



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΑΠΤΙΚΗ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΑΠΟΔΟΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΒΑΣΕΙ
ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΟΥΜΕΝΟΥ ΧΑΡΤΗ**

Οικονόμου Παρασκευάς

Επιβλέπων : Τζαφέστας Κωνσταντίνος

Επικουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΑΠΤΙΚΗ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΚΑΙ ΑΠΟΔΟΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΒΑΣΕΙ
ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΟΥΜΕΝΟΥ ΧΑΡΤΗ**

Οικονόμου Παρασκευάς

Επιβλέπων : Τζαφέστας Κωνσταντίνος

Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε το Νοέμβριο του 2016 από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

.....
Τζαφέστας Κωνσταντίνος

Επίκουρος Καθηγητής
Ε.Μ.Π.

.....
Μαράτος Νίκος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ψυλλάκης Χαράλαμπος

Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2016

.....
Οικονόμου Παρασκευάς

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Οικονόμου Παρασκευάς, 2016

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας προτείνεται μεθοδολογία για την ανακατασκευή ενός ενδιάμεσου μοντέλου (*model-mediated*) με σκοπό την απόδοση των απτικών χαρακτηριστικών, σε εφαρμογές τηλερομποτικής, υπό την παρουσία χρονικής καθυστέρησης στη μετάδοση της πληροφορίας. Πιο συγκεκριμένα, η υλοποίηση της διαδικασίας τηλεχειρισμού βασίζεται στην ανάδραση δύναμης που αξιοποιείται από τη συνύπαρξη δύο θεμελιωδών τεχνικών, η συνεργασία των οποίων διευκολύνει την αλληλεπίδραση του χρήστη (*master site*) με ένα άγνωστο και απομονωμένο περιβάλλον (*slave site*), παρέχοντας στο χειριστή μια ολοκληρωμένη αντίληψη για τις διδιάστατες γεωμετρικές και δυναμικές ιδιότητες του απομακρυσμένου αντικειμένου. Ο ελεγκτής συνδυάζει την αναδρομικότητα ενός αλγορίθμου ελαχίστων-τετραγώνων (*RLS*) για την εκτίμηση των τοπικών χαρακτηριστικών, με την προσαρμοστικότητα ενός αυτο-οργανούμενου χάρτη (*SOM*), αναπτυσσόμενου κατά μήκος της επιφάνειας του αντικειμένου, τα κύτταρα του οποίου χρησιμοποιούνται ως μονάδες για την αποθήκευση της τοπικής πληροφορίας, συνθέτοντας, τελικά, μέσω μιας διαδικασίας παρεμβολής, την εικονική επιφάνεια του ανακατασκευασμένου μοντέλου. Μία σειρά από ψυχοφυσικά πειράματα που διεξήχθησαν, στα οποία κάθε υποκείμενο κλήθηκε να εξερευνήσει την επιφάνεια ενός άγνωστου διδιάστατου εικονικού αντικειμένου, καμπύλου σχήματος, και να αποκριθεί για το σχήμα του, επιδεικνύουν την αποδοτική λειτουργία και την εξαιρετική επίδοση της προτεινόμενης μεθοδολογίας σε σχέση με την απτική απόδοση και, εν τέλει, την επιτυχή αντίληψη απτικών χαρακτηριστικών σχήματος, καταδεικνύοντας, έτσι, τη δυνατότητα εφαρμογής ενός τέτοιου μεθοδολογικού πλαισίου για τη μείωση των επιπτώσεων χρονοκαθυστέρησης σε τηλερομποτικά συστήματα.

Λέξεις - Κλειδιά

Απτικά συστήματα, Τηλερομποτική, Εικονική πραγματικότητα, Εκτίμηση χαρακτηριστικών, Αναδρομικός αλγόριθμος ελαχίστων τετραγώνων, Αυτο-οργανούμενοι χάρτες, Νευρωνικά Δίκτυα, Ανακατασκευή σχήματος, Καθυστέρηση μετάδοσης πληροφορίας, Απόδοση εικονικής δύναμης, Ψυχοφυσική, Ανάδραση δύναμης

Abstract

The diploma thesis proposes and implements a model-mediated methodological framework for the telehaptic exploration of unknown 2D shapes, applicable in telerobotic tasks, that can suffer from the presence of large time delays in the bilateral communication loop. The proposed approach focuses on the display of haptic properties in a telemanipulation control loop, combining techniques performing real-estimation reconstruction and shading of local shape attributes. Particularly, the implementation of this procedure is based on force feedback that is exploited by two main techniques, the combination of which facilitates the interaction between a user (master site) and a remote environment (slave site), providing some information about the two-dimensional geometric and dynamic properties of an unknown object. The controller, that was developed, combines the advantages of a recursive least-squares (RLS) algorithm, and the adaptive properties of a self-organizing map (SOM), growing along the surface of the object, each node of which is used for storing local shape (and generally haptic) attributes. Finally, those two techniques are used for composing the virtual surface of the reconstructed model, through an interpolation (haptic shading) method. A series of psychophysical experiments that has been conducted, where each subject manipulated the haptic master to explore the surface of unknown two-dimensional virtual and curved object, and then responded about its shape, shows the effectiveness of the proposed model-mediated scheme and its efficiency in terms of haptic rendering and shape perception performance.

Keywords

Haptic systems, Telerobotics, Virtual reality, Features' on-line estimation, Recursive least-squares algorithm (RLS), Self-organizing maps (SOMs), Neural Networks, Shape reconstruction, Transmission delay, Virtual force display, Psychophysics, Force feedback, Haptic shading and/or Haptic rendering

Ευχαριστίες

Πολλές φορές στη ζωή μου οι διάφορες υποχρεώσεις και η βιασύνη να προλάβω κάποια προθεσμία, εκφράστηκαν με άγχος, νευρικότητα και απόγνωση. Μοιάζει η κατάλληλη στιγμή, λοιπόν, να ευχαριστήσω την οικογένειά μου η οποία, παρά το γεγονός ότι ήταν ο βασικός αποδέκτης αυτών των συναισθημάτων, ποτέ δεν έπαψε να με στηρίζει κάθε στιγμή, δημιουργώντας τις κατάλληλες συνθήκες και δίνοντάς μου δύναμη να συνεχίσω· πάντα δίπλα, αρωγός στην προσπάθειά μου.

Μαμά, Χρήστο, Χαρά ελπίζω κάποια στιγμή να ανταποδώσω τις θυσίες. Σας ευχαριστώ, και αυτό είναι το λιγότερο που μπορώ.

Θα ήθελα, ακόμα, να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Τζαφέστα που ήταν διαθέσιμος από την πρώτη συνάντηση, και ανά πάσα στιγμή κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Τον ευχαριστώ θερμά για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε προτείνοντας και αναθέτοντάς μου ένα απαιτητικό θέμα, για το χρόνο που διέθεσε για να καλύψει τις απορίες μου, και τις γνώσεις που προσέφερε, και έλαβα με χαρά, μέσα από τις συζητήσεις μας.

Επίσης, δε θα μπορούσα να μην αναφερθώ στον, μέχρι πρότινος διδακτορικό, Σπύρο Βελάνα, τον οποίο ευχαριστώ για τις πολύτιμες συμβουλές του, την πρωτοβουλία του στην οργάνωση του πειραματικού μέρους της εργασίας, καθώς και τη διάθεση μέρους της έρευνάς του για την εκτέλεση των μετρήσεων.

Σε αυτό το σημείο, τόσο εγώ, όσο και ο Σπύρος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους όσους συμμετείχαν εθελοντικά στην εξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων.

Τέλος, ευχαριστίες οφείλω στη φίλη μου Δάφνη Γεωργούδη για τη στήριξη και την ανεξάντλητη υπομονή της, ενώ σημαντική ήταν και η συμβολή της στην ολοκλήρωση της εργασίας, αφού σχεδίασε και επεξεργάστηκε τις εικόνες, υπό την καθοδήγησή μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	11
ΕΙΚΟΝΕΣ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ	13
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
1.1 ΚΙΝΗΤΡΑ, ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ.....	15
1.2 ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	16
1.3 ΕΥΡΗΜΑΤΑ.....	17
1.4 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	18
2. ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	19
2.1 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	19
2.2 ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.....	23
2.2.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	24
2.2.1.1 ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ.....	26
2.2.1.2 ΒΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΠΡΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗ	27
2.3 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	27
2.3.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΚΑΜΨΙΑΣ.....	28
2.3.2 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ	30
2.3.2.1 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ	31
2.3.2.2 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΚΑΜΨΙΑΣ	32
2.3.3 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	33
3. ΧΑΡΤΕΣ ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ.....	37
3.1 ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΟΥΜΕΝΟΙ ΧΑΡΤΕΣ.....	37
3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	40
3.2.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	40
3.2.2 ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΜΟΡΦΗ ΔΙΚΤΥΟΥ (ΣΥΝΑΠΤΙΚΑ ΒΑΡΗ, ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΗ, ΑΡΙΘΜΟΣ ΝΕΥΡΩΝΩΝ).....	41
3.2.3 ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΒΑΡΩΝ	43
3.2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	43
3.2.4.1 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ	43
3.2.4.2 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ	45
3.2.4.3 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΠΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ.....	50
3.2.5 ΟΙ ΦΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	53
4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	55
4.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	55

4.2	ΟΙ ΔΟΜΕΣ ΕΝΟΣ ΝΕΥΡΩΝΑ	59
4.3	ΒΑΣΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ	65
4.3.1	ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΚΟΝΤΙΝΟΤΕΡΟΥ ΝΕΥΡΩΝΑ: «ΓΕΙΤΟΝΙΚΟΙ» Η «ΌΛΟΙ»	65
4.3.2	ΈΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ.....	66
4.3.3	ΕΠΑΝΑΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΥΠΑΡΧΟΝΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ	66
4.4	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΣΕ ΚΥΤΤΑΡΟ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ.....	67
4.4.1	ΑΝΑΝΕΩΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ.....	68
4.4.2	ΣΥΜΠΙΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	69
4.4.3	ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ “ΤΥΠΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΙΜΗΤΗ”	70
4.5	ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ	72
4.5.1	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΘΗΚΗΣ ΝΕΥΡΩΝΑ	72
4.5.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΝΕΥΡΩΝΑ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΓΕΙΤΟΝΙΚΟΥΣ ΤΟΥ.....	79
4.5.3	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΝΕΥΡΩΝΑ: «ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ» Η «ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ».....	79
4.6	ΑΠΟΔΟΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ	81
4.7	ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΙΜΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	90
4.8	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ.....	92
5.	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	99
5.1	ΣΤΟΧΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ	99
5.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	100
5.2.1	ΥΛΙΚΟ	100
5.2.2	ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ.....	101
5.3	ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	103
5.3.1	ΨΥΧΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ (PSYCHOMETRIC CURVES)	103
5.3.2	ΣΗΜΕΙΟ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ (POINT OF SUBJECTIVE EQUALITY) (PSE) ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΜΗ ΔΙΑΦΟΡΑ (JUST NOTICEABLE DIFFERENCE) (JND).....	104
5.4	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	104
5.4.1	ΨΥΧΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ.....	105
5.4.2	ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	107
5.4.3	ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΟΥ ΚΟΜΒΩΝ.....	108
5.4.4	ΑΠΟΔΟΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ	109
5.5	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΑΡΟΜΟΙΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ.....	110
6.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	113
6.1	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	113
6.2	ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	114
6.2.1	RLS.....	114
6.2.2	SOM.....	114
6.2.3	ΓΕΝΙΚΑ	115
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	117

ΕΙΚΟΝΕΣ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

Εικόνα 2-1: Μοντέλο Εφαρμογής «Αναγνώριση Συστήματος».....	20
Εικόνα 2-2: Μοντέλο εφαρμογής «Αντιστροφή Συστήματος»	21
Εικόνα 2-3: Εφαρμογή νόμου του Hooke σε οριζόντιο ελατήριο	29
Εικόνα 2-4: Προσέγγιση τοπικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών επιφάνειας μέσω διαδοχικών κυκλικών τόξων (ή τμημάτων) διαφορετικής καμπυλότητας (ακτίνας και κέντρου)	30
Εικόνα 2-5: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας κυρτής επιφάνειας	31
Εικόνα 2-6: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας κοίλης επιφάνειας	32
Εικόνα 2-7: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας επίπεδης επιφάνειας.....	34
Εικόνα 3-1: Διάφορες αισθητηριακές είσοδοι του εγκεφάλου χαρτογραφημένες στον εγκεφαλικό φλοιό με διατεταγμένο τρόπο	37
Εικόνα 3-2: Μοντέλο του Kohonen για τους υπολογιστικούς χάρτες	38
Εικόνα 3-3: Χρήση μεσοκάθετων για τον οριοθέτηση της περιοχής επιρροής κάθε κόμβου	44
Εικόνα 3-4: Συνεργασία νευρώνων.....	47
Εικόνα 3-5: Έλξη γειτονικών από το νικητή, ανάλογη του αριθμού δεδομένων - Αντιμετώπιση προβλήματος υπερεκπαίδευσης	50
Εικόνα 4-1: Διάγραμμα ροής διαδικασιών για την αλληλεπίδραση του χρήστη με το άγνωστο περιβάλλον	55
Εικόνα 4-2: Διάγραμμα ροής διαδικασιών για την ανακατασκευή των χαρακτηριστικών του άγνωστου αντικειμένου	58
Πίνακας 4-1: Υπολογισμός μέσης τιμής, τυπικής απόκλισης και συνδιακύμανσης, με χρήση επαναληπτικών εξισώσεων	60
Εικόνα 4-3: Συμπύεση δεδομένων με τη χρήση του επαναληπτικού αλγορίθμου k-μέσων (online k-means)	70
Εικόνα 4-4: Εφαρμογή πίνακα περιστροφής για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης σε διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια.....	74
Εικόνα 4-5: Παρουσία, στο δίκτυο, δύο κόμβων με τυπική απόκλιση μεγαλύτερη από κατώφλι, ωστόσο προσθήκη κόμβου πλάι στον νευρώνα ο οποίος διαθέτει δεδομένα που καλύπτουν μεγάλο εύρος σε παράλληλη διεύθυνση στην επιφάνεια (μαύρος κόμβος).....	75
Εικόνα 4-6: Τοποθέτηση του νέου κόμβου (μαύρος) σε αντιδιαμετρική θέση, ως προς τη μέση τιμή, από αυτή που βρίσκεται ο νευρώνας που τον δημιούργησε.....	76
Εικόνα 4-7: Εφαρμογή εξωτερικού γινομένου σε ομαλή επιφάνεια αντικειμένου.....	77
Εικόνα 4-8: Επιφάνεια αντικειμένου στην οποία δεν διατηρείται το πρόσημο του εξωτερικού γινομένου σε όλο το μήκος της	78
Πίνακας 4-2: Υπολογισμός εικονικής δύναμης για κάθε ακολουθία «τύπων» γειτονικών κόμβων	84

Εικόνα 4-9: Υπολογισμός αποστάσεων από τις μεσοκάθετους για την απόδοση δύναμης.....	85
Εικόνα 4-10: Απόδοση δύναμης F_x με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 3) .	87
Εικόνα 4-11: Απόδοση δύναμης F_y με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 3) .	88
Εικόνα 4-12: Απόδοση δύναμης F_x με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 4) .	88
Εικόνα 4-13: Απόδοση δύναμης F_y με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 4) .	89
Εικόνα 4-14: Επιφάνεια αντικειμένου που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση	92
Εικόνα 4-15: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 1)	93
Εικόνα 4-16: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 2)	94
Εικόνα 4-17: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 3)	94
Εικόνα 4-18: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 4)	95
Εικόνα 4-19: Απόδοση δύναμης (Φάση 1)	96
Εικόνα 4-20: Απόδοση δύναμης (Φάση 2)	96
Εικόνα 4-21: Απόδοση δύναμης (Φάση 3)	97
Εικόνα 4-22: Απόδοση δύναμης (Φάση 4)	97
Εικόνα 5-1: Phantom Omni	101
Εικόνα 5-2: Απεικόνιση του βασικού ζεύγους καμπυλών που χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της πειραματικής διαδικασίας.....	102
Εικόνα 5-3: Ψυχομετρικές καμπύλες.....	106
Πίνακας 5-1: Σύνοψη ψυχομετρικών αποτελεσμάτων.....	106
Εικόνα 5-4: Σφάλμα εκτιμήσεων στις παραμέτρους του πρωταρχικού νευρώνα	107
Εικόνα 5-5: Μέτρο τυπικής απόκλισης, μετρούμενο κατά μήκος της τοπικής επιφάνειας, για τον πρωταρχικό νευρώνα.....	108
Εικόνα 5-6: Απόδοση εικονικής δύναμης (Περιστροφή 1).....	109
Εικόνα 5-7: Απόδοση εικονικής δύναμης (Περιστροφή 2).....	110

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το παρόν εισαγωγικό κεφάλαιο αφιερώνεται, κατά κύριο λόγο, στην ενημέρωση του αναγνώστη σχετικά με τους στόχους της εργασίας, τη συνεισφορά και τη συμβολή της στην επιστημονική βιβλιογραφία, τις προκλήσεις που παρουσιάστηκαν, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο αυτές αντιμετωπίστηκαν. Στη συνέχεια, γίνεται μια περιληπτική αναφορά στο γενικό πλαίσιο που ακολουθείται για το σχεδιασμό κατάλληλης μεθοδολογίας, στα ευρήματα που εξήχθησαν από την εφαρμογή της, ενώ το κεφάλαιο κλείνει συνοψίζοντας τη δομή της εργασίας, και το αντικείμενο μελέτης κάθε κεφαλαίου.

1.1 ΚΙΝΗΤΡΑ, ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

Απτικά ονομάζονται τα συστήματα τα οποία παρέχουν τη δυνατότητα στο χρήστη να αποκτήσει πληροφορίες για ένα άγνωστο περιβάλλον μέσω της αίσθησης της αφής, και τα οποία λειτουργούν με ανάδραση δύναμης προς τον άνθρωπο. Ταυτόχρονα, αποτελούν έναν από τους πιο ενδιαφέροντες τομείς εφαρμογής της ρομποτικής, αφού με τη χρήση εικονικής πραγματικότητας δίνεται η ικανότητα στον άνθρωπο να αντιλαμβάνεται τα απτικά χαρακτηριστικά ενός άγνωστου αντικειμένου, με την προσθήκη ανάδρασης δύναμης μέσω μιας ρομποτικής διάταξης, και να εκτελεί ορισμένες διεργασίες πάνω σε αυτό.

Από την άλλη, η τηλερομποτική έχει ήδη επιδείξει εφαρμογές σε τομείς όπως υποθαλάσσιες και διαστημικές επιχειρήσεις, χειρισμό πυρηνικών και άλλες περιπτώσεις που είναι, είτε αδύνατο, είτε επικίνδυνο, να επιτευχθεί ανθρώπινη παρουσία. Επίσης, η χρήση εικονικής πραγματικότητας συμβάλλει πολύ στη βελτίωση των εφαρμογών τηλερομποτικής, όπου ο χρήστης ελέγχει τις κινήσεις ενός ρομπότ σε απομακρυσμένη θέση.

Ειδικότερα, ο αμφίδρομος (ρομποτικός) τηλεχειρισμός (*bilateral telemanipulation*) προσφέρει τη δυνατότητα σε ένα χρήστη να χειριστεί μια απομακρυσμένη ρομποτική συσκευή και να αλληλεπιδράσει με ένα απομονωμένο περιβάλλον. Οι περισσότερες εργασίες τηλεχειρισμού περιλαμβάνουν τη φυσική επαφή με το απομακρυσμένο αντικείμενο, καθώς και την εφαρμογή δυνάμεων σε αυτό. Συνεπώς, είναι απαραίτητη η υλοποίηση ενός μηχανισμού που θα επιτρέπει στο χρήστη να εφαρμόσει κατάλληλο έλεγχο θέσης και δύναμης, με σκοπό να γίνουν αντιληπτά τα φυσικά χαρακτηριστικά του απομονωμένου περιβάλλοντος. Στόχος της παρούσας εργασίας, λοιπόν, είναι η σχεδίαση και υλοποίηση ενός συστήματος για την ανακατασκευή των γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών ενός διδιάστατου αντικειμένου σε άγνωστο περιβάλλον, από δεδομένα που έχουν ληφθεί κατά τη διάρκεια της εξερεύνησής του από το χρήστη, μέσω δύο ρομποτικών βραχιόνων που επικοινωνούν μεταξύ τους με καθυστέρηση.

Η καθυστέρηση οφείλεται, κατά κύριο λόγο, στο δίαυλο επικοινωνίας μεταξύ των δύο μηχανισμών, και, όπως είναι γνωστό, αποτελεί ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα στη θεωρία

ελέγχου, αφού επηρεάζει την ευστάθεια του συστήματος, ενώ το πρόβλημα οξύνεται όταν η χρονική καθυστέρηση είναι μεταβαλλόμενη. Η καθυστέρηση, αυτή, οδηγεί σε μείωση της αντιληπτικής ικανότητας του χρήστη, και δυσκολεύει το χειρισμό.

Η χρήση εικονικής πραγματικότητας προσδίδει αμεσότητα στο χειριστή παρέχοντάς του δυνατότητα «εικονικής παρουσίας» στο απομακρυσμένο περιβάλλον, πράγμα που βελτιώνει την απόδοσή του και, επιπλέον, βοηθά στην ευστάθεια του τηλερομποτικού συστήματος.

1.2 ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όπως προαναφέρθηκε, η χρονική καθυστέρηση αποτελεί ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα στη θεωρία ελέγχου, αφού είναι ικανή να θέσει ένα οποιοδήποτε σύστημα σε αστάθεια. Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις για την αντιμετώπισή του, οι οποίες βασίζονται, για παράδειγμα, στη θεωρία παθητικότητας (*passivity theory*) (Anderson & Spong, 1992), ή στον προσαρμοστικό έλεγχο (*adaptive control*) (Niemeyer and Slotine, 1991).

Για την αντιμετώπισή του, στο πλαίσιο της εργασίας, επιχειρείται η ανακατασκευή του απομακρυσμένου αντικειμένου στο «κοντινό» περιβάλλον του χρήστη (*model-mediated*), μια τεχνική που έχει χρησιμοποιηθεί σε παρόμοιες εργασίες.

Πιο συγκεκριμένα, στις (Mitra & Niemeyer, 2008) και (Mitra et al., 2007) προτείνεται η χρήση ενός ενδιάμεσου μοντέλου (*model mediated*) για τη διαδικασία της δίπλευρης μεταχείρισης με ύπαρξη καθυστέρησης, και παρουσιάζεται μια τεχνική για την προσέγγιση της θέσης ενός αντικειμένου, σε μονοδιάστατο μεταβαλλόμενο περιβάλλον. Παρόμοιες συνθήκες χρησιμοποιήθηκαν και στη (Tzafestas & Velanas, 2013), με τη διαφορά ότι το άγνωστο περιβάλλον παρέμενε σταθερό, ενώ η ανακατασκευή του απομακρυσμένου αντικειμένου βασίστηκε σε προσαρμοστικό έλεγχο εμπέδησης (*adaptive impedance control*).

Αντίθετα με τα προηγούμενα, στη (Velanas & Tzafestas, 2012) το προς εξερεύνηση αντικείμενο, και κατ' επέκταση το ενδιάμεσο μοντέλο, προσεγγίστηκαν διδιάστατα, όπως άλλωστε και στην περίπτωση που εξετάζεται, αφού έγινε εκτίμηση καμπυλότητας. Σε αυτή την περίπτωση, για τη σύγκλιση του μοντέλου, και συνεπώς την εκτίμηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, δηλαδή του σχήματος στην προκειμένη περίπτωση, έγινε χρήση του αναδρομικού αλγορίθμου ελαχίστων τετραγώνων (*Recursive Least-Squares Algorithm*).

Η ίδια τεχνική (*RLS*) επιλέχθηκε, και για την εκτίμηση των απτικών (γεωμετρικών και δυναμικών) χαρακτηριστικών, στην παρούσα εργασία, γιατί όπως θα φανεί στην συνέχεια, προσδίδει πολλά οφέλη στον αλγόριθμο, εξαιτίας, τόσο της αναδρομικότητας, όσο και της προσαρμοστικότητάς του.

Όπως έχει γίνει αντιληπτό, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενός αντικειμένου, μπορούν να προσεγγιστούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Κάποιοι, ακόμα, από αυτούς περιγράφονται στη συνέχεια.

Στη (Torresani et al., 2008) παρουσιάζεται μια μέθοδος η οποία μοντελοποιεί το σχήμα και την κίνηση εύκαμπτων αντικειμένων, καθώς αυτά μεταβάλλονται στο χρόνο,

χρησιμοποιώντας, τελικά, το σύνολο δειγμάτων, από τις πιο πρόσφατες χρονικές στιγμές, για να προβλέψει την κατάσταση στην οποία πρόκειται να βρεθούν. Από την άλλη, οι (Junior et al., 2008) και (Barhak & Fischer, 2001) εκμεταλλεύονται την προσαρμοστικότητα, και την ταχύτητα εκπαίδευσης και σύγκλισης των νευρωνικών δικτύων (*Neural Networks*) για την ανακατασκευή του σχήματος ενός αντικειμένου, από δεδομένα που έχουν ληφθεί από την επιφάνειά του.

Ένα είδος νευρωνικού δικτύου, όπως αυτό που περιγράφεται στις δύο τελευταίες (*Self-Organizing Maps*), χρησιμοποιείται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, όχι όμως με άμεσο στόχο την ανακατασκευή της επιφάνειας ενός αντικειμένου, αλλά για την προσαρμογή του στα ληφθέντα δεδομένα, με σκοπό να αποτελέσει μέσο για την αποθήκευση χαρακτηριστικών από περιοχές με κοινές ιδιότητες.

Σε καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις, για την ανακατασκευή των χαρακτηριστικών είναι επαρκής η πληροφορία που λαμβάνεται κατά την εξερεύνησή του, δηλαδή το σημείο επαφής του με το τελικό στοιχείο δράσης (*end effector*), και την αντίστοιχη δύναμη αντίδρασης.

1.3 ΕΥΡΗΜΑΤΑ

Για την αξιολόγηση της μεθοδολογίας, που σχεδιάστηκε, στο πλαίσιο της εργασίας, χρησιμοποιήθηκε η πλατφόρμα του *MatLab*. Επιπλέον, για την εκτέλεση των προσομοιώσεων και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων από αυτές, έγινε χρήση δεδομένων στα οποία προστέθηκε θόρυβος, έτσι ώστε να προσεγγιστεί, όσο το δυνατόν, καλύτερα, ένα περιβάλλον αλληλεπίδρασης με άγνωστο αντικείμενο, κάτω από πραγματικές συνθήκες.

Το σύνολο των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν σε εικονικό περιβάλλον, ακολούθησε μια πειραματική διαδικασία, βασισμένη σε αυστηρό πρωτόκολλο, κατά την οποία κάθε υποκείμενο (*subject*) κλήθηκε να αλληλεπιδράσει με ένα εικονικό άγνωστο αντικείμενο, μέσω πραγματικού ρομποτικού βραχίονα, και να αποκριθεί σχετικά με το σχήμα του.

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν, τόσο από τις προσομοιώσεις, όσο και από την πειραματική διαδικασία, υποδεικνύουν ότι, τόσο η προσαρμογή του δικτύου πάνω στα πρότυπα εισόδου, όσο και η σύγκλιση των εκτιμήσεων των τοπικών χαρακτηριστικών κάθε νευρώνα, πραγματοποιούνται, αρκετά, γρήγορα, κάνοντας, με αυτό τον τρόπο, αντιληπτές τις ιδιότητες του άγνωστου αντικειμένου από το χρήστη. Η ανακατασκευή, λοιπόν, που λαμβάνει χώρα φαίνεται να ικανοποιεί τις προδιαγραφές που έχουν ορισθεί, κρίνοντας τη μεθοδολογία, που αναπτύχθηκε, στο πλαίσιο της εργασίας, κατάλληλη για την αλληλεπίδραση με απομακρυσμένο περιβάλλον, μέσω ρομποτικού βραχίονα.

1.4 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ακολουθεί μια σύνοψη των περιεχομένων του κάθε κεφαλαίου:

Στο δεύτερο κεφάλαιο, προτείνεται ένας αλγόριθμος για την εκτίμηση των γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών. Ο αλγόριθμος, αυτός, βασίζεται στη θεωρία των προσαρμοστικών φίλτρων (*adaptive filters*), με τα οποία είναι δυνατή η εκτίμηση των ιδιοτήτων ενός άγνωστου, και πιθανώς χρονικά μεταβαλλόμενου, συστήματος. Επιπλέον, εξαιτίας του σειριακού τρόπου με τον οποίο λαμβάνονται οι είσοδοι από το μηχανισμό προτείνεται η εφαρμογή ενός αναδρομικού αλγορίθμου για την υλοποίηση του φίλτρου. Στο πλαίσιο της εργασίας, γίνεται χρήση δύο, τέτοιων, αναδρομικών προσαρμοστικών φίλτρων, καθένα εκ των οποίων προσεγγίζει τα τοπικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου με διαφορετικό τρόπο – κύκλος ή ευθεία.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η θεωρία των αυτο-οργανούμενων χαρτών (*Self-Organizing Maps*) (*SOMs*), οι οποίοι αποτελούν ένα είδος νευρωνικού δικτύου μη-επιβλεπόμενης μάθησης (*Unsupervised Learning*). Αυτοί οι χάρτες έχουν την ικανότητα να προσαρμόζουν τις θέσεις των κυττάρων τους, δηλαδή των νευρώνων από τους οποίους αποτελούνται, στα πρότυπα εισόδου. Λειτουργώντας με αυτό τον τρόπο, χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση της πληροφορίας που λαμβάνεται (εκτιμήσεις τοπικών χαρακτηριστικών), που σχετίζεται με την περιοχή επιρροής τους. Επιπλέον, προτείνεται μια παραλλαγή αυτής της θεωρίας, κατά την οποία το δίκτυο μεταβάλλεται δυναμικά ανάλογα με τις ανάγκες των δεδομένων, προσαρμοζόμενο, κάθε φορά, στις τρέχουσες απαιτήσεις, ενώ η ανανέωση των θέσεων των νευρώνων γίνεται συνολικά για όλη τη δομή (*batch training*).

Στο τέταρτο κεφάλαιο, συνοψίζεται η μεθοδολογία ενσωματώνοντας σε αυτή, τόσο τις βασικές τεχνικές που αναλύθηκαν και περιγράφηκαν στα κεφάλαια 2 και 3, όσο και κάποιες καινούριες διαδικασίες, απαραίτητες για την προσαρμογή της στις απαιτήσεις της εργασίας. Επιπλέον, παρουσιάζεται η διεργασία που αναπτύχθηκε για την απόδοση της δύναμης στο ρομποτικό βραχίονα, και κατ' επέκταση στο χρήστη με τη μορφή αντίδρασης, ενώ, τέλος, συγκρίνονται τα αποτελέσματα της εξαγωγής της, με και χωρίς χρήση παρεμβολής παραμέτρων (*interpolation*), και σχολιάζονται οι μετρήσεις που λήφθηκαν από τις προσομοιώσεις σε υπολογιστικό περιβάλλον.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται ένα πείραμα που διεξήχθη, στο οποίο κάθε υποκείμενο (*subject*) μεταχειρίζεται ένα ρομποτικό βραχίονα, τοποθετημένο στην πλευρά του, εξερευνώντας την επιφάνεια ενός “απομακρυσμένου” εικονικού αντικειμένου. Για τις ανάγκες του πειράματος, έγινε χρήση μόνο μιας παραλλαγής του εκτιμητή που προσεγγίζει κύκλο. Η ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων κάνει φανερό την αποδοτικότητα του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε στην διάκριση επιφανειών με καμπυλότητα που ποικίλει.

Στο έκτο, και τελευταίο, κεφάλαιο, σχολιάζεται η αποδοτικότητα του αλγορίθμου σε επίπεδο, τόσο αποτελεσμάτων, όσο και υπολογιστικής πολυπλοκότητας, και προτείνεται μια σειρά από ιδέες και παραλλαγές που μπορούν να εφαρμοστούν για τη βελτίωσή του.

2. ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Στο δεύτερο κεφάλαιο, προτείνεται ένας αναδρομικός αλγόριθμος για την εκτίμηση των γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών. Αρχικά, γίνεται αναφορά, τόσο στο θεωρητικό υπόβαθρο, όσο και σε πιθανές εφαρμογές, των προσαρμοστικών φίλτρων, ενώ στη συνέχεια, γίνεται παρουσίαση δύο, τέτοιων, αναδρομικών προσαρμοστικών φίλτρων, καθένα εκ των οποίων προσεγγίζει τα χαρακτηριστικά της τοπικής επιφάνειας του αντικειμένου με διαφορετικό τρόπο – κύκλος ή ευθεία.

2.1 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

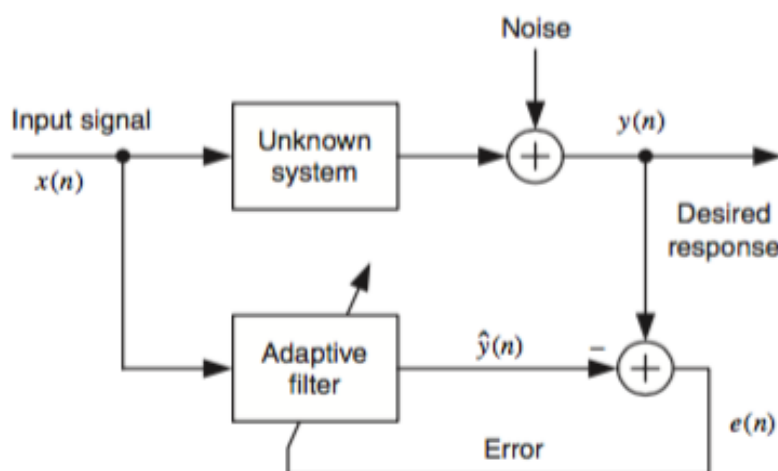
Τα συμβατικά ψηφιακά φίλτρα τα οποία έχουν σταθερούς συντελεστές είναι σχεδιασμένα να λειτουργούν σε ένα συγκεκριμένο φάσμα συχνοτήτων, μετασχηματίζοντας ένα σήμα εισόδου με επιθυμητό τρόπο. Αυτά τα φίλτρα είναι, κατά βάση, γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα, ενώ οι συντελεστές τους επιλέγονται κατά τη σχεδίαση και διατηρούνται σταθεροί σε όλη τη διάρκεια της λειτουργίας τους.

Ωστόσο, υπάρχουν πολλά προβλήματα σε πρακτικές εφαρμογές τα οποία δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν, με επιτυχία, χρησιμοποιώντας τα συμβατικά ψηφιακά φίλτρα, καθώς είτε γιατί δεν υπάρχει επαρκής διάθεση πληροφοριών για να σχεδιαστεί ένα ψηφιακό φίλτρο με σταθερούς συντελεστές, είτε γιατί τα κριτήρια σχεδίασης μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια κανονικής λειτουργίας του φίλτρου. Τα περισσότερα από αυτά τα προβλήματα μπορούν να επιλυθούν, επιτυχώς, χρησιμοποιώντας ειδικά “έξυπνα” φίλτρα, τα οποία είναι γνωστά ως προσαρμοστικά φίλτρα (*adaptive filters*). Το κύριο χαρακτηριστικό αυτών των φίλτρων είναι ότι μπορούν να τροποποιήσουν την απόκρισή τους για να βελτιώσουν την απόδοσή τους κατά τη διάρκεια της λειτουργία τους χωρίς την παρέμβαση του χρήστη.

Εφαρμογές των προσαρμοστικών φίλτρων

Όπως αναφέρεται και στο (Manolakis et al., 2005), ο καλύτερος τρόπος για να γίνει κατανοητή η χρησιμότητά τους είναι κάνοντας σε κάποια τυπικά προβλήματα εφαρμογών τα οποία μπορούν να επιλυθούν, αποτελεσματικά, με χρήση αυτών των “έξυπνων” φίλτρων. Οι εφαρμογές των προσαρμοστικών φίλτρων μπορούν να ταξινομηθούν σε 4 κατηγορίες:

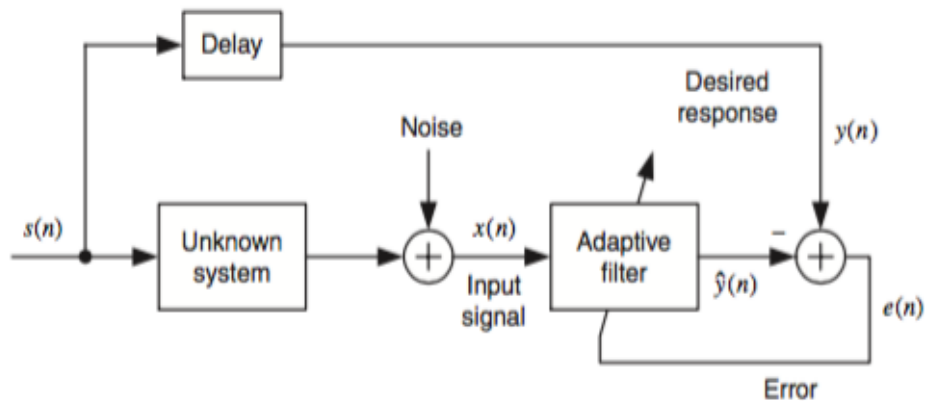
1. Αναγνώριση συστήματος (*System Identification*)



Εικόνα 2-1: Μοντέλο Εφαρμογής «Αναγνώριση Συστήματος»

Αυτή η κατηγορία εφαρμογών, γνωστή και ως “Μοντελοποίηση Συστήματος” (*System Modeling*), απεικονίζεται στη παραπάνω εικόνα. Το σύστημα το οποίο μοντελοποιείται μπορεί να είναι, είτε πραγματικό, όπως κάποιο σύστημα ελέγχου, είτε κάποιο υποθετικό κανάλι μετάδοσης σημάτων. Το βασικό χαρακτηριστικό αυτής της κατηγορίας εφαρμογών, είναι ότι η είσοδος του προσαρμοστικού φίλτρου είναι “καθαρό” σήμα (*noise-free*), ενώ η επιθυμητή έξοδος περιέχει θόρυβο (*noisy output*), ο οποίος είναι ασυσχέτιστος με το σήμα εισόδου. Στις εφαρμογές ελέγχου, σκοπός του φίλτρου είναι να εκτιμήσει τις παραμέτρους ή την κατάσταση του συστήματος, και στη συνέχεια να χρησιμοποιήσει αυτή την πληροφορία για να σχεδιάσει έναν ελεγκτή. Από την άλλη, στις εφαρμογές επεξεργασίας σημάτων, στόχος είναι να ληφθεί μια καλή εκτίμηση της επιθυμητής απόκρισης (σύμφωνα με το κριτήριο απόδοσης).

Επιπλέον, στη συγκεκριμένη κατηγορία συμπεριλαμβάνεται και ο προσαρμοστικός έλεγχος (*adaptive control*).

2. Αντιστροφή συστήματος (System Inversion)

Εικόνα 2-2: Μοντέλο εφαρμογής «Αντιστροφή Συστήματος»

Αυτή η κατηγορία εφαρμογών, η οποία απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα, είναι γνωστή ως “Μοντελοποίηση Αντίστροφου Συστήματος” (*Inverse System Modeling*). Στόχος του προσαρμοστικού φίλτρου, σε αυτή την περίπτωση, είναι να εκτιμήσει και να εφαρμόσει το αντίστροφο ενός συστήματος. Ανάλογα την εφαρμογή, η είσοδος του προσαρμοστικού φίλτρου μπορεί να είναι θορυβώδης (*noisy input*), ενώ η επιθυμητή απόκριση να μην είναι διαθέσιμη.

3. Πρόβλεψη σήματος (Signal Prediction)

Σε αυτή την κατηγορία εφαρμογών, ο στόχος είναι να εκτιμηθεί η τιμή $x(n_0)$ ενός τυχαίου σήματος, κάνοντας χρήση ενός συνόλου διαδοχικών δειγμάτων σήματος $\{x(n), n_1 \leq n \leq n_2\}$.

4. Αφαίρεση παρεμβολών αισθητήρων (Multisensor Interference Cancelation)

Το βασικό χαρακτηριστικό αυτής της κατηγορίας εφαρμογών είναι η χρήση πολύπλοκων αισθητήρων για την αφαίρεση ανεπιθύμητων παρεμβολών και θορύβου. Όπως είναι φυσικό, κάθε πραγματικό σήμα (*primary signal*) περιλαμβάνει το «καθαρό» σήμα, και διάφορου τύπου παρεμβολές. Άλλα σήματα, γνωστά ως σήματα αναφοράς (*reference signals*), είναι διαθέσιμα με σκοπό την αφαίρεση ανεπιθύμητων παρεμβολών. Αυτά τα σήματα αναφοράς, συλλέγονται κάνοντας χρήση άλλων αισθητήρων στους οποίους το «χρήσιμο» σήμα (*signal of interest*) δεν υπάρχει, ή είναι πολύ αδύναμο και μπορεί να αγνοηθεί. Το άθροισμα της συσχέτισης μεταξύ του βασικού (*primary*) και των σημάτων αναφοράς (*reference signals*) μετράται και αποτελεί μια εκτίμηση της παρεμβολής στο βασικό σήμα, από το οποίο στη συνέχεια αφαιρείται. Από την άλλη, αν το σήμα

«ενδιαφέροντος» υπάρχει, επίσης στα σήματα αναφοράς, τότε αυτή η διαδικασία θα αφαιρέσει και το επιθυμητό σήμα.

Χαρακτηριστικά προσαρμοστικών φίλτρων

Η αναφορά στις παραπάνω εφαρμογές υποδεικνύει ότι, κάθε προσαρμοστικό φίλτρο χαρακτηρίζεται από τις εξής τρεις αρχές:

1. **Δομή του φίλτρου:** Αυτή η μονάδα σχηματίζει την έξοδο του φίλτρου χρησιμοποιώντας μετρήσεις του (των) σήματος (σημάτων) εισόδου. Η δομή του φίλτρου είναι γραμμική, στην περίπτωση που η έξοδος που προκύπτει αποτελεί γραμμικό συνδυασμό των εισόδων, διαφορετικά είναι μη-γραμμική. Η δομή του φίλτρου καθορίζεται από το σχεδιαστή, ενώ οι παράμετροι προσαρμόζονται από τον αλγόριθμο.
2. **Κριτήριο απόδοσης:** Η έξοδος του φίλτρου και η επιθυμητή απόκριση (όταν είναι διαθέσιμη) επεξεργάζονται και αξιολογούνται από το κριτήριο απόδοσης, με βάση τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής.
3. **Αλγόριθμος προσαρμοστικότητας:** Αυτός ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί την τιμή που προκύπτει από το κριτήριο απόδοσης, ή κάποια συνάρτηση αυτής, και τις μετρήσεις της εισόδου και της επιθυμητής απόκρισης για να αποφασίσει πώς να τροποποιήσει τις παραμέτρους του φίλτρου, με σκοπό να αυξήσει την απόδοση.

Κάθε εφαρμογή που χρησιμοποιεί προσαρμοστικά φίλτρα περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα σήματα εισόδου, και ένα επιθυμητό σήμα απόκρισης, το οποίο μπορεί να είναι προσβάσιμο από το φίλτρο. Η σχεδίαση ενός οποιουδήποτε προσαρμοστικού φίλτρου απαιτεί αρκετή γνώση για το σύστημα και βαθιά κατανόηση της συγκεκριμένης εφαρμογής. Αυτή η πληροφορία χρειάζεται στον σχεδιαστή για να επιλέξει τη δομή του φίλτρου, το κριτήριο απόδοσης, καθώς, και για να σχεδιάσει τον αλγόριθμο. Πιο ειδικά, κάθε προσαρμοστικό φίλτρο είναι σχεδιασμένο για συγκεκριμένο τύπο σήματος εισόδου (σήμα ομιλίας, δυαδικό σήμα, κλπ.), για συγκεκριμένο είδος παρεμβολών (λευκός θόρυβος, ηχώ σήματος εισόδου, κλπ.), και για συγκεκριμένο είδος καναλιού μετάδοσης του σήματος (γραμμικό, χρονικά μεταβαλλόμενο ή αμετάβλητο). Μετά τις κατάλληλες σχεδιαστικές αποφάσεις, οι μόνοι άγνωστοι, έτσι ώστε το φίλτρο να ξεκινήσει να “λειτουργεί”, είναι ένα σύνολο παραμέτρων οι οποίες καθορίζονται από τον αλγόριθμο χρησιμοποιώντας μετρήσεις από τα διαθέσιμα σήματα. Χρειάζεται σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι, λανθασμένες πληροφορίες ή υποθέσεις για το σύστημα, μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικές μειώσεις της απόδοσης ή σε ανεπιτυχείς εφαρμογές.

