

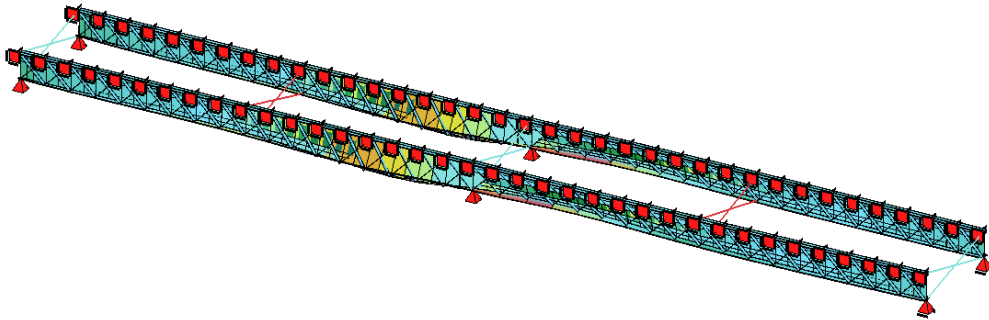


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Εφαρμογή εναλλακτικών μεθόδων στον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στέλλα Χ. Λουβερδή Φοιτή

Επιβλέπων: Ιωάννης Βάγιας

Αθήνα, Νοέμβριος 2016

ΕΜΚ ΔΕ 2016/29

Λουβερδή Φοιτή Σ. Χ. (2016).
Εφαρμογή εναλλακτικών μεθόδων στον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2016/29
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Louverdi- Foiti S. C. (2016).
Implementation of alternative methods on Lateral Torsional buckling of bridges.
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2016/29
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη	3
Abstract	4
Ευχαριστίες	5
1 Εισαγωγή	6
1.1 Γενικά	6
1.2 Έκταση και περιγραφή της εργασίας	6
2 Ευστάθεια μελών	8
2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού	8
2.2 Λυγισμός ράβδων κατά Euler	8
2.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός	9
2.3.1 Στρεπτοκαμπτικός (ή πλευρικός) λυγισμός – Μέλη υπό κάμψη M_y	10
2.4 Μέθοδοι για τον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών	15
2.4.1 Γενική μέθοδος	18
2.4.2 Απλοποιημένη μέθοδος	19
3 Το μοντέλο δικτύωματος για την προσομοίωση ολόσωμης δοκού	22
4 Σύγκριση μοντέλων	24
4.1 Στοιχεία ολόσωμης δοκού:	24
4.2 Τα στοιχεία του δικτυωτού μοντέλου	25
4.2.1 Έλεγχος βελών:	26
4.3 Υπολογισμός της κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:	27
4.3.1 Υπολογισμός M_{cr} με την αναλυτική μέθοδο	27
4.3.2 Υπολογισμός M_{cr} με χρήση προγράμματος LTBeam	30
4.3.3 Υπολογισμός M_{cr} με χρήση προγράμματος Sofistik	30
4.3.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων	38
4.4 Συμπεράσματα	41
5 Εφαρμογή και σύγκριση μεθόδων σε αμφιέρειστη δοκό	42
5.1 Απλοποιημένη μέθοδος	42
5.2 Γενική μέθοδος	45
5.3 Σύγκριση μεθόδων	47
6 Εφαρμογή και σύγκριση μεθόδων σε γέφυρα δύο ανοιγμάτων	48
6.1 Στοιχεία διατομής και εντατικά μεγέθη των ολόσωμων δοκών της γέφυρας	48
6.2 Έλεγχος σε φάση κατασκευής	50
6.2.1 Απλοποιημένη μέθοδος	50
6.2.2 Γενική Μέθοδος	56
6.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων	62
6.2.4 Αλλαγές στα προσομοιώματα και υπολογισμός εκ' νέου με τη γενική μέθοδο	63
6.3 Φάση λειτουργίας	71
6.3.1 Απλοποιημένη μέθοδος	71
6.3.2 Γενική μέθοδος	76
6.3.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων	81
7 Έλεγχος αποτελεσμάτων με εφαρμογή σε περισσότερα αριθμητικά παραδείγματα	84
7.1 Στοιχεία Δοκών και εντατικά μεγέθη:	84
7.2 Φάση κατασκευής	86

7.2.1	Απλοποιημένη μέθοδος.....	86
7.2.2	Γενική μέθοδος.....	90
7.3	Φάση λειτουργίας.....	91
7.3.1	Απλοποιημένη μέθοδος.....	91
7.3.2	Γενική μέθοδος.....	92
7.4	Σύγκριση μεθόδων.....	93
7.4.1	Φάση κατασκευής.....	93
7.4.2	Φάση λειτουργίας.....	98
8	Συμπεράσματα.....	100
9	Βιβλιογραφία.....	102

Εφαρμογή εναλλακτικών μεθόδων στον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών

Λουβερδή Φοιτή Σ. Χ. (Επιβλέπων: Βάγιας Ι.)

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία επιδιώκει την διερεύνηση και εφαρμογή εναλλακτικών μεθόδων στον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών. Συγκεκριμένα εξετάζει σε σχέση με τις κλασικές μεθόδους ελέγχου του Ευρωκώδικα, την εναλλακτική της προσομοίωσης ολόσωμης δοκού με δικτύωμα το οποίο κατασκευάστηκε σε λογισμικό Sofistik.

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού για την περίπτωση του θλιβόμενου πέλματος μια δικτυωτής ή ολόσωμης γέφυρας, μελετήθηκε από πολλούς ερευνητές οι οποίοι κατέληξαν σε διάφορες προσεγγιστικές μεθόδους για τον υπολογισμό του και ο αντίστοιχος έλεγχος ευστάθειας έχει αποδειχθεί αναγκαίος για τις γέφυρες.

Για τον έλεγχο του μοντέλου της δικτυωτής προσομοίωσης εξετάστηκαν αμφιέριστες δοκοί με πλευρικές δεσμεύσεις καταπονούμενες από κατακόρυφα φορτία και συγκρίθηκαν με τον αναλυτικό υπολογισμό της κρίσιμης ροπής.

Στη συνέχεια έγινε σύγκριση της απλοποιημένης μεθόδου του Ευρωκώδικα, για την ολόσωμη δοκό, με τη γενική μέθοδο για την οποία λαμβάνονται αποτελέσματα από την ανάλυση του Sofistik για το δικτυωτό προσομοίωμα. Η σύγκριση αυτή των μεθόδων εφαρμόστηκε στην αμφιέριστη δοκό, σε παραδείγματα γεφυρών δύο και τριών ανοιγμάτων, σε φάση κατασκευής και σε φάση λειτουργίας, με διαφορετικές κάθε φορά εξασφαλίσεις των θλιβόμενων πελμάτων.

Από την εφαρμογή και τον έλεγχο αυτών των προσομοιωμάτων συμπεραίνουμε την αξιοπιστία του δικτυωτού μοντέλου και των αποτελεσμάτων των απλοποιημένων-προσεγγιστικών μεθόδων. Επιπλέον οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα της σημαντικότητας της επιλογής του κατάλληλου μήκους λυγισμού και κατάλληλων συνδέσμων δυσκαμψίας για την εξασφάλιση των θλιβόμενων πελμάτων.

Implementation of alternative methods on Lateral Torsional buckling of bridges.

Louwerdi- Foiti S. C. (supervised by Vayas I.)

Abstract

The purpose of the following dissertation thesis is to analyse and implement alternative methods on Lateral Torsional buckling of bridges. More specifically, the alternative option of simulating a beam into a steel truss model, which was created in Sofistik Software, is examined in relation to the conventional testing methods of the Eurocodes.

A lot of researchers have studied the problem of defining the critical buckling load of a composite bridge. Furthermore, they have acknowledged various approaching methods for the definition of the critical load of the distressed cord section and thus, the corresponding stability testing has been proven to be essential.

In order to test the model of the steel truss bridge, the study examines simply supported beams with lateral bracing which are stressed by vertical shear and consequently it compares them to the analytical calculation of the critical elastic moment.

Moreover, there is a comparison of the simplified method of the Eurocodes, to the general method, where the results from the Sofistik software on the steel truss simulation were used. This comparison was applied to simply supported beams and to two or three-span bridges during the construction, as well as, the function phase. In each case different rigid lateral supports were tested.

Finally, through the implementation and the testing of all those simulations we realize the reliability of both, the steel truss model and the results of the simplified approaching methods. Therefore, we assume the importance of choosing the appropriate critical length, as well as, the appropriate stiffness of lateral supports in order to assure the distressed cords.

Ευχαριστίες

Με την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας ολοκληρώνεται ο κύκλος σπουδών μου στη σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και επί την ευκαιρία θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή μου Δρ. Ιωάννη Βάγια που μου ανέθεσε αυτή την εργασία και αφιέρωσε τον προσωπικό του χρόνο στην καθοδήγηση μου καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Επίσης ευχαριστώ θερμά τους φίλους μου και συμφοιτητές μου για την βοήθεια τους και την στήριξή τους στην διάρκεια εκπόνησης αυτής της εργασίας αλλά και σε όλη την έως τώρα ακαδημαϊκή μου πορεία.

Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου και τα αδέρφια μου, που με στηρίζουν σε κάθε μου προσπάθεια.

Λουβερδή-Φοιτή Στέλλα
Νοέμβριος 2016

1 Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού για την περίπτωση του άνω θλιβόμενου πέλματος μια δικτυωτής ή ολόσωμης γέφυρας, μελετήθηκε από πολλούς ερευνητές του και ο αντίστοιχος έλεγχος ευστάθειας έχει αποδειχθεί αναγκαίος αλλά και πολλές φορές κρίσιμος για τις γέφυρες.

Στη παρούσα εργασία επιδιώχθηκε η αναπαράσταση μιας ολόσωμης δοκού με δικτύωμα το οποίο κατασκευάστηκε σε λογισμικό Sofistik προκειμένου να αντιλαμβάνεται το συγκεκριμένο πρόγραμμα, αλλά και οποιοδήποτε άλλο αντίστοιχό του, την δοκό ως ξεχωριστό άνω, κάτω πέλμα και κορμό με αποτέλεσμα να διεξάγουμε αναλύσεις και να λαμβάνουμε αποτελέσματα για το στρεπτοκαμπτικό λυγισμό του θλιβόμενου πέλματος.

Βασικοί στόχοι του μοντέλου είναι ο προσδιορισμός του με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι απλό και σαφές για τον μηχανικό να το κατασκευάσει και να το εμπιστευτεί για να διευκολυνθεί στον σχεδιασμό και έλεγχο της γέφυρας σε κάθε της φάση.

1.2 Έκταση και περιγραφή της εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά των μεθόδων και ελέγχου έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού μελών σύμφωνα με τις αρχές του Ευρωκώδικα 3. Περιγράφονται οι αναλυτικοί μέθοδοι για τον υπολογισμό της κρίσιμης ροπής έναντι πλευρικού λυγισμού από ένταση M_y , ο λυγισμός μελών κατά Euler και οι μέθοδοι ελέγχου γεφυρών σε φάση κατασκευής και λειτουργίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται ο τρόπος κατασκευής του δικτυωτού μοντέλου .

Στη συνέχεια στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο εφαρμόζεται η μέθοδος σε μία αμφιέριστη δοκό για να εξακριβώσουμε την αξιοπιστία του μοντέλου δικτύωματος και να συγκρίνουμε σε αυτή την απλοποιημένη με τη γενική μέθοδο.

Στο έκτο κεφάλαιο δίνεται αναλυτικά η σύγκριση απλοποιημένης και γενικής μεθόδου σε γέφυρα δύο ανοιγμάτων, αρχικά σε φάση κατασκευής και έπειτα σε φάση λειτουργίας. Σε κάθε φάση δοκιμάστηκαν διαφορετικές περιπτώσεις πλευρικής εξασφάλισης των θλιβόμενων πελμάτων και τελικά συγκρίθηκαν μέσω διαγραμμάτων τα αποτελέσματα των μεθόδων αυτών.

Τέλος στο έβδομο κεφάλαιο δίνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των παραπάνω σε άλλες δύο γέφυρες των δύο ανοιγμάτων αλλά και σε μία τριών ανοιγμάτων. Τα παραπάνω αποτελέσματα συγκρίνονται συνολικά και εξάγουμε συμπεράσματα για τις δύο μεθόδους.

2 Ευστάθεια μελών

2.1 Το φαινόμενο του λυγισμού

Κατά τον σχεδιασμό των κατασκευών καθοριστικό ρόλο παίζει η εξέταση του παραμορφωμένου φορέα προκειμένου να ικανοποιείται η ασφάλεια του φορέα έναντι αστοχίας και η αποφυγή υπερβολικών παραμορφώσεων και ταλαντώσεων.

Εξετάζοντας το παραμορφωμένο σύστημα παρατηρούμε ότι δημιουργούνται δυνάμεις εκτροπής ή επαναφοράς δηλαδή δυνάμεις οι οποίες δρουν είτε κατά την φορά των παραμορφώσεων συμβάλλοντας στην αύξησή τους είτε κατά την αντίθετη φορά συμβάλλοντας στην μείωσή τους. Στο σχεδιασμό των κατασκευών σε πολλές περιπτώσεις η αντοχή της διατομής καθορίζει και την αντοχή ολόκληρου του μέλους. Σε άλλες περιπτώσεις όμως διαπιστώνεται ότι υπάρχει μια στάθμη φόρτισης κατά την οποία το μέλος χάνει την ευστάθειά του. Η απώλεια ευστάθειας είναι ένας γενικός όρος που αφορά την απώλεια ισορροπίας λόγω εμφάνισης κατά την παραμόρφωση δυνάμεων εκτροπής. Αυτό σημαίνει ότι το μέλος ή ο φορέας μετά από τυχαία παραμόρφωση, δεν επανέρχονται από μόνα τους στην αρχική θέση ισορροπίας. Στη στάθμη δηλαδή, αυτής της εξωτερικής φόρτισης, το μέλος αποκτά τη δυνατότητα να ισορροπήσει πέραν της αρχικής σε μια γειτονική θέση ισορροπίας και εκφράζεται η εξάντληση της αντοχής του μέλους (γενικά σε χαμηλότερη στάθμη από αυτή της φόρτισης για την οποία εξαντλείται η αντοχή της διατομής).

Το πρόβλημα αυτών των φαινομένων αστάθειας χαρακτηρίζεται από τον γενικό όρο λυγισμός και παρουσιάζεται σε περιπτώσεις θλιβόμενων μελών των οποίων η συμπεριφορά επηρεάζεται σημαντικά.

Σύμφωνα με τις περιπτώσεις φόρτισης οι διατομές υπόκεινται σε παραμορφώσεις, ανάλογα με το είδος των οποίων διακρίνονται και τα διάφορα είδη λυγισμού.

2.2 Λυγισμός ράβδων κατά Euler

Η εξέταση του προβλήματος λυγισμού ράβδων κατά Euler γίνεται λαμβανομένων υπόψιν των εξής παραδοχών:

- απόλυτα κεντρικής θλίψης
- απόλυτα ευθείας ράβδου και
- απεριόριστης ισχύος του νόμου του Hooke (ελαστική συμπεριφορά)

Η επίλυση του προβλήματος μπορεί να γίνει με τη στατική ή την ενεργειακή μέθοδο. Στην στατική μέθοδο εξετάζεται η ισορροπία ενός διαφορικού στοιχείου ενώ στην ενεργειακή το δυναμικό του συστήματος. Και στις δύο περιπτώσεις εξετάζεται το σύστημα στην παραμορφωμένη κατάσταση, πράγμα που διαφοροποιεί την θεωρία λυγισμού από τη θεωρία 1^{ης} τάξης.

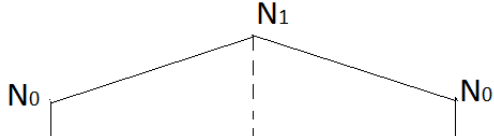
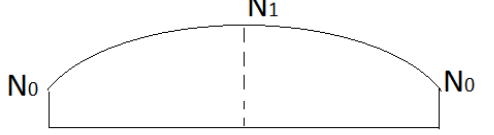
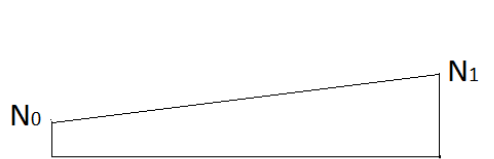
Σύμφωνα με τη στατική μέθοδο η εξέταση της ισορροπίας ενός διαφορικού στοιχείου στην παραμορφωμένη κατάσταση οδηγεί σε μια διαφορετική εξίσωση.

Το μικρότερο κρίσιμο φορτίο ισχύει για την πρώτη κανονική μορφή, $n=1$, και είναι ίσο με:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}, \quad (2.1)$$

Το φορτίο ονομάζεται φορτίο Euler, το κρίσιμο αυτό φορτίο δίνεται για διάφορες συνθήκες στήριξης αλλά διαφοροποιείται και για ράβδους με μεταβλητή δύναμη κατά μήκος μέλους σταθερής διατομής ως συνάρτηση του μήκους λυγισμού L_{cr} το οποίο συνδέεται με το πραγματικό μήκος της ράβδου με τον συντελεστή $\beta=lcr/l$. Οι συντελεστές για την μεταβολή της αξονικής δύναμης δίνονται στον Πίνακα 2.1.

Πίνακας 2.1: Συντελεστές μήκους λυγισμού για μεταβλητή αξονική δύναμη

Φόρτιση	άρθρωση-άρθρωση	πάκτωση-πάκτωση
	$\sqrt{\frac{1+2,18 \cdot n}{3,18}}$	$\sqrt{\frac{1+0,93 \cdot n}{7,72}}$
	$\sqrt{\frac{1+1,09 \cdot n}{2,09}}$	$\sqrt{\frac{1+0,35 \cdot n}{5,40}}$
	$\sqrt{\frac{1+0,88 \cdot n}{1,88}}$	$\sqrt{\frac{1+0,93 \cdot n}{7,72}}$
	άρθρωση-πάκτωση	πάκτωση-άρθρωση
	$\sqrt{\frac{1+0,51 \cdot n}{3,09}}$	$\sqrt{\frac{1+1,65 \cdot n}{5,42}}$
$-0,2 \leq n = \frac{N_0}{N_1} \leq 1$, (αν N_0 εφελκυστική, λαμβάνει πρόσημο -)		

2.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

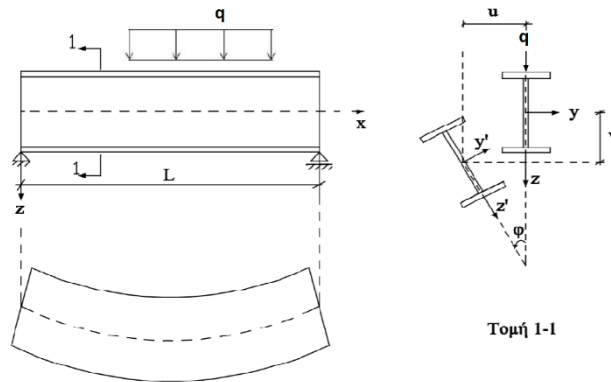
Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός είναι η μορφή αστάθειας ενός θλιβόμενου και/ή καμπτόμενου μέλους, κατά την οποία οι διατομές υπόκεινται, μετά το λυγισμό, σε στροφή περί το κέντρο διάτμησης και σε ταυτόχρονη μετατόπιση σε σχέση με τον αρχικός ευθύγραμμο διαμήκη άξονα του μέλους, ο οποίος παύει πλέον να είναι ευθύγραμμος μετά την παραμόρφωση. Ο κίνδυνος αστοχίας λόγω στρεπτοκαμπτικού λυγισμού είναι μεγάλος κυρίως για ανοιχτές διατομές και περιορισμένος για κλειστές λόγω της μεγάλης δυστρεψίας που διαθέτουν. Ανάλογα με τα επιβαλλόμενα επί του μέλους φορτία διακρίνονται και κατηγορίες λυγισμού.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία τα μέλη τέθηκαν υπό κατακόρυφα φορτία και οι διατομές υπό κάμψη περί τον ισχυρό άξονα, συνεπώς ελέγχονται σε στρεπτοκαμπτικό – πλευρικό λυγισμό (Lateral torsional buckling).

2.3.1 Στρεπτοκαμπτικός (ή πλευρικός) λυγισμός – Μέλη υπό κάμψη My

2.3.1.1 Ελεύθερες – μη πλευρικά προστατευμένες δοκοί

Όταν μία δοκός μη προστατευμένη έναντι πλευρικής εκτροπής υποβάλλεται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της διατομής της ένα από τα πέλματά της θλίβεται και καθίσταται επομένως επιρρεπές σε λυγισμό. Ο λυγισμός του θλιβόμενου πέλματος στο επίπεδο του κορμού παρεμποδίζεται λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας του κορμού στο επίπεδό του, ενώ το άλλο ήμισυ της διατομής είναι, ως εφελκόμενο στοιχείο ευσταθές. Ως συνέπεια ο λυγισμός του θλιβόμενου πέλματος εκδηλώνεται εκτός του επιπέδου του κορμού (δηλαδή περί τον ισχυρό άξονα του θλιβόμενου πέλματος), με ταυτόχρονη στροφή των κύριων αξόνων της διατομής σε σχέση με την αρχική τους θέση. Η παραμόρφωση που προκύπτει είναι επομένως ένας συνδυασμός στρέψης και πλευρικής κάμψης. Σε μια τέλεια δοκό, που φορτίζεται κατά την ισχυρή διεύθυνση κάμψης, ο πλευρικός λυγισμός λαμβάνει χώρα για μία κρίσιμη τιμή της μέγιστης ροπής κάμψης.



Σχήμα 1.2.1: Πλευρικός λυγισμός αμφιέρειστης δοκού λόγω κατακόρυφου φορτίου

Ο έλεγχος γίνεται με βάση τη σχέση:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0, \quad (2.2)$$

M_{Ed} η ροπή κάμψης σχεδιασμού (περί τον ισχυρό άξονα)

$M_{b,Rd}$ η ροπή αντοχής έναντι πλευρικού λυγισμού.

Η ροπή αντοχής σε πλευρικό λυγισμό δίνεται από την σχέση:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (2.3)$$

όπου η ροπή αντίστασης της διατομής W_y λαμβάνεται ως εξής:

$W_y = W_{pl,y}$ για διατομές κατηγορίας 1 ή 2

$W_y = W_{el,y}$ για διατομές κατηγορίας 3

$W_y = W_{eff,y}$ για διατομές κατηγορίας 4

Η τιμή του μειωτικού συντελεστή χ_{LT} καθορίζεται από τις σχέσεις:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}, \quad (2.4)$$

όπου,

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right], \quad (2.5)$$

α_{LT} : συντελεστής ατελειών

Πίνακας 2.2: Συντελεστές ατελειών για καμπύλες πλευρικού λυγισμού για χρήση της εξίσωσης (2.7)

Καμπύλη λυγισμού	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Η κατάλληλη καμπύλη λυγισμού που πρέπει να χρησιμοποιείται, δίνεται από Πίνακας 2.3

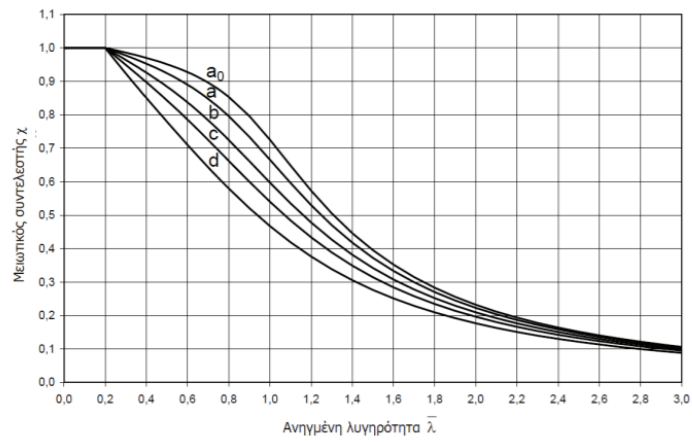
Πίνακας 2.3: Καμπύλες πλευρικού λυγισμού για εύρεση μειωτικού χ_{LT}

Διατομή	Όρια	Καμπύλη λυγισμού
Ελατή διατομές I	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Συγκολλητές διατομές I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Άλλες διατομές	-	d

η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού $\bar{\lambda}_{LT}$ είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}, \quad (2.6)$$

Καμπύλες λυγισμού (EN 1993-1-1 Σχ. 6.4):



Σχήμα 2.2: Καμπύλες λυγισμού

Πίνακας 2.4: Επιλογή καμπύλης λυγισμού διατομών

Διατομή	Όρια	Λυγισμός περί τον άξονα	Καμπύλη λυγισμού	
			S235 S275 S355 S420	S460
 Ελατές διατομές	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$ y - y z - z	a	a ₀
		$t_f > 40 \text{ mm}$ z - z	b	a
		$t_f \leq 100 \text{ mm}$ y - y z - z	c	a
		$t_f > 100 \text{ mm}$ y - y z - z	d	c
 Συγκολλητές I-διατομές	$t_f \leq 40 \text{ mm}$ $t_f > 40 \text{ mm}$	y - y z - z	b c	b c
		y - y z - z	c d	c d
 Καίλες Διατομές	Εν θερμώ έλαση	Κάθε	a	a ₀
	Ψυχρή έλαση	Κάθε	c	c
 Συγκολλητές κιβωτιοειδείς διατομές	Γενικά (εκτός των κατωτέρω)	Κάθε	b	b
	Μεγάλα πάχη ραφής: $a > 0,5 \cdot t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	Κάθε	c	c
 U-, T- και συμπαγείς διατομές		Κάθε	c	c
 L-διατομές		Κάθε	b	b

και M_{cr} η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού, υπολογιζόμενη με βάση τις ιδιότητες της πλήρους διατομής και λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες φόρτισης, την πραγματική κατανομή της ροπής και τις πλευρικές δεσμεύσεις.

Στη περίπτωση δοκού σταθερής διατομής, με συνήθεις στρεπτικές συνθήκες στήριξης στα άκρα της, συμμετρική ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας και υποκείμενης σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας, η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού, όπως προβλέπεται στο τον EC3 δίνεται από το γενικό τύπο:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}, \quad (2.7)$$

όπου:

C_1, C_2 και C_3	συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης δίνονται από τον Πίνακα 2.5, Πίνακα 2.6
I_t	η σταθερά στρέψης
I_w	η σταθερά στρέβλωσης
I_z	η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα
L	το μήκος της δοκού μεταξύ σημείων πλευρικά εξασφαλισμένων
k και k_w	συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του εξεταζόμενου πλευρικά
$z_g = z_a - z_s$	η απόσταση του κέντρου διάτμησης από το σημείο εφαρμογής του φορτίου
z_a	η τεταγμένη του σημείου εφαρμογής του φορτίου ως προς τον κεντροβαρικό άξονα y-y
z_s	η τεταγμένη του κέντρου διάτμησης ως προς τον κεντροβαρικό άξονα y-y

$$z_j = z_s - \left[0,5 \int z (y^2 + z^2) dA \right] / I_y$$

Οι τεταγμένες z_a και z_s μετρούνται με αφετηρία το κέντρο βάρους της διατομής και είναι προσημασμένες με θετική φορά προς το θλιβόμενο πέλμα της διατομής.

Για διατομές διπλής συμμετρίας $z_j = 0$.

Πίνακας 2.5: Συντελεστές C₁, C₂ σε περίπτωση φόρτισης με ακραίες ροπές

Συνθήκες φόρτισης και στήριξης	Διάγραμμα ροπών κάμψης	Συντελεστής k	Συντελεστής		
			C ₁	C ₂	C ₃
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,267 0,715	2,640 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890

Πίνακας 2.6: Συντελεστές C₁, C₂ σε περίπτωση εγκάρσιων φορτίων

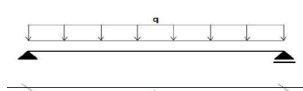
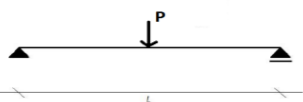
Συνθήκες φόρτισης και στήριξης	Διάγραμμα ροπών κάμψης	Συντελεστής k	Συντελεστής		
			C ₁	C ₂	C ₃
	$\psi = + 1$ 	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,144
	$\psi = + 3/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305	-	0,998 1,565 2,283
	$\psi = + 1/2$ 	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514	-	0,992 1,556 2,271
	$\psi = + 1/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,788	-	0,977 1,531 2,235
	$\psi = 0$ 	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	-	0,939 1,473 2,150
	$\psi = - 1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,957
	$\psi = - 1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546
	$\psi = - 3/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	-	0,366 0,575 0,837
	$\psi = - 1$ 	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	-	0,000 0,000 0,000

2.3.1.2 Οι δοκοί με σημειακές πλευρικές στηρίξεις

Στη πράξη οι δοκοί στηρίζονται πλευρικά σε ορισμένες θέσεις. Τα ζυγώματα ζευγών στηρίζονται πλευρικά στη θέση των τεγίδων, ενώ τα υποστυλώματα στη θέση των μηκίδων. Οι περιπτώσεις αυτές αντιμετωπίζονται με επιλογή κατάλληλης συνάρτησης σχήματος ώστε στη θέση των πλευρικών στηρίξεων να είναι $\theta = 0$.

Ο έλεγχος που ακολουθεί τα ίδια ακριβώς βήματα και με τις ελεύθερες δοκούς και δίνεται πίνακας για τους συντελεστές C_1 , C_2 της εξίσωσης (2.7).

Πίνακας 2.7: τιμές σταθερών C_1 , C_2 για αμφίεριστες δοκούς με πλευρικές στηρίξεις

Φόρτιση και συνθήκες στήριξης	Θέσεις ενδιάμεσων στηρίξεων	k	C_1	C_2
	0	1	1,132	0,459
	1	0,5	1,350	0,0343
	2	1/3	1,365	0
	0	1	1,365	0,553
	1	0,5	1,88	0
	2	1/3	1,68	0

2.4 Μέθοδοι για τον έλεγχο στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γεφυρών

Η απαίτηση ελέγχου έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού στις γέφυρες υφίσταται τόσο στη φάση κατασκευής όσο και στη φάση λειτουργίας. Έτσι έχουμε τις εξής απαιτήσεις ελέγχου στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

Κατά τη **φάση κατασκευής** για τις σιδηροδοκούς I διατομής και το άνω και το κάτω πέλμα είναι ευαίσθητα σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό όταν είναι θλιβόμενα μέλη, δηλαδή το άνω πέλμα στα ανοίγματα και το κάτω πέλμα στις ενδιάμεσες στηρίξεις εφόσον η γέφυρα είναι δυο ή περισσότερων ανοιγμάτων. Ενώ για διατομές μορφής κιβωτίου είναι μόνο το θλιβόμενο άνω πέλμα ευαίσθητο.

Κατά τη **φάση λειτουργίας** η πλάκα καταστρώματος παρεμποδίζει την πλευρική εκτροπή του άνω πέλματος και το πρόβλημα του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού εντοπίζεται όνο στο κάτω πέλμα όταν αυτό είναι θλιβόμενο στις περιοχές αρνητικών ροπών στηρίξεων συνεχών δοκών και για διατομές I. Σε αυτή τη φάση στις κιβωτοειδής διατομές δεν υφίσταται θέμα στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

Ο έλεγχος έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού γίνεται με τη *γενική μέθοδο*, όπου εξετάζεται ολόκληρη η διατομή της δοκού, είτε με μια *απλοποιημένη μέθοδο* όπου εξετάζεται η πλευρική ευστάθεια του θλιβόμενου πέλματος ως υποστύλωμα υπό αξονική θλιπτική δύναμη.

