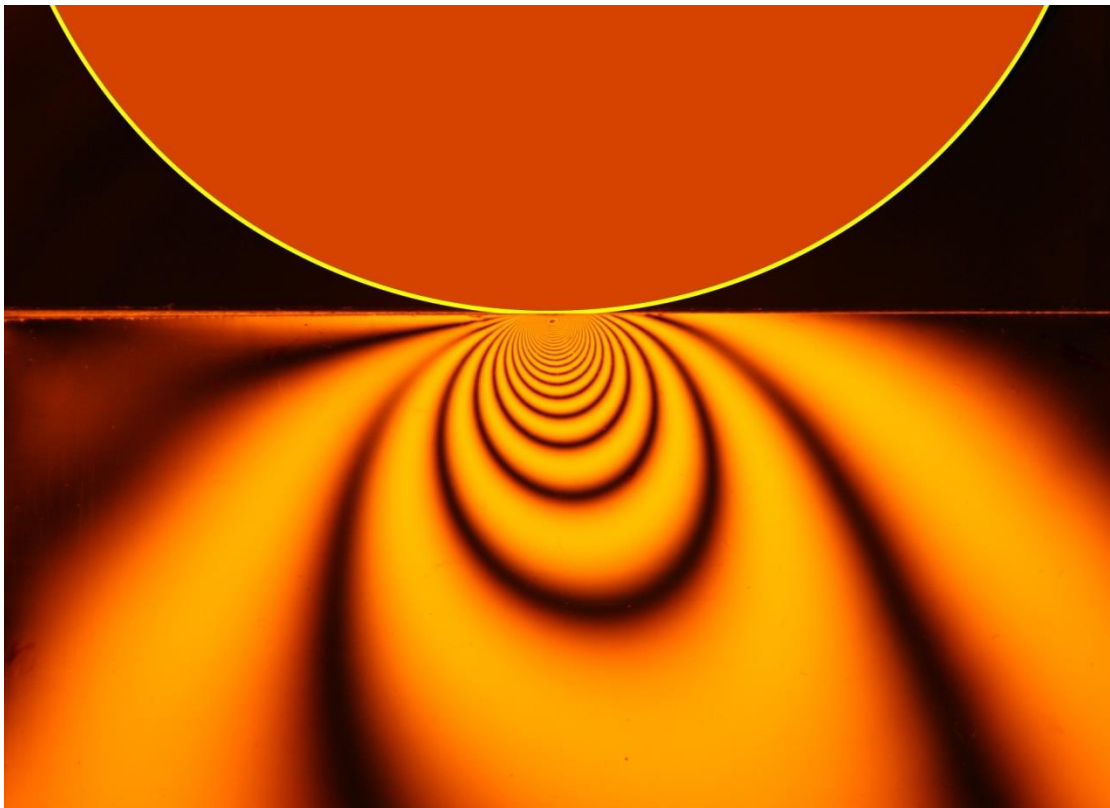




*Αριθμητική διερεύνηση της απόκρισης των
εύκαμπτων οδοστρωμάτων υπό ανακυκλιζόμενη
φόρτιση.*

ΣΤΑΘΑΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ



Επιβλέπων Καθηγητής: Κωνσταντίνος Σπηλιόπουλος

Οκτώβρης 2016

Ευχαριστίες

Πριν ξεκινήσει το κυρίως θέμα αυτής της εργασίας θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον καθηγητή κύριο Κωνσταντίνο Σπηλιώπουλο για την ευκαιρία που μου προσέφερε να ασχοληθώ με αυτό το ενδιαφέρον θέμα καθώς επίσης και στον υποψήφιο διδάκτορα κύριο Γιάννη Καπογιάννη για την άριστη συνεργασία μας καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας. Τους ευχαριστώ για τις παρατηρήσεις τους και τα σχόλιά τους όλους αυτούς τους μήνες αλλά και για τη διάθεσή τους να ακούσουν τους προβληματισμούς μου και να με συμβουλέψουν επ' αυτών. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αγάπη τους, τη στήριξη που μου παρείχαν και την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν όλο αυτό τον καιρό των φοιτητικών μου χρόνων -ελπίζω πραγματικά να φανώ άξιος τον προσδοκιών τους. Ακόμη θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου. Είναι αυτοί που με το χαρακτήρα τους, το ενδιαφέρον και τις επιτυχίες τους καταφέρνουν να παρακινούν και εμένα να προοδεύω σε όλα τα επίπεδα. Αυτή η εργασία είναι καρπός των συναναστροφών μου με όλα τα παραπάνω αναφερόμενα άτομα -σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό- και ελπίζω το αποτέλεσμα να μην τα αδικεί.

Περιεχόμενα

1	Κεφάλαιο	9
1.1	Εισαγωγή	9
1.2	Σκοπος και αντικείμενα	10
1.3	Σύντομη περιγραφή της διπλωματικής εργασίας	10
2	Κεφάλαιο	13
2.1	Θεωρία του φαινομένου shakedown	13
2.2	Θεωρήματα shakedown	14
2.3	Πλαστική παραμόρφωση και shakedown ενός ημίχωρου σε κυλιόμενη και ολισθαίνουσα επαφή	16
2.4	Κατανομή φορτίου Hertz	16
2.5	Πλαστική παραμόρφωση και παραμένουσες τάσεις	20
2.6	Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb	23
2.7	Κριτήριο αστοχίας Tresca	24
2.8	Εφαρμογή των καταστατικών μοντέλων Mohr-Coulomb και Tresca στο ABAQUS	25
2.9	Εύρεση των θεωρητικών ορίων shakedown	29
2.10	Πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης	33
3	Κεφάλαιο	35
3.1	Περιγραφή του μοντέλου	35
3.2	Βασικά στοιχεία του μοντέλου	36
3.3	Περιγραφή της υπορουτίνας DLOAD	43
3.4	Ανάλυση του προσομοιώματος	48
4	Κεφάλαιο	51
4.1	Σχολιασμός αποτελεσμάτων	51
4.1.1	Ημίχωρος Tresca	51
4.1.2	Ημίχωρος Coulomb	56
5	Κεφάλαιο	84
5.1	Συμπεράσματα	84
	Βιβλιογραφία	78

Πίνακας εικόνων

2.1 Ελαστοπλαστική απόκριση κατασκευής υποκειμένης σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. (Collins et al., 1993b)	13
2.2 Δύο σώματα σε επαφή. (Wang 2011)	16
2.3 Τομή παραμορφωμένων σωμάτων σε επαφή. (Johnson Contact Mechanics 1985)	18
2.4 Παραμόρφωση κατά την κυλιόμενη επαφή. Κύκλος εναλλασόμενης διάτμησης και θλίψης A-B-C-D-E. (Johnson Contact Mechanics 1985)	20
2.5 Απεικόνιση του κριτηρίου Mohr-Coulomb και παραλλαγών στο αποκλίνον και το μεσημβρινό επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)	26
2.6 Απεικόνιση του πλαστικού δυναμικού στο μεσημβρινό επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012).....	28
2.7 Απεικόνιση του πλαστικού δυναμικού στο αποκλίνον επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)	28
2.8 Γεωμετρικός τύπος των πιθανών παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r . (Wang 2011)	30
2.9 Εικόνα των παραβολών του κριτηρίου αστοχίας στην τελευταία επανάληψη για το κρίσιμο βάθος. Ο κοινός τύπος του σ_{xx}^r βρίσκεται μεταξύ της μέγιστης ρίζας παραβολής σειρά1 και της ελάχιστης ρίζας της παραβολής σειρά8.	31
2.10 Πεδία παραμενουσών τάσεων της μέγιστης των ελαχίστων ριζών (κόκκινο) και της ελάχιστης των μέγιστων ριζών (μπλε) του κριτηρίου αστοχίας, οι ρίζες του κριτηρίου αστοχίας είναι οι παραμένουσες τάσεις σ_{xx}^r	32
2.11 Πεπερασμένα στοιχεία τετρακομβικά και οχτακομβικά πλήρους και μειωμένης ολοκλήρωσης (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)	33
3.1 Εικόνα του διακριτοποιημένου προσομοιώματος Π.Σ. μαζί με τις συνοριακές συνθήκες.	35
3.2 Διακριτοποίηση του προσομοιώματος κοντά στην επιφάνεια όπου επιβάλλεται η φόρτιση.	36
3.3 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις μετά από επαναλαμβανόμενα περάσματα στο προσομοίωμα με τα χαρακτηριστικά της επαφής του ABAQUS.	38
3.4 Παραμένουσες ορθές τάσεις S11 μετά από επαναλαμβανόμενα περάσματα, απόσταση μεταφοράς του φορτίου 0.25m.	39
3.5 Παραμένουσες ορθές τάσεις S11 για πέντε περάσματα με βήμα μεταφοράς 0.01m (πράσινο), 0.05m (μπλε), 0.1m (κόκκινο), 0.25m (μαντζέντα).	39
3.6 Αριθμητικό σφάλμα του ABAQUS κατά την ανάλυση με μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και γραμμικά ελαστικό υλικό.	40
3.7 Πεδίο των παραμενουσών τάσεων μετά από ένα πέρασμα. Φαίνεται ότι το δεξί άκρο είναι πιο επιβαρυνμένο.	40
3.8 Αποτύπωση της ορθής τάσης S11 στην επιφάνεια μετά από ένα πέρασμα. Το δεξί άκρο όπου ξεκινά το φορτίο να εφαρμόζεται είναι στα αριστερά.	41
3.9 Διάγραμμα μεταβολής της οριζόντιας μετακίνησης U1 συναρτήσει των επαναλήψεων φόρτισης. Σύγκριση μη γραμμικής (U1-TPASS) και γραμμικής (U1-TPASS-L) γεωμετρίας. ...	42

3.10 Διάγραμμα μεταβολής της κατακόρυφης μετακίνησης U2 συναρτήσει των επαναλήψεων. Σύγκριση μη γραμμικής (U2-TPASS) και γραμμικής (U2-TPASS-L) γεωμετρίας.	42
4.1 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) ύπο μέγιστη τιμή φορτίου 200kPa .	52
4.2 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 200kPa	52
4.3 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μεγάλη τιμή φορτίου 200kPa .	53
4.4 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 200kPa .	53
4.5 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa .	54
4.6 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa	54
4.7 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa .	55
4.8 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa .	55
4.9 Πλαστικές διατμητικές ε_{xz}^p (PE12) παραμορφώσεις υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa .	57
4.10 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa	57
4.11 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa .	58
4.12 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa .	58
4.13 Διαγράμματα τάσεων-λογαριθμικών τροπών $\sigma_{xx} - \varepsilon_{zz}, \sigma_{yy} - \varepsilon_{zz}$.	59
4.14 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) ύπο μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa .	60
4.15 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa	60
4.16 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa .	61
4.17 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa .	61
4.18 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa .	63
4.19 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa	63
4.20 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa .	64
4.21 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa .	64
4.22 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 570kPa .	65
4.23 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 570kPa	65
4.24 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 570kPa .	66
4.25 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 570kPa .	66

4.26 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.	67
4.27 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$	67
4.28 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$	68
4.29 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$	68
4.30 Διάγραμμα παραμενουσών τάσεων-λογαριθμικών τροπών στις χρονικές στιγμές αφαίρεσης του φορτίου πριν την επανάληψη της φόρτισης.....	69
4.31 Εισαγωγή της οριζόντιας μετατόπισης $U1$ με τον αριθμό των περασμάτων υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$	71
4.32 Εξέλιξη της κατακόρυφης μετατόπισης $U2$ με τον αριθμό των περασμάτων υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$	71
4.33 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.	73
4.34 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	73
4.35 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	74
4.36 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	74
4.37 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.	75
4.38 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	76
4.39 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	76
4.40 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	77
4.41 Σύγκριση των πλαστικών διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	77
4.42 Σύγκριση των πλαστικών ορθών παραμορφώσεων ε_{zz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	78
4.43 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	78
4.44 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{yy}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	79
4.45 Σύγκριση των πλαστικών διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	79
4.46 Σύγκριση των πλαστικών ορθών παραμορφώσεων ε_{zz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	80
4.47 Σύγκριση των παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	80
4.48 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{yy}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	81

4.49 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_x για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	81
4.50 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_x για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	82
4.51 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_z για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$	82
4.52 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_z για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$	83

1 Κεφάλαιο

1.1 Εισαγωγή

Τα οδοστρώματα, εύκαμπτα ή δύσκαμπτα ανάλογα τη χρήση τους σε αυτοκινητόδρομους ή αεροδιαδρόμους είναι κατασκευές οι οποίες χρησιμοποιούνται καθημερινά κατασκευασμένες πάνω από εδαφικά υλικά που αποτελούν τη βάση και την υποβάση τους με σκοπό τη μεταφορά των δυνάμεων κίνησης και του βάρους των οχημάτων με οικονομία και ασφάλεια. Η ανάλυση και ο σχεδιασμός τέτοιων κατασκευών είναι ένα πρόβλημα σημαντικό και συνάμα περίπλοκο. Έως τώρα ένας περιορισμός που τίθεται από το θεωρητικό πλαίσιο σχεδιασμού των οδοστρωμάτων είναι η αποκλειστική χρήση της θεωρίας ελαστικότητας παραβλέποντας την αντοχή και την πλαστικότητα των εδαφικών υλικών.

Η θεωρία πλαστικότητας ήδη χρησιμοποιείται σε προβλήματα ευστάθειας θεμελιώσεων, κρηπιδότοιχων, πλαγιών κ.ο.κ. στον τομέα της γεωτεχνικής μηχανικής. Συνήθως τα παραπάνω προβλήματα αφορούν την επαυξητική επιβολή ενός στατικού φορτίου έως ότου το έδαφος να μην αντέχει το συνδυασμό τάσεων που προκύπτει από την φόρτιση και να ξεκινά η διαδικασία οριακής κατάρρευσης. Σε αυτές τις περιπτώσεις βοήθεια στην επίλυση του προβλήματος αντοχής δίνουν οι αναλύσεις άνω και κάτω ορίου προκειμένου να επιτευχθεί ένας ασφαλής και οικονομικός σχεδιασμός. Ωστόσο, στην περίπτωση των οδοστρωμάτων η κύρια φόρτιση ούτε στατική είναι, ούτε επαυξητική είναι αλλά επαναλαμβανόμενη. Η αστοχία των οδοστρωμάτων δεν είναι από φορτία που ξεπερνούν την οριακή αντοχή του υλικού, αλλά θα προκύψει είτε από φορτία αρκετά μεγάλα ώστε να προκαλέσουν πλαστικές παραμορφώσεις στο υλικό που θα αυξάνουν σε μέγεθος μετά από κάθε διέλευση του φορτίου και οι οποίες θα γίνουν τόσο μεγάλες που θα εμποδίζουν τη διέλευση των οχημάτων, είτε από φορτία αρκετά μεγάλα ώστε κατά τη διέλευσή τους να προκαλούν εναλλασσόμενη πλαστική ροή στο υλικό με αποτέλεσμα τη γρήγορη φθορά του. Η ανάλυση προσαρμογής λοιπόν εισάγεται προκειμένου να βρεθεί το κρίσιμο επίπεδο φόρτισης -γνωστό ως όριο προσαρμογής- που θα αποτρέψει την αστοχία της κατασκευής κάτω από συνθήκες επαναλαμβανόμενης φόρτισης.

Ο προσδιορισμός του ορίου προσαρμογής είναι ουσιώδους σημασίας για την εφαρμογή της ανάλυσης προσαρμογής και μπορεί να επιτευχθεί είτε με αριθμητική εφαρμογή ελαστοπλαστικής ανάλυσης, είτε με τη χρήση κατάλληλων θεωρημάτων άνω και κάτω ορίου. Σε σχέση με την πολύ απαιτητική σε υπολογιστικό χρόνο ελαστοπλαστική ανάλυση, η χρήση των θεωρημάτων προσαρμογής επιτρέπει τον άμεσο υπολογισμό του ορίου προσαρμογής προσδιορίζοντας το κρισιμότερο στοιχείο της αστοχίας στο υλικό και έτσι έχει τραβήξει πολλή προσοχή, με τα αποτελέσματα αυτών των αναλύσεων να επιτρέπουν τη χρήση και των αριθμητικών ελαστοπλαστικών αναλύσεων, μειώνοντας σημαντικά το χρόνο τους. Το θεώρημα κάτω ορίου για το φαινόμενο της προσαρμογής αναπτύχθηκε στη γενική του μορφή για το συνεχές μέσο από τον Melan (1938) και έδωσε ένα κάτω όριο στην αναζήτηση του ορίου προσαρμογής. Αργότερα ο Koiter διατύπωσε το γενικό κινηματικό κριτήριο προσαρμογής το οποίο δίνει ένα άνω όριο στην αναζήτηση του ορίου προσαρμογής.

Τα θεωρήματα προσαρμογής άνω και κάτω ορίου έχουν χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη πολλών προβλημάτων στα οποία η φόρτιση είναι επαναλαμβανόμενη όπως τα εφέδρανα, η κίνηση σε σιδηροτροχιά κατασκευές υπό σεισμική φόρτιση κ.ο.κ. . Στον τομέα της γεωτεχνικής μηχανικής η εφαρμογή τους στα οδοστρώματα υποκείμενα σε φορτία

οχημάτων που επαναλαμβάνονται, είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς το όριο προσαρμογής μπορεί να προσφέρει ένα πιο λογικό κριτήριο σχεδιασμού (YU,2006;COLLINS,2000). Συγκρινόμενο με τη λύση προσαρμογής άνω ορίου, η λύση κάτω ορίου δίνει μία συντηρητική εκτίμηση του πραγματικού ορίου προσαρμογής αφού φορτία κάτω από αυτό το κάτω όριο βρίσκουν λύση στο πρόβλημα ενώ οι λύσεις άνω ορίου, δεν αποκλείουν την ύπαρξη ενός ορίου μικρότερου από το ήδη υπάρχον και ενδέχεται λοιπόν να μην είναι προς την πλευρά του ασφαλούς σχεδιασμού.

1.2 Σκοπος και αντικείμενα

Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η επαλήθευση των θεωρητικών μεθόδων προσδιορισμού του φαινομένου της προσαρμογής με την εφαρμογή ελαστοπλαστικής ανάλυσης στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

Τα αντικείμενα της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι:

- Η καλύτερη κατανόηση του στατικού θεωρήματος προσαρμογής και των φαινομένων που εμφανίζονται στον ημίχωρο για διαφορετικά επίπεδα φόρτισης γύρω από το όριο προσαρμογής.
- Η εξέταση του πεδίου παραμενουσών τάσεων που προκύπτει από κινούμενα φορτία στην επιφάνεια του.
- Η σύγκριση θεωρητικού ορίου προσαρμογής με το αντίστοιχο που προκύπτει από την αριθμητική λύση των πεπερασμένων στοιχείων.

1.3 Σύντομη περιγραφή της διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία χωρίζεται σε πέντε κεφάλαια. Μία σύντομη περιγραφή δίνεται παρακάτω:

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μία γρήγορη εισαγωγή στο αντικείμενο του φαινομένου της προσαρμογής και την εφαρμογή του σε διάφορα προβλήματα του πολιτικού μηχανικού και παρουσιάζεται ο σκοπός και τα αντικείμενα της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται αναλυτικότερα τα θεωρήματα προσαρμογής άνω και κάτω ορίου, γίνεται περιγραφή των κριτηρίων αστοχίας Mohr-Coulomb και Tresca και στην εφαρμογή τους στο ABAQUS. Παρουσιάζεται η λύση του προβλήματος επαφής για δισδιάστατο ελαστικό μέσο με τη χρήση της θεωρίας του Hertz και η ανάλυση του πεδίου παραμενουσών τάσεων για το συγκεκριμένο πρόβλημα από τον JOHNSON(1985) ενώ ακόμη περιγράφεται η επαναληπτική διαδικασία προσδιορισμού του ορίου προσαρμογής που προτάθηκε από τη Wang(2011) βασιζόμενη στις ελαστικές και παραμένουσες τάσεις. Γίνεται αναφορά στα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS για την ανάλυση του προβλήματος.

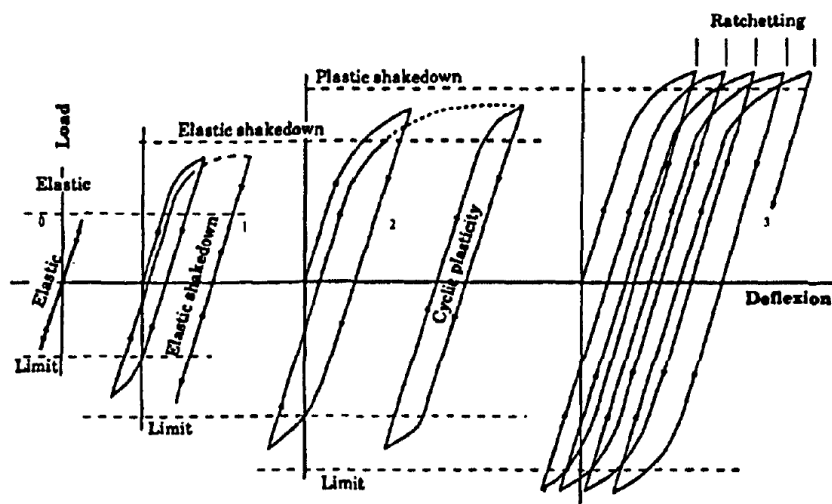
Στο κεφάλαιο 3 γίνεται περιγραφή του προσομοιώματος που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση του προβλήματος με αναφορά και στις τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν κατά την παραπάνω ανάλυση. Γίνεται επιπλέον αναφορά σε διάφορα προβλήματα που προέκυψαν κατά την πορεία των αναλύσεων και πώς επιλύθηκαν.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των αναλύσεων συγκρίνονται οι παραμένουσες τάσεις και οι πλαστικές τροπές για διάφορες παραμέτρους του υλικού και επίπεδα φόρτισης και προκύπτουν τα αντίστοιχα συμπεράσματα.

Στο κεφάλαιο 5 συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων και προκύπτουν τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας.

2 Κεφάλαιο

2.1 Θεωρία του φαινομένου προσαρμογής



2.1 Ελαστοπλαστική απόκριση κατασκευής υποκείμενης σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση. (Collins et all., 2000)

Όταν μία κατασκευή που συμπεριφέρεται ελαστοπλαστικά υποβάλλεται σε επαναλαμβανόμενα φορτία τέσσερις διακριτές καταστάσεις μπορεί να συμβούν λόγω των διαφορετικών επιπέδων του μεγέθους της φόρτισης.

Πρώτον, αν το φορτίο που εφαρμόζεται είναι επαρκώς μικρό, εμφανίζεται καθαρά ελαστική συμπεριφορά, έτσι ώστε η τροπή να μηδενίζεται κατά την πλήρη απομάκρυνση του φορτίου και πουθενά στην κατασκευή να μην εμφανίζεται πλαστική παραμόρφωση.

Δεύτερον, αν το επίπεδο του φορτίου αυξηθεί, οι τάσεις σε κάποια σημεία της κατασκευής ξεπερνούν την επιφάνεια διαρροής και η κατασκευή παραμορφώνεται πλαστικά. Ωστόσο έπειτα από έναν αριθμό κύκλων φόρτισης, είναι πιθανόν ότι η κατασκευή θα προσαρμοστεί στα ανακυκλιζόμενα φορτία και θα επιδείξει καθαρά ελαστική συμπεριφορά στους επόμενους κύκλους φόρτισης. Αυτό το φαινόμενο ορίζεται ως "προσαρμογή-shakedown" και το κρίσιμο όριο φόρτισης για το οποίο μπορεί να συμβεί προσαρμογή θεωρείται ως το "όριο προσαρμογής-shakedown".

Τρίτον, αν το επίπεδο της φόρτισης είναι υψηλότερο από το όριο της προσαρμογής και η παραμόρφωση αλλάζει πρόσημο σε κάθε κύκλο φόρτισης, ένας κλειστός κύκλος εναλλασσόμενης πλαστικότητας μπορεί να εμφανιστεί. Αυτή η κατάσταση ονομάζεται κυκλική πλαστικότητα ή πλαστική προσαρμογή. Σε αυτή την περίπτωση, αν και η συνολική πλαστική παραμόρφωση παραμένει μικρή, η κατασκευή στα πιο επιβαρυμένα σημεία μπορεί να αστοχήσει λόγω εναλλασσόμενης πλαστικής κατάρρευσης.

Τέλος, όταν το φορτίο είναι μεγάλο και σε κάθε κύκλο φόρτισης προστίθεται κάποια πλαστική παραμόρφωση, η κατασκευή μπορεί να υποβληθεί σε απεριόριστη επαυξητική πλαστικότητα και τελικώς να αστοχήσει λόγω υπερβολικών πλαστικών παραμορφώσεων. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό ως "ratcheting".

Ο σκοπός της ανάλυσης προσαρμογής είναι να βρεθεί το οριακό φορτίο μεταξύ της περίπτωσης της προσαρμογής και των τελευταίων δύο περιπτώσεων για την πρόληψη αστοχιών λόγω απεριόριστης πλαστικής παραμόρφωσης.

2.2 Θεωρήματα προσαρμογής

Το φαινόμενο προσαρμογής αφορά τη διαπίστωση ότι ακόμη και αν μία κατασκευή ενταθεί με φορτίο αρκετά μεγάλο ώστε να πλαστικοποιηθεί μερικώς, τότε υπάρχει μία περίπτωση, όπου -αν το φορτίο είναι σχετικά μικρό σε σχέση με την οριακή φόρτιση- επιπλέον επαναλήψεις του ίδιου φορτίου ή και μικρότερου δεν επιφέρουν περαιτέρω παραμόρφωση του φορέα, κάτι που ερμηνεύεται αν σκεφτεί κανείς ότι οι παραμένουσες τάσεις λόγω της πλαστικοποίησης του φορέα και οι ελαστικές τάσεις λόγω της επιβολής του φορτίου σε κάθε κύκλο φόρτισης έχουν μία ειδική σχέση μεταξύ τους.

Αυτή την ειδική σχέση μεταξύ παραμενουσών τάσεων του φορέα και ελαστικών τάσεων της φόρτισης αποσαφήνισε ο Melan το 1938 με το θεώρημα κάτω ορίου για την προσαρμογή το οποίο ορίζει ότι:

Μία κατασκευή υπόκειται σε προσαρμογή κάτω από ανακυκλιζόμενα φορτία αν το συνολικό πεδίο τάσεων που συνδυάζει το αυτοισοροπούν πεδίο παραμενουσών τάσεων με το ελαστικό πεδίο που παράγεται από το επιβαλλόμενο φορτίο δεν παραβιάζει πουθενά το όριο διαρροής.

Μαθηματικά η παραπάνω πρόταση εκφράζεται ως εξής:

$$f(\lambda \cdot \sigma_{ij}^e + \sigma_{ij}^r) \leq 0, \quad (2.1)$$

όπου:

$\lambda \cdot \sigma_{ij}^e$: η ελαστική τάση η οποία ασκείται λόγω της επιβαλλόμενης πίεσης $\lambda \cdot p_0$

σ_{ij}^r : αυτοϊσοροπούν πεδίο παραμενουσών τάσεων που από μόνο του δεν παραβιάζει τη συνθήκη διαρροής

$f(\sigma_{ij}) = 0$: συνθήκη διαρροής για το υλικό

Η μεγαλύτερη τιμή του λ που βρέθηκε δοκιμάζοντας όλα τα πιθανά αυτοϊσοροπούντα πεδία παραμενουσών τάσεων τα οποία και από μόνα τους δεν παραβιάζουν τη συνθήκη διαρροής του υλικού δίνει και το πραγματικό όριο shakedown για το φορτίο το οποίο εκφράζεται ως $p_{sd} = \lambda_{sd} \cdot p_0$ με λ_{sd} την παράμετρο του ορίου προσαρμογής.

Με την αντίστροφη λογική ορίζεται και το θεώρημα του άνω ορίου από τον Koiter το οποίο αναφέρει ότι:

Αν βρεθεί ένας κινηματικά αποδεκτός κύκλος πλαστικών τροπών για τον οποίο το έργο της εξωτερικής δύναμης και των κινηματικά αποδεκτών μετατοπίσεων είναι μεγαλύτερο από το έργο των εσωτερικών τάσεων της επιφάνειας διαρροής και των κινηματικά αποδεκτών τροπών, τότε δε θα υπάρξει προσαρμογή.

Μαθηματικά η παραπάνω πρόταση εκφράζεται ως εξής:

$$\int_0^t dt \iint_S p_0 \cdot \dot{u}_i dS > \int_0^t dt \iiint_V \sigma_{ij}^k \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^k dV \quad (2.2)$$

όπου:

\dot{u}_i : η ταχύτητα μετατόπισης

S : η επιφάνεια της κατασκευής πάνω στην οποία ασκούνται τα επιφανειακά φορτία.

σ_{ij}^k : οι τάσεις στην επιφάνεια διαρροής

V : ο όγκος της κατασκευής

Εναλλακτικά το θεώρημα άνω ορίου για την προσαρμογή μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

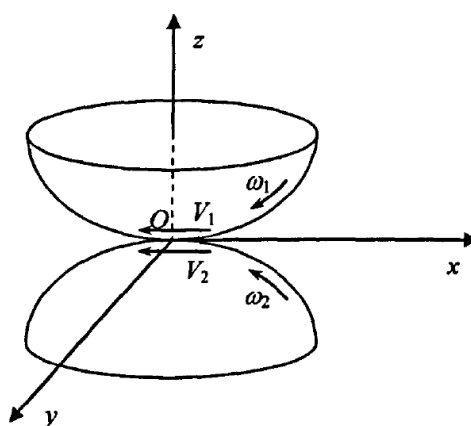
$$\lambda_{sd} \cdot \int_0^t dt \iint_S p_{0i} \cdot \dot{u}_i dS \leq \int_0^t dt \iiint_V \sigma_{ij}^k \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^k dV, \quad (2.3)$$

δίνοντας έτσι ένα άνω όριο στο φορτιστικό συντελεστή της προσαρμογής λ_{sd} .

Τέλος η σημασία του φαινομένου της προσαρμογής γίνεται περισσότερο αντιληπτή αν αναλογιστεί κανείς ότι τα υλικά κάτω από ανακυκλιζόμενη φόρτιση δεν επιδεικνύουν την ίδια αντοχή όπως όταν η φόρτιση είναι μονοτονική (ARNOLD).

2.3 Πλαστική παραμόρφωση και shakedown ενός ημίχωρου σε κυλιόμενη και ολισθαίνουσα επαφή.

Σύμφωνα με τον Johnson (1985), η κύλιση είναι η σχετική περιστροφική κίνηση μεταξύ δύο σωμάτων σε επαφή περί ενός άξονα γ ο οποίος ανήκει σε ένα εφαπτομενικό επίπεδο στα δύο σώματα όπως εικονίζεται στο σχήμα. Αν οι ταχύτητες των σημείων που έρχονται σε επαφή κατά την κίνηση είναι ίσες, τότε η κίνηση γίνεται χωρίς ολίσθηση δηλαδή καθαρή κύλιση, διαφορετικά τα σώματα ολισθαίνουν κατά ένα ποσοστό καθώς κυλούν. Οι τάσεις στην επαφή είναι κάθετες στο εφαπτομενικό επίπεδο (x - y) για την καθαρή κύλιση, ενώ στην περίπτωση της ολίσθησης εμφανίζεται και μία εφαπτομενική δύναμη εντός του επιπέδου επαφής x - y .



2.2 Δύο σώματα σε επαφή. (Wang 2011)

Αρκετά προβλήματα μηχανικής αφορούν επαναλαμβανόμενη κύλιση και ολίσθηση ενός σώματος πάνω σε ένα άλλο όπως τα κυλινδρικά εφέδρανα, η κίνηση ενός τροχού πάνω σε σιδηροτροχιά και η κίνηση ενός τροχού πάνω στο οδόστρωμα.

2.4 Κατανομή φορτίου Hertz

Προκειμένου να μελετηθεί η συμπεριφορά του ημίχωρου στον οποίο επιδρά το φορτίο το προερχόμενο από την επαφή των δύο σωμάτων σύμφωνα με τον Hertz όπως περιγράφεται στον JOHNSON θα πρέπει τα δύο σώματα και η επαφή τους να πληρούν τις εξής δύο προϋποθέσεις:

- 1) Θα πρέπει οι διαστάσεις τις επαφής να είναι πολύ μικρότερες από τις διαστάσεις των σωμάτων.
- 2) Θα πρέπει οι διαστάσεις τις επαφής να είναι πολύ μικρές σε σχέση με τις σχετικές ακτίνες καμπυλότητας των σωμάτων.

Η πρώτη παραδοχή εξασφαλίζει ότι οι συνοριακές συνθήκες δεν επηρεάζουν το πεδίο τάσεων που προκύπτει από την υψηλή κατανομή τάσεων στην επιφάνεια επαφής για τον

ελαστικό ημίχωρο. Η δεύτερη παραδοχή εξασφαλίζει ότι οι επιφάνειες που βρίσκονται οριακά εκτός επαφής μπορούν να θεωρηθούν ως επίπεδες και επιπλέον ότι οι τροπές στην επιφάνεια επαφής είναι επαρκώς μικρές ώστε να βρισκόμαστε στην περιοχή μικρών παραμορφώσεων. Όταν ασχολούμαστε με υλικά με μικρό μέτρο ελαστικότητας αυτή η παραδοχή απαιτεί προσεκτική σκέψη. Μία επιπλέον παραδοχή που γίνεται σιωπηρά είναι ότι οι επιφάνειες είναι λείες και δεν εμφανίζεται τριβή. Μελετώνται έτσι μόνο προβλήματα καθαρής κύλισης.

Για να εξαχθεί η κατανομή των τάσεων που ασκούνται κατά την επαφή των δύο σωμάτων πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν η μορφή της γεωμετρίας των επιφανειών των δύο σωμάτων κοντά στην επαφή. Ο Hertz λοιπόν υπέθεσε ότι η γεωμετρία των καμπυλών είναι αυτή των λείων καμπύλων τουλάχιστον συνεχών μέχρι τη δεύτερη παράγωγό τους και έτσι δε δέχεται την ύπαρξη μικρών ή μεγάλων ατελειών σε μικρο- ή μακροκλίμακα αντίστοιχα, που θα οδηγούσαν σε ασυνεχή επαφή ή σε πολύ απότομες μεταβολές της πίεσης επαφής.

Έτσι το προφίλ κάθε επιφάνεια επαφής μπορεί να περιγραφεί από μία έκφραση της μορφής:

$$z = A \cdot x^2 + B \cdot y^2 + C \cdot x \cdot y + \dots \quad (2.4)$$

Αμελώντας τους όρους ανωτέρας τάξης με x , y και επιλεγοντας σε κάθε επιφάνεια ένα κατάλληλο σύστημα αξόνων ώστε το $C = 0$ προκύπτουν:

$$z_1 = \frac{1}{2 \cdot R_1''} \cdot x_1^2 + \frac{1}{2 \cdot R_1'} \cdot y_1^2, z_2 = \frac{1}{2 \cdot R_2''} \cdot x_2^2 + \frac{1}{2 \cdot R_2'} \cdot y_2^2 \quad (2.5)$$

Όπου R_1'' , R_1' , R_2'' , R_2' οι κύριες ακτίνες καμπυλότητας των επιφανειών των σωμάτων, δηλαδή οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές των ακτινών καμπυλότητας προερχόμενες από κάθε δυνατή τομή των επιφανειών με κάποιο επίπεδο. Αν υπάρχει κάποιο επίπεδο συμμετρίας τότε στην τομή του σώματος με αυτό υπάρχει μία κύρια ακτίνα καμπυλότητας.

Το κενό μεταξύ των δύο επιφανειών πριν ακόμη έρθουν σε επαφή περιγράφεται μετά από κατάλληλη μεταφορά του ενός σώματος στο σύστημα του άλλου ως η διαφορά των δύο εξισώσεων επομένως:

$$h = A \cdot x^2 + B \cdot y^2 + C \cdot x \cdot y \quad (2.6)$$

Με κατάλληλη στροφή των αξόνων προκύπτει:

$$h = A \cdot x^2 + B \cdot y^2 = \frac{1}{2 \cdot R''} \cdot x^2 + \frac{1}{2 \cdot R'} \cdot y^2 \quad (2.7)$$

Όπου τα A και B προκύπτουν μέσω κατάλληλου μετασχηματισμού και για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις:

$$(A + B) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{R''} + \frac{1}{R'} \right) = \left(\frac{1}{R_1''} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2''} + \frac{1}{R_2'} \right) \quad (2.8)$$

και

$$|B - A| = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_1''} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2''} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_1''} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2''} \right) \cdot \cos 2a \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

Στη γενική περίπτωση όπου τα σώματα έχουν τυχαίο σχήμα, ο γεωμετρικός τόπος των καμπύλων που αναφέρονται στην ίδια τιμή για το κενό μεταξύ των δύο επιφανειών είναι έλλειψη. Καθώς δε φαίνεται η σχέση να επηρεάζεται από το φορτίο, οι καμπύλες πριν και μετά τη φόρτιση θα έχουν τη μορφή ελλείψεων.