Αν τα χαρακτηριστικά των σημάτων που χρησιμοποιούνται είναι σταθερά, δηλαδή συγκλίνουν στο ίδιο αποτέλεσμα, τότε ο στόχος του προσαρμοστικού φίλτρου είναι να βρει τις παραμέτρους οι οποίες δίνουν την μέγιστη απόδοση, και στη συνέχεια, να σταματήσει την προσαρμογή (των παραμέτρων). Άλλωστε, αν τα χαρακτηριστικά των σημάτων αλλάζουν με το χρόνο, τότε το προσαρμοστικό φίλτρο πρέπει, αρχικά, να εντοπίσει αυτές τις αλλαγές,

και στη συνέχεια, να επαναπροσαρμόσει τις παραμέτρους για να ακολουθήσει αυτές τις αλλαγές.

Ένας παράγοντας που επηρεάζει τη σχεδίαση του αλγορίθμου είναι η διαθεσιμότητα του επιθυμητού σήματος απόκρισης. Σε κάποιες εφαρμογές, όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, αυτό δεν είναι διαθέσιμο.

Οι ανάγκες της εφαρμογής που εξετάζεται, όπως θα φανεί στην επόμενη παράγραφο, την κατατάσσουν στην πρώτη κατηγορία (Αναγνώριση Συστήματος), καθώς, υπάρχουν διαθέσιμα, θορυβώδης είσοδος και επιθυμητή έξοδος, και αυτό που χρειάζεται να εκτιμηθεί είναι οι παράμετροι του συστήματος, και, πιο συγκεκριμένα, γεωμετρικά χαρακτηριστικά τοπικής περιοχής, έτσι ώστε στη συνέχεια, να χρησιμοποιηθούν στην ανακατασκευή ενός μοντέλου εικονικής επιφάνειας στο «μακρινό» περιβάλλον του χρήστη, για απτική απόδοση.

2.2 ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Όπως προαναφέρθηκε, το βασικό χαρακτηριστικό ενός προσαρμοστικού φίλτρου είναι η ικανότητά του να λειτουργεί επιτυχώς, με βάση κάποιο κριτήριο απόδοσης καθορισμένο από το χρήστη, σε ένα άγνωστο και, πιθανώς, χρονικά μεταβαλλόμενο περιβάλλον χωρίς την παρέμβαση του σχεδιαστή. Υπάρχουν φίλτρα τα οποία σχεδιάζονται με βάση τη γνώση του χρήστη για τις στατιστικές ιδιότητες του συστήματος. Ωστόσο, σε πραγματικές εφαρμογές τέτοιες πληροφορίες, συνήθως, δεν είναι διαθέσιμες, και η λύση σε κάτι τέτοιο είναι η χρήση ενός προσαρμοστικού φίλτρου. Αυτό μπορεί να βελτιώσει την απόδοση, κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του, μαθαίνοντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά μέσα από την επεξεργασία των διαθέσιμων σημάτων.

Βασικό χαρακτηριστικό του προσαρμοστικού ελέγχου είναι ο απευθείας (*online*) καθορισμός των παραμέτρων της διαδικασίας. Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζονται μέθοδοι για εκτίμηση παραμέτρων σε πραγματικό χρόνο. Η εκτίμηση των παραμέτρων ταξινομείται στην κατηγορία “Αναγνώριση Συστήματος”, μεταξύ αυτών που προαναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Τα βασικότερα βήματα αυτής της κατηγορίας είναι η επιλογή της δομής του μοντέλου, και η σχεδίασή του, η εκτίμηση των παραμέτρων και η επαλήθευση. Ειδικότερα στις εφαρμογές ταυτοποίησης συστήματος είναι πολύ σημαντική η επαλήθευση των αποτελεσμάτων, ενώ στα προσαρμοστικά συστήματα η ταυτοποίηση γίνεται αυτόματα.

Από τη στιγμή που η αναγνώριση του συστήματος πραγματοποιείται αυτόματα στα προσαρμοστικά συστήματα, είναι απαραίτητο γίνονται κατανοητές όλες οι πλευρές του προβλήματος. Η επιλογή της δομής του μοντέλου και η παραμετροποίηση είναι θεμελιώδη ζητήματα. Η ταυτοποίηση συστήματος απλοποιείται σημαντικά αν τα μοντέλα, που χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση του μηχανισμού, είναι γραμμικός συνδυασμός παραμέτρων.

Η σχεδίαση του πειράματος είναι κρίσιμη για την επιτυχή αναγνώριση του συστήματος. Η επιλογή του σήματος εισόδου απαιτεί καλή γνώση της διαδικασίας και της εφαρμογής του

μοντέλου. Στα προσαρμοστικά συστήματα υπάρχει μια, επιπλέον, πολυπλοκότητα, καθώς το σήμα εισόδου του μηχανισμού παράγεται από την ανάδραση. Αυτό, σε κάποιες περιπτώσεις, δεν επιτρέπει τον μοναδικό προσδιορισμό των παραμέτρων, μια κατάσταση η οποία έχει μακροπρόθεσμες επιπτώσεις. Στον προσαρμοστικό έλεγχο, οι παράμετροι μιας διαδικασίας αλλάζουν συνεχώς, και έτσι είναι απαραίτητο να υπάρχουν μέθοδοι εκτίμησης, οι οποίοι θα ανανεώνουν τις παραμέτρους αναδρομικά.

Όπως γίνεται αναφορά και στο (Astrom & Wittenmark, 1994), η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (*least-squares method*) είναι μια βασική τεχνική για την εκτίμηση των παραμέτρων. Αυτή η μέθοδος είναι απλή, αν το μοντέλο έχει την ιδιότητα να έχει γραμμικό συνδυασμό παραμέτρων. Στη συνέχεια, θα γίνει μια αναλυτική παρουσίαση αυτής της μεθόδου, δίνοντας έμφαση, τόσο στις αναδρομικές εξισώσεις από τις οποίες αποτελείται, όσο και στη διαισθητική περιγραφή της.

2.2.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

«Οι άγνωστες παράμετροι ενός μαθηματικού μοντέλου πρέπει να επιλεγθούν έτσι, ώστε το άθροισμα των τετραγώνων της διαφοράς μεταξύ των πραγματικών και των υπολογισμένων τιμών, πολλαπλασιασμένων από αριθμούς που μετρούν το βαθμό της ακρίβειας, πρέπει να είναι ελάχιστο» (Karl Friedrich Gauss)

Κάθε μαθηματικό μοντέλο μπορεί να γραφεί στην παρακάτω μορφή:

$$y(i) = \varphi_1(i)\theta_1 + \varphi_2(i)\theta_2 + \dots + \varphi_n(i)\theta_n = \boldsymbol{\varphi}^T(i)\boldsymbol{\theta}$$

όπου y είναι το διάνυσμα παρατηρήσεων, θ_i είναι οι παράμετροι του μοντέλου που πρέπει να καθοριστούν, και φ_i είναι γνωστές μεταβλητές οι οποίες εξαρτώνται από τη μοντελοποίηση που έχει επιλεγθεί για να προσεγγιστεί, με μαθηματικό τρόπο, η συμπεριφορά του συστήματος, και θα αποτελέσουν την είσοδο του φίλτρου.

$$\boldsymbol{\varphi}^T(i) = [\varphi_1(i) \quad \varphi_2(i) \quad \dots \quad \varphi_n(i)]$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^T$$

Τα φ_i και $\boldsymbol{\varphi}$ καλούνται μεταβλητές (*regression variables*) και πίνακας (*regression matrix*) παλινδρόμησης, αντιστοίχως. Τα ζευγάρια παρατηρήσεων (y) και οι «παλινδρομητές» (*regressors*) (φ_i) αποτελούν τις γνωστές μεταβλητές του συστήματος, και εξαρτώνται από τη συμπεριφορά του συστήματος κάτω από πραγματικές συνθήκες, ενώ λαμβάνονται, συνήθως, από κάποιο πείραμα. Το πρόβλημα είναι να καθοριστούν οι παράμετροι (θ_i) με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε οι έξοδοι που υπολογίζονται από το μοντέλο ($\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\theta}$), να συμφωνούν όσο το δυνατόν περισσότερο με τις παρατηρήσεις (y), ελαχιστοποιώντας την συνάρτηση κόστους των ελαχίστων-τετραγώνων:

$$J(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \boldsymbol{\varphi}^T(i)\boldsymbol{\theta})^2$$

Από τη στιγμή που οι παρατηρήσεις (y) είναι γραμμικές ως προς τις παραμέτρους (θ) και το κριτήριο ελαχίστων-τετραγώνων είναι τετραγωνικό (*quadratic*), το πρόβλημα δέχεται αναλυτική λύση.

Θέτοντας τα εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(t) &= [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(t)]^T \\ \mathbf{E}(t) &= [\varepsilon(1) \quad \varepsilon(2) \quad \dots \quad \varepsilon(t)]^T \end{aligned}$$

όπου $\varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) = y(i) - \boldsymbol{\varphi}^T(i)\boldsymbol{\theta}$

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^T(1) \\ \boldsymbol{\varphi}^T(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}^T(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t) = (\boldsymbol{\Phi}^T(t)\boldsymbol{\Phi}(t))^{-1} = \left(\sum_{i=1}^t \boldsymbol{\varphi}(i)\boldsymbol{\varphi}^T(i) \right)^{-1}$$

Με βάση τα παραπάνω, ορισμός της συνάρτησης κόστους μπορεί να γραφεί ως

$$J(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \varepsilon^2(i) = \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{E} = \frac{1}{2} \|\mathbf{E}\|^2$$

όπου $\mathbf{E} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}$

Ο πίνακας $\mathbf{P}(t)$ καθορίζει το βήμα μεταβολής των, προς εκτίμηση, παραμέτρων, ενώ εκτενέστερη αναφορά σε αυτόν, θα γίνει σε επόμενη παράγραφο.

Στη συνέχεια, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι, μπορεί να χρησιμοποιηθεί πίνακας βαρών, έτσι ώστε να ληφθεί υπόψιν σε διαφορετικό βαθμό, στον υπολογισμό της τρέχουσας εκτίμησης, το σφάλμα του συστήματος για κάθε χρονική στιγμή, και κατ' επέκταση για κάθε ζεύγος παρατηρήσεων και παλινδρομητών. Σε αυτή την περίπτωση, η συνάρτηση κόστους λαμβάνει την εξής μορφή:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{W} \mathbf{E}$$

όπου \mathbf{W} είναι ο διαγώνιος πίνακας, με τα βάρη στη διαγώνιο.

Τέλος, εφαρμόζοντας το θεώρημα “Αναδρομικής εκτίμησης ελαχίστων-τετραγώνων” προκύπτουν οι αναδρομικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται από τον RLS εκτιμητή:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}(t) &= \boldsymbol{\theta}(t-1) + \mathbf{K}(t)(\mathbf{z}(t) - \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\theta}(t-1)) \\ \mathbf{K}(t) &= \mathbf{P}(t)\boldsymbol{\varphi}(t) = \mathbf{P}(t-1)\boldsymbol{\varphi}(t)(\lambda\mathbb{I} + \boldsymbol{\varphi}^T(t)\mathbf{P}(t-1)\boldsymbol{\varphi}(t))^{-1} \\ \mathbf{P}(t) &= \frac{(\mathbb{I} - \mathbf{K}(t)\boldsymbol{\varphi}^T(t))\mathbf{P}(t-1)}{\lambda} \end{aligned}$$

όπου θ είναι το διάνυσμα των, προς εκτίμηση, παραμέτρων, φ είναι ο πίνακας παλινδρόμησης, z είναι το διάνυσμα παρατηρήσεων, ενώ $\hat{z}(t) = \varphi^T(t)\theta(t-1)$ είναι η έξοδος του συστήματος με βάση την τρέχουσα εκτίμηση.

Επίσης, το λ ονομάζεται παράγοντας λησμόνησης, και σχετίζεται με τον διαγώνιο πίνακα βαρών, με βάση τον οποίο λαμβάνονται υπόψιν σε διαφορετικό βαθμό το τετραγωνικό σφάλμα κάθε χρονικής στιγμής. Πιο συγκεκριμένα, στις εξισώσεις οι οποίες προέκυψαν, όσο μεγαλύτερη τιμή λαμβάνει ο παράγοντας λησμόνησης λ , τόσο μεγαλύτερη βαρύτητα δίνεται στο σφάλμα της τρέχουσας χρονικής στιγμής. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτή την παράμετρο δίνονται ακολούθως.

2.2.1.1 ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

Στο μοντέλο των ελαχίστων-τετραγώνων οι παράμετροι θ_i θεωρούνται σταθεροί. Σε ορισμένες εφαρμογές, ωστόσο, οι παράμετροι μπορούν να θεωρηθούν χρονικά-μεταβαλλόμενες. Υπάρχουν δυο περιπτώσεις οι οποίες μπορούν να καλυφθούν από μια απλή επέκταση της μεθόδου:

1. Στη μία περίπτωση θεωρείται ότι, οι παράμετροι αλλάζουν απότομα (με ασυνεχή τρόπο) αλλά σπάνια, ενώ στην άλλη αλλάζουν με συνεχή τρόπο αλλά με αργό ρυθμό. Στην περίπτωση που οι παράμετροι αλλάζουν απότομα μπορεί απλά να γίνει αρχικοποίηση. Σε αυτή την περίπτωση ο πίνακας P , η χρησιμότητα του οποίου εξηγείται παρακάτω, θα αρχικοποιηθεί στην τιμή $a * \mathbb{I}$, όπου a είναι ένας πολύ μεγάλος αριθμός, με αποτέλεσμα το κέρδος K να αποκτήσει πολύ μεγάλη τιμή, και έτσι η εκτίμηση να μπορεί να ανανεωθεί χρησιμοποιώντας μεγάλο βήμα.
2. Στην περίπτωση, των χρονικά-μεταβαλλόμενων παραμέτρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορα μαθηματικά μοντέλα, ανάλογα με τις ανάγκες της εφαρμογής. Μια προσέγγιση που παρουσιάζεται συχνά, για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, προτείνει τη χρήση ενός πίνακα βαρών, όπως αυτός που προαναφέρθηκε, με αποτέλεσμα η συνάρτηση κόστους να πάρει την παρακάτω μορφή:

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} (y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2$$

όπου λ είναι μια παράμετρος η οποία λαμβάνει τιμές στο διάστημα $(0,1]$ και ονομάζεται παράγοντας λησμόνησης (*forgetting factor*).

Σε αυτή την περίπτωση, τα πιο πρόσφατα δεδομένα έχουν μοναδιαίο βάρος, ή κοντά σε αυτό, ενώ τα δεδομένα που λήφθηκαν πριν n δείγματα έχουν βάρος λ^n . Αυτή η μεταβλητή, συνήθως, λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0.95, 0.99]$, δίνοντας με αυτό τον τρόπο μικρή σημασία στα παλαιότερα δεδομένα, και μεγαλύτερο βάρος στα πιο πρόσφατα.

Στο πλαίσιο της εργασίας, ο παράγοντας λησμόνησης επιλέχθηκε πειραματικά στην τιμή 0.98, καθώς, όπως γίνεται κατανοητό στα επόμενα κεφάλαια, οι τοπικοί παράμετροι κάθε εκτιμητή, μεταβάλλονται ανάλογα με τη μεταβολή της θέσης του τελευταίου.

2.2.1.2 ΒΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΠΡΟΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗ

Εκτός από τον παράγοντα λησμόνησης, σημαντικό ρόλο στην ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου παίζει η αρχικοποίηση της παραμέτρου P . Αυτή η παράμετρος έχει τη μορφή τετραγωνικού και συμμετρικού πίνακα, διαστάσεων όσες είναι και οι παράμετροι προς εκτίμηση, και υποδεικνύει το βήμα με το οποίο, αυτοί, μεταβάλλονται. Ο πίνακας αρχικοποιείται ως εξής:

$$P = \delta^{-1}I$$

ενώ ορίζεται με βάση την μαθηματική παράσταση που προαναφέρθηκε.

Κατά την αρχικοποίηση του αλγορίθμου προτείνεται η τιμή του δ να είναι, επαρκώς μικρή, με κατ' επέκταση μεγάλο βήμα, έτσι ώστε, ακόμα και αν, οι τιμές των, προς εκτίμηση, παραμέτρων αρχικοποιηθούν τυχαία, να είναι δυνατή η προσέγγιση μιας λύσης του συστήματος μετά την πρώτη επανάληψη της διαδικασίας. Στη συνέχεια, για κάθε επανάληψη του αλγορίθμου, τα στοιχεία του πίνακα προσαρμόζουν τις τιμές τους με βάση την τρέχουσα μεταβολή των παραμέτρων.

Για τις ανάγκες της εργασίας, η τιμή του δ επιλέχθηκε επαρκώς μικρή ($\delta = 0.0001$), καθώς η γνώση για τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου ήταν περιορισμένη, και οι αρχικές τιμές των παραμέτρων επιλέχθηκαν τυχαία.

2.3 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όπως προαναφέρθηκε, για τις απαιτήσεις της εργασίας, ο *RLS* εκτιμητής θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου, από τον όγκο του οποίου λαμβάνονται δεδομένα. Πιο συγκεκριμένα, κατά τη διαδικασία της εξερεύνησης του αντικειμένου, και για κάθε χρονική στιγμή, ο χρήστης λαμβάνει ένα ζεύγος παρατηρήσεων, από την αλληλεπίδρασή του με το “άγνωστο” περιβάλλον. Κάθε ζεύγος παρατηρήσεων περιλαμβάνει τη θέση του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού μηχανισμού στο απομακρυσμένο περιβάλλον, τη δεδομένη χρονική στιγμή, καθώς και την αντίδραση, στην περίπτωση που υπάρχει επαφή, από το άγνωστο αντικείμενο.

Προσαρμόζοντας τα διαθέσιμα δεδομένα που λαμβάνονται από το μηχανισμό γίνεται, εύκολα, αντιληπτό από τα παραπάνω, ότι οι συντεταγμένες της θέσης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού μηχανισμού αποτελούν την είσοδο στις θύρες του προσαρμοστικού φίλτρου, ενώ η επιθυμητή απόκριση του συστήματος προέρχεται από τη δύναμη που λαμβάνεται, ως αντίδραση από το άγνωστο περιβάλλον. Τα υπόλοιπα στοιχεία τα οποία συνθέτουν τον αναδρομικό αλγόριθμο, και ολοκληρώνουν το μαθηματικό μοντέλο, είναι ιδιαίτερα για κάθε προσέγγιση, και παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια.

2.3.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΚΑΜΨΙΑΣ

Στο πλαίσιο της εφαρμογής, ο αλγόριθμος του προσαρμοστικού φίλτρου θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση, τόσο των γεωμετρικών παραμέτρων του τοπικού μοντέλου, στις οποίες περιλαμβάνονται τα χαρακτηριστικά του σχήματος του αντικειμένου (περίγραμμα), όσο και των δυναμικών χαρακτηριστικών του, που εκφράζεται με την ακαμψία του (*stiffness*).

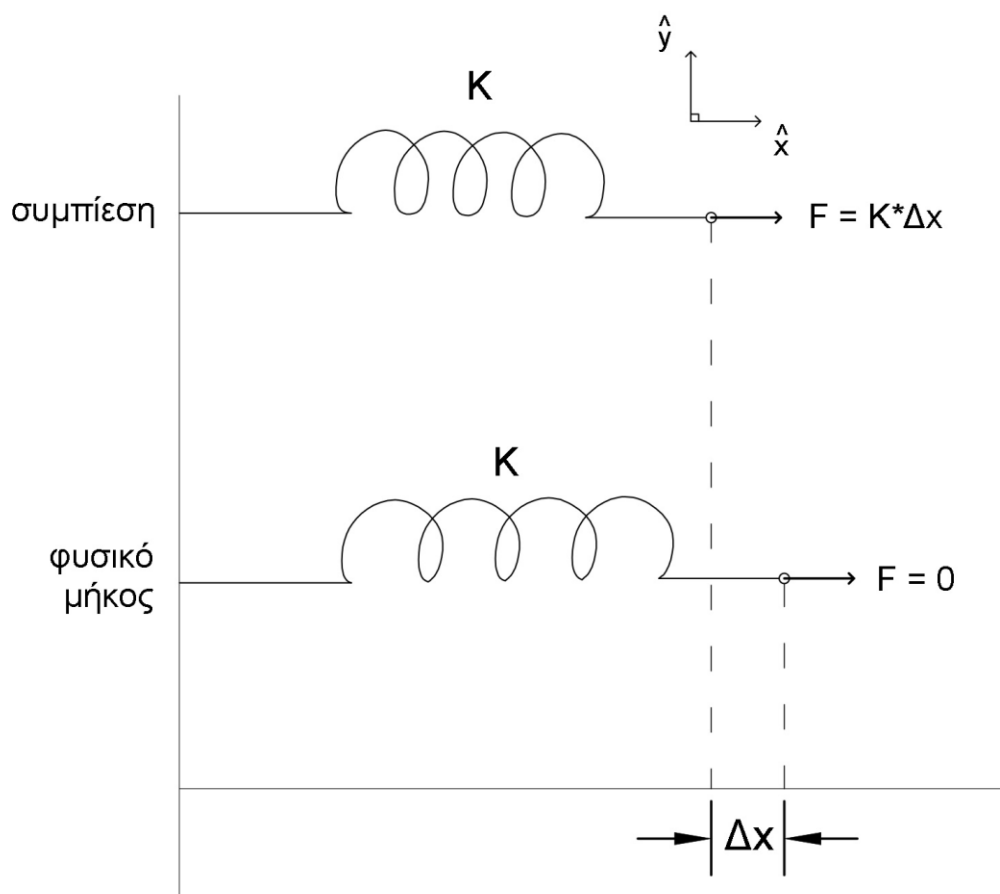
Για τον καθορισμό του τοπικού μαθηματικού μοντέλου, χρειάζεται να γίνουν κάποιες υποθέσεις, όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζεται η εξαγωγή της δύναμης από τα δυναμικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται η υπόθεση ότι η ακαμψία του αντικειμένου θεωρείται σταθερή σε όλο τον όγκο του. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, η δύναμη που ασκείται από το αντικείμενο να μοντελοποιείται, όπως η δύναμη επαναφοράς που εφαρμόζει ένα ελατήριο όταν συρρικνώνεται (επιβραδύνεται), με βάση το νόμο του *Hooke* (*Hooke's Law*).

Ο νόμος του *Hooke*, ή νόμος της ελαστικότητας, αναφέρει ότι η επιμήκυνση ή η επιβράχυνση x ενός ελατηρίου, μέσα στην περιοχή ελαστικότητάς του, είναι ανάλογη με τη δύναμη F που την προκαλεί, και άρα με τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο για να επανέλθει στο φυσικό του μήκος (3ος νόμος του Νεύτωνα) (*Newton's 3rd law*). Αυτό σημαίνει ότι, το πηλίκο F/x είναι σταθερό, μέσα στην περιοχή ελαστικότητας του ελατηρίου:

$$\frac{F}{\Delta x} = k = \text{σταθερό}$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου, η οποία μετράται σε N/m , και εξαρτάται από το υλικό, το εμβαδό διατομής του σύρματος του ελατηρίου, καθώς και από το φυσικό του μήκος.

Για το μοντέλο της δυναμικής του αντικειμένου υποτέθηκε ότι, η δύναμη που ασκείται στο τελικό στοιχείο δράσης του ρομποτικού βραχίονα, όταν αυτό επιχειρεί κάθετη διείσδυση από ένα σημείο της επιφάνειάς του αντικειμένου προς το εσωτερικό του, και σε «βάθος» x από την επιφάνειά του, μπορεί να προσεγγιστεί από τη δύναμη επαναφοράς που ασκεί ένα ελατήριο, το οποίο χαρακτηρίζεται από σταθερά ελατηρίου k , και έχει επιβαρυνθεί κατά x . Η σταθερά ελατηρίου σε αυτή την περίπτωση, υποδεικνύει μια ακόμα ιδιότητα του αντικειμένου, η οποία μπορεί να ονομαστεί «συντελεστής ακαμψίας», και δίνει πληροφορίες για την σκληρότητά του.



Εικόνα 2-3: Εφαρμογή νόμου του Hooke σε οριζόντιο ελατήριο

Με βάση αυτά που συζητήθηκαν παραπάνω, η εξίσωση η οποία υπολογίζει τη δύναμη που ασκείται από τη διεύθυνση στο αντικείμενο δίνεται από την εξής σχέση:

$$\mathbf{F} = K * (\mathbf{p}_{eq} - \mathbf{p})$$

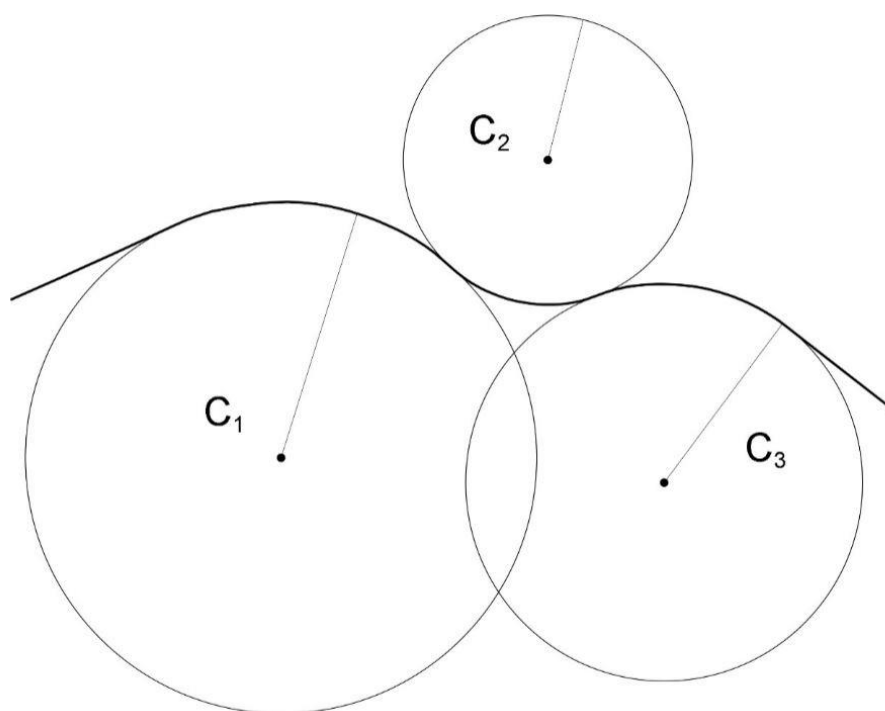
όπου K είναι η σταθερά ακαμψίας, \mathbf{p}_{eq} είναι το διάνυσμα ενός σημείου πάνω στην επιφάνεια, \mathbf{p} είναι το διάνυσμα ενός σημείου στον όγκο του αντικειμένου, και \mathbf{F} είναι η δύναμη επαναφοράς. Με αυτό τον τρόπο, προσομοιώνεται η δυναμική συμπεριφορά του αντικειμένου από μια εξίσωση πρώτου βαθμού, η οποία, ωστόσο, προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό την πραγματικότητα.

Σε αυτό το σημείο, χρειάζεται να επισημανθεί ότι, το διάνυσμα $\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{p}_{eq} - \mathbf{p})$, είναι κάθετο στην επιφάνεια που ασκείται η δύναμη.

2.3.2 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ

Αφού καθορίστηκε το μαθηματικό μοντέλο που για τον υπολογισμό των τοπικών χαρακτηριστικών από τον εκτιμητή, σειρά έχει ο προσδιορισμός των παραμέτρων που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος. Στο πλαίσιο της εργασίας, γίνεται χρήση δύο εκτιμητών, ο καθένας, εκ των οποίων, αφορά διαφορετικού είδους γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Πιο συγκεκριμένα, το είδος της επιφάνειας που συναντάται στις περισσότερες περιπτώσεις είναι η καμπύλη. Για να προσδιοριστεί μια καμπύλη αρκούν δύο χαρακτηριστικά της: οι χωρικές συντεταγμένες του τοπικού κέντρου, καθώς και το μέτρο της τοπικής ακτίνας. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, τα τοπικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά επιφανείας μπορούν να προσεγγιστούν από διαδοχικά κυκλικά τόξα (ή τμήματα) διαφορετικής καμπυλότητας (ακτίνας και κέντρου).

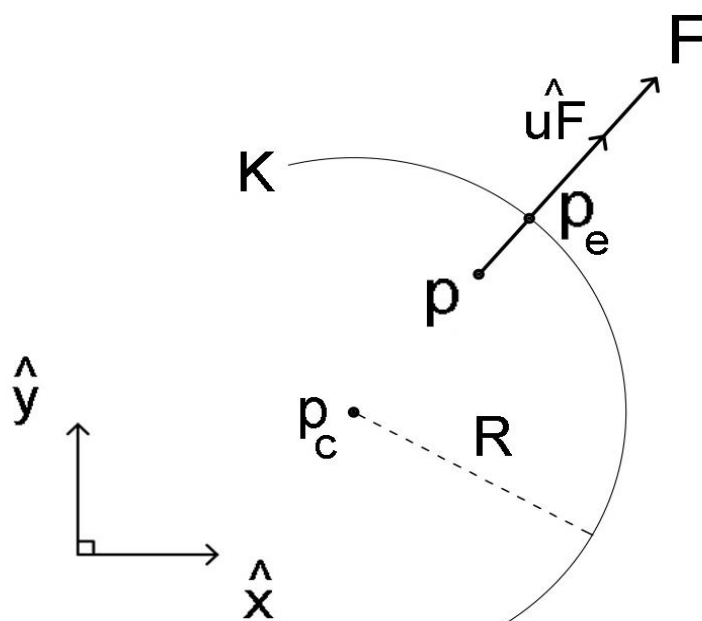


Εικόνα 2-4: Προσέγγιση τοπικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών επιφανείας μέσω διαδοχικών κυκλικών τόξων (ή τμημάτων) διαφορετικής καμπυλότητας (ακτίνας και κέντρου)

Επαναφέροντας την ανάλυση στις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας, εξάγονται οι παρακάτω εξισώσεις με βάση τη δυναμική ανάλυση ενός αντικειμένου με καμπυλωτή επιφάνεια:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{K} * (\mathbf{p}_e - \mathbf{p}) \\ \mathbf{p}_e &= \mathbf{p}_c + \mathbf{R} * \mathbf{uF} \\ \mathbf{uF} &= \frac{\mathbf{F}}{|\mathbf{F}|} \end{aligned} \right\} \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{K} * (\mathbf{p}_c + \mathbf{R} * \mathbf{uF} - \mathbf{p})$$

όπου K είναι η σταθερά ακαμψίας, \mathbf{p}_e είναι το διάνυσμα ενός σημείου πάνω στην επιφάνεια, \mathbf{p} είναι το διάνυσμα ενός σημείου στον όγκο του αντικειμένου, \mathbf{p}_c είναι το διάνυσμα του τοπικού κέντρου της καμπύλης, R είναι το μέτρο της τοπικής ακτίνας της καμπύλης, \mathbf{F} είναι το διάνυσμα της δύναμης από τον όγκο του αντικειμένου, ενώ \mathbf{uF} ($= \frac{\mathbf{F}}{|\mathbf{F}|}$) είναι το μοναδιαίο διάνυσμα αυτής.



Εικόνα 2-5: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας κυρτής επιφάνειας

Αναλύοντας τις συνιστώσες προκύπτει:

$$F_i = K * p_{c_i} + K * R * uF_i - K * p_i$$

όπου $i = \{x, y\}$

2.3.2.1 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ

Στην περίπτωση που, ο τοπικός συντελεστής ακαμψίας θεωρείται γνωστός από το σύστημα, επιχειρείται εκτίμηση μόνο των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της τοπικής επιφάνειας του άγνωστου αντικειμένου, με αποτέλεσμα οι παράμετροι που απαιτεί ο αναδρομικός αλγόριθμος για την εκτέλεσή του να λαμβάνουν την εξής μορφή:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & uF_x(t) \\ 0 & 1 & uF_y(t) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} p_{c_x} \\ p_{c_y} \\ R \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \frac{F_x(t)}{K} + p_x(t) \\ \frac{F_y(t)}{K} + p_y(t) \end{bmatrix}$$

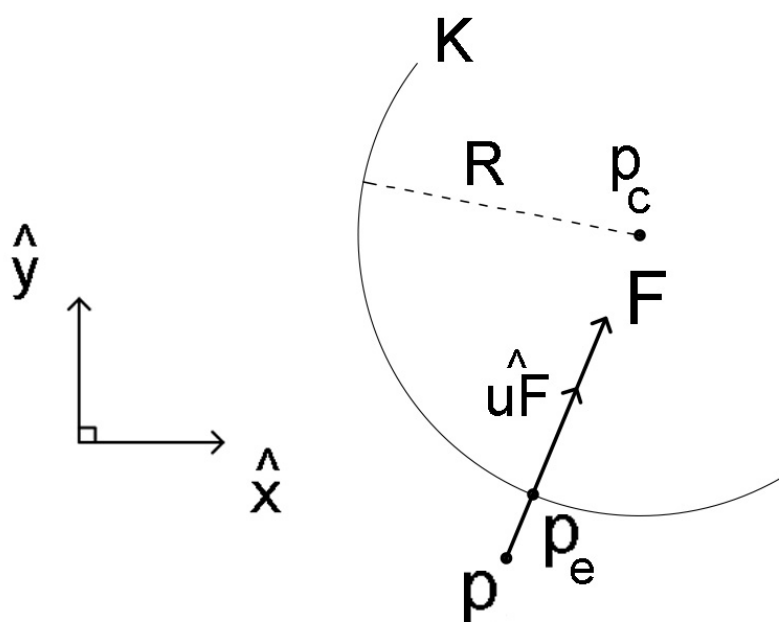
2.3.2.2 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΚΑΜΨΙΑΣ

Αν, από την άλλη, ο τοπικός συντελεστής ακαμψίας είναι άγνωστος, τότε περιλαμβάνεται στα, προς εκτίμηση, χαρακτηριστικά, μεταβάλλοντας τη μορφή των παραμέτρων του προσαρμοστικού φίλτρου ως εξής:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & uF_x(t) & -p_x(t) \\ 0 & 1 & uF_y(t) & -p_y(t) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} K * p_{c_x} \\ K * p_{c_y} \\ K * R \\ K \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix}$$



Εικόνα 2-6: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας κοίλης επιφάνειας

Αξίζει να επισημανθεί ότι, υπάρχουν δύο είδη καμπύλων επιφανειών, οι οποίες μπορεί να μην παρουσιάζουν διαφορές στην υλοποίηση του αλγορίθμου, αλλά αυτή η διαφορά απεικονίζεται στα αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα, για κυρτή (*convex*) επιφάνεια, η ακτίνα λαμβάνει θετικές τιμές ($R > 0$), ενώ στην περίπτωση της κοίλης (*concave*) επιφάνειας, η οποία διακρίνεται στην παρακάτω εικόνα, είναι αρνητική ($R < 0$). Το αποτέλεσμα της κοίλης επιφάνειας, εξηγείται μαθηματικώς, αν αναλογιστεί κανείς ότι, σε αντίθεση με την κυρτή, το διάνυσμα της δύναμης επαναφοράς του αντικειμένου έχει φορά προς το εκτιμώμενο κέντρο.

2.3.3 ΕΚΤΙΜΗΤΗΣ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Αφού καθορίστηκαν οι παράμετροι του αλγορίθμου για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών της πιο “δημοφιλούς” επιφάνειας, της καμπύλης, σειρά έχει η επίπεδη επιφάνεια, η οποία δεν συναντάται τόσο συχνά. Αυτό το είδος επιφάνειας αποτελεί μια ιδιόμορφη κατάσταση καμπύλης, με άπειρη ακτίνα.

Όπως στην περίπτωση της καμπύλης, έτσι και στην επίπεδη επιφάνεια, αρκεί η εκτίμηση δύο βασικών χαρακτηριστικών της, για τον πλήρη προσδιορισμό της. Δεδομένου ότι, στα πλαίσια της εφαρμογής, όλες οι προσεγγίσεις γίνονται στο επίπεδο, και όχι στο χώρο, για τον προσδιορισμό της επίπεδης επιφάνειας αρκεί να βρεθούν τα χαρακτηριστικά της προβολής της πάνω στο z-επίπεδο, δηλαδή μιας ευθείας. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι, ένα οποιοδήποτε σημείο από το οποίο διέρχεται η ευθεία, και το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα, το οποίο καθορίζει την κλίση της.

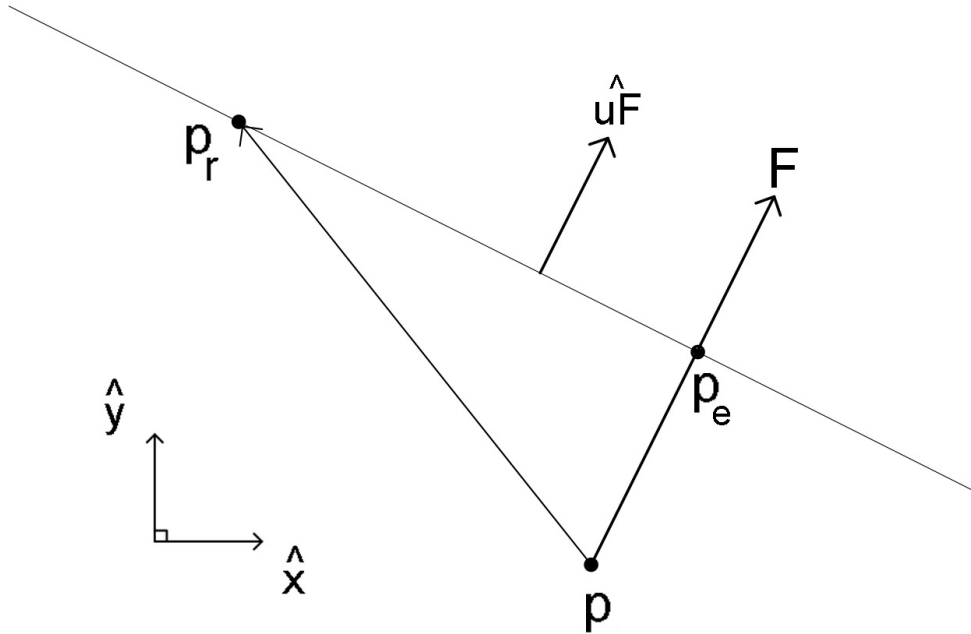
Επαναφέροντας την ανάλυση στις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας, εξάγονται οι παρακάτω εξισώσεις με βάση τη δυναμική ανάλυση ενός αντικειμένου με επίπεδη επιφάνεια:

$$(\mathbf{p}_r - \mathbf{p}) * \mathbf{uF} = \frac{|\mathbf{F}|}{K}$$

$$F_x = |\mathbf{F}| * uF_x$$

$$F_y = |\mathbf{F}| * uF_y$$

όπου K είναι η σταθερά ακαμψίας, \mathbf{p}_r είναι το διάνυσμα ενός τυχαίου σημείου πάνω στην ευθεία, \mathbf{p} είναι το διάνυσμα ενός σημείου στον όγκο του αντικειμένου, \mathbf{F} είναι το διάνυσμα της δύναμης από τον όγκο του αντικειμένου, ενώ $\mathbf{uF} \left(= \frac{\mathbf{F}}{|\mathbf{F}|} \right)$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα αυτής.



Εικόνα 2-7: Μοντέλο δύναμης ακαμψίας επίπεδης επιφάνειας

Φέρνοντας τις παραπάνω εξισώσεις στην μορφή που απαιτεί ο αναδρομικός αλγόριθμος, δεδομένων των εισόδων ($\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$) και των επιθυμητών εξόδων ($\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$) του προσαρμοστικού φίλτρου, λαμβάνουμε τις εξής παραμέτρους για την εκτέλεσή του:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} |\mathbf{F}(t)| & -1 & p_x(t) & -1 & p_y(t) \\ 0 & 0 & |\mathbf{F}(t)| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & |\mathbf{F}(t)| \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} \\ p_{r_x} * u_{F_x} \\ u_{F_x} \\ p_{r_y} * u_{F_y} \\ u_{F_y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix}$$

Επειδή υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί σημείων $\mathbf{p}_r = \begin{bmatrix} p_{r_x} \\ p_{r_y} \end{bmatrix}$ πάνω στην ευθεία οι οποίοι ικανοποιούν τις παραπάνω εξισώσεις, επιλέγεται να προκαθορίζεται η μία συνιστώσα του τυχαίου διανύσματος, αφήνοντας την άλλη να προσδιοριστεί από τον αλγόριθμο. Επιπλέον, δεν είναι δυνατόν, για κάθε ευθεία να προκαθορίζεται πάντα μια συγκεκριμένη συνιστώσα,

για παράδειγμα την p_{r_x} , καθώς η ευθεία που εκτιμάται, μπορεί να είναι κάθετη στον άξονα x , με αποτέλεσμα να υπάρχει μόνο ένα συγκεκριμένο p_{r_x} που να την ικανοποιεί. Για τους παραπάνω λόγους, για κάθε κομμάτι της επιφάνειας που επιχειρείται να προσδιοριστεί, ακολουθείται η εξής διαδικασία:

1. Υπολογίζεται ο μέσος όρος των μοναδιαίων διανυσμάτων των δυνάμεων
2. Αν $|uF_x| > |uF_y|$ τότε φαίνεται ότι, η μεγαλύτερη συνιστώσα της δύναμης βρίσκεται παράλληλα στον x άξονα, και συνεπώς η επιφάνεια είναι “περισσότερο παράλληλη” στον y άξονα, οπότε θεωρείται “ασφαλές” να προκαθοριστεί η p_{r_y} συνιστώσα του τυχαίου σημείου, πάνω στην ευθεία. Αντίστοιχα για $|uF_x| \leq |uF_y|$.

Έτσι, οι παράμετροι που χρειάζονται για την εκτέλεση του αλγορίθμου παίρνουν την ακόλουθη μορφή, για κάθε περίπτωση:

1. $|uF_x| > |uF_y|$

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} |\mathbf{F}(t)| & -1 & p_x(t) & (p_y(t) - p_{r_y}) \\ 0 & 0 & |\mathbf{F}(t)| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\mathbf{F}(t)| \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} \\ p_{r_x} * uF_x \\ uF_x \\ uF_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

2. $|uF_x| \leq |uF_y|$

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} |\mathbf{F}(t)| & (p_x(t) - p_{r_x}) & -1 & p_y(t) \\ 0 & |\mathbf{F}(t)| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\mathbf{F}(t)| \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} \\ uF_x \\ p_{r_y} * uF_y \\ uF_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

Ορίζοντας και την επίπεδη επιφάνεια, καλύπτονται, έστω προσεγγιστικά, όλες οι περιπτώσεις γεωμετρικών χαρακτηριστικών επιφανείας που μπορούν να εμφανιστούν σε ένα αντικείμενο.

3. ΧΑΡΤΕΣ ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ

Στο τρίτο κεφάλαιο, προτείνεται η χρήση ενός αυτο-οργανούμενου χάρτη (Self-Organizing Map) (SOM) ως δίκτυο κυττάρων αποθήκευσης των τοπικών χαρακτηριστικών του αντικειμένου. Αρχικά, γίνεται αναφορά, τόσο στο θεωρητικό υπόβαθρο, όσο και πιθανές εφαρμογές, αυτών των δικτύων, ενώ στη συνέχεια, προτείνεται μια προσαρμοσμένη παραλλαγή του αλγορίθμου, κατά την οποία το δίκτυο μεταβάλλεται δυναμικά ανάλογα με τις ανάγκες των προτύπων εισόδου.