- **Πλευρικές δεσμεύσεις στη φάση κατασκευής**

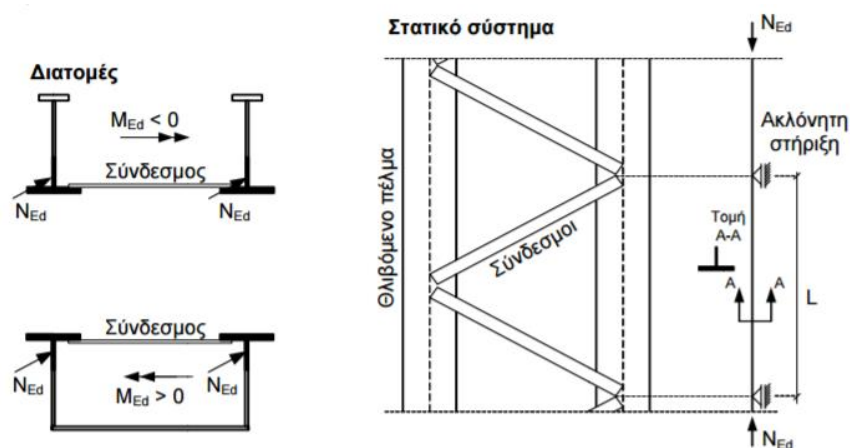
Σε δικτυωτές ή ολόσωμες γέφυρες κάτω διάβασης, όταν τα θλιβόμενα άνω πέλματα δεν διαθέτουν άνω αντιανέμιο σύνδεσμο, εξασφαλίζονται έναντι πλευρικής εκτροπής (κάθετα προς το επίπεδο των κύριων δοκών) μέσω των εγκάρσιων συνδέσμων. Οι εγκάρσιοι σύνδεσμοι είναι άνω ανοιχτά ημιπλαίσια, συντιθέμενα από τη διαδοκίδα και τους αντίστοιχους προς αυτήν ορθοστάτες (για δικτυωτές κύριες δοκούς), ή τα γωνιακά

ακαμψίας (για ολόσωμες δοκούς). Οι σύνδεσμοι αυτοί, τοποθετημένοι ανά ίσες αποστάσεις κατά μήκος της γέφυρας (στις θέσεις των διαδοκίδων), εξασφαλίζουν λόγω της ακαμψίας τους μια πλευρική ελαστική υποστήριξη στα άνω πέλματα των κύριων δοκών, μειώνοντας έτσι τις ανεπιθύμητες πλευρικές εκτροπές. Για να θεωρηθεί επαρκής η ασφάλεια του άνω θλιβόμενου πέλματος έναντι του κινδύνου λυγισμού, πρέπει η ακαμψία των ημιπλαίσιων να είναι μεγαλύτερη από κάποιο ελάχιστο όριο. Τα ημιπλαίσια αυτά κατασκευάζονται ίδια, εκτός από τα ακραία, τα οποία συνήθως κατασκευάζονται ισχυρότερα, ώστε να μπορούν να θεωρηθούν τελείως άκαμπτα.

Συγκεκριμένα παρουσιάζονται σε κατηγορίες οι συνηθέστεροι τρόποι για να προσφέρουμε πλευρικές δεσμεύσεις στην κατασκευή μας:

1) Ακλόνητη στήριξη

Αυτή επιτυγχάνεται με πλευρική στήριξη του θλιβόμενου πέλματος, όπως προσφέρεται από οριζόντιους συνδέσμους ή διαδοκίδες. Οι στηρίξεις αυτές μειώνουν το μήκος λυγισμού L . Έτσι αυξάνεται η ροπή M_{cr} ή το φορτίο Euler N_{cr} (ανάλογα με την χρησιμοποιούμενη μέθοδο ελέγχου) με συνέπεια τη μείωση των αντίστοιχων ανηγμένων λυγηροτήτων και την αύξηση της αντοχής έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Ακλόνητες πλευρικές στηρίξεις άνω πέλματος

2) Ελαστική στήριξη

Τέτοιου είδους στήριξη προσφέρουν τα ημιπλαίσια U :

- a) Με κορμούς συντιθέμενους από εγκάρσιες ενισχύσεις των κορμών της σιδηροδρομικού (+ ένα συνεργαζόμενο πλάτος του τοιχώματος του κορμού) και
- b) Πέλματα αποτελούμενα από:
 - i) Τις διαδοκίδες του εφελκόμενου κάτω πέλματος, στην περίπτωση κιβωτίων
 - ii) Τον οριζόντιο σύνδεσμο στη στάθμη του εφελκόμενου πέλματος, στην περίπτωση σιδηροδοκών I
 - iii) Κάποια ενδιάμεση πλευρική στήριξη των κορμών μέσω διαδοκίδων διατομής συνήθως U . Η ανωτέρω διάταξη είναι κατάλληλη για σχετικά χαμηλές δοκούς

(ύψος μέχρι 1200 mm). Η θέση της διαδοκίδας επηρεάζει τη στήριξη του άνω ή του κάτω πέλματος. Είναι προφανές ότι όσο πιο ψηλά τοποθετηθεί η διαδοκίδα, τόσο πιο πολύ στηρίζει το θλιβόμενο άνω πέλμα και τόσο λιγότερο το θλιβόμενο κάτω πέλμα.

Για να αναπτυχθεί η πλαισιακή λειτουργία, πρέπει η σύνδεση μεταξύ κορμού και πέλματος να μορφώνεται ως άκαμπτη σύνδεση ροπής. Τα ημιπλαίσια δεσμεύουν τη στροφή και προσομοιώνονται:

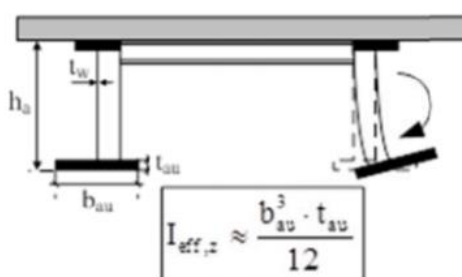
- a) ως στροφικά ελατήρια c_θ των δοκών I, αν ο έλεγχος γίνεται με τη γενική μέθοδο ή
- b) ως πλευρικά ελατήρια k επί του θλιβόμενου πέλματος, αν ο έλεγχος γίνεται με την απλοποιημένη μέθοδο

Στις θέσεις εγκάρσιων συνδέσμων, διαφραγμάτων ή διαδοκίδων στο θλιβόμενο πέλμα η στήριξη θεωρείται **ακλόνητη**.

Αντί των μεμονωμένων ελατηρίων η ελαστική στήριξη μπορεί να θεωρηθεί ως ομοιόμορφα κατανεμημένη κατά μήκος της δοκού. Η σταθερά ελατηρίου δίνεται τότε από τη σχέση $c = k/L$, $k =$ σταθερά μεμονωμένου ελατηρίου και $L =$ απόσταση ημιπλαisiών.

- **Πλευρικές δεσμεύσεις στη φάση λειτουργίας**

Όπως αναφέρθηκε στη φάση λειτουργίας η πλάκα καταστρώματος παρέχει **πλήρη πλευρική στήριξη στο άνω πέλμα**. Έτσι, αν το άνω πέλμα βρίσκεται υπό θλίψη (περιοχές θετικών ροπών) δεν υπάρχει κίνδυνος στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Αν το κάτω πέλμα βρίσκεται υπό θλίψη (περιοχές αρνητικών ροπών), είναι εμφανές ότι η πλάκα στηρίζει το εφελκυσμένο πέλμα. Στην περίπτωση αυτή και σύμφωνα με τα ανωτέρω λεχθέντα η πλάκα δημιουργεί ένα ημιπλαίσιο Π και δεσμεύει την πλευρική μετάθεση του θλιβόμενου κάτω πέλματος, (Σχήμα 2.4) και ανάλογα με τον τρόπο επίλυσης η δέσμευση προσομοιώνεται ως στροφικό ή πλευρικό ελατήριο.



Σχήμα 2.4: Ημιπλαίσιο Π

2.4.1 Γενική μέθοδος

Η γενική μέθοδος εφαρμόζεται σε:

1. Μέλη μεμονωμένα, σύνθετης διατομής ή μη, σταθερής διατομής ή μη, με σύνθετες συνθήκες στήριξης ή μη, ή
2. Επίπεδα πλαίσια ή τμήματα πλαισίων που αποτελούνται από μέλη ως ανωτέρω.

Τα μέλη, μεμονωμένα ή ενταγμένα σε πλαίσια, υπόκεινται σε θλίψη και/ή μονοαξονική κάμψη εντός επιπέδου, αλλά δεν περιέχουν πλαστικές αρθρώσεις.

Η αντοχή σε λυγισμό εκτός επιπέδου για κάθε μέλος ή το συνολικό φορέα που είναι σύμφωνο με τα παραπάνω, μπορεί να ελεγχθεί μέσω της σχέσης:

$$\frac{\chi_{op} \alpha_{ult,k}}{\gamma_{MI}} \geq 1,0, \quad (2.8)$$

όπου,

$\alpha_{ult,k}$ ο ελάχιστος μεγεθυντικός συντελεστής των φορτίων σχεδιασμού, ώστε να επιτευχθεί η χαρακτηριστική αντοχή της πλέον κρίσιμης διατομής του δομικού στοιχείου, θεωρώντας την εντός επιπέδου συμπεριφορά του, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο πλευρικός ή στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, λαμβάνοντας όμως όλες τις εντός επιπέδου γεωμετρικής παραμόρφωσης και των ατελειών, καθολικών και τοπικών, όπου απαιτείται.

χ_{op} ο μειωτικός συντελεστής για την ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{op}$, που λαμβάνει υπόψη τον πλευρικό και το στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Η ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{op}$ για το μέλος ή το συνολικό φορέα προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}}, \quad (2.9)$$

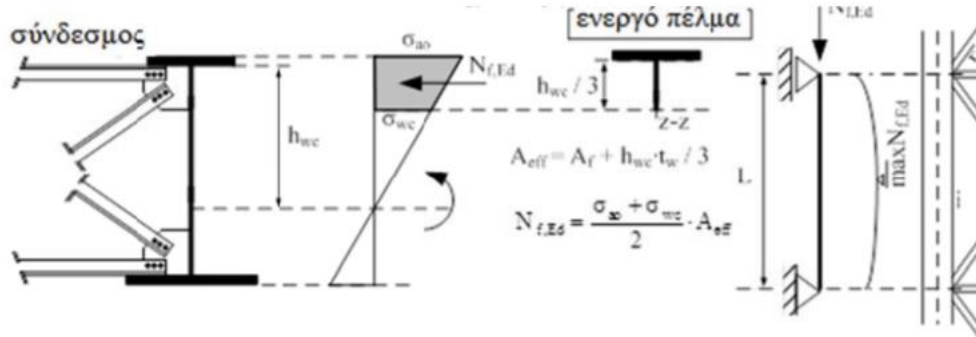
όπου,

$\alpha_{cr,op}$ ο ελάχιστος μεγεθυντικός εντός του επιπέδου φορτίων σχεδιασμού που αντιστοιχεί στην επίτευξη της πρώτης εκτός του επιπέδου ιδιομορφής λυγισμού, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο εντός επιπέδου καμπτικός λυγισμός. Για τον καθορισμό των $\alpha_{cr,op}$ και $\alpha_{ult,k}$ μπορεί να χρησιμοποιείται ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, για παράδειγμα στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων μέσω των υπολογισμών του προγράμματος Sofistik.

Ο μειωτικός συντελεστής χ_{op} μπορεί να προσδιορίζεται ως η ελάχιστη τιμή από το χ για καμπτικό λυγισμό (Σχήμα 2.2) και χ_{LT} για πλευρικό λυγισμό (βλέπε εξίσωση (2.4)). Το καθένα υπολογισμένο από την ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{op}$.

2.4.2 Απλοποιημένη μέθοδος

2.4.2.1 Η απλοποιημένη μέθοδος σε περίπτωση δοκών πλευρικές δεσμεύσεις στη φάση κατασκευής



Σχήμα 2.5: Έλεγχος έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού με την απλοποιημένη μέθοδο

Τα θλιβόμενα πέλματα προσομοιάζονται με υποστυλώματα τα οποία υπόκεινται σε θλιπτική δύναμη N_{cr} και στηρίζονται πλευρικά μέσω συνεχών ή διακεκριμένων (σημειακών) στηρίξεων.

Το σύστημα που εξετάζεται αποτελείται από το θλιβόμενο πέλμα + το 1/3 του της θλιβόμενης επιφάνειας του κορμού.

Η εξίσωση ελέγχου είναι:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0, \quad (2.10)$$

όπου,

N_{Ed} είναι η μέγιστη δρώσα θλιπτική δύναμη που ασκείται στο πέλμα

$N_{b,Rd}$ η αντοχή της διατομής του θλιβόμενου πέλματος

$$N_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (2.11)$$

όπου,

χ_{LT} είναι ο μειωτικός συντελεστής πλευρικού λυγισμού και προκύπτει από την ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT}$.

Ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT}$ δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}, \quad (2.12)$$

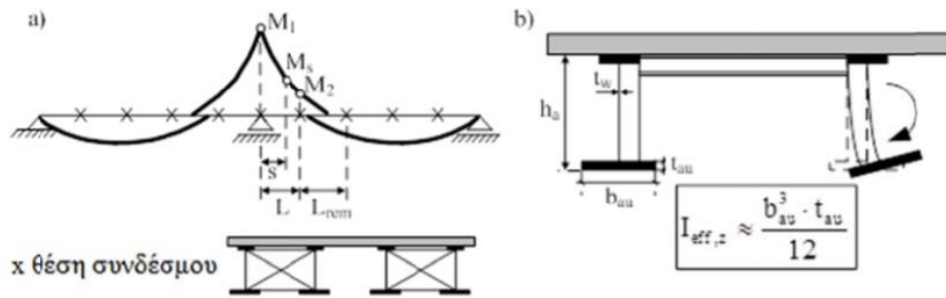
όπου,

$$A = A_f + 1/3 \cdot A_{wc}, \quad (2.13)$$

A_f είναι το εμβαδόν του θλιβόμενου πέλατος
 A_w είναι το εμβαδόν του θλιβόμενου τμήματος του κορμού
 N_{cr} το κρίσιμο φορτίο λυγισμού:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{eff,z}}{L^2}, \quad (2.14)$$

2.4.2.2 Απλοποιημένη μέθοδος για συνεχείς δοκούς υπό αρνητική ροπή



Σχήμα 2.6: Όψη και τομή γέφυρας συνεχών δοκών

$$N_{cr} = m \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{eff,z}}{L^2}, \quad (2.15)$$

Όπου,

$$m = \min(m_1, m_2), \quad (2.16)$$

$$m_1 = 1 + 0,44 \cdot (1 + \mu) \cdot \Phi^{1,5} + \frac{(3 + 2 \cdot \Phi) \cdot \gamma}{350 - 50 \cdot \mu}, \quad (2.17)$$

$$m_2 = 1 + 0,44 \cdot (1 + \mu) \cdot \Phi^{1,5} + [0,195 + \Phi \cdot (0,05 + 0,01 \cdot \mu)] \cdot \sqrt{\gamma}, \quad (2.18)$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{for } V_1 > V_2, \quad (2.19)$$

$$\Phi = \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right)}{1 + \mu} \quad \text{for } M_1 > M_2 > 0, \quad (2.20)$$

$$\gamma = \frac{c \cdot L^4}{E_a \cdot I_{eff,z}}, \quad (2.21)$$

Όπου,

$$c = \frac{3 \cdot E_a \cdot I}{h_a^3}, \quad (2.22)$$

Ο κανονισμός απαιτεί έλεγχο σε απόσταση $s = 0,20 \cdot L / \sqrt{m}$ από το στήριγμα. Η ροπή στη θέση αυτή είναι:

$$M_s = M_1 - \frac{s}{L} \cdot (M_1 - M_2), \quad (2.23)$$

Ενώ η ανηγμένη λυγηρότητα μπορεί να λαμβάνεται από τη σχέση:

$$\bar{\lambda}_s = \bar{\lambda}_{LT} \cdot \sqrt{\frac{M_1}{M_s}}, \quad (2.24)$$

Ο μειωτικός συντελεστής $\chi_{LT,s}$ αναφέρεται στο $\bar{\lambda}_s$. Η σχέση ελέγχου γράφεται:

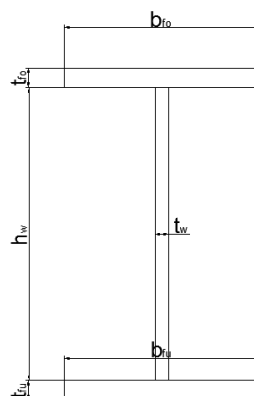
$$M_s \leq \chi_{LT,s} \cdot M_{Rd}, \quad (2.25)$$

3 Το μοντέλο δικτυώματος για την προσομοίωση ολόσωμης δοκού

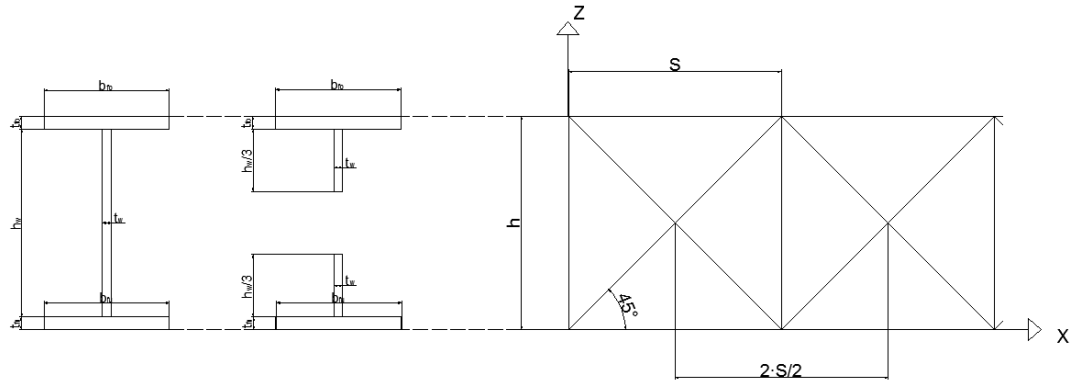
Παρουσιάζεται το μοντέλο ενός δικτυώματος για την αναπαράσταση της ολόσωμης δοκού. Το προσομοίωμα αυτό χρησιμοποιήθηκε και εξετάστηκε στο πρόγραμμα Sofistik ώστε να αντιλαμβάνεται το συγκεκριμένο πρόγραμμα, αλλά και οποιοδήποτε άλλο αντίστοιχό του, την δοκό ως ξεχωριστό άνω, κάτω πέλμα και κορμό με αποτέλεσμα να διεξάγουμε αναλύσεις και να λαμβάνουμε αποτελέσματα για το στρεπτοκαμπτικό λυγισμό του θλιβόμενου πέλματος.

Η κατασκευή του δικτυώματος γίνεται σύμφωνα με τις παρακάτω παραδοχές και κανόνες:

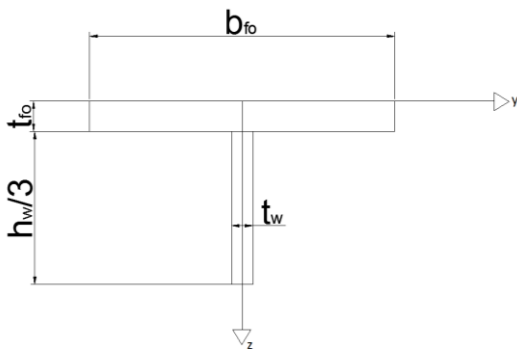
- Έστω μια ολόσωμη συγκολλητή δοκός όπως στο Σχήμα 3.1, τότε κατασκευάζεται το δικτύωμα με ύψος όσο το συνολικό ύψος της δοκού και κεκλιμένα στοιχεία σε 45° (Σχήμα 3.2).
- Οι διατομές του δικτυώματος έχουν την εξής μορφή:
 - Το άνω πέλμα του δικτυώματος αποτελείται από το άνω πέλμα και το $1/3$ του κορμού (Σχήμα 3.3).
 - Το κάτω πέλμα του δικτυώματος αποτελείται αντίστοιχα από το κάτω πέλμα και το $1/3$ του κορμού (Σχήμα 3.4).
 - Οι ορθοστάτες έχουν διατομή με ύψος (πάχος) ίσο με το t_w της ολόσωμης και πλάτος ίσο με $2 \cdot S/2$ έτσι ώστε να καλύπτει την απόσταση μεταξύ των ορθοστατών (Σχήμα 3.5). Συνεπώς ο πρώτος και ο τελευταίος ορθοστάτης έχουν πλάτος $S/2$ και τοποθετούνται κατάλληλα στους άξονες ώστε να μην προεξέχουν από το μοντέλο.
 - Τα κεκλιμένα στοιχεία έχουν διατομή με ύψος ίσο με t_w της ολόσωμης και πλάτος ίσο με το $1/3$ του ύψους του κορμού, δηλαδή ίσο με $1/3 \cdot h_w$ (Σχήμα 3.6).
- Οι διατομές του άνω πέλματος, κάτω πέλματος και οι ορθοστάτες ορίζονται ως *excentric beam elements*, ενώ τα κεκλιμένα μέλη ως *truss elements* τα οποία στο πρόγραμμα τέμνονται αλλά χωρίς να σχηματίζουν μεταξύ τους σύνδεση ροπής.



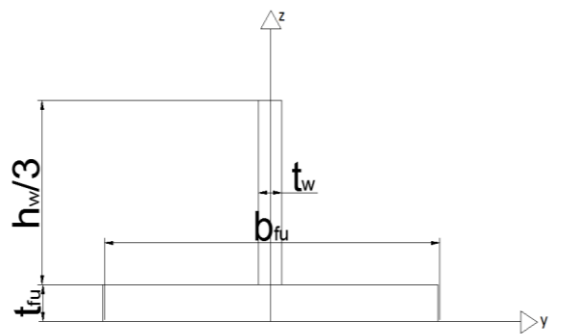
Σχήμα 3.1: Ολόσωμη συγκολλητή δοκός



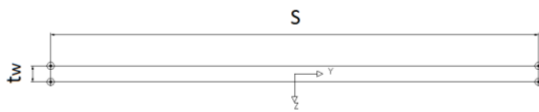
Σχήμα 3.2: Στοιχεία δικτυωτού μοντέλου



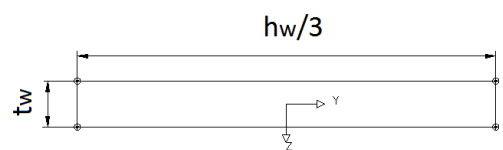
Σχήμα 3.3: Στοιχεία διατομής άνω πέλματος δικτυώματος



Σχήμα 3.4: Στοιχεία διατομής άνω πέλματος δικτυώματος



Σχήμα 3.5: Στοιχεία διατομής ορθοστατών

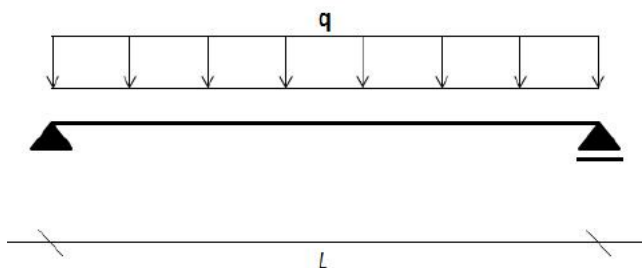


Σχήμα 3.6: Στοιχεία διατομής κεκλιμένων μελών

4 Σύγκριση μοντέλων

Συγκρίνουμε τα μοντέλα ολόσωμης με δικτυωτής δοκού με ή χωρίς πλευρικές στηρίξεις. Το στατικό μοντέλο αποτελείται από μια αμφιέρειστη δοκό φορτισμένη με ένα δοκιμαστικό καταναμημένο φορτίο. Η δοκός εξετάζεται υπό στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό λόγω ροπών κάμψης M_y , αφού οι παραμορφώσεις του μέλους δεν αποτελούνται μόνο από βυθίσεις αλλά και από πλευρικές μετατοπίσεις v και στροφές θ περί το κέντρο διάτμησης.

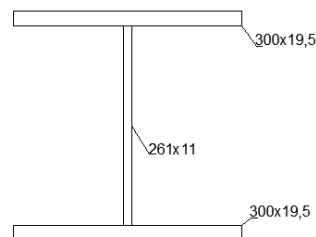
Εξετάζεται το αριθμητικό παράδειγμα με μήκος $L = 14,4m$, διατομή χάλυβα S355 που καταπονείται αποκλειστικά από ομοιόμορφα καταναμημένο φορτίο $q_z = 10kN/m$, ενώ το ίδιο βάρος αγνοείται.



4.1 Στοιχεία ολόσωμης δοκού:

Πίνακας 4.1: Στοιχεία ολόσωμης διατομής

	b (mm)	h (mm)	A_a (cm ²)
Άνω πέλμα	300	195	58,5
Κορμός	11	261	28,71
Κάτω πέλμα	300	195	58,5



Αδρανειακά στοιχεία διατομής:

$$A_a = 145,71 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 15 \text{ cm}$$

$$I_y = \left[\frac{30 \cdot 1,95^3}{12} + 58,5 \cdot (15 - 1,95/2)^2 \right] \cdot 2 + \left[\frac{1,1 \cdot 26,1^3}{12} + 28,71 \cdot (15 - 1,95 - 26,1/2)^2 \right] = 24680,842 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{1,95 \cdot 30^3}{12} \cdot 2 + \frac{28,71 \cdot 1,1^3}{12} = 8777,895 \text{ cm}^4$$

Κατάταξη διατομής:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,81, \quad (4.1)$$

- Κατηγορία Πελμάτων:

$$c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{300 - 11}{2} = 144,5, \quad (4.2)$$

$$\frac{c}{t_f} = \frac{144,5}{19,5} = 7,41 < 10\varepsilon, \quad (4.3)$$

Άρα κατηγορίας 2

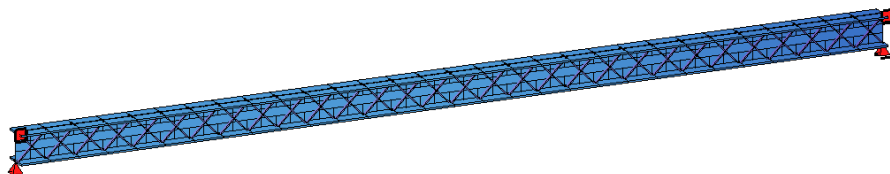
- Κατηγορία κορμού:

$$\frac{d}{t} = \frac{261}{11} = 23,73 < 72\varepsilon, \quad (4.4)$$

Άρα κατηγορίας 1

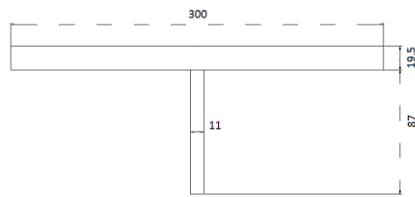
Επομένως η διατομή είναι συνολικά κατηγορίας 2.

4.2 Τα στοιχεία του δικτυωτού μοντέλου

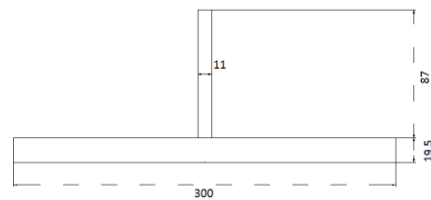


Σχήμα 4.1: Δικτυωτό μοντέλο αμφιέρειστης χωρίς πλευρικές δεσμεύσεις

Στοιχεία διατομών που αποτελούν το αντίστοιχο δικτυωτό μοντέλο:



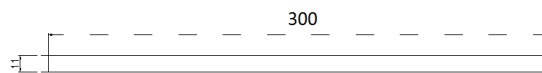
Διατομή Άνω Πέλματος



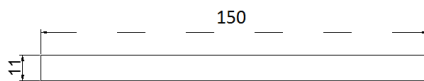
Διατομή Κάτω Πέλματος



Διατομή Κεκλιμένου μέλους



Διατομή Ορθοστατών



Διατομή 1ο κ'τελευταίου Ορθοστάτη

Εξετάστηκε επίσης στο ίδιο μοντέλο- προσομοίωμα η τοποθέτηση των εξής πλευρικών δεσμεύσεων με την μορφή κυλίσεων:

1. Μία άνω και κάτω πλευρική δέσμευση της μετατόπισης κατά y άρα και της στροφής στο μέσο της δοκού.
2. Δύο άνω και κάτω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y άρα και της στροφής στα τρίτα της δοκού.
3. Τρεις άνω και κάτω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y άρα και της στροφής στα τρίτα της δοκού.
4. Μία άνω πλευρική δέσμευση της μετατόπισης κατά y στο μέσο της δοκού.
5. Δύο άνω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y στα τρίτα της δοκού.
6. Τρεις άνω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y στα τέταρτα της δοκού.
7. Μία κάτω πλευρική δέσμευση της μετατόπισης κατά y στο μέσο της δοκού.
8. Δύο κάτω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y στα τρίτα της δοκού.
9. Τρεις κάτω πλευρικές δεσμεύσεις της μετατόπισης κατά y στα τέταρτα της δοκού.

4.2.1 Έλεγχος βελών:

Υπολογίζουμε τα βέλη στο μέσω της αμφιέριστης δοκού ώστε να ελέγξουμε την ορθότητα του μοντέλου που κατασκευάσαμε στο Sofistik.

Αναλυτικός υπολογισμός βέλου κάμψης στο μέσο της δοκού:
$$\delta = \frac{5qL^4}{384EI} = 108,1 \text{ mm}$$

Αποτελέσματα από το δικτύωμα στο Sofistik: 109 mm

4.3 Υπολογισμός της κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

Υπολογίστηκε η κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού με την βοήθεια υπολογιστικού φύλλου Excel για καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις με τους εξής τρόπους:

- Με αναλυτικό υπολογισμό της ολόσωμης δοκού.
- Με χρήση του προγράμματος LTBeam για την ολόσωμη δοκό
- Με υπολογισμό του δικτυωτού μοντέλου με χρήση των αποτελεσμάτων του Sofistik.

