



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ**

**Αναγνώριση χαρακτηριστικών του  
ηλεκτροκαρδιογραφήματος με χρήση κυματιδίων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΤΟΥ**

**ΚΟΥΦΟΥ ΣΩΡΗΡΙΟΥ**

**Επιβλέπων :** Διονύσιος-Δημήτριος Κουτσούρης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2016

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ  
ΥΛΙΚΩΝ

## Αναγνώριση χαρακτηριστικών του ηλεκτροκαρδιογραφήματος με χρήση κυματιδίων

### ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

**ΚΟΥΦΟΥ ΣΩΤΗΡΙΟΥ**

**Επιβλέπων :** Διονύσιος-Δημήτριος Κουτσούρης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 21<sup>η</sup> Ιουλίου 2016.

(Υπογραφή)

.....  
Δ. Δημήτριος Κουτσούρης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Γεώργιος Μασόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Κωνσταντίνα Νικήτα  
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2016

*(Υπογραφή)*

.....

**ΚΟΥΦΟΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2016 – All rights reserved

## Περίληψη

Το ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ) είναι το σύνολο των P-QRS-T κυμάτων και αντιπροσωπεύει την καρδιακή λειτουργία. Η πληροφορία που παρέχει το ηλεκτροκαρδιογράφημα είναι χρήσιμη για την ανίχνευση ασθενειών από τις οποίες μπορεί να πάσχει η καρδιά. Είναι αρκετά δύσκολο να ανιχνευθούν αλλαγές μικρής κλίμακας στα ηλεκτροκαρδιογραφήματα στα πεδία του χρόνου και της ανάλυσης. Η ανάλυση με κυματίδια (Wavelets) παρέχει τα εργαλεία για την αναπαράσταση της πληροφορίας τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και της συχνότητας με αρκετά καλή ακρίβεια, παρέχοντας την δυνατότητα να παρατηρήσουμε και επεξεργαστούμε τις λεπτομέρειες που κρύβονται στο ηλεκτροκαρδιογράφημα. Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται οι διαδικασίες παραγωγής και καταγραφής των ηλεκτρικών παλμών της καρδιακής λειτουργίας και επικεντρώνεται στις τεχνικές επεξεργασίας του ηλεκτροκαρδιογραφήματος για την εξαγωγή των χαρακτηριστικών του προφέροντας εφαρμογές οι οποίες έχουν αναπτυχθεί στο γραφικό περιβάλλον της Matlab. Η εργασία επεκτείνεται ακόμα στην ανάλυση δισδιάστατων σημάτων όπως εικόνες και εξετάζει μεθόδους συμπίεσης τους.

**Λέξεις Κλειδιά:** <<Καρδιά, Δυναμικό Δράσης, Ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ), Κυματίδια, Μετασχηματισμός, Συνεχής Μετασχηματισμός Κυματιδίων, Διακριτός Μετασχηματισμός Κυματιδίων, Δισδιάστατος Μετασχηματισμός Κυματιδίων, Συμπίεση Σημάτων, Συμπίεση Εικόνας, Εφαρμογές Matlab>>

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.

## **Abstract**

The electrocardiogram (ECG) is the P-QRS-T wave, representing the cardiac function. The information concealed in the ECG is useful in detecting the disease afflicting the heart. It is very difficult to identify the subtle changes in the ECG in time and frequency domains. Wavelet analysis offers good resolution in time and frequency domains, and enables us to decipher the hidden complexities in the electrocardiogram. This study presents the procedures of generation and acquisition of the electrical signals in cardiac function and focuses on processes involving feature extraction from the electrocardiogram offering applications developed in Matlab's graphical environment. The scope of this study also expands into two dimensional signal analysis, such as images, and considers possible compression methods.

**Keywords:** <<Heart, Action Potential, Electrocardiogram (ECG), Wavelet, transform, Continuous Wavelet Transform, Discrete Wavelet Transform, Two-Dimensional Wavelet Transform, Signal Compression, Image Compression, Matlab application>>

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.



## Πίνακας περιεχομένων

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή.....</b>	<b>11</b>
1.1	Ρόλος της βιοϊατρικής τεχνολογίας στην διάγνωση καρδιακών ασθενειών.....	11
1.2	Αντικείμενο διπλωματικής.....	12
1.2.1	Συνεισφορά.....	12
1.3	Οργάνωση κειμένου.....	13
<b>2</b>	<b>Η καρδιά.....</b>	<b>14</b>
2.1	Λειτουργία Καρδιάς.....	14
2.1.1	Η λειτουργία του φλεβοκόμβου.....	16
2.2	Ηλεκτρικό δυναμικό μεμβράνης.....	16
2.2.1	Δυναμικό δράσης των καρδιακών μυών.....	18
2.3	Το ηλεκτροκαρδιογράφημα.....	19
2.3.1	Χαρακτηριστικά φυσιολογικού ηλεκτροκαρδιογραφήματος.....	20
2.3.2	Συσχέτιση συστολής καρδιάς με τους παλμούς του ηλεκτροκαρδιογραφήματος...22	
2.3.3	Φυσιολογικές τάσεις στο ηλεκτροκαρδιογράφημα.....	23
2.3.4	Καταγραφή ηλεκτροκαρδιογραφημάτων.....	24
<b>3</b>	<b>Θεωρία των κυματιδίων.....</b>	<b>30</b>
3.1	Ιστορική αναδρομή.....	30
3.2	Σύγκριση μετασχηματισμού κυματιδίων με μετασχηματισμό Fourier.....	30
3.3	Μαθηματικός ορισμός κυματιδίων.....	32
3.3.1	Συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων (Continuous Wavelet Transform).....	34
3.3.2	Δισδιάστατος CWT.....	36
3.3.3	Διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίων (Discrete Wavelet Transform).....	37
3.3.4	Μετασχηματισμός κυματιδίων διακριτού χρόνου (Discrete Time Wavelet Transform).....	39
3.3.5	Ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (Multiresolution Analysis).....	41
3.3.6	Στατικός Μετασχηματισμός κυματιδίων (Stationary Wavelet Transform).....	43
3.3.7	Δισδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίων.....	44
<b>4</b>	<b>Σύγχρονες εφαρμογές των κυματιδίων.....</b>	<b>46</b>
4.1	Ταχεία ανίχνευση QRS περιοχής και R κορυφών με χρήση μετασχηματισμού wavelet και τεχνικής ομαδοποίησης K-μέσων.....	46
4.1.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	47
4.1.2	Υπολογισμός απόδοσης της μεθόδου.....	49
4.2	Κωδικοποίηση δεδομένων μέσω υδατογραφήματος και συμπίεση των σημάτων ηλεκτροκαρδιογραφήματος με χρήση wavelets.....	50
4.2.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	50
4.2.2	Υπολογισμός απόδοσης της μεθόδου.....	53
4.3	Αυτοματοποιημένη ανίχνευση επιληψίας στο στερεοηλεκτροεγκεφαλογράφημα με χρήση δραστηριότητας των υψηλών συχνοτήτων στο πεδίο των wavelet.....	55
4.3.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	55
4.3.2	Σχολιασμός της μεθόδου.....	59
4.4	Μέθοδος για την μοντελοποίηση και αφαίρεση θορύβου προερχόμενο από κίνηση από χρονοσειρές fMRI σε κατάσταση ηρεμίας με χρήση wavelet.....	61
4.4.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	61
4.4.2	Σχολιασμός της μεθόδου.....	64
<b>5</b>	<b>Εφαρμογές σε γραφικό περιβάλλον Matlab.....</b>	<b>66</b>
5.1	Μέθοδος Εξαγωγής χαρακτηριστικών ηλεκτροκαρδιογραφήματος με DWT.....	66
5.1.1	Μετασχηματισμός του σήματος.....	69
5.1.2	Ανίχνευση των P-QRS-T κορυφών.....	71
5.1.3	Σχολιασμός της μεθόδου.....	80
5.2	Μέθοδος Εξαγωγής χαρακτηριστικών ηλεκτροκαρδιογραφήματος με SWT.....	81
5.2.1	Μετασχηματισμός του σήματος.....	83
5.2.2	Ανίχνευση των R κορυφών.....	85

5.2.3	Σχολιασμός της μεθόδου.....	88
5.3	Ποιοτική σύγκριση των δύο μεθόδων με βάση το σήμα mit109.mat της συλλογής MIT-BIH.....	89
5.4	Ποσοτική σύγκριση των δύο μεθόδων με βάση την διαθέσιμη ΒΙΗ-MIT συλλογή.....	93
5.4.1	Ποσοτικές μεταβλητές ευαισθησίας και ακρίβειας.....	93
5.4.2	Αναγκαίες τροποποιήσεις στο κώδικα.....	94
5.4.3	Μέθοδος για τον υπολογισμό των ποσοτικών μεταβλητών.....	96
5.4.4	Αποτελέσματα πρώτης μεθόδου.....	100
5.4.5	Αποτελέσματα δεύτερης μεθόδου.....	103
5.4.6	Σχολιασμός και τροποποίηση της δεύτερης μεθόδου.....	107
5.5	Βελτιστοποίηση δεύτερης μεθόδου.....	109
5.6	Υπολογισμός χρόνου εκτέλεσης των 2 μεθόδων.....	114
5.7	Συμπίεση δεδομένων με χρήση wavelets.....	117
5.7.1	Συμπίεση σήματος ηλεκτροκαρδιογραφήματος.....	118
5.7.2	Συμπίεση δισδιάστατων σημάτων (εικόνες).....	124
5.7.3	True compression εικόνων.....	134
<b>6</b>	<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>143</b>

# 1

## *Εισαγωγή*

### *1.1 Ρόλος της βιοϊατρικής τεχνολογίας στην διάγνωση καρδιακών ασθενειών*

Η συχνότητα εμφάνισης και εξάπλωση καρδιαγγειακών ασθενειών αυξάνεται με σταθερό ρυθμό ανά τον κόσμο τα τελευταία χρόνια. Μερικά στατιστικά δεδομένα που στηρίζουν την θέση αυτή παρέχονται από το WHO.int[1]: Οι καρδιαγγειακές ασθένειες (CVDs) είναι ο νούμερο 1 λόγος θανάτου παγκοσμίως. Κάθε χρόνο περισσότεροι άνθρωποι πεθαίνουν από τις ασθένειες αυτές παρά από άλλο λόγο. Η εκτίμηση για το 2013 ήταν πως 17.5 εκατομμύρια θάνατοι μπορούν να αποδοθούν σε CVDs, αποτελώντας το 31% όλων των παγκοσμίων θανάτων. Από αυτό τον αριθμό 7.4 εκατομμύρια θάνατοι οφειλόταν σε στεφανιαία νόσο ενώ 6.7 εκατομμύρια θάνατοι από έμφραγμα. Οι περισσότερες ασθένειες οφείλονται σε μη υγιές συνήθειες όπως το κάπνισμα, ανθυγιεινές διατροφικές συνήθειες και παχυσαρκία, ακινησία και υπερβολική κατανάλωση αλκοόλ. Ως επακόλουθο η επινόηση τεχνικών έγκυρης διάγνωσης είναι σημαντική για την άμεση ανίχνευση πιθανών κινδύνων και την αντιμετώπισή τους.

Την ευθύνη της έγκυρης διάγνωσης αναλαμβάνει ο τομέας της βιοϊατρικής τεχνολογίας όπου με την εφαρμογή εξειδικευμένου εξοπλισμού παρέχει την δυνατότητα της συνεχούς παρακολούθησης, ενώ με έξυπνους αλγόριθμους μπορεί να βοηθήσει τους γιατρούς να ανιχνεύσουν έγκυρα συμπτώματα ασθενειών ή ακόμα να γίνει αυτόματη διάγνωση χωρίς την παρουσία κάποιου ειδικού.

## ***1.2 Αντικείμενο της διπλωματικής***

Η αυτόματη ανάλυση και διάγνωση ασθενειών ερευνάται εκτενώς σήμερα και είναι το αντικείμενο με το οποίο θα ασχοληθούμε στην εργασία αυτή. Πιο συγκεκριμένα θα γίνει ανάπτυξη αλγορίθμων στο γραφικό περιβάλλον της Matlab που θα μπορούν να διαβάζουν το ηλεκτροκαρδιογράφημα και θα εξάγουν αυτόματα τα χαρακτηριστικά του. Τα χαρακτηριστικά ενός ηλεκτροκαρδιογραφήματος αποκαλύπτουν κρυμμένες πληροφορίες για την υγεία και λειτουργία της καρδιάς και αποτελούν βασικό εργαλείο για την διάγνωση ασθενειών που.

Η ανάλυση του ηλεκτροκαρδιογραφήματος θα γίνει με τη χρήση του μαθηματικού μοντέλου που ονομάζεται μετασχηματισμός κυματιδίων. Οι μαθηματικές αυτές συναρτήσεις έχουν ενδιαφέρουσες ιδιότητες και αποτελούν δυνατό εργαλείο για την ανάλυση μη στατικών σημάτων όπως το ηλεκτροκαρδιογράφημα. Θα γίνει αναλυτική περιγραφή της θεωρίας των κυματιδίων καθώς και το κυματιδιακό μετασχηματισμό για να γίνει κατανοητός ο τρόπος λειτουργίας τους. Παράλληλα, θα γίνει παρουσίαση επιπρόσθετων εφαρμογών των κυματιδίων στο τομέα της βιοϊατρικής τεχνολογίας.

### ***1.2.1 Συνεισφορά***

Η συνεισφορά της διπλωματικής συνοψίζεται ως εξής:

1. Παρουσίαση της λειτουργίας της καρδιάς και καταγραφής ηλεκτροκαρδιογραφήματος
2. Μελέτη και παρουσίαση της θεωρίας των κυματιδίων
3. Αναλυτική περιγραφή εφαρμογής αυτόματης ανάλυσης και εξαγωγής χαρακτηριστικών του ηλεκτροκαρδιογραφήματος.
4. Αναλυτική περιγραφή εφαρμογής επεξεργασίας εικόνας
5. Περιγραφή εφαρμογών των κυματιδίων στον τομέα της βιοϊατρικής τεχνολογίας

### ***1.3 Οργάνωση κειμένου***

Στην εργασία αυτή θα γίνει αναλυτική περιγραφή της λειτουργίας της καρδιάς, τον τρόπο δημιουργίας των δυναμικών δράσης και τις μεθόδους καταγραφής του ηλεκτροκαρδιογραφήματος στο κεφάλαιο 2. Η θεωρία των κυματιδίων θα παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 3. Στο κεφάλαιο 4 θα γίνει περιγραφή σύγχρονων εφαρμογών των κυματιδίων στο χώρο της βιοϊατρικής τεχνολογίας. Τέλος στο κεφάλαιο 5 θα γίνει αναλυτική περιγραφή αλγορίθμων που χρησιμοποιούν κυματίδια για την αυτόματη ανάλυση του ηλεκτροκαρδιογραφήματος και εξαγωγή των χαρακτηριστικών του στο γραφικό περιβάλλον της Matlab. Επίσης θα γίνει παρουσίαση στο ίδιο περιβάλλον εφαρμογές για επεξεργασία εικόνων.

# 2

## *Η καρδιά*

Η καρδιά είναι ένα κοίλο μυώδες όργανο και η λειτουργία της είναι να αντλεί το αίμα μαζί με το κυκλοφορικό σύστημα σε όλο το σώμα, μέσω ρυθμικών επαναληπτικών συστολών. Το αίμα παρέχει στο σώμα οξυγόνο και θρεπτικά συστατικά, καθώς και βοηθά στην απομάκρυνση προϊόντων μεταβολισμού. Πιο συγκεκριμένα λαμβάνει το αίμα από τις φλέβες που βρίσκεται σε χαμηλή πίεση και να το διοχετεύει στις αρτηρίες με υψηλή πίεση.

Η καρδιά αποτελείται από τέσσερα τμήματα: τον πάνω αριστερό και δεξιό κόλπο και την κάτω δεξιά και αριστερή κοιλία. Συνήθως ο δεξιός κόλπος και κοιλία αναφέρονται ως δεξιά καρδιά ενώ ο αριστερός κόλπος και κοιλία ως αριστερή καρδιά. Σε υγιής συνθήκες το αίμα κυλά μόνο προς μια κατεύθυνση λόγω των βαλβίδων που εμποδίζουν την ροή προς αντίθετη κατεύθυνση. Η καρδιά είναι προστατευμένη από από προστατευτικό περίφραγμα το περικάρδιο, το οποίο περιέχει επίσης και μικρό ποσοστό υγρών. Το τοίχωμα της καρδιάς αποτελείται από τρία τμήματα, το επικάρδιο, μυοκάρδιο, και το ενδοκάρδιο. [2]

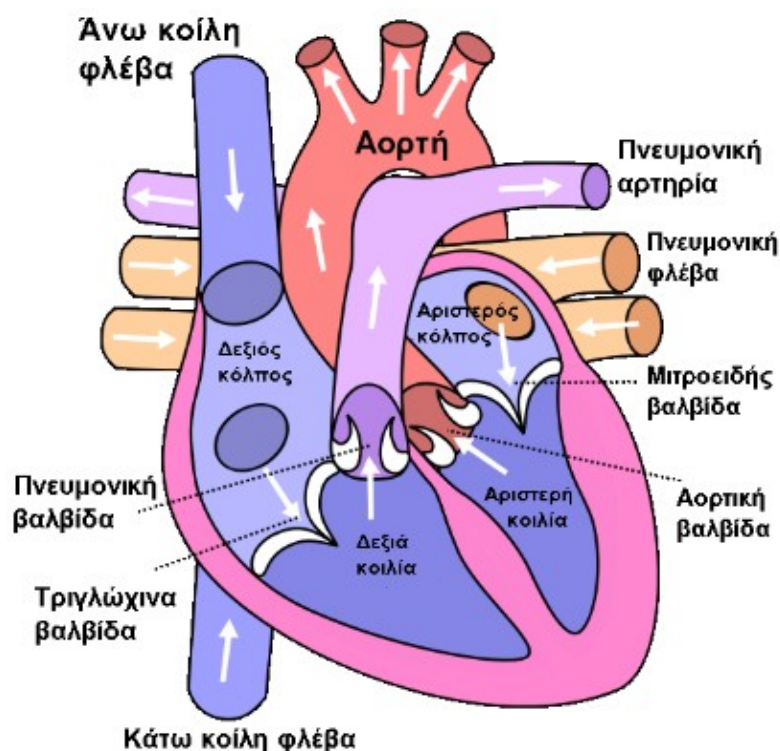
### **2.1 Λειτουργία της καρδιάς**

Σκοπός της καρδιάς είναι να αντλεί το αίμα σε όλο το σώμα. Ο δεξιός κόλπος δέχεται το αίμα των κοίλων φλεβών και ο αριστερός κόλπος το αίμα των πνευμόνων. Η πίεση του αίματος αυξάνεται στις περιοχές αυτές. Οι κόλποι συστέλλονται και το αίμα ωθείται προς τις κοιλίες. Το προωθούμενο αίμα ανοίγει τις κολποκοιλιακές βαλβίδες οι οποίες κλείνουν αφού τελειώσει η κολπική συστολή για να μην υπάρξει αντίθετη ροή του αίματος πίσω στους κόλπους αφού τώρα βρίσκονται σε χαμηλή πίεση. Στην συνέχεια οι κοιλίες συσπώνται, ανοίγουν οι μηννοειδείς βαλβίδες (πνευμονική και αορτική βαλβίδα) και το αίμα από την

δεξιά κοιλία ωθείται προς την πνευμονική αρτηρία ενώ το αίμα από την αριστερή κοιλία προς την αορτή. Αφού ολοκληρωθεί η συστολή των κοιλιών κλείνουν οι μηννοειδείς βαλβίδες για να μην υπάρξει εισροή αίματος από τις αρτηρίες προς την κοιλία αφού οι κοιλίες τώρα βρίσκονται σε χαμηλή πίεση.

Η σύσπαση της καρδιάς ονομάζεται συστολή και η διεύρυνση διαστολή. Η χρονική περίοδος από το τέλος μιας συστολής της καρδιάς μέχρι το τέλος της επόμενης ονομάζεται καρδιακός παλμός. Ο κάθε καρδιακός παλμός αρχίζει με την δημιουργία ενός δυναμικού ενέργειας στο φλεβοκόμβο. Σε φυσιολογικές συνθήκες σε κάθε καρδιακό παλμό ο δεξιός κόλπος αντλεί ποσότητα αίματος στα πνευμόνια ίση με την ποσότητα που αντλεί ο αριστερός κόλπος στο σώμα. Οι φλέβες μεταφέρουν αίμα χαμηλής περιεκτικότητας σε οξυγόνο προς την καρδιά, ενώ οι αρτηρίες μεταφέρουν αίμα με υψηλή περιεκτικότητα σε οξυγόνο από την καρδιά προς το σώμα.

Η καρδιά συσπάται σε συνήθεις συνθήκες χαλάρωσης με ρυθμό 72 χτύπων ανά λεπτό. Η άθληση του σώματος αυξάνει για περιορισμένο χρονικό διάστημα τον ρυθμό χτύπων αλλά μειώνει το μακροπρόθεσμο ρυθμό χτύπων, που είναι καλό για την υγεία της καρδιάς, αφού με λιγότερες κινήσεις μπορεί να αντλεί περισσότερη ποσότητα αίματος. [3]



Εικόνα 1: Βασική μορφολογία της καρδιάς

### **2.1.1 Η λειτουργία του φλεβοκόμβου**

Η διέγερση του κάθε καρδιακού παλμού βηματοδοτείται από το φλεβοκόμβο. Ο φλεβοκόμβος είναι ένας μικρός και επίπεδος μυϊκός ιστός με διαστάσεις 15mm μήκους, 3mm πλάτους και 1mm πάχους και βρίσκεται στο πάνω και πίσω μέρος του δεξιού κόλπου. Εκτός του φλεβοκόμβου και άλλα τμήματα της καρδιάς όπως οι ίνες Purkinje και οι ίνες του κολποκοιλιακού κόμβου μπορούν να εμφανίσουν ρυθμική συστολή. Ο ρυθμός συστολής του φλεβοκόμβου όμως είναι μεγαλύτερος και τελικά επιβάλλεται στον καθορισμό της καρδιακής λειτουργίας όσο αφορά τις συστολές ανά λεπτό. [4]

## **2.2 Ηλεκτρικό δυναμικό μεμβράνης**

Τα ηλεκτρικά δυναμικά στα βιολογικά συστήματα μπορούν να δημιουργηθούν από διάφορες πηγές όπως τα ελεύθερα ιόντα, ιονισμένες ομάδες, ηλεκτρική πόλωση βιομορίων και αντιδράσεις μεταφοράς ηλεκτρονίων. Στην εποχή μας η κατανόηση προέλευσης των βιοσημάτων καθώς και οι μέθοδοι μέτρησής τους έχουν βελτιωθεί σημαντικά ενώ είναι σαφή η εφαρμογή τους σε προβλήματα υγείας.

Η ανάλυση του δυναμικού μεμβράνης στηρίζεται στο μοντέλο μεμβράνης της λιπιδικής διπλοστιβάδας. Η μεμβράνη αποτελείται από μια διπλή στιβάδα λιπιδικών μορίων, στην οποία βρίσκονται βυθισμένες πρωτεΐνες. Η λιπιδική στιβάδα εμποδίζει την κίνηση των περισσοτέρων ουσιών δια μέσου της μεμβράνης ενώ οι πρωτεΐνες αποτελούν τρόπο διέλευσης ορισμένων ουσιών. Όλα τα κύτταρα σε συνθήκες ηρεμίας έχουν μια διαφορά δυναμικού κατά μήκος των μεμβρανών, με το εσωτερικό του κυττάρου αρνητικά φορτισμένο ως προς το εξωτερικό. Αυτό ορίζεται ως δυναμικό ηρεμίας της μεμβράνης, η τιμή του κυμαίνεται από -5 ως -100μV ανάλογα με το τύπο του κυττάρου και μπορεί να μεταβληθεί ταχύτατα από κάποια εξωτερική διέγερση.

Το δυναμικό ηρεμίας της μεμβράνης οφείλεται στο γεγονός ότι στο εσωτερικό του κυττάρου υπάρχει περίσσεια αρνητικών φορτίων (ιόντων), ενώ στο εξωτερικό περίσσεια θετικών φορτίων. Η τιμή του δυναμικού ηρεμίας καθορίζεται κυρίως από δύο παράγοντες:

- Τη διαφορά στη συγκέντρωση ιόντων μεταξύ ενδοκυτταρικού και εξωκυτταρικού υγρού
- Τη διαπερατότητα της μεμβράνης στα διάφορα ιόντα

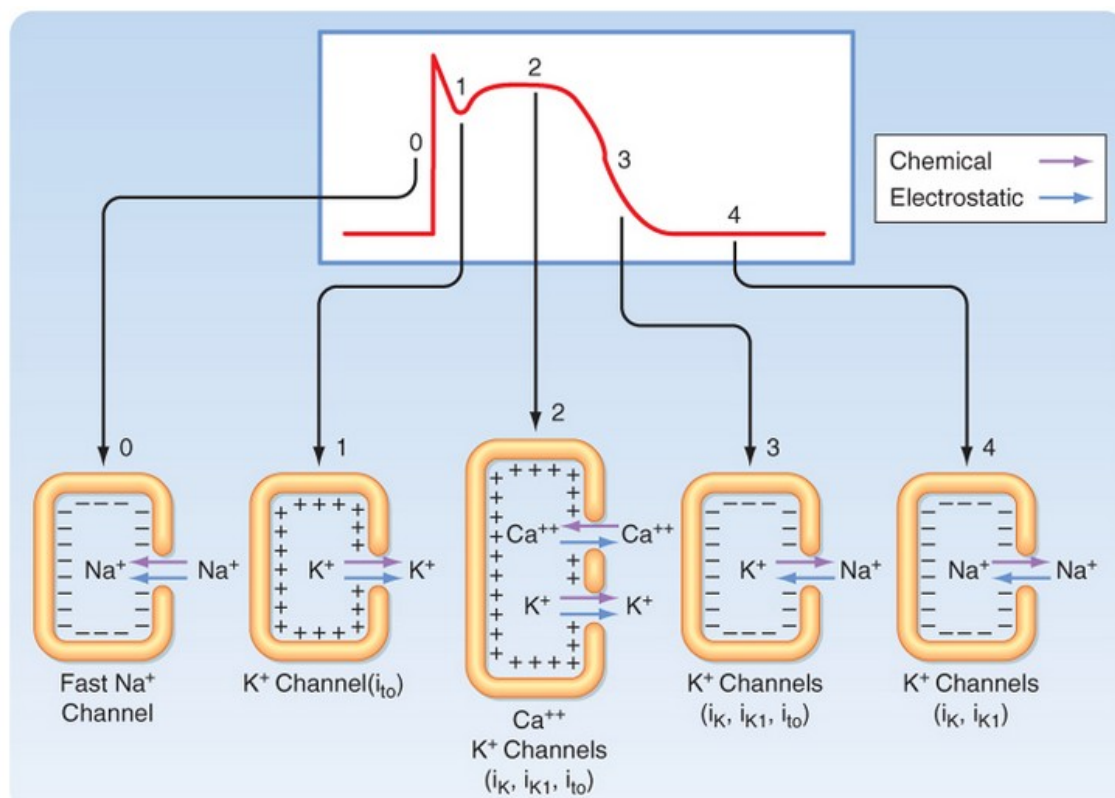
Η συγκέντρωση ιόντων  $\text{Na}^+$  και  $\text{Cl}^-$  είναι υψηλότερη στον εξωκυτταρικό χώρο, ενώ η συγκέντρωση ιόντων  $\text{K}^+$  είναι υψηλότερη στον ενδοκυτταρικό χώρο. Στην περίπτωση των



μυϊκών ινών όπως είναι οι μύες της καρδιάς παρατηρούνται δύο διαδικασίες που έχουν ως αποτέλεσμα την μεταβολή του δυναμικού μεμβράνης τους: Εκπόλωση και επαναπόλωση.

Η απότομη αύξηση της διαπερατότητας της κυτταρικής μεμβράνης σε ιόντα νατρίου, λόγω μεταβίβασης της νευρικής ώσης, μεγάλος αριθμός ιόντων νατρίου που βρίσκονται σε μεγάλη συγκέντρωση στην εξωτερική επιφάνεια της μεμβράνης εισέρχονται στο εσωτερικό με αποτέλεσμα την αύξηση του θετικού φορτίου. Ως αποτέλεσμα παρατηρείται αύξηση του θετικού φορτίου στο εσωτερικό της μεμβράνης και μείωση του φυσιολογικού αρνητικού δυναμικού. Το φαινόμενο της μείωσης του αρνητικού δυναμικού στο εσωτερικό του κυττάρου ονομάζεται εκπόλωση.

Ακολουθώντας την εκπόλωση, η μεμβράνη εμποδίζει την διέλευση ιόντων νατρίου, ενώ επιτρέπει τη διέλευση ιόντων καλίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την εκροή ιόντων καλίου από το εσωτερικό του κυττάρου που βρίσκονται σε υψηλή συγκέντρωση προς το εξωτερικό. Επειδή τα ιόντα καλίου είναι θετικά φορτισμένα, η απομάκρυνσή τους μειώνει το δυναμικό στο εσωτερικό του κυττάρου μέχρι τη αποκατάσταση του δυναμικού ηρεμίας όπου και διακόπτει την περαιτέρω διέλευση ιόντων καλίου. Το φαινόμενο της αποκατάστασης του δυναμικού ηρεμίας αναφέρεται ως επαναπόλωση. [5]



Εικόνα 2: Μορφή ενός τυπικού δυναμικού δράσης παραγόμενο από καρδιακό μυ. Εμφανίζονται οι 5 φάσεις καθώς και οι ενέργειες της μεμβράνης σε κάθε φάση

### 2.2.1 Δυναμικό δράσης των καρδιακών μυών

Τα φαινόμενα της εκπόλωσης και επαναπόλωσης συναντούνται στην δημιουργία του λεγομένου δυναμικού δράσης της καρδιάς. Το καρδιακό δυναμικό δράσης είναι ένα σύντομο γεγονός κατά το οποίο το δυναμικό μεμβράνης των κυττάρων της καρδιάς αυξάνεται και στην συνέχεια μειώνεται. Η διαταραχή αυτή διαδίδεται και στα γειτονικά κύτταρα με σταθερή διεύθυνση. Η μορφή του δυναμικού δράσης διαφέρει αρκετά από περιοχή σε περιοχή στην καρδιά, έτσι ώστε κάθε τμήμα της να έχει διαφορετικά ηλεκτρικά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα οι μεμβράνες του φλεβοκόμβου έχουν την ιδιότητα της αυθόρμητης αποπόλωσης χωρίς εξωτερική διέγερση. Το δυναμικό δράσης που δημιουργείται από την αποπόλωση αυτή είναι και ο φυσικός βηματοδότης της καρδιάς όπως περιγράφηκε παραπάνω. [6]

Η δημιουργία ενός δυναμικού δράσης χωρίζεται σε 5 στάδια. [7][8][9]

Το στάδιο 0 που είναι και το πρώτο στάδιο εμφανίζεται όταν ένα κύτταρο διεγείρεται ηλεκτρικά, συνήθως από γειτονικά κύτταρα, και είναι το στάδιο της ταχείας αποπόλωσης. Η μορφή της αποπόλωσης αυτής είναι διαφορετική στα κύτταρα συστολής της καρδιάς και στα κύτταρα βηματοδότη. Κατά το στάδιο αυτό έχουμε μεγάλη εισροή ιόντων  $\text{Na}^+$  με αποτέλεσμα την αύξηση του ηλεκτρικού δυναμικού στο εσωτερικό του κυττάρου. Στα κύτταρα συστολής της καρδιάς το δυναμικό ηρεμίας των μεμβρανών είναι σε κανονικές συνθήκες λειτουργίας  $-90\text{mV}$  ενώ κατά την αποπόλωση το δυναμικό αυξάνεται ως τα  $25\text{mV}$ . Όμως υπάρχει περίπτωση το δυναμικό ηρεμίας των μεμβρανών να είναι αρκετά μικρότερο της κανονικής τιμής με αποτέλεσμα το κύτταρο να μην διεγερθεί ηλεκτρικά και να έχουμε καθυστέρηση του διαδιδόμενου ηλεκτρικού σήματος, αυξάνοντας έτσι το ενδεχόμενο ύπαρξης αρρυθμιών. Στα κύτταρα βηματοδότησης της καρδιάς το στάδιο 0 ενεργοποιείται με την εισροή ιόντων  $\text{Ca}^+$  έναντι  $\text{Na}^+$  και για το λόγο αυτό η κλήση του δυναμικού δράσης είναι μικρότερη.

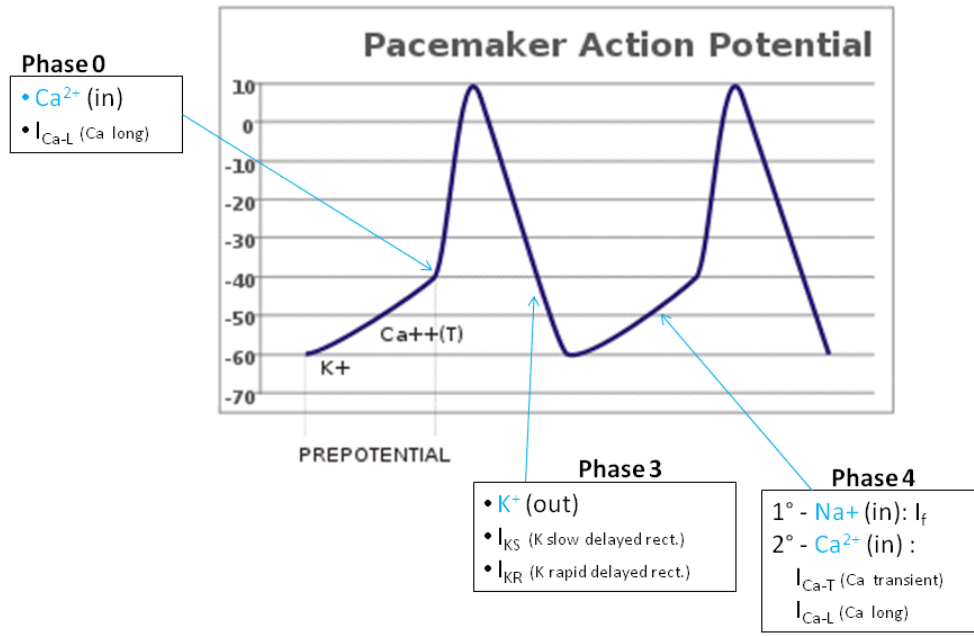
Η επόμενη φάση ονομάζεται στάδιο 1 και χαρακτηρίζεται από ασθενή επαναπόλωση των μεμβρανών. Αυτό συμβαίνει γιατί σταματά η εισροή των ιόντων  $\text{Na}^+$  και έχουμε ασθενή εκροή ιόντων  $\text{K}^+$ .

Κατά το στάδιο 2 που ονομάζεται και στάδιο plateau το δυναμικό της μεμβράνης παραμένει σταθερό. Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχει σταθερή εισροή ιόντων  $\text{Ca}^+$  και εκροή ιόντων  $\text{K}^+$  με τέτοιο ρυθμό ώστε το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο στο εσωτερικό του κυττάρου να παραμένει αμετάβλητο.

Η επόμενη φάση, το στάδιο 3, ξεκινά όταν σταματήσει η εισροή ιόντων  $\text{Ca}^+$  άλλα η εκροή ιόντων  $\text{K}^+$  μείνει αμετάβλητη. Το στάδιο αυτό χαρακτηρίζεται ως ταχεία επαναπόλωση. Ως αποτέλεσμα της επαναπόλωσης η μεμβράνη επανέρχεται στο δυναμικό ισορροπίας της.

Κατά την τελευταία φάση, το στάδιο 4, το κύτταρο βρίσκεται σε δυναμικό ηρεμίας και δεν διεγείρεται πλέον ηλεκτρικά ξανά για όλη τη διάρκεια της φάσης αυτής. Το στάδιο

αυτό είναι σημαντικό για τα κύτταρα βηματοδότησης, για τα οποία το δυναμικό ηρεμίας δεν παραμένει σταθερό αλλά αυξάνεται σταδιακά. Η ιδιότητα αυτή οφείλεται στην ιδική ικανότητα των κυττάρων αυτών να εκπολούνται αυθόρμητα.

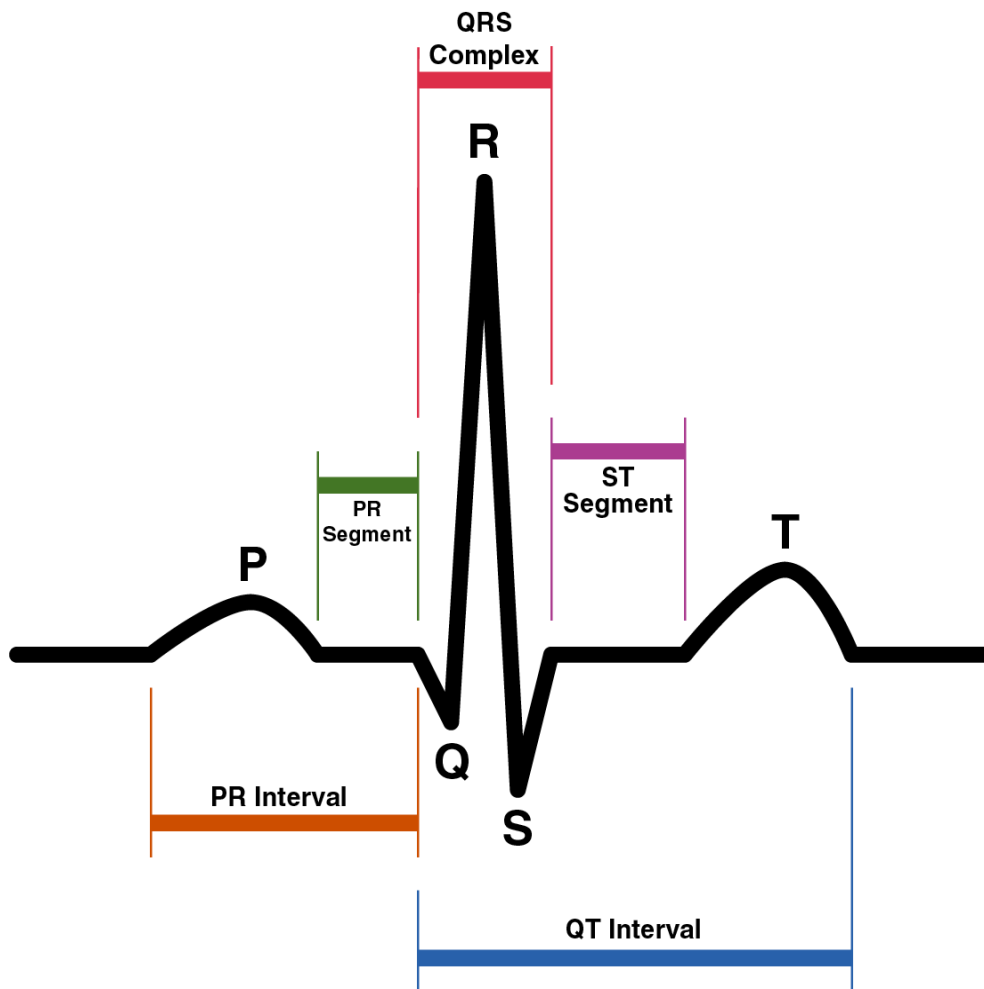


Εικόνα 3: Τυπική μορφή δυναμικού δράσης κυττάρου στο φλεβοκόμβο

### 2.3 Το Ηλεκτροκαρδιογράφημα

Τις πολύ μικρές μεταβολές σε δυναμικό που παρουσιάζονται στις μεμβράνες των μυϊκών κυττάρων της καρδιάς κατά το φαινόμενο της εκπόλωσης και επαναπόλωσης καταγράφουμε με τη τεχνική του ηλεκτροκαρδιογραφήματος (ΗΚΓ). Το ηλεκτροκαρδιογράφημα που χρησιμοποιείται ευρέως στην καθημερινή κλινική πράξη εκμεταλλεύεται τις μεταβολές των δυναμικών των μυϊκών μεμβρανών για να μας δώσει πληροφορίες για την ηλεκτρική δραστηριότητα και επομένως τη λειτουργία της καρδιάς [10]. Σε ένα ηλεκτροκαρδιογράφημα καταγράφονται οι ηλεκτρικοί παλμοί που δημιουργούνται κατά τη διάρκεια των της καρδιακής λειτουργίας[11] είτε σε ειδικό χαρτί είτε σε αποθηκευτικό μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Με τη βοήθεια του ηλεκτροκαρδιογραφήματος μπορούμε να καταγράψουμε και να ανιχνεύσουμε τυχόν προβλήματα στο ρυθμό λειτουργίας της καρδιάς.

### 2.3.1 Χαρακτηριστικά φυσιολογικού ηλεκτροκαρδιογραφήματος



Εικόνα 4: Αναπαράσταση τμήματος τυπικού ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Εμφανίζονται τα κύματα P-QRS-T καθώς και τα διαστήματά τους που φέρουν πληροφορίες για την καρδιακή λειτουργία

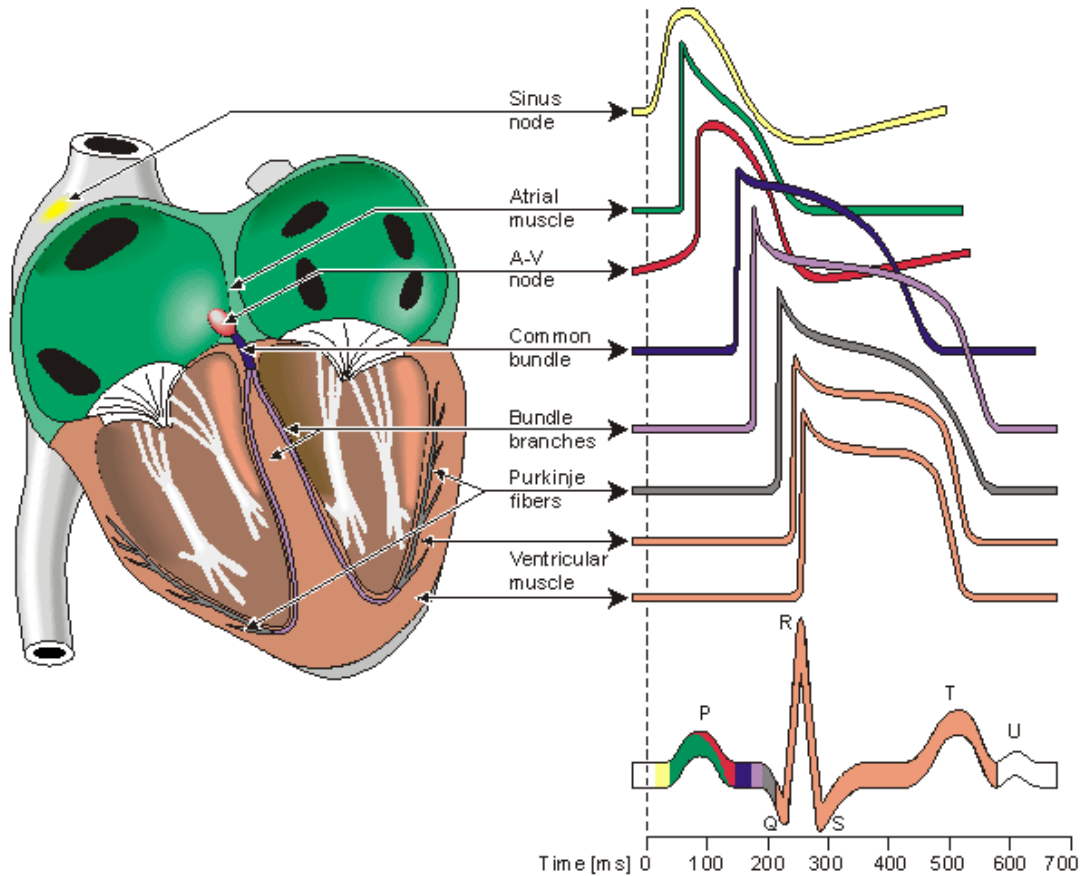
Ένα φυσιολογικό ηλεκτροκαρδιογράφημα αποτελείται από ένα παλμό P, ένα σύμπλεγμα παλμών QRS και ένα παλμό T. Ο παλμός P προκαλείται από ηλεκτρικά ρεύματα τα οποία παράγονται κατά την εκπόλωση των κόλπων πριν την συστολή τους. Το σύμπλεγμα QRS προκαλείται από ηλεκτρικά ρεύματα προερχόμενα από την εκπόλωση των κοιλιών πριν από την συστολή τους, δηλαδή κατά την επέκταση της εκπόλωσης στο μυοκάρδιο των κοιλιών. Το σύμπλεγμα αυτό αποτελείται από τρεις διαφορετικούς παλμούς, το παλμό Q, R και S. Τόσο ο παλμός P όσο και το σύμπλεγμα QRS είναι παλμοί εκπόλωσης. Ο παλμός T προκαλείται από ηλεκτρικά ρεύματα τα οποία παράγονται κατά την ανάνηψη των κοιλιών από την κατάσταση εκπόλωσης. Η διεργασία αυτή επιτελείται στο μυοκάρδιο των κοιλιών

μετά την εκπόλωση και χαρακτηρίζεται ως παλμός επαναπόλωσης.

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ του παλμού P και της αρχής του συμπλέγματος QRS είναι ο χρόνος από την έναρξη της συστολής των κόλπων μέχρι την έναρξη της συστολής των κοιλιών. Ονομάζεται διάστημα PQ ή PR και η διάρκειά του είναι περίπου 0.16 sec. Το χρονικό διάστημα από την αρχή του παλμού Q μέχρι το τέλος του παλμού T ονομάζεται διάστημα QT και η φυσιολογική διάρκειά του είναι 0.35 sec. Η συχνότητα της καρδιακής λειτουργίας είναι το αντίστροφο του χρονικού διαστήματος που παρεμβάλλεται μεταξύ δύο διαδοχικών καρδιακών παλμών. Συγκεντρωτικά εμφανίζονται παρακάτω ο πίνακας με τις διάρκειες όλων των χαρακτηριστικών παλμών και διαστημάτων του ηλεκτροκαρδιογραφήματος για φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας της καρδιάς.

Χαρακτηριστικό ΗΚΓ	Περιγραφή	Διάρκεια
Διάστημα RR	Το διάστημα ανάμεσα σε ένα παλμό R και το επόμενο R παλμό. Συνήθη καρδιακό ρυθμό 60-100 χτύποι ανά λεπτό	120-200ms
Παλμός P	Κατά την εκπόλωση των κόλπων, η κύρια ηλεκτρική ώση κατευθύνεται από το φλεβοκόμβο προς τον κολποκοιλιακό κόμβο και εξαπλώνεται από το δεξιό κόλπο στον αριστερό. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται στο ΗΚΓ ως παλμός P	80ms
Διάστημα PR	Μετράται από την αρχή του παλμού P μέχρι την αρχή του συμπλέγματος QRS. Είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να μεταφερθεί η ηλεκτρική ώση από το φλεβοκόμβο προς τον κολποκοιλιακό κόμβο.	120-200ms
Τμήμα PR	Ξεκινά από το τέλος του παλμού P ως την αρχή του συμπλέγματος QRS.	50-120ms
Σύμπλεγμα QRS	Προκαλείται από ηλεκτρικά ρεύματα που παράγονται κατά την εκπόλωση των κοιλιών πριν την συστολή τους. Οι κοιλίες έχουν μεγαλύτερη μάζα από τους κόλπους με αποτέλεσμα το σύμπλεγμα QRS να έχει μεγαλύτερο πλάτος από το παλμό P.	80-100ms
Διάστημα QT	Αντιπροσωπεύει το χρόνο που χρειάζονται οι κοιλίες να εκπολωθούν και να επαναπολωθούν. Ξεκινά από την αρχή του συμπλέγματος QRS ως το τέλος του παλμού T	340-450ms
Παλμός T	Αντιπροσωπεύει την επαναπόλωση των κοιλιών	160ms
Τμήμα ST	Ξεκινά με το τέλος του S παλμού και τελειώνει στην αρχή του T παλμού	80-120ms

### 2.3.2 Συσχέτιση συστολής της καρδιάς με τους παλμούς του ηλεκτροκαρδιογραφήματος



Εικόνα 5: Αντιστοίχιση των δυναμικών δράσης της καρδιάς με το καταγραφόμενο ηλεκτροκαρδιογράφημα. Παρατηρείται πως το καρδιογράφημα αποτελεί υπέρθεση 8 διαφορετικών παλμών.

Ο παλμός P εμφανίζεται πριν την έναρξη της συστολής των κόλπων ενώ το σύμπλεγμα QRS εμφανίζεται αμέσως πριν την έναρξη συστολής των κοιλιών. Οι κοιλίες παραμένουν σε κατάσταση συστολής για ένα μικρό χρονικό διάστημα μετά την επαναπόλωση, δηλαδή μετά το τέλος του παλμού T. Ο παλμός επαναπόλωσης των κοιλιών είναι ο παλμός T. Η διαδικασία της επαναπόλωσης πραγματοποιείται σε σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα και ως συνέπεια ο παλμός T είναι συχνά παρατεταμένος σε διάρκεια. Η τάση του παλμού όμως είναι μικρότερη από την τάση του συμπλέγματος QRS. Οι κόλποι επαναπολώνονται περίπου 0.15 ως 0.20 sec μετά το παλμό εκπόλωσης και συμπίπτει χρονικά με την εμφάνιση του QRS συμπλέγματος στο ηλεκτροκαρδιογράφημα. Ως αποτέλεσμα ο παλμός της επαναπόλωσης των κόλπων επικαλύπτεται από το μεγαλύτερο σύμπλεγμα QRS.

