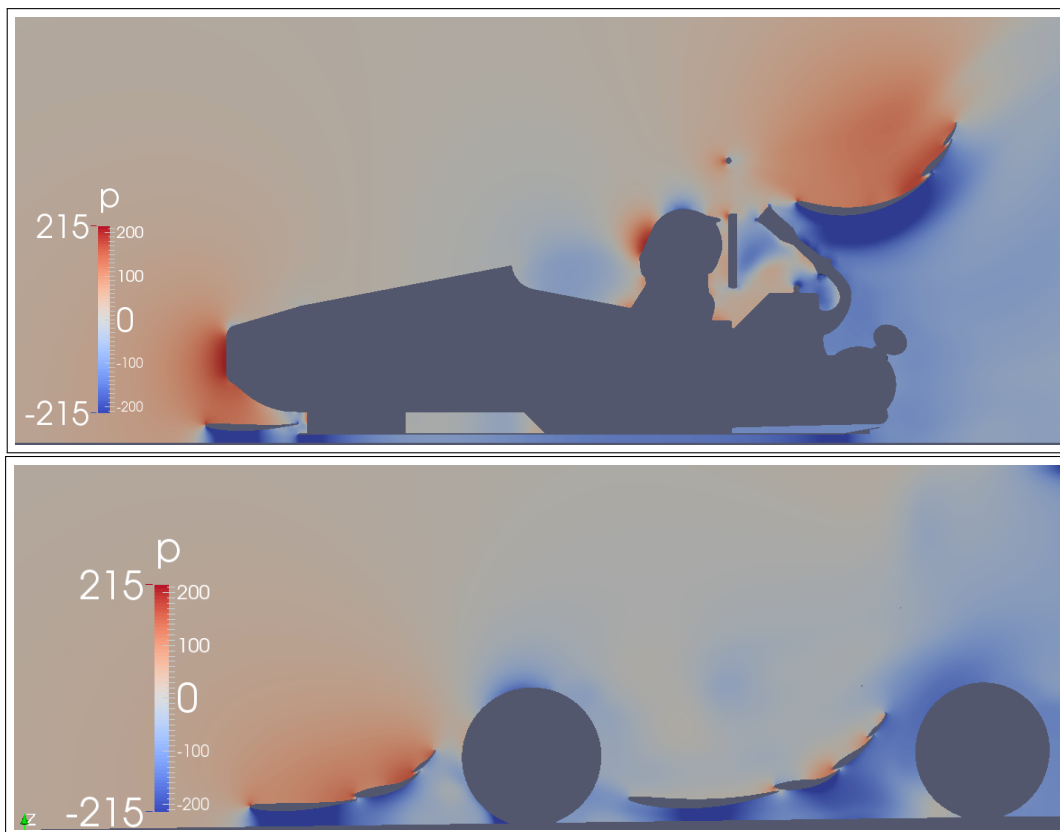
Η κατακόρυφη δύναμη στην πίσω πτέρυγα μειώθηκε λόγω της λειτουργίας της του κινητήρα κατά 6 N ενώ η οπισθέλκουσα κατά 2 N. Παρατηρούμε ότι λόγω της μικρής χωρητικότητας του κινητήρα η επίδραση της λειτουργίας του δεν είναι σημαντική στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του οχήματος.

3.9.9 Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο στη διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης

Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο στη διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης παράγει 851 N κάθετης δύναμης και 337 N οπισθέλκουσα. Η κάθετη δύναμη είναι κατά 32.5% αυξημένη συγκριτικά με το προκαταρκτικό σχέδιο, ενώ η οπισθέλκουσα κατά 35%. Ο λόγος $-L/D$ του οχήματος είναι -2,52 (-2,57 για το προκαταρκτικό μοντέλο) παρά την προσθήκη γεωμετρικών στοιχείων που αυξάνουν την οπισθέλκουσα και παράγουν άνωση (οδηγός, εισαγωγή αέρα κινητήρα κτλ) 3.53, 3.54, 3.55.



Σχήμα 3.53: Η πίεση και η ταχύτητα στο όχημα στην διαμόρφωση μέγιστης παραγωγής κάθετης δύναμης.