4.3.1 Υπολογισμό M_{cr} με την αναλυτική μέθοδο

4.3.1.1 Αμφίερειστη χωρίς πλευρικές στηρίξεις

Εύρεση της κρίσιμης ροπής M_{cr} από την εξίσωση (2.7) λαμβάνοντας τιμές παραμέτρων:

Μήκος λυγισμού: $L = 14,4 \text{ m}$

Συντελεστές: $k_w = k = 1,0$

C_1, C_2 παίρνουν τις τιμές 1,132 και 0,459 αντίστοιχα από τον Πίνακα 2.7

$$\text{Λόγος: } \frac{G}{E} = \frac{1}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{1}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 2,6^{-1}, \quad (4.5)$$

Σταθερά στρέψης:

$$I_t = \sum_i \frac{1}{3} \cdot b_i t_i^3 = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot 30 \cdot 1,95^3 + 26,1 \cdot 1,1^3) = 155 \text{ cm}^4, \quad (4.6)$$

Απόσταση μεταξύ κ.β. πελμάτων:

$$h_s = 26,1 + \frac{(1,95 + 1,95)}{2} = 28,05 \text{ cm}, \quad (4.7)$$

$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}} = 0,5 \text{ αφού τα πέλματα είναι όμοια}$$

Σταθερά στρέβλωσης:

$$I_w = \beta_f \cdot (1 - \beta_f) \cdot I_z \cdot h_s^2 = 0,5 \cdot (1 - 0,5) \cdot 8777,895 \cdot 28,05^2 = 1726617,4 \text{ cm}^6, \quad (4.8)$$

$z_g = 15 \text{ cm}^2$ φορτίο στη στάθμη του άνω πέλματος

$z_j = 0$ για συμμετρική δοκό

Κρίσιμη ροπή για ($z_g = 0$), διατομή με δύο άξονες συμμετρίας:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{(k \cdot L)^2} \cdot \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2 \right]^{0,5} - C_2 \cdot z_g \right\} = \quad (4.9)$$

$$= 1,132 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 8777,895}{(1440)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{1726617,4}{8777,895} + \frac{(1 \cdot 1440)^2 \cdot 155,2}{\pi^2 \cdot 2,6 \cdot 8777,895} + (0,459 \cdot 15)^2 \right]^{0,5} - 0,459 \cdot 15 \right\} \cdot 10^{-2} =$$

$$= 337,837 \text{ kNm}$$

4.3.1.2 Αμφιέρειστη με 1 πλευρική δέσμευση του (άνω) θλιβόμενου πέλματος

Εδώ σύμφωνα με τον κανονισμό (βλέπε κεφάλαιο 2.2.1) η ιδιομορφή που έχει ληφθεί υπόψιν δεσμεύει τη στροφή του κέντρου βάρους:

Συνεπώς για τον υπολογισμό της M_{cr} αλλάζουν οι συντελεστές ως εξής:

C_1, C_2 παίρνουν τις τιμές 1,35 και 0,0343 αντίστοιχα από τον Πίνακα 2.7

$k = 1/2$

Τα υπόλοιπα μεγέθη παραμένουν ίδια και η κρίσιμη ροπή είναι:

$$M_{cr} = 1,35 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 8777,895}{\left(\frac{1}{2} \cdot 1440\right)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{1726617,4}{8777,895} + \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot 1440\right)^2 \cdot 155,2}{\pi^2 \cdot 2,6 \cdot 8777,895} + (0,0343 \cdot 15)^2 \right]^{0,5} - 0,0343 \cdot 15 \right\} \cdot 10^{-2} =$$

$$= 1090,925 \text{ kNm}$$

4.3.1.3 Αμφιέρειστη με 2 πλευρικές δεσμεύσεις του (άνω) θλιβόμενου πέλματος

Η αντίστοιχη ιδιομορφή λαμβάνει υπόψιν της τη δέσμευση της στροφής του κέντρου βάρους της διατομής και οι συντελεστές είναι:

C_1, C_2 παίρνουν τις τιμές 1,65 και 0 αντίστοιχα από τον Πίνακα 2.7

$k = 1/3$

Τα υπόλοιπα μεγέθη παραμένουν ίδια και η κρίσιμη ροπή είναι:

$$M_{cr} = 1,365 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 8777,895}{\left(\frac{1}{3} \cdot 1440\right)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{1726617,4}{8777,895} + \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot 1440\right)^2 \cdot 155,2}{\pi^2 \cdot 2,6 \cdot 8777,895} \right]^{0,5} \right\} \cdot 10^{-2} =$$

$$= 2032,116 \text{ kNm}$$

4.3.1.4 Αμφιέρειστη με 3 πλευρικές δεσμεύσεις του (άνω) θλιβόμενου πέλματος

Η αντίστοιχη ιδιομορφή λαμβάνει και πάλι υπόψιν της τη δέσμευση της στροφής του κέντρου βάρους της διατομής και οι συντελεστές είναι:

C_1, C_2 παίρνουν τις τιμές 1,65 και 0 αντίστοιχα από τον Πίνακα 2.7

$k = 1/4$

Τα υπόλοιπα μεγέθη παραμένουν ίδια και η κρίσιμη ροπή είναι:

$$M_{cr} = 1,365 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 8777,895}{\left(\frac{1}{4} \cdot 1440\right)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{1726617,4}{8777,895} + \frac{\left(\frac{1}{4} \cdot 1440\right)^2 \cdot 155,2}{\pi^2 \cdot 2,6 \cdot 8777,895} \right]^{0,5} \right\} \cdot 10^{-2} =$$

$$= 3240,542 \text{ kNm}$$

4.3.1.5 Αμφιέριστη με πλευρικές δεσμεύσεις του κάτω (εφελκόμενου) πέλματος:

Τώρα η πλευρική δέσμευση δεν πιάνει το θλιβόμενο πέλμα άρα θεωρούμε ότι δεν το εξασφαλίζει πλευρικά οπότε κρατάμε την 1^η ιδιομορφή και η κρίσιμη ροπή θεωρείται όμοια με αυτή χωρίς πλευρικές δεσμεύσεις είτε τοποθετούμε 1, 2 ή 3 δεσμεύσεις του κάτω πέλματος:

$$M_{cr} = 1,132 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 8777,895}{(1440)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{1726617,4}{8777,895} + \frac{(1 \cdot 1440)^2 \cdot 155,2}{\pi^2 \cdot 2,6 \cdot 8777,895} + (0,459 \cdot 15)^2 \right]^{0,5} - 0,459 \cdot 15 \right\} \cdot 10^{-2} =$$

$$= 337,837 \text{ kNm}$$

4.3.1.6 Συγκεντρωτικά με την αναλυτική μέθοδο:

Πίνακας 4.2: Συγκεντρωτικά Κρίσιμες Ροπές με την αναλυτική μέθοδο

Φορέας	k	M _{cr}
Χωρίς πλευρικές δεσμεύσεις	1	337,837
1 πλευρική στο άνω πέλμα - δέσμευση της στροφής (θ)	1/2	1090,925
1 πλευρική δέσμευση του κάτω πέλματος	1	337,837
2 πλευρικές στο άνω πέλμα - δεσμεύσεις της στροφής (θ)	1/3	2032,116
2 πλευρικές δεσμεύσεις του κάτω πέλματος	1	337,837
3 πλευρικές στο άνω πέλμα - δεσμεύσεις της στροφής (θ)	1/4	3240,542
3 πλευρικές δεσμεύσεις του κάτω πέλματος	1	337,837

4.3.2 Υπολογισμός M_{cr} με χρήση προγράμματος LTBeam

Στο πρόγραμμα ορίσαμε η διατομή, το μήκος της αμφιέρειστης και το φορτίο των 10kN/m. Στη συνέχεια επιλέχθηκαν για μία ή δύο πλευρικές δεσμεύσεις (δεν έχει δυνατότητα για περισσότερες) όλες οι εναλλακτικές των διαφορετικών ιδιομορφών.

- Είτε V του πέλματος όπου θέλουμε
- Είτε θ της διατομής
- Είτε V και θ της διατομής

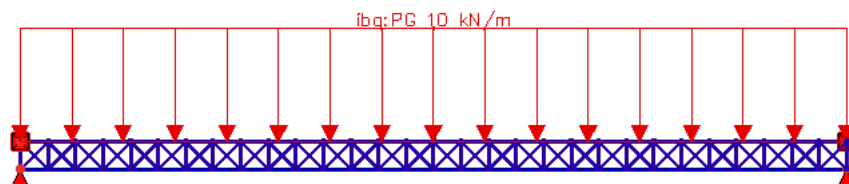
Έτσι προκύπτουν τα αποτελέσματα:

Φορέας	x/s	μ_{cr}	M_{cr}
Χωρίς πλευρικές δεσμεύσεις	1	1,3021	337,504
1 πλευρική δέσμευση της στροφής (θ)	1/2	3,9038	1011,865
1 πλευρική δέσμευση της μετακίνησης(V) του άνω πέλματος	1/2	3,9038	1011,865
1 πλευρική δέσμευση (V) του κάτω πέλματος	1/2	1,6029	415,472
2 πλευρικές δεσμεύσεις της στροφής (θ)	1/3	6,6876	1733,426
2 πλευρικές δεσμεύσεις και της στροφής (θ) και της μετακίνησης (V) του άνω πέλματος	1/3	7,2223	1872,020
2 πλευρικές δεσμεύσεις της μετακίνησης (V) του άνω πέλματος	1/3	6,7041	1737,703
2 πλευρικές δεσμεύσεις (V) του κάτω πέλματος	1/3	1,5866	411,247

4.3.3 Υπολογισμός M_{cr} με χρήση προγράμματος Sofistik

Χρησιμοποιώντας το δικτυωτό προσομοίωμα που περιεγράφηκε παραπάνω έχουμε τις εξής περιπτώσεις και αποτελέσματα:

4.3.3.1 Αμφιέρειστη χωρίς πλευρικές δεσμεύσεις



Σχήμα 4.2: Δικτυωτό προσομοίωμα αμφιέρειστης δοκού χωρίς πλευρικές στηρίξεις

Η τέμνουσα προκύπτει από το πρόγραμμα και είναι η αναμενόμενη: $q/2 = 72 \text{ kN}$
 Και συνεπώς η ροπή αμφίρειστης είναι: $M = Vl/4 = 259,2 \text{ kNm}$

Στη συνέχεια εκτελώντας το task Buckling Eigenvalues Analysis προκύπτουν τα a_{cr} (Buckling fact) για τις αντίστοιχες ιδιομορφές. Επιλέγοντας την 1^η ιδιομορφή έχουμε:



Σχήμα 4.3: Φορέας χωρίς δεσμεύσεις υπό την 1η ιδιομορφή

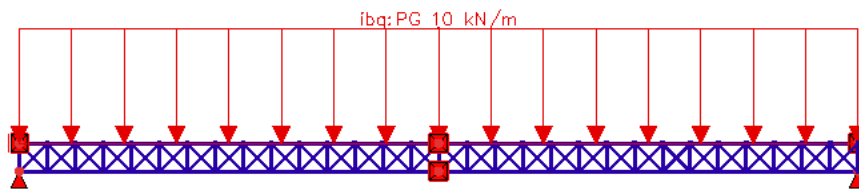
Έτσι υπολογίζεται η αντίστοιχη ελαστική κρίσιμη ροπή M_{cr} ως εξής:

$$M_{cr} = a_{cr} \cdot M_{Ed}, \quad (4.10)$$

$$M_{cr} = 1,35 \cdot 259,2 = 349,92 \text{ kNm}$$

4.3.3.2 Αμφίρειστη με 1 πλευρική δέσμευση της στροφής (θ) και της μετακίνησης (V) του πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4 στο μέσο της δοκού μία κύλιση στο κάτω και μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y και στα δύο πέλματα ώστε να έχουμε στροφή (θ) του κ.β. της διατομής ίση με το μηδέν.



Σχήμα 4.4: Δικτυωτό προσομοίωμα με 1 δέσμευση θ και V στο $\ell/2$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

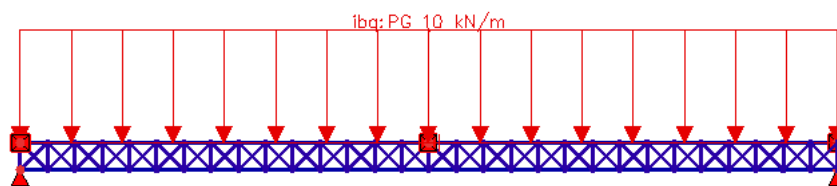


Σχήμα 4.5: Φορέας με δέσμευση στροφής στο $l/2$ υπό την 1η ιδιομορφή

Και αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 3,65 \cdot 259,2 = 946,08 \text{ kNm}$

4.3.3.3 Αμφιέρειστη με 1 πλευρική δέσμευση της μετακίνησης (V) του άνω θλιβόμενου πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα $l/2$ της δοκού μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.6: Δικτυωτό προσομοίωμα με 1 άνω δέσμευση V_y στο $l/2$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

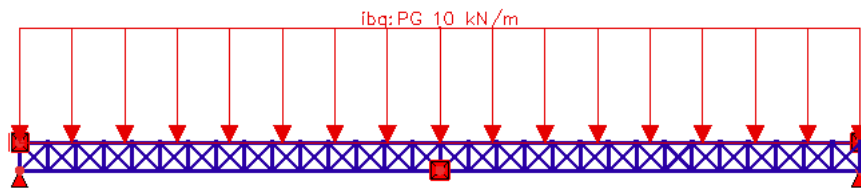


Σχήμα 4.7: Φορέας με δέσμευση V άνω πέλματος στο $l/2$ υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 3,65 \cdot 259,2 = 946,08 \text{ kNm}$

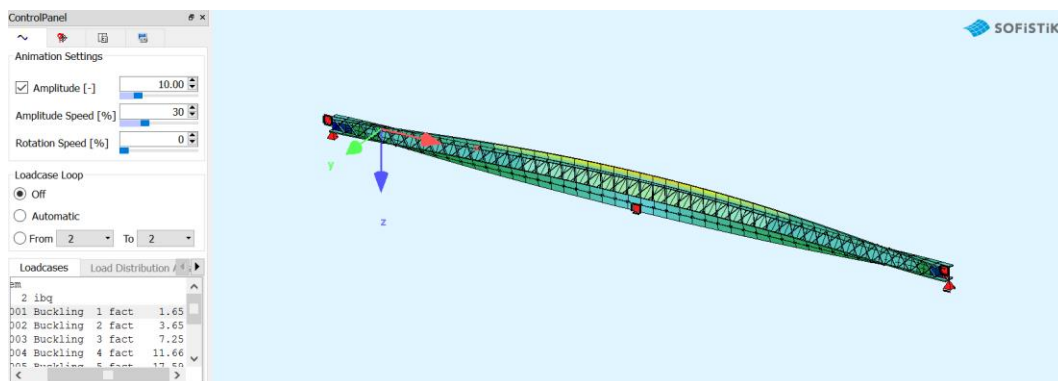
4.3.3.4 Αμφίρριστη με 1 πλευρική δέσμευση της μετακίνησης (V) του κάτω πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/2 της δοκού μία κύλιση στο κάτω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.8: Δικτυωτό προσομοίωμα με 1 κάτω δέσμευση V_y στο $\ell/2$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

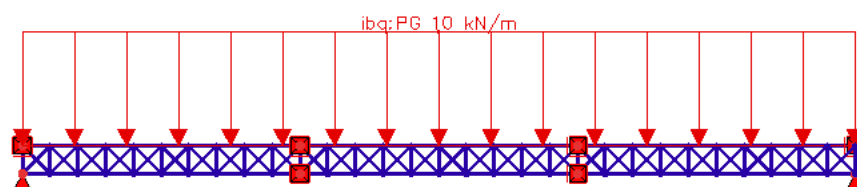


Σχήμα 4.9: Φορέας με δέσμευση V κάτω πέλματος στα 1/2 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 1,65 \cdot 259,2 = 427,68 \text{ kNm}$

4.3.3.5 Αμφίρριστη με 2 πλευρικές δεσμεύσεις της στροφής (θ) και της μετακίνησης (V) του πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.10 στα τρίτα της δοκού μία κύλιση στο κάτω και μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y και στα δύο πέλματα ώστε να έχουμε στροφή (θ) του κ.β. της διατομής ίση με το μηδέν.



Σχήμα 4.10: Δικτυωτό προσομοίωμα με 2 δεσμεύσεις θ και V στο $\ell/3$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

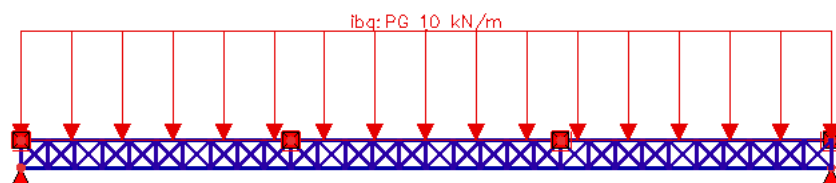


Σχήμα 4.11: Φορέας με δέσμευση στροφής στα 1/3 υπό την 1η ιδιομορφή

Και αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 6,59 \cdot 259,2 = 1708,128 \text{ kNm}$

4.3.3.6 Αμφιέρειστη με 2 πλευρικές δεσμεύσεις της μετακίνησης (V) του άνω θλιβόμενου πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/3 της δοκού μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.12: Δικτυωτό προσομοίωμα με 2 άνω δεσμεύσεις V_y στο $\ell/3$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

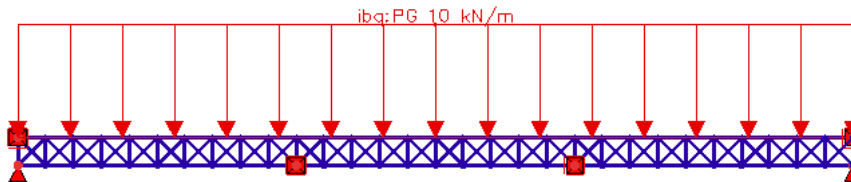


Σχήμα 4.13: Φορέας με δεσμεύσεις V άνω πέλματος στα 1/3 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 6,34 \cdot 259,2 = 1643,328 \text{ kNm}$

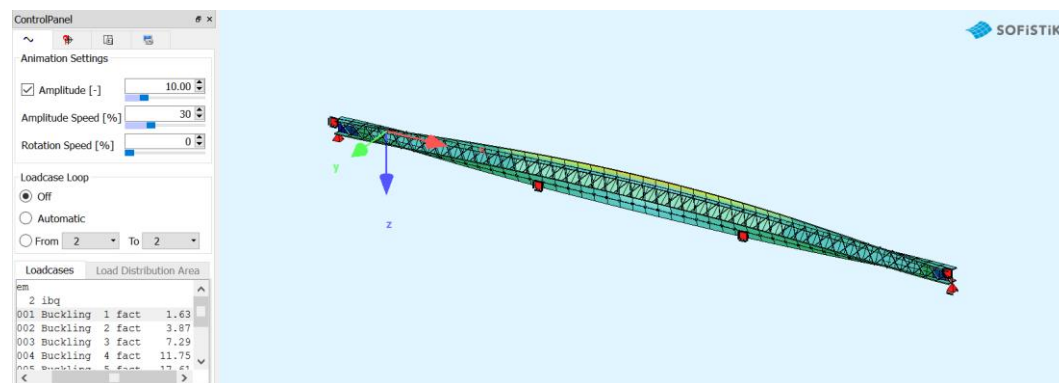
4.3.3.7 Αμφίεριστη με 2 πλευρικές δεσμεύσεις της μετακίνησης (V) του κάτω πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/3 της δοκού μία κύλιση στο κάτω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.14: Δικτυωτό προσομοίωμα με 2 κάτω δεσμεύσεις Vy στο $\ell/3$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

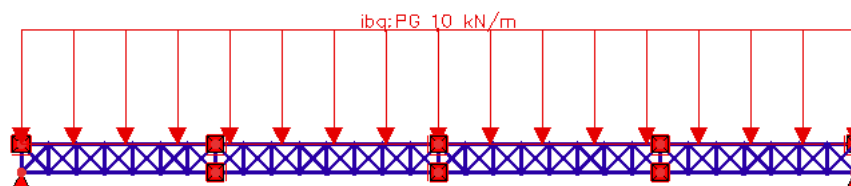


Σχήμα 4.15: Φορέας με δεσμεύσεις V κάτω πέλματος στα 1/3 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 1,63 \cdot 259,2 = 422,496 \text{ kNm}$

4.3.3.8 Αμφίεριστη με 3 πλευρικές δεσμεύσεις της στροφής (θ) και της μετακίνησης (V) του πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/4 της δοκού μία κύλιση στο κάτω και μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y και στα δύο πέλματα ώστε να έχουμε στροφή (θ) του κ.β. της διατομής ίση με το μηδέν.



Σχήμα 4.16: Δικτυωτό προσομοίωμα με 3 δεσμεύσεις θ και V στο $\ell/3$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

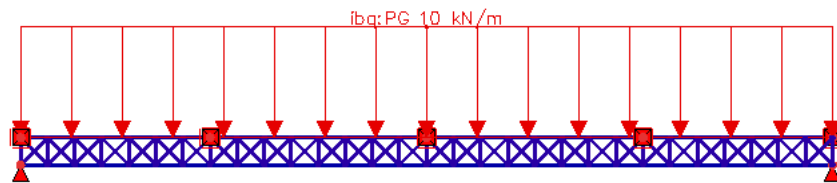


Σχήμα 4.17: Φορέας με δέσμευση στροφής 1/4 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 10,24 \cdot 259,2 = 2654,208 \text{ kNm}$

4.3.3.9 Αμφιέρειστη με 3 πλευρικές δεσμεύσεις της μετακίνησης (V) του άνω θλιβόμενου πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/4 της δοκού μία κύλιση στο άνω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.18: Δικτυωτό προσομοίωμα με 3 άνω δεσμεύσεις Vy στο $\ell/4$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:

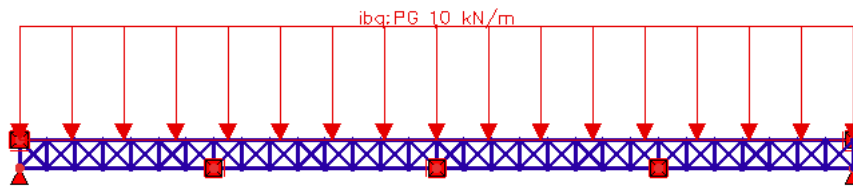


Σχήμα 4.19: Φορέας με δεσμεύσεις V άνω πέλματος στα 1/4 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 10,15 \cdot 259,2 = 2630,88 \text{ kNm}$

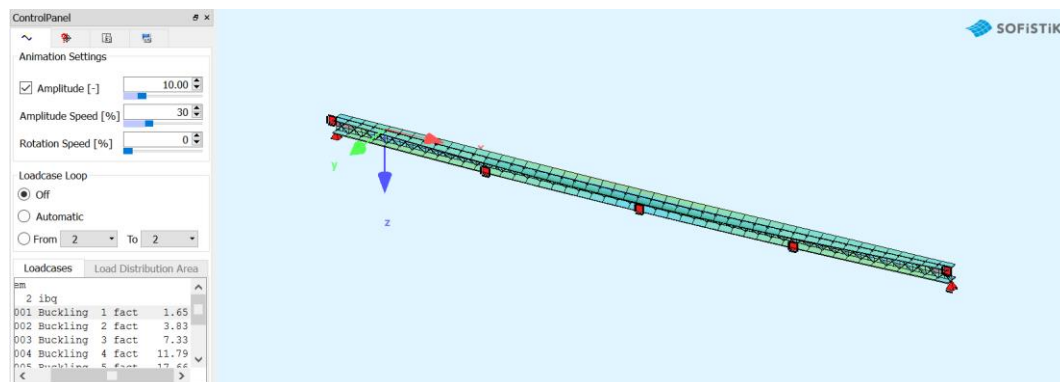
4.3.3.10 Αμφίεριστη με 3 πλευρικές δεσμεύσεις της μετακίνησης (V) του κάτω πέλματος

Τοποθετείται όπως φαίνεται στο στα 1/4 της δοκού μία κύλιση στο κάτω πέλμα δεσμεύοντας την μετατόπιση (V) κατά τον άξονα y.



Σχήμα 4.20: Δικτυωτό προσομοίωμα με 3 κάτω δεσμεύσεις Vy στο $\ell/4$

Τα αποτελέσματα από το Buckling Analysis είναι:



Σχήμα 4.21: Φορέας με δεσμεύσεις V κάτω πέλματος στα 1/4 υπό την 1η ιδιομορφή

Αντίστοιχα έχουμε: $M_{cr} = 1,65 \cdot 259,2 = 427,68 \text{ kNm}$

4.3.3.11 Συγκεντρωτικά με το δικτυωτό μοντέλο και χρήση του προγράμματος Sofistik

Πίνακας 4.3: Συγκεντρωτικά Κρίσιμες Ροπές με από το Sofistik

Φορέας	α_{cr}	M_{cr}
Χωρίς δεσμεύσεις	1,35	349,920
1 δέσμευση της στροφής (θ)	3,65	946,080
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	3,65	946,080
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	1,65	427,680
2 δεσμεύσεις της στροφής (θ)	6,59	1708,128
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	6,34	1643,328
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	1,63	422,496
3 δεσμεύσεις της στροφής (θ)	10,24	2654,208
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	10,15	2630,880
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	1,65	427,680

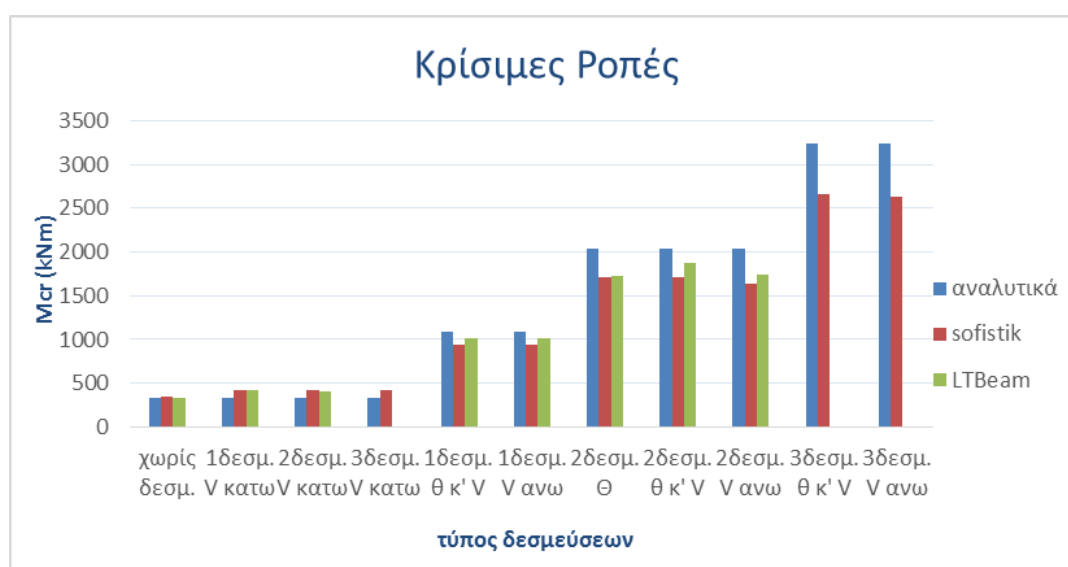
4.3.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Φορέας	Αναλυτική μέθοδος/ LTBeam	Αναλυτική μέθοδος/ Sofistik	Sofistik/ LTBeam
Χωρίς δεσμεύσεις	0,965	1,001	1,037
1 δέσμευση της στροφής (θ)	1,153	1,078	0,935
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	1,153	1,078	0,935
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	0,790	0,813	1,029
2 δεσμεύσεις της στροφής (θ)	1,190	1,172	0,985
2 δεσμεύσεις της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	1,190	1,086	0,912
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	1,237	1,169	0,946

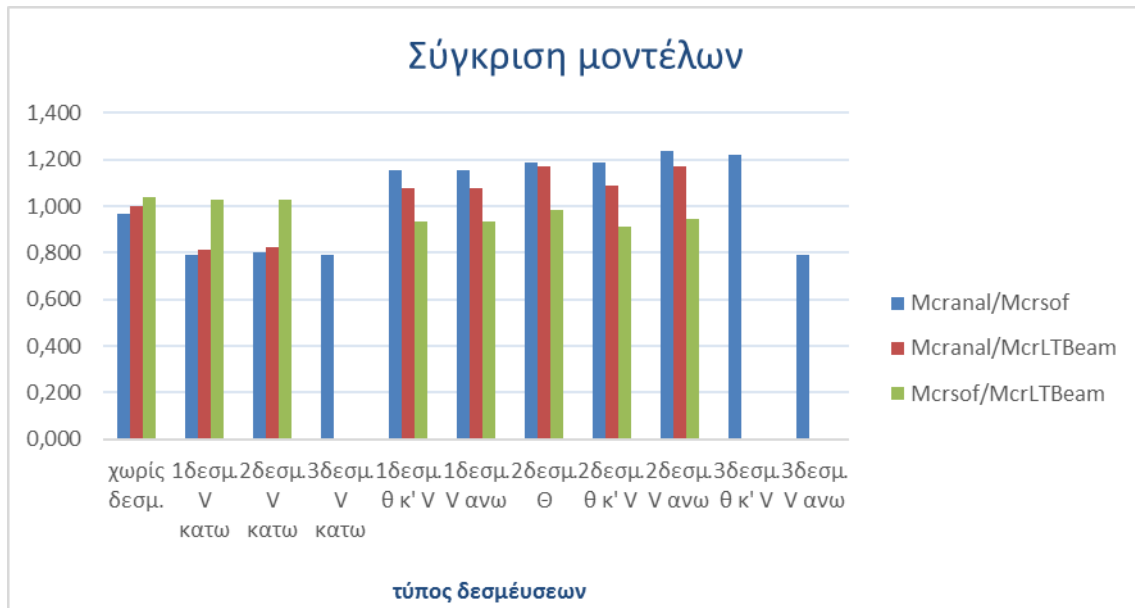
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	0,800	0,821	1,027
3 δεσμεύσεις της στροφής (θ)	1,221		
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	1,232		
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	0,790		

Παρουσιάζονται και σε διαγράμματα οι κρίσιμες ελαστικές ροπές σε σχέση με τον αριθμό των πλευρικών δεσμεύσεων αλλά και το είδος αυτών για κάθε έναν από τους παραπάνω τρόπους υπολογισμού (Σχήμα 4.22), όπως επίσης και οι λόγοι αυτών (Σχήμα 4.23).

Σημειώνεται ότι παρότι όπως αναφέρθηκε η αναλυτική μέθοδος δεν λαμβάνει υπόψιν διαφορετικού τύπου πλευρικές (μόνο μηδενική στροφή του κ.β) χρησιμοποιήθηκε για σύγκριση με όλους τους τύπους δεσμεύσεων.



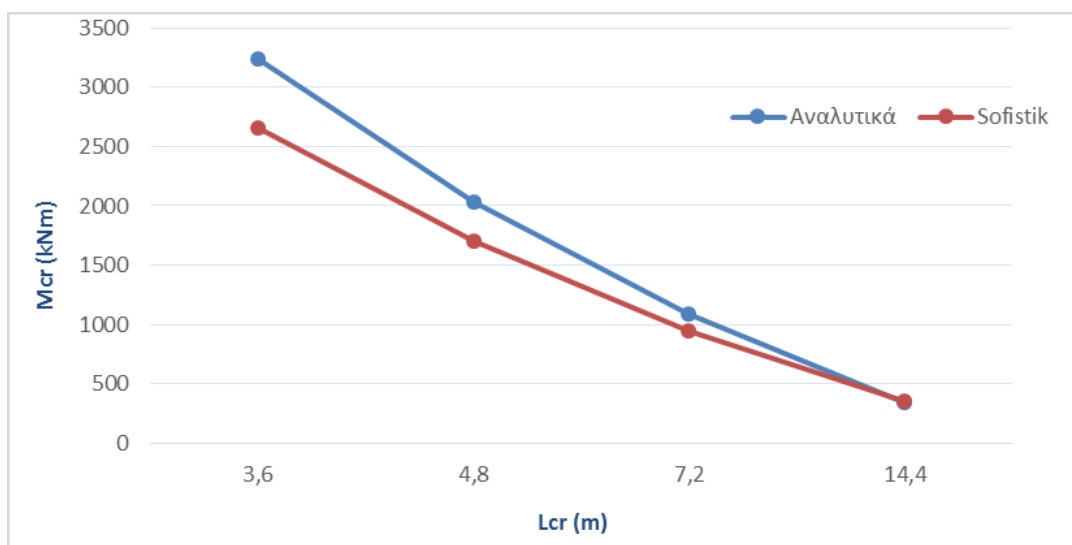
Σχήμα 4.22: Συγκεντρωτικά η M_{cr} για κάθε μοντέλο



Σχήμα 4.23: Σύγκριση μοντέλων

Στη συνέχεια για πιο ξεκάθαρη παρουσίαση των διαφοροποιήσεων των μοντέλων σε σχέση όχι με το είδος της πλευρικής δέσμευσης αλλά με το Lcr (Σχήμα 4.24). Έτσι χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι τιμές:

- Για $Lcr = L/4$, $L/3$ και $L/2$
 - ◆ αποτελέσματα από αναλυτικό υπολογισμό
 - ◆ Sofistik για δέσμευση της *στροφής* ώστε να είναι ανάλογα του αναλυτικού.
 - ◆ LTBeam επίσης για δέσμευση της *στροφής*.
- Για $Lcr = L$
 - ◆ Αποτελέσματα μόνο από την δοκό χωρίς καθόλου δεσμεύσεις για όλα τα μοντέλα.



