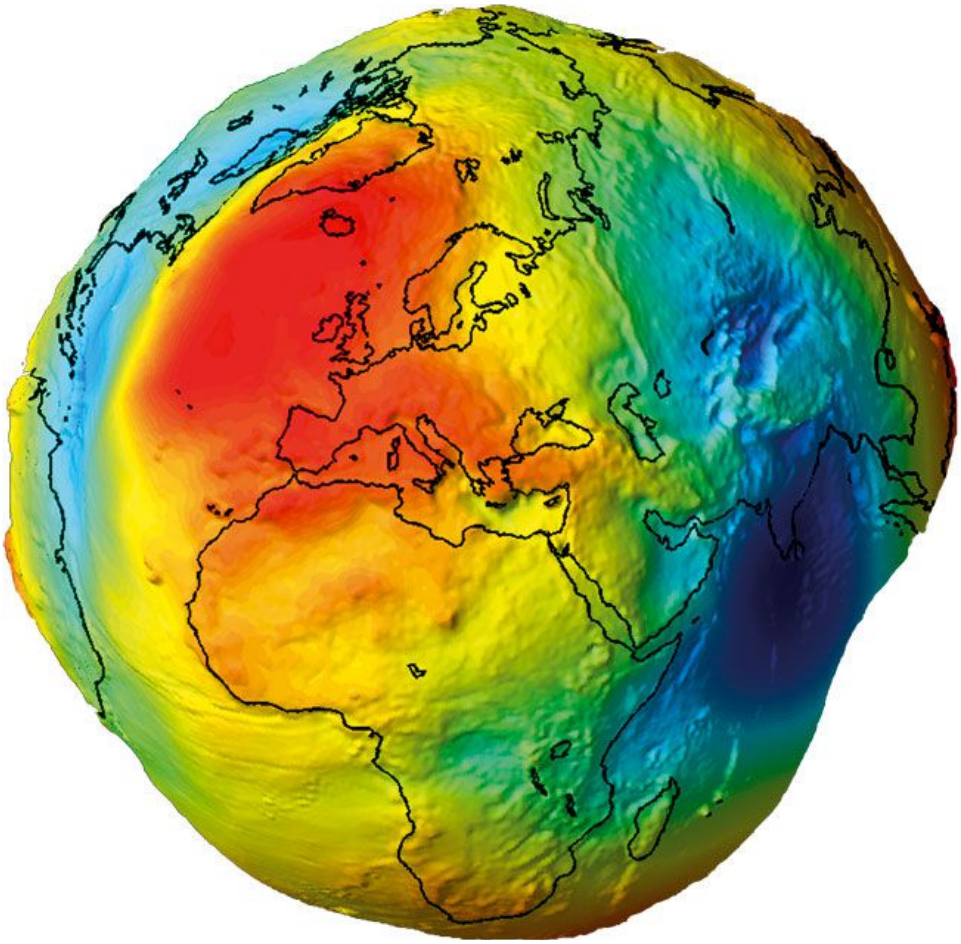
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ &
ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ

2016

Διπλωματική Εργασία

ΥΒΡΙΔΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΑΠΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ (ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ, ΗΠΕΙΡΩΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ, ΓΕΩΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ GNSS)



ΚΥΔΩΝΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ (ΑΜ: 06113208)

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΔΕΛΗΚΑΡΑΟΓΛΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ , ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2016

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ &
ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία

Υβριδικές μέθοδοι προσδιορισμού μοντέλων γεωειδούς πανελλαδικής κλίμακας από ετερογενή γεωδαιτικά δεδομένα (βαρύτητας, ηπειρωτικής και θαλάσσιας τοπογραφίας, γεωδυναμικά μοντέλα και GNSS)

ΚΥΔΩΝΗΣ ΣΤΑΥΡΟΣ (ΑΜ: 06113208)
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΔΕΛΗΚΑΡΑΟΓΛΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Δημήτριος Δεληκαράογλου	**Βασίλειος Γκίκας**	**Δουλάμης Νικόλαος**
Καθηγητής ΕΜΠ	**Αν. Καθηγητής ΕΜΠ**	**Επ. Καθηγητής ΕΜΠ**

Ημ/νία Εξέτασης

ΑΘΗΝΑ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2016

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο μελέτης τους τρόπους δημιουργίας ενός μοντέλου γεωειδούς για τον Ελλαδικό χώρο από ετερογενή δεδομένα. Ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιήθηκαν 9802 μετρήσεις βαρύτητας διασκορπισμένες σε ολόκληρη την έκταση που καλύπτει η χώρα μας καθώς και 822 μετρήσεις GPS που καλύπτουν τις περιοχές από την Καβάλα μέχρι και το βόρειο τμήμα της Πελοποννήσου, όπως παραχωρήθηκαν από την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ). Ακόμη ως ψηφιακό μοντέλο εδάφους χρησιμοποιήθηκε το SRTM DEM 1arc second και ως παγκόσμιο γεωδυναμικό μοντέλο επιλέχθηκε το EGM2008. Για την εκτέλεση των υπολογισμών χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά GRAVSOFT και Generic Mapping Tools (GMT). Το GRAVSOFT αποτελεί ένα πακέτο προγραμμάτων σε γλώσσα FORTRAN διαχειρίσιμα μέσα από ένα interface σε γλώσσα PYTHON, όπου μπορούν να υποστηρίξουν ολόκληρη την διαδικασία παραγωγής ενός μοντέλου γεωειδούς. Το GMT χρησιμοποιήθηκε για την επεξεργασία του ψηφιακού μοντέλου εδάφους και την παραγωγή όλων των απαραίτητων DEM, μεταβλητής διακριτικής ικανότητας, που απαιτούνται για την υλοποίηση της RTM μεθόδου, όπως επίσης χρησιμοποιήθηκε και για την γραφική απεικόνιση όλων των επιμέρους αποτελεσμάτων σε χάρτες.

Η εργασία διαρθρώνεται μέσα από τέσσερα κεφάλαια όπου στο πρώτο Κεφάλαιο αναλύονται όλες οι απαραίτητες διορθώσεις και αναγωγές που πρέπει να εφαρμοστούν στις διαθέσιμες μετρήσεις βαρύτητας προκειμένου αυτές να αναφέρονται σε μία συγκεκριμένη επιφάνεια, όπως επίσης παρουσιάζονται και οι πλέον επικρατέστερες μέθοδοι υπολογισμού της επιφάνειας του γεωειδούς. Στο δεύτερο Κεφάλαιο γίνεται μια εκτενή περιγραφή του λογισμικού GRAVSOFT και ειδικότερα όλων των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Το τρίτο Κεφάλαιο αφορά την πρακτική εφαρμογή των μεθοδολογιών που επιλέχτηκαν, την παραγωγή του τελικού μοντέλου γεωειδούς καθώς και την απεικόνιση των αποτελεσμάτων, ενώ στο τελευταίο Κεφάλαιο παραθέτονται σχόλια και παρατηρήσεις. Ως μέθοδος αναγωγής των τοπογραφικών μαζών επιλέχθηκε η πλέον διαδεδομένη αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας (Residual Terrain Model – RTM), ενώ για τον υπολογισμό του γεωειδούς εξετάστηκε η μέθοδος RCR (Remove – Compute – Restore) μέσα από δύο παραλλαγές. Στην πρώτη παραλλαγή χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής (Least Square Collocation – LSC), ενώ για την εφαρμογή της δεύτερης παραλλαγής έγινε χρήση του ολοκληρώματος Stokes σε συνδυασμό με τους μετασχηματισμούς Fourier. Από τη σύγκριση και αξιολόγηση των δύο παραλλαγών της RCR και της τελικής τους ακρίβειας

προκύπτουν σημαντικά ευρήματα ως προς τη δυνατότητα ευρείας χρησιμοποίησης τους αλλά και την περαιτέρω αξιολόγηση και βελτίωση τους.

ABSTRACT

This Diploma Thesis is dealing with the possible ways of creating a geoid model in the area of Greece. For the determination of geoid, the data used included 9802 measurements of gravity provided by the Hellenic Geographical Service (GYS) covering the entire area of Greece, as well as 822 simultaneous measurements of GPS heights in points of known orthometric elevations which were spread between the area of Kavala and the North part of Peloponnesus. Moreover SRTM DEM 1 arc second was used as terrain model and EGM2008 was used as the global model of the Earth's geopotential in spherical harmonics complete to degree and order 2190. For all the calculations the GRAVSOFT software and Generic Mapping Tools were used. The GRAVSOFT software is a suite of programs in FORTRAN with an interface in PYTHON which can support the whole procedure of determination of a geoid model. GMT was used for terrain modeling and in order to prepare all the appropriate, with varying resolution, terrain models which are necessary for the implementation of the Residual Terrain Model (RTM) method. In addition GMT was used to plot the results into suitable maps.

The Diploma Thesis consists of four chapters. The first chapter explains all the necessary corrections and reductions which have to be implemented in order to reduce the available gravity anomalies to the proper reference surface. In addition, the most predominant methods of determination of geoid surface are also presented. The second chapter provides a comprehensive description of GRAVSOFT, with an emphasis on the tools that were used in the context of this Diploma Thesis. The third chapter focuses on the practical implementation of the methods that have been chosen for the purpose of producing the final geoid model and for plotting the results of the various models. The final chapter contains useful conclusions reached and several recommendations made in order to further improve any relevant further studies. As the main method of reduction of the topographic masses, the residual topographic model (RTM) technique was used, which is generally being considered as the most efficient and popular for that purpose. For the computation of the geoid, the RCR method (Remove – Compute – Restore) was applied using two different approaches. Firstly, the Least Square Collocation method (LSC) was used, while in the second approach the Stokes integration technique with planar Fourier transformation

was used. Comparing and evaluating the two approaches of RCR method and their final accuracy, has provided us with important insights concerning the merits of their applicability, as well as their further evaluation and improvement.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ 5

ABSTRACT 6

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 8

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ 11

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ 13

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ 14

ΕΙΣΑΓΩΓΗ 15

ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 16

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ 17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^{ο} ***18***

Θεωρητικά Στοιχεία 18

1.1 Διορθώσεις, αναγωγές και ανωμαλίες βαρύτητας 18

1.1.1 Διορθώσεις για την ολίσθηση του οργάνου 20

1.1.2 Διορθώσεις για τις παλιρροϊκές έλξεις 21

1.1.3 Αναγωγή λόγω γεωγραφικού πλάτους 21

1.1.4 Ατμοσφαιρική διόρθωση 23

1.1.5 Αναγωγή ελευθέρου αέρα 24

1.1.6 Αναγωγή Bouguer 25

1.1.7 Αναγωγή λόγω ανάγλυφου (Τοπογραφικές διορθώσεις) 27

1.1.8 Ισοστατικές αναγωγές 30

1.1.8.a. Ισοστατικό μοντέλο Pratt 30

1.1.8.b. Ισοστατικό μοντέλο Airy 32

1.2 Μέθοδοι προσδιορισμού γεωειδούς 34

1.2.1 Η ολοκληρωματική μέθοδος Stokes 34

1.2.2 Μέθοδος Remove – Compute – Restore (RCR) 37

1.2.2.a. Η τεχνική RCR στη μεθοδολογία συμπύκνωσης μαζών κατά Helmert 40

1.2.2.b. Η τεχνική RCR στη μεθοδολογία συμπύκνωσης μαζών κατά Molodensky 41

1.2.2.c. Η τεχνική RCR σε συνδυασμό με την προσέγγιση RTM 41

1.2.3 Η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής (Least square Collocation) 43

1.2.4 Γεωδαιτικοί μετασχηματισμοί Fourier (FFT) 48

1.2.4.a. 2D planar FFT 49

1.2.4.b. 1D spherical FFT 50

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{ο} ***52***

GRAVSOFT 52

2.1 Περιγραφή Προγράμματος 52

2.2 Μορφή δεδομένων εισόδου στο GRAVSOFT 53

2.3 Η εργαλειοθήκη του GRAVSOFT 55

2.3.1 N2ZETA 55

2.3.2 FCOMP 56

2.3.3 GCOMP 56
2.3.4 GBIN 57
2.3.5 GLIST 58
2.3.6 G2SUR 58
2.3.7 SELECT 59
2.3.8 GEOGRID 60
2.3.9 GEOIP 62
2.3.10 GEOEGM 63
2.3.11 TCGRID 65
2.3.12 TC 66
2.3.13 TCFOUR 68
2.3.14 EMPCOV 70
2.3.15 COVFIT 71
2.3.16 GEOCOL 72
2.3.17 STOKES 74
2.3.18 SPFOUR 75
2.3.19 FITGEOID 78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{ο} 79

Προσδιορισμός γεωειδούς για τον Ελλαδικό χώρο. 79
3.1 ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ 79
3.1.1 Μετρήσεις Βαρύτητας 79
3.1.2 Ψηφιακό Μοντέλο Εδάφους 81
3.1.3 Μοντέλα Σφαιρικών αρμονικών 82
3.1.4 Επιλογή σημείων ελέγχου (test points) 82
3.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΦΑΡΜΟΣΤΟΥΝ 83
3.2.1 Υπολογισμός της επιφάνειας του σχεδόν – γεωειδούς με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής (LSC) 84
3.2.2 Υπολογισμός της επιφάνειας του σχεδόν – γεωειδούς με το ολοκλήρωμα του Stokes και τους μετασχηματισμούς Fourier (FFT). 85
3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ GRAVSOFT 86
3.3.1 Επεξεργασία τιμών Απόλυτης Βαρύτητας 86
3.3.2 Υπολογισμός και αφαίρεση επίδρασης Γεωδυναμικού Μοντέλου 88
3.3.3 Προετοιμασία των δεδομένων για τη λειτουργία TC 91
3.3.4 Υπολογισμός και αφαίρεση τοπογραφικών διορθώσεων και RTM 94
3.3.5 Υπολογισμός εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας με την λειτουργία EMPCOV 99
3.3.6 Προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας με την λειτουργία COVFIT 99
3.3.7 Πρόγνωση ανωμαλιών ύψους ζ_{red} από υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας με τη λειτουργία GEOCOL 100
3.3.8 Προετοιμασία δεδομένων για τη λειτουργία SPFOUR 102
3.3.9 Υπολογισμός μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} με τη λειτουργία SPFOUR 104
3.3.10 Προσαρμογή της επιφάνειας των μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred του SPFOUR με τη λειτουργία FITGEOID και έλεγχος 105
3.3.11 Υπολογισμός μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο, με την λειτουργία GEOCOL 108

3.3.12 Υπολογισμός και επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο 109
3.3.13 Υπολογισμός και επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο 111
3.3.14 Υπολογισμός ανωμαλιών Bouguer για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο 113
3.3.15 Υπολογισμός τελικής επιφάνειας γεωειδούς N 114

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^{ο} 117

Συμπεράσματα – Προτάσεις 117

Βιβλιογραφία 121

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Διαταραχή και Ανωμαλία βαρύτητας 19
Εικόνα 2: Πορεία των ενδείξεων του οργάνου (ολίσθηση - drift) 20
Εικόνα 3: Οι παλιρροιακή έλξη της Σελήνης 21
Εικόνα 4: Επίδραση του ελλειπτικού σχήματος της Γης στην επιτάχυνση της βαρύτητας 22
Εικόνα 5: Επίδραση της περιστροφής της Γης στην επιτάχυνση της βαρύτητας 22
Εικόνα 6: Διόρθωση ελευθέρου αέρα 24
Εικόνα 7: Αναγωγή Bouguer 26
Εικόνα 8: Χάρτης κυκλικών τομέων Hammer 28
Εικόνα 9: Κυκλικός δακτύλιος και τομέας - διαμέρισμα κατά τη μέθοδο Hammer 28
Εικόνα 10: Ψηφιακό μοντέλο εδάφους σε μορφή πλέγματος για τον υπολογισμό τοπογραφικών διορθώσεων 29
Εικόνα 11: Ισοστατικό μοντέλο Pratt 30
Εικόνα 12: Ισοστατικό μοντέλο Pratt 31
Εικόνα 13: Ισοστατικό μοντέλο Airy 32
Εικόνα 14: Ισοστατικό μοντέλο Airy 33
Εικόνα 15: Οι επιφάνειες κατά την θεώρηση Stokes και Molodensky 36
Εικόνα 16: Residual Terrain Model (RTM) 42
Εικόνα 17: Interface με τα διαθέσιμα εργαλεία του GRAVSOFT 52
Εικόνα 18: Παράδειγμα δεδομένων εισόδου σε μορφή λίστας 53
Εικόνα 19: Παράδειγμα δεδομένων εισόδου σε μορφή πλέγματος 54
Εικόνα 20: N2ZETA 55
Εικόνα 21: FCOMP 56
Εικόνα 22: GCOMP 57
Εικόνα 23: GBIN 58
Εικόνα 24: GLIST 58
Εικόνα 25: G2SUR 59
Εικόνα 26: SELECT 59
Εικόνα 27: GEOGRID 61
Εικόνα 28: GEOIP 62
Εικόνα 29: GEOEGM 64
Εικόνα 30: TCGRID 65
Εικόνα 31: TC 66
Εικόνα 32: Τα DEM υψηλής και χαμηλής διακριτικής ικανότητας 67
Εικόνα 33: TCFOUR 69
Εικόνα 34: EMPCOV 70
Εικόνα 35: COVFIT 72
Εικόνα 36: GEOCOL 73
Εικόνα 37: STOKES 75
Εικόνα 38: bandwise FFT (spfour) 76
Εικόνα 39: SPFOUR 77
Εικόνα 40: FITGEOID 78
Εικόνα 41: Διαθέσιμες 9852 μετρήσεις βαρύτητας στον Ελλαδικό χώρο 80
Εικόνα 42: Διαθέσιμες 822 ταυτόχρονες μετρήσεις βαρύτητας και μετρήσεων GPS σε τριγωνομετρικά βάθρα 80
Εικόνα 43: Το διαθέσιμο SRTM DEM 1 Arc Second για την χώρα μας 81

Εικόνα 44: Επιλεγμένα 45 σημεία εξωτερικού ελέγχου (test points) *83*
Εικόνα 45: Ανωμαλίες ελευθέρου αέρα (free air anomalies) *87*
Εικόνα 46: Ιστόγραμμα ανωμαλιών ελευθέρου αέρα *88*
Εικόνα 47: Επίδραση γεωδυναμικού μοντέλου Δg_{GM} *89*
Εικόνα 48: Αφαίρεση της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου από τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα ($\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM}$) *89*
Εικόνα 49: Ιστόγραμμα $\Delta g_{FA} - \Delta g_{GM}$ *90*
Εικόνα 50: Το DEM υψηλής ανάλυσης 2 arc second *92*
Εικόνα 51: Το DEM χαμηλής ανάλυσης 20 arc second *93*
Εικόνα 52: Η επιφάνεια αναφοράς μέσων υψομέτρων, ανάλυσης 4,5 min *94*
Εικόνα 53: Τοπογραφικές διορθώσεις Δg_T *95*
Εικόνα 54: Ισοστατικές διορθώσεις Δg_I *95*
Εικόνα 55: Υπολοιπόμενες τοπογραφικές διορθώσεις Δg_{RTM} *96*
Εικόνα 56: Τελικές μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας Δg_{res} *97*
Εικόνα 57: Ιστόγραμμα $\Delta g_{res} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM}$ *97*
Εικόνα 58: Υπολογισμός εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας *99*
Εικόνα 59: Οι εμπειρικές τιμές και η αναλυτική μορφή της συνάρτησης συμμεταβλητότητας *100*
Εικόνα 60: Ιστόγραμμα διαφορών μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων *101*
Εικόνα 61: Διαφορές μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων *102*
Εικόνα 62: Το παραγόμενο grid των υπολοιπόμενων ανωμαλιών βαρύτητας με το GEOGRID *103*
Εικόνα 63: Διαφορές μεταξύ grid και πρωτογενών δεδομένων μέσω του GEOIP *104*
Εικόνα 64: Οι υπολογισμένες μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζred με τη λειτουργία SPFOUR *105*
Εικόνα 65: Η προσαρμοσμένη επιφάνεια μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} *μετά την εφαρμογή του FITGEOID* *106*
Εικόνα 66: Διαφορές μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων *107*
Εικόνα 67: Μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} *για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο με την λειτουργία GEOCOL* *109*
Εικόνα 68: Υπολογισμός επίδρασης τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο *110*
Εικόνα 69: Επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο *111*
Εικόνα 70: Υπολογισμός της συνεισφοράς του γεωδυναμικού μοντέλου για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο *112*
Εικόνα 71: Επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου. Υπολογισμός τελικών ανωμαλιών ύψους ζ για ολόκληρο των Ελλαδικό χώρο *113*
Εικόνα 72: Ανωμαλίες Bouguer για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο *114*
Εικόνα 73: Υπολογισμός διαφορών N – ζ *115*
Εικόνα 74: Υπολογισμός τελικών αποχών γεωειδούς N *116*

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Παράμετροι ελλειψοειδούς αναφοράς GRS80 23
Πίνακας 2: Συνοριακά προβλήματα 34
Πίνακας 3: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από ανωμαλίες ελευθέρου αέρα 90
Πίνακας 4: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από τις ανωμαλίες ύψους ζ 90
Πίνακας 5: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από τα test points 90
Πίνακας 6: Στατιστικά αφαίρεσης υπολοιπόμενων τοπογραφικών διορθώσεων 96
Πίνακας 7: Στατιστικά αφαίρεσης επίδρασης τοπογραφίας από ανωμαλίες ύψους ζ- ζ_{GM} 98
Πίνακας 8: Στατιστικά αφαίρεσης επίδρασης τοπογραφίας από ανωμαλίες ύψους ζ- ζ_{GM} των test points 98
Πίνακας 9: Στατιστικά χαρακτηριστικά αρχικής πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} 100
Πίνακας 10: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} από γνωστές υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας και γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} 101
Πίνακας 11: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα 45 test points 101
Πίνακας 12: Στατιστικά σύγκρισης του grid με τα πρωτογενή δεδομένα, μέσω του GEOIP 103
Πίνακας 13: Στατιστικά των διαφορών μεταξύ των μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} του SPFOUR και των 797 γνωστών μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} 105
Πίνακας 14: Στατιστικά των διαφορών μεταξύ της προσαρμοσμένης επιφάνειας και των πραγματικών 797 ανωμαλιών ύψους ζred που έχουμε στην διάθεση μας 106
Πίνακας 15: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα 45 test points 107

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ολοκληρώνοντας την όλη ερευνητική προσπάθεια που αποτέλεσε αντικείμενο της διπλωματικής μου αυτής εργασίας, αισθάνομαι την υποχρέωση να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν στην εκπόνηση της και συνέβαλλαν με οποιοδήποτε τρόπο στην ολοκλήρωση της.

Πρωτίστως θεωρώ καθήκον μου να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή της διπλωματικής εργασίας κ. Δεληκαράογλου Δημήτριο για την ανάθεση του θέματος και τις απαραίτητες κατευθύνσεις και συμβουλές που μου έδωσε καθ' όλη την διάρκεια εκπόνησης της, όσο και για την πολύτιμη καθοδήγηση του η οποία υπήρξε καθοριστική στην ολοκλήρωση της.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τους Αναπλ. Καθ. κ. Γκίκα Βασίλειο και Επικ. Καθ. κ. Δουλάμη Νικόλαο τόσο για τις υποδείξεις και εποικοδομητικές παρατηρήσεις τους για την τελική βελτίωση του κειμένου της διπλωματικής εργασίας, όσο και για την αντικειμενική και αμερόληπτη αξιολόγηση της παρούσας εργασίας.

Επίσης θεωρώ υποχρέωση μου να ευχαριστήσω την Διεύθυνση Γεωγραφικού του ΓΕΣ (ΓΕΣ/ΔΓΕ) και την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ) για την πολύτιμη συμβολή τους όσον αφορά την έγκριση πρόσβασης των δεδομένων μετρήσεων της ΓΥΣ, χωρίς την ύπαρξη των οποίων δεν θα ήταν δυνατή η εκπόνηση της εργασίας. Ιδιαίτερα θέλω να εκφράσω τις ευχαριστίες μου και προς την Υποδιεύθυνση Γεωδαισίας – Τοπογραφίας της ΓΥΣ για την πολύτιμη βοήθεια της στην συλλογή του υλικού καθώς και τις πολύτιμες διευκρινίσεις για την ορθή προσέγγιση του θέματος.

Τέλος ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένεια μου και τον αδερφό μου για την ηθική συμπαράσταση που μου παρείχαν καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας, την οποία και τους την αφιερώνω.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι βασικότερες επιφάνειες αναφοράς που χρησιμοποιούνται στη Γεωδαισία είναι η σφαίρα, το ελλειψοειδές εκ περιστροφής (ΕΕΠ), το γεωειδές και η φυσική γήινη επιφάνεια (ΦΓΕ). Αντικείμενο μελέτης της παρούσης εργασίας αποτελεί η μία εξ αυτών και συγκεκριμένα το γεωειδές, το οποίο αποτελεί μια ισοδυναμική επιφάνεια του γήινου βαρυτικού πεδίου που ταυτίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια με την μέση στάθμη της θάλασσας (ΜΣΘ). Μάλιστα η διαχρονική εξέλιξη των γεωδυναμικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται καθώς και των ψηφιακών μοντέλων εδάφους αποτελούν κύρια εργαλεία διαπραγμάτευσης του αντικειμένου της εν λόγω εργασίας ώστε να επιτευχθεί η προσέγγιση με βέλτιστο τρόπο του προσδιορισμού ενός μοντέλου γεωειδούς από επίγειες μετρήσεις βαρύτητας. Η γεωμετρία της επιφάνειας γεωειδούς στηρίζεται στην ανάλυση του πεδίου βαρύτητας και δεν ταυτίζεται ούτε με την φυσική γήινη επιφάνεια αλλά ούτε και προσδιορίζεται με μαθηματικά μοντέλα αναπαράστασης όπως η σφαίρα και το ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Γενικά οι αποχές του γεωειδούς N σχηματίζουν μια ανώμαλη επιφάνεια, ομαλότερη από την ΦΓΕ, όπου οι τιμές του στην Ελλάδα ποικίλουν από λίγα έως και μερικές δεκάδες μέτρα. Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των δεδομένων και την υπό μελέτη περιοχή παρέχεται η δυνατότητα χρησιμοποίησης εναλλακτικών τεχνικών εκμετάλλευσης των δεδομένων αυτών. Ως εκ τούτου το γεωειδές διακρίνεται σε α) βαρυτημετρικό β) αστρογεωδαιτικό γ) αλτιμετρικό και δ) χωροσταθμικό γεωειδές.

Ο προσδιορισμός συνεχώς βελτιωμένων μοντέλων του γήινου δυναμικού στη μορφή σφαιρικών αρμονικών, βασίζεται στη χρήση μιας ευρείας ποικιλίας των διαφορετικών τύπων μέτρησης και των τεχνικών υπολογισμού των συντελεστών του Stokes για κάθε νέο μοντέλο. Τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη και εξέλιξη του Παγκόσμιου συστήματος Προσδιορισμού Θέσης GPS με το οποίο προσδιορίζουμε τα γεωμετρικά υψόμετρα καθιστά απαραίτητη τη χρήση γεωδυναμικού μοντέλου υψηλής ανάπτυξης σε συνδυασμό με τοπικά δεδομένα βαρύτητας και υψομετρίας ώστε να επιτευχθούν εξ ίσου ακριβείς τιμές στα ΔΝ, χωρίς την ανάγκη της επίπονης και χρονοβόρου διαδικασίας της γεωμετρικής χωροστάθμησης.

ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Απώτερος στόχος της διπλωματικής εργασίας αποτελεί ο προσδιορισμός μοντέλου γεωειδούς για τον ευρύτερο Ελλαδικό χώρο, μέσα από την εφαρμογή διαφόρων τεχνικών. Η υλοποίηση του προϋποθέτει:

- ✓ Την πλήρη κατανόηση όλου του θεωρητικού υποβάθρου που προαπαιτείται για την επιτυχή εκτέλεση και εφαρμογή των περιγραφόμενων μεθόδων προσδιορισμού του γεωειδούς.

- ✓ Την πλήρη εξοικείωση με το πακέτο προγραμμάτων – εργαλείων του GRAVSOFT, πάνω στο οποίο στηρίχθηκε η εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.

- ✓ Την γνώση της εργαλειοθήκης Generic Mapping Tools (GMT), η οποία χρησιμοποιήθηκε συνεπικουρικά με το GRAVSOFT για την απαραίτητη αρχική διαμόρφωση των δεδομένων σε κατάλληλη μορφή, αποδεκτή από το GRAVSOFT, όπως επίσης και για την γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

- ✓ Ο τελικός προσδιορισμός του γεωειδούς στον Ελλαδικό χώρο, με πλήρη περιγραφή των ενδιάμεσων σταδίων και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΩΝ

DTM	Digital Terrain Model
EGM	Earth Garvitational Model
FFT	Fast Fourier Transform
GOCE	Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GPS	Global Positioning System
GRS	Geodetic Reference System
LSC	Least Squares Collocation
RTM	Residual Terrain Model
stdv	Standard Deviation
USGS	United States Geological Survey
WGS	World Geodetic System
ΓΥΣ	Γεωγραφική Υπηρασία Στρατού
Η/Υ	Ηλεκρονικός Υπολογιστής
ΕΕΠ	Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής
ΜΣΘ	Μέση Στάθμη της Θάλλασας
ΦΓΕ	Φυσική Γήινη Επιφάνεια

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

Θεωρητικά Στοιχεία

1.1 Διορθώσεις, αναγωγές και ανωμαλίες βαρύτητας

Οι εκάστοτε διαθέσιμες μετρήσεις βαρύτητας, είτε αυτές αποτελούν σχετικές τιμές βαρύτητας είτε απόλυτες, προκειμένου να αποβούν αξιοποιήσιμες για εργασίες που εξυπηρετούν γεωδαιτικούς σκοπούς αλλά και για εργασίες γεωφυσικών διασκοπήσεων, θα πρέπει να διορθωθούν για μια σειρά επιδράσεων που δέχονται και που οφείλονται σε φυσικά φαινόμενα και σε παράγοντες που αφορούν την ίδια την κατασκευή του οργάνου.

ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ →

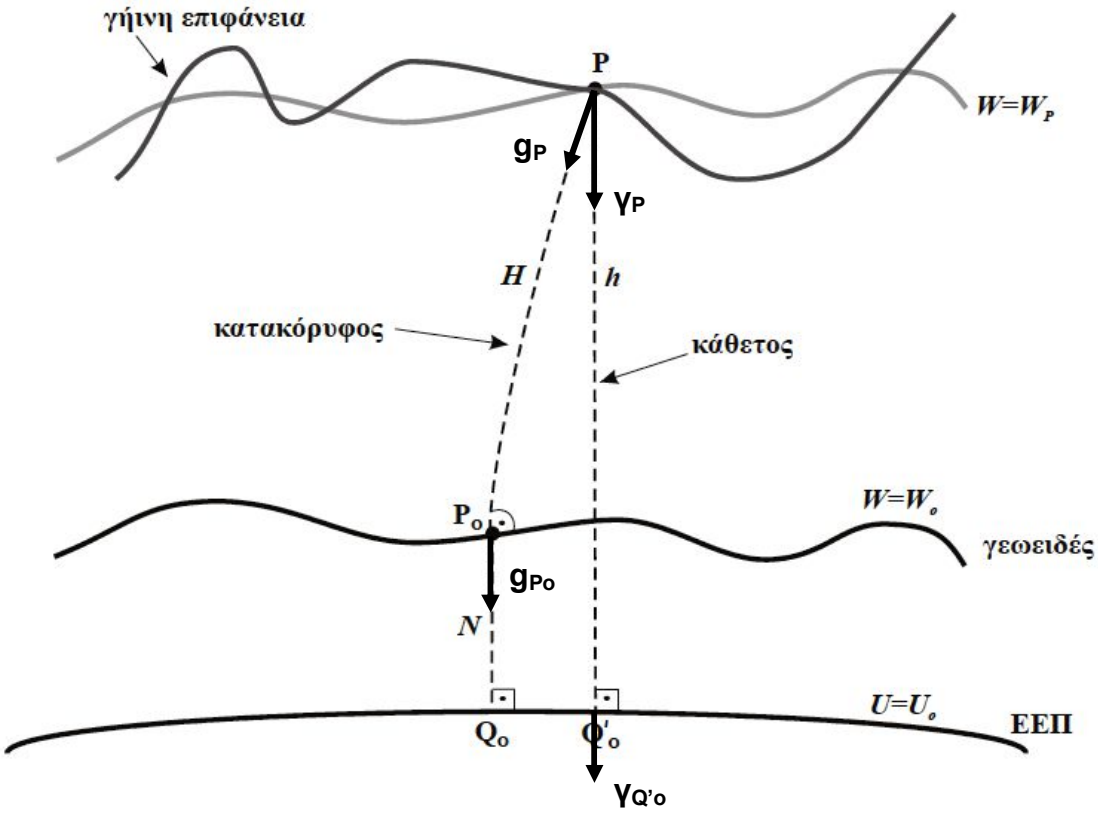
- Θερμοκρασία
- Υγρασία
- Ατμοσφαιρική πίεση (οργάνου)

ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ →

- Γήινες παλίρροιες
- Ατμοσφαιρική πίεση
- Βροχοπτώσεις
- Χιόνι
- Στάθμη υπόγειων υδάτων
- Γεωλογία της περιοχής

Στο σημείο αυτό και πριν προχωρήσουμε στην αναλυτική εξήγηση των διορθώσεων, αναγωγών και ανωμαλιών βαρύτητας, θα πρέπει να γίνει ένας εννοιολογικός διαχωρισμός μεταξύ των όρων “διόρθωση” και “αναγωγή” των μετρήσεων βαρύτητας. Με τον όρο **“διόρθωση”** νοείται η επεξεργασία των μετρήσεων προκειμένου να απαλειφθούν από τις μετρούμενες τιμές οι οποιεσδήποτε επιδράσεις που οφείλονται σε ενδογενή σφάλματα των οργάνων που χρησιμοποιούνται, είτε σε φυσικά φαινόμενα στο εσωτερικό και το εξωτερικό της Γης που επηρεάζουν διαχρονικά τις τιμές της βαρύτητας. Ενώ με τον όρο **“αναγωγή”** υποδηλώνεται η επεξεργασία των μετρήσεων προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι επιδράσεις που οφείλονται αποκλειστικά στη θεωρητική προσέγγιση και τη μεθοδολογία μοντελοποίησης που ακολουθείται στη μελέτη του γήινου πεδίου βαρύτητας. (Δ. Δεληκαράογλου, 2003).

Ένας ακόμη διαχωρισμός που θα πρέπει να γίνει, είναι εκείνος μεταξύ των εννοιών “Ανωμαλία βαρύτητας” και “Διαταραχή βαρύτητας”. Ως **διαταραχή βαρύτητας** ορίζεται η απόκλιση της τιμής της πραγματικής βαρύτητας από την τιμή της κανονικής βαρύτητας στο ίδιο ακριβώς σημείο (π.χ. στο γεωειδές), ενώ ως **ανωμαλία βαρύτητας** ονομάζουμε την διαφορά μεταξύ της τελικής –ανηγμένης στο γεωειδές- τιμής βαρύτητας από την κανονική τιμή βαρύτητας στην επιφάνεια του κανονικού ελλειψοειδούς, που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο σημείο.



Εικόνα 1: Διαταραχή και Ανωμαλία βαρύτητας

Κατά συνέπεια με βάση το παραπάνω σχήμα και τους ορισμούς που δόθηκαν, η **διαταραχή βαρύτητας** είναι:

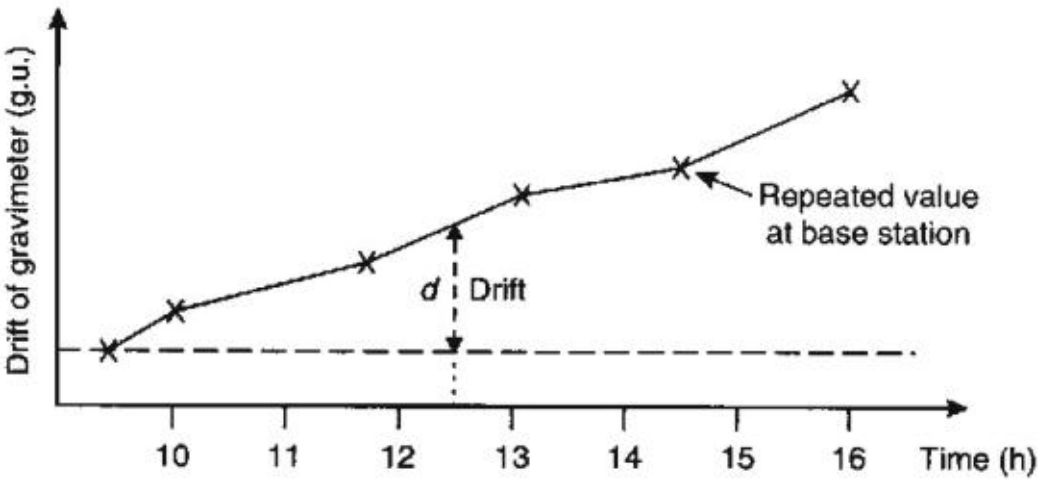
$$\delta \vec{g}_P = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_P$$

Και η **ανωμαλία βαρύτητας**:

$$\Delta \vec{g}_P = \vec{g}_{Po(\gamma\epsilon\omega\epsilon\iota\delta\acute{\epsilon}\varsigma)} - \vec{\gamma}_{Q'o(\epsilon\lambda\lambda\epsilon\iota\psi o\epsilon\iota\delta\acute{\epsilon}\varsigma)}$$

1.1.1 Διορθώσεις για την ολίσθηση του οργάνου

Η ολίσθηση του οργάνου (drift) είναι μια σταδιακή, μη εσκεμμένη μεταβολή στην τιμή αναφοράς σε σχέση με την οποία έγιναν οι μετρήσεις. Αν και τα βαρυτήμετρα κατασκευάζονται με πρότυπα υψηλής ακρίβειας, παρόλα αυτά οι ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του ελατηρίου μπορεί να μεταβληθούν με το χρόνο. Οι μεταβολές αυτές οφείλονται στη μεγάλη διάρκεια επιμήκυνσης του ελατηρίου και σε μεταβολές της θερμοκρασίας και μπορούν να οδηγήσουν ένα βαρυτήμετρο να αποκλίνει μέχρι και 0,1mgal ανά ημέρα.



Εικόνα 2: Πορεία των ενδείξεων του οργάνου (ολίσθηση - drift)

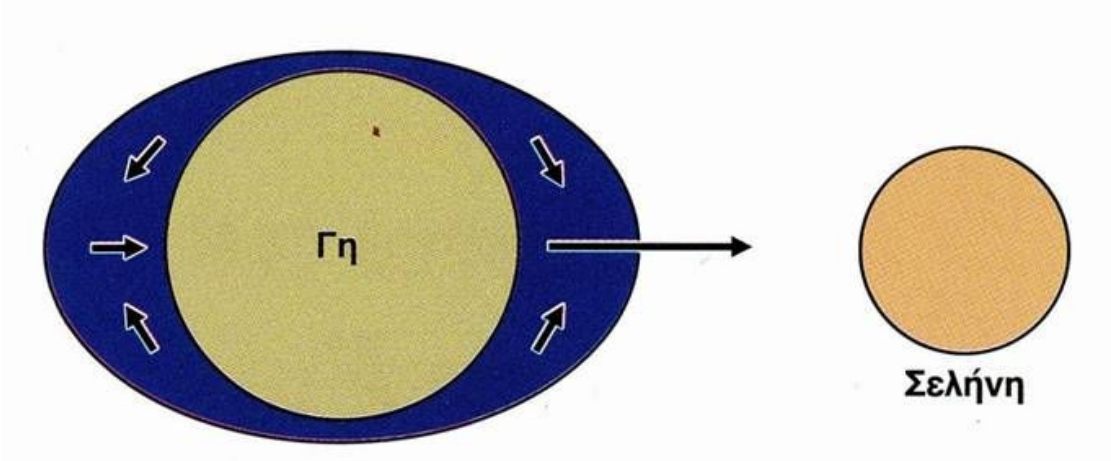
Πηγή: http://www.ukm.my

Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε την ελαφρώς "ταλαντωμένη" συμπεριφορά στα δεδομένα βαρύτητας η οποία οφείλεται στην παλιρροϊκή έλξη του ηλίου και της σελήνης, καθώς επίσης και την σταδιακά αυξανόμενη

απόκλιση των τιμών βαρύτητας κατά την πάροδο του χρόνου που οφείλεται στην προσωρινή αλλαγή των χαρακτηριστικών του βαρυτήμετρου.

1.1.2 Διορθώσεις για τις παλιρροϊκές έλξεις

Οι παλιρροϊκές επιδράσεις οι οποίες αντικατοπτρίζονται ως μεταβολές της βαρύτητας, δεν σχετίζονται με την τοπική γεωλογία και ως εκ τούτου αποτελούν ένα είδος θορύβου για τις μετρήσεις μας.



Εικόνα 3: Οι παλιρροιακή έλξη της Σελήνης

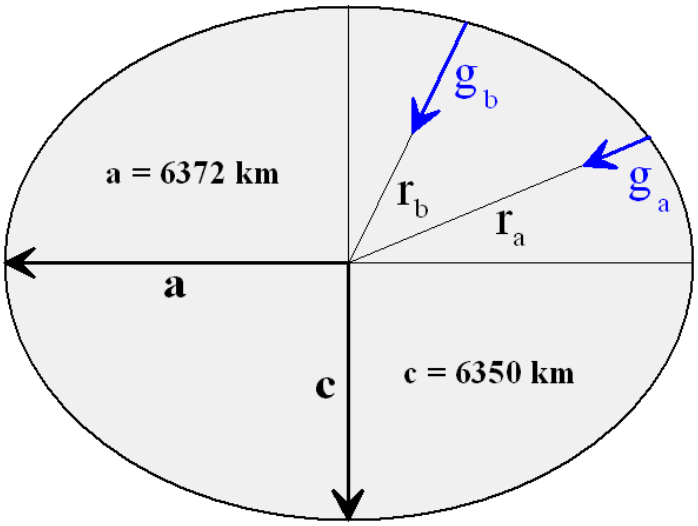
Πηγή: http://1lyk-chalk.eyv.sch.gr (1ο Γ.Ε.Λ. Χαλκίδας)

Όπως η βαρυτική έλξη του ηλίου και της σελήνης παραμορφώνει το σχήμα της επιφάνειας του ωκεανού, έτσι παραμορφώνει και το σχήμα της γης. Επειδή τα πετρώματα υπακούουν στις εξωτερικές δυνάμεις πολύ πιο απρόθυμα από το νερό, η παραμόρφωση της γης κάτω από αυτές τις εξωτερικές δυνάμεις είναι πολύ μικρότερη από την παραμόρφωση του ωκεανού. Έτσι, το μέγεθος των ωκεάνιων παλιρροιών μετριέται σε μέτρα, ενώ το μέγεθος της παλίρροιας της στερεάς γης μετριέται σε εκατοστά.

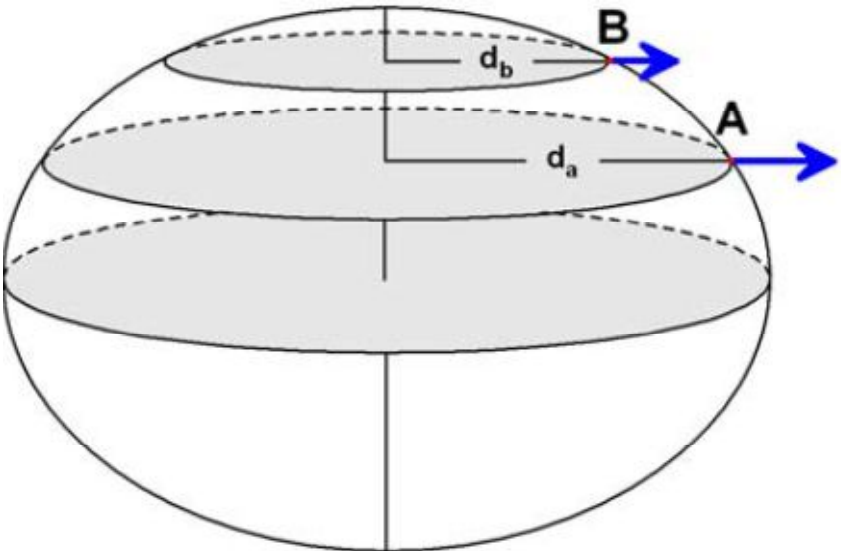
1.1.3 Αναγωγή λόγω γεωγραφικού πλάτους

Το ελλειπτικό σχήμα της γης έχει ως αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η επιτάχυνση με το γεωγραφικό πλάτος επειδή η απόσταση του βαρυτήμετρου με το κέντρο της γης επίσης μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος. Το μέγεθος την επιτάχυνσης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα του τετραγώνου της απόστασης από το κέντρο της γης μέχρι το βαρυτήμετρο. Επομένως είναι

αναμενόμενο η επιτάχυνση να είναι μικρότερη στον ισημερινό από ότι στους πόλους. Κατά συνέπεια από την εικόνα 4 προκύπτει $g_b > g_a$



Εικόνα 4: Επίδραση του ελλειπτικού σχήματος της Γης στην επιτάχυνση της βαρύτητας



Εικόνα 5: Επίδραση της περιστροφής της Γης στην επιτάχυνση της βαρύτητας

Πηγή: Ιωάννης Φ.Λούης «Εισαγωγικά Μαθήματα στη Διερευνητική Φυσική», 2004

Επίσης, εκτός από το σχήμα, η ίδια η περιστροφή της Γης προκαλεί μεταβολή στην επιτάχυνση της βαρύτητας. Το βαρυτήμετρο, το οποίο βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της Γης, δέχεται (λόγω της περιστροφής της Γης) μία φυγόκεντρο δύναμη. Το μέγεθος της δύναμης αυτής, εξ ορισμού εξαρτάται από τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και από την απόσταση από τον άξονα περιστροφής. Επειδή η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής δεν

μεταβάλλεται με την θέση, όμως μεταβάλλεται η απόσταση μεταξύ του άξονα και του βαρυτήμετρου, το μέγεθος της φυγόκεντρου δύναμης είναι συγκριτικά μεγάλο στον ισημερινό, ενώ τείνει προς το μηδέν καθώς κινούμαστε προς τους πόλους. Συμπερασματικά η φυγόκεντρος δύναμη μειώνει την επιτάχυνση της βαρύτητας που παρατηρούμε σε κάθε σημείο της Γης, συγκριτικά με την επιτάχυνση που θα μετρούσαμε αν η Γη ήταν ακίνητη (εικόνα 5).

Για να διορθώσουμε τις μετρούμενες τιμές βαρύτητας για την αλλαγή στην επιτάχυνση που παράγεται από την ελλειψοειδή μορφή και την περιστροφή της Γης, χρησιμοποιείται ο κλειστός τύπος του **Somigliana**:

(1.1) $$\gamma = \gamma_\alpha * \frac{1 + k\sin^2\phi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi}}$$ όπου οι παράμετροι για το GRS80 είναι:

GRS80	
γ_α	9.7803267715
k	0.001931851353
e^2	0.00669438002290

Πίνακας 1: Παράμετροι ελλειψοειδούς αναφοράς GRS80

Η εξίσωση 1.1 μπορεί να γραμμικοποιηθεί και να πάρει την γνωστή μορφή του διεθνούς τύπου της βαρύτητας για το χωροσταθμικό ελλειψοειδές αναφοράς του GRS80:

(1.2) $$\gamma_{1980} = \gamma_\alpha * (1 + 0.0052790414\sin^2\phi + 0.0000232718\sin^4\phi + 0.0000001262\sin^6\phi + 0.0000000007\sin^8\phi)$$

όπου τελικώς η αναγωγή λόγω γεωγραφικού πλάτους ορίζεται ως:

(1.3) $$\Delta g = g_{obs} - \gamma_{1980}$$

1.1.4 Ατμοσφαιρική διόρθωση

Οι παράμετροι προσδιορισμού του GRS80 αποτελούν προϊόν συλλογής γεωδαιτικών στοιχείων με διαστημικές μεθόδους, οι οποίες εσωκλείουν και την επίδραση της μάζας της ατμόσφαιρας. Από την άλλη πλευρά οι μετρήσεις βαρύτητας δεν περιλαμβάνουν τέτοιου είδους επίδραση, καθώς εκτελούνται στην επιφάνεια της Γης και ως εκ τούτου θα πρέπει να επιβληθεί η ατμοσφαιρική διόρθωση που περιγράφεται από τον τύπο:

(1.4) $$\delta g_{atm} = 0.8658 - 9.727 * 10^{-5} * H + 3.482 * 10^{-9} * H^2$$

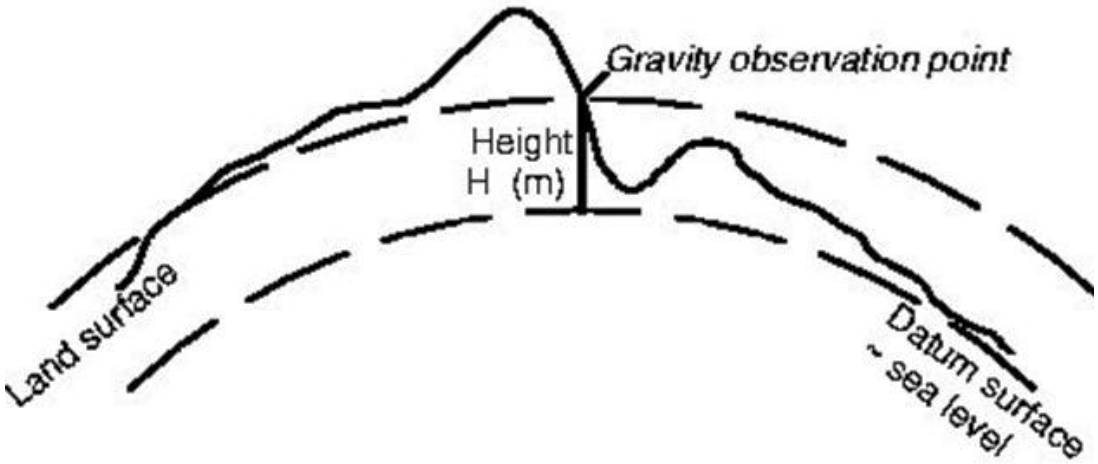
όπου δg_{atm} η ατμοσφαιρική διόρθωση σε mgal (και η οποία είναι πάντοτε προσθετική στις μετρήσεις βαρύτητας) και H το ορθομετρικό υψόμετρο.