Στην περίπτωση που τα δύο σώματα σε επαφή είναι κύλινδροι ακτίνας R_1, R_2 και η επαφή γίνεται κατά τη μεγάλη διάστασή τους τότε ισχύει:

$$R_1' = R_1, R_2' = R_2, R_1'' = \infty, R_2'' = \infty \text{ και } \alpha = 0$$

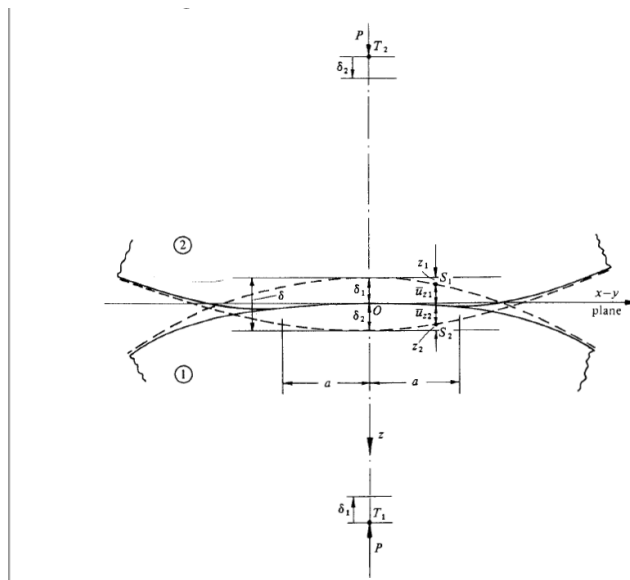
Οπότε:

$$A = \frac{1}{2 \cdot R''} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ και } B = \frac{1}{2 \cdot R'} = 0 \quad (2.10)$$

αν τώρα υποθέσουμε ότι και το δεύτερο σώμα -το οποίο εδώ είναι ένας δισδιάστατος ημίχωρος- έχει ακτίνα $R_2 = \infty$ τότε:

$$A = \frac{1}{2 \cdot R''} = \frac{1}{2 \cdot R_1} \text{ και } B = 0 \quad (2.11)$$

Οι καμπύλες ίσου κενού τώρα είναι λοιπόν ευθείες γραμμές παράλληλες στον y .



2.3 Τομή παραμορφωμένων σωμάτων σε επαφή. (Johnson Contact Mechanics 1985)

Κατά την εφαρμογή του φορτίου δύο σημεία επί του άξονα z , T_1 και T_2 που ανήκουν το καθένα σε διαφορετικό σώμα κινούνται κατά δ_1 και δ_2 . Δύο συνευθειακά σημεία που

βρίσκονται στην επιφάνεια των δύο σωμάτων ανάλογα τη θέση τους θα έχουν τις εξής ιδιότητες:

Αν βρίσκονται στην περιοχή επαφής τότε η συνολική σχετική μετακίνηση $\delta = \delta_1 + \delta_2$ που θα είχαν αν δεν έρχονταν καθόλου σε επαφή θα είναι ίση με την ελαστική παραμόρφωση του κάθε σώματος κατά την επαφή αλλά και την αρχική κενή απόσταση μεταξύ τους.

$$u_{z1} + u_{z2} + h = \delta_1 + \delta_2 = \delta \quad (2.12)$$

ή διαφορετικά

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - A \cdot x^2 - B \cdot y^2 \quad (2.13)$$

Αν όμως βρίσκονται εκτός της περιοχής επαφής τότε θα πρέπει να ισχύει ότι η συνολική μετατόπιση δ μείον την κενή απόσταση να είναι μεγαλύτερη από την ελαστική παραμόρφωση των σωμάτων.

$$u_{z1} + u_{z2} < \delta - A \cdot x^2 - B \cdot y^2 \quad (2.14)$$

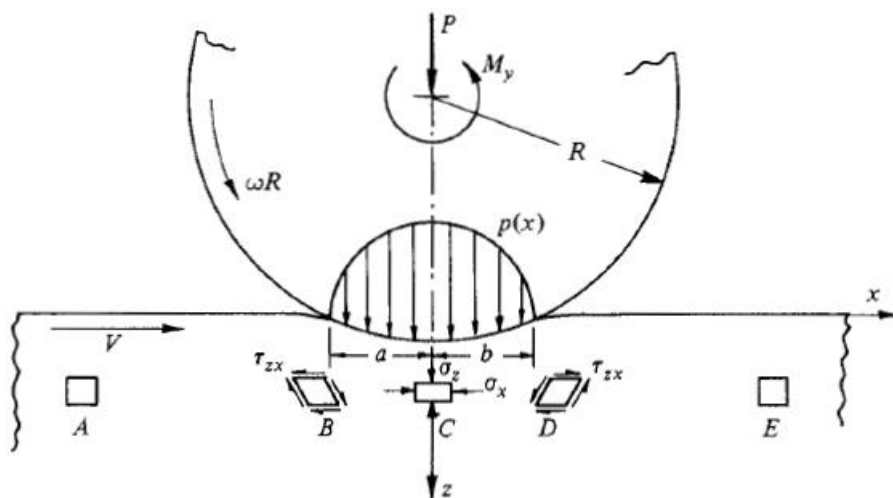
Η κατανομή πιέσεων που ικανοποιεί τις παραπάνω σχέσεις είναι αυτή προβλέπει η θεωρία Hertz ότι αναπτύσσεται κατά την επαφή των δύο σωμάτων. Για την περίπτωση της επαφής δύο δισδιάστατων κυλίνδρων όπου ο ένας έχει πολύ μεγαλύτερη ακτίνα από τον άλλο η κατανομή αυτή εκφράζεται από την παρακάτω σχέση:

$$p(x) = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot a^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \quad (2.15)$$

Το πεδίο των ελαστικών τάσεων στον δισδιάστατο ημίχωρο λόγω της παραπάνω κατανομής βρίσκεται εύκολα ως επαλληλία πολλών συγκεντρωμένων γραμμικά κατανομημένων δυνάμεων το μέγεθος των οποίων αποτελεί ολοκλήρωμα της κατανομής πιέσεων με την απόσταση. Περιγράφεται από τις παρακάτω σχέσεις που βρίσκονται στη βιβλιογραφία με τη σύμβαση ότι οι θλιπτικές τάσεις είναι αρνητικές:

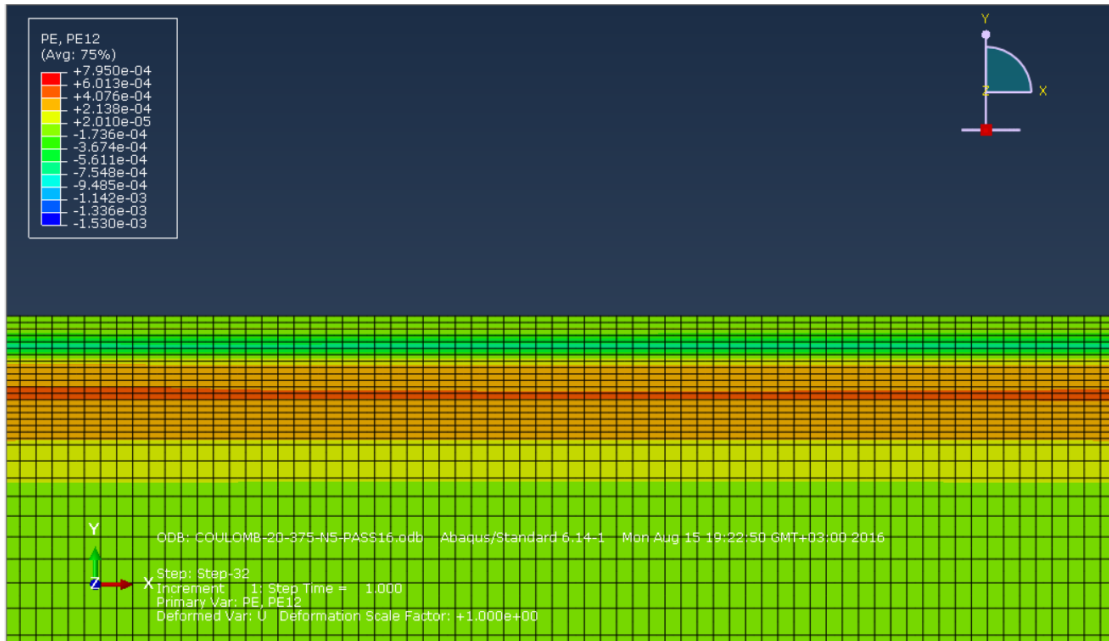
$$\begin{aligned} (\sigma_{xx}^e)_p &= -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot a^2} \cdot \left\{ m \cdot \left(1 + \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) - 2 \cdot z \right\}, \\ (\sigma_{zz}^e)_p &= -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot a^2} \cdot m \cdot \left(1 - \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right), \\ (\sigma_{xz}^e)_p &= -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot a^2} \cdot n \cdot \left(\frac{m^2 - z^2}{m^2 + n^2} \right). \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.5 Πλαστική παραμόρφωση και παραμένουσες τάσεις

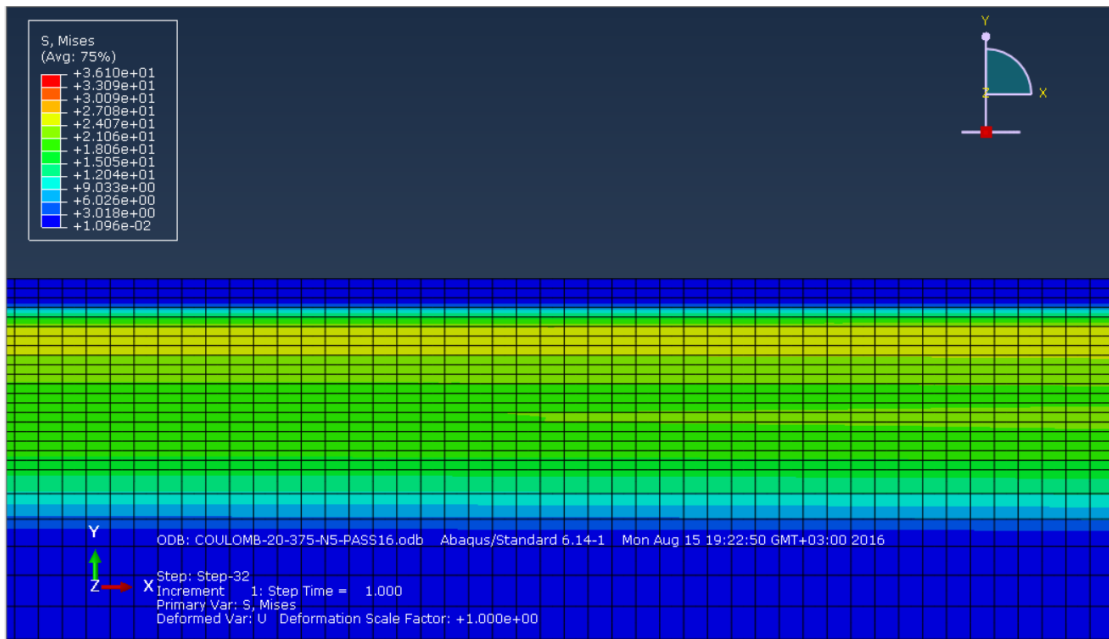


2.4 Παραμόρφωση κατά την κυλιόμενη επαφή. Κύκλος εναλλασόμενης διάτμησης και θλίψης A-B-C-D-E. (Johnson Contact Mechanics 1985)

Όταν η κυλιόμενη επαφή ταξιδεύει πάνω στον ημίχωρο κατά τη διεύθυνση x (εικόνα 2.4), κάθε στοιχείο στο ίδιο βάθος z βιώνει την ίδια ιστορία φόρτισης άρα τις ίδιες τάσεις και τροπές. όπως φαίνεται και στην εικόνα ένα εδαφικό στοιχείο υπόκειται σε ένα κύκλο εναλλασόμενης διάτμησης κατά τη διάρκεια ενός περάσματος. Αν η εντατική κατάσταση υπερβεί το όριο διαρροής, κάποιες πλαστικές διατμητικές και ορθές τροπές ε_{xz}^p και ε_{zz}^p θα εμφανιστούν. Σε έναν κύκλο φόρτισης, ένα στοιχείο θα βιώσει τόσο αρνητική όσο και θετική πλαστική διατμητική τροπή και η άθροιση αυτών των δύο αποδίδει την τελική πλαστική διατμητική τροπή κάθε στοιχείου μετά από ένα πέρασμα. Εφόσον κάθε στοιχείο υποβάλλεται στην ίδια ιστορία φόρτισης έπεται ότι τελικώς οι πλαστικές παραμορφώσεις και οι παραμένουσες τάσεις που θα αναπτυχθούν θα είναι ανεξάρτητες της διεύθυνσεως κινήσεως του φορτίου, που για το δισδιάστατο ημίχωρο αυτό σημαίνει ότι οι πλαστικές τροπές όπως και οι παραμένουσες τάσεις θα μεταβάλλονται μόνο κατά τον z . Οι πλαστικές τροπές και παραμένουσες τάσεις δημιουργούν μία παράλληλη στην επιφάνεια του ημίχωρου ζώνη εικόνες 2.5 και 2.6. Οι θετικές πλαστικές διατμητικές τροπές είναι θετικές κοντά στην επιφάνεια και αρνητικές σε μεγαλύτερα βάθη. Η επιφάνεια του ημίχωρου μετατοπίζεται εφαπτομενικά ως αποτέλεσμα της συνολικής πλαστικής διατμητικής τροπής (Johnson 1985).



2.5 Εικόνα του πεδίου πλαστικής διατμητικής τροπής στην επιφάνεια του ημίχωρου φαίνεται ότι στην περιοχή ενδιαφέροντος οι πλαστικές διατμητικές τροπές μεταβάλλονται μόνο με το βάθος ενώ σχηματίζουν μία ομοιόμορφη ζώνη κατά τη διεύθυνση κίνησης του φορτίου.



2.6 Εικόνα του πεδίου παραμένουσας τάσης MISES κοντά στην επιφάνεια του ημίχωρου. Το πεδίο είναι ανεξάρτητο της διεύθυνσης κίνησης και μεταβάλλεται με το βάθος σχηματίζοντας μία ζώνη παραμενουσών τάσεων.

Αμέσως κάτω από την επαφή, ένα στοιχείο του υλικού συμπιέζεται κάθετα στην επιφάνεια και μπορεί να εμφανιστούν μικρές ορθές πλαστικές παραμορφώσεις ε_{zz}^p . Λόγω της συνθήκης επίπεδης έντασης, το στοιχείο θα εκταθεί πλευρικά κατά τη διεύθυνση x λόγω του φαινομένου Poisson. Επειδή όλα τα σημεία του ίδιου βάθους θα παραμορφωθούν με τη σειρά τους κατά το πέρασμα του φορτίου με τον ίδιο τρόπο, η πλευρική έκτασή τους πρέπει να ακυρώνεται λόγω της ύπαρξης της παραμένουσας τάσης σ_{xx}^r που δρα παράλληλα στην επιφάνεια. Η πλευρική ορθή τάση σ_{xx}^r οφείλεται στην διαρροή που προκαλείται λόγω της πλευρικής έκτασης των στοιχείων από το κατακόρυφο φορτίο. Ακριβώς επειδή κάθε σημείο του ημίχωρου στο ίδιο βάθος βιώνει την ίδια ιστορία φόρτισης η σ_{xx}^r είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης επιβολής (φορά ταξιδιού) του φορτίου και σταθερή κατά τη διεύθυνση x . Όταν το φορτίο έχει τιμή μικρότερη η ίση του ορίου προσαρμογής το πεδίο των παραμενουσών τάσεων που δημιουργείται αντιστέκεται στην περαιτέρω διαρροή του υλικού και εν τέλει, όταν το πεδίο των παραμενουσών τάσεων αναπτυχθεί πλήρως η διαρροή θα σταματήσει. Όταν το φορτίο αυτό αυξηθεί επιπλέον οι παραμένουσες τάσεις θα αναπτυχθούν σε μεγαλύτερο βάθος στο υλικό, αλλά δεν θα μπορέσουν να σταματήσουν περαιτέρω διαρροή του υλικού.

Το πεδίο των παραμενουσών τάσεων το οποίο θα αναπτυχθεί για να περιορισθεί και να σταματήσει η διαρροή του υλικού αποτελείται από τις ορθές τάσεις $\sigma_{xx}^r, \sigma_{yy}^r$ που είναι και οι μοναδικές που μπορούν να υπάρξουν αφού: Το ελαστικό πεδίο τάσεων σ_{xz}^e στο ίδιο βάθος είναι αντισυμμετρικό λόγω της συμμετρίας του ελλειπτικού φορτίου, επομένως θα οδηγούσε και σε αντισυμμετρικές κατανομές για τις παραμένουσες διατμητικές τάσεις για το ίδιο βάθος εικόνα που δε συμβαδίζει με το λογικό επιχείρημα ότι εφ' όσον όλα τα στοιχεία έχουν την ίδια ιστορία φόρτισης το εντατικό πεδίο θα πρέπει να είναι ανεξάρτητο της διεύθυνσης x . Η απουσία της ορθής παραμένουσας τάσης σ_{zz}^r μπορεί και αυτή να εξηγηθεί από το γεγονός ότι στον ελεύθερο ημίχωρο μετά την αφαίρεση του φορτίου από την επιφάνεια η ορθή κατακόρυφη τάση θα είναι μηδενική και αφού δεν υπάρχουν παραμένουσες διατμητικές τάσεις για να μεταβιβάσουν το φορτίο από το ένα βάθος στο άλλο αποκλείεται και η μεταβολή των σ_{zz}^r με το βάθος. Τέλος λόγω της σύμβασης περί επίπεδης παραμόρφωσης εξ' αρχής οι διατμητικές τάσεις τ_{yz}^r είναι μηδενικές. Απομένουν έτσι μόνο οι ορθές παραμένουσες τάσεις $\sigma_{xx}^r, \sigma_{yy}^r$ που μπορούν να έχουν τις απαιτούμενες ιδιότητες.

2.6 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

Στο καταστατικό μοντέλο Mohr-Coulomb η συμπεριφορά του υλικού θεωρείται ελαστική τέλεια πλαστική. Η επιφάνεια διαρροής (συνθήκη πλαστικότητας) δίνεται από το κριτήριο Mohr-Coulomb, το οποίο για γενική τρισδιάστατη φόρτιση γράφεται ως εξής:

$$F = J - \left(\frac{c}{\tan \phi} + p \right) \cdot \frac{\sin \phi}{\cos \theta + \frac{(\sin \theta \cdot \sin \phi)}{\sqrt{3}}} = 0 \quad (2.17)$$

Όπου:

$$p \text{ η μέση τάση: } p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

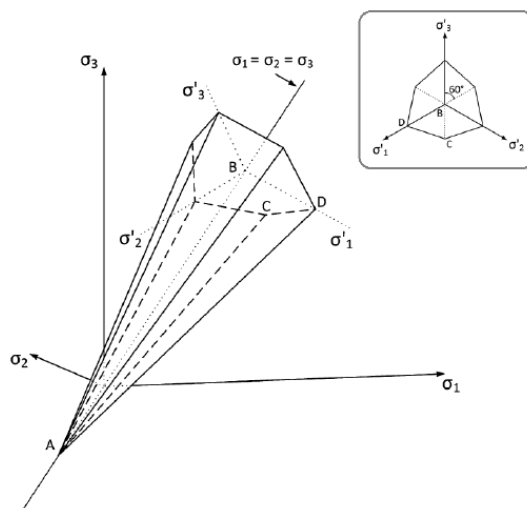
J η εκτροπική τάση που δίνεται από τη σχέση:

$$J = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.18)$$

Η γωνία θ ονομάζεται και γωνία του Lode και δίνεται από τη σχέση:

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(2 \cdot \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - 1 \right) \right] \quad (2.19)$$

Η γραφική παράσταση της εξίσωσης στον τρισδιάστατο χώρο των κυρίων τάσεων φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



2.7 Παράσταση του κριτηρίου Mohr-Coulomb στο χώρο των κυρίων τάσεων.

Η ελαστική συμπεριφορά εντός της επιφάνειας διαρροής, όπου $F < 0$, περιγράφεται συνήθως ως γραμμικά ελαστική. Ωστόσο είναι δυνατή και η εφαρμογή εξισώσεων μη γραμμικής ελαστικότητας. Καθώς το μοντέλο είναι τέλεια πλαστικό δεν απαιτείται ο προσδιορισμός κανόνα σκλήρυνσης/χαλάρωσης Σύμφωνα με τη συνθήκη καθετότητας, ενώ

κατά τη διαρροή το διάνυσμα των πλαστικών παραμορφώσεων είναι κάθετο στην επιφάνεια διαρροής. Αυτό έχει ως συνέπεια η διαρροή να συνοδεύεται από πλαστική διαστολή του εδάφους. Ο λόγος της ορθής προς τη διατμητική πλαστική παραμόρφωση εξαρτάται από τη γωνία διατμητικής αντοχής και δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta \varepsilon_n^p}{\Delta \gamma^p} = -\tan \varphi \quad (2.20)$$

Όμως η πραγματική συμπεριφορά των εδαφών σε διάτμηση δεν παρουσιάζει τη γραμμική διαστολή που προβλέπει το καταστατικό μοντέλο Mohr-Coulomb. Παρουσιάζεται έντονα μη γραμμική μεταβολή του όγκου κατά τη διάτμηση, η οποία μπορεί να είναι είτε διαστολή είτε συστολή ανάλογα το βαθμό υπερστερεοποίησης ή την πυκνότητα του εδάφους. Αντικαθιστώντας τη συνθήκη καθετότητας με τη συνθήκη:

$$\frac{\Delta \varepsilon_n^p}{\Delta \gamma^p} = -\tan \psi \quad (2.21)$$

όπου ψ η γωνία διαστολής του εδάφους, πετυχαίνουμε τον ανεξάρτητο προσδιορισμό της διαστολής, δεν επιλύεται όμως το πρόβλημα της γραμμικής και επ' άπειρον μεταβολής του όγκου.

2.7 Κριτήριο αστοχίας Tresca

Το κριτήριο αστοχίας Tresca είναι ελαστικό τέλεια πλαστικό. Σε αντίθεση με το Mohr-Coulomb που χρησιμοποιείται σε στραγγισμένες και αστράγγιστες συνθήκες το κριτήριο Tresca χρησιμοποιείται μόνο για την περιγραφή της αστράγγιστης συμπεριφοράς του εδάφους με όρους ολικών τάσεων. Η ελαστική συμπεριφορά μπορεί να είναι είτε γραμμική είτε μη γραμμική, ενώ η επιφάνεια διαρροής δίνεται από την παρακάτω σχέση σε όρους αναλλοίωτων.

$$F \equiv J - \frac{c}{\cos \theta} \quad (2.22)$$

όπου c η αστράγγιστη διατμητική αντοχή

J η εκτροπική τάση

θ η γωνία του Lode

Η μορφή της επιφάνειας διαρροής είναι ένα κανονικό εξαγωνικό πρίσμα όπως φαίνεται και το παρακάτω σχήμα. Σύμφωνα με τη συνθήκη καθετότητας και τον ορισμό της αστράγγιστης συμπεριφοράς, κατά τη διαρροή δε μεταβάλλεται ο όγκος. Επομένως ο λόγος της ορθής προς τη διατμητική πλαστική παραμόρφωση είναι μηδέν:

$$\frac{\Delta \varepsilon_n^p}{\Delta \gamma^p} = 0 \quad (2.23)$$

2.8 Εφαρμογή των καταστατικών μοντέλων Mohr-Coulomb και Tresca στο ABAQUS

Στο ABAQUS το καταστατικό μοντέλο Mohr-Coulomb εφαρμόζεται ως εξής για την εύρεση της διαρροής αλλά και των πλαστικών παραμορφώσεων:

Αρχικά υπολογίζεται η επιφάνεια διαρροής:

$$\tau = c - \sigma \cdot \tan \phi \quad (2.24)$$

όπου σ είναι αρνητική σε θλίψη, ενώ από τον κύκλο του Mohr έχουμε:

$$\begin{aligned} \tau &= s \cdot \cos \phi \\ \sigma &= \sigma_m + s \cdot \sin \phi \end{aligned} \quad (2.25)$$

αντικαθιστώντας τα τ και σ και πολλαπλασιάζοντας με $\cos \phi$ η έκφραση του κριτηρίου γίνεται:

$$s + \sigma_m \cdot \sin \phi - c \cdot \cos \phi = 0 \quad (2.26)$$

όπου

$$s = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \text{ η μέγιστη διατμητική τάση}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) \text{ η μέση τάση}$$

ϕ η γωνία τριβής η οποία εξαρτάται από τη θερμοκρασία και άλλες προκαθορισμένες μεταβλητές πεδίου.

c η συνοχή του υλικού

Για γενικές καταστάσεις έντασης η επιφάνεια διαρροής εκφράζεται ευκολότερα μέσω των αναλλοίωτων του τανυστή της τάσης ως:

$$F \equiv R_{mc} \cdot q - p \cdot \tan \phi - c = 0 \quad (2.27)$$

όπου

$$R_{mc}(\Theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \cos \phi} \cdot \sin \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} \cdot \cos \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \tan \phi, \quad (2.28)$$

Θ είναι η αποκλίνουσα πολική γωνία οριζόμενη ως:

$$\cos(3 \cdot \Theta) = \left(\frac{r}{q}\right)^3 .$$

και

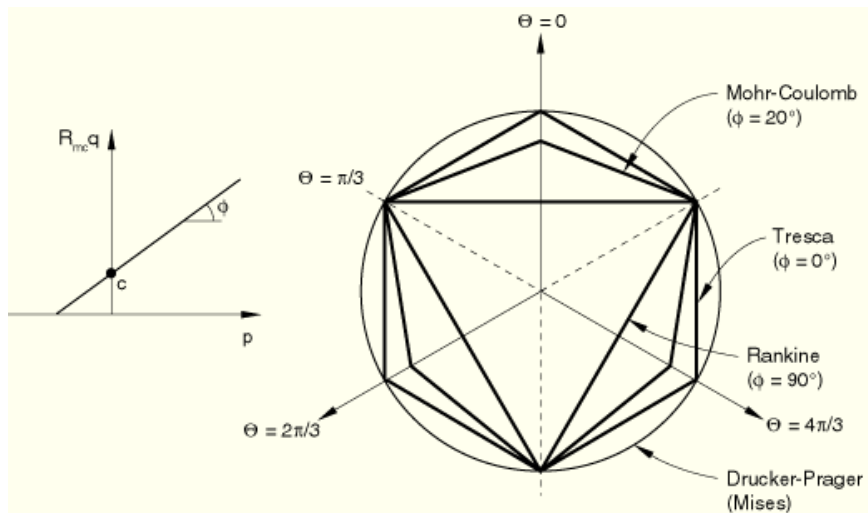
$p = -\frac{1}{3} \cdot \text{trace}(\sigma)$ είναι η ισοδύναμη μέση τάση,

$q = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot (\mathbf{S} : \mathbf{S})}$ είναι η ισοδύναμη τάση Mises,

$r = \left(\frac{9}{2} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} : \mathbf{S}\right)^{\frac{1}{3}}$ είναι η τρίτη αναλλοίωτος του τανυστή αποκλίνουσας τάσης,

$\mathbf{S} = \sigma + p \cdot \mathbf{I}$ είναι η αποκλίνουσα τάση.

Η γωνία τριβής ϕ ελέγχει το σχήμα της επιφάνειας διαρροής στο αποκλίνον επίπεδο και κυμαίνεται στην περιοχή $0^\circ \leq \phi < 90^\circ$. Για γωνία 0° προκύπτει το κριτήριο Tresca ενώ για γωνία 90° θα προέκυπτε το κριτήριο Rankine που αντιπροσωπεύεται στο ABAQUS με την επιλογή tension cut-off στην καρτέλα υλικού του Mohr-Coulomb στο Abaqus/CAE. Παρακάτω εικονίζεται η αναπαράσταση της επιφάνειας διαρροής του μοντέλου Mohr-Coulomb στο αποκλίνον επίπεδο για διάφορες τιμές της γωνίας τριβής ϕ .



2.8 Απεικόνιση του κριτηρίου Mohr-Coulomb και παραλλαγών στο αποκλίνον και το μεσημβρινό επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)

Έπειτα επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί το πλαστικό δυναμικό G ως μία υπερβολική συνάρτηση στο μεσημβρινό επίπεδο τάσεων (meridional stress plane) και σα μία λεία ελλειπτική συνάρτηση στο αποκλίνον επίπεδο των τάσεων.

$$G = \sqrt{(\varepsilon \cdot c|_0 \cdot \tan \psi)^2 + (R_{mw} \cdot q)^2} - p \tan \psi \quad (2.29)$$

Όπου:

$$R_{mw}(\Theta, e) = \frac{4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2 \Theta + (2 \cdot e - 1)^2}{2 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos \Theta + (2 \cdot e - 1) \cdot \sqrt{4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2 \Theta + 5 \cdot e^2 - 4 \cdot e}} \cdot R_{mc}\left(\frac{\pi}{3}, \phi\right), \quad (2.30)$$

και

$$R_{mc}\left(\frac{\pi}{3}, \phi\right) = \frac{3 - \sin \phi}{6 \cos \phi},$$

ψ : είναι η γωνία διαστολής μετρούμενη στο $p - R_{mw}q$ επίπεδο σε υψηλή περιβάλλουσα πίεση και μπορεί να εξαρτάται από τη θερμοκρασία και άλλες προκαθορισμένες μεταβλητές πεδίου.

$c|_0$: είναι η αρχική συνοχή $c|_0 = c|_{e^{-pl}=0}$

Θ : είναι η αποκλίνουσα πολική γωνία

ε : είναι μία παράμετρος αναφερόμενη ως η μεσημβρινή εκκεντρότητα που ελέγχει το ρυθμό με τον οποίο η υπερβολή πλησιάζει την ασύμπτωτη (το πλαστικό δυναμικό τείνει προς μία ευθεία γραμμή καθώς το ε τείνει στο μηδέν).

e : είναι μία παράμετρος αναφερόμενη ως η αποκλίνουσα εκκεντρότητα που ελέγχει στην ουσία πόσο μη κυκλική θα είναι η συνάρτηση του πλαστικού δυναμικού στο αποκλίνον επίπεδο σε όρους αναλογίας μεταξύ της διάτμησης στον εφελκυστικό μεσημβρινό ($\Theta=0$) και στο θλιπτικό μεσημβρινό ($\Theta=\pi/3$)

Για τη μεσημβρινή εκκεντρότητα ε τίθεται εξ' αρχής από το πρόγραμμα η τιμή 0.1

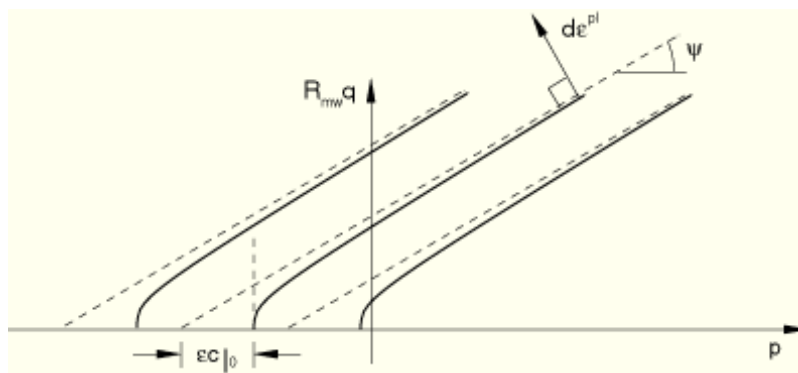
Ενώ για την αποκλίνουσα εκκεντρότητα e η τιμή που θέτει το ABAQUS είναι:

$$e = \frac{(3 - \sin \phi)}{(3 + \sin \phi)} \quad (2.31)$$

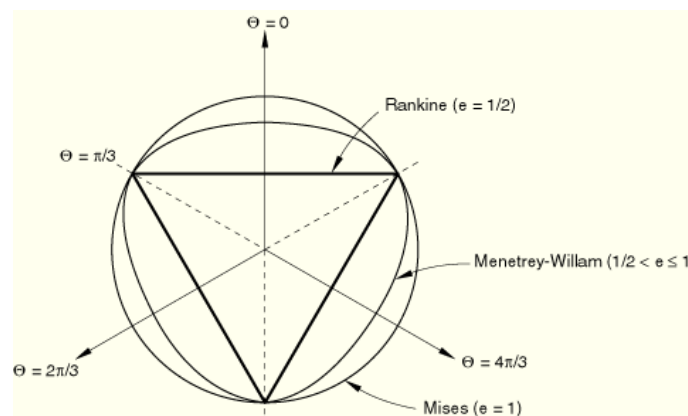
Αυτός ο υπολογισμός κάνει το πλαστικό δυναμικό ίσο με την επιφάνεια διαρροής σε τριαξονικό εφελκυσμό και τριαξονική θλίψη στο αποκλίνον επίπεδο. Εναλλακτικώς το ABAQUS επιτρέπει να ληφθεί η αποκλίνουσα εκκεντρότητα ως μία επιπλέον ανεξάρτητη παράμετρος του υλικού με τιμή μεταξύ 0.5 και 1 την οποία επιλέγει ο χρήστης. Η τιμή μεταξύ 0.5 και 1 επιβάλλεται ώστε η συνάρτηση να είναι κυρτή και λεία. Για $e=1$ (Όταν δηλαδή το $\phi=0$) η τομή του πλαστικού δυναμικού παίρνει τη μορφή κύκλου Mises στο αποκλίνον επίπεδο. Το αντίστοιχο κάτω όριο $e=0.5$ θα αντιστοιχούσε στο κριτήριο Rankine δεν επιτρέπεται όμως από το πρόγραμμα.

Το παραπάνω συνεχές και λείο πλαστικό δυναμικό εξασφαλίζει ότι η διεύθυνση της πλαστικής ροής είναι πάντοτε μοναδικώς ορισμένη. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται μία οικογένεια υπερβολικών δυναμικών στο μεσημβρινό επίπεδο τάσεων ενώ παρουσιάζεται επίσης το πλαστικό δυναμικό στο αποκλίνον επίπεδο των τάσεων για διάφορες τιμές του e .

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι ενώ στο μεσημβρινό επίπεδο όταν το $\varphi = \psi = 0$ και το ε είναι μικρό η ροή θα έχει χαρακτηριστικά associated στο αποκλίνον επίπεδο. Όμως αυτό δε θα συμβαίνει ακριβώς λόγω του σχήματος του πλαστικού δυναμικού που διαφέρει από το σχήμα της συνάρτησης διαρροής (τρανταχτό παράδειγμα το κριτήριο tresca όπου το πλαστικό δυναμικό παίρνει τη μορφή του κριτηρίου Mises στο αποκλίνον επίπεδο).



2.9 Απεικόνιση του πλαστικού δυναμικού στο μεσημβρινό επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)



2.10 Απεικόνιση του πλαστικού δυναμικού στο αποκλίνον επίπεδο. (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)

Το μοντέλο Mohr-Coulomb μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα στοιχεία τάσης/παραμόρφωσης του ABAQUS/Standard πλην αυτών που έχουν μονοδιάστατη συμπεριφορά δηλαδή τα στοιχεία δοκού και τα στοιχεία δικτύωματος καθώς και τα στοιχεία των οποίων η εντατική κατάσταση θεωρείται ως επίπεδη ένταση δηλαδή στοιχεία επίπεδης έντασης, μεμβρανών και κελυφών. Επιπλέον στο αρχείο αποτελεσμάτων εμφανίζεται μία επιπλέον μεταβλητή προς παρατήρηση η PEEQ η οποία παρουσιάζει την ισοδύναμη πλαστική τροπή.

Ισχύει ότι PEEQ ισούται με $\bar{\varepsilon}^{pl} = \int \frac{1}{c} \cdot \boldsymbol{\sigma} : d\varepsilon^{pl}$ (2.32)

2.9 Εύρεση των θεωρητικών ορίων shakedown

Προκειμένου να γίνουν οι αναλύσεις στο μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων με τα κατάλληλα φορτία για τον κάθε ημίχωρο αλλά και να μειωθεί ο χρόνος των αναλύσεων για την εύρεση του φορτίου προσαρμογής, χρησιμοποιήθηκαν τα θεωρητικά όρια της προσαρμογής όπως αυτά προέκυψαν από τη γρήγορη μαθηματική προσέγγιση που αναπτύχθηκε από τη Wang στη διδακτορική της εργασία το 2011. Η εν λόγω προσέγγιση προγραμματίστηκε και έδωσε τα ίδια αποτελέσματα με τα προβλεπόμενα από τη Wang. Με αυτό το πρόγραμμα είναι δυνατόν να προβλεφθούν και τα όρια της προσαρμογής όχι μόνο για την κυλιόμενη επαφή αλλά και την ολισθαίνουσα επαφή με ή χωρίς κύλιση. Τα βήματα που ακολουθήθηκαν είναι τα εξής:

Αρχικά υπολογίζεται το πεδίο των ελαστικών τάσεων όπως αυτό προκύπτει από της προηγούμενες σχέσεις (2.16).

