



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ ΤΕΣΛΑ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ
ΚΡΙΤΟΛΑΟΥ Β. ΠΑΧΙΑΔΑΚΗ

Επιβλέπουσα : *Μαρία Γ. Ιωαννίδου*

Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Δεκέμβριος 2016



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ - ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ ΤΕΣΛΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Κριτολάου Β. Παχιαδάκη

Επιβλέπουσα: *Μαρία Γ. Ιωαννίδου, Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.*

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

..... Παρασκευή Ιωαννίδου Καθηγήτρια Ε.Μ.Π Νικόλαος Θεοδώρου Καθηγητής Ε.Μ.Π Παναγιώτης Τσαραμπάρης Λέκτορας Ε.Μ.Π
--	---	---

Αθήνα, Δεκέμβριος 2016

(Υπογραφή)

.....

ΚΡΙΤΟΛΑΟΣ Β. ΠΑΧΙΑΔΑΚΗΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2016 – All rights reserved

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να γίνει μια βιβλιογραφική αναφορά στη θεωρητική μελέτη του μετασχηματιστή Τέσλα με έμφαση στις κλασσικές εργασίες των Finkelstein, Goldberg και Shuchatowitz (1966) και Phung, Blackburn, Sheehy και James (1991) σχετικά με τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων όπως και να γίνει μια προσπάθεια κατασκευής του πηνίου.

Αφού γίνει μια σύντομη αναφορά στη βιογραφία του Νικόλα Τέσλα στην εισαγωγή, όπου δίδεται έμφαση στις εφαρμογές από τις εφευρέσεις του, στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρονται τα μέρη του πηνίου και τα πεδία εφαρμογών του. Στη συνέχεια στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια επεξήγηση της λειτουργίας των μαγνητικών πεδίων καθώς και του νόμου του Faraday. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται έννοιες που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της λειτουργίας του μετασχηματιστή. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η αρχή λειτουργίας. Στο πέμπτο κεφάλαιο αναπαράγονται, σε ορισμένα σημεία με δικό μας τρόπο, παλαιότερα αποτελέσματα και ειδικά στη παράγραφο 5.5 παρουσιάζουμε μια μέθοδο που μεγιστοποιεί τη τάση με πιο αποτελεσματικό τρόπο από ότι οι Phung *et al.* Στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια παραλλαγή του πηνίου καθώς και η κατασκευή αυτής.

Λέξεις κλειδιά: Πηνίο Τέσλα, Επιδερμικό Φαινόμενο

ABSTRACT

The goal of this thesis is not only to make a bibliographic reference to the theoretical parts of the coil and study some phenomena in order to understand the wireless power transmission, but also to make an attempt to make a real Tesla Coil.

Having made a brief reference to the biography of Nikola Tesla in the introduction, where emphasis is on applications of his inventions, the first chapter presents the parts of the coil and the fields of application. Then in the second chapter is an explanation of the function of the magnetic field and the Faraday's law. The third chapter presents the operation of the capacitor, the coil and also some phenomena that occur. The fourth and fifth chapter presents some theoretical problems, while the sixth chapter gives an illustration of the construction of a Tesla coil.

Keywords: Tesla Coil, Skin Effect

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2015 – 2016. Το κίνητρο που με οδήγησε σε αυτή τη διπλωματική εργασία ήταν το προσωπικό μου ενδιαφέρον για τη ασύρματη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας, μιας και δεδομένης της ανάπτυξης της τεχνολογίας, η καθημερινή μας ζωή θα έπρεπε να γίνεται όλο και πιο εύκολη.

Έτσι, θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως τη Καθηγήτρια κα. Μαρία Ιωαννίδου για τη βοήθειά της κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας καθώς και για το ενδιαφέρον που έδειξε για το πηνίο Τέσλα. Επίσης, ευχαριστώ τη Γραμματεία του Τμήματός μας, που κατά τη διάρκεια της φοίτησής μου με βοήθησε σε πολλά ζητήματα που αφορούσαν τη δουλειά μου.

Επιπλέον, ευχαριστώ τη Γυναίκα μου Μυρτώ που με έχει στηρίζει τόσα χρόνια και με παρότρυνε να ολοκληρώσω το δεύτερο πτυχίο μου, καθώς και την πατρική μου οικογένεια.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	σελ.9
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	
1.1 Το πηνίο Τέσλα.....	σελ.15
1.2 Εφαρμογές πηνίου Τέσλα	σελ.16
1.3 Δοκιμές μονωτικών υλικών και μονωτήρων/γραμμών μεταφοράς-διανομής	σελ.17
1.4 Έρευνα αντικεραυνικών εφαρμογών.....	σελ.17
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	
2.1 Το Μαγνητικό πεδίο	σελ.18
2.2 Ο νόμος του Faraday	σελ.19
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	
3.1 Ο πυκνωτής	σελ.22
3.2 Το πηνίο.....	σελ.27
3.3 Κύκλωμα RLC σε σειρά.....	σελ.28
3.4 Κύκλωμα RLC σε παράλληλη σύνδεση.....	σελ.30
3.5 Το επιδερμικό φαινόμενο (<i>skin effect</i>).....	σελ.30
3.6 Ηλεκτρική εκκένωση σε αέριο (gas discharge).....	σελ.31
3.7 Κυκλώματα σε μαγνητική σύζευξη. Αμοιβαία επαγωγή. Συντελεστής σύζευξης.....	σελ.33

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

- 4.1 Διαφορές μεταχηματιστή με πυρήνα και μετασχηματιστή Τέσλα.....σελ.36
- 4.2 Περιγραφή της λειτουργίας του μετασχηματιστή Τέσλα.....σελ.37
- 4.3 Λειτουργία - Τα εξαρτήματα ενός πηνίου Τέσλα.....σελ.39
- 4.4 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης.....σελ.43

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

- 5.1 Δύο κυκλώματα RLC σε σύζευξη.....σελ.44
- 5.2 Η περίπτωση των αμελητέων αντιστάσεων $R_1 = R_2 = 0$ σελ.46
- 5.3 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μετασχηματιστή: Ολική μεταφορά ενέργειας από το πρωτεύον στο δευτερεύον.....σελ.50
- 5.4 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μετασχηματιστή: Μέγιστη τάση στο δευτερεύον.....σελ.57
- 5.5 Μια εναλλακτική άποψη για τη μεγιστοποίηση της τάσης στο δευτερεύον....σελ.61

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

- 6.1 Ο Μ/Σ Τέσλα μονού τρανζίστορ (Single transistor blocking oscillator Tesla Coil)σελ.64
- 6.2 Κατασκευή Μ/Σ Τέσλα μονού τρανζίστορ.....σελ.66

- ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΠΗΓΕΣ.....σελ.69

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο Νικόλα Τέσλα υπήρξε ένας από τους σημαντικότερους εφευρέτες στην ιστορία της επιστήμης. Ήταν μηχανολόγος, ηλεκτρολόγος μηχανικός και φυσικός. Γεννήθηκε στις 10 Ιουλίου του 1943 στην περιοχή Λίκα της σημερινής Κροατίας.

Από μικρή ηλικία έδειξε πως είχε ζωνρή φαντασία και ενδιαφέρον στις εφευρέσεις ακολουθώντας το παράδειγμα της μητέρας του. Έμαθε τη Γερμανική γλώσσα και από μικρός ήταν βιβλιόφιλος. Το 1863 έλαβε τη βασική εκπαίδευση και έμαθε τη γερμανική γλώσσα. Το 1870 συνέχισε την εκπαίδευση του όπου ο καθηγητής του τον παρότρυνε να ασχοληθεί περισσότερο με τη μελέτη του ηλεκτρομαγνητισμού. Αποφοίτησε με βαθμό «πολύ καλά» και επέστρεψε στη γενέτειρά του. Το 1875 ο Τέσλα συνέλαβε δύο ευφάνταστες ιδέες οι οποίες αν και αδύνατο να υλοποιηθούν στην πράξη θεωρούνται ενδεικτικές της οικουμενικότητας των εφευρέσεων του. Η πρώτη αφορούσε ένα υποθαλάσσιο δίκτυο σωλήνων που θα επέτρεπε τη γρήγορη αποστολή αλληλογραφίας και δεμάτων από τη μία ήπειρο στην άλλη και η δεύτερη ένα στάσιμο δακτύλιο κατά μήκος του ισημερινού που θα επέτρεπε στους χρήστες του να μεταβαίνουν χωρίς να μετακινούνται, σε διαφορετικά σημεία της Γης καθώς αυτή θα περιστρεφόταν ως προς το δακτύλιο.

Με προσπάθειες του πατέρα του εξασφάλισε υποτροφία στην Ανώτατη Πολυτεχνική Σχολή του Γκρατς. Δείχνοντας υπερβολικό ζήλο εργαζόταν πολλές ώρες την ημέρα έχοντας άριστες επιδόσεις. Εκεί καταπιάστηκε και για πρώτη φορά με την ανάπτυξη ενός κινητήρα με χρήση εναλλασσόμενου ρεύματος. Οι καθηγητές του με επιστολή προς τον πατέρα του είχαν εκφράσει φόβους για την υγεία του εξαιτίας της υπέρμετρης

αφοσίωσης του στις σπουδές του. Ο σχεδόν μοναστικός τρόπος ζωής του αποτελούσε αντικείμενο χλευασμού εκ μέρους των συμφοιτητών του και μέχρι το τέλος του δεύτερου έτους σπουδών του ο Τέσλα αντιδρώντας στράφηκε στην άσωτη ζωή και τη χαρτοπαιξία. Κατά τη διάρκεια του τρίτου έτους σπουδών του σταμάτησε να παρακολουθεί μαθήματα και όπως μαρτυρούν τα αρχεία της σχολής του την άνοιξη του 1878 δεν βρισκόταν μεταξύ των εγγεγραμμένων φοιτητών με αποτέλεσμα να διακοπεί η υποτροφία του. Δεν αποφοίτησε ποτέ από την σχολή του Γκρατς.

Ο Τέσλα γράφτηκε τον Ιανουάριο του 1880 στο γερμανόφωνο Πανεπιστήμιο του Καρόλου της Πράγας έχοντας αρχικά οικονομική στήριξη από τους θείους του. Ένα χρόνο αργότερα και ενώ δεν ήταν πλέον δυνατό να τον συντηρεί η οικογένειά του αποφάσισε να εγκαταλείψει την Πράγα χωρίς να αποκτήσει κάποιο πτυχίο και εγκαταστάθηκε στη Βουδαπέστη.

Εκεί προσελήφθη ως τεχνικός σχεδιαστής στο κεντρικό τηλεγραφικό γραφείο της Ουγγαρίας αποκτώντας πολύτιμη πρακτική εμπειρία. Λίγους μήνες μετά εγκαταστάθηκε στο τηλεφωνικό κέντρο της Βουδαπέστης και κατάφερε να υλοποιήσει αρκετές βελτιώσεις στον εξοπλισμό του κέντρου, ενώ όπως ο ίδιος μαρτυρά στην αυτοβιογραφία του τελειοποίησε και έναν τηλεφωνικό ενισχυτή τον οποίο όμως δεν κατοχύρωσε ως ευρεσιτεχνία.

Έπειτα προσελήφθη στην Ηλεκτρική Εταιρεία Έντισον (Société Electrique Edison). Ήταν η πρώτη φορά που ο Τέσλα ήρθε σε άμεση επαφή με το έργο του Έντισον και απέκτησε βαθύτερη γνώση και εμπειρία γύρω από τις γεννήτριες και τους κινητήρες.

Σύντομα ξεχώρισε για τις ικανότητές του έχοντας μάλιστα ένα πλούσιο θεωρητικό επιστημονικό υπόβαθρο σε αντίθεση με τους περισσότερους υπαλλήλους του Έντισον, ενώ ανέπτυξε έναν αυτόματο ρυθμιστή για τα δυναμό του Έντισον, προκαλώντας τον ενθουσιασμό του προέδρου της Ηλεκτρικής Εταιρείας. Τον Οκτώβριο του 1883 ανέλαβε να επισκευάσει τον ηλεκτρικό σταθμό του Στρασβούργου στον οποίο είχε σημειωθεί έκρηξη. Εκεί του δόθηκε επίσης η ευκαιρία να πραγματοποιήσει επιτυχημένα πειράματα πάνω στην ιδέα του για έναν κινητήρα εναλλασσόμενου ρεύματος. Οι προσπάθειές του εντούτοις να εξασφαλίσει οικονομική στήριξη για την εφευρεσή του στέφθηκαν με αποτυχία και επέστρεψε στο Παρίσι. Την άνοιξη του ίδιου έτους του προτάθηκε να εργαστεί στην επιχείρηση του Έντισον στη Νέα Υόρκη, όπου και δέχτηκε.

Εκεί συναντήθηκε με τον Έντισον ο οποίος του ανέθεσε την πρώτη του δουλειά: να επισκευάσει τη γεννήτρια ενός ατμοπλοίου. Με μια ομάδα βοηθών και δουλεύοντας κατά τη διάρκεια της νύχτας ο Τέσλα κατάφερε να θέσει τις γεννήτριες του πλοίου σε λειτουργία εντυπωσιάζοντας τον Έντισον και κερδίζοντας την εμπιστοσύνη του. Δύο ημέρες μετά την άφιξή του ο Τέσλα ξεκίνησε να εργάζεται στο κατάστημα μηχανικών εργασιών του Έντισον. Ο Έντισον ήταν υποστηρικτής της χρήσης του συνεχούς ρεύματος κυρίως για πρακτικούς λόγους και για ζητήματα ασφαλείας, ενώ ο Τέσλα υποστήριζε τη χρήση του εναλλασσόμενου ρεύματος. Στο διάστημα που εργάστηκε στο εργαστήριο του, ο Τέσλα επανασχεδίασε τις γεννήτριες του Έντισον βελτιώνοντας την απόδοσή τους και είχε σημαντική συμβολή στην ανάπτυξη ενός συστήματος λαμπτήρων τόξου. Απογοητευμένος από το γεγονός πως το σύστημα που σχεδίασε δεν τέθηκε τελικά σε εφαρμογή αλλά και επειδή ποτέ δεν ανταμείφθηκε οικονομικά για τις πολύτιμες συνεισφορές του πέρα από τον

μισθό του, παραιτήθηκε περίπου έξι μήνες μετά την έναρξη της συνεργασίας του με τον Έντισον.

Ο Τέσλα μετά από κάποιες αποτυχημένες επιχειρηματικές ενέργειες βρίσκει νέο χρηματοδότη για τα πειράματα του. Το 1887 η πατέντα του με το όνομα Πολυφασικό Σύστημα Τέσλα κατοχυρώθηκε στην Αμερικανική Επιτροπή Ευρεσιτεχνιών. Το 1888 ο Τέσλα έδωσε μια διάλεξη με θέμα «Το Νέο Σύστημα Κινητήρων και Μετασχηματισμών Εναλλασσόμενου Ρεύματος», στο Αμερικάνικο Ινστιτούτο Ηλεκτρομηχανικής. Ο Έντισον με τον χρηματοδότη του Μόργκαν άνοιξαν μέτωπο δυσφήμισης εναντίον του Τέσλα και των χρηματοδοτών του ειδικά όταν ένας από αυτούς πούλησε στις φυλακές Σινγκ-Σινγκ το σχέδιο κατασκευής και λειτουργίας της ηλεκτρικής καρέκλας με εναλλασσόμενο ρεύμα του Τέσλα. Η διοίκηση συμφώνησε και το 1890 έπειτα από πολλές επαναλήψεις εκτέλεσαν τον πρώτο κατάδικο στην ηλεκτρική καρέκλα.

Το διάστημα 1890-1891 ο Τέσλα έδωσε δεκάδες διαλέξεις για το εναλλασσόμενο ρεύμα και τη χρήση του. Το 1891 ο Τέσλα εφηύρε το πηνίο που φέρει το όνομά του. Το 1892 έως το 1903 ο Τέσλα αγωνιζόταν να αποδείξει ότι η εκπομπή και λήψη ραδιοκυμάτων ήταν δική του εφεύρεση καθώς στηριζόταν σε 13 δικές του πατέντες και όχι του Ιταλού Μαρκόνι. Τελικά ο Τέσλα δικαιώθηκε το 1943, ενώ αναγνωρίστηκε ως ο εφευρέτης του ραδιοφώνου το 1955.

