

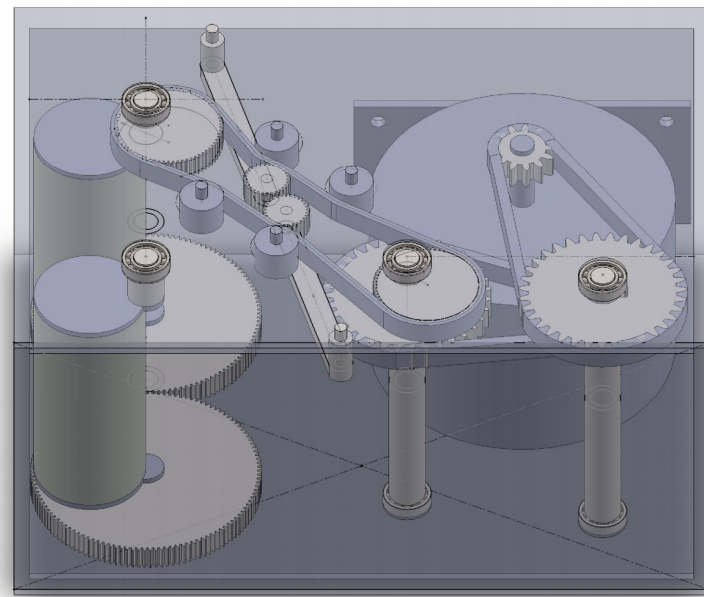


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Σχεδιασμός και προσομοίωση σε περιβάλλον ANSYS
αδρανειακού κινητήρα με περιστρεφόμενες μάζες**



ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ Δ. ΛΕΚΑΤΗΣ

Επιβλέπων: Δρ. Β. Σπιτάς
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 2016

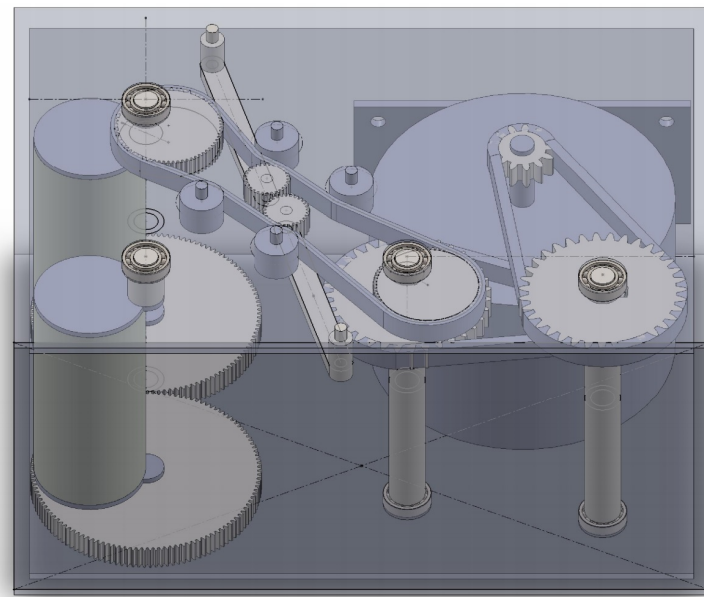


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σχεδιασμός και προσομοίωση σε περιβάλλον ANSYS αδρανειακού κινητήρα με περιστρεφόμενες μάζες



ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ Δ. ΛΕΚΑΤΗΣ

Επιβλέπων: Δρ. Β. Σπιτάς
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, 2016

*Σε αυτούς που με δημιούργησαν,
αυτούς που με διαμόρφωσαν
κι αυτούς που μ' ανέχτηκαν.*

Περίληψη

Σκοπός, της παρούσας διπλωματικής, είναι ο σχεδιασμός -με σκοπό τη κατασκευή- ενός μηχανισμού αδρανειακής μεταφοράς (Inertial Drive). Ένας μηχανισμός, δηλαδή, που θα κινείται λόγω των αδρανειακών δυνάμεων, που θα ασκούνται σε περιστρεφόμενα σώματα εδραζόμενα σε αυτόν.

Αρχικός στόχος είναι η επίδειξή του στο εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ, με απώτερη προσδοκία την εύρεση κάποιας εμπορικής εφαρμογής. Κατά την επίδειξη στο εργαστήριο ο μηχανισμός αυτός θα είναι ελεύθερος να κινηθεί επί σταθερής τροχιάς (ράγες). Βασικός γνώμονας του σχεδιασμού θα είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής, όπως επίσης και η απλοποίησή της.

Η διαδικασία, που ακολουθήθηκε, χωρίζεται σε τέσσερα στάδια. Αυτά είναι η μοντελοποίηση του μηχανισμού, ο σχεδιασμός του, η ανάλυση των στοιχείων του και η μοντελοποίησή του με πεπερασμένα στοιχεία. Ενώ στο τέλος εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα για μελλοντική έρευνα και κατασκευή.

Abstract

The aim of this thesis is the design -aiming to the manufacture- of an inertial drive device. This device's motion will be due to the inertial forces, which will apply to rotating bodies which will be seated on it.

The main target is the demonstration in the Machine Design laboratory and the ulterior expectation is a future commercial application. During the demonstration, in the laboratory, this device will be allowed to move on a railway. The main guideline of the design will be the minimization of the manufacturing cost, as well as the simplification of the design itself.

The procedure, which was followed, is divided into four stages. These are, modeling of the mechanism, its design, analysis of its parts and modeling with finite elements. In the end useful conclusions for future research and construction are drawn.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή

2. Μοντελοποίηση

- 2.1 Γενική μορφή σταθερής γωνιακής ταχύτητας
- 2.2 Γενική μορφή μεταβαλλόμενης ταχύτητας
- 2.3 Γενική μορφή σταθερής γωνιακής ταχύτητας υπό κλίση
- 2.4 Εύρεση του κατάλληλου υπολογιστικού εργαλείου και χρήση αυτού
- 2.5 Απόδειξη της σχέσης μετάδοσης των ελλειπτικών γραναζιών
- 2.6 Διερεύνηση για τη γενική περίπτωση n πλήθους μαζών
- 2.7 Εύρεση βέλτιστων τιμών W, M, m, r, e :

3. Σχεδιασμός συστήματος στο λογισμικό Solidworks

4. Ανάλυση στοιχείων και υποσυστημάτων του μηχανισμού

- 4.1 Εισαγωγή στην διαστασιολόγηση
 - 4.1.α *Θέση βασικών περιορισμών*
 - 4.1.β *Υπολογισμός των μεγεθών r, m, M, I_m*
- 4.2 Επιλογή και εύρεση υλικών
 - 4.2.α *Επιλογή και εύρεση Κινητήρα σχεδιασμός αυτού και επανασχεδιασμός του μηχανισμού*
 - 4.2.β *Υπολογισμός και Επιλογή διαμέτρων των αξόνων*
- 4.3 Σχεδιασμός του ιμάντα και του εντατήρα
 - 4.3.α *Εύρεση φάσεων τροχαλιών και υπολογισμός μήκους ιμάντα*
 - 4.3.β *Σχεδιασμός του εντατήρα*
- 4.4 Έλεγχος ως προς την ευστάθεια του σημείου λειτουργίας του κινητήρα

5. Μοντελοποίηση στο λογισμικό ANSYS

- 5.1 Μοντελοποίηση
- 5.2 Απόδειξη της μικρής σημασίας της μετατόπισης των τεντωτήρων ως προς την ισχύ

6. Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

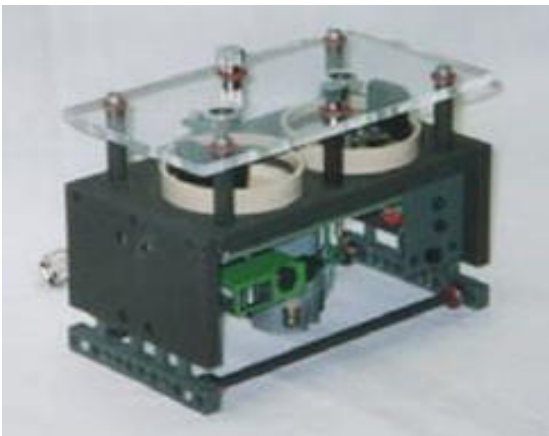
7. Βιβλιογραφία

1. Εισαγωγή

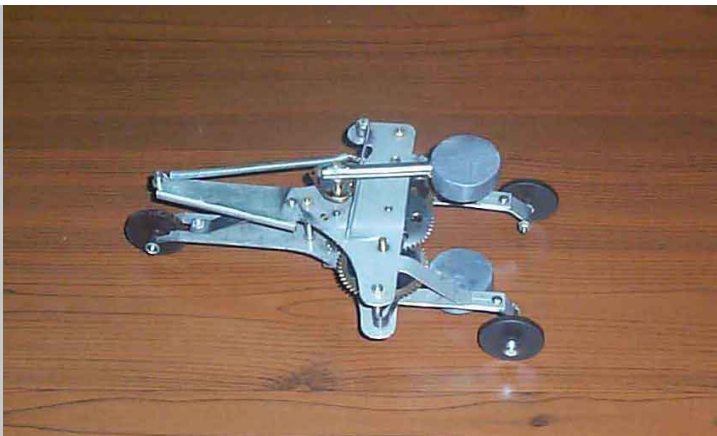
Από την αρχαιότητα, οι άνθρωποι εκτίμησαν την αξία της ενέργειας και ανέπτυξαν τεχνολογία για να την μετατρέψουν σε μηχανική. Αυτή ήταν, είτε υδροστατική (αποθηκευμένη σε στήλες ύδατος), είτε υδροδυναμική (από τη ροή ύδατος – νερόμυλοι 1ος αιώνας π.Χ.), είτε αιολική (από τη κίνηση του ανέμου – ανεμόμυλοι 1ος αιώνας μ.Χ.), είτε ακόμα και θερμική (από τη θερμότητα του ατμού - ατμομηχανή του Ήρωνα 1ος αιώνας μ.Χ.). Χρειάστηκαν όμως αρκετοί αιώνες έως ότου να μπορέσουν να την αξιοποιήσουν για την μεταφορά τους (σύγχρονη ατμομηχανή 18ος αιώνας).

Από τότε, μέχρι και σήμερα, κάθε μορφής όχημα εξασφαλίζει την κίνησή του με την αντίδραση στην δύναμη που ασκεί στο μέσο στο οποίο βρίσκεται (π.χ. η στατική τριβή που ασκεί το έδαφος στον τροχό, η υδροδυναμική/αεροδυναμική αντίσταση που ασκεί το νερό/ο αέρας στην προπέλα/ στον έλικα). Ήδη όμως από τα μέσα του 20ου αιώνα πολλοί επίδοξοι ευρεσιτέχνες θέλησαν να φτιάξουν μηχανισμούς, που να προωθούνται χωρίς κάποια αντίδραση με το περιβάλλον (Reactionless Drive).

Από την προσπάθειά τους αυτή, προέκυψαν πολλοί μηχανισμοί μεταφοράς υπό την επίδραση αδρανειακών δυνάμεων (Inertial Drive). Αξιοσημείωτες προσπάθειες, που έχουν καταγραφεί, είναι των εφευρετών Norman Lomer Dean (1959), Vladimir Tolchin (1977), Robert Cook (1980), Brandon Roy Thomson (1990), Gennady Shipov (2006), Χριστόφορος Προβατίδης (2010).



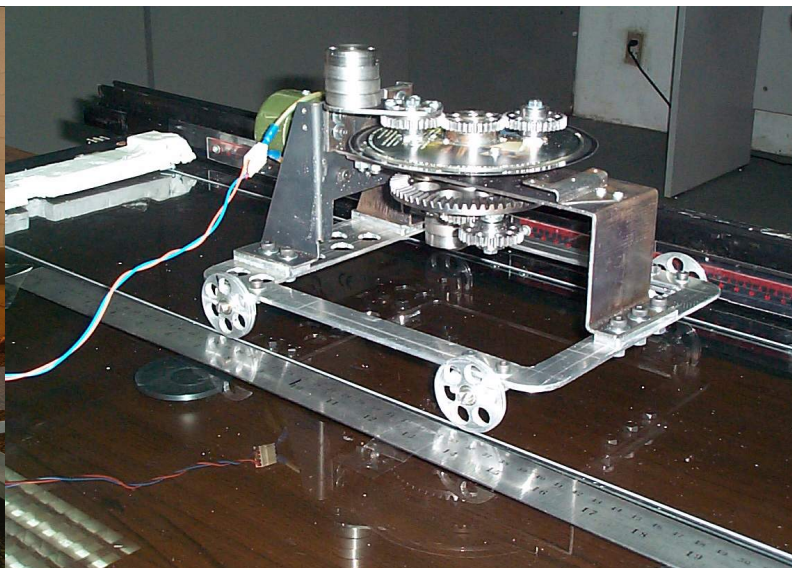
Εικ.1 Μηχανισμός Dean



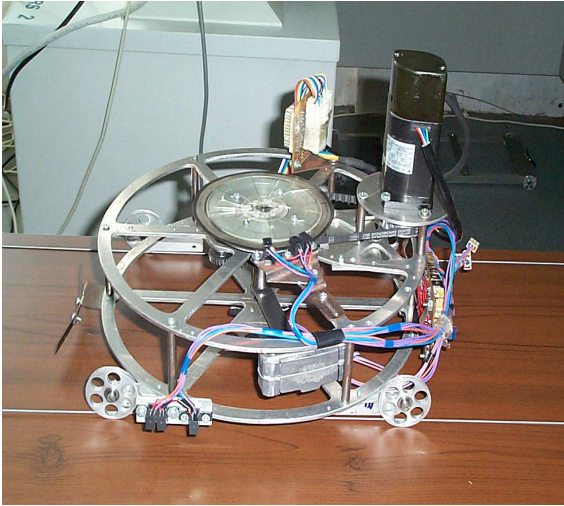
Εικ.2 Μηχανισμός Tolchin



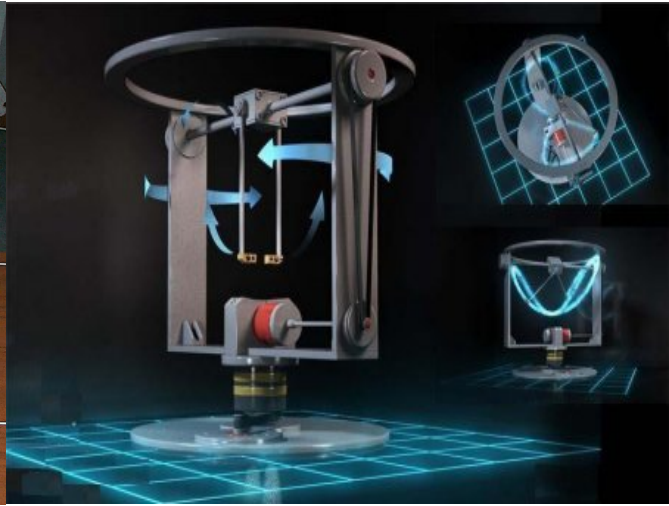
Εικ.3 Μηχανισμός Cook



Εικ.4 Μηχανισμός Thomson



Εικ.5 Μηχανισμός Shipon



Εικ.6 Μηχανισμός Προβατίδη

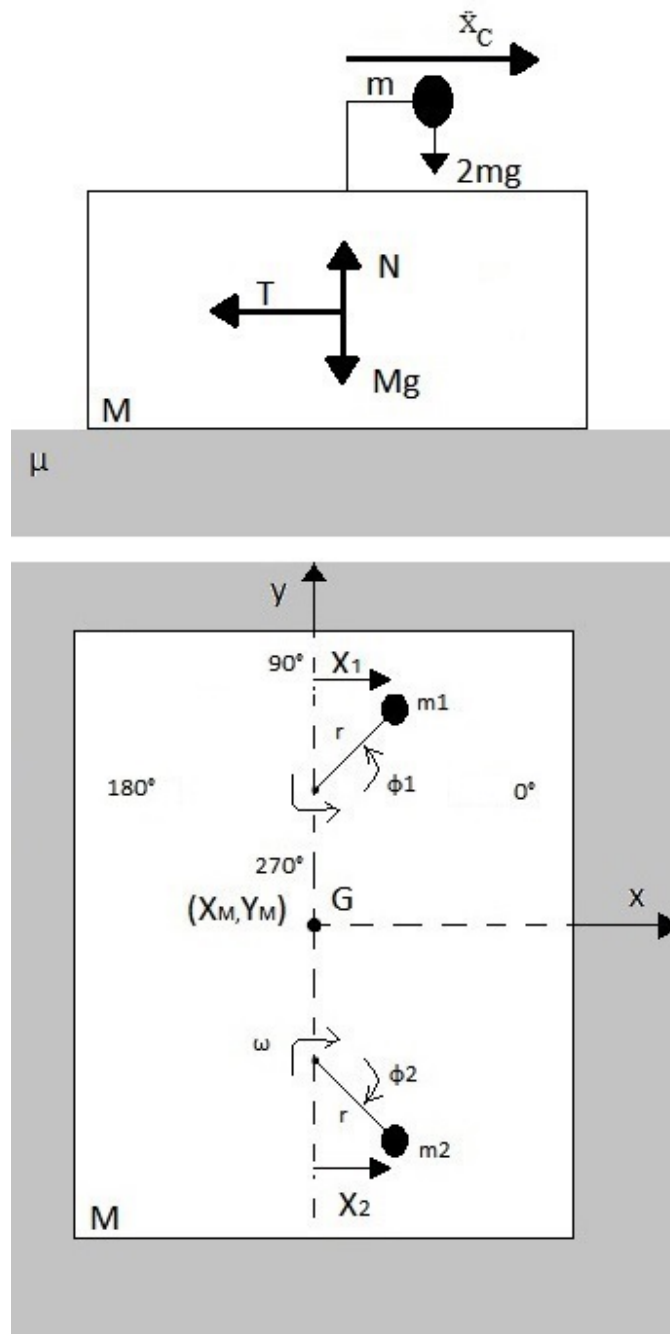
Ένας τέτοιος μηχανισμός επιχειρήθηκε να σχεδιασθεί και στην διπλωματική αυτή, με άμεσο σκοπό της την κατασκευή του και -στη συνέχεια- την επίδειξή του στο εργαστήριο των Στοιχείων Μηχανών της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ. Στην αρχή, με βάση σχετικές δημοσιεύσεις του καθηγητή Χρ. Προβατίδη, έγινε ένα απλό σκαρίφημα της διάταξης και διαμορφώθηκαν οι εξισώσεις κίνησης. Έπειτα, με τα υπολογιστικά εργαλεία MATLAB και SIMULINK διερευνήθηκαν οι πιθανές περιπτώσεις κίνησης όπως και οι τιμές των μεταβλητών τους.

Στη συνέχεια, με χρήση του σχεδιαστικού λογισμικού SOLIDWORKS έγινε ο πρώτος σχεδιασμός, όπως - αφού τέθηκαν οι απαιτούμενοι περιορισμοί, έγιναν υπολογισμοί των φορτίων και έγιναν γνωστά τα διαθέσιμα υλικά- έγινε και ο τελικός σχεδιασμός. Κατόπιν, αφού έγινε ανάλυση των κρίσιμων σημείων της λειτουργίας του, έγινε και ένα μοντέλο με χρήση των πεπερασμένων στοιχείων στο λογισμικό ANSYS. Τέλος, για την καταγραφή του κειμένου και την χρήση υπολογιστικών φύλλων έγινε χρήση του λογισμικού OpenOffice.

2. Μοντελοποίηση και αναλυτική επίλυση εξισώσεων κίνησης

2.1 Γενική μορφή σταθερής γωνιακής ταχύτητας

Έστω ένα σύστημα τριών σωμάτων Σχ.1 με αντίστοιχες μάζες M , m_1 , m_2 όπου οι μάζες m_1 και m_2 είναι ισοβαρείς και περιστρέφονται αντίρροπα με κέντρα περιστροφής συμμετρικά ως προς το κέντρο βάρους της μάζας M . Θα εφαρμοσθούν οι γνωστοί νόμοι -1ος και 2ος- του Νεύτωνα για το κέντρο βάρους του συστήματος.



Σχ.1

1η μέθοδος - βιβλιογραφία [1]

1ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma \mathbf{F}_z = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{N} + \mathbf{W} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{N} = -\mathbf{W} \Rightarrow N = (M+2m)g \quad (1)$$

2ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma \mathbf{F}_x = (M+2m)\ddot{\mathbf{X}}_C \Rightarrow \mathbf{T} = (M+2m)(\ddot{\mathbf{X}}_C) \Rightarrow$$

Η τριβή ανττιθέεται της κίνησης, συνεπώς είναι αντίρροπη της ταχύτητας (\dot{X}_M) !

$$\Rightarrow -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu N = (M+2m)\ddot{X}_C \Rightarrow (\text{από την (1)}) \Rightarrow -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu(M+2m)g = (M+2m)\ddot{X}_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{X}_C = -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu g \quad \text{ή} \quad \ddot{X}_C = \frac{-\dot{X}_M}{|\dot{X}_M|} \mu g \quad (2)$$

$\mathbf{Y}_C = \mathbf{Y}_M$ (λόγω συμμετρίας των m_1, m_2 ως προς τον άξονα x)

$$\mathbf{X}_C = \frac{M \mathbf{X}_M + m_1 \mathbf{X}_1 + m_2 \mathbf{X}_2}{M + m_1 + m_2} \Rightarrow (\text{όπου } m_1 = m_2 = m \text{ και } \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_m)$$

$$\Rightarrow \mathbf{X}_C = \frac{M \mathbf{X}_M + 2m \mathbf{X}_m}{M + 2m} \quad (3)$$

$$\text{και } \mathbf{X}_m = \mathbf{X}_M + \mathbf{r}_x \quad (4) \Rightarrow$$

$$X_m = X_M + r \cos \varphi \quad (5) \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας το \mathbf{X}_m από την (4) στην (3) \Rightarrow

$$\Rightarrow \mathbf{X}_C = \frac{M \mathbf{X}_M + 2m(\mathbf{X}_M + \mathbf{r}_x)}{M + 2m} \Rightarrow \mathbf{X}_C = \mathbf{X}_M + \frac{2m \mathbf{r}_x}{M + 2m} \Rightarrow \mathbf{X}_M = \mathbf{X}_C - \frac{2m \mathbf{r}_x}{M + 2m} \quad (6) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{X}}_M = \dot{\mathbf{X}}_C - \frac{2m \dot{\mathbf{r}}_x}{M + 2m} \quad (7) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{\mathbf{X}}_M = \ddot{\mathbf{X}}_C - \frac{2m \ddot{\mathbf{r}}_x}{M + 2m} \quad (8) \Rightarrow$$

$$\text{και } \ddot{\mathbf{r}}_x = -r(\omega \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi) \quad (9)$$

έστω ω σταθερή και $\lambda = \frac{2mr}{M + 2m}$ τότε,

αντικαθιστώντας το $\ddot{\mathbf{X}}_C$ από την (2) και το $\ddot{\mathbf{r}}_x$ από την (9) στην (8) \Rightarrow

$$\ddot{X}_M = \lambda \omega^2 \cos \varphi - \text{sign}(\dot{X}_M)\mu g \quad \text{ή} \quad \ddot{X}_M = \lambda \omega^2 \cos \varphi - \frac{\dot{X}_M}{|\dot{X}_M|} \mu g \quad (10)$$

2η μέθοδος - βιβλιογραφία [2]

1ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma \mathbf{F}_z = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{N} + \mathbf{W} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{N} = -\mathbf{W} \Rightarrow N = (M+2m)g \quad (1)$$

2ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma F_x = T \Rightarrow M\ddot{X}_M + 2m\ddot{X}_m = T \Rightarrow M\ddot{X}_M = T - 2m\ddot{X}_m \quad (11)$$

και $X_m = X_M + r_x \quad (4) \Rightarrow$

$$\Rightarrow X_m = X_M + r \cos \varphi \quad (5)$$

(4) \Rightarrow

$$\dot{X}_m = \dot{X}_M + \dot{r}_x \Rightarrow \ddot{X}_m = \ddot{X}_M + \ddot{r}_x \quad (12)$$

Αντικαθιστώντας το \ddot{X}_m από την (12) στην (11) \Rightarrow

$$M\ddot{X}_M = T - 2m(\ddot{X}_M + \ddot{r}_x) \Rightarrow \ddot{X}_M = \frac{T - 2m\ddot{r}_x}{M + 2m} \quad (13) \Rightarrow$$

και $\ddot{r}_x = -r(\omega \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi) \quad (9)$

έστω ω σταθερή και $\lambda = \frac{2mr}{M + 2m}$ τότε

Αντικαθιστώντας το \ddot{r}_x από την(9) στην (13) \Rightarrow

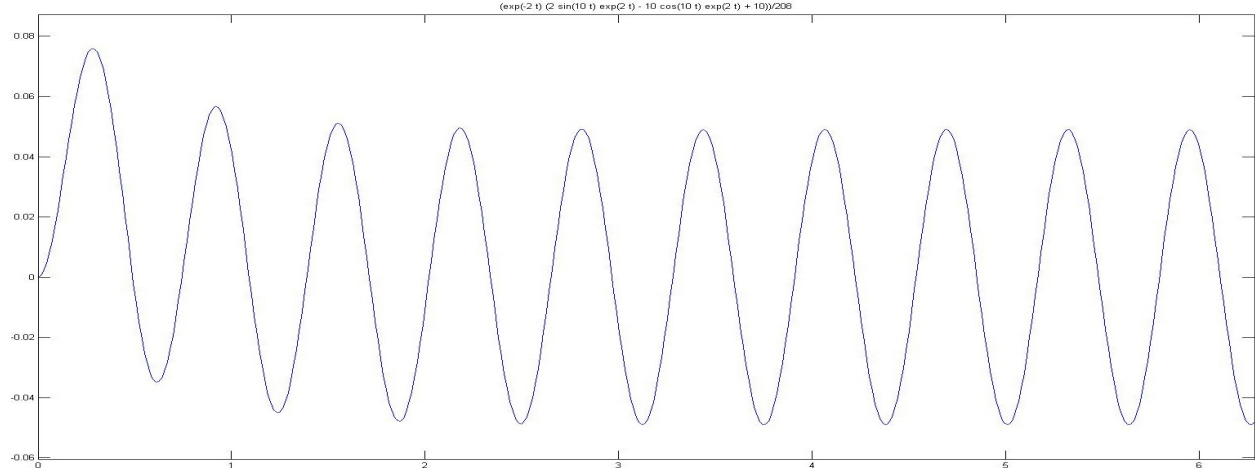
$$\ddot{X}_M = \lambda \omega^2 \cos \varphi - \text{sign}(\dot{X}_M) \mu g \quad (10)$$

Άρα προκύπτει η ίδια εξίσωση!

Αυτό που ζητείται είναι να ισχύει $X_M \geq 0$, αλλά από το Matlab (για $M=1\text{Kg}$ $m=0,5\text{Kg}$ $r=0,1\text{m}$ $\mu=0,2$ $\omega=10\text{rad/s}$ και $g=10\text{m/s}^2$) δεν προκύπτει (Δ.1), καθώς οι αδρανειακές δυνάμεις είναι ίσες και στις 2 κατευθύνσεις και το σώμα ταλαντεύεται γύρω από την αρχική του θέση.

Matlab:

```
clear all
clc
syms M m r b W g t
x(M,m,r,b,W,g,t) = simplify(dsolve('D2x=simplify((2*W^2*m*r*cos(W*t))/(M + 2*m))-sign(Dx)*g*b','x(0)=0',
'Dx(0)=0','t'));
ezplot(x(1,0.5,0.1,0.2,10,10,t), [0 pi])
```



Δ.1 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες με σταθερή ταχύτητα

2.2 Γενική μορφή μεταβαλλόμενης ταχύτητας

Έστω ω μη σταθερή τότε $\ddot{X}_M = \lambda(\omega \sin\varphi + \omega^2 \cos\varphi) - \text{sign}(\dot{X}_M)\mu g$ (14)

με χρήση ελλειπτικών γωναζίων (1 το κινητήριο και 2 το κινούμενο) τότε:

$$[3] \quad \omega_2 = \omega_1 \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos\theta_1} \quad (15) \quad (\text{όπου } \varepsilon \text{ η εκκεντρότητα})$$

$$\text{και αν } \theta_1 = \omega_1 t \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(\omega_1 t)} \quad (16)$$

$$\text{και } \dot{\omega}_2 = \omega_1^2 \frac{(1 - \varepsilon^2) 2\varepsilon \sin(\omega_1 t)}{(1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(\omega_1 t))^2} \quad (17)$$

$$\text{και αν } \varphi_{2,0} = 0 \text{ τότε } \varphi_2 = 2\arctan\left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \tan\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right)\right) \quad (18)$$

$$\text{και } \ddot{X}_M = \lambda \left(\frac{\omega_1^2 (1 - \varepsilon^2) 2\varepsilon \sin(\omega_1 t)}{(1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(\omega_1 t))^2} \sin\left(2\arctan\left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \tan\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right)\right)\right) + \left(\frac{\omega_1 (1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(\omega_1 t)}\right)^2 \cos\left(2\arctan\left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \tan\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right)\right)\right) - \text{sign}(\dot{X}_M)\mu g \right) \quad (19)$$

Matlab:

```
clear all
clc
syms W e M m r B g t
f(W,e,t) = simplify(dsolve('Df == -(W*(e^2 - 1))/(e^2 + 2*cos(W*t)*e + 1)', 'f(0)=0', 't'))
s(W,M,m,r,e,t) = -(2*m*r/(M+2*m))*cos(f)
d(W,M,m,r,e,t) = diff(s,2,t)
x(W,L,B,e,t) = dsolve('D2x = d-sign(Dx)*10*B', 'x(0)=0', 'Dx(0)=0', 't')
```

Ο παραπάνω κώδικας δεν μπορεί να επιλυθεί από το Matlab!

2.3 Γενική μορφή σταθερής γωνιακής ταχύτητας υπό κλίση

Έστω στροφή του άξονα που περιστρέφει τα σώματα μάζας m κατά γωνία θ ως προς τον Oy . Πλέον δημιουργείται ένα 2° καρτεσιανό σύστημα ($X^0 Y^0 Z^0$) και για να μεταφερθούν τα διανύσματα θέσης των σωμάτων m στο αντίστοιχο του σώματος M (XYZ) θα γίνει χρήση του μετασχηματισμού στροφής $Ry(-\theta)$ όπου $-\theta$ η αντίθετη γωνία από τη σχεδιασμένη καθώς η στροφή γίνεται κατά τη φορά του ρολογιού.

$$\text{Οπότε } X_m = X_m^0 \cos\theta - Z_m^0 \sin\theta \quad (20\alpha) \text{ και } Z_m = X_m^0 \sin\theta + Z_m^0 \cos\theta \quad (20\beta)$$

$$\text{Όπου } X_m^0 = X_M^0 + r \cos\varphi \quad (21\alpha) \text{ και } Z_m^0 = H \quad (21\beta).$$

$$\text{και } X_M^0 = \frac{X_M}{\cos(\theta)}$$

$$\text{Άρα } X_m = X_M + r \cos\theta \cos\varphi - H \sin\theta \quad (22\alpha) \text{ και}$$

$$Z_m = X_M \tan\theta + r \sin\theta \cos\varphi + H \cos\theta \quad (22\beta)$$

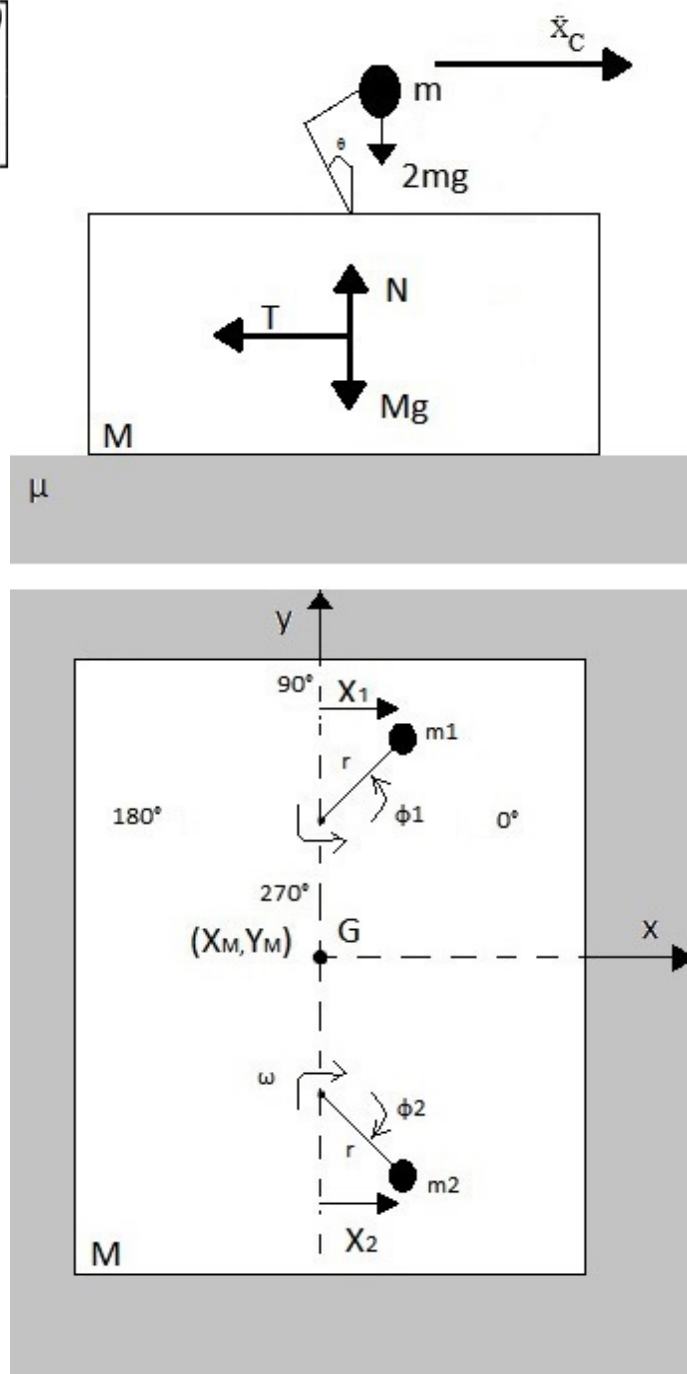
$$\dot{X}_m = \dot{X}_M - r \omega \cos\theta \sin\varphi \quad (23\alpha) \text{ (ο } Y \text{ άξονας δεν χρήζει μελέτης λόγω συμμετρίας)}$$

$$Z'_m = \dot{X}_M \tan\theta - r \omega \sin\theta \sin\varphi \quad (23\beta) \text{ και (αφού } \omega \text{ σταθερή)}$$

$$\ddot{X}_m = \ddot{X}_M - r\omega^2 \cos\theta \cos\varphi \quad (24\alpha)$$

$$Z''_m = \ddot{X}_M \tan\theta - r\omega^2 \sin\theta \cos\varphi \quad (24\beta)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$



Σχ.2

1ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow N + W + 2mZ''_m = 0 \Rightarrow N = -W - 2mZ''_m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = (M+2m)g + 2m(\ddot{X}_M \tan\theta - r\omega^2 \sin\theta \cos\varphi) \quad (25) \text{ και}$$

2ος Νόμος Νεύτωνα:

$$\Sigma F_x = T \Rightarrow M\ddot{X}_M + 2m\ddot{X}_m = T \Rightarrow$$

$$M\ddot{X}_M = T - 2m\ddot{X}_m$$

$$M\ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu((M+2m)g + 2m(\ddot{X}_M \tan\theta - r\omega^2 \sin\theta \cos\varphi)) - 2m(\ddot{X}_M - r\omega^2 \cos\theta \cos\varphi) \Rightarrow$$

$$M\ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu(M+2m)g - \text{sign}(\dot{X}_M)\mu 2m(\ddot{X}_M \tan\theta - r\omega^2 \sin\theta \cos\varphi) - 2m(\ddot{X}_M - r\omega^2 \cos\theta \cos\varphi)$$

$$(M+2m+\text{sign}(\dot{X}_M)\mu 2m \tan\theta)\ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M)\mu((M+2m)g - 2mr\omega^2 \sin\theta \cos\varphi) + 2mr\omega^2 \cos\theta \cos\varphi$$

$$\ddot{X}_M = \frac{(-\text{sign}(\dot{X}_M)\mu(M+2m)g + 2mr\omega^2(\cos\theta + \text{sign}(\dot{X}_M)\mu \sin\theta)\cos\varphi)}{M+2m+\text{sign}(\dot{X}_M)\mu 2m \tan\theta} \quad (26)$$

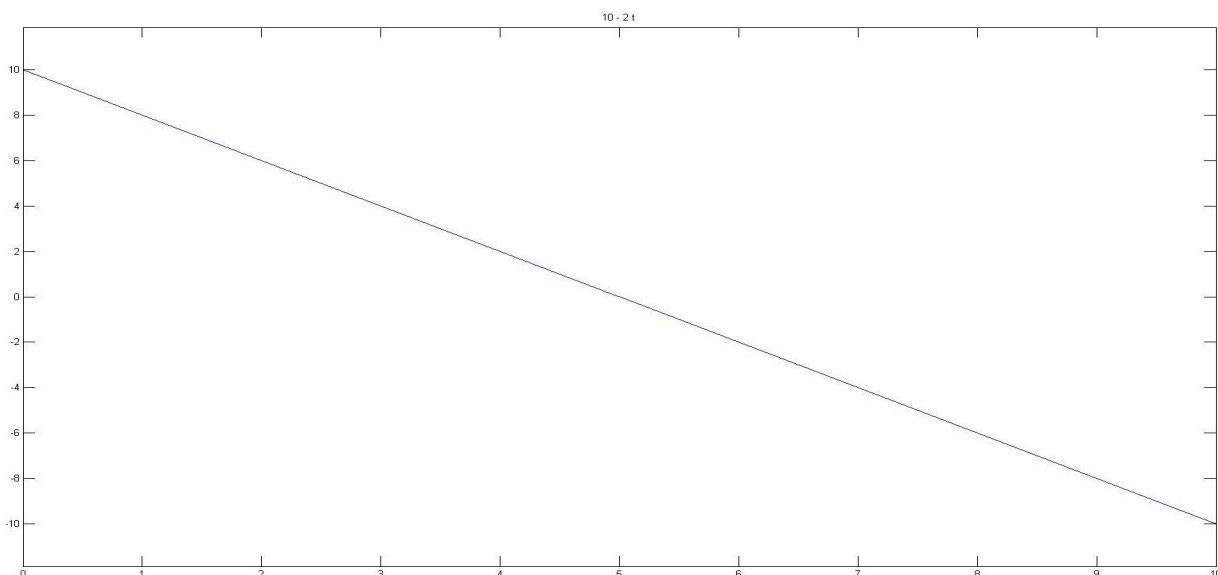
Matlab:

```
clear all
clc
syms h M m r b W g t
x(h,M,m,r,b,W,g,t) = dsolve('D2x=- (b*g*sign(Dx)*(M + 2*m) - 2*W^2*m*r*cos(W*t)*(cos(h) + b*sin(h)*sign(Dx)))/(M + 2*m + 2*b*m*tan(h)*sign(Dx))','x(0)=0','Dx(0)=0','t')
ezplot(x(pi/4,1,0.5,0.1,0.1,1,10,t), [0 1000])
```

Ο παραπάνω κώδικας δεν μπορεί να επιλυθεί από το Matlab.

