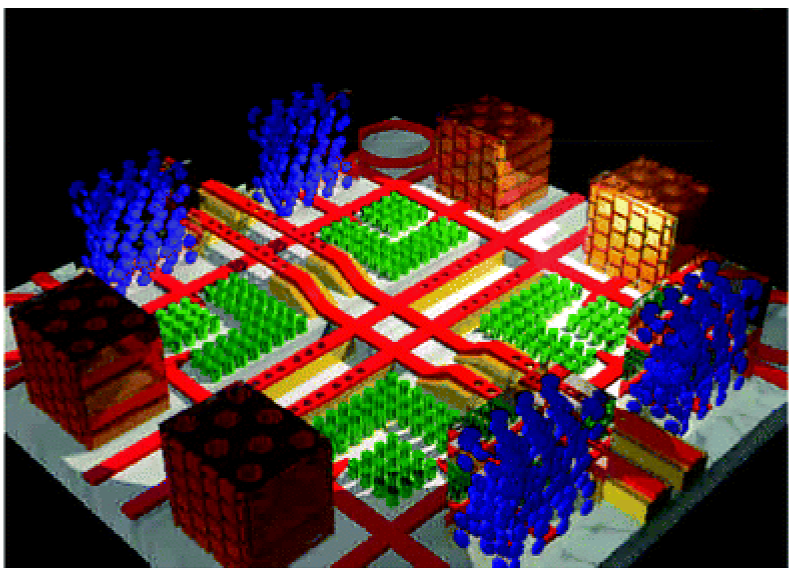
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μοντελοποίηση Νανοφωτονικών Διατάξεων



Καυκιάς Γεώργιος

Επιβλέπων καθηγητής: Τσιγαρίδας Γιώργος

ΑΘΗΝΑ

Οκτώβριος 2016

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μοντελοποίηση Νανοφωτονικών Διατάξεων

Καυκιάς Γιώργος

Α.Μ. : 09108027

Επιβλέπων:

Γ.Ν. Τσιγαρίδας

Εξεταστική επιτροπή:

Α. Σεραφετινίδης

Γ. Γιαννόπαπας

Ημερομηνία εξέτασης: 14/10/2016

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πριν προχωρήσω στην παρουσίαση της εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Τσιγαρίδα Γιώργο για την ανάθεση του θέματος, την πολύτιμη βοήθεια, καθοδήγης και υποστήριξη καθ’ όλη την διάρκεια της εκπόνηση της εργασίας. Ακόμη θα ήταν απρεπές να παραλείψω να ευχαριστήσω τον κ. Μπουντουβή, Καθηγητή της Σχολής Χημικών Μηχανικών του ΕΜΠ, για την πρόσβαση στο πρόγραμμα COMSOLMultiphysics χωρίς το οποίο θα ήταν ανέφικτη η επίτευξη της εργασίας. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τους φίλους μου που ήταν δίπλα μου σε όλο αυτό το διάστημα στην προσπάθεια να συνδυάσω ένα φορτωμένο πρόγραμμα εργασίας με την συγγραφή και ολοκλήρωση της διπλωματικής.

$$ΕΓΩ = \frac{1}{Γνώση}$$

« Όσο περισσότερη η γνώση,

*τόσο το μικρότερο το **ΕΓΩ**.*

Όσο μικρότερη η γνώση,

*τόσο μεγαλύτερο το **ΕΓΩ**. »*

- Albert Einstein -

Περιληψη

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται την ανάλυση νανοφωτονικών διατάξεων, που κατασκευάζονται με βάση την τεχνολογία των φωτονικών κρυστάλλων. Οι φωτονικοί κρύσταλλοι είναι περιοδικές διηλεκτρικές δομές σε μία, δύο ή τρεις διαστάσεις με ιδιαίτερο χαρακτηριστικό τις ζώνες συχνοτήτων στις οποίες κάποιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα δεν μπορεί να διαδοθεί. Η ιδιότητα αυτή χρησιμοποιείται κατά κόρον στην κατασκευή διαφόρων φωτονικών διατάξεων νανομετρικής κλίμακας.

Ειδικότερα, στην εργασία εστιάζουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Αρχικά, και αφού παρουσιάσουμε τις αναλυτικές και υπολογιστικές μεθόδους που θα χρησιμοποιηθούν, αναλύουμε έναν πλήρη φωτονικό κρύσταλλο που χρησιμεύει ως φωτονικός αισθητήρας. Εξάγουμε τις βέλτιστες παραμέτρους λειτουργίας της διάταξης και προτείνουμε μια τροποποίηση για καλύτερη λειτουργία.

Επιπλέον, αναλύονται διατάξεις που βασίζονται στην ηθελημένη εισαγωγή ατελειών στον κατά τα άλλα συμμετρικό φωτονικό κρύσταλλο. Πέρα από πολύ βασικές διατάξεις, όπως είναι οι κυματοδηγοί και οι κοιλότητες συντονισμού, αναλύονται και πιο σύνθετες δομές, όπως φίλτρα στενής ζώνης, που μπορούν να βρουν εφαρμογή σε μια πληθώρα σύνθετων νανοφωτονικών διατάξεων.

ABSTRACT

The current paper discusses the analysis of nanophotonicset-ups which are constructed based on the technology of photonic crystals. Photonic crystals are periodic dielectric structures in one, two or three dimensions with characteristic frequency bandgaps in which an electromagnetic wave cannot propagate. This property is used extensively in manufacturing various nano-scale photonic components.

In particular, the paper focuses on two major categories. Initially, after presenting a brief introduction to the analytical and computational methods that will be used,we fully analyze a photonic crystal that serves as asensor. We determine the optimum operating parameters of the device and recommend a modification for better functioning.

Furthermore, setupsthat are based on the deliberate introduction of defects in an otherwise symmetric photonic crystal are being analyzed. Apart from very basic setups, such as waveguides and resonators, more complex arrangements, such as narrowband filters, are also studied, which can be used as components in more complex nanophotonic devices.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η μελέτη των ηλεκτρικών και μαγνητικών ιδιοτήτων των υλικών χρονολογείται από την προ Χριστού εποχή. Υπάρχουν στοιχεία που δείχνουν πως οι αρχαίοι Έλληνες είχαν σε κάποιον βαθμό αρχίσει να ανακαλύπτουν και να κατανοούν τις ιδιότητες του στατικού ηλεκτρισμού μέσω του ορυκτού «ήλεκτρο», αλλά και ο Κινέζικος πολιτισμός είχε καταλάβει πως ο ετεροθαλής αδερφός του ηλεκτρισμού, ο μαγνητισμός, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύκολη πλοήγηση (οι Κινέζοι ήταν οι πρώτοι που κατασκεύασαν την πυξίδα).

Πέρα από αυτά τα απλά παραδείγματα, η συστηματική μελέτη των ιδιοτήτων του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού άργησε να έρθει. Μόλις στα τέλη του 18^{ου}αιώνα διεξάγονται τα πρώτα πειράματα με στατικά ηλεκτρικά φορτία από τον Charles-Augustin de Coulomb και στην συνέχεια διατυπώνεται ο γνωστός νόμος του. Περίπου 100 χρόνια μετά, και χρησιμοποιώντας ως βάση εργασίες αρκετών επιστημόνων που δημοσιεύθηκαν κατά τα χρόνια αυτά (Johann Carl Friedrich Gauss, Hans Christian Ørsted, André-Marie Ampère, Michael Faradayκ.α.), ο JamesKlerkMaxwell διατυπώνει τις διάσημες εξισώσεις που περιγράφουν αλλά και ενοποιούν τον ηλεκτρισμό και τον μαγνητισμό σε μια οντότητα, τον ηλεκτρομαγνητισμό.

Η έρευνα ήταν ραγδαία πάνω στη νεαρή ακόμη επιστημονική περιοχή και ανέδειξε πολλούς επιστήμονες. Στην συγκεκριμένη εργασία θα ασχοληθούμε με την διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε περιοδικές δομές. Ο πρώτος που ασχολήθηκε με αυτό το αντικείμενο ήταν ο LordReyleigh, όχι πολλά χρόνια μετά την διάσημη εργασία του Maxwell. Στην συνέχεια, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα οι William Lawrence Bragg και Felix Bloch, δουλεύοντας ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, προχώρησαν ακόμη περισσότερο την θεωρητική ανάλυση περιοδικών δομών. Μάλιστα, ο τελευταίος επέκτεινε εν αγνοία του στις τρεις διαστάσεις το ήδη γνωστό θεώρημα του Gaston Floquet, που έμεινε στην συνέχεια γνωστό ως θεώρημα Bloch-Floquet και περιοριζόταν σε διατάξεις μίας και μόνο διάστασης. Επίσης, συστηματική μελέτη του αντικειμένου έκανε και ο Léon Brillouin, προτείνοντας έναν νέο τύπο διαγραμμάτων, τα οποία φέρουν πλέον το όνομά του.

Από το 1953 που δημοσιεύθηκε η έρευνα του Brillouin ως και σήμερα έχουν παρουσιαστεί, αναλυθεί και κατασκευαστεί πλήθος διατάξεων που βασίζονται στην αλληλεπίδραση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με περιοδικές δομές. Οι εφαρμογές αυτές αρχίζουν από τις μικροκυματικές συχνότητες, όπου περιοδικές διατάξεις χρησιμοποιούνται για την κατασκευή φίλτρων αλλά και προσαρμογέων χαρακτηριστικής αντίστασης γραμμών μεταφοράς, επεκτείνονται στις οπτικές συχνότητες όπου δίνουν την δυνατότητα κατασκευής πληθώρας απλών και σύνθετων φωτονικών διατάξεων όπως θα φανεί και στην συνέχεια της εργασίας, αλλά δεν περιορίζονται μόνο εκεί. Τα ανακλαστικά επιστρώματα που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή γυαλιών ηλίου ή αντι-ακλαστικών επιφανειών στα τζάμια κτηρίων έχουν ως βάση το αρχέτυπο των περιοδικών δομών μίας ή και παραπάνω διαστάσεων.

1.2. Στόχος Της Εργασίας

Στόχος της εργασίας, σύμφωνα και με όσα σκιαγραφήθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, είναι η ανάλυση της συμπεριφοράς περιοδικών διατάξεων, όταν αυτές τροφοδοτούνται με ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Βασιζόμενοι στις εργασίες όλων όσων ήδη αναφέρθηκαν, αλλά και, κυρίως, σε αρκετά πιο σύγχρονες δουλειές, θα προτείνουμε και θα αναλύσουμε μια σειρά από πρακτικές νανοφωτονικές διατάξεις, που βασίζονται σε περιοδικές δομές μίας, δύο ή τριών διαστάσεων και ονομάζονται φωτονικοί κρύσταλλοι.

Αναλυτικότερα, στο Κεφάλαιο 2 θα γίνει μια εισαγωγή στην θεωρία των φωτονικών κρυστάλλων. Θα αρχίσουμε από τις εξισώσεις του Maxwell και θα καταλήξουμε να διατυπώσουμε όλα τα απαραίτητα θεωρήματα για την περιγραφή περιοδικών δομών. Τέλος, θα εστιάσουμε την προσοχή μας στους φωτονικούς κρυστάλλους δύο διαστάσεων και θα σχολιάσουμε τις μοναδικές ιδιότητες που αυτοί έχουν.

Εν συνεχεία, στο Κεφάλαιο 3 θα χρησιμοποιήσουμε όλα όσα περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ώστε να προτείνουμε έναν αισθητήρα φωτονικού κρυστάλλου. Μετά από μια μικρή εισαγωγή στην υπολογιστική τεχνική που θα χρησιμοποιήσουμε σε όλη την έκταση της εργασίας, τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο πεδίο της συχνότητας, θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά και τις επιδόσεις της προτεινόμενης διάταξης, ενώ θα προταθεί και μια τροποποίηση προς τον σκοπό της βελτίωσης των επιδόσεων.

Στο Κεφάλαιο 4 θα παρουσιάσουμε μια διαφορετική οικογένεια διατάξεων που κατασκευάζονται με την ηθελημένη τροποποίηση της περιοδικότητας του φωτονικού κρυστάλλου. Θα αρχίσουμε από βασικές δομές, όπως είναι ο ευθύγραμμος κυματοδηγός και η κοιλότητα συντονισμού, αλλά θα επεκταθούμε και σε πιο σύνθετες δομές, όπως οι διαχωριστές φωτός και τα φίλτρα στενής ζώνης.

Τελειώνοντας, στο Κεφάλαιο 5, θα συνοψίσουμε την δουλειά που έχει γίνει, καθώς και θα προτείνουμε διάφορες κατευθύνσεις προς τις οποίες μπορεί να γίνει κάποια μελλοντική δουλειά επάνω στο αντικείμενο της εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

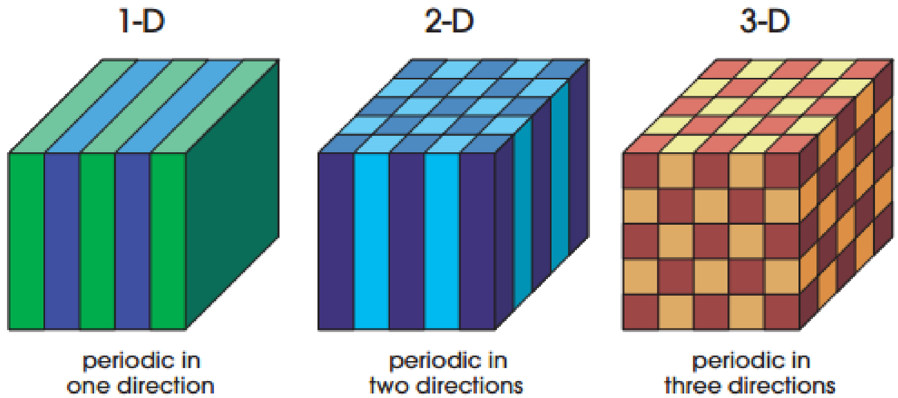
ΦΩΤΟΝΙΚΟΙ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΙ

Στο κεφάλαιο αυτό θα μιλήσουμε αναλυτικότερα για τους φωτονικούς κρυστάλλους. Αρχικά θα κάνουμε μια σύντομη παρουσίαση της δομής τους, των ιδιοτήτων τους και των πλεονεκτημάτων που αυτοί έχουν σε σχέση με άλλου τύπου νανοφωτονικές δομές και διατάξεις. Στην συνέχεια, θα μπούμε σε λίγο μεγαλύτερο βάθος στην ανάλυσή μας, καθώς θα μιλήσουμε για την μαθηματική περιγραφή των κρυστάλλων αυτών, η οποία θα χρησιμοποιηθεί τελικά για την καλύτερη κατανόηση της βασικής ιδιότητας και ιδιομορφίας που αυτοί εμφανίζουν, του φωτονικού διακένου (photonic band-gap).

2.1. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Οι φωτονικοί κρύσταλλοι είναι τεχνητά υλικά που εμφανίζουν περιοδικότητα στις διηλεκτρικές τους ιδιότητές, η οποία εμφανίζεται μέσω της χρήσης διαφορετικού τύπου υλικών κατά την κατασκευή τους. Η περιοδικότητα αυτή μπορεί να είναι μίας, δύο ή και τριών διαστάσεων, όπως χαρακτηριστικά παρατηρούμε στον Σχήμα 2.1. Ο φωτονικός κρύσταλλος μίας διάστασης (αριστερά στο Σχήμα 2.1) αναγνωρίζεται ως ο ανακλαστήρας Bragg και αποτελείται από δύο υλικά με διαφορετικές ιδιότητες, τοποθετημένα εναλλάξ το ένα μετά το άλλο.

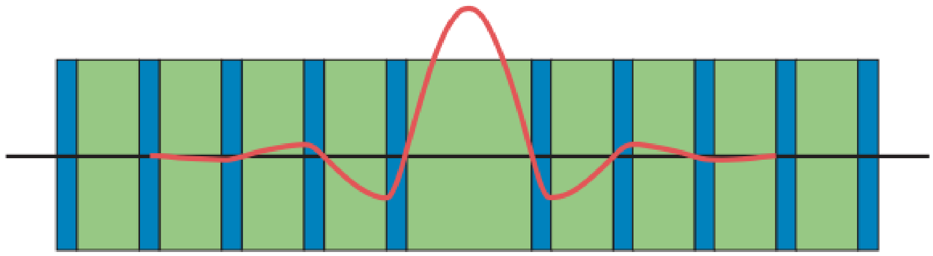
Όπως υποδεικνύει και το όνομά του, ο ανακλαστήρας Bragg μπορεί να ανακλά εξ’ ολοκλήρου το φως που πέφτει πάνω του για μια συγκεκριμένη συχνότητα, η οποία μπορεί να προσδιοριστεί μέσω αναλυτικών πράξεων. Κατ’ αντιστοιχία, οι υπόλοιποι φωτονικοί κρύσταλλοι εμφανίζουν την ίδια ακριβώς συμπεριφορά. Το πλεονέκτημά τους,όμως, είναι πως η προσθήκη επιπλέον διαστάσεων ανοίγει ακόμα ένα παράθυρο συχνοτήτων στο οποίο παρουσιάζεται ολική ανάκλαση και όχι μία και μοναδική συχνότητα. Το παράθυρο αυτό είναι γνωστό ως φωτονικό διάκενο (photonic band-gap).



Σχήμα 2.1. Σχηματική απεικόνιση φωτονικών κρυστάλλων μίας (αριστερά), δύο (κέντρο) και τριών (δεξιά) διαστάσεων. Με διαφορετικές αποχρώσεις σημειώνονται τα διαφορετικά υλικά κατασκευής των κρυστάλλων.

Ο τύπος του φωτονικού διακένου, το εύρος του αλλά και οι διευθύνσεις του προσπίπτοντος φωτός για τις οποίες αυτό εμφανίζεται είναι συνάρτηση των ιδιοτήτων του κρυστάλλου, δηλαδή των υλικών που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του αλλά και του τρόπου με τον οποίο αυτά τοποθετούνται περιοδικά στον χώρο. Έτσι, ανάλογα με τον σχεδιασμό του κάθε κρυστάλλου μπορούν να επιτευχθούν οι επιθυμητές ιδιότητες κάθε φορά.

Βέβαια, η χρήση τέτοιων δομών ως ανακλαστήρες, δεν είναι η μοναδική. Η εκμετάλλευση της σχεδόν τέλειας ανακλαστικότητάς τους μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη κοιλοτήτων συντονισμού υψηλού συντελεστή ποιότητας (άκρως επιλεκτικών, δηλαδή, στη συχνότητα). Θα εστιάσουμε στο παράδειγμα του μονοδιάστατου φωτονικού κρυστάλλου που είναι και ο πιο απλός, με την περαιτέρω γενίκευση να αφήνεται για τα επόμενα κεφάλαια της εργασίας. Στο Σχήμα 2.2 σχεδιάζεται μία κοιλότητα (πράσινη εκτεταμένη περιοχή στο κέντρο του σχήματος) και εκατέρωθεν αυτής έχουν τοποθετηθεί δύο ανακλαστήρες Bragg. Ο συνδυασμός των διατάξεων ονομάζεται και συντονιστής Fabri-Perot. Το φως το οποίο συγκεντρώνεται στην κοιλότητα (κόκκινη καμπύλη) δεν μπορεί να διαφύγει από αυτή όταν η συχνότητά του είναι μέσα στο φωτονικό διάκενο των ανακλαστήρων. Έτσι παγιδεύεται εκεί και δημιουργεί μια κοιλότητα με πολύ μεγάλη επιλεκτικότητα στη συχνότητα λόγω των δύο ανακλαστήρων.

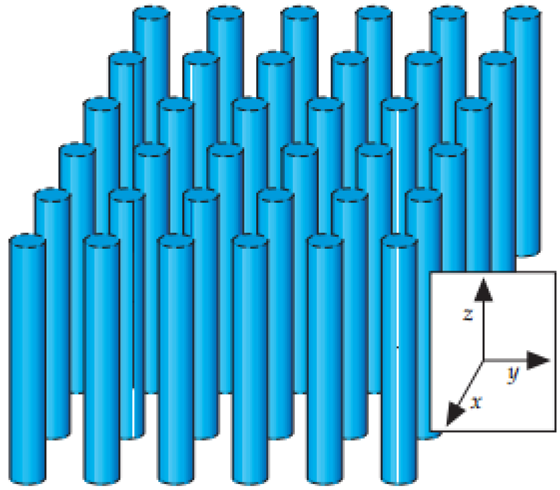


Σχήμα 2.2. Κοιλότητα συντονισμού που περιορίζεται από δύο ανακλαστήρες τύπου Braggεκατέρωθέν της.

Μια ακόμη πολύ σημαντική ιδιότητα των φωτονικών κρυστάλλων είναι η ιδιότητα της κλιμάκωσης. Ειδικότερα, έχει αποδειχθεί πως αν ένας φωτονικός κρύσταλλος με βήμα περιοδικότητας α εμφανίζει φωτονικό διάκενο στο μήκος κύματος λ, τότε ένας άλλος φωτονικός κρύσταλλος κατασκευασμένος από τα ίδια υλικά αλλά με βήμα περιοδικότητας 2α θα εμφανίζει φωτονικό διάκενο στο μήκος κύματος 2λ, αρκεί οι ιδιότητες των υλικών να μην εξαρτώνται από τη συχνότητα. Η ιδιότητα αυτή είναι πάρα πολύ χρήσιμη καθώς μας επιτρέπει τον σχεδιασμό κρυστάλλων ανεξαρτήτως διαστάσεων. Έτσι, είναι σύνηθες όλες οι διαστάσεις, αλλά και τα αντίστοιχα μήκη κύματος, να κανονικοποιούνται με βάση κάποιο χαρακτηριστικό μέγεθος του κρυστάλλου, το οποίο συνήθως είναι το βήμα της περιοδικότητας α (στα επόμενα κεφάλαια αυτή η κανονικοποίηση θα γίνει αρκετά πιο κατανοητή).

2.2. Οι Εξισωσεις του Maxwell σε Περιοδικες Δομες

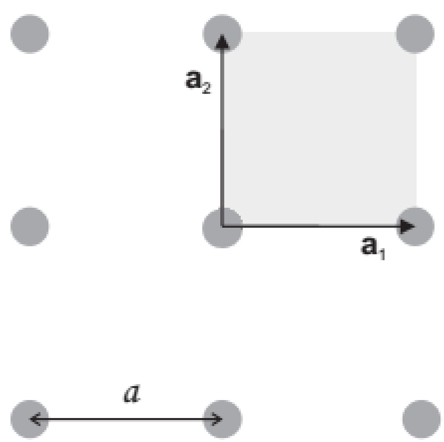
Στην παράγραφο αυτή θα εξειδικεύσουμε κάπως την ανάλυση των φωτονικών κρυστάλλων μέσω των εξισώσεων Maxwell, περιοριζόμενοι σε δομές δύο διαστάσεων (Σχήμα 2.3). Αρχικά θα μιλήσουμε για τα περιοδικά πλέγματα, μια έννοια χρήσιμη στην διαδικασία ανάλυσης στην οποία και θα περάσουμε αμέσως μετά. Τέλος, θα αναφερθούμε στο θεώρημα Bloch, το οποίο είναι και η βάση της θεωρίας για όλες τις περιοδικές δομές και διατάξεις.



Σχήμα 2.3. Φωτονικός κρύσταλλος δύο διαστάσεων. Διακρίνονται οι περιοδικές αλλαγές κατά τις xκαι yδιευθύνσεις και η ομοιομορφία κατά τη z διεύθυνση.

2.2.1 Περιοδικά Πλέγματα

Η μαθηματική περιγραφή της συμμετρίας του πλέγματος που φαίνεται στο Σχήμα 2.3 είναι αρκετά σημαντική και με αυτή θα ασχοληθούμε στην παρούσα ενότητα. Για τον λόγο αυτό, στο Σχήμα 2.4 σχεδιάζουμε μια τομή του παραπάνω φωτονικού κρυστάλλου στο $x - y$ επίπεδο, όπου σημειώνουμε κάποια χαρακτηριστικά μεγέθη. Ο φωτονικός κρύσταλλος αποτελείται από κυλινδρικές ράβδους υψηλού δείκτη διάθλασης οι οποίες είναι τοποθετημένες περιοδικά σε κάποιο υλικό με χαμηλότερο δείκτη διάθλασης.



Σχήμα 2.4. Τομή τετραγωνικού δισδιάστατου φωτονικού κρυστάλλου όπου διακρίνονται η σταθερά πλέγματος α, τα θεμελιώδη διανύσματα $\alpha_{1,2}$και ένα στοιχειώδες κελί (σκιασμένη περιοχή).

Όπως βλέπουμε από την δομή της διάταξης που απεικονίζεται στο Σχήμα 2.4 υπάρχει μια περιοδικότητα σε ό,τι αφορά τις διηλεκτρικές ιδιότητες των υλικών, που μας επιτρέπει να γράψουμε

$$\varepsilon(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = \varepsilon(\mathbf{r}), \tag{2.1}$$

που ισχύει για οποιοδήποτε διάνυσμα

$$\mathbf{R} = l_1\boldsymbol{a_1} + l_2\boldsymbol{a_2}. \tag{2.2}$$

Τα διανύσματα $\boldsymbol{a}_{\mathbf{1},\mathbf{2}}$ της Εξ. (2.2) ονομάζονται θεμελιώδη διανύσματα πλέγματος (primitive lattice vectors) και έχουν την μορφή που φαίνεται στο Σχήμα 2.4 για τον συγκεκριμένο φωτονικό κρύσταλλο, του οποίου το πλέγμα καλείται τετραγωνικό για προφανείς λόγους. Τα $\boldsymbol{a}_{\mathbf{1},\mathbf{2}}$ ορίζουν ένα μοναδιαίο ή στοιχειώδες κελί (σκιασμένη περιοχή στο Σχήμα 2.4) το οποίο επαναλαμβάνεται περιοδικά καθ' όλο το μήκος του φωτονικού κρυστάλλου, ορίζοντας επί της ουσίας την δομή του. Επιπλέον, οι συντελεστές $l_{1,2}$ παίρνουν αποκλειστικά ακέραιες (θετικές ή αρνητικές) ή μηδενικές τιμές. Αντίθετα, το διάνυσμα θέσης $\mathbf{r}$ υποδεικνύει τη θέση οποιουδήποτε σημείου στον χώρο και έχει την μορφή

$$\mathbf{r} = x_1\boldsymbol{a_1} + x_2\boldsymbol{a_2}, \tag{2.3}$$

με τα $x_{1,2}$ να μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή.

Πλην της μορφής του μοναδιαίου κελιού που φαίνεται στο Σχήμα 2.4 και ιδιαίτερα για την υπολογιστική ανάλυση του κρυστάλλου, βολεύει ιδιαίτερα η χρήση ενός μοναδιαίου κελιού (το οποίο είναι επίσης τετραγωνικό) στο οποίο η ράβδος του φωτονικού κρυστάλλου βρίσκεται στο κέντρο και το πλάτος της πλευράς του είναι ίσο με α.

Αρκετά χρήσιμη στην ανάλυση είναι η έννοια των αμοιβαίων περιοδικών πλεγμάτων, η οποία ουσιαστικά έγκειται στην ανάλυση οποιασδήποτε περιοδικής συνάρτησης $f(\mathbf{r})$σε σειρά ή μετασχηματισμό Fourier. Αυτή η διαδικασία μας επιτρέπει να αναλύσουμε την f σε επίπεδα κύματα των οποίων τα κυματικά διανύσματα $\mathbf{q}$ έχουν οποιαδήποτε δυνατή διεύθυνση στον χώρο. Εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier στις $f(\mathbf{r})$ και $f(\mathbf{r}+\mathbf{R})$καταλήγουμε στην

$$F(\mathbf{q})e^{j\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} = F(\mathbf{q}), \tag{2.4}$$

η οποία ισχύει μόνο εάν

$$e^{j\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} = 1, \tag{2.5}$$

για οποιοδήποτε $\mathbf{R}$. Η Σχέση (2.4) υποδεικνύει πως δεν χρειάζεται να εξετάσουμε όλα τα δυνατά επίπεδα κύματα αλλά μόνο εκείνα για τα οποία ισχύει η Εξ. (2.5). Το σύνολο αυτό των διανυσμάτων $\mathbf{q}$ ονομάζεται αντιστροφόπλεγμα (reciprocal lattice), συμβολίζεται με $\mathbf{G}$ και έχει τη μορφή

$$\mathbf{G} = m_1\boldsymbol{b_1} + m_2\boldsymbol{b_2}, \tag{2.6}$$

για τον φωτονικό κρύσταλλο του Σχήματος 2.4, όπου και εδώ $m_{1,2}$ είναι ακέραιοι συντελεστές, ενώ τα διανύσματα $\boldsymbol{b_1}, \boldsymbol{b_2}$ ορίζονται παρακάτω.

Χρησιμοποιώντας την Εξ. (2.5) και την Εξ. (2.2) μπορούμε να προσδιορίσουμε την σχέση των διανυσμάτων $\boldsymbol{a}_{1,2}$ και $\boldsymbol{b}_{1,2}$, αν εκμεταλλευτούμε το γεγονός πως η σχέση (2.5) είναι ισοδύναμη με την $\mathbf{G}\cdot\mathbf{R} = n2\pi$ για οποιονδήποτε ακέραιο n. Τελικά και αφού $\boldsymbol{a}_1 = \alpha\hat{\mathbf{x}}$ και $\boldsymbol{a}_2 = \alpha\hat{\boldsymbol{y}}$ τελικά καταλήγουμε στις σχέσεις

$$\boldsymbol{b}_1 = \frac{2\pi}{\alpha}\hat{\mathbf{x}}, \tag{2.7a}$$

$$\boldsymbol{b}_2 = \frac{2\pi}{\alpha}\hat{\mathbf{y}}. \tag{2.7b}$$

Όπως βλέπουμε και εδώ το αντίστροφο πλέγμα είναι τετραγωνικό με σταθερά πλέγματος $2\pi/\alpha$. Τα παραπάνω είναι αρκετά χρήσιμα όταν πάμε να γράψουμε τις εξισώσεις Maxwell σε περιοδικές δομές, όπως θα φανεί στην επόμενη ενότητα.

2.2.2 Ηλεκτρομαγνητικές Εξισώσεις και Θεώρημα Bloch-Floquet

Στους φωτονικούς κρυστάλλους, όπως και σε οποιαδήποτε άλλη ηλεκτρομαγνητική διάταξη, ισχύουν οι εξισώσεις του Maxwell, οι οποίες συμπυκνώνονται στις σχέσεις (για μη μαγνητικά υλικά που είναι και η πιο συνηθισμένη περίπτωση στους φωτονικούς κρυστάλλους)

$$\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r},t) = -\frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{B}}(\mathbf{r},t)}{\partial t}, \tag{2.8a}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{D}}(\mathbf{r},t) = \rho_V, \tag{2.8b}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r},t) = \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{D}}(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \boldsymbol{\mathcal{J}}(\mathbf{r},t), \tag{2.8c}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{B}}(\mathbf{r},t) = 0, \tag{2.8d}$$

στο πεδίο του χρόνου ή

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = +j\omega\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}), \tag{2.9a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho_V, \tag{2.9b}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}(\mathbf{r}), \tag{2.9c}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0, \tag{2.9d}$$

στο πεδίο των συχνοτήτων για σύμβαση αρμονικής μεταβολής της μορφής $\exp\{-j\omega t\}$ και αφού κάναμε χρήση των καταστατικών εξισώσεων $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}(\mathbf{r})$ και $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r})$. Για την μετάβαση από τις σχέσεις (2.8) στις σχέσεις (2.9) χρησιμοποιούμε την παραδοχή της αργά μεταβαλλόμενης περιβάλλουσας γύρω από την φέρουσα συχνότητα ω, δηλαδή $\boldsymbol{\mathcal{F}}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}\{\mathbf{F}(\mathbf{r})\exp\{-j\omega t\}\}$, όπου $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ οποιοδήποτε από τα τέσσερα διανύσματα του Η/Μ πεδίου στο πεδίο του χρόνου και $\mathbf{F}$ το αντίστοιχο διάνυσμα στο πεδίο της συχνότητας. Αν και στην γενική περίπτωση μπορούν να υπάρχουν όροι διέγερσης (φορτία, ρεύματα), εμείς θα απαλείψουμε αυτούς τους όρους θέτοντας $\rho_V = \mathbf{J} = 0$.