1.1.5 Αναγωγή ελευθέρου αέρα

Επειδή η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = \frac{GM}{r^2}$ μεταβάλλεται από το κέντρο της Γης κατά $\frac{1}{r^2}$ (αν θεωρήσουμε τη Γη ως σφαίρα), αυτό συνεπάγεται ότι το g θα ελαττώνεται με την αύξηση του υψομέτρου από την επιφάνεια αναφοράς και εάν τα σημεία μέτρησης δεν βρίσκονται στο ίδιο υψόμετρο τότε θα προκύπτει μία επίδραση Δg. Εάν λοιπόν υποθέσουμε ότι έχουμε δύο σημεία όπου το ένα g_o βρίσκεται στην επιφάνεια αναφοράς και το άλλο g_P σε ύψος h από το πρώτο τότε θα έχουμε:

$\frac{g_O}{g_P} = \frac{\frac{GM}{r^2}}{\frac{GM}{(r+h)^2}} = \frac{(r+h)^2}{r^2}$ την οποία σχέση αν αναπτύξουμε κατά Taylor και λάβουμε υπόψη μόνο τους πρώτης τάξης όρους, τότε μετασχηματίζεται στη σχέση: $g_P = g_o(1-\frac{2h}{r}) = g_0 - \frac{2hg_0}{r} \Rightarrow \Delta g = g_0 - g_P = \frac{2hg_0}{r}$. Εάν σε αυτή τη σχέση λάβουμε ως ακτίνα την μέση ακτίνα της Γης και ως g_0 την μέση τιμή του g τότε θα έχουμε:

(1.5) $\delta g_{FA} = -0.3086 * H$



Εικόνα 6: Διόρθωση ελευθέρου αέρα

Πηγή: Guy Hodgin, «Newton's law of universal gravitation»

Η σχέση 1.5 ονομάζεται **διόρθωση ελευθέρου αέρα**. Το πρόσημο (-) αντιπροσωπεύει την μείωση της βαρυτικής επιτάχυνσης καθώς το υψόμετρο αυξάνεται. Αν λοιπόν μεταξύ δύο μετρήσεων η μία ψηλότερα κατά ένα μέτρο σε σχέση με την άλλη, τότε η μέτρηση βαρύτητας στο ψηλότερο σημείο θα είναι μικρότερη κατά 0,3086 mgal σε σχέση με τη μέτρηση στο χαμηλότερο σημείο. Επίσης θα πρέπει να τονίσουμε ότι το μέγεθος αυτής της διόρθωσης είναι αρκετά μεγάλο γεγονός που προϋποθέτει ότι θα πρέπει να γνωρίζουμε τα υψόμετρα των σταθμών με μεγάλη ακρίβεια. Για παράδειγμα εάν επιθυμούμε να πετύχουμε ακρίβειες της τάξης των 0,01 mgal τότε θα πρέπει να γνωρίζουμε τα υψόμετρα με ακρίβεια 3cm.

Συνοψίζοντας και προκειμένου να οδηγηθούμε στην **αναγωγή ελευθέρου αέρα**, εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται ψηλότερα από την επιφάνεια αναφοράς, τότε η διόρθωση ελευθέρου αέρα προστίθεται στην μετρούμενη τιμή βαρύτητας. Αντίθετα εάν H<0 τότε η διόρθωση ελευθέρου αέρα πρέπει να αφαιρεθεί.

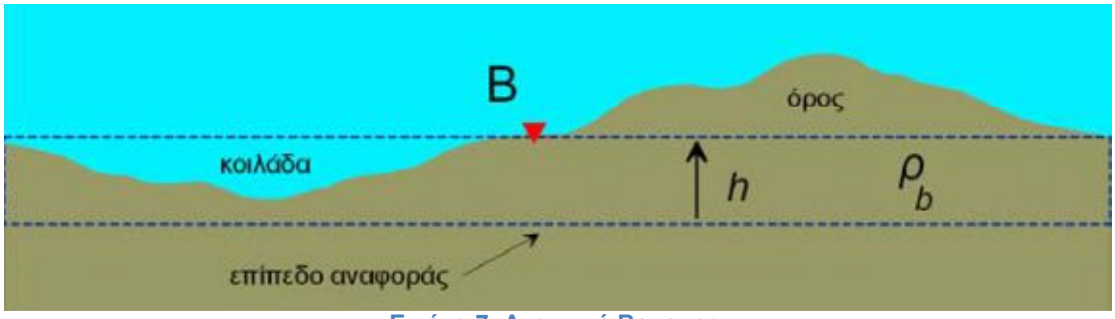
(1.6) $$\Delta g_{FA} = g_{obs} + \delta g_{FA} - \gamma = g_{obs} + (0.3086 * H) - \gamma$$

Η αναγωγή αυτή ουσιαστικά ισοδυναμεί με μια μετατόπιση των τοπογραφικών μαζών προς την επιφάνεια αναφοράς (γεωειδές), αναγκάζοντας τα σημεία μετρήσεων να φαίνονται “στον αέρα”.

1.1.6 Αναγωγή Bouguer

Στην διόρθωση ελευθέρου αέρα, που αναλύθηκε παραπάνω, λαμβάνουμε υπόψη μόνο την υψομετρική διαφορά, δηλαδή υποθέτουμε ότι ανάμεσα υπάρχει μόνο αέρας. Στην πραγματικότητα όμως μεταξύ της επιφάνειας αναφοράς και του σημείο μέτρησης στην φυσική επιφάνεια υφίσταται και τοπογραφική μάζα που ασκεί βαρυτική έλξη.

Αν συνδυάσουμε τα παραπάνω τότε για ένα σημείο που βρίσκεται ψηλότερα από την επιφάνεια αναφοράς η βαρύτητα θα πρέπει είναι μικρότερη σε σχέση με ένα αντίστοιχο σημείο στην επιφάνεια αναφοράς, επειδή H>0. Την ίδια στιγμή όμως η τιμή βαρύτητας στο σημείο μέτρησης θα πρέπει να είναι και μεγαλύτερη (σε σχέση με την επιφάνεια αναφοράς), επειδή ασκείται μία επιπλέον έλξη από την μάζα της τοπογραφίας που παρεμβάλλεται μεταξύ της επιφάνειας αναφοράς και του σημείου μέτρησης. Το βαρυτικό αυτό αποτέλεσμα μπορεί να εξαλειφθεί αν θεωρήσουμε ένα εκτεινόμενο προς το άπειρο οριζόντιο στρώμα κάτω από το σημείο μέτρησης, με πάχος ίσο με το υψόμετρο του σημείου.



Εικόνα 7: Αναγωγή Bouguer

Πηγή: Ιωάννης Φ.Λούης «Εισαγωγικά Μαθήματα στη Διερευνητική Φυσική», 2004

Η διόρθωση αυτή, που στηρίζεται στην απλή προσέγγιση της πλάκας, ονομάζεται **διόρθωση Bouguer** και περιγράφεται από την σχέση:

(1.7) $\delta g_B = 2\pi G\rho H = -0.04193\rho H$

όπου η διόρθωση δίνεται σε mgal, ρ είναι η πυκνότητα της πλάκας σε g/cm^3 και Η το υψόμετρο του σημείου σε m. Όπως και στη διόρθωση ελευθέρου αέρα έτσι και στην διόρθωση Bouguer το πρόσημο παίζει καθοριστικό ρόλο. Αν το σημείο μέτρησης βρίσκεται ψηλότερα από την επιφάνεια αναφοράς, τότε υπάρχει περίσσεια μάζας κάτω από το σημείο μέτρησης, η οποία δεν θα υπήρχε αν μπορούσαμε να κάνουμε τις μετρήσεις μας απευθείας στην επιφάνεια αναφοράς. Έτσι η τιμή βαρύτητας που θα πάρουμε στο σημείο μέτρησης είναι μεγαλύτερη εξαιτίας της περίσσειας μάζας και για τον λόγο αυτό εφαρμόζουμε την διόρθωση Bouguer προκειμένου να μετατοπισθούμε στην επιφάνεια αναφοράς.

Αν θεωρήσουμε στην σχέση 1.7 ως πυκνότητα ρ την "τυπική" μέση πυκνότητα των πετρωμάτων, δηλαδή $\rho = 2.67 g/cm^3$, τότε η σχέση μετασχηματίζεται σε:

(1.8) $\delta g_B = -0.1119H$

και η οποία με την σειρά της μας οδηγεί στην **ελλιπή ανωμαλία Bouguer**:

(1.9) $\Delta g_B = g_{obs} + \delta g_B - \gamma = g_{obs} - (0.1119 * H) - \gamma$

Αν εφαρμόσουμε μαζί την διόρθωση ελευθέρου αέρα και την διόρθωση Bouguer, τότε παίρνουμε την **απλή αναγωγή Bouguer** από την σχέση:

(1.10) $\delta g_{CB} = \delta g_{FA} + \delta g_B = (0.3086 * H) + (-0.1119 * H) = 0.1967 * H$

και η οποία μας οδηγεί στην **απλή ανωμαλία Bouguer**:

(1.11) $\Delta g_{CB} = g_{obs} + \delta g_{CB} - \gamma = g_{obs} + (0.1967 * H) - \gamma$

1.1.7 Αναγωγή λόγω ανάγλυφου (Τοπογραφικές διορθώσεις)

Η παραπάνω διόρθωση με την εφαρμογή της πλάκας Bouguer είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική, όταν η τοπογραφία πλησίον του σημείου μέτρησης χαρακτηρίζεται από ήπιες τοπογραφικές μεταβολές. Στην πραγματικότητα όμως, όπως φαίνεται και από την εικόνα 7, υπάρχουν ακραίες περιπτώσεις τοπογραφίας υπεύθυνες για την πρόκληση βαρυτικών μεταβολών.

Αναλυτικότερα, στην εικόνα 7, μπορούμε να δούμε ότι αριστερά από το σημείο μέτρησης (σημείο Β) υπάρχει κοιλάδα, όπου με την εφαρμογή της πλάκας Bouguer (μπλε πλαίσιο) έχουμε υπολογίσει ουσιαστικά πολύ περισσότερη μάζα, αφού η κοιλάδα περιέχει πολύ λιγότερο υλικό. Για τον λόγο αυτό απαιτείται να γίνει μία προσαρμογή στην διόρθωση με την πλάκα Bouguer, προκειμένου να υπολογιστεί η μάζα που αφαιρέθηκε ως τμήμα της κοιλάδας που είναι άδειο. Αντίστοιχα αν κοιτάξουμε δεξιά από το σημείο Β θα παρατηρήσουμε ότι υπάρχει μια τοπογραφική έξαρση η οποία δεν συμπεριλήφθηκε στη διόρθωση με την πλάκα Bouguer. Η ύπαρξη αυτή του βουνού θα μας αναγκάσει να έχουμε μία μικρότερη τιμή βαρυτικής επιτάχυνσης, από ότι θα παρατηρούσαμε αν το βουνό δεν βρισκόταν εκεί. Όπως και στην περίπτωση της κοιλάδας, έτσι και εδώ θα πρέπει να προσθέσουμε μία μικρή προσαρμογή στην διορθωμένη με διόρθωση Bouguer τιμή βαρύτητας, ώστε να λάβουμε υπόψη και την περίπτωση του βουνού.

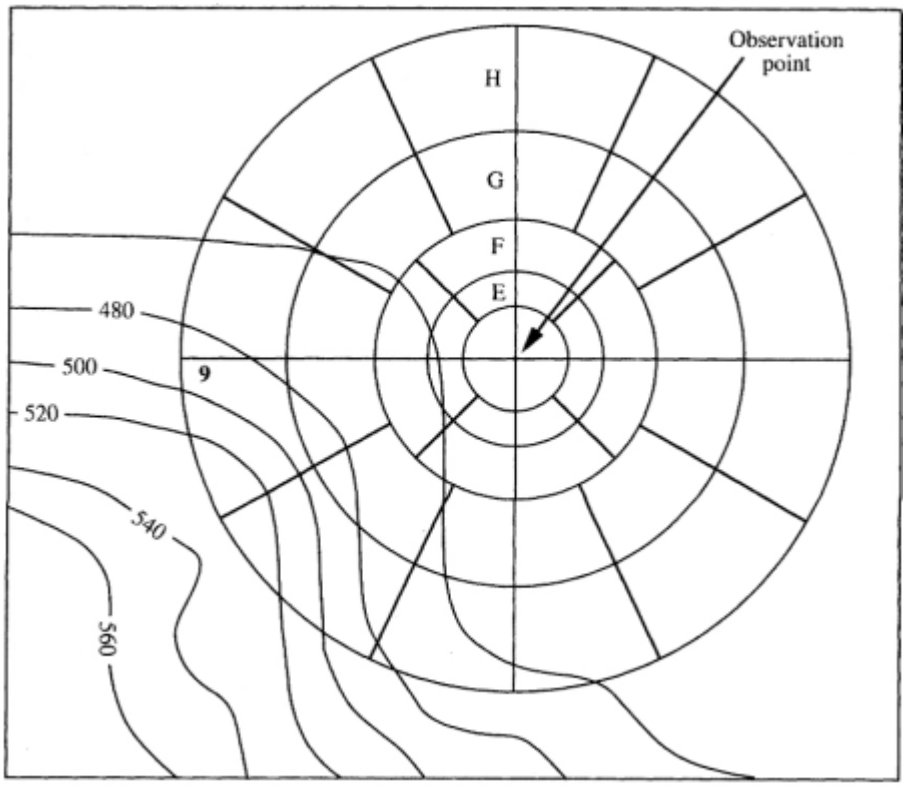
Οι προσαρμογές που περιγράφηκαν παραπάνω ονομάζονται **τοπογραφικές διορθώσεις,** έχουν πάντα θετική τιμή και είναι εκείνες που θα μας βοηθήσουν να εκτιμήσουμε την περίσσεια μάζας στην κοιλάδα καθώς και την μάζα του βουνού. Για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιούνταν "παραδοσιακά" η μέθοδος των κυκλικών τομέων του Hammer, σύμφωνα με την οποία τοποθετείται ένας διαφανής χάρτης Hammer (εικόνα 8) επάνω σε ένα τοπογραφικό διάγραμμα ίδιας κλίμακας, υπολογίζεται το μέσο υψόμετρο καθενός διαμερίσματος (αδιαφορώντας για το πρόσημο του υψομέτρου καθώς κάθε μεταβολή στη τοπογραφία ελαττώνει την τιμή βαρύτητας, με αποτέλεσμα η εφαρμοσμένη διόρθωση θα πρέπει να είναι πάντοτε προσθετική), ακολούθως υπολογίζεται ο μέσος όγκος και η μέση πυκνότητα για κάθε διαμέρισμα και τέλος εκτιμάται η επίδραση καθενός διαμερίσματος στη βαρύτητα από τον τύπο:

(1.12) $$\delta g_t = \delta\vartheta G p * \left[\left(\sqrt{r_1^2 + H_m} - r_1\right) - \left(\sqrt{r_2^2 + H_m} - r_2\right)\right]$$

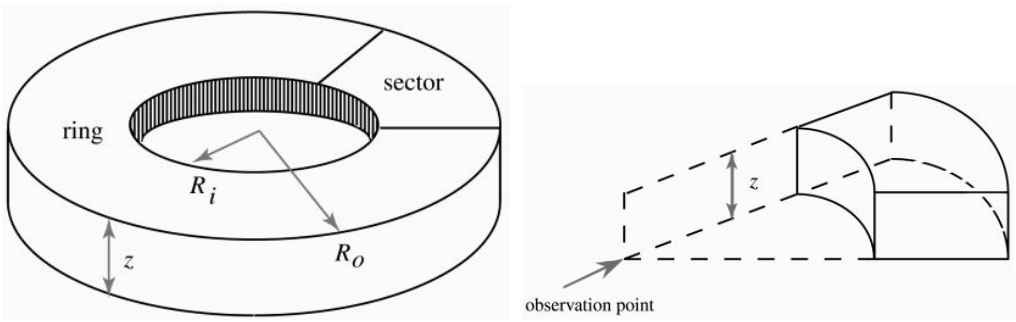
όπου δg_t η υπολογιζόμενη τοπογραφική διόρθωση για καθένα από τα διαμερίσματα, $\delta\vartheta$ η γωνία του κυκλικού τομέα, r_1 και r_2 η εσωτερική και εξωτερική ακτίνα του κυκλικού τομέα, p η πυκνότητα και H_m το μέσο υψόμετρο.

Με αυτόν τον τρόπο η συνολική τοπογραφική αναγωγή μπορεί να υπολογιστεί ως το άθροισμα όλων των τομέων που χωρίζεται η περιοχή, δηλαδή:

(1.13) $\delta g_T = \sum \delta g_t$



Εικόνα 8: Χάρτης κυκλικών τομέων Hammer



Εικόνα 9: Κυκλικός δακτύλιος και τομέας - διαμέρισμα κατά τη μέθοδο Hammer

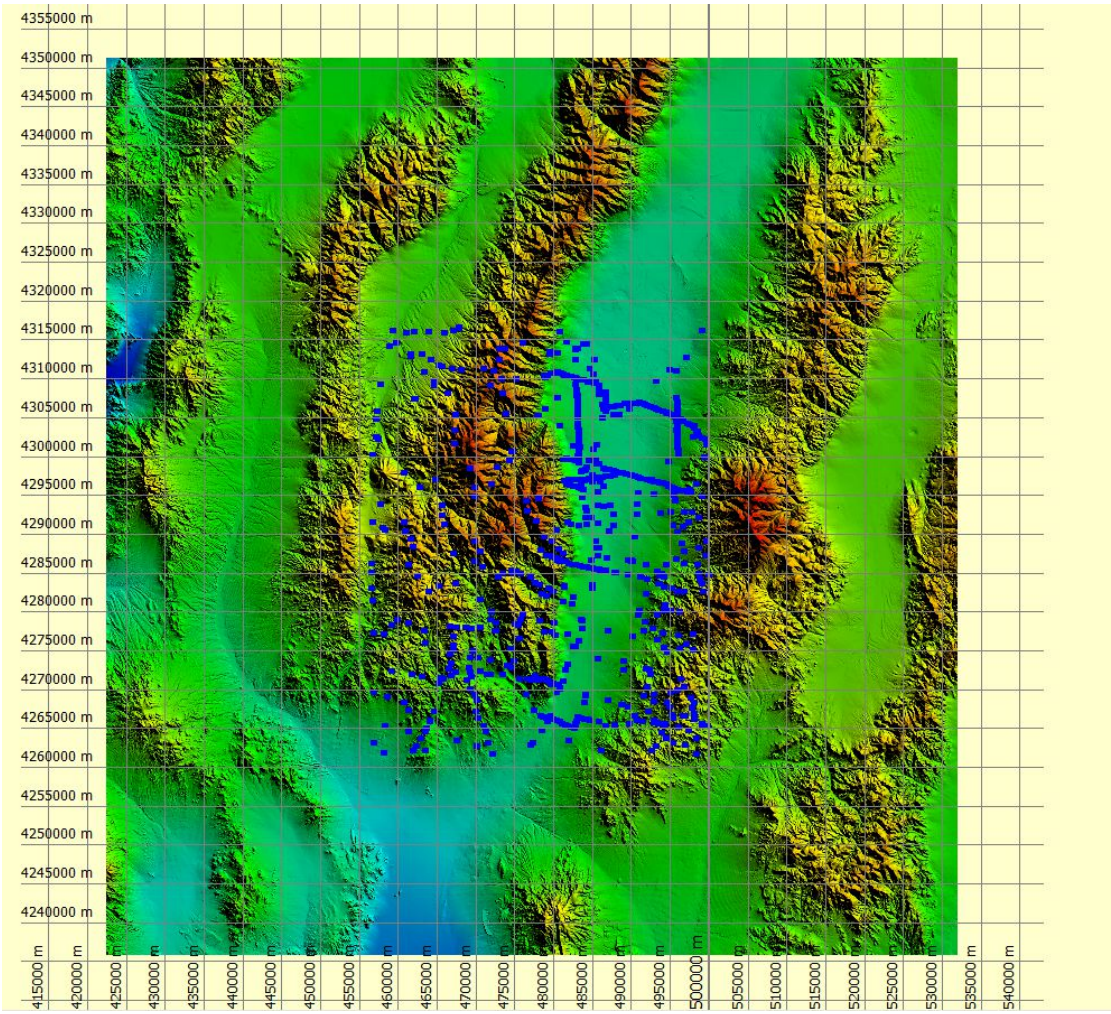
Πηγή: Caltech University, «Introduction to the use of gravity measurements in Ge111A»

Η διαδικασία για τον υπολογισμό τοπογραφικών διορθώσεων κατά Hammer, που περιγράφηκε παραπάνω, χαρακτηρίζεται ως ιδιαίτερα επίπονη, χρονοβόρα και δυσχερής. Για τον λόγο αυτό και επειδή πλέον έχουμε στην διάθεση μας αρκετά λεπτομερή ψηφιακά μοντέλα εδάφους (DEM), μπορούμε

να χρησιμοποιήσουμε πλέγματα μεταβλητής διακριτικής ικανότητας και να “μοντελοποιήσουμε” τον υπολογισμό τοπογραφικών διορθώσεων μέσω του τύπου:

(1.14) $$\delta g_T = Gp\int\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{h_p}^{h}\frac{z-h_p}{l^3}dxdydz$$

όπου $l=\sqrt{(x-xp)^2+(y-yp)^2+(z-hp)^2}$



Εικόνα 10: Ψηφιακό μοντέλο εδάφους σε μορφή πλέγματος για τον υπολογισμό τοπογραφικών διορθώσεων

Πηγή: Allen H. Cogbill, Geophysical Software – program **RasterTC**

Τέλος θα πρέπει να προσθέσουμε ότι μπορούμε να πετύχουμε και πιο γρήγορα αποτελέσματα κατά τον υπολογισμό τοπογραφικών διορθώσεων, χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς Fast Fourier (FFT), διαδικασία που θα

αναλυθεί στα επόμενα κεφάλαια με την παρουσίαση και χρήση του προγράμματος GRAVSOFT.

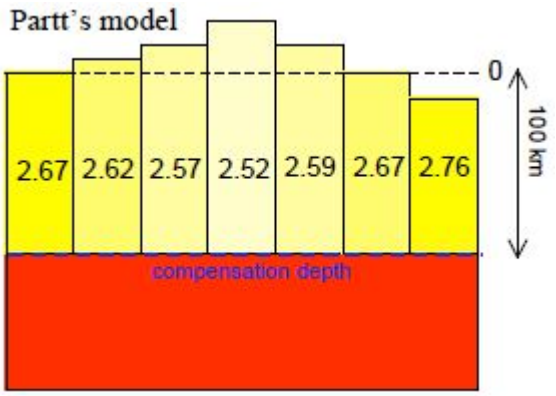
Με την ολοκλήρωση των τοπογραφικών αναγωγών, μπορούμε να οδηγηθούμε στις χαρακτηριζόμενες και ως **πλήρεις ανωμαλίες Bouguer** που υπολογίζονται από την σχέση:

(1.15) $$\Delta g_{TC} = g_{obs} + \delta g_{CB} + \delta g_T - \gamma = g_{obs} + (0.1968H) + \delta g_T - \gamma$$

1.1.8 Ισοστατικές αναγωγές

Μέχρι τώρα, σε όλες τις προαναφερθέντες αναγωγές, θεωρήσαμε ότι ο φλοιός της Γης χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένη ενιαία πυκνότητα. Παρά το γεγονός ότι η μέθοδος υπολογισμού των ισοστατικών αναγωγών μοιάζει με την μέθοδο υπολογισμού των τοπογραφικών διορθώσεων, εντούτοις οι ισοστατικές αναγωγές λαμβάνουν υπόψη τους την κατανομή μάζας – πυκνότητας στα ανώτερα στρώματα του γήινου φλοιού και έτσι κάθε πρίσμα αποκτά ξεχωριστή τιμή βαρύτητας, ανάλογα με τα πετρώματα που περιλαμβάνει. Οι ισοστατικές αναγωγές στηρίζονται στο φαινόμενο της ισοστασίας όπου τα ελαφρότερα τμήματα του γήινου φλοιού, όπως οι ήπειροι και τμήματα του υποθαλάσσιου βυθού, λόγω της μικρότερης πυκνότητας σε σχέση με τον μανδύα, ουσιαστικά επιπλέουν πάνω στα πυκνότερα υλικά του μανδύα. Για την περιγραφή του φαινομένου της ισοστασίας αναπτύχθηκε πληθώρα μοντέλων με κυριότερα τα ισοστατικά μοντέλα των **Pratt** και **Airy**, καθώς και συνδυασμοί και επεκτάσεις αυτών.

1.1.8.a. Ισοστατικό μοντέλο Pratt



Εικόνα 11: Ισοστατικό μοντέλο Pratt

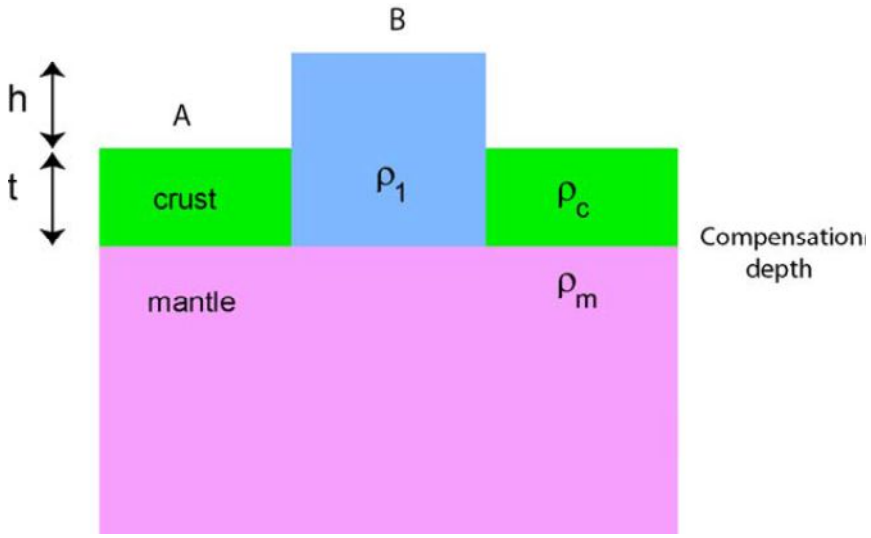
Πηγή: web.ics.purdue.edu

Σύμφωνα με το μοντέλο Pratt ο φλοιός της Γης αποτελείται από τεμάχια διαφορετικής πυκνότητας. Τα τεμάχια με την μικρότερη πυκνότητα προεκτείνονται κατακόρυφα έτσι ώστε να καταφέρουν να επιφέρουν την ίδια πίεση που ασκούν λεπτότερα τεμάχια αλλά μεγαλύτερης πυκνότητας. Στο μοντέλο αυτό η βάση του φλοιού είναι επίπεδη έτσι ώστε το βάθος εξισορρόπησης να χαρακτηρίζεται από μία επίπεδη ασυνέχεια μεταξύ φλοιού και μανδύα, όπου για την λιθοστατική πίεση να ισχύει:

(1.16)
$$P = \rho_2 g h_2 = \rho_3 g h_3 = \rho_4 g h_4 \cdots\cdots \Rightarrow$$
$$\frac{P}{g} = \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3 = \rho_4 h_4 = \cdots\cdots$$

όπου ρ_2, ρ_3 $\cdots\cdots$= η πυκνότητα από κάθε τεμάχιο

και h_2, h_3 $\cdots\cdots$= το πάχος από κάθε τεμάχιο



Εικόνα 12: Ισοστατικό μοντέλο Pratt

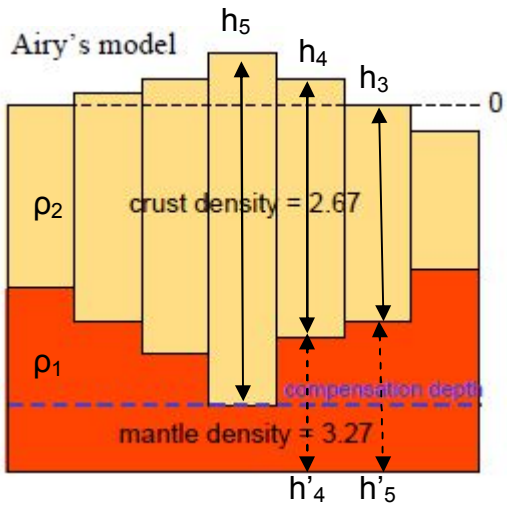
Πηγή: Geophysics 210 September 2008, «Isostasy»

Κατά την υπόθεση Pratt η αντιστάθμιση ενός βουνού (εικόνα 12, θέση B) αντισταθμίζεται από μια μικρότερη πυκνότητα ρ_1 που δίνεται από την σχέση:

(1.17) $$\rho_c t = \rho_1 (h + t) \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_c t}{h + t}$$

1.1.8.b. Ισοστατικό μοντέλο Airy

Κατά το μοντέλο Airy τα τεμάχια του φλοιού έχουν την ίδια πυκνότητα αλλά επιπλέουν επάνω στον μανδύα που χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη πυκνότητα, όπως ακριβώς επιπλέει ένα παγόβουνο πάνω στο νερό. Σε αντίθεση με το μοντέλο Pratt, εδώ η βάση του φλοιού επεκτείνεται και αποτελεί ουσιαστικά ένα είδωλο της τοπογραφίας.



Εικόνα 13: Ισοστατικό μοντέλο Airy

Πηγή: web.ics.purdue.edu

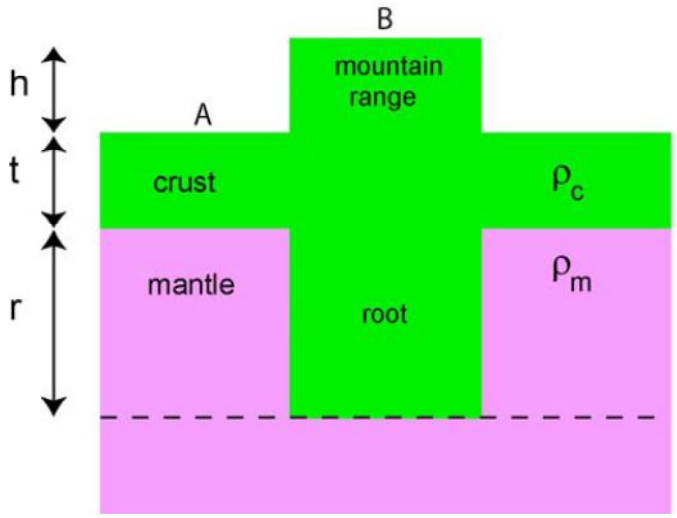
Όπως και στο προηγούμενο μοντέλο έτσι και εδώ η πίεση θα πρέπει να είναι ίδια παντού στο επίπεδο εξισορρόπησης, όπου στο μοντέλο Airy μόνο το τεμάχιο μέγιστου πάχους επεκτείνεται μέχρι το βάθος εξισορρόπησης με την πίεση που ασκείται σε αυτό να είναι:

(1.18) $$\frac{P}{g} = \rho_2 h_5 = \left(\rho_2 h_4 + \rho_1 h_4^{'}\right) = \left(\rho_2 h_3 + \rho_1 h_3^{'}\right) = \left(\rho_2 h_2 + \rho_1 h_2^{'}\right)$$

όπου $h_2^{'}$, $h_3^{'}$, $h_4^{'}$ είναι το πάχος της στήλης του μανδύα από τη βάση του κάθε τεμαχίου του φλοιού μέχρι το επίπεδο αντιστάθμισης.

Και η ρίζα του ηπειρωτικού φλοιού με ύψος h πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας θα είναι:

(1.19) $$t\rho_c + r\rho_m = (h + t + r)\rho_c \Rightarrow r\rho_m = h\rho_c + r\rho_c \Rightarrow r = h\frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c}$$



Εικόνα 14: Ισοστατικό μοντέλο Airy

Πηγή: Geophysics 210 September 2008, «Isostasy»

Τόσο το μοντέλο Pratt όσο και το μοντέλο Airy οδηγούν στις αντίστοιχες **ισοστατικές αναγωγές** από τις οποίες προκύπτουν οι **ισοστατικές ανωμαλίες βαρύτητας**. Η διαφορά με την αναγωγή Bouguer που αναλύθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, έγκειται στο γεγονός ότι οι πλεονάζουσες μάζες απομακρύνονται, ενώ με τις ισοστατικές αναγωγές οι πλεονάζουσες μάζες μετατοπίζονται προς το εσωτερικό του γεωειδούς με σκοπό να καλύψουν τα ελλείμματα μαζών που υφίστανται κάτω από τις ηπείρους.

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή, η μέθοδος υπολογισμού ισοστατικών αναγωγών είναι παρόμοια με τη μέθοδο υπολογισμού τοπογραφικών διορθώσεων και επιφέρουμε και εδώ έναν διαμερισμό της περιοχής σε πρισματικούς τομείς. Έτσι η συνολική ισοστατική αναγωγή για κάθε σημείο, υπολογίζεται αθροίζοντας την συνεισφορά όλων των επιμέρους τομέων που διαιρείται η περιοχή.

(1.20) $\delta g_I = \sum \delta g_i$

Τέλος οι ισοστατικές ανωμαλίες προκύπτουν αν επιπλέον στην εκάστοτε πλήρη ανωμαλία Bouguer, προστεθεί η αντίστοιχη ισοστατική αναγωγή σε κάθε σημείο μέτρησης, δηλαδή:

(1.21) $\Delta g_I = g_{obs} + \delta g_{CB} + \delta g_T + \delta g_I - \gamma$

Σημαντικό χαρακτηριστικό των ισοστατικών ανωμαλιών είναι το γεγονός ότι μεταβάλλονται με ομαλό τρόπο, το οποίο τις καθιστά κατάλληλες για την πρόγνωση τιμών ανωμαλιών βαρύτητας.

1.2 Μέθοδοι προσδιορισμού γεωειδούς

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετωπίζει σήμερα η φυσική γεωδαισία έχει να κάνει με τον προσδιορισμό του εξωτερικού πεδίου βαρύτητας της Γης, έχοντας ως δεδομένα μετρήσεις βαρύτητας που εκτελέστηκαν πάνω στην φυσική γήινη επιφάνεια. Το σύνολο αυτών των προβλημάτων χαρακτηρίζεται και ως **"γεωδαιτικά προβλήματα συνοριακών τιμών"** και μπορούν να περιγραφούν ως εξής (Κ.Ε. Κατσάμπαλος, Η.Ν. Τζιαβός, Φυσική Γεωδαισία, 1991):

1° πρόβλημα συνοριακών τιμών (Dirichlet)	Να υπολογιστεί αρμονική συνάρτηση V στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό μιας επιφάνειας S από τις συνοριακές τιμές επάνω στην S.
2° πρόβλημα συνοριακών τιμών (Neumann)	Να υπολογιστεί αρμονική συνάρτηση V στο εξωτερικό μιας κλειστής επιφάνειας S από τις πρώτες παραγώγους $\partial V / \partial n$ της V επάνω στην S.
3° πρόβλημα συνοριακών τιμών	Να υπολογιστεί αρμονική συνάρτηση V στο εξωτερικό μιας επιφάνειας S από τον γραμμικό συνδυασμό της V και των παραγώγων της $\partial V / \partial n$ επάνω στην S.

Πίνακας 2: Συνοριακά προβλήματα

1.2.1 Η ολοκληρωματική μέθοδος Stokes

Από τα παραπάνω θα μας απασχολήσει το 3° πρόβλημα συνοριακών τιμών, η λύση για το οποίο έρχεται μέσω του ολοκληρωματικού τύπου του **Stokes**. Ο Stokes λαμβάνει ως συνοριακή επιφάνεια το **γεωειδές**, το οποίο αποτελεί μία ισοδυναμική επιφάνεια του πεδίου βαρύτητας που προσεγγίζει την μέση στάθμη των θαλασσών και κατά συνέπεια κυρίαρχα υψόμετρα είναι τα υψόμετρα N του γεωειδούς. Στην προσέγγιση αυτή θα πρέπει να ανάγουμε όλες τις μετρήσεις βαρύτητας επάνω στην επιφάνεια του γεωειδούς, όπως επίσης και να λάβουμε υπόψη την επίδραση των τοπογραφικών μαζών ανάμεσα σε γεωειδές και φυσική επιφάνεια.

Τα υψόμετρα N του γεωειδούς υπολογίζονται από την κλασικό τύπο του Stokes:

(1.22) $N = \left(\frac{2\delta W - \Delta g_0 R}{\gamma} \right) + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_\sigma \Delta g S(\psi) d\sigma$

όπου N το υψόμετρο του γεωειδούς, Δg η ανωμαλία βαρύτητας, γ η τιμή της κανονικής βαρύτητας, R η μέση ακτίνα της Γης και $S(\psi)$ η συνάρτηση πυρήνας του Stokes.

Εάν θεωρήσουμε ότι $W_0 = U_0$ (όπου W_0 το δυναμικό της βαρύτητας στο γεωειδές και U_0 το δυναμικό της βαρύτητας επάνω στην επιφάνεια του ΕΕΠ), καθώς επίσης και ότι $M_{\Gamma\eta\varsigma} = \mathrm{M}_{\mathrm{ΕΕΠ}}$, τότε η σχέση (1.22) απλοποιείται και παίρνει την μορφή:

(1.23) $N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_\sigma \Delta g S(\psi) d\sigma$

όπου ο πυρήνας του Stokes υπολογίζεται από την σχέση:

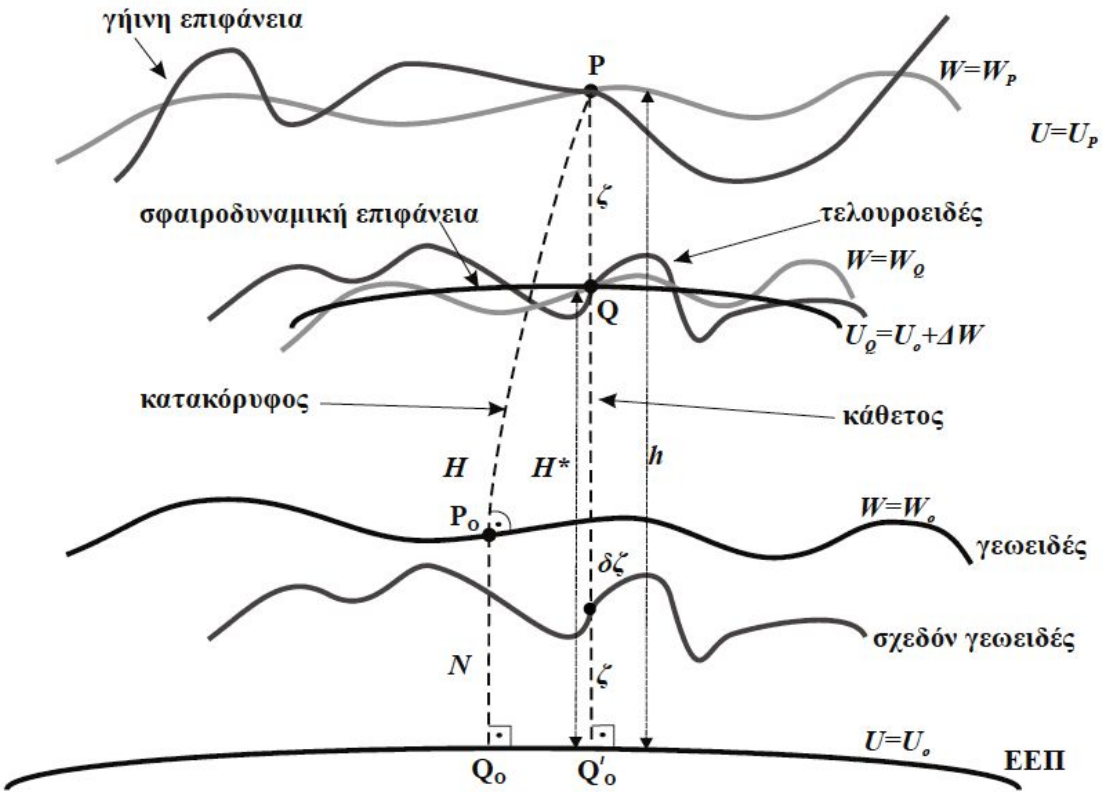
(1.24) $S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos\psi)$

η οποία σε κλειστή μορφή αναπτύσσεται σε:

(1.25) $S(\psi) = \frac{1}{\sin\frac{\psi}{2}} - 6\sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln\left(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2} \right)$

Για τον υπολογισμό των υψομέτρων N του γεωειδούς απαιτούνται συνεχείς τιμές ανωμαλίας βαρύτητας σε όλα τα σημεία επάνω στην Γη, κάτι το οποίο είναι φυσικά αδύνατο. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιούνται πρακτικές μέθοδοι, όπως η χρήση μέσων τιμών των ανωμαλιών βαρύτητας ή διακριτές τιμές που αποτελούν κορυφές κάποιου grid (πλέγμα). Ένας άλλος τρόπος αποτελεί και η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής, η οποία θα αναλυθεί παρακάτω.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι πέρα από την θεώρηση κατά Stokes, υπάρχει και η θεωρία του Molodensky. Η μεγαλύτερη διαφορά ανάμεσα στις δύο θεωρήσεις έγκειται στο γεγονός ότι ενώ ο Stokes χρησιμοποιεί την επιφάνεια του γεωειδούς, ο Molodensky θεωρεί ως συνοριακή επιφάνεια την φυσική επιφάνεια της Γης. Άμεσο πλεονέκτημα αυτού είναι το γεγονός ότι απαλλασσόμαστε από οποιαδήποτε υπόθεση σχετικά με την κατανομή των μαζών και των πυκνοτήτων κάτω από την φυσική γήινη επιφάνεια, όπως επίσης και ότι απαλλασσόμαστε και από οποιαδήποτε αναγωγή προς μια επιφάνεια αναφοράς, αφού οι μετρήσεις μας εκτελούνται απευθείας επάνω στην επιφάνεια της Γης.



Εικόνα 15: Οι επιφάνειες κατά την θεώρηση Stokes και Molodensky

Πηγή: Γεώργιος Σ. Βέργος, Βέλτιστος συνδυασμός επίγειων και αλτιμετρικών δεδομένων με δεδομένα των νέων δορυφορικών αποστολών CHAMP, GRACE και GOCE για τον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας, 2006

Η συνοριακή επιφάνεια προσεγγίζεται από την επιφάνεια του **τελουροειδούς**, για την οποία ισχύει $U_Q = W_P$ και σχεδιάζεται κατά μήκος της καθέτου στο ελλειψοειδές και σε απόσταση ζ από την φυσική επιφάνεια, η οποία και ονομάζεται "ανωμαλία ύψους", ενώ η απόσταση του τελουροειδούς από την επιφάνεια του ΕΕΠ ορίζει τα γνωστά κανονικά υψόμετρα H^*. Σε αντίθεση με το γεωειδές, κατά τη λύση του Stokes, το τελουροειδές δεν αποτελεί ισοδυναμική επιφάνεια. Αν κάνουμε τώρα το ίδιο πράγμα, αλλά σχεδιάσουμε το τελουροειδές σε απόσταση ζ από την επιφάνεια του ΕΕΠ, τότε θα προκύψει μία άλλη επιφάνεια γνωστή και ως **"σχεδόν γεωειδές"** (quasi geoid).

Οι ανωμαλίες ύψους ζ, που αποτελούν και την λύση στο πρόβλημα συνοριακών τιμών του Molodensky, υπολογίζονται από την εξίσωση του Bruns όπου:

(1.26) $\zeta = \frac{T}{\gamma}$

ενώ από την εικόνα 16 μπορούμε να παρατηρήσουμε και την σχέση που δημιουργείται μεταξύ των διαφόρων τύπων υψομέτρων.

(1.27) $h = H + N = \zeta + H^*$

όπου από τις (1.26) και (1.27) προκύπτει και η σχέση μεταξύ ανωμαλιών ύψους ζ και υψομέτρων γεωειδούς N:

(1.28) $N \approx \zeta + \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H$

Φυσικά ένας από τους παράγοντες που καθορίζει την επιλογή μεταξύ της θεώρησης κατά Stokes και της θεώρησης κατά Molodensky, έχει να κάνει και με την προεπιλογή ως επιφάνεια αναφοράς (γεωειδές ή τελουροειδές) που έχει υιοθετηθεί από την εκάστοτε χώρα.

1.2.2 Μέθοδος Remove – Compute – Restore (RCR)

Η μέθοδος της απομάκρυνσης – υπολογισμού – επαναφοράς αποτελεί μια από τις σημαντικότερες στη σύγχρονη γεωδαισία. Κατά την τεχνική αυτή, οι βαρυτικές ανωμαλίες ουσιαστικά προσεγγίζονται ως βαρυτικά σήματα, των οποίων το φάσμα αναλύεται σε χαμηλές, μεσαίες, ψηλές και πολύ ψηλές συχνότητες, με απώτερο σκοπό να απομακρυνθούν όλες οι συχνότητες **πλην των μεσαίων**, οι οποίες αντιπροσωπεύουν ένα ομαλοποιημένο σήμα. Το μέρος του φάσματος που απομακρύνεται από το βαρυτικό σήμα (χαμηλές και ψηλές – πολύ ψηλές συχνότητες) μπορεί να υπολογιστεί από παγκόσμια γεωδυναμικά μοντέλα και από την επίδραση της τοπογραφίας. Και αυτό γιατί τα παγκόσμια γεωδυναμικά μοντέλα αντανακλούν τα μεγάλα μήκη κύματος (χαμηλές συχνότητες), ενώ η επίδραση της τοπογραφίας αντικατοπτρίζει τα μικρά μήκη κύματος (υψηλές συχνότητες).

Ο λόγος για τον οποίο προσδοκούμε στην διαφύλαξη των μεσαίων συχνοτήτων, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, έχει να κάνει με την ομαλοποιημένη μορφή που τις χαρακτηρίζει, στοιχείο απαραίτητο για να μπορεί να συνεχίσει κάποιος στο επόμενο στάδιο που αφορά την πρόγνωση υψομέτρων γεωειδούς N/ανωμαλιών ύψους ζ, από τις “ομαλοποιημένες” πια ανωμαλίες βαρύτητας.

Ως εκ τούτου, υποθέτοντας ότι έχουμε στην διάθεση μας ανωμαλίες βαρύτητας, η τεχνική remove – compute – restore εφαρμόζεται ως εξής:

➢ Αρχικά εφαρμόζουμε την αναγωγή ελευθέρου αέρα, προκειμένου να αναχθούν οι μετρήσεις μας στο γεωειδές και να υπολογιστούν οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα Δg_{FA} (εξίσωση 1.5).

➢ Στην συνέχεια απομακρύνουμε τις χαμηλές συχνότητες του φάσματος των ανωμαλιών βαρύτητας, χρησιμοποιώντας κάποιο γεωδυναμικό μοντέλο.