Παράλληλα τη νύχτα της 1η Μαΐου του έτους 1893 στη Διεθνή Έκθεση του Σικάγο, ο 24ος πρόεδρος των Η.Π.Α. φωταγόγησε την πόλη του Σικάγου με λάμπες που λειτουργούσαν με εναλλασσόμενο ρεύμα χάρη στον Τέσλα. Το 1895 ο Τέσλα εφεύρε τις ακτίνες X και έτσι η φήμη του εκτοξεύτηκε. Το 1898 ισχυρίστηκε δημιουργώντας και

χρησιμοποιώντας μια συσκευή τηλεγεωδυναμικής, ότι ήταν υπεύθυνος για μικρό σεισμό που συνέβη στη Νέα Υόρκη.

Σήμερα γνωρίζουμε πως η πρόκληση σεισμών με ηλεκτρομαγνητικούς παλμούς είναι όντως εφικτή. Εκείνη την περίοδο η φήμη του Τέσλα στις Ηνωμένες Πολιτείες ήταν μεγαλύτερη από κάθε άλλου εφευρέτη ή επιστήμονα στη λαϊκή συνείδηση, αλλά λόγω της εκκεντρικότητας του και των περιέργων και θεωρούμενων ως εξωφρενικών ισχυρισμών του για τις δυνατότητες της επιστημονικής και τεχνολογικής ανάπτυξης να βοηθήσουν την εκτόξευση του ανθρώπινου πολιτισμού σε άλλη κλίμακα, τελικά εξοστρακίστηκε σαν τρελός επιστήμονας.

Από το 1898 έως το 1903 ο Τέσλα άλλαξε αρκετούς χρηματοδότες ενώ είχε αποτραβηχτεί σε πειράματα για τη λεγόμενη «ελεύθερη ενέργεια» στο Κολοράντο Σπρινγκς και στο Λονγκ Άιλαντ, για τα οποία δεν γνωρίζουμε πολλά και τα οποία διακόπηκαν εντελώς ξαφνικά λόγω παύσης χρηματοδότησης όταν αποκάλυψε στο χρηματοδότη του J. P. Morgan ότι η ελεύθερη ενέργεια θα μοιραζόταν δωρεάν.

Από το 1915 έως το 1917 κέρδισε πολλές διακρίσεις από διάφορες ακαδημίες αλλά έχασε την ευκαιρία να προταθεί για Νόμπελ φυσικής από τον Έντισον.

Από το 1918 έως το 1922 κατοχύρωσε διάφορες πατέντες και ευρεσιτεχνίες για τη μηχανική των υγρών οι οποίες αγοράστηκαν από διάφορες εταιρίες για να τις εμπορευματοποιήσουν.

Το 1924 ο Τέσλα ισχυρίστηκε ότι είχε εφεύρει την περιβόητη «ακτίνα θανάτου», ένα υπερόπλο ικανό να καταστρέψει μεγάλες εκτάσεις δηλαδή έως και 10.000 αεροπλάνα

σε απόσταση 200 μιλίων, ενώ επίσης ισχυρίστηκε ότι αυτό ήταν υπεύθυνο για την έκρηξη της Τουνγκούσκα. Φυσικά οι δημοσιογράφοι και ο επιστημονικός κόσμος τον περιγέλασαν ενώ μέχρι σήμερα οι μελετητές εντάσσουν αυτή την εφεύρεση στο τομέα των ανεξήγητων φαινομένων και γεγονότων.

Σήμερα η προσπάθεια αποκρυπτογράφησης μέρους των θεωριών και ανακαλύψεων του Τέσλα γίνεται με συστήματα όπως το Haarp.

Πέθανε το 1943 στις 7 του Γενάρη αλλά τον βρήκαν νεκρό δυο μέρες μετά γιατί είχε κρεμάσει όπως έκανε πάντα στην πόρτα του δωματίου του την επιγραφή «ΜΗΝ ΕΝΟΧΛΕΙΤΕ, ΕΡΓΑΖΟΜΑΙ». Εκτός από τη δουλειά του στον ηλεκτρομαγνητισμό και τα συστήματα ισχύος ο Τέσλα λέγεται ότι έχει συνεισφορές και στη θεμελίωση της ρομποτικής, του τηλεχειρισμού, στην ανάπτυξη του ραντάρ και της επιστήμης υπολογιστών, όπως και στην επέκταση της βαλλιστικής, της πυρηνικής και θεωρητικής φυσικής.

Το 1943 το Ανώτατο Δικαστήριο των Ηνωμένων Πολιτειών τον αναγνώρισε σαν τον εφευρέτη της ασύρματης επικοινωνίας.

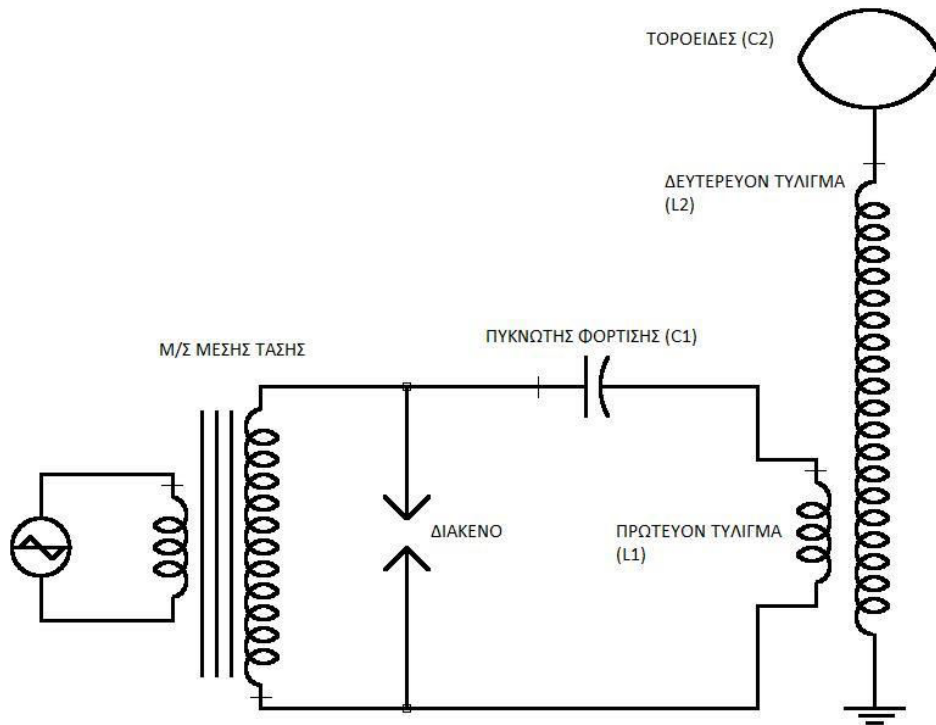
Σύγχρονοι μελετητές του έργου του τον έχουν αποκαλέσει «τον άνθρωπο που εφήυρε τον Εικοστό Αιώνα» και «προστάτη άγιο του σύγχρονου ηλεκτρισμού».

1.1 Το Πηνίο Τέσλα

Ένα πηνίο Tesla είναι ένας υψηλής τάσεως μετασχηματιστής με πυρήνα αέρα, δηλαδή δεν υπάρχει κανένας πυρήνας σιδήρου μέσα στις σπείρες. Αποτελείται από 6 βασικά στοιχεία. Το πρώτο είναι ο αρχικός μετασχηματιστής ο οποίος είναι ένας υψηλής τάσεως μετασχηματιστής σιδηροπυρήνα. Το δεύτερο είναι ένας πυκνωτής ο οποίος συνήθως είναι ιδιοκατασκευή αλλά μπορεί να αγοραστεί αρκετά ακριβά σε βιομηχανικό όμως επίπεδο. Το τρίτο είναι το διάκενο το οποίο αποτελείται από δυο καλώδια διαχωρισμένα από ένα μικρό κενό αέρος. Το τέταρτο είναι το πρωτεύον τύλιγμα το οποίο αποτελείται από 10 με 15 σπείρες καλωδίου μεγάλης διατομής. Το πέμπτο είναι το δευτερεύον τύλιγμα το οποίο αποτελείται από πολλές εκατοντάδες στροφών σχετικά λεπτού, μικρής διατομής καλωδίου και το έκτο είναι ο τοροειδής μετασχηματιστής. Συνήθως είναι από αλουμίνιο, έχει σχήμα τόρου και τοποθετείται στο πάνω μέρος του δευτερεύοντος τυλίγματος.

Το πηνίο Τέσλα είναι ένα είδος μετασχηματιστή ο οποίος βασίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού. Παράγει την υψηλότερη τάση που μπορεί να παραχθεί από μια ηλεκτροστατική μηχανή. Εφευρέθηκε από τον Νικόλα Τέσλα το 1891. Αρχικά είχε στόχο την ασύρματη τροφοδότηση λαμπτήρων και άλλων συσκευών. Η τάση την οποία μπορεί να παράξει η διάταξη είναι από εκατοντάδες kV έως MV.

Παρακάτω απεικονίζεται σχηματικά ένα πηνίο Τέσλα:



1.2 Εφαρμογές πηνίου Τέσλα

Το πηνίο Τέσλα χρησιμοποιείται για ασύρματη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας. Χρησιμοποιείται επίσης για την μελέτη και την εξομοίωση των κεραυνών, όπως και σε περιπτώσεις δημιουργίας εφέ λόγω του τόξου που μπορεί να δημιουργηθεί. Υπό κανονικές προϋποθέσεις το τόξο είναι ένα ανεπιθύμητο φαινόμενο καθότι αποτελεί απώλειες ενέργειας.

1.3 Δοκιμές μονωτικών υλικών και μονωτήρων/γραμμών μεταφοράς-διανομής

Οι υψίσυχνες ταλαντώσεις των μετασχηματιστών Τέσλα έχουν παρόμοια συμπεριφορά όσον αφορά το αποτέλεσμα με τις καταπονήσεις των συμβατικών συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Για αυτό και οι μετασχηματιστές Τέσλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μέτρηση της καταπόνησης των κεραμικών μονωτήρων, καθώς και διακοπών. Παρουσιάζουν πλεονεκτήματα έναντι των Μ/Σ με πυρήνα φερρίτη καθώς έχουν χαμηλότερο κόστος, όπως και απουσιάζουν τα φαινόμενα μη γραμμικότητας. Επίσης εάν από την υψηλή τάση που παράγεται χρησιμοποιηθούν σύντομοι παλμοί και μεγάλης επαναληψιμότητας, μπορούν να παραχθούν μικροκύματα. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν σε φορητές συσκευές ακτίνων Χ για ανάλυση π.χ. κοσμημάτων.

1.4 Έρευνα αντικεραυνικών εφαρμογών

Με την χρήση ενός κεραυνού leader για την παρασκευή του οποίου χρησιμοποιείται μετασχηματιστής Τέσλα, μπορούν να εξομοιωθούν και να βρεθεί το ανάλογο φαινομένων κεραυνών νέφους - νέφους και νέφους - αέρος τα οποία είναι δύσκολο να μελετηθούν εν αντιθέσει με τα φαινόμενα νέφους - εδάφους όπου υπάρχουν εξομοιώσεις. Η μελέτη τους είναι κρίσιμη καθώς θα μπορούσαν να έχουν αποφευχθεί σοβαρά ατυχήματα όπως αυτό που συνέβει κατά την εκτόξευση του Απόλλο 12 το 1967.

2.1 Το Μαγνητικό πεδίο

Οι βασικές αρχές στις οποίες υπάγονται τα μαγνητικά πεδία όσον αφορά την επίδραση τους στις γεννήτριες, στους κινητήρες και στους μετασχηματιστές είναι τα εξής:

- Ένας ρευματοφόρος αγωγός παράγει γύρω του μαγνητικό πεδίο.
- Ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές διέρχονται μέσα από κάποιο πηνίο επάγει τάση στα άκρα του πηνίου (αρχή λειτουργίας του μετασχηματιστή).
- Σε έναν ρευματοφόρο αγωγό ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο εξασκείται μια δύναμη εξ επαγωγής (αρχή λειτουργίας του κινητήρα).
- Στα άκρα ενός αγωγού που κινείται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο επάγεται κάποια τάση (αρχή λειτουργίας της γεννήτριας).

Γενικά ισχύει ότι:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (2.1)$$

Η παραπάνω σχέση περιγράφει το μαγνητικό πεδίο το οποίο αναπτύσσεται γύρω από έναν ρευματοφόρο αγωγό που μεταφέρει ρεύμα I . Η ένταση του μαγνητικού πεδίου H μετριέται σε αμπερελίγματα ανά μέτρο (At/m).

2.2 Ο νόμος του Faraday - τάση εξ επαγωγής ενός χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου

Ο νόμος του Faraday μας λέει ότι αν μέσα από μια σπείρα ενός πηνίου διέρχεται χρονικά μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή, τότε στα άκρα της επάγεται μια τάση e_{ind} που είναι ανάλογη προς το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής ως προς το χρόνο.

Η λειτουργία των μετασχηματιστών βασίζεται κατά κύριο λόγο σε αυτόν τον νόμο του οποίου ο τύπος είναι ο παρακάτω

$$e_{ind} = -\frac{d\varphi}{dt} \quad (2.2)$$

όπου,

e_{ind} η τάση που επάγεται στα άκρα της σπείρας

η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα απ' αυτή

Αν ένα πηνίο αποτελείται από N σπείρες η τάση που επάγεται στα άκρα του είναι ίση προς

$$e_{ind} = -N \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.3)$$

Ο νόμος του Lenz ευθύνεται για το αρνητικό πρόσημο στις παραπάνω σχέσεις. Δηλαδή αν τα άκρα του πηνίου βραχυκυκλωθούν η πολικότητα της τάσης που αναπτύσσεται είναι τέτοια ώστε δημιουργεί παραγόμενο ρεύμα με μαγνητική ροή που *αντιτίθεται* στη μεταβολή της αρχικής ροής. Επίσης αν έχουμε άύξηση της τιμής της μαγνητικής ροής, η επαγόμενη διαφορά δυναμικού τείνει να δημιουργήσει

ένα πεδίο με ροή που αντιτίθεται στην αύξηση της αρχικής ροής, δηλαδή στο αίτιο που το προκάλεσε.

Έχουμε υποθέσει ότι η ροή είναι η ίδια για όλες τις σπείρες του τυλίγματος αλλά στην πραγματικότητα ένα μέρος της μαγνητικής ροής ξεφεύγει από τον πυρήνα προς τον αέρα που τον περιβάλλει. Έτσι όταν οι σπείρες είναι πολύ κοντά η μια στην άλλη, τότε πράγματι απ' όλες τους διέρχεται η ίδια μαγνητική ροή. Όμως, αν η ροή διαρροής είναι αρκετά μεγάλη ή αν στους υπολογισμούς απαιτείται μεγάλη ακρίβεια, πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια άλλη εξίσωση στην οποία δε γίνεται η παραπάνω υπόθεση. Μια πιο ακριβής διατύπωση από ότι η (2.2) παραπάνω, έχουμε τη τάση στα άκρα της i -οστής σπείρας του πηνίου ίση προς

$$e_{ind,i} = -N \frac{d\phi_i}{dt} \quad (2.4)$$

Αν το τυλίγμα αποτελείται από N σπείρες, η τάση στα άκρα του θα έχει τη τιμή

$$e_{ind} = \sum_{i=1}^N e_{ind,i} = - \sum_{i=1}^N \frac{d\phi_i}{dt} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.5)$$

όπου

$$\Phi = - \sum_{i=1}^N \phi_i . \quad (2.6)$$

Η παραπάνω ποσότητα Φ καλείται *πεπλεγμένη ροή (flux linkage)* του πηνίου. Η μονάδα της πεπλεγμένης ροής είναι το Weber.

Ο νόμος του Faraday είναι η βασική αρχή των μαγνητικών πεδίων που εμπλέκονται στη λειτουργία του μετασχηματιστή και εξηγεί τις απώλειες εξαιτίας των δινορευμάτων. Τα δινορεύματα είναι επαγωγικά ρεύματα τα οποία

δημιουργούνται από χρονικά μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή η οποία επάγει τάση μέσα στον ίδιο τον πυρήνα όπως ακριβώς και στο τύλιγμα του. Είναι δηλαδή απώλειες ενέργειας οι οποίες αποβάλλονται με την μορφή θερμότητας και θερμαίνουν τον πυρήνα. Το ποσό της ενέργειας που χάνεται από αυτά είναι ανάλογο με το μήκος της διαδρομής που διαγράφουν. Έχουν την μορφή στροβίλων ή δινών οι οποίες σχηματίζονται στις όχθες ποταμών και για αυτόν τον λόγο έχουν πάρει και την ονομασία δινορεύματα.