Συνδυάζοντας κατάλληλα τις σχέσεις (2.9a) και (2.9c) μπορούμε να πάρουμε μια σχέση που να εμπλέκει μόνο το μαγνητικό πεδίο, δηλαδή

$$\nabla \times \left\{\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})\right\} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}), \tag{2.10}$$

όπου c η ταχύτητα του φωτός στον κενό χώρο. Αποδεικνύεται πως ο αριστερός τελεστής της Εξ. (2.10), $\nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times$, είναι Ερμητιανός και άρα μπορούν με ευκολία να βρεθούν οι ιδιοτιμές του προβλήματος που είναι οι όροι συχνότητας $(\omega/c)^2$ και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα που περιγράφουν την κατανομή του πεδίου που υποστηρίζει ο κάθε ρυθμός.

Για να απλοποιηθεί η επίλυση του προβλήματος (2.10) χρησιμοποιείται το θεώρημα Bloch-Floquet. Σύμφωνα με αυτό, οποιοδήποτε ηλεκτρομαγνητικό μέγεθος (εδώ θα περιοριστούμε στην ένταση του μαγνητικού πεδίου) σε δομές με συμμετρία μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_n \mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{j\boldsymbol{k_n}\cdot\mathbf{r}} \tag{2.11}$$

Η Εξ. (2.11) περιγράφει πως μπορούμε αναλύσουμε τα πεδία σε άθροισμα επίπεδων κυμάτων, το καθένα με κυματικό διάνυσμα $\mathbf{k}_{\boldsymbol{n}}$, και μια περιοδική συνάρτηση-περιβάλλουσας $\mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ που το διαμορφώνει. Η Εξ. (2.10) έχει διακριτές ιδιοτιμές που τις κατατάσσουμε σε αύξουσα σειρά για κάθε n, $\omega_n(\mathbf{k})$,και οι οποίες μεταβάλλονται συνεχώς ως προς το $\mathbf{k}$. Έτσι, αν λύσουμε το πρόβλημα για πολλές τιμές του $\mathbf{k}$**,** μπορούμε να ανακτήσουμε τις αντίστοιχες ιδιοτιμές φτιάχνοντας ένα διάγραμμα $\omega - \mathbf{k}$ για κάθε υποστηριζόμενο από τη διάταξη ρυθμό**.**

Όπως είπαμε, οι συναρτήσεις $\mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ είναι περιοδικές όπως επιβάλλει το περιοδικό πλέγμα του κρυστάλλου, δηλαδή

$$\mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}), \tag{2.12}$$

ή ισοδύναμα για την Εξ. (2.11)

$$\mathbf{H}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \sum_{\boldsymbol{n}} \mathbf{h}_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) e^{j\mathbf{k}_{\boldsymbol{n}}\cdot(\mathbf{r}+\mathbf{R})} = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}. \tag{2.13}$$

Βλέπουμε, δηλαδή, πως οποιοδήποτε κυματανυσματικής μορφής $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{G}$, όπου $\mathbf{G}$ γραμμικός συνδυασμός των μοναδιαίων διανυσμάτων του αντιστρόφου πλέγματος (εξ. 2.6) αφήνει αμετάβλητο το δεξί μέλος της Εξ. (2.13). Επομένως, δεν χρειάζεται να αναλύσουμε όλα τα δυνατά κυματανύσματα αλλά μόνο εκείνα που περιορίζονται στην σκιαγραφημένη περιοχή του Σχήματος 2.4, ή αντίστοιχα σε μια τετραγωνική περιοχή με κέντρο μια ράβδο και πλευρά α, η οποία ονομάζεται αλλιώς και ζώνη Brillouin (BrillouinZone, BZ) του φωτονικού κρυστάλλου.

Μια επιπλέον ιδιότητα που χαρακτηρίζει την Εξ. (2.10) είναι η ιδιότητα της κλιμάκωσης. Έστω, λοιπόν, πως οι διηλεκτρικές ιδιότητες του φωτονικού κρυστάλλου αλλάζουν κατά έναν παράγοντα κλιμάκωσης s, $\varepsilon'(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}/s)$. Η αλλαγή αυτή συνεπάγεται και τις παρακάτω αλλαγές στο χωρικό διάνυσμα θέσης και τον χωρικό τελεστή παραγώγισης, $\mathbf{r}' = s\mathbf{r}$ και $\nabla' = \nabla/s$. Αντικαθιστώντας στην Εξ. (2.10) και κάνοντας κάποιες πράξεις, καταλήγουμε τελικά στην

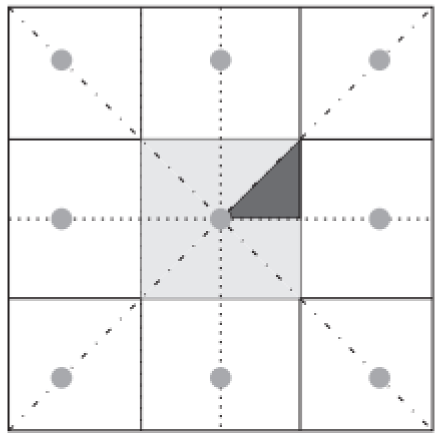
$$\begin{gathered} s\nabla \times \left\{\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r}/s)} s\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}/s)\right\} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}/s) \Rightarrow \\ \nabla \times \left\{\frac{1}{\varepsilon_r{}'(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}/s)\right\} = \left(\frac{\omega}{cs}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}/s). \end{gathered} \tag{2.14}$$

Από την Εξ. (2.14) διαπιστώνουμε πως το προφίλ του μαγνητικού πεδίου όπως και η συχνότητα την ιδιοτιμής αλλάζουν κατά συγκεκριμένο τρόπο, $\mathbf{H}'(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(\mathbf{r}/s)$ και $\omega' = \omega/s$, αντίστοιχα. Όπως είπαμε και στην εισαγωγική παράγραφο του κεφαλαίου, αυτή η ιδιότητα διευκολύνει πολύ την ανάλυση των φωτονικών κρυστάλλων και επίσης επιτρέπει την κανονικοποιημένη ανάλυση, ανεξάρτητα από την πρακτικές διαστάσεις του κρυστάλλου.

2.2.3 Συμμετρίες Φωτονικών Κρυστάλλων

Επίσης μπορούν να γίνουν και οι παρακάτω απλοποιήσεις λόγω συμμετρίας, ώστε να περιορίσουμε ακόμη περισσότερο τα κυματικά διανύσματα που περιέχονται στηνBZ και τα οποία πρέπει να εξετάσουμε. Ειδικότερα για τον τετραγωνικό φωτονικό κρύσταλλο που θα εξετάσουμε στην συγκεκριμένη εργασία παρατηρούμε πως έχει μια συμμετρία στροφής κατά 90^{o}. Ουσιαστικά αυτό σημαίνει πως οποιαδήποτε στροφή του κρυστάλλου κατά ακέραια πολλαπλάσια των 90^{o} αφήνει το πλέγμα αναλλοίωτο.

Η παραπάνω συμμετρία αποδεικνύεται πως περνάει αυτούσια και στην BZ, δηλαδή στα κυματικά διανύσματα $\omega_n(\mathbf{k})$. Έτσι, περιορίζεται ακόμη περισσότερο η περιοχή κυματικών διανυσμάτων που πρέπει να εξετάσουμε. Η ελάχιστη αυτή περιοχή ονομάζεται μη αναγώγιμη ζώνη Brillouin (Irreducible Brillouin Zone, IBZ) και προκύπτει από τον συνδυασμό των γεωμετρικών συμμετριών του κρυστάλλου μαζί με την συμμετρία αντιστροφής χρόνου που διέπει τις εξισώσεις του Maxwell ($\omega_n(\mathbf{k}) = \omega_n(-\mathbf{k})$). Τελικά, για τον φωτονικό κρύσταλλο που μας ενδιαφέρει η IBZ φαίνεται στο Σχήμα 2.5 με σκούρα γκρι σκίαση, ενώ η ανοιχτή γκρι αντιστοιχίζεται στην BZ.



Σχήμα 2.5. Ζώνη Brillouin (ανοιχτό γκρι) και μη αναγώγιμη ζώνη Brillouin (σκούρο γκρι) για τον τετραγωνικό φωτονικό κρύσταλλο του Σχήματος 2.4.

Πριν κλείσουμε το κεφάλαιο, θα πρέπει να αναφερθούμε σε μια ακόμη συμμετρία που διέπει τους δισδιάστατους φωτονικούς κρυστάλλους και λέγεται κατοπτρική συμμετρία. Σύμφωνα με αυτή, οποιοσδήποτε φωτονικός κρύσταλλος ο οποίος παρουσιάζει ομοιομορφία ως προς μια διάσταση, δίνει την δυνατότητα της αποσύμπλεξης των έξι συνιστωσών του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου σε δύο ομάδες των τριών.

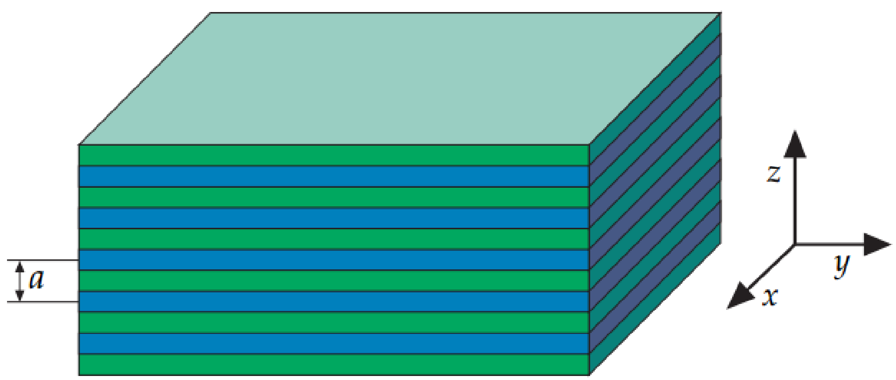
Συγκεκριμένα, μια ομάδα ρυθμών έχουν μη-μηδενικές τις συνιστώσες $\{E_x, E_y, H_z\}$ και χαρακτηρίζονται ως εγκάρσιοι ηλεκτρικοί (transverse electric, TE) καθώς το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στην ομοιόμορφη διάσταση της διάταξης (σημειώνουμε εδώ πως αυτή η ονοματολογία είναι αντίστροφη από την αντίστοιχη στους κυματοδηγούς). Αντίστοιχα, ως εγκάρσιοι μαγνητικοί (transverse magnetic, TM) χαρακτηρίζονται οι ρυθμοί που το διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετο στην ομοιόμορφη διάσταση του κρυστάλλου με μη-μηδενικές τις συνιστώσες $\{H_x, H_y, E_z\}$.

Όπως θα φανεί και στην αμέσως επόμενη ενότητα, η διάκριση ανάμεσα στις πολώσεις είναι αρκετά σημαντική καθώς υπάρχουν κρύσταλλοι που εμφανίζουν φωτονικό διάκενο μόνο για μία από τις δύο πολώσεις, ενώ η κατανομή των ρυθμών είναι συνεχής για την άλλη πόλωση. Επιπλέον και σε ότι αφορά την υπολογιστική ανάλυση του προβλήματος (θα φανεί παρακάτω, στην ενότητα 3.1) αυτή η διάκριση διευκολύνει των υπολογισμό των φωτονικών διακένων και των αντίστοιχων ρυθμών.

2.3. Διαγραμματα Διασπορας και Φωτονικο Διακενο σε Δισδιαστατους Φωτονικους Κρυσταλλους

Η ανάλυση των δύο προηγούμενων παραγράφων οδηγεί στον υπολογισμό των $\omega - \mathbf{k}$ διαγραμμάτων, τα οποία αλλιώς λέγονται και διαγράμματα διασποράς. Συνοπτικά, για την παραγωγή τους χρησιμοποιούμε επίπεδα κύματα τα οποία προσπίπτουν στην διάταξη κάθε φορά με διαφορετικό κυματάνυσμα $\mathbf{k}$ και παρατηρούμε τις συχνότητες (ιδιοτιμές) των διάφορων υποστηριζόμενων ρυθμών (ιδιοδιανύσματα). Στην συνέχεια συγκεντρώνουμε όλα τα παραπάνω αποτελέσματα σε ένα διάγραμμα, το οποίο περιγράφει πλήρως την απόκριση του φωτονικού κρυστάλλου.

Θα εξηγήσουμε κάπως πιο αναλυτικά την διαδικασία παραγωγής ενός τέτοιου διαγράμματος για έναν φωτονικό κρύσταλλο μίας διάστασης και στην συνέχεια θα δείξουμε κάποια χαρακτηριστικά παραδείγματα των φωτονικών κρυστάλλων που θα μας απασχολήσουν στην εργασία. Υποθέτουμε πως διαθέτουμε έναν κρύσταλλο μιας διάστασης σαν αυτόν του Σχήματος 2.6 (χαρακτηρίζεται και ως καθρέπτης Bragg, Bragg mirror).



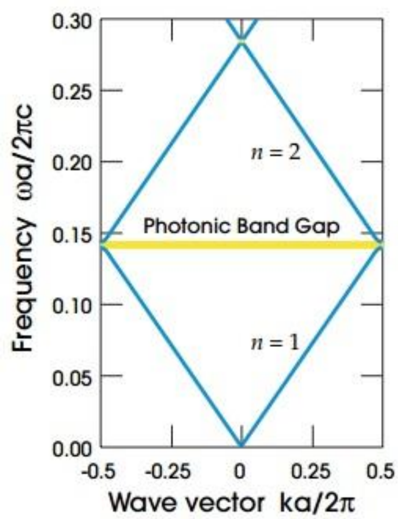
Σχήμα 2.6. Φωτονικός κρύσταλλος μίας διάστασης με περιοδικότητα κατά τον ζάξονα.

Αφού ο κρύσταλλος εμφανίζει περιοδικότητα κατά τον z άξονα, μπορούμε να διαχωρίσουμε το κυματικό διάνυσμα στις δύο του συνιστώσες, την κάθετη και την παράλληλη στο xy επίπεδο, $\mathbf{k}_{\parallel}$ και k_z αντίστοιχα. Έτσι, σύμφωνα και με την Εξ. (2.11) μπορούμε να γράψουμε

$$\mathbf{H}_{n,\mathbf{k}_{\parallel},k_z}(\mathbf{r}) = \sum_{n} \mathbf{h}_{n,\mathbf{k}_{\parallel},k_z}(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}_{\parallel}\cdot\boldsymbol{\rho}} e^{jk_z z}. \tag{2.15}$$

Προφανώς το διάνυσμα $\mathbf{k}_{\parallel}$ μπορεί να λάβει αυθαίρετες τιμές λόγω της υποκείμενης συμμετρίας (για απλότητα επιλέγουμε $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$), αλλά το k_z είναι αυτό που ορίζει τοIBZ διάστημα $-\pi/\alpha < k_z \leq \pi/\alpha$, σύμφωνα και με όσα έχουμε πει στην ενότητα 2.2.3 και το γεγονός πως $\boldsymbol{a} = a\hat{\boldsymbol{z}}$ και $\mathbf{b} = 2\pi/a\hat{\boldsymbol{z}}$.

Υποθέτοντας πως το ένα στρώμα του φωτονικού κρυστάλλου έχει $\varepsilon_{r,1} = 13$ ενώ το άλλο $\varepsilon_{r,2} = 12$, με ίσο πάχος, και επιλύοντας το πρόβλημα ιδιοτιμών που προκύπτει από τον συνδυασμό των εξισώσεων (2.14) και (2.15), καταλήγουμε στο διάγραμμα διασποράς που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.7. Για την παραγωγή αυτού του διαγράμματος, υποθέσαμε γνωστό κυματικό διάνυσμα k_z και στην συνέχεια υπολογίστηκε η ιδιοτιμή που αντιστοιχεί στην συχνότητα του κάθε ρυθμού.



Σχήμα 2.7. Ενδεικτικό διάγραμμα διασποράς του μονοδιάστατου φωτονικού κρυστάλλου του Σχήματος 2.6. Με κίτρινο σημειώνεται μια περιοχή που δεν επιτρέπει την διάδοση κανενός ρυθμού.

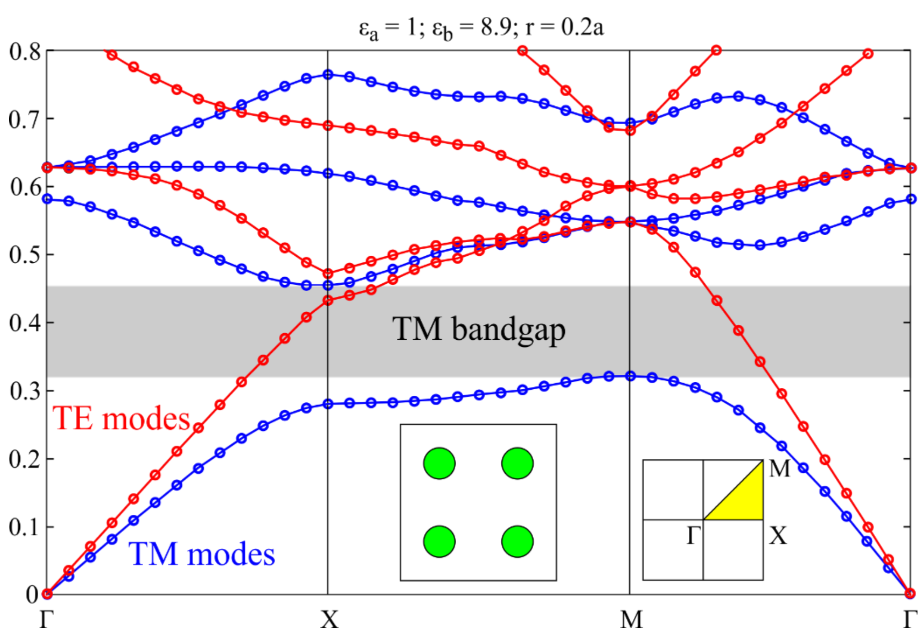
Όπως βλέπουμε, υπάρχουν δύο διακριτοί ρυθμοί, οι οποίο διαχωρίζονται από μια στενή ζώνη που σημειώνεται με κίτρινο. Στην ζώνη αυτή δεν υποστηρίζεται κάποιος ρυθμός, με αποτέλεσμα το κύμα που προσπίπτει με οποιαδήποτε κατεύθυνση (δηλαδή οποιοδήποτε κυματάνυσμα) να μην μπορεί να διαδοθεί εντός του κρυστάλλου και άρα αναμένεται να ανακλαστεί πλήρως.

Προφανώς δεν χρειάζεται να επεκτείνουμε την ανάλυση για παραπάνω κυματικά διανύσματα, μιας και αναλύσαμε όλη την IBZ. Αν προχωρούσαμε την ανάλυση αυτή, δεν θα λαμβάναμε καμία επιπλέον πληροφορία, παρά κάποια αναπαραγωγή του διαγράμματος που ήδη έχουμε κατασκευάσει. Για τον λόγο αυτό περιοριζόμαστε στην IBZ και τελικά εξοικονομούμε πόρους περιορίζοντας την υπολογιστική ανάλυση.

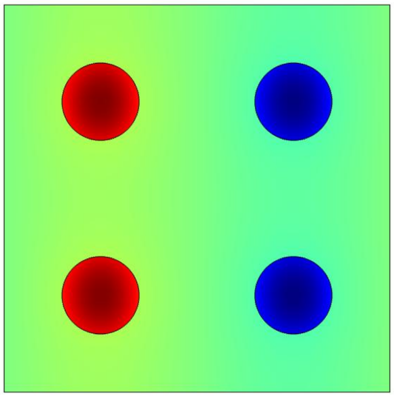
Γενικεύοντας, μπορούμε να υπολογίσουμε με αντίστοιχο τρόπο και διαγράμματα διασποράς συνθετότερων φωτονικών κρυστάλλων. Ένα τέτοιο διάγραμμα τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου δύο διαστάσεων φαίνεται στο Σχήμα 2.8. Προφανώς περιορίζουμε την ανάλυση στην IBZ περιοχή κυματικών διανυσμάτων και διαχωρίζουμε τις πολώσεις σε TE και TM, σύμφωνα με όσα περιγράφηκαν στην παράγραφο 2.2. Το πιο χαρακτηριστικό κομμάτι του σχήματος είναι η περιοχή $\omega c/(2\pi\alpha) = [0.32, 0.45]$ στην οποία βλέπουμε πως δεν υποστηρίζεται κανένας TM ρυθμός για οποιοδήποτε κυματάνυσμα. Αυτή η περιοχή ονομάζεται φωτονικό διάκενο (photonic bandgap) και αντιστοιχίζεται σε πλήρη ανάκλαση του προσπίπτοντος φωτός. Ουσιαστικά αυτό το διάκενο θα εκμεταλλευτούμε στο κεφάλαιο 4 για να προτείνουμε διάφορες διατάξεις φωτονικών κρυστάλλων.

Αξίζει να σημειωθεί εδώ πως όλα τα Σχήματα που ακολουθούν (2.8-2.15) παράχθηκαν με τη χρήση του λογισμικού COMSOL Multiphysics® το οποίο και αναλαμβάνει την επίλυση των εξισώσεων που αναπτύχθηκαν στο παρόν κεφάλαιο. Αναλυτικότερα, η χρήση του λογισμικού και η μέθοδος που υλοποιεί θα περιγραφεί στην παράγραφο 3.1 του επόμενου κεφαλαίου.

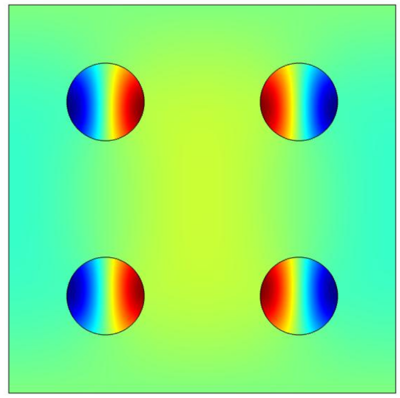
Τα αποτελέσματα του Σχήματος 2.8 αντιστοιχίζονται στις ιδιοτιμές που προκύπτουν από την επίλυση ενός συστήματος αντίστοιχου με αυτό της Εξ. (2.10). Εκτός από τις ιδιοτιμές, η επίλυση του προβλήματος δίνει και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα τα οποία αντιστοιχίζονται στο προφίλ του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου πάνω στον κρύσταλλο. Ενδεικτικά, στα Σχήματα 2.9-2.14 παριστάνουμε κάποια από αυτά τα ιδιοδιανύσματα. Όπως βλέπουμε, διαφορετικά κυματανύσματα (που αντιστοιχούν σε επίπεδα κύματα διαφορετικής γωνίας πρόσπτωσης) οδηγούν σε διαφορετικές κατανομές του πεδίου, ακριβώς όπως οδηγούν και σε διαφορετικές συχνότητες των αντίστοιχων υποστηριζόμενων ρυθμών.



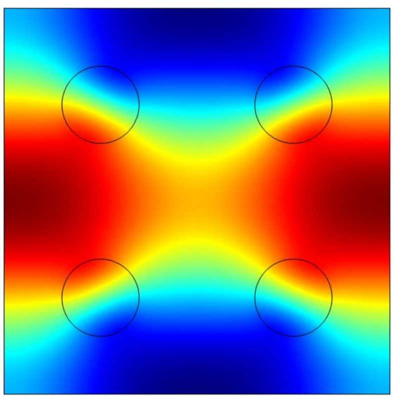
Σχήμα 2.8. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με κυλινδρικές ράβδους ακτίνας $r = 0.2a$ και διηλεκτρικής σταθεράς $\varepsilon_b = 8.9$ με υποκείμενο υλικό των αέρα. Διακρίνονται με διαφορετικά χρώματα οι δύο πολώσεις καθώς και με σκούρο γκρι σημειώνεται το TM φωτονικό διάκενο.



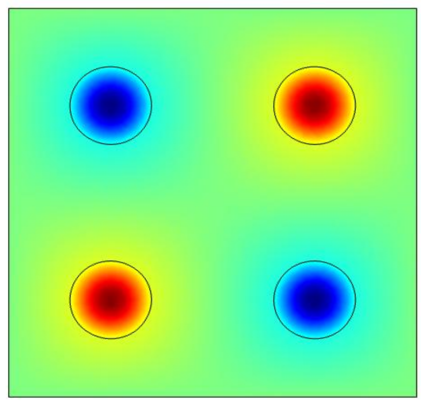
Σχήμα 2.9. Κάθετη συνιστώσα της ηλεκτρικής μετατόπισης D_zτου πρώτου TM ρυθμού στο σημείο X του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.



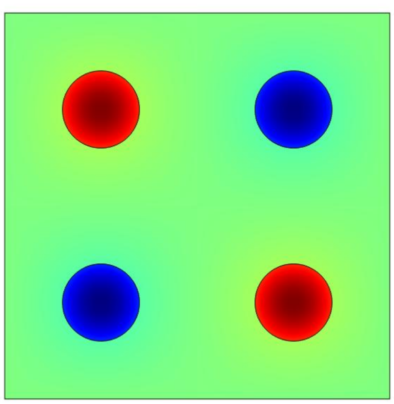
Σχήμα 2.10. Κάθετη συνιστώσα της ηλεκτρικής μετατόπισης D_z του δεύτερου TM ρυθμού στο σημείο X του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.



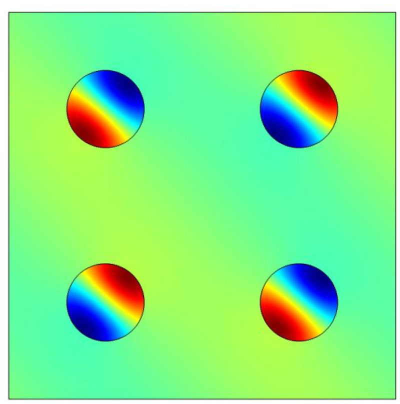
Σχήμα 2.11. Κάθετη συνιστώσα της έντασης του μαγνητικού πεδίουH_z του πρώτου TE ρυθμού στο σημείο X του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.



Σχήμα 2.12. Κάθετη συνιστώσα της έντασης του μαγνητικού πεδίου H_z του δεύτερου TE ρυθμού στο σημείο X του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.

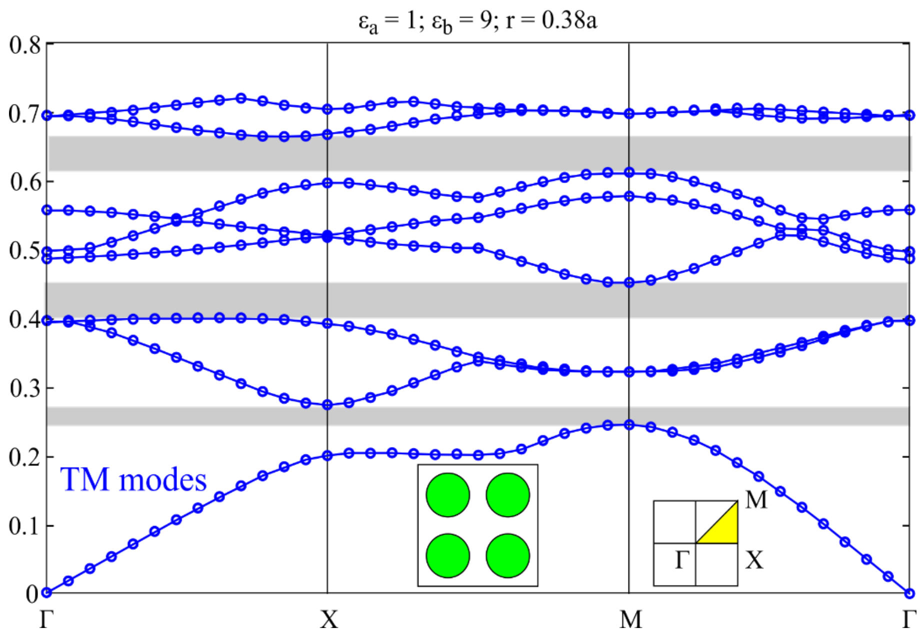


Σχήμα 2.13. Κάθετη συνιστώσα της ηλεκτρικής μετατόπισης D_z του πρώτου TM ρυθμού στο σημείο M του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.



Σχήμα 2.14. Κάθετη συνιστώσα της ηλεκτρικής μετατόπισης D_z του δεύτερου TM ρυθμού στο σημείο M του διαγράμματος διασποράς του Σχήματος 2.8.

Θα κλείσουμε αυτό το εισαγωγικό κεφάλαιο παραθέτοντας ένα ακόμη διάγραμμα διασποράς, το οποίο δείχνει πως μπορούμε να έχουμε παραπάνω από ένα φωτονικά διάκενα στον φωτονικό κρύσταλλο. Όλα εξαρτώνται από την σχεδίαση, δηλαδή την ακτίνα των ράβδων, την επιλογή των υλικών που τις αποτελούν αλλά και του υποκείμενου υλικού που δεν είναι απαραίτητο να είναι ο αέρας. Τα αποτελέσματα τελικά φαίνονται στο Σχήμα 2.15 όπου όντως παρατηρούμε την ύπαρξη τριών φωτονικών διακένων για την TM πόλωση.



Σχήμα 2.15. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με κυλινδρικές ράβδους ακτίνας $r = 0.38a$ και διηλεκτρικής σταθεράς $\varepsilon_b = 9$ με υποκείμενο υλικό των αέρα. Διακρίνονται τρία φωτονικά διάκενα για την TM πόλωση (η TE πόλωση παραλείπεται για ευκολότερη οπτική παρατήρηση των διακένων).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ

Έχοντας περιγράψει συνοπτικά τις βασικές αρχές των φωτονικών κρυστάλλων αλλά και την μεθοδολογία ανάλυσής τους, θα προχωρήσουμε σε αυτό το κεφάλαιο στην παρουσίαση μιας διάταξης που βασίζεται σε αυτούς και δρα ως αισθητήρας ανίχνευσης. Προτού όμως περάσουμε στο κυρίως μέρος της εργασίας, θα κάνουμε μια σύντομη αναφορά στο πρόγραμμα COMSOL Multiphysics® 5.0 και στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method, FEM) που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση των διάφορων διατάξεων.

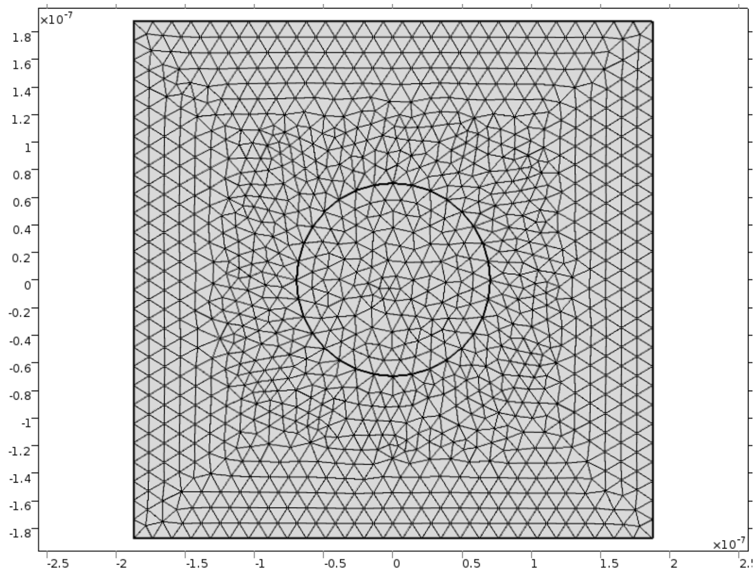
3.1. Η ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ FEM ΚΑΙ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ COMSOL

Το πρόγραμμα COMSOL [7] είναι ένα ευρέως διαδεδομένο λογισμικό πακέτο το οποίο υλοποιεί την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την υπολογιστική ανάλυση διάφορων δομών. Η τεχνική της FEM μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μια ευρεία γκάμα προβλημάτων, μοντελοποιώντας πάρα πολλά φυσικά φαινόμενα όπως ο ηλεκτρομαγνητισμός, η ροή ρευστών, η ροή θερμότητας, η αντοχή υλικώνκ.α. Επί της ουσίας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επιλύσει οποιοδήποτε συνοριακό πρόβλημα μίας, δύο ή τριών διαστάσεων που περιγράφεται από μία ή περισσότερες μερικές διαφορικές εξισώσεις (partial differential equations, PDEs). Πρέπει να σημειώσουμε πως υπάρχουν υλοποιήσεις της FEM τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Εμείς θα ασχοληθούμε μόνο με το πεδίο της συχνότητας (πρόκειται, άλλωστε, για την πιο διαδεδομένη υλοποίηση της FEM), δηλαδή θα υποθέτουμε πάντα πως όποιο μεταβατικό φαινόμενο πιθανόν να υπάρχει έχει παρέλθει και θα εστιάζουμε μόνο σε λύσεις σταθερής κατάστασης (Continuous Wave, CW solutions).