3.1 ΑΥΤΟ-ΟΡΓΑΝΟΥΜΕΝΟΙ ΧΑΡΤΕΣ

Οποιοσδήποτε εξετάζει τη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου δεν μπορεί παρά να μείνει εντυπωσιασμένος από το βαθμό στον οποίο ο εγκέφαλος «κυριαρχείται» από τον εγκεφαλικό φλοιό, σκεπάζοντας κάθε άλλη περιοχή του. Η πολυπλοκότητα του εγκεφαλικού φλοιού πιθανότατα ξεπερνά οποιαδήποτε άλλη γνωστή δομή στο σύμπαν. Εξίσου εντυπωσιακός όμως είναι και ο τρόπος με τον οποίο διαφορετικές αισθητηριακές είσοδοι (από υποσυστήματα όπως το κινητικό, το σωματοαισθητικό, το οπτικό, το ακουστικό, κ.α.) χαρτογραφούνται σε αντίστοιχες περιοχές του εγκεφαλικού φλοιού με διατεταγμένο (τακτοποιημένο) τρόπο.



Εικόνα 3-1: Διάφορες αισθητηριακές είσοδοι του εγκεφάλου χαρτογραφημένες στον εγκεφαλικό φλοιό με διατεταγμένο τρόπο

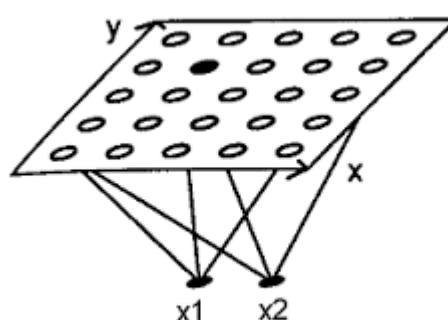
Σύμφωνα με αυτή την παρατήρηση, γίνεται κατανοητό ότι, ο εγκέφαλος είναι, σε πολλές περιοχές, οργανωμένος με τρόπο ώστε τα τμήματά του που αφορούν σε παρόμοιες λειτουργίες να εντοπίζονται σε κοντινή τοπολογική περιοχή παρουσιάζοντας άμεση επιρροή και αλληλεπίδραση.

Η γνώση και η μελέτη της δομής του εγκεφαλικού φλοιού και ο χωρικός εντοπισμός των διάφορων λειτουργιών του, οδήγησε στην ανάγκη για ανακάλυψη μοντέλων και τεχνικών που θα προσομοιώνουν τα βασικά χαρακτηριστικά του εγκεφάλου, με όσο το δυνατόν πιο λιτό και, μαθηματικώς, κατανοητό τρόπο. Πυροδοτήθηκε, λοιπόν, η κατασκευή τεχνητών υπολογιστικών και τοπογραφικών χαρτών με τις εξής ιδιότητες (Haykin, 2008):

1. Σε κάθε χάρτη, οι νευρώνες δρουν παράλληλα και επεξεργάζονται κομμάτια πληροφορίας τα οποία έχουν παρόμοια φύση, αλλά προέρχονται από διαφορετικές περιοχές του αισθητηριακού χώρου εισόδου.
2. Σε κάθε στάδιο αναπαράστασης, κάθε εισερχόμενο κομμάτι πληροφορίας διατηρείται στην κατάλληλη τοπογραφική περιοχή.
3. Οι νευρώνες που ασχολούνται με στενά σχετιζόμενα κομμάτια πληροφορίας ανήκουν στην ίδια τοπολογική περιοχή επιρροής, έτσι ώστε να μπορούν να αλληλεπιδρούν μέσω σύντομων συναπτικών συνδέσεων.
4. Οι εννοιολογικοί χάρτες μπορούν να γίνουν κατανοητοί βάσει αντιστοιχίσεων από υψηλότερης διαστατικότητας χώρους παραμέτρων, στην επιφάνεια του φλοιού, αντιμετωπίζοντας το γνωστό πρόβλημα “*curse of dimensionality*”

Σύμφωνα με τις ιδιότητες που ορίστηκαν για τους υπολογιστικούς χάρτες, προκύπτει η αρχή του σχηματισμού ενός τοπογραφικού χάρτη (Kohonen, 1990):

Η χωρική θέση ενός νευρώνα εξόδου σ' έναν τοπογραφικό χάρτη αντιστοιχεί σ' ένα συγκεκριμένο πεδίο, ή χαρακτηριστικό, των δεδομένων που αντλούνται από το χώρο εισόδου.



Εικόνα 3-2: Μοντέλο του Kohonen για τους υπολογιστικούς χάρτες

Όπως παρουσιάζεται στη διπλανή εικόνα, οι νευρώνες εξόδου είναι διατεταγμένοι σ' ένα διδιάστατο πλέγμα. Αυτό το είδος τοπολογίας διασφαλίζει ότι κάθε νευρώνας έχει ένα σύνολο από γείτονες, δηλαδή ένα σύνολο από νευρώνες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά του χώρου εισόδου.

Τα SOM δίκτυα, όπως προτάθηκαν από τον Kohonen, βασίζονται στην ανταγωνιστική μάθηση, με βάση την οποία οι νευρώνες εξόδου του δικτύου ανταγωνίζονται μεταξύ τους για

το δικαίωμα ενεργοποίησης, με αποτέλεσμα μόνο ένας νευρώνας εξόδου να είναι ενεργός ανά πάσα στιγμή για κάθε δεδομένο εισόδου. Ο νευρώνας εξόδου που νικά στον ανταγωνισμό (νικητής νευρώνας) απολαμβάνει το καθεστώς «ο νικητής τα παίρνει όλα», μεταβάλλοντας τις παραμέτρους του σύμφωνα με την τρέχουσα είσοδο και επηρεάζοντας τους γειτονικούς του.

Σ' έναν αυτο-οργανούμενο χάρτη, οι νευρώνες τοποθετούνται στους κόμβους ενός πλέγματος το οποίο είναι συνήθως μονοδιάστατο ή διδιάστατο. Υψηλότερης διαστατικότητας χάρτες είναι δυνατό να δημιουργηθούν, αλλά δεν χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα. Οι νευρώνες διεγείρονται σε διάφορα πρότυπα εισόδου, κατά την πορεία μιας διαδικασίας ανταγωνιστικής μάθησης. Οι θέσεις των νικητών-νευρώνων διατάσσονται ο ένας σε σχέση με τον άλλο με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να δημιουργείται ένας αυτο-οργανούμενος χάρτης, ο οποίος θα αποτυπώνει τις ιδιομορφίες και τα εσωτερικά στατιστικά χαρακτηριστικά των προτύπων εισόδου.

Εφαρμογές των αυτο-οργανούμενων χαρτών

Ο καλύτερος τρόπος για να γίνει κατανοητή η χρηστικότητα τους είναι κάνοντας αναφορά σε κάποια τυπικά προβλήματα εφαρμογών τα οποία μπορούν να επιλυθούν, αποτελεσματικά, με χρήση αυτών των υπολογιστικών τοπολογικών χαρτών. Οι εφαρμογές των αυτο-οργανούμενων χαρτών μπορούν να ταξινομηθούν σε 2 βασικές κατηγορίες:

- A. Ταξινόμηση (*Classification*)
 - B. Ανακατασκευή (*Reconstruction*)
- A. Στην είσοδο του συστήματος εφαρμόζεται ένα σύνολο διανυσμάτων, κάθε ένα εκ των οποίων αποτελεί ένα διάνυσμα χαρακτηριστικών, και αντιστοιχίζεται στο νευρώνα που του «ταιριάζει» περισσότερο. Στη συνέχεια, ο “πιο ταιριαστός” νευρώνας, ανανεώνει, τόσο τα βάρη του, όσο και των γειτονικών του, ενισχύοντας την περιοχή χαρακτηριστικών του. Στην περίπτωση αυτή, η έξοδος του κάθε νευρώνα υποδεικνύει την κατηγοριοποίησή του σε μια ομάδα. Σκοπός της εφαρμογής, είναι η κατασκευή ενός χάρτη, ο οποίος ταξινομεί τα πρότυπα εισόδου με βάση το πολυδιάστατο διάνυσμά τους, συνιστώντας έτσι έναν αλγόριθμο ομαδοποίησης και συμπίεσης, αφού οδηγεί και σε μείωση της διαστατικότητας.
 - B. Η ανακατασκευή διάφορων αντικειμένων στο χώρο, ή ακόμα και στο επίπεδο, με χρήση αυτο-οργανούμενων χαρτών, αν και αποτελεί, επίσης, ένα είδος ταξινόμησης, υπό την έννοια ότι, γειτονικοί νευρώνες αντιπροσωπεύουν κοντινές περιοχές, οι οποίες πιθανώς έχουν κοινά χαρακτηριστικά, μπορεί να θεωρηθεί ξεχωριστή εφαρμογή. Σε αυτή την περίπτωση, κάθε δείγμα εισόδου έχει τη μορφή διανύσματος, με χαρακτηριστικά τα οποία υποδεικνύουν τις συντεταγμένες του

δείγματος στο χώρο (ή στο επίπεδο), όπως και η έξοδος άλλωστε.

Οι ανάγκες της εφαρμογής που εξετάζεται, όπως θα φανεί στην επόμενη παράγραφο, την κατατάσσουν στη δεύτερη κατηγορία (Ανακατασκευή), καθώς, βασική λειτουργία του χάρτη, στο πλαίσιο της εργασίας, είναι η εκπαίδευση ενός δικτύου για την προσαρμογή των κόμβων του στις θέσεις των προτύπων εισόδου, στο επίπεδο. Έτσι, κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει μια περιοχή του αντικειμένου, συνιστώντας, με αυτό τον τρόπο, αλγόριθμο ανακατασκευής και συμπίεσης, παρά ομαδοποίησης. Από την άλλη, η ανακατασκευή διαφέρει από άλλες εφαρμογές, καθώς τα κύτταρα του δικτύου δεν αναπαριστούν τα ίδια τμήματα της επιφάνειας, αλλά χρησιμοποιούνται ως μονάδες αποθήκευσης των τοπικών χαρακτηριστικών.

3.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κύριος στόχος ενός αυτο-οργανούμενου χάρτη (SOM) είναι να μετασχηματίσει όλα τα πρότυπα εισόδου, οποιασδήποτε διάστασης, σ' έναν διακριτό χάρτη μιας ή δύο διαστάσεων στον οποίο θα αποτυπώνονται οι κύριες συνιστώσες των χαρακτηριστικών τους, εκτελώντας αυτό το μετασχηματισμό με κάποιον τοπολογικά διατεταγμένο τρόπο, ο οποίος θα δημιουργεί αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των νευρώνων κάθε περιοχής· αυτή η ομαδοποίηση των δεδομένων, αντιμετωπίζει, εν τέλει, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το πρόβλημα της μεγάλης διαστατικότητας (*curse of dimensionality*) των δεδομένων, και κατ' επέκταση διευκολύνει τη συμπίεσή τους.

3.2.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή της παρούσας εργασίας, σκοπός της εφαρμογής είναι να εκπαιδευτεί ένα αυτο-οργανούμενο δίκτυο, το οποίο θα αναπτυχθεί και θα εξελιχθεί πάνω στην περιοχή εξερεύνησης ενός αντικειμένου, και τα κύτταρα του οποίου θα διατηρούν αποθηκευμένα τα τοπικά γεωμετρικά (σχήμα) και δυναμικά (συντελεστής ακαμψίας) χαρακτηριστικά της περιοχής την οποία αντιπροσωπεύουν, και θα έχουν εκτιμήσει με τη βοήθεια των αναδρομικών εκτιμητών που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 2.

Πιο συγκεκριμένα, τα δεδομένα που χρησιμοποιεί το δίκτυο για την εκπαίδευση και την ανάπτυξή του είναι ένα σύνολο σημείων στο διδιάστατο επίπεδο, που αντιστοιχούν σε συντεταγμένες πάνω στον όγκο τού, προς εξερεύνηση, αντικειμένου. Από την άλλη, τα βάρη των κυττάρων (νευρώνων) του δικτύου αντιστοιχούν, επίσης σε συντεταγμένες δύο διαστάσεων. Το ζητούμενο, σε αυτή την περίπτωση, είναι η προσαρμογή των βαρών, αυτών, πάνω στα δεδομένα, η ομαδοποίησή τους, με την κατ' επέκταση δημιουργία αλληλεξαρτήσεων, και, τελικά, η, όσο το δυνατόν πιο πιστή, αναπαράσταση των δεδομένων που λήφθηκαν.

Στη συνέχεια, γίνεται εκτενέστερη περιγραφή της υλοποίησης του αλγορίθμου, όπως υλοποιήθηκε προσαρμοσμένη στις ανάγκες της εργασίας, σε συνάρτηση με τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά των χαρτών, κάνοντας, παράλληλα, αναφορά σε σχετική βιβλιογραφία.

3.2.2 ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΜΟΡΦΗ ΔΙΚΤΥΟΥ (ΣΥΝΑΠΤΙΚΑ ΒΑΡΗ, ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΗ, ΑΡΙΘΜΟΣ ΝΕΥΡΩΝΩΝ)

Όπως προαναφέρθηκε, σ' έναν αυτο-οργανούμενο χάρτη, το πλέγμα στο οποίο τοποθετούνται οι νευρώνες μπορεί να είναι μονοδιάστατο ή διδιάστατο. Υπάρχει δυνατότητα για περαιτέρω αύξηση των διαστάσεων του πλέγματος, καθώς είναι χαρακτηριστικό που εξαρτάται από τις ανάγκες του χρήστη, ωστόσο υψηλότερης διαστατικότητας χάρτες δεν χρησιμοποιούνται συχνά. Αφού γίνει η επιλογή της διάστασης του χάρτη, σύμφωνα με τις ανάγκες και τις απαιτήσεις της εφαρμογής, σειρά έχει ο καθορισμός του αριθμού των κόμβων του δικτύου. Ο αριθμός των νευρώνων βρίσκεται σε άμεση συνάρτηση, τόσο με την υπολογιστική πολυπλοκότητα του χάρτη, όσο και με την ακρίβεια που θέλουμε να προσδώσουμε στην τελική ομαδοποίηση των προτύπων εισόδου. Όπως είναι προφανές, όσο περισσότεροι νευρώνες αποτελούν το δίκτυο, τόσο αποτελεσματικότερη γίνεται η κατηγοριοποίηση των προτύπων εισόδου με βάση τα διακριτικά χαρακτηριστικά τους: κάτι που, ωστόσο, αυξάνει την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, καθώς, όπως θα δούμε στη συνέχεια, για κάθε πρότυπο εισόδου πρέπει να εντοπιστεί ο «νικητής» από ένα μεγαλύτερο σύνολο κόμβων, ενώ ταυτόχρονα, είναι απαραίτητο να ανανεωθούν τα συναπτικά βάρη περισσότερων νευρώνων. Τα δύο παραπάνω ζητήματα θα γίνουν πιο κατανοητά στη συνέχεια, όταν και θα ασχοληθούμε με τις διαδικασίες που εμπλέκονται στο σχηματισμό αυτο-οργανούμενου χάρτη.

Εστιάζοντας στην προσαρμοσμένη υλοποίηση του αλγορίθμου για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, θα γίνει ανάλυση των χαρακτηριστικών (διαστατικότητα, αριθμός νευρώνων) που επιλέχθηκαν για να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις. Καταρχάς, όπως έχει ήδη αναφερθεί, το δίκτυο απαιτείται να αναπτυχθεί και να συγκλίνει «πάνω» στα δεδομένα που λαμβάνονται από την εξερεύνηση (*exploration*) της περιοχής, και τα οποία αντιστοιχούν σε συντεταγμένες στον όγκο του αντικειμένου, δηλαδή εσωτερικά της επιφάνειας. Με δεδομένο ότι, επιχειρείται εκτίμηση διδιάστατων χαρακτηριστικών, καθώς και ότι, γειτονικά σημεία θεωρούνται αυτά που απέχουν μικρή απόσταση, μετρώντας την παράλληλα στα φυσικά όρια του αντικειμένου, επιλέγεται, τελικά, το δίκτυο να είναι μονοδιάστατο, αναπτυσσόμενο κατά μήκος της επιφάνειά του. Στην περίπτωση που λαμβάνονταν υπόψη όλες οι διαστάσεις του αντικειμένου (3D), θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί διδιάστατο πλέγμα.

Ενώ η επιλογή της διάστασης του χάρτη μοιάζει προφανής στην περίπτωση που εξετάζουμε, ο αριθμός των νευρώνων του δικτύου δημιουργεί ερωτηματικά και περιορισμούς. Είναι δεδομένο ότι το μέγεθος του αντικειμένου, του οποίου τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά προσεγγίζονται, είναι άγνωστο. Συνεπώς, η ύπαρξη ενός προκαθορισμένου αριθμού κόμβων στο χάρτη, μπορεί να οδηγήσουν, από τη μία σε περιορισμένη ακρίβεια στην προσέγγιση των χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου μεγάλων διαστάσεων, ενώ από την άλλη να είναι «ανούσια» η ύπαρξή τους όταν το αντικείμενο είναι «μικρό». Οι παραπάνω λόγοι, οδήγησαν

στο σχεδιασμό ενός δικτύου με δυναμικές ιδιότητες. Με αυτό τον τρόπο, ο αυτο-οργανούμενος χάρτης έχει την δυνατότητα να «αποφασίζει ο ίδιος» το μέγεθός του, αυξομειώνοντάς το.

Ακολουθεί η συνοπτική παρουσίαση των τεχνικών, με τις οποίες λαμβάνεται η απόφαση για την μεταβολή του μεγέθους του δικτύου:

➤ Προσθήκη νευρώνων

Η διαδικασία εισαγωγής νέου νευρώνα λαμβάνει χώρα όταν εντοπίζεται κόμβος του δικτύου με τιμή τυπικής απόκλισης δεδομένων, μετρούμενη σε διεύθυνση παράλληλη στην τοπική επιφάνεια, μεγαλύτερη ενός προκαθορισμένου κατωφλίου· το νέο κύτταρο τοποθετείται σε κατάλληλη θέση.

➤ Αφαίρεση νευρώνων

Η διαδικασία αφαίρεσης νευρώνα πραγματοποιείται όταν:

- Ο αριθμός δεδομένων του είναι μικρότερος από κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι.
- Η απόσταση, μετρούμενη σε διεύθυνση παράλληλη στην τοπική επιφάνεια, δύο γειτονικών κόμβων είναι μικρότερη από κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι.

Σε καθεμιά από τις δυο περιπτώσεις, γίνεται εναπόθεση των δεδομένων, του κόμβου που αποκόπτεται, στους γειτονικούς του.

Επισημαίνεται ότι, στο Κεφάλαιο 4 γίνεται αναλυτική περιγραφή των παραπάνω τεχνικών, με παράλληλη παρουσίαση του, αντίστοιχου, μαθηματικού υποβάθρου.

Neural Gas: Μια δυναμική τοπολογία

Το *Neural Gas* (Martinetz & Schulten, 1991 και Fritzke, 1995) είναι ένα είδος αυτο-οργανούμενου χάρτη ο οποίος λειτουργεί με διαφορετικό τρόπο από τον συμβατικό που χρησιμοποιείται στο πλαίσιο της εργασίας. Όπως φαίνεται από το όνομά του ("*Neural Gas*"), αποτελεί ένα δυναμικό δίκτυο το οποίο έχει την ικανότητα να αυξομειώνει το μέγεθός του. Χρησιμοποιείται κατά βάση στην ανακατασκευή σχημάτων και αντικειμένων, αφού κάθε πρότυπο εισόδου είναι διάνυσμα που περιέχει τις συντεταγμένες του τρέχοντος δεδομένου, και ταξινομείται στον κοντινότερο νευρώνα, μετρώντας την ευκλείδεια απόσταση στο πεδίο που ερευνάται (διδιάστατο ή τριδιάστατο). Στη συνέχεια, για κάθε επανάληψη του αλγορίθμου οι νευρώνες αναδιατάσσονται και αναπτύσσουν σχέσεις γειννίας ανάλογα με το σχήμα που υποδεικνύουν τα δεδομένα. Στην περίπτωση μας, ωστόσο, δεν προσπαθούμε να ανακατασκευάσουμε κάποιο σχήμα, αλλά μπορεί να εφαρμοστεί κάποια παραλλαγή του.

Η δυναμική λειτουργία του *Neural Gas*, όπως περιγράφηκε παραπάνω, μοιάζει ιδανική για τις ανάγκες της εφαρμογής αφού ικανοποιεί όλες τις απαιτήσεις για την ανάπτυξη ενός δικτύου ανακατασκευής, και αντιμετωπίζει τα περισσότερα προβλήματα που φαίνεται να

υπάρχουν· ωστόσο, εξαιτίας του μεγάλου βαθμού πολυπλοκότητας που παρουσιάζει, στην παραπάνω μορφή, δεν προτιμήθηκε η χρήση του στο πλαίσιο της εργασίας, ενθαρρύνεται όμως η εφαρμογή του σε μελλοντικές παραλλαγές.

3.2.3 ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΒΑΡΩΝ

Ο αλγόριθμος που είναι υπεύθυνος για το σχηματισμό του αυτο-οργανούμενου χάρτη ξεκινά αρχικοποιώντας τα συναπτικά βάρη στο δίκτυο, αναθέτοντάς τους μικρές τιμές, επιλεγμένες από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Κατ' αυτό τον τρόπο, δεν επιβάλλεται κάποια αρχική «σειρά» στο χάρτη χαρακτηριστικών· η αρχικοποίηση δεν επηρεάζει σημαντικά την τελική μορφή που θα έχει μετά την εκπαίδευση.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, το δίκτυο έχει δυναμικές ιδιότητες οι οποίες του επιτρέπουν να μεταβάλλει τη μορφή του, και κατ' επέκταση το μέγεθός του. Τη χρονική στιγμή, λοιπόν, που το δίκτυο είναι «άδειο» από δεδομένα, δεν υπάρχει λόγος το δίκτυο να έχει περισσότερους από έναν νευρώνες. Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι, στην παρούσα εργασία, τα συναπτικά βάρη των κόμβων υποδεικνύουν και τη θέση τους στο επίπεδο, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο πρώτος κόμβος μπορεί να τοποθετηθεί σε οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου, με ανάλογη τιμή των βαρών του. Για λόγους απλότητας ο αρχικός νευρώνας τοποθετείται στο κέντρο των αξόνων, με κατ' επέκταση το μηδενισμό των βαρών του.

3.2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Αφού το δίκτυο αρχικοποιηθεί σωστά, υπάρχουν τρεις σημαντικές διαδικασίες που εμπλέκονται στο σχηματισμό του αυτο-οργανούμενου χάρτη:

3.2.4.1 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

Για κάθε πρότυπο εισόδου, οι νευρώνες του δικτύου υπολογίζουν τις αντίστοιχες τιμές μιας συνάρτησης διάκρισης, η οποία καθορίζει το επίκεντρο του γεγονότος. Ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη τιμή στη συνάρτηση διάκρισης δηλώνεται νικητής του ανταγωνισμού.

Έστω m η διάσταση του χώρου εισόδου. Έστω, επίσης, ότι ένα πρότυπο εισόδου που επιλέγεται τυχαία από το σύνολο εισόδου συμβολίζεται ως:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$$

Το διάνυσμα συναπτικών βαρών κάθε νευρώνα του δικτύου έχει την ίδια διάσταση με το χώρο εισόδου. Έστω ότι το διάνυσμα συναπτικών βαρών του νευρώνα j συμβολίζεται ως:

$$w_j = [w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jm}]^T, j = 1, 2, \dots, l$$

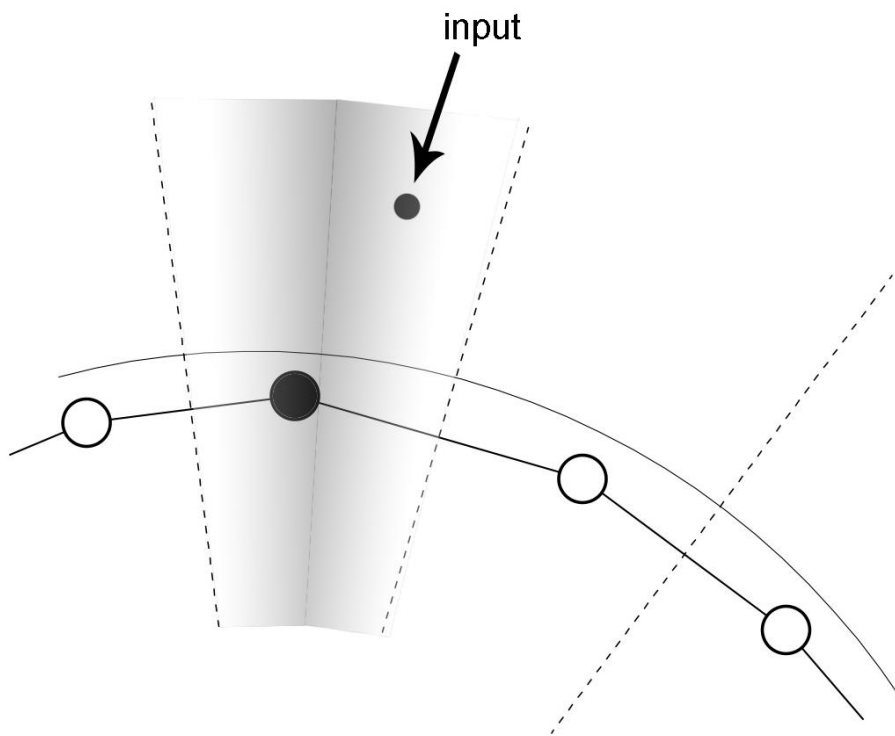
όπου l ο συνολικός αριθμός νευρώνων του δικτύου. Για να βρεθεί η βέλτιστη ταύτιση του διανύσματος εισόδου x με τα διανύσματα συναπτικών βαρών w_j , συγκρίνονται τα

εσωτερικά γινόμενα $w_j^T x$ για $j = 1, 2, \dots, l$ και επιλέγεται το μεγαλύτερο. Έτσι, επιλέγοντας το νευρώνα με το μεγαλύτερο εσωτερικό γινόμενο $w_j^T x$ ουσιαστικά έχει καθοριστεί η θέση όπου πρόκειται να κεντραριστεί η τοπολογική γειτονιά των διεγερμένων νευρώνων. Ωστόσο, αυτή η μέθοδος, για να καθορίσει σωστά τον νικητή-νευρώνα, υποθέτει ότι εφαρμόζεται σε συναπτικά βάρη τα οποία είναι κανονικοποιημένα, δηλαδή ότι το w_j έχει μοναδιαίο μέτρο για κάθε j ξεχωριστά.

Από την άλλη, είναι γνωστό ότι το κριτήριο βέλτιστης ταύτισης, βάσει μεγιστοποίησης του εσωτερικού γινομένου $w_j^T x$, υπό τον όρο ότι το w_j έχει μοναδιαίο μήκος για όλα τα j είναι, μαθηματικώς, ισοδύναμο με την ελαχιστοποίηση της Ευκλείδειας απόστασης μεταξύ των διανυσμάτων x και w_j . Εάν χρησιμοποιηθεί ο δείκτης $i(x)$ για το νευρώνα που «ταιριάζει» περισσότερο, πρέπει να ισχύει:

$$i(x) = \operatorname{argmin}_j \|x - w_j\|, j \in A$$

όπου A το σύνολο των νευρώνων. Ο συγκεκριμένος νευρώνας i που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη αποκαλείται νευρώνας βέλτιστης ταύτισης, ή νικητής-νευρώνας για το διάνυσμα εισόδου x .



Εικόνα 3-3: Χρήση μεσοκάθετων για τον οριοθέτηση της περιοχής επιρροής κάθε κόμβου

Δεδομένου ότι, στο πλαίσιο της εφαρμογής, τα βάρη των κόμβων συμπίπτουν με τις συντεταγμένες τους, σε κάθε νευρώνα ανήκει μια περιοχή του επιπέδου. Αυτή η περιοχή

καθορίζεται, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, από τη μεσοκάθετο μεταξύ δύο, τέτοιων, κόμβων. Κάθε δεδομένο, λοιπόν, ταξινομείται στην αντίστοιχη μονάδα του δικτύου ανάλογα με τη θέση του.

Ο εντοπισμός του νικητή-νευρώνα για κάθε πρότυπο εισόδου αποτελεί, σίγουρα, μια χρονοβόρα, αλλά, χωρίς αμφιβολία, θεμελιώδης και αναπόφευκτη διαδικασία για τη σωστή εκπαίδευση και ανάπτυξη του δικτύου. Ωστόσο, στην περίπτωση που εξετάζεται, φαίνεται υπάρχει τρόπος μείωσης του χρόνου αναζήτησης. Πιο συγκεκριμένα, το γεγονός ότι τα δεδομένα εισόδου λαμβάνονται σειριακά (*datastream*), από κάποιο ρομποτικό μηχανισμό, ο οποίος λαμβάνει πρότυπα με αρκετά υψηλή συχνότητα ($>1kHz$), επιτρέπει την αποδοχή της εξής υπόθεσης:

Κάθε πρότυπο εισόδου που εισέρχεται στο σύστημα και αφορά την τρέχουσα θέση του τελικού στοιχείου δράσης (end effector) ενός ρομποτικού βραχίονα, συσχετίζεται χωρικά, τόσο με το προηγούμενο, όσο και με το επόμενο, με την έννοια ότι, διαδοχικά δεδομένα, που λαμβάνονται με υψηλή χρονική συχνότητα, θα βρίσκονται σε κοντινή απόσταση.

Η παραπάνω υπόθεση, όσο αυθαίρετη και αν μοιάζει, ισχύει σε μεγάλο βαθμό σε συστήματα στα οποία τα δεδομένα λαμβάνονται σειριακά (*datastream*) σε υψηλές συχνότητες, από μηχανισμούς που κινούνται σε πολύ χαμηλές ταχύτητες, συγκριτικά με τη συχνότητα λήψης.

Αυτή η παρατήρηση, προσαρμοσμένη στις ανάγκες της εργασίας, διευκολύνει αρκετά τους υπολογισμούς, καθώς, για την ταξινόμηση ενός προτύπου σε κάποιο νευρώνα, αρκεί μόνο να είναι γνωστός ο κόμβος στον οποίο ταξινομήθηκε το προηγούμενο δεδομένο, ενώ το ίδιο ισχύει και για το προηγούμενο, κοκ. Το δεδομένο το οποίο δεν «έχει» προηγούμενο, δηλαδή το πρώτο δεδομένο, δεν είναι απαραίτητο να έχει πρότερη γνώση της τοπολογίας, καθώς την πρώτη στιγμή υπάρχει μόνο ένας νευρώνας στο δίκτυο, με αποτέλεσμα να ταξινομείται σε αυτόν. Με τη γνώση, λοιπόν, του κόμβου στον οποίο ταξινομείται το «προηγούμενο», χρονικά, δεδομένο, αρκεί να υπολογιστεί η ευκλείδεια απόσταση από αυτόν και τους γειτονικούς του, και στη συνέχεια, το νέο πρότυπο να ταξινομηθεί στον κοντινότερο, αποφεύγοντας τον υπολογισμό των αποστάσεων από όλους τους νευρώνες του δικτύου.

Η παραπάνω διαδικασία, εκτός από την μείωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας, συνεισφέρει και στη διατήρηση της τοπολογίας του τοπογραφικού χάρτη, αφού αντιστοιχίζει διαδοχικά δεδομένα σε διαδοχικούς κόμβους.

Στην περίπτωση που εξετάζεται, η συγκεκριμένη τεχνική ενδέχεται να μην «δουλέψει» σωστά, όταν το σύνολο των συναπτικών βαρών του δικτύου ανανεωθεί μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου, όπως θα διαπιστωθεί παρακάτω. Οι μεταβολές των θέσεων των νευρώνων μπορεί να είναι τόσο μεγάλες, που να μεταβληθεί σημαντικά η τοπολογία του δικτύου, και ο νικητής-νευρώνας του νέου δεδομένου να μην σχετίζεται, τοπολογικά, με τον αντίστοιχο του προηγούμενου δεδομένου. Στην περίπτωση αυτή, όπως θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο, είναι επιτακτική η αναζήτηση του νικητή-νευρώνα σε όλο το δίκτυο για τον εντοπισμό του.

3.2.4.2 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μεταφέροντας την ανάλυση σε νευροβιολογικό πλαίσιο είναι γνωστό ότι, όταν ένας νευρώνας του εγκεφαλικού φλοιού ενεργοποιείται τείνει να διεγείρει τους νευρώνες που βρίσκονται στην άμεση γειτονιά του. Αυτή η παρατήρηση οδηγεί στον ορισμό μιας τοπολογικής γειτονιάς γύρω από το νικητή-νευρώνα i , η οποία «φθίνει» ομαλά όσο η απόσταση από αυτόν αυξάνεται. Συγκεκριμένα, έστω ότι το $h_{j,i}$ συμβολίζει την τοπολογική γειτονιά που είναι κεντραρισμένη γύρω από το νικητή νευρώνα i και περικλείει ένα σύνολο διεγερμένων νευρώνων, ένα τυπικό δείγμα των οποίων συμβολίζεται ως j . Έστω επίσης ότι το $d_{j,i}$ συμβολίζει την απόσταση μεταξύ του νικητή νευρώνα i και του διεγερμένου νευρώνα j . Τότε, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η τοπολογική γειτονιά $h_{j,i}$ είναι μια συνάρτηση της πλευρικής απόστασης $d_{j,i}$, τέτοια ώστε να ικανοποιεί δυο απαιτήσεις:

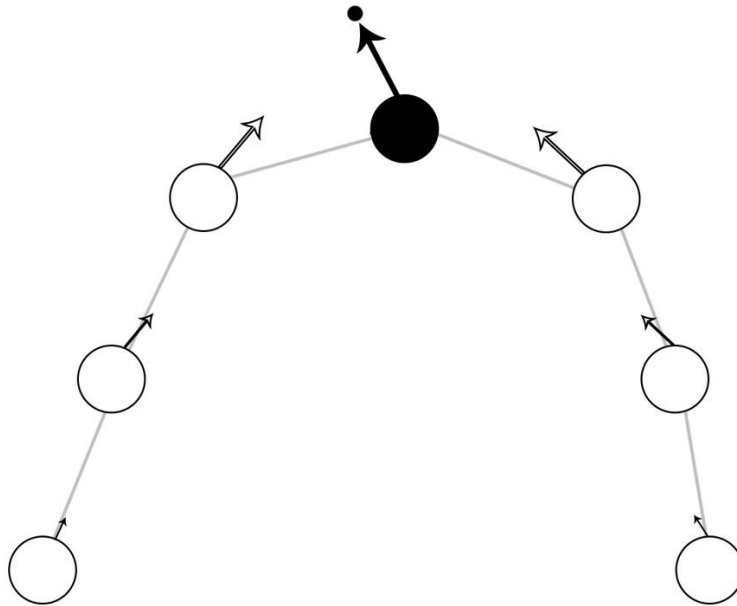
1. Η τοπολογική γειτονιά $h_{j,i}$ είναι συμμετρική και αποκτά τη μέγιστη τιμή της στο νικητή-νευρώνα i για τον οποίο η απόσταση $d_{j,i}$ μηδενίζεται.
2. Το πλάτος της τοπολογικής γειτονιάς $h_{j,i}$ φθίνει μονοτονικά με την αύξηση της απόστασης $d_{j,i}$, φτάνοντας στο μηδέν για $d_{j,i} \rightarrow \infty$, η οποία αποτελεί αναγκαία συνθήκη για σύγκλιση.

Μια καλή επιλογή του $h_{j,i}$ που ικανοποιεί αυτές τις απαιτήσεις είναι η Γκαουσιανή συνάρτηση:

$$h_{j,i(x)} = \exp\left(\frac{-d_{j,i}^2}{2\sigma^2}\right), j \in A(\text{σύνολονευρώνων})$$

η οποία είναι ανεξάρτητη από τη θέση του νικητή νευρώνα i . Η παράμετρος σ είναι το εύρος της τοπολογικής γειτονιάς, και μετρά το βαθμό στον οποίο συμμετέχουν στη διαδικασία μάθησης οι διεγερμένοι νευρώνες στην κοντινή περιοχή του νικητή νευρώνα.

Για να υπάρξει τοπολογική συσχέτιση μεταξύ των περιοχών του χάρτη, είναι αναγκαίο η τοπολογική γειτονιά $h_{j,i}$ να εξαρτάται από την απόσταση $d_{j,i}$ μεταξύ του νικητή νευρώνα i και του διεγερμένου νευρώνα j στο χώρο εξόδου, και όχι από κάποιο μέτρο απόστασης μεταξύ των συναπτικών βαρών και του προτύπου εισόδου.



Εικόνα 3-4: Συνεργασία νευρώνων

Στο παραπάνω σχήμα, παρουσιάζεται με λιτό, και ταυτόχρονα κατανοητό, τρόπο η διαδικασία της συνεργασίας μεταξύ των νευρώνων. Η συνάρτηση γειτονιάς του νικητή-νευρώνα (μαύρος) επηρεάζει όλους τους κόμβους του δικτύου, με μειούμενο τρόπο όσο αυξάνεται η ευκλείδεια απόσταση από τον αυτόν.

Επισημαίνεται ότι, η παραπάνω απεικόνιση είναι προσαρμοσμένη στις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας, στην οποία τα βάρη των κόμβων του δικτύου συμπίπτουν με τη θέση τους στο επίπεδο.

Ο αλγόριθμος SOM, όσο περισσότερο εκπαιδεύεται με νέα δείγματα, τόσο θα πλησιάζει την τελική του μορφή, με σκοπό τελικά να συγκλίνει, έχοντας καθορίσει τις τοπολογικές συσχετίσεις. Η απαίτηση που προκύπτει από αυτό είναι ότι το μέγεθος της τοπολογικής γειτονιάς είναι απαραίτητο να συρρικνώνεται με το χρόνο· αυτή η απαίτηση ικανοποιείται κάνοντας το εύρος σ της τοπολογικής συνάρτησης γειτονιάς $h_{j,i}$ να μειώνεται, όσο το δίκτυο εκπαιδεύεται. Μια συνήθης επιλογή για την εξάρτηση του σ από το διακριτό χρόνο n είναι η εκθετική μείωση που περιγράφεται από την

$$\sigma(n) = \sigma_0 \exp\left(\frac{-n}{\tau_1}\right), n = 0, 1, 2, \dots$$

όπου σ_0 είναι η τιμή του σ κατά την έναρξη του αλγορίθμου SOM και τ_1 είναι μια σταθερά χρόνου επιλεγμένη από το σχεδιαστή. Αντίστοιχα, η συνάρτηση τοπολογικής γειτονιάς λαμβάνει μια δική της, μεταβαλλόμενη στο χρόνο μορφή, όπως υποδεικνύει η

$$h_{j,i(x)}(n) = \exp\left(\frac{-d_{j,i}^2}{2\sigma^2(n)}\right), n = 0, 1, 2, \dots$$

Έτσι, καθώς αυξάνεται ο διακριτός χρόνος n των επαναλήψεων, το εύρος $\sigma(n)$ μειώνεται με εκθετικό ρυθμό και η τοπολογική γειτονιά συρρικνώνεται ανάλογα· ωστόσο, η τιμή γειτονιάς τελικά θα έχει και πάλι τιμή μονάδας για το νικητή νευρώνα i .

Αξίζει σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι, η παραπάνω διαδικασία, δηλαδή η μετακίνηση των γειτονικών νευρώνων ακόμα και για πολύ μικρές αποστάσεις, αποτελεί σπατάλη υπολογιστικών πόρων σε μια υλοποίηση ενός αλγορίθμου SOM σε πρακτικό επίπεδο. Αντ' αυτού, είναι καλύτερο να χρησιμοποιείται μια κανονικοποιημένη μορφή εκπαίδευσης, σύμφωνα με την οποία, για κάθε επανάληψη της διαδικασίας, δεν ανανεώνονται τα συναπτικά βάρη των «μακρινών» κόμβων από το νικητή, δηλαδή αυτών για τους οποίους η συνάρτηση τοπολογικής γειτονιάς είναι σχεδόν μηδενική, αλλά μόνο όσα βρίσκονται «επαρκώς» κοντά του.

Αυτή η κανονικοποιημένη μορφή εκπαίδευσης, όπως περιγράφηκε στην τελευταία παράγραφο, αποτελεί ιδανική λύση για την αντιμετώπιση της μεγάλης υπολογιστικής πολυπλοκότητας, βρίσκοντας εφαρμογή στην παρούσα εργασία. Παίρνοντας, ωστόσο, την προσαρμοσμένη υλοποίηση της διαδικασίας συνεργασίας από την αρχή, παρατηρείται ότι γίνονται αρκετές παραλλαγές στις οποίες χρειάζεται να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση.

Τα συναπτικά βάρη των νευρώνων, όπως έχει ήδη αναφερθεί, υποδεικνύουν τη θέση των κόμβων, με συνέπεια το πλάτος της τοπολογικής γειτονιάς h_{ji} μεταξύ δύο νευρώνων να συμπίπτει με την ευκλείδεια απόσταση των βαρών τους. Η επιλογή της συνάρτησης τοπολογικής γειτονιάς, όπως ορίζεται στο θεωρητικό μέρος, μοιάζει να ικανοποιεί τις ανάγκες της ανακατασκευής (*reconstruction*), όχι όμως και η συνάρτηση για το εύρος της τοπολογικής γειτονιάς σ .

Πιο συγκεκριμένα, στον αλγόριθμο SOM, όπως περιγράφηκε παραπάνω, παρατηρείται ότι το εύρος της τοπολογικής γειτονιάς σ , μειώνεται με το χρόνο· ωστόσο, αυτός ο αλγόριθμος είναι σχεδιασμένος για εκπαίδευση από ένα υπάρχον σύνολο δεδομένων, με πρότυπα που επιβάλλονται, με τυχαία σειρά, στις εισόδους του δικτύου, το οποίο με το πέρασμα του χρόνου συγκλίνει. Αντιθέτως, σε μια παραλλαγή, όπως αυτή που εξετάζεται, τα δεδομένα εισέρχονται σειριακά στο δίκτυο, και όχι από ένα υπάρχον σύνολο προτύπων, με αποτέλεσμα η σύγκλιση του χάρτη στην τελική του μορφή να εξαρτάται από τις κινήσεις του χρήστη, που μεταχειρίζεται το βραχίονα, και όχι από τα δεδομένα που έχουν εισαχθεί στο δίκτυο μέχρι κάποια χρονική στιγμή. Για αυτό το λόγο η εκθετική μείωση του σ συναρτήσει του διακριτού χρόνου, δεν είναι μια λύση που εξυπηρετεί τις ανάγκες της ανακατασκευής.

Εξηγώντας το παραπάνω με ένα παράδειγμα, αρκεί να θεωρηθεί ότι ο χρήστης εξερευνά, για μεγάλο χρονικό διάστημα την ίδια περιοχή ενός αντικειμένου, χωρίς να έχει συγκλίνει το δίκτυο. Σε αυτή την περίπτωση, οι νευρώνες του δικτύου θα προσεγγίσουν το σημείο που εξερευνάται, ενώ το εύρος σ θα μειώνεται, με αποτέλεσμα όταν η εξερεύνηση επεκταθεί σε όλο τον όγκο του αντικειμένου, το δίκτυο να έχει συγκλίνει, εν πολλοίς, και οι κόμβοι να έχουν χάσει τις ιδιότητες αλληλεξάρτησης. Το παραπάνω γεγονός, κατά το οποίο πολλοί νευρώνες συγκλίνουν σε μια τοπική περιοχή, χωρίς να υπάρχει η ανάγκη για κάτι τέτοιο, αποτελεί το πρόβλημα της υπερεκπαίδευσης στους αυτο-οργανούμενους χάρτες· ωστόσο,

τόσο η ανάλυσή του, όσο και ο τρόπος με τον οποίο το ίδιο το δίκτυο το αντιμετωπίζει, συναντώνται σε επόμενη παράγραφο.