Προκειμένου να αποφευχθούν αυτά τα ρεύματα οι σιδηρομαγνητικοί πυρήνες χωρίζονται σε δυναμοελάσματα, δηλαδή σε λεπτά φύλλα. Η ένωση πολλών δυναμοελασμάτων μαζί σχηματίζει έναν νέο πυρήνα και ανάμεσα σε αυτά περιορίζεται η διαδρομή των δινορευμάτων με την παρουσία μονωτικών ρητίνων η οποία έχει την ικανότητα να μην επιδρά καθόλου στις μαγνητικές ικανότητες του πυρήνα λόγω του μικρούς της πάχους και παρόλα αυτά να μειώνει τις απώλειες εξαιτίας των δινορευμάτων.

3.1 Ο πυκνωτής

Ο πυκνωτής αποθηκεύει φορτίο στις πλάκες του, και επομένως ηλεκτρική ενέργεια, για αυτό και λέμε ότι διαθέτει χωρητικότητα. Πρόκειται για ένα ηλεκτρικό στοιχείο δύο ακροδεκτών με δυο αντικριστές πλάκες οι οποίες αποτελούνται από αγώγιμο υλικό και υπάρχει ένας ακροδέκτης σε κάθε μία από αυτές. Ανάμεσα στις πλάκες παρεμβάλλεται μονωτικό υλικό. Αυτό το μονωτικό υλικό μπορεί να είναι αέρας, πλαστικό κ.α. Οι δύο αγωγοί ονομάζονται οπλισμοί του πυκνωτή, ενώ το παρεμβαλλόμενο υλικό ονομάζεται διηλεκτρικό του πυκνωτή. Όταν ένας πυκνωτής είναι φορτισμένος, οι οπλισμοί του έχουν ηλεκτρικά φορτία αντίθετα. Καλούμε φορτίο του πυκνωτή Q_C το φορτίο του θετικά φορτισμένου οπλισμού του. Μεταξύ των οπλισμών ενός φορτισμένου πυκνωτή αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού, την οποία καλούμε τάση του πυκνωτή V_C . Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή ορίζεται ως το πηλίκο

$$C = \frac{Q_C}{V_C} \quad (3.1)$$

και εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και από τη φύση του διηλεκτρικού του. Η ηλεκτρική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη μεταξύ των οπλισμών είναι ίση προς

$$U_e = \frac{1}{2} CV_C^2 \quad (3.2)$$

Ο αέρας, το κενό και ορισμένες φορές και κεραμικά υλικά, είναι τα βασικά στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται σαν διηλεκτρικό στους μεταβλητούς πυκνωτές. Στο συνεχές ρεύμα ο πυκνωτής παρουσιάζει άπειρη αντίσταση, δηλαδή δεν επιτρέπει τη διέλευση ρεύματος. Για το λόγο αυτό θεωρούμε ότι στο συνεχές ρεύμα ο πυκνωτής συμπεριφέρεται ως ανοικτός διακόπτης. Στο εναλλασσόμενο ρεύμα όμως λόγω της συνεχούς αλλαγής της πολικότητας του ρεύματος οι οπλισμοί του πυκνωτή φορτίζονται και αποφορτίζονται προσπαθώντας να ακολουθήσουν την αλλαγή της πολικότητας της τάσης που έχει εφαρμοστεί στους ακροδέκτες του. Έτσι λοιπόν φαίνεται σαν να διαρρέεται ο πυκνωτής από ρεύμα. Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει ροή ηλεκτρικού φορτίου διαμέσου του πυκνωτή, αλλά η συνεχής κίνηση των φορτίων των οπλισμών του από και προς την πηγή, η οποία ισοδυναμεί με ένα ρεύμα το οποίο τρέχει από τον πόλο της πηγής μέχρι τον οπλισμό με εναλλασσόμενη φορά. Διαμέσου του διηλεκτρικού του πυκνωτή δεν κινούνται φορτία. Μάλιστα, η κίνηση φορτίων δια μέσου του διηλεκτρικού είναι ανεπιθύμητη και οδηγεί σε διάσπαση του διηλεκτρικού και καταστροφή του πυκνωτή. Δια μέσου του διηλεκτρικού ρέει ένα ρεύμα που δεν οφείλεται σε ηλεκτρικά φορτία και ονομάζεται ρεύμα διηλεκτρικής μετατόπισης. Η φύση αυτού του ρεύματος είναι πεδιακή.

Λόγω του ρεύματος που τρέχει όταν εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση στα άκρα ενός πυκνωτή, μπορούμε να αντιστοιχίσουμε μια αντίσταση στον πυκνωτή, έτσι ώστε αν διαιρέσουμε την τάση με την αντίσταση αυτή να προκύψει η τιμή της έντασης του ρεύματος που τρέχει. Την ποσότητα αυτή ονομάζουμε *αντίδραση (reactance)* και τη συμβολίζουμε με X_C . Η τιμή της αντίδρασης X_C εξαρτάται από την χωρητικότητα του πυκνωτή, δηλαδή από τον τρόπο κατασκευής του, και από την κυκλική συχνότητα ω της τάσης που εφαρμόζεται. Όσο πιο χαμηλή είναι η συχνότητα και πλησιάζει προς το μηδέν (δηλαδή προς το συνεχές ρεύμα), τόσο η αντίδραση του πυκνωτή θα πρέπει να

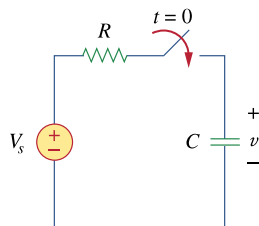
αυξάνεται μέχρι οριακά να απειρίζεται στο συνεχές ρεύμα, όπου ο πυκνωτής λειτουργεί ως ανοικτός διακόπτης. Αντιθέτως, όταν η συχνότητα αυξάνεται θα πρέπει ο πυκνωτής να επιτρέπει τη διέλευση του ρεύματος ολοένα και πιο εύκολα.

Η αντίδραση ενός πυκνωτή δίνεται από τον τύπο:

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad (3.3)$$

όπου το (-) εξηγείται παρακάτω. Παρατηρούμε ότι όταν $\omega \rightarrow 0$, τότε $X_C \rightarrow \infty$, δηλαδή στο συνεχές ρεύμα (μηδενική συχνότητα), ο πυκνωτής παρουσιάζει άπειρη αντίδραση και δεν επιτρέπει τη διέλευση ρεύματος. Επίσης, βλέπουμε ότι για δεδομένη συχνότητα όσο πιο μεγάλη χωρητικότητα έχει ο πυκνωτής, τόσο πιο μικρή αντίδραση παρουσιάζει, δηλαδή επιτρέπει τη διέλευση μεγαλύτερου ρεύματος.

Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή και η τάση στα άκρα του δεν είναι συμφασικά μεγέθη. Η τάση καθυστερεί σε σχέση με το ρεύμα κατά 90° . Αυτό μπορεί να εξηγηθεί ποιοτικά με το εξής πείραμα.



Σχήμα 3.1

Πυκνωτής και αντίσταση σε σειρά (πηγή Alexander και Sadiku (2013))

Έστω ότι ο πυκνωτής (Σχήμα 3.1) είναι αρχικά αφόρτιστος. Όταν κλείσουμε το διακόπτη η μπαταρία αρχίζει να φορτίζει τον πυκνωτή μέσω της αντίστασης οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι αρχικά μηδέν και

αυξάνεται μέχρι να φτάσει στο ίδιο επίπεδο με την τάση της πηγής. Όταν συμβεί αυτό το ρεύμα πια μηδενίζεται. Αν στη συνέχεια αντιστρέψουμε την πολικότητα της μπαταρίας θα δούμε το φαινόμενο να επαναλαμβάνεται με αντίστροφη φορά. Παρατηρούμε ότι το ρεύμα και η τάση συμπεριφέρονται αντίστροφα όσον αφορά τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τους.

Όταν το ρεύμα είναι μέγιστο, η τάση είναι μηδέν και όταν πια το ρεύμα έχει μηδενιστεί η τάση στα άκρα του πυκνωτή έχει φτάσει στην μέγιστή τιμή της. Έτσι λοιπόν το ρεύμα που τρέχει στον πυκνωτή, αν το εκφράσουμε με στρεφόμενο διάνυσμα θα είναι

$$I_C = \frac{V}{Z_C} = j\omega CV \quad (3.4)$$

όπου εισάγαμε την μιγαδική εμπέδηση Z_C . Γενικά η σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση) ενός στοιχείου κυκλώματος δίνεται από την σχέση

$$Z = R + jX \quad (3.5)$$

όπου R είναι η αντίσταση (*resistance*) και X η αντίδραση (*reactance*) (βλ. Alexander και Sadiku (2013)). Η ανάλυση της προηγούμενης σελίδας οδηγεί στο συμπέρασμα

$$R_C = 0, X_C = -\frac{1}{\omega C}, Z_C = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} \quad (3.6)$$

Εδώ εφαρμόσαμε την ιδιότητα ότι πολλαπλασιασμός με j αντιστοιχεί σε στροφή του διανύσματος στο μιγαδικό επίπεδο κατά $+90^\circ$. Κατ' αυτόν τον τρόπο το ρεύμα προκύπτει να προηγείται της τάσης κατά 90° . Επομένως μπορούμε να γράψουμε το νόμο Ohm για τον πυκνωτή στο εναλλασσόμενο ρεύμα ως εξής:

$$V = I_C Z_C \quad (3.7)$$

Παρατηρούμε ότι ο νόμος είναι σε πλήρη αντιστοιχία με τον νόμο του Ohm για τις αντιστάσεις στο συνεχές ρεύμα $V=IR$ με τη διαφορά ότι το σύμβολο R έχει αντικατασταθεί από το σύμβολο Z_C και ότι και τα τρία μεγέθη είναι μιγαδικοί αριθμοί (*phasors*). Η μιγαδική αντίσταση αναφέρεται πιο συχνά ως σύνθετη αντίσταση.

Ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίζονται πυκνωτές που έχουν συνδεθεί σε σειρά όσον αφορά τον υπολογισμό της ολικής σύνθετης αντίστασης είναι ο ίδιος σα να είχαμε ωμικές αντιστάσεις στο συνεχές ρεύμα. Έτσι λοιπόν αν έχουμε n πυκνωτές συνδεδεμένους σε σειρά με σύνθετες αντιστάσεις Z_1, \dots, Z_n τότε η συνολική τους σύνθετη αντίσταση είναι το άθροισμα των επιμέρους συνθέτων αντιστάσεων, δηλαδή:

$$Z = Z_1 + \dots + Z_n \quad (3.8)$$

Ενώ οι σύνθετες αντιστάσεις προστίθενται, η συνολική χωρητικότητα που προκύπτει είναι μικρότερη από οποιαδήποτε από τις C_1, \dots, C_n . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η αντίδραση του πυκνωτή X_C είναι αντιστρόφως ανάλογη της χωρητικότητας.

Για n πυκνωτές που είναι συνδεδεμένοι παράλληλα μεταξύ τους υπολογίζουμε για τον κάθε πυκνωτή τη σύνθετη αγωγιμότητά του και στη συνέχεια προσθέτουμε όλες τις επιμέρους σύνθετες αγωγιμότητες:

$$Y = Y_1 + \dots + Y_n \quad (3.9)$$

Η ζητούμενη ολική σύνθετη αντίσταση προκύπτει αντιστρέφοντας την ολική σύνθετη αγωγιμότητα.

Στην παράλληλη σύνδεση η ολική χωρητικότητα που προκύπτει είναι αυξημένη σε σχέση με τις επιμέρους από τις οποίες αποτελείται, μάλιστα είναι ίση με το άθροισμά τους.

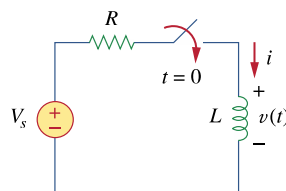
3.2 Το Πηνίο

Όπως ο πυκνωτής αποθηκεύει ηλεκτρική ενέργεια έτσι και ένα πηνίο αποθηκεύει μαγνητική ενέργεια. Η πιο απλή μορφή είναι ένα σύρμα ελικοειδούς μορφής με μήκος μεγάλο σχετικά με την διάμετρο και την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών περιελίξεων πολύ μικρή σε σχέση με τα προηγούμενα δύο μήκη. Όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα I τότε δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο μέσα στο πηνίο. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση

$$U_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.10)$$

όπου L είναι η αυτεπαγωγή του πηνίου. Η μαγνητική ροή μέσα στο πηνίο είναι

$$\Phi = LI \quad (3.11)$$



Σχήμα 3.2

Πηνίο σε σειρά με πηγή δυναμικού και αντίσταση (πηγή Alexander και Sadiku (2013))

Αν το ηλεκτρικό ρεύμα μέσω των σπειρών μεταβάλλεται με τον χρόνο τότε στα άκρα του πηνίου επάγεται σύμφωνα με τον νόμο του Faraday (2.5) ηλεκτρεγερτική δύναμη ίση με

$$E_{ind} = -L \frac{dI}{dt} \quad (3.12)$$

Το πρόσημο (-) δείχνει ότι σύμφωνα με τον νόμο του Lenz η επαγόμενη τάση έχει φορά ώστε να αντιτίθεται στην μεταβολή και ότι η αυτεπαγωγή παίζει στον ηλεκτρομαγνητισμό τον ρόλο που η αδρανειακή μάζα παίζει στην μηχανική.

Αν σε πηνίο εφαρμόσουμε εναλλασσόμενη τάση V φορά ώστε να αντιτίθεται στην μεταβολή τότε, αντίθετα προς αυτό που ισχύει με τον πυκνωτή, το ρεύμα έπεται της τάσης κατά 90^0 :

$$V = j\omega LI \quad (3.13)$$

Έτσι εισάγουμε την σύνθετη αντίσταση για την αυτεπαγωγή

$$Z_L = j\omega L \quad (3.14)$$

3.3 Κύκλωμα RLC σε σειρά

Αν συνδέσουμε αντίσταση, πηνίο και πυκνωτή σε σειρά και στα άκρα εφαρμόσουμε εναλλασσόμενη τάση

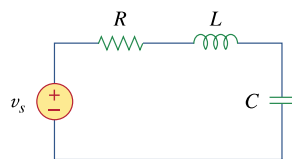
$$V = V_0 e^{j\omega t} \quad (3.15)$$

τότε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

$$I = \frac{V}{Z} \quad (3.16)$$

όπου σύνθετη αντίσταση Z είναι το άθροισμα

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.3

Αντίσταση, πηνίο και πυκνωτής σε σειρά με πηγή δυναμικού (πηγή Alexander και Sadiku (2013))

Η μέγιστη τιμή ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα για δεδομένο πλάτος V_0 προκύπτει όταν το μέτρο $|Z|$ ως συνάρτηση του ω είναι ελάχιστο, δηλ. όταν ισχύει η συνθήκη συντονισμού

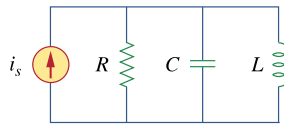
$$\omega^2 = \frac{1}{LC}. \quad (3.18)$$

Τότε η τάση στα άκρα του πηνίου είναι ακριβώς αντίθετη προς τη τάση στα άκρα του πυκνωτή, η εξωτερική τάση V είναι ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης και είναι σε φάση με το ρεύμα, και οι απώλειες σε θερμότητα Joule είναι οι ελάχιστες (για τον συγκεκριμένο συνδυασμό V_0, R, L, C).

Ορίζουμε ως *quality factor* του RLC κυκλώματος τον καθαρό αριθμό

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad (3.19)$$

3.4 Κύκλωμα RLC σε παράλληλη σύνδεση



Σχήμα 3.4

Αντίσταση, πυκνωτής και πηνίο σε παράλληλη σύνδεση (πηγή Alexander και Sadiku (2013))

Όταν έχουμε σύνδεση του πυκνωτή, του πηνίου και της αντίστασης σε παράλληλη συνδεσμολογία τότε η σύνθετη αγωγιμότητα προκύπτει ως το άθροισμα των αγωγιμοτήτων

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C. \quad (3.20)$$

Για δεδομένα R, L, C η μέγιστη αγωγιμότητα προκύπτει όταν

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (3.21)$$

Η παραπάνω συνθήκη συντονισμού σε παράλληλη σύνδεση συμπίπτει με αυτή σε σύνδεση σε σειρά (3.18). Βλέπουμε ότι σε αυτή τη περίπτωση το ρεύμα που διαρρέει την πηγή συμπίπτει με αυτό που διαρρέει την ωμική αντίσταση.