2.4 Εύρεση του κατάλληλου υπολογιστικού εργαλείου και χρήση αυτού

Ενδεικτική αδυναμία του συμβολικού επιλυτή dsolve είναι και η ακόλουθη. Έστω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα 10m/s, σε επιφάνεια με συντελεστή τριβής $\mu=0.2$ και $g=10\text{m/s}^2$. Αυτό θα κινείται με επιβράδυνση 2m/s^2 για 5sec οπότε και θα ακινητοποιηθεί. Αντί αυτού εξάγεται το εσφαλμένο διάγραμμα u-t (Δ.2)



Δ.2 Διάγραμμα σχέσης ταχύτητας-χρόνου, επιβραδυνόμενου σώματος, με αρχική ταχύτητα

Matlab:

```
clear all

clc
syms b g t
u(b,g,t) = dsolve('Du=-sign(u)*g*b', 'u(0)=10','t');
ezplot( u(0.2,10,t) , [0 10])
```

Εναλλακτική επίλυση:

Λόγω της αδυναμίας του συμβολικού επιλυτή dsolve να επιλύσει αυτές τις διαφορικές εξισώσεις η επίλυση θα γίνει μέσω των αριθμητικών επιλυτών ode45. Λύνοντας το παραπάνω πρόβλημα με τη χρήση του ode113 προκύπτει ικανοποιητικό αποτέλεσμα από το διάγραμμα Δ.3.

Matlab:

```
function plainfriction

t=0:0.00001:25; % time scale

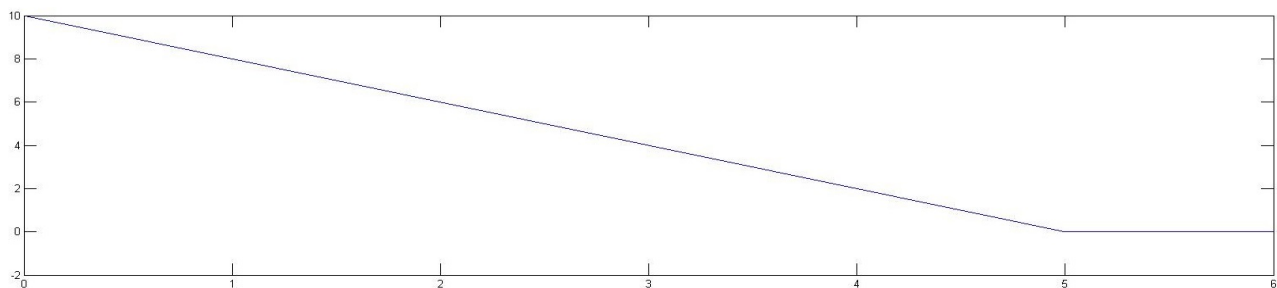
initial_x = 0;
initial_dxdt = 20;

[t,x]=ode113( @rhs, t, [initial_x initial_dxdt] );

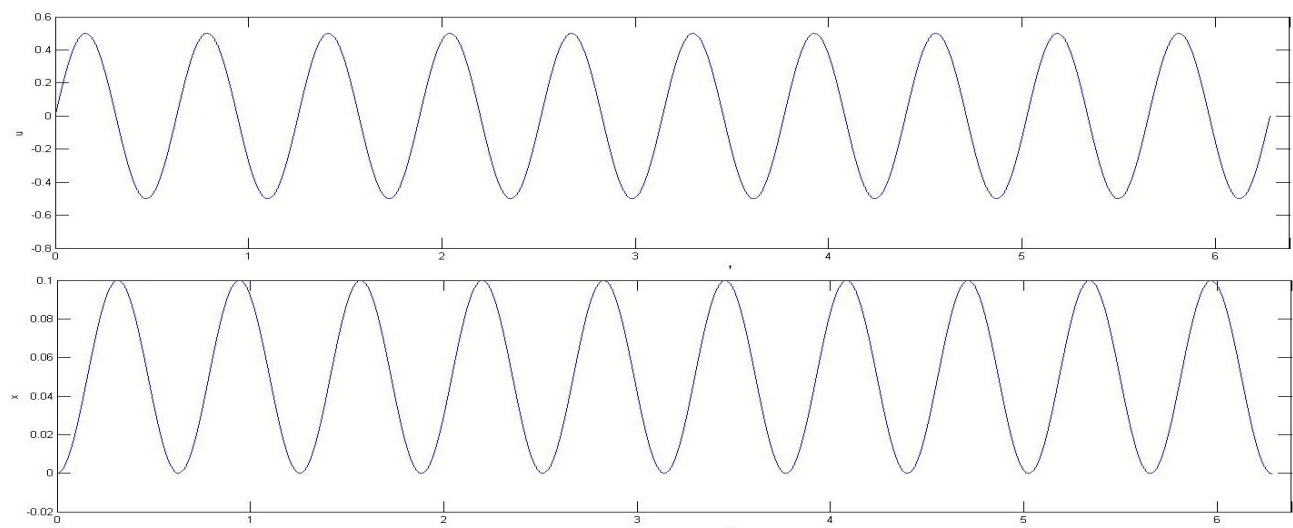
subplot(2,1,2)
plot(t,x(:,1));
xlabel('t'); ylabel('x');
subplot(2,1,1)
plot(t,x(:,2));
xlabel('t'); ylabel('u');

function dxdt=rhs(t,x)
dxdt_1 = x(2);
dxdt_2 = -2*sign(x(2));

dxdt=[dxdt_1; dxdt_2];
end
end
```

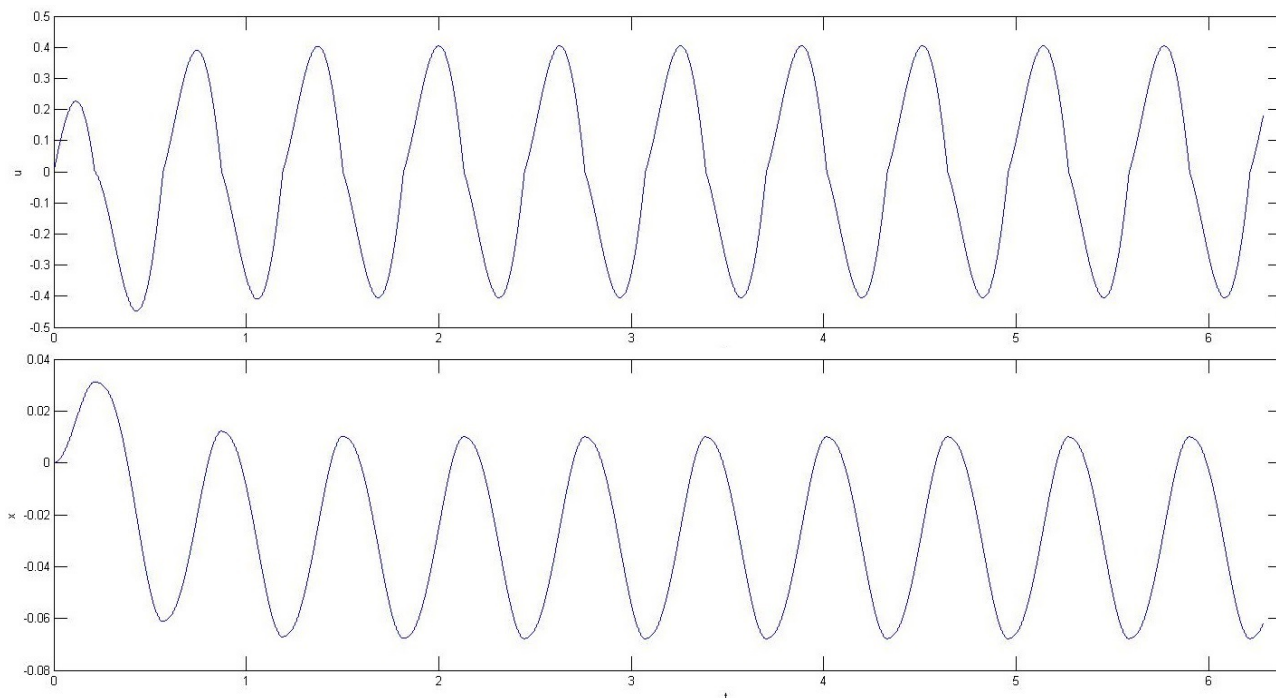


Δ.3 Διάγραμμα σχέσης ταχύτητας-χρόνου, επιβραδυνόμενου σώματος, με αρχική ταχύτητα



Δ.4α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.4β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες, με σταθερή ταχύτητα, χωρίς τριβή

Συνεπώς για $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{Kg}$, $r=0.1\text{m}$, $\mu=0$, $\omega=10\text{rad/s}$ και $g=10\text{m/s}^2$ με χρήση του ode45 εξάγονται τα διαγράμματα Δ4α, Δ4β και για $\mu=0,2$ τα Δ5α, Δ5β όπου τα αποτελέσματα είναι αποδεκτά.



Δ.5α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.5β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες με σταθερή ταχύτητα, με τριβή

Έστω τώρα για μη σταθερή γωνιακή ταχύτητα με $e=0.5$, $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ (η ταχύτητα του κινητηρίου γραναζιού) και $\mu=0$ ή $\mu=0.2$. Τα αποτελέσματα που εξάγονται από τα διαγράμματα Δ.6α, Δ.6β και Δ.7α, Δ.7β είναι τα επιθυμητά.

```
function wnonconstant

e=0.5;
M=1;
m=0.5;
r=0.1;
b=0.0;
W=10;
g=10;

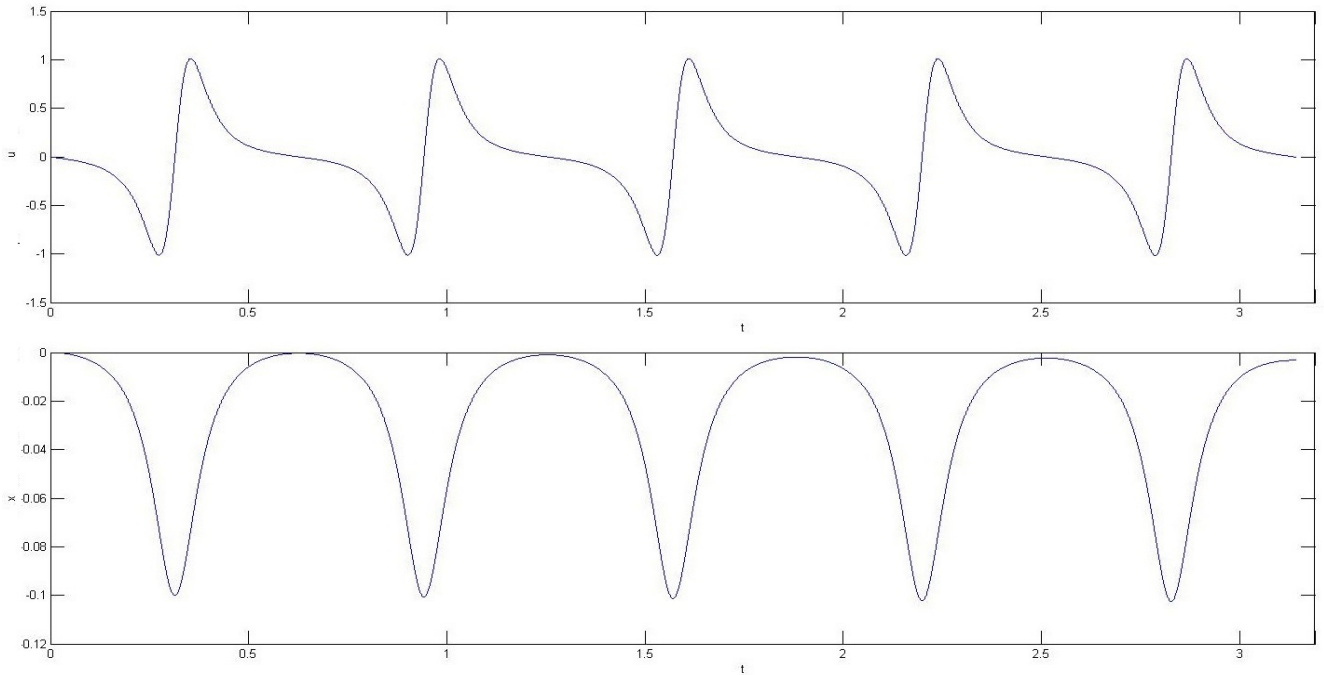
t=0:0.000001:pi; % time scale

initial_x = 0;
initial_dxdt = 0;

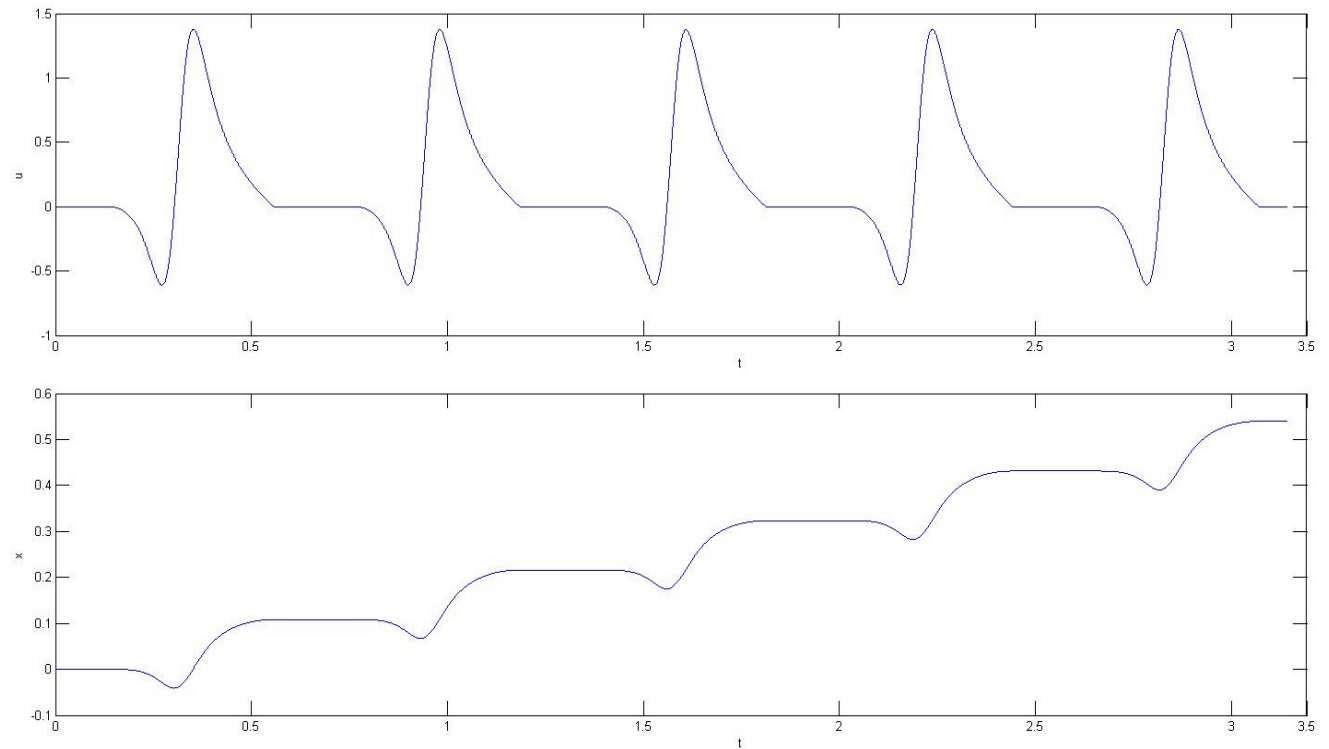
[t,x]=ode113(@rhs, t, [initial_x initial_dxdt]);
subplot(2,1,2)
plot(t,x(:,1));
xlabel('t'); ylabel('x');
subplot(2,1,1)
plot(t,x(:,2));
xlabel('t'); ylabel('u');

function dxdt=rhs(t,x)
    dxdt_1 = x(2);
    dxdt_2 = (2*W^2*m*r*sin(2*atan((tan((W*t)/2)*(e-1))/(e+1)))*tan((W*t)/2)*(tan((W*t)/2)^2+1)^2*(e-1)^3)/(((tan((W*t)/2)^2*(e-1)^2)/(e+1)^2+1)^2*(M+2*m)*(e+1)^3) - (2*W^2*m*r*sin(2*atan((tan((W*t)/2)*(e-1))/(e+1)))*tan((W*t)/2)*(tan((W*t)/2)^2+1)*(e-1))/(((tan((W*t)/2)^2*(e-1)^2)/(e+1)^2+1)*(M+2*m)*(e+1)) - (2*W^2*m*r*cos(2*atan((tan((W*t)/2)*(e-1))/(e+1)))*(tan((W*t)/2)^2+1)^2*(e-1)^2)/(((tan((W*t)/2)^2*(e-1)^2)/(e+1)^2+1)^2*(M+2*m)*(e+1)^2)-sign(x(2))*g*b;

    dxdt=[dxdt_1; dxdt_2];
end
end
```

Δ.6α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.6β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, χωρίς τριβή



Δ.7α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.7β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, με τριβή

Έστω τώρα για κλίση γωνίας $\theta=45^\circ$ με $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ και $\mu=0$ ή $\mu=0.2$ με τα διαγράμματα Δ.8α, Δ.8β και Δ.9α, Δ.9β αντίστοιχα να δίνουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

```
function wconstant_grad
h=pi/4;
M=1;
m=0.5;
r=0.1;
b=0.0;
W=10;
g=10;

t=0:0.000001:pi; % time scale
initial_x = 0;
```

```

initial_dxdt = 0;

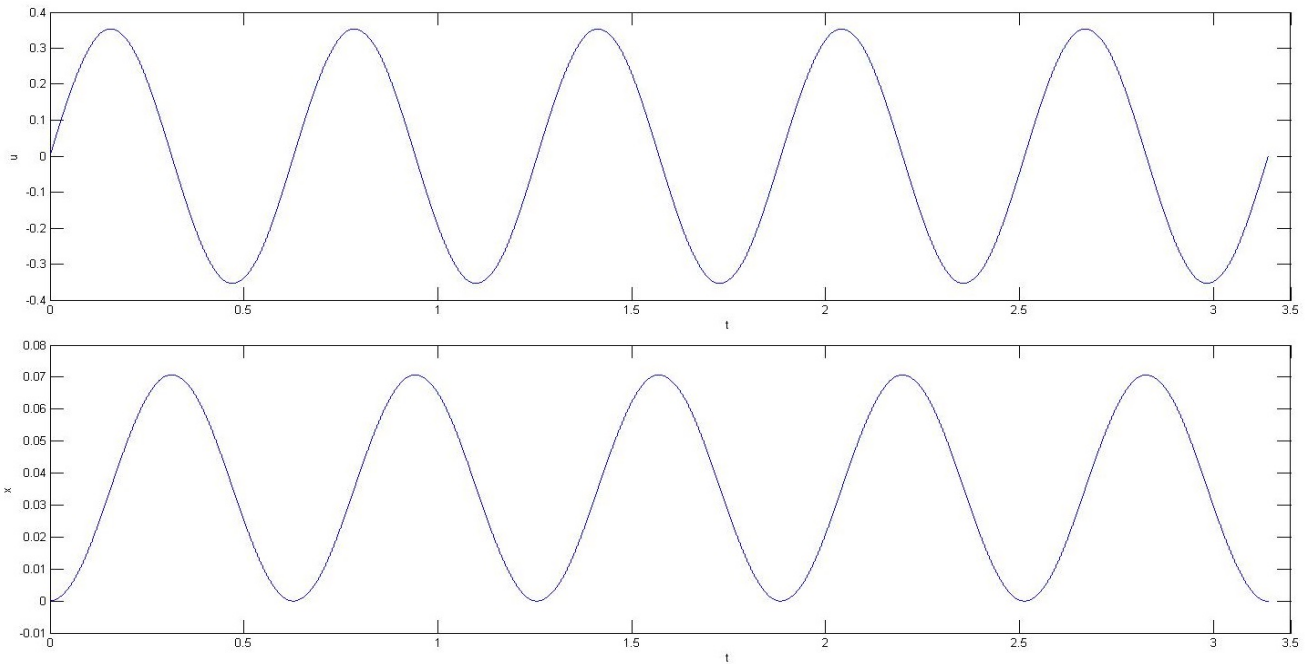
[t,x]=ode45(@rhs, t, [initial_x initial_dxdt] );

subplot(2,1,2)
plot(t,x(:,1));
xlabel('t'); ylabel('x');
subplot(2,1,1)
plot(t,x(:,2));
xlabel('t'); ylabel('u');

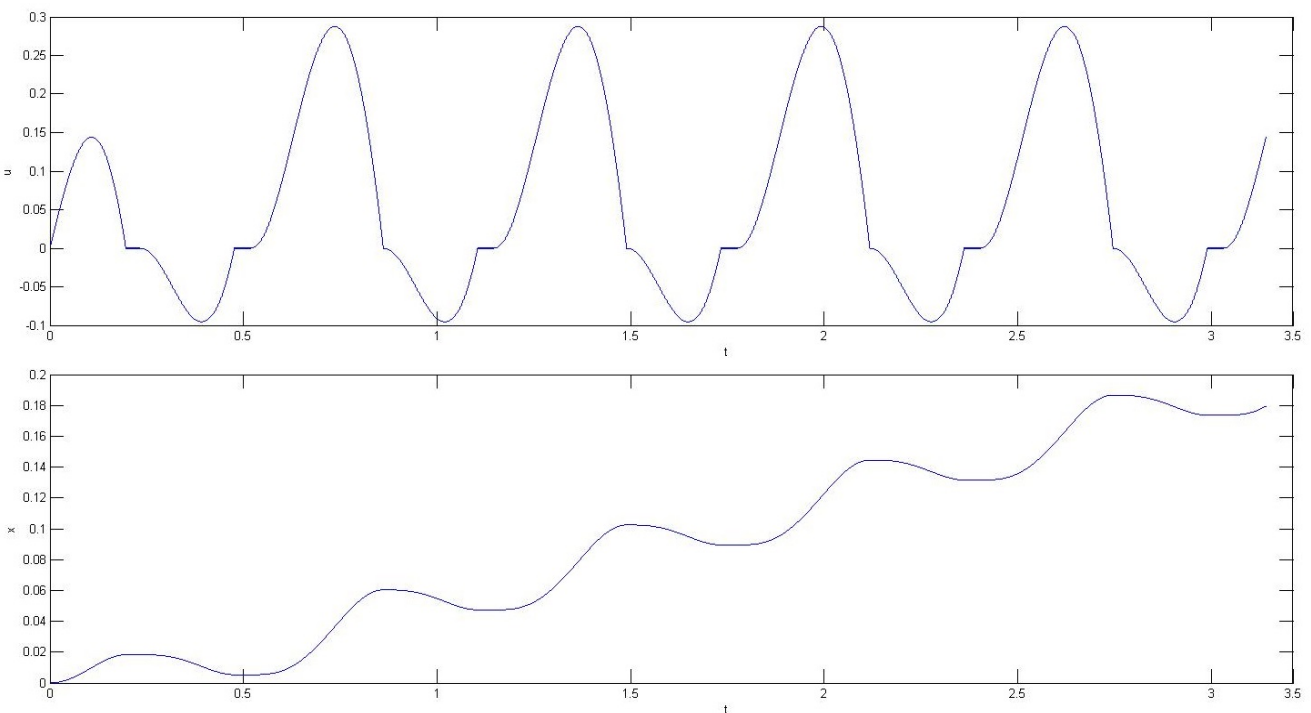
function dxdt=rhs(t,x)
    dxdt_1 = x(2);
    dxdt_2 = (-sign(x(2))*b*(M+2*m)*g+2*m*r*(W^2)*(sign(x(2))*b*sin(h)+cos(h))*cos(W*t))/
(M+2*m+sign(x(2))*b*2*m*tan(h));

    dxdt=[dxdt_1; dxdt_2];
end
end

```



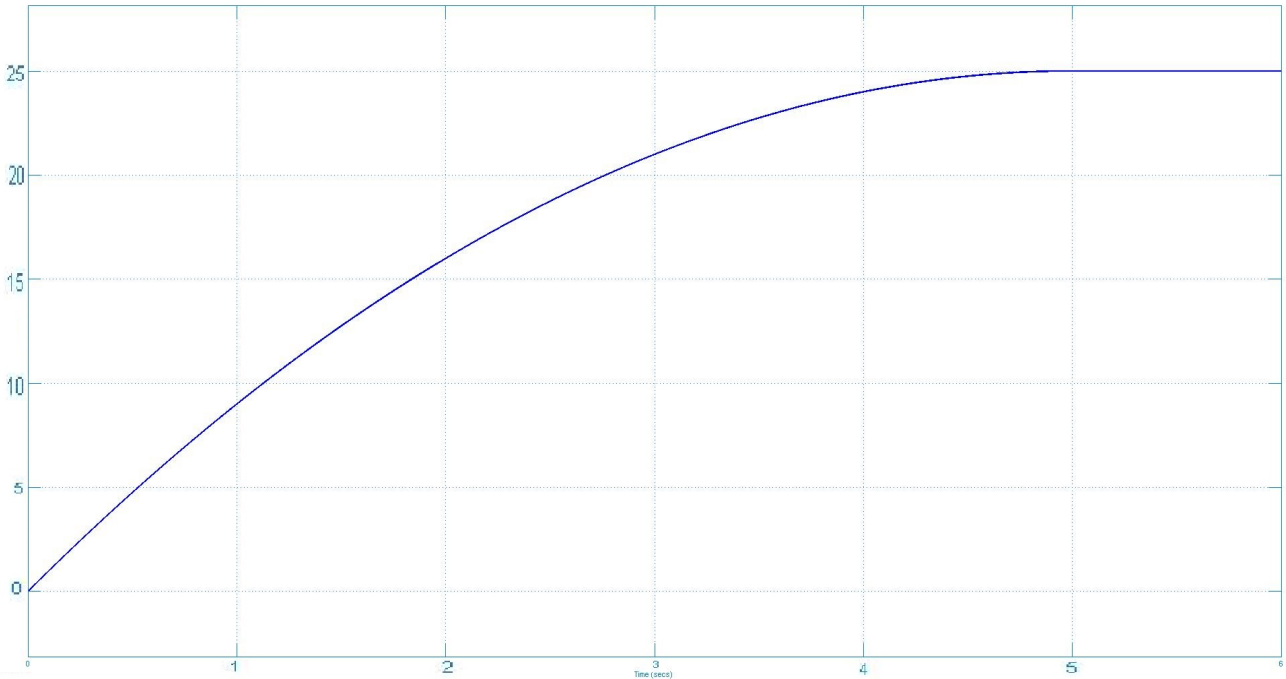
Δ.8α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.8β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με σταθερή ταχύτητα, χωρίς τριβή



Δ.9α Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (Δ.9β μετατόπισης-χρόνου), με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με σταθερή ταχύτητα, με τριβή

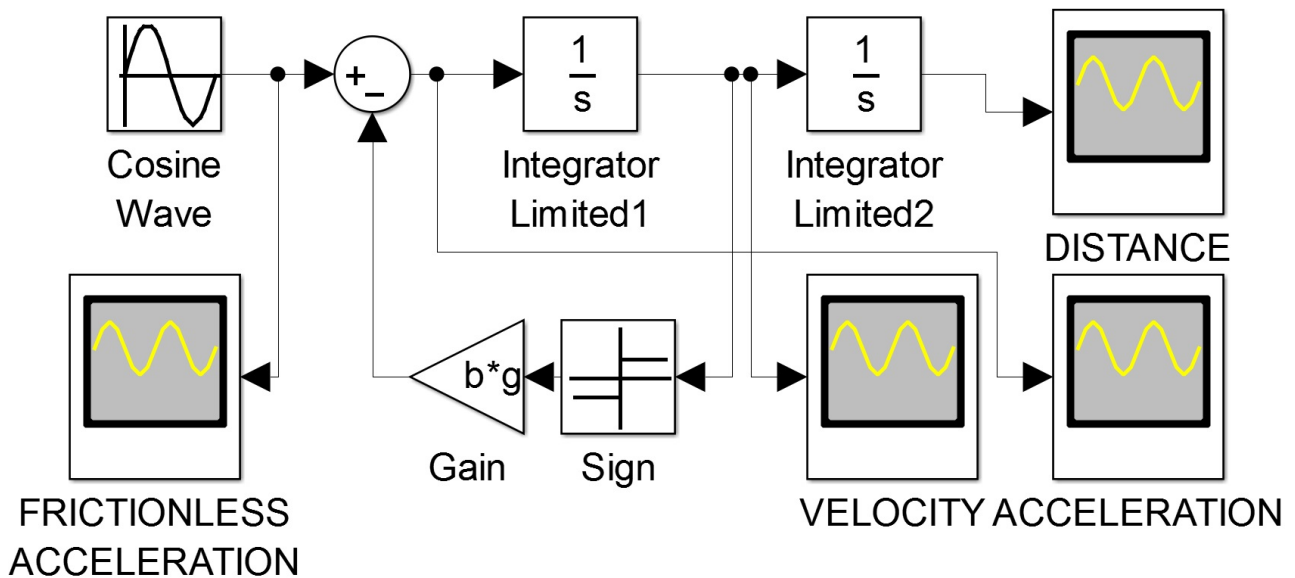
Επιχειρείται η χρήση του ode8 μέσω του Simulink:

Για σώμα με αρχική ταχύτητα 10m/s σε επιφάνεια με συντελεστή τριβής $\mu=0.2$ και $g=10\text{m/s}^2$ (Δ.10):

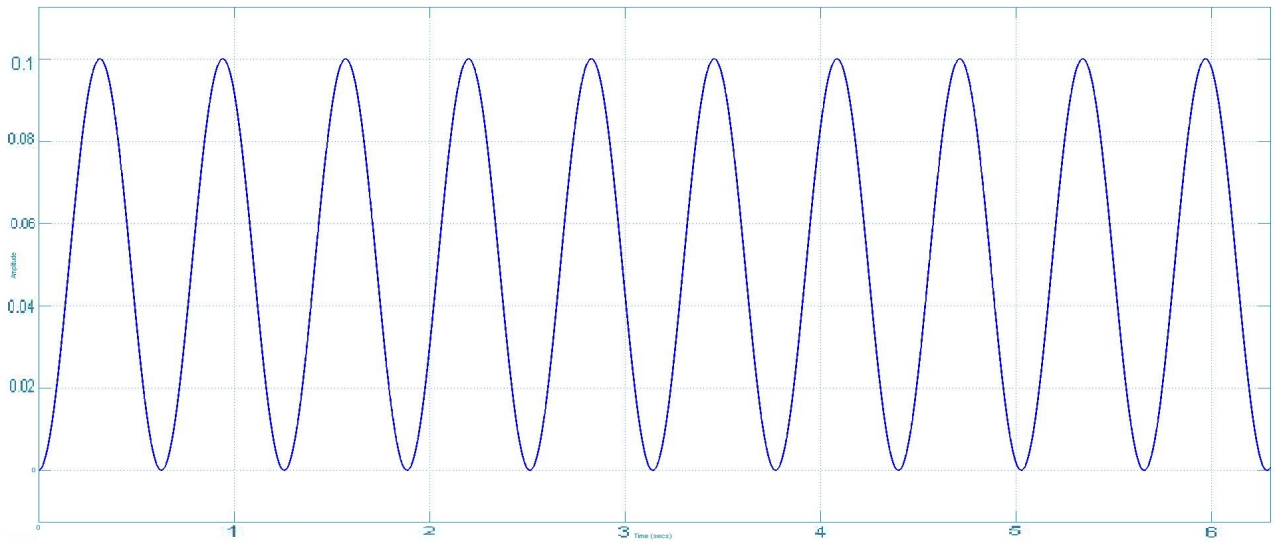


Δ.10 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, επιβραδυνόμενου σώματος, με αρχική ταχύτητα

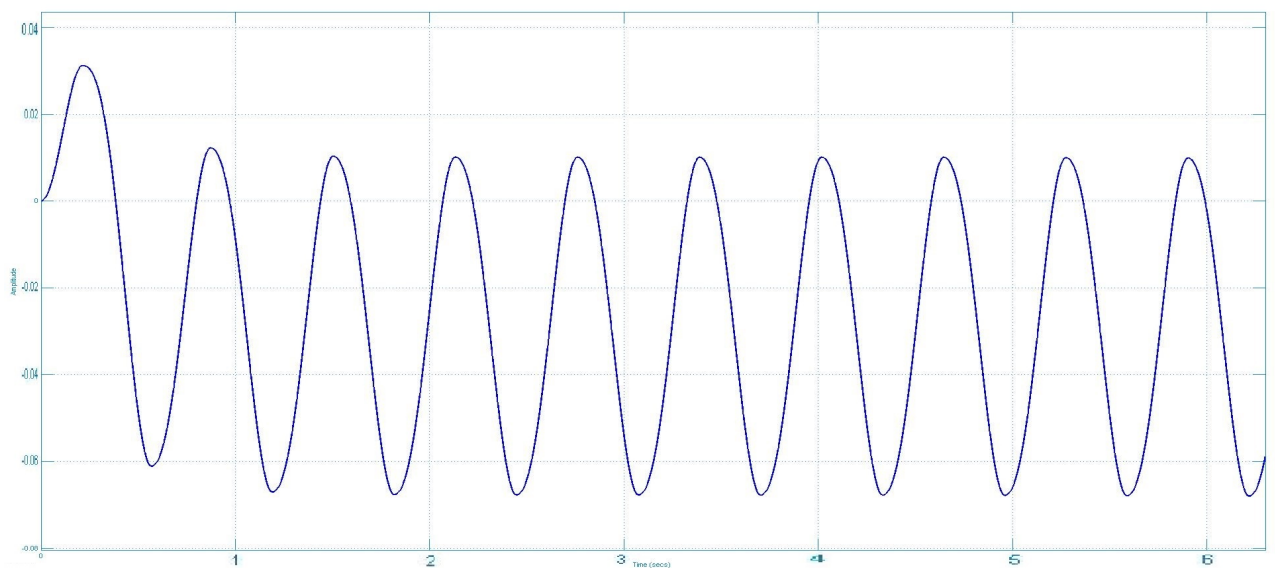
Για σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=10\text{rad/s}$ (Σχ.3) $M=1\text{Kg}$ $m=0.5\text{Kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$ και $\mu=0$, $\mu=0.2$ και $\mu=0.3$ εξάγονται τα διαγράμματα Δ.11, Δ.12 και Δ.13 αντίστοιχα.