Η χρονική απεξάρτηση στην οποία πρέπει να βασιστεί ο αλγόριθμος προκειμένου να ικανοποιεί τις ανάγκες, για τις οποίες σχεδιάζεται, είναι και ο λόγος που, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, δεν χρησιμοποιήθηκε κάποια αναδρομική παραλλαγή του για την ανανέωση των συναπτικών βαρών, για την περαιτέρω μείωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

Πρόβλημα υπερεκπαίδευσης

Το πρόβλημα της υπερεκπαίδευσης, στην περίπτωση που εξετάζεται, εμφανίζεται όταν, σε κάποιο νευρώνα αντιστοιχεί μεγάλος αριθμός δεδομένων (προτύπων εισόδου), ενώ στους γειτονικούς του αρκετά λιγότερα. Σε αυτή την περίπτωση, οι γειτονικοί κόμβοι τείνουν να πλησιάσουν τον πρώτο, και, εν τέλει, να συγκλίνουν σε πολύ κοντινή θέση με αυτόν, “εγκαταλείποντας” τη θέση τους, και αφήνοντάς τα τοπικά χαρακτηριστικά χωρίς επαρκή εκπροσώπηση.

Για την αντιμετώπιση του, κρίσιμου, προβλήματος της υπερεκπαίδευσης, εφαρμόζεται μια παραλλαγή για τον καθορισμό του εύρους τοπολογικής γειτονιάς και τη μείωσή του. Η τεχνική που χρησιμοποιήθηκε επιβάλλει ότι, η επιρροή των συναπτικών βαρών του γειτονικού νευρώνα από τα δεδομένα του νικητή, δηλαδή το εύρος της τοπολογικής γειτονιάς με βάση το οποίο μετακινούνται τα βάρη των γειτονικών νευρώνων, επηρεάζεται από τον αριθμό των δεδομένων, τόσο του νικητή όσο και του συγκεκριμένου γείτονα, και δέχεται εκθετική μείωση όσο περισσότερα είναι. Πιο συγκεκριμένα, για τον υπολογισμό του εύρους τοπολογικής γειτονιάς εφαρμόζεται η παρακάτω σχέση, στην οποία οι παράμετροι καθορίζονται από το χρήστη και τις ανάγκες της εργασίας, ενώ τη θέση του άγνωστου x παίρνει το μέγιστο μεταξύ των αριθμών δεδομένων του γείτονα και του νικητή.

$$\sigma_i = m * \exp\left(-\frac{x_i}{c}\right)$$

όπου m, c είναι σταθερές παράμετροι προκαθορισμένοι από το χρήστη.

$$x_i = \max\{NoD_w, NoD_i\}$$

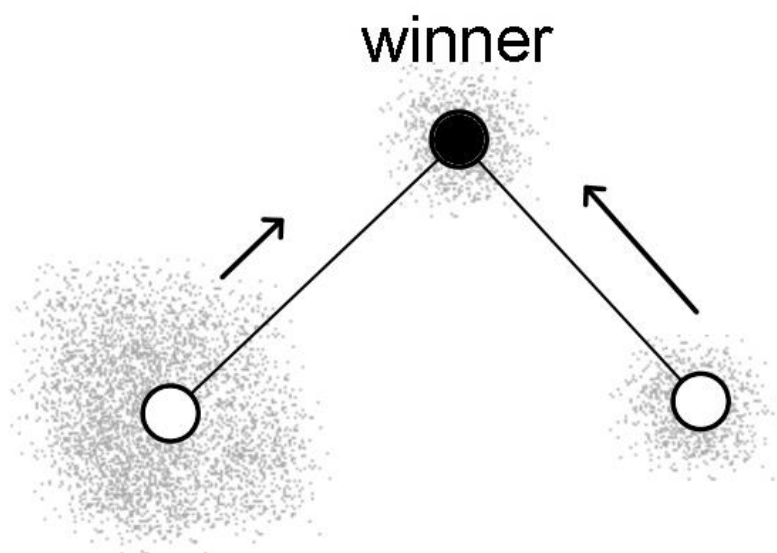
όπου NoD_i είναι ο αριθμός των δεδομένων του κόμβου $i = \{p, n\}$. Ο δείκτης i , στην περίπτωση που εξετάζεται, δείχνει στους δύο γειτονικούς κόμβους του νικητή-νευρώνα. Δεδομένου ότι, το δίκτυο με τους νευρώνες του αποτελεί μια κλειστή αλυσίδα, οι γειτονικές μονάδες ενός νικητή κόμβου k καθορίζονται ως εξής:

$$k_p = \text{mod}(k + \text{somSize} - 2, \text{somSize}) + 1$$

$$k_n = \text{mod}(k, \text{somSize}) + 1$$

όπου somSize είναι η μεταβλητή που δηλώνει το μέγεθος του δικτύου, δηλαδή τον αριθμό των κόμβων από τους οποίους αποτελείται.

Στο παρακάτω σχήμα, παρουσιάζεται, με παραστατικό τρόπο, η επίδραση του νικητή νευρώνα στους δύο γειτονικούς του, όταν ο ένας από αυτούς διαθέτει μεγάλο αριθμό δεδομένων, ενώ ο άλλος, εμφανώς, λιγότερα.



Εικόνα 3-5: Έλξη γειτονικών από το νικητή, ανάλογη του αριθμού δεδομένων - Αντιμετώπιση προβλήματος υπερεκπαίδευσης

Με αυτό τον τρόπο, αρκεί μόνο ένας κόμβος, μεταξύ του νικητή και του γείτονα, να έχει μεγάλο αριθμό δεδομένων για να μην μεταβληθούν σημαντικά τα συναπτικά βάρη του γείτονα, αποτρέποντάς τον έτσι από το να συμπέσει με τον νικητή, και αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα της υπερεκπαίδευσης (*overfitting*).

Αυτός ο μηχανισμός, όπως παρουσιάστηκε επιτρέπει στους διεγερμένους νευρώνες να προσεγγίσουν το πρότυπο εισόδου, μεταβάλλοντας τα συναπτικά βάρη τους· προφανώς, το μέτρο της μεταβολής για τον κάθε νευρώνα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό και από την αντίστοιχη τιμή της συνάρτησης διάκρισης. Οι προσαρμογές που γίνονται είναι τέτοιες, ώστε η απόκριση του νικητή νευρώνα στην επόμενη εφαρμογή ενός παρόμοιου προτύπου εισόδου να είναι βελτιωμένη.

3.2.4.3 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΠΤΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ

Η προσαρμοστική διαδικασία των συναπτικών βαρών αποτελεί την τελευταία φάση του αυτο-οργανούμενου σχηματισμού ενός χάρτη χαρακτηριστικών. Για να είναι αυτο-οργανούμενο το δίκτυο, το διάνυσμα συναπτικών βαρών w_j του νευρώνα j του δικτύου πρέπει να προσαρμόζεται και να συγκλίνει αποτυπώνοντας τα χαρακτηριστικά του διανύσματος εισόδου x .

Με βάση την παραπάνω ανάγκη, και έχοντας καταλάβει, έστω διαισθητικά, τη λειτουργία των αλγορίθμων σύγκλισης, διατυπώνεται παρακάτω κανόνα ανανέωσης των συναπτικών βαρών:

$$\Delta w_j = \eta h_{j,i(x)}(x - w_j), \begin{cases} i: \text{νικητής νευρώνας} \\ j: \text{διεγερμένος νευρώνας} \end{cases}$$

Τέλος, χρησιμοποιώντας φορμαλισμό διακριτού χρόνου, με δεδομένο το διάνυσμα συναπτικών βαρών $w_j(n)$ του νευρώνα j τη χρονική στιγμή n , ορίζουμε το ενημερωμένο διάνυσμα βαρών $w_j(n+1)$ τη χρονική στιγμή $n+1$ ως εξής:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n)h_{j,i(x)}(n)(x(n) - w_j(n))$$

σχέση η οποία εφαρμόζεται σε όλους τους νευρώνες του πλέγματος που βρίσκονται μέσα στην τοπολογική γειτονιά του νικητή νευρώνα i . Η παραπάνω εξίσωση έχει σαν αποτέλεσμα τη μετακίνηση του διανύσματος συναπτικών βαρών w_i του νικητή νευρώνα i προς το διάνυσμα εισόδου x . Μετά από επαναλαμβανόμενες παρουσιάσεις των δεδομένων εκπαίδευσης, τα διανύσματα συναπτικών βαρών τείνουν να ακολουθούν την κατανομή των διανυσμάτων εισόδου. Συνεπώς, ο αλγόριθμος οδηγεί σε μια τοπολογική διάταξη του χάρτη χαρακτηριστικών στο χώρο εισόδου, υπό την έννοια ότι οι νευρώνες που είναι γειτονικοί στο πλέγμα θα τείνουν να έχουν παρόμοια διανύσματα συναπτικών βαρών.

Αυτή η εξίσωση είναι ο επιθυμητός τύπος για τον υπολογισμό των συναπτικών βαρών του χάρτη χαρακτηριστικών, αφού συμπεριλαμβάνει στον υπολογισμό και τον ευρετικό κανόνα για την επιλογή της συνάρτησης γειτονιάς, έτσι όπως καθορίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο.

Η παράμετρος ρυθμού μάθησης $\eta(n)$ θα πρέπει επίσης να είναι μεταβαλλόμενη στο χρόνο. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να ξεκινά από κάποια αρχική τιμή η_0 και κατόπιν να μειώνεται βαθμιαία με το χρόνο n . Αυτή η απαίτηση μπορεί να ικανοποιηθεί με τον ακόλουθο ευρετικό κανόνα:

$$\eta(n) = \eta_0 \exp\left(\frac{-n}{\tau_2}\right), n = 0, 1, 2, \dots$$

όπου τ_2 είναι μια άλλη σταθερά χρόνου του αλγορίθμου SOM. Σύμφωνα, με αυτό το δεύτερο κανόνα, η παράμετρος ρυθμού μάθησης φθίνει εκθετικά με το χρόνο n .

Παρότι, οι εκθετικά φθίνουσες εξισώσεις για το εύρος της συνάρτησης γειτονιάς και την παράμετρο ρυθμού μάθησης μπορεί να μην είναι βέλτιστες, καθώς δεν υπάρχει κανόνας για τον καθορισμό τους, ωστόσο είναι συνήθως επαρκείς για το σχηματισμό του χάρτη χαρακτηριστικών με αυτο-οργανούμενο τρόπο.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ανανέωση των συναπτικών βαρών, μοιάζει να είναι η πιο κρίσιμη διαδικασία του αλγορίθμου, αφού από αυτήν εξαρτάται η διαμόρφωση των βασικών ιδιοτήτων των τοπολογικών χαρτών, όπως οι αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των κόμβων, η ομαδοποίηση των χαρακτηριστικών, κλπ. Ωστόσο, και πάλι η «γνήσια» υλοποίηση δεν φαίνεται ικανή απέναντι στις ανάγκες της ανακατασκευής που επιχειρείται. Η παραλλαγή η

οποία σχεδιάστηκε, για αυτό το λόγο, κάνει βασίζεται σε τροποποιήσεις δύο βασικών χαρακτηριστικών της αρχικής υλοποίησης.

Πρώτον, φαίνεται ότι, στην αρχική υλοποίηση του αλγορίθμου, για κάθε πρότυπο εισόδου ανανεώνονται όλοι οι νευρώνες, και προσεγγίζουν, άλλοι λιγότερο και άλλοι περισσότερο, τα χαρακτηριστικά του νέου δεδομένου, προσαρμόζοντας τα βάρη τους. Από την άλλη, στην περίπτωση που εξετάζεται, χρειάζεται να δοθεί μεγαλύτερη σημασία στην τοπολογία και τη διάταξη των κόμβων, έτσι ώστε να εκπροσωπούν επαρκώς, την περιοχή κάθε προτύπου που λαμβάνεται. Γι' αυτό το λόγο, κάθε πρότυπο εισόδου, προσαρμόζει τα βάρη του νικητή-νευρώνα, ενώ αυτός με τη σειρά του ανανεώνει μόνο τους γειτονικούς του, καθώς με αυτούς μοιράζεται κοινά χαρακτηριστικά της τοπικής περιοχής, και επιχειρεί να δημιουργήσει σχέσεις αλληλεξάρτησης. Με αυτό τον τρόπο, σε κάθε νευρώνα επιβάλλεται ο έλεγχος κάποιας περιοχής, από κοινού με τους γείτονές του.

Στην περίπτωση που το δίκτυο είναι μονοδιάστατο, όπως εδώ, οι γείτονες κάθε νευρώνα είναι δύο, ένας σε κάθε πλευρά του, συνεπώς για κάθε πρότυπο για το οποίο είναι νικητής, ανανεώνονται τα συναπτικά βάρη του ίδιου και των δύο γειτονικών του.

Δεύτερον, ένα, ακόμα, βασικό χαρακτηριστικό της διαδικασίας ανανέωσης συναπτικών βαρών είναι η εξίσωση με την οποία αυτό πραγματοποιείται. Η συνάρτηση, όπως φαίνεται παραπάνω, είναι μέρος μιας επαναληπτικής διαδικασίας, με βάση την οποία ανανεώνονται τα βάρη. Με αυτό τον τρόπο επιχειρείται η μείωση κάποιου σφάλματος, το οποίο προκύπτει από τη διαφορά του «επιθυμητού» βάρους, δηλαδή του διανύσματος χαρακτηριστικών του προτύπου εισόδου, με το αντίστοιχο του νευρώνα. Δηλαδή, η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τη μετακίνηση των βαρών κάθε νευρώνα, για κάθε πρότυπο εισόδου. Αυτός ο τρόπος εκπαίδευσης ονομάζεται «απευθείας εκπαίδευση» (*on-line training*).

Εκτός από την «απευθείας εκπαίδευση» στο οποίο κάθε νευρώνας μετακινείται, ξεχωριστά, από κάθε διάνυσμα εισόδου, υπάρχει και η «μαζική εκπαίδευση» (*batch training*) (Kohonen, 2001), κατά την οποία υπολογίζονται συνολικά οι μετακινήσεις κάθε νευρώνα από όλα τα πρότυπα τα οποία τον αφορούν. Στην περίπτωση που εξετάζεται, αυτός ο τρόπος εκπαίδευσης είναι προτιμότερος, καθώς για κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου υπάρχει ένα προκαθορισμένο σύνολο δεδομένων, τα οποία έχουν ληφθεί μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή, για τα οποία δεν έχει σημασία η σειρά με την οποία χρησιμοποιούνται στην ανανέωση. Η εξίσωση που χρησιμοποιείται στη μαζική εκπαίδευση (*batch training*) υπολογίζει ένα σταθμισμένο μέσο όρο, όπως παρουσιάζεται παρακάτω:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \sum_k \frac{h_{j,i(x(k))}(n) (x(k) - w_j(n))}{\sum_k h_{j,i(x(k))}(n)}$$

όπου j είναι ο νευρώνας που ανανεώνεται, i είναι ο νικητής κόμβος στον οποίο ανήκει το τρέχον πρότυπο εισόδου, $x(k)$ είναι το δεδομένο στο οποίο οφείλεται η μετακίνηση.

Είναι φανερό ότι, ο σταθμισμένος μέσος όρος επιτρέπει μια διαισθητική προσέγγιση της διαδικασίας, αποφεύγοντας την ανάγκη καθορισμού παραμέτρων, όπως ο ρυθμός μάθησης.

Ο παραπάνω αλγόριθμος παρά την ακρίβεια που παρέχει στα αποτελέσματα της εκπαίδευσης, όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, «επιβαρύνει» το σύστημα, καθώς έχει υψηλή πολυπλοκότητα.

Μια λιγότερο επιβαρυντική, για την πολυπλοκότητα του συστήματος, λύση είναι να χρησιμοποιηθεί κάποια παραλλαγή του αλγορίθμου, η οποία κάνει χρήση αναδρομικών σχέσεων για την ανανέωση των βαρών. Με αυτό τον τρόπο, ο αλγόριθμος εκτελείται μια φορά για κάθε δεδομένο που εισάγεται, ανανεώνοντας μόνο το νικητή του, και, ίσως επιλεκτικά, κάποιους γειτονικούς.

Στη βιβλιογραφία έχει προταθεί ένας αναδρομικός αλγόριθμος για την εκπαίδευση αυτο-οργανούμενων χαρτών (Voegtlin, 2002), όπως αυτό που περιγράφηκε, ωστόσο δεν είναι δυνατή η προσαρμογή του στις απαιτήσεις της παρούσας εφαρμογής. Ο βασικός λόγος είναι η αδυναμία δημιουργίας τεχνικής για την απεξάρτησή του από τον χρόνο. Παραθέτοντας προηγούμενο παράδειγμα, έστω ότι ο χρήστης εξερευνά, για μεγάλο χρονικό διάστημα την ίδια περιοχή ενός αντικειμένου. Αυτό σημαίνει ότι, τα δεδομένα που εισέρχονται στο σύστημα θα ανήκουν στον ίδιο νικητή, αφού ανήκουν στην ίδια περιοχή, ή σε γειτονικούς. Τότε, οι νευρώνες που βρίσκονται μακριά από την “ενεργό” περιοχή, αρχίζουν να μετακινούνται προς αυτήν, εγκαταλείποντας τη θέση τους, και αφήνοντάς την χωρίς εκπρόσωπο.

Εν κατακλείδι, η επιλογή της μαζικής εκπαίδευσης (*batch training*) αποτελεί έναν επιβαρυντικό, ως προς την πολυπλοκότητα, τρόπο εκπαίδευσης του αυτο-οργανούμενου χάρτη, ωστόσο, στην περίπτωση που εξετάζεται, οδηγεί στα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα.

3.2.5 ΟΙ ΦΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Γενικότερα, η προσαρμοστική διαδικασία, στην περίπτωση του αλγορίθμου που προτείνεται στη βιβλιογραφία, διακρίνεται σε δύο φάσεις:

- A. Φάση αυτό-οργάνωσης (τοπολογικής διάταξης)
- B. Φάση σύγκλισης

Κατά τη διάρκεια της πρώτης φάσης της προσαρμοστικής διαδικασίας λαμβάνει χώρα η τοπολογική διάταξη των διανυσμάτων των συναπτικών βαρών, ενώ η δεύτερη φάση απαιτείται για την εκτέλεση «λεπτών προσαρμογών» (*fine tuning*), δηλαδή μικρών μετακινήσεων, στο χάρτη χαρακτηριστικών έτσι ώστε να παρέχει μια ακριβή στατιστική ποσοτικοποίηση του χώρου εισόδου.

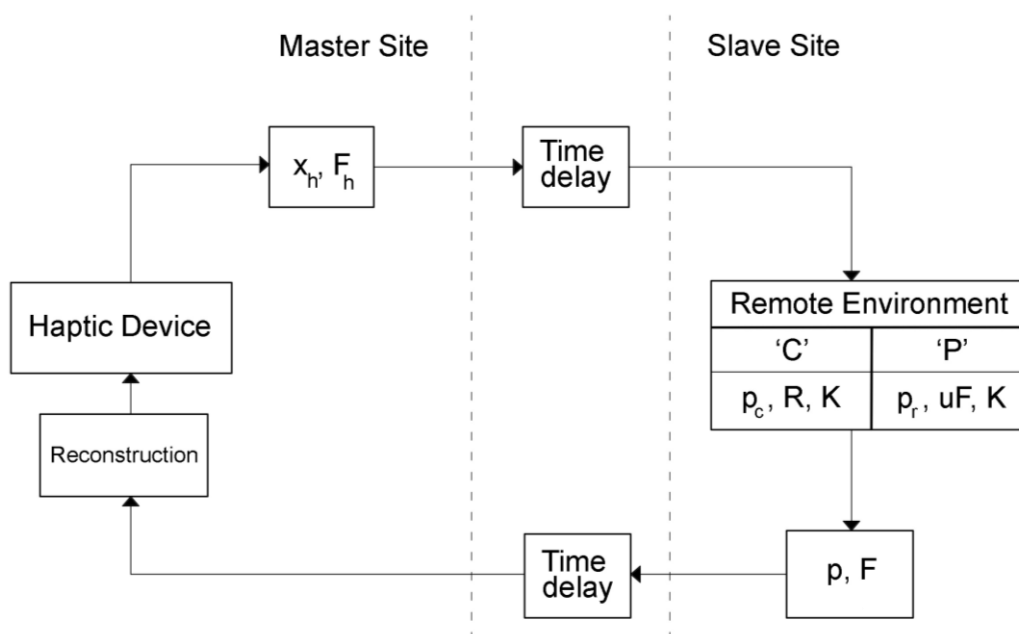
Από την άλλη, στην προσαρμοσμένη προσέγγιση που σχεδιάζεται στο πλαίσιο της εργασίας, επιχειρείται να γίνει ανεξαρτητοποίηση του δικτύου από το χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, όπως έχει ήδη αναλυθεί, ο καθορισμός της συνάρτησης γειτονιάς δε γίνεται συναρτήσει του χρόνου, ενώ η παράμετρος του συντελεστή μάθησης έχει αφαιρεθεί από τους υπολογισμούς με τη χρήση του αλγορίθμου μαζικής εκπαίδευσης (*batch training*). Συνεπώς, η

προσαρμοστική διαδικασία των κόμβων του δικτύου δεν διακρίνεται, πλέον, σε δύο φάσεις, δίνοντας τη δυνατότητα στο χρήστη να εξερευνήσει το άγνωστο περιβάλλον χωρίς χρονικούς περιορισμούς.

4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΕΦΑΜΟΓΗΣ

Στο παρόν κεφάλαιο, γίνεται σύνοψη του συνολικού αλγορίθμου που σχεδιάστηκε στο πλαίσιο της εφαρμογής. Αρχικά, ενσωματώνονται οι βασικές τεχνικές που αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, ενώ στη συνέχεια, περιγράφονται κάποιες καινούριες διαδικασίες, απαραίτητες για την προσαρμογή των κύριων τεχνικών στις απαιτήσεις της εργασίας. Επιπλέον, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε για τη απόδοση της δύναμης στο ρομποτικό βραχίονα, και κατ' επέκταση στο χρήστη με τη μορφή αντίδρασης. Τέλος, καθορίζονται οι παράμετροι του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκαν για τις ανάγκες της προσομοίωσης και σχολιάζονται τα αποτελέσματα της.



Εικόνα 4-1: Διάγραμμα ροής διαδικασιών για την αλληλεπίδραση του χρήστη με το άγνωστο περιβάλλον

4.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 1, στόχος της παρούσας εργασίας είναι η σχεδίαση και υλοποίηση ενός συστήματος για την ανακατασκευή των γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών ενός διδιάστατου αντικειμένου σε άγνωστο περιβάλλον, από δεδομένα που έχουν ληφθεί κατά τη διάρκεια της εξερεύνησής του από το χρήστη, μέσω δύο ρομποτικών βραχιόνων που επικοινωνούν μεταξύ τους με καθυστέρηση. Η καθυστέρηση,

αυτή, οφείλεται, κατά κύριο λόγο, στο δίαυλο επικοινωνίας μεταξύ των δύο μηχανισμών, και επηρεάζει την ευστάθεια του συστήματος, κάνοντας αδύνατη την αλληλεπίδραση με το άγνωστο αντικείμενο. Για την επίλυση, αυτού, του σημαντικού προβλήματος επιχειρείται η ανακατασκευή του απομακρυσμένου αντικειμένου στο “κοντινό” (άμεσο) περιβάλλον του χρήστη (model-mediated), χρησιμοποιώντας την πληροφορία που λαμβάνεται κατά την εξερεύνησή του, δηλαδή το σημείο επαφής του τελικού στοιχείου δράσης με αυτό, και την αντίστοιχη δύναμη αντίδρασης. Κάθε δείγμα χρησιμοποιείται, αρχικά, από τον αλγόριθμο για την εκτίμηση, τόσο των γεωμετρικών, όσο και των δυναμικών, χαρακτηριστικών της περιοχής που εξερευνάται, και στη συνέχεια, από τον αυτο-οργανούμενο χάρτη για την εκπαίδευση ενός μονοδιάστατου δικτύου, προσαρμοσμένου στις συντεταγμένες των προτύπων εισόδου.

Διαδικασία εισαγωγής δεδομένου σε κύτταρο του δικτύου

Για την εκτίμηση των γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2, γίνεται χρήση δύο προσαρμοστικών φίλτρων (*adaptive filters*), με, κατάλληλα, προσαρμοσμένες παραμέτρους στις ανάγκες της εργασίας. Ο σειριακός τρόπος με τον οποίο λαμβάνονται οι είσοδοι από το σύστημα, απαιτεί, για λόγους αποδοτικότητας, τη χρήση ενός αναδρομικού αλγόριθμου για την υλοποίηση αυτού του φίλτρου. Ο πιο γνωστός από αυτούς είναι ο “Αναδρομικός Αλγόριθμος Ελαχίστων Τετραγώνων” (*Recursive Least-Squares*) (RLS).

Διαδικασία προσαρμογής του δικτύου στο σύνολο προτύπων εισόδου

Από την άλλη, οι πληροφορίες που προκύπτουν από τους αναδρομικούς αλγόριθμους εκτίμησης χρειάζεται να αποθηκεύονται σε ειδικές μονάδες, προσαρμοσμένες πάνω στα δεδομένα που αντιστοιχούν, έτσι ώστε να είναι άμεσα διαθέσιμες προς αξιοποίηση, όταν αυτό απαιτείται. Για την υλοποίηση μιας διαδικασίας, η οποία να ικανοποιεί τις παραπάνω ανάγκες, χρησιμοποιήθηκε, όπως αναλύθηκε εκτενώς στο Κεφάλαιο 3, ο αλγόριθμος των αυτο-οργανούμενων χαρτών (*Self-Organizing Maps*) (SOMs), ένα είδος νευρωνικού δικτύου, ο οποίος επιτρέπει τη μείωση της διαστατικότητας, σε γενικό επίπεδο, ενώ ειδικότερα στο πλαίσιο της εργασίας, διευκολύνει την προσαρμογή “κυττάρων” (κόμβων) στις συντεταγμένες των προτύπων εισόδου, δημιουργώντας, ταυτόχρονα, σχέσεις γειτνίασης με όσους χρειάζεται.

Σε αυτό το σημείο, φαίνεται να είναι αναγκαία η εισαγωγή μιας νέας μονάδας επεξεργασίας δεδομένων, η οποία δεν περιλαμβάνει κάποια καινούρια θεωρία ή τεχνική που δεν έχει ήδη αναλυθεί, αλλά λαμβάνει χώρα επαναταξινόμηση των ήδη υπάρχοντων προτύπων που υπάρχουν στο δίκτυο, μετά την ανανέωση των βαρών των κόμβων και τη μετακίνησή τους. Πιο συγκεκριμένα, κάθε φορά που ολοκληρώνεται η εκτέλεση του αλγόριθμου αυτο-οργανούμενων χαρτών, όπως είναι φυσικό, η μετακίνηση των θέσεων των κόμβων προκαλεί τον καθορισμό νέων περιοχών επιρροής των νευρώνων, με αποτέλεσμα σε καθέναν από αυτούς να εισέρχονται νέα δεδομένα, ενώ κάποια άλλα μετακινούνται σε γειτονικούς του.

Γι' αυτό το λόγο, είναι αναγκαία η επαναταξινόμηση των δεδομένων, ώστε οι παράμετροι των νευρώνων να ανανεωθούν με δεδομένα της νέας περιοχής που εκπροσωπούν. Τα βήματα που ακολουθούνται για την διαδικασία της επαναταξινόμησης περιγράφονται, με συνοπτικό τρόπο, στην αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου.

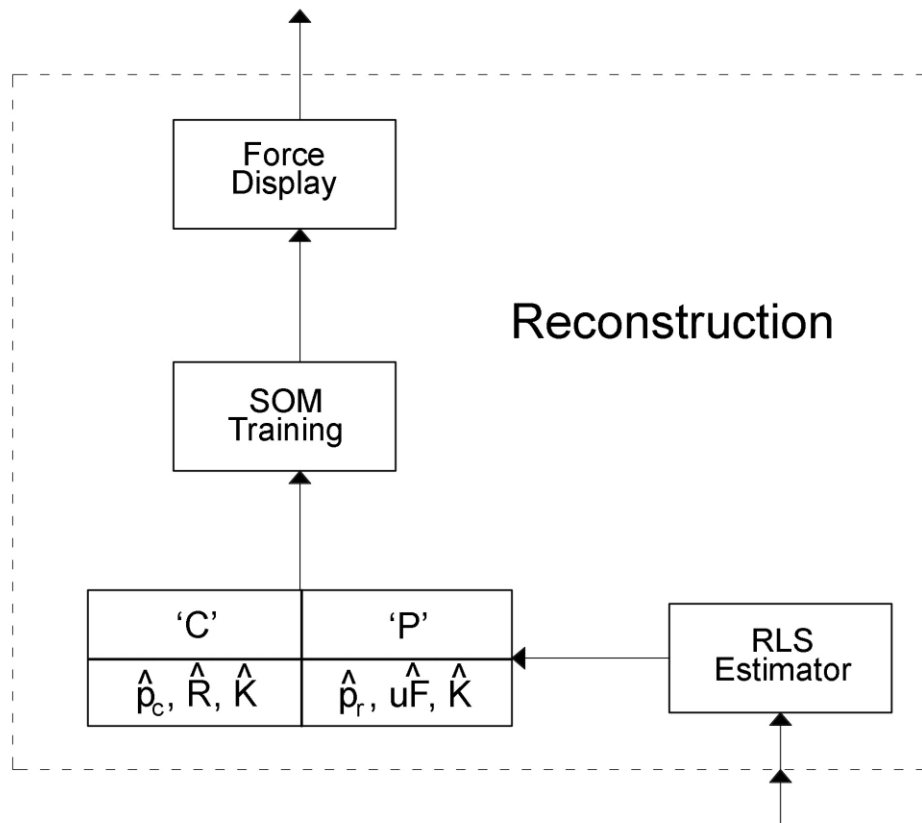
Επισημαίνεται ότι, η εισαγωγή των δεδομένων στο σύστημα, δηλαδή η λήψη προτύπων εισόδου από το τελικό στοιχείο δράσης (*end effector*) του ρομποτικού βραχίονα, πραγματοποιείται με συχνότητα $1kHz$ ($= 1000 \frac{\text{δείγματα}}{\text{δευτερόλεπτο}}$) για το συγκεκριμένο μηχανισμό, λεπτομερέστερη παρουσίαση του οποίου γίνεται στο Κεφάλαιο 5. Προφανώς, υπάρχουν ρομποτικοί βραχίονες με παρόμοια λειτουργία οι οποίοι αποδίδουν δεδομένα με υψηλότερη συχνότητα, ωστόσο, αυτό δεν επηρεάζει την ανάλυση που ακολουθεί.

Δεδομένου, λοιπόν, ότι η λήψη προτύπων εισόδου γίνεται με, αρκετά, υψηλή συχνότητα, σημειώνεται ότι, η διασπορά των δεδομένων που εισάγονται σε «κοντινό» χρονικό διάστημα, είναι, σχετικά, μικρή, από την άποψη ότι, διαδοχικά δεδομένα δεν απέχουν μεγάλες αποστάσεις. Η παραπάνω παρατήρηση, υποδεικνύει ότι, δεν έχει νόημα η εκτέλεση του αλγορίθμου αυτο-οργανούμενων χαρτών για καθένα πρότυπο που εισάγεται στο σύστημα, αλλά αρκεί η εκτέλεσή του μετά από κάποιο προκαθορισμένο αριθμό δεδομένων που λαμβάνονται. Είναι προφανές, ότι όσο περισσότερο χρόνο διατηρείται “ανεργό” το δυναμικό δίκτυο, τόσο μικρότερη είναι η απόκρισή του στις αλλαγές που ενδέχεται να προκληθούν, ωστόσο με την επιλογή κατάλληλης σταθεράς επιτυγχάνεται σημαντική μείωση της πολυπλοκότητας του αλγορίθμου, ενώ ταυτόχρονα δεν γίνεται αντιληπτή από το χρήστη κάποια διαφορά στην απόδοση.

Διαδικασία απόδοσης δύναμης

Τελευταίο στάδιο της τρέχουσας εκτέλεσης, πριν την λήψη νέου προτύπου εισόδου, είναι η απόδοση της δύναμης. Παρά το γεγονός ότι, δεν έχει γίνει εκτενής αναφορά, μέχρι στιγμής, σε αυτή τη διαδικασία, ούτε η συγγραφή ξεχωριστού κεφαλαίου για την ανάλυσή της, παραμένει ένα πολύ σημαντικό κομμάτι του αλγορίθμου, καθώς σχετίζεται “άμεσα” με το χρήστη, επηρεάζοντας την κρίση του και την αντίληψή του για το σχήμα του αντικειμένου που εξερευνά, καθώς και τα δυναμικά χαρακτηριστικά του.

Όλες οι παραπάνω διαδικασίες αποτελούν ξεχωριστές μονάδες επεξεργασίας στην υλοποίηση του συνολικού αλγορίθμου, και συνοψίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 4-2: Διάγραμμα ροής διαδικασιών για την ανακατασκευή των χαρακτηριστικών του άγνωστου αντικειμένου

4.2 ΟΙ ΔΟΜΕΣ ΕΝΟΣ ΝΕΥΡΩΝΑ

Για την υλοποίηση όλων των παραπάνω διεργασιών, είναι σημαντικός ο αναδρομικός υπολογισμός ορισμένων στατιστικών χαρακτηριστικών κάθε συνιστώσας των διανυσμάτων εισόδου, και η αποθήκευσή τους στα αντίστοιχα κύτταρα του αυτο-οργανούμενου χάρτη, για την άμεση χρήση τους.

Ακολουθεί αναφορά με μορφή επικεφαλίδων των δομών που περιλαμβάνει κάθε κόμβος, ενώ στη συνέχεια, περιγράφεται καθεμιά από αυτές αναλυτικά, τόσο ως προς τη χρήση της, όσο και ως προς τον υπολογισμό των στοιχείων της.

Κάθε νευρώνας διαθέτει τις εξής δομές:

1. Δομή με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των συντεταγμένων από τα δεδομένα που διαθέτει:
 - a. Μέση τιμή: μ_p
 - b. Τυπική απόκλιση: σ_p
 - c. Συνδιακύμανση: cov_p
 - d. Αριθμός δεδομένων: n

Υπολογισμός:

Ο υπολογισμός των παραπάνω χαρακτηριστικών γίνεται χρησιμοποιώντας επαναληπτικές εξισώσεις. Πιο συγκεκριμένα, στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι σχέσεις για τον επαναληπτικό υπολογισμό των παραπάνω στατιστικών χαρακτηριστικών:

Μέση Τιμή: ($\mu_i, i = \{x, y\}$)	
Προσθήκη προτύπου	Αφαίρεση προτύπου
$\mu_i^{(n+1)} = \mu_i^{(n)} + \frac{p_i^{(n+1)} - \mu_i^{(n)}}{n + 1}$	$\mu_i^{(n-1)} = \mu_i^{(n)} - \frac{p_i^{(n)} - \mu_i^{(n)}}{n - 1}$
Τυπική Απόκλιση: ($\sigma_i, i = \{x, y\}$)	
Προσθήκη προτύπου	
$\left(\sigma_i^{(n+1)}\right)^2 = \left(\sigma_i^{(n)}\right)^2 + \left(\mu_i^{(n)}\right)^2 - \left(\mu_i^{(n+1)}\right)^2 + \frac{\left(p_i^{(n+1)}\right)^2 - \left(\sigma_i^{(n)}\right)^2 - \left(\mu_i^{(n)}\right)^2}{n + 1}$	
Αφαίρεση προτύπου	

$\left(\sigma_i^{(n-1)}\right)^2 = \left(\sigma_i^{(n)}\right)^2 + \left(\mu_i^{(n)}\right)^2 - \left(\mu_i^{(n-1)}\right)^2 - \frac{\left(p_i^{(n)}\right)^2 - \left(\sigma_i^{(n)}\right)^2 - \left(\mu_i^{(n)}\right)^2}{n-1}$
Συνδιακύμανση: (cov)
Προσθήκη προτύπου
$cov^{(n+1)} = \frac{n * cov^{(n)} + \left(x^{(n+1)} - \mu_x^{(n)}\right) \left(y^{(n+1)} - \mu_y^{(n+1)}\right)}{n+1}$
Αφαίρεση προτύπου
$cov^{(n-1)} = \frac{n * cov^{(n)} - \left(x^{(n)} - \mu_x^{(n)}\right) \left(y^{(n)} - \mu_y^{(n-1)}\right)}{n-1}$

Πίνακας 4-1: Υπολογισμός μέσης τιμής, τυπικής απόκλισης και συνδιακύμανσης, με χρήση επαναληπτικών εξισώσεων

Επισημαίνεται ότι, αν το δεδομένο που αφαιρείται είναι και το τελευταίο, τότε οι παραπάνω σχέσεις δεν ισχύουν, και απλά χρειάζεται να μηδενιστούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συνδιακύμανση)

Χρήσεις:

Τόσο η τυπική απόκλιση, όσο και η συνδιακύμανση, χρησιμοποιούνται για να αποφασιστεί, αν το εύρος των δεδομένων ενός νευρώνα είναι αρκετά μικρό, έτσι ώστε να μπορέσει να αναπαραστήσει ικανοποιητικά τα τοπικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου, ή αρκετά μεγάλο με αποτέλεσμα να χρειάζεται τη βοήθεια ενός επιπλέον νευρώνα. Η διαδικασία προσθήκης νευρώνα περιγράφεται, με αναλυτικό τρόπο, στο Κεφάλαιο 3.

Από την άλλη, η μέση τιμή χρησιμοποιείται, εκτός από τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, και για την τοποθέτηση του νευρώνα που προστίθεται στο δίκτυο.

Τέλος, ο αριθμός των δεδομένων χρησιμοποιείται, κατά βάση, για τον υπολογισμό των παραπάνω.

2. Δομή με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μοναδιαίων διανυσμάτων των δυνάμεων από τα δεδομένα που διαθέτει:

- a. Μέση τιμή: μ_{MF}
- b. Αριθμός δεδομένων: n

Υπολογισμός:

Ο υπολογισμός τους γίνεται επαναληπτικά, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη δομή.

Χρήσεις:

Η μέση τιμή των μοναδιαίων διανυσμάτων της δύναμης υπολογίζεται, έτσι ώστε να είναι άμεσα διαθέσιμη κάθε στιγμή, έστω και με προσεγγιστικό τρόπο, η διεύθυνση της επιφάνειας που εκπροσωπεί ο νευρώνας. Χρησιμοποιείται, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, τόσο στην διαδικασία προσθήκης κόμβου για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, όσο και σε αυτήν της αφαίρεσης για την μέτρηση της απόστασης μεταξύ δύο νευρώνων. Και στις δύο περιπτώσεις, ο υπολογισμός γίνεται κατά μήκος της επιφάνειας.

3. Παράμετροι των RLS εκτιμητών:

a. Εκτιμητής καμπύλης (*Curvature Estimation*)

- i. Συντεταγμένες τοπικού κέντρου κύκλου: p_c
- ii. Μέτρο τοπικής ακτίνας κύκλου: R
- iii. Μέτρο τοπικού συντελεστή ακαμψίας: K_C
- iv. Μέτρο ποσοστιαίας μεταβολής τοπικού συντελεστή ακαμψίας στην τελευταία εκτέλεση του αλγορίθμου: ε_C
- v. Τετραγωνικός πίνακας που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος για τον καθορισμό του βήματος ανανέωσης των παραμέτρων: P_C

b. Εκτιμητής επιπέδου (*Plane Estimation*)

- i. Μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο: \widehat{uF}
- ii. Συντεταγμένες τυχαίου σημείου πάνω στο επίπεδο: p_r
- iii. Μέτρο τοπικού συντελεστή ακαμψίας: K_P
- iv. Μέτρο ποσοστιαίας μεταβολής τοπικού συντελεστή ακαμψίας στην τελευταία εκτέλεση του αλγορίθμου: ε_P
- v. Τετραγωνικός πίνακας που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος για τον καθορισμό του βήματος ανανέωσης των παραμέτρων: P_P

Υπολογισμός:

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων των εκτιμητών έχει γίνει, εκτενής, αναφορά στο Κεφάλαιο 2.

Από την άλλη, το μέτρο ποσοστιαίας μεταβολής του τοπικού συντελεστή ακαμψίας προκύπτει ως εξής:

$$\epsilonpsilon = \frac{|K_{new} - K_{last}|}{K_{last}}$$

Χρήσεις:

Η χρήση των παραμέτρων των δύο εκτιμητών έχει περιγραφεί επαρκώς, συνεπώς, δεν θα γίνει περαιτέρω ανάλυση. Ωστόσο, το μέτρο της ποσοστιαίας μεταβολής του τοπικού συντελεστή ακαμψίας έχει πολύ καθοριστική σημασία, αφού καθορίζει τον κυρίαρχο εκτιμητή του κάθε νευρώνα, και κατ' επέκταση την απόδοση της δύναμης, με τρόπο ο οποίος περιγράφεται παρακάτω.

4. Διάνυσμα με τα δεδομένα που του αντιστοιχούν. Καθένα από αυτά διαθέτει την εξής δομή:

- a. Διάνυσμα θέσης: p_i
- b. Διάνυσμα δύναμης: F_i
- c. Μοναδιαίο διάνυσμα δύναμης: \widehat{uF}_i
- d. Αριθμός δεδομένων που έχουν συμπειστεί στο πρότυπο, από την αρχή της εκτέλεσης του αλγορίθμου: $w_{i_{global}}$
- e. Αριθμός δεδομένων που έχουν συμπειστεί στο πρότυπο, από τη στιγμή που αυτό εισήλθε στη δομή του τρέχοντα νευρώνα: $w_{i_{local}}$

Υπολογισμός:

4.a-c: Εισάγονται ως έχουν στη δομή, ωστόσο, στην περίπτωση που, ο αριθμός των δεδομένων που διαθέτει ο νευρώνας ξεπεράσει ένα προκαθορισμένο κατώφλι, τότε εφαρμόζεται ο επαναληπτικός αλγόριθμος κ-μέσων (*online k-means*) για τη μείωση και την τροποποίησή τους.

4.d: Αν, εξαιτίας του αλγορίθμου κ-μέσων δύο δεδομένα συμπειστούν, τότε:

$$w_{new_{global}} = w_{1_{global}} + w_{2_{global}}$$

4.e: Αν, εξαιτίας του αλγορίθμου κ-μέσων, δύο δεδομένα συμπειστούν, τότε:

$$w_{new_{local}} = w_{1_{local}} + w_{2_{local}}$$

Επίσης, η συγκεκριμένη μεταβλητή μεταβάλλεται, όταν το αντίστοιχο δεδομένο μεταφερθεί σε άλλο νευρώνα, με αποτέλεσμα:

$$w_{new_{local}} = 1$$

Χρήσεις:

- 4.a-c:** Επανεκπαίδευση του δικτύου όταν χρειαστεί.
- 4.d:** Επαναληπτικός αλγόριθμος κ-μέσων
- 4.e:** Χρησιμοποιείται ως κριτήριο για τη συμμετοχή, ή μη, ενός νευρώνα στην απόδοση της δύναμης.

5. Πίνακας αποστάσεων μεταξύ των θέσεων των δεδομένων που διαθέτει *distances*

Υπολογισμός:

Η κατασκευή του πίνακα αποστάσεων γίνεται επαναληπτικά. Περισσότερη ανάλυση θα γίνει στην παράγραφο “Εισαγωγή δεδομένου στο κύτταρο του δικτύου, και πιο συγκεκριμένα, στην περιγραφή του αντίστοιχου ψευδοκώδικα.

Χρήσεις:

Ο πίνακας αποστάσεων χρησιμοποιείται από τον επαναληπτικό αλγόριθμο κ-μέσων (*online k-means*) για τον εντοπισμό των δύο κοντινότερων, με βάση την ευκλείδεια απόσταση, δεδομένων που διαθέτει ο νευρώνας.

6. Γενικά χαρακτηριστικά:

- a. Τρέχον αριθμός προτύπων εισόδου: *times*
- b. Τύπος κυρίαρχου εκτιμητή: *type*
- c. Βάρη: *weights*
- d. Δυαδική μεταβλητή για την ανανέωση των βαρών: *changed*
- e. Δυαδική μεταβλητή για την επαναταξινόμηση των δεδομένων: *dw*
- f. Αριθμός δεδομένων που έχουν συμπιεστεί στα πρότυπα, από τη στιγμή που καθένα από αυτά εισήλθε στη δομή του: w_{local}

Υπολογισμός:

6.b: Καθορίζεται μετρώντας το πηλίκο των ποσοστιαίων μεταβολών του τοπικού συντελεστή ακαμψίας, όπως υπολογίστηκε από καθένα από τους δύο εκτιμητές. Σε επόμενη παράγραφο, θα δοθεί μεγαλύτερη έμφαση στον καθορισμό, αυτής, της, καθοριστικής για την απόδοση της δύναμης, μεταβλητής.