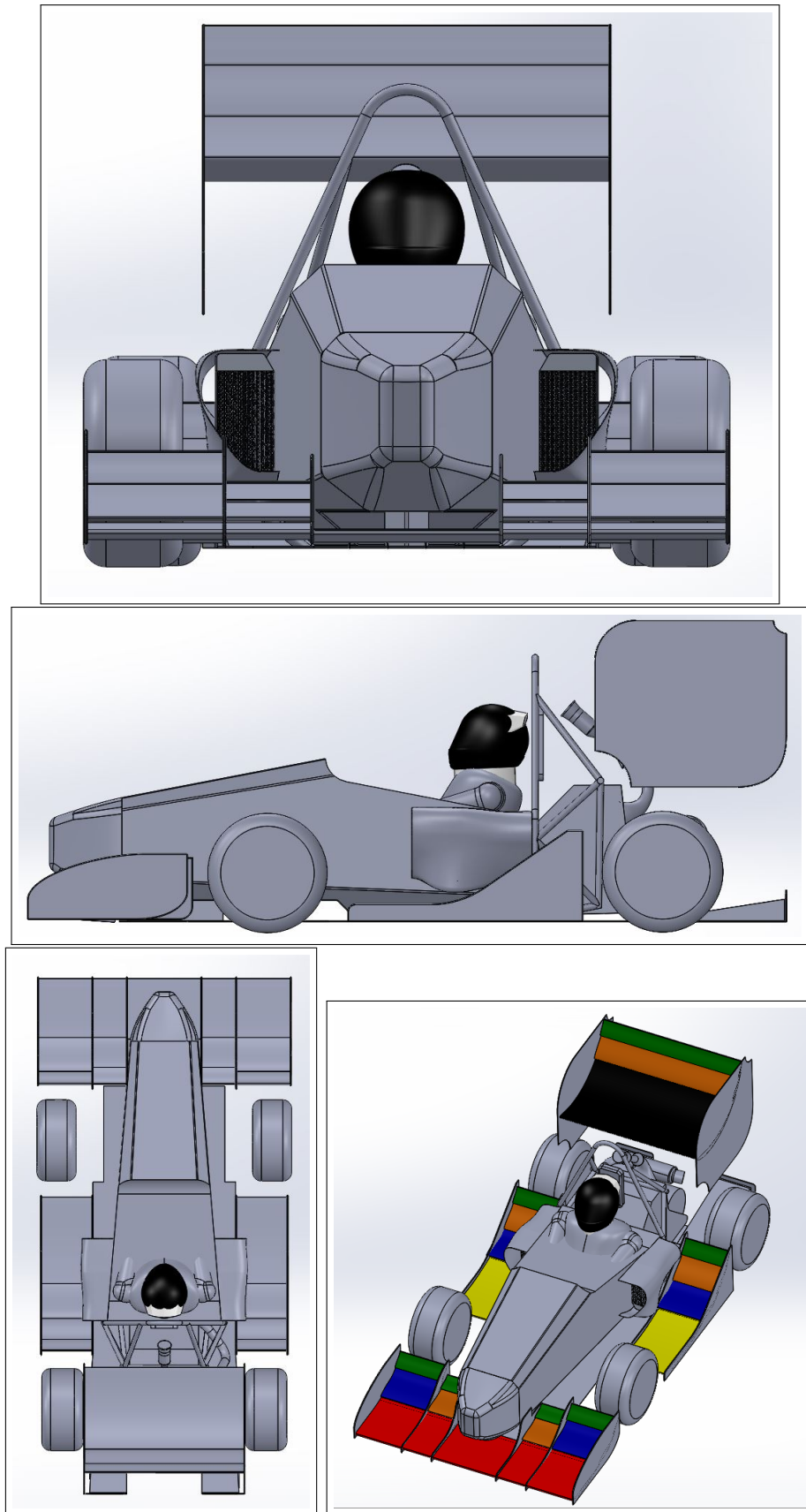
Σχήμα 3.54: Η πίεση στο επίπεδο συμμετρίας του οχήματος και στο επίπεδο που βρίσκεται σε απόσταση 55 cm από αυτό.