Κατόπιν με εφαρμογή του κριτηρίου Mohr-Coulomb υπολογίζεται το μέγιστο δυνατό λ_{sd} ώστε το κριτήριο αστοχίας που προτείνεται να έχει τη δυνατότητα να ικανοποιηθεί.

$$f = (\sigma_{xx}^r + M)^2 + N \leq 0 \quad (2.33)$$

Όπου:

$$M = \lambda \cdot \sigma_{xx}^e - \lambda \cdot \sigma_{zz}^e + 2 \cdot \tan \phi \cdot (c - \lambda \cdot \sigma_{zz}^e \cdot \tan \phi),$$

$$N = 4 \cdot (1 + \tan^2 \phi) \cdot \left[(\lambda \cdot \sigma_{xz}^e)^2 - (c - \lambda \cdot \sigma_{zz}^e \cdot \tan \phi)^2 \right].$$

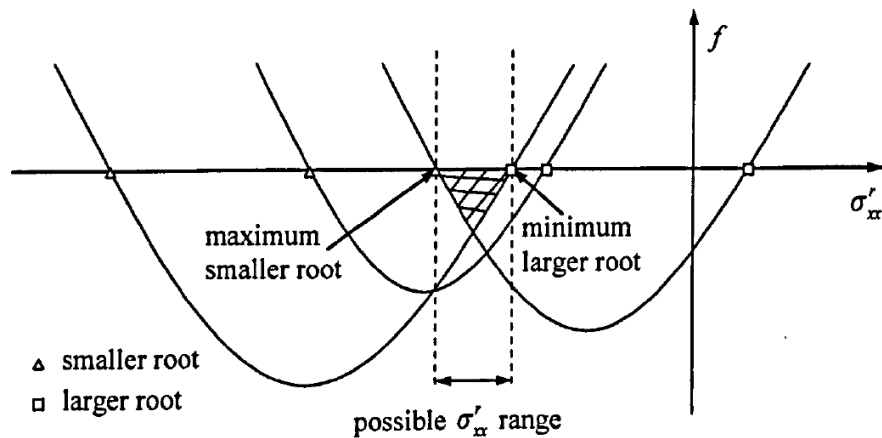
Για να μπορέσει να ικανοποιηθεί το παραπάνω κριτήριο πρέπει να συμβαίνει το εξής:

$$N \leq 0 \Rightarrow \lambda \leq \frac{c}{|\sigma_{xz}^e| + \sigma_{zz}^e \cdot \tan \phi} \quad (2.34)$$

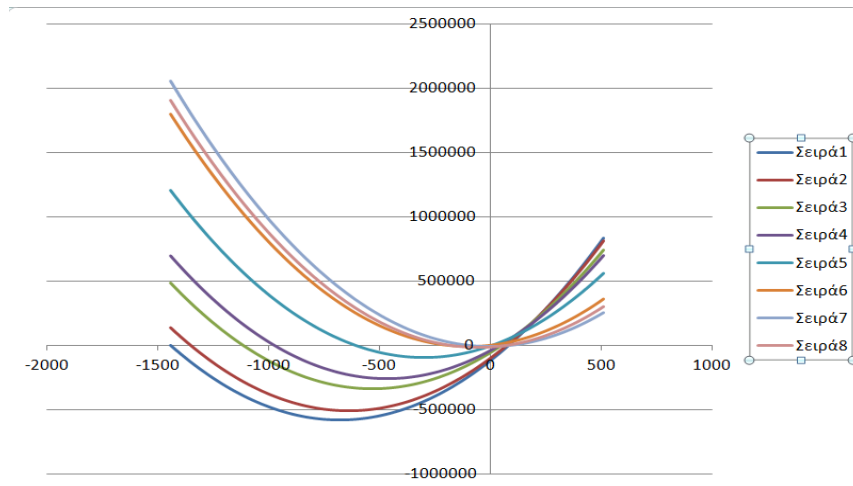
Στη συνέχεια γίνεται υπολογισμός του πεδίου των παραμενουσών τάσεων ώστε σε κάθε σημείο του ημίχωρου οι συνολικές τάσεις (παραμένουσες και ελαστικές) να ικανοποιούν οριακά το κριτήριο αστοχίας. Δεδομένου ότι η μία τάση στο κριτήριο Mohr-Coulomb μπορεί να αγνοηθεί επιλέγουμε ως ενδιάμεση τάση την τάση κάθετη στο επίπεδο, την σ_{yy} .

Προκειμένου να ικανοποιούνται και οι συνθήκες ισορροπίας όπως αυτές υπαγορεύονται από τις υποθέσεις του Johnson, δηλαδή ομοιόμορφες παραμένουσες τάσεις κατά τη διεύθυνση ταξιδιού και κάθετα στο επίπεδο κίνησης ενώ οι διατμητικές παραμένουσες τάσεις και οι αντίστοιχες ορθές κατά τον άξονα z είναι μηδενικές, υπολογίζεται το πεδίο παραμενουσών τάσεων της σ_{xx}^r . Το κριτήριο Mohr-Coulomb μετά τη αναδιάταξη των όρων του μπορεί να γραφεί σαν ένα δίνυμο με δύο ρίζες, μία ελάχιστη $\min \sigma_{xx}^r = -M_i - \sqrt{-N_i}$ και μία μέγιστη $\max \sigma_{xx}^r = -M_i + \sqrt{-N_i}$ και παριστάνει μία παραβολή που τέμνει τον οριζόντιο άξονα των σ_{xx}^r στα σημεία των ριζών. Σε κάθε σημείο του ημίχωρου λοιπόν αντιστοιχεί και μία παραβολή. Για ένα συγκεκριμένο βάθος αν

υπάρχει μία παραμένουσα τάση σ_{xx}^r που να ικανοποιεί το κριτήριο διαρροής ($f(\sigma_{xx}^r, \sigma_{el}) \leq 0$) για κάθε x τότε αυτή η σ_{xx}^r θα πρέπει να βρίσκεται εντός των ριζών κάθε παραβολής. Η τομή όλων των παραβολών του ίδιου βάθους για την οποία δεν παραβιάζεται το κριτήριο διαρροής οριοθετείται στον άξονα των σ_{xx}^r από τη μέγιστη εκ των ελάχιστων ριζών $\max(-M_i - \sqrt{-N_i})$ και την ελάχιστη των μέγιστων ριζών $\min(-M_i + \sqrt{-N_i})$. Στις εικόνες 2.8 και 2.9 εικονίζονται οι παραβολές που αντιστοιχούν σε στοιχεία ορισμένου βάθους και φαίνεται η τομή τους. Απαραίτητη συνθήκη για την ύπαρξη της τομής είναι η μέγιστη των ελάχιστων ριζών να είναι μικρότερη από την ελάχιστη των μέγιστων ριζών ($\max(-M - \sqrt{N}) \leq \min(-M + \sqrt{N})$). Αν η παραπάνω συνθήκη δεν πληρείται τότε είναι αδύνατον να υπάρξει κοινή τομή μεταξύ όλων των παραβολών που σημαίνει ότι ο ημίχωρος δε βρίσκεται σε κατάσταση προσαρμογής και απαιτείται μικρότερο λ . Προκειμένου να υπολογιστεί το πεδίο των παραμενουσών τάσεων, επιλέγεται σε κάθε βάθος είτε η μέγιστη από τις ελάχιστες ρίζες είτε η ελάχιστη από τις μέγιστες ρίζες και κατόπιν ελέγχεται η συνθήκη του κριτηρίου διαρροής. Αν βρεθούν σημεία που έχουν $f(\sigma_{xx}^r, \sigma_{el}) \geq 0$ τότε δεν υπάρχει κοινή τομή των παραβολών και επομένως πρέπει να μειωθεί το λ ενώ αν παντού ισχύει $f(\sigma_{xx}^r, \sigma_{el}) \leq 0$ τότε για τη δεδομένη τιμή του λ ο ημίχωρος έχει προσαρμοστεί στο φορτίο.



2.11 Γεωμετρικός τόπος των πιθανών παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r . (Wang 2011)



2.12 Εικόνα των παραβολών του κριτηρίου αστοχίας στην τελευταία επανάληψη για το κρίσιμο βάθος. Ο κοινός τόπος του σ_{xx}^r βρίσκεται μεταξύ της μέγιστης ρίζας παραβολής σειρά1 και της ελάχιστης ρίζας της παραβολής σειρά8.

Στόχος τώρα είναι η εύρεση του μέγιστου επιτρεπόμενου ορίου προσαρμογής το οποίο όχι μόνο θα ικανοποιεί το κριτήριο αστοχίας αλλά το οποίο θα ισορροπεί. Σε αυτό το πνεύμα λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το θεωρητικό όριο προσαρμογής είναι μεταξύ των δύο τιμών 0 - καθόλου φόρτιση- και λ_{sd} -φόρτιση που ικανοποιεί το κριτήριο αστοχίας με κατάλληλη επιλογή των σ_{xx}^r χωρίς όμως να ικανοποιεί και το κριτήριο ισορροπίας-, αναπτύσσεται μία επαναληπτική διαδικασία.

Για δεδομένο λ αρχικά ίσο με λ_{sd} υπολογίζεται το πεδίο των μεγαλύτερων από τις ελάχιστες ρίζες ή το πεδίο των ελάχιστων από τις μεγαλύτερες ρίζες και εφαρμόζεται σε όλο τον ημίχωρο μαζί με το πεδίο των ελαστικών τάσεων προκειμένου να διαπιστωθεί αν έχει γίνει διαρροή κάπου το οποίο δηλώνεται αν η συνάρτηση το κριτηρίου διαρροής δίνει θετική τιμή σε κάποιο σημείο. Αν αυτό συμβεί βάσει της μεθόδου της διχοτόμου

υπολογίζεται ένα νέο $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ με $\lambda_1 = 0$ και $\lambda_2 = \lambda_{sd}$ και επαναυπολογίζεται το πεδίο

των παραμενουσών τάσεων κατά τα γνωστά. Σε επόμενες επαναλήψεις προκειμένου να εξασφαλιστεί η σύγκλιση της μεθόδου στο μεγαλύτερο δυνατό όριο προσαρμογής γίνεται η εξής σκέψη: Αν το κριτήριο διαρροής εμφανίζει μέγιστη τιμή μεγαλύτερη από ένα αριθμό κοντά στο 0 εδώ: 0.001 είναι φανερό ότι το όριο προσαρμογής είναι μικρότερο του υποτιθέμενου λ άρα το νέο όριο shakedown προς διερεύνηση είναι το $\lambda_3 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ όπου

$\lambda_2 = \lambda$ και $\lambda_1 = 0$. Αν τώρα το κριτήριο διαρροής έχει μικρότερη τιμή από μία τιμή κοντά στο 0 εδώ: 0.0001 είναι φανερό ότι το όριο shakedown είναι μεγαλύτερο του υποτιθέμενου

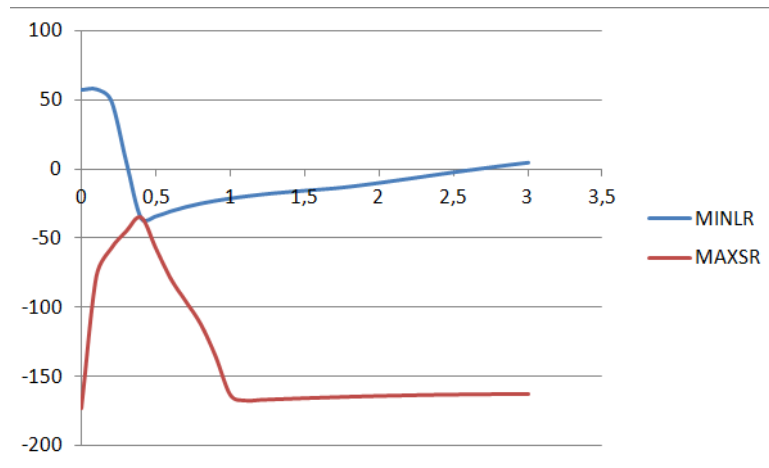
λ άρα το νέο όριο προς διερεύνηση είναι το $\lambda_3 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ όπου $\lambda_2 = \lambda_{sd}$ και $\lambda_1 = \lambda$. Η

παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται ώσπου να βρεθεί το όριο προσαρμογής που θα ικανοποιεί τη σχέση $0.0001 \leq f(\lambda) \leq 0.001$. Ταυτόχρονα εφ' όσον τα όρια της

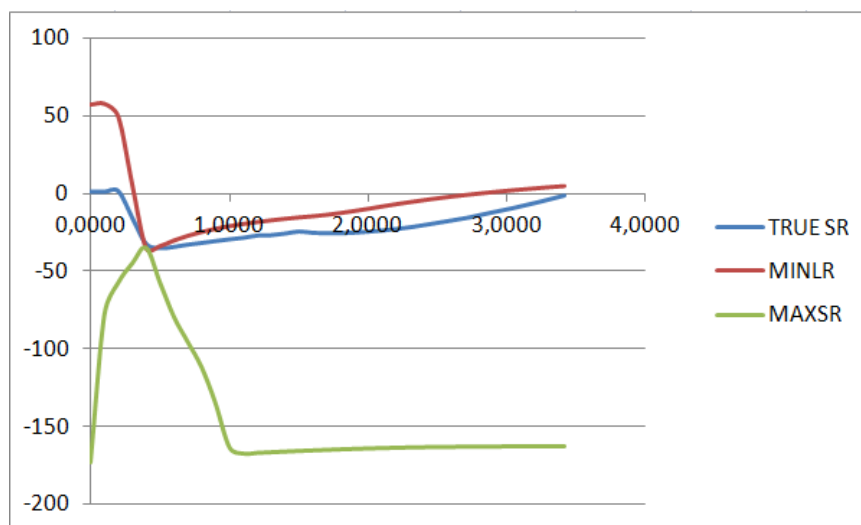
εξεταζόμενης περιοχής είναι επαρκώς μεγάλα, θα ικανοποιείται και η συνθήκη που θέλει το πεδίο των παραμενουσών τάσεων από μόνο του να μην παραβιάζει πουθενά στον ημίχωρο το κριτήριο διαρροής. Στην εικόνα 2.11 παρατηρούνται τα πεδία των μέγιστων και

ελάχιστων παραμενουσών τάσεων που προέκυψαν από την ανωτέρω διαδικασία στην τελευταία επανάληψη. Αυτό που φαίνεται εξ' αρχής είναι η ταύτιση των δύο πεδίων στο κρίσιμο βάθος. Συγκρίνοντας τα πεδία της εικόνας 2.10 με τα πεδία που προέκυψαν από την ανάλυση του ημίχωρου για την εύρεση του φορτίου προσαρμογής με τη χρήση των πεπερασμένων στοιχείων στο κεφάλαιο 4 είναι φανερό ότι το πεδίο της ελάχιστης των μεγίστων παραμενουσών τάσεων μοιάζει πολύ με το πεδίο που προέκυψε από την ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων αυτό φαίνεται στην εικόνα 2.11.

Η παραπάνω επαναληπτική διαδικασία προσδιορίζει με ακρίβεια το όριο shakedown για διάφορες τιμές της συνοχής (c) και της γωνίας τριβής (ϕ) με ή χωρίς ολίσθηση. Όπως όμως αναφέρεται από τον H.S. YU (2005) η οποιαδήποτε διαδικασία εύρεσης των ορίων προσαρμογής έχει ως αρχή της μία κατάλληλη πρόβλεψη για το πεδίο των παραμενουσών τάσεων. Όσο πιο κοντά βρισκόμαστε στην πραγματική κατανομή, τόσο πιο κοντά βρισκόμαστε στο πραγματικό όριο προσαρμογής, χωρίς βέβαια να αποκλείεται η εύρεση του ίδιου ορίου προσαρμογής με ένα τελείως διαφορετικό πεδίο παραμενουσών τάσεων, από το πραγματικό πεδίο.



2.13 Πεδία παραμενουσών τάσεων της μέγιστης των ελαχίστων ριζών (κόκκινο) και της ελάχιστης των μέγιστων ριζών (μπλε) του κριτηρίου αστοχίας, οι ρίζες του κριτηρίου αστοχίας είναι οι παραμένουσες τάσεις σ_{xx}^r .



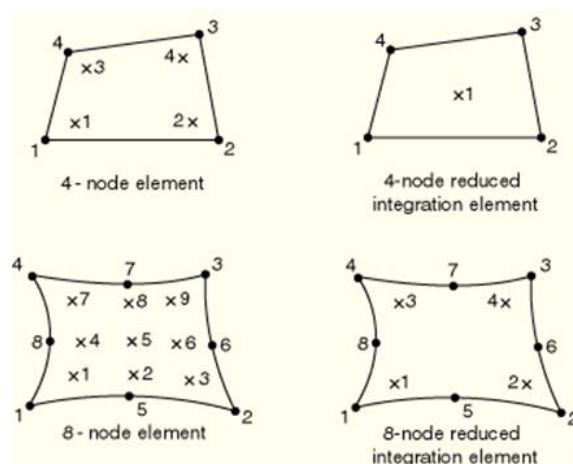
2.14 Σύγκριση του πραγματικού πεδίου παραμενουσών τάσεων με τα αντίστοιχα πεδία μέγιστης ελάχιστης και ελάχιστης μέγιστης ρίζας της διαδικασίας της Wang

2.10 Πεπερασμένα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης

Προκειμένου να μελετηθεί το φαινόμενο της προσαρμογής σε έναν ομοιογενή δισδιάστατο ημίχωρο αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν τα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης του ABAQUS.

Στην περίπτωση της επίπεδης παραμόρφωσης η μία διάσταση του φορέα που μελετάται είναι πολύ μεγαλύτερη σε σύγκριση με τις άλλες δύο διευθύνσεις. Τα φορτία βεβαίως ασκούνται στις πεπερασμένες διαστάσεις του φορέα ενώ η παραμόρφωση της μεγάλης διάστασης θεωρείται μηδενική, μετατρέποντας στην ουσία το τρισδιάστατο πρόβλημα σε δισδιάστατο. Σύμφωνα με το εγχειρίδιο του ABAQUS Το πολυώνυμο παρεμβολής που θα χρησιμοποιηθεί για τις συναρτήσεις σχήματος μπορεί να είναι είτε πρώτου βαθμού -οπότε οι συναρτήσεις σχήματος θα είναι γραμμικές- είτε δευτέρου βαθμού -οπότε οι συναρτήσεις σχήματος θα είναι παραβολικές. Για τις γραμμικές συναρτήσεις σχήματος απαιτούνται τέσσερις κόμβοι στα άκρα των πεπερασμένων στοιχείων ενώ για τις παραβολικές συναρτήσεις σχήματος απαιτείται ένας παραπάνω κόμβος περίπου στα μέσα των πλευρών. Τα στοιχεία που κάνουν χρήση των παραβολικών συναρτήσεων σχήματος γενικώς έχουν καλύτερη ακρίβεια απ' ότι αυτά με τις γραμμικές συναρτήσεις σχήματος για προβλήματα ομαλά που δεν προβλέπουν περίπλοκες συνθήκες στήριξης.

Το ABAQUS υπολογίζει την απόκριση του υλικού σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης (Gauss point) σε κάθε στοιχείο. Η επιλογή πλήρους (full) ή μερικής (reduced) ολοκλήρωσης, δηλαδή πόσα σημεία ολοκλήρωσης θα λάβει υπ' όψιν του το πρόγραμμα κατά την ολοκλήρωση των όρων του πολυωνύμου στο μητρώο στιβαρότητας, επηρεάζει άμεσα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Για πλήρη ολοκλήρωση απαιτούνται τέσσερα σημεία Gauss από δύο σε κάθε διεύθυνση στο γραμμικό στοιχείο ενώ εννέα σημεία Gauss από τρία σε κάθε διεύθυνση στο παραβολικό στοιχείο. Τα στοιχεία μερικής ολοκλήρωσης χρησιμοποιούν ένα λιγότερο σημείο ολοκλήρωσης σε κάθε διεύθυνση. Το εγχειρίδιο του ABAQUS προτείνει ότι τα στοιχεία με παραβολικές συναρτήσεις σχήματος και μερικής ολοκλήρωσης δίνουν γενικώς ακριβέστερα αποτελέσματα από τα αντίστοιχα πλήρους ολοκλήρωσης. Έτσι λοιπόν τα οχτακομβικά στοιχεία μερικής ολοκλήρωσης (CPE8R) χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση του εδαφικού ημίχωρου στην κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης. Στην εικόνα εικονίζονται τα αντίστοιχα στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης τεσσάρων και οχτώ κόμβων πλήρους και μερικής ολοκλήρωσης.

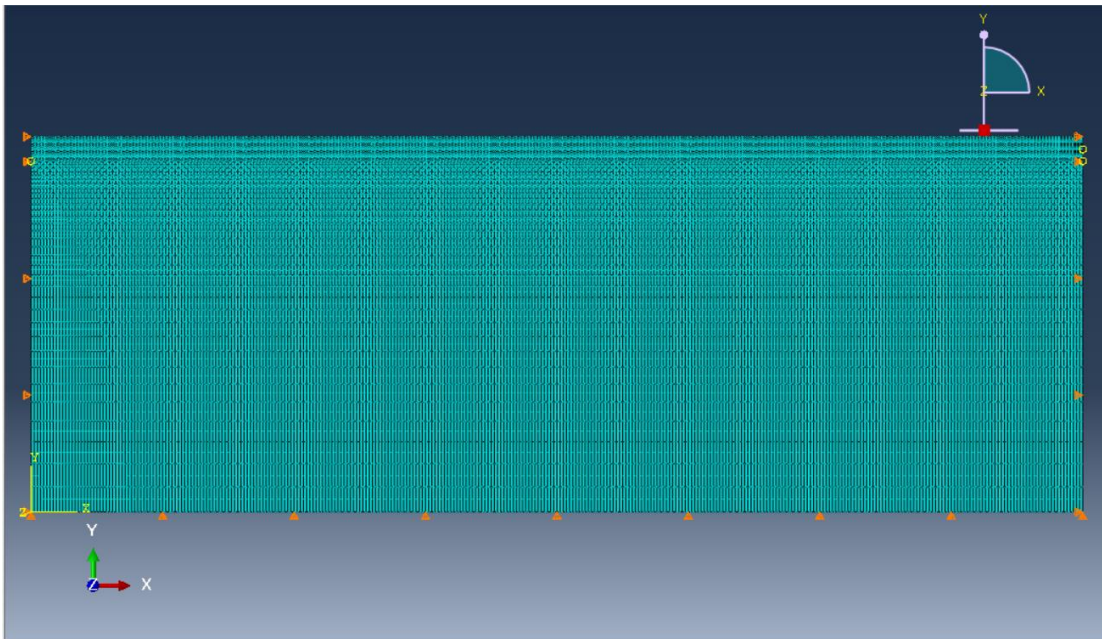


2.15 Πεπερασμένα στοιχεία τετρακομβικά και οχτακομβικά πλήρους και μειωμένης ολοκλήρωσης (ABAQUS Analysis User's Manual 2012)

3 Κεφάλαιο

3.1 Περιγραφή του μοντέλου

Το μοντέλο στο οποίο γίνονται οι αναλύσεις εμφανίζεται στην εικόνα 3.1. . Πρόκειται για ένα μοντέλο δισδιάστατου ημίχωρου επίπεδης παραμόρφωσης υπό την επίδραση ενός κινούμενου φορτίου με παραβολική κατανομή (Hertz). Το μοντέλο έχει μήκος 84m και βάθος 30m. Υπάρχουν δεσμεύσεις της οριζόντιας μετακίνησης στα κατακόρυφα άκρα και δέσμευση της κατακόρυφης μετακίνησης στο κάτω σύνορο. Το μέγεθος της προσομοιωμένης περιοχής επιλέγει βάσει άλλων μελετητών ωστόσο έχει γίνει μία προσπάθεια -η οποία παρουσιάζεται παρακάτω- να εξηγηθεί γιατί ελήφθησαν αυτά τα όρια.

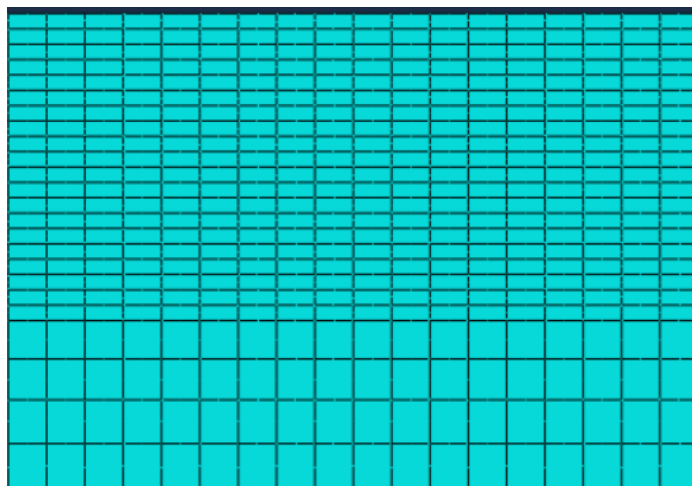


3.1 Εικόνα του διακριτοποιημένου προσομοιώματος Π.Σ. μαζί με τις συνοριακές συνθήκες.

Στην πάνω ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου το παραβολικό φορτίο 2m -εδώ περιλαμβάνει μόνο πίεση- κινείται σε μία απόσταση 78m. Μία υπορουτίνα του ABAQUS που επιτρέπει στο χρήστη να ελέγχει την επιβολή του φορτίου -DLOAD- χρησιμοποιήθηκε προκειμένου το φορτίο να κινηθεί κατά μήκος της επιφάνειας. Η υπορουτίνα ελέγχει τη θέση επιβολής του φορτίου όσο και την τιμή του με το χρόνο εντός του βήματος στο ABAQUS. Σε κάθε πέρασμα του φορτίου αυτό επιβάλλεται σταδιακά στην αρχή και έπειτα μεταφέρεται κατά διαστήματα σε μία απόσταση 76m με βήμα όσο το μήκος του πεπερασμένου στοιχείου στην επιφάνεια. Επιλέγεται λοιπόν automatic increment size ώστε να ληφθούν επαρκώς μικρά διαστήματα προς όφελος της ακρίβειας των αποτελεσμάτων. Στο τέλος κάθε περάσματος τα φορτία αφαιρούνται ώστε να ληφθούν οι παραμένουσες τάσεις και οι πλαστικές τροπές.

Η προσομοιωμένη περιοχή διακριτοποιήθηκε από 17808 οχτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία μειωμένης ολοκλήρωσης, επίπεδης παραμόρφωσης (CPE8R). Για να ληφθούν με ακρίβεια οι απότομες αλλαγές των τάσεων και των τροπών στην περιοχή της επιφάνειας μικρά στοιχεία (0.25*0,1) επελέγησαν στο βάθος επίδρασης της επιβολής του φορτίου ($z < 2m$) και κατανεμήθηκαν ομοιόμορφα σε όλο το μήκος του μοντέλου.

Για το υλικό του μοντέλου επελέγει ελαστική-τέλεια πλαστική συμπεριφορά χρησιμοποιώντας τις καθιερωμένες ελαστικές παραμέτρους (μέτρο Young E και λόγος Poisson ν) και τις παραμέτρους για το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb (συνοχή c , γωνία τριβής ϕ και γωνία διαστολής ψ). Το υλικό λαμβάνεται επιπλέον ως ομογενές και ισότροπο. Μελετήθηκαν οι περιπτώσεις ακόρεστου και κορεσμένου εδάφους χρησιμοποιώντας κατάλληλες τιμές για το λόγο του Poisson (0,3 ακόρεστο, 0,4 κορεσμένο έδαφος) και για τη γωνία τριβής ($\phi=0, \psi=0$ για κορεσμένο έδαφος). Επιπλέον το πρόβλημα αναλύθηκε λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβολή της γεωμετρίας του φορέα κατά την επιβολή του φορτίου κάνοντας χρήση της επιλογής nonlinear analysis του ABAQUS. Τέλος σε όλες τις αναλύσεις οι θλιπτικές τάσεις λαμβάνονται με αρνητικό πρόσημο.



3.2 Διακριτοποίηση του προσομοιώματος κοντά στην επιφάνεια όπου επιβάλλεται η φόρτιση.

3.2 Βασικά στοιχεία του μοντέλου

Κατά την ανάλυση προέκυψαν κάποια στοιχεία για το πρόβλημα τα οποία δεν ήταν εξ' αρχής γνωστά. Το πρώτο πρόβλημα που εμφανίστηκε ήταν το μέγεθος του μοντέλου το οποίο λόγω και της αρχικής υπορουτίνας που χρησιμοποιούταν απαιτούσε πολύ μεγάλο χρόνο για την ολοκλήρωση ενός περάσματος. Προκειμένου να επιλυθεί αυτό το πρόβλημα εξετάστηκε η μείωση του αριθμού των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνταν για την ανάλυση. Αυτό αρχικά επετεύχθη κάνοντας χρήση των επαφών (contact) και χωρίζοντας τον φορέα σε μικρότερα τμήματα όπου η διακριτοποίηση μεταβάλλονταν απότομα μεταξύ τους. Ωστόσο η χρήση των επαφών παρόλο που δεν επηρεάζει την ελαστική απόκριση του μοντέλου απέτυχε να περιγράψει το πρόβλημα καθώς εμφάνιζε μία αριθμητική αστάθεια στα αποτελέσματα η οποία οφείλεται κατά κύριο λόγο στο γεγονός -όπως πληροφορεί το εγχειρίδιο του ABAQUS- ότι τα οχτακομβικά στοιχεία επίπεδης παραμόρφωσης δε συμπεριφέρονται ικανοποιητικά σε περίπτωση που πρέπει να προσομοιωθεί επαφή έστω και αν η επαφή που απαιτήθηκε ήταν πρακτικά ο μηδενισμός της σχετικής μετακίνησης μεταξύ των μελών του μοντέλου μέσω της επιλογής ROUGH για την εφαιπτομενική συμπεριφορά και HARD CONTACT για την κάθετη συμπεριφορά στην καρτέλα επιλογής συμπεριφοράς της επαφής (contact interaction) του ABAQUS. Προκειμένου λοιπόν να μειωθεί ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η επιλογή του Bias κατά την εφαρμογή των περιφερειακών κόμβων του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων (seeds). Αυτή η επιλογή επιτρέπει στο ABAQUS να εφαρμόσει ένα πλέγμα κόμβων το οποίο προοδευτικά

αυξάνει τη μία διάσταση των πεπερασμένων στοιχείων είτε προς τη μία (single bias) είτε και προς τις δύο κατευθύνσεις (double bias) βάσει μίας ελάχιστης και μίας μέγιστης τιμής για το μέγεθος της προσαρμοζόμενης πλευράς οι οποίες παρέχονται από το χρήστη. Με αυτό τον τρόπο ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση έπεσε στα 17808.

Το επόμενο πρόβλημα που προέκυψε κατά την ανάλυση αφορούσε το γεγονός ότι τα αποτελέσματα που προέκυπταν (εικόνα 3.4) μετά από ένα πέρασμα του φορτίου απείχαν από αυτά της διαθέσιμης βιβλιογραφίας (Wang). Συγκεκριμένα το πρόβλημα αφορούσε την εμφάνιση μίας δευτερεύουσας ζώνης όπισθεν πλαστικής ροής κοντά στην επιφάνεια η οποία ακόμη και με φορτία αρκετά κάτω από το φορτίο προσαρμογής δεν σταματούσε από τις προκύπτουσες ορθές παραμένουσες τάσεις. Ο λόγος που προέκυψε αυτό το πρόβλημα όπως αποδείχτηκε ήταν το γεγονός ότι το φορτίο δεν εφαρμόζονταν αρκετά πυκνά με αποτέλεσμα τα σημεία εντός των πεπερασμένων στοιχείων να μη βιώνουν την ίδια ιστορία φόρτισης, το οποίο οδηγούσε σε πεδία παραμενουσών τάσεων και πλαστικών παραμορφώσεων ασύμβατα με τις προβλέψεις της θεωρίας για κινούμενη ορθή πίεση τύπου Hertz σε συνεχή επαφή με τον ελαστικό ημίχωρο. Προκειμένου να αντιμετωπισθεί αυτό το πρόβλημα μειώθηκε το βήμα μεταφοράς του φορτίου επάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του μοντέλου από 0.25m σε 0.05m με τη συνεπαγόμενη αύξηση του χρόνου ολοκλήρωσης της ανάλυσης. Προκειμένου να μελετηθεί κατά πόσο η απόσταση μεταφοράς του φορτίου επηρεάζει την απόκριση του ημίχωρου έγιναν πέντε περάσματα φορτίου με μέγιστη τιμή $530kPa$ πάνω από τον ημίχωρο $\varphi = 30^\circ$ και $\psi = 30^\circ$ με αποστάσεις 0.25m, 0.10m, 0.05m και 0.01m. Τα αποτελέσματα φαίνονται στην εικόνα 3.5. Γίνεται αντιληπτό ότι καθώς μικραίνει η απόσταση μεταφοράς του φορτίου, οι παραμένουσες τάσεις σταματούν να αυξάνονται κοντά στην επιφάνεια ενώ η παραμένουσα τάση στο κρίσιμο σημείο -σε βάθος 0.4m- του ημίχωρου αυξάνεται σε μέγεθος. Επιπλέον φαίνεται ότι αν η απόσταση μεταφοράς είναι μεγάλη η προσαρμογή στο κρίσιμο βάθος εμφανίζεται γρηγορότερα ωστόσο η διαρροή των σημείων κοντά στην επιφάνεια είναι ανεξέλεγκτη. Φανερό γίνεται επίσης και η συμφωνία των αριθμητικών αποτελεσμάτων με τις υποθέσεις του Johnson όπως φαίνεται στην εικόνα 3.6.

Επιπλέον διαπιστώθηκε και ένα εγγενές πρόβλημα του ABAQUS όταν το πρόγραμμα καλείται να συνδυάσει αναλύσεις με μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και υλικό του οποίου η μηχανική συμπεριφορά περιέχει και το γραμμικό ελαστικό νόμο. Αυτό που συμβαίνει είναι η εμφάνιση παραμένουσας εφελκυστικής τάσης -σε γραμμικά ελαστικό υλικό κατά την εφαρμογή και αφαίρεση του φορτίου- η οποία οφείλεται σε αριθμητικό σφάλμα του ABAQUS. Το συγκεκριμένο σφάλμα αυξάνει με τον αριθμό των επαναλήψεων επομένως είναι καθοριστικό για την ακρίβεια μίας ανάλυσης όπου πραγματοποιούνται πολλοί κύκλοι φόρτισης αποφόρτισης. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (BUSHELL J.M., 2008) αυτό το σφάλμα οφείλεται στο γεγονός ότι κατά την εφαρμογή των αλγόριθμων μεταβολής της γεωμετρίας οι σχέσεις εφαρμόζονται σε ένα επαυξητικό διάστημα τροπής $\Delta\varepsilon$ το οποίο

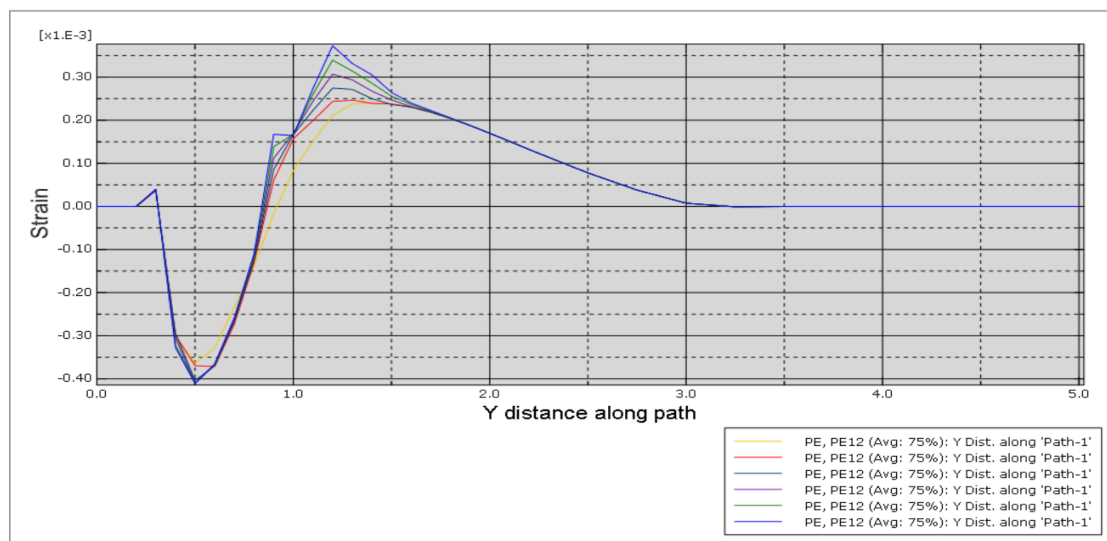
προκύπτει από την ολοκλήρωση του ρυθμού μεταβολής της τροπής $\frac{d\varepsilon}{dt}$ εντός ενός

επαυξητικού βήματος t . Αυτό σημαίνει ότι η συνθήκη αναφοράς για το επόμενο επαυξητικό βήμα δεν είναι η αρχικώς αφόρτιστη κατάσταση μηδενικής τροπής αλλά η προηγούμενη κατάσταση όπως αυτή προέκυψε στο τέλος του προηγούμενου επαυξητικού βήματος επομένως το $\Delta\varepsilon$ ως αποτέλεσμα ολοκλήρωσης στην περίπτωση φόρτισης-αποφόρτισης δε θα είναι 0 και έτσι θα προκύψει παρασιτική τάση. Το πρόβλημα βέβαια θα γίνεται μεγαλύτερο με κάθε επανάληψη της ανάλυσης καθώς τα σφάλματα θα προστίθενται. Από την ανωτέρω ανάλυση του προβλήματος γίνεται φανερό ότι ένας τρόπος να ελεγχθεί το σφάλμα είναι με το να μικρύνει πολύ το διάστημα ολοκλήρωσης το οποίο θα

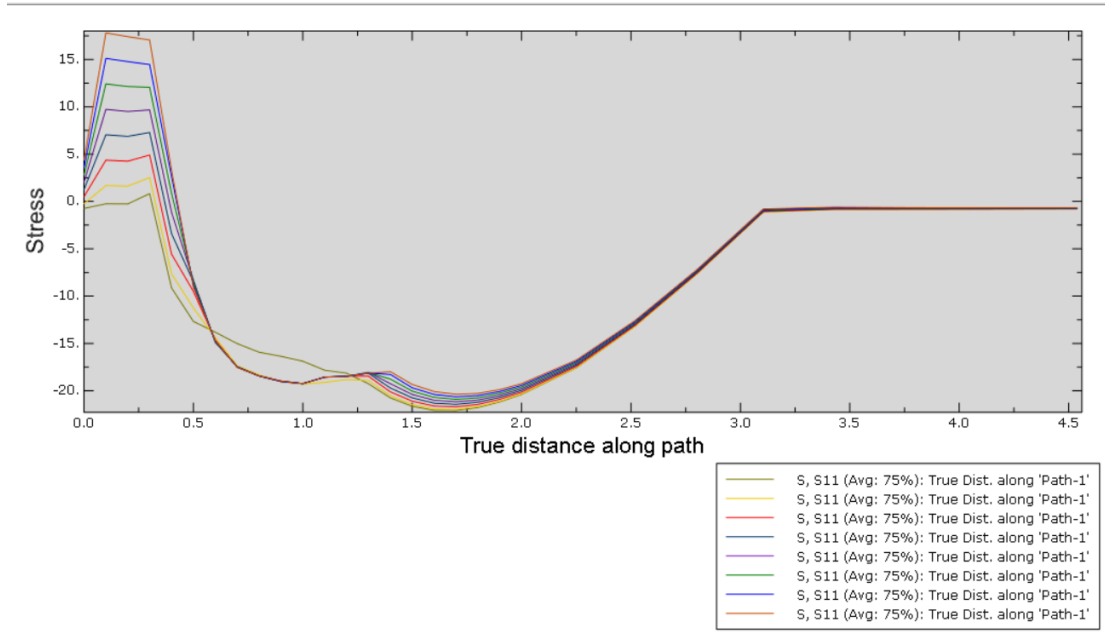
επηρεάσει την τιμή του $\Delta \varepsilon$. Τίθεται έτσι επαυξητικό βήμα για αυτή την ανάλυση 0.01 το οποίο εισάγει πολύ μικρό σφάλμα στην ανάλυση.