### 2.3.3 Φυσιολογικές τάσεις στο ηλεκτροκαρδιογράφημα

Η ηλεκτρική τάση που καταγράφεται στο ηλεκτροκαρδιογράφημα εξαρτάται από την θέση που είναι τοποθετημένα τα ηλεκτρόδια στην επιφάνεια του σώματος. Βασικός κανόνας της ηλεκτροκαρδιογραφίας είναι ο εξής:

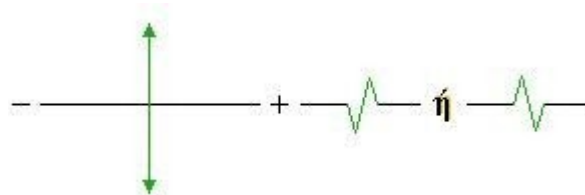
- Όταν η εκπόλωση κινείται προς το θετικό ηλεκτρόδιο, ο ηλεκτροκαρδιογράφος καταγράφει θετική απόκλιση.



- Αντίθετα, αν η εκπόλωση απομακρύνεται από αυτό ο ηλεκτροκαρδιογράφος καταγράφει αρνητική απόκλιση.



- Αν η εκπόλωση έχει κατεύθυνση κάθετη σε σχέση με το ηλεκτρόδιο ο ηλεκτροκαρδιογράφος καταγράφει διφασικό παλμό.



Όταν το ένα ηλεκτρόδιο είναι τοποθετημένο αμέσως πάνω από την καρδιά και το δεύτερο ηλεκτρόδιο τοποθετείται σε κάποιο άκρο του σώματος, η ηλεκτρική τάση του QRS συμπλέγματος μπορεί να φτάσει μέχρι τα 3-4 mV. Όταν το ηλεκτροκαρδιογράφημα καταγράφεται με ηλεκτρόδια τοποθετημένα στα δύο άνω άκρα ή σε ένα άνω άκρο και ένα κάτω άκρο, η ηλεκτρική τάση του συμπλέγματος QRS είναι συνήθως 1 mV από την κορυφή του παλμού R μέχρι το ελάχιστο του παλμού S. Επιπροσθέτως η τάση του παλμού P είναι από 0.1-0.3mV και του παλμού T από 0.2-0.3mV.

### **2.3.4 Καταγραφή ηλεκτροκαρδιογραφήματων**

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως ανάλογα με το που είναι τοποθετημένα τα ηλεκτρόδια στο σώμα λαμβάνουμε και διαφορετικές ενδείξεις στο καρδιογράφημα. Η ιδέα αυτή επεκτείνεται και στο είδος των ηλεκτροδίων, το εύρος συχνοτήτων που επιθυμούμε να καταγράψουμε καθώς και σε ηλεκτρόδια που βρίσκονται μέσα στο σώμα. Κάθε μια περίπτωση χρησιμοποιείται για συγκεκριμένο λόγο και επιφέρει διαφορετικές μετρήσεις. Παρακάτω αναπτύσσονται οι πιο γνωστές μέθοδοι για την λήψη καρδιογραφήματος.

Όσο αφορά μεθόδους που χρησιμοποιούν ειδικά ηλεκτρόδια ή καταγράφουν ειδικές περιοχές συχνοτήτων έχουμε:

#### ***Ηλεκτροκαρδιογράφημα υψηλής συχνότητας***

Καταγράφει τις περιοχές συχνοτήτων από 100 ως 1kHz όπου περιέχονται επιπρόσθετες πληροφορίες για την ηλεκτρική δραστηριότητα της καρδιάς. Οι κυματομορφές ενδιαφέροντος που καταγράφονται με τη μέθοδο αυτή λέγονται notch και slurs υπερτίθενται στο σύμπλεγμα QRS του κοινού ηλεκτροκαρδιογραφήματος.

#### ***Fetal ECG***

Η τεχνική αυτή χαρακτηρίζεται από το είδος των ηλεκτροδίων που χρησιμοποιούνται για την καταγραφή του. Η μέθοδος παρουσιάζει το μειονέκτημα του εισερχόμενου θορύβου από την ηλεκτρική δραστηριότητα μυών κοντά στην περιοχή της καρδιάς. Ο θόρυβος αυτός όμως μπορεί να μετριαστεί με την χρήση κατάλληλων φίλτρων βελτιώνοντας έτσι το λόγο σήματος προς θόρυβο.

#### ***His Bundle ECG***

Η τεχνική αυτή πραγματοποιείται με καθετηριασμό και καταγράφει απευθείας το ηλεκτρικό δυναμικό του His Purkinje νευρικού δένδρου. Το λαμβανόμενο σήμα έχει πολύ μικρό πλάτος του διαστήματος 1 ως 10μV και για την επεξεργασία του είναι αναγκαία η χρήση συγχρονισμένων τεχνικών averaging.

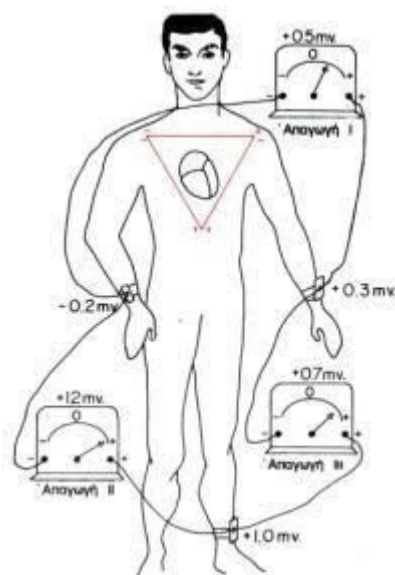


## *Διανυσματικά ηλεκτροκαρδιογραφήματα*

Με την τεχνική αυτή καταγράφεται η ηλεκτρική δραστηριότητα ενός ηλεκτροδίου σε σχέση με την ηλεκτρική δραστηριότητα κάποιου άλλου ή συνδυασμό άλλων ηλεκτροδίων.

Εκτός από της προαναφερθείς, οι παρακάτω μέθοδοι περιγράφουν πως μπορούμε να πάρουμε διαφορετική μέτρηση στο ηλεκτροκαρδιογράφημα από συγκεκριμένη τοποθέτηση των ηλεκτροδίων στα άκρα του σώματος.

### *Τρεις διπολικές απαγωγές των άκρων*



*Εικόνα 6: Σχηματική αναπαράσταση των τριων διπολικών απαγωγών*

Εδώ το ηλεκτροκαρδιογράφημα καταγράφεται από δύο ειδικά ηλεκτρόδια τοποθετημένα στα άκρα του σώματος, απ όπου παίρνουμε και τον όρο διπολική απαγωγή. Στην περίπτωση αυτή το σώμα μαζί σχηματίζει κλειστό ηλεκτρικό κύκλωμα μαζί με το καταγραφικό όργανο με τη βοήθεια των δύο ηλεκτροδίων. Έπειτα ανάλογα με την πολικότητα του ηλεκτροδίου και σε ποιο άκρο είναι συνδεδεμένο έχουμε τις εξής τρεις περιπτώσεις. [12]

### ***Απαγωγή I***

Στην περίπτωση αυτή το αρνητικό ηλεκτρόδιο του ηλεκτροκαρδιογράφου τοποθετείται στο δεξιό άνω άκρο και το θετικό ηλεκτρόδιο στο αριστερό άνω άκρο. Κατά συνέπεια όταν το ηλεκτρικό σήμα κινείται από τα δεξιά προς τα αριστερά, ο καταγραφόμενος παλμός είναι θετικός. Η απαγωγή I καταγράφει ηλεκτρικά σήματα που προέρχονται από το πλάγιο τμήμα της καρδιάς.

### ***Απαγωγή II***

Για την καταγραφή της απαγωγής II, το αρνητικό ηλεκτρόδιο του ηλεκτροκαρδιογράφου τοποθετείται στο δεξιό άνω άκρο και το θετικό στο αριστερό κάτω άκρο. Επομένως, όταν το ηλεκτρικό σήμα κινείται από τα δεξιά προς τα αριστερά, ο ηλεκτροκαρδιογράφος καταγράφει θετικό παλμό. Η απαγωγή II καταγράφει δυναμικά από το κατώτερο τμήμα της καρδιάς.

### ***Απαγωγή III***

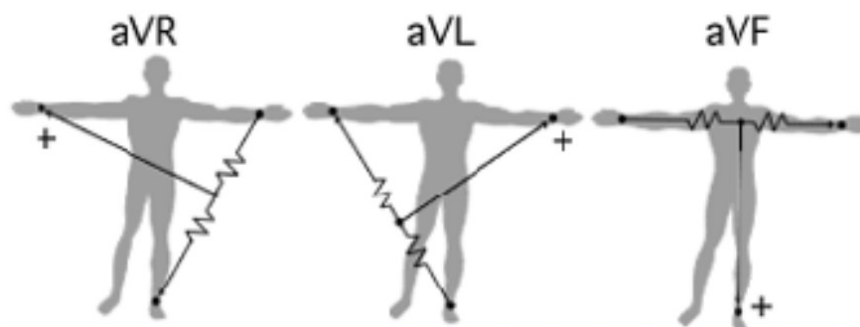
Στην απαγωγή III το αρνητικό ηλεκτρόδιο του ηλεκτροκαρδιογράφου τοποθετείται στο αριστερό άνω άκρο και το θετικό στο αριστερό κάτω άκρο. Αυτό σημαίνει ότι ο ηλεκτροκαρδιογράφος καταγράφει θετικό παλμό όταν το ηλεκτρικό σήμα κινείται από το αριστερό άνω άκρο προς το αριστερό κάτω άκρο. Η απαγωγή III καταγράφει την ηλεκτρική λειτουργία από το κατώτερο τμήμα της καρδιάς.

Για τις απαγωγές αυτές ισχύει ο εξής κανόνας: Για οποιαδήποτε στιγμή το άθροισμα των δυναμικών στις απαγωγές I και III είναι ίσο με το δυναμικό στην απαγωγή II. Ο κανόνας αυτός ονομάζεται νόμος του Einthoven και σύμφωνα με αυτόν αν τα ηλεκτρικά δυναμικά δυο από τις τρεις απαγωγές είναι γνωστά για δεδομένη χρονική στιγμή, το δυναμικό της τρίτης απαγωγής μπορεί να υπολογιστεί με άθροιση των άλλων δύο.

Όταν επιδιώκεται η διάγνωση αρρυθμιών της καρδιάς δεν έχει σημασία ποια απαγωγή χρησιμοποιείται γιατί τα ηλεκτροκαρδιογραφήματα που λαμβάνονται με τις διπολικές απαγωγές είναι όμοια μεταξύ τους και η διάγνωση των αρρυθμιών εξαρτάται από τη χρονική αλληλοσυσχέτιση των παλμών του καρδιακού κύκλου. Αντιθέτως, όταν χρειάζεται να διαγνώσουμε βλάβες στο μυοκάρδιο των κοιλιών ή των κόλπων, είτε στο σύστημα αγωγής των διεγέρσεων, είναι σημαντικό ποια απαγωγή χρησιμοποιείται γιατί οι ανωμαλίες που εμφανίζονται στο μυοκάρδιο μεταβάλλουν τη μορφή του ηλεκτροκαρδιογραφήματος σε ορισμένες απαγωγές, ενώ άλλες παραμένουν ανεπηρέαστες.

### **Μονοπολικές απαγωγές άκρων**

Οι απαγωγές aVR, aVL, aVF ονομάζονται μονοπολικές απαγωγές άκρων. Σε αυτές της απαγωγές δύο άκρα συνδέονται με την παρέμβαση ηλεκτρικών αντιστάσεων με τον αρνητικό πόλο του ηλεκτροκαρδιογράφου και το τρίτο άκρο συνδέεται με το θετικό πόλο. Ανάλογα με το ποιο άκρο έχει συνδεθεί με το θετικό ηλεκτρόδιο έχουμε τις εξής περιπτώσεις:



**Εικόνα 7: Σχηματική αναπαράσταση των μονοπολικών απαγωγών**

Σύνδεση με το δεξιό άνω άκρο η απαγωγή ονομάζεται aVR

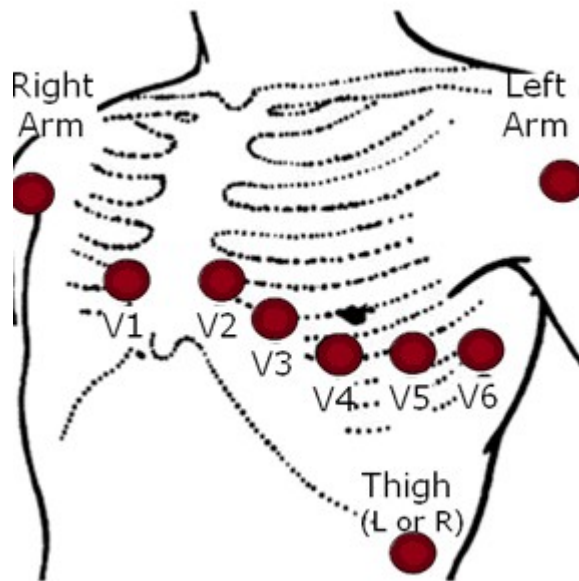
Σύνδεση με το αριστερό άνω άκρο η απαγωγή ονομάζεται aVL

Σύνδεση με το αριστερό κάτω άκρο η απαγωγή ονομάζεται aVF

Σημειώνεται πως σε φυσιολογικό ηλεκτροκαρδιογράφημα η κυματομορφή των μονοπολικών είναι παρόμοια με εκείνη των διπολικών απαγωγών. Εξαίρεση αποτελεί η απαγωγή aVR, στην οποία η κυματομορφή είναι ανεστραμμένη.

### **Προκάρδιες ή θωρακικές απαγωγές**

Οι απαγωγές αυτές κατηγοριοποιούνται σε V1, V2, V3, V4, V5, V6. Η καταγραφή των αντίστοιχων κυματομορφών πραγματοποιείται με τη χρήση 6 ηλεκτροδίων, τα οποία τοποθετούνται στο πρόσθιο θωρακικό τοίχωμα. Επειδή η καρδιά βρίσκεται πολύ κοντά στο τοίχωμα, κάθε προκάρδια απαγωγή καταγράφει ηλεκτρικά δυναμικά που προέρχονται από περιοχές του μυοκαρδίου αμέσως κάτω από το ηλεκτρόδιο. Για αυτόν το λόγο, σχετικά μικρές ανωμαλίες των κοιλιών, ιδιαίτερα στο πρόσθιο κοιλιακό τοίχωμα, προκαλούν συχνά εκσεσημασμένες αλλοιώσεις στις καταγραφές των προκάρδιων απαγωγών.



*Εικόνα 8: Σχηματική αναπαράσταση των θωρακικών απαγωγών και την σχετική θέση τους σε σχέση με την περιοχή της καρδιάς*

Σε φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας της καρδιάς, στις απαγωγές V1 και V2, το σύμπλεγμα QRS είναι αρνητικό επειδή τα ηλεκτρόδια είναι τοποθετημένα πλησιέστερα στη βάση παρά στην κορυφή της καρδιάς, δηλαδή ο ηλεκτρικός παλμός απομακρύνεται από το ηλεκτρόδιο καταγραφής. Αντίθετα στις απαγωγές V4, V5 και V6 το σύμπλεγμα QRS είναι θετικό.

Συνοψίζοντας τις παραπάνω απαγωγές παρουσιάζεται παρακάτω το τι ουσιαστικά “βλέπει” κάθε απαγωγή

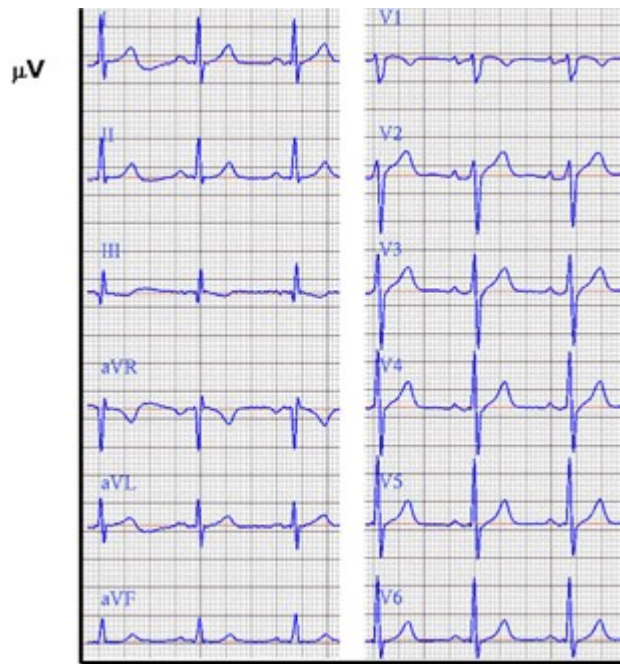
Πρόσθιο τοίχωμα της καρδιάς: V1, V2, V3, V4

Πλάγιο τοίχωμα της καρδιάς: V5, V6, I, aVL

Κατώτερο τοίχωμα της καρδιάς: II, III, aVF

Δεξιός κόλπος: aVR

Μεσοκοιλιακό διάφραγμα: V3, V4



Εικόνα 9: Τα είδη ηλεκτροκαρδιογραφήματος που καταγράφουμε με τις παραπάνω απαγωγές. Από πάνω προς τα κάτω εμφανίζονται οι: Διπολικές απαγωγές I, II, III. Μονοπολικές απαγωγές aVR, aVL, aVF. Θωρακικές απαγωγές V1, V, V3, V4, V5, V6.

# 3

## *Θεωρία των κυματιδίων*

### *3.1 Ιστορική αναδρομή*

Η ανάπτυξη της θεωρίας των wavelet ξεκίνησε στις αρχές του 20ου αιώνα από τον A. Haar και επεκτάθηκε τις επόμενες δεκαετίες από τις συνεισφορές κυρίως από τους G. Zweig για την εφεύρεση του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet, J. Morlet, P. Goupillaud, και Grossmann για την δημιουργία αυτού που καλούμε τώρα συνεχής μετασχηματισμός wavelet, J. Strömberg για την δουλειά πάνω στα διακριτά wavelets, Daubechies για τα ορθογώνια wavelet με συμπαγή φορέα (compact support), Mallat για την εργασία του πάνω στη ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (multiresolution analysis), Akansu για την εφεύρεση του ορθοκανονικού διωνυμικού τετραγωνικού καθρεπτικού φίλτρου (binomial QMF) το οποίο είναι ένα είδος wavelet, N. Delprat για την ερμηνεία στην ανάλυση χρόνου-συχνότητας του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet και Newland για τον αρμονικό μετασχηματισμό wavelet.

### *3.2 Σύγκριση του μετασχηματισμού κυματιδίων με μετασχηματισμό Fourier*

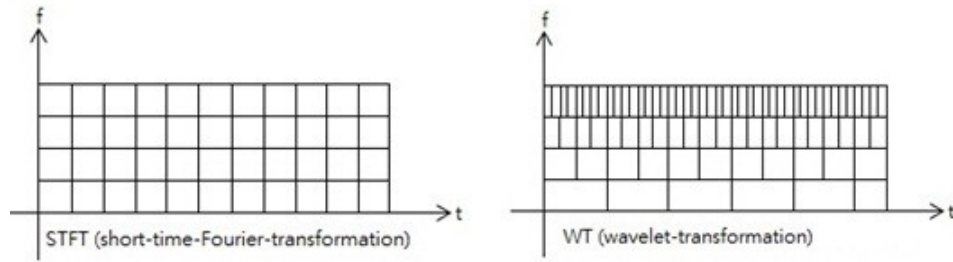
Ένα από τα πιο διαδεδομένα εργαλεία στην ανάλυση σημάτων είναι ο μετασχηματισμός Fourier, σύμφωνα με το οποίο ένα σήμα αναλύεται σε ένα άπειρο άθροισμα ημιτονοειδών συναρτήσεων. Ο μετασχηματισμός μεταφέρει ένα σήμα από το πεδίο του

χρόνου στο πεδίο συχνοτήτων και επιτρέπει την παρατήρηση του συχνοτικού περιεχομένου του που μεταφέρει πολλές χρήσιμες πληροφορίες για αυτό. Κύριο μειονέκτημα του μετασχηματισμού αυτού είναι πως χάνεται όλη η πληροφορία στο πεδίο του χρόνου. Ο μετασχηματισμός αυτός δηλαδή είναι αποτελεσματικός για στατικά σήματα, αλλά χάνει την αξία του για την ανάλυση μη στατικών σημάτων ή σήματα με μεταβατικές συνιστώσες. Αυτό συμβαίνει γιατί μπορούμε να γνωρίζουμε για τις συχνότητες του σήματος αλλά δεν μπορούμε να γνωρίζουμε για το πότε εμφανίζονται αυτές στο σήμα. Η ανάλυση λοιπόν σημάτων όπως το καρδιογράφημα με το μετασχηματισμό Fourier δεν θα δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα, αφού τα σημεία ενδιαφέροντος του πρέπει να είναι καλά εντοπισμένα και συχνοτικά αλλά και στο χρόνο. Μάλιστα ο μετασχηματισμός Fourier μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet, αν επιλέξουμε ως συνάρτηση wavelet τη συνάρτηση  $\psi(t) = e^{-2\pi it}$ . Από την άλλη με το μετασχηματισμό wavelet μπορούμε να εντοπίσουμε με καλή ακρίβεια σημεία ενδιαφέροντος όσο στο πεδίο συχνοτήτων όσο και στο πεδίο του χρόνου.

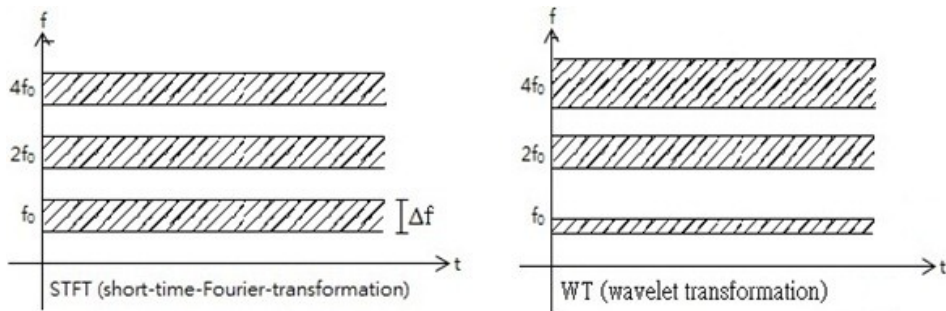
Το πρόβλημα αυτό βελτιώνεται ως ένα βαθμό με την χρήση short-time μετασχηματισμού Fourier. Η αρχή λειτουργίας του είναι πως επιλέγουμε κάθε φορά μικρά διαστήματα ή παράθυρα στο σήμα και εκτελούμε σε κάθε ένα από αυτά μετασχηματισμό Fourier. Με τον τρόπο αυτό διατηρούμε τις πληροφορίες στο πεδίο του χρόνου ως ένα βαθμό. Ο μετασχηματισμός αυτός όμως παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι παρέχει την ίδια διακριτική ανάλυση στο χρόνο σε χαμηλές και υψηλές συχνότητες, η οποία εξαρτάται αποκλειστικά από το μήκος του παραθύρου. Ο περιορισμός αυτός υπόκειται στην αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg που δηλώνει πως το γινόμενο χρονικού διαστήματος επί του συχνοτικού διαστήματος είναι πάντα μεγαλύτερο του 1/2.

$$\Delta t \Delta f \geq 1/2$$

Με το μετασχηματισμό όμως wavelet και χάρη των ιδιοτήτων της πολυεπίπεδης ανάλυσης έχουμε καλύτερη συχνοτική ανάλυση στις χαμηλές συχνότητες, ενώ έχουμε καλύτερη χρονική ανάλυση στις υψηλότερες συχνότητες με βάση τις ιδιότητες κλιμάκωσης των συναρτήσεων wavelet. Βέβαια δεν παραβιάζεται η αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg. Αυξάνεται το χρονικό διάστημα εις βάρος του συχνοτικού και αντίστροφα αλλά το γινόμενο τους παραμένει σταθερό. Οι ιδιότητες αυτές επεκτείνουν την ανάλυση χρόνου-συχνότητας σε ανάλυση χρόνου-κλίμακας. [13]



Εικόνα 10: Τα πλεονεκτήματα του μετασχηματισμού wavelet έναντι του Short-time-Fourier-transform στο στην καλύτερη ανάλυση χρόνου στις υψηλές συχνότητες



Εικόνα 11: Τα πλεονεκτήματα του μετασχηματισμού wavelet έναντι του Short-time-Fourier-transform στην καλύτερη ανάλυση συχνοτήτων στις χαμηλές συχνότητες

### 3.3 Μαθηματικός ορισμός κυματιδίων

Ένα wavelet είναι μια μικρή κυματοειδής ταλάντωση πεπερασμένου μήκους και διάρκειας η οποία ξεκινά από το 0, αυξάνεται ως ένα μέγιστο και καταλήγει πάλι στο 0, έχοντας μέση τιμή μηδέν. Βασική ιδέα είναι πως ένα wavelet με γνωστές ιδιότητες και περιοχή συχνοτήτων συνελίσσεται με ένα άγνωστο σήμα ώστε να εξάγουμε πληροφορίες από αυτό. Για παράδειγμα με ένα wavelet συγκεκριμένης συχνότητας μπορούμε να βρούμε όλα τα σημεία στο χρόνο που συναντάται η συχνότητα αυτή σε ένα άγνωστο σήμα. Ένας πιο αυστηρά μαθηματικά ορισμός των wavelet είναι ο εξής:

Ένα wavelet  $\psi$  είναι μια συνάρτηση η οποία ανήκει στο χώρο  $L^2(\mathbb{R})$  με μηδενικό μέσο

όρο:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ , κανονικοποιημένο  $\|\psi\| = 1$  και κεντραρισμένο στο γειτονιά του

$t=0$ . Μεταφερόμενοι στο χώρο των συχνοτήτων τα παραπάνω μεταφράζονται στο ότι το

φάσμα του wavelet έχει τιμή μηδέν για μηδενική συχνότητα. Ανήκοντας στο χώρο  $L^2(\mathbb{R})$



ισχύει η παρακάτω ιδιότητα:

$$\psi \in L^2(\mathbb{R}) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} [\psi(t)]^2 dt \leq +\infty$$

δηλαδή είναι μια συνάρτηση τετραγωνικά ολοκληρώσιμη και επίσης είναι συνάρτηση πεπερασμένης ενέργειας.

Εξετάζοντας το φάσμα ενός κυματιδίου διαπιστώνεται πως η ενέργεια του είναι συγκεντρωμένη σε συγκεκριμένη περιοχή και ως προς τον άξονα του χρόνου αλλά και της συχνότητας. Αυτή η συμπεριφορά είναι χαρακτηριστική των κυματιδίων και σε αυτήν οφείλεται η καλή αναπαράσταση του σήματος στο επίπεδο χρόνου-συχνότητας.

Έχοντας μια συνάρτηση με τα παραπάνω χαρακτηριστικά την οποία ονομάζουμε mother wavelet δημιουργούμε μια οικογένεια συναρτήσεων (τα daughter wavelets) που θα είναι οι συναρτήσεις βάσεις. Οι συναρτήσεις αυτές δημιουργούνται με κλιμάκωση και μετατόπιση της  $\psi$  κατά  $a$  και  $b$  αντίστοιχα:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

όπου  $a > 0$  και  $b$  είναι πραγματικοί αριθμοί. Ο παράγοντας  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  εξασφαλίζει ότι οι συναρτήσεις  $\psi_{a,b}$  έχουν σταθερή νόρμα στο χώρο  $L^2(\mathbb{R})$  δηλαδή των τετραγωνικά ολοκληρώσιμων συναρτήσεων. Η κανονικοποίηση αυτή είναι κανονικοποίηση της ενέργειας έτσι ώστε να διασφαλίζεται το γεγονός ότι το μετασχηματισμένο σήμα θα έχει την ίδια ενέργεια σε όλες τις κλίμακες. Η οικογένεια συναρτήσεων υπόκειται στο θεώρημα αβεβαιότητας του Heisenberg σύμφωνα με το οποίο

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

όπου  $t$  εκφράζει το χρόνο και  $\omega$  τη συχνότητα

δηλαδή όσο μεγαλώνει το παράθυρο της ανάλυσης στο χρόνο τόσο μειώνεται το παράθυρο της ανάλυσης στο πεδίο της συχνότητας. Η επιλογή της συγκεκριμένης κλίμακας  $a$  εξαρτάται από την επιθυμητή ανάλυση και όσο μεγαλώνει η τιμή της έχουμε διαστολή κατά  $a$  στο χρόνο και συμπίεση στο συχνότητα. Η παράμετρος  $b$  εκφράζει την μετατόπιση του παραθύρου της ανάλυσης στο χώρο. Συνεπώς με το μετασχηματισμό wavelet μπορούμε να μετρήσουμε τις μεταβολές χρόνου-συχνότητας των φασματικών συνιστωσών ενός σήματος με διαφορετική

ανάλυση χρόνου-συχνότητας. Στις χαμηλές συχνότητες φαίνεται να υπάρχει καλύτερη συχνοτική ανάλυση ενώ στις υψηλές καλύτερη χρονική ανάλυση. Με κατάλληλη επιλογή των  $a$  και  $b$  το σύνολο των συναρτήσεων  $\psi_{a,b}$  αποτελεί βάση του χώρου  $L^2(\mathbb{R})$ .

### 3.3.1 Συνεχής μετασχηματισμός Κυματιδίων (Continuous Wavelet Transform)

Ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων (CWT) αναπτύχθηκε ως πρώτη εναλλακτική προσέγγιση για ξεπεραστούν τα προβλήματα ανάλυσης των ήδη υπαρχόντων μετασχηματισμών όπως του μετασχηματισμού Fourier. Είναι γνωστός και ως ολοκληρωτικός μετασχηματισμός κυματιδίων.

#### Ορισμός

Στο χώρο  $L^2(\mathbb{R})$  δεδομένου ότι είναι ένας Hilbert χώρος ορίζεται το εσωτερικό γινόμενο δύο συναρτήσεων  $f$  και  $g$  από το εξής ολοκλήρωμα:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{g(t)} dt$$

Στα πλαίσια αυτά ορίζουμε τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων (Continuous Wavelet Transform, CWT) μιας συνάρτησης  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  ως εξής:

$$Tf(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt$$

Οι συναρτήσεις  $\psi_{a,b}$  παίζουν τον ίδιο ρόλο με αυτόν του εκθετικού στο ορισμό του κλασικού μετασχηματισμού Fourier. Με άλλα λόγια είναι οι συναρτήσεις βάσης του μετασχηματισμού στις οποίες αποσυντίθεται η συνάρτηση  $f$ .

Λαμβάνοντας υπόψιν το θεώρημα Parseval ο παραπάνω μετασχηματισμός μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$Tf(a, b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\psi}_{a,b}(\omega)} d\omega$$

όπου  $\hat{f}(\omega)$  είναι ο μετασχηματισμός Fourier της  $f$  και  $\hat{\psi}_{a,b}(\omega)$  ο μετασχηματισμός Fourier της  $\psi$  αντίστοιχα.

Πέρα από τις βασικές αυτές εξισώσεις απαιτούνται κάποιες άλλες ανάλογα με τον τύπο της ανάλυσης που θέλουμε να πετύχουμε. Η πιο κοινή είναι η συνθήκη αποδοχής (admissibility). Μια συνάρτηση wavelet  $\psi$  λέμε πως είναι admissible όταν ο μετασχηματισμός Fourier της

$$\hat{\psi}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$$

ώστε η

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega$$

να ικανοποιεί την συνθήκη:  $0 < C_\psi < +\infty$

Η συνθήκη αυτή επιτρέπει την ανακατασκευή της συνάρτησης  $f$  από το συνεχές wavelet μετασχηματισμό της σύμφωνα με τους Calderon, Grossmann, Morlet εφόσον η  $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ , είναι μια πραγματική συνάρτηση και τότε για κάθε  $f \in L^2(\mathbb{R})$  ικανοποιεί την:

$$f(t) = C_\psi^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T f(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da}{a^2} db$$

Για να μπορεί να εγγυηθεί κανείς ότι το ολοκλήρωμα της συνθήκης admissibility είναι πεπερασμένο θα πρέπει να ισχύει  $\hat{\psi}(\omega) = 0$ . Έτσι εξηγείται η αρχική απαίτηση να είναι ο μέσος όρος των κυματιδίων μηδέν. Αυτή η συνθήκη δεν είναι από μόνη της επαρκής. Πρέπει επίσης να ισχύει  $\hat{\psi}(\omega) = 0$  και  $\hat{\psi}(\omega)$  να είναι συνεχώς διαφορίσιμη. Μπορεί να επαληθευτεί πως η  $\hat{\psi}(\omega)$  είναι συνεχώς διαφορίσιμη όταν η  $\psi$  φθίνει χρονικά σχετικά γρήγορα:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1+|t|)|\psi(t)| dt < +\infty$$

Μάλιστα αν  $\hat{\psi}(\omega) = \infty$  τότε ένα admissible wavelet είναι όμοιο με την συνάρτηση μεταφοράς ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου. Στην πραγματικότητα, οποιαδήποτε κρουστική απόκριση ζωνοδιαβατού φίλτρου με μηδενικό μέσο όρο και που φθίνει στο μηδέν αρκετά γρήγορα καθώς αυξάνει η συχνότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα βασικό κυματίδιο

για αυτόν τον μετασχηματισμό. [14]

### 3.3.2 Δισδιάστατος CWT

Ο CWT μιας δισδιάστατης συνάρτησης  $f(t)$  είναι μια συνάρτηση με δύο μεταβλητές. Αυξάνει δηλαδή κατά μια μεταβλητή την αρχική συνάρτηση. Ο CWT χαρακτηρίζεται ως υπερπλήρης (overcomplete), αφού παρουσιάζει μια αρκετά σημαντική αύξηση στο περιεχόμενο της πληροφορίας και στον απαιτούμενο όγκο αποθήκευσης των δεδομένων. Για συναρτήσεις με περισσότερες από μια μεταβλητές, ο μετασχηματισμός προσθέτει μια ακόμη διάσταση.

Για την συνάρτηση  $f(x, y)$  ο CWT θα είναι:

$$Tf(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \psi_{\alpha, b_x, b_y}(x, y) dx dy$$

όπου τα  $b_x$  και  $b_y$  προσδιορίζουν την μετάθεση στις δυο διαστάσεις. Ο αντίστροφος CWT τότε θα είναι:

$$f(x, y) = C_{\psi}^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Tf(a, b_x, b_y) \psi_{\alpha, b_x, b_y}(x, y) \frac{da}{a^3} db_x db_y$$

όπου  $\psi_{\alpha, b_x, b_y}(x, y) = |(a)|^1 \psi\left(\frac{x-b_x}{a}, \frac{y-b_y}{a}\right)$

και  $\psi(x, y)$  ένα δισδιάστατο βασικό κυματίδιο. Η γενίκευση για συναρτήσεις μεγαλύτερες των δυο διαστάσεων μπορεί να επεκταθεί κατά τον ίδιο τρόπο.

### Υπολογισμός του CWT

Αρχικά διαλέγουμε τη μητρική συνάρτηση ανάλογα με το σκοπό της ανάλυσης. Στη συνέχεια ξεκινά ο υπολογισμός με  $a=1$  και συνεχίζει για όλες τις τιμές του  $a$ . Στην πράξη δεδομένου ότι τα σήματα έχουν περιορισμένο εύρος συχνότητας (bandlimited), ο υπολογισμός του μετασχηματισμού σε περιορισμένο εύρος κλιμάκων είναι συνήθως επαρκής.

Το κυματίδιο τοποθετείται στην αρχή του σήματος στο σημείο που αντιστοιχεί σε χρόνο μηδέν. Το κυματίδιο που αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη κλίμακα συνελίσσεται με το σήμα. Στην συνέχεια μετατοπίζεται προς τα δεξιά με πολύ μικρό βήμα και επαναλαμβάνεται ο υπολογισμός του μετασχηματισμού. Με τον τρόπο αυτό για κάθε τιμή της κλίμακας

υπολογίζεται μια γραμμή σημείων στο επίπεδο χρόνου-συχνότητας ενώ ο υπολογισμός για τις διάφορες κλίμακες δημιουργεί τις στήλες του επιπέδου. Επειδή ο μετασχηματισμός είναι συνεχής και οι δύο παράμετροι μεταβάλλονται με αρκετά μικρό βήμα.

Για τον υπολογισμό του CWT θα πρέπει να δειγματοληψήσουμε το επίπεδο μετατόπισης-κλίμακας. Δεδομένου ότι αλλάζει η κλίμακα η δειγματοληψία δεν θα είναι ομοιόμορφη. Στις υψηλότερες κλίμακες, δηλαδή χαμηλότερες συχνότητες, ο ρυθμός δειγματοληψίας μειώνεται σύμφωνα με το κανόνα του Nyquist.

### 3.3.3 Διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίων (*Discrete Wavelet Transform*)

Ο συνεχής μετασχηματισμός wavelet εφαρμόζεται σε συνεχείς συναρτήσεις και για συνεχείς τιμές των παραμέτρων  $a$  και  $b$ . Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως πως στον συνεχή μετασχηματισμό wavelet χρησιμοποιούμε μια δειγματοληψία αλλά ο μετασχηματισμός δεν είναι διακριτός. Ονομάζουμε ως διακριτό μετασχηματισμό wavelet (DWT) το μετασχηματισμό που εφαρμόζεται σε συναρτήσεις συνεχούς χρόνου αλλά υπολογισμένο με διακριτές τιμές των παραμέτρων  $a$  και  $b$ , δηλαδή υπολογισμένο σε διακριτό πλέγμα.

Ο διακριτός μετασχηματισμός wavelet αναπτύχθηκε για να περιορίσει τις αδυναμίες του συνεχούς μετασχηματισμού. Ελαττώνει την πλεονάζουσα πληροφορία ενώ ταυτόχρονα απαιτεί λιγότερους υπολογιστικούς πόρους. Στο πλαίσιο της ανάλυσης αυτής υπάρχουν τα πλεονάζοντα διακριτά συστήματα και οι ορθοκανονικές βάσεις.

#### *Διακριτός πλεονάζων μετασχηματισμός wavelets*

Όπως αναφέρθηκε στον διακριτό μετασχηματισμό οι παράμετροι  $a$  και  $b$  παίρνουν διακριτές τιμές. Η τιμή  $a$  της κλίμακας επιλέγεται ως ακέραια δύναμη μιας προκαθορισμένης τιμής παραμέτρου  $a_0 > 1$  και συνήθως διαλέγεται τιμή  $a = a_0^j$ . Κάθε διαφορετική τιμή του ακεραίου  $j$  αντιστοιχεί και σε διαφορετική κλίμακα. Αναλόγως η τιμή της παραμέτρου  $b$  επίσης εξαρτάται από τον ακέραιο  $j$  εφόσον για υψηλής συχνότητας wavelet η μετατόπιση είναι μικρή για να καλυφθεί όλος ο άξονας του χρόνου. Συνήθης τιμή για την παράμετρο  $b$  είναι η εξής:  $b = kb_0 a_0^j$  με  $b_0 > 0$  και  $k \in \mathbb{Z}$ . Με αυτές τις τιμές παραμέτρων  $a$  και  $b$  οι συναρτήσεις wavelet γίνονται: [15]

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - kb_0)$$

και ο μετασχηματισμός wavelet ορίζεται πως εξής:

$$Tf(a, b) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}^{-}(a_0^j t - kb_0) dt$$

Ο μετασχηματισμός αυτός παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι η αρχική συνάρτηση δεν είναι δυνατό να ανακατασκευαστεί γιατί ο μετασχηματισμός περιέχει πλεονάζουσα πληροφορία ικανοποιώντας μόνο την συνθήκη αποδοχής (admissibility condition). Ειδική περίπτωση του μετασχηματισμού είναι όταν  $a_0$  τείνει στο 1 και  $b_0$  τείνει στο 0. Τότε προσεγγίζουμε το συνεχή μετασχηματισμό και η αρχική συνάρτηση μπορεί να ανακατασκευαστεί προσεγγιστικά. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση τιμών των παραμέτρων  $a$  και  $b$  μόνο ειδικές συναρτήσεις wavelet επιτρέπουν την ανακατασκευή του αρχικού σήματος.

### Ορθοκανονικές βάσεις

Για να είναι δυνατή η ανακατασκευή της αρχικής συνάρτησης από το διακριτό μετασχηματισμό θα πρέπει οι συναρτήσεις  $\psi_{j,k}$  για τις τιμές των  $\psi, a$  και  $b$  να συνιστούν ορθοκανονική βάση του χώρου  $L^2(\mathbb{R})$ . Έτσι ο μετασχηματισμός παύει να είναι πλεονάζων. Συνήθεις τιμές για τις παραμέτρους κλίμακας είναι  $a_0=2$  και για την παράμετρο μετατόπισης είναι  $b_0=1$ . Τότε υπάρχει συνάρτηση  $\psi$  με καλό εντοπισμό σε χώρο και χρόνο έτσι ώστε οι συναρτήσεις

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k)$$

να αποτελούν ορθοκανονική βάση του  $L^2(\mathbb{R})$ . Η μητρική συνάρτηση μεταβάλλεται με δυνάμεις του 2 και μετατοπίζεται με ακέραιες τιμές ενώ το πλέγμα ονομάζεται δυαδικό.

Μια συνεχή συνάρτηση αναπαριστάται από μια μοναδική ακολουθία

$$f(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n \psi_n(t)$$

με  $j, k$  να είναι συνάρτηση του  $n$  όπου ισχύει  $n=2^{-j}+k$ . Οι συνιστώσες του μετασχηματισμού θα δίνονται ως εξής:

$$c_n = \langle f(t), \psi_n(t) \rangle = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi(2^{-j}t - k) dt$$

Παρατηρούμε πως η αναπαράσταση είναι παρόμοια με αυτή των σειρών Fourier και

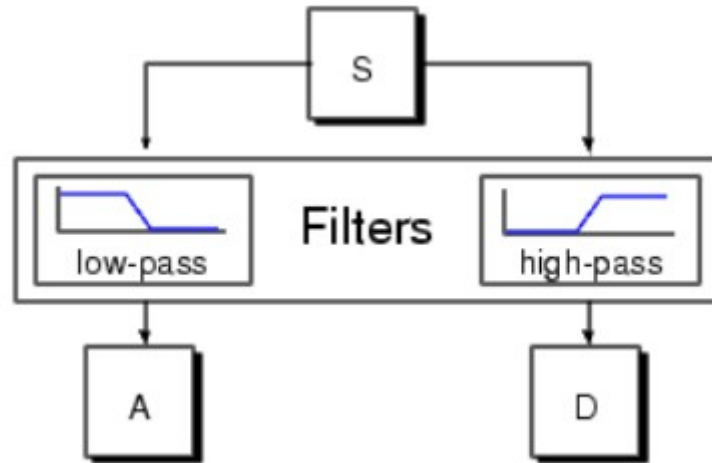
πως επίσης η πλεονάζουσα πληροφορία του ολοκληρωτικού μετασχηματισμού wavelet έχει απαλειφθεί.

### **3.3.4 Μετασχηματισμός κυματιδίων διακριτού χρόνου (Discrete Time Wavelet Transform)**

Ένα μεγάλο μέρος των εφαρμογών σήμερα στην ανάλυση σημάτων επεξεργάζεται διακριτά σήματα λόγω της εδραίωσης ψηφιακών υπολογιστικών μηχανών. Ο συνεχής μετασχηματισμός wavelet δεν αποτελεί ελκυστικό εργαλείο για τις εφαρμογές αυτές. Επιπλέον χαρακτηρίζεται ως πλεονάζων μετασχηματισμός που σημαίνει πως μεταφέρει πλεονάζουσα πληροφορία για την ανακατασκευή του αρχικού σήματος. Επίσης ο υπολογισμός του μετασχηματισμού απαιτεί πολύ χρόνο και αρκετούς πόρους καθιστώντας την χρήση του απαγορευτική σε εφαρμογές που χρειάζονται άμεσα αποτελέσματα ή φορητές συσκευές με περιορισμένους υπολογιστικούς πόρους. Μάλιστα η τάση που επικρατεί στον ιατρικό εξοπλισμό τείνει όλο και περισσότερο στις φορητές υπολογιστικές μηχανές με αποτέλεσμα η υπολογιστική πολυπλοκότητα των αλγόριθμων που χρησιμοποιούνται από αυτές να παίζει μεγάλο ρόλο.

Τα προβλήματα του συνεχούς μετασχηματισμού λύνονται με το μετασχηματισμό διακριτού χρόνου. Η βασική ιδέα παραμένει ίδια αλλά η αναπαράσταση κλίμακας-μετατόπισης γίνεται με την χρήση ψηφιακών φίλτρων. Στην περίπτωση αυτή το σήμα προς επεξεργασία περνά μέσα από φίλτρα με διαφορετική κάθε φορά συχνότητα αποκοπής για να αναλυθεί στην κάθε κλίμακα ή επίπεδο ανάλυσης. Τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται είναι βαθυπερατής και υψηπερατής φύσης.

Τα σήματα προς επεξεργασία λόγω της διακριτής φύσης τους ονομάζονται ακολουθίες και ο συνήθεις συμβολισμός τους είναι  $x[n]$ . Τα wavelets εδώ χωρίζονται σε δύο ομάδες συναρτήσεων ανάλογα με το έργο τους κατά το φιλτράρισμα του σήματος. Οι συναρτήσεις κλιμάκωσης (scaling functions) που σχετίζονται με τα βαθυπερατά φίλτρα και οι συναρτήσεις wavelet (wavelet function) που σχετίζονται με υψηπερατά φίλτρα. Η αποσύνθεση του σήματος σε διαφορετικές περιοχές συχνοτήτων γίνεται εφικτή με διαδοχικά φιλτράρισμα με τα υψηπερατά και βαθυπερατά φίλτρα στο πραγματικό χώρο του σήματος. Η ακολουθία του σήματος εισόδου  $x[n]$  περνά από φίλτρο  $g[n]$  υψηπερατής συμπεριφοράς, δίνοντας συστατικά λεπτομέρειας του σήματος (detail coefficients), και από το φίλτρο  $h[n]$  βαθυπερατής συμπεριφοράς, δίνοντας τα συστατικά προσέγγισης του σήματος (approximation coefficients). Μετά από το φιλτράρισμα και σύμφωνα με το κανόνα του Nyquist υποδειγματοληπούμε την έξοδο κατά 2.



Εικόνα 12: Αναπαράσταση του διακριτού μετασχηματισμού με την μορφή 2 φίλτρων: Ένα low pass και ένα high pass για την εξαγωγή των coefficient του επόμενου επιπέδου ανάλυσης

Μαθηματικώς η ανάλυση αυτή περιγράφεται με τις εξής εξισώσεις:

$$y_{low}[k] = \sum_n x[n] h[2k-n]$$

$$y_{high}[k] = \sum_n x[n] g[2k-n]$$

όπου  $y_{low}[k]$  και  $y_{high}[k]$  είναι οι αντίστοιχες εξόδους του βαθυπερατού και υψηπερατού φίλτρου συμπεριλαμβανομένης της υποδειγματοληψίας. Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή και ως κωδικοποίηση υποπεριοχών (subband coding).

Στην περίπτωση που τα δύο φίλτρα  $h[n]$  και  $g[n]$  είναι ιδανικά τότε είναι δυνατή η ακριβής ανακατασκευή του αρχικού σήματος ως εξής:

$$x[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} (y_{high}[k] \cdot g[2k-n] + y_{low}[k] \cdot h[2k-n])$$

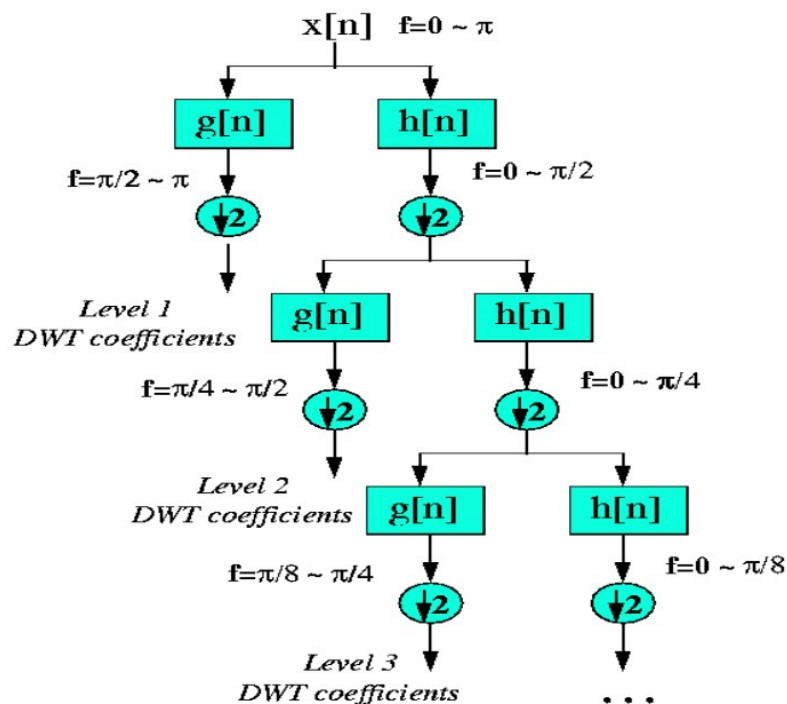
Αν τα φίλτρα αυτά δεν είναι ιδανικά τότε πρέπει να πληρούν συγκεκριμένες ιδιότητες ώστε να επιτυγχάνεται η ακριβής ανακατασκευή του αρχικού σήματος. Τέτοια φίλτρα που επιτρέπουν ακριβή ανακατασκευή ονομάζονται Quadrature Mirror Filters (QMFs). Για ορθοκανονική συστοιχία φίλτρων υπολογίζονται ορθοκανονικές σειρές κυματιδίων διακριτού χρόνου. Μια άλλη ονομασία που συναντάται στην βιβλιογραφία είναι μετασχηματισμός



wavelet διακριτού χρόνου.