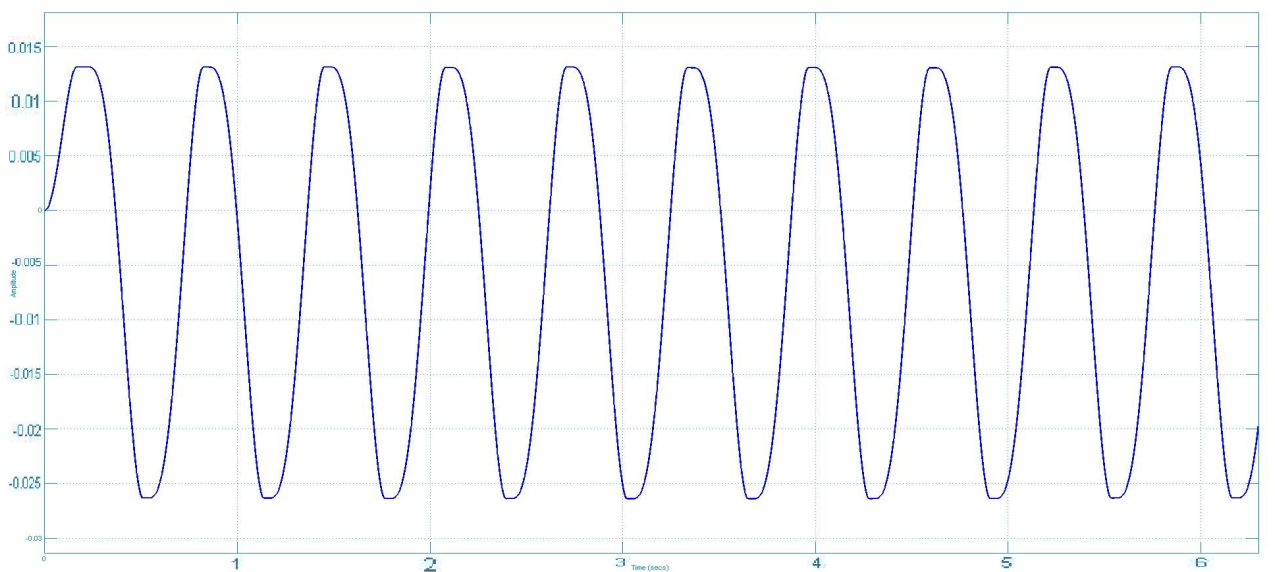
Σχ.3 Μοντέλο προσομοίωσης στο Simulink, για μάζες περιστρεφόμενες με σταθερή ταχύτητα



Δ.11 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου με μάζες περιστρεφόμενες, με σταθερή ταχύτητα, χωρίς τριβή

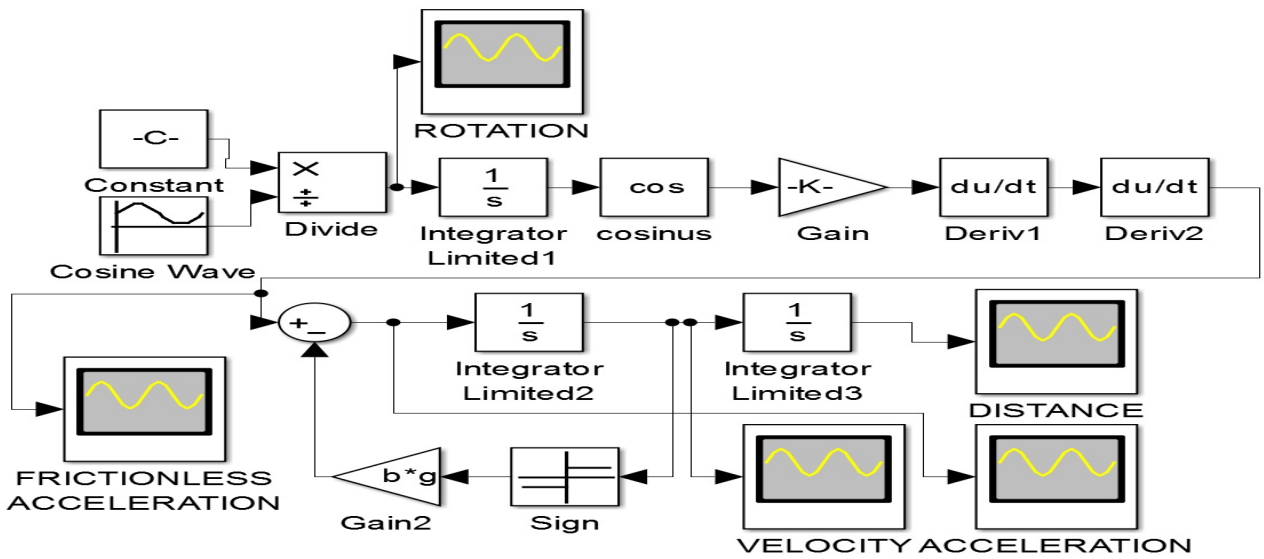


Δ.12 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου με μάζες περιστρεφόμενες, με σταθερή ταχύτητα, με τριβή

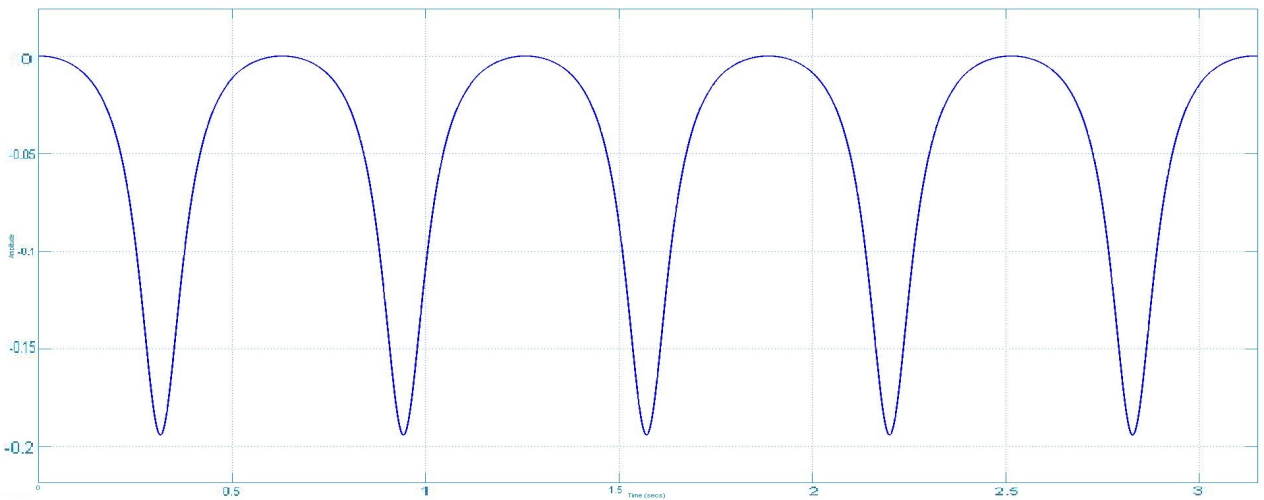


Δ.13 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου με μάζες περιστρεφόμενες, με σταθερή ταχύτητα, με τριβή

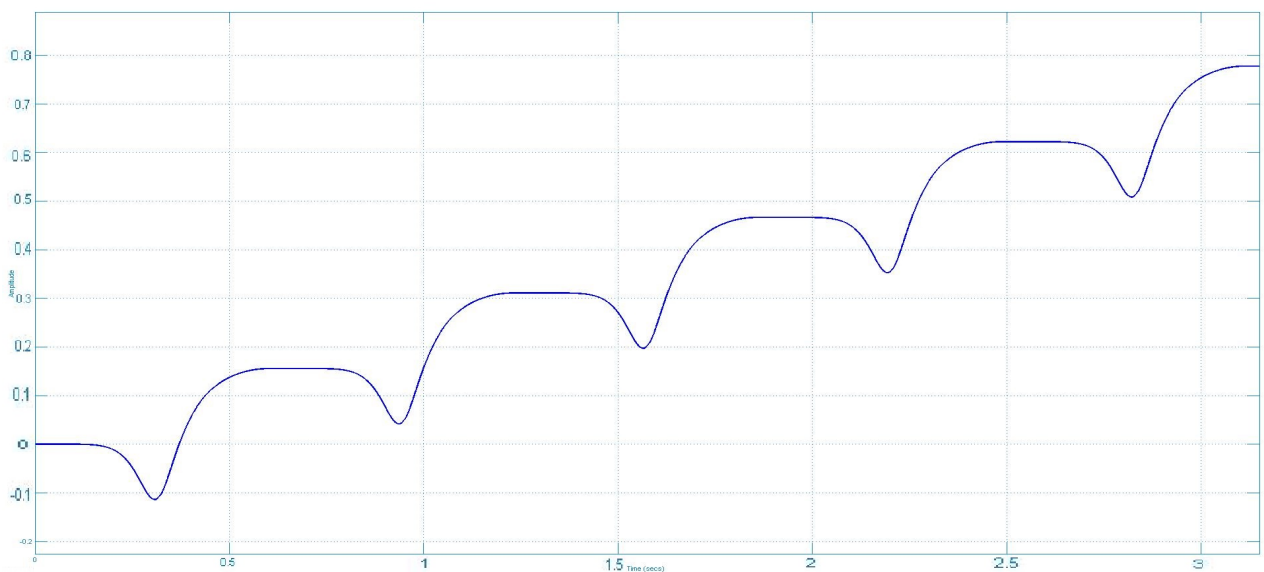
Έστω τώρα (Σχ.4) για μη σταθερή γωνιακή ταχύτητα με $e=0.5$, $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ (η ταχύτητα του κινητηρίου γραναζιού) και $\mu=0$, $\mu=0.2$ και $\mu=0.3$ εξάγονται τα διαγράμματα Δ.14, Δ.15 και Δ.16 αντίστοιχα με τα επιθυμητά αποτελέσματα:



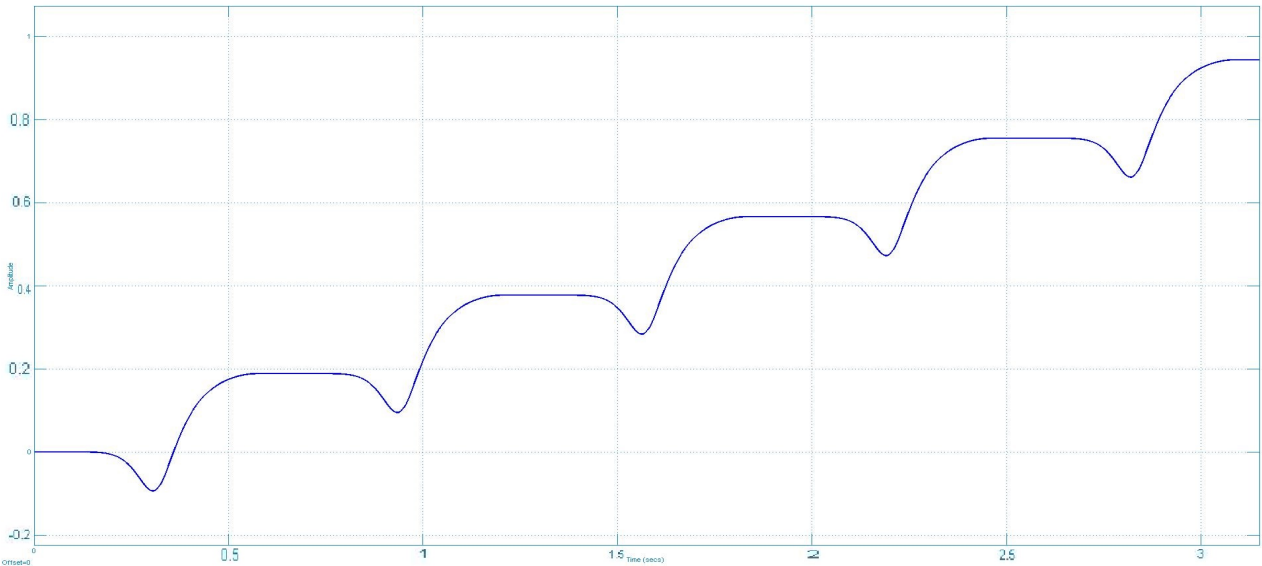
Σχ.4 Μοντέλο Simulink, για μάζες περιστρεφόμενες με εναλλασσόμενη ταχύτητα, με χρήση ελλειπτικών γραναζιών



Δ.14 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, χωρίς τριβή

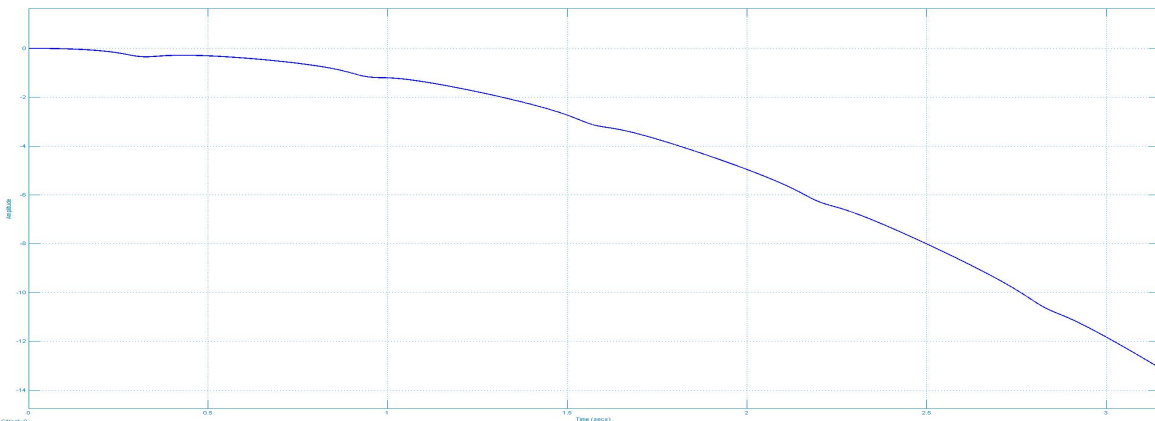


Δ.15 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, με τριβή



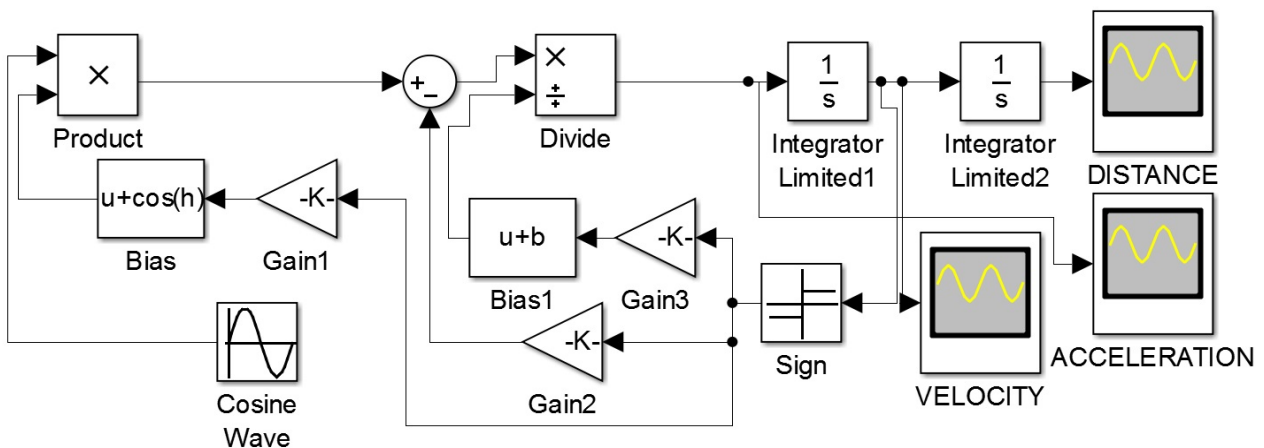
Δ.16 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, με τριβή

Αξίζει να δοκιμασθεί και ένας αρνητικός (καθ' υπόθεση) συντελεστής ($\mu=-0.3$), ώστε σε περίπτωση που το διάγραμμα είναι ίδιο με ανεστραμμένη την φορά του, να γίνει γνωστό το κατά πόσο επηρεάζεται από τις τιμές του μ (μήπως η επίλυση υποκύπτει σε κάποιο σφάλμα) κάτι που δε φαίνεται στο Δ.17.

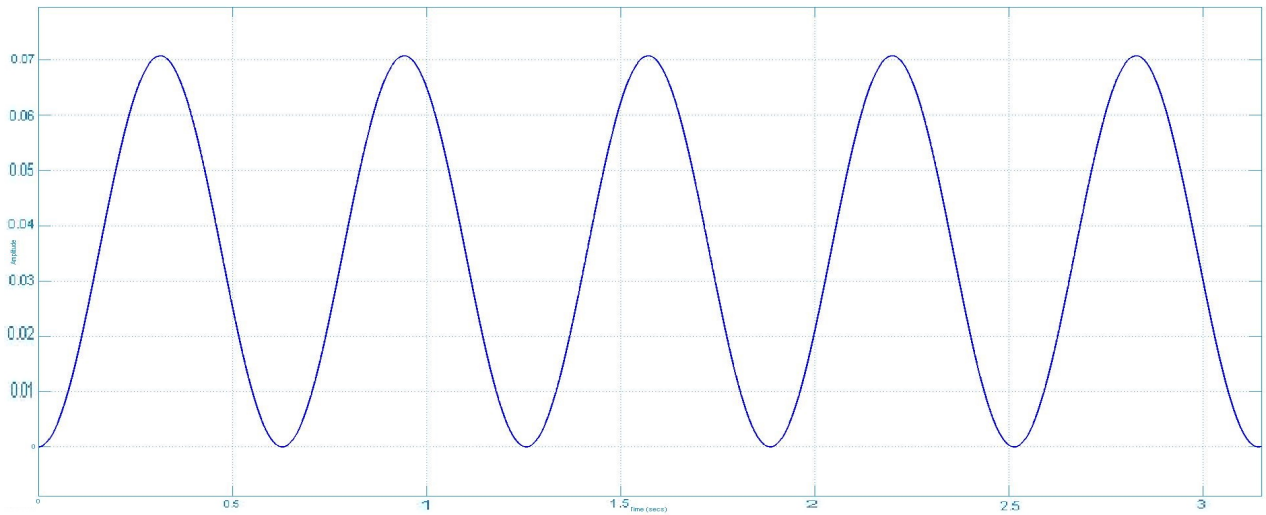


Δ.17 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, “αρνητική” με τριβή.

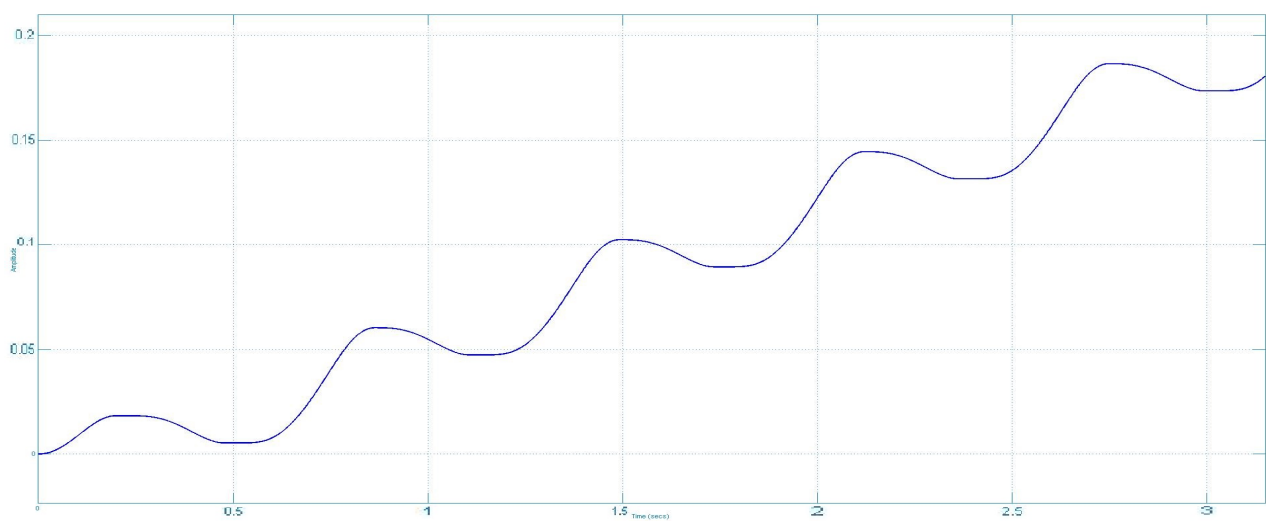
Έστω τώρα (Σχ.5) για κλίση γωνίας $\theta=45^\circ$ με $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ και $\mu=0$, $\mu=0.2$ και $\mu=0.3$, εξάγονται τα διαγράμματα Δ.18, Δ.19 και Δ.20 αντίστοιχα.



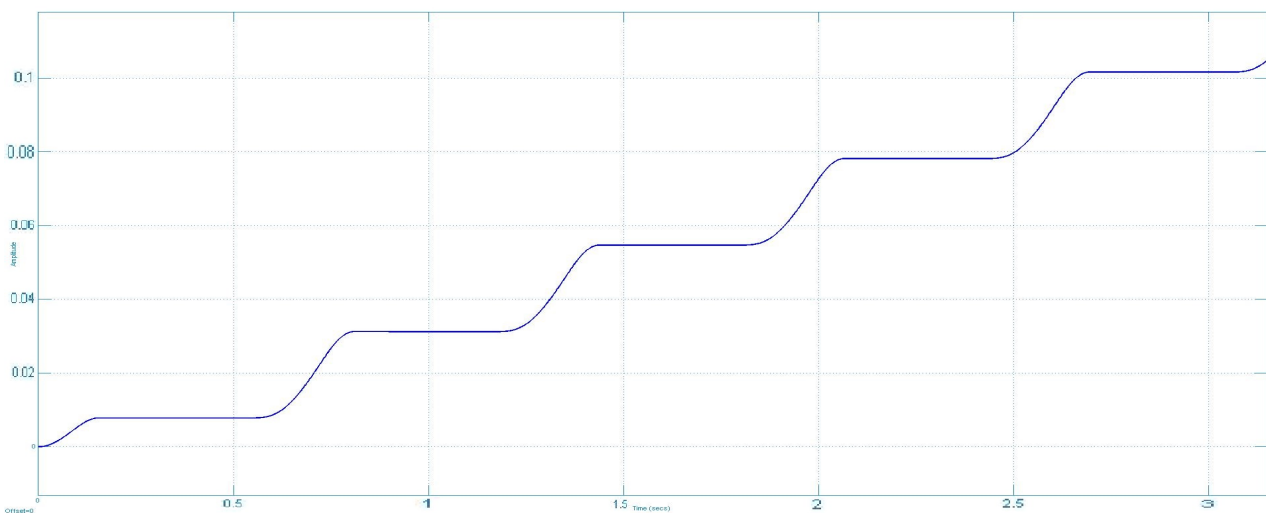
Σχ.5 Μοντέλο προσομοίωσης στο Simulink, για μάζες περιστρεφόμενες με σταθερή ταχύτητα υπό κλίση



Δ.18 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με σταθερή ταχύτητα, χωρίς τριβή

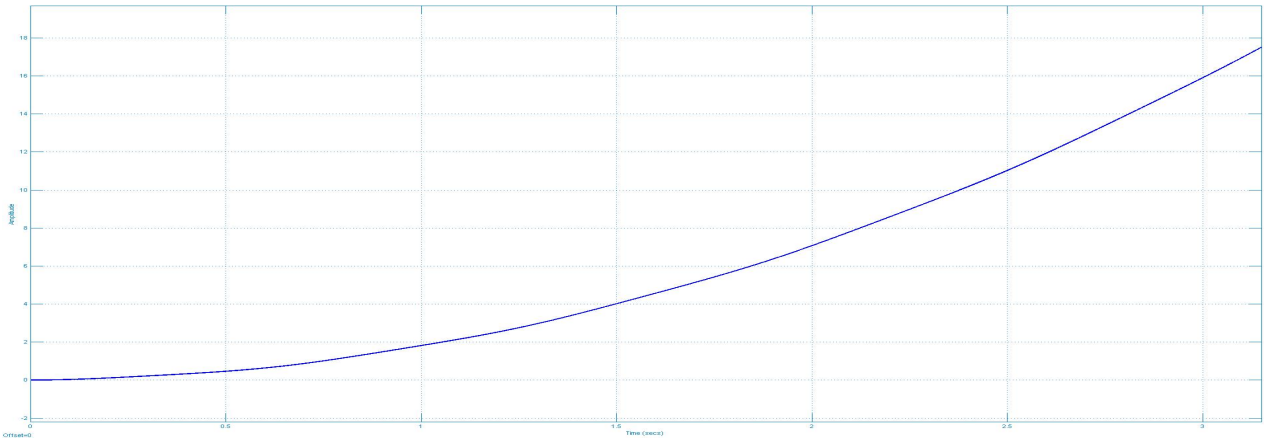


Δ.19 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με σταθερή ταχύτητα, με τριβή



Δ.20 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με σταθερή ταχύτητα, με τριβή

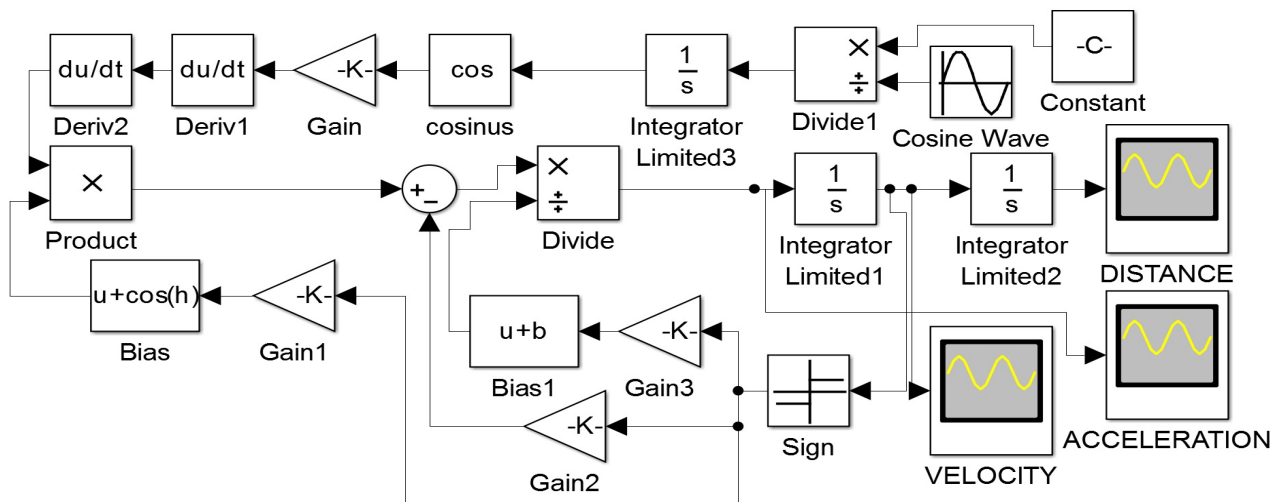
Για τον ίδιο λόγο θα γίνει χρήση και ενός αρνητικού συντελεστή ($\mu=-0.3$) Δ.21.



Δ.21 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, “αρνητική” με τριβή.

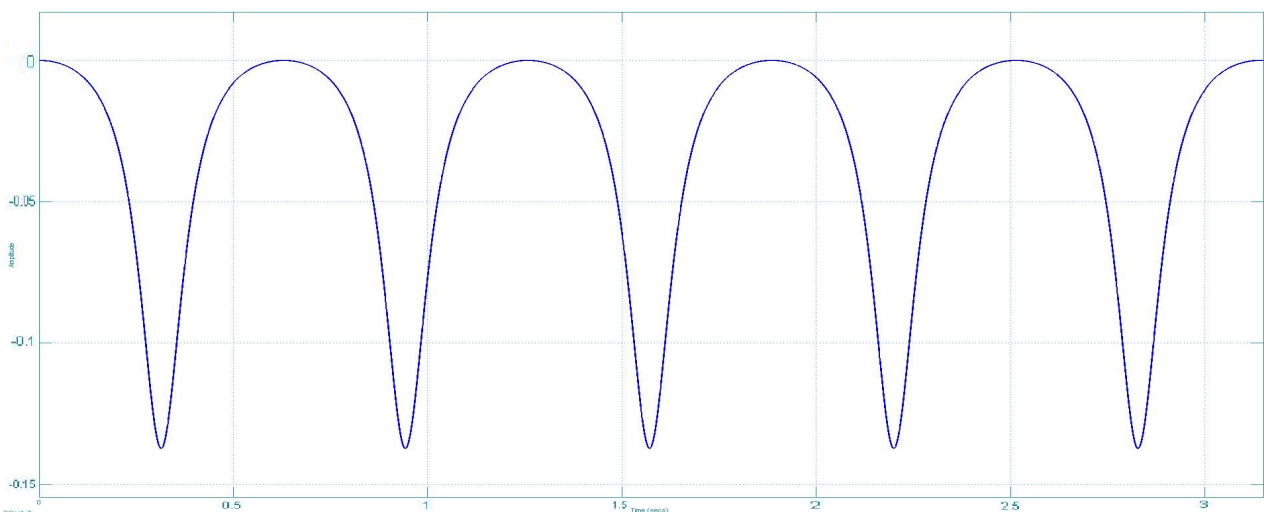
Έστω τώρα (Σχ.6) για μη σταθερή γωνιακή ταχύτητα και κλίση γωνίας:

$$\ddot{X}_M = \frac{-\text{sign}(\dot{X}_M)\mu(M+2m)g + (\cos\theta + \text{sign}(\dot{X}_M)\mu\sin\theta)\sin\left(2\arctan\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\tan\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right)\right)\right)\frac{\omega_1^2(1-\varepsilon^2)2\varepsilon\sin(\omega_1 t)}{(1+\varepsilon^2+2\varepsilon\cos(\omega_1 t))^2} + \lambda\cos\left(2\arctan\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\tan\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right)\right)\right)\left(\frac{\omega_1(1-\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon^2+2\varepsilon\cos(\omega_1 t))}\right)^2}{M+2m + \text{sign}(\dot{X}_M)\mu 2m \tan\theta} \quad (27)$$

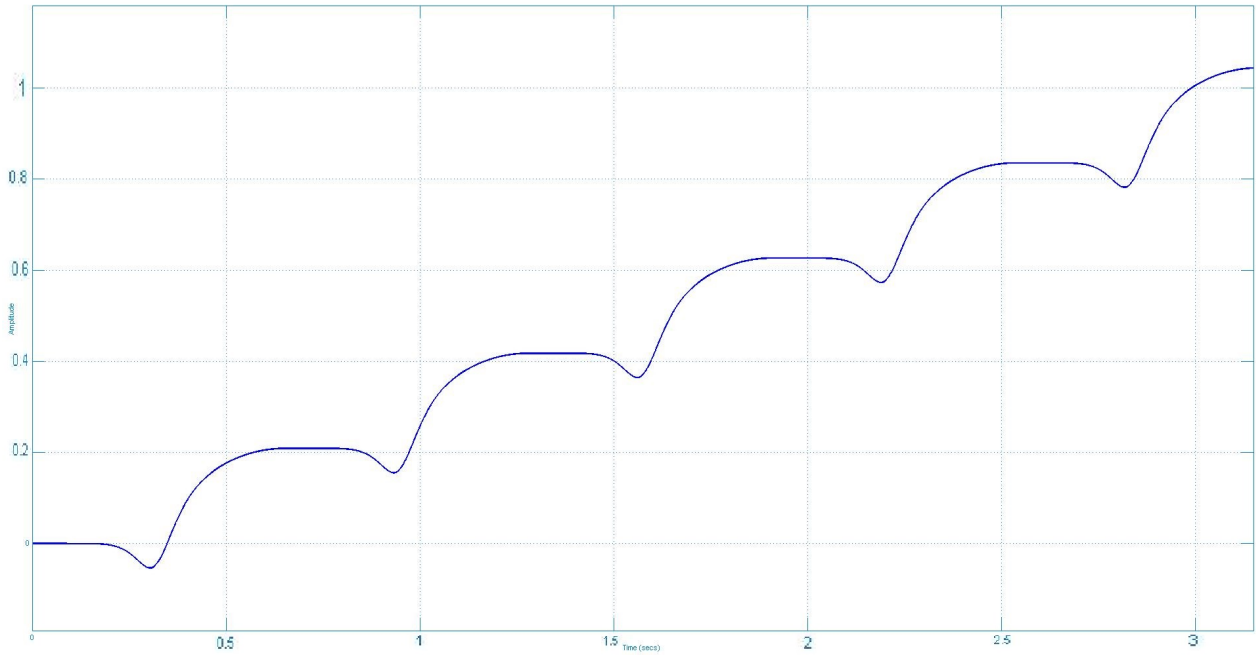


Σχ.6

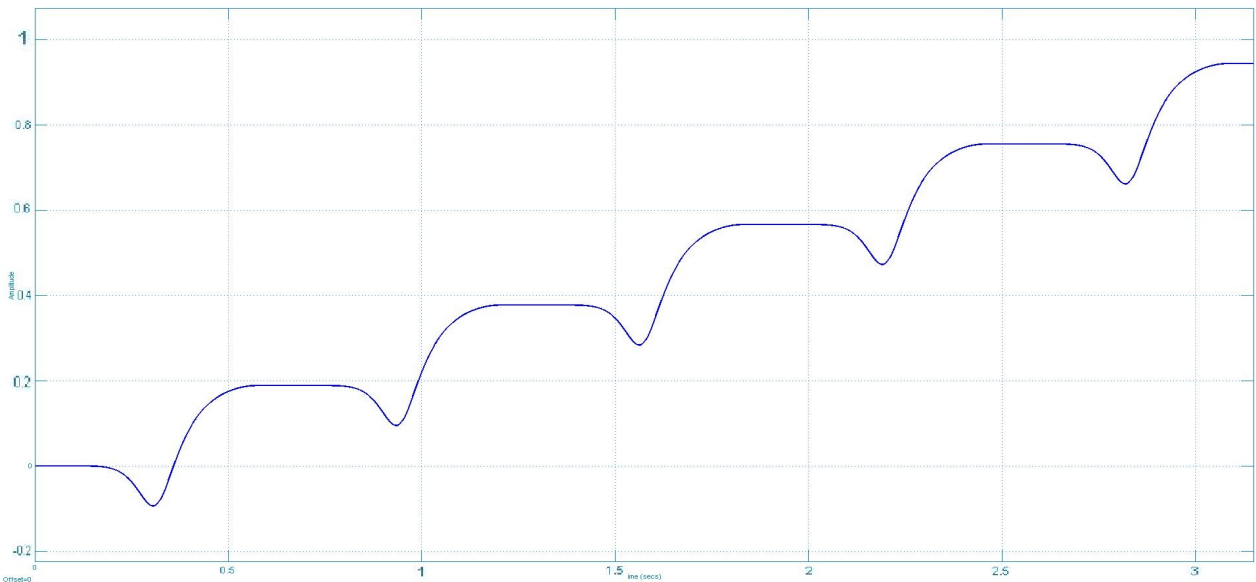
Για $\theta=45^\circ$ με $\varepsilon=0.5$, $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ (η ταχύτητα του κινητηρίου γραναζιού) και $\mu=0$, $\mu=0.2$, $\mu=0.3$ εξάγονται τα διαγράμματα Δ.22, Δ.23 και Δ.24 αντίστοιχα.