(1.29) $\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM}$

όπου η συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου Δg_{GM} υπολογίζεται από την σχέση:

(1.30) $$\Delta g_{GM} = \frac{kM}{r^2}\sum_{n=2}^{n_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^2 (n-1)\sum_{m=0}^{n}\left(\bar{C}^{*}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}^{*}_{nm}\sin m\lambda\right)P_{nm}(\cos\theta)$$

όπου a ο μεγάλος ημιάξονας του ελλειψοειδούς αναφοράς
k η σταθερά της παγκόσμιας έλξης
M η μάζα της Γης
P_{nm} οι γενικευμένες συναρτήσεις Legendre
$\bar{C}^{*}_{nm}$, $\bar{S}^{*}_{nm}$ οι πλήρως κανονικοποιημένοι συντελεστές ανάπτυξης του διαταρακτικού δυναμικού

➢ Ακολούθως απομακρύνουμε και τις υψηλές συχνότητες από κάποιο μοντέλο τοπογραφίας και καταλήγουμε στις **ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας (reduced)**.

(1.31) $\Delta g_{red} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{TOP}$

➢ Από τις ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας, στις οποίες με την αφαίρεση των χαμηλών και ψηλών συχνοτήτων επετεύχθη η εξομάλυνση τους, υπολογίζονται μέσω των διαφόρων μεθόδων πρόγνωσης τα υψόμετρα γεωειδούς $N_{\Delta g_{red}}$. Εδώ θα πρέπει να επισημάνουμε ότι ο τελικός προσδιορισμός του υψομέτρου N του γεωειδούς συνιστάται στον προσδιορισμό τριών επιμέρους συνιστωσών:

(1.32) $N = N_{\Delta g_{red}} + N_{GM} + N_{TOP}$

➢ Μετά τον υπολογισμό των $N_{\Delta g_{red}}$ εκτελείται η επαναφορά της συνεισφοράς του χρησιμοποιούμενου γεωδυναμικού μοντέλου, η οποία δίνεται από την σχέση:

(1.33) $$N_{GM} = \frac{kM}{r\gamma}\sum_{n=2}^{n_{\max}}\left(\frac{a}{r}\right)^{n}\sum_{m=0}^{n}\left(\bar{C}^{*}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}^{*}_{nm}\sin m\lambda\right)P_{nm}(\cos\theta)$$

➢ Τέλος εκτελείται και η επαναφορά των τοπογραφικών επιδράσεων N_{TOP} μέσω των τοπογραφικών επιδράσεων (indirect effects)

Όπως αναφέρθηκε στο 3° βήμα εκτέλεσης της μεθόδου RCR, είμαστε υποχρεωμένοι να αφαιρέσουμε και την επίδραση της τοπογραφίας, προκειμένου να μεταβούμε τελικώς στις ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας. Η αφαίρεση αυτής της επίδρασης επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό των τοπογραφικών αναγωγών, όπως αυτές περιγράφηκαν στην παράγραφο 1.1 και όπου είχαμε τονίσει ότι σκοπός (όλων) των αναγωγών είναι να καταφέρουμε να αναχθούμε σε μια επιφάνεια που να πληροί τις απαιτήσεις του προβλήματος συνοριακών τιμών και την εξίσωση Laplace (αφού η φυσική επιφάνεια δεν πληροί τις προϋποθέσεις). Εδώ θα πρέπει να επισημάνουμε όμως, ότι με την εκτέλεση των τοπογραφικών αναγωγών ουσιαστικά προκαλούμε μεταφορά των μαζών από την επιφάνεια της Γης, το οποίο συνεπάγεται άμεση μεταβολή στο δυναμικό βαρύτητας, με αποτέλεσμα η επιφάνεια που αναγόμαστε να μην είναι ισοδυναμική, όχι δηλαδή το γεωειδές, αλλά μία άλλη επιφάνεια που ονομάζεται **αντισταθμισμένο γεωειδές (co – geoid)**. Η διαφορά μεταξύ γεωειδούς και αντισταθμισμένου γεωειδούς ταυτίζεται με τις **έμμεσες επιδράσεις** (indirect effects) των αναγωγών βαρύτητας στα υψόμετρα γεωειδούς, όπου υπολογίζονται από την σχέση:

(1.34) $$N_{ind} = \frac{\delta W}{\gamma}$$

όπου N_{ind} η έμμεση επίδραση στα υψόμετρα γεωειδούς

και δW η μεταβολή του δυναμικού βαρύτητας που προκλήθηκε από την μεταφορά μαζών.

Μάλιστα κρίνεται σκόπιμο να αναφέρουμε ότι το αντισταθμισμένο γεωειδές δεν είναι μοναδικό, αλλά ανάλογα με την τοπογραφική αναγωγή που επιλέξαμε (Bouguer, τοπογραφικές διορθώσεις, ισοστατική αναγωγή) προκύπτει και ένα διαφορετικό αντισταθμισμένο γεωειδές, όπου μάλιστα οι ανηγμένες τιμές των ανωμαλιών βαρύτητας που προέκυψαν αναφέρονται σε στην εκάστοτε συνοριακή επιφάνεια (ανάλογα με την τοπογραφική αναγωγή). Από τα παραπάνω αντιλαμβανόμαστε ότι οι τοπογραφικές αναγωγές θα πρέπει να συμπληρώνονται και με επιπλέον διορθώσεις συμπύκνωσης

μαζών. Κατά συνέπεια η ίδια η μέθοδος RCR μπορεί να εκτελεστεί με δύο διαφορετικές μεθοδολογίες συμπύκνωσης μαζών, α) κατά Helmert και β) κατά Molodensky.

1.2.2.a. Η τεχνική RCR στη μεθοδολογία συμπύκνωσης μαζών κατά Helmert

Με τον δεύτερο νόμο συμπύκνωσης μαζών κατά Helmert υπολογίζονται υψόμετρα γεωειδούς και η εφαρμογή της τεχνικής RCR ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Αρχικά από τις διαθέσιμες ανωμαλίες ελευθέρου αέρα αφαιρούνται από κάποιο γεωδυναμικό μοντέλο οι χαμηλές συχνότητες.

- Στην συνέχεια αφαιρείται και η επίδραση της τοπογραφίας, με εφαρμογή των πλήρη τοπογραφικών διορθώσεων όπου και προκύπτουν οι πλήρεις ανωμαλίες Bouguer.

(1.35) $\Delta g_{red} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - 2\pi G\rho H + \delta g_T$

- Επαναφέρεται η επίδραση η επίδραση της πλάκας Bouguer οπότε προκύπτουν οι ανοιγμένες ανωμαλίες Faye.

(1.36) $\Delta g_{red} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} + \delta g_T$

- Από τις ανηγμένες ανωμαλίες Faye υπολογίζονται τα ανηγμένα υψόμετρα γεωειδούς N_{red}.

- Επαναφέρονται οι χαμηλές συχνότητες από την συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου στα υψόμετρα γεωειδούς N_{GM}.

- Επαναφέρονται και οι ψηλές συχνότητες από τις έμμεσες επιδράσεις της τοπογραφίας N_{ind}, η οποίες υπολογίζονται από τον τύπο:

(1.37) $$N_{ind} = -\frac{\pi\kappa\rho}{\gamma} H_P^2 - \frac{\kappa\rho}{6\gamma} \iint_E \frac{H^3 - H_P^3}{\left[(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2 + \left(\bar{H}^2 \right) \right]^{3/2}} dx_Q dy_Q$$

Οπότε τελικώς έχουμε:

(1.38) $N = N_{red} + N_{GM} + N_{ind}$

1.2.2.b. Η τεχνική RCR στη μεθοδολογία συμπύκνωσης μαζών κατά Molodensky

Με την μέθοδο συμπύκνωσης μαζών κατά Molodensky υπολογίζονται ανωμαλίες ύψους και η εφαρμογή της τεχνικής RCR ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Υπολογίζονται οι ανωμαλίες βαρύτητας από την σχέση

(1.39) $\Delta g = g_P - \gamma_Q$

- Αφαιρούμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου και την επίδραση της τοπογραφίας.

(1.40) $\Delta g_{red} = \Delta g - \Delta g_{GM} - \Delta g_{TOP}$

- Υπολογίζονται από τις ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας οι ανωμαλίες ύψους ζ, που αποτελούνται από τρεις συνιστώσες:

(1.41) $\zeta = \zeta_{red} + \zeta_{GM} + \zeta_{TOP}$

όπου ζ_{red} οι ανηγμένες ανωμαλίες ύψους

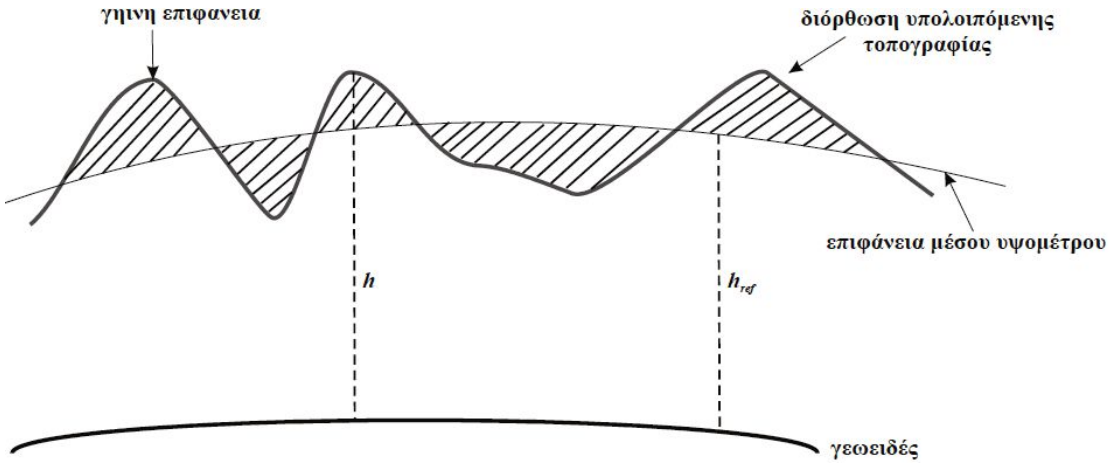
ζ_{GM} η συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου στις ανωμαλίες ύψους

ζ_{TOP} η συνεισφορά της τοπογραφίας στις ανωμαλίες ύψους

Το ενδιαφέρον με την μέθοδο κατά Molodensky είναι ότι μπορεί να εκτελεστεί και με μία “παραλλαγή”, γνωστή και ως **RTM (Residual Terrain Model – μοντέλο υπολειπόμενης τοπογραφίας)**.

1.2.2.c. Η τεχνική RCR σε συνδυασμό με την προσέγγιση RTM

Η διαφορά της προσέγγισης RTM συγκριτικά με όσα αναφέρθηκαν έως τώρα, έγκειται στο γεγονός ότι για την απομάκρυνση και επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας χρησιμοποιείται ως επιφάνεια αναφοράς μία μέση υψομετρική επιφάνεια της περιοχής μελέτης.



Εικόνα 16: Residual Terrain Model (RTM)

Πηγή: Γεώργιος Σ. Βέργος, Βέλτιστος συνδυασμός επίγειων και αλτιμετρικών δεδομένων με δεδομένα των νέων δορυφορικών αποστολών CHAMP, GRACE και GOCE για τον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας, 2006

Με βάση αυτή την επιφάνεια μέσου υψομέτρου, όσες μάζες βρίσκονται πάνω από την επιφάνεια αναφοράς πρέπει να αφαιρεθούν, ενώ τα υπόλοιπα μαζών που βρίσκονται από κάτω πρέπει να συμπληρωθούν. Δηλαδή αυτή η απόκλιση της πραγματικής τοπογραφίας από την επιφάνεια αναφοράς, αντιπροσωπεύει την μικρού μήκους κύματος πληροφορία που οφείλουμε να λάβουμε υπόψη. Εάν θα θέλαμε να αποδώσουμε την υπολογιζόμενη επίδραση τοπογραφίας κατά RTM πιο παραστατικά, τότε θα λέγαμε ότι το αποτέλεσμα αυτής μπορεί να προκύψει ουσιαστικά από την αφαίρεση δύο πλακών Bouguer μείον την τοπογραφική διόρθωση, δηλαδή:

(1.42) $\Delta g_{RTM} = 2\pi G\rho\left(H - H_{ref}\right) - \delta g_T$

Η αναγωγή της υπολειπόμενης τοπογραφίας μας οδηγεί στην επιφάνεια του σχεδόν γεωειδούς και στις ανωμαλίες ύψους και η τεχνική RCR σε συνδυασμό με την μέθοδο RTM εφαρμόζεται ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

- Από τις υπολογισμένες ανωμαλίες ελευθέρου αέρα αφαιρούνται από κάποιο γεωδυναμικό μοντέλο οι χαμηλές συχνότητες (εξίσωση 1.29).

- Στη συνέχεια εφαρμόζεται στο αποτέλεσμα του προηγούμενου βήματος η αναγωγή RTM, από όπου θα προκύψουν οι ανηγμένες ανωμαλίες RTM.

(1.43) $\Delta g_{red} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM}$

- Από τις ανηγμένες ανωμαλίες RTM υπολογίζονται οι ανηγμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red}.

- Επαναφέρεται η συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου ζ_{GM}.

- Επαναφέρεται και η συνεισφορά της τοπογραφίας ζ_{RTM} και έχουμε:

(1.44) $\zeta = \zeta_{red} + \zeta_{GM} + \zeta_{RTM}$

- Μετατρέπουμε τις ανωμαλίες ύψους ζ σε υψόμετρα γεωειδούς N μέσω της εξίσωσης 1.28.

ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ RTM

✓ Οι ανηγμένες ανωμαλίες που προκύπτουν είναι πολύ ομαλές, κατάλληλες για τις διαδικασίες πρόγνωσης που ακολουθούν παρακάτω.

✓ Δεν απαιτούν καμία υπόθεση ισοστατικής συμπύκνωσης.

ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ RTM

✓ Είναι ένας τεχνητός τρόπος αναγωγής και κατά συνέπεια τα αποτελέσματα της δεν επιδέχονται γεωδαιτική ερμηνεία.

1.2.3 Η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής (Least square Collocation)

Η μέθοδος LSC αποτελεί μία από τις πιο σημαντικές μεθόδους προσδιορισμού του γεωειδούς και στηρίζεται αρχικά στον προσδιορισμό ενός βέλτιστου διαταρακτικού δυναμικού που να ικανοποιεί τα συγκεκριμένα διακριτά δεδομένα που διαθέτουμε, ενώ στη συνέχεια υπολογίζονται από αυτό διακριτά μεγέθη που σχετίζονται με αυτό. Πιο αναλυτικά κάθε μέτρησης μας l περιγράφεται από δύο ποσότητες, από την ποσότητα s που ονομάζεται σήμα και από την ποσότητα n που ονομάζεται θόρυβος, δηλαδή:

(1.45) $l_i = s_i + n_i$

- Αρχικά λοιπόν σχηματίζουμε των πίνακα των παρατηρήσεων μας:

(1.46) $$l = \begin{bmatrix} \Delta g_1 \ldots \Delta g_i & \xi_1 \ldots \xi_j & \eta_1 \ldots \eta_k \end{bmatrix}^T$$

- Υπολογίζεται ο πίνακας συμμεταβλητότητας C_{ss} των μετρήσεων:

(1.47) $$C_{ss} = \begin{bmatrix} C_{11}^{\Delta g \Delta g} & \cdots & C_{1i}^{\Delta g \Delta g} & C_{11}^{\Delta g \xi} & \cdots & C_{1j}^{\Delta g \xi} & C_{11}^{\Delta g \eta} & \cdots & C_{1k}^{\Delta g \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{i1}^{\Delta g \Delta g} & \cdots & C_{ii}^{\Delta g \Delta g} & C_{i1}^{\Delta g \xi} & \cdots & C_{ij}^{\Delta g \xi} & C_{i1}^{\Delta g \eta} & \cdots & C_{ik}^{\Delta g \eta} \\ C_{11}^{\xi \Delta g} & \cdots & C_{1i}^{\xi \Delta g} & C_{11}^{\xi \xi} & \cdots & C_{1j}^{\xi \xi} & C_{11}^{\xi \eta} & \cdots & C_{1k}^{\xi \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{j1}^{\xi \Delta g} & \cdots & C_{ji}^{\xi \Delta g} & C_{j1}^{\xi \xi} & \cdots & C_{jj}^{\xi \xi} & C_{j1}^{\xi \eta} & \cdots & C_{jk}^{\xi \eta} \\ C_{11}^{\eta \Delta g} & \cdots & C_{1i}^{\eta \Delta g} & C_{11}^{\eta \xi} & \cdots & C_{1j}^{\eta \xi} & C_{11}^{\eta \eta} & \cdots & C_{1k}^{\eta \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{k1}^{\eta \Delta g} & \cdots & C_{ki}^{\eta \Delta g} & C_{k1}^{\eta \xi} & \cdots & C_{kj}^{\eta \xi} & C_{k1}^{\eta \eta} & \cdots & C_{kk}^{\eta \eta} \end{bmatrix}$$

- Υπολογίζεται ο πίνακας συμμεταβλητότητας C_{nn} των σφαλμάτων των παρατηρήσεων, που έχει παρόμοια μορφή με τον παραπάνω:

(1.48) $$C_{nn} = \begin{bmatrix} D_{11}^{\Delta g \Delta g} & \cdots & D_{1i}^{\Delta g \Delta g} & D_{11}^{\Delta g \xi} & \cdots & D_{1j}^{\Delta g \xi} & D_{11}^{\Delta g \eta} & \cdots & D_{1k}^{\Delta g \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ D_{i1}^{\Delta g \Delta g} & \cdots & D_{ii}^{\Delta g \Delta g} & D_{i1}^{\Delta g \xi} & \cdots & D_{ij}^{\Delta g \xi} & D_{i1}^{\Delta g \eta} & \cdots & D_{ik}^{\Delta g \eta} \\ D_{11}^{\xi \Delta g} & \cdots & D_{1i}^{\xi \Delta g} & D_{11}^{\xi \xi} & \cdots & D_{1j}^{\xi \xi} & D_{11}^{\xi \eta} & \cdots & D_{1k}^{\xi \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ D_{j1}^{\xi \Delta g} & \cdots & D_{ji}^{\xi \Delta g} & D_{j1}^{\xi \xi} & \cdots & D_{jj}^{\xi \xi} & D_{j1}^{\xi \eta} & \cdots & D_{jk}^{\xi \eta} \\ D_{11}^{\eta \Delta g} & \cdots & D_{1i}^{\eta \Delta g} & D_{11}^{\eta \xi} & \cdots & D_{1j}^{\eta \xi} & D_{11}^{\eta \eta} & \cdots & D_{1k}^{\eta \eta} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ D_{k1}^{\eta \Delta g} & \cdots & D_{ki}^{\eta \Delta g} & D_{k1}^{\eta \xi} & \cdots & D_{kj}^{\eta \xi} & D_{k1}^{\eta \eta} & \cdots & D_{kk}^{\eta \eta} \end{bmatrix}$$

Βέβαια στην περίπτωση όπου οι ετερογενείς παρατηρήσεις θεωρηθούν ασυσχέτιστες, δηλαδή κάθε παρατήρηση είναι γνωστή με το σφάλμα της m, τότε η (1.48) παίρνει την μορφή:

(1.49) $$C_{nn} = \begin{bmatrix} m_{\Delta g}^2 & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & 0 & & \\ & & m_{\Delta g}^2 & & & & & & \\ & & & m_{\xi}^2 & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & m_{\xi}^2 & & & \\ & 0 & & & & & m_{\eta}^2 & & \\ & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & & m_{\eta}^2 \end{bmatrix}$$

- Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι για το πλήθος των μετρήσεων θα πρέπει να ικανοποιείται και η συνθήκη ελαχιστοποίησης:

(1.50) $$s^T C_{ss}^{-1} s + n^T C_{nn}^{-1} n = \min$$

- Υπολογίζονται οι συντελεστές του πίνακα b:

(1.51) $$b = \left(C_{ss} + C_{nn}\right)^{-1} l$$

- Υπολογίζουμε τον πίνακα συμμεταβλητοτήτων $C_{s'1}$, ο οποίος περιλαμβάνει τις συμμεταβλητότητες όλων των γνωστών σημείων που συνδέονται με το σημείο εκείνο στο οποίο θέλουμε να προβλέψουμε την αποχή γεωειδούς:

(1.52) $$C_{s'1} = \begin{bmatrix} C_{P1}^{N\Delta g} & \cdots & C_{Pi}^{N\Delta g} & C_{P1}^{N\xi} & \cdots & C_{Pj}^{N\xi} & C_{P1}^{N\eta} & \cdots & C_{Pk}^{N\eta} \end{bmatrix}$$

- Υπολογίζεται το υψόμετρο N του γεωειδούς από την σχέση:

(1.53) $$\hat{N} = C_{s'1} b$$

- Τέλος η ακρίβεια της σημειακής προσαρμογής με σφάλματα εκφράζεται με τη βοήθεια του πίνακα συμμεταβλητοτήτων $E_{s's'}$ των σφαλμάτων $s' - \hat{s}'$:

(1.54) $$E_{s's'} = C_{s's'} - C_{s'l}\left(C_{ss} + C_{nn}\right)^{-1} C_{ls'}$$

Το “κλειδί” της μεθόδου, όπως περιγράφηκε από τα παραπάνω βήματα, έγκειται στον τρόπο προσδιορισμού των πινάκων C_{ss} και C_{nn} από συντελεστές μεταβλητότητας του πεδίου βαρύτητας και συντελεστές

μεταβλητότητας σφάλματος που προσδιορίζονται “εμπειρικά”, όπως θα αναλύσουμε τώρα. Όλες οι παράμετροι που έχουν σχέση με το πεδίο βαρύτητας, συνδέονται μέσω της βασικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας του διαταρακτικού δυναμικού $K(P,Q)$:

(1.55) $$K(P,Q)=\frac{1}{8\pi^2}\int_{\lambda=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{a=0}^{2\pi}T_{P'}T_{Q'}\sin\theta \quad d\theta d\lambda d\alpha$$

Όπου α το αζιμούθιο από το P προς το Q.

Αντίστοιχα η συνάρτηση συμμεταβλητότητας των ανωμαλιών βαρύτητας περιγράφεται από μια αντίστοιχη της (1.55) σχέση:

(1.56) $$C(P,Q)=\frac{1}{8\pi^2}\int_{\lambda=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{a=0}^{2\pi}\Delta g_P\Delta g_Q\sin\theta \quad d\theta d\lambda d\alpha$$

Οι σχέσεις (1.55) και (1.56) μπορούν να αναπτυχθούν σε σειρά σφαιρικών αρμονικών και να λάβουν την μορφή:

(1.57) $$K(P,Q)=\sum_{n=0}^{\infty}\sigma_n\left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q}\right)^{n+1}P_n(\cos\psi)$$

(1.58) $$C(P,Q)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n\left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q}\right)^{n+2}P_n(\cos\psi)$$

όπου R_B η ακτίνα της σφαίρας του Bjerhammar

r_P, r_Q οι αποστάσεις των σημείων P και Q από το κέντρο της σφαίρας

και σ_n, c_n οι συντελεστές μεταβλητότητας του διαταρακτικού δυναμικού και των ανωμαλιών βαρύτητας αντίστοιχα και οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους από την σχέση:

(1.59) $$c_n=\left(\frac{n-1}{R}\right)^2\sigma_n$$

Μάλιστα με εφαρμογή του νόμου μετάδοσης σφαλμάτων στην 1.58, προκύπτει η συνάρτηση διασυμμεταβλητότητας των υψομέτρων του γεωειδούς και των ανωμαλιών βαρύτητας:

(1.60) $$C(N_P,\Delta g_Q)=\frac{R}{\gamma}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{c_n}{n-1}\right)\left(\frac{R^2}{r_P r_Q}\right)^{n+2}P_n(\cos\psi)$$

Μία συνάρτηση συμμεταβλητότητας σημειακών τιμών της ανωμαλίας της βαρύτητας Δg δίνεται από μία σχέση ανάλογη της (1.58):

(1.61) $$C(\Delta g, \Delta g) = \sum_{n=2}^{\infty} c_n \left(\frac{R_B^2}{R} \right)^{2n+4} P_n(\cos\psi)$$

όπου η Γη προσεγγίζεται από μια σφαίρα ακτίνας $R = 6371 km$ και οι συντελεστές μεταβλητότητας c_n προκύπτουν από την (1.60):

(1.62) $$c_n = \frac{2n+1}{2} \left(\frac{R_B}{R} \right)^{2n+4} \int_{\psi=0}^{\pi} C(\Delta g, \Delta g) P_n(\cos\psi) \sin\psi \quad d\psi$$

Όταν οι συντελεστές c_n έχουν προκύψει από συναρτήσεις συμμεταβλητότητας (όπως η 1.58 και κατά αντιστοιχία η 1.60), τότε αυτές οι συναρτήσεις ονομάζονται "**εμπειρικές συναρτήσεις**". Η εμπειρική συνάρτηση υπονοεί ότι υπολογίζεται από πραγματικά δεδομένα μιας περιοχής και δεν υπακούει σε κάποιο μαθηματικό μοντέλο. Όταν στην συνέχεια, στους συντελεστές c_n που υπολογίστηκαν από μια εμπειρική συνάρτηση συμμεταβλητότητας γίνει προσαρμογή κάποιου μοντέλου, υπολογιστούν οι συντελεστές του μοντέλου και στη συνέχεια αναπαραχθεί η συνάρτηση, τότε έχουμε να κάνουμε πια με μία "**μοντελοποιημένη εμπειρική συνάρτηση συμμεταβλητότητας**".

Ο υπολογισμός των συντελεστών του μοντέλου, που μόλις αναφέραμε, δεν είναι μονοσήμαντος καθώς εξαρτάται από την επιλογή που θα κάνουμε ανάμεσα στα διάφορα διαθέσιμα μοντέλα που υπάρχουν. Ένα από αυτά, που είναι από τα πιο διαδεδομένα και που επίσης χρησιμοποιεί το GRAVSOFT κατά την διαδικασία εφαρμογής της σημειακής προσαρμογής (όπως θα δούμε παρακάτω), είναι το μοντέλο των **Tscherning and Rapp** που περιγράφεται από την σχέση:

(1.63) $$c_n = \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+B)}$$

Από το αναλυτικό μοντέλο που επιλέχθηκε (στην περίπτωση μας το μοντέλο Tscherning and Rapp) υπολογίζεται μία τοπική συνάρτηση συμμεταβλητότητας, όπου για τον υπολογισμό της είναι απαραίτητη η απομάκρυνση των χαμηλών συχνοτήτων του πεδίου μέσω ενός γεωδυναμικού μοντέλου. Οι συντελεστές του γεωδυναμικού μοντέλου προκύπτουν από μοντέλα σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων που συνοδεύονται και από τα αντίστοιχα σφάλματα προσδιορισμού τους. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως από τις μετρήσεις Δg_{res} έχουν αφαιρεθεί οι αρμονικές βαθμού n (με βάση το γεωδυναμικό μοντέλο), οι ίδιες αρμονικές πρέπει να

αφαιρεθούν και από την αντίστοιχη συνάρτηση συμμεταβλητότητας των υπολοίπων τιμών βαρύτητας (residuals). Έτσι το τοπικό μοντέλο για την προσέγγιση της συνάρτησης συμμεταβλητότητας καταλήγει στην μορφή:

(1.64) $$K(P,Q) = a\sum_{n=2}^{n_{\max}} \varepsilon_{\sigma_n} \left(\frac{R^2}{r_P r_Q}\right)^{n+1} P_n(\cos\psi) + \sum_{n_{\max}+1}^{\infty} \sigma_n \left(\frac{R_B{}^2}{r_P r_Q}\right)^{n+1} P_n(\cos\psi)$$

Συνοψίζοντας τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής και συνδέοντας την με τις προηγούμενες παραγράφους θα λέγαμε ότι:

❖ Από τις ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας, που υπολογίστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, υπολογίζονται οι εμπειρικές τιμές της συνάρτησης συμμεταβλητότητας.

❖ Μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας γίνεται προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας (Tscherning and Rapp), ώστε οι συναρτήσεις συμμεταβλητότητας που προκύπτουν να προσεγγίζουν με βέλτιστο τρόπο τις εμπειρικές συναρτήσεις.

❖ Με τις παραμέτρους του μοντέλου συντελεστών μεταβλητότητας που προκύπτουν:

a) ο συντελεστής A του μοντέλου Tscherning and Rapp

b) η σταθερά α από την 1.63 που λειτουργεί ως συντελεστής κλίμακας για την ταυτόχρονη χρησιμοποίηση των συντελεστών σφάλματος ε_{σ_n} και των συντελεστών του διαταρακτικού δυναμικού

c) η ακτίνα της σφαίρας Bjerhammar R_B

υπολογίζεται η αναλυτική μορφή της συνάρτησης συμμεταβλητότητας ανάμεσα σε όλα τα είδη σημάτων εισόδου και εξόδου που εμπλέκονται στο πρόβλημα.

1.2.4 Γεωδαιτικοί μετασχηματισμοί Fourier (FFT)

Τέλος, στον υπολογισμό υψομέτρων του γεωειδούς, θα αναφέρουμε και την χρήση των μετασχηματισμών Fourier, οι οποίοι χαρακτηρίζονται από χαμηλό υπολογιστικό κόστος, μπορούν να διαχειριστούν μεγάλο πλήθος δεδομένων και κατά συνέπεια αξιοποιούνται στους υπολογισμούς παραγώγων μεγεθών του πεδίου βαρύτητας όπως υψόμετρα γεωειδούς και

ανωμαλίες βαρύτητας. Μειονεκτήματα αυτών των μετασχηματισμών αποτελούν το γεγονός ότι τα δεδομένα εισόδου θα πρέπει να δίνονται σε μορφή πλέγματος, όπως επίσης δεν υπάρχει η δυνατότητα εκτίμησης του σφάλματος υπολογισμού.

1.2.4.a. 2D planar FFT

Σε ένα πολικό σύστημα συντεταγμένων τα υψόμετρα γεωειδούς μπορούν να υπολογιστούν από τον ολοκληρωματικό τύπο:

(1.65) $$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{S=0}^{S\max} \int_{a=0}^{2\pi} \frac{\Delta g}{s} s \quad dsda$$

όπου α το αζιμούθιο και s η απόσταση

Εάν μετατρέψουμε την διαφορική ποσότητα σε επίπεδες συντεταγμένες, δηλαδή:

(1.66) $$sdsda = dxdy$$

τότε η 1.65 μετασχηματίζεται με τη σειρά της σε:

(1.67) $$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-X}^{X} \int_{-Y}^{Y} \frac{\Delta g}{r} \quad dxdy$$

όπου $r = \left[(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2\right]^{1/2}$ και άρα η 1.67 μπορεί να αναλυθεί περισσότερο στην μορφή:

(1.68) $$N(x_P, y_P) = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-X}^{X} \int_{-Y}^{Y} \Delta g(x, y) \frac{1}{\left[(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2\right]^{1/2}} \quad dxdy$$

Ο λόγος που κάναμε αυτόν τον μετασχηματισμό αποσκοπεί στο να φέρουμε τελικώς την 1.68 σε τέτοια μορφή, ώστε στο δεύτερο μέλος να δημιουργηθεί ένα διδιάστατο συνελικτικό ολοκλήρωμα και άρα χρησιμοποιώντας το συμβολισμό:

(1.69) $$l_N(x, y) = r^{-1}(x, y)$$

η σχέση 1.68 γράφεται ως εξής:

(1.70) $$N(x_P, y_P) = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g(x, y) * l_N(x, y)$$

Η συνέλιξη της 1.70 μπορεί να υπολογιστεί τώρα πιο εύκολα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των μετασχηματισμών Fourier:

(1.71) $F[h(x,y)*g(x,y)] = F[h(x,y)]F[g(x,y)] = H(u,v)G(u,v)$

(1.72) $F^{-1}[H(u,v)G(u,v)] = F^{-1}[H(u,v)]*F^{-1}[G(u,v)] = h(x,y)*g(x,y)$

όπου F και F^{-1} ο ευθύς και ο αντίστροφος μετασχηματισμός αντίστοιχα

H , G τα φάσματα των συναρτήσεων

και u,v οι κυκλικές συχνότητες που αντιστοιχούν στα x,y

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι τα υψόμετρα του γεωειδούς N δίνονται από την εξίσωση:

(1.73) $N(x,y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1}\{\Delta G(u,v) L_N(u,v)\}$

όπου $\Delta G(u,v) = F\{\Delta g(x,y)\}$

και $L_N(u,v) = F\{L_N(x,y)\} = (u^2 + v^2)^{-1/2}$

1.2.4.b. 1D spherical FFT

Κατά την σφαιρική προσέγγιση τα υψόμετρα γεωειδούς N δίνονται συναρτήσει των γεωγραφικών συντεταγμένων από τη σχέση:

(1.74) $N(\phi_P, \lambda_P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\lambda_Q} \int_{\phi_Q} \Delta g(\phi_Q, \lambda_Q) S(\psi_{PQ}) \cos\phi_{PQ} d\phi_Q d\lambda_Q$

Η σχέση 1.74 απαιτεί την ύπαρξη παρατηρήσεων σε ολόκληρη την επιφάνεια της Γης. Στην πραγματικότητα όμως επειδή μπορούμε να διαθέτουμε παρατηρήσεις ανωμαλιών βαρύτητας σε μορφή πλέγματος με N γραμμές και M στήλες, η 1.74 λαμβάνει την μορφή:

(1.75) $N(\phi_P, \lambda_P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \Delta g(\phi_j, \lambda_i) \cos\phi_j S(\phi_1, \lambda_k, \phi_j, \lambda_i) \Delta\phi\Delta\lambda$

όπου $\Delta\phi\Delta\lambda$ το βήμα του καννάβου των δεδομένων μας

τα M, N αντιστοιχούν στον αριθμό μεσημβρινών και παραλλήλων που ορίζουν την περιοχή συλλογής δεδομένων

και $S(\phi_1, \lambda_k, \phi_j, \lambda_i)$ η συνάρτηση πυρήνας του Stokes που υπολογίζεται από την σχέση του Strang van Hees:

(1.76) $$S(\psi_{PQ}) = \frac{1}{s} - 4 - 6s + 10s^2 - (3 - 6s^2)\ln(s + s^2)$$

όπου $s = \sin\left(\frac{\psi_{PQ}}{2}\right)$

και $\sin^2\left(\frac{\psi_{PQ}}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\phi_P - \phi_Q}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\lambda_P - \lambda_Q}{2}\right)\cos\phi_P \cos\phi_Q$

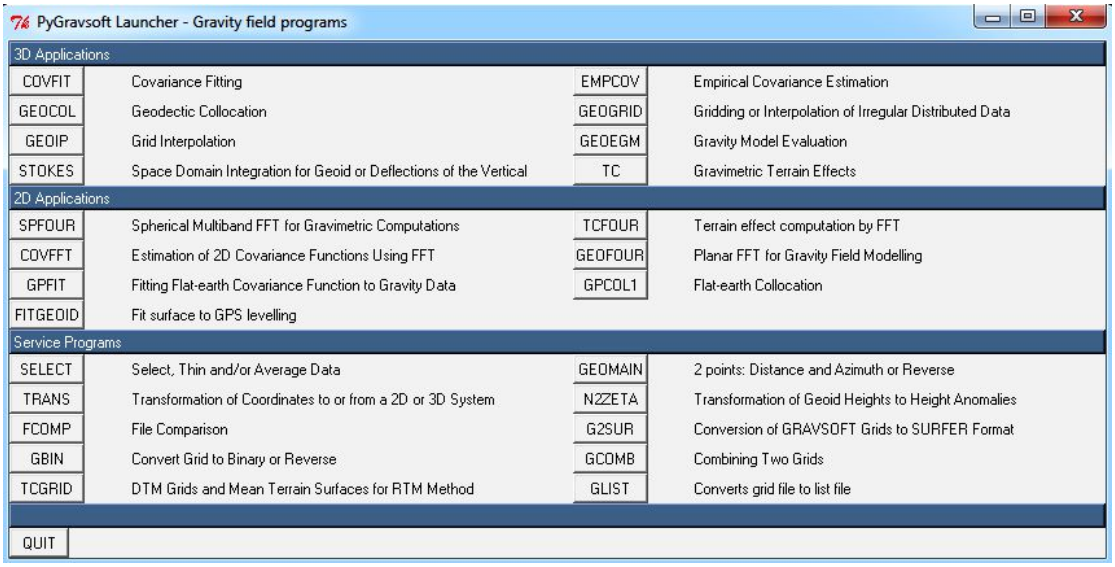
Η εξίσωση 1.75 μετασχηματίζεται τελικώς μέσω του ταχύ μετασχηματισμού Fourier σε:

(1.77) $$N(\phi_1, \lambda_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} F^{-1}\left\{ F\{\Delta g(\phi_j, \lambda_i)\cos\phi_j\} F\left\{ S\left(\phi_1, \lambda_k, \bar{\phi}\right)\right\}\right\}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

GRAVSOFT

2.1 Περιγραφή Προγράμματος



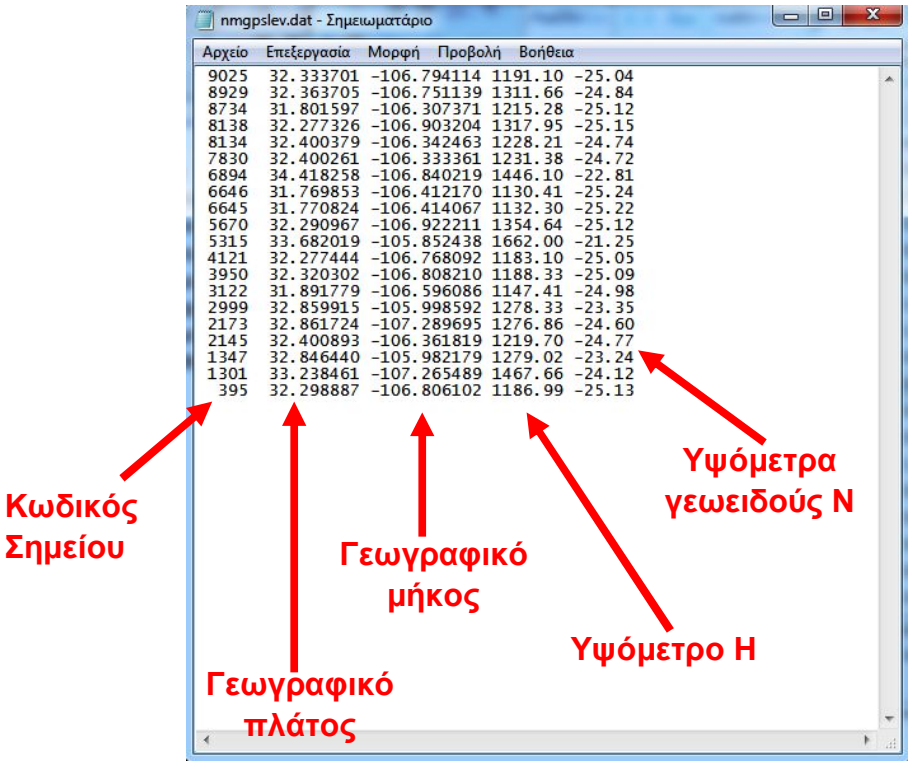
Εικόνα 17: Interface με τα διαθέσιμα εργαλεία του GRAVSOFT

Το πρόγραμμα GRAVSOFT αναπτύχθηκε στις αρχές του 1970 από το KMS – National Survey and Cadastre of Denmark, σημερινό DTU – National

Space Institute, καθώς και από το Niels Bohr Institute – Geophysics Department, με κύριους δημιουργούς τους C. C. Tscherning (University of Copenhagen), Rene Forsberg (KMS) και P. Knudsen (KMS). Το GRAVSOFT αποτελεί μια σύνθεση μικρότερων υποπρογραμμάτων που υλοποιήθηκαν σε προγραμματιστικό περιβάλλον Fortran και που στοχεύει στον υπολογισμό υψομέτρων γεωειδούς N και ανωμαλιών ύψους ζ, με δυνατότητα χρησιμοποίησης διαφόρων μεθόδων όπως η Least square collocation και οι μετασχηματισμοί Fourier. Στην μετέπειτα εξέλιξη του προστέθηκε, για την ευκολότερη "επικοινωνία" μεταξύ χρήστη – προγράμματος, και ένα "interface" σε περιβάλλον python.

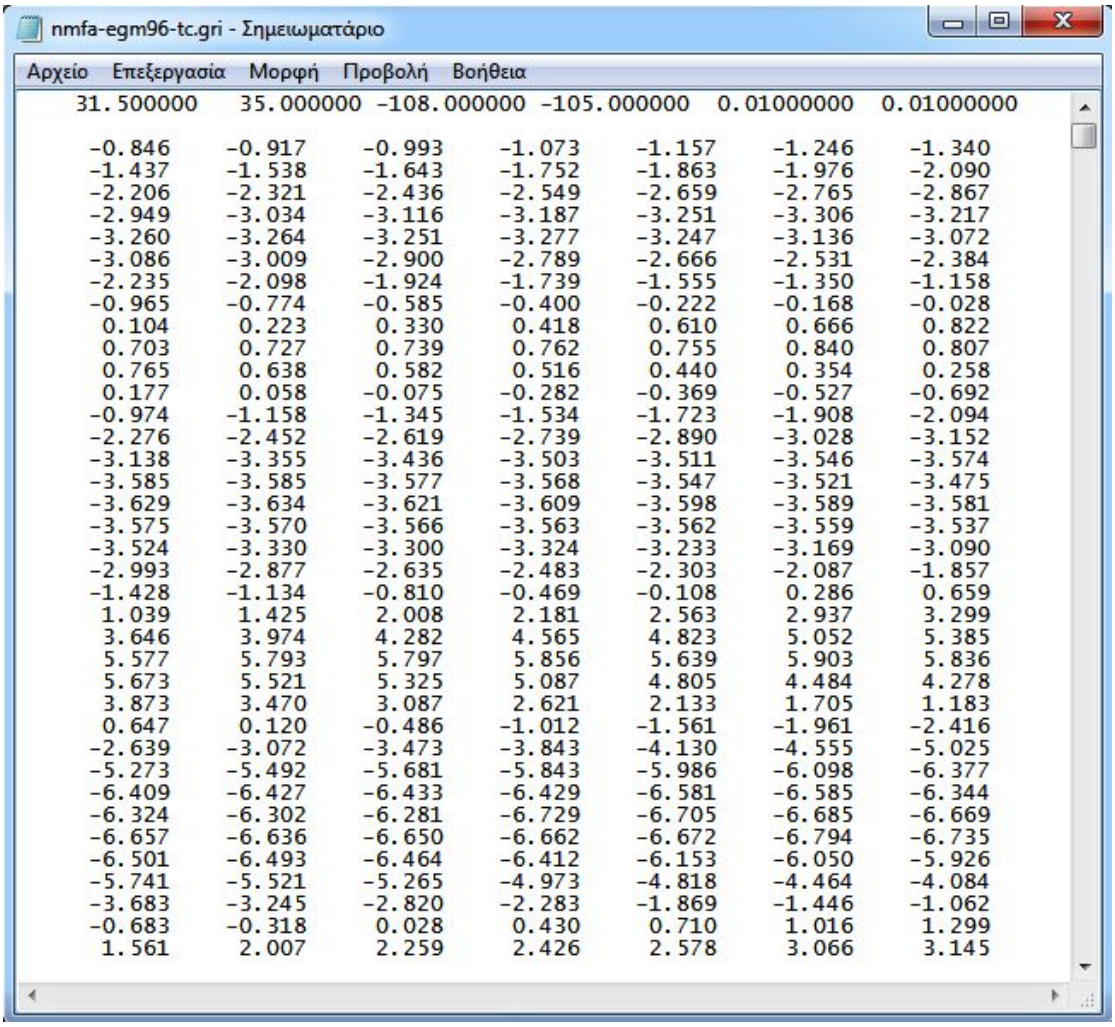
2.2 Μορφή δεδομένων εισόδου στο GRAVSOFT

- Δεδομένα σε μορφή λίστας: Τα δεδομένα αυτής της μορφής είναι αρχεία txt και dat όπου η διαθέσιμη πληροφορία κάθε σημείου κατανέμεται σε στήλες. Πιο συγκεκριμένα η πρώτη στήλη περιλαμβάνει τον αύξοντα αριθμό των σημείων, η δεύτερη και τρίτη στήλη το γεωγραφικό πλάτος και μήκος αντίστοιχα, ενώ στην τέταρτη στήλη καταχωρούνται τα υψόμετρα των σημείων. Μετά την τέταρτη στήλη μπορούμε να καταχωρήσουμε ότι είδος πληροφορία θέλουμε για τα σημεία μας (πχ τιμές ανωμαλιών ελευθέρου αέρα). Συνολικά μετά την τέταρτη στήλη μπορούμε να αποθηκεύσουμε μέχρι και 3 ακόμη στήλες πληροφορίας.



Εικόνα 18: Παράδειγμα δεδομένων εισόδου σε μορφή λίστας

- <u>Δεδομένα σε μορφή πλέγματος (grid)</u>: Τα δεδομένα αυτής της μορφής είναι αρχεία txt και gri. Στην μορφή αυτή θα πρέπει στη πρώτη γραμμή να γράψουμε κατά σειρά τα εξής στοιχεία: συντεταγμένη του νοτιότερου άκρου του πλέγματος ($\varphi_{\min}$), συντεταγμένη του βορειότερου άκρου του πλέγματος ($\varphi_{\max}$), συντεταγμένη του δυτικότερου άκρου του πλέγματος ($\lambda_{\min}$), συντεταγμένη του ανατολικότερου άκρου του πλέγματος ($\lambda_{\max}$), βήμα του καννάβου στην κατεύθυνση Βορράς – Νότος, βήμα του καννάβου στην κατεύθυνση Ανατολή – Δύση. Μετά το τέλος της πρώτης γραμμής αναγράφεται η τιμή του κάθε pixel σε μορφή πίνακα. Σε σχέση με την μορφή λίστας, τα αρχεία σε μορφή πλέγματος έχουν την δυνατότητα να αποθηκεύσουν μεγάλο όγκο πληροφορίας σε μικρό χώρο αποθήκευσης.


nmfa-egm96-tc.gri - Σημειωματάριο

Αρχείο Επεξεργασία Μορφή Προβολή Βοήθεια

31.500000	35.000000	-108.000000	-105.000000	0.01000000	0.01000000	
-0.846	-0.917	-0.993	-1.073	-1.157	-1.246	-1.340
-1.437	-1.538	-1.643	-1.752	-1.863	-1.976	-2.090
-2.206	-2.321	-2.436	-2.549	-2.659	-2.765	-2.867
-2.949	-3.034	-3.116	-3.187	-3.251	-3.306	-3.217
-3.260	-3.264	-3.251	-3.277	-3.247	-3.136	-3.072
-3.086	-3.009	-2.900	-2.789	-2.666	-2.531	-2.384
-2.235	-2.098	-1.924	-1.739	-1.555	-1.350	-1.158
-0.965	-0.774	-0.585	-0.400	-0.222	-0.168	-0.028
0.104	0.223	0.330	0.418	0.610	0.666	0.822
0.703	0.727	0.739	0.762	0.755	0.840	0.807
0.765	0.638	0.582	0.516	0.440	0.354	0.258
0.177	0.058	-0.075	-0.282	-0.369	-0.527	-0.692
-0.974	-1.158	-1.345	-1.534	-1.723	-1.908	-2.094
-2.276	-2.452	-2.619	-2.739	-2.890	-3.028	-3.152
-3.138	-3.355	-3.436	-3.503	-3.511	-3.546	-3.574
-3.585	-3.585	-3.577	-3.568	-3.547	-3.521	-3.475
-3.629	-3.634	-3.621	-3.609	-3.598	-3.589	-3.581
-3.575	-3.570	-3.566	-3.563	-3.562	-3.559	-3.537
-3.524	-3.330	-3.300	-3.324	-3.233	-3.169	-3.090
-2.993	-2.877	-2.635	-2.483	-2.303	-2.087	-1.857
-1.428	-1.134	-0.810	-0.469	-0.108	0.286	0.659
1.039	1.425	2.008	2.181	2.563	2.937	3.299
3.646	3.974	4.282	4.565	4.823	5.052	5.385
5.577	5.793	5.797	5.856	5.639	5.903	5.836
5.673	5.521	5.325	5.087	4.805	4.484	4.278
3.873	3.470	3.087	2.621	2.133	1.705	1.183
0.647	0.120	-0.486	-1.012	-1.561	-1.961	-2.416
-2.639	-3.072	-3.473	-3.843	-4.130	-4.555	-5.025
-5.273	-5.492	-5.681	-5.843	-5.986	-6.098	-6.377
-6.409	-6.427	-6.433	-6.429	-6.581	-6.585	-6.344
-6.324	-6.302	-6.281	-6.729	-6.705	-6.685	-6.669
-6.657	-6.636	-6.650	-6.662	-6.672	-6.794	-6.735
-6.501	-6.493	-6.464	-6.412	-6.153	-6.050	-5.926
-5.741	-5.521	-5.265	-4.973	-4.818	-4.464	-4.084
-3.683	-3.245	-2.820	-2.283	-1.869	-1.446	-1.062
-0.683	-0.318	0.028	0.430	0.710	1.016	1.299
1.561	2.007	2.259	2.426	2.578	3.066	3.145

Εικόνα 19: Παράδειγμα δεδομένων εισόδου σε μορφή πλέγματος

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να είμαστε αρκετά προσεκτικοί στη διαμόρφωση των συγκεκριμένων μορφών που απαιτεί το GRAVSOFT. Για παράδειγμα, το ArcGis παράγει και αυτό αρχεία τύπου gri αλλά διαφέρουν ως

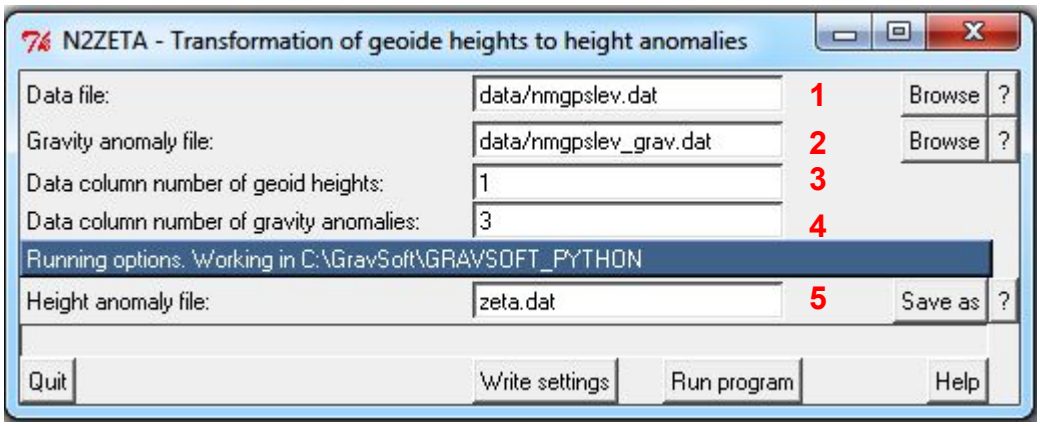
προς το header σε σχέση με την πρώτη γραμμή του αρχείου gri του GRAVSOFT. Ένα άλλο παράδειγμα αποτελεί η Generic Mapping Tools (GMT), η οποία παράγει και αρχεία μορφής λίστας τα οποία διαφέρουν από τα αρχεία λίστας του GRAVSOFT, ως προς το ότι στη GMT αναγράφουμε πρώτα το γεωγραφικό μήκος και μετά το γεωγραφικό πλάτος (το ανάποδο δηλαδή από ότι στο GRAVSOFT). Ο λόγος που τα αναφέρουμε αυτά έχει να κάνει με το γεγονός ότι στην παρούσα διπλωματική μέρος των δεδομένων προ – επεξεργάστηκε στο ArcGis και στην GMT, όπου τα αποτελέσματα μέσω κώδικα που γράφτηκε σε C++ μετατράπηκαν σε μορφή συμβατή για να αποτελέσουν αρχεία εισόδου στο GRAVSOFT.