Παρατηρούμε πως ο μετασχηματισμός προκύπτει από τη συνέλιξη της συνάρτησης wavelet (scaling ή wavelet function) με το σήμα. Η ανάλυση αυτή είναι το πρώτο στάδιο της ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (multiresolution analysis) που θα επεξηγηθεί στη συνέχεια.

### 3.3.5 Ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (Multiresolution analysis)



Εικόνα 13: Σχηματικό διάγραμμα της ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας. Το κάθε επίπεδο ανάλυσης πέρα του αρχικού δέχεται ως είσοδο την έξοδο του low pass φίλτρου του προηγούμενου επιπέδου έχοντας υποστεί υποδειγματοληψία κατά 2. Έτσι για κάθε  $n$  επίπεδο ανάλυσης έχουμε  $n$  αριθμό από detail coefficients και τα approximation coefficients του  $n$ -στου επιπέδου

Η μέθοδος αυτή που προτάθηκε από τους Meyer και Mallat και μπορεί να παρουσιαστεί ως μια διαδικασία διαδοχικών προσεγγίσεων. [16][17] Η βασική ιδέα για την ανάλυση αυτή είναι πως ένα σήμα μπορεί να διαχωριστεί σε μια ομάδα συστατικών προσέγγισης και πρόσθετες ομάδες λεπτομερειών.

Μαθηματικώς η μέθοδος αυτή ορίζεται ως εξής:

Ονομάζουμε ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας μια ακολουθία κλειστών υποχώρων προσέγγισης  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$  του  $L^2(\mathbb{R})$  όταν ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες:

- Ο χώρος  $V_j$  γεννιέται από μια συνάρτηση κλίμακας  $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$ , με την έννοια ότι για κάθε  $j$ , η οικογένεια  $\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  παράγει τον χώρο  $V_j$  και αποτελεί Riesz βάση του.
- Οι χώροι είναι φωλιασμένοι, δηλαδή  $V_{j+1} \subset V_j$ .
- Οι ορθογώνιες προβολές  $P_j$  στον  $V_j$  ικανοποιούν τις σχέσεις  $\lim_{j \rightarrow -\infty} P_j f = f$  και

$$\lim_{j \rightarrow -\infty} P_j f = 0 \text{ για όλες τις συναρτήσεις } f \in L^2(\mathbb{R}) .$$

Από το παραπάνω ορισμό (περισσότερες λεπτομέρειες στο [30]), προκύπτει πως ο χώρος  $V_j$  είναι αναλλοίωτος κάτω από οποιαδήποτε μετάθεση ανάλογη της κλίμακας  $2^j$ . Αυτός ο χώρος μπορεί να εξομοιωθεί με ένα ομοιόμορφο πλέγμα με διαστήματα  $2^j$ , ο οποίος χαρακτηρίζει την προσέγγιση του σήματος στην ανάλυση  $2^j$ . Διαστέλλοντας τις συναρτήσεις στον  $V_j$  κατά 2, διογκώνονται οι λεπτομέρειες κατά 2, ορίζοντας μια λιγότερο λεπτομερή προσέγγιση στο επίπεδο ανάλυσης  $j+1$ .

Η ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας χωρίζει το χώρο  $V_0$  σε μια ακολουθία φωλιασμένων υποχώρων  $V_j$ . Κάθε υποχώρος  $V_j$  αντιστοιχεί σε διαφορετική κλίμακα. Φωλιασμένοι χώροι σημαίνει ότι κάθε χώρος  $V_{j+1}$  περιέχεται επίσης και στο χώρο  $V_j$ :  $\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \dots$ . Η ιδιότητα αυτή δείχνει ότι μια προσέγγιση σε ένα επίπεδο ανάλυσης  $j$  περιέχει όλη την απαραίτητη πληροφορία για τον υπολογισμό του επόμενου επιπέδου στο οποίο περιέχονται λιγότερες λεπτομέρειες.

Από τον ορισμό της πολλαπλής διακριτικής ικανότητας προκύπτει ότι η συνάρτηση  $\varphi$  αποτελεί λύση της εξίσωσης

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_n h[n] \varphi[2t - n]$$

Η εξίσωση αυτή σχετίζει τη διαστολή της  $\varphi$  κατά 2 με τις ακέραιες μεταθέσεις της. Η ακολουθία  $h[n]$  μπορεί να παρουσιαστεί σαν διακριτό φίλτρο. Οι τιμές της προσδιορίζουν πλήρως την συνάρτηση κλίμακας και η εύρεση τους ανάγεται ισοδύναμα στην σχεδίαση μιας συστοιχίας φίλτρων σε συνδυασμό με ορισμένες συνθήκες σταθερότητας (stability conditions) έτσι ώστε να μπορούν να παράγουν τον  $L^2(\mathbb{R})$  χώρο. Αποδεικνύεται ότι κάθε συνάρτηση κλίμακας καθορίζεται από ένα φίλτρο γνωστό ως conjugate mirror filter.

Η ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας προκύπτει λοιπόν από διαδοχικό διαχωρισμό του σήματος σε χαμηλό και υψηλό συχνοτικό περιεχόμενο κάθε φορά της εξόδου του χαμηλοπερατού φίλτρου. Αυτό σημαίνει ότι η έξοδος του χαμηλοπερατού φίλτρου διαχωρίζεται επαναληπτικά ώστε να πετύχουμε το διακριτό μετασχηματισμό wavelet.

Συνοπτικά μια multiresolution προσέγγιση χαρακτηρίζεται πλήρως από μια

συνάρτηση κλίμακας  $\varphi$  (scaling function) η οποία γεννά μια ορθογώνια φάση για κάθε χώρο  $V_j$ . Η συνάρτηση  $\varphi$  έχει συγκεκριμένες ιδιότητες έτσι ώστε οι χώροι  $V_j$  να ικανοποιούν όλες τις συνθήκες της multiresolution προσέγγισης. Συγκεκριμένα αν με την συνάρτηση  $\varphi(t)$  μπορεί να αναπαρασταθεί η συνάρτηση  $f$ , τότε μπορεί να αναπαρασταθεί και από τις διευρυμένες εκδόσεις της συνάρτησης κλίμακας:  $\varphi(t) = \varphi(t-k)$ . Ισχύει δηλαδή

$$f(t) = \sum_k \alpha_k \varphi_k(t) .$$

Η προσέγγιση μιας συνάρτησης  $f$  σε μια ανάλυση  $j$  ορίζεται ως μια ορθογώνια προβολή στον χώρο  $V_j$ . Εφόσον ισχύει ότι  $V_{j+1} \subset V_j$  τότε  $V_{j+1} = V_j \otimes W_j$  όπου  $W_j$  το ορθογώνιο συμπλήρωμα του  $V_j$ . Το συμπλήρωμα αυτό προβάλλει τις λεπτομέρειες της  $f$  οι οποίες εμφανίζονται στο επίπεδο  $j+1$  αλλά εξαφανίζονται στο λιγότερο λεπτομερές επίπεδο  $j$ . Αποδεικνύεται ότι μπορεί να δημιουργηθεί ορθοκανονική βάση του υποχώρου  $W_j$  από την μετατόπιση και κλιμάκωση ενός wavelet  $\psi$ :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k), k \in \mathbb{Z}$$

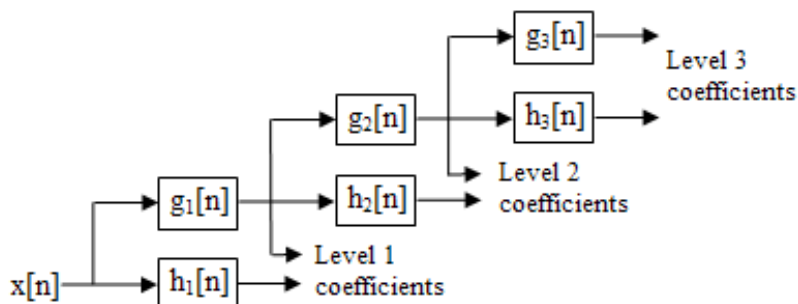
Καταλήγουμε δηλαδή πάλι στον υπολογισμό του διακριτού μετασχηματισμού wavelet.

### 3.3.6 Στατικός Μετασχηματισμός κυματιδίων (Stationary Wavelet Transform)

Ο μετασχηματισμός αυτός παρουσιάζεται ως ειδική περίπτωση του μετασχηματισμού κυματιδίων διακριτού χρόνου. [18] Στην περίπτωση αυτή αφαιρείται η υποδειγματοληψία του σήματος κατά 2 καθώς προχωράμε στα επόμενα επίπεδα, αλλά αντίθετα την αυξάνουμε κατά 2. Σε στο  $j$  επίπεδο δηλαδή, τα coefficients των φίλτρων έχουν υποστεί αύξηση δειγματοληψίας κατά  $2^{j-1}$ . [19] Ο μετασχηματισμός αυτός είναι από τη φύση του πλεονάζων αφού κάθε έξοδος των φίλτρων σε κάθε επίπεδο περιέχει τον ίδιο αριθμό δειγμάτων με το σήμα στον είσοδο. Παρέχει όμως το πλεονέκτημα πως η ανάλυση του χρόνου παραμένει αναλλοίωτη σε όλα τα επίπεδα ανάλυσης.

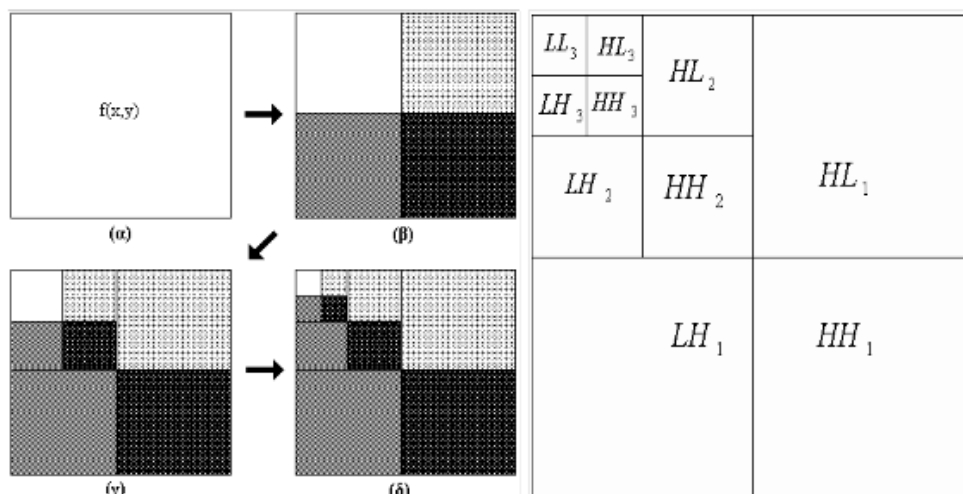


Εικόνα 14: Σε κάθε επίπεδο ανάλυσης αυξάνουμε την δειγματοληψία της εξόδου των φίλτρων κατά 2



Εικόνα 15: Σχηματική αναπαράσταση των φίλτρων στο Στατικό μετασχηματισμό κυματιδίων

### 3.3.6 Δισδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίων



Εικόνα 16: Σχηματική αναπαράσταση του μοντέλου πυραμίδας στο δισδιάστατο διακριτό μετασχηματισμό wavelet. Κάθε επίπεδο ανάλυσης χωρίζει την εικόνα σε 4 εικόνες με μέγεθος το 1/4 της αρχικής η κάθε μια

Στην περίπτωση του δισδιάστατου μετασχηματισμού, η ιδέα που ισχύει για τα μονοδιάστατα σήματα γενικεύεται σε σήματα δύο διαστάσεων, ιδικά στην διαχωρίσιμη περίπτωση σημάτων. Θεωρούμε διαχωρίσιμη δισδιάστατη συνάρτηση κλίμακας:

$\varphi(x, y) = \varphi(x)\varphi(y)$  όπου  $\varphi(x)$  είναι μια μονοδιάστατη συνάρτηση κλίμακας. Αν  $\psi(x)$  η αντίστοιχη συνάρτηση wavelet τότε τα τρία δισδιάστατα βασικά wavelet θα είναι:

$$\psi^1(x, y) = \varphi(x)\varphi(y) \quad \psi^2(x, y) = \psi(x)\varphi(y) \quad \psi^3(x, y) = \psi(x)\psi(y)$$

Σήματα δύο διαστάσεων όπως εικόνες μπορούν να αναλυθούν στα πλαίσια του δισδιάστατου μετασχηματισμού ως εξής: σε κάθε στάδιο μετασχηματισμού, το σήμα αναλύεται σε τέσσερα σήματα με μέγεθος το καθένα το ένα τέταρτο του αρχικού. Κάθε ένα από τα τέσσερα σήματα σχηματίζονται από το εσωτερικό γινόμενο του αρχικού σήματος με ένα από τα κυματιδικά σήματα βάσης ακολουθούμενα από υποδειγματοληψία κατά 2 και ως προς τις δύο διαστάσεις.

Τα εσωτερικά γινόμενα μπορούν να γραφούν ως συνελίξεις οπότε έχουμε πλέον την ανάλυση του σήματος σε υποπεριοχές μέσω φίλτρων. Αν τα φίλτρα και η υποδειγματοληψία είναι διαχωρίσιμα τότε ο υπολογισμός είναι πολύ πιο γρήγορος και αποδοτικός αφού εφαρμόζονται χωριστά στις γραμμές και στήλες της εικόνας, ενώ τα φίλτρα που χρησιμοποιούνται είναι μονοδιάστατα. Η σύνθεση γίνεται με την αντίστροφη διαδικασία.

# 4

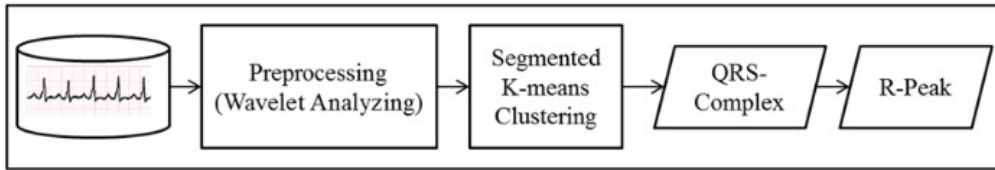
## *Σύγχρονες εφαρμογές των κυματιδίων*

Η θεωρία των κυματιδίων συναντάται όλο ένα και περισσότερο σε εφαρμογές της βιοιατρικής τεχνολογίας. Η ευρεία χρήση τους πυροδοτεί την έρευνα συνεχώς καινούριων τύπων συναρτήσεων wavelet αλλά και μετασχηματισμών wavelet. Οι καινοτομίες αυτές κατασκευάζονται για να καλύψουν υπάρχοντα κενά και βελτιώνουν την απόδοση υπαρχόντων μεθόδων είτε για να βρουν λύσεις σε καινούρια προβλήματα στον τομέα της ανάλυσης σημάτων. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει περιγραφή τέτοιων εφαρμογών που αναπτύχθηκαν σε πρόσφατο χρονικό διάστημα ώστε να γίνει αντιληπτό το ευρύ φάσμα χρήσης τους.

### *4.1 Ταχεία ανίχνευση QRS περιοχής και R κορυφών με χρήση μετασχηματισμού wavelet και τεχνικής ομαδοποίησης K-μέσων*

Η μέθοδος αυτή [20] πραγματοποιήθηκε το 2015 έχοντας υπόψιν την εξάπλωση της τηλειατρικής και της 24-ωρης συνεχούς παρακολούθησης της λειτουργίας της καρδιάς. Στα πλαίσια αυτά οι εφαρμογές πρέπει να χαρακτηρίζονται από γρήγορη και αποτελεσματική ανίχνευση των περιοχών ενδιαφέροντος του ηλεκτροκαρδιογραφήματος, οι οποίες στην εργασία αυτή είναι η περιοχή QRS και οι κορυφές R. Επιγραμματικά η μέθοδος χρησιμοποιεί μετασχηματισμό wavelet για προεπεξεργασία του σήματος, ανιχνεύει τις περιοχές QRS με τεχνική ομαδοποίησης K-μέσων και στην συνέχεια ανιχνεύει τις R κορυφές σε κάθε περιοχή. Η απόδοση της μεθόδου ελέγχθηκε πάνω σε 8 αρχεία της συλλογής MIT-BIH arrhythmia

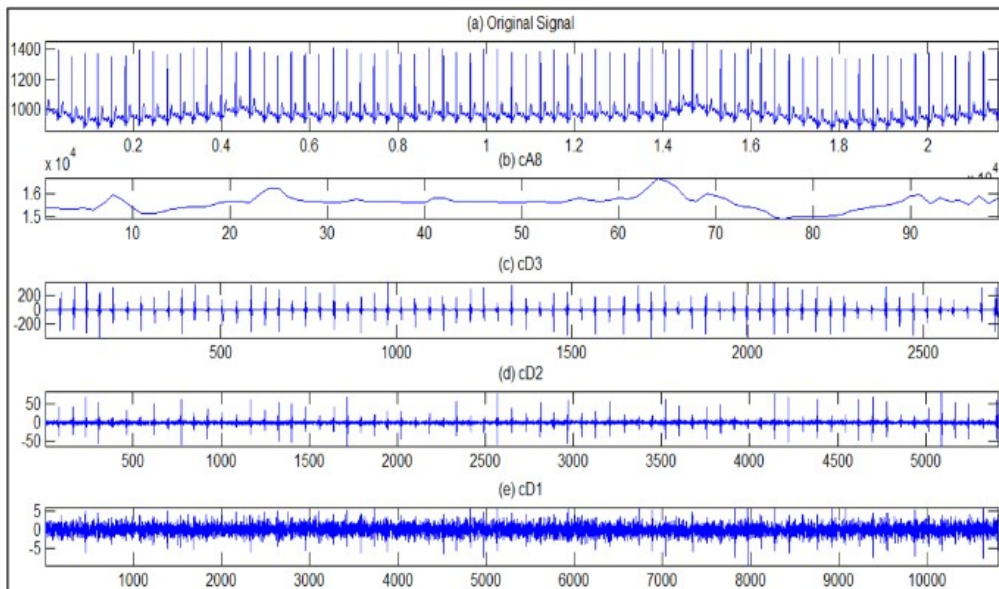
database.



Εικόνα 17: Σχηματική αναπαράσταση της μεθόδου

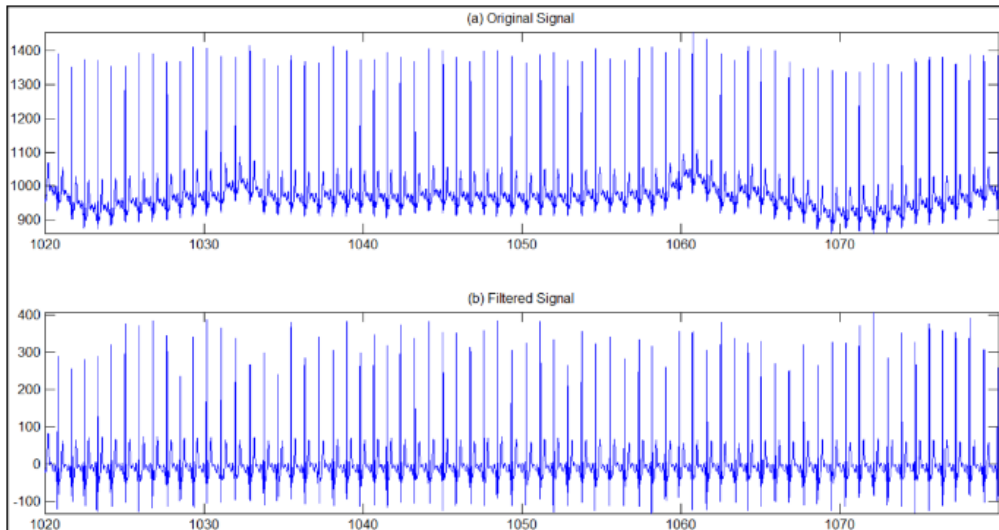
#### 4.1.1 Περιγραφή της μεθόδου

Τα ιατρικά σήματα στην πλειοψηφία τους πλήττονται από διαφόρων ειδών θορύβου όπως μηχανικός θόρυβος και μετατόπιση γραμμής βάσης. Πρώτο βήμα λοιπόν είναι η αφαίρεση αυτού του θορύβου. Η μέθοδος αυτή το επιτυγχάνει με την χρήση μετασχηματισμού wavelet. Εδώ χρησιμοποιείται το wavelet sym8 και το κάθε σήμα αναλύεται μέχρι το 8ο επίπεδο. Ο θόρυβος εντοπίζεται στο 8ο approximation coefficient και στα detail coefficients 1ου, 2ου και 3ου επιπέδου.



Εικόνα 18: Η μορφή του αρχικού σήματος καθώς και η μορφή των approximation του 6ου επιπέδου μαζί με τα details των τριων πρώτων επιπέδων τα οποία παράγονται με το μετασχηματισμό wavelet

Τα coefficients αυτά μηδενίζονται και έτσι λαμβάνεται το σήμα απαλλαγμένο από θόρυβο.



*Εικόνα 19: Το αρχικό σήμα και το σήμα που λαμβάνουμε μετά την αποθορυβοποίηση*

Σε κάθε αποθορυβοποιημένο σήμα εφαρμόζεται στην συνέχεια τεχνική ομαδοποίησης K-μέσων για την εύρεση της κάθε QRS περιοχής. Βασική ιδέα είναι πως η QRS περιοχή χαρακτηρίζεται από μεγάλη διακύμανση πλάτους, η οποία αντικατοπτρίζεται από την μεγάλη κλίση. Η εργασία αυτή εκμεταλλεύεται την πληροφορία αυτή για την ανίχνευση των περιοχών αυτών. Η διαδικασία χωρίζεται σε δύο βήματα:

- Υπολογισμός απόλυτης τιμής κλίσης

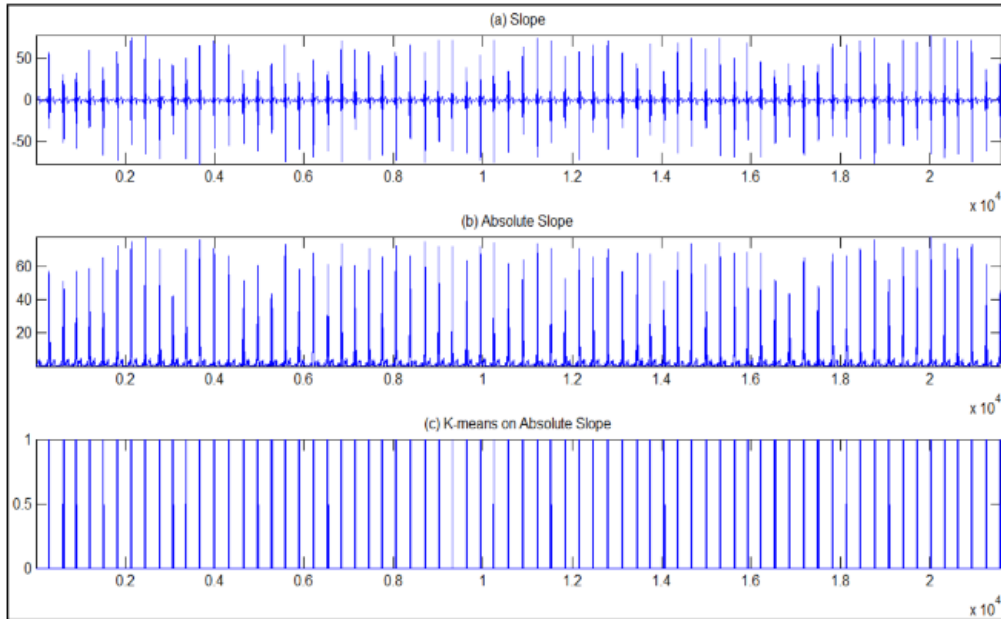
Υπολογίζεται η διαφορά κάθε διαδοχικών σημείων στο σήμα και έπειτα υπολογισμός της απόλυτης τιμής αυτής.

- Ομαδοποίηση των σημείων του βήματος 1 με την τεχνική ομαδοποίησης K-μέσων.

Η κλίση είναι αντιπροσωπευτικό στοιχείο της αλλαγής πλάτους και ως επέκταση της περιοχής QRS στην οποία εμφανίζονται μεγάλες αυξομειώσεις στην κλίση. Η χρήση της απόλυτης τιμής βοηθά στην ομαδοποίηση των περιοχών αυτών. Το σήμα έπειτα υπόκειται σε ομαδοποίηση K-μέσων με 2 κλάσεις. Η ομαδοποίηση βασίζεται στον υπολογισμό της τετραγωνικής απόστασης των σημείων μιας περιοχής από το κέντρο της περιοχής. Η μέθοδος αυτή ορίζει 2 κλάσεις: Μια που χαρακτηρίζεται από μεγάλη απόλυτη κλίση και η άλλη με χαμηλή απόλυτη κλίση. Αποτέλεσμα της ομαδοποίησης είναι οι διαχωρισμός των QRS περιοχών από τις άλλες περιοχές του σήματος.

Επόμενο στάδιο είναι η ανίχνευση των R κορυφών σε κάθε περιοχή QRS. Υπολογίζονται τα τοπικά μέγιστα με τη χρήση τη κλίση διαδοχικών σημείων και στην συνέχεια διαλέγεται το σημείο με το μεγαλύτερο πλάτος.





Εικόνα 20: Αναπαράσταση της συνάρτησης κλίσης, η ίδια συνάρτηση σε απόλυτη τιμή και το αποτέλεσμα της ομαδοποίησης K-μέσων

#### 4.1.2 Υπολογισμός απόδοσης της μεθόδου

Η μέθοδος εξετάστηκε ως προς την ευαισθησία και την ακρίβεια πάνω σε 8 αρχεία της συλλογής MIT-BIH arrhythmia database. Η ευαισθησία ορίζεται ως:

$$\text{True positive Rate} = \frac{\text{True positive}}{\text{True Positive} + \text{False negative}}$$

και η ακρίβεια ως:

$$\text{Positive Prediction Value} = \frac{\text{True Positive}}{\text{True Positive} + \text{False Positive}}$$

όπου τα True Positive είναι σημεία που έχουν ανιχνευθεί σωστά από τη μέθοδο, False Negative είναι τα σημεία που δεν έχουν ανιχνευθεί από την μέθοδο και False Positive είναι τα σημεία που έχουν ανιχνευθεί λανθασμένα από την μέθοδο. Η μέθοδος αυτή παρουσίασε ευαισθησία 99.72% και ακρίβεια 99.80%. Επίσης παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι έχει μικρό χρόνο εκτέλεσης.

Συνοψίζοντας η μέθοδος αυτή συνδυάζει ταχύτητα και ευαισθησία, χαρακτηριστικά που την καθιστούν αποτελεσματική για συστήματα συνεχούς παρακολούθησης. Ο μετασχηματισμός wavelet σιγουρεύει πως το σήμα θα είναι απαλλαγμένο από θόρυβο και ως επακόλουθο είναι δυνατή η εξαγωγή των QRS περιοχών και R κορυφών με απλές και γρήγορες μεθόδους.

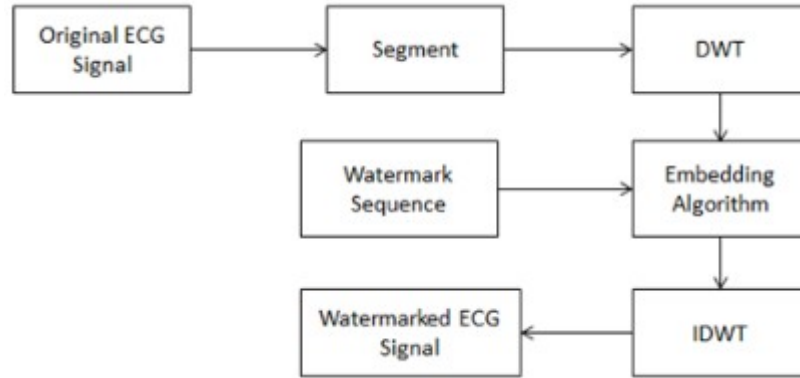
## ***4.2 Κωδικοποίηση δεδομένων μέσω υδατογραφήματος και συμπίεση των σημάτων ηλεκτροκαρδιογραφήματος με χρήση wavelets***

Η εφαρμογή αυτή [21] η οποία αναπτύχθηκε το 2014 αποτελεί καινοτομία στον τομέα της ενοποίησης των πληροφοριών του ηλεκτροκαρδιογραφήματος και την κωδικοποίηση πρόσθετων πληροφοριών με τεχνικές υδατογράφησης πάνω στο ηλεκτροκαρδιογράφημα με την χρήση μετασχηματισμού wavelet. Αναπτύχθηκε πάνω στην ιδέα της ανοιχτής κοινωνίας που ζούμε και στην ολοένα και αυξανόμενη ανησυχία και ανάγκη για την προστασία ευαίσθητων προσωπικών δεδομένων. Το ηλεκτροκαρδιογράφημα εκτός από την χρήση του για την ανάλυση ασθενειών μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως εργαλείο αναγνώρισης και ταυτοποίησης. Η εφαρμογή αυτή σκοπεύει να αυξήσει την ασφάλεια των προσωπικών δεδομένων όπως το όνομα του ασθενή μέσω του υδατογραφήματος μειώνοντας ταυτόχρονα τον συνολικό χώρο αποθήκευσης του ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Η απόδοση της εφαρμογής να ελεγχθεί πάνω στις τιμές Bit error Rate (BER), λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR), λόγος συμπίεσης (CR) και λόγο συμπιεσμένου σήματος προς θόρυβο (CNR) και στην δυνατότητα να συγκρατήσει ένθετες πληροφορίες.

### ***4.2.1 Περιγραφή της μεθόδου***

Στην εφαρμογή αυτή γίνεται χρήση της συλλογής MIT-BIH Arrhythmia Database, εκ της οποίας χρησιμοποιούνται 47 αρχεία ηλεκτροκαρδιογραφήματος προς επεξεργασία. Από τα σήματα αυτά αρχικά εξαλείφεται αν υπάρχει DC συνιστώσα και προσαρμόζονται ώστε να έχουν μηδενική μέση τιμή.

Η μέθοδος ασχολείται με την τεχνική ψηφιακού υδατογραφήματος, με το οποίο εισάγουμε ένθετες πληροφορίες σε ένα ψηφιακό φορέα με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αλλοιώνεται η χρήση του φορέα και ταυτόχρονα να μην είναι δυνατή η αναγνώριση των ένθετων πληροφοριών από ανθρώπους με τη χρήση αισθήσεων όπως όραση και ακοή. Οι κρυμμένες πληροφορίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ταυτοποίηση της ακεραιότητας του σήματος. Επειδή τα ηλεκτροκαρδιογραφήματα έχουν μεγάλες απαιτήσεις σε ακρίβεια της αναπαράστασης του σήματος για την σωστή διάγνωση ασθενειών το υδατογράφημα πρέπει να μην αλλάζει την μορφή του.



Εικόνα 21: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας εφαρμογής του υδατογραφήματος στο ηλεκτροκαρδιογράφημα

Πρώτο βήμα είναι η τμηματοποίηση του ηλεκτροκαρδιογραφήματος σε μέρη. Το μήκος κάθε τμήματος εξαρτάται από το επίπεδο της ανάλυσης wavelet. Στην συνέχεια το κάθε τμήμα υπόκειται σε μετασχηματισμό wavelet μέχρι το 7ο επίπεδο έτσι ώστε να υπάρχουν 7 επίπεδα detail και το 7ο επίπεδο approximation coefficients. Λόγω της αρκετά καλής απόδοσης των χαμηλοδιαβατών φίλτρων η ακολουθία του υδατογραφήματος εισάγεται στις χαμηλότερες συχνότητες του 7ου επιπέδου ανάλυσης. Η ακολουθία υδατογραφήματος για ένα ασθενή  $\{m_i\}$  ακολουθεί τον εξής κανόνα:

$$c'_i = \begin{cases} \left[ \frac{c_i}{T} \right] T + \frac{3T}{4}, & \text{if } m_i = 1 \\ \left[ \frac{c_i}{T} \right] T + \frac{T}{4}, & \text{if } m_i = 0 \end{cases}$$

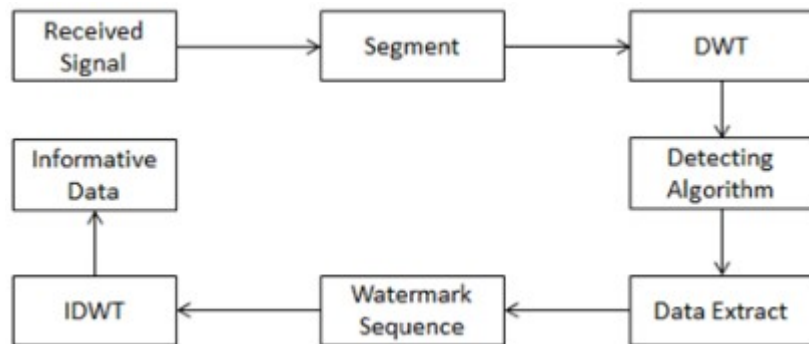
όπου  $c_i$  και  $c'_i$  είναι το αρχικό και το υδατογραφημένο coefficient του διακριτού μετασχηματισμού wavelet και  $T$  είναι η ισχύς υδατογράφησης. Αφού ολοκληρωθεί η υδατογράφηση αποκτάται το υδατογραφημένο ηλεκτροκαρδιογράφημα με τον αντίστροφο μετασχηματισμό wavelet. Για τον υπολογισμό μιας βολικής τιμής για την ισχύ της υδατογράφησης  $T$  χρησιμοποιείται ο λόγος σήματος προς θόρυβο τροποποιημένος κατά το θεώρημα Parseval αφού γίνεται χρήση ορθογώνια βάση wavelet και λόγω ότι εξετάζονται οι χαμηλές συχνότητες:

$$SNR \approx -10 \log \left( \frac{\sum \|c_i - c'_i\|_2^2}{\sum \|c_i\|_2^2} \right)$$

Κατά την εξαγωγή της κριμένης πληροφορίας αρχικά τμηματοποιείται το

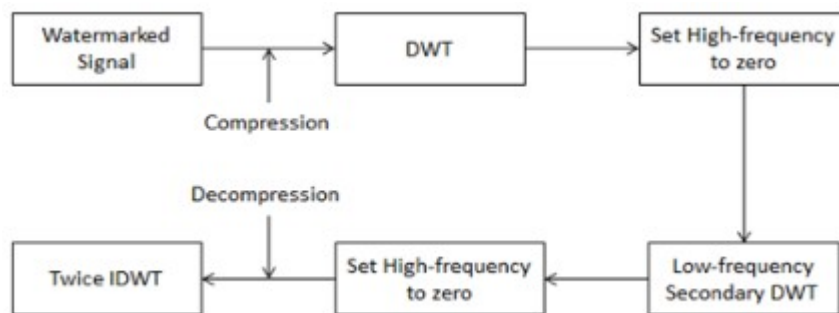
υδατογραφημένο ηλεκτροκαρδιογράφημα στα ίδια τμήματα και εφαρμόζεται διακριτός μετασχηματισμός wavelet σε κάθε τμήμα που έχει αποθηκευτεί πληροφορία μέσω του υδατογραφήματος. Το υδατογράφημα εξάγεται από το 7ο επίπεδο με τον εξής κανόνα: Έστω  $\{c_i'\}$  τα approximation coefficients από το 7ο επίπεδο, η ακολουθία υδατογραφήματος  $\{m_i'\}$  θα είναι η εξής:

$$m_i' = \begin{cases} 1 & \text{if } c_i' - \lfloor \frac{c_i'}{T} \rfloor T \geq T/2 \\ 0 & \text{if } c_i' - \lfloor \frac{c_i'}{T} \rfloor T < T/2 \end{cases}$$



Εικόνα 22: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας ανάκτησης των κωδικοποιημένων πληροφοριών στο υδατογράφημα του ηλεκτροκαρδιογραφήματος

Στην συνέχεια αναλύεται η μέθοδος συμπίεσης του ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Το σήμα υπόκειται σε συμπίεση δύο φορές, μια κάνοντας χρήση του wavelet bior1.1 και στην συνέχεια το bior3.7. Η συμπίεση γίνεται με ανάλυση του σήματος με μετασχηματισμό wavelet και μηδενισμό των τιμών των coefficients υψηλών συχνοτήτων που δεν ανήκουν στο ηλεκτροκαρδιογράφημα.



Εικόνα 23: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας συμπίεσης και αποσυμπίεσης του ηλεκτροκαρδιογραφήματος

#### 4.2.2 Υπολογισμός απόδοσης της μεθόδου

Η τεχνική αυτή εφαρμόστηκε σε 47 σήματα ηλεκτροκαρδιογραφήματος της συλλογής MIT-BIH arrhythmia database με μήκος υδατογραφήματος 4096 σημείων. Κάθε σήμα αρχικά προσαρμόζεται ώστε να έχει μηδενική μέση τιμή και στην συνέχεια αναλύεται με το wavelet haar ως το 7ο επίπεδο.

Η ικανότητα πρόσθεσης πληροφοριών αναφέρεται στον αριθμό των bits που εισάγονται στο ηλεκτροκαρδιογράφημα. Στην εφαρμογή αυτή επειδή η εισαγωγή έγινε στο 7ο επίπεδο ανάλυσης wavelet ο αριθμός των bits είναι  $4096/2^7 = 32$ .

Ακολουθώντας την υδατογράφιση εισάγεται θόρυβος στο ηλεκτροκαρδιογράφημα και υπολογίζεται ο λόγος λανθασμένων bits (bit error rate, BER) ο οποίος εκφράζεται ως εξής:

$$BER = \frac{B_{error}}{B_{total}} \times 100\%$$

όπου  $B_{error}$  και  $B_{total}$  εκφράζουν τον αριθμό των λανθασμένων bits και τον συνολικό αριθμό των bits αντίστοιχα που έχουν καταμετρηθεί κατά την διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Η τιμή της ισχύος υδατογράφισης επιλέχθηκε  $T=4000$  ώστε η κωδικοποίηση να αντιστέκεται σε θόρυβο και ταυτόχρονα να μην υπάρχει αλλοίωση της μορφής του ηλεκτροκαρδιογραφήματος.

Τα σήματα υπόκεινται σε τριών ειδών επιθέσεων και καταγράφεται ο BER σε κάθε περίπτωση και σε σχέση μιας τιμής αναφοράς.

Προσβολή από λευκό θόρυβο

Ισχύς θορύβου	BER μεθόδου	BER τιμής αναφοράς
150	0	0
200	0	3.125
250	0	6.25

Αλλοίωση υψηλών συχνοτήτων μέσω χαμηλοπερατού φιλτραρίσματος με συχνότητες αποκοπής 90,100 και 140 Hz.

Συχνότητα αποκοπής	BER μεθόδου	BER τιμής αναφοράς
140	0	6.25
100	11.76	9.375
90	1.76	9.375

Αλλαγή του ρυθμού δειγματοληψίας με υποδειγματοληψία από 360 Hz σε 180,90,45 Hz και ξανά σε 360 Hz.

Ρυθμός δειγματοληψίας	BER μεθόδου	BER τιμής αναφοράς
1/2	0	0
1/4	0	0
1/8	0	3.125

Παράλληλα με τον παραπάνω έλεγχο υπολογίστηκε ο λόγος συμπιεσμένου σήματος προς θόρυβο κατά την συμπίεση του ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Ο υπολογισμός αυτός έγινε στο γραφικό περιβάλλον της matlab. Ο λόγος συμπίεσης εδώ ορίστηκε ως το λόγο αρχικού μεγέθους του σήματος προς το μέγεθος συμπιεσμένου σήματος και ο λόγος συμπιεσμένου σήματος προς θόρυβο ορίζεται εδώ ως:

$$CNR = 10 \log \left[ \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{\sum_{i=1}^n (s_i - D)^2} \right]$$

όπου S και D είναι το αρχικό και συμπιεσμένο σήμα αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα για 2 λόγους συμπίεσης εμφανίζονται παρακάτω:

CR1	CR2	CNR1	CNR2
1.28	1.96	16.2563	14.7179

Συνοψίζοντας η εφαρμογή αυτή χρησιμοποιεί το μετασχηματισμό wavelet για την ασφαλή και αποδοτική μεταφορά ηλεκτροκαρδιογραφήματων μέσω δικτύων κάνοντας χρήση υδατογράφησης ευαίσθητων πληροφοριών και συμπίεσης του μεγέθους του ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Η απόδοση ελέγχθηκε πάνω σε 48 σήματα ηλεκτροκαρδιογραφήματος και σε σχέση με άλλες τεχνικές συμπίεσης και παρατηρήθηκε πως επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα.

### **4.3 Αυτοματοποιημένη ανίχνευση επιληψίας στο στερεοηλεκτροκεφαλογράφημα με χρήση δραστηριότητας των υψηλών συχνοτήτων στο πεδίο των wavelet**

Η εφαρμογή αυτή [22] αναπτύχθηκε το 2012 με σκοπό την βελτίωση σε ακρίβεια, ευαισθησία αλλά κυρίως στην μείωση του χρόνου ανίχνευσης σε σχέση με τις υπάρχοντες μεθόδους. Η εγκεφαλική δραστηριότητα στις υψηλές συχνότητες (περιοχή 80-500 Hz) αποδείχθηκε τα τελευταία χρόνια πως εμφανίζονται έντονα στο ενδοκρανικό ηλεκτροκεφαλογράφημα των ασθενών που πάσχουν από επιληψία αλλά δεν υπάρχουν ακόμα εφαρμογές που εκμεταλλεύονται το γεγονός αυτό στην διάγνωση της ασθένειας. Στην μέθοδο αυτή εξετάζεται η χρήση τους για το σκοπό αυτό χρησιμοποιώντας ενδοκρανικά ηλεκτροκεφαλογραφήματα 15 ασθενών διάρκειας 30 ωρών το καθένα. Υπολογίστηκε πως η μέθοδος παρουσιάζει ευαισθησία 72% με ρυθμό λανθασμένης ανίχνευσης 0.7/ώρα, αποτέλεσμα που ο ερευνητής το θεωρεί ικανοποιητικό για κλινική εφαρμογή.

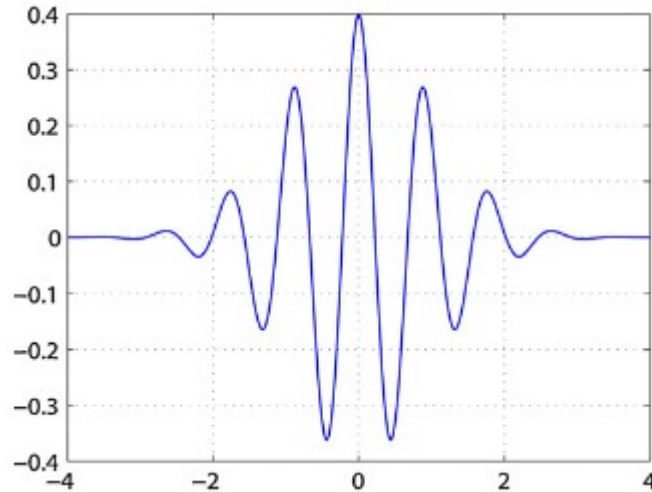
#### **4.3.1 Περιγραφή της μεθόδου**

Η μέθοδος αυτή εργάστηκε πάνω σε δεδομένα που συλλέχθηκαν από το σύστημα Stellate Harmonie της μονάδας επιληπτικής τηλεϊατρικής του νευρολογικού ινστιτούτου και νοσοκομείου του Μόντρεαλ. Ο αλγόριθμος βασίζεται πάνω στον συνεχή μετασχηματισμό wavelet, και εφόσον ο μετασχηματισμός αντιπροσωπεύει το βαθμό της συσχέτισης του σήματος με τη συνάρτηση wavelet, μετά από διαδικασίες trial and error δείχθηκε πως το complex Morlet wavelet παρουσιάζει την καλύτερη ανάλυση στο πεδίο χρόνου-συχνότητας για τις δραστηριότητες υψηλών συχνοτήτων.

Η συνάρτηση του complex Morlet wavelet είναι η εξής:

$$\psi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{2\pi i f_c t} e^{-t^2/f_b}$$

όπου  $f_b$  είναι το εύρος ζώνης και  $f_c$  η κεντρική συχνότητα wavelet.



Εικόνα 24: Το πραγματικό μέρος της συνάρτησης του κυματιδίου Morlet

Ως πρώτο βήμα της ανάλυσης wavelet χρησιμοποιείται κινούμενο παράθυρο εύρους 5 δευτερολέπτων για τον υπολογισμό των wavelet coefficients. Τα χαρακτηριστικά των coefficients στην συνέχεια συγκρίνονται με χαρακτηριστικά από την ανάλυση ενός κινούμενου παραθύρου στο παρασκήνιο μήκους 100 δευτερολέπτων και τελειώνει 20 δευτερόλεπτα πριν το κινούμενο παράθυρο στο προσκήνιο. Το εύρος συχνοτήτων πάνω στο οποίο γίνεται η ανάλυση επιλέχθηκε 80-500 Hz.

Τα χαρακτηριστικά ενδιαφέροντος του μετασχηματισμού wavelet που χρησιμοποιεί η εφαρμογή αυτή είναι τα εξής:

- σχετική ενέργεια της δραστηριότητας των υψηλών συχνοτήτων

Η πλειοψηφία των επιληπτικών επεισοδίων δείχνει ρυθμική δραστηριότητα και αύξηση της ενέργειας των περιοχών υψηλών συχνοτήτων μερικά δευτερόλεπτα μετά την έναρξη του επεισοδίου. Μέσω των wavelet coefficient η σχετική ενέργεια σε κάθε κινούμενο παράθυρο προσκήνιο  $E_a(RW)$  υπολογίστηκε σε σχέση με την ενέργεια του παραθύρου στο παρασκήνιο  $E_a(BK)$  ως εξής:

$$RE_a = \frac{E_a(RW) - E_a(BK)}{E_a(BK)}$$

- αριθμός των κορυφών των υψηλών συχνοτήτων

Μέσω των wavelet coefficients υπολογίστηκε ο αριθμός των κορυφών ως τα σημεία τα οποία είναι μεγαλύτερα από ένα ποσοστό του ολικού μέγιστου στο παράθυρο παρασκηνίου. Η τιμή κατοφλίωσης είναι ίδια για όλους τους ασθενείς

- εντροπία wavelet

Η εντροπία των wavelet δίνει πληροφορίες σχετικά με την μη κανονικότητα/ρυθμό του σήματος προς ανάλυση. Υψηλή εντροπία υπονοεί χαμηλή ρυθμικότητα και χαμηλή εντροπία



υψηλή ρυθμικότητα. Η εντροπία των wavelet ορίζεται ως εξής:

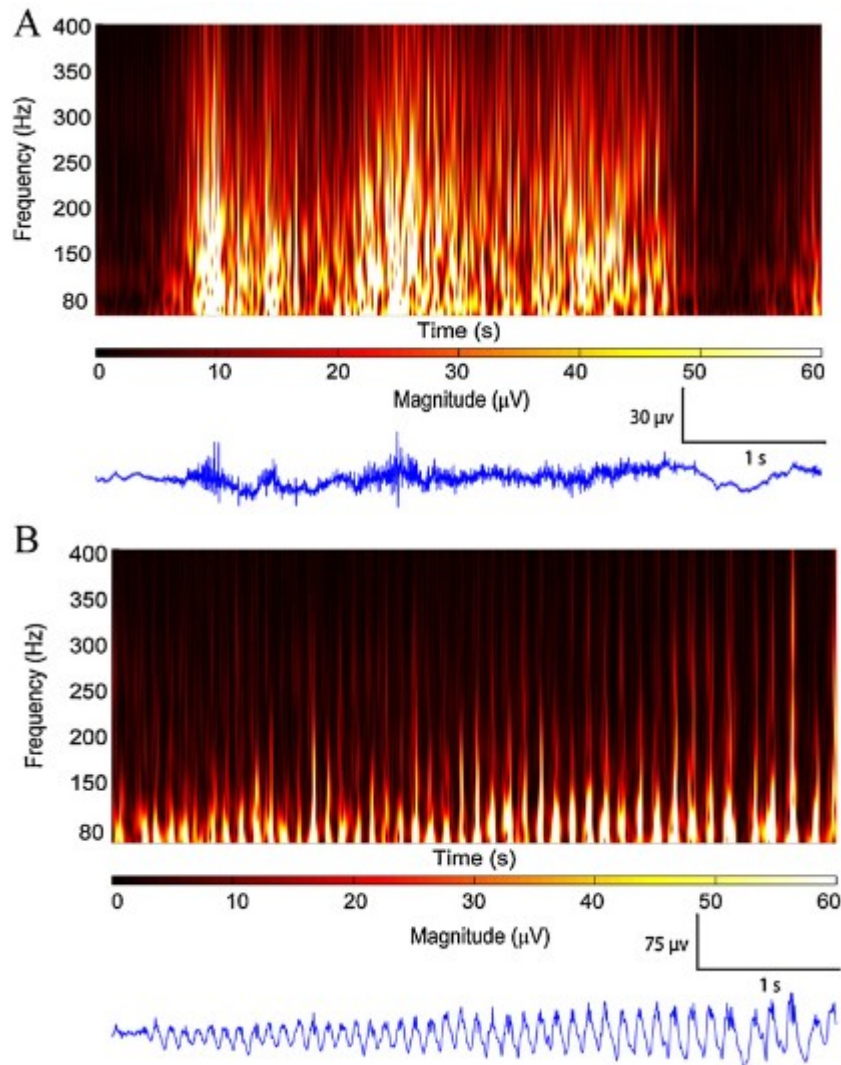
$$W = - \sum_{a=1}^N P_{ab} \log_2 P_{ab}$$

όπου  $P_{ab}$  ο λόγος ενέργειας σε κάθε συχνότητα  $a$  στο χρόνο  $b$  σε σχέση με τη συνολική ενέργεια.