3.5 Το επιδερμικό φαινόμενο (*skin effect*)

Αν σε ένα αγωγό εφαρμόσουμε εξωτερική τάση μεγάλης συχνότητας τότε όλο το ρεύμα στον αγωγό περιορίζεται στην ουσία σε περιοχή κοντά στην επιφάνεια,

$$\frac{\text{Ρεύμα σε βάθος } z}{\text{Ρεύμα στην επιφάνεια}} = e^{-z/\delta} \quad (3.22)$$

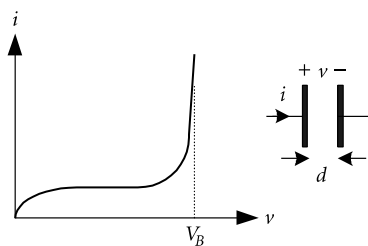
δηλ.η πυκνότητα ρεύματος μειώνεται εκθετικά με το βάθος. Το χαρακτηριστικό μήκος δ εξαρτάται από την αγωγιμότητα, τις μαγνητικές ιδιότητες του υλικού και τη συχνότητα της εξωτερικής τάσης. Δίνεται από τη σχέση (Ramo, Whinnery και Van Duzer (1994))

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \frac{\mu}{\mu_0} \sigma}} \quad \text{σε μέτρα (m)} \quad (3.23)$$

όπου f είναι η συχνότητα, μ / μ_0 είναι ο λόγος (καθαρός αριθμός) της μαγνητικής διαπερατότητας του υλικού προς τη μαγνητική διαπερατότητα του κενού και σ η αγωγιμότητα του υλικού σε Siemens (S) ανά μέτρο (Siemens=1/Ohm).

3.6 Ηλεκτρική εκκένωση σε αέριο (gas discharge)

Έστω φορτισμένος πυκνωτής με αέρα ανάμεσα στους οπλισμούς. Υπό κανονικές συνθήκες υπάρχει πάντοτε ένα μικρό ποσοστό ιονισμού στην ατμόσφαιρα και με την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου τα ηλεκτρόνια κινούνται προς τον θετικό πόλο. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος ως συνάρτηση της τάσης στα άκρα του πυκνωτή δίδεται από την καμπύλη Townsend (Σχήμα 3.5) (Kaiser (2006), Lieberman και Lichtenberg (2005)).

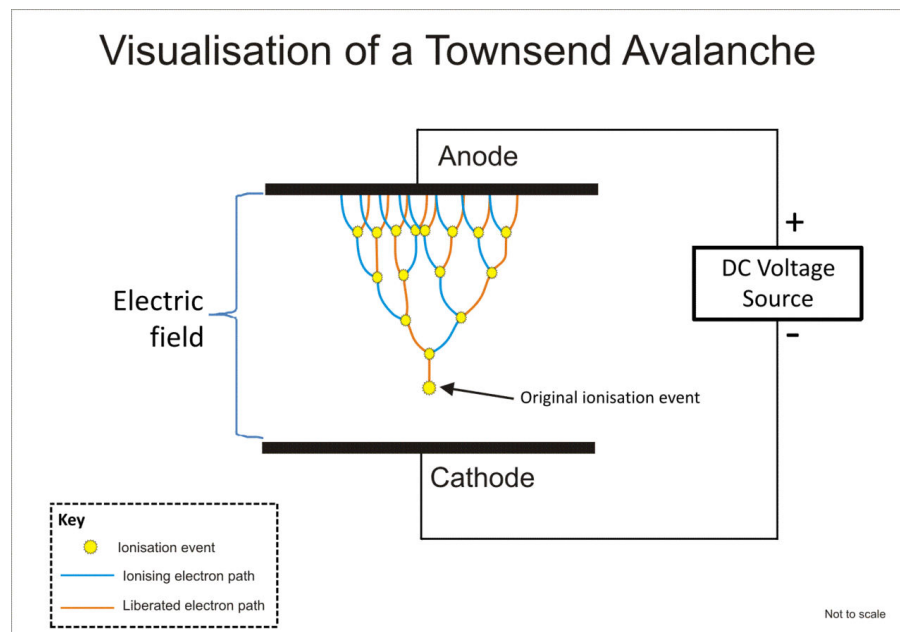


Σχήμα 3.5

Καμπύλη Townsend (πηγή Kaiser (2006))

Η ερμηνεία της καμπύλης είναι ως εξής (Lieberman και Lichtenberg (2005)). Κατά τη διάρκεια της πορείας των ηλεκτρονίων προς τον θετικό πόλο τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο $E = V_C / d$, όπου d η απόσταση μεταξύ των οπλισμών.

Για μεγάλες τιμές της τάσης V_C τα ηλεκτρόνια αποκτούν αρκετή κινητική ενέργεια ώστε να ιονίσουν μόρια του αέρα, που με τη σειρά τους μπορούν να ιονίσουν και άλλα μόρια και ούτω καθεξής (Σχήμα 3.6).



Σχήμα 3.6

Η ερμηνεία της ηλεκτρικής εκκένωσης μέσω της χιονοστιβάδας (avalanche) του Townsend (πηγή wikipedia)

Η διαδικασία αυτή είναι στοχαστική, δηλ. χαρακτηρίζεται από τυχαιότητα. Για μια οριακή τιμή του δυναμικού (V_B , breakdown voltage) το ρεύμα γίνεται πολύ μεγάλο (βλ. Σχήμα 3.5) με αποτέλεσμα να έχουμε μια ηλεκτρική εκκένωση. Στην φύση ένα τέτοιο φαινόμενο είναι ο κεραυνός (Σχήμα 3.7).



Σχήμα 3.7

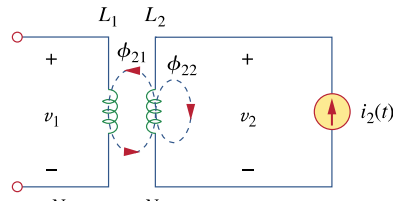
Το σχήμα του κεραυνού δείχνει τον στοχαστικό χαρακτήρα του φαινομένου (πηγή National Oceanic and Atmospheric Administration)

Στο εργαστήριο το φαινόμενο παρατηρείται όταν η τάση τα άκρα του οπλισμού ενός πυκνωτή υπερβεί μια κρίσιμη τιμή οπότε καίγεται το διηλεκτρικό. Στην περίπτωση του μετασχηματιστή Τέσλα το φαινόμενο είναι κρίσιμο για τη δημιουργία σπινθήρα (spark gap) στο διάκενο μεταξύ των πόλων (Σχήμα 4.1). Η λεπτομερής ανάλυση του φαινομένου είναι περίπλοκη. Αυτό που χρειαζόμαστε στον σχεδιασμό του μετασχηματιστή Τέσλα είναι η σχέση μεταξύ breakdown voltage V_B και μήκους d του διακένου. Για αποστάσεις μεγαλύτερες του 0.1 mm και για ατμοσφαιρικό αέρα υπό κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης η σχέση είναι

$$V_B = 3 \times 10^6 d \quad , \quad V_B : \text{ Volt}, \quad d: \text{ μέτρα} \quad (3.24)$$

3.7 Κυκλώματα σε μαγνητική σύζευξη. Αμοιβαία επαγωγή. Συντελεστής σύζευξης.

Θεωρούμε δύο κυκλώματα με τα πηνία τους γεωμετρικά κοντά (Σχήμα 3.7).



Σχήμα 3.7

Πηνία σε σύζευξη (πηγή Alexander και Sadiku (2013))

Αν το κύκλωμα (2) διαρρέεται από ρεύμα I_2 το μαγνητικό πεδίο που παράγεται δημιουργεί μια μαγνητική ροή Φ_{12} μέσα στο πηνίο (1). Αν το ρεύμα I_2 μεταβάλλεται με τον χρόνο τότε και η ροή Φ_{12} μεταβάλλεται με τον χρόνο, άρα στα άκρα του πηνίου (1) παρουσιάζεται ΗΕΔ λόγω αμοιβαίας επαγωγής:

$$v_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (3.25)$$

Αποδεικνύεται ότι $M_{12} = M_{21}$, δηλ. ότι μεταβολή της ροής στο πηνίο (1) εισφέρει μεταβολή της ροής στο (2) με τον ίδιο συντελεστή. Ο συντελεστής $M = M_{12} = M_{21}$ ονομάζεται *συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής*.

Αν τα δύο πηνία διαρρέονται από ρεύματα I_1, I_2 η συνολική μαγνητική ενέργεια έχει μια συνεισφορά και από την αμοιβαία επαγωγή

$$U_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 \quad (3.26)$$

Η συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής εξαρτάται από τους συντελεστές αυτεπαγωγής L_1, L_2 και από την γεωμετρία της γειτνίασης των δύο πηνίων. Ορίζουμε τον συντελεστή σύζευξης k μέσω της σχέσης

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.27)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1 Διαφορές μεταχηματιστή με πυρήνα και μετασχηματιστή Τέσλα

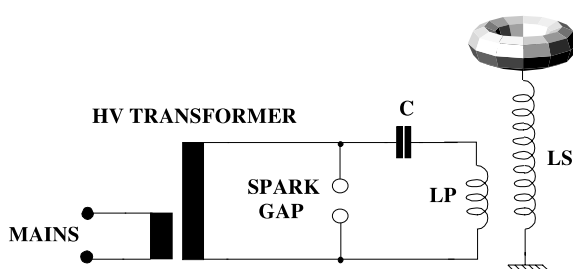
Υπάρχουν κάποιες διαφορές όσον αφορά την λειτουργία του μετασχηματιστή τέσλα και του μετασχηματιστή με πυρήνα.

Στον μετασχηματιστή με πυρήνα υπάρχουν δυο τυλίγματα το πρωτεύον και το δευτερεύον τα οποία είναι τυλιγμένα γύρω από έναν πυρήνα ο οποίος παρουσιάζει μεγάλη διαπερατότητα. Αν μια εναλλασσόμενη τάση εφαρμοστεί στο πρωτεύον πηνίο, θα προκληθεί ένα επαγόμενο μαγνητικό πεδίο το οποίο είναι και πάλι εναλλασσόμενο. Το πεδίο αυτό προκαλεί τάση από επαγωγή στο δευτερεύον και επομένως ένα ρεύμα το οποίο έχει ίδια συχνότητα με το πρωτεύον. Ο μετασχηματιστής Τέσλα δεν έχει χωρητικότητες ενώ ο μετασχηματιστής με πυρήνα έχει. Η αύξηση της τάσης του έγγειται στο φαινόμενο του συντονισμού ενώ του πυρήνα στο φαινόμενο της μαγνητικής επαγωγής.

Ο συντελεστής σύζευξης του πηνίου Τέσλα είναι πολύ χαμηλός σε σχέση με αυτόν του μετασχηματιστή με πυρήνα κάτι που φαίνεται και οπτικά από τα σχήματα των πηνίων και την απόσταση τους καθώς η σύζευξη γίνεται μέσω του αέρα. Σε έναν μετασχηματιστή με πυρήνα το ρεύμα εξόδου έχει ίδια συχνότητα με αυτό της εισόδου, ενώ στον μετασχηματιστή Τέσλα το ρεύμα εξόδου παράγεται με συχνότητα που επιλέγεται ανάλογα με την τιμή του L_s και του C_s και δεν μετασχηματίζεται απευθείας όπως σε έναν μετασχηματιστή με πυρήνα.

4.2 Περιγραφή της λειτουργίας του μετασχηματιστή Τέσλα

Σχηματικά ο μετασχηματιστής Τέσλα περιγράφεται από το παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 4.1). Για τα διάφορα μεγέθη υιοθετούμε τις χαρακτηριστικές τιμές που αναφέρει ο Denicolai (2001).



Σχήμα 4.1

Σχηματικό διάγραμμα του μετασχηματιστή Τέσλα (πηγή Denicolai (2001))

Ενας μετασχηματιστής υψηλής τάσης 20 kV χρησιμοποιείται για να φορτίσει τον πυκνωτή C του πρωτεύοντος. Από την εξίσωση (3.24) προκύπτει ότι η τάση αυτή είναι η ελάχιστη για να προκαλέσει εκκένωση στο διάκενο του Σχήματος αν η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων είναι 6.7 mm. Ο πυκνωτής C και το πηνίο αυτεπαγωγής L_p συνδεδεμένα σε σειρά αποτελούν το πρωτεύον κύκλωμα του μετασχηματιστή Τέσλα. Όταν αρχίσει η εκκένωση στο διάκενο το πρωτεύον κύκλωμα κλείνει και αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα οπότε επάγεται τάση στο δευτερεύον κύκλωμα που αποτελείται από πηνίο αυτεπαγωγής L συνδεδεμένο σε σειρά με τοροειδή αγωγό που αποτελεί, με δεύτερο οπλισμό τη Γη, τον πυκνωτή του δευτερεύοντος. Στο εξής χρησιμοποιούμε τους δείκτες (1) και (2) όταν αναφερόμαστε σε μεγέθη του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος αντίστοιχα. Οι ιδιοσυχνότητες των δύο κυκλωμάτων (βλ εξίσωση (3.21)) είναι

$$\omega_i = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}}, \quad i = 1, 2 \quad (4.1)$$

Συνήθως, αλλά όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 5 όχι απαραίτητα, οι παράμετροι επιλέγονται ώστε να υπάρχει συντονισμός $\omega_1 = \omega_2$. Σε αυτή την περίπτωση η μέγιστη τιμή της τάσης στο δευτερεύον δίνεται από τη σχέση QWERTY. Για τιμές $L_1 = 100 \mu\text{H}$, $L_2 = 100 \text{ mH}$ παίρνουμε ότι η μέγιστη V_2 είναι $20 \times 35.4 \text{ kV} = 0.71 \text{ MV}$. Αυτή η τάση αρκεί για να δημιουργήσει εκκένωση μεταξύ τοροειδούς αγωγού και Γης αν η μεταξύ τους απόσταση είναι 23 cm. Για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων μπορούμε να πάρουμε εκκενώσεις για αποστάσεις της τάξης του μέτρου.

Μόλις ο πυκνωτής του πρωτεύοντος εκφορτιστεί η εκκένωση στο διάκενο διακόπτεται, το κύκλωμα ανοίγει, ο πυκνωτής του πρωτεύοντος επαναφορτίζεται και το φαινόμενο επαναλαμβάνεται. Το επιθυμητό είναι η συχνότητα των επαναλήψεων να είναι μεγάλη. Συνήθως το ιδανικό σενάριο που μόλις περιγράψαμε δεν πραγματοποιείται ακριβώς έτσι. Ο αέρας στο διάκενο εξακολουθεί να είναι ιονισμένος σε πολύ μεγάλο βαθμό όταν η τάση στον πυκνωτή του πρωτεύοντος μηδενιστεί για πρώτη φορά και στην πράξη έχουμε ταλαντώσεις στο πρωτεύον για δύο ή τρεις κύκλους με γωνιακή συχνότητα ω_1 που δίνεται από τη σχέση (4.1) μέχρι το διάκενο να σταματήσει να άγει. Έστω ότι το φαινόμενο επαναλαμβάνεται N φορές το δευτερόλεπτο. Μια φόρτιση του πυκνωτή αντιστοιχεί σε ενέργεια που δίνεται από τη σχέση (4.2), άρα N φορτίσεις ανά δευτερόλεπτο αντιστοιχούν σε ισχύ

$$P = N \cdot \frac{1}{2} C_1 V_1^2 \quad (4.2)$$

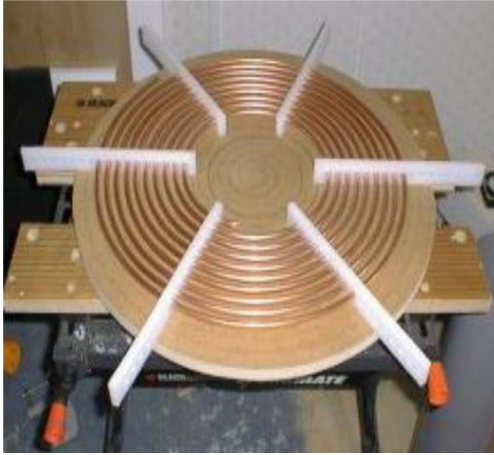
Η γεννήτρια που φορτίζει το πρωτεύον χαρακτηρίζεται από τη μέγιστη ισχύ P_{\max} που μπορεί να αποδώσει. Έτσι η εξίσωση (4.2) δίνει τον μέγιστο αριθμό επαναλήψεων ανά δευτερόλεπτο:

$$N_{\max} = \frac{2P_{\max}}{C_1 V_1^2}. \quad (4.3)$$

Για $V_1 = 20$ kV, $P_{\max} = 5$ kW, $C_1 = 10$ nF παίρνουμε $N_{\max} = 2500$ Hz. Στην πράξη η τιμή είναι μικρότερη δεδομένου ότι στην παραπάνω ανάλυση αγνοήσαμε την ισχύ που καταναλώνεται στην ηλεκτρική εκκένωση και στην ωμική αντίσταση.