Δ.22 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, χωρίς τριβή



Δ.23 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, με τριβή



Δ.24 Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες υπό κλίση, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, με τριβή

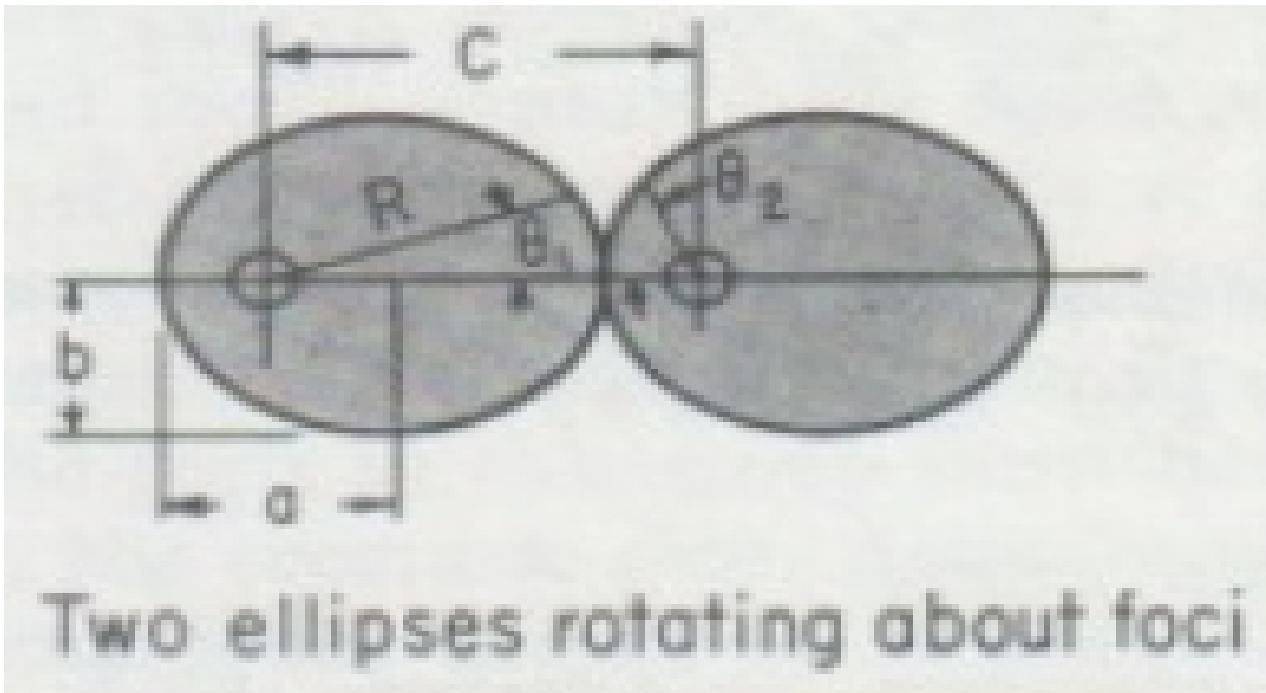
2.5 Απόδειξη της σχέσης μετάδοσης των ελλειπτικών γραναζιών

Για τα ελλειπτικά γρανάζια έχει ήδη γίνει χρήση της έτοιμης σχέσης $\omega_2 = \omega_1 \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos \theta_1)}$ (15)

οποία θα μπορούσε να παραχθεί ως εξής. $\mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{R}_1 = \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{R}_2$, όπου $R_1 = \frac{b}{a(1 - \varepsilon \cos \theta_1)}$ και

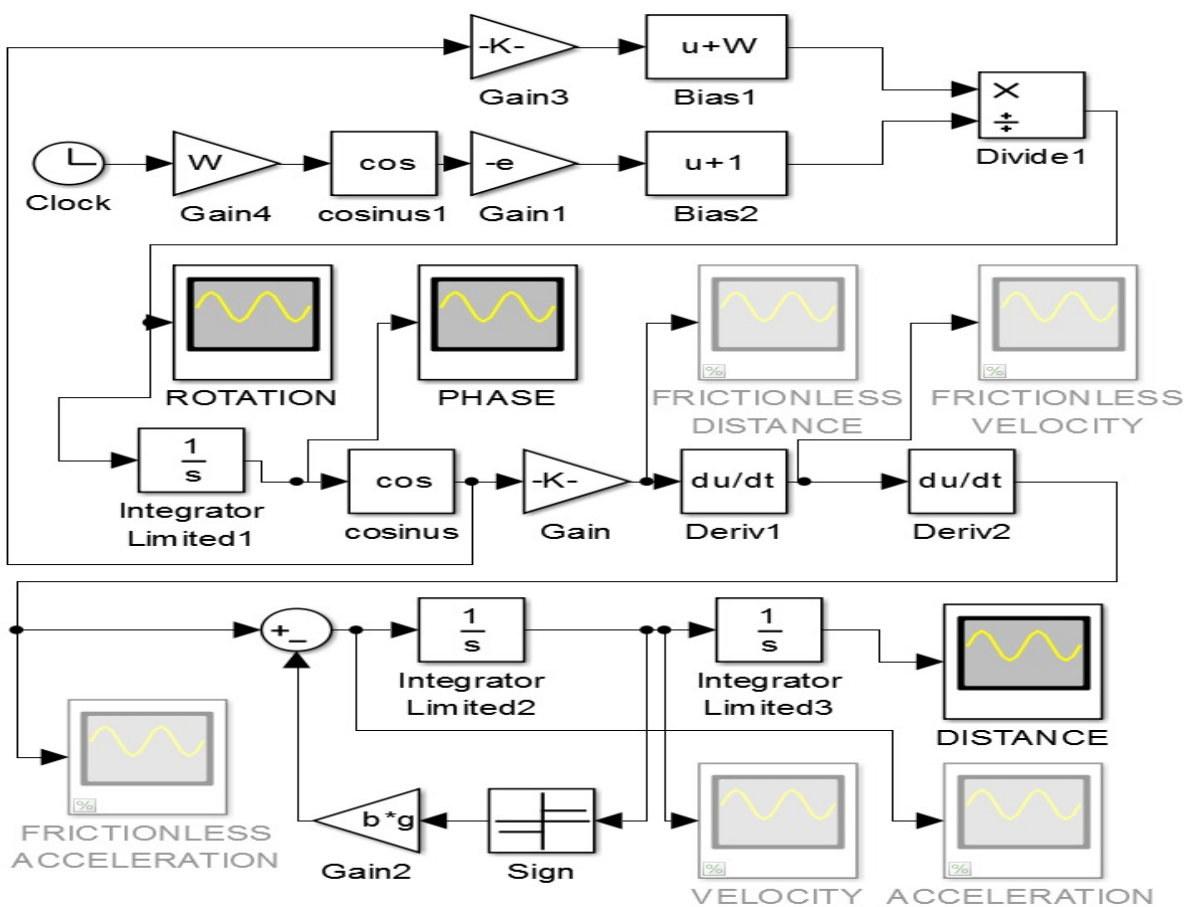
$R_2 = \frac{b}{a(1 + \varepsilon \cos \theta_2)}$ (οι ακτίνες των ελλειπτικών γραναζιών αντίστοιχα) και $\theta_1 = \mathbf{W}_1 t$ (W_1 σταθερή

ταχύτητα από το κινητήριο γρανάζι), άρα $W_2 = \frac{W_1 \cdot R_1}{R_2} \Rightarrow W_2 = W_1 \frac{1 + \varepsilon \cos \theta_2}{1 - \varepsilon \cos(W_1 t)}$ (28)

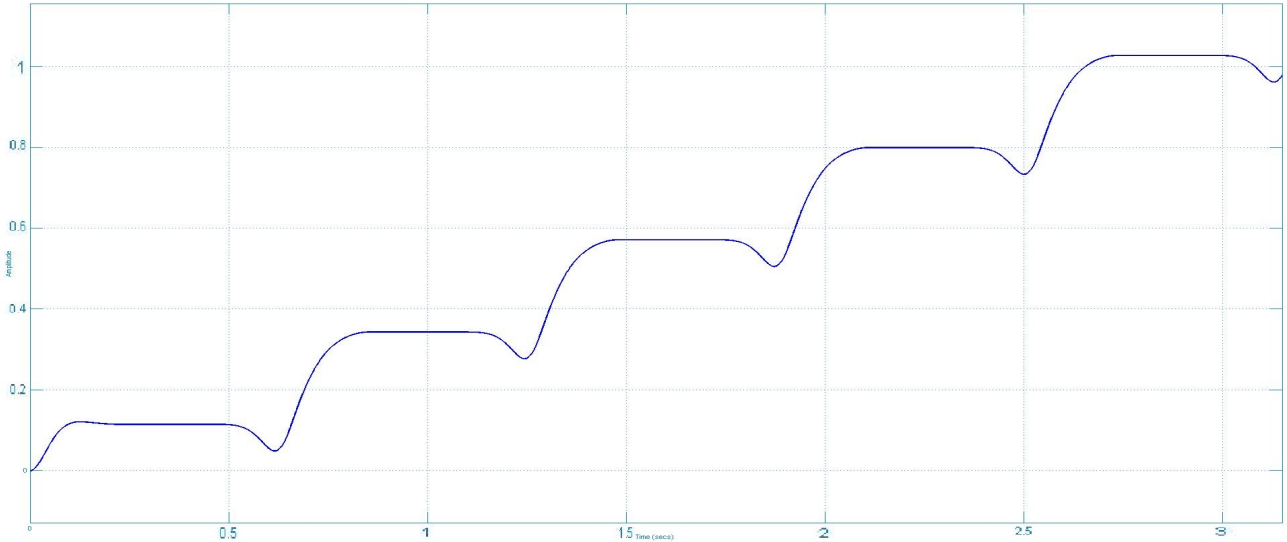


Σχ.7 Συνεργαζόμενα ελλειπτικά γρανάζια, βιβλιογραφία [3]

Έστω για $e=0.5$, $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ (η ταχύτητα του κινητηρίου γραναζιού) και $\mu=0.5$, γίνεται επαλήθευση μέσω Simulink Σχ.8 και από το Δ.25 παρατηρείται το ίδιο αποτέλεσμα.



Σχ.8 Αντίστοιχο μοντέλο χωρίς χρήση της έτοιμης σχέσης μετάδοσης των ελλειπτικών γραναζιών στο Simulink



Δ.25 Διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα χωρίς χρήση της έτοιμης σχέσης μετάδοσης, με τριβή

2.6 Διερεύνηση για τη γενική περίπτωση n πλήθους μαζών

Έστω τώρα n περιστρεφόμενες μάζες τότε η (3) γίνεται $\mathbf{X}_C = \frac{M \mathbf{X}_M + 2m \Sigma \mathbf{X}_{m,i}}{M + 2nm}$ (29) και η (4)

γίνεται και $\mathbf{X}_{m,i} = \mathbf{X}_M + \mathbf{r}_{i,x}$ (30) και από (29),(30) => $\ddot{\mathbf{X}}_M = \ddot{\mathbf{X}}_C - \frac{2m \Sigma \ddot{\mathbf{r}}_{i,x}}{M + 2nm}$ (31)

έστω $n=2$ και $X_{m,1} = X_M + r \cos \varphi$ και $X_{m,2} = X_M + r \cos(\varphi + \pi)$ τότε $\ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M) \mu g$

έστω $n=3$ και $X_{m,1} = X_M + r \cos \varphi$ και $X_{m,2} = X_M + r \cos(\varphi + 2\pi/3)$ και $X_{m,3} = X_M + r \cos(\varphi + 4\pi/3)$ και για ω

σταθερή και $\lambda_3 = \frac{2mr}{M + 6m}$

$\ddot{X}_M = \lambda_3 \omega^2 (\cos \varphi + \cos(\varphi + 2\pi/3) + \cos(\varphi + 4\pi/3)) - \text{sign}(\dot{X}_M) \mu g$

Αν όμως ω μη σταθερή τότε:

για $n=2$ $\ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M) \mu g$

για $n=3$ $\ddot{X}_M = \lambda_3 (\omega \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi + \omega \sin(\varphi + 2\pi/3) + \omega^2 \cos(\varphi + 2\pi/3) + \omega \sin(\varphi + 4\pi/3) + \omega^2 \cos(\varphi + 4\pi/3)) - \text{sign}(\dot{X}_M) \mu g$

Για την περίπτωση της κλίσης η (1) γίνεται $N = (M + 2nm)g + 2nm \ddot{X}_M \tan \theta - 2m \Sigma (r \omega^2 \sin \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))$ (32)

και η (11) γίνεται $M \ddot{X}_M = \mathbf{T} - 2m \Sigma \ddot{\mathbf{X}}_m$ (33), άρα

$M \ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M) \mu ((M + 2nm)g + 2nm \ddot{X}_M \tan \theta - 2m \Sigma (r \omega^2 \sin \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))) - 2nm \ddot{X}_M + 2m \Sigma (r \omega^2 \cos \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))$ =>

$M \ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M) \mu (M + 2nm)g - \text{sign}(\dot{X}_M) \mu 2nm \ddot{X}_M \tan \theta + \text{sign}(\dot{X}_M) \mu 2m \Sigma (r \omega^2 \sin \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i})) - 2nm \ddot{X}_M + 2m \Sigma (r \omega^2 \cos \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))$ =>

$(M + 2nm + \text{sign}(\dot{X}_M) \mu 2nm \tan \theta) \ddot{X}_M = -\text{sign}(\dot{X}_M) \mu ((M + 2nm)g - 2m \Sigma (r \omega^2 \sin \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))) + 2m \Sigma (r \omega^2 \cos \theta \cos(\varphi + \varphi_{0,i}))$ =>

$$\ddot{X}_M = \frac{-\text{sign}(\dot{X}_M) \mu (M + 2nm)g + 2m r \omega^2 (\cos \theta + \text{sign}(\dot{X}_M) \mu \sin \theta) \Sigma \cos(\varphi + \varphi_{0,i})}{M + 2nm + \text{sign}(\dot{X}_M) \mu 2nm \tan \theta} \quad (34)$$

Αν όμως $n=2$ ή $n=3$ κ.ο.κ. $\Sigma \cos(\varphi + \varphi_{0,i}) = 0$ => $\ddot{X}_M = \frac{-\text{sign}(\dot{X}_M) \mu (M + 2nm)g}{M + 2nm + \text{sign}(\dot{X}_M) \mu 2nm \tan \theta}$ (35)

συμπεραίνεται δηλαδή ότι δεν υπάρχει κάποιο όφελος και στην ουσία οι επιπλέον περιστρεφόμενες μάζες απλώς αυξάνουν την μάζα και δε συμβάλλουν σε διαφορετικές φάσεις.

2.7 Εύρεση βέλτιστων τιμών W,M,m,r,e

Μελετάται, μέσω του MATLAB, η καμπύλη της επιτάχυνσης της κίνησης με μη σταθερή ταχύτητα χωρίς τριβή και παρατηρείται ότι το μέγιστο της επιτάχυνσης a_{flmax} βρίσκεται στην χρονική στιγμή $t=T/2 \Rightarrow t=\pi/W$ και το ελάχιστο (αρνητική επιτάχυνση) a_{flmin} βρίσκεται -για $e=0,5$ - στην χρονική στιγμή $t=0,39*T \Rightarrow t=0,78*\pi/W$. Αξίζει να μελετηθεί ο λόγος $a_{flmax}/|a_{flmin}|$ (η τιμή π/W βγάζει σφάλμα και γι' αυτό θα χρησιμοποιηθεί η τιμή $0.999999999999999*\pi/W$) συναρτήσει των μεταβλητών $W M m r$.

```

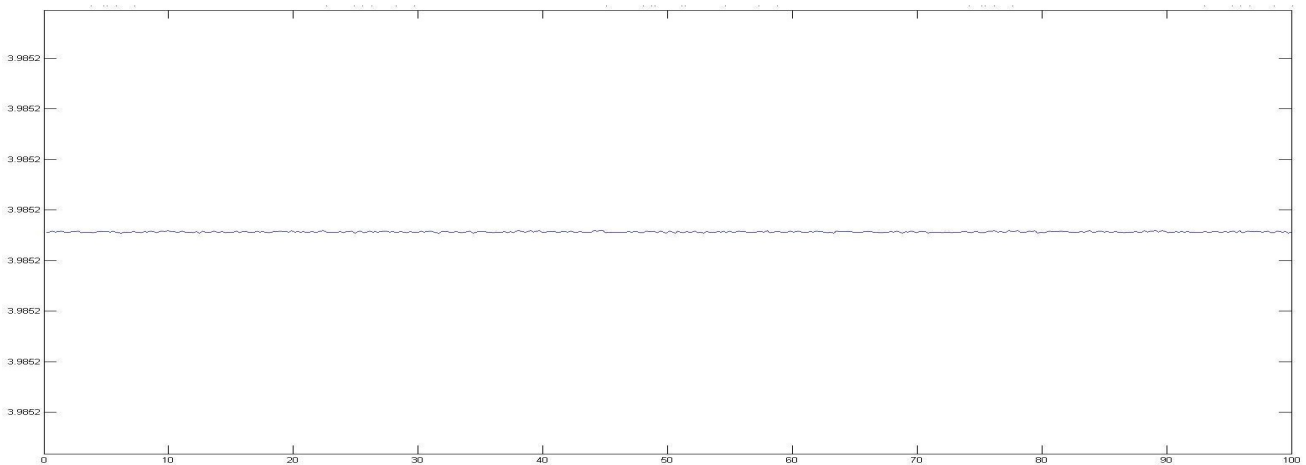
Clear all
clc

syms W e M m r b g t
f(W,e,t) = simplify(dsolve('Df == -(W*(e^2 - 1))/(e^2 + 2*cos(W*t)*e + 1)', 'f(0)=pi', 't'))
xfl(W,M,m,r,e,t) = -(2*m*r/(M+2*m))*cos(f)
afl(W,M,m,r,e,t) = diff(xfl,2,t)
aflmax_min(W,M,m,r,e)=afl(W,M,m,r,e,0.999999999999999*pi/W)/abs(afl(W,M,m,r,e,0.71*pi/W))

```

Για άγνωστη W και M=1, m=0.5, r=0.1, e=0.5 εξάγεται το διάγραμμα Δ.26, όπου φαίνεται ότι ο λόγος διατηρείται σταθερός.

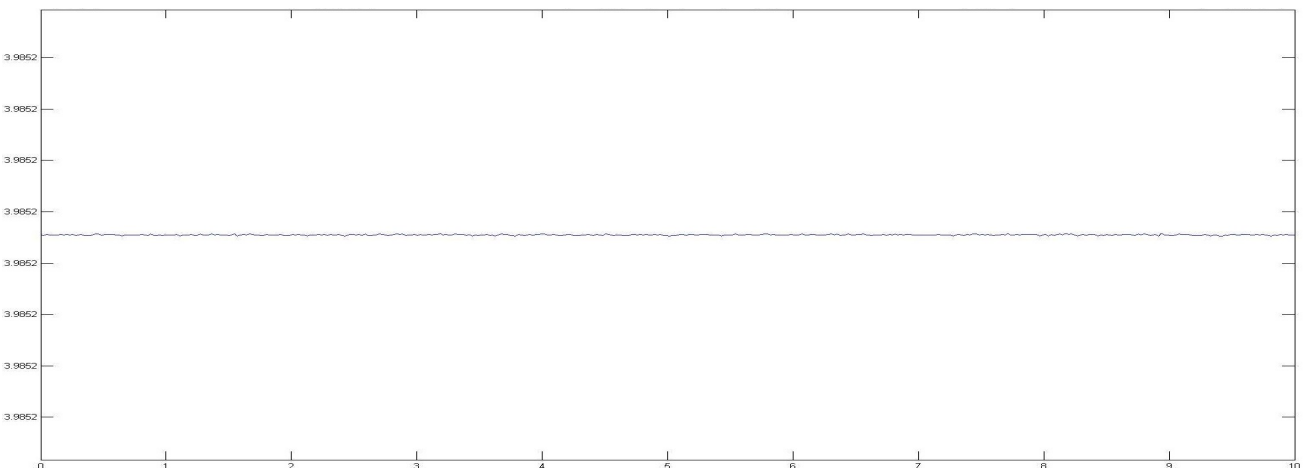
```
ezplot(aflmax_min(W,1,0.5,0.1,0.5), [0 100])
```



Δ.26 Διάγραμμα σχέσης λόγου επιτάχυνσης/επιβράδυνσης - γωνιακής ταχύτητας κινητηρίου γραναζιού

Για άγνωστη M και W=10, m=0.5, r=0.1, e=0.5 εξάγεται το διάγραμμα Δ.27, όπου φαίνεται ότι ο λόγος διατηρείται σταθερός.

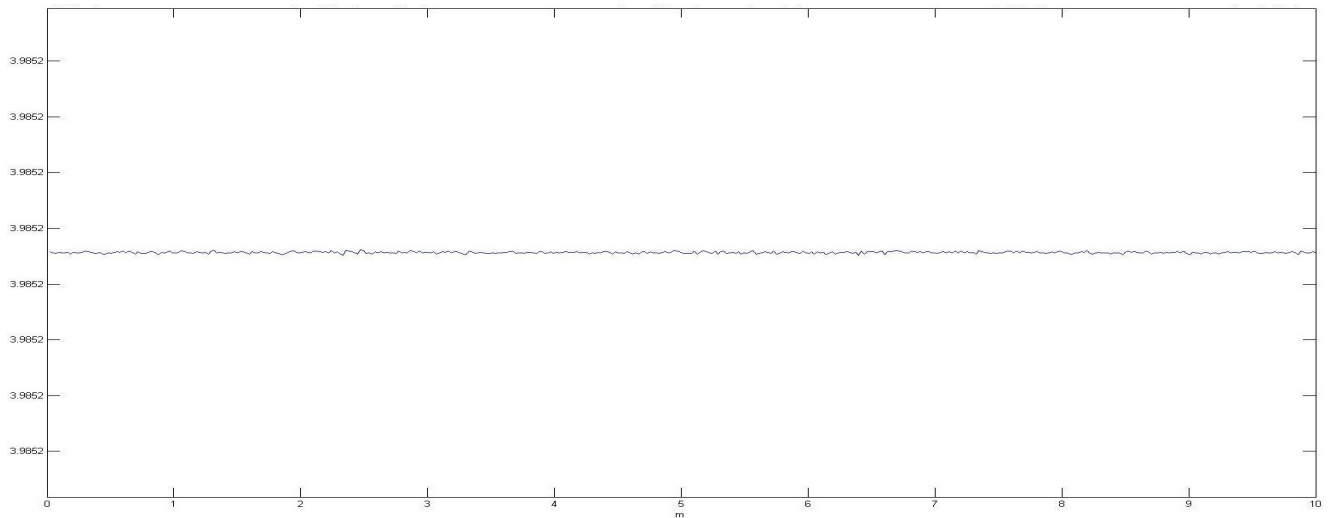
```
ezplot(aflmax_min(10,M,0.5,0.1,0.5), [0 10])
```



Δ.27 Διάγραμμα σχέσης λόγου επιτάχυνσης/επιβράδυνσης - μάζας M

Για άγνωστη m και $W=10, M=1, r=0.1, e=0.5$ εξάγεται το διάγραμμα Δ.28, όπου φαίνεται ότι ο λόγος διατηρείται σταθερός.

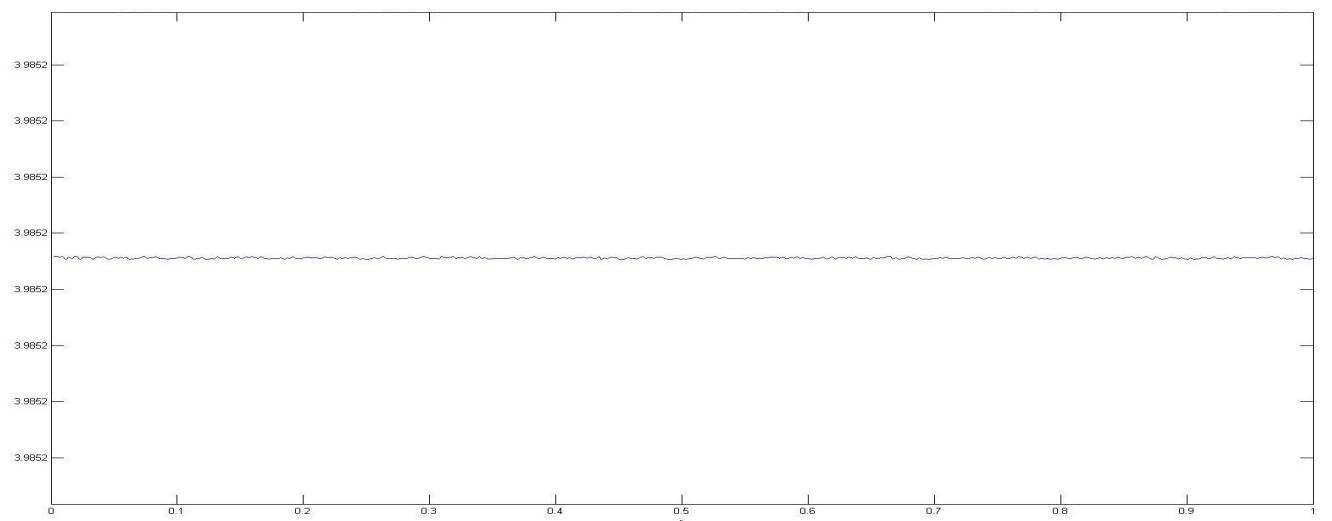
```
ezplot( aflmax_min(10,1,m,0.1,0.5) , [0 10])
```



Δ.28 Διάγραμμα σχέσης λόγου επιτάχυνσης/επιβράδυνσης - μάζας m

Για άγνωστη r και $W=10, M=1, m=0.5, e=0.5$ εξάγεται το διάγραμμα Δ.29, όπου φαίνεται ότι ο λόγος διατηρείται σταθερός.

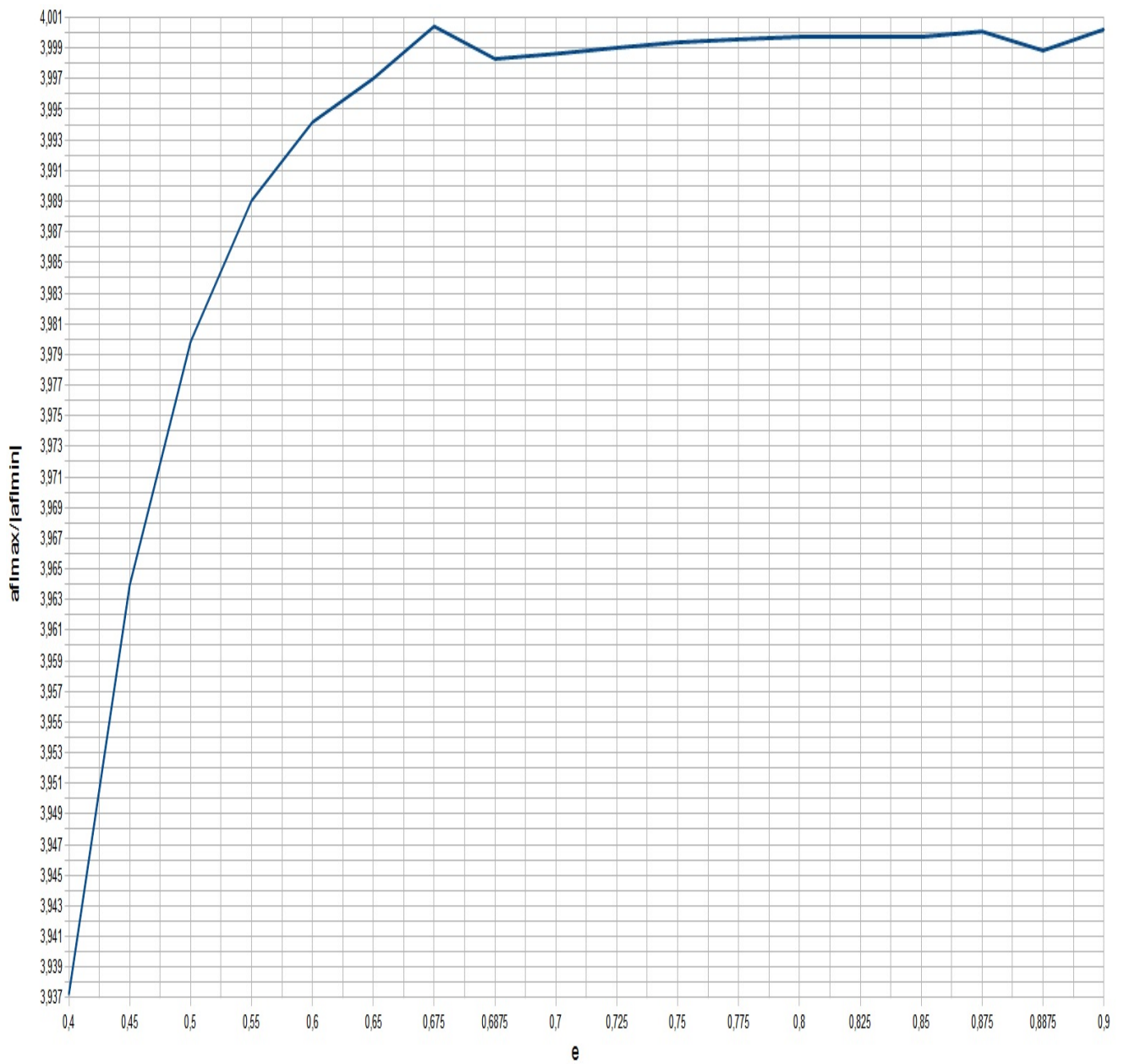
```
ezplot( aflmax_min(10,1,0.5,r,0.5) , [0 1])
```



Δ.29 Διάγραμμα σχέσης λόγου επιτάχυνσης/επιβράδυνσης – ακτίνας r

Παρατηρείται δηλαδή ότι ο λόγος $a_{flmax}/|a_{flmin}|$ είναι ανεξάρτητος των $W M m r$!

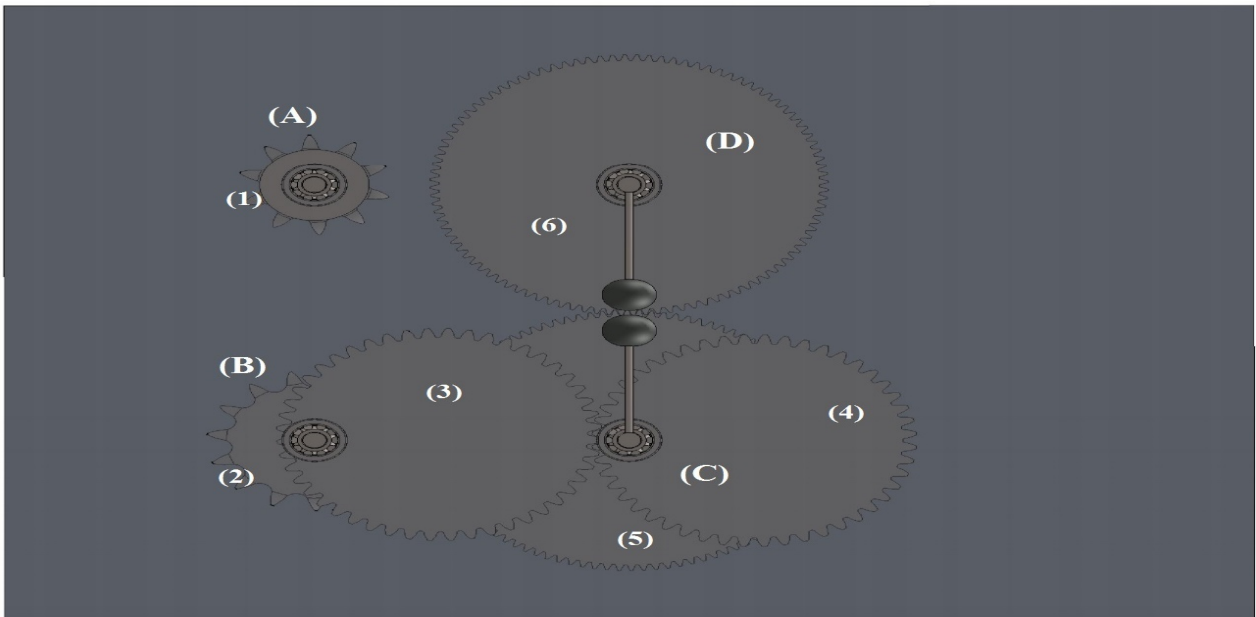
Για άγνωστη e και $W=10, M=1, m=0.5, r=0.1$ δεν είναι δυνατή η κατασκευή αναλόγου διαγράμματος, επειδή η μεταβολή της e μετατοπίζει τη χρονική στιγμή που παρουσιάζεται το ελάχιστο. Έτσι μεταβάλλοντας την εκκεντρότητα e καταγράφεται η αντίστοιχη a_{flmax} και a_{flmin} (που εξάγεται από το Simulink) και με τη βοήθεια λογιστικού φύλλου βρίσκεται ο λόγος $a_{flmax}/|a_{flmin}|$ και κατασκευάζεται το διάγραμμα $a_{flmax}/|a_{flmin}| - e$. Ο λόγος $a_{flmax}/|a_{flmin}|$ δεν είναι ανεξάρτητος από την εκκεντρότητα e . Παρατηρείται μάλιστα ότι μεγιστοποιείται στη τιμή $e=0,675$ Δ.30.



Δ.30 Διάγραμμα σχέσης λόγου επιτάχυνσης/επιβράδυνσης – εκκεντρότητας e

3. Σχεδιασμός Συστήματος

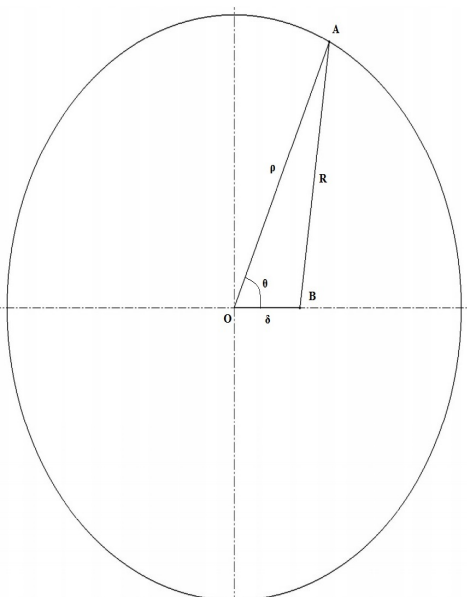
Μετά από τα παραπάνω διαμορφώνεται ένα προσχέδιο, όπως φαίνεται στο Σχ.9.



Σχ.9 Κάτοψη αρχικού σχεδίου διάταξης

Όπου έστω τα γρανάζια 3,4 δύο όμοια ελλειπτικά που εμπλέκονται μεταξύ τους όπου το (3) κινείται με σταθερή ταχύτητα (αφού το (2) κινείται σταθερά μέσω αλυσίδας από το (1) που κινείται από τον κινητήρα) και το (4) (και το (5)) με μεταβαλλόμενη και το (6) με την αντίθετη της τελευταίας.

Στη συνέχεια, κρίνεται αναγκαία η απόρριψη του σχεδιασμού αυτού. Οι λόγος είναι ο εξής. Τα ελλειπτικά γρανάζια απαιτούν την κατασκευή τους εκ του μηδενός καθώς δεν υπάρχουν στους εμπορικούς καταλόγους των συμβατικών γραναζιών και θα ανεβάσουν το κόστος της κατασκευής. Έτσι η πρώτη αλλαγή θα είναι η αντικατάσταση των ελλειπτικών γραναζιών με έκκεντρα. Για να βρεθεί η σχέση μετάδοσης θα πρέπει να βρεθούν οι συναρτήσεις των ακτίνων των έκκεντρων γραναζιών. Έστω ο κύκλος του παρακάτω σχήματος Σχ.10.



Σχ.10 Ο βασικός (pitch) κύκλος κυλινδρικού γραναζιού.