Τα τριών ειδών χαρακτηριστικά που περιγράφηκαν παραπάνω καταγράφονται σε κάθε κινούμενο παράθυρο και όταν μια ομάδα συχνοτήτων σε κάποιο παράθυρο ξεπεράσει το όριο από κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά τότε η χρονική στιγμή σημειώνεται ως πιθανό σημείο έναρξης επεισοδίου. Τα όρια για το κάθε χαρακτηριστικό υπολογίστηκαν έπειτα από διαδικασίες trial and error με σκοπό την μεγιστοποίηση της ευαισθησίας και ελαχιστοποίηση της καθυστέρησης διάγνωσης.

Στην συνέχεια αφαιρούνται λανθασμένες ενδείξεις προερχόμενες από θόρυβο. Διαπιστώθηκε πως υπάρχουν δύο πηγές θορύβου: Θόρυβος στα 60Hz και της αρμονικές αυτής της συχνότητας προερχόμενος από τα μηχανήματα και θόρυβος από ηλεκτρική δραστηριότητα των μυών.

Για την πρώτη περίπτωση και εξετάζοντας κάθε πιθανά σημεία έναρξης επεισοδίων, ελέγχεται η φασματική πυκνότητα ισχύος στις συχνότητες των 60 Hz και των αρμονικών (120, 180, 240, 300, 360, 420, 480) και αν σε τουλάχιστον 3 από αυτές ξεπερνά ένα όριο το πιθανό σημείο διαγράφεται. Το όριο υπολογίστηκε πειραματικά.

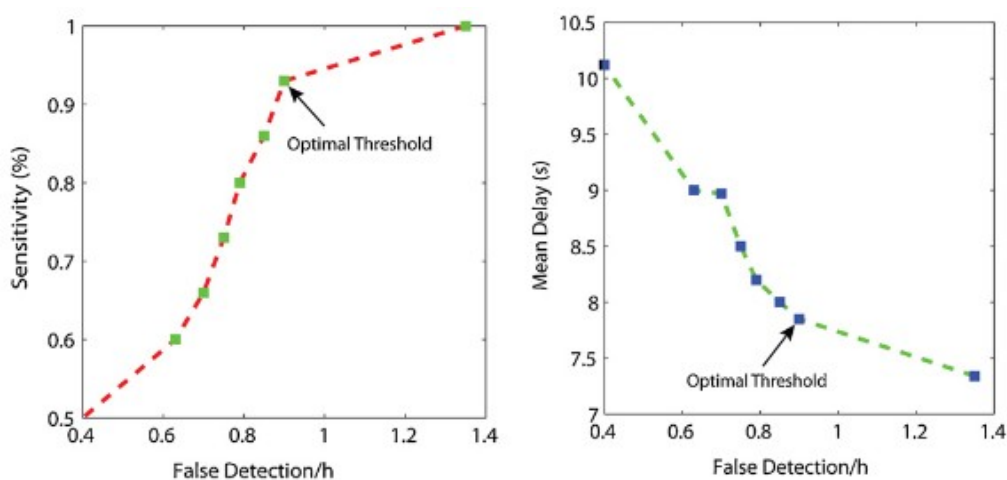


*Εικόνα 25: Τμήμα EEG και ο μετασχηματισμός wavelet του σήματος. Πάνω: Το σήμα έχει προσβληθεί από θόρυβο ηλεκτρικής δραστηριότητας των μυών. Κάτω: Σήμα χωρίς θόρυβο.*

Η αφαίρεση του θορύβου από ηλεκτρική δραστηριότητα των μυών βασίζεται στο γεγονός πως μοιάζει με λευκό θόρυβο, δηλαδή υπάρχει χαμηλή συσχέτιση των διαφόρων ομάδων συχνοτήτων και κατά δεύτερο λόγο πως οι συχνότητες αυτές είναι απλωμένες σε όλο το εύρος των συχνοτήτων 40-500 Hz. Ως παράδειγμα δίνεται ένα ηλεκτροεγκεφαλογράφημα και ο μετασχηματισμός wavelet αυτού στο οποίο περιέχεται θόρυβος από ηλεκτρική δραστηριότητα μυών και ένα άλλο που είναι καθαρό. Ως πρώτο βήμα η αφαίρεση γίνεται με τον υπολογισμό της συσχέτισης των συχνοτήτων στο εύρος 80-250 Hz και αποκλεισμό των πιθανών σημείων που παρουσιάζουν χαμηλή τιμή. Ως δεύτερο βήμα ελέγχεται η κατανομή της ενέργειας στο εύρος συχνοτήτων 80-250 Hz. Η εγκεφαλική δραστηριότητα εμφανίζεται να συγχωνεύεται στο εύρος 80-120 Hz ενώ ο θόρυβος από μυς εξαπλώνεται σε όλο το εύρος των 80-250 Hz.

Η εφαρμογή αυτή ελέγχθηκε ως προς την ευαισθησία, τη καθυστέρηση και τον ρυθμό λανθασμένης ανίχνευσης. Η απόδοση της εξαρτάται από τις τιμές κατωφλίσωσης που χρησιμοποιεί. Τροποποιώντας τις τιμές αυτές για την αύξηση της ευαισθησίας αυξάνεται ταυτόχρονα η καθυστέρηση και ο ρυθμός λανθασμένων ανιχνεύσεων. Έπειτα από επαναληπτικές διαδικασίες πειραματισμού με τις τιμές αυτές και με σκοπό την υψηλή ευαισθησία, και χαμηλή καθυστέρηση και ρυθμό λανθασμένης ανίχνευσης υπολογίστηκε όριο σχετικής ενέργειας 4.5, αριθμό κορυφών 3.5, εντροπίας wavelet 8.

Με τις τιμές αυτές η μέθοδος παρουσίασε ευαισθησία 72%, ρυθμό λανθασμένης ανίχνευσης 0.7/ώρα και μέση καθυστέρηση 5.7 δευτερόλεπτα από την στιγμή εμφάνισης του επεισοδίου.

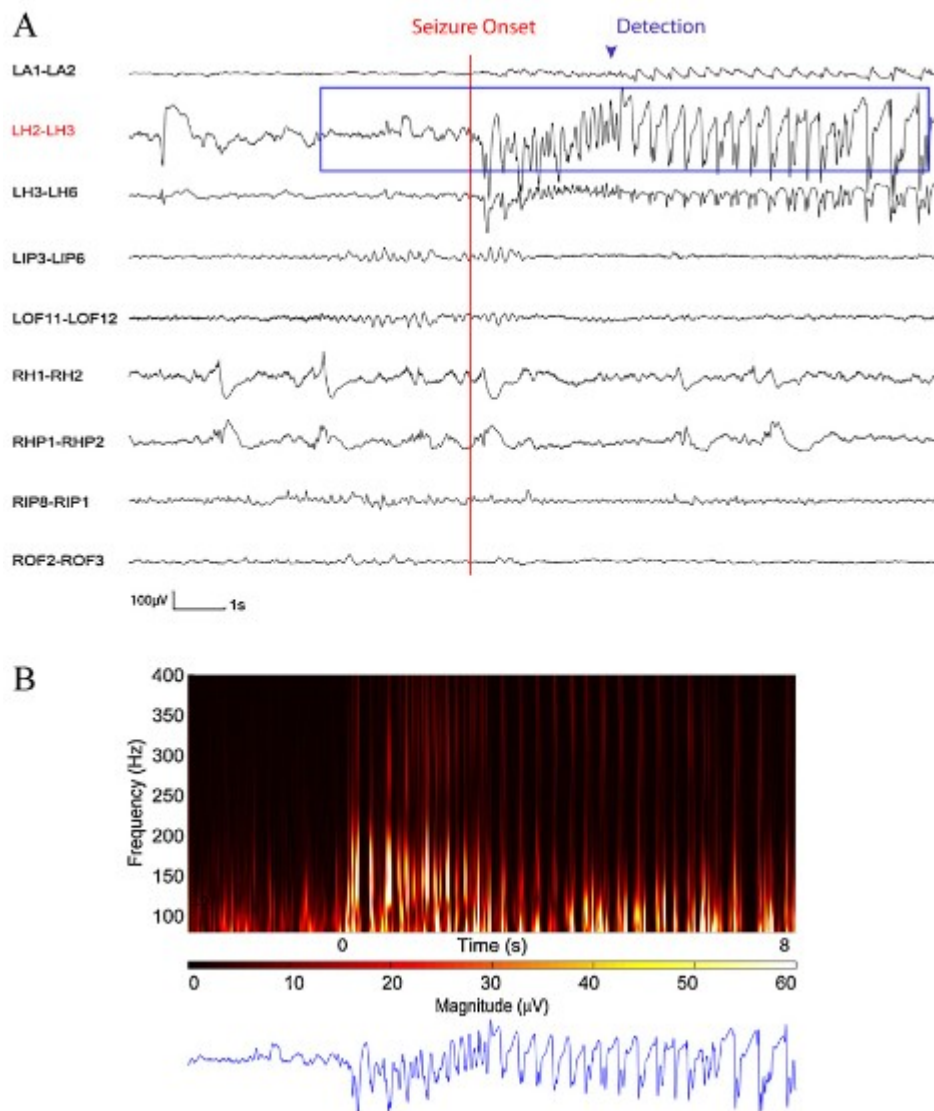


Εικόνα 26: Διαγράμματα που δείχνουν την ευαισθησία της μεθόδου σε σχέση με το ρυθμό λανθασμένης ανίχνευσης για διάφορες τιμές κατωφλίσωσης

#### 4.3.2 Σχολιασμός της μεθόδου

Οι υπάρχουσες εφαρμογές οι οποίες δεν λαμβάνουν υπόψιν την δραστηριότητα του εγκεφάλου στις υψηλές συχνότητες μπορούν να πετύχουν αρκετά μεγάλη ευαισθησία ως 86% με χαμηλό ρυθμό λανθασμένων ανιχνεύσεων 0.47/ώρα αλλά παρουσιάζουν μεγάλη καθυστέρηση στην διάγνωση 16.2 δευτερόλεπτα ανά μέσο όρο. Η εφαρμογή αυτή σκοπεύει να ερευνηθεί την χρήση της δραστηριότητας του εγκεφάλου στις υψηλές συχνότητες για την ανίχνευση επεισοδίων επιληψίας. Η πλειονότητα των επεισοδίων που δεν ανιχνεύθηκαν με την μέθοδο αυτή οφείλεται στο ότι δεν παρουσίασαν δραστηριότητα στις υψηλές συχνότητες ή η δραστηριότητα ήταν πολύ μικρή για ανίχνευση ενώ το μεγαλύτερο μερίδιο των λανθασμένων ανιχνεύσεων οφείλεται σε θόρυβο από μυς που δεν αφαιρέθηκε σωστά από την διάγνωση. Επίσης η υπολογιστική πολυπλοκότητα μπορεί να μειωθεί αν αντί του συνεχούς

μετασχηματισμού wavelet χρησιμοποιηθεί διακριτός μετασχηματισμός.



Εικόνα 27: Διάφορα κανάλια καταγραφής ηλεκτρικής δραστηριότητας στον εγκέφαλο κατά την εμφάνιση επιληπτικού επεισοδίου. Η μέθοδος που εξετάζει όλα τα κανάλια, ανίχνευσε το επεισόδιο στο 2ο κανάλι. Επισημαίνεται το σημείο που εξειδικευμένο ιατρικό προσωπικό ανίχνευσε την έναρξη του επεισοδίου και το σημείο το οποίο η μέθοδος ανίχνευσε το επεισόδιο. Επίσης εμφανίζεται ο μετασχηματισμός wavelet για το κανάλι αυτό

## ***4.4 Μέθοδος για την μοντελοποίηση και αφαίρεση θορύβου προερχόμενο από κίνηση από χρονοσειρές fMRI σε κατάσταση ηρεμίας με χρήση wavelet***

Η μετακίνηση του κεφαλιού κατά την διαδικασία καταγραφής εικόνων μαγνητικής τομογραφίας επιφέρει ανεπιθύμητη παραμόρφωση η οποία μάλιστα μπορεί να επηρεάσει την διάγνωση. Η εφαρμογή αυτή [23] αναπτύχθηκε το 2014 και κάνει χρήση των δυνατοτήτων των wavelet να ανταπεξέλθουν στην ανομοιογένεια των παραμορφώσεων τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο χώρο. Σε αντιδιαστολή η συνήθης μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η γραμμική παλινδρόμηση και δεν επιφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε όλες της περιπτώσεις κίνησης. Η μέθοδος αυτή συμπληρώνει υπάρχουσες τεχνικές προσθέτοντας ένα ακόμα βήμα, την αποθορυβοποίηση με την χρήση wavelet. Η απόδοση της μεθόδου ελέγχθηκε πάνω σε τρεις ομάδες από δεδομένα fMRI σε κατάσταση ηρεμίας, δύο από τις οποίες περιλαμβάνουν υψηλή παραμόρφωση από κίνηση.

### ***4.4.1 Περιγραφή της μεθόδου***

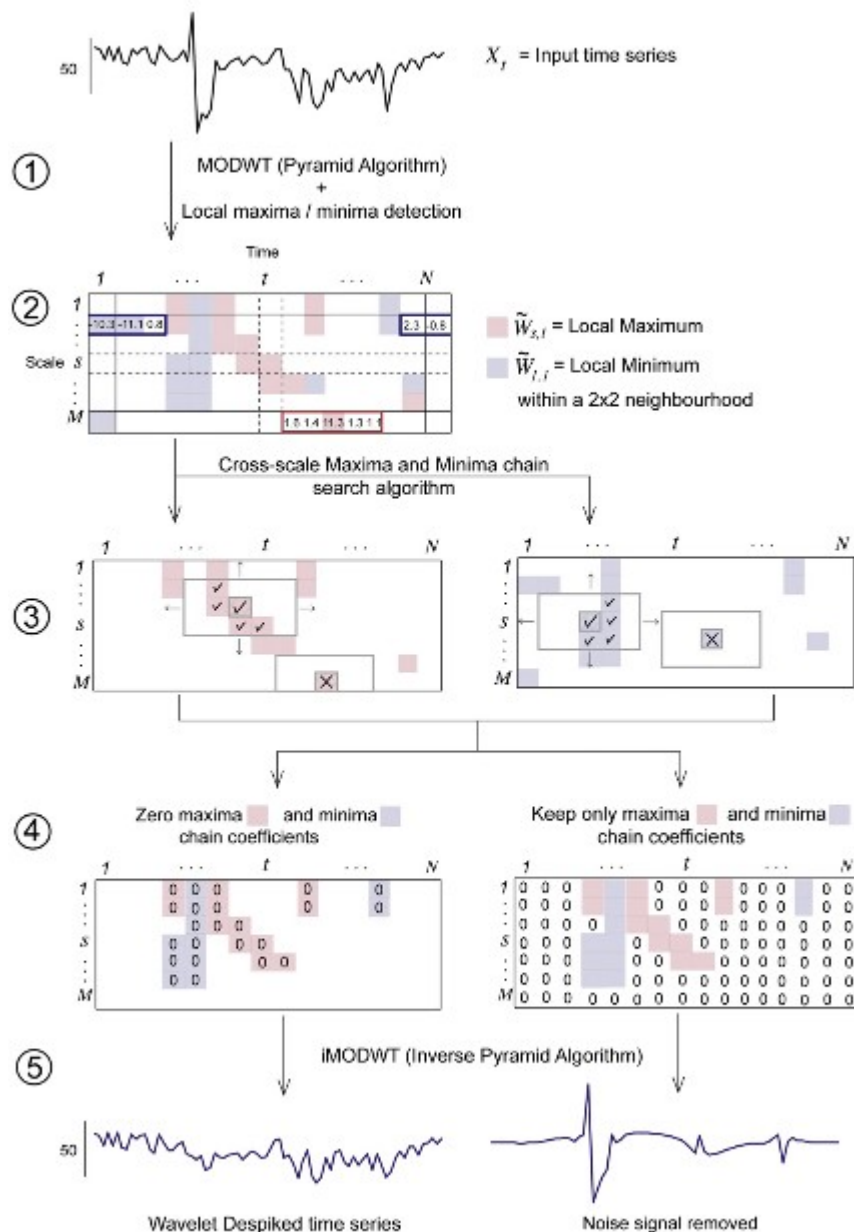
Η εφαρμογή αυτή αναπτύχθηκε για την μοντελοποίηση και αφαίρεση παραμορφώσεις στις εικόνες fMRI που προέρχονται από κίνηση όπως αλλαγές στην ανομοιογένεια του επιπέδου και spin-history φαινόμενα, τα οποία εξαρτώνται από το είδος διέγερσης των spin των μορίων μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Σε περίπτωση κίνησης του κεφαλιού μεταβάλλεται ο βαθμός διέγερσης με αποτέλεσμα την αλλαγή της ισχύς του σήματος. Βασική ιδέα της είναι η ανίχνευση συνεκτικών ομάδων από τοπικά μέγιστα και ελάχιστα στο μετασχηματισμό wavelet τα οποία θα προέρχονται από παραμορφώσεις και την αφαίρεσή τους από της χρονοσειρές ως voxels. Ένα voxel είναι το αντίστοιχο του pixel σε χώρο 3 διαστάσεων. Η μέθοδος μπορεί να ανιχνεύσει μη στατικά γεγονότα σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων και έτσι μπορεί να εντοπίσει θόρυβο χαμηλών και υψηλών συχνοτήτων, δηλαδή αργές μετακινήσεις όπως spin-history φαινόμενα αλλά και σύντομες.

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε πάνω σε 3 ομάδες ατόμων: Η πρώτη αποτελούμενη από 22 παιδιά μέσου όρου ηλικίας 8.5 ετών, η δεύτερη σε 40 άτομα μέσου όρου ηλικίας 34.8 ετών τα οποία χαρακτηρίζονται από εξάρτηση σε διεγερτικές ουσίες και η τρίτη ομάδα από 45 υγιή βιολογικά αδέρφια της δεύτερης ομάδας μέσου όρου ηλικίας 32.3 ετών.

Η μέθοδος ξεκινά με την προεπεξεργασία των εικόνων η οποία χωρίζεται σε δύο μέρη, την βασική επεξεργασία εικόνας και την αποθορυβοποίηση. Η βασική επεξεργασία περιλαμβάνει την απόκτηση της κάθε εικόνας της χρονοσειράς, υπολογισμό των παραμέτρων

για την ευθυγράμμιση του κεφαλιού, και υπολογισμό της τρισδιάστατης μοντελοποίησης του κεφαλιού.

Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει την αποθρομβοποίηση των χρονοσειρών με την χρήση wavelet, αναδιοργάνωση του σήματος χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους από το πρώτο μέρος και ένα χρονικό φίλτρο Fourier, όπου η έννοια του χρόνου εδώ σχετίζεται με την αλληλουχία των εικόνων fMRI οι οποίες χρησιμοποιούνται η μία μετά την άλλη για την τρισδιάστατη αναπαράσταση του κεφαλιού.



Εικόνα 28: Σχηματική αναπαράσταση της μεθόδου ανίχνευσης και αφαίρεσης παραμορφώσεων

Η χρήση των wavelet προτιμάται λόγω της ικανότητά τους να ανιχνεύουν ασυνέχειες και μεταβατικά φαινόμενα στα σήματα. Η μέθοδος εδώ κάνει χρήση του Maximal Overlap Discrete wavelet transform, που συναντάται και αλλιώς ως Stationary Wavelet Transform, ο οποίος μετασχηματισμός αποτελεί ειδική περίπτωση του DWT με την διαφορά πως κατά την εξαγωγή των συστατικών του επόμενου επιπέδου ανάλυσης από τα low pass και high pass φίλτρα, δεν πραγματοποιείται υποδειγματοληψία του σήματος κατά 2 αλλά αυξάνουμε την δειγματοληψία κατά 2. Ως αποτέλεσμα ο μετασχηματισμός περιέχει πλεονάζουσα πληροφορία αλλά έχει το πλεονέκτημα πως τα coefficients παραμένουν χρονικά αναλλοίωτα, δηλαδή όλα τα επίπεδα ανάλυσης έχουν την ίδια κλίμακα χρόνου, ιδιότητα που διευκολύνει τον χρονικό εντοπισμό των coefficient πίσω στο αρχικό σήμα. Το wavelet με το οποίο πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός είναι το Daubechies4 (db4). Στην συνέχεια σε κάθε επίπεδο ανάλυσης εξετάζονται περιοχές 2x2 pixel για τοπικά μέγιστα και ελάχιστα, ξεχωριστά για καθένα από τα 2 για τον εντοπισμό μη στατικών γεγονότων. Τα γεγονότα αυτά εμφανίζονται ως συνεκτικές ομάδες από pixel εμφανίζοντας είτε τοπικά μέγιστα είτε ελάχιστα στο ίδιο σημείο του χρόνου σε διαφορετικές συχνότητες. Ένας αλγόριθμος εφαρμόζεται για την ανίχνευση αυτών των συνεκτικών ομάδων και στην συνέχεια αφαιρούνται από το σήμα, θέτοντας τα coefficient αυτά στο 0. Με την αφαίρεση όλων των ομάδων αυτών χρησιμοποιείται ο αντίστροφος μετασχηματισμός wavelet (iMODWT ή iSWT), για την ανακατασκευή του σήματος.

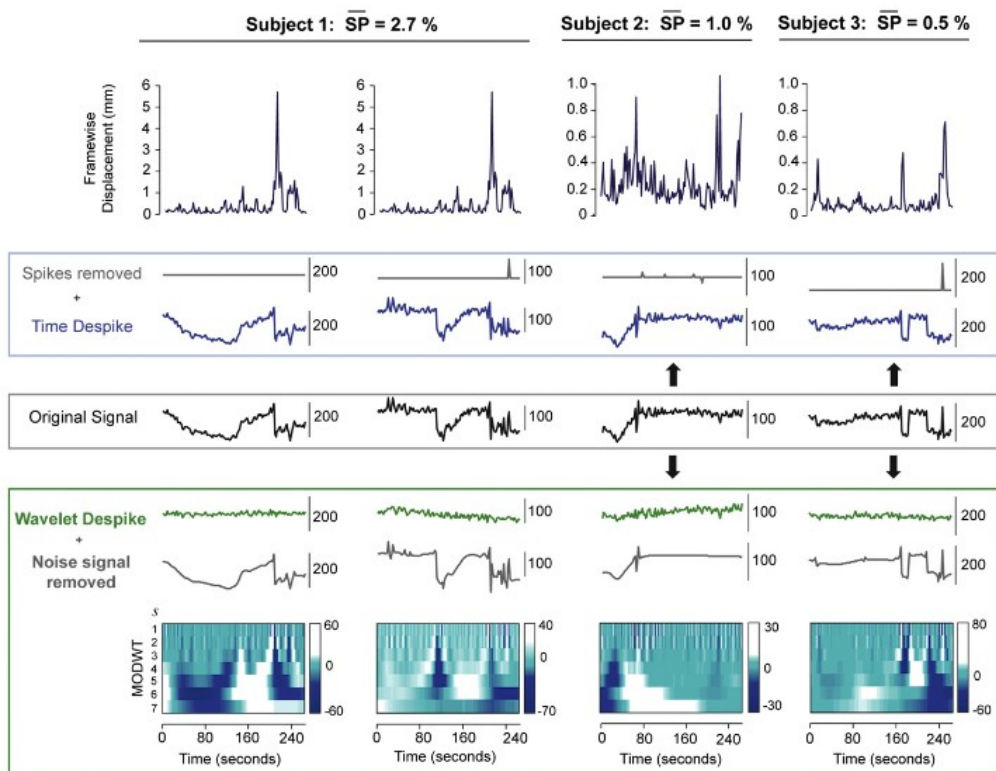
Παράλληλα με την αποθορυβοποίηση wavelet χρησιμοποιήθηκε και μια τυπική μέθοδος που χρησιμοποιείται (υπολογισμός των παραμορφώσεων ως αποκλίσεις από μια τοπική μέση τιμή απόκλισης) για το σκοπό αυτό ώστε να γίνει σύγκριση της απόδοσής τους.

Η απόδοση των μεθόδων εκτιμάται με 4 ποσοτικές μεταβλητές:

- Μετατόπιση στο πεδίο διαστάσεων, όπου υπολογίζεται η απόλυτη μετατόπιση σε κάθε διάσταση
- RMS μετατόπιση, όπου υπολογίζεται η μέση τετραγωνική ρίζα της μετατόπισης σε κάθε διάσταση
- DVARS, όπου είναι η μέση τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης όλων των voxel σε διαφορές από εικόνα σε εικόνα εκφρασμένες ως ποσοστό της διαφοράς στο σήμα.
- Ποσοστό των spikes, όπου εκφράζει το ποσοστό των παραμορφώσεων που υπάρχουν σε μια εικόνα των δεδομένων για οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής αυτής συγκρινόμενα και με την τυπική μέθοδο εμφανίζονται στις παρακάτω εικόνες οι οποίες περιλαμβάνουν δεδομένα με διαφόρων ειδών παραμορφώσεις.





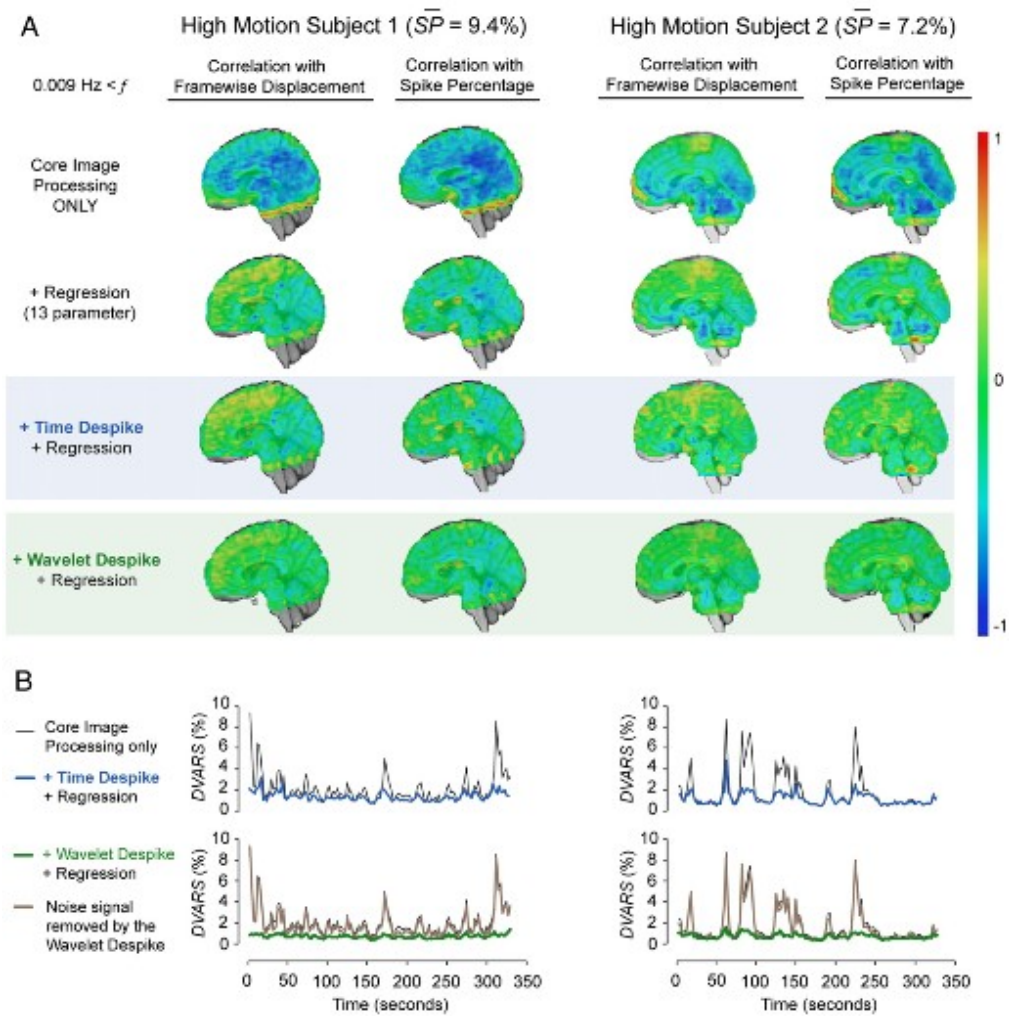
*Εικόνα 29: Εμφανίζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου αποθρομβοποίησης wavelet και της τυπικής μεθόδου σε 3 περιπτώσεις: Μια με μεγάλο ποσοστό κίνησης και δύο με μικρά ποσοστά κίνησης. Είναι ξεκάθαρη η ανωτερότητα της μεθόδου wavelet.*

Παρατηρούμε πως με το μετασχηματισμό wavelet η μέθοδος μπορεί να ανιχνεύσει παραμορφώσεις όλων των ειδών χάρις της ικανότητας του να αναλύει δεδομένα σε πολλαπλές κλίμακες (περιοχές συχνοτήτων) και έτσι να μπορεί να αφαιρέσει αντικείμενα θορύβου υψηλών συχνοτήτων μαζί με συσχετιζόμενα ή μη αντικείμενα χαμηλών συχνοτήτων. Αντιθέτως η τυπική διαδικασία για την αφαίρεση των αντικειμένων θορύβου δεν είναι ικανή να αφαιρέσει πολλά από τα αντικείμενα αυτά γιατί χρησιμοποιεί μέθοδο που βασίζεται σε τοπικό μέσο όρο για την ανίχνευση.

#### 4.4.2 Σχολιασμός της μεθόδου

Οι κινήσεις του κεφαλιού κατά την λήψη εικόνων μαγνητικής τομογραφίας μπορεί να δημιουργήσουν πολύπλοκες μορφές παραμόρφωσης στο πεδίο του χώρου ή και του χρόνου με αποτέλεσμα να είναι καταστρεπτικές για την ποιότητα της εικόνας και της εξαρτώμενης από αυτή διάγνωση. Η αναγραφόμενη μέθοδος η οποία μπορεί να αυτοπροσαρμοστεί σε χωρικές μεταβολές και μπορεί να εκτελεστεί χωρίς την ανθρώπινη καθοδήγηση είναι αποτελεσματική στην αφαίρεση των παραμορφώσεων αυτών.





Εικόνα 30: Εμφανίζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου αποθρομβοποίησης wavelet και της τυπικής μεθόδου σε 2 περιπτώσεις με μεγάλη κίνηση. Εμφανίζονται και τα διαγράμματα DVARS πριν την αποθρομβοποίηση και μετά

# 5

## *Εφαρμογές σε γραφικό*

### *περιβάλλον Matlab*

Στην εφαρμογή αυτή χρησιμοποιήθηκαν ηλεκτροκαρδιογραφήματα από την βάση δεδομένων του MIT-BIH [24] μιας και η εν λόγω συλλογή συναντάται στην συντριπτική πλειοψηφία της βιβλιογραφίας. Τα σήματα πάνω στα οποία έγινε η ανάλυση επιλέχθηκαν τυχαία και είναι τα νούμερο 213 και 200. Το μήκος των σημάτων ήταν 1 λεπτό και όχι το ολόκληρο των 30 λεπτών λόγω περιορισμού του μέγιστου μεγέθους πίνακα που μπορεί να επεξεργαστεί το λογισμικό matlab. Η έκδοση matlab ήταν η R2015a.

Στόχος της εφαρμογής αυτής είναι να δειχθεί με ποιο τρόπο χρησιμοποιούνται τα wavelets στην αναγνώριση και εξαγωγή χαρακτηριστικών του ηλεκτροκαρδιογραφήματος, να γίνουν εμφανή τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου καθώς και βελτιώσεις για την επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας.

### *5.1 Μέθοδος εξαγωγής χαρακτηριστικών ηλεκτροκαρδιογραφήματος με DWT*

Αρχικά φορτώνεται το αρχείο 213m.mat στη matlab το οποίο περιέχει το ηλεκτροκαρδιογράφημα σε μορφή επεξεργάσιμη για το πρόγραμμα.

```
load('213m.mat')
```

Το κάθε ηλεκτροκαρδιογράφημα στην συλλογή έχει υποστεί μικρή προεπεξεργασία έχοντας προστεθεί offset: +1024 μονάδες στο σήμα και gain: +200. Άρα αρχικά αφαιρούμε την προεπεξεργασία από το σήμα για να το μετατρέψουμε σε φυσικές μονάδες (mV) και το αποθηκεύουμε σε ένα πίνακα με όνομα A.

```
A=(val-1024)/200;
```

Προσθέτουμε στο σήμα 100 μηδενικά σημεία στην αρχή και στο τέλος για να είναι δυνατή η σάρωση κινούμενου παραθύρου που θα γίνει στην συνέχεια για τα ακραία σημεία χωρίς να υπάρξει κάποιο πρόβλημα

```
z=zeros(1,100);
```

```
A=[z,A,z];
```

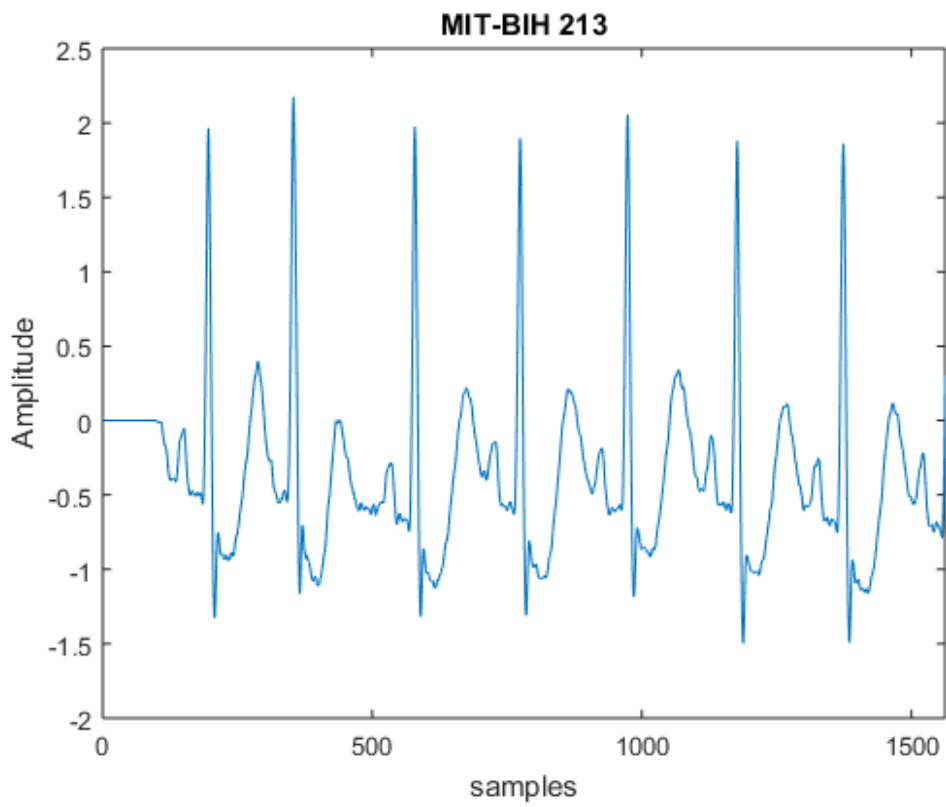
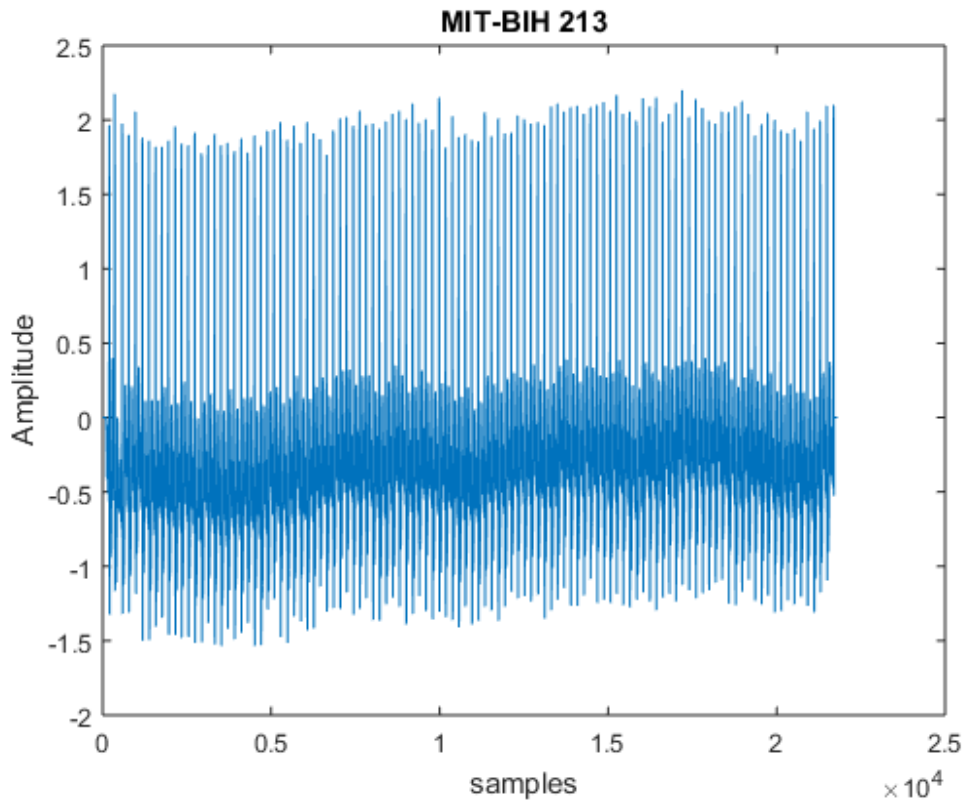
Τελικά έχουμε το εξής σήμα:

```
figure
```

```
plot(A)
```

```
xlabel('samples'); ylabel('Amplitude')
```

```
title('MIT-BIH 213')
```



Παρατηρούμε πως το σήμα αυτό παρουσιάζει μεγάλο λόγο σήματος προς θόρυβο καθώς και επίσης ο θόρυβος παρουσιάζεται σε μεγάλες συχνότητες οι οποίες βρίσκονται εκτός της περιοχής συχνοτήτων των βιοσημάτων του ηλεκτροκαρδιογραφήματος και σε αρκετά χαμηλές συχνότητες με τη μορφή baseline drift. Επίσης το καρδιογράφημα έχει κανονική μορφή και δεν παρουσιάζει συμπτώματα αρρυθμίας ή κάποιο άλλο πρόβλημα. Αυτό θα κάνει την ανάλυση αρκετά εύκολη.

### 5.1.1 Μετασχηματισμός του σήματος

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε μετασχηματισμό wavelet και εξάγουμε τους συντελεστές του σήματος

```
[C, L]=wavedec(A, 5, 'db4');
```

και αποθηκεύουμε τα approximation coefficients μέχρι και το 4ο επίπεδο

```
app1=appcoef(C, L, 'db4', 1);  
app2=appcoef(C, L, 'db4', 2);  
app3=appcoef(C, L, 'db4', 3);  
app4=appcoef(C, L, 'db4', 4);
```

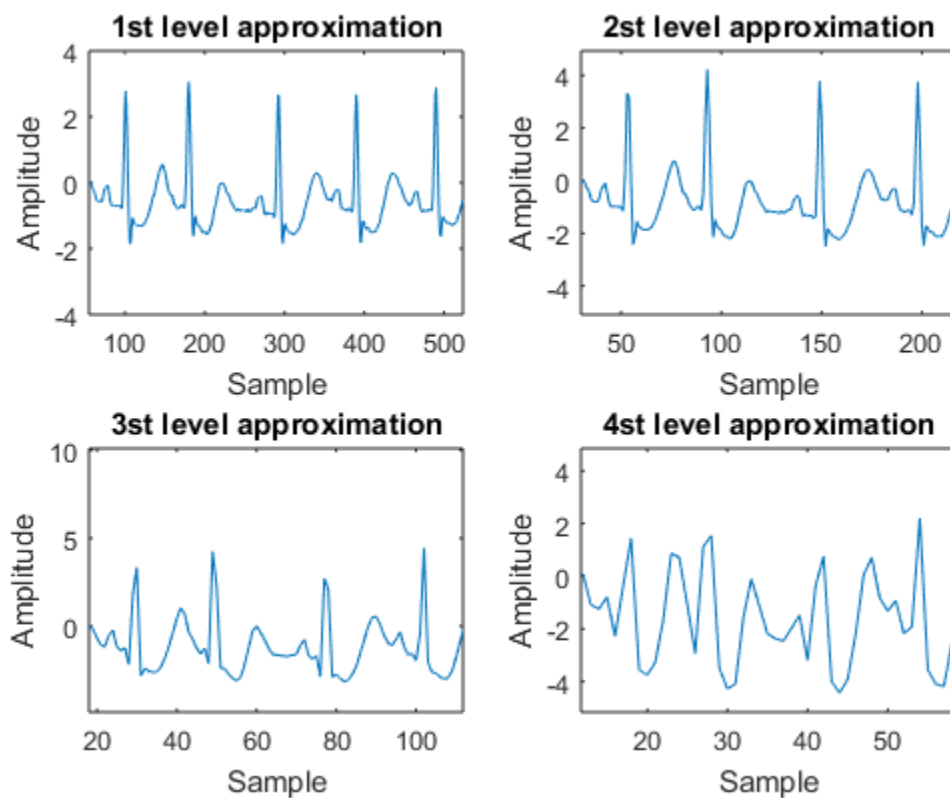
τα οποία έχουν τις εξής γραφικές παραστάσεις

```
figure  
subplot(2,2,1)  
plot(app1)  
xlabel('Sample');ylabel('Amplitude')  
title('1st level approximation')  
subplot(2,2,2)  
plot(app2)
```

```

xlabel('Sample');ylabel('Amplitude')
title('2st level approximation')
subplot(2,2,3)
plot(app3)
xlabel('Sample');ylabel('Amplitude')
title('3st level approximation')
subplot(2,2,4)
plot(app4)
xlabel('Sample');ylabel('Amplitude')
title('4st level approximation')

```



Παρατηρούμε πως το 2ο επίπεδο approximation είναι χωρίς θόρυβο χωρίς να έχουν υποστεί σημαντική αλλοίωση τα βιοσήματα και έτσι θα χρησιμοποιηθεί αυτό το σήμα για την ανίχνευση των P, QRS, T κορυφών. Παρατηρούμε επίσης πως το 1ο επίπεδο approximation περιέχει τα μισά samples από το αρχικό σήμα και κάθε επόμενο επίπεδο approximation

περιέχουν τα μισά samples από το προηγούμενο.

### 5.1.2 Ανίχνευση των P-QRS-T κορυφών

Για την ανίχνευση των κορυφών P,QRS,T αρχικά θα βρούμε τις R κορυφές και έπειτα χρησιμοποιώντας την θέση κάθε R κορυφής θα ψάξουμε να βρούμε τοπικά ελάχιστα και μέγιστα σε μικρές περιοχές πριν και μετά τη κάθε R κορυφή.

Για την ανίχνευση της R κορυφής με απλή παρατήρηση βλέπουμε πως κάθε R σημείο έχει πλάτος αρκετά μεγάλο σε σχέση με το υπόλοιπο σήμα. Άρα βρίσκοντας το ολικό μέγιστο του σήματος και θεωρώντας ένα ποσοστό αυτού μπορούμε να πούμε πως κάθε σημείο με πλάτος μεγαλύτερο του ποσοστού θα είναι R κορυφή.

Άρα έστω max1 το ολικό μέγιστο

```
max1=max(app2);
```

```
max1=max1*0.6;
```

```
Pr=find(app2>max1);
```

Στον πίνακα Pr θα έχουμε όλες τις πιθανές R περιοχές. Επειδή όμως μπορεί κάθε R περιοχή να αποτελείται από παραπάνω από ένα σημείο, είναι σκόπιμο να διώξουμε τα πλεονάζον σημεία και να κρατήσουμε μόνο ένα. Παρατηρούμε από το σήμα πως κάθε R περιοχή στο 2ο επίπεδο approximation απέχει περίπου 80 samples από την επόμενη. Άρα κάποιο πιθανό σημείο που βρίσκεται σε απόσταση μικρότερη από 80 samples θα διαγράφεται.

Έχουμε λοιπόν:

```
Pr2=[];
```

```
last=Pr(1);
```

```
Pr2=[Pr2 last];
```

```
for i=2:1:length(Pr)
```

```

    if (Pr(i) > (last+40))
        last=Pr(i);
        Pr2=[Pr2 last];
    end
end

```

Στο σημείο αυτό ο πίνακας Pr2 έχει τις πιθανές τοποθεσίες για τις R κορυφές. Μπορεί να μην είναι οι ακριβείς θέσεις γιατί στο σημείο αυτό δεν εξετάζεται το πλάτος κάθε σημείου αλλά μόνο η θέση του σε σχέση με τα άλλα σημεία. Επιπροσθέτως επειδή το 2ο επίπεδο approximation έχει υποστεί υποδειγματοληψία στο 1/4 αριθμό δειγμάτων σε σχέση με το αρχικό σήμα, τα σημεία των κορυφών R στο πραγματικό σήμα δεν θα είναι ακριβώς στο τετραπλάσιο σημείο απ' ότι δείχνει ο πίνακας Pr2 αλλά σε μια μικρή περιοχή κοντά σε αυτό.

Χρησιμοποιούμε ένα κινούμενο παράθυρο το οποίο εξετάζει σε μια περιοχή +-20 δειγμάτων στο αρχικό σήμα γύρω από κάθε σημείο του πίνακα Pr2, βρίσκει το μέγιστο και καταγράφει τη θέση και το πλάτος του. Το σημείο αυτό θα είναι και το πραγματικό σημείο R στο αρχικό σήμα.

```

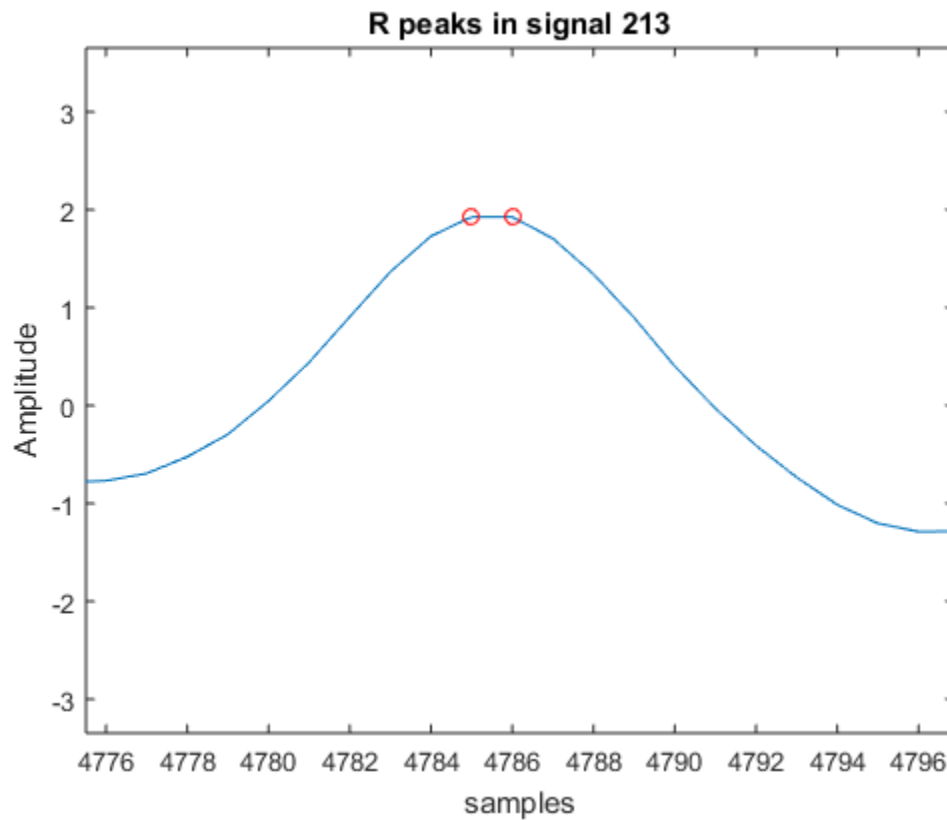
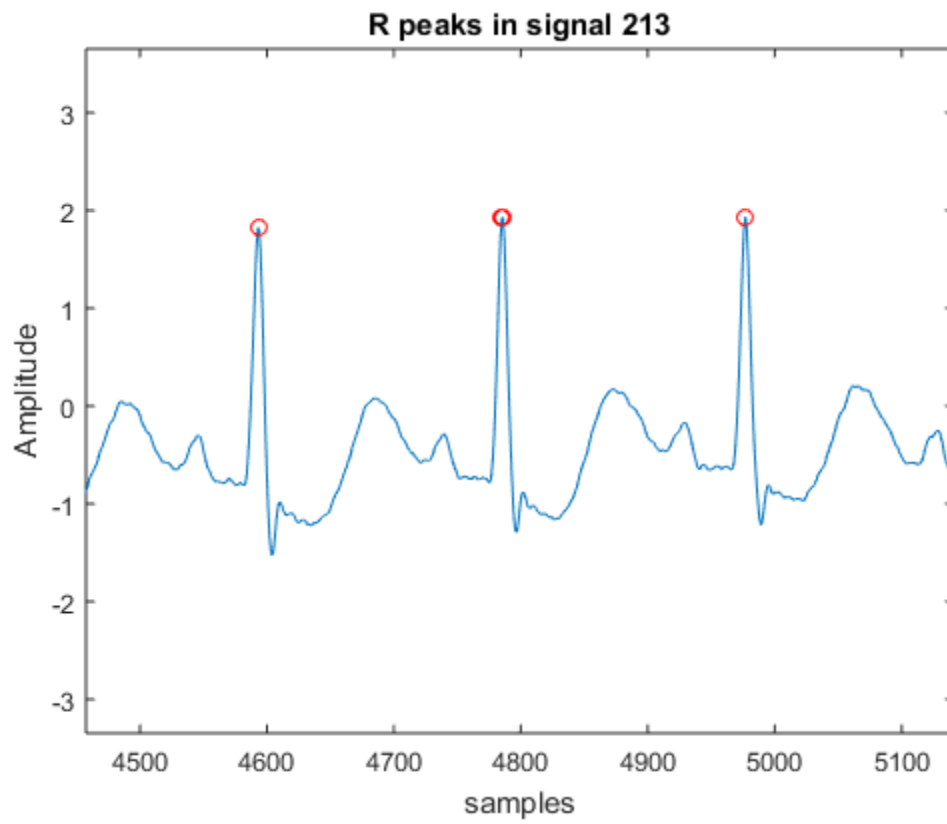
Pr2=Pr2*4;
Rloc=[];
for i=1:1:length(Pr2)
    window=[Pr2(i)-20:Pr2(i)+20];
    max2=max(A(window));
    l=find(A(window)==max2);
    pos=window(l);
    Rloc=[Rloc pos];
end
Ramp=A(Rloc);

```

Το κινούμενο παράθυρο όμως παρουσιάζει το εξής μειονέκτημα: Είναι δυνατόν μια R κορυφή να βρίσκεται μέσα σε 2 διαδοχικά παράθυρα και έτσι να καταγραφεί η κορυφή



λανθασμένα δύο φορές, μια σε κάθε παράθυρο. Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν μια τέτοια περίπτωση:



Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να καταγραφούν από τον αλγόριθμο παραπάνω αριθμός R κορυφών απ ότι πραγματικά έχει ανιχνεύσει και έτσι να υπάρξει πρόβλημα στην αξιολόγηση της απόδοσης του.