Όπως είπαμε, το COMSOL μοντελοποιεί την FEM για την επίλυση οποιασδήποτε μερικής διαφορικής εξίσωσης ή συστήματος αυτών. Εδώ θα εστιάσουμε, όπως έχει γίνει άλλωστε εμφανές, σε ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα και ουσιαστικά θα κληθούμε να επιλύσουμε τις διαφορικές εξισώσεις του Maxwell για την υποκείμενη διάταξη. Η διαδικασία της FEM έχει εκτενώς αναλυθεί στην βιβλιογραφία [5,6] και πολύ συνοπτικά περιγράφεται με τα ακόλουθα βήματα:

- Διακριτοποίηση υπολογιστικού χώρου.
- Έκφρασης εξισώσεων Maxwell για το διακριτοποιημένο υπολογιστικό χώρο.
- Εφαρμογή συνοριακών συνθηκών.
- Έκφραση του προβλήματος ως σύστημα γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων της μορφής $[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{x}] = [\mathbf{b}]$, όπου $[\mathbf{A}]$, $[\mathbf{b}]$ «αραιοί» πίνακες (sparse matrices) [5].
- Επίλυση του συστήματος εξισώσεων με δύο δυνατούς τρόπους.
    - Πρόβλημα ιδιοτιμών: υπολογισμών ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του $[\mathbf{x}]$.
    - Πρόβλημα διάδοσης: αντιστροφή πίνακα $[\mathbf{A}]$ και υπολογισμός της λύσης$[\mathbf{x}] = [\mathbf{A}]^{-1} \cdot [\mathbf{b}]$.

Αναλυτικότερα, η διακριτοποίηση του υπολογιστικού χώρου γίνεται με τον χωρισμό του σε διάφορους μικρότερους τομείς, οι οποίοι χρησιμοποιούνται σαν βάση για τον υπολογισμό του πεδίου σε χαρακτηριστικά σημεία αυτών και όχι σε κάθε σημείο του χώρου. Το πεδίο οπουδήποτε αλλού υπολογίζεται ως ένας (γραμμικός ή μη, εξαρτάται από την τάξη της προσέγγισης που θέλουμε να υλοποιήσουμε) συνδυασμός των τιμών που έχουν υπολογιστεί στα συγκεκριμένα σημεία. Στη FEM και σε προβλήματα δύο διαστάσεων, αυτός ο χωρισμός γίνεται με την κατασκευή μικρών τριγωνικών στοιχείων τα οποία καλύπτουν όλο τον χώρο (Σχήμα 3.1). Τα τρίγωνα είναι η πιο απλή δομή (δομή simplex) η οποία μπορεί να καλύψει όλο τον χώρο χωρίς να δημιουργεί επικαλύψεις. Αντίστοιχα, στις τρεις διαστάσεις χρησιμοποιούνται συνήθως τα τετράεδρα, με τις επιλογές εκεί να είναι περισσότερες (εξίσου συχνά χρησιμοποιούνται και τα τριγωνικά πρίσματα όταν υπάρχει ομοιομορφία της διάταξης ως προς μία διάσταση). Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτών των στοιχείων είναι πως μπορούν πολύ εύκολα, ιδιαίτερα όταν είναι αρκετά πυκνά, να μοντελοποιήσουν καμπύλα τμήματα, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Αυτό δίνει ένα πολύ μεγάλο πλεονέκτημα στην FEM σε αντίθεση με άλλες υπολογιστικές μεθόδους που χρησιμοποιούν τετραγωνικά πλέγματα (πχ. μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου).



Σχήμα 3.1: Ενδεικτική διακριτοποίηση υπολογιστικού χώρου δύο διαστάσεων με τριγωνικά στοιχεία.

Μετά την διαδικασία της διακριτοποίησης προχωρούμε στην εφαρμογή των εξισώσεων του Maxwell, οι οποίες τροποποιούνται μιας και πλέον δεν περιγράφουν όλο τον υπολογιστικό χώρο, αλλά μόνο τις ακμές των τριγώνων (για διανυσματικά στοιχεία πρώτης τάξης) ή τις ακμές και κάποια άλλα χαρακτηριστικά σημεία (για διανυσματικά στοιχεία μεγαλύτερης τάξης). Δεν θα προχωρήσουμε εδώ σε πιο αναλυτική περιγραφή αυτών των εξισώσεων, καθώς το λογισμικό προχωράει στην κατασκευή τους εσωτερικά χωρίς να χρειάζεται να επέμβουμε. Να σημειώσουμε μόνο πως όταν λέμε στοιχεία μεγαλύτερης τάξης εννοούμε τρίγωνα των οποίων το πεδίο δεν υπολογίζεται μόνο στις ακμές των τριγώνων όπως σε μια πρώτη και απλή προσέγγιση (στοιχεία πρώτης τάξης), αλλά και αλλού. Αυτό είναι βολικό γιατί δεν χρειάζεται να πυκνώσουμε πάρα πολύ την διακριτοποίηση και να φτάσουμε στα όριά του τον αλγόριθμο που την υλοποιεί. Στην εργασία χρησιμοποιούμε την αυτόματη επιλογή τάξης των στοιχείων που μας παρέχει το λογισμικό, επιλέγοντάς την ανάλογα με την ακρίβεια και τον τύπο της διακριτοποίησης που θέλουμε.

Στην συνέχεια, εφαρμόζουμε τις οριακές συνθήκες στο πρόβλημα. Υπάρχουν διαφόρων ειδών οριακές συνθήκες και εδώ θα αναφερθούμε στις τρεις που κατά περίπτωση θα χρησιμοποιήσουμε. Η πρώτη, που είναι η πιο απλή και αυτή που χρησιμοποιεί εξ ορισμού το λογισμικό, είναι η συνθήκη για τέλεια ηλεκτρικά αγώγιμα τοιχώματα (Perfect Electric Conductor, PEC). Σε αυτή θεωρείται πως ο υπολογιστικός χώρος τελειώνει με κάποιο αγώγιμο υλικό το οποίο είναι τέλειος αγωγός του ηλεκτρισμού. Η συνθήκη, αν και απλή, δεν είναι κατάλληλη για την περίπτωση που στο όριο του χώρου υπάρχει ηλεκτρικό ή μαγνητικό πεδίο, γιατί τότε αυτό ανακλάται και παραμορφώνει την τελική λύση. Για να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα, το λογισμικό μας δίνει την δυνατότητα χρήσης μια απορροφητικής οριακής συνθήκης (scattering boundary condition), η οποία απορροφά εξ' ολοκλήρου το πεδίο που φτάνει στο όριο του υπολογιστικού χώρου χωρίς να δημιουργεί ανακλάσεις. Το βολικό σημείο αυτής της συνθήκης είναι πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως πηγή για την εισαγωγή φωτός στην διάταξη. Τέλος, υπάρχει και η περιοδική οριακή συνθήκη τύπου Floquet, η οποία ουσιαστικά εισάγει μια φάση στο κυματάνυσμα και συνήθως χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει περιοδικές δομές άπειρης διάστασης (όπως οι φωτονικοί κρύσταλλοι που μελετάμε στην εργασία), δίνοντας τη δυνατότητα να εξετάζουμε μόνο ένα κελί τους και όχι την συνολική διάταξη, κάτι το οποίο θα ήταν ιδιαίτερα δύσκολο από πλευράς υπολογιστικών πόρων.

Αφού έχουμε εφαρμόσει και τις οριακές συνθήκες, το λογισμικό κατασκευάζει το σύστημα εξισώσεων που προαναφέραμε, το οποίο είναι γραμμικό αν θεωρήσουμε πως τα υλικά της διάταξης δεν παρουσιάζουν κάποια αλλαγή των ιδιοτήτων τους με τον χρόνο και τη συχνότητα. Υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι για να επιλύσουμε το σύστημα αραιών πινάκων που προκύπτει και αυτοί είναι η εύρεση των ιδιοτιμών του ή η πλήρης επίλυσή του.

Η ανάλυση ιδιοτιμών ουσιαστικά μας δείχνει τους διάφορους ρυθμούς που μπορεί να υποστηρίξει η διάταξή μας. Ειδικότερα, κάθε ιδιοτιμή του πίνακα $[\mathbf{A}]$ αντιστοιχεί στη συχνότητα του ρυθμού που υποστηρίζει η διάταξη ενώ το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα περιέχει την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στα διάφορα σημεία στα οποία υπολογίζεται, σύμφωνα με την διακριτοποίηση. Από μια τέτοια ανάλυση μπορούμε να εξάγουμε όλες τις δυνατές κατανομές του πεδίου στην διάταξη και για ποιες συχνότητες αυτές θα εμφανιστούν, κάτι το οποίο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο κατά τον σχεδιασμό. Αξίζει να σημειωθεί εδώ πως σε αυτή την ανάλυση δεν πρέπει να υπάρχουν πηγές πεδίου καθώς ο υπολογισμός είναι δυνητικός. Δίνει, δηλαδή, τους ρυθμούς που υποστηρίζονται από την διάταξη χωρίς να χρειάζεται αυτοί κάπως να διεγερθούν.

Η επί της ουσίας διέγερση των εκάστοτε ρυθμών γίνεται με την τροφοδοσία φωτός από κάποιο όριο του υπολογιστικού χώρου μέσω της κατάλληλης οριακής συνθήκης και η επίλυση αντιστοιχεί στο πρόβλημα διάδοσης. Σε αυτή την περίπτωση, το πρόγραμμα αντιστρέφει τον πίνακα $[\mathbf{A}]$ και τον πολλαπλασιάζει από αριστερά με τον πίνακα $[\mathbf{b}]$ (πίνακας διέγερσης), ώστε να υπολογίσει τις τιμές του πεδίου στα προκαθορισμένα σημεία. Τελικά αυτό που θα δούμε είναι το αποτέλεσμα της τροφοδοσίας της διάταξης από μια θύρα όταν το μεταβατικό φαινόμενο έχει παρέλθει. Το αποτέλεσμα αντιστοιχεί σε μία μόνο συχνότητα (ή αντίστοιχα ένα μόνο μήκος κύματος) τροφοδοσίας. Αν χρειάζεται να βρούμε την απόκριση της διάταξης σε παραπάνω από μία συχνότητες, τότε θα πρέπει να προχωρήσουμε εκ νέου στην επίλυση του προβλήματος με τροφοδοσία σε διαφορετική συχνότητα.

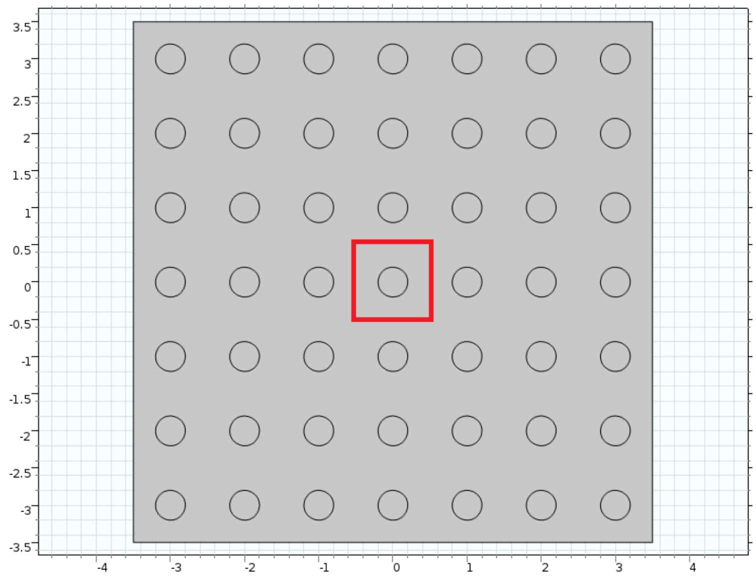
Μετά από αυτή την σύντομη εισαγωγή στην FEM θα προχωρήσουμε στα επόμενα κεφάλαια στην χρήση της για την μελέτη και την υλοποίηση ενός αισθητήρα αλλά και διάφορων νανοφωτονικών διατάξεων που βασίζονται στους φωτονικούς κρυστάλλους.

3.2. Δομη και Βασικες Ιδιοτητες

Μετά την σύντομη εισαγωγή στην τεχνική της FEM, θα προχωρήσουμε αρχικά στην ανάλυση μιας δομής που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αισθητήρας φωτονικού κρυστάλλου για ανίχνευση αλλαγών του δείκτη διάθλασης του υποκείμενου υλικού. Αναλυτικότερα, η βασική ιδέα είναι πως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν απλό φωτονικό κρύσταλλο με κυλινδρικές ράβδους και να παρατηρήσουμε πως μεταβάλλονται οι συχνότητες που αντιστοιχούν στον κάθε ρυθμό, καθώς μεταβάλλεται ο δείκτης διάθλασης των διαφόρων συνιστωσών της διάταξης. Αναμένεται να υπάρχουν περιοχές στις οποίες θα εμφανίζονται μετρήσιμες διαφορές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών,από τις οποίες μπορούμε τελικά να εκτιμήσουμε τις αλλαγές στον δείκτη διάθλασης.

Πιο συγκεκριμένα, η διάταξη που θα αναλύσουμε φαίνεται στο Σχήμα 3.2 και πρόκειται ουσιαστικά για έναν τετραγωνικό φωτονικό κρύσταλλο (σταθερά πλέγματος a) με κυκλικές ράβδους ακτίνας D. Βέβαια, στο σχήμα φαίνεται μια συνολική αναπαράσταση του φωτονικού κρυστάλλου ενώ εμείς θα επιλύσουμε υπολογιστικά μόνο ένα κελί του (σημειώνεται με το κόκκινο τετράγωνο στο σχήμα), χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες οριακές συνθήκες (περιοδικές οριακές συνθήκες τύπου Floquet) όπως αυτές περιεγράφηκαν στην παράγραφο 3.1.

Ειδικότερα, το υλικό των ράβδων επιλέγεται να είναι το GaAs (Γάλλιο-Αρσενικό), με υψηλό δείκτη διάθλασης $n = 3.5$. Ο υπόλοιπος φωτονικός κρύσταλλος καλύπτεται με νερό, το οποίο έχει ονομαστικό δείκτη διάθλασης $n = 1.33$, παρουσιάζει, όμως, ισχυρή εξάρτηση από τις διάφορες προσμίξεις που μπορεί να υπάρχουν διαλυμένες στο νερό. Έτσι, αναμένεται πως θα μπορούμε να εκτιμήσουμε αυτές τις αλλαγές παρατηρώντας τις διαφορές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών.

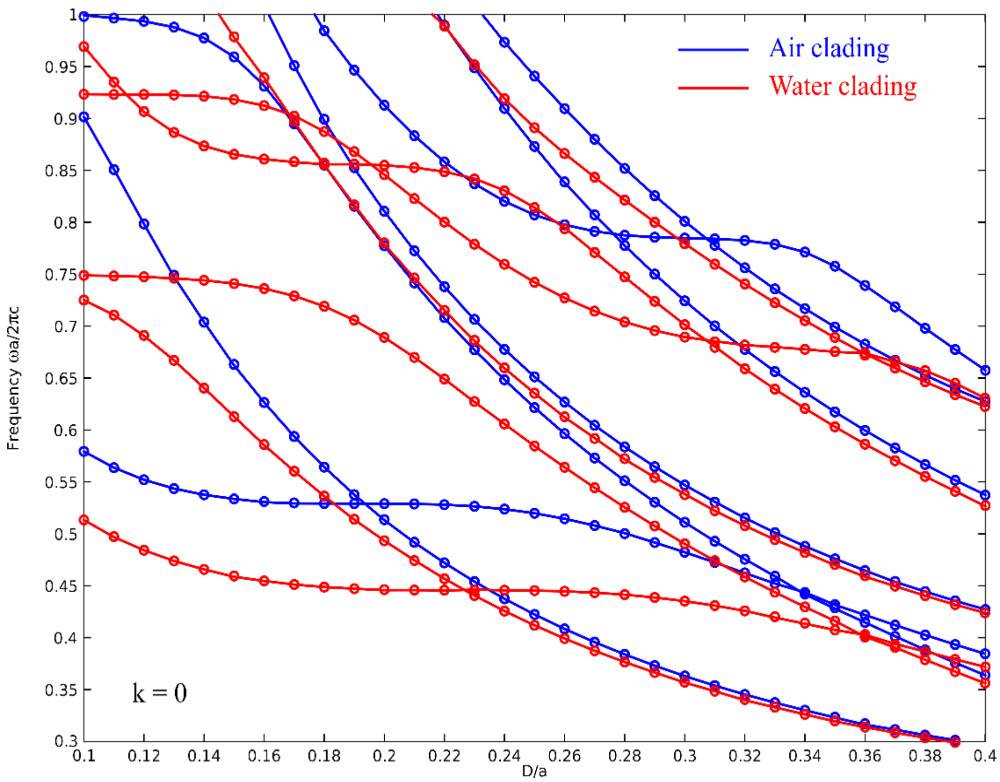


Σχήμα 3.2. Ενδεικτική αναπαράσταση του φωτονικού κρυστάλλου που θα εξετάσουμε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο.

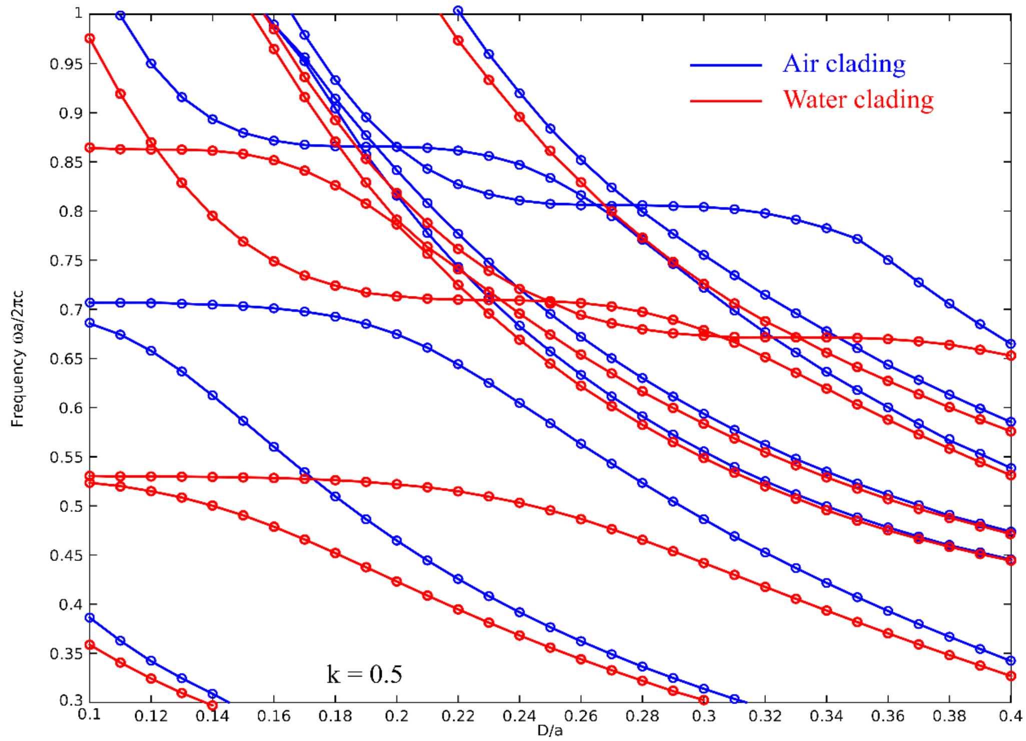
3.3. Απλος Αισθητηρας Φωτονικου Κρυσταλλου

Προχωρώντας στην ανάλυση της διάταξης του Σχήματος 3.2, θα αρχίσουμε με μια παραμετρική ανάλυση ως προς την ακτίνα D των ράβδων του υψηλού δείκτη διάθλασης. Αρχικά, θα θεωρήσουμε την περίπτωση που ο κρύσταλλος καταλαμβάνεται είτε από νερό ($n = 1.33$), είτε από αέρα ($n = 1$), ώστε να επιβεβαιώσουμε πως όντως υπάρχει η επιθυμητή διαφορά στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών για αυτή την χονδροειδή πρώτη αλλαγή. Επιπλέον, θα εξετάσουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις όσον άφορα το κυματάνυσμα που περιγράφει την διάδοση του φωτός στον κρύσταλλο. Μία στην οποία $\bar{k} = 0$, η οποία αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα στον φωτονικό κρύσταλλο και μία όπου $\bar{k} = (\pi/a)\hat{x} + (\pi/a)\hat{y}$, που αντιστοιχεί σε επίπεδο κύμα το οποίο προσπίπτει στον φωτονικό κρύσταλλο με γωνία ίση με 45 μοίρες και διαδίδεται κατά μήκος της διαγωνίου του. Προφανώς οι δύο αυτές διαφορετικές συνθήκες θα διεγείρουν εν γένει διαφορετικούς ρυθμούς στον κρύσταλλο. Για λόγους συντομίας, για την πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούμε το διακριτικό $k = 0$ ενώ για την δεύτερη το $k = 0.5$.

Στο Σχήμα 3.3, βλέπουμε τα αποτελέσματα για $k = 0$ ενώ στο Σχήμα 3.4 για $k = 0.5$ (μόνο τα σημεία με τις τελείες έχουν υπολογιστεί με το COMSOL, ενώ η σύνδεσή τους έγινε μετέπειτα με επεξεργασία των αποτελεσμάτων). Παρατηρούμε, όπως αναμέναμε, αρκετά μεγάλες αλλαγές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών και για τις δύο περιπτώσεις. Να σημειώσουμε εδώ πως όλες οι συχνότητες είναι κατάλληλα κανονικοποιημένες ως προς τη σταθερά πλέγματος a. Παρότι οι αντίστοιχοι ρυθμοί παρουσιάζουν την ίδια ποιοτική συμπεριφορά, εμφανίζονται για αρκετά διαφορετική συχνότητα, κάτι που υποδεικνύει πως η εξάρτηση από τον δείκτη διάθλασης είναι έντονη και στις δύο περιπτώσεις. Βέβαια, για μεγαλύτερες τιμές του λόγου D/a ,οι ρυθμοί τείνουν ασυμπτωτικά να συμφωνήσουν. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς μεγάλες τιμές του παραπάνω λόγου αντιστοιχούν σε μεγαλύτερη (ποσοστιαία) κάλυψη του φωτονικού κρυστάλλου από GaAs και λιγότερη από το υποκείμενο υλικό (νερό ή αέρας). Αυτό ισοδυναμεί με αύξηση της «ομοιότητας» των κρυστάλλων και άρα μεγαλύτερη ταύτιση των αντίστοιχων ρυθμών.

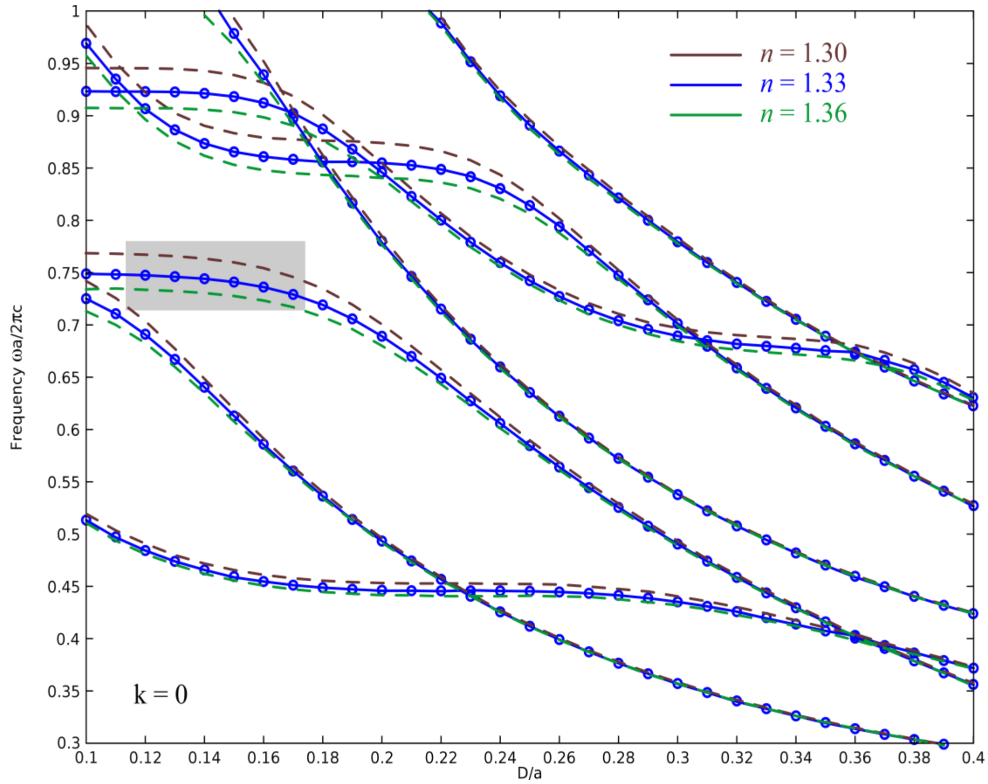


Σχήμα 3.3. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με αέρα και νερό. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0$.

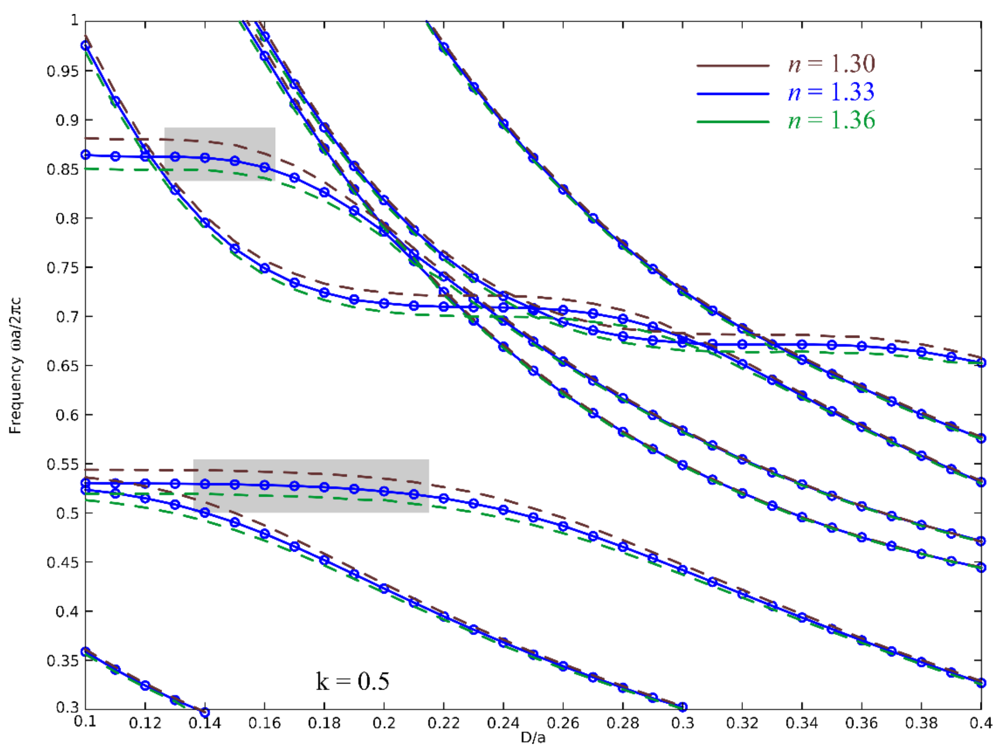


Σχήμα 3.4. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με αέρα και νερό. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0.5$.

Αφού διαπιστώσαμε πως όντως υπάρχει αλλαγή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών ανάλογα με το υποκείμενο υλικό του φωτονικού κρυστάλλου, θα προχωρήσουμε σε μια πιο λεπτομερή ανάλυση. Θα υποθέσουμε πως το υποκείμενο υλικό είναι το νερό και θα θεωρήσουμε τρεις διαφορετικές τιμές του δείκτη διάθλασης. Πλην της ονομαστικής τιμής ($n = 1.33$), θα υποστηρίξουμε πως οι διάφορες προσμίξεις αλλάζουν τον δείκτη του νερού στην περιοχή $n = 1.30$ ως $n = 1.36$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 3.5 και 3.6, για $k = 0$ και $k = 0.5$, αντίστοιχα.



Σχήμα 3.5. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου τοποθετημένου σε νερόγια το οποίο διακρίνονται τρεις περιπτώσεις για τον δείκτη διάθλασής του. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0$.



Σχήμα 3.6. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου τοποθετημένου σε νερόγια το οποίο διακρίνονται τρεις περιπτώσεις για τον δείκτη διάθλασής του. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0.5$.

Από τα παραπάνω Σχήματα βλέπουμε πως λόγω της αρκετά μικρότερης αλλαγής των ιδιοτήτων του υποκείμενου υλικού και οι αλλαγές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών είναι αρκετά πιο μικρές. Παρόλα αυτά, υπάρχουν κάποιες περιοχές τις οποίες μπορούμε να τις εκμεταλλευτούμε για να επιτύχουμε τον στόχο που θέσαμε σε αυτό το κεφάλαιο.

Ειδικότερα, από το Σχήμα 3.5 διακρίνουμε πως μια μόνο περιοχή είναι κατάλληλη για την παραπάνω διαδικασία (σκιασμένο πλαίσιο), καθώς εκεί οι συχνότητες των τριών ρυθμών διαφέρουν αρκετά και δεν έχουμε επικάλυψη ανάμεσα σε επιπλέον ρυθμούς. Η περιοχή αυτή αντιστοιχεί στον ρυθμό τρίτης τάξης που υποστηρίζει ο φωτονικός κρύσταλλος. Αν, δηλαδή, επιλέξουμε την ακτίνα των ράβδων στην περιοχή $D/a = [0.12, 0.17]$ και μετρήσουμε τη συχνότητα του αντίστοιχου ρυθμού, θα μπορέσουμε να κάνουμε μια εκτίμηση για τον δείκτη διάθλασης του υγρού αφού εκ των προτέρων ξέρουμε τι να περιμένουμε χάρη στην υπολογιστική ανάλυση που έχει γίνει.

Τα πράγματα είναι μάλλον καλύτερα για την περίπτωση όπου $k = 0.5$ (Σχήμα 3.6). Εκεί διακρίνουμε δύο κατάλληλες περιοχές για την παραπάνω διαδικασία. Η πρώτη αντιστοιχεί στον ρυθμό πέμπτης τάξης, η οποία αν και αρκετά μικρή σε έκταση δίνει αρκετά μεγάλη αλλαγή στην συχνότητα, και εντοπίζεται εκεί όπου $D/a = [0.13,\ 0.16]$. Η δεύτερη περιοχή αντιστοιχεί στον ρυθμό τρίτης τάξης και είναι αρκετά πιο εκτεταμένη ($D/a = [0.14,\ 0.21]$) αλλά παρουσιάζει μικρότερες αλλαγές στη συχνότητα του υποστηριζόμενου ρυθμού. Έτσι, η πρώτη περιοχή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί όταν χρειαζόμαστε μεγαλύτερη ευαισθησία, ενώ η δεύτερη όταν η ζητούμενη ευαισθησία δεν είναι τόσο μεγάλη. Ακόμη, ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της περίπτωσης είναι πως υπάρχουν περιοχές του λόγου D/a οι οποίες είναι επικαλυπτόμενες ($D/a = [0.14, 0.16]$).Εκεί μπορούν συνδυαστικά να χρησιμοποιηθούν οι μετρήσεις όσον αφορά την μεταβολή συχνότητας του τρίτου και του πέμπτου ρυθμού, ώστε να πάρουμε ακόμη καλύτερη εκτίμηση της μεταβολής του δείκτη διαθλάσεως.