Η απαιτούμενη ακτίνα είναι η R δηλαδή το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος BA, οπότε ισχύει:

$$\mathbf{OA} = \mathbf{OB} + \mathbf{BA} \Rightarrow \mathbf{BA} = \mathbf{OA} - \mathbf{OB} \text{ και}$$

$$\mathbf{OA} = (\rho \cdot \cos\theta, \rho \cdot \sin\theta) \text{ και } \mathbf{OB} = (\delta, 0) \text{ άρα}$$

$$\mathbf{BA} = (\rho \cdot \cos\theta - \delta, \rho \cdot \sin\theta) \text{ και}$$

$$R = ((\rho \cdot \cos\theta - \delta)^2 + (\rho \cdot \sin\theta)^2)^{1/2} = ((\rho \cdot \cos\theta)^2 - 2\rho \cdot \delta \cdot \cos\theta + \delta^2 + (\rho \cdot \sin\theta)^2)^{1/2} = (\rho^2 + \delta^2 - 2\rho \cdot \delta \cdot \cos\theta)^{1/2}$$

έστω e η εκκεντρότητα όπου ορίζεται ως δ/ρ άρα $\delta = e \cdot \rho$ άρα

$$R = (\rho^2 + e^2 \cdot \rho^2 - 2\rho \cdot e \cdot \rho \cdot \cos\theta)^{1/2} = \rho \cdot (1 + e^2 - 2e \cdot \cos\theta)^{1/2}$$

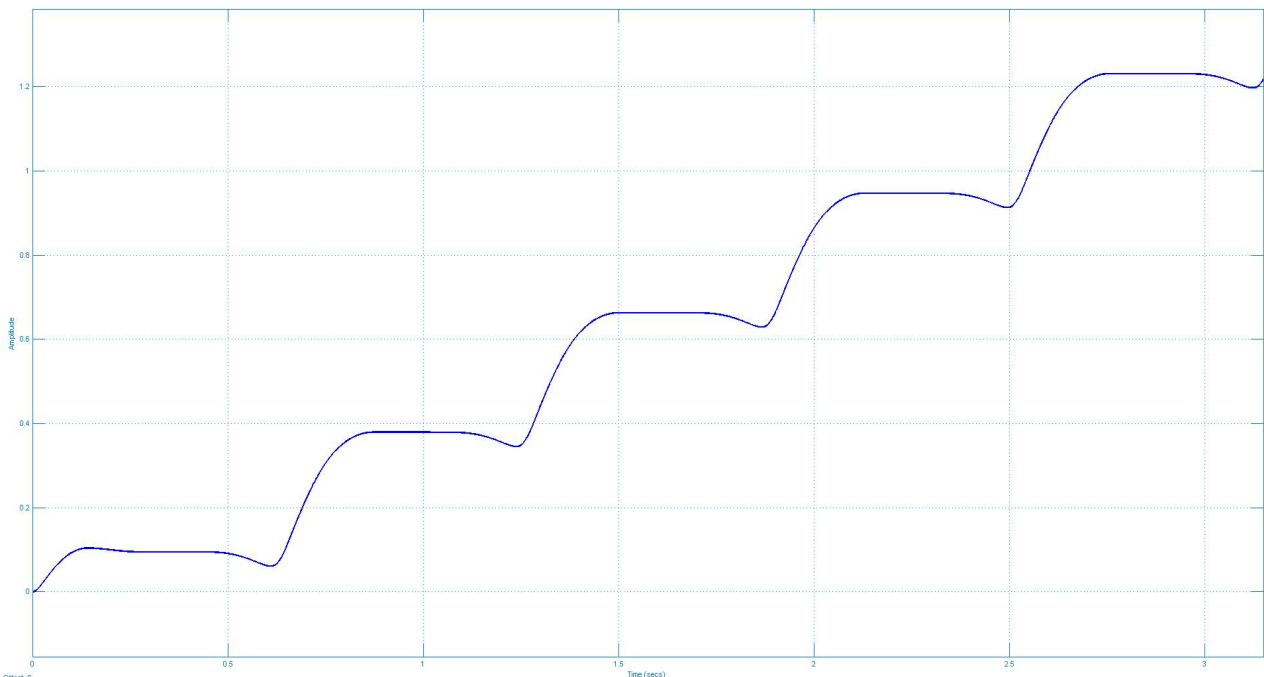
και $R' = \rho \cdot (1 + e^2 + 2e \cdot \cos\theta)^{1/2}$ για την περίπτωση που ο άξονας περιστροφής βρίσκεται εκατέρωθεν του κέντρου O.

$$\text{Άρα αν } R_1 = \rho \cdot (1 + e^2 + 2e \cdot \cos\theta_1)^{1/2} \quad \text{και} \quad R_2 = \rho \cdot (1 + e^2 - 2e \cdot \cos\theta_2)^{1/2}$$

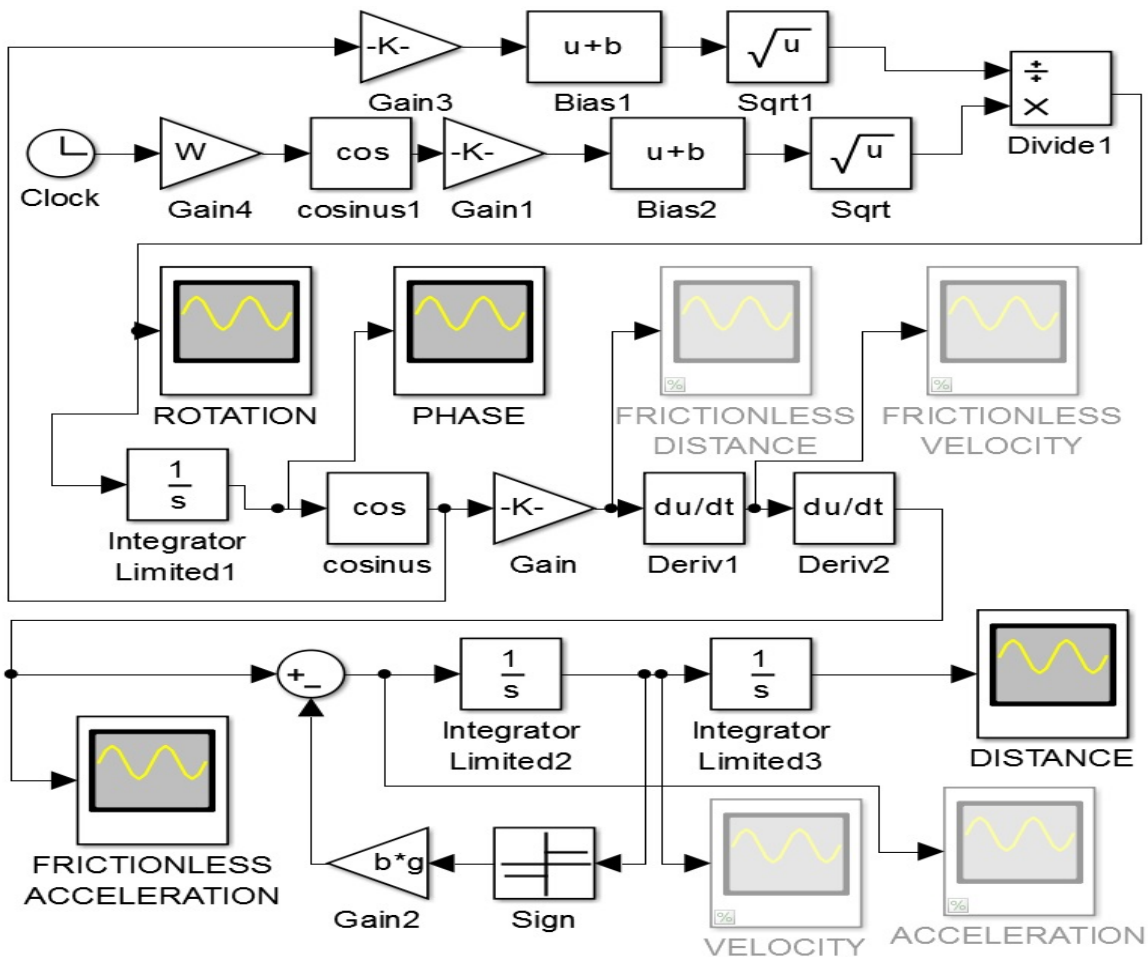
$$\text{και } \theta_1 = W_1 t \quad \text{και} \quad W_1 \cdot R_1 = W_2 \cdot R_2$$

$$\text{τότε } W_2 = \frac{W_1 \cdot R_1}{R_2} \Rightarrow W_2 = W_1 \frac{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos(W_1 t)}}{\sqrt{1 + e^2 - 2e \cos\theta_2}} \quad (1)$$

Έστω για $e=0.5$, $M=1\text{Kg}$, $m=0.5\text{kg}$, $r=0.1\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=10\text{rad/s}$ (η ταχύτητα του κινητηρίου γραναζιού) και $\mu=0.5$, γίνεται επαλήθευση (μέσω Simulink Σχ.11) και εξάγεται το διάγραμμα Δ.31, όπου δεν παρατηρείται σπουδαία διαφορά με τη χρήση των έκκεντρων σε σχέση με αυτή των ελλειπτικών.

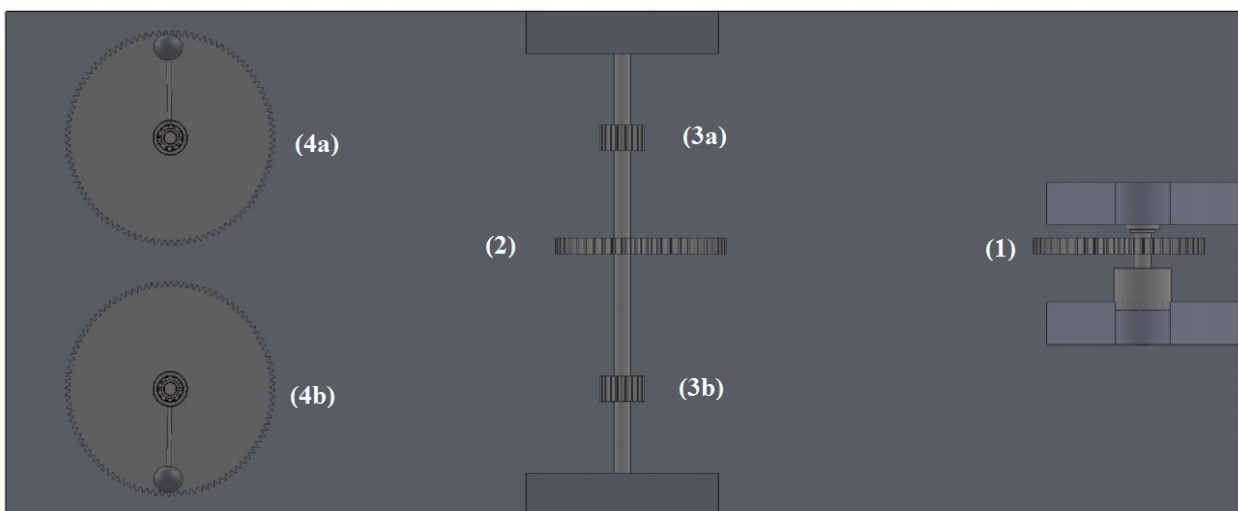


Δ.31 Διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου, με μάζες περιστρεφόμενες, με μεταβαλλόμενη ταχύτητα με χρήση έκκεντρων γραναζιών με τριβή

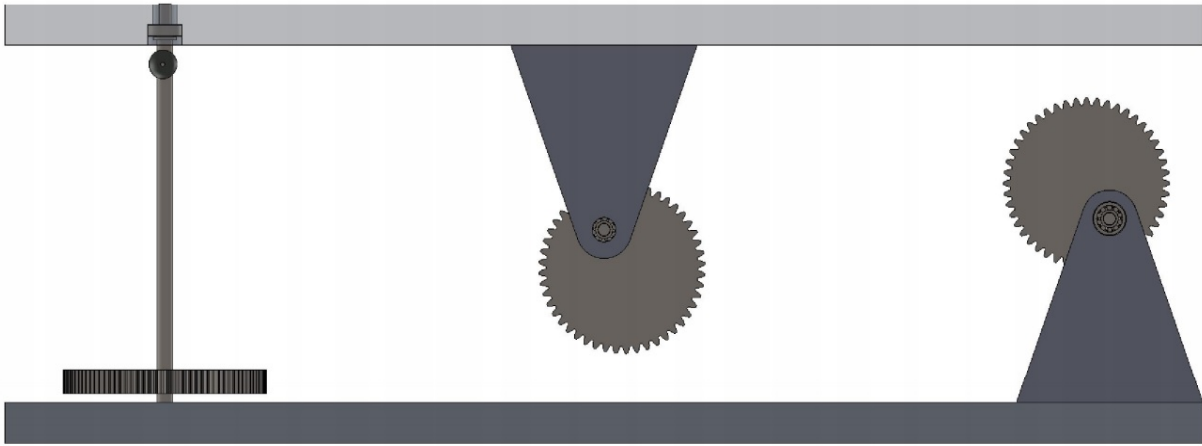


Σχ.11 Αντίστοιχο μοντέλο μηχανισμού με χρήση έκκεντρων γραναζιών στο Simulink

Όμως δύο έκκεντρα γρανάζια δεν μπορούν να συνεργαστούν μεταξύ τους, γι' αυτό πλέον θα συμπλέκονται με οδοντωτό ιμάντα με τη χρήση του κατάλληλου εντατήρα (τεντωτήρα). Επιπλέον, η μετάδοση της κίνησης, στις αντίρροπα περιστρεφόμενες μάζες, θα γίνεται αμφοτέρα μέσω ενός τρίτου άξονα, ο οποίος θα φέρει και το κινούμενο έκκεντρο γρανάζι. Ο άξονας αυτός, θα είναι κάθετος στους άξονες περιστροφής των μαζών, ώστε να μπορεί να επιτευχθεί η αντίρροπη κίνηση καθώς σε διαφορετική περίπτωση θα κινούνταν ομόρροπα. Μία τέτοια διάταξη φαίνεται στα Σχ.12α και Σχ.12β.

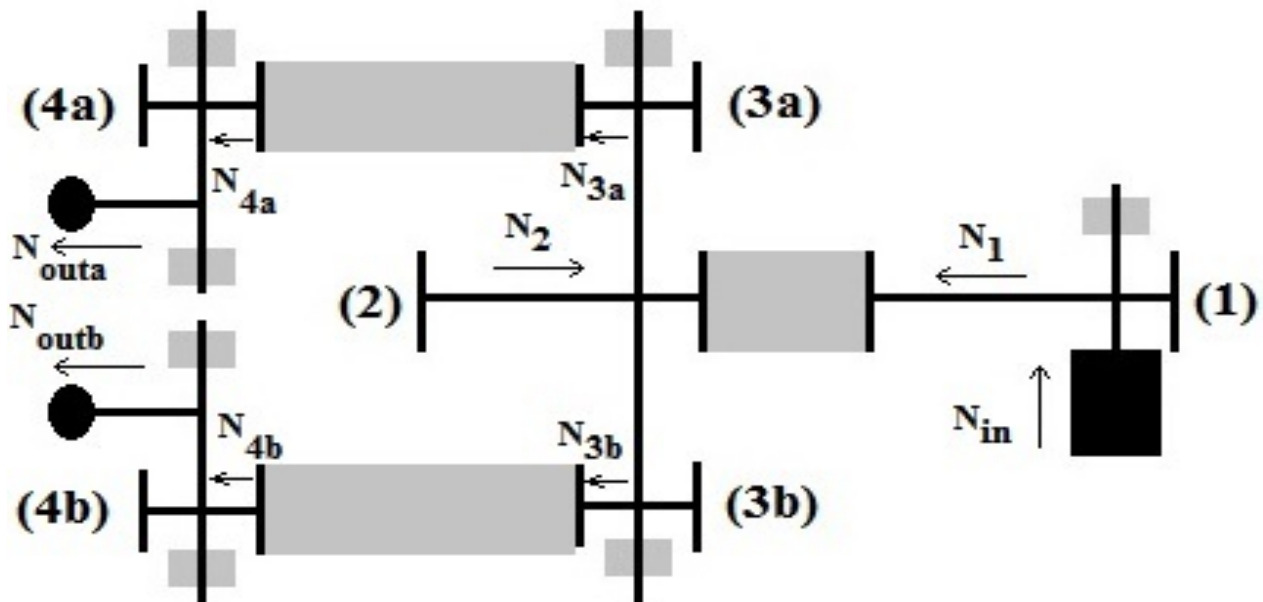


Σχ.12α Κάτοψη μηχανισμού



Σχ.12β Πρόσωση μηχανισμού

Σχεδιάζεται το μονογραμμικό διάγραμμα ισχύος της νέας διάταξης όπως φαίνεται στο Σχ.13.



Σχ.13 Μονογραμμικό διάγραμμα ισχύος μηχανισμού

$$N_1 = \eta_\epsilon N_{in} \quad (2) \quad N_2 = \eta_{\mu} N_1 \quad (3) \quad N_{3a} = N_{3b} = 0.5 * \eta_\epsilon^2 N_2 \quad (4)$$

$$N_{4a} = N_{4b} = \eta_{\mu} N_{3a} = \eta_{\mu} N_{3b} \quad (5) \quad N_{outa} = N_{outb} = \eta_\epsilon^2 N_{4a} = \eta_\epsilon^2 N_{4b} \quad (6)$$

Πρέπει να υπολογισθεί η ισχύς που καταναλώνεται από τα σωματίδια. Μια περιστρεφόμενη μάζα m καταναλώνει ισχύ ως εξής: $N_m = T_m * \omega_m$ (7). Η ροπή που ασκείται στον άξονα της περιστρεφόμενης μάζας m έχει ως εξής: $T_m = I_m * \dot{\omega}_m$ (8). Άρα η ισχύς είναι $N_m = I_m * \dot{\omega}_m * \omega_m$ (9). Η ροπή αδρανείας της μάζας αυτής, περιστρεφόμενη από βραχίονα μήκους r , έχει ως εξής: $I_m = m * r^2$ (10). Άρα η ισχύς είναι: $N_m = m * r^2 * \dot{\omega}_m * \omega_m$ (11).

4. Ανάλυση στοιχείων και υποσυστημάτων μηχανισμού

4.1 Εισαγωγή στην διαστασιολόγηση

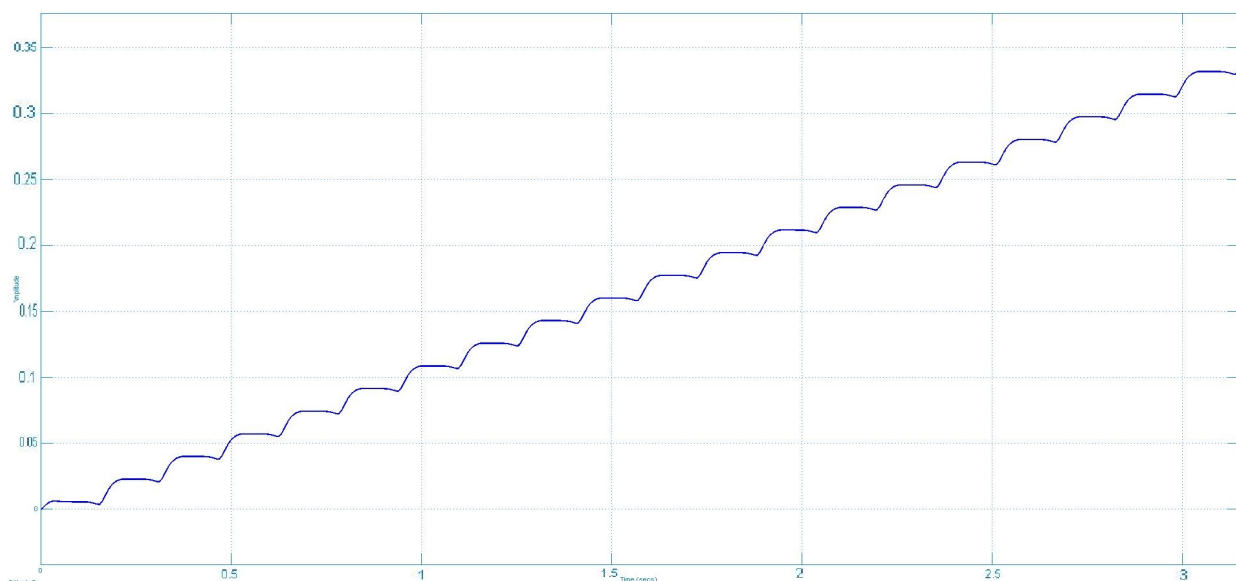
4.1.α Θέση βασικών περιορισμών

1. Κινητήρας που μπορεί να τροφοδοτηθεί από μπαταρία 12V DC
2. Μέγιστη συνολική μάζα οχήματος $\leq 12\text{kg}$
3. Μέγιστο μήκος $d1 \leq 250\text{mm}$, μέγιστο πλάτος $d2 \leq 150\text{mm}$ και ύψος $d3 \leq 100\text{mm}$ αντίστοιχα
4. Κίνηση επί τροχιάς (οδηγού) με σφαιρικά στοιχεία κύλισης. Φρένο κατά βούληση (τριβή όση χρειάζεται).

4.1.β Υπολογισμός των μεγεθών r , m , M , I_m

Έστω ότι το πάχος των τοιχωμάτων της διάταξης να είναι $d=5\text{mm}$ τότε ο όγκος τους είναι ο εξής $V_t = d1 \cdot d2 \cdot d3 - (d1-2 \cdot d) \cdot (d2-2d) \cdot (d3-2d) = 250 \cdot 150 \cdot 100 - 240 \cdot 140 \cdot 90 = 726000 \text{ mm}^3 = 726 \text{ cm}^3$. Και η μάζα αυτών (αν έστω αλουμίνιο το υλικό τους) $726 \text{ cm}^3 \cdot 2,7 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow M_t = 1960,2 \text{ g}$. Για την ώρα το βάρος του κινητήρα, των τροχαλιών, του ιμάντα και των λοιπών εξαρτημάτων δεν μπορούν να υπολογισθούν, γι' αυτό θα γίνει μια αυθαίρετη υπόθεση ότι $M = 2,5\text{Kg}$. Ακόμη, η ακτίνα των βραχιόνων (μαζί με την ακτίνα των σφαιριδίων) είναι μικρότερη από το $1/4$ τους εσωτερικού πάχους, δηλαδή $r+r_m < (d2-2d)/4$, άρα έστω $r+r_m = (d2-2d)/4 - 1 \Rightarrow r+r_m = 34 \text{ mm}$ και αν η ακτίνα των σφαιριδίων $r_m = 14 \text{ mm} \Rightarrow r = 20 \text{ mm}$. Ο όγκος των σφαιριδίων αυτών θα είναι $4/3 \cdot \pi \cdot 1,4^3 = 11,5 \text{ cm}^3$. Και η μάζα αυτών (αν έστω βολφράμιο το υλικό τους) $11,5 \text{ cm}^3 \cdot 19,25 \text{ g/cm}^3 = 221,4\text{g}$. Η αναλογία m/M είναι πολύ πιο μικρή από την αρχική υπόθεση, αυτό θα έχει ως συνέπεια η μετατόπιση να είναι πολύ μικρή.

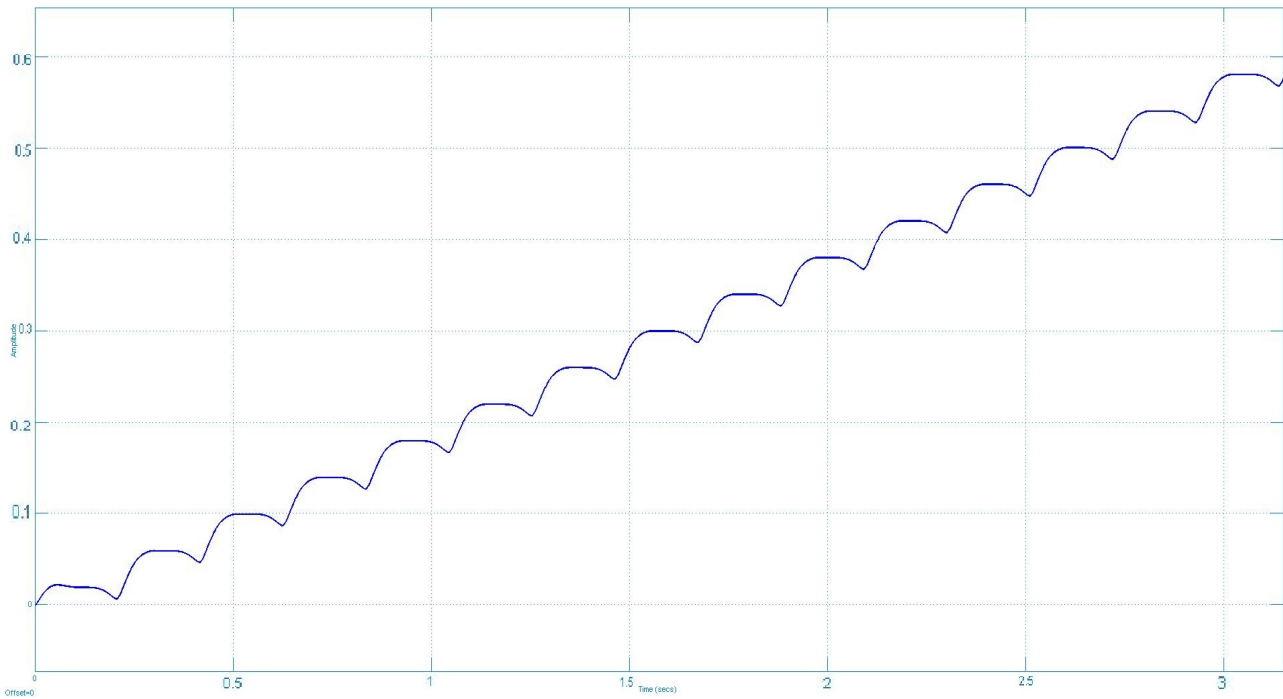
Με δοκιμές στο Simulink ακόμα και για $W=40\text{rad/s}$ ($e=0.5$, $M=2,5 \text{ Kg}$, $m=0.2218\text{kg}$, $r=0.02\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$ και $\mu=0.5$) το αποτέλεσμα έχει πλέον ως εξής (Δ.32).



Δ.32 Διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου για $W=40\text{rad/s}$

Επιχειρείται λοιπόν η αντικατάσταση των σφαιριδίων με κατακόρυφους κυλίνδρους ίδιου υλικού και ίδιας ακτίνας. Έστω μήκους $d_3-2d-10=80\text{mm}$, τότε όγκος των σφαιριδίων αυτών θα είναι $8*\pi*1,4^2 = 49,26 \text{ cm}^3$ Και η μάζα αυτών $49,26 \text{ cm}^3*19,25 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow m= 948,3 \text{ g}$ Πλέον η αναλογία m/M προσεγγίζει πολύ την αρχικά υποθεθείσα.

Με δοκιμές στο Simulink ($e=0.5$, $M=2,5 \text{ Kg}$, $m=0.9483 \text{ kg}$, $r=0.02\text{m}$, $g=10\text{m/s}^2$, $W=30\text{rad/s}$ και $\mu=0.5$) το αποτέλεσμα έχει πλέον ως εξής (Δ.33).



Δ.33 Διάγραμμα μετατόπισης - χρόνου για $W=30\text{rad/s}$

Η ροπή αδρανείας των κυλινδρικών μαζών αυτών (πλέον παύουν να θεωρούνται σημειακές), περιστρεφόμενες από βραχίονα μήκους r , έχει ως εξής:

$$I_m = I_{m,cm} + m*r^2 \text{ όπου } I_{m,cm} = 0,5*m*r_m^2 \Rightarrow I_m = 0,5*m*r_m^2 + m*r^2$$

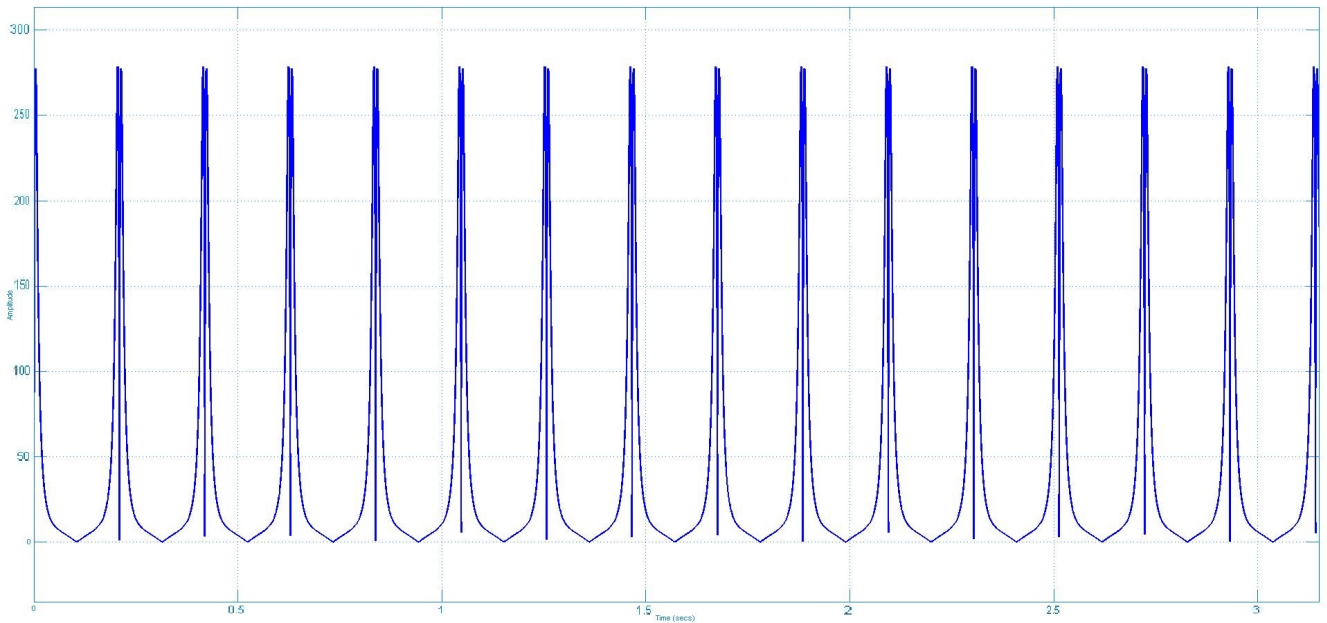
$$\Rightarrow I_m = m*(0,5*r_m^2 + r^2) \text{ (1) άρα και } N_m = m*(0,5*r_m^2 + r^2)*\omega_m*\omega_m \text{ (2)}$$

$$\Rightarrow I_m = 0,9483 \text{ kg}*(0,5*0,014^2 \text{ m}^2 + 0,02^2 \text{ m}^2)$$

$$\Rightarrow I_m = 0,9483 \text{ kg}*(0,000098 \text{ m}^2 + 0,0004 \text{ m}^2)$$

$$\Rightarrow I_m = 0,9483 \text{ kg}*0,000498 \text{ m}^2 \Rightarrow I_m = 0,0004722534 \text{ kg*m}^2$$

Οπότε και η ισχύς που καταναλώνεται στην περιστροφή των μαζών αυτών (Δ.34) έχει μέγιστη τιμή 280W. Επίσης, θα γίνει προσπάθεια να βρεθεί ο ιδανικός συνδυασμός μέγιστης καταναλούμενης ισχύος και μέσης ταχύτητας. Για τις δοκιμές πλέον θα μεταβάλλεται μόνο η ακτίνα r_m , ο συντελεστή τριβής b και η ταχύτητα περιστροφής W (με ορισμένες τις d_1, d_2, d_3, d). Οπότε πρέπει να αποδοθούν τα μεγέθη M , m , I συναρτήσει των προηγούμενων.



Δ.34 Διάγραμμα καταναλούμενης ισχύος - χρόνου για W=30rad/s

Άρα:

$$V\tau = d_1 * d_2 * d_3 - (d_1 - 2*d) * (d_2 - 2*d) * (d_3 - 2*d) \text{ και } M\tau = V\tau * \rho_{al} \Rightarrow$$

$$M\tau = 2700 * (d_1 * d_2 * d_3 - (d_1 - 2*d) * (d_2 - 2*d) * (d_3 - 2*d)) \text{ kg (di:m)}$$

$$M = M_p + M\tau \text{ kg}$$

(επειδή έχει γίνει η υπόθεση ότι το βάρος των λοιπών εξαρτημάτων θα είναι $M_p = 0,5 \text{ Kg}$ το πολύ)

$$\text{και } r + r_m = (d_2 - 2d) / 4 - 0,001 \Rightarrow r = (d_2 - 2*d) / 4 - 0,001 - r_m$$

$$m = \pi * r_m^2 * (d_3 - 2d - 0,01) * \rho_w \Rightarrow m = 19250 * \pi * r_m^2 * (d_3 - 2d - 0,01) \text{ kg (r}_m, \text{di:m)}$$

$$I_m = 19250 * \pi * r_m^2 * (d_3 - 2d - 0,01) * (0,5 * r_m^2 + ((d_2 - 2d) / 4 - 0,001 - r_m)^2) \text{ kg (r}_i, \text{di:m)}$$

Πλέον κατασκευάζεται ένας πίνακας (Π.1) για την μετατόπιση (σε ορισμένο χρονικό διάστημα) και την μέγιστη καταναλούμενη ισχύ συναρτήσει της ταχύτητας, του συντελεστή απόσβεσης και της ακτίνας των έκκεντρων μαζών ως εξής:

Μλοιστών= 0,5kg
e=0,5
g=10m/s²

b	W=20						W=25						W=30					
	0,25		0,5		0,75		0,25		0,5		0,75		0,25		0,5		0,75	
rm(m)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)	MAX DISTANCE (m)	MAX ANGULAR POWER (W)
0,014	0,404727	82,496000	0,451112	82,496000	0,340096	82,496000	0,406464	161,185000	0,592424	161,185000	0,601439	161,185000	0,361296	278,630000	0,580558	278,630000	0,699451	278,630000
0,015	0,409684	90,043000	0,467612	90,043000	0,355663	90,043000	0,409229	175,931000	0,601852	175,931000	0,623079	175,931000	0,363394	304,119000	0,586862	304,119000	0,710994	304,119000
0,016	0,412187	97,798000	0,476038	97,798000	0,363888	97,798000	0,410898	191,081000	0,606585	191,081000	0,633819	191,081000	0,364460	320,309000	0,589821	320,309000	0,71604	320,309000
0,017	0,412455	105,886000	0,477040	105,886000	0,364759	105,886000	0,411017	206,884000	0,607071	206,884000	0,635059	206,884000	0,364612	357,626000	0,590036	357,626000	0,71675	357,626000
0,018	0,410825	114,465000	0,407979	114,465000	0,358999	114,465000	0,409861	223,646000	0,603729	223,646000	0,627501	223,646000	0,363857	386,601000	0,588037	386,601000	0,713149	386,601000
0,019	0,406854	123,722000	0,458478	123,722000	0,347004	123,722000	0,407836	241,734000	0,596716	241,734000	0,611041	241,734000	0,362184	417,869000	0,583117	417,869000	0,70446	417,869000
0,02	0,401180	133,877000	0,439819	133,877000	0,329517	133,877000	0,404258	261,574000	0,585936	261,574000	0,586372	261,574000	0,359707	452,165000	0,575911	452,165000	0,691604	452,165000
t(sec)	3,15		3,15		3,15		3,15		3,15		3,15		3,15		3,15		3,15	

Π.1. Πίνακας μετατόπισης – μέγιστης καταναλούμενης ισχύος συναρτήσει W,b,r_m

Συμπεραίνεται ότι η μέγιστη μέση ταχύτητα πρόωσης επιτυγχάνεται για b=0,75 και r_m = 17mm (ανεξαρτήτου γωνιακής ταχύτητας).