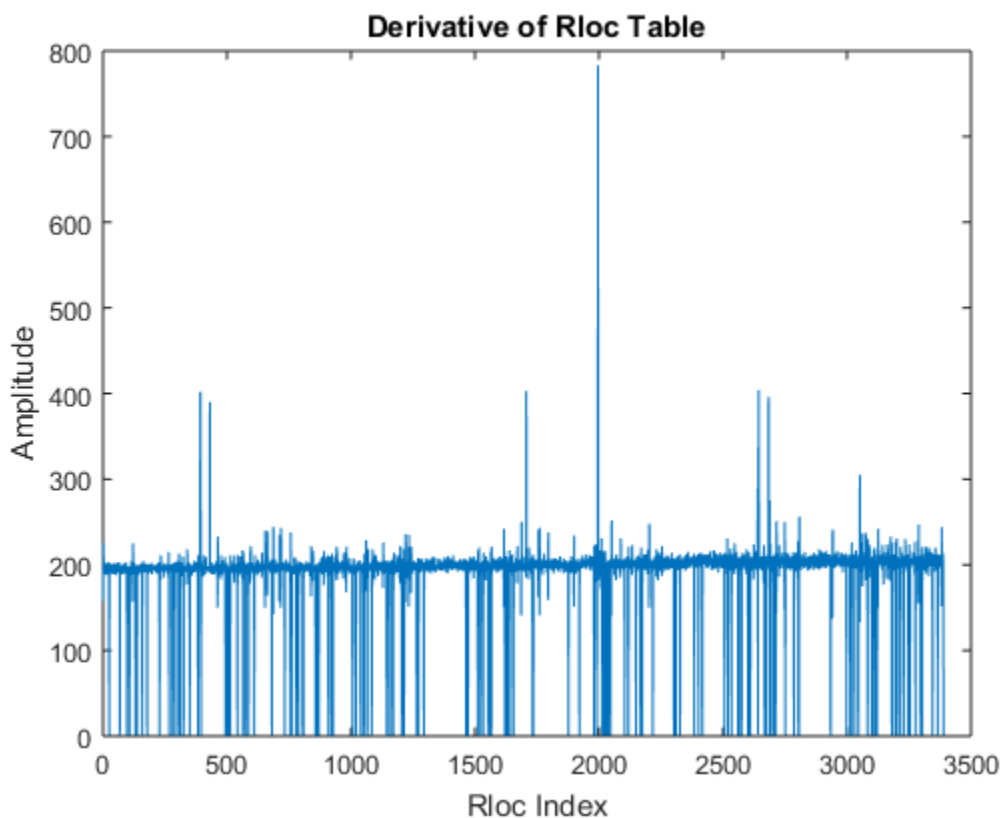
Η ύπαρξη τέτοιων διπλότυπων σημείων μπορεί να ανιχνευθεί εύκολα με την εξής μέθοδο:

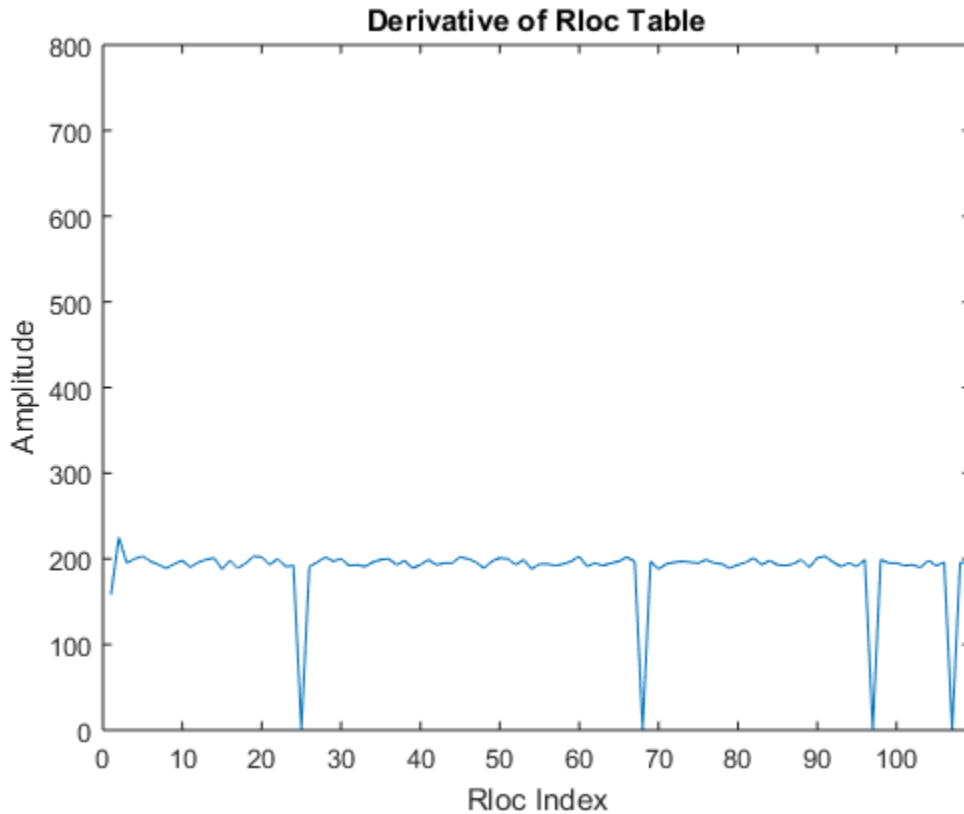
Έχοντας τον τελικό πίνακα με τις θέσεις των R κορυφών, Rloc, παίρνουμε την παράγωγο του πίνακα. Όπου υπάρχουν διπλές σημειώσεις σε R κορυφές η παράγωγος θα πρέπει να τείνει στο 0.

Πράγματι έχουμε:

```
test_m=diff(Rloc);  
  
figure  
plot(test_m)  
  
title('Derivative of Rloc Table');  
  
xlabel('Sample');  
  
ylabel('Amplitude');
```

όπου μας δίνει το εξής διάγραμμα





Πράγματι αν δούμε τον πίνακα Rloc στις θέσεις 25 και 26 οι τιμές για τις θέσεις των R κορυφών που έχουν αποθηκευτεί είναι

	23	24	25	26	27	28	29
1	4202	4402	4593	4785	4786	4977	5173

και αντιστοιχούν στα δύο διαδοχικά σημεία που δείχτηκαν παραπάνω.

Για να εξαλείψουμε όλα τα παραπάνω διπλά σημεία αρκεί να υπολογίσουμε στον πίνακα Rloc την διαφορά όλων των διαδοχικών τιμών και όταν αυτή βρεθεί μικρότερη από μια τιμή, εδώ 30 samples, να διαγράφεται μια από τις δύο.

Άρα έχουμε

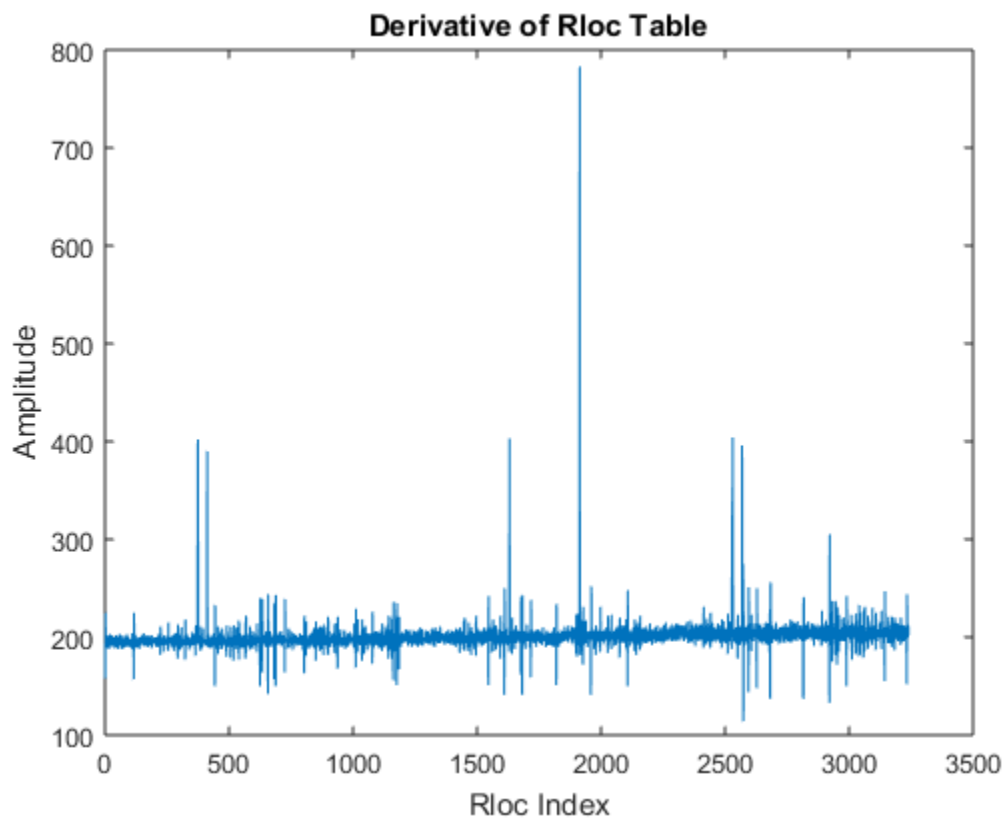
```
for i=2:1:length(Rloc)
```

```

if Rloc(i) - Rloc(i-1) < 30
    Rloc(i) = NaN;
end
end
end
Rloc(isnan(Rloc)) = [];

```

Έτσι με την προσθήκη αυτή υπολογίζοντας ξανά τον πίνακα των παραγώγων βρίσκουμε:



Παρατηρούμε πως πλέον δεν υπάρχει σημείο του πίνακα όπου η παράγωγος να τείνει στο 0, και ο αριθμός των R κορυφών που έχει ανιχνευθεί είναι ο πραγματικός.

Έχουμε βρει όλα τα σημεία R με συντεταγμένες (Rloc,Ramp).

```

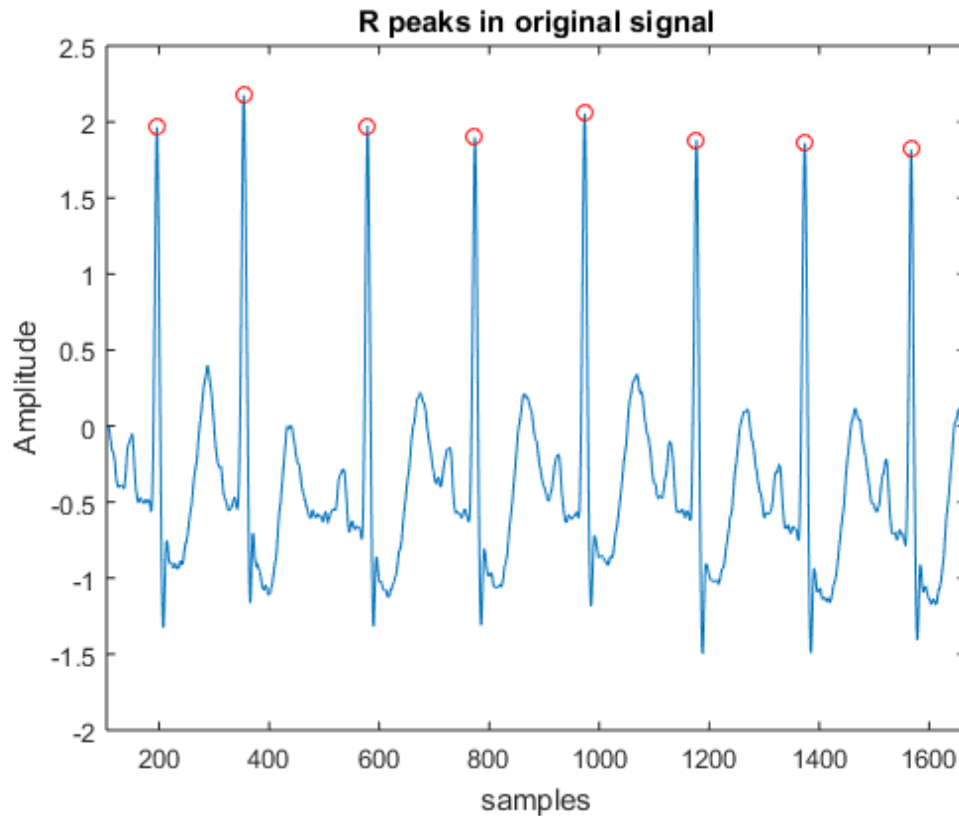
figure
plot(A)
hold on

```

```

plot(Rloc,Ramp,'ro')
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('R peaks in original signal')

```



Έχοντας βρει τις R κορυφές μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε ως βάση για την εύρεση των υπόλοιπων κορυφών. Για τις P κορυφές εξετάζουμε στο αρχικό σήμα 60 σημεία πριν από κάθε κορυφή R και βρίσκουμε το μέγιστο το οποίο θα είναι η P κορυφή.

```

For j=1:1:length(Rloc)
    windowP=[Rloc(1,j)-60:Rloc(1,j)-10];
    maxP=max(A(windowP));
    b=find(A(windowP)==maxP);
    b=b(1);
    b=windowP(b);
    Ploc(1,j)=b;
    Pamp(1,j)=maxP;
end

```

Έχουμε όλα τα σημεία P με συντεταγμένες (Ploc,Pamp).

Όμοια με πριν οι κορυφές Q θα είναι τα ελάχιστα σε περιοχή 20 σημείων πριν από κάθε R κορυφή.

```
For j=1:1:length(Rloc)
    windowQ=[Rloc(1,j)-20:Rloc(1,j)-10];
    minQ=min(A(windowQ));
    b=find(A(windowQ)==minQ);
    b=b(1);
    b=windowQ(b);
    Qloc(1,j)=b;
    Qamp(1,j)=minQ;
end
```

Έχουμε όλα τα σημεία Q με συντεταγμένες (Qloc,Qamp).

Οι κορυφές S θα είναι τα ελάχιστα σε περιοχή 50 σημείων μετά από κάθε R κορυφή.

```
For j=1:1:length(Rloc)
    windowS=[Rloc(1,j)+5:Rloc(1,j)+50];
    minS=min(A(windowS));
    b=find(A(windowS)==minS);
    b=b(1);
    b=windowS(b);
    Sloc(1,j)=b;
    Samp(1,j)=minS;
end
```

Έχουμε όλα τα σημεία S με συντεταγμένες (Sloc,Samp).

Τέλος οι κορυφές T θα είναι τα μέγιστα σε κάθε περιοχή 100 σημείων μετά από κάθε R κορυφή.

```
For j=1:1:length(Rloc)
    windowT=[Rloc(1,j)+25:Rloc(1,j)+100];
    maxT=max(A(windowT));
    b=find(A(windowT)==maxT);
    b=b(1);
    b=windowT(b);
    Tloc(1,j)=b;
    Tamp(1,j)=maxT;
end
```

Έχουμε όλα τα σημεία T με συντεταγμένες (Tloc,Tamp).

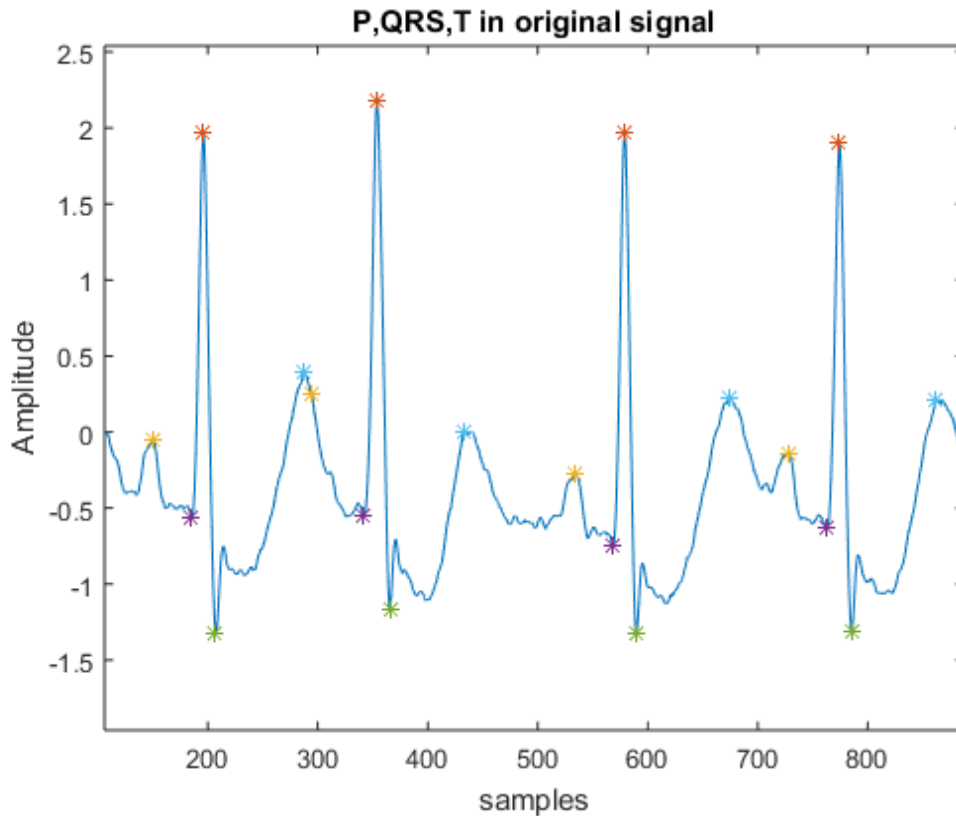
Άρα τελικά έχουμε:

```
figure
plot(A)
hold on
plot(Rloc,Ramp,'*')
hold on
plot(Ploc,Pamp,'*')
hold on
plot(Qloc,Qamp,'*')
hold on
plot(Sloc,Samp,'*')
hold on
```

```

plot(Tloc,Tamp, '*')
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('P,QRS,T in original signal')

```



Παρατηρούμε πως εξαιρουμένης της δεύτερης P κορυφής η οποία έχει επικαλυφθεί από τη T κορυφή του προηγούμενου συμπλέγματος ο αλγόριθμος αυτός έχει βρει με επιτυχία όλα τα σημεία ενδιαφέροντος.

### 6.1.3 Σχολιασμός της μεθόδου

Βλέπουμε πως η μέθοδος αυτή είναι αρκετά απλή στην κατανόηση και στη εφαρμογή της, αλλά μπορεί να επιφέρει καλή ακρίβεια μόνο σε σήματα τα οποία παρουσιάζουν ελάχιστο ως καθόλου θόρυβο και σε φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας καρδιάς. Αυτό συμβαίνει κυρίως γιατί έχουμε χρησιμοποιήσει σε μικρό βαθμό τα πλεονεκτήματα που προσφέρει ο μετασχηματισμός wavelet στην απαλοιφή θορύβου καθώς και η μέθοδος ανίχνευσης των R κορυφών δεν είναι αρκετά αποτελεσματική.



Πιο συγκεκριμένα η ανάλυση πραγματοποιείται μόνο σε ένα approximation ενός επιπέδου μόνο, το οποίο έχει επιλεγεί με οπτική παρατήρηση καθιστώντας το επιρρεπή σε σφάλματα αφού εμπεριέχεται ο ανθρώπινος παράγοντας ο οποίος επίσης δεν είναι επιθυμητός αφού θέλουμε η διαδικασία να είναι πλήρως αυτοματοποιημένη. Ακόμα επιλέγοντας μόνο approximation ενός επιπέδου έχουμε αρκετά περιορισμένη αφαίρεση θορύβου και μόνο σε υψηλές συχνότητες ενώ παρουσία θορύβου σε συχνότητες πιο κοντά στις συχνότητες των βιοσημάτων θα καθιστούσε την ανάλυση πιθανώς αδύνατη.

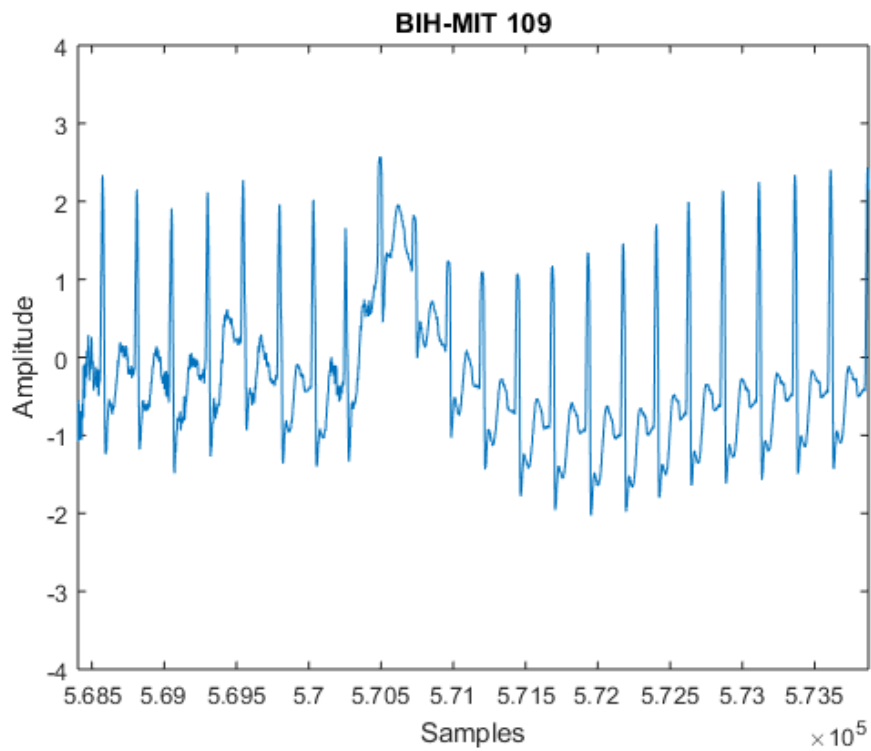
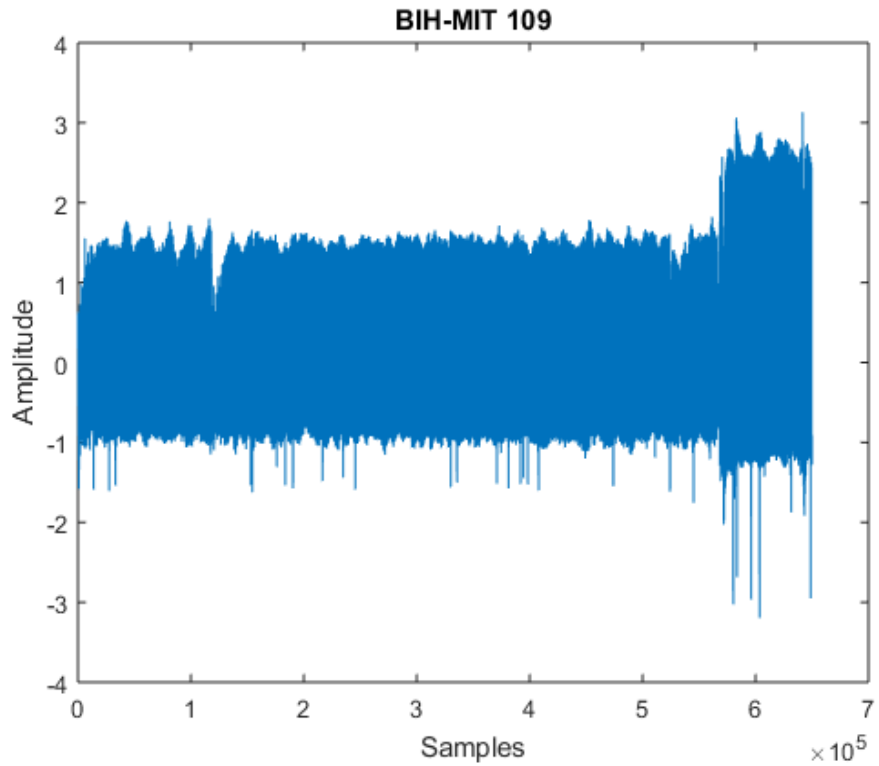
## **5.2 Μέθοδος εξαγωγής χαρακτηριστικών του ηλεκτροκαρδιογραφήματος με SWT**

Κάνοντας βελτιώσεις στη παραπάνω μέθοδο παρουσιάζουμε στη συνέχεια μια βελτιωμένη η οποία είναι αρκετά πιο ανθεκτική σε θόρυβο καθώς και παρουσιάζει μεγάλη ακρίβεια και σε μη φυσιολογικές συνθήκες λειτουργίας καρδιάς.

Στην περίπτωση αυτή η επεξεργασία θα γίνει στο σήμα από το αρχείο 109.mat της συλλογής MIT-BIH.

Το σήμα είναι το εξής:

```
load('109m.mat')
A=(val-1024)/200;
figure
plot(A)
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('MIT-BIH 109')
```



Παρατηρούμε πως το σήμα αυτό έχει προσβληθεί από θόρυβο υψηλών συχνοτήτων καθώς και μετατόπιση της γραμμής βάσης. Επίσης παρουσιάζει μη φυσιολογική λειτουργία

καρδιάς καθώς και R κορυφές εμφανίζονται και αρνητική πολικότητα.

### 5.2.1 Μετασχηματισμός του σήματος

Στην μέθοδο αυτή θα χρησιμοποιήσουμε το sym4 wavelet έναντι του db4 που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως.

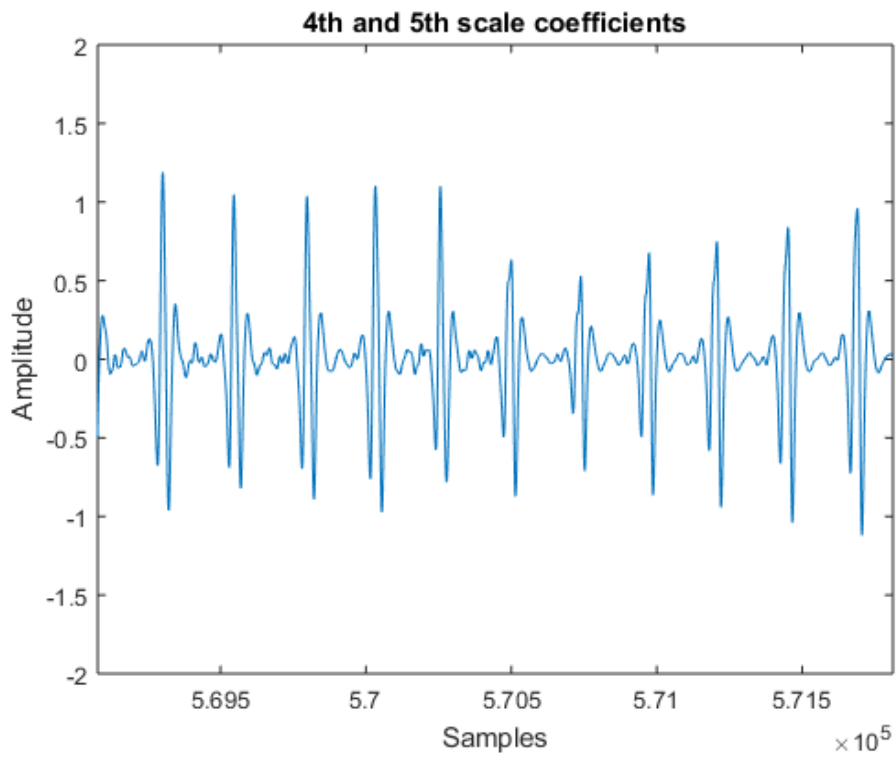
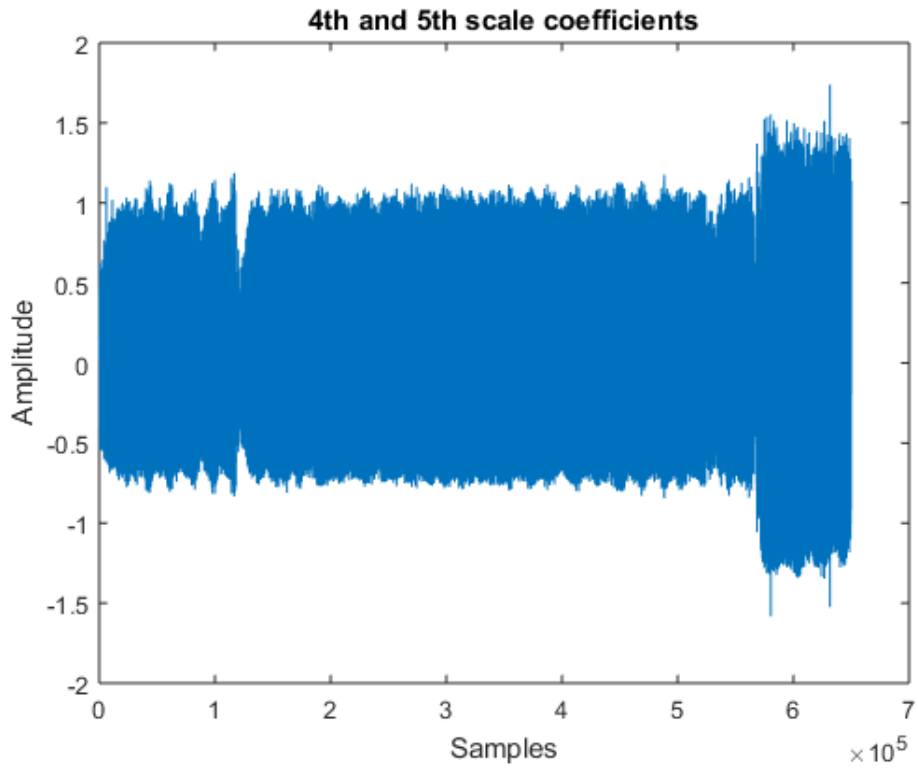
Η μέθοδος αυτή θα ανιχνεύει R κορυφές όπου και να βρίσκονται στο σήμα. Θα χρησιμοποιήσουμε stationary wavelet transform αντί για του discrete wavelet transform γιατί με το πρώτο δεν πραγματοποιούμε υποδειγματοληψία σε κάθε επίπεδο και έτσι είναι αρκετά πιο εύκολη η μετάβαση των συντεταγμένων των R κορυφών από το επίπεδο που γίνεται η ανάλυση στο αρχικό σήμα. Προϋπόθεση για την εφαρμογή του stationary wavelet transform είναι το αρχικό σήμα να έχει μέγεθος σε samples τόσο ώστε να διαιρείται με το  $2^N$  όπου N το μέγιστο επίπεδο αποσύνθεσης, εδώ το  $2^5$ .

Από την ανάλυση αυτή θα κρατήσουμε μόνο το 4ο και 5ο επίπεδο coefficients μιας και το συχνοτικό περιεχόμενό τους είναι αυτό που συμπίπτει με το συχνοτικό περιεχόμενο του QRS συμπλέγματος. Το 4ο επίπεδο περιέχει συχνότητες στο διάστημα [11,25, 22,5) Hz και το 5ο επίπεδο περιέχει συχνότητες στο διάστημα [5,625, 11,25) Hz.

```
coefs=swt(A,5,'sym4');  
coefs2=zeros(size(coefs));  
coefs2(4:5,:)=coefs(4:5,:);  
y=iswt(coefs2,'sym4');
```

Έχουμε λοιπόν το σήμα y:

```
figure  
plot(y)  
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')  
title('4th & 5th scale coefficients')
```



Το πλεονέκτημα που παρουσιάζει η μη υποδειγματοληψία του stationary wavelet transform σε αντίθεση με του discrete wavelet transform είναι στο γεγονός πως τα

αποτελέσματα της ανάλυσης των coefficients μπορεί να αποτυπωθεί αμέσως στο αρχικό σήμα χωρίς παραπάνω επεξεργασία του πίνακα με τις θέσεις των R κορυφών (πολλαπλασιασμό επί το λόγο υποδειγματοληψίας και εφαρμογή διαδικασίας για την ακριβή εύρεση της θέσης των κορυφών στο αρχικό σήμα).

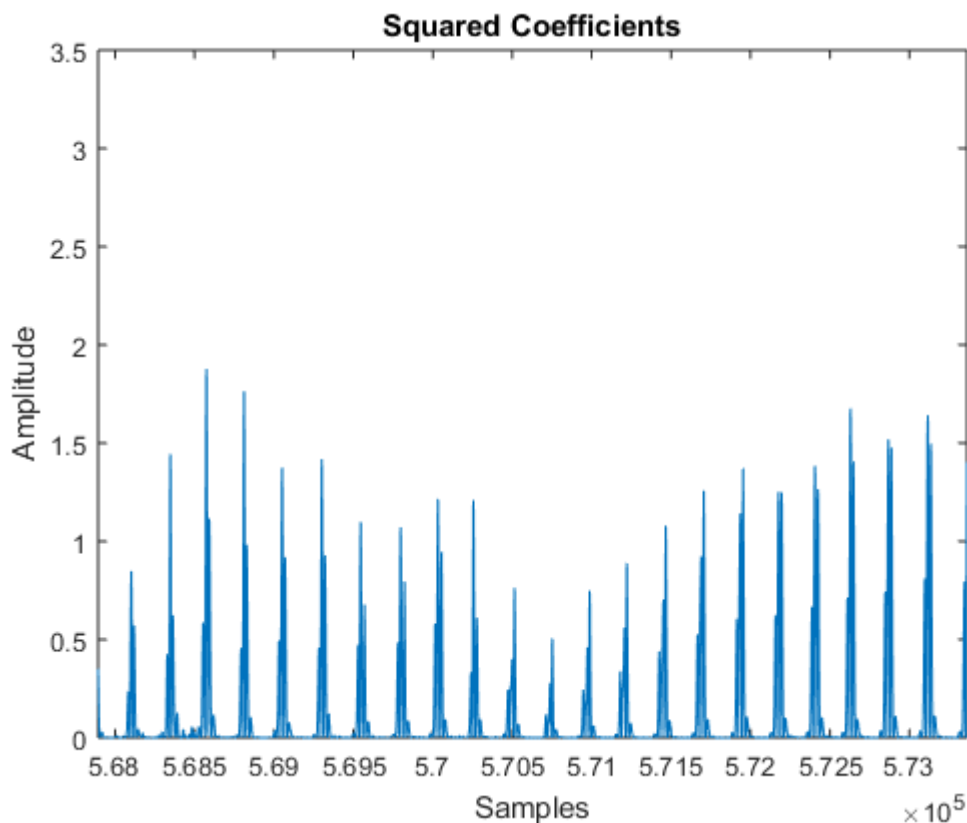
### 5.2.2 Ανίχνευση R κορυφών

Στην συνέχεια τετραγωνίζουμε τις τιμές του πίνακα y για να γίνουν οι κορυφές πιο εμφανείς σε σχέση με το υπόλοιπο σήμα αλλά και για να είναι δυνατόν να ανιχνευθούν οι αρνητικές κορυφές:

$y = \text{abs}(y)$  ;

$y = y.^2$  ;

Έτσι έχουμε το εξής σήμα:



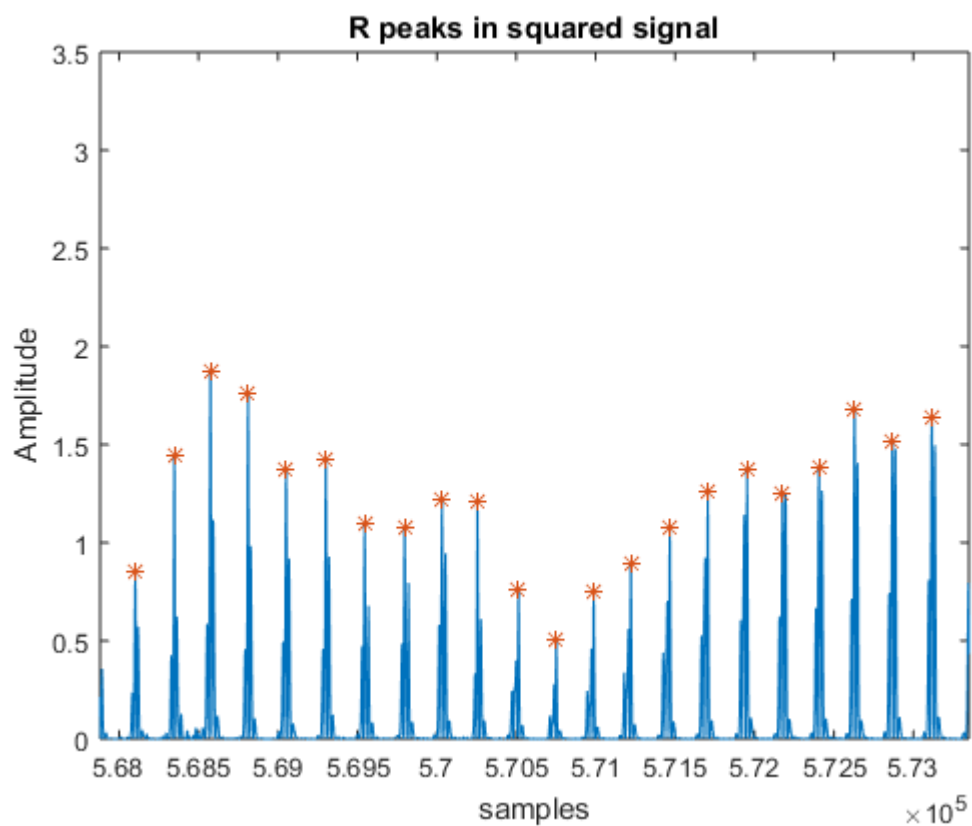
Η εύρεση πλέον των R κορυφών είναι εύκολη υπόθεση: Εφαρμόζουμε αλγόριθμο εύρεσης κορυφών με κατώτερο όριο κορυφής 0.35 και ελάχιστη απόσταση από κορυφή σε

κορυφή 55 samples.

```
[Ramp,Rloc]=findpeaks(y,'MinPeakHeight',0.35,'MinPeakDistance',55);
```

Και έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

```
plot(y)
hold on
plot(Rloc,Ramp,'ro')
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('R peaks in squared signal')
```



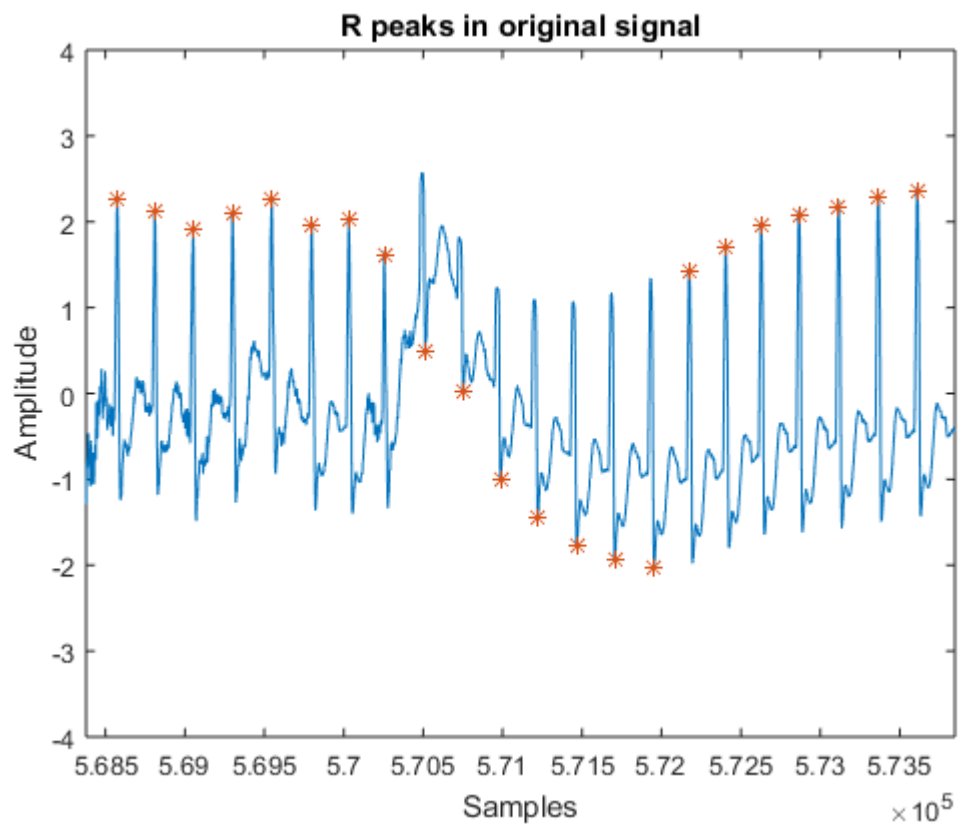
Τέλος εκμεταλλευόμαστε το γεγονός ότι η ανάλυση έγινε χωρίς αλλαγή του αριθμού των samples του σήματος και οι τιμές του πίνακα Rloc αντιπροσωπεύουν και τις θέσεις των

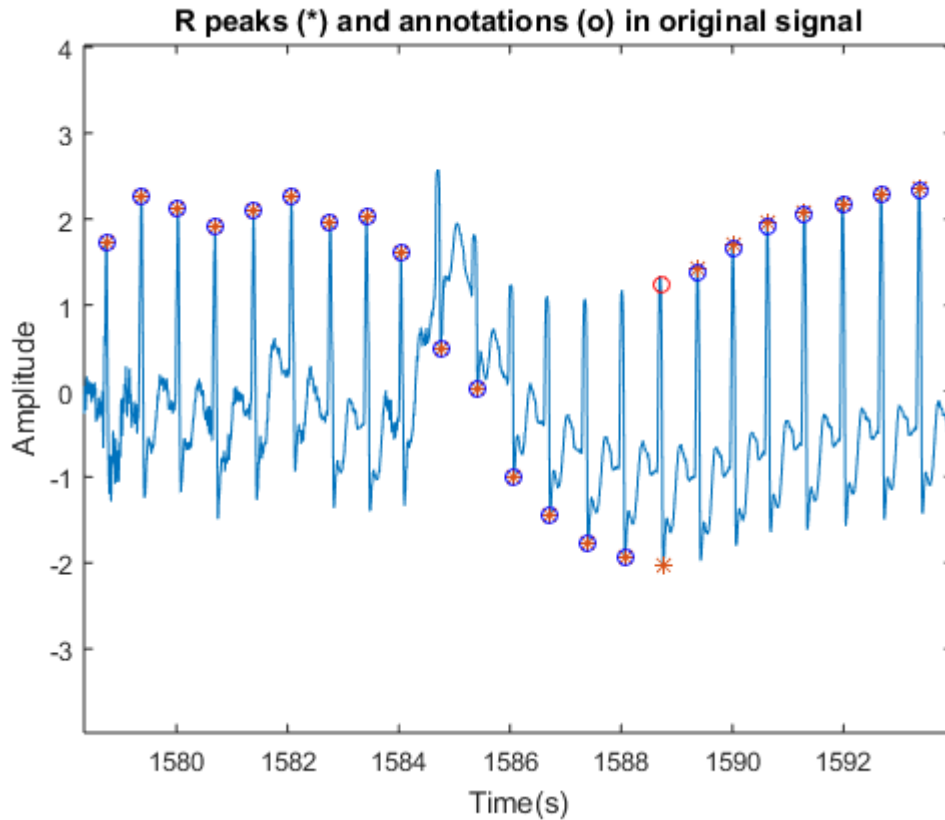
κουφών στο αρχικό σήμα και έχουμε τις συντεταγμένες των R κορυφών ως:

$$R_{ramp} = A(R_{loc}) ;$$

όπου  $R_{ramp}$  είναι οι τιμές πλάτους των R κορυφών στο αρχικό σήμα.

Άρα τελικά έχουμε:





Επίσης παρουσιάζεται παρακάτω το ίδιο στιγμιότυπο μαζί με annotations από ειδικό τα οποία δείχνουν τις πραγματικές θέσεις των R κορυφών. Παρατηρούμε πως η μέθοδος αυτή μπορεί να βρει όλες τις κορυφές εκτός μιας στο στιγμιότυπο αυτό.

### 5.2.3 Σχολιασμός της μεθόδου

Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει ένα πλήρως αυτοματοποιημένο τρόπο ανίχνευσης R κορυφών σε ηλεκτροκαρδιογράφημα με προϋποθέσεις ως εξής: Ο ρυθμός δειγματοληψίας να είναι 360Hz και το σήμα έχει αριθμό samples που να διαιρούνται ακριβώς με το  $2^5$ . Αυτό συμβαίνει γιατί πρέπει να συμπίπτει το συχνοτικό περιεχόμενο των 4ου και 5ου επιπέδου detail coefficients με το συχνοτικό περιεχόμενο του QRS συμπλέγματος και για να είναι δυνατή η εφαρμογή του stationary wavelet transform αντίστοιχα. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση σε θόρυβο λόγω του τύπου φίλτραρίσματος καθώς και σε μη φυσιολογικές λειτουργίες καρδιάς.



### 5.3 Ποιοτική σύγκριση των δύο μεθόδων με βάση το σήμα *mit109.mat* της συλλογής MIT-BIH

Εφαρμόζουμε την πρώτη μέθοδο στο σήμα *mit109.mat* για να γίνουν εμφανείς οι διαφορές των δύο μεθόδων.

Αρχικά φορτώνουμε το σήμα, αφαιρούμε την προεπεξεργασία, και στην συνέχεια με χρήση μετασχηματισμού με το db4 wavelet παίρνουμε τα approximations μέχρι και το 4ο επίπεδο.

```
A=(val-1024)/200;
[C,L]=wavedec(A,4,'db4');
app1=appcoef(C,L,'db4',1);
app2=appcoef(C,L,'db4',2);
app3=appcoef(C,L,'db4',3);
app4=appcoef(C,L,'db4',4);
```

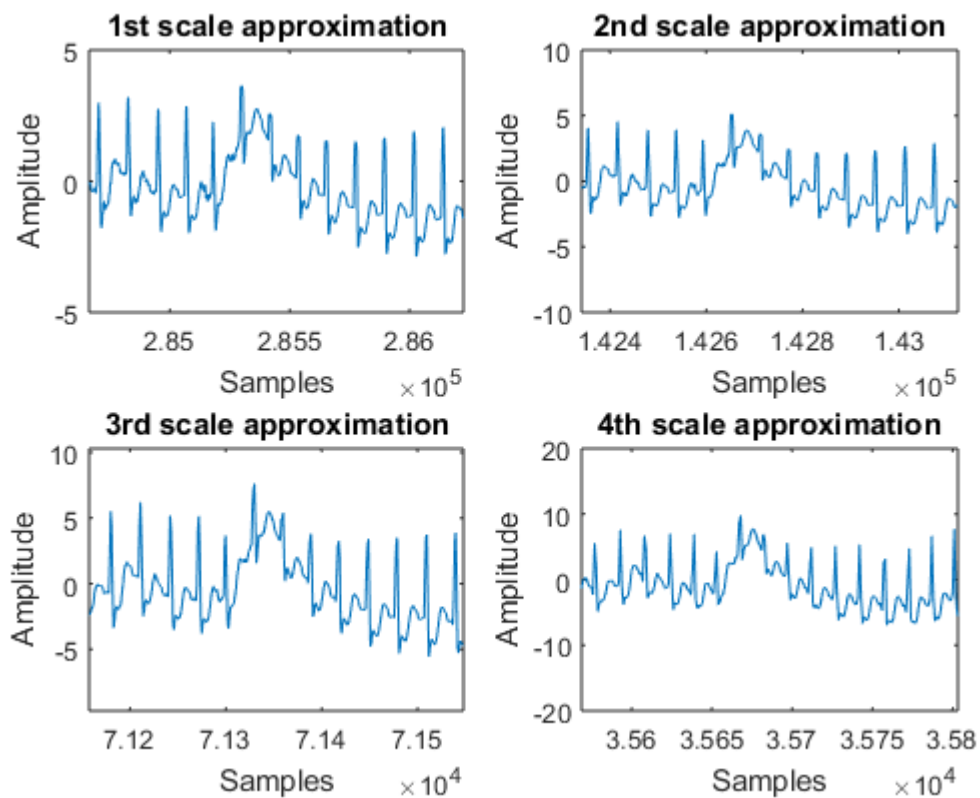
Έτσι έχουμε τα εξής σήματα

```
figure
subplot(221)
plot(ca1)
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('1st scale approximation')
subplot(222)
plot(ca2)
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('2nd scale approximation')
subplot(223)
plot(ca3)
```

```

xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('3rd scale approximation')
subplot(224)
plot(ca4)
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('4th scale approximation')

```



Στο σημείο αυτό όπως και προηγουμένως παίρνουμε το 2ο επίπεδο approximation για περαιτέρω ανάλυση.