Για να πάρουμε μια καλύτερη εκτίμηση των αποτελεσμάτων, υπολογίζουμε την ευαισθησία της διάταξης λαμβάνοντας υπόψην ουσιαστικά την κλήση της αλλαγής συχνότητας του εκάστοτε ρυθμού ως προς την αλλαγή του δείκτη διάθλασης. Η μονάδα μέτρησης είναι η μετατόπιση της κανονικοποιημένης συχνότητας ανά μονάδα αλλαγής του δείκτη διάθλασης ή αντίστοιχα οι αλλαγές στη συχνότητα του υποστηριζόμενου ρυθμού ανά μονάδα αλλαγής του δείκτη διάθλασης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 για την περίπτωση όπου $k = 0$ και στον Πίνακα 3.2 όταν $k = 0.5$. Στην μεν πρώτη περίπτωση εξετάζουμε τις περιπτώσεις όπου $D/a = 0.145$ και $D/a = 0.16$ ενώ στην δεύτερη τις περιπτώσεις όπου $D/a = 0.145$ και $D/a = 0.19$.

Παρότι τα παραπάνω αποτελέσματα ανοίγουν τον δρόμο για την υλοποίηση διατάξεων αισθητήρων, θα θέλαμε να αυξήσουμε όσο γίνεται την ευαισθησία τους για να μπορέσουμε να ανιχνεύσουμε ακόμη και μικρότερες αλλαγές στον δείκτη διάθλασης. Για τον λόγο αυτό, ανάμεσα στο υλικό των ράβδων και το νερό έχει προταθεί η παρεμβολή κάποιου άλλου υλικού το οποίο έχει δείκτη διάθλασης ανάμεσα στο GaAs και το νερό. Θα μιλήσουμε αναλυτικότερα για αυτή την αλλαγή στην διάταξη στην επόμενη παράγραφο του κεφαλαίου.

Πίνακας 3.1. Ευαισθησία σε αλλαγές του δείκτη διάθλασης για την σκιασμένη περιοχή του Σχήματος 3.5..

Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Κανονικοποιημένη Ευαισθησία** $[\mathbf{1/RIU}]$	**Ευαισθησία για** $\boldsymbol{a} = \mathbf{375}\ \boldsymbol{nm}[\boldsymbol{THz/RIU}]$
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.57	-456
$D/a = 0.16$	$m = 3$	-0.53	-420

Πίνακας 3.2. Ευαισθησία σε αλλαγές του δείκτη διάθλασης για τις σκιασμένες περιοχές του Σχήματος 3.6..

Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Κανονικοποιημένη Ευαισθησία** $[\mathbf{1/RIU}]$	**Ευαισθησία για** $\boldsymbol{a} = \mathbf{375}\ \boldsymbol{nm}[\boldsymbol{THz/RIU}]$
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.34	-272
	$m = 5$	-0.45	-360
$D/a = 0.19$	$m = 3$	-0.38	-304

3.4. Βελτιωση Μεσω Επικαλυψης με Υλικο Ενδιαμεσου Δεικτη Διαθλασης

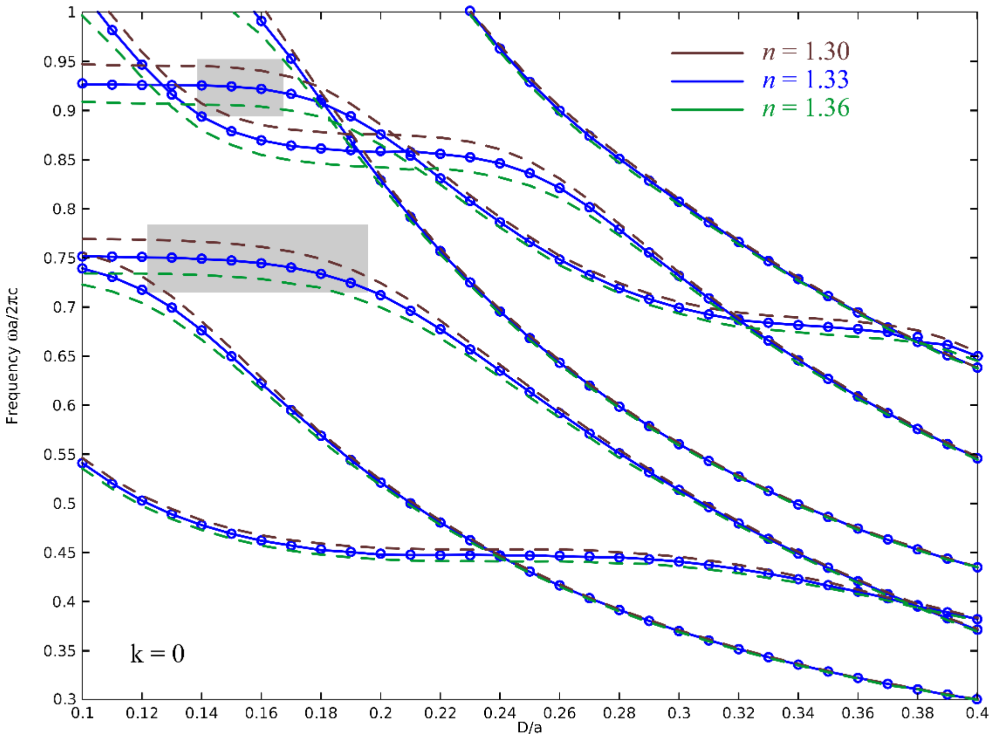
Όπως είπαμε και στο τέλος της προηγούμενης παραγράφου, προς τη βελτίωση της ευαισθησίας της διάταξης θα προσθέσουμε ένα στρώμα έξτρα υλικού στο εξωτερικό των ράβδων GaAs. Για τον σκοπό αυτό επιλέγουμε ένα βιοϋλικό του οποίου ο δείκτης διάθλασης είναι $n = 1.45$. Βέβαια, όπως θα φανεί και στην πορεία των υπολογισμών, το υλικό αυτό δεν είναι απαραίτητο να είναι βιολογικό, αλλά θα μπορούσε να είναι οποιοδήποτε υλικό ενδιάμεσου δείκτη διάθλασης. Παρατηρούμε πως αυτός ο δείκτης είναι ένα ενδιάμεσο βήμα ανάμεσα στον δείκτη του νερού και στον δείκτη του GaAs. Το πάχος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη επιλέγεται να είναι $d = 0.015a$ ή $d/a = 1.5\%$, που αντιστοιχίζεται ουσιαστικά σε έναν λόγο του εμβαδού της επικάλυψης του υλικού ενδιάμεσου δείκτη προς τον εμβαδόν των ράβδων GaAs ίσο με $A_{biom}/A_{GaAs} = (\pi(D+d)^2 - \pi D^2)/(\pi D^2) \cong 2d/D = 0.027 = 2.7\%$.

Θα παρουσιάσουμε σε πρώτη φάση αντίστοιχα αποτελέσματα με την προηγούμενη παράγραφο, ώστε να μπορούμε να συγκρίνουμε τις δύο διαφορετικές υλοποιήσεις. Βέβαια, δεν έχει ιδιαίτερο νόημα η σύγκριση ανάμεσα στο νερό και τον αέρα καθώς είμαστε και σε αυτή την περίπτωση βέβαιοι πως θα υπάρχουν αλλαγές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων από την διάταξη ρυθμών. Έτσι, στα Σχήματα 3.7 και 3.8 παριστάνουμε την σύγκριση ανάμεσα σε διάφορες τιμές του δείκτη διάθλασης του υποκείμενου υλικού (νερό), ώστε να εντοπίσουμε τις αντίστοιχες αλλαγές, τόσο για $k = 0$, όσο και για $k = 0.5$, όταν μεταβάλλουμε την ακτίνα των ράβδων του φωτονικού κρυστάλλου.

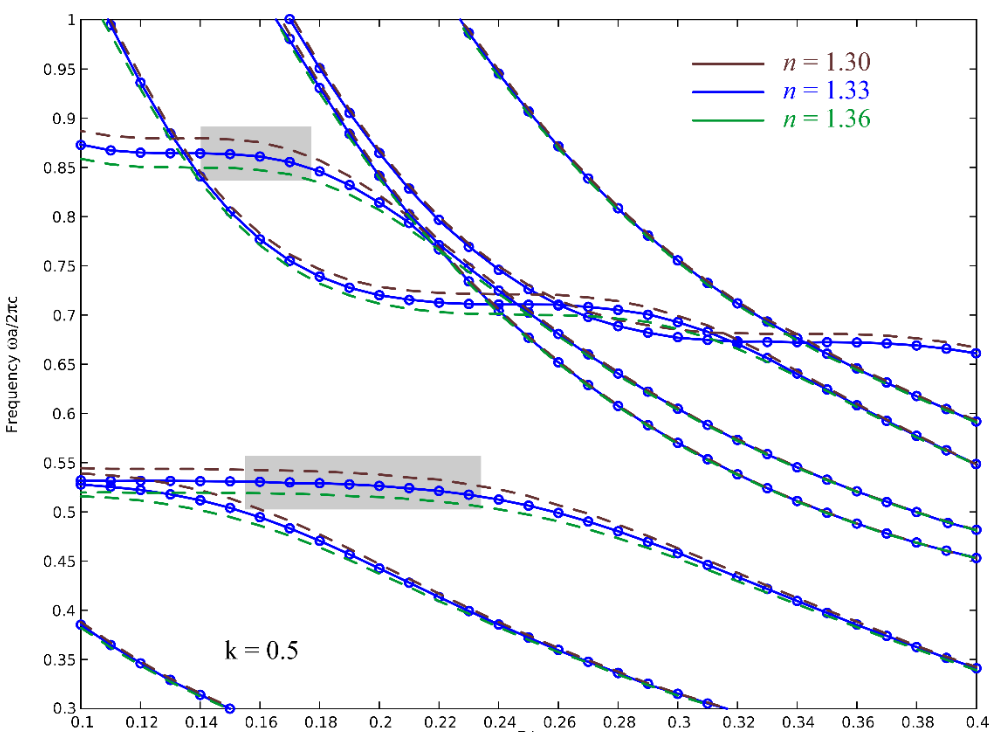
Τα αποτελέσματα είναι αντίστοιχα με αυτά της προηγούμενης παραγράφου, κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο μιας και η αλλαγή που κάναμε στην διάταξη δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη. Βέβαια, για την περίπτωση που $k = 0$ (Σχήμα 3.7) βλέπουμε πως πλην της αρχικής κατάλληλης περιοχής (τρίτης τάξης ρυθμός) για την χρήση ως αισθητήρα, εμφανίζεται και άλλη μια, η οποία βέβαια είναι αρκετά μικρότερη ($D/\alpha = [0.14,\ 0.16]$) και αντιστοιχεί στον υποστηριζόμενο ρυθμό πέμπτης τάξης. Η περιοχή αυτή συμπίπτει με την περιοχή που υπήρχε και στην προηγούμενη διάταξη (Σχήμα 3.5), έτσι μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε συνδυαστικά για καλύτερα αποτελέσματαμε την ίδια λογική όπως στην περίπτωση $k = 0.5$.

Από την άλλη, παρατηρώντας το Σχήμα 3.8 βλέπουμε πως για $k = 0.5$ δεν προκύπτει κάποια νέα περιοχή για την εκτίμηση της αλλαγής του δείκτη διάθλασης. Παρά ταύτα, οι υποστηριζόμενοι ρυθμοί τρίτης και πέμπτης τάξης της προηγούμενης παραγράφου συνεχίζουν να είναι κατάλληλοι για εκμετάλλευση. Έτσι, η επιλογή $k = 0$ όταν έχουμε χρησιμοποιήσει το υλικό ενδιάμεσου δείκτη κρίνεται καλύτερη, ιδιαίτερα όταν συγκρίνεται με τις αντίστοιχες επιλογές που θα είχαμε για την περίπτωση που δεν χρησιμοποιούσαμε κάποια έξτρα επίστρωση.

Για την καλύτερη κατανόηση των διάφορων αλλαγών που γίνονται σε αυτές τις σκιασμένες περιοχές, θα εστιάσουμε πιο πολύ σε αυτές. Έτσι, υποθέτουμε πως η ακτίνα των ράβδων είναι σταθερή και κάνουμε μια ανάλυση για πολλές τιμές του δείκτη διάθλασης του υποκείμενου νερού. Αρχικά εξετάζουμε την περίπτωση όπου $k = 0$ και επιλέγουμε δύο λόγους ακτινών, $D/a = 0.145$ (Σχήμα 3.9) και $D/a = 0.16$ (Σχήμα 3.10). Σύμφωνα με το Σχήμα 3.7 και οι δύο επιλογές ακτινών των ράβδων ανοίγουν δύο παράθυρα για τον αισθητήρα και έτσι και στα Σχήματα 3.9 και 3.10 σχεδιάζονται δύο γραμμές που αντιστοιχούν στους υποστηριζόμενους ρυθμούς τρίτης (μπλε γραμμή) και πέμπτης (πράσινη γραμμή) τάξης.

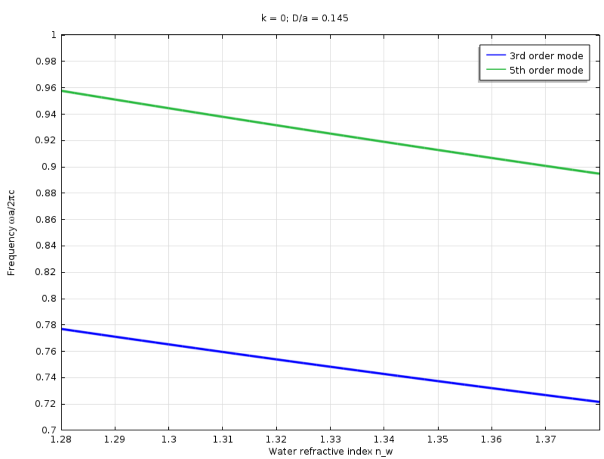


Σχήμα 3.7. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με την επίστρωση βιοϋλικού, τοποθετημένου σε νερόγια το οποίο διακρίνονται τρεις περιπτώσεις για τον δείκτη διάθλασής του. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0$.

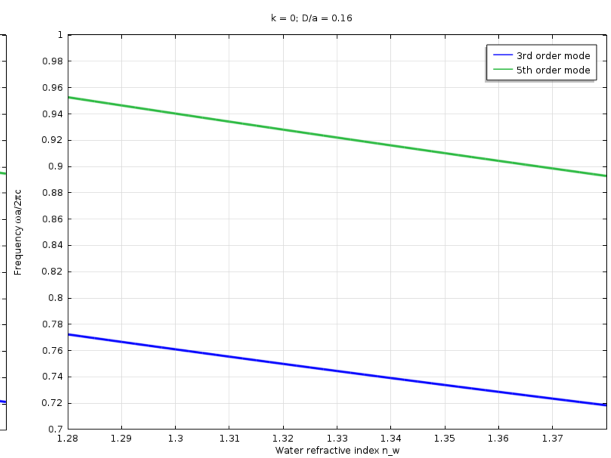


Σχήμα 3.8. Διάγραμμα διασποράς τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου με την επίστρωση βιοϋλικού, τοποθετημένου σε νερόγια το οποίο διακρίνονται τρεις περιπτώσεις για τον δείκτη διάθλασής του. Το Σχήμα αντιστοιχεί σε $k = 0.5$.

Όπως βλέπουμε στα Σχήματα αυτά, μικρές αλλαγές στον δείκτη διάθλασης του νερού αντιστοιχούν σε γραμμικές μεταβολές στη συχνότητα των υποστηριζόμενων ρυθμών, κάτι που είναι ιδιαίτερα σημαντικό αποτέλεσμα, καθώς διευκολύνει ιδιαίτερα τον χαρακτηρισμό του αισθητήρα. Στον Πίνακα 3.3, συγκεντρώνουμε τις αντίστοιχες κλίσεις των ευθειών τόσο για το κανονικοποιημένο διάγραμμα, όσο και για μια πρακτική περίπτωση φωτονικού κρυστάλλου με $a = 375\ nm$. Οι κλήσεις αυτές, που ισοδυναμούν με την ευαισθησία της διάταξης, μετρούνται σε μετατόπιση της κανονικοποιημένης συχνότητας ανά μονάδα αλλαγής του δείκτη διάθλασης ή αντίστοιχα σε αλλαγές στη συχνότητα του υποστηριζόμενου ρυθμού ανά μονάδα αλλαγής του δείκτη διάθλασης. Όπως βλέπουμε και από τον Πίνακα 3.3, οι τιμές είναι παραπλήσιες για όλους τους ρυθμούς (οι αντίστοιχες καμπύλες μοιάζουν σχεδόν παράλληλες), άρα δεν υπάρχει ιδιαίτερη διάκριση στον ρυθμό που θα επιλέξουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση. Συγκρίνοντας τις τιμές του Πίνακα 3.3 με αυτές τους Πίνακα 3.1, παρατηρούμε μια βελτίωση της ευαισθησίας για κάποιους ρυθμούς, κάτι που δείχνει πως η χρήση του υλικού ενδιάμεσου δείκτη βελτιώνει κατά τι την διάταξη.



Σχήμα 3.9. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D/a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του υποκείμενου νερού.



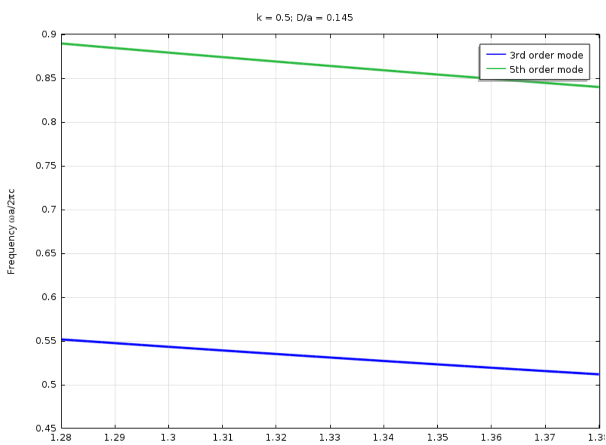
Σχήμα 3.10. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.16$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του υποκείμενου νερού.

Πίνακας 3.3. Ευαισθησία σε αλλαγές του δείκτη διάθλασης για τους διάφορους ρυθμούς των Σχημάτων 3.9 και 3.10.

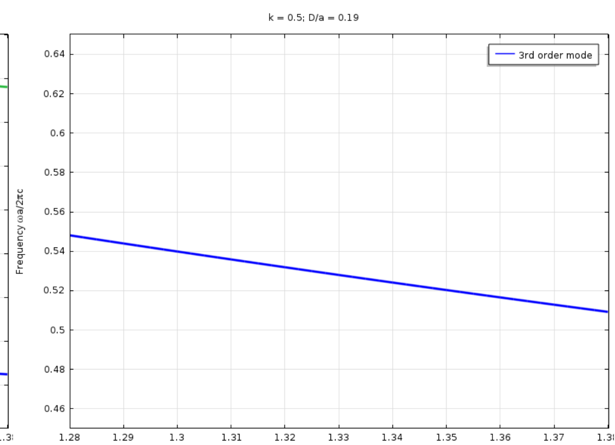
Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Κανονικοποιημένη Ευαισθησία$[1/RIU]$**	**Ευαισθησία για $a = 375\ nm[THz/RIU]$**
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.58	-460
	$m = 5$	-0.62	-496
$D/a = 0.16$	$m = 3$	-0.53	-420
	$m = 5$	-0.60	-480

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου $k = 0.5$, που αντιστοιχεί στο Σχήμα 3.8. Θα επιλέξουμε και εδώ δύο περιοχές για να μελετήσουμε, τις $D/a = 0.145$ (Σχήμα 3.11) και $D/a = 0.19$ (Σχήμα 3.12). Σύμφωνα με το Σχήμα 3.8, μόνο η πρώτη επιλογή εμφανίζει δύο υποστηριζόμενους ρυθμούς (τρίτης και πέμπτης τάξης, αντίστοιχα), ενώ η δεύτερη αντιστοιχεί μόνο έναν ρυθμό, τον ρυθμό τρίτης τάξης.

Και εδώ οι αλλαγές στον δείκτη διάθλασης του νερού αντιστοιχίζονται σε αλλαγές στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών, αλλά αυτές δίνουν μικρότερη ευαισθησία σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται από τον Πίνακα 3.4 (βέβαια, υπάρχει και εδώ βελτίωση σε σχέση με την απλή περίπτωση που περιγράφεται στον Πίνακα 3.2). Έτσι, επιβεβαιώνεται για ακόμη μια φορά η υπόθεση πως είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσουμε την περίπτωση που $k = 0$ όταν θέλουμε ένα υψηλής ποιότητας και ευαισθησίας αισθητήρα, ο οποίος να ανιχνεύει ακόμη και μικρές αλλαγές στο δείκτη διάθλασης, με τον ρυθμό πέμπτης τάξης να έχει πάντα καλύτερα αποτελέσματα αλλά να περιορίζεται σε μικρότερη περιοχή του λόγου D/a,αφήνοντας μικρό παράθυρο σε κατασκευαστικές ατέλειες.



Σχήμα 3.11. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D/a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του υποκείμενου νερού.

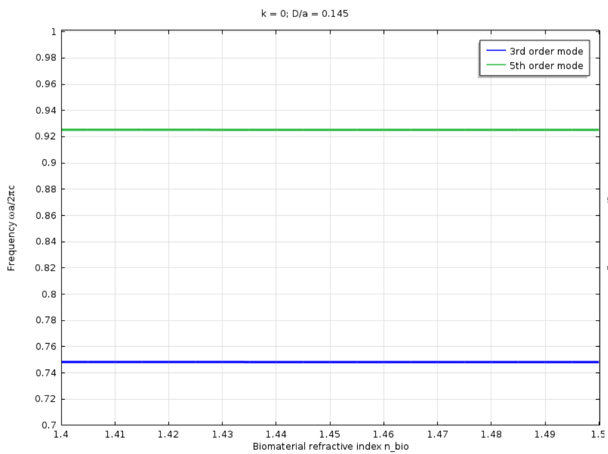


Σχήμα 3.12. Μεταβολή της συχνότητας του υποστηριζόμενου ρυθμού τρίτης τάξης στοκάτω σκιασμένο παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D / a = 0.19$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του υποκείμενου νερού.

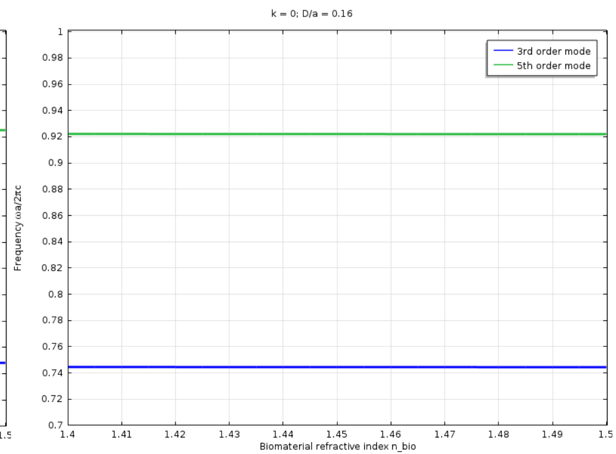
Πίνακας 3.4. Ευαισθησία σε αλλαγές του δείκτη διάθλασης για τους διάφορους ρυθμούς των Σχημάτων 3.11 και 3.12.

Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Κανονικοποιημένη Ευαισθησία $[1/RIU]$**	**Ευαισθησία για $a = 375\ nm[THz/RIU]$**
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.40	-320
	$m = 5$	-0.52	-416
$D/a = 0.19$	$m = 3$	-0.38	-304

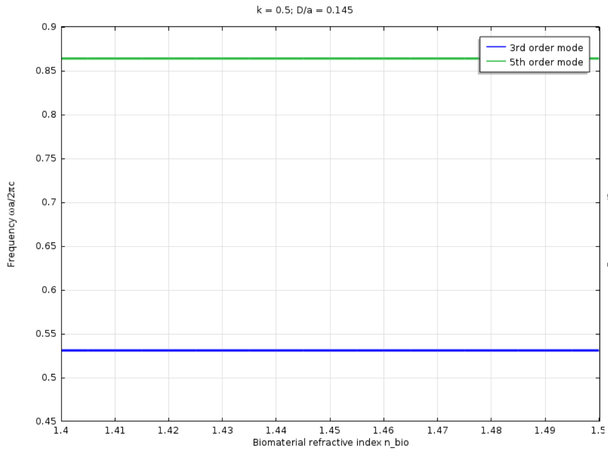
Θα συνεχίσουμε την ανάλυσή μας εξετάζοντας αλλαγές στον δείκτη διάθλασης του υλικού ενδιάμεσου δείκτη. Ουσιαστικά αυτή είναι η περίπτωση που το υλικό αυτό έχει βιολογική προέλευση και μπορεί να αλλάξει τον δείκτη διάθλασής του μέσω κάποιου εξωτερικού ερεθίσματος, όπως για παράδειγμα την έγχυσή του με κάποιο άλλο βιολογικό μόριο. Αν και αυτή η περίπτωση δεν έχει να κάνει τόσο με τη χρήση της διάταξης ως αισθητήρα, θέλουμε να δούμε τί συμβαίνει στην περίπτωση αυτή, ώστε να μελετήσουμε την περίπτωση που κάποιο παραπλήσιο υλικό θα βελτιώσει τις επιδόσεις. Έτσι, στα Σχήματα 3.13 ως 3.16 σχεδιάζουμε τις αντίστοιχες καμπύλες για τις διάφορες περιπτώσεις που έχουμε εξετάσει ως τώρα. Από αυτά παρατηρούμε πως δεν υπάρχει κάποια ιδιαίτερη αλλαγή για την περίπτωση που εξετάζουμε, καθώς βλέπουμε πως οι τιμές παραμένουν σταθερές.



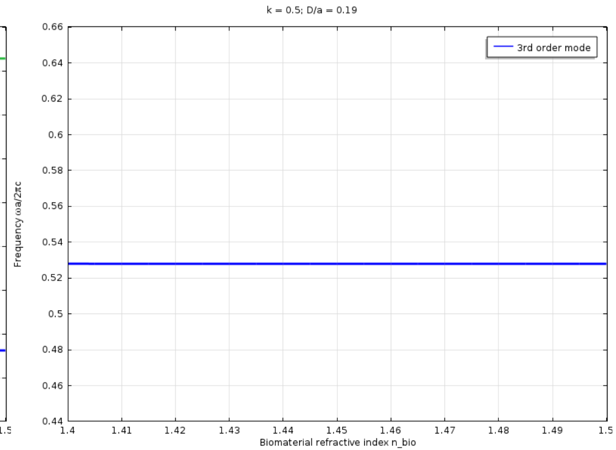
Σχήμα 3.13. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).



Σχήμα 3.14. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.16$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).

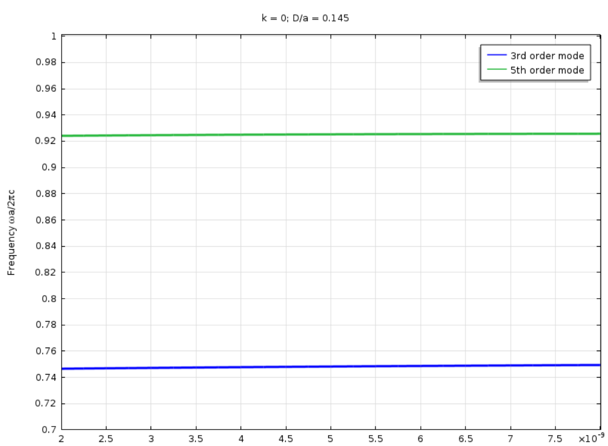


Σχήμα 3.15. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).*

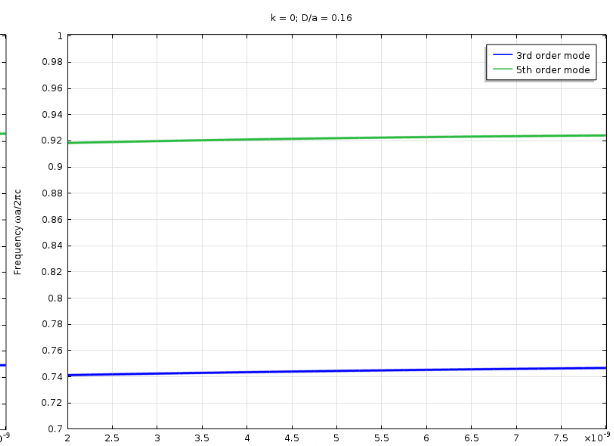


Σχήμα 3.16. Μεταβολή της συχνότητας του υποστηριζόμενου ρυθμού τρίτης τάξης στοκάτω σκιασμένο παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.19$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).

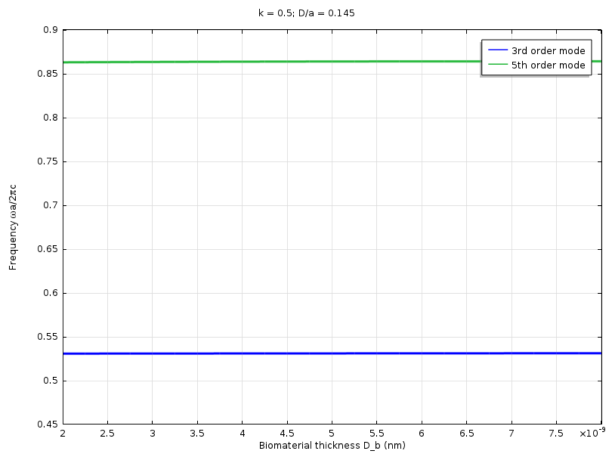
Αντίστοιχα, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση για την περίπτωση που αλλάζει το πάχος του βιοϋλικού, ώστε να δούμε πώς αυτή η παράμετρος επηρεάζει την διάταξή μας. Έτσι, στα Σχήματα 3.17 έως 3.20 παριστάνουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Και από αυτά τα σχήματα παρατηρούμε πως δεν υπάρχει κάποια ιδιαίτερη αλλαγή στους δείκτες διάθλασης.



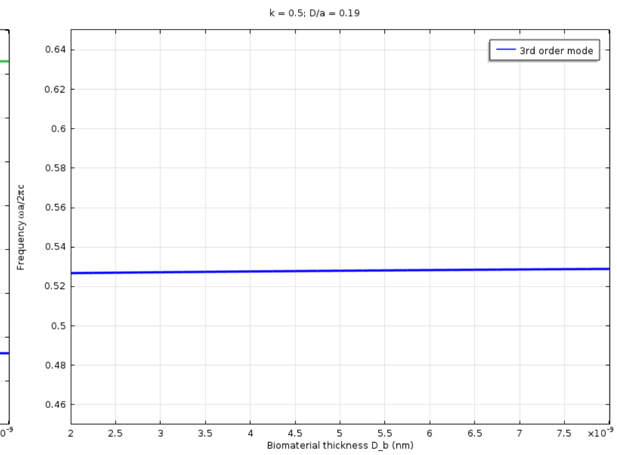
Σχήμα 3.17. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).



Σχήμα 3.18. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.16$, όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).