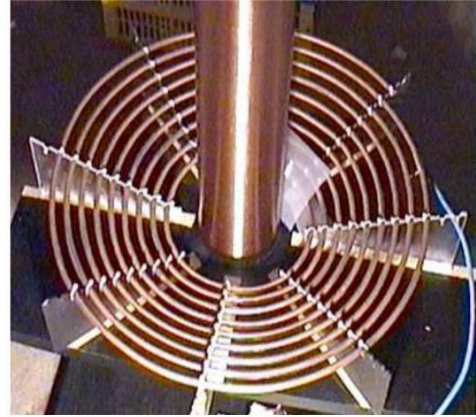
4.3 Λειτουργία - Τα εξαρτήματα ενός πηνίου Τέσλα

Το πρωτεύον του μετασχηματιστή μετατρέπει την τάση γραμμής, η οποία είναι συνήθως 120/240 V σε πάνω από 10000 volts. Αυτή η ενέργεια χρησιμοποιείται για να φορτίσει τον υψηλής τάσης πυκνωτή. Ο πυκνωτής είναι συνδεδεμένος σε σειρά με το πρωτεύον τύλιγμα στην έξοδο του μετασχηματιστή. Όταν έχουμε αρκετά μεγάλη τιμή τάσης τόσο ώστε να ενεργοποιηθεί το διάκενο, θα δημιουργηθεί τόξο και θα υπάρξει συνέχεια κυκλώματος. Το πρωτεύον πηνίο αποτελείται από μικρές σπείρες αγωγού μεγάλης διατομής (5-20) και έχει πολύ μικρή αντίσταση. Μπορούμε να μεταβάλουμε την αυτεπαγωγή μέσω της επιλογής των σπειρών, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ο συντονισμός ανάμεσα στο πρωτεύον και στο δευτερεύον. Θα πρέπει να αντέχει το ρεύμα εκφόρτισης του πυκνωτή χωρίς να θερμαίνεται σημαντικά. Γενικά προτιμάμε τον χαλκό λόγω της μικρότερης αντίστασης που παρουσιάζει σε υψίσυχνα ρεύματα σε σχέση με το αλουμίνιο. Στις συχνότητες αυτές το ρεύμα διατρέχει κυρίως την εξωτερική επιφάνεια του αγωγού (επιδερμικό φαινόμενο). Το πιο συνηθισμένο σχήμα είναι ελικοειδές επίπεδο ή κωνικό (εικόνα 4.1 - 4.2).



Επίπεδο ελικοειδές πηνίο

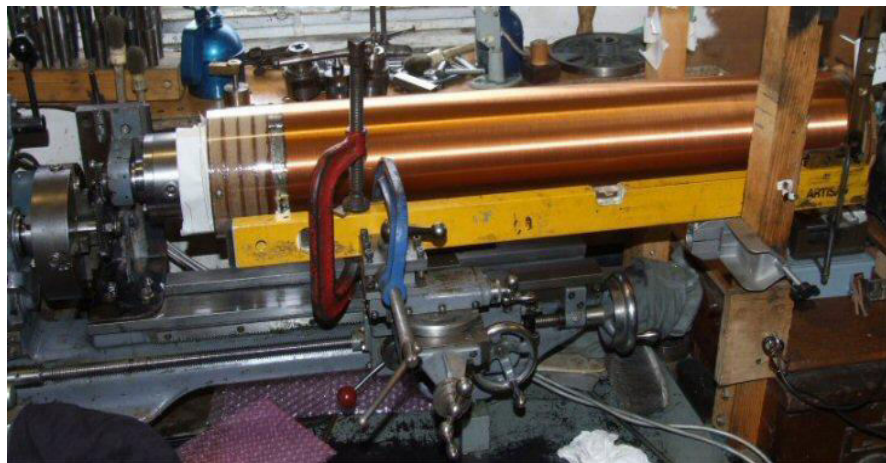
Εικόνα 4.1



Κωνικό ελικοειδές πηνίο

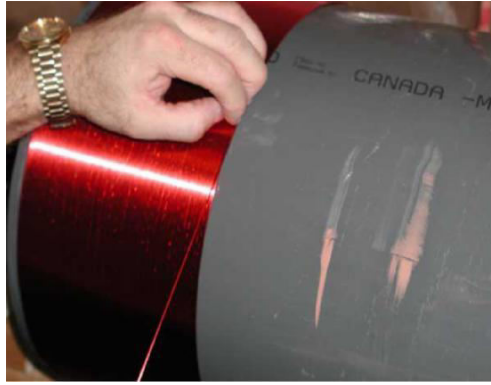
Εικόνα 4.2

Το δευτερεύον πηνίο απαιτείται να είναι μεγάλης αυτεπαγωγής. Αποτελείται από πολλές σπείρες χάλκινου εμαγιέ σύρματος μικρής διατομής τυλιγμένες σε μονωτικό κύλινδρο. Το υλικό του κυλίνδρου θα πρέπει να παρουσιάζει χαμηλές HF απώλειες, υψηλή διηλεκτρική αντοχή και να μην είναι υγροσκοπικό.



Περιέλιξη δευτερεύοντος πηνίου με τόρνο

Εικόνα 4.3



Περιέλξη δευτερεύοντος πηνίου με το χέρι

Εικόνα 4.4

Ο πυκνωτής του πρωτεύοντος υφίσταται ισχυρές καταπονήσεις κατά τη συνεχή φόρτιση και εκφόρτιση του. Χρησιμοποιείται κρουστικός πυκνωτής παρόλο που το κόστος του και το βάρος του είναι μεγάλο. Η αντοχή του πρέπει να είναι ίση με την μέγιστη τάση εξόδου του Μ/Σ ανύψωσης.

Όμως είναι δυνατόν να εμπλακούν φαινόμενα όπου μας οδηγούν στην αύξηση της αντοχής όπως η ανύψωση λόγω συντονισμού όπου ο πυκνωτής πρωτεύοντος με τον Μ/Σ ανύψωσης δημιουργούν ένα επιμέρους κύκλωμα συντονισμού το οποίο οδηγεί σε σημαντική άνοδο της τάσης φόρτισης του πυκνωτή και καλό είναι να αποφεύγεται.

Το τόξο ιονίζει τον αέρα κάνοντας τον περισσότερο αγωγίμο. Όλη η ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή θα πάει στο πρωτεύον τύλιγμα. Η διαδικασία της φόρτισης του πυκνωτή και ενεργοποίησης του διακένου συμβαίνει πολύ γρήγορα. Το διάκενο μπορεί να ενεργοποιηθεί από 120 σε πάνω από 1000 Hz, αλλά στα 120 Hz παραδίδει τις μεγαλύτερες εκρήξεις ενέργειας. Όταν η ενέργεια μεταφέρεται στο πρωτεύον τύλιγμα ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δημιουργείται και περιβάλλει το δευτερεύον τύλιγμα. Το δευτερεύον τύλιγμα απορροφάει την ενέργεια και ενισχύει περαιτέρω την τάση. Το αποτέλεσμα της τάσης μπορεί να είναι μερικά εκατοντάδες

χιλιάδες volt για μικρά πηνία ή εκατομμύρια για μεγαλύτερα. Είναι πολύ σημαντικό να γειώσουμε επαρκώς το τύλιγμα. Με την γείωση του τυλίγματος υπάρχει σύνδεση στην γη του τοροειδή πυκνωτή. Το καλώδιο στην κάτω μεριά του δευτερεύοντος τυλίγματος είναι γειωμένο. Το πάνω καλώδιο του δευτερεύοντος είναι συνδεδεμένο στον τοροειδή. Συνήθως υπάρχει μια απόσταση ανάμεσα στο πάνω μέρος του τυλίγματος του δευτερεύοντος και στον τοροειδή.

Ο πυκνωτής είναι καλωδιωμένος σε σειρά με το πρωτεύον τύλιγμα. Αυτό δεν επηρεάζει την φόρτιση του πυκνωτή, από την στιγμή που το πρωτεύον έχει πολύ μικρή reactance στα 60 Hz. Ο μεταχηματιστής είναι καλύτερα προστατευμένος από θόρυβο RF με αυτή την διαμόρφωση από ότι αν οι θέσεις του πυκνωτή και του διακένου ήταν ανάποδα.

Το πηνίο τέσλα αποτελείται από δύο κυκλώματα LC. Και τα δύο αυτά κυκλώματα θα πρέπει να ρυθμιστούν στην ίδια συχνότητα για βέλτιστη αποδοτικότητα. Το πρώτο LC κύκλωμα είναι ένα κύκλωμα. Το κύκλωμα είναι ένας ταλαντωτής ο οποίος αποτελείται από έναν πυκνωτή, το διάκενο και το πρωτεύον τύλιγμα. Το δεύτερο LC κύκλωμα είναι το δευτερεύον τύλιγμα και ο τοροειδής.

Ένα LC κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό όταν η επαγωγική αντίσταση του πηνίου είναι ίση με την χωρητική αντίσταση του πυκνωτή στην ίδια συχνότητα. Η εμπέδηση είναι η αντίσταση στην AC κυματομορφή. Ένας άλλος τρόπος για να προσδιορίσουμε την εμπέδηση είναι η αντίσταση σε οποιαδήποτε αλλαγή ροής τάσης ή ρεύματος από την παρούσα στιγμιαία τιμή. Γενικότερα το πηνίο αντιδρά στην αλλαγή του ρεύματος και ο πυκνωτής στην αλλαγή της τάσης. Η εμπέδηση δεν είναι η ίδια σαν την απλή DC αντίσταση. Η DC αντίσταση είναι η αντίσταση στην ροή των ηλεκτρονίων μέσα από ένα υλικό και όχι η αντίσταση στις αλλαγές της τάσης ή του ρεύματος. Η εμπέδηση, δηλαδή

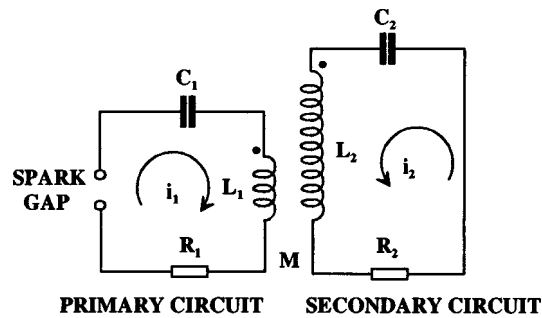
η σύνθετη αντίσταση ενός πυκνωτή ή ενός πηνίου είναι βασισμένη πάνω στην ηλεκτρική του αξία και στην συχνότητα την οποία λειτουργεί.

4.4 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης

Οι παράμετροι που καλείται να επιλέξει ο κατασκευαστής είναι ο λόγος ω_1 / ω_2 των ιδιοσυχνοτήτων και ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής k . Οι Finkelstein, Goldberg και Shuchatowitz (1966) ερεύνησαν τις συνθήκες ώστε (α) ολόκληρη η ενέργεια που αρχικά βρίσκεται στο πρωτεύον να μεταφέρεται στο δευτερεύον, (β) αυτό να γίνεται στον ελάχιστο χρόνο και κατάληξαν στη συνθήκη συντονισμού $\omega_1 / \omega_2 = 1$. Οι Phung, Blackburn, Sheehy και James (1991) εστίασαν στη μεγιστοποίηση της τάσης στο δευτερεύον για δεδομένη τάση στο πρωτεύον κρατώντας τρεις από τις τέσσερις παραμέτρους R_i, L_i σταθερές και κατάληξαν ότι αυτό επιτυγχάνεται για συγκεκριμένους συνδυασμούς των ποσοτήτων ω_1 / ω_2 και k (και $\omega_1 / \omega_2 \neq 1$). Να σημειωθεί ότι παραπάνω εργασίες θεωρούν αμελητέες τις ωμικές αντιστάσεις. Στο επόμενο Κεφάλαιο τα θέματα της βελτιστοποίησης εξετάζονται διεξοδικά.

5.1 Δύο κυκλώματα RLC σε σύζευξη

Το βασικό κύκλωμα του μετασχηματιστή Τέσλα παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1.



Σχήμα 5.1

Μετασχηματιστής Τέσλα (πηγή Denicolai (2002))

Οι τάσεις στα άκρα των πυκνωτών του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος είναι αντίστοιχα $V_1(t)$ και $V_2(t)$. Τα αντίστοιχα φορτία είναι $q_1(t)$, $q_2(t)$. Τα ρεύματα που διαρρέουν πρωτεύον και δευτερεύον είναι

$$I_1 = \frac{dq_1}{dt}, I_2 = \frac{dq_2}{dt} \quad (5.1)$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε στο προηγούμενο Κεφάλαιο μεταξύ των πηνίων υπάρχει αέρας.

Θεωρούμε τον πυκνωτή C_1 του πρωτεύοντος αρχικά φορτισμένο με δεδομένο αρχικό φορτίο Q_0 , ότι το διάκενο αρχίζει να άγει σε χρόνο $t = 0$ και ότι συνεχίζει να άγει για αρκετούς κύκλους ακόμη. Οι αρχικές συνθήκες είναι

$$q_1(0) = Q_0 \quad (5.2)$$

$$q_2(0) = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{dq_1}{dt}(0) = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{dq_2}{dt}(0) = 0 \quad (5.5)$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Kirchoff και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (5.1) στο πρωτεύον και δευτερεύον παίρνουμε τις παρακάτω δύο εξισώσεις (βλ και Denicolai (2002), Phung *et al* (1991))

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + M \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{1}{C_1} q_1 = 0 \quad (5.6)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + M \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{1}{C_2} q_2 = 0 \quad (5.7)$$

(υπενθυμίζουμε ότι M είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής, παράγραφος 3.7). Το σύστημα αποτελείται από δύο ταλαντωτές σε σύζευξη, άρα τα φορτία q_1, q_2 ως επαλληλίες των δύο κανονικών συντεταγμένων (*normal modes*) του συστήματος (Crawford (1968)). Οι κανονικές συντεταγμένες και οι γωνιακές τους συχνότητες Ω προσδιορίζονται ως εξής. Αν το σύστημα πάλλεται σε μια συγκεκριμένη συχνότητα Ω (από τις δύο δυνατές συχνότητες) τότε έχουμε ότι

$$q_1 = \text{Re}(A \exp(j\Omega t)), \quad q_2 = \text{Re}(B \exp(j\Omega t)) \quad (5.8)$$

όπου το σύμβολο Re σημαίνει το πραγματικό μέρος. Αντικαθιστούμε την παραπάνω σχέση στις (5.6), (5.7) και παίρνουμε τις δύο εξισώσεις

$$-\Omega^2 L_1 A - \Omega^2 M B + j\Omega R_1 A + \frac{1}{C_1} A = 0 \quad (5.9)$$

$$-\Omega^2 L_2 B - \Omega^2 M A + j\Omega R_2 B + \frac{1}{C_2} B = 0 \quad (5.10)$$

Οι παραπάνω δύο εξισώσεις αποτελούν ένα γραμμικό ομογενές σύστημα ως προς A, B και για να έχει λύση θα πρέπει η ορίζουσα των συντελεστών να μηδενίζεται (τότε βέβαια έχει άπειρες λύσεις, και η κατάλληλη προσδιορίζεται μέσω των αρχικών συνθηκών που πρέπει να ικανοποιούνται). Η συνθήκη αυτή μας δίνει την ακόλουθη εξίσωση ως προς Ω

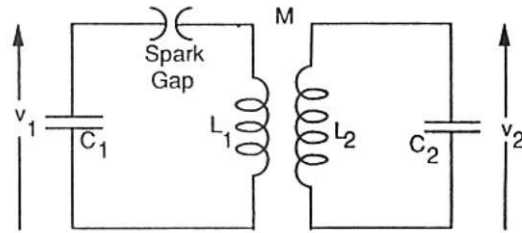
$$\begin{aligned} & \Omega^4 (L_1 L_2 - M^2) + \Omega^3 (-jL_1 R_2 - jL_2 R_1) \\ & + \Omega^2 \left(-\frac{L_1}{C_2} - R_1 R_2 - \frac{L_2}{C_1} \right) + \Omega \left(j\frac{R_1}{C_2} + j\frac{R_2}{C_1} \right) + \frac{1}{C_1 C_2} = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Οι Phung *et al* (1991) και Denicolai (2002) δηλώνουν ότι η παραπάνω εξίσωση έχει κλειστή λύση μόνο στην περίπτωση των αμελητέων αντιστάσεων $R_1 = R_2 = 0$.