Κατά την επίλυση των ανωτέρω προβλημάτων επιβεβαιώθηκε και ένα ενδιαφέρον στοιχείο για το μοντέλο το οποίο βεβαίως είχε ήδη επισημανθεί: Η μεταβολή των συνοριακών συνθηκών στα άκρα του μοντέλου δεν επηρεάζει καθόλου την απόκριση στην περιοχή μελέτης, η οποία επηρεάζεται μόνο από το μέγεθος του φορτίου, τις ιδιότητες του υλικού και από το βήμα μεταφοράς του φορτίου εικόνες 3.9 και 3.10. Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι πρόκειται για την προσομοίωση ενός μη συμμετρικού προβλήματος από το οποίο όμως προκύπτει στο τελικό στάδιο μία συμμετρική κατάσταση στην περιοχή μελέτης, γύρω δηλαδή από το μέσο του φορέα. Αυτό φαίνεται έντονα στα σύνορα του φορέα όπου η αρχική επιβολή στον πλήρως ελαστικό ημίχωρο στο ένα άκρο του φορέα οδηγεί σε μεγαλύτερες τάσεις και περισσότερο καταπονημένη περιοχή απ' ότι στην άλλη θέση όπου ένα μέρος της ενέργειας του φορτίου έχει απορροφηθεί από τον πλαστικοποιημένο ημίχωρο πίσω από αυτό.

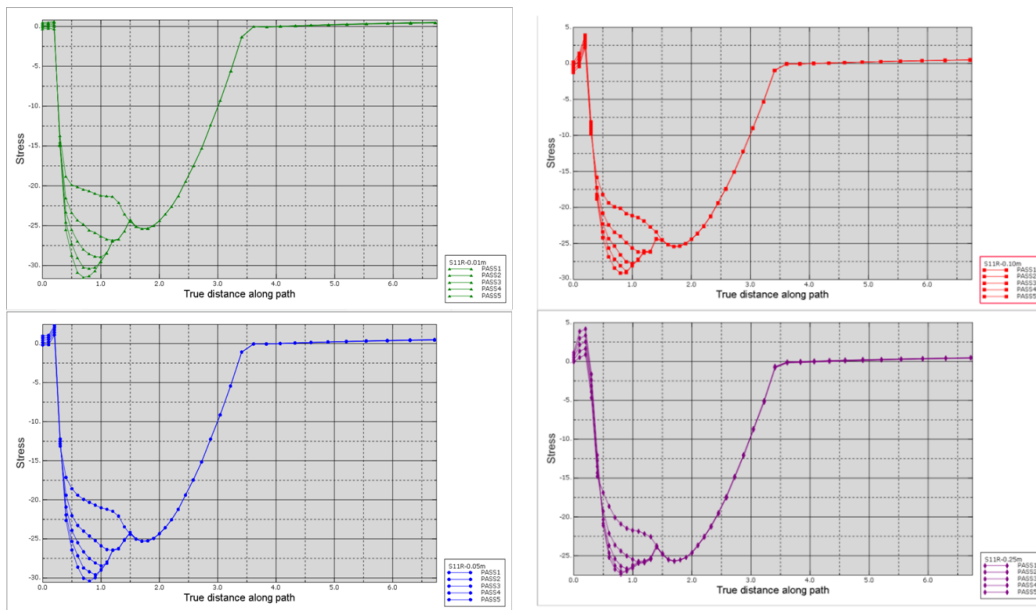
Τέλος προκειμένου να αποφασισθεί αν οι αναλύσεις θα γίνουν χρησιμοποιώντας ή όχι τη μη γραμμικότητα της γεωμετρίας γίνεται μία σύγκριση των μετακινήσεων για τον ημίχωρο με $\varphi = 30^\circ$ και $\psi = 30^\circ$ και διαπιστώνεται ότι αφενός στην περίπτωση της μη γραμμικότητας οι μετακινήσεις είναι μεγαλύτερες και αφετέρου σταθεροποιούνται πιο αργά απ' ότι στο γραμμικό μοντέλο. Ενδιαφέρον παρουσιάζει και το γεγονός ότι η οριζόντια μετακίνηση στο μη γραμμικό μοντέλο μειώνεται ελαφρώς αφού πιάσει μια μέγιστη τιμή, ενώ στο γραμμικό μοντέλο σταθεροποιείται.



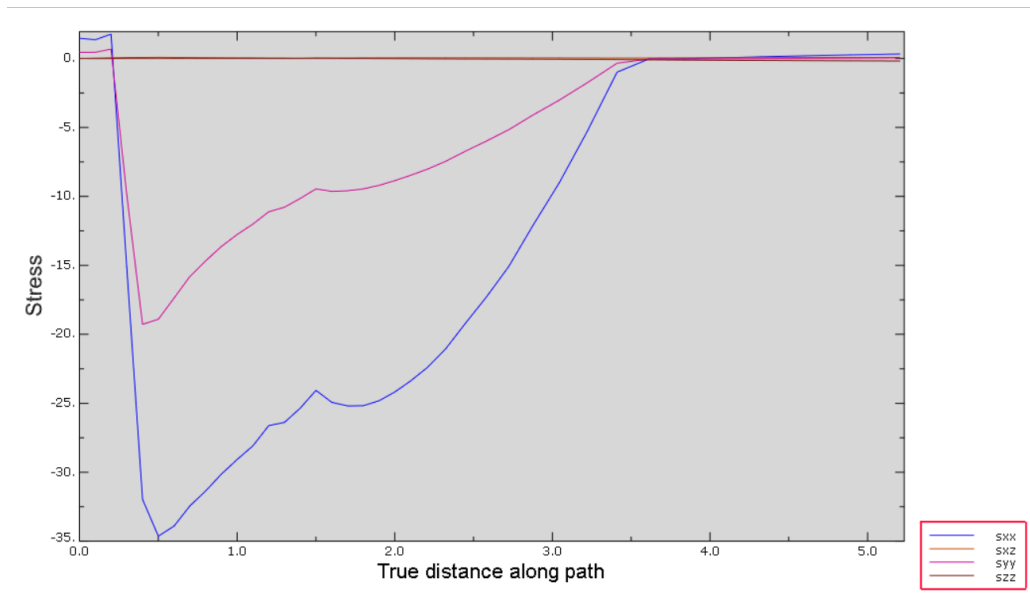
3.3 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις μετά από επαναλαμβανόμενα περάσματα στο προσομοίωμα με τα χαρακτηριστικά της επαφής του ABAQUS.



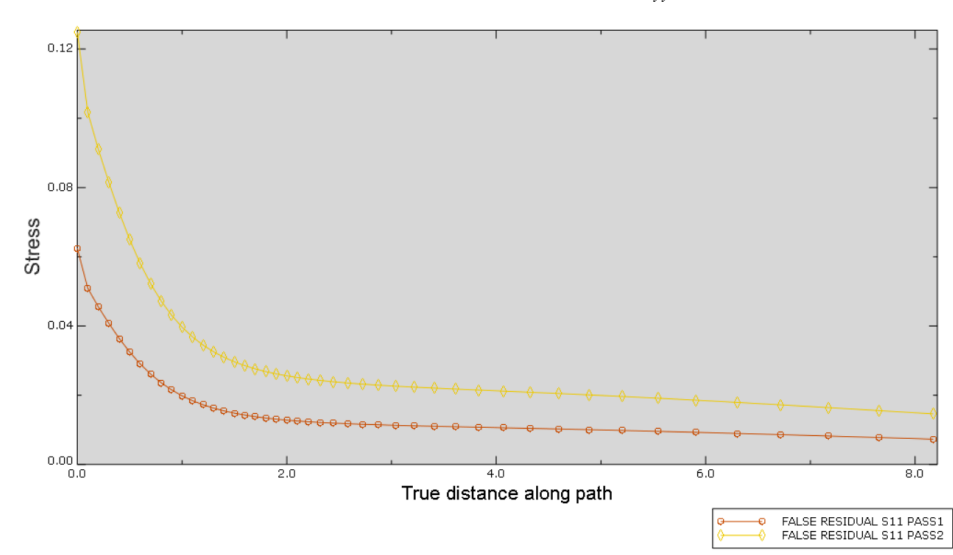
3.4 Παραμένουσες ορθές τάσεις S11 μετά από επαναλαμβανόμενα περάσματα, απόσταση μεταφοράς του φορτίου 0.25m.



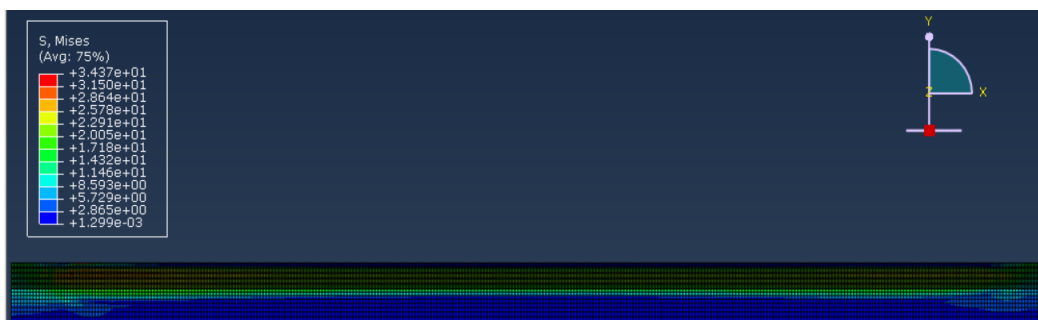
3.5 Παραμένουσες ορθές τάσεις S11 για πέντε περάσματα με βήμα μεταφοράς 0.01m (πράσινο), 0.05m (μπλε), 0.1m (κόκκινο), 0.25m (μαντζέντα).



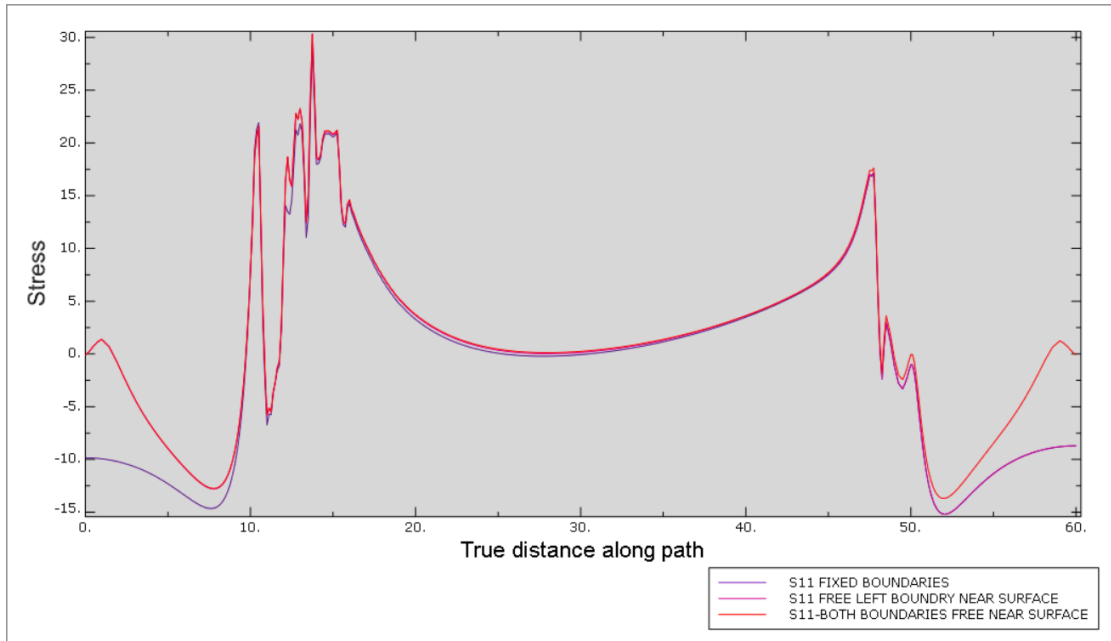
3.6 Πεδία παραμενουσών τάσεων για ημίχωρο με $\phi = 30^\circ$ και $\psi = 30^\circ$. Οι μόνες μη μηδενικές συνιστώσες τάσεων είναι οι $\sigma_{xx}^r, \sigma_{yy}^r$.



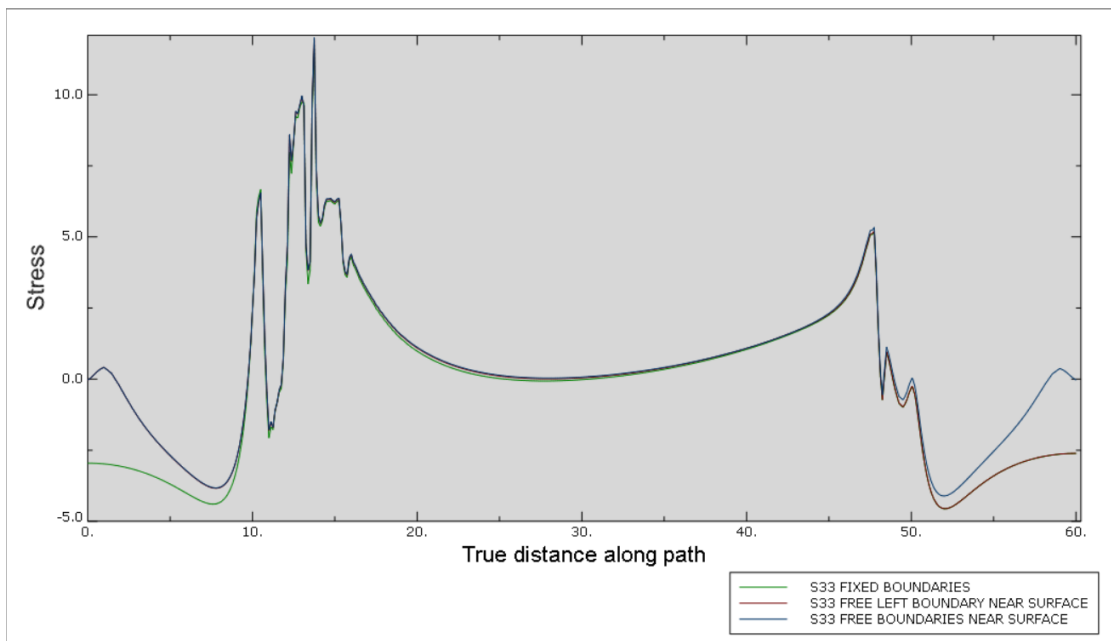
3.7 Αριθμητικό σφάλμα του ABAQUS κατά την ανάλυση με μη γραμμικότητα της γεωμετρίας και γραμμικά ελαστικό υλικό μετά δύο περάσματα.



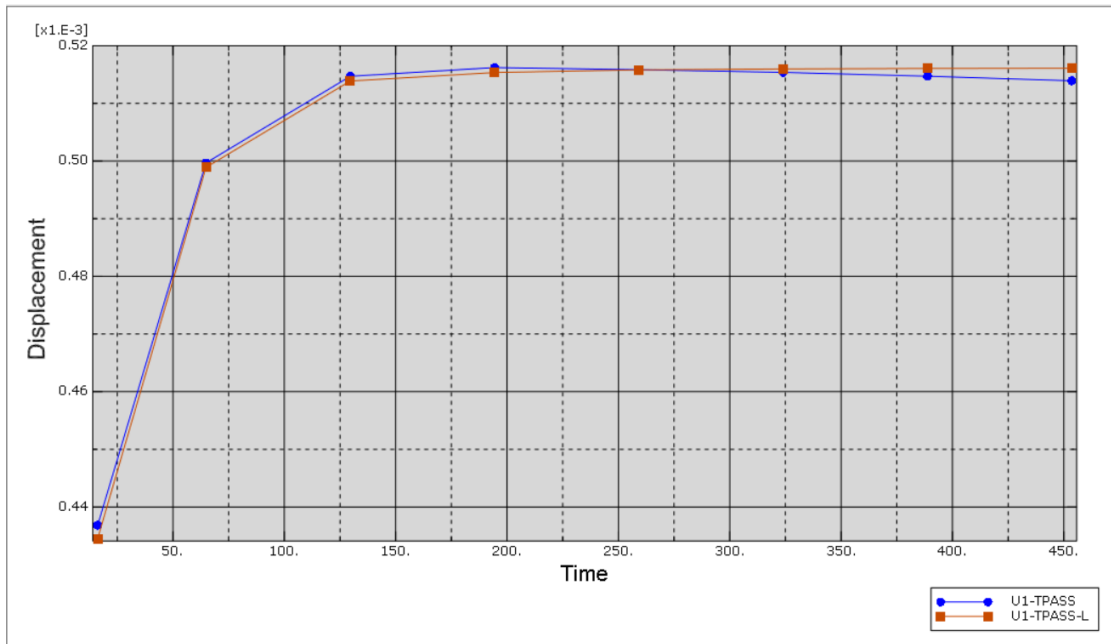
3.8 Πεδίο των παραμενουσών τάσεων μετά από ένα πέρασμα. Φαίνεται ότι το δεξί άκρο είναι πιο επιβαρυσμένο.



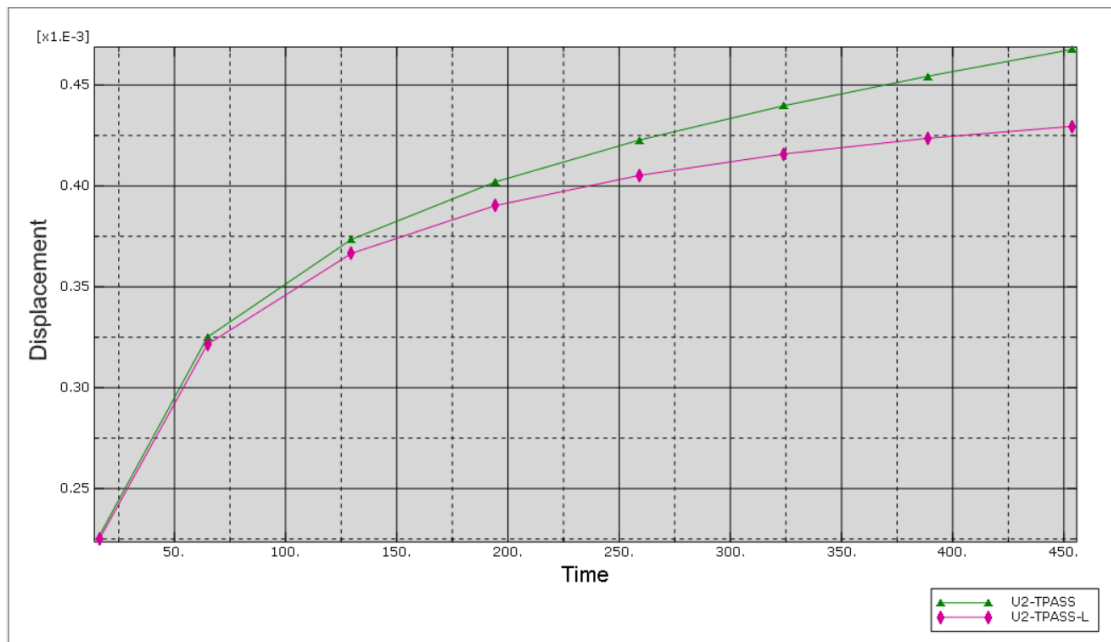
3.9 Αποτύπωση της ορθής τάσης S11 στην επιφάνεια μετά από ένα πέρασμα για διάφορες συνθήκες πλευρικής στήριξης.



3.10 Αποτύπωση της ορθής παραμένουσας τάσης S33 στην επιφάνεια μετά από ένα πέρασμα για διάφορες συνθήκες πλευρικής στήριξης



3.11 Διάγραμμα μεταβολής της οριζόντιας μετακίνησης U1 συναρτήσει των επαναλήψεων φόρτισης. Σύγκριση μη γραμμικής (U1-TPASS) και γραμμικής (U1-TPASS-L) γεωμετρίας.



3.12 Διάγραμμα μεταβολής της κατακόρυφης μετακίνησης U2 συναρτήσει των επαναλήψεων. Σύγκριση μη γραμμικής (U2-TPASS) και γραμμικής (U2-TPASS-L) γεωμετρίας.

3.3 Περιγραφή της υπορουτίνας DLOAD

Για την επιβολή του φορτίου σύμφωνα με το πρόγραμμα φόρτισης χρησιμοποιήθηκε η υπορουτίνα DLOAD του ABAQUS η οποία επιτρέπει την επιβολή μίας αυθαίρετης κατανομής πίεσης -τόσο ως προς το χώρο όσο και ως προς το χρόνο- προσδιοριζόμενη από το χρήστη. Εν προκειμένω ζητούμενο ήταν η επιβολή ενός μετακινούμενου με το χρόνο παραβολικού φορτίου.

Η υπορουτίνα DLOAD έχει το εξής περιβάλλον:

```
SUBROUTINE DLOAD (F, KSTEP, KINC, TIME, NOEL, NPT, LAYER, KSPT,  
 1 COORDS, JLTYP, SNAME)  
C  
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
C  
  DIMENSION TIME (2), COORDS (3)  
  CHARACTER*80 SNAME  
  
  user coding to define F  
  
  RETURN  
  END
```

Παρατηρούμε την ύπαρξη μεταβλητών που δίνονται από το χρήστη στο ABAQUS ως πληροφορία (KSTEP, KINC, TIME, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, COORDS, JLTYP, SNAME) για να προσδιοριστεί η μεταβλητή του φορτίου F.

Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή των μεταβλητών που δίδονται ως πληροφορία:

KSTEP: Δίνει τον αριθμό του βήματος step στο οποίο καλείται η υπορουτίνα

KINC: Δίνει τον αριθμό του διαστήματος (increment) μέσα στο βήμα (step) στο οποίο καλείται η υπορουτίνα.

TIME(1,2): Ο πίνακας αυτός αποτελείται από δύο μεταβλητές πληροφορίας, TIME(1) και TIME(2).

TIME(1): Δίνει την τιμή του χρόνου μέσα στο βήμα.

TIME(2): Δίνει την συνολική τιμή του χρόνου λαμβάνοντας υπ' όψιν και τα προηγούμενα βήματα.

NOEL: Δίνει τον αριθμό του στοιχείου

NPT: Δίνει τον αριθμό του σημείου ολοκλήρωσης μέσα στο στοιχείο ή στην επιφάνεια του στοιχείου εξαρτόμενο από τον τύπο του φορτίου.

LAYER: Δίνει τον αριθμό του στρώματος εντός στο στερεό σώμα που ασκείται η δύναμη.

KSPT: Δίνει τον αριθμό του σημείου τομής εντός του στρώματος

COORDS(1,2,3): Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τρεις μεταβλητές πληροφορίας που αντιστοιχούν στις χωρικές συντεταγμένες στις οποίες αναφέρεται το μοντέλο. Για το μοντέλο που μελετήθηκε η COORDS(1) αφορά τη διεύθυνση x η COORDS(2) τη διεύθυνση y και η COORDS(3) τη διεύθυνση z.

JLTYPE: Δίνει τον τύπο του φορτίου που επιβάλλεται σε ένα στοιχείο. Είναι χρήσιμο σε περίπτωση που ασκούνται πολλά φορτία διαφορετικού τύπου επάνω σε ένα στοιχείο.

SNAME: Δίνει το όνομα της επιφάνειας στην οποία επιβάλλεται το φορτίο αν αυτό είναι επιφανειακό. Διαφορετικά αφήνεται κενή.

Περισσότερες πληροφορίες υπάρχουν στο εγχειρίδιο του ABAQUS.

Ο αρχικός κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη του προβλήματος είναι ο εξής:

```
SUBROUTINE DLOAD(F,KSTEP,KINC,TIME,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,  
1 COORDS,JLTYPE,SNAME)  
C  
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
C  
C   DIMENSION TIME(2), COORDS (3)  
C   CHARACTER*80 SNAME  
  
SPAN=2.0  
ATI=1.0-(((COORDS(1)-3.0-FLOOR(TIME(1)/2.0))*(0.25)-  
SPAN/2.0)/(SPAN/2.0))**2  
AMP=ABS(TIME(1)-2.0)*FLOOR((TIME(1)+1.0)/2.0)  
IF(ATI >= 0.0) THEN  
F=500.0*SQRT(ATI)*AMP  
ELSE  
F=0.0  
END IF  
  
RETURN  
END
```

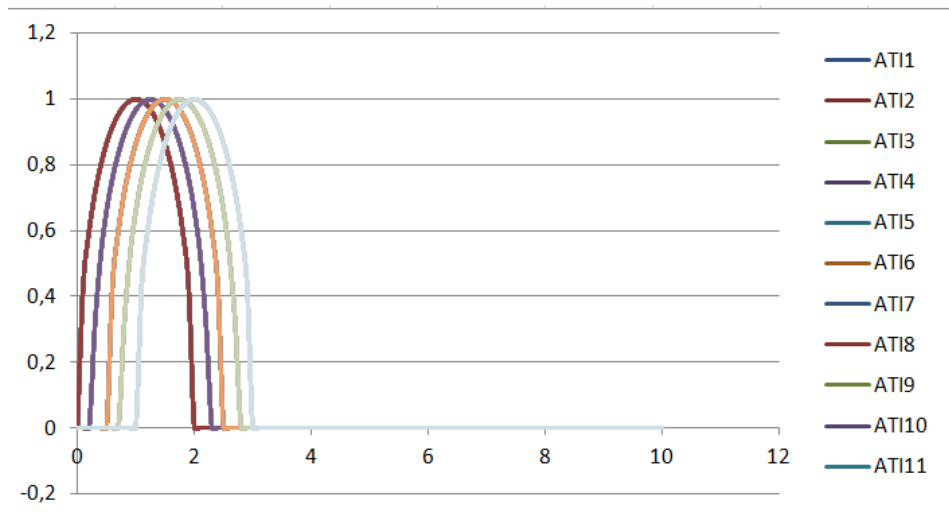
Στον παραπάνω κώδικα αφού δηλωθεί η υπορουτίνα που χρησιμοποιείται (DLOAD) και τα ορίσματά της η οποία συνδέεται μέσω της εντολής INCLUDE 'ABA_PARAM.INC' με τον solver του ABAQUS δίνεται η περιγραφή του φορτίου, η οποία αξιοποιείται σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης των στοιχείων που βρίσκονται στην επιφάνεια επιβολής αυτού. Ο κώδικας περιγράφει ένα φορτίο το οποίο μεταβάλλεται από θέση σε θέση και από χρονική στιγμή σε χρονική στιγμή.

Η μεταβλητή ATI δίνει το σχήμα της παραβολής στο φορτίο σε σχέση με το καθολικό σύστημα αξόνων στη μία άκρη του μοντέλου, ενώ ταυτόχρονα το μεταφέρει από θέση σε θέση κατά απόσταση 0.25m όσο δηλαδή και το μέγεθος της μεγάλης πλευράς των στοιχείων της επιφάνειας. Επειδή κατά την ανάλυση με αυτόματο μέγεθος διαστήματος εντός του βήματος υπήρχαν σοβαρά προβλήματα σύγκλισης του αλγορίθμου πλαστικότητας με κριτήριο αστοχίας το Mohr-Coulomb και του κριτηρίου Tresca όταν το φορτίο επιβάλλονταν αυτόματα μονομιάς, κρίθηκε αναγκαίο να μπει στην έκφραση του φορτίου ένας παράγοντας που θα καθορίζει τη χρονική μεταβολή του φορτίου.

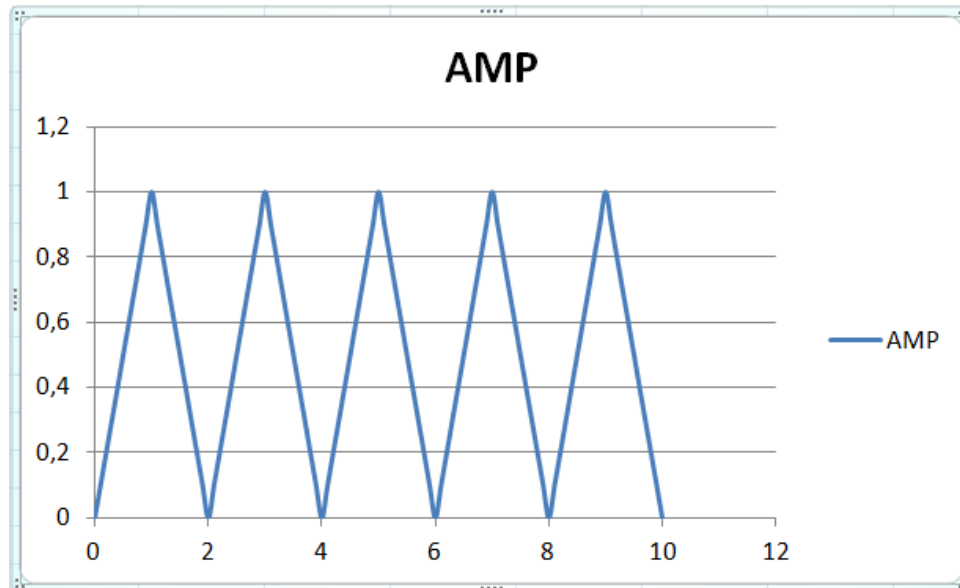
Προκειμένου τώρα να εξασφαλιστεί ότι το φορτίο πάντοτε θα επιβάλλεται με τη μέγιστη τιμή σε όλα τα στοιχεία του δισδιάστατου ημίχωρου λήφθηκε μέριμνα ώστε το φορτίο να μετακινείται μόνο όταν ο παράγοντας που ελέγχει το μέγεθος φθάσει από 0 στην τιμή 1 και επιστρέψει στην τιμή 0 -"το φορτίο φουσκώνει και ξεφουσκώνει". Αυτό επιτυγχάνεται με την εφαρμογή μίας περιοδικής συνάρτησης -μεταβλητή AMP- για το μέγεθος με περίοδο 2sec (χρονικές μονάδες). Η μετακίνηση κατά στοιχείο μετά από μία πλήρη περίοδο φαίνεται

εντός της μεταβλητής AT1 ως ένας φυσικός αριθμός πολλαπλασιαζόμενος με την επιθυμούμενη απόσταση μεταφοράς. Ο φυσικός αυτός αριθμός ορίζεται σε κάθε διάστημα του βήματος ως ο εσωτερικός χρόνος του βήματος της ανάλυσης TIME(1) προς την περίοδο της συνάρτησης του μεγέθους.

Το φορτίο τελικώς προσδιορίζεται ως το γινόμενο του χωρικού και του χρονικού παράγοντα καθώς και του αριθμού της μέγιστης τιμής που επιτρέπεται να πάρει στο μέσον της παραβολής. Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται η μεταβολή της συνάρτησης φορτίου από τη θέση A στη θέση B και η αύξομείωση του φορτίου σε κάθε θέση.



3.13 Μεταβλητή AT1 μετακίνηση με το χρόνο TIME(1) του βήματος



3.14 Μεταβλητή AMP μεταβολή μεγέθους του φορτίου με το χρόνο TIME(1) του βήματος

Ο παραπάνω κώδικας χρησιμοποιήθηκε στα αρχικά στάδια μελέτης όπου κρατώντας τα προεπιλεγμένα από το ABAQUS στοιχεία για την επίλυση υπήρχαν αρκετές δυσκολίες σύγκλισης λόγω του ότι το φορτίο ήταν σχετικά μεγάλο συγκεντρωμένο και απότομο επομένως απαιτούνταν χρήση της μεταβλητής AMP προκειμένου το φορτίο να επιβάλλεται σταδιακά. Ένα από τα προβλήματα που έχει βεβαίως η παραπάνω διαδικασία είναι ότι

εμπεριέχει και την αποφόρτιση η οποία παρ' ότι δεν επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα αυξάνει σημαντικά το χρόνο επίλυσης. Ο κώδικας που είναι πιο πιστός στην αρχική ιδέα χωρίς την αποφόρτιση παρατίθεται παρακάτω:

```
SUBROUTINE DLOAD(F,KSTEP,KINC,TIME,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,  
1 COORDS,JLTYP,SNAME)  
C  
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
C  
C   DIMENSION TIME(2), COORDS (3)  
C   CHARACTER*80 SNAME  
  
SPAN=2.0  
ATI=1.0-(((COORDS(1)-3.0-FLOOR(TIME(1))*(0.25)-SPAN/2.0)/(SPAN/2.0))**2  
IF(TIME(1) < 1.0) THEN  
AMP=TIME(1)  
ELSE  
AMP=1.0  
END IF  
IF(ATI >= 0.0) THEN  
F=500.0*SQRT(ATI)*AMP  
ELSE  
F=0.0  
END IF  
  
RETURN  
END
```

Αρχικά για χρονικό διάστημα μικρότερο του 1 το παραβολικό φορτίο επιβάλλεται ομαλά. Κατόπιν μονομιάς στις επόμενες θέσεις. Πάλι χρησιμοποιείται "ο διακόπτης" ώστε η απόσταση που μεταφέρεται το φορτίο να είναι σταθερή με το χρόνο και ίση με τη μεγαλύτερη πλευρά του στοιχείου της επιφάνειας.

Σε όλη την παραπάνω διαδικασία το πρόβλημα το οποίο παρουσιάζεται είναι η σύγκλιση του ABAQUS ως προς την κανονική λύση. Προκειμένου να συγκλίνει επιλέγηκε ένα μικρό επαυξητικό βήμα 0.01 για την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας και την παρακολούθηση του φαινομένου. Επιπλέον αυτό το μικρό βήμα συνεπάγεται ότι για να μετακινηθεί το φορτίο κατά 0.25m πρέπει να περάσουν πρώτα 100 βήματα ($100*0.01=1$) για να αλλάξει η τιμή της $FLOOR(TIME(1))$! Όμως το μικρό βήμα δεν είναι απαραίτητο για το σύνολο της προσομοίωσης παρά μόνο για τις στιγμές που το φορτίο μεταφέρεται από τον ένα κόμβο στον επόμενο. Αυτό σημαίνει ότι γίνονται 100+ επαναλήψεις μέχρι η παράμετρος (TIME(1)) να αυξηθεί κατά 1 και να μετακινηθεί το φορτίο, κατά τις οποίες το πρόγραμμα επιλύει ξανά και ξανά το ίδιο πρόβλημα. Αυτό έγινε φανερό επειδή το πρόγραμμα πλην της επαύξεσης που έκανε το χρόνο από 0.99 σε 1, άρα άλλαξε τη θέση του φορτίου και συνεπώς έκανε εσωτερικές επαναλήψεις, στις επόμενες επαυξήσεις οι εσωτερικές επαναλήψεις ήταν μονάχα μία που σήμαινε ότι το πρόγραμμα είχε βρει ήδη τη λύση και ότι αυτές ήταν περιττές! Αυτό το πρόβλημα που μεγάλωνε δυσθεώρητα το χρόνο της ανάλυσης, αφού αναγνωρίσθηκε επιλύθηκε απλώς πολλαπλασιάζοντας με 100 τον παράγοντα του χρόνου στη συνάντηση FLOOR και παράλληλα -επειδή ο χρόνος ταξιδιού από τη μία άκρη στην άλλη μειώθηκε- μειώνοντας την περίοδο του βήματος στο 1/100 της αρχικής. Έτσι μία διαδικασία μετακίνησης του φορτίου κατά 0.25m σε μία συνολική απόσταση 76m η οποία γινόταν σε συνολικό χρόνο $76/0.25*100=304$ πλέον γίνεται σε χρόνο 3.04. Η παραπάνω σκέψη μείωσε κατά πολύ το χρόνο επίλυσης ωστόσο πάλι το

πρόγραμμα εξακολουθεί να εμφανίζει μειωμένες χρονικές επαυξήσεις αμέσως αφού λύσει το πρόβλημα της μετακίνησης του φορτίου. Αυτό οφείλεται στην προεπιλεγμένη εντολή του ABAQUS στην καρτέλα του Step όπου δηλώνονται τα χαρακτηριστικά της ανάλυσης να κάνει μία γραμμική προεκβολή (Linear extrapolation) ώστε με βάση τη δυσκολία σύγκλισης της λύσης του προηγούμενου βήματος να επιλέγεται ένα κατάλληλα μικρότερο βήμα ώστε η σύγκλιση στην επόμενη επαύξηση να είναι ευκολότερη. Στην περίπτωση αυτού του προβλήματος όμως όπου η μεταβολή της φόρτισης δεν είναι μονότονη αλλά απότομη τόσο σε μέγεθος όσο και σε θέση αυτή η προεκβολή μειώνει το βήμα για μία επίλυση που ήδη έγινε και για μία κατάσταση του προβλήματος η οποία δεν πρόκειται να αλλάξει παρά μόνο όταν το φορτίο μεταφερθεί στην επόμενη θέση. Έτσι αυτό που συμβαίνει είναι ότι το πρόγραμμα μειώνει απότομα το βήμα μετά την πρώτη δύσκολη επίλυση -όπου όντως άλλαξε η θέση του φορτίου- αλλά επειδή στις επόμενες επαυξήσεις το φορτίο δεν αλλάζει θέση, αναγκάζεται να αυξήσει σταδιακά το επαυξητικό βήμα έως ότου πάλι η τιμή της μεταβλητής του χρόνου θα αλλάξει θέση στο φορτίο και η προηγούμενη διαδικασία επαναληφθεί. Για να αποφευχθούν οι πρόσθετες αυτές περιττές επαναλήψεις επιλέγουμε να εκτελεστεί ο αλγόριθμος επίλυσης χωρίς κάποιου είδους προεκβολή. Τέλος επειδή όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 το κριτήριο Mohr-Coulomb πάντα θα περιγράφει έναν non-associated κανόνα πλαστικής ροής αλλά και όπως αναφέρεται στο εγχειρίδιο του ABAQUS η χρήση ενός απότομου φορτίου ανομοιόμορφης πίεσης σε συνδυασμό με τις μεγάλες παραμορφώσεις μπορεί να οδηγήσει σε μη συμμετρικούς όρους στο μητρώο στιβαρότητας θα επιλέξουμε στην καρτέλα του Step το μητρώο στιβαρότητας να αποθηκεύεται μη συμμετρικά στο πρόγραμμα ώστε η σύγκλιση να είναι ευκολότερη. Ακολουθώντας τα παραπάνω συμπεράσματα ο χρόνος της ανάλυσης έπεσε από τα 135' στα 15'. Η μείωση του βήματος μετακίνησης του φορτίου που προαναφέρθηκε στην ενότητα: "3.2 βασικά στοιχεία του μοντέλου" από 0.25m σε 0.05m οδήγησε σε αύξηση του χρόνου ολοκλήρωσης της ανάλυσης από τα 15' στα 60'.

