



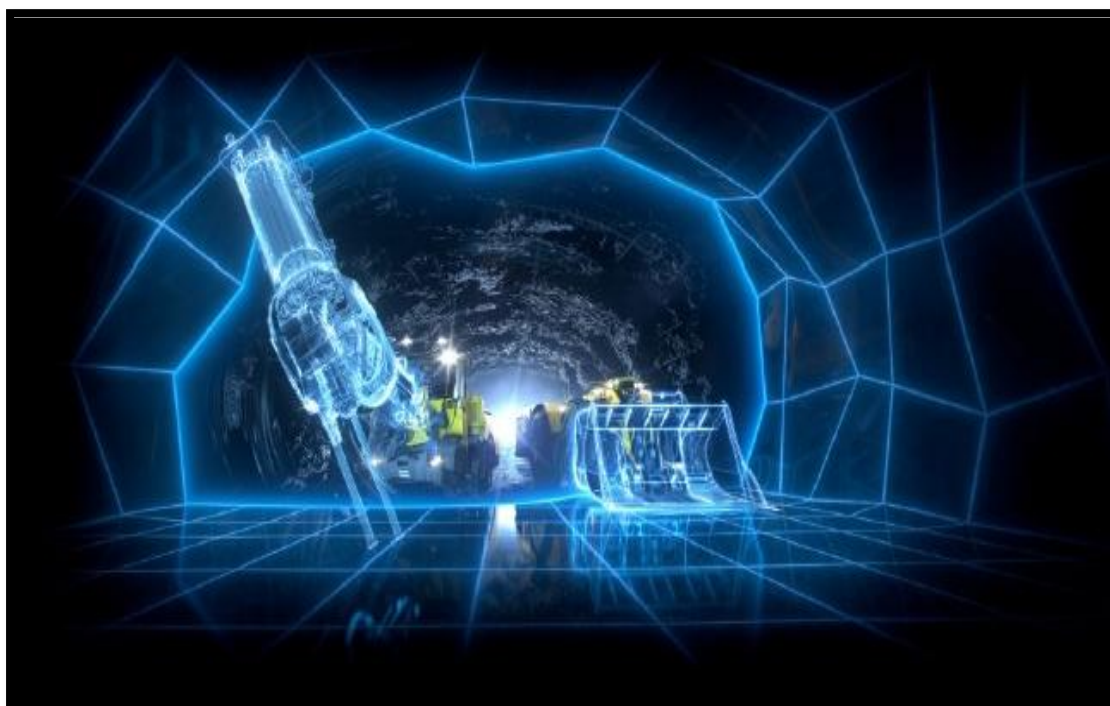
**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**Δ.Π.Μ.Σ. «ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ»**

Συμμετέχουσες Σχολές: Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων-Μεταλλουργών  
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**“Ανάλυση Εργαστηριακών Καταγραφών Δύναμης Κοπής  
Πετρωμάτων με Χρήση Μορφοκλασμάτων”**



**ΜΠΙΩΤΑΚΗ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ**

**Επιβλέπων Καθηγητής:**  
**ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΜΙΧΑΛΑΚΟΠΟΥΛΟΣ**  
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

**ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2016**



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**Δ.Π.Μ.Σ. «ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΕΡΓΩΝ»**

**Συμμετέχουσες Σχολές: Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών  
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**“Ανάλυση Εργαστηριακών Καταγραφών Δύναμης Κοπής  
Πετρωμάτων με Χρήση Μορφοκλασμάτων”**

**ΜΠΙΩΤΑΚΗ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ**

**Επιβλέπων Καθηγητής: ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΜΙΧΑΛΑΚΟΠΟΥΛΟΣ, Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.**

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις.....

Μιχαλακόπουλος Θεόδωρος, Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.....

Παναγιώτου Γεώργιος, Καθηγητής ΕΜΠ.....

Νομικός Παύλος, Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ.....

**ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2016**

Copyright © Μπιωτάκη Αικατερίνη, 2016  
Με επιφύλαξη κάθε δικαιώματος. All rights reserved.

## Πρόλογος

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο του Διατμηματικού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων» του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περιλαμβάνει την ανάλυση με μορφοκλάσματα μιας σειράς εργαστηριακών μετρήσεων δύναμης κοπής πετρωμάτων, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο προγενέστερων εργασιών στο Εργαστήριο Εξόρυξης Πετρωμάτων της Σχολής Μηχανικών Μεταλλείων - Μεταλλουργών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Σκοπός της, ήταν η διερεύνηση ύπαρξης συσχέτισης μεταξύ αφενός της μορφοκλασματικής διάστασης των καταγραφών της δύναμης κοπής και αφετέρου των μηχανικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων, όπως επίσης και των χαρακτηριστικών της κοπής τους.

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου Θεόδωρο Μιχαλακόπουλο, Επίκουρο Καθηγητή της Σχολής Μηχανικών Μεταλλείων – Μεταλλουργών του Ε.Μ.Π., τόσο για την δυνατότητα που μου έδωσε να εργαστώ πάνω στο εξαιρετικά ενδιαφέρον θέμα της μορφοκλασματικής ανάλυσης όσο και για τις γνώσεις και την καθοριστική καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Σε αυτό το σημείο, θέλω να ευχαριστήσω τους ανθρώπους, εκτός του ακαδημαϊκού περιβάλλοντος, οι οποίοι υπήρξαν σημεία αναφοράς στη ζωή μου, προσδίδοντας την απαιτούμενη ισορροπία και συνδράμοντας με τον τρόπο τους στην ολοκλήρωση των ακαδημαϊκών μου υποχρεώσεων. Ειδικότερα, ευχαριστώ εκ καρδίας τη μητέρα μου, Ευαγγελία Ζέρβα, τον πατέρα μου Κωνσταντίνο Μπιωτάκη και τον αδερφό μου Γεώργιο Μπιωτάκη για την στήριξη που μου προσέφεραν απλόχερα.

## Περίληψη

Προκειμένου να κατανοηθούν πληρέστερα ο μηχανισμός της κοπής και οι αλληλεπιδράσεις κατά την εξόρυξη των πετρωμάτων με μηχανικά μέσα, τα τελευταία χρόνια γίνονται διάφορες προσπάθειες διερεύνησης παραγόντων και παραμέτρων που επηρεάζουν την κοπή.

Πολλές μελέτες έχουν καταδείξει ότι η κοπή των πετρωμάτων έχει μορφοκλασματικά χαρακτηριστικά. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη τη μορφοκλασματική γεωμετρία και ειδικότερα, τη μορφοκλασματική διάσταση (FD) προϋπαρχουσών καταγραφών δύναμης κοπής πλήθους δοκιμίων, πραγματοποιήθηκε η παρούσα έρευνα. Κατά τη διάρκεια αυτής, μελετήθηκε ο βαθμός συσχέτισης ανάμεσα στη μορφοκλασματική διάσταση, η οποία προέκυψε από την εφαρμογή δύο διαφορετικών αλγορίθμων (Katz, Higuchi), και τις μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων. Ακόμη, μελετήθηκε η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης με τα χαρακτηριστικά της κοπής των πετρωμάτων και την απαιτούμενη για την κοπή, ειδική ενέργεια.

Αναλύθηκαν, τόσο οι πρωτογενείς καταγραφές της δύναμης κοπής όσο και επεξεργασμένες καταγραφές που προέκυψαν μετά από προέκταση και περικοπή των δεδομένων. Παράλληλα, εξετάστηκαν όλα τα πιθανά σενάρια, μελετώντας την επίδραση, που είχαν διαφορετικές τιμές του  $k_{max}$  (κώδικας Higuchi) στο βαθμό συσχέτισης.

Για τις ομαδοποιημένες -με βάση το είδος του πετρώματος- καταγραφές, εντοπίστηκε υψηλός βαθμός συσχέτισης της FD με την Αντοχή σε Μονοαξονική θλίψη, UCS, ενώ για τις καταγραφές που εξετάστηκαν μεμονωμένα το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την FD (που όμως δεν κρίθηκε ικανοποιητικός) εμφάνισε ο Συντελεστής Μεταβλητότητας, CoV.

Έχοντας εντοπίσει τη συσχέτιση μεταξύ αυτών των μεγεθών μπορεί να αναπτυχθεί ένα μοντέλο για την έμμεση εκτίμηση των χαρακτηριστικών που αναμένεται να κυριαρχούν κατά την κοπή πετρωμάτων.

## **Abstract**

Current research is exploring the possibility of modeling the rock cutting process as a chaotic system, in order to gain a better understanding of the mechanism and the interactions taking place, as well as to develop methods for empirically predicting the cutting rates and energy requirements.

Many studies have shown that the rock cutting process has fractal characteristics. Thus, in this thesis, existing cutting force recordings of various specimens were investigated taking into account the fractal geometry of the recordings and especially their fractal dimension (FD). Additionally, during this research, the correlation between the fractal dimension (which was obtained using the Katz and Higuchi algorithms) and the mechanical properties of the rocks was investigated. Furthermore, the correlation between the fractal dimension and other cutting characteristics, such as the specific energy, was examined.

Both raw cutting force measurements and extended or truncated data series were used in this study. In addition, all possible scenarios were examined, by implementing different values of  $k_{\max}$  into the Higuchi code until the best possible degree of correlation was obtained.

For grouped -based on rock type- recordings, a high degree of correlation was found between the fractal dimension (FD) and the Uniaxial Compressive Strength, UCS, while for the examined individual recordings, the highest degree of correlation was observed between the FD and the coefficient of variation, CoV (but not considered satisfactory).

Having identified these correlations, a model based on the chaotic characteristics of the cutting process could be developed, for predicting performance measures when cutting rock by mechanical means.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	1
1.1. Ανάλυση Καταγραφών Δύναμης Κοπής με τη Χρήση Μορφοκλασμάτων .....	2
1.2. Ορισμός του Προβλήματος .....	2
1.3. Στόχοι της Διπλωματικής Εργασίας .....	3
1.4. Δομή της Διπλωματικής Εργασίας .....	3
1.5. Περιορισμοί της Διπλωματικής Εργασίας .....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΧΑΟΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ .....	6
2.1 Εισαγωγή- Η εμφάνιση του χάους .....	7
2.2 Βασικές έννοιες μη – γραμμικών χαοτικών δυναμικών συστημάτων .....	9
2.3 Μορφοκλασμα (fractal) και Μορφοκλασματική Ανάλυση (Fractal Analysis) .....	11
2.4 Η έννοια της διάστασης .....	13
2.5 Μορφοκλασματική διάσταση .....	15
2.6 Γενικά χαρακτηριστικά και παραδείγματα αυτο-συγγενών μορφοκλασμάτων .....	16
2.7 Μελέτη χρονοσειρών .....	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ .....	24
3.1 Εισαγωγή .....	25
3.2 Η φασματική μέθοδος και η συνάρτηση πυκνότητας φασματικής ισχύος για αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα .....	25
3.3 Η μέθοδος διαιρέτη για αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα .....	28
3.4 Η μέθοδος καταμέτρησης κουτιών/κύβων και το πλεονέκτημά της σε σχέση με τις άλλες μεθόδους .....	31
3.5 Μέθοδοι εκτίμησης μορφοκλασματικής διάστασης χωρίς ανακατασκευή του χώρου φάσης .....	33
3.5.1 Αλγόριθμος του Katz .....	34
3.5.2 Αλγόριθμος του Higuchi .....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΞΟΡΥΞΗ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΜΕΣΑ .....	37
4.1 Ενέργεια και μηχανική εξόρυξη .....	38
4.2 Μηχανική εξόρυξη .....	38
4.3 Η μηχανική της κοπής των πετρωμάτων .....	40
4.4 Η έννοια της δύναμης κοπής και τα κύρια χαρακτηριστικά της .....	44
4.5 Θεωρίες κοπής .....	47
4.5.1 Εισαγωγή .....	47
4.5.2 Θεωρία κοπής Merchant για σφηνοειδή κοπτικά .....	48
4.5.3 Θεωρία κοπής Evans για κοπτικά συμμετρικής σφήνας .....	49
4.5.4 Θεωρία κοπής Nishimatsu (για σφηνοειδές κοπτικό εργαλείο) .....	53

4.5.5 Πειραματικές λεπτομέρειες για τη διαδικασία αστοχίας κατά την κοπή πετρωμάτων.....	59
4.6 Η μηχανική της κοπής πετρωμάτων .....	60
4.6.1 Εισαγωγή.....	60
4.6.2 Κοπή με συρόμενα κοπτικά.....	61
4.6.3 Σχέσεις για συρόμενα κοπτικά .....	63
4.6.4 Δυνατότητα κοπής και απόδοση της μηχανής.....	65
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΓΕΩΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΑ.....	68
5.1 Η σταθερότητα της κλίμακας - τα μορφοκλάσματα στη γεωλογία.....	69
5.2 Βραχομηχανική και μορφοκλάσματα: Η σημασία του συντελεστή τραχύτητας .....	70
5.3 Εφαρμογή μορφοκλασμάτων (fractals) σε εξορυκτικά προβλήματα .....	73
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΚΑΤΑΓΡΑΦΕΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΚΟΠΗΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ .....	77
6.1.Εισαγωγή.....	78
6.2.Στοιχεία Δεδομένων .....	78
6.3.Περιγραφή της εργαστηριακής κοπής των δοκιμίων .....	79
6.4.Προετοιμασία των Καταγραφών της Δύναμης Κοπής πριν την Ανάλυση με μορφοκλάσματα .....	82
6.5. Στατιστική ανάλυση των καταγραφών.....	84
6.6. Προέκταση (extension) και περικοπή (truncation) των σημάτων .....	86
6.7. Μηχανικές Ιδιότητες Πετρωμάτων που μελετήθηκαν για τις ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος καταγραφές .....	88
6.8. Ιδιότητες Πετρωμάτων που μελετήθηκαν για τις μεμονωμένες 225 καταγραφές.....	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΠΡΩΤΟΓΕΝΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΟΠΗΣ ΤΟΥΣ .....	91
7.1.Στοιχεία των διαγραμμάτων συσχέτισης Μηχανικών Ιδιοτήτων - Παραμέτρων της Δύναμης Κοπής που προέκυψαν από την Ανάλυση με Μορφοκλάσματα.....	92
7.2.Αλγόριθμος Katz .....	93
7.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος .....	93
7.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές .....	98
7.3.Αλγόριθμος Higuchi .....	100
7.3.1.Επιλογή βέλτιστου $k_{max}$ .....	100
7.3.2. Ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος καταγραφές .....	104
7.3.3.Μεμονωμένες 225 καταγραφές .....	108
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΚΟΠΗ ΚΑΙ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΟΠΗΣ ΤΟΥΣ .....	110
8.1.Εισαγωγή.....	111
8.2.Αλγόριθμος Katz .....	111



8.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος .....	111
8.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές .....	116
8.2.Αλγόριθμος Higuchi .....	118
8.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος .....	118
8.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές .....	122
8.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων των αλγορίθμων Higuchi και Katz για την περίπτωση των ομαδοποιημένων καταγραφών .....	124
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9:ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ / ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	126
9.1 Συμπεράσματα.....	127
9.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	131
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	132
Ελληνική βιβλιογραφία .....	132
Ξένη βιβλιογραφία .....	134
Ιστοσελίδες.....	138

## **ΛΙΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ**

<b>Διάγραμμα 6. 1:</b> Πλήρες διάγραμμα δύναμης κοπής ( $F_z$ ) – χρόνου κατά τη δοκιμή κοπής (ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ K-Y1-1-1(ASV1)).....	83
<b>Διάγραμμα 6. 2:</b> Καθαρή δύναμη κοπής (έπειτα από απομόνωσή της) (ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ K-Y1-1-1(ASV1)).....	84
<b>Διάγραμμα 7. 1:</b> Η μορφοκλασματική διάσταση KFD συναρτήσει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας.....	94
<b>Διάγραμμα 7. 2:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή $BI_p$ (μετά από την αφαίρεση του LAT) .....	96
<b>Διάγραμμα 7. 3:</b> Μορφοκλασματική διάσταση KFD (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth) συναρτήσει των α) SE και β)UCS .....	97
<b>Διάγραμμα 7. 4:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας $CoV$ .....	98
<b>Διάγραμμα 7. 5:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας $CoV$ (μετά από αφαίρεση LAT, S-Orth και O-Orth)) .....	99
<b>Διάγραμμα 7. 6:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) για $k_{max}=5$ , συναρτήσει των μηχανικών παραμέτρων και της ειδικής ενέργειας των 12 πετρωμάτων .....	101
<b>Διάγραμμα 7. 7:</b> Μορφοκλασματικές διαστάσεις κατά Higuchi (HFD) συναρτήσει των διαφορετικών $k_{max}$ που εξετάστηκαν για τους 12 ομαδοποιημένους τύπους πετρωμάτων ..	103
<b>Διάγραμμα 7. 8:</b> Μορφοκλασματικές διαστάσεις όλων των δοκιμίων συναρτήσει 5 διαφορετικών $k_{max}$ . .....	103
<b>Διάγραμμα 7. 9:</b> Μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων, ειδικό βάρος και ειδική ενέργεια συναρτήσει της μορφοκλασματικής διάστασης κατά Higuchi (HFD) .....	105
<b>Διάγραμμα 7. 10:</b> Συντελεστής Ψαθυρότητας $BI_p$ συναρτήσει της HFD.....	106

<b>Διάγραμμα 7. 11:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσκει των συντελεστών α) $B_{I_p}$ , β) $B_2$ και γ) της UCS .....	107
<b>Διάγραμμα 7. 12:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV.....	108
<b>Διάγραμμα 7. 13:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (μετά από αφαίρεση LAT, S-orth και O-orth) .....	109
<b>Διάγραμμα 8. 1:</b> 512_KFD συναρτήσκει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας .....	112
<b>Διάγραμμα 8. 2:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512_KFD) συναρτήσκει του συντελεστή $B_{I_p}$ (μετά από την αφαίρεση του LAT).....	114
<b>Διάγραμμα 8.3:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512_KFD) συναρτήσκει των α) $B_{I_p}$ και β) UCS (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth).....	115
<b>Διάγραμμα 8.4:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512_KFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV.....	116
<b>Διάγραμμα 8.5:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512_KFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV(χωρίς τα LAT, S-orth, O-orth και τις 4 «ακραίες» τιμές) .....	117
<b>Διάγραμμα 8.6:</b> 512_HFD συναρτήσκει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας .....	119
<b>Διάγραμμα 8. 7:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512_HFD) συναρτήσκει του συντελεστή $B_{I_p}$ (μετά από την αφαίρεση του LAT).....	121
<b>Διάγραμμα 8.8:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512_HFD) συναρτήσκει των α) $B_2$ και β) UCS (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth).....	122
<b>Διάγραμμα 8. 9:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512_HFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV.....	123
<b>Διάγραμμα 8. 10:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512_HFD) συναρτήσκει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (μετά από αφαίρεση LAT, S-Orth, O-Orth).....	124
<b>Διάγραμμα 8. 11:</b> Διάγραμμα σύγκρισης μορφοκλασματικών διαστάσεων πριν και μετά την περικοπή και προέκταση (κατά Higuchi και Katz) για τις κατά τύπο πετρώματος ομαδοποιημένες καταγραφές.....	125
<b>Διάγραμμα 8. 12:</b> Διάγραμμα σύγκρισης μορφοκλασματικών διαστάσεων πριν και μετά την περικοπή και προέκταση (κατά Higuchi και Katz) για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές...	125

## ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

<b>Εικόνα 2. 1:</b> α) Κανονικός Ελκυστής, β) Οριακός κύκλος, γ) Παράξενος Ελκυστής, δ) Ο ίδιος Παράξενος Ελκυστής σε μεγέθυνση (Πολυχρονάκη, 2011).....	10
<b>Εικόνα 2. 2:</b> Χαρακτηριστική δομή αυτο-όμοιου fractal (Mandelbrot Set) [3].....	11
<b>Εικόνα 2. 3:</b> Μαθηματικά μορφοκλασματικά αντικείμενα (fractals) τα οποία δημιουργήθηκαν ξεκινώντας από (α) ένα μονοδιάστατο αντικείμενο (γραμμή–καμπύλη του Koch), (β) ένα δι-διάστατο αντικείμενο (τρίγωνο–τρίγωνο του Sierpinski) και (γ) ένα τρι-διάστατο αντικείμενο (κύβος–σπόγγος του Menger) (Eke et al. 2002) (Πολυχρονάκη, 2011) .....	12

<b>Εικόνα 2. 4:</b> Οι δύο κύριοι τύποι fractals: ένα α) μαθηματικό (ακριβές) fractal (Mandelbrot's tree) και β) ένα στατιστικό fractal (αρτηριακό δίκτυο της χοριοειδούς μήνιγγας-pial arterial network) (Πολυχρονάκη, 2011) .....	14
<b>Εικόνα 2. 5:</b> Τα σημεία της γραφικής παράστασης του $\log(M)$ έναντι $\log(\lambda)$ της εξίσωσης (2.4.4) ευθυγραμμίζονται πλήρως με την ευθεία προσαρμογής στη περίπτωση του μαθηματικού fractal της Εικόνας 2.4, ενώ για το στατιστικό fractal παρατηρείται κάποια διασπορά (Πολυχρονάκη, 2011).....	15
<b>Εικόνα 2. 6:</b> Υψόμετρο $h$ ως συνάρτηση της θέσης $x$ κατά μήκος γραμμικών διαδρομών. Δίνονται 3 παραδείγματα: α) Τοπογραφία της γης κατά μήκος μιας διαδρομής 7500km από 70W,55S ως 70W,12N, β) μία τοπογραφία Venus στο Onda Regio γ) Ανύψωση σε μία μικρή χαράδρα στην επιφάνεια της γης (Turcotte, 1997).....	17
<b>Εικόνα 2. 7:</b> Απεικόνιση ενός ντετερμινιστικού, αυτο-συγγενούς μορφοκλάσματος (α) μηδενικής τάξης, όπου θεωρείται μία ορθογώνια περιοχή πλάτους $r_0$ και ύψους $h_0$ . Ένα ευθύγραμμο τμήμα εκτείνεται από το (0,0) στο $(r_0,h_0)$ . (β)Δίνεται το μορφοκλάσμα πρώτης τάξης. (γ) Κάθε ευθύγραμμο τμήμα της εικόνας (β) αντικαθίσταται από το κλιμακωτό γεννήτορα από τη (β) ώστε να δώσει τη γεωμετρία μορφοκλάσματος δεύτερης τάξης. (δ) Κάθε ευθύγραμμο τμήμα της (γ) αντικαθίσταται από τον κλιμακωτό γεννήτορα της (β) ώστε να δώσει το μορφοκλάσμα τρίτης τάξης. Η κατασκευή μπορεί να συνεχιστεί για όσο αυτό είναι επιθυμητό (Turcotte, 1997).....	18
<b>Εικόνα 2. 8:</b> Μέθοδος καταμέτρησης κουτιών που εφαρμόζεται στο αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα πρώτης τάξης που δίνεται στην Εικόνα 2.7(β). Για να καθοριστεί η μορφοκλασματική του διάσταση, χρησιμοποιούνται ορθογώνια κουτιά με πλάτος $r_1=r_0/4$ και ύψος $h_1=h_0/4$ . Υπολογίζεται ότι τα σκιασμένα $N_1=8$ (από τα 16) κουτιά καλύπτουν τη μορφοκλασματική κατασκευή. Σημειώνεται ότι για ένα κουτί $N_0=1$ πλάτους $r_0$ και ύψους $h_0$ , βρίσκεται $D=3/2$ (Turcotte, 1997).....	19
<b>Εικόνα 2. 9:</b> (a) 4 παραδείγματα Γκαουσιανών λευκών θορύβων, όπου οι γειτονικές τιμές δεν συσχετίζονται (β) Οι τέσσερις λευκοί θόρυβοι του (a) αθροίζονται για να δώσουν τέσσερις κινήσεις Brown (όπου $n$ αντιπροσωπεύει τον αριθμό των βημάτων) (Turcotte, 1997).....	22
<b>Εικόνα 3. 1:</b> Αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα με μορφοκλασματική διάσταση $D=1.5$ , το οποίο σχηματίστηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Fournier et al. (1982) (Brown, 1987) ...	26
<b>Εικόνα 3. 2:</b> Συνάρτηση πυκνότητας φασματικής ισχύος για το αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα της Εικόνας 3.1. Η διακεκομμένη καμπύλη είναι μια προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων για τον κυματριθμό $2\pi < 3.0 \times 10^{-1}$ . Η κλίση δίνει τη μορφοκλασματική διάσταση $D=1.51$ (Brown, 1987) .....	27
<b>Εικόνα 3. 3:</b> Ορισμός των όρων που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση της μεθόδου του διαιρέτη για την εκτίμηση της μορφοκλασματικής διάστασης ενός αυτο-συγγενούς μορφοκλάσματος (Brown, 1987) .....	27
<b>Εικόνα 3. 4:</b> Διάγραμμα της εξίσωσης 3.3.1 για αρκετές τιμές της μορφοκλασματικής διάστασης, $D$ . Για $r \ll b$ η κλίση των καμπυλών είναι $1- D$ , αλλά για $r \gg b$ η κλίση είναι πάντα κοντά στο μηδέν (Brown, 1987).....	29
<b>Εικόνα 3. 5:</b> Η μέθοδος του διαιρέτη εφαρμοσμένη στο αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα της Εικόνας 3.1. Οι επισημάνσεις "n" αντιπροσωπεύουν τη δύναμη του 10 ( $10^n$ ) με την οποία μεγεθύνθηκε ο κατακόρυφος άξονας του μορφοκλάσματος πριν την εφαρμογή της μεθόδου.	

Οι μορφοκλασματικές διαστάσεις "D" υπολογίστηκαν με προσαρμογή των ελάχιστων τετραγώνων στα 5 πιο αριστερά σημεία κάθε καμπύλης (Brown, 1987).....	30
<b>Εικόνα 3. 6:</b> Κάλυψη της νιφάδας του Koch με «κουτιά» διαφορετικής ακμής για επίδειξη της μεθόδου καταμέτρησης κύβων για εκτίμηση ΜΚΔ (α) κάλυψη με μεγαλύτερα «κουτιά» (β) κάλυψη με μικρότερα «κουτιά» (Πολυχρονάκη, 2011) .....	31
<b>Εικόνα 3. 7:</b> (α) Απεικόνιση βραχώδους ακτογραμμής του Deer Island στο Maine (β) Η σκιασμένη περιοχή περιέχει τα τετράγωνα κουτιά με $r=1\text{km}$ που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής ( $N=98$ ) (γ) Η σκιασμένη περιοχή περιέχει τα τετράγωνα κουτιά με $r=0,5\text{km}$ που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής ( $N=170$ ) (Turcotte, 1997) .....	32
<b>Εικόνα 3. 8:</b> Ο αριθμός $N$ των τετράγωνων κουτιών που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής στην Εικόνα 3.7(α) ως συνάρτηση του μεγέθους του κουτιού $r$ (προκύπτει $D=1.4$ ) (Turcotte, 1997) .....	32
<b>Εικόνα 4. 1:</b> Εισαγόμενη ενέργεια σε ανατίναξη και σε μηχανοποιημένη εξόρυξη (Hudson and Harrison 1997).....	38
<b>Εικόνα 4. 2:</b> (α) Μηχάνημα τμηματικής κοπής και (β) μηχανήματα ολομέτωπης κοπής (Hudson and Harrison 1997) .....	39
<b>Εικόνα 4. 3:</b> Τύποι κοπτικών και συναφείς παράμετροι (Hudson and Harrison, 1997) .....	41
<b>Εικόνα 4. 4:</b> Η λειτουργία των τεσσάρων κύριων τύπων κοπτικών (Hudson and Harrison, 1997).....	42
<b>Εικόνα 4. 5:</b> Καταγραφή δύναμης κατά τη διάρκεια εγκάρσιας κοπής 250mm χρησιμοποιώντας συρόμενο κοπτικό (Hudson and Harrison 1997).....	43
<b>Εικόνα 4. 6:</b> Γενικευμένη καμπύλη της ειδικής ενέργειας συναρτήσει της απόστασης μεταξύ των κοπτικών (Hudson and Harrison, 1997) .....	43
<b>Εικόνα 4. 7:</b> α) Απεικόνιση συνισταμένης δύναμης η οποία αντιδρά στη μετατόπιση κοπτικών συρόμενου τύπου και β) Οι δυνάμεις κοπής κατά τη περιστροφική κίνηση της κεφαλής (Μιχαλακόπουλος, 2010).....	44
<b>Εικόνα 4. 8:</b> α) Η δύναμη κοπής συναρτήσει της αντοχής σε ανεμπόδιση θλίψη και β) η δύναμη κοπής συναρτήσει του εφελκυσμού (Hartman, 1992).....	45
<b>Εικόνα 4. 9:</b> α) Διάγραμμα δύναμης κοπής ψαμμίτη και β) διάγραμμα δύναμης κοπής ασβεστόλιθου (Μιχαλακόπουλος, 2015).....	46
<b>Εικόνα 4. 10:</b> Απεικόνιση της γεωμετρίας του αποκόμματος που σχηματίζεται και των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή με βάση τη θεωρία Merchant –επικρατεί ισορροπία των δυνάμεων (Vlasblom, 2007) .....	48
<b>Εικόνα 4. 11:</b> Απεικόνιση των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή με βάση τη θεωρία του Evans (Vlasblom, 2007) .....	50
<b>Εικόνα 4. 12:</b> Μοντέλο κοπής για κοπτικά εργαλεία ασύμμετρης προσβολής του πετρώματος (chisel picks) (Bilgin, 1977) .....	52
<b>Εικόνα 4. 13:</b> Εφελκυστική αστοχία δοκιμίου πετρώματος με τη χρήση αμβλείας σφήνας (Παπαγιαννόπουλος, 2013) .....	52
<b>Εικόνα 4. 14:</b> (i) Κοπή πετρώματος με κοπτικό σημειακής προσβολής, (ii) ανάπτυξη ακτινικών θλιπτικών και εφαπτομενικών εφελκυστικών τάσεων στη διεπιφάνεια κοπτικού – πετρώματος, (iii) Δημιουργία εφελκυστικής ρωγμής αστοχίας (Παπαγιαννόπουλος, 2013)...	53
<b>Εικόνα 4. 15:</b> Μηχανισμός κοπής του πετρώματος κατά Nishimatsu (Nishimatsu, 1971) ....	54
<b>Εικόνα 4. 16:</b> Σχηματική απεικόνιση των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή σύμφωνα με τη θεωρία του Nishimatsu (Vlasblom, 2007) .....	55

<b>Εικόνα 4. 17:</b> Κατανομή των τάσεων κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας για διάφορες τιμές του εκθέτη $n$ (Vlasblom, 2007) .....	56
<b>Εικόνα 4. 18:</b> Τιμή των δυνάμεων $P$ και $Q$ συναρτήσει της γωνίας εσωτερικής τριβής (Vlasblom, 2007).....	57
<b>Εικόνα 4. 19:</b> Επίδραση της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού στο συντελεστή κατανομής των τάσεων $n$ (Nishimatsu, 1971).....	58
<b>Εικόνα 4. 20:</b> Η γωνία τριβής του πετρώματος κοπής ως συνάρτηση της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού (Nishimatsu, 1993) .....	58
<b>Εικόνα 4. 21:</b> Δύναμη κοπής ανά μονάδα πλάτους ανάλογα με τις υπάρχουσες θεωρίες κοπής (Vlasblom, 2007).....	59
<b>Εικόνα 4. 22:</b> Παράδειγμα απότομης διακύμανσης δύναμης κοπής και ορθής δύναμης στην κοπή πετρωμάτων: (α) δύναμη κοπής, (β) ορθή δύναμη (Nishimatsu, 1993) .....	60
<b>Εικόνα 4. 23:</b> Η επίδραση των ρωγματώσεων στο ρυθμό κοπής για μηχάνημα σημειακής κοπής (Fowell, 1993).....	61
<b>Εικόνα 4. 24:</b> Μορφές συρόμενου κοπτικού εργαλείου (Fowell, 1993) .....	61
<b>Εικόνα 4. 25:</b> Τυπικό διάγραμμα δύναμης κοπής (Fowell, 1993).....	62
<b>Εικόνα 4. 26:</b> Συνιστώσες της δύναμης κοπής σε ένα απλό σφηνοειδές (chisel) κοπτικό (Fowell, 1993) .....	63
<b>Εικόνα 4. 27:</b> Τυπικές σχέσεις συρόμενων κοπτικών. Επίδραση (α) του βάθους κοπής (β) της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας και (γ) της απόστασης των κοπτικών κατά Roxborough (Fowell, 1993).....	64
<b>Εικόνα 4. 28:</b> Παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση του μηχανήματος (Fowell, 1993) 66	
<b>Εικόνα 4. 29:</b> Παράγοντες που επηρεάζουν τη χρησιμοποίηση του μηχανήματος (Fowell, 1993).....	67
<b>Εικόνα 5. 1:</b> Πίνακας με τα αποτελέσματα ταξινόμησης θραυσμάτων κοπής (Deng et al., 2015).....	74
<b>Εικόνα 5. 2:</b> Η μορφοκλασματική καμπύλη των θραυσμάτων (cuttings) των 5120m (Deng et al., 2015).....	74
<b>Εικόνα 5. 3:</b> Η μορφοκλασματική καμπύλη των θραυσμάτων (cuttings) των 5150m (Deng et al., 2015).....	74
<b>Εικόνα 5. 4:</b> Πίνακας με μορφοκλασματικές διαστάσεις κάθε ομάδας (Deng et al., 2015)...	75
<b>Εικόνα 5. 5:</b> Πίνακας με τα υπολογισμένα αποτελέσματα του συντελεστή κατανάλωσης ενέργειας (Deng et al., 2015).....	75
<b>Εικόνα 5. 6:</b> Η σχέση μεταξύ ειδικής ενέργειας και βάθους (Deng et al., 2015) .....	76
<b>Εικόνα 5. 7:</b> Η σχέση μεταξύ ρυθμού διείδυσης και βάθους (Deng et al., 2015).....	76
<b>Εικόνα 6. 1:</b> Διάταξη κοπής πετρωμάτων του Εργαστηρίου Εξόρυξης Πετρωμάτων του Ε.Μ.Π.(Παπαγιαννόπουλος, 2013) .....	79
<b>Εικόνα 6. 2:</b> Εργαστηριακή δοκιμή κοπής με α) διαμήκη άξονα κοπής και β)κοπές ανά 90ο κατά Fowell 1993 (Αναγνώστου, 2006).....	80
<b>Εικόνα 6. 3:</b> Σχηματική απεικόνιση της μέσης τιμής (Κουγιουμτζής, 2009).....	85
<b>Εικόνα 6. 4:</b> Καταγραφή δύναμης κοπής ( $F_z$ ) – χρόνου κατά τη δοκιμή κοπής (Δοκιμή K-Y1-1-1(asv1)) .....	86
<b>Εικόνα 6. 5:</b> «Προέκταση» σήματος για την καταγραφή K-Y1-1-3.....	87

Εικόνα 6. 6: «Περικοπή» σήματος για την καταγραφή K-Y2-1-1 .....	88
--	----

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

<b>Πίνακας 6. 1:</b> Πλήθος δοκιμών κοπής ανά είδος πετρώματος .....	82
<b>Πίνακας 6. 2:</b> Τελικές τιμές μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας.....	90
<b>Πίνακας 6. 3:</b> Χαρακτηριστικά κοπής που εξετάστηκαν με χρήση μορφοκλασμάτων.....	90
<b>Πίνακας 7. 1:</b> Τελικές τιμές μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας συναρτήσει της μορφοκλασματικής διάστασης κατά Katz (KFD) ....	93
<b>Πίνακας 7. 2:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα).....	95
<b>Πίνακας 7. 3:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) ) .....	96
<b>Πίνακας 7. 4:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth).....	97
<b>Πίνακας 7. 5:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές) .....	98
<b>Πίνακας 7.6:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές) .....	99
<b>Πίνακας 7. 7:</b> Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD και των προς διερεύνηση μεγεθών για $k_{max}=5$ .....	101
<b>Πίνακας 7. 8:</b> Μορφοκλασματικές διαστάσεις Higuchi συναρτήσει των διαφορετικών $k_{max}$ που χρησιμοποιήθηκαν.....	102
<b>Πίνακας 7. 9:</b> Αποτελέσματα της HFD για κάθε είδος πετρώματος που εξετάστηκε .....	104
<b>Πίνακας 7. 10:</b> Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών .....	104
<b>Πίνακας 7. 11:</b> Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών μετά από αφαίρεση του LAT .....	106
<b>Πίνακας 7. 12:</b> Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών μετά από αφαίρεση των LAT, S – orth και O-orth .....	107
<b>Πίνακας 7.13:</b> Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές) .....	108
<b>Πίνακας 7.14:</b> Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές - μετά από την αφαίρεση των LAT, S-ORTH και O-ORTH)....	109
<b>Πίνακας 8. 1:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512_KFD) συναρτήσει των τελικών τιμών μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας .....	111
<b>Πίνακας 8.2:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα).....	113

<b>Πίνακας 8. 3:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) ).....	113
<b>Πίνακας 8.4:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth).....	114
<b>Πίνακας 8.5:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές) .....	116
<b>Πίνακας 8.6:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές-μετά την αφαίρεση LAT, S-ORTH, O-ORTH) .....	117
<b>Πίνακας 8.7:</b> Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512_HFD) συναρτήσεων των τελικών τιμών μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας.....	118
<b>Πίνακας 8.8:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_HFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα).....	120
<b>Πίνακας 8.9:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) ).....	120
<b>Πίνακας 8. 10:</b> Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512_HFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512_HFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth).....	121
<b>Πίνακας 8.11:</b> Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την 512_HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές) .....	122
<b>Πίνακας 8. 12:</b> Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την 512_HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές-μετά την αφαίρεση LAT, S-ORTH και O-ORTH).....	124
 <b>Πίνακας 9. 1:</b> Συγκεντρωτικά αποτελέσματα.....	129

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ**



## 1.1. Ανάλυση Καταγραφών Δύναμης Κοπής με τη Χρήση Μορφοκλασμάτων

Τα τελευταία χρόνια, μαθηματικές τεχνικές σε συνδυασμό με μη γραμμικά δυναμικά συστήματα, όπως η μορφοκλασματική γεωμετρία, το χάος και η θεωρία καταστροφών έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία στη μελέτη πολλών φυσικών φαινομένων (Xie, 1993; Qin et al., 2000; Turcotte, 1997; Hirata et al., 1987; Fisher, 1974). Η ψαθυρή θραύση των πετρωμάτων αποτελεί ένα από αυτά τα φαινόμενα (Chen et al. 2002). Η ψαθυρή θραύση των πετρωμάτων ανέκαθεν προσέλκυε το ενδιαφέρον των ερευνητών και των μηχανικών και τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική προσπάθεια για τη μελέτη της.

Παράλληλα, η ανάλυση με μορφοκλάσματα χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο στον κλάδο της γεωμηχανικής, τόσο για τη μελέτη και μοντελοποίηση γεωμηχανικών φαινομένων, όσο και για την κατανόηση και επίλυση γεωμηχανικών προβλημάτων. Στη μελέτη τους, οι Xie και Gao (2000) ασχολήθηκαν με το να εντοπίσουν μία αποτελεσματική προσέγγιση, ώστε να αντιμετωπιστεί η πολύπλοκη μηχανική των πετρωμάτων, χρησιμοποιώντας **μορφοκλασματική γεωμετρία** για να χαρακτηρίσουν την δομή των πετρωμάτων και **στοχαστικά μαθηματικά** για να περιγράψουν την βραχομηχανική συμπεριφορά.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ανάλυση με μορφοκλάσματα καθίσταται ένα εργαλείο του μέλλοντος, το οποίο δύναται να συμβάλλει καθοριστικά στη μελέτη της κοπής των πετρωμάτων και στην εξαγωγή χρήσιμων, για την εξορυκτική διαδικασία, συμπερασμάτων.

## 1.2. Ορισμός του Προβλήματος

Η ραγδαία διάδοση της μηχανικής εξόρυξης πετρωμάτων, τόσο στον κατασκευαστικό όσο και στον μεταλλευτικό κλάδο, καθιστά επιτακτική την ανάγκη βελτιστοποίησης της διεργασίας εξόρυξης και των χαρακτηριστικών των εξορυκτικών μηχανών, ώστε να μεγιστοποιείται η εξοικονόμηση ενέργειας, να αυξάνεται ο ρυθμός παραγωγής και να αντιμετωπίζονται αποτελεσματικά δυναμικά φαινόμενα, όπως οι δονήσεις, που δύνανται να προκαλέσουν αστοχίες των μηχανών.

Παρόλο που με την πάροδο του χρόνου, αυτές οι μηχανές έχουν εξελιχτεί, υπάρχει συνεχής συζήτηση για την βέλτιστη φιλοσοφία σχεδιασμού τους. Με τα χρόνια έχει αποδειχτεί ότι παράγοντες, όπως το είδος του πετρώματος, η παρουσία ασυνεχειών, η κατάσταση και οι μηχανικές ιδιότητες, το είδος και η ποιότητα του εξοπλισμού κοπής παίζουν καθοριστικό ρόλο για μία επιτυχή εξόρυξη. Ταυτόχρονα, έχει προκύψει το ερώτημα εάν θα έπρεπε να σχεδιαστεί ένα στιβαρό μηχάνημα, ικανό να λειτουργεί σε οποιεσδήποτε συνθήκες εδάφους, ή εάν θα έπρεπε να σχεδιάζεται για τις επικρατούσες συνθήκες εδάφους σε ένα συγκεκριμένο έργο.

Είναι κοινώς γνωστό ότι το μόνο σίγουρο στη διάνοιξη και κατασκευή σπράγγων είναι η αβεβαιότητα των συνθηκών εδάφους, γεγονός που καθιστά την εξόρυξη πρόκληση για κάθε μηχανικό. Ως εκ τούτου, η ανεπαρκής γεωτεχνική έρευνα στην περιοχή εκσκαφής, η μη αξιολόγηση μηχανικών παραμέτρων μεγάλης σημασίας και η κακή χρήση του μηχανήματος εξόρυξης, αυξάνουν δραματικά την πιθανότητα αστοχίας του έργου.

Χρησιμοποιώντας μορφοκλασματική γεωμετρία και στοχαστικά μαθηματικά μπορεί να επιτευχθεί πληρέστερη μελέτη των μηχανικών χαρακτηριστικών του εκάστοτε τύπου πετρώματος, ώστε να αποσαφηνιστεί η βραχομηχανική συμπεριφορά του και να βελτιωθούν οι υπάρχουσες μέθοδοι κοπής και εξόρυξης.

### **1.3. Στόχοι της Διπλωματικής Εργασίας**

Ο άμεσος στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μορφοκλασματική ανάλυση μετρήσεων της δύναμης κοπής διαφόρων πετρωμάτων, οι οποίες προέκυψαν από δοκιμές σε εργαστηριακή διάταξη κοπής με κοπτικό συρόμενου τύπου, ώστε να καταστεί δυνατή η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ της μορφοκλασματικής διάστασης και των χαρακτηριστικών της κοπής και των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων.

Ειδικότερα, στόχος είναι η διερεύνηση της συσχέτισης μεταξύ της μορφοκλασματικής διάστασης των καταγραφών της δύναμης κοπής και της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη, της εφελκυστικής αντοχής, των δεικτών ψαθυρότητας και της ειδικής ενέργειας κοπής. Παράλληλα, ένας ακόμη στόχος είναι η διερεύνηση της συσχέτισης μεταξύ της μορφοκλασματικής διάστασης των καταγραφών της δύναμης κοπής και των χαρακτηριστικών της κοπής του εκάστοτε δοκιμίου, όπως η μέση δύναμη κοπής, οι κανονικοποιημένοι κύκλοι κοπής, το εύρος της δύναμης κοπής, η τυπική απόκλιση της δύναμης κοπής, οι  $P$  κανονικοποιημένοι κύκλοι κοπής και ο συντελεστής μεταβλητότητας.

Ακόμη, επιμέρους στόχοι ήταν η αξιολόγηση των επικρατέστερων μορφοκλασματικών μοντέλων επεξεργασίας δεδομένων και ο εντοπισμός του πλέον κατάλληλου μορφοκλασματικού μοντέλου για την ανάλυση των δεδομένων καταγραφών. Τέλος, σκοπό αποτέλεσε και η θεμελίωση της αρχικής υπόθεσης του μορφοκλασματικού χαρακτήρα των καταγραφών της δύναμης κοπής.

### **1.4. Δομή της Διπλωματικής Εργασίας**

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από εννέα κεφάλαια.

Το παρόν Κεφάλαιο 1 αποτελεί μια γενική εισαγωγή στο αντικείμενο και τους στόχους της εργασίας.

Το Κεφάλαιο 2 περιέχει πληροφορίες για τα χαοτικά δυναμικά συστήματα, οι οποίες είναι απαραίτητες για την κατανόηση των μορφοκλασμάτων, ενώ παράλληλα σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται αναφορά στα αυτό-όμοια και αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα, καθώς και στην έννοια της διάστασης των μορφοκλασμάτων.

Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφονται οι επικρατέστερες μεθοδολογίες υπολογισμού της μορφοκλασματικής διάστασης και παράλληλα παρατίθενται οι μέθοδοι που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφονται οι αρχές και η διαδικασία μηχανικής εξόρυξης, ενώ εισάγεται και η έννοια της δύναμης κοπής και περιγράφονται τα χαρακτηριστικά της. Επιπρόσθετα, σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται αναλυτικά οι θεωρίες κοπής πετρωμάτων με κοπτικά συρόμενου τύπου κατά Merchant, Evans και Nishimatsu.

Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται η βιβλιογραφική ανασκόπηση της χρήσης μορφοκλασματικής γεωμετρίας σε προβλήματα γεωλογικού και γεωτεχνικού ενδιαφέροντος.

Το Κεφάλαιο 6 περιλαμβάνει τα στοιχεία των δεδομένων κοπής που χρησιμοποιήθηκαν, τη στατιστική ανάλυση των καταγραφών, τις μηχανικές ιδιότητες των δώδεκα πετρωμάτων και τις παραμέτρους των 225 μεμονωμένων καταγραφών που μελετήθηκαν.

Στο κεφάλαιο 7 παρατίθενται τα αποτελέσματα της μορφοκλασματικής ανάλυσης των πρωτογενών δεδομένων και διερευνάται η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης της δύναμης κοπής με τις μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων και τα χαρακτηριστικά κοπής τους.

Έπειτα, στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μορφοκλασματικής ανάλυσης των δεδομένων που έχουν υποστεί περικοπή και επέκταση και διερευνάται η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης της δύναμης κοπής με τις μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων και τα χαρακτηριστικά κοπής τους.

Τέλος στο Κεφάλαιο 9 παρατίθενται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μορφοκλασματική ανάλυση στην παρούσα διπλωματική εργασία.

## 1.5. Περιορισμοί της Διπλωματικής Εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα 225 δοκιμών κοπής, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Εξόρυξης Πετρωμάτων της Σχολής Μηχανικών Μεταλλείων - Μεταλλουργών του Ε.Μ.Π. κατά τη διάρκεια προγενέστερων διπλωματικών εργασιών.

Αυτά τα 225 δοκίμια αντιστοιχούν σε 12 διαφορετικούς τύπους πετρωμάτων, των οποίων οι ιδιότητες και τα μηχανικά χαρακτηριστικά ελήφθησαν από τις προαναφερθείσες διπλωματικές εργασίες και δεν μετρήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Συνεπώς, τα συμπεράσματα που εξήχθησαν αναφέρονται και περιορίζονται σε αυτούς τους 12 τύπους πετρωμάτων.

Για τύπους πετρωμάτων πέρα από τους εξετασθέντες απαιτείται εκ νέου διερεύνηση. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν πιθανώς να διαφοροποιούνται ακόμη και για την περίπτωση πετρωμάτων, που είναι παρεμφερή.

Τα μηχανικά χαρακτηριστικά των πετρωμάτων που μελετήθηκαν περιορίζονται στην αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, την αντοχή σε εφελκυσμό, την ειδική ενέργεια κοπής και σε τέσσερα μέτρα ψαθυρότητας. Παράλληλα, μελετήθηκαν τα μεγέθη της μέσης δύναμης κοπής, των κανονικοποιημένων κύκλων φόρτισης, του εύρους δύναμης κοπής, της τυπικής απόκλισης δύναμης κοπής και του συντελεστή μεταβλητότητας.

Διερευνήθηκε η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης της δύναμης κοπής, όπως αυτή προέκυψε από τη χρήση δύο διαφορετικών αλγορίθμων με υλοποίηση στο λογισμικό matlab.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΧΑΟΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ**  
**ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**

## 2.1 Εισαγωγή- Η εμφάνιση του χάους

Ο χαρακτηρισμός «Δυναμικό σύστημα» χρησιμοποιείται, για να περιγράψει τις φυσικές διεργασίες και τα φυσικά εκείνα φαινόμενα που είθισται να περιγράφονται από συστήματα διαφορικών εξισώσεων, τα οποία έχουν ως ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο (Πολυχρονάκη, 2011). Ένα δυναμικό σύστημα είναι ουσιαστικά μια πηγή μεταβαλλόμενων παρατηρήσεων (Παγανιά, 2012). Κατά Μπούνη (Πολυχρονάκη, 2011), συνήθως αυτές οι εξισώσεις είναι μη-γραμμικές και γενικά μη-επιλύσιμες. Ο όρος χαοτικό αναφέρεται στο ότι, ακόμη και αν δεν μεταβάλλονται οι παράμετροι του συστήματος ή δεν υπάρχει επίδραση ενός θορυβώδους περιβάλλοντος, δεν μπορεί να προβλεφτεί η μακροπρόθεσμη συμπεριφορά του δυναμικού συστήματος. Δηλαδή, σύμφωνα με Rosenblum et al. (Πολυχρονάκη, 2011), ακόμη κι αν είναι γνωστή, με ακρίβεια, η τρέχουσα κατάσταση ενός χαοτικού συστήματος, η πρόβλεψη μελλοντικών καταστάσεων θα μπορούσε να γίνει μόνο για ένα χρονικό διάστημα, που είναι πεπερασμένο και εξαρτάται από την επιδιωκόμενη ακρίβεια.

Η πλέον βασική ιδιότητα του χάους μπορεί να περιγραφεί από το «φαινόμενο της πεταλούδας» και ειδικότερα από το γεγονός ότι μικρές λεπτομέρειες επιδρούν σημαντικά σε μελλοντικές καταστάσεις. Όπως η παρουσία ή η απουσία της πεταλούδας σε έναν κόσμο συνιστά μία καθοριστική λεπτομέρεια για αυτόν τον κόσμο και τον καθορίζει, έτσι και σε μία πιο μαθηματική προσέγγιση τα χαοτικά συστήματα χαρακτηρίζονται από μία αντίστοιχη έννοια που λέγεται **ευαίσθητη εξάρτηση (από τις αρχικές συνθήκες)** (Παγανιά, 2012).

Επιπρόσθετα, τα χαοτικά συστήματα είθισται να χαρακτηρίζονται ως **ντετερμινιστικά και μη-γραμμικά** (Παγανιά, 2012). Ντετερμινιστικά, ονομάζονται τα δυναμικά συστήματα - των οποίων η κίνηση χαρακτηρίζεται ως χαοτική-, όταν τα διέπει συγκεκριμένο σύνολο εξισώσεων και δεν εμπεριέχουν κάποιο στοχαστικό όρο, ενώ παράλληλα έχουν τη δυνατότητα πρόβλεψης του μέλλοντος από το παρελθόν (βραχυπρόθεσμο σφάλμα πρόβλεψης) (Πολυχρονάκη, 2011). Επιπρόσθετα, πρέπει να αναφερθεί ότι, εξ ορισμού, τα χαοτικά δυναμικά συστήματα έχουν οριοθέτηση και είναι μη περιοδικά. Η **οριοθέτηση** είναι απλά ένα δυαδικό αμετάβλητο μέτρο, ενώ η μη -περιοδικότητα υπολογίζεται από τον κυρίαρχο εκθέτη του Lyapunov (Παγανιά, 2012). Πιο αναλυτικά, ο εκθέτης Lyapunov είναι η ποσοτική δοκιμή για την ύπαρξη ή μη χαοτικής συμπεριφοράς. Είναι ένα μέτρο που εκφράζει το εάν οι γειτονικές λύσεις συγκλίνουν ή αποκλίνουν (Turcotte, 1997). Εάν ο εκθέτης Lyapunov είναι θετικός, οι γειτονικές λύσεις αποκλίνουν και προκύπτει χαοτική συμπεριφορά. **Επομένως, ένα οριοθετημένο ντετερμινιστικό σύστημα με θετικό εκθέτη Lyapunov είναι χαοτικό** (Παγανιά, 2012).

Η **μη-γραμμικότητα** υποδεικνύει ότι το σύστημα δεν είναι γραμμικό. Εν αντιθέσει με τα γραμμικά συστήματα, τα μη-γραμμικά δεν συμπεριφέρονται πάντα αναλογικά, κι έτσι η μη-

γραμμικότητα καταλήγει να έχει κρίσιμο ρόλο στην προέλευση της ευαίσθητης εξάρτησης (Παγανιά, 2012).

Στη συνέχεια, ακολουθούν συγκεντρωτικά τα χαρακτηριστικά της χαοτικής δυναμικής, κατά Kaplan and Glass (Πολυχρονάκη, 2011).

Η χαοτική δυναμική είναι:

- α) απεριοδική, δηλαδή δεν επαναλαμβάνεται ποτέ η ίδια κατάσταση στο χώρο καταστάσεων
- β) περατή (bounded), που συνεπάγεται ότι διαφορετικές καταστάσεις δεν μπορούν να πλησιάσουν στο  $\pm\infty$
- γ) ντετερμινιστική, καθώς υφίστανται καθορισμένες συναρτήσεις που περιγράφουν τη δυναμική του συστήματος (βλ. Εξ. (2.2.5))
- δ) ευαίσθητη στις αρχικές συνθήκες, που σημαίνει ότι δύο κοντινά σημεία στο χώρο καταστάσεων μπορεί να αποκλίνουν πολύ γρήγορα αν αλλάξει λίγο κάποια από τις αρχικές συνθήκες (Πολυχρονάκη, 2011).

Κατά Elbert et al. (Πολυχρονάκη, 2011), επειδή στα ντετερμινιστικά συστήματα η δυναμική των διαστημάτων των τιμών, που εμπλέκονται στις εξισώσεις των παραμέτρων τους, εξελίσσεται με τρόπο που εξαρτάται πολύ έντονα από τις αρχικές συνθήκες, στην περίπτωση που δεν είναι δυνατό να καθοριστούν με ακρίβεια οι αρχικές συνθήκες του συστήματος, τότε δεν είναι εφικτό να προβλεφτεί η μετέπειτα κίνηση του συστήματος, ακόμη και αν είναι γνωστές οι εξισώσεις που περιγράφουν τη δυναμική του.

Το χάος αφορά ένα προβλέψιμο θεωρητικά σύστημα, που όμως πρακτικά είναι απρόβλεπτο. Δηλαδή, παρόλο που πρόκειται για ντετερμινιστικό σύστημα, εξελίσσεται τυχαία στο χρόνο (Παγανιά, 2012).

Κάποια από τα πρώτα συστήματα στα οποία πρωτο-χρησιμοποιήθηκε η έννοια του χάους, ίσως λόγω της πιστότητας των ντετερμινιστικών μοντέλων σε αυτά, είναι τα ηλεκτρικά κυκλώματα και οι αναλογικοί υπολογιστές. Παράλληλα, χαοτικά δυναμικά εκθέτουν οι χημικές αντιδράσεις και τα οπτικά συστήματα όπως τα lasers (Παγανιά, 2012). Ακόμη, το χάος μελετάται σε εφαρμοσμένες επιστήμες όπως η αστρονομία, η μετεωρολογία και η βιολογία, ενώ ταυτόχρονα για αυτές τις επιστήμες σημαντική είναι και η μελέτη σφαλμάτων, δεδομένου ότι όταν πραγματοποιείται μια παρατήρηση, υπάρχει πάντοτε κάποια αβεβαιότητα, καθώς η μέτρηση δεν είναι ποτέ ακριβής με τη μαθηματική έννοια. Συχνά, η οποιαδήποτε αβεβαιότητα σε κάποια παρατήρηση αποδίδεται από τους επιστήμονες στο θόρυβο, χωρίς όμως να ορίζεται με ακρίβεια ο θόρυβος, πέρα από το ότι επηρεάζει την ακρίβεια σε οτιδήποτε επιχειρείται να μετρηθεί. Ο θόρυβος συντελεί στην αβεβαιότητα στην παρατήρηση, ενώ το χάος βοηθά στο να κατανοηθεί πώς μικρές αβεβαιότητες μπορούν να εξελιχθούν σε μεγάλες, με την ύπαρξη θορύβου (Παγανιά, 2012).