Σχήμα 4.24: Κρίσιμες ροπές σε σχέση με το Lcr

4.4 Συμπεράσματα

Σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 4.23 μπορούμε να συμπεράνουμε τα εξής σε σχέση με τα είδη των πλευρικών δεσμεύσεων:

- Η ανάλυση από το LTBeam για την ολόσωμη δοκό και τα αποτελέσματα του δικτυωτού μοντέλου στο Sofistik σχεδόν τα ταυτίζονται με μικρότερη ταύτιση 91% πράγμα που επιβεβαιώνει την εγκυρότητα του δικτυωτού μοντέλου.
- Όταν τοποθετούνται οι κάτω πλευρικές δεσμεύσεις οι αποκλίσεις του αναλυτικού υπολογισμού με αυτές των δύο άλλων γίνονται μέγιστες (79% ταύτιση), καθώς αυτές δεν λαμβάνονται υπόψιν στον αναλυτικό αφού δεν επηρεάζουν το L_{cr} .
- Οι αποκλίσεις για τις δεσμεύσεις του άνω πέλματος είναι επίσης λογικές αφού δεν υπάρχει αναλυτικά τρόπος να την διαφοροποιήσουμε.

Σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 4.24 μπορούμε να συμπεράνουμε τα εξής σε σχέση με το κρίσιμο μήκος λυγισμού:

- Όσο αυξάνεται το μήκος λυγισμού τόσο πιο ακριβή αποτελέσματα λαμβάνουμε.

5 Εφαρμογή και σύγκριση μεθόδων σε αμφιέρειστη δοκό

Εφαρμόζεται η απλοποιημένη μέθοδος της ισοδύναμης ράβδου και η γενική μέθοδος, με βάση την τα αποτελέσματα από το δικτυωτό μοντέλο, για τις διαφορετικές περιπτώσεις πλευρικής εξασφάλισης.

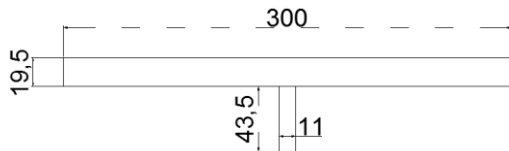
Για την ίδια δοκό του κεφαλαίου 4 υπολογίζεται με την απλοποιημένη και με την γενική μέθοδο για το μοντέλο του Sofistik το φορτίο αντοχής έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού (q_{rd}).

Για τα στοιχεία της διατομής βλέπε Πίνακας 4.1

5.1 Απλοποιημένη μέθοδος

Στοιχεία ισοδύναμης διατομής T:

Λαμβάνοντας το θλιβόμενο πέλμα και το 1/3 του θλιβόμενου μέρους του κορμού.



Σχήμα 5.1: Διατομή ενεργού πέλματος - Ισοδύναμη διατομή T

$$h_{wT} = \frac{1}{3} \cdot 130,5 = 43,5 \text{ mm}$$

$$A_T = 30,0 \cdot 1,95 + 1,1 \cdot 4,35 = 63,285 \text{ cm}^2$$

$$z_{T,y} = \frac{30,0 \cdot \frac{1,95^2}{2} + 4,35 \cdot 1,1 \cdot \left(1,95 + \frac{4,35}{2}\right)}{63,285} = 1,2132 \text{ cm}$$

$$I_{T,z} = \frac{1,95 \cdot 30^3}{12} + \frac{4,35 \cdot 1,1^3}{12} = 4387,98 \text{ cm}^4$$

Στατική ροπή ως προς το κ.β. της ισοδύναμης ράβδου:

$$S = A_T \cdot z = 63,285 \cdot 1,2132 = 872,499 \text{ cm}^3$$

Το ελαστικό φορτίο λυγισμού ράβδου υπολογίστηκε με τον αναλυτικό τύπο του Euler για την ισοδύναμη διατομή T και εξαρτάται από το L_{cr} και την ροπή αδρανείας της ισοδύναμης ράβδου. Επειδή όμως έχουμε μεταβλητή δύναμη κατά το μήκος της ράβδου για το L_{cr} λαμβάνεται υπόψιν ο συντελεστής β Πίνακας 2.1 .

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την αντοχή της ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού και βρίσκουμε το μέγιστο φορτίο που της αντιστοιχεί αναλογικά με την μέγιστη θλιπτική N_{ed} , που προκαλεί το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm στο άνω θλιβόμενο πέλμα.

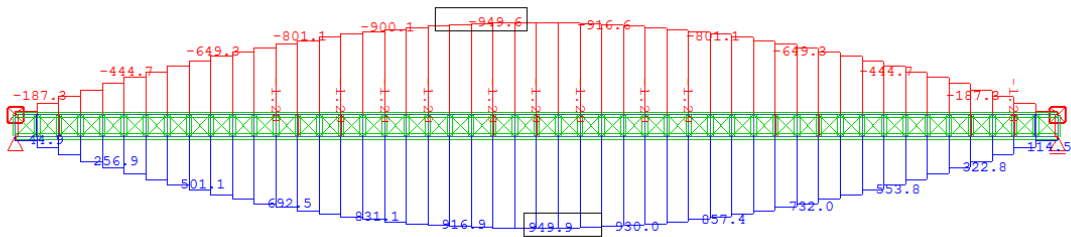
Αναλυτικά η πορεία των υπολογισμών για την αμφιέρειστη δοκό χωρίς πλευρικές στηρίξεις:

Εύρεση l_{cr} για αμφιαρθρωτή δοκό με μεταβλητή αξονική δύναμη ο συντελεστής μήκους λυγισμού είναι:

$$\beta = \sqrt{\frac{1+1,09 \cdot n}{2,09}} = \sqrt{\frac{1+1,09 \cdot 0,032}{2,09}} = 0,703$$

Όπου, $n = \frac{N_0}{N_1} = \frac{30,6}{649,6} = 0,032$, λαμβάνοντας δεδομένα από το δικτύωμα όπου

φαίνεται η κατανομή της αξονικής δύναμης του άνω πέλματος:



Σχήμα 5.2: Αξονικές δυνάμεις (Nx) του δικτύωματος (kN)

$$l_{cr} = 0,703 \cdot 14,40 = 10,123 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{T,z}}{l_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 4387,98}{10,123^2} = 885,549 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{A_T \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{63,285 \cdot 35,5}{885,549}} = 1,593$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,49(1,593 - 0,2) + 1,593^2 \right] = 2,11$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{2,11 + \sqrt{1,593^2 - 2,11^2}} = 0,286$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{A_T \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,286 \cdot \frac{63,285 \cdot 35,5}{1,1} = 584,68 \text{ kN}$$

Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η N που ασκείται στη διατομή T υπολογίζεται

$$\text{ως εξής: } N = \frac{M_{ed} \cdot S}{I_y} = \frac{259,2 \cdot 872,5}{24680,84} = 916,31 \text{ kN}$$

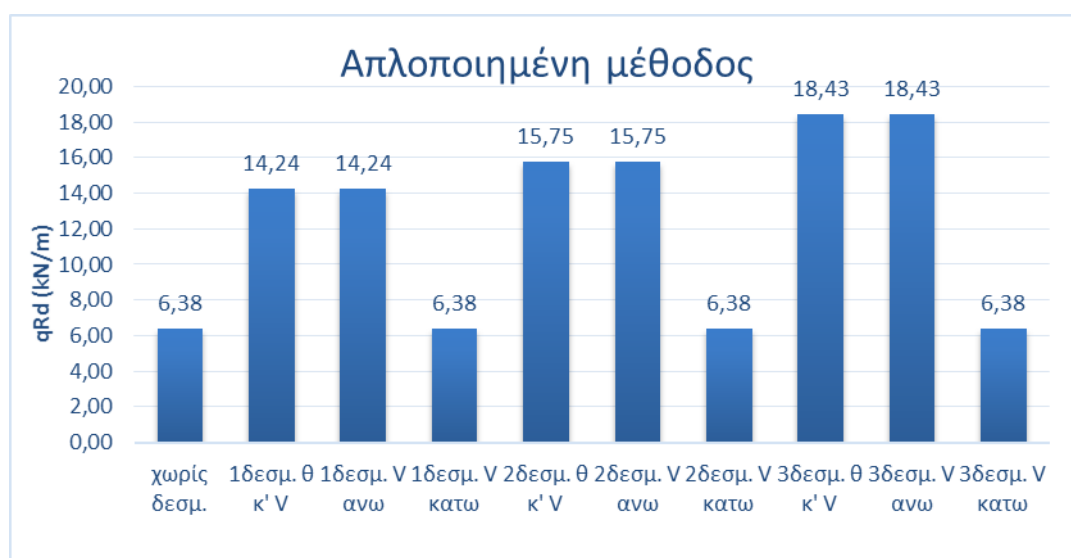
Για τον έλεγχο σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό πρέπει σύμφωνα με τον κανονισμό να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 584,68 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{584,68}{916,31} \cdot 10 = 6,38 \text{ kN / m}$$

Με την ίδια διαδικασία υπολογίστηκαν με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου excel τα μέγιστα φορτία για καθεμία περίπτωση:

Πίνακας 5.1: Μέγιστα επιτρεπτά δρόντα φορτία με την απλοποιημένη μέθοδο της ισοδύναμης ράβδου

Φορέας	N_{cr}	λ_{LT}	χ_{LT}	$N_{b,Rd}$	q_{Rd}
Χωρίς δεσμεύσεις	885,55	1,570	0,286	584,68	6,38
1 δέσμευση της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	3207,25	0,909	0,639	1305,04	14,24
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	3207,25	0,909	0,639	1305,04	14,24
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	885,55	1,570	0,286	584,68	6,38
2 δεσμεύσεις της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	4224,61	0,634	0,707	1442,97	15,75
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	4224,61	0,634	0,707	1442,97	15,75
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	885,55	1,570	0,286	584,68	6,38
3 δεσμεύσεις της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	8036,30	0,490	0,827	1688,61	18,43
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	8036,30	0,490	0,827	1688,61	18,43
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	885,55	1,570	0,286	584,68	6,38



Σχήμα 5.3: Φορτία αντοχής με την απλοποιημένη μέθοδο της ισοδύναμης διατομής T

5.2 Γενική μέθοδος

Υπολογίστηκε το αντίστοιχο φορτίο αντοχής της δοκού σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό (q_{Rd}) για κάθε περίπτωση πλευρικών δεσμεύσεων της δοκού χρησιμοποιώντας το δικτυωτό προσομοίωμα και τις αναλύσεις του Sofistik του κεφαλαίου 4.3 .

Αναλυτικά η πορεία των υπολογισμών για την αμφιέρειστη δοκό χωρίς πλευρικές στηρίξεις:

Κατά την γενική μέθοδο η σχέση ελέγχου (ανίσωση (2.8)) δίνει το φορτίο αντοχής για την οριακή τιμή της ανίσωσης, δηλαδή πρέπει:

$$\frac{\chi_{op} \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} = 1,0$$

Για την εύρεση του οριακού φορτίου ζητείται ο υπολογισμός της μέγιστης οριακής τιμής του ελάχιστου μεγεθυντικού συντελεστή φορτίων σχεδιασμού για την επίτευξη της πλέον κρίσιμης διατομής, ήτοι η διαρροή του άνω πέλματος στο μέσο της δοκού.

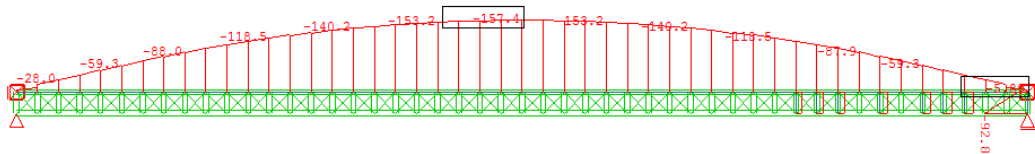
Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό υπολογίζεται με βάση τα αποτελέσματα από το δοκιμαστικό φορτίο που τοποθετήθηκε (10 kN/m) ο μειωτικός συντελεστής λυγισμού χ_{op} .

Ο μειωτικός συντελεστής χ_{op} είναι ανεξάρτητος της φόρτισης και αφορά την μορφή της καμπύλης λυγισμού της διατομής.

Συνεπώς από το δοκιμαστικό φορτίο πήραμε τα αποτελέσματα:

$$a_{cr} = 1,35$$

$$\sigma_{ao,Ed} = 157,4 \text{ MPa}, \text{ από Sofistik,}$$



Σχήμα 5.4: Διάγραμμα μέγιστων θλιπτικών τάσεων δικτυώματος (MPa)

$$a_{ult,k} = \frac{f_{yk}}{\sigma_{ao,Ed}} = \frac{355}{157,4} = 2,255$$

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} = \sqrt{\frac{2,255}{1,35}} = 1,293$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + 0,49(1,293 - 0,2) + 1,293^2 \right] = 1,6$$

$$\chi_{op} = \frac{1}{1,6 + \sqrt{1,6^2 - 1,293^2}} = 0,392$$

Έτσι έχουμε:

$$\min a_{ult,k} = \frac{1 \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{op}} = \frac{1 \cdot 1,1}{0,392} = 2,806$$

Και η αντίστοιχη μέγιστη τάση: $\max \sigma_{ao,Ed} = 126,503 \text{ MPa}$

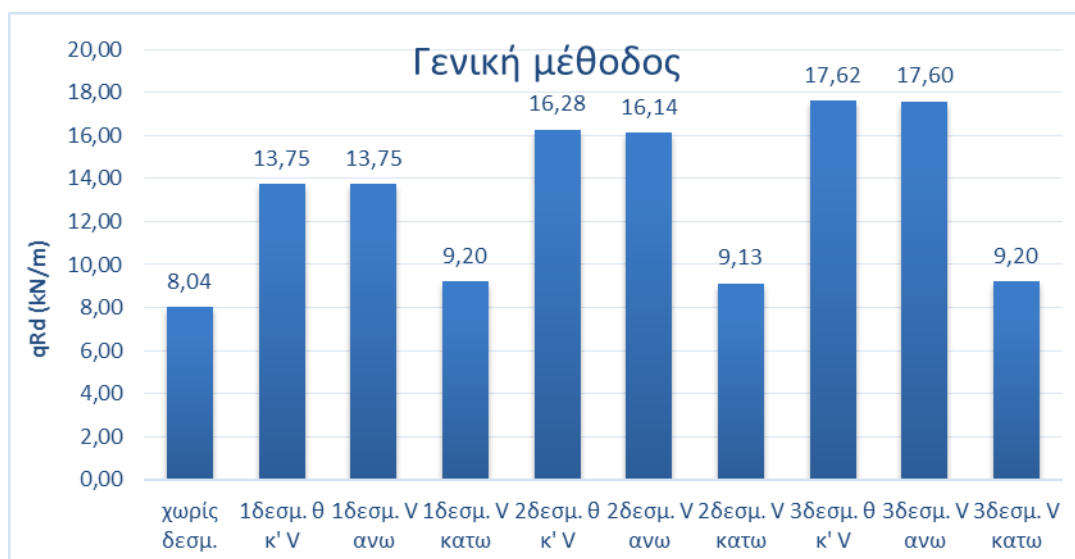
Και το αντίστοιχο μέγιστο οριακό φορτίο:

$$q_{Rd} = \frac{126,503}{157,4} \cdot 10 = 8,04 \text{ kN / m}$$

Με την ίδια διαδικασία υπολογίστηκαν με τη βοήθεια υπολογιστικού φύλλου excel τα μέγιστα φορτία για καθεμία περίπτωση:

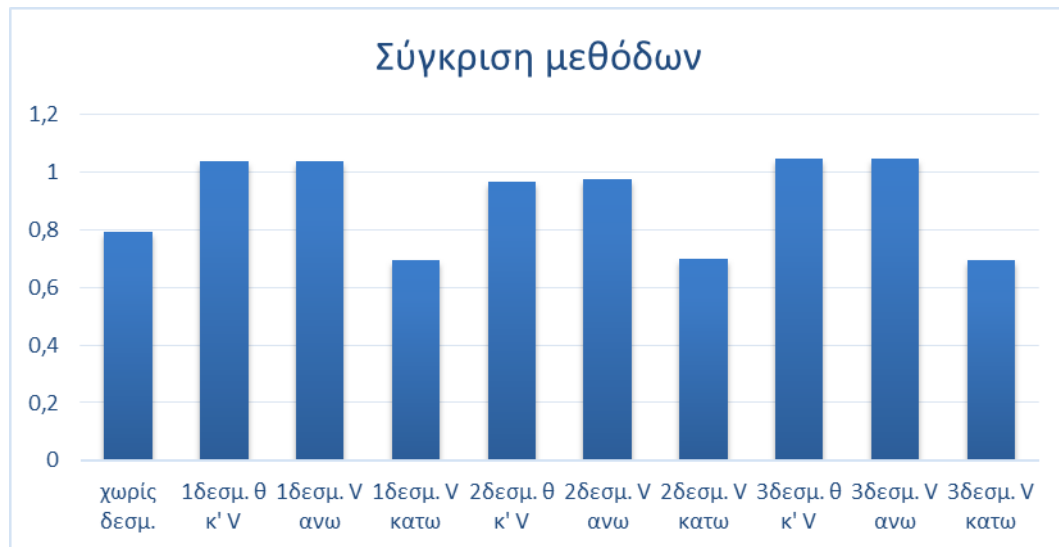
Πίνακας 5.2: Μέγιστα επιτρεπτά δρόντα φορτία με την γενική μέθοδο

Φορέας	$a_{ult,k}$	λ_{op}	χ_{op}	$\min a_{ult,k}$	q_{Rd}
Χωρίς δεσμεύσεις	2,255	1,293	0,392	2,806	8,04
1 δέσμευση της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	2,254	0,786	0,671	1,639	13,75
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	2,254	0,786	0,671	1,639	13,75
1 δέσμευση της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	2,254	1,169	0,449	2,450	9,20
2 δεσμεύσεις της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	2,255	0,585	0,794	1,385	16,28
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	2,254	0,596	0,788	1,397	16,14
2 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	2,255	1,176	0,445	2,471	9,13
3 δεσμεύσεις της στροφής (θ) κ' μετατόπισης (V)	2,254	0,469	0,860	1,279	17,62
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του άνω πέλματος	2,254	0,471	0,859	1,281	17,60
3 δεσμεύσεις της μετατόπισης (V_y) του κάτω πέλματος	2,254	1,169	0,449	2,450	9,20

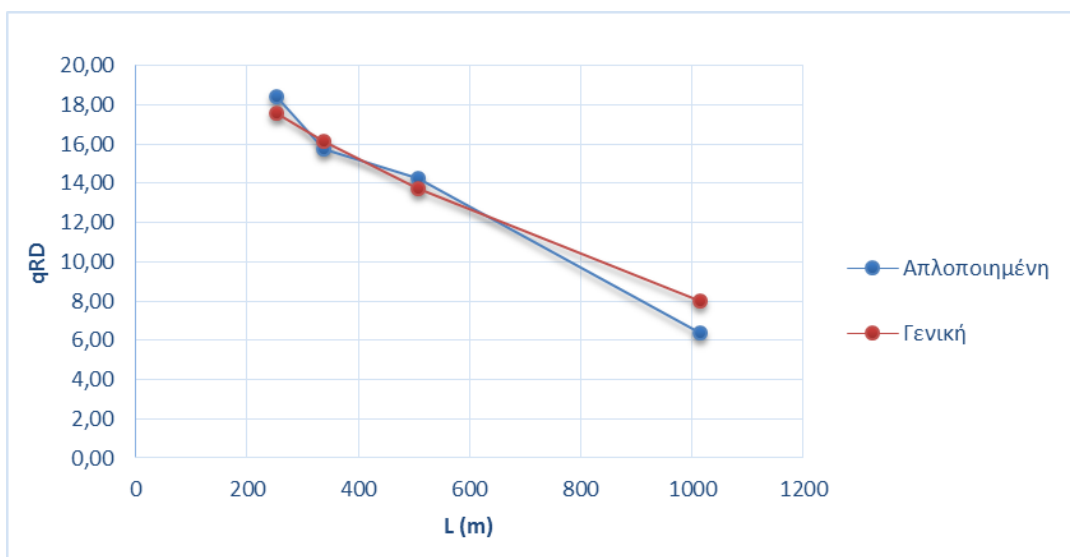


Σχήμα 5.5: Φορτία αντοχής με τη γενική μέθοδο

5.3 Σύγκριση μεθόδων



Σχήμα 5.6: Σύγκριση (λόγος) μεθόδων



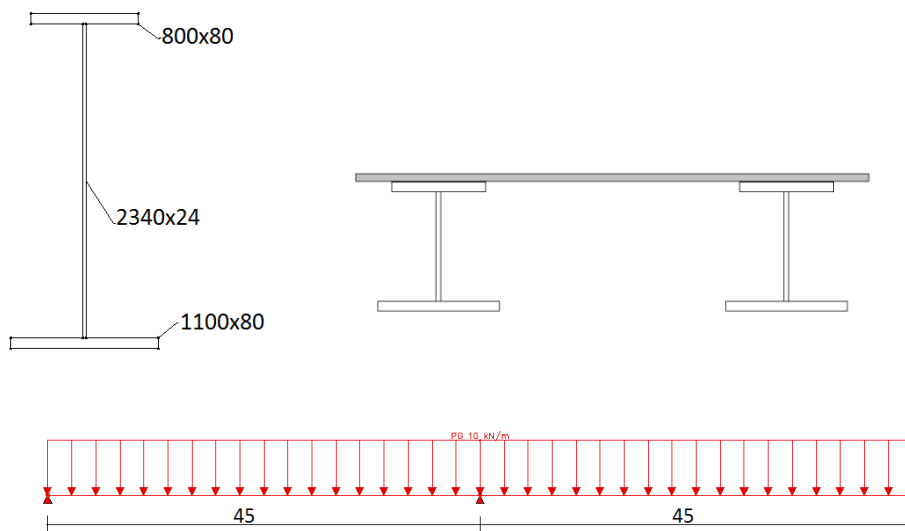
Σχήμα 5.7: Σύγκριση φορτίων σε σχέση με το μήκος λυγισμού

6 Εφαρμογή και σύγκριση μεθόδων σε γέφυρα δύο ανοιγμάτων

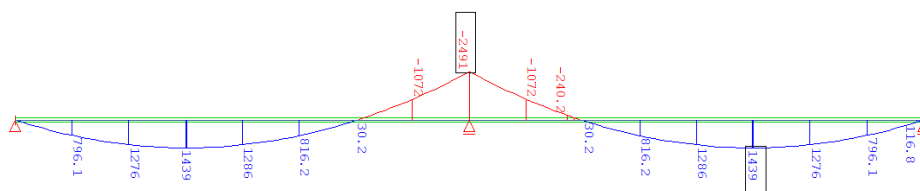
Εφαρμόστηκαν σε γέφυρα δύο ανοιγμάτων σε φάση κατασκευής και σε φάση λειτουργίας για διαφορετικές πλευρικές εξασφαλίσεις προκειμένου να συγκριθούν, η απλοποιημένη και η γενική μέθοδος και υπολογίστηκε από την καθεμία το φορτίο αντοχής έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

6.1 Στοιχεία διατομής και εντατικά μεγέθη των ολόσωμων δοκών της γέφυρας

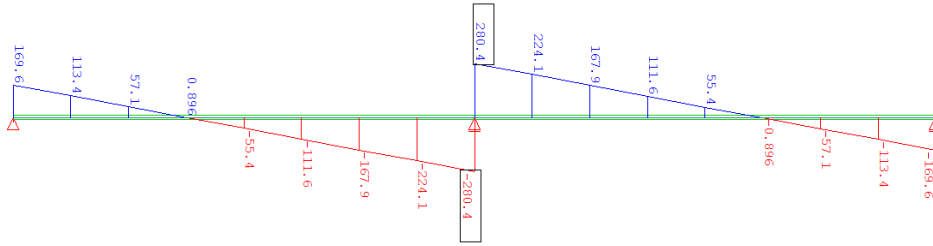
Γέφυρα δύο ανοιγμάτων από 45m το καθένα αποτελείται από 2 χαλύβδινες δοκούς συγκολλητές από χάλυβα S355 σε απόσταση μεταξύ τους 10 m. Για την εφαρμογή των μεθόδων και την εύρεση του φορτίου αντοχής οι δοκοί φορτίζονται με το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kN/m η καθεμία. Τα στοιχεία των δοκών είναι τα εξής:



Σχήμα 6.1: Στατικό προσομοίωμα



Σχήμα 6.2: Διάγραμμα καμπτικών ροπών



Σχήμα 6.3: Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων

Αδρανειακά στοιχεία διατομής:

$$A_a = 2081,6 \text{ cm}^2$$

$$z_a = \frac{640 \cdot 4 + 561,6 \cdot 125 + 880 \cdot 246}{2081,6} = 138,95 \text{ cm}$$

$$I_y = \frac{80 \cdot 8^3}{12} + 640 \cdot (138,95 - 4)^2 + \frac{2,4 \cdot 234^3}{12} + 561,6 \cdot \left(138,95 - 8 - \frac{234}{2}\right)^2 + \frac{110 \cdot 8^3}{12} + 880 \cdot (138,95 - 234 - 8 - 4) = 24419876 \text{ cm}^4$$

Κατάταξη διατομής:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,81$$

Κατηγορία άνω πέλματος:

$$c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{800 - 24}{2} = 388 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t_f} = \frac{388}{80} = 4,85 < 9\varepsilon$$

Άρα κατηγορίας 1

Κατηγορία κάτω πέλματος:

$$c = \frac{b - t_w}{2} = \frac{1100 - 24}{2} = 538 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t_f} = \frac{538}{80} = 6,725 < 9\varepsilon$$

Άρα κατηγορίας 1

Κατηγορία κορμού:

$$\frac{d}{t} = \frac{2340}{24} = 97,5 < 124\varepsilon = 100,44$$

Άρα κατηγορίας 3

Επομένως η διατομή είναι συνολικά κατηγορίας 3.

Ροπές αντίστασης:

- Σιδηροδοκός κάτω πέλμα: $W_{au} = \frac{I_y}{h_u} = \frac{24419876}{111,05} = 219901,43 \text{ cm}^3$
- Σιδηροδοκός άνω πέλμα: $W_{ao} = \frac{I_y}{z_a} = \frac{24419876}{138,95} = 175744,76 \text{ cm}^3$

Πλαστική ροπή αντίστασης:

$$W_{pl,y} = 210774 \text{ cm}^3$$

Ελαστική αρνητική ροπή αντοχής σιδηροδοκού:

$$M_{el,y}^- = W_{au} \cdot f_{yk} = 219901,43 \cdot 33,5 \cdot 10^{-2} = 73666,98 \text{ kNm}$$

Πλαστική αρνητική ροπή αντοχής:

$$M_{pl}^- = 7970857 \text{ kNm}$$

$$\beta_w = \frac{W_{ml,y}}{W_{pl,y}} = \frac{175744,76}{210774} = 0,83$$

6.2 Έλεγχος σε φάση κατασκευής

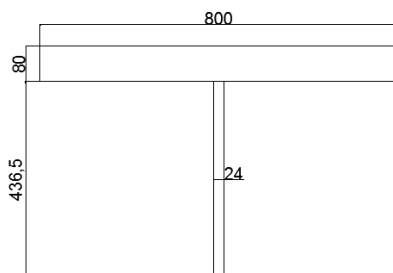
6.2.1 Απλοποιημένη μέθοδος

Παρότι στην μελέτη γεφυρών στην φάση κατασκευής ελέγχουμε την αντοχή του άνω πέλματος της διατομής, αφού το κάτω καταπονείται σαφώς περισσότερο υπό πραγματικά φορτία σε φάση λειτουργίας, στην παρούσα εργασία θα ελεγχθεί και το κάτω πέλμα αφού ζητάμε το φορτίο αντοχής της δοκού σε κάθε φάση.

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

Στοιχεία ισοδύναμης διατομής T:

Λαμβάνοντας το θλιβόμενο πέλμα και το 1/3 του θλιβόμενου μέρους του κορμού.



Σχήμα 6.4: Ισοδύναμη διατομή T άνω πέλματος

$$h_{wT} = \frac{1}{3} \cdot (138,95 - 8) \cdot 10 = 436,5 \text{ mm}$$

$$A_T = 80 \cdot 8 + 2,4 \cdot 43,65 = 744,761 \text{ cm}^2$$

$$z_{T,y} = \frac{80 \cdot \frac{8^2}{2} + 43,65 \cdot 2,4 \cdot \left(8 + \frac{43,65}{2}\right)}{744,76} = 7,633 \text{ cm}$$

$$I_{T,z} = \frac{8 \cdot 80^3}{12} + \frac{43,65 \cdot 2,4^3}{12} = 341383,62 \text{ cm}^4$$

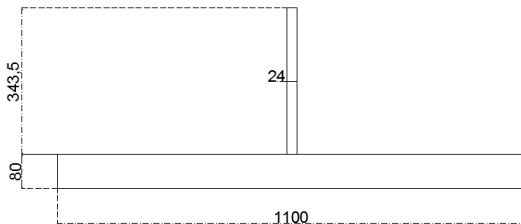
Στατική ροπή ως προς το κ.β. της ισοδύναμης ράβδου:

$$S = A_T \cdot z = 744,76 \cdot 131,32 = 97800,592 \text{ cm}^3$$

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

Στοιχεία ισοδύναμης διατομής T:

Λαμβάνοντας το θλιβόμενο πέλμα και το 1/3 του θλιβόμενου μέρους του κορμού.



Σχήμα 6.5: Ισοδύναμη διατομή T κάτω πέλματος

$$h_{wT} = \frac{1}{3} \cdot (250 - 138,95 - 8) \cdot 10 = 343,5 \text{ mm}$$

$$A_T = 110 \cdot 8 + 2,4 \cdot 43,35 = 962,44 \text{ cm}^2$$

$$z_{T,y} = \frac{110 \cdot \frac{8^2}{2} + 34,35 \cdot 2,4 \cdot \left(8 + \frac{34,35}{2}\right)}{962,44} = 5,814 \text{ cm}, \text{ από την κάτω ίνα}$$

$$I_{T,z} = \frac{8 \cdot 110^3}{12} + \frac{34,35 \cdot 2,4^3}{12} = 887372,9 \text{ cm}^4$$

Στατική ροπή ως προς το κ.β. της ισοδύναμης ράβδου:

$$S = A_T \cdot z = 962,44 \cdot 105,24 = 101282,71 \text{ cm}^3$$

Το ελαστικό φορτίο λυγισμού ράβδου υπολογίστηκε με τον αναλυτικό τύπο του Euler για την ισοδύναμη διατομή T και εξαρτάται από το L_{cr} και την ροπή αδρανείας της ισοδύναμης ράβδου.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την αντοχή της ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού και βρίσκουμε το μέγιστο φορτίο που της αντιστοιχεί αναλογικά με την μέγιστη θλιπτική N_{ed} , που προκαλεί το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm στο άνω θλιβόμενο πέλμα.

6.2.1.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

$$l_{cr} = 45 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{zT}}{l_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 341383,62}{45^2} = 3494,11 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{A_T \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{744,76 \cdot 33,5}{3494,11}} = 2,672$$

$$\Phi_{LT} = 4,676$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{4,676 + \sqrt{2,672^2 - 4,676^2}} = 0,12$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{A_T \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,12 \cdot \frac{744,76 \cdot 33,5}{1,1} = 2664,31 \text{ kN}$$

Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η θλιπτική N, δηλαδή στην περιοχή των θετικών ροπών, που ασκείται στη διατομή T είναι: $N = 629,3 \text{ kN}$

Για τον έλεγχο σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό πρέπει σύμφωνα με τον κανονισμό να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 2664,31 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{2664,31}{629,3} \cdot 10 = 42,34 \text{ kN / m}$$

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

Και πάλι το $l_{cr} = 45 \text{ m}$ (αγνοώντας την μεταβολή προσήμου την ροπής).