5.2 Η περίπτωση των αμελητέων αντιστάσεων $R_1 = R_2 = 0$

Οι γωνιακές ιδιοσυχνότητες του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος (τόρα οι ωμικές αντιστάσεις είναι μηδέν, βλ Σχήμα (5.2)) έχουν οριστεί στην εξίσωση (4.1) και ο συντελεστής k στην εξίσωση (3.27). Συμβολίζουμε με T τον λόγο

$$T = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \quad (5.12)$$



Σχήμα 5.2

Μετασχηματιστής Τέσλα με αμελητέες ωμικές αντιστάσεις (πηγή Phung *et al* (1991))

Η προσέγγιση $R_1 = R_2 = 0$ μετατρέπει την (5.11) σε δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς

Ω^2 :

$$\Omega^4(1 - k^2) - \Omega^2(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \omega_1^2\omega_2^2 = 0 \quad (5.13)$$

Χρησιμοποιούμε την (5.12) για να γράψουμε τις λύσεις

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1 + T \pm \sqrt{(1 - T)^2 + 4k^2T}}{2(1 - k^2)} \quad (5.14)$$

Για τον υπολογισμό των φορτίων q_1, q_2 οι Phung *et al.* (1991) παραπέμπουν στο βιβλίο των Craggs και Meek (1954). Δεδομένου ότι δεν εντοπίσαμε το εν λόγω βιβλίο σε βιβλιοθήκη όπου έχουμε πρόσβαση αναπαράγουμε εδώ το αποτέλεσμα. Τα q_1, q_2 γράφονται ως επαλληλίες των δύο συχνοτήτων όπως στην (5.6):

$$q_1 = \text{Re}(A_+ \exp(j\omega_+ t)) + \text{Re}(A_- \exp(j\omega_- t)) \quad (5.15)$$

$$q_2 = \text{Re}(B_+ \exp(j\omega_+ t)) + \text{Re}(B_- \exp(j\omega_- t)) \quad (5.16)$$

όπου A_{\pm}, B_{\pm} είναι μιγαδικοί αριθμοί. Οι αρχικές συνθήκες (5.2) έως (5.5) παίρνουν τη μορφή

$$\operatorname{Re}(A_+) + \operatorname{Re}(A_-) = Q_0 \quad (5.17)$$

$$\Omega_+ \operatorname{Im}(A_+) + \Omega_- \operatorname{Im}(A_-) = 0 \quad (5.18)$$

$$\operatorname{Re}(B_+) + \operatorname{Re}(B_-) = 0 \quad (5.19)$$

$$\Omega_+ \operatorname{Im}(B_+) + \Omega_- \operatorname{Im}(B_-) = 0 \quad (5.20)$$

Από όποια από τις δύο σχέσεις (5.9) ή (5.10) παίρνουμε τη σχέσεις για $\Omega = \Omega_+$ και

$$\Omega = \Omega_-$$

$$-A_+ k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}\right) B_+ \quad (5.21)$$

$$-A_- k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}\right) B_- \quad (5.22)$$

Αν πάρουμε τους A_{\pm}, B_{\pm} ως πραγματικούς αριθμούς τότε οι σχέσεις (5.18) και (5.20) ικανοποιούνται αυτόματα. Οι σχέσεις (5.17), (5.19) σε συνδυασμό με τις (5.21), (5.22) δίνουν

$$A_+ = -Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \quad (5.23)$$

$$A_- = Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \quad (5.24)$$

$$B_+ = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \quad (5.25)$$

$$B_- = -k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \quad (5.26)$$

Χρησιμοποιούμε τις (5.25), (5.26) στη (5.16) για να δείξουμε ότι το φορτίο και η διαφορά δυναμικού στον πυκνωτή του δευτερεύοντος δίνονται από τις σχέσεις

$$q_2 = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} Q_0 \frac{1}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} (\cos \omega_+ t - \cos \omega_- t) \quad (5.27\alpha)$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \frac{Q_0}{C_2} \frac{1}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} (\cos \omega_+ t - \cos \omega_- t) \quad (5.27\beta)$$

Χρησιμοποιούμε τις σχέσεις (5.12), (5.14) για να γράψουμε τη (5.27) στη μορφή

$$V_2(t) = V_0 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{k}{\sqrt{(1-T)^2 + 4k^2 T}} (\cos \omega_+ t - \cos \omega_- t) \quad (5.28)$$

όπου συμβολίσαμε με $V_0 = Q_0 / C_1$ την αρχική τάση του πυκνωτή του πρωτεύοντος.

Ακολουθώντας τους Phung *et al.* (1991) εισάγουμε τον συμβολισμό

$$G \equiv \frac{V_2(t)}{V_0}, \quad G_L \equiv \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (5.29)$$

και γράφουμε τη σχέση (5.28) στη μορφή

$$G = G_L \frac{k}{\sqrt{(1-T)^2 + 4k^2T}} (\cos \omega_+ t - \cos \omega_- t) \quad (5.30)$$

Μια γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα δίνει

$$G = G_L \frac{2k}{\sqrt{(1-T)^2 + 4k^2T}} \sin\left(\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2} t\right) \quad (5.31)$$

Η παραπάνω εξίσωση συμπίπτει με την εξίσωση (6) των Phung *et al* (1991).

Αντικατάσταση των σχέσεων (5.23), (5.24) στη (5.15) δίνει το φορτίο του πυκνωτή του πρωτεύοντος συναρτήσει του χρόνου

$$q_1 = -Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_+^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \cos \omega_+ t + Q_0 \frac{1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}}{\frac{\omega_2^2}{\omega_+^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_-^2}} \cos \omega_- t \quad (5.32)$$

5.3 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μετασχηματιστή: Ολική μεταφορά ενέργειας από το πρωτεύον στο δευτερεύον

Από τη (5.27α) προκύπτει ότι το φορτίο στον πυκνωτή του δευτερεύοντος γίνεται μέγιστο όταν τα δύο συνημίτονα έχουν απόλυτη τιμή ίση προς τη μονάδα και πρόσημα

αντίθετα. Συμβολίζουμε με t_ε τον χρόνο για τους οποίους αυτή η συνθήκη ικανοποιείται.

Προφανώς τότε ισχύει ότι

$$\omega_- t_\varepsilon = n\pi \quad (5.33)$$

$$\omega_+ t_\varepsilon = (n + 2m + 1)\pi \quad (5.34)$$

όπου n, m ακέραιοι τέτοιοι ώστε

$$n > 0, \quad n + 2m + 1 > 0 \quad (5.35)$$

Για ολική μεταφορά ενέργειας από το πρωτεύον στο δευτερεύον θα πρέπει στους χρόνους t_ε το φορτίο q_1 να μηδενίζεται. Από τη σχέση (5.33) προκύπτει αμέσως ότι τότε

$$2 - \frac{\omega_+^2}{\omega_-^2} - \frac{\omega_-^2}{\omega_+^2} = 0, \quad \text{άρα} \quad 2\omega_+^2\omega_-^2 - \omega_-^2(\omega_+^2 + \omega_-^2) = 0 \quad (5.36)$$

Χρήση της (5.14) οδηγεί αμέσως στο συμπέρασμα ότι οι γωνιακές ιδιοσυχνότητες ω_1, ω_2 ικανοποιούν τη συνθήκη συντονισμού

$$\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega_0, \quad \text{δηλ. } T=1. \quad (5.37)$$

Οι παραπάνω σχέσεις παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά από τους Finkelstein, Goldberg και Shuchatowitz (1966). Χρησιμοποιούμε τη δεύτερη (5.37) στη (5.14) και παίρνουμε ότι

$$\omega_+^2 = \frac{\omega_0^2}{1-k}, \quad \omega_-^2 = \frac{\omega_0^2}{1+k}, \quad \frac{\omega_+^2}{\omega_-^2} = \frac{1+k}{1-k} \quad (5.38)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (5.33), (5.34) και σε συνδυασμό με την (5.38) παίρνουμε τη σχέση

$$\left(\frac{n + 2m + 1}{n} \right)^2 = \frac{1+k}{1-k} \quad (5.39)$$

Θέτοντας τιμές στους ακεραίους n, m συμβατές με τις ανισώσεις (5.35) παίρνουμε τις τιμές της παραμέτρου k που οδηγούν σε ολική μεταφορά ενέργειας από πρωτεύον σε δευτερεύον:

N	M	K
1	0	0.6000
1	1	0.8824
1	2	0.9459
2	0	0.3846
2	1	0.7241
2	2	0.8451
3	0	0.2800
3	1	0.6000
3	2	0.7534
4	0	0.2195
4	1	0.5077
4	2	0.6701
5	0	0.1803
5	1	0.4382
5	2	0.6000
6	0	0.1529
7	0	0.1327
8	0	0.1172

Πίνακας 5.1

Τιμές του k για διάφορους συνδυασμούς των ακεραίων m και n στη περίπτωση του συντονισμού ($\omega_1 = \omega_2$). Οι τιμές του k που υπερβαίνουν το 0.6 δεν προσφέρονται στην πράξη για τον μετασχηματιστή Τέσλα. Οι τρεις τελευταίες σειρές αποτελούν συνδυασμούς που δίνουν χαμηλές τιμές του k .

Παρατηρούμε ότι (α) για δεδομένο n η τιμή του k αυξάνει όταν αυξάνεται η τιμή του m , (β) για δεδομένο m η τιμή του k μειώνεται όταν αυξάνεται η τιμή του n . Στη περίπτωση του συντονισμού οι σχέσεις (5.27α), (5.32) για τα φορτία απλοποιούνται πολύ. Κάνοντας χρήση της (5.38) έχουμε ότι

$$\frac{q_1}{Q_0} = \frac{1}{2}(\cos \omega_- t + \cos \omega_+ t) = \cos\left(\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2} t\right) \quad (5.40)$$

$$\frac{q_2}{Q_0} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \frac{1}{2}(\cos \omega_- t - \cos \omega_+ t) = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \sin\left(\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2} t\right) \quad (5.41)$$

όπου θυμίζουμε ότι οι ποσότητες ω_{\pm} δίνονται από την εξίσωση (5.38).

Σημειώνουμε ότι:

(α) Τα φορτία $q_1(t)$, $q_2(t)$ έχουν την ίδια περίοδο $\tau_{\text{περ}}$ ίση με

$$\tau_{\text{περ}} = \frac{2\pi n}{\omega_-} = \frac{2\pi(n+2m+1)}{\omega_+} = \frac{2\pi n\sqrt{1+k}}{\omega_0} \quad (5.42)$$

Αυτό προκύπτει αμέσως αν αντικαταστήσουμε $t \rightarrow t + \tau_{\text{περ}}$ στις (5.40), (5.41) και

πάρουμε υπ' όψη τη σχέση

$$\frac{\omega_+}{\omega_-} = \frac{n+2m+1}{n} \quad (5.43)$$

που προκύπτει αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις (5.34), (5.33).

(β) Συνδυάζοντας τις σχέσεις (5.33), (5.38) υπολογίζουμε τον χρόνο t_e όπου η ενέργεια του πρωτεύοντος έχει μεταφερθεί στο δευτερεύον:

$$t_e = \frac{n\pi\sqrt{1+k}}{\omega_0} = \frac{\tau_{\text{περ}}}{2} \quad (5.44)$$

Παρατηρούμε ότι για συνηθισμένες τιμές του k μεταξύ 0.1 και 0.6 ο χρόνος αυτός είναι ανάλογος του ακεραίου n . Με αυτή την έννοια το βέλτιστο σενάριο μεταφοράς όλης της ενέργειας στον συντομότερο χρόνο αντιστοιχεί σύμφωνα με τη πρώτη σειρά του Πίνακα 5.1 στην τιμή $k=0.6$.

Ο Denicolai (2002) δίνει ως ένα χαρακτηριστικό συνδυασμό παραμέτρων τις τιμές

$$C_1 = 10 \text{ nF}, L_1 = 64 \text{ }\mu\text{H}, C_2 = 80 \text{ pF}, L_2 = 80 \text{ mH}. \quad (5.45)$$

Σημειώνουμε ότι οι παραπάνω τιμές έχουν επιλεγεί ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη συντονισμού $L_1 C_1 = L_2 C_2$. Από τη (4.1) έχουμε ότι

$$\omega_0 = 1.25 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad (5.46)$$

και από τη (5.29)

$$G_L = \sqrt{\frac{80 \text{ mH}}{64 \text{ }\mu\text{H}}} = 35.4 \quad (5.44)$$

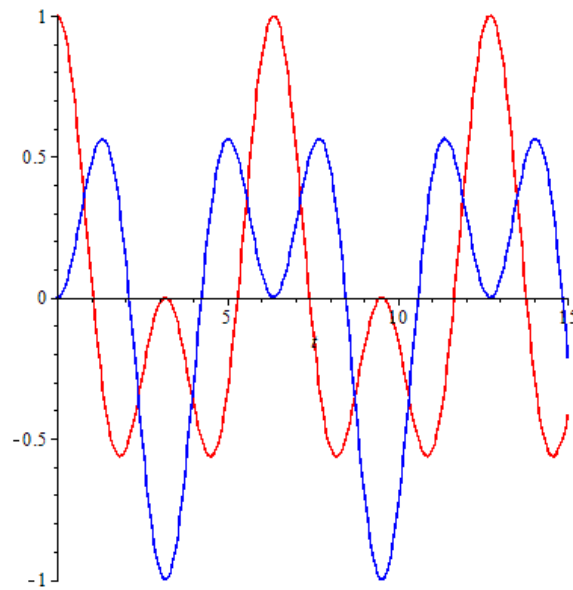
Στο Σχήμα 5.3 δίνουμε γραφικές παραστάσεις των λόγων q_1/Q_0 και $q_2\sqrt{L_2/L_1}/Q_0$ συναρτήσεως του χρόνου για διάφορες τιμές του k .

$$\frac{q_1(t)}{Q_0} \quad \text{—} \quad \text{red line}$$

$$\frac{q_2(t)}{Q_0} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad \text{—} \quad \text{blue line}$$

Σχήμα 5.3

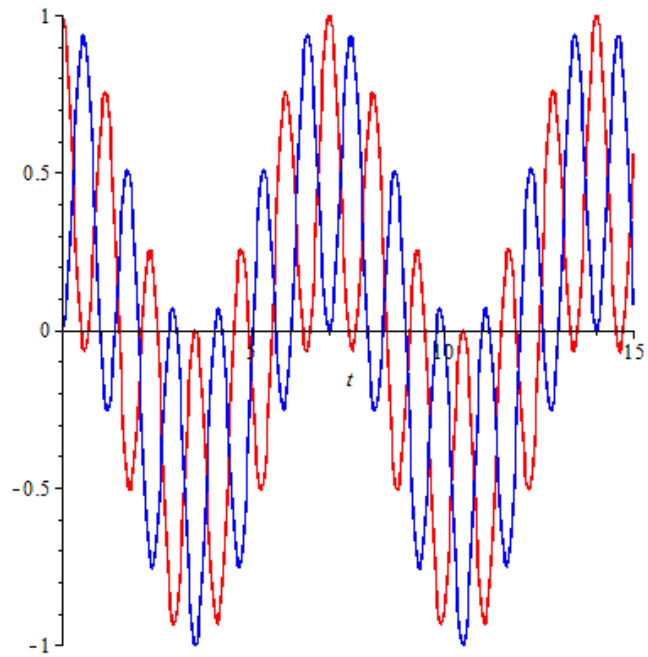
Ο οριζόντιος άξονας είναι σε μs.