3.9.10 Το τελικό αεροδυναμικό πακέτο στη διαμόρφωση ελάχιστης οπισθέλκουσας

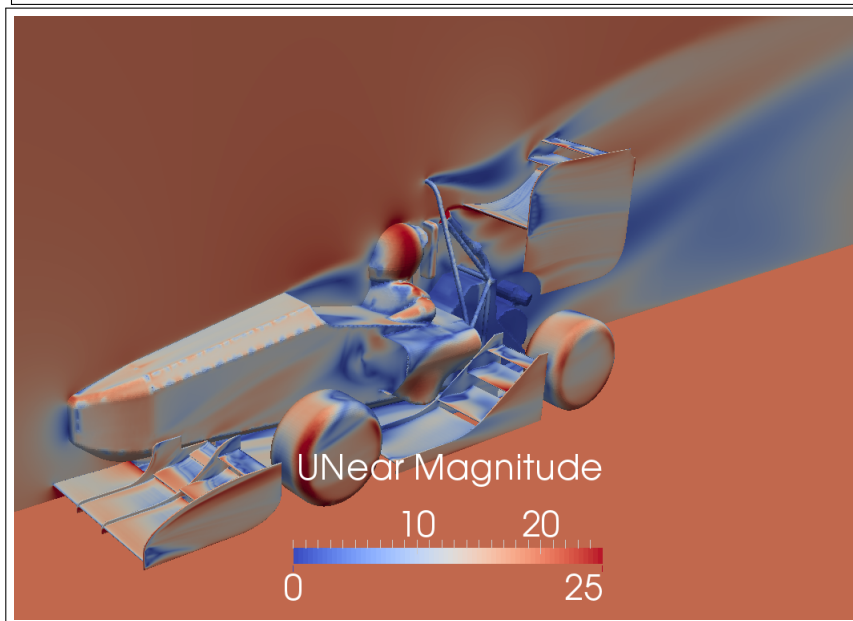
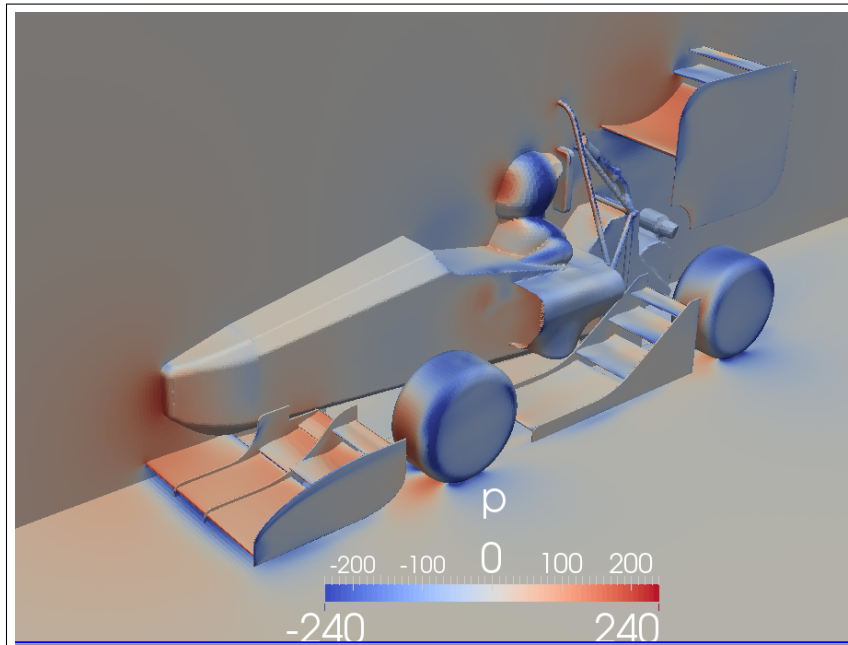
Για την αποδοτικότερη λειτουργία του αυτοκινήτου σε μεγαλύτερο εύρος συνθηκών λειτουργίας ορισμένα αεροδυναμικά στοιχεία έχουν τη δυνατότητα να μεταβάλουν τη γωνία πρόσπτωσής τους, συμβάλλοντας έτσι στη ρυθμισιμότητα του αυτοκινήτου, παράγοντα σημαντικό για κάθε αγωνιστική κατασκευή.

Τα πτερύγια που είναι με κόκκινο χρώμα στο σχήμα 3.21 έχουν τη δυνατότητα να μεταβάλουν τη γωνία πρόσπτωσής τους για τη μείωση της οπισθέλκουσας που παράγουν. Το όχημα στη διαμόρφωση ελάχιστης οπισθέλκουσας 3.56 παράγει 406 N κάθετης δύναμης και 187 N οπισθέλκουσα. Σε αυτήν την διαμόρφωση, η κάθετη δύναμη είναι κατά 50% μειωμένη συγκριτικά με τη διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης ενώ η οπισθέλκουσα 45% μικρότερη 3.56.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στα πτερύγια του τελικού αεροδυναμικού πακέτου του μο-



Σχήμα 3.55: Το σχέδιο CAD τελικού αεροδυναμικού πακέτου, όπως οι διαφορετικοί τύποι αεροτομών στο όχημα. 114



Σχήμα 3.56: Η πίεση και η ταχύτητα στο όχημα στη διαμόρφωση ελάχιστης οπισθέλκουσας.