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887372,9}{45^2} = 9082,39 \text{ kN}$$

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{962,44 \cdot 33,5}{9082,39}} = 1,884$$

$$\Phi_{LT} = 2,688$$

$$\chi_{LT} = 0,217$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{A_T \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,217 \cdot \frac{962,44 \cdot 33,5}{1,1} = 6366,2 \text{ kN}$$

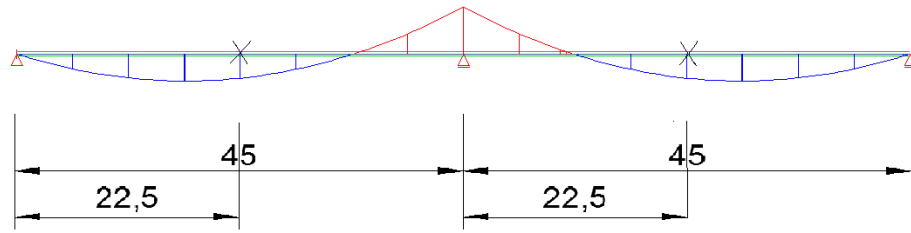
Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η θλιπτική N, δηλαδή στην περιοχή των αρνητικών ροπών, που ασκείται στη διατομή T είναι: $N = 1078 \text{ kN}$.

Για τον έλεγχο σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό πρέπει σύμφωνα με τον κανονισμό να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 6366,2 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{6366,2}{1078} \cdot 10 = 59,06 \text{ kN / m}$$

Το τελικό φορτίο αντοχής της δοκού επιλέγεται ως το μικρότερο των δύο άνωθεν, δηλαδή $q_{Rd} = \min(q_{rd, \acute{\alpha}\nu\omicron}, q_{rd, \kappa\acute{\alpha}\tau\omicron}) = \min(42,34; 59,06) = 42,34 \text{ kN / m}$

6.2.1.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους



Σχήμα 6.6: Θέσεις δεσμεύσεων στον φορέα- διάγραμμα ροπών

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

Αντίστοιχα με την παραπάνω διαδικασία:

$$l_{cr} = 22,5 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 341383,62}{2250^2} = 13976,44 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 1,336$$

$$\Phi_{LT} = 1,671, \quad \chi_{LT} = 0,374$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = 0,374 \frac{744,76 \cdot 33,5}{1,1} = 8481,3 \text{ kN}$$

Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η μέγιστη θλιπτική N που ασκείται στη διατομή T:

$$N = 629,3 \text{ kN}$$

Πρέπει να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 8481,3 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{8481,3}{629,3} \cdot 10 = 134,77 \text{ kN / m}$$

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

Αντίστοιχα με την παραπάνω διαδικασία:

$$l_{cr} = 22,5 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887372,9}{2250^2} = 36329,56 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,942$$

$$\Phi_{LT} = 1,126, \quad \chi_{LT} = 0,57$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = 0,57 \frac{962,44 \cdot 33,5}{1,1} = 16830,93 \text{ kN}$$

Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η μέγιστη θλιπτική N που ασκείται στη διατομή T:

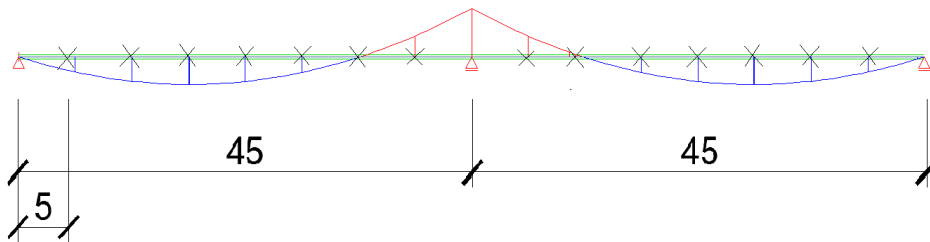
$$N = 1078 \text{ kN}$$

Πρέπει να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 16830,93 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{16830,93}{1078} \cdot 10 = 156,13 \text{ kN/m}$$

Το τελικό φορτίο αντοχής της δοκού επιλέγεται ως το μικρότερο των δύο άνωθεν, δηλαδή $q_{Rd} = \min(q_{rd,άνω}, q_{rd,κάτω}) = \min(134,77; 156,13) = 134,77 \text{ kN/m}$

6.2.1.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις ανά 5m



Σχήμα 6.7: Θέσεις πλευρικών δεσμεύσεων- διάγραμμα ροπών

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

Αντίστοιχα με την παραπάνω διαδικασία:

$$l_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 341383,62}{500^2} = 283022,9861 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,297$$

$$\Phi_{LT} = 0,568, \quad \chi_{LT} = 0,95$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = 0,95 \frac{744,76 \cdot 33,5}{1,1} = 21563,74 \text{ kN}$$

Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η μέγιστη θλιπτική N που ασκείται στη διατομή T είναι: $N = 629,3 \text{ kN}$

Πρέπει να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 21563,74 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{21563,74}{629,3} \cdot 10 = 342,66 \text{ kN/m}$$

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

Αντίστοιχα με την παραπάνω διαδικασία:

$$l_{cr} = 5 \text{ m}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887372,9}{500^2} = 735673,64 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,21$$

$$\Phi_{LT} = 0,524, \quad \chi_{LT} = 0,995 \approx 1,0$$

Η αντοχή ισοδύναμης διατομής έναντι λυγισμού:

$$N_{b,Rd} = 0,995 \frac{962,44 \cdot 33,5}{1,1} = 29170,96 \text{ kN}$$

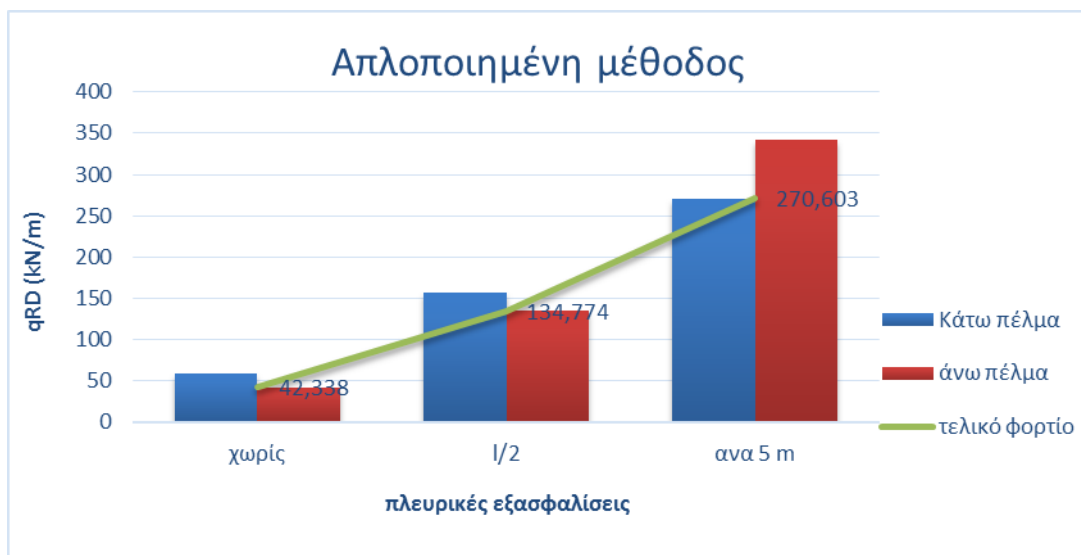
Για το δοκιμαστικό φορτίο των 10 kNm η μέγιστη θλιπτική N που ασκείται στη διατομή T είναι: $N = 1078 \text{ kN}$

Πρέπει να ισχύει η ανισότητα: $N_{b,Rd} \geq N_{Ed}$, συνεπώς, για την εύρεση του μέγιστου φορτίου q_{Rd} που μπορεί να ασκηθεί θέτω $N_{Ed,max} = N_{b,Rd} = 29170,96 \text{ kN}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι:

$$q_{Rd} = \frac{29170,96}{1078} \cdot 10 = 270,6 \text{ kN / m}$$

Το τελικό φορτίο αντοχής της δοκού επιλέγεται ως το μικρότερο των δύο άνωθεν, δηλαδή $q_{Rd} = \min(q_{rd, \acute{\alpha}\nu\omega}, q_{rd, \acute{\kappa}\acute{\alpha}\tau\omega}) = \min(342,66; 270,6) = 270,6 \text{ kN / m}$

6.2.1.4 Συγκεντρωτικά με την απλοποιημένη μέθοδο

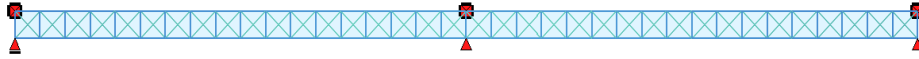


Σχήμα 6.8: Φορτία αντοχής με την απλοποιημένη μέθοδο σε φάση κατασκευής

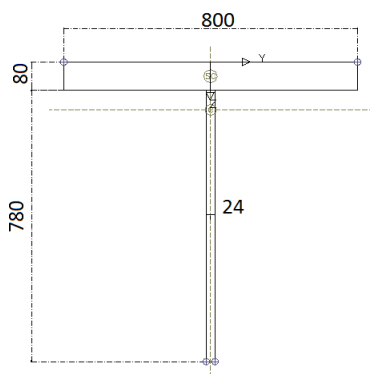
6.2.2 Γενική Μέθοδος

Κατασκευάστηκαν στο Sofistik τα παρακάτω μοντέλα, σύμφωνα με τη μέθοδο του κεφαλαίου 3, για την προσομοίωση του συστήματος των δοκών της γέφυρας. Κάθε δοκός παραλαμβάνει φορτίο $10kN/m$.

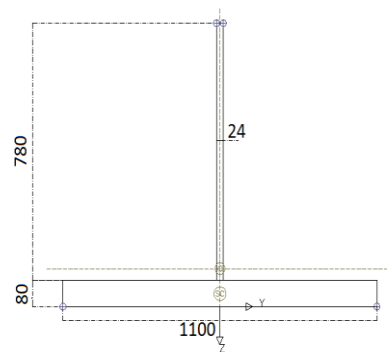
Η ολόσωμες δοκοί προσομοιάστηκαν με δικτύωματα και η διατομές τους είναι οι εξής:



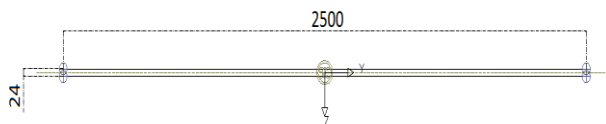
Σχήμα 6.9: Προσομοίωση δοκού με δικτύωμα



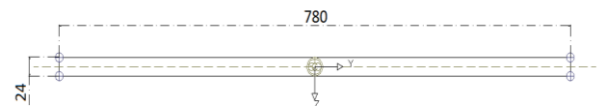
Διατομή 1: Άνω πέλμα



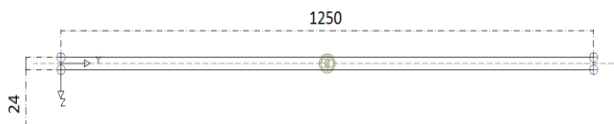
Διατομή 2: Κάτω Πέλμα



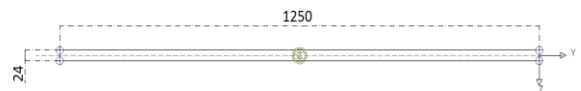
Διατομή 3: Ορθοστάτες



Διατομή 4: Κεκλιμένα μέλη

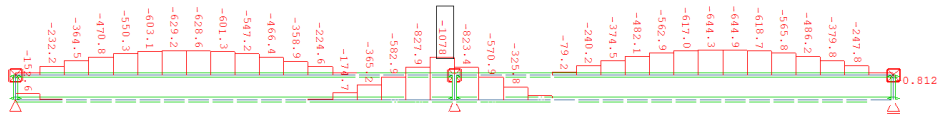


Διατομή 5: 1ος Ορθοστάτης

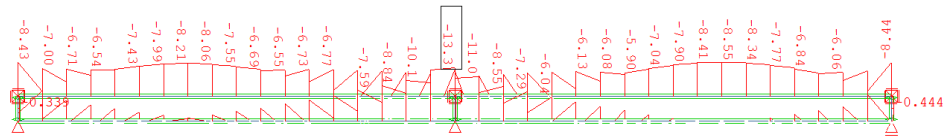


Διατομή 6: Τελευταίος ορθοστάτης

Εκτελώντας στο Sofistik το Task Linear Analysis υπολογίζονται όλα τα εντατικά μεγέθη του μοντέλου και βρίσκουμε τις θλιπτικές αξονικές δυνάμεις που ασκούνται στο δικτύωμα, στο άνω πέλμα για το άνοιγμα και στο κάτω πέλμα για τα η στήριξη.

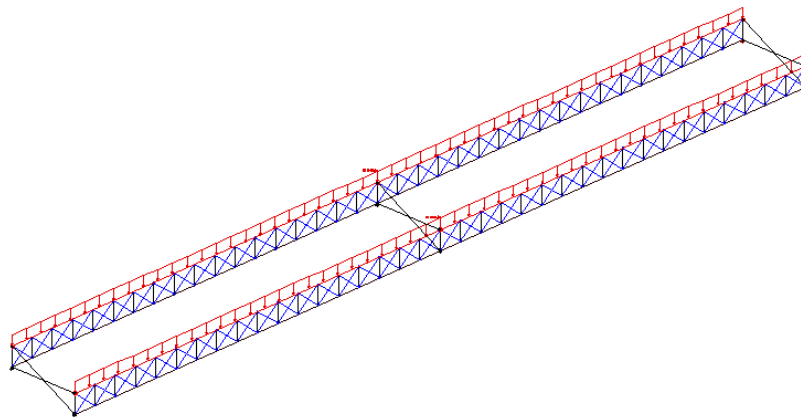


Σχήμα 6.10: Ολιπτικές αξονικές δυνάμεις των πελμάτων του δικτύωματος



Σχήμα 6.11: Ολιπτικές μέγιστες ορθές τάσεις πελμάτων (σεδ)

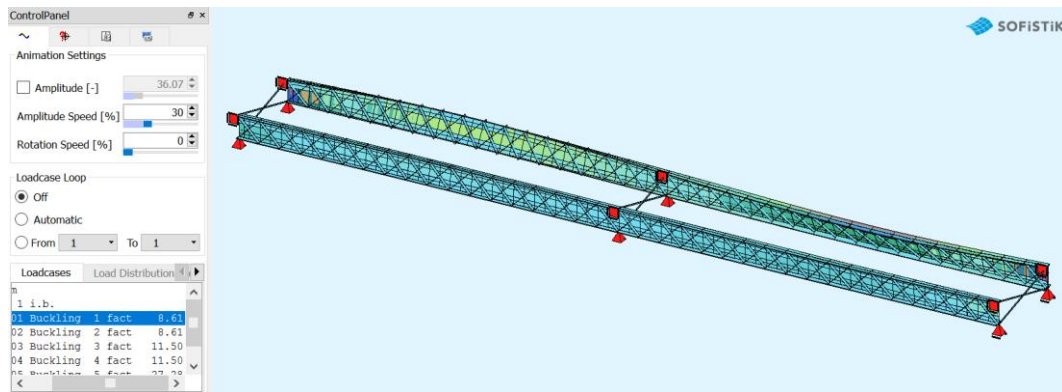
6.2.2.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις



Σχήμα 6.12: Προσομοίωμα χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

Για τους χιαστί συνδέσμους χρησιμοποιήθηκε τυπικά μια διατομή L100/10 άνευ σημασίας στο συγκεκριμένο μοντέλο καθώς τοποθετήθηκε στα σημεία των στηρίξεων.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.13: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr}=8,61$

Με την ίδια διαδικασία με το κεφάλαιο 5.2 υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 8,61$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa}, \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{8,61}} = 1,71$$

$$\Phi = 2,333 \text{ και } \chi_{0p} = 0,26$$

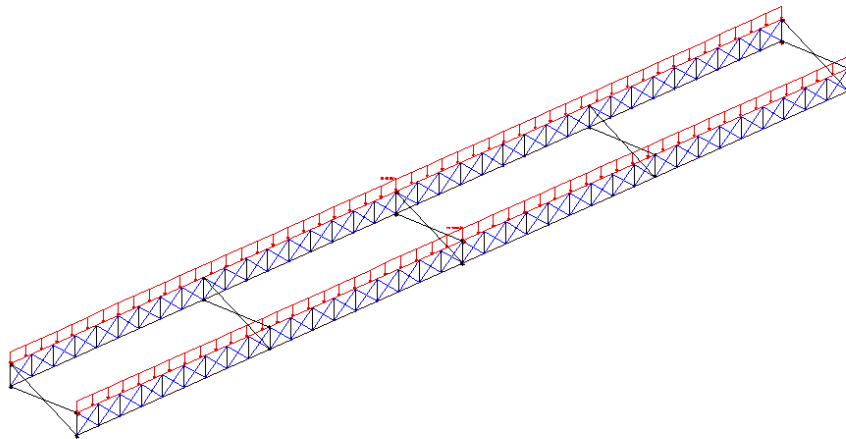
Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,26 = 4,31$$

και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{4,31} = 77,71 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{77,71}{13,3} \cdot 10 = 58,43 \text{ kN/m}$

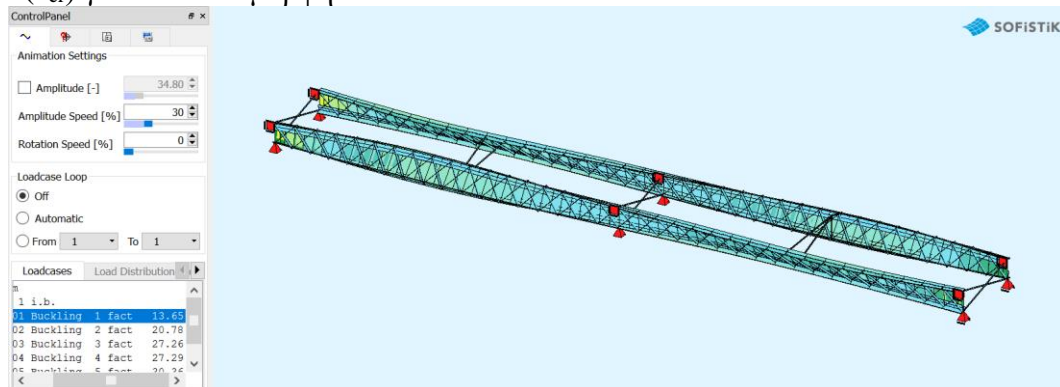
6.2.2.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους



Σχήμα 6.14: Προσομοίωμα με πλευρικές δεσμεύσεις στα 1/2

Στο παρακάτω προσομοίωμα χρησιμοποιήθηκαν ως πρώτη δοκιμή χιαστί κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας με διατομή L100/10.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.15: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr} = 13,65$ και υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 13,65$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa}, \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{13,65}} = 1,358$$

$$\Phi = 1,706 \text{ και } \chi_{0,p} = 0,365$$

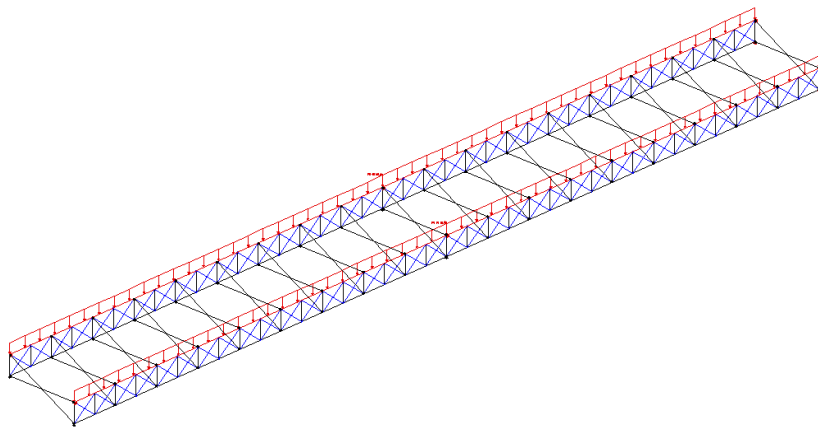
Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,365 = 3,01$$

και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{3,01} = 111,18 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{111,18}{13,3} \cdot 10 = 83,59 \text{ kN/m}$

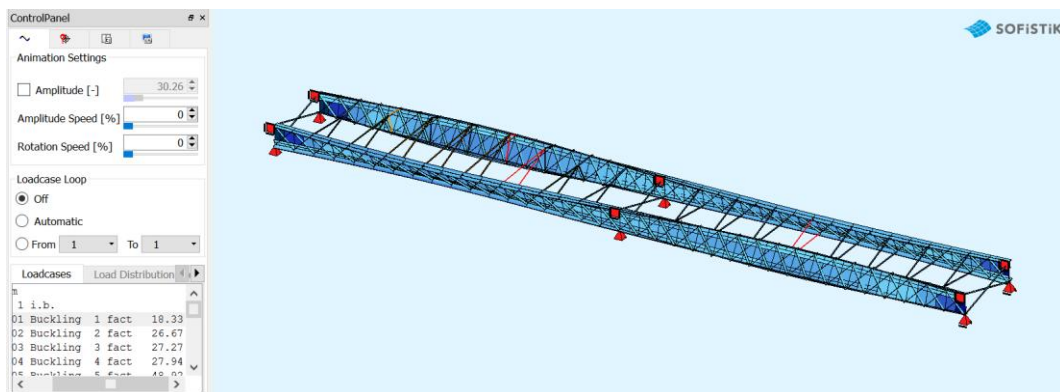
6.2.2.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις ανά 5m



Σχήμα 6.16: Προσομοίωμα με πλευρικές δεσμεύσεις ανά 5 m

Στο παρακάτω προσομοίωμα χρησιμοποιήθηκαν για την πλευρική του εξασφάλιση, ως πρώτη δοκιμή, χιαστί κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας με διατομή L100/10.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.17: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr} = 13,65$ και υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 18,33$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa}, \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{18,33}} = 1,17$$

$$\Phi = 1,425 \text{ και } \chi_{0p} = 0,447$$

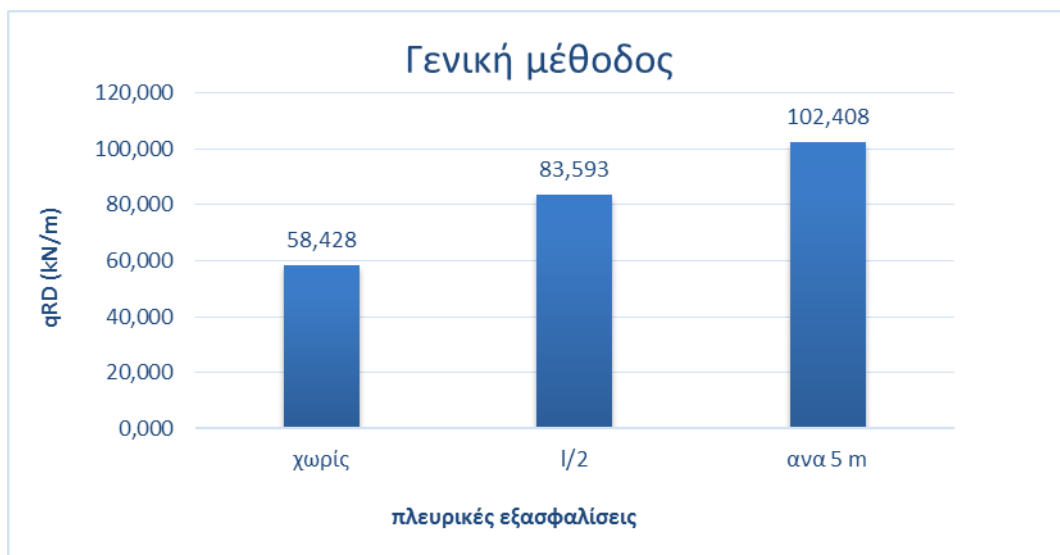
Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,447 = 2,46$$

και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{\sigma o} = \frac{335}{2,46} = 136,2 \text{ MPa}$

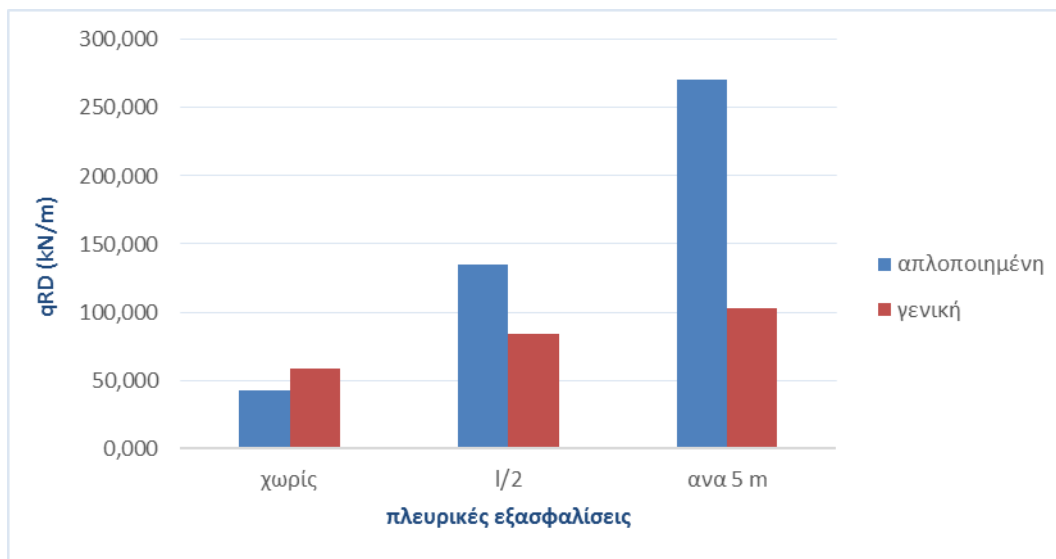
Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{136,2}{13,3} \cdot 10 = 102,41 \text{ kN / m}$

6.2.2.4 Συγκεντρωτικά με την γενική μέθοδο

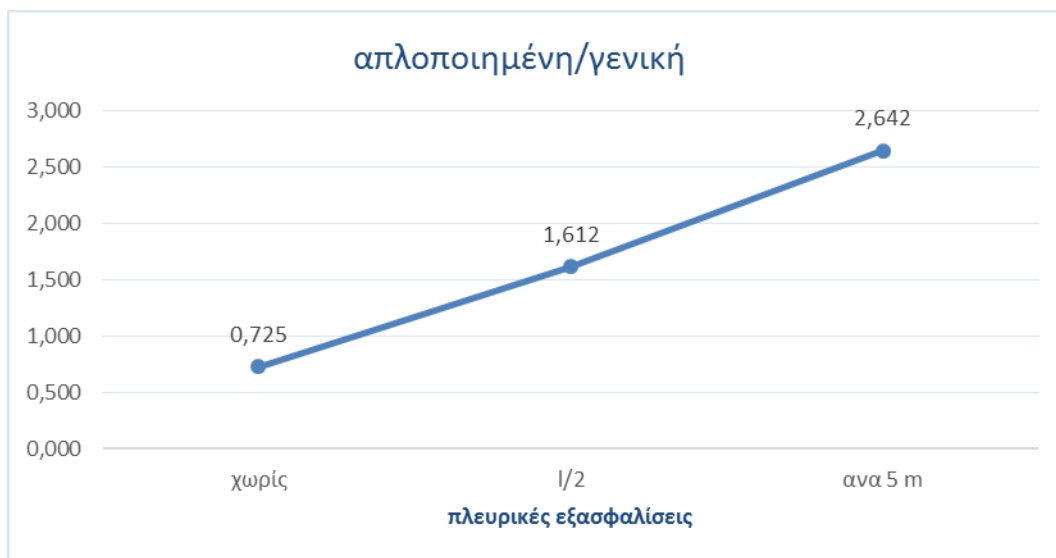


Σχήμα 6.18: Φορτία με τη γενική μέθοδο σε φάση κατασκευής

6.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων



Σχήμα 6.19: Φορτία αντοχής από κάθε μέθοδο σε φάση κατασκευής



Σχήμα 6.20: Λόγος μεθόδων (απλοποιημένη / γενική) σε Φ.Κ.

Παρατηρήσεις:

- Στο προσομοίωμα χωρίς δεσμεύσεις από την απλοποιημένη μέθοδο λαμβάνουμε μικρότερο φορτίο αντοχής. Αυτό επηρεάζεται από το γεγονός ότι σύμφωνα με τους τύπους του Euler δεν συνυπολογίζεται η μεταβολή της αξονικής δύναμης κατά μήκος του φορέα.
- Δεύτερον παρατηρούμε πολύ μεγάλη απόκλιση στις περιπτώσεις των πλευρικών εξασφαλίσεων. Από τα (Σχήμα 6.15), (Σχήμα 6.17) βλέπουμε ότι η παραμόρφωση του φορέα υπό την αντίστοιχη ιδιομορφή παρασύρει τους χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας, πράγμα που σημαίνει ότι το προσομοίωμα δεν ταιριάζει με την

θεώρηση της απλοποιημένης μεθόδου, όπου οι δεσμεύσεις λαμβάνονται ως ακλόνητες.

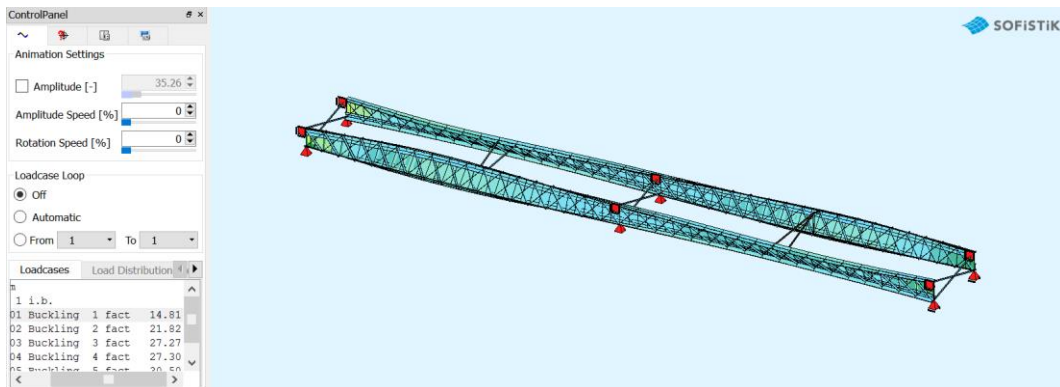
Για την διερεύνηση των παραπάνω αποκλίσεων έγιναν παρεμβάσεις στα προσομοιώματα και εξετάστηκαν εκ νέου οι συγκλίσεις των μεθόδων.

6.2.4 Αλλαγές στα προσομοιώματα και υπολογισμός εκ' νέου με τη γενική μέθοδο

Γίνονται αλλαγές στις διατομές των κατακόρυφων χιαστί συνδέσμων δυσκαμψίας στις δύο περιπτώσεις πλευρικών δεσμεύσεων (στα μισά και ανά 5 m), ώστε να περιοριστεί η παραμόρφωσή τους και να βρεθεί το σημείο όπου σταθεροποιείται το φορτίο αντοχής.

6.2.4.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L130/12 με εμβαδόν διατομής $A_a = 30 \text{ cm}^2$.