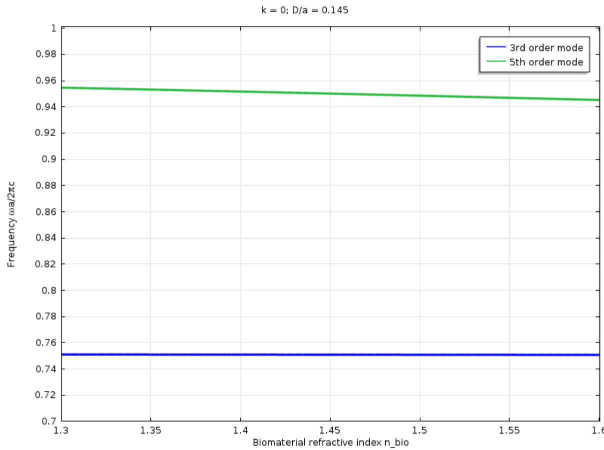
Σχήμα 3.19. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).



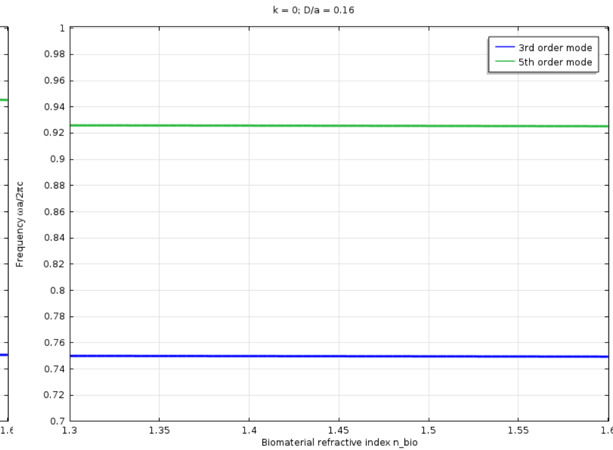
Σχήμα 3.20. Μεταβολή της συχνότητας του υποστηριζόμενου ρυθμού τρίτης τάξης στοκάτω σκιασμένο παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.19$, όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).

Η σταθερότητα στις συχνότητες των υποστηριζόμενων ρυθμών και για τις δύο περιπτώσεις αποδίδεται στο γεγονός πως το πάχος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη είναι αρκετά μικρό και άρα δεν έχει μεγάλη αλληλεπίδραση με το ηλεκτρικό πεδίο. Για να μελετήσουμε καλύτερα την επίδραση του υλικού ενδιάμεσου δείκτη στην διάταξη, θα αυξήσουμε το πάχος του και στην συνέχεια θα επαναλάβουμε την ανάλυση για την αλλαγή στο δείκτη διάθλασής του, αλλά και για μικροαλλαγές στο πάχος του. Επιλέγουμε ως βασική τιμή του πάχους του υλικού ενδιάμεσου δείκτη το $d = 0.07a$ ή $d/a = 7\%$, που αντιστοιχίζεται σε έναν λόγο εμβαδών του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη προς το εμβαδόν των ράβδων ίσο με $A_{biom}/A_{GaAs} = 0.15 = 15\%$. Επίσης, θα αυξήσουμε το εύρος των προς εξέταση παραμέτρων ώστε να πάρουμε ακόμη καλύτερη εικόνα των αποτελεσμάτων, τα οποία συγκεντρώνονται στα Σχήματα 3.21 έως 3.28.

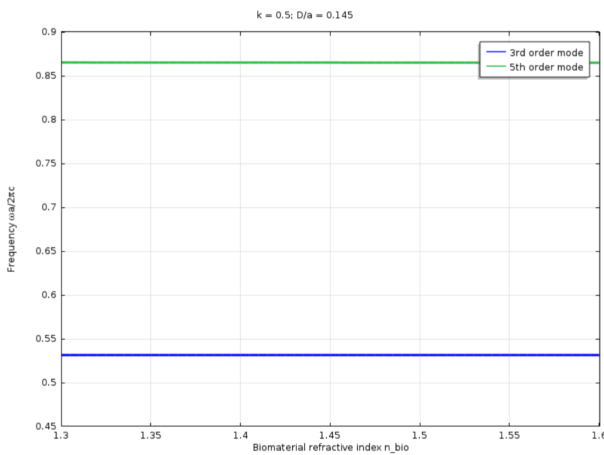
Από τα αποτελέσματα αρχικά για τον δείκτη διάθλασης του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (Σχήματα 3.21 – 3.24) βλέπουμε πως πλέον αρχίζουν να υπάρχουν κάποιες αλλαγές, αλλά αυτές παραμένουν σχετικά ανεπαίσθητες, ιδιαίτερα για τον τρίτης τάξης ρυθμό. Έτσι, μπορούμε να πούμε πως οποιαδήποτε επιλογή υλικού με παραπλήσιες τιμές δείκτη διάθλασης δεν θα οδηγήσει σε κάποια ιδιαίτερη αλλαγή στην απόδοση της διάταξης, άρα υπάρχει μια σχετική ευελιξία ως προς αυτό το θέμα.



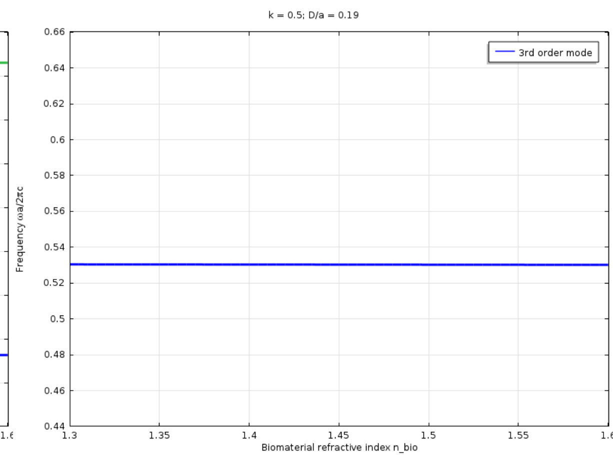
Σχήμα 3.21. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού). Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.



Σχήμα 3.22. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.16$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.

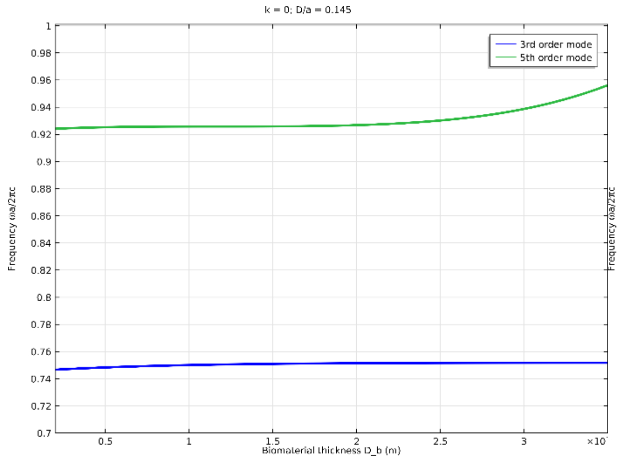


Σχήμα 3.23. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.145$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.

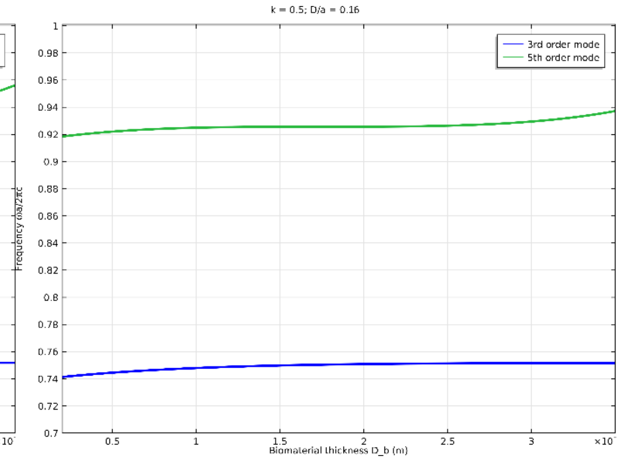


Σχήμα 3.24. Μεταβολή της συχνότητας του υποστηριζόμενου ρυθμού τρίτης τάξης στοκάτω σκιασμένο παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.19$, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.

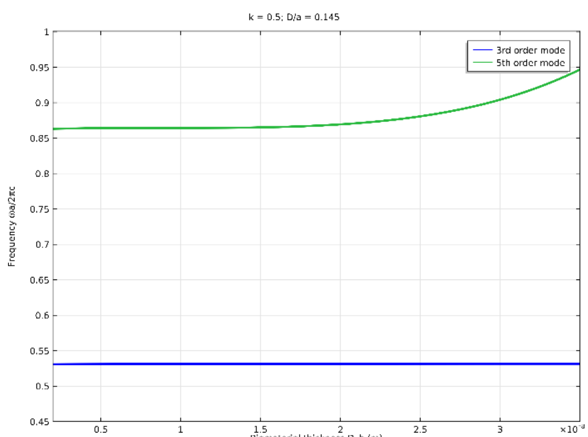
Αντίθετα, από τα Σχήματα 3.25 – 3.28, βλέπουμε πως πλέον υπάρχει εξάρτηση των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών από το πάχος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη. Η εξάρτηση αυτή αυξάνεται όσο αυξάνεται και το πάχος, κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο μιας και πλέον μεγαλύτερο ποσοστό της διάταξης καταλαμβάνεται από αυτό. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει το γεγονός πως οι μεγαλύτερες αλλαγές παρατηρούνται στον πέμπτης τάξης υποστηριζόμενο ρυθμό και οι οποίες μάλιστα δεν φαίνεται να είναι ιδιαίτερα γραμμικές. Αυτό αποδίδεται στο γεγονός πως η κατανομή του πεδίου αυτού του ρυθμού έχει μεγαλύτερη επικάλυψη με το βιοϋλικό, με αποτέλεσμα ο υποστηριζόμενος ρυθμός να επηρεάζεται περισσότερο.



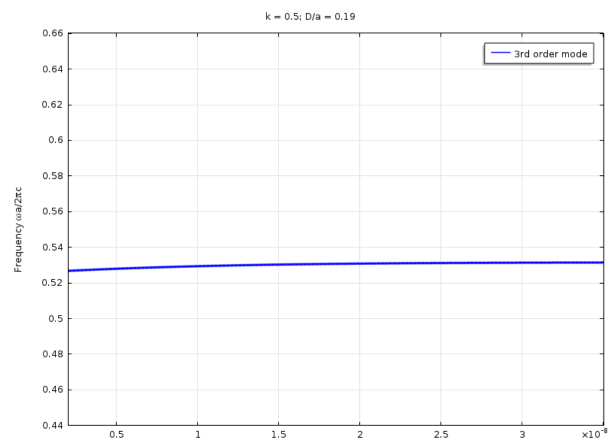
Σχήμα 3.25. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.145$, *όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.*



Σχήμα 3.26. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.7 για $D\ /\ a = 0.16$, *όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.*



Σχήμα 3.27. Μεταβολή των συχνοτήτων των υποστηριζόμενων ρυθμών τρίτης και πέμπτης τάξης στα δύο σκιασμένα παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.145$, *όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.*



Σχήμα 3.28. Μεταβολή της συχνότητας του υποστηριζόμενου ρυθμού τρίτης τάξης στοκάτω σκιασμένο παράθυρα του Σχήματος 3.8 για $D\ /\ a = 0.19$, *όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη (βιοϋλικού).Έχουν χρησιμοποιηθεί οι νέες παράμετροι.*

Κλείνοντας αυτό το Κεφάλαιο μπορούμε να πούμε πως έχουμε προτείνει και μελετήσει τη συμπεριφορά ενός αισθητήρα φωτονικών κρυστάλλων σε βάθος. Αρχικά αναλύσαμε την απλούστερη μορφή του ενώ στην συνέχεια προσθέσαμε ένα στρώμα υλικού ενδιάμεσου δείκτη ή ένα στρώμα βιοϋλικού όπου παρατηρείται να βελτιώνει τη διάταξη, όπως φαίνεται από την σύγκριση των Πινάκων 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 και συνοψίζεται (μαζί με την ποσοστιαία βελτίωση) στους Πίνακες 3.5, 3.6. Είναι αρκετά ενδεικτική η βελτίωση που παρατηρείται για την διάταξη με χαρακτηριστικά στοιχεία $k = 0.5$ και $D/a = 0.145$ η οποία αυξάνει τις συνολικές επιδόσεις πάνω από 15%. Αναλύσαμε, επίσης, όλες τις δομικές παραμέτρους της διάταξης και είδαμε πώς αυτές επηρεάζουν τον αισθητήρα. Έτσι, έχουμε μια πλήρη εικόνα του τί μπορούμε να αποκομίσουμε από αυτό και πώς μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε.

Έχοντας τα παραπάνω ως βάση, στο επόμενο Κεφάλαιο θα προχωρήσουμε σε μια διαφορετικού τύπου ανάλυση. Θα υποθέσουμε πλέον πως ο φωτονικός κρύσταλλος δεν είναι τέλειος, αλλά σε συγκεκριμένα σημεία παρουσιάζει διάφορες ατέλειες. Αυτές θα χρησιμοποιηθούν για να κατασκευάσουμε μια πληθώρα νανοφωτονικών διατάξεων, τις οποίες και θα αναλύσουμε ώστε να μελετήσουμε την συμπεριφορά τους.

Πίνακας 3.5. Σύγκριση επιδόσεων των διατάξεων που συνοψίζονται στους πίνακες 3.1 και 3.3.

Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Ευαισθησία χωρίς ενδιάμεσο υλικό $[1/RIU]$**	**Ευαισθησία με ενδιάμεσο υλικό $[1/RIU]$**	**Βελτίωση [%]**
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.57	-0.58	1.7%
	$m = 5$	$-$	-0.62	$-$
$D/a = 0.16$	$m = 3$	-0.53	-0.53	0%
	$m = 5$	$-$	-0.60	$-$

Πίνακας 3.6. Σύγκριση επιδόσεων των διατάξεων που συνοψίζονται στους πίνακες 3.2 και 3.4.

Διάσταση Ράβδων	**Τάξη ρυθμού**	**Ευαισθησία χωρίς ενδιάμεσο υλικό $[1/RIU]$**	**Ευαισθησία με ενδιάμεσο υλικό $[1/RIU]$**	**Βελτίωση [%]**
$D/a = 0.145$	$m = 3$	-0.34	-0.40	17.5%
	$m = 5$	-0.45	-0.52	15.5%
$D/a = 0.19$	$m = 3$	-0.38	-0.38	0%

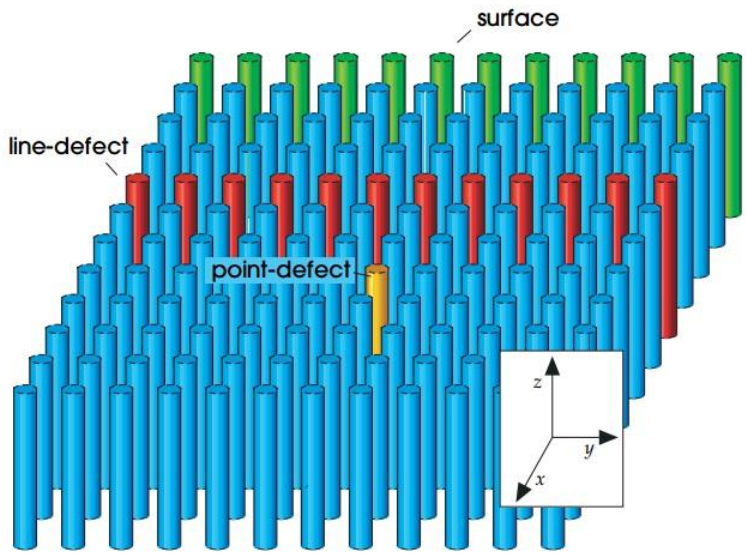
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΩΝ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ

Μετά την υπολογιστική ανάλυση φωτονικών κρυστάλλων ως αισθητήρες, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση και άλλων δομών που είναι απαραίτητες για την σύνθεση νανοφωτονικών εξαρτημάτων. Αρχικά θα προτείνουμε την κατασκευή κυματοδηγών με βάση τους φωτονικούς κρυστάλλους. Οι κυματοδηγοί ουσιαστικά συνδέουν δύο εξαρτήματα, επιτρέποντας στο φως να οδηγηθεί μόνο μέσω μιας συγκεκριμένης διαδρομής. Πλην της απλούστερης περίπτωσης του ευθύγραμμου κυματοδηγού, είναι απαραίτητη και η χρήση γωνιών ή ακόμη και διακλαδωτών οι οποίοι επίσης θα μελετηθούν.

Μια άλλη ομάδα εξαρτημάτων είναι οι συντονιστές, οι οποίοι εγκλωβίζουν το φως σε συγκεκριμένες συχνότητες. Αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή φίλτρων στενής ζώνης, τα οποία είναι δυνατόν να έχουν αρκετά ελκυστικά χαρακτηριστικά. Και αυτή η περίπτωση θα μελετηθεί στο παρόν κεφάλαιο, ώστε να κλείσει μια ανάλυση δύο βασικών διατάξεων βασισμένων στους φωτονικούς κρυστάλλους, αλλά και να εξεταστούν αρκετές εφαρμογές τους.

Γενικά μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τα σημειακά ελαττώματα (point defects) σε φωτονικούς κρυστάλλους, προκειμένου να παγιδεύουμε το φως και κατ' αντιστοιχία γραμμικά ελαττώματα (linear defects) για να οδηγήσουμε το φως από μία τοποθεσία σε μία άλλη, σύμφωνα με όσα ήδη έχουμε πει καθ' όλη την διάρκεια της εργασίας. Για να επιτύχουμε τα πρώτα, αφαιρούμε ή τροποποιούμε μόνο μια ράβδο του πλέγματος του κρυστάλλου, ενώ για να πετύχουμε τα δεύτερα, επεμβαίνουμε σε μια ολόκληρη ομάδα από ράβδους, όπως ενδεικτικά φαίνεται στο Σχήμα 4.1 με κίτρινο και κόκκινο χρώμα, αντίστοιχα. Με πράσινο σημειώνεται ένας άλλος τρόπος εκμετάλλευσης των φωτονικών κρυστάλλων, τα επιφανειακά ελαττώματα, αλλά αυτά δεν θα μας απασχολήσουν στην παρούσα εργασία.



Σχήμα 4.1. Σχηματικό διάγραμμα σημειακού ελαττώματος (κίτρινη ράβδος), γραμμικώνελαττωμάτων (κόκκινοι ράβδοι) και επιφανειακών ελαττωμάτων (πράσινοι ράβδοι).

Σε ό,τι αφορά τα σημειακά ελαττώματα μπορεί κανείς να πει πως διαταράσσουν τη συμμετρία του κρυστάλλου και άρα η ανάλυση του κεφαλαίου 2 δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμη. Πάρα ταύτα, λόγω της συμμετρίας κατά τον άξονα z, η διάκριση σε TE και TM ρυθμούς συνεχίζει να ισχύει. Επιπλέον, αν κοιτάξει κανείς από το σημείο του ελαττώματος προς οποιαδήποτε κατεύθυνση του υπόλοιπου κρυστάλλου βλέπει τον κρύσταλλο συμμετρικό και άρα αυτός συνεχίζει να υφίσταται φωτονικό διάκενο. Έτσι, στο σημείο της κοιλότητας μπορεί να συγκεντρωθεί υψηλή πυκνότητα φωτός η οποία ανακλάται εντελώς από τα τοιχώματα. Αποδεικνύεται, δε, πως το φως εμφανίζει εκθετική μείωση της έντασής του προς όλες τις διευθύνσεις.

Τα γραμμικά ελαττώματα εμφανίζουν αντίστοιχες ιδιότητες που θα χρησιμοποιηθούν στις επόμενες ενότητες για την κατασκευή διατάξεων κυματοδήγησης. Εκεί θα αναφερθούμε αναλυτικά στις ιδιότητές τους.

4.1. Κυματοδηγος Φωτονικου Κρυσταλλου

Η απλούστερη διάταξη που μπορούμε να κατασκευάσουμε εκμεταλλευόμενοι το φωτονικό διάκενο ενός φωτονικού κρυστάλλου είναι ένας ευθύγραμμος κυματοδηγός. Συγκεκριμένα, αν αφαιρέσουμε μία ολόκληρη σειρά ράβδων και στη συνέχεια εισάγουμε ένα επίπεδο κύμα στον κρύσταλλο με συχνότητα η οποία βρίσκεται εντός του φωτονικού διακένου, το κύμα αυτό θα περιορίσει τις εγκάρσιες διαστάσεις του, ώστε να ταιριάζει στον κυματοδηγό και στη συνέχεια θα διαδοθεί εντός αυτού με μια σταθερά διάδοσης διαφορετική από αυτήν του κενού χώρου.

Στα Σχήματα 4.2, 4.4 και 4.6 παριστάνουμε ένα τέτοιο παράδειγμα. Για την επίλυση χρησιμοποιούμε ένα πρόβλημα διάδοσης στο οποίο, μέσω της απορροφητικής οριακής συνθήκης, εισάγουμε ένα κύμα από την αριστερή θύρα του κυματοδηγού με πλάτος ένα. Επίσης, δεδομένου του υποστηριζόμενου TM ρυθμού, επεμβαίνουμε μόνο στην z συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου θέτοντας το πλάτος της στο αριστερό όριο της διάταξης ίσο με τη μονάδα, ενώ αφήνουμε τις άλλες δύο συνιστώσες (x, y) με μηδενικό πλάτος εισόδου. Ως προς την υποκείμενη διάταξη, χρησιμοποιούμε έναν φωτονικό κρύσταλλο, όπως για παράδειγμα αυτόν του Σχήματος 2.6 ($\varepsilon_b = 8.9, r = 0.2a$, σε υπόστρωμα αέρα), που παρουσιάζει φωτονικό διάκενο στις κανονικοποιημένες (σύμφωνα με όσα έχουμε πει στο κεφάλαιο 2) συχνότητες $\omega a/(2\pi c) = [0.32, 0.45]$ και τον τροφοδοτούμε με κύματα συχνότητας $\omega a/(2\pi c) = 0.35$ (Σχήμα 4.2), $\omega a/(2\pi c) = 0.38$ (Σχήμα 4.4) και $\omega a/(2\pi c) = 0.41$ (Σχήμα 4.6), αντίστοιχα. Απεικονίζουμε μόνο την κάθετη συνιστώσα (συνιστώσα z)του ηλεκτρικού πεδίου, E_z, καθώς ο υποστηριζόμενος ρυθμός είναι τύπου TM μιας και για αυτή την πόλωση και μόνο παρουσιάζεται το φωτονικό διάκενο σε τέτοιου τύπου φωτονικούς κρυστάλλους (Σχήμα 2.6). Παρατηρούμε πως το πεδίο οδηγείται εντός του κυματοδηγού (διεύθυνση x) χωρίς να ακτινοβολείται κάτι κατά την εγκάρσια y διεύθυνση. Οι ράβδοι το περιορίζουν λόγω της ύπαρξης του φωτονικού διακένου. Αυτό έρχεται σαν συνέπεια του γεγονότος πως για οποιοδήποτε κυματικό διάνυσμα $\mathbf{k_y}$ παρατηρούμε φωτονικό διάκενο και άρα ολική ανάκλαση του προσπίπτοντος κύματος.

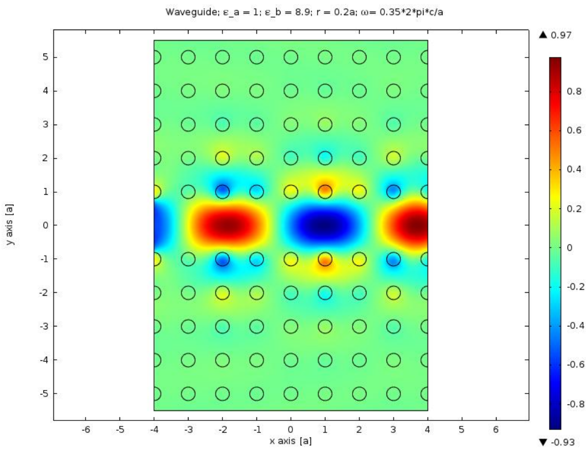
Όμοια, στα Σχήματα 4.3, 4.5 και 4.7 παριστάνεται ένα ακόμη παράδειγμα για έναν άλλο φωτονικό κρύσταλλο με ιδιότητες $\varepsilon_b = 11, r = 0.2a$,σε υπόστρωμα αέρα, που παρουσιάζει φωτονικό διάκενο στις συχνότητες $\omega a/(2\pi c) = [0.29, 0.42]$. Οι συχνότητες τροφοδοσίας είναι ίδιες με αυτές των Σχημάτων 4.2, 4.4 και 4.7 καθώς είναι εντός του φωτονικού διακένου. Προφανώς και εδώ η συμπεριφορά είναι παρόμοια, με το κύμα να οδηγείται εντός του κυματοδηγού και να ανακλάται στα τοιχώματα του κρυστάλλου κατά την y διεύθυνση.

Αξίζει να σημειωθεί πως η σταθερά διάδοσης είναι διαφορετική για τους δύο κυματοδηγούς που εξετάζουμε. Αυτό γίνεται φανερό από την διαφορετική απόσταση που απέχουν οι δύο κορυφές για κύματα της ίδιας συχνότητας (πχ σύγκριση Σχημάτων 4.2 και 4.3). Αυτό μπορεί να εξηγηθεί σύμφωνα με τον παρακάτω συλλογισμό.

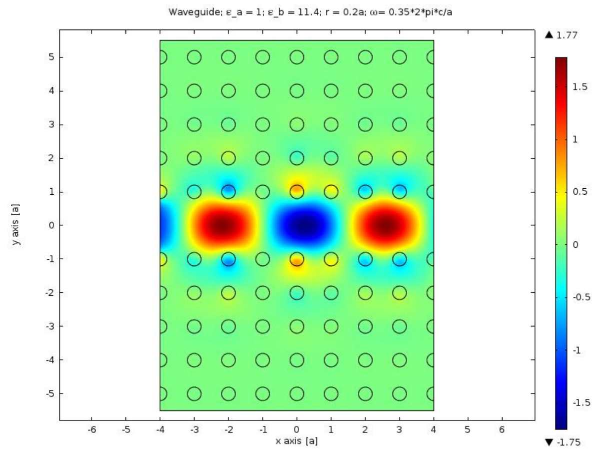
Η συμπεριφορά ενός ρυθμού που προκαλείται από γραμμικό ελάττωμα εξαρτάται τόσο από την συχνότητα του κύματος πρόσπτωσης όσο και από το κυματάνυσμα $\mathbf{k_y}$, σε αντίθεση με έναν ρυθμό που προκαλείται από σημειακό ελάττωμα που εξαρτάται μόνο από την συχνότητα στο φωτονικό διάκενο και όχι από το κυματάνυσμα (θα δούμε σε επόμενη παράγραφο τον λόγο). Πιο συγκεκριμένα, προκειμένου να ελέγξουμε αν υπάρχει διαδιδόμενος ρυθμός στο φωτονικό διάκενο πρέπει να διαλέξουμε ένα συγκεκριμένο ζεύγος $(\mathbf{k_y}, \omega_0)$ και να αναρωτηθούμε εάν υπάρχει κάποιο $\mathbf{k_x}$ για το οποίο υποστηρίζεται κάποιος διαδιδόμενος ρυθμός. Η διαδικασία επιλογής ενός ζεύγους $(\mathbf{k_y}, \omega_0)$ και στην συνέχεια η εξέταση όλων των πιθανών $\mathbf{k_x}$ ονομάζεται προβολή στη δομή του κρυστάλλου [1] και το αποτέλεσμα αυτής είναι η δημιουργία μιας περιοχής στο διάγραμμα του κυματανύσματος με τη συχνότητα (διάγραμμα διασποράς) που είναι οι προβολές των καταστάσεων του κρυστάλλου στις $(\mathbf{k_y}, \omega_0)$ συντεταγμένες. Παρά ταύτα, η διαδικασία αυτή είναι αρκετά σύνθετη και δεν θα υλοποιηθεί καθώς ήδη τα αποτελέσματα των Σχημάτων 4.2-4.7 είναι αρκετά για την ποιοτική κατανόηση της λειτουργίας τέτοιου τύπου κυματοδηγών.

Από την άλλη, κρίνουμε αναγκαίο να αναφερθεί πως η διατήρηση του $\mathbf{k_y}$ έχει σαν συνέπεια την διάδοση του φωτός μέσα στον σχηματιζόμενο κυματοδηγό. Ένας ρυθμός με ταχύτητα ομάδας $d\omega/d\mathbf{k_y} > 0$ διαδίδεται προς τα εμπρός, σε αντίθεση με κάποιον που έχει αρνητική ταχύτητα ομάδας και διαδίδεται προς τα πίσω, όπως, άλλωστε, και σε κάθε άλλου τύπου κυματοδηγό. Χαρακτηριστικό αυτών των κυματοδηγών είναι ότι το φως οδηγείται κυρίως μέσω του αέρα, εν μέρει σε αντιστοιχία με «κούφιους» μεταλλικούς κυματοδηγούς, με αποτέλεσμα να μειώνεται στο ελάχιστο δυνατό η αλληλεπίδραση του φωτός με το υλικό, μια επιθυμητή κατάσταση λόγω της μείωσης των πιθανών ωμικών απωλειών που εισάγονται λόγω αυτού. Στην αντίθετη περίπτωση που για κάποιον λόγο θέλουμε αλληλεπίδραση ανάμεσα στο φως και τις ράβδους του κρυστάλλου, θα έπρεπε να γίνει χρήση του κυματοδηγού σε συχνότητες $\omega(\mathbf{k})$ κοντά στις ζώνες Brillouin, μιας και εκεί η κλίση της $\omega(\mathbf{k})$ – που αντιστοιχεί, όπως είπαμε, στην ταχύτητα ομάδας – τείνει προς το μηδέν και η αλληλεπίδραση μεταξύ της ενέργειας του πεδίου και του υλικού αυξάνεται [1]. Όπως και να έχει, όμως, το πιο σημαντικό κατασκευαστικό χαρακτηριστικό των κυματοδηγών αυτών είναι πως αποτελούν ένα μονοδιάστατο σύστημα, όπου το φως δεν μπορεί να διαφύγει σε άλλη κατεύθυνση πέραν της προσχεδιασμένης μέσω της αφαίρεσης των αντίστοιχων ράβδων (γραμμικό ελάττωμα). Κατά αυτόν τον τρόπο, υπάρχουν απώλειες μόνο λόγω ανάκλασης (οι οποίες, βέβαια, δεν είναι ωμικές μιας και η ισχύς των κυμάτων δεν μετατρέπεται σε θερμότητα, απλώς επιστρέφει στην θύρα εισόδου μέσω εντός αντίστροφα διαδιδόμενου κύματος) και μπορούν να ελαχιστοποιηθούν με κατάλληλους τρόπους που θα μελετήσουμε στις επόμενες ενότητες.

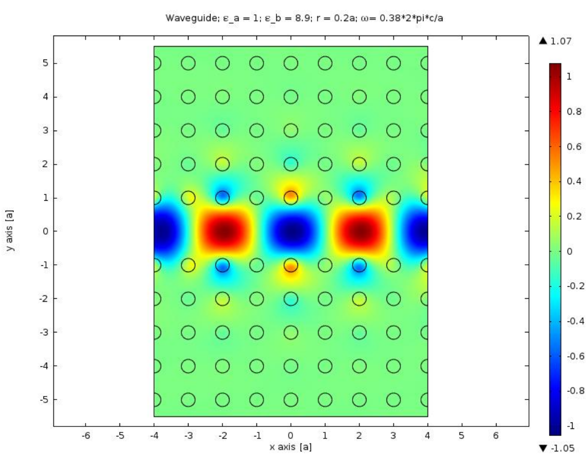
Τέλος, όπως παρατηρήσαμε και από τα Σχήματα 4.2-4.7, η καλύτερη λύση προκειμένου να υπάρχουν όσο το δυνατόν λιγότερες απώλειες και να μην παραμορφωθεί το εκπεμπόμενο σήμα, είναι η χρήση συχνοτήτων όπου η κλίση της $\omega(\mathbf{k})$ καμπύλης να είναι σχεδόν σταθερή, οδηγώντας σε σταθερή ταχύτητα ομάδας. Ο λόγος για αυτή την απόφαση είναι πως οι αυξομειώσεις στην ταχύτητα ομάδας προκαλούν διασπορά ταχύτητας ομάδας (group-velocity dispersion), οδηγώντας σε παραμόρφωση του φωτός στην έξοδο, ειδικά για την περίπτωση που αυτό εισάγεται με την μορφή παλμών οι οποίοι τελικά διευρύνονται χρονικά λόγω της διασποράς [1].