2.3 Η εργαλειοθήκη του GRAVSOFT

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημαντικότερα εργαλεία του GRAVSOFT και κυρίως εκείνα που χρησιμοποιήθηκαν κατά την εκτέλεση της διπλωματικής εργασίας.

2.3.1 N2ZETA

Το πρόγραμμα αυτό υπολογίζει αρχικά ανωμαλίες Bouguer και στην συνέχεια μετατρέπει τα διαθέσιμα υψόμετρα γεωειδούς N σε ανωμαλίες υψομέτρου ζ, μέσα από την σχέση 1.28.



Εικόνα 20: N2ZETA

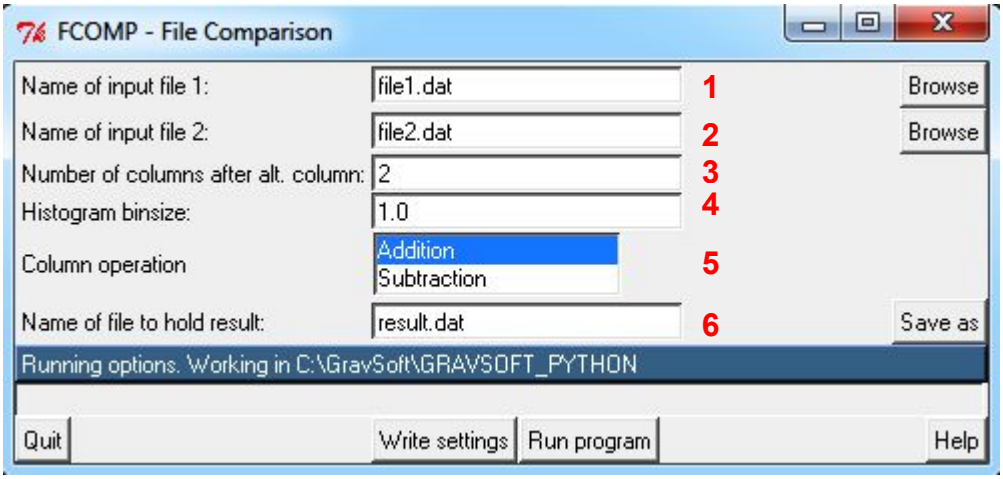
1. Αρχείο εισόδου με τα υψόμετρα N γεωειδούς
2. Αρχείο εισόδου με τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα
3. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκονται τα υψόμετρα N γεωειδούς

4. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκονται οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα

5. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν οι τελικές υπολογιζόμενες ανωμαλίες ύψους ζ.

2.3.2 FCOMP

Το πρόγραμμα FCOMP αποτελεί ένα απλό πρόγραμμα το οποίο δέχεται δύο αρχεία μορφής λίστας (.dat) και μπορεί να εκτελέσει συγκρίσεις μεταξύ των στηλών των δύο αρχείων (πρόσθεση ή αφαίρεση μεταξύ δύο επιλεγμένων στηλών.



Εικόνα 21: FCOMP

1. Αρχείο εισόδου σε μορφή λίστας

2. Δεύτερο αρχείο εισόδου, επίσης σε μορφή λίστας και το οποίο θα συγκριθεί με το πρώτο.

3. Επιλογή της στήλης και από τα δύο αρχεία εισόδου, που θα συγκριθούν.

4. Το μέγεθος του παραγόμενου ιστογράμματος.

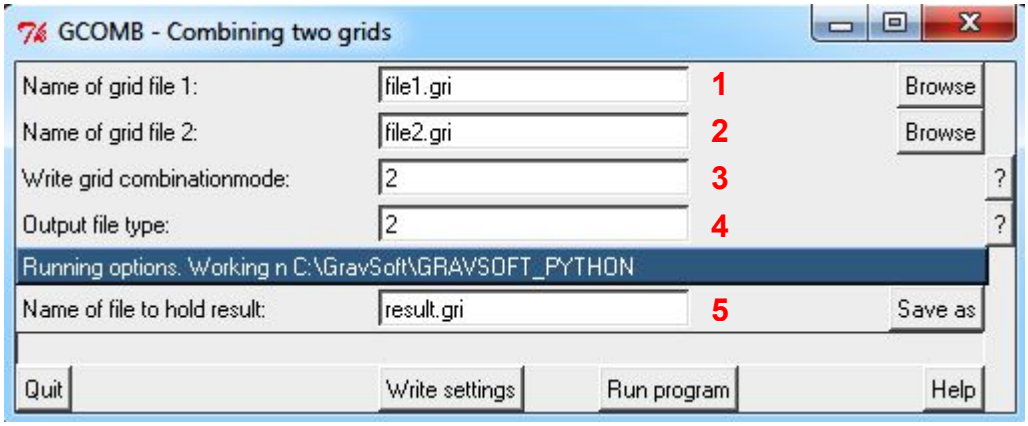
5. Επιλογή είδους σύγκρισης (πρόσθεση ή αφαίρεση μεταξύ των δύο στηλών).

6. Αρχείο εξόδου που θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.

2.3.3 GCOMP

Το GCOMP είναι παρόμοιο με το FCOMP, με κύρια διαφορά ότι το GCOMP εκτελεί συγκρίσεις μεταξύ δύο αρχείων εισόδου, που και τα δύο είναι

σε μορφή πλέγματος και μάλιστα έχουν την ίδια διακριτική ικανότητα. Πέρα από αυτή τη διαφορά, το GCOMP μπορεί να δημιουργήσει και κάνναβο ο οποίος θα αποτελεί μία μίξη από δεδομένα των αρχείων εισόδου (δηλαδή μπορεί να συνδυάσει δύο grid), ενώ ακόμη μπορεί να εκτελέσει και επιπλέον λειτουργίες, όπως αναλύονται παρακάτω:



Εικόνα 22: GCOMP

1. Αρχείο εισόδου σε μορφή .gri.
2. Δεύτερο αρχείο εισόδου σε μορφή .gri.
3. Είδος λειτουργίας που θα εκτελεστεί:
   1. Να αφαιρεθεί το grid1 από το grid2.
   2. Να προστεθεί το grid1 στο grid2.
   6. Το τελικό grid θα δημιουργηθεί από τις τιμές του grid2, ενώ τιμές του grid1 θα χρησιμοποιηθούν μόνο στα σημεία όπου δεν υπάρχουν διαθέσιμες τιμές του grid2.
   9. Εάν το αρχείο εισόδου grid1 αναπαριστά ανωμαλίες Bouguer και το grid2 αποτελεί κάνναβο υψομέτρων, τότε το GCOMP υπολογίζει τη διαφορά μεταξύ γεωειδούς και σχεδόν γεωειδούς.
4. Μορφή που θέλουμε να έχει το αρχείο εξόδου:
   1. Binary μορφή
   2. Τα αποτελέσματα να είναι πραγματικοί αριθμοί
   3. Τα αποτελέσματα να είναι ακέραιοι αριθμοί
5. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.

2.3.4 GBIN

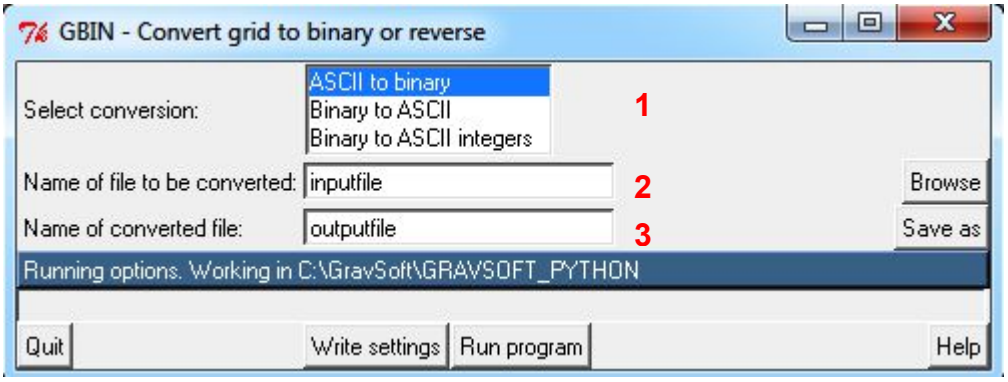
Το GBIN μας βοηθάει να μετατρέψουμε αρχεία ascii (σε μορφή πλέγματος .gri) σε binary αρχεία, καθώς και το αντίστροφο.

1. Επιλογή του είδους λειτουργίας

1. Μετατροπή από μορφή ascii σε binary μορφή
2. Μετατροπή από binary σε ascii μορφή
3. Μετατροπή από binary σε ascii μορφή (με ακέραιους αριθμούς)

2. Αρχείο εισόδου

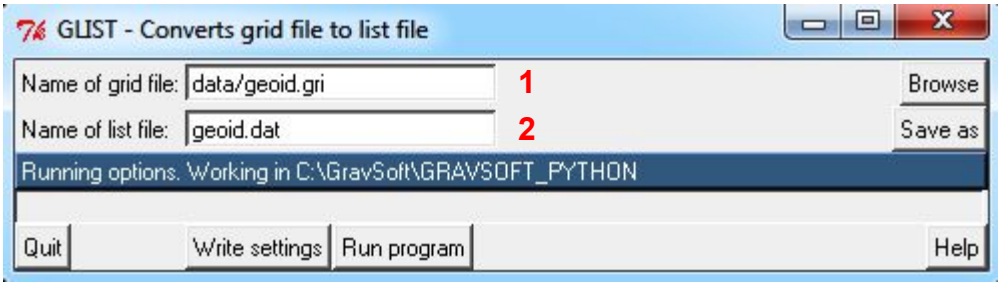
3. Αρχείο εξόδου, όπου θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα



Εικόνα 23: GBIN

2.3.5 GLIST

Με το εργαλείο αυτό μπορούμε να μετατρέπουμε αρχεία μορφής .gri, σε αρχεία μορφής λίστας.



Εικόνα 24: GLIST

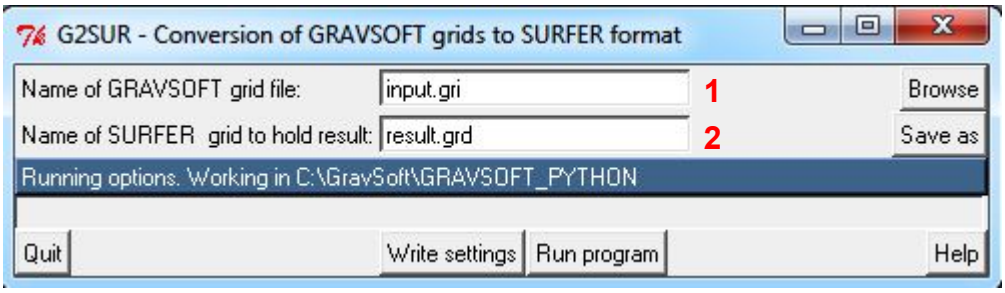
1. Αρχείο εισόδου σε μορφή πλέγματος (.gri)

2. Αρχείο εξόδου σε μορφή λίστας (.dat)

2.3.6 G2SUR

Το G2SUR μας βοηθάει να μετατρέψουμε αρχεία μορφής πλέγματος του GRAVSOFT, σε αρχεία μορφής πλέγματος (.grd) του προγράμματος

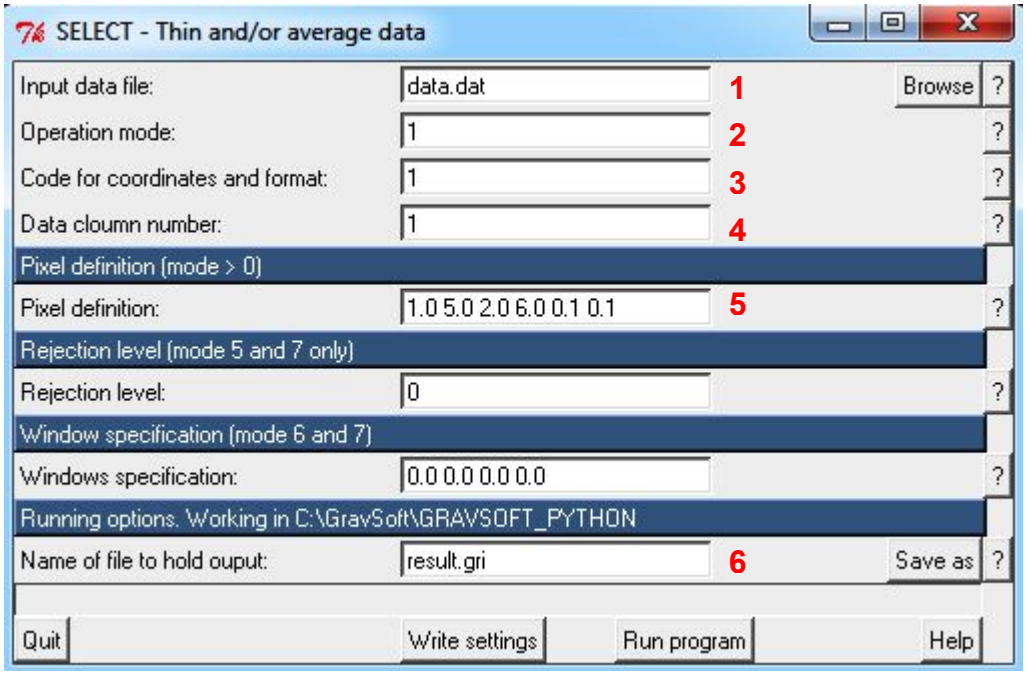
SURFER. Ιδιαίτερα χρήσιμο πρόγραμμα όταν θέλουμε να απεικονίσουμε τα αποτελέσματα μας μέσω SURFER.



Εικόνα 25: G2SUR

1. Αρχείο εισόδου μορφής πλέγματος του GRAVSOFT (.gri)
2. Αρχείο εξόδου μορφής πλέγματος του SURFER(.grd)

2.3.7 SELECT



Εικόνα 26: SELECT

Το SELCT αποτελεί ένα πρόγραμμα εκτέλεσης γενικών λειτουργιών όπως η διαμόρφωση των δεδομένων μας από μορφή λίστας σε μορφή πλέγματος (και το αντίστροφο). Επίσης μας δίνει την δυνατότητα να εξάγουμε πληροφορία για μία συγκεκριμένη μικρή περιοχή, όταν έχουμε δεδομένα από

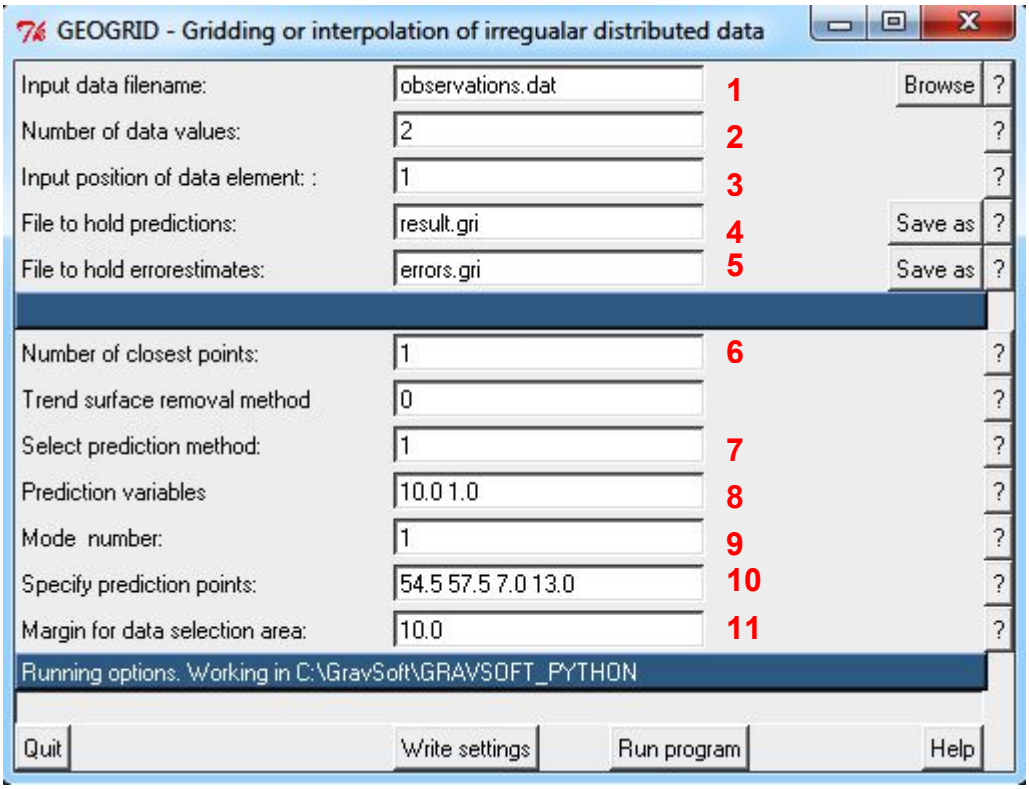
μία μεγάλη σε έκταση περιοχή. Όπως για παράδειγμα, όταν έχουμε ένα μεγάλο DEM και θέλουμε να εξάγουμε το DEM για μια συγκεκριμένη περιοχή που μας ενδιαφέρει. Τέλος μία άλλη επιλογή που μας παρέχει το SELECT είναι και η δυνατότητα να μπορούμε να καθορίσουμε εμείς την πυκνότητα της πληροφορίας που εξάγουμε. Για παράδειγμα μπορούμε να εξάγουμε το DEM μιας μικρής περιοχής από ένα μεγαλύτερο DEM και επίσης να το εξάγουμε σε μία λιγότερο πυκνή μορφή σε σχέση με το αρχικό DEM.

1. Αρχείο εισόδου
2. Είδος λειτουργίας που θα εκτελεστεί όπως:
   1. η τιμή που θα δοθεί στους κόμβους του καννάβου της περιοχής που θέλουμε, θα προέρχεται από την τιμή που έχουν οι πλησιέστεροι κόμβοι του αρχικού καννάβου των δεδομένων μας.
   2. τα αποτελέσματα θα δίνονται σε μορφή λίστας
   3. όπως το 1, αλλά σε όποια σημεία δεν υπάρχει αρχική πληροφορία από τον αρχικό κάνναβο, θα δίνεται ως τιμή η 9999.
3. Ποια είναι η αρχική μορφή του αρχείου εισόδου. Για παράδειγμα:
   1. no/lat/lon/height/data1/data2…..
   2. όπως το 1, αλλά τα γεωγραφικά μήκη και πλάτη δίνονται σε μορφή deg/min.
   3. όπως το 1, αλλά τα γεωγραφικά μήκη και πλάτη δίνονται σε μορφή deg/min/sec.
4. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκεται η προς επεξεργασία πληροφορία που μας ενδιαφέρει.
5. Καθορίζουμε τα όρια της περιοχής που μας ενδιαφέρει, αλλά και το βήμα του παραγόμενου καννάβου.
6. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν τα τελικά αποτελέσματα (μορφή dat ή gri).

2.3.8 GEOGRID

Το GEOGRID μας βοηθάει να δημιουργήσουμε κάνναβο με βάση ένα σύνολο από διάσπαρτα σημεία. Η μέθοδος παρεμβολής που μπορεί να χρησιμοποιηθεί εδώ είναι είτε η kriging, είτε η μέθοδος σταθμισμένου μέσου (weighted means). Μάλιστα εδώ μπορούμε να καθορίσουμε και τον αριθμό των γειτονικών σημείων που θα συμμετέχουν στην μέθοδο παρεμβολής που θα επιλεχθεί. Ακόμη μπορούμε να ορίσουμε και ένα όριο, κάτω από το οποίο το πρόγραμμα θα εκλαμβάνει την πληροφορία ως θόρυβο και δεν θα την χρησιμοποιεί για τους υπολογισμούς. Ως αποτέλεσμα παίρνουμε δύο παραγόμενα αρχεία. Τον κάνναβο που προέρχεται από διάσπαρτα σημεία

εισόδου, αλλά και ένα κάνναβο με τα σφάλματα εκτίμησης του πρώτου καννάβου.



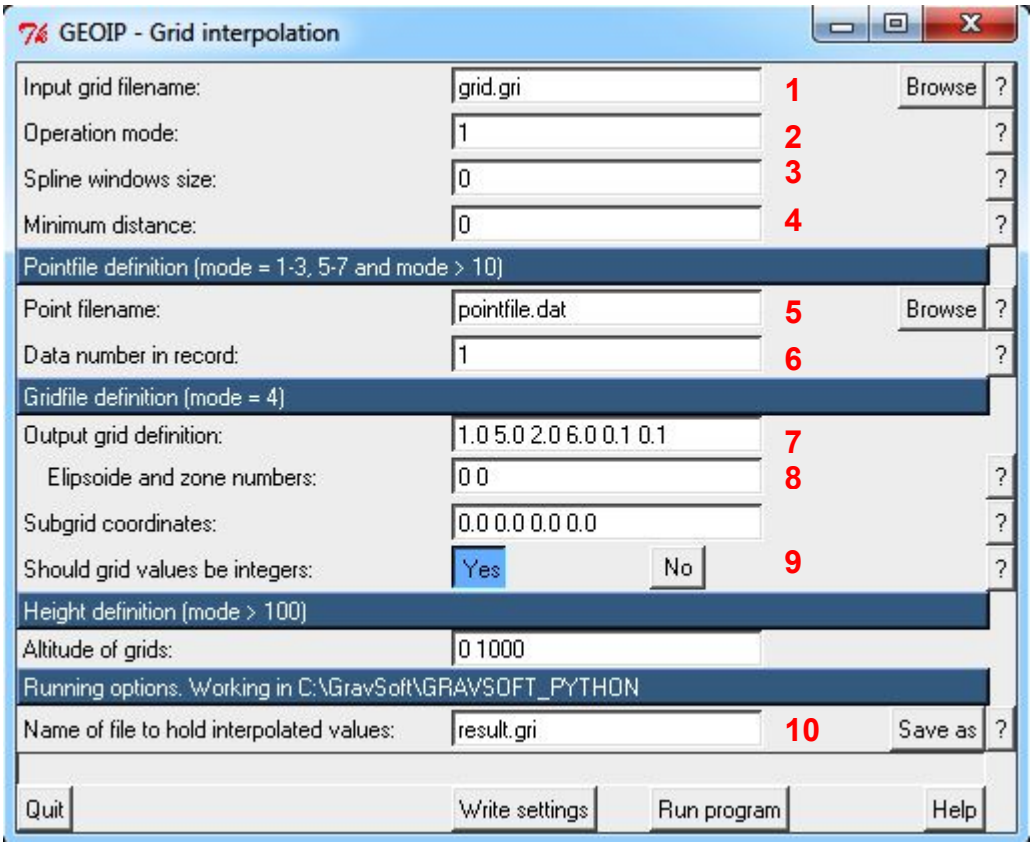
Εικόνα 27: GEOGRID

1. Αρχείο εισόδου με τα δεδομένα σε διάσπαρτη μορφή
2. Πόσες στήλες δεδομένων υπάρχουν μετά την στήλη με τα υψόμετρα.
3. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκεται η πληροφορία που θέλουμε να επεξεργαστούμε.
4. Αρχείο εξόδου με τα αποτελέσματα των προβλέψεων σε μορφή .gri.
5. Αρχείο εξόδου με τα σφάλματα πρόβλεψης σε μορφή .gri.
6. Αριθμός των γειτονικών σημείων που θα ληφθούν υπόψη για την εκτέλεση της επιλεχθείσας μεθόδου παρεμβολής.
7. Επιλογή μεθόδου παρεμβολής (kriging ή weighted means)
8. Όριο που μπορούμε να θέσουμε (rejection level), έτσι ώστε κάτω από αυτό να θεωρείται η πληροφορία ως θόρυβος και να μην λαμβάνεται υπόψη κατά την διάρκεια των υπολογισμών.
9. Είδος λειτουργίας που θα εκτελεστεί, όπως:
   1. Δημιουργία grid σε γεωγραφικές συντεταγμένες
   2,3. Δημιουργία grid σε utm προβολή
10. Επιλογή περιοχής για την οποία θέλουμε να δημιουργηθεί κάνναβος.

11. Μέγιστη απόσταση, μέχρι την οποία θα συμμετέχουν τα δεδομένα στους υπολογισμούς.

2.3.9 GEOIP

Το GEOIP ουσιαστικά εκτελεί την αντίστροφη διαδικασία από το GEOGRID. Δηλαδή από ένα αρχείο σε μορφή πλέγματος μπορούμε να κάνουμε πρόβλεψη σημειακών τιμών, για διάσπαρτα σημεία εντός του καννάβου. Μια άλλη δυνατότητα που μας δίνει το GEOIP, είναι να δώσουμε ως αρχεία εισόδου δυο αρχεία σε μορφή πλέγματος και να εκτελέσουμε αφαίρεση ή πρόσθεση μεταξύ των δύο πλεγμάτων. Μάλιστα δεν είναι απαραίτητο οι δύο κάνναβοι να χαρακτηρίζονται από την ίδια διακριτική ικανότητα. Σε περίπτωση διαφορετικής διακριτικής ικανότητας χρησιμοποιείται παρεμβολή μεταξύ των δύο πλεγμάτων.



Εικόνα 28: GEOIP

1. Αρχείο εισόδου σε μορφή .gri.

2. Είδος λειτουργίας που θα εκτελεστεί, οι βασικότερες από τις οποίες είναι:

1. Το αρχείο με τις σημειακές προβλέψεις έχει μορφή λίστας και χρησιμοποιεί γεωγραφικές συντεταγμένες (σε δεκαδική μορφή)
2. Όπως το 1 αλλά χρησιμοποιεί γεωγραφικές συντεταγμένες σε μορφή degrees, minutes, seconds
3. Όπως το 1 αλλά χρησιμοποιεί utm συντεταγμένες
4. Να δοθούν οι προβλέψεις σε μορφή πλέγματος (.gri)
11. Οι τελικές προβλέψεις να αφαιρεθούν από το αρχικό πλέγμα.
12. Οι τελικές προβλέψεις να προστεθούν στο αρχικό πλέγμα.

3. Το είδος της παρεμβολής που θα χρησιμοποιηθεί (πχ διγραμμική παρεμβολή).

4. Η ελάχιστη απόσταση από τα άκρα του DEM, μέχρι την οποία θα εκτελεστούν υπολογισμοί. Αυτό συνήθως γίνεται για λόγους προστασίας, προκείμενου να εκτελούνται υπολογισμοί ακριβώς στα όρια του πλέγματος, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα.

5. Αρχείο εισόδου με την λίστα των σημείων για τα οποία επιθυμούμε να κάνουμε την πρόβλεψη.

6. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκεται η πληροφορία που μας ενδιαφέρει (πχ ανωμαλίες βαρύτητας).

7. Τα όρια της περιοχής για την οποία θέλουμε να εκτελεστούν οι προβλέψεις και να δοθούν σε μορφή πλέγματος, όπως επίσης προκαθορίζουμε και το επιθυμητό βήμα του καννάβου.

8. Το αφήνουμε ως έχει.

9. Επιλέγουμε “YES” σε περίπτωση που θέλουμε οι προβλέψεις σε μορφή πλέγματος, να είναι ακέραιοι αριθμοί.

10. Αρχείο εξόδου με τις τελικές προβλέψεις.

2.3.10 GEOEGM

Το εργαλείο GEOEGM είναι εκείνο που, όπως αναπτύχθηκε αναλυτικά και στα θεωρητικά στοιχεία, θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε και να αφαιρέσουμε από τις μετρήσεις μας τις χαμηλές συχνότητες, δηλαδή την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου.

1. Επιλογή συστήματος αναφοράς

2. Επιλογή γεωδυναμικού μοντέλου (πχ EGM96, EGM2008)

3. Σχετικά με τους συντελεστές του γεωδυναμικού μοντέλου επιλέγουμε “YES” για το EGM96 και “NO” αν χρησιμοποιήσουμε το EGM2008.

4. Εισάγουμε τις παραμέτρους του συστήματος αναφοράς

5. Εισάγουμε τον μέγιστο βαθμό του γεωδυναμικού μοντέλου που επιλέξαμε (360 για το EGM96 και 2190 για το EGM2008)

6. Το είδος των δεδομένων μας, για τα οποία θα υπολογιστεί η συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου:

11. Ανωμαλίες ύψους ή αποχές γεωειδούς
3. Απόκλιση της κατακορύφου
12. Διαταραχή βαρύτητας
13. Ανωμαλίες βαρύτητας

7. Αρχείο εισόδου (σε μορφή λίστας) με τα σημεία για τα οποία θέλουμε να υπολογίσουμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου.

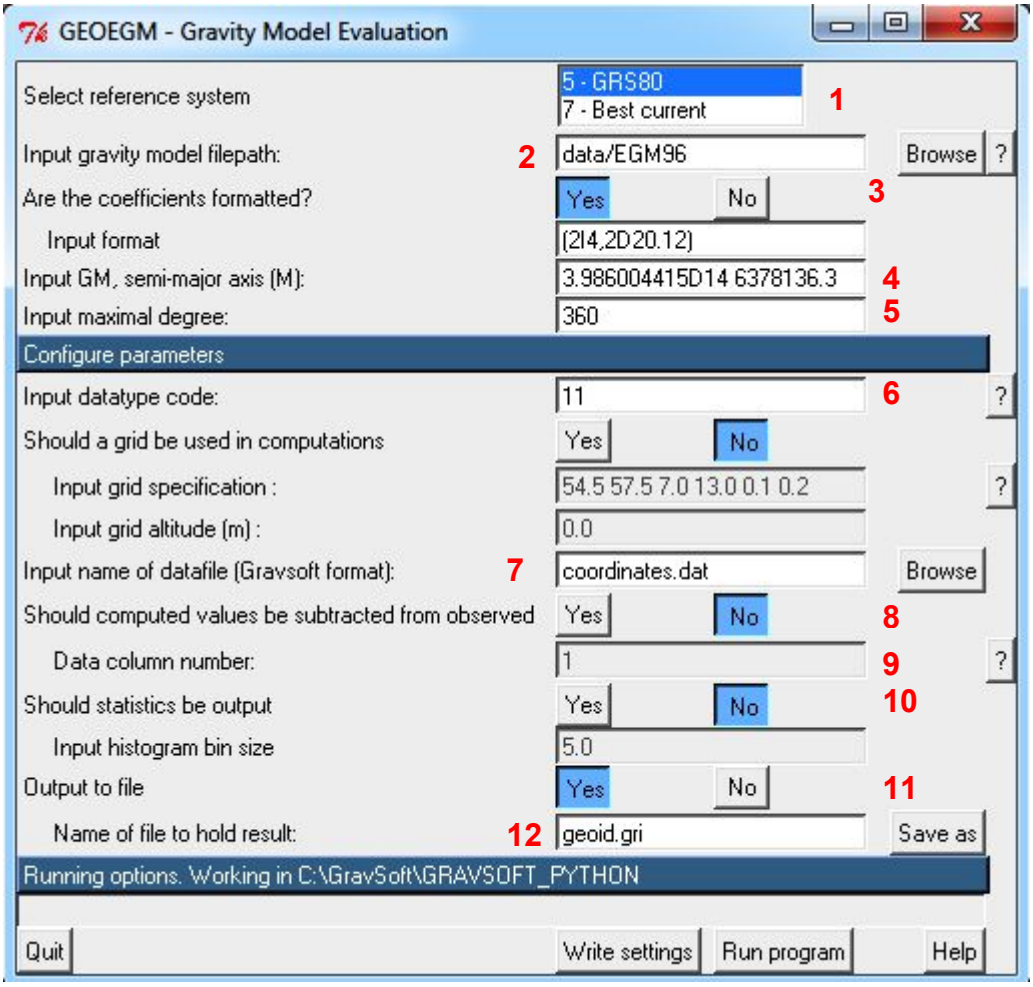
8. Επιλέγουμε “YES” εάν θέλουμε να αφαιρεθεί η επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου από τις αρχικές μας μετρήσεις.

9. Σε ποια στήλη μετά το υψόμετρο βρίσκεται η πληροφορία, από την οποία θα αφαιρεθεί η επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου, σε περίπτωση που παραπάνω επιλέξαμε “YES”.

10. Εάν επιθυμούμε με το πέρας των υπολογισμών να μας εμφανίσει και τα στατιστικά στοιχεία των αποτελεσμάτων, πατάμε το “YES”.

11. Εάν επιθυμούμε να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα μας σε αρχείο, επιλέγουμε “YES”.

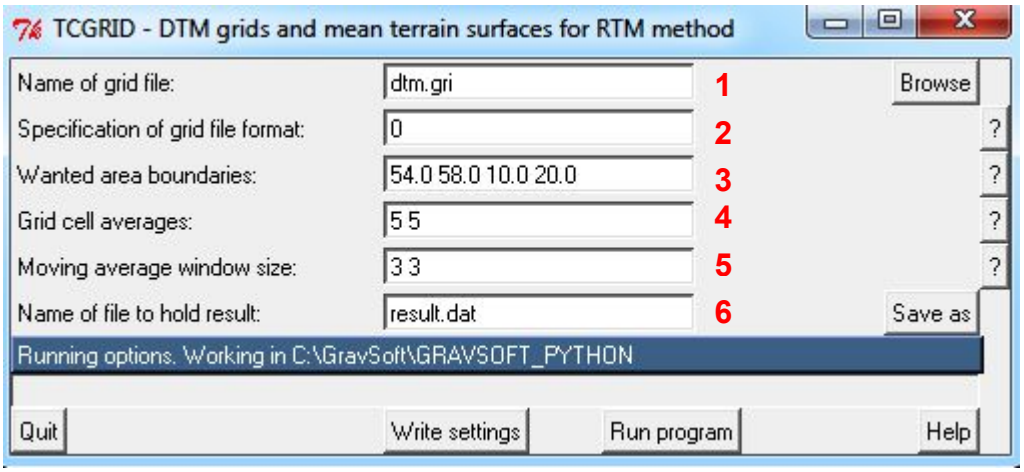
12. Αρχείο εξόδου όπου αποθηκεύονται τα αποτελέσματα μας.



Εικόνα 29: GEOEGM

2.3.11 TCGRID

Ένα από τα σημαντικότερα προγράμματα, του οποίου η εκτέλεση είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό, στην συνέχεια, των τοπογραφικών διορθώσεων ή εφαρμογή της μεθόδου RTM κα.. Όπως αναφέρθηκε και στην ανάλυση των μεθόδων υπολογισμού τοπογραφικών διορθώσεων, είναι δυνατόν να χρησιμοποιούμε πολλαπλά DEM μεταβλητής διακριτικής ικανότητας. Δηλαδή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τους υπολογισμούς ένα DEM, υψηλής διακριτικής ικανότητας μέχρι κάποια απόσταση και στη συνέχεια, πέρα από αυτή την απόσταση, ένα άλλο DEM χαμηλότερης διακριτικής ικανότητας (που θα προέρχεται από το εκείνο της υψηλής διακριτικής ικανότητας). Το TCGRID αποτελεί ουσιαστικά το εργαλείο για να δημιουργήσουμε τα διάφορα DEM διαφορετικής διακριτικής ικανότητας. Μάλιστα στην περίπτωση της RTM, με το TCGRID δημιουργούμε και την προαπαιτούμενη επιφάνεια αναφοράς (reference grid).

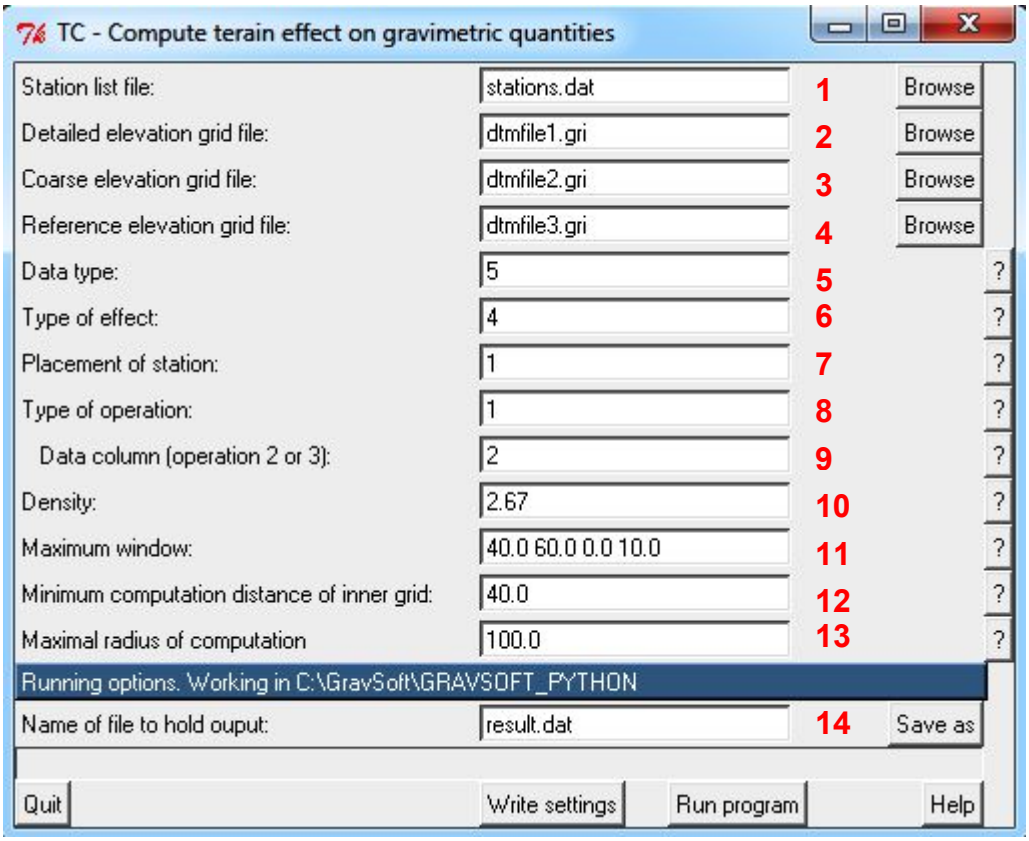


Εικόνα 30: TCGRID

1. Αρχείο εισόδου το διαθέσιμο DEM σε μορφή .gri
2. Εάν το DEM είναι μορφής GRAVSOFT ή μορφής NGS
3. Επιθυμητή περιοχή για την οποία θα υπολογίσουμε το νέο grid
4. Η πυκνότητα που θέλουμε να έχει το παραγόμενο grid σε σχέση με το αρχικό. Δηλαδή η τιμή «5 5» υποδεικνύει ότι το παραγόμενο grid θα έχει το 1/5 της διακριτικής ικανότητας του αρχικού grid.
5. Πόσα γειτονικά pixel θα συμμετέχουν στον υπολογισμό της τιμής του μέσου όρου, που θα λάβει κάθε στοιχείο. Δηλαδή η τιμή «3 3» υποδεικνύει ότι ο μέσος όρος θα προκύψει με εφαρμογή ενός παραθύρου 3χ3, δηλαδή από 9 γειτονικά σημεία.
6. Αρχείο εξόδου όπου θα αποθηκευτεί το νέο grid.

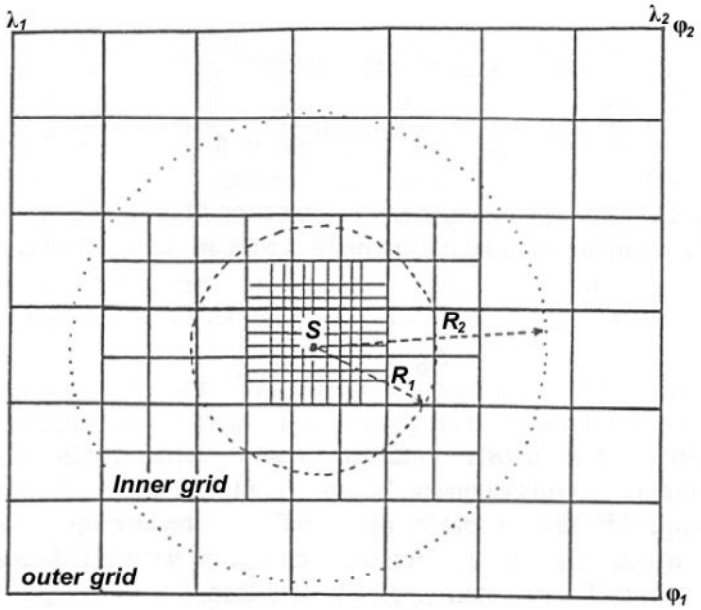
2.3.12 TC

Αποτελεί το εργαλείο με το οποίο έχουμε την δυνατότητα να υπολογίσουμε τοπογραφικές διορθώσεις, υπολειπόμενη τοπογραφία RTM, ισοστατικές ανωμαλίες και τοπογραφικές επιδράσεις. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιούνται τα DEM διαφορετικής διακριτικής ικανότητας, όπως αυτά δημιουργούνται από το εργαλείο TCGRID. Φυσικά εκτός από τα διαθέσιμα DEM, εισάγουμε και ένα αρχείο με τα σημεία εκείνα στα οποία θέλουμε να εκτελεστούν οι υπολογισμοί πχ τοπογραφικές διορθώσεις. Μάλιστα το TC μας δίνει την δυνατότητα, σε περίπτωση που τα υψόμετρα των σημείων είναι αμφίβολα ως προς την ορθότητα τους και την ακρίβεια τους, να λάβουν τιμή υψομέτρου απευθείας από το DEM. Το ίδιο εργαλείο χρησιμοποιείται και αργότερα, στην φάση restore, όπου καλούμαστε να επαναφέρουμε την επίδραση της τοπογραφίας.



Εικόνα 31: TC

1. Αρχείο εισόδου μορφής .dat, με τα σημεία στα οποία θα εφαρμοστούν οι υπολογισμοί.
2. Το DEM με την υψηλή διακριτική ικανότητα.
3. Το DEM με την χαμηλή διακριτική ικανότητα.



Εικόνα 32: Τα DEM υψηλής και χαμηλής διακριτικής ικανότητας

Πηγή: Rene Forsberg, "Lectures on geoid – Terrain effects", Geodynamics Dept DTU Space

4. Το DEM που αποτελεί την επιφάνεια αναφοράς για την μέθοδο RTM.

5. Το είδος των σημειακών δεδομένων μας:
1. Διαταραχές βαρύτητας
2. Απόκλιση της κατακορύφου
3. Ανωμαλίες ύψους
4. Δg, ξ, η.
5. Ανωμαλίες βαρύτητας

6. Το είδος του υπολογισμού που θα εκτελεστεί:
1. Τοπογραφικές επιδράσεις
2. Ισοστατική επίδραση
3. Τοπογραφικές διορθώσεις
4. Υπολειπόμενη τοπογραφία (RTM)

7. Τοποθέτηση του εκάστοτε σταθμού:
1. Επιλέγουμε το εκάστοτε σημείο να λάβει τιμή υψομέτρου από το DEM και με βάση αυτό να γίνουν οι υπολογισμοί.
2. Επιλέγουμε το εκάστοτε σημείο να διατηρήσει το υψόμετρο που του έχουμε δώσει και να προσαρμοστεί το DEM σε αυτά τα υψόμετρα προκειμένου να γίνουν (με βάση το προσαρμοσμένο DEM) οι υπολογισμοί.

8. Το είδος της λειτουργίας που θα εκτελεστεί:
1. Να υπολογιστεί μονάχα το είδος της λειτουργίας που επιλέξαμε στο 6.

2. Να υπολογιστεί το είδος της λειτουργίας που επιλέξαμε στο 6 και το αποτέλεσμα να προστεθεί σε συγκεκριμένη στήλη (που θα καθορίσουμε παρακάτω) του αρχείου εισόδου με τα σημειακά δεδομένα.

3. Να υπολογιστεί το είδος της λειτουργίας που επιλέξαμε στο 6 και το αποτέλεσμα να αφαιρεθεί από συγκεκριμένη στήλη (που θα καθορίσουμε παρακάτω) του αρχείου εισόδου με τα σημειακά δεδομένα.

9. Η στήλη στην οποία θα αφαιρεθεί/προστεθεί το αποτέλεσμα των υπολογισμών (πχ τοπογραφικές διορθώσεις), σε περίπτωση που επιλέξαμε τους κώδικες 8.2 και 8.3.

10. Η τιμή της πυκνότητας των πετρωμάτων, την οποία συνήθως ορίζουμε ως 2,67g/cm^3.

11. Τα όρια της περιοχής (Νότος – Βορράς – Δύση – Ανατολή), εντός της οποίας θα εκτελεστούν οι υπολογισμοί.

12. Η μέγιστη απόσταση, μέχρι την οποία θα χρησιμοποιηθεί το DEM καλύτερης διακριτικής ικανότητας για τους υπολογισμούς.

13. Η μέγιστη απόσταση (πέρα από την απόσταση στο 12), μέχρι την οποία θα χρησιμοποιηθεί το DEM χειρότερης διακριτικής ικανότητας για τους υπολογισμούς.

14. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα των υπολογισμών.