4.2 Επιλογή και εύρεση των υλικών

4.2.α Επιλογή και Εύρεση Κινητήρα σχεδιασμός αυτού και επανασχεδιασμός του μηχανισμού

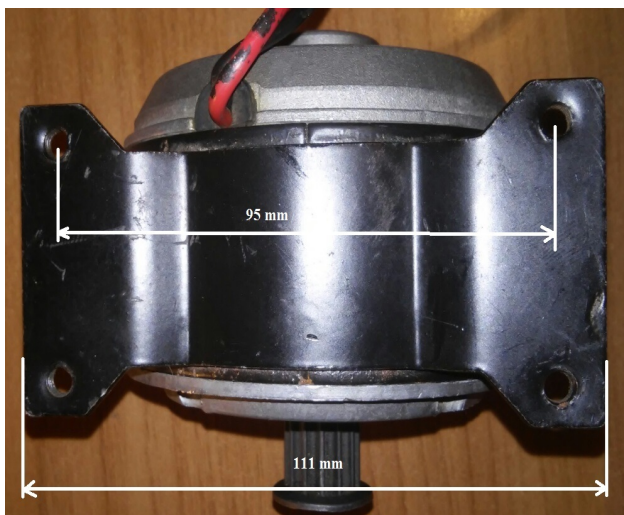
Οι μέγιστες στιγμιαίες τιμές της ισχύος φτάνουν και τα 357 watt, αλλά οι μέσες τιμές είναι κατά πολύ χαμηλότερες. Συνεπώς το επόμενο βήμα είναι η ανεύρεση ενός κινητήρα ισχύος μεταξύ 1/3hp και 1/4 kW, και βάρους μικρότερου του 1kg και διαστάσεων μικρότερων από 90mmX140mm.

Έπειτα από αναζήτηση σε καταλόγους γνωστών εταιρειών (Leeson, Siemens, ABB) δεν μπορέσαμε να βρούμε κάποιον κινητήρα που να καλύπτει τα παραπάνω κριτήρια, όπως επίσης και σε ανάλογα καταστήματα. Υπάρχουν όμως τέτοιοι κινητήρες -προέλευσης Κίνας- με σκοπό την κίνηση ηλεκτρικών ποδηλάτων/σκουτερ, με το μειονέκτημα ότι δεν διατίθενται στην ελληνική αγορά.

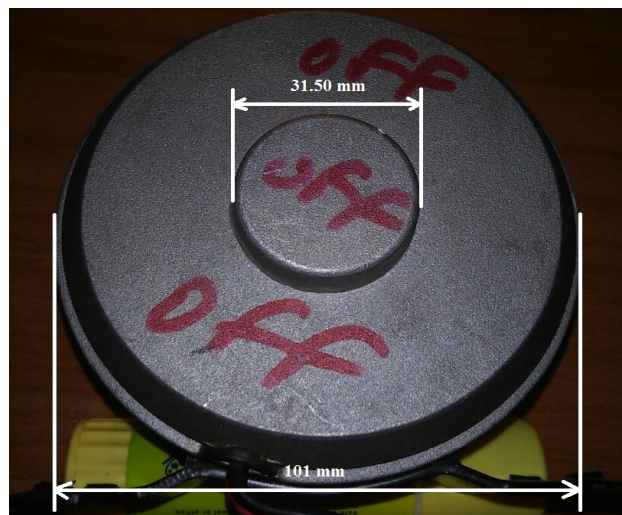
Ένας τέτοιος μεταχειρισμένος κινητήρας (Εικ.7, Εικ.8 και Εικ.9) (ενδεικτικού κόστους 40€) βρέθηκε σε εταιρεία εμπορίας τέτοιων οχημάτων (TROPICAL AEBE). Τα χαρακτηριστικά του κινητήρα αυτού: Ισχύς:200W Ταχύτητα:2750rpm Τάση:24VDC Ρεύμα:14A Δόντια τροχαλίας:3 Βήμα Ιμάντα Τροχαλίας:5Μ



Εικ.7 Φωτογραφία του κινητήρα σε κάτοψη

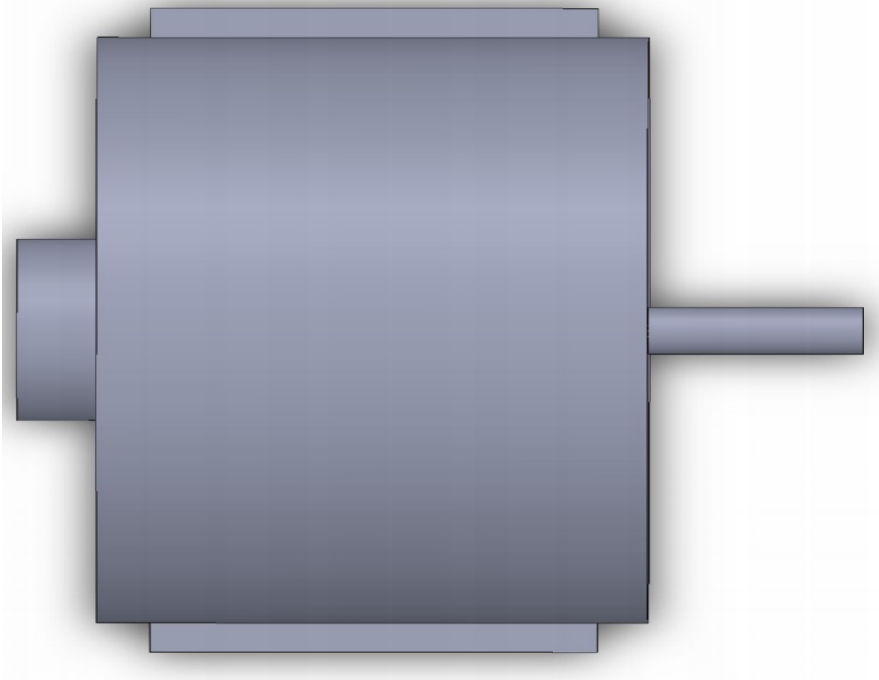


Εικ.8 Φωτογραφία του κινητήρα σε κάτοψη

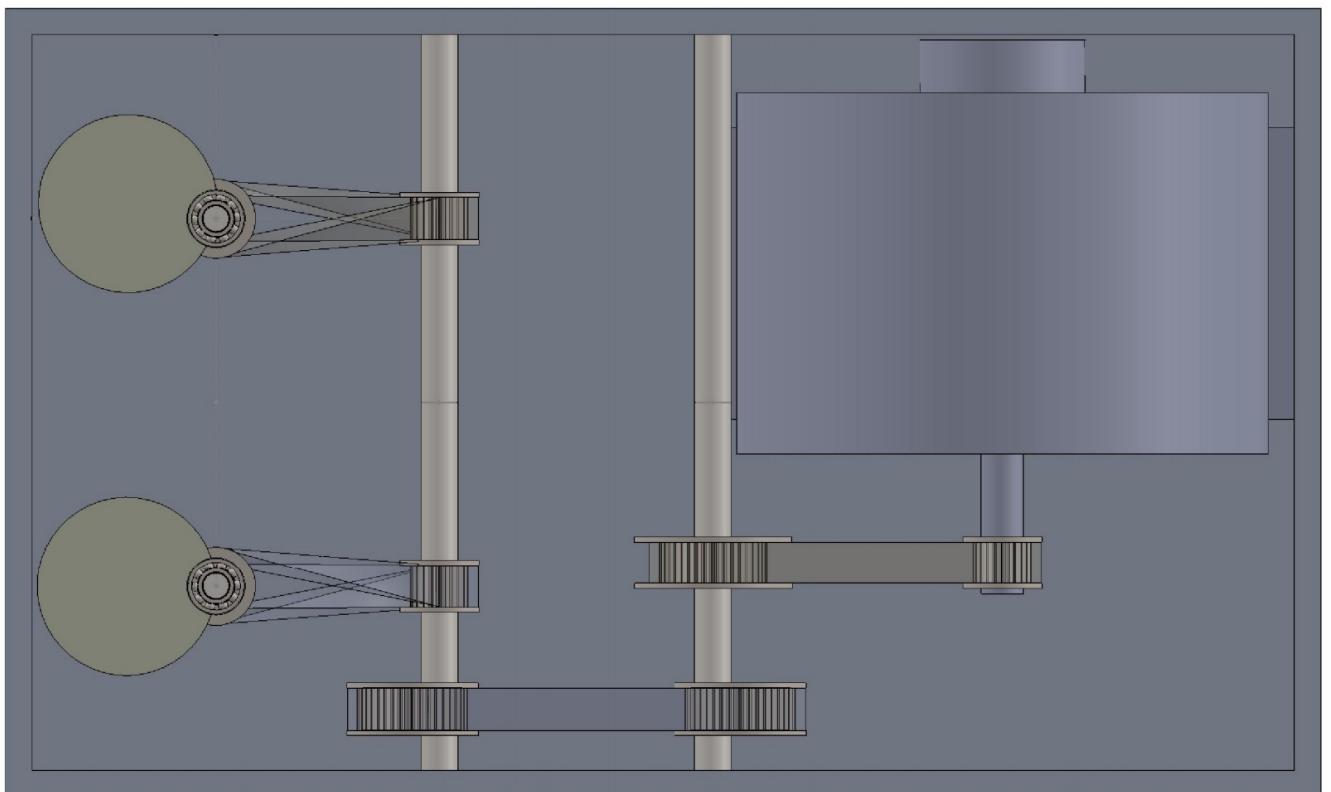


Εικ.9 Φωτογραφία του κινητήρα σε πίσω όψη

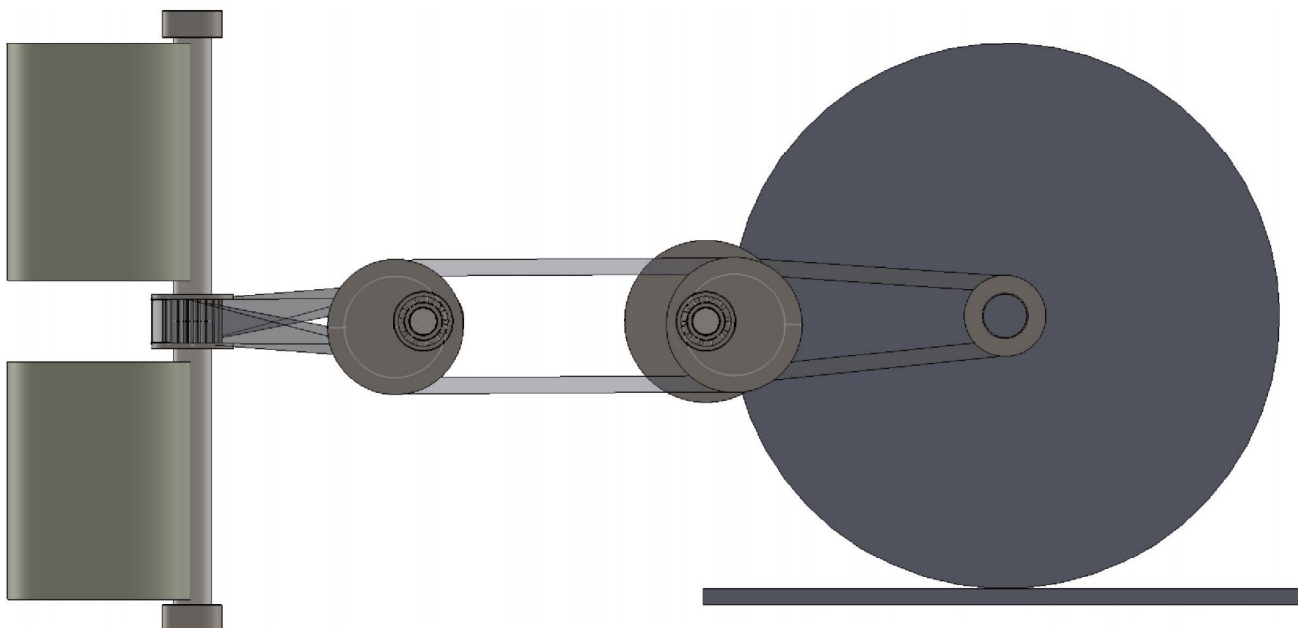
Επόμενο βήμα θα είναι σχεδιασμός του παραπάνω κινητήρα (σύμφωνα με τις βασικές του διαστάσεις) Σχ.14. Και μετέπειτα ο επανασχεδιασμός της όλης διάταξης με το νέο σχέδιο του κινητήρα, τον επιπλέον άξονα μείωσης των στροφών (αφού πλέον μιλάμε για 2750rpm) και με τις κυλινδρικές (περιστρεφόμενες) μάζες, ο οποίος έχει ως εξής (Σχ.15α και Σχ.15β). Όπου πλέον, μήκος $d1=250\text{mm}$, πλάτος $d2=150\text{mm}$ και ύψος $d3=115\text{mm}$ αντίστοιχα.



Σχ.14 Κάτοψη σχεδίου κινητήρα



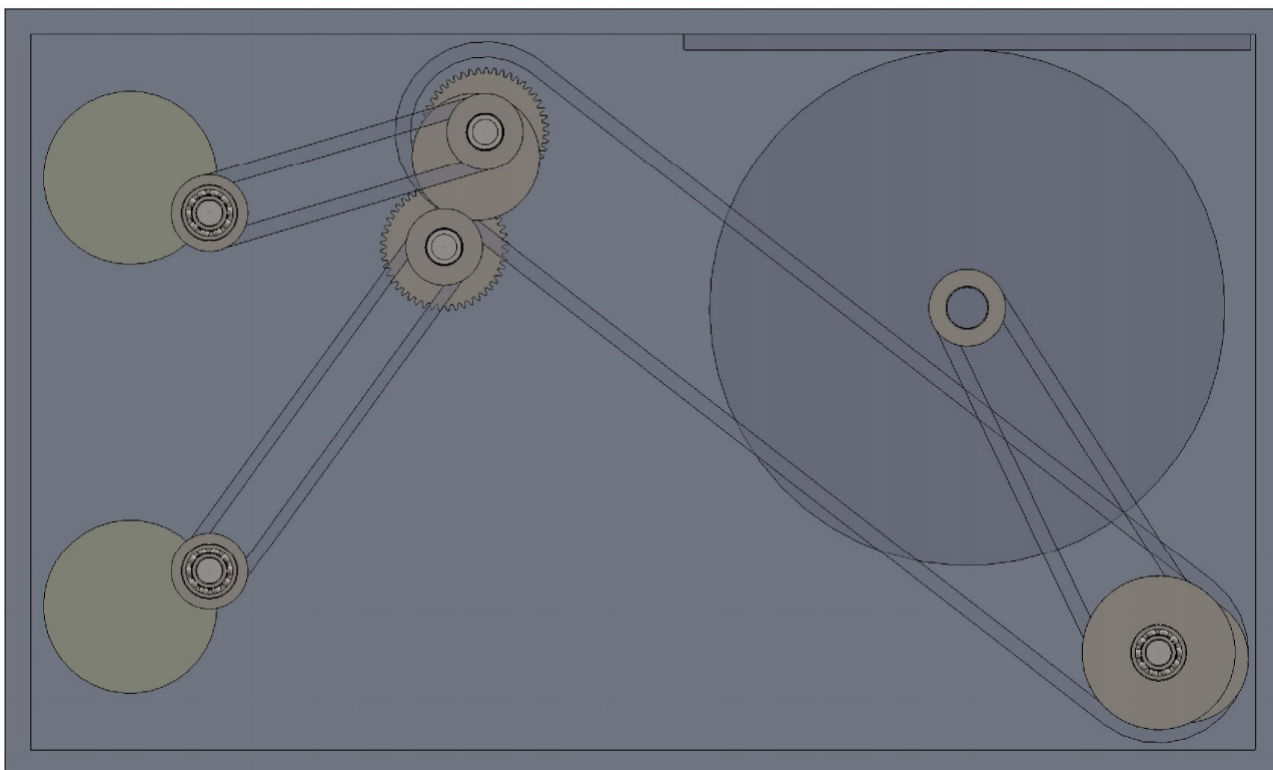
Σχ.15α Κάτοψη διάταξης



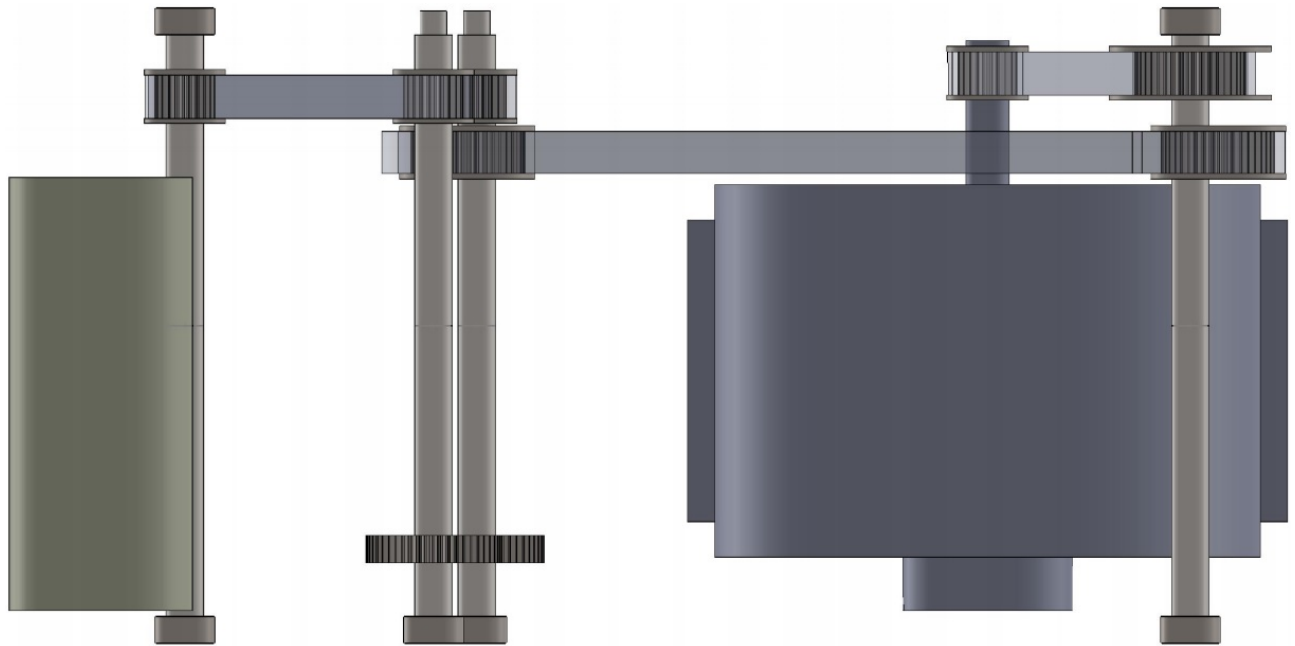
Σχ.15β Πρόσωση διάταξης

Ενώ επίσης, η κάθε περιστρεφόμενη μάζα θα διαιρεθεί σε δύο κομμάτια, έτσι ώστε να περάσει ανάμεσά τους η τροχαλία, που θα περιστρέφει τον άξονά τους (η οποία δεν μπορεί να τοποθετηθεί κοντά στα άνω και κάτω τοιχώματα του κουτιού καθώς περιοριζόμαστε από την έκκεντρη τροχαλία). Συνεπώς - αν έστω 10mm το πλάτος του ιμάντα και 15mm η διάμετρος της τροχαλίας αυξημένη κατά το πάχος του ιμάντα (επί δύο φορές) – τότε το κενό θα είναι 15mm. Συνεπώς πλέον $m=19250*\pi*r_m^2*(d3-2d-0,017)=1538g$

Αφού πλέον κρίθηκε αναγκαία η αύξηση του ύψους d3 της διάταξης για να τοποθετηθεί ο κινητήρας οριζόντια, θα γίνει δοκιμή να τοποθετηθεί και κατακόρυφα, ενώ επίσης θα αντικατασταθούν και οι 2 οριζόντιοι άξονες με 3 κατακόρυφους (ο ένας οριζόντιος θα πρέπει να αντικατασταθεί με 2 κατακόρυφους, που μέσω 2 εμπλεκόμενων γραναζιών θα περιστρέφονται αντίρροπα). Έτσι η νέα διάταξη θα έχει ως εξής (Σχ.16α και Σχ.16β):



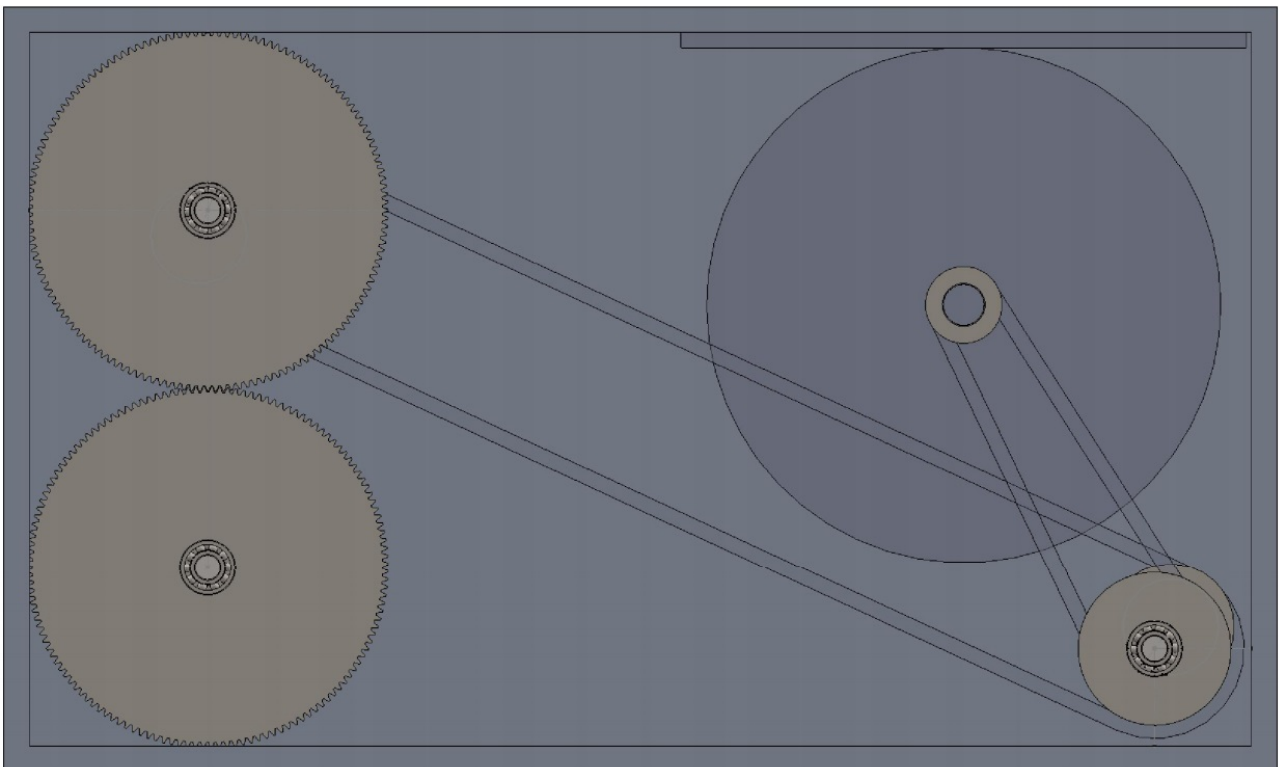
Σχ.16α Κάτοψη διάταξης



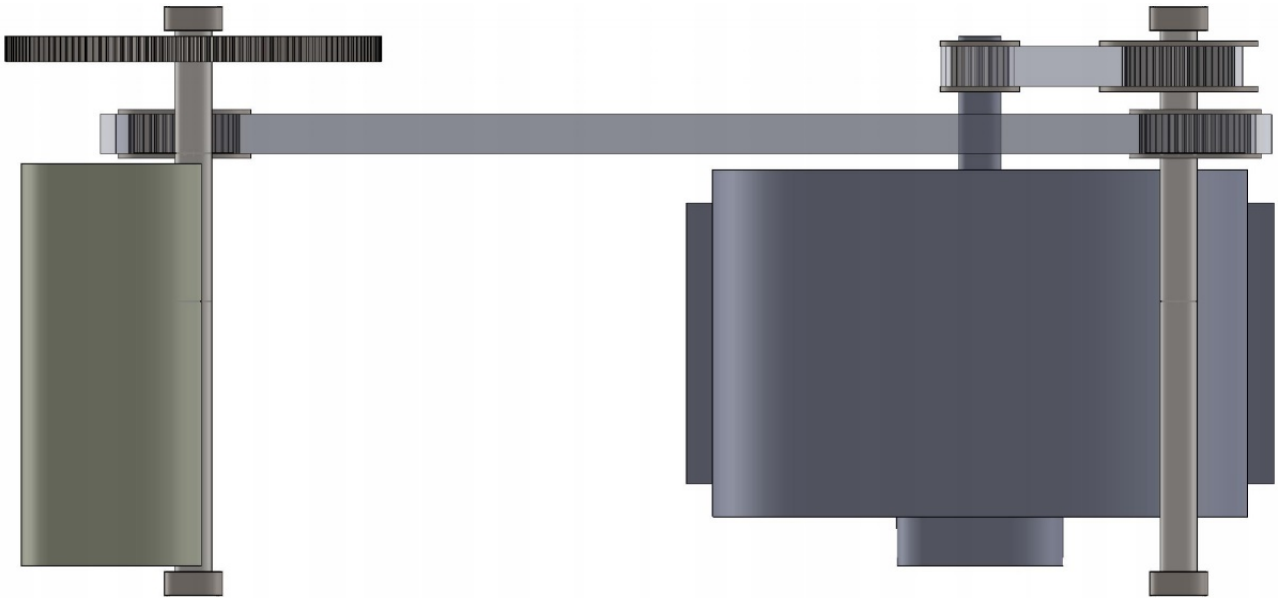
Σχ.16β Πρόσοψη διάταξης

Όπου πλέον, μήκος $d1=250\text{mm}$, πλάτος $d2=150\text{mm}$ και ύψος $d3=117,5\text{mm}$ αντίστοιχα. Ενώ επίσης η κάθε περιστρεφόμενη μάζα δεν χρειάζεται να διαιρεθεί σε δύο κομμάτια. Οπότε, για τις κυλινδρικές μάζες, ο μόνος περιορισμός θα είναι η διαθέσιμη πρώτη ύλη σε βολφράμιο η οποία είναι 2 τεμάχια, διαστάσεων $80\text{mm}\times 80\text{mm}\times 40\text{mm}$. Οπότε και οι μάζα αυτών $m=19250*\pi*r_m^2*0,08=1398\text{g}$.

Πλέον υπάρχει το περιθώριο να τοποθετηθούν τα γρανάζια και η μία έκκεντρη τροχαλία στους άξονες των περιστρεφόμενων μαζών, οπότε να αποφευχθούν οι 2 άξονες. Έτσι η νέα διάταξη θα έχει ως εξής (Σχ.17α και Σχ.17β):

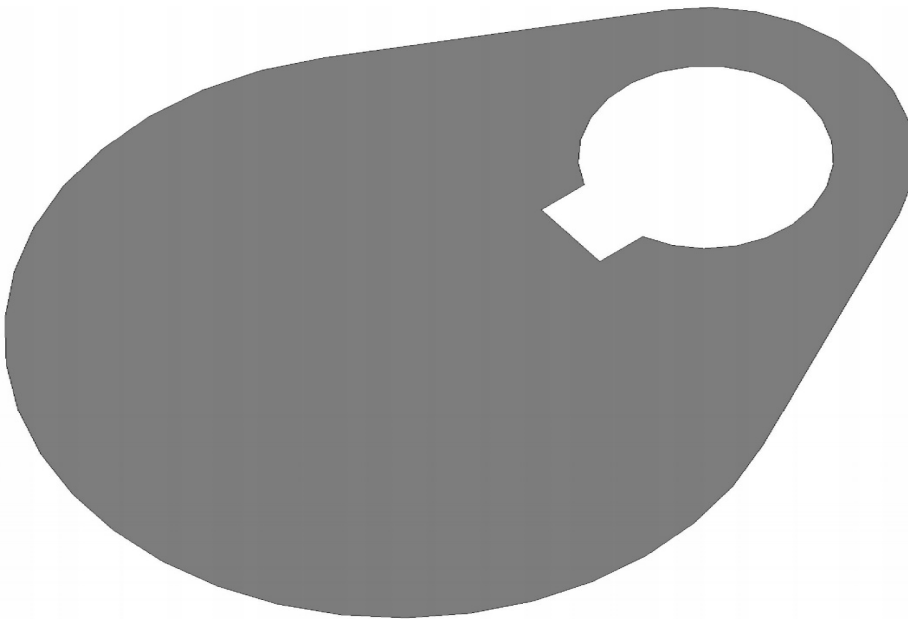


Σχ.17α Κάτοψη διάταξης



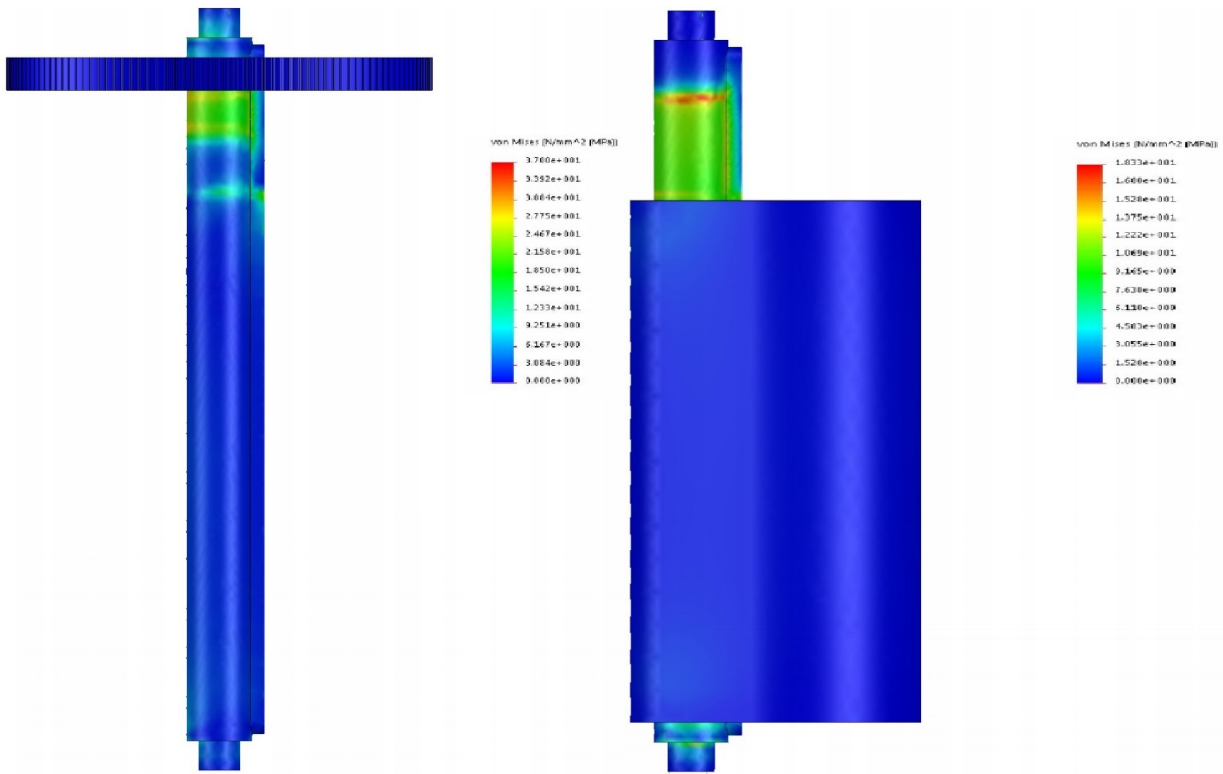
Σχ.17β Πρόσωση διάταξης

Επόμενο βήμα, θα είναι ο σχεδιασμός των έκκεντρων μαζών με τέτοια διαμόρφωση, ώστε να διέρχεται δι' αυτών ο άξονάς τους και με σφηνάλακα για τη χρήση σφήνας (μέσω της οποίας θα μεταδίδεται η ροπή), η οποία θα γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να αφαιρεθεί υλικό από την πλευρά της έκκεντρης μάζας με το περισσότερο υλικό (Σχ 18α).



Σχ.18 Κάτοψη έκκεντρης μάζας

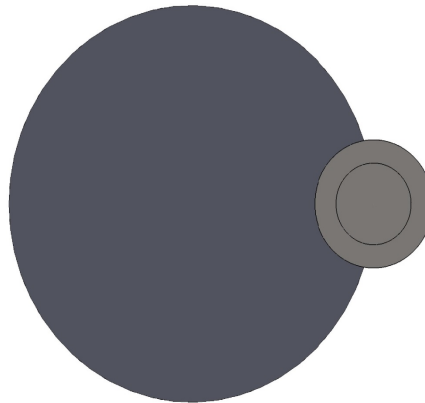
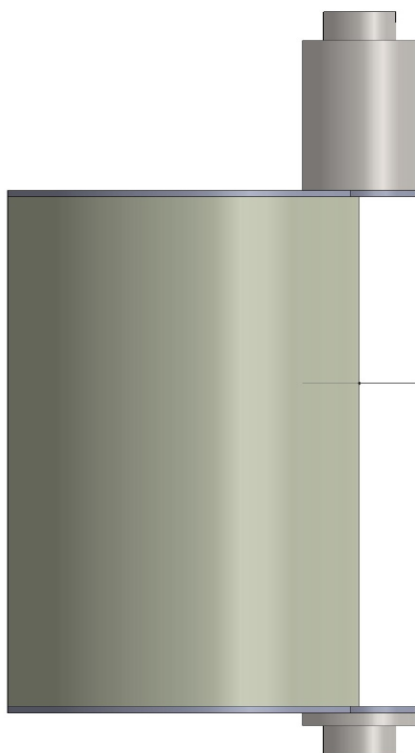
Θα ελεγχθεί η αντοχή της έκκεντρης μάζας, της σφήνας, του άξονα και του γραναζιού, κάνοντας μια προσομοίωση του μέγιστου φορτίου στο λογισμικό Solidworks. Όπως φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα κατανομής τάσεων (κατά von Mises) (Εικ.10α και Εικ.10β) η μέγιστη τάση που εμφανίζεται είναι μία τάξη μεγέθους μικρότερη από το όριο αντοχής (είτε του χάλυβα 70, είτε του βολφραμίου). Συνεπώς δε τίθεται θέμα αντοχής αυτών.



Εικ.10α Γράφημα τάσεων κατά von Mises

Εικ.10β Γράφημα τάσεων κατά von Mises

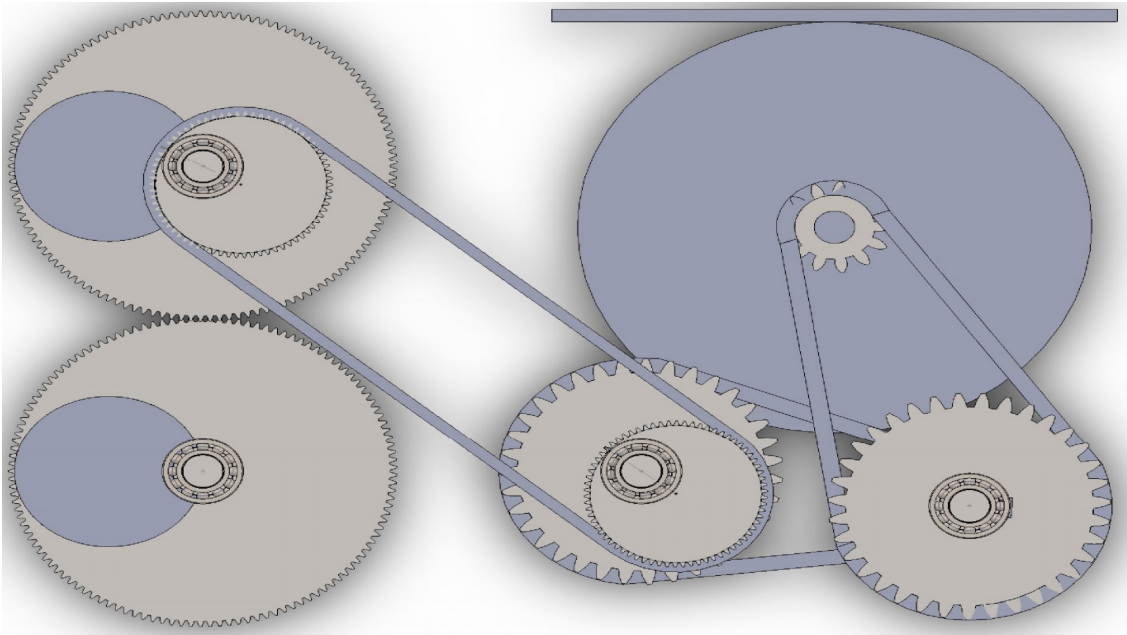
Παρατηρείται όμως ότι η οπή που έχει σχεδιασθεί στην έκκεντρη μάζα είναι τεχνικά δύσκολο να κατασκευασθεί με την απαιτούμενη ανοχή (είναι οπή long drill οπή με $l > 5 \cdot d$) οπότε μία εναλλακτική λύση αποτελεί η διάταξη ως εξής (Σχ.19α και Σχ.19β):



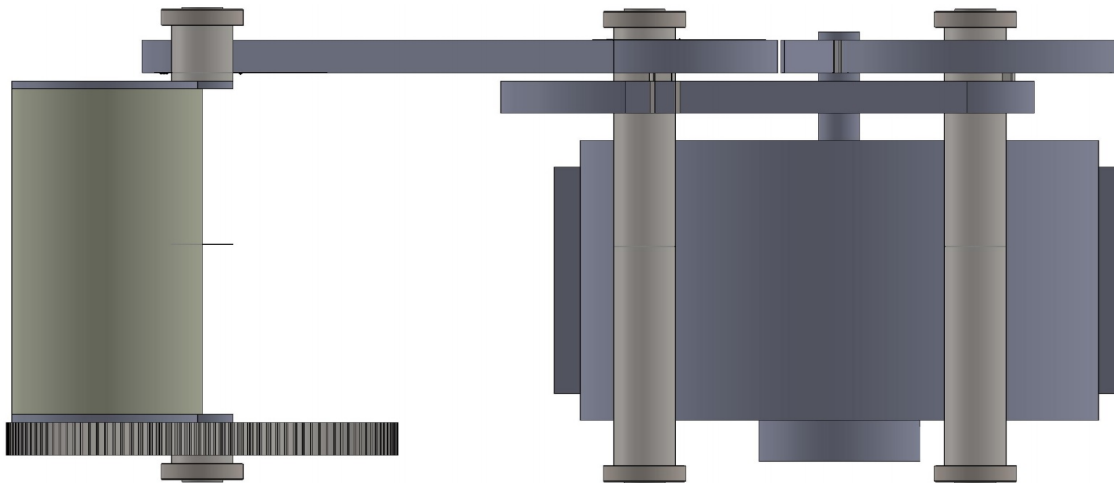
Σχ.19β Κάτοψη έκκεντρης μάζας

Σχ.19α Πλάγια όψη διάταξης έκκεντρης μάζας

Επειδή όμως δεν αρκεί μια βαθμίδα για να επιτευχθεί μια εύλογη μείωση της ταχύτητα από τα 2750rpm θα χρειαστεί μία νέα διάταξη (Σχ.20α και Σχ.20β) με επιπλέον άξονα και συνολική μείωση στροφών $i = i_{A,B} \cdot i_{B,C}$.