Πίνακας 3.9: Δυνάμεις ανά πτερύγιο τελικού αεροδυναμικού πακέτου

Ρύθμιση Δυνάμεις	Max Downforce		Min Drag	
	-Lift (N)	Drag (N)	-Lift (N)	Drag (N)
F1_middle	59.9	0.4	49.9	0.2
F1	86.3	4.2	61.4	2.9
F2	21.7	8	11.4	1.6
F2_1	12	2.6	9.3	2.1
FW_3	4.3	5.4	-0.4	0.3
FW_3_1	4.3	2.2	3.8	2
Rw_1	245.5	49.3	184.8	32.7
Rw_2	33.7	43.9	23.3	3.8
Rw_3	9.8	22.6	3.6	1.4
S_1	34.1	3.3	25.3	1.7
S_2	15.8	5.8	3	1.4
S_3	8.7	8.2	0.75	0.5
S_4	2.7	5.5	-2	0.6
Underbody	174.7	4.5	70.9	5.1
Driver	-12.5	8.9	-14	7.4
Chassis	-35	105.9	-48	87.6

νοθεσίου για τις δύο διαμορφώσεις παρουσιάζονται στο πίνακα 3.9

3.10 Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα.

Στο δεύτερο τμήμα των αεροδυναμικών μελετών της εργασίας αυτής μελετήθηκε το φοιτητικό αγωνιστικό αυτοκίνητο της Prom Racing Team του Ε.Μ.Π. Ζητούμενο των μελετών, σε αυτήν την περίπτωση, είναι η αύξηση της κάθετης δύναμης που ασκείται στο όχημα, με την παράλληλη ικανοποίηση όλων των τεχνικοοικονομικών περιορισμών και προδιαγραφών που τέθηκαν. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν δεκαεφτά μη-αυτοματοποιημένοι κύκλοι σχεδιασμού, αποτέλεσμα των οποίων ήταν ο σχεδιασμός του τελικού αεροδυναμικού πακέτου της ομάδας, με το οποίο θα διαγωνιστεί στους προσεχείς διεθνείς διαγωνισμούς.

Με τη χρήση του τελικού αεροδυναμικού πακέτου, στη διαμόρφωση παραγωγής μέγιστης κάθετης δύναμης, το μονοθέσιο παράγει 86,7 kg κάθετης δύναμης στα 72 km/h , το οποίο συνεπάγεται βελτίωση περίπου 32.5% συγκριτικά με το προκαταρκτικό σχέδιο. Ο λόγος -L/D στην διαμόρφωση αυτή - με την προσθήκη νέων γεωμετρικών στοιχείων στο όχημα όπως ο οδηγός κτλ - παρέμεινε στα ίδια περίπου επίπεδα με εκείνα του

προκαταρκτικού σχεδιασμού (-2.52 για το τελικό σχέδιο, -2.57 για το προκαταρκτικό σχέδιο). Τέλος, ικανοποιήθηκε το σύνολο των περιορισμών, πράγμα το οποίο οδήγησε στην κατασκευή του αεροδυναμικού πακέτου.

Συνοπτικά, η διαδικασία που παρουσιάστηκε συνοψίζεται στα παρακάτω :

- Θέσπιση και καταγραφή όλων των προδιαγραφών και των τεχνικοοικονομικών περιορισμών του τελικού αεροδυναμικού πακέτου. Ενσωμάτωση τους στο σχέδιο του προκαταρκτικού μοντέλου, όπως και νέων γεωμετρικών στοιχείων (οδηγός κτλ).
- Μορφοποίηση σε κάθε σχεδιαστικό κύκλο του αεροδυναμικού μοντέλου μέσω της χρήσης προγράμματος CAD σύμφωνα με τα αποτελέσματα του προηγούμενου σχεδιαστικού κύκλου. Για τον πρώτο σχεδιαστικό κύκλο χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα των χαρτών παραγωγών ευαισθησίας του προκαταρκτικού μοντέλου.
- Δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος κάθε σχεδιαστικού κύκλου. Το πλέγμα δημιουργήθηκε με χρήση του εργαλείου SnappyHexMesh του OpenFOAM . Ισχύουν και εδώ τα συμπεράσματα και η διαδικασία που παρουσιάστηκε στο αντίστοιχο κεφάλαιο της μελέτης του DriVaer. Ιδιαίτερο σημείο ενδιαφέροντος σε αυτήν την εφαρμογή είναι πύκνωση του πλέγματος μεταξύ οχήματος και δρόμου καθώς και μεταξύ των πτερυγίων των διατάξεων πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων, καθώς οι περιοχές αυτές είναι σημαντικές για την αεροδυναμική του οχήματος και καθώς βρίσκονται κοντά σε άλλα στερεά τοιχώματα υπάρχει κίνδυνος να θεωρηθούν ως ενιαία από πρόγραμμα.
- Επίλυση του προβλήματος με χρήση του επιλύτη SIMPLE του OpenFOAM . Από την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων της ροής προκύπτουν τα μεγέθη της πίεσης και της ταχύτητας στα βαρύκεντρα των πλεγματικών κυψελών από όπου, στη συνέχεια, υπολογίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε επιφάνεια του οχήματος.
- Σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε σχεδιαστικού κύκλου με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του προηγούμενου κύκλου, προκειμένου να φανεί αν οι αλλαγές που έγιναν στο μοντέλο οδήγησαν προς την επιθυμητή κατεύθυνση, καθώς και για την εξαγωγή συμπερασμάτων για τη σχεδιαστική πορεία που πρέπει να ακολουθήσει ο επόμενος κύκλος.