2.3.13 TCFOUR

Το TCFOUR εκτελεί την ίδια εργασία με το TC, με την διαφορά ότι στηρίζεται στους μετασχηματισμούς Fourier. Όπως είχαμε αναφέρει και κατά την ανάλυση των θεωρητικών στοιχείων, και ιδιαίτερα την ανάλυση του τρόπου υπολογισμού των τοπογραφικών διορθώσεων, είδαμε ότι αυτές δίνονται από την σχέση 1.14:

$$c(x_P, y_P, z_P) = Gp \iint_E \int_{h_P}^{h} \frac{z - h_P}{\left[(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2 + (z - z_P)^2\right]^{3/2}} dxdydz \Rightarrow$$

(2.1) $$c(x_P, y_P) = \frac{1}{2} Gp \iint_\sigma \frac{(h - h_P)^2}{\left[(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2\right]^{3/2}} dxdy \Rightarrow$$

(2.2) $$c(x_P, y_P) = \frac{1}{2} Gp \iint_E \frac{[h(x, y) - h(x_P, y_P)]^2}{s_0^3} dxdy$$

όπου για $K = \frac{1}{2}Gp$, $n(x,y) = h^2(x,y)$ και $r(x,y) = s_0^{-3}(x,y)$ η 2.2 γίνεται:

(2.3) $c(x_P, y_P) = K[t_1(x_P, y_P) + t_2(x_P, y_P) + t_3(x_P, y_P)]$ όπου

$$t_1(x_p, y_P) = \iint_E n(x,y) r(x - x_P, y - y_P) dxdy$$

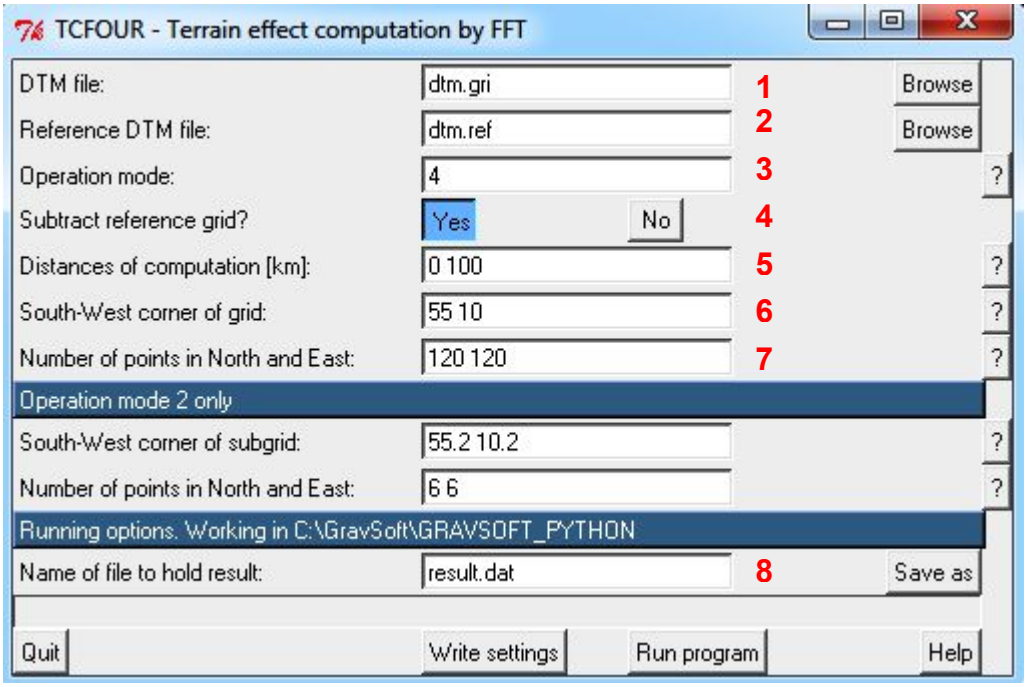
$$t_2(x_p, y_P) = -2h(x_P, y_P) \iint_E h(x,y) r(x - x_P, y - y_P) dxdy$$

$$t_3(x_p, y_P) = n(x_P, y_P) \iint_E r(x - x_P, y - y_P) dxdy$$

Και τελικώς καταλήγουμε στη μορφή:

(2.4) $c_P = K[(h^2 * r) - 2h_P^2(h * r) + h_P^2 R(0,0)]$

Ακόμη θα πρέπει να συμπληρώσουμε ότι το αποτέλεσμα των υπολογισμών, αποτελεί ουσιαστικά κάνναβο και όχι αρχείο σε μορφή λίστας.



Εικόνα 33: TCFOUR

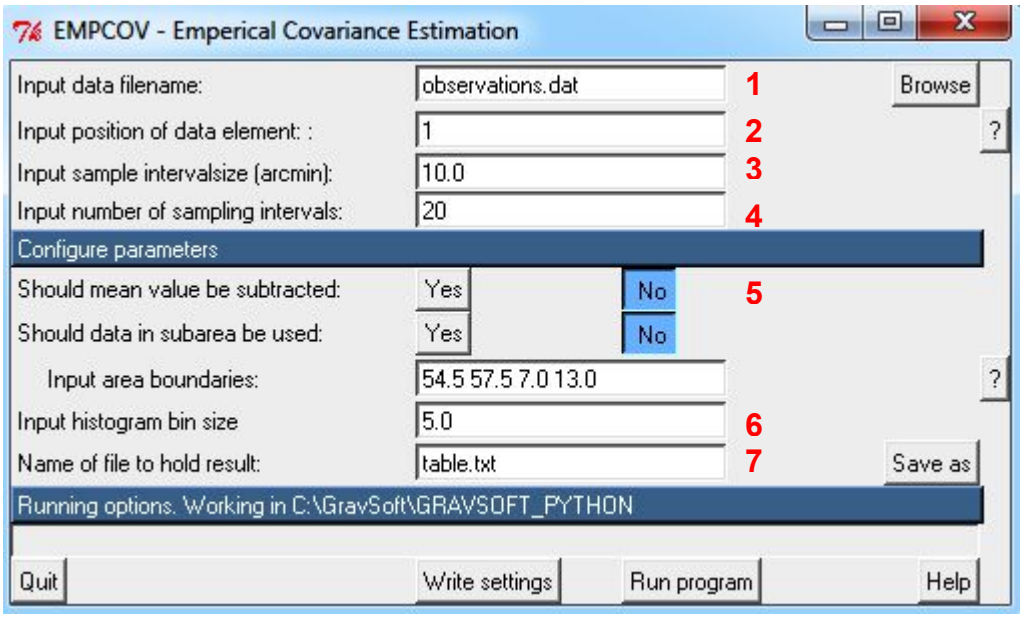
1. Το DEM με την υψηλή διακριτική ικανότητα
2. Το DEM της επιφάνειας αναφοράς το οποίο δημιουργήσαμε με το TCGRID.
3. Το είδος της λειτουργίας που θα εκτελέσουμε:
   3. τοπογραφικές διορθώσεις

4.υπολοιπόμενη τοπογραφία (rtm)

4. Εάν επιθυμούμε να αφαιρέσουμε τον κάνναβο αναφοράς από τον κάνναβο υψηλής διακριτικής ικανότητας.
5. Από και έως ποία απόσταση θα εκτελούνται οι υπολογισμοί
6. Τα Νότιο – Δυτικά άκρα του grid
7. Πόσα είναι τα pixel κατά την κατεύθυνση Βορράς – Νότος και Δύσης – Ανατολής.
8. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.

2.3.14 EMPCOV

Το EMPCOV θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε, από τα διαθέσιμα δεδομένα μας (πχ ανωμαλίες βαρύτητας), τις εμπειρικές τιμές της συνάρτησης συμμεταβλητότητας.



Εικόνα 34: EMPCOV

1. Αρχείο εισόδου, μορφής λίστας, με τις παρατηρήσεις μας.
2. Σε ποια στήλη στο αρχείο εισόδου, μετά το υψόμετρο, βρίσκεται η πληροφορία βάση της οποίας θα υπολογιστούν οι εμπειρικές τιμές της συνάρτησης συμμεταβλητότητας.
3. Το μέγεθος από το sample interval, το οποίο συνήθως είναι όσο και η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σημείων στο αρχείο εισόδου.
4. Ο αριθμός των sample intervals.
5. Επιλέγουμε “YES” προκειμένου να αφαιρεθούν οι χαμηλές συχνότητες.

6. Οριοθετούμε το μέγεθος που θα έχει το παραγόμενο ιστόγραμμα.

7. Αρχείο εξόδου στο οποίο θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα μας.

2.3.15 COVFIT

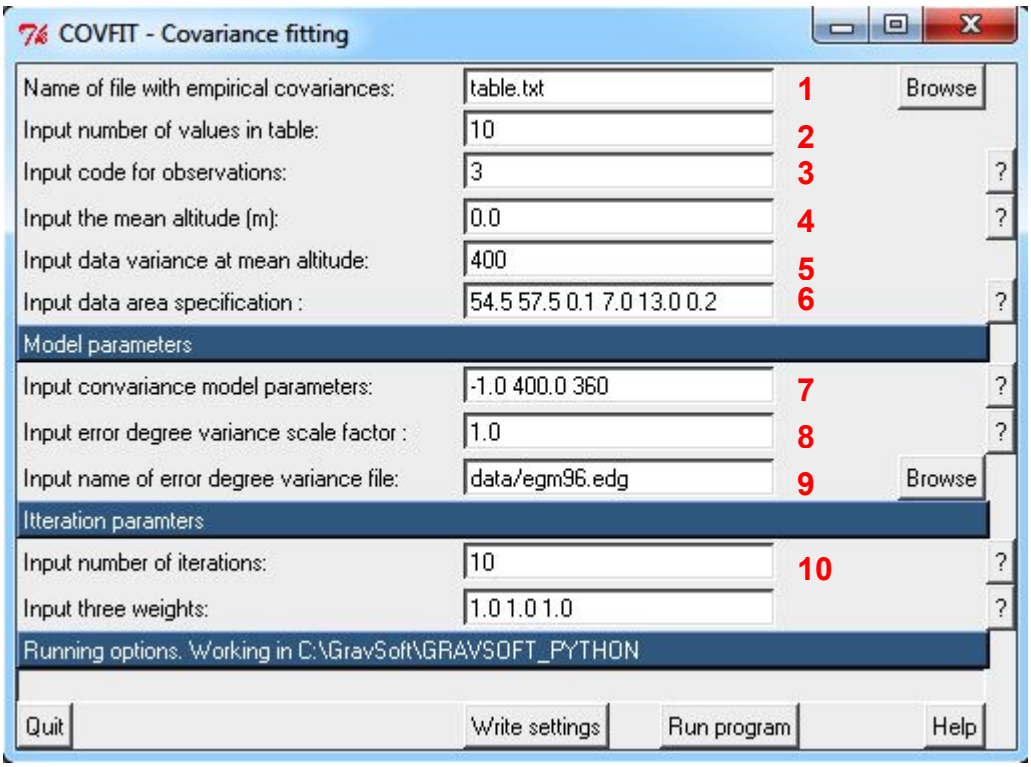
Μετά την εκτέλεση του EMPCOV, ακολουθεί η εφαρμογή του COVFIT, μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας γίνεται προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας (Tscherning and Rapp), ώστε οι συναρτήσεις συμμεταβλητότητας που προκύπτουν να προσεγγίζουν με βέλτιστο τρόπο τις εμπειρικές συναρτήσεις. Ειδικότερα για το μοντέλο Tscherning and Rapp έχουμε:

(2.5) $$\sigma_i^{TT} = \begin{cases} k * \kappa_i & i = 2,.....,360 \\ \dfrac{A}{(i-1)(i-2)(i+4)}\left(\dfrac{R_B^2}{R^2}\right) & i = 361,..... \end{cases}$$

όπου A : κλίμακα

R_B : το βάθος της σφαίρας Bjerhammar

και k: παράγοντας που σχετίζεται με τα σφάλματα προσδιορισμού των σφαιρικών αρμονικών κ.



Εικόνα 35: COVFIT

1. Το αρχείο που δημιουργήσαμε προηγουμένως, με τις εμπειρικές τιμές της συνάρτησης συμμεταβλητότητας.
2. Ο αριθμός των τιμών που θα εμφανιστούν στον πίνακα των αποτελεσμάτων.
3. Το είδος των μετρήσεων μας:
   1. ανωμαλίες ύψους
   2. διαταραχές βαρύτητας
   3. ανωμαλίες βαρύτητας
4. Μέσο υψόμετρο
5. Η μεταβλητότητα στο μέσο υψόμετρο
6. Τα όρια της περιοχής για την οποία θα γίνουν οι υπολογισμοί, καθώς και το βήμα στις κατευθύνσεις Βορράς – Νότος και Ανατολή – Δύση.
7. Εισαγωγή παραμέτρων μοντέλου συμμεταβλητότητας (βάθος της σφαίρας Bjerhammar, η μεταβλητότητα σε μηδενικό υψόμετρο και ο μέγιστος βαθμός του γεωδυναμικού μοντέλου).
8. Τιμή για τον παράγοντα της κλίμακας
9. Αριθμός επαναλήψεων

2.3.16 GEOCOL

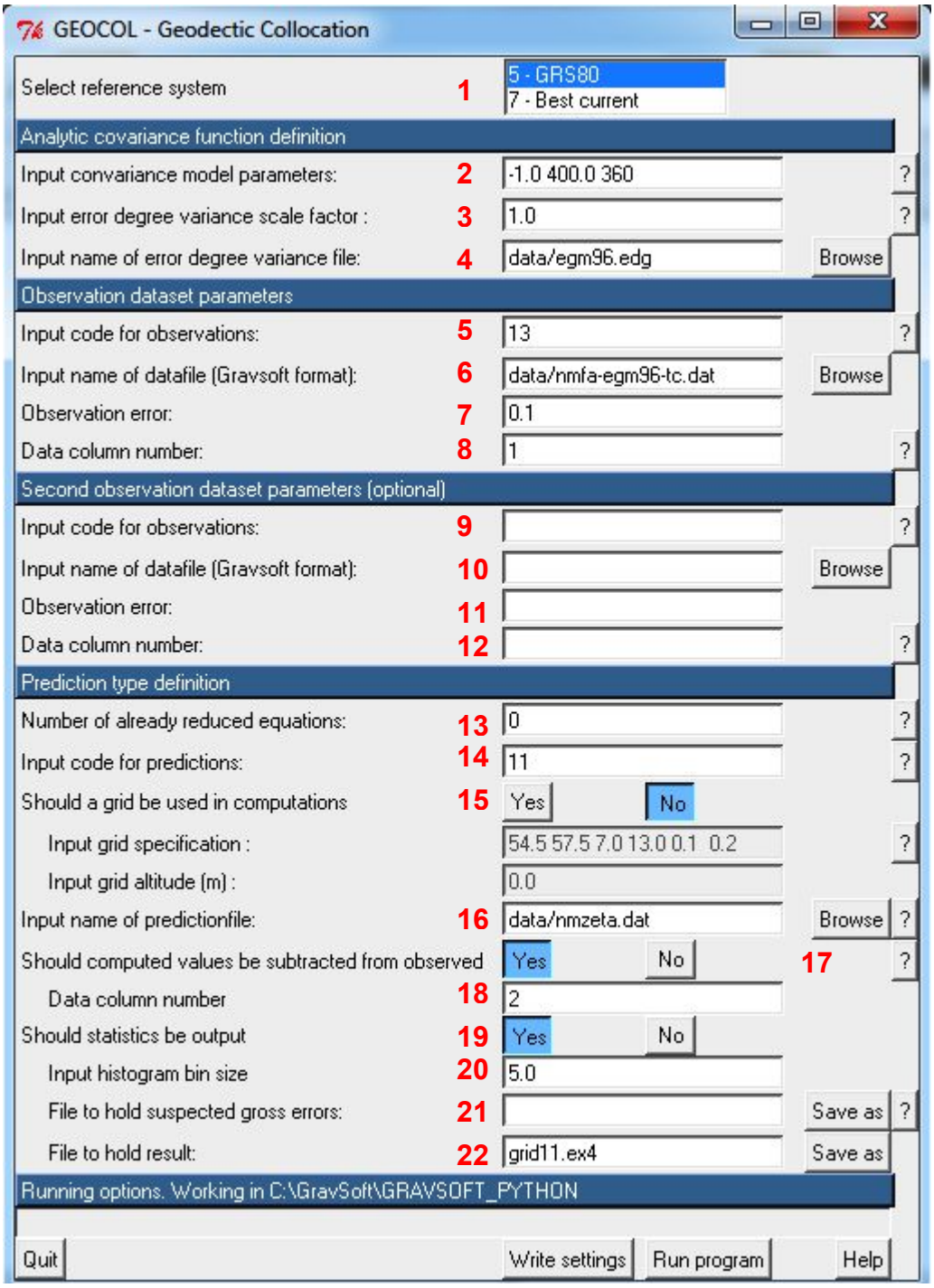
Μετά την προσαρμογή που πετύχαμε, χρησιμοποιούμε τις τελικές τιμές για το βάθος της σφαίρας Bjerhammar, την τιμή για την κλίμακα AA καθώς και την τιμή VARG (Variance of Gravity Anomaly at zero altitude), όπως υπολογίστηκαν από το COVFIT, προκειμένου να χρησιμοποιήσουμε τώρα το GEOCOL. Με το GEOCOL υπολογίζεται τελικώς η αναλυτική μορφή της συνάρτησης συμμεταβλητότητας ανάμεσα σε όλα τα είδη σημάτων εισόδου και εξόδου που εμπλέκονται στο πρόβλημα.

Το GEOCOL ουσιαστικά αποτελεί το εργαλείο εφαρμογής της πρόγνωσης, με την μέθοδο της σημειακής προσαρμογής (Least Square Collocation). Αποτελεί, μαζί με το πρόγραμμα SPFOUR που θα παρουσιαστεί παρακάτω, ένα από τα σημαντικότερα και ισχυρότερα εργαλεία του GRAVSOFT. Βασικό πλεονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι μπορεί να δεχθεί ταυτόχρονα ως αρχεία εισόδου, διαφορετικών ειδών μετρήσεις (όπως ανωμαλίες βαρύτητας και ανωμαλίες ύψους), όπου συνδυασμένες θα συμμετάσχουν στην τελική πρόβλεψη.

1. Επιλογή συστήματος αναφοράς
2. Εισαγωγή των παραμέτρων του μοντέλου συμμεταβλητότητας, όπως αυτοί υπολογίστηκαν από το COVFIT.

3. Εισαγωγή της τιμής της κλίμακας, όπως αυτή υπολογίστηκε από το COVFIT (τιμή AA).

4. Τα σφάλματα των συντελεστών του γεωδυναμικού μοντέλου (EGM96, EGM2008).



Εικόνα 36: GEOCOL

5. Το είδος των παρατηρήσεων μας:

3. απόκλιση της κατακορύφου

11. Ανωμαλίες ύψους
12. Διαταραχές βαρύτητας
13. Ανωμαλίες βαρύτητας

6. Αρχείο εισόδου με τις μετρήσεις μας (πχ ανωμαλίες βαρύτητας)

7. Όριο για τον έλεγχο χονδροειδών σφαλμάτων

8. Σε ποια στήλη, μετά το υψόμετρο, βρίσκεται η πληροφορία που μας ενδιαφέρει.

9. Το είδος από τις δευτερεύουσες παρατηρήσεις, σε περίπτωση που υπάρχουν τέτοιες (πχ ανωμαλίες ύψους).

3. απόκλιση της κατακορύφου
11. Ανωμαλίες ύψους
12. Διαταραχές βαρύτητας
13. Ανωμαλίες βαρύτητας

10. Αρχείο εισόδου με δευτερεύουσες παρατηρήσεις

11. Όριο για έλεγχο χονδροειδών σφαλμάτων στις δευτερεύουσες παρατηρήσεις.

12. Σε ποια στήλη, μετά το υψόμετρο, στις δευτερεύουσες παρατηρήσεις, βρίσκεται η πληροφορία που μας ενδιαφέρει.

13. Αριθμός από τις ήδη μειωμένες εξισώσεις.

14. Το είδος των προβλέψεων που θέλουμε να κάνουμε:

3. απόκλιση της κατακορύφου
11. Ανωμαλίες ύψους
12. Διαταραχές βαρύτητας
13. Ανωμαλίες βαρύτητας

15. Επιλέγουμε “ΝΟ”.

16. Αρχείο με τα σημεία εκείνα για τα οποία θέλουμε να προβλέψουμε, σύμφωνα με το 14.

17. Εάν επιθυμούμε οι προβλέψεις που θα κάνουμε, να αφαιρεθούν από κάποια στήλη από το 16.

18. Από ποια συγκεκριμένη στήλη του 16 (μετά το υψόμετρο), να αφαιρεθούν οι προβλέψεις που θα κάνουμε.

19. Εάν θέλουμε, με το πέρας των υπολογισμών, να μας εμφανίσει και στατιστικά στοιχεία των αποτελεσμάτων.

20. Χαρακτηριστικά για το μέγεθος του ιστογράμματος.

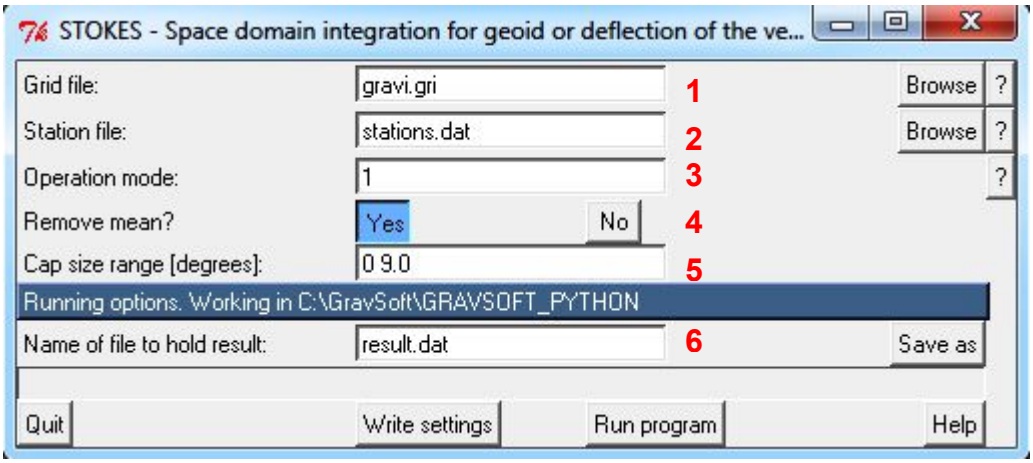
21. Αρχείο εξόδου, στο οποίο θα αποθηκευτούν οι μετρήσεις που θα χαρακτηρίζονται από χονδροειδή σφάλματα.

22. Αρχείο εξόδου όπου θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.

2.3.17 STOKES

Με το πρόγραμμα αυτό επιλύουμε το ολοκλήρωμα του Stokes, όπως αυτό περιγράφηκε και κατά την ανάπτυξη των θεωρητικών στοιχείων.

Χαρακτηριστικό είναι ότι οι ανωμαλίες βαρύτητας θα πρέπει να δίνονται σε μορφή grid.



Εικόνα 37: STOKES

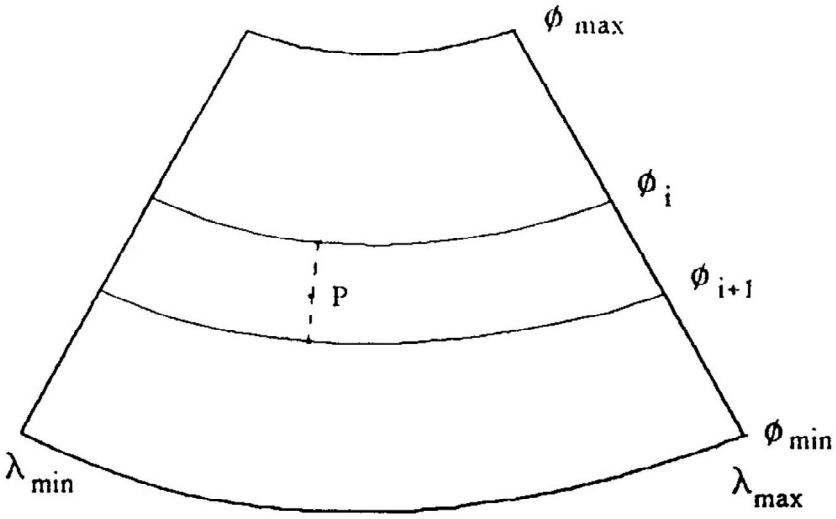
1. Αρχείο εισόδου (με τις ανωμαλίες βαρύτητας), σε μορφή πλέγματος.
2. Αρχείο με τα σημεία στα οποία θέλουμε να υπολογίσουμε τις αποχές γεωειδούς.
3. Είδος λειτουργίας:
   1. ολοκλήρωμα Stokes
   2. Vening - Meinesz
4. Εάν θέλουμε να αφαιρέσουμε την μέση τιμή από τα αποτελέσματα.
5. Η ακτίνα ολοκλήρωσης του ολοκληρώματος
6. Αρχείο εξόδου όπου θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα.

2.3.18 SPFOUR

Με το SPFOUR, χρησιμοποιούμε ένα συνδυασμό από μετασχηματισμούς Fourier και το ολοκλήρωμα του Stokes για τον υπολογισμό της επιφάνειας γεωειδούς ή σχεδόν γεωειδούς , όπως αυτά περιγράφηκαν και κατά την ανάλυση των θεωρητικών στοιχείων και ιδιαίτερα κατά την ανάλυση του μετασχηματισμού FFT στην παράγραφο 1.2.4. Ειδικότερα στο SPFOUR χρησιμοποιείται ο σφαιρικός bandwise FFT όπου:

(2.6) $$\sin^2\frac{\psi}{2} \approx \sin^2\frac{\varphi_p-\varphi}{2} + \sin^2\frac{\lambda_p-\lambda}{2}\cos\bar{\varphi}\cos\left[\bar{\varphi}_i-\left(\bar{\varphi}_i-\varphi\right)\right] \approx$$

$$\sin^2\frac{\psi}{2} \approx \sin^2\frac{\varphi_p-\varphi}{2} + \sin^2\frac{\lambda_p-\lambda}{2}\left[\cos^2\bar{\varphi}_i\cos\left(\bar{\varphi}_i-\varphi\right)+\cos\bar{\varphi}_i\sin\bar{\varphi}_i\sin\left(\bar{\varphi}_i-\varphi\right)\right]$$



Εικόνα 38: bandwise FFT (spfour)

Πηγή: Rene Forsberg, "Lectures on geoid – Terrain effects", Geodynamics Dept DTU Space

Ενώ ακόμη το SPFOUR εφαρμόζει στο ολοκλήρωμα του Stokes την μετατροπή των Wong – Gore, όπου ο πυρήνας του Stokes τροποποιείται έτσι οι χαμηλότερες αρμονικές να παίρνουν το 0, εξαφανίζοντας έτσι την επίδραση που προκαλούν τα μεγάλα μήκη κύματος.

(2.7) $S_{\text{mod}}(\psi) = S(\psi) - \sum_{n=2}^{N_2} a(n)\frac{2n+1}{n-1}P_n\cos\psi$

όπου $a(n) = \begin{Bmatrix} 1 & for & 2 \le n \le N_1 \\ \frac{N_2-n}{N_2-N_1} & for & N_1 \le n \le N_2 \quad n = 2,.....N \\ 0 & for & N \le n \le N_2 \end{Bmatrix}$

1. Αρχείο εισόδου με τις ανωμαλίες βαρύτητας σε μορφή grid
2. Επιλέγουμε "1", όπου είναι η πρόβλεψη γεωειδούς/σχεδόν – γεωειδούς από δεδομένα βαρύτητας.
3. Εάν θέλουμε να υπολογιστούν οι μέσες τιμές, οι οποίες ουσιαστικά χαρακτηρίζονται από μεγαλύτερη ομαλότητα κατά την προσέγγιση του σχεδόν – γεωειδούς.
4. Επιλέγουμε "2". Αφορά την μορφή του μετασχηματισμού FFT που θα εκτελεστεί.
5. Το εσωτερικό όριο του ολοκληρώματος. Επιλέγουμε "0".

6. Το εξωτερικό όριο του ολοκληρώματος. Επιλέγουμε μία αρκετά μεγάλη τιμή, συνήθως “999”.

7. Κάτω όριο της τροποποίησης του ολοκληρώματος. Επιλέγουμε “0”.

8. Πάνω όριο της τροποποίησης του ολοκληρώματος. Επιλέγουμε “0”.

9. Υψόμετρο στο οποίο θα εκτελεστούν οι υπολογισμοί. Επιλέγουμε “0”, όπου οι υπολογισμοί θα εκτελεστούν στην επιφάνεια του σχεδόν – γεωειδούς.

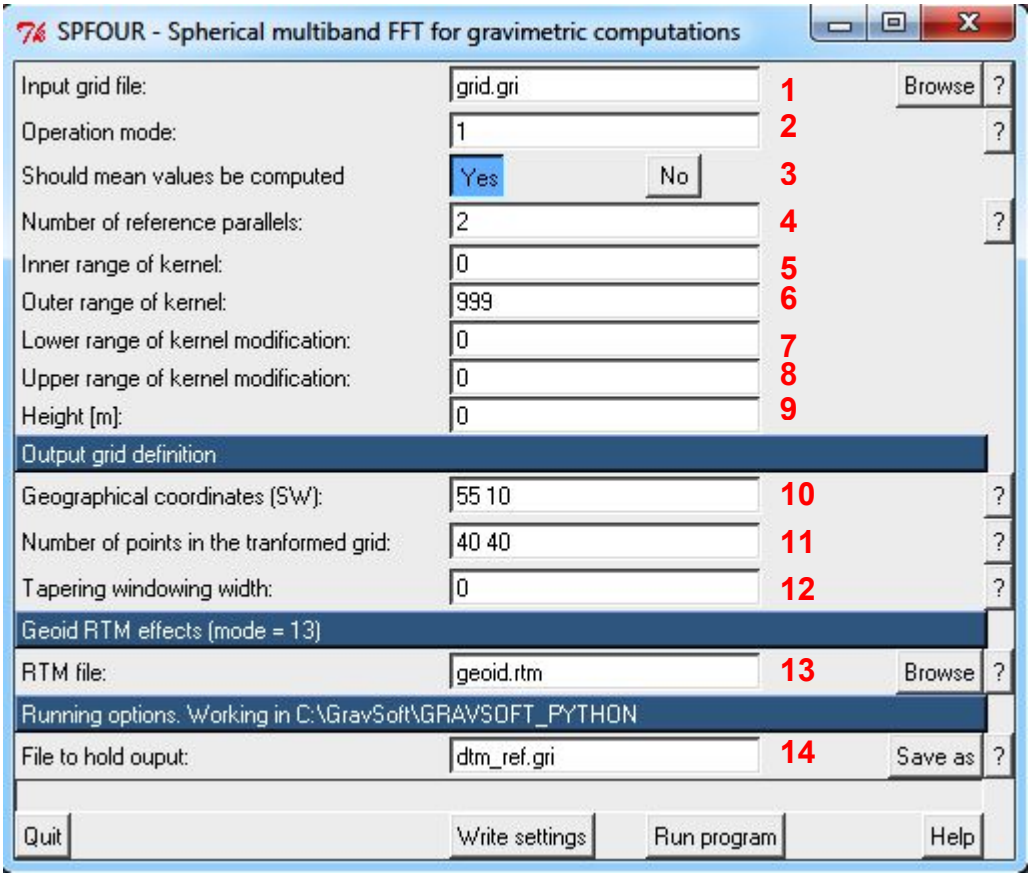
10. Οι συντεταγμένες της νοτιοδυτικής γωνίας της περιοχής που θα υπολογίσουμε.

11. Έχουμε την δυνατότητα να προκαθορίσουμε τον ακριβή αριθμό των pixel που θα έχει ο παραγόμενος κάνναβος, τα οποία δεν μπορούν να είναι περισσότερα από εκείνα του αρχικού grid.

12. Επιλέγουμε 0.

13. Το αφήνουμε ως έχει, μιας και δεν το χρειαζόμαστε το πεδίο αυτό.

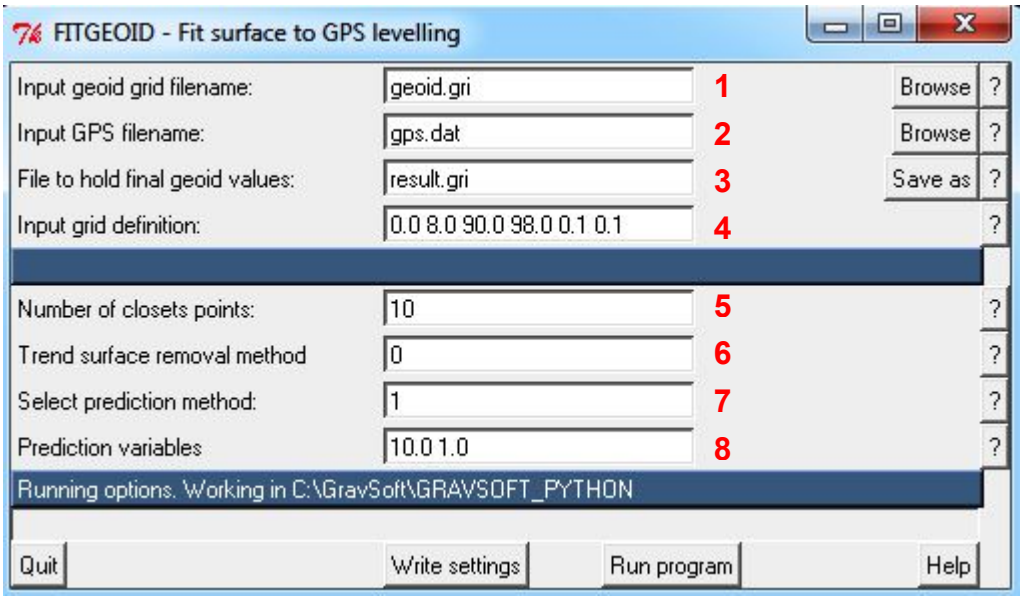
14. Αρχείο εξόδου, σε μορφή πλέγματος, στο οποίο θα αποθηκευτεί η υπολογισμένη επιφάνεια του σχεδόν – γεωειδούς.



Εικόνα 39: SPFOUR

2.3.19 FITGEOID

Σε περίπτωση που έχουμε στην διάθεση μας και μετρήσεις GPS, τότε μπορούμε με το FITGEOID να προσαρμόσουμε το βαρυτημετρικό γεωειδές που δημιουργήσαμε (Least Square Collocation, SPFOUR) στις μετρήσεις GPS. Για την προσαρμογή αυτή χρησιμοποιείται ένας τετραπαραμετρικός μετασχηματισμός.



Εικόνα 40: FITGEOID

1. Αρχείο εισόδου το βαρυτημετρικό γεωειδές, σε μορφή πλέγματος.

2. Αρχείο εισόδου με τις μετρήσεις GPS.

3. Αρχείο εξόδου όπου θα αποθηκευτεί η τελική προσαρμοσμένη επιφάνεια.

4. Η συντεταγμένες της περιοχής που θέλουμε να υπολογίσουμε, καθώς και το βήμα καννάβου.

5. Ο αριθμός των γειτονικών pixel που θα συμμετέχουν στην πρόβλεψη του εκάστοτε pixel, μέσω του τετραπαραμετρικού μετασχηματισμού.

6. Επιλέγουμε την μέθοδο αφαίρεσης επιφάνειας τάσης. Συνήθως “0” που είναι η απλή δημιουργία καννάβου ή “1” που είναι η γραμμική παρεμβολή.

7. Επιλέγουμε την μέθοδο πρόβλεψης:

1. Kriging
2. Weighted means

8. Προκαθορίζουμε την απόσταση μέχρι την οποία θα επηρεάζεται η πρόβλεψη των σημείων, καθώς και το όριο του “θορύβου”.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

Προσδιορισμός γεωειδούς για τον Ελλαδικό χώρο.

3.1 ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

3.1.1 Μετρήσεις Βαρύτητας

Διατέθηκαν από την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ) και ειδικότερα από την Υποδιεύθυνση Γεωδαισίας – Τοπογραφίας, κατόπιν εγκρίσεως της Διεύθυνσης Γεωγραφικού (ΓΕΣ/ΔΓΕ), 9852 μετρήσεις βαρύτητας κατανεμημένες σε ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η Ελλάδα καταλαμβάνει μία έκταση της τάξης των 131000 km^2, θα λέγαμε ότι έχουμε μία μέση πυκνότητα 1 σημείο ανά 13 – 14 km^2. Επίσης για τις 822 (από τις 9852) μετρήσεις βαρύτητας, παραχωρήθηκαν και μετρήσεις GPS σε τριγωνομετρικά βάθρα του δικτύου της ΓΥΣ, όπου μας είναι γνωστά τα ορθομετρικά και γεωμετρικά υψόμετρα και κατά συνέπεια είναι γνωστές οι αποχές N του γεωειδούς στα σημεία αυτά. Τα 822 σημεία γνωστών τιμών βαρύτητας και N γεωειδούς καλύπτουν κυρίως τον κύριο κορμό της χώρας, αρχομένης από την περιοχή της Καβάλας και καταλήγοντας μέχρι το βόρειο τμήμα της Πελοποννήσου.

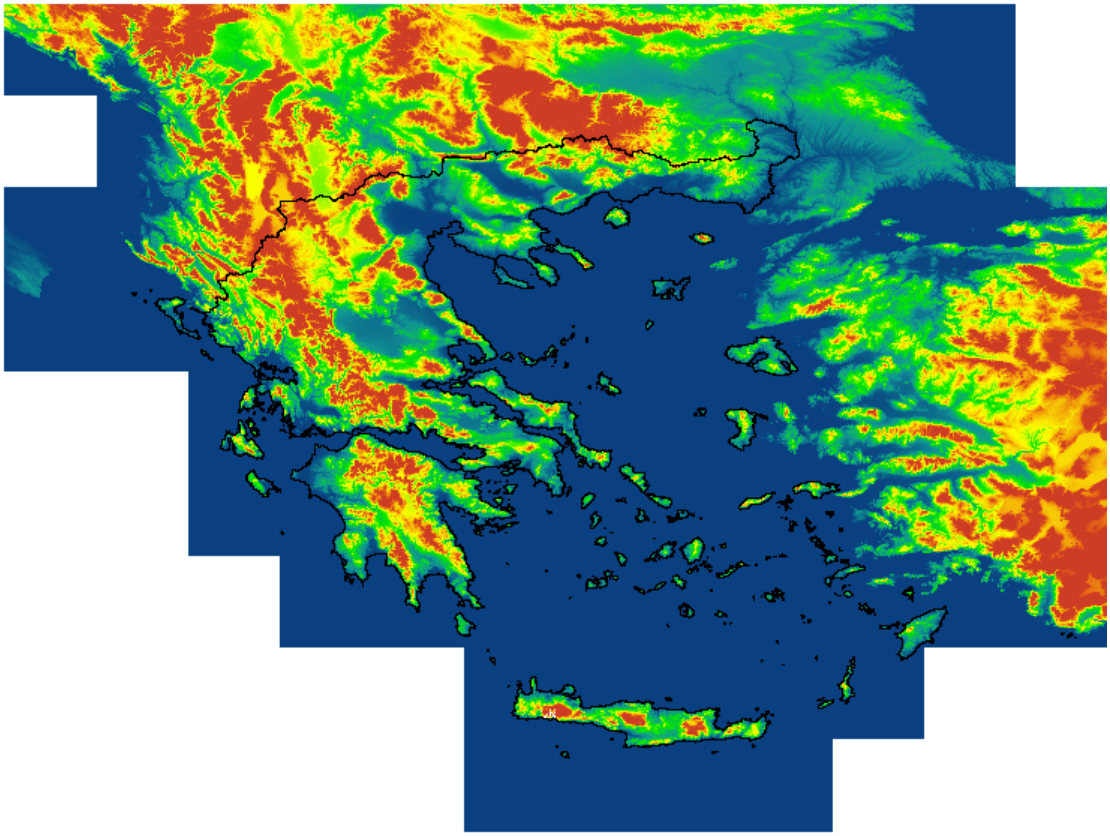
Εικόνα 41: Διαθέσιμες 9852 μετρήσεις βαρύτητας στον Ελλαδικό χώρο

Εικόνα 42: Διαθέσιμες 822 ταυτόχρονες μετρήσεις βαρύτητας και μετρήσεων GPS σε τριγωνομετρικά βάθρα

Κατά συνέπεια από τα παραπάνω προκύπτει ότι η περιοχή μελέτης περιγράφεται κατά την διεύθυνση Νότος – Βορράς από τις γεωγραφικές συντεταγμένες 34 – 42, ενώ κατά την διεύθυνση Δύσης – Ανατολής από τις γεωγραφικές συντεταγμένες 19 – 28,5.

3.1.2 Ψηφιακό Μοντέλο Εδάφους

Για τον υπολογισμό του γεωειδούς με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε ένα ακριβές ψηφιακό μοντέλου εδάφους. Για τον λόγο αυτό αποκτήθηκε μέσω της επίσημης ιστοσελίδας της USGS για ολόκληρη την έκταση της χώρας μας, το DEM που προήλθε από την ειδική αποστολή τοπογραφίας με ραντάρ του διαστημικού λεωφορείου Shuttle Radar Topography Mission, και πιο συγκεκριμένα το SRTM DEM 1 arc second, δηλαδή διακριτικής ικανότητας 30m. Αναλυτικότερα χρησιμοποιήθηκαν 78 κελιά μεγέθους 1° x 1°, έκαστο αποτελούμενο από 3601 x 3601 εικονοστοιχεία (pixels).



Εικόνα 43: Το διαθέσιμο SRTM DEM 1 Arc Second για την χώρα μας

Στην πραγματικότητα τα 78 κελιά είναι υπέρ-αρκετά για την κάλυψη της χώρας, αλλά το γεγονός ότι στα επόμενα στάδια θα κληθούμε να

υπολογίσουμε την επίδραση της τοπογραφίας για καθένα από τα παραπάνω σημεία, μας αναγκάζει να έχουμε διαθέσιμη και την εγγύς τοπογραφία πέρα από τα σύνορα της χώρας μας, ώστε να είναι εφικτός ο υπολογισμός των τοπογραφικών διορθώσεων.

3.1.3 Μοντέλα Σφαιρικών αρμονικών

Για τον μετέπειτα υπολογισμό της επίδρασης κάποιου γεωδυναμικού μοντέλου, χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία το EGM2008, το οποίο είναι πλήρες σε βαθμό και τάξη 2159 και επιπλέον περιέχει αρμονικούς συντελεστές μέχρι βαθμό 2190 και τάξη 2159. Αυτό σημαίνει ότι για την δημιουργία του μοντέλου απαιτήθηκε ο υπολογισμός περίπου 4,7 εκατομμυρίων παραμέτρων και των σφαλμάτων τους, γεγονός που αντικατοπτρίζει και το μέγεθος των απαιτήσεων για την εφαρμογή καινοτόμων αναλυτικών και αριθμητικών μεθόδων για την υλοποίηση του. Περιλαμβάνει βελτιωμένες ανωμαλίες βαρύτητας διακριτικής ικανότητας 5 λεπτών του τόξου από διάφορες τράπεζες δεδομένων εθνικών οργανισμών, καθώς και βελτιωμένες ανωμαλίες βαρύτητας από δορυφορική αλτιμετρία. Επιπλέον περιλαμβάνει υψηλής ακρίβειας δεδομένα βαρύτητας που προήλθαν από την αποστολή GRACE, ενώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν περιλαμβάνονται δεδομένα χωροσταθμήσεων με GPS ή δεδομένα αποκλίσεων της κατακορύφου.

Σε σύγκριση με το EGM96, στο EGM 2008 γίνεται εκτίμηση του μεγάλου μήκους κύματος χαρακτηριστικών γνωρισμάτων του πεδίου βαρύτητας με περίπου 100 φορές μεγαλύτερη ακρίβεια. Ακόμη το EGM 2008 μπορεί να υποστηρίξει τον υπολογισμό υψομέτρων του γεωειδούς με μέση ακρίβεια της τάξης των $\pm 15cm$, σε αντίθεση με το EGM96 όπου ο αντίστοιχος προσδιορισμός υψομέτρων γεωειδούς παρουσιάζει μία μέση ακρίβεια της τάξης των $\pm 50cm$ και χαρακτηρίζεται από διακριτική ικανότητα 30 λεπτών του τόξου.

3.1.4 Επιλογή σημείων ελέγχου (test points)

Πριν προχωρήσουμε στους υπολογισμούς και στην επεξεργασία με το GRAVSOFT είναι σημαντικό να κρατήσουμε ένα ορισμένο πλήθος σημείων, το οποίο δεν θα συμμετάσχει καθόλου στην διαδικασία προσδιορισμού του γεωειδούς. Τα σημεία αυτά θα αποτελέσουν ουσιαστικά τα σημεία ελέγχου (test points) και θα μας βοηθήσουν στον εξωτερικό έλεγχο της τελικής επιφάνειας γεωειδούς που θα υπολογίσουμε. Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα test

points θα πρέπει να είναι ισοκατανεμημένα σε όλη την έκταση που καλύπτουν τα 822 σημεία ταυτόχρονων μετρήσεων βαρύτητας και μετρήσεων GPS, επιλέχθηκαν τελικά 45 σημεία ελέγχου. Όλα τα υπόλοιπα σημεία θα αποτελούν τα σημεία αναφοράς (reference points) και θα είναι εκείνα που θα χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία και εσωτερικό έλεγχο της επιφάνειας γεωειδούς. Τελικώς έχουμε ως διαθέσιμα δεδομένα 9807 μετρήσεις βαρύτητας, εκ των οποίων 777 σημεία με ταυτόχρονες μετρήσεις GPS και 45 σημεία εξωτερικού ελέγχου.

Εικόνα 44: Επιλεγμένα 45 σημεία εξωτερικού ελέγχου (test points)

3.2 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΦΑΡΜΟΣΤΟΥΝ

Μετά την συλλογή των απαραίτητων δεδομένων θα προχωρήσουμε στην εφαρμογή δύο διαφορετικών μεθοδολογιών για τον προσδιορισμό της επιφάνειας γεωειδούς, μέσω της πρόγνωσης μειωμένων ανωμαλιών ύψους με την μέθοδο της σημειακής προσαρμογής (Least Square Collocation) καθώς και με εφαρμογή του ολοκληρώματος του Stokes μέσω των μετασχηματισμών Fourier (FFT). Κατά συνέπεια η ροή εργασιών που θα ακολουθήσουμε με το GRAVSOFT είναι η ακόλουθη:

3.2.1 Υπολογισμός της επιφάνειας του σχεδόν – γεωειδούς με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής (LSC)

- Υπολογισμός ανωμαλιών ελευθέρου αέρα.

- Μετατρέπουμε τις γνωστές τιμές αποχών γεωειδούς N σε γνωστές τιμές ανωμαλιών ύψους ζ, με το **N2ZETA**.

- Με το **GEOEGM** θα υπολογίσουμε και θα αφαιρέσουμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου.

- Με το **TCGRID** θα ετοιμάσουμε τις απαραίτητες μορφές DEM (υψηλής και χαμηλής διακριτικής ικανότητας), καθώς και την επιφάνεια αναφοράς για την μέθοδο RTM.

- Με το **TC** θα υπολογίσουμε τις τοπογραφικές επιδράσεις, τοπογραφικές διορθώσεις, ισοστατικές επιδράσεις και υπολειπόμενη τοπογραφία και θα τις αφαιρέσουμε από το 2° βήμα, υπολογίζοντας τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας.

- Με το **EMPCOV** θα υπολογίσουμε από τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας, τις εμπειρικές τιμές της συνάρτησης συμμεταβλητότητας.

- Με το **COVFIT** θα κάνουμε προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας (Tscherning and Rapp)

- Με το **GEOCOL**, από τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας θα γίνει η αρχική πρόγνωση μειωμένων ανωμαλιών ύψους.

- Ξανά με το **GEOCOL**, χρησιμοποιώντας την αρχική πρόγνωση καθώς και τις γνωστές τιμές ανωμαλιών ύψους ζ, υπολογίζουμε την τελική προσαρμοσμένη επιφάνεια του σχεδόν – γεωειδούς.

- Ελέγχουμε την ακρίβεια της τελικής προσαρμοσμένης επιφάνειας του σχεδόν – γεωειδούς σε σχέση με τις πραγματικές – γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους που έχουμε στην διάθεση μας.

- Με το **GEOEGM** θα υπολογιστεί η επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου.

- Με το **TC** θα υπολογιστεί η επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας

- Με το **FCOMP** θα εκτελεστούν οι επαναφορές της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου και της τοπογραφίας.

- Θα υπολογιστούν οι ανωμαλίες Bouguer.

- Θα μετατραπούν οι ανηγμένες ανωμαλίες ύψους ζ σε αποχές γεωειδούς N.

3.2.2 Υπολογισμός της επιφάνειας του σχεδόν – γεωειδούς με το ολοκλήρωμα του Stokes και τους μετασχηματισμούς Fourier (FFT).

- Υπολογισμός ανωμαλιών ελευθέρου αέρα.

- Μετατρέπουμε τις γνωστές τιμές αποχών γεωειδούς N σε γνωστές τιμές ανωμαλιών ύψους ζ, με το **N2ZETA**.

- Με το **GEOEGM** θα υπολογίσουμε και θα αφαιρέσουμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου.

- Με το **TCGRID** θα ετοιμάσουμε τις απαραίτητες μορφές DEM (υψηλής και χαμηλής διακριτικής ικανότητας), καθώς και την επιφάνεια αναφοράς για την μέθοδο RTM.