3.4 Ανάλυση του προσομοιώματος

Οι αναλύσεις έγιναν με τη χρήση φορητού ηλεκτρονικού υπολογιστή τεσσάρων πυρήνων με επεξεργαστή Intel(R) core(TM) i7-4720HQ CPU @ 2.60GHz 2.59GHz με εγκατεστημένη RAM 16.0 GB . Ο μέσος χρόνος για κάθε πέρασμα του φορτίου ήταν μία ώρα (60min).

Προκειμένου να προσδιοριστούν οι τελικές τιμές των παραμενουσών τάσεων και των πλαστικών τροπών για φορτία μέχρι το φορτίο που προκαλεί το shakedown αλλά και να ελεγχθεί η εξέλιξη των πεδίων αυτών και για τιμές φορτίου μεγαλύτερες από το όριο προσαρμογής απαιτούνται πολλές διαδοχικές επαναλήψεις -περάσματα- του φορτίου πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του μοντέλου. Ως συνέπεια αν το μοντέλο έτρεχε εξ αρχής με τόσες επαναλήψεις θα αργούσε πολύ, δε θα υπήρχε άμεση εποπτεία των αποτελεσμάτων και λόγω του μεγέθους τους τα αρχεία που θα πρέπει να διαβαστούν από το χρήστη δε θα άνοιγαν. Υπάρχουν φυσικά και περιορισμοί στη μνήμη RAM του υπολογιστή για το πόσα δεδομένα θα μπορεί να αποθηκεύσει. Τέλος υπάρχει και η πιθανότητα να διακοπεί απότομα η λειτουργία του υπολογιστή και δε θα θέλαμε σε καμία περίπτωση να χάσουμε την πρόοδο μας πάνω στο πρόβλημα.

Λύση στους παραπάνω προβληματισμούς δίνει η δυνατότητα του ABAQUS να διαβάζει και να τρέχει αναλύσεις επανεκκίνησης -RESTART ANALYSIS. Προκειμένου να τρέξει μία restart analysis το ABAQUS/Standard απαιτεί από το χρήστη να του παρέχει τους κάτωθι φακέλους:

Abaqus/Standard

- Output database (.odb)
- Restart file (.res)
- Model file (.mdl)
- Part file (.prt)
- State file (.stt)

Από τους ανωτέρω φακέλους ο restart file δεν γράφεται εξ' αρχής από το πρόγραμμα αλλά πρέπει να ζητηθεί από το step module στο μενού output στην επιλογή restart requests. Εκεί ο χρήστης εισάγει τη συχνότητα με την οποία το πρόγραμμα θα γράφει στο restart file και αν θέλει -προκειμένου να μειώσει το μέγεθος του αρχείου- να γίνεται επανεγγραφή του φακέλου με τα νέα δεδομένα κάθε φορά.

Αφού λοιπόν ζητήθηκε από το Abaqus να παρέχει όλους τους απαιτούμενους φακέλους για μία restart analysis η διαδικασία για την δημιουργία της είναι η εξής:

Επιλέγουμε το μοντέλο από το οποίο θέλουμε να συνεχίσουμε την ανάλυση και το αντιγράφουμε σε ένα νέο μοντέλο. Στα χαρακτηριστικά του αντιγραμμένου μοντέλου δίνουμε από ποιά δουλειά -job- θέλουμε το ABAQUS να διαβάσει δεδομένα και από ποιά βήμα να ξεκινήσει η restart analysis. Στο αντιγραμμένο μοντέλο πραγματοποιούμε όποιες αλλαγές θέλουμε όπως η προσθήκη επιπλέον βημάτων και η εκ νέου επιβολή του φορτίου. Ξαναζητάμε τον restart file και για τα επόμενα βήματα αν θέλουμε να ξανακάνουμε επανάληψη. Δημιουργούμε μία δουλειά αντιγραφή της δουλειάς από την οποία ζητήσαμε να διαβάσει το ABAQUS στα χαρακτηριστικά του αντιγραμμένου μοντέλου, την μετονομάζουμε καταλλήλως και στα χαρακτηριστικά της επιλέγουμε σαν job type την

επιλογή restart. Πλέον η νέα δουλειά ξεκινάει από το βήμα που ορίστηκε στα χαρακτηριστικά του μοντέλου και αναλύει όλα τα προστιθέμενα βήματα και τις αλλαγές.

4 Κεφάλαιο

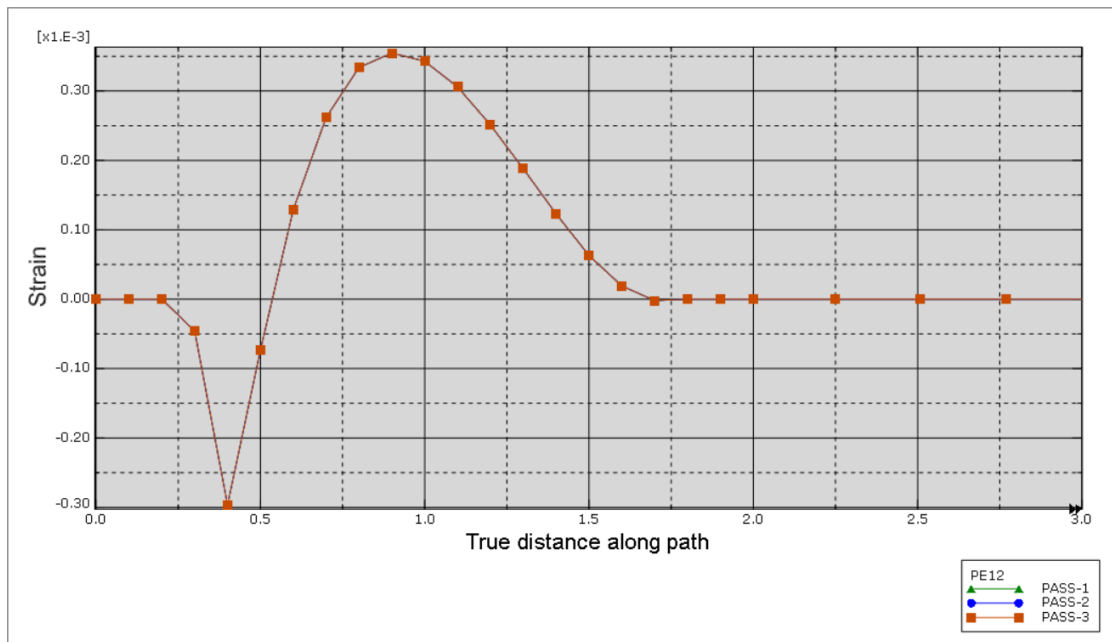
4.1 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

4.1.1 Ημίχωρος Tresca

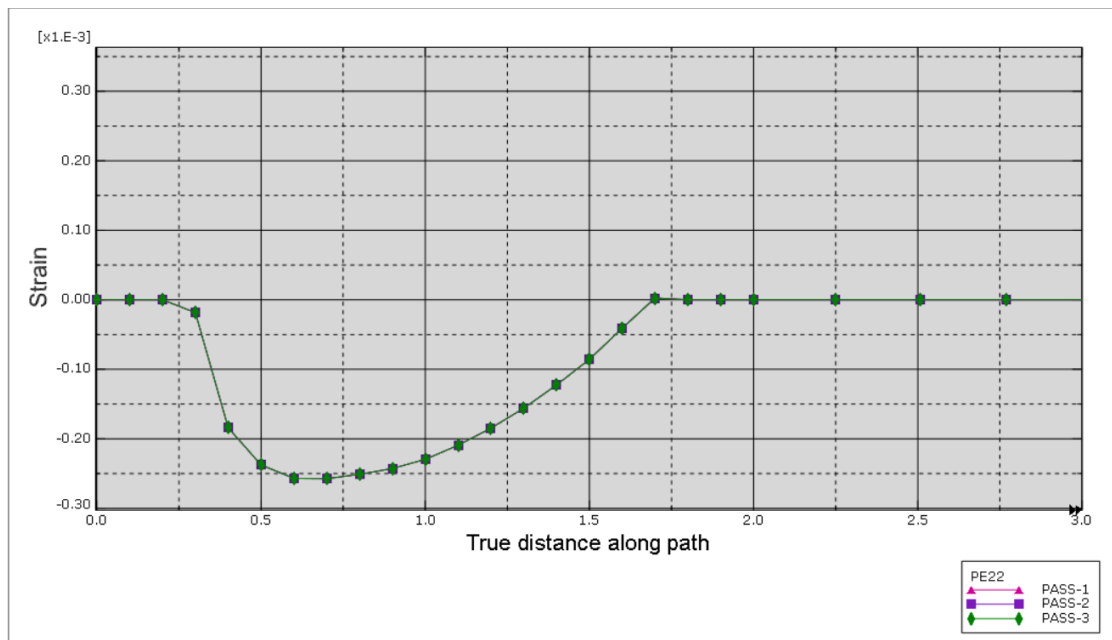
Στο προσομοίωμα με συμπεριφορά υλικού κατά το μοντέλο Tresca έγιναν δύο αναλύσεις η πρώτη με μέγιστη τιμή κατανεμημένου φορτίου $200kPa$ που αντιστοιχεί στο όριο για την εμφάνιση του φαινομένου προσαρμογής και η δεύτερη με μέγιστη τιμή φορτίου $210kPa$ ελάχιστα μεγαλύτερη από το όριο προσαρμογής προκειμένου να παρατηρηθεί η συμπεριφορά του ημίχωρου σε αυτή την περίπτωση. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.

Παρατηρούμε ότι εξ' αρχής για το φορτίο $200kPa$ ο ημίχωρος παραμορφώνεται και εμφανίζονται πλαστικές τροπές και παραμένουσες τάσεις σε ένα βάθος έως 2m από την ελεύθερη επιφάνεια. Οι διατμητικές πλαστικές τροπές μεταβάλλονται από αρνητικές σε θετικές μέσα σε αυτό το βάθος. Οι πλαστικές ορθές τροπές έχουν αρνητικό πρόσημο σε όλο αυτό το μήκος. Το ίδιο συμβαίνει και για τις παραμένουσες τάσεις. Οι μέγιστες τάσεις και τροπές εμφανίζονται σε ένα κρίσιμο βάθος 0.5m από την ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου. Ήδη από το δεύτερο πέρασμα φαίνεται ότι ο ημίχωρος έχει σταθεροποιηθεί αφού δεν παρατηρείται καμία αλλαγή στις παραμένουσες τάσεις και πλαστικές τροπές για τα επόμενα περάσματα.

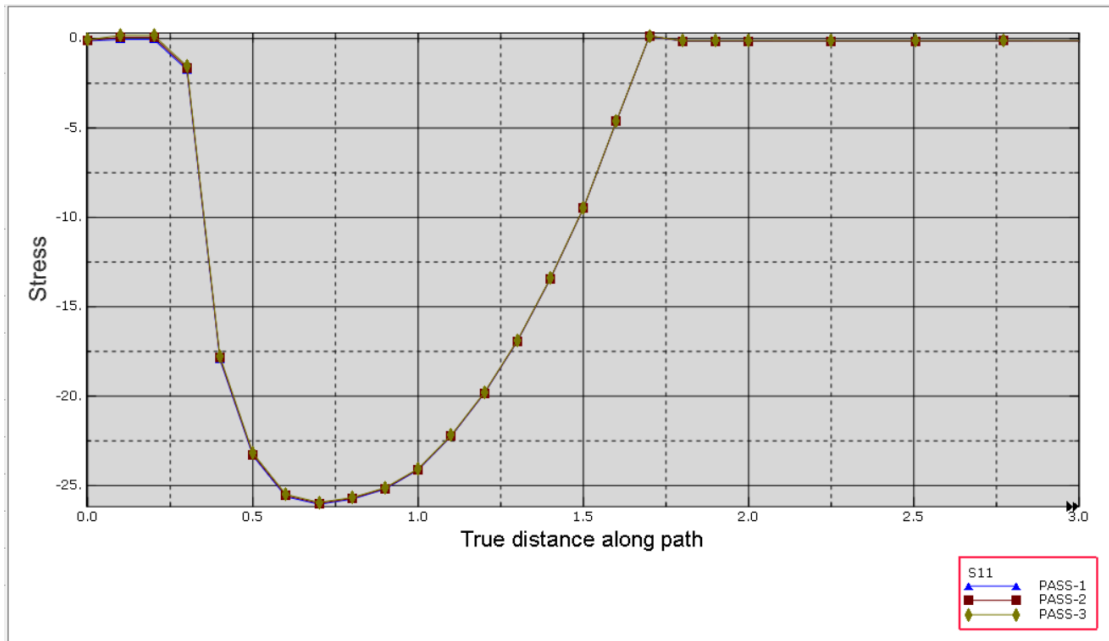
Για το φορτίο $210kPa$ παρατηρείται η ίδια συμπεριφορά για τις παραμένουσες τάσεις και πλαστικές τροπές ενώ τα επιπλέον περάσματα έχουν σαν αποτέλεσμα την αύξηση των πλαστικών τροπών και παραμενουσών τάσεων. Παρατηρείται ότι τα επιπλέον περάσματα μειώνουν περαιτέρω τις πλαστικές διατμητικές τροπές στην επιφάνεια. Οι ορθές πλαστικές τροπές μειώνονται και αυτές έως ότου σταθεροποιούνται μετά από τέσσερα περάσματα. Αυτό κάνουν και οι παραμένουσες τάσεις κάτι που υποδηλώνει ότι αυτές είναι άμεσα εξαρτώμενες από τις ορθές πλαστικές τροπές.



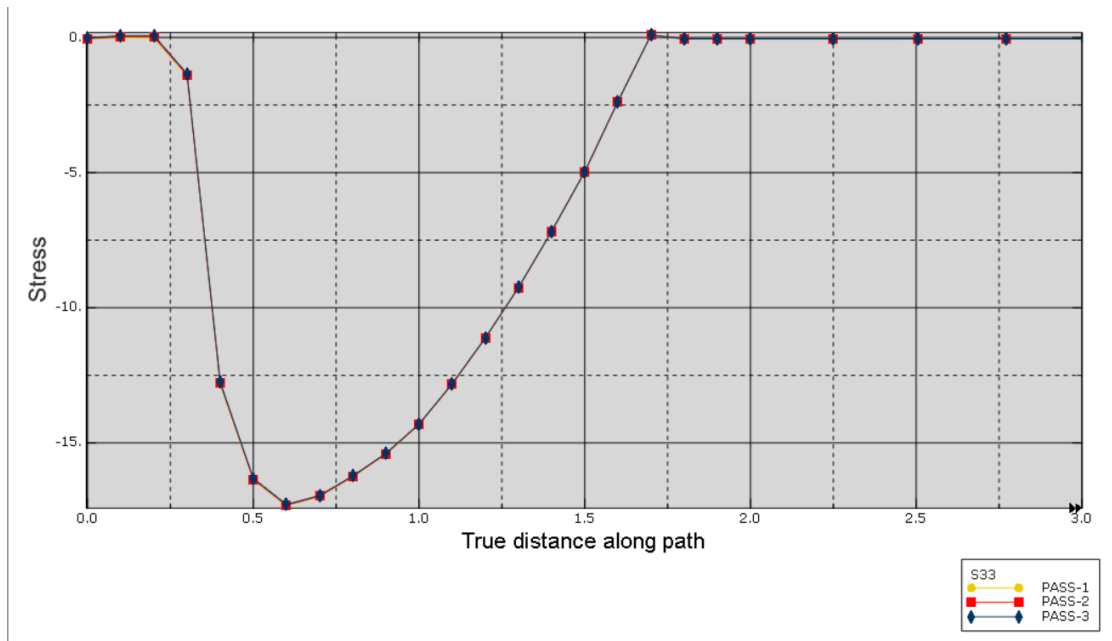
4.1 Πλαστικές διαμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $200kPa$.



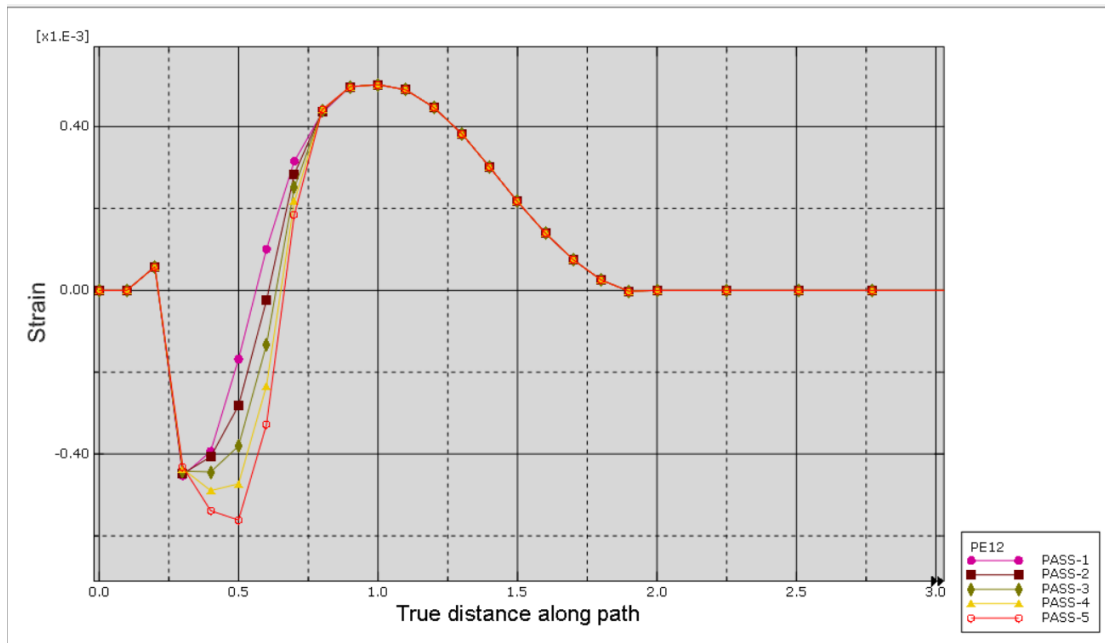
4.2 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $200kPa$.



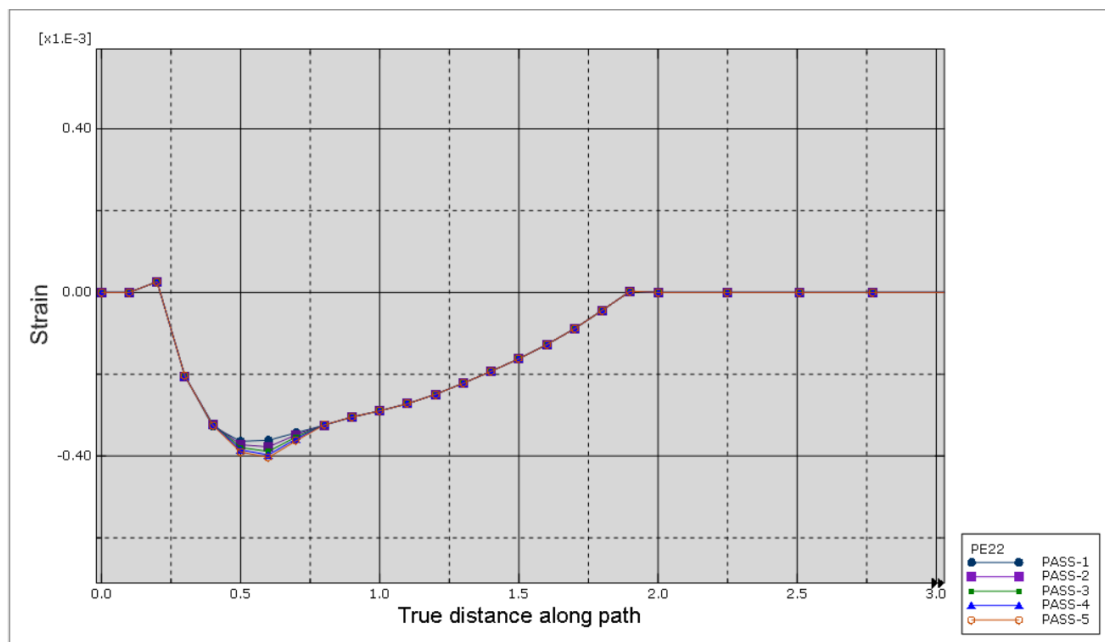
4.3 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μεγάλη τιμή φορτίου $200kPa$.



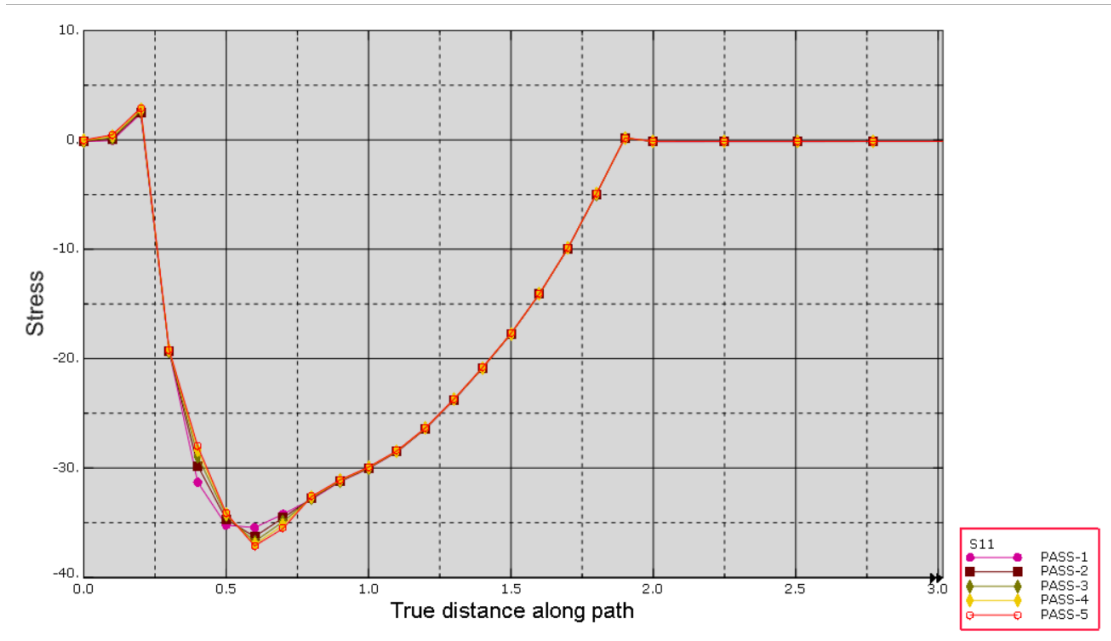
4.4 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $200kPa$.



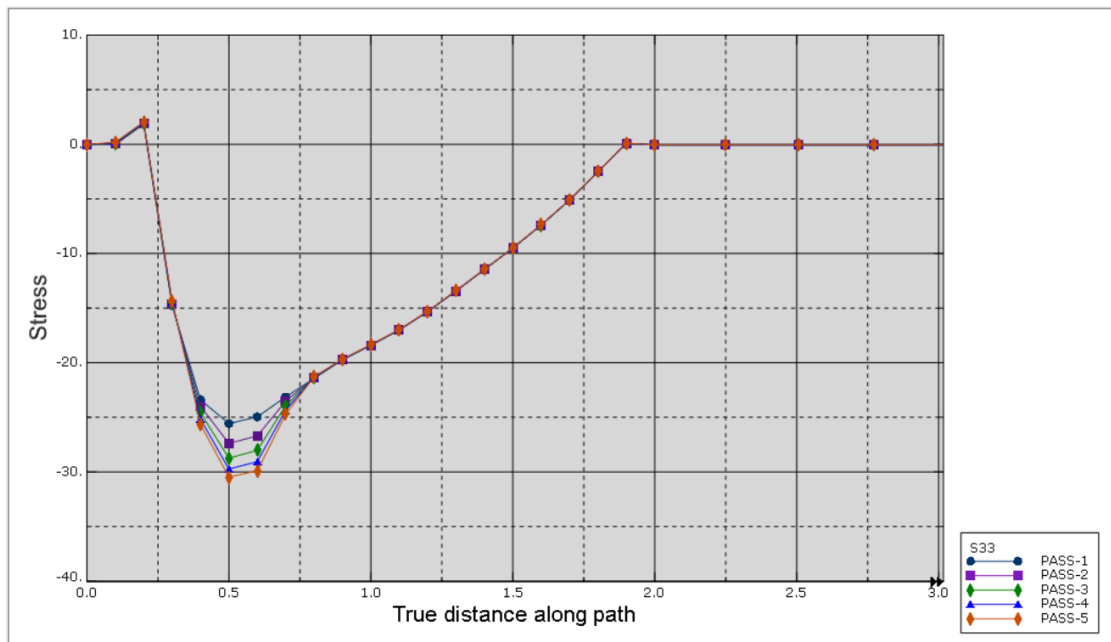
4.5 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ϵ_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $210kPa$.



4.6 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ϵ_{zz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $210kPa$.



4.7 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa .



4.8 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 210kPa .

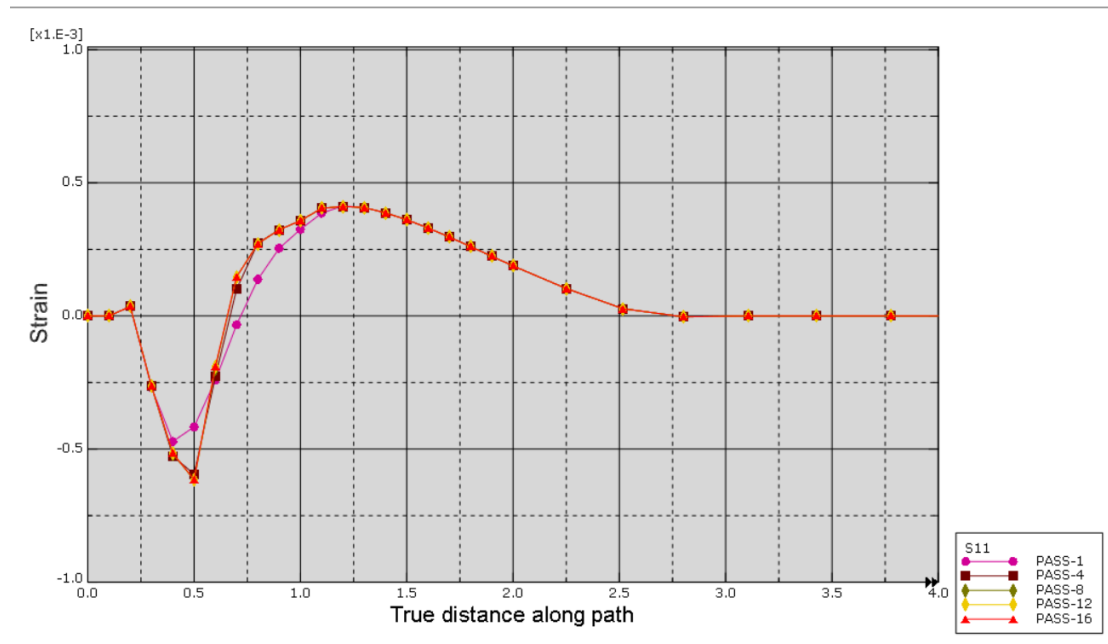
4.1.2 Ημίχωρος Coulomb

Στο προσομοίωμα του ημίχωρου με το καταστατικό μοντέλο Coulomb έγιναν αναλύσεις με γωνία τριβής $\varphi = 20^\circ$ και $\varphi = 30^\circ$ για κατανομές πίεσης στο όριο εμφάνισης του φαινομένου προσαρμογής με μέγιστες τιμές πίεσης $375kPa$ και $541kPa$ αντίστοιχα. Επιπλέον μελετήθηκε η απόκριση του ημίχωρου σε φορτία μεγαλύτερα του ορίου προσαρμογής με μέγιστη πίεση $380kPa$ και $570kPa$ αντίστοιχα. Επειδή για το μοντέλο με γωνία τριβής $\varphi = 30^\circ$ και $\psi = 30^\circ$ παρατηρήθηκε ότι το θεωρητικό όριο προσαρμογής δεν επιβεβαιώνεται από το προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων έγινε και μία ακόμη ανάλυση με φορτίο $530kPa$ στην οποία το προσομοίωμα βρίσκεται σε κατάσταση προσαρμογής. Τέλος σε ένα μοντέλο με γωνία τριβής $\varphi = 20^\circ$ και γωνία διαστολής $\psi = 12^\circ$ μελετήθηκε η επιρροή της διαφορετικής γωνίας διαστολής σε σχέση με την γωνία τριβής στις παραμένουσες τάσεις και πλαστικές παραμορφώσεις και κατά συνέπεια στο όριο προσαρμογής όπως θα συνέβαινε σε ένα πραγματικό εδαφικό υλικό.

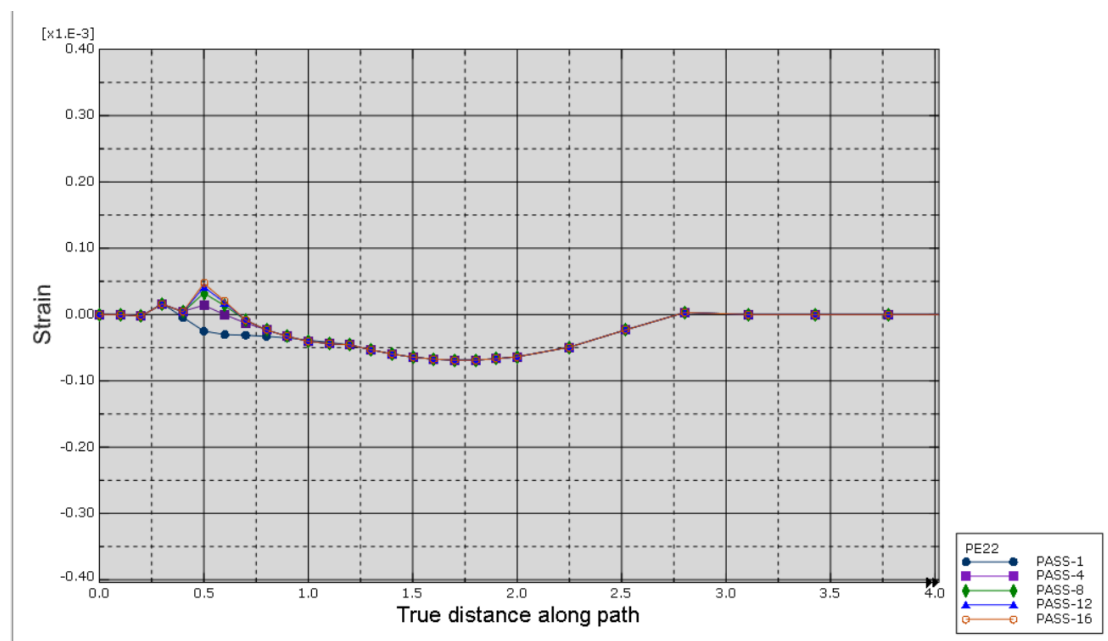
Περίπτωση $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$

Εφαρμόζοντας αρχικά το φορτίο $375kPa$ για πρώτη φορά γίνεται αντιληπτό ότι οι πλαστικές διατρητικές παραμορφώσεις εμφανίζουν ποιοτικά τη γνώριμη μορφή που είχαν και στον ημίχωρο Tresca όπου είναι αρνητικές κοντά στην επιφάνεια και με το βάθος γίνονται θετικές. Στα επακόλουθα περάσματα και πάλι οι διατμητικές τροπές κοντά στην επιφάνεια αυξάνουν σε μέγεθος σταδιακά ώσπου ξεπερνούν τις πλαστικές τροπές σε μεγαλύτερο βάθος. Αυτό φαίνεται και στη συνολική εικόνα παραμόρφωσης του φορέα όπου η ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου μετατοπίζεται προς τα αριστερά. Οι πλαστικές ορθές τροπές και σε αυτή την περίπτωση κρίνουν τη συνολική συμπεριφορά του ημίχωρου καθώς αυξάνουν σε μέγεθος και αφότου οι πλαστικές διατμητικές τροπές βρεθούν σε μία σταθερή κατάσταση. Η συμπεριφορά των πλαστικών ορθών παραμορφώσεων έχει πολύ ενδιαφέρον καθώς παρ' όλο που ξεκινούν ως αρνητικές στην πορεία γίνονται θετικές. Αυτό μεταφράζεται σε μία κίνηση της ελεύθερης επιφάνειας του ημίχωρου προς τα επάνω καθώς αυξάνεται ο αριθμός των διελεύσεων του φορτίου. Ο λόγος για αυτό το παράδοξο αποτέλεσμα το οποίο δε βρέθηκε στον ημίχωρο Tresca είναι ότι το φορτίο που επιβάλλεται είναι δισδιάστατο, άπειρο δηλαδή σε μήκος κατά τη μία διεύθυνση. Επικρατεί έτσι η διαστολική συμπεριφορά του μοντέλου λόγω και μεγάλης γωνίας διαστολής. Αν το φορτίο ασκούσαν σε έναν τρισδιάστατο ημίχωρο με ελλειπτική επιφάνεια επαφής όπως προβλέπει η θεωρία του Hertz σε αυτές της περιπτώσεις, η διαστολή του εδάφους θα περιοριζόταν σημαντικά λόγω της υποχώρησης του εδάφους και στην άλλη διεύθυνση. Οι ορθές παραμένουσες τάσεις που αναπτύσσονται εμφανίζουν μία συνεχή αύξηση σε μέγεθος προοδευτικά μειούμενη όμως έως ότου φθάσουν σε κατάσταση προσαρμογής. Η οριζόντια παραμένουσα ορθή τάση είναι μεγαλύτερη σε μέγεθος από την παραμένουσα ορθή τάση κατά τη μεγάλη -άπειρη- πλευρά του ημίχωρου. Τέλος και εδώ το κρίσιμο σημείο όπου συγκεντρώνεται η καταπόνηση βρίσκεται σε βάθος περί τα 0.5m από την επιφάνεια του εδάφους.

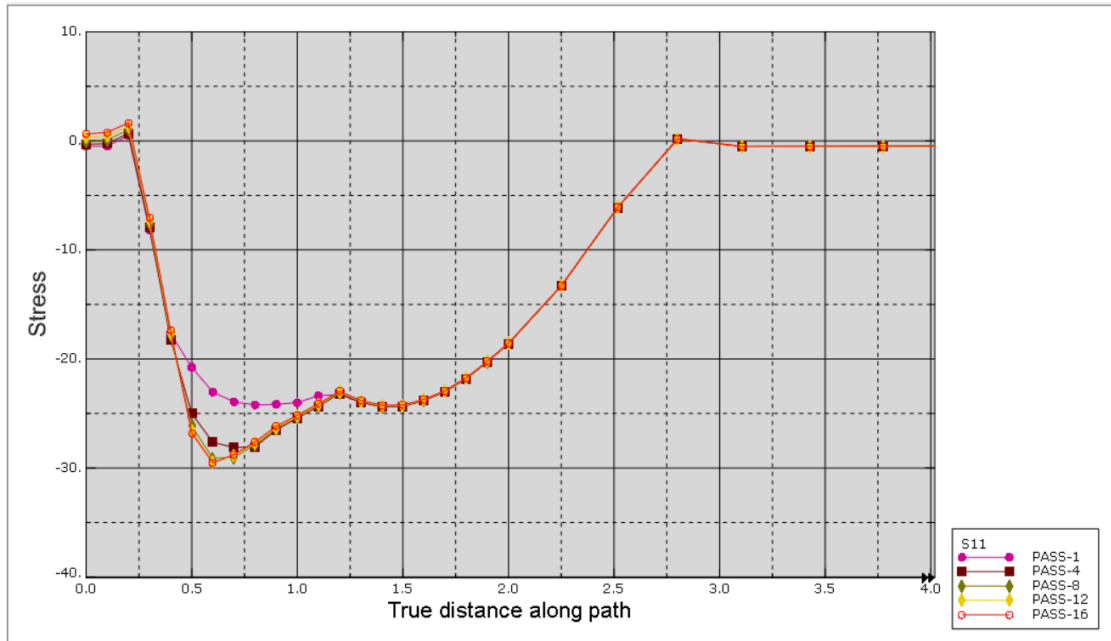
Εφαρμόζοντας στη συνέχεια το φορτίο των $380kPa$ στην ελεύθερη επιφάνεια του ημίχωρου και επαναλαμβάνοντας τις διελεύσεις παρατηρείται και μία σταθερή αύξηση των πλαστικών διατμητικών παραμορφώσεων. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται τόσο στις ορθές παραμορφώσεις όσο και στις παραμένουσες τάσεις. Οι τελευταίες εμφανίζονται να απλώνονται σε μεγαλύτερο βάθος απ' ότι πριν αλλά δεν καταφέρνουν να σταματήσουν τη διαρροή η οποία και πάλι εμφανίζεται μέγιστη στα $0.5m$. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις εικόνες.



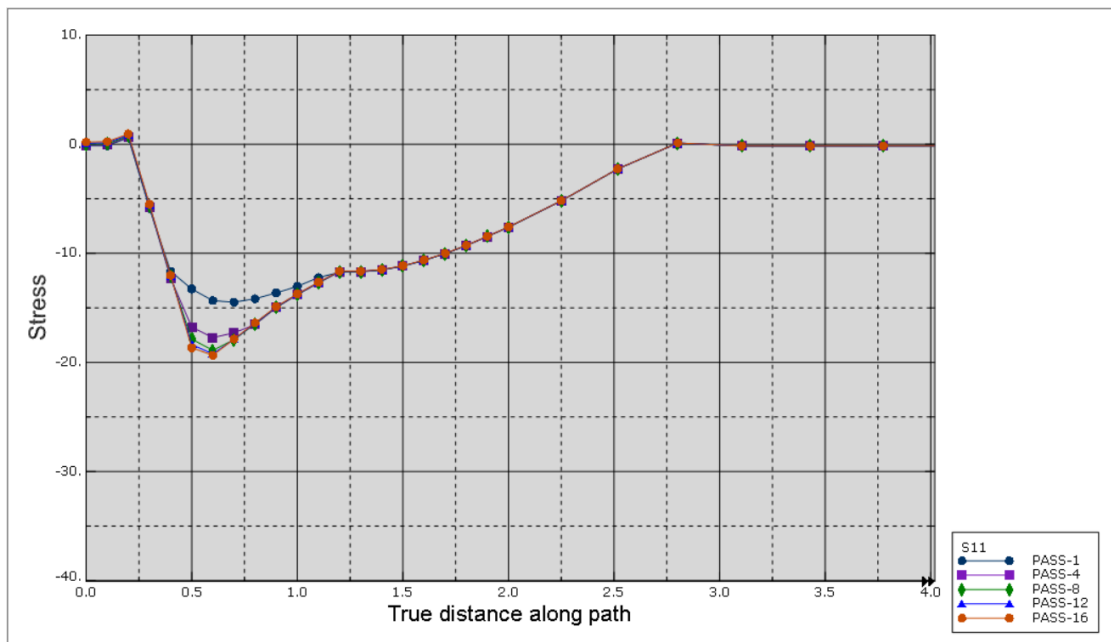
4.9 Πλαστικές διατμητικές ε_{xz}^p (PE12) παραμορφώσεις υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



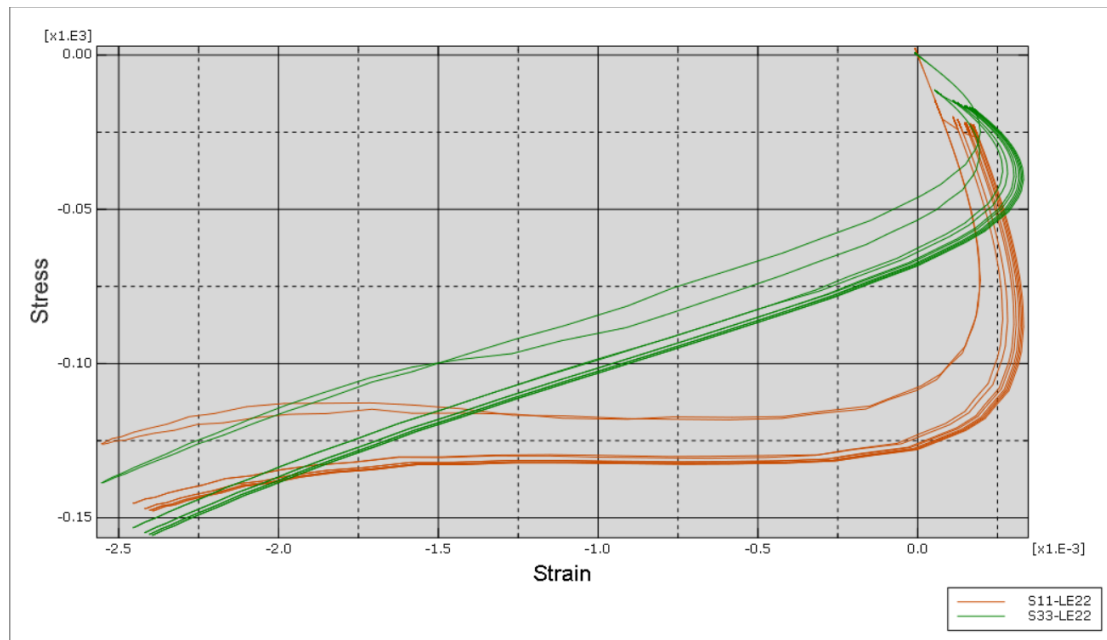
4.10 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



4.11 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa .

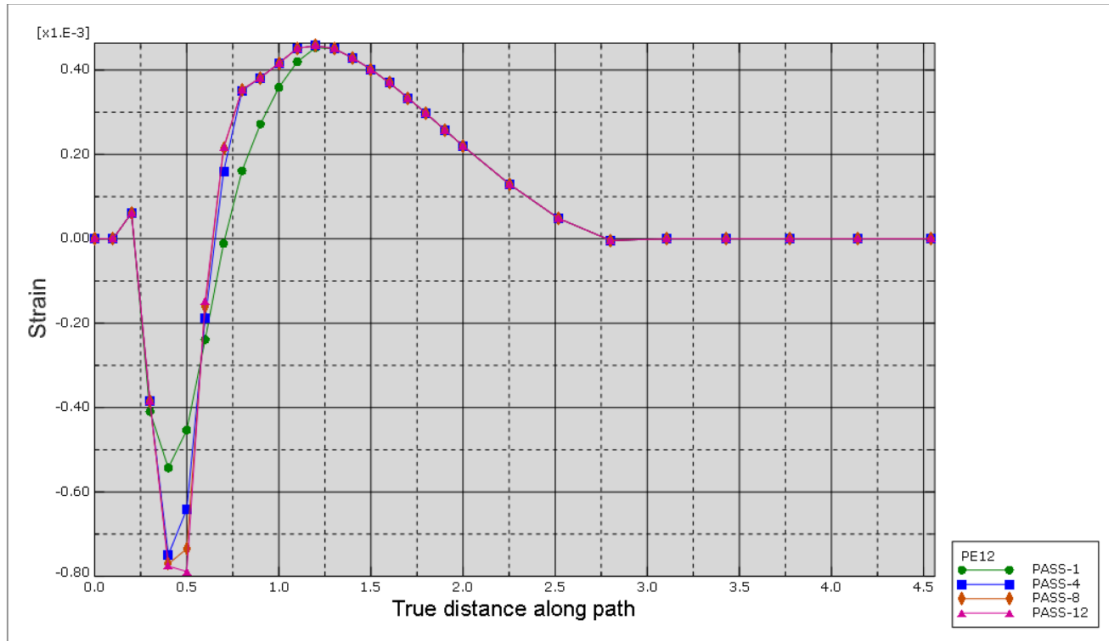


4.12 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 375kPa .

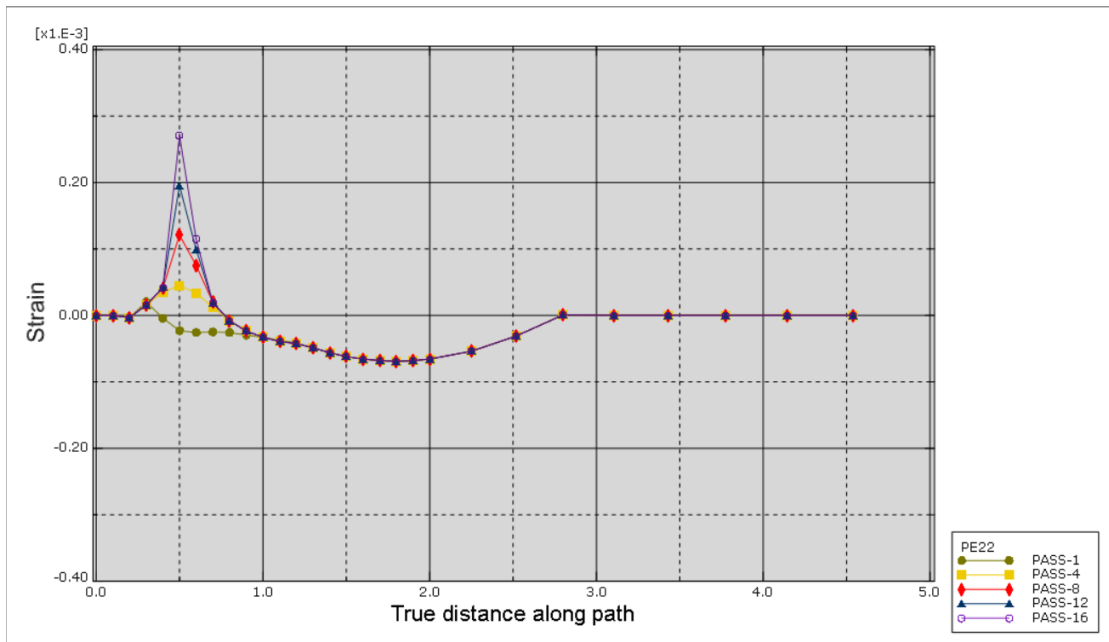


4.13 Διαγράμματα τάσεων-λογαριθμικών τροπών $\sigma_{xx} - \varepsilon_{zz}$, $\sigma_{yy} - \varepsilon_{zz}$.

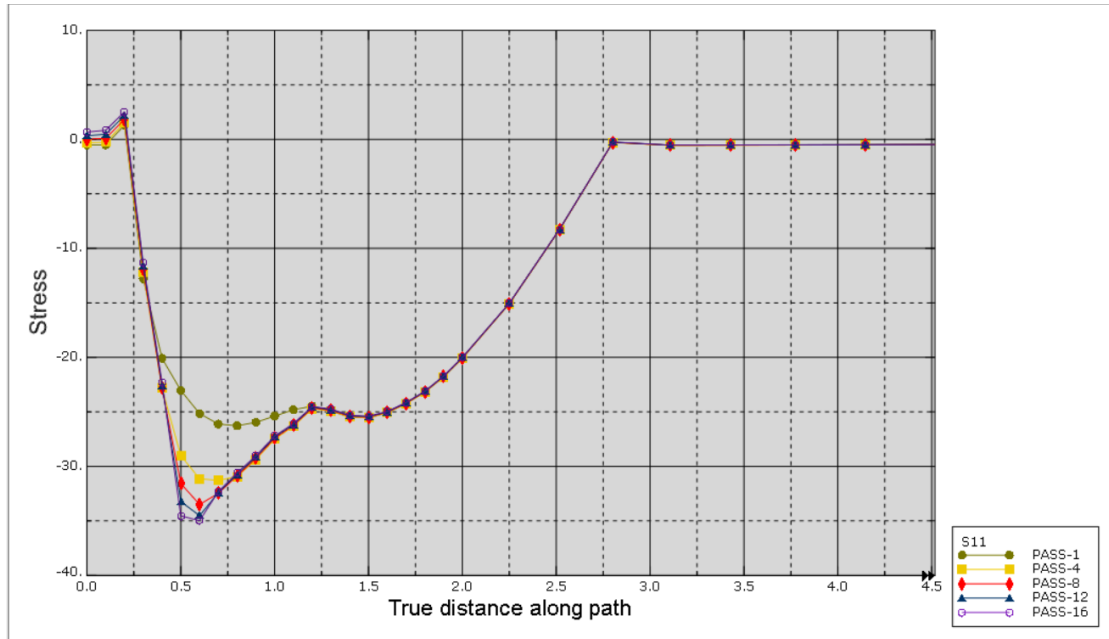
Στο παραπάνω σχήμα 4.13 φαίνεται το διάγραμμα τάσεων τροπών για τις ορθές τάσεις S11 και S33 με την ορθή τροπή E22 για το φορτίο $375kPa$ σε βάθος $0.5m$. Επειδή οι αναλύσεις έγιναν με την επιλογή της μη γραμμικότητας της γεωμετρίας εδώ η E22 είναι στην πραγματικότητα η λογαριθμική τροπή (ε) η οποία συνδέεται με τη συμβατική τροπή (e) με τη σχέση $\varepsilon = \ln(e + 1)$. Από το διάγραμμα γίνεται φανερό ότι το πρώτο πέρασμα του φορτίου επάνω από τον ημίχωρο προκαλεί πλαστικές παραμορφώσεις, αφού ο πρώτος βρόχος φόρτισης αποφόρτισης έχει μεγάλο εμβαδόν, ιδίως για την περίπτωση της S33. Βαθμιαία καθώς αυξάνει ο αριθμός των περασμάτων το εμβαδόν των βρόχων μειώνεται ώσπου στο τέλος η συμπεριφορά είναι πλήρως ελαστική. Ταυτόχρονα η σχετική μετατόπιση των βρόχων -που υποδηλώνει και την πρόσθετη παραμένουσα τροπή έπειτα από κάθε πέρασμα- μειώνεται καθώς ο αριθμός των περασμάτων αυξάνει ώσπου στο τέλος μηδενίζεται. Έτσι στους τελευταίους κύκλους που πραγματοποιήθηκαν η συμπεριφορά του υλικού είναι ελαστική αφού ούτε πρόσθετη τροπή παρατηρείται ούτε η ανάπτυξη βρόχου απορρόφησης ενέργειας. Τέλος η S33 (πράσινη γραμμή) έχει μία γραμμική συμπεριφορά στη σχέση αρνητικών λογαριθμικών τροπών με τις τάσεις, ενώ η S11 (πορτοκαλί γραμμή) στην περιοχή των αρνητικών τροπών είναι μία ευθεία γραμμή δηλαδή μένει ανεπηρέαστη σε μεγάλο βαθμό από στις αρνητικές τροπές. Στην περιοχή των θετικών τροπών όμως που βρίσκονται οι παραμένουσες τάσεις και οι δύο τάσεις εμφανίζουν υψηλή μεταβλητότητα. Γενικώς η S33 παρ' ότι μικρότερη σε μέγεθος επηρεάζεται περισσότερο από την επιβολή του φορτίου. Η S33 δε λαμβάνεται υπ' όψιν στον τρόπο με τον οποίο υπολογίστηκαν οι συντελεστές λ_{sd} που καθορίζουν το όριο προσαρμογής αφού η S33 αμελείται ως η ενδιάμεση τάση του κριτηρίου Mohr-Coulomb.



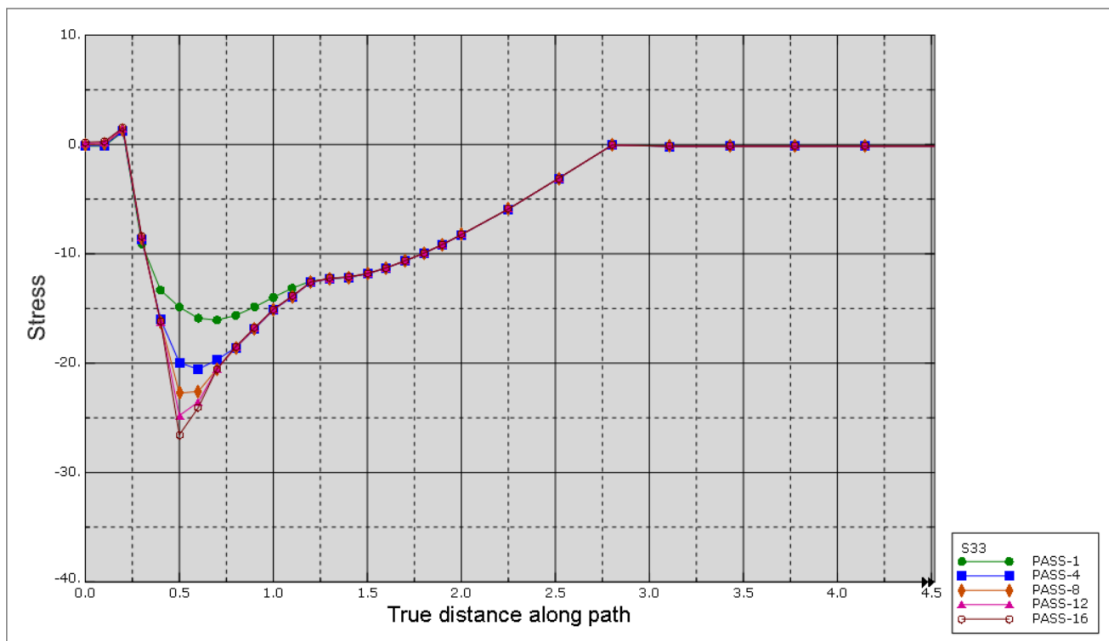
4.14 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa .



4.15 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 380kPa .



4.16 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



4.17 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.

Περίπτωση $\varphi = 30^\circ$, $\psi = 30^\circ$

Εφαρμόζοντας αρχικά το φορτίο των $541kPa$ παρατηρείται η εξής συμπεριφορά του ημίχωρου όπως αυτή εμφανίζεται στα διαγράμματα.

Όπως και στην περίπτωση του ημίχωρου με $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$ η πλαστική διατμητική τροπή PE12 είναι η πρώτη που σταθεροποιείται ενώ η μορφή της δεν αλλάζει σημαντικά από αυτή που αναμένεται ποιοτικά δηλαδή αρνητικές τροπές για βάθη κοντά στην επιφάνεια και θετικές τροπές ροή σε μεγαλύτερα βάθη. Το σημείο με τη μέγιστη πλαστική διατμητική τροπή βρίσκεται σε βάθος $0.4m$ από την επιφάνεια ανέβηκε προς τα πάνω σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αύξηση σε μέγεθος και των πλαστικών διατμητικών τροπών σε μεγαλύτερο βάθος οι οποίες πλέον δε σταθεροποιούνται τόσο γρήγορα όπως στις προηγούμενες περιπτώσεις.

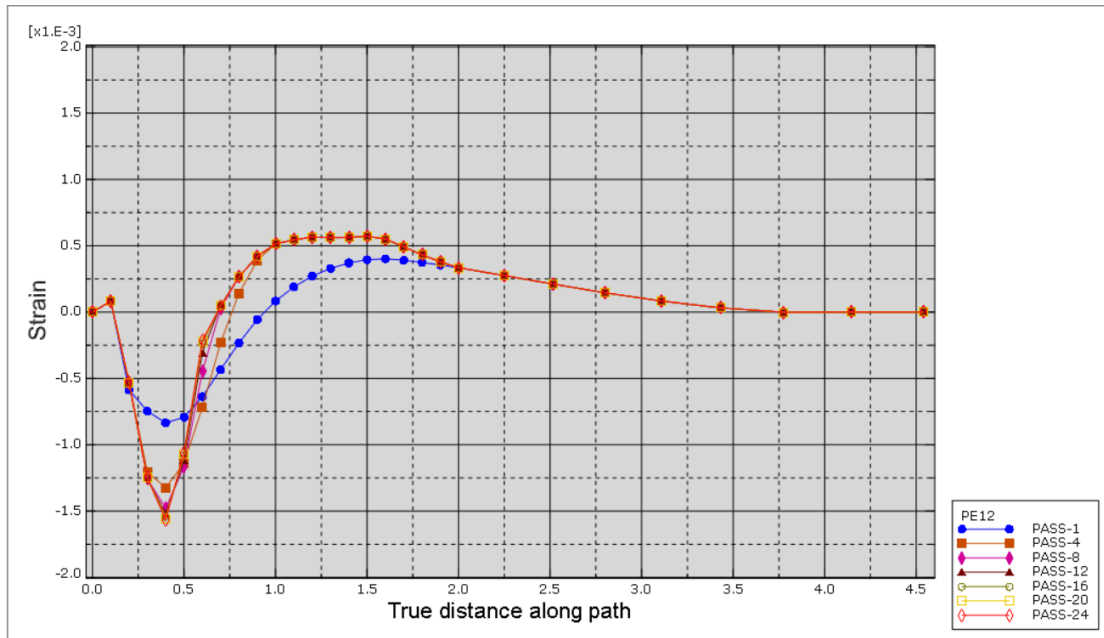
Και σε αυτόν τον ημίχωρο η πλαστική ορθή τροπή PE22 είναι αυτή που επηρεάζει κατά κύριο λόγο τη συμπεριφορά του. Εδώ εξ' αρχής παρατηρείται ότι οι πλαστικές ορθές τροπές ξεκινούν να είναι θετικές και συνεχίζουν έτσι και στα επόμενα περάσματα. Σαφώς το βάθος στο οποίο επεκτείνεται η πλαστική παραμόρφωση είναι μεγαλύτερο. Επιπλέον παρατηρείται ότι ενώ στην αρχή ο ρυθμός αύξησης του μεγέθους της πλαστικής τροπής στην κρίσιμη περιοχή -σε βάθος $0.4m$ - μειώνεται, σε επόμενα περάσματα σταθεροποιείται επομένως ο ημίχωρος θα αστοχήσει τελικώς από υπερβολική παραμόρφωση φαινόμενο "ratcheting".

Η συνεχιζόμενη αύξηση των πλαστικών ορθών τροπών επηρεάζει και τη συμπεριφορά των παραμενουσών τάσεων οι οποίες αυξάνουν και αυτές σε μέγεθος. Περισσότερο ευαίσθητη από τις δύο -S11,S33- κρίνεται η παραμένουσα τάση S33 που αντιστοιχεί στην άπειρη διάσταση του ημίχωρου. Η αδυναμία του θεωρητικού μοντέλου να δώσει το ίδιο όριο προσαρμογής με το προσομοίωμα οφείλεται στο γεγονός ότι στις παραδοχές της θεωρητικής προσέγγισης είναι η S33 παίζει το ρόλο της ενδιάμεσης τάσης και επομένως κατά την εφαρμογή του κριτηρίου Mohr-Coulomb αυτή αμελείται.

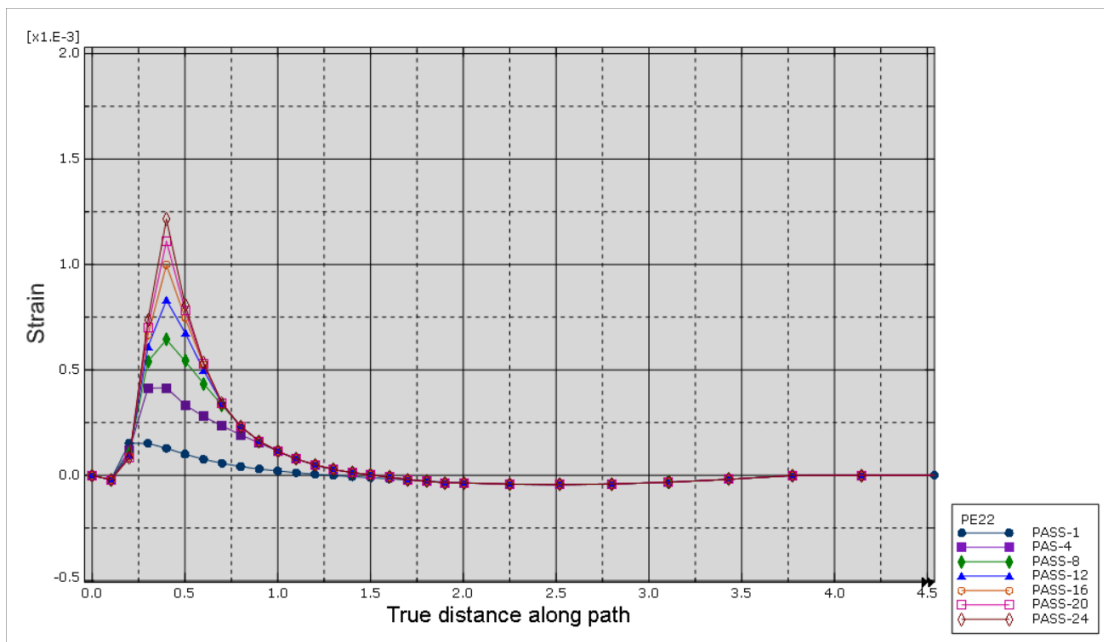
Η εφαρμογή του φορτίου των $570kPa$ δείχνει να εμφανίζει ως επιπλέον στα προηγούμενα τη συνεχόμενη αύξηση και των πλαστικών διατμητικών τροπών όταν το φορτίο γίνει αρκετά μεγαλύτερο από το φορτίο του ορίου προσαρμογής. Πλέον όλα τα μεγέθη εμφανίζουν αύξηση στο μέγεθός τους με τα επιπλέον περάσματα και μάλιστα η αύξηση της PE22 μεγαλώνει καθώς ο αριθμός των περασμάτων αυξάνει.

Βάση των παραπάνω στοιχείων επιβάλλεται στον ημίχωρο και μία κατανομή φορτίου με μέγιστη τιμή $530kPa$ με σκοπό να προσεγγιστεί το όριο του shakedown για τον ημίχωρο. Μετά από εικοσιοκτώ περάσματα του φορτίου πάνω από τον ημίχωρο φαίνεται η τάση μείωσης του ρυθμού αύξησης των παραμενουσών τάσεων και πλαστικών τροπών και η επακόλουθη σταθεροποίηση τους. Παρατηρείται επίσης μία συνεχής αύξηση των τάσεων πολύ κοντά στην επιφάνεια. Αυτό συμβαίνει επειδή υπάρχει το αριθμητικό σφάλμα του ABAQUS λόγω της χρήσης του γραμμικά ελαστικού μοντέλου υλικού με τη μη γραμμική ανάλυση αφενώς αλλά και γιατί το φορτίο δεν έχει επιβληθεί αρκετά πυκνά επάνω στον ημίχωρο αντί λοιπόν το φορτίο να επιβάλλεται ανά $0.05m$ θα έπρεπε να επιβάλλεται πιο πυκνά, π.χ. ανά $0.01m$. Επιπλέον των προηγούμενων διαγραμμάτων που παρουσιάζουν τη

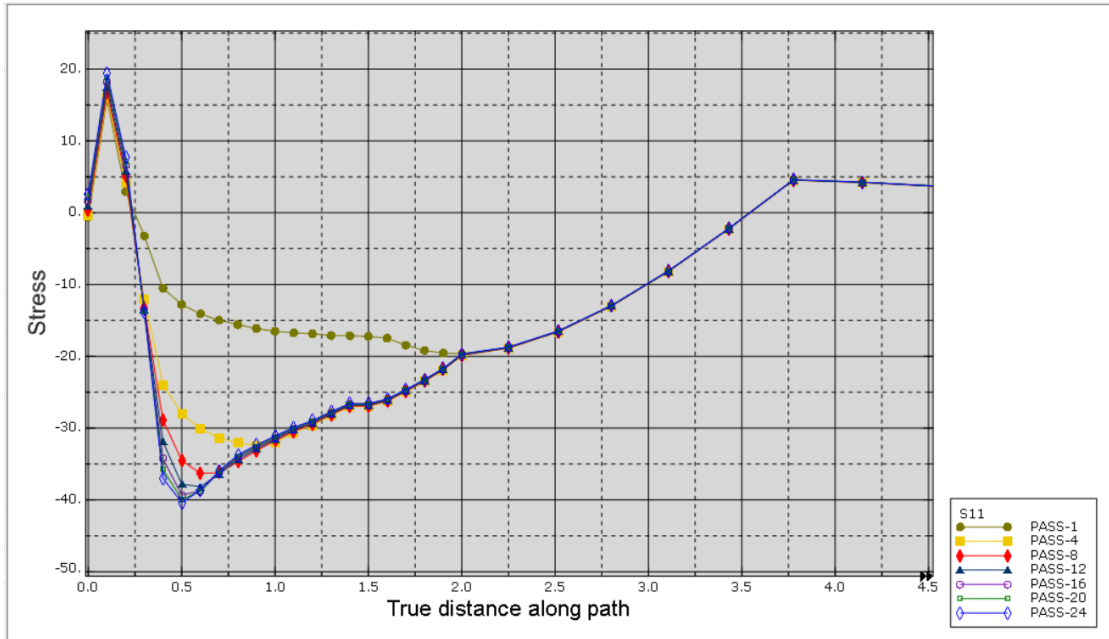
μεταβολή των τάσεων και τροπών σε βάθος μετά από κάθε πέρασμα, παρουσιάζονται και τα διαγράμματα εξέλιξης των μετακινήσεων σε βάθος $0.4m$ μετά από κάθε πέρασμα καθώς και τα διαγράμματα λογαριθμικής τροπής και παραμενουσων τάσεων τα οποία σχολιάζονται παρακάτω.



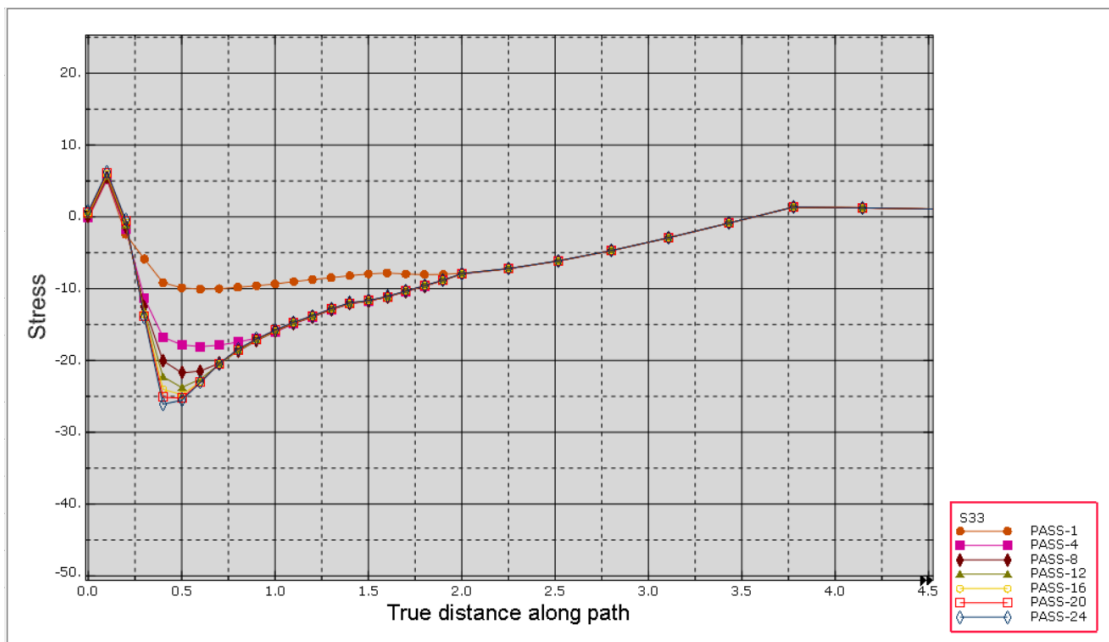
4.18 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $541kPa$.



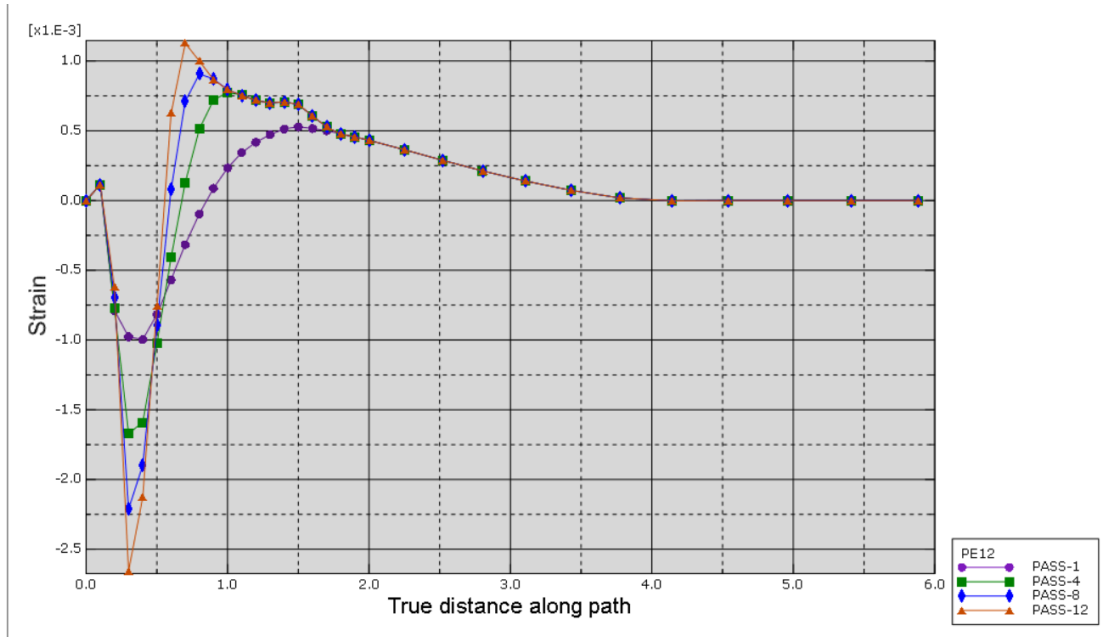
4.19 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $541kPa$.



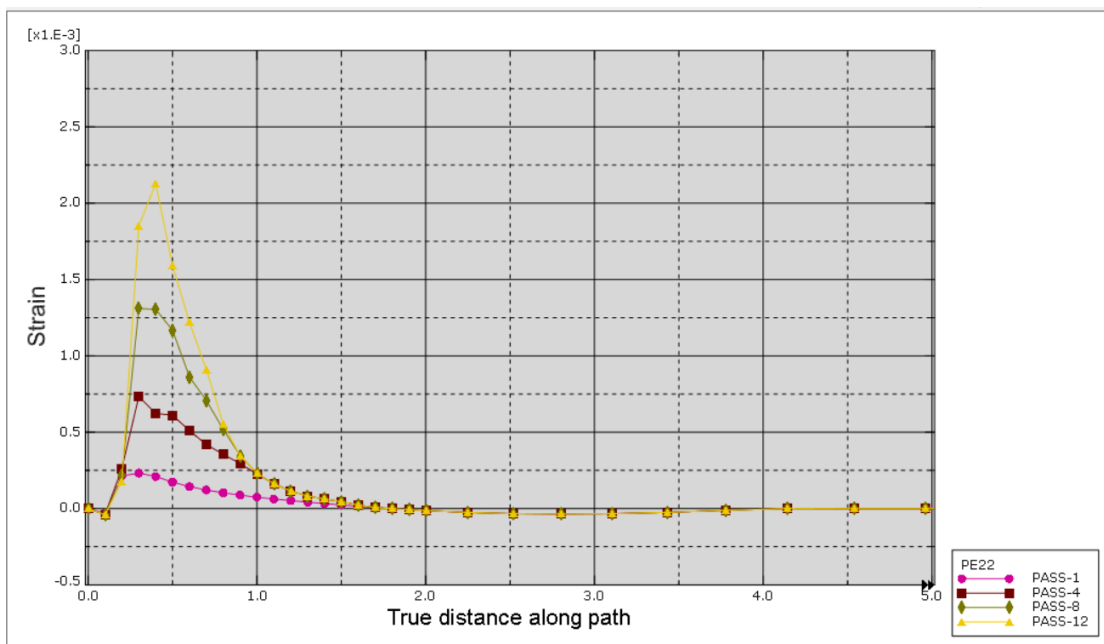
4.20 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa .



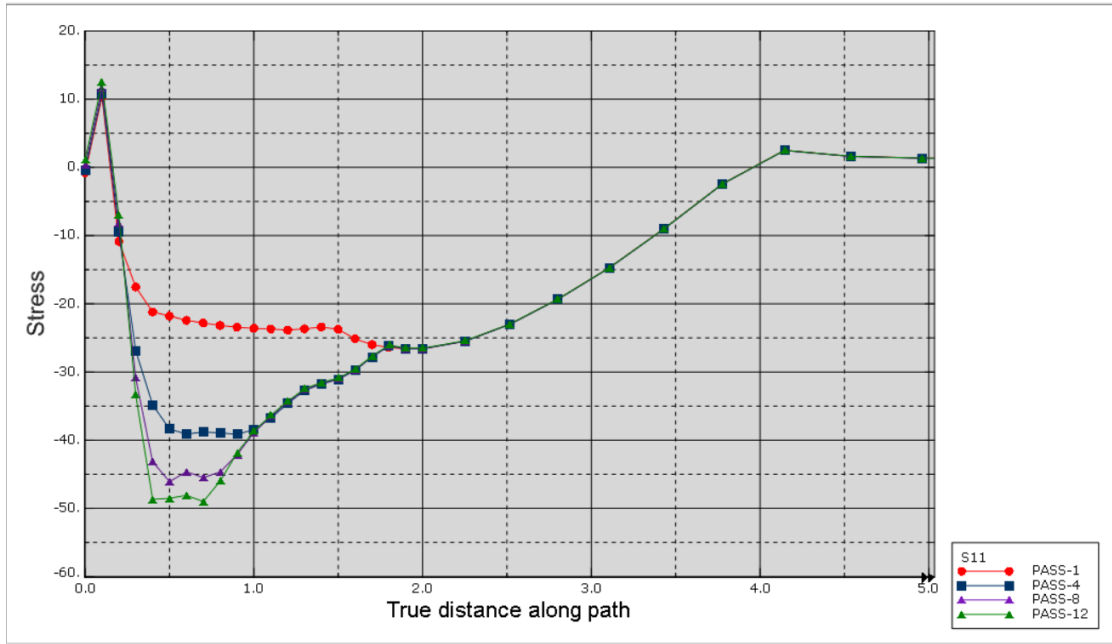
4.21 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου 541kPa .



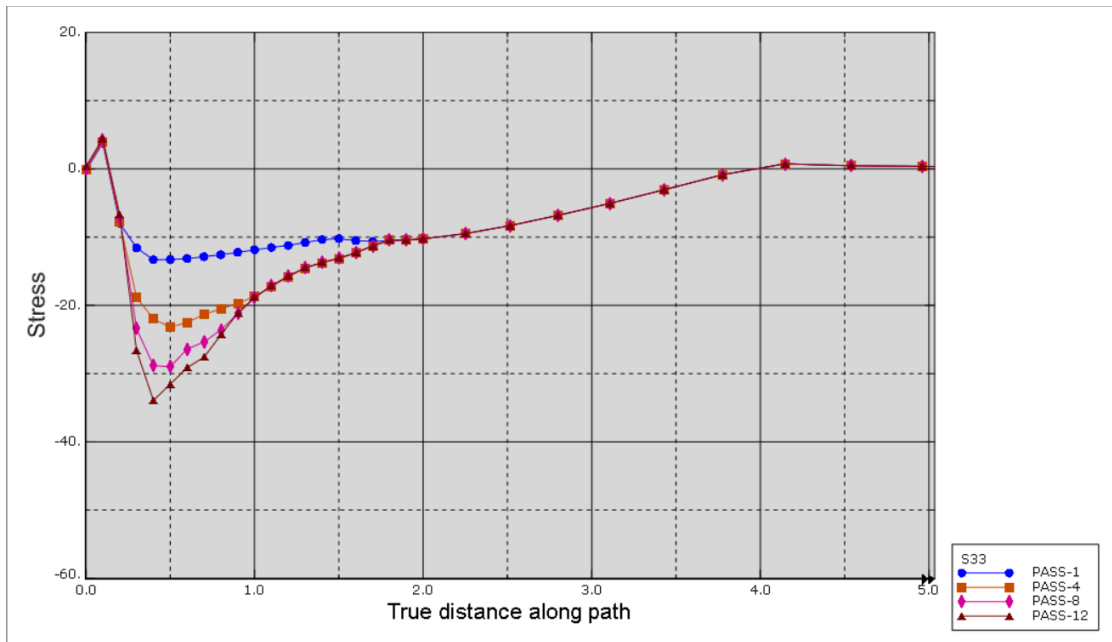
4.22 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $570kPa$.



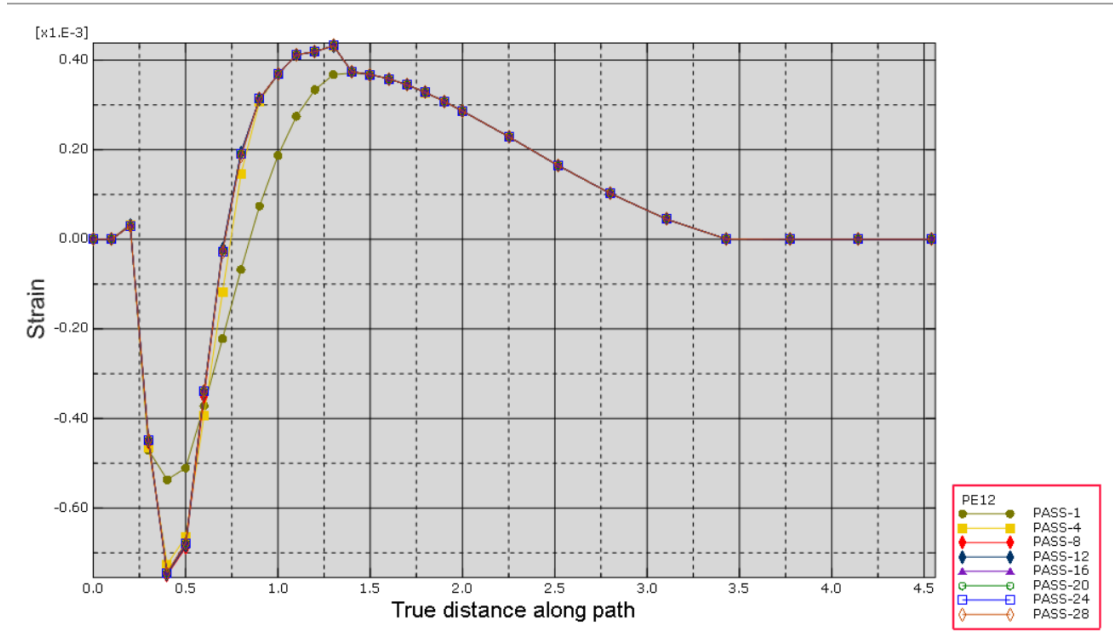
4.23 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $570kPa$.



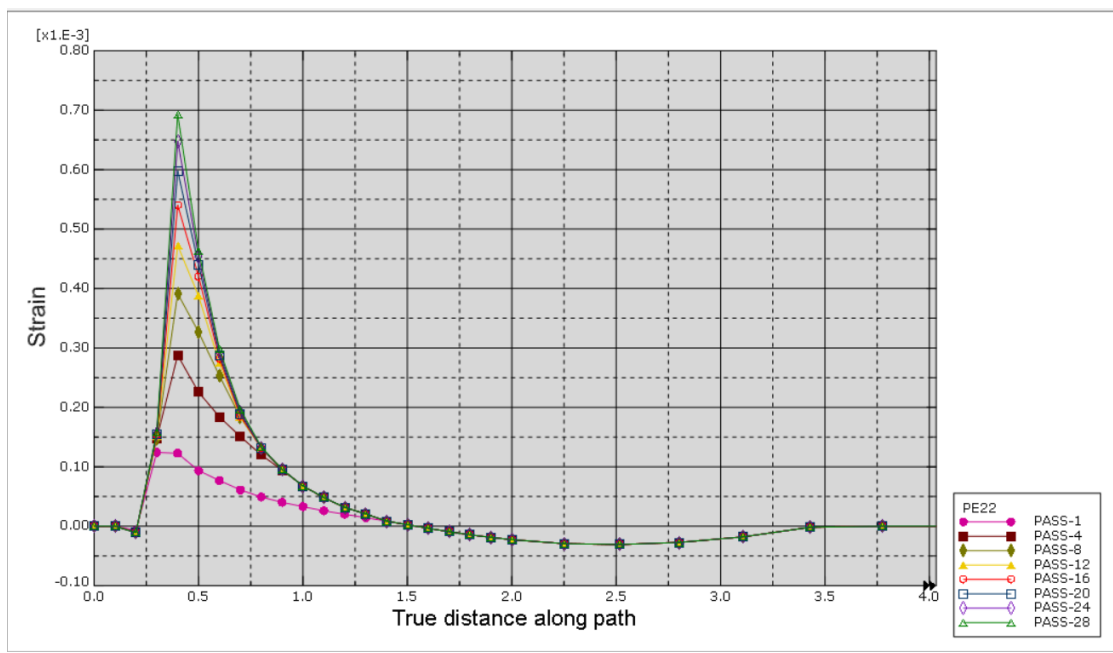
4.24 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $570kPa$.



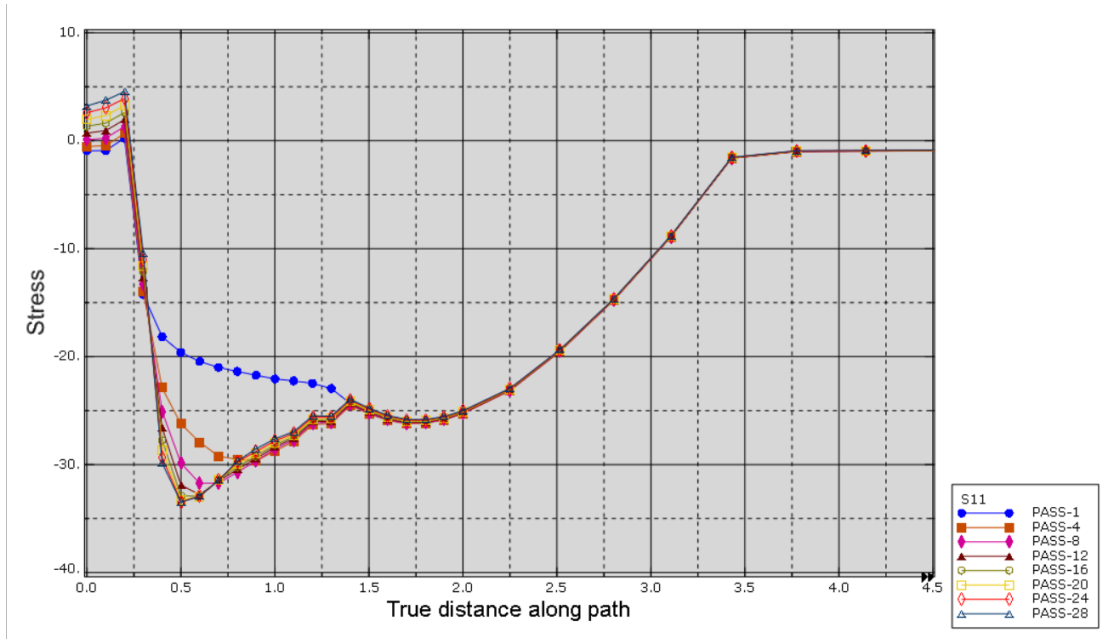
4.25 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $570kPa$.



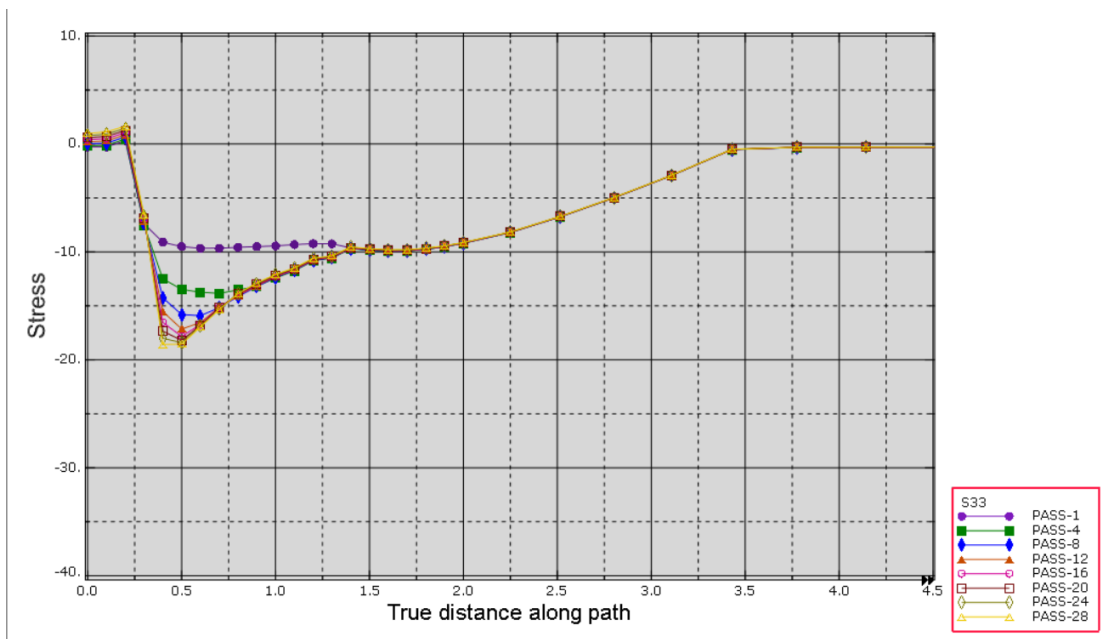
4.26 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.



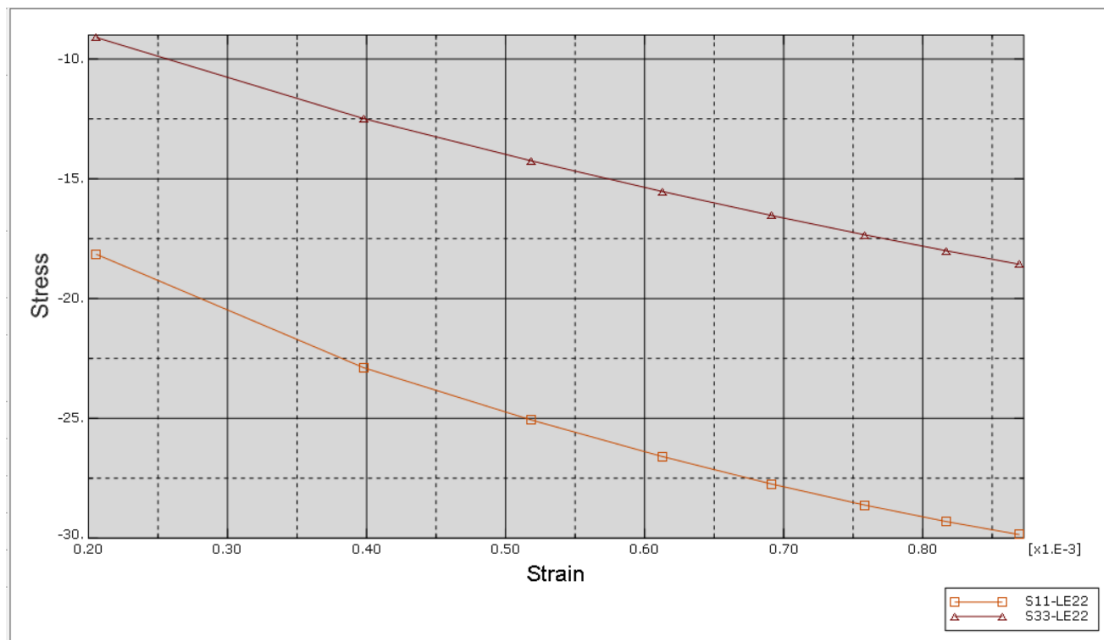
4.27 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.



4.28 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.



4.29 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.

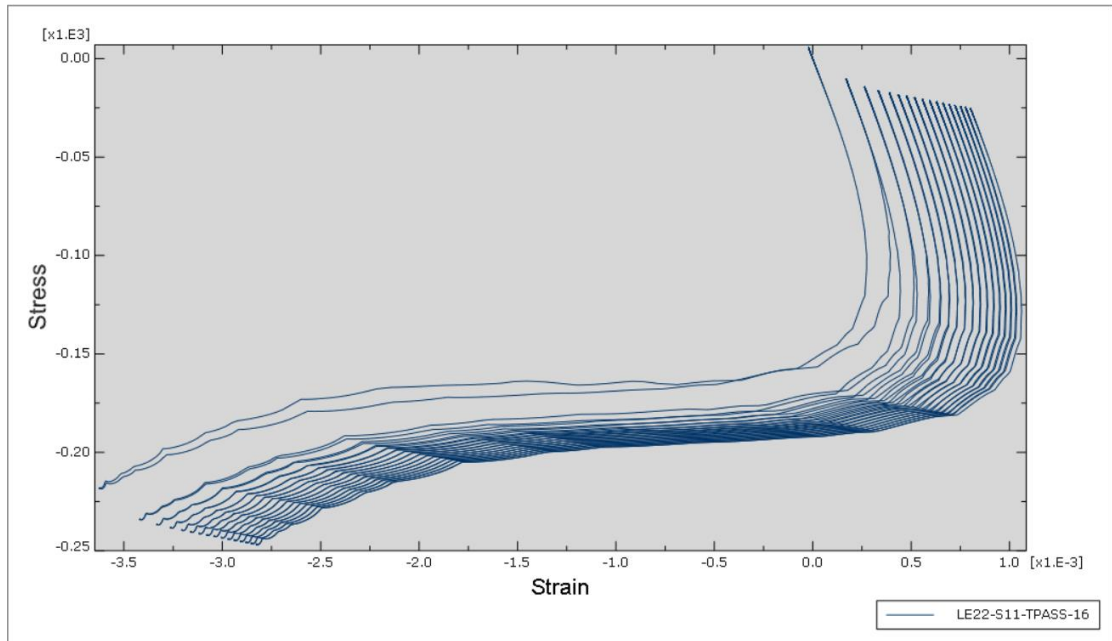


4.30 Διάγραμμα παραμενουσών τάσεων-λογαριθμικών τροπών στις χρονικές στιγμές αφαίρεσης του φορτίου πριν την επανάληψη της φόρτισης.

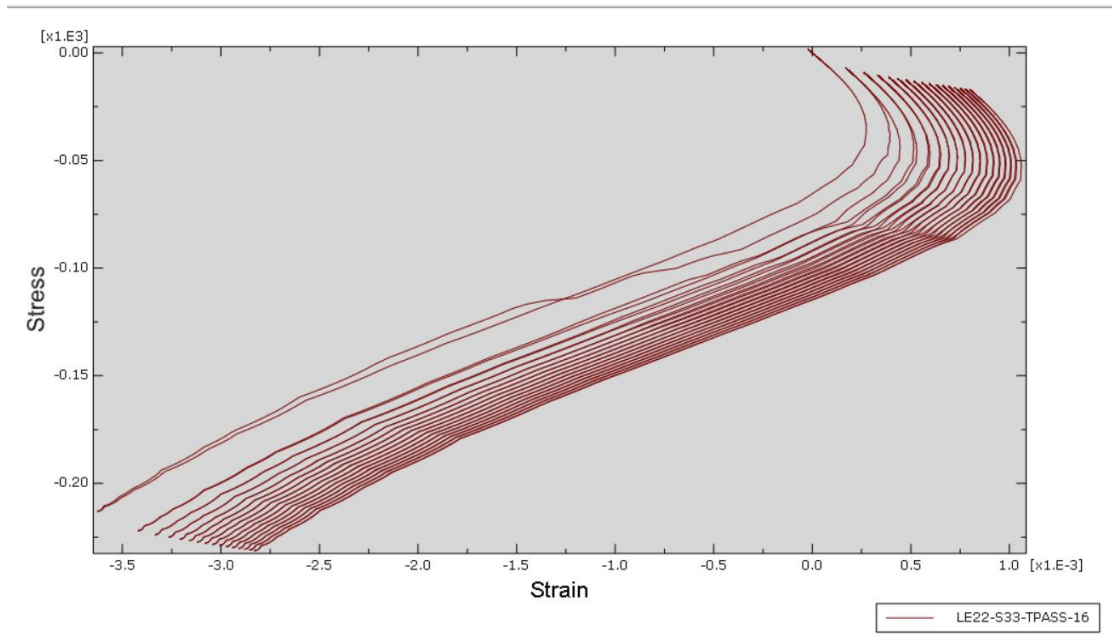
Στο παραπάνω διάγραμμα 4.30 φαίνεται η εξέλιξη των παραμενουσών τάσεων S11 και S33 αφού αφαιρεθεί πλήρως το φορτίο του ημίχωρου, συναρτήσει των λογαριθμικών τροπών εκείνες τη χρονικές στιγμές. Αυτό που παρατηρείται είναι η αύξηση των παραμενουσών τάσεων μετά από κάθε πέρασμα -το οποίο ήδη παρουσιάστηκε από την καταγραφή των τάσεων με το βάθος μετά από κάθε πέρασμα- αλλά συνάμα γίνεται πρόδηλη και η μείωση του ρυθμού αύξησης των πλαστικών τροπών μετά από κάθε πέρασμα. Είναι φανερό η τάση μείωσης επομένως είναι λογικό ότι μετά από επιπλέον περάσματα η αύξηση σε μέγεθος αυτών των τάσεων και τροπών θα πάψει να υφίσταται.

Στις εικόνες 4.31 και 4.32 φαίνονται τα διαγράμματα ορθών τάσεων και ορθής τροπής για τη φόρτιση για 16 περάσματα του φορτίου πάνω από τον ημίχωρο. Και πάλι η σ_{xx} είναι ανεξάρτητη για ένα μεγάλο εύρος αρνητικών τροπών ενώ η σ_{yy} μεταβάλλεται γραμμικά. Είναι φανερό ότι στους τελευταίους κύκλους φόρτισης η απόκριση γίνεται ελαστική δηλαδή ο ημίχωρος βρίσκεται σε καθεστώς προσαρμογής.

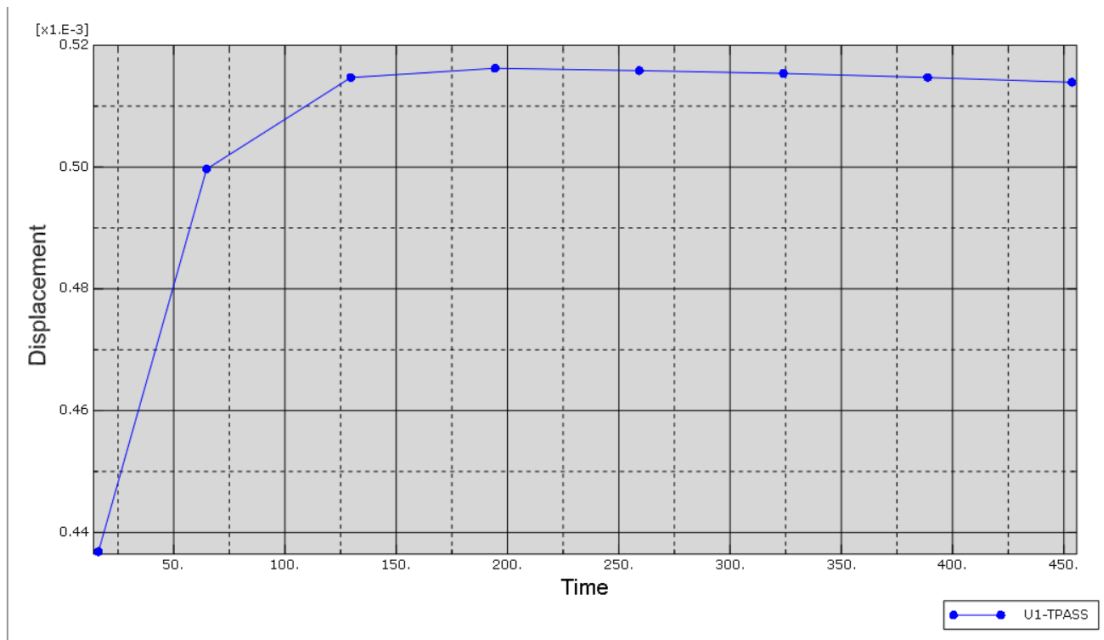
Από τα διαγράμματα στις εικόνες 4.33 και 4.34 των μετακινήσεων του σημείου σε βάθος 0,4m στο μέσο του προσομοιώματος φαίνεται ότι η οριζόντια μετατόπιση σταθεροποιείται γρήγορα ενώ παρουσιάζεται και φθίνοντας κλάδος μετά από ένα αριθμό περασμάτων το οποίο μάλλον έχει να κάνει με την αραιή επιβολή του φορτίου στον ημίχωρο και την επιρροή της μη γραμμικής γεωμετρίας. Ο ρυθμός αύξησης της κατακόρυφης μετατόπισης δείχνει να μειώνεται με το χρόνο αλλά δε σταθεροποιείται. Ενδεχομένως σε περισσότερες επαναλήψεις αυτό να συμβαίνει.



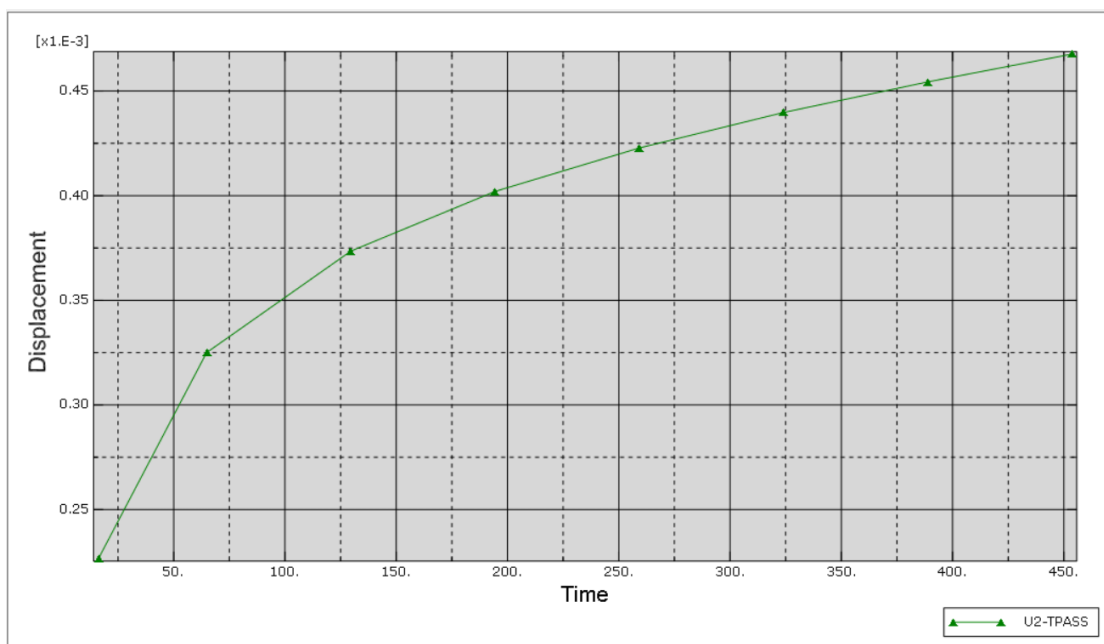
4.31 Διάγραμμα ολικής τάσης σ_{xx} - ορθής παραμόρφωσης ε_{zz} για φορτίο $530kPa$ και υλικό $\phi = 30^\circ, \psi = 30^\circ$.



4.32 Διάγραμμα ολικής τάσης σ_{yy} - ορθής παραμόρφωσης ε_{zz} για φορτίο $530kPa$ και υλικό $\phi = 30^\circ, \psi = 30^\circ$.



4.33 Εισαγωγή της οριζόντιας μετατόπισης $U1$ με τον αριθμό των περασμάτων υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.



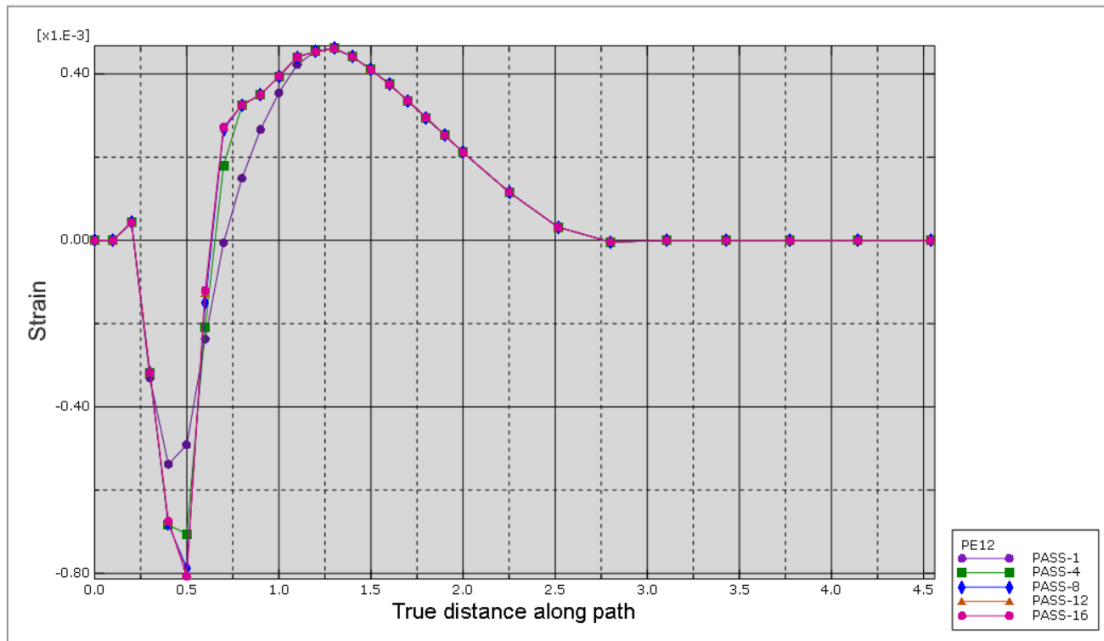
4.34 Εξέλιξη της κατακόρυφης μετατόπισης $U2$ με τον αριθμό των περασμάτων υπό μέγιστη τιμή φορτίου $530kPa$.

Περίπτωση $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 12^\circ$

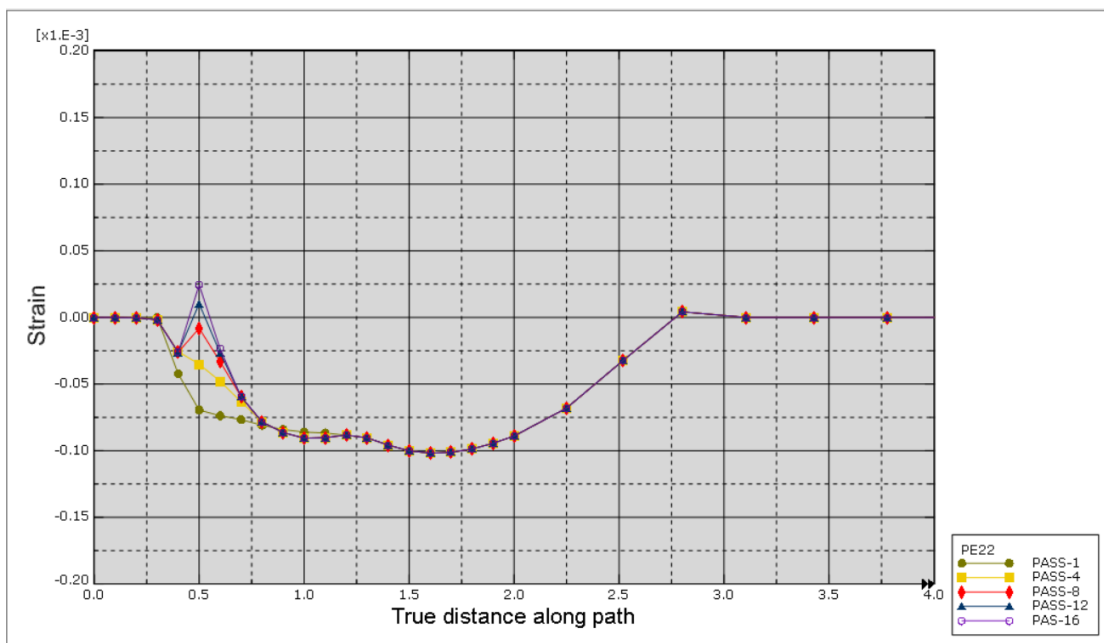
Στην περίπτωση του ημίχωρου με γωνία τριβής $\varphi = 20^\circ$ και γωνία διαστολής $\psi = 12^\circ$ το φορτίο για το οποίο εμφανίζεται το φαινόμενο της προσαρμογής δεν μπορεί να προσδιοριστεί από το θεωρητικό μοντέλο της Wang λόγω του ότι τα θεωρήματα του άνω και κάτω ορίου για την προσαρμογή προϋποθέτουν την ύπαρξη ενός κανόνα πλαστικής ροής ίδιου με τον κανόνα του κριτηρίου διαρροής " associated flow rule". Προκειμένου να γίνει η σύγκριση με τον ημίχωρο $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$ επιβλήθηκαν και σε αυτόν τα ίδια φορτία $375kPa$ και $380kPa$.

Παρατηρείται ότι λόγω της μικρότερης γωνίας διαστολής οι ορθές πλαστικές τροπές έχουν μικρότερο μέγεθος σε αυτή την περίπτωση απ' ότι προηγουμένως. Οι διατμητικές πλαστικές τροπές είναι ωστόσο αρκετά μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες του ημίχωρου με $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$. Ακόμη οι παραμένουσες τάσεις είναι μειωμένες. Ο ημίχωρος για τον αριθμό των περασμάτων που έγιναν δεν εμφανίζει φαινόμενο σπρροσαρμογής, ωστόσο περισσότερα περάσματα πρέπει να επαναληφθούν για την περίπτωση του φορτίου με μέγιστη τιμή $375kPa$ καθώς όπως φαίνεται και στα διαγράμματα ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνονται τα μεγέθη των πλαστικών τροπών και παραμενουσών τάσεων μειώνεται όσο ο αριθμός των περασμάτων αυξάνει.

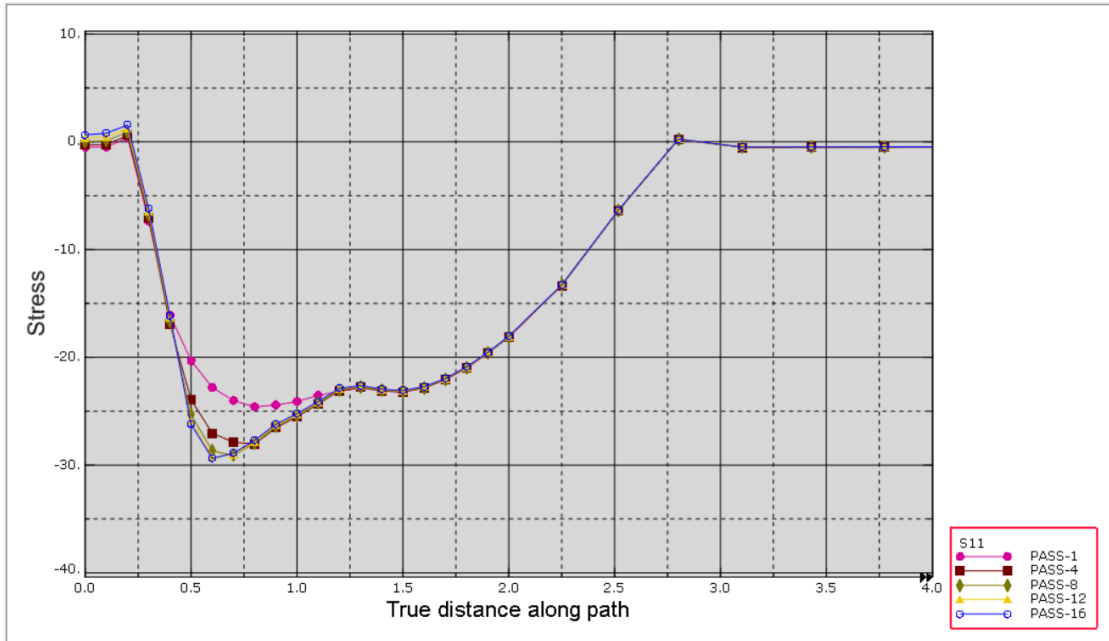
Η εξέλιξη των μετακινήσεων για το κρίσιμότερο σημείο του ημίχωρου σε βάθος $0.5m$ παρουσιάζεται παρακάτω και συγκρίνεται με τα αντίστοιχα διαγράμματα που προκύπτουν για τον ημίχωρο με $\varphi = 20^\circ$, $\psi = 20^\circ$. Είναι φανερό ότι οι οριζόντιες μετακινήσεις είναι μεγαλύτερες στην περίπτωση του ημίχωρου με γωνία διαστολής $\psi = 12^\circ$. Ενώ οι κατακόρυφες μετακινήσεις είναι μεγαλύτερες στην περίπτωση του ημίχωρου με $\psi = 20^\circ$.



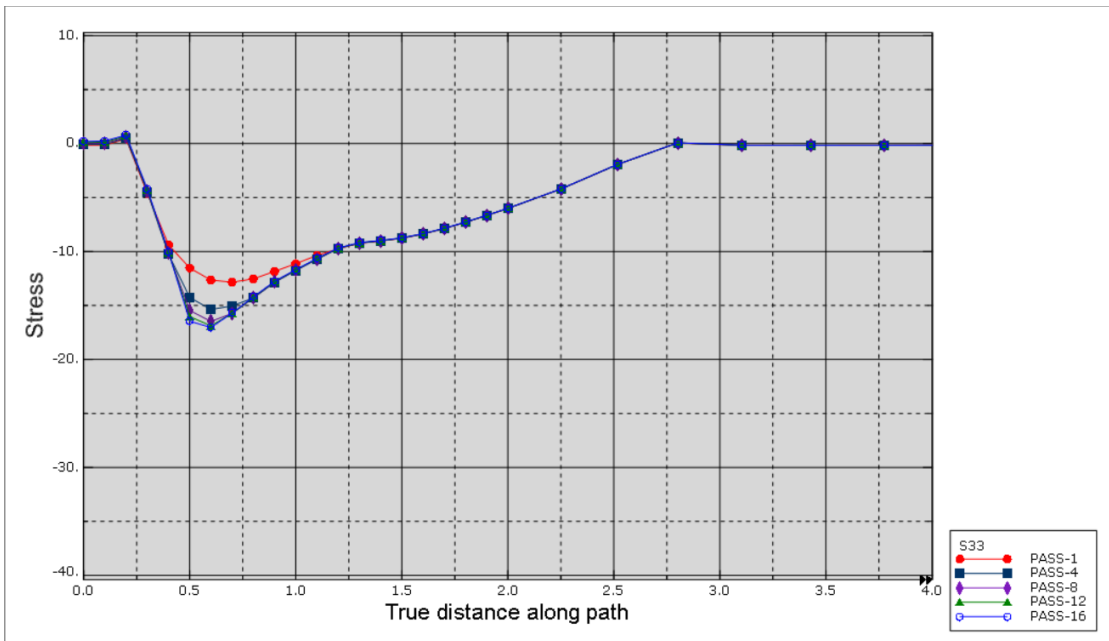
4.35 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ϵ_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



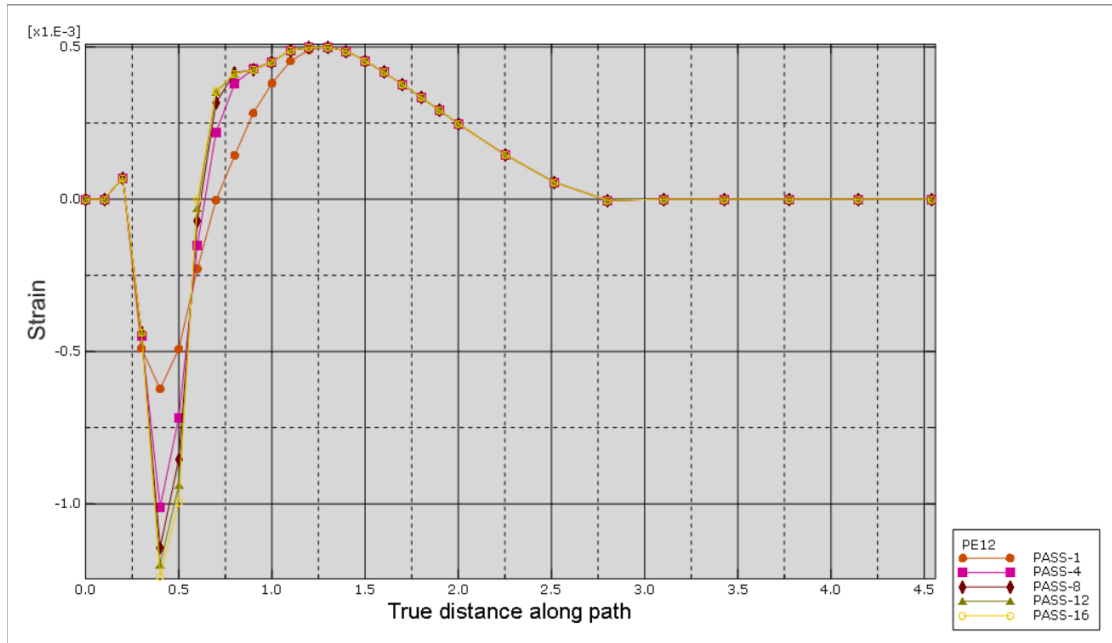
4.36 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ϵ_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



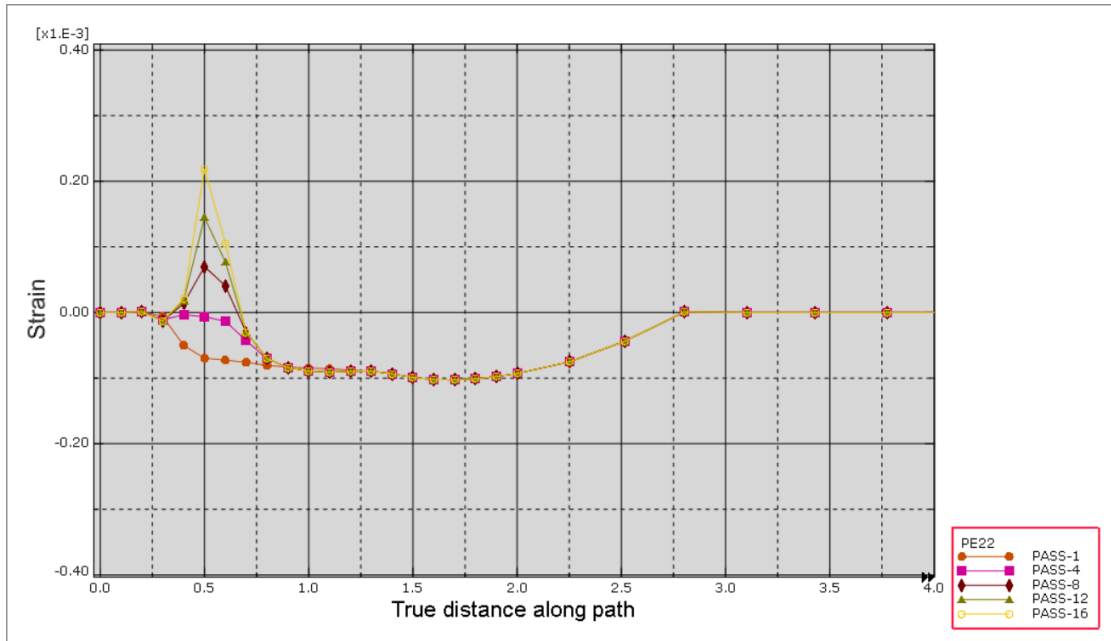
4.37 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



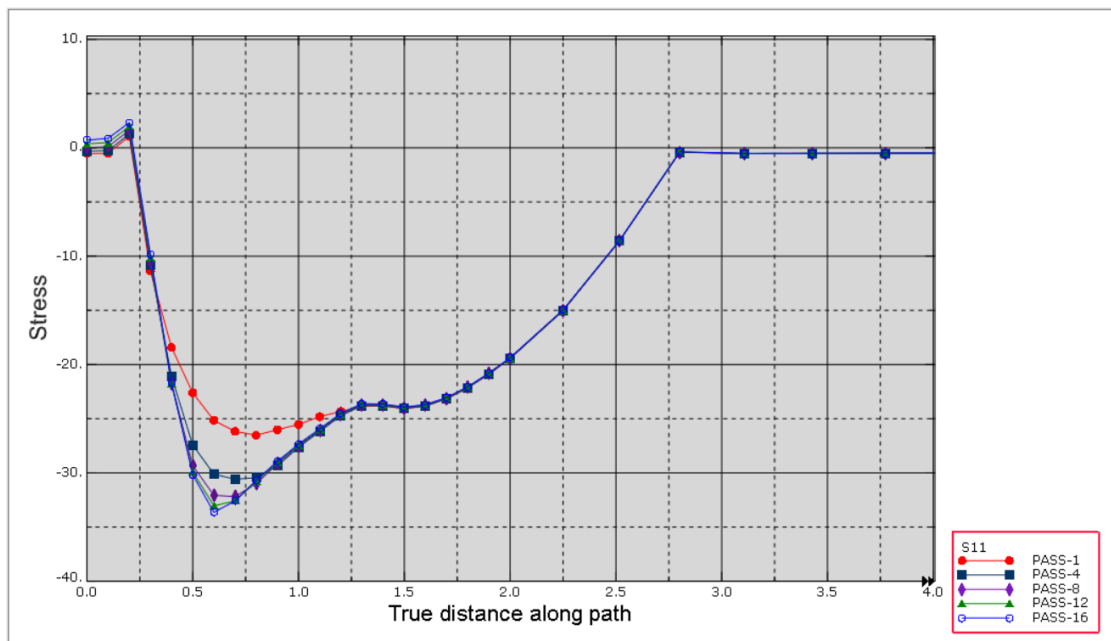
4.38 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



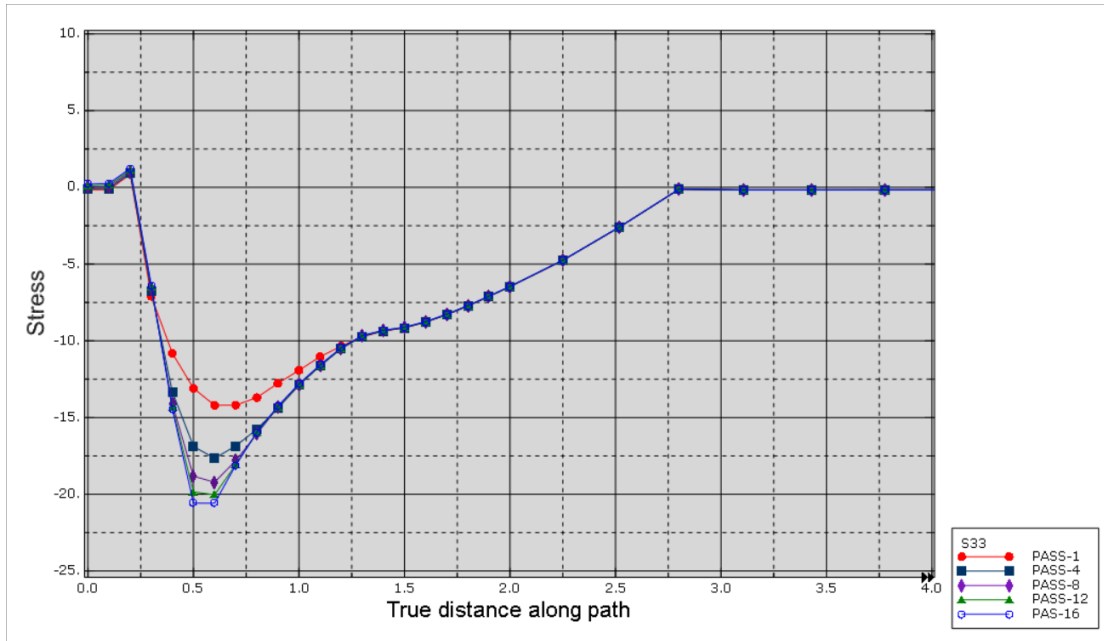
4.39 Πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz}^p (PE12) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



4.40 Πλαστικές ορθές παραμορφώσεις ε_{zz}^p (PE22) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



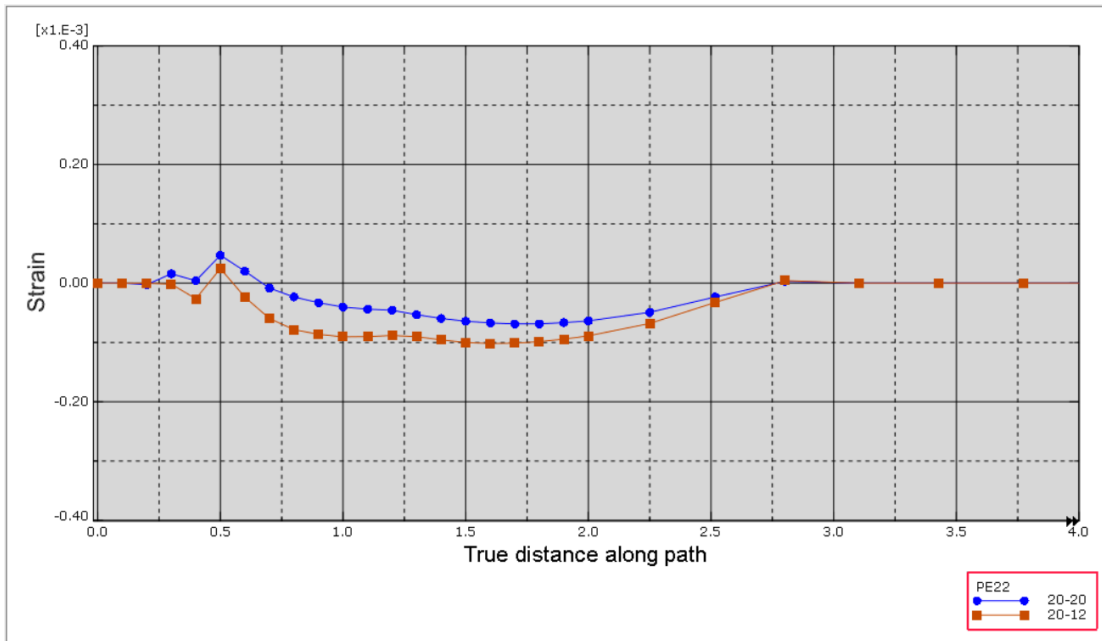
4.41 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{xx}^r (S11) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



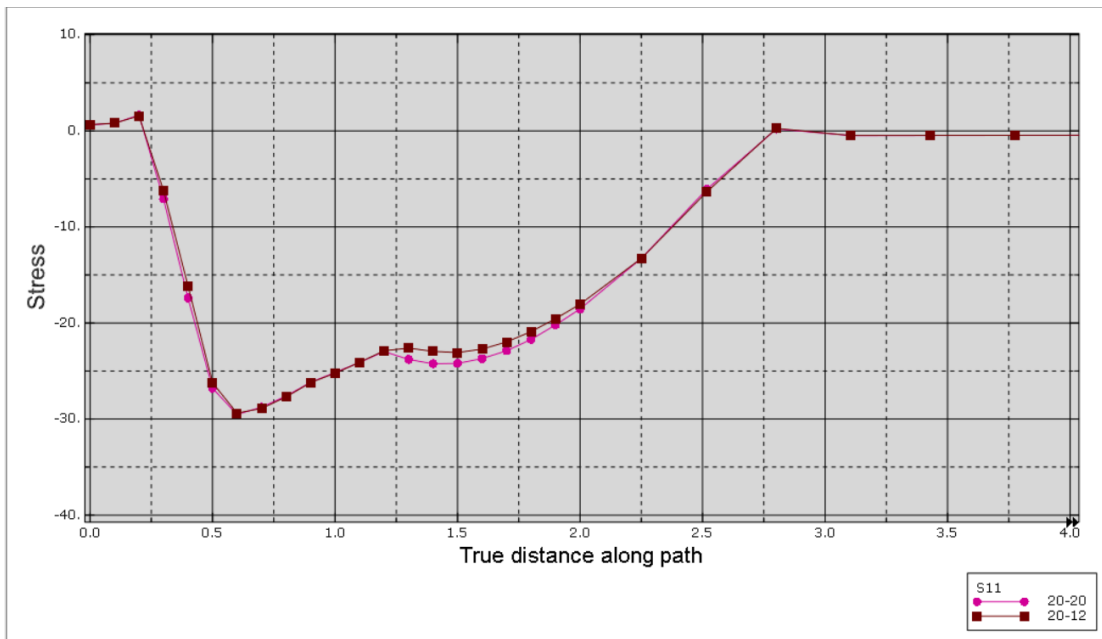
4.42 Παραμένουσες ορθές τάσεις σ_{yy}^r (S33) υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



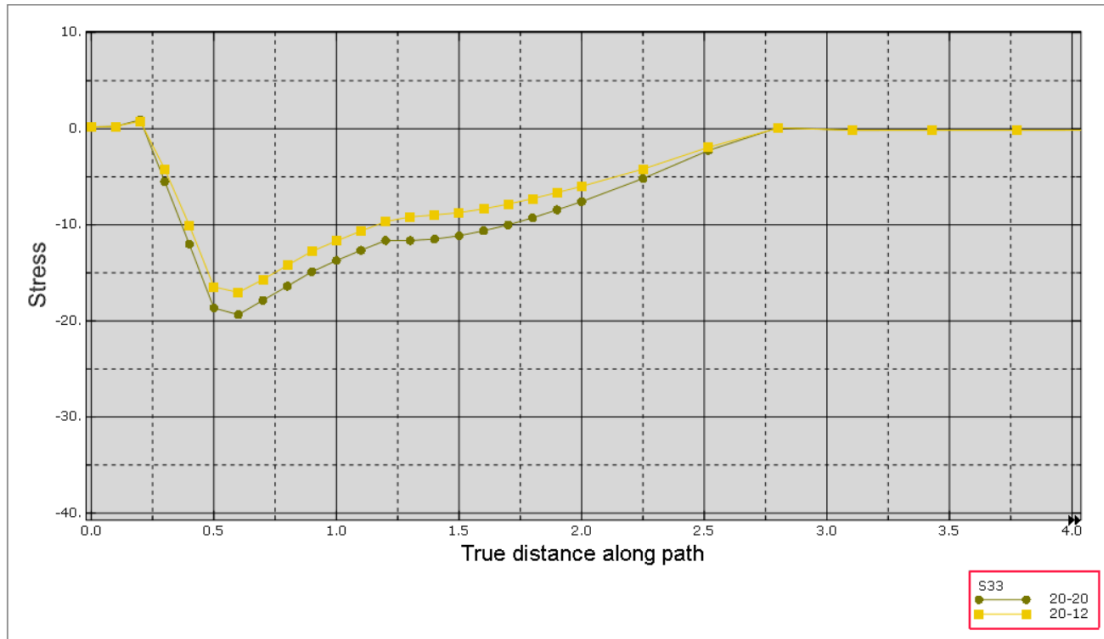
4.43 Σύγκριση των πλαστικών διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



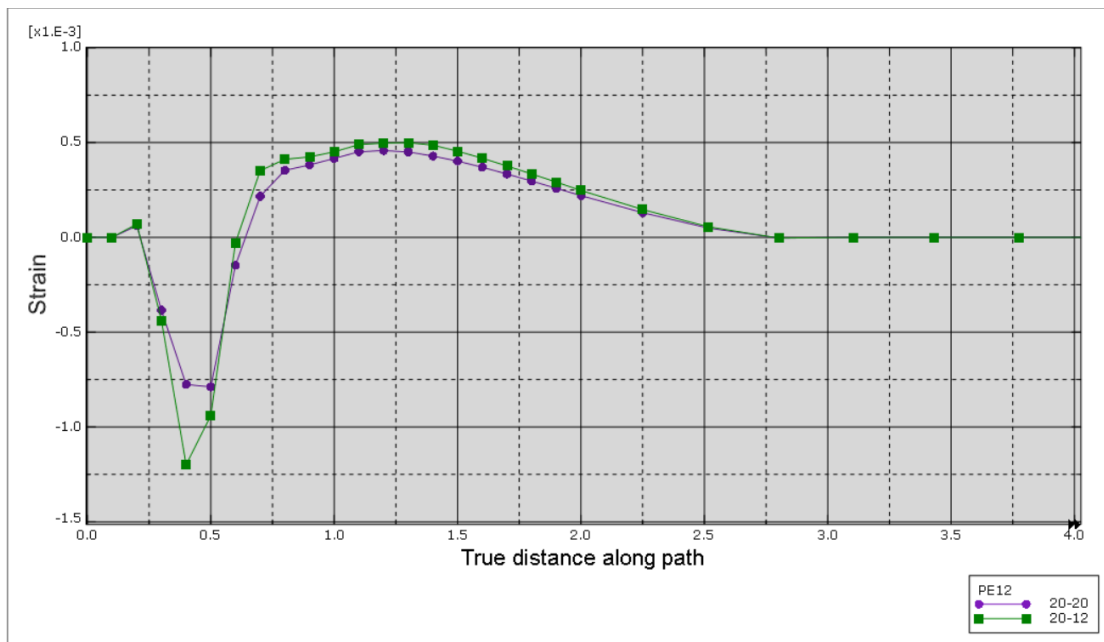
4.44 Σύγκριση των πλαστικών ορθών παραμορφώσεων ε_{zz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



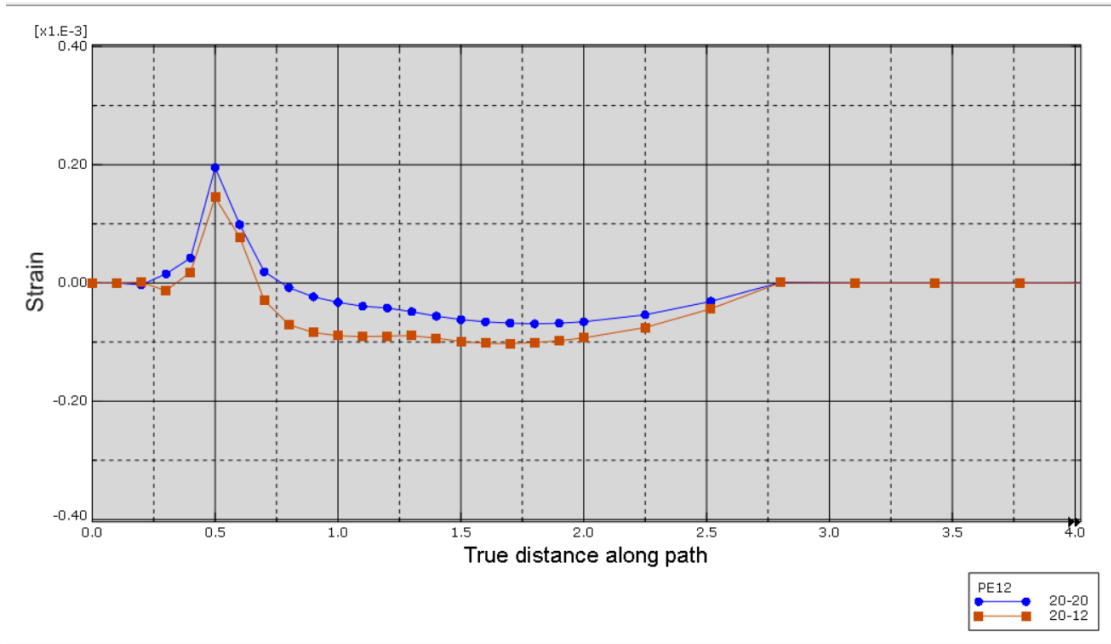
4.45 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



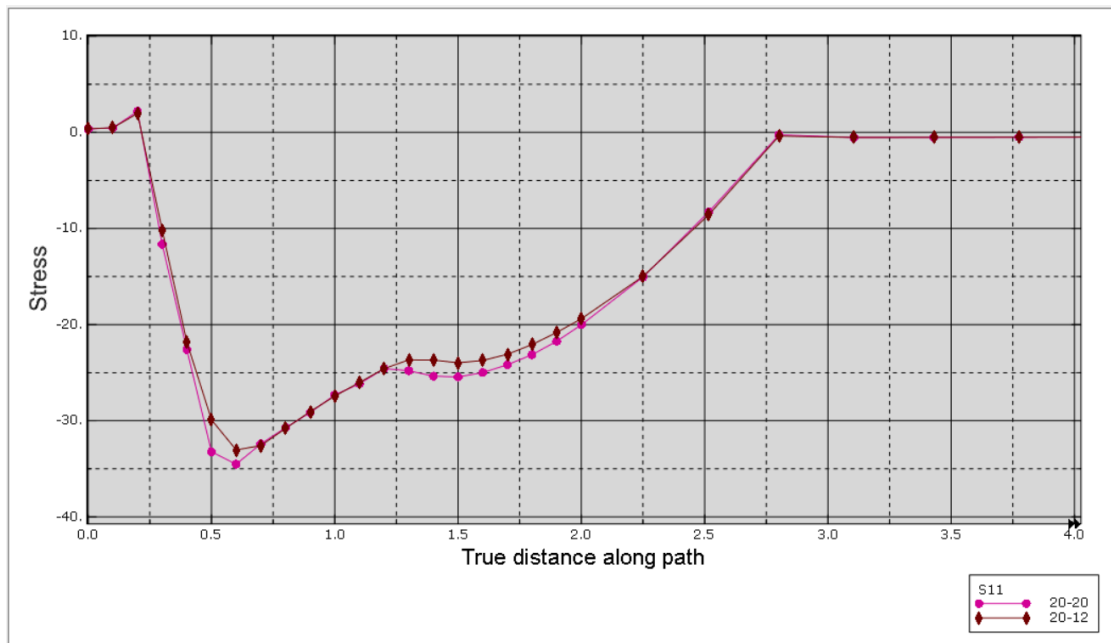
4.46 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{yy}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



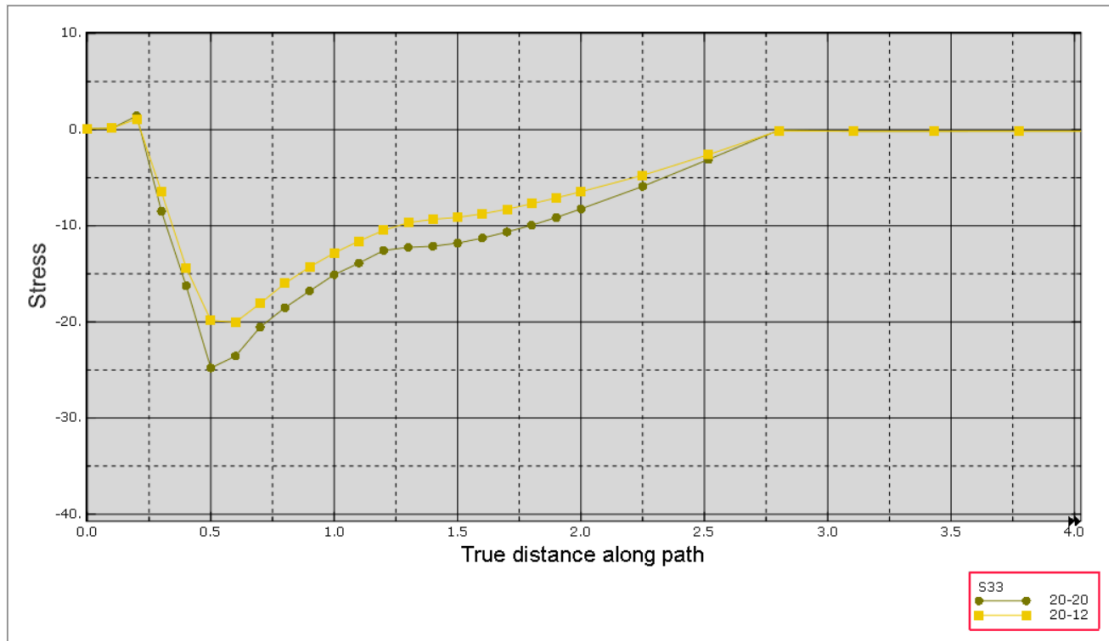
4.47 Σύγκριση των πλαστικών διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



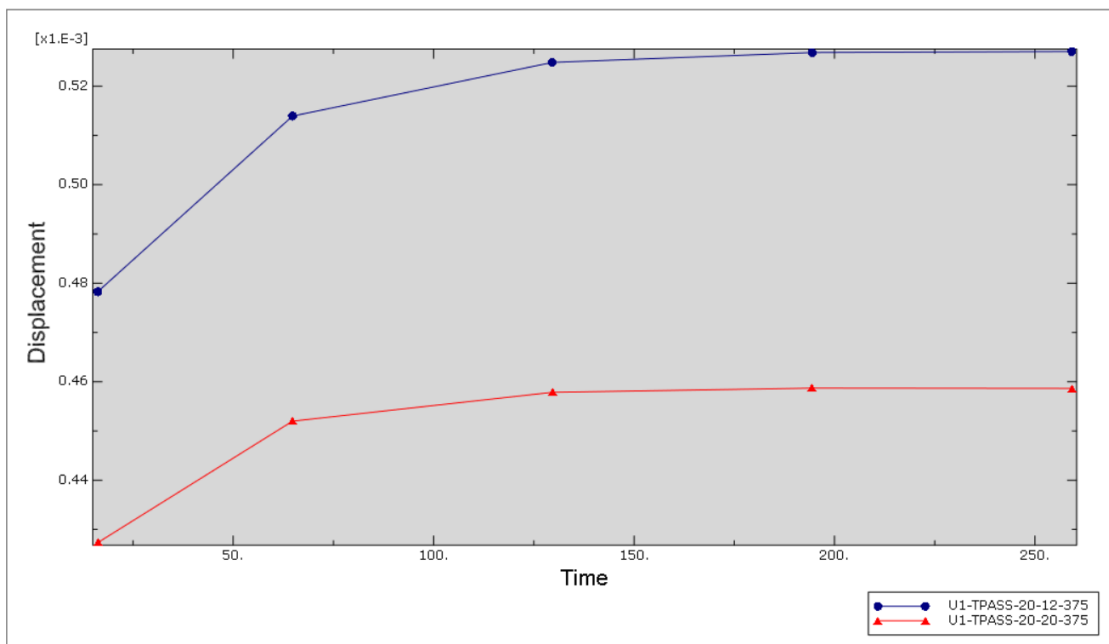
4.48 Σύγκριση των πλαστικών ορθών παραμορφώσεων ε_{zz}^p για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



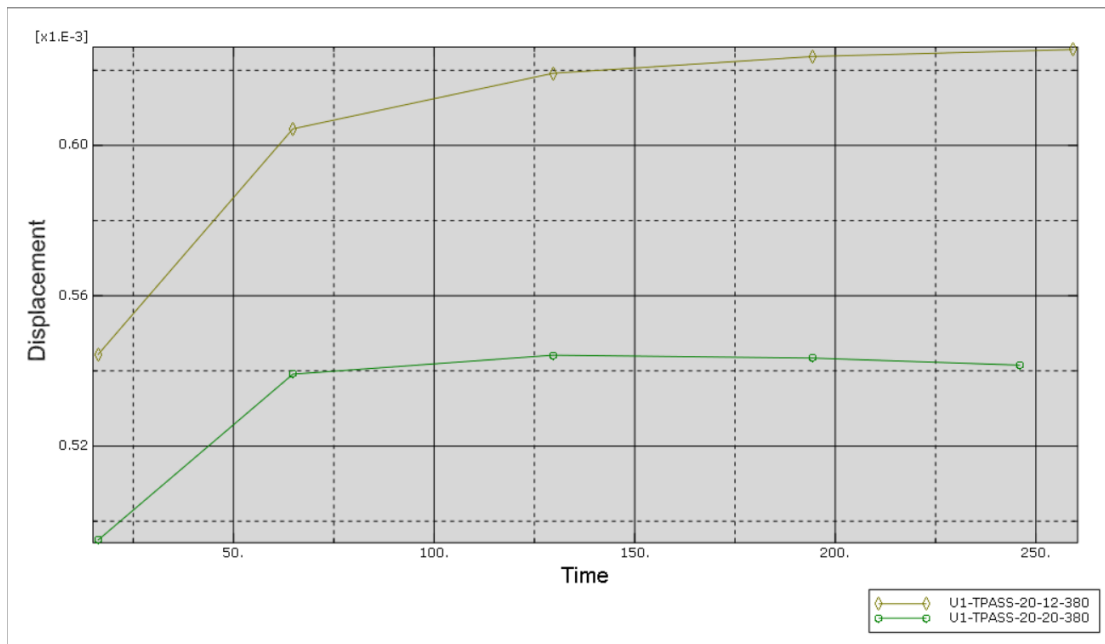
4.49 Σύγκριση των παραμενουσών τάσεων σ_{xx}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



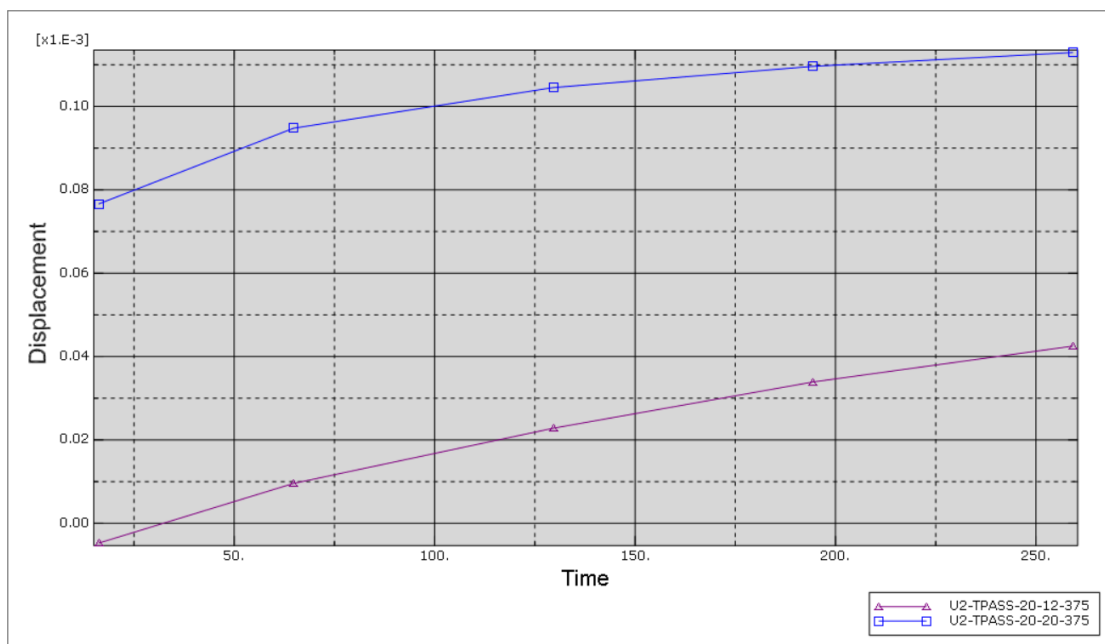
4.50 Σύγκριση παραμενουσών τάσεων σ_{yy}^r για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



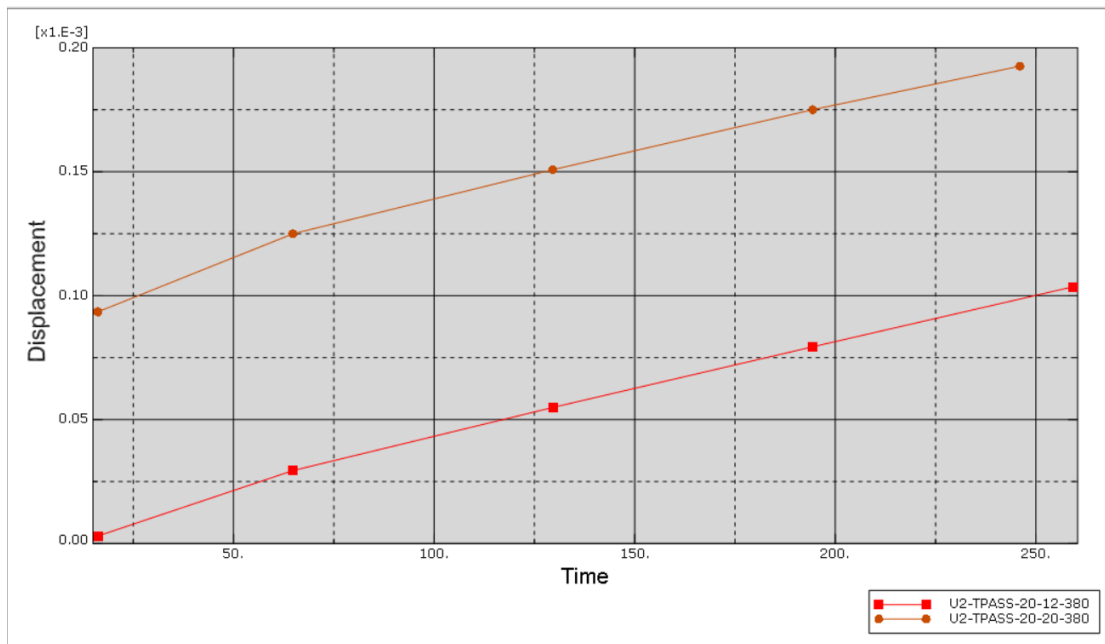
4.51 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_x για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



4.52 Σύγκριση οριζόντιων μετακινήσεων u_x για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.



4.53 Σύγκριση κατακόρυφων μετακινήσεων u_z για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $375kPa$.



4.54 Σύγκριση κατακόρυφων μετακινήσεων u_z για associated και non-associated κανόνα πλαστικής ροής υπό μέγιστη τιμή φορτίου $380kPa$.

5 Κεφάλαιο

5.1 Συμπεράσματα

Η ανάλυση της στατικής απόκρισης του εδαφικού ημίχωρου κάτω από κινούμενα επιφανειακά φορτία με τη βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων έδειξαν την ύπαρξη του φαινομένου της προσαρμογής, αλλά και της απεριόριστης πλαστικής παραμόρφωσης, φαινόμενα τα οποία οφείλονται σε διαφορετικά επίπεδα φόρτισης.

Η θεωρία του JOHNSON για την ανάπτυξη των παραμενουσών τάσεων απαιτεί μεγάλο μήκος ταξιδιού του φορτίου ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση των εξωτερικών συνόρων στην πλαστικοποίηση του υλικού και να υπάρξει έτσι μία περιοχή ομοιόμορφων τάσεων και παραμορφώσεων που θα ικανοποιεί τις υποθέσεις της θεωρίας. Η ομοιομορφία του πεδίου σε όλο το μήκος της περιοχής ενδιαφέροντος του προσομοιώματος των Π.Σ. από την απόσταση μετακίνησης του φορτίου πάνω στον ημίχωρο, αλλά και από την απόσταση της φόρτισης από τα πλευρικά σύνορα.

Η επιλογή μη γραμμικής γεωμετρίας κατά την ανάλυση αυξάνει σημαντικά τις προβλεπόμενες παραμορφώσεις

Οι παράμετροι του υλικού που σχετίζονται με την πλαστική διαρροή και την παραμόρφωση δηλαδή η γωνία τριβής ϕ , η γωνία διαστολής ψ και η συνοχή c παίζουν σπουδαίο ρόλο στο επίπεδο φόρτισης για το οποίο προκαλείται η προσαρμογή. Όσο μεγαλώνει η γωνία τριβής το όριο προσαρμογής αυξάνεται. Το όριο προσαρμογής για κανόνα πλαστικής ροής ίδιο με το κριτήριο διαρροής ($\phi = \psi$) είναι μεγαλύτερο από την περίπτωση που διαφέρουν ($\phi \neq \psi$). Γενικώς υπάρχει καλή σύγκριση πεπερασμένων στοιχείων και θεωρίας, όσο όμως η γωνία τριβής αυξάνει, το όριο προσαρμογής των πεπερασμένων στοιχείων μειώνεται ελαφρώς -βλέπε περίπτωση ($\phi = \psi = 30^\circ$).

Σε όλες τις περιπτώσεις η οριζόντια μετατόπιση σταθεροποιείται γρήγορα ενώ η κατακόρυφη μετατόπιση θέλει αρκετά περάσματα για να σταθεροποιηθεί όταν η στάθμη του φορτίου επιτρέπει την εμφάνιση της προσαρμογής. Το κρίσιμο σημείο με την αύξηση της γωνίας τριβής μετακινείται προς την επιφάνεια. Οι πλαστικές διατμητικές τροπές σταθεροποιούνται γρηγορότερα απ' ό,τι οι ορθές πλαστικές τροπές. Επιπλέον οι πλαστικές διατμητικές τροπές είναι μεγαλύτερες σε μέγεθος στην περίπτωση του non-associated κανόνα πλαστικής ροής ενώ το ανάποδο συμβαίνει με τις ορθές πλαστικές παραμορφώσεις. Παρατηρείται επίσης ότι η ορθή οριζόντια παραμένουσα τάση σ_{xx}^r σταθεροποιείται και σε περιπτώσεις που το επίπεδο της φόρτισης έχει υπερβεί το όριο προσαρμογής.

Βιβλιογραφία

Ξένη βιβλιογραφία

ABAQUS Analysis User's Manual, (2012). *Dassault Systems*.

ARNOLD, G. K., DAWSON, A. R., HUGHES, D. A. B. and ROBINSON, D. (2003). The application of shakedown approach to granular pavement layers. *Journal of Transportation Research Board*, 1819(2), 194-200.

BHAGRAVA, V., HAHN, G. T. and RUBIN, C. A. (1985a). An elastic-plastic finite element model of rolling contact, part 1: analysis of single contacts. *Journal of Applied Mechanics*, 52, 67-74.

BHAGRAVA, V., HAHN, G. T. and RUBIN, C. A. (1985b). An elastic-plastic finite element model of rolling contact, part 1: analysis of repeated contacts. *Journal of Applied Mechanics*, 52, 75-82.

BUSHELL J.M., PRINJA N. (2008). Prediction of residual stresses in bridge roller bearings using Abaqus. *Abaqus Users' Conference*.

COLLINS, I. F. and BOULBIBANE, M. (2000). Geomechanical Analysis of Unbound Pavements Based on Shakedown Theory. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126, 50-59.

JOHNSON, K. L. (1985). *Contact mechanics*, Cambridge University Press.

LIU S., WANG J., YU H.S., WANATOWSKI D. (2016). Shakedown solutions for pavements with materials following associated and non-associated plastic flow rules.

WANG, J. (2011). Shakedown Analysis and Design of Flexible Road Pavements under Moving Surface Loads. *Doctoral Thesis, University of Nottingham*.

WANG, J., YU and H.S. (2013) Shakedown analysis for design of flexible pavements under moving loads, *Road Materials and Pavement Design*, 14:3, 703-722, DOI: 10.1080/14680629.2013.814318

YU, H.S. (2005). Three-dimensional analytical solutions for shakedown of cohesive-frictional materials under moving surface loads. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 461, 1951-1964.

YU, H.S. (2006). *Plasticity and geotechnics*, Springer.

Ελληνική βιβλιογραφία

ΓΕΩΡΓΙΑΔΗΣ Κ., ΓΕΩΡΓΙΑΔΗΣ Μ., (2013) Στοιχεία Εδαφομηχανικής, *Εκδόσεις Ζήτη*, 2η ανατύπωση.