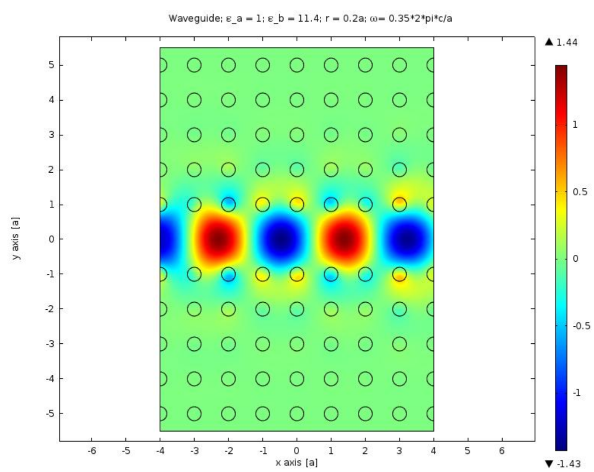
Σχήμα 4.2. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.35$.



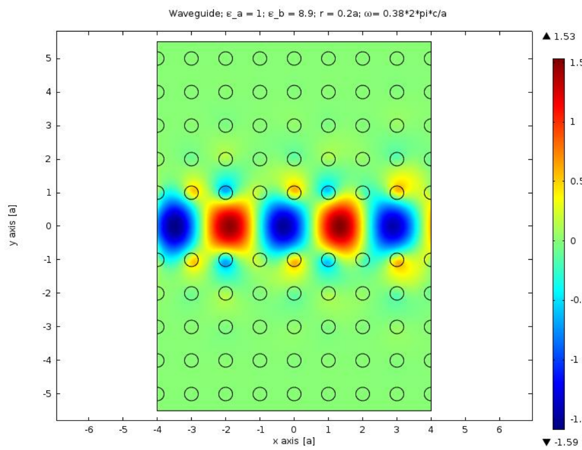
Σχήμα 4.3. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.35$.



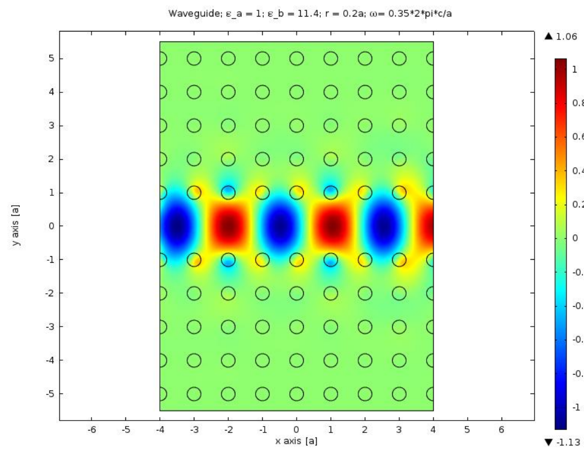
Σχήμα 4.4. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.38$.



Σχήμα 4.5. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.38$.



Σχήμα 4.6. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.41$.



Σχήμα 4.7. Ευθύγραμμος κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου με κύμα τροφοδοσίας συχνότητας $\omega\alpha/(2\pi c) = 0.41$.

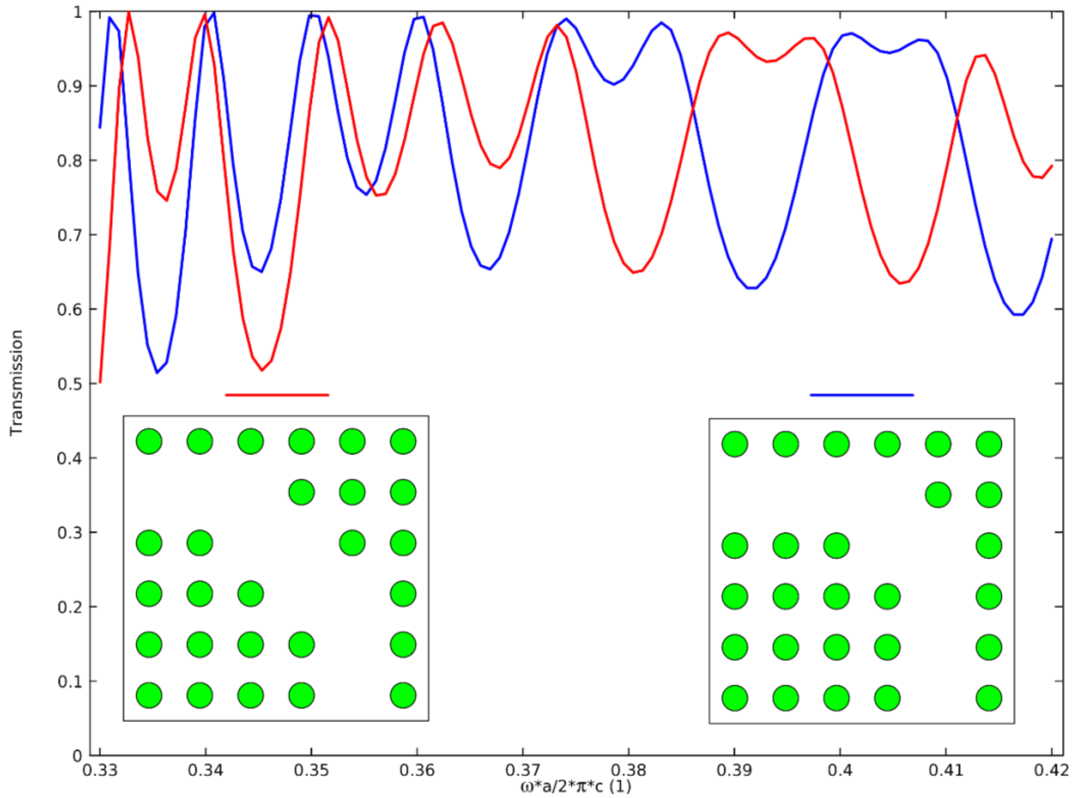
4.2. ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΣ ΚΑΜΨΗΣ

Χρησιμοποιώντας τον κυματοδηγό της προηγούμενης ενότητας ως βάση ($\varepsilon_b = 11, r = 0.2a$, σε υπόστρωμα αέρα) μπορούμε να κατασκευάσουμε μια γωνία κυματοδηγού, μια διάταξη, η οποία θα μπορεί να αλλάξει την κατεύθυνση του κύματος κατά 90 μοίρες εισάγοντας όσο το δυνατόν λιγότερες ανακλάσεις. Αυτό συμβαίνει διότι, όπως αναφέραμε και στην παράγραφο 4.1, ο φωτονικός κυματοδηγός δεν συμπεριφέρεται σαν ένας απλός μεταλλικός κυματοδηγός, παρά επιτρέπει στο φως να κινηθεί μόνο σε συγκεκριμένες κατευθύνσεις όπως αυτές ορίζονται από το φωτονικό διάκενο και αυτό πάντα με λίγες απώλειες ακτινοβολίας. Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν ακόμα απώλειες λόγω ανάκλασης, οι οποίες, όμως, μπορούν να ελαχιστοποιηθούν απλά χρησιμοποιώντας τον φωτονικό κυματοδηγό σε συχνότητες όπου επιτρέπεται η 100% μετάδοση του αρχικού σήματος, ακόμα και όταν η γωνία του κυματοδηγού είναι μικρότερη από το μήκος κύματος. Και σε αυτή την περίπτωση, σημαντικό ρόλο για αυτή τη συμπεριφορά είναι το γεγονός ότι ο κυματοδηγός υποστηρίζει μόνο έναν ρυθμό κάθε φορά για κάποια συχνότητα και ότι ο συντελεστής ποιότητας Q είναι χαμηλός ($Q < 10$), με αποτέλεσμα να επιτυγχάνεται υψηλή μετάδοση σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων [1]. Ως συντελεστή ποιότητας Q, ορίζουμε το αδιάστατο μέγεθος $Q = \omega_0 \tau/2$, όπου τ είναι ο χρόνος ζωής της κοιλότητας, έτσι ώστε το πεδίο μέσα σε αυτήν να φθίνει με ρυθμό $e^{-t/\tau}$. Ως κοιλότητα συντονισμού, επίσης, νοείται ο σχηματισμός που υπάρχει στο κέντρο της διάταξης και σε αυτή οφείλεται η στροφή του κυματοδηγού.

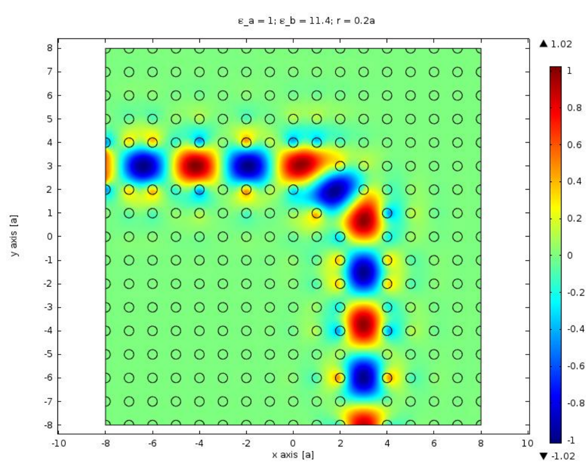
Ειδικότερα, παρατηρώντας τα ένθετα του Σχήματος 4.8, βλέπουμε πως στο κέντρο της διάταξης σχηματίζεται μια περιοχή που δεν υπόκειται σε κάποια συμμετρία. Υπό μία οπτική γωνία, αυτή η περιοχή μπορεί να θεωρηθεί ως μια κοιλότητα συντονισμού (θα αναλύσουμε πιο διεξοδικά την έννοιά της στην παράγραφο 4.4) η οποία συζευγνύετε με τους δύο κυματοδηγούς (τον αριστερά και τον κάτω). Ο χαμηλός συντελεστής ποιότητας που υπολογίζεται σε αυτή την περίπτωση οδηγεί σε μεγάλους συντελεστές μετάδοσης όπως θα δούμε (χαμηλό Q ισοδυναμεί με μικρή αποθήκευση ενέργειας στο εσωτερικό του συντονιστή).

Στο Σχήμα 4.8 απεικονίζεται η μετάδοση συναρτήσει της συχνότητας του κύματος εισόδου, για δύο διαφορετικές υλοποιήσεις της γωνίας που φαίνονται στο ένθετο του Σχήματος και αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικούς τύπους κοιλότητας όπως αυτή ορίστηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Υπολογιστικά, η διάταξη μοντελοποιείται ακριβώς όπως και ο κυματοδηγός της προηγούμενης παραγράφου με την τροφοδότησή του να γίνεται από τα αριστερά μέσω κατάλληλου ορισμού του ηλεκτρικού πεδίου που πραγματοποιείται από την αντίστοιχη απορροφητική οριακή συνθήκη. Επίσης, για τον υπολογισμό της μετάδοσης, ολοκληρώνεται η αντίστοιχη συνιστώσα του διανύσματος του Poynting στην είσοδο ή την έξοδο της διάταξης και στην συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος των δύο ώστε να παραχθούν τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.8. Βλέπουμε πως υπάρχουν συχνότητες για τις οποίες η μετάδοση είναι μέγιστη, ενώ στο μεγαλύτερο εύρος η μετάδοση και για τους δύο τύπους γωνίας είναι πάνω από 0.7 ή 70% (ισοδυναμεί με απώλειες εισαγωγής $1.5\ dB$ στη χειρότερη περίπτωση). Έτσι, δεν μπορούμε να πούμε πως κάποιος από τους δύο τύπους γωνίας είναι καλύτερα επιθυμητός λόγω των επιδόσεών του. Επιπλέον, στα Σχήματα 4.9 και 4.10 φαίνεται το ηλεκτρικό πεδίο για κάθε έναν τύπο γωνίας σε μια συχνότητα για την οποία η μετάδοση είναι μέγιστη. Διακρίνουμε τη διαφορετική συμπεριφορά του πεδίου σε κάθε περίπτωση λόγω της διαφορετικού τύπου γεωμετρίας του εκάστοτε συντονιστή που χρησιμοποιείται για την υλοποίηση της κάθε γωνίας.

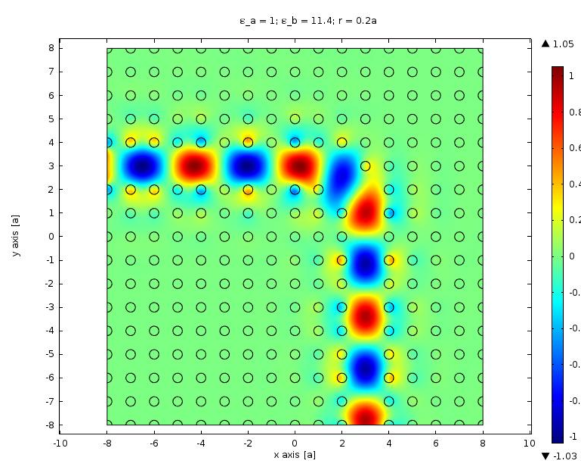
Όπως είπαμε και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, η γωνία του κυματοδηγού μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν μια ασθενής κοιλότητα συντονισμού (με χαμηλό Q όπως προαναφέραμε) που συνδέει ισχυρά τους δύο κυματοδηγούς που βρίσκονται υπό γωνία μεταξύ τους. Είναι σημαντικό να τονίσουμε πως λόγω συμμετρίας αυτή η γωνία-συντονιστής πρέπει να εξασθενεί το σήμα εξίσου τόσο στον οριζόντιο όσο και στον κατακόρυφο κυματοδηγό ώστε τελικά να έχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα, όπως αυτά περιεγράφηκαν στα προηγούμενα.



Σχήμα 4.8. Καμπύλες μετάδοσης για τους δύο τύπους γωνίας που φαίνονται στο ένθετο και αποτελούνται από δύο διαφορετικές δομές συντονισμού.



Σχήμα 4.9. Κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου για τον τύπο γωνίας 1 (κόκκινη καμπύλη του Σχήματος 4.8) για μέγιστη μετάδοση. Η τροφοδότηση γίνεται από τα αριστερά.



Σχήμα 4.10. Κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου για τον τύπο γωνίας 2 (μπλε καμπύλη του Σχήματος 4.8) για μέγιστη μετάδοση. Η τροφοδότηση γίνεται από τα αριστερά.

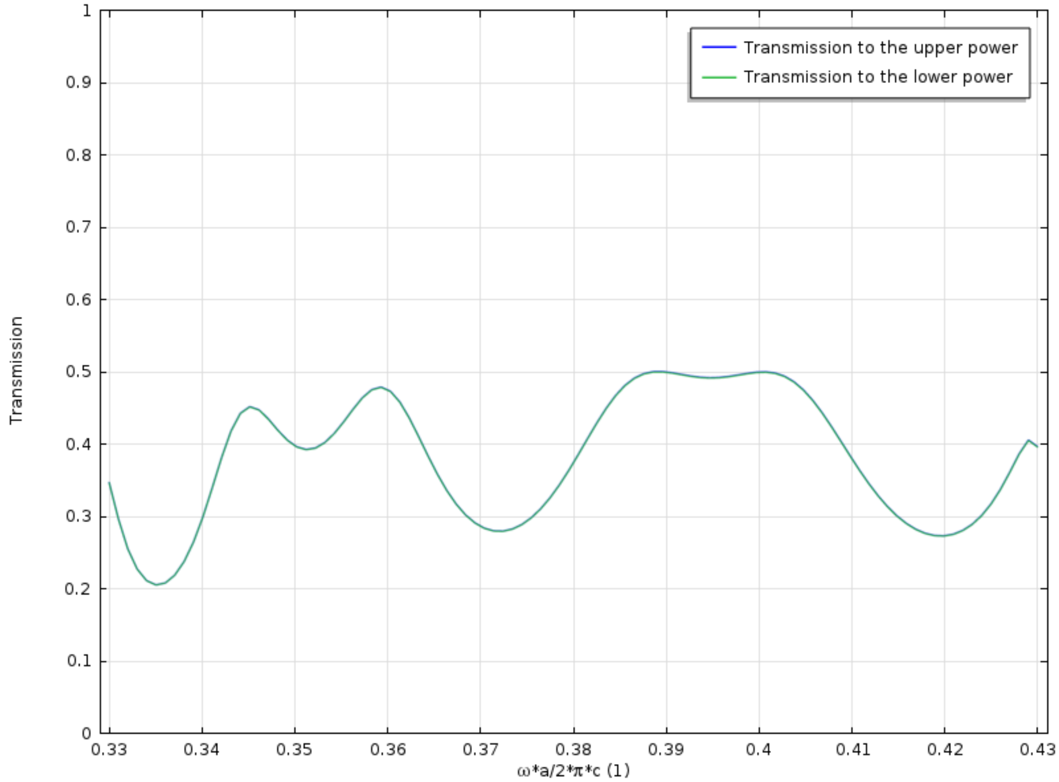
4.3. Διαχωριστής Δέσμης 3 DB

Αντίστοιχα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αρχικό κυματοδηγό για να κατασκευάσουμε έναν διαχωριστή δέσμης 3 dB. Έτσι, η ισχύς που εισάγεται από την είσοδο μοιράζεται εξ ίσου στις δύο εξόδους της διάταξης. Η καμπύλη μετάδοσης συναρτήσει της συχνότητας φαίνεται στο Σχήμα 4.11, ενώ στο Σχήμα 4.12 φαίνεται μια ενδεικτική αναπαράσταση του πεδίου σε μια συχνότητα όπου η ισχύς μοιράζεται εξ ολοκλήρου στις δύο θύρες. Και εδώ η υπολογιστική υλοποίηση καθώς και ο τρόπους υπολογισμού των δύο καμπυλών του Σχήματος 4.11 είναι αντίστοιχος με αυτό της παραγράφου 4.2. Όπως βλέπουμε, η μετάδοση είναι συμμετρική λόγω συμμετρίας της διάταξης (γι' αυτό και οι δύο καμπύλες του Σχήματος 4.11 ταυτίζονται σε κάθε συχνότητα) ενώ για ένα σχετικά ικανοποιητικό εύρος ($\omega c/(2\pi\alpha) = [0.385, 0.402]$) η μετάδοση είναι 0.5ή 50% και για τους δύο κυματοδηγούς εξόδου. Να σημειωθεί πως για καλύτερη συμπεριφορά και μικρότερη ανάκλαση έχουμε εισάγει κάποιες ράβδους διαφορετικής ακτίνας ($r = 0.08a$) και διαφορετικής διηλεκτρικής σταθεράς ($\varepsilon = 5.5$), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.12. Αυτές οι ράβδοι αντιστοιχίζονται εύκολα με την ισοδύναμη περιγραφή με όρους συντονιστών που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Έτσι, και εδώ η περιοχή των διακλαδώσεων μπορεί να θεωρηθεί ως μια κοιλότητα συντονισμού με αρκετά χαμηλό συντελεστή ποιότητας. Οι ράβδοι που εισήχθησαν έχουν ως στόχο να μειώσουν ακόμη περισσότερο το Q πράγμα το οποίο και επιτυγχάνουν.

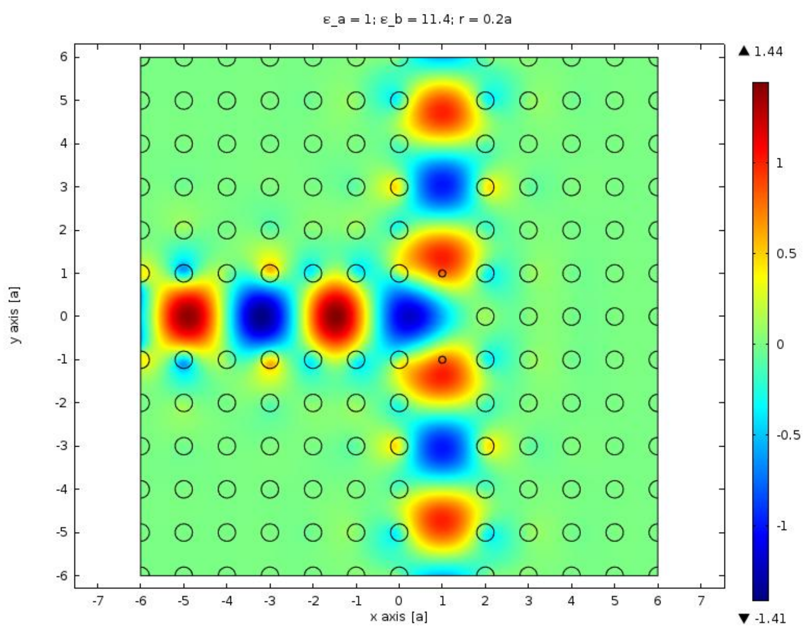
Όπως στην περίπτωση της γωνίας κυματοδηγού, έτσι και εδώ οι απώλειες λόγω ακτινοβολίας είναι ελάχιστες και μπορούν να αγνοηθούν, αλλά υπάρχουν απώλειες λόγω ανάκλασης οι οποίες δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν εύκολα. Πιο συγκεκριμένα, για να έχουμε τέλεια μετάδοση θα πρέπει η διάταξη να είναι τελείως συμμετρική, κάτι που ισοδυναμεί με ομοιότητα του κρυστάλλου σε στροφή 120^{o} (λόγω των τριών θυρών που έχει). Αυτό, βέβαια, δεν μπορεί να υλοποιηθεί σε κρυστάλλους με τετραγωνικά πλέγματα και άρα επιβάλλεται η χρήση των ράβδων-εμποδίων που εισήχθησαν παρότι σε πρώτη ανάγνωση αυτό αναμένεται να εισάγει παραπάνω ανακλάσεις. Αυτές αναιρούνται λόγω της καταστροφικής συμβολής που τελικά επιβάλλουν ανάμεσα στα ανακλώμενα κύματα [1].

Όπως είπαμε, αυτή η σύνδεση επιτυγχάνεται με τις δύο ράβδους διαφορετικού υλικού και δείκτη διάθλασης που εισάγονται και μετατρέπουν το κεντρικό κομμάτι της διάταξης σε έναν συντονιστή που ακτινοβολεί ομοιόμορφα προς τα πάνω και προς τα κάτω, αλλά και με όσο το δυνατόν λιγότερες ανακλάσεις.

Εδώ, ολοκληρώνουμε την ανάλυση διατάξεων που υλοποιούνται μόνο με την χρήση δομών κυματοδήγησης. Προφανώς, με βάση τις παραπάνω αρχές, μπορούν να υλοποιηθούν αρκετές ακόμη δομές, αλλά δεν χρειάζεται να επιμείνουμε παραπάνω καθώς οι βασικές αρχές σχεδίασης έχουν γίνει κατανοητές σε βάθος και μπορούν να χρησιμοποιηθούν με αρκετή πλέον ευκολία και σαφήνεια.



Σχήμα 4.11. Καμπύλες μετάδοσης διαχωριστή δέσμης 3 dB σε φωτονικό κρύσταλλο. Οι καμπύλες μετάδοσης στις δύο εξόδους ταυτίζονται λόγω συμμετρίας και γι' αυτό δεν διακρίνονται στο σχήμα.



Σχήμα 4.12. Σχηματική αναπαράσταση της κάθετης συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου ενός διαχωριστή δέσμης 3 dB στο σημείο βέλτιστης λειτουργίας. Διακρίνεται η ομοιόμορφη μείωση του πεδίου στις δύο εξόδους (πάνω και κάτω) σε σχέση με την είσοδο (αριστερά).

4.4. Συντονιστης Στασιμου Κυματος

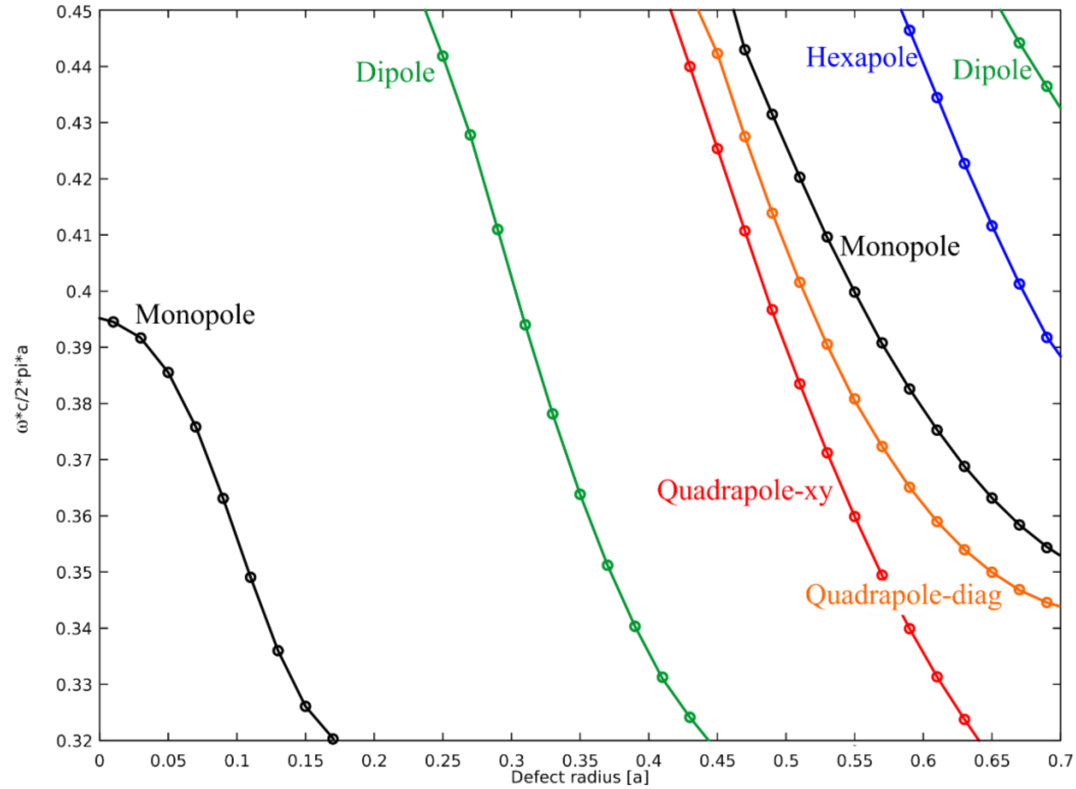
Μια άλλη βασική διάταξη που μπορεί να κατασκευαστεί με την εκμετάλλευση του φωτονικού διακένου είναι ένας συντονιστής στασίμου κύματος. Αυτός είναι χρήσιμος όταν θέλουμε να ελέγξουμε το φως είτε σε ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων είτε για μεγάλο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα, αφαιρώντας εντελώς μια ράβδο ή απλά αλλάζοντας το μέγεθός της ή το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένη, παρατηρούμε μια συγκέντρωση του πεδίου στην συγκεκριμένη περιοχή. Προφανώς, μετά την παγίδευση του φωτός στην κοιλότητα, η οποία επιτυγχάνεται μέσω την ανάκλασης από όλα τα τοιχώματα του φωτονικού κρυστάλλου στα σύνορα της κοιλότητας, θα πρέπει να εξασφαλίσουμε έναν τρόπο διαφυγής του φωτός και αυτός επιτυγχάνεται με την οδήγηση αυτού στην κατεύθυνση που επιθυμούμε μέσω ενός φωτονικού κυματοδηγού παρόμοιου με αυτόν που εξετάσαμε στην παράγραφο 4.1. Θα επανέλθουμε σε αυτή την περίπτωση σε επόμενη παράγραφο.

Μεταβάλλοντας την ακτίνα της ράβδου από $r = 0$ (απουσία ράβδου) ως $r = 0.7a$ και ελέγχοντας τις περιοχές συχνοτήτων που βρίσκονται εντός του φωτονικού διακένου, παρατηρούμε διάφορους ρυθμούς συντονισμού. Και εδώ χρησιμοποιούμε τον φωτονικό κρύσταλλο με ιδιότητες $\varepsilon_b = 8.9, r = 0.2a$, σε υπόστρωμα αέρα, ενώ στο Σχήμα 4.13 βλέπουμε το διάγραμμα διασποράς των διαφόρων ρυθμών συντονισμού που υποστηρίζει ο συντονιστής. Υπάρχουν διαφορετικού τύπου ρυθμοί συντονισμού σχεδόν για όλες τις τιμές του r πλην αυτών που βρίσκονται κοντά στην τιμή $0.2a$. Προφανώς για $r = 0.2a$ έχουμε έναν τέλειο φωτονικό κρύσταλλο (δηλαδή έναν κρύσταλλο χωρίς κάποια σημειακή ατέλεια) ενώ το ίδιο ισχύει και για τιμές του r πλησίον του $0.2a$. Επιπλέον, για μεγαλύτερες ακτίνες βλέπουμε πως η κοιλότητα υποστηρίζει παραπάνω από έναν ρυθμούς, κάτι το οποίο φαίνεται χαρακτηριστικά από την γειτνίαση αρκετών καμπυλών στην περιοχή ακτινών όπου $r > 0.4a$.

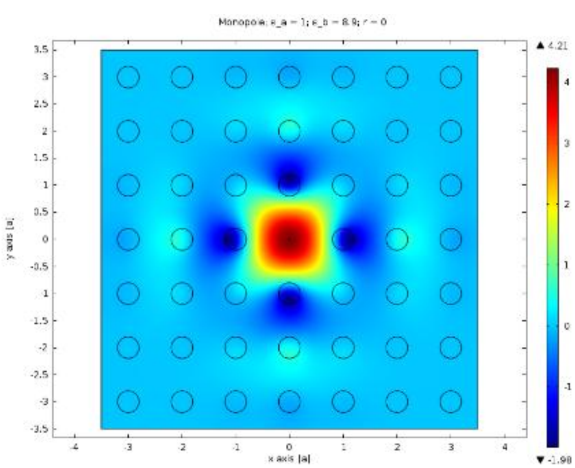
Σε ό,τι αφορά την υπολογιστική υλοποίηση, εδώ τα πράγματα είναι λίγο διαφορετικά απ' ότι στις προηγούμενες ενότητες. Συγκεκριμένα, εδώ επιλύουμε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών ώστε να υπολογίσουμε το πεδίο και όχι ένα απλό πρόβλημα διάδοσης με διέγερση. Όπως χαρακτηριστικά είπαμε και στην παράγραφο 3.1, αυτό γίνεται γιατί θέλουμε να βρούμε τους εν δυνάμει υποστηριζόμενους από την διάταξη ρυθμούς και όχι απαραίτητα να τους διεγείρουμε. Παρ' όλα αυτά και παρότι αναμένουμε γενικά ελάχιστη ακτινοβολία από της κοιλότητες λόγω της φύσης των φωτονικών κρυστάλλων, τερματίζουμε τον υπολογιστικό χώρο με απορροφητικές οριακές συνθήκες για ασφάλεια. Επιπλέον, αυτές οι συνθήκες μας δίνουν την δυνατότητα να υπολογίσουμε και τον συντελεστή ποιότητας κάθε ρυθμού που αναμένεται να είναι της τάξης των εκατοντάδων χιλιάδων ή και παραπάνω για τις συγκεκριμένες υλοποιήσεις.

Από το πρόβλημα ιδιοτιμών εκτός από την συχνότητα συντονισμού (ιδιοτιμή) υπολογίζεται και η κατανομή του πεδίου στον συντονιστή (ιδιοδιάνυσμα). Έτσι, στα Σχήματα 4.14-4.19 φαίνονται οι κατανομές της E_z συνιστώσας του πεδίου για διάφορους ρυθμούς συντονισμού, σύμφωνα και με την ονοματολογία των καμπυλών του Σχήματος 4.13. Παρατηρώντας την ομάδα των Σχημάτων αυτών καταλαβαίνει κανείς τους λόγους για τους οποίους επιλέχθηκε αυτή η ονοματολογία για τους ρυθμούς. Επιπλέον, από τα Σχήματα 4.16, 4.17 και 4.18 βλέπουμε πως όντως υπάρχουν διαφορετικοί ρυθμοί με διαφορετικές κατανομές πεδίου (αυτό είναι άλλωστε το κριτήριο με το οποίο διακρίνονται οι διαφορετικοί ρυθμοί) για ακτίνα $r = 0.55a$.