- Με το **TC** θα υπολογίσουμε τις τοπογραφικές επιδράσεις, τοπογραφικές διορθώσεις, ισοστατικές επιδράσεις και υπολειπόμενη τοπογραφία και θα τις αφαιρέσουμε από το 2° βήμα, υπολογίζοντας τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας.

- Με το **GEOGRID** δημιουργούμε κάνναβο με τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας.

- Ελέγχουμε με το **GEOIP** την ακρίβεια του καννάβου που δημιουργήσαμε.

- Με το **SPFOUR** υπολογίζουμε από τις μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας, τις μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ.

- Ελέγχουμε, σε πρώτη φάση, με το **GEOIP** την ακρίβεια των μειωμένων ανωμαλιών βαρύτητας που μόλις υπολογίσαμε, σε σχέση

με τις ήδη γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους που έχουμε στην διάθεση μας.

- Με το **GEOEGM** θα υπολογιστεί η επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου.

- Με το **TC** θα υπολογιστεί η επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας

- Με το **FCOMP** θα εκτελεστούν οι επαναφορές της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου και της τοπογραφίας.

- Θα υπολογιστούν οι ανωμαλίες Bouguer.

- Θα μετατραπούν οι ανηγμένες ανωμαλίες ύψους ζ σε αποχές γεωειδούς N.

- Με το **FITGEOID** θα γίνει προσαρμογή των υπολογισμένου βαρυτημετρικού γεωειδούς με τις διαθέσιμες τιμές GPS που έχουμε.

3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ GRAVSOFT

3.3.1 Επεξεργασία τιμών Απόλυτης Βαρύτητας

Αρχικά θα πρέπει να προετοιμάσουμε τις πρωτογενείς τιμές απόλυτης βαρύτητας, πριν την είσοδο τους και μετέπειτα επεξεργασία στο GRAVSOFT. Για το λόγο αυτό, με τη βοήθεια του Excel, υπολογίστηκε αρχικά η αναγωγή λόγω γεωγραφικού πλάτους από τον τύπο 1.1:

$$\gamma = \gamma_\alpha * \frac{1 + k \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

Στη συνέχεια υπολογίστηκε μέσω του τύπου 1.4 η ατμοσφαιρική διόρθωση:

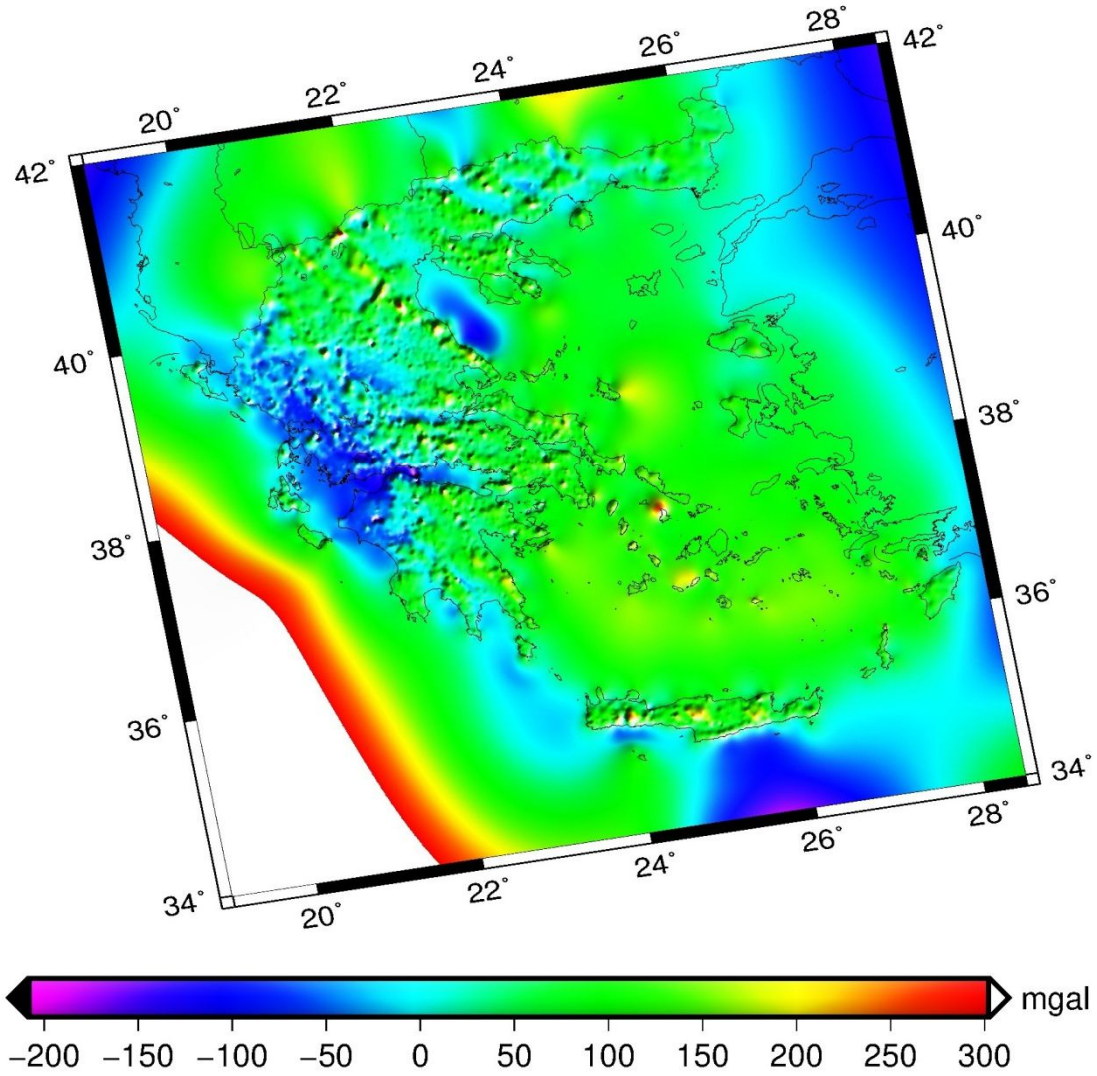
$$\delta g_{atm} = 0.8658 - 9.727 * 10^{-5} * H + 3.482 * 10^{-9} * H^2$$

Και ακόμη μέσω του τύπου 1.5, υπολογίστηκε η διόρθωση ελευθέρου αέρα:

$$\delta g_{FA} = 0.3086 * H$$

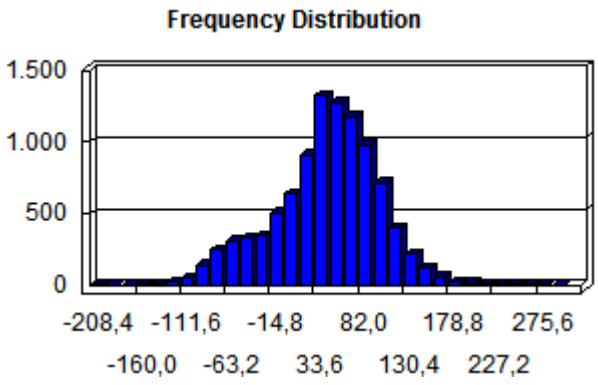
Όπου τελικώς μέσω της παρακάτω σχέσης οδηγούμαστε στις τελικές ανωμαλίες ελευθέρου αέρα:

$$\Delta g_{FA} = g_{obs} + \delta g_{FA} - \gamma + \delta g_{atm}$$



Εικόνα 45: Ανωμαλίες ελευθέρου αέρα (free air anomalies)

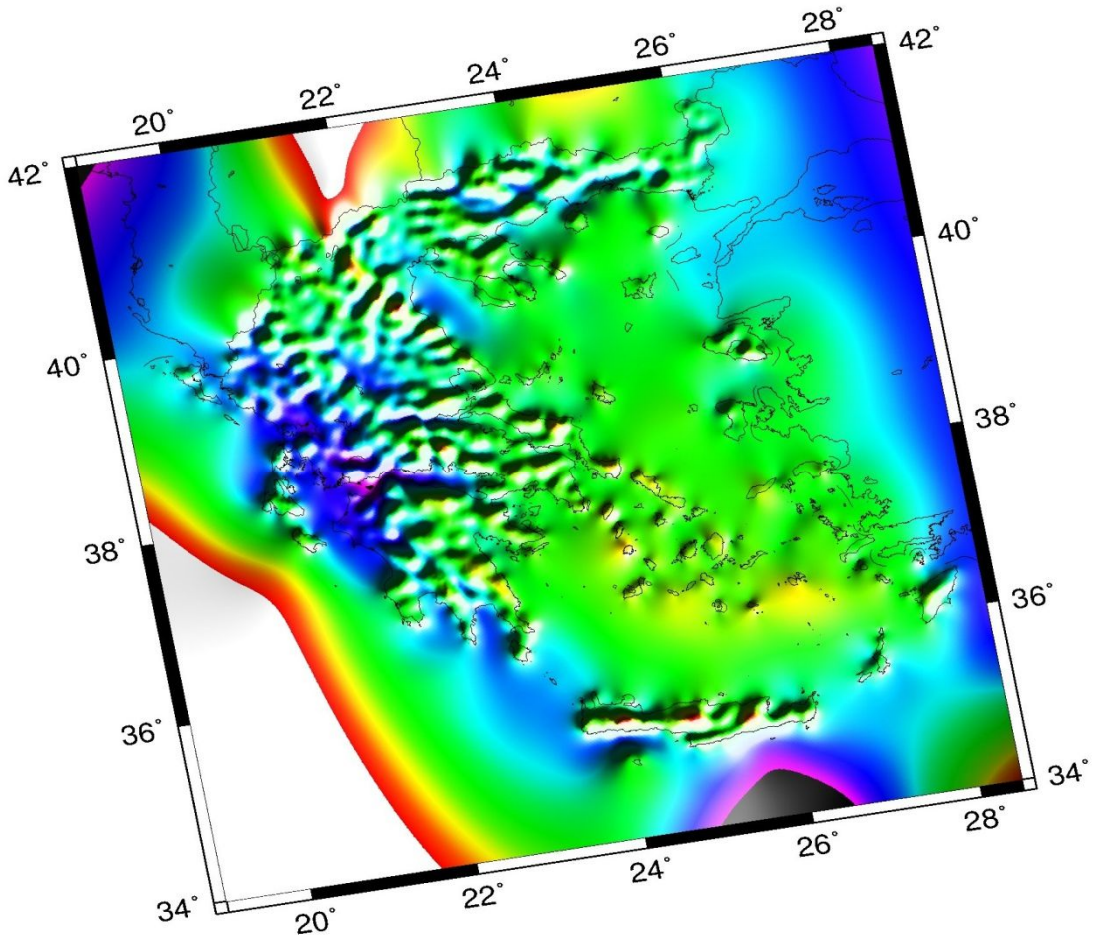
Ύστερα από οπτικό έλεγχο των ανωμαλιών ελευθέρου αέρα, βρέθηκαν εννιά (9) τιμές οι οποίες υπερβαίνουν κατά πολύ – είτε θετικά είτε αρνητικά – την "γενική τάση" που επικρατεί στον περιβάλλοντα χώρο καθενός από τα 9 σημεία, και κατά συνέπεια απορρίφθηκαν. Τόσο η παραπάνω εικόνα όσο και το ιστόγραμμα που ακολουθεί, αποτελούν προϊόν μετά την αφαίρεση των 9 σημείων.

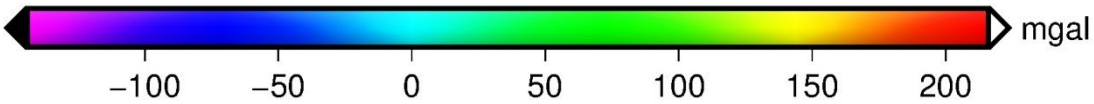


Εικόνα 46: Ιστόγραμμα ανωμαλιών ελευθέρου αέρα

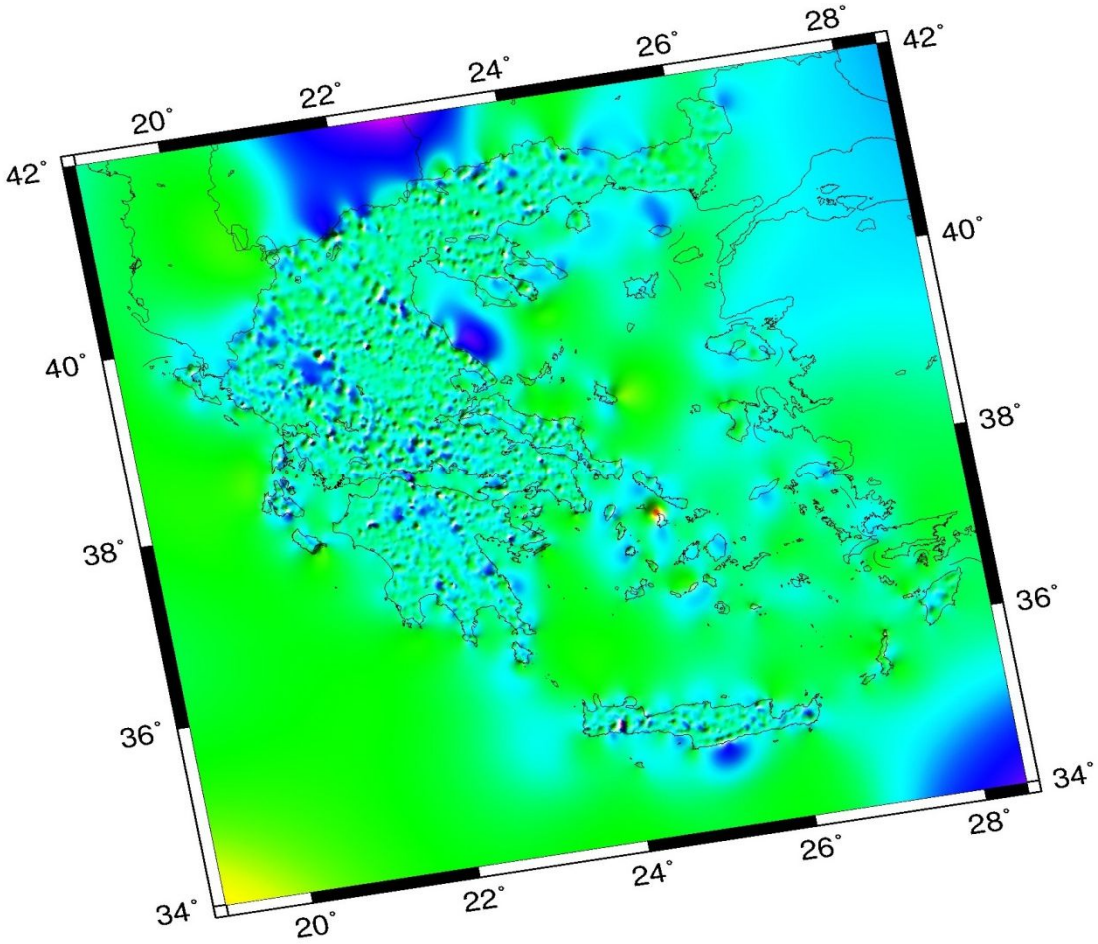
3.3.2 Υπολογισμός και αφαίρεση επίδρασης Γεωδυναμικού Μοντέλου

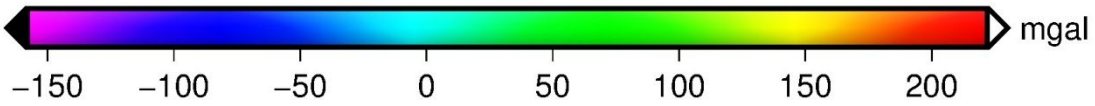
Σε πρώτη φάση με τη λειτουργία **GEOEGM** θα γίνει πρόγνωση των ανωμαλιών ελευθέρου αέρα, για τα σημεία μας, από το γεωδυναμικό μοντέλο EGM2008 και στην συνέχεια οι τιμές αυτές θα αφαιρεθούν από τις πραγματικές.





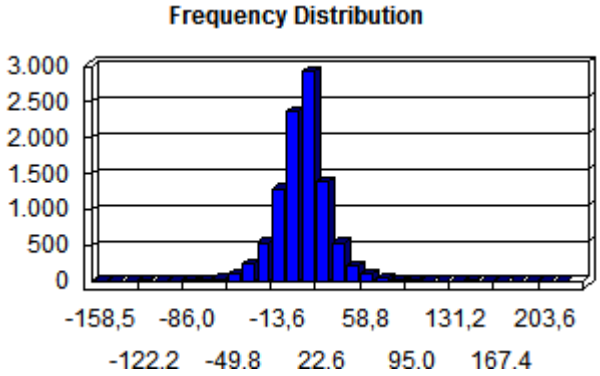
Εικόνα 47: Επίδραση γεωδυναμικού μοντέλου Δg_{GM}





Εικόνα 48: Αφαίρεση της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου από τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα ($\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM}$)

Συγκρίνοντας τις εικόνες 45 και 48, αλλά και τα ιστογράμματα των ανωμαλιών ελευθέρου αέρα και της αφαίρεσης από αυτές της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου, βλέπουμε ότι στα δεδομένα μας έχει επέλθει μια ομαλοποίηση στα δεδομένα μας. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζεται και στα στατιστικά χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται παρακάτω, όπου βλέπουμε ότι η τυπική απόκλιση της διαφοράς έχει μειωθεί σε 21,06, σε σχέση με την τυπική απόκλιση των ανωμαλιών ελευθέρου αέρα που αρχικά ήταν 55,80.



Εικόνα 49: Ιστόγραμμα Δg_{FA}- Δg_{GM}

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
Δg_{FA}	45.76	55.80	-208.39	300.29
Δg_{GM}	34.51	53.33	-144.27	213.19
Δg_{FA}- Δg_{GM}	11.24	21.06	-158.45	222.07

Πίνακας 3: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από ανωμαλίες ελευθέρου αέρα

Σε δεύτερη φάση θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το **N2ZETA** προκειμένου να μετατρέψουμε τις ήδη γνωστές τιμές αποχής γεωειδούς N σε ανωμαλίες ύψους ζ και ακολούθως να ξαναχρησιμοποιήσουμε και πάλι το **GEOEGM** με σκοπό να αφαιρεθεί και από αυτές η επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου για να μπορέσουμε να τις χρησιμοποιήσουμε στην συνέχεια.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
ζ	37,45	4,48	25,63	44,99
ζ_{GM}	36,25	4,54	24,71	44,35
ζ- ζ_{GM}	1,20	0,17	0,60	1,81

Πίνακας 4: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από τις ανωμαλίες ύψους ζ

Και εδώ βλέπουμε να ομαλοποιούνται τα δεδομένα ανωμαλιών ύψους, με την τυπική απόκλιση της διαφοράς να καταλήγει σε 0,17. Την ίδια διαδικασία θα ξανακάνουμε και για τα σημεία με τα γνωστά N που θα χρησιμοποιηθούν ως test point, θα τα μετατρέψουμε δηλαδή σε ανωμαλίες ύψους και θα αφαιρέσουμε την επίδραση του EGM2008.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ (TEST POINTS)				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
ζ	37,55	4,96	25,95	44,45
ζ_{GM}	36,35	5	24,81	43,33
ζ- ζ_{GM}	1,19	0,17	0,62	1,60

Πίνακας 5: Στατιστικά αφαίρεσης EGM2008 από τα test points

3.3.3 Προετοιμασία των δεδομένων για τη λειτουργία TC

Προκειμένου να μπορέσουμε να συνεχίσουμε με τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων και της υπολοιπόμενης τοπογραφίας, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως στην ανάλυση των μεθόδων και στην επεξήγηση των λειτουργιών του GRAVSOFT, είμαστε υποχρεωμένοι πρώτα να προετοιμάσουμε ένα DEM υψηλής διακριτικής ικανότητας, ένα DEM χαμηλής διακριτικής ικανότητας καθώς και μία επιφάνεια αναφοράς. Υπό κανονικές συνθήκες την διαδικασία αυτή θα μπορούσαμε να την εκτελέσουμε με το TCGRID, όμως εδώ ερχόμαστε αντιμέτωποι με τους “περιορισμούς” του GRAVSOFT. Οι περιορισμοί αυτοί έχουν να κάνουν με την συγκεκριμένη διαθέσιμη μνήμη RAM που μπορεί να δεσμεύσει το εκάστοτε πρόγραμμα του GRAVSOFT, όπως πχ τα TCGRID, TC, SELECT κα.

Πρακτικά αυτό σημαίνει για τα δικά μας δεδομένα τα εξής:

- Είναι αδύνατον να διαχειριστεί το GRAVSOFT ένα ολόκληρο ενοποιημένο DEM για ολόκληρη την Ελλάδα και μάλιστα ανάλυσης 1 arc second.

- Αυτό κατά συνέπεια μας οδηγεί να αποφασίσουμε σε πόσα τμήματα θα χωρίσουμε το DEM και σε τι ανάλυση το καθένα. Για να πάρουμε την σωστή απόφαση θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και το επόμενο βήμα που έχει να κάνει με τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων.

- Ύστερα από δοκιμές βρέθηκε ότι το GRAVSOFT μπορεί να διαχειριστεί ένα DEM ανάλυσης 1 arc second αλλά μεγέθους 1° x 1°. Αυτό πρακτικά δεν μας εξυπηρετεί γιατί αν χρησιμοποιήσουμε DEM μεγέθους 1° x 1° στη λειτουργία TC, τότε οι τοπογραφικές διορθώσεις για τα σημεία εντός του DEM θα υπολογιστούν λαμβάνοντας υπόψη στην καλύτερη περίπτωση μία έκταση 30km.

- Για τον λόγο αυτό, μετά από δοκιμές, βρέθηκε ότι η λειτουργία TC μπορεί να διαχειριστεί ένα DEM ανάλυσης 2 arc second και μεγέθους 3° x 3°, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι οι τοπογραφικές διορθώσεις υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψη μια έκταση της τοπογραφίας περίπου 100 – 120 km.

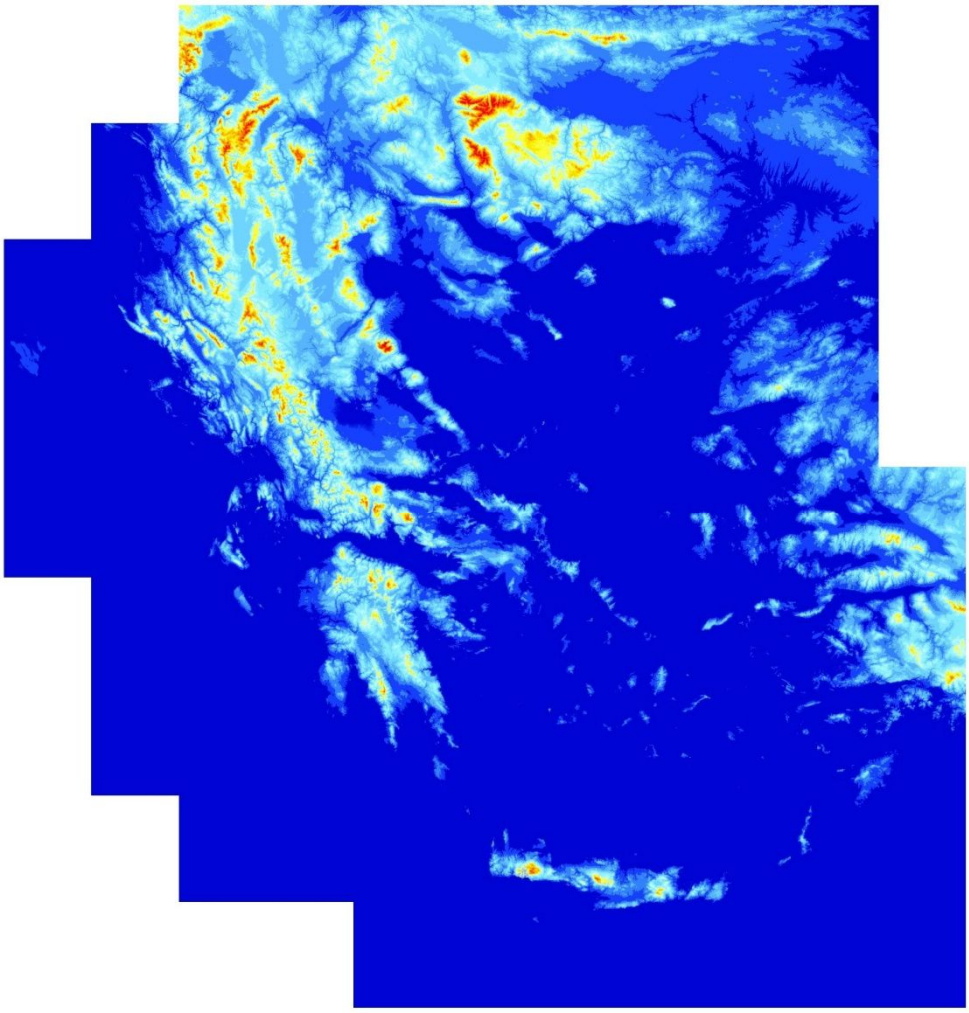
- Έτσι για την δημιουργία των DEM υψηλής ανάλυσης (2 arc second) και DEM χαμηλής ανάλυσης (20 arc second) χρησιμοποιήθηκε η **Generic Mapping Tools (GMT)**, ενώ για τη δημιουργία της επιφάνειας αναφοράς χρησιμοποιήθηκε η λειτουργία TCGRID του GRAVSOFT.

- Ο λόγος που χρησιμοποιήθηκε η GMT έχει να κάνει με το μεγάλο πλεονέκτημα που εμφανίζει στον χρόνο εκτέλεσης των εργασιών

συγκριτικά πχ με το ArcGis και το GRAVSOFT που δοκιμάστηκαν. Έτσι για την περίπτωση μας, ο “τεμαχισμός” του DEM σε μικρότερα κομμάτια ή η ενοποίηση μικρότερων DEM σε ένα ενιαίο γίνεται σε συγκριτικά λιγότερο χρόνο με την GMT και με λιγότερα βήματα εκτέλεσης.

Παρακάτω παρουσιάζονται:

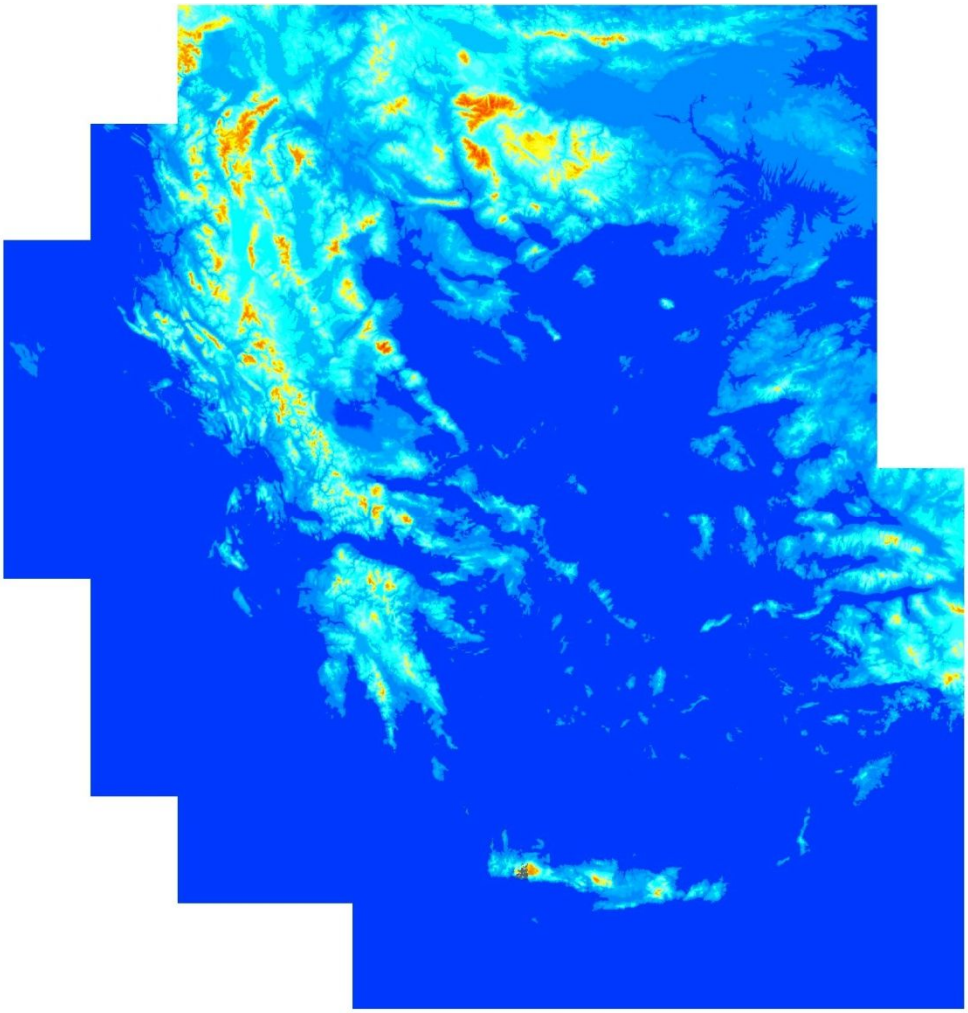
- το DEM υψηλής ανάλυσης 2 arc second (δημιουργήθηκε από το DEM ανάλυσης 1 arc second), το οποίο θα χρησιμοποιηθεί αμέσως μετά στη λειτουργία TC για τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων μέχρι μία ακτίνα 20 km.



Εικόνα 50: Το DEM υψηλής ανάλυσης 2 arc second

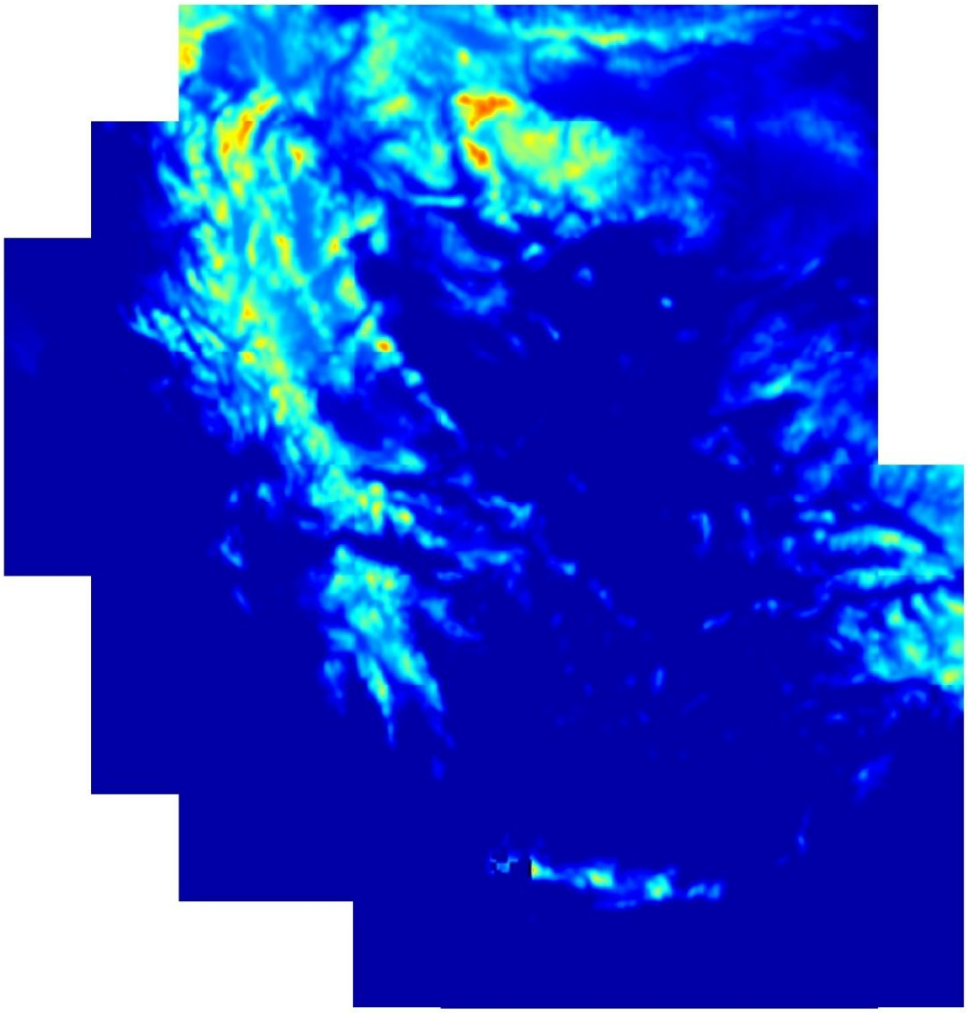
- Το DEM χαμηλής ανάλυσης, το οποίο θα πρέπει να έχει ανάλυση τουλάχιστον 10 φορές πιο χαμηλή σε σχέση με το DEM υψηλής ανάλυσης. Οπότε δημιουργήθηκε (από το DEM ανάλυσης 1 arc second) ένα DEM με διακριτική ικανότητα 20 arc second, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί

αμέσως μετά στη λειτουργία TC για τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων μέχρι μία ακτίνα 99 km.



Εικόνα 51: Το DEM χαμηλής ανάλυσης 20 arc second

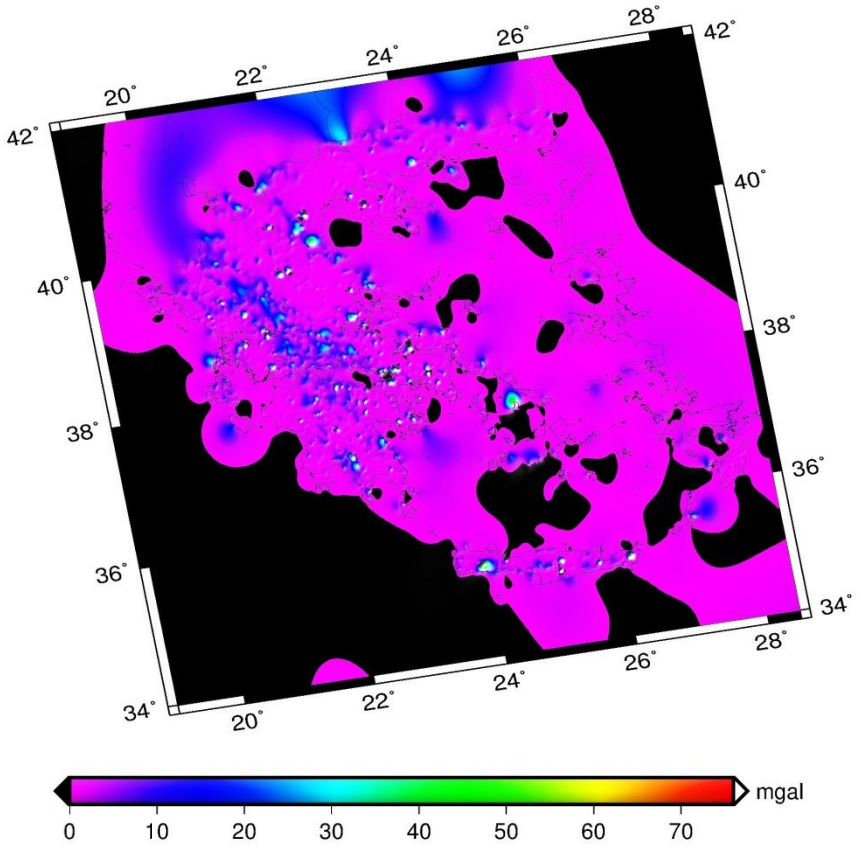
- Το DEM της επιφάνειας αναφοράς, το οποίο θα πρέπει να έχει ανάλυση παρόμοια με εκείνη που έχει το γεωδυναμικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε, δηλαδή στην περίπτωση μας για το EGM2008 ανάλυση 5'. Το DEM αυτό, το οποίο ουσιαστικά αποτελεί μία επιφάνεια μέσων υψομέτρων, δημιουργήθηκε με τη λειτουργία TCGRID (από το DEM ανάλυσης 1 arc second) χρησιμοποιώντας ένα κινούμενο παράθυρο 3 x 3 με διακριτική ικανότητα 4,5 min, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί αμέσως μετά στη λειτουργία TC για τον υπολογισμό της υπολοιπόμενης τοπογραφίας (RTM).



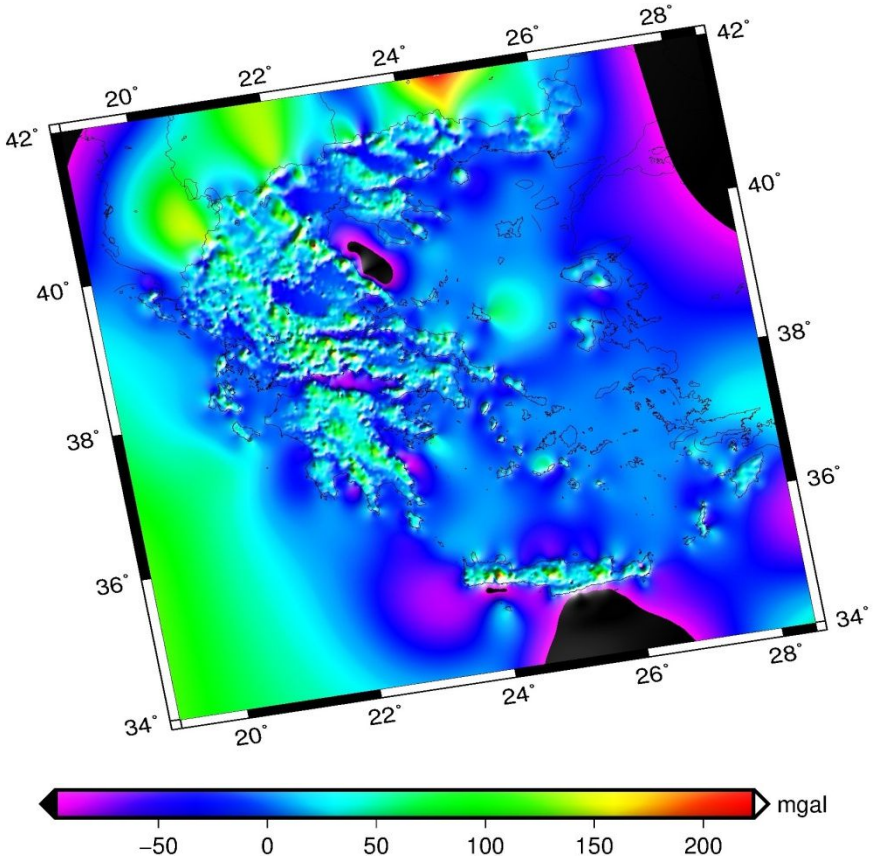
Εικόνα 52: Η επιφάνεια αναφοράς μέσων υψομέτρων, ανάλυσης 4,5 min

3.3.4 Υπολογισμός και αφαίρεση τοπογραφικών διορθώσεων και RTM

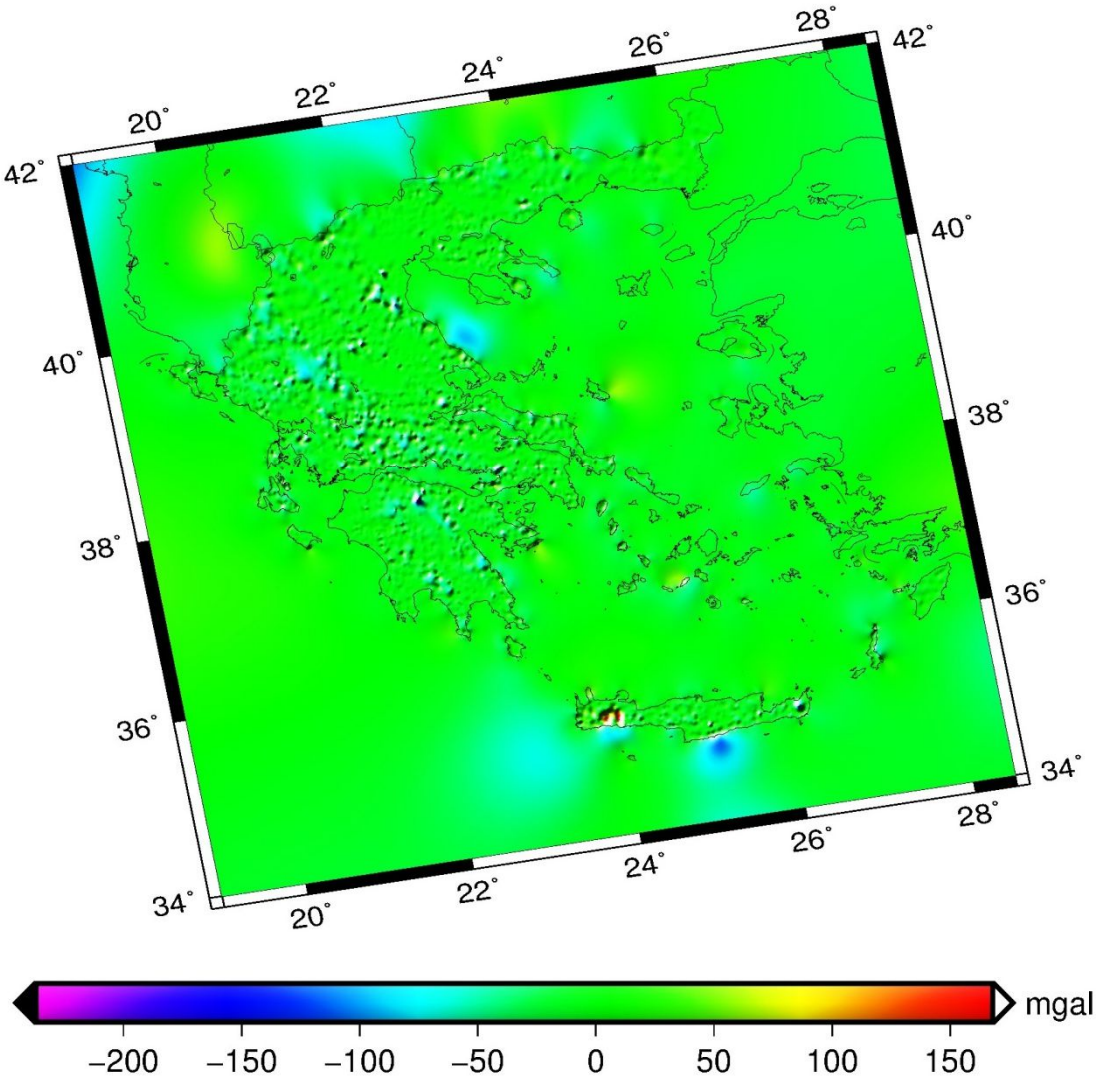
Έχοντας δημιουργήσει με το TCGRID του GRAVSOFT και την GMT τα απαραίτητα DEM, μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων και την εφαρμογή της μεθόδου RTM, η οποία θα μας οδηγήσει στην συνέχεια στον υπολογισμό του σχεδόν γεωειδούς. Παρακάτω παρουσιάζονται οι υπολογιζόμενες τοπογραφικές διορθώσεις, ισοστατικές διορθώσεις και υπολοιπόμενες τοπογραφικές διορθώσεις.



Εικόνα 53: Τοπογραφικές διορθώσεις Δg_T



Εικόνα 54: Ισοστατικές διορθώσεις Δg_I

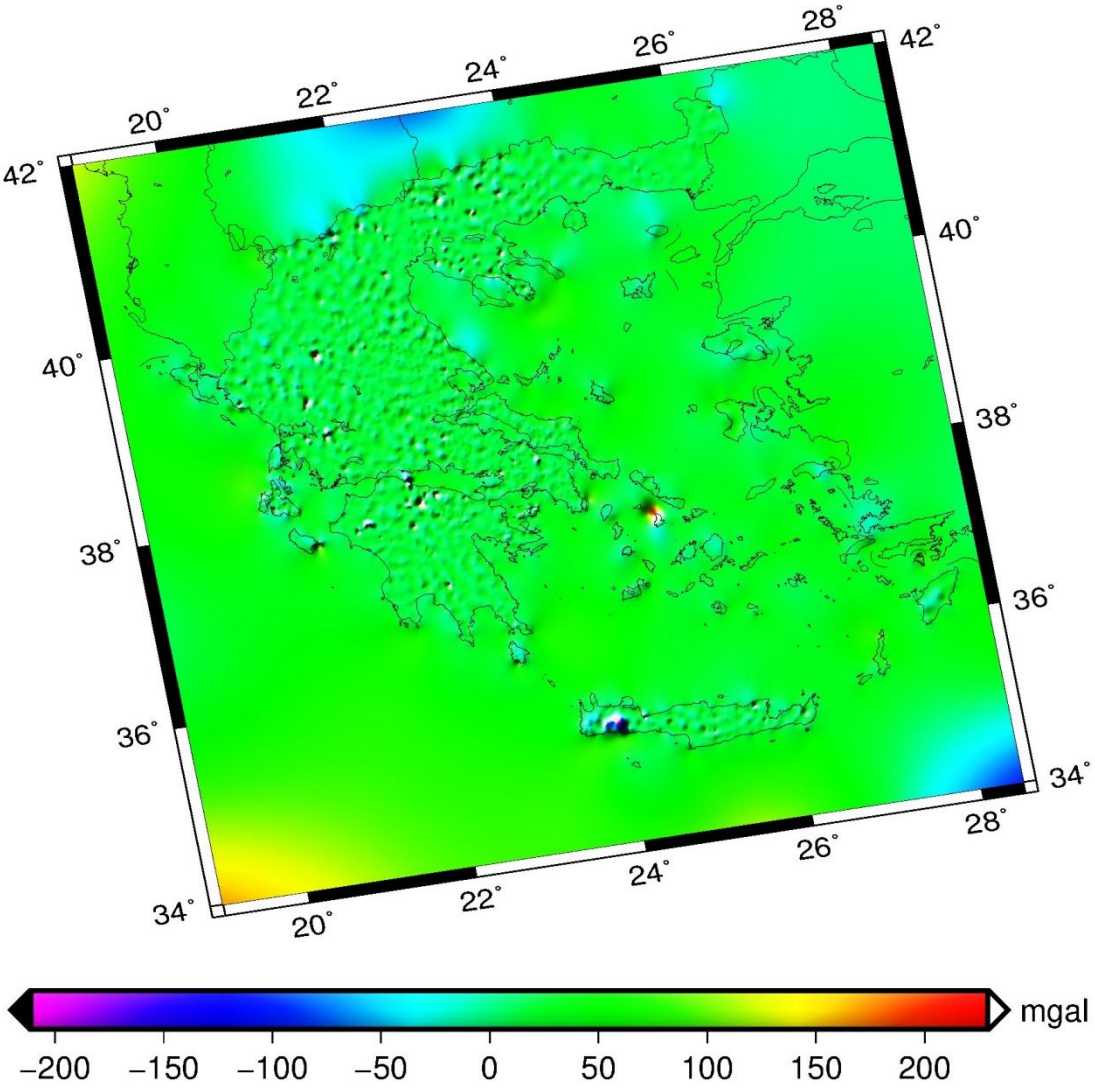


Εικόνα 55: Υπολοιπόμενες τοπογραφικές διορθώσεις Δg_{RTM}

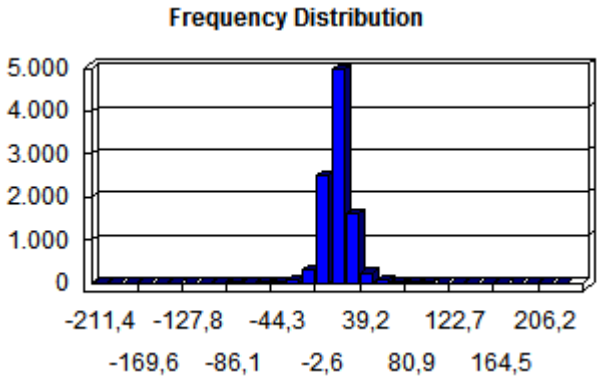
Ακολούθως θα αφαιρεθούν οι υπολοπόμενες τοπογραφικές διορθώσεις, έτσι ώστε να υπολογιστούν οι τελικές μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας από την σχέση $\Delta g_{red} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM}$.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
Δg_{FA}- Δg_{GM}	11.24	21.06	-158.45	222.07
Δg_T	4.25	4.78	0.01	75.99
Δg_I	7.71	29.20	-97.08	221.77
Δg_{RTM}	-5.70	15.57	-237.06	168.32
Δg_{FA}- Δg_{GM}- Δg_{RTM}	16.94	14.65	-211.36	227.47

Πίνακας 6: Στατιστικά αφαίρεσης υπολοιπόμενων τοπογραφικών διορθώσεων



Εικόνα 56: Τελικές μειωμένες ανωμαλίες βαρύτητας Δg_{res}



Εικόνα 57: Ιστόγραμμα $\Delta g_{res} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GM} - \Delta g_{RTM}$

Από τα στατιστικά χαρακτηριστικά της εικόνας 59 βλέπουμε ότι τα δεδομένα μας ομαλοποιήθηκαν ακόμη περισσότερο με την αφαίρεση και της

επίδρασης της τοπογραφίας. Η τυπική απόκλιση των δεδομένων μας ξεκίνησε από μία τιμή 55,80 mgal, μειώθηκε σε 21,06 mgal με την αφαίρεση της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου και τελικώς καταλήξαμε σε μία τυπική απόκλιση της τάξης των 14,65 mgal. Φυσικά αυτή η ομαλοποίηση στα δεδομένα είναι εμφανή τόσο στις απεικονίσεις που παρουσιάζονται στις εικόνες 45, 48 και 60 όσο και στα ιστογράμματα 46, 49 και 61.