6.c: Ανανεώνονται από την εκτέλεση του αλγορίθμου αυτο-οργανούμενων χαρτών

6.d: Λαμβάνει τιμή “1” όταν προκαλείται αλλαγή στο σύνολο δεδομένων του νευρώνα, ενώ μηδενίζεται, αμέσως, μετά την ανανέωση των βαρών

6.e: Λαμβάνει τιμή “1” όταν προκαλείται μεταβολή στη θέση του νευρώνα, ενώ μηδενίζεται, αμέσως μετά την επαναταξινόμηση των δεδομένων.

6.f: Αποτελεί το άθροισμα της τιμής της μεταβλητής w_{local} όλων των προτύπων του νευρώνα.

Χρήσεις:

6.a: Επιτρέπει την άμεση γνώση για τον αριθμό των δεδομένων, χωρίς να χρειάζεται

η εκτέλεση επιπλέον εντολής.

6.b: Ο τύπος του κυρίαρχου εκτιμητή είναι πολύ σημαντικός για την απόδοση της δύναμης, καθώς, καθορίζει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που χρησιμοποιούνται για την ανακατασκευή της τοπικής περιοχής.

6.c: Χρησιμοποιούνται για την άμεση διαθεσιμότητα των συντεταγμένων της θέσης του νευρώνα.

6.d: Χρησιμοποιείται, κατά βάση, για τη μείωση της πολυπλοκότητας κατά την εκτέλεση της, υπολογιστικά επιβαρυνμένης, προσαρμογής των θέσεων των κόμβων του δικτύου. Πιο συγκεκριμένα, δεδομένου ότι, τα δεδομένα κάθε νευρώνα επηρεάζουν μόνο τις θέσεις του κυττάρου στο οποίο ανήκουν και των δύο γειτονικών του, είναι εύλογο να θεωρηθεί ότι, αν δεν μεταβληθεί το σύνολο δεδομένων, τόσο του τρέχοντα κόμβου, όσο και των δύο γειτονικών του, η θέση του πρώτου στο δίκτυο δεν αλλάζει.

Αυτή η διαπίστωση, μειώνει αισθητά την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, καθώς αποτρέπει την εκτέλεση “ανούσιων” πράξεων, που προκαλούν μηδενική μεταβολή.

6.e: Όπως η προηγούμενη, έτσι και αυτή η δυαδική μεταβλητή, έχει σκοπό τη μείωση της πολυπλοκότητας των πράξεων κατά την εκτέλεση της διαδικασίας προσαρμογής του δικτύου στο σύνολο των προτύπων εισόδου. Πιο συγκεκριμένα, δεδομένου ότι στα δεδομένα κάθε νευρώνα “έχει επιβληθεί” να έχουν τη δυνατότητα επαναταξινόμησης, είτε στον ίδιο, είτε στους δύο γειτονικούς του, είναι λογικό να υποτεθεί ότι, αν δεν μεταβληθούν οι θέσεις, τόσο του κυρίαρχου, όσο και των γειτονικών κόμβων, τα δεδομένα του πρώτου δεν χρειάζεται να επαναταξινομηθούν, αφού οι ευκλείδειες αποστάσεις παραμένουν ίδιες.

Αυτή η διαπίστωση, μειώνει αισθητά την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, καθώς αποτρέπει την εκτέλεση “ανούσιων” πράξεων, που δεν μεταβάλλουν την κατανομή των προτύπων εισόδου.

6.f: Χρησιμοποιείται ως κριτήριο για τη συμμετοχή, ή μη, ενός νευρώνα στην απόδοση της δύναμης.

4.3 ΒΑΣΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ

Μετά την παρουσίαση των τοπικών χαρακτηριστικών και παραμέτρων που αποθηκεύει κάθε νευρώνας στη δομή του, έρχεται η σειρά για την αναλυτική παρουσίαση του αλγορίθμου, χρησιμοποιώντας τις διαδικασίες που περιγράφηκαν στα προηγούμενα Κεφάλαια, και παρουσιάζοντας νέες, απαραίτητες για τη σωστή προσαρμογή των διάφορων τεχνικών στο πλαίσιο της εργασίας.

- Αρχικοποίηση θέσης αρχικού νευρώνα:
 - Η αρχικοποίηση πραγματοποιείται, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3
- Αρχικοποίηση παραμέτρων εκτιμητών αρχικού νευρώνα:
 - Η αρχικοποίηση πραγματοποιείται, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2
- Αρχικοποίηση στατιστικών χαρακτηριστικών αρχικού νευρώνα
- Λήψη στοιχείων διανύσματος προτύπου εισόδου $\begin{pmatrix} [p] \\ [F] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [p_x] \\ [p_y] \\ [F_x] \\ [F_y] \end{pmatrix}$
 - Υπολογισμός μοναδιαίου διανύσματος δύναμης $uF = \frac{F}{|F|}$
 - (*) Εντοπισμός κοντινότερου νευρώνα «Γειτονικοί»
 - (*) Αν το μέτρο της δύναμης ξεπερνά κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι:
 - Εκτέλεση διαδικασίας "Εισαγωγή δεδομένου σε κύτταρο του δικτύου"
 - Αν ο αριθμός του δείγματος που λαμβάνεται είναι πολλαπλάσιος ενός προκαθορισμένου κατωφλίου:
 - Εκτέλεση διαδικασίας "Προσαρμογή του δικτύου στο σύνολο προτύπων εισόδου"
 - (*) Εντοπισμός κοντινότερου νευρώνα «Όλοι»
 - Αν ο αριθμός του δείγματος που λαμβάνεται είναι πολλαπλάσιος ενός προκαθορισμένου κατωφλίου:
 - (*) Επαναταξινόμηση, ήδη, υπαρχόντων προτύπων
- Εκτέλεση διαδικασίας "Απόδοση δύναμης"

Ακολουθεί περαιτέρω επεξήγηση των σημείων με (*):

4.3.1 ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΚΟΝΤΙΝΟΤΕΡΟΥ ΝΕΥΡΩΝΑ: «ΓΕΙΤΟΝΙΚΟΙ» Η «ΌΛΟΙ»

Ο αλγόριθμος για τον εντοπισμό του κοντινότερου νευρώνα αποτελείται από δύο περιπτώσεις:

- A. Στην πρώτη περίπτωση, η αναζήτηση για τον εντοπισμό του κοντινότερου νευρώνα περιορίζεται, για τους λόγους που εξηγήθηκαν στο Κεφάλαιο 3, μόνο σε 3 νευρώνες, στον

τρέχοντα και τους δύο γειτονικούς του. Η πρώτη περίπτωση διακρίνεται με την κωδική ονομασία «Γειτονικοί».

- B. Στην δεύτερη περίπτωση, η αναζήτηση για τον εντοπισμό του κοντινότερου νευρώνα δεν περιορίζεται, και εξετάζεται όλο το δίκτυο. Αυτό γίνεται, καθώς, όταν εκτελείται ο αλγόριθμος των αυτο-οργανούμενων χαρτών, μεταβάλλονται, τόσο οι θέσεις των κόμβων, όσο και το μέγεθος, του δικτύου, με αποτέλεσμα η πρώτη περίπτωση να δίνει ανακριβή αποτελέσματα. Η δεύτερη περίπτωση διακρίνεται με την κωδική ονομασία «Όλοι».

4.3.2 ΈΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

Ο έλεγχος του μέτρου της δύναμης γίνεται για να διαπιστωθεί αν υπάρχει επαφή του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού βραχίονα (*end effector*) με το αντικείμενο. Αν η δύναμη ξεπερνά κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι, τότε υποδεικνύεται ότι, το αντικείμενο αντιδρά στην διείσδυση (*penetration*) του τελικού στοιχείου δράσης, συνεπώς υπάρχει επαφή και το τρέχον δεδομένο χρησιμοποιείται, τόσο στην ανανέωση των παραμέτρων του νευρώνα στον οποίο ταξινομείται, όσο και στην εκπαίδευση του δικτύου. Σε κάθε άλλη περίπτωση, υποτίθεται ότι, δεν υπάρχει επαφή, και το δεδομένο δεν επηρεάζει τις δομές του δικτύου.

Το προκαθορισμένο κατώφλι επιλέγεται, επαρκώς, μικρό. Σε ιδανική περίπτωση, η τιμή του είναι μηδενική, ωστόσο σε πραγματικές συνθήκες οι τιμές της δύναμης που λαμβάνονται περιέχουν θόρυβο, εξαιτίας ατελειών των αισθητήρων.

4.3.3 ΕΠΑΝΑΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΥΠΑΡΧΟΝΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ

Αρχικά, για κάθε νευρώνα εξετάζονται ένα προς ένα όλα τα δεδομένα του ως προς το νευρώνα στον οποίο ανήκουν. Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2, για λόγους, τόσο πολυπλοκότητας, όσο και διατήρησης τοπολογίας του δικτύου, για την ταξινόμηση κάθε δεδομένου, ελέγχονται μόνο ο τρέχοντας κόμβος, δηλαδή αυτός στον οποίο ανήκε, και οι δύο γειτονικοί του. Τα δεδομένα που διατηρούνται στον ίδιο νευρώνα παραμένουν στη δομή του, ενώ τα υπόλοιπα μετακινούνται στην εξωτερική δομή του νευρώνα στον οποίο μεταφέρθηκαν. Τελικά, αφού επαναληφθεί, η παραπάνω διαδικασία για όλα τα δεδομένα όλων των κυττάρων του δικτύου, κάθε κόμβος εκτελεί τους δύο αναδρομικούς εκτιμητές του, μαζί με όλα τα παρελκόμενα, όπως θα εξηγηθούν στη συνέχεια, για όλα τα στοιχεία που έχουν περιληφθεί στην εξωτερική δομή του.

4.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΣΕ ΚΥΤΤΑΡΟ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2, η χρήση των προσαρμοστικών φίλτρων (*adaptive filters*) διευκολύνει τη μάθηση των στατιστικών χαρακτηριστικών σε ένα άγνωστο και, πιθανώς, χρονικά μεταβαλλόμενο περιβάλλον, όταν τέτοιες πληροφορίες, συνήθως, δεν είναι διαθέσιμες. Ο πιο γνωστός αλγόριθμος με τον οποίο μπορεί να επιτευχθεί αυτό είναι ο “Αλγόριθμος Ελαχίστων Τετραγώνων” (*Least-Mean-Squares*) (*LMS*). Το βασικό μειονέκτημά του είναι ότι απαιτεί τη γνώση όλων των δεδομένων εξαρχής. Σε περιπτώσεις, όπως αυτή που εξετάζεται στο πλαίσιο της εργασίας, στην οποία τα δεδομένα εισάγονται σειριακά στο δίκτυο, και δεν είναι διαθέσιμα από την αρχή, η αναδρομική παραλλαγή του “Αναδρομικός Αλγόριθμος Ελαχίστων Τετραγώνων” (*Recursive Least-Squares*) (*RLS*) λειτουργεί εξίσου ικανοποιητικά.

Ωστόσο, το πρώτο κομμάτι του συνολικού αλγορίθμου, περιλαμβάνει εκτός από την ανανέωση των εκτιμήσεων των παραμέτρων του τρέχοντα νευρώνα, και μια σειρά από άλλες διεργασίες οι οποίες αφορούν, γενικότερα, την εισαγωγή ενός προτύπου εισόδου στο δίκτυο, ή τη μετάβασή του σε διαφορετικό κόμβο, με ταυτόχρονη ανανέωση των διάφορων χαρακτηριστικών (στατιστικών, κλπ.) που διαθέτει.

Ακολουθεί, μια συνοπτική παρουσίαση της διαδικασίας η οποία περιλαμβάνει όλες, εκείνες, τις επιμέρους διαδικασίες που είναι λαμβάνουν χώρα, μετά την εισαγωγή ενός προτύπου εισόδου στη δομή του αντίστοιχου νευρώνα:

Επισημαίνεται ότι, ο παρακάτω “ψευδοαλγόριθμος” χρησιμοποιεί την ονοματολογία των μεταβλητών, που παρουσιάστηκε στην παράγραφο «Οι Δομές του Νευρώνα» του τρέχοντος κεφαλαίου.

- Εισαγωγή προτύπου εισόδου στη δομή ενός νευρώνα και ανανέωση των δομών του

- Εισαγωγή των χαρακτηριστικών του προτύπου $\begin{bmatrix} p \\ F \\ uF \\ w_{global} \\ w_{local} \end{bmatrix}$ στο νευρώνα

Επισημαίνεται ότι, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μεταβλητή w_{local} λαμβάνει μοναδιαία τιμή κατά την εισαγωγή της στο δίκτυο, ή τη μετάβασή της σε άλλο νευρώνα, συνεπώς, $w_{local} = 1$

- Ορίζεται μονάδα η δυαδική μεταβλητή για την ανανέωση των βαρών

$$changed = 1$$

- Αύξηση του αριθμού των δεδομένων του νευρώνα, τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί στην τρέχουσα εκτίμηση

$$w_{local} = w_{local} + 1$$

- Αύξηση του αριθμού των δεδομένων του νευρώνα

$$times = times + 1$$

- (*) Ανανέωση του πίνακα αποστάσεων των προτύπων εισόδου
- Ανανέωση στατιστικών χαρακτηριστικών (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συνδιακύμανση) των στοιχείων του διανύσματος εισόδου $\begin{bmatrix} p \\ F \end{bmatrix}$.
- Αν ο αριθμός των δεδομένων υπερβεί κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι:
 - (*) Συμπύεση των δεδομένων
- Εκτέλεση «Εκτιμητή Γεωμετρικών Χαρακτηριστικών και Συντελεστή Ακαμψίας Καμπύλης»
 - Εκτέλεση του εκτιμητή και ανανέωση των παραμέτρων στη δομή του νευρώνα, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2
 - Υπολογισμός ποσοστιαίας μεταβολής του τοπικού συντελεστή ακαμψίας
- Εκτέλεση “Εκτιμητή Επιπέδου”
 - Εκτέλεση του εκτιμητή και ανανέωση των παραμέτρων στη δομή του νευρώνα, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2
 - Υπολογισμός ποσοστιαίας μεταβολής του τοπικού συντελεστή ακαμψίας
- (*) Καθορισμός του “Τύπου του Εκτιμητή”, οι εκτιμώμενοι παράμετροι του οποίου θα χρησιμοποιηθούν για τη, κρίσιμη, διαδικασία απόδοσης δύναμης

Ακολουθεί περαιτέρω επεξήγηση των σημείων με (*):

4.4.1 ΑΝΑΝΕΩΣΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ

Έστω ότι, ένας νευρώνας διαθέτει n δεδομένα. Ο πίνακας αποστάσεων d , είναι τετραγωνικός με μέγεθος $(n) \times (n)$. Στην περίπτωση που προστίθεται ένα δεδομένο, υπολογίζονται, αρχικά, οι αποστάσεις του από όλα τα δεδομένα που διαθέτει, ήδη, ο νευρώνας. Το νέο μέγεθος του πίνακα είναι $(n + 1) \times (n + 1)$, και προκύπτει ως εξής:

1. Οι (n) αποστάσεις που υπολογίστηκαν εισάγονται σε διάνυσμα v με μέγεθος $(n) \times 1$.
2. Το διάνυσμα προστίθεται, ως τελευταία στήλη, στον παλιό πίνακα:

$$d = [d, v]$$

3. Τέλος, προστίθεται μια νέα γραμμή, με μέγεθος $(n + 1)$, στο τέλος του πίνακα, της οποίας όλα τα στοιχεία έχουν άπειρη τιμή.

Από το σχηματισμό του πίνακα αποστάσεων, είναι φανερό ότι, οι αποστάσεις του στοιχείου i από όλα τα υπόλοιπα δίνονται από τα διανύσματα $d(1: i - 1, i)$ και $d(i, i + 1, end)$. Η παρακάτω εικόνα, κάνει σαφέστερη τη λογική, με βάση την οποία “χτίστηκε” ο πίνακας.

$$\begin{bmatrix} - & d(1,2) & d(1,3) & \dots & d(1,n-2) & d(1,n-1) & d(1,n) \\ - & - & d(2,3) & \dots & d(2,n-2) & d(2,n-1) & d(2,n) \\ - & - & - & \dots & d(3,n-2) & d(3,n-1) & d(3,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ - & - & - & \dots & - & d(n-2,n-1) & d(n-2,n) \\ - & - & - & \dots & - & - & d(n-1,n) \\ - & - & - & \dots & - & - & - \end{bmatrix}$$

4.4.2 ΣΥΜΠΙΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Όπως προαναφέρθηκε, κάθε νευρώνας διαθέτει μια δομή στην οποία διατηρεί τα δεδομένα (θέση και δύναμη) για τα οποία «αναδείχθηκε νικητής», και τα οποία επαναχρησιμοποιεί για τη σύγκλιση και τον, εκ νέου, καθορισμό των συναπτικών βαρών. Τόσο για λόγους μνήμης, όσο και πολυπλοκότητας, είναι, λυτόν, επιτακτική ανάγκη να γίνει χρήση κάποιας τεχνικής για τη μείωση, αυτών, των δεδομένων. Για να αποφευχθεί η αλλοίωση των χαρακτηριστικών τους, στο μέτρο του δυνατού, στην περίπτωση που ο αριθμός των προτύπων εισόδου ενός κόμβου ξεπερνά κάποιο μέγιστο κατώφλι, αρχικά, εντοπίζονται τα δύο κοντινότερα (σε ευκλείδεια απόσταση) σημεία, και κατ’ επέκταση δεδομένα, και στη συνέχεια, υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος τους. Το πρότυπο που προκύπτει από τη συμπίεσή τους, εισάγεται στη δομή δεδομένων του νευρώνα, αντικαθιστώντας τα δύο παλαιότερα. Ο παραπάνω αλγόριθμος εκτελείται αναδρομικά για μείωση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας, οδηγεί σε ομαδοποίηση των δεδομένων, και είναι γνωστός στη διεθνή βιβλιογραφία ως επαναληπτικός αλγόριθμος κ-μέσων (*online k-means*).

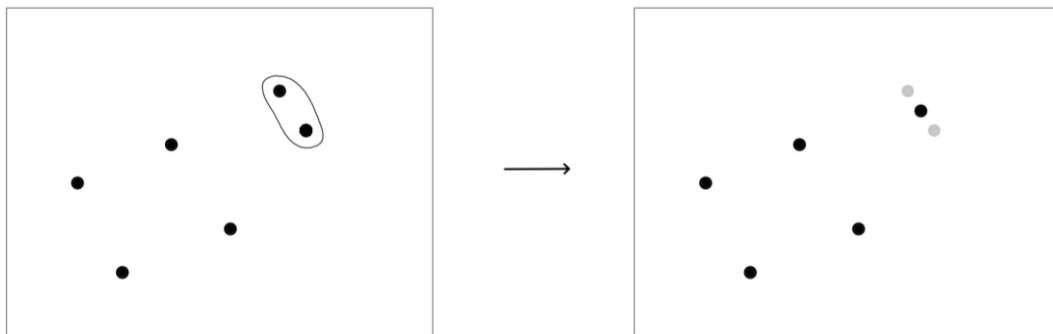
Πιο συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος επαναληπτικός αλγόριθμος κ-μέσων ακολουθεί τα εξής βήματα:

1. Αρχικά, από το σύνολο των δεδομένων εντοπίζονται αυτά που απέχουν την μικρότερη ευκλείδεια απόσταση (r_1, r_2)
2. Σε κάθε δεδομένο αντιστοιχεί κάποιο “βάρος” (*weight*). Το βάρος είναι ακέραιος θετικός αριθμός και υποδεικνύει τον αριθμό των δεδομένων τα οποία έχουν συμπειστεί και εκπροσωπούνται από τον τρέχον πρότυπο (w_1, w_2).
3. Το νέο δεδομένο προκύπτει ως εξής:

$$w_{new} = w_1 + w_2$$

$$r_{new} = \frac{w_1}{w_{new}} * r_1 + \frac{w_2}{w_{new}} * r_2$$

4. Το δεδομένο που προκύπτει (r_{new}) μαζί με το βάρος του (w_{new}) αντικαθιστά αυτά που συμπίεστηκαν.



Εικόνα 4-3: Συμπύση δεδομένων με τη χρήση του επαναληπτικού αλγορίθμου κ-μέσων (online k-means)

4.4.3 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ “ΤΥΠΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΙΜΗΤΗ”

Όπως αναφέρθηκε, συνοπτικά, και πιο πριν, στο παρόν κεφάλαιο, για τον καθορισμό του «Τύπου του Εκτιμητή» γίνεται χρήση των τιμών της ποσοστιαίας μεταβολής του τοπικού συντελεστή ακαμψίας των δύο εκτιμητών, και ενός προκαθορισμένου κατωφλίου k . Για να αλλάξει ο "Τύπος του Εκτιμητή" ενός νευρώνα χρειάζεται η σύγκλιση του εκτιμητή που δεν χρησιμοποιείται να είναι, όχι απλά μικρότερη, αλλά k –φορές μικρότερη.

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι, ε_C , ε_P , οι ποσοστιαίες μεταβολές του τοπικού συντελεστή ακαμψίας για τον "C" και "P" εκτιμητή, αντίστοιχα:

```

if (type=="C")
    if ( $\varepsilon_C > k * \varepsilon_P$ ) type = "P"
    else type = "C"
else if (type=="P")
    if ( $\varepsilon_P > k * \varepsilon_C$ ) type = "C"
    else type = "P"

```

Η τιμή του προκαθορισμένου κατωφλίου k επιλέγεται μεγαλύτερη της μονάδας.

Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιήθηκε ο τοπικός συντελεστής ακαμψίας για τον καθορισμό του τύπου του εκτιμητή για κάθε νευρώνα, είναι ότι αποτελεί την κοινή εκτιμώμενη παράμετρο και για τους δύο εκτιμητές.

Η επιλογή του εκτιμητή θα μπορούσε να γίνει, απλά, κάνοντας έλεγχο στην τιμή της ακτίνας του "Εκτιμητή Καμπύλης". Πιο συγκεκριμένα, ένα επίπεδο μπορεί να θεωρηθεί καμπύλη με άπειρη ακτίνα. Συνεπώς, όταν ο εκτιμητής καμπύλης, εφαρμοστεί σε δεδομένα που αντιστοιχούν σε επίπεδο, η παράμετρος τοπικής ακτίνας θα οδηγηθεί, σταδιακά, προς το άπειρο. Για την επιλογή του τύπου του εκτιμητή, από τα παραπάνω, μοιάζει αρκετός μόνο ο

έλεγχος του μέτρου της ακτίνας, δηλαδή θα μπορούσε, απλά, να ελέγχεται αν αυτό ξεπερνά κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι.

Ωστόσο, το παραπάνω συμπέρασμα, προκύπτει μόνο αν υποτεθεί ότι, τα δεδομένα δεν είναι θορυβώδη (*noisy*). Στις πραγματικές συνθήκες στις οποίες πρόκειται να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος, τα δεδομένα θα περιέχουν κάποιο μέγεθος θορύβου, εξαιτίας μη-ιδανικότητας των στοιχείων που αποτελούν το μηχανισμό, όπως ατελειών στους αισθητήρες. Ακόμα, και αν το μέγεθος του θορύβου είναι, επαρκώς, μικρό, υπάρχει σημαντική πιθανότητα ο εκτιμητής καμπύλης να προσεγγίσει την τοπική επιφάνεια, ως καμπύλη με πεπερασμένο μέτρο ακτίνας, και πιθανώς αρκετά μικρό, με αποτέλεσμα η τεχνική που περιγράφηκε να μην είναι ορθή.

Από την άλλη, η τεχνική που έχει επιλεγεί για την επιλογή του εκτιμητή, στο πλαίσιο που εξετάζεται, μοιάζει ικανή να αποφέρει σωστά αποτελέσματα.

4.5 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΙΣΟΔΟΥ

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο “Εισαγωγή” του τρέχοντος κεφαλαίου, οι πληροφορίες που προκύπτουν από τους αναδρομικούς αλγορίθμους εκτίμησης χρειάζεται να αποθηκεύονται σε ειδικές μονάδες, προσαρμοσμένες πάνω στα δεδομένα που αντιστοιχούν, έτσι ώστε να είναι άμεσα διαθέσιμες προς αξιοποίηση, όταν αυτό απαιτείται. Για να ικανοποιηθούν οι παραπάνω ανάγκες, έγινε χρήση του δεύτερου βασικού στοιχείου θεωρίας στο οποίο βασίζεται η εργασία, και αναπτύχθηκε, εκτενώς, στο Κεφάλαιο 3, ο αλγόριθμος των αυτο-οργανούμενων χαρτών (*Self-Organizing Maps*) (*SOMs*). Αυτές οι μονάδες επεξεργασίας αποτελούν ένα είδος νευρωνικού δικτύου, ο οποίος επιτρέπει τη μείωση της διαστατικότητας, γενικότερα, ενώ στο ειδικό πλαίσιο της εργασίας, διευκολύνει την προσαρμογή “κυττάρων” (κόμβων) στις συντεταγμένες των προτύπων εισόδου, δημιουργώντας, ταυτόχρονα, σχέσεις γειτνίασης με όσα από αυτά είναι απαραίτητα.

Ωστόσο, το δεύτερο βασικό κομμάτι του συνολικού αλγορίθμου, περιλαμβάνει εκτός από την ανανέωση των βαρών, και κατ’ επέκταση των θέσεων, των κόμβων του δικτύου, και μια σειρά από άλλες διεργασίες οι οποίες αφορούν, γενικότερα, τον δυναμικό τρόπο με τον οποίο αναπτύσσεται ο αυτο-οργανούμενος χάρτης.

Ακολουθεί, μια συνοπτική παρουσίαση της διαδικασίας η οποία περιλαμβάνει όλες, εκείνες, τις επιμέρους διεργασίες που λαμβάνουν χώρα, κατά την προσαρμογή του δικτύου στο σύνολο των υπαρχόντων προτύπων εισόδου:

- Προσαρμογή του δικτύου στο σύνολο προτύπων εισόδου
 - (*) Διαδικασία προσθήκης νευρώνα, αν κρίνεται απαραίτητο
 - Αν ο αριθμός του δείγματος που λαμβάνεται είναι πολλαπλάσιος ενός προκαθορισμένου κατωφλίου, ή προστέθηκε νευρώνας στο δίκτυο:
 - (*) Υπολογισμός αποστάσεων κάθε νευρώνα από τους γειτονικούς του
 - Διαδικασία ανανέωσης των βαρών, και κατ' επέκταση των θέσεων, κάθε νευρώνα του αυτο-οργανούμενου χάρτη
 - (*) Αφαίρεση νευρώνων «Αριθμός Δεδομένων»
 - (*) Αφαίρεση νευρώνων «Αποστάσεις»

Ακολουθεί περαιτέρω επεξήγηση των σημείων με (*):

4.5.1 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΘΗΚΗΣ ΝΕΥΡΩΝΑ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, κάθε νευρώνας έχει αποθηκευμένες, στην «προσωπική μνήμη» που διαθέτει, ένα σύνολο δομών οι οποίες περιλαμβάνουν, σε συνοπτική μορφή, διάφορες ιδιότητες της τοπικής περιοχής, όπως κάποια διακριτικά χαρακτηριστικά που απορρέουν από την επεξεργασία των προτύπων εισόδου που του αντιστοιχούν. Σε μία από αυτές τις δομές διατηρείται ο μέσος όρος των μοναδιαίων διανυσμάτων των δυνάμεων, ενώ σε μια άλλη,

υπολογίζεται ο μέσος όρος, η τυπική απόκλιση και η συνδιακύμανση των συντεταγμένων, των δεδομένων με τα οποία έχει εκπαιδευτεί. Όπως, πιθανώς, έχει γίνει αντιληπτό, η αύξηση του μεγέθους του δικτύου θα γίνει εισάγοντας κόμβο «δίπλα» σε νευρώνα που χρειάζεται «βοήθεια». Πράγματι, ο νέος κόμβος θα προστεθεί ως γειτονικός κάποιου νευρώνα, τα δεδομένα του οποίου εκτείνονται σε μεγάλη έκταση πάνω στο επίπεδο, και όπως είναι κατανοητό, ο «παλιός» νευρώνας δυσκολεύεται να τα εκπροσωπήσει. Για να καθοριστεί ο όρος «μεγάλη έκταση» γίνεται χρήση της τυπικής απόκλισης των σημείων πάνω στο επίπεδο για το νευρώνα που εξετάζεται. Αν το μέγεθος της τυπικής απόκλισης ξεπερνά κάποιο ανώτατο κατώφλι, δηλαδή τα δεδομένα του κόμβου εκτείνονται σε μεγάλο εύρος της επιφάνειας, τότε γίνεται επιτακτική η ανάγκη προσθήκης κόμβου στο δίκτυο, έτσι ώστε όλες οι περιοχές που έχουν εξερευνηθεί να εκπροσωπούνται επαρκώς.

Πιο συγκεκριμένα, για κάθε νευρώνα του δικτύου υπολογίζεται η τυπική απόκλιση του σημείων που του αντιστοιχούν στη διεύθυνση, που είναι κάθετη στο διάνυσμα που ορίζεται από το μέσο όρο των μοναδιαίων διανυσμάτων της δύναμης. Αυτό γίνεται, καθώς, μας ενδιαφέρει η ανάπτυξη του δικτύου, και η εκτίμηση των χαρακτηριστικών, κατά μήκος της επιφάνειας, και όχι προς το εσωτερικό της. Για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, που αντιστοιχεί σε κάθε νευρώνα, ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. Αρχικά υπολογίζεται η γωνία που αντιστοιχεί στο μέσο όρο των μοναδιαίων διανυσμάτων, ως προς τον οριζόντιο άξονα x :

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{uF_y}{uF_x}\right)$$

όπου $uF = \begin{bmatrix} uF_x \\ uF_y \end{bmatrix}$ το μοναδιαίο διάνυσμα

2. Στη συνέχεια, επιχειρείται περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων, κατά γωνία θ , εφαρμόζοντας κατάλληλο πίνακα (*rotation matrix*), έτσι ώστε το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια (uF) να συμπέσει με τον άξονα x .

$$\text{Rot}(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

3. Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα, για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης, κατά μήκος της επιφάνειας, δηλαδή στην κατεύθυνση του διανύσματος pn , αρκεί να υπολογιστεί η y –συνιστώσα της στο περιστραμμένο, πλέον, σύστημα συντεταγμένων:

$$\sigma_{r_y}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_{r_y}}^2 - m_{r_y}^2 \quad (1)$$

$$d_{i_r} = \text{Rot}(-\theta) \begin{bmatrix} d_{i_x} \\ d_{i_y} \end{bmatrix} \rightarrow d_{i_{r_y}} = -d_{i_x} \sin \theta + d_{i_y} \cos \theta \quad (2)$$

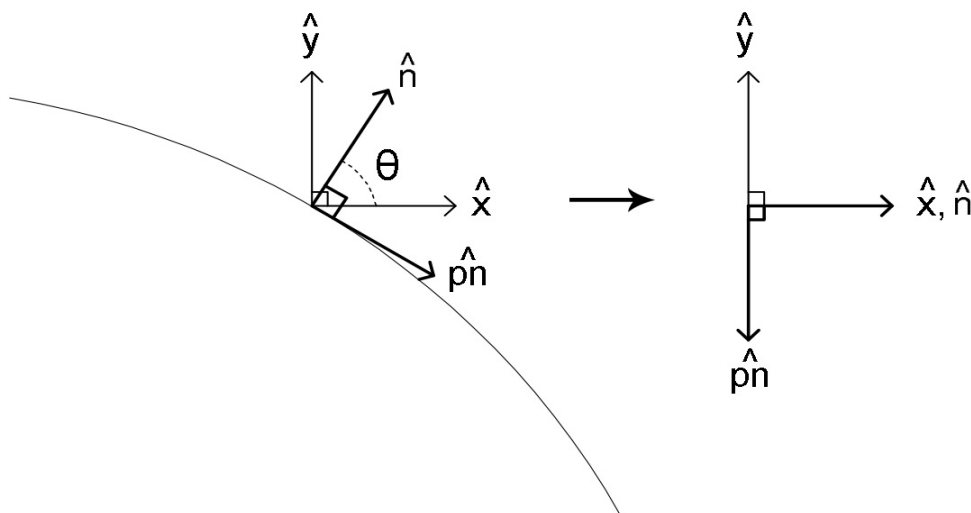
$$m_r = \text{Rot}(-\theta) \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} \rightarrow m_{r_y} = -m_x \sin \theta + m_y \cos \theta \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (2) και (3) στην (1) προκύπτει:

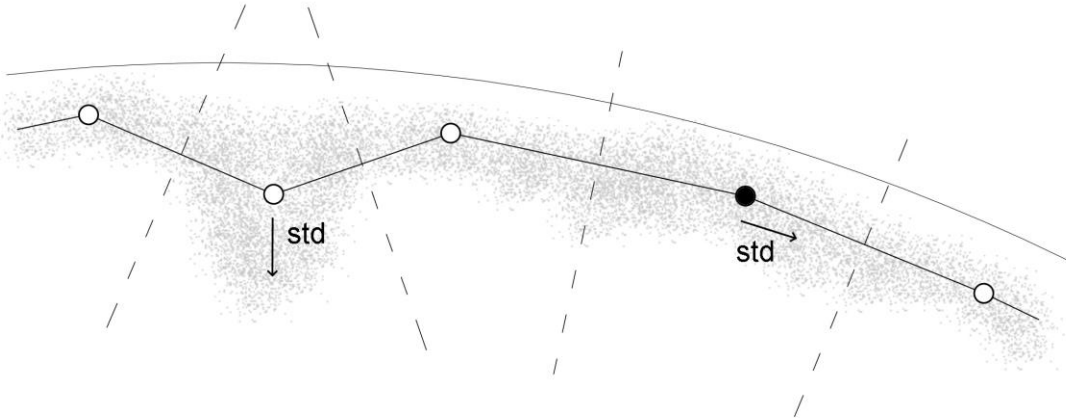
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{r_y}^2 = \frac{\sin^2 \theta}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_x}^2 + \frac{\cos^2 \theta}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_y}^2 - \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_x} d_{i_y} - (-m_x \sin \theta + m_y \cos \theta)^2 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_x}^2 = \sigma_x^2 + m_x^2 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_y}^2 = \sigma_y^2 + m_y^2 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{i_x} d_{i_y} = cov_{xy} + m_x m_y \end{array} \right\}$$

Τελικά, προκύπτει η σχέση με βάση την οποία υπολογίζεται η τυπική απόκλιση στη διεύθυνση που είναι παράλληλη στο τοπικό επίπεδο της επιφάνειας:

$$\sigma_{r_y} = \sqrt{(\sigma_x \sin \theta)^2 + (\sigma_y \cos \theta)^2 - 2cov_{xy} \sin 2\theta}$$



Εικόνα 4-4: Εφαρμογή πίνακα περιστροφής για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης σε διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια



Εικόνα 4-5: Παρουσία, στο δίκτυο, δύο κόμβων με τυπική απόκλιση μεγαλύτερη από κατώφλι, ωστόσο προσθήκη κόμβου πλάι στον νευρώνα ο οποίος διαθέτει δεδομένα που καλύπτουν μεγάλο εύρος σε παράλληλη διεύθυνση στην επιφάνεια (μαύρος κόμβος)

Ακολουθούμε την παραπάνω διαδικασία για κάθε νευρώνα, υπολογίζοντας την τυπική απόκλιση, παράλληλα στην τοπική επιφάνεια, που του αντιστοιχεί. Αν η τυπική απόκλιση ξεπερνά κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι, τότε συμπεραίνεται ότι ο τρέχον κόμβος χρειάζεται την «βοήθεια» ενός νέου, για την εκπροσώπηση των δεδομένων που του αντιστοιχούν.

Σε αυτό το σημείο, χρειάζεται να επισημανθεί ότι, αν περισσότεροι από ένας νευρώνες έχουν «ανάγκη» από κάποιο νέο, τότε εξυπηρετείται αυτός που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη απόκλιση, επιτρέποντας έτσι, σε κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου, η αύξηση του δικτύου να γίνεται κατά ένα κόμβο, το πολύ, αφού αυτός μπορεί να ικανοποιεί τις ανάγκες κι άλλων κόμβων, εκτός αυτού που τον δημιούργησε.

Τα χαρακτηριστικά που επιβάλλονται στις δομές του νέου κόμβου είναι τα εξής:

a. Θέση νέου νευρώνα

Ο κόμβος θα τοποθετηθεί σε κάποια θέση «κοντά» στον κόμβο που τον δημιούργησε, και παράλληλα στην επιφάνεια. Πιο συγκεκριμένα, επιλέγονται δύο υποψήφιες θέσεις τοποθέτησης του νέου νευρώνα:

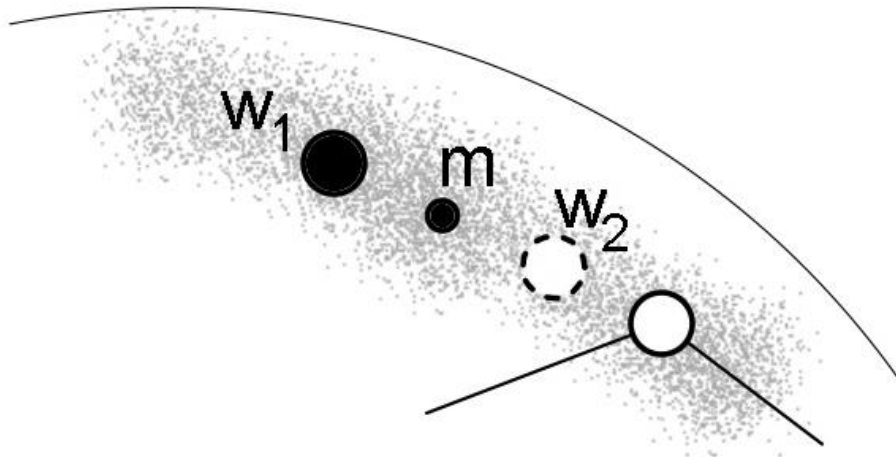
$$w_{new_1} = m + insertNodeCoeff * \sigma_{new_y} * uFp$$

$$w_{new_2} = m - insertNodeCoeff * \sigma_{new_y} * uFp$$

όπου *insertNodeCoeff* είναι μια σταθερά καθορισμένη από το χρήστη, μια τιμή της οποίας προτείνεται σε επόμενη παράγραφο, ενώ *uFp* είναι διάνυσμα

παράλληλο στην επιφάνεια που προκύπτει από το uF , το οποίο είναι κάθετο σε αυτή, ως εξής:

$$uFp = \begin{bmatrix} -uF_y \\ uF_x \end{bmatrix}$$



Εικόνα 4-6: Τοποθέτηση του νέου κόμβου (μαύρος) σε αντιδιαμετρική θέση, ως προς τη μέση τιμή, από αυτή που βρίσκεται ο νευρώνας που τον δημιούργησε

Από τις δύο παραπάνω θέσεις, η τελική θέση του νέου νευρώνα είναι αυτή που απέχει περισσότερο από την τρέχουσα θέση του «παλιού» νευρώνα.

b. Καθορισμός γειτόνων νέου νευρώνα

Ο καθορισμός των γειτονικών νευρώνων του νέου κόμβου είναι μια πολύ σημαντική διαδικασία για τη διατήρηση της τοπολογίας και των ιδιοτήτων του αυτό-οργανούμενου χάρτη.

Όπως γίνεται, εύκολα, αντιληπτό, ο ένας γείτονας θα είναι αυτός που δημιούργησε το νέο κόμβο, ενώ η επιλογή του άλλου γείτονα δεν είναι τόσο προφανής, και για τον καθορισμό του ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

Αρχικά, είναι γνωστοί οι δύο υποψήφιοι νευρώνες από τους οποίους θα επιλεγεί ο γειτονικός, και δεν είναι άλλοι από τους γείτονες του κόμβου που δημιούργησε τον νέο. Κάθε κόμβος με κάποιο γειτονικό του αποτελεί ένα σύνολο γειτονικών νευρώνων. Στη συνέχεια, λοιπόν, για κάθε τέτοιο σύνολο υπολογίζονται οι ευκλείδειες αποστάσεις που απέχουν οι γειτονικοί κόμβοι που αποτελούν το δίκτυο, μετρώντας τις σε διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια.

Ακολούθως, εντοπίζεται το ζεύγος κόμβων για το οποίο μετρήθηκε η μικρότερη απόσταση.

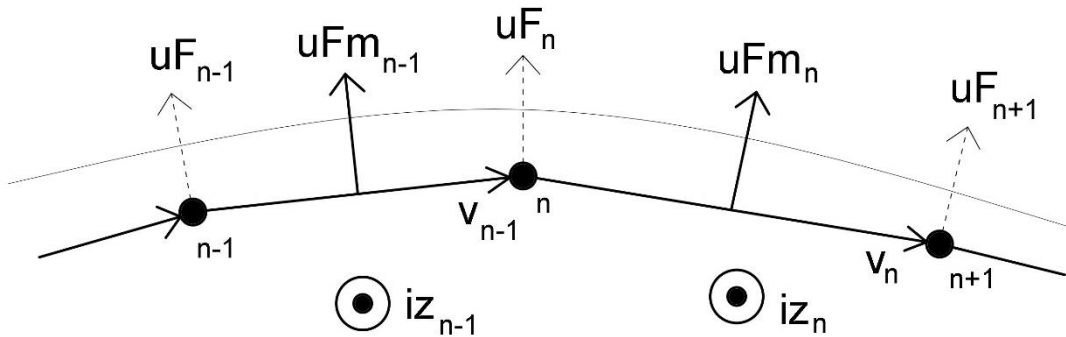
Έστω αυτό αποτελείται από τους νευρώνες $\{n_1, n_2\}$. Επισημαίνεται ότι, οι παραπάνω κόμβοι $\{n_1, n_2\}$ είναι διαδοχικοί και η αρίθμησή τους στην κλειστή αλυσίδα του μονοδιάστατου χάρτη ακολουθεί την πορεία $(n_1 \rightarrow n_2)$.

Για τους παραπάνω νευρώνες υπολογίζεται ο μέσος όρος των μοναδιαίων διανυσμάτων των δυνάμεων που τους αντιστοιχούν (\mathbf{uF}_{mean}), καθώς και το διάνυσμα που ενώνει τα συναπτικά βάρη των δύο διανυσμάτων στο χώρο (\mathbf{v}), ως εξής:

$$\mathbf{uF}_{mean} = \frac{[\mathbf{uF}_1 + \mathbf{uF}_2]}{2}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1$$

Από τον μέσο όρο, προκύπτει η κατεύθυνση του κάθετου διανύσματος στην επιφάνεια, ενώ το διάνυσμα που ενώνει τα συναπτικά βάρη υποδεικνύει την φορά με την οποία είναι τοποθετημένοι οι κόμβοι του δικτύου κατά μήκος της επιφάνειας του αντικειμένου.



Εικόνα 4-7: Εφαρμογή εξωτερικού γινόμενου σε ομαλή επιφάνεια αντικειμένου

Με βάση τον τρόπο με τον οποίο είναι τοποθετημένοι οι νευρώνες του αυτο-οργανούμενου χάρτη κατά μήκος της άγνωστης επιφάνειας, και των υποθέσεων στις οποίες έχει βασιστεί η παρούσα υλοποίηση (διδιάστατο επίπεδο συντεταγμένων), η κατεύθυνση του εξωτερικού γινόμενου μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{v} και \mathbf{uF}_{mean} , πρέπει να είναι ίδια για όλα τα ζεύγη γειτονικών νευρώνων στο δίκτυο, με την προϋπόθεση ότι ακολουθείται για όλους η ίδια φορά κατά την αρίθμησή τους στο μονοδιάστατο χάρτη $\{n_- \rightarrow n_+\}$.