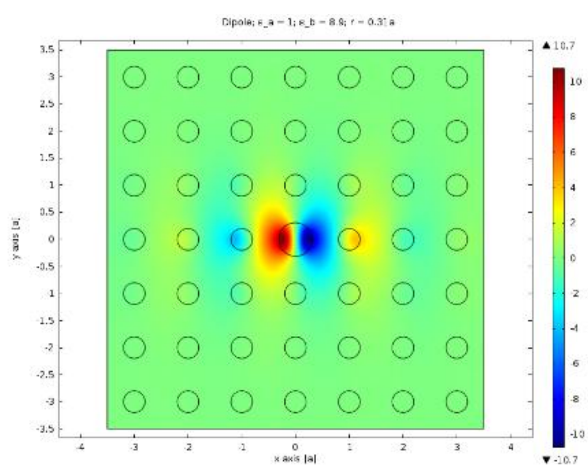
Τέλος, κρίνουμε άξια λόγου και σχολιασμού τα 3 πιο σημαντικά χαρακτηριστικά των ρυθμών του συντονιστή στασίμου κύματος τα οποία λιγότερο ή περισσότερο έχουμε ήδη σχολιάσει. Αυτά είναι η συχνότητα συντονισμού, ο χρόνος ζωής του φωτός και η συμμετρία του. Η συχνότητα συντονισμού μπορεί να αλλάξει μεταβάλλοντας τη γεωμετρία της κοιλότητας, όπως ήδη έχει γίνει κατανοητό από τα Σχήματα 4.14-4.19, ο χρόνος ζωής (που είναι ανάλογος του συντελεστή ποιότητας της κοιλότητας) μέσω της προσθήκης ή αφαίρεσης επιπλέον ράβδων κατά την σύζευξη με κάποιον κυματοδηγό [1] ή μέσω της μεταβολής του φωτονικού διάκενου και η συμμετρία αναφέρεται στο αν πρόκειται τελικά για μονόπολο, δίπολο, τετράπολο κτλ. Η συμμετρία παίζει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο, καθώς ανάλογα με αυτήν μπορεί ένας ρυθμός να καταφέρνει ή όχι να συζευχθεί με τον κυματοδηγό. Ειδικότερα, αν η τροφοδοσία από τον κυματοδηγό γίνει σε σημείο όπου υπάρχει τοπικός μηδενισμός του ρυθμού συντονισμού τότε αυτός δεν μπορεί να διεγερθεί. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το τετράπολο διαγώνιου προσανατολισμού (Σχήμα 4.16) για τροφοδοσία πχ. από την αριστερή θύρα της διάταξης.



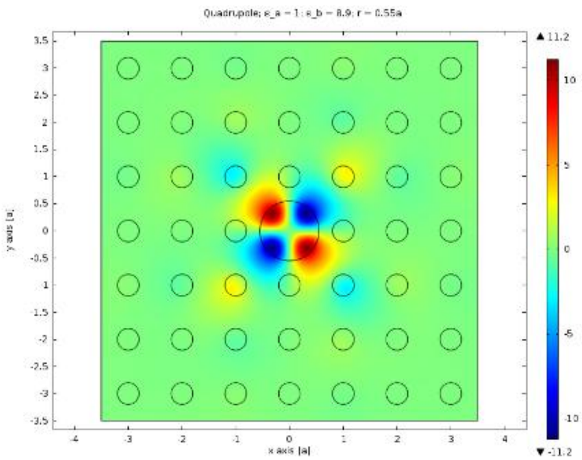
Σχήμα 4.13. Διάγραμμα διασποράς ρυθμών συντονισμού κοιλότητας στασίμου κύματος. Η κοιλότητα αποτελείται από μια ανωμαλία σε μία ράβδο της οποίας μεταβάλλουμε την ακτίνα προοδευτικά.



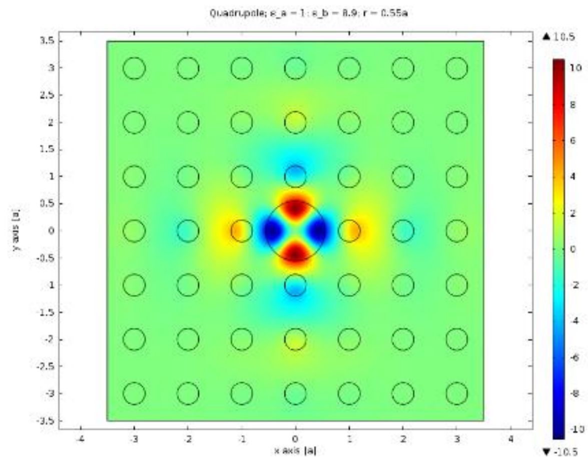
Σχήμα 4.14. Ρυθμός συντονισμού σχήματος μονοπόλου για $r = 0$.



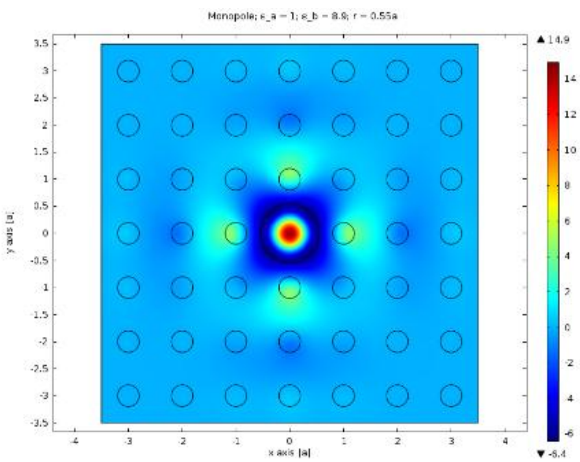
Σχήμα 4.15. Ρυθμός συντονισμού σχήματος διπόλου για $r = 0.31\alpha$.



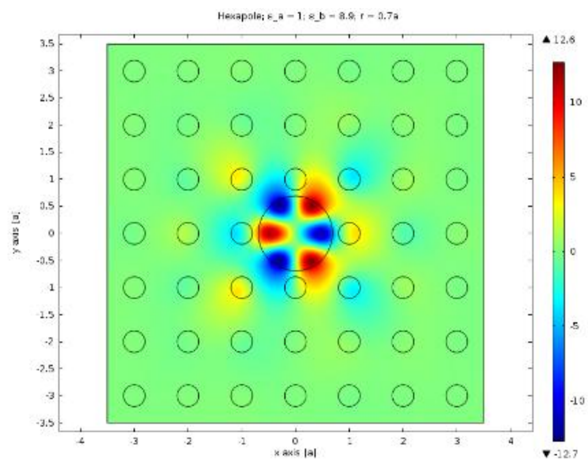
Σχήμα 4.16. Ρυθμός συντονισμού σχήματος τετραπόλου με διαγώνιο προσανατολισμό για $r = 0.55\alpha$.



Σχήμα 4.17. Ρυθμός συντονισμού σχήματος τετραπόλου με οριζόντιο προσανατολισμό για $r = 0.55\alpha$.



Σχήμα 4.18. Ρυθμός συντονισμού σχήματος μονοπόλου για $r = 0.55\alpha$.

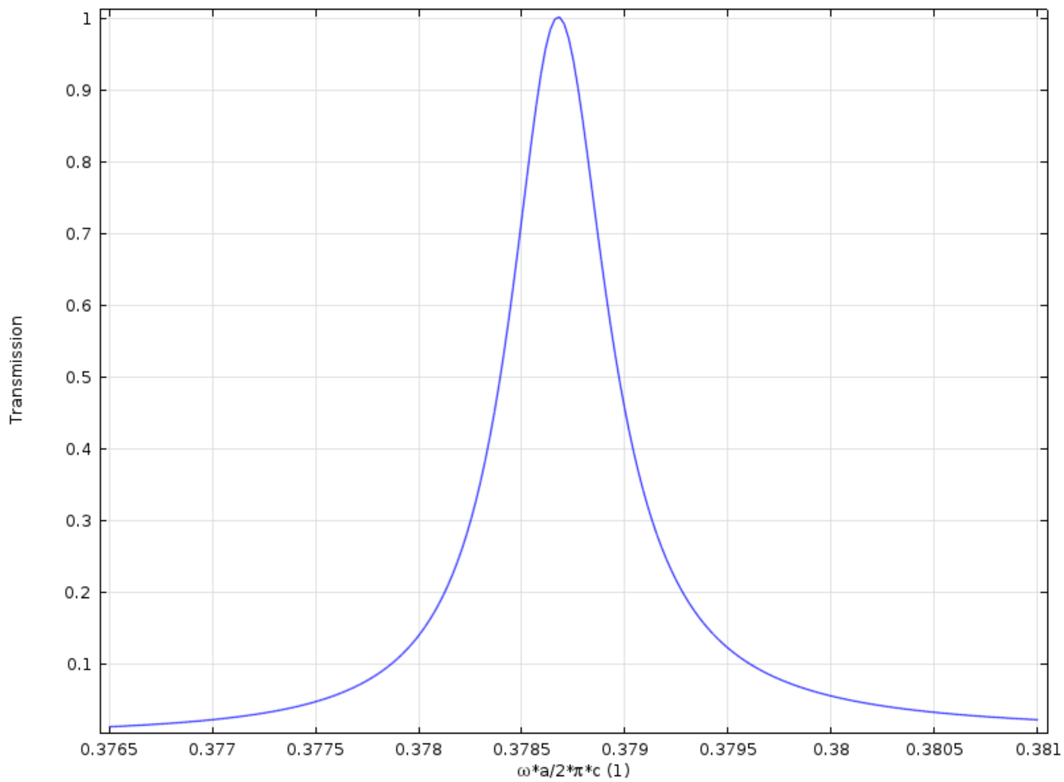


Σχήμα 4.19. Ρυθμός συντονισμού σχήματος εξαπόλου για $r = 0.7\alpha$.

4.5. ΦΙΛΤΡΟ ΣΤΕΝΗΣ ΖΩΝΗΣ

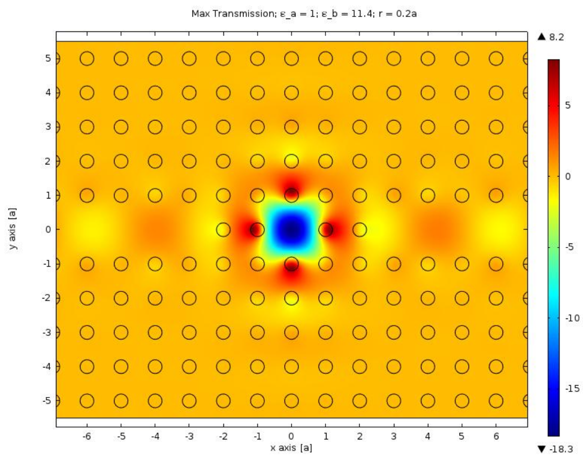
Συνδυάζοντας έναν ευθύγραμμο κυματοδηγό και έναν συντονιστή σύμφωνα με όσα έχουμε πει, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα φίλτρο στενής ζώνης. Επιλέγουμε την απευθείας σύζευξη του συντονιστή με τον κυματοδηγό και αναμένουμε μέγιστο μετάδοσης μόνο για τη συχνότητα συντονισμού. Η καμπύλη μετάδοσης του Σχήματος 4.20 επιβεβαιώνει την πρόβλεψή μας, ενώ στα Σχήματα 4.21 και 4.22 βλέπουμε την κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στον συντονισμό αλλά και μακριά από αυτόν, αντίστοιχα. Προφανώς στον συντονισμό, η κοιλότητα είναι γεμάτη φως και έτσι επιτρέπει την διέλευση στον κυματοδηγό εξόδου, ενώ εκτός συντονισμού η κοιλότητα δεν μπορεί να εγκλωβίσει το φώς και για τον λόγο αυτό παρατηρούμε τη χαμηλή μετάδοση στην έξοδο.

Σε ό,τι αφορά την υπολογιστική υλοποίηση πλέον, επιστρέψαμε στην επίλυση ενός προβλήματος διάδοσης με τροφοδοσία από την αριστερή θύρα μέσω της κατάλληλης απορροφητικής οριακής συνθήκης. Επίσης, ο φωτονικός κρύσταλλος έχει τα γνωστά χαρακτηριστικά $\varepsilon_b = 11, r = 0.2a$, σε υπόστρωμα αέρα ενώ η κοιλότητα δημιουργείται με την ολοκληρωτική αφαίρεση μιας ράβδου, οδηγώντας σε ρυθμό συντονισμού τύπου μονοπόλου, όπως φαίνεται και στα Σχήματα 4.21, 4.22.

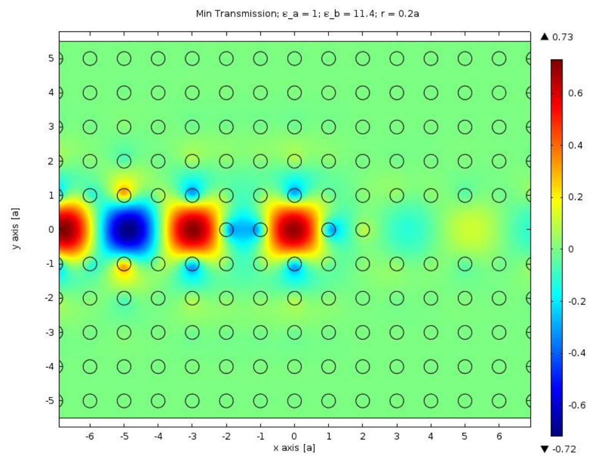


Σχήμα 4.20. Καμπύλη μετάδοσης του φίλτρου που φαίνεται στα Σχήματα 4.20 και 4.21. Παρατηρούμε την μέγιστη μετάδοση στον συντονισμό, όπως αναμενόταν.

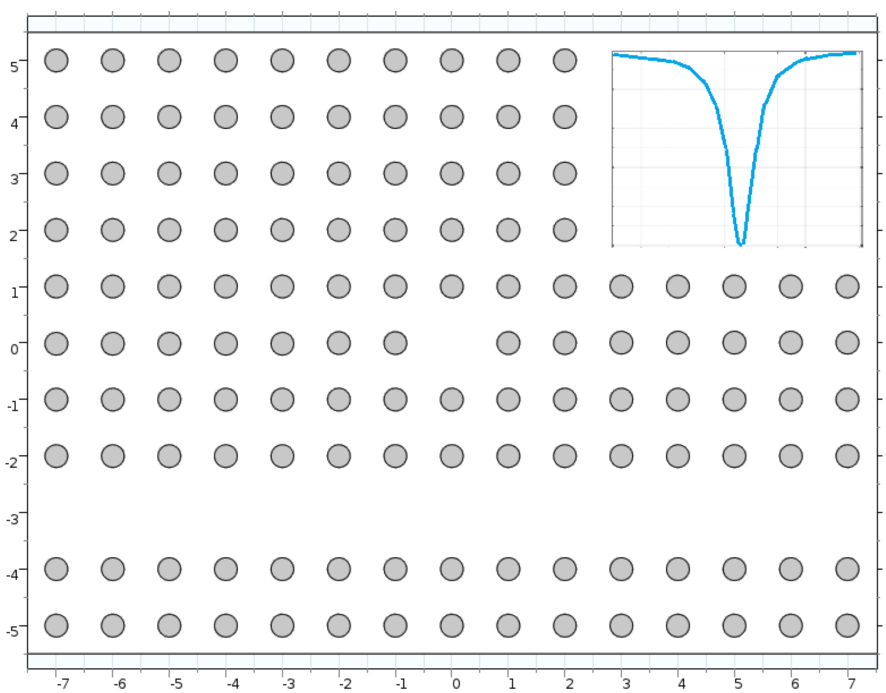
Αξίζει να σημειώσουμε εδώ πως μπορούμε να πάρουμε την δυαδική καμπύλη μετάδοσης (δηλαδή ελάχιστο στον συντονισμό και μέγιστο αλλού) αν τοποθετήσουμε τον κυματοδηγό κάτω από την κοιλότητα, δηλαδή να δημιουργήσουμε ένα φίλτρο με πλάγια σύζευξη. Μια ενδεικτική υλοποίηση και η αντίστοιχη καμπύλη συντονισμού σχεδιάζονται στο Σχήμα 4.23. Γενικά και τα δύο φίλτρα έχουν αρκετές εφαρμογές. Μία από αυτές τις εφαρμογές συνδυάζει όσα είπαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και θα την συζητήσουμε στην επόμενη παράγραφο.



Σχήμα 4.21. Κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στην μέγιστη μετάδοση. Παρατηρήστε την έντονη συγκέντρωση του πεδίου στον συντονιστή καθώς λειτουργούμε στην συχνότητα συντονισμού. Ο ρυθμός είναι παρόμοιος με αυτόν του Σχήματος 4.14, όπως αναμενόταν.



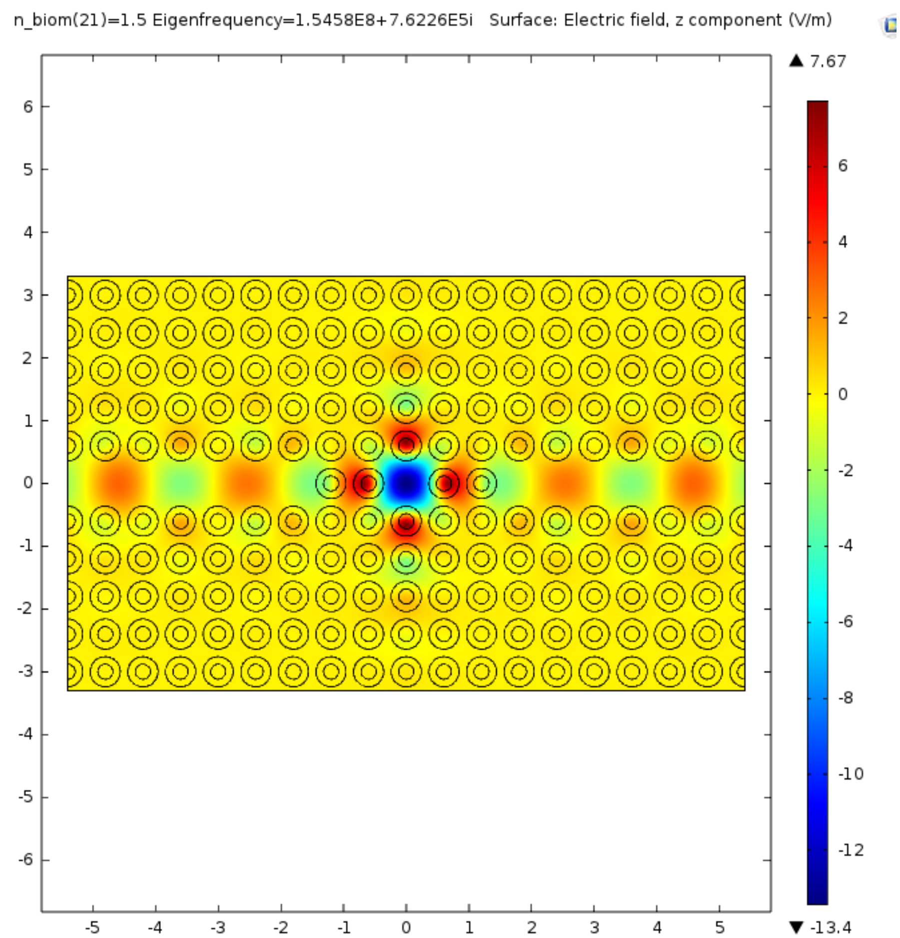
Σχήμα 4.22. Κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στην ελάχιστη μετάδοση. Παρατηρήστε την ελάχιστη έξοδο της διάταξης καθώς το πεδίο δεν μπορεί να διέλθει δια μέσου του συντονιστή στον δεξιά κυματοδηγό.



Σχήμα 4.23. Συντονιστής στασίμου κύματος, πλάγια συζευγμένος με τον υποκείμενο κυματοδηγό. Στο ένθετο διακρίνουμε την καμπύλη μετάδοσης που είναι μηδενική στον συντονισμό.

4.6. Φίλτρο Στενής Ζώνης ως Αισθητήρας

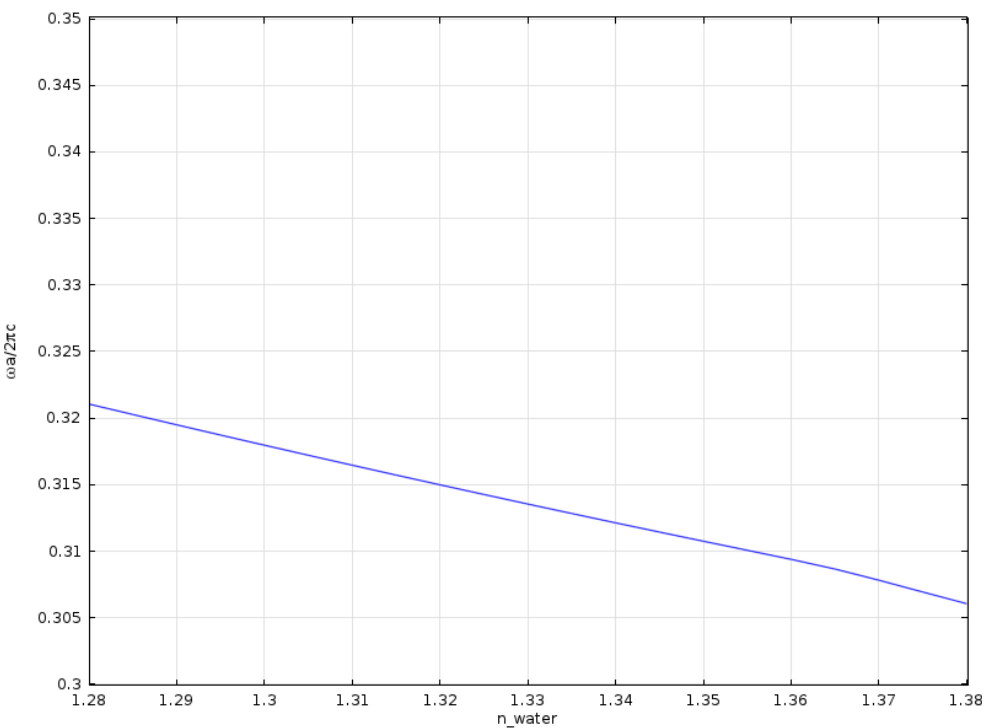
Το φίλτρο που παρουσιάζεται στην προηγούμενη παράγραφο μπορούμε να το εκμεταλλευτούμε για να φτιάξουμε φίλτρα στενής ζώνης των οποίων η συχνότητα συντονισμού εξαρτάται από τις παραμέτρους που περιγράψαμε ως τώρα. Προς τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε το φίλτρο που έχουμε αναλύσει στα Σχήματα 4.20-4.22. Θα περιβάλλουμε τις ράβδους με το υλικό ενδιάμεσου δείκτη που εξετάσαμε στο κεφάλαιο 3 και ειδικότερα στην παράγραφο 3.4 και θα υποθέσουμε πως το φίλτρο είναι μέσα σε νερό, αντί για τον αέρα που είχαμε χρησιμοποιήσει ως τώρα. Το πάχος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη είναι $d = 0.07a$ ή $d/a = 7\%$ που αντιστοιχίζεται σε έναν λόγο εμβαδών του στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη προς το εμβαδόν των ράβδων ίσο με $A_{biom}/A_{rod} = 0.15 = 15\%$ ενώ ο δείκτης διάθλασής του είναι $n = 1.45$. Μια ενδεικτική υλοποίηση την διάταξης μαζί με την κατανομή του πεδίου στον συντονισμό φαίνονται στο Σχήμα 4.24.



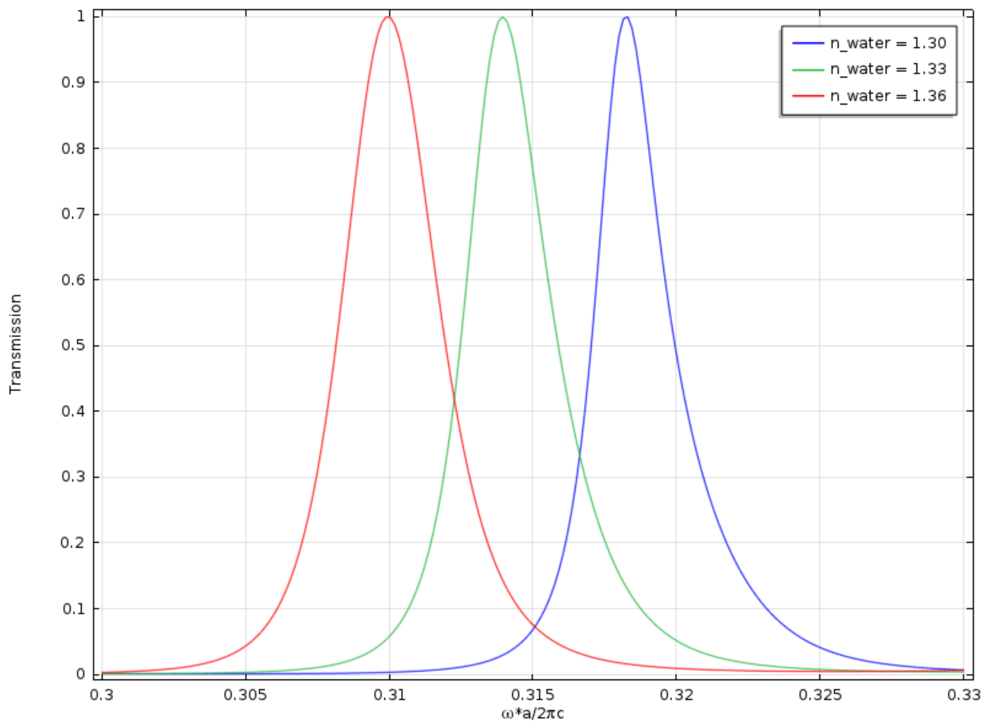
Σχήμα 4.24. Υλοποίηση του φίλτρου με την χρήση του έξτρα στρώματος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη μαζί με την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στην συχνότητα συντονισμού.

Η μεταβολή της συχνότητας συντονισμού όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του νερού φαίνεται στο Σχήμα 4.25 και αντιστοιχεί με αλλαγή της σύστασης του νερού μέσω διαλυτών που πιθανώς να υπάρχουν σε αυτό. Για σύγκριση, στο Σχήμα 4.27 σχεδιάζουμε το ίδιο διάγραμμα απουσία του υλικού ενδιάμεσου δείκτη. Όπως βλέπουμε, υπάρχει γραμμική εξάρτηση της συχνότητας συντονισμού από τον δείκτη διάθλασης του νερού και άρα εξετάζοντας την μετακίνηση του μεγίστου της μετάδοσης του φίλτρου μπορούμε να υπολογίσουμε τις μεταβολές του δείκτη διάθλασης.Η κανονικοποιημένη ευαισθησία που προκύπτει ίση με $-0.16\ 1/RIU$ (η αντίστοιχη μεταβολή απουσία του υλικού ενδιάμεσου δείκτη είναι $-0.14\ 1/RIU$) που είναι σαφώς μικρότερη από την αντίστοιχη του απλού φωτονικού κρυστάλλου του Κεφαλαίου 3.

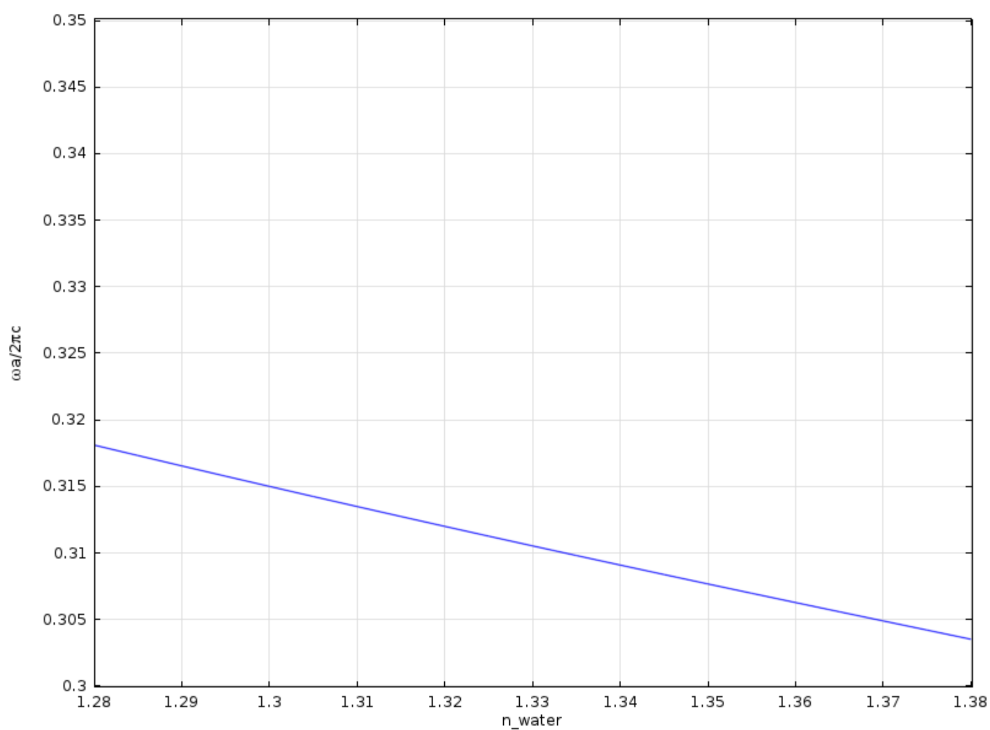
Στο Σχήμα 4.26, αντίστοιχα, βλέπουμε την καμπύλη μετάδοσης για τρεις ενδεικτικές τιμές του δείκτη διάθλασης του νερού. Η αλλαγή στη συχνότητα συντονισμού είναι παραπάνω από εμφανής από τα δύο Σχήματα. Για την υπολογιστική μοντελοποίηση της διάταξης επιλύσαμε επί της ουσίας και τα δύο προβλήματα υπολογιστικού ηλεκτρομαγνητισμού που έχουμε εξετάσει. Ειδικότερα, για τον υπολογισμό της συχνότητας συντονισμού για κάθε διαφορετική τιμή του δείκτη διάθλασης του νερού, επιλύσαμε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών από το οποίο εξαγάγαμε τις συχνότητες συντονισμού. Στην συνέχεια, επιλέξαμε ενδεικτικά τρεις τιμές του n_{water} και επιλύσαμε ένα πρόβλημα διάδοσης με διέγερση από την αριστερή θύρα. Αυτό τελικά κατέληξε να μας δώσει τις τρεις διακριτές καμπύλες μετάδοσης. Η συμφωνία ανάμεσα στις συχνότητες συντονισμού, παρά τον διαφορετικό τρόπο υπολογισμού είναι πολύ καλή, επιβεβαιώνοντας την ακρίβεια των δύο διαφορετικών υπολογισμών.



Σχήμα 4.25. Μεταβολή της συχνότητας συντονισμού του φίλτρου στενής ζώνης όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του νερού στο οποίο βρίσκεται μέσα.