Θα πρέπει εδώ να επισημάνουμε ότι με το πέρας των υπολογισμών των τελικών υπολοιπόμενων ανωμαλιών βαρύτητας και ύστερα από έλεγχο βρέθηκαν 25 τιμές οι οποίες δεν συμβαδίζουν με την "γενική τάση" που επικρατεί στον περιβάλλοντα χώρο καθενός από τα 25 σημεία, και κατά συνέπεια απορρίφθηκαν. Όλες οι παραπάνω εικόνες, στατιστικά χαρακτηριστικά και ιστογράμματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αποτελούν το αποτέλεσμα μετά και την αφαίρεση των επιπλέον 25 τιμών ανωμαλιών βαρύτητας.

Όπως εφαρμόσαμε και στην περίπτωση του υπολογισμού της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου, έτσι και εδώ θα ακολουθήσει η ίδια διαδικασία όπου θα αφαιρέσουμε την επίδραση της τοπογραφίας και από τις γνωστές μας τιμές ανωμαλιών ύψους ζ, τα στατιστικά των οποίων παρουσιάζονται παρακάτω.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
$\zeta - \zeta_{GM}$	1,20	0,17	0,60	1,81
ζ_T	0,79	3,70	-5,62	16,55
ζ_I	1,38	0,84	0,07	3,72
ζ_{RTM}	0	0,02	-0,05	0,10
$\zeta - \zeta_{GM} - \zeta_{RTM}$	1,20	0,17	0,63	1,82

Πίνακας 7: Στατιστικά αφαίρεσης επίδρασης τοπογραφίας από ανωμαλίες ύψους $\zeta - \zeta_{GM}$

Ενώ θα εφαρμόσουμε και ακόμη μία φορά ολόκληρη την διαδικασία της λειτουργίας TC, για να αφαιρέσουμε την επίδραση της τοπογραφίας και από τα σημεία ελέγχου που έχουμε κρατήσει (test points).

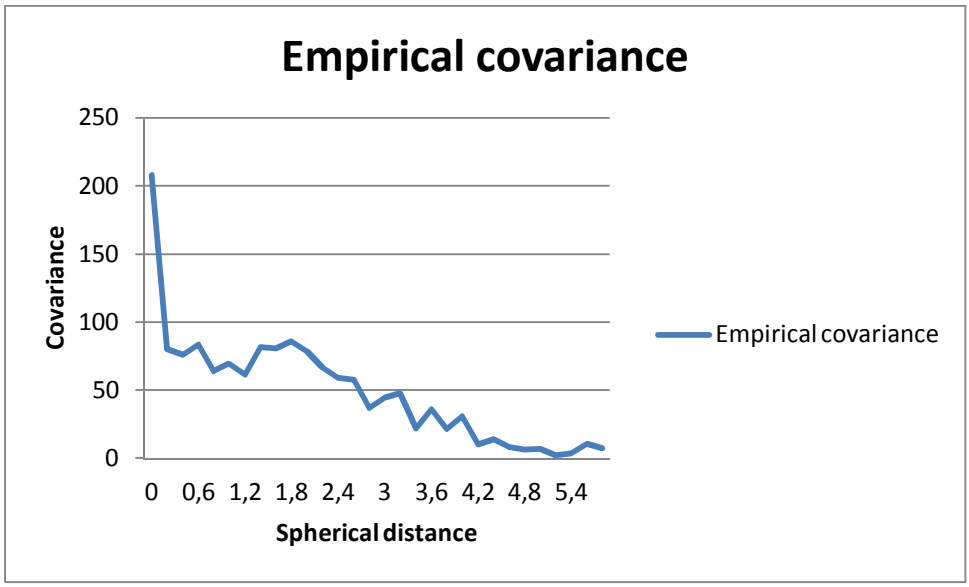
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ (TEST POINTS)				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
$\zeta - \zeta_{GM}$	1,19	0,17	0,62	1,60
ζ_T	0,76	3,37	-5,47	7,91
ζ_I	1,55	1,04	0,12	3,44
ζ_{RTM}	0	0,02	-0,04	0,03
$\zeta - \zeta_{GM} - \zeta_{RTM}$	1,20	0,16	0,62	1,59

Πίνακας 8: Στατιστικά αφαίρεσης επίδρασης τοπογραφίας από ανωμαλίες ύψους $\zeta - \zeta_{GM}$ των test points

Και εδώ βλέπουμε να ομαλοποιούνται τα δεδομένα ανωμαλιών ύψους ακόμη λίγο, με την τυπική απόκλιση της διαφοράς να καταλήγει σε 0,16 mgal.

3.3.5 Υπολογισμός εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας με την λειτουργία EMPCOV

Έχοντας υπολογίσει τις τελικές υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας, μπορούμε να προχωρήσουμε στον υπολογισμό της εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας με την λειτουργία EMPCOV.



Εικόνα 58: Υπολογισμός εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας

3.3.6 Προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας με την λειτουργία COVFIT

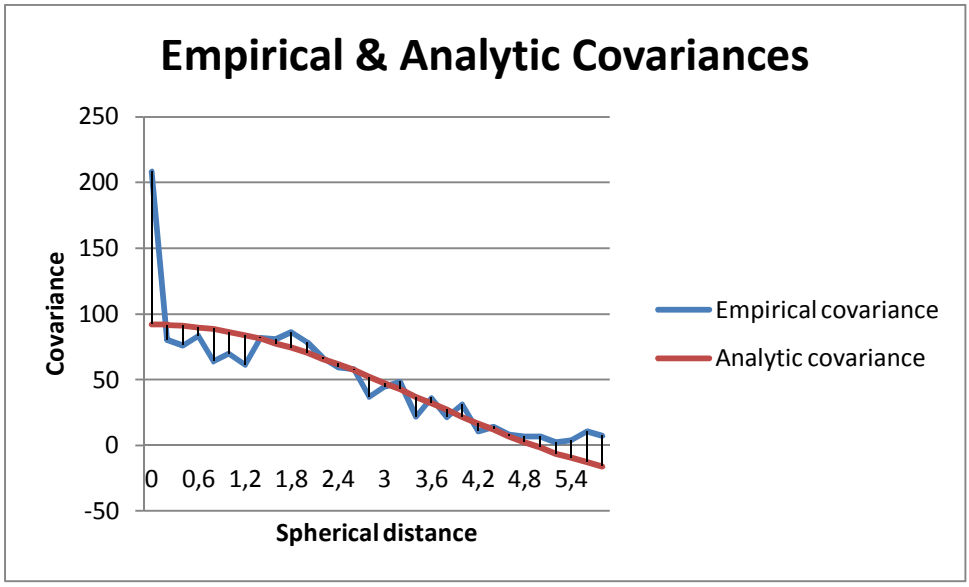
Μετά τον υπολογισμό της εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας, θα χρησιμοποιήσουμε την εφαρμογή COVFIT, όπου μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας γίνεται προσαρμογή του μοντέλου των συντελεστών μεταβλητότητας (Tscherning and Rapp), ώστε οι συναρτήσεις συμμεταβλητότητας που προκύπτουν να προσεγγίζουν με βέλτιστο τρόπο τις εμπειρικές συναρτήσεις. Από την εκτέλεση του COVFIT συγκρατούμε:

a. Την τελική τιμή του συντελεστή κλίμακας AA

b. Την τελική τιμή για το βάθος της σφαίρας Bjerhammar

c. Την τελική τιμή για την μεταβλητότητα των τιμών βαρύτητας VARG

τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε ως παραμέτρους εισόδου κατά την εκτέλεση, αμέσως μετά, της εφαρμογής GEOCOL.



Εικόνα 59: Οι εμπειρικές τιμές και η αναλυτική μορφή της συνάρτησης συμμεταβλητότητας

3.3.7 Πρόγνωση ανωμαλιών ύψους ζ_{red} από υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας με τη λειτουργία GEOCOL

Χρησιμοποιώντας τώρα τις 9793 υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας καθώς και τις παραμέτρους που υπολογίστηκαν από το COVFIT, μπορούμε μέσω της εφαρμογής GEOCOL να κάνουμε την αρχική πρόγνωση ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τις 797 γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους που διαθέτουμε.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	stdev	min	max
OBSERVATIONS	1.198455	0.167790	0.631300	1.817800
PREDICTIONS	0.981372	0.561142	-1.617500	1.804186
DIFFERENCE	0.217083	0.522872	-0.866397	2.711600
ERROR ESTIMATES	0.014237	0.006926	0.005752	0.041233

Πίνακας 9: Στατιστικά χαρακτηριστικά αρχικής πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red}

Από τα παραπάνω στατιστικά έχουμε μία αρχική μέση διαφορά περίπου στα 22cm. Τώρα θα ξαναεπαναλάβουμε την διαδικασία με το GEOCOL, αλλά αυτή την φορά θα λάβουμε υπόψη ως δεδομένα εισόδου εκτός από τις υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας και τις 797 γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους, ζητώντας να προβλεφθούν ανωμαλίες ύψους ζ_{red} για τις ίδιες τις 797 γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους που διαθέτουμε.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	stdev	min	max
OBSERVATIONS	1.198455	0.167790	0.631300	1.817800
PREDICTIONS	1.198455	0.138474	0.577985	1.545724
DIFFERENCE	0	0.108864	-0.460173	0.462391
ERROR ESTIMATES	0.007582	0.000836	0.006564	0.010911

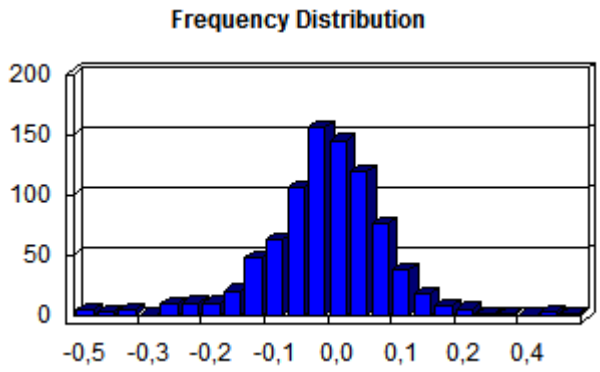
Πίνακας 10: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} από γνωστές υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας και γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red}

Συνδυάζοντας τις 9793 υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας και τις 797 ανωμαλίες ύψους ζ_{red}, βλέπουμε ότι προβλέπουμε τις ήδη γνωστές ανωμαλίες ύψους ζ_{red} με ένα σφάλμα περίπου 11cm. Θα ξαναεπαναλάβουμε για τελευταία φορά την λειτουργία του GEOCOL με σκοπό τώρα να ζητήσουμε να προβλέψουμε μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} για τα 45 test points που κρατήσαμε και δεν χρησιμοποιήθηκαν σε κανένα υπολογισμό μέχρι τώρα.

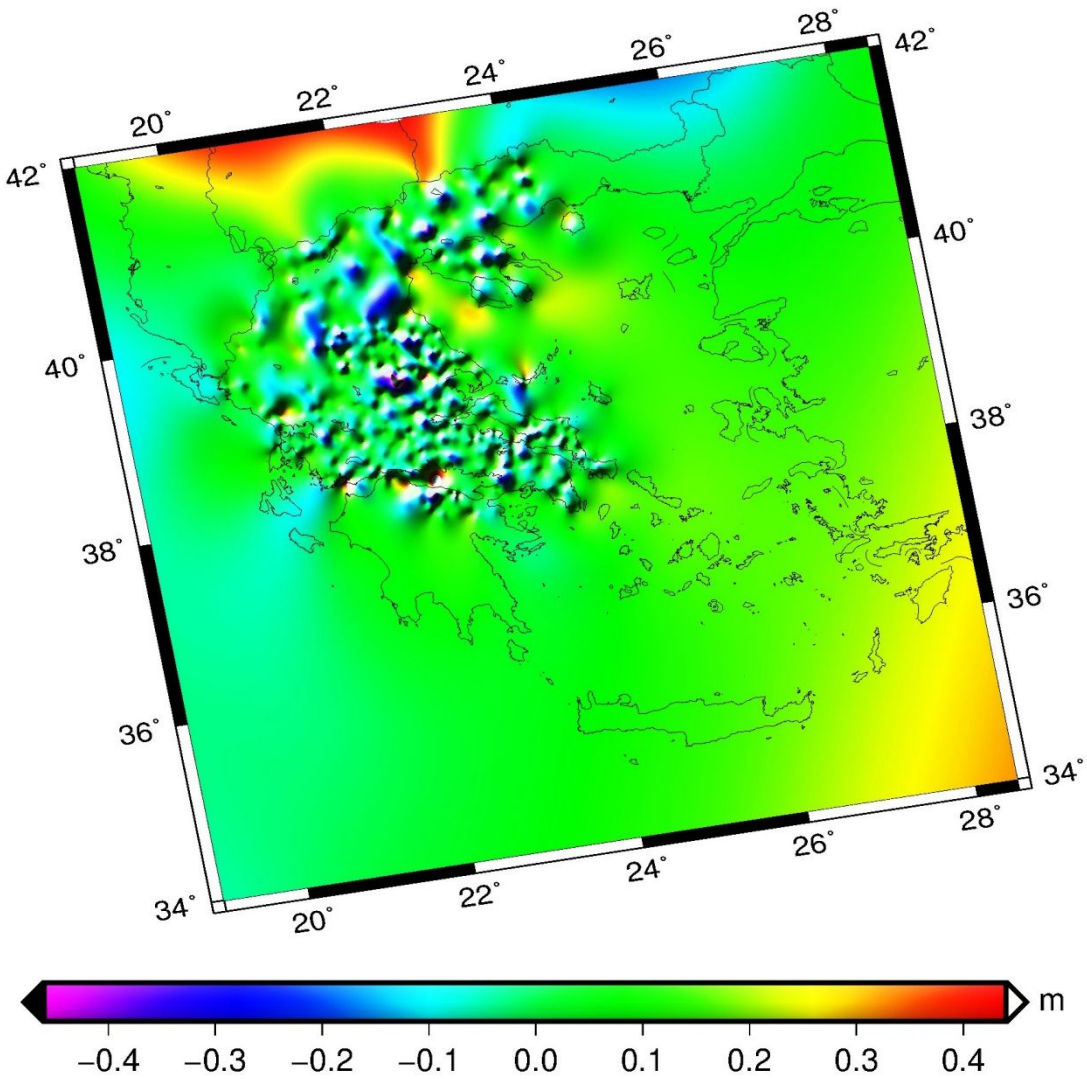
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	stdev	min	max
OBSERVATIONS	1.195333	0.163027	0.623100	1.587400
PREDICTIONS	1.160575	0.121945	0.939252	1.397889
DIFFERENCE	0.034758	0.129195	-0.466088	0.277715
ERROR ESTIMATES	0.008545	0.001937	0.006605	0.018417

Πίνακας 11: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα 45 test points

Από τον πίνακα 11 βλέπουμε ότι η διαφορά μεταξύ της πρόβλεψης και των πραγματικών ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα 45 σημεία ελέγχου, παρουσιάζει ένα τυπικό σφάλμα περίπου 13cm. Στο παρακάτω ιστόγραμμα και στην εικόνα 61 βλέπουμε συνολικά την κατανομή των διαφορών από τις 797 γνωστές ανωμαλίες ύψους ζ_{red} καθώς και τις αντίστοιχες των 45 test points.



Εικόνα 60: Ιστόγραμμα διαφορών μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων



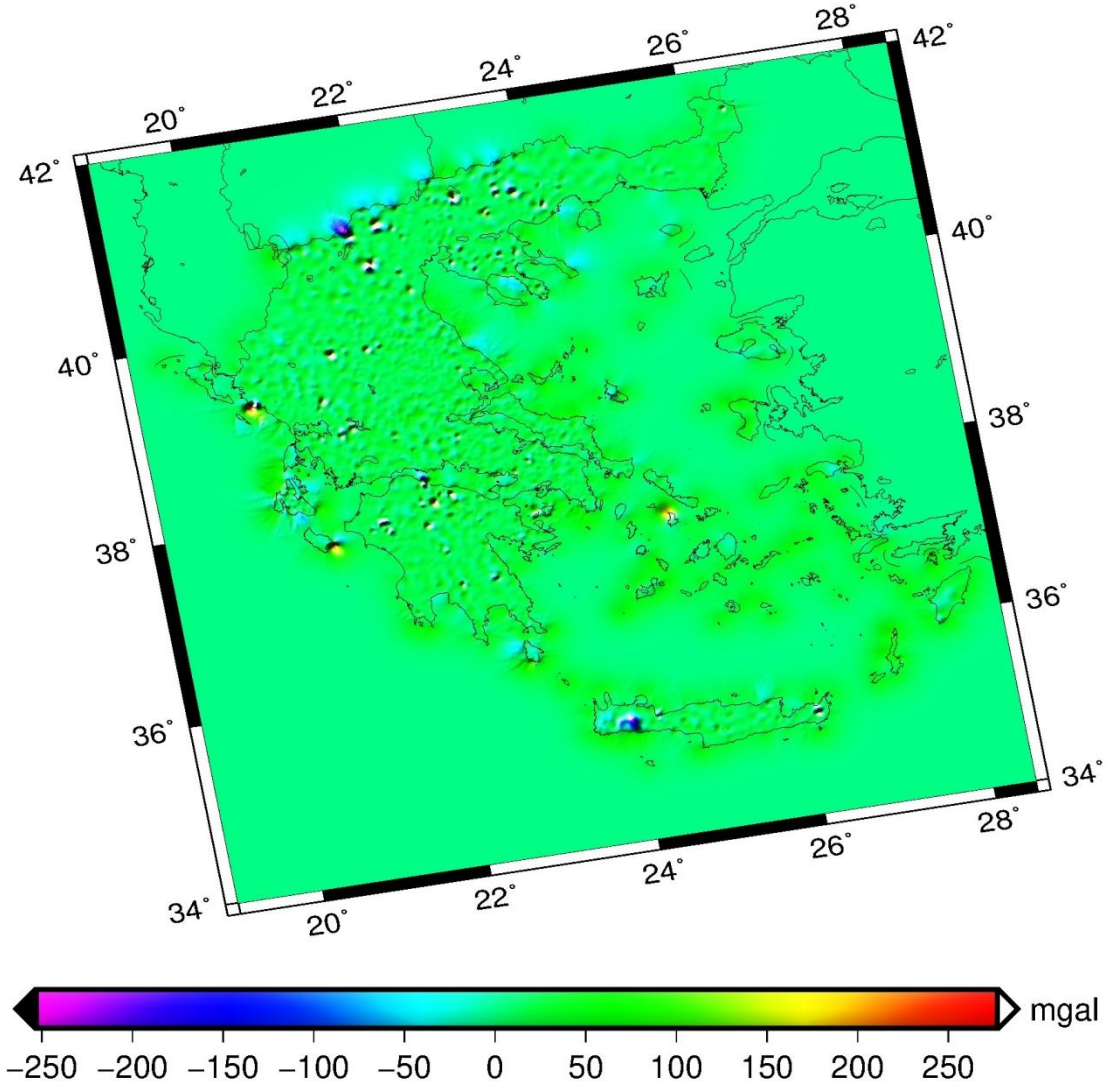
Εικόνα 61: Διαφορές μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων

Από τις υπολογισμένες 842 διαφορές, οι 600 (71,26%) από αυτές παρουσιάζουν διαφορές μικρότερες από 10cm, 184 (21.85%) έχουν διαφορά μεταξύ 10 – 20cm και τέλος 58 (6,89%) εμφανίζουν διαφορές μεγαλύτερες από 20cm.

3.3.8 Προετοιμασία δεδομένων για τη λειτουργία SPFOUR

Εκτός από την εφαρμογή της μεθόδου LSC για τον υπολογισμό μειωμένων ανωμαλιών ύψους, θα εφαρμόσουμε και μία ακόμη μέθοδο χρησιμοποιώντας και τους μετασχηματισμούς Fourier (FFT) μέσω της λειτουργίας SPFOUR. Για να γίνει αυτό πρωταρχικά θα πρέπει τα δεδομένα εισόδου (υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας) να λάβουν μορφή grid,

προκειμένου να είναι εφικτή στην συνέχεια η είσοδο τους στο SPFOUR. Την μορφοποίηση των δεδομένων σε κάνναβο την επιτυγχάνουμε με τη λειτουργία GEOGRID.

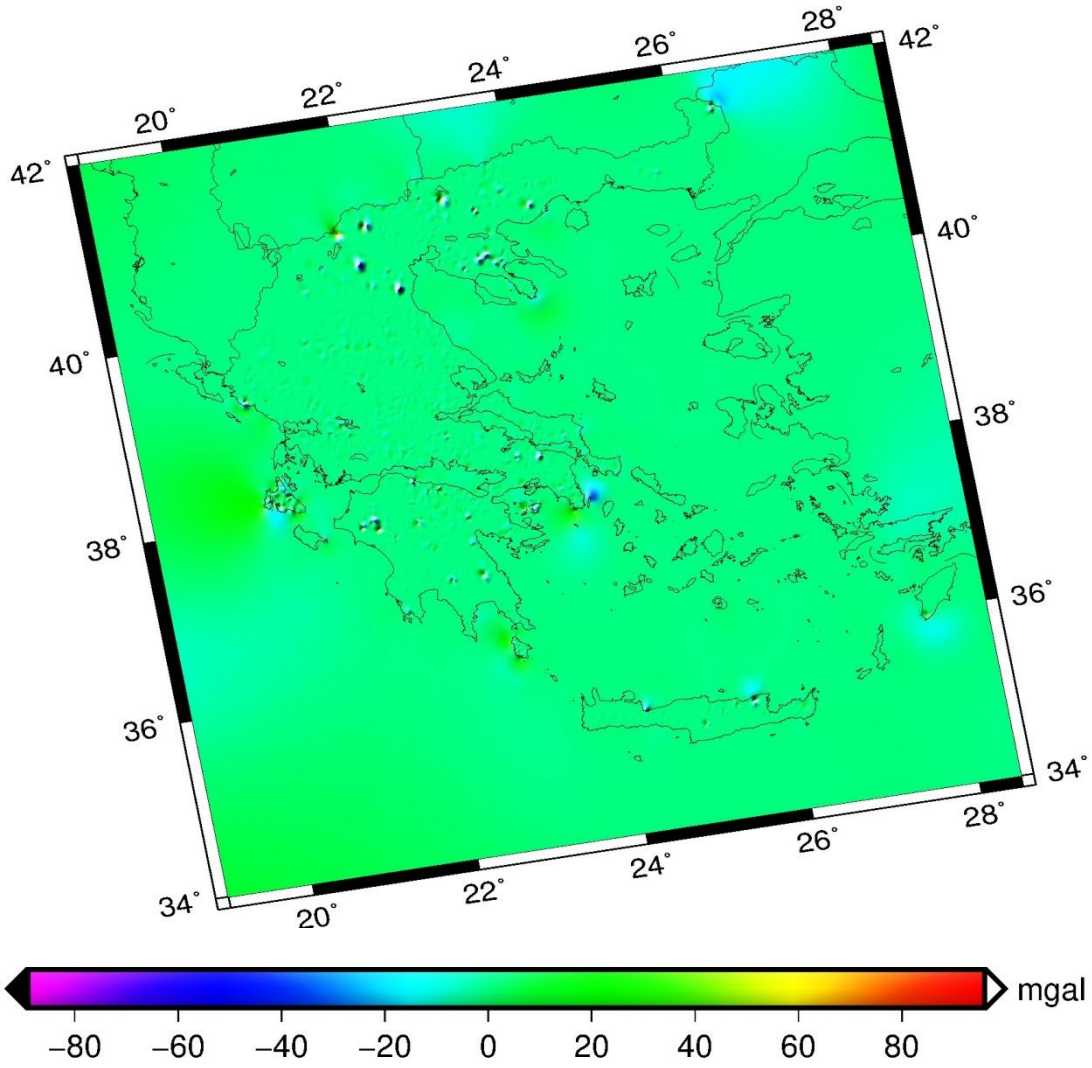


Εικόνα 62: Το παραγόμενο grid των υπολοιπόμενων ανωμαλιών βαρύτητας με το GEOGRID

Στην συνέχεια με την λειτουργία GEOIP θα ελέγξουμε την ποιότητα του παραγόμενου grid, ζητώντας από αυτό να προβλέψει τις τιμές από τις οποίες προήλθε. Τα στατιστικά της σύγκρισης παρουσιάζονται στον πίνακα 12 και οι διαφορές απεικονίζονται στην εικόνα 63.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
POINT DATA	16.942	14.654	-211.363	227.472
GRID DATA	16.970	13.828	-209.445	222.128
DIFFERENCE	-0.027	3.753	-89.450	95.090

Πίνακας 12: Στατιστικά σύγκρισης του grid με τα πρωτογενή δεδομένα, μέσω του GEOIP

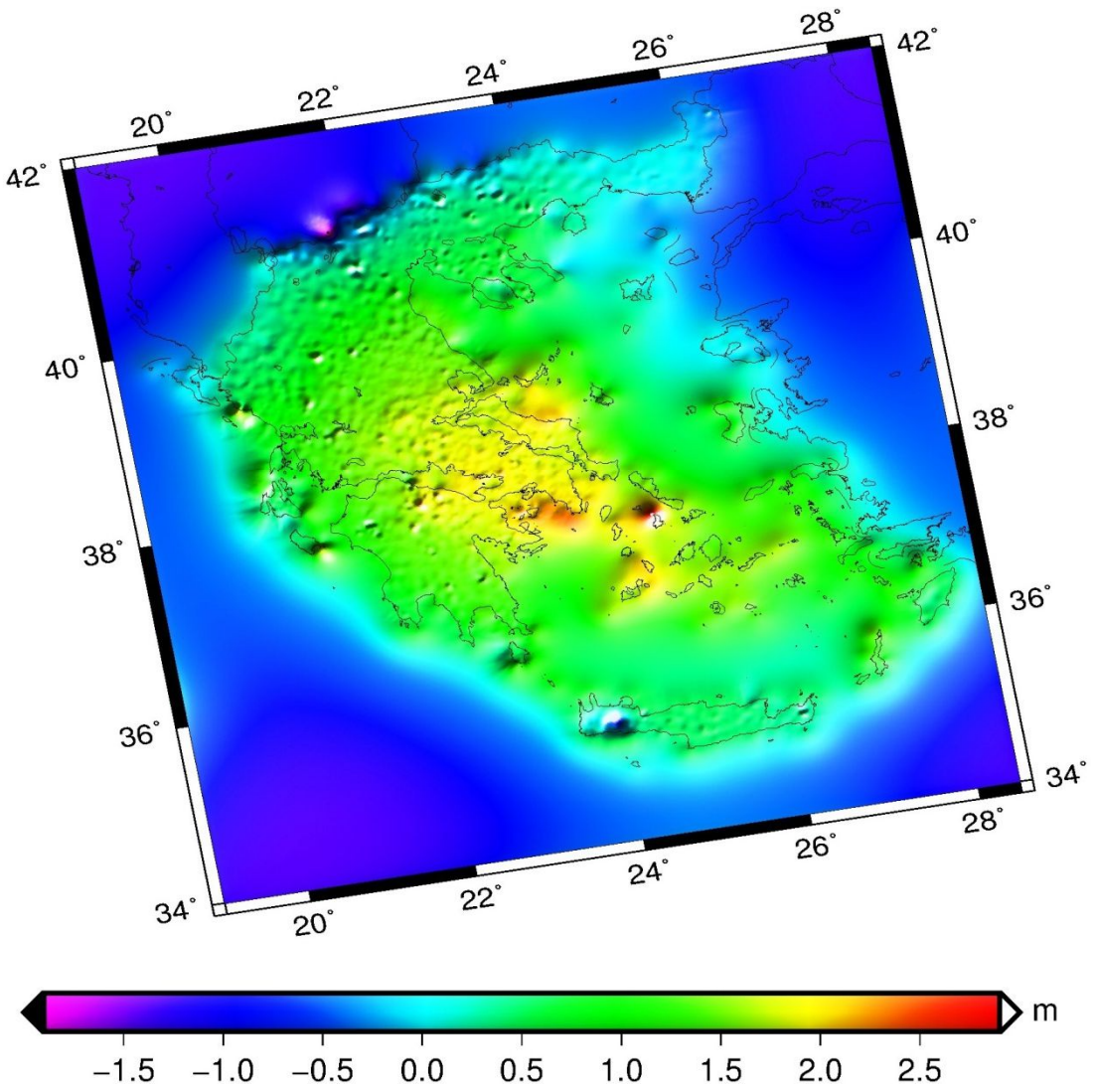


Εικόνα 63: Διαφορές μεταξύ grid και πρωτογενών δεδομένων μέσω του GEOIP

3.3.9 Υπολογισμός μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} με τη λειτουργία SPFOUR

Τώρα που μετατρέψαμε τις υπολοιπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας σε μορφή grid μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε ως αρχείο εισόδου στη λειτουργία SPFOUR, προκειμένου να υπολογίσουμε μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} σε μορφή grid.

Στην συνέχεια με την λειτουργία GEOIP θα εξάγουμε από το grid με τις ανωμαλίες ύψους ζ_{red} που δημιουργήσαμε με το SPFOUR, τις τιμές για τις ήδη γνωστές 797 μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} που έχουμε στην διάθεση μας και θα συγκρίνουμε τις διαφορές.



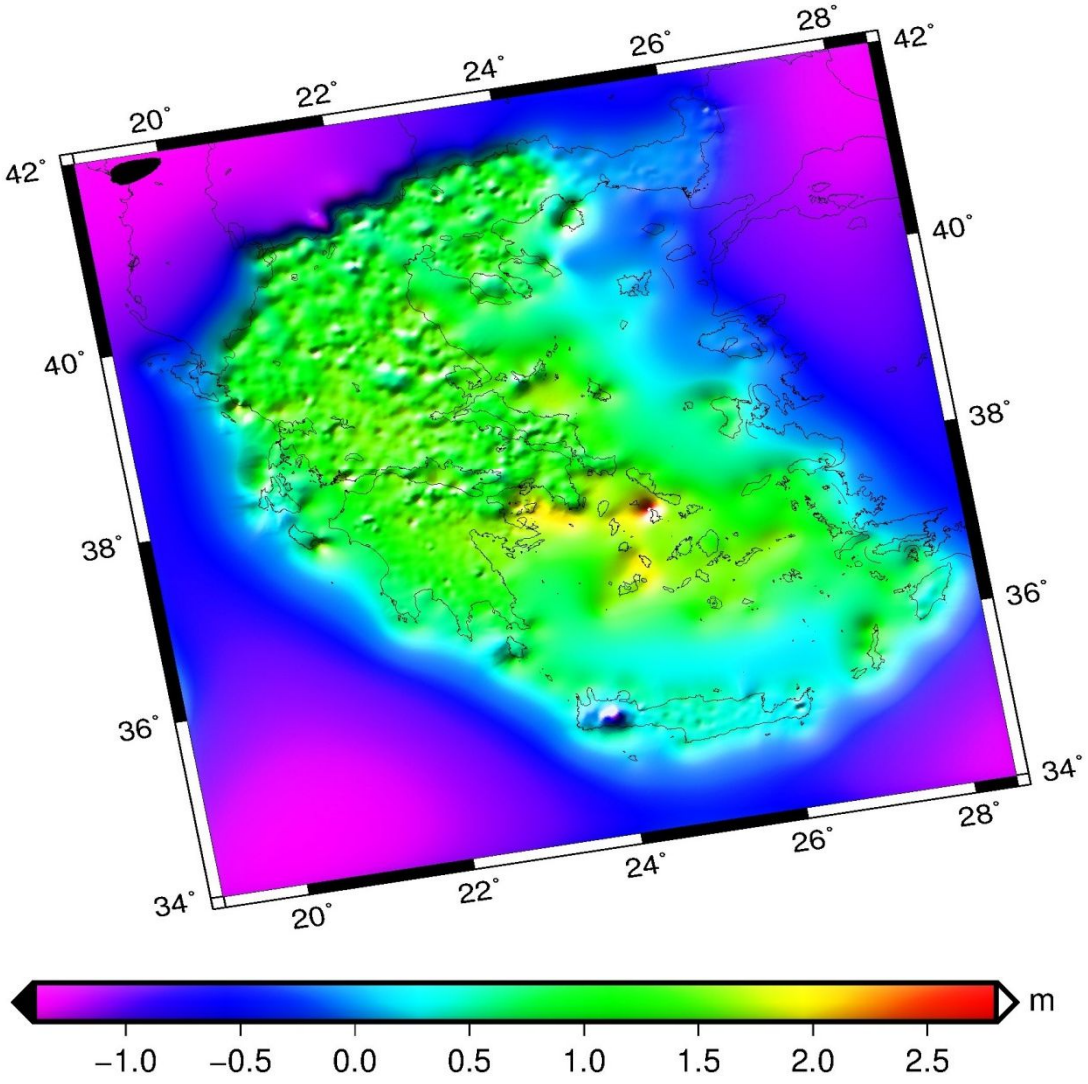
Εικόνα 64: Οι υπολογισμένες μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζred με τη λειτουργία SPFOUR

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	stdev	min	max
POINT DATA	1,198	0,168	0,631	1,818
GRID DATA	1,293	0,586	-0,857	2,120
DIFFERENCE	-0,094	0,557	-1,276	1,503

Πίνακας 13: Στατιστικά των διαφορών μεταξύ των μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} του SPFOUR και των 797 γνωστών μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red}

3.3.10 Προσαρμογή της επιφάνειας των μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred του SPFOUR με τη λειτουργία FITGEOID και έλεγχος

Όπως πραγματοποιήσαμε και κατά την εκτέλεση της μεθόδου LSC, έτσι και εδώ θα προσαρμόσουμε την υπολογισμένη επιφάνεια των μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} που δημιουργήθηκε με το SPFOUR στις ήδη γνωστές 797 μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} που έχουμε στην διάθεση μας. Αυτό θα επιτευχθεί με την εφαρμογή FITGEOID, ενώ στην συνέχεια μετά την προσαρμογή θα ζητήσουμε πάλι με την λειτουργία GEOIP να προβλεφθούν οι τιμές για τις 797 γνωστές μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red}, προκειμένου να ελεγχθούν τα αποτελέσματα της προσαρμογής.



Εικόνα 65: Η προσαρμοσμένη επιφάνεια μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} μετά την εφαρμογή του FITGEOID

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
POINT DATA	1,198	0,168	0,631	1,818
GRID DATA	1,198	0,165	0,619	1,773
DIFFERENCE	0,001	0,010	-0,080	0,089

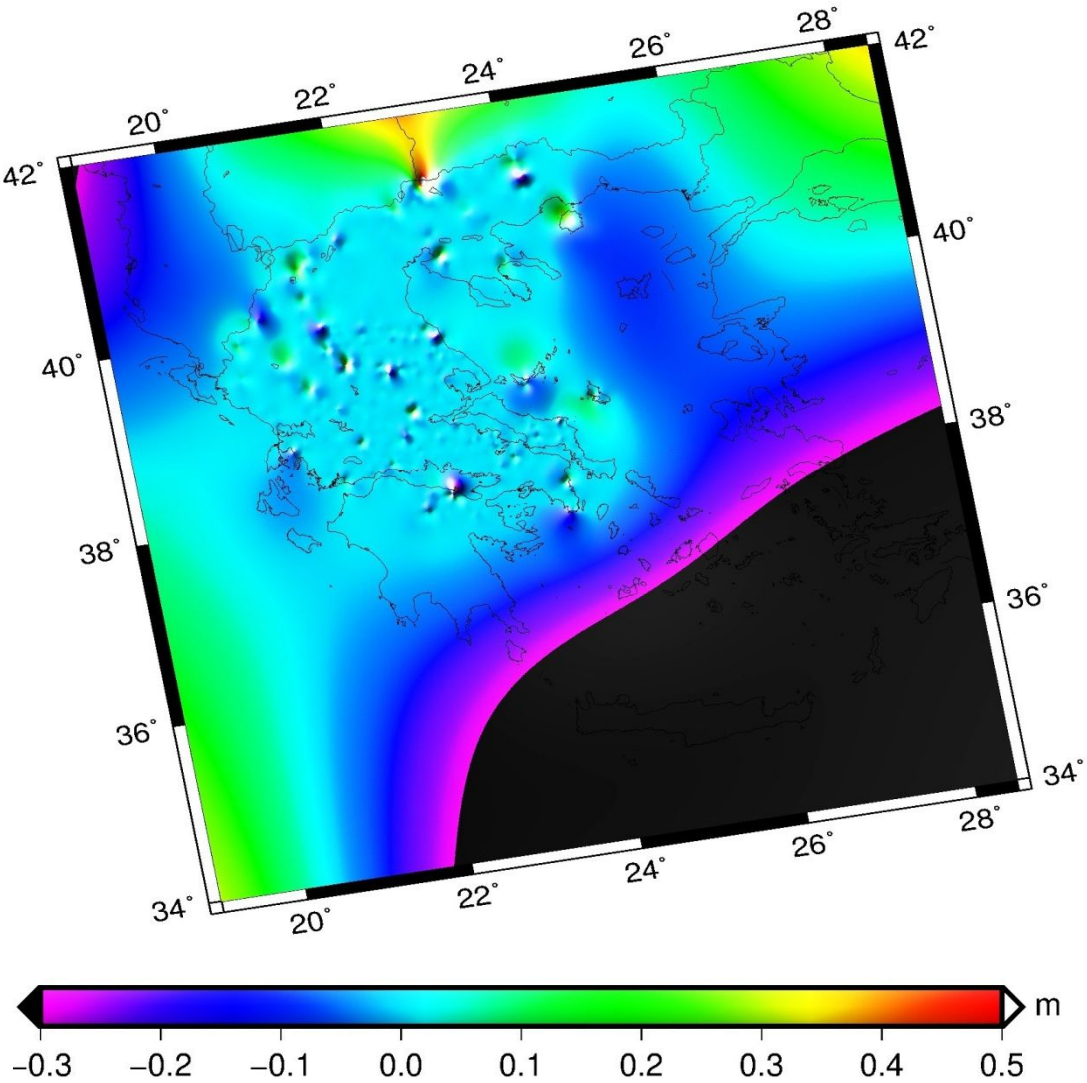
Πίνακας 14: Στατιστικά των διαφορών μεταξύ της προσαρμοσμένης επιφάνειας και των πραγματικών 797 ανωμαλιών ύψους ζred που έχουμε στην διάθεση μας

Από τα παραπάνω στατιστικά παρατηρούμε ότι έχουμε πετύχει μια καλή προσαρμογή της επιφάνειας με ένα τυπικό σφάλμα της τάξης των 0,010m. Για τον καλύτερο έλεγχο όμως θα χρησιμοποιήσουμε την προσαρμοσμένη επιφάνεια ζητώντας, πάλι με το GEOIP, να προβλεφθούν οι μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} για τα 45 test points που δεν έχουμε χρησιμοποιήσει σε κανένα υπολογισμό μέχρι στιγμής.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ				
	mean	**stdev**	**min**	**max**
POINT DATA	1,195	0,163	0,623	1,587
GRID DATA	1,175	0,167	0,726	1,509
DIFFERENCE	0,021	0,150	-0,301	0,523

Πίνακας 15: Στατιστικά πρόγνωσης ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα 45 test points

Από τα παραπάνω στατιστικά των διαφορών μεταξύ της προσαρμοσμένης επιφάνειας και των 45 test points, βλέπουμε ότι η εκτίμηση των τελευταίων έγινε με ένα τυπικό σφάλμα 15cm.



Εικόνα 66: Διαφορές μεταξύ των γνωστών 842 μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζred και των αντίστοιχων προβλέψεων

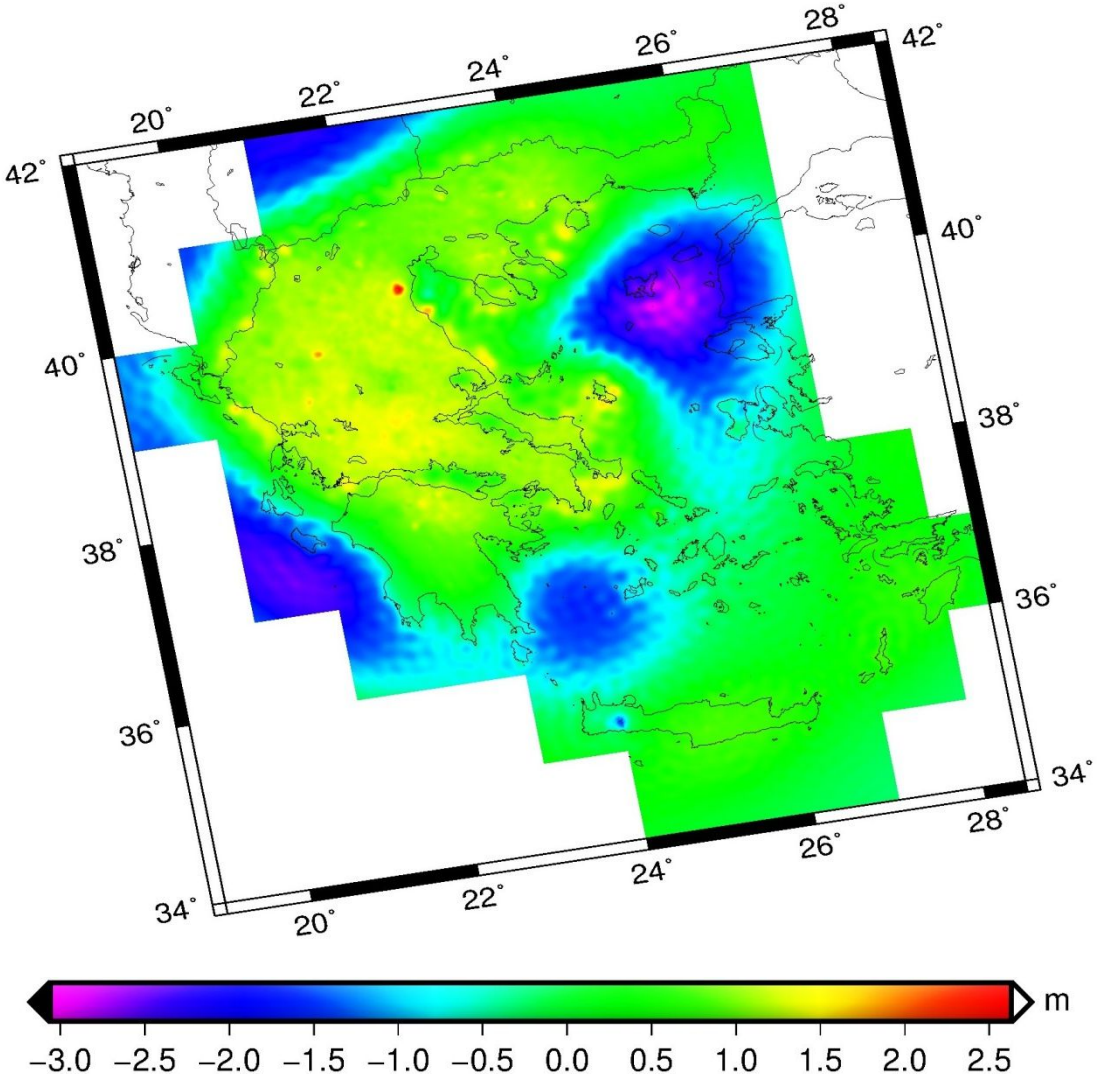
Έχοντας ολοκληρώσει τον υπολογισμό των υπολοιπόμενων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για τα σημεία που διαθέτουμε, τόσο χρησιμοποιώντας την Least Square Collocation όσο και την εφαρμογή του ολοκληρώματος Stokes σε συνδυασμό με τους μετασχηματισμούς Fourier, μπορούμε να συμπεράνουμε, συγκρίνοντας τις εικόνες 61 και 66 καθώς και τα αποτελέσματα στους πίνακες 11 και 15, ότι πετυχαίνουμε καλύτερες ακρίβειες στην πρόγνωση μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ με την LSC.

3.3.11 Υπολογισμός μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο, με την λειτουργία GEOCOL

Χρησιμοποιώντας την LSC και κατ' επέκταση την εφαρμογή GEOCOL, θα ζητήσουμε να γίνει πρόγνωση μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} για ολόκληρο των Ελλαδικό χώρο. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να προετοιμάσουμε ένα πλέγμα (grid) σημείων που να καλύπτουν την έκταση της χώρας. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η χρήση του GEOCOL μπορεί να αποβεί αρκετά χρονοβόρα. Αυτό φυσικά εξαρτάται άμεσα από το βήμα του κανάβου που θα επιλέξουμε, το οποίο θα είναι και το βήμα κανάβου για τον υπολογισμό του τελικού γεωειδούς. Για την εκπόνηση της διπλωματικής, ύστερα από δοκιμές, επιλέχθηκε βήμα 0,01 (δηλαδή 36''). Βέβαια όπως είδαμε και κατά την εκτέλεση της εφαρμογής TC δεν είναι δυνατόν, για λόγους μνήμης, να "φορτωθεί" σε μία και μόνο ενέργεια ολόκληρο το DEM για όλη την Ελλάδα. Όπως πραγματοποιήσαμε λοιπόν και κατά τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων, όπου υποχρεωθήκαμε σε τεμαχισμό του ενιαίου DEM σε μικρότερα και σε επιμέρους υπολογισμούς για καθένα από αυτά, έτσι και για το GEOCOL δεν είναι δυνατόν να φορτωθεί ένα ενιαίο πλέγμα σημείων για όλη την Ελλάδα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, προκειμένου να καλυφθεί η έκταση όλης της χώρας, να δημιουργηθούν, χρησιμοποιώντας την GMT, 52 πλέγματα μεγέθους 1° x 1°, όπου με βήμα κανάβου 0,01 καθένα περιλαμβάνει περίπου 10.200 σημεία, δηλαδή το σύνολο της χώρας θα αντιπροσωπεύεται από περίπου 550.000. Ενδεικτικό της έκτασης που μπορεί να λάβει ο χρόνος καθυστέρησης του GEOCOL είναι και οι παρακάτω χρόνοι από τέσσερις υπολογιστές διαφορετικών δυνατοτήτων, που χρησιμοποιήθηκαν ταυτόχρονα για τον υπολογισμό του συνόλου των 550.000 σημείων (οι χρόνοι αφορούν τον ταυτόχρονο υπολογισμό ενός μόνο πλέγματος 1° x 1°, δηλαδή για περίπου 10.200 σημεία).

- INTEL CORE i5 – 4460 CPU 3.20 GHz, RAM 8GB = 1.30h
- INTEL CORE i5 – 4200 CPU 2.30 GHz, RAM 6GB = 2h
- INTEL CORE 2 DUO CPU P7350 2 GHz, RAM 3GB = 4.30h
- PENTIUM DUAL CORE CPU T4300 2.10 GHz, RAM 4GB = 6h

Μετά την ολοκλήρωση όλων των υπολογισμών, για καθένα από τα 52 πλέγματα, έγινε σύνθεση των αποτελεσμάτων σε ένα ενιαίο χάρτη μέσω της GMT.