Τα συμπεράσματα των αεροδυναμικών μελετών είναι:

- Η χρήση επιπλέον στοιχείου σε διατάξεις πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων παραγωγής κάθετης δύναμης μειώνει την αποκόλληση της ροής στο προηγούμενο στοιχείο, αυξάνοντας της κάθετη δύναμη, με σημαντική αύξηση όμως της οπισθέλκουσας για γωνίες πρόσπτωσης αεροτομών μεγαλύτερες των 60 μοιρών.
- Σε διατάξεις χρήσης πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων, τόσο η γωνία πρόσπτωσης όσο και η επικάλυψη κάθε στοιχείου με το προηγούμενό του, έχει κομβικό ρόλο στην αποδοτική λειτουργία της διάταξης πολλαπλών αεροδυναμικών στοιχείων και εξαρτάται από τις αεροτομές που χρησιμοποιούνται και την εκάστοτε γεωμετρία της διάταξης.
- Η χρήση gurney flaps μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της κάθετης δύναμης ενός πτερυγίου καθώς σε μικρή αύξηση της οπισθέλκουσάς του.
- Η μείωση της απόστασης τόσο του αεροδυναμικού πατώματος όσο και της μπροστά πτέρυγας από τον δρόμο οδηγεί σε αύξηση της κάθετης δύναμης που ασκείται στο όχημα με μείωση της δύναμης οπισθέλκουσας της διάταξης. Υπάρχει όμως κατώτατο όριο το οποίο ορίζεται από τους κανονισμούς και την κινηματική του οχήματος.
- Η χρήση γενετών στροβιλισμού (vortex generators) στο κεντρικό στοιχείο της μπροστά πτέρυγας καθυστερεί την αποκόλληση της ροής στο στοιχείο αυτό όπως και αυξάνει την απόδοση του αεροδυναμικού πατώματος καθώς αυτό τροφοδοτείται με στρόβιλους.
- Η χρήση vortex generators στα κανάλια του διαχύτη καθυστερεί επίσης την αποκόλληση της ροής.
- Η λειτουργία του κινητήρα σε συνθήκες πλήρους φορτίου δεν επηρεάζει σημαντικά την απόδοση της πίσω αεροτομής στη συγκεκριμένη εφαρμογή, κυρίως λόγω της μικρής χωρητικότητας του κινητήρα και της μικρής απαιτούμενης παροχής μάζας αέρα, συγκριτικά με κινητήρες μεγαλύτερου κυβισμού.

Οι αεροδυναμικές μελέτες του αυτοκινήτου P16 της Prom Racing Team εκτελέστηκαν στο πολυεπεξεργαστικό σύστημα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, σε μηχανήματα με διαφορετική υπολογιστική ισχύ, με βάση τη διαθεσιμότητα των υπολογιστικών πόρων ανά περίπτωση. Χρησιμοποιήθηκαν ανά προσομοίωση 30 έως 140 πυρήνες Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v2 στα 2.60 GHz και Intel(R) i7 CPU στα 2.0 GHz της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Για τη δημιουργία του πλέγματος χρειάστηκαν από 42 λεπτά, έως 5 ώρες και 30 λεπτά. Το πρωτεύον πρόβλημα επιλυόταν σε χρόνο από 8 ώρες και 24 λεπτά, έως 21 ώρες και 30 λεπτά, ανάλογα με την πυκνότητα του πλέγματος και τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ.

Όπως φαίνεται το υπολογιστικό κόστος της μελέτης του αυτοκινήτου P16 της Prom Racing Team ήταν αρκετά υψηλό και ήταν ένας λόγος για τον οποίο δεν εκτελέστηκαν περισσότεροι σχεδιαστικοί κύκλοι ή δε δημιουργήθηκαν επιπλέον χάρτες παραγώγων ευαισθησίας ενδιάμεσα των σχεδιαστικών κύκλων. Σκοπός, εξάλλου, της διπλωματικής αυτής εργασίας δεν είναι η αναζήτηση της βέλτιστης γεωμετρίας, όσο η βελτίωση της αεροδυναμικής απόδοσης του προκαταρκτικού μοντέλου αξιοποιώντας την πληροφορία των χαρτών ευαισθησίας του, ικανοποιώντας όμως παράλληλα και τους πολλαπλούς περιορισμούς που παρουσιάστηκαν. Για την ανάδειξη της βέλτιστης γεωμετρίας για κάθε μάλιστα συνθήκη λειτουργίας του οχήματος πρέπει να εκτελεστούν είτε αρκετά περισσότεροι κύκλοι σχεδιασμού είτε μια αυτοματοποιημένη μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής με περιορισμούς.