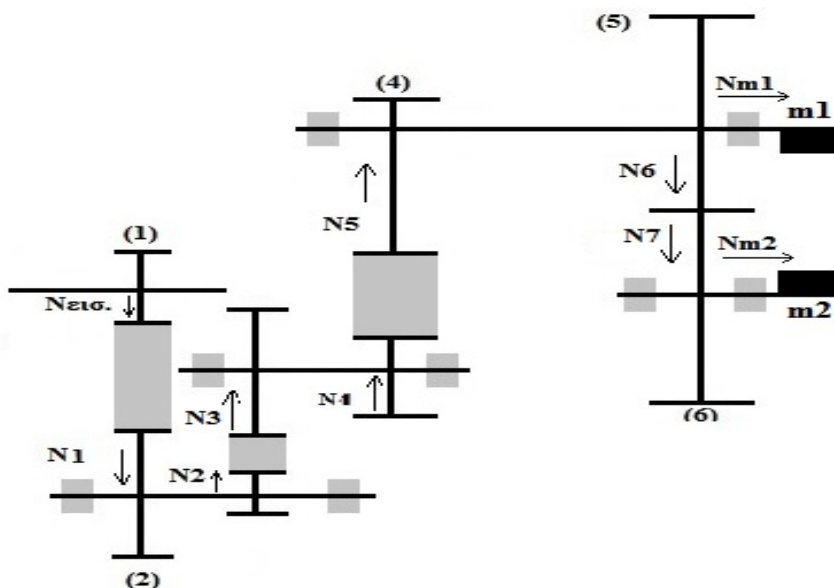


Σχ.20α Κάτοψη διάταξης



Σχ.20β Πρόσωση διάταξης

Έχει δηλαδή γίνει προσέγγιση του αρχικού σχεδιασμού, οπότε το νέο μονογραμμικό διάγραμμα ισχύος έχει ως εξής (Σχ.21):



Σχ.21 Μονογραμμικό διάγραμμα ισχύος

4.2.β Υπολογισμός/Επιλογή διαμέτρων τον αξόνων

Βάση του παραπάνω διαγράμματος θα γίνει ο υπολογισμός των ροπών που θα ασκούνται στους άξονες και κατά συνέπεια των κατάλληλων διαμέτρους τους. Για τον υπολογισμό αυτό, θα γίνει μια παραδοχή, ότι δηλαδή δεν υπάρχει καμία απώλεια ισχύος από βαθμίδα σε βαθμίδα έτσι ώστε να γίνει ασφαλέστερη η επιλογή διαμέτρων. $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 830$ και $N_5 = N_6 = 415W$. Επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των ταχυτήτων περιστροφής τους κάθε άξονα. Άρα $n_A = 2750$ rpm $\Rightarrow \omega_A = 288$ rad/s.

Εισάγονται εκ νέου τα νέα δεδομένα στο Simulink και με γωνιακή ταχύτητα της κινητήριας εκκέντρου τροχαλίας $\omega = 39,73$ rad/s ($2750 \cdot \pi / 30 = 2750 \cdot (13/35)^2 \cdot \pi / 30 = 379,39$ rpm) μεγιστοποιείται η μετατόπιση (με $P_{max} = 830Watt$)

Άρα $n_B = 1021,43$ rpm $\Rightarrow \omega_B = 106,96$ rad/s και $T_{Bmax} = N_2 / \omega_B = 830W / 106,96rad/s \Rightarrow$

$$T_{Bmax} = 7,8Nm$$

Άρα $n_C = 379,39$ rpm $\Rightarrow \omega_C = 39,73$ rad/s και $T_{Cmax} = N_2 / \omega_C = 830W / 39,73rad/s \Rightarrow$

$$T_{Bmax} = 20,9Nm$$

Για τη n_D δεν υπάρχει συγκεκριμένη τιμή (αφού η ταχύτητα αυτή θα εναλλάσσεται) ισχύει όμως η εξής σχέση: $i_{C,D} = n_C / n_D = d_D / d_C = r_D / r_C \Rightarrow n_D = n_C \cdot r_C / r_D \Rightarrow$

$$n_{Dmax} = n_C \cdot r_{Cmax} / r_{Dmin} = n_C \cdot (1+e) / (1-e) = 379,39 \cdot (1+0,5) / (1-0,5) = 3 \cdot 379,39 = 1138,2$$
 rpm

$$n_{Dmin} = n_C \cdot r_{Cmin} / r_{Dmax} = n_C \cdot (1-e) / (1+e) = 379,39 \cdot (1-0,5) / (1+0,5) = 379,39 / 3 = 126,46$$
 rpm

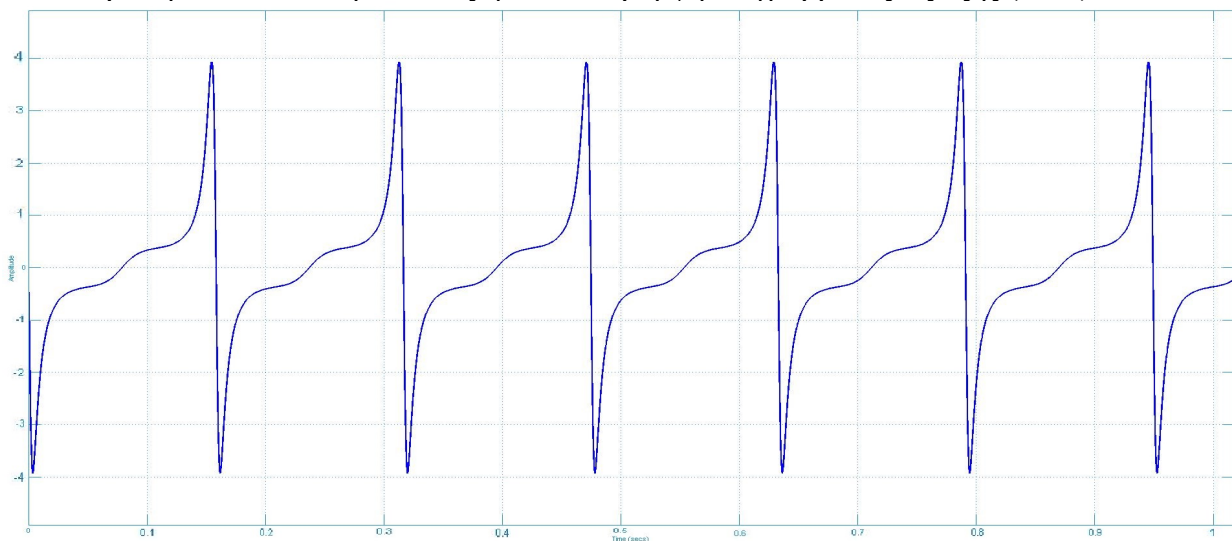
Η μέγιστη ροπή θα υπολογισθεί βάση της ελάχιστης ταχύτητας $\omega_{Dmin} = 126,46$ rpm $= 13,24$ rad/s.

Άρα $T_{Dmax} = N_4 / \omega_{Dmin} = 830W / 13,24$ rad/s $\Rightarrow T_{Dmax} = 62,7Nm$

Προφανώς $n_{Emax} = 1138,2$ rpm και $n_{Emin} = 126,46$ rpm άρα $T_{Emax} = N_7 / \omega_{Emin} = 415W / 13,24$ rad/s \Rightarrow

$$T_{Emax} = 31,34Nm$$

Μέσω του Simulink, θα ελεγχθεί η ροπή που ασκούν οι κυλινδρικές μάζες στους άξονές τους, που ισούται με την $\tau_m = I_m \cdot \omega_m$ η οποία εξάγεται υπό μορφή διαγράμματος ως εξής (Δ.35):



Δ.35 Διάγραμμα σχέσης ροπής – χρόνου των εκκέντρων μαζών

Όπου γίνεται αντιληπτή η περιοδική δυναμική φόρτιση και μάλιστα συμμετρικά εναλλασσόμενη, με $T_{m,max} = 3,935\text{Nm}$ και $T_{m,min} = -3,935\text{Nm}$, συνεπώς οι πραγματικές μέγιστες ροπές που ασκούνται είναι πολύ μικρότερες: $T'_{Dmax} = 7,87\text{Nm}$ και $T'_{Emax} = 3,935\text{Nm}$. Αυτό συμβαίνει επειδή η ισχύς που αποδίδεται στις μάζες αυτές μεγιστοποιείται όταν η ταχύτητα περιστροφής τους είναι υψηλή (6225rpm), άρα οι διάμετροι θα υπολογισθούν βάση αυτών των ροπών.

Επίσης, θα χρησιμοποιηθεί ένας συντελεστής κρούσεως C_s έστω ίσο με 1,5 (μέτριας εντάσεως κρούσεις) ώστε να υπολογισθεί η μέγιστη φόρτιση λειτουργίας $T_L = C_s T_{ov}$. Με αυτά τα δεδομένα θα υπολογισθεί η απαιτούμενη διάμετρος των αξόνων (έστω από χάλυβα St70/E360) των κυλινδρικών μαζών κάνοντας χρήση του εξής τύπου:

$$d_{min} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{C_s * T_{max}}{\tau_{sh}}}$$
, T_{max} η μέγιστη στρεπτική ροπή σε Nm και $\tau_{sh} = \frac{\tau_{yield}}{\sqrt{3}}$ το όριο σε στρέψη του υλικού σε N/m^2 , άρα αν $\tau_{yield} = 360 \text{ N/mm}^2$ (Mpa) τότε $\tau_{sh} = 207,85 * 10^6 \text{ N/m}^2$

$$d_{Bmin} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{1,5 * 7,8}{207,85 * 10^6}} = 0,00659\text{m} \quad \mathbf{d_{Bmin} = 6,59 \text{ mm}}$$

$$d_{Cmin} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{1,5 * 20,9}{207,85 * 10^6}} = 0,00916\text{m} \quad \mathbf{d_{Cmin} = 9,16 \text{ mm}}$$

$$d'_{Dmin} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{1,5 * 7,87}{207,85 * 10^6}} = 0,00661\text{m} \quad \mathbf{d'_{Dmin} = 6,61 \text{ mm}}$$

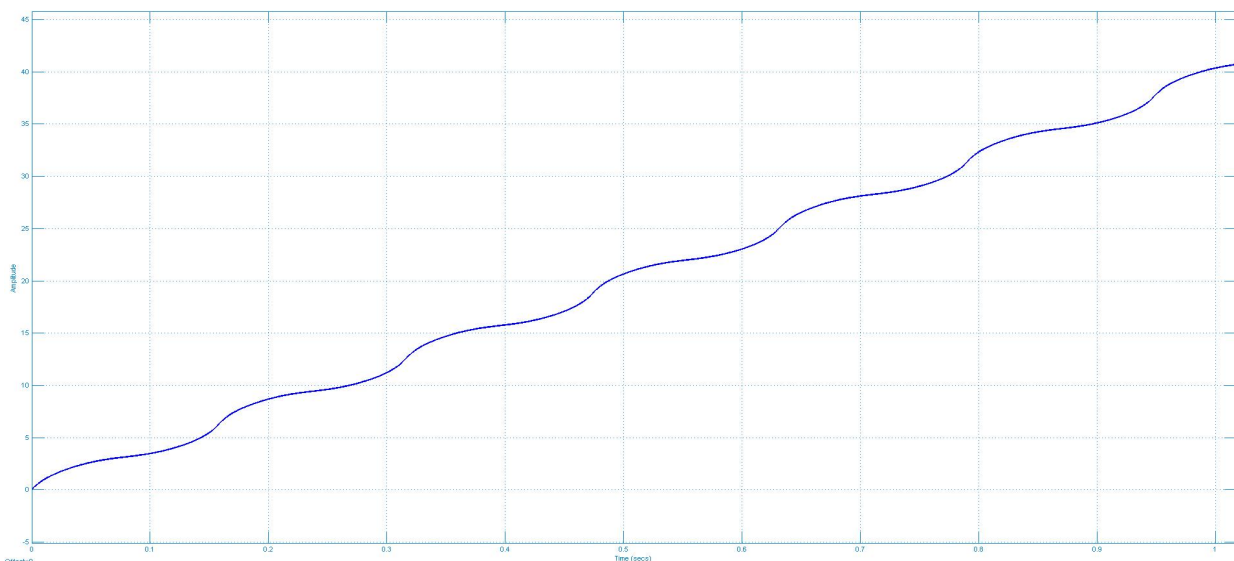
$$d'_{Emin} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{1,5 * 3,935}{207,85 * 10^6}} = 0,00525\text{m} \quad \mathbf{d'_{Emin} = 5,25 \text{ mm}}$$

Χάρην οικονομίας επιλέγεται η μέγιστης διάμετρος για όλους τους άξονες και η οποία βάση τυποποίησης θα είναι 9mm (είναι λιγότερο από 2% μικρότερη από την υπολογισμένη βάση της μέγιστης ροπής και του συντελεστή 1,5), επίσης σε αυτό θα οδηγήσει και η χρήση σφήνας/σφηνάουλακας που θα γίνει στη συνέχεια.

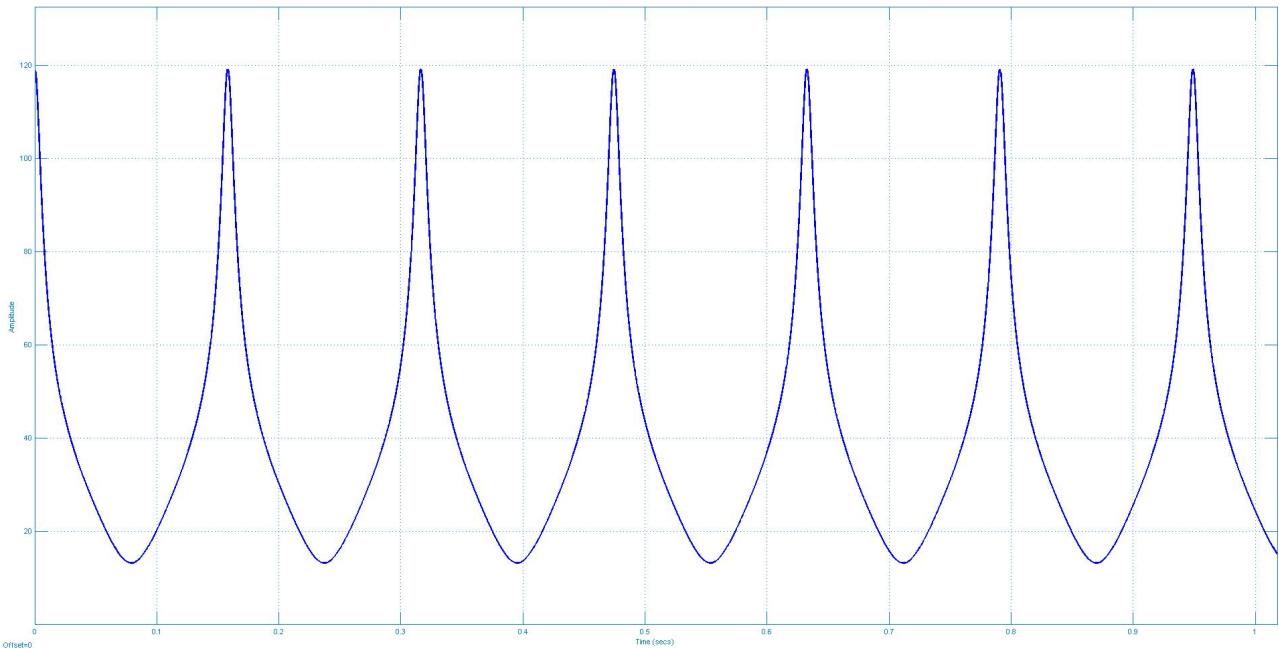
4.3 Σχεδιασμός του ιμάντα και του εντατήρα

4.3.α Εύρεση φάσεων τροχαλιών και υπολογισμός μήκους ιμάντα

Στα παρακάτω δύο διαγράμματα (Δ.36α και Δ.36β), φαίνεται η σημασία της φάσης (στην οποία θα πρέπει να βρίσκονται η έκκεντρη μάζα και η έκκεντρη τροχαλία.



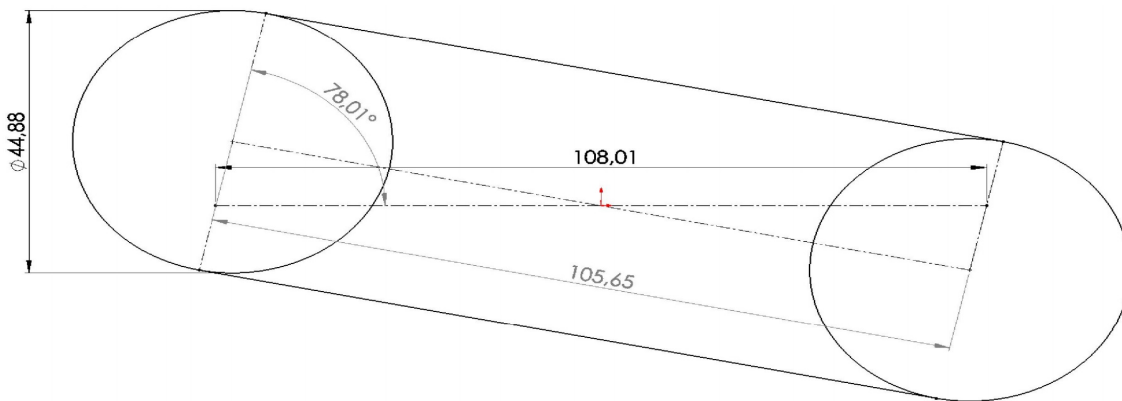
Δ.36α Διάγραμμα σχέσης φάσης (περιστροφής έκκεντρης μάζας) – χρόνου



Δ.36β Διάγραμμα σχέσης ταχύτητας (περιστροφής έκκεντρης μάζας) – χρόνου

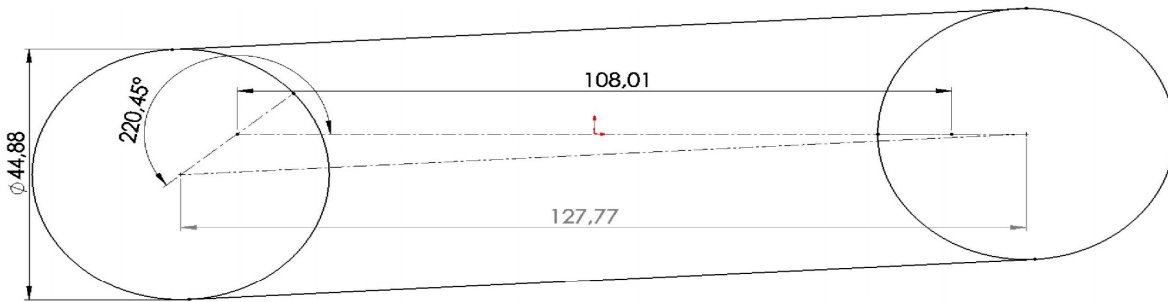
Δηλαδή η έκκεντρη μάζα πρέπει να περιστρέφεται με την μέγιστη ταχύτητα όταν είναι φάση $\varphi=0^\circ$, ή αλλιώς όταν η έκκεντρη μάζα είναι προτεταμένη πλήρως (σε σχέση με την υπόλοιπη διάταξη) η κινούμενη έκκεντρη τροχαλία πρέπει να συνεργάζεται με τον μίαντα με την μικρότερη ακτίνα της (και αντιστρόφως για την κινητήρια).

Για δύο ίσες τροχαλίες φαινόμενης (pitch) διαμέτρου d_p ο γενικός τύπος του μήκους είναι $L=2*(C1C2)+\pi* d_p$ όπου (C1C2) η απόσταση των κέντρων τους. Έστω $d_p = 44,88\text{mm}$ (η συνεργαζόμενη διάμετρος τροχαλίας μίαντα 3M από κατάλογο). Στην περίπτωση αυτή δεν είναι σταθερή η απόσταση (C1C2) αλλά η απόσταση των έκκεντρων αξόνων (C1'C2'). Η (C1C2) θα υπολογισθεί σε 2 ακραίες φάσεις, αφητηρία όμως θα είναι η φάση $\varphi=0^\circ$ η οποία φαίνεται στο Σχ.22α



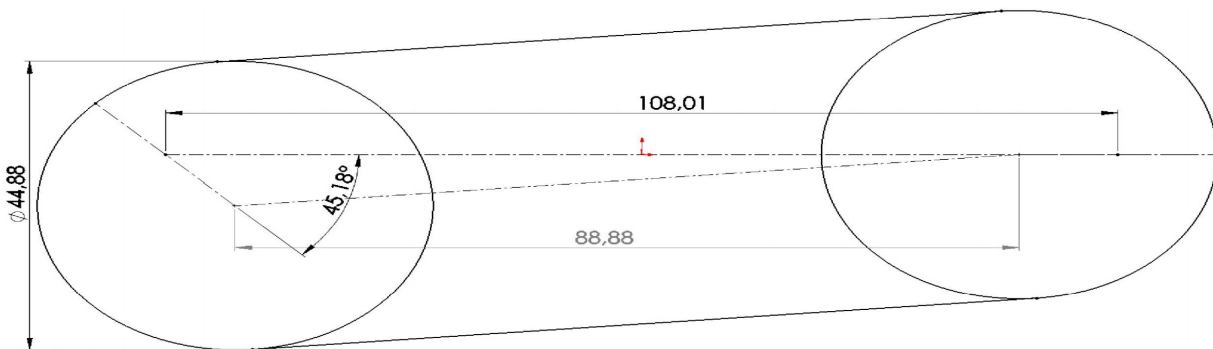
Σχ.22α Φάση $\varphi=0^\circ$

Για να βρεθεί η ακραία φάση για την μέγιστη αξονική απόσταση (C1C2) θα περιστραφεί η τροχαλία 1 γύρω από το C1' αντισυμμετρικά ώστε C1, C2', C1' να είναι συνευθειακά, δηλαδή κατά γωνία $180^\circ - 78,01^\circ = 101,99^\circ = 101,99 * \pi / 180$ rad. Αυτό ισοδυναμεί με χρονική φάση $t = (101,99 * \pi / 180) / 39,73 = 0,045\text{sec}$ (όπου $\omega_1 = 39,73$ rad/s η ταχύτητα της κινητήριας τροχαλίας) στην οποία (βάση του διαγράμματος της φάσης από το Simulink) $\varphi_2 = 2,486$ rad = $2,486 * 180^\circ / \pi = 142,44^\circ$. Οπότε διαμορφώνεται το παρακάτω σχήμα Σχ.22β.



Σχ.22β Φάση πλήρως απομακρυσμένων εκκέντρων τροχαλιών

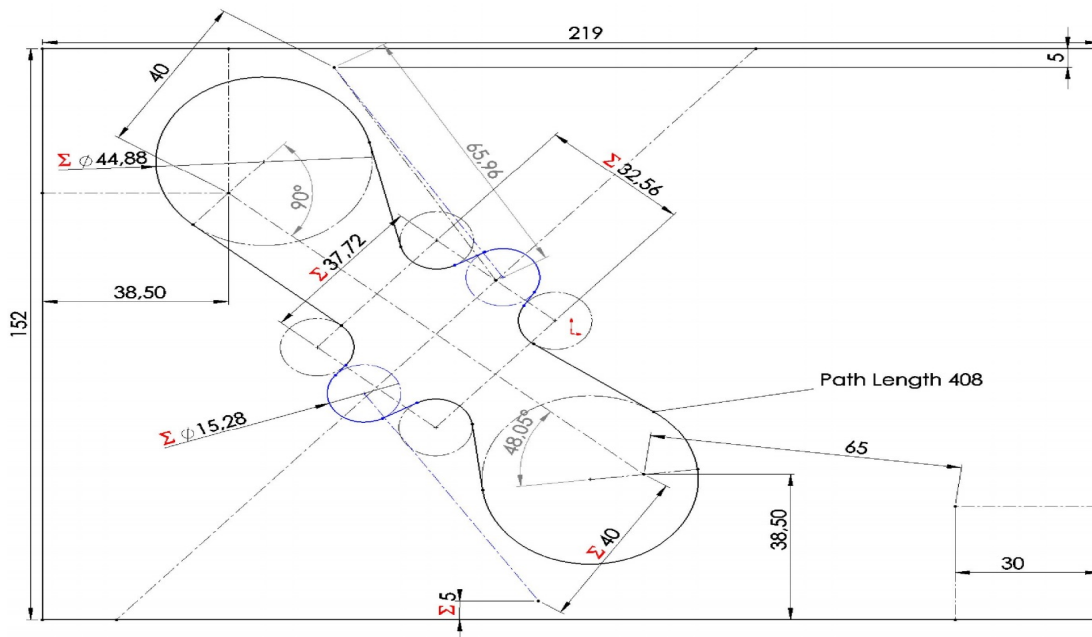
Για να βρεθεί η ακραία φάση για την ελάχιστη αξονική απόσταση ($C1C2$) θα περιστραφεί η τροχαλία 1 γύρω από το $C1'$ ωρολογιακά ώστε $C1, C2', C1'$ να είναι συνευθειακά, δηλαδή κατά γωνία $78,01^\circ = 78,01 \cdot \pi / 180 \text{ rad}$. Αυτό ισοδυναμεί με χρονική φάση $t = (78,01 \cdot \pi / 180) / 39,73 = 0,034 \text{ sec}$ στην οποία $\varphi = 2,150 \text{ rad} = 2,150 \cdot 180^\circ / \pi = 123,19^\circ$. Οπότε διαμορφώνεται το παρακάτω σχήμα Σχ.22γ.



Σχ.22γ Φάση πλήρως προσεγγισμένων εκκέντρων τροχαλιών

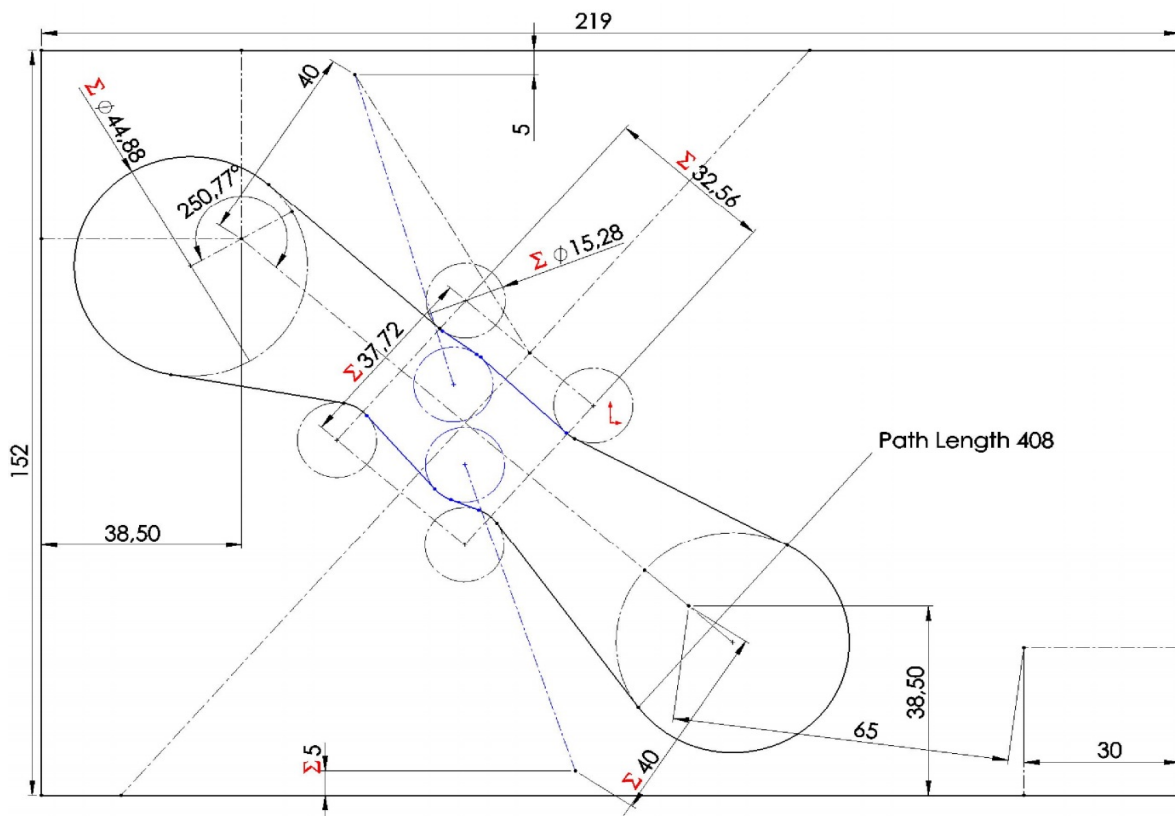
Άρα $L_{\max} = 2 \cdot 127,77 + \pi \cdot 44,88 = 396,54 \text{ mm}$ και $L_{\min} = 2 \cdot 88,88 + \pi \cdot 44,88 = 318,76 \text{ mm}$, άρα $\delta L = 2 \cdot (127,77 - 88,88) \Rightarrow \delta L = 77,78$

Η παραπάνω διαφορά μήκους είναι αρκετά μεγάλη για να απορροφηθεί από έναν τεντωτήρα (σε κάθε στέλεχος του μάντα), συνεπώς θα χρησιμοποιηθεί ένα σύστημα με 2 σταθερές σταθερές τροχαλίες και μία κινητή ανάμεσά του τανύζοντας τον μάντα προς τα έξω, ως εξής (Σχ.23α):

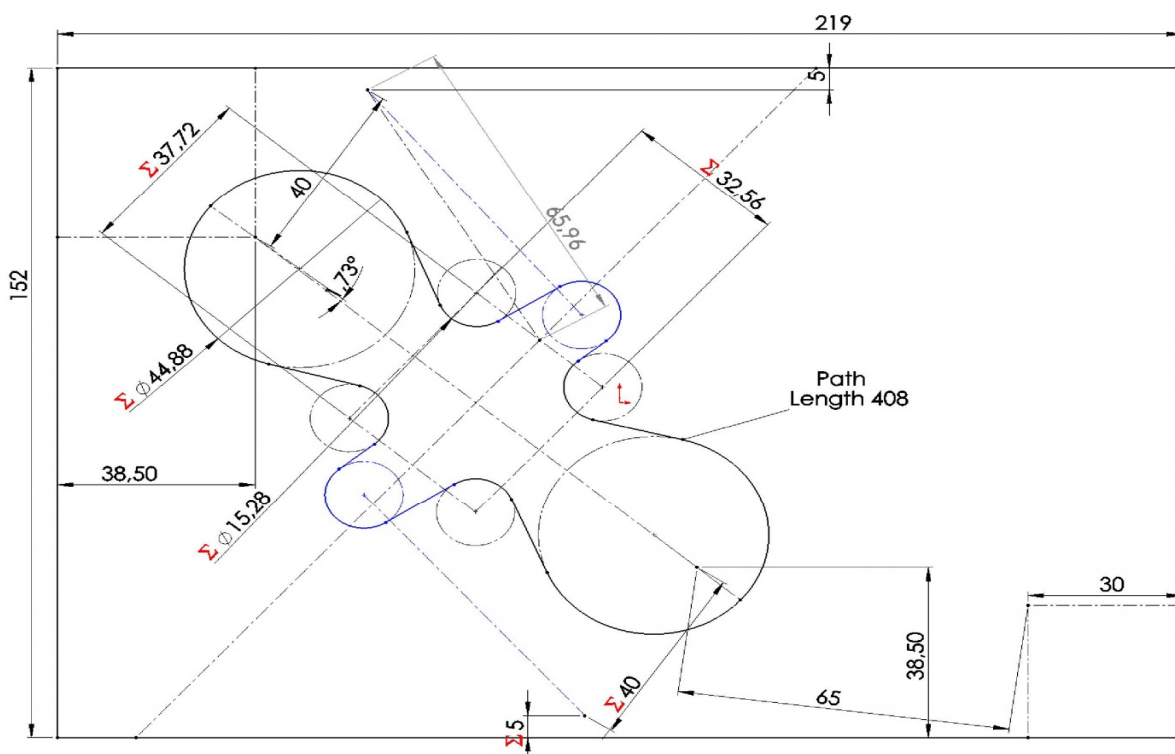


Σχ.23α Φάση $\varphi = 0^\circ$

Στη συνέχεια όπως και πριν σχεδιάζονται οι 2 ακραίες φάσεις (Σχ.23β και Σχ.23γ), ως εξής:



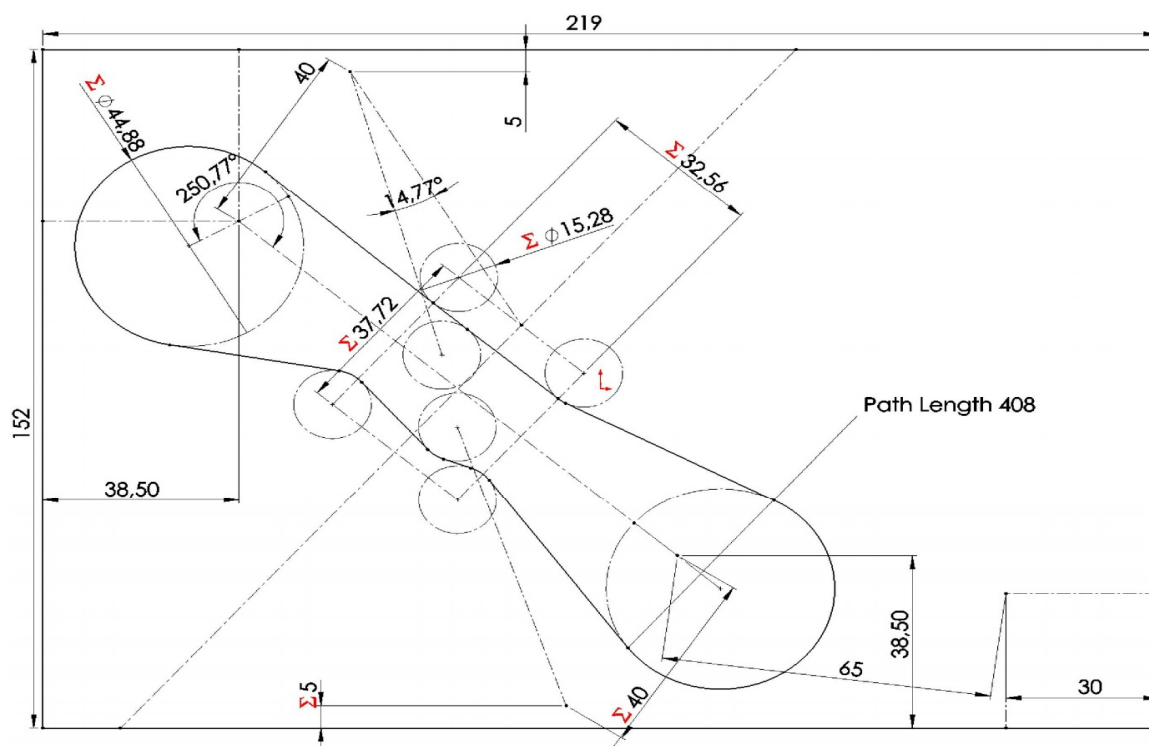
Σχ.23β Φάση πλήρως απομακρυσμένων εκκέντρων τροχαλιών



Σχ.23γ Φάση πλήρως προσεγγισμένων εκκέντρων τροχαλιών

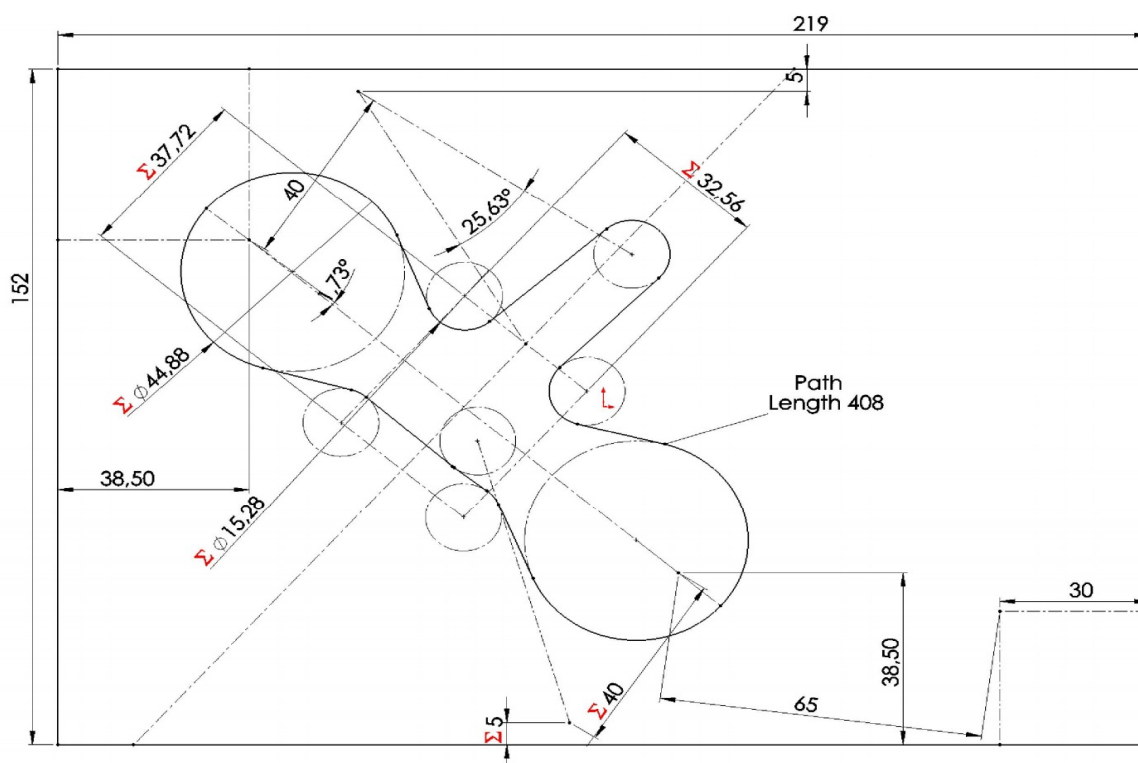
Η αξονική απόσταση των κέντρων των εκκέντρων τροχαλιών δεν χρησιμεύει για τον υπολογισμό του συνολικό μήκος του μάντα, αυτό θα δίδεται από λογισμικό CAD και είναι 408mm (μήκος που υπάρχει στην τυποποίηση κάποιων οδοντωτών μάντων).