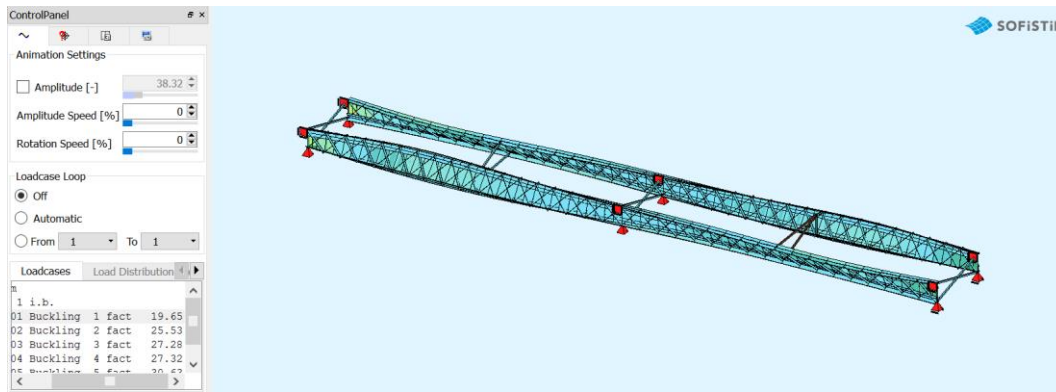


Σχήμα 6.21: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Έτσι έχουμε σύμφωνα με την υπολογιστική διαδικασία της γενικής μεθόδου που περιγράφηκε στο κεφάλαιο :

Για $a_{cr} = 14,81$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 88,63 \text{ kN/m}$

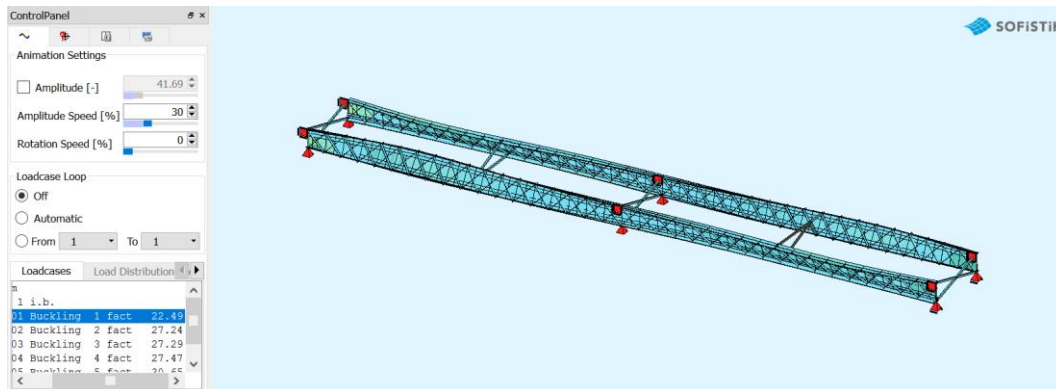
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L180/18 με εμβαδόν διατομής $A_a = 61,9 \text{ cm}^2$.



Σχήμα 6.22: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Συνεπώς για $a_{cr} = 19,65$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 107,03 \text{ kN/m}$

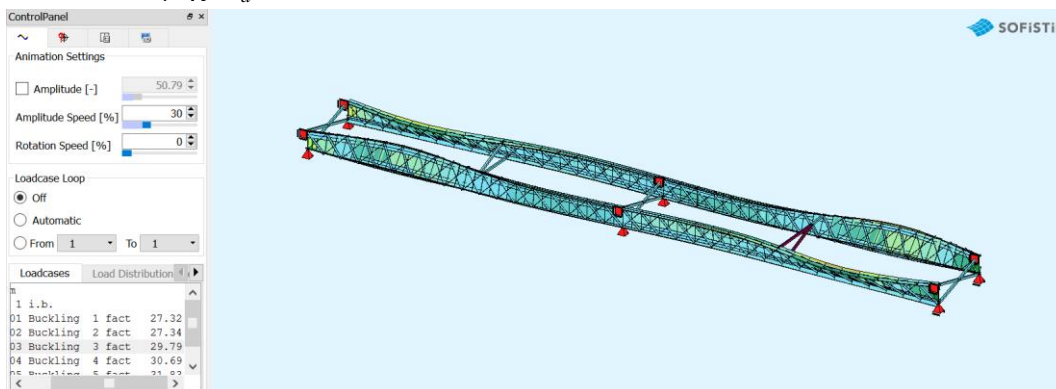
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L200/20 με εμβαδόν διατομής $A_a = 76,3 \text{ cm}^2$.



Σχήμα 6.23: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

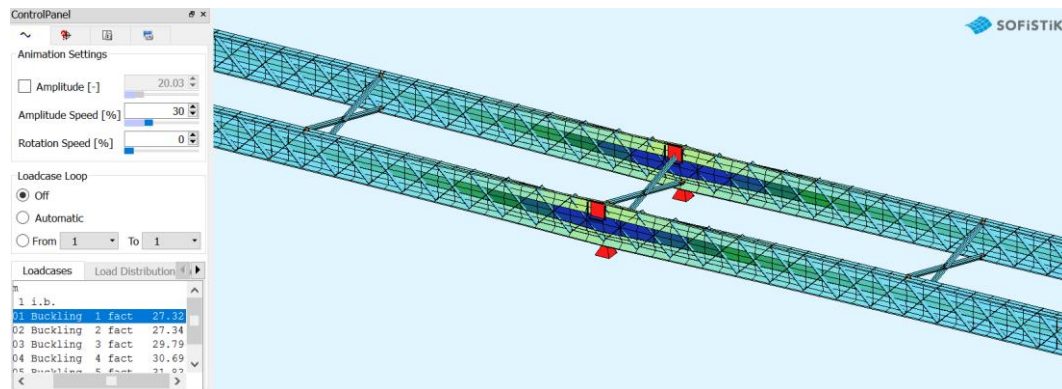
Αντιστοίχως για $a_{cr} = 22,49$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 116,07 \text{ kN/m}$

- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L250/28 με εμβαδόν διατομής $A_a = 133 \text{ cm}^2$.



Σχήμα 6.24: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

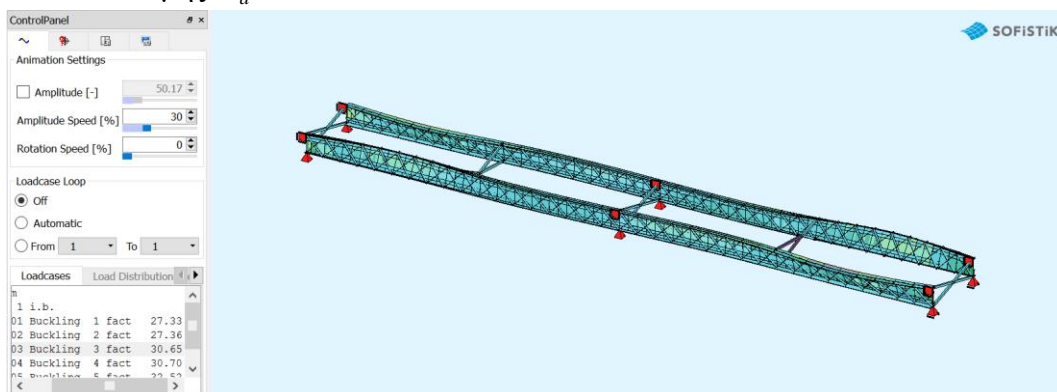
Η ιδιομορφή που επιλέγεται είναι η τρίτη καθώς οι δύο πρώτες είναι μορφές τοπικού λυγισμού, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.25 .



Σχήμα 6.25: Τοπικός λυγισμός

Συνεπώς για $a_{cr} = 29,79$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 134,61 \text{ kN/m}$

- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L250/35 με εμβαδόν διατομής $A_a = 163 \text{ cm}^2$.

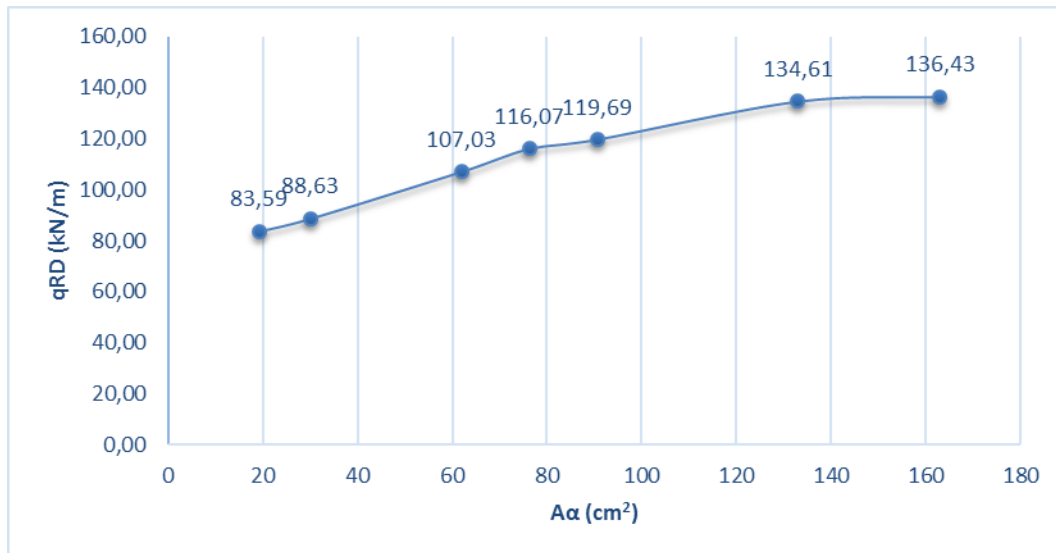


Σχήμα 6.26: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Αντιστοίχως για $a_{cr} = 30.65$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 136,43 \text{ kN/m}$

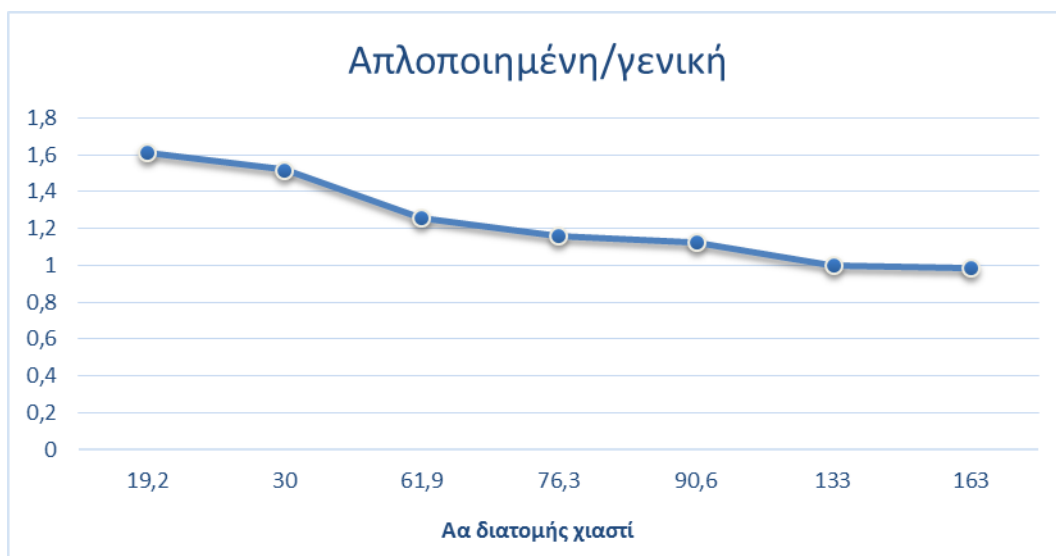
6.2.4.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το πώς μεταβάλλεται το φορτίο σε σχέση με το εμβαδόν της διατομής των χιαστί συνδέσμων και η σταθεροποίηση του φορτίου για τις τελευταίες δοκιμές.



Σχήμα 6.27: Φορτία αντοχής σε σχέση με την διατομή των χιαστί συνδέσμων

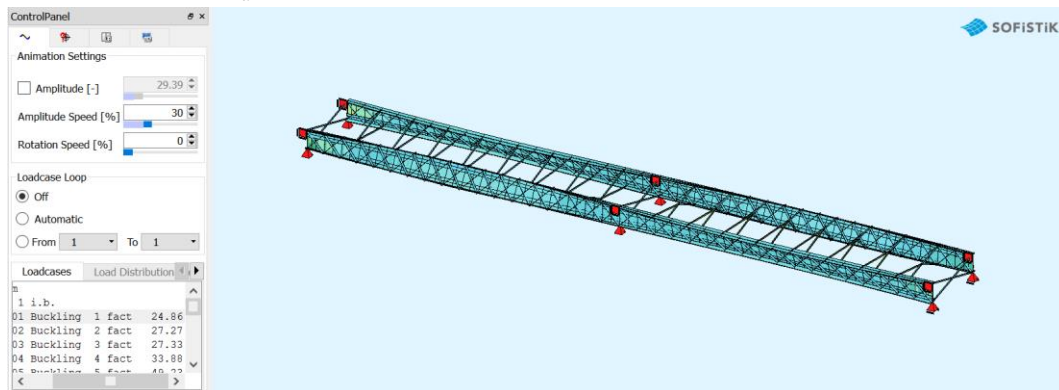
Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της απλοποιημένης μεθόδου με αυτά από τα νέα φορτία αντοχής της γενικής μεθόδου έχω τα εξής αποτελέσματα:



Σχήμα 6.28: Λόγος μεθόδων (απλοποιημένη / γενική) για κάθε δοκιμή

6.2.4.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις ανά 5m

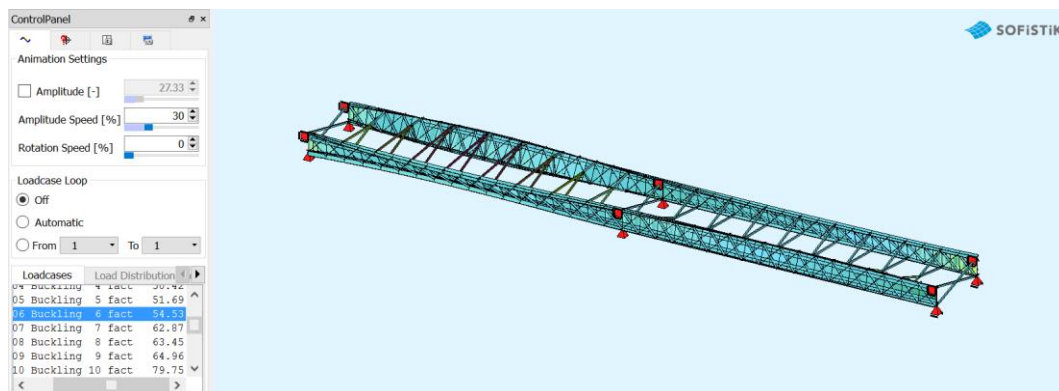
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L130/12 με εμβαδόν διατομής $A_a = 30 \text{ cm}^2$.



Σχήμα 6.29: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 24,86$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 122,76 \text{ kN/m}$

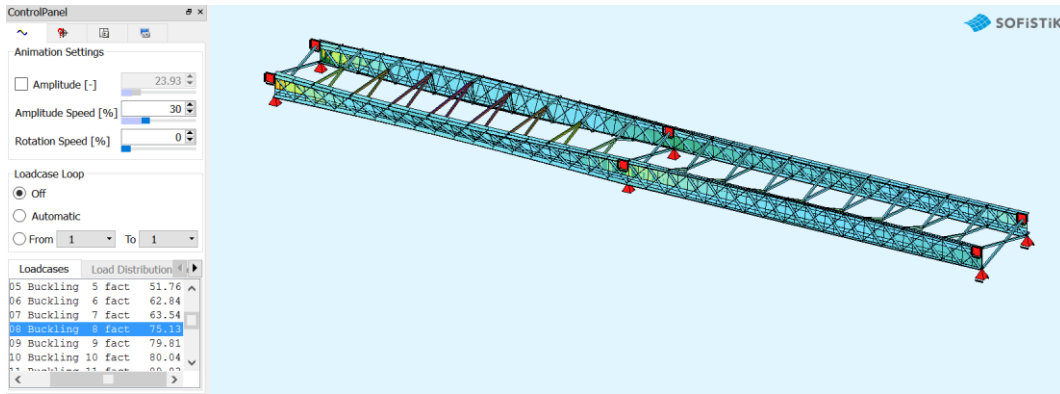
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L180/18 με εμβαδόν διατομής $A_a = 61,9 \text{ cm}^2$. Σημειώνεται ότι διαλέγουμε την 1η μορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, προσπερνώντας αυτές του τοπικού.



Σχήμα 6.30: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 54,53$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 168,82 \text{ kN/m}$

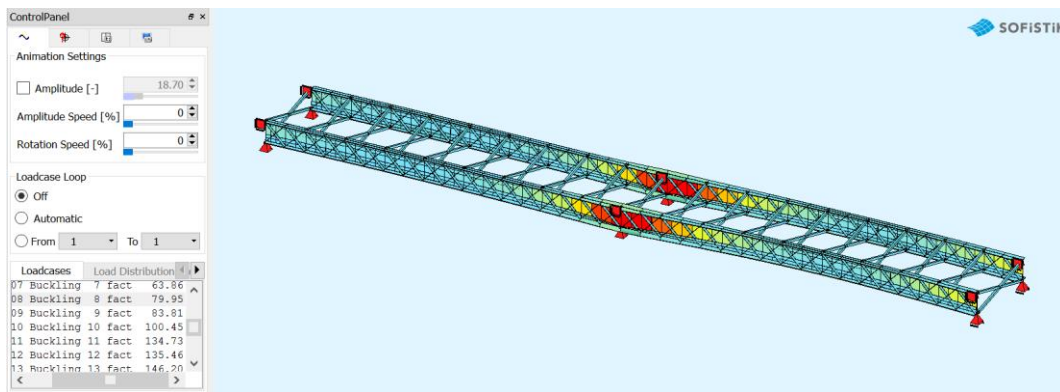
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L200/20 με εμβαδόν διατομής $A_a = 76,3 \text{ cm}^2$. Διαλέγουμε την 1η μορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, προσπερνώντας αυτές του τοπικού.



Σχήμα 6.31: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 75,13$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 182,67 \text{ kN/m}$

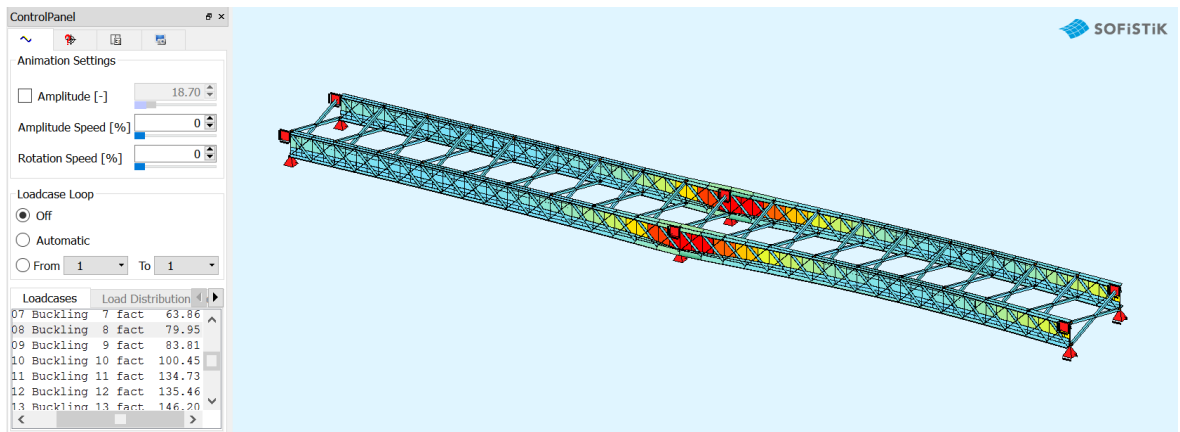
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L200/24 με εμβαδόν διατομής $A_a = 90,6 \text{ cm}^2$. Διαλέγουμε την 1η μορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, προσπερνώντας αυτές του τοπικού.



Σχήμα 6.32: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 79,85$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 184,99 \text{ kN/m}$

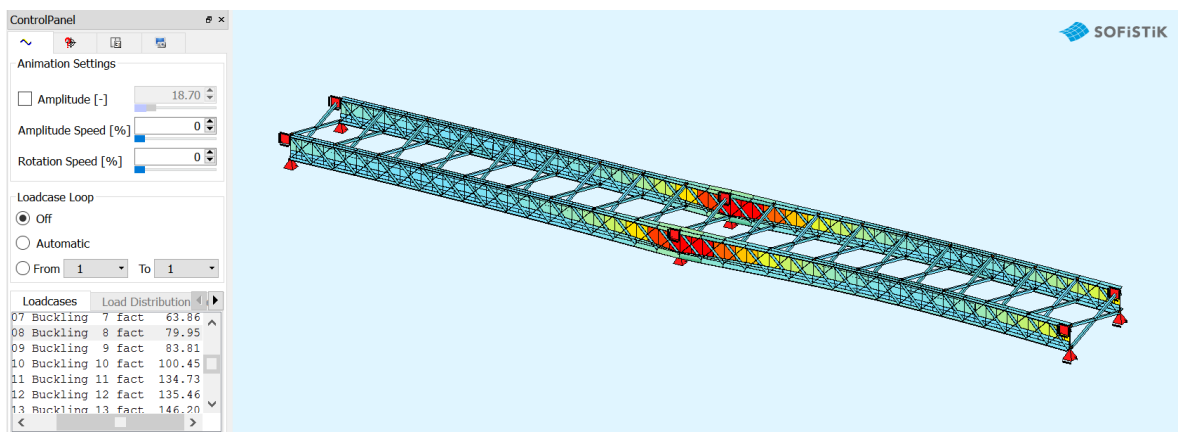
- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L250/28 με εμβαδόν διατομής $A_a = 133 \text{ cm}^2$. Διαλέγουμε την 1η μορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, προσπερνώντας αυτές του τοπικού.



Σχήμα 6.33: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 79,95$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 185,04 \text{ kN} / m$

- Δοκιμή με χιαστί συνδέσμους δυσκαμψίας διατομής L250/35 με εμβαδόν διατομής $A_a = 163 \text{ cm}^2$. Διαλέγουμε την 1η μορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, προσπερνώντας αυτές του τοπικού.

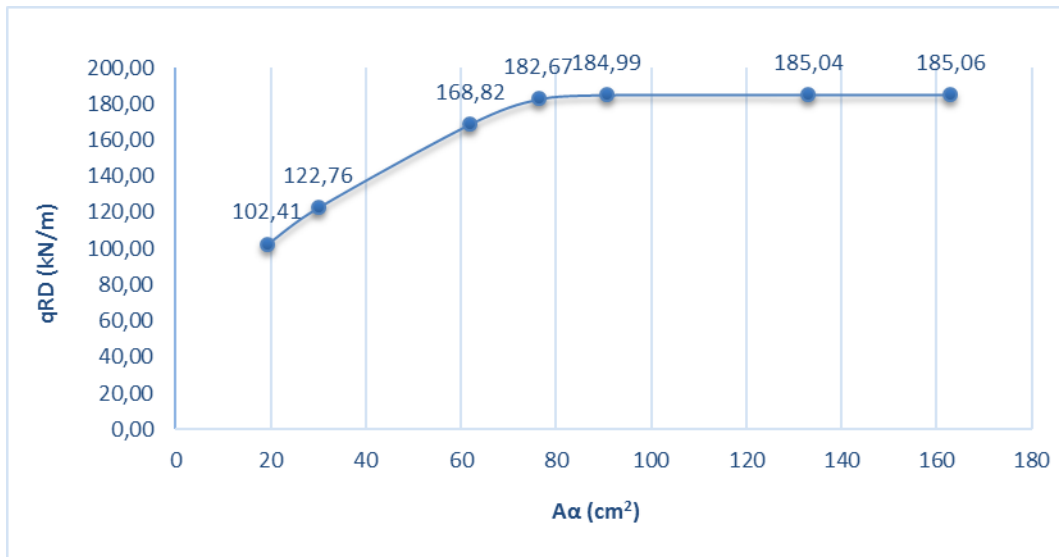


Σχήμα 6.34: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Για $a_{cr} = 80,01$, προκύπτει νέο φορτίο αντοχής: $q_{RD} = 185,06 \text{ kN} / m$

6.2.4.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων

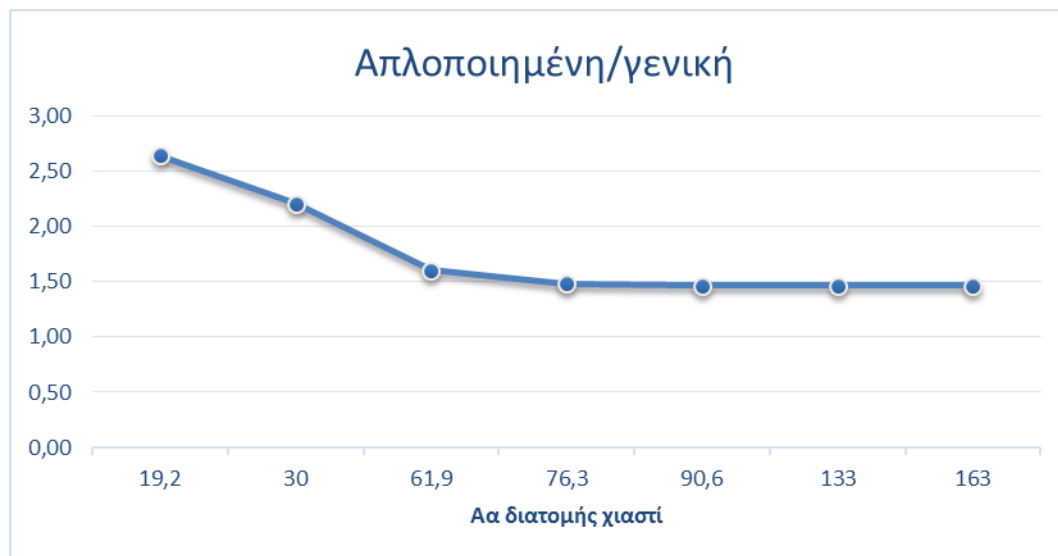
Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή και η σταθεροποίηση του οριακού φορτίου αντοχής έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.



Σχήμα 6.35: Φορτία αντοχής σε σχέση με την διατομή των χιαστί συνδέσμων

Παρατηρούμε ότι το φορτίο σταθεροποιείται για το εμβαδόν της διατομής L200/20 και L200/24 όπου και από το Σχήμα 6.32 και έπειτα βλέπουμε και ότι η παραμόρφωση εντείνεται στο κάτω θλιβόμενο πέλμα της στήριξης (αντί για το άνω στο άνοιγμα), πράγμα που επιβεβαιώνει τον υπολογισμό με την απλοποιημένη μέθοδο.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της απλοποιημένης μεθόδου με αυτά από τα νέα φορτία αντοχής της γενικής μεθόδου έχω τα εξής αποτελέσματα:



Σχήμα 6.36: Λόγος μεθόδων (απλοποιημένη / γενική) για κάθε δοκιμή

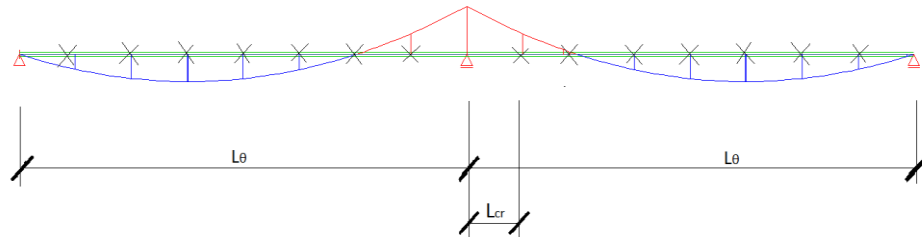
6.3 Φάση λειτουργίας

6.3.1 Απλοποιημένη μέθοδος

Το άνω πέλμα πλέον εξασφαλίζεται από την πλάκα σκυροδέματος και εφαρμόζεται η μέθοδος του κεφαλαίου 6.2.2 για την εύρεση του φορτίου αντοχής του κάτω θλιβόμενου πέλματος στη στήριξη έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

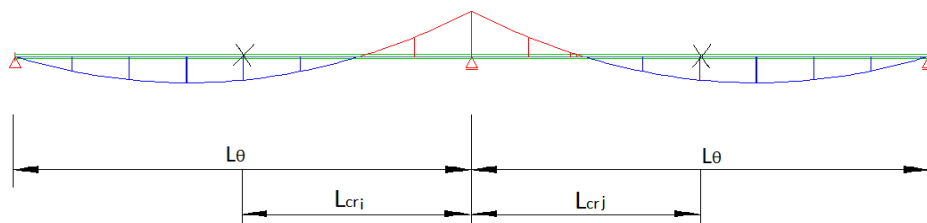
Η εφαρμογή της μεθόδου του Ευρωκώδικα που περιγράφεται από το κεφάλαιο 2.4.2 έγινε με βάση τις εξής παραδοχές:

- 1) Τα μεγέθη των M_1 , M_2 και τα αντίστοιχα V_1 , V_2 λαμβάνονται από το διάγραμμα ροπών και τεμνουσών της ολόσωμης δοκού. Και συγκεκριμένα:
 - a) Στη περίπτωση πλευρικών δεσμεύσεων στην περιοχή των αρνητικών ροπών, τα M_2 και V_2 λαμβάνονται ίσα με αυτά στη θέση της πρώτης πλευρικής δέσμευσης από τη στήριξη.
 - b) Στη περίπτωση όπου το διάγραμμα ροπών αλλάζει πρόσημο (δηλαδή πλευρικές στηρίξεις στις θετικές ροπές) θέτουμε $M_2=0$ και V_2 που αντιστοιχεί στη θέση μηδενισμού των ροπών.
- 2) Το κρίσιμο μήκος λυγισμού επιλέγεται ως εξής:
 - a) Στη περίπτωση πλευρικών δεσμεύσεων στην περιοχή των αρνητικών ροπών, το l_{cr} ισούται με την απόστασή τους από τη μεσαία στήριξη.



Σχήμα 6.37: l_{cr} σε φάση λειτουργίας (a)

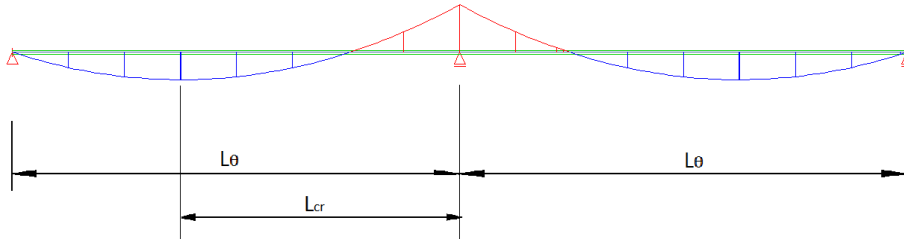
- b) Για την περίπτωση όπου υπάρχουν πλευρικές στηρίξεις στη περιοχή των θετικών ροπών το l_{cr} ισούται με την απόσταση μεταξύ των εξασφαλίσεων και της μεσαίας στήριξης.



Σχήμα 6.38: l_{cr} σε φάση λειτουργίας (b)

- c) Για την περίπτωση που δεν εξασφαλίζεται πλευρικά η δοκός αντί για το θεωρητικό άνοιγμα τίθεται l_{cr} ίσο με την απόσταση του μεγίστου των θετικών ροπών από την μεσαία στήριξη, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.39. Το ίδιο μπορεί να θεωρηθεί εάν οι

εξασφαλίσεις βρίσκονται σε απόσταση από την στήριξη μεγαλύτερη από αυτή της μεσαίας στήριξης από το μέγιστο των θετικών ροπών.



Σχήμα 6.39: L_{cr} σε φάση λειτουργίας (c)

Για τον έλεγχο όλων των παραπάνω γίνονται οι παρακάτω εφαρμογές για πολλαπλές διαφορετικές περιπτώσεις διάταξης χιαστί κατακόρυφων συνδέσμων και στη συνέχεια ελέγχεται η αξιοπιστία τους με την γενική μέθοδο μέσω του προγράμματος Sofistik.