Από το ζεύγος νευρώνων, για το οποίο υπολογίστηκαν τα (\mathbf{uF}_{mean}) και (\mathbf{v}) , υπολογίζεται η φορά του εξωτερικού γινομένου τους, η οποία πρέπει να ισχύει για όλους τους κόμβους του χάρτη:

$$iz = \text{sgn}(\mathbf{v} \times \mathbf{uF}_{mean})$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η αντίστοιχη σχέση για την περίπτωση που ο νέος κόμβος επιλεγεί να τοποθετηθεί «πριν» ή «μετά» αυτού που τον δημιουργήσε. Αντίστοιχα, λοιπόν, υπολογίζονται τα εξής:

$$iz_p = \text{sgn}(\mathbf{v}_p \times \mathbf{uF})$$

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{w}_n - \mathbf{w}_{new}$$

$$iz_n = \text{sgn}(\mathbf{v}_n \times \mathbf{uF})$$

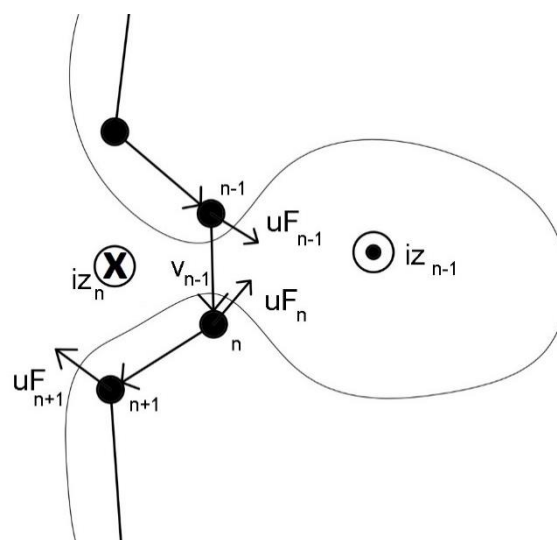
$$\mathbf{v}_n = \mathbf{w}_{new} - \mathbf{w}_n$$

όπου w_{new} και w_n τα συναπτικά βάρη του νέου κόμβου και αυτού που τον δημιουργήσε, αντίστοιχως, ενώ uF είναι ο μέσος όρος των μοναδιαίων διανυσμάτων δύναμης του δεύτερου.

Τελικά, επιλέγεται η φορά που συμφωνεί με το πρόσημο του iz , δηλαδή:

1. Αν $(iz == iz_p) \rightarrow \{\dots \rightarrow new \rightarrow n \rightarrow \dots\}$
2. Διαφορετικά $(iz == iz_n) \rightarrow \{\dots \rightarrow n \rightarrow new \rightarrow \dots\}$

Αξίζει να σημειωθεί ότι, στην περίπτωση που οι κόμβοι του δικτύου, πριν τη δημιουργία του νέου είναι λιγότεροι από τρεις (3), δεν χρειάζεται να γίνει καθορισμός των γειτνιασέων, αφού ο νέος νευρώνας συνορεύει με όλα τα κύτταρα του δικτύου.



Εικόνα 4-8: Επιφάνεια αντικειμένου στην οποία δεν διατηρείται το πρόσημο του εξωτερικού γινομένου σε όλο το μήκος της

Επισημαίνεται ότι, η παραπάνω διαδικασία εγγυάται σωστή αντιστοίχιση γειτονικών νευρώνων στην περίπτωση που το, προς εξερεύνηση, αντικείμενο είναι κλειστή επιφάνεια με, σχετικά, απλή μορφή σε όλο το μήκος του. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις, ενώ η τοπολογία του δικτύου και οι ιδιότητες των αυτό-οργανούμενων χαρτών φαίνεται να διατηρούνται, δεν βρέθηκε κατάλληλη εργασία που να αποδεικνύει την καθολική ορθότητα της διαδικασίας καθορισμού γειτνίασης κόμβων.

c. Καθορισμός τύπου εκτιμητή και αρχικοποίηση εκτίμησης

Ο τύπος εκτιμητή (*Curvature, Planar*) με τον οποίο αρχικοποιείται ο νέος νευρώνας, είναι ίδιος με τον τύπο του κοντινότερου από τους γείτονές του.

Σχετικά με την αρχικοποίηση των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στον αναδρομικό αλγόριθμο ελαχίστων-τετραγώνων, ο νέος κόμβος υιοθετεί τις εκτιμήσεις αυτού στον οποίο οφείλει την δημιουργία του.

Τελικά, ο νέος κόμβος εισάγεται στο δίκτυο στην καλύτερη δυνατή κατάσταση (θέση, αρχικοποίηση).

4.5.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΝΕΥΡΩΝΑ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΓΕΙΤΟΝΙΚΟΥΣ ΤΟΥ

Για τον υπολογισμό των αποστάσεων κάθε νευρώνα από τους γειτονικούς του, αρκεί να βρεθεί η ευκλείδεια απόσταση, του καθενός, από τον ένα γειτονικό του, έστω τον "επόμενο" σε σειρά, δεδομένου ότι, πρόκειται για μια κλειστή αλυσίδα. Με αυτό τον τρόπο, μειώνεται η υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, κάτι πολύ σημαντικό για τις ανάγκες της εργασίας.

4.5.3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΝΕΥΡΩΝΑ: «ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ» Η «ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ»

Ο αλγόριθμος για την αφαίρεση νευρώνων αποτελείται από δύο διαδικασίες:

- A. Κατά την εκτέλεση της πρώτης διαδικασίας, αφαιρούνται οι νευρώνες οι οποίοι περιλαμβάνουν μικρότερο αριθμό δεδομένων από κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι. Για την επιλογή των νευρώνων που θα αφαιρεθούν, εντοπίζεται κάθε φορά ο νευρώνας με τα λιγότερα πρότυπα εισόδου. Αν ο αριθμός των δεδομένων του είναι μικρότερος από το κατώφλι, τότε αφαιρείται, ταξινομώντας όλα τα δεδομένα που διαθέτει στους γειτονικούς του, με κατάλληλο τρόπο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην ικανοποιεί κανένας νευρώνας αυτό το κριτήριο, ή έως ότου απομείνει ένας κόμβος στο δίκτυο. Η πρώτη διαδικασία διακρίνεται με την κωδική ονομασία «Αριθμός Δεδομένων».
- B. Κατά την εκτέλεση της δεύτερης διαδικασίας, αφαιρούνται οι νευρώνες οι οποίοι απέχουν από κάποιο γειτονικό τους απόσταση, κάθετη στην επιφάνεια, μικρότερη από κάποιο προκαθορισμένο κατώφλι. Αρχικά, για τον υπολογισμό των αποστάσεων κάθετα

στην επιφάνεια, μετατρέπεται, για κάθε νευρώνα, ο μέσος όρος του μοναδιαίου διανύσματος της δύναμης σε μορφή γωνιών στο xy -επίπεδο. Επιπλέον, βρίσκεται ο μέσος όρος αυτών των δύο γωνιών, και το αποτέλεσμα επαναμετατρέπεται σε μοναδιαίο διάνυσμα ως εξής:

$$\begin{aligned} \theta_i &= \text{atan}\left(\frac{uF_{iy}}{uF_{ix}}\right) \\ \theta &= \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \\ uv &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \\ p_{uv} &= \begin{bmatrix} -uv(2) \\ uv(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Το διάνυσμα p_{uv} έχει διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια. Η απόλυτη τιμή του εσωτερικού γινομένου του με το διάνυσμα που ενώνει τους δύο γειτονικούς νευρώνες, προκύπτει η απόστασή τους μετρούμενη κατά μήκος της επιφάνειας:

$$d_p = |p_{uv}^T * (p_1 - p_2)|$$

p_i : θέσεις των δύο νευρώνων

Για την επιλογή των νευρώνων που θα αφαιρεθούν, εντοπίζονται κάθε φορά οι νευρώνες που απέχουν τη μικρότερη απόσταση, κάθετη στην επιφάνεια. Αν αυτή η απόσταση είναι μικρότερη από το κατώφλι, τότε αφαιρείται ο ένας από τους δύο, ταξινομώντας όλα τα δεδομένα που διαθέτει στους γειτονικούς του, με κατάλληλο τρόπο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην ικανοποιεί κανένας νευρώνας αυτό το κριτήριο, ή έως ότου απομείνει ένας κόμβος στο δίκτυο. Η δεύτερη διαδικασία διακρίνεται με την κωδική ονομασία «Αποστάσεις».

Επισημαίνεται ότι, και στις δύο διαδικασίες είναι δυνατό να αφαιρεθούν νευρώνες μόνο στην περίπτωση που ο συνολικός αριθμός των κόμβων του δικτύου είναι μεγαλύτερος από έναν (1). Με λίγα λόγια, επιβάλλεται, πάντα, το δίκτυο να διαθέτει τουλάχιστον ένα (1) νευρώνα.

4.6 ΑΠΟΔΟΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

Από τις αναλύσεις και τις περιγραφές που προηγήθηκαν, όλες αφορούν κομμάτια της εφαρμογής που σχετίζονται με την προσαρμογή ενός δικτύου στο σύνολο δεδομένων, την εκτίμηση των τοπικών γεωμετρικών και δυναμικών χαρακτηριστικών, κλπ. Ωστόσο, όλες οι παραπάνω διαδικασίες γίνονται για τον υπολογισμό μιας εικονικής δύναμης η οποία προσεγγίζει την πραγματική, και παρέχει τη δυνατότητα στο χρήστη να αντιλαμβάνεται το σχήμα του αντικειμένου που εξερευνά, καθώς και διάφορα δυναμικά χαρακτηριστικά του.

Για την «παραγωγή», αυτής, της εικονικής δύναμης χρησιμοποιούνται οι εκτιμήσεις των τοπικών χαρακτηριστικών όπως υπολογίστηκαν από τους αναδρομικούς εκτιμητές, για κάθε νευρώνα ξεχωριστά και για όλα τα δεδομένα που έχουν ληφθεί μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή. Η πιο απλή ακολουθία βημάτων η οποία μοιάζει, εκ πρώτης όψews, λογική είναι η εξής:

0. Εντοπισμός κοντινότερου νευρώνα (Αυτό το βήμα λογίζεται ως «μηδέν» (0), καθώς στον αλγόριθμο που εξετάζεται είναι μια διαδικασία που έχει ήδη πραγματοποιηθεί όταν λαμβάνεται κάθε δεδομένο)
1. Επιλογή «κυρίαρχου» εκτιμητή του νικητή-νευρώνα: Για την απόδοση της δύναμης επιλέγεται ο εκτιμητής ο οποίος φαίνεται να παρουσιάζει μεγαλύτερο ποσοστό σύγκλισης για το νικητή-νευρώνα
2. Έλεγχος αν υπάρχει διείσδυση (*penetration*) στην επιφάνεια και υπολογισμός της εικονικής δύναμης, αν υπάρχει, χρησιμοποιώντας τις τοπικές παραμέτρους του εκτιμητή που επιλέχθηκε στο παραπάνω βήμα
3. Απόδοση της υπολογισμένης δύναμης στο χρήστη μέσω του ρομποτικού βραχίονα

Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται λογική και επαρκής για την απόδοση της δύναμης, ωστόσο σε αυτό το σημείο, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω, κάνει την εμφάνισή του το βασικό πρόβλημα της ασυνέχειας.

Κατά την εξερεύνηση σε άγνωστο περιβάλλον, το τελικό στοιχείο δράσης του ρομποτικού βραχίονα μετακινείται κατά μήκος της επιφάνειας του άγνωστου αντικειμένου, με αποτέλεσμα να αλλάζει, με συχνό τρόπο, ο τρέχοντας νικητής νευρώνας. Η μετάβαση σε διαφορετικούς κόμβους, οδηγεί και σε διαφορετικά εκτιμώμενα τοπικά χαρακτηριστικά. Εξαιτίας αυτής της μετάβασης, είναι πολύ πιθανό να συμβεί ασυνέχεια στην εικονική δύναμη, δηλαδή κάποια απότομη μεταβολή στο μέτρο ή και τη διεύθυνσή της. Αυτό είναι φυσικό, αν αναλογιστεί κανείς ότι, κάθε νευρώνας επιχειρεί την προσέγγιση των τοπικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών, είτε με κύκλο, είτε με ευθεία. Στην περίπτωση, λοιπόν, που η εικονική δύναμη, η οποία επιστρέφεται σαν αντίδραση στο χρήστη, μεταβάλλεται απότομα, τότε η ανακατασκευή του αντικειμένου θεωρείται ανεπιτυχής, αφού έχει υποτεθεί επιφάνεια χωρίς «γωνίες».

Η ασυνέχεια στην απόδοση της δύναμης, εξαιτίας των μεταβάσεων σε διαφορετικούς νικητές-νευρώνες, απαιτεί την περιγραφή μιας πιο περίπλοκης διαδικασίας, όπως αυτή που

προτείνεται στη (Morgenbesser & Srinivasan, 1996), στην οποία ο υπολογισμός της δύναμης λαμβάνεται ως ένας σταθμισμένος μέσος όρος γεωμετρικών αποστάσεων, και εφαρμόζεται σε επίπεδο ή χώρο που έχει υποστεί τριγωνοποίηση (*triangulation*).

Μια προσαρμοσμένη λύση στο πρόβλημα που περιγράφηκε, κατάλληλη για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, φαίνεται να είναι η χρήση ενός είδους «παρεμβολής» των τοπικών χαρακτηριστικών γειτονικών κόμβων. Για τον υπολογισμό, δηλαδή, της εικονικής δύναμης λαμβάνεται ένας σταθμισμένος μέσος όρος των τοπικών χαρακτηριστικών του νικητή νευρώνα και των γειτονικών του.

Στη διαδικασία της παρεμβολής, είναι δυνατόν να εμπλακεί μεγάλος αριθμός γειτονικών νευρώνων γύρω από το νικητή. Στο πλαίσιο της εργασίας, το δίκτυο του αυτο-οργανούμενου χάρτη είναι μονοδιάστατο, δηλαδή έχει τη μορφή κλειστής αλυσίδας κόμβων. Με βάση αυτό, κρίθηκε καταλληλότερη η χρήση μόνο ενός γείτονα από κάθε πλευρά του νικητή για την υλοποίηση της παρεμβολής, δηλαδή σύνολο τριών (3) διαδοχικών κόμβων.

Είναι πολύ συχνό φαινόμενο, ειδικότερα στα πρώτα στάδια της «ύπαρξης» ενός νευρώνα, δηλαδή στο άμεσο χρονικό διάστημα μετά τη «γέννησή» του, οι εκτιμώμενοι παράμετροι που διαθέτει να μην έχουν συγκλίνει επαρκώς, εξαιτίας της ύπαρξης μικρού αριθμού δειγμάτων, με αποτέλεσμα η ανακατασκευή των χαρακτηριστικών της τοπικής περιοχής να μην ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αυτή η λανθασμένη εκτίμηση μπορεί να οδηγήσει, σε πολλές περιπτώσεις, σε εξαγωγή δύναμης μεγάλου μέτρου, είτε καταστρέφοντας το μηχανισμό, είτε αποτρέποντας την σωστή εξερεύνηση του αντικειμένου, ή και να επηρεάσει την αναπαράσταση της δύναμης σε γειτονικούς νευρώνες, οι εκτιμήσεις των οποίων έχουν συγκλίνει. Για όλους τους παραπάνω λόγους, τίθεται το εξής κριτήριο, για τη συμμετοχή ενός νευρώνα στην αναπαράσταση της δύναμης:

- ❖ Κάθε νευρώνας επιτρέπεται να συμμετάσχει στη διαδικασία της παρεμβολής για την απόδοση της εικονικής δύναμης, μόνο αν διαθέτει στη δομή του μεγαλύτερο αριθμό δεδομένων από αυτόν που ορίζει ένα προκαθορισμένο κατώφλι.

Επιπλέον, εκτός από το παραπάνω κριτήριο, ορίστηκε και άλλος ένας περιορισμός για την απόδοση της εικονικής δύναμης, με βάση τον οποίο αν ο νικητής-νευρώνας δεν πληροί τα κριτήρια που τον αφορούν, τότε η ζητούμενη δύναμη μηδενίζεται, επιτρέποντας στο χρήστη να συλλέξει περισσότερα δεδομένα, αφού ο μηχανισμός δεν αντιδρά στην κίνησή του.

Τα βήματα που ακολουθούνται για τη διαδικασία της παρεμβολής και της εξαγωγής της δύναμης, βασίζονται στον «τύπο του εκτιμητή» για κάθε νευρώνα (δηλαδή τον εκτιμητή που προσεγγίζει καλύτερα τα τοπικά χαρακτηριστικά, όπως εξηγήθηκε παραπάνω), και είναι τα εξής:

1. Αν υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαδοχικοί νευρώνες, των οποίων ο «τύπος του εκτιμητή» είναι «Καμπύλη» (*Curvature*) (C), τότε πραγματοποιείται παρεμβολή των εκτιμώμενων παραμέτρων των διαδοχικών “ C ” νευρώνων. Στη συνέχεια, εξετάζεται

αν υπάρχει διείσδυση «στον κύκλο που συνίσταται μετά την παρεμβολή των χαρακτηριστικών», και υπολογίζεται η δύναμη που οφείλεται σε αυτή.

2. Για τον καθένα από τους υπόλοιπους νευρώνες, αν απέμειναν, εξετάζεται αν υπάρχει διείσδυση «στον κύκλο (για τους “C”), ή στην ευθεία (για τους “P”) που συνίσταται από τις εκτιμώμενες παραμέτρους τους», και υπολογίζεται η κατάλληλη δύναμη.
3. Αν οι δυνάμεις που υπολογίστηκαν από τα παραπάνω βήματα, είναι περισσότερες από μία, τότε παρεμβάλλονται με βάση τις αντίστοιχες μετρούμενες αποστάσεις, όπως αυτές παρουσιάζονται στη συνέχεια, και υπολογίζεται η εικονική.

Η διαδικασία, όπως περιγράφηκε πιο πάνω, αφορά τη γενικευμένη περίπτωση, κατά την οποία οι «ικανοί γείτονες», δηλαδή αυτοί που πληρούν τα κατάλληλα κριτήρια και μπορούν να συμμετάσχουν στην εξαγωγή της εικονικής δύναμης, είναι τρεις (3). Ωστόσο, οι νευρώνες που συμμετάσχουν στην απόδοση δύναμης μπορεί να είναι λιγότεροι, είτε γιατί το δίκτυο δεν έχει αναπτυχθεί επαρκώς και διαθέτει λιγότερους κόμβους, είτε γιατί οι γειτονικοί δεν πληρούν κάποια κριτήρια. Διακρίνονται και αναλύονται οι εξής τρεις περιπτώσεις:

1. Στην περίπτωση που, στην απόδοση δύναμης χρησιμοποιείται ένας κόμβος, ο νικητής, τότε ακολουθείται η ίδια διαδικασία με αυτήν που περιγράφηκε για τον υπολογισμό της εικονικής δύναμης «χωρίς παρεμβολή».
2. Αν οι νευρώνες που συμμετάσχουν στην απόδοση δύναμης είναι, ακριβώς, δύο (2), ενώ ταυτόχρονα είναι οι μοναδικοί του δικτύου, τότε διακρίνονται οι εξής δύο υποπεριπτώσεις:
 - a. Αν πρόκειται για δύο “C” κόμβους, αρχικά, λαμβάνεται, με βάση τις αποστάσεις του προτύπου εισόδου από αυτούς, ένας σταθμισμένος μέσος όρος των εκτιμώμενων παραμέτρων, στη συνέχεια, εξετάζεται αν υπάρχει διείσδυση «στον κύκλο που συνίσταται μετά την παρεμβολή των χαρακτηριστικών», και υπολογίζεται η δύναμη που οφείλεται σε αυτή.
 - b. Σε κάθε άλλη περίπτωση, εξετάζεται αν υπάρχει διείσδυση «στον κύκλο (για τους “C”) ή στην ευθεία (για τους “P”) που συνίσταται από τις εκτιμώμενες παραμέτρους τους», και υπολογίζεται η κατάλληλη δύναμη. Στη συνέχεια, οι δύο δυνάμεις παρεμβάλλονται με βάση τις αντίστοιχες μετρούμενες αποστάσεις, και υπολογίζεται η εικονική.
3. Αν οι νευρώνες που συμμετάσχουν στην απόδοση δύναμης είναι, ακριβώς, δύο (2), ενώ το δίκτυο αποτελείται από περισσότερους, τότε ακολουθείται η ίδια διαδικασία που περιγράφηκε για τον υπολογισμό της εικονικής δύναμης «με παρεμβολή», χρησιμοποιώντας και τους δύο γειτονικούς για τον υπολογισμό των αποστάσεων, χωρίς, ωστόσο, να συνεισφέρει στην εξαγωγή της δύναμης, αυτός που δεν πληροί τα κριτήρια.

Ο παρακάτω πίνακας, συνοψίζει όλες τις περιπτώσεις οι οποίες μπορεί να προκύψουν στην περίπτωση της παρεμβολής, είτε χαρακτηριστικών, είτε δυνάμεων, κατά τη διαδικασία της εξερεύνησης (*exploration*):

Ακολουθία τύπων γειτονικών νευρώνων	Υπολογισμός δύναμης
$P_p - P_w - P_n$	$\begin{pmatrix} F_p \\ F_w \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{F_w + (e_p * \lambda_p)F_p + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_w + (e_p * \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$P_p - P_w - C_n$	$\begin{pmatrix} F_p \\ F_w \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{F_w + (e_p * \lambda_p)F_p + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_w + (e_p * \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$P_p - C_w - P_n$	$\begin{pmatrix} F_p \\ F_w \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{F_w + (e_p * \lambda_p)F_p + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_w + (e_p * \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$P_p - C_w - C_n$	$p_{in} = \frac{p_w + \lambda_n * p_n}{1 + \lambda_n} \rightarrow \begin{pmatrix} F_{in} \\ F_p \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{(1 + \lambda_n)F_{in} + (e_p * \lambda_p)F_p}{e_{in} * (1 + \lambda_n) + (e_p * \lambda_p)}$
$C_p - P_w - P_n$	$\begin{pmatrix} F_p \\ F_w \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{F_w + (e_p * \lambda_p)F_p + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_w + (e_p * \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$C_p - P_w - C_n$	$\begin{pmatrix} F_p \\ F_w \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{F_w + (e_p * \lambda_p)F_p + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_w + (e_p * \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$C_p - C_w - P_n$	$p_{ip} = \frac{p_w + \lambda_p * p_p}{1 + \lambda_p} \rightarrow \begin{pmatrix} F_{ip} \\ F_n \end{pmatrix} \rightarrow F_i = \frac{(1 + \lambda_p)F_{ip} + (e_n * \lambda_n)F_n}{e_{ip} * (1 + \lambda_p) + (e_n * \lambda_n)}$
$C_p - C_w - C_n$	$p_i = \frac{p_w + \lambda_p * p_p + \lambda_n * p_n}{2} \rightarrow F_i$

Πίνακας 4-2: Υπολογισμός εικονικής δύναμης για κάθε ακολουθία «τύπων» γειτονικών κόμβων

όπου το p_j για $j = \{w, p, n, in, ip, i\}$ υποδηλώνει τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν την εκτιμώμενη τοπική καμπυλότητα $p = \{p_c, R, K\}$, το F_j για $j = \{w, p, n, in, ip\}$ υποδηλώνει τη δύναμη που εξάγεται από τα χαρακτηριστικά που υποδεικνύει το j , ενώ το F_i υποδηλώνει την τελική δύναμη αντίδρασης που προκύπτει από τη διαδικασία παρεμβολής και εφαρμόζεται στο χρήστη. Τέλος, η μεταβλητή e_j για $j = \{w, p, n, in, ip\}$ είναι δυαδική και

λαμβάνει μοναδιαία τιμή ($e_j = 1$), όταν το μέτρο της αντίστοιχης δύναμης F_j είναι μεγαλύτερο από μηδέν, ενώ η τιμή γίνεται μηδενική ($e_j = 0$), όταν το μέτρο της αντίστοιχης δύναμης F_j ισούται με μηδέν.

Οι αποστάσεις στις οποίες κάνει αναφορά ο παραπάνω πίνακας, όταν το δίκτυο διαθέτει περισσότερους από δύο νευρώνες, υπολογίζονται ως εξής:

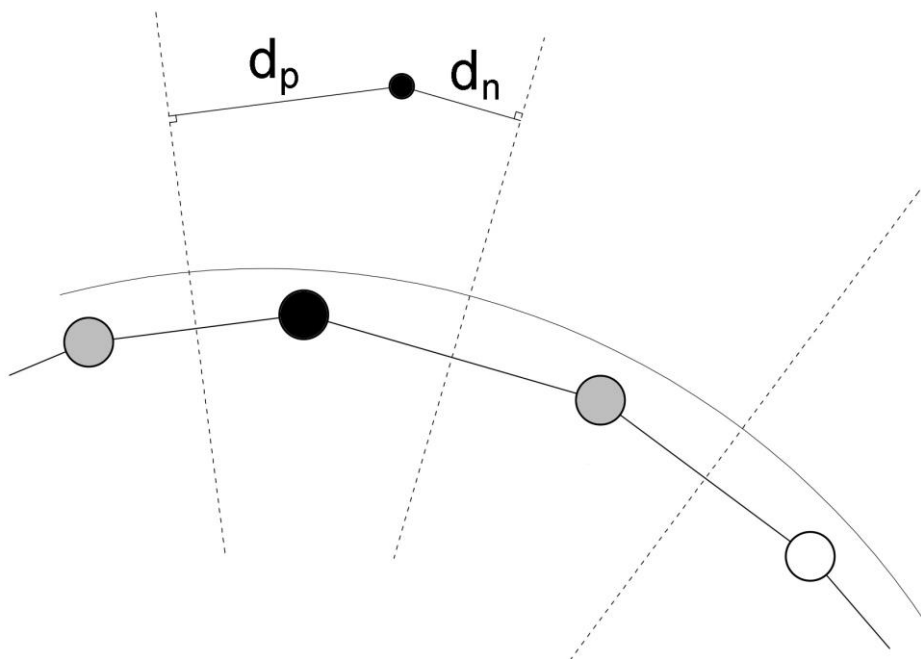
Αρχικά, από τις ακμές οι οποίες ενώνουν τους δύο γειτονικούς κόμβους με το νικητή, προκύπτουν δύο μεσοκάθετοι. Ακολούθως, υπολογίζονται οι αποστάσεις του προτύπου εισόδου από αυτές, έστω d_p, d_n . Τα βάρη με τα οποία συνεισφέρει στην εξαγωγή της δύναμης καθένας από τους γειτονικούς είναι:

$$\lambda_p = \frac{d_n}{d}$$

$$\lambda_n = \frac{d_p}{d}$$

όπου $d = d_p + d_n$

Η παρακάτω απεικόνιση, διευκολύνει αρκετά την κατανόηση, όσων περιγράφηκαν σχετικά με τις αποστάσεις:



Εικόνα 4-9: Υπολογισμός αποστάσεων από τις μεσοκάθετους για την απόδοση δύναμης

Παρατηρείται ότι, κάθε βάρος είναι, κανονικοποιημένο, αφού το άθροισμά τους είναι, πάντα, μονάδα ($\lambda_p + \lambda_n = 1$). Από την άλλη, παρατηρείται ότι, η απόσταση του προτύπου εισόδου από μια μεσοκάθετο είναι αντιστρόφως ανάλογη της συνεισφοράς του αντίστοιχου νευρώνα στη διαδικασία της παρεμβολής, κάτι που απαιτείται στο πλαίσιο της εργασίας. Έτσι προκύπτει ο σταθμισμένος μέσος όρος της συνεισφοράς των δύο γειτονικών νευρώνων. Επιλέγεται, τελικά, η εξαγωγή της δύναμης να προκύπτει ως ο μέσος όρος της συνεισφοράς του νικητή-νευρώνα και της σταθμισμένης συνεισφοράς των γειτονικών.

Επισημαίνεται ότι, για τον υπολογισμό των αποστάσεων γίνεται χρήση, και των τριών νευρώνων (νικητή + γειτονικών), ασχέτως, αν οι γειτονικοί πληρούν τα κριτήρια, στα οποία έχει γίνει ήδη αναφορά.

Από την άλλη, η διαδικασία για την εξαγωγή της δύναμης από χαρακτηριστικά, διακρίνεται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με το είδος της επιφάνειας (κυκλική ή επίπεδη) που αυτά αφορούν:

1. Τοπική Καμπυλότητα: Με τη σειρά της, η παρούσα κατηγορία, διακρίνεται σε δύο περιπτώσεις, ανάλογα με το πρόσημο της τιμής της ακτίνας. Σύμφωνα με το μοντέλο που έχει επιλεγεί για την προσέγγιση της δύναμης που εξάγεται από μία κυκλική επιφάνεια, αν η τιμή της αντίστοιχης ακτίνας είναι μη-αρνητική ($R \geq 0$), τότε πρόκειται για κυρτή επιφάνεια, ενώ σε αντίθετη περίπτωση, πρόκειται για κοίλη. Πιο συγκεκριμένα:

- a. Κυρτή Επιφάνεια: Υπολογίζεται η απόσταση του σημείου επαφής από το εκτιμώμενο κέντρο $d(p, p_c)$. Αν αυτή η απόσταση είναι μικρότερη από το μέτρο της εκτιμώμενης ακτίνας ($|R| > d(p, p_c)$), τότε θεωρείται ότι υπάρχει επαφή με το αντικείμενο και η δύναμη υπολογίζεται ως εξής:

$$F = K * (|R| - d(p, p_c)) * \widehat{uF}$$

$$\widehat{uF} = \frac{p - p_c}{\|p - p_c\|}$$

Σε αντίθετη περίπτωση ($|R| \leq d(p, p_c)$), η προκύπτουσα δύναμη είναι μηδενική:

$$F = 0$$

- b. Κοίλη Επιφάνεια: Υπολογίζεται η απόσταση του σημείου επαφής από το εκτιμώμενο κέντρο $d(p, p_c)$. Αν αυτή η απόσταση είναι μεγαλύτερη από το μέτρο της εκτιμώμενης ακτίνας ($|R| < d(p, p_c)$), τότε θεωρείται ότι υπάρχει επαφή με το αντικείμενο και η δύναμη υπολογίζεται ως εξής:

$$F = K * (|R| - d(p, p_c)) * \widehat{uF}$$

$$\widehat{uF} = \frac{p - p_c}{\|p - p_c\|}$$

Σε αντίθετη περίπτωση ($|R| \geq d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_c)$), η προκύπτουσα δύναμη είναι μηδενική:

$$\mathbf{F} = 0$$

2. Επίπεδη Επιφάνεια: Υπολογίζεται το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος που ενώνει το σημείο επαφής και το εκτιμώμενο τυχαίο σημείο της επιφάνειας, με το εκτιμώμενο μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθετο στην επιφάνεια, ως εξής:

$$d = (\mathbf{p}_r - \mathbf{p})^T * \widehat{\mathbf{u}}\mathbf{F}$$

Το μέτρο του εσωτερικού γινομένου d , εκτός των άλλων, υποδεικνύει και την απόσταση του σημείου επαφής από την επίπεδη επιφάνεια.

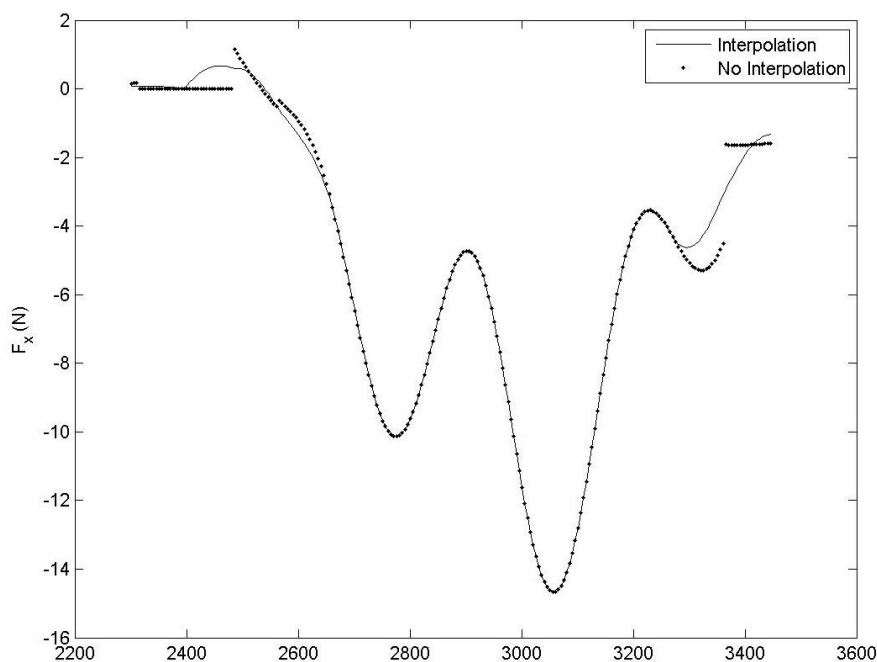
Αν η τιμή του εσωτερικού γινομένου είναι θετική ($d > 0$), τότε θεωρείται ότι, υπάρχει επαφή μεταξύ του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού βραχίονα με το άγνωστο αντικείμενο, η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{F} = K * d * \widehat{\mathbf{u}}\mathbf{F}$$

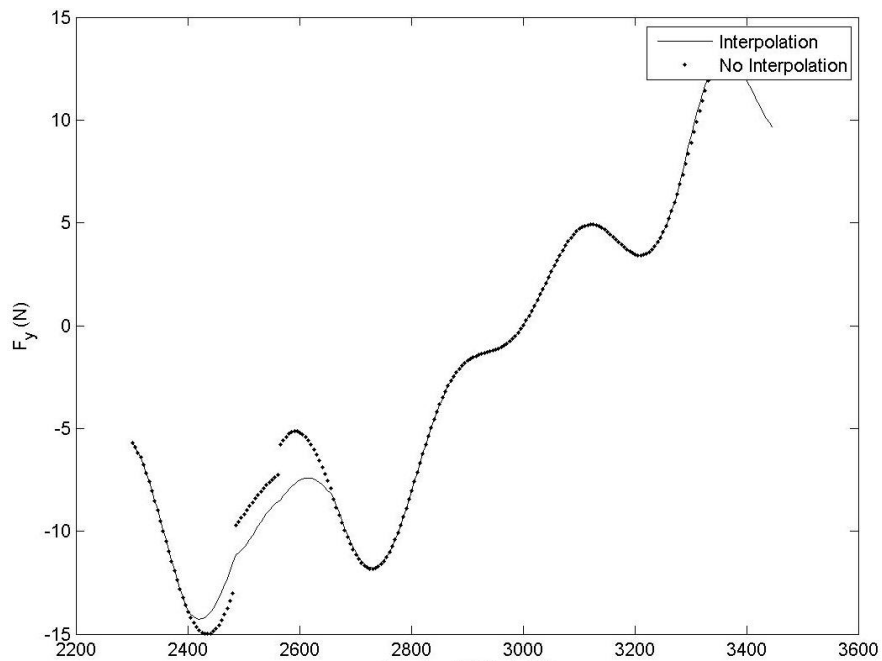
Σε αντίθετη περίπτωση ($d \leq 0$), η προκύπτουσα δύναμη είναι μηδενική:

$$\mathbf{F} = 0$$

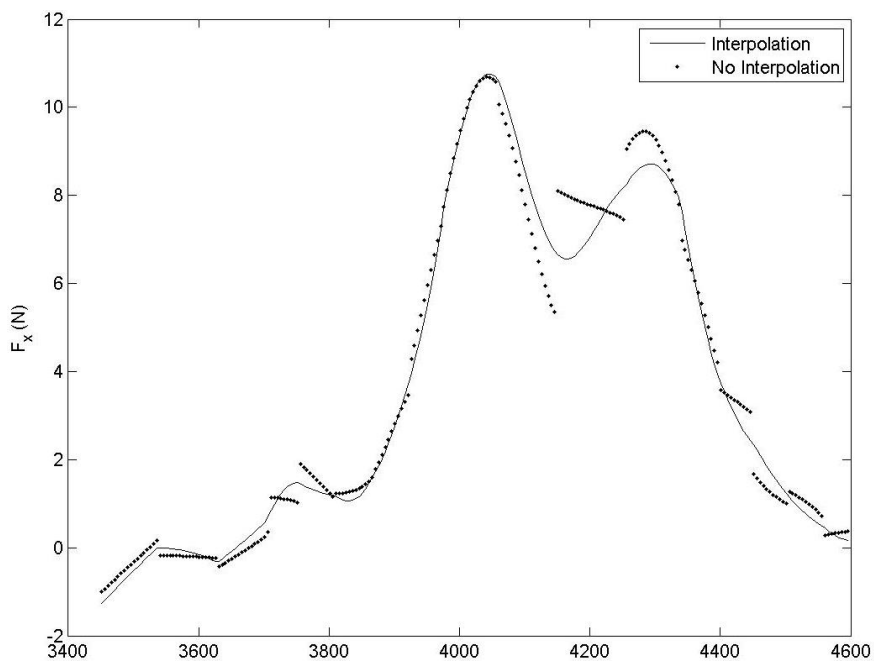
Επισημαίνεται ότι, η διαδικασία της παρεμβολής θα μπορούσε να αφορά μεγαλύτερο αριθμό γειτονικών νευρώνων (εύρος γεινίασης), ωστόσο τα αποτελέσματα που εξήχθησαν, φαίνεται να ικανοποιούν τις απαιτήσεις της εργασίας, συνεπώς, δεν χρειάζεται περαιτέρω επέκταση στην προσέγγιση που χρησιμοποιείται.



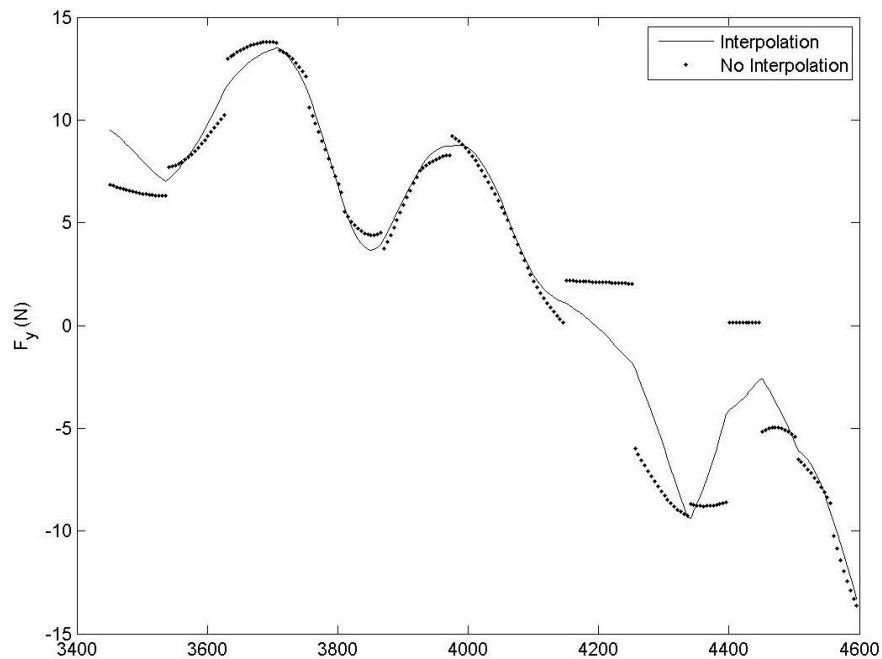
Εικόνα 4-10: Απόδοση δύναμης F_x με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 3)



Εικόνα 4-11: Απόδοση δύναμης F_y με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 3)



Εικόνα 4-12: Απόδοση δύναμης F_x με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 4)



Εικόνα 4-13: Απόδοση δύναμης F_y με, και χωρίς, εφαρμογή παρεμβολής (Φάση 4)

Στην παραπάνω γραφική απεικόνιση των δυνάμεων, με και χωρίς εφαρμογή της διαδικασίας παρεμβολής, για την εξερεύνηση ενός άγνωστου αντικειμένου, καμπύλης επιφάνειας, με ήδη εκπαιδευμένο δίκτυο, είναι εμφανή τα πλεονεκτήματα της μεθόδου που προτείνεται. Πιο συγκεκριμένα, διακρίνονται οι απότομες μεταβολές σε κάθε συνιστώσα της εικονικής δύναμης, όταν αλλάζει ο νικητής-νευρώνας, στην περίπτωση που δεν εφαρμόζεται παρεμβολή (*interpolation*), ενώ, στην άλλη περίπτωση, τις ίδιες χρονικές στιγμές, η μετάβαση στα διαφορετικά τοπικά χαρακτηριστικά γίνεται με ομαλό τρόπο.

Επισημαίνεται ότι οι παραπάνω γραφικές απεικονίσεις αφορούν το ενδιάμεσο εκπαιδευμένο μοντέλο της καμπύλης επιφάνειας αντικειμένου, όπως αυτή παρουσιάζεται στην παράγραφο 4.8.

4.7 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΙΜΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Μέχρι στιγμής, έχει γίνει αναφορά στις διάφορες διαδικασίες που εκτελούνται κατά την εξερεύνηση του απομακρυσμένου αντικειμένου, με παραμετρικό τρόπο. Ωστόσο, η επιλογή των τιμών των παραμέτρων που παρουσιάστηκαν, τόσο στο παρόν, όσο και στα προηγούμενα κεφάλαια, καθώς, και ο κατάλληλος συνδυασμός τους, είναι καθοριστικά για την λειτουργία του αλγορίθμου, και την ικανοποίηση των επιθυμητών προδιαγραφών.