Σχήμα 5.3α

$$k=0.6 \quad , \quad n=1$$

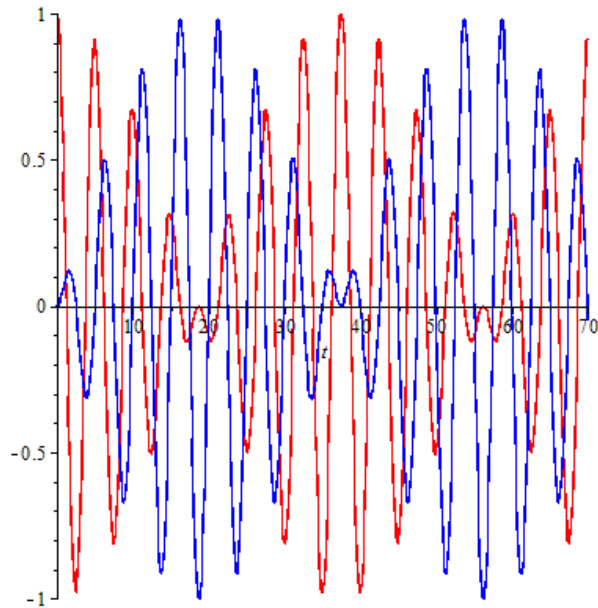
Το καλύτερο σενάριο για την πλήρη μεταφορά ενέργειας στον συντομότερο χρόνο. Η περίοδος είναι ίση με 6.36 μs και η μεταφορά ενέργειας γίνεται σε χρόνο 3.18 μs



Σχήμα 5.3β

$$k=0.9459, n=1$$

Η παραπάνω τιμή του k είναι ακατάλληλα ψηλή για τον μετασχηματιστή Τέσλα.
 Το Σχήμα όμως αποδίδει τη χαρακτηριστική συμπεριφορά των σχέσεων (5.40), (5.41). Η
 γραφική παράσταση αποτελείται από μια γρήγορη συχνότητα $(\omega_+ + \omega_-)/2$
 πολλαπλασιασμένη επί μια αργή συχνότητα $(\omega_+ - \omega_-)/2$



Σχήμα 5.3γ

$k=0.1327, n=7$

Είναι φανερό από την εξίσωση (5.38) ότι όταν ο συντελεστής k είναι σχετικά μικρός οι δύο συχνότητες ω_{\pm} είναι πολύ κοντά μεταξύ τους. Σε αυτή τη περίπτωση τα φορτία q_1, q_2 παρουσιάζουν την κλασική μορφή του διακροτήματος (beat)

5.4 Βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μετασχηματιστή: Μέγιστη τάση στο δευτερεύον

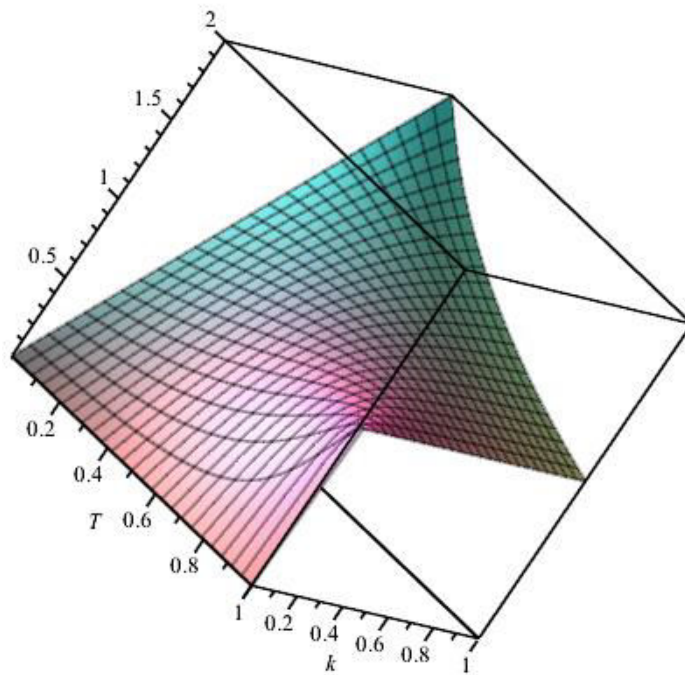
Οι Phung *et al* (1991) εξέτασαν την επιλογή των παραμέτρων έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η τάση στο δευτερεύον. Κρατούμε σταθερές τις τιμές των L_1, L_2, C_2 και θεωρούμε μεταβλητή την τιμή του C_1 . Γράφουμε τις εξισώσεις (5.30), (5.31) στη μορφή

$$G = G_L g \tag{5.45}$$

$$\begin{aligned}
g &\equiv \frac{1}{2} f(k, T) (\cos \omega_+ t - \cos \omega_- t) \\
&= f(k, T) \sin\left(\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2} t\right)
\end{aligned}
\tag{5.46}$$

όπου

$$f(k, T) \equiv \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1-T}{2k}\right)^2 + T}}
\tag{5.47}$$



Σχήμα 5.4

Γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(k, T)$. Παρατηρούμε ότι (α) η f είναι ίση με τη μονάδα για οποιαδήποτε τιμή του k αν $T=1$ (αυτή είναι η περίπτωση της ολικής μεταφοράς ενέργειας που εξετάστηκε στη παράγραφο 5.3, η f αποκτά τη μέγιστη τιμή 2 στην πρακτικά μη αποδεκτή περίπτωση $k=1, T=0$).

Τα ερωτήματα που προκύπτουν είναι: (α) Για ποιες τιμές των παραμέτρων η ποσότητα g εμφανίζει μέγιστο, ανεξάρτητα από τον χρόνο στον οποίο αυτό παρουσιάζεται. (β) Αν ο χρόνος είναι πρακτικά αποδεκτός, δηλ. αν το διάκενο εξακολουθεί να άγει εκείνη τη χρονική στιγμή.

Οι Phung *et al* (1991) και ο Denicolai (2002) προχωρούν ως εξής: Εστω ότι για δεδομένες τιμές των παραμέτρων k , T η μέγιστη τάση στο δευτερεύον παρουσιάζεται τη χρονική στιγμή t_v . Προφανώς εκείνη τη στιγμή το κάθε ημίτονο στην (5.46) έχει απόλυτη τιμή ίση με τη μονάδα, άρα

$$\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} t_v = \frac{\pi}{2} + m\pi, \quad \frac{\omega_+ - \omega_-}{2} t_v = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad m, n \text{ ακέραιοι} \quad (5.48)$$

Προσθέτοντας, αφαιρώντας και διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε ότι

$$\omega_+ t_v = \pi(m + n + 1) \quad (5.49)$$

$$\omega_- t_v = \pi(m - n) \quad (5.50)$$

$$\frac{\omega_+}{\omega_-} = \beta, \quad \beta \equiv \frac{m + n + 1}{m - n} \quad (5.51)$$

Υψώνουμε την πρώτη της (5.51) στο τετράγωνο και χρησιμοποιούμε τη (5.14) για να δείξουμε ότι

$$k = \sqrt{\frac{\alpha^2 (1 + T)^2 - (1 - T)^2}{4T}} \quad (5.52)$$

όπου

$$\alpha \equiv \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1} \quad (5.53)$$

Συναρτήσει των α , T η (5.47) γράφεται

$$f(\alpha, T) = \sqrt{\frac{\alpha^2(1+T)^2 - (1-T)^2}{\alpha^2 T(1+T)^2}} \quad (5.54)$$

Οι Phung *et al* (1991) θεωρούν ως βέλτιστη τιμή για τη μεγιστοποίηση του g τις τιμές

$$n = 0, \quad m = 1 \quad (5.55)$$

που οδηγούν στις τιμές

$$\alpha = 0.6, \quad T = 0.541, \quad k = 0.546 \quad (5.56)$$

και στη τιμή

$$g = 1.18 \quad (5.57)$$

Ως αριθμητική εφαρμογή επιλέγουμε τις τιμές

$$L_1 = 64 \mu\text{H}, \quad C_2 = 80 \text{ pF}, \quad L_2 = 80 \text{ mH} \quad (5.58)$$

για το πηνίο του πρωτεύοντος και για τον πυκνωτή και το πηνίο του δευτερεύοντος (βλ (5.45)). Η γωνιακή ιδιοσυχνότητα του δευτερεύοντος είναι (βλ (5.46))

$$\omega_2 = 1.25 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad (5.59)$$

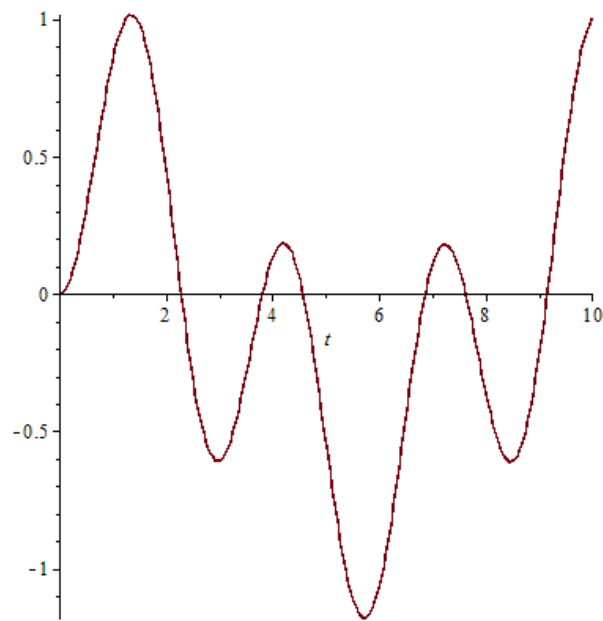
Από την παραπάνω εξίσωση, τη (5.56) και τη (5.12) υπολογίζουμε τη γωνιακή ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος

$$\omega_1 = 0.92 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (5.60)$$

Από τη παραπάνω, τη (5.14) και τη (5.56) βρίσκουμε ότι

$$\omega_+ = 2.20 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_- = 0.55 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (5.61)$$

Μπορούμε τώρα μέσω της (5.46) να κάνουμε τη γραφική παράσταση της g συναρτήσει του χρόνου:



Σχήμα 5.5

Ο συντελεστής ενίσχυσης τάσης g ως συνάρτηση του χρόνου. Ο χρόνος στον οριζόντιο άξονα είναι σε μs . Κατά τους Phung *et al* (1991) και Denicolai (2002) η απόκριση είναι η βέλτιστη για τις τιμές (5.58) των σταθερών παραμέτρων.

5.5 Μια εναλλακτική άποψη για τη μεγιστοποίηση της τάσης στο δευτερεύον

Οι Phung *et al* και ο Denicolai θεωρούν ότι η επιλογή $n=0$ στις εξισώσεις της προηγούμενης παραγράφου είναι απαραίτητη για τη μεγιστοποίηση της τάσης και ότι η τιμή (5.57) είναι η μέγιστη δυνατή. Μια διαφορετική προσέγγιση είναι η εξής.

Επιλέγουμε μια πρακτικά αποδεκτή τιμή για το k , π. χ.

$$k=0.60 \tag{5.62}$$

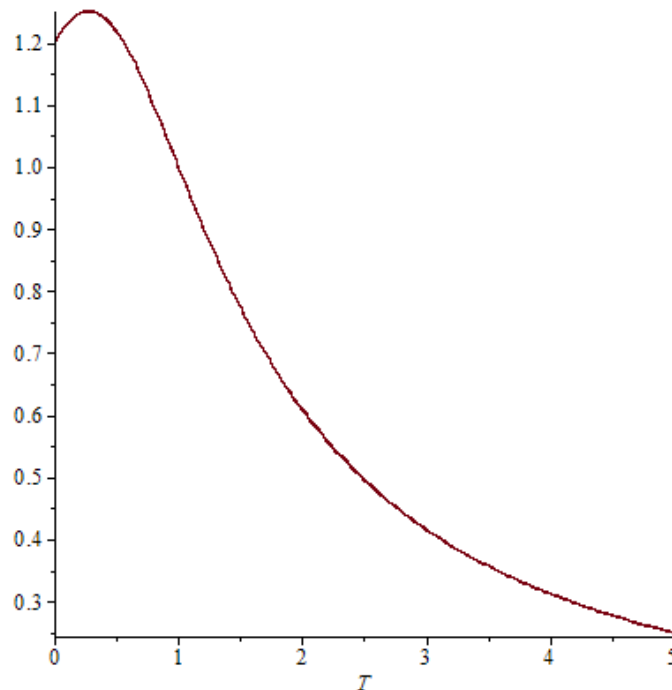
Για τη δεδομένη τιμή του k κάνουμε τη γραφική παράσταση της f (5.47) ως συνάρτησης του T και με χρήση του εργαλείου zoom του Maple παρατηρούμε ότι αυτή παρουσιάζει μέγιστο

$$f=1.25 \quad (5.63)$$

για τη τιμή

$$T=0.24 \quad (5.64)$$

την οποία και υιοθετούμε.



Σχήμα 5.6

Γραφική παράσταση της $f(k, T)$ για $k=0.6$

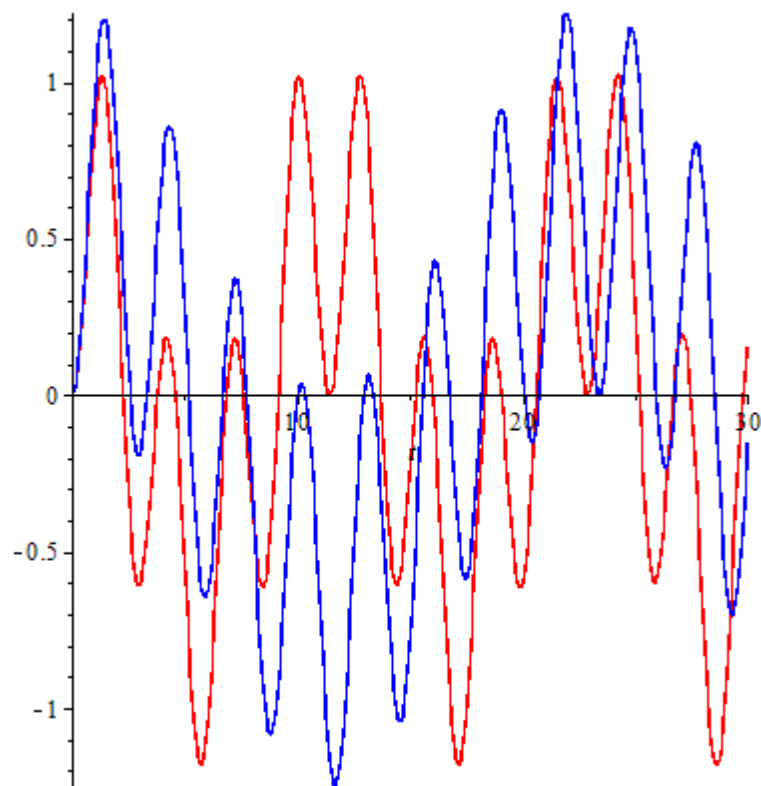
Από τη σχέση (5.12) υπολογίζουμε τη γωνιακή ιδιοσυχνότητα του πρωτεύοντος

$$\omega_1 = 0.61 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (5.65)$$

και από τη (5.14) τις γωνιακές συχνότητες

$$\omega_+ = 2.15 \times 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_- = 0.27 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \quad (5.66)$$

Η γραφική παράσταση του συντελεστή ενίσχυσης g δίνεται στο Σχήμα 5.7 όπου και αναπαράγεται για σύγκριση η καμπύλη του Σχήματος 5.5.



Σχήμα 5.7

Συντελεστής ενίσχυσης g .