Στις παρακάτω εφαρμογές συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται

- οι ίδιες δοκοί με τα αδρανειακά χαρακτηριστικά που υπολογίστηκαν στο κεφαλαίο 6.1
- το στατικό προσομοίωμα που φαίνεται στο Σχήμα 6.1
- για την ισοδύναμη ράβδο του κάτω πέλματος τα στοιχεία και τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής του Σχήμα 6.5.
- το διάγραμμα ροπών κάμψης της ολόσωμης δοκού, βλέπε Σχήμα 6.2
- και το διάγραμμα τεμνουσών, Σχήμα 6.3

6.3.1.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

$$M_1 = 2490 \text{ kNm} \text{ και } V_1 = 280,3 \text{ kN}$$

$$M_2 = 0 \text{ και } V_2 = 167,8 \text{ kN}$$

$$M_2 / M_1 = 0$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} = \frac{167,8}{280,3} = 0,599$$

$$\Phi = 2 \cdot \frac{1-0}{1+0,599} = 1,25$$

Για $\gamma=0$, δεν υπάρχουν ενισχύσεις κορμού, έχουμε:

$$m = m_1 = m_2 = 1 + 0,44 \cdot (1 + 0,599) \cdot 1,25^{1,5} = 1,98$$

l_{cr} επιλέγεται, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές (2.c), ίσο με 28 m που είναι η απόσταση της μεσαίας στήριξης από το μέγιστο των θετικών ροπών. Έτσι η κρίσιμη ροπή υπολογίζεται ως εξής:

$$N_{cr} = 1,98 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887333,33}{2800^2} = 46547,28 \text{ kN} \text{ (ισοδύναμης ράβδου)}$$

$$N_{pl,Rk} = 880 \cdot 33,5 + 82,44 \cdot 35,5 = 32406,6 \text{ kN} \text{ (ισοδύναμης ράβδου)}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{32406,6}{46547,28}} = 0,834, \text{ \acute{a}\rho\alpha}$$

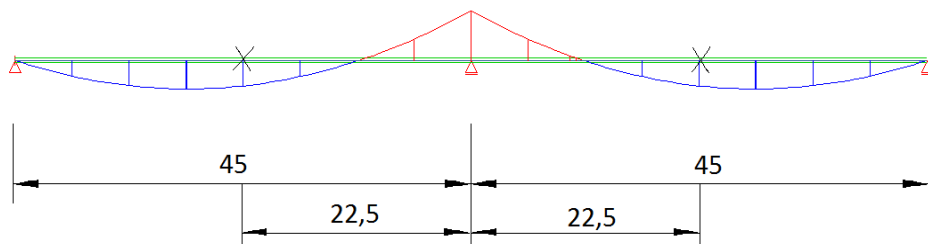
$$\chi_{LT} = 0,64$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{au} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0,64 \cdot \frac{219901,43 \cdot 33,5 \cdot 10^{-2}}{1,1} = 42899,73 \text{ kNm}$$

Και συνεπώς το φορτίο αντοχής είναι εκείνο για την τιμή M_{Ed} ώστε να ισχύει οριακά η σχέση ελέγχου: $M_{b,Rd} \geq M_{Ed}$ Δηλαδή πρέπει $M_{Ed} = 42899,73 \text{ kNm}$ και το αντίστοιχο

$$\text{φορτίο είναι: } q_{RD} = \frac{42899,73}{2490} \cdot 10 = 172,29 \text{ kN/m.}$$

6.3.1.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους



$$M_1 = 2490 \text{ kNm} \text{ και } V_1 = 280,3 \text{ kN}$$

$$M_2 = 0 \text{ και } V_2 = 167,8 \text{ kN}$$

$$M_2 / M_1 = 0$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} = \frac{167,8}{280,3} = 0,599$$

$$\Phi = 2 \cdot \frac{1-0}{1+0,599} = 1,25$$

Για $\gamma=0$, δεν υπάρχουν ενισχύσεις κορμού, έχουμε:

$$m = m_1 = m_2 = 1 + 0,44 \cdot (1 + 0,599) \cdot 1,25^{1,5} = 1,98$$

I_{cr} επιλέγεται, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές (2.b), ίσο με 22,5 m που είναι η απόσταση της μεσαίας στήριξης από τους χιαστί συνδέσμους. Έτσι η κρίσιμη ροπή υπολογίζεται ως εξής:

$$N_{cr} = 1,98 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887333,33}{2250^2} = 72085,06 \text{ kN}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα:

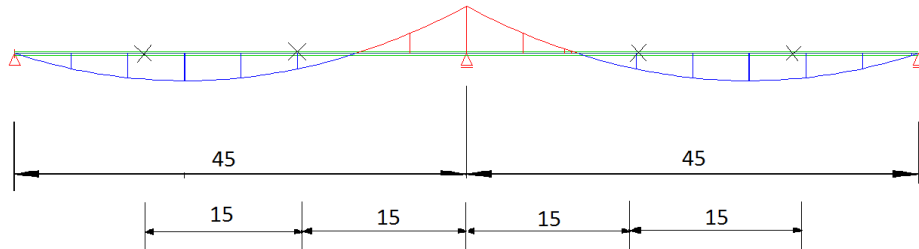
$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{32406,6}{72085,06}} = 0,670, \text{ \acute{a}\rho\alpha}$$

$$\chi_{LT} = 0,74$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{au} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0,74 \cdot \frac{219901,43 \cdot 33,5 \cdot 10^{-2}}{1,1} = 49749,66 \text{ kNm}$$

Και συνεπώς το φορτίο αντοχής είναι εκείνο για την τιμή M_{Ed} ώστε να ισχύει οριακά η σχέση ελέγχου: $M_{b,Rd} \geq M_{Ed}$ Δηλαδή πρέπει $M_{Ed} = 49749,66 \text{ kNm}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι: $q_{RD} = \frac{49749,66}{2490} \cdot 10 = 199,8 \text{ kN/m}$.

6.3.1.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα 1/3 τους



$$M_1 = 2490 \text{ kNm} \text{ και } V_1 = 280,3 \text{ kN}$$

$$M_2 = 0 \text{ και } V_2 = 167,8 \text{ kN}$$

$$M_2 / M_1 = 0$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} = \frac{167,8}{280,3} = 0,599$$

$$\Phi = 2 \cdot \frac{1-0}{1+0,599} = 1,25$$

Για $\gamma=0$, δεν υπάρχουν ενισχύσεις κορμού, έχουμε:

$$m = m_1 = m_2 = 1 + 0,44 \cdot (1 + 0,599) \cdot 1,25^{1,5} = 1,98$$

l_{cr} επιλέγεται, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές (2.b), ίσο με 15 m που είναι η απόσταση της μεσαίας στήριξης από τους χιαστί συνδέσμους. Έτσι η κρίσιμη ροπή υπολογίζεται ως εξής:

$$N_{cr} = 1,98 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887333,33}{1500^2} = 162191,39 \text{ kN}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα:

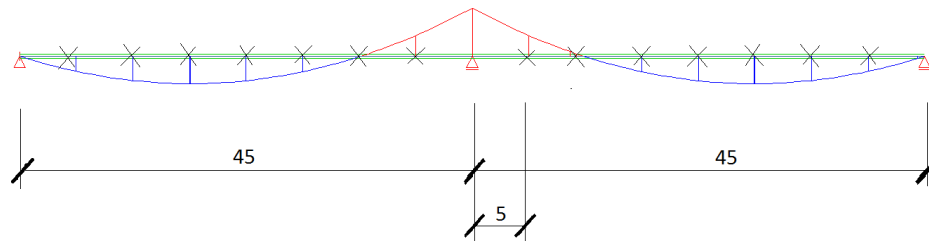
$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{32406,6}{162191,39}} = 0,447, \text{ άρα}$$

$$\chi_{LT} = 0,87$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{au} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0,87 \cdot \frac{219901,43 \cdot 33,5 \cdot 10^{-2}}{1,1} = 58409,02 \text{ kNm}$$

Και συνεπώς το φορτίο αντοχής είναι εκείνο για την τιμή M_{Ed} ώστε να ισχύει οριακά η σχέση ελέγχου: $M_{b,Rd} \geq M_{Ed}$ Δηλαδή πρέπει $M_{Ed} = 58409,02 \text{ kNm}$ και το αντίστοιχο φορτίο είναι: $q_{RD} = \frac{58409,02}{2490} \cdot 10 = 234,57 \text{ kN/m}$.

6.3.1.4 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις ανά 5m



$$M_1 = 2490 \text{ kNm} \text{ και } V_1 = 280,3 \text{ kN}$$

$M_2 = 1214$ και $V_2 = 230,3 \text{ kN}$, σύμφωνα με τις παραδοχές (1.α), σε απόσταση 5m από τη στήριξη.

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{1214}{2490} = 0,488$$

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} = \frac{230,3}{280,3} = 0,822$$

$$\Phi = 2 \cdot \frac{1 - \frac{1214}{2490}}{1 + 0,822} = 0,563$$

Για $\gamma=0$,δεν υπάρχουν ενισχύσεις κορμού, έχουμε:

$$m = m_1 = m_2 = 1 + 0,44 \cdot (1 + 0,822) \cdot 0,563^{1,5} = 1,34$$

l_{cr} επιλέγεται, σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές (2.α), ίσο με 5 m που είναι η απόσταση της μεσαίας στήριξης από τους χιαστί συνδέσμους. Έτσι η κρίσιμη ροπή υπολογίζεται ως εξής:

$$N_{cr} = 1,34 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 887333,33}{500^2} = 984475,93 \text{ kN}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{32406,6}{984475,93}} = 0,181, \text{ άρα } \chi_{LT} = 1,0$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{au} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 1,0 \cdot \frac{219901,43 \cdot 33,5 \cdot 10^{-2}}{1,1} = 66969,98 \text{ kNm}$$

Και συνεπώς το φορτίο αντοχής είναι εκείνο για την τιμή M_{Ed} ώστε να ισχύει οριακά η σχέση ελέγχου: $M_{b,Rd} \geq M_{Ed}$ Δηλαδή πρέπει $M_{Ed} = 66969,98 \text{ kNm}$ και το αντίστοιχο

φορτίο είναι: $q_{RD} = \frac{66969,98}{2490} \cdot 10 = 268,96 \text{ kN/m}$.

6.3.1.5 Συγκεντρωτικά με την απλοποιημένη μέθοδο

Ανάλογα με το πλήθος των κατακόρυφων χιαστί συνδέσμων που εξασφαλίζουν το κάτω πέλμα βλέπουμε την μεταβολή του φορτίου:

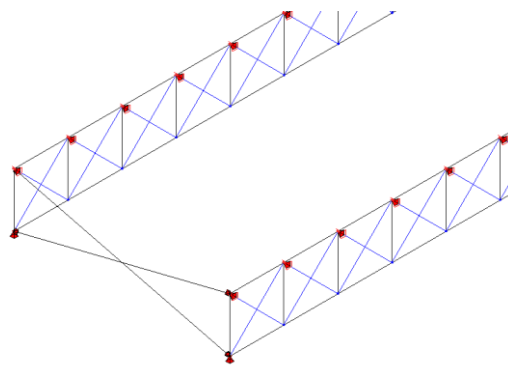


Σχήμα 6.40: Φορτία με την απλοποιημένη μέθοδο σε φάση λειτουργίας

6.3.2 Γενική μέθοδος

Κατασκευάζονται για τον έλεγχο του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού με τη γενική μέθοδο τα παρακάτω μοντέλα στο Sofistik και για την κατασκευή των μοντέλων ισχύουν τα εξής:

- 1) οι διατομές των δικτυωμάτων μένουν όπως ακριβώς περιγράφονται στο κεφάλαιο 6.2.2
- 2) και πάλι τα μοντέλα καταπονούνται με κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο 10 kN/m ανά δοκό όπως σχήμα 6.1
- 3) Για τα διαγράμματα των δρώντων ορθών τάσεων βλέπε σχήμα 6.11
- 4) Για την προσομοίωση της πλάκας σκυροδέματος χρησιμοποιήθηκαν πυκνές στηρίξεις που δεσμεύουν:
 - a) την πλευρική μετατόπιση κατά $y-y'$ και
 - b) την στρέψη του άνω πέλματος δηλαδή την ροπή M_x

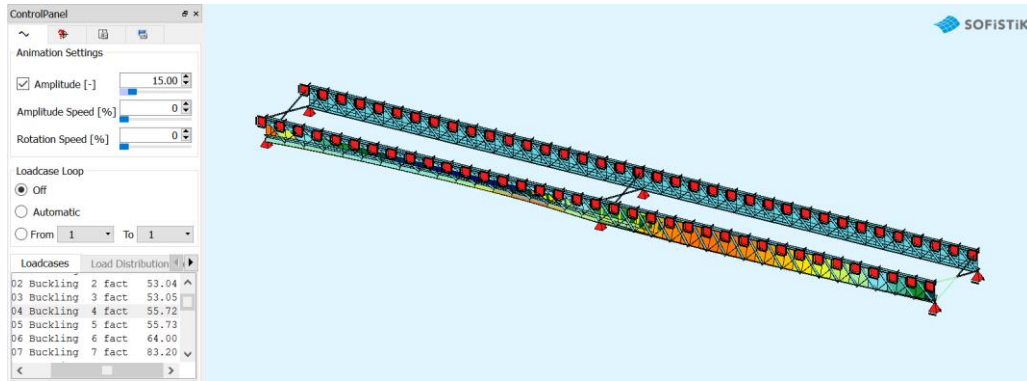


Σχήμα 6.41: Πλευρικές στηρίξεις αντί πλάκας σκυροδέματος

6.3.2.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

Για τους χιαστί συνδέσμους χρησιμοποιήθηκε τυπικά μια διατομή L100/10 άνευ σημασίας στο συγκεκριμένο μοντέλο καθώς τοποθετήθηκε στα σημεία των στηρίξεων.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.42: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr}=55,72$

Με την ίδια διαδικασία με το κεφάλαιο 5.2 υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 55,72$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa}, \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{55,72}} = 0,67 \text{ και } \chi_{0p} = 0,742$$

Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,74 = 1,35$$

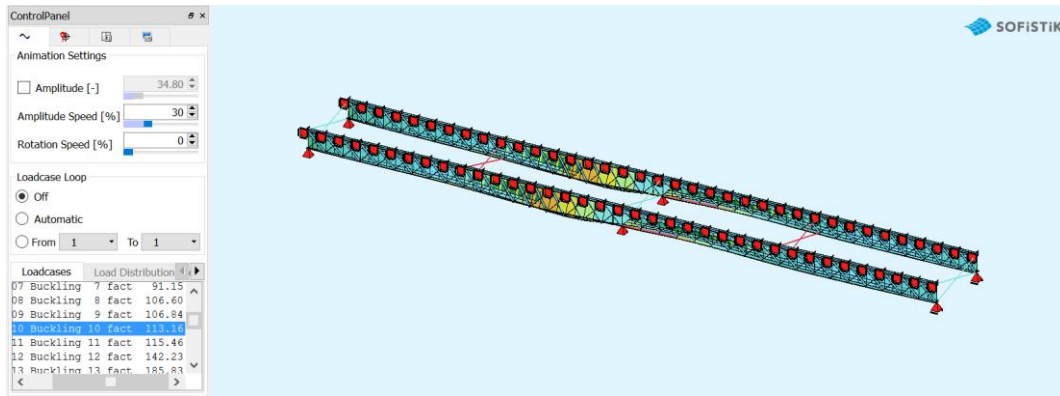
και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{1,35} = 248,48 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{248,48}{13,3} \cdot 10 = 186,83 \text{ kN / m}$.

6.3.2.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

Για τους χιαστί συνδέσμους χρησιμοποιήθηκε τυπικά μια διατομή L100/10.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.43: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr}=113,16$

Με την ίδια διαδικασία με το κεφάλαιο 5.2 υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 113,16$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa} , \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{113,16}} = 0,47 \text{ και } \chi_{op} = 0,86$$

Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,86 = 1,16$$

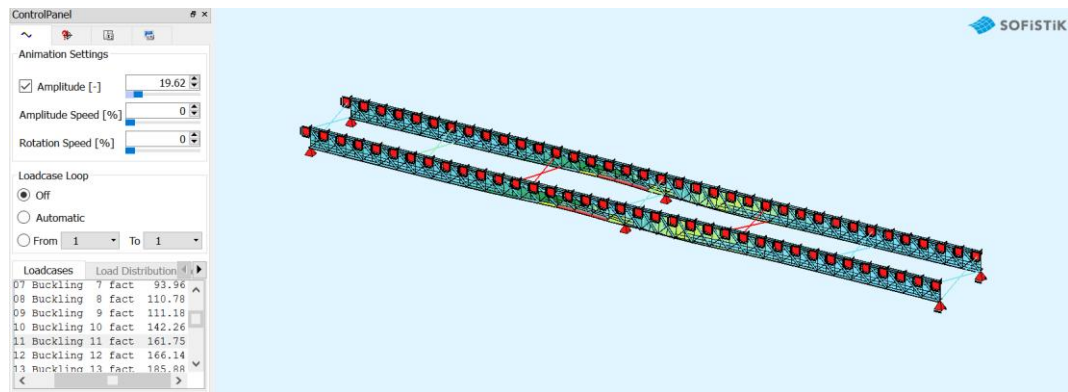
και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{1,16} = 287,64 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{267,64}{13,3} \cdot 10 = 216,27 \text{ kN / m}$.

6.3.2.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα 1/3 τους

Για τους χιαστί συνδέσμους χρησιμοποιήθηκε τυπικά μια διατομή L100/10.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.44: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr}=161,75$

Με την ίδια διαδικασία με το κεφάλαιο 5.2 υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 161,75$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa} , \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{161,75}} = 0,39 \text{ και } \chi_{0,p} = 0,9$$

Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,9 = 1,11$$

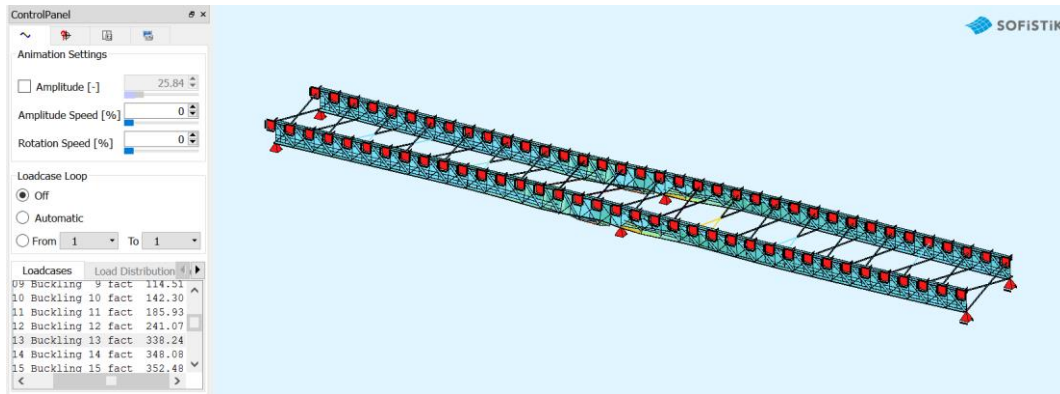
και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{1,11} = 301,56 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{301,56}{13,3} \cdot 10 = 226,73 \text{ kN / m}$.

6.3.2.4 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις ανά 5m

Για τους χιαστί συνδέσμους χρησιμοποιήθηκε τυπικά μια διατομή L100/10.

Εκτελώντας στο πρόγραμμα το task Buckling Eigenvalues Analysis υπολογίζονται τα factors (a_{cr}) για κάθε ιδιομορφή:



Σχήμα 6.45: Ο φορέας υπό την 1η ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Επιλέγοντας την κατάλληλη ιδιομορφή, δηλαδή την πρώτη ιδιομορφή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού λαμβάνουμε factor $a_{cr}=338,24$

Με την ίδια διαδικασία με το κεφάλαιο 5.2 υπολογίζεται το οριακό φορτίο έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού:

$$a_{cr} = 338,24$$

$$\sigma_{ED} = 13,3 \text{ MPa} , \text{ από Σχήμα 6.11}$$

$$a_{ult,k} = \frac{335}{13,3} = 25,19$$

$$\lambda_{op} = \sqrt{\frac{25,19}{338,24}} = 0,27 \text{ και } \chi_{0,p} = 0,96 \approx 1$$

Βρίσκουμε την οριακή τιμή του $a_{ult,k}$ για να ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{\chi_{op} \cdot a_{ult,k}}{1,1} \geq 1 \text{ άρα } \min a_{ult,k} = 1 \cdot 1,1 / 0,96 = 1,04$$

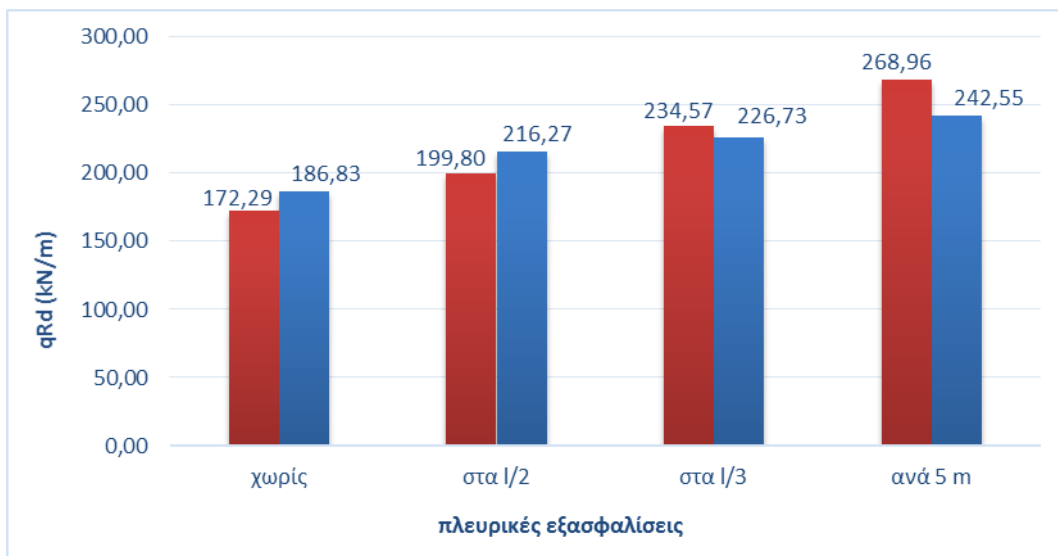
και η αντίστοιχη οριακή τιμή της μέγιστης ορθής τάσης που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $\max \sigma_{ao} = \frac{335}{1,04} = 322,59 \text{ MPa}$

Αναλογικά με εκείνη του δοκιμαστικού φορτίου το αντίστοιχο φορτίο που μπορεί να αναπτυχθεί είναι: $q_{RD} = \frac{322,59}{13,3} \cdot 10 = 242,55 \text{ kN / m} .$

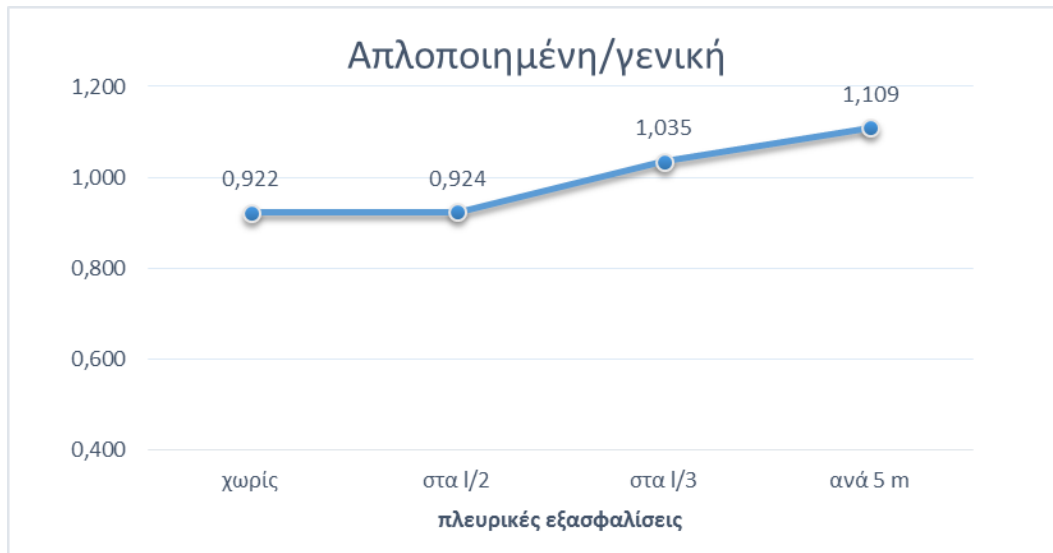


Σχήμα 6.46: Φορτία με τη γενική μέθοδο σε φάση λειτουργίας

6.3.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων



Σχήμα 6.47: Φορτία αντοχής από κάθε μέθοδο σε φάση λειτουργίας



Σχήμα 6.48: Λόγος μεθόδων (απλοποιημένη / γενική) σε Φ.Λ.

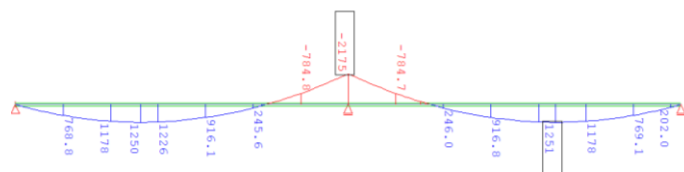
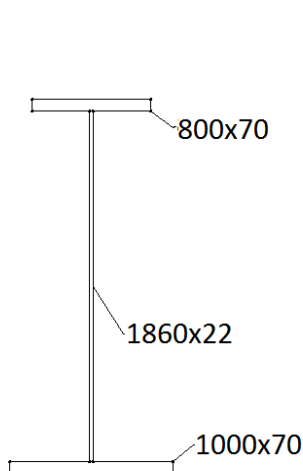
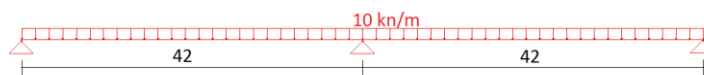
7 Έλεγχος αποτελεσμάτων με εφαρμογή σε περισσότερα αριθμητικά παραδείγματα

Για τον έλεγχο της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου 6, εφαρμόζονται οι παραπάνω μέθοδοι σε δοκούς με διαφορετικά μήκη και διατομές ακολουθώντας την ακριβή διαδικασία υπολογισμού που περιγράφηκε στο παράδειγμα της δοκού του κεφαλαίου 6 .

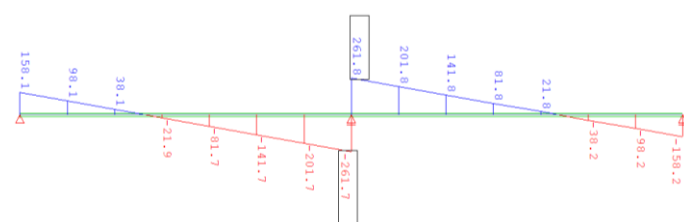
Οι υπολογισμοί έγιναν με την βοήθεια υπολογιστικού φύλλου excel και παρουσιάζονται σε πίνακες συνοπτικά τα αποτελέσματα:

7.1 Στοιχεία Δοκών και εντατικά μεγέθη:

- Εφαρμογή 2^η

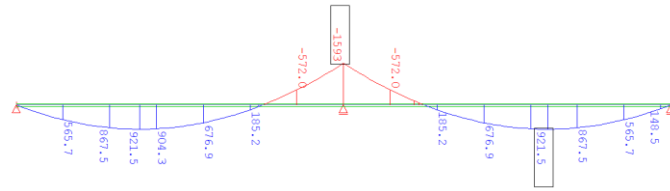
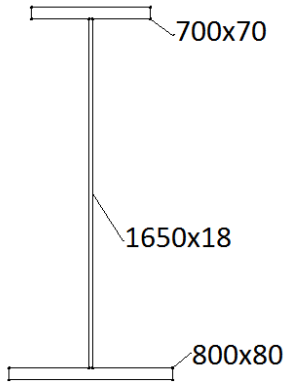
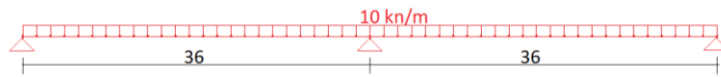


Σχήμα 7.1: Διάγραμμα ροπών κάμψης

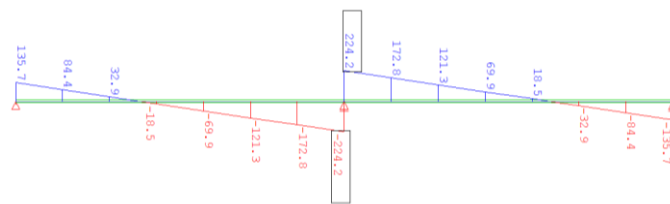


Σχήμα 7.2: Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων

- Εφαρμογή 3^η

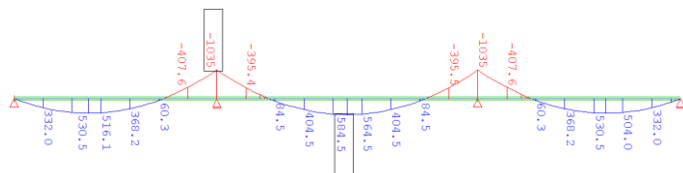
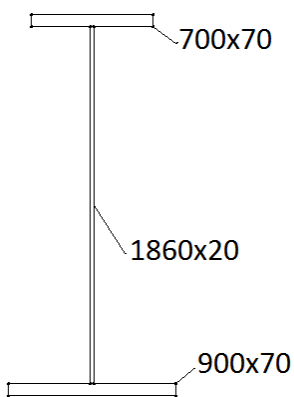
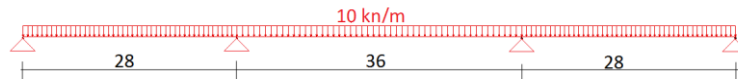


Σχήμα 7.3: Διάγραμμα ροπών κάμψης

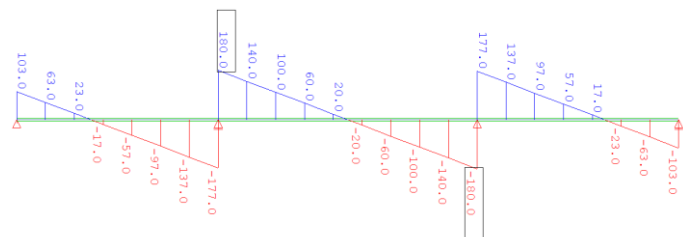


Σχήμα 7.4: Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων

- Εφαρμογή 4^η



Σχήμα 7.5: Διάγραμμα ροπών κάμψης



Σχήμα 7.6: Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων

Χαρακτηριστικά διατομών:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
χάλυβας	S355	S355	S355
A_a (cm ²)	1669,2	1427	1492
z_a (cm)	108,09	98,76	109,05
I_y (cm ⁴)	12808958	8969440,3	11384437
Κατηγορία διατομής	3	3	3
W_{au}	139369,74	110412,4	125179,3
$M_{ei\gamma}$	46688,86	36988,15	41935,07

7.2 Φάση κατασκευής

7.2.1 Απλοποιημένη μέθοδος

Υπολογίζεται η ισοδύναμη διατομή T για κάθε θλιβόμενο πέλμα και υπολογίζεται το φορτίο αντοχής τους.