Το συμπέρασμα λοιπόν που προκύπτει είναι πως μια ημι-αυτοματοποιημένη μέθοδος βελτίωσης μορφής, βασιζόμενη στα αποτελέσματα χαρτών παραγώγων ευαισθησίας, μπορεί να εφαρμοστεί για τη βελτίωση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς ενός αγωνιστικού οχήματος, δίνοντας αξιόλογα αποτελέσματα.

Βιβλιογραφία

- [1] Τσιολάκης, Β.: Συμβολή στην αεροδυναμική βελτιστοποίηση αγωνιστικού μονοθέσιου *Fsae* μέσω *OpenFOAM* και συνεχών συζυγών μεθόδων. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π. Αθήνα, 2015.
- [2] <http://openfoam.org/>.
- [3] <https://en.wikipedia.org/wiki/OpenFOAM>.
- [4] Eymard, R., T. Gallouët, and R. Herbin: *The finite volume method*. Handbook of Numerical Analysis, 7:713–1020, 2000.
- [5] Landau, LD. and EM. Lifshitz: *Fluid Mechanics, Volume 6 of Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press, 1987.
- [6] Ferziger, J. H. and M. Peric: *Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd Edition*. Springer, 2001.
- [7] Coleman, G.N. and R.D. Sandberg: *A primer on direct numerical simulation of turbulence – methods, procedures and guidelines*. Technical Report AFM-09/01a, 2010.
- [8] Spalart, P. and S. Allmaras: *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*. AIAA Paper 1992-439, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, January 6–9 1992.
- [9] Shih, T. H., W.W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, and J. Zhu: *A New $k - \varepsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows*. Computer and Fluids, 24(3):227–238, March 1995.
- [10] Menter, F.: *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal, 32(8):1598–1605, 1994.
- [11] Menter, F. and T. Esch: *Elements of industrial heat transfer prediction*. 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), November 2001.
- [12] Schmitt, F.G: *About Boussinesq’s turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity*. Comptes Rendus Mécanique, (335):617–627, 2007.

- [13] <http://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>.
- [14] Ashford, G.A.: *An Unstructured Grid Generation and Adaptive Solution Technique for High Reynolds Number Compressible Flows*. PhD thesis, University of Michigan, Michigan, 1996.
- [15] Rumsey, C.L., D.O. Allison, R.T. Biedron, P.G. Buning, T.G. Gainer, J.H. Morrison, S.M. Rivers, S.J. Mysko, and D.P. Witkowski: *CFD Sensitivity Analysis of a Modern Civil Transport Near Buffet-Onset Conditions*. NASA/TM-2001-211263, December 2001.
- [16] Launder, B.E. and B.I. Sharma: *Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc*. Letters in Heat and Mass Transfer, 1(2):131–138, 1974.
- [17] https://en.wikipedia.org/wiki/Mixing_length_model.
- [18] Reynolds, W.C.: *Fundamentals of turbulence for turbulence modelling and simulation*. Lecture Notes for Von Kármán Institute, Agard Report No. 755, 1987.
- [19] Shih, T. H., J. Zhu, and J.L. Lumley: *A new Reynolds stress algebraic equation model*. NASA TM,106644, 1994.
- [20] Wilcox, D.C.: *Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models*. AIAA Journal, 26(11):1299–1310, 1988.
- [21] <http://www.cfd-online.com/>.
- [22] Launder, B. and D. Spalding: *The numerical computation of turbulent flows*. Computer methods in applied mechanics and engineering, (3):269–289, 1974.
- [23] Jasak, H., H.G. Weller, and A.D. Gosman: *High Resolution NVD Scheme for Arbitrarily Unstructured Meshes*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 31(2):431–449, September 1999.
- [24] Γιαννάκογλου, Κ.Χ., Ι. Αναγνωστόπουλος, και Γ. Μπεργελές: *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*. Αθήνα, 2003.
- [25] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *The continuous Direct-Adjoint approach for second order sensitivities in viscous aerodynamic inverse design problems*. Computers and Fluids, 38:1528–1538, 2009.
- [26] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *A continuous adjoint method with objective function derivatives based on boundary integrals for inviscid and viscous flows*. Computers and Fluids, 36:325–341, 2007.
- [27] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *Total pressure losses minimization in turbomachinery cascades, using a new continuous adjoint formulation*. Journal of Power and Energy (Special Issue on Turbomachinery), 221:865–872, 2007.