Στην συνέχεια εκτελούμε τον αλγόριθμο για την εύρεση των R κορυφών. Αρχικά βλέπουμε πως το μέγιστο πλάτος στο σήμα είναι 4,17mV ενώ οι R κορυφές έχουν πλάτος που κινείται από το 1mV. Έτσι το ποσοστό πάνω από το οποίο θα αναζητηθούν πιθανές R κορυφές είναι το 25% του μεγίστου.

```

y1=app2;
m1=max(y1)*.25;
P=find(y1>m1);
P1=P;
P2=[];
last=P1(1);
P2=[P2 last];
for i=2:1:length(P1)
    if(P1(i)>(last+10))
        last=P1(i);
        P2=[P2 last];
    end
end
end

```

Στην συνέχεια προσαρμόζουμε τις συντεταγμένες των R κορυφών στο αρχικό σήμα

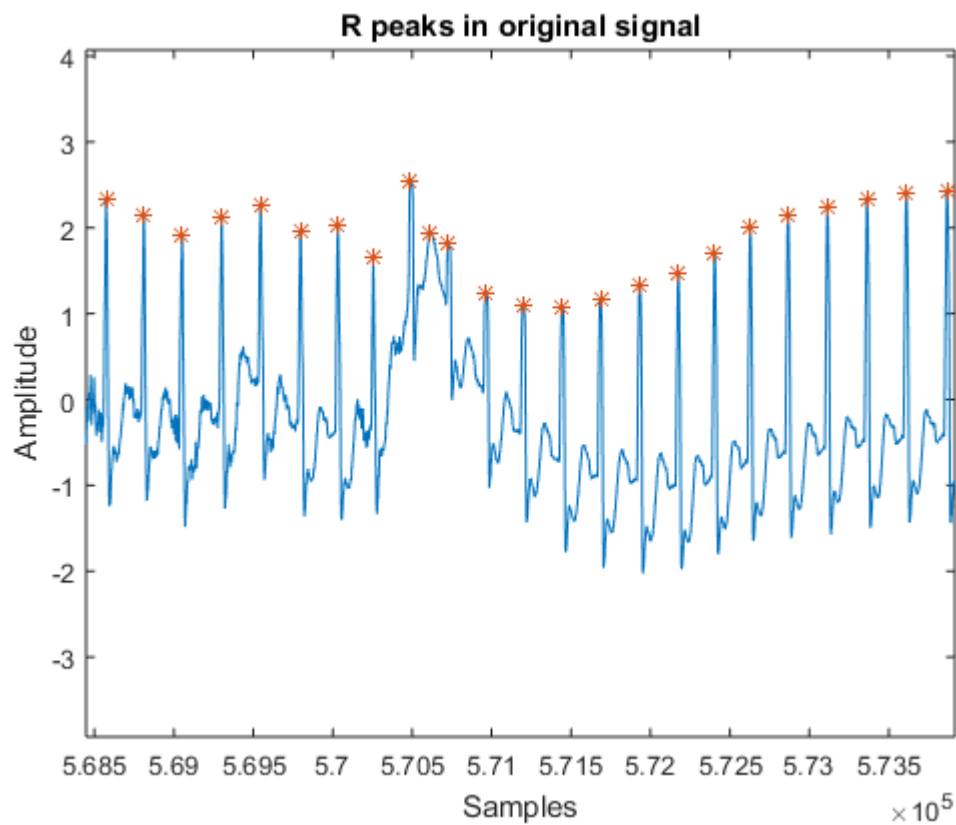
```

P3=P2*4;
Rloc=[];
for i=1:1:length(P3)
    range=[P3(i)-20:P3(i)+20];
    m=max(A(range));
    l=find(A(range)==m);
    pos=range(l);
    Rloc=[Rloc pos];
end
Ramp=A(Rloc);

```

Τέλος εμφανίζουμε τα αποτελέσματα:

```
figure
plot(A)
hold on
plot(Rloc,Ramp,'ro')
xlabel('samples');ylabel('Amplitude')
title('R peaks in original signal')
```



Είναι φανερό πως υπάρχει αριθμός R κορυφών με αρνητικό πλάτος και ο αλγόριθμος δεν μπορεί να τις ανιχνεύσει. Στις ανεστραμμένες αυτές κορυφές βλέπουμε πως η αντίστοιχη Q κορυφή έχει πλάτος συγκρίσιμο και σε ορισμένες περιπτώσεις μεγαλύτερο από κάποιες R κορυφές. Είναι δυνατό να αφαιρεθεί η λανθασμένη συμπερίληψη Q κορυφών στην ανίχνευση αυξάνοντας το κατώτερο όριο πλάτους αλλά θα χαθούν από την ανίχνευση πραγματικές R κορυφές.

Παρατηρούμε πως δεν υπάρχει ιδανικό κατώτερο όριο πλάτους καθώς και καμία τιμή δεν μπορεί να δώσει άριστη ακρίβεια στην ανίχνευση. Η επιλογή που έγινε για το κατώτερο όριο ανιχνεύει σωστά τις R κορυφές με θετικό πλάτος αλλά έχει συμπεριλάβει και Q κορυφές μειώνοντας παραπάνω την ακρίβεια του αλγορίθμου.

## **5.4 Ποσοτική σύγκριση των δύο μεθόδων με βάση την διαθέσιμη ΒΙΗ-MIT συλλογή**

### **5.4.1 Ποσοτικές μεταβλητές ευαισθησίας και ακρίβειας**

Πιο αποτελεσματική μέθοδος για τον ακριβή υπολογισμό της απόδοσης κάθε αλγορίθμου είναι με τη χρήση στατιστικής ανάλυσης και την εύρεση της ευαισθησίας και ακρίβειας της κάθε μεθόδου.

Η ευαισθησία, ή αλλιώς True Positive Rate, εκφράζει τον λόγο των σωστά ανιχνευμένων σημείων που έχει βρει και καταγράψει η κάθε μέθοδος προς το συνολικό αριθμό των σωστών σημείων.

Η ακρίβεια, ή αλλιώς Positive Predictive Value, εκφράζει το λόγο των σωστά ανιχνευμένων σημείων που έχει βρει και καταγράψει η κάθε μέθοδος προς το σύνολο των σωστά και λανθασμένα ανιχνευμένων σημείων που έχει βρει η μέθοδος.

Δηλαδή έχουμε

Positive(P)= Σημεία που έχει ανιχνεύσει η μέθοδος

True Positive(TP)= Σημεία που έχει σωστά ανιχνεύσει η μέθοδος

False Negative (FN)=Σημεία σωστά που η μέθοδος δεν τα έχει ανιχνεύσει

False Positive (FP)= Λανθασμένα σημεία που η μέθοδος τα έχει θεωρήσει ως σωστά

$$\text{Sensitivity}(TPR) = \frac{TP}{P} = \frac{TP}{(TP+FN)}$$

$$Precision(PPV) = \frac{TP}{(TP+FP)}$$

Για να υπολογίσουμε όμως τις τιμές αυτές πρέπει να γίνουν οι εξής τροποποιήσεις στο αρχικό κώδικα της κάθε μεθόδου:

#### 5.4.2 Αναγκαίες τροποποιήσεις στο κώδικα

Πρέπει να γνωρίζουμε τα εκ των προτέρων σωστά σημεία τα οποία έχουν βρεθεί από γιατρό για να τα συγκρίνουμε με αυτά που βρίσκει η μέθοδος. Τα σημεία αυτά που λέγονται annotations βρίσκονται σε ξεχωριστό αρχείο από αυτό του σήματος. Για να μπορούν να διαβαστούν από τη matlab και να αντιστοιχούν σε σωστό σήμα χρησιμοποιούμε την βιβλιοθήκη WFDB από την ίδια web τοποθεσία που βρίσκονται και τα σήματα προς επεξεργασία.

Χρησιμοποιώντας την σύνταξη που παρέχει η βιβλιοθήκη αυτή μπορούμε να διαβάσουμε ένα σήμα μαζί με τα annotations του ως εξής:

```
[tm, signal]=rdsamp(filename1);  
[ann]=rdann(filename2, 'atr');
```

Η εντολή rdsamp διαβάζει το αρχείο .dat το οποίο περιέχει το σήμα προς επεξεργασία και το αποθηκεύει στο πίνακα signal αφού αφαιρέσει την προεπεξεργασία η οποία έχει αναφερθεί προηγουμένως. Επίσης στο πίνακα tm αποθηκεύει το χρόνο έτσι ώστε η ανάλυση και η αποτύπωση να μπορεί να γίνει με μονάδες χρόνου αντί δειγμάτων.

Η εντολή rdann διαβάζει το αρχείο με το ίδιο όνομα όπως και του σήματος αλλά με προέκταση .atr όπου και περιέχονται τα annotations και τα αποθηκεύει στο πίνακα ann.

Η χρήση της βιβλιοθήκης αυτής καθιστά αναγκαία την τροποποίηση του κώδικα και των δύο μεθόδων για να είναι συμβατά μεταξύ τους. Η παρουσία των παραπάνω εντολών αντικαταστάει τη χρήση της εντολής load καθώς και τροποποίηση του πίνακα A για την αφαίρεση της προεπεξεργασίας. Επίσης για να είναι συμβατά τα δεδομένα και αποτελέσματα μεταξύ τους θα πρέπει όλα να βρίσκονται στην ίδια κλίμακα χρόνου που ορίζει ο πίνακας tm.

Για την πρώτη μέθοδο χρειάστηκε να προστεθούν μηδενικά στην αρχή και στο τέλος του σήματος για να είναι δυνατή η σάρωση κινούμενου παραθύρου, αλλά έχει ως αποτέλεσμα να αλλάξει το συνολικό μέγεθος του πίνακα A και να μη συμφωνεί με το πίνακα tm. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού στο τέλος της ανάλυσης αφαιρούμε από το πίνακα A τα μηδενικά αυτά ως εξής:

```
A(1:100) = [];
```

```
A(650001:650100) = [];
```

Με την πρώτη εντολή σβήνουμε τα πρώτα 100 μηδενικά από την αρχή του πίνακα και με την δεύτερη τα 100 τελευταία μηδενικά.

Στην συνέχεια πρέπει να διορθώσουμε και τις θέσεις των R κορυφών που δείχνει ο πίνακας Rloc εφόσον έχουμε πλέον μετακινήσει τον πίνακα A 100 samples πίσω:

```
Rloc=Rloc-100;
```

Με τις τροποποιήσεις αυτές πετύχαμε να συμβαδίζουν οι πίνακες του σήματος, των annotations και του πίνακα Rloc με τα αποτελέσματα της μεθόδου.

Για την δεύτερη μέθοδο όμοια με την πρώτη δεν χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε την εντολή load καθώς και την τροποποίηση του πίνακα A για την αφαίρεση της προεπεξεργασίας. Στην μέθοδο αυτή επεκτείναμε το μήκος του πίνακα A ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή του Stationary wavelet transform κατά 16 samples. Η επέκταση γίνεται με τον εξής τρόπο:

```
z=zeros(16,1);
```

```
A=vertcat(A,z);
```

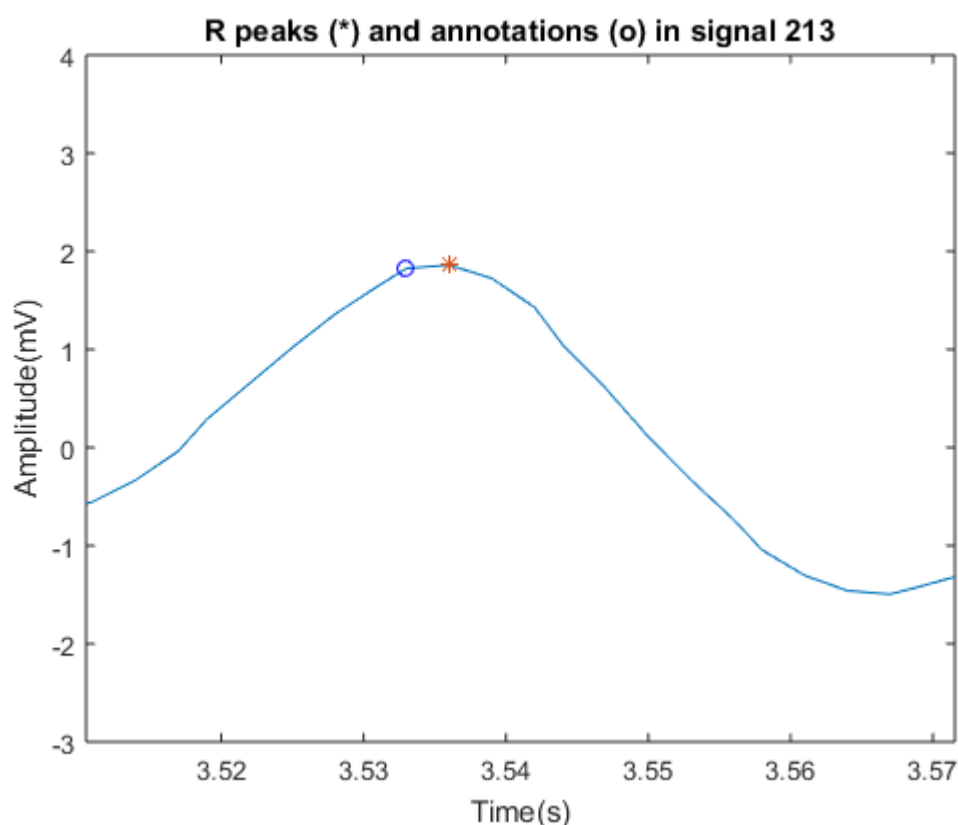
όπου δημιουργούμε ένα πίνακα z από μηδενικά μήκους 16 στοιχείων και στην συνέχεια επεκτείναμε το πίνακα A με τον πίνακα z. Στο τέλος της ανάλυσης, για να συμφωνεί ο πίνακας A με τα υπόλοιπα δεδομένα απλά αφαιρούμε τα μηδενικά που προσθέσαμε:

```
A(650001:650016) = [];
```

### 5.4.3 Μέθοδος για τον υπολογισμό των ποσοτικών μεταβλητών

Επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε τη μέθοδο που θα υπολογίζει τις στατιστικές μεταβλητές (P,TP,FP,PPV,TPR) σε ένα σήμα.

Έχουμε τους πίνακες Rloc και ann οι οποίοι μας δίνουν τα πιθανά True Positive και τα σωστά σημεία από γιατρό αντίστοιχα. Εξετάζοντας ποια από τα σημεία του πίνακα Rloc βρίσκονται και στον πίνακα ann θα έχουμε ένα πίνακα με τα True Positive. Υπάρχει όμως μια λεπτομέρεια που χρειάζεται προσοχή: Είναι δυνατόν κάποια σημεία στο πίνακα Rloc να μην αντιστοιχούν ακριβώς με τα στοιχεία στο πίνακα ann, αλλά να διαφέρουν κατά μερικά samples. Στην βιβλιογραφία τέτοιες μικρές διαφορές που δεν απέχουν παραπάνω από 150ms μπορούν να παραβλεφθούν και το σημείο να χαρακτηριστεί ως True Positive. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα τέτοιο παράδειγμα στο σήμα 213:



Η εντολή με την οποία θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε τους πίνακες Rloc και ann και θα μας επιτρέψει να δούμε ποία στοιχεία στον Rloc βρίσκονται και στον ann μέσα σε κάποιο όριο είναι η ismembertol. Έτσι έχουμε:



```
[test3, locb]=ismembertol(tm(Rloc),tm(ann),20e-3,'DataScale',1);
[test4, locc]=ismembertol(tm(ann),tm(Rloc),20e-3,'Ddatascale',1);
```

Στην κάθε εντολή ismembertol τοποθετούμε τις τοποθεσίες των R κορυφών από τους πίνακες Rloc και ann εκφρασμένες σε χρονικές στιγμές μέσω του πίνακα tm. Έχοντας όλες τις χρονικές στιγμές τοποθετούμε όριο 20ms το οποίο μπορεί να απέχει μια τοποθεσία υπολογισμένη με τη μέθοδο από τη τοποθεσία που έχει υποδείξει ο γιατρός για να θεωρηθεί έγκυρη. Με τις παραμέτρους DataScale και 1 δηλώνουμε πως το όριο που επιλέξαμε θέλουμε να παραμείνει σταθερό για όλα τα μεγέθη προς σύγκριση. Η matlab από μόνη της προσαρμόζει το όριο ανάλογα με τα δεδομένα που έχει επεξεργαστεί με την τον εξής τρόπο:

Δύο στοιχεία u και v θα είναι εντός του ορίου αν ισχύει η ανισότητα:

$$|(u-v)| \leq tol * \max(|[A(:);B(:)]|)$$

όπου tol εκφράζει το όριο. Κάνοντας χρήση της παραμέτρου DataScale κρατάμε το όριο σταθερό, αλλιώς στα σημεία μεγάλης αριθμητικά χρονικής στιγμής η εντολή δεν θα συμπεριφερόταν με τον τρόπο που θέλουμε ώστε να είναι ακριβής η μέτρηση.

Στην έξοδο η εντολή αυτή αποθηκεύει στο πίνακα test3 τη λογική τιμή 1 στη αντίστοιχη θέση που η τιμή Rloc βρεθεί στο πίνακα ann, εναλλακτικά αποθηκεύει τη λογική τιμή 0. Στο πίνακα locb αποθηκεύονται οι τιμές που έχει ο πίνακας Rloc σε κάθε τιμή που έχει προηγουμένως μαρκαριστεί με το λογικό 1, δηλαδή η τιμή βρίσκεται στο πίνακα ann.

Γίνεται χρήση της εντολής ismembertol δύο φορές ως προστιθέμενο μέτρο προστασίας κατά των διπλών ανιχνεύσεων των R κορυφών, μίας και η εντολή αγνοεί πολλαπλές εμφανίσεις στοιχείων στο 2ο πίνακα και οι δύο πίνακες test3 και test4 θα πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό από λογικά 1, αλλιώς υπάρχουν πολλαπλές ανιχνεύσεις και ο υπολογισμός της απόδοσης δεν είναι σωστός.

Έχοντας τους δύο πίνακες αυτούς μπορούμε να πλέον να υπολογίσουμε τους στατιστικούς όρους για την απόδοση της κάθε μεθόδου.

Αθροίζοντας τα λογικά 1 στο πίνακα test3 θα έχουμε τον αριθμό των True Positive, ενώ αθροίζοντας τον αριθμό από τα λογικά 0 θα έχουμε τον αριθμό των False Positive. Αθροίζοντας τον αριθμό των λογικών 0 στο πίνακα test4 θα έχουμε τον αριθμό των False

Negative.

Οι μετρήσεις αυτές γίνονται ως εξής:

```
TP=sum(test3(:)==1);
```

```
FP=sum(test3(:)==0);
```

```
FN=sum(test4(:)==0);
```

Αφού βρεθούν οι τιμές αυτές υπολογίζουμε την ευαισθησία της κάθε μεθόδου ως:

```
TPR=TP/length(Rloc);
```

όπου `length(Rloc)` μας δίνει το πλήθος των R κορυφών όπως τις έχει ανιχνεύσει η μέθοδος.

Και η ακρίβεια θα είναι:

```
PPV=TP/(TP+FP);
```

όπως έχει οριστεί.

Έχοντας τη μέθοδο για τον υπολογισμό των στατιστικών όρων σε ένα σήμα πρέπει να επεκτείνουμε το κώδικα ώστε να συμπεριλάβει όλα τα διαθέσιμα σήματα, για να έχουμε μια πιο σωστή εικόνα για την απόδοση της κάθε μεθόδου.

Αρχικά δημιουργούμε ένα πίνακα για κάθε στατιστικό όρο για να αποθηκευτούν για όλα τα σήματα. Στη συνέχεια πρέπει να βρούμε τρόπο να γίνει το διάβασμα του κάθε σήματος, η ανάλυση και αποθήκευση του κάθε αποτελέσματος στο αντίστοιχο πίνακα αυτόματα και για κάθε διαθέσιμο σήμα:

Ως πρώτο βήμα δημιουργούμε 3 πίνακες διαστάσεων 234x1 με μηδενικά για την αποθήκευση των True Positive, True Positive Rate και Positive Prediction Value. Τα σήματα της συλλογής BIH-MIT ξεκινούν από το αριθμό 100 και καταλήγουν στο αριθμό 234, αλλά ενδιάμεσα αυτών πολλά από τα αρχεία δεν είναι διαθέσιμα.

Έχουμε λοιπόν:

```
P_counter=zeros(234,1);  
PPV_counter=zeros(234,1);  
TPR_counter=zeros(234,1);
```

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας ένα βρόγχο επανάληψης θα διαβάζουμε το κάθε αρχείο .dat με το σήμα, το αντίστοιχο για το αρχείο αυτό, αρχείο .atr με τα annotations, θα εκτελείται η μέθοδος ανάλυσης και υπολογισμού των R κορυφών, η μέθοδος για τον υπολογισμό των στατιστικών όρων και θα αποθηκεύονται τα αποτελέσματα στις αντίστοιχες για το κάθε αριθμό σήματος θέσεις των πινάκων P\_counter, PPV\_counter και TPR\_counter.

```
for Filecounter=100:1:234  
    try  
        filename1=sprintf('\100m\%d.dat', Filecounter);  
        filename2=sprintf('\100m\%d', Filecounter);  
        me8odos1  
        elegxos  
        P_counter(Filecounter)=TP;  
        PPV_counter(Filecounter)=PPV;  
        TPR_counter(Filecounter)=TPR;  
    catch ME  
        X=sprintf('File %d not found', Filecounter);  
        disp(X)  
        continue;  
    end  
end
```

Η μεταβλητή Filecounter περιέχει αριθμούς της μορφής double με τιμές από 100 ως 234 και μετατρέπεται σε string μέσω της εντολής sprintf για να δημιουργήσουμε την

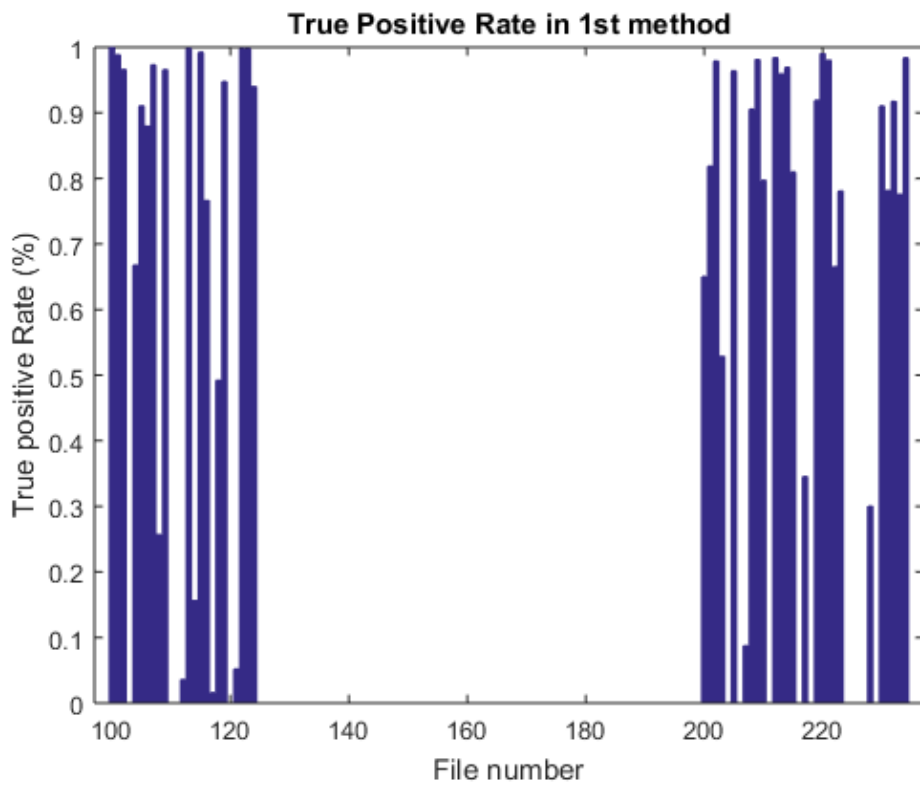
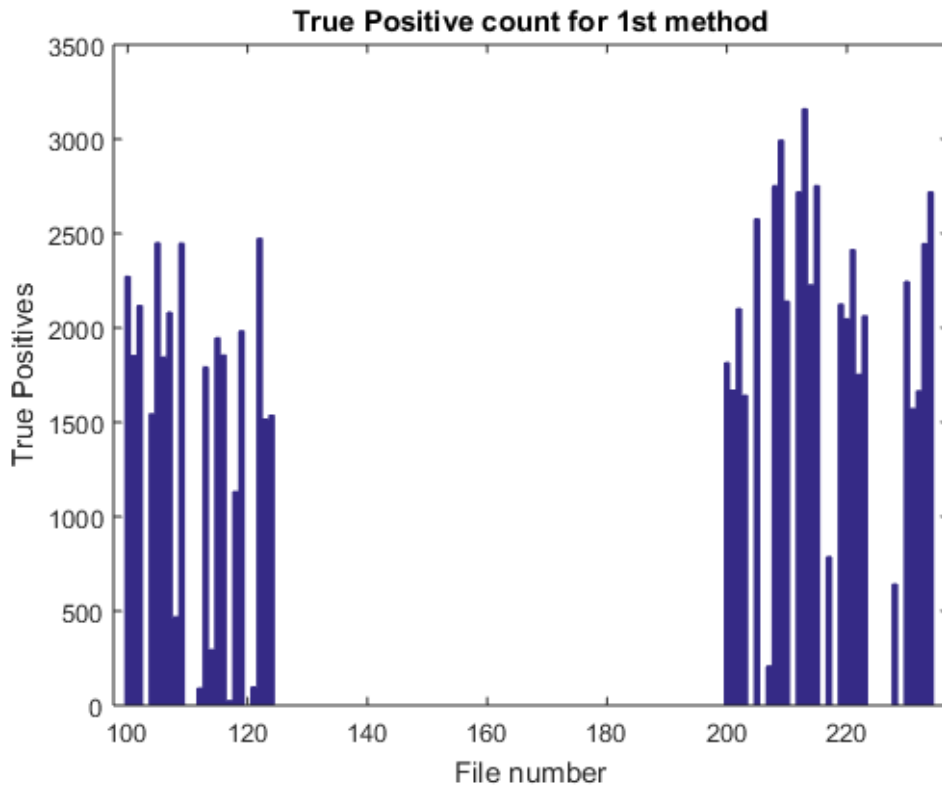
διεύθυνση του κάθε αρχείου στο σκληρό δίσκο στις μεταβλητές filename1 και filename2. Οι μεταβλητές αυτές είναι που διαβάζονται στην συνέχεια από τις εντολές rdsamp και rdann για να διαβαστεί το σήμα και τα annotations από τη matlab.

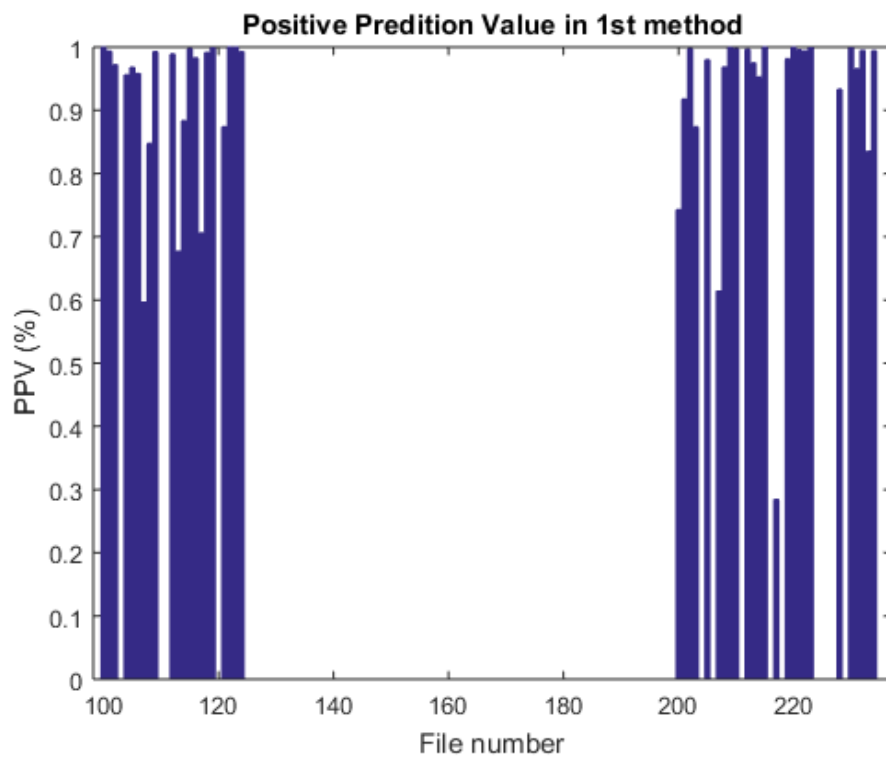
Έχοντας τις μεταβλητές αυτές στην συνέχεια καλείται ο κώδικας με όνομα meodos1 όπου και είναι ο κώδικας της πρώτης μεθόδου για την ανάλυση του σήματος και δίνει ως έξοδο το πίνακα Rloc με τις θέσεις των R κορυφών. Στην συνέχεια καλείται ο κώδικας με όνομα elegchos που έχοντας τους πίνακες Rloc και ann υπολογίζει τους στατιστικούς όρους και τελικά αποθηκεύει τα αποτελέσματα στους πίνακες P\_counter, PPV\_counter και TPR\_counter. Το κομμάτι του κώδικα αυτού έχει εσωκλειστεί μέσα στην εντολή try για να μην σταματά η εκτέλεση του κώδικα όταν η μεταβλητή Filecounter είναι σε αριθμό που αντιστοιχεί σε μη διαθέσιμο αρχείο σήματος, αφού όπως είχε προαναφερθεί δεν ήταν όλα τα σήματα της συλλογής διαθέσιμα για μεταφόρτωση. Σε κάθε τέτοια περίπτωση μέσω της εντολής catch η μεταβλητή X θα τυπώνει τον αριθμό του αρχείου που δεν είναι διαθέσιμο.

Εφόσον η εκτέλεση του κώδικα για την πρώτη μέθοδο ολοκληρωθεί απλά αλλάζουμε την κλήση μεθόδου στη μέθοδο 2 και ξανά εκτελούμε το κώδικα για να πάρουμε τα αποτελέσματα και για την 2η μέθοδο. Έχοντας πλέον τους στατιστικούς όρους και για τις δύο μεθόδους μπορούμε να εξετάσουμε την απόδοσή τους. Η κάθε μέθοδος εκτελέστηκε πάνω σε 46 σήματα ηλεκτροκαρδιογραφήματος.

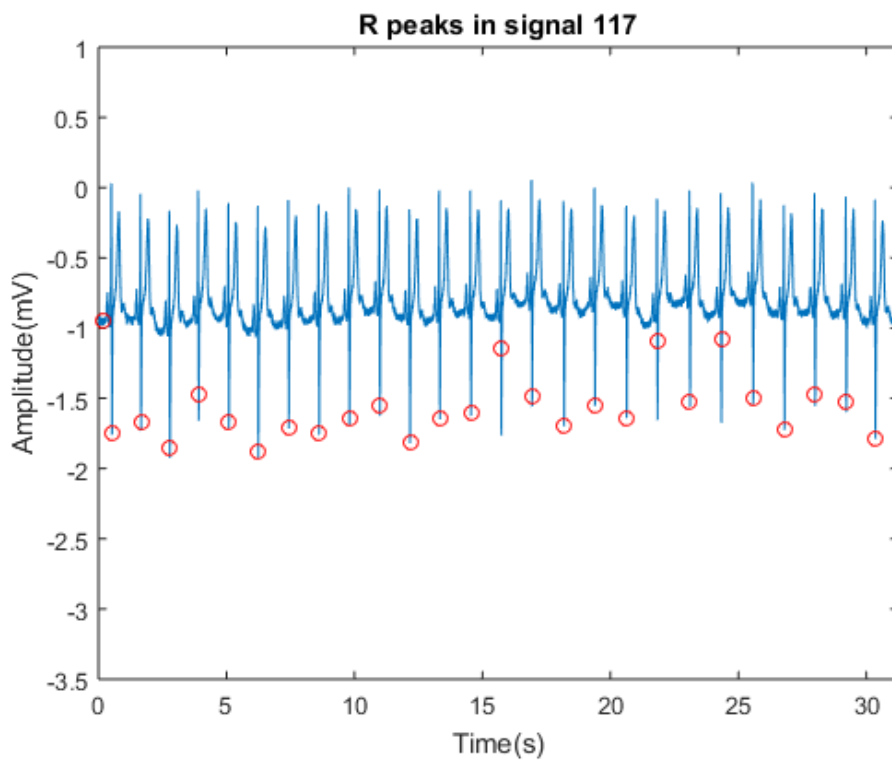
#### **5.4.4 Αποτελέσματα πρώτης μεθόδου**

Η πρώτη μέθοδος ανίχνευσε σωστά 83052 R κορυφές από τις συνολικά 108422 κορυφές και παρουσιάζει ευαισθησία 76.60% με μέγιστο τιμή 3160 hits στο σήμα 213 και ελάχιστη τιμή 24 hits στο σήμα 117 και μέση τιμή 1805.5 hits. Μέγιστη ευαισθησία υπολογίστηκε στο σήμα 100 με τιμή 99.91% και αντίστοιχη ακρίβεια 99.96%. Η μέση ευαισθησία είναι 75.60 με τυπική απόκλιση 0.3085 ενώ η μέση ακρίβεια είναι 92.09% με τυπική απόκλιση 0.1425. Οι κατανομές των True Positive, ευαισθησίας και ακρίβεια φαίνονται παρακάτω:

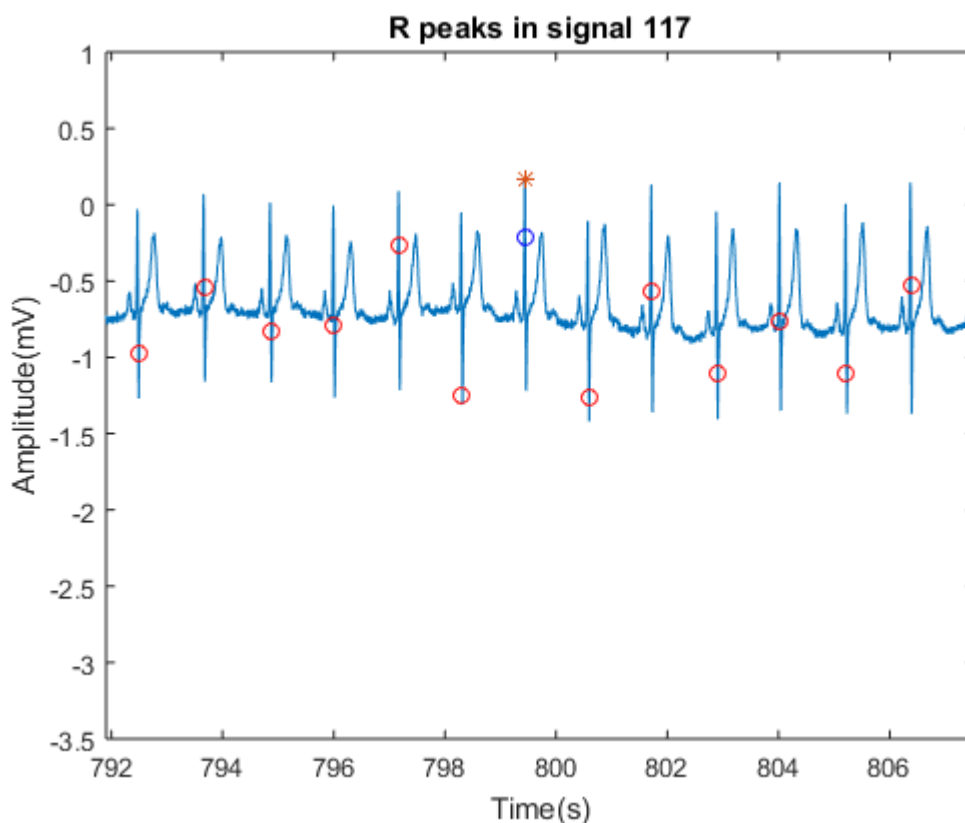




Η χαμηλή απόδοση της μεθόδου στο σήμα 117 μπορεί να γίνει εμφανή από τις παρακάτω εικόνες:



Το σήμα αυτό χαρακτηρίζεται από δύο μέρη και έχει στο πρώτο μέρος R κορυφές με αρνητική πολικότητα. Η μέθοδος όπως έχει προαναφερθεί μπορεί να ανιχνεύει μόνο κορυφές θετικής πολικότητας.

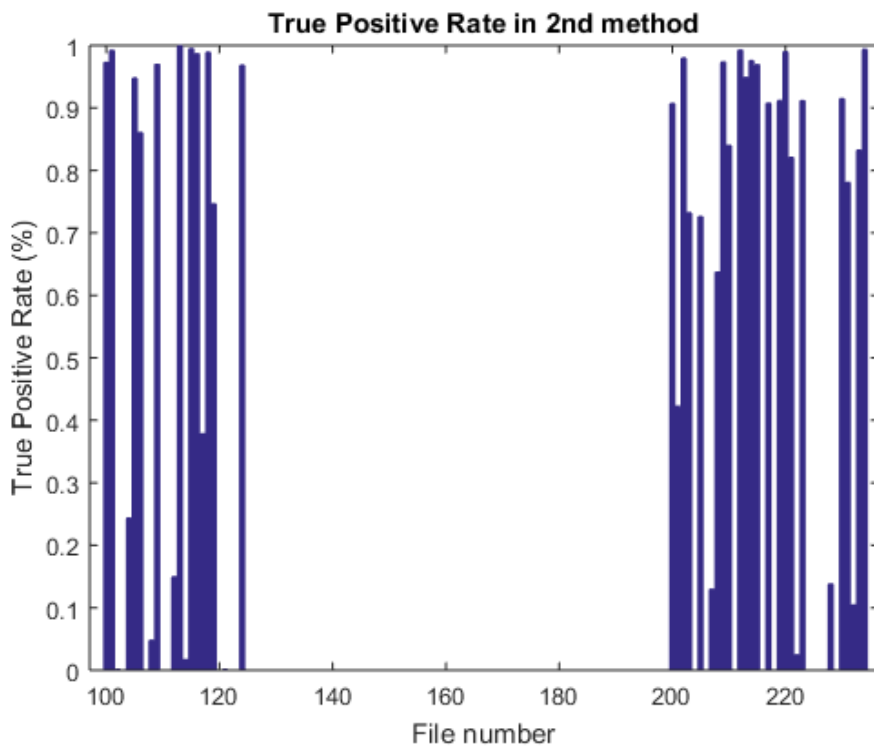
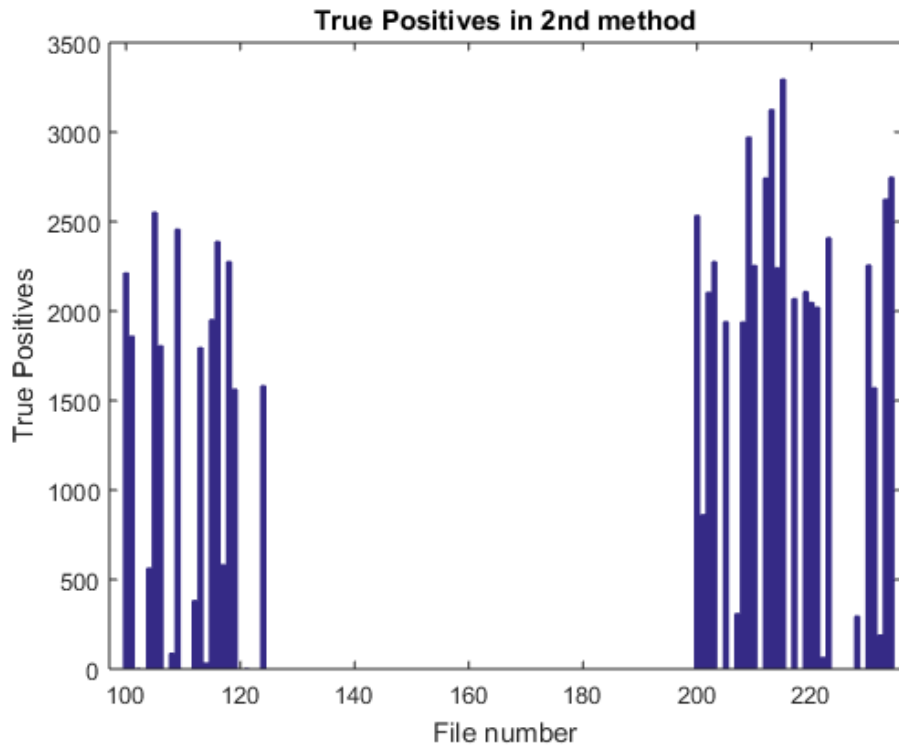


Στο δεύτερο τμήμα παρατηρούμε πως οι R κορυφές έχουν αρκετά μικρό πλάτος. Θυμούμαστε πως το όριο που έχουμε θέσει για το πλάτος μιας κορυφής ώστε να θεωρηθεί ως R κορυφή από τη μέθοδο είναι το 25% του μεγίστου στο σήμα. Εδώ μέγιστη τιμή είναι τα 0.71 mV και το 25% αυτής τα 0.1775 mV. Η μοναδική κορυφή που έχει ανιχνευθεί στην εικόνα εδώ οριακά ξεπερνά το όριο ενώ οι άλλες είναι κάτω του ορίου.

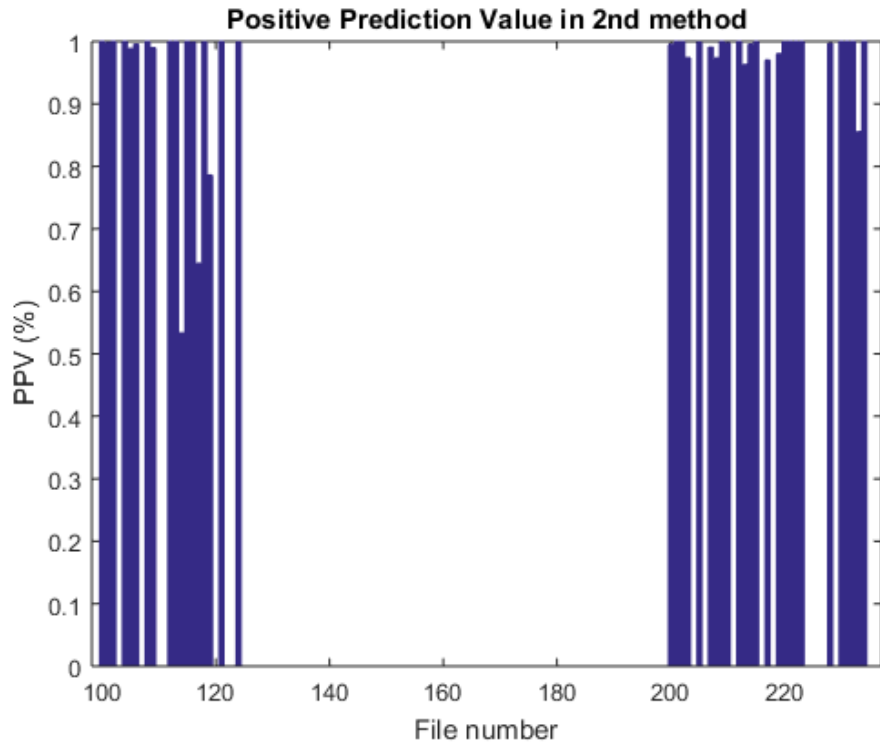
#### 5.4.5 Αποτελέσματα δεύτερης μεθόδου

Η δεύτερη μέθοδος ανίχνευσε σωστά 73077 R κορυφές από τις συνολικά 108422 κορυφές και παρουσιάζει ευαισθησία 67.40%, μέγιστη τιμή hits είναι 3295 στο σήμα 215 ενώ η ελάχιστη τιμή είναι 3 στο σήμα 102 και μέση τιμή είναι 1699.5. Μέγιστη ευαισθησία υπολογίστηκε 99.94% στο σήμα 113 με αντίστοιχη ακρίβεια 100%. Η μέση ευαισθησία μετρήθηκε 69.37% με τυπική απόκλιση 0.3668 ενώ η μέση ακρίβεια είναι 96.80% με τυπική

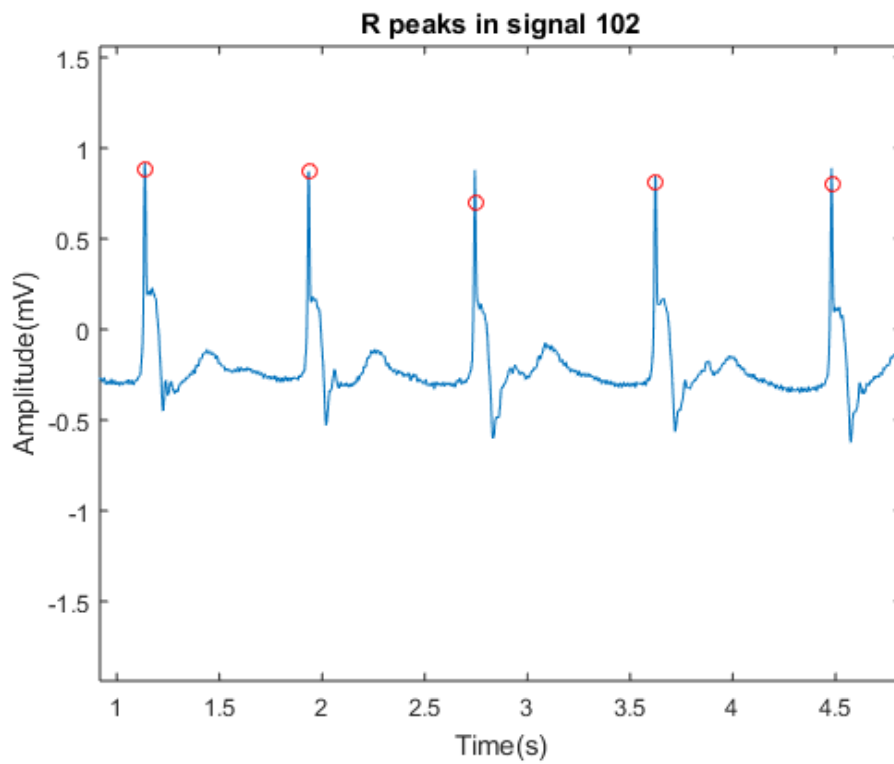
απόκλιση 0.094. Παρατηρούμε πως η δεύτερη μέθοδος σε σχέση με την πρώτη παρουσιάζει μικρότερη ευαισθησία κατά 6.23% ενώ μεγαλύτερη ακρίβεια κατά 4.71%. Πιο συγκεκριμένα η κατανομή των True Positives, ευαισθησίας και ακρίβειας ανά σήμα είναι η εξής:



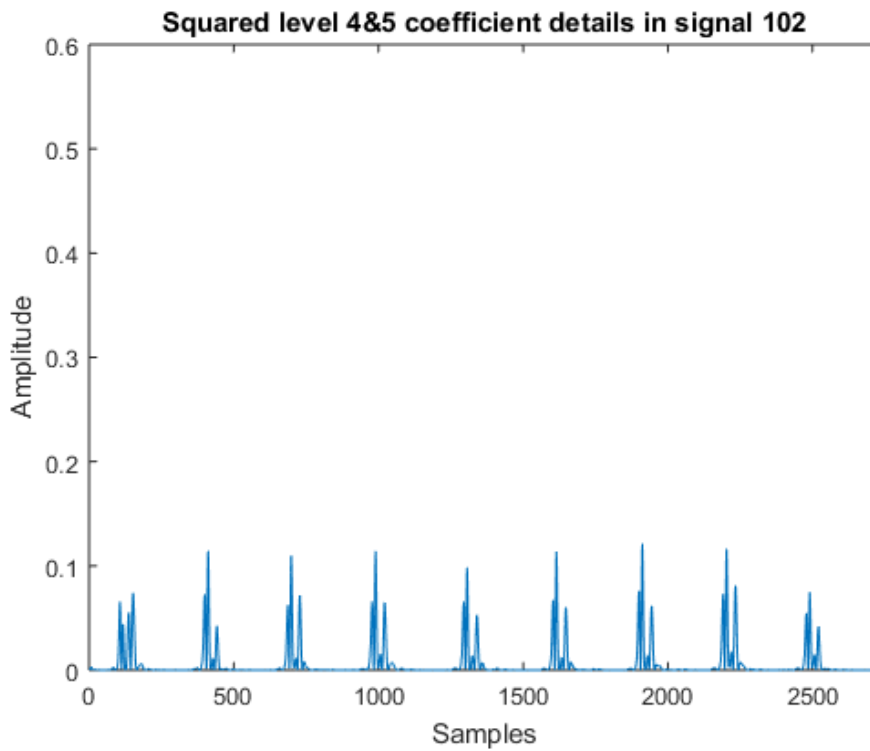
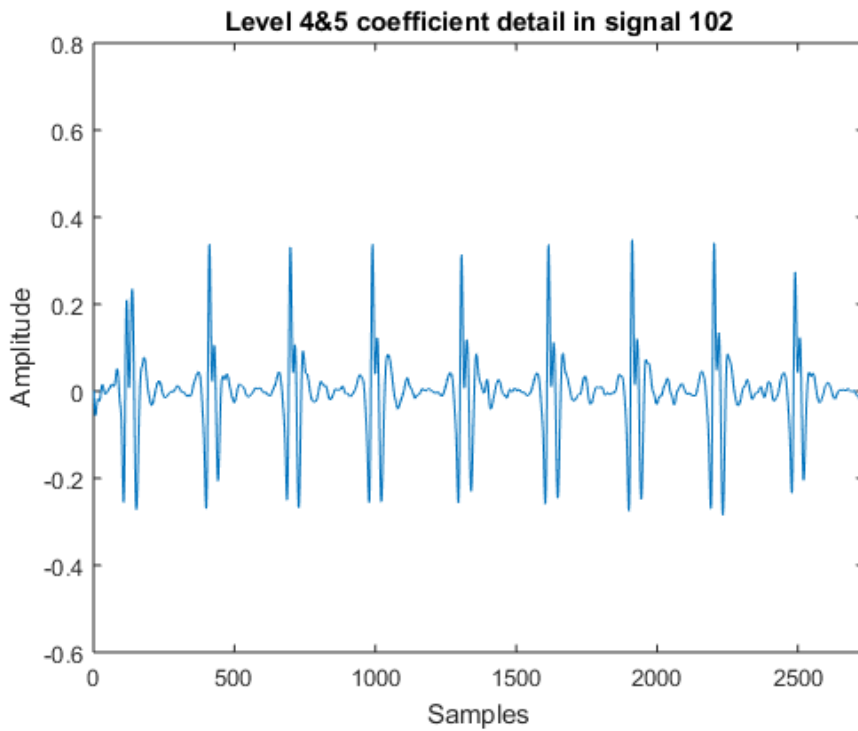




Η χαμηλή απόδοση της μεθόδου στο σήμα 102 θα γίνει φανερή από την μορφή του σήματος:



Παρατηρούμε πως οι παλμοί R έχουν αρκετά μικρό μήκος (μεγάλη συχνότητα) έτσι ώστε η ενέργεια τους στο 4ο και 5ο επίπεδο coefficient, με τα οποία γίνεται η ανάλυση να έχει αρκετά μικρή τιμή.