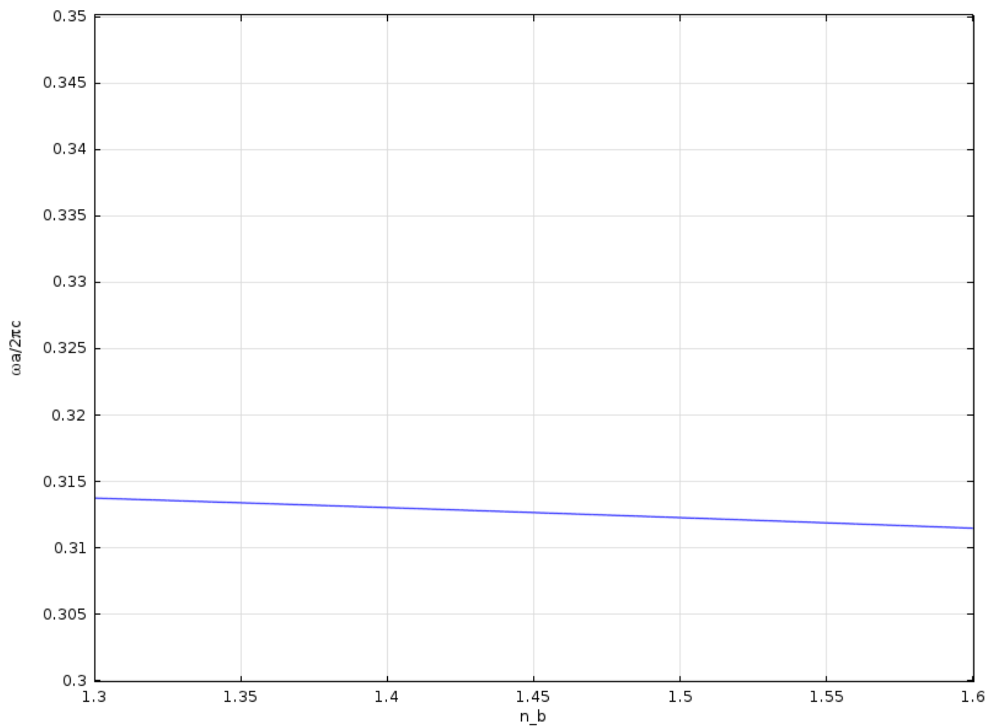


Σχήμα 4.26. Καμπύλες μετάδοσης φίλτρου στενής ζώνης για τρεις ενδεικτικές τιμές του δείκτη διάθλασης του νερού στο οποίο βρίσκεται μέσα.

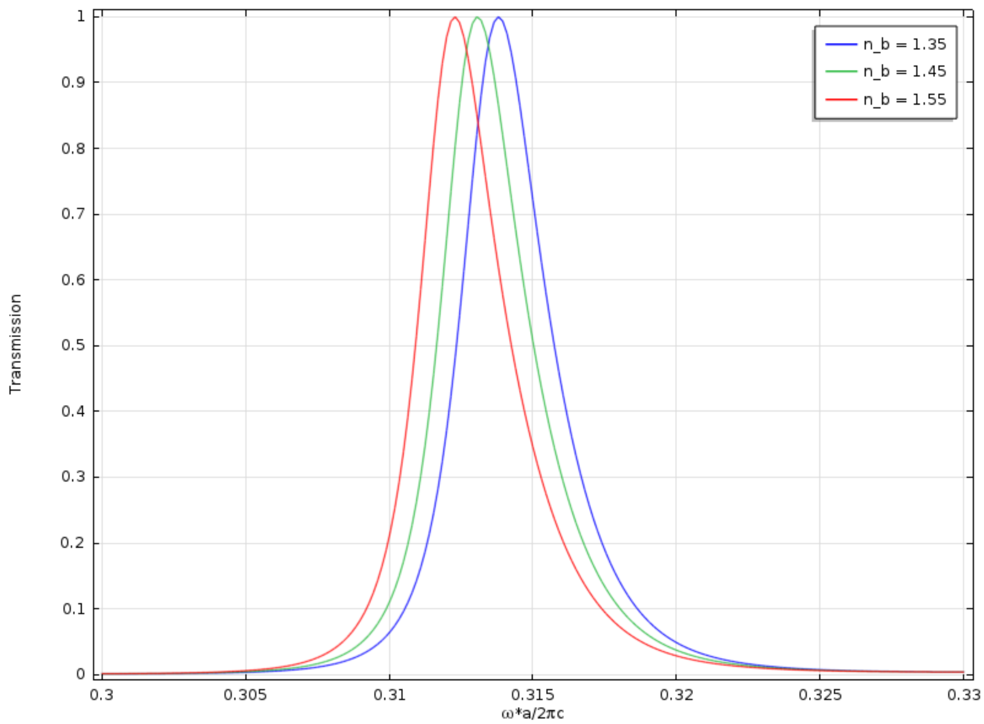


Σχήμα 4.27. Μεταβολή της συχνότητας συντονισμού του φίλτρου στενής ζώνης χωρίς την προσθήκη του υλικού ενδιάμεσου δείκτη, όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του νερού στο οποίο βρίσκεται μέσα.

Στην συνέχεια, αλλάζουμε τον δείκτη διάθλασης του υλικού ενδιάμεσου δείκτη ώστε να δούμε αν θα υπάρξει κάποια αλλαγή στη συμπεριφορά του φίλτρου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 4.28 και 4.29. Από αυτά βλέπουμε πως η αλλαγή εδώ, αν και υπάρχει, είναι λιγότερο αισθητή από πριν και συνεπώς δεν μπορούμε να την εκμεταλλευτούμε αντίστοιχα. Έτσι, η επιλογή του υλικού ενδιάμεσου δείκτη μπορεί να γίνει χωρίς ιδιαίτερα αυστηρές προϋποθέσεις καθώς θα επηρεάσει σε μικρότερο βαθμό την διάταξη και τις επιδόσεις.



Σχήμα 4.28. Μεταβολή της συχνότητας συντονισμού του φίλτρου στενής ζώνης όταν αλλάζει ο δείκτης διάθλασης του υλικού ενδιάμεσου δείκτη.

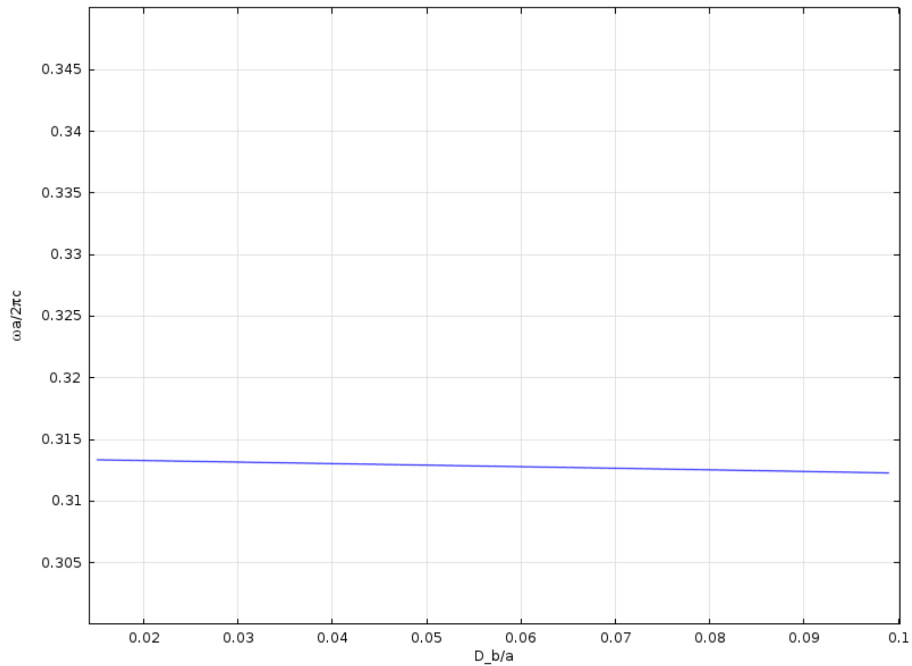


Σχήμα 4.29. Καμπύλες μετάδοσης του φίλτρου στενής ζώνης για τρεις ενδεικτικές τιμές του δείκτη διάθλασης του βιοϋλικού.

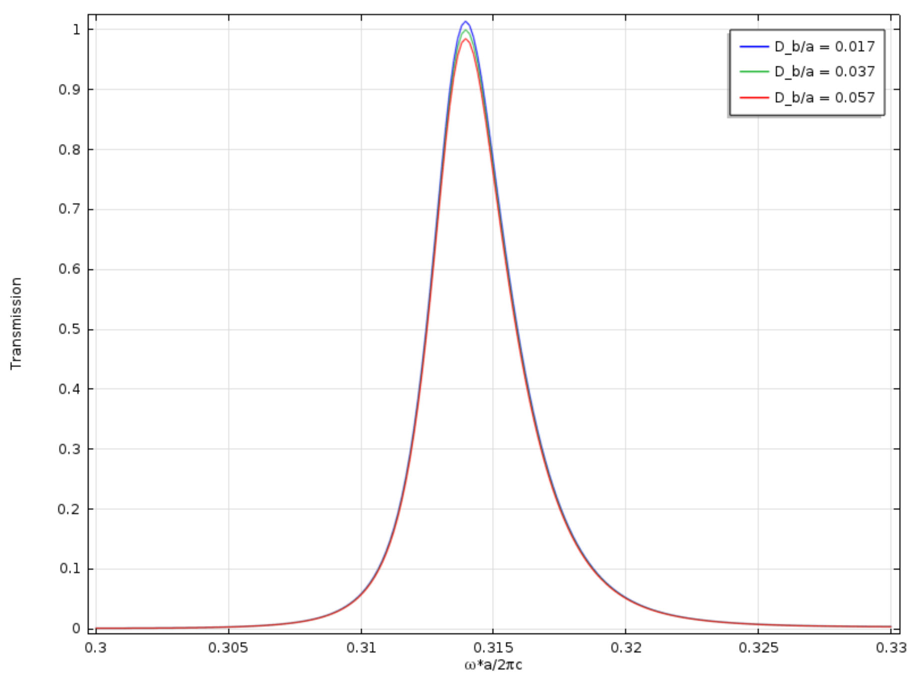
Τέλος και σε πλήρη αντιστοιχία με την παράγραφο 3.4, στα Σχήματα 4.30 και 4.31 παρουσιάζεται η σχέση μέσω της οποίας συνδέεται η συχνότητα συντονισμούμε το πάχος του υλικού ενδιάμεσου δείκτη. Και από εκεί βλέπουμε πως δεν υπάρχει κάποια ιδιαίτερη εξάρτηση από την παράμετρο αυτή, ακόμη και όταν το πάχος του τελευταίου είναι περί το 10% της ακτίνας συνολικά της ράβδου. Το ενδιαφέρον εδώ είναι πως αυτό το αποτέλεσμα διαφέρει απ’ όσα παρατηρήσαμε για τον απλό φωτονικό κρύσταλλο. Αυτό είναι σε τελική ανάλυση αναμενόμενο, γιατί ο ρυθμός συντονισμού της κοιλότητας έχει μικρή αλληλεπίδραση με τις ράβδους και άρα και με το υλικό ενδιάμεσου δείκτη (κυρίως βρίσκεται στο κενό, Σχήματα 4.21 και 4.22). Έτσι, η όποια αλληλεπίδραση με το υλικό ενδιάμεσου δείκτη είναι μικρή, προσφέροντας ελάχιστα στο τελικό αποτέλεσμα.

Ως κατακλείδα της σύντομης μελέτης του φίλτρου στενής ζώνης που λειτουργεί σαν αισθητήρας μπορούμε να πούμε πως πετυχαίνει όντως την λειτουργία του, αλλά σε σύγκριση με τον φωτονικό κρύσταλλο του κεφαλαίου 3 υστερεί σε επιδόσεις. Αυτό συνάγεται από το γεγονός πως ο ρυθμός συντονισμού παρότι έχει υψηλή συγκέντρωση περιορίζεται μόνο σε ένα μικρό τμήμα της διάταξης σε αντίθεση με τον πλήρη φωτονικό κρύσταλλο που ναι μεν έχει μικρότερη συγκέντρωση φωτός, αλλά αυτό κατανέμεται σε όλη του την έκταση. Έτσι, η ευαισθησία της διάταξης είναι μεν μειωμένη, αλλά από την άλλη όμως έχει το πρακτικό πλεονέκτημα πως σε αυτή οι μετρήσεις τις συχνότητας συντονισμού γίνονται αρκετά πιο εύκολα σε σχέση με τον πλήρη φωτονικό κρύσταλλο.

Για τον λόγο αυτό, το φίλτρο στενής ζώνης ως αισθητήρας αναμένεται να έχει εξίσου πολλές πρακτικές εφαρμογές.



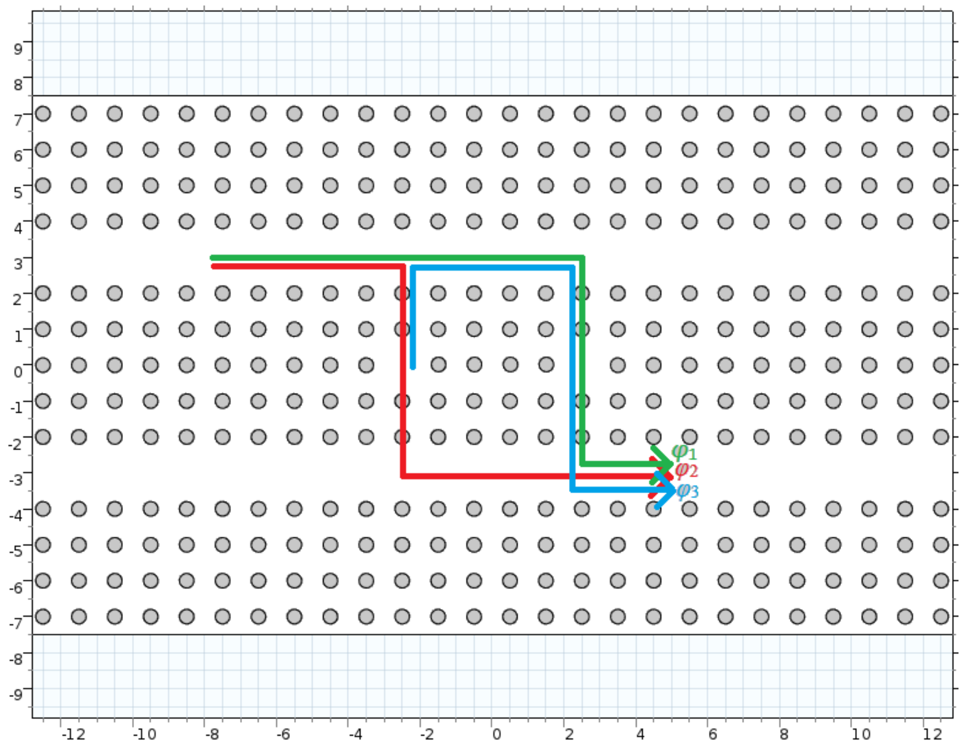
Σχήμα 4.30. Μεταβολή της συχνότητας συντονισμού του φίλτρου στενής ζώνης όταν αλλάζει το πάχος του στρώματος του υλικού με ενδιάμεσο δείκτη.



Σχήμα 4.31. Καμπύλες μετάδοσης του φίλτρου στενής ζώνης για τρεις ενδεικτικές τιμές του πάχους του στρώματος του υλικού με ενδιάμεσο δείκτη.

4.7. Φίλτρο Μετάδοσης Τύπου Fano

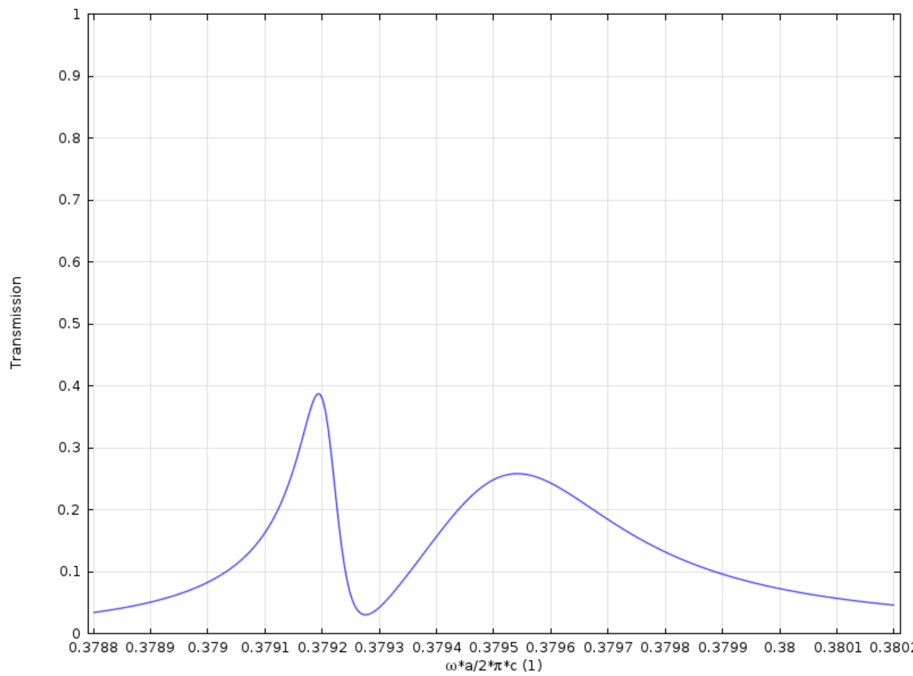
Η ιδέα της παραπάνω παραγράφου 4.5 για την κατασκευή ενός φίλτρου στενής ζώνης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την κατασκευή ενός φίλτρου με καμπύλη μετάδοσης τύπου Fano. Αυτό σημαίνει πως η είσοδος και η έξοδος είναι συζευγμένες τόσο μεταξύ τους όσο και μέσω μιας κοιλότητας με την απευθείας σύζευξη να μην είναι τέλεια. Χαρακτηριστικό αυτής της διάταξης είναι η απότομη μετάβαση από την υψηλή στην χαμηλή μετάδοση, σε αντίθεση με την ομαλή μετάβαση του προηγούμενου φίλτρου της παραγράφου 4.5 (καμπύλη μετάδοσης τύπου Lorentzian). Αυτό οφείλεται στα φαινόμενα συμβολής ανάμεσα στα κύματα που προέρχονται από το απευθείας κανάλι, και το κανάλι που περνάει μέσα από τις δύο κοιλότητες, όπως ενδεικτικά φαίνεται στο Σχήμα 4.32.



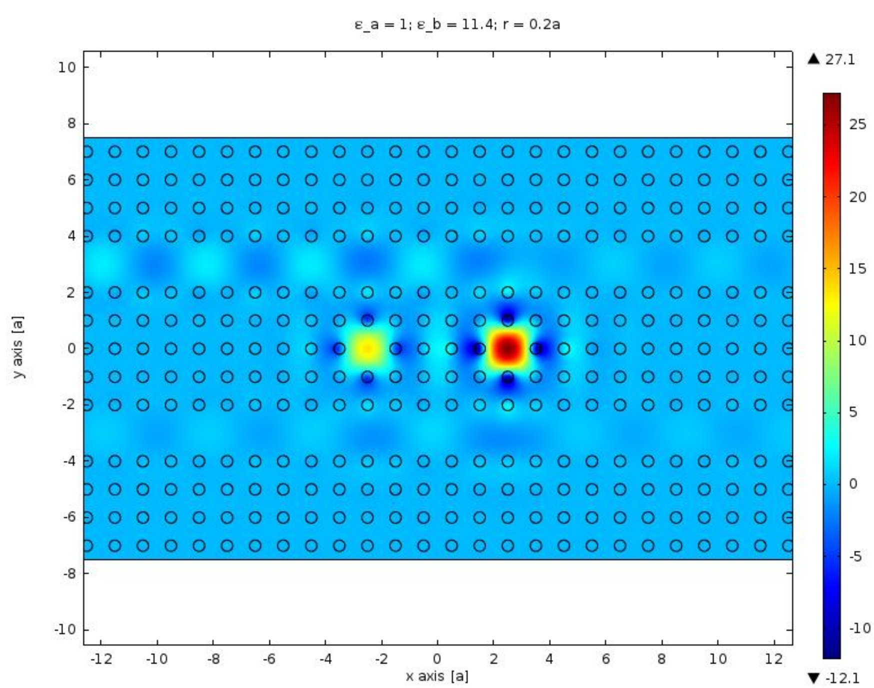
Σχήμα 4.32.Ενδεικτική αναπαράσταση της συμβολής τριών κυμάτων που οδηγεί στην καμπύλη μετάδοσης τύπου Fano.

Μια εναλλακτική υλοποίηση είναι η χρήση δύο συντονιστών αντί για την διάταξη που περιγράψαμε προηγουμένως. Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στους δύο συντονιστές και η συμβολή μπορεί επίσης να δώσει ένα αντίστοιχο σχήμα στην καμπύλη μετάδοσης. Στο Σχήμα 4.33 φαίνεται η εν λόγω καμπύλη μετάδοσης ενώ στο Σχήμα 4.34 φαίνεται το αντίστοιχο ηλεκτρικό πεδίο στην μέγιστη μετάδοση. Όπως παρατηρούμε, για την διάταξη αυτή το μέγιστο δεν επιτυγχάνεται πλήρως, παρ' όλα αυτά μπορούμε να διακρίνουμε τον συντονισμό τύπου Fano, όπως τον περιγράψαμε.

Για την υπολογιστική μοντελοποίηση και εδώ επιλύεται ένα πρόβλημα διάδοσης με τροφοδοσία από την πάνω αριστερή θύρα μέσω της απορροφητικής οριακής συνθήκης. Ο φωτονικός κρύσταλλος έχει ιδιότητες $\varepsilon_b = 11, r = 0.2a$, σε υπόστρωμα αέρα.



Σχήμα 4.33. Καμπύλη μετάδοσης τύπου Fano.



Σχήμα 4.34. Κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου κατά την μέγιστη μετάδοση. Διακρίνεται πως υπάρχουν κύματα και στους υπόλοιπους κυματοδηγούς στα οποία οφείλεται η μη μέγιστη μετάδοση.

Με αυτό το παράδειγμα που δείχνει πως μπορούμε να πάρουμε ακόμη και αρκετά σύνθετες καμπύλες μετάδοσης ολοκληρώνουμε το παρόν κεφάλαιο αλλά και επί της ουσίας την εργασία. Θα ακολουθήσει ένα σύντομο κεφάλαιο που θα συνοψίζει όλα όσα είδαμε ως τώρα καθώς και θα προτείνει διάφορες εναλλακτικές για την συνέχεια της μελέτης του αντικειμένου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Αντί επιλόγου, στο κεφάλαιο αυτό θα συνοψίσουμε την εργασία αλλά και θα προτείνουμε διάφορες νέες κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα. Όπως έγινε κατανοητό καθ' όλη την έκταση του κειμένου, η εργασία πραγματεύεται την ανάλυση δομών φωτονικών κρυστάλλων δύο διαστάσεων. Αρχικά έγινε μια μικρή εισαγωγή στην θεωρία που διέπει τέτοιες διατάξεις, μέσω της παρουσίασης χρήσιμων σχέσεων και θεωρημάτων. Επίσης, παρουσιάστηκε σύντομα αλλά συστηματικά, ο τρόπος υπολογισμού των διαγραμμάτων διασποράς, καθώς και δόθηκαν διάφορα παραδείγματα τα οποία είναι χρήσιμα τόσο στην κατανόηση όσο και για την συνέχεια της εργασίας. Επιπλέον, έγινε μια σύντομη εισαγωγή στην μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο πεδίο της συχνότητας, που χρησιμοποιούνται ως εργαλείο υπολογιστικής ανάλυσης μέσω του πακέτου λογισμικού COMSOL Multiphysics.

Προχωρώντας στο κυρίως μέρος της εργασίας, αρχικά εξετάστηκε η πιθανότητα χρήσης ενός τετραγωνικού φωτονικού κρυστάλλου δύο διαστάσεων ως αισθητήρα. Αφού διαπιστώθηκε πως όντως υπάρχει αυτή η δυνατότητα, έγινε μια εκτενής ανάλυση της ευαισθησίας της διάταξης. Στην συνέχεια, και ως βελτίωση, προτάθηκε η χρήση ενός στρώματος βιοϋλικού (το οποίο, βέβαια, όπως αναφέραμε μπορεί να είναι και οποιοδήποτε απλό διηλεκτρικό σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσής μας) που επικαλύπτει τις ράβδους του φωτονικού κρυστάλλου. Και εκεί έγινε εκτενής ανάλυση των επιδόσεων σε σχέση με τις διάφορες παραμέτρους που υπεισέρχονται στο πρόβλημα και υπολογίστηκαν οι βέλτιστες τιμές τους.

Αφήνοντας κατά μέρους τους πλήρεις φωτονικούς κρυστάλλους, εξετάζουμε στη συνέχεια νανοφωτονικές διατάξεις φωτονικών κρυστάλλων οι οποίες εκμεταλλεύονται κάποιο ελάττωμα, στρατηγικά τοποθετημένο σε κάποιο σημείο του κρυστάλλου. Αρχικά αναλύουμε μια διάταξη κυματοδηγού και με βάση αυτή υλοποιήσαμε μια διάταξη στροφής 90^{o} αλλά και έναν διαχωριστή δέσμης $3\ dB$. Στην συνέχεια, αναλύεται ο τρόπος κατασκευής μιας κοιλότητας φωτονικού κρυστάλλου, η οποία αν συνδυαστεί με κάποιον κυματοδηγό σύζευξης μπορεί να δώσει φίλτρα στενής ζώνης. Αναλύονται δύο εκδοχές τέτοιων φίλτρων, ένα που παρουσιάζει μια καμπύλη μετάδοσης τύπου Lorentzian και μία που παρουσιάζει μια καμπύλη μετάδοσης τύπου Fano.

Επιπλέον και σε μια προσπάθεια συνδυασμού των διατάξεων που είχαν προταθεί, εξετάζεται η υλοποίηση ενός αισθητήρα που βασίζεται σε ένα φίλτρο στενής ζώνης και εκμεταλλεύεται την αλλαγή της συχνότητας συντονισμού. Αυτό το φίλτρο εξετάζεται διεξοδικά όπου και εξάγεται η βέλτιστη ευαισθησία του ύστερα από εκτενή ανάλυση των παραμέτρων του.

Έχοντας ως βάση την παρούσα εργασία, πολλές νέες κατευθύνσεις ανοίγονται σε ότι αφορά την ανάλυση των φωτονικών κρυστάλλων. Ως πρώτο βήμα, κάποιος θα μπορούσε να ασχοληθεί αναλυτικά και σε βάθος με τα διαγράμματα διασποράς των φωτονικών κρυστάλλων. Αρχίζοντας από περιοδικές δομές μίας διάστασης ως βάση θα μπορούσε κανείς να εξετάσει διαφόρων τύπων φωτονικούς κρυστάλλους σε μία, δύο ή τρεις διαστάσεις. Επίσης, διαφορετικού είδους πλέγματα θα μπορούσαν να εξεταστούν ιδιαίτερα σε 2D και 3D δομές, κάτι το οποίο θα έδινε την δυνατότητα ανάδειξης διαγραμμάτων διασποράς με μια πληθώρα ιδιοτήτων.

Σε ό,τι αφορά τους αισθητήρες φωτονικών κρυστάλλων, τα ποιοτικά αποτελέσματα της εργασίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να προταθούν διαφορετικού τύπου διατάξεις που να εκμεταλλεύονται καλύτερα τις ιδιότητες που έχουν οι φωτονικοί κρύσταλλοι. Επί παραδείγματι, τα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ώστε να αναδειχθούν νέοι τρόποι ενίσχυσης της ευαισθησίας, ακόμη και με την χρήση πιο καινοτόμων υλικών που σήμερα βρίσκονται στην αιχμή της τεχνολογίας (γραφένιο, αγώγιμα οξείδια, κ.α.).

Επιπρόσθετα, μπορεί να εξεταστεί η πιθανότητα δυναμικού ελέγχου των ιδιοτήτων των διατάξεων που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4. Δεδομένου πως υπάρχουν υλικά των οποίων οι ιδιότητες αλλάζουν (γραμμικά ή μη γραμμικά) σε σχέση με κάποιο εξωτερικό ερέθισμα (π.χ. φαινόμενο Pockels), υπάρχει η δυνατότητα μέσω των φωτονικών κρυστάλλων να αναλυθούν διατάξεις διακοπτικών στοιχείων, διαμορφωτών, φασιθετών, φίλτρων επιλεκτικών στη συχνότητα κ.α.

Τέλος, μπορούν να μελετηθούν και διάφορες μη-γραμμικές ιδιότητες των υλικών. Για παράδειγμα, η σωστή εκμετάλλευση του φαινομένου Kerr μπορεί να οδηγήσει στην ανάδειξη διαφόρων φαινομένων όπως η γένεση της τρίτης αρμονικής, η αυτοδιαμόρφωση και η ετεροδιαμόρφωση φάσης. Κάθε ένα από αυτά τα φαινόμενα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή φωτός σε νέες συχνότητας (μείξη τεσσάρων κυμάτων), ή ακόμη και για τον έλεγχο του φωτός από φως. Μια χαρακτηριστική εφαρμογή αυτού του τύπου είναι οι διακοπτικές διατάξεις που βασίζονται στην οπτική διστάθεια (optical bistability) [1]. Επιπλέον, άλλα μη-γραμμικά φαινόμενα μπορούν να εξεταστούν όπως το θερμο-οπτικό φαινόμενο ή τα φαινόμενα ελεύθερων φορέων όταν ο φωτονικός κρύσταλλος κατασκευάζεται από πυρίτιο [1].

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Robert D. Meade, Joshua N. Winn, Photonic Crystals – Molding the Flow of Light, Princeton University Press, 2008.

[2] Kazuaki Sakoda, Optical Properties of Photonic Crystals, Springer, 2001.

[3] R.B. Wehrspohn, H.S Kitzerow, K. Busch, Nanophotonic Materials- Photonic Crystals, Plasmonics and Metamaterials, Wiley, 2008.

[4] Steven G. Johnson, Photonic Crystals: From Theory to Practice, Massachusetts Institute of Technology, 2001.

[5] Jian-Ming Jin, The Finite Element Method in Electromagnetics, 3rd Edition, Wiley – IEEE Press, 2014.

[6] Gérard Meunier, The Finite Element Method for Electromagnetic Modeling, Wiley – ISTE, October 2008.

[7] Introduction to COMSOL Multiphysics, October 2014.

[8] Wave optics module user's guide, COMSOL manual, October 2014.

[9] Christos Markos, Wu Yuan, Kyriakos Vlachos, Graham E. Town, and Ole Bang "Label-free biosensing with high sensitivity in dual-core microstructured polymer optical fibers," Optics Express, Vol. 19, No. 8, pp. 7790-7798, 2011.

[10] Steven G. Johnson, Joannopoulos J. D., Introduction to Photonic Crystals: Bloch's Theorem, Band Diagrams and Gaps (But No Defects), Massachusetts Institute of Technology, 2003

[11] Thomas F. Krauss, De La Rue Richard M., Photonic Crystals in The Optical Regime- Past, Present and Future, The University of Glasgow, 1999

[12] Oskar Painter, Kartik Srinivasan, John D. O'Brien, Axel Scherer, Dapkus P. Daniel, Tailoring of the Resonant Mode Properties of Optical Nanocavities in Two-Dimensional Photonic Crystal Slab Waveguides, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 3 (2001) S161-S170

[13] Christian Seassal, Yohan Desieres, Xavier Latertre, Christian Grillet, Pedro Rojo-Romeo, Pierre Viktorovitch, Taha Benyattoy, Optical Coupling Between a Two-Dimensional Photonic Crystal-Based Microcavity and Single-Line Defect Waveguide on InP Membranes, IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 38, No. 7, July 2002.

[14] Dongsoo Park, Sangin Kim, Ikmo Park, Hanjo Lim, Higher Order Optical Resonant Filters Based on Coupled Defect Resonators in Photonoci Crystals, Journal of Lightwave Technology, Vol.23, No.5, May 2005

[15] E. Yablonovitch, Photonic Bandgap Structures, J. Opt. Soc. B, Vol. 10, No. 2, February 1993

[16] Masanori Koshiba, Yasuhide Tsuzi, Masafumo Hikari, Time-Domain Beam Propagation Method and Its Application to Photonic Crystal Circuits, Journal of lightwave Technology, Vol.18, No 1, January 2000