- [28] Zymaris, A.S, D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou: *Continuous adjoint approach to the Spalart-Allmaras turbulence model, for incompressible flows*. Computers and Fluids, 38:1528–1538, 2009.
- [29] Papoutsis-Kiachagias, E.M. and K.C. Giannakoglou: *Continuous Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape and Topology Optimization: Industrial Applications*. Archives of Computational Methods in Engineering DOI:10.1007/s11831-014-9141-9, 2014.
- [30] Othmer, C.: *A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 58(8):861–877, 2008.
- [31] Jameson, A., S. Shankaran, and L. Martinelli: *Continuous adjoint method for unstructured grids*. AIAA Journal, 46(5):1226–1239, 2008.
- [32] Marco, N. and S. Lanteri: *A two-level parallelization strategy for genetic algorithms applied to optimum shape design*. Parallel Computing 26 377-397, 2000.
- [33] Giannakoglou, K.C.: *Design of optimal aerodynamic shapes using stochastic optimization methods and computational intelligence*. Progress in Aerospace Sciences 38 43-76, 2002.
- [34] Giannakoglou, K.C., D.I. Papadimitriou, and I.C. Kampolis: *Aerodynamic shape design using evolutionary algorithms and new gradient-assisted metamodells*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 195 6312-6329, 2006.
- [35] Γιαννάκογλου, Κ.Χ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Αθήνα, 2006.
- [36] Jameson, A.: *Aerodynamic design via control theory*. Journal of Scientific Computing, 3:233–260, 1988.
- [37] Lions, J.L.: *Optimal control of systems governed by partial differential equations*. Springer-Verlag, New York, 1971.
- [38] Giles, M.B., M.C. Duta, J.D. Muller, and N.A. Pierce: *Algorithm developments for discrete adjoint methods*. AIAA Journal, 41(2), 2003.
- [39] Brezillon, J. and R. Dwight: *Discrete adjoint of the Navier-Stokes equations for aerodynamic shape optimization*. In *Evolutionary and Deterministic Methods for Design, EUROGEN*, Munich, 2005.
- [40] Mavriplis, D.: *Multigrid solution of the discrete adjoint for optimization problems on unstructured meshes*. AIAA Journal, 44(1):42–50, 2006.
- [41] Mavriplis, D.: *Discrete adjoint-based approach for optimization problems on three-dimensional unstructured meshes*. AIAA Journal, 45(4):740–752, 2007.
- [42] Lee, B.J. and C. Kim: *Automated design methodology of turbulent internal flow using discrete adjoint formulation*. Aerospace Science and Technology, 11:163–173, 2007.

- [43] Fletcher, R. and C. M. Reeves: *Function minimization by conjugate gradients*. Computer Journal, 7:149–154, 1964.
- [44] Byrd, R.H.: *Analysis of a Symmetric Rank-One Trust Region Method*. SIAM Journal on Optimization, 6(4), 1996.
- [45] Nocedal, J. and S.J. Wright: *Numerical Optimization*. Springer, 1999.
- [46] Nash, S.G. and J. Nocedal: *A Numerical Study of the Limited Memory BFGS Method and the truncated-Newton Method for Large Scale Optimization*. SIAM Journal on Optimization, 1(3):358–372, 1991.
- [47] Παπαδημητρίου, Δ.: *Συζυγείς (Adjoint) διατυπώσεις για την ανάλυση-σχεδίαση περυγώσεων στροβιλομηχανών και τη βέλτιστη προσαρμογή πλέγματος με a posteriori εκτίμηση σφάλματος*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2007.
- [48] Nielsen, E. and W. Anderson: *Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations*. AIAA Journal, 37(11):185–191, 1999.
- [49] Ζυμάρης, Α.: *Συζυγείς μέθοδοι για το σχεδιασμό μορφών με βέλτιστη αεροδυναμική συμπεριφορά σε στρωτές και τυρβώδεις ροές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2010.
- [50] Papadimitriou, A.S Zymaris D.I. and K.C. Giannakoglou: *Adjoint wall functions: A new concept for use in aerodynamic shape optimization*. Journal of Computational Physics, 229(13):5228 – 5245, 2010.
- [51] Παπουτσής-Κιαχαγιάς, Ε.: *Συζυγείς Μέθοδοι για Τυρβώδεις Ροές, με Εφαρμογή στη Βελτιστοποίηση Μορφής ή Τοπολογίας και στο Στιβαρό Σχεδιασμό*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2013.
- [52] Papoutsis-Kiachagias, E.M., E.A. Kontoleonos, A.S. Zymaris, D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou: *Constrained topology optimization for laminar and turbulent flows, including heat transfer*. EUROGEN 2011, Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control, Capua, Italy, September 2011.
- [53] Elliot, J. and J. Peraire: *Practical 3D aerodynamic design and optimization using unstructured meshes*. AIAA Journal, 35(9):1479–1485, 1997.
- [54] Giles, M., M. Duta, and J. Muller: *Adjoint code developments using the exact discrete approach*. AIAA Paper, 2001-2596, 2001.
- [55] Campobasso, M. and M. Giles: *Stabilization of a linear flow solver for turbomachinery aeroelasticity by means of the recursive projection method*. AIAA Journal, 42(9):1765–1774, 2004.