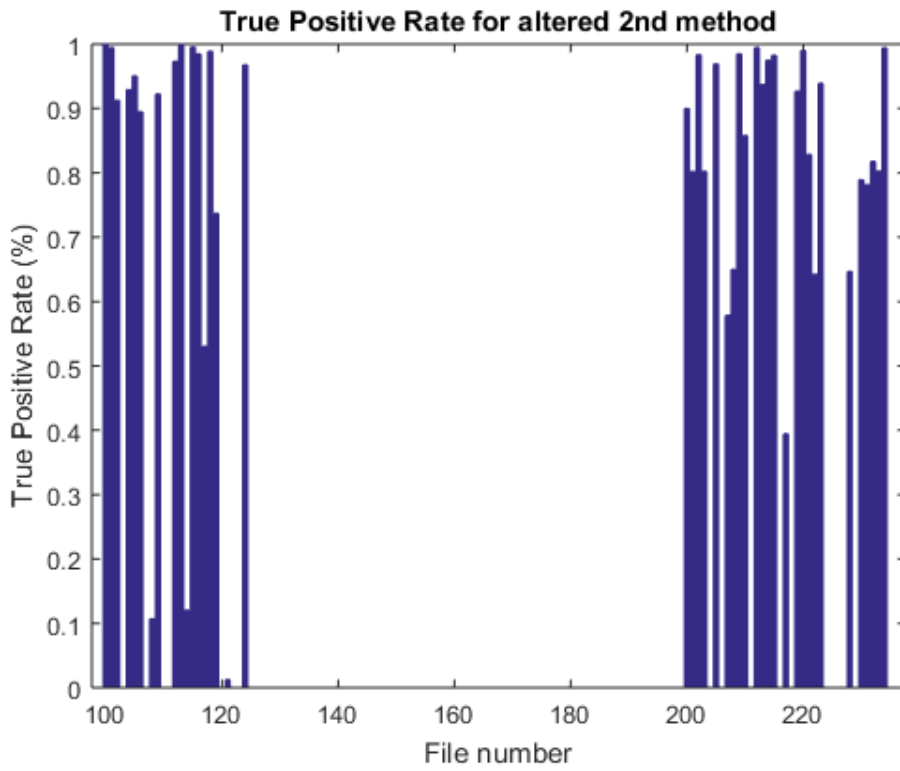
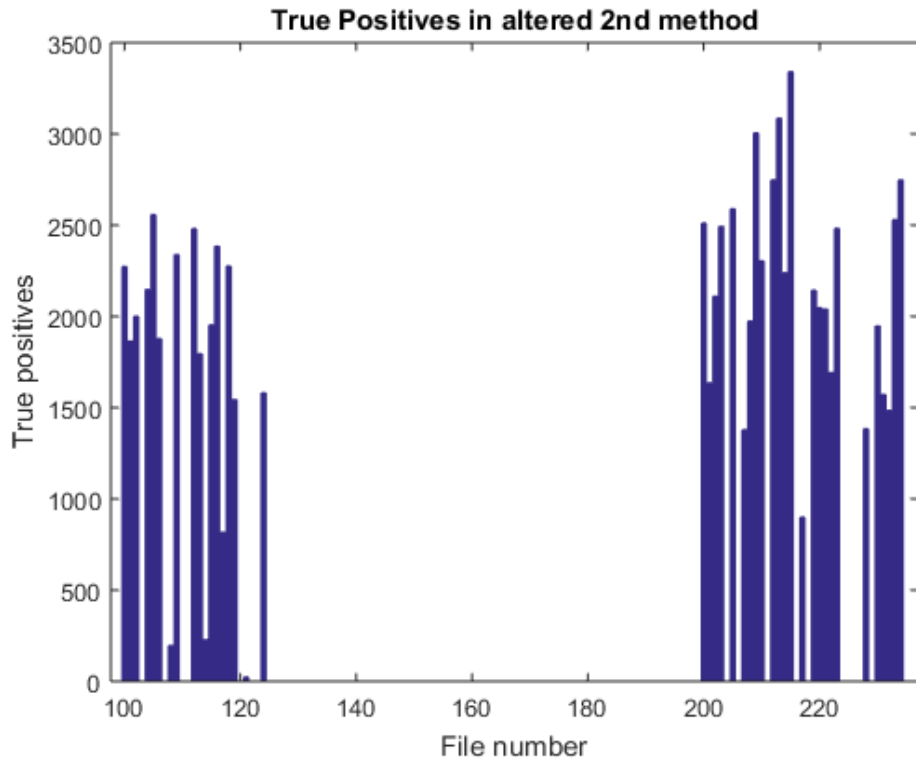


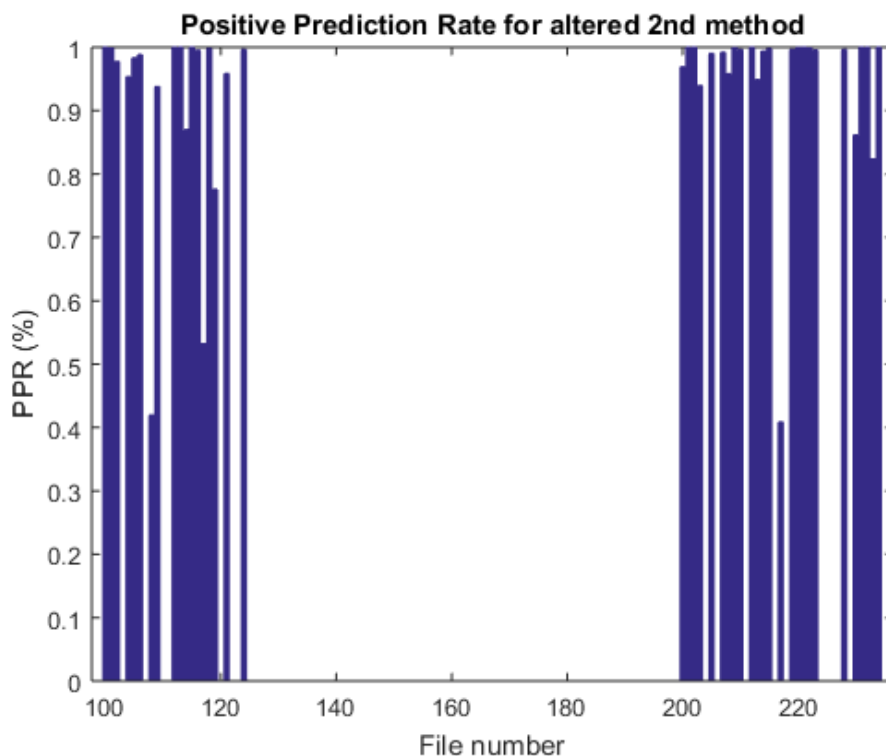
Από τις δύο παραπάνω εικόνες βλέπουμε πως το συχνοτικό περιεχόμενο στο 4ο και 5ο επίπεδο είναι αρκετά μικρό ώστε να μην περνά το όριο των 0.35mV μετά το τετραγωνισμό των coefficients.

#### **5.4.6 Σχολιασμός και τροποποίηση της δεύτερης μεθόδου**

Στο σημείο αυτό γίνεται εμφανή ένα μειονέκτημα της μεθόδου αυτής. Μπορούμε να αυξήσουμε τον αριθμό από detail coefficients για αυξήσουμε την τον αριθμό από hits στην μέθοδο, αλλά θα εισάγουμε και θόρυβο με αποτέλεσμα να μεγαλώσει ο αριθμός των False Positive. Αντίστοιχα μπορούμε να εισάγουμε μικρότερο όριο μετά τον τετραγωνισμό των coefficients χωρίς να αυξήσουμε τον αριθμό των coefficients ώστε η μέθοδος να μπορεί να ανιχνεύει τέτοιου είδους σήματα. Θεωρώντας ως όριο 0.09mV και υπολογίζοντας μόνο το 4ο και 5ο επίπεδο coefficient η μέθοδος παρουσίασε 805 hits, 42 False positives, και 1387 False negatives και τελικά ευαισθησία 36.72% και ακρίβεια 95.04%. Εναλλακτικά θεωρώντας όριο 0.35mV και υπολογίζοντας coefficients από το 2ο ως το 5ο επίπεδο η μέθοδος παρουσιάζει 2000 hits, 46 False positives και 192 False negatives και τελικά ευαισθησία 91.24% και ακρίβεια 97.75%. Βλέπουμε πως η δεύτερη επιλογή επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα για το σήμα αυτό.

Χρησιμοποιούμε ξανά την τροποποιημένη μέθοδο σε όλα τα διαθέσιμα σήματα για να βρούμε την νέα απόδοση της: Έχουμε συνολικά 84709 hits με ευαισθησία 81.36% και ακρίβεια 93.60%. Πλέον έχουμε πετύχει ευαισθησία και ακρίβεια μεγαλύτερη από τις προηγούμενες μεθόδους. Παρουσιάζει μέγιστο αριθμό από hits 3341 στο σήμα 215 και ελάχιστο 23 hits στο σήμα 121 και μέσο αριθμό από hits 1970. Μέγιστη ευαισθησία υπολογίστηκε 99.96% στο σήμα 100 με αντίστοιχη ακρίβεια 100%. Η μέση ευαισθησία είναι 81.36% με τυπική απόκλιση 0.2496 και η μέση ακρίβεια είναι 93.60% με τυπική απόκλιση 0.1435. Η κατανομή των True Positive, ευαισθησίας και ακρίβειας φαίνεται παρακάτω:





Συγκεντρωτικά έχουμε για τις τρεις αυτές μεθόδους:

	Μέθοδος 1	Μέθοδος 2	Μέθοδος 2 Τροποποιημένη
Ευαισθησία %	75.60	69.37	81.36
Ακρίβεια %	92.09	96.80	93.60

Παρατηρούμε πως ενώ αρχικά η δεύτερη μέθοδος παρουσιάζει μικρότερο ποσοστό ευαισθησίας σε σχέση με την πρώτη, αλλά μεγαλύτερη ακρίβεια, θυσιάζοντας ένα μικρό κομμάτι από την ακρίβεια καταφέραμε στην τροποποιημένη δεύτερη μέθοδο να ξεπεράσουμε την πρώτη σε ευαισθησία και ακρίβεια.

## 5.5 Βελτιστοποίηση δεύτερης μεθόδου

Εξετάζουμε ξανά την μέθοδο αυτή για να βρεθούν και άλλοι τρόποι βελτιστοποίησης της. Όπως έχει παρατηρηθεί ήδη από την ανάλυση του σήματος 102, το κύριο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι πως όταν τα πλάτη των coefficient στο 4ο και 5ο επίπεδο είναι

μικρά, μετά τον τετραγωνισμό ελαττώνονται ακόμα περισσότερο και έτσι οι κορυφές τους δεν περνάνε το όριο κατωφλίσωσης. Το αποτέλεσμα αυτό παρατηρήθηκε πως ισχύει στην συντριπτική πλειοψηφία όταν το σήμα προς επεξεργασία είναι ασθενές. Σε αντιδιαστολή με τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αυτή τη φορά ψάχνουμε να βρούμε ένα τρόπο να εισάγουμε ένα στάδιο προενίσχυσης πριν τον μετασχηματισμό wavelet. Επίσης θέλουμε να ενισχύσουμε μόνο ασθενή σήματα που παρουσιάζουν την συμπεριφορά που περιγράφηκε παραπάνω και όχι τα υπόλοιπα γιατί θα αυξηθεί ο αριθμός των False positive.

Μετά από διαδικασίες trial and error το στάδιο της προενίσχυσης, αυξάνει το σήμα κατά 2.5 φορές μέχρι η rms τιμή του να ξεπεράσει την τιμή 1. Αυτό στην matlab εκτελείται ως εξής:

```
pass=false;
mult=0;
while pass==false
    if rms(A)>1
        pass=true;
    end
A=A*2.5;
mult=mult+1;
end
```

Σημειώνεται πως όλα τα σήματα ενισχύονται τουλάχιστον μια φορά. Επίσης καταγράφουμε μέσω της μεταβλητής mult τον αριθμό των ενισχύσεων κάθε σήματος ώστε να μπορούμε να την ακυρώσουμε μετά την ανάλυση και να πάρουμε το σήμα χωρίς παραμόρφωση.

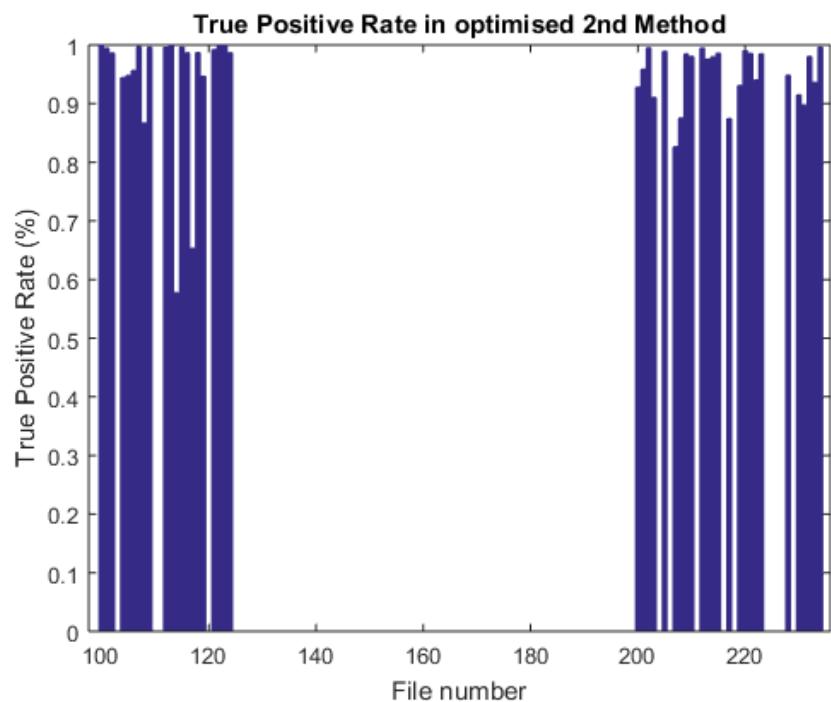
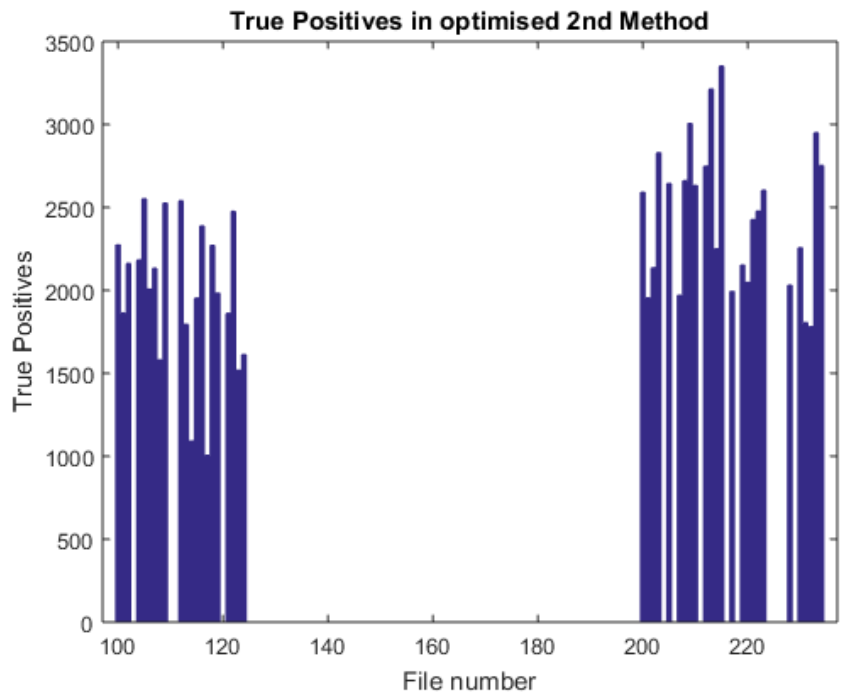
Η ακύρωση της ενίσχυσης γίνεται αφού καταγραφούν οι θέσεις των πιθανών R κορυφών μετά την ανάλυση wavelet με τον εξής τρόπο:

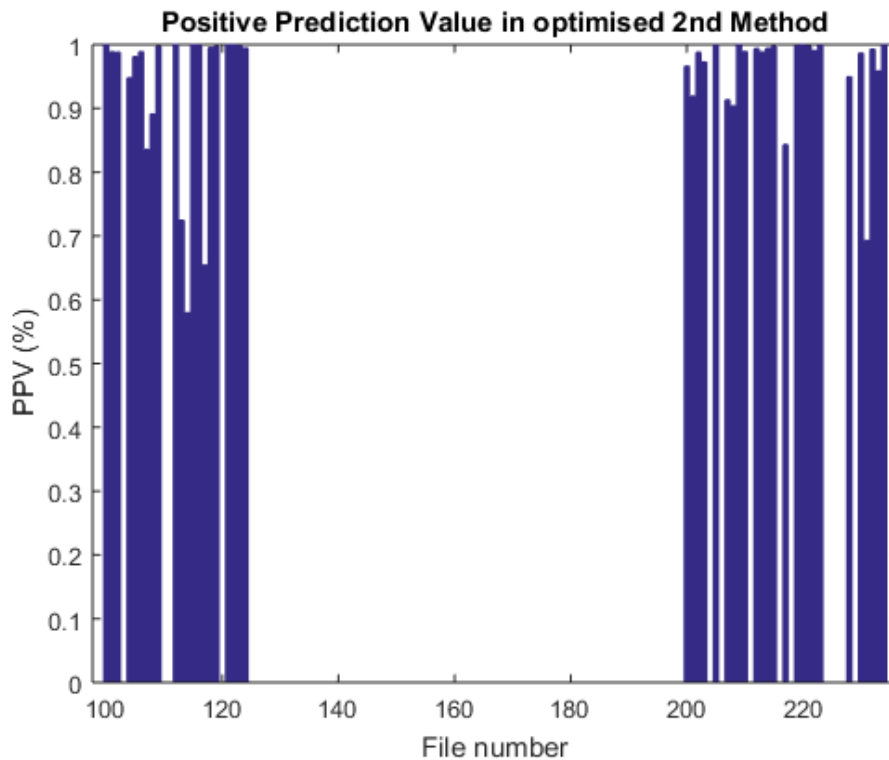
```
A=A/(2.5^mult);
```

Στην συνέχεια και πάλι εκτελώντας διαδικασίες trial and error διαπιστώνουμε πως το

wavelet haar επιφέρει καλύτερη απόδοση σε σχέση με τα άλλα wavelets. Ακόμα θέτουμε τιμή κατωφλίσωσης των τετραγωνισμένων coefficient 1.5 mV, ενώ ελάχιστη απόσταση μεταξύ κορυφών θέτουμε 120 samples. Με τις τροποποιήσεις αυτές η μέθοδος παρουσιάζει True Positive Rate 95.02% και Positive Prediction Value 95.08%.

Οι κατανομές των True Positive, True Positive Rate και Positive Prediction Value φαίνονται παρακάτω:





Εξετάζουμε πιο αναλυτικά την απόδοση της μεθόδου καταγράφοντας την ευαισθησία και ακρίβεια για κάθε σήμα μαζί με τον αριθμό και το χαρακτηρισμό των καρδιακών παλμών του σήματος αυτού. Οι χαρακτηρισμοί των παλμών έχουν αποκτηθεί από την ιστοσελίδα της συλλογής MIT-BIH arrhythmia database από όπου έχουν παρθεί και τα αρχεία των ηλεκτροκαρδιογραφημάτων. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις πληροφορίες αυτές. Η κωδικοποίηση του χαρακτηρισμού των παλμών είναι η εξής:

. ή N: Φυσιολογικός παλμός

L: Παλμός αποκλεισμένου αριστερού σκέλους

R: Παλμός αποκλεισμένου δεξιού σκέλους

A: Πρόωρος κολπικός παλμός

a: Παρεκκλίνουσα Πρόωρος κολπικός παλμός

J: Πρόωρος κομβικός παλμός

S: Υπερκυλοιακός πρόωρος παλμός

V: Πρόωρη κοιλιακή συστολή



F: Σύνθεση κοιλιακού και κανονικού παλμού

!: Κύμα κοιλιακού πτερυγισμού

e: Παλμός κολπικής διαφυγής

j: Παλμός κομβικής διαφυγής

E: Παλμός κοιλιακής διαφυγής

P: Παλμός βηματοδότη

f: Σύνθεση κανονικού παλμού και παλμού βηματοδότη

x: Μη αγώγιμο P κύμα

Q: Μη κατηγοριοποιημένος παλμός

Αρχείο	N							V	F	O	N		E	P	F	O	Q	TPR	PPV
	.	L	R	A	a	J	S	V	F	!	e	j	E	P	f	p	Q		
100	2239			33				1										99.96	99.96
101	1860			3													2	99.47	98.89
102	99							4						2028	56			98.63	98.81
104	163							2						1380	666		18	94.42	94.79
105	2526							41									5	94.80	98.12
106	1507							520										95.61	98.87
107								59						2078				99.67	83.55
108	1739			4				17	2			1				11		86.68	89.12
109		2495						38	2									99.61	99.72
112	2537			2														99.57	1
113	1789				6													99.94	72.47
114	1820			10		2		43	4									57.72	57.94
115	1953																	99.59	1
116	2302			1				109										98.64	99.87
117	1534			1														65.30	65.43
118			2166	96				16								10		98.70	99.56
119	1543							444										94.65	99.70
121	1861			1				1										99.20	99.95
122	2476																	99.88	1
123	1515							3										99.93	99.80
124			1531	22		29		47	5			5						98.65	99.40
200	1743			30				826	2									92.80	96.61
201	1625			30	97	1		198	2			10				37		95.83	91.91
202	2061			36	19			19	1									99.49	98.80
203	2529				2			444	1								4	91.02	97.25
205	2571			3				71	11									98.91	99.89
207		1457	86	107				105		472			105					82.60	91.33
208	1586						2	992	373								2	97.53	90.39

209	2621			383				1										98.46	99.97
210	2423				22			194	10				1					98.03	98.91
212	923		1825															99.46	99.39
213	2641			25	3			220	362									97.54	98.83
214		2003						256	1							2		97.95	99.43
215	3195			3				164	1									98.59	99.73
217	244							162					1542	260				87.41	84.34
219	2082			7				64	1						133			93.08	99.81
220	1954			94														98.98	99.95
221	2031							396										98.54	99.71
222	2062			208		1							212					94.04	99.04
223	2029			72	1			473	14		16							98.49	99.88
228	1688			3				362										94.82	94.95
230	2255							1										91.48	98.64
231	314		1254	1				2							2			89.76	69.29
232			397	1382									1					98.02	99.27
233	2230			7				831	11									93.59	95.84
234	2700					50		3										99.60	99.96

Παρατηρούμε πως δεν υπάρχει κάποια συσχέτιση ανάμεσα στην μείωση της ευαισθησίας και ακρίβειας της μεθόδου και το είδος του καρδιακού παλμού. Με άλλα λόγια η μέθοδος έχει πρακτικά την ίδια ικανότητα να ανιχνεύσει κανονικούς ή μη παλμούς οποιουδήποτε τύπου. Αντίθετα η ικανότητα για να γίνει σωστή ανίχνευση κάποιου παλμού εξαρτάται από άλλους μορφολογικούς παράγοντες, όπως έχει γίνει παρουσίαση προηγουμένως.

## 5.6 Υπολογισμός χρόνου εκτέλεσης των 2 μεθόδων

Η ακρίβεια και ευαισθησία είναι πρωταρχικοί δείκτες για την απόδοση της κάθε μεθόδου, εκτός από αυτές όμως βασικός παράγοντας είναι και η πολυπλοκότητα στην εκτέλεση της που εκφράζεται με τον χρόνο που χρειάζεται η κάθε μέθοδος για να εκτελεστεί. Είναι σημαντικό τα αποτελέσματα να είναι έγκυρα στην διάθεση του ειδικού καθώς και ο κώδικας να μπορεί να τρέχει σε μηχανήματα μικρής υπολογιστικής ισχύος όπως κινητές συσκευές παρακολούθησης. Παράλληλα με τις συσκευές αυτές υπάρχει η ανερχόμενη τάση χρησιμοποίησης λογισμικού και σε κινητά τηλέφωνα.

Για τον υπολογισμό του χρόνου εκτέλεσης, τρέχουμε την κάθε μέθοδο σε ένα τυχαίο σήμα, ίδιο και για τις δύο μεθόδους, και από την επιλογή Run and Time της Matlab βρίσκουμε το συνολικό χρόνο εκτέλεσης καθώς και το χρόνο που χρειάζεται κάθε εντολή για











να ολοκληρωθεί. Με τον τρόπο αυτό θα βρούμε ποια κομμάτια του κώδικα καθυστερούν την κάθε μέθοδο. Για την πρώτη έχουμε τις εξής 10 εντολές με την μεγαλύτερη καθυστέρηση:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">me8odos1</a>	1	5.703 s	0.078 s	
<a href="#">olokliromeno_test1_beltistopoihsh</a>	1	5.703 s	0.000 s	
<a href="#">org.physionet.wfdb.Wfdbexec</a> (Java method)	4	5.323 s	5.323 s	
<a href="#">rdsamp</a>	1	5.260 s	0.046 s	
<a href="#">wfdbdesc</a>	1	1.225 s	0.015 s	
<a href="#">rdann</a>	1	0.156 s	0.000 s	
<a href="#">wavedec</a>	1	0.131 s	0.032 s	
<a href="#">dwt</a>	4	0.083 s	0.019 s	
<a href="#">appcoef</a>	4	0.078 s	0.000 s	
<a href="#">wextend</a>	4	0.056 s	0.040 s	

*Εικόνα 31: Χρόνος εκτέλεσης των 10 πιο χρονοβόρων εντολών στην πρώτη μέθοδο*

Παρατηρούμε συνολικό χρόνο εκτέλεσης 5.703 δευτερόλεπτα ενώ εξαιρώντας τις εντολές για την φόρτωση του σήματος που αναπόφευκτα πρέπει να υπάρχουν, μεγαλύτερη καθυστέρηση παρουσιάζουν οι εντολές για την για τον μετασχηματισμό wavelet (wavedec, dwt, appcoef) έχοντας συνολικό χρόνο εκτέλεσης 0.292 δευτερόλεπτα.

Αντίστοιχα για την δεύτερη μέθοδο έχουμε:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">me8odos2_test</a>	1	8.300 s	0.063 s	
<a href="#">olokliromeno_test1_beltistopoihsh</a>	1	8.300 s	0.000 s	
<a href="#">org.physionet.wfdb.Wfdbexec</a> (Java method)	4	6.362 s	6.362 s	
<a href="#">rdsamp</a>	1	6.282 s	0.015 s	
<a href="#">wfdbdesc</a>	1	1.265 s	0.031 s	
<a href="#">iswt</a>	1	1.079 s	0.322 s	
<a href="#">iswt&gt;idwtLOC</a>	62	0.741 s	0.121 s	
<a href="#">iswt&gt;upconvLOC</a>	124	0.620 s	0.016 s	
<a href="#">swt</a>	1	0.468 s	0.202 s	
<a href="#">wextend</a>	129	0.377 s	0.252 s	

Εικόνα 32: Χρόνος εκτέλεσης των 10 πιο χρονοβόρων εντολών στην δεύτερη μέθοδο

Παρατηρούμε αυτή τη φορά χρόνο εκτέλεσης 8.3 δευτερόλεπτα ενώ την μεγαλύτερη καθυστέρηση εξαιρουμένου των εντολών για την φόρτωση του σήματος παρουσιάζει η συνάρτηση για τον υπολογισμό του αντίστροφου μετασχηματισμού stationary wavelet transform (iswt, iswt>idwtLOC, iswt>upconvLOC) με καθυστέρηση 2.44 δευτερόλεπτα καθώς και ο μετασχηματισμός stationary wavelet transform (swt) με καθυστέρηση 0.468 δευτερόλεπτα και συνολικά 2.908 δευτερόλεπτα.

Είναι φανερό πως η δεύτερη μέθοδος παρουσιάζει μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα και ως αποτέλεσμα χρειάζεται μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμού και κύριος λόγος για την καθυστέρηση είναι η εφαρμογή του αντίστροφου wavelet transform. Αντιθέτως στην πρώτη μέθοδο δεν χρειάστηκε να ξανά συνθέσουμε σήμα από τα coefficients του αλλά χρησιμοποιήσαμε μια μέθοδο αντιστοίχισης των αποτελεσμάτων από το coefficient στο αρχικό σήμα. Δευτερεύων λόγος είναι η χρησιμοποίηση stationary wavelet transform έναντι discrete wavelet transform για την ανάλυση του σήματος (0.468s στο swt αντί για 0.083s στο dwt).

Ως τελικό συμπέρασμα μπορούμε να πούμε πως κάθε μέθοδος ισορροπεί μεταξύ ευαισθησίας, ακρίβειας και υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Αυξάνοντας κάποιο από τα τρία αυτά στοιχεία έχει ως αποτέλεσμα την μείωση των άλλων δύο.

## 5.7 Συμπίεση δεδομένων με χρήση wavelets

Στην εφαρμογή αυτή αναπτύσσονται μερικές από τις μεθόδους που προσφέρει η matlab για την συμπίεση μονοδιάστατων σημάτων όπως τα ηλεκτροκαρδιογραφήματα αλλά και σήματα δύο διαστάσεων όπως εικόνες. Οι εικόνες μπορεί να είναι ασπρόμαυρες και έγχρωμες.

Η ιδιότητα των wavelets η οποία προσδίνει την δυνατότητα να συμπίεσουμε αποτελεσματικά τα σήματα επιτυγχάνοντας καλό λόγο συμπίεσης αλλά και διατήρηση μεγάλου ποσοστού της πληροφορίας του αρχικού σήματος είναι κυρίως η αραιή αναπαράσταση του σήματος στο πεδίο των wavelets. Αυτό σημαίνει πως σε κάθε επίπεδο ανάλυσης τα wavelet coefficients περιέχουν πολλά μηδενικά. Βασική ιδέα είναι πως το κάθε τυχαίο σήμα προς συμπίεση μπορεί να αναπαρασταθεί με ακρίβεια με ένα μικρό αριθμό από approximation coefficients και λίγα επιλεγμένα detail coefficients.

Αρχικά θα δοθεί μια απλή μέθοδος η οποία χρησιμοποιεί τη συνάρτηση “wdencomp” για την συμπίεση μονοδιάστατων και δισδιάστατων σημάτων. Η συνάρτηση αυτή έχει τη δυνατότητα να λειτουργήσει και για την αφαίρεση θορύβου από τα προαναφερθέντα σήματα. Η αρχή λειτουργίας της είναι η εξής:

- Ανάλυση σήματος με wavelets. Επιλέγεται ένα είδους wavelet και ο αριθμός επιπέδου ανάλυσης  $N$  και αναλύουμε το σήμα με το wavelet αυτό στο επίπεδο που διαλέχτηκε.
- Κατωφλίωση των detail coefficient. Διαλέγεται μια τιμή κατωφλίου και για κάθε ένα επίπεδο εφαρμόζεται κατωφλίωση στα detail coefficients.
- Ανακατασκευή του σήματος. Χρησιμοποιώντας τα approximation coefficients του αρχικού σήματος αναλλοίωτα μαζί με τα τροποποιημένα detail coefficients ανακατασκευάζεται το νέο σήμα.

Η διαφορά λειτουργίας μεταξύ συμπίεσης και αφαίρεσης θορύβου βρίσκεται στο δεύτερο βήμα της επεξεργασίας. Κατά την αποθορυβοποίηση αφαιρούνται detail coefficients των οποίων το συχνοτικό περιεχόμενο δεν ανήκει στο ωφέλιμο σήμα και θεωρούνται ως θόρυβος, ενώ κατά την συμπίεση τροποποιούνται οι τιμές των detail coefficients με βάση τη κατωφλίωση που έχει επιλεγθεί.

Υπάρχουν δύο μορφές κατωφλίωσης. Η πρώτη είναι να θεωρηθεί μια τιμή κατωφλίωσης για όλα τα επίπεδα ανάλυσης (global threshold), και η δεύτερη είναι να θεωρηθούν τιμές κατωφλίων που εξαρτώνται από το επίπεδο ανάλυσης (level-dependent threshold).

### 5.7.1 Συμπίεση σήματος ηλεκτροκαρδιογραφήματος

Στην πρώτη εφαρμογή χρησιμοποιείται η συνάρτηση `wdencomp` για την συμπίεση ενός ηλεκτροκαρδιογραφήματος. Θα γίνει χρήση του σήματος `100m.mat` της συλλογής MIT-BIH arrhythmia database.

Αρχικά φορτώνουμε το σήμα και αφαιρούμε την προεπεξεργασία που έχει υποστεί (`gain +200, offset +1024`)

```
load('100m.mat')
A=val(1,:);
A=(A-1024)/200;
```

Στην συνέχεια αναλύουμε το σήμα μέχρι το 3ο επίπεδο με το `sym4` wavelet

```
[C,L]=wavedec(A,3,'sym4');
```

Μπορούμε να δούμε την μορφή των detail και approximation coefficient του σήματος αυτού χρησιμοποιώντας τις εντολές `detcoef` και `appcoef` αντίστοιχα. Θα παρουσιάσουμε την μορφή του πρώτου επιπέδου approximation και των δύο πρώτων επιπέδων detail.

Έχουμε λοιπόν:

```
cA1 = appcoef(C,L,'sym4',1);
cD1=detcoef(c,1,1);
cD2=detcoef(c,1,2);
```

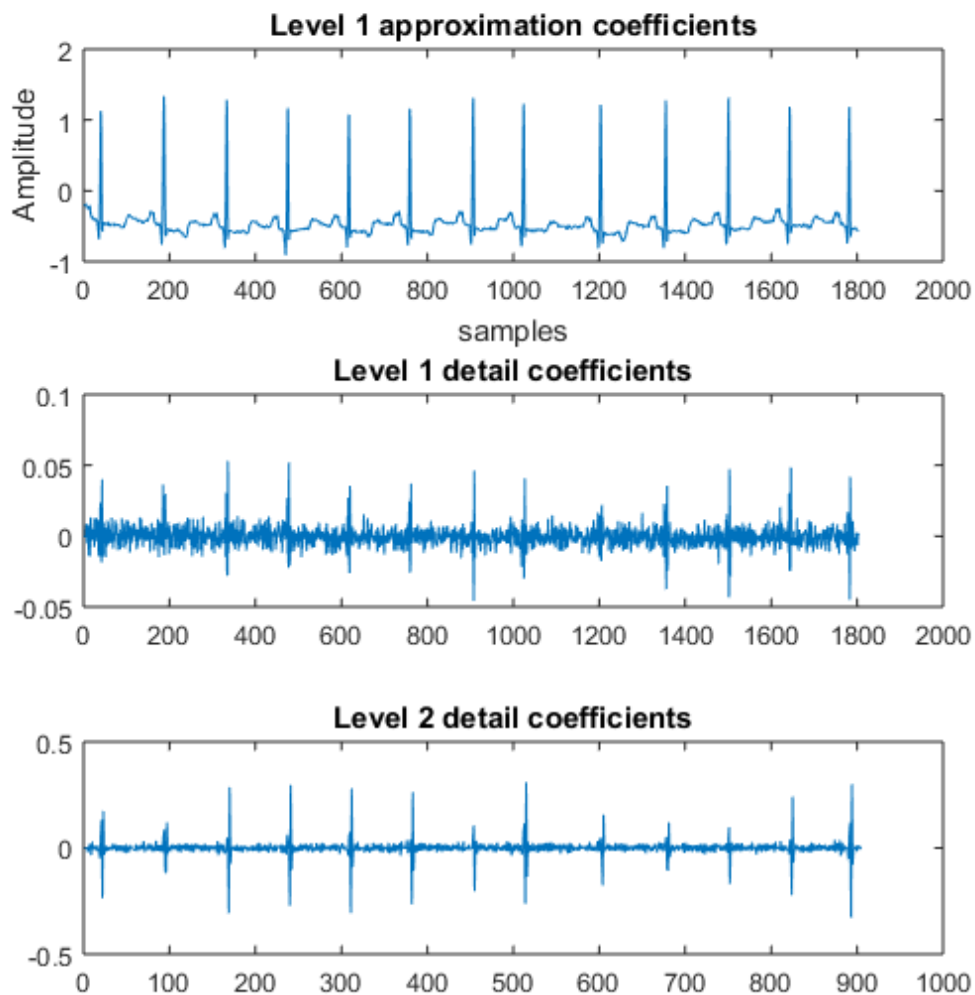
και η μορφή τους είναι:

```
figure
subplot(311)
plot(cA1)
title('Level 1 approximation coefficients')
xlabel('samples')
ylabel('Amplitude')
subplot(312)
plot(cA2)
```

```

title('Level 2 approximation coefficients')
xlabel('samples')
ylabel('Amplitude')
subplot(313)
plot(cA3)
title('Level 3 approximation coefficients')
xlabel('samples')
ylabel('Amplitude')

```



Έπειτα χρησιμοποιώντας τα wavelet coefficients που βρίσκονται στο πίνακα C και τα indexes αυτών που βρίσκονται στο πίνακα L συμπιέζουμε το σήμα μας. Πρέπει να ορίσουμε τιμή και τον τρόπο κατωφλίωσης καθώς και αν θα μείνουν τα approximation coefficients αναλλοίωτα.

Για το λόγο αυτό κάνουμε χρήση της εντολής `ddencmp` η οποία δέχεται ως όρισμα το σήμα προς συμπίεση και δίνει ως αποτέλεσμα τιμή κατωφλίωσης, αν η κατωφλίωση θα είναι σκληρή ή μαλακή και αν θα κρατηθούν τα `approximation coefficients`. Κάνοντας χρήση των παραπάνω θα επιτύχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα για το συγκεκριμένο σήμα. Οι τιμές αυτές αποθηκεύονται στις μεταβλητές `thr`, `sorh`, `keepapp` αντίστοιχα.

```
[thr, sorh, keepapp]=ddencmp('cmp','wv',A);
```

Τα ορίσματα `cmp` και `wv` υποδεικνύουν ότι θέλουμε να συμπίεσουμε το σήμα και η συμπίεση θα γίνει με `wavelets`.

Έτσι έχουμε:

```
>> thr
```

```
thr =
```

```
0.0071 %H τιμή κατωφλίωσης
```

```
>> sorh
```

```
sorh =
```

```
h %Το είδος της κατωφλίωσης θα είναι σκληρό
```

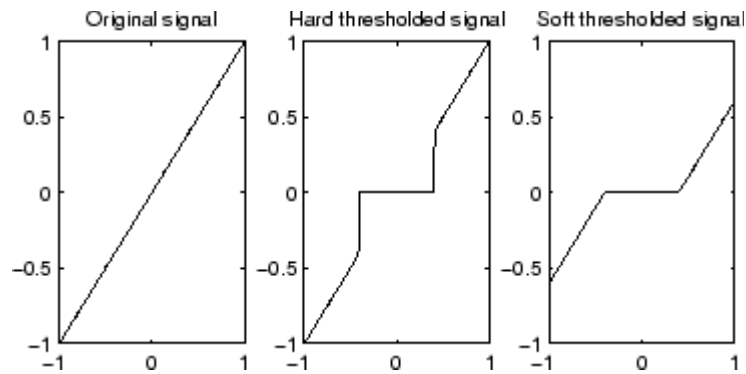
```
>> keepapp
```

```
keepapp =
```

```
1 %θα διατηρηθούν τα approximation coefficients.
```

Η λειτουργία του `hard` και `soft thresholding` εξηγείται στην παρακάτω εικόνα. Έχουμε μια ευθεία και εφαρμόζουμε σε αυτής τα δύο είδη `threshold` με τιμή 0.4 και παρατηρούμε τις αλλαγές που επιφέρει:





Με hard threshold οι η ευθεία εκτός του 0.4 ορίου παραμένει αναλλοίωτη, ενώ εντός έχει μηδενιστεί. Με soft threshold οι τιμές εκτός του ορίου έχουν μετατοπιστεί πιο κοντά στο κέντρο και εντός του κέντρου έχουν επίσης μηδενιστεί.

Έχοντας πλέον τα wavelet coefficients καθώς και τις παραμέτρους για την συμπίεση μπορούμε να συμπίεσουμε το σήμα κάνοντας χρήση της εντολής `wdencomp`.

```
[Xc,Cxc,Lxc,perf0,perf12]=wdencomp('gbl',C,L,'sym4',3,thr,sorh,
keepapp);
```

όπου οι τιμές των ορισμάτων είναι:

- `gbl, thr`: ενιαία τιμή κατωφλίου για όλα τα επίπεδα ανάλυσης με τιμή που ορίζει η μεταβλητή `thr`
- `C, L`: Πίνακες με τα wavelet coefficients
- `sym4, 3`: Το wavelet με το οποίο γίνεται η ανάλυση και επανασύνθεση και 3 το επίπεδο της ανάλυσης
- `sorh`: Είδος κατωφλίωσης, σκληρή ή μαλακή. Εδώ επιλέχτηκε το πρώτο.
- `keepapp`: Επιλέχτηκε να μείνουν τα approximation coefficients αναλλοίωτα, εναλλακτικά η τιμή θα ήταν 0.
- `Xc`: Το συμπίεσμένο σήμα
- `Cxd, Lxd`: Πίνακες με τα wavelet coefficients του συμπίεσμένου σήματος

Στην συμπίεση σημάτων υπάρχουν αρκετοί ποσοτικοί δείκτες με τους οποίους μπορούμε να αξιολογήσουμε την απόδοση της εκάστοτε μεθόδου. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε δύο από αυτούς:

- `perf0`: Ο αριθμός των μηδενικών στο συμπίεσμένο σήμα, εκφρασμένος ως ποσοστό:

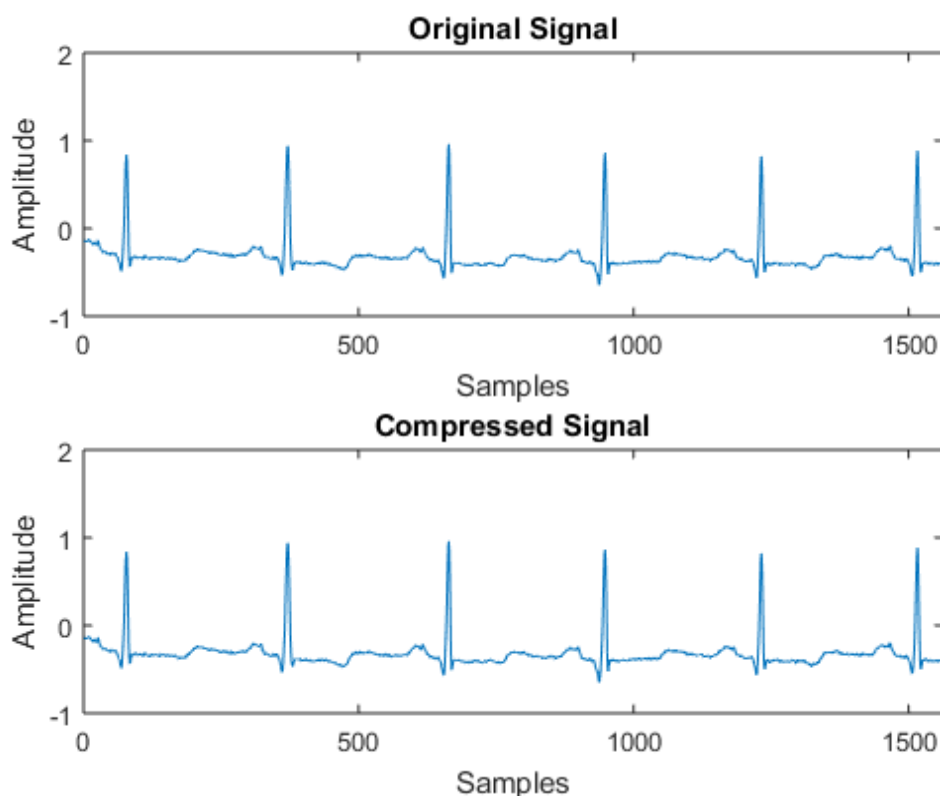
$$100 * \frac{\text{αριθμός μηδενικών στο συμπιεσμένο σήμα}}{\text{πλήθος των coefficients}}$$

Με το δείκτη αυτό μπορούμε να δούμε κατά πόσο μικρότερος είναι ο αριθμός των coefficients στο συμπιεσμένο σήμα σε σχέση με το αρχικό.

- `Perfl2`: Η L2 norm recovery που εκφράζει με πόση ακρίβεια μπορούμε να ξανά συνθέσουμε το αρχικό σήμα χρησιμοποιώντας το συμπιεσμένο σήμα, εκφρασμένο ως ποσοστό. Επίσης εκφράζει το λόγο της ενέργειας του αρχικού σήματος που έχει παραμείνει στο συμπιεσμένο σήμα:

$$100 * \frac{\| \text{coefficients στο συμπιεσμένο σήμα} \|^2}{\| \text{coefficients στο αρχικό σήμα} \|^2}$$

Έτσι έχουμε το εξής αποτέλεσμα



Παρατηρούμε πως ποιοτικά το αποτέλεσμα είναι διαισθητικά ικανοποιητικό καθώς το συμπιεσμένο σήμα δεν φαίνεται να έχει υποστεί αλλοίωση.

Εξετάζουμε στην συνέχεια τους ποσοτικούς δείκτες και έχουμε τα εξής:

Υπολογίζουμε το αριθμό των μηδενικών:

```
100*length(find(Cxc==0))/length(Cxc)
```

ans =

50.4144

το ίδιο με την τιμή της perf0. Βλέπουμε πως το συμπιεσμένο σήμα έχει το 50% των τιμών των coefficients μηδενισμένα.

Υπολογίζουμε την L2 norm recovery:

```
100*norm(Cxc).^2/norm(c).^2
```

ans =

99.9945

το ίδιο με την τιμή της perf12. Μπορούμε να κάνουμε σχεδόν πλήρης ανακατασκευή του αρχικού σήματος από το συμπιεσμένο σήμα.

Με μια γρήγορη οπτική παρατήρηση βλέπουμε πως το συμπιεσμένο σήμα φαίνεται να μην παρουσιάζει καμία διαφορά από το αρχικό παρόλο που έχουμε χρησιμοποιήσει τα μισά περίπου coefficients όπως δείχνει η τιμή της perf0. Ακόμα βλέπουμε πως το συμπιεσμένο σήμα διατηρεί το 99.99% της ενέργειας του αρχικού σήματος και έτσι η πληροφορία που περιέχει το αρχικό σήμα έχει αποθηκευτεί πρακτικά ανεπηρέαστη στο συμπιεσμένο σήμα. Μεγαλώνοντας την τιμή κατωφλίσωσης αυξάνουμε το ποσοστό των μηδενισμένων coefficient σε σχέση με το αρχικό αριθμό των coefficients το οποίο έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του ποσοστού συμπίεσης και μείωση του μεγέθους του συμπιεσμένου σήματος, αλλά μειώνεται το ποσοστό ενέργειας στο σήμα που έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του μεγέθους της πληροφορίας που φέρει το σήμα. Η τιμή λοιπόν της κατωφλίσωσης μπορεί να επιλεγεί ανάλογα με το τι θεωρείται σημαντικό για την εκάστοτε εφαρμογή.