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

Διατομή T	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
$1/3 h_{wc}$ (cm)	33,7	30,59	34,02
A_T (cm ²)	634,14	545,06	558,04
$Z_{T,y}$ (cm)	5,88	5,4	6
$I_{T,y}$ (cm ⁴)	298686,57	200098,2	200106,01

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

Διατομή T	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
$1/3 h_{wc}$ (cm)	28,3	24,41	27,98
A_T (cm ²)	762,26	683,94	685,96
$Z_{T,y}$ (cm)	4,94	5,04	4,93
$I_{T,y}$ (cm ⁴)	583358,45	341345,2	425268,65

7.2.1.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	42	36	36
N_{cr} (kN)	6854,19	3200	3200,2
λ_{LT}	1,93	2,39	2,42
χ_{LT}	0,21	0,14	0,14
$N_{b,Rd}$ (kN)	4839,7	2385,52	2391,66
$q_{,Rd}$ (kN/m)	47,68	43,58	77,38

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	26,4	22,5	36
N_{cr} (kN)	17347,9	13974,87	6801,1
λ_{LT}	1,213	1,28	1,84
χ_{LT}	0,43	0,4	0,22
$N_{b,Rd}$ (kN)	9924,016	8272,9	4730,2
$q_{,Rd}$ (kN/m)	97,77	101,15	104,3

7.2.1.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	22	18	18
N_{cr} (kN)	12791	12800	12800,7
λ_{LT}	1,3	1,2	1,21
χ_{LT}	0,39	0,44	0,43
$N_{b,Rd}$ (kN)	7601,53	7245,18	7303,44
$q_{,Rd}$ (kN/m)	114,03	132,36	236,28

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	20	18	18
N_{cr} (kN)	30226,96	21835,74	27204,3
λ_{LT}	0,92	1,02	0,92
χ_{LT}	0,59	0,53	0,59
$N_{b,Rd}$ (kN)	13652,9	10954,9	12286,9
$q_{,Rd}$ (kN/m)	134,5	133,94	270,82

7.2.1.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πυκνές πλευρικές εξασφαλίσεις

Για έλεγχο στο άνω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	6	7,2	6
N_{cr} (kN)	171967,66	80001,3	115206,4
λ_{LT}	0,35	0,48	0,4
χ_{LT}	0,92	0,86	0,9
$N_{b,Rd}$ (kN)	17829,6	14198,4	15224,4
$q_{,Rd}$ (kN/m)	267,32	259,4	492,54

Για έλεγχο στο κάτω πέλμα:

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	6	7,2	6
N_{cr} (kN)	335855,2	136473,4	244838,614
λ_{LT}	0,3	0,41	0,31
χ_{LT}	0,96	0,9	0,95
$N_{b,Rd}$ (kN)	22320,71	18582,9	19760,5
$q_{,Rd}$ (kN/m)	219,9	227,2	435,5

7.2.2 Γενική μέθοδος

7.2.2.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
a_{cr} (από Sofistik)	8,19	9,38	16,56
q_{Rd} (kN/m)	54,1	59,47	102,33

7.2.2.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

Δίνονται τα στοιχεία κάποιων χαρακτηριστικών από τις δοκιμές διατομών των κατακόρυφων χιαστί συνδέσμων και συνολικά φαίνονται στο διάγραμμα των σχημάτων 7.8 με 7.13

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
Αα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L100/10, 19,2 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	13,46	14,49	23,05
q_{Rd} (kN/m)	78,24	80,83	128,68
Αα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L180/18, 61,9 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	25,02	26,05	36,27
q_{Rd} (kN/m)	112,1	112,86	166,47
Αα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L250/28, 133 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	27,2	32,4	71,74
q_{Rd} (kN/m)	116,43	121,34	214,62

7.2.2.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πυκνές πλευρικές εξασφαλίσεις

Δίνονται τα στοιχεία κάποιων χαρακτηριστικών από τις δοκιμές διατομών των κατακόρυφων χιαστί συνδέσμων και συνολικά βλέπε σχημάτων 7.15 με 7.20

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
Aα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L100/10, 19,2 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	23,8	20,25	26,93
q_{,Rd} (kN/m)	109,4	98,4	141,7
Aα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L180/18, 61,9 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	81,17	70,21	68,18
q_{,Rd} (kN/m)	158,8	148,7	211,6
Aα κατακόρυφου χιαστί συνδέσμου , L250/28, 133 cm²			
a_{cr} (από Sofistik)	81,53	70,53	92,72
q_{,Rd} (kN/m)	158,9	148,84	228,4

7.3 Φάση λειτουργίας

7.3.1 Απλοποιημένη μέθοδος

Ακολουθώντας με ακρίβεια τις παραδοχές του κεφαλαίου 6.3.1 Υπολογίζεται στη φάση λειτουργίας των γεφυρών το φορτίο αντοχής για στρεπτοκαμπτικό λυγισμό του κάτω πέλματος.

7.3.1.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	26,4	22,5	36
M₂/M₁	0	0	0
V₂/V₁	0,6	0,59	0,6
N_{cr} (kN)	34422,2	27729,5	13483,7
M_{b,Rd} (kNm)	26475,9	19984,1	14735,05
q_{,Rd} (kN/m)	121,72	125,4	142,37

7.3.1.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	20	18	18
M₂/M₁	0	0	0
V₂/V₁	0,6	0,59	0,6
N_{cr} (kN)	59977,3	43327,3	53935
M_{b,Rd} (kNm)	31996,6	23799,8	28733,4
q_{,Rd} (kN/m)	147,11	149,4	277,6

7.3.1.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πυκνές πλευρικές εξασφαλίσεις

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
L_{cr} (m)	6	7,2	6
M₂/M₁	0,36	0,53	0,13
V₂/V₁	0,77	0,84	0,67
N_{cr} (kN)	496359,6	176381,3	436044,4
M_{b,Rd} (kNm)	41864,9	30870,5	37549
q_{,Rd} (kN/m)	192,5	193,8	362,8

7.3.2 Γενική μέθοδος

Με την βοήθεια της ανάλυσης του προγράμματος Sofistik και το υπολογιστικό φύλλο excel για τις σχάρες των γεφυρών σε φάση λειτουργίας σύμφωνα με τις παραδοχές του κεφαλαίου 6.3.2 λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

7.3.2.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
a_{cr} (από Sofistik)	51,48	47,1	58,32
q_{Rd} (kN/m)	144,52	136,3	201,75

7.3.2.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
a_{cr} (από Sofistik)	92,36	92,67	237,99
q_{Rd} (kN/m)	162,1	155,6	263,2

7.3.2.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πυκνές πλευρικές εξασφαλίσεις

	Εφαρμογή 2 ^η	Εφαρμογή 3 ^η	Εφαρμογή 4 ^η
σ_{αο} (MPa) (Sofistik)	16,1	16,9	10,6
a_{cr} (από Sofistik)	253,51	205,75	672,73
q_{Rd} (kN/m)	180,8	170,1	284,9

7.4 Σύγκριση μεθόδων

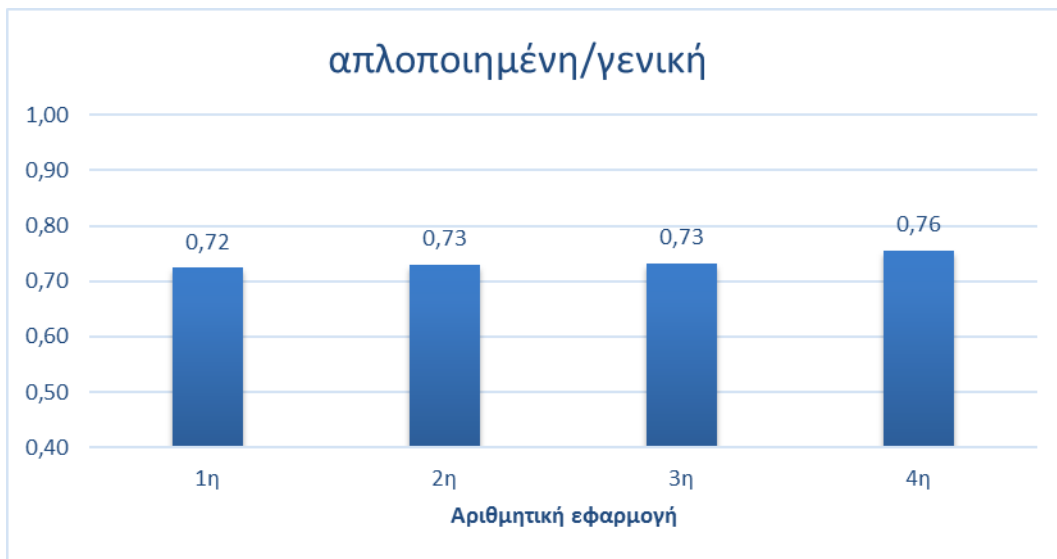
Γίνεται σύγκριση των μεθόδων σε κάθε εφαρμογή και σύγκριση των αποτελεσμάτων των εφαρμογών μεταξύ τους ώστε να διαπιστώσουμε την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.

Παρουσιάζονται για σύγκριση και τα αποτελέσματα της 1^{ης} εφαρμογής, δηλαδή αυτής του κεφαλαίου 6.

7.4.1 Φάση κατασκευής

Συγκρίνουμε τους λόγους της απλοποιημένης με την γενική μέθοδο από εφαρμογή σε εφαρμογή.

7.4.1.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις

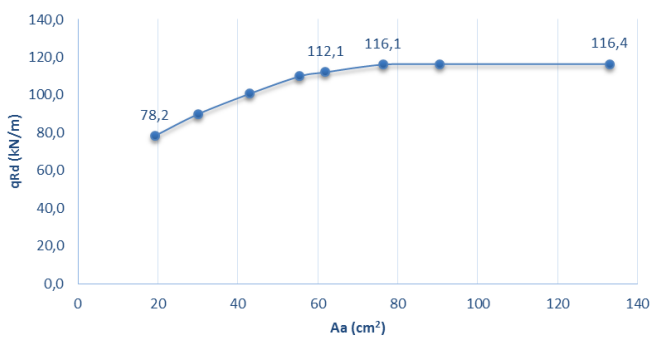


Σχήμα 7.7: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου σε κάθε εφαρμογή χωρίς εξασφαλίσεις

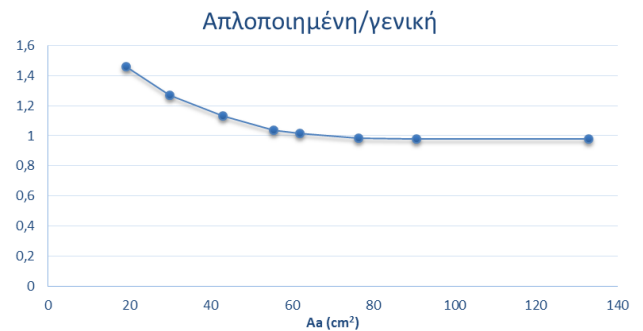
7.4.1.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους

Εδώ για κάθε μία εφαρμογή φαίνεται το διάγραμμα μεταβολής του φορτίου και σύγκρισης των δύο μεθόδων σε σχέση με το εμβαδόν των χιαστί κατακόρυφων συνδέσμων. Για την 1^η εφαρμογή βλέπε (Σχήμα 6.27), (Σχήμα 6.28)

- Εφαρμογή 2^η

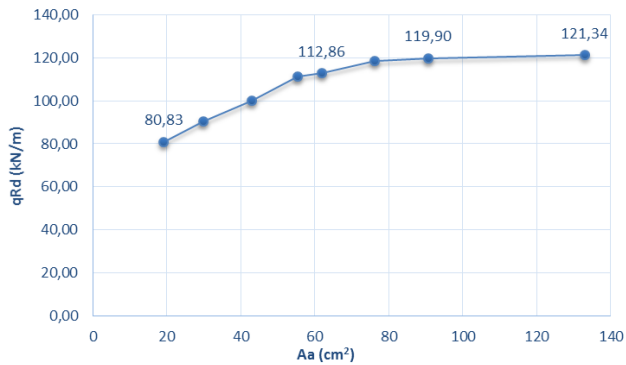


Σχήμα 7.8: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

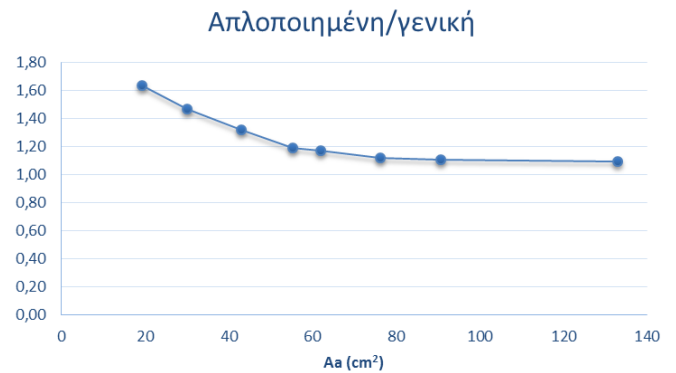


Σχήμα 7.9: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

- Εφαρμογή 3^η

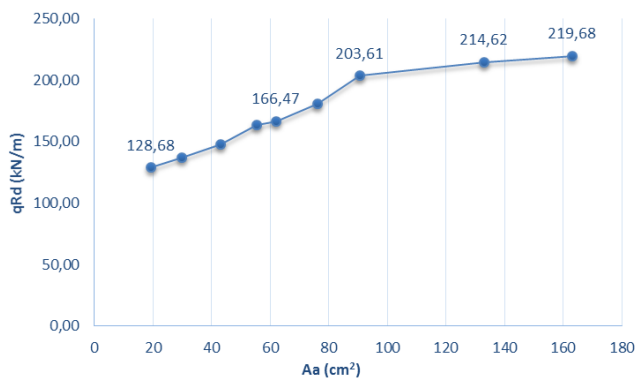


Σχήμα 7.10: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

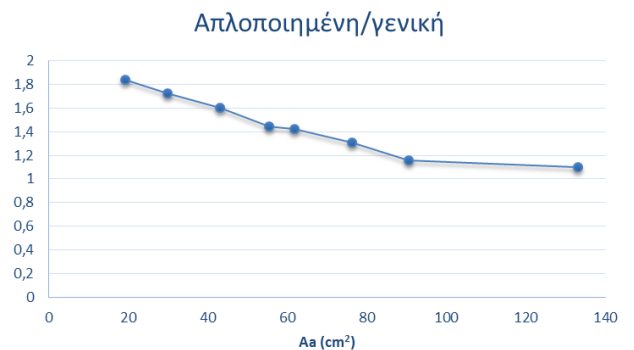


Σχήμα 7.11: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

- Εφαρμογή 4^η

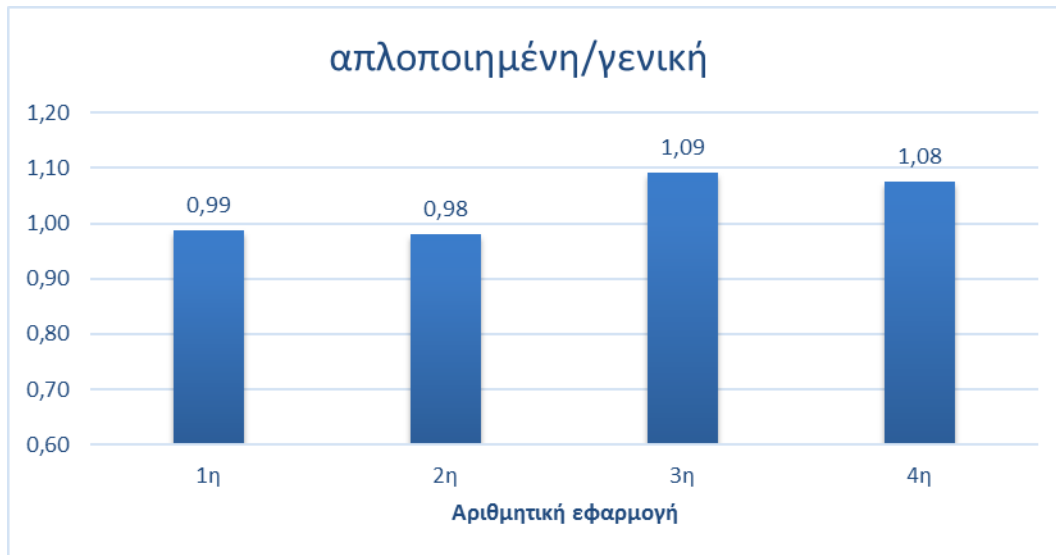


Σχήμα 7.12: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων



Σχήμα 7.13: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

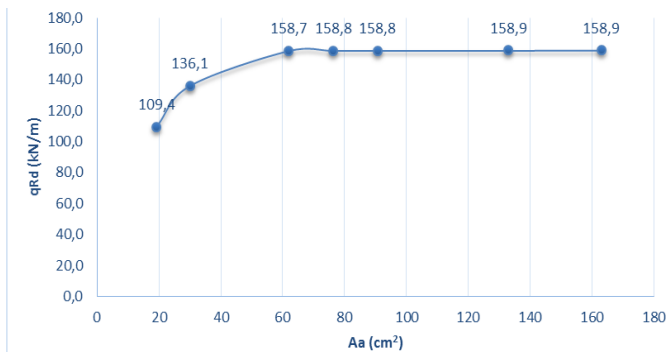
Έτσι τελικά από κάθε εφαρμογή για το φορτίο στο οποίο σταθεροποιείται η καμπύλη έχουμε την εξής σύγκλιση των λόγων των μεθόδων:



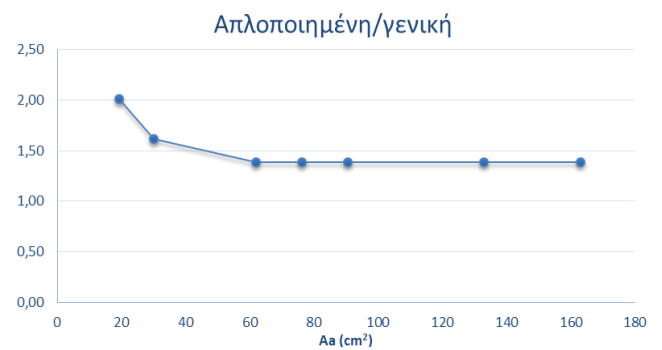
Σχήμα 7.14: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου σε κάθε εφαρμογή με εξασφαλίσεις στα 1/2

7.4.1.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πυκνές πλευρικές δεσμεύσεις

- Εφαρμογή 2^η

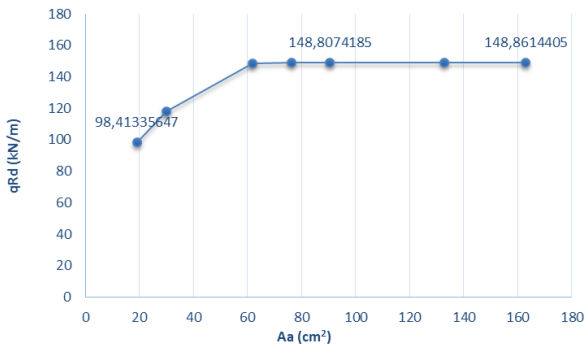


Σχήμα 7.15: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

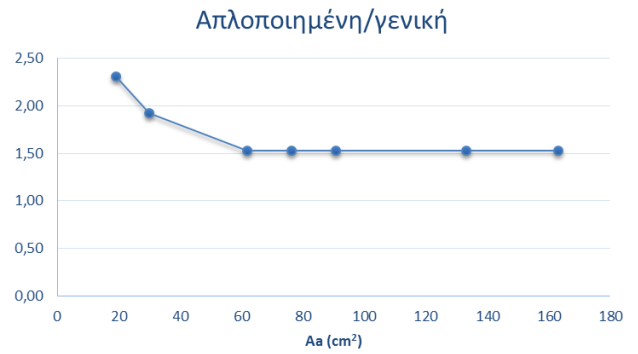


Σχήμα 7.16: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

- Εφαρμογή 3^η

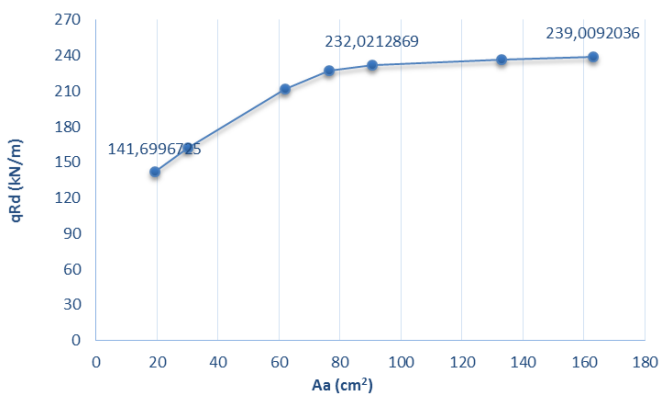


Σχήμα 7.17: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

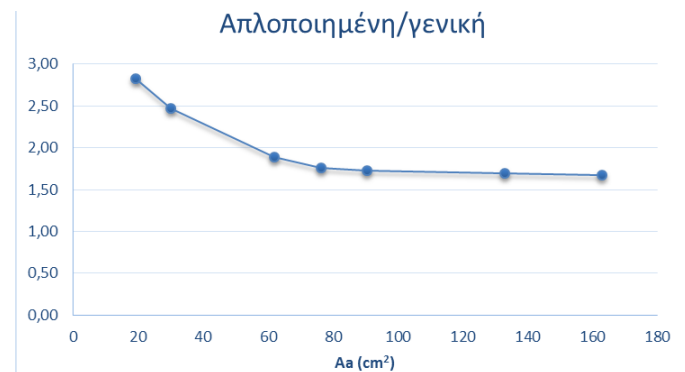


Σχήμα 7.18: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

- Εφαρμογή 4^η

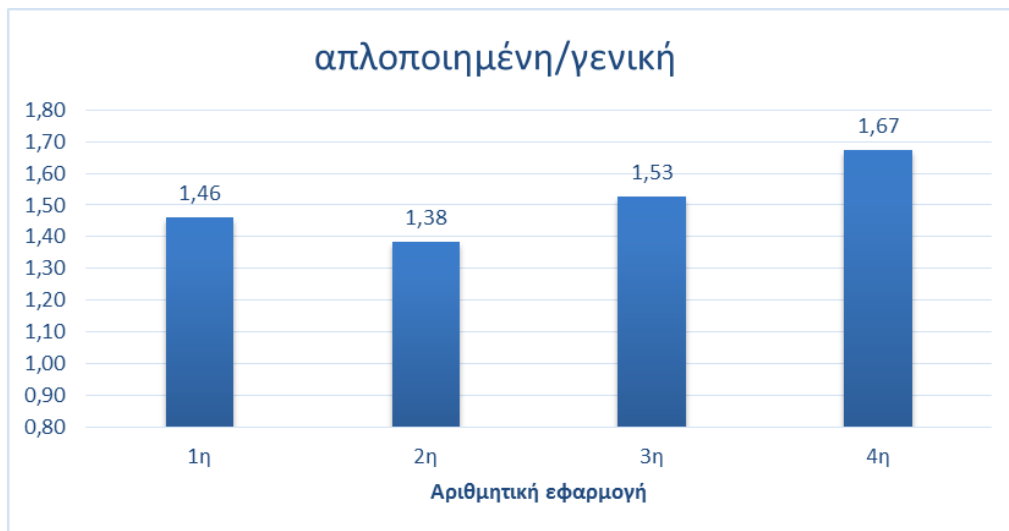


Σχήμα 7.19: Μεταβολή φορτίου αντοχής σε σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων



Σχήμα 7.20: Λόγος μεθόδων σχέση με το εμβαδόν των συνδέσμων

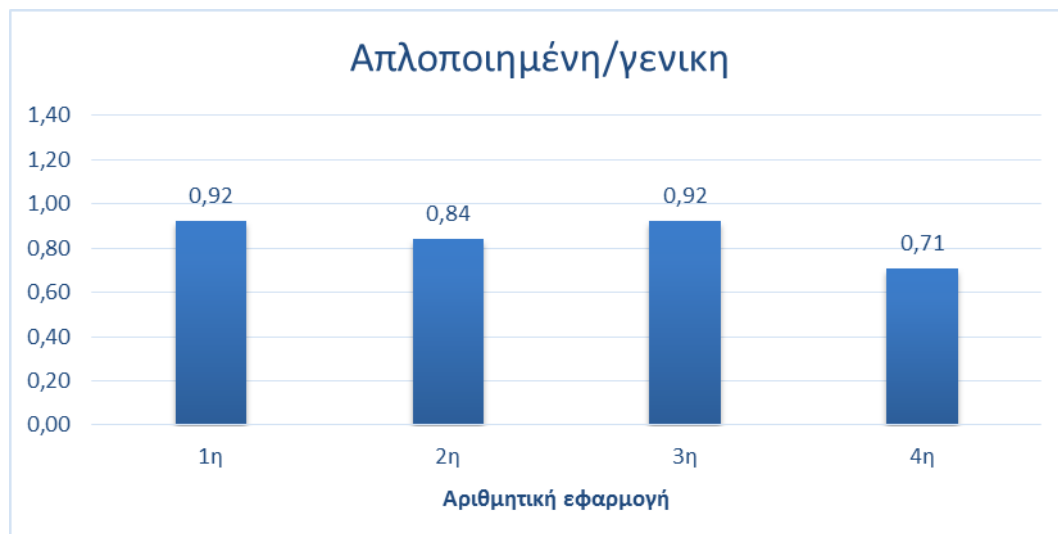
Έτσι τελικά από κάθε εφαρμογή για το φορτίο στο οποίο σταθεροποιείται η καμπύλη έχουμε την εξής σύγκλιση των λόγων των μεθόδων:



Σχήμα 7.21: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου σε κάθε εφαρμογή με πυκνές εξασφαλίσεις

7.4.2 Φάση λειτουργίας

7.4.2.1 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων χωρίς πλευρικές εξασφαλίσεις



Σχήμα 7.22: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου

7.4.2.2 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους



Σχήμα 7.23: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου

7.4.2.3 Σύστημα δοκών 2 ανοιγμάτων με πλευρικές εξασφαλίσεις στα μισά τους



Σχήμα 7.24: Λόγος απλοποιημένης/ γενικής μεθόδου

8 Συμπεράσματα

Σχετικά με την αξιοπιστία του μοντέλου τα συμπεράσματα δίνονται στο κεφάλαιο 4.4 στο οποίο φαίνεται η ταύτισή του και με τον αναλυτικό υπολογισμό και με τα αποτελέσματα της LTBeam και οι αποκλίσεις με τον αναλυτικό υπολογισμό αποδίδονται μάλλον στους συντελεστές C1, C2, C3 οι οποίοι είναι υπολογισμένοι για δέσμευση του κέντρου βάρους της διατομής.

Για την Σύγκριση των μεθόδων βλέπουμε από το κεφάλαιο 5 την ταύτιση την απλοποιημένης με την γενική, με την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιούνται στην απλοποιημένη μέθοδο οι μειωτικοί συντελεστές του μήκους λυγισμού.

Στη συνέχεια από την εφαρμογή των μεθόδων σε δοκούς πολλών ανοιγμάτων των κεφαλαίων 6 και 7 συμπεραίνουμε τα εξής:

Σχετικά με τη φάση κατασκευής:

Από την παραπάνω σύγκριση των μεθόδων παρατηρούμε ότι στη φάση κατασκευής όταν οι δοκοί δεν εξασφαλίζονται πλευρικά υπάρχει μόνιμα μια απόκλιση της απλοποιημένης με τη γενική μέθοδο και συγκεκριμένα η απλοποιημένη δίνει πιο συντηρητικά αποτελέσματα (Σχήμα 7.7). Συμπεραίνουμε λοιπόν και εξηγούμε αυτές τις τιμές με τη θεώρηση ότι στην απλοποιημένη μέθοδο, στο φορτίο λυγισμού του Euler, χρησιμοποιούμε για Lcr ολόκληρο το άνοιγμα (έλεγχος στο άνω πέλμα) αντί να απομειώνεται λόγο της μεταβολής της αξονικής δύναμης. Παρόλα αυτά επιβεβαιώνεται για άλλη μια φορά η αξιοπιστία του δικτυωτού μοντέλου καθώς οι αποκλίσεις αυτές μένουν σχετικά σταθερές από παράδειγμα σε παράδειγμα και επιπλέον παρατηρούμε ότι η αντοχή και των δύο μεθόδων προέρχεται από την παραμόρφωση του άνω πέλματος στο άνοιγμα (για τη γενική μέθοδο φαίνεται στο Σχήμα 6.13).

Στις περιπτώσεις όπου υπάρχουν χιαστί σύνδεσμοι, που εξασφαλίζουν τον πλευρικό λυγισμό των γεφυρών, αρχικά παρατηρούμε ότι για να εξασφαλίζουν πρέπει να τίθεται το κατάλληλο εμβαδό της διατομής τους (αλλιώς δεν μπορούν να θεωρηθούν ως ακλόνητες αλλά ως ελαστικές στηρίξεις). Συγκεκριμένα στη περίπτωση που δοκιμάζουμε εξασφαλίσεις στα μισά του ανοίγματος στο σημείο όπου αρχίζει η καμπύλη του φορτίου στη γενική μέθοδο να σταθεροποιείται, ξεκινάει να εμφανίζεται και στην παραμόρφωση της ιδιομορφής η δέσμευση του σημείου αυτού. Αυτό φαίνεται αν κοιτάξουμε τα σχήματα 6.21 έως 6.26. Επίσης στις πυκνές εξασφαλίσεις με χιαστί συνδέσμους το εμβαδό που σταθεροποιείται το διάγραμμα είναι και αυτό στο οποίο η παραμόρφωση - αστοχία (σχήμα 6.32) γίνεται στο κάτω πέλμα της στήριξης, πράγμα που διαπιστώνεται και με την απλοποιημένη μέθοδο.

Τέλος για τη φάση κατασκευής συμπεραίνουμε ότι οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο μεθόδων μεγιστοποιούνται και μάλιστα σε κάθε αριθμητική εφαρμογή στην περίπτωση που η αστοχία συμβαίνει πρώτα στη περιοχή των αρνητικών ροπών. Η αποκλίσεις αυτές ευθύνονται στην απλοποιημένη μέθοδο η οποία δεν λαμβάνει υπόψιν την αλλαγή προσήμου του διαγράμματος ροπών. Στην πράξη όταν ο μηχανικός θα θελήσει να ελέγξει την διατομή του κάτω πέλματος θα το κάνει στη φάση λειτουργίας καθώς η λογική που ακολουθείται δεν είναι να βρεθεί η αντοχή των διατομών σε φορτίο αλλά εάν αντέχουν τα ήδη υπολογισμένα φορτία.

Σχετικά με τη φάση λειτουργίας:

Διαπιστώνεται ότι οι παραδοχές- κανονισμοί με τους οποίους υπολογίστηκε η απλοποιημένη μέθοδος είναι αξιόπιστοι καθώς σε κάθε περίπτωση εξασφάλισης υπάρχει σύμπτωση των αποτελεσμάτων της με την γενική μέθοδο και σύμπτωση των αριθμητικών παραδειγμάτων.

Τέλος συμπεραίνουμε συνολικά ότι το μοντέλο δικτύματος για την προσομοίωση ολόσωμης δοκού ταυτίζεται με τους αναλυτικούς ελέγχους όπου αυτοί εκτελούνται σύμφωνα με τις ίδιες παραδοχές ενώ δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα εκεί που ο κανονισμός αδυνατεί να διαφοροποιηθεί. Έτσι ο μηχανικός μπορεί να εξάγει ασφαλή αποτελέσματα για οποιοδήποτε στατικό σύστημα και περίπτωση πλευρικών εξασφαλίσεων.

9 Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (2013). «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα με παραδείγματα εφαρμογής». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. Βάγιας Ι., (2003). «Σιδηρές κατασκευές, Ανάλυση και διαστασιολόγηση». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
3. Βάγιας Ι., Ηλιόπουλος Α., (2006). «Σύμμικτες γέφυρες, Οδηγός σχεδιασμού με βάση τον Din- Fachberichte και τους Ευρωκώδικες». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα
4. Βάγιας Ι., (2010). «Σύμμικτες Κατασκευές από χάλυβα και οπλισμένο σκυρόδεμα». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
5. Ερμόπουλος Ι. (2008). «Σιδηρές και Σύμμικτες Γέφυρες, Ανάλυση και διαστασιολόγηση σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες 1 έως 8». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
6. European Committee for Standardization, 1993-1995, «Eurocode 3 : design of steel structures», Brussels