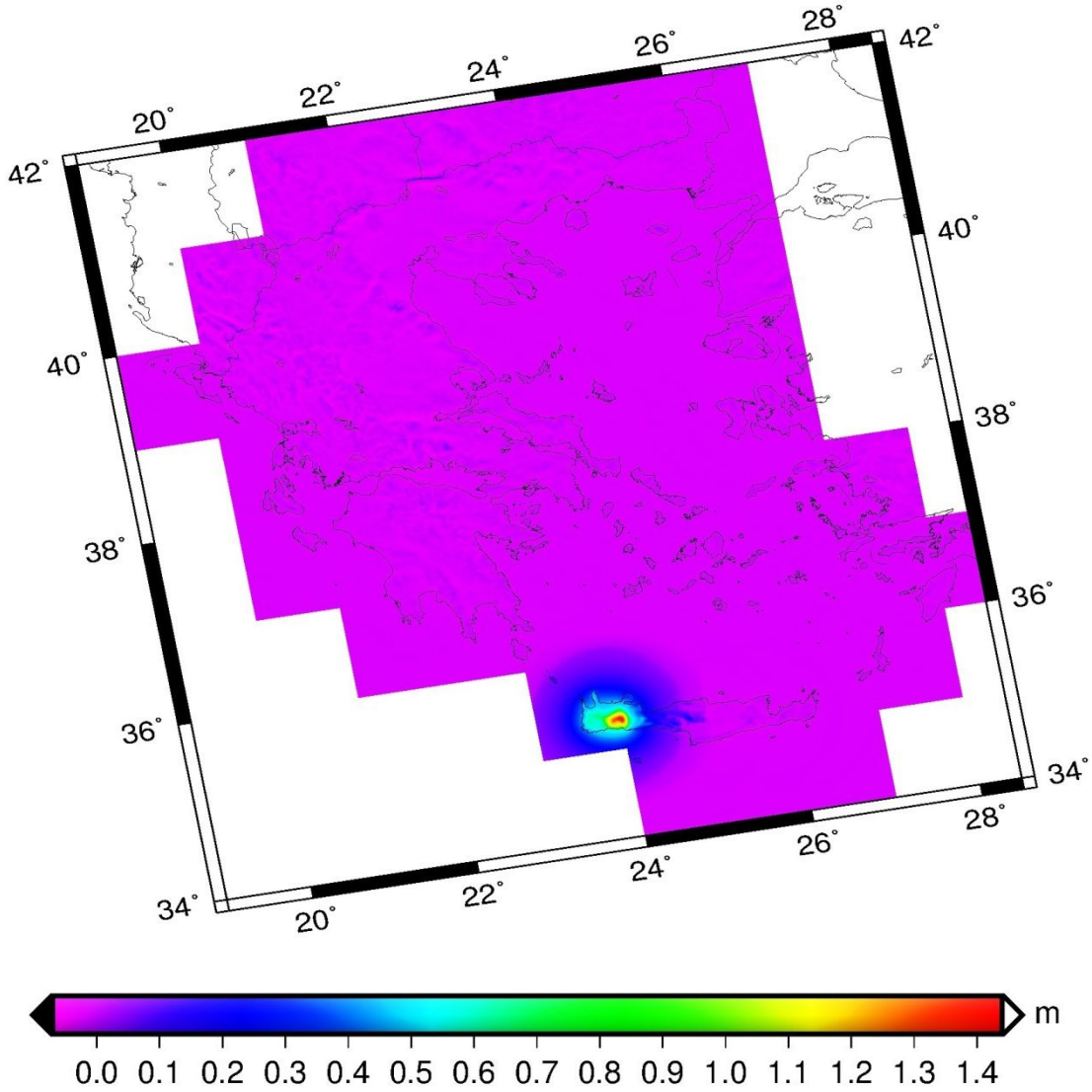


Εικόνα 67: Μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red} για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο με την λειτουργία GEOCOL

3.3.12 Υπολογισμός και επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

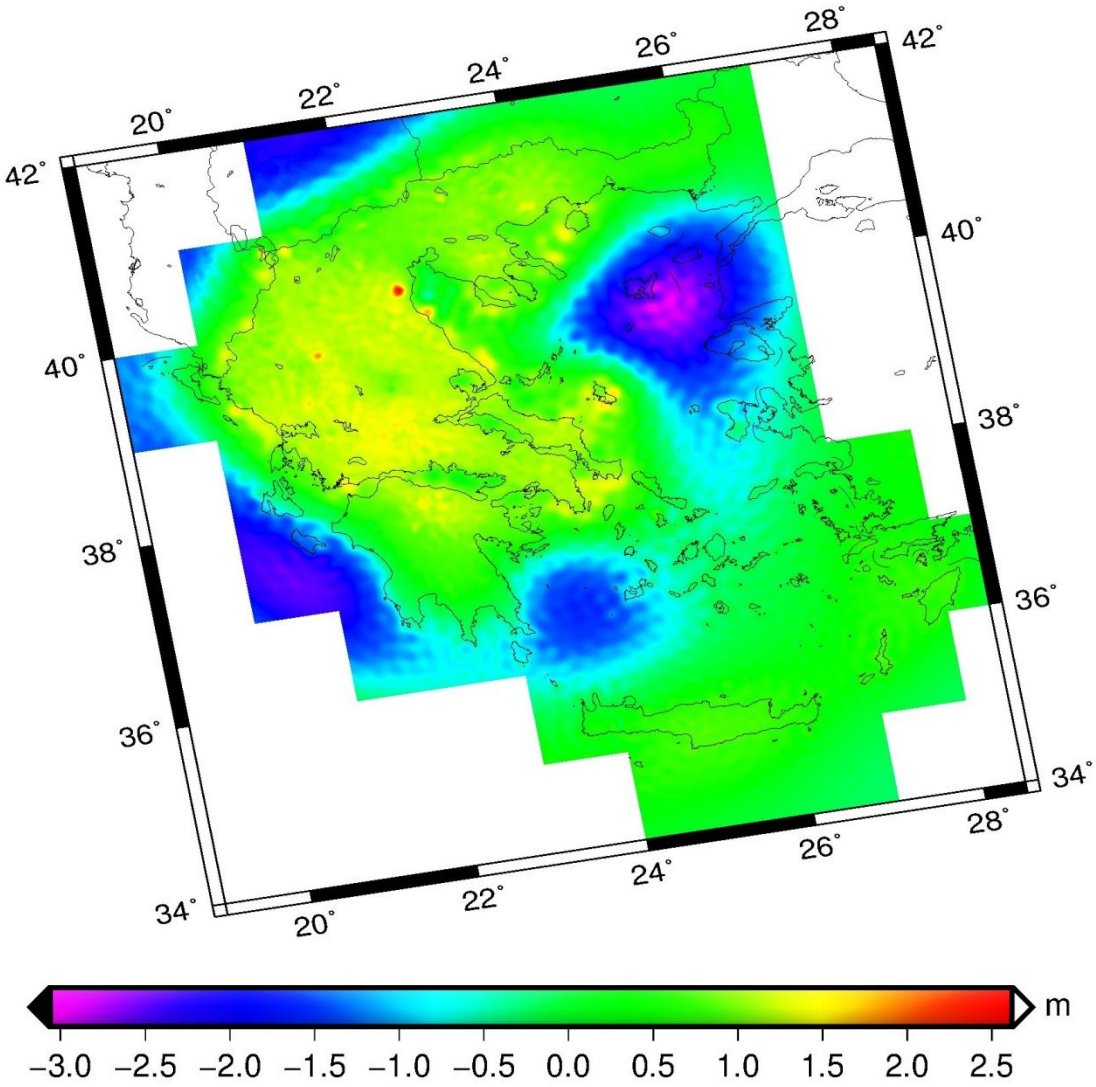
Βρισκόμενοι στην φάση RESTORE της διαδικασίας RCR, θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο TC προκειμένου να υπολογίσουμε την επίδραση της τοπογραφίας για καθένα από τα 52 πλέγματα. Για την υλοποίηση τους θα χρησιμοποιηθούν τα 52 μικρά DEM, μεταβλητής διακριτικής ικανότητας, που είχαν δημιουργηθεί κατά την φάση REMOVE της διαδικασίας RCR με σκοπό να γίνει ο υπολογισμός της υπολοιπόμενης

τοπογραφίας για εσωτερική ακτίνα 10km (DEM 2’’) και εξωτερική ακτίνα 99km (DEM 20’’).



Εικόνα 68: Υπολογισμός επίδρασης τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

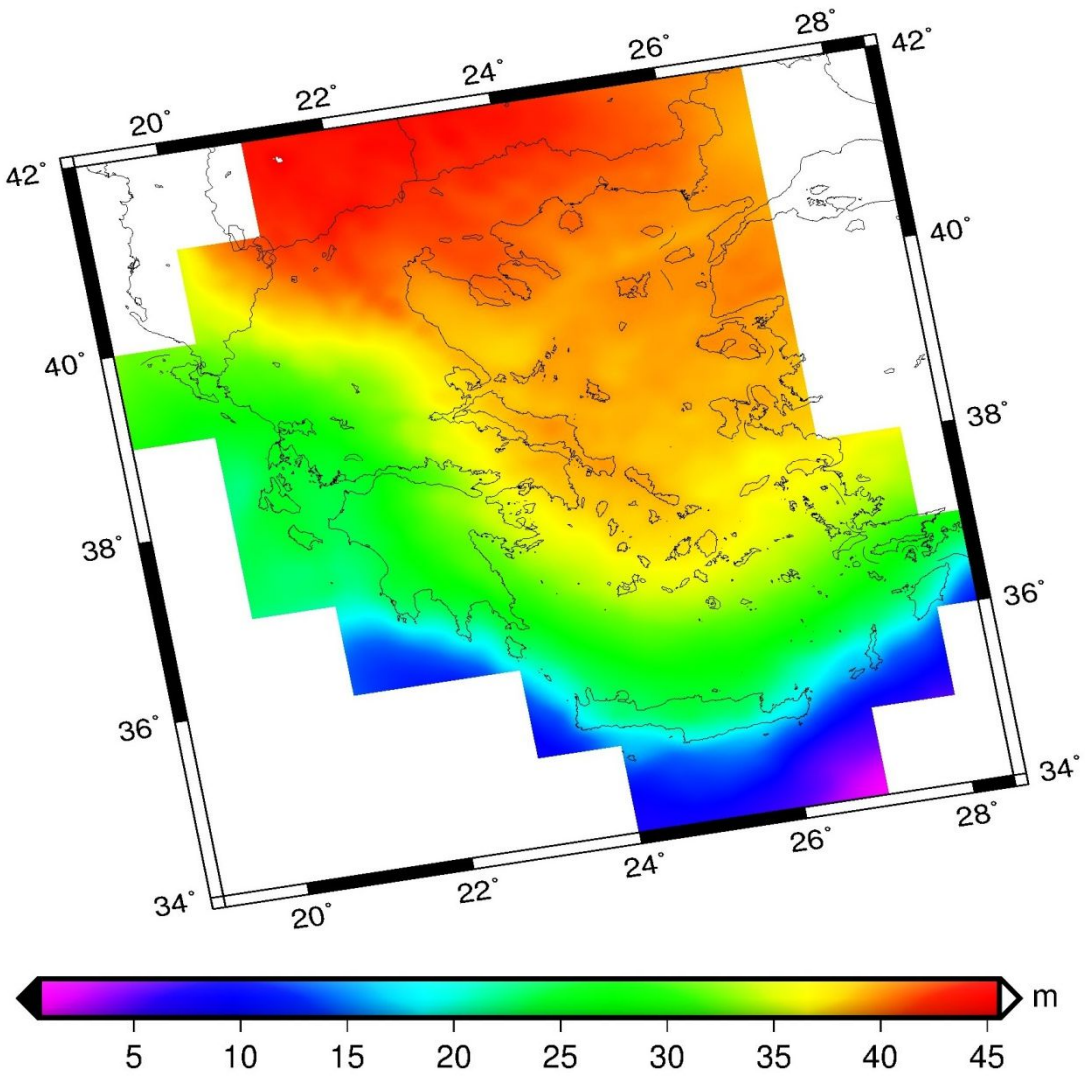
Στην συνέχεια με το εργαλείο FCOMP θα επαναφέρουμε την επίδραση της τοπογραφίας, δηλαδή θα προσθέσουμε την επίδραση της τοπογραφίας στις μειωμένες ανωμαλίες ύψους ζ_{red}, υπολογίζοντας τις $\zeta = \zeta_{red} + \zeta_{GM}$.



Εικόνα 69: Επαναφορά της επίδρασης της τοπογραφίας για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

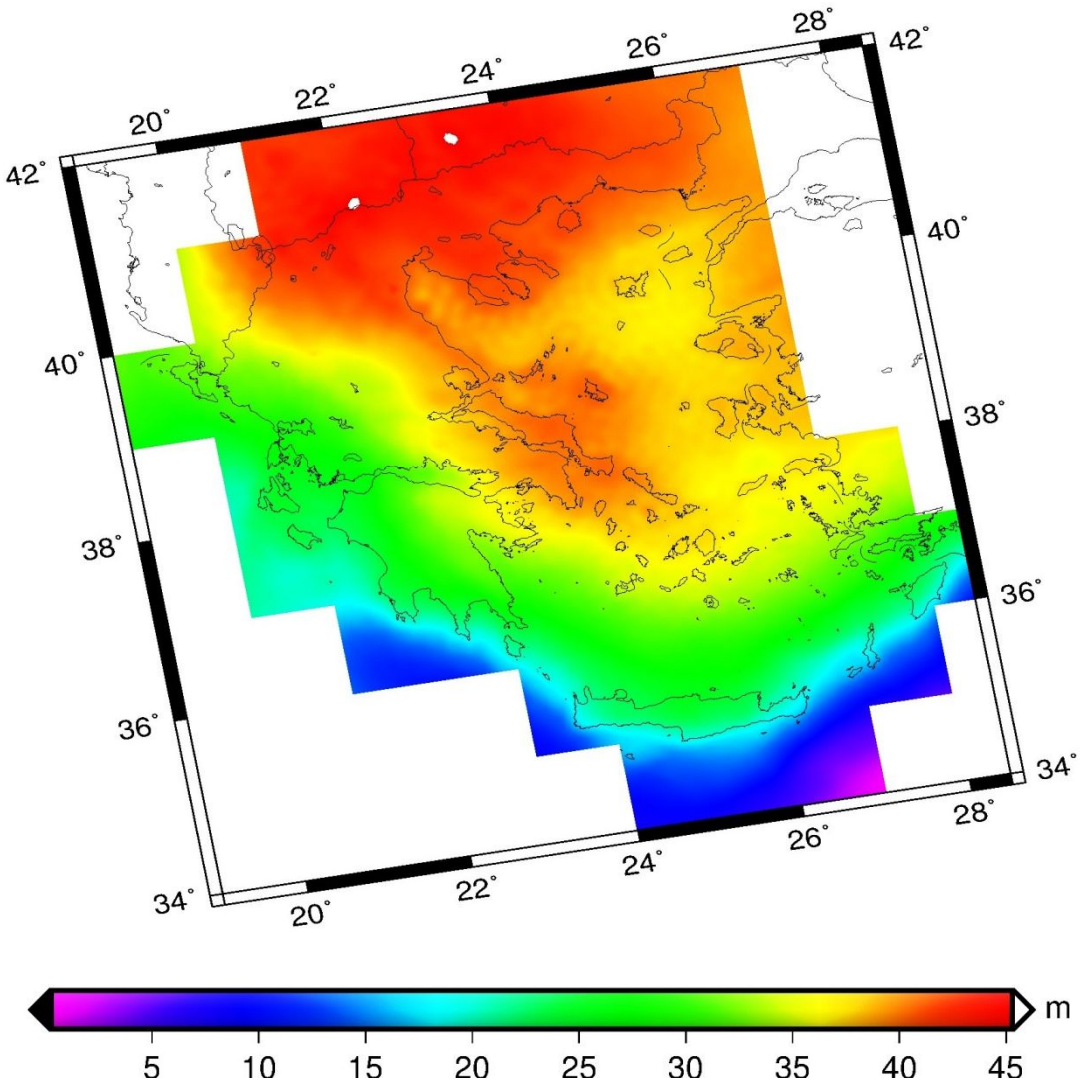
3.3.13 Υπολογισμός και επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο.

Ακολούθως θα χρησιμοποιήσουμε την εφαρμογή GEOEGM προκειμένου να υπολογίσουμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου EGM2008 για καθένα από τα 52 πλέγματα.



Εικόνα 70: Υπολογισμός της συνεισφοράς του γεωδυναμικού μοντέλου για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

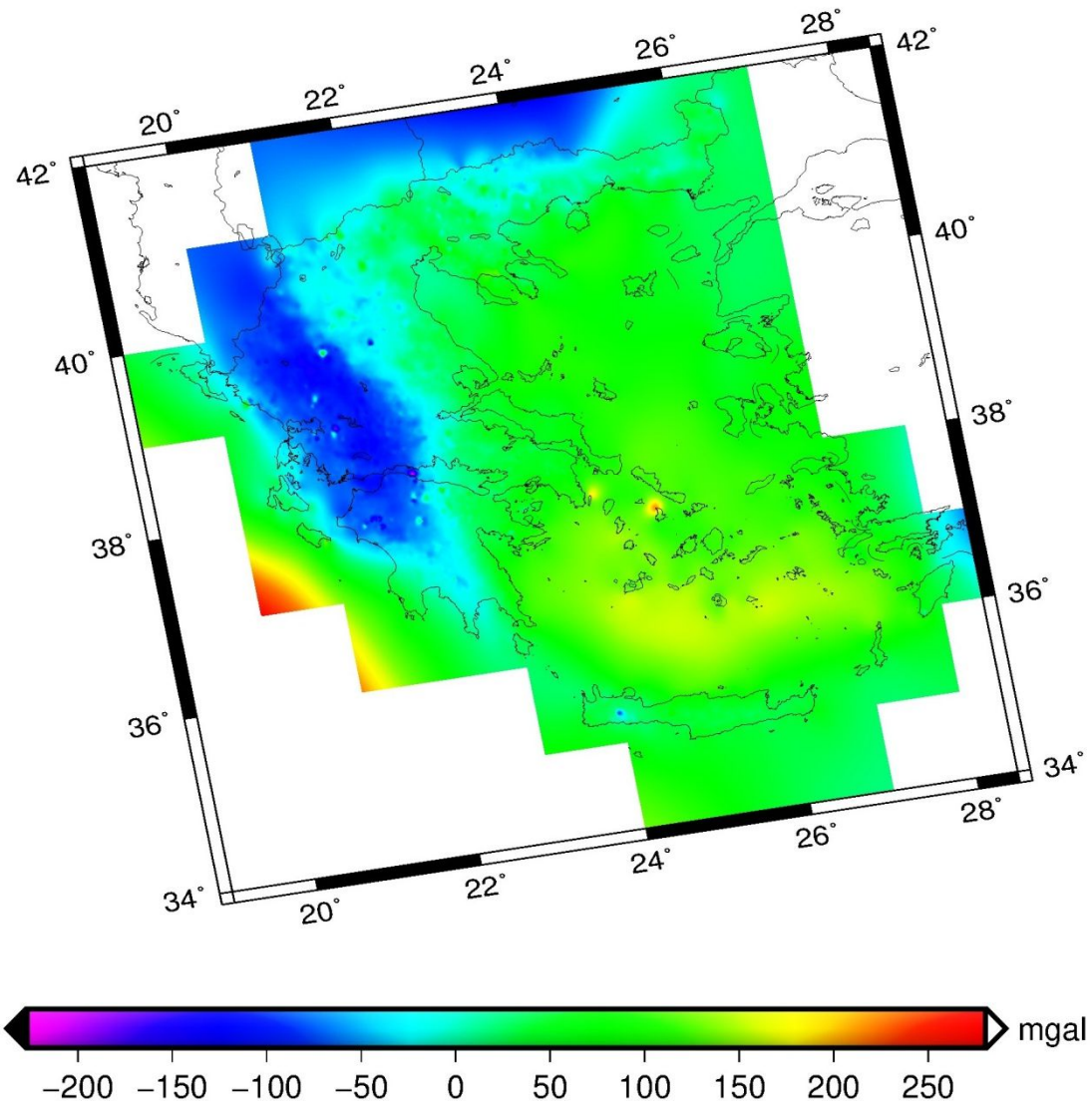
Με το εργαλείο FCOMP και πάλι θα προσθέσουμε την επίδραση του γεωδυναμικού μοντέλου, δηλαδή θα έχουμε υπολογίσει τελικώς τις ανωμαλίες ύψους $\zeta = \zeta_{red} + \zeta_{GM} + \zeta_{TOP}$.



Εικόνα 71: Επαναφορά της επίδρασης του γεωδυναμικού μοντέλου. Υπολογισμός τελικών ανωμαλιών ύψους ζ για ολόκληρο των Ελλαδικό χώρο

3.3.14 Υπολογισμός ανωμαλιών Bouguer για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

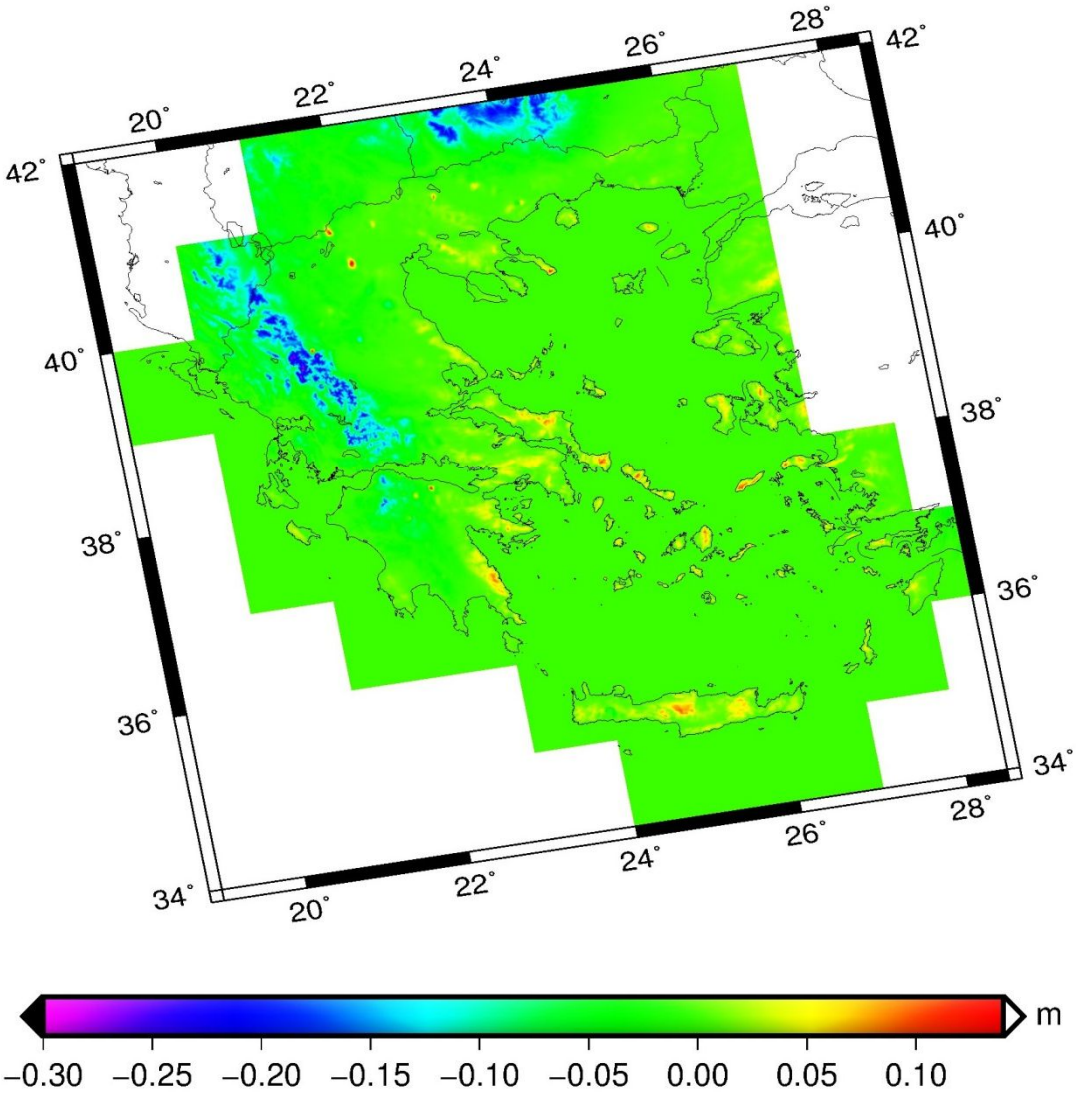
Προκειμένου τώρα να μπορέσουμε να αναχθούμε από την επιφάνεια των ανωμαλιών ύψους ζ στην τελική επιφάνεια γεωειδούς N θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε και τις ανωμαλίες Bouguer για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο και κατά συνέπεια για καθένα από τα 52 πλέγματα.



Εικόνα 72: Ανωμαλίες Bouguer για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο

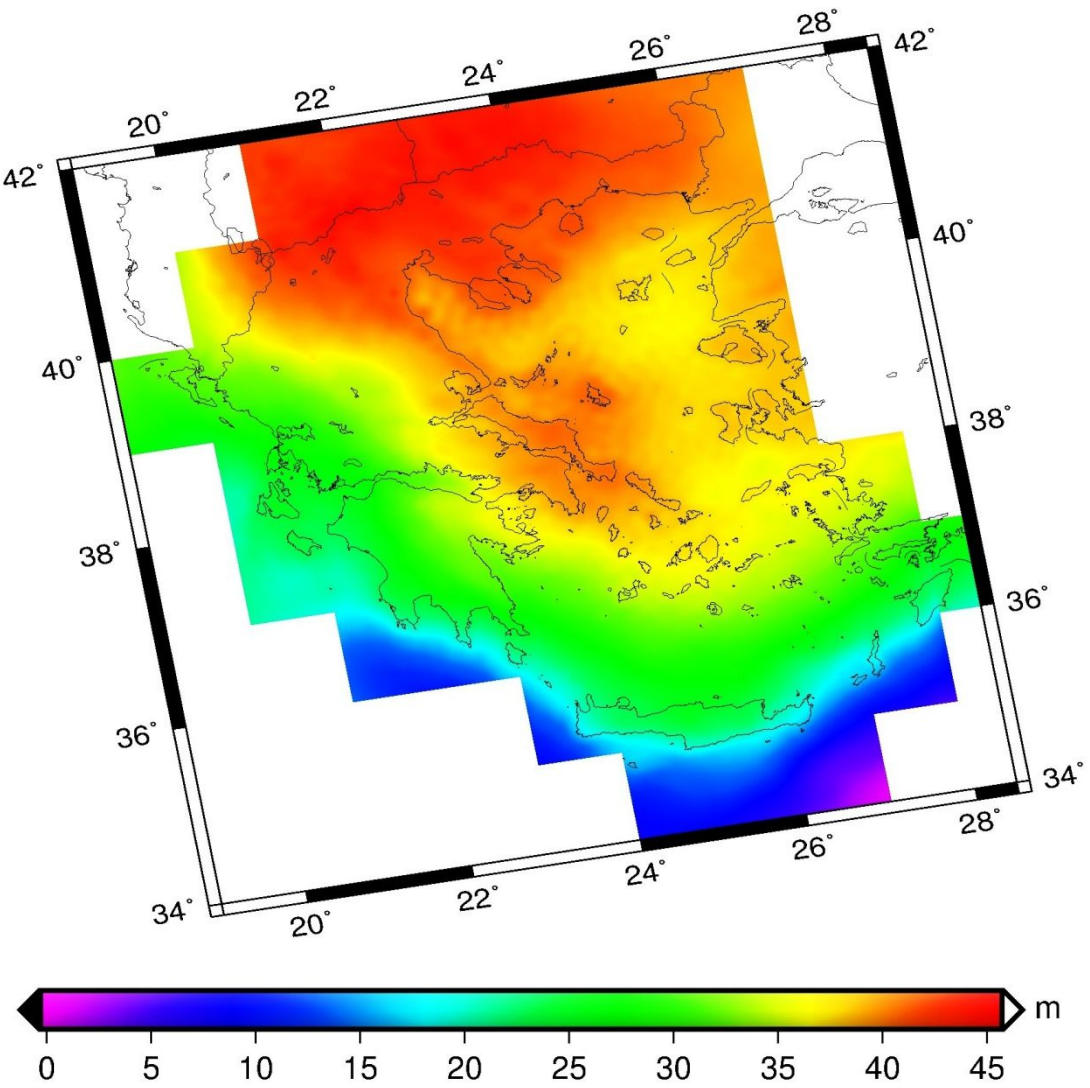
3.3.15 Υπολογισμός τελικής επιφάνειας γεωειδούς N

Από την σχέση $N \approx \zeta + \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H$ μπορούμε πλέον να αναχθούμε στην τελική επιφάνεια γεωειδούς N. Αρχικά θα υπολογίσουμε πρώτα τις διαφορές $N - \zeta \approx \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H$.



Εικόνα 73: Υπολογισμός διαφορών N – ζ

Στην συνέχεια θα προσθέσουμε στις διαφορές N – ζ τις τελικές ανωμαλίες ύψους ζ, όπως αυτές υπολογίστηκαν παραπάνω για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο, υπολογίζοντας έτσι την τελική επιφάνεια γεωειδούς N.



Εικόνα 74: Υπολογισμός τελικών αποχών γεωειδούς N

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

Συμπεράσματα – Προτάσεις

Έχοντας ολοκληρώσει όλα τα στάδια προσδιορισμού του μοντέλου γεωειδούς, μπορούμε να παραθέσουμε τα συμπεράσματα που προκύπτουν ύστερα από την υλοποίηση τους. Εξετάστηκαν δύο παραλλαγές εφαρμογής της μεθόδου Remove – Compute – Restore (RCR), η πρώτη αφορούσε την πρόγνωση μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} με την μέθοδο της σημειακής προσαρμογής (Least Square Collocation – LSC) και η δεύτερη με χρήση του ολοκληρώματος Stokes μέσα από τους μετασχηματισμούς Fourier. Σε σύγκριση των δύο παραλλαγών είδαμε ότι με την LSC και αφού αρχικά προηγήθηκε η παραγωγή και η προσαρμογή της εμπειρικής συνάρτησης, οι διαφορές μεταξύ των προγνώσεων και των πραγματικών μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} σε 45 σημεία που δεν χρησιμοποιήθηκαν σε κανένα υπολογισμό, αλλά διατηρήθηκαν εξαρχής ως σημεία ελέγχου (test points), παρουσιάζουν μια τυπική απόκλιση της τάξης των 12,9 cm. Μάλιστα από τις υπολογισμένες διαφορές, το 71,26% από αυτές παρουσιάζουν διαφορές μικρότερες από 10cm, το 21.85% έχουν διαφορά μεταξύ 10 – 20cm και τέλος το 6,89% εμφανίζουν διαφορές μεγαλύτερες από 20cm. Κατά την εκτέλεση της δεύτερης παραλλαγής για τα ίδια 45 σημεία οι διαφορές παρουσιάζουν μια τυπική απόκλιση της τάξης των 15 cm. Ως εκ τούτου προτιμήθηκε η LSC για τον υπολογισμό μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} και κατ' επέκταση στη συνέχεια αποχών γεωειδούς για ολόκληρο τον Ελλαδικό χώρο, αλλά επιπλέον και για τον λόγο ότι η LSC μας παρέχει και το σφάλμα πρόγνωσης για κάθε

σημείο υπολογισμού χωριστά, δυνατότητα που δεν παρέχεται εφαρμόζοντας την δεύτερη παραλλαγή της RCR που ακολουθήθηκε.

Για την εκπόνηση της διπλωματικής και για την εκτέλεση του μεγαλύτερου πλήθους των υπολογισμών χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό GRAVSOFT, το οποίο μέσα από το σύνολο των προγραμμάτων που διαθέτει μπορεί να στηρίξει ολόκληρη τη διαδικασία παραγωγής ενός μοντέλου γεωειδούς. Μειονέκτημα αποτελεί η περιορισμένη μνήμη που μπορεί να δεσμεύσει κάθε εργαλείο – πρόγραμμα, περιορίζοντας τον χρήστη στην επιλογή της έκτασης που θα έχουν τα δεδομένα του και στην επιλογή της επιθυμητής διακριτικής ικανότητας. Ως εκ τούτου το GRAVSOFT χαρακτηρίζεται ως “πλήρες” για εργασίες που αφορούν τον υπολογισμό γεωειδούς – σχεδόν γεωειδούς σε τοπική κλίμακα. Για την δική μας περίπτωση όπου η έκταση των δεδομένων κάλυπτε το σύνολο της Ελλάδας και προκειμένου να διατηρηθεί η επιλεχθείσα διακριτική ικανότητα, κρίθηκε απαραίτητος ο τεμαχισμός του συνόλου της χώρας σε 52 υποπεριοχές, καθώς δεν ήταν δυνατή λόγω των περιορισμών μνήμης μια ενιαία και εξολοκλήρου αντιμετώπιση του όλου θέματος, με τους υπολογισμούς να εκτελούνται ξεχωριστά για κάθε υποπεριοχή. Το γεγονός αυτό καθιστά αρκετά χρονοβόρα την όλη διαδικασία, από την εφαρμογή των αναγωγών μέχρι και τον τελικό υπολογισμό του γεωειδούς. Μάλιστα υπάρχουν και συγκεκριμένα εργαλεία του GRAVSOFT, όπως το GEOCOL, όπου η πρόγνωση μειωμένων ανωμαλιών ύψους ζ_{red} μπορεί να καθυστερήσει αρκετά τους υπολογισμούς ανάλογα με την επιλεγμένη διακριτική ικανότητα και τις δυνατότητες του Η/Υ που χρησιμοποιείται. Χαρακτηριστικά αναφέρθηκαν, για την πρόγνωση ανωμαλιών ύψους ζ_{red} με το GEOCOL, οι χρόνοι 4 διαφορετικών Η/Υ για τον υπολογισμό των σημείων σε ένα πλέγμα μίας και μόνο υποπεριοχής με βήμα 0,01 (36 arc second), όπου ποικίλουν από 1,5 μέχρι και 6 ώρες.

Συμπληρωματικά με το GRAVSOFT χρησιμοποιήθηκε και η Generic Mapping Tools (GMT) ιδιαίτερα κατά την φάση της αφαίρεσης και επαναφοράς της επίδρασης της τοπογραφίας και πιο συγκεκριμένα στην προετοιμασία όλων των απαραίτητων DEM διαφορετικής διακριτικής ικανότητας, καθώς το εργαλείο TCGRID του GRAVSOFT λόγω των περιορισμών μνήμης δεν ήταν δυνατόν να αναλάβει τις συγκεκριμένες ενέργειες για ένα DEM ενιαίο για το σύνολο της χώρας. Ακολούθως και το εργαλείο TC δεν ήταν δυνατόν να υπολογίσει τοπογραφικές διορθώσεις από ένα και μόνο – ανάλογο της χώρας – DEM. Μάλιστα η χρήση της GMT για τον τεμαχισμό των DEM και την μετέπειτα διαχείριση αυτών στα επόμενα στάδια υπολογισμών παρουσίασε συγκριτικό πλεονέκτημα όσον αφορά την ταχύτητα εκτέλεσης των ενεργειών, σε σχέση με το ArcGis που παρουσίαζε χρόνους πολλαπλάσιους της ώρας για την εκτέλεση των ίδιων ενεργειών. Παράλληλα η εκμάθηση της GMT οδήγησε και στην αξιοποίηση της για την γρήγορη και ποιοτική γραφική απεικόνιση των εκάστοτε αποτελεσμάτων. Θα πρέπει να

τονίσουμε και πάλι ότι για την μεταφορά των δεδομένων από το GRAVSOFT στην GMT για απεικόνιση ή για την μεταφορά των παραγόμενων DEM από την GMT προς το GRAVSOFT για χρήση με το εργαλείο TC, απαιτήθηκε η δημιουργία ρουτινών σε γλώσσα C++, καθώς η GMT και το GRAVSOFT απαιτούν το καθένα συγκεκριμένη μορφή στα δεδομένα εισόδου που είναι κάθε φορά να χρησιμοποιηθούν.

Κατά την διάρκεια εκτέλεσης των σταδίων γίνεται λεπτομερής έλεγχος των αποτελεσμάτων κάθε σταδίου προκειμένου να απορριφθούν μετρήσεις με σφάλματα τα οποία μπορεί να μας οδηγήσουν σε λανθασμένα συμπεράσματα και υπολογισμούς. Βέβαια κανένας έλεγχος δεν μπορεί να θεωρηθεί αλάνθαστος, αλλά ο συνεχής έλεγχος σε κάθε επιμέρους στάδιο μπορεί να αποτρέψει την εισαγωγή επιζήμιων δεδομένων. Κατά συνέπεια από το αρχικό σύνολο των διαθέσιμων μετρήσεων αφαιρέθηκαν 34 μετρήσεις οι οποίες υπερβαίνουν κατά πολύ – είτε θετικά είτε αρνητικά – την “γενική τάση” που επικρατεί στον περιβάλλοντα χώρο καθενός από τα 34 σημεία. Φυσικά θα πρέπει να τονίσουμε ότι κάθε φορά που αποφασίζουμε να απορρίψουμε μια μέτρηση, είμαστε υποχρεωμένοι να ξεκινήσουμε την όλη διαδικασία ξανά από την αρχή. Ιδιαίτερες μάλιστα πολλές επαναλήψεις της όλης διαδικασίας έγιναν και κατά την χρήση της εφαρμογής EMPCOV του GRAVSOFT, όπου δοκιμάστηκαν αρκετές εμπειρικές συνάρτησης μέχρι να βρεθεί εκείνη όπου θα ανταποκρίνεται καλύτερα στα δεδομένα μας, ένα στάδιο που παρουσίαζε χαρακτηριστική “ευαισθησία” στην μεταβολή των εισαγόμενων παραμέτρων.

Ακόμη θα πρέπει να επισημάνουμε ότι οι υβριδικές μέθοδοι προσδιορισμού μοντέλων γεωειδούς που παρουσιάστηκαν, αποτελούν μία κύρια προσέγγιση και σε καμία περίπτωση δεν περατώνουν την τεράστια σε έκταση ανάπτυξη που μπορεί να λάβει η θεματολογία “προσδιορισμός μοντέλου γεωειδούς”. Κατά συνέπεια η παρούσα διπλωματική θα μπορούσε να αποτελέσει την αφετηρία από όπου κάποιος θα μπορούσε να αξιοποιήσει το ήδη υπάρχον μοντέλο, με σκοπό να εμβαθύνει περισσότερο και να συνεχίσει την έρευνα μέσα από μία σκοπιά εμπλουτισμού και βελτιστοποίησης του μοντέλου, αξιοποιώντας και άλλες μορφές δεδομένων. Για τον λόγο αυτό, ως κατακλείδα της διπλωματικής εργασίας, παρατίθενται παρακάτω ενδεικτικές προτάσεις που θα μπορούσε κάποιος να λάβει υπόψη και που θα συνέβαλλαν σε μία ακόμη πιο ουσιαστική προσέγγιση του θέματος:

- ✓ Ανεξάρτητα των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική, στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχει πληθώρα μεθόδων και παραλλαγών αυτών για τον υπολογισμό γεωειδούς. Δεν μπορούμε να πούμε ότι κάποια μεθοδολογία μπορεί να χαρακτηριστεί ως καλύτερη από τις άλλες, αλλά ψάχνουμε κάθε φορά εκείνη που τείνει να λειτουργεί βέλτιστα για τα δικά μας δεδομένα. Ως επέκταση λοιπόν θα μπορούσαν να δοκιμαστούν και άλλες μέθοδοι για την αξιοποίηση των συγκεκριμένων δεδομένων.

✓ Σημαντική προσθήκη θα αποτελούσε και η μελέτη του θαλάσσιου χώρου για την αντίστοιχη παραγωγή ενός θαλάσσιου γεωειδούς ,όπου μακροπρόθεσμα θα μπορούσαμε να οδηγηθούμε στην δημιουργία ενός ενιαίου (ξηρά και θάλασσα) γεωειδούς. Κατά συνέπεια απαραίτητη θα ήταν η χρήση ενός βυθομετρικού μοντέλου (πχ SRTM30), η αξιοποίηση μετρήσεων βαρύτητας στη θάλασσα, όπως και η επεξεργασία δεδομένων προερχόμενα από δορυφορικές αποστολές (CryoSat – 2, Jason – 1), μέσω εφαρμογής τεχνικών δορυφορικής αλτιμετρίας.

✓ Στην ήδη υπάρχουσα βάση δεδομένων βαρύτητας θα μπορούσαν να προστεθούν επιπλέον μετρήσεις βαρύτητας, είτε για την κάλυψη περιοχών που χαρακτηρίζονται από αραιή κατανομή μετρήσεων, είτε και για την κάλυψη των γειτονικών περιοχών έξω από τα σύνορα της χώρας μας, γεγονός που θα αύξανε ακόμη περισσότερο την αξιοπιστία του μοντέλου ιδιαίτερα στα άκρα. Προς ενίσχυση αυτού του εγχειρήματος θα συνέβαλλε καθοριστικά, αφενός η συνέχιση της προσπάθειας για συλλογή δεδομένων με μετρήσεις στο ύπαιθρο και εμπλουτισμό της ήδη υπάρχουσας βάσης δεδομένων και αφετέρου η εκμετάλλευση δεδομένων βαρύτητας, όπως αυτά είναι διαθέσιμα πχ από τη δορυφορική αποστολή GOCE.

✓ Όπως έχει ήδη αναφερθεί, για την υλοποίηση της διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκαν 822 σημεία γνωστών τιμών N γεωειδούς που καλύπτουν κυρίως τον κύριο κορμό της χώρας, αρχομένης από την περιοχή της Καβάλας και καταλήγοντας μέχρι το βόρειο τμήμα της Πελοποννήσου. Ως εκ τούτου η χρησιμοποίηση επιπλέον τέτοιων σημείων, που θα κάλυπταν και τις ευρύτερες περιοχές της Θράκης καθώς και εκείνες της κεντρικής και νότιας Πελοποννήσου, θα ενίσχυε ακόμη περισσότερο την καθολική ποιότητα του μοντέλου. Επιπρόσθετα, επειδή το αποτέλεσμα της παρούσας διπλωματικής αποτελεί προϊόν επεξεργασίας συνδυασμού ετερογενών δεδομένων (δεδομένα βαρύτητας και μετρήσεων GPS), ο επανέλεγχος και επανασυνόρθωση των ορθομετρικών υψομέτρων του τριγωνομετρικού δικτύου θα συνείσφερε ακόμη περισσότερο προς μία κατεύθυνση για ένα ακόμη πιο ακριβές μοντέλο γεωειδούς.

✓ Ολοκληρώνοντας, όσον αφορά τα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν, θα είχε θετική συνεισφορά οποιαδήποτε αύξηση της διαθέσιμης μνήμης που δεσμεύουν τα εκάστοτε εργαλεία του GRAVSOFT. Κάτι τέτοιο θα είχε ως αποτέλεσμα την μείωση του αριθμού των απαιτούμενων επαναλήψεων για την υλοποίηση όλων των υπολογισμών, γεγονός που θα μείωνε σημαντικά τον συνολικό χρόνο παραγωγής του γεωειδούς. Τέλος σημαντική προσθήκη θα αποτελούσε και η δημιουργία μίας “πλατφόρμας” που θα συμπεριλάμβανε, σε ένα ενιαίο πακέτο, το GRAVSOFT μαζί με κάποιο λογισμικό γραφικής απεικόνισης (όπως το GMT) για την άμεση απεικόνιση των αποτελεσμάτων.

Βιβλιογραφία

- «Φυσική Γεωδαισία-Θεωρητικές και Τεχνολογικές Βάσεις», Δ. Δεληκαράογλου, Αθήνα 2010

- «Γεωφυσικές Διασκοπήσεις – Βαρυτημετρία», Δ. Δεληκαράογλου, Αθήνα 2003

- «Φυσική Γεωδαισία», Κ.Ε. Κατσάμπαλος, Η.Ν. Τζιαβός, Θεσσαλονίκη, 1991

- «Γεωδαισία», Wolfgang Torge, Αθήνα, 2000

- «Η μέθοδος Kriging από τη σκοπιά της Θεωρίας Πρόγνωσης Τυχαίων Πεδίων», Α. Δερμάνης, ΑΠΘ

- «Βελτιστοποίηση Τοπικού Γεωειδούς με δεδομένα Βαρύτητας, Τοπογραφίας, Πυκνότητας και GPS», Β.Δ. Ανδριτσάνος, Κ.Ε. Κατσάμπαλος, Κ.Ε. Κεχαϊδου, Η.Ν. Τζιαβός, 1999

- «Προσδιορισμός Τοπικού Μοντέλου Γεωειδούς συνδυάζοντας μετρήσεις GPS, Βαρύτητας και Υψομετρίας. Εφαρμογή στην ευρύτερη περιοχή της Θεσσαλονίκης», Β.Δ. Ανδριτσάνος, Η.Ν. Τζιαβός, Χ. Πικριδάς, Α. Φωτίου, Β. Καγιαδάκης, 1999

- «Μέθοδοι προσδιορισμού μοντέλων γεωειδούς – Μελέτη περίπτωσης στην περιοχή της Κεντρικής Ελλάδος», Διπλωματική Εργασία, Μανουσάκης Πέτρος, 2014

- «Προσδιορισμός γεωειδούς από επίγειες τιμές βαρύτητας για την περιοχή της Αταλάντης», Διπλωματική Εργασία, Μελισσινός Παρασκευάς, 2011

- «An overview manual for the GRAVSOFT – Geodetic Gravity Field Modelling Programms», Rene Forsberg, C.C. Tscherning, 2008

- «GRAVSOFT Python modules with New Mexico examples», C.C. Tscherning, University of Copenhagen

- «Geoid determination by 3D least – squares collocation», C.C. Tscherning, 2008

❖ «Development and User Testing of Python Interface to the Gravsoft Gravity Field Programms», J. Nielsen, C.C. Tscherning, T.R.N. Jansson, R. Forsberg,2012

❖ «GRAVSOFT – A system for geodetic gravity field modelling», C.C. Tscherning, R. Forsberg, P. Knudsen, 1994

❖ «Geoid determination by Least – square collocation using Gravsoft», C.C. Tscherning

❖ «Determination of the Geoid using Collocation», Tim Jensen, 2011

❖ «Geoid Determination – Theory and Methods», Fernando Sanso, Michael G. Sideris

❖ «Kriging and Collocation – A Comparison», Α Δερμάνης, ΑΠΘ

❖ «Geodetic Applications of Interpolation and Prediction», A. Dermanis, ΑΠΘ

❖ «Gravity Station Data Format & Anomaly Computations», National Geospatial – Intelligence Agency, Office of GEOINT Sciences, 2008

❖ «Determination de la pesanteur normale», Bureau Gravimetrique International (BGI)

❖ «GEODESY 2nd Edition», Wolfgang Torge, Berlin – New York, 1991

❖ «Physical Geodesy», Helmut Moritz

❖ «Definitions of Functionals of the Geopotential and their calculation from Spherical Harmonic Models», Franz Barthelmes, Helmholtz – Zentrum Potsdam, GFZ

❖ «Regional Geoid Determination, Methods for the Era of Satellite Gravimetry – Numerical Investigations Using Synthetic Earth Gravity Models», Jonas Agren, Royal Institute of Technology (KTH), 2004

❖ « The terrain correction in gravimetric geoid computation – is it needed?», Lars E. Sjoberg, 2009

❖ «Comparison of remove-compute-restore and least squares modification of Stokes' formula techniques to quasi-geoid determination over

the Auvergne test area», H. Yildiz, R. Forsberg, J. Ågren, C.C. Tscherning, L.E. Sjöberg, Journal of Geodetic Science

❖ Precise computation of the direct and indirect topographic effects of Helmert's 2*nd* method of condensation using SRTM30 digital elevation model», Y. M. Wang, Journal of Geodetic Science

❖ «A new geoid for Brunei Darussalam by the collocation method», Adam Lyszkowicz, Monika Birylo, Kazimierz Becek, 2014

❖ «Gravimetric Geoid Determination in the Andes», C. Tocho, G.Font, M.G. Sideris

❖ «Gravimetric Geodesy», Christopher Jekeli, Geodetic Science, School of Earth Sciences, The Ohio State University, 2007

❖ «Close covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models», C.C. Tscherning, Richard H. Rapp, Ohio State University, 1974

❖ «Collocation and least squares methods as a tool for handling gravity field dependent data obtained through space research techniques», C.C. Tscherning, Geodtic Institute, Denmark

❖ «Generalized Collocation Methods - Solutions to Nonlinear Problems», Nicola Bellomo, Bertrand Lods, Roberto Revelli, Luca Ridolfi.

❖ «Multi-processing least squares collocation: Applications to gravity field analysis», E. Kaas, B. Sorensen, C.C. Tscherning1, M. Veicherts

❖ «Two covariance models in Least Squares Collocation (LSC) tested in interpolation of local topography», Wojciech JARMOLOWSKI, Mieczyslaw BAKULA, 2013

❖ «CONSTRUCTION OF LEAST SQUARES COLLOCATION MODELS FOR SINGLE COMPONENT AND COMPOSITE COMPONENTS OF DISTURBED GRAVITY GRADIENTS», LIU Xiao-Gang, WU Xiao-Ping, WANG Kai, CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS, 2012

❖ «A gravimetric quasi-geoid evaluation in the Northern region of Algeria using EGM96 and GPS/Levelling», Mohamed Aissa MESLEM, Laboratory of geodesy, Department of Research and Development, National Institute of Cartography and Remote Sensing

❖ «Advance Least squares methods», Helmut Moritz, Ohio State University, 1972