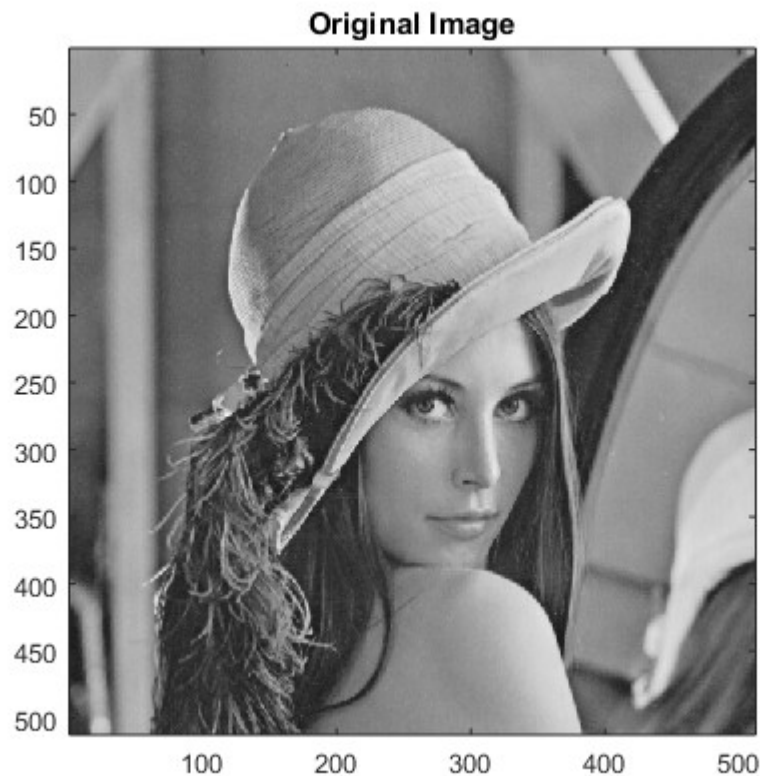
### 5.7.2 Συμπύεση δισδιάστατων σημάτων (εικόνες)

Στην δεύτερη εφαρμογή εξετάζεται η ίδια συνάρτηση “wdencomp” αυτή τη φορά σε δισδιάστατα σήματα όπως εικόνες.

Αρχικά θα γίνει χρήση καθολικού επιπέδου καταφλίωσης, και θα υπολογιστεί η  $L^2$  norm recovery και τη πυκνότητα του πίνακα των coefficients που θα προκύψει. Στην συνέχεια θα γίνει χρήση τοπικού επιπέδου καταφλίωσης το οποίο εξαρτάται από το επίπεδο ανάλυσης και θα υπολογιστεί πάλι η  $L^2$  norm recovery και τη πυκνότητα του πίνακα των coefficients που θα προκύψει για να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων και αξιολόγηση της κάθε μεθόδου.

Διαβάζεται η εικόνα προς επεξεργασία καθώς και ο πίνακας με τις τιμές χρωμάτων (colormap). Η εικόνα αποθηκεύεται στο πίνακα cdata και ο πίνακας χρωμάτων στο πίνακα map.

```
colormap (map)
image (cdata)
axis square
title ('Original Image')
```



```
>> [C,L]=wavedec2(cdata,5,'sym4');
```

Όπως και στην προηγούμενη εφαρμογή χρησιμοποιούμε την συνάρτηση `ddencmp` για αυτόματη επιλογή τιμής κατωφλίσωσης, είδους κατωφλίσωσης και αν θα διατηρηθούν τα `approximation coefficients`. Έτσι έχουμε:

```
[thr,sorh,keepapp]=ddencmp('cmp','wv',cdata);
```

```
>> thr
```

```
thr =
```

```
2.0000 %H τιμή κατωφλίσωσης
```

```
>> sorh
```

```
sorh =
```

```
h %Το είδος της κατωφλίσωσης θα είναι σκληρό
```

```
>> keepapp
```

```
keepapp =
```

```
1 %θα διατηρηθούν τα approximation coefficients.
```

Έχοντας πλέον τα `coefficients` αλλά και τις παραμέτρους μπορούμε να συμπίεσουμε την εικόνα:

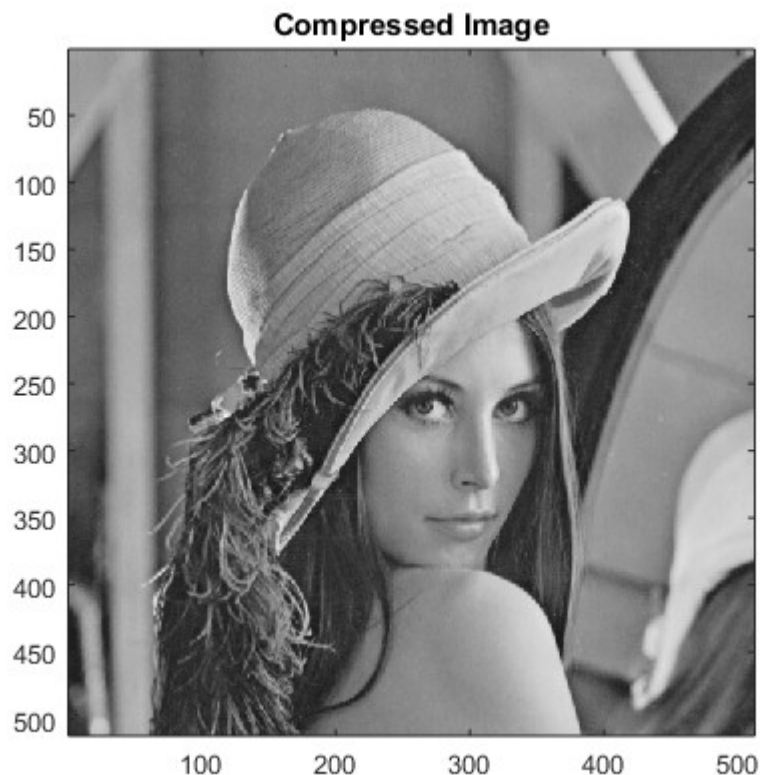
```
[Xc,Cxc,Lxc,perf0,perf12]=wdencmp('gbl',C,L,'sym4',5,thr,sorh,keepapp);
```

Οι παράμετροι όπως και στη μονοδιάστατη συμπίεση είναι:

- `gbl`: ενιαία τιμή κατωφλίου για όλα τα επίπεδα ανάλυσης
- `C, L`: Πίνακες με τα `wavelet coefficients`

- `sym4, 5`: Το wavelet με το οποίο γίνεται η ανάλυση και επανασύνθεση και 5 το επίπεδο ανάλυσης
- `sovh`: Είδος κατωφλίωσης, σκληρή ή μαλακή. Εδώ επιλέχτηκε το πρώτο.
- `keepapp`: Επιλέχτηκε να μείνουν τα approximation coefficients αναλλοίωτα, εναλλακτικά η τιμή θα ήταν 0.
- `Xc`: Το συμπιεσμένο σήμα
- `Cxc, Lxc`: Πίνακες με τα wavelet coefficients του συμπιεσμένου σήματος
- `perf0`: Ο αριθμός των μηδενικών στο συμπιεσμένο σήμα, εκφρασμένος ως ποσοστό.
- `Perf12`: Η L2 norm recovery που εκφράζει με πόση ακρίβεια μπορούμε να ξανά συνθέσουμε το αρχικό σήμα χρησιμοποιώντας το συμπιεσμένο σήμα, εκφρασμένο ως ποσοστό.

έχουμε την εξής εικόνα στην έξοδο:



Παρατηρούμε πως το αποτέλεσμα είναι πάλι διαισθητικά ικανοποιητικό. Η συμπιεσμένη εικόνα δεν παρουσιάζει καμία οπτική διαφορά με την αρχική εικόνα. Εξετάζουμε πάλι τους ποσοτικούς δείκτες και έχουμε:

Υπολογίζουμε το αριθμό των μηδενικών:

```
100*length(find(Cxc==0))/length(Cxc)
```

```
ans =
```

```
46.6997
```

ίδιο με την τιμή της `perf0`. Η συμπίεσμένη εικόνα χρησιμοποιεί μόνο το 54% του αριθμού των `coefficients` της αρχικής εικόνας.

Υπολογίζουμε την L2 norm recovery:

```
100*norm(Cxc).^2/norm(c).^2
```

```
ans =
```

```
99.9982
```

ίδιο με την τιμή της `perf12`. Μπορούμε να κάνουμε σχεδόν τέλεια ανακατασκευή της αρχικής εικόνας χρησιμοποιώντας την συμπίεσμένη.

Παρατηρούμε πως η συμπίεσμένη εικόνα διατηρεί το 99.99% της ενέργειας της αρχικής εικόνας.

Ακόμα υπολογίζουμε την πυκνότητα του πίνακα των `coefficients` ως εξής: Αριθμός των μη μηδενικών `coefficients` ως προς το συνολικό μήκος του πίνακα των `coefficients`.

```
>> Cxc_sparse=sparse(Cxc);
```

```
>> Cxc_density=nnz(Cxc_sparse)/prod(size(Cxc_sparse));
```

```
>> Cxc_density
```

```
Cxc_density =
```

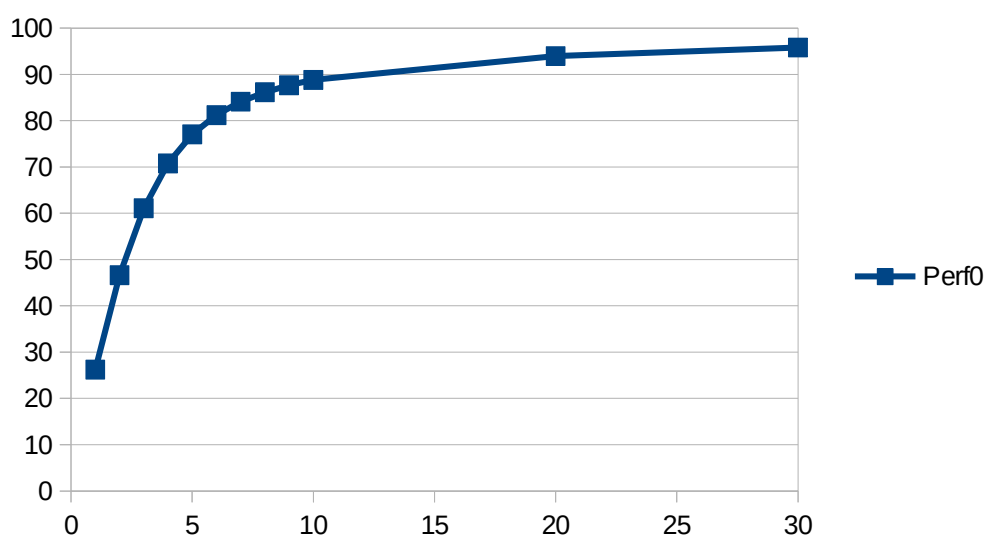
```
0.5339
```

Παρατηρούμε πως το συμπίεσμένο σήμα αποτελείται από το 54% των `coefficients` του αρχικού σήματος αλλά δεν παρουσιάζει καμία οπτική διαφορά από το αρχικό. Επίσης στη

συμπιεσμένη εικόνα βρίσκεται το 99.99% της ενέργειας της αρχικής εικόνας οπότε μπορούμε πρακτικά να πούμε πως όλη η πληροφορία της αρχικής εικόνας έχει διατηρηθεί.

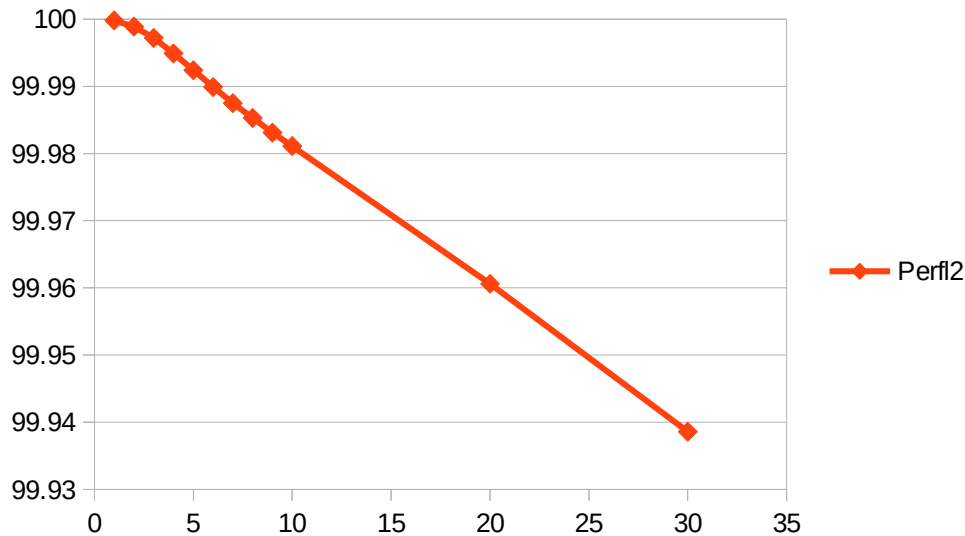
Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για διαφορετικές τιμές κατωφλίου και καταγράφουμε τα αποτελέσματα:

Τιμή κατωφλίου	Perf0	Perf12
1	26.2093	99.9998
2	46.6066	99.9989
3	61.0651	99.9972
4	70.7764	99.9949
5	77.0379	99.9924
6	81.2097	99.9899
7	84.1094	99.9875
8	86.1496	99.9853
9	87.6598	99.9831
10	88.8157	99.9811
20	93.9715	99.9606
30	95.8159	99.9386



Εικόνα 33: Γραφική παράσταση του ποσοστού μηδενικών συναρτήσει της τιμής κατωφλίωσης





*Εικόνα 34: Γραφική παράσταση της ενέργειας στο συμπιεσμένο σήμα συναρτήσει της τιμής κατωφλίσωσης*

Παρατηρούμε από το πρώτο διάγραμμα προσεγγιστικά λογαριθμική αύξηση του ποσοστού μηδενισμένων coefficient στο συμπιεσμένο σήμα συναρτήσει της τιμής κατωφλίσωσης ενώ από το δεύτερο διάγραμμα παρατηρούμε πως το ποσοστό ενέργειας στο συμπιεσμένο σήμα μειώνεται προσεγγιστικά γραμμικά συναρτήσει της τιμής κατωφλίσωσης.

Για τιμές κατωφλίσωσης έως και την τιμή 5 οι διαφορές μεταξύ της αρχικής και της συμπιεσμένης εικόνας είναι δύσκολο να παρατηρηθούν. Από την τιμή 6 και μετά οι λεπτομέρειες στην συμπιεσμένη εικόνα αρχίζουν να απαλείφονται. Από την τιμή 20 και μετά οι διαφορές είναι εμφανείς.

Στην συνέχεια θα επαναλάβουμε την συμπίεση της εικόνας χρησιμοποιώντας τιμή κατωφλίσωσης εξαρτώμενη από το επίπεδο και προσανατολισμό της ανάλυσης. Η ανάλυση αυτή τη φορά θα γίνει σε 2 επίπεδα και θα χρησιμοποιηθούν τιμές κατωφλίσωσης για 3 προσανατολισμούς: Οριζόντιο, κατακόρυφο και διαγώνιο.

Αρχικά κατασκευάζουμε το πίνακα με τις τιμές κατωφλίσωσης:

```
>> thr_h=[0.5 1]; %Οριζόντιος
προσανατολισμός
>> thr_d=[1 2]; %Διαγώνιος
προσανατολισμός
>> thr_v=[2 3]; %Κατακόρυφος
προσανατολισμός
>> thr2=[thr_h ; thr_d ; thr_v]; %Ολοκληρωμένος πίνακας 3x2
```

Μπορούμε να δούμε τι μορφή έχουν τα οριζόντια, διαγώνια και κατακόρυφα detail coefficients, καθώς και τα approximation coefficients πραγματοποιώντας ανάλυση wavelet ενός επιπέδου και αποθηκεύοντας και ανακατασκευάζοντας κάθε ομάδα ξεχωριστά. Εκτελούμε πρώτα μετασχηματισμό wavelet δύο διαστάσεων:

```
[cA1, cH1, cV1, cD1] = dwt2(cdata, 'sym4');
```

Στη συνέχεια ανακατασκευάζουμε το κάθε είδος coefficient όπου τα ορίσματα h,v,d συμβολίζουν horizontal, vertical και diagonal αντίστοιχα:

```
A1 = upcoef2('a', cA1, 'sym4', 1);
```

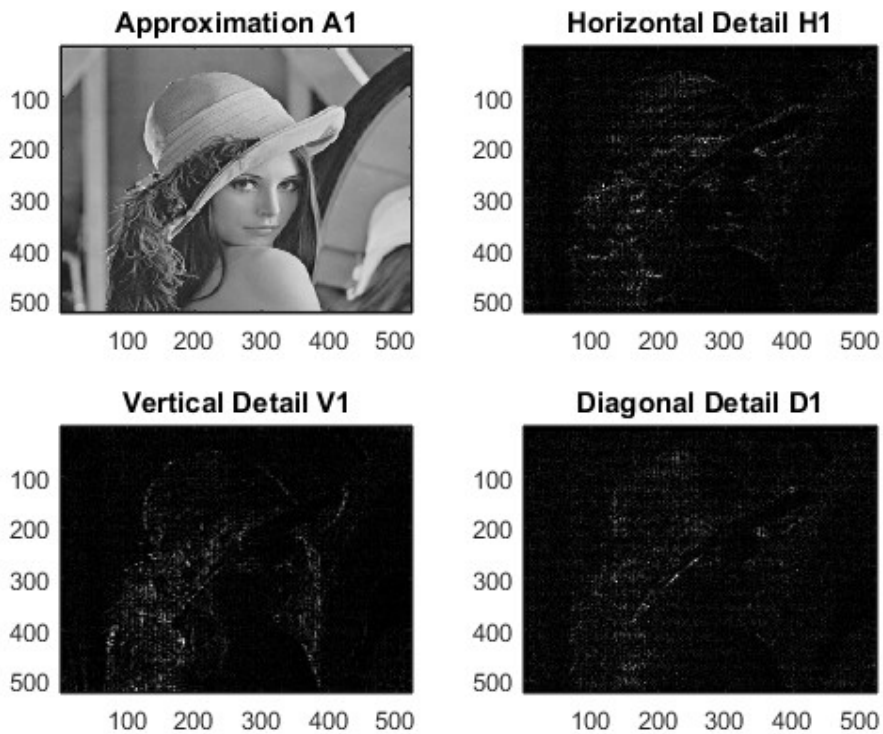
```
H1 = upcoef2('h', cH1, 'sym4', 1);
```

```
V1 = upcoef2('v', cV1, 'sym4', 1);
```

```
D1 = upcoef2('d', cD1, 'sym4', 1);
```

Μπορούμε πλέον να εμφανίσουμε τα αποτελέσματα. Χρησιμοποιούμε την εντολή wcodemat η οποία διαβαθμίζει τις τιμές των ανακατασκευασμένων coefficients στο διάστημα [1 256] ώστε να εκμεταλλεύεται το πλήρως εύρος του colormap:

```
colormap(map);  
subplot(2,2,1);  
image(wcodemat(A1,256));  
title('Approximation A1')  
subplot(2,2,2);  
image(wcodemat(H1,256));  
title('Horizontal Detail H1')  
subplot(2,2,3); image(wcodemat(V1,256));  
title('Vertical Detail V1')  
subplot(2,2,4);  
image(wcodemat(D1,256));  
title('Diagonal Detail D1')
```



Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να εμφανίσουμε τα coefficients και για το δεύτερο επίπεδο:

Αρχικά εκτελούμε wavelet ανάλυση 2 επιπέδων:

```
[c, l] = wavedec2(cdata, 2, 'sym4');
```

Αποθηκεύουμε το κάθε είδος coefficient ξεχωριστά όπου τα ορίσματα h,v,d συμβολίζουν horizontal, vertical και diagonal αντίστοιχα:

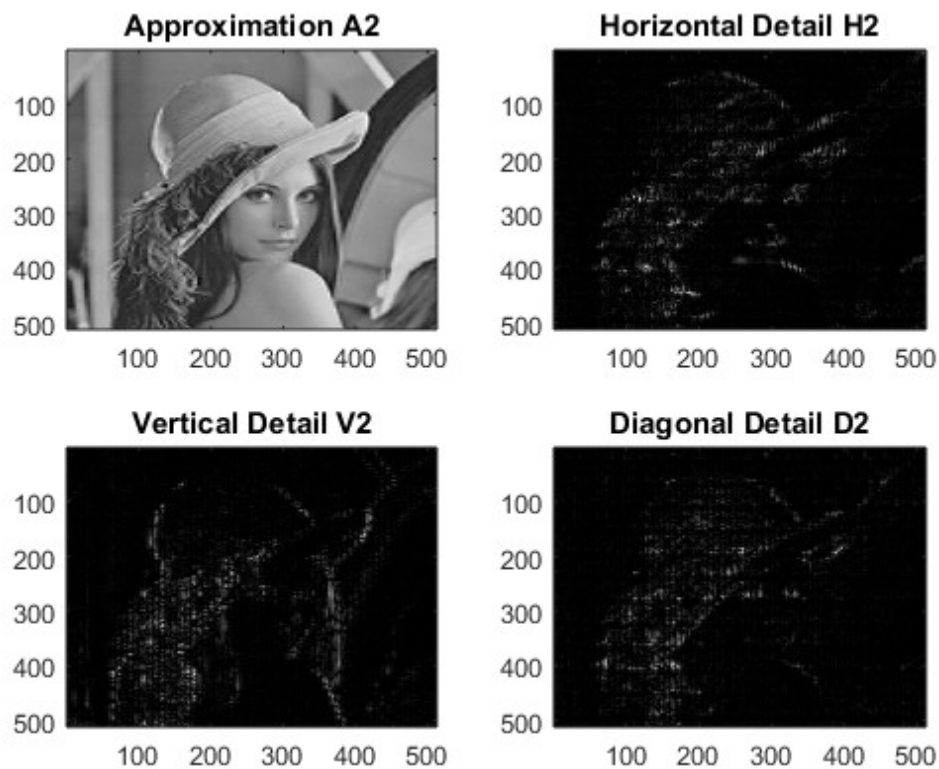
```
cA2 = appcoef2(c, l, 'sym4', 2);
cH2 = detcoef2('h', c, l, 2);
cV2 = detcoef2('v', c, l, 2);
cD2 = detcoef2('d', c, l, 2);
```

Ανακατασκευάζουμε το κάθε ένα είδος coefficient:

```
A2 = wrcoef2('a', c, l, 'sym4', 2);
H2 = wrcoef2('h', c, l, 'sym4', 2);
V2 = wrcoef2('v', c, l, 'sym4', 2);
D2 = wrcoef2('d', c, l, 'sym4', 2);
```

Τελικά έχουμε τις εξής εικόνες:

```
subplot(2,2,1);  
image(wcodemat(A2,256));  
title('Approximation A2')  
subplot(2,2,2);  
image(wcodemat(H2,256));  
title('Horizontal Detail H2')  
subplot(2,2,3); image(wcodemat(V2,256));  
title('Vertical Detail V2')  
subplot(2,2,4);  
image(wcodemat(D2,256));  
title('Diagonal Detail D2')
```



Έχοντας τις τιμές κατωφλίωσης πλέον μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή `wdencomp` για να συμπίεσουμε την εικόνα:

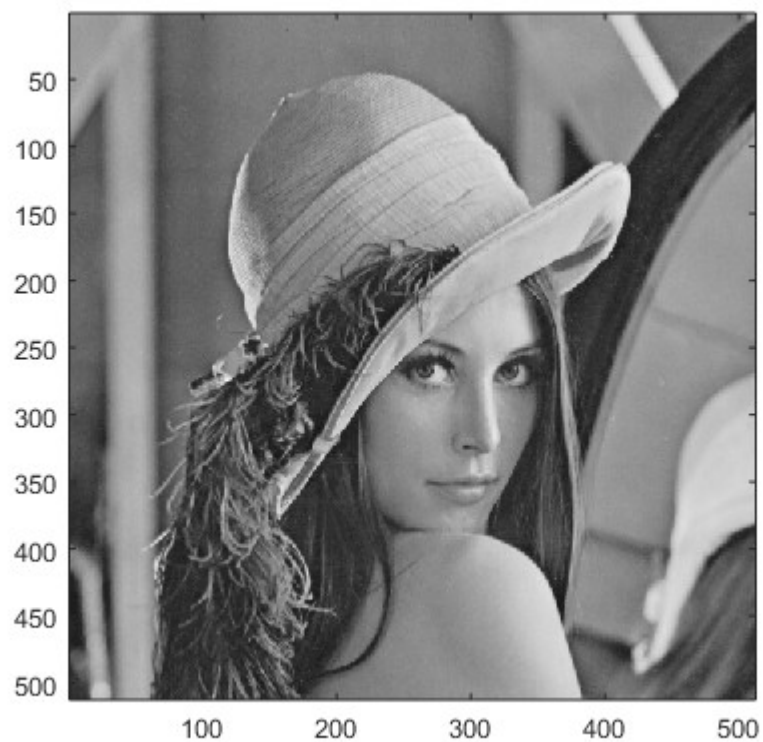
```
[Xc2,Cxc2,Lxc2,perf02,perf122]=wdencomp('lvd',cdata,'sym4',2,th
```

```
r2, sorh);
```

όπου τα ορίσματα στην είσοδο και έξοδο έχουν εξηγηθεί προηγουμένως.

Έτσι έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

```
colormap(map)  
image(Xc2)  
title('Compressed Image')  
axis square
```



Υπολογίζουμε το αριθμό των μηδενικών:

```
100*length(find(Cxc2==0))/length(Cxc2)
```

```
ans =
```

```
30.7935
```

Υπολογίζουμε την L2 norm recovery:

```
100*norm(Cxc).^2/norm(c).^2
```

```
ans =
```

```
99.9985
```

Ακόμα υπολογίζουμε την πυκνότητα του πίνακα των coefficients

```
>> Cxc2_sparse=sparse(Cxc2);
```

```
>> Cxc2_density=nnz(Cxc2)/prod(size(Cxc2_sparse));
```

```
>> Cxc2_density
```

```
Cxc2_density =
```

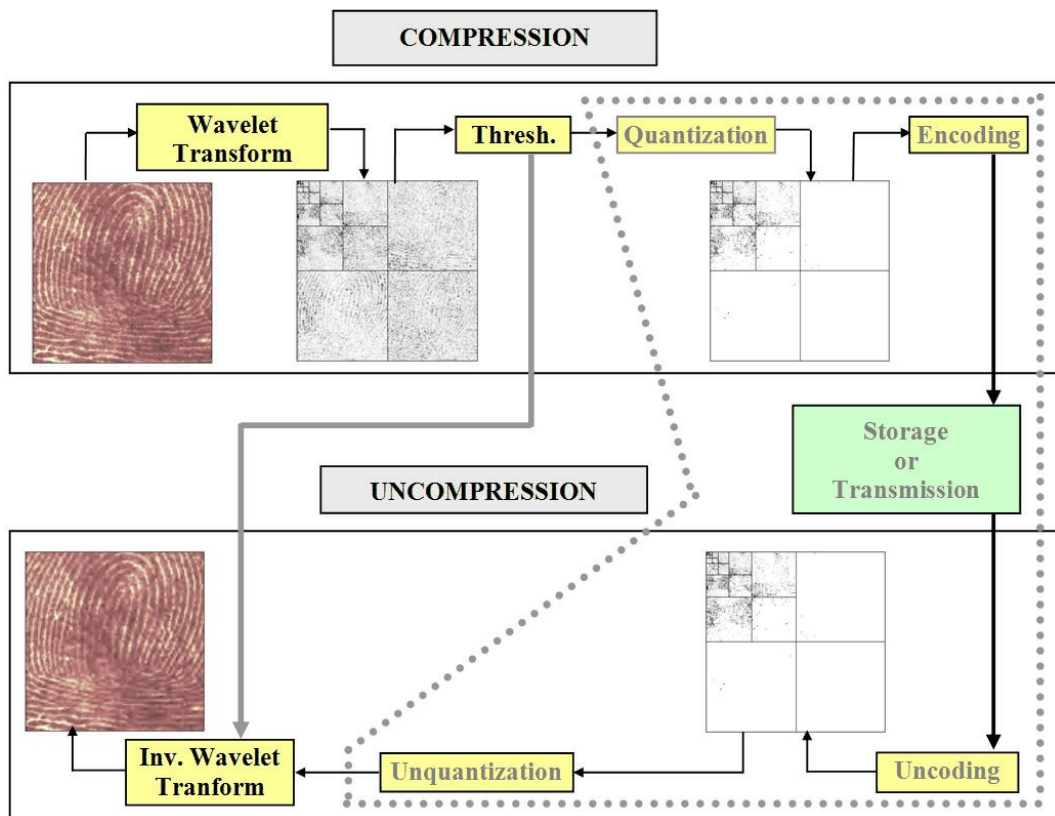
```
0.6921
```

Παρατηρούμε πως για την εικόνα αυτή η χρήση τιμή κατωφλίωσης εξαρτώμενη από το επίπεδο ανάλυσης έχει ως αποτέλεσμα μικρότερη απόδοση σε σύγκριση με την περίπτωση καθολικής τιμής κατωφλίωσης. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση της χρήσης τιμής κατωφλίωσης εξαρτώμενη από το επίπεδο ανάλυσης το ποσοστό των μηδενισμένων coefficient έχει μειωθεί κατά 14% για ίδιο περίπου ποσοστό ενέργειας στη συμπιεσμένη εικόνα. Ανάλογο συμπέρασμα βγάζουμε εξετάζοντας την πυκνότητα του πίνακα των coefficients όπου ο πίνακας στην περίπτωση τιμής κατωφλίωσης εξαρτώμενη από το επίπεδο ανάλυσης είναι πιο πυκνός από την περίπτωση χρήσης καθολικής τιμής κατωφλίωσης.

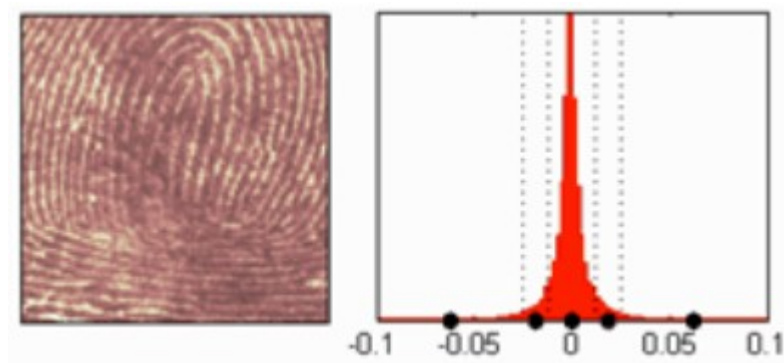
### 5.7.3 *True Compression εικόνων*

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος η οποία ονομάζεται True Compression και είναι μια πιο σύνθετη διαδικασία και συμπεριλαμβάνει εκτός από μετασχηματισμούς wavelet, κβαντισμό των τιμών της εικόνας. Το παρακάτω διάγραμμα περιγράφει την διαδικασία αυτή.

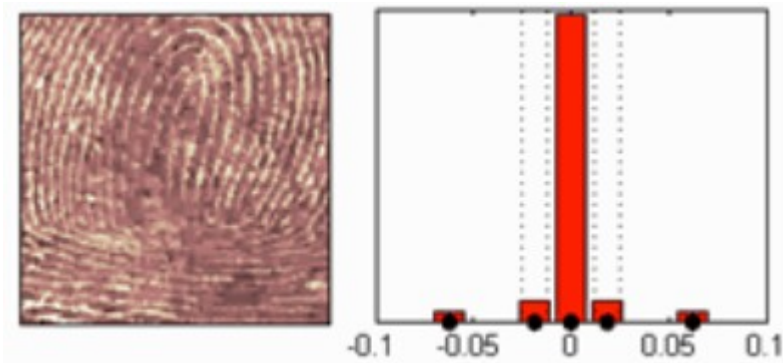
Η λειτουργία του μετασχηματισμού wavelet καθώς και της κατωφλίωσης έχουν περιγραφεί προηγουμένως. Μέσω της κβαντοποίησης μειώνουμε τον αριθμό των χρωμάτων σε μια εικόνα, που έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της πληροφορίας και του μεγέθους της εικόνας γιατί μειώνουμε τον αριθμό των bits ανά pixel για να κωδικοποιήσουμε όλα τα χρώματα στην εικόνα. Στην μέθοδο αυτή, όπως φαίνεται και στην εικόνα, η κβαντοποίηση εφαρμόζεται στις τιμές των wavelet coefficients.



.Ως παράδειγμα δίνεται η εξής εικόνα τη οποία αναλύουμε στο 4ο επίπεδο με το haar wavelet και παίρνουμε το αντίστοιχο ιστόγραμμα των τιμών των coefficients για το επίπεδο αυτό. Τα coefficients είναι κανονικοποιημένα στο διάστημα  $-1,+1$ .



Στην συνέχεια βλέπουμε την ανακατασκευασμένη εικόνα από τα κβαντισμένα coefficients και το αντίστοιχο ιστόγραμμα των τιμών των coefficients για το ίδιο επίπεδο.



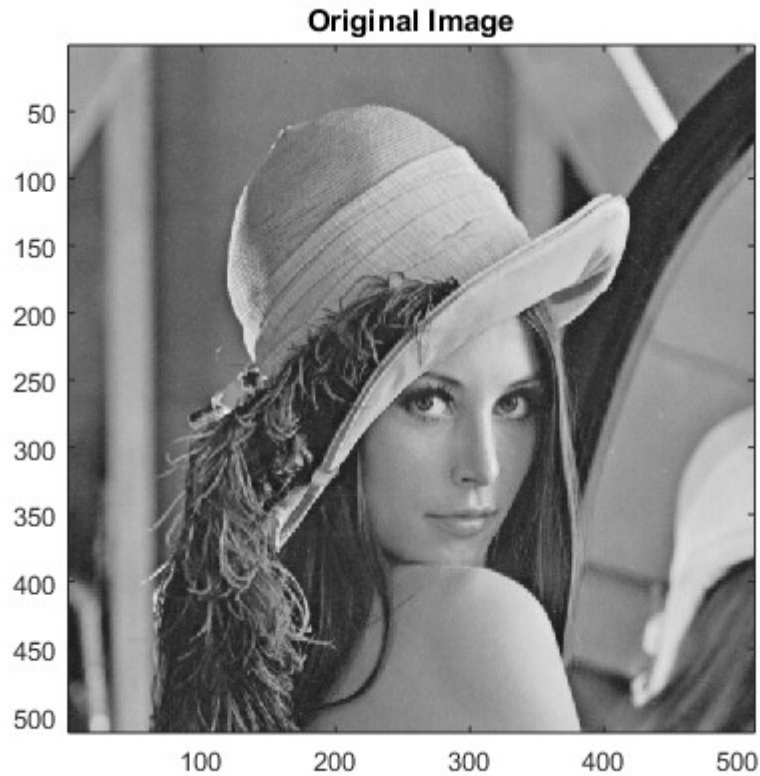
Βλέπουμε πως τα διαστήματα της κβαντοποίησης δεν έχουν το ίδιο μήκος, και βασικό σημείο είναι πως το ιστόγραμμα είναι συγκεντρωμένο κυρίως στην τιμή που βρίσκεται στο μηδέν. Επίσης παρατηρούμε πως η κβαντισμένη εικόνα διατηρεί την ποιότητά της.

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί εδώ χαρακτηρίζεται ως progressive (σταδιακή) γιατί κατά την διάρκεια της αποκωδικοποίησης αποκτούμε εικόνα της οποίας η ανάλυση αυξάνεται σταδιακά. Συνδυάζει τις δύο βασικές ιδέες που αναφέρθηκαν παραπάνω ( ανάλυση wavelet για να έχουμε μεγάλο αριθμό από μηδενικά στα coefficients και κβαντοποίηση των τιμών των coefficients) μαζί με την ιδιότητα της ανάλυσης wavelet να έχει την μορφή δένδρου. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής θα γίνει στην ίδια εικόνα με πριν και θα ακολουθηθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων.

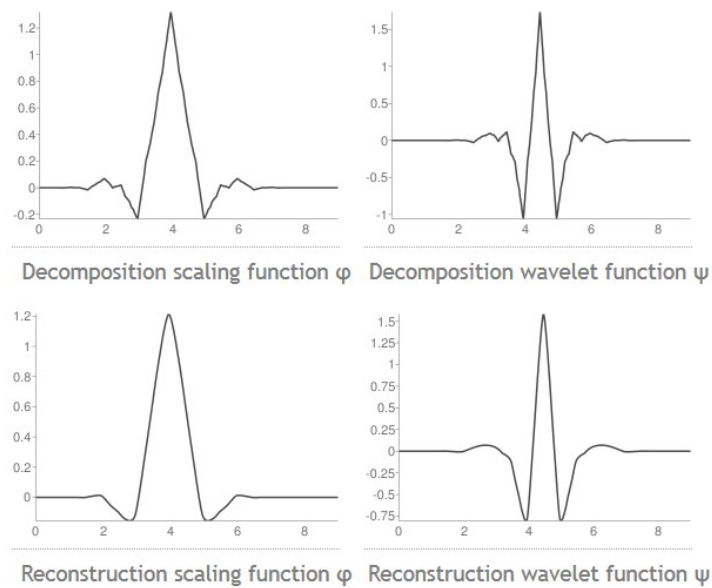
Έχουμε λοιπόν την αρχική εικόνα:

```
image(cdata);
colormap(map);
axis square
title('Original Image')
```





Χρησιμοποιούμε στην συνέχεια την εντολή `wcompress` για να συμπίεσουμε την εικόνα με την προαναφερθείς μέθοδο. Κάνουμε χρήση του αλγορίθμου SPIHT (Set Partitioning in Hierarchical Trees) για την μορφή της κωδικοποίησης ο οποίος είναι ο πιο πρόσφατος για την λειτουργία αυτή και επίσης διαλέγουμε το wavelet `bior4.4`. Το wavelet αυτό έχει την εξής μορφή για την ανάλυση και ανακατασκευή σε approximation και detail αντίστοιχα και χρησιμοποιείται γιατί είναι διορθογώνιο και συμμετρικό:



Βασική παράμετρος είναι ο αριθμός των επαναλήψεων καθώς και αυξάνει την ανάλυση και ποιότητα της εικόνας εις βάρος του λόγου συμπίεσης και μεγαλύτερου μεγέθους. Εκτελούμε την εντολή αυτή για 1 έως 12 επαναλήψεις και παρατηρούμε τα αποτελέσματα. Τα ορίσματα στην εντολή είναι τα εξής:

- `c`: δηλώνουμε ότι θέλουμε να συμπίεσουμε το σήμα, αλλιώς επιλέγουμε 'u' για αποσυμπίεση
- `cdata`: Το σήμα προς επεξεργασία
- `sumpish.wtc`: Το όνομα του συμπιεσμένου αρχείου
- `spiht`: Ο αλγόριθμος για την συμπίεση
- `maxloop, 1`: Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
- `wvname, bior4.4`: Το wavelet με το οποίο θα γίνει η ανάλυση

Στην έξοδο έχουμε:

- `CR`: λόγος συμπίεσης, εκφράζει το λόγο του μεγέθους του συμπιεσμένου σήματος προς το αρχικό
- `BPP`: bits ανα pixel, εκφράζει τον αριθμό των bit που χρειάζεται να για αποθηκεύσουμε ένα pixel της εικόνας. Για ασπρόμαυρες εικόνες χρειαζόμαστε αρχικά 8bits ενώ για truecolor εικόνα χρειαζόμαστε αρχικά 24bits, 8 για κάθε χρώμα.

Για μια επανάληψη:

```
[CR,BPP]=wcompress('c',cdata,'sumpish.wtc','spiht','maxloop',  
1,'wvname','bior4.4');
```

Και έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

```
>> CR
```

```
CR =
```

```
0.0256
```

```
>> BPP
```

```
BPP =
```

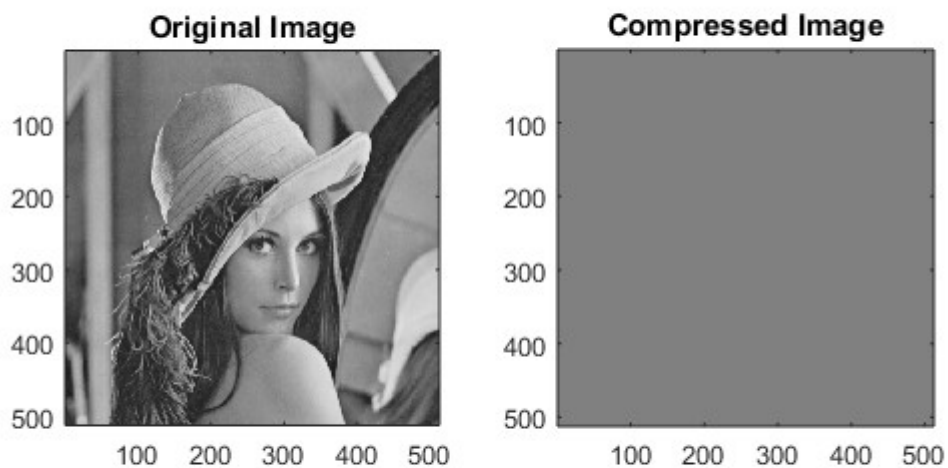
0.0020

Βλέπουμε πως η συμπίεσμένη εικόνα χρησιμοποιεί το 0.025% του χώρου της αρχικής εικόνας

Αποσυμπιέζουμε την εικόνα και έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

```
Xc = wcompress('u', 'sumpiesh.wtc');
```

```
colormap(map)  
subplot(121)  
image(cdata)  
axis square  
title('Original Image')  
subplot(122)  
image(Xc)  
axis square  
imagesc(Xc)  
axis square  
title('Compressed Image')
```



Η εικόνα δεν διατηρεί καμία πληροφορία της αρχικής.

Για έξι επαναλήψεις:

```
[CR,BPP]=wcompress('c',cdata,'sumpiesh.wtc','spiht','maxloop',  
6,'wvname','bior4.4');
```

Έχουμε:

```
>> CR
```

```
CR =
```

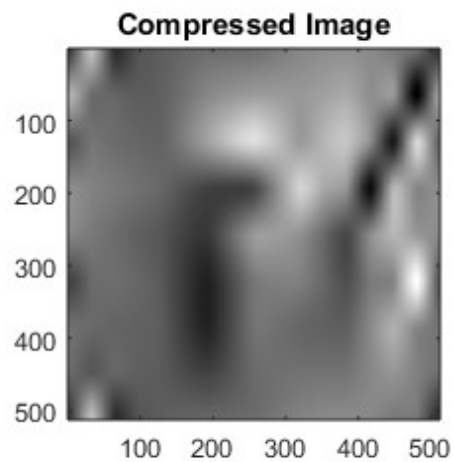
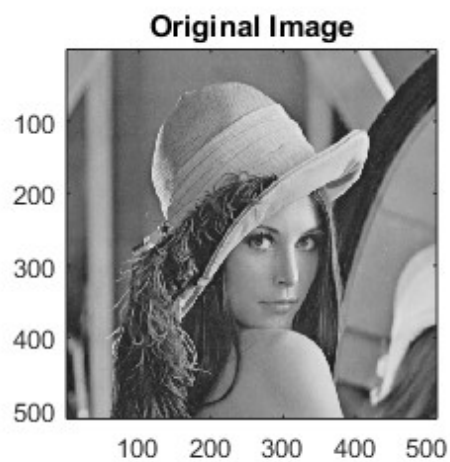
```
0.0256
```

```
>> BPP
```

```
BPP =
```

```
0.0020
```

και αποσυμπιέζοντας την εικόνα έχουμε:



Παρατηρούμε πως η συμπίεσμένη εικόνα αρχίζει να εμφανίζει σημάδια πληροφορίας αλλά το αποτέλεσμα εξακολουθεί να μην είναι ικανοποιητικό.

Στην συνέχεια εμφανίζουμε τα αποτελέσματα για 9 έως 12 επαναλήψεις. Παρατηρούμε καθαρά πλέον την σταδιακή αύξηση της ανάλυσης της εικόνας από την οποία πήρε και το όνομα η μέθοδος αυτή, καθώς και επίσης πως η εικόνα με τις 12 επαναλήψεις είναι οπτικά πανομοιότυπη με την αρχική.

Οι αντίστοιχοι λόγοι συμπίεσης είναι:

9 επαναλήψεις: 0.2167%

10 επαναλήψεις: 0.5402%

11 επαναλήψεις: 1.2455%

12 επαναλήψεις: 2.6443%

Βλέπουμε πως η εικόνα που έχει δημιουργηθεί με τις 12 επαναλήψεις καταλαμβάνει μόνο το 2.6% του μεγέθους της αρχικής. Αντίθετα με τις προηγούμενες μεθόδους μπορούσαμε να μειώσουμε το μέγεθος της εικόνας μέχρι το 50%. Για το σήμα αυτό υπολογίζουμε το λόγο ενέργειας, ο οποίος εκφράζει το ποσοστό της ενέργειας του αρχικού σήματος που έχει παραμείνει στο συμπίεσμένο σήμα:

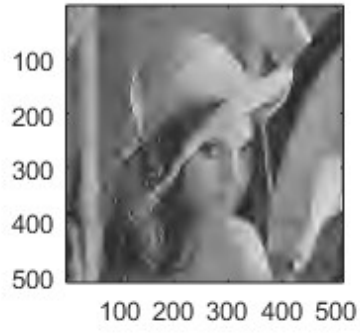
```
100*norm(Xc).^2/norm(im2double(cdata,'indexed')).^2
```

```
ans =
```

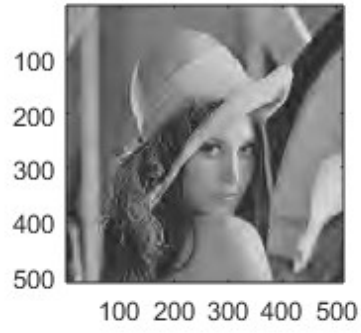
```
98.2833
```

Αξίζει να σημειωθεί πως ένα μικρό ποσοστό της πληροφορίας χάνεται κατά την χρησιμοποίηση της εντολής `im2double` για να μετατραπεί ο πίνακας της αρχικής εικόνας από `uint8` σε `double` ώστε να μπορέσουμε να βρούμε το λόγο(περίπου 1.4%). Παρατηρούμε πως έχει χαθεί μόνο το 0.32% περίπου της αρχικής πληροφορίας, τιμή η οποία είναι συγκρίσιμη με το αποτέλεσμα των προηγούμενων μεθόδων. Μπορούμε να αυξήσουμε την τιμή αυτή κι άλλο παίρνοντας μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων.

**9 Loop Compression**



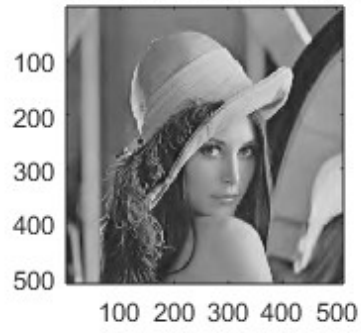
**10 Loop Compression**



**11 Loop Compression**



**12 Loop Compression**



# 6

## Βιβλιογραφία

- [1] [www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/en/](http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/en/)
- [2][3] Hall, John (2011). Guyton and Hall textbook of medical physiology (12th ed.). Philadelphia, Pa.: Saunders/Elsevier. ISBN 978-1-4160-4574-8.
- [4] Junctional Rhythm at eMedicine
- [5] Εισαγωγή στη Ναυοβιοφυσική και οπτική απεικόνιση, Διδώ Γιόβα
- [6] Berne, Robert; Levy, Matthew; Koepfen, Bruce; Stanton, Bruce (2004). Physiology. Elsevier Mosby. p. 276. ISBN 0824303482
- [7] Sherwood, L. (2012). Human Physiology, From Cells to Systems (8th [revised] ed.). Cengage Learning. ISBN 9781111577438
- [8] Purves, D; Augustine, GJ; Fitzpatrick, D; Hall, WC; et al. (2008). Neuroscience (4th ed.). Sunderland, MA: Sinauer Associates. ISBN 9780878936977
- [9] Rhoades, R.; Bell, D.R., eds. (2009). Medical Physiology: Principles for Clinical Medicine. Lippincott Williams & Wilkins. ISBN 9780781768528
- [10] "ECG- simplified. Aswini Kumar M.D.". LifeHugger. Retrieved 11 February 2010.
- [11] Walraven, G. (2011). Basic arrhythmias (7th ed.), pp. 1–11
- [12] "Lead Placement". Univ. of Maryland School of Medicine Emergency Medicine Interest Group. Archived from the original on 20 July 2011. Retrieved 15 August 2009.
- [13] Mallat, Stephane. "A wavelet tour of signal processing. 1998." 250-252.
- [14] K. R. Castleman, Digital Image Processing, Prentice-Hall, New Jersey, 1995
- [15] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", Philadelphia, SIAM, 1992
- [16] S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", IEEE Trans. Patt. Recog. And Mach. Intell., vol.11, pp.674-693, July 1989
- [17] Y. Meyer, Wavelets: Algorithms and Applications, SIAM, Philadelphia, 1993
- [18] James E. Fowler: The Redundant Discrete Wavelet Transform and Additive Noise
- [19] A.N. Akansu and Y. Liu, On Signal Decomposition Techniques,

- Optical Engineering, pp. 912-920, July 1991.
- [20] Y. Xia, J. Han and K. Wang, Bio-Medical Materials and Engineering 26 (2015) S1059-S1065
  - [21] K. Tseng, X. He, W. Kung, S. Chen, M. Liao, H, Huang, Sensors 2014 ISSN 1424-8220
  - [22] L. Ayoubian, H. Lacoma, J. Gotman Elsevier Medical Engineering & Physics 35 (2013) 319-328
  - [23] A. Patel, P. Kundu, et al Elsevier Neuroimage 95 (2014) 287-304
  - [24] [www.physionet.org/physiobank/database/mitdb/](http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb/)