Για το πλάτος της ταλάντωσης της κάθε κινητής τροχαλίας θα ακολουθήσει η εξής διαδικασία. Έστω ότι η άνω τροχαλία βρίσκεται εκτεταμένη, τόσο ώστε το στέλεχος του μάντα που εφάπτεται αυτής να είναι ευθύγραμμο, την στιγμή που οι έκκεντρες είναι απομακρυσμένες (Σχ.23δ).



Σχ.23δ Πλήρως εκτεταμένος τεντωτήρας

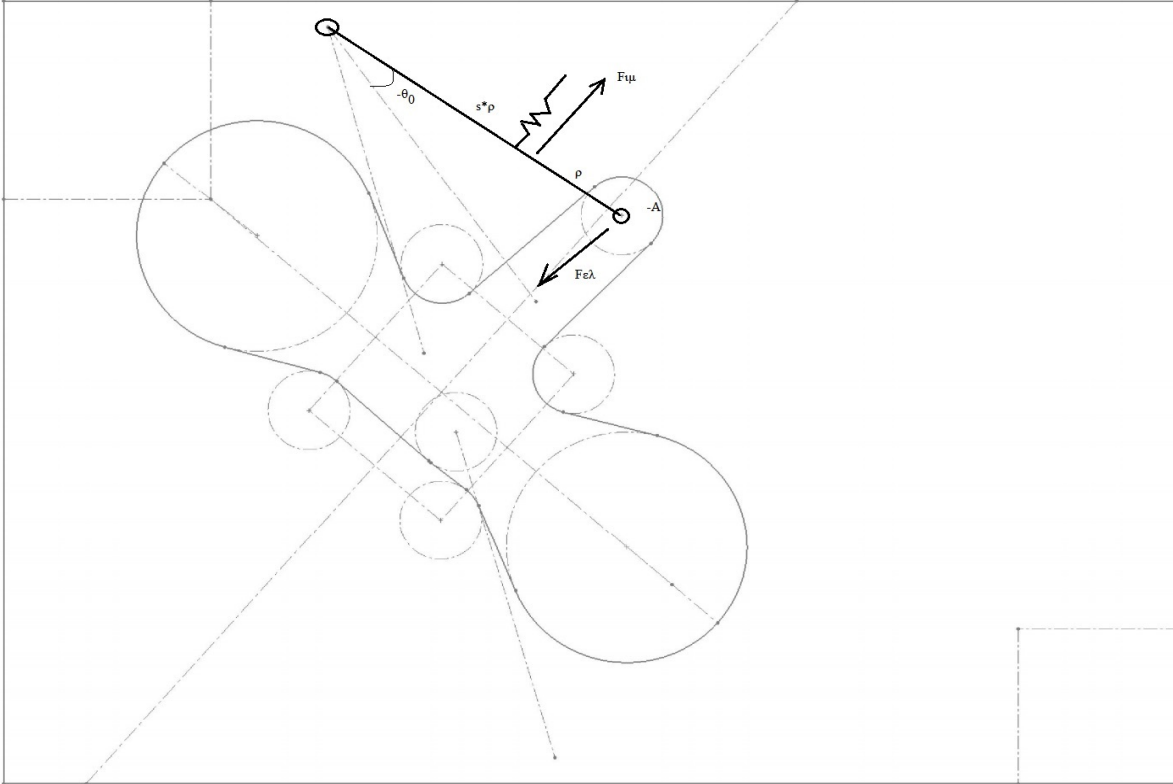
Έστω ότι η άνω τροχαλία βρίσκεται εκτεταμένη, τόσο ώστε το στέλεχος του μάντα που εφάπτεται της άλλης να είναι ευθύγραμμο, την στιγμή που οι έκκεντρες έχουν προσεγγίσει η μία την άλλη (Σχ.23ε).



Σχ.23ε Πλήρως συσπασμένος τεντωτήρας

4.3.β Σχεδιασμός του εντατήρα

Άρα το συνολικό τόξο της ταλάντωσης της κάθε κινητήριας τροχαλίας θα είναι $25,63^\circ + 14,77^\circ \Rightarrow 2\theta_0 = 40,4^\circ$. Και έστω το σύστημα τάνυσης να αποτελείται από έναν αρθρωμένο -από το ένα άκρο του- βραχίονα, στου οποίου το άλλο άκρο θα είναι αρθρωμένη η κινητή οδοντωτή τροχαλία, ενώ σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο του θα είναι αρθρωμένο το άκρο ενός ελατηρίου του οποίου το άλλο θα είναι αρθρωμένο σε σταθερό σημείο της όλης διάταξης (Σχ.23στ).



Σχ.23στ Σκαρίφημα της ταλάντωσης του τετωτήρα

Για το κέντρο της άρθρωσης ισχύει:

$$\Sigma M = I_\tau \cdot \theta'' \Rightarrow F_{\mu} \cdot \rho \cdot \cos\theta - F_{\epsilon\lambda} \cdot s \cdot \rho \cdot \cos\theta = I_\tau \cdot \theta'' \Rightarrow (F_{\mu} - k \cdot s \cdot \delta x_{\epsilon\lambda}) \cdot \rho \cdot \cos\theta = I_\tau \cdot \theta'' \Rightarrow$$

$$(F_{\mu} - k \cdot s \cdot (s \cdot x + \delta x_{\epsilon\lambda} + s \cdot A)) \cdot \rho \cdot \cos\theta = I_\tau \cdot \theta'' \quad (3)$$

Το κέντρο της τροχαλίας θα εκτελεί μια εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους $2A$ και συχνότητας $f_d = \omega_\delta / 2\pi$, έτσι θα ισχύει:

$$x = \rho \cdot \sin\theta, \quad u_x = \rho \cdot \theta' \cdot \cos\theta, \quad a_x = \rho(\theta'' \cdot \cos\theta - \theta'^2 \cdot \sin\theta) \quad \text{και} \quad \theta = -\theta_0 \cos\omega_\delta t, \quad \theta' = \omega_\delta \theta_0 \sin\omega_\delta t, \quad \theta'' = \omega_\delta^2 \theta_0 \cos\omega_\delta t$$

για $\theta_0 = 20,2^\circ \leq 22,5^\circ$ (με σφάλμα $\leq 0,8\%$) μπορεί να γίνει η εξής απλοποίηση ότι $\sin\theta = \theta$ και $\cos\theta = 1$

άρα $x = \rho \cdot \theta$, $u_x = \rho \cdot \theta'$, $a_x = \rho \cdot \theta''$ και η (3) γίνεται:

$$(F_{\mu} - k \cdot s \cdot (s \cdot x + \delta x_{\epsilon\lambda} + s \cdot A)) \cdot \rho = I_\tau \cdot \theta'' \Rightarrow (F_{\mu} - k \cdot s \cdot (-s \cdot \rho \cdot \theta + \delta x_{\epsilon\lambda} + s \cdot A)) \cdot \rho = I_\tau \cdot \theta'' \Rightarrow$$

$$(F_{\mu} - k \cdot s \cdot (-s \cdot \rho \cdot \theta_0 \cos\omega_\delta t + \delta x_{\epsilon\lambda} + s \cdot A)) \cdot \rho = I_\tau \cdot \omega_\delta^2 \cdot \theta_0 \cdot \cos\omega_\delta t \Rightarrow$$

$$F_{\mu} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda} + s \cdot A) + (I_\tau \cdot \omega_\delta^2 / \rho - k \cdot \rho \cdot s^2) \cdot \theta_0 \cdot \cos\omega_\delta t \quad (4)$$

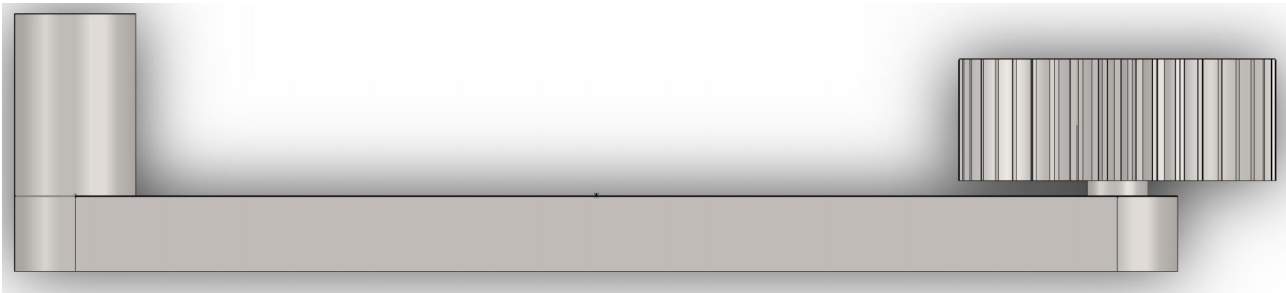
Επίσης από την (3) $\Rightarrow (F_{\mu} - k \cdot s \cdot (s \cdot x + \delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot A)) \cdot \rho^2 = I_{\tau} \cdot \alpha_x \Rightarrow$

$$\alpha_x + k \cdot s^2 \cdot \rho^2 \cdot x / I_{\tau} = F_{\mu} \cdot \rho^2 / I_{\tau} - k \cdot s^2 \cdot \rho^2 \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot A) / I_{\tau} \quad (5)$$

Πρόκειται όμως για μία εξαναγκασμένη ταλάντωση όπου η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι $f_n = \omega_n / 2\pi = (k \cdot s^2 \cdot \rho^2 / I_{\tau})^{0.5} / 2\pi = s \cdot \rho \cdot (k / I_{\tau})^{0.5} / 2\pi$. Όμως η συχνότητα της ταλάντωσης είναι αυτή του διεγέρτη (του κινητήρα) δηλαδή $f = \omega_{\delta} / 2\pi$ η οποία πρέπει να απέχει αρκετά από την ιδιοσυχνότητα.

$$\text{Άρα } f_n \ll f_{\delta} \text{ ή } f_n \gg f_{\delta} \Rightarrow \omega_n \ll \omega_{\delta} \text{ ή } \omega_n \gg \omega_{\delta} \Rightarrow \omega_n \gg \text{ ή } \ll s \cdot \rho \cdot (k / I_{\tau})^{0.5} \Rightarrow k \gg \text{ ή } \ll I_{\tau} \cdot (\omega_n / (s \cdot \rho))^2$$

Το σχέδιο του τεντωτήρα θα έχει ως εξής (Σχ.24):



Σχ.24 Ο τεντωτήρας σε πλάγια όψη

Όπου $I_{\tau} = 119815 \text{ g} \cdot \text{mm}^2$, άρα $k \gg \text{ ή } \ll 119.815 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2 \cdot 39,73^2 (\text{rad/sec})^2 / 65,96^2 \text{ mm}^2 \Rightarrow k \gg \text{ ή } \ll 43,47 / \text{s}^2 \text{ N/m}$

Επίσης $F_{\mu} = 2F_{\tau \alpha \nu}$ και για να υπάρχει η απαιτούμενη τάνση $0,9 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} \leq F_{\tau \alpha \nu} \leq 1,1 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} \Rightarrow 1,8 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} \leq F_{\mu} \leq 2,2 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0}$, και από (4)

$$\text{για } t=0: F_{\mu} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot A) + (I_{\tau} \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho - k \cdot \rho \cdot s^2) \cdot \theta_0 = s \cdot k \cdot \delta x_{\epsilon\lambda 0} + I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2 \Rightarrow$$

$$\text{για } t=T/2: F_{\mu} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot A) - (I_{\tau} \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho - k \cdot \rho \cdot s^2) \cdot \theta_0 = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + 2 \cdot s \cdot A) - I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2$$

$$\text{άρα } 1,8 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = s \cdot k \cdot \delta x_{\epsilon\lambda 0} + I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2 \text{ και } 2,2 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + 2 \cdot s \cdot A) - I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2$$

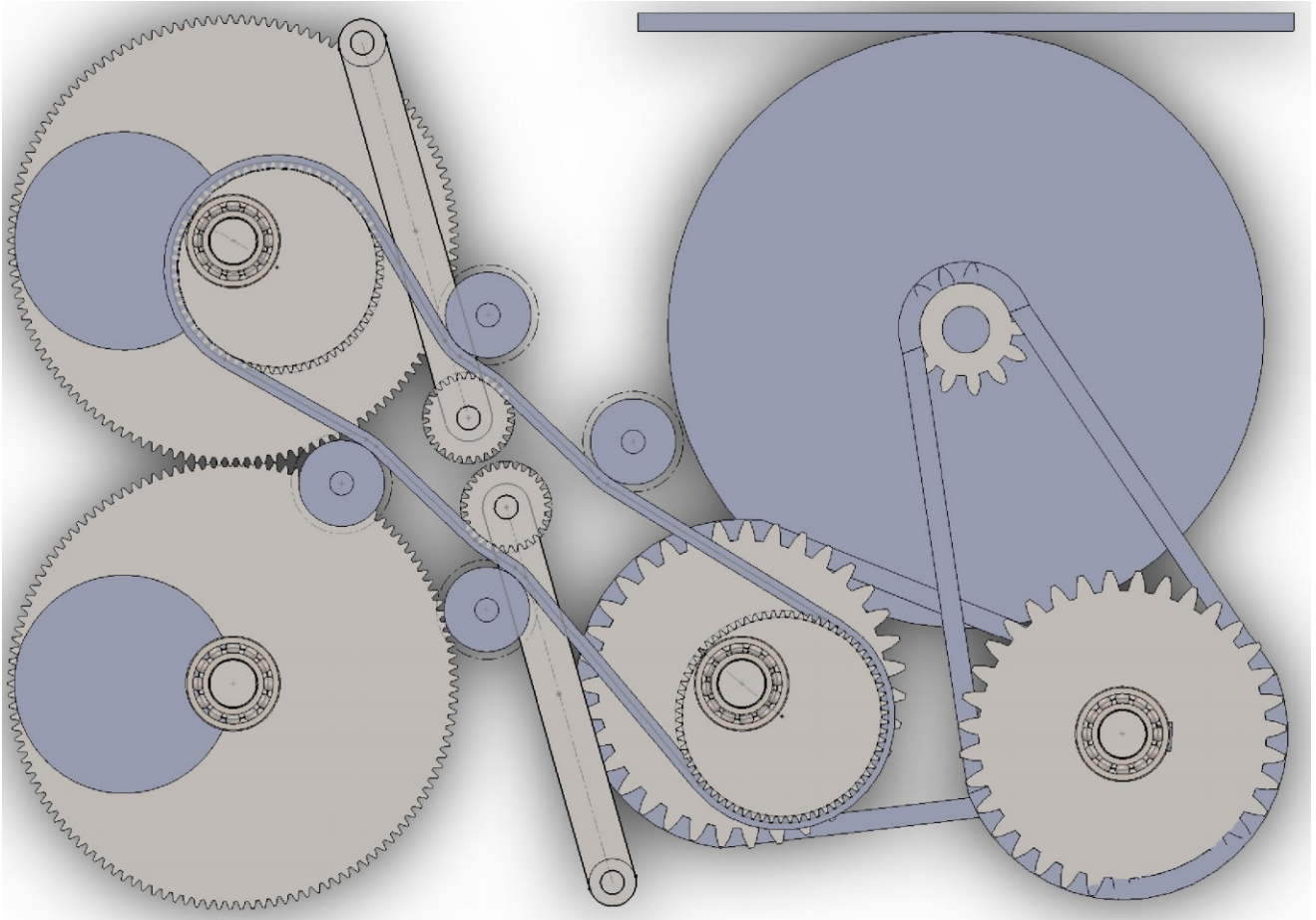
$$(1,8 + 2,2) \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = s \cdot k \cdot \delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + 2 \cdot s \cdot A) \Rightarrow 2 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + s \cdot A) \quad (6)$$

$$\text{και } (2,2 - 1,8) \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = s \cdot k \cdot (\delta x_{\epsilon\lambda 0} + 2 \cdot s \cdot A) - I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2 - s \cdot k \cdot \delta x_{\epsilon\lambda 0} - I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2 \Rightarrow$$

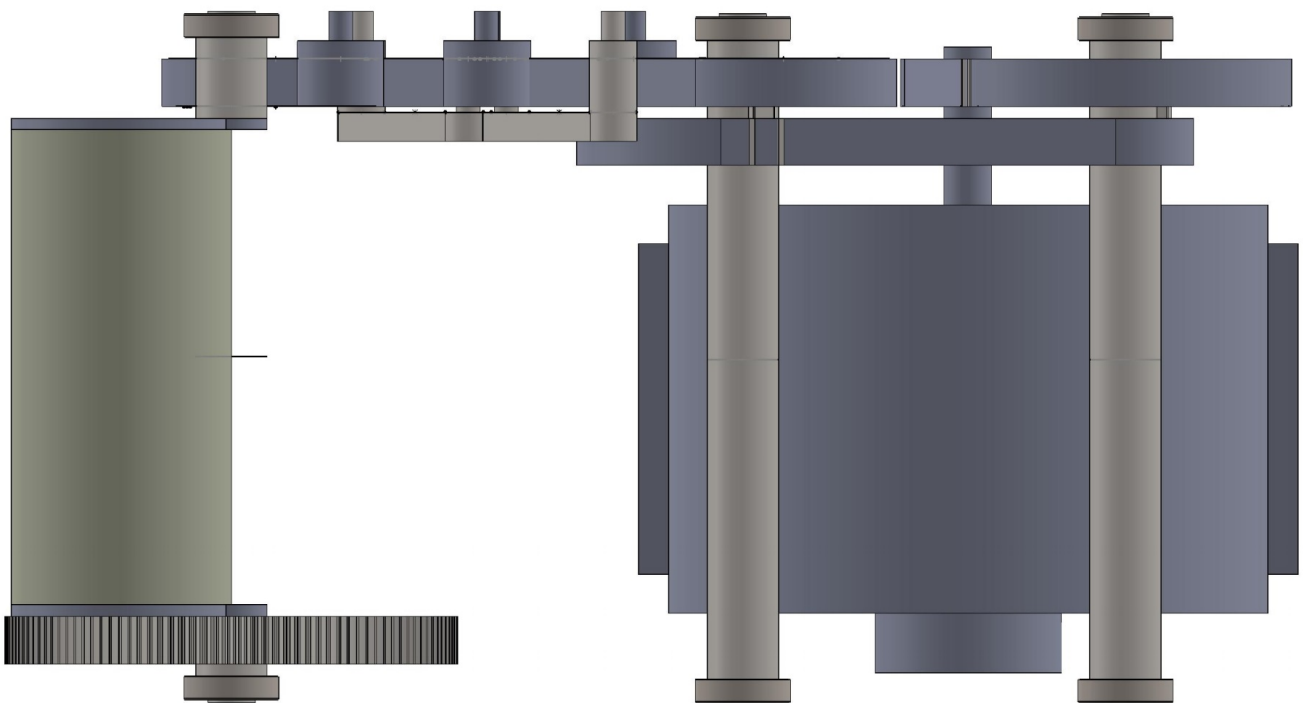
$$0,4 \cdot F_{\tau \alpha \nu, 0} = 2 \cdot k \cdot s^2 \cdot A - 2 \cdot I_{\tau} \cdot A \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2 \Rightarrow F_{\tau \alpha \nu, 0} = 5 \cdot A \cdot (k \cdot s^2 - I_{\tau} \cdot \omega_{\delta}^2 / \rho^2) \quad (7)$$

Για μία υποθετική τιμή της αρχικής παραμόρφωσης του ελατηρίου $\delta x_{\epsilon\lambda 0}$ και λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (6),(7) υπολογίζονται οι τιμές του συντελεστή s και της σταθεράς k .

Πλέον η διάταξη θα έχει ως εξής (Σχ.25α και Σχ.25β):



Σχ.25α Κάτοψη διάταξης



Σχ.25β Πρόσοψη διάταξης

4.4 Έλεγχος ως προς την ευστάθεια του σημείου λειτουργίας του κινητήρα

Ο έλεγχος, της ευστάθειας του σημείου λειτουργίας του κινητήρα, απαιτεί τη γνώση της ροπής αδρανείας των κινούμενων μερών, ειδικά μάλιστα αυτή του κινητήρα. Αυτή με πειραματική μέθοδο μετρήθηκε $I_{\rho\sigma\tau}=8,86 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$. Επίσης θα βρεθούν και οι ροπές αδρανείας των αξόνων B και C και θα αναχθούν στον άξονα του ρότορα με τη σχέση μετάδοσης.

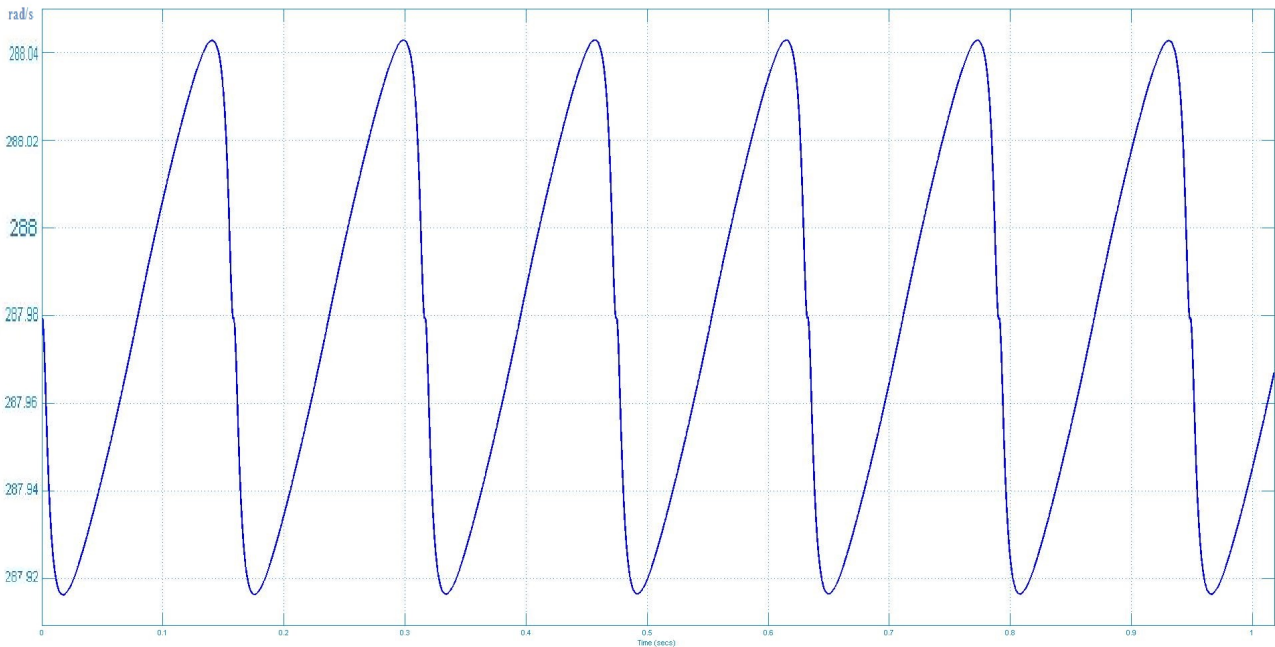
$$I_B=0,48 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow I_{B,A}=I_B/i_{A,B} \text{ (8)} \Rightarrow I_{B,A}=0,18 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_C=3,26 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \Rightarrow I_{C,A}=I_C/(i_{A,B} \cdot i_{B,C}) \text{ (9)} \Rightarrow I_{C,A}=0,45 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{και } I_A=I_{\rho\sigma\tau}+I_{B,A}+I_{C,A} \text{ (10)} \Rightarrow I_A \geq 9,5 \cdot 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Μεταξύ της απαιτούμενης ισχύος $N1$ (max 830W) από τις περιστρεφόμενες μάζες και της προσφερόμενης ισχύος από τον κινητήρα $N_{\text{εισ}}$ (ίση με τη μέση απαιτούμενη ισχύ 107,6W <54% του μέγιστου φορτίου του κινητήρα) ισχύει η εξής σχέση:

$$N_{\text{εισ}}=N1+I_A \cdot \omega_A' \cdot \omega_A \Rightarrow \omega_A=(N_{\text{εισ}}-N1)/(I_A \cdot \omega_A') \text{ (11)} \text{ και από Simulink εξάγεται το διάγραμμα Δ.37:}$$



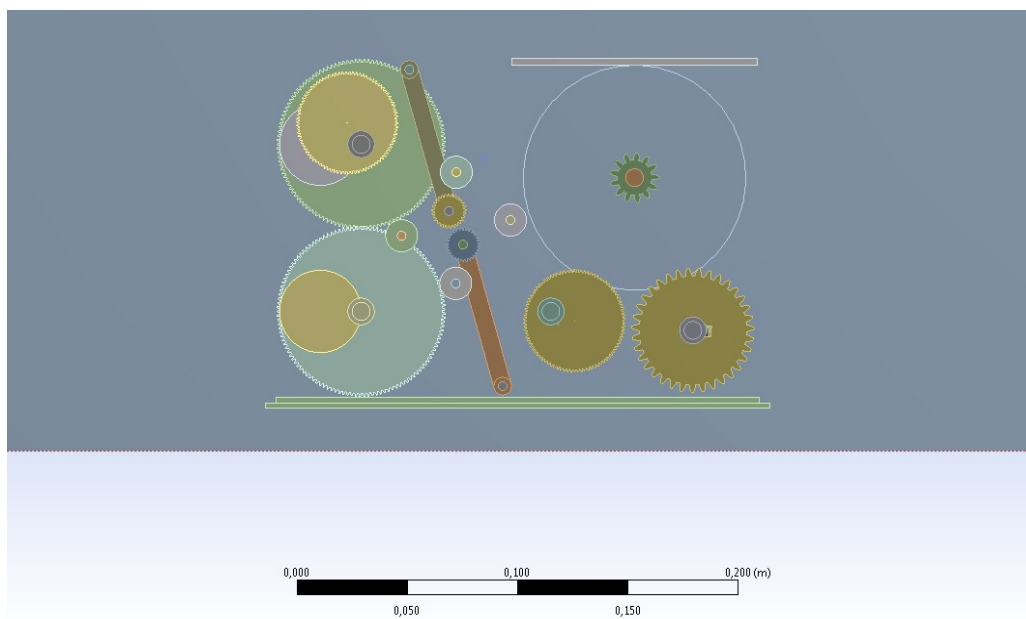
Δ.37 Διάγραμμα ταχύτητας περιστροφής του κινητήρα

Παρατηρείται δηλαδή ότι η ταχύτητα του κινητήρα θα κυμαίνεται μεταξύ 287,92 rad/s και 288,04 rad/s δηλαδή ισούται με $287,98 \pm 0,06 \text{ rad/s}$ (η αλλιώς $2750 \pm 0,57 \text{ rpm}$) συνεπώς η ευστάθεια του σημείου λειτουργίας του κινητήρα θεωρείται δεδομένη.

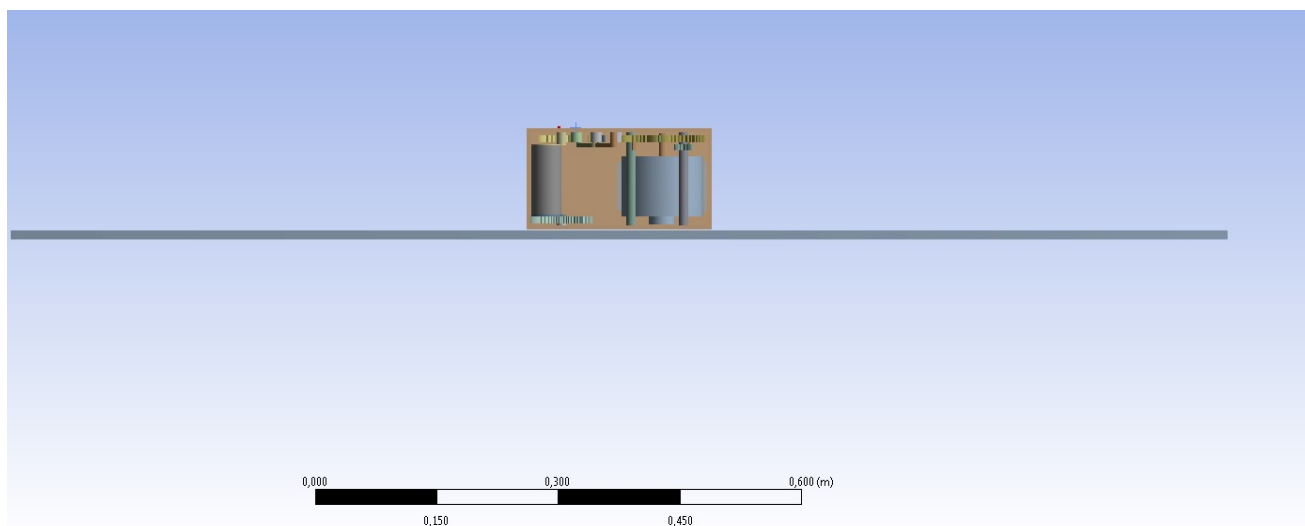
5. Μοντελοποίηση στο λογισμικό ANSYS

5.1 Μοντελοποίηση

Για να γίνει η μοντελοποίησή του στο Ansys όπως φαίνεται στα Σχ.26α και Σχ.26β, χρησιμοποιήθηκε το τελικό σχέδιο από το Solidworks σε απλοποιημένη μορφή (αφαιρέθηκαν οι ιμάντες και τα ρουλεμάν)

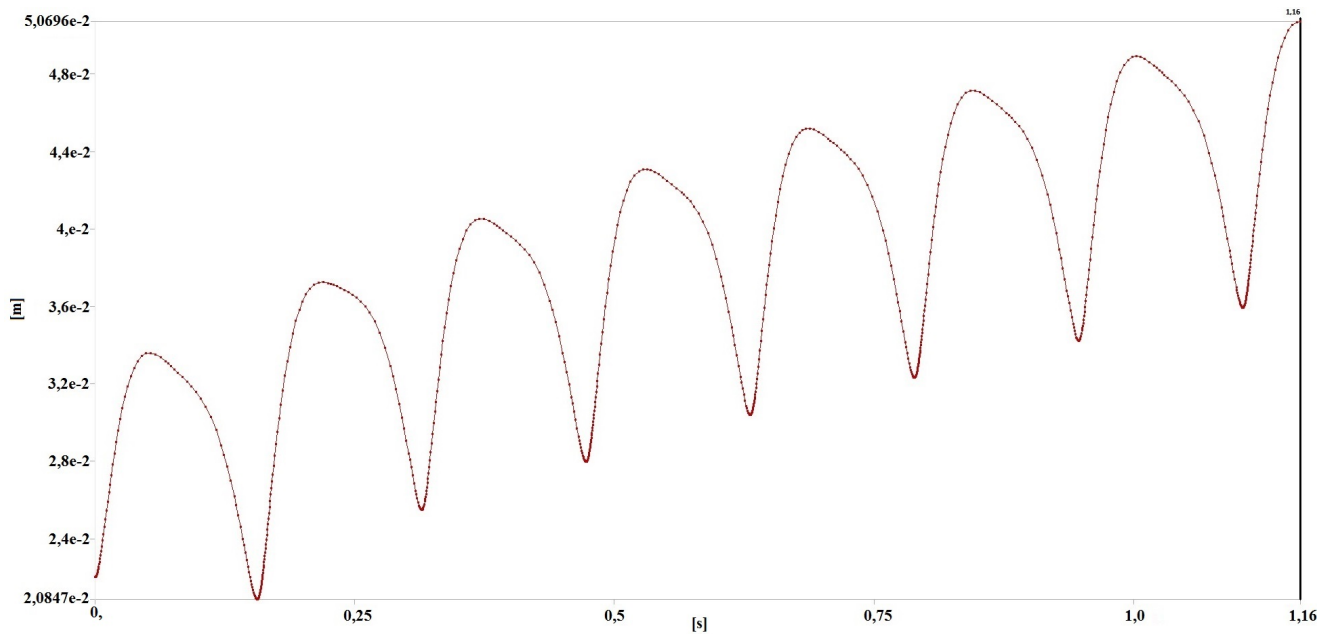


Σχ.26α Κάτοψη μοντέλου ANSYS