- [56] Campobasso, M. and M. Giles: *Stabilizing linear harmonic flow solvers for turbomachinery aeroelasticity with complex iterative algorithms*. AIAA Journal, 44(5):1048–1059, 2006.
- [57] Nemec, N. and D. Zingg: *Towards efficient aerodynamic shape optimization based on the Navier-Stokes equations*. AIAA Paper, 2001-2532, 2001.
- [58] Kim, C., C. Kim, and O. Rho: *Sensitivity analysis for the Navier-Stokes equations with two equations turbulence models*. AIAA Journal, 39(5):838–845, 2001.
- [59] Kim, C., C. Kim, and O. Rho: *Effects of constant eddy viscosity assumption on gradient-based design optimization*. AIAA Paper, 2002-0262, 2002.
- [60] Peter, J. and J. Mayeur: *Improving accuracy and robustness of a discrete direct differentiation method and discrete adjoint method for aerodynamic shape optimization*. In *Proceedings of ECCOMAS*, Egmond aan Zee, 2006.
- [61] Marta, AC. and S. Shankaran: *On the handling of turbulence equations in RANS adjoint solvers*. Computers & Fluids, 74:102–113, 2013.
- [62] Piegl, L. and W. Tiller: *The NURBS book*. Springer, 1997.
- [63] Watkins, S.: *Reducing the fuel consumption by optimizing the air conditioning system*. International Refrigeration and Air Conditioning Conference, 2010.
- [64] Jing, J.: *Vehicle Fuel Consumption Optimization using Model Predictive Control based on V2V communication*. PhD thesis, The Ohio State University, Ohio, 2014.
- [65] Wu, C., G. Zhao, and B. Ou: *A fuel economy optimization system with applications in vehicles with human drivers and autonomous vehicles*. Transportation Research Part D, 16:515–524, 2011.
- [66] Ahmed, S., G. Ramm, and G. Falin: *Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake*. SAE Technical Paper 840300, 1984.
- [67] Cogotti, A.: *A Parametric Study on the Ground Effect of a Simplified Car Model*. SAE Technical Paper 980031, 1998.
- [68] Watkins, S.: *Recent developments in road vehicle aerodynamics*. In Proceedings of International Conference on Mechanical Engineering 2005, no. ICME05-KEY-01, 2005.
- [69] Heft, A., T. Indinger, and N. Adams: *Introduction of a New Realistic Generic Car Model for Aerodynamic Investigations*. In 2012 SAE World Congress, no. 2012-01-0168, April 2012.
- [70] <http://www.openfoam.com/>.
- [71] <http://www.audi.com/>.
- [72] <http://www.bmwgroup.com/>.

- [73] Heft, A., T. Indinger, and N. Adams: *Experimental and Numerical Investigation of the DrivAer Car Model*. Rio Grande, Puerto Rico: ASME 2012 Fluids Engineering Summer Meeting, July 2012.
- [74] Ashton, N. and A. Revell: *Comparison of rans and des methods for the driver automotive body* doi: 10.4271/2015-01-1538. SAE Technical Paper. SAE International, April, 2015.
- [75] Yazdani, R.: *Steady and unsteady numerical analysis of the driver model*. Chalmers University of Technology Goteborg, Sweden, 2015.
- [76] Mack, S.: *The interior design of a 40experimental results* doi: 10.1115/fedsm2012-72371. ASME Technical Paper. ASME, July, 2012.
- [77] Wieser, D.: *Experimental comparison of the aerodynamic behavior of fastback and notchback driver models*. 682691. doi: 10.4271/2014-01-0613. SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst. 7 April, 2014.
- [78] Strangfeld, C.: *Experimental study of baseline flow characteristics for the realistic car model driver* doi: 10.4271/2013-01-1251. SAE Technical Paper. SAE International, April, 2013.
- [79] Milliken, W.F. and D.L. Milliken: *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale USA, 1995.