Ακολουθούν, ενδεικτικά, οι τιμές των σταθερών παραμέτρων του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στην επόμενη παράγραφο:

- Αρχικοποίηση παραμέτρων εκτιμητών
 - Εκτιμητής Καμπύλης
 - Τοπικό Κέντρο: $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (cm)
 - Τοπική Ακτίνα: 1 (cm)
 - Τοπικός Συντελεστής Ακαμψίας: $1 \left(\frac{N}{cm} \right)$
 - Εκτιμητής Επιπέδου
 - Τοπικό Μοναδιαίο Διάνυσμα Κάθετο στην Επιφάνεια: $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (cm)
 - Τυχαίο Σημείο πάνω στο Επίπεδο: $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (cm)
 - Τοπικός Συντελεστής Ακαμψίας: $1 \left(\frac{N}{cm} \right)$:
 - Πίνακας βήματος σύγκλισης
 - $delta(\delta)$: 0.0001
 - $P = \frac{I}{delta}$
 - Παράγοντας λησμόνησης ($lambda$): 0.98
- Παράμετροι αυτο-οργανούμενου χάρτη
 - Αρχικό μέγεθος δικτύου: 1 (νευρώνας)
 - Ελάχιστο μέγεθος δικτύου: 1 (νευρώνας)
 - Εύρος γειτονιάς: Καθορίζει το συντελεστή με τον οποίο επηρεάζονται οι γείτονες του νικητή-νευρώνα από τα δεδομένα του
 - Εξίσωση που καθορίζει το εύρος γειτονιάς:

$$sigma = somSigmaMag * exp\left(-\frac{x}{somSigmaCoeff}\right)$$
 - $somSigmaMag$: 1

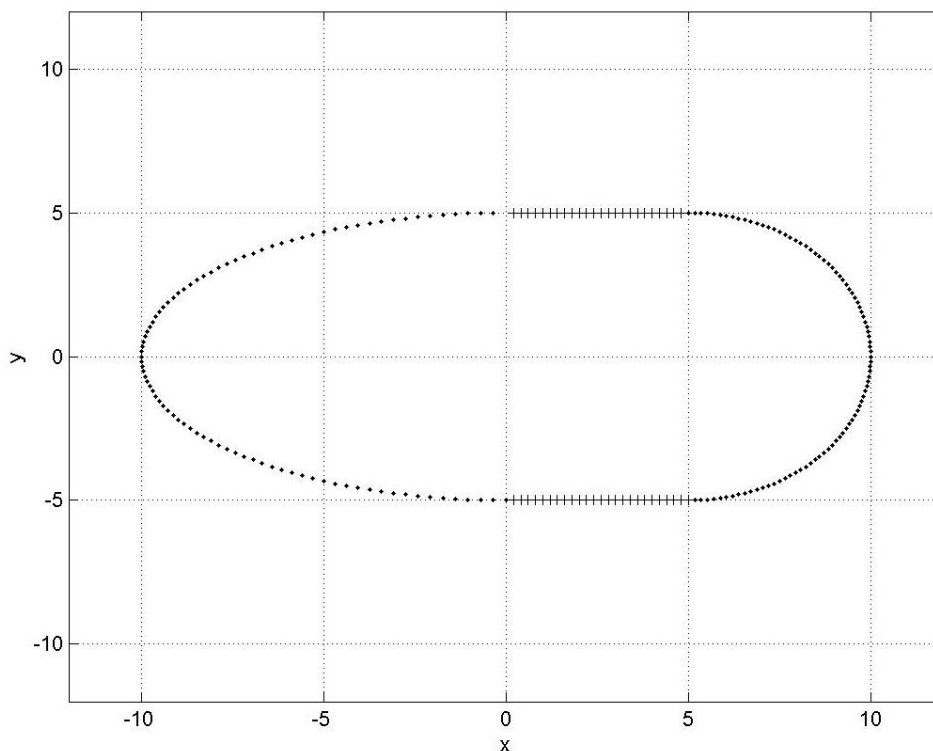
- *somSigmaCoeff*: 8
 - Συντελεστής που επηρεάζει την αρχική θέση ενός νέου νευρώνα (*insertNodeCoeff*): 1
 - Αριθμός δειγμάτων που λαμβάνονται κάθε φορά πριν την ανανέωση των βαρών του δικτύου: 50 (δείγματα)
 - Μέγιστος αριθμός δειγμάτων σε κάθε νευρώνα: 20 (δείγματα)
 - Μέγιστο κατώφλι τυπικής απόκλισης, πάνω από την οποία λαμβάνει χώρα προσθήκη νευρώνα: 0.8 (cm)
 - Ελάχιστο κατώφλι αριθμού δεδομένων ενός νευρώνα, κάτω από το οποίο λαμβάνει χώρα αφαίρεσή του: 0 (δεδομένα)
 - Ελάχιστο κατώφλι ευκλείδειας απόστασης, κάθετη στην επιφάνεια, μεταξύ γειτονικών νευρώνων, κάτω από το οποίο λαμβάνει χώρα αφαίρεση του ενός: 0.4 (cm)
- Σταθερά για τον καθορισμό του κυρίαρχου «τύπου του εκτιμητή» κάθε κόμβου: 50
- Παράμετροι απόδοσης δύναμης
 - Ελάχιστο κατώφλι μέτρου δύναμης, κάτω από το οποίο το αντίστοιχο δεδομένο δεν εισάγεται στο δίκτυο: 0.001 (N)
 - Ελάχιστο κατώφλι αριθμού δεδομένων ενός νευρώνα, κάτω από το οποίο δεν συμμετέχει στην απόδοση δύναμης: 10 (δεδομένα)

4.8 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Η παρούσα παράγραφος αποτελεί πολύ σημαντικό και αναπόσπαστο κομμάτι στο πλαίσιο της εργασίας, καθώς, παρουσιάζονται γραφικά, και στη συνέχεια, αναλύονται, τα αποτελέσματα που εξάγονται από προσομοιώσεις σε υπολογιστικό περιβάλλον.

Τα αποτελέσματα που εξάγονται από τις προσομοιώσεις σε υπολογιστικό περιβάλλον, μπορεί να μην θεωρούνται “ασφαλή” από την άποψη ότι, δεν διεξάγονται κάτω από πραγματικές συνθήκες, ωστόσο, αποτελούν μια ικανοποιητική προσέγγιση, και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο της ορθότητας του αλγορίθμου.

Ακολουθεί η γραφική απεικόνιση των συνιστωσών, τόσο των πραγματικών, όσο και των εικονικών, δυνάμεων που εξάγονται από την προσομοίωση του αλγορίθμου πάνω στην εξερεύνηση που λαμβάνει χώρα στην παρακάτω επιφάνεια.



Εικόνα 4-14: Επιφάνεια αντικειμένου που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση

Η, προς εξερεύνηση, επιφάνεια, όπως φαίνεται παραπάνω, αποτελείται από 4 τμήματα. Ακολουθώντας την ωρολογιακή φορά (*clockwise*) εντοπίζουμε τα εξής:

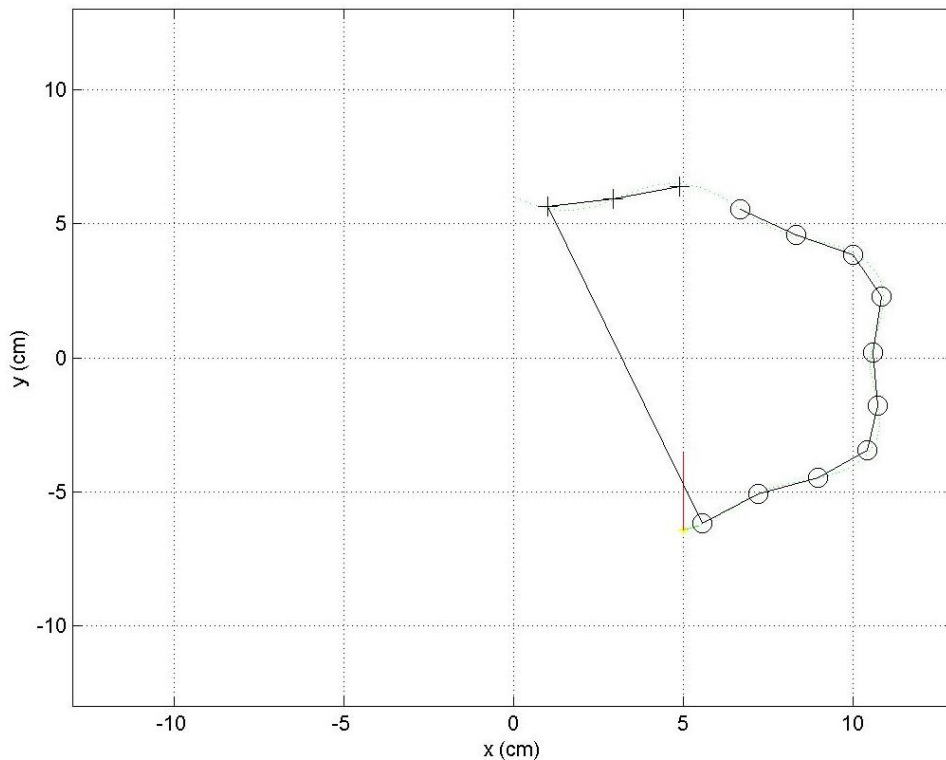
1. Αριστερά: Ελλειψοειδή Επιφάνεια
2. Πάνω: Επίπεδη Επιφάνεια

3. Δεξιά: Κυκλική Επιφάνεια

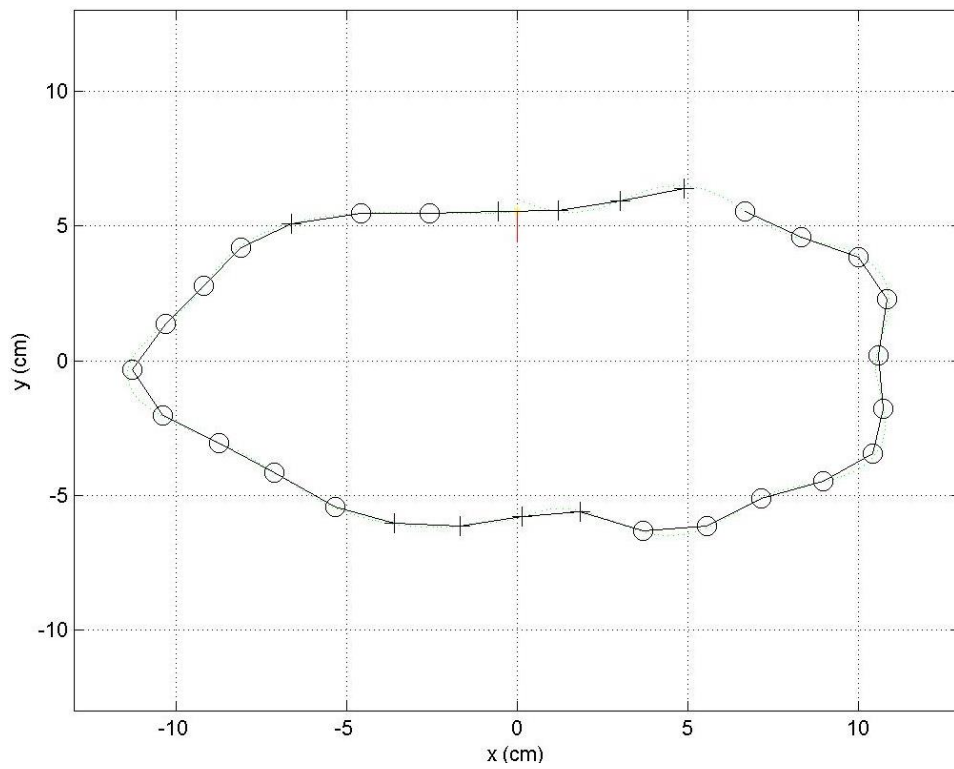
4. Κάτω: Επίπεδη Επιφάνεια

Η επιφάνεια επιλέγεται, έτσι ώστε να εξεταστεί η συμπεριφορά του αλγορίθμου, τόσο σε επιφάνεια μεταβαλλόμενης καμπυλότητας, όσο και σε επίπεδη επιφάνεια.

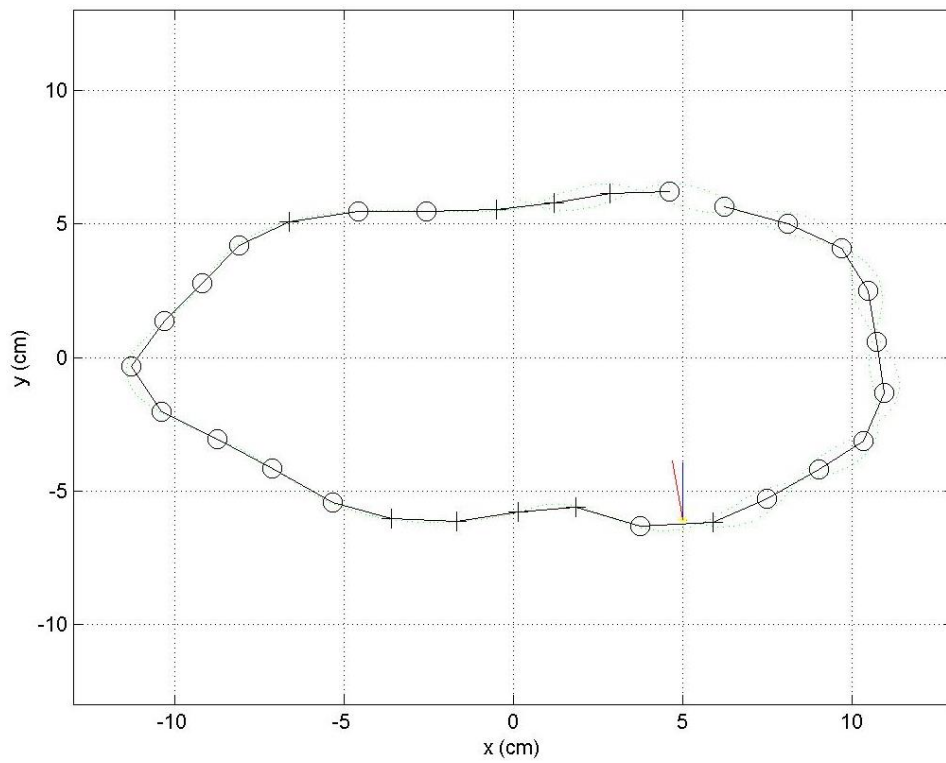
Στις παρακάτω απεικονίσεις, παρατηρείται ότι, η ανάπτυξη του αυτο-οργανούμενου χάρτη ακολουθεί τη λήψη των προτύπων εισόδου, εκπροσωπώντας όλα τα τμήματα της επιφάνειας που έχουν εξερευνηθεί. Επίσης, φαίνεται ότι, η επιλογή μικρής τιμής μέγιστου κατωφλίου για την τυπική απόκλιση των δεδομένων κάθε νευρώνα, τοποθετεί τους κόμβους του δικτύου, αρκετά, κοντά μεταξύ τους.



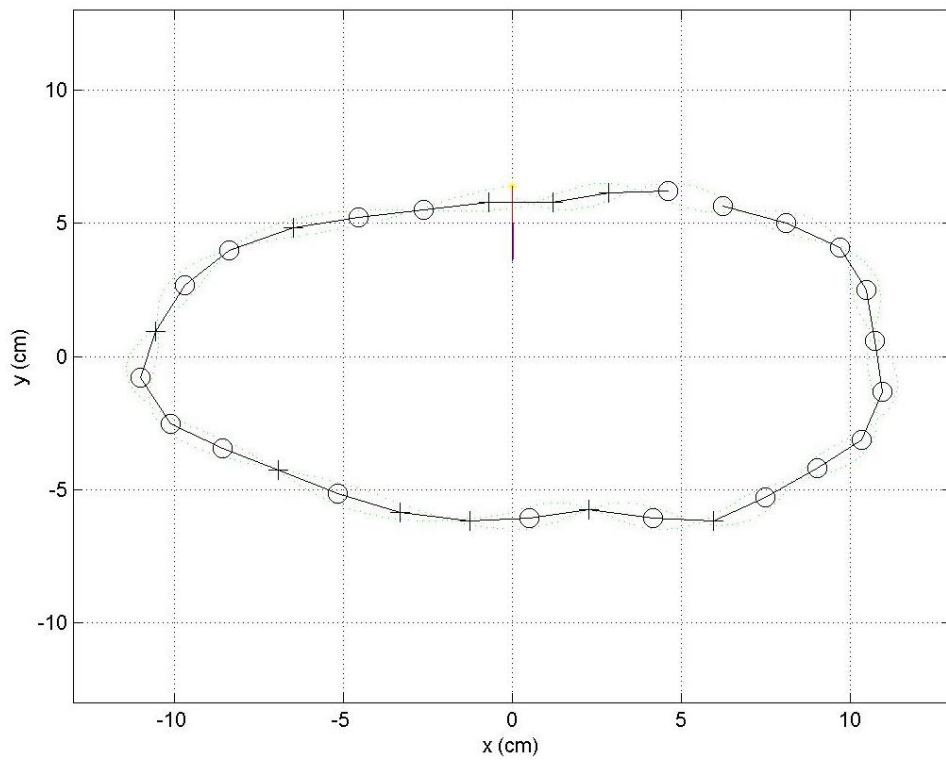
Εικόνα 4-15: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 1)



Εικόνα 4-16: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 2)



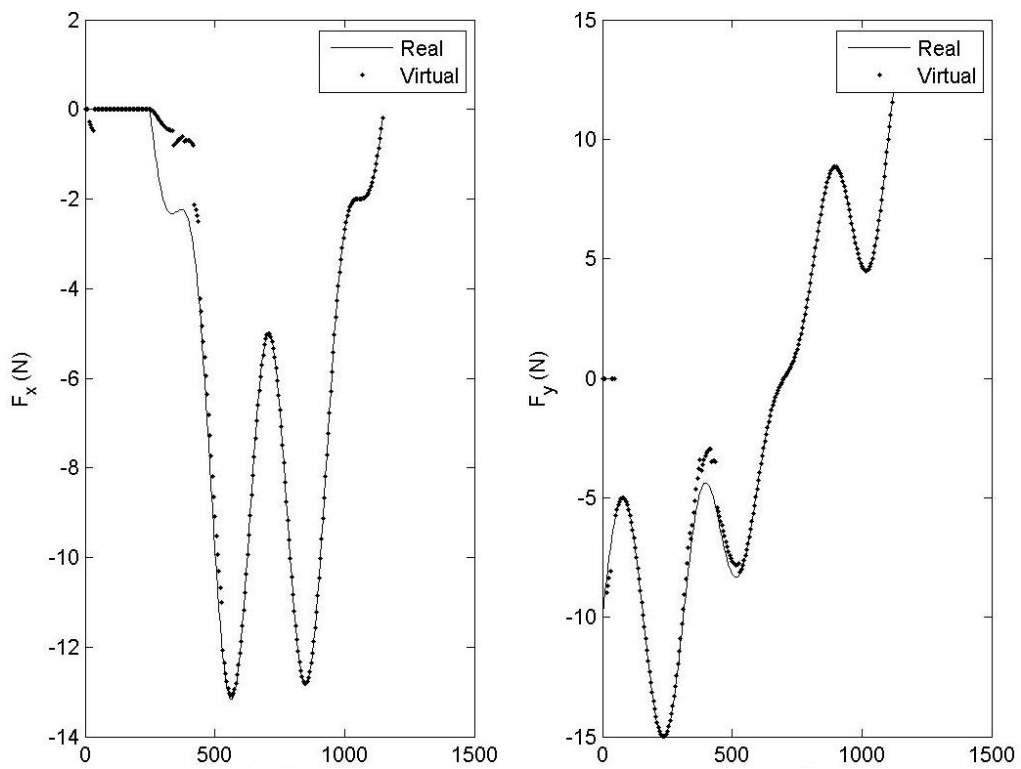
Εικόνα 4-17: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 3)



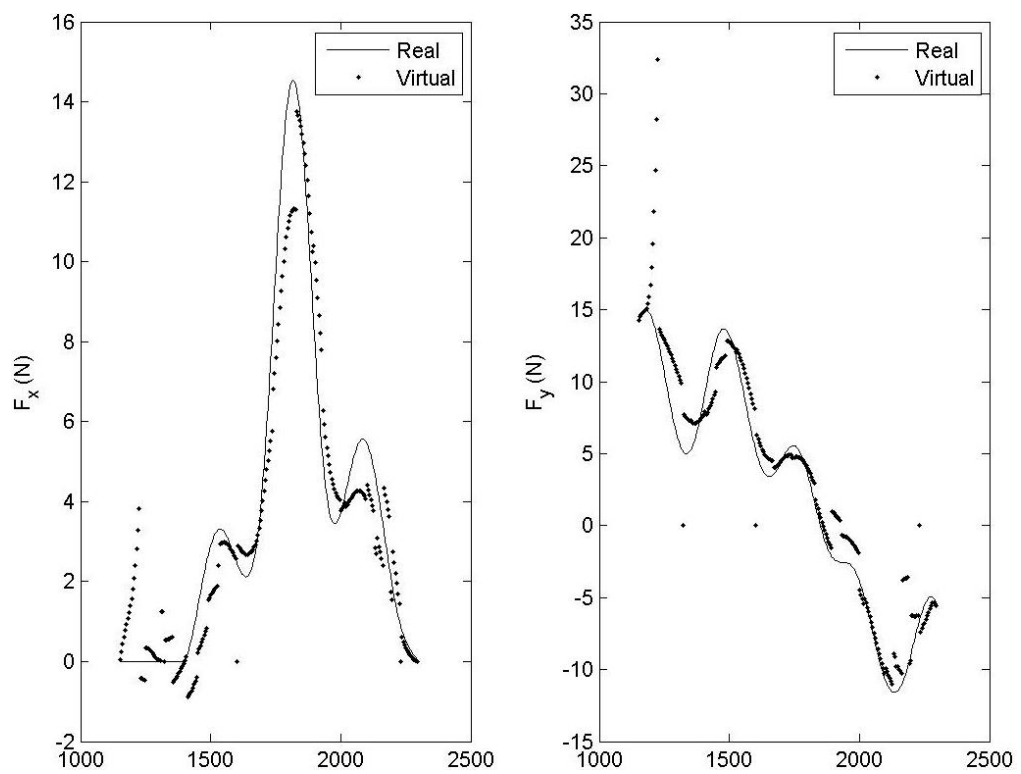
Εικόνα 4-18: Ανάπτυξη κόμβων δικτύου (Φάση 4)

Επισημαίνεται ότι, σε καθένα από τα παραπάνω στιγμιότυπα της κατάστασης του δικτύου, κάθε κόμβος απεικονίζεται με ένα αναγνωριστικό του «τύπου του εκτιμητή» που είναι ενεργοποιημένος την δεδομένη στιγμή:

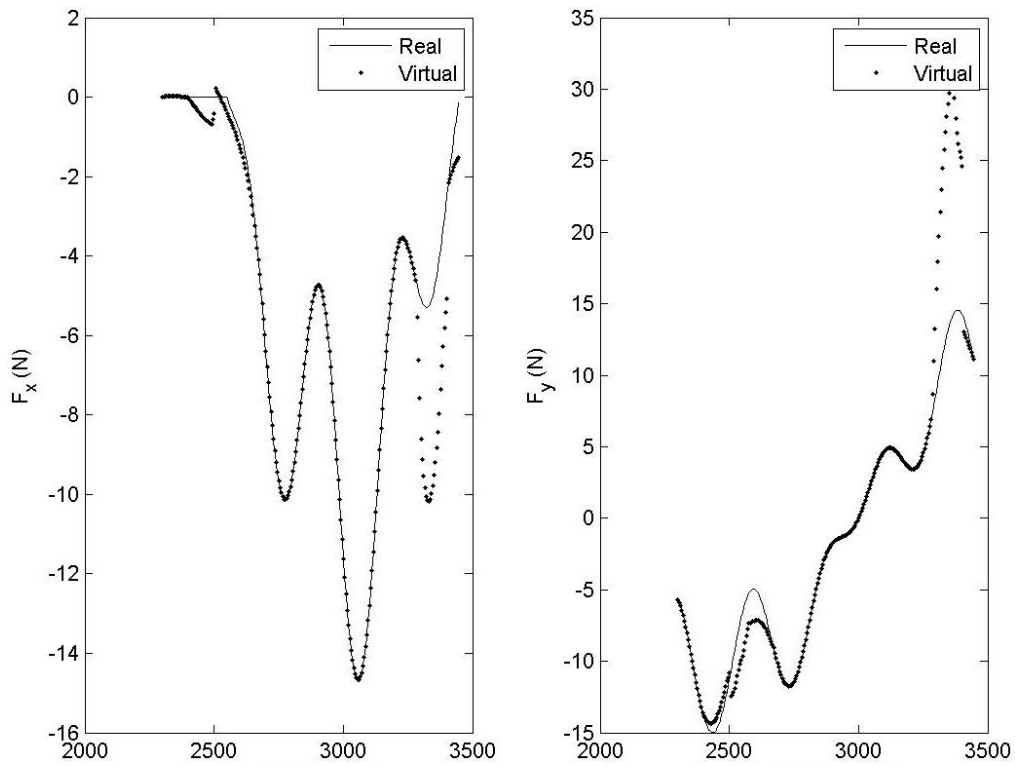
$\{o: \text{"Curve"}\}$
 $\{+: \text{"Plane"}\}$



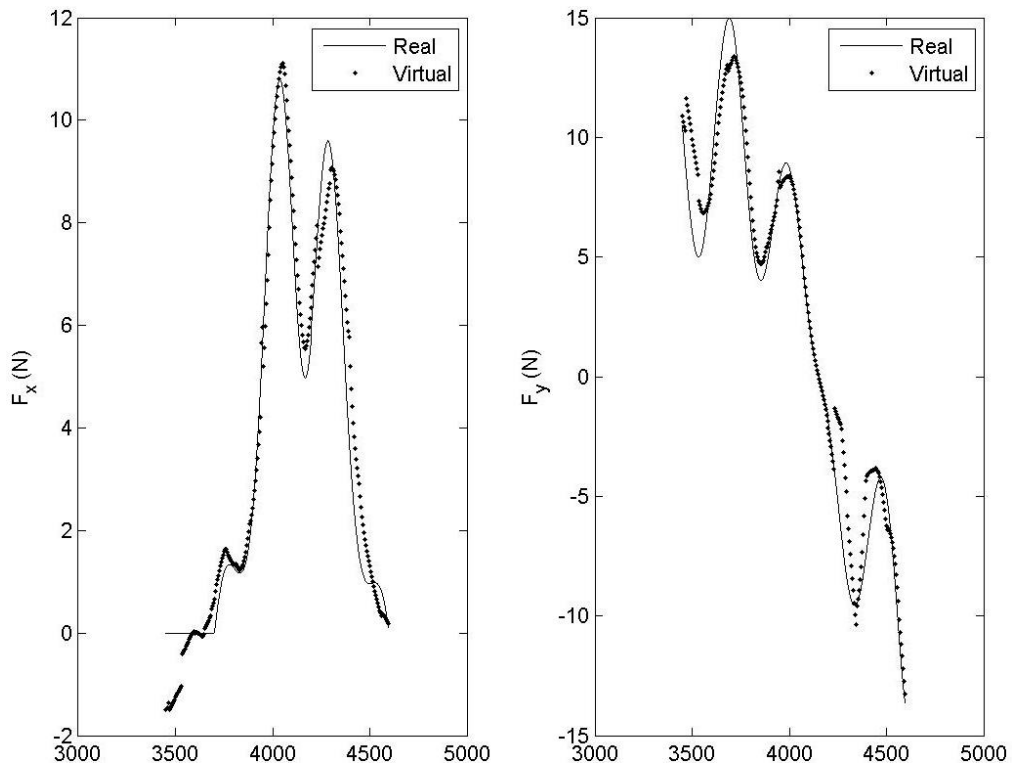
Εικόνα 4-19: Απόδοση δύναμης (Φάση 1)



Εικόνα 4-20: Απόδοση δύναμης (Φάση 2)



Εικόνα 4-21: Απόδοση δύναμης (Φάση 3)



Εικόνα 4-22: Απόδοση δύναμης (Φάση 4)

Ενώ στην αρχή, η εικονική δύναμη, φαίνεται να «καθυστερεί» να προσεγγίσει την πραγματική, στα επόμενα χρονικά διαστήματα, το σφάλμα μειώνεται σημαντικά.

Τόσο η προσαρμογή του δικτύου πάνω στα πρότυπα εισόδου, όσο και η σύγκλιση των εκτιμήσεων των τοπικών χαρακτηριστικών κάθε νευρώνα, πραγματοποιούνται, αρκετά, γρήγορα, κάνοντας, με αυτό τον τρόπο, αντιληπτές τις ιδιότητες του άγνωστου αντικειμένου από το χρήστη. Η ανακατασκευή, λοιπόν, που λαμβάνει χώρα φαίνεται να ικανοποιεί τις προδιαγραφές που έχουν ορισθεί, κρίνοντας τον αλγόριθμο, που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της εργασίας, κατάλληλο για την αλληλεπίδραση απομακρυσμένου περιβάλλοντος, μέσω ρομποτικού βραχίονα.

Αξίζει να αναφερθεί ότι, οι απότομες μεταβολές στις τιμές των δυνάμεων οφείλονται κατά βάση στην αλλαγή του κυρίαρχου «τύπου εκτιμητή» του κάθε κόμβου, κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης.

Επισημαίνεται ότι, στα δεδομένα εισόδου που χρησιμοποιήθηκαν προστέθηκε θόρυβος, προσεγγίζοντας, έτσι, πραγματικές συνθήκες αλληλεπίδρασης με άγνωστο αντικείμενο.

Τα παραπάνω αποτελέσματα εξήχθησαν με τη βοήθεια του *MatLab*.

5. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Το παρόν κεφάλαιο αφιερώνεται στην παρουσίαση ενός πειράματος που διεξήχθη για τις ανάγκες της εργασίας. Αρχικά, γίνεται αναφορά στο πλαίσιο στο οποίο στηρίχθηκε, καθώς και στο πρωτόκολλο που ακολουθήθηκε για την πραγματοποίησή του. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από αυτό, ενώ, τέλος, γίνεται αξιολόγησή τους συγκρίνοντάς τα με μετρήσεις που λήφθηκαν από παρόμοια πειραματική διαδικασία.

5.1 ΣΤΟΧΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Στόχος της πειραματικής διαδικασίας είναι η αξιολόγηση της ανακατασκευής των απτικών χαρακτηριστικών ενός άγνωστου αντικειμένου, σύμφωνα με τις τεχνικές που περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, κάτω από, όσο το δυνατόν, πραγματικές συνθήκες αλληλεπίδρασης. Πιο συγκεκριμένα, ένα σύνολο υποκειμένων (*subjects*) καλείται, μέσα από μια σειρά ψυχοφυσικών πειραμάτων, στα οποία συμμετέχει εθελοντικά, να εξερευνήσει (*explore*) ένα εικονικό διδιάστατο και καμπύλο σχήμα, και να αποκριθεί σχετικά με αυτό. Μέσω της παραπάνω διαδικασίας, εξετάζεται, τόσο η σύγκλιση του αναδρομικού εκτιμητή (*RLS*) και του προσαρμοστικού δικτύου κόμβων (*SOM*) ξεχωριστά, όσο και η ικανότητα του ενδιάμεσου μοντέλου (*model-mediated*) να αποτυπώσει τις γεωμετρικές ιδιότητες του απομακρυσμένου αντικειμένου δίνοντας, στο χρήστη, την αίσθηση (ψευδαίσθηση) της άμεσης αλληλεπίδρασης με αυτό, εκτιμώντας, τελικά, την αποτελεσματικότητα στην απόδοση εικονικής πραγματικότητας (*virtual reality*), του αλγορίθμου που σχεδιάστηκε στο πλαίσιο της εργασίας.

Όπως προαναφέρθηκε, η πειραματική διαδικασία περιλαμβάνει την εξερεύνηση ενός συνόλου από αντικείμενα καμπύλου σχήματος, για τα οποία κάθε υποκείμενο καλείται να αποκριθεί σχετικά με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του. Όπως γίνεται, λοιπόν, εύκολα αντιληπτό, ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται στις ανάγκες αυτού του κεφαλαίου, εμφανίζεται, αισθητά τροποποιημένος, όχι τόσο όσον αφορά τη βασική τεχνική που ακολουθείται, όσο κάποιες επιμέρους διαδικασίες του. Οι διαφοροποιήσεις εντοπίζονται στα εξής σημεία:

- Η παρουσία μόνο καμπύλων επιφανειών στα αντικείμενα κάνει μη-αναγκαία τη χρήση εκτιμητή χαρακτηριστικών επίπεδου σχήματος
- Η επιλογή για προσέγγιση μόνο των γεωμετρικών ιδιοτήτων των αντικειμένων οδηγεί στην αφαίρεση του τοπικού «συντελεστή ακαμψίας» από τις, προς εκτίμηση, παραμέτρους

Με βάση τα παραπάνω, ο μοναδικός εκτιμητής που χρησιμοποιείται το πλαίσιο του αλγορίθμου, όπως διαμορφώθηκε για τις ανάγκες των πειραματικών μετρήσεων, είναι αυτός που περιγράφεται στην παράγραφο 2.3.2.1 (Εκτιμητής γεωμετρικών χαρακτηριστικών).

Αυτή η τροποποίηση, όπως περιγράφηκε παραπάνω, πυροδοτεί μια σειρά από μικρότερες αλλαγές οι οποίες συνοψίζονται ως εξής:

- Αφαίρεση, τόσο της διαδικασίας, όσο και της αντίστοιχης μεταβλητής, για την επιλογή του «τύπου του εκτιμητή» για τους κόμβους του δικτύου, αφού καθένας από αυτούς προσεγγίζει μόνο καμπύλη επιφάνεια
- Υπολογισμός της εικονικής δύναμης που επιστρέφεται στο χρήστη μόνο μέσω παρεμβολής χαρακτηριστικών, και όχι δυνάμεων, για τους νευρώνες που ικανοποιούν τα αντίστοιχα κριτήρια

Όπως διαπιστώνεται, παρά τις μικρές τροποποιήσεις, ο αλγόριθμος διατηρεί τη φιλοσοφία του όσον αφορά, τόσο τον αναδρομικό εκτιμητή, όσο και το προσαρμοστικό δίκτυο κόμβων, επιτρέποντας την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των τεχνικών που χρησιμοποιήθηκαν κάτω από πραγματικές συνθήκες εξερεύνησης.

5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Η απόδοση της προτεινόμενης τεχνικής εκτιμήθηκε πειραματικά διεξάγοντας μια σειρά από τηλεαπτικές δοκιμές εξερεύνησης. Στο πλαίσιο αυτό, συγκρίθηκαν οι εξής δύο πειραματικές καταστάσεις:

1. Η απόδοση δύναμης από την αλληλεπίδραση με ένα ενδιάμεσο μοντέλο που ανακατασκευάζεται και ανανεώνεται κατά την εξερεύνηση του αντικειμένου από το χρήστη
2. Η απόδοση δύναμης που προκύπτει απευθείας από τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου μετά την διεϊσδυση στον όγκο του

Κάθε πειραματική τεχνική εφαρμόστηκε τυχαία στις μισές από τις δοκιμές που διεξήχθησαν. Το απομονωμένο (εικονικό) περιβάλλον, σε καθεμιά από αυτές, αποτελούταν από μια καμπυλωτή κοίλη «τρύπα» στον όγκο ενός αντικειμένου, η οποία είχε κυκλικό ή ελλειπτικό σχήμα.

Αξίζει να επισημανθεί ότι, η διαδικασία περιλάμβανε άλλη μία τεχνική για την ανακατασκευή και απόδοση απτικών χαρακτηριστικών άγνωστου αντικειμένου, η οποία ωστόσο δεν αναλύεται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, αλλά στη διδακτορική διατριβή του Σπύρου Βελάνα «Telehaptic shape perception using model-mediated and haptic shading techniques.» (αναμενόμενη το 2017).

Οι τρεις τεχνικές μοιράστηκαν ισόποσα το συνολικό αριθμό πειραματικών δοκιμών.

5.2.1 ΥΛΙΚΟ

Το σύστημα το οποίο χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας πειραματικής διαδικασίας αποτελούταν από τα εξής:

- Μία συσκευή *Phantom Omni* στην πλευρά του χρήστη (*master*): Αυτή η συσκευή καταγράφει την κίνηση του ανθρώπινου χεριού (θέση και προσανατολισμός στις 3 διαστάσεις) που τη χειρίζεται, η οποία αποτελεί την είσοδο του συστήματος, και αποδίδει κατάλληλες δυνάμεις στους 3 καρτεσιανούς άξονες συντεταγμένων. Η συσκευή επικοινωνεί με τον υπολογιστή μέσω μιας θύρας *FireWire (IEEE 1394)*, ενώ λαμβάνει δεδομένα με συχνότητα *1kHz*.
- Ένα υπολογιστικό περιβάλλον: Σε αυτό πραγματοποιούνται όλες οι διαδικασίες σχετικά με τον υπολογισμό των δυνάμεων ανάδρασης με βάση το πραγματικό μοντέλο του αντικειμένου, όπως επίσης, η επικοινωνία και ο έλεγχος της ρομποτικής συσκευής: συνολικά, είναι υπεύθυνο για την εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής, από τη χρήση των δεδομένων εισόδου μέχρι την απόδοση της δύναμης στο χρήστη.



Εικόνα 5-1: Phantom Omni

5.2.2 ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, ένα υποκείμενο, η όραση του οποίου εμποδίστηκε με ένα μαντήλι (*blindfolded*), κρατούσε με το κυρίαρχο χέρι του (*dominant hand*) τη λαβή της ρομποτικής συσκευής *Phantom Omni*, ενώ ήταν καθισμένο. Σε κάθε δοκιμή, παρουσιαζόταν στο υποκείμενο ένα ζεύγος αποτελούμενο από μία κυκλική και μία ελλειπτική καμπύλη, για το οποίο κλήθηκε να επιλέξει ποιο από τα δύο πίστευε ότι ήταν ο κύκλος, αφού πρώτα εξερευνούσε την επιφάνεια και των δύο για όσο χρόνο αυτός επιθυμούσε. Από τα υποκείμενα ζητήθηκε να βρίσκονται πάντα σε επαφή με τα όρια του αντικειμένου κατά τη διάρκεια της φάσης εξερεύνησης, ενώ για την ολοκλήρωση κάθε δοκιμής θα έπρεπε να εκτελέσουν τουλάχιστον 3 πλήρεις δεξιόστροφες και 3 πλήρεις αριστερόστροφες περιστροφές. Όταν οι χρήστες αποφάσιζαν να σταματήσουν την εξερεύνηση της πρώτης καμπύλης και να προχωρήσουν στην επόμενη του ίδιου ζεύγους, τότε έπρεπε να μεταφέρουν

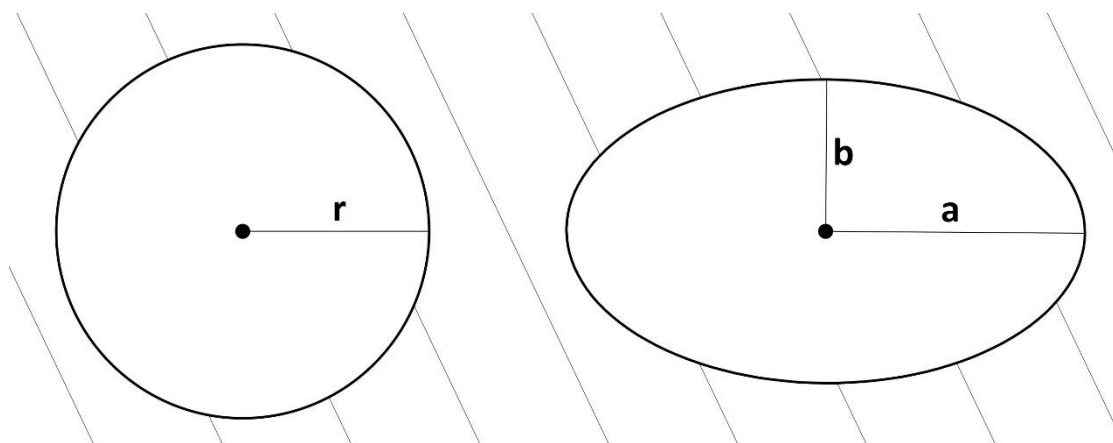
τη λαβή του μηχανισμού κοντά στην περιοχή αρχικοποίησης, δηλαδή στο κέντρο της, και να πατήσουν το κουμπί “space” από το πληκτρολόγιο. Παρόμοια, μετά το πέρας της εξερεύνησης της δεύτερης καμπύλης, η ενέργειες του χρήστη έπρεπε να είναι ίδιες με αυτές στην πρώτη περίπτωση. Στη συνέχεια, ο χρήστης καλούταν να αποκριθεί σχετικά με το ποια από τις δύο καμπύλες ήταν ο κύκλος· ωστόσο, αν δεν ήταν σίγουρος για την απάντησή του μπορούσε να ζητήσει επανάληψη του ζεύγους. Σε κάθε περίπτωση, η απάντηση του υποκειμένου (‘1’, ‘2’, ‘επανάληψη’) εισαγόταν στο σύστημα από τον επιβλέποντα, ενώ κάθε χρήστης είχε δικαίωμα για μία μόνο επανάληψη του κάθε ζεύγους καμπυλών.

Για κάθε ζεύγος καμπυλών, μία από τις δύο ήταν ο κύκλος αναφοράς, ο οποίος είχε σταθερή ακτίνα $r = 2.5$ (cm), ενώ η άλλη ήταν μία έλλειψη, ο λόγος των ακτινών $\left(\frac{\text{μεγάλη}}{\text{μικρή}}\right)$ της οποίας επιλεγόταν, με τυχαία σειρά, ανάμεσα στα εξής:

$$\{1.03, 1.08, 1.12, 1.16, 1.20, 1.25\}$$

Όλα τα, προς εξερεύνηση, σχήματα είχαν το ίδιο εμβαδόν ($\pi r^2 = \pi ab = 6.25\pi \text{ cm}^2$). Κάθε ζεύγος καμπυλών θεωρήθηκε ως μία μεμονωμένη δοκιμή. Η σειρά με την οποία εμφανίζονταν οι δύο καμπύλες σε κάθε δοκιμή ήταν τυχαία, ενώ ακαθόριστη ήταν και η ακολουθία εφαρμογής των τριών διαφορετικών πειραματικών καταστάσεων (τεχνικών).

Πριν από την έναρξη της πειραματικής διαδικασίας, κάθε υποκείμενο έφερε εις πέρας μια σειρά από δοκιμές «εκπαίδευσης» στις οποίες δεν μετρήθηκαν τα αποτελέσματα, αλλά είχαν ως σκοπό να οικειοποιηθεί ο χρήστης με την πειραματική διάταξη. Κατά την εκπαιδευτική διαδικασία πραγματοποιήθηκαν οκτώ δοκιμές, δύο για καθένα από τα τέσσερα περισσότερο διακρίσιμα ζεύγη καμπυλών {1.12, 1.16, 1.20, 1.25}, ενώ οι χρήστες αλληλεπιδρούσαν με το μοντέλο των πραγματικών δυνάμεων.



Εικόνα 5-2: Απεικόνιση του βασικού ζεύγους καμπυλών που χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της πειραματικής διαδικασίας

Η πειραματική διαδικασία οργανώθηκε, λοιπόν, ως ακολούθως: Είκοσι υποκείμενα συμμετείχαν σε αυτή. Δύο από αυτά ήταν αριστερόχειρες. Καθένα από αυτά ήρθε αντιμέτωπο, σε τυχαία σειρά, με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς καμπυλών αναφοράς

και σύγκρισης, έξι φορές για κάθε ζεύγος σχημάτων (δύο φορές για καθεμιά από τις τρεις πειραματικές τεχνικές). Συνεπώς, σε κάθε χρήστη παρουσιάστηκαν δώδεκα δοκιμές στις οποίες η απόδοση δύναμης προέκυψε από την ανακατασκευή ενός ενδιάμεσου μοντέλου με χρήση αυτο-οργανούμενων χαρτών, δώδεκα στις οποίες η δύναμη ανάδρασης αντιστοιχούσε στην πραγματική, και δώδεκα με βάση την τεχνική που περιγράφεται στο πλαίσιο της προαναφερόμενης διδακτορικής διατριβής.

Κατά τη διάρκεια όλων των πειραμάτων, οι απαντήσεις των υποκειμένων, που συμμετείχαν σε αυτά, καταγράφηκαν, και χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των ψυχομετρικών καμπυλών, όπως παρουσιάζονται σε επόμενη παράγραφο.

Επισημαίνεται ότι, καθεμιά από τις καμπύλες εξερευνήθηκε «από μέσα προς τα έξω» με την έννοια ότι, το εσωτερικό κάθε σχήματος θεωρήθηκε ελεύθερος χώρος, σε αντίθεση με το εξωτερικό του, που αποτέλεσε συμπαγή χώρο. Στην ουσία, κάθε υποκείμενο κλήθηκε να αλληλεπιδράσει με τα τοιχώματα της «τρύπας» ενός συμπαγούς αντικειμένου. Το παραπάνω γίνεται πιο κατανοητό αν διακρίνει κανείς την Εικόνα 5-2.

5.3 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Σε αυτή την παράγραφο γίνεται αναφορά στις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν για την επεξεργασία των δεδομένων που λήφθηκαν από τις πειραματικές μετρήσεις, με σκοπό την περαιτέρω μελέτη και ανάλυσή τους.

5.3.1 ΨΥΧΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ (PSYCHOMETRIC CURVES)

Η σύγκριση δύο καμπύλων σχημάτων, μέσω της εξερεύνησής τους και η απόκριση για τη γεωμετρική μορφή τους, είναι μία ψυχοφυσική διαδικασία διάκρισης. Μία συνήθης μέθοδος για την ποσοτικοποίηση της απόδοσης ενός υποκειμένου (*subject*) σε μία τέτοια εργασία είναι η ψυχομετρική καμπύλη. Η ψυχομετρική συνάρτηση συσχετίζει τις αποκρίσεις του υποκειμένου με μία ανεξάρτητη μεταβλητή, συνήθως κάποια φυσική μετρική του ερεθίσματος (*stimulus*) (Wichmann and Hill, 2001). Στην περίπτωση που εξετάζεται, η ανεξάρτητη μεταβλητή με την οποία συνδέονται οι απαντήσεις του χρήστη είναι, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, ο λόγος των ακτινών (μεγάλης και μικρής) της έλλειψης.