_____ Phung et al (1991), Denicolai (2002)

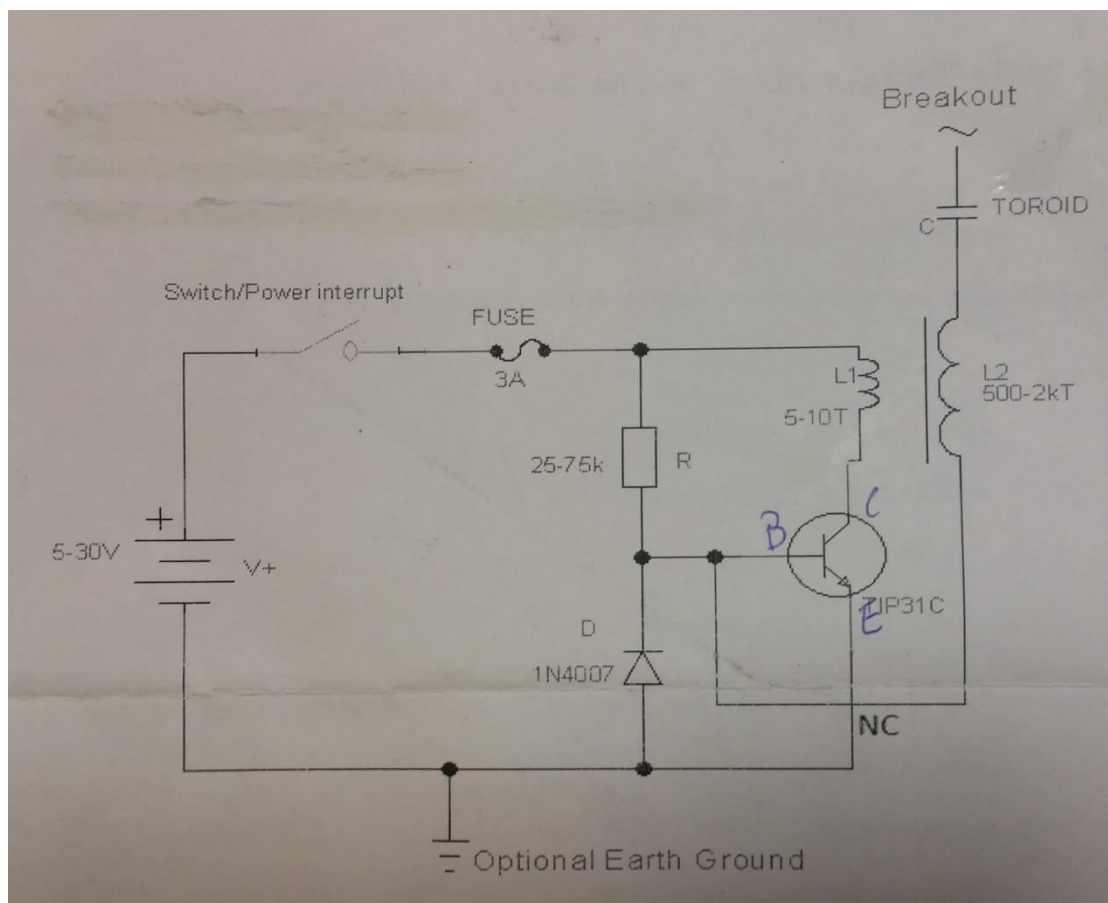
_____ Παρούσα εργασία

Παρατηρούμε ότι όντως η μέθοδος της παραγράφου 5.5 δίνει καλύτερη ενίσχυση της τάσης από αυτή της 5.4.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6.1 Ο Μ/Σ Τέσλα μονού τρανζίστορ (Single transistor blocking oscillator Tesla Coil)

Ο Μ/Σ Τέσλα μονού τρανζίστορ (Single transistor blocking oscillator Tesla Coil) είναι μια παραλλαγή του μετασχηματιστή Τέσλα. Το σχήμα του (Σχήμα 6.1) είναι το παρακάτω:



Σχήμα 6.1

Το πρωτεύον αποτελείται από έναν μετασχηματιστή σχήματος τόρου με 5 έως 8 σπείρες οποιουδήποτε χάλκινου σύρματος περίπου 22 AWG. Της συγκεκριμένης κατασκευής ήταν 4,5 σπειρών. Το υλικό μπορεί να είναι από χαρτόνι ή PVC. Ο τοροειδής χρησιμοποιείται σαν πυκνωτής/κεραία και όχι σαν πηνίο. Όσο πιο πολλές σπείρες χρησιμοποιηθούν για τον τοροειδή, τόσο πιο πολύ χωρητικότητα θα έχει. Οι σπείρες δεν θα πρέπει να ακουμπάνε μεταξύ τους και θα πρέπει να έχουν απόσταση μεταξύ τους περίπου 3mm. Το δευτερεύον θα πρέπει να αποτελείται από 500 έως 2000 σπείρες χαλκού οι οποίες θα πρέπει να είναι τυλιγμένες σφικτά στο PVC και να έχουν διάμετρο από 1,5 έως 7 εκατοστά. Όσο μεγαλύτερο είναι το τελικό μήκος του καλωδίου, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η εσωτερική του αντίσταση. Για την συγκεκριμένη κατασκευή χρησιμοποιήθηκε σωλήνας PVC. Γενικά όσο μεγαλύτερη είναι η αναλογία των σπειρών ανάμεσα στο πρωτεύον και το δευτερεύον, τόσο μεγαλύτερη είναι και η τελική τάση εξόδου του πηνίου. Δεν υπάρχει κάποια σύνδεση από το δευτερεύον στη γη. Η σφαίρα που έχουμε χρησιμοποιήσει έχει τον ρόλο πυκνωτή. Είναι απαραίτητο να ψεκάσουμε με ειδικό σπρέι το δευτερεύον ή να το τυλίξουμε με ηλεκτρολογική ταινία καθώς αλλαγές στην θερμοκρασία προκαλούν και αλλαγές στο μήκος του πηνίου προκαλώντας έτσι ατέλειες.

Για πηνία των 30 cm ή και μικρότερα, μια εξωτερική διάμετρος της τάξης του 50% για το συνολικό μήκος του πύργου το οποίο στην κατασκευή μας θα είναι 15 cm είναι αποδεκτό. Ο πιο απλός τρόπος κατασκευής επαφείται σε δυο κομμάτια από χαρτόνι, όπου το ένα έχει σχήμα επίπεδου τόρου και το άλλο ένα μικρό κομμάτι ενός σωλήνα όπου στην κατασκευή μας 3,81 cm είναι αρκετά. Η τρύπα στον τόρο θα πρέπει να είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από την διάμετρο του PVC του δευτερεύοντος.

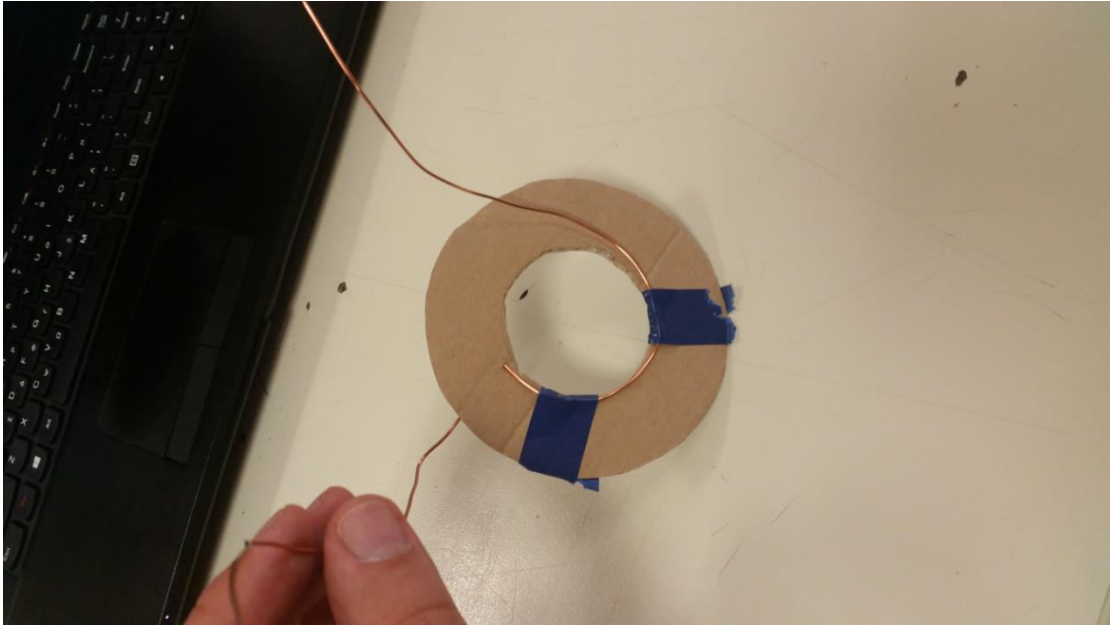
Το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης παίζει τον ρόλο οπλισμού του πυκνωτή του δευτερεύοντος κυκλώματος καθώς η χωρητικότητα του ως προς την γη η οποία εξαρτάται, αποτελεί την χωρητικότητα του δεύτερου κυκλώματος.

6.2 Κατασκευή Μ/Σ Τέσλα μονού τρανζίστορ

Τα υλικά τα οποία χρειαστήκαμε για την κατασκευή του πηνίου τέσλα είναι τα εξής:

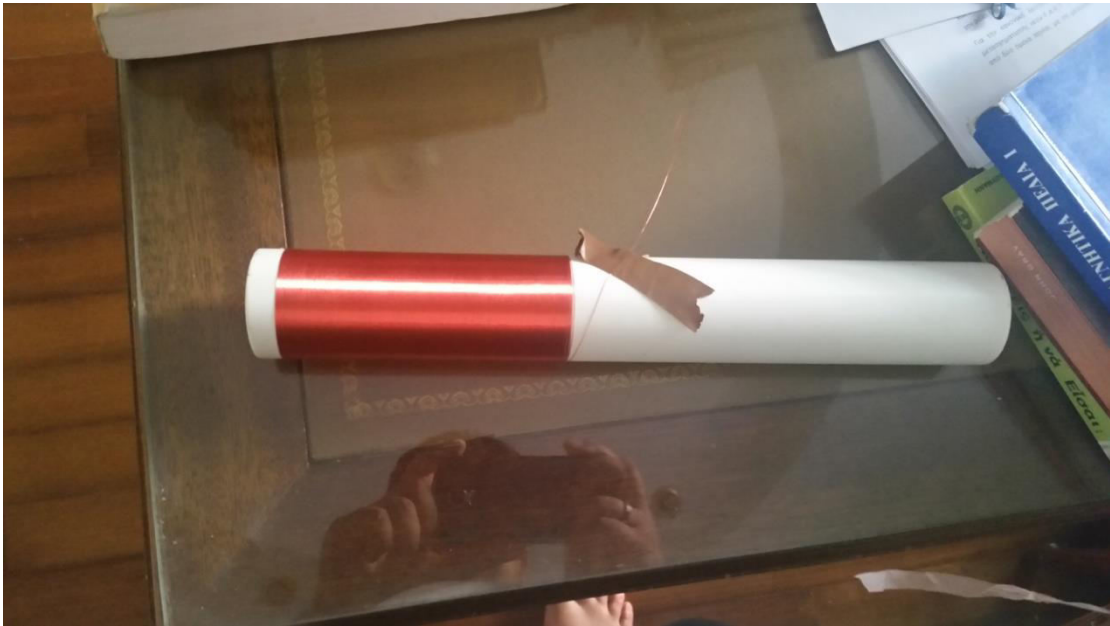
- Ένας σωλήνας PVC πάνω στον οποίο θα τυλιχτεί το δευτερεύον τύλιγμα
- Ένα breadboard για να κάνουμε τις δοκιμές μας
- Μία πλακέτα στην οποία θα γίνουν οι κολλήσεις
- 200 περίπου μέτρα χάλκινο καλώδιο το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για το δευτερεύον τύλιγμα
- 1,2 μέτρα χάλκινο σύρμα το οποίο θα αποτελέσει το πρωτεύον
- Ένα τρανζίστορ TIP31C
- Ένα ποτενσιόμετρο 100 kΩ
- Μία δίοδο IN4007
- Διάφορα LED
- Ηλεκτρολογική ταινία
- Ένα διπολικό τερματικό για κόλληση σε πλακέτα
- Καλώδια για τις συνδέσεις
- Μία ψύκτρα τρανζίστορ
- Μία σφαίρα η οποία χρησιμοποιείται για την μετάδοση της υψηλής συχνότητας τάσης που παράγεται

Κατασκευάζοντας το πρωτεύον πηνίο (Εικόνα 6.1)



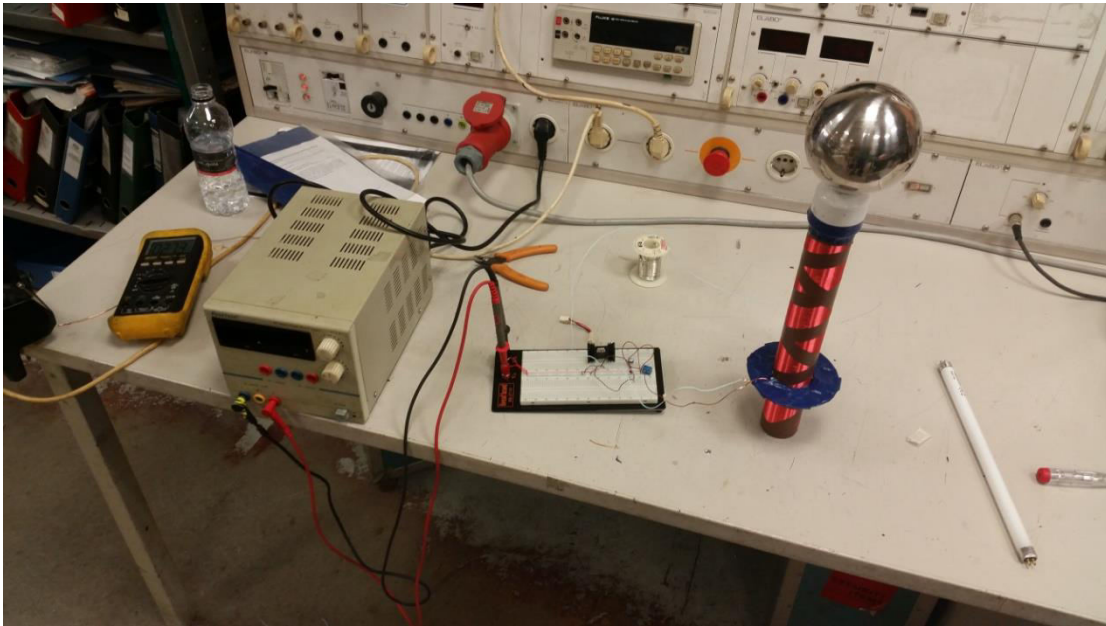
Εικόνα 6.1

Κατασκευάζοντας το δευτερεύον πηνίο (Εικόνα 6.2)



Εικόνα 6.2

Και η τελική δοκιμή στον πάγκο εργασίας (Εικόνα 6.3)



Εικόνα 6.3

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Alexander, C. K. & Sadiku, M. N. O. (2013). *Fundamentals of Electric Circuits* (5th ed.). New York: McGraw-Hill.
- [2] Craggs, J. D. & Meek, J. M. (1954). *High Voltage Laboratory Techniques*. London: Butterworths.
- [3] Crawford, F. S. (1968). *Waves, Berkeley Physics Course (Vol. 3)*. New York: McGraw-Hill.
- [4] Denicolai, M. (2001). *Tesla Transformer for Experimentation and Research*, Licentiate Thesis, Helsinki University of Technology, Helsinki
- [5] Denicolai, M. (2002). Optimal performance for Tesla transformers. *Review of Scientific Instruments*, **73(9)**, 3332-3337.
- [6] Finkelstein, D., Goldberg, P. & Shuchatowitz, J. (1966). High Voltage Impulse System, *Review of Scientific Instruments*, **37**, pp. 159.
- [7] Kaiser, K. L. (2006). *Electrostatic Discharge*. Boca Raton: Taylor & Francis
- [8] Lieberman, M. A. & Lichtenberg, A. J. (2005) *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (2nd Ed). Hoboken NJ: John Wiley & Sons
- [9] Phung, B. T., Blackburn, T. R., Sheehy, R. & James, R. E. (1991). Tesla transformer design and application on insulator testing. *7th International Symposium on High Voltage Engineering*, Vol. 5, pp. 133-136
- [10] Ramo, S., Whinnery, J. R. & Van Duzer, T. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics* (3rd Ed.). Hoboken NJ: John Wiley & Sons.

[11] Smythe, W. R. (1950) *Static and Dynamic Electricity* (2nd Ed.). Toronto: McGraw-Hill

[12] "Νίκολα Τέσλα," Wikipedia, [Online].

Available: https://el.wikipedia.org/wiki/Νίκολα_Τέσλα

[13] Tesla Coil Kit [Online]

Available: <http://www.teslatronix.com/>