## 2.2 Βασικές έννοιες μη – γραμμικών χαστικών δυναμικών συστημάτων

Σύμφωνα με τον Μπούνη (Πολυχρονάκη, 2011), αν θεωρηθεί ένας  $d$ -διάστατος χώρος εξαρτημένων μεταβλητών  $s_k(t)$ ,  $k=1, 2, \dots, d$ , που έχουν ως μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή τους το χρόνο  $t$  και συνιστούν το διάνυσμα της εξίσωσης 2.2.1 (Πολυχρονάκη, 2011):

$$s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_d(t)), t \in I = (a, b) \quad (2.2.1)$$

Το  $s(t)$  περιγράφει την κατάσταση του συστήματος με  $d$  μεταβλητές ως ένα σημείο σε ένα  $d$ -διάστατο χώρο ο οποίος καλείται χώρος καταστάσεων (state space) ή χώρος φάσεων (phase space) του συστήματος. Αν ο χρόνος στο διάστημα  $I$  είναι **ασυνεχής** και λαμβάνει διακριτές τιμές  $t_n$  (όπου  $n$  ακέραιος), δηλαδή (Πολυχρονάκη, 2011):

$$t_n = t_0 + n \cdot \Delta t, n = 1, 2, \dots, N \quad (2.2.2)$$

Όπου  $\Delta t = \tau_s$  είναι το δειγματοληπτικό βήμα. Σε αυτή τη περίπτωση το διάνυσμα της εξίσωσης (2.2.1) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$s_n = s(t_n) = (s_{1,n}, s_{2,n}, \dots, s_{d,n}), s_{k,n} = s_k(t_n) \quad (2.2.3)$$

Η εξέλιξη αυτών των διανυσμάτων στο χρόνο εκφράζεται (Πολυχρονάκη, 2011):

- Από ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων (αν το  $t$  είναι συνεχές):

$$\frac{ds}{dt} = \dot{s} = \mathbf{f}(s, t) \text{ ή } \dot{s}_k = f_k(s, t) \quad (2.2.4)$$

- Από ένα σύστημα εξισώσεων διαφορών (αν το  $t$  είναι διακριτό):

$$s_{n+1} = \mathbf{g}(s_n) \text{ ή } s_{k,n+1} = g_k(s_n) \quad (2.2.5)$$

Κατά Stam (Πολυχρονάκη, 2011), οι συναρτήσεις  $\mathbf{f}$  ή  $\mathbf{g}$  περιγράφουν το πώς η κατάσταση του συστήματος εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή τη δυναμική του συστήματος. Η γραμμή με την οποία συνδέονται αυτά τα διαδοχικά σημεία στο χώρο φάσης λέγεται **τροχιά του συστήματος**.

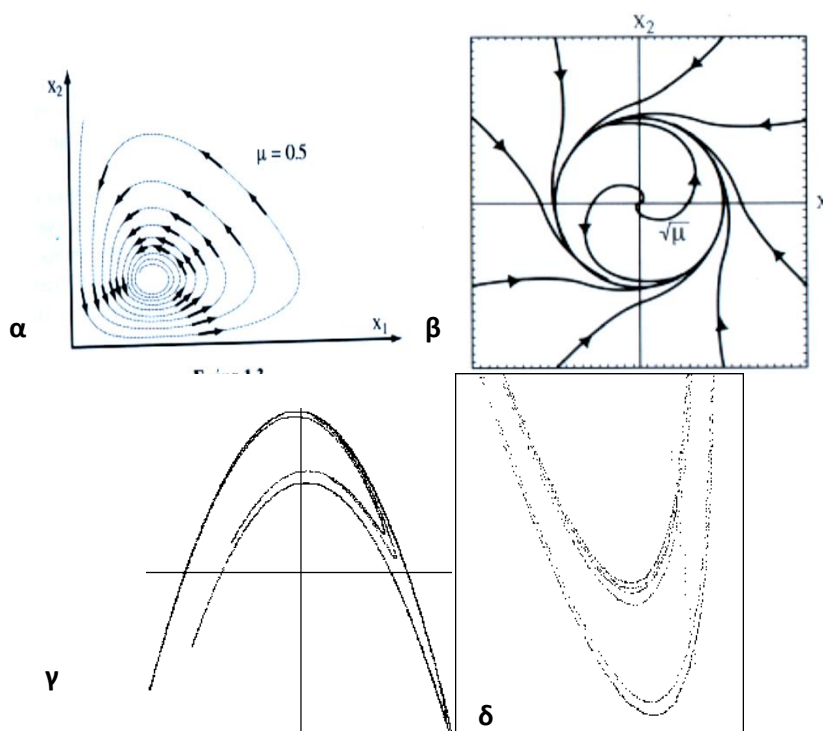
Κατά Kantz and Schreiber (Πολυχρονάκη, 2011), συνήθως, στην ανάλυση χρονοσειρών τα δυναμικά συστήματα που εξετάζονται είναι τα συστήματα απώλειας ενέργειας (dissipative systems). Σε ένα τέτοιο σύστημα, σύμφωνα με τον Stam (Πολυχρονάκη, 2011), μετά από μεγάλη χρονική διάρκεια (τόση ώστε να επέλθει η εξάλειψη της αρχικής μεταβατικής κατάστασης – initial transient), **η τροχιά συγκλίνει σε ένα υποσύνολο σημείων του συνολικού χώρου φάσεων**. Αυτό το υποσύνολο ονομάζεται ελκυστής (attractor) και



αποτελεί ένα γεωμετρικό αντικείμενο. Η ονομασία του οφείλεται στο ότι «ελκεί» τις τροχιές που ενδέχεται να προκύψουν από οποιαδήποτε πιθανή αρχική κατάσταση του συστήματος.

Κατά τον Stam (Πολυχρονάκη, 2011), ένα γραμμικό ντετερμινιστικό σύστημα συγκλίνει σε μια σταθερή κατάσταση μετά την οποία σταματάνε να πραγματοποιούνται οποιεσδήποτε αλλαγές, εκτός αν το σύστημα δεχθεί κάποιο εξωτερικό ερέθισμα. Σε αυτή τη περίπτωση υπάρχει μόνο ένας τύπος ελκυστή: ο **ελκυστής-σημείο** (point attractor). Ελκυστές-σημεία δύνανται να παρατηρηθούν και σε μη-γραμμικά δυναμικά συστήματα. Πέρα από τον ελκυστή-σημείο, υπάρχουν άλλοι τρεις τύποι ελκυστών (βλ. Εικόνα 2.1) για μη-γραμμικά δυναμικά συστήματα, οι οποίοι είναι (Πολυχρονάκη, 2011):

- ✓ Ο οριακός κύκλος (limit cycle): είναι ένας κλειστός βρόχος στο χώρο καταστάσεων του συστήματος και σχετίζεται με περιοδική δυναμική
- ✓ Ο τόρος (torus): αποτελεί ελκυστή πιο σύνθετου σχήματος από ότι είναι ο οριακός κύκλος (τμήμα κυλίνδρου που «κλείνει» ώστε να σχηματίσει ένα δακτύλιο) και σχετίζεται με ψευδο-περιοδική (quasi-periodic) δυναμική
- ✓ Ο παράξενος ελκυστής: αποτελεί ελκυστή του οποίου η τροχιά προκύπτει στην περίπτωση που το δυναμικό σύστημα χαρακτηρίζεται από χαοτική δυναμική. Αντιστοιχεί σε διαδικασίες που είναι ευσταθείς, περιορισμένες αλλά απεριοδικές.



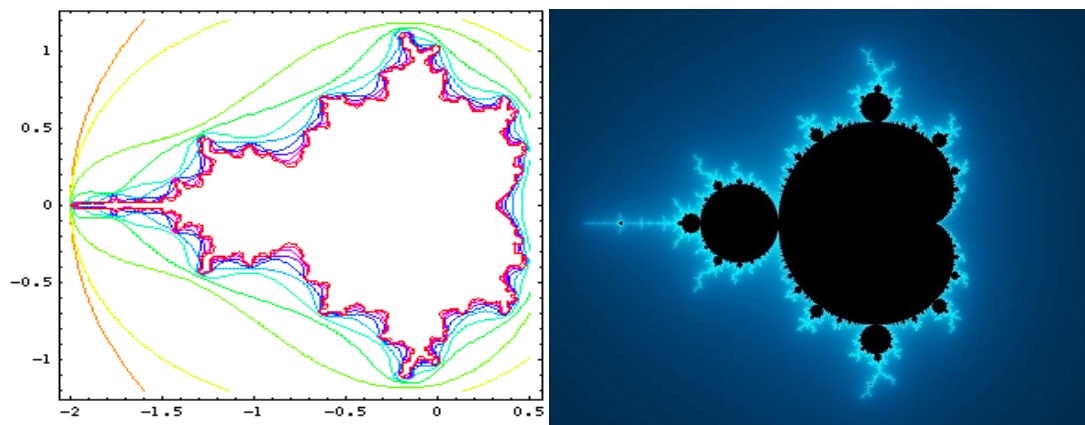
**Εικόνα 2. 1:** α) Κανονικός Ελκυστής, β) Οριακός κύκλος, γ) Παράξενος Ελκυστής, δ) Ο ίδιος Παράξενος Ελκυστής σε μεγέθυνση (Πολυχρονάκη, 2011)

Πιο αναλυτικά, οι παράξενοι ελκυστές είναι πολύπλοκα γεωμετρικά αντικείμενα τα οποία έχουν το χαρακτηριστικό της αυτό-ομοιότητας (self-similarity) σε διαφορετικές κλίμακες του

χώρου, είναι δηλαδή μορφοκλασματικά σύνολα (fractals) (Πολυχρονάκη, 2011). Συνεπώς, ο παράξενος ελκυστής έχει μορφοκλασματική διάσταση. Συνήθως, για ένα χαοτικό δυναμικό σύστημα, ο αντίστοιχος ελκυστής είναι μορφοκλασματικός (δηλαδή παράξενος ελκυστής), αλλά υπάρχουν και προφανή αντιπαραδείγματα, όπως ο λογιστικός χάρτης (logistic map) ο οποίος δεν έχει μορφοκλασματικό ελκυστή. Παράξενοι μη χαοτικοί ελκυστές μπορούν να εμφανιστούν και σε συστήματα που εμφανίζουν περιοδικότητα. Συνεπώς, ένας μορφοκλασματικός ελκυστής δεν αποτελεί ούτε ισχυρή ούτε αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη χάους. Συχνά όμως, στις χαοτικές χρονοσειρές προκύπτουν ελκυστές με μορφοκλασματική διάσταση συσχέτισης και αντιστρόφως, πολύ συχνά συστήματα με μορφοκλασματικούς ελκυστές εμφανίζουν χαοτική δομή. **Συνεπώς, η μορφοκλασματική διάσταση συσχέτισης αποτελεί μεν χρήσιμη, αλλά όχι δεσμευτική, ένδειξη ύπαρξης χαοτικής δομής** (Παγαλιά, 2012).

### 2.3 Μορφοκλασμα (fractal) και Μορφοκλασματική Ανάλυση (Fractal Analysis)

Ο όρος fractal (βλ. Εικόνα 2.2) που επινοήθηκε αρχικά το 1975 από τον Μάντελμπροτ αναφέρεται σε ένα γεωμετρικό σχήμα το οποίο επαναλαμβάνεται συνεχώς σε άπειρο βαθμό μεγέθυνσης (Χαμαλίδης, 2010). Ουσιαστικά, fractal καλούνται αντικείμενα στο χώρο ή διακυμάνσεις στο χρόνο που αποτελούνται από -παρόμοια με το όλον- επιμέρους μέρη και όταν υποβάλλονται σε μεγεθύνσεις κλίμακας, εμφανίζουν όλο και μεγαλύτερη λεπτομέρεια στη δομή τους και συνεπώς με μεγέθυνση προκύπτει μεγαλύτερη ακρίβεια στην εκάστοτε μέτρησή τους. Παρουσιάζουν δηλαδή, κάποια μορφή αυτό-ομοιότητας και δεν μπορούν να περιγραφούν με χρήση μιας μοναδικής κλίμακας μέτρησης (Πολυχρονάκη, 2011). Στα ελληνικά ο όρος fractal αποδίδεται ως μορφοκλασμα ή μορφοκλασματικό σύνολο. Σύμφωνα με τους Karlan and Glass (Πολυχρονάκη, 2011), ορισμένα παραδείγματα τέτοιων αντικειμένων που συναντώνται στη φύση και τη βιολογία είναι: το αρτηριακό σύστημα, το βρογχικό δέντρο των πνευμόνων, οι ακτογραμμές και τα σύννεφα.



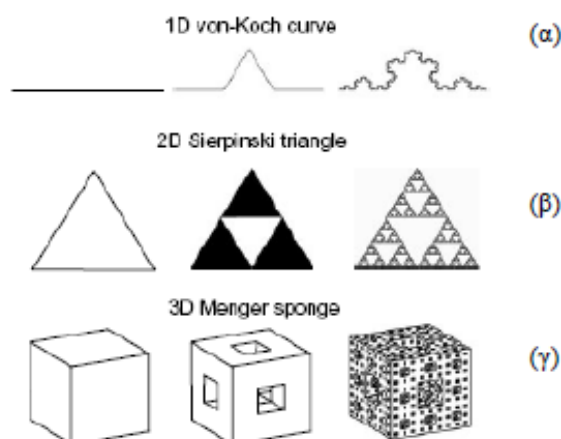
*Εικόνα 2. 2: Χαρακτηριστική δομή αυτο-όμοιου fractal (Mandelbrot Set) [3]*

Συγκεντρωτικά, ένα γεωμετρικό αντικείμενο θεωρείται fractal εάν εμφανίζει τις παρακάτω ιδιότητες (Χαμαλίδης, 2010):

- τα τμήματά του έχουν το ίδιο σχήμα ή δομή με το σύνολο, εκτός από το ότι είναι σε διαφορετική κλίμακα
- έχει πολύ ανώμαλο ή διακεκομμένο ή κατατμημένο σε όλες τις κλίμακες σχήμα και δεν μπορεί να οριστεί με την βοήθεια της ευκλείδειας γεωμετρίας
- αποτελείται από διακριτά αντικείμενα σε διάφορες κλίμακες

Κατά Eke et al. (Πολυχρονάκη, 2011), η μορφοκλασματική (fractal) γεωμετρία ξεκίνησε να διερευνάται σε εργασίες του τέλους του 19<sup>ου</sup> και αρχών του 20<sup>ου</sup> αιώνα από μαθηματικούς, οι οποίοι άρχισαν να δημιουργούν πολύπλοκες γεωμετρικές δομές από απλά αντικείμενα όπως μια γραμμή, ένα τρίγωνο, ένα τετράγωνο ή έναν κύβο εφαρμόζοντας έναν απλό κανόνα μετατροπής που χρησιμοποιούσε άπειρο αριθμό επαναλήψεων. Στην Εικόνα 2.3 απεικονίζονται ορισμένα παραδείγματα μαθηματικών fractals, που δημιουργήθηκαν από (Πολυχρονάκη, 2011):

- ένα μονοδιάστατο αντικείμενο και πιο συγκεκριμένα μία γραμμή (καμπύλη του Koch-Εικόνα 2.3(α))
- ένα δισδιάστατο αντικείμενο και πιο συγκεκριμένα ένα τρίγωνο (τρίγωνο του Sierpinski-Εικόνα 2.3(β))
- και ένα τρι-διάστατο αντικείμενο και πιο συγκεκριμένα έναν κύβο (σπόγγος του Menger-Εικόνα 2.3(γ))



**Εικόνα 2. 3:** Μαθηματικά μορφοκλασματικά αντικείμενα (fractals) τα οποία δημιουργήθηκαν ξεκινώντας από (α) ένα μονοδιάστατο αντικείμενο (γραμμή-καμπύλη του Koch), (β) ένα δι-διάστατο αντικείμενο (τρίγωνο-τρίγωνο του Sierpinski) και (γ) ένα τρι-διάστατο αντικείμενο (κύβος-σπόγγος του Menger) (Eke et al. 2002) (Πολυχρονάκη, 2011)

## 2.4 Η έννοια της διάστασης

Στην Ευκλείδεια γεωμετρία θεωρείται ότι ένα σχήμα, όσο πολύπλοκο κι αν είναι, προκύπτει συνδυάζοντας θεμελιώδη γεωμετρικά στοιχεία. Ακόμη, θεωρείται ότι μια καμπύλη απαρτίζεται από  $n$  ευθύγραμμα τμήματα, καθ' ένα από τα οποία έχει μήκος  $\lambda$ , ενώ το συνολικό μήκος της καμπύλης υπολογίζεται από την εξίσωση (2.4.1) (Πολυχρονάκη, 2011):

$$L=n*\lambda \quad (2.4.1)$$

Επιπροσθέτως, θεωρείται ότι μια επιφάνεια απαρτίζεται από  $n$  στοιχειώδη τετράγωνα, καθ' ένα από τα οποία έχει εμβαδό  $\lambda^2$ , ενώ το συνολικό εμβαδό υπολογίζεται σύμφωνα με την εξίσωση (2.4.2):

$$A=n*\lambda^2 \quad (2.4.2)$$

Αν η παραπάνω θεωρία γενικευτεί για ένα  $D$ -διάστατο σχήμα (όπου  $D=1, 2, \dots$ ), τότε η οποιαδήποτε μετρική ιδιότητα  $M$  (μήκος, εμβαδόν, όγκος κ.λ.π) δύναται να υπολογιστεί σύμφωνα με την εξίσωση (2.4.3):

$$M=n*\lambda^D \quad (2.4.3)$$

όπου  $D$  είναι η διάσταση του αντικειμένου. Επομένως, προκύπτει ότι στην Ευκλείδεια γεωμετρία ένα σημείο έχει διάσταση μηδέν, μια γραμμή έχει διάσταση ένα κ.ο.κ (Πολυχρονάκη, 2011).

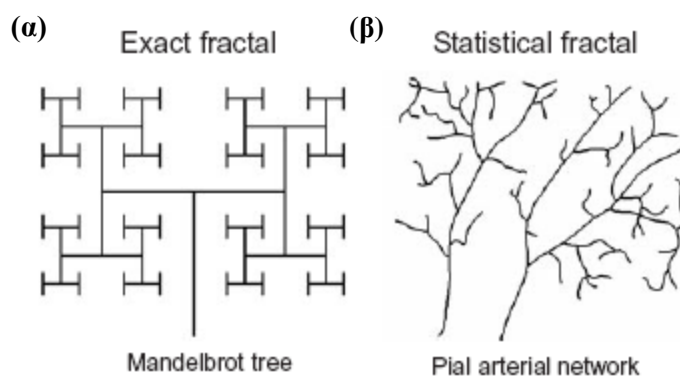
Στην περίπτωση αντικειμένου που δεν είναι fractal, η εκτίμηση του  $M$  με χρήση προοδευτικά μικρότερων κλιμάκων (όπως μικρότερα  $\lambda$ ), συγκλίνει σε μια τιμή, δηλαδή το μήκος  $L$  της εξίσωσης (2.4.1) ή το εμβαδό  $A$  της εξίσωσης (2.4.2) έχουν την ίδια τιμή όσο κι αν μικρύνει το  $\lambda$ , δεδομένου ότι παράλληλα μεταβάλλεται και το  $n$ . Αντίθετα, για αντικείμενο fractal, η χρήση ολοένα και μικρότερης κλίμακας έχει ως αποτέλεσμα συνεχώς αυξανόμενες εκτιμήσεις για το  $M$  (Πολυχρονάκη, 2011). Κατά Eke et al. (Πολυχρονάκη, 2011), σε αυτή τη περίπτωση, για να εκτιμηθεί ο εκθέτης  $D$ , δηλαδή η μορφοκλασματική διάσταση (ΜΚΔ), πρέπει να υπολογιστεί η κλίση της ευθείας που παράγεται με γραμμική προσαρμογή των σημείων της γραφικής παράστασης του  $\log(M)$  έναντι  $\log(\lambda)$  (βλ. Εικόνα 2.5) σύμφωνα με την εξίσωση (Πολυχρονάκη, 2011):

$$\log(M) = \log(n) + D\log(\lambda) \quad (2.4.4)$$

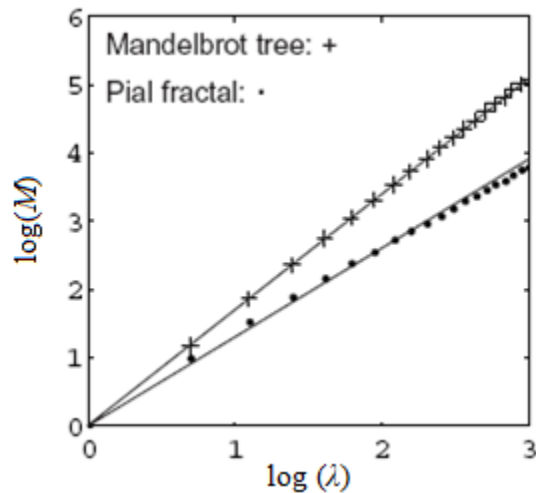
Σύμφωνα με τον Mandelbrot (1982), η έννοια της διάστασης οφείλει να γενικευτεί για fractal σχήματα, έτσι ώστε να αφορά και τιμές που δεν είναι ακέραιες (δηλαδή κλασματικές – fractional). Αυτή η γενίκευση αντισταθμίζει την απώλεια της πληροφορίας λόγω

λεπτομερειών του σχήματος, οι οποίες εξαιτίας της πεπερασμένης διακριτικής ανάλυσης του οργάνου μέτρησης, αγνοούνται κατά τη διαδικασία μέτρησης της ιδιότητας  $M$ . Όπως προαναφέρθηκε, η διάσταση που προκύπτει από αυτή τη γενίκευση ονομάζεται μορφοκλασματική διάσταση (ΜΚΔ) και ουσιαστικά δύναται να ποσοτικοποιήσει την πολυπλοκότητα ενός αυτό-όμοιου αντικείμενου (όσο πιο σύνθετο το αντικείμενο τόσο μεγαλύτερες τιμές λαμβάνει η ΜΚΔ) (Πολυχρονάκη, 2011).

Ακόμη, θα πρέπει να τονιστεί, ότι η αυστηρή αυτό-ομοιότητα υφίσταται μόνο στην περίπτωση τεχνητώς παραγόμενων μαθηματικών αντικειμένων, όπως αυτά της Εικόνας 2.3. Σύμφωνα με τον Klonowski (Πολυχρονάκη, 2011), για την περίπτωση των φυσικών αντικειμένων ισχύει η στατιστική αυτό-ομοιότητα. Κατά Kaplan and Glass (Πολυχρονάκη, 2011), στη στατιστική αυτό-ομοιότητα, τα μέρη του αντικείμενου είναι όμοια προς το όλον κατά μέσον όρο, αλλά δεν υπάρχουν ακριβή αντίγραφα συγκεκριμένων επιμέρους τμημάτων. Επίσης, κατά Arle και Simon (Πολυχρονάκη, 2011), στη στατιστική αυτό-ομοιότητα, ένα μέγεθος ποσοτικοποίησης πολυπλοκότητας για μια συγκεκριμένη μεγέθυνση θα έχει ίδιες στατιστικές ροπές με κάθε άλλη μεγέθυνση, χωρίς όμως να έχει πανομοιότυπες λεπτομέρειες. Στην Εικόνα 2.4 απεικονίζεται ακριβές (exact) fractal σε αντιδιαστολή με ένα στατιστικό (statistical) fractal (Πολυχρονάκη, 2011). Κατά Eke et al. (Πολυχρονάκη, 2011), τα σημεία της γραφικής παράστασης του  $\log(M)$  έναντι  $\log(\lambda)$  της εξίσωσης (2.4.4) ευθυγραμμίζονται με την ευθεία προσαρμογής για τα μαθηματικά fractals ακριβώς, ενώ για τα στατιστικά fractals (rial) παρατηρείται διασπορά (βλ. την Εικόνα 2.5 σε συνάρτηση με την Εικόνα 2.4).



**Εικόνα 2. 4:** Οι δύο κύριοι τύποι fractals: ένα α) μαθηματικό (ακριβές) fractal (Mandelbrot's tree) και β) ένα στατιστικό fractal (αρτηριακό δίκτυο της χοριοειδούς μήνιγγας-pial arterial network) (Πολυχρονάκη, 2011)



*Εικόνα 2. 5: Τα σημεία της γραφικής παράστασης του  $\log(M)$  έναντι  $\log(\lambda)$  της εξίσωσης (2.4.4) ευθυγραμμίζονται πλήρως με την ευθεία προσαρμογής στη περίπτωση του μαθηματικού fractal της Εικόνας 2.4, ενώ για το στατιστικό fractal παρατηρείται κάποια διασπορά (Πολυχρονάκη, 2011)*

## 2.5 Μορφοκλασματική διάσταση

Η μορφοκλασματική διάσταση (ΜΚΔ),  $D$  αποτελεί το μέγεθος, που χαρακτηρίζει κατά κύριο λόγο τα μορφοκλασματικά σύνολα και εκφράζεται από ένα μη-ακέραιο αριθμό, ο οποίος δηλώνει το βαθμό αυτο-ομοιότητας (self-similarity) και πόσα νέα κομμάτια θα αποκαλυφθούν εάν αυξηθεί η μεγέθυνση (Πολυχρονάκη, 2011). Πρέπει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τον Falconer (Χαμαλίδης, 2010), η ΜΚΔ παραμένει αναλλοίωτη (invariant measure) με τη μεγέθυνση ενός αντικείμενου ή τη γωνία παρατήρησής του. Άλλου είδους **αναλλοίωτα μέτρα** (invariant measures) αποτελούν η εντροπία και οι εκθέτες Lyapunov. Πιο αναλυτικά, τα αναλλοίωτα μέτρα είναι σταθερά μεγέθη που παραμένουν αμετάβλητα κατά την εξέλιξη του συστήματος, ή κατά τη διαδικασία παρατήρησης του συστήματος όταν πρόκειται για χρονοσειρές (Πολυχρονάκη, 2011).

Στη νιφάδα του Κωχ που παρουσιάστηκε προηγουμένως, η περίμετρος κάθε σχήματος είναι μεγαλύτερη από αυτή του αμέσως παραπάνω σχήματος, κατά τον λόγο  $4/3$ . Μορφοκλασματική διάσταση είναι η δύναμη στην οποία πρέπει να υψωθεί το 3 για να δώσει 4, δηλαδή  $3^D = 4$  κι επομένως, για το συγκεκριμένο παράδειγμα η μορφοκλασματική διάσταση ορίζεται ως  $\log 4 / \log 3$  ή προσεγγιστικά 1.26. Πιο αναλυτικά, η μορφοκλασματική διάσταση προκύπτει ως εξής (Χαμαλίδης, 2010):

$$D = \log(N) / \log(1/L) \quad (2.5.1)$$

Όπου  $N$  τα μέρη ενός αυτο-όμοιου αντικείμενου τα οποία κλιμακώνονται κατά έναν παράγοντα  $L$ .

Όπως προαναφέρθηκε, ένα σημείο έχει διάσταση fractal ίση με το μηδέν και μια γραμμή έχει διάσταση ίση με το ένα. Με την περαιτέρω αύξηση της διάστασης fractal από 1 σε 2 η δομή της καμπύλης, που αρχικά έμοιαζε σε μια απλή γραμμή, συνεχίζει να μεταβάλλεται διαρκώς, καλύπτοντας όλο και περισσότερο το ευκλείδειο επίπεδο μέχρι το άνω όριο που είναι 2. Δηλαδή, όσο αυξάνεται η διάσταση fractal, παρατηρείται αύξηση στην τραχύτητα της εμφάνισης ενός αντικειμένου. Παραδείγματος χάριν, αν μια τυπική βραχώδης ακρογιαλιά, θεωρηθεί σαν fractal γραμμή, τότε η διάστασή της θα είναι ίση με 1,215 (Χαμαλίδης, 2010).

Αυτό λοιπόν που μπορεί να εξαχθεί από τα προαναφερθέντα είναι ότι, ένα αντικείμενο με διάσταση μεταξύ του μηδενός και της μονάδας είναι κάπου μεταξύ ενός σημείου και μιας γραμμής. Αντίστοιχα, ένα γεμισμένο τετράγωνο είναι δι-διάστατο, ενώ ένας κύβος είναι τρι-διάστατος. Συνεπώς, μια διάσταση μεταξύ του δύο και τρία, θα μπορούσε να αναφέρεται σε ένα αντικείμενο που καταλαμβάνει περισσότερο χώρο από ένα επίπεδο και λιγότερο από μια σφαίρα (Παγανιά, 2012).

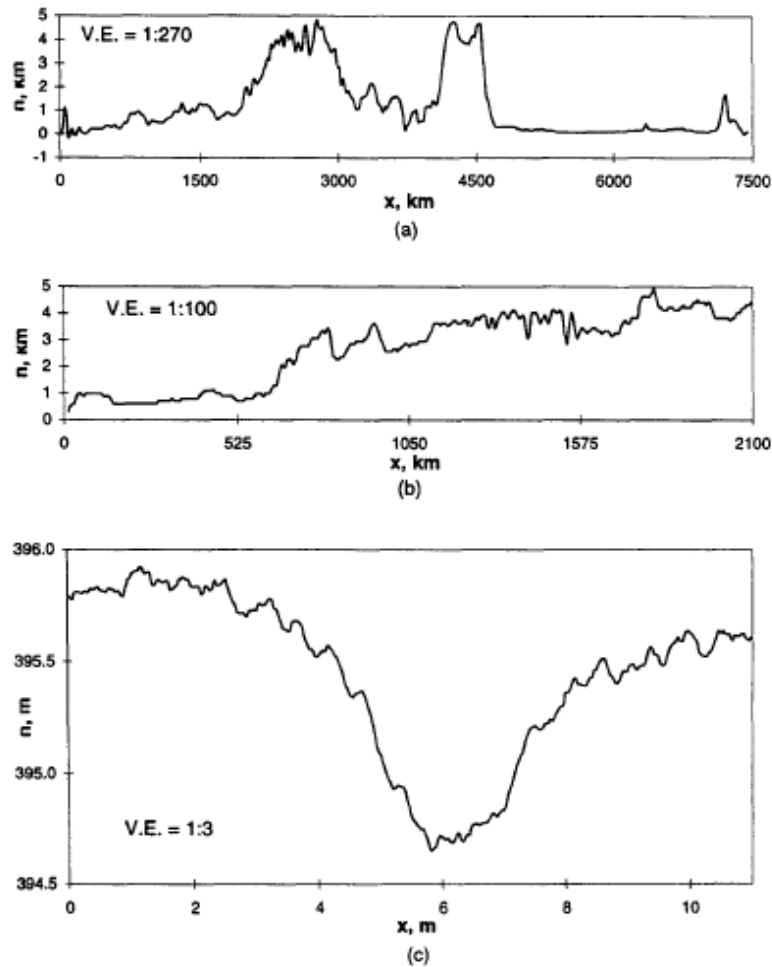
Ανακεφαλαιώνοντας, η μορφοκλασματική διάσταση χρησιμοποιείται για το χαρακτηρισμό της τραχύτητας των γραφημάτων συναρτήσεων ή για να συμβάλλει στο χαρακτηρισμό της πολυπλοκότητας τροχιών, οι οποίες διαγράφονται στο χώρο κατάστασης μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων. **Ακόμη, πρέπει να τονιστεί ότι μια επιφάνεια είναι τόσο πιο τραχιά, όσο πιο υψηλή είναι η τιμή της κλασματικής διάστασης** (Χαμαλίδης, 2010).

## **2.6 Γενικά χαρακτηριστικά και παραδείγματα αυτο-συγγενών μορφοκλασμάτων**

Κατά κύριο λόγο, υπάρχουν δύο είδη μορφοκλασματικών καμπυλών (fractal curves): Οι αυτο-όμοιες (selfsimilar), και οι αυτο-συγγενείς (self-affined) (Mandelbrot, 1985). Στην ενότητα 2.3 έγινε μία συνοπτική παρουσίαση των αυτό-όμοιων μορφοκλασματικών καμπυλών.

Αναφορικά, η τοπογραφία είναι ένα παράδειγμα και των δύο. Η τοπογραφία των δύο οριζόντιων κατευθύνσεων (όπως μία ακτογραμμή) είναι συχνά αυτό-όμοια και μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος του χάρακα και της καταμέτρησης ‘κουτιών’ (βλ. ενότητα 3), ώστε να προσδιοριστεί η διάσταση της (Turcotte, 1997).

Εάν ληφθεί όμως υπόψη το υψόμετρο, τότε οι κάθετες διατομές του ανάγλυφου αποτελούν παραδείγματα αυτό-συγγενών μορφοκλασμάτων. Εν συνεχεία, στην Εικόνα 2.6, παρουσιάζονται 3 παραδείγματα της ανύψωσης  $h$  ως συνάρτηση της απόστασης  $x$  κατά μήκος γραμμικών διαδρομών. Κατά Dubuc et al. (1989) (Turcotte, 1997), **η κατακόρυφη συντεταγμένη σχετίζεται στατιστικά με την οριζόντια συντεταγμένη, αλλά έχει συστηματικά μικρότερο μέγεθος.**



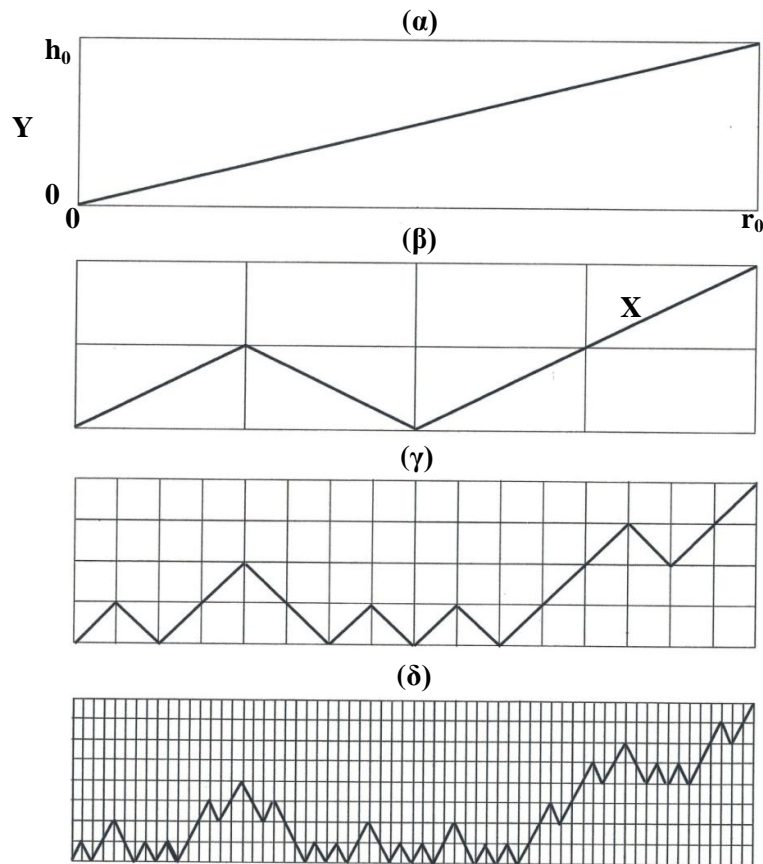
**Εικόνα 2. 6:** Υψόμετρο  $h$  ως συνάρτηση της θέσης  $x$  κατά μήκος γραμμικών διαδρομών. Δίνονται 3 παραδείγματα: α) Τοπογραφία της γης κατά μήκος μιας διαδρομής 7500km από 70W,55S ως 70W,12N, β) μία τοπογραφία Venus στο Onnda Regio γ) Ανύψωση σε μία μικρή χαράδρα στην επιφάνεια της γης (Turcotte, 1997)

Το 1985 ο Mandelbrot εισήγαγε την έννοια της «καταγραφής» για τα πρακτικά παραδείγματα self-affine fractals τα οποία χρησιμοποίησε. Σε αυτή την καινούργια προσέγγιση, η λέξη ‘καταγραφή’ έρχεται σε αντιπαράθεση με τη λέξη ‘ίχνος’ που χρησιμοποιείται κατά τα αυτο-όμοια μορφοκλάσματα. Συγκεκριμένα, για ένα σημείο που κινείται στο επίπεδο  $(x,y)$ , το ίχνος είναι το σύνολο των σημείων  $(x,y)$ , που έχουν ήδη «επισκεφτεί» και οι καταγραφές θα είναι τα σύνολα των σημείων  $(t, x(t))$  και  $(t, y(t))$  (Mandelbrot, 1985).

Παράλληλα, θα πρέπει να τονιστεί ότι ένα στατιστικά αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα -εν αντιθέσει με το αυτό-όμοιο- **δεν είναι ισοτροπικό**. Ένας επίσημος ορισμός του αυτό-συγγενούς fractal σε ένα  $xy$ -χώρο δύο διαστάσεων, είναι ότι το  $f(rx, r^H y)$  είναι στατιστικά όμοιο με το  $f(x,y)$  όπου το  $H$  είναι γνωστό ως το μέτρο του Hausdorff. Αυτό το μέτρο εν συνεχεία θα συσχετιστεί με την μορφοκλασματική διάσταση. Στη μέθοδο καταμέτρησης ‘κουτιών’, τα τετράγωνα κουτιά γίνονται όλο και πιο ορθογώνια όσο μεγαλώνει το μέγεθός τους. Αυτή η κλιμάκωση μπορεί να απεικονιστεί εάν θεωρηθεί ένα ντετερμινιστικό παράδειγμα ενός αυτό-συγγενούς fractal (βλ. Εικόνα 2.7) και καθοριστεί μία ορθογώνια περιοχή μελέτης με πλάτος  $r_0$  και αυθαίρετο ύψος  $h_0$ . Ειδικότερα, αρχικά θεωρούμε μία



ευθεία γραμμή μεταξύ  $x=0,y=0$  και  $x=r_0, y=h_0$ . Το πρώτο σε σειρά αυτό-συγγενές μορφόκλασμα απεικονίζεται στην Εικόνα 2.7(β) (Turcotte, 1997).



**Εικόνα 2. 7:** Απεικόνιση ενός ντετερμινιστικού, αυτο-συγγενούς μορφοκλάσματος (α) μηδενικής τάξης, όπου θεωρείται μία ορθογώνια περιοχή πλάτους  $r_0$  και ύψους  $h_0$ . Ένα ευθύγραμμο τμήμα εκτείνεται από το  $(0,0)$  στο  $(r_0, h_0)$ . (β) Δίνεται το μορφόκλασμα πρώτης τάξης. (γ) Κάθε ευθύγραμμο τμήμα της εικόνας (β) αντικαθίσταται από το κλιμακωτό γεννήτορα από τη (β) ώστε να δώσει τη γεωμετρία μορφοκλάσματος δεύτερης τάξης. (δ) Κάθε ευθύγραμμο τμήμα της (γ) αντικαθίσταται από τον κλιμακωτό γεννήτορα της (β) ώστε να δώσει το μορφόκλασμα τρίτης τάξης. Η κατασκευή μπορεί να συνεχιστεί για όσο αυτό είναι επιθυμητό (Turcotte, 1997)

Ο οριζόντιος άξονας διαιρείται σε 4 ίσα μέρη έτσι ώστε  $r_1=r_0/4$ , και ο κάθετος σε 2 ίσα μέρη τέτοια ώστε  $h_1=h_0/2$ . Ενώνοντας τα σημεία  $(0,0)$ ,  $(r_0/4, h_0/2)$ ,  $(r_0/2,0)$  και  $(r_0, h_0)$ , κατασκευάζεται το fractal. Εν συνεχεία, στο fractal το οποίο απεικονίζεται Εικόνα 2.7(γ), κάθε τμήμα ευθείας γραμμής της Εικόνας 2.7(β), έχει αντικατασταθεί από έναν γεννήτορα (generator). Στην Εικόνα 2.7(γ), ο οριζόντιος άξονας έχει διαιρεθεί σε 16 ίσα τμήματα τέτοια ώστε  $r_2=r_0/16$  και ο κάθετος άξονας χωρίζεται σε 4 ίσα τμήματα τέτοια ώστε  $h_2=h_0/4$ . Η χρήση του γεννήτορα σε αυτή τη κατασκευή ισοδυναμεί με την δημιουργία των αυτό-όμοιων fractal. Σύμφωνα με τον επίσημο ορισμό που δώσαμε προηγουμένως για τα αυτό-συγγενή fractal, έχουμε  $f(x/4,y/2)$  στατιστικά όμοιο με  $f(x,y)$ . Συνεπώς, το μέτρο του Hausdorff ορίζεται από  $r=1/4$ ,  $r^{Ha}=1/2$ , και  $(1/4)^{Ha}=1/2$  ή (Turcotte, 1997):

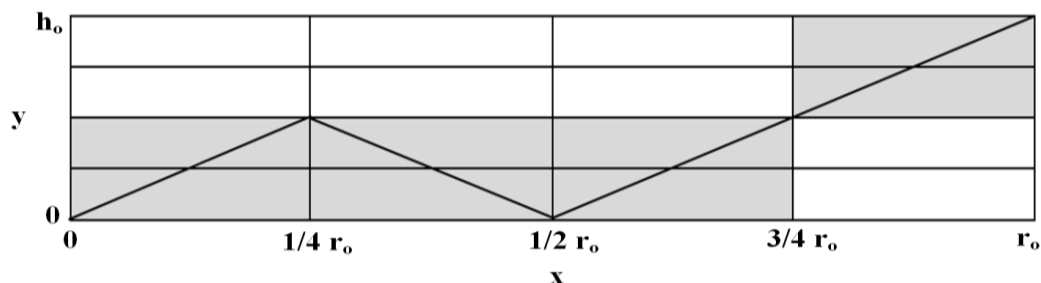
$$Ha = \frac{\ln 2}{\ln 4} = \frac{\ln 2}{2 \ln 2} = \frac{1}{2} \quad (2.6.1)$$

Ομοίως, στο fractal το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 2.7(δ), κάθε τμήμα ευθείας γραμμής της Εικόνας 2.7(γ), έχει αντικατασταθεί από έναν generator (Turcotte, 1997).

Ένας τρόπος υπολογισμού της μορφοκλασματικής διάστασης του αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος είναι, η χρήση της μεθόδου καταμέτρησης ‘κουτιών’. **Ενώ στα αυτό-όμοια μορφοκλάσματα χρησιμοποιούνται τετράγωνα κουτιά, σε αυτή τη περίπτωση χρησιμοποιούνται ορθογώνια.** Για το πρώτο σε σειρά αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα (Εικόνα 2.7(β)), θεωρείται ένα μόνο κουτί με πλάτος  $r_0$  και ύψος  $h_0$  (δηλαδή,  $N_0=1$ ), αλλά όπως προαναφέρθηκε ισχύει  $r_1=r_0/4$ , και επομένως χρησιμοποιούμε ορθογώνια κουτιά με πλάτος  $r_0/4$  και ύψος  $h_0/4$ . Έπειτα, προσδιορίζεται πόσα τέτοια κουτιά θα χρειαστούν για να μετρηθεί η διάσταση του μορφοκλάσματος της Εικόνας 2.7(β). Παρατηρώντας την Εικόνα 2.8 βλέπουμε ότι  $N_1=8$ . Άρα η μορφοκλασματική διάσταση υπολογίζεται (Turcotte, 1997):

$$D = \frac{\ln(N_1/N_0)}{\ln(r_0/r_1)} = \frac{\ln 8}{\ln 4} = 1.5 \quad (2.6.2)$$

Για το σχήμα της Εικόνας 2.7(γ) και 2.7(δ), ισχύει  $r_2=1/16$ ,  $N_2=64$  και  $r_3=1/64$ ,  $N_3=512$ . Για αυτό το παράδειγμα το μέτρο του Hausdorff ορίζεται  $Ha=1/2$  και η μορφοκλασματική διάσταση είναι  $D=3/2$ . Αυτό είναι σύμφωνο με τη σχέση  $Ha=2-D$  (Turcotte, 1997). Στο κεφάλαιο 3.4 παρατίθεται αναλυτικότερα ο τρόπος υπολογισμού της μορφοκλασματικής τους διάστασης.



*Εικόνα 2. 8: Μέθοδος καταμέτρησης κουτιών που εφαρμόζεται στο αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα πρώτης τάξης που δίνεται στην Εικόνα 2.7(β). Για να καθοριστεί η μορφοκλασματική του διάσταση, χρησιμοποιούνται ορθογώνια κουτιά με πλάτος  $r_1=r_0/4$  και ύψος  $h_1=h_0/4$ . Υπολογίζεται ότι τα σκιασμένα  $N_1=8$  (από τα 16) κουτιά καλύπτουν τη μορφοκλασματική κατασκευή. Σημειώνεται ότι για ένα κουτί  $N_0=1$  πλάτους  $r_0$  και ύψους  $h_0$ , βρίσκεται  $D=3/2$  (Turcotte, 1997)*

## 2.7 Μελέτη χρονοσειρών

Μία πολύ σημαντική έννοια για τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα είναι η έννοια της χρονοσειράς. Όπως φαίνεται και από το όνομα, μία χρονοσειρά είναι το σύνολο των αριθμητικών τιμών κάθε μεταβλητής, η οποία αλλάζει με το χρόνο. Όπως υπάρχουν συνεχή και διακριτά δεδομένα, έτσι υπάρχουν συνεχείς και διακριτές/ασυνεχείς χρονοσειρές. Μία συνεχής χρονοσειρά θα ήταν το σύνολο των τιμών  $y(t)$  οι οποίες είναι συνεχείς στο χρόνο για

το διάστημα  $T$ . Για παράδειγμα, μία συνεχής καταγραφή της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Ένα άλλο παράδειγμα κατά Salas (Turcotte, 1997) θα ήταν η παροχή ποταμού (discharge down a river) μετρούμενη σε ένα σταθμό μέτρησης. Μία διακριτή ή ασυνεχής σειρά αποτελείται από ένα σύνολο τιμών οι οποίες δεν είναι συνεχείς. Μία διακριτή χρονοσειρά μπορεί να σχηματιστεί από μία συνεχή, στην οποία εφαρμόζεται δειγματοληψία σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα  $\tau$ . Οι τιμές συνήθως καθορίζονται σε ίσα διαστήματα χρόνου  $\tau$ , ώστε να έχουμε τιμές του  $y(t)$  δοσμένες σε  $t=n\tau$ ,  $n=1,2,\dots,N$  με  $T=N\tau$ . Ένα παράδειγμα διακριτής χρονοσειράς είναι η ακολουθία της συνολικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε ένα σταθμό μέτρησης ή η ετήσια παροχή (flood discharge) σε ένα σταθμό μέτρησης (Turcotte, 1997).

Οι χρονοσειρές είναι καλές απεικονίσεις και άλλων συνόλων δεδομένων. Για παράδειγμα, τα υψόμετρα κατά μήκος γραμμικών διαδρομών όπως απεικονίζονται στην Εικόνα 2.7 είναι εξ' ολοκλήρου ίσα με συνεχείς χρονοσειρές. Ένα άλλο παράδειγμα είναι η συγκέντρωση ενός ορυκτού (π.χ. χρυσός) ως συνάρτηση του βάθους σε ένα πυρήνα γεώτρησης. Η πραγματική συγκέντρωση θα ήταν συνεχής, με πιθανώς μερικές εξαιρέσεις, αλλά για πρακτικούς λόγους, οι μετρήσεις της συγκέντρωσης θα διεξάγονταν σε διακριτά διαστήματα, παρέχοντας μία διακριτή χρονοσειρά. Άλλο ένα παράδειγμα χρονοσειρών σε γεωλογικό πλαίσιο είναι οι διαγραφίες γεωτρήσεων. Ψηφιοποιημένες μετρήσεις πυκνότητας, πορώδους και/ή διαπερατότητας σε προκαθορισμένα διαστήματα βάθους αντιπροσωπεύουν διακριτές χρονοσειρές (Turcotte, 1997).

Οι χρονοσειρές μπορεί να χαρακτηρίζονται από: α) ασυνέχειες, β) μία συνιστώσα τάσης (trend component), γ) μία ή περισσότερες περιοδικές συνιστώσες και δ) μία στοχαστική συνιστώσα. Πιο αναλυτικά, η συνιστώσα τάσης (trend component) είναι μία μακροπρόθεσμη αύξηση ή μείωση στη σειρά. Η περίοδος περιστροφής της γης (μήκος της μέρας) μπορεί να θεωρηθεί μία χρονοσειρά. Πολλές χρονοσειρές έχουν περιοδικές συνιστώσες. Για παράδειγμα η χρονοσειρά της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας έχει ισχυρές καθημερινές και ετήσιες περιοδικότητες. Η στοχαστική συνιστώσα περιλαμβάνει τις διακυμάνσεις που δεν περιέχονται ούτε στη συνιστώσα τάσης ούτε στη περιοδική συνιστώσα. Μία σημαντική διάσταση της στοχαστικής συνιστώσας είναι το εάν εμφανίζει **επιμονή (εμμονή), τυχειότητα ή μη επιμονή**. Εάν γειτονικές τιμές στη χρονοσειρά δεν συσχετίζονται μεταξύ τους, τότε η στοχαστική συνιστώσα είναι τυχαία. Αν οι γειτονικές τιμές είναι θετικά συσχετιζόμενες, τότε είναι κατά μέσο όρο πλησιέστερα από ότι είναι για μία τυχαία χρονοσειρά, και η στοχαστική συνιστώσα τους εμφανίζει επιμονή. Αν οι γειτονικές τιμές είναι αρνητικά συσχετιζόμενες, τότε είναι κατά μέσο όρο πιο μακριά από ότι είναι για μία τυχαία χρονοσειρά, και η στοχαστική συνιστώσα τους εμφανίζει μη επιμονή. **Μία συνεχής χρονοσειρά εμφανίζει -εξ' ορισμού- επιμονή** (Turcotte, 1997).

Όσον αφορά την εργοδικότητα, εάν μία χρονοσειρά είναι εργοδική, ο μέσος όρος -σε ένα δεδομένο χρόνο- ενός μεγάλου αριθμού υλοποιήσεων της χρονοσειράς είναι ίσος με το μέσο όρο στο χρόνο μίας μοναδικής υλοποίησης (Turcotte, 1997).

Οι τιμές των στοχαστικών συνιστωσών μιας χρονοσειράς θα έχουν στατιστική κατανομή τιμών. Τυπικές κατανομές είναι η Γκαουσιανή/κανονική (Gaussian) και η λογαριθμοκανονική (lognormal). Ο μέσος όρος, η διακύμανση και ο συντελεστής διακύμανσης της κατανομής των τιμών μπορούν να προσδιοριστούν. Η επιμονή (ή μη επιμονή) της στοχαστικής συνιστώσας μπορεί να ποσοτικοποιηθεί χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης,  $r$ . Για μία **συνεχή** χρονοσειρά ισχύει (Turcotte, 1997):

$$r_s = \frac{c_s}{c_0} \quad (2.7.1)$$

Με

$$c_s = \frac{1}{(T-s)} \int_0^{T-s} [y(t+s) - \bar{y}] [y(t) - \bar{y}] dt \quad (2.7.2)$$

Και

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - \bar{y}]^2 dt = V \quad (2.7.3)$$

Όπου ο χρόνος  $s$  είναι η καθυστέρηση. Για  $s=0$  έχουμε  $C_s=C_0=V$  (η διακύμανση) και  $r_s=1$ . Όσο αυξάνει το  $s$  το  $r_s$  μειώνεται, όσο η στατιστική συσχέτιση του  $y(t+s)$  με το  $y(t)$  μειώνεται.

Στις **ασυνεχείς** χρονοσειρές η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ορίζεται (Turcotte, 1997):

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad (2.7.4)$$

Με

$$c_k = \frac{1}{(N-k)} \sum_{n=1}^{N-k} (y_{n+k} - \bar{y}) (y_n - \bar{y}) \quad (2.7.5)$$

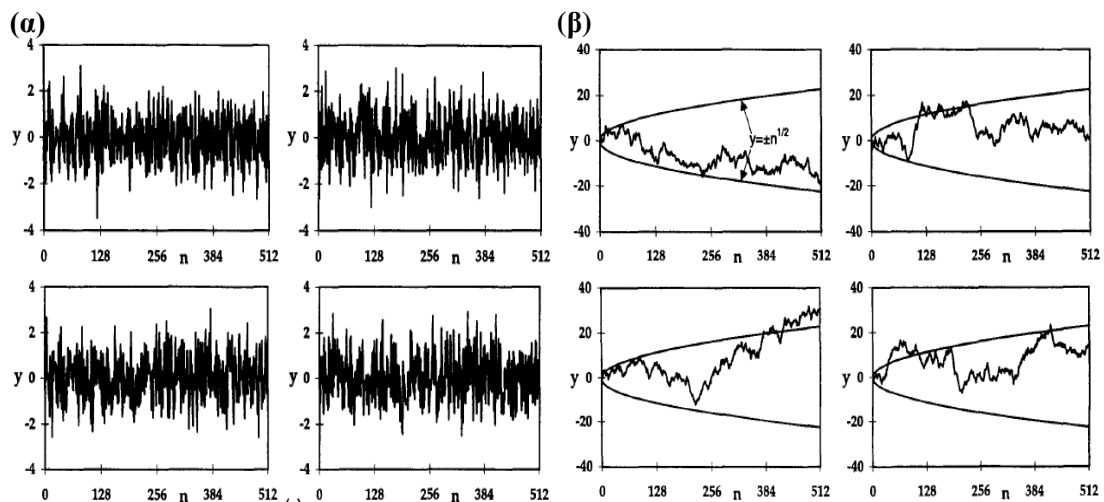
Και

$$C_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2 = V \quad (2.7.6)$$

Όπου οι αυξανόμενες τιμές του  $k$  έχουν ως συνέπεια αύξηση της καθυστέρησης. Για μια τυχαία στοχαστική χρονοσειρά, οι τιμές του  $r_k$  θα είναι κοντά στο μηδέν. Θετικές τιμές του  $r_k$  υποδεικνύουν επιμονή, ενώ αρνητικές μη-επιμονή (Turcotte, 1997).

Για τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα, ένα πολύ σημαντικό μέγεθος είναι η **στασιμότητα**. Μία χρονοσειρά είναι στάσιμη ή στατική εάν οι στατιστικές ιδιότητες της χρονοσειράς είναι ανεξάρτητες από το μήκος της  $T$ . Εάν είτε ο μέσος όρος είτε η διακύμανση είναι συνάρτηση του  $T$  τότε η χρονοσειρά είναι μη στατική (Turcotte, 1997).

Το κλασικό παράδειγμα μιας στατικής μη-συνεχούς χρονοσειράς είναι ο λευκός θόρυβος (βλ. Εικόνα 2.9(α)). Εάν μία χρονοσειρά έχει κατασκευαστεί με ένα σύνολο  $y_i = \varepsilon_i$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , τότε οι γειτονικές τιμές είναι ασυσχέτιστες και αυτό είναι γνωστό ως λευκός θόρυβος. Στην Εικόνα 2.9(α) απεικονίζονται 4 παραδείγματα λευκού θορύβου. Το κλασικό παράδειγμα μίας μη στατικής χρονοσειράς είναι η κίνηση του Brown (Turcotte, 1997).



**Εικόνα 2. 9:** (α) 4 παραδείγματα Γκαουσιανών λευκών θορύβων, όπου οι γειτονικές τιμές δεν συσχετίζονται (β) Οι τέσσερις λευκοί θόρυβοι του (α) αθροίζονται για να δώσουν τέσσερις κινήσεις Brown (όπου  $n$  αντιπροσωπεύει τον αριθμό των βημάτων) (Turcotte, 1997)

Η κίνηση του Brown, προκύπτει καλώντας μία Γκαουσιανή ακολουθία λευκού θορύβου. Οι τιμές σε μία χρονοσειρά κίνησης Brown  $y_{Bw}$  υπολογίζονται (Turcotte, 1997):

$$y_{Bw} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (2.7.7)$$

Η ακολουθία λευκού θορύβου που απεικονίζεται στην Εικόνα 2.9(α) χρησιμοποιήθηκε, ώστε να δώσει τις 4 κινήσεις Brown της Εικόνας 2.9(β). Η διακύμανση της κίνησης Brown δίνεται στατιστικά από τον τύπο (Turcotte, 1997):

$$V_{Bw} = \sigma_\varepsilon^2 n \quad (2.7.8)$$

όπου  $\sigma_\varepsilon^2$  είναι η διακύμανση της ακολουθίας λευκού θορύβου. Η αντίστοιχη τυπική απόκλιση της κίνησης δίνεται από τον τύπο (Turcotte, 1997):

$$\sigma_{Bw} = \sigma_\varepsilon n^{1/2} \quad (2.7.9)$$

Μία κίνηση Brown είναι το αποτέλεσμα ενός στατιστικού αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος (Turcotte, 1997).

Κατ' αντιστοιχία με αυτά που αναφέρθηκαν προηγουμένως (σε μία διακριτή χρονοσειρά οι τιμές καθορίζονται σε ίσα διαστήματα χρόνου  $\tau$ , ώστε να έχουμε τιμές του  $y(t)$  δοσμένες σε  $t=n\tau$ ), αν θεωρηθεί μία χρονοσειρά μετρήσεων ενός βαθμωτού μεγέθους  $\{u_n\}$ , με  $n=1, 2, \dots, N$  όπου  $N$  ο αριθμός των μετρήσεων (π.χ. τιμών δύναμης κοπής πετρώματος). Αυτές οι μετρήσεις αποτελούν δεδομένα μιας δειγματοληψίας που γίνεται κατά προκαθορισμένα διαστήματα κανονικού χρόνου (βλ. Εξ.(2.2.2)) και παράγει την ακόλουθη χρονοσειρά (Πολυχρονάκη, 2011):

$$u_n = u(t_n) \quad (2.7.10)$$

Αυτή η χρονοσειρά μπορεί να θεωρηθεί ότι πηγάζει από το δυναμικό σύστημα  $\mathbf{g}$  της εξίσωσης (2.2.5) ούσα η προβολή  $u_n$  κάθε σημείου  $s_n$  της τροχιάς του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα:

$$u_n = h(s_n) \quad (2.7.11)$$

όπου το  $h: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  ορίζει μια βαθμωτή συνάρτηση μέτρησης. Για να μελετηθεί το σύστημα από το οποίο προέρχεται η χρονοσειρά  $\{u_n\}$  πρέπει να εκτιμηθούν η συνάρτηση του συστήματος  $\mathbf{g}$ , η μορφοκλασματική διάσταση (του χώρου καταστάσεων)  $D$ , όπως επίσης και η συνάρτηση της μέτρησης  $h$  (Πολυχρονάκη, 2011).

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ**  
**ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ**

### 3.1 Εισαγωγή

Υπάρχουν ποικίλες μέθοδοι εκτίμησης της μορφοκλασματικής διάστασης (ΜΚΔ) τόσο για την περίπτωση των κυματομορφών (χρονοσειρών), όσο και για την περίπτωση των ψηφιακών εικόνων. Όσον αφορά τις κυματομορφές, η ΜΚΔ δύναται να ορίσει την τραχύτητά τους (υψηλές τιμές της ΜΚΔ καταδεικνύουν μεγάλη τραχύτητα, η οποία απεικονίζεται με τη μορφή έντονων τοπικών μεταβολών των τιμών της κυματομορφής), ενώ όσον αφορά τις εικόνες, η ΜΚΔ αποτελεί ένα μέσο για την περιγραφή της υφής τους. Παράλληλα, κατά Ασβεστά (Πολυχρονάκη, 2011), η ΜΚΔ παρέχει ένα μέτρο χαρακτηρισμού της πολυπλοκότητας τροχιών, που διαγράφονται στο χώρο κατάστασης δυναμικών συστημάτων που είναι μη- γραμμικά.

### 3.2 Η φασματική μέθοδος και η συνάρτηση πυκνότητας φασματικής ισχύος για αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα

Τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα έχουν αποτελέσει χρήσιμα μοντέλα των επιφανειών των ρωγματοώσεων των πετρωμάτων. Οι ιδιότητες κλίμακας αυτών των επιφανειών περιγράφονται από δύο παραμέτρους, τη μορφοκλασματική διάσταση (fractal dimension) και το διασταυρούμενο μήκος (crossover length), όπου μία μορφοκλασματική διάσταση είναι ένα μέτρο του χώρου που γεμίζει ένα συγκεκριμένο μορφοκλάσμα (Brown, 1987).

Είναι γνωστό, ότι υπάρχουν διάφοροι τρόποι ορισμού και υπολογισμού της μορφοκλασματικής διάστασης. Στην περίπτωση των αυτό-όμοιων μορφοκλασμάτων όλοι οι υπολογισμοί δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα (Mandelbrot, 1985). Εν συνεχεία, παρουσιάζεται τι συμβαίνει στην περίπτωση των αυτό-συγγενών μορφοκλασμάτων.

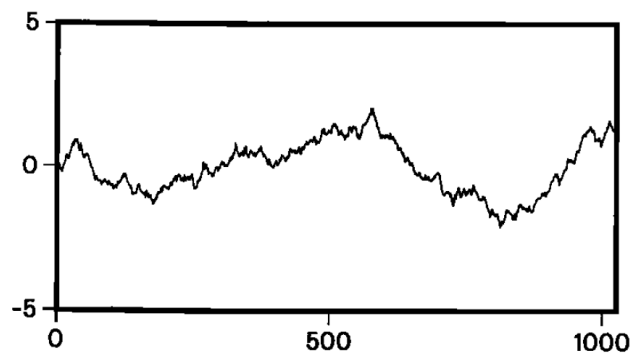
Για τον υπολογισμό της μορφοκλασματικής διάστασης ενός προφίλ μιας τραχιάς επιφάνειας χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο δύο μέθοδοι. **Η μέθοδος διαιρέτη** (divider method) (ή χάρακα ή πυξίδα) και **η φασματική μέθοδος** (spectral method). Αν συγκριθούν αυτές οι δύο μέθοδοι συμπεραίνεται ότι αμφότερες επιφέρουν τα ίδια αποτελέσματα εάν η οριζόντια ευκρίνεια στην οποία μετρείται το προφίλ είναι μικρότερη από το διασταυρούμενο μήκος (crossover length), ή ομοίως εάν το εύρος του προφίλ μεγεθυνθεί καταλλήλως. Για ευκρίνειες μεγαλύτερες από το διασταυρούμενο μήκος η μέθοδος διαιρέτη πάντα επιφέρει μορφοκλασματική διάσταση κοντά στο 1. Αυτό υποδεικνύει ότι πρέπει να δοθεί προσοχή όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος διαιρέτη ή χάρακα για την εκτίμηση της μορφοκλασματικής διάστασης ενός αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος (Brown, 1987).



Οι επιφάνειες φθοράς λόγω τριβής παρουσιάζουν αξιοσημείωτη ομοιότητα μεταξύ τους. Σε μία πρώτη προσέγγιση, όλες οι επιφάνειες έχουν συναρτήσεις πυκνότητας φασματικής ισχύος  $G(k)$  της μορφής (Brown, 1987):

$$G(k) = Ck^{-\alpha} \quad (3.2.1)$$

όπου  $k = 2\pi/\lambda$ , είναι ο αριθμός του κύματος (κυματαριθμός) και  $\lambda$ , είναι το μήκος του κύματος ή απόσταση κατά μήκος του προφίλ. Η σταθερά αναλογικότητας  $C$  ποικίλει ανάμεσα στις επιφάνειες, ενώ η δύναμη  $\alpha$  συνήθως είναι στο εύρος  $2 < \alpha < 3$ . Κατά Sayles και Thomas (Brown, 1987), βρέθηκε παρόμοια συμπεριφορά για ποικίλες άλλες τυχαίες επιφάνειες. Κατά Termonia και Meakin (Brown, 1987) τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μοντέλα τραχιών επιφανειών δεδομένου ότι όταν είναι στη μορφή γραμμικών προφίλ, έχουν συναρτήσεις πυκνότητας φασματικής ισχύος της μορφής της Εικόνας 3.1.



*Εικόνα 3. 1: Αυτό-συγγενές μορφόκλασμα με μορφοκλασματική διάσταση  $D=1.5$ , το οποίο σχηματίστηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Fournier et al. (1982) (Brown, 1987)*

Οι Εικόνες 3.1 και 3.2 δίνουν ένα παράδειγμα αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος και τη συνάρτηση πυκνότητας φασματικής ισχύος του. Οι στιγμές του φάσματος ισχύος παρέχουν μία χρήσιμη περιγραφή της τραχύτητας της επιφάνειας. Η  $n$ -οστή στιγμή καθορίζεται από (Brown, 1987):

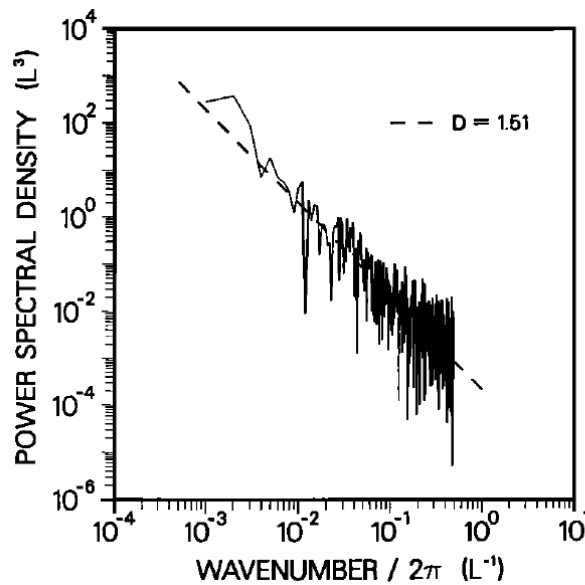
$$m_n = \int_{k_0}^{\infty} k^n G(k) dk \quad (3.2.2)$$

Όπου το  $k_0$  αντιστοιχεί στο μήκος του προφίλ,  $\lambda_0$  (βλ. Εικόνα 3.3). Πρακτικά, το πάνω όριο της ολοκλήρωσης είναι το  $n$ -οστό όριο αποκοπής, το οποίο αντιστοιχεί σε ένα μήκος κύματος δύο φορές το διάστημα του δείγματος. Το θεώρημα παραγωγίσιμης του μετασχηματισμού συνεπάγεται ότι το  $m_0$  είναι η διακύμανση (μέση τετραγωνική τιμή) των υψών στο προφίλ, το  $m_2$  είναι η διακύμανση των κλίσεων, και το  $m_4$  είναι η διακύμανση των καμπυλοτήτων (curvatures). Όταν η  $G(k)$  αντιπροσωπεύει ένα αυτό-συγγενές μορφόκλασμα τότε η (3.2.2) δίνει  $m_0 = \sigma^2 = k * \lambda_0^{2(2-D)}$  όπου το  $k$  εξαρτάται από τη σταθερά  $C$  στην (3.2.1). Για τη περίπτωση που  $D=1.5$ , κατά Sayles and Thomas (1978) (Brown, 1987), το  $k$  αναφέρεται ως

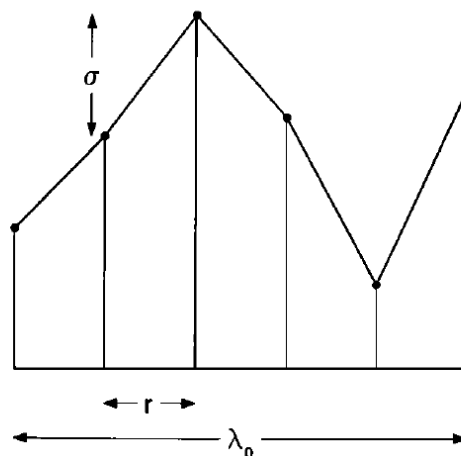
"τοποθεσία (topothesis)". Σύμφωνα με τον Wong (1987) (Brown, 1987), προσδιορίζεται μία διαφορετική σταθερά, το **διασταυρούμενο μήκος b** που είναι στην πραγματικότητα η ίδια γενικευμένη "τοποθεσία" η οποία προαναφέρθηκε. Ειδικότερα, προκύπτει ότι η τυπική απόκλιση των υψών είναι:

$$\sigma = b \left( \frac{\lambda_0}{b} \right)^{2-D} \quad (3.2.3)$$

Ως εκ τούτου, ισχύει  $k=b^{2D-2}$ .



**Εικόνα 3. 2:** Συνάρτηση πυκνότητας φασματικής ισχύος για το αυτό-συγγενές μορφόκλασμα της Εικόνας 3.1. Η διακεκομμένη καμπύλη είναι μια προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων για τον κυματαριθμό  $/2\pi < 3.0 \times 10^{-1}$ . Η κλίση δίνει τη μορφοκλασματική διάσταση  $D=1.51$  (Brown, 1987)



**Εικόνα 3. 3:** Ορισμός των όρων που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση της μεθόδου του διαιρέτη για την εκτίμηση της μορφοκλασματικής διάστασης ενός αυτο-συγγενούς μορφοκλάσματος (Brown, 1987)

### 3.3 Η μέθοδος διαιρέτη για αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα

Συνήθως, για τον υπολογισμό της μορφοκλασματικής διάστασης αυτό-συγγενών μορφοκλασμάτων χρησιμοποιούνται δύο τεχνικές. Η φασματική μέθοδος παρουσιάστηκε αναλυτικά στην ενότητα 3.2. Εν συνεχεία, θα αναλυθεί η δεύτερη μέθοδος, αυτή του **διαιρέτη** (ή χάρακα ή πυξίδας). Αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται ανοίγοντας ένα ζευγάρι διαιρετών σε μία απόσταση  $r$  και μετακινώντας τους κατά μήκος του προφίλ, ώστε να εκτιμηθεί το συνολικό του μήκος. Ο συνολικός αριθμός των βημάτων (συνολικό μήκος της γραμμής) παρίσταται γραφικώς ως μία συνάρτηση του  $r$  σε ένα διάγραμμα log-log (Brown, 1987).

Πιο αναλυτικά, η αξιολόγηση του ‘προσεγγιστικού μήκους (approximate length)’ μιας μορφοκλασματικής καμπύλης μεταφέροντας μίας ‘πυξίδα’ ορίζει έναν “εκθέτη πυξίδας (compass exponent)”. Ο Mandelbrot έδειξε ότι για μία αυτό-όμοια καμπύλη (π.χ. ένα μοντέλο ακτογραμμής), ο εκθέτης πυξίδας συμπίπτει με όλες τις άλλες μορφές της μορφοκλασματικής διάστασης, όπως τις διαστάσεις ομοιότητας, κουτιού και μάζας. Αν όμως η πυξίδα μετακινηθεί κατά μήκος μιας **αυτό-συγγενούς** καμπύλης, όπως μία βαθμωτή (scalar) καταγραφή Brown  $B(t)$ , φαίνεται γρήγορα ότι μία πλήρης περιγραφή της μορφοκλασματικής διάστασης είναι πιο περίπλοκη. Κάθε εκδοχή διάστασης έχει μία τοπική και μία γενική τιμή, που χωρίζονται με ένα διασταυρούμενο σημείο (crossover) (Mandelbrot, 1985). Συνεπώς, ενώ στη μορφοκλασματική διάσταση, η οποία χρησιμοποιείται για τα αυτό-όμοια μορφοκλάσματα παράγονται τιμές που είναι πανομοιότυπες, στα αυτο-συγγενή σχέδια παρατηρείται ότι αφενός **οι τοπικές και οι γενικές τιμές** πρέπει να διακρίνονται για κάθε διάσταση, και αφετέρου ότι οι διαφορετικές τοπικές τιμές **παύουν να είναι πανομοιότυπες** (Mandelbrot, 1985).

Ο λόγος πίσω από αυτό είναι θεμελιώδης: το “τετράγωνο”, η “απόσταση” και ο “κύκλος”, είναι ζωτικής σημασίας έννοιες στην «ισοτροπική» γεωμετρία, αλλά δεν έχουν καμία σημασία για την συγγενική (affine) γεωμετρία. Ειδικότερα, ενώ έχουν σημασία για υψομετρικές μεταβολές, δεν έχουν καμία αξία για θορύβους, δεδομένου ότι οι μονάδες κατά μήκος του άξονα  $t$  και κατά μήκος του άξονα  $B$  έχουν συσταθεί ανεξάρτητα μεταξύ τους, και ως εκ τούτου τα  $\Delta t$  και  $\Delta B$  δεν μπορούν να συνδυαστούν. Δεδομένου ότι στα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα δεν υφίσταται η έννοια ίσου ύψους και πλάτους, δεν μπορεί να οριστεί ένα τετράγωνο. Ομοίως, δεν μπορεί να οριστεί ένας κύκλος επειδή το τετράγωνο της ακτίνας του  $\mathbf{R}^2 = \Delta t^2 + \Delta B^2$  θα έπρεπε να συνδυάσει τις τιμές κατά μήκος και των δύο αξόνων (Mandelbrot, 1985).

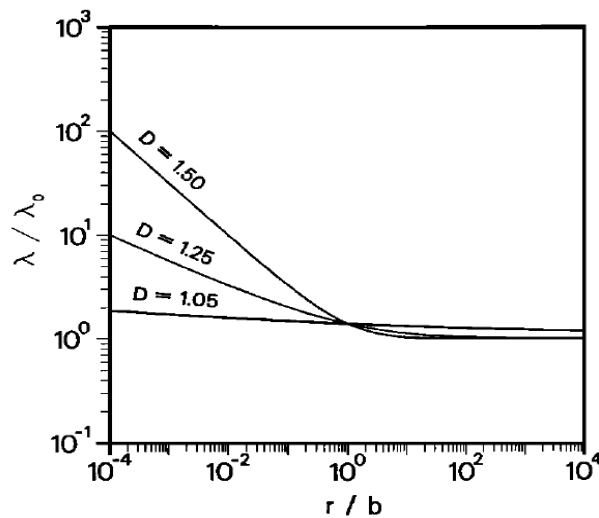
Δεδομένου ότι η μέθοδος πυξίδας, ή ένα παράγωγο αυτής, θα δίνει πάντα τη σωστή τιμή του  $D$  για αυτό-όμοια μορφοκλάσματα, αλλά όχι για τα αυτό-συγγενή, η χρήση της μεθόδου

διαιρέτη απαιτεί περαιτέρω προσοχή. Για να αποδείξει τα παραπάνω λεγόμενα, ο Brown (1987), παρέθεσε το παράδειγμα που ακολουθεί.

Αρχικά, θεωρείται ίχνος αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος με ένα ονομαστικό μήκος  $\lambda_0$ , ψηφιοποιημένο σε **διακριτά διαστήματα μήκους  $r$**  (Εικόνα 3.3). Οι κάθετες διακυμάνσεις στην απόσταση  $r$  είναι, κατά μέσο όρο, ίσες με την τυπική απόκλιση των υψών  $\sigma$ . Συνολικά, υπάρχουν  $\lambda_0/r$  τμήματα και το συνολικό μήκος της γραμμής  $\lambda$  ως συνάρτηση του  $r$  είναι (Brown, 1987):

$$\lambda = \lambda_0 \left[ 1 + \left( \frac{r}{b} \right)^{2(1-D)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.1)$$

Η συμπεριφορά αυτής της εξίσωσης απεικονίζεται στην Εικόνα 3.4. Δεδομένου ότι η μορφοκλασματική διάσταση είναι  $D > 1$ , τότε για  $r \ll b$  προκύπτει  $\lambda \sim \lambda_0 (r/b)^{1-D}$ . Συνεπώς, το  $\log(\lambda)$  συναρτήσει του  $\log(r)$  έχει μία κλίση  $1-D$ . Ωστόσο, για  $r \gg b$  ισχύει  $\lambda \sim \lambda_0$ . Σε αυτή τη περίπτωση, ο υπολογισμός της  $D$  χρησιμοποιώντας την κλίση της καμπύλης  $r$ - $\lambda$  δίνει πάντα  $D \sim 1$ . Το διασταυρούμενο μήκος  $b$  ερμηνεύεται ως η **οριζόντια ακρίβεια, πάνω από την οποία η μέθοδος του διαιρέτη καταρρέει** (Brown, 1987).

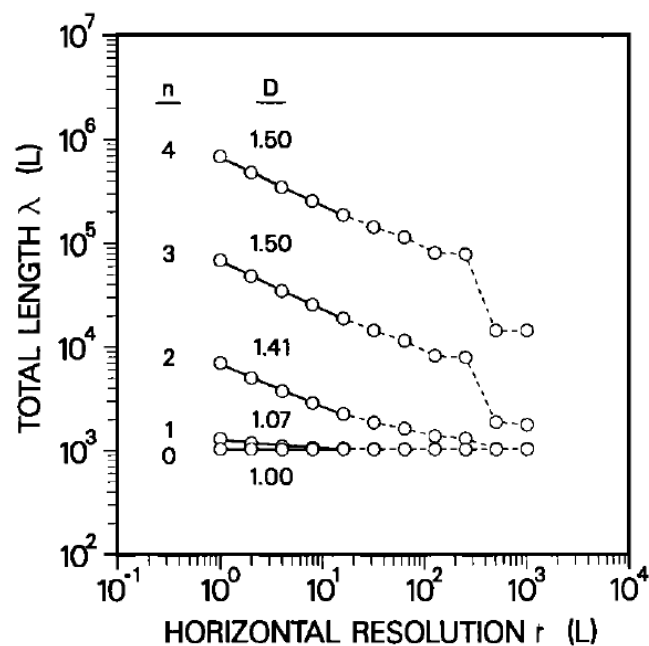


**Εικόνα 3. 4:** Διάγραμμα της εξίσωσης 3.3.1 για αρκετές τιμές της μορφοκλασματικής διάστασης,  $D$ . Για  $r \ll b$  η κλίση των καμπυλών είναι  $1-D$ , αλλά για  $r \gg b$  η κλίση είναι πάντα κοντά στο μηδέν (Brown, 1987)

Προφανώς, για να αποκτηθούν αποτελέσματα με νόημα από τη μέθοδο του διαιρέτη, θα πρέπει να ψηφιοποιηθούν τα δεδομένα σε μία κλίμακα πολύ μικρότερη από το διασταυρούμενο μήκος. Ωστόσο, ακόμα και χωρίς πρωτύτερα να υπάρχει γνώση του μήκους  $b$  υπάρχει μία απλή λύση σε αυτό το πρόβλημα (Brown, 1987).

Από τον ορισμό του  $b$  και την εξίσωση (3.3.1) παρατηρείται ότι, αν η τεταγμένη του αυτό-συγγενούς μορφοκλάσματος πολλαπλασιαστεί με μία σταθερά μεγαλύτερη από 1, ώστε να αυξηθεί η τυπική απόκλιση των υψών  $\sigma$ , τότε το ενεργό διασταυρούμενο μήκος μπορεί να αυξηθεί σε σχέση με το διάστημα του δείγματος. Συνεπώς, για ένα δεδομένο εύρος μηκών διαιρέτη  $r$ , μπορεί να προσεγγιστεί το όριο  $r \ll b$  και να εντοπιστεί η σωστή μορφοκλασματική διάσταση χωρίς να αλλάξει στην πραγματικότητα το διάστημα του δείγματος.

Εν συνεχεία, στην Εικόνα 3.5 απεικονίζεται η εν λόγω διαδικασία, παρουσιάζοντας αποτελέσματα που προέκυψαν από τη χρήση υπολογιστικού προγράμματος. Το διασταυρούμενο μήκος δεν ήταν απαραίτητο να είναι γνωστό εξ' αρχής. Μία ευσταθής εκτίμηση του  $D$  μπορεί να ληφθεί απλά μεγεθύνοντας κατ' επανάληψη το ύψος του προφίλ χρησιμοποιώντας διάφορους παράγοντες. Μάλιστα, από τον Brown (1987) προτάθηκε όποτε χρησιμοποιείται η μέθοδος του διαιρέτη, να ελέγχεται η ευστάθεια των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας αυτή τη τεχνική.

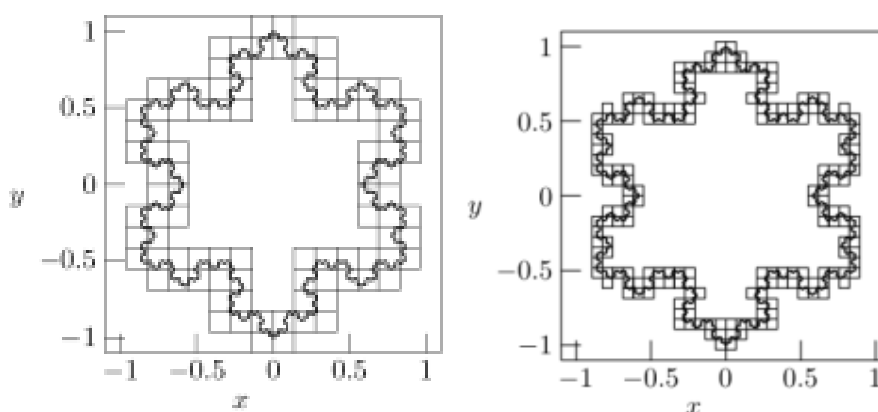


**Εικόνα 3. 5:** Η μέθοδος του διαιρέτη εφαρμοσμένη στο αυτό-συγγενές μορφοκλάσμα της Εικόνας 3.1. Οι επισημάνσεις "n" αντιπροσωπεύουν τη δύναμη του 10 ( $10^n$ ) με την οποία μεγεθύνθηκε ο κατακόρυφος άξονας του μορφοκλάσματος πριν την εφαρμογή της μεθόδου. Οι μορφοκλασματικές διαστάσεις "D" υπολογίστηκαν με προσαρμογή των ελάχιστων τετραγώνων στα 5 πιο αριστερά σημεία κάθε καμπύλης (Brown, 1987)

### 3.4 Η μέθοδος καταμέτρησης κουτιών/κύβων και το πλεονέκτημά της σε σχέση με τις άλλες μεθόδους

Η πιο κοινή και απλουστευμένη μέθοδος εκτίμησης της ΜΚΔ είναι η μέθοδος καταμέτρησης κουτιών/κύβων. Ουσιαστικά, πρόκειται για μια εκτίμηση της διάστασης χωρητικότητας (capacity dimension, βλ. (Eke et al.2002)), και βασίζεται στην καταμέτρηση «κουτιών (boxes)», όπως τετράγωνα, κύβοι, κ.λ.π. Πιο αναλυτικά, σύμφωνα με αυτή τη μεθοδολογία καλύπτεται το fractal του οποίου πρόκειται να υπολογιστεί η διάσταση με «κουτιά» ακμής  $r$  (τετράγωνα για την περίπτωση της νιφάδας του Koch της Εικόνας 2.3, κύβοι για την περίπτωση που το αντικείμενο είναι τριδιάστατο, κλπ). Έπειτα, καταμετράται ο αριθμός αυτών των «κουτιών» και επαναλαμβάνεται η διαδικασία για όλο και μικρότερο μέγεθος της ακμής  $r$ .

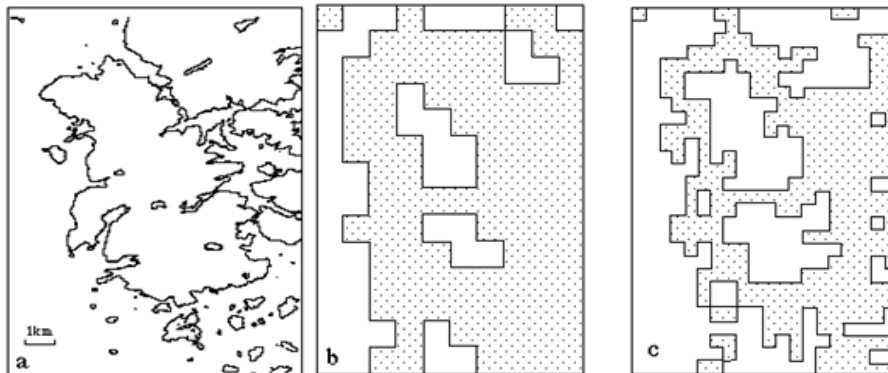
Κατά Ασβεστά (Πολυχρονάκη, 2011), για τον υπολογισμό του  $D$  σχεδιάζονται τα σημεία  $(\ln(1/r), \ln(N(r)))$  για διάφορες τιμές του  $r$  σε ένα διπλό λογαριθμικό διάγραμμα και έπειτα προσαρμόζεται σε αυτά μια ευθεία (βλ. Εικόνα 2.5), της οποίας η κλίση αποτελεί μια εκτίμηση της ΜΚΔ του αντικειμένου με τη μέθοδο καταμέτρησης κύβων (βλ. Εικόνα 3.6).



*Εικόνα 3. 6: Κάλυψη της νιφάδας του Koch με «κουτιά» διαφορετικής ακμής  $r$  για επίδειξη της μεθόδου καταμέτρησης κύβων για εκτίμηση ΜΚΔ (α) κάλυψη με μεγαλύτερα «κουτιά» (β) κάλυψη με μικρότερα «κουτιά» (Πολυχρονάκη, 2011)*

Παραδείγματος χάριν, εάν χρησιμοποιηθεί η μέθοδος μέτρησης κουτιών για να προσδιοριστεί η μορφοκλασματική διάσταση μίας βραχώδους ακτογραμμής όπως αυτή του Deer Island, Maine (βλ. Εικόνα 3.7(α)), θα ληφθεί το σχήμα της Εικόνας 3.7(β). Η ακτογραμμή επικαλύπτεται από ένα πλέγμα από τετράγωνα κουτιά –χρησιμοποιούνται πλέγματα κουτιών διαφορετικού μεγέθους-. Ο αριθμός των κουτιών  $N_i$  μεγέθους  $r_i$  που απαιτούνται για να καλύψουν την ακτογραμμή σχεδιάζεται σε ένα log-log χαρτί ως συνάρτηση του  $r_i$ . Στην ακτογραμμή της Εικόνας 3.7(α) εφαρμόζεται η μέθοδος καταμέτρησης κουτιών όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.7(β) και 3.7(γ). Οι σκιασμένες περιοχές είναι τα κουτιά που απαιτούνται για να καλυφθεί η ακτογραμμή. Στην Εικόνα 3.7(β) απαιτούνται 98 κουτιά με

$r=1\text{km}$  για να καλυφθεί η ακτογραμμή. Στην Εικόνα 3.7(γ) απαιτούνται 270 κουτιά με  $r=0,5\text{km}$  για να καλυφθεί η ακτογραμμή.



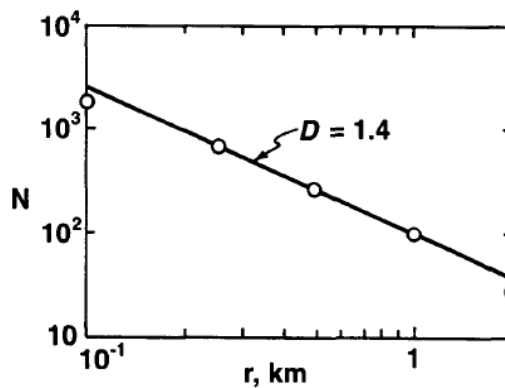
**Εικόνα 3. 7:** (α) Απεικόνιση βραχώδους ακτογραμμής του Deer Island στο Maine (β) Η σκιασμένη περιοχή περιέχει τα τετράγωνα κουτιά με  $r=1\text{km}$  που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής ( $N=98$ ) (γ) Η σκιασμένη περιοχή περιέχει τα τετράγωνα κουτιά με  $r=0,5\text{km}$  που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής ( $N=170$ ) (Turcotte, 1997)

Συγκεκριμένα, η εξίσωση που χρησιμοποιείται είναι:

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad (3.4.1)$$

όπου  $N_i$  είναι ο αριθμός των αντικειμένων με μία χαρακτηριστική γραμμική διάσταση  $r_i$ .  $C$  είναι μία σταθερά αναλογικότητας και  $D$  είναι η μορφοκλασματική διάσταση.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της (3.4.1) για ένα εύρος μεγεθών κουτιών φαίνονται στην Εικόνα 3.8. Παρατηρείται ότι ανάλογα με το μέγεθος των κουτιών που χρησιμοποιούνται υπολογίζεται διαφορετική μορφοκλασματική διάσταση, κάτι το οποίο οφείλεται στο ότι η συγκεκριμένη ακτογραμμή εμφανίζει μεγάλη τραχύτητα. Αν χρησιμοποιούνταν η μέθοδος του χάρακα σε αυτό το παράδειγμα, τότε η μορφοκλασματική διάσταση θα ήταν η ίδια, για αυτό και δεν προτιμάται (Turcotte, 1997).



**Εικόνα 3. 8:** Ο αριθμός  $N$  των τετράγωνων κουτιών που απαιτούνται για την κάλυψη της ακτογραμμής στην Εικόνα 3.7(α) ως συνάρτηση του μεγέθους του κουτιού  $r$  (προκύπτει  $D=1.4$ ) (Turcotte, 1997)

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί ότι παρόλο που η διάσταση ομοιότητας  $D_s = \log N / \log(1/r)$  δεν έχει κάποιο θεωρητικό νόημα για τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα, δύναται να εμφανίσει πρακτική αξία και να παρέχει χρήσιμες πληροφορίες (Mandelbrot, 1985).

### 3.5 Μέθοδοι εκτίμησης μορφοκλασματικής διάστασης χωρίς ανακατασκευή του χώρου φάσης

Παρόλο που όπως προαναφέρθηκε, οι ελκυστές αποτελούν σημαντικό μέρος της μελέτης των δυναμικών συστημάτων **συνήθως δεν προτιμάται η ανακατασκευή και μελέτη τους** όταν αυτοί προέρχονται από πραγματικά συστήματα, διότι αυτή η διαδικασία ελλοχεύει κινδύνους.

Η ανακατασκευή του χώρου φάσης μειονεκτεί αισθητά στην περίπτωση που θέλουμε να μελετήσουμε λεπτομερώς τη χρονική εξέλιξη του σήματος, δηλαδή απαιτείται υψηλή χρονική ανάλυση (όπως συμβαίνει στην παρούσα εργασία). Ειδικότερα, κατά την εκτίμηση της ΜΚΔ στο «πεδίο του χρόνου» χωρίς ανακατασκευή του χώρου φάσης, απαιτείται σημαντικά μικρότερος αριθμός σημείων προκειμένου να εκτιμηθεί η ΜΚΔ (σε αντίθεση με τις προσεγγίσεις «χώρου φάσης», στις οποίες ο υπολογισμός της ΜΚΔ πραγματοποιείται στο χώρο φάσης) (Πολυχρονάκη, 2011). Επιπλέον, ένα ακόμα πλεονέκτημα της εκτίμησης της ΜΚΔ απευθείας στο «πεδίο του χρόνου» είναι ότι απαιτείται σχετικά μικρός αριθμός σημείων. Τέλος, κατά Esteller et al. (Πολυχρονάκη, 2011), αυτές οι τεχνικές έχουν μικρότερο υπολογιστικό χρόνο και ως εκ τούτου, αποτελούν πιο κατάλληλη λύση για μια πιθανή υλοποίηση πραγματικού χρόνου. Έτσι, προτιμάται η εκτίμηση μεγεθών με μη-γραμμική δυναμική, όπως η ΜΚΔ, απευθείας από τις χρονοσειρές χωρίς να έχει προηγηθεί ανακατασκευή του χώρου φάσης (Πολυχρονάκη, 2011).

Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία για την εκτίμηση της ΜΚΔ (αλγόριθμοι του **Katz** και του **Higuchi**) δεν χρειάζονται ανακατασκευή του χώρου φάσης, ώστε να εκτιμηθεί η διάσταση. Αναφορικά, άλλοι αλγόριθμοι που δεν απαιτούν ανακατασκευή του χώρου φάσης είναι (Πολυχρονάκη, 2011):

- Ο αλγόριθμος του **Petrosian** (1995), ο οποίος βασίζει τον υπολογισμό της ΜΚΔ σε δυαδικές ακολουθίες.
- Ο αλγόριθμος του **Richardson** στο (Voss 1988), ο οποίος χρησιμοποιεί μια προσέγγιση υπολογισμού του μήκους της καμπύλης, ώστε να υπολογίσει την ΜΚΔ.
- Ο αλγόριθμος των **Pickover και Khorasani** (1986).
- Ο αλγόριθμος των **Uthayakumar και Paramanathan** (2007), οι οποίοι εισήγαγαν μια μεθοδολογία για την εκτίμηση του μέγιστου και ελάχιστου βήματος για τον υπολογισμό του μήκους μιας fractal καμπύλης.



- Ο αλγόριθμος του **Sevcik** (1998), ο οποίος εκτιμά την ΜΚΔ με βάση τη διάσταση του Hausdorff αφού προηγηθεί κανονικοποίηση του σήματος σε ένα μοναδιαίο τετράγωνο.
- Ο αλγόριθμος καταμέτρησης κύβων.
- Ο αλγόριθμος των **Maragos και Sun** (1993).
- Οι μέθοδοι εκτίμησης ΜΚΔ που στηρίζονται στη μοντελοποίηση του προς εξέταση σήματος με βάση κάποια χρονική διαδικασία.

Το να μην είναι απαραίτητη η ανακατασκευή του χώρου φάσης, αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα για τη λεπτομερή μελέτη της χρονικής εξέλιξης του σήματος, που απαιτείται υψηλή χρονική ανάλυση. Ακόμη, οι προσεγγίσεις εκτίμησης ΜΚΔ στο «πεδίο του χρόνου», απαιτούν σημαντικά μικρότερο αριθμό σημείων προκειμένου να εκτιμήσουν τη ΜΚΔ από ότι οι προσεγγίσεις «χώρου φάσης», κατά τις οποίες η ΜΚΔ υπολογίζεται στο χώρο φάσης (Πολυχρονάκη, 2011).

Όπως προαναφέρθηκε, στην παρούσα εργασία επικεντρωθήκαμε σε δύο μεθόδους για τον υπολογισμό της μορφοκλασματικής διάστασης απευθείας στο πεδίο του χρόνου σύμφωνα με την διδακτορική διατριβή της Πολυχρονάκη (Πολυχρονάκη, 2011). Πιο αναλυτικά, χρησιμοποιήθηκαν οι αλγόριθμοι:

- του Katz
- του Higuchi

### 3.5.1 Αλγόριθμος του Katz

Σύμφωνα με τη μέθοδο του Katz (1988), η εκτίμηση της ΜΚΔ κυματομορφών βασίζεται στη μέτρηση του μήκους τους. Πιο αναλυτικά, ο Katz ξεκίνησε τη μεθοδολογία του, χρησιμοποιώντας τη θεωρία του Mandelbrot (1982) για το πώς μπορεί να οριστεί γενικά η ΜΚΔ μιας επίπεδης καμπύλης, κι εν συνεχεία την ανέπτυξε με βάση τα ακόλουθα (Πολυχρονάκη, 2011):

Με βάση την εξίσωση (3.5.1) που διατύπωσε ο Mandelbrot το 1982, η ΜΚΔ (FD), μιας επίπεδης καμπύλης υπολογίζεται ως εξής:

$$FD = \log(L)/\log(d) \quad (3.5.1)$$

Όπου το **L αντιπροσωπεύει το συνολικό μήκος της καμπύλης και το d τη διάμετρό της.** Εάν θεωρηθεί μια κυματομορφή (χρονοσειρά, όπως η δύναμη κοπής)  $\vec{p}_i = (x_i, y_i)$  όπου  $x_i < x_{i+1}$  και  $i=1, 2, \dots, N$  (N: πλήθος των σημείων), τότε το συνολικό μήκος L είναι το άθροισμα των

αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών σημείων(ισχύει για κυματομορφές, όπου η τετμημένη αυξάνει μονότονα σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό) (Πολυχρονάκη, 2011):

$$L = \sum_{i=1}^N \left\| \vec{p}_{i+1} - \vec{p}_i \right\| \quad (3.5.2)$$

όπου  $\| \cdot \|$  είναι η Ευκλείδεια απόσταση. Η διάμετρος  $d$  μπορεί να θεωρηθεί ως η μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ του αρχικού σημείου και οποιουδήποτε άλλου σημείου της κυματομορφής, δηλαδή (Πολυχρονάκη, 2011):

$$d = \max_i \left\| \vec{p}_i - \vec{p}_1 \right\| \quad (3.5.3)$$

Σύμφωνα με τον Katz και τον παραπάνω ορισμό, οι ΜΚΔ δεν μπορούν να συγκριθούν εύκολα όταν ο υπολογισμός τους έχει γίνει με τη χρήση τυχαίων μονάδων για την εκτίμηση του μήκους. Παραδείγματος χάριν, η κλασματική διάσταση είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερη αν το μήκος και η διάμετρος μιας καμπύλης μετρηθούν σε νανόμετρα, απ' ότι αν η μέτρηση πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας μια πολύ μεγαλύτερη μονάδα, όπως, χιλιόμετρα. Αυτό το γεγονός προκύπτει από το ότι για τη κλασματική διάσταση απαιτούνται μετρήσεις σε διακριτό και όχι συνεχή χώρο. Συνεπώς, για την εκτίμηση της ΜΚΔ, είναι πολύ σημαντικός ο ορισμός της μονάδας μέτρησης (yardstick), με βάση την οποία πρόκειται να διακριτοποιηθεί ο χώρος. Έχει επικρατήσει, η μονάδα μέτρησης (yardstick), που χρησιμοποιείται να είναι η μικρότερη συνέλιξη (convolution) ενδιαφέροντος στο σχήμα. Ουσιαστικά πρόκειται για τη μικρότερη μονάδα μεταβολής της μορφής του σχήματος που μπορεί να γίνει αντιληπτή. Ένας άλλος τρόπος για τη διακριτοποίηση του χώρου, είναι να ορίζεται ως μονάδα μέτρησης το μέσο βήμα ή συνέλιξη του σχήματος. Για κυματομορφές, μέσο βήμα **ορίζεται η μέση απόσταση  $\underline{a}$** , μεταξύ διαδοχικών σημείων της κυματομορφής. Αυτή τη μέση απόσταση χρησιμοποιεί ο Katz για να διορθώσει εξίσωση (3.5.3). Συνεπώς, η εξίσωση (3.5.3) γίνεται (Πολυχρονάκη, 2011):

$$FD = \frac{\log(L/\underline{a})}{\log(d/\underline{a})} \quad (3.5.4)$$

Εάν ο αριθμός των βημάτων στην καμπύλη (τα οποία είναι  $N-1$ , δηλαδή ένα λιγότερα από τον αριθμό των σημείων,  $N$ ) οριστεί ως  $n$ , τότε  $n = L/\underline{a}$ . Σύμφωνα με τη θεωρία του Katz, αν το  $n$  αντικατασταθεί στην εξίσωση (3.5.4) η ΜΚΔ,  $FD$ , εκτιμάται από την εξίσωση (3.5.5) (Πολυχρονάκη, 2011):

$$FD = \frac{\log(n)}{\log(n) + \log(d/L)} \quad (3.5.5)$$

### 3.5.2 Αλγόριθμος του Higuchi

Όπως και για τη μέθοδο του Katz, έτσι και για τη μέθοδο του Higuchi (1988) η εκτίμηση της ΜΚΔ μιας καμπύλης βασίζεται σε μέτρηση του μήκους της. Πιο αναλυτικά, ο αλγόριθμος υπολογίζει το μέσο μήκος της καμπύλης, χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης ένα τμήμα  $k$  σημείων. Πρακτικά, η μέθοδος Higuchi προέκυψε μετά από τροποποίηση μιας παλαιότερης παρόμοιας μεθόδου για εκτίμηση ΜΚΔ που προτάθηκε από τους Burlaga and Klein (1986). Συγκεκριμένα, η μέθοδος του Higuchi απαρτίζεται από τα εξής 4 βήματα (Πολυχρονάκη, 2011):

**1<sup>ο</sup> Βήμα:** Ορίζονται -για παρατηρήσεις που έχουν καταγραφεί ανά ίσα χρονικά διαστήματα- οι τιμές του πεπερασμένου συνόλου παρατηρήσεων από μια χρονοσειρά ως εξής:

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_i, \dots, y_N = y(1), y(2), y(3), \dots, y(i), \dots, y(N)$ , όπου  $i=1, 2, \dots, N$  ( $N$ : αριθμός των σημείων της χρονοσειράς) (στην περίπτωσή μας, το  $y$  είναι οι διαδοχικές τιμές δύναμης κοπή). Εν συνεχεία, **κατασκευάζονται  $k$  νέες χρονοσειρές  $y_k^m$**  για ένα εύρος τιμών  $k$  μεταξύ 1 και  $k_{max}$ :

$y_k^m: y(m), y(m+k), y(m+2k), \dots, y(m+ik), \dots, y\left(m + \text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right) \cdot k\right)$ , όπου  $m=1, 2, \dots, k$ .

**2<sup>ο</sup> Βήμα:** Για κάθε καμπύλη  $y_k^m$  υπολογίζεται το μήκος  $L_m(k)$  ως εξής:

$$L_m(k) = \left[ \left( \sum_{i=1}^{\text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right)} |y(m+i \cdot k) - y(m+(i-1) \cdot k)| \right) \cdot \frac{N-1}{\text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right) \cdot k} \right] \cdot k^{-1}$$

Ο όρος  $(N-1) \cdot \left(\text{int}\left(\frac{N-m}{k}\right) \cdot k\right)^{-1}$  χρησιμεύει για τη κανονικοποίηση του μήκους της καμπύλης  $y_k^m$ .

**3<sup>ο</sup> Βήμα:** Υπολογίζεται για κάθε  $k$  το μέσο μήκος της καμπύλης,  $\langle L(k) \rangle$ , ως η μέση τιμή των  $k$  μηκών  $L_m(k)$ , για  $m=1, 2, \dots, k$ , δηλαδή  $\langle L(k) \rangle = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k L_m(k)$ . Έπειτα, επαναλαμβάνεται η εκτίμηση για εύρος τιμών  $k$  μεταξύ 1 και  $k_{max}$ .

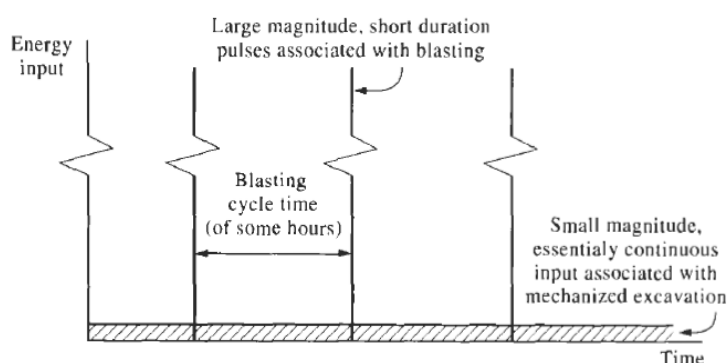
**4<sup>ο</sup> Βήμα:** Στη περίπτωση που  $\langle L(k) \rangle \propto k^{-FD}$ , τότε η καμπύλη είναι μορφοκλασματική (fractal) με διάσταση FD. Αν, η γραφική παράσταση του  $\ln(\langle L(k) \rangle)$  σε σχέση με το  $\ln(k)$  είναι ευθεία γραμμή με κλίση ίση με  $-FD$ , τότε η FD υπολογίζεται με τη βοήθεια βέλτιστης προσαρμογής ελαχίστων τετραγώνων (Πολυχρονάκη, 2011).

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΞΟΡΥΞΗ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ**  
**ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΜΕΣΑ**

#### 4.1 Ενέργεια και μηχανική εξόρυξη

Τα τελευταία χρόνια διερευνάται έντονα η βελτίωση του τρόπου διαχείρισης της ενέργειας (ή ειδικής ενέργειας) κατά την εξόρυξη, που αποτελεί την ποσότητα ενέργειας που απαιτείται για να εξορυχθεί μία μονάδα όγκου πετρώματος ( $J/m^3$ ). Κατά τον σχεδιασμό εξορυκτικών μηχανών με βελτιωμένα χαρακτηριστικά πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η αρχή της ελαχιστοποίησης της ειδικής ενέργειας, ώστε να μεγιστοποιείται η εξοικονόμηση ενέργειας, να αυξάνεται ο ρυθμός παραγωγής και να ελαχιστοποιούνται οι καταστροφικές για τη μηχανή δονήσεις (Hudson and Harrison, 1997).

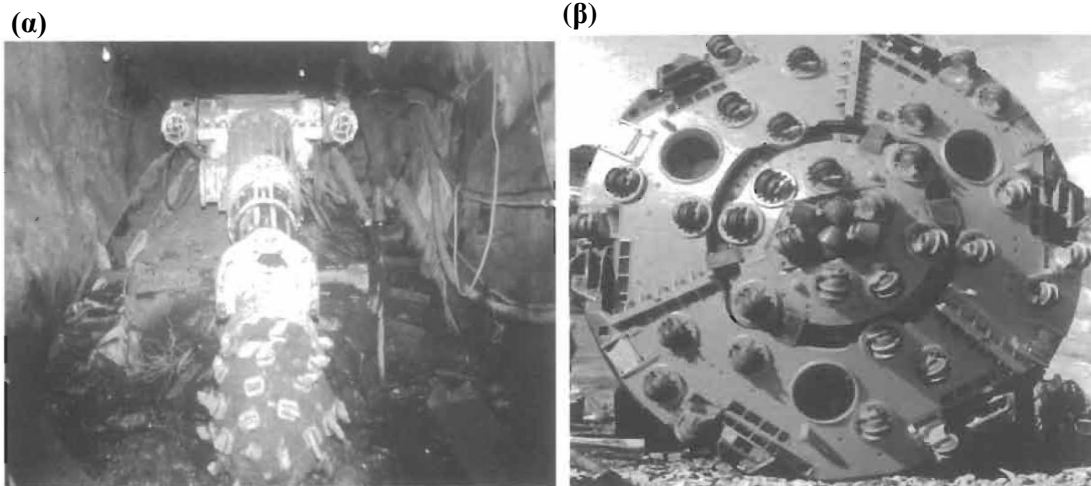
Υπάρχουν μόνο δύο θεμελιώδεις τρόποι για τη διοχέτευση ενέργειας μέσα στο πέτρωμα για την εξόρυξή του: ο ένας είναι η χρήση εκρηκτικών υλών, ενώ ο άλλος είναι η χρήση μηχανικών μέσων. Στην Εικόνα 4.1 απεικονίζεται το διάγραμμα της ενέργειας συναρτήσει του χρόνου για τις δύο προαναφερθείσες μεθόδους. Η ενέργεια καταναλώνεται είτε σε πολύ μεγάλες ποσότητες για πολύ μικρό χρονικό διάστημα είτε σε μικρότερες ποσότητες με συνεχόμενο ρυθμό (Hudson and Harrison, 1997).



*Εικόνα 4. 1: Εισαγόμενη ενέργεια σε ανατίναξη και σε μηχανοποιημένη εξόρυξη (Hudson and Harrison 1997)*

#### 4.2 Μηχανική εξόρυξη

Σε συνέχεια με τα προηγούμενα, η μηχανική εξόρυξη γνωρίζει τις τελευταίες δεκαετίες σημαντική διάδοση. Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι μηχανών για υπόγειες εκσκαφές: οι μηχανές σημειακής κοπής και οι μηχανές ολομέτωπης κοπής (βλ. Εικόνα 4.2). Οι μηχανές σημειακής κοπής έχουν μία κοπτική κεφαλή στο άκρο ενός κινούμενου βραχίονα. Οι μηχανές ολομέτωπης κοπής έχουν μία περιστρεφόμενη κεφαλή, εξοπλισμένη με κοπτικά, η οποία προσβάλλει όλη τη διατομή της σήραγγας και ως εκ τούτου εξορύσσει κατά κανόνα κυκλικές σήραγγες (Hudson and Harrison, 1997).



*Εικόνα 4. 2: (α) Μηχάνημα τμηματικής κοπής και (β) μηχανήμα ολομέτωπης κοπής (Hudson and Harrison 1997)*

Έκαστος τύπος έχει ξεχωριστά πλεονεκτήματα. Ειδικότερα, οι μηχανές σημειακής κοπής είναι φθηνότερες, μικρότερες και πολύ πιο ευέλικτες κατά τη λειτουργία, ενώ οι μηχανές ολομέτωπης κοπής -όταν χρησιμοποιούνται για σχετικά ευθύγραμμες και μεγάλου μήκους σήραγγες- επιτρέπουν υψηλούς ρυθμούς προχώρησης σε μία ομαλή, αυτοματοποιημένη κατασκευαστική διεργασία.

Σύμφωνα με τους Hudson και Harrison (1997), για την αξιολόγηση του ρυθμού προχώρησης των κατασκευαζόμενων σηράγγων, είναι σημαντικό να γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των:

- A) ρυθμός κοπής, C: Ο ρυθμός με τον οποίο προχωρεί η μηχανή εκσκαφής όταν λειτουργεί.
- B) ρυθμός προχώρησης, A: ο ρυθμός με τον οποίο κατασκευάζεται η σήραγγα.

Αυτά σχετίζονται μέσω του συντελεστή χρησιμοποίησης  $U$ , που είναι το ποσοστό του χρόνου κατά το οποίο το μηχανήμα εξορύσσει πέτρωμα, σύμφωνα με την εξίσωση:  $A=U \cdot C$  (Hudson and Harrison 1997).

Παρόλο που οι κατασκευαστές μηχανών εκσκαφής συνηθίζουν να προσδιορίζουν τον ρυθμό κοπής, ο πραγματικός ρυθμός διάνοιξης της σήραγγας εξαρτάται και από τον συντελεστή χρησιμοποίησης, ο οποίος με τη σειρά του εξαρτάται από τις συνθήκες περιβάλλοντος. Ενδεικτικά, σε άσχημες συνθήκες εδάφους οι μηχανές μπορεί να δουλεύουν με  $U=10\%$  ή ακόμα και  $0\%$  (εάν κολλήσει το μηχανήμα), ενώ η πιθανότητα να δουλέψουν με  $U=100\%$  είναι μηδαμινή, εξαιτίας της προγραμματισμένης συντήρησης. Σε περιπτώσεις όπου ο σχεδιασμός του συστήματος έχει γίνει προσεκτικά μπορεί να επιτευχθεί  $U=90\%$ . Ορισμένοι παράγοντες, οι οποίοι συνεισφέρουν σε χαμηλούς ρυθμούς χρησιμοποίησης είναι μεταξύ άλλων δυσκολίες στη στήριξη του εδάφους και την οδήγηση, η ανάγκη για συχνή αντικατάσταση των κοπτικών, μπλοκαρισμένες δίοδοι και ιμάντες κ.α. (Hudson and Harrison 1997).

**Παρόλο που με τα χρόνια, αυτές οι μηχανές έχουν εξελιχτεί, υπάρχει συνεχής συζήτηση για την βέλτιστη φιλοσοφία σχεδιασμού τους.** Έτσι, προκύπτει το ερώτημα εάν θα έπρεπε να σχεδιαστεί ένα στιβαρό μηχάνημα, ικανό να λειτουργεί σε οποιοσδήποτε συνθήκες εδάφους, ή αν θα έπρεπε να σχεδιάζεται για τις επικρατούσες συνθήκες εδάφους σε ένα συγκεκριμένο έργο. Το πλεονέκτημα των πρώτων είναι η διαθεσιμότητα των έτοιμων μηχανημάτων και εξαρτημάτων. Το μειονέκτημα είναι το μεγάλο κόστος που μπορεί να επέλθει από την αγορά μηχανημάτων με άσκοπα υψηλές προδιαγραφές. Από την άλλη, το πλεονέκτημα των κατά παραγγελία μηχανών έγκειται στο ότι είναι σε αντιστοιχία με τα χαρακτηριστικά του εδάφους. Βέβαια, είναι ευαίσθητα σε μη αναμενόμενες συνθήκες εδάφους (έχουν υπάρξει παραδείγματα μηχανών μαλακού εδάφους σχεδιασμένων για την εκσκαφή άμμου, που συνάντησαν ογκόλιθους γρανίτη και μηχανών σκληρού πετρώματος που συνάντησαν άργιλο) (Hudson and Harrison, 1997).

Οι δύο κύριοι παράγοντες που δύνανται να σταματήσουν ένα μηχάνημα διάνοιξης σε μία σήραγγα είναι είτε ότι το πέτρωμα παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση στην κοπή είτε ότι το πέτρωμα είναι πολύ σαθρό για να προσφέρει την απαιτούμενη αντίδραση προκειμένου να προχωρήσει μπροστά το μηχάνημα και είναι δύσκολο να υποστηριχθεί (Hudson and Harrison, 1997).

### **4.3 Η μηχανική της κοπής των πετρωμάτων**

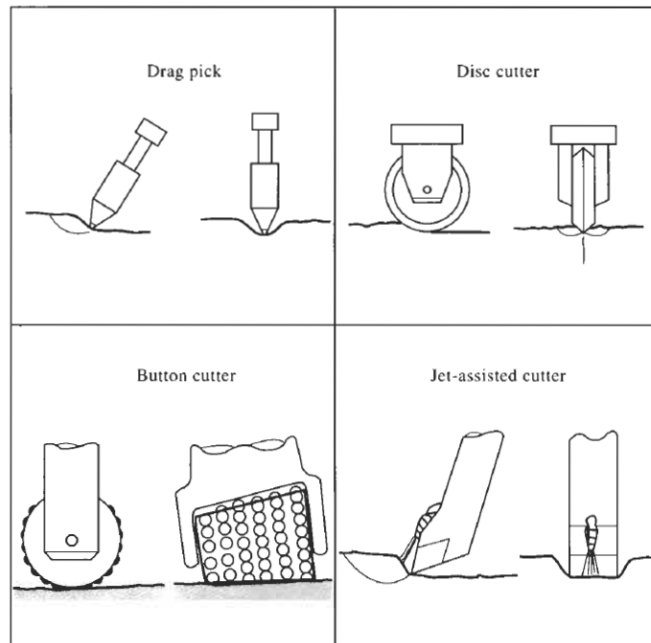
Ένα από τα κύρια μέρη των μηχανών εξόρυξης πετρωμάτων είναι ο μηχανισμός κοπής του πετρώματος. Στον πίνακα της Εικόνας 4.3, απεικονίζονται οι κύριοι τύποι κοπτικών και οι απαιτήσεις τους ως προς την εφαρμοζόμενη δύναμη. Οι συμβολισμοί  $F_n$  και  $F_t$  αντιπροσωπεύουν τις ορθές και εφαπτομενικές δυνάμεις που δρουν στο μέτωπο του πετρώματος. Σε όρους σηραγγοποιίας, το  $F_n$  σχετίζεται με την ώθηση και το  $F_t$  με τη ροπή που αναπτύσσει η μηχανή (Hudson and Harrison, 1997).

Cutter type	Rock strength	Applied forces
drag picks (conical or flat-bladed)	<70MPa	$F_n \ll F_t$
discs (mounted singly or multiply)	70-275MPa	$F_n > F_t$
button bits (mounted on discs or cylinders)	275-415MPa	$F_n \gg F_t$
water jets	all strengths	not applicable

**Εικόνα 4. 3:** Τύποι κοπτικών και συναφείς παράμετροι (Hudson and Harrison, 1997)

Υπάρχουν διάφοροι τύποι κοπτικών που χρησιμοποιούνται στις μηχανές εξόρυξης πετρωμάτων. Οι κύριοι τύποι παρουσιάζονται στην Εικόνα 4.4. Πιο συγκεκριμένα, στην πάνω αριστερή εικόνα απεικονίζεται η διαδικασία κοπής με συρόμενο κοπτικό. Η κοπτική διαδικασία ενδέχεται να είναι ένας πολύπλοκος συνδυασμός, εφελκυστικής, διατμητικής, και θλιπτικής αστοχίας. Βέβαια, ο πραγματικός μηχανισμός αστοχίας θα είναι πολύ πιο περίπλοκος από αυτό και είναι αμφίβολο εάν επί του παρόντος μπορεί να πραγματοποιηθεί απευθείας κάποια πρακτική μοντελοποίηση της διεργασίας. Υπάρχουν αρκετοί επιπρόσθετοι παράγοντες που επηρεάζουν αυτή τη μοντελοποίηση, όπως οι δονήσεις της κοπτικής κεφαλής, η ακαμψία των κοπτικών και η ακανόνιστη φύση του μετώπου κοπής (Hudson and Harrison, 1997).



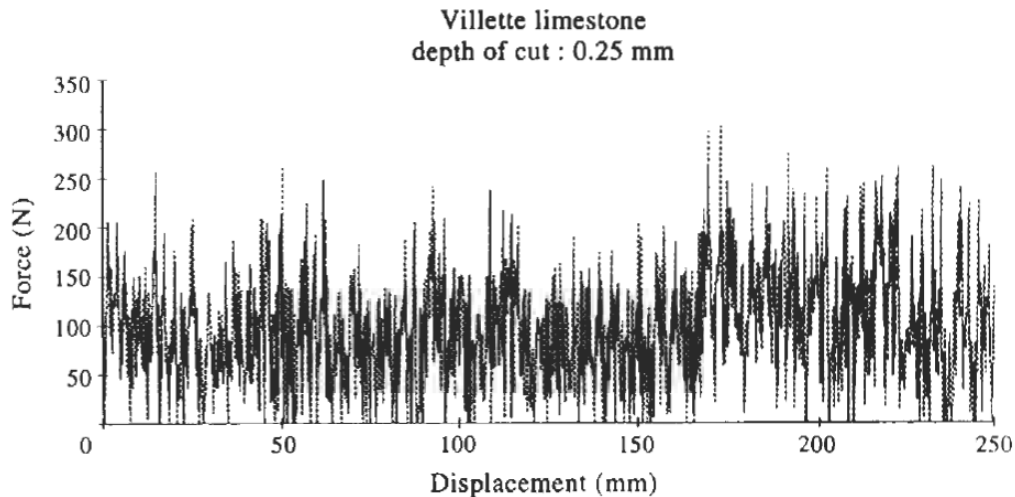


*Εικόνα 4. 4: Η λειτουργία των τεσσάρων κύριων τύπων κοπτικών (Hudson and Harrison, 1997)*

Στην Εικόνα 4.5 απεικονίζεται η δύναμη κοπής, όπως αυτή καταγράφηκε από ένα δυναμόμετρο στο οποίο τοποθετήθηκε ένα συρόμενο κοπτικό, για μήκος κοπής περίπου 250mm. Παρότι θα μπορούσε εύκολα να υποθεθεί ότι υπάρχει άμεση συσχέτιση μεταξύ των κορυφών του διαγράμματος και της απελευθέρωσης μεμονωμένων θραυσμάτων κατά τη διαδικασία κοπής, έχει αποδειχτεί από εκτενή έρευνα ότι αυτό δεν συμβαίνει. Ακόμη, κανένα από τα προτεινόμενα μοντέλα αστοχίας ή μηχανισμούς κοπής δεν μπορεί να μοντελοποιήσει επαρκώς την εικονιζόμενη διακύμανση των δυνάμεων (Hudson and Harrison, 1997).

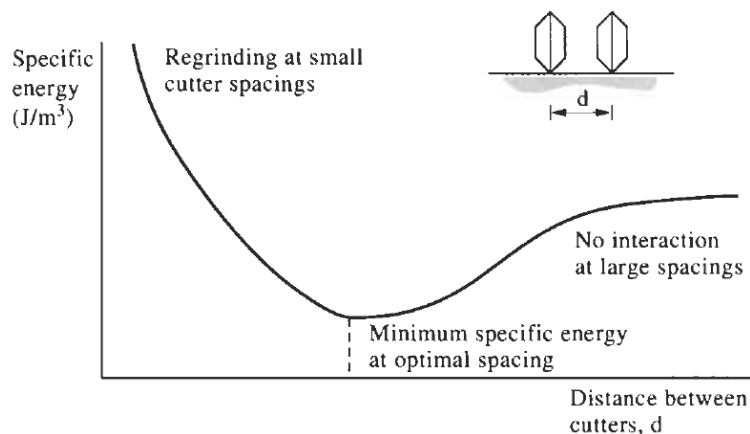
Εξαιτίας της περίπλοκης φύσης της διαδικασίας κοπής, με όλα τα αναμενόμενα φαινόμενα μικρο-δομής και τους εξωτερικούς περίπλοκους παράγοντες, η ρεαλιστική προσέγγιση για την εμπειρική πρόβλεψη των ρυθμών κοπής πραγματοποιείται με χρήση οικείων παραμέτρων αντοχής, όπως η θλιπτική αντοχή (βλ. Εικόνα 4.3). Δεδομένου ότι οι περισσότερες γεωμηχανικές ιδιότητες είναι αλληλένδετες, αυτή η προσέγγιση εμφανίζει ένα βαθμό επιτυχίας. Πιο πρόσφατες έρευνες μελετούν την πιθανότητα μοντελοποίησης της διαδικασίας κοπής ως ένα χαοτικό σύστημα (Hudson and Harrison, 1997). Πάνω σε αυτή τη βάση εργαζόμαστε κι εμείς στην παρούσα εργασία

Ο μηχανικός θέλει να γνωρίζει πιο κοπτικό εργαλείο είναι το καλύτερο, με ποιο τρόπο θα πρέπει να διαταχθούν τα κοπτικά εργαλεία στην κοπτική κεφαλή της μηχανής, πώς θα ελαχιστοποιηθεί η ανάγκη αντικατάστασης των κοπτικών, πώς θα αποφευχθεί η καταστροφή των βάσεων κοπής και πώς θα ελαχιστοποιηθεί η δόνηση. Αυτό απαιτεί εμπειρία, χρήση εμπειρικών κριτηρίων και μεταβολή των λειτουργικών χαρακτηριστικών (όπως η ροπή και η ώθηση) κατά τη διάρκεια της εξόρυξης (Hudson and Harrison, 1997).



*Εικόνα 4. 5: Καταγραφή δύναμης κατά τη διάρκεια εγκάρσιας κοπής 250mm χρησιμοποιώντας συρόμενο κοπτικό (Hudson and Harrison 1997)*

Όσον αφορά τους τρεις υπόλοιπους μηχανισμούς κοπής που παρουσιάζονται στην Εικόνα 4.4, στην πράξη ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις και εφαρμογές. Ανέκαθεν υπήρχε μία συζήτηση για τους μηχανισμούς αστοχίας, οι οποίοι προκύπτουν για κοπτικά δίσκου που κυλούνται ελεύθερα, και για το αν θα πρέπει να τοποθετούνται μεμονωμένα ή σε δέσμες ώστε να αξιοποιείται η αλληλεπίδρασή τους κατά τη διεργασία κοπής. Στην Εικόνα 4.6, απεικονίζεται μία γενικευμένη καμπύλη της απόστασης μεταξύ των κοπτικών (στον οριζόντιο άξονα) και της ειδικής ενέργειας (στον κάθετο άξονα) (Hudson and Harrison, 1997).



*Εικόνα 4. 6: Γενικευμένη καμπύλη της ειδικής ενέργειας συναρτήσει της απόστασης μεταξύ των κοπτικών (Hudson and Harrison, 1997)*

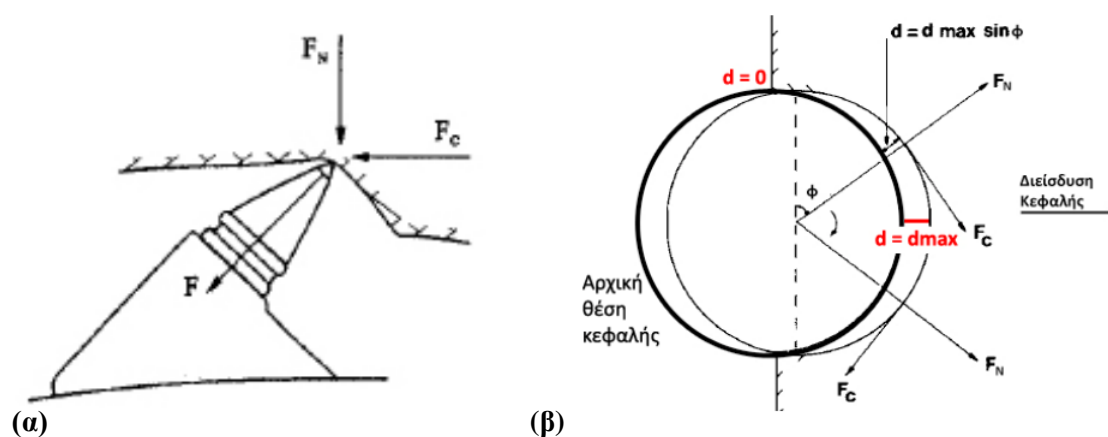
Όταν η απόσταση μεταξύ των κοπτικών είναι μικρή επέρχεται υπερθρυμματισμός. Πιο αναλυτικά, η ελάχιστη ειδική ενέργεια επιτυγχάνεται όταν τα κοπτικά είναι τοποθετημένα έτσι ώστε να αλληλεπιδρούν με τον βέλτιστο τρόπο κατά τη διαδικασία θραύσης. Όταν η απόσταση μεταξύ των κοπτικών είναι μεγάλη τα κοπτικά δρουν ανεξάρτητα και ως εκ τούτου

η διαδικασία δεν ωφελείται από την αλληλεπίδραση των κοπτικών (Hudson and Harrison, 1997).

#### 4.4 Η έννοια της δύναμης κοπής και τα κύρια χαρακτηριστικά της

Η δύναμη κοπής, ως μέγεθος, εκφράζει τη δύναμη εκείνη που απαιτείται να ασκηθεί για να εξορυχτεί το πέτρωμα από το μηχάνημα εξόρυξης.

Πιο αναλυτικά, κατά την κοπή του πετρώματος με κοπτικό συρόμενου τύπου υπάρχει μία συνισταμένη δύναμη  $F$  η οποία αντιδρά στη μετατόπιση κάθε κοπτικού. Αυτή, με τη σειρά της αναλύεται στη δύναμη κοπής  $F_C$  (είναι παράλληλη προς την κοπή του πετρώματος) και στην κάθετη ως προς αυτή  $F_N$  (είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση της κεφαλής στο πέτρωμα), (βλ. Εικόνα 4.7α) (Μιχαλακόπουλος, 2010).



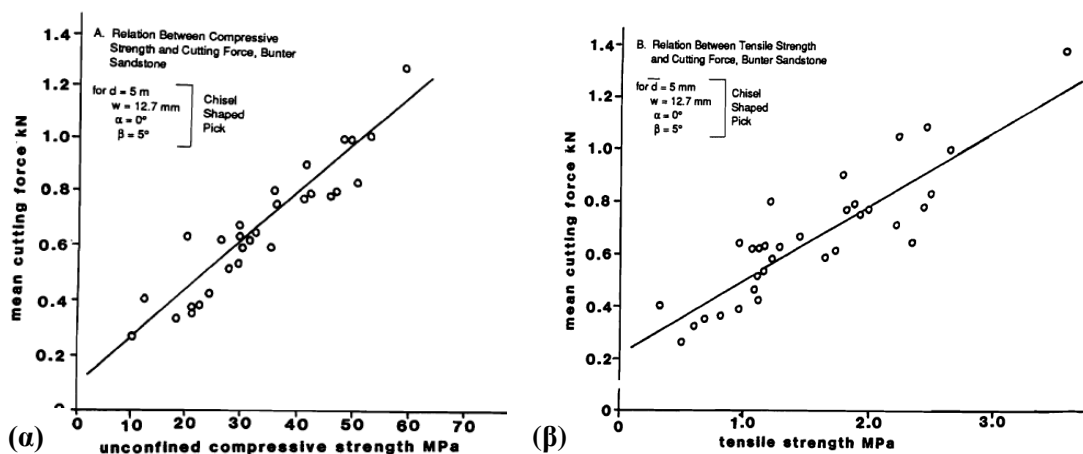
**Εικόνα 4. 7:** α) Απεικόνιση συνισταμένης δύναμης η οποία αντιδρά στη μετατόπιση κοπτικών συρόμενου τύπου και β) Οι δυνάμεις κοπής κατά τη περιστροφική κίνηση της κεφαλής (Μιχαλακόπουλος, 2010)

Στην Εικόνα 4.7β φαίνεται ότι η συνισταμένη δύναμη  $F$  κάθε κοπτικού αλλάζει διαρκώς διεύθυνση λόγω της περιστροφικής κίνησης της κεφαλής. Ταυτόχρονα η  $F_C$  απεικονίζεται ως η εφαπτομενική δύναμη και η  $F_N$  ως η ακτινική. Ακόμη, λόγω της γεωμετρίας της κεφαλής και του τρόπου που διεισδύει στο πέτρωμα, το βάθος κοπής κάθε κοπτικού διαφοροποιείται σε κάθε περιστροφή -ανάλογα με τη θέση του- από 0 έως μια μέγιστη τιμή  $d_{max}$  (Μιχαλακόπουλος, 2010).

Τις περισσότερες φορές η δύναμη κοπής η οποία εφαρμόζεται σε ένα κοπτικό μετράται πειραματικά. Παράλληλα όμως είναι σημαντικό και να μπορεί να προβλεφτεί το μέτρο της δύναμης κοπής και πώς οι διαφορετικές παράμετροι κοπής επηρεάζουν τη δύναμη κοπής πριν ακόμα να καθοριστεί η μηχανική διεργασία. Συγκεντρωτικά, η ανάλυση της δύναμης κοπής είναι σημαντική για τους εξής λόγους (Learn Engineering, 2015):

- Για να σχεδιαστεί η μηχανή κοπής, έτσι ώστε να μπορεί να αντέξει αποτελεσματικά την επιβαλλόμενη δύναμη κοπής και τη δύναμη ώθησης
- Για να εκτιμηθεί η κατανάλωση ενέργειας κατά τη διάρκεια της μηχανικής διεργασίας
- Για να προβλεφτεί η διάρκεια ζωής του κοπτικού
- Για να αυξηθεί η παραγωγικότητα –αυτός είναι κι ο πιο σημαντικός παράγοντας-

Έχει παρατηρηθεί ότι οι δυνάμεις κοπής αυξάνονται σχεδόν γραμμικά συναρτήσει της αντοχής των πετρωμάτων. Εξαιτίας της ετερογένειας των πετρωμάτων, είναι δύσκολο να εκτιμηθεί εάν κάποια από τις παραμέτρους αντοχής, καθορίζει τη δύναμη κοπής. Οι Εικόνες 4.8α και 4.8β απεικονίζουν τη σχέση μεταξύ, αντοχής σε ανεμπόδιστη θλίψη και εφελκυσμό και δύναμη κοπής κοπτικών. Και οι δύο είναι ουσιαστικά γραμμικές. Αυτά τα δεδομένα προέρχονται από ελεγχόμενα πειράματα κοπής χρησιμοποιώντας δείγματα πετρωμάτων από διαφορετικές γεωγραφικές τοποθεσίες και κάθετους οριζόντες σε ένα ενιαίο τεράστιο σχηματισμό ψαμμίτη. Ακόμη, δεδομένου ότι η αντοχή με τη σειρά της αυξάνεται με το βάθος, προκύπτει ότι κι η αναμενόμενη δύναμη κοπής τείνει να αυξάνεται ανάλογα με το βάθος κοπής (Hartman, 1992).



*Εικόνα 4. 8: α) Η δύναμη κοπής συναρτήσει της αντοχής σε ανεμπόδιστη θλίψη και β) η δύναμη κοπής συναρτήσει του εφελκυσμού (Hartman, 1992)*

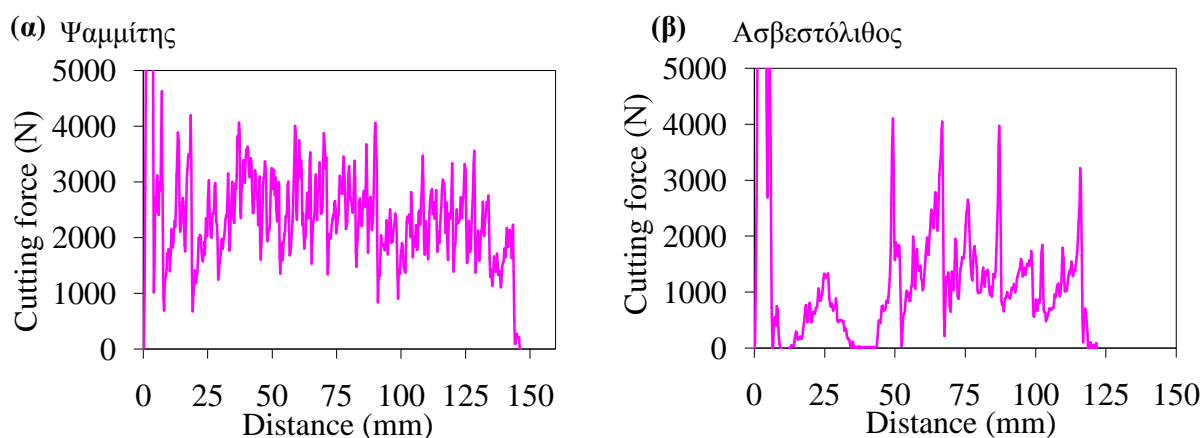
Παρόλο που η μηχανική αντοχή δεν είναι ο μόνος παράγοντας που επηρεάζει την κοπή ενός πετρώματος, θα πρέπει να αναφερθεί πως η παρατηρηθείσα συμπεριφορά κατά τη κοπή άνθρακα, η οποία παρατίθεται παραπάνω σχετίζεται με τη συμπεριφορά κοπής κι άλλων πετρωμάτων (Hartman, 1992).

Εν συνεχεία, παρατίθενται ενδεικτικά δύο διαγράμματα δύναμης κοπής (βλ. Εικόνα 4.9α και β) συναρτήσει της απόστασης (Μιχαλακόπουλος, 2015). Παρόλο που και τα δύο διαγράμματα αντιστοιχούν σε ψαθυρά δοκίμια, το δοκίμιο του δεξιού διαγράμματος (ασβεστόλιθος) εμφανίζει πιο ψαθυρή συμπεριφορά δεδομένου ότι οι κορυφές του

διαγράμματος του ασβεστόλιθου είναι μεγαλύτερες και πιο πλατιές και υποδηλώνουν αφαίρεση μεγαλύτερων τεμαχών πετρώματος (θραυσμάτων). Τα μεγάλα θραύσματα με τη σειρά τους καταδεικνύουν πολύ ψαθυρό πέτρωμα. Επιπλέον, στο διάγραμμα του ασβεστόλιθου φαίνεται ότι τα θραύσματα του υλικού, που θραύεται συνεχώς, απομακρύνονται γρήγορα και βίαια από το κοπτικό.

Ακόμη, στα πολύ ψαθυρά πετρώματα παρατηρούνται:

- 1) Πιο ευδιάκριτοι κύκλοι φόρτισης αποφόρτισης, καθώς όσο πιο ψαθυρό είναι το πέτρωμα οι αυξομειώσεις της τιμής της δύναμης κοπής έχουν μικρότερη συχνότητα.
- 2) Το εύρος του ελάχιστου (min) και του μέγιστου (max) σημείου σε κάθε κύκλο φόρτισης-αποφόρτισης είναι μεγαλύτερο από ό,τι το αντίστοιχο εύρος στα λιγότερο ψαθυρά.
- 3) Το φαινόμενο εμφανίζεται λιγότερο χαοτικό (υψίσυγνο) από ό,τι στα λιγότερο ψαθυρά.



*Εικόνα 4. 9: α) Διάγραμμα δύναμης κοπής ψαμμίτη και β) διάγραμμα δύναμης κοπής ασβεστόλιθου (Μιχαλακόπουλος, 2015)*

## 4.5 Θεωρίες κοπής

### 4.5.1 Εισαγωγή

Η μηχανική της κοπής των πετρωμάτων δύναται να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της δύναμης κοπής ενός δεδομένου κοπτικού σε ποικίλους γεωλογικούς σχηματισμούς και για διάφορες συνθήκες λειτουργίας, λαμβάνοντας υπόψη τη διαδικασία σχηματισμού θραυσμάτων και τη φθορά της αιχμής του κοπτικού. Τελικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να συντελέσει στο σχεδιασμό και τη λειτουργία των μηχανών εξόρυξης και διάνοιξης σηράγγων (Nishimatsu, 1993).

Τρεις τύποι κοπτικών εργαλείων χρησιμοποιούνται για τον θρυμματισμό πετρωμάτων και τις διατρήσεις: το συρόμενο κοπτικό, ο περιστρεφόμενος δίσκος κοπής και η κρουστοπεριστροφική σφύρα. Το συρόμενο κοπτικό είναι το πιο σημαντικό εργαλείο για την εξόρυξη άνθρακα, τη διάτρηση και τη διάνοιξη σηράγγων σε μαλακούς σχηματισμούς. Ο περιστροφικός δίσκος κοπής είναι το πιο σημαντικό εργαλείο για τη διάνοιξη σηράγγων και την εξόρυξη σε σκληρούς γεωλογικούς σχηματισμούς (Nishimatsu, 1993).

Γενικότερα, υπάρχουν τρεις σημαντικοί παράγοντες για την εκτίμηση της απόδοσης κοπής πετρωμάτων. Αυτοί είναι: η δύναμη κοπής, η διάρκεια ζωής του κοπτικού και η ειδική ενέργεια, με τις δύο τελευταίες να έχουν συνήθως μεγαλύτερη επίδραση από τη δύναμη κοπής στη λειτουργική απόδοση των μηχανών κοπής από τεχνικο-οικονομική άποψη (Nishimatsu, 1993).

Οι επικρατέστερες θεωρίες κοπής οι οποίες χρησιμοποιούνται για την ερμηνεία του μηχανισμού της κοπής των πετρωμάτων με κοπτικά εργαλεία συρόμενου τύπου (drag picks), είναι τρεις. Πιο αναλυτικά, οι θεωρίες των **Merchant** (1944), **Evans** (1962) και **Nishimatsu** (1971), χρησιμοποιούνται ευρέως και για τη συσχέτιση της απόδοσης των κοπτικών με την αντοχή του προς εξόρυξη πετρώματος (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Για τις θεωρίες κοπής που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο, έχουν γίνει οι εξής παραδοχές:

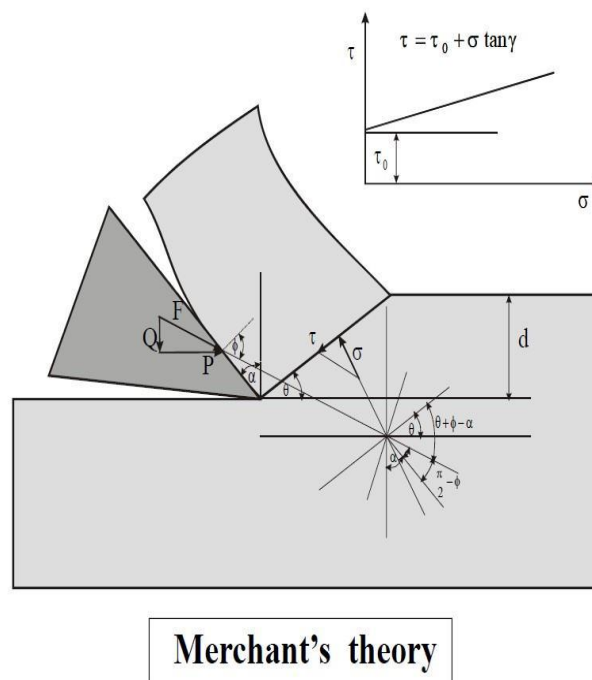
- Το πλάτος του κοπτικού εργαλείου είναι κατά πολλές τάξεις μεγαλύτερο από το βάθος κοπής ( $B \gg d$ ), άρα οι θεωρίες κοπής είναι δι-διάστατες.
- Επικρατούν συνθήκες επίπεδης τάσης (plain stress).

#### 4.5.2 Θεωρία κοπής Merchant για σφηνοειδή κοπτικά

Η εν λόγω ημιεμπειρική θεωρία κατά Merchant (1944) περιέγραφε αρχικά την κοπή μετάλλων με ελαστο-πλαστική συμπεριφορά, αλλά στη συνέχεια μερικοί συγγραφείς παρατήρησαν ότι τα αποτελέσματα των πειραμάτων τους σε ψαθυρά πετρώματα (τα οποία εντούτοις παρουσιάζουν σε κάποιο βαθμό πλαστική συμπεριφορά) συμφωνούν με τη θεωρία (Vlasblom, 2007).

Στη θεωρία του Merchant χρησιμοποιείται σφηνοειδές κοπτικό εργαλείο, το οποίο έχει ενιαία επίπεδη κοπτική ακμή, και είναι τοποθετημένο με την κοπτική ακμή κάθετα προς τη διεύθυνση της σχετικής κίνησης του εργαλείου όπως αυτό κόβει το τεμάχιο του πετρώματος ("ορθογωνική κοπή"). Κατά τη περίπτωση αυτή, θεωρείται ότι το σύστημα των δυνάμεων είναι δύο διαστάσεων (Vlasblom, 2007). Το βάθος κοπής είναι πολύ μικρό σε σύγκριση με το πλάτος του κοπτικού εργαλείου και συνεπώς μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης.

Στην Εικόνα 4.10 απεικονίζεται το μοντέλο κοπής του πετρώματος κατά Merchant.



*Εικόνα 4. 10: Απεικόνιση της γεωμετρίας του αποκόμματος που σχηματίζεται και των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή με βάση τη θεωρία Merchant –επικρατεί ισορροπία των δυνάμεων (Vlasblom, 2007)*

Η οριζόντια δύναμη κοπής  $F_c$  υπολογίζεται ως εξής (Vlasblom, 2007):

$$P = F_c = \frac{2d\tau_0 \cos \gamma \cos(\varphi - \alpha)}{1 - \sin(\gamma + \varphi - \alpha)} \quad (4.5.1)$$

Και η ορθή δύναμη  $F_n$ :

$$Q = F_n = \frac{2d\tau_0 \cos \gamma \sin(\varphi - \alpha)}{1 - \sin(\gamma + \varphi - \alpha)} \quad (4.5.2)$$

Ενώ ο λόγος τους είναι:

$$\frac{P}{Q} = \cot(\varphi - \alpha) \quad (4.5.3)$$

Δεδομένου ότι η γωνία  $\varphi$  είναι επίσης άγνωστη, ο Merchant υπολόγισε τη  $\varphi$  με δοκιμές. Ως εκ τούτου (Vlasblom, 2007):

$$(\gamma + \varphi + \alpha) < \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha < \frac{\pi}{2} - (\gamma + \varphi) \quad (4.5.4)$$

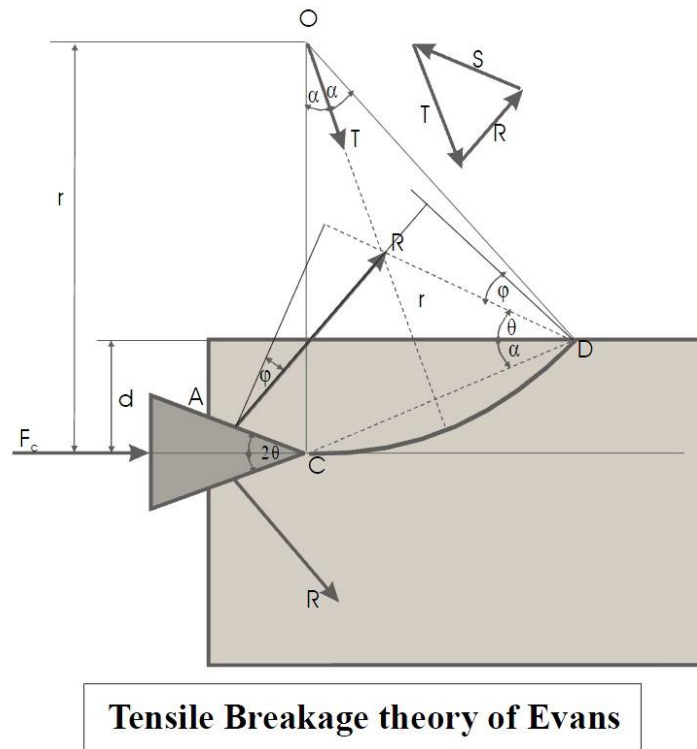
### 4.5.3 Θεωρία κοπής Evans για κοπτικά συμμετρικής σφήνας

Η θεωρία του Evans αποτελεί την πρώτη θεωρία κοπής η οποία αναπτύχθηκε αποκλειστικά για πετρώματα, ενώ βασίστηκε σε παρατηρήσεις κοπής άνθρακα με σφηνοειδή κοπτικά εργαλεία (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Η κύρια, και σε αρκετές περιπτώσεις η μοναδική ρωγμή της αστοχίας κάνει την εμφάνισή της ως ένα καμπύλο τόξο κύκλου που έχει ως αρχή το άκρο του κοπτικού εργαλείου (βλ. σημείο A-Εικόνα 4.11) και καταλήγει στην ελεύθερη επιφάνεια του δοκιμίου του άνθρακα (βλ. σημείο D-Εικόνα 4.11). Έτσι, σχηματίζεται ένα μεγάλο θραύσμα του οποίου η αστοχία, σύμφωνα με τον Evans, οφείλεται ουσιαστικά σε εφελκυσμό. Σύμφωνα με τον Roxborough **όταν η αστοχία του πετρώματος οφείλεται σε εφελκυσμό, οι τιμές των δυνάμεων που προβλέπονται από το μοντέλο του Evans προσεγγίζουν πολύ καλά τις πραγματικές.** Ακόμη, η θεωρία του Evans έχει φανεί καταλληλότερη για πετρώματα όπως ασβεστόλιθοι ή ψαμμίτες από ότι για τον άνθρακα για τον οποίο αναπτύχθηκε (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Η Εικόνα 4.11 απεικονίζει το μοντέλο κοπής του πετρώματος με βάση τη θεωρία του Evans.





*Εικόνα 4. 11: Απεικόνιση των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή με βάση τη θεωρία του Evans (Vlasblom, 2007)*

Τα κύρια σημεία της θεωρίας είναι τα ακόλουθα (Παπαγιαννόπουλος, 2013 & Nishimatsu, 1993):

- Δρα μια δύναμη  $R$  υπό γωνία  $\varphi$  ως προς την κάθετη στην επιφάνεια της σφήνας (τμήμα  $AC$ ), όπου  $\varphi =$  γωνία τριβής μεταξύ κοπτικού – πετρώματος.
- Μία επαπτομένη στη γραμμή ρωγμής συμπίπτει με τη διχοτόμο της γωνίας αιχμής (blade angle) στην αιχμή της σφήνας  $A$ .
- Η εφελκυστική τάση που ενεργεί κάθετα προς την κυκλική γραμμή της ρωγμής είναι ανάλογη με τη νιοστή δύναμη της απόστασης από το σημείο της επιφανείας  $D$ .
- Η διεύθυνση της συνισταμένης εφελκυστικής δύναμης  $T$  είναι η μεσοκάθετος της χορδής  $CD$ .
- Για την ισορροπία των δυνάμεων είναι απαραίτητη μια τρίτη δύναμη  $S$ .
- Η ρωγμή ξεκινάει και εκτείνεται όταν η εφελκυστική τάση στην αιχμή της σφήνας  $A$  φτάσει την εφελκυστική αντοχή  $S$ , του άνθρακα.
- Παρατηρείται μικρή διείδυση σφήνας σε σχέση με το πάχος  $d$  (βλ. Εικόνα 4.11).

Δεδομένου ότι σφήνα που διεισδύει τείνει να διασπάσει το πέτρωμα και να το περιστρέψει γύρω από το σημείο  $D$ , θεωρείται ότι η δύναμη  $S$  δρα μέσω αυτού του σημείου. Θεωρείται ότι κατά μήκος της ρωγμής ισχύουν συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης και οι δυνάμεις λαμβάνονται ανά μονάδα πλάτους της σφήνας (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Ακόμη, γίνεται η παραδοχή ότι η γωνία  $\alpha$  ορίζεται έτσι ώστε η  $F_c$  να ελαχιστοποιείται, δηλαδή:  $\frac{dF_c}{d\alpha} = 0$

Άρα η συνολική δύναμη κοπής υπολογίζεται (Παπαγιαννόπουλος, 2013):

$$F_c = \frac{2d\sigma_t \sin(\theta+\varphi)}{1-\sin(\theta+\varphi)} \quad (4.5.6)$$

Ενώ η συνολική ορθή δύναμη είναι μηδέν λόγω συμμετρίας.

Στην περίπτωση που η τριβή μεταξύ κοπτικού – πετρώματος είναι μηδέν ( $\varphi = 0$ ) τότε η δύναμη κοπής υπολογίζεται (Παπαγιαννόπουλος, 2013):

$$F_c = \frac{2d\sigma_t \sin(\theta)}{1-\sin(\theta)} \quad (4.5.7)$$

και  $F_n = 0$ .

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι το σύνολο των δυνάμεων είναι ανά μονάδα πλάτους του κοπτικού εργαλείου.

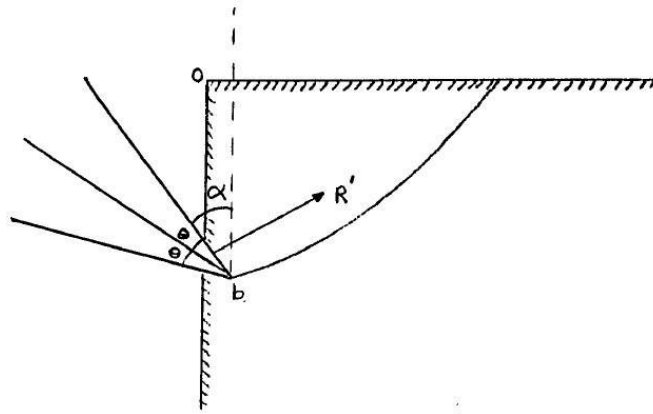
Για το προσδιορισμό της γωνίας  $\alpha$  (βλ. Εικόνα 4.11) προσδιορίζεται το μήκος της κυκλικής γραμμής της ρωγμής, εφαρμόζοντας την αρχή του ελάχιστου έργου (Nishimatsu, 1993):

$$P = \frac{4}{n+2} S_t \cdot t \cdot B \frac{\sin(\theta+\varphi)}{1-\sin(\theta+\varphi)} \quad (4.5.8)$$

Για δείγματα άνθρακα λαμβάνεται  $n=8$  (Nishimatsu, 1993).

#### **4.5.3.1 Θεωρία Evans για κοπτικά εργαλεία ασύμμετρης προσβολής**

Για κοπτικά εργαλεία ασύμμετρης προσβολής του πετρώματος το παραπάνω μοντέλο τροποποιήθηκε από τον Evans όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.12.

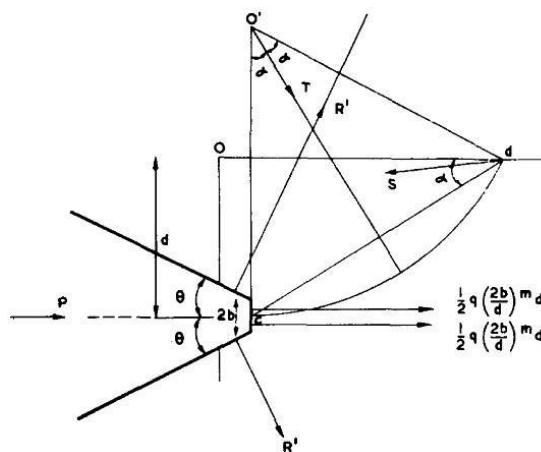


**Εικόνα 4. 12:** Μοντέλο κοπής για κοπτικά εργαλεία ασύμμετρης προσβολής του πετρώματος (chisel picks) (Bilgin, 1977)

#### 4.5.3.2 Θεωρία Evans για αμβλείες σφήνες

Οι αιχμηρές σφήνες τείνουν να αμβλύνονται από τη χρήση σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, ακόμη και αν είναι κατασκευασμένες από ιδιαίτερα σκληρά υλικά, όπως το καρβίδιο του βολφραμίου. Κατά συνέπεια, ασκείται θλιπτική τάση στο πέτρωμα από την αμβλεία επιφάνεια του κοπτικού. Το πέτρωμα, έχει την τάση να αντιστέκεται στη διείσδυση, αυξάνοντας έτσι την απαιτούμενη δύναμη για την εκδήλωση εφελκυστικής αστοχίας (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Το τροποποιημένο μοντέλο κοπής του Evans για αμβλείες σφήνες παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.13.

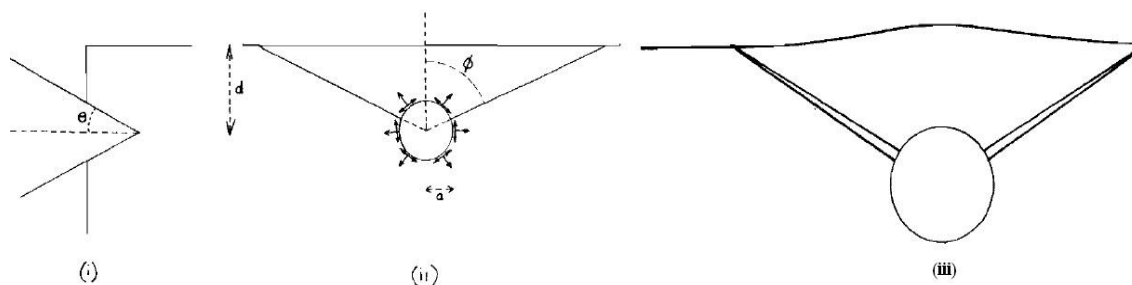


**Εικόνα 4. 13:** Εφελκυστική αστοχία δοκιμίου πετρώματος με τη χρήση αμβλείας σφήνας (Παπαγιαννόπουλος, 2013)

Θεωρείται αμβλεία σφήνα γωνίας  $2\theta$  και πλάτους άμβλυνσης  $2b$ , με το επίπεδο άμβλυνσης κάθετο στον άξονα της σφήνας (βλ. Εικόνα 4.13).

#### 4.5.3.3 Θεωρία Evans για κοπτικά σημειακής προσβολής.

Τα κοπτικά εργαλεία των οποίων το σώμα έχει συνήθως κυκλική διατομή και καταλήγει σε κώνο ονομάζονται κοπτικά σημειακής προσβολής. Το κοπτικό εργαλείο ωθείται κατά τη κοπή στο πέτρωμα και επέρχεται θραύση στην κωνική κεφαλή όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 4.14 (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

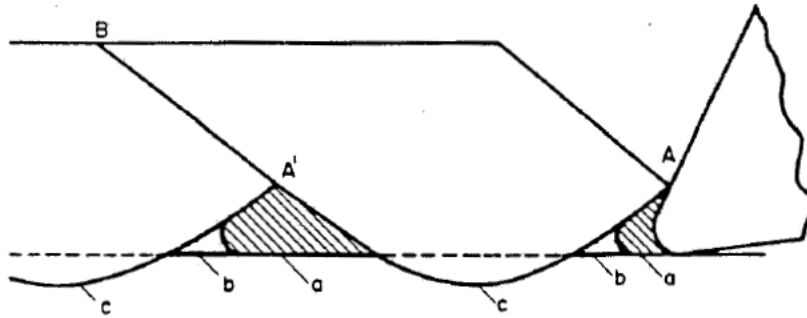


**Εικόνα 4. 14:** (i) Κοπή πετρώματος με κοπτικό σημειακής προσβολής. (ii) ανάπτυξη ακτινικών θλιπτικών και εφαπτομενικών εφελκυστικών τάσεων στη διεπιφάνεια κοπτικού – πετρώματος. (iii) Δημιουργία εφελκυστικής ρωγμής αστοχίας (Παπαγιαννόπουλος, 2013)

Στην περιοχή του πετρώματος γύρω από το κοπτικό αναπτύσσονται ακτινικές θλιπτικές τάσεις οι οποίες ακολουθούνται από εφαπτομενικές εφελκυστικές τάσεις (Εικόνα 4.14ii), στις οποίες οφείλεται η ανάπτυξη ρωγμών στη διεπιφάνεια μεταξύ του κοπτικού και του πετρώματος (Εικόνα 4.14iii) όταν η ασκούμενη τάση υπερβεί την εφελκυστική αντοχή του πετρώματος. Ανάλογα με την κατεύθυνση της θραύσης, διαδίδεται μια κύρια ρωγμή στο πέτρωμα και από τις δύο μεριές του κοπτικού με γωνία  $\phi$  ως προς την άνω ελεύθερη επιφάνεια (Εικόνα 4.14ii).

#### 4.5.4 Θεωρία κοπής Nishimatsu (για σφηνοειδές κοπτικό εργαλείο)

Ο Nishimatsu (1971) ανέπτυξε έναν μηχανισμό κοπής πετρωμάτων, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει μία πιο χαοτική δομή αποτελεσμάτων κοπής πετρωμάτων, όπως αυτά που χρησιμοποιούνται στην εν λόγω εργασία. Σύμφωνα με το Nishimatsu, η δύναμη κοπής εμφανίζει ευρείες διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια της κοπής ενώ ταυτόχρονα επιτελείται μια κυκλική διαδικασία ασυνεχούς δημιουργίας θραυσμάτων χωρίς την ύπαρξη πλαστικής παραμόρφωσης σε αυτά. Τα παραπάνω στοιχεία υποδεικνύουν ότι κατά την κοπή πετρωμάτων το πέτρωμα αστοχεί με ψαθυρή θραύση (Nishimatsu, 1971). Η παρατηρούμενη ορθογώνια κοπή σε διακριτά στάδια φόρτισης και αστοχίας του πετρώματος απεικονίζεται σχηματικά στην Εικόνα 4.15 (Nishimatsu, 1971).



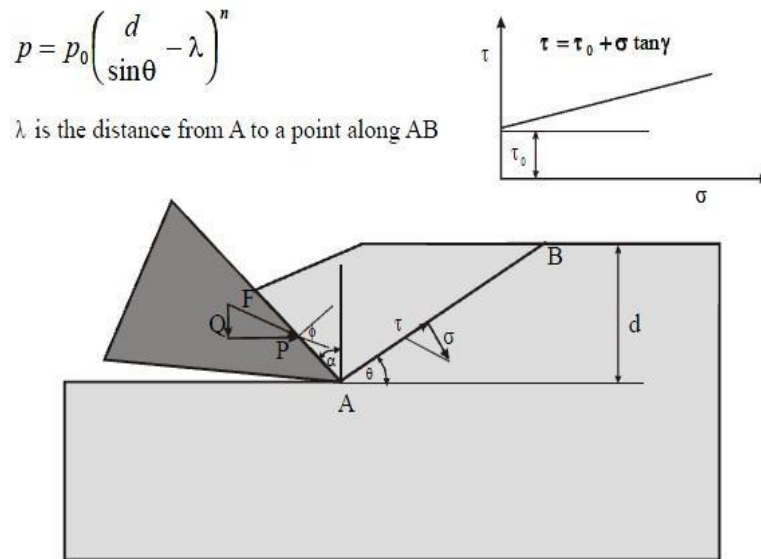
*Εικόνα 4. 15: Μηχανισμός κοπής του πετρώματος κατά Nishimatsu (Nishimatsu, 1971)*

Με την ώθηση του κοπτικού εργαλείου στο πέτρωμα παρατηρείται αρχικά η δημιουργία μιας ζώνης σύνθλιψης πλησίον της αιχμής του κοπτικού. Όσο προχωράει η διείσδυση της αιχμής η ζώνη επανασυμπιέζεται και συσσωματώνεται στο κοπτικό. Έτσι, σχηματίζεται μια «ζώνη πρωτογενούς σύνθλιψης» (Ζώνη α στην Εικόνα 4.15). Η δύναμη κοπής αυξάνεται με το βάθος της διείσδυσης της αιχμής του κοπτικού έως ότου δημιουργηθεί μια μακροσκοπική εφελκυστική ρωγμή (ξεκινά από το σημείο Α της Εικόνας 4.15) η οποία συντελεί στο σχηματισμό αδρομερούς θραύσματος (coarse cutting chip). Με τη προώθηση του κοπτικού μετά το σχηματισμό του αδρομερούς θραύσματος, επέρχεται δευτερογενής σύνθλιψη και ως εκ τούτου έχουμε τη δημιουργία λεπτομερών θραυσμάτων (fine cutting chip) που καλείται «ζώνη δευτερογενούς σύνθλιψης» (βλ. Ζώνη β της Εικόνας 4.15) (Nishimatsu, 1971).

Εν συνεχεία, το κοπτικό προωθείται στην «ζώνη υπερεκσκαφής» (βλ. Ζώνη γ της Εικόνας 4.15) όπου δεν συναντάει σημαντική αντίσταση. Έπειτα, το κοπτικό επαναλαμβάνει αυτή την κυκλική διαδικασία προχωρώντας στο επόμενο τμήμα του πετρώματος σύμφωνα με την Εικόνα 4.15. Κατά τη διάρκεια αυτής της κυκλικής διαδικασίας κοπής του πετρώματος, η δύναμη κοπής αυξάνεται με το βάθος διείσδυσης του κοπτικού μέχρι να φτάσει μια μέγιστη τιμή τη στιγμή δημιουργίας της μακροσκοπικής εφελκυστικής ρωγμής, ενώ μετά από αυτό το σημείο παρατηρείται απότομη μείωσή της (Nishimatsu, 1971).

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η μακροσκοπική **εφελκυστική ρωγμή** δεν ξεκινάει από το ψηλότερο σημείο της ζώνης πρωτογενούς σύνθλιψης, αλλά από ένα σημείο κοντά στο πάνω όριο αυτής της ζώνης (βλ. σημείο Α στην Εικόνα 4.15). Αυτό εξηγεί το σχηματισμό της ζώνης δευτερογενούς σύνθλιψης (Nishimatsu, 1971).

Στην Εικόνα 4.16 απεικονίζεται το μοντέλο κοπής του πετρώματος και οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις.



**Εικόνα 4. 16:** Σχηματική απεικόνιση των δυνάμεων που αναπτύσσονται κατά την κοπή σύμφωνα με τη θεωρία του Nishimatsu (Vlasblom, 2007)

Σύμφωνα με το Nishimatsu, η συνισταμένη τάση  $p$ , που ασκείται επί μοναδιαίου πλάτους της γραμμής αστοχίας AB είναι ανάλογη με τη νιοστή δύναμη της απόστασης από το σημείο B της επιφανείας και σταθερή ως προς το μέγεθος και τη διεύθυνση. Ως εκ τούτου υπολογίζεται ως εξής (Vlasblom, 2007):

$$p = p_0 \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right)^n \quad (4.5.9)$$

Όπου:

$p_0$  = σταθερά που προκύπτει από τη ισορροπία των δυνάμεων

$\lambda$  = απόσταση του A από τυχαίο σημείο που βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα AB.

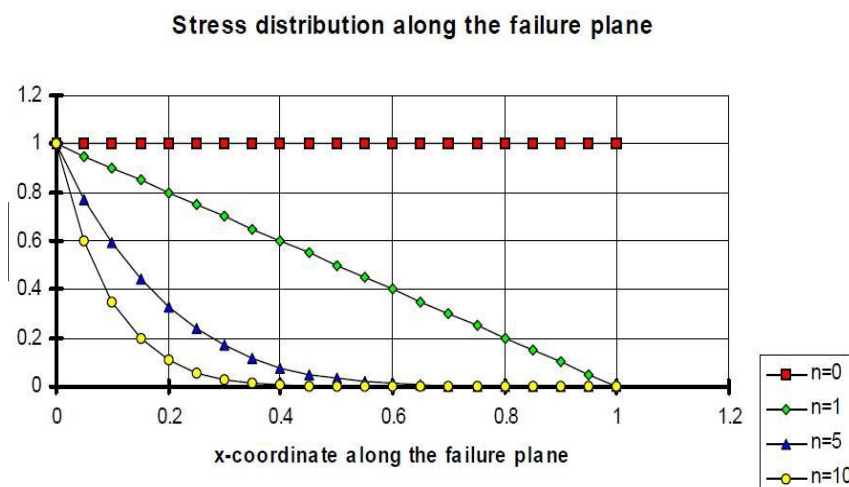
$n$  = συντελεστής κατανομής των τάσεων, δηλαδή μια σταθερά που σχετίζεται με τις αναπτυσσόμενες τάσεις κατά τη διαδικασία κοπής του πετρώματος.

Ακόμη, κατά το Nishimatsu το άθροισμα της συνισταμένης τάσης  $p$  που δρα στη γραμμή AB ισούται με την προκύπτουσα δύναμη κοπής  $F$  (Nishimatsu, 1993).

Στην θεωρία του Nishimatsu, έχουν γίνει οι ακόλουθες παραδοχές (Vlasblom, 2007):

- Το πέτρωμα εμφανίζει ψαθυρή συμπεριφορά κατά την κοπή και δεν εμφανίζει πλαστική παραμόρφωση.
- Επικρατούν συνθήκες επίπεδης τάσης.
- Το κριτήριο αστοχίας που ακολουθείται στην αιχμή της σφήνας (σημείο A- Εικόνα 4.16) είναι ένα γραμμικό κριτήριο αστοχίας Mohr.
- Η όλη διαδικασία δεν επηρεάζεται από τη ταχύτητα.

Στην Εικόνα 4.17 απεικονίζεται για διάφορες τιμές του εκθέτη  $n$  η κατανομή των τάσεων, δηλαδή ο λόγος  $p/p_0$ , κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας (AB).



*Εικόνα 4. 17: Κατανομή των τάσεων κατά μήκος του επιπέδου αστοχίας για διάφορες τιμές του εκθέτη  $n$  (Vlasblom, 2007)*

Δεδομένου ότι το ολοκλήρωμα της συνισταμένης τάσης  $p$  πρέπει να βρίσκεται σε ισορροπία με την δύναμη  $F$  προκύπτει (Vlasblom, 2007):

$$p_0 = (n + 1) \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right)^{-(n+1)} F \quad (4.5.10)$$

Άρα από τις σχέσεις (4.5.9) και (4.5.10) προκύπτει (Vlasblom, 2007):

$$p = (n + 1) \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right) F \quad (4.5.11)$$

Για  $\lambda = 0$  σημειώνεται η μέγιστη κάθετη τάση ( $\sigma$ ) και διατμητική τάση ( $\tau$ ), οι οποίες υπολογίζονται:

$$\sigma = (n + 1) \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right) F \sin(\theta + \varphi - \alpha) \quad (4.5.12)$$

$$\tau = (n + 1) \left( \frac{d}{\sin \theta} - \lambda \right) F \cos(\theta + \varphi - \alpha) \quad (4.5.13)$$

Έτσι, προκειμένου να προσδιοριστεί η άγνωστη γωνία  $\theta$ , εφαρμόζοντας την αρχή του ελάχιστου έργου προκύπτουν οι ακόλουθες γενικές εξισώσεις των δυνάμεων (Vlasblom, 2007 & Nishimatsu, 1971):

$$F = \frac{2}{n+1} \cdot \frac{d\tau_0 \cos \gamma}{1 - \sin(\gamma + \varphi - \alpha)} \quad (4.5.14)$$

$$P = F_c = \frac{2}{n+1} \cdot \frac{d\tau_0 \cos \gamma \cos(\varphi-\alpha)}{1-\sin(\gamma+\varphi-\alpha)} \quad (4.5.15)$$

$$Q = F_n = \frac{2}{n+1} \cdot \frac{d\tau_0 \cos \gamma \sin(\varphi-\alpha)}{1-\sin(\gamma+\varphi-\alpha)} \quad (4.5.16)$$

Όπου:

n συντελεστής κατανομής των τάσεων

$\tau_0$  η διατμητική αντοχή του δείγματος πετρώματος

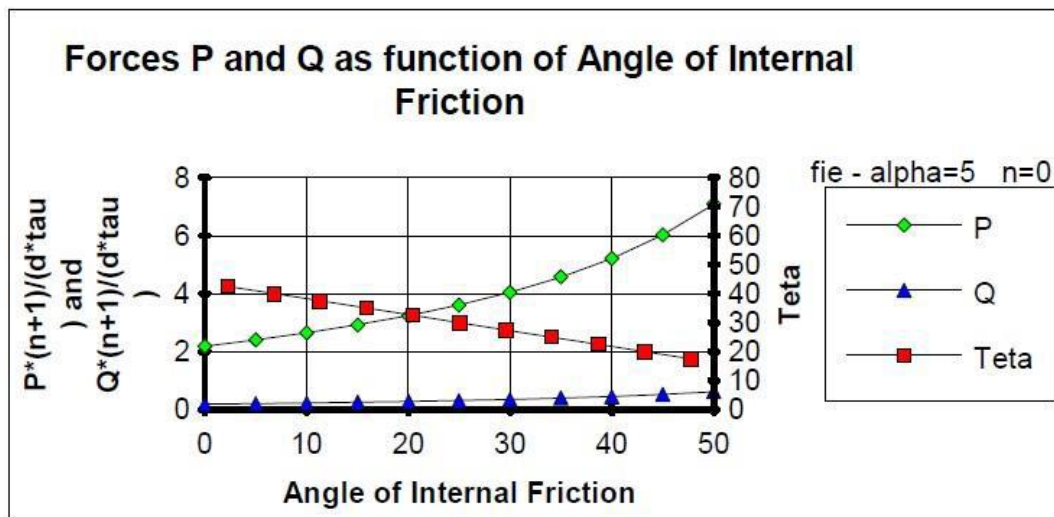
d το βάθος κοπής

$\gamma$  η γωνία εσωτερικής τριβής

$\alpha$  γωνία πρόσθιας ελευθερίας κοπτικού

$\varphi$  η γωνία τριβής του πετρώματος κοπής

Το διάγραμμα της Εικόνας 4.18 απεικονίζει τη κατανομή των τιμών των δυνάμεων P και Q συναρτήσει της μεταβολής της γωνίας εσωτερικής τριβής του πετρώματος.



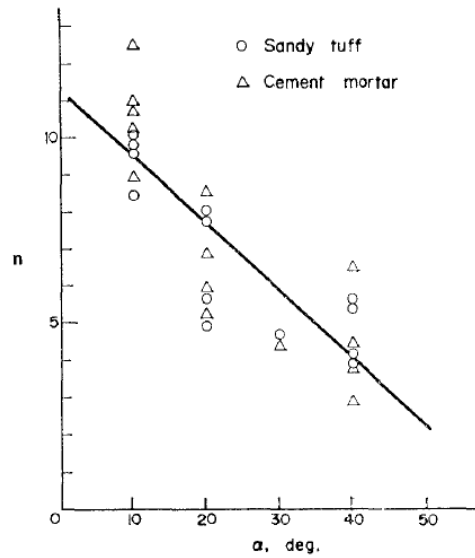
Εικόνα 4. 18: Τιμή των δυνάμεων P και Q συναρτήσει της γωνίας εσωτερικής τριβής (Vlasblom, 2007)

Από μετρήσεις κοπής με ορθογώνιο συρόμενο κοπτικό, προέκυψε ότι τόσο η φαινόμενη γωνία τριβής όσο και ο συντελεστής κατανομής τάσεων n εξαρτώνται από τη γωνία πρόσθιας ελευθερίας του συρόμενου κοπτικού, όπως φαίνεται και στις Εικόνες 4.19 και 4.20. Ο συντελεστής κατανομής των τάσεων n συνήθως δεν εξαρτάται από τις μηχανικές αντοχές του εκάστοτε δείγματος πετρώματος αλλά από τη κατάσταση της τάσης στο δείγμα πετρώματος, η οποία με τη σειρά της εξαρτάται από τη γεωμετρία της αιχμής του κοπτικού και τη γωνία πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού (Nishimatsu, 1971). Συνεπώς, για ορισμένο τύπο πετρώματος, η τιμή του n μεταβάλλεται συναρτήσει της τιμής της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού. Έχει παρατηρηθεί ότι αντί για εφελκυστική αστοχία μπορεί να εμφανιστεί και διατμητική αστοχία για πολύ μικρές γωνίες (Vlasblom, 2007).

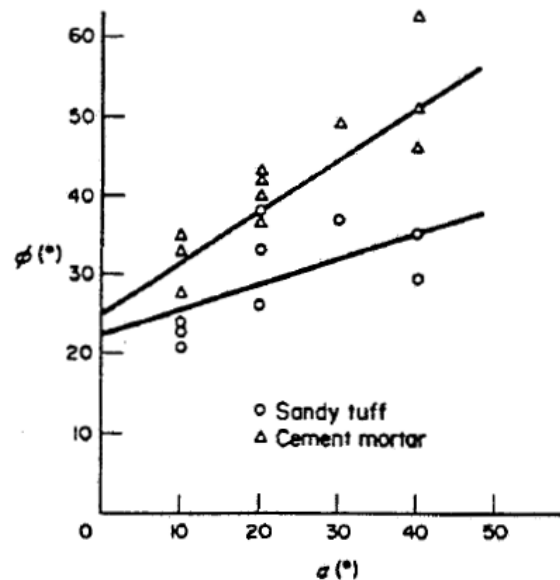


Κατά Nishimatsu (1971) από πειραματικά αποτελέσματα (βλ. Εικόνα 4.19) έχει προκύψει ότι η επίδραση της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού στον συντελεστή κατανομής των τάσεων εκφράζεται ως:

$$n = 11,3 - 0,18\alpha \quad (\text{όπου } \alpha = \text{γωνία πρόσθιας ελευθερίας κοπτικού σε } ^\circ)$$



Εικόνα 4. 19: Επίδραση της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού στο συντελεστή κατανομής των τάσεων n (Nishimatsu, 1971)



Εικόνα 4. 20: Η γωνία τριβής του πετρώματος κοπής ως συνάρτηση της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού (Nishimatsu, 1993)

Ακόμη, ο Nishimatsu (1971) παρατήρησε ότι η σχέση μεταξύ της προκύπτουσας δύναμης κοπής και του βάθους κοπής μπορεί να εκφραστεί ως:

$$F = a + b * t \quad (4.5.17)$$

Σε αυτή την εξίσωση, ο πρώτος όρος σχετίζεται με τη ζώνη δευτερογενούς σύνθλιψης, η οποία δημιουργείται στο κατώτερο τμήμα του σημείου έναρξης της μακροσκοπικής εφελκυστικής ρωγμής και οδηγεί στο σχηματισμό ενός αδρομερούς θραύσματος, ενώ ο δεύτερος όρος σχετίζεται με την έναρξη της μακροσκοπικής ρωγμής αστοχίας (Nishimatsu, 1971). Η γωνία τριβής της κοπής πετρώματος εξαρτάται από την γωνία πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού (rake angle) (Nishimatsu, 1971).

Τέλος, ο Nishimatsu (1971) συμπέρανε ότι ο σχηματισμός της ζώνης δευτερογενούς σύνθλιψης εξαρτάται σημαντικά από το αμβλύ τμήμα της αιχμής του κοπτικού και δεν θα πρέπει να αγνοείται όταν μελετάται στην πράξη η δύναμη κοπής.

Συγκεντρωτικά, στην Εικόνα 4.21 δίνεται η δύναμη κοπής ανά μονάδα πλάτους ανάλογα με τις υπάρχουσες θεωρίες κοπής είναι (Vlasblom, 2007).

Evans	$F_c = \frac{2d\sigma_t \sin(\theta + \phi)}{1 - \sin(\theta + \phi)}$
Merchant	$F_c = \frac{2 \cdot d\tau_0 \cos \gamma \cos(\phi - \alpha)}{1 - \sin(\gamma + \phi - \alpha)}$
Nishumatsu	$F_c = \frac{2}{n+1} \frac{d\tau_0 \cos \gamma \cos(\phi - \alpha)}{1 - \sin(\gamma + \phi - \alpha)}$

*Εικόνα 4. 21: Δύναμη κοπής ανά μονάδα πλάτους ανάλογα με τις υπάρχουσες θεωρίες κοπής (Vlasblom, 2007)*

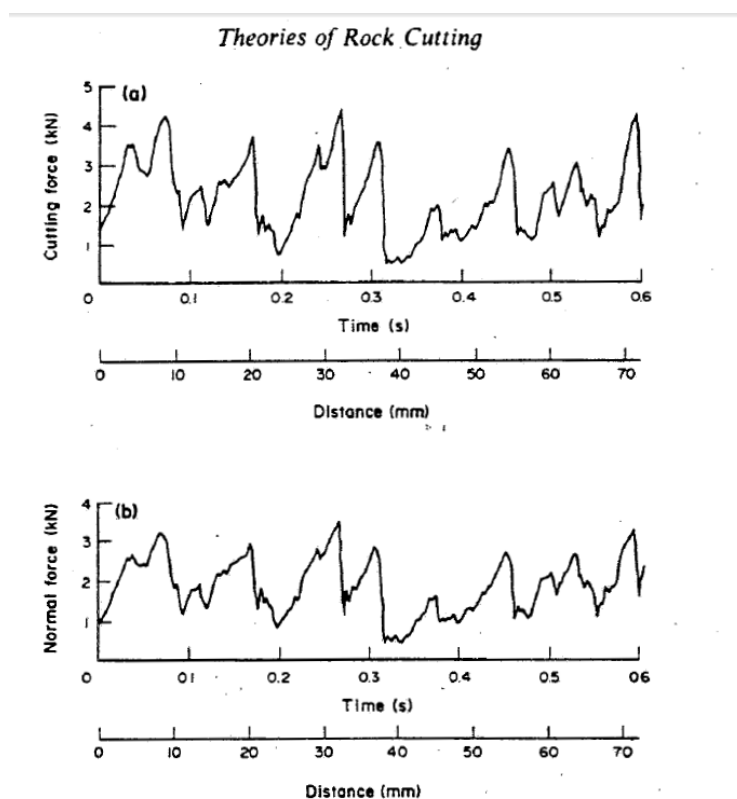
#### **4.5.5 Πειραματικές λεπτομέρειες για τη διαδικασία αστοχίας κατά την κοπή πετρωμάτων**

Όπως προαναφέρθηκε, η αστοχία των πετρωμάτων και του άνθρακα είναι μία ψαθυρή διαδικασία κατά τη διάρκεια της οποίας δημιουργούνται θραύσματα από την κοπή του πετρώματος (Nishimatsu, 1993).

Στην Εικόνα 4.22 απεικονίζεται ένα παράδειγμα τυπικών καταγραφών (α) δύναμης κοπής και (β) ορθής δύναμης για ένα κοπτικό σημειακής κοπής (point attack pick). Οι παρατηρούμενες κορυφές σε αυτή τη καταγραφή θεωρείται ότι αντιστοιχούν στην έναρξη των μακροσκοπικών ρωγμών θραύσης, όπως αυτές περιγράφηκαν παραπάνω (Nishimatsu, 1993).

Η μέση τιμή των απεικονιζόμενων κορυφών των καταγραφών κοπής καλείται μέση μέγιστη δύναμη κοπής και χρησιμοποιείται συχνά ως η αντιπροσωπευτική τιμή δύναμης κοπής επειδή

η δύναμη κοπής έχει εμμέσως οριστεί ως η απαιτούμενη δύναμη για την έναρξη των μακροσκοπικών ρωγμών θραύσης και στις τρεις προαναφερθείσες θεωρίες κοπής (Nishimatsu, 1993).



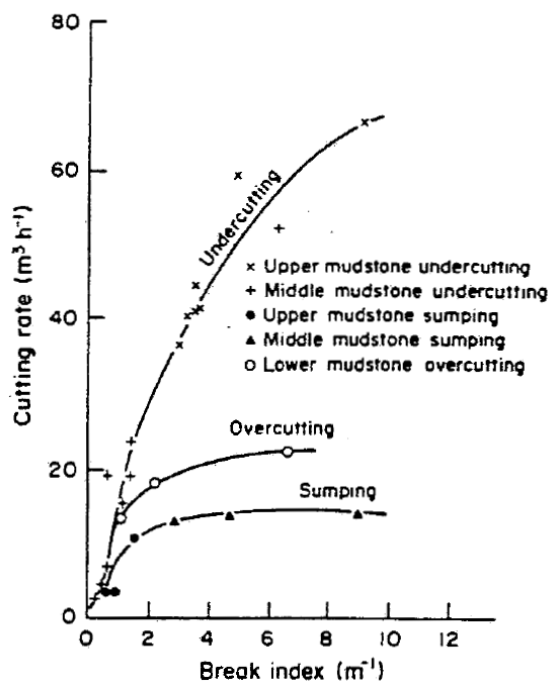
*Εικόνα 4. 22: Παράδειγμα απότομης διακύμανσης δύναμης κοπής και ορθής δύναμης στην κοπή πετρωμάτων: (a) δύναμη κοπής, (b) ορθή δύναμη (Nishimatsu, 1993)*

Από πειραματικά αποτελέσματα έχει προκύψει ότι ο λόγος της μέγιστης προς τη μέση δύναμη κοπής είναι περίπου 5-7 για την κοπή άνθρακα. Για την κοπή πετρωμάτων, έχουν παρατηρηθεί πιο διάσπαρτες τιμές αυτού του λόγου και πιο συγκεκριμένα 1,4-7,7 για κοπτικό σφήνας και 1,6-3,0 για κοπτικό σημειακής κοπής (point attack pick) (Nishimatsu, 1993).

## 4.6 Η μηχανική της κοπής πετρωμάτων

### 4.6.1 Εισαγωγή

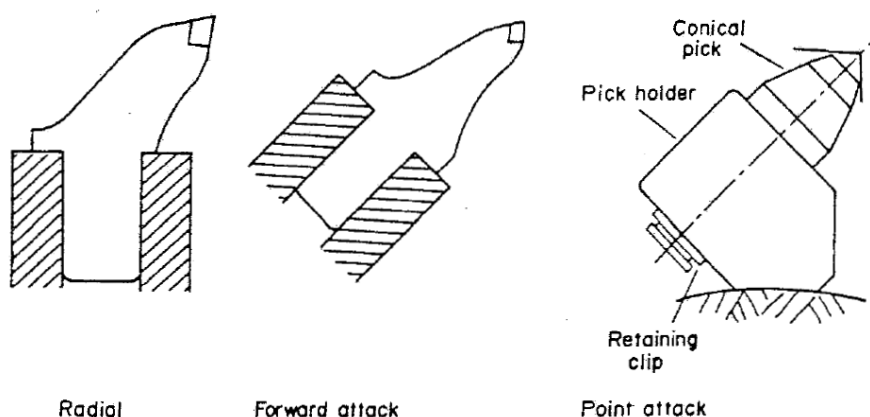
Συνήθως, για πετρώματα χαμηλής αντοχής χρησιμοποιούνται συρόμενα κοπτικά με αιχμή από καρβίδιο του βολφραμίου, ενώ για πετρώματα υψηλής αντοχής η βέλτιστη επιλογή είναι κοπτικά δίσκου (Fowell, 1993). Οι ρωγματώσεις επιδρούν στο ρυθμό κοπής (βλ. Εικόνα 4.23).



Εικόνα 4. 23: Η επίδραση των ρωγματώσεων στο ρυθμό κοπής για μηχάνημα σημειακής κοπής (Fowell, 1993)

#### 4.6.2 Κοπή με συρόμενα κοπτικά

Αυτά τα εργαλεία χρησιμοποιούνται σε όλες τις μηχανές εκσκαφής πετρωμάτων χαμηλής αντοχής και άνθρακα και μπορεί να έχουν διάφορες μορφές, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 4.24. Το σώμα τους αποτελείται από κράμα χάλυβα, ενώ η άκρη τους αποτελείται από καρβίδιο του βολφραμίου ή κράμα χάλυβα, για μη-αποξεστικές εφαρμογές (Fowell, 1993).

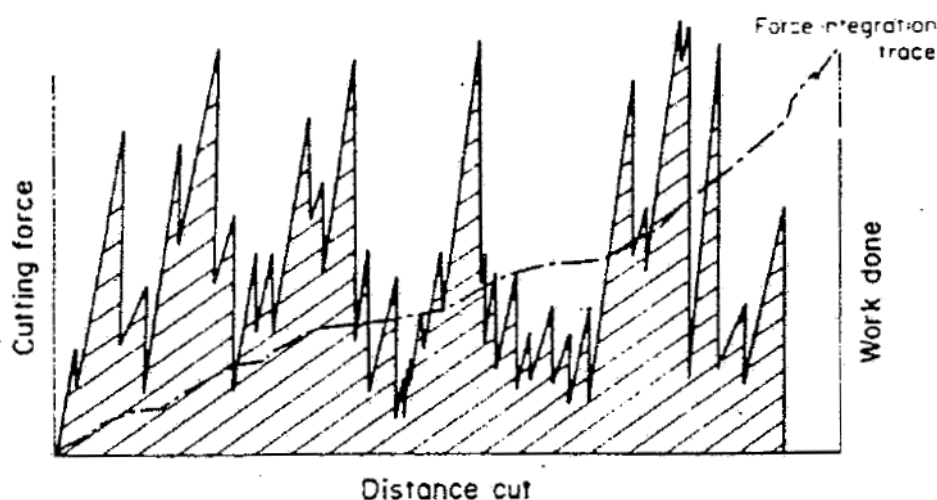


Εικόνα 4. 24: Μορφές συρόμενου κοπτικού εργαλείου (Fowell, 1993)

Οι πρακτικές προδιαγραφές ενός συρομένου κοπτικού εργαλείου είναι οι δυνάμεις που απαιτούνται για να εισχωρήσει στο πέτρωμα σε συγκεκριμένο βάθος, η ποσότητα του

πετρώματος που δύναται να εκσκάψει και η διάρκεια ζωής του, η οποία προκύπτει από τον αριθμό των κυβικών μέτρων που μπορεί να εκσκάψει πριν να χρειαστεί αντικατάσταση (Fowell, 1993).

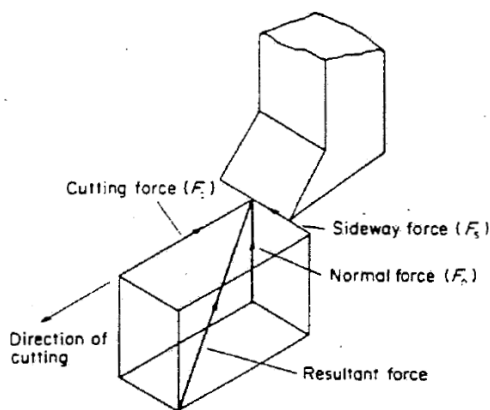
Η δύναμη που δρα σε ένα κοπτικό εργαλείο αλλάζει συνεχώς λόγω της ψαθυρής φύσης των περισσότερων υλικών των πετρωμάτων. Το εργαλείο εισχωρεί στο πέτρωμα μέχρι που σχηματίζεται ένα μεγάλο θραύσμα. Ακόμη, κατά τη διαδικασία επέρχεται δευτερογενής θραύση και σύνθλιψη (Εικόνα 4.25). Στην Εικόνα 4.25 απεικονίζεται μια τυπική καταγραφή δύναμης κοπής, όπως αυτή λαμβάνεται κατά τη διάρκεια κοπής με συρόμενο κοπτικό σε σταθερό βάθος (Fowell, 1993).



*Εικόνα 4. 25: Τυπικό διάγραμμα δύναμης κοπής (Fowell, 1993)*

Κατά την μέτρηση των δυνάμεων κοπής, συνηθίζεται να αναλύεται η συνισταμένη δύναμη, η οποία δρα στο κοπτικό, σε τρεις ορθογώνιες συνιστώσες (Εικόνα 4.26): στη δύναμη κοπής, την ορθή ή δύναμη ώθησης και τις πλευρικές συνιστώσες δυνάμεις. Λόγω της παροδικής φύσης των δυνάμεων, αυτές οι συνιστώσες μπορούν να εκφραστούν με ποικίλους τρόπους (Fowell, 1993).

Η μέση συνιστώσα της δύναμης για σταθερό βάθος κοπής είναι ο μέσος όρος των δυνάμεων που δρουν κατά τη κοπή και προκύπτει ολοκληρώνοντας το σήμα της δύναμης και διαιρώντας το ως προς τον χρόνο. Μία άλλη απεικόνιση είναι η μέση μέγιστη δύναμη η οποία είναι ο μέσος όρος των μέγιστων δυνάμεων για μία δεδομένη κοπή. Οι μέσες μέγιστες δυνάμεις είναι σημαντικές για την επιλογή συρόμενου κοπτικού. Υψηλές μέγιστες δυνάμεις μπορούν να προκαλέσουν κατά τη θραύση μεγάλη ζημιά στην αιχμή κοπής καρβιδίου του βολφραμίου ή να προκαλέσουν βλάβη στα εξαρτήματα του μηχανήματος (Fowell, 1993).



**Εικόνα 4. 26:** Συνιστώσες της δύναμης κοπής σε ένα απλό σφηνοειδές (*chisel*) κοπτικό (Fowell, 1993)

Για τα συρόμενα κοπτικά ο κύριος μηχανισμός αστοχίας είναι πρωτίστως εφελκυστικός για τα ψαθυρά πετρώματα, ενώ σε πλαστικά πετρώματα εμφανίζεται διατμητική αστοχία. Στην πραγματικότητα, δρουν και οι δύο μηχανισμοί. Αναφορικά, κατά Nishimatsu, Roxborough και Deliac (Fowell, 1993) έχουν προταθεί μοντέλα για την περιγραφή των μηχανισμών αστοχίας του πετρώματος υπό την επίδραση ενός συρόμενου κοπτικού, με τον Evans να έχει κάνει αρκετές τροποποιήσεις στην αρχική του θεωρία, ώστε να προσεγγίσει τόσο τα αμβλεία και κωνικά εργαλεία όσο και την απόσταση μεταξύ των εργαλείων.

Εν συνεχεία, παρατίθενται οι επιδράσεις διαφόρων μεταβλητών στην κοπή με συρόμενα κοπτικά.

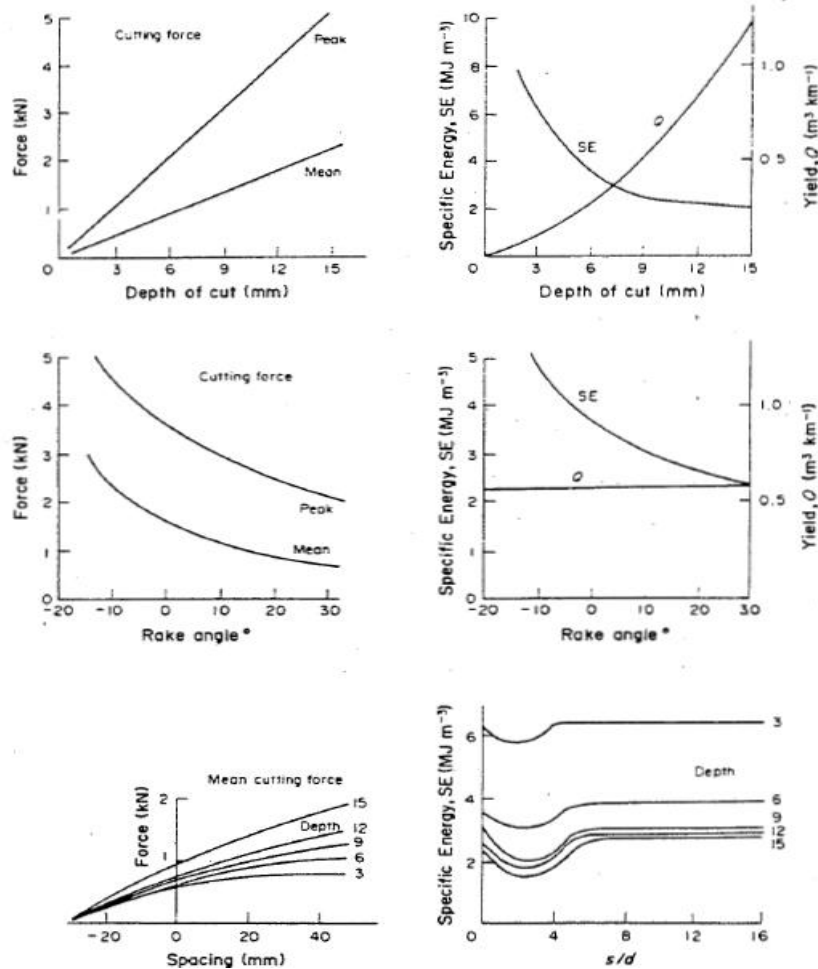
#### 4.6.3 Σχέσεις για συρόμενα κοπτικά

Όλες οι γεωμετρίες των κοπτικών εργαλείων έχουν παρόμοια χαρακτηριστικά όσον αφορά τη σχέση τους με το βάθος κοπής και την γωνία πρόσθιας ελευθερίας, τη ταχύτητα κοπής και την απόσταση των κοπτικών. Στην Εικόνα 4.27 απεικονίζονται διαγράμματα που έχουν διαμορφωθεί από εργαστηριακές γραμμικές δοκιμές σε επίπεδες επιφάνειες πετρωμάτων (Fowell, 1993).

Μόλις το κοπτικό εργαλείο φτάσει στα 5mm εισχώρησης, οι δυνάμεις αρχίζουν να αυξάνονται με περίπου γραμμικό τρόπο με το βάθος τόσο όσον αφορά τη μέση δύναμη όσο και τη μέση μέγιστη δύναμη. Συνήθως, η μέση δύναμη είναι το ένα τρίτο μέχρι το ένα δεύτερο της μέσης μέγιστης δύναμης για αιχμηρά κοπτικά (Fowell, 1993).

Με την έναρξη της φθοράς, η ορθή δύναμη αυξάνεται πολύ πιο γρήγορα από την δύναμη κοπής. Το μέτρο της μπορεί να ανέλθει στο πενταπλάσιο της δύναμης για αιχμηρό κοπτικό (Fowell, 1993).

Το εξορυγμένο υλικό σε κοπές χωρίς αλληλεπίδραση (unrelieved cuts) ακολουθεί τετραγωνική συνάρτηση, και ως εκ τούτου η ειδική ενέργεια μειώνεται με την αύξηση του βάθους. Συνεπώς, είναι σημαντικό τα συρόμενα κοπτικά να έχουν ένα λογικό βάθος κοπής για το μεγαλύτερο μέρος του κοπτικού κύκλου, ώστε να εκμεταλλεύονται την ‘αρχή βαθιάς κοπής’ (‘the Deep Cut principle’). Η αποτυχία αυτού δύναται να οδηγήσει σε αναποτελεσματικές κοπές τριβής οι οποίες μπορούν να φθείρουν γρήγορα τα κοπτικά (Fowell, 1993).



**Εικόνα 4. 27:** Τυπικές σχέσεις συρόμενων κοπτικών. Επίδραση (α) του βάθους κοπής (β) της γωνίας πρόσθιας ελευθερίας και (γ) της απόστασης των κοπτικών κατά Roxborough (Fowell, 1993)

#### 4.6.3.1 Ταχύτητα κοπής

Η ταχύτητα κοπής έχει βρεθεί ότι δεν επηρεάζει το μέτρο της μετρούμενης δύναμης κοπής. Η ταχύτητα θραύσης του πετρώματος είναι υψηλότερη από τις ταχύτητες κοπής. Ο ρυθμός φθοράς αυξάνει με τη ταχύτητα κάτι το οποίο αποτελεί κρίσιμο στοιχείο για την κοπή αποξεστικών υλικών (Fowell, 1993).

#### **4.6.3.2 Γωνίες πρόσθιας και οπίσθιας ελευθερίας κοπτικού**

Με τη μείωση της γωνία πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού οι συνιστώσες της δύναμης αυξάνονται, με τις υψηλότερες δυνάμεις να καταγράφονται για αρνητικές γωνίες πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού. Υψηλές θετικές γωνίες πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού, παρότι απαιτούν λιγότερη δύναμη για να εκσκάψουν το πέτρωμα, είναι επιρρεπείς στη θραύση του ενθέματος καρβιδίου. Συνεπώς, οι υψηλές θετικές γεωμετρικές γωνιών πρόσθιας ελευθερίας του κοπτικού χρησιμοποιούνται μόνο για πετρώματα χαμηλής αντοχής και για κοπή άνθρακα (Fowell, 1993).

Η επίδραση της γωνίας οπίσθιας ελευθερίας δεν επηρεάζει τις συνιστώσες της δύναμης κοπής δεδομένου ότι έχει μία τιμή τουλάχιστον  $10^\circ$ , ενώ η επίδραση μεταξύ  $5^\circ$  και  $10^\circ$  είναι μικρή (Fowell, 1993).

#### **4.6.3.3 Απόσταση των κοπτικών**

Η απόσταση των κοπτικών είναι ένας πολύ σημαντικός παράγοντας για την κοπή των πετρωμάτων. Τα κοπτικά εργαλεία σε μία μηχανή είναι διατεταγμένα ώστε να κόβουν σε συστοιχίες. Τα προηγούμενα κοπτικά σε μία ακολουθία προετοιμάζουν το πέτρωμα και μειώνουν τις δυνάμεις σε σχέση με ένα κοπτικό το οποίο κόβει χωρίς αλληλεπίδραση (Fowell, 1993).

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις απόστασης των κοπτικών για δεδομένο βάθος κοπής. Η μεγάλη απόσταση κοπτικών, κατά την οποία παρατηρείται η δημιουργία μίας ράχης πετρώματος μεταξύ των παρακείμενων διαδρομών των κοπτικών. Η πολύ κοντινή απόσταση των κοπτικών εκσκάπτει πολύ μικρή ποσότητα πετρώματος, ενώ η ειδική ενέργεια είναι υψηλή με αποτέλεσμα το κοπτικό να λειτουργεί αναποτελεσματικά. Για δεδομένο βάθος κοπής, όπως μεγαλώνει η απόσταση των κοπτικών οι δυνάμεις μεγαλώνουν έως ότου φτάσουν μία σταθερή τιμή η οποία αντιστοιχεί σε εκείνη της κοπής χωρίς αλληλεπίδραση. Τότε, η ειδική ενέργεια φτάνει μία ελάχιστη τιμή, η οποία έχει βρεθεί ότι επιτυγχάνεται σε όλα τα βάθη για λόγο απόστασης κοπτικών προς βάθος 1:2 (Fowell, 1993).

#### **4.6.4 Δυνατότητα κοπής και απόδοση της μηχανής**

Πριν την έναρξη λειτουργίας της μηχανής θα πρέπει να έχουν προσδιοριστεί όλες οι λεπτομέρειες της εργασίας. Κάτι πολύ σημαντικό κατά την εκτίμηση είναι η αξιολόγηση του υλικού του πετρώματος που πρόκειται να εκσκαφτεί και είναι μόνο ένας από τους παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη για την αξιολόγηση της απόδοσης του



μηχανήματος. Άλλοι σημαντικοί παράγοντες είναι οι προδιαγραφές της μηχανής, το μέγεθος της εκσκαφής, η παρουσία νερού και η χρησιμοποίηση της μηχανής. Στην Εικόνα 4.28 παρατίθεται ένας αριθμός παραγόντων που επηρεάζουν τον ρυθμό εκσκαφής, ενώ στην Εικόνα 4.29 παρουσιάζονται οι παράγοντες που επηρεάζουν τον βαθμό χρησιμοποίησης της μηχανής (όπου χρησιμοποίηση είναι το ποσοστό του διαθέσιμου χρόνου κατά τον οποίο δουλεύει η μηχανή) (Fowell, 1993).

Main factors		Variables
Rock parameters	(i) Intact properties	(a) Strength cuttability (b) Cutting wear (1) Abrasivity (c) Slurry make (1) Slake Durability
	(ii) Mass properties	(a) Discontinuities (1) Volumetric intensity (2) Orientation (3) Shear strength (b) Mixed face conditions (c) Degree of variation in strata (along line of tunnel)
	(iii) Environment	(a) Water (1) From within rock mass (2) From dust suppression (b) Tunnel geometry (1) Size (2) Shape (3) Gradient (c) <i>In situ</i> stresses
Machine parameters	(i) Cutting head	(a) Number of tools (b) Tool type (1) Radial/conical (2) Tip geometry (3) Carbide composition of tip
	(ii) Weight	(a) Slewing + lifting forces (b) Head speed (c) Head power (d) Rigidity of machine construction
	(iii) Operational characteristics	(a) Profiling (b) Guidance (c) Degree of automation

Εικόνα 4. 28: Παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση του μηχανήματος (Fowell, 1993)

Main factors		Variables
Downtime	(i) Planned	(a) Maintenance (b) Spares availability
	(ii) Unplanned	(a) Staff availability (b) Spares availability (c) Conditions in the tunnel
Support	(i) Type and amount required	
	(ii) Erection system	
	(iii) Degree of mechanization	
	(iv) Ancillary operations	(a) Grouting (b) Lagging boards
Debris disposal	(i) At the face	(a) Cleaning up (b) General mucking (c) Secondary breakage
	(ii) Behind the face	(a) Conveyors (b) Mine cars (c) Presence of water
Ancillaries	(i) Ventilation and dust extraction	
	(ii) Extensions	(a) Water/pumping equipment (b) Air ducts for extraction (c) Track (d) Power cables (e) Telephone (f) Conveyor
Labour	(i) Availability	
	(ii) Experience/skill	
	(iii) Transport to face	(a) Distance/time (b) Method
Organization	(i) Management	(a) Bonus schemes (b) Communication
	(ii) Shift times	(a) Total payable time (b) Production time
Final use	Engineering tolerance	(a) Grade (b) Alignment
Intergration	Is tunneling the only on-site activity, or is it competing for resources with other operations (i.e. mining)	
Water	A problem of disposal and drainage	

*Εικόνα 4. 29: Παράγοντες που επηρεάζουν τη χρησιμοποίηση του μηχανήματος (Fowell, 1993)*

Η θλιπτική αντοχή είναι ο πιο κοινός τρόπος αξιολόγησης της δυνατότητας κοπής, όχι επειδή παρέχει την συνολική εικόνα, αλλά επειδή έχει χρησιμοποιηθεί κατά τη γεωτεχνική έρευνα. Η θλιπτική αντοχή δεν μοντελοποιεί τη διαδικασία θραύσης και υπόκειται στην επίδραση των αλλαγών στο μέγεθος του δοκιμίου, στην ακρίβεια, στην περιεκτικότητα σε υγρασία και στο ρυθμό φόρτισης. Η θλιπτική αντοχή παρέχει ένα καλό δείκτη της απόδοσης της μηχανής (Fowell, 1993).

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΓΕΩΛΟΓΙΑ ΚΑΙ** **ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΑ**

## 5.1 Η σταθερότητα της κλίμακας - τα μορφοκλάσματα στη γεωλογία

Μία από τις πρώτες έννοιες τις οποίες διδάσκεται ένας μαθητής γεωλογίας είναι η σταθερότητα της κλίμακας των γεωλογικών φαινομένων. Επισημαίνεται ότι ένα αντικείμενο το οποίο προσδιορίζει τη κλίμακα (π.χ. ένα νόμισμα, γεωλογικό σφυρί ή άτομο), πρέπει να συμπεριλαμβάνεται όποτε λαμβάνεται φωτογραφία ενός γεωλογικού χαρακτηριστικού. Χωρίς τη κλίμακα είναι συχνά αδύνατο να καθοριστεί εάν η φωτογραφία καλύπτει 10cm ή 10km. Για παράδειγμα, αυτό-όμοιες πτυχώσεις εμφανίζονται σε αυτό το εύρος κλιμάκων. Άλλο ένα παράδειγμα είναι η αεροφωτογραφία μίας βραχώδους ακτογραμμής. Χωρίς ένα αντικείμενο με μία χαρακτηριστική διάσταση, όπως ένα δέντρο ή ένα σπίτι δεν μπορεί να καθοριστεί το υψόμετρο της φωτογραφίας. Πάνω σε αυτό ο Mandelbrot (1967) εισήγαγε την θεωρία των μορφοκλασμάτων (fractals). Το μήκος μιας βραχώδους ακτογραμμής υπολογίζεται χρησιμοποιώντας μία ράβδο μέτρησης συγκεκριμένου μήκους. Λόγω της αμετάβλητης κλίμακας το μήκος της ακτογραμμής αυξάνεται όπως το μήκος της ράβδου μέτρησης μειώνεται ακολουθώντας έναν εκθετικό νόμο (power law), όπου ο εκθέτης καθορίζει τη μορφοκλασματική διάσταση της ακτογραμμής. Δεν είναι δυνατόν να ευρεθεί συγκεκριμένη τιμή του μήκους της ακτογραμμής, λόγω όλων των μικρών εγχοπών κλίμακας χιλιοστών ή μικρότερης (Turcotte, 1997).

Πολλά γεωλογικά φαινόμενα είναι ανεξάρτητα από τη κλίμακα. Παραδείγματος χάριν κατανομές συχνότητας θραυσμάτων πετρωμάτων, ρηγμάτων, σεισμών, ηφαιστειακών εκρήξεων, αποθέσεων ορυκτών και κοιτασμάτων πετρελαίου. Μία μορφοκλασματική κατανομή απαιτεί ο αριθμός των αντικειμένων που είναι μεγαλύτερα από ένα συγκεκριμένο μέγεθος να έχει μία εκθετική σχέση με το μέγεθος. Η εμπειρική εφαρμογή εκθετικής στατιστικής σε γεωλογικά φαινόμενα αναγνωρίστηκε πολύ πριν συλληφθεί η έννοια των μορφοκλασμάτων (Turcotte, 1997).

Οι εκθετικές κατανομές δεν είναι οι μόνες στατιστικές κατανομές οι οποίες έχουν εφαρμοστεί σε γεωλογικά φαινόμενα. Ενδεικτικά, χρησιμοποιείται η κανονική (Γκαουσσιανή) κατανομή και η λογαριθμοκανονική (log-normal). Ωστόσο η εκθετική είναι η μόνη κατανομή η οποία δεν περιλαμβάνει μία χαρακτηριστική κλίμακα μήκους. Για αυτό και η εκθετική εφαρμόζεται σε φαινόμενα των οποίων η κλίμακα είναι αμετάβλητη. Αν ένας συγκεκριμένος αριθμός γεγονότων είναι στατιστικά ανεξάρτητος το κεντρικό οριακό θεώρημα (central limit theorem) παρέχει μία βάση για την εφαρμογή της Γκαουσσιανής κατανομής. Η σταθερότητα της κλίμακας παρέχει μία λογική βάση για την εφαρμογή της μορφοκλασματικής κατανομής εκθετικού νόμου. Μορφοκλασματικά σενάρια μπορούν να εφαρμοστούν και σε συνεχείς κατανομές. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η τοπογραφία. Ο Mandelbrot (1982) χρησιμοποίησε μορφοκλασματικά σενάρια για να συνθέσει τεχνητά τοπία τα οποία μοιάζουν εκπληκτικά με πραγματικά τοπία. Η μορφοκλασματική διάσταση είναι ένα μέτρο της τραχύτητας των χαρακτηριστικών. Η τοπογραφία της γης είναι μία σύνθεση πολλών ανταγωνιστικών

παραγόντων. Η τοπογραφία δημιουργείται από τεκτονικές διεργασίες όπως διαρρήξεις, πτυχώσεις και κάμψεις. Τροποποιείται και καταστρέφεται από διάβρωση και ιζηματογένεση. Υπάρχουν σημαντικά εμπειρικά στοιχεία που καταδεικνύουν ότι η διάβρωση είναι μορφοκλασματική με σταθερή κλίμακα. Ακόμη, ένα υδρογραφικό δίκτυο είναι κλασικό παράδειγμα μορφοκλασματικού δέντρου. Παρόλο που η τοπογραφία εμφανίζεται περίπλοκη και χαοτική υπάρχει τάξη στην περιπλοκότητα (Turcotte, 1997).

Εάν τα πλάτη  $A_n$  σε μία σειρά Fourier (όπως αυτή που εφαρμόζεται στη τοπογραφία) εμφανίζουν μία εκθετική (power law) εξάρτηση με το μήκος κύματος  $\lambda_n$  μπορεί να προκύψει μία μορφοκλασματική κατανομή. Για τη τοπογραφία και τη βαθυμετρία ισχύει με καλή προσέγγιση ότι τα πλάτη κατά Fourier είναι ανάλογα με τα μήκη κύματος. Αυτό ισχύει και για την κίνηση Brown. Πέρα από τη τοπογραφία πολλά σύνολα γεωφυσικών δεδομένων έχουν φάσματα εκθετικού νόμου, όπως η επιφανειακή βαρύτητα και ο μαγνητισμός. Δεδομένου ότι το φάσμα εκθετικού νόμου προσδιορίζεται από δύο παράγοντες, το πλάτος και τη κλίση, αυτές οι ποσότητες χρησιμοποιούνται για να πραγματοποιήσουν την ανάλυση υφής των συνόλων των δεδομένων (Turcotte, 1997).

Παρόλο που οι μορφοκλασματικές κατανομές θα ήταν χρήσιμες μόνο ως μέτρο ποσοτικοποίησης κατανομών σταθερής κλίμακας, τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιείται ευρέως η εφαρμογή τους σε γεωλογικά προβλήματα. Ο Lorenz (1963) (Turcotte, 1997) δημιούργησε ένα σύνολο μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες προσεγγίζουν τη θερμική μεταφορά σε ένα ρευστό. Αυτό το σύνολο εξισώσεων ήταν το πρώτο που δείχτηκε ότι εμφανίζει χαοτική συμπεριφορά. Απειροελάχιστες μεταβολές των αρχικών συνθηκών οδήγησαν σε σημαντικές διαφοροποιήσεις στα τελικά αποτελέσματα. Αυτός είναι και ο ορισμός του χάους. Οι εξισώσεις είναι τελείως ντετερμινιστικές. Ωστόσο, εξαιτίας της εκθετικής ευαισθησίας στις αρχικές συνθήκες, δεν μπορεί να προβλεφτεί η εξέλιξη της χαοτικής επίλυσης. Η εξέλιξη της επίλυσης πρέπει να αντιμετωπίζεται στατιστικά και οι εφαρμοζόμενες στατιστικές είναι συχνά μορφοκλασματικές (Turcotte, 1997).

## **5.2 Βραχομηχανική και μορφοκλάσματα: Η σημασία του συντελεστή τραχύτητας**

Η Βραχομηχανική, ως κλάδος της μηχανικής στερεού, επικεντρώνεται κυρίως στη μηχανική συμπεριφορά και στις μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων, όπως την παραμόρφωση, την αντοχή και την αστοχία λόγω των επιδράσεων των φυσικών συνθηκών του περιβάλλοντος. Γενικά έχει επικρατήσει η θεώρηση ότι η φυσική και μηχανική συμπεριφορά των πετρωμάτων δεν μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια λόγω της εξαιρετικής πολυπλοκότητας των πετρωμάτων. Οι συχνές καταστροφές στη μηχανική πετρωμάτων όπως οι διαρρήξεις πετρώματος, οι κατακρημνίσεις οροφής, οι εκρήξεις νερού, οι αστοχίες πρανών, οι θραύσεις φραγμάτων, η κατάρρευση επιφανειών εδάφους και οι σεισμοί δείχνουν ότι η κατανόηση και

η γνώση της φυσικής και μηχανικής συμπεριφοράς των πετρωμάτων παραμένει σε αρχικό στάδιο και δεν μπορεί ακόμα να ανταποκριθεί πλήρως στις ανάγκες του μελετητή μηχανικού (Xie & Gao, 2000).

Συνεπώς είναι απαραίτητη η περαιτέρω κατανόηση των μηχανισμών που διέπουν τη ρωγμάτωση και τους νόμους της μετάδοσης/εξέλιξης της αστοχίας σε μικρο- και μεσοκλίμακα. Η πολυπλοκότητα της μηχανικής των πετρωμάτων οφείλεται σε δύο παράγοντες. Ο ένας είναι η πολυπλοκότητα της δομής του πετρώματος, ενώ ο άλλος είναι η πολυπλοκότητα του γεωλογικού περιβάλλοντος. Όσον αφορά την πρώτη πτυχή, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός ατελειών στα πετρώματα όπως μετατοπίσεις, κρυσταλλικά όρια, δευτερογενείς φάσεις, δίδυμοι κρυσταλλίτες, σχισμές, πόροι, εγκλείσματα και ιζήματα. Μάλιστα, το πέτρωμα είναι ασυνεχές, μη-γραμμικό, ανομοιογενές και ανισότροπο ως προς τη μηχανική του συμπεριφορά λόγω της μεγάλης ανωμαλίας της κατανομής της κλίμακας και της χωρικής κατανομής των ρωγμών. Όσον αφορά τη δεύτερη πτυχή, δηλαδή τη πολυπλοκότητα του γεωλογικού περιβάλλοντος, δυστυχώς, οι γεωλογικές τάσεις δεν μπορούν να εκτιμηθούν με ακρίβεια εξαιτίας των άγνωστων χαρακτηριστικών των πετρωμάτων. Ακόμη, δεν είναι πολύ εύκολο για τους ερευνητές να καθορίσουν την χωρική κατανομή των ρωγματώσεων και των διακλάσεων στα πετρώματα, γεγονός το οποίο εμφανώς επηρεάζει τη μηχανική συμπεριφορά των πετρωμάτων (Xie & Gao, 2000).

Στη μελέτη τους οι Xie και Gao, (2000) ασχολήθηκαν με το να εντοπίσουν μία αποτελεσματική προσέγγιση ώστε να αντιμετωπιστεί η πολύπλοκη μηχανική των πετρωμάτων, χρησιμοποιώντας μορφοκλασματική γεωμετρία για να χαρακτηρίσουν την ανωμαλία της δομής των πετρωμάτων και χρησιμοποιώντας στοχαστικά μαθηματικά για να περιγράψουν την απροσδιόριστη βραχομηχανική συμπεριφορά (Xie & Gao, 2000).

Τελευταία, μαθηματικές τεχνικές σε συνδυασμό με μη γραμμικά δυναμικά συστήματα όπως η μορφοκλασματική γεωμετρία, το χάος και η θεωρία καταστροφών έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε πολλά φαινόμενα της φύσης (Xie, 1993; Qin et al., 2000; Turcotte, 1997; Hirata et al., 1987; Fisher, 1974). Η ψαθυρή θραύση των πετρωμάτων αποτελεί ένα από αυτά τα φαινόμενα (Chen et al. 2002). Η ψαθυρή θραύση των πετρωμάτων ανέκαθεν προσέλκυε το ενδιαφέρον των ερευνητών και των μηχανικών και τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική προσπάθεια για τη μελέτη της. Πειραματικές έρευνες κατά Lonkner και Byerlee (1992) (Chen et al. 2002), έχουν διερευνήσει τη σχέση μεταξύ της πολύπλοκης μακροσκοπικής παραμόρφωσης και της ψαθυρής αστοχίας των πετρωμάτων κάτω από διαφορικές θλιπτικές τάσεις όπως επίσης και υπό μικροσκοπικές διεργασίες, οι οποίες οδηγούν σε αυτή τη συμπεριφορά. Από τις προαναφερθείσες έρευνες εξήχθη το συμπέρασμα ότι η ψαθυρή θραύση είναι μία καταστροφική διαδικασία, η οποία προκύπτει από τη διεύρυνση των μικρορωγματώσεων σε κύριες ρωγματώσεις (Chen et al. 2002).

Η πλειοψηφία των πετρωμάτων στο άνω τμήμα του φλοιού της γης περιλαμβάνει ρωγματώσεις. Είναι ευρέως αποδεκτό ότι η φύση της επιφανειακής τραχύτητας των ρωγματώσεων είναι σημαντική για τη κατανόηση της συμπεριφοράς των ρωγματωμένων βραχώμαζων. Η τραχύτητα των επιφανειών των ρωγματώσεων οι οποίες είναι σε επαφή ελέγχει τη μηχανική σταθερότητα, ενόσω η ατελής επαφή μεταξύ αντιτιθέμενων επιφανειών θραύσης επηρεάζει σημαντικά τη διαπερατότητα των πετρωμάτων και επομένως την υδραυλική τους συμπεριφορά (Odling, 1994).

Με την πάροδο του χρόνου, έχει πληθύνει η ανάπτυξη βαθέων υπογείων χώρων (όπως για διάθεση των ραδιενεργών αποβλήτων και για υπόγεια αποθήκευση του CO<sub>2</sub>). Σε ρωγματωμένα πετρώματα, η παραμορφωσιακή συμπεριφορά και η σταθερότητα των υπόγειων δομών βασίζονται κυρίως στην κατάσταση των υπάρχουσών ασυνεχειών, των οποίων η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από τα χαρακτηριστικά επιφανείας τους. Επομένως, είναι σημαντική η ακριβής περιγραφή της τραχύτητας της επιφάνειας για την αξιολόγηση της παραμορφωσιμότητας της βραχώμαζας (Jiang et al., 2006).

Για την ποσοτικοποίηση της επιφανειακής τραχύτητας έχει προταθεί στη βιβλιογραφία ένας μεγάλος αριθμός μεθόδων. Συνήθως για μηχανικές εφαρμογές, χρησιμοποιείται ο *συντελεστής τραχύτητας (JRC)* ο οποίος χαρακτηρίζει την επιφανειακή γεωμετρία (Odling, 1994). Ο *συντελεστής τραχύτητας (JRC)* είναι μία από τις κύριες παραμέτρους που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό της διατμητικής αντοχής και των ασυνεχειών. Αρχικά, υπήρχαν 10 πρότυπα προφίλ ασυνεχειών τα οποία σχετίζονταν με τις τιμές του JRC. Ωστόσο, δεδομένου ότι τα αρχικά προφίλ παρείχαν μία αδρή εκτίμηση της τραχύτητας των ασυνεχειών, πολλοί ερευνητές προσπάθησαν να διερευνήσουν διαφορετικές μεθόδους ανάλυσης, ώστε να προσδιορίσουν με ακρίβεια το JRC (Zhang et al., 2014).

Κατά Bandis et al. (1981) (Odling, 1994) έχει δειχθεί ότι ο JRC ποικίλει όχι μόνο από ρωγμάτωση σε ρωγμάτωση αλλά και ανάλογα με τη κλίμακα. Ποσοτικές περιγραφές της γεωμετρίας των επιφανειών των ρωγματώσεων παρέχονται από διάφορες μεθόδους. Σε αυτό το πλαίσιο έχουν πραγματοποιηθεί πολλές έρευνες για την χρήση μορφοκλασματικών μοντέλων ως εκφραστών των επιφανειών ρωγμάτωσης (Odling, 1994).

Η μορφοκλασματική γεωμετρία η οποία εισήχθη από τον Mandelbrot (Jiang et al., 2006) παρέχει μία καινούργια προσέγγιση για την περιγραφή ακανόνιστων γεωμετρικών σχημάτων. Έχουν πραγματοποιηθεί διάφορες μελέτες για την περιγραφή των τραχέων επιφανειών των ασυνεχειών, χρησιμοποιώντας τη μορφοκλασματική γεωμετρία, δεδομένου ότι τα αυτο-συγγενή μορφοκλάσματα έχουν τη δυνατότητα να αναπαριστούν προφίλ τραχύτητας των ασυνεχειών των πετρωμάτων (Jiang et al., 2006).

Ωστόσο, μέχρι πρόσφατα, κανένα από τα μορφοκλασματικά μοντέλα που προτάθηκαν δεν λάμβαναν υπόψη στους υπολογισμούς της τραχύτητας των ασυνεχειών τα συνδυασμένα αποτελέσματα της διατμητικής διεύθυνσης, της κλίμακας των επιφανειών των ασυνεχειών, της γωνίας κλίσης και του ανοίγματος των ασυνεχειών (Zhang et al., 2014).

Στη μελέτη τους οι Zhang et al. προτείνουν μία καινούργια μέθοδο για την ακριβή εκτίμηση του JRC. Ειδικότερα, εισάγουν ένα νέο συντελεστή τραχύτητας ( $\lambda$ ), χρησιμοποιώντας μία μέθοδο μέσης τετραγωνικής ρίζας, ο οποίος συνυπολογίζει την γωνία κλίσης, τα ανοίγματα των ασυνεχειών και τις διευθύνσεις τους. Έπειτα, αφού εντοπίστηκε η μέση γραμμή, η οποία είναι η γραμμή μεταξύ των μέγιστων και των ελάχιστων σημείων των ασυνεχειών, εξήγαγαν την υπολογιστική συνάρτηση μεταξύ  $\lambda$  και JRC. Τέλος, οι Zhang et al. (2014) ανέπτυξαν τρεις τύπους για τον υπολογισμό του προτεινόμενου άνω ορίου, και των τιμών κάτω ορίου του JRC σε σχέση με τη διακύμανση του  $\lambda$ , για δι-διάστατα προφίλ ασυνεχειών. Εν συνεχεία, παρουσιάζεται μία πολύ ενδιαφέρουσα εφαρμογή των μορφοκλασμάτων σε εξορυκτικά προβλήματα από τους Deng et al. (2015).

### 5.3 Εφαρμογή μορφοκλασμάτων (fractals) σε εξορυκτικά προβλήματα

Με βάση τη μορφοκλασματική γεωμετρία, πραγματοποιήθηκε η ακόλουθη έρευνα, κατά την οποία συσχετίστηκαν η κατανομή μεγέθους των θραυσμάτων (κοπής) με τις παραμέτρους διάτρησης, με στόχο την ανάπτυξη ενός μορφοκλασματικού μοντέλου της διάχυσης της ενέργειας κοπής πετρωμάτων. Αυτό το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί αφενός για τον καθορισμό της ελάχιστης απαιτούμενης ενέργειας για τη θραύση του πετρώματος και αφετέρου για την πρόβλεψη της ταχύτητας διάτρησης (σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας) (Deng et al., 2015).

Ουσιαστικά λοιπόν, αναλύθηκαν με βάση τη μορφοκλασματική θεωρία και την αρχή διατήρησης της ενέργειας, τα χαρακτηριστικά κατανομής μεγέθους των θραυσμάτων και η κατανάλωση ενέργειας λόγω θραύσης των πετρωμάτων. Το μέγεθος των θραυσμάτων (κοπής), όπως προέκυψε από ταξινόμηση (κοσκίνηση) δίνεται στον πίνακα της Εικόνας 5.1, ενώ η μορφοκλασματική διάσταση των κοπών μπορεί να προσδιοριστεί από την εξίσωση (5.3.1) (Deng et al., 2015):

$$\ln y_i = (3 - D_f) \ln \left( \frac{r_i}{r_{max}} \right) \quad (5.3.1)$$

Όπου

$D_f$ , η μορφοκλασματική διάσταση

$r_i$ , το χαρακτηριστικό μέγεθος των θραυσμάτων σε mm

$r_{max}$ , το μέγιστο μέγεθος των θραυσμάτων

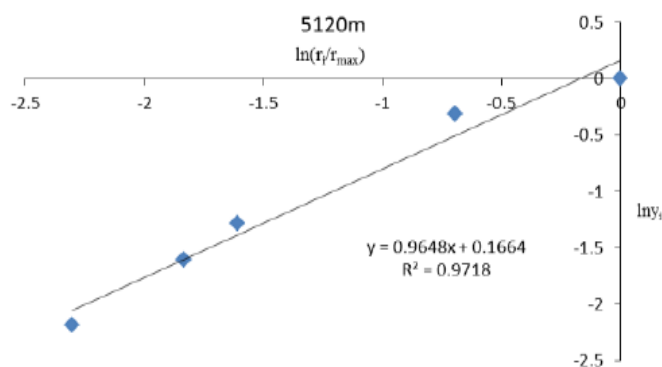


$y_i$ , το ποσοστό της μάζας των θραυσμάτων (κοπής) του οποίου το μέγεθος είναι μικρότερο από το  $r_i$

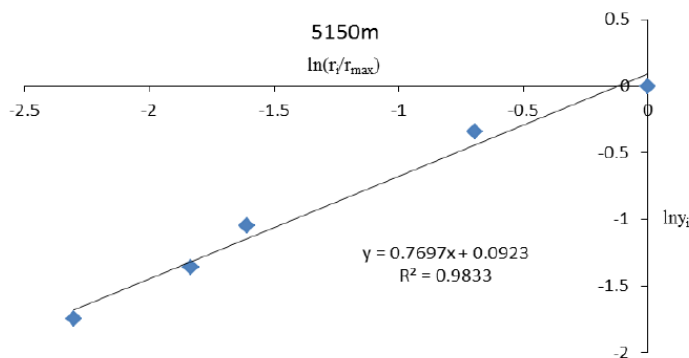
Depth (m)	Screening size (mm)	1.0	1.6	2.0	5.0	10.0
5120	Cumulative weight percentage at different particle sizes (%)	11.25	20.1	27.76	73.43	100
5130		13.48	20.37	32.93	72.27	100
5140		16.24	32.99	47.08	85.09	100
5150		17.46	25.63	35.05	71.25	100
5160		12.52	27.51	39.75	76.7	100
5170		20.15	37.65	49.87	89.08	100
5180		18.45	32.05	47.79	82.56	100
5190		15.48	34.86	48.62	84.39	100
5200		13.25	32.21	43.69	80.33	100
5210		16.93	24.85	37.13	75.44	100

**Εικόνα 5. 1:** Πίνακας με τα αποτελέσματα ταξινόμησης θραυσμάτων κοπής (Deng et al., 2015)

Σύμφωνα με την εξίσωση (5.3.1) και τα δεδομένα του πίνακα της Εικόνας 5.1 κατασκευάστηκαν 10 διαγράμματα (ενδεικτικά βλ. Εικόνες 5.2 & 5.3), όπου  $x = \ln(r_i/r_{max})$  και  $y = \ln y_i$ .



**Εικόνα 5. 2:** Η μορφοκλασματική καμπύλη των θραυσμάτων (cuttings) των 5120m (Deng et al., 2015)



**Εικόνα 5. 3:** Η μορφοκλασματική καμπύλη των θραυσμάτων (cuttings) των 5150m (Deng et al., 2015)

Με βάση αυτά τα διαγράμματα υπολογίστηκαν οι μορφοκλασματικές διαστάσεις και ο συντελεστής συσχέτισης κάθε ομάδας (βλ. Εικόνα 5.4) (Deng et al., 2015).

Depth (m)	Fractal dimensions	Correlation coefficient R <sup>2</sup>
5120	2.0352	0.9718
5130	2.1093	0.9665
5140	2.2458	0.8997
5150	2.2303	0.9833
5160	2.1424	0.9196
5170	2.3278	0.9046
5180	2.2855	0.9207
5190	2.2448	0.8777
5200	2.185	0.8889
5210	2.2118	0.9678

**Εικόνα 5. 4:** Πίνακας με μορφοκλασματικές διαστάσεις κάθε ομάδας (Deng et al., 2015)

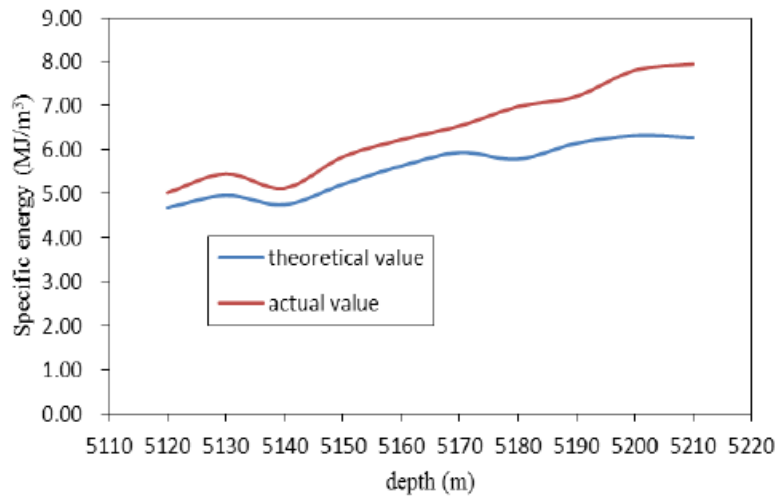
Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5.4, το μέγεθος των θραυσμάτων έχει καλή μορφοκλασματική δομή, με συντελεστή συσχέτισης περίπου 0,9 και τιμές μορφοκλασματικής διάστασης μεταξύ 2,0 και 2,4 (Deng et al., 2015).

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας μία σειρά εξισώσεων υπολογίστηκε ο συντελεστής κατανάλωσης ενέργειας C του δολομίτη (βλ. Εικόνα 5.5).

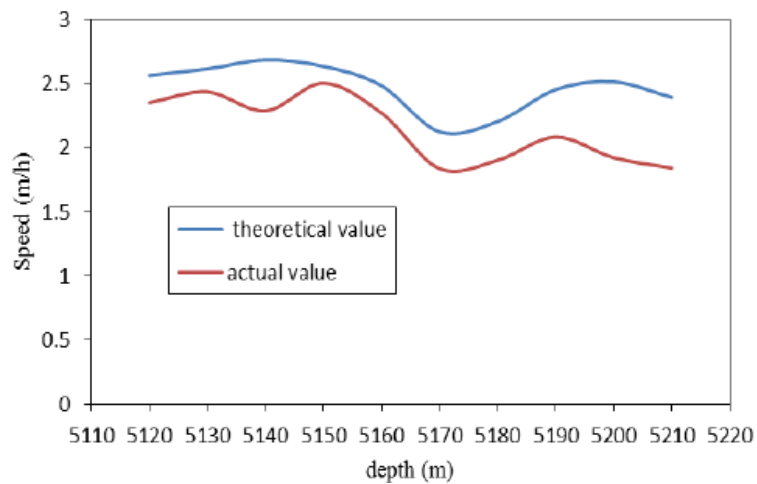
Depth (m)	Energy consumption factor C	Average value
5120	311.32	334.21
5130	313.24	
5140	320.18	
5150	325.45	
5160	328.96	
5170	334.74	
5180	345.12	
5190	352.31	
5200	353.28	
5210	357.46	

**Εικόνα 5. 5:** Πίνακας με τα υπολογισμένα αποτελέσματα του συντελεστή κατανάλωσης ενέργειας (Deng et al., 2015)

Σύμφωνα με τα δεδομένα από τους πίνακες των Εικόνων 5.1, 5.4 και 5.5, υπολογίστηκε με χρήση εξισώσεων η ειδική ενέργεια, ενώ υπολογίστηκε και ο ρυθμός διάτρησης (ROP). Στις Εικόνες 5.6 και 5.7 αντιπαραβάλλονται τα αποτελέσματα των θεωρητικών και των πραγματικών τιμών (Deng et al., 2015).



*Εικόνα 5. 6: Η σχέση μεταξύ ειδικής ενέργειας και βάθους (Deng et al., 2015)*



*Εικόνα 5. 7: Η σχέση μεταξύ ρυθμού διείσδυσης και βάθους (Deng et al., 2015)*

Όπως φαίνεται στις Εικόνες 5.6 και 5.7 οι θεωρητικές τιμές της ειδικής ενέργειας και ο ROP έχουν καλή συσχέτιση με τις πραγματικές. Το μοντέλο κατανάλωσης ενέργειας θραύσης πετρώματος, που προκύπτει από τη μορφοκλασματική θεωρία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της αντίστασης του πετρώματος στη θραύση. Ο θεωρητικά προβλεπόμενος ROP παρέχει μία μέθοδο βελτιστοποίησης των παραμέτρων διάτρησης και αύξησης της αποδοτικότητας διάτρησης (Deng et al., 2015).

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ**  
**ΚΑΤΑΓΡΑΦΕΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΚΟΠΗΣ ΠΟΥ**  
**ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ**  
**ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ**

## 6.1.Εισαγωγή

Στην παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιείται μία ανάλυση εργαστηριακών μετρήσεων κοπής με χρήση μορφοκλασμάτων, προκειμένου να διερευνηθεί η σχέση της μορφοκλασματικής διάστασης των καταγραφών με τα χαρακτηριστικά της κοπής πετρωμάτων. Ειδικότερα, μας αφορούν κυρίως μηχανικά χαρακτηριστικά, όπως η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και εφελκυσμό, το μέτρο ελαστικότητας και η ψαθυρότητα. Ακόμη, για την περίπτωση των 225 μεμονωμένων καταγραφών μελετήθηκαν η ειδική ενέργεια κοπής, η μέση δύναμη κοπής, οι κανονικοποιημένοι κύκλοι κοπής, το εύρος δύναμης κοπής, η τυπική απόκλιση δύναμης κοπής και ο συντελεστής μεταβλητότητας.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται λεπτομέρειες που αφορούν τη διαδικασία των εργαστηριακών μετρήσεων και την προέλευση των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν, ενώ προκειμένου να εξαχθούν χρήσιμα για την εξορυκτική διαδικασία συμπεράσματα, πραγματοποιείται μορφοκλασματική ανάλυση όλων των μετρήσεων της δύναμης κοπής. Η ανάλυση αυτή γίνεται τόσο για τις **μεμονωμένες 225 καταγραφές** όσο και **για καταγραφές ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος -12 στον αριθμό-**, με χρήση του λογισμικού matlab και συγκεκριμένα του κώδικα Higuchi και του κώδικα Katz. Μετά από αυτή την ανάλυση προκύπτει για κάθε μέτρηση μία χαρακτηριστική μορφοκλασματική διάσταση, η οποία μελετάται με στόχο τη συσχέτιση αυτής με τη μηχανική συμπεριφορά πετρωμάτων διαφόρων τύπων κατά την κοπή – εξόρυξή τους.

## 6.2.Στοιχεία Δεδομένων

Οι μετρήσεις δύναμης κοπής που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία ελήφθησαν από δοκίμια πετρωμάτων τα οποία εξετάστηκαν στο Εργαστήριο Εξόρυξης Πετρωμάτων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, στο πλαίσιο εκπόνησης των παρακάτω διπλωματικών εργασιών:

- Αναγνώστου (2006) «Προσδιορισμός του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής ιζηματογενών πετρωμάτων».
- Δεμέναγας (2006) «Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας εκσκαφής ασβεστόλιθου της Αττικής».
- Κουλλαπής και Χρυσοστόμου (2007) «Εκτίμηση της δύναμης κοπής ασβεστόλιθου από της μηχανικές ιδιότητές του».
- Κραββαρίτης (2009) «Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής ασβεστόλιθου στο λατομείο Κεραμιδέζας της ΧΑΛΥΨ Α.Ε.».
- Πατσίδης (2009) «Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής λατερίτη και ασβεστόλιθου από το μεταλλείο Αγ. Ιωάννη της Λάρκο Α.Ε.».

- Λάζαρος (2011) «Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Πρεβέζης με μηχανικά μέσα».
- Βασιλόπουλος (2011) «Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Τρίπολης με μηχανικά μέσα».
- Κουτρομάνος (2012) «Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Καρδίτσας με μηχανικά μέσα».
- Πατσίδης (2012) «Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ορθογνέσιου Ικαρίας με μηχανικά μέσα».

### 6.3.Περιγραφή της εργαστηριακής κοπής των δοκιμών

Οι μετρήσεις δύναμης κοπής είναι αποτέλεσμα εργαστηριακών δοκιμών κοπής σε πλήθος δοκιμών πετρωμάτων, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με τη διάταξη του Εργαστηρίου Εξόρυξης Πετρωμάτων του Ε.Μ.Π., όπως αυτή παρουσιάζεται στην Εικόνα 6.1.

Τα δοκίμια πετρωμάτων τα οποία εξετάστηκαν ήταν κυλινδρικής μορφής, διαμέτρου 54,7mm (NX). Το μήκος τους δεν ήταν σταθερό, με το ελάχιστο να κυμαίνεται στα 98mm και το μέγιστο στα 160mm, ενώ το μέσο μήκος τους ήταν περίπου 132mm.



*Εικόνα 6. 1: Διάταξη κοπής πετρωμάτων του Εργαστηρίου Εξόρυξης Πετρωμάτων του Ε.Μ.Π.(Παπαγιαννόπουλος, 2013)*

Πιο αναλυτικά, η διάταξη της Εικόνας 6.1 απαρτίζεται από:

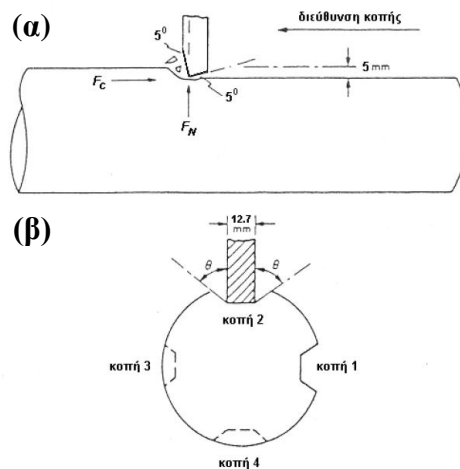
- Οριζόντια μηχανική ταχυπλάνη που φέρει κοπτικό εργαλείο συρόμενου τύπου
- Δυναμόμετρο

- Μονάδα ελέγχου δυναμόμετρου με ενισχυτή σήματος
- Κάρτα εισαγωγής δεδομένων στον υπολογιστή
- Υπολογιστή και λογισμικό καταγραφής και επεξεργασίας δεδομένων

Τα κύρια χαρακτηριστικά του κοπτικού εργαλείου που χρησιμοποιήθηκε είναι τα ακόλουθα:

- Τύπος: συρόμενο κοπτικό
- Σύσταση: καρβίδιο βολφραμίου με ονομαστικό μέγεθος κόκκου 3-3.5 $\mu\text{m}$  και 9-10% περιεκτικότητα σε κοβάλτιο
- Πλάτος αιχμής (W): 12.7mm
- Γωνία πρόσθιας ελευθερίας ( $\alpha$ ):  $5^\circ$
- Γωνία οπίσθιας ελευθερίας ( $\beta$ ):  $-5^\circ$

Η διεύθυνση κοπής των δοκιμών ήταν κατά το διαμήκη άξονα του κυλινδρικού δοκιμίου (Εικόνα 6.2α), ενώ το βάθος κοπής ήταν 5mm από τη γενέτειρα. Η ταχύτητα κοπής ήταν περίπου 150mm/sec. Στην Εικόνα 6.2β απεικονίζονται 4 δοκιμές κοπής (ανά  $90^\circ$ ) σε ένα δείγμα, που ήταν ο μέγιστος αριθμός δοκιμών που μπορούσε να πραγματοποιηθεί σε κάθε δοκίμιο.



**Εικόνα 6. 2:** Εργαστηριακή δοκιμή κοπής με α) διαμήκη άξονα κοπής και β) κοπές ανά  $90^\circ$  κατά Fowell 1993 (Αναγνώστου, 2006)

Η οριζόντια μηχανική ταχυπλάνη σε κάθε δοκιμή κοπής πραγματοποιεί ευθύγραμμη παλινδρομική κίνηση. Ως εκ τούτου ένας πλήρης κύκλος περιλαμβάνει:

- Κύρια ωφέλιμη ευθύγραμμη κίνηση του κοπτικού εργαλείου για την κοπή
- Κίνηση του εργαλείου προς τα πίσω (επιστροφή, μη ωφέλιμη κίνηση)

Αναλυτικά, τα βήματα σε κάθε δοκιμή ήταν τα εξής (Παπαγιαννόπουλος, 2013):

1. *Εκκίνηση πλάνης*: Ο ηλεκτροκινητήρας της πλάνης τίθεται σε λειτουργία με το συμπλέκτη να βρίσκεται σε θέση αποσύμπλεξης. Σε αυτό το βήμα δεν υπάρχει παλινδρόμηση της κεφαλής και του κοπτικού.
2. *Έναρξη παλινδρόμησης κεφαλής*: Γίνεται έναρξη καταγραφής σήματος από το λογισμικό καταγραφής σήματος και αμέσως μετά τοποθετείται ο συμπλέκτης σε θέση σύμπλεξης, ώστε να εκκινήσει το πείραμα. Σε αυτό το βήμα υπάρχει παλινδρόμηση της κεφαλής και του κοπτικού και εκτελείται η κοπή.
3. *Τερματισμός παλινδρόμησης κεφαλής*: Όταν το κοπτικό φθάσει στο πέρας της διαδρομής της κεφαλής, ο συμπλέκτης τοποθετείται σε θέση αποσύμπλεξης και τερματίζεται η καταγραφή του σήματος. Τερματίζεται η λειτουργία της πλάνης.
4. *Καταγραφή αποτελεσμάτων*: Η καταγραφή και επεξεργασία του σήματος (δεδομένων) από το δυναμόμετρο γίνεται στον υπολογιστή μέσω ειδικού λογισμικού. Με το δυναμόμετρο επιτυγχάνεται η μέτρηση των δυνάμεων  $F_x$  (πλάγια δύναμη),  $F_y$  (ορθή δύναμη) και  $F_z$  (δύναμη κοπής). Η μέγιστη τιμή της δύναμης κοπής  $F_z$  που μπορεί να μετρηθεί είναι 10000N.

Οι κοπές των παραπάνω πραγματοποιήθηκαν στα ακόλουθα πετρώματα:

- Λευκότεφος Ασβεστόλιθος ζαχαρώδους υφής του Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN) (*asn1*).
- Ψαμμίτης με ενστρώσεις ασβεστιτικού υλικού από τους παχυστρωματώδεις ψαμμίτες της ζώνης του φλύσχη της Πίνδου (*psam*).
- Συμπαγής ψαμμούχος στρωματώδης ιλύλιθος σε επαφή με ψαμμούχο ασβεστόλιθο με ασβεστιτικές ενστρώσεις, από την ενότητα του πινδικού φλύσχη (*ilio*).
- Ερυθρότεφος ασβεστόλιθος του ανώτερου Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN) (*asn2*).
- Ασβεστόλιθος Άνω Κρητιδικού – Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ Α.Ε. (*asn3*).
- Σιδηρονικελιούχος Λατερίτης – Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ Α.Ε. (*lat*).
- Ασβεστόλιθος – Λατομείο Μάνδρας ΧΑΛΥΨ (*asn4*).
- Νηρητικός Ασβεστόλιθος Παλαιόκαινου – Λατομείο Καγιάννη Τρίπολη (*asn5*).
- Ασβεστόλιθος Ιουρασικού – Λατομεία Πρεβέζης (*asn6*).
- Ασβεστόλιθος Κρυσταλλικός – Λατομείο Βούλας Τρίκαλα (*asn7*).
- Σχιστώδης Ορθογενέσιος Δυτικής Ικαρίας (*s – orth*).
- Οφθαλμώδης Ορθογενέσιος Δυτικής Ικαρίας (*o – orth*).



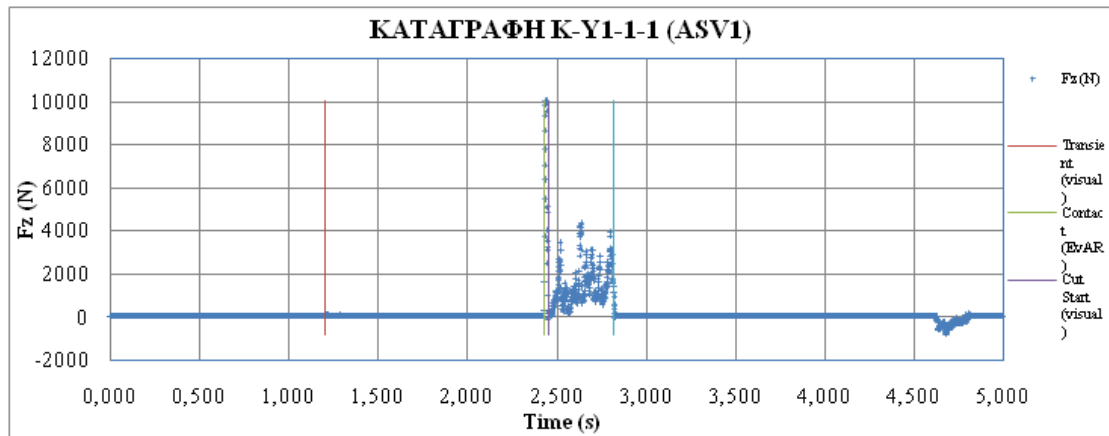
#### 6.4.Προετοιμασία των Καταγραφών της Δύναμης Κοπής πριν την Ανάλυση με μορφοκλάσματα

Η ανάλυση πραγματοποιείται σε 225 αποτελέσματα δοκιμών κοπής. Στον Πίνακα 6.1 φαίνεται το πλήθος των δοκιμών κοπής σε κάθε ένα από τα 12 διαφορετικά είδη πετρωμάτων.

*Πίνακας 6. 1: Πλήθος δοκιμών κοπής ανά είδος πετρώματος*

Κωδικός πετρώματος	Είδος πετρώματος	Πλήθος δοκιμών
ASV1	Λευκότεφρος Ασβεστόλιθος ζαχαρώδους υφής του Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN)	103
PSAM	Ψαμίτης με ενστρώσεις ασβεστιτικού υλικού από τους παχυστρωματώδεις ψαμίτες της ζώνης του φλύσχη της Πίνδου	11
ILIO	Συμπαγής ψαμμούχος στρωματώδης ιλυόλιθος σε επαφή με ψαμμούχο ασβεστόλιθο με ασβεστιτικές ενστρώσεις, από την ενότητα του πινδικού φλύσχη	21
ASV2	Ερυθρότεφρος ασβεστόλιθος του ανώτερου Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN)	8
ASV3	Ασβεστόλιθος Άνω Κρητιδικού – Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ Α.Ε.	14
LAT	Σιδηρονικελιούχος Λατερίτης – Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ Α.Ε.	13
ASV4	Ασβεστόλιθος – Λατομείο Μάνδρας ΧΑΛΥΨ	13
ASV5	Νηρητικός Ασβεστόλιθος Παλαιόκαινου – Λατομείο Καγιάννη Τρίπολη	8
ASV6	Ασβεστόλιθος Ιουρασικού – Λατομεία Πρεβέζης	12
ASV7	Ασβεστόλιθος Κρυσταλλικός – Λατομείο Βούλας Τρίκαλα	14
S-ORTH	Σχιστώδης Ορθογνεύσιος Δυτικής Ικαρίας	3
O-ORTH	Οφθαλμώδης Ορθογνεύσιος Δυτικής Ικαρίας	5
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>		<b>225</b>

Η διάρκεια καταγραφής των παραπάνω δοκιμών κυμαίνονταν από 3s έως 5s με τη συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$  (sampling frequency) να έχει οριστεί στα 1000 Hz (1000 μετρήσεις δύναμης κοπής (Fz) ανά sec). Στο Διάγραμμα 6.1 απεικονίζεται μία ολοκληρωμένη καταγραφή δοκιμής κοπής, όπου ο άξονας y (Fz) είναι σε N και ο άξονας x (χρόνος) είναι σε s. Στο εν λόγω διάγραμμα φαίνονται οι υφιστάμενες διαφορετικές φάσεις μιας δοκιμής κοπής.



**Διάγραμμα 6. 1:** Πλήρες διάγραμμα δύναμης κοπής ( $F_z$ ) – χρόνου κατά τη δοκιμή κοπής (ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ Κ-Y1-1-1(ASV1))

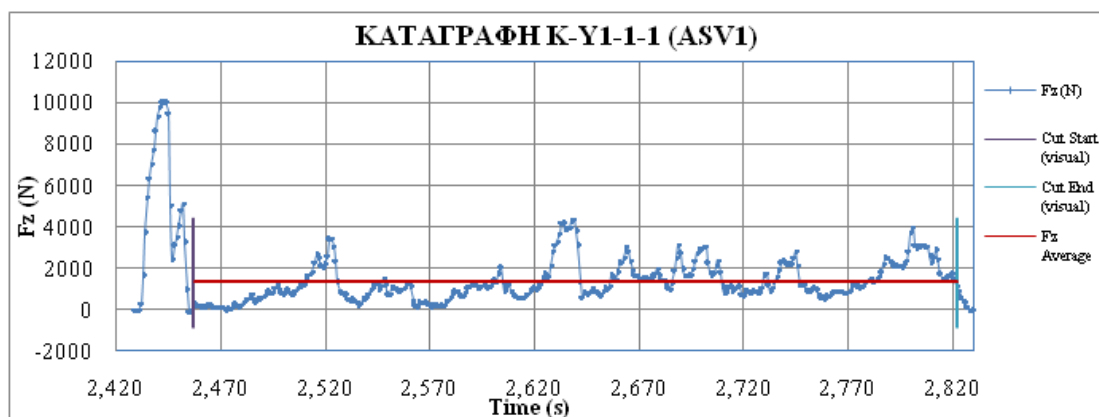
Ειδικότερα, οι φάσεις που μπορούν να διακριθούν στο διάγραμμα του Διαγράμματος 6.1 είναι οι εξής:

1. Από 0s ως 1,2s (κόκκινη γραμμή στο διάγραμμα), καταγράφεται θόρυβος (noise), λόγω της λειτουργίας του ηλεκτροκινητήρα. Στη φάση αυτή η κεφαλή και το κοπτικό δεν παλινδρομούν άρα δεν υπάρχει κοπή.
2. Από 1,2s ως 2,429s (πράσινη γραμμή στο διάγραμμα), επικρατούν τα μεταβατικά - δυναμικά φαινόμενα (transient), που οφείλονται στο θόρυβο λόγω της επιτάχυνσης του συστήματος κοπτικού – δυναμόμετρου όταν ξεκινάει η κίνηση. Και σε αυτή τη φάση δεν υπάρχει κοπή.
3. Από 2,429s ως 2,457s (μωβ γραμμή στο διάγραμμα), παρατηρείται η φάση της επαφής του κοπτικού με το δοκίμιο. Στη φάση αυτή φαίνεται μια απότομη δυναμική μεταβολή στο διάγραμμα, που οφείλεται στην επαφή του κοπτικού με το δοκίμιο.
4. Από 2,457s ως 2,822s, (γαλάζια γραμμή στο διάγραμμα), είναι η φάση κοπής του πετρώματος από το κοπτικό. Η φάση αυτή αντιστοιχεί στην καθαρή δύναμη κοπής και συνεπώς είναι η μοναδική που εξετάζεται.
5. Από 2,822s ως 5s, απεικονίζεται η φάση μετά την κοπή και μέχρι ολοκλήρωση της δοκιμής.

Κάθε ένα από τα 225 διαγράμματα, είχε αντίστοιχη μορφή με αυτή του παραπάνω Διαγράμματος 6.1, ενώ για κάθε δοκιμή κοπής καταγράφονταν περίπου 3000 – 5000 τιμές δύναμης κοπής. Από αυτές, οι τιμές που εμφάνισαν ενδιαφέρον ήταν οι τιμές της καθαρής δύναμης κοπής (περίπου 500 τιμές / δοκιμή-βλ. φάση 4 Διαγράμματος 6.1), οι οποίες εν συνεχεία απομονώθηκαν και αναλύθηκαν.

Στο Διάγραμμα 6.2 απεικονίζεται (αφού έχει απομονωθεί) η καθαρή δύναμη κοπής (φάση 4) που αντιστοιχεί στη δοκιμή που περιγράφηκε παραπάνω (Δοκιμή Κ-Y1-1-1(asv1)) όπως

επίσης και η μέση τιμή της  $F_z$  (Η διαδικασία υπολογισμού της μέσης τιμής της  $F_z$  περιγράφεται στην ενότητα 6.5).



*Διάγραμμα 6. 2: Καθαρή δύναμη κοπής (έπειτα από απομόνωσή της) (ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ Κ-Υ1-1-1(ASV1))*

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθεί ότι, για κάθε δοκιμή, αφαιρέθηκαν από το τμήμα του σήματος της δύναμης κοπής όλες οι καταγραφές που σχετίζονταν με μεταβατικά φαινόμενα, όπως τιμές που εμφανίζουν απότομη δυναμική μεταβολή στο διάγραμμα δύναμης ( $F_z$ ) – χρόνου ( $t$ ) (φάση 3). Στην αρχή του διαγράμματος του Διαγράμματος 6.2 μπορεί να παρατηρηθεί ένα τέτοιο φαινόμενο. Η εν λόγω απότομη δυναμική μεταβολή στην αρχή του διαγράμματος, δηλαδή περίπου στα 2,43s, οφείλεται στην επαφή του κοπτικού με το δοκίμιο και δεν αποτελεί τμήμα της καθαρής δύναμης κοπής.

### 6.5. Στατιστική ανάλυση των καταγραφών

Για κάθε μία από τις 225 καταγραφές της Δύναμης Κοπής, οι οποίες αναλύθηκαν με μορφοκλάσματα, κατασκευάστηκε η κατανομή πιθανότητας (βλ. Εικόνα 6.4) και υπολογίστηκαν οι ακόλουθες στατιστικές παράμετροι:

- Ο αριθμός των μετρήσεων  $n$  - το πλήθος των τιμών της δύναμης κοπής για κάθε δοκίμιο
- Η ελάχιστη τιμή  $x_{\min}$
- Η μέγιστη τιμή  $x_{\max}$
- Το εύρος τιμών  $R = x_{\max} - x_{\min}$ . Το εύρος υπολογίζεται εύκολα αλλά δεν είναι ισχυρό μέτρο μεταβλητότητας δεδομένου ότι εξαρτάται μόνο από τις δύο ακραίες παρατηρήσεις  $x_{\min}$  και  $x_{\max}$  αγνοώντας τις υπόλοιπες παρατηρήσεις. Ως εκ τούτου δύναται να μεταβάλλεται σημαντικά από δείγμα σε δείγμα (ίδιου πλήθους κι από τον ίδιο πληθυσμό). Γενικότερα, το εύρος εμφανίζει αύξηση όταν μεγαλώνει το δείγμα δεδομένου ότι αναμένεται να συμπεριληφθούν πιο ακραίες τιμές (Κουγιουμτζής, 2009).

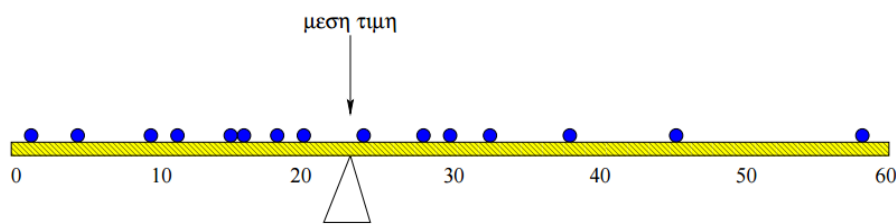
- Η τυπική απόκλιση  $s$  η οποία ορίζεται ως η θετική ρίζα της δειγματικής διασποράς  $s^2$ . Η τυπική απόκλιση  $s$  μετριέται με τη μονάδα μέτρησης της τιμής  $X$  κι εκφράζει την τυπική απόκλιση των δεδομένων από τη δειγματική μέση τιμή, δηλαδή μέχρι πόσο περίπου περιμένουμε μια τυπική τιμή της  $X$  να απέχει από τη μέση τιμή. Ειδικότερα ορίζεται ως (Κουγιουμτζής, 2009):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)} \quad (6.5.1)$$

- Η δειγματική μέση τιμή (average) που αποτελεί το πλέον γνωστό και χρήσιμο μέτρο του κέντρου των δεδομένων. Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , οι τιμές των παρατηρήσεων του δείγματος για μια τ.μ.  $X$  που μελετάται. Η δειγματική μέση τιμή  $\bar{x}$  ορίζεται ως (Κουγιουμτζής, 2009):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (6.5.2)$$

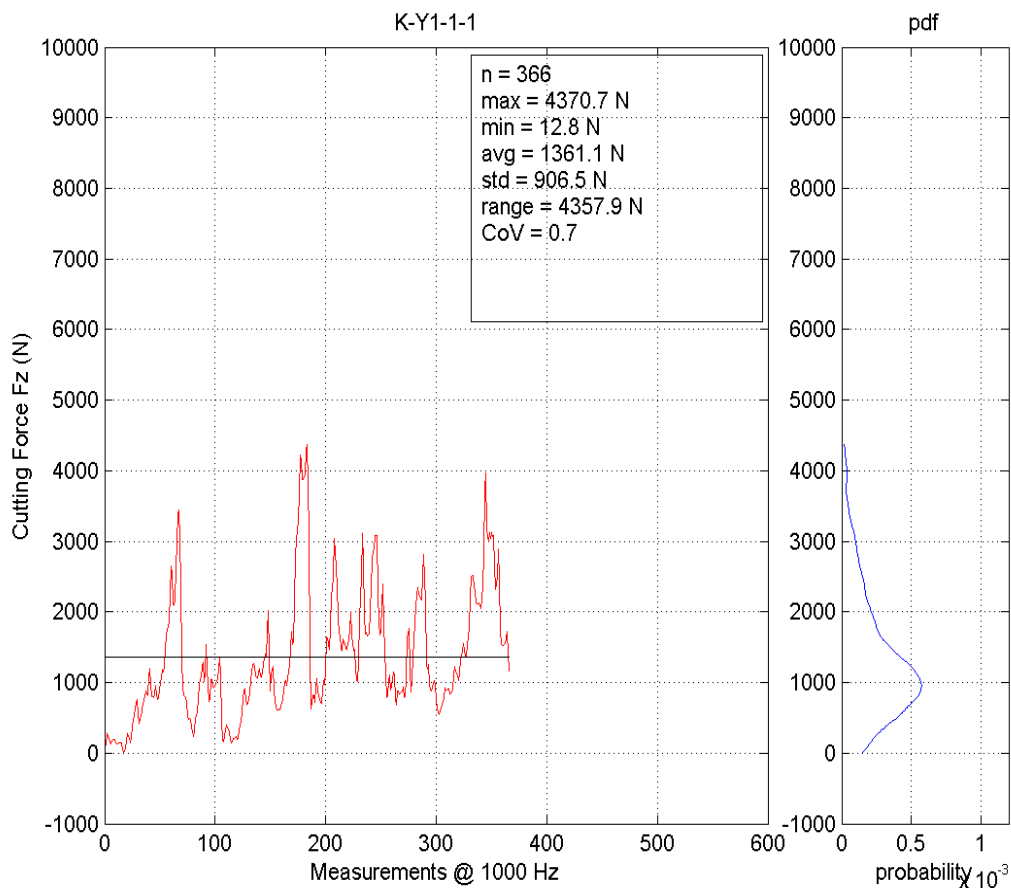
Η μέση τιμή αντιστοιχεί στο 'κέντρο ισορροπίας' των δεδομένων. Σχηματική της απεικόνιση παρουσιάζεται στην Εικόνα 6.3 (Κουγιουμτζής, 2009).



**Εικόνα 6. 3:** Σχηματική απεικόνιση της μέσης τιμής (Κουγιουμτζής, 2009)

- Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CoV) που αποτελεί τον λόγο της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή των δεδομένων και παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και του 1. Ειδικότερα, όσο το CoV πλησιάζει το 1 τόσο πιο ευμετάβλητο θεωρείται το φαινόμενο.

Στην Εικόνα 6.4 παρουσιάζεται ένα ενδεικτικό διάγραμμα καταγραφής δύναμης κοπής, όπως αυτό προέκυψε από χρήση του λογισμικού matlab.



Εικόνα 6. 4: Καταγραφή δύναμης κοπής ( $F_z$ ) – χρόνου κατά τη δοκιμή κοπής (Δοκιμή K-Y1-1-1(asv1))

### 6.6. Προέκταση (extension) και περικοπή (truncation) των σημάτων

Κάθε μία από τις 225 καταγραφές που ελήφθησαν, αποτελείται από διαφορετικό πλήθος μετρήσεων της τιμής της δύναμης κοπής ( $F_z$ ). Δεδομένου ότι η ταχύτητα κοπής παραμένει πρακτικά σταθερή, αυτό οφείλεται στα διαφορετικά μήκη των δοκιμίων. Δηλαδή για σταθερό ρυθμό δειγματοληψίας (1000 Hz) λαμβάνεται διαφορετικό πλήθος μετρήσεων για την εκάστοτε κοπή, που είναι ανάλογο της διάρκειάς της.

Το ελάχιστο μήκος καταγραφής που παρατηρήθηκε για τις 225 καταγραφές, αποτελούνταν από 203 τιμές, ενώ το μέγιστο μήκος αποτελούνταν από 1932 τιμές. Βέβαια, στην πλειοψηφία των καταγραφών το μήκος των καταγραφών της δύναμης κοπής αποτελούνταν από κατά προσέγγιση 500 τιμές.

Σύμφωνα με τον Παπαγιαννόπουλο (2013), για να δώσει ακριβή αποτελέσματα η ανάλυση σημάτων με το συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίου (dwt), πρέπει να πραγματοποιηθεί για σήματα που έχουν μήκος ίσο με κάποια δύναμη του 2, ώστε να μην υπάρξουν «αλλοιώσεις στα όρια (αρχή και τέλος)» του σήματος (border distortions). Συνεπώς, λαμβάνοντας υπόψη και όσα παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2.6 για τα αυτό-συγγενή μορφοκλάσματα, κρίνεται

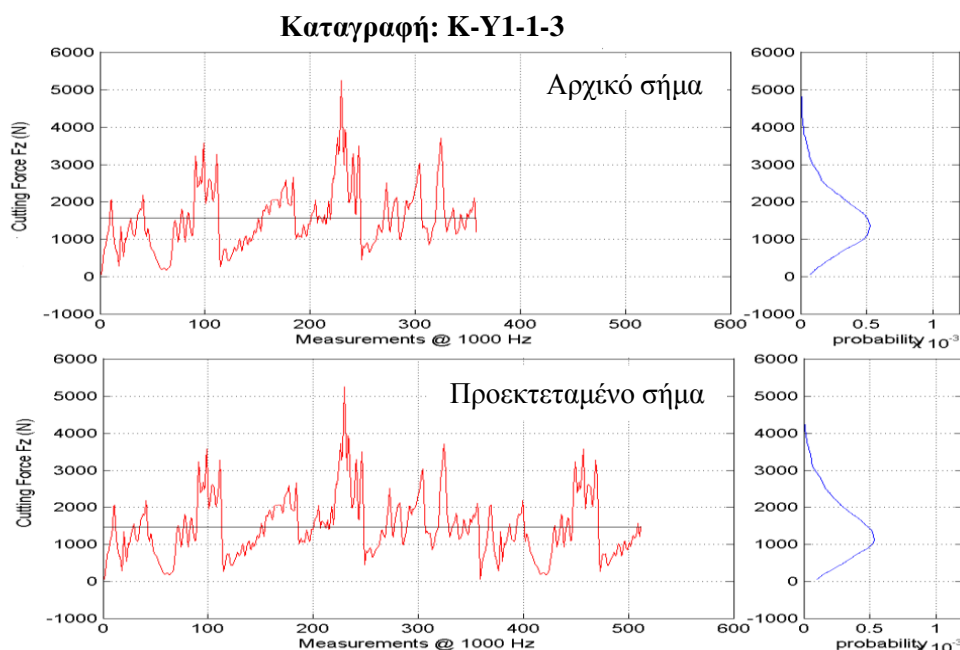
απαραίτητη για τη μορφοκλασματική ανάλυση η προέκταση και η περικοπή των σημάτων όπου αυτό είναι απαραίτητο προκειμένου να επιτευχθεί ίδιο μήκος καταγραφών.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, πραγματοποιήθηκε προέκταση και περικοπή σήματος, έτσι ώστε όλες οι καταγραφές να έχουν ίδιο μήκος με πλήθος τιμών ίσο με  $2^9$ , δηλαδή 512. Γενικότερα, όσον αφορά τη προέκταση σήματος, οι ευρέως αποδεκτές μέθοδοι κατά MisitietaI.είναι οι εξής (Παπαγιαννόπουλος, 2013):

- zero-padding,
- smooth padding,
- periodic extension (το σήμα επαναλαμβάνεται περιοδικά) και
- boundary value replication (symmetrization)

Συνεπώς, ακολουθήθηκε η ακόλουθη μεθοδολογία:

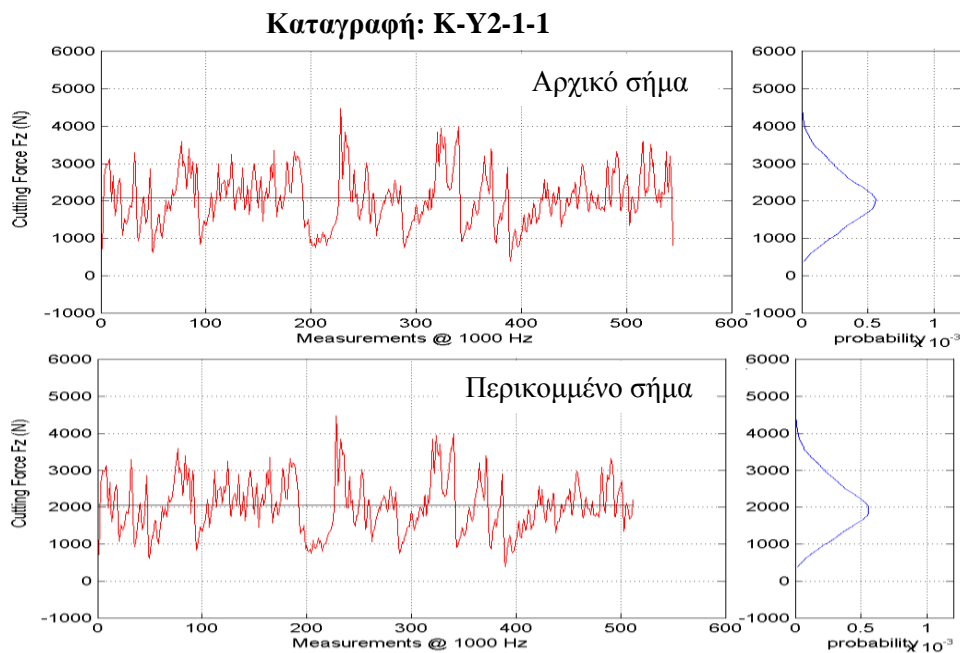
- Όπου η καταγραφή αποτελούνταν από ακριβώς 512 τιμές, το σήμα παρέμεινε ίδιο χωρίς να υποστεί κάποια περαιτέρω επεξεργασία.
- Όταν η καταγραφή αποτελούνταν από πλήθος τιμών,  $l_{s_{\text{αρχικό}}} < 512$  τότε το σήμα υπόκειντο σε «προέκταση», με τη μέθοδο “periodic extension”, ώστε τελικά να προκύψει  $l_{s_{\text{τελικό}}} = 512$ . Στην Εικόνα 6.5 παρουσιάζεται ενδεικτικά προέκταση σήματος όπου σήμα με μήκος  $l_{s_{\text{αρχικό}}} = 400$  προεκτείνεται ώστε να έχει τελικά  $l_{s_{\text{τελικό}}} = 512$ .



*Εικόνα 6. 5: «Προέκταση» σήματος για την καταγραφή K-Y1-1-3*

- Όταν η καταγραφή αποτελούνταν από πλήθος τιμών,  $l_{s_{\text{αρχικό}}} > 512$  τότε το σήμα υπόκειντο σε «περικοπή» (truncation) του σήματος, αφαιρώντας τις τιμές μετά από

την 512<sup>η</sup> του σήματος, ώστε τελικά να προκύψει  $l_{s_{\text{τελικό}}} = 512$ . Στην Εικόνα 6.6 παρουσιάζεται ενδεικτικά «περικοπή» σήματος όπου σήμα με μήκος  $l_{s_{\text{αρχικό}}} = 544$  περικόπτεται ώστε να έχει τελικά  $l_{s_{\text{τελικό}}} = 512$ .



*Εικόνα 6. 6: «Περικοπή» σήματος για την καταγραφή K-Y2-1-1*

Με τη παραπάνω μεθοδολογία τα σήματα αποκτούν το επιθυμητό μήκος για την ανάλυση χωρίς να αλλοιώνονται. Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μορφοκλασματική ανάλυση τόσο σε πρωτογενή δεδομένα δύναμης κοπής όσο και σε δεδομένα δύναμης κοπής που υπέστησαν προέκταση και περικοπή, έτσι ώστε να συγκριθούν οι δύο πρακτικές.

### **6.7. Μηχανικές Ιδιότητες Πετρωμάτων που μελετήθηκαν για τις ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος καταγραφές**

Προκειμένου να διερευνηθεί το εάν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των χαρακτηριστικών της δύναμης κοπής των πετρωμάτων και των μηχανικών τους χαρακτηριστικών, όπως αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, εφελκυστική αντοχή, ψαθυρότητα και ειδική ενέργεια εκσκαφής, χρησιμοποιήθηκε σημαντικός αριθμός διαγραμμάτων. Με τη βοήθεια αυτών των διαγραμμάτων, έγινε προσπάθεια συσχέτισης της μορφοκλασματικής διάστασης, η οποία υπολογίστηκε με την βοήθεια των αλγορίθμων Higuchi και Katz, με τις διάφορες παραμέτρους των πετρωμάτων.

Από τα εργαστηριακά πρωτογενή δεδομένα, για κάθε έναν από τους 12 τύπους πετρώματος που εξετάστηκαν, βρέθηκε μια συγκεκριμένη τιμή αντοχής σε μονοαξονική θλίψη (UCS), εφελκυστικής αντοχής (BTS) και ειδικής ενέργειας (SE) (Παπαγιαννόπουλος, 2013).

Η ψαθυρότητα, είναι η ιδιότητα των υλικών να παρουσιάζουν μικρές παραμορφώσεις πριν τη θραύση τους. Συνεπώς, εμφανίζουν μειωμένη ικανότητα να απορροφούν ενέργεια πριν αστοχήσουν. Η ψαθυρότητα έχει αποδειχθεί ότι έχει μεγάλη συσχέτιση με άλλα μηχανικά χαρακτηριστικά του υλικού, ενώ η ποσοτική της εκτίμηση πραγματοποιείται κατά τον Yagiz (2009) (Παπαγιαννόπουλος, 2013), με συγκεκριμένους Δείκτες διαφόρων ερευνητών. Ειδικότερα, οι Δείκτες Ψαθυρότητας που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

- $B_1 = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}$  (6.7.1)
- $B_2 = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t}$  (6.7.2)
- $B_3 = \frac{\sigma_c \cdot \sigma_t}{2}$  (6.7.3)
- $BI_p = 0,198 \cdot \sigma_c - 2,174 \cdot \sigma_t + 0,913 \cdot \gamma - 3,807$  (με τιμές σε kN/mm) (6.7.4)

Όπου  $\sigma_c$  = Αντοχή σε Μονοαξονική Θλίψη (UCS) (MPa)

$\sigma_t$  = Εφελκυστική Αντοχή (BTS) (MPa)

$\gamma$  = Ειδικό βάρος του πετρώματος (kN/m<sup>3</sup>)

Κατά συνέπεια, για κάθε Τύπο Πετρώματος προκύπτουν 4 Δείκτες Ψαθυρότητας που όμως είναι διαφορετικής τάξης μεγέθους και δεν μπορεί να γίνει άμεση σύγκριση μεταξύ τους. Για αυτό, απαιτείται κανονικοποίηση των δεικτών με τη μέθοδο της «Διανυσματικής Κανονικοποίησης - Vector Normalization» η οποία κατά Abdi (2010) ορίζεται ως εξής:

- Έστω το διάνυσμα  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
- Το μέτρο (νόρμα) του θα είναι:  $\|x\| = \sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)} = y$  (6.7.5)
- Έπειτα, διαιρούνται οι τιμές του διανύσματος  $x$  με τη νόρμα του, και προκύπτουν οι κανονικοποιημένες τιμές:  $\bar{x} = \left(\frac{x_1}{y}, \frac{x_2}{y}, \dots, \frac{x_n}{y}\right)$
- Ισχύει  $\|\bar{x}\| = \left(\frac{x_1^2}{y^2}, \frac{x_2^2}{y^2}, \dots, \frac{x_n^2}{y^2}\right) = 1$

Σύμφωνα με την παραπάνω μέθοδο προκύπτει ο Πίνακας 6.2.



**Πίνακας 6. 2:** Τελικές τιμές μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας

Κωδικός πετρώματος	Πλήθος δοκιμών	Ειδικό Βάρος γ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
ASV1	103	25,5	45,8	8,4	18,82	0,173	0,262	0,088	0,187
PSAM	11	26,23	135,7	12,3	34,07	0,351	0,317	0,382	0,371
ILIO	21	26,48	57,95	10,5	19,11	0,176	0,264	0,139	0,165
ASV2	8	25,01	38	10	12,72	0,121	0,222	0,087	0,088
ASV3	14	25,5	70,2	9,5	10,34	0,235	0,290	0,152	0,233
LAT	13	34,32	40	12	22,13	0,106	0,205	0,110	0,171
ASV4	13	25,99	80	11	17,48	0,232	0,288	0,201	0,217
ASV5	8	26,09	105	7	51,92	0,478	0,333	0,168	0,468
ASV6	12	26,09	83	7,7	29,98	0,343	0,316	0,146	0,360
ASV7	14	26,38	90	7,5	149,46	0,382	0,322	0,154	0,399
S-ORTH	3	25,79	164	20	54,51	0,261	0,298	0,750	0,160
O-ORTH	5	25,94	125	11,5	54,43	0,346	0,316	0,329	0,359

### 6.8. Ιδιότητες Πετρωμάτων που μελετήθηκαν για τις μεμονωμένες 225 καταγραφές

Κατά την μελέτη των 225 καταγραφών μεμονωμένα, διερευνήθηκαν οι παράμετροι κοπής που παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.3, προκειμένου να μελετηθεί ο βαθμός συσχέτισης τους με την μορφοκλασματική διάσταση της εκάστοτε καταγραφής.

**Πίνακας 6. 3:** Χαρακτηριστικά κοπής που εξετάστηκαν με χρήση μορφοκλασμάτων

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΑ ΜΕΓΕΘΗ						
Ειδική ενέργεια κοπής (Specific energy) (MJ/m <sup>3</sup> )	Μέση δύναμη κοπής (Cut Fz average) (N)	Κανονικοποιημένοι κύκλοι κοπής (Normalized load cycles) (cycles/s)	Εύρος δύναμης κοπής (Cut Fz Range) (N)	Τυπική απόκλιση δύναμης κοπής (Cut Fz stde) (N)	P Κανονικοποιημένοι κύκλοι κοπής (Normalized load cycles) (cycles/s)	Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation)

Όπου, ο συντελεστής μεταβλητότητας, CoV προκύπτει από την εξίσωση 6.81:

$$CoV = \frac{\text{Cut Fz stde (N)}}{\text{Cut Fz average (N)}} \quad (6.8.1)$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ  
ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ  
ΠΡΩΤΟΓΕΝΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΙΣ  
ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ  
ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΟΠΗΣ ΤΟΥΣ**

### **7.1.Στοιχεία των διαγραμμάτων συσχέτισης Μηχανικών Ιδιοτήτων - Παραμέτρων της Δύναμης Κοπής που προέκυψαν από την Ανάλυση με Μορφοκλάσματα**

Στην παρούσα ενότητα παρατίθενται στοιχεία που αφορούν τα διαγράμματα των μηχανικών ιδιοτήτων των εξεταζόντων πετρωμάτων συναρτήσει της υπολογισθείσας μορφοκλασματικής διάστασης (βλ. Πίνακα 7.1). Πιο αναλυτικά, η συσχέτιση των μεγεθών πραγματοποιήθηκε με τη χρήση γραμμών τάσης (trendlines). Ελέχθησαν οι ακόλουθοι τύποι γραμμών τάσης:

- Γραμμικές (linear)
- Δύναμη (power)
- Εκθετικές (exponential)
- Λογαριθμικές (logarithmic)

Η αξιοπιστία της εκάστοτε γραμμής τάσης κρίθηκε από την τιμή  $R^2$ . Η ποσότητα  $R^2$  ονομάζεται συντελεστής προσδιορισμού (coefficient of determination) και εκφράζει τη συσχέτιση των δύο μεταβλητών κάθε διαγράμματος. Λαμβάνει τιμές από 0 ως 1, ενώ όσο προσεγγίζει το 1, τόσο πιο ισχυρή γίνεται η γραμμική σχέση εξάρτησης των μεταβλητών Y και X. Θα πρέπει να τονισθεί ότι μία γραμμή τάσης της οποίας το  $R^2$  προσεγγίζει το 1 κρίνεται εξαιρετικά αξιόπιστη.

Σε κάθε διάγραμμα, η μεταβλητή Y αντιστοιχεί στη μορφοκλασματική διάσταση που προέκυψε από την Ανάλυση με Μορφοκλάσματα για κάθε τύπο πετρώματος, ενώ η X αντιστοιχεί σε μια εκ των μηχανικών ιδιοτήτων για κάθε τύπο πετρώματος.

## 7.2.Αλγόριθμος Katz

### 7.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος

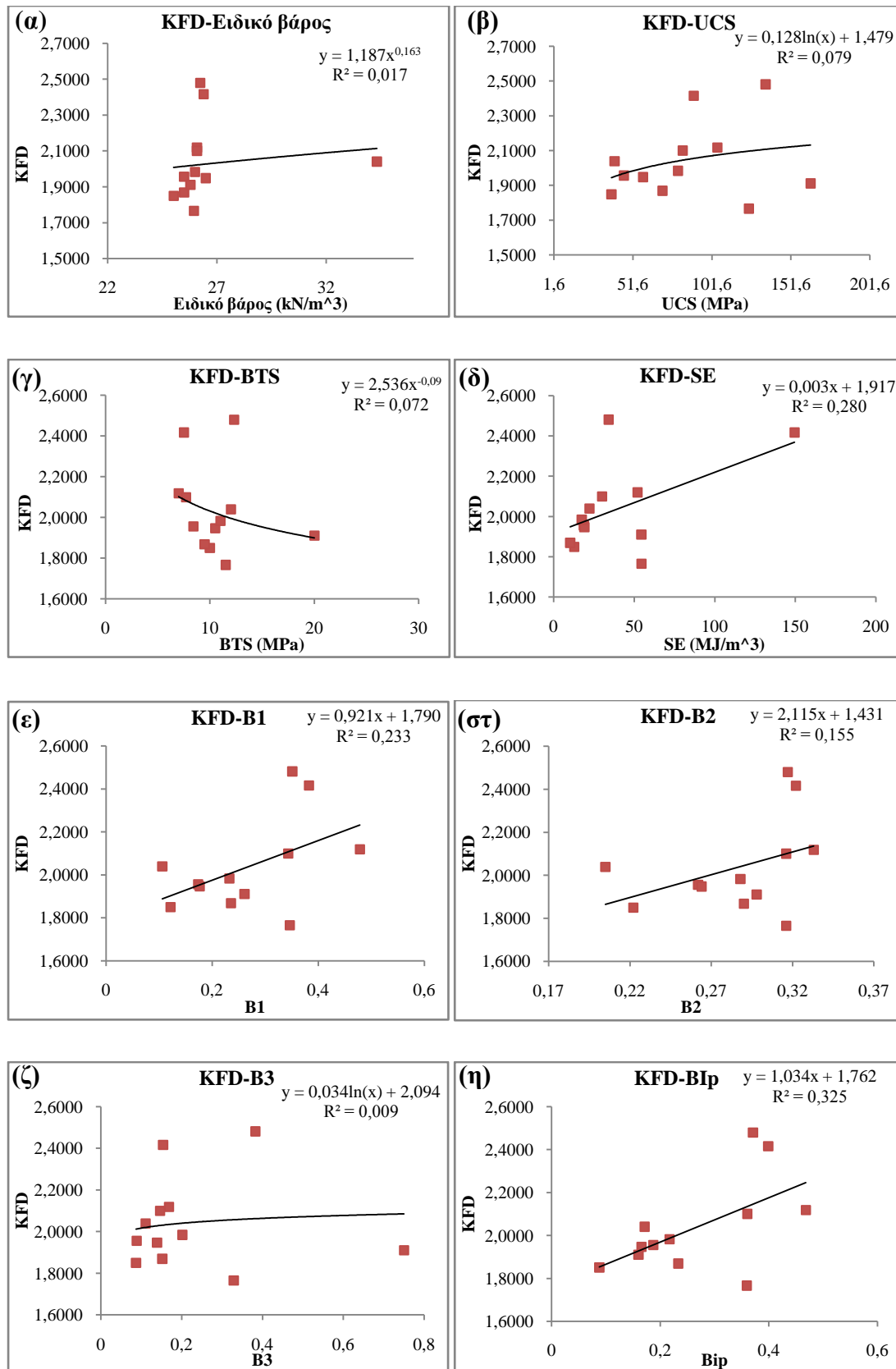
Αρχικά, τα δεδομένα αναλύθηκαν με τον αλγόριθμο του Katz προκειμένου να βρεθεί η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης με τις παραμέτρους των πετρωμάτων. Εφεξής KFD θα ορίζεται η μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz.

Όσον αφορά την μελέτη παραμέτρων των πετρωμάτων μετά από την **ομαδοποίησή τους με βάση το εκάστοτε είδος πετρώματος** με χρήση του αλγορίθμου Katz εξήχθησαν τα ακόλουθα αποτελέσματα του Πίνακα 7.1.

**Πίνακας 7. 1:** Τελικές τιμές μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας συναρτήσει της μορφοκλασματικής διάστασης κατά Katz (KFD)

Κωδικός πετρώματος	Πλήθος δοκιμών	KFD	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE(MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
ASV1	103	1,9566	25,5	45,8	8,4	18,82	0,173	0,262	0,088	0,187
PSAM	11	2,4808	26,23	135,7	12,3	34,07	0,351	0,317	0,382	0,371
ILIO	21	1,9475	26,48	57,95	10,5	19,11	0,176	0,264	0,139	0,165
ASV2	8	1,8503	25,01	38	10	12,72	0,121	0,222	0,087	0,088
ASV3	14	1,8687	25,5	70,2	9,5	10,34	0,235	0,29	0,152	0,233
LAT	13	2,0400	34,32	40	12	22,13	0,106	0,205	0,11	0,171
ASV4	13	1,9836	25,99	80	11	17,48	0,232	0,288	0,201	0,217
ASV5	8	2,1194	26,09	105	7	51,92	0,478	0,333	0,168	0,468
ASV6	12	2,1000	26,09	83	7,7	29,98	0,343	0,316	0,146	0,36
ASV7	14	2,4170	26,38	90	7,5	149,46	0,382	0,322	0,154	0,399
S-ORTH	3	1,9113	25,79	164	20	54,51	0,261	0,298	0,75	0,16
O-ORTH	5	1,7660	25,94	125	11,5	54,43	0,346	0,316	0,329	0,359

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 7.1(α) ως 7.1(η) απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.1.



*Διάγραμμα 7. 1: Η μορφοκλασματική διάσταση KFD συναρτήσει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας*

**Πίνακας 7. 2:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE(MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>I<sub>p</sub></sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,0173</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0798</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0722</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2801</b> (Γραμμική)	<b>0,2336</b> (Γραμμική)	<b>0,1556</b> (Γραμμική)	<b>0,0098</b> (Λογαριθμική)	<b>0,3258</b> (Γραμμική)

Από τον Πίνακα 7.2 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την KFD είναι ο **Δείκτης Ψαθυρότητας, B<sub>I<sub>p</sub></sub>** με R<sup>2</sup>=0,3258. Παρόλα αυτά, κρίνεται ότι το R<sup>2</sup>(=0,3258) είναι χαμηλό, ενώ παράλληλα από το Διάγραμμα 7.1 μπορούν να παρατηρηθούν πολλές «ακραίες τιμές (outliers)».

Σε αυτό το σημείο πρέπει να γίνει μία αναφορά στις «ακραίες τιμές (outliers)» ενός στατιστικού δείγματος, όπως αυτό του Διαγράμματος 7.1. Ειδικότερα, οι «ακραίες τιμές» είναι ασυνήθιστα μικρές ή μεγάλες τιμές, απομακρυσμένες από το κύριο σώμα των δεδομένων, οι οποίες ενδέχεται να οφείλονται σε εσφαλμένη καταγραφή, ή να κρύβουν χρήσιμες πληροφορίες. Υπό μία έννοια, είναι στην κρίση του αναλυτή των δεδομένων (ή της αυτοματοποιημένης διαδικασίας επεξεργασίας των δεδομένων) το να αποφασίσει ποιες από αυτές θα κριθούν αφύσικες και ακατάλληλες για το δείγμα και ως εκ τούτου θα αποκλειστούν.

Παρατηρώντας τα Διαγράμματα 7.1(α) ως 7.1(η) μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι οι πλέον απομακρυσμένες («ακραίες») τιμές, προκύπτουν για τα πετρώματα:

- ✓ **Σιδερονικελιούχος Λατερίτης (LAT)** (13 δοκίμια)
- ✓ **Σχιστώδης Ορθογνέσιος Δυτικής Ικαρίας (S – orth)** (3 δοκίμια)
- ✓ **Οφθαλμώδης Ορθογνέσιος Δυτικής Ικαρίας (O-orth)** (5 δοκίμια)

Συνεπώς, σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν για τις «ακραίες τιμές» που παρατηρήθηκαν αποφασίστηκε να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαίρεση της μέσης τιμής της KFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** από το στατιστικό δείγμα, προκύπτει ο Πίνακας 7.3.

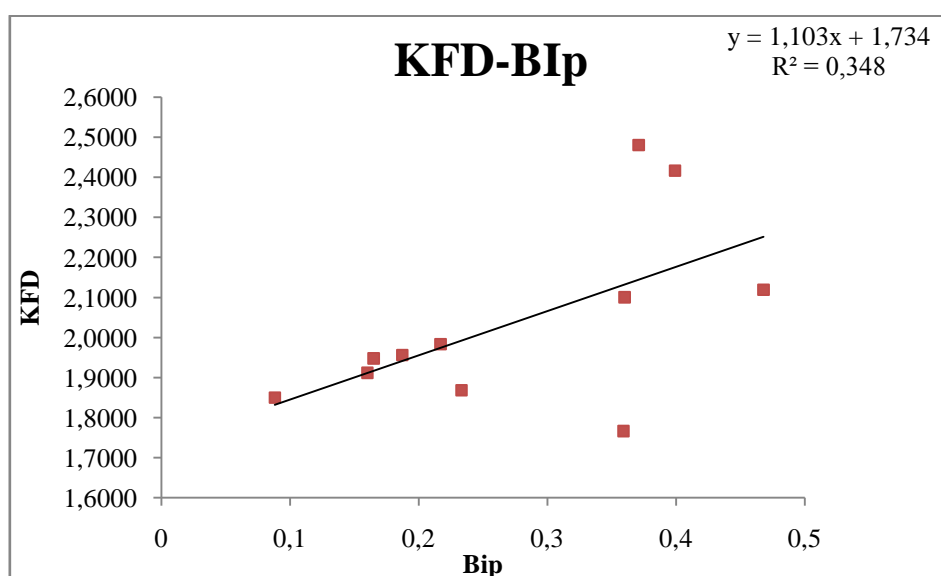
**Πίνακας 7. 3:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) )

Μεγέθη προς εξέταση	Ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>I<sub>p</sub></sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,335</b> (Εκθετική)	<b>0,1</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0766</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2868</b> (Γραμμική)	<b>0,2934</b> (Γραμμική)	<b>0,2612</b> (Γραμμική)	<b>0,0107</b> (Λογαριθμική)	<b>0,3481</b> (Γραμμική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 7.3, ο μεγαλύτερος βαθμός συσχέτισης προκύπτει για το:

→ B<sub>I<sub>p</sub></sub>: **R<sup>2</sup>=0,3481** (βλ. Διάγραμμα 7.2)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 7.2 απεικονίζεται ο B<sub>I<sub>p</sub></sub> μετά από την αφαίρεση των τιμών LAT.



**Διάγραμμα 7. 2:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή B<sub>I<sub>p</sub></sub> (μετά από την αφαίρεση του LAT)

- Ταυτόχρονα, μαζί με τη μέση τιμή της KFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** αποφασίστηκε να αφαιρεθούν και οι μέσες τιμές της KFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά προκύπτει ο Πίνακας 7.4.

**Πίνακας 7. 4:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth)

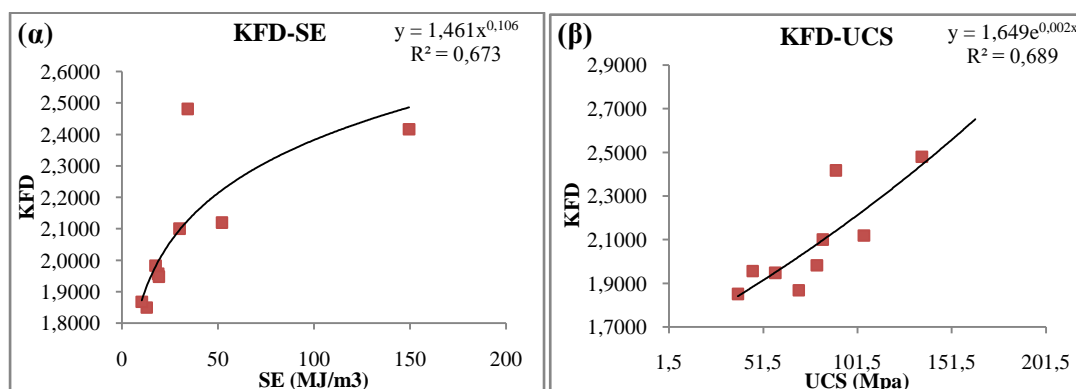
Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>1p</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,4233</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6899</b> (Εκθετική)	<b>0,0048</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,673</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,5464</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,5283</b> (Εκθετική)	<b>0,4997</b> (Γραμμική)	<b>0,5807</b> (Εκθετική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 7.4, οι μεγαλύτεροι βαθμοί συσχέτισης προκύπτουν για τα:

→SE: R<sup>2</sup>=0,6730

→UCS: **R<sup>2</sup>=0,6899**

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 7.3(α) & 7.3(β) απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.4 για την SE και τη UCS.



**Διάγραμμα 7. 3:** Μορφολογική διάσταση KFD (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth) συναρτήσει των α) SE και β) UCS



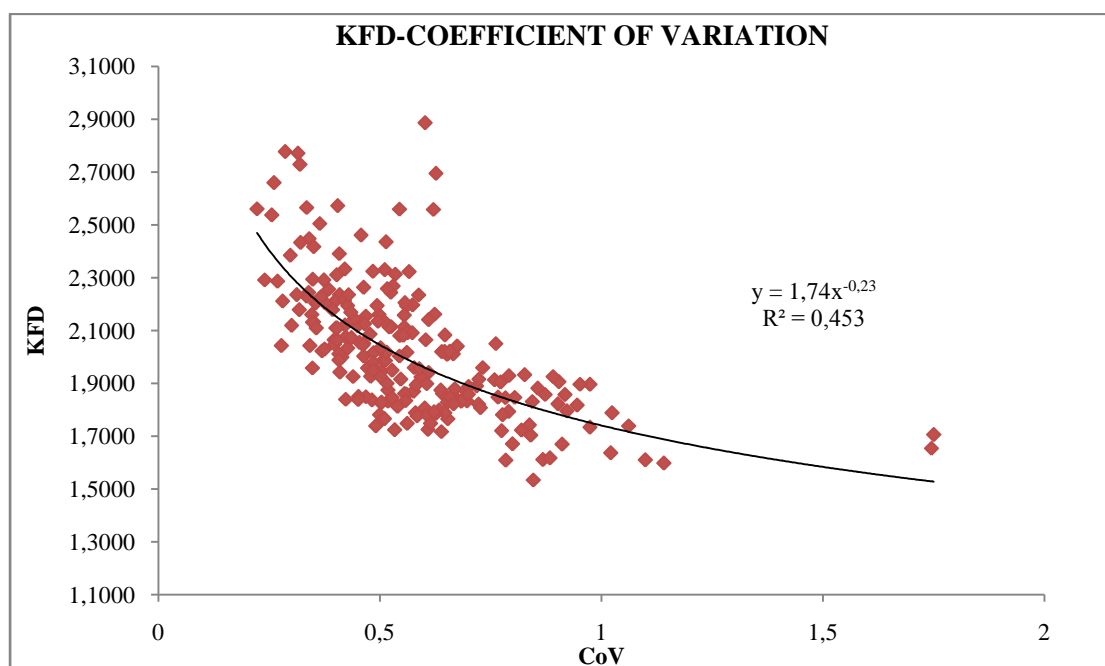
## 7.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές

Αναλυτικά, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των μεγεθών συναρτήσει της KFD για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.5.

**Πίνακας 7. 5:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (Mj/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,1732</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0732</b> (Λογαριθμική)	<b>0,1439</b> (Λογαριθμική)	<b>0,267</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,1716</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,1863</b> (Εκθετική)	<b>0,4532</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 7.5 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.5.



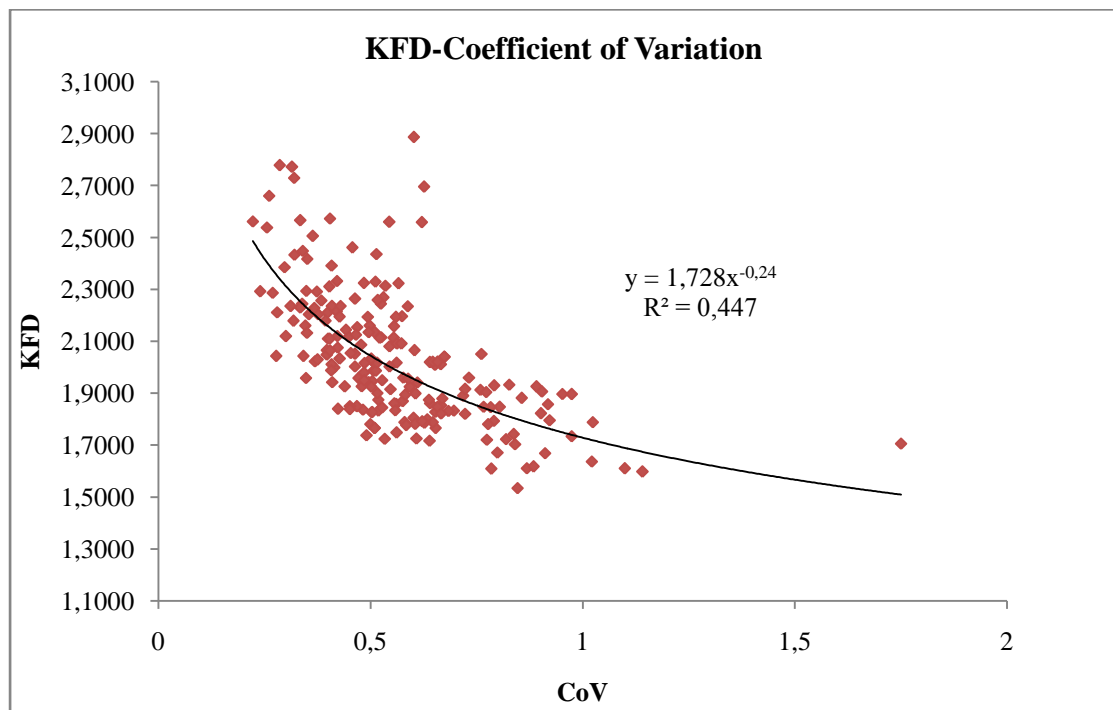
*Διάγραμμα 7. 4:* Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV

Από τον Πίνακα 7.5 και το Διάγραμμα 7.4 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την KFD και ως εκ τούτου οφείλει να μελετηθεί περαιτέρω, είναι ο **Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation)**. Παρόλα αυτά, και πάλι παρατηρείται χαμηλό R<sup>2</sup> (=0,4532). Ακολουθώντας τη μέθοδο αφαίρεσης «ακραίων τιμών (outliers)», που εφαρμόστηκε και για τις 12 ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος καταγραφές, αποφασίστηκε για το εν λόγω στατιστικό δείγμα να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαιρέθηκαν τα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)**, οπότε τελικά μεταξύ της KFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,4593$
- Τέλος, όπως και στην περίπτωση των 12 ομαδοποιημένων καταγραφών, αφαιρούνται και οι μέσες τιμές της KFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά μεταξύ της KFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,447$  (βλ. Πίνακα 7.6 και Διάγραμμα 7.5).

**Πίνακας 7.6:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (Mj/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,216</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0943</b> (Λογαριθμική)	<b>0,1769</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2643</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,1616</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,205</b> (Γραμμική)	<b>0,447</b> (Δύναμη-Υπερβολική)



**Διάγραμμα 7. 5:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (KFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (μετά από αφαίρεση LAT, S-Orth και O-Orth))

### 7.3.Αλγόριθμος Higuchi

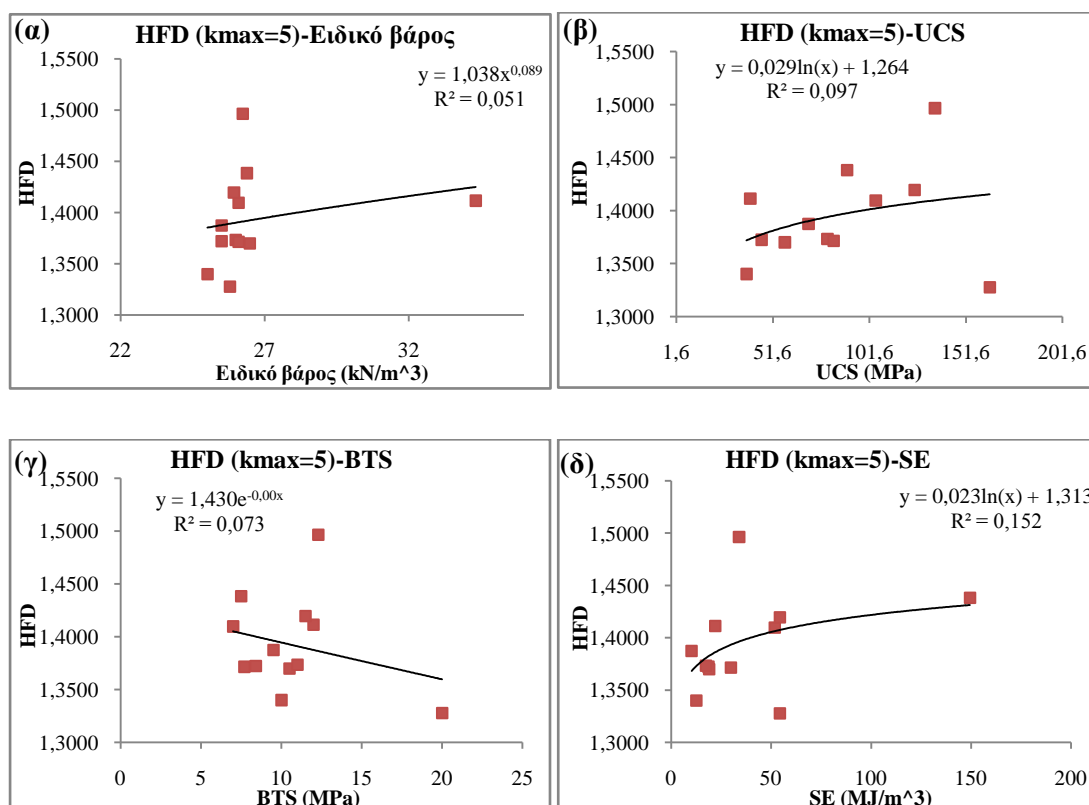
Στη συνέχεια, προκειμένου να διαπιστωθεί ποια μέθοδος είναι καταλληλότερη για τη συσχέτιση των παραμέτρων, τα δεδομένα αναλύθηκαν και με τον αλγόριθμο του Higuchi. Εφεξής HFD θα ορίζεται η μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi.

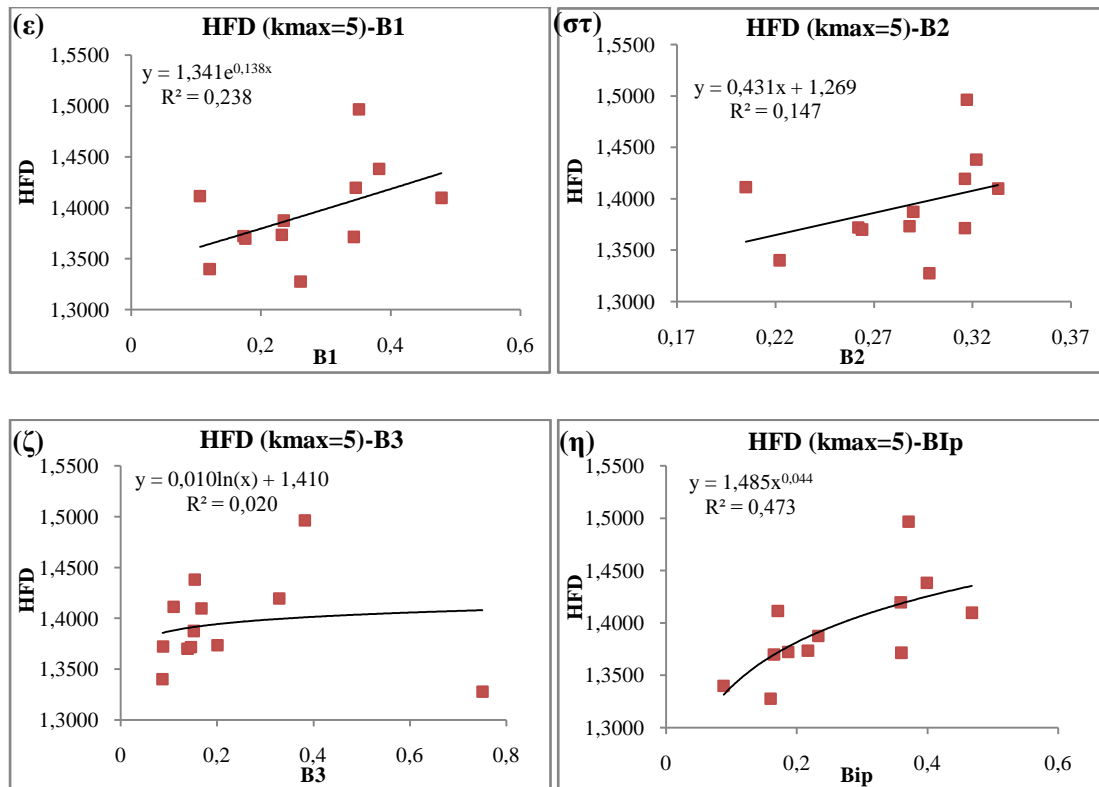
#### 7.3.1.Επιλογή βέλτιστου $k_{max}$

Αρχικά, διερευνήθηκε η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης του Higuchi (για  $k_{max}=5$  που είναι το default στον κώδικα) με τις μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων και την ειδική ενέργεια για την περίπτωση των **12 ομαδοποιημένων καταγραφών**.

Εν συνεχεία, στα Διαγράμματα 7.6(α) ως 7.6(η) παρατίθενται **ενδεικτικά** τα αποτελέσματα που προέκυψαν με εφαρμογή του αλγορίθμου Higuchi για  $k_{max}=5$  που είναι η πλέον τυπική τιμή του κώδικα, ενώ στον Πίνακα 7.7 παρουσιάζεται ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=5$ ) και των εξεταζόμενων μεγεθών.

→ $k_{max}=5$





**Διάγραμμα 7. 6:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) για  $k_{max}=5$ , συναρτήσει των μηχανικών παραμέτρων και της ειδικής ενέργειας των 12 πετρωμάτων

**Πίνακας 7. 7:** Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD και των προς διερεύνηση μεγεθών για  $k_{max}=5$

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE(MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,0519</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,097</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0731</b> (Εκθετική)	<b>0,1524</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2385</b> (Εκθετική)	<b>0,1473</b> (Γραμμική)	<b>0,0209</b> (Λογαριθμική)	<b>0,4734</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Παρατηρώντας τα παραπάνω διαγράμματα (βλ. Διάγραμμα 7.6), διαπιστώνεται χαμηλός συντελεστής προσδιορισμού ( $R^2 < 0,3$ ) για όλες τις μηχανικές παραμέτρους, πλην του συντελεστή ψαθυρότητας BI<sub>p</sub> για τον οποίο βρέθηκε  $R^2_{BIp} = 0,4734$  που και πάλι κρίνεται χαμηλό. Συνεπώς, προκειμένου να επιτευχθεί το μέγιστο δυνατό R<sup>2</sup> αποφασίστηκε η διερεύνηση της επίδρασης του  $k_{max}$  στην HFD και κατά συνέπεια στο βαθμό συσχέτισης με τις παραμέτρους των πετρωμάτων. Ως εκ τούτου αποφασίστηκε η περαιτέρω διερεύνηση της μορφοκλασματικής διάστασης Higuchi των καταγραφών για:

- $k_{max}=3$
- $k_{max}=4$

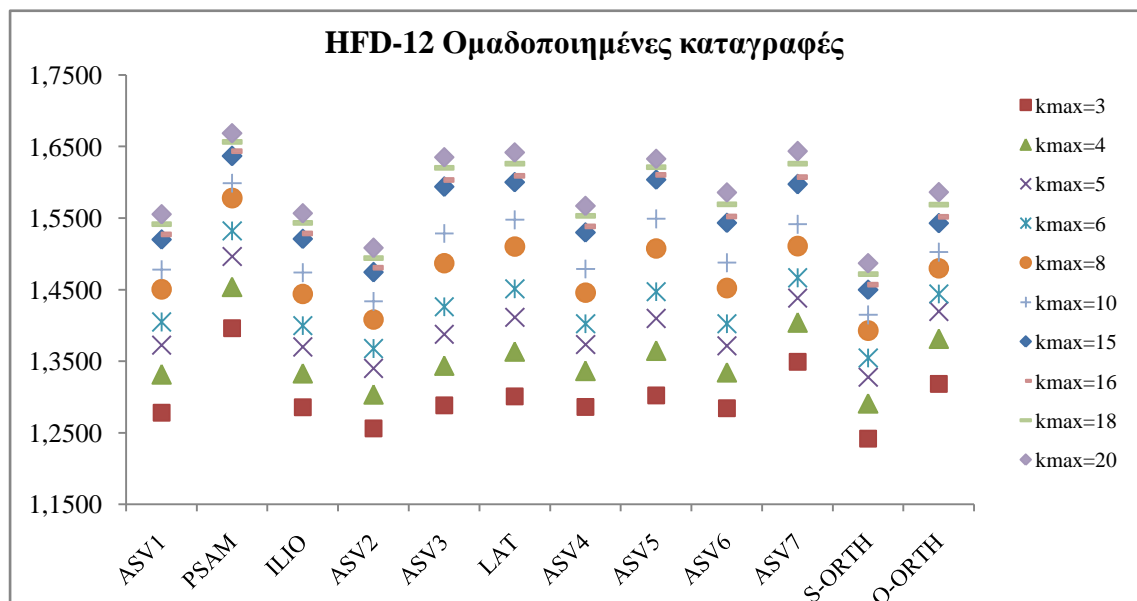
- $k_{\max}=5$
- $k_{\max}=6$
- $k_{\max}=8$
- $k_{\max}=10$
- $k_{\max}=15$
- $k_{\max}=16$
- $k_{\max}=18$
- $k_{\max}=20$

Στον Πίνακα 7.8 παρατίθενται οι διαφορετικές μορφοκλασματικές διαστάσεις Higuchi που προέκυψαν συναρτήσει των διαφορετικών  $k_{\max}$  που προαναφέρθηκαν για τους 12 ομαδοποιημένους τύπους πετρωμάτων. Παρατηρείται ότι με την αύξηση των  $k_{\max}$  επέρχεται αύξηση και των HFD.

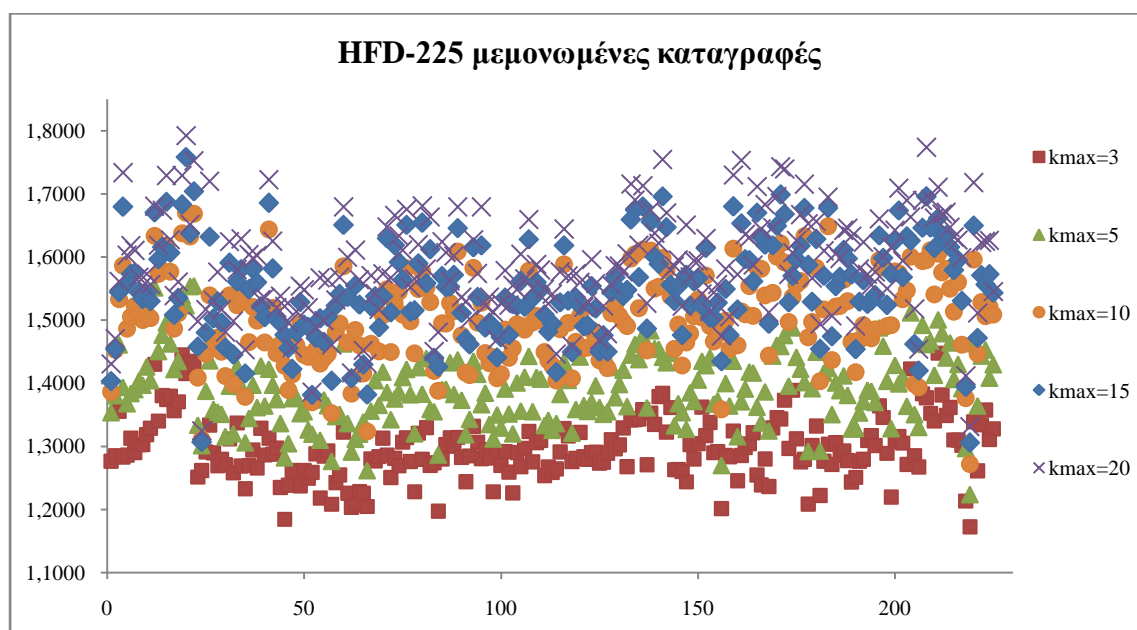
*Πίνακας 7.8: Μορφοκλασματικές διαστάσεις Higuchi συναρτήσει των διαφορετικών  $k_{\max}$  που χρησιμοποιήθηκαν*

	HFD									
	$k_{\max}=3$	$k_{\max}=4$	$k_{\max}=5$	$k_{\max}=6$	$k_{\max}=8$	$k_{\max}=10$	$k_{\max}=15$	$k_{\max}=16$	$k_{\max}=18$	$k_{\max}=20$
ASV1	1,2778	1,3314	1,3723	1,4049	1,4505	1,4778	1,5202	1,5274	1,5416	1,5553
PSAM	1,3959	1,4539	1,4965	1,5322	1,5781	1,5987	1,6365	1,6433	1,6563	1,6687
ILIO	1,2856	1,3330	1,3699	1,3996	1,4441	1,4737	1,5209	1,5286	1,5434	1,4916
ASV2	1,2560	1,3036	1,3400	1,3677	1,4081	1,4334	1,4742	1,4805	1,4940	1,5082
ASV3	1,2880	1,3438	1,3875	1,4262	1,4869	1,5287	1,5937	1,6033	1,6202	1,6350
LAT	1,3009	1,3636	1,4114	1,4511	1,5103	1,5476	1,6003	1,6090	1,6261	1,6419
ASV4	1,2859	1,3364	1,3735	1,4024	1,4458	1,4788	1,5299	1,5382	1,5532	1,5670
ASV5	1,3023	1,3646	1,4097	1,4470	1,5076	1,5489	1,6037	1,6101	1,6211	1,6327
ASV6	1,2843	1,3343	1,3715	1,4025	1,4523	1,4877	1,5432	1,5521	1,5691	1,5860
ASV7	1,3493	1,4039	1,4383	1,4665	1,5109	1,5413	1,5973	1,6073	1,6260	1,6433
S-ORTH	1,2416	1,2911	1,3278	1,3546	1,3927	1,4146	1,4499	1,4570	1,4717	1,4870
O-ORTH	1,3182	1,3813	1,4196	1,4441	1,4799	1,5024	1,5429	1,5516	1,5689	1,5862

Εν συνεχεία, στο Διάγραμμα 7.7 παρατίθενται οι μορφοκλασματικές διαστάσεις κατά Higuchi (HFD) συναρτήσει όλων των διαφορετικών  $k_{\max}$  που εξετάστηκαν για τους 12 ομαδοποιημένους τύπους πετρωμάτων, ενώ στο Διάγραμμα 7.8 παρατίθενται **ενδεικτικά** συναρτήσει 5 διαφορετικών  $k_{\max}$  οι μορφοκλασματικές διαστάσεις, για τα 225 μεμονωμένα δοκίμια. Παρατηρείται αύξηση της μορφοκλασματικής διάστασης με την αύξηση του  $k_{\max}$ , φαινόμενο το οποίο είναι αναμενόμενο δεδομένης της φύσης του κώδικα Higuchi.



*Διάγραμμα 7. 7: Μορφοκλασματικές διαστάσεις κατά Higuchi (HFD) συναρτήσει των διαφορετικών  $k_{max}$  που εξετάστηκαν για τους 12 ομαδοποιημένους τύπους πετρωμάτων*



*Διάγραμμα 7. 8: Μορφοκλασματικές διαστάσεις όλων των δοκιμών συναρτήσει 5 διαφορετικών  $k_{max}$ .*

Μετά από χρήση της μεθόδου δοκιμής-σφάλματος-νέας δοκιμής για διάφορα  $k_{max}$  (από 3 ως 20) στον κώδικα Higuchi, παρατηρήθηκε ότι το βέλτιστο  $R^2$  μεταξύ της HFD και των εξετασθέντων μεγεθών επιτυγχάνεται για  $k_{max}=15$  (τόσο για τις 225 καταγραφές μεμονωμένα όσο και για τις ομαδοποιημένες καταγραφές με βάση το εκάστοτε είδος πετρώματος). Ως εκ τούτου, αποφασίστηκε η περαιτέρω μελέτη της συσχέτισης μεταξύ της μορφοκλασματικής διάστασης Higuchi και των παραμέτρων των πετρωμάτων για  $k_{max}=15$ .

### 7.3.2. Ομαδοποιημένες ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος καταγραφές

Όσον αφορά την μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων συναρτήσει της HFD μετά από την ομαδοποίησή τους με βάση το εκάστοτε είδος πετρώματος για  $k_{max}=15$  εξήχθησαν τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.9:

**Πίνακας 7. 9:** Αποτελέσματα της HFD για κάθε είδος πετρώματος που εξετάστηκε

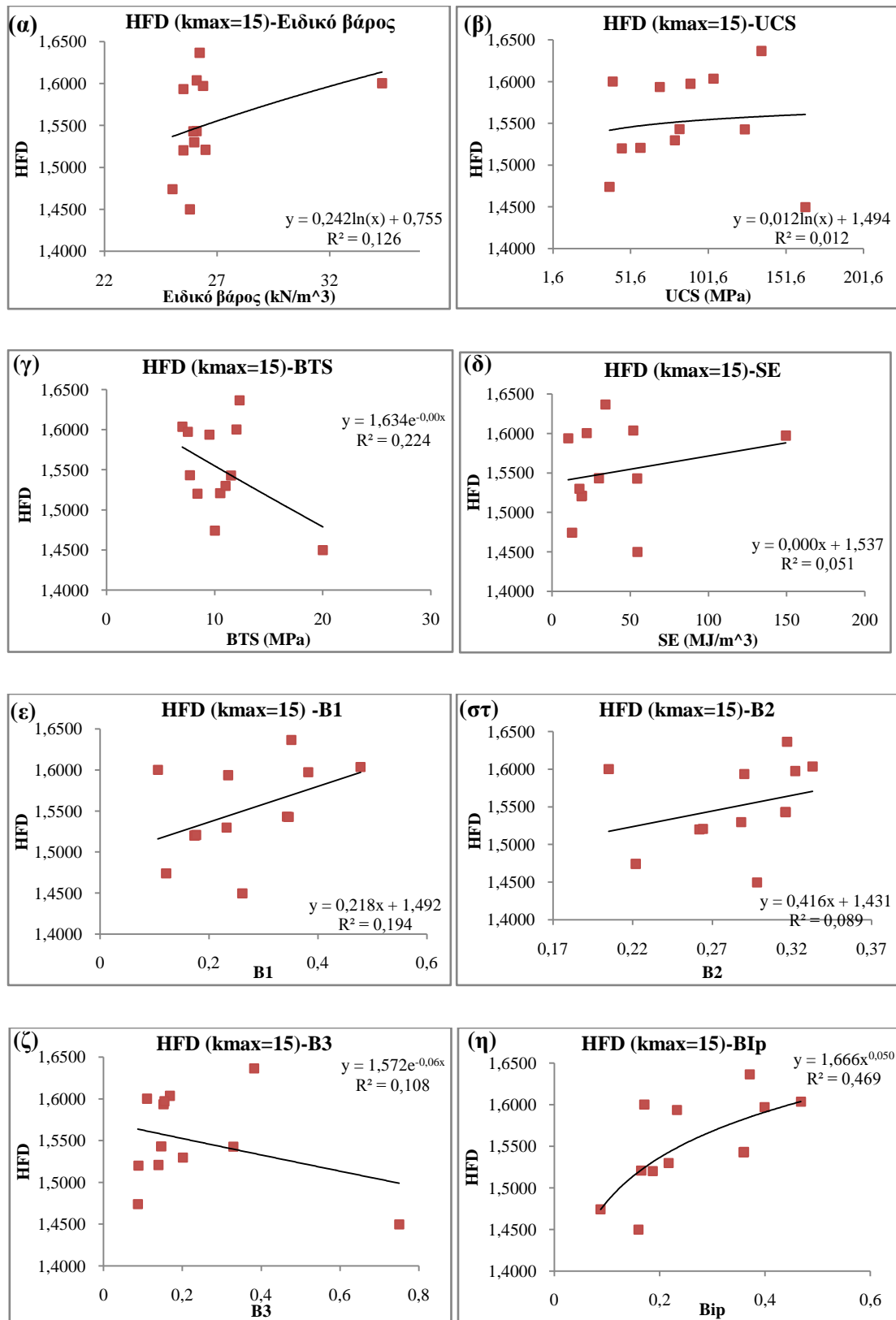
Κωδικός πετρώματος	Πλήθος δοκιμών	HFD ( $k_{max}=15$ )	ειδικό βάρος $\gamma$ ( $KN/m^3$ )	UCS	BTS (MPa)	SE ( $MJ/m^3$ )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
ASV1	103	1,5202	25,5	45,8	8,4	18,82	0,173	0,262	0,088	0,187
PSAM	11	1,6365	26,23	135,7	12,3	34,07	0,351	0,317	0,382	0,371
ILIO	21	1,5209	26,48	57,95	10,5	19,11	0,176	0,264	0,139	0,165
ASV2	8	1,4742	25,01	38	10	12,72	0,121	0,222	0,087	0,088
ASV3	14	1,5937	25,5	70,2	9,5	10,34	0,235	0,29	0,152	0,233
LAT	13	1,6003	34,32	40	12	22,13	0,106	0,205	0,11	0,171
ASV4	13	1,5299	25,99	80	11	17,48	0,232	0,288	0,201	0,217
ASV5	8	1,6037	26,09	105	7	51,92	0,478	0,333	0,168	0,468
ASV6	12	1,5432	26,09	83	7,7	29,98	0,343	0,316	0,146	0,36
ASV7	14	1,5973	26,38	90	7,5	149,46	0,382	0,322	0,154	0,399
S-ORTH	3	1,4499	25,79	164	20	54,51	0,261	0,298	0,75	0,16
O-ORTH	5	1,5429	25,94	125	11,5	54,43	0,346	0,316	0,329	0,359

Στον Πίνακα 7.10 παρατίθενται τα αποτελέσματα του βαθμού συσχέτισης της HFD με κάθε ένα από τα μεγέθη που διερευνήθηκαν.

**Πίνακας 7. 10:** Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ ( $KN/m^3$ )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE ( $MJ/m^3$ )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,1268</b> (Εκθετική)	<b>0,0121</b> (Εκθετική)	<b>0,2241</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0517</b> (Γραμμική)	<b>0,1948</b> (Γραμμική)	<b>0,0899</b> (Γραμμική)	<b>0,1081</b> (Λογαριθμική)	<b>0,4691</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Εν συνεχεία, στα Διαγράμματα 7.9(α) ως 7.9(η) παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν με εφαρμογή του αλγορίθμου Higuchi για  $k_{max}=15$



**Διάγραμμα 7. 9:** Μηχανικές ιδιότητες των πετρωμάτων, ειδικό βάρος και ειδική ενέργεια συναρτήσει της μορφοκλασματικής διάστασης κατά Higuchi (HFD)

Από τον Πίνακα 7.10 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την HFD είναι ο **Δείκτης Ψαθυρότητας, BI<sub>p</sub>**. Παρόλα αυτά, και πάλι



αξιολογείται ως χαμηλό το  $R^2$ , ενώ παράλληλα από το Διάγραμμα 7.9 μπορούν να παρατηρηθούν πολλές «ακραίες τιμές (outliers)».

Όπως συνέβη και με τον αλγόριθμο του Katz έτσι και στην περίπτωση του Higuchi, σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν για τις «ακραίες τιμές» αποφασίστηκε να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαίρεση της μέσης τιμής της HFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδηρονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** από το στατιστικό δείγμα. Έτσι, προκύπτει ο Πίνακας 7.11:

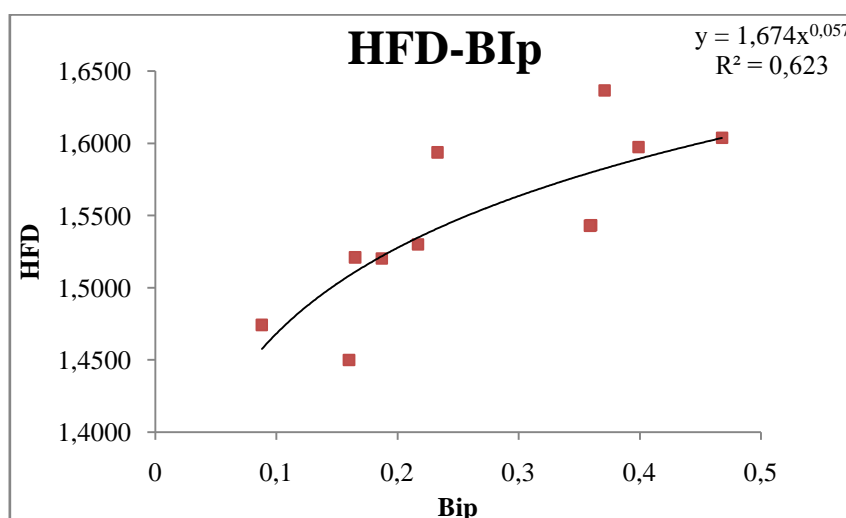
**Πίνακας 7. 11:** Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών μετά από αφαίρεση του LAT

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>Ip</sub>
$R^2$	<b>0,2177</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0706</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2834</b> (Εκθετική)	<b>0,0787</b> (Γραμμική)	<b>0,4275</b> (Γραμμική)	<b>0,3993</b> (Γραμμική)	<b>0,0854</b> (Εκθετική)	<b>0,6239</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 7.11, ο μεγαλύτερος βαθμός συσχέτισης προκύπτει για το:

→ Για το B<sub>Ip</sub>:  $R^2=0,6239$  (βλ. Διάγραμμα 7.10)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 7.10 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.11 για το Δείκτη B<sub>Ip</sub>.



**Διάγραμμα 7. 10:** Συντελεστής Ψαθυρότητας B<sub>Ip</sub> συναρτήσει της HFD

- Ταυτόχρονα, αν μαζί με τη μέση τιμή της HFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδηρονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** αφαιρεθούν και οι μέσες τιμές της HFD που

αντιστοιχούν στα 3 δοκίμια του Σχιστώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth) και στα 5 δοκίμια του Οφθαλμώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth) τότε τελικά προκύπτει ο Πίνακας 7.12.

**Πίνακας 7. 12:** Βαθμός συσχέτισης μεταξύ της HFD ( $k_{max}=15$ ) και των προς διερεύνηση μεγεθών μετά από αφαίρεση των LAT, S – orth και O-orth

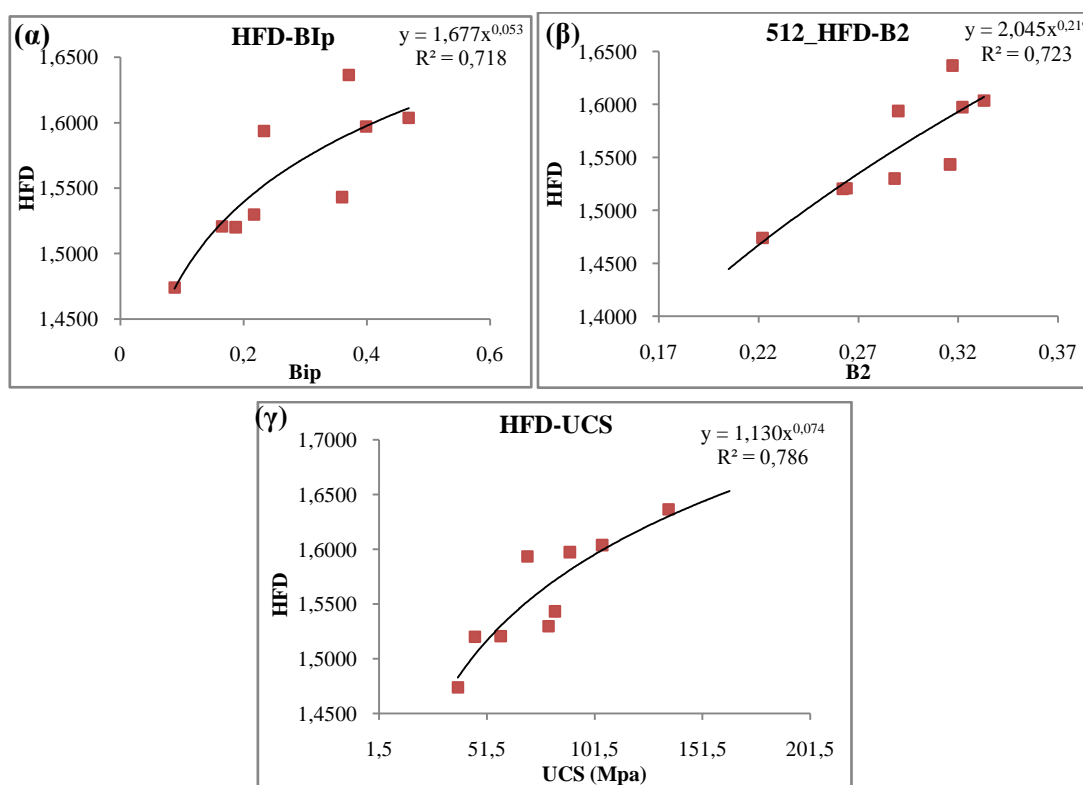
Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>I<sub>p</sub></sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,2642</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,7866</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0097</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2823</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6967</b> (Δύναμη - Υπερβολική)	<b>0,7231</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,5827</b> (Λογαριθμική)	<b>0,7184</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

→ Για το B<sub>I<sub>p</sub></sub>: R<sup>2</sup>=0,7184

→ Για το B<sub>2</sub>: R<sup>2</sup>=0,7231

→ Για το UCS: **R<sup>2</sup>=0,7866** (βλ. Διάγραμμα 7.11).

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 7.11(α) ως 7.11(γ) απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.12



**Διάγραμμα 7. 11:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσεως των συντελεστών α) B<sub>I<sub>p</sub></sub>, β) B<sub>2</sub> και γ) της UCS

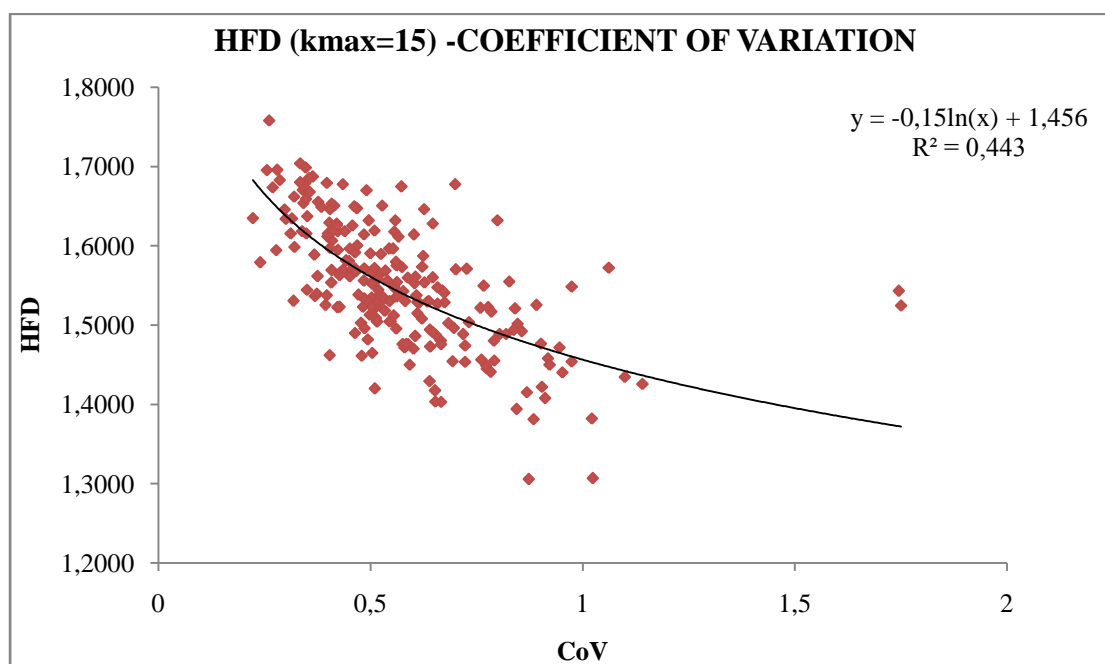
### 7.3.3.Μεμονωμένες 225 καταγραφές

Αναλυτικά, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των μεγεθών συναρτήσει της HFD με  $k_{max}=15$  για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.13.

*Πίνακας 7.13: Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές)*

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (MJ/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,0673</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0048</b> (Λογαριθμική)	<b>0,1908</b> (Υπερβολική)	<b>0,2094</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,3045</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2724</b> (Γραμμική)	<b>0,4430</b> (Λογαριθμική)

Τα αποτελέσματα που αφορούν το συντελεστή μεταβλητότητας παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 7.12.



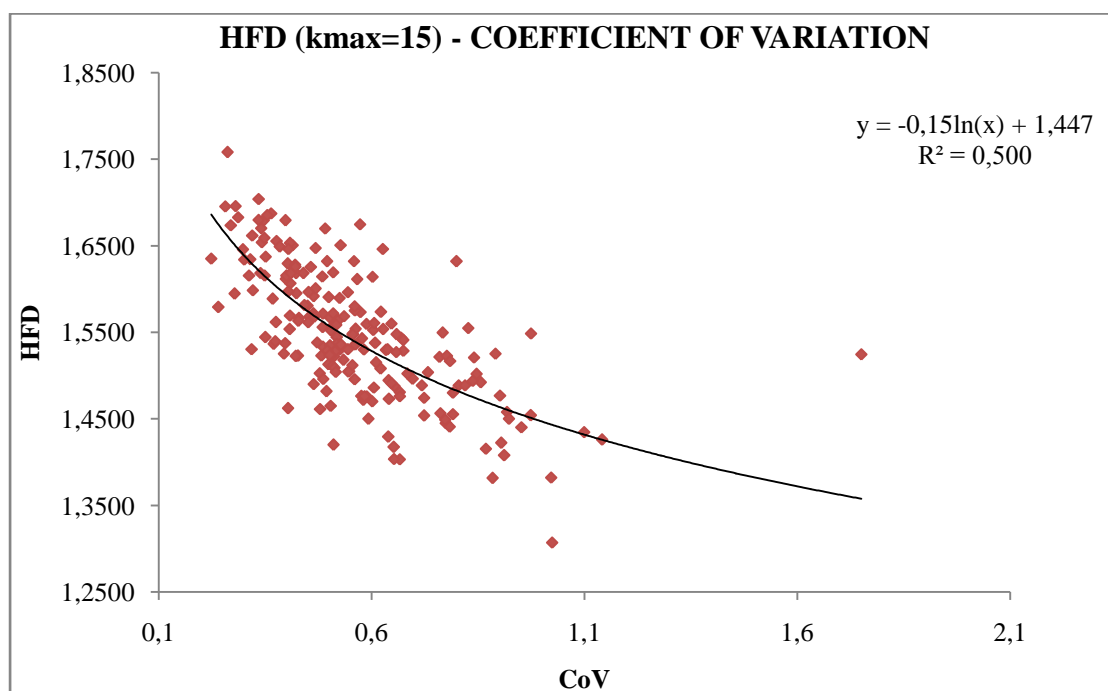
*Διάγραμμα 7. 12: Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV*

Από τον Πίνακα 7.13 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την HFD ( $k_{max}=15$ ) και ως εκ τούτου οφείλει να μελετηθεί περαιτέρω, είναι ο **Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation)**. Παρόλα αυτά, και πάλι παρατηρείται χαμηλό  $R^2$  ( $=0,443$ ). Ακολουθώντας τη μέθοδο αφαίρεσης «ακραίων τιμών (outliers)», που εφαρμόστηκε και για τις 12 ομαδοποιημένες καταγραφές, αποφασίστηκε για το εν λόγω στατιστικό δείγμα να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαιρέθηκαν τα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)**, οπότε τελικά μεταξύ της HFD και του CoV προκύπτει:  **$R^2=0,4635$**  (Λογαριθμική)
- Έπειτα, όπως και στην περίπτωση των 12 ομαδοποιημένων καταγραφών, αφαιρούνται και οι μέσες τιμές της HFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά μεταξύ της HFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,5004$  (Λογαριθμική) (βλ. Πίνακα 7.14 και Διάγραμμα 7.13).

**Πίνακας 7.14:** Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές- μετά από την αφαίρεση των LAT, S-ORTH και O-ORTH)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (MJ/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R2	<b>0,0844</b> (Λογαριθμική)	<b>0,013</b> (Γραμμική)	<b>0,18</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2525</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,3387</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2747</b> (Γραμμική)	<b>0,5004</b> (Λογαριθμική)



**Διάγραμμα 7. 13:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (HFD) συναρτήσεως του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (μετά από αφαίρεση LAT, S-orth και O-orth)

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ  
ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗΣ  
ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΠΕΡΙΚΟΠΗ ΚΑΙ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗ  
ΜΕ ΤΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ  
ΠΕΤΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ  
ΚΟΠΗΣ ΤΟΥΣ**

## 8.1.Εισαγωγή

Προκειμένου να επιτευχθεί υψηλότερος βαθμός συσχέτισης αποφασίστηκε να εφαρμοστεί στις αρχικές καταγραφές δύναμη κοπής η μέθοδος της προέκτασης και περικοπής σημάτων.

Ειδικότερα, στις καταγραφές εφαρμόστηκε προέκταση και περικοπή (βλ. ενότητα 6.6) προκειμένου να έχουν όλες πλήθος τιμών,  $I_{s_{αρχικό}} = 512$  και στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε εκ νέου με αυτές μορφοκλασματική ανάλυση τόσο με τον αλγόριθμο του Katz όσο και με του Higuchi. Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν.

## 8.2.Αλγόριθμος Katz

### 8.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος

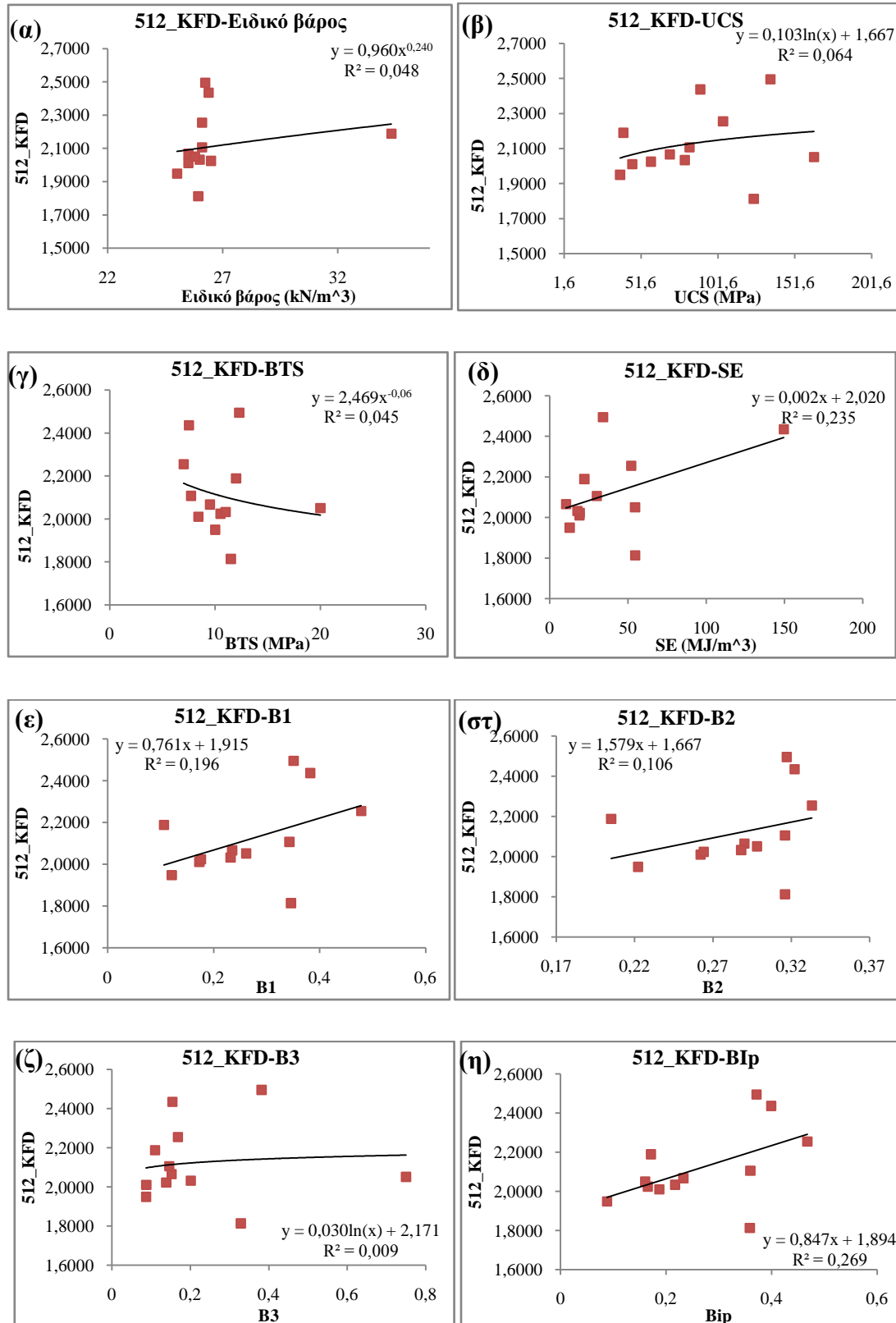
Αρχικά, τα δεδομένα αναλύθηκαν με τον αλγόριθμο του Katz προκειμένου να βρεθεί η συσχέτιση της μορφοκλασματικής διάστασης με τις παραμέτρους των πετρωμάτων. Εφεξής 512\_KFD θα ορίζεται η μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz η οποία έχει προκύψει από την ανάλυση σημάτων με πλήθος τιμών,  $I_{s_{αρχικό}} = 512$ .

Όσον αφορά την μελέτη παραμέτρων των πετρωμάτων μετά από την **ομαδοποίησή τους με βάση το εκάστοτε είδος πετρώματος** με χρήση του αλγορίθμου Katz για πλήθος τιμών,  $I_{s_{αρχικό}} = 512$  εξήχθησαν τα ακόλουθα αποτελέσματα του Πίνακα 8.1.

***Πίνακας 8. 1:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει των τελικών τιμών μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας*

Κωδικός πετρώματος	Πλήθος δοκιμών	512_KFD	ειδικό βάρος $\gamma$ ( $\text{kN/m}^3$ )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE ( $\text{MJ/m}^3$ )	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$BI_p$
ASV1	103	2,0112	25,5	45,8	8,4	18,82	0,173	0,262	0,088	0,187
PSAM	11	2,4954	26,23	135,7	12,3	34,07	0,351	0,317	0,382	0,371
ILIO	21	2,0238	26,48	57,95	10,5	19,11	0,176	0,264	0,139	0,165
ASV2	8	1,9491	25,01	38	10	12,72	0,121	0,222	0,087	0,088
ASV3	14	2,0665	25,5	70,2	9,5	10,34	0,235	0,29	0,152	0,233
LAT	13	2,1890	34,32	40	12	22,13	0,106	0,205	0,11	0,171
ASV4	13	2,0330	25,99	80	11	17,48	0,232	0,288	0,201	0,217
ASV5	8	2,2557	26,09	105	7	51,92	0,478	0,333	0,168	0,468
ASV6	12	2,1067	26,09	83	7,7	29,98	0,343	0,316	0,146	0,36
ASV7	14	2,4361	26,38	90	7,5	149,46	0,382	0,322	0,154	0,399
S-ORTH	3	2,0513	25,79	164	20	54,51	0,261	0,298	0,75	0,16
O-ORTH	5	1,8135	25,94	125	11,5	54,43	0,346	0,316	0,329	0,359

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 8.1(α) ως 8.1(η) απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 8.1.



*Διάγραμμα 8. 1: 512\_KFD συναρτήσει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας*

**Πίνακας 8.2:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE(MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>I<sub>p</sub></sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,0481</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0646</b> (Λογαριθμική)	<b>0,045</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2358</b> (Γραμμική)	<b>0,1965</b> (γραμμική)	<b>0,1069</b> (γραμμική)	<b>0,0099</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2692</b> (Γραμμική)

Από τον Πίνακα 8.2 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την 512\_KFD είναι ο **Δείκτης Ψαθυρότητας, B<sub>I<sub>p</sub></sub>** με R<sup>2</sup>=0,2692. Βέβαια, συγκρινόμενος με το αντίστοιχο R<sup>2</sup><sub>B<sub>I<sub>p</sub></sub> για την περίπτωση των καταγραφών με πλήθος τιμών, Is≠512 (βλ. Πίνακα 7.1 -R<sup>2</sup>=0,3258) είναι σημαντικά χαμηλότερος. Το ίδιο παρατηρείται και για τα υπόλοιπα εξεταζόμενα μεγέθη. Παρόλα αυτά, όπως και στην περίπτωση της μορφοκλασματικής ανάλυσης με τα αρχικά σήματα/καταγραφές παρατηρούνται πολλές «ακραίες τιμές (outliers)».</sub>

Μετά από αφαίρεση των ίδιων ακραίων τιμών που απομακρύνθηκαν κι από το στατιστικό δείγμα των αρχικών σημάτων/καταγραφών (KFD) (**LAT, S-Orth, O-Orth**) παρατηρείται σημαντική βελτίωση του βαθμού συσχέτισης μεταξύ όλων των εξετασθέντων μεγεθών και της 512\_KFD. Πιο αναλυτικά, πραγματοποιήθηκαν διαδοχικά οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_KFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** από το στατιστικό δείγμα, προκύπτει ο Πίνακας 8.3.

**Πίνακας 8. 3:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) )

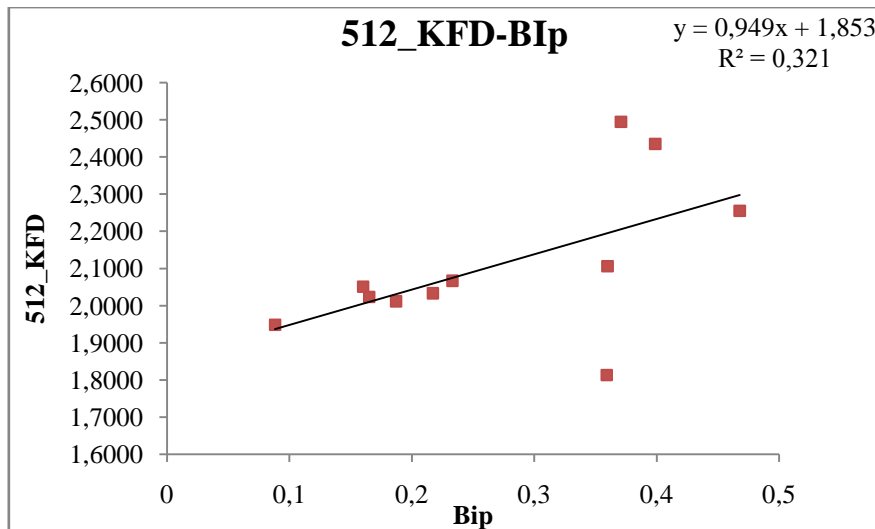
Μεγέθη προς εξέταση	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>I<sub>p</sub></sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,2554</b> (Γραμμική)	<b>0,1148</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0578</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2603</b> (Γραμμική)	<b>0,3066</b> (Γραμμική)	<b>0,2643</b> (Γραμμική)	<b>0,0175</b> (Λογαριθμική)	<b>0,3217</b> (Γραμμική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 8.3, ο μεγαλύτερος βαθμός συσχέτισης προκύπτει για το:

→ B<sub>I<sub>p</sub></sub>: **R<sup>2</sup>=0,3217** (βλ. Διάγραμμα 8.2)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 8.2 απεικονίζεται η Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει του B<sub>I<sub>p</sub></sub> μετά από την αφαίρεση των τιμών LAT.





**Διάγραμμα 8. 2:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει του συντελεστή  $B_{Ip}$  (μετά από την αφαίρεση του LAT)

- Ταυτόχρονα, μαζί με τη μέση τιμή της 512\_KFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδηρονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** αποφασίστηκε να αφαιρεθούν και οι μέσες τιμές της 512\_KFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά προκύπτει ο Πίνακας 8.4.

**Πίνακας 8.4:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth)

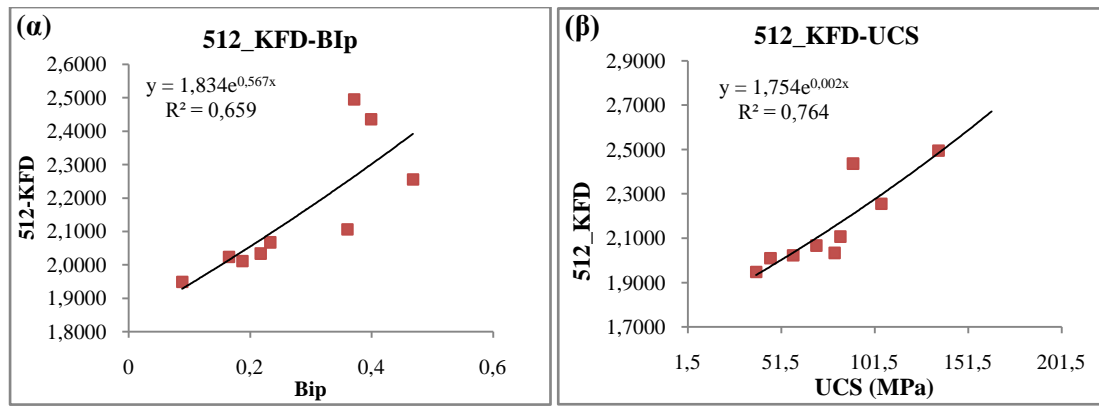
Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>Ip</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,3569</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,7648</b> (Εκθετική)	<b>0,0093</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6252</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6285</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6004</b> (Εκθετική)	<b>0,5202</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6590</b> (Εκθετική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 8.4, οι μεγαλύτεροι βαθμοί συσχέτισης προκύπτουν για τα:

→B<sub>Ip</sub>: R<sup>2</sup>= 0,6590

→UCS: **R<sup>2</sup>= 0,7648**

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 8.3(α) & 8.3(β) απεικονίζεται η Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει του B<sub>Ip</sub> και της UCS.



*Διάγραμμα 8.3: Μορφολογική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει των α) BI<sub>p</sub> και β) UCS (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth)*

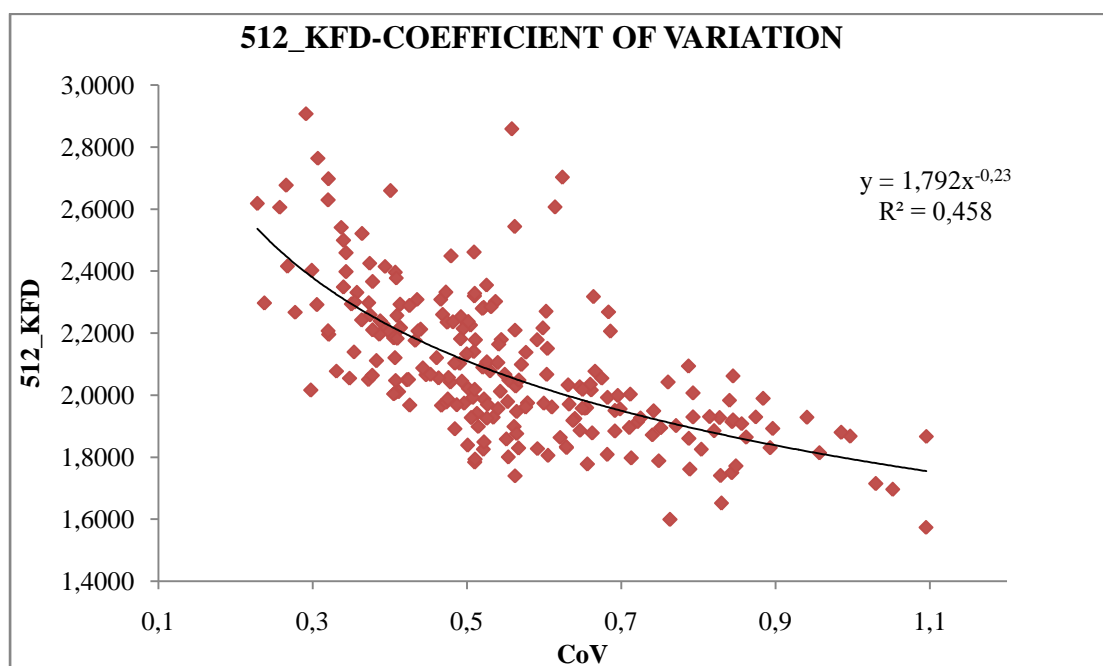
## 8.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές

Αναλυτικά, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των μεγεθών συναρτήσε της KFD για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.5.

*Πίνακας 8.5: Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές)*

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (MJ/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,1367</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0236</b> (Γραμμική)	<b>0,1635</b> (Γραμμική)	<b>0,3109</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,1503</b> (Εκθετική)	<b>0,2098</b> (Γραμμική)	<b>0,4581</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 8.4 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 8.5 για το συντελεστή μεταβλητότητας.



*Διάγραμμα 8.4: Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσε του συντελεστή μεταβλητότητας CoV*

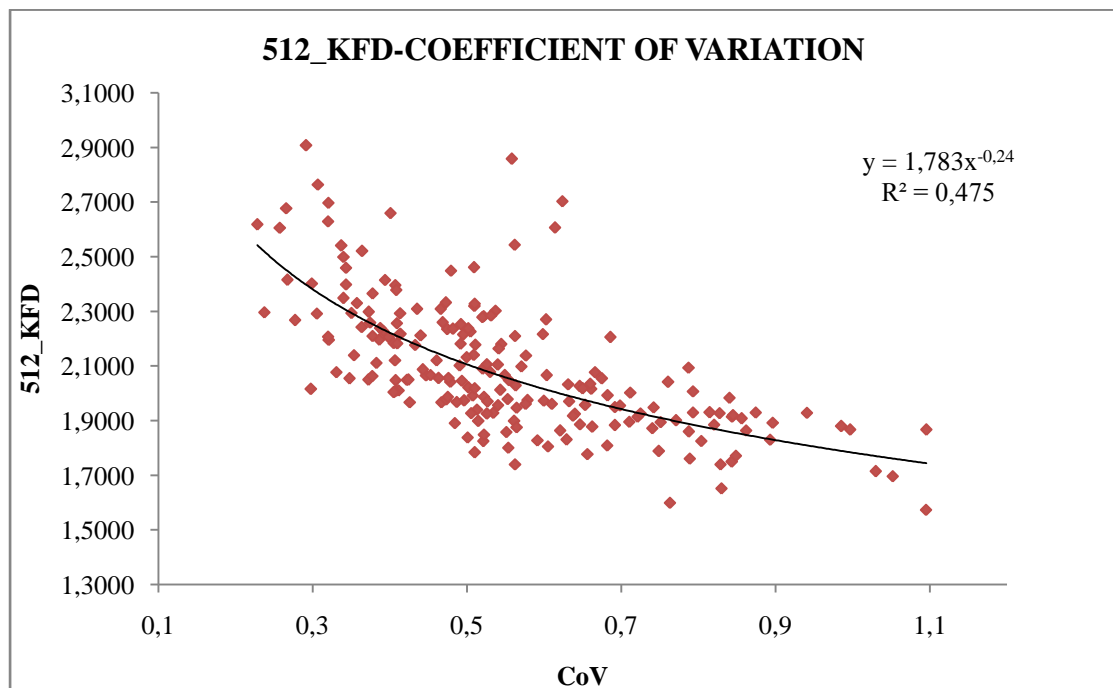
Από τον Πίνακα 8.5 και το Διάγραμμα 8.4 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την 512\_KFD και ως εκ τούτου οφείλει να μελετηθεί περαιτέρω, είναι ο **Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation)**. Παρόλα αυτά, και πάλι παρατηρείται χαμηλό R<sup>2</sup> (=0,4581). Ακολουθώντας τη μέθοδο αφαίρεσης «ακραίων τιμών (outliers)», που εφαρμόστηκε και για τις 12 ομαδοποιημένες καταγραφές, αποφασίστηκε για το εν λόγω στατιστικό δείγμα να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαιρέθηκαν τα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)**, οπότε τελικά μεταξύ της 512\_KFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,4695$
- Τέλος, όπως και στην περίπτωση των 12 ομαδοποιημένων καταγραφών, αφαιρούνται και οι μέσες τιμές της 512\_KFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογνέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά μεταξύ της 512\_KFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,4758$  (Δύναμη-Υπερβολική) (βλ. Διάγραμμα 8.5).

**Πίνακας 8.6:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές-μετά την αφαίρεση LAT, S-ORTH, O-ORTH)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (Mj/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,178</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0465</b> (Γραμμική)	<b>0,2082</b> (Λογαριθμική)	<b>0,3231</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,1398</b> (Γραμμική)	<b>0,2226</b> (Γραμμική)	<b>0,4758</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 8.5 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 8.6 για το συντελεστή μεταβλητότητας.



**Διάγραμμα 8.5:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσεως του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (χωρίς τα LAT, S-orth, O-orth και τις 4 «ακραίες» τιμές)

## 8.2.Αλγόριθμος Higuchi

### 8.2.1. Ομαδοποιημένες καταγραφές ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος

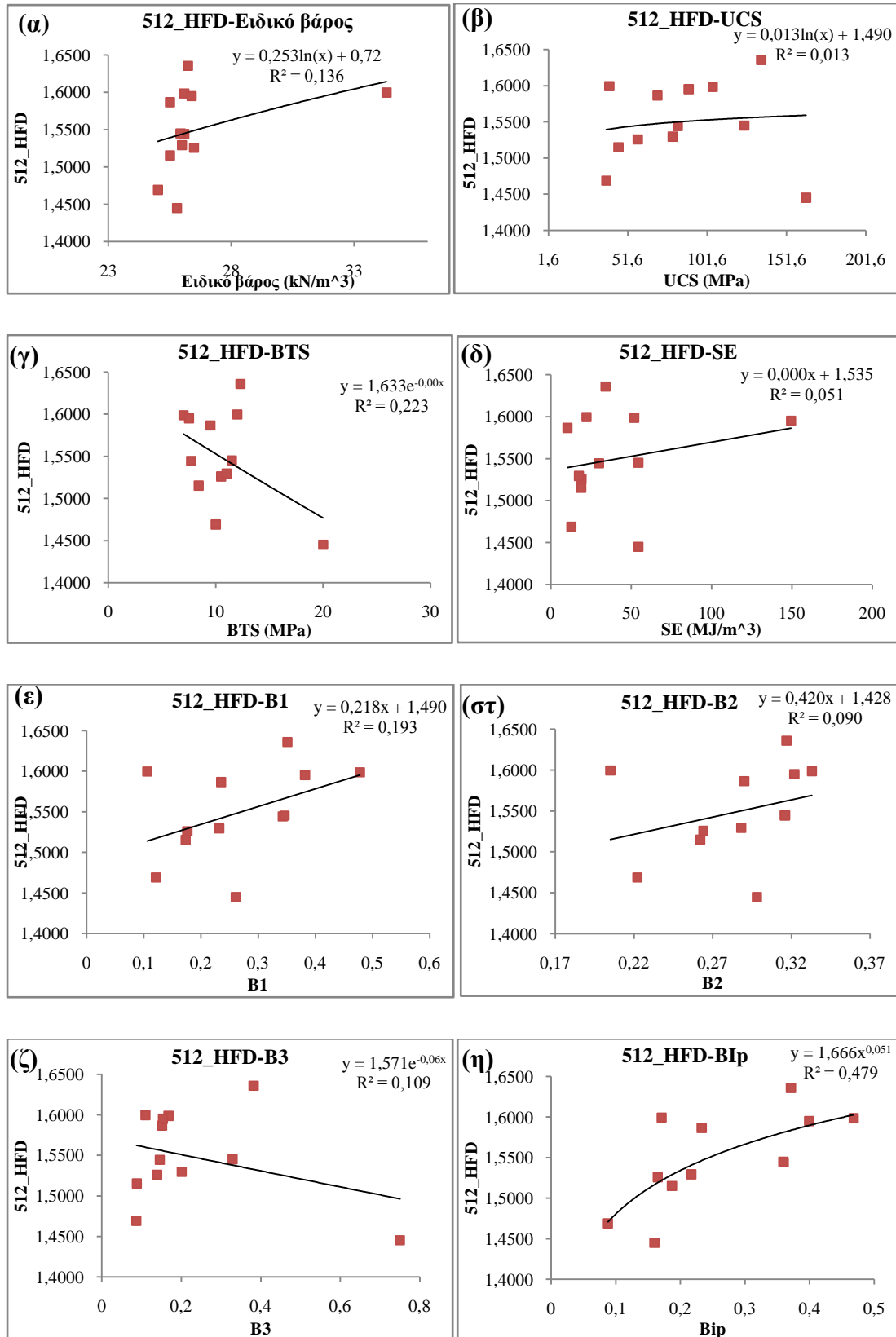
Σε αυτό το σημείο, παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων που υπέστησαν προέκταση και περικοπή, με τον αλγόριθμο του Higuchi για  $k_{max}=15$ . Εφεξής 512\_HFD θα ορίζεται η μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi η οποία έχει προκύψει από την ανάλυση σημάτων με πλήθος τιμών,  $Is_{αρχικό} = 512$ .

Όσον αφορά την μελέτη παραμέτρων των πετρωμάτων μετά από την **ομαδοποίησή τους με βάση το εκάστοτε είδος πετρώματος** με χρήση του αλγορίθμου Higuchi ( $k_{max}=15$ ) για πλήθος τιμών,  $Is_{αρχικό} = 512$  εξήχθησαν τα ακόλουθα αποτελέσματα του Πίνακα 8.7.

*Πίνακας 8.7: Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσεως των τελικών τιμών μηχανικών ιδιοτήτων, ειδικής ενέργειας και κανονικοποιημένων Δεικτών Ψαθυρότητας*

Κωδικός πετρώματος	Πλήθος δοκιμών	512_HFD	Ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE(MJ /m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
ASV1	103	1,5152	25,5	45,8	8,4	18,82	0,173	0,262	0,088	0,187
PSAM	11	1,6359	26,23	135,7	12,3	34,07	0,351	0,317	0,382	0,371
ILIO	21	1,5260	26,48	57,95	10,5	19,11	0,176	0,264	0,139	0,165
ASV2	8	1,4691	25,01	38	10	12,72	0,121	0,222	0,087	0,088
ASV3	14	1,5866	25,5	70,2	9,5	10,34	0,235	0,29	0,152	0,233
LAT	13	1,5996	34,32	40	12	22,13	0,106	0,205	0,11	0,171
ASV4	13	1,5295	25,99	80	11	17,48	0,232	0,288	0,201	0,217
ASV5	8	1,5987	26,09	105	7	51,92	0,478	0,333	0,168	0,468
ASV6	12	1,5444	26,09	83	7,7	29,98	0,343	0,316	0,146	0,36
ASV7	14	1,5952	26,38	90	7,5	149,46	0,382	0,322	0,154	0,399
S-ORTH	3	1,4451	25,79	164	20	54,51	0,261	0,298	0,75	0,16
O-ORTH	5	1,5452	25,94	125	11,5	54,43	0,346	0,316	0,329	0,359

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 8.6(α) ως 8.6(η) απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 8.7.



*Διάγραμμα 8.6: 512\_HFD συναρτήσει των μηχανικών ιδιοτήτων των πετρωμάτων και της ειδικής ενέργειας*

**Πίνακας 8.8:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_HFD (μετά από ομαδοποίηση για το εκάστοτε πέτρωμα)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,1363</b> (Λογαριθμική)	<b>0,013</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2233</b> (Εκθετική)	<b>0,0516</b> (Γραμμική)	<b>0,1934</b> (γραμμική)	<b>0,0908</b> (Γραμμική)	<b>0,1099</b> (Εκθετική)	<b>0,4793</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Από τον Πίνακα 8.8 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την 512\_KFD είναι ο Δείκτης Ψαθυρότητας, BI<sub>p</sub> με R<sup>2</sup>=0,4793. Συγκρινόμενος με το αντίστοιχο R<sup>2</sup><sub>BIp</sub> για την περίπτωση των καταγραφών με πλήθος τιμών, Is#512 (βλ. Πίνακα 7.10 - R<sup>2</sup><sub>BIp</sub>=0,4691) είναι λίγο υψηλότερος. Το ίδιο παρατηρείται και για τα υπόλοιπα εξεταζόμενα μεγέθη. Παρόλα αυτά, όπως και στην περίπτωση της μορφοκλασματικής ανάλυσης με τα αρχικά σήματα/καταγραφές παρατηρούνται πολλές «ακραίες τιμές (outliers)».

Μετά από αφαίρεση των ίδιων ακραίων τιμών που απομακρύνθηκαν κι από το στατιστικό δείγμα των αρχικών σημάτων/καταγραφών (HFD) (**LAT, S-Orth, O-Orth**) παρατηρείται σημαντική βελτίωση του βαθμού συσχέτισης μεταξύ όλων των εξετασθέντων μεγεθών και της 512\_HFD. Πιο αναλυτικά, πραγματοποιήθηκαν διαδοχικά οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_HFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** από το στατιστικό δείγμα, προκύπτει ο Πίνακας 8.9.

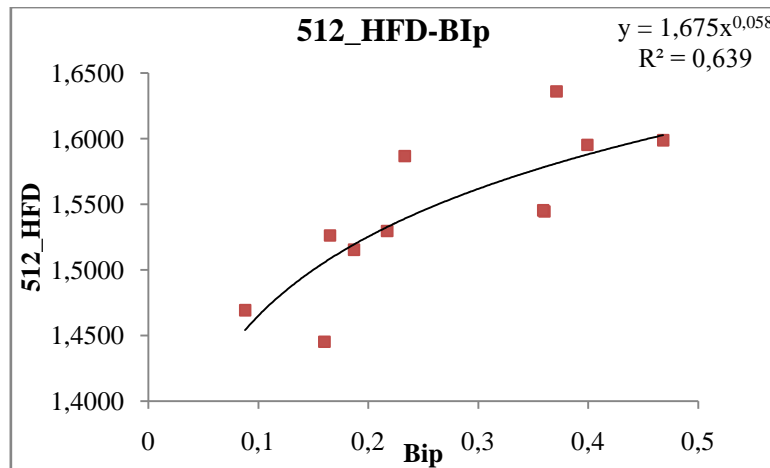
**Πίνακας 8.9:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_KFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_KFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT) )

Μεγέθη προς εξέταση	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	BI <sub>p</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,2598</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0748</b> (Λογαριθμική)	<b>0,2839</b> (Εκθετική)	<b>0,0793</b> (Γραμμική)	<b>0,4298</b> (Γραμμική)	<b>0,4086</b> (Γραμμική)	<b>0,0869</b> (Εκθετική)	<b>0,6398</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 8.9, ο μεγαλύτερος βαθμός συσχέτισης προκύπτει για το:

→ BI<sub>p</sub>: **R<sup>2</sup>=0,6398** (βλ. Διάγραμμα 8.7)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 8.7 απεικονίζεται η Μορφοκλασματική διάσταση κατά Katz (512\_KFD) συναρτήσει του BI<sub>p</sub> μετά από την αφαίρεση των τιμών LAT.



**Διάγραμμα 8. 7:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσεως του συντελεστή  $B_{Ip}$  (μετά από την αφαίρεση του LAT)

- Ταυτόχρονα, μαζί με τη μέση τιμή της 512\_HFD που αντιστοιχεί στα **13 δοκίμια** του **Σιδηρονικελιούχου Λατερίτη (LAT)** αποφασίστηκε να αφαιρεθούν και οι μέσες τιμές της 512\_HFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά προκύπτει ο Πίνακας 8.10.

**Πίνακας 8. 10:** Βαθμός συσχέτισης των μεγεθών που μελετήθηκαν με την 512\_HFD (μετά από αφαίρεση της μέσης τιμής της 512\_HFD που αντιστοιχεί στα 13 δοκίμια του LAT, στα 3 δοκίμια του S – orth και στα 5 δοκίμια του O-orth)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	ειδικό βάρος $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	UCS (MPa)	BTS (MPa)	SE (MJ/m <sup>3</sup> )	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>Ip</sub>
R <sup>2</sup>	<b>0,3260</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,8207</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,0061</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2970</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,7106</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,7458</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,6242</b> (Λογαριθμική)	<b>0,7357</b> (Δύναμη-Υπερβολική)

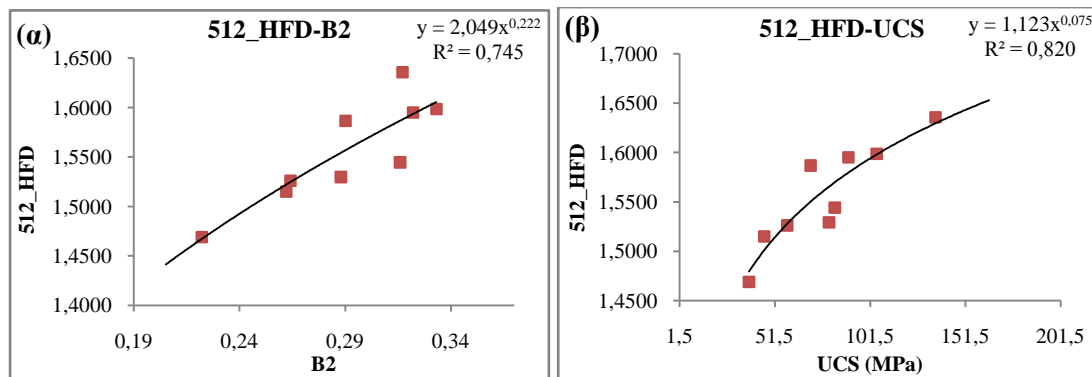
Συνεπώς, παρατηρώντας τον Πίνακα 8.10, οι μεγαλύτεροι βαθμοί συσχέτισης προκύπτουν για τα:

→B<sub>2</sub>:  $R^2 = 0,7458$

→UCS:  $R^2 = 0,8207$

Παρακάτω, στα Διαγράμματα 8.8(α) & 8.8(β) απεικονίζεται η Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσεως του B<sub>2</sub> και της UCS.





*Διάγραμμα 8 8: Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσει των α) B<sub>2</sub> και β) UCS (χωρίς τα LAT, S-orth και O-orth)*

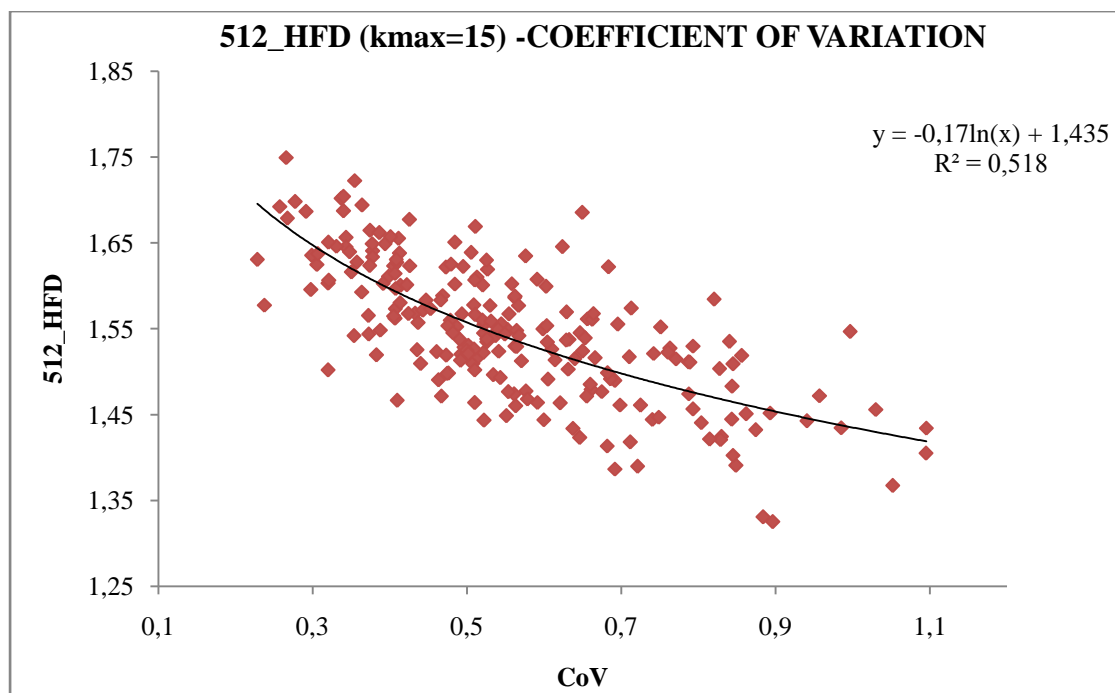
### 8.2.2.Μεμονωμένες 225 καταγραφές

Αναλυτικά, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των μεγεθών συναρτήσει της 512\_HFD με  $k_{max}=15$  για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.11.

*Πίνακας 8.11: Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την 512\_HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές)*

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (Mj/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,0788</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0028</b> (Γραμμική)	<b>0,2091</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2064</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2646</b> (Εκθετική)	<b>0,281</b> (Γραμμική)	<b>0,5181</b> (Λογαριθμική)

Παρακάτω, στο Διάγραμμα 8.9 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα 8.11 για το συντελεστή μεταβλητότητας.



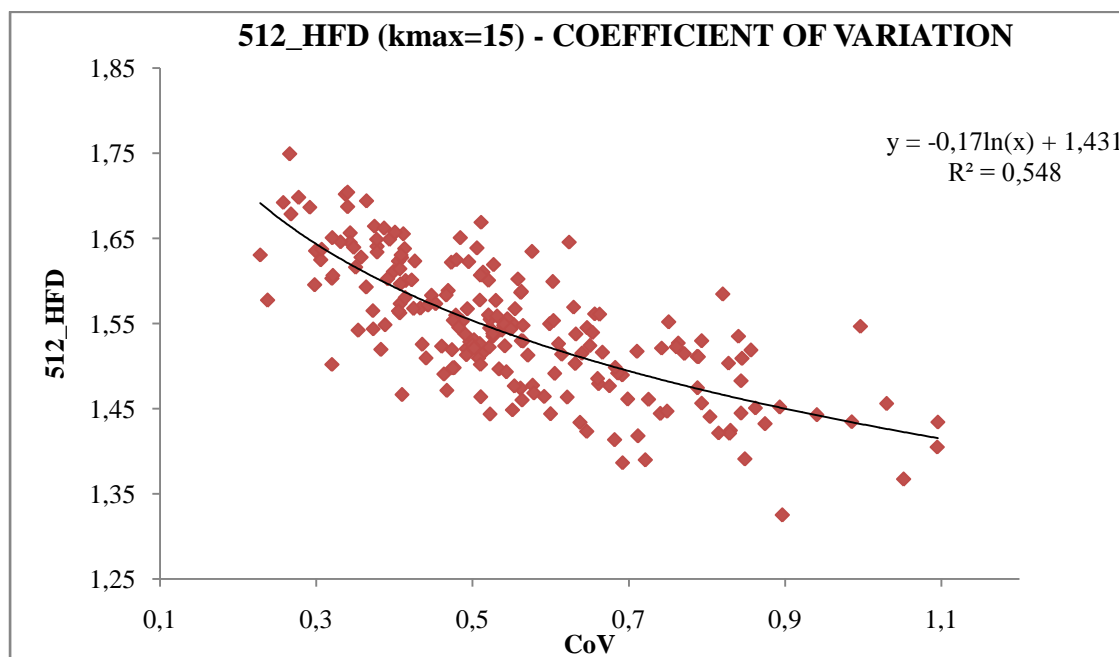
*Διάγραμμα 8. 9: Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσει του συντελεστή μεταβλητότητας CoV*

Από τον Πίνακα 8.11 παρατηρείται ότι η παράμετρος που παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης με την 512\_HFD και ως εκ τούτου οφείλει να μελετηθεί περαιτέρω, είναι ο **Συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation)**. Παρόλα αυτά, και πάλι παρατηρείται χαμηλό  $R^2$  ( $=0,5181$ ). Ακολουθώντας τη μέθοδο αφαίρεσης «ακραίων τιμών (outliers)», που εφαρμόστηκε και για τις 12 ομαδοποιημένες καταγραφές, αποφασίστηκε για το εν λόγω στατιστικό δείγμα να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες ενέργειες:

- Αφαιρέθηκαν τα **13 δοκίμια** του **Σιδερονικελιούχου Λατερίτη (LAT)**, οπότε τελικά μεταξύ της HFD και του CoV προκύπτει:  $R^2= 0,5515$  (Λογαριθμική).
- Έπειτα, όπως και στην περίπτωση των 12 ομαδοποιημένων καταγραφών, αφαιρούνται και οι μέσες τιμές της HFD που αντιστοιχούν στα **3 δοκίμια** του **Σχιστώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (s – orth)** και στα **5 δοκίμια** του **Οφθαλμώδη Ορθογενέσιου Δυτικής Ικαρίας (o-orth)**. Οπότε τελικά μεταξύ της 512\_HFD και του CoV προκύπτει:  $R^2=0,5487$  (Λογαριθμική) (βλ. Πίνακα 8.12 και Διάγραμμα 8.10).

**Πίνακας 8. 12:** Μεγέθη που μελετήθηκαν ως προς τη συσχέτισή τους με την 512\_HFD (για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές-μετά την αφαίρεση LAT, S-ORTH και O-ORTH)

Εξεταζόμενα Μεγέθη	Specific energy (Mj/m <sup>3</sup> )	Cut Fz average (N)	Normalized load cycles (cycles/s)	Cut Fz Range (N)	Cut Fz stde (N)	P Normalized load cycles (cycle/s)	Coefficient of Variation
R <sup>2</sup>	<b>0,0956</b> (Λογαριθμική)	<b>0,0082</b> (Γραμμική)	<b>0,2066</b> (Λογαριθμική)	<b>0,252</b> (Δύναμη-Υπερβολική)	<b>0,2833</b> (Εκθετική)	<b>0,2935</b> (Γραμμική)	<b>0,5487</b> (Λογαριθμική)

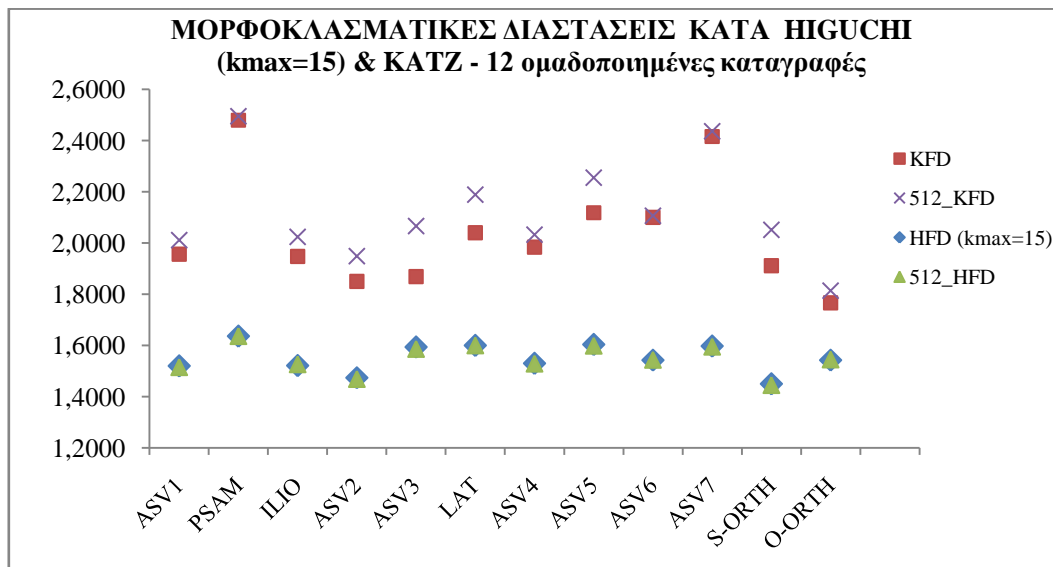


**Διάγραμμα 8. 10:** Μορφοκλασματική διάσταση κατά Higuchi (512\_HFD) συναρτήσεϊ του συντελεστή μεταβλητότητας CoV (μετά από αφαίρεση LAT, S-Orth, O-Orth)

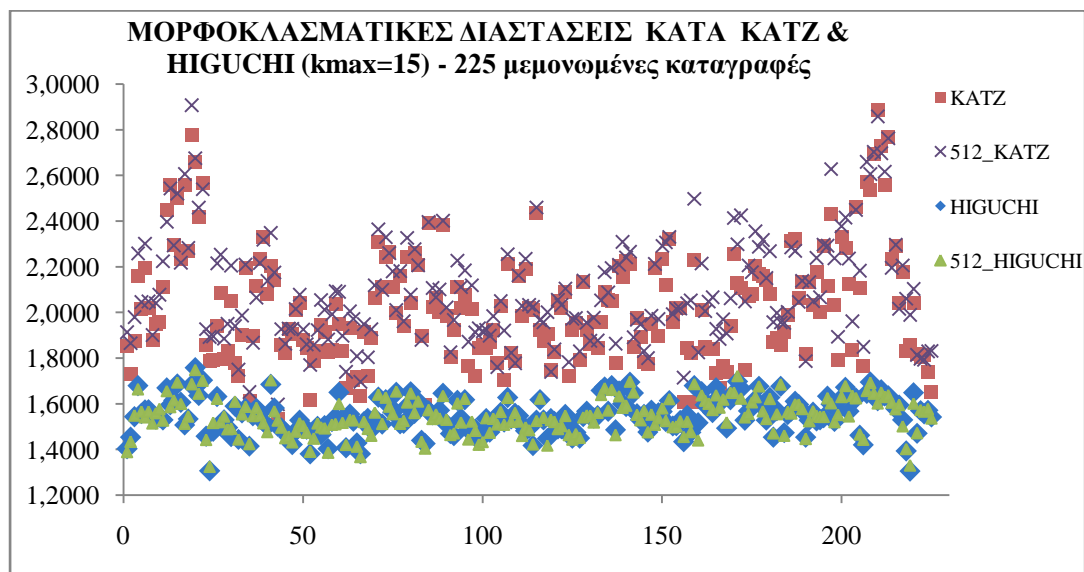
### 8.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων των αλγορίθμων Higuchi και Katz για την περίπτωση των ομαδοποιημένων καταγραφών

Προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων (Higuchi και Katz), για την περίπτωση των **12 ομαδοποιημένων καταγραφών** τόσο για τα πρωτογενή όσο και για τα δεδομένα που έχουν υποστεί περικοπή και προέκταση, παρατίθενται στο **Διάγραμμα 8.11** για κάθε είδος πετρώματος οι υπολογισθείσες μορφοκλασματικές διαστάσεις για τις αντίστοιχες καταγραφές της δύναμης κοπής. Παρατηρείται συνάφεια μεταξύ των αποτελεσμάτων των μεθόδων Katz και Higuchi ( $k_{max}=15$ ), καθώς αμφότερες οι καμπύλες των μορφοκλασματικών διαστάσεων εμφανίζουν παρόμοια μορφή/κίνηση στο χώρο συναρτήσεϊ του είδους του εξετασθέντος πετρώματος.

Ακόμη, όσον αφορά τα αποτελέσματα πριν και μετά την περικοπή και προέκταση των καταγραφών, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι για τη μέθοδο Higuchi, οι τιμές FD που προκύπτουν για όλα τα πετρώματα είναι παρεμφερείς για τα πρωτογενή και τα δεδομένα περικοπής και προέκτασης και παρουσιάζουν ελάχιστες αποκλίσεις μεταξύ τους. Όσον αφορά τη μέθοδο Katz, παρατηρούνται αρκετές αποκλίσεις στα αποτελέσματα πριν και μετά την περικοπή και προέκταση. Ειδικότερα, οι αποκλίσεις μεγαλώνουν για τα πετρώματα ΙΛΙΟ, ASV2, ASV3, LAT, ASV4, ASV5, S-ORTH και O-ORTH. Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώνονται και παρατηρώντας το Διάγραμμα 8.12, όπου συγκρίνονται τα αποτελέσματα των μορφοκλασματικών διαστάσεων για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές.



**Διάγραμμα 8. 11:** Διάγραμμα σύγκρισης μορφοκλασματικών διαστάσεων πριν και μετά την περικοπή και προέκταση (κατά Higuchi και Katz) για τις κατά τύπο πετρώματος ομαδοποιημένες καταγραφές



**Διάγραμμα 8. 12:** Διάγραμμα σύγκρισης μορφοκλασματικών διαστάσεων πριν και μετά την περικοπή και προέκταση (κατά Higuchi και Katz) για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ / ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ**

## 9.1 Συμπεράσματα

Από τα αποτελέσματα της Ανάλυσης των Σημάτων της Δύναμης Κοπής με μορφοκλάσματα μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- ✓ Από όλα τα  $k_{max}$  που δοκιμάστηκαν στον αλγόριθμο Higuchi, επιλέχθηκε τελικά το  $k_{max}=15$ , καθώς φαίνεται πως η μορφοκλασματική διάσταση που προκύπτει για αυτό το  $k_{max}$  εμφανίζει υψηλότερους βαθμούς συσχέτισης ( $R^2$ ) συναρτήσει των μηχανικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων και ειδικότερα της αντοχής σε μονοαξονική θλίψη.
- ✓ Ακόμη, παρατηρήθηκε ότι σε όλες τις περιπτώσεις τόσο ο **Λατερίτης** όσο και ο **Σχιστώδης** και ο **Οφθαλμώδης Ορθογενέσιος** δεν εμφάνισαν καλή συσχέτιση με τη μορφοκλασματική διάσταση (εξ'ού και αποφασίστηκε η αφαίρεσή τους), γεγονός που ενδέχεται να οφείλεται στη διαφορετική γενετική τους προέλευση σε σχέση με τα υπόλοιπα πετρώματα. Πιο αναλυτικά, ενώ όλα τα υπόλοιπα πετρώματα που εξετάζονται είναι ιζηματογενή, τα S-orth και O-orth είναι μαγματικά πετρώματα, ενώ ο LAT έχει ιδιαίτερο ιστό και υφή. Συνεπώς, η απόκλιση των προαναφερθέντων τιμών μπορεί να αποδοθεί στη σημασία που έχει στη συμπεριφορά των γεωυλικών η γενετική τους προέλευση και το είδος του ιστού τους. Ακόμη, στην περίπτωση του LAT, ένας ακόμη λόγος που δικαιολογεί την απόκλιση που εμφάνισε κατά την παραπάνω ανάλυση είναι το ότι αποτελείται από μεγάλους κόκκους ενώ παράλληλα, αποτελεί ένα πολύ εύθρυπτο υλικό μεγάλου ειδικού βάρους, το οποίο ενώ στην επιφάνειά του είναι σχετικά μαλακό, σε μεγαλύτερο βάθος ενδέχεται να είναι πολύ σκληρό και να παρατηρηθούν απότομες αυξήσεις της δύναμης κοπής.
- ✓ Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω, αποδεικνύεται ότι τα αποτελέσματα της fractal analysis σχετίζονται με τον τύπο του πετρώματος και ως εκ τούτου η **μορφοκλασματική ανάλυση ενδείκνυται σε καταγραφές δύναμης κοπής πετρωμάτων ίδιας γενετικής προέλευσης**. Αυτό επικυρώνεται κι από το γεγονός ότι παρατηρείται διαφορετική **χαρακτηριστική** μέση τιμή μορφοκλασματικής διάστασης για κάθε είδος πετρώματος.
- ✓ Η ελάχιστη τιμή βαθμού συσχέτισης που παρατηρήθηκε είναι 0,28% που ερμηνεύεται ως μηδενική συσχέτιση και αντιστοιχεί στη συσχέτιση των παραμέτρων 512\_HFD και Cut\_Fz\_average.
- ✓ Η βέλτιστη συσχέτιση προέκυψε μετά τη **περικοπή και προέκταση των** δεδομένων μεταξύ της μορφοκλασματικής διάστασης **κατά Higuchi ( $k_{max}=15$ )** και της μονοαξονικής αντοχής σε θλίψη (UCS) (μετά την αφαίρεση των LAT, S-ORTH και O-ORTH). Μεταξύ αυτών των δύο παραμέτρων παρατηρήθηκε μια δυναμική συσχέτιση, με  $R^2 = 82,07\%$ , η οποία αποδίδεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$512\_HFD = 1.1233 * UCS^{0.0757}$$

Παράλληλα, ικανοποιητική συσχέτιση (μετά την αφαίρεση LAT, S-ORTH & O-ORTH) απέδωσαν και οι δείκτες ψαθυρότητας  $B_2$  και  $BI_p$  (ιδιαίτερα για τις μεθόδους Higuchi & 512\_Higuchi).

- ✓ Όσον αφορά τις καταγραφές που ομαδοποιήθηκαν ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος μελετήθηκαν τα μεγέθη: ειδικό βάρος, UCS, BTS, SE και 4 Δείκτες ψαθυρότητας, ενώ πραγματοποιήθηκαν συνολικά 96 συσχετίσεις εκ των οποίων:
  - 8 συσχετίσεις είχαν  $R^2 > 0,7$ .
  - 15 συσχετίσεις είχαν  $0,5 = < R^2 < 0,7$ .
  - 13 συσχετίσεις είχαν  $0,3 = < R^2 < 0,5$ .
  - 60 συσχετίσεις είχαν  $R^2 < 0,3$ .

Θα πρέπει να τονιστεί ότι τιμές του συντελεστή συσχέτισης για τις οποίες ισχύει  $R^2 > 0,7$  υποδεικνύουν καλή συσχέτιση μεταξύ των δύο εξεταζόμενων μεταβλητών. Το μοντέλο το οποίο αποδίδει συνηθέστερα το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης και ως εκ τούτου και τα καλύτερα αποτελέσματα είναι η Δύναμη (35) και ακολουθεί η Γραμμική (31) συσχέτιση.

- ✓ Όσον αφορά τις 225 μεμονωμένες καταγραφές μελετήθηκαν τα μεγέθη: SE, Fz\_average, Normalized load cycles, Fz\_range, Fz\_standard deviation, P normalized load cycles, ενώ πραγματοποιήθηκαν συνολικά 84 συσχετίσεις εκ των οποίων:
  - 3 συσχετίσεις είχαν  $0,5 = < R^2 < 0,7$
  - 9 συσχετίσεις είχαν  $0,3 = < R^2 < 0,5$
  - 72 συσχετίσεις είχαν  $R^2 < 0,3$

Το μοντέλο το οποίο αποδίδει συνηθέστερα το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης και ως εκ τούτου και τα καλύτερα αποτελέσματα είναι η Δύναμη (25) και ακολουθεί η Γραμμική (19)

Στον Πίνακα 9.1 παρατίθενται τα βέλτιστα αποτελέσματα από την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε.

Πίνακας 9. 1: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα

	Μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε	Παράμετρος που εμφάνισε τη μεγαλύτερη συσχέτιση με την FD	R <sup>2</sup>	Τιμές που αφαιρέθηκαν
12 ομαδοποιημένες ανά τύπο πετρώματος καταγραφές	Katz	UCS	<b>0,6899</b> (Εκθ.)	LAT, S-orth, O-orth
	512_Katz	UCS	<b>0,7648</b> (Εκθ.)	LAT, S-orth, O-orth
	Higuchi	UCS	<b>0,7866</b> (Δύν.)	LAT, S-orth, O-orth
	512_Higuchi	UCS	<b>0,8207</b> (Δύν.)	LAT, S-orth, O-orth
225 μεμονωμένες καταγραφές	Katz	Coefficient of Variation	<b>0,4470</b> (Δύν.)	LAT, S-orth, O-orth
	512_Katz	Coefficient of Variation	<b>0,4758</b> (Δύν.)	LAT, S-orth, O-orth
	Higuchi	Coefficient of Variation	<b>0,5004</b> (Λογ.)	LAT, S-orth, O-orth
	512_Higuchi	Coefficient of Variation	<b>0,5487</b> (Λογ.)	LAT, S-orth, O-orth

\*Το πρόθεμα 512\_ υποδεικνύει την εφαρμογή της μεθόδου σε δεδομένα που έχουν υποστεί προέκταση και περικοπή.

Από τον Πίνακα 9.1 παρατηρούνται τα ακόλουθα:

- ✓ Στις ομαδοποιημένες καταγραφές η παράμετρος που εμφάνισε το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης (για κάθε μέθοδο που εφαρμόστηκε) είναι η αντοχή σε μονοαξονικά θλίψη (UCS), ενώ στις 225 μεμονωμένες καταγραφές είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας (CoV). Συνεπώς, παρατηρείται επαναληπτικότητα, η οποία είναι ένδειξη της ορθότητας των αποτελεσμάτων.
- ✓ Ο αλγόριθμος του Higuchi ( $k_{max}=15$ ) έδωσε σαφώς καλύτερα αποτελέσματα βαθμού συσχέτισης από τον Katz, τόσο στη περίπτωση των 225 μεμονωμένων καταγραφών, όσο και στην περίπτωση της ομαδοποίησης αυτών, ανάλογα με τον τύπο του πετρώματος.
- ✓ Η περικοπή και η προέκταση των δεδομένων, ώστε να έχουν όλες οι καταγραφές ίδιο μήκος (ίσο με 512ms) δίνει σε κάθε περίπτωση καλύτερα αποτελέσματα από ό,τι τα πρωτογενή δεδομένα και συνεπώς συμπεραίνεται ότι είναι μία τεχνική η



οποία θα πρέπει να εξετάζεται και να εφαρμόζεται σε ανάλογες μορφοκλασματικές αναλύσεις.

- ✓ Όσον αφορά τα αποτελέσματα της μορφοκλασματικής διάστασης (FD) για καταγραφές πριν και μετά τη περικοπή και προέκταση, παρατηρώντας τα Διαγράμματα 8.13 και 8.14, φαίνεται ότι για τη μέθοδο Higuchi, οι τιμές FD που προκύπτουν για όλα τα πετρώματα είναι σχεδόν ταυτόσημες, ενώ στη μέθοδο Katz, παρατηρούνται αρκετές αποκλίσεις στα αποτελέσματα πριν και μετά την περικοπή και προέκταση. Ειδικότερα, οι αποκλίσεις μεγαλώνουν για τα πετρώματα ILIO, ASV2, ASV3, LAT, ASV4, ASV5, S-ORTH.
- ✓ Επιπρόσθετα, όπως φαίνεται στο διάγραμμα 8.12, για τις 225 μεμονωμένες καταγραφές, παρότι το  $R^2$  δεν είναι πολύ υψηλό (0,5487 για τη μέθοδο 512\_Higuchi), οι τιμές (αν και αραιές) φαίνονται να έχουν μία συγκεκριμένη συμπεριφορά και να ακολουθούν δομημένα τη λογαριθμική κατανομή. Ως εκ τούτου μπορεί να θεωρηθεί ότι με μεγαλύτερο πλήθος εργαστηριακών μετρήσεων και περαιτέρω έρευνα μπορεί να εξαχθεί σημαντικά μεγαλύτερο  $R^2$  μεταξύ της FD και του συντελεστή μεταβλητότητας (CoV).
- ✓ Ακόμη, από παρατήρηση των διαγραμμάτων δύναμης κοπής μπορεί να διερευνηθεί η ψαθυρότητα του εκάστοτε δοκιμίου. Ειδικότερα, διαγράμματα με μεγάλες αυξομειώσεις καμπύλης και μεγάλο εύρος μέγιστης κι ελάχιστης τιμής υποδεικνύουν ιδιαίτερα ψαθυρό πέτρωμα. Επιπλέον, τα πολύ ψαθυρά πετρώματα εμφανίζουν πιο ευδιάκριτους κύκλους φόρτισης-αστοχίας, καθώς οι αυξομειώσεις της δύναμης κοπής έχουν μικρότερη συχνότητα.
- ✓ Όσον αφορά τα στατιστικά στοιχεία των κοπών γενικότερα, παρατηρείται ότι τα πιο ψαθυρά υλικά έχουν μεγαλύτερες μέγιστες τιμές και μικρότερες ελάχιστες και συνεπώς σημαντικά μεγαλύτερο εύρος τιμών. Ταυτόχρονα, ενώ η μέση δύναμη κοπής εμφανίζεται μεγαλύτερη στα ψαθυρά πετρώματα, η τυπική απόκλιση δεν ακολουθεί κάποιο κανόνα πέρα από το ότι τα περισσότερα ψαθυρά έχουν οριακά μεγαλύτερη απόκλιση. Επιπλέον, όσον αφορά το συντελεστή μεταβλητότητας, ο οποίος εξαρτάται από την τυπική απόκλιση και τον μέσο όρο, πρέπει να αναφερθεί ότι τα πιο ψαθυρά υλικά παρουσιάζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα (ο CoV πλησιάζει στο 1).

## 9.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Σύμφωνα με την έρευνα που διεξήχθη και τα συμπεράσματα που προέκυψαν, προκύπτει ότι η μέθοδος ανάλυσης καταγραφών της δύναμης κοπής με τη χρήση μορφοκλασμάτων αποτελεί μία **ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα τεχνική** η οποία χρήζει περαιτέρω διερεύνησης σε ότι αφορά στην εφαρμογή της για την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών της κοπής πετρωμάτων. Με κατάλληλους χειρισμούς αυτή η μέθοδος μπορεί να συμβάλλει σημαντικά στον προσδιορισμό της ελάχιστης απαιτούμενης ενέργειας για τη θραύση του πετρώματος. Παράλληλα, η τεχνική αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί εμμέσως για την πρόβλεψη του ρυθμού εξόρυξης (σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας) και τον προσδιορισμό των απαιτήσεων των μηχανημάτων εκσκαφής για το εκάστοτε πέτρωμα. Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι προτείνεται:

- ✓ Να πραγματοποιηθεί μορφοκλασματική ανάλυση σε νέο στατιστικό δείγμα ανάλογου ή κι ενδεχομένως ευρύτερου μεγέθους και ποικιλίας- ώστε αφενός να επικυρωθούν τα αποτελέσματα κι αφετέρου να μελετηθεί η επίδραση της γενετικής προέλευσης των πετρωμάτων στα αποτελέσματα της μορφοκλασματικής ανάλυσης.
- ✓ Να πραγματοποιηθεί εκ νέου μορφοκλασματική ανάλυση με τη χρήση διαφορετικών αλγορίθμων, προκειμένου να εντοπιστεί το πλέον κατάλληλο μοντέλο για την εύρεση της μορφοκλασματικής διάστασης καταγραφών δύναμης κοπής πετρωμάτων.
- ✓ Να διερευνηθεί η δυνατότητα δημιουργίας ενός στατιστικού μοντέλου το οποίο θα προβλέπει τη μορφοκλασματική διάσταση της δύναμης κοπής των πετρωμάτων, με βάση τις μηχανικές τους ιδιότητες, ώστε να είναι γνωστή εκ των προτέρων η συμπεριφορά κοπής του εκάστοτε πετρώματος.
- ✓ Τέλος, κάτι ακόμα που θα μπορούσε να βοηθήσει στην επίτευξη του παραπάνω στόχου, είναι η συσχέτιση των μορφοκλασματικών διαστάσεων του σήματος Δύναμης Κοπής πετρωμάτων με τις διάφορες διεργασίες που λαμβάνουν χώρα κατά την κοπή, όπως το σχηματισμό θραυσμάτων, τη σύνθλιψη – θρυμματισμό του πετρώματος και τη ρωγμάτωση, οι οποίες περιγράφονται από τις θεωρίες κοπής. Ως εκ τούτου, προτείνεται η εκ παραλλήλου μελέτη των θραυσμάτων που σχηματίζονται κατά την κοπή πετρωμάτων (τόσο ως προς το μέγεθός τους όσο και ως προς τη συχνότητα που αυτά εμφανίζονται).

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική βιβλιογραφία

Αναγνώστου Β (2006). *Προσδιορισμός του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής ιζηματογενών πετρωμάτων*. Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 170.

Ασβεστάς Π. (2001). *Ανάπτυξη αλγορίθμων με βάση τη fractal θεωρία για την επεξεργασία ιατρικών δεδομένων*. Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Βασιλόπουλος Ν (2011). *Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Τρίπολης με μηχανικά μέσα*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 220.

Δεμένεγας Β (2006). *Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας εκσκαφής ασβεστόλιθου της Αττικής*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 139.

Κουγιουμτζής Δημήτρης, μέρος Β, 2009 ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΙΑ ΠΟΛΙΤΙΚΟΥΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκη

Κουλλαπής Α, Χρυσοστόμου Μ (2007). *Εκτίμηση της δύναμης κοπής ασβεστόλιθου από της μηχανικές ιδιότητές του*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 162.

Κουτρομάνος Δ (2012). *Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Καρδίτσας με μηχανικά μέσα*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 195.

Κραββαρίτης Η (2009). *Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής ασβεστόλιθου στο λατομείο Κεραμίδας της ΧΑΛΥΨ Α.Ε*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 178.

Λάζαρος Σ (2011). *Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστόλιθου περιοχής Πρεβέζης με μηχανικά μέσα*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 236. 136

Μιχαλακόπουλος Θ., 2010, σημειώσεις εργαστηρίου Εξόρυξης Πετρωμάτων II (Roadheaders Υπολογιστική Άσκηση), ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ, Σχολή

Μιχαλακόπουλος Θ., 2015, παρουσιάσεις μαθήματος ‘Μηχανική Όρυξη Σηράγγων’ ΔΠΜΣ ‘Σχεδιασμός και κατασκευή υπογείων έργων’, ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων – Μεταλλουργών

Μπούντης Α. (1995). *Δυναμικά συστήματα και χάος*. Τόμος Α’, Παπασωτηρίου, Αθήνα

Παγανιά Δ. Δ. (2012). *Ανάλυση σημάτων για τον υπολογισμό της φράκταλ διάστασης σε συνδυασμό με Nagmax μοντέλα*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών, Π.Μ.Σ. Επιστήμη & Τεχνολογία Υπολογιστών, Πάτρα

Πανάγου Σ (2013). *Ανάλυση Καταγραφών Δυνάμεων Κοπής Πετρωμάτων με Στατιστικές Μεθόδους*. Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 87.

Παπαγιαννόπουλος Π (2013). *Ανάλυση Καταγραφών Δυνάμεων Κοπής Πετρωμάτων με χρήση Κυματιδίων*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Δ.Π.Μ.Σ. «Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Παπαϊωάννου Γ. Π. (2000). *Χαοτικές χρονοσειρές θεωρία και πράξη*. Leader Books, Αθήνα

Πατσίδης Γ (2009). *Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής λατερίτη και ασβεστόλιθου από το μεταλλείο του Αγ. Ιωάννη της Λάρκο Α.Ε.* Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανικών Μεταλλείων Μεταλλουργών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 178.

Πατσίδης Γ (2012). *Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ορθογώνιου Ικαρίας με μηχανικά μέσα*. Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Σχεδιασμός και Κατασκευή Υπογείων Έργων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 184.

Πολυχρονάκη Γ. Σ. (2011). *Ανάπτυξη μεθοδολογιών βασισμένων σε μεγέθη μη-γραμμικής δυναμικής για την ανάλυση δεδομένων επιληψίας*. Διδακτορική διατριβή, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Χαμαλίδης Α. (2010). *Απεικόνιση της χωρικής αντίληψης του ήχου στο χώρο της επεξεργασίας σήματος*. Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Πολυτεχνική Σχολή, Θεσσαλονίκη

## Ξένη βιβλιογραφία

Abdi H (2010). *Normalizing data*. In N Salkind (Ed), *Encyclopedia of Research Design*. Thousand Oaks, CA: Sage, 4p.

Accardo A., Affinito M., Carrozzi M. and Bouquet F.(1997). Use of the fractal dimension for the analysis of electroencephalographic time series. *Biological Cybernetics*,**77**, (5),339-50.

Arle J. E. and Simon R. H.(1990). An application of fractal dimension to the detection of transients in the electroencephalogram. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*,**75**, (4),296-305

Asvestas P., Matsopoulos G. K. and Nikita K. S.(1998), A power differentiation method of fractal dimension estimation for 2-D signals. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, **9**, (4),392-400

Asvestas P., Matsopoulos G. K. and Nikita K. S. (1999). Estimation of fractal dimension of images using a fixed mass approach. *Pattern Recognition Letters*, **20**,347-54

Badii R. and Politi A.(1985). Statistical description of chaotic attractors: the dimension, function. *Journal of Statistical Physics*, **40**,725-50

Bandis S., Lumsden A.C. and Barton N.R. (1981). Experimental studies of scale effects on the shear behaviour of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, **18**, 1-21

Brown S. R. (1987). A note on the description of surface roughness using fractal dimension. *Geophysical Research Letters*, **14**, (11), 1095-98

Bullmore E., Brammer M., Alarcon G. and Binnie C. (1992). A new technique for fractal analysis applied to human, intracerebrally recorded, ictal electroencephalographic signals. *Neuroscience Letters*,**146**, (2),227-30

Burlaga L. F. and Klein L. W. (1986). Fractal structure of the interplanetary magnetic field. *Journal of Geophysical Research*,**91**,347-50

Chen Z. H., Tham L. G., Yeung M. R., Tsui Y. and Lee P. K. K. (2002). A Study on the Peak Strength of Brittle Rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **35**, (4), 255–70

Deng Y., Chen M., Jin Y., Lu Y., Zou D., Du X., Jiang H. (2015). A New Prediction Model of Energy Consumption on Rock Fragmentation and Rate of Penetration Based on Fractal

Theory. *49th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium held in San Francisco, CA, USA, 28 June- 1 July 2015.*

Eke A., Herman P., Kocsis L. and Kozak L. R.(2002). Fractal characterization of complexity in temporal physiological signals. *Physiological Measurement*, **23**,1-38

Elbert G., Rockstroh B., Kowalik Z. and Hoke M.(1997). Clinical applications of EEG analyses by means of tools derived from non-linear system theory. *Analysis of the Electrical Activity of the Brain*, 45-67

Esteller R., Vachtsevanos G., Echauz J. and Litt B. (2001b). A comparison of waveform fractal dimension algorithms. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, **48**, (2),177-83

Evans I (1962). *A theory of the basics mechanics of coal ploughing*. In International Symposium on Mining Research, Vol. 2, p. 761-768, Pergamon Press, London.

Falconer K .J.(2003).*Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, West Sussex, UK

Fowell R.J. The mechanics of rock cutting, In: Hudson J.A., et al., editors. *Comprehensive Rock Engineering*. vol.3. Oxford: Pergamon Press;1993. p.155-176.

Hartman H. L., (1992), "SME Mining Engineering Handbook", 2nd Edition Volume 1, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. Littleton, Colorado

Hudson J. A. and Harrison J. P.(1997), *Engineering Rock Mechanics Part 1: An Introduction to the Principles*, Elsevier Science Ltd.

Higuchi T. (1988). Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **31**, (2),277-83

Jiang Y. J., Li B., and Tanabashi Y. (2006). Estimating the relation between surface roughness and mechanical properties of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **43**, (6), 837–46

Kantz H and Schreiber T. (2004).*Nonlinear Time Series Analysis*.2nd edition, Cambridge University Press, UK

Kaplan D. and Glass L. (1995).*Understanding nonlinear dynamics (Textbooks in Mathematical Sciences)*.Ed. Banchoff T. F., Devlin K.et al., Springer-Verlag, New York, USA

- Katz M. J.(1988). Fractals and the analysis of waveforms. *Computers in Biology and Medicine*, **18**,(3),145-56
- Klonowski W.(2000). Signal and image analysis using chaos theory and fractal geometry.*Machine Graphics & Vision*,**9**,403–31
- Klonowski W. (2002). Chaotic dynamics applied to signal complexity in phase space and in time domain. *Chaos, Solitons & Fractals*, **14**,1379-87
- Lonkner, D. A. and Byerlee, J. D. (1992). Fault growth and acoustic emissions in confined Granite. *Applied Mechanics Reviews*, **45**, (3), s165–s173
- Lorenz E. N. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **20**, 130–41.
- Mandelbrot B. B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, **156**, 636-38
- Mandelbrot B. B.(1982).The Fractal Geometry of Nature, W H Freeman, New York, USA
- Mandelbrot B. B, (1985).Self-Affine Fractals and Fractal Dimension. *Physica Scripta*, **32**, 257-60, Issue 4,. DOI: [10.1088/0031-8949/32/4/001](https://doi.org/10.1088/0031-8949/32/4/001)
- Mandelbrot B. B. and Van Ness J. W. (1968). Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review*, **10**, (4),422-37
- Maragos P. and Sun F. K.(1993). Measuring the fractal dimension of signals: morphological covers and iterative optimization. *Signal Processing, IEEE Transactions*, **41**,(1),108-21
- Merchant ME (1944). *Basic Mechanics of the Metal Cutting Process*. ASME J Appl Mech, September, A168-A175.
- Nishimatsu Y (1971). *The Mechanics of Rock Cutting*. Int J Rock Mech Min Sci, 9, 261-270.
- Nishimatsu Y. Theories of rock cutting. In: Hudson J.A., et al., editors. Comprehensive Rock Engineering. vol. 3. Oxford: Pergamon Press;1993. p.647-662.
- Odling N. E. (1994). Natural Fracture Profiles, Fractal Dimension and Joint Roughness Coefficients. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 27, (3), 135-53
- Petrosian A.(1995). Kolmogorov complexity of finite sequences and recognition of different preictal EEG patterns. *Proceedings of the Eighth Annual IEEE Symposium on Computer-*

*Based Medical Systems*, IEEE Computer Society (Washington DC, USA, 9-10 June 1995) pp 212-17

Pickover C. A. and Khorasani A.(1986). Fractal characterization of speech waveform graphs. *Computers & Graphics*, **10**, (1),51-61

Rosenblum M. G., Pikovsky A. S. and Kurths J.(1996). Phase synchronization of chaotic oscillators. *Physical Review Letters*,**76**,1804-7

Rosenblum M. G., Pikovsky A. S. and Kurths J.(1997). From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Physical Review Letters*, **78**,4193-6

Rosenblum M. G., Pikovsky A., Kurths J., Schäfer C. and Tass P.(2001). *Phase synchronization: from theory to data analysis*. Handbook of biological physics, Ed. Moss F. and Gielen S., **4**, 279-321 (Elsevier Science)

Sevcik C.(1998). A procedure to estimate the fractal dimension of waveforms. *Complexity International*, **5** Available from:

<http://journalci.csse.monash.edu.au/ci/vol05/sevcik/sevcik.html>

Stam C.(2005). Nonlinear dynamical analysis of EEG and MEG: review of an emerging field. *Clinical Neurophysiology*, **116**,2266-301

Turcotte D.L. (1997). *Fractals and chaos in geology and geophysics*, 2nd edition. Cambridge University Press

Uthayakumar R. and Paramanathan P.(2007). Fractal dimension of irregular digitalized curves by divider method. *Applied Mathematics and Computation*,**189**,68-71

Vlasblom WJ (2007). *Cutting of Rock*. <http://www.dredging.org/documents/ceda/downloads/vlasblom-cutting-of-rock-may-2007.pdf>, accessed 16 Oct 2013.

Voss R. F.(1988).*Fractals in nature: from characterization to simulation The Science of Fractal Images*, pp 21-70, Springer-Verlag, New York

Xie H. and Gao F. (2000). The mechanics of cracks and a statistical strength theory for rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*,**37**,477-88

Zhang, G., Karakus, M., Tang, H., Ge, Y. and Zhang, L. (2014). A new method estimating the 2D Joint Roughness Coefficient for discontinuity surfaces in rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **72**, 191-98



## Ιστοσελίδες

[1] <https://www.kistler.com/?type=669&fid=65&model=download&callee=frontend>

Kistler / Cutting Force Measurement Precise Measuring Systems for Machining

Kistler Group Eulachstrasse 22 8408 Winterthur Switzerland Tel. +41 52 224 11 11  
www.kistler.com

[2] <http://www.learnengineering.org/2013/01/cutting-force-analysis-merchant-circle.html>

[3] <http://www.math.utah.edu/~alfeld/math/mandelbrot/mandelbrot.html>