Η γενική μορφή μιας ψυχομετρικής καμπύλης είναι η εξής:

$$\psi(x, \alpha, \beta, \gamma, \lambda) = \gamma + (1 - \gamma - \lambda) * F(x, \alpha, \beta)$$

όπου x είναι η φυσική ιδιότητα του ερεθίσματος. Το σχήμα της ψυχομετρικής καμπύλης καθορίζεται από τις παραμέτρους $[\alpha, \beta, \lambda, \gamma]$ και την επιλογή μιας συνάρτησης F δύο παραμέτρων, συνήθως μια σιγμοειδή συνάρτηση (*sigmoid function*).

Η ψυχομετρική συνάρτηση παράγεται, αρχικά, ταιριάζοντας (*fitting*) τα «σημεία» που προκύπτουν από τις απαντήσεις των χρηστών. Κάθε σημείο είναι η πιθανότητα του

υποκειμένου να απαντήσει «το ερέθισμα είναι κύκλος» (για παράδειγμα έχει σταθερή καμπυλότητα) σαν συνάρτηση της πραγματικής διαφοράς $\Delta p = p_{comp} - p_{ref}$, όπου p_{comp} είναι ο λόγος των ακτινών $\left(\frac{\text{μεγάλη}}{\text{μικρή}}\right)$ της αντίστοιχης έλλειψης (ερέθισμα σύγκρισης), ενώ p_{ref} είναι πάντα μονάδα αφού ο κύκλος (ερέθισμα αναφοράς) έχει σταθερή ακτίνα. Αυτή η πιθανότητα υπολογίζεται από την εξής εξίσωση:

$$P(\Delta p) = \frac{\sum_{n=1}^{N(\Delta p)} A[n]}{N(\Delta p)}, \quad A[n] = \begin{cases} 1: & \text{αναφορά είναι κύκλος} \\ 0: & \text{συγκρινόμενο είναι κύκλος} \end{cases}$$

όπου $A[n]$ είναι μια δυαδική αναπαράσταση της απάντησης του υποκειμένου, και $N(\Delta p)$ είναι ο συνολικός αριθμός των δοκιμών με τη δοσμένη διαφορά λόγων ακτινών Δp .

5.3.2 ΣΗΜΕΙΟ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ (POINT OF SUBJECTIVE EQUALITY) (PSE) ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΜΗ ΔΙΑΦΟΡΑ (JUST NOTICEABLE DIFFERENCE) (JND)

Μετά το ταίριασμα των ψυχομετρικών καμπυλών, πρέπει να υπολογιστούν τα *PSE* και *JND*. Η τιμή *PSE* σε αυτή την περίπτωση υποδεικνύει τη διαφορά λόγων ακτινών που δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή από το χρήστη. Όταν ένα υποκείμενο δεν είναι σε θέση να κάνει διάκριση μεταξύ των δύο καμπύλων σχημάτων, μεταβαλλόμενης, και μη, καμπυλότητας, η πιθανότητα να απαντήσει ότι το συγκρινόμενο είναι κύκλος, θεωρητικά, είναι 0.5 (50%). Άρα, θεωρώντας ότι η *F* περιγράφει τον ψυχοφυσικό μηχανισμό απόφασης, η *PSE* τιμή υπολογίζεται με βάση την εξής σχέση:

$$PSE = F^{-1}(0.5)$$

Στην περίπτωση, κατά την οποία ολόκληρη η ψυχομετρική καμπύλη είναι μετατοπισμένη, πιθανή θετική τιμή *PSE* συνεπάγεται υποτίμηση του λαμβανόμενου ερεθίσματος αναφοράς, ενώ, αντίστοιχα, αρνητική τιμή *PSE* συνεπάγεται υπερεκτίμηση.

Όσον αφορά το *JND* μεταξύ των λόγων δύο καμπύλων σχημάτων, αυτό αφορά το κατώφλι διαφοράς λόγων ακτινών, πάνω από το οποίο μπορεί να επιτευχθεί διάκριση από ένα υποκείμενο, ενώ η τιμή του υπολογίζεται σύμφωνα με την ακόλουθη εξίσωση:

$$JND = \frac{F^{-1}(0.75) - F^{-1}(0.25)}{2}$$

Οι τιμές που υπολογίζονται από την παραπάνω εξίσωση, χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της τεχνικής που χρησιμοποιήθηκε για την ανακατασκευή και απόδοση του σχήματος του άγνωστου αντικειμένου, όσον αφορά την ικανότητα διάκρισης από διαφορετικά υποκείμενα.

5.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Σε αυτή την παράγραφο, γίνεται πειραματική ανάλυση και αξιολόγηση της επίδρασης της προτεινόμενης τεχνικής όσον αφορά τις τιμές *JND* για την διάκριση της μεταβαλλόμενης από

τη σταθερή καμπυλότητα, με βάση τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από την αλληλεπίδραση των υποκειμένων με το ρομποτικό μηχανισμό, σύμφωνα με το πρωτόκολλο που, ήδη, παρουσιάστηκε. Επιπλέον, εξετάζονται διάφορες χαρακτηριστικά του αλγορίθμου, όπως η σύγκλιση των εκτιμώμενων παραμέτρων, η προσαρμοστικότητα του δικτύου κόμβων, καθώς και η απόδοση της εικονικής δύναμης.

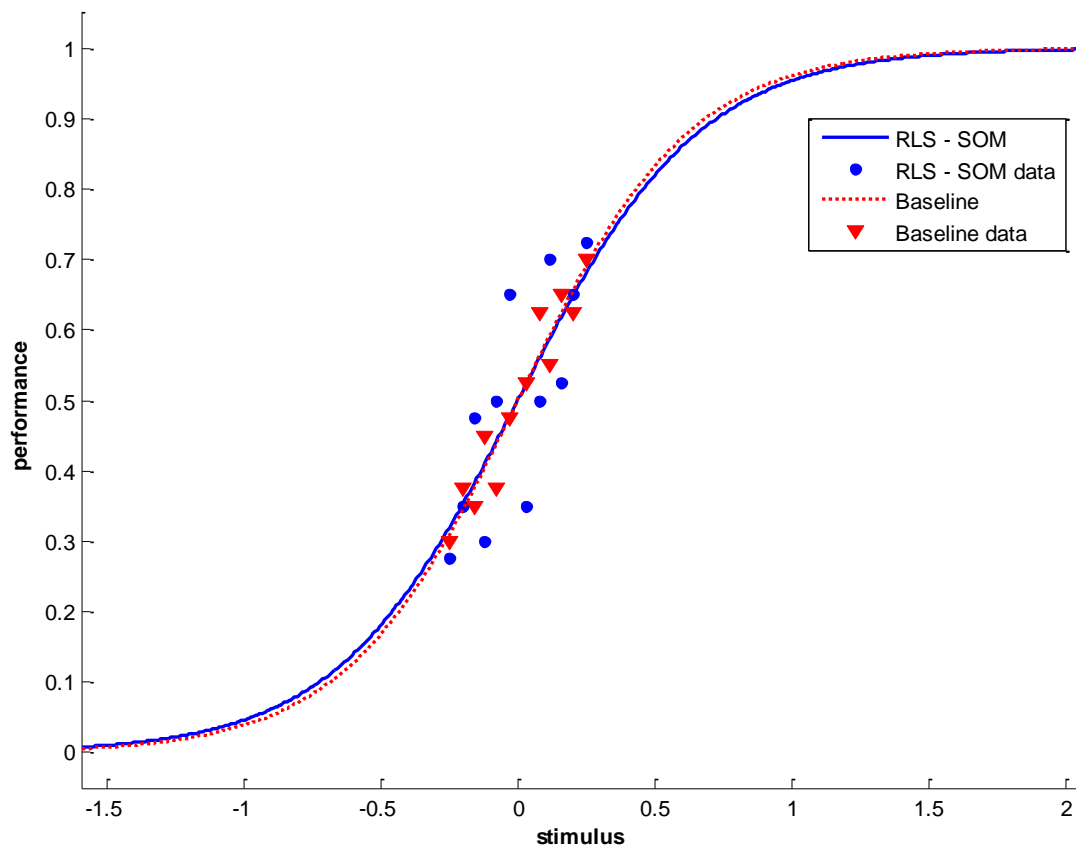
5.4.1 ΨΥΧΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

Μελετώντας τις ψυχομετρικές καμπύλες, όπως παρουσιάζονται στο παρακάτω διάγραμμα, γίνεται εύκολα παρατηρήσιμο ότι, αυτή που αφορά την αλληλεπίδραση με το προτεινόμενο ανακατασκευασμένο ενδιάμεσο μοντέλο, σχεδόν, συμπίπτει με την αντίστοιχη της απευθείας απόδοσης δύναμης. Αυτό το αποτέλεσμα, μπορεί να μοιάζει, από τη μία ικανοποιητικό, μελετώντας το, όμως, διεξοδικότερα, είναι εμφανές ότι δεν είναι δυνατό να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα. Πιο συγκεκριμένα, διαπιστώνεται, μετά από κατάλληλους υπολογισμούς, ότι οι τιμές του JND, για τις περιπτώσεις που εξετάζονται, είναι οι εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Baseline} \rightarrow 34.31\% \\ \text{RLS} - \text{SOM} \rightarrow 36.32\% \end{array} \right\}$$

Από τα παραπάνω, μπορεί κανείς, εύκολα, να αντιληφθεί ότι, τα μέχρι στιγμής αποτελέσματα δεν είναι τα ενδεδειγμένα για την αξιολόγηση της προτεινόμενης τεχνικής, ως «ορθής» ή «λανθασμένης», αφού οι τιμές της παραμέτρου που υποδηλώνει την «Ελάχιστη Παρατηρήσιμη Διαφορά» (JND) υπερβαίνουν την μέγιστη διαφορά στους λόγους ακτινών των καμπυλών, με την οποία ήρθε αντιμέτωπο κάθε υποκείμενο (0.25). Ταυτόχρονα, όπως διακρίνεται από τον πίνακα που ακολουθεί, και στις δύο τεχνικές, μόνο το $\cong (70 - 72.5)\%$ των συνολικών απαντήσεων, σχετικά με την διακρισιμότητα του ζεύγους μέγιστης διαφοράς (0.25), ήταν ορθές, αποτελώντας έναν ακόμη λόγο για τη μη-αξιοποίηση των πειραματικών μετρήσεων που παρουσιάστηκαν για την αξιολόγηση της προτεινόμενης τεχνικής.

Όπως προαναφέρθηκε, τα πειραματικά αποτελέσματα δεν κρίνουν τον αλγόριθμο, που σχεδιάστηκε στο πλαίσιο της εργασίας, ως αναποτελεσματικό στην ανακατασκευή και απόδοση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, αλλά κρίνονται τα ίδια ως αναξιόπιστα για την εξαγωγή οποιουδήποτε συμπεράσματος. Με μια πρώτη ματιά, αυτό μοιάζει να οφείλεται στον μικρό αριθμό υποκειμένων (20) που έχουν συμμετάσχει στην πειραματική διαδικασία, μέχρι στιγμής, ακόμα και στην απουσία ελλείψεων που είναι ευδιάκριτες, καθολικά, από την πλειοψηφία των εθελοντών-χρηστών ($\frac{\text{μεγάλη}}{\text{μικρή}} \text{ ακτίνα} > 1.25$).



Εικόνα 5-3: Ψυχομετρικές καμπύλες

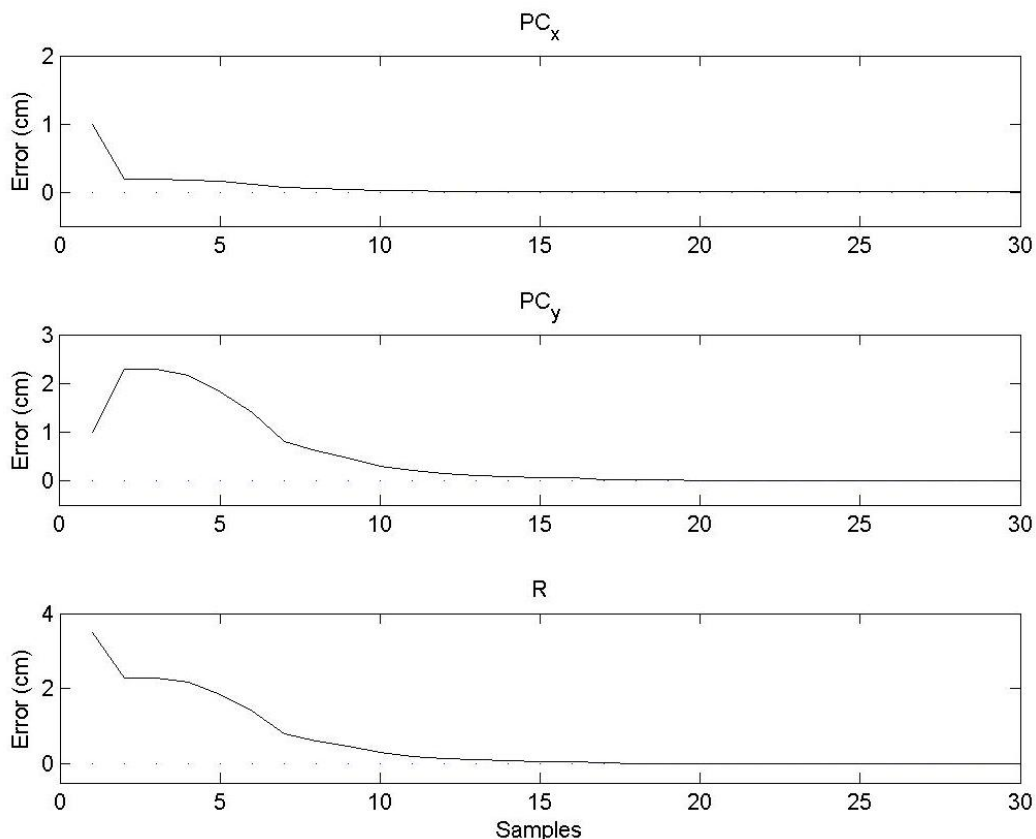
		<i>Baseline</i>	<i>RLS + SOM</i>
$p_{comp} - p_{ref}$	$\frac{p_{comp} - p_{ref}}{p_{ref}}$ (%)	Σωστές Απαντήσεις (%)	
0.03	3	52.5	35
0.08	8	62.5	50
0.12	12	55	70
0.16	16	65	52.5
0.2	20	62.5	65
0.25	25	70	72.5
PSE		0	0
JND		34.31	36.32

Πίνακας 5-1: Σύνοψη ψυχομετρικών αποτελεσμάτων

Επισημαίνεται ότι, στην προκειμένη περίπτωση, δεν υπάρχουν ερεθίσματα (*stimuli*) για τα οποία προκύπτει «αρνητική διαφορά» με τον κύκλο αναφοράς· συνεπώς, για να πραγματοποιηθεί με επιτυχία το ταίριασμα της ψυχομετρικής καμπύλης στα δεδομένα, επιλέχθηκε να δημιουργηθεί ένα νέο σύνολο μετρήσεων, το οποίο αποτελείται από τις ήδη υπάρχουσες «απαντήσεις» τοποθετημένες, τόσο στη θέση που αντιστοιχούν, όσο και στα συμμετρικά σημεία των «αρνητικών διαφορών». Με αυτό τον τρόπο, προκύπτει εξισορροπημένη (*grounded*) καμπύλη, στο πλαίσιο της παρούσας πειραματικής διαδικασίας, ενώ το PSE δεν έχει νόημα, καθώς δεν υπάρχουν πραγματικές «αρνητικές διαφορές», παρά μόνο εικονικές.

5.4.2 ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Στο παρακάτω διάγραμμα εξετάζεται η σύγκλιση των, προς εκτίμηση, παραμέτρων με χρήση του αναδρομικού αλγορίθμου ελαχίστων-τετραγώνων (*RLS*), όπως σχεδιάστηκε στην παράγραφο 2.3.2.1 (Εκτιμητής γεωμετρικών χαρακτηριστικών).



Εικόνα 5-4: Σφάλμα εκτιμήσεων στις παραμέτρους του πρωταρχικού νευρώνα

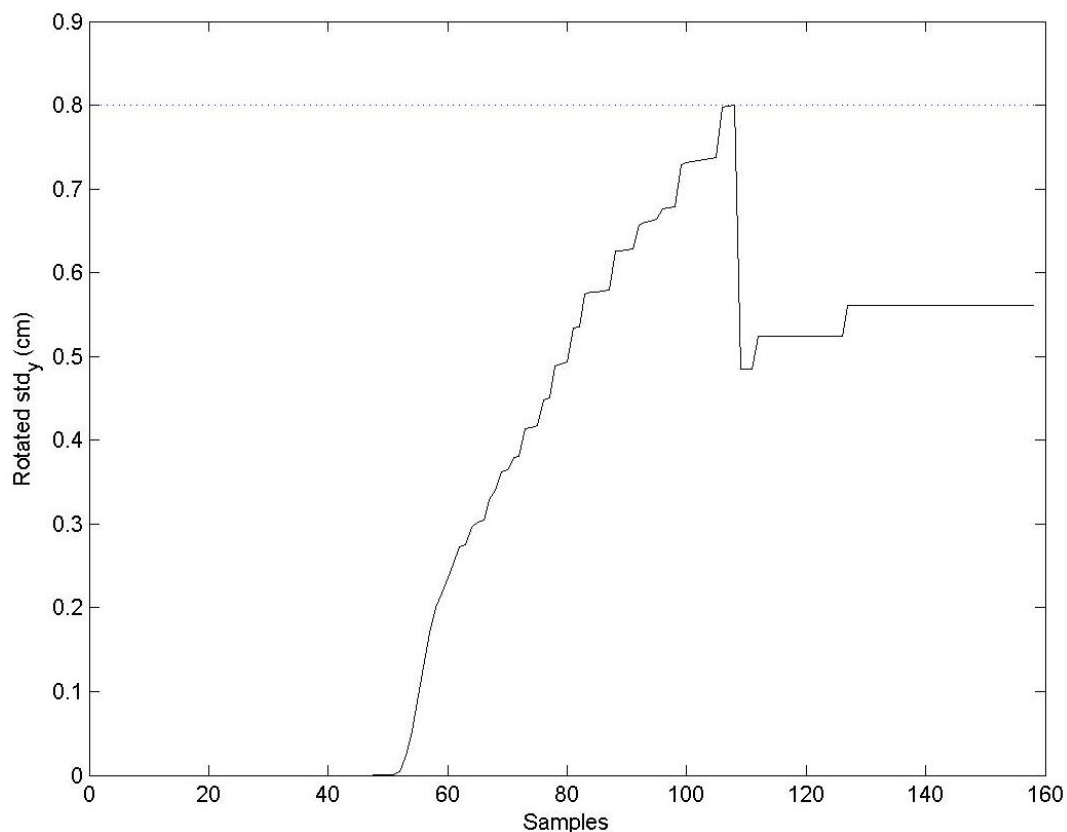
Στις γραφικές απεικονίσεις διακρίνεται το σφάλμα, ως προς τον αριθμό δειγμάτων, για καθεμιά από τις 3 παραμέτρους που πρόκειται να εκτιμηθούν (τοπικό κέντρο και ακτίνα

κύκλου), με βάση τον προτεινόμενο αλγόριθμο, και στο πλαίσιο ανακατασκευής ενός αντικειμένου κυκλικού σχήματος ($pc = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} | R = 2.5cm$). Η καταγραφή των εκτιμήσεων έγινε για τον πρωταρχικό νευρώνα, και για τις αρχικοποιημένες τιμές των παραμέτρων του, δηλαδή από τη στιγμή που δε διέθετε καθόλου δεδομένα στις δομές του, μέχρι αυτές να συγκλίνουν σε ικανοποιητικό βαθμό (σφάλμα 10^{-3}).

Είναι εμφανές ότι, οι, προς εκτίμηση, παράμετροι συγκλίνουν πολύ γρήγορα στην τελική τους εκτίμηση, αφού χρειάζονται λιγότερα από 20 δείγματα εισόδου για να αποτυπώσουν τα πραγματικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου, σε ικανοποιητικό βαθμό, καθιστώντας την προσαρμογή του αλγορίθμου, κατάλληλη για το σκοπό της εργασίας.

5.4.3 ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΟΥ ΚΟΜΒΩΝ

Ένα από τα χαρακτηριστικά του αλγορίθμου που αξίζει να μελετηθούν, είναι η προσαρμοστικότητα του δικτύου κόμβων. Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται το μέτρο της τυπικής απόκλισης, μετρούμενο κατά μήκος της τοπικής επιφάνειας, συναρτήσει του χρόνου, για τον πρωταρχικό νευρώνα.



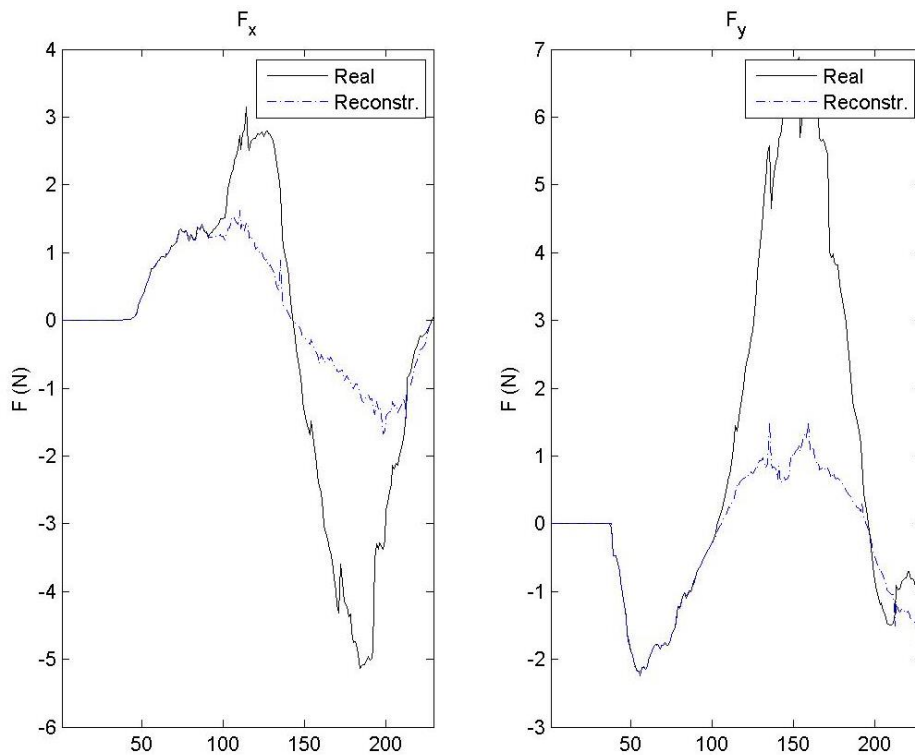
Εικόνα 5-5: Μέτρο τυπικής απόκλισης, μετρούμενο κατά μήκος της τοπικής επιφάνειας, για τον πρωταρχικό νευρώνα

Σε αυτή την περίπτωση, δε θα γίνει αξιολόγηση της κατάστασης με βάση το πέρασμα του χρόνου, αφού το μέτρο της τυπικής απόκλισης δεν εξαρτάται από αυτόν· ωστόσο, είναι σημαντικό να δειχθεί ότι, το προκαθορισμένο κατώφλι που έχει ορισθεί για τη μέγιστη τιμή της τυπικής απόκλισης δεν παραβιάζεται από κάποιο κόμβο του δικτύου, καθώς σε αντίθετη περίπτωση, λαμβάνει χώρα η διαδικασία προσθήκης νευρώνα, ως «βοήθεια» για αυτόν που την προκαλεί.

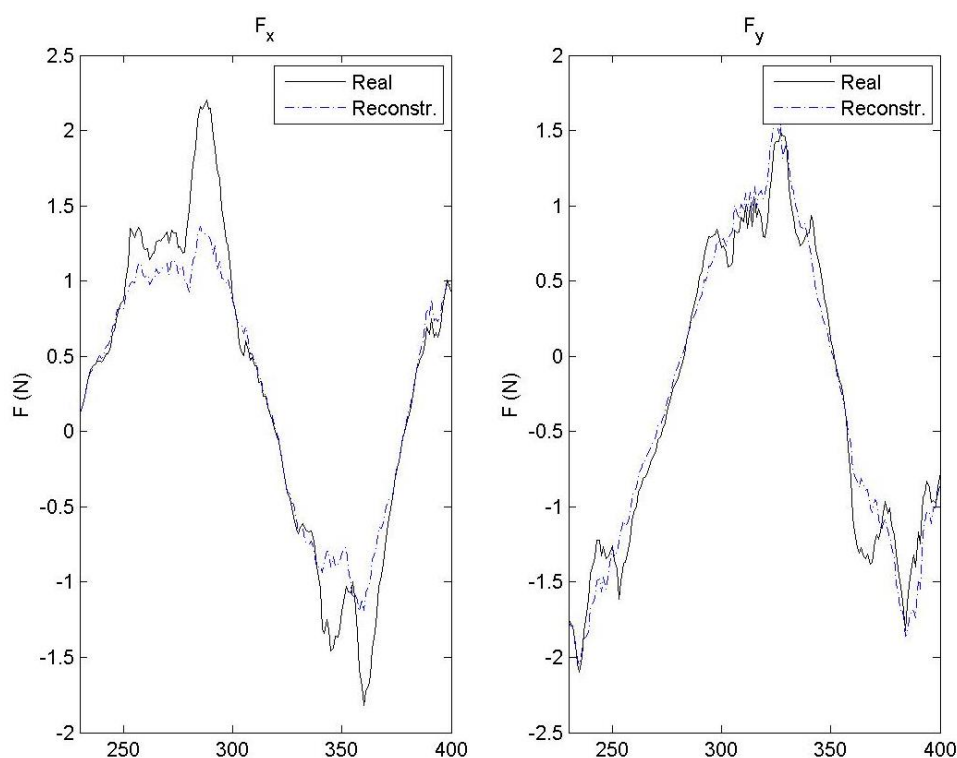
5.4.4 ΑΠΟΔΟΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ

Τελικά, μετά την παρουσίαση των πιο σημαντικών χαρακτηριστικών του αλγορίθμου, θα εξεταστεί η συνεργασία όλων των τεχνικών, καθώς και ο συνδυασμός των ιδιοτήτων, όπως αξιολογήθηκαν παραπάνω, για την απόδοση της εικονικής δύναμης στο χρήστη.

Στα διαγράμματα που ακολουθούν, απεικονίζονται οι συνιστώσες της εικονικής δύναμης, όπως αυτές επιστρέφονται στο υποκείμενο μέσω της προτεινόμενης τεχνικής, αλλά και στην ιδανική τους μορφή. Οι τιμές, αυτών, των δυνάμεων αντιστοιχούν στην εξερεύνηση ενός αντικειμένου ελλειπτικού σχήματος, πραγματοποιώντας δύο πλήρεις (ομόστροφες) περιστροφές στην επιφάνειά του. Είναι φανερό ότι, κατά την πρώτη περιστροφή, οι εικονικές δυνάμεις διαφέρουν, έστω και σε μικρό βαθμό, από τις ιδανικές, κάτι που διορθώνεται, ωστόσο, κατά τη δεύτερη, στην οποία, πλέον, φαίνεται να πραγματοποιείται, αρκετά, καλή απόδοση των απτικών χαρακτηριστικών, δίνοντας στο υποκείμενο την αίσθηση άμεσης αλληλεπίδρασης με το άγνωστο αντικείμενο.



Εικόνα 5-6: Απόδοση εικονικής δύναμης (Περιστροφή 1)



Εικόνα 5-7: Απόδοση εικονικής δύναμης (Περιστροφή 2)

Επισημαίνεται ότι, η τιμή της ανακατασκευασμένης δύναμης, όπως παρατηρείται στα διαγράμματα, δεν συμπίπτει με αυτή την ιδανικής, ακόμα και κατά τη διάρκεια της δεύτερης περιστροφής, καθώς έχει προστεθεί βαθυπερατό φίλτρο για την αποκοπή των απότομων μεταβολών, με σκοπό την, όσο το δυνατόν, πιο ήρεμη και απαλή αίσθηση στο χέρι του χρήστη.

5.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΑΡΟΜΟΙΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

Η αξιολόγηση, που προηγήθηκε, περιορίζεται στο στενό πλαίσιο της εργασίας, δηλαδή η προτεινόμενη τεχνική συγκρίθηκε, παρά μόνο, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν από την άμεση αλληλεπίδραση του υποκειμένου με το άγνωστο αντικείμενο, επιστρέφοντάς του τις πραγματικές δυνάμεις κατά την διείσδυση (*penetration*) στον όγκο του.

Όπως, πιθανώς, διαπιστώθηκε, το πρωτόκολλο της πειραματικής διαδικασίας βασίστηκε στο αντίστοιχο που ακολουθήθηκε για το (van der Horst & Kappers, 2008)· ωστόσο, οποιαδήποτε σύγκριση με την προαναφερόμενη εργασία μπορεί να πραγματοποιηθεί, μόνο, σε επιφανειακό επίπεδο, και όχι προς κρίση της τεχνικής που σχεδιάστηκε, καθώς εντοπίζονται βασικές διαφορές στην υλοποίησή τους. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι, στην πρώτη κάθε υποκείμενο αλληλεπιδρά με το άγνωστο αντικείμενο με άμεσο τρόπο, δηλαδή

εξερευνώντας το με το χέρι του, και όχι μέσω ρομποτικού μηχανισμού, ενώ η επαφή με αυτό γίνεται, τόσο δυναμικά, όσο και στατικά. Ωστόσο, και στις δύο περιπτώσεις, ο χρήστης ακουμπάει το ερέθισμα με όλη την παλάμη του, και όχι, λόγου χάρη, με την άκρη του δαχτύλου του, με αποτέλεσμα να δέχεται δυνάμεις, ταυτόχρονα, από πολλά σημεία επαφής, κάτι που του δίνει τη δυνατότητα να αντιλαμβάνεται μικρότερες διαφορές.

Εκτός από την παραπάνω εργασία, στο πρωτόκολλο της οποίας βασίστηκε η πειραματική διαδικασία, αξίζει να γίνει αναφορά και στο (Velanas & Tzafestas, 2012), στο οποίο κάθε υποκείμενο κλήθηκε να εξερευνήσει κυκλικές επιφάνειες διαφορετικής καμπυλότητας, μέσω ρομποτικού μηχανισμού, καταλήγοντας στον υπολογισμό $JND \cong 14\%$. Όπως στην προηγούμενη περίπτωση, έτσι και στην παρούσα, εντοπίζεται μια σημαντική διαφορά: στην πρώτη, κάθε χρήστης κλήθηκε να αποκριθεί σχετικά με το μέτρο της καμπυλότητας, ενώ σε αυτή που εξετάζεται στο πλαίσιο της εργασίας, κάθε υποκείμενο χρειάστηκε να αντιληφθεί μεταβολή στην καμπυλότητα και να απαντήσει σχετικά, κάτι που, αναμφίβολα, αποτελεί πιο δύσκολη διεργασία (*task*).

Σε κάθε περίπτωση, η αξιολόγηση της προτεινόμενης τεχνικής με βάση τα αποτελέσματα της απευθείας αλληλεπίδρασης του υποκειμένου με το αντικείμενο, μέσω του ρομποτικού μηχανισμού, φαίνεται μονόδρομος.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στο παρόν κεφάλαιο, το οποίο αποτελεί και το τελευταίο της εργασίας, σχολιάζεται η αποδοτικότητα του αλγορίθμου σε επίπεδο, τόσο αποτελεσμάτων, όσο και υπολογιστικής πολυπλοκότητας, παρουσιάζονται τα γενικά συμπεράσματα, και προτείνεται μια σειρά από ιδέες και παραλλαγές που μπορούν να εφαρμοστούν για τη βελτίωσή του.

6.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο πλαίσιο της εργασίας προτάθηκε αλγόριθμος για την ανακατασκευή ενός ενδιάμεσου μοντέλου (*model-mediated*) με σκοπό την απόδοση των απτικών χαρακτηριστικών, σε εφαρμογές τηλερομποτικής, αντιμετωπίζοντας, τυχόν, προβλήματα που εισάγει η παρουσία χρονικής καθυστέρησης στη μετάδοση της πληροφορίας. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις προσομοιώσεις σε υπολογιστικό περιβάλλον καθιστούν την προτεινόμενη τεχνική κατάλληλη για την προσέγγιση, τόσο των γεωμετρικών, όσο και των δυναμικών, ιδιοτήτων άγνωστου αντικειμένου, μετά από μια εξερευνητική διαδικασία. Από την άλλη, οι πειραματικές μετρήσεις υποδεικνύουν ότι, μετά την αλληλεπίδραση ενός συνόλου υποκειμένων με μια σειρά από ζεύγη καμπύλων σχημάτων, τα αποτελέσματα είναι αρκετά ικανοποιητικά κατόπιν συγκριτικής ανάλυσης με τις μετρήσεις που αποδίδει ο άμεσος χειρισμός και η απευθείας αλληλεπίδραση με την επιφάνεια του εικονικού σχήματος. Σε κάθε περίπτωση, η ψυχομετρική καμπύλη που αντιστοιχεί στην προτεινόμενη τεχνική φαίνεται να συμπίπτει με αυτήν της άμεσης αλληλεπίδρασης του χρήστη με την επιφάνεια του αντικειμένου, αποδίδοντας στο κατώφλι ελάχιστης παρατηρήσιμης διαφοράς (*JND*) για τους λόγους ακτινών των καμπυλών, την τιμή:

$$JND = 36.32\%$$

Επιπλέον, με βάση τα διάφορα χαρακτηριστικά της προτεινόμενης τεχνικής, τα οποία εξετάστηκαν, στο πλαίσιο της πειραματικής διαδικασίας, διαπιστώνεται ότι, από τη μία, η σύγκλιση των παραμέτρων, με βάση τον αναδρομικό αλγόριθμο ελαχίστων-τετραγώνων (*RLS*) που σχεδιάστηκε, προσδίδει ταχύτητα και ακρίβεια στις εκτιμήσεις των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, ενώ από την άλλη, η χρήση του αυτο-οργανούμενου χάρτη για την αποθήκευση της τοπικής πληροφορίας, επιτρέπει την προσαρμοστικότητα στα ληφθέντα πρότυπα εισόδου.

Ωστόσο, παρά τη μετατροπή όλων των διαδικασιών, που λαμβάνουν χώρα στον αλγόριθμο, σε αναδρομική λειτουργία, δεν έγινε δυνατή η χρήση κάποιας αναδρομικής μορφής της διαδικασίας που αφορά την εκπαίδευση του αυτο-οργανούμενου χάρτη· γι' αυτό το λόγο, η υπολογιστική πολυπλοκότητα, κατά τις επαναλήψεις στις οποίες ανανεώνονται τα βάρη του δικτύου, παραμένει ιδιαίτερα αυξημένη.

Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί στο κεφάλαιο 4, και πιο συγκεκριμένα, στην παράγραφο για την αύξηση του μεγέθους του δικτύου (προσθήκη νευρώνων), έχει υποθεθεί ότι, η επιφάνεια του, προς εξερεύνηση, αντικειμένου είναι, σχετικά, απλή σε όλο το εμβαδόν της.

Στην περίπτωση, που αυτή η υπόθεση δεν ισχύει, η διαδικασία, που περιγράφηκε, για τον καθορισμό των γειτόνων του νέου κόμβου, είναι, πολύ πιθανό, να οδηγήσει σε λανθασμένο αποτέλεσμα.

Τέλος, ο αλγόριθμος και οι τεχνικές που προτάθηκαν, στην παρούσα εργασία, για την ανακατασκευή ενός άγνωστου αντικειμένου, περιορίστηκαν, αποκλειστικά και μόνο, στην εκτίμηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της εξωτερικής επιφάνειάς του, καθώς και στον προσδιορισμό μιας δυναμικής ιδιότητάς του, όπως είναι ο συντελεστής ακαμψίας, ενώ για τον τελευταίο επιλέχθηκε προσέγγιση πρώτου βαθμού, που προσδίδει περιορισμένη ακρίβεια, σε πολλές περιπτώσεις.

6.2 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

6.2.1 RLS

❖ Προσθήκη Επιπλέον Χαρακτηριστικών Προς Εκτίμηση

Οι ιδιότητες οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον χαρακτηρισμό ενός αντικειμένου ποικίλουν. Στο πλαίσιο της εργασίας, προτιμήθηκε ο προσδιορισμός μόνο της γεωμετρίας, και πιο συγκεκριμένα του σχήματος, καθώς, και ο συντελεστής ακαμψίας ενός άγνωστου αντικειμένου. Ωστόσο, σε πολλές εφαρμογές, για την αλληλεπίδραση με ένα απομακρυσμένο περιβάλλον απαιτείται η γνώση περισσότερων ιδιοτήτων του, όπως για παράδειγμα ο συντελεστής τριβής του. Συνεπώς, σε μελλοντικές επεκτάσεις του αλγορίθμου, ενθαρρύνεται η σχεδίαση διαδικασιών για την εκτίμηση περισσότερων απτικών χαρακτηριστικών του αντικειμένου, για την ανακατασκευή, όσο το δυνατόν, καλύτερης προσέγγισης των ιδιοτήτων του. Τέλος, εκτός των άλλων, προτείνεται η χρήση εκτιμητών οι οποίοι παρέχουν στο χρήστη, καλύτερη προσέγγιση των χαρακτηριστικών, και κατ' επέκταση έλεγχο μεγαλύτερης ακρίβειας.

6.2.2 SOM

❖ Αναδρομικός Αλγόριθμος SOM (Recursive SOM)

Ο αναδρομικός αλγόριθμος που υπάρχει στην βιβλιογραφία, δεν ικανοποιεί τις προϋποθέσεις που έχουν τεθεί στο πλαίσιο της εργασίας, καθώς “ξεχνάει” την παρουσία παλαιότερων δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, αν ο χρήστης εξερευνήσει για μεγάλο χρονικό διάστημα μόνο ένα τμήμα από τον όγκο του αντικειμένου, τότε οι νευρώνες που τοποθετούνται μακρύτερα από το νικητή μεταβάλλουν τις θέσεις τους, με αποτέλεσμα χάνεται η εκπροσώπηση της αντίστοιχης περιοχής.

❖ Neural Gas

Το μέγεθος της δυναμικότητας, αυτού του είδους αυτο-οργανούμενου χάρτη, τον καθιστά ιδανική επιλογή, για τη διαδικασία ανακατασκευής άγνωστων αντικειμένων,

χρησιμοποιώντας δεδομένα από την επιφάνειά τους, καθώς διαθέτει τη δυνατότητα επαναπροσδιορισμού των σχέσεων γειτνίασης κάθε κόμβου. Από την άλλη, ο υψηλός βαθμός υπολογιστικής πολυπλοκότητας που προσδίδει στο δίκτυο κάνει, σχεδόν, αποτρεπτική τη χρήση του.

❖ Recursive Neural Gas

Αποτελεί την ιδανικότερη επιλογή, για εφαρμογές όπως αυτή που εξετάζεται στην παρούσα εργασία, καθώς συνδυάζει, από τη μία τον υψηλό βαθμό δυναμικότητας ενός δικτύου μη-επιβλεπόμενης μάθησης για ανακατασκευή αντικειμένων, και από την άλλη τη χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα για την αξιοποίηση προτύπων που εισάγονται σειριακά στο σύστημα, ωστόσο, δεν έχει αναπτυχθεί, επαρκώς, κάποιος παρόμοιος μηχανισμός στη βιβλιογραφία, μέχρι στιγμής.

❖ Αλγόριθμος για την αναδιάταξη των κόμβων του δικτύου

Για τη χρήση του αλγορίθμου, που προτάθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, στην ανακατασκευή οποιασδήποτε επιφάνειας (κυρτή ή κοίλη), είναι απαραίτητη η σχεδίαση, κατάλληλου, αλγορίθμου για την αναδιάταξη των κόμβων του δικτύου, όταν αυτό χρειαστεί, δηλαδή όταν “χαλάσουν” οι σχέσεις γειτνίασης. Με τον όρο “χαλάσουν”, εννοείται η αντιστοίχιση γειτονικών νευρώνων σε μη-γειτονικά τμήματα επιφάνειας του άγνωστου αντικειμένου.

6.2.3 ΓΕΝΙΚΑ

❖ Ανακατασκευή τριδιάστατου αντικειμένου (3D reconstruction)

Προφανώς, ο αλγόριθμος που σχεδιάστηκε και παρουσιάστηκε, στο πλαίσιο της εργασίας, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί, ως έχει, σε πραγματικές εφαρμογές, και αυτό, γιατί επιχειρεί ανακατασκευή διδιάστατου αντικειμένου (2D reconstruction). Συνεπώς, για την “εκμετάλλευση” των αποτελεσμάτων του σε πραγματικές συνθήκες απαιτείται ο κατάλληλος μετασχηματισμός, τόσο της διαδικασίας που αφορά την εκτίμηση των απτικών χαρακτηριστικών, όσο και αυτής που σχετίζεται με την προσαρμογή του αυτο-οργανούμενου χάρτη στα χωρικά δεδομένα εισόδου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- R. J. Anderson, and M. W. Spong (1992). "Asymptotic stability for force reflecting teleoperators", *International Journal of Robotics Research*, 11(2), pp. 135-149
- K. J. Astrom, and B. Wittenmark (1994). "Adaptive Control". *Prentice Hall. 2nd edition*
- J. Barhak and A. Fischer (2001), "Parameterization and reconstruction from 3D scattered points based on neural network and PDE techniques," in *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 7, no. 1, pp. 1-16, Jan-Mar 2001.
- B. Fritzke (1995). "A Growing Neural Gas Network Learns Topologies". *Advances in Neural Information Processing Systems*. 7: 625–632.
- S. Haykin (2008). "Neural Networks and Learning Machines". *Pearson. 3rd edition*
- A. d. M. B. Junior, A. D. D. Neto, J. D. de Melo and L. M. G. Goncalves (2008), "An Adaptive Learning Approach for 3-D Surface Reconstruction from Point Clouds," in *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 19, no. 6, pp. 1130-1140, June 2008.
- T. Kohonen (1990). "The Self-Organizing Map". in *Proceedings of the IEEE*, vol.78, no. 9, September 1990, pp. 1464–1480
- T. Kohonen (2001). "Self-Organizing Maps". *Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 3rd edition*, vol. 30
- D. G. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon (2005). "Statistical and Adaptive Signal Processing - Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering, and Array Processing". *Artech House*
- T. Martinetz, and K. Schulten (1991). "A "neural gas" network learns topologies". *Artificial Neural Networks*. Elsevier. pp. 397–402.
- P. Mitra, D. Gentry and G. Niemeyer (2007), "User Perception and Preference in Model Mediated Telemanipulation," *Second Joint EuroHaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems (WHC'07)*, Tsukuba, 2007, pp. 268-273.
- P. Mitra, and G. Niemeyer (2008). "Model-mediated Telemanipulation", *The International Journal of Robotics Research*, vol. 27, no. 2, February 2008, pp. 253-262
- H. B. Morgenbesser, and M. A. Srinivasan (1996). "Force Shading for Haptic Shape Perception", in *Proc. ASME Dynamics Systems and Control Division*. 407-412
- G. Niemeyer, and J. J. Slotine (1991). "Stable Adaptive tele-operation", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 16(1), pp.152-162
- L. Torresani, A. Hertzmann and C. Bregler (2008), "Nonrigid Structure-from-Motion: Estimating Shape and Motion with Hierarchical Priors," in *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 30, no. 5, pp. 878-892, May 2008.
- C. S. Tzafestas and S. Velanas (2013), "Telehaptic Perception of Delayed Stiffness Using Adaptive Impedance Control: Experimental Psychophysical Analysis," in *Presence*, vol. 22, no. 4, pp. 323-344, Nov. 1 2013.

B. J. van der Horst, and A. M. L. Kappers (2008). "Using curvature information in haptic shape perception of 3D objects." *Exp Brain Res*. 2008 Sep; 190(3): 361–367.

S. V. Velanas and C. S. Tzafestas (2012), "Model-mediated telehaptic perception of delayed curvature," *2012 IEEE RO-MAN: The 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication, Paris, 2012*, pp. 941-947.

T. Voegtlin (2002). "Recursive Self-Organizing Maps." *Neural Networks - New developments in self-organizing maps*, vol. 15, no. 8-9, pp. 979-991

F. Wichmann and N. Hill (2001). "The Psychometric Function: I. Fitting, Sampling, and Goodness of Fit", *Perception and Psychophysics*, vol. 63, pp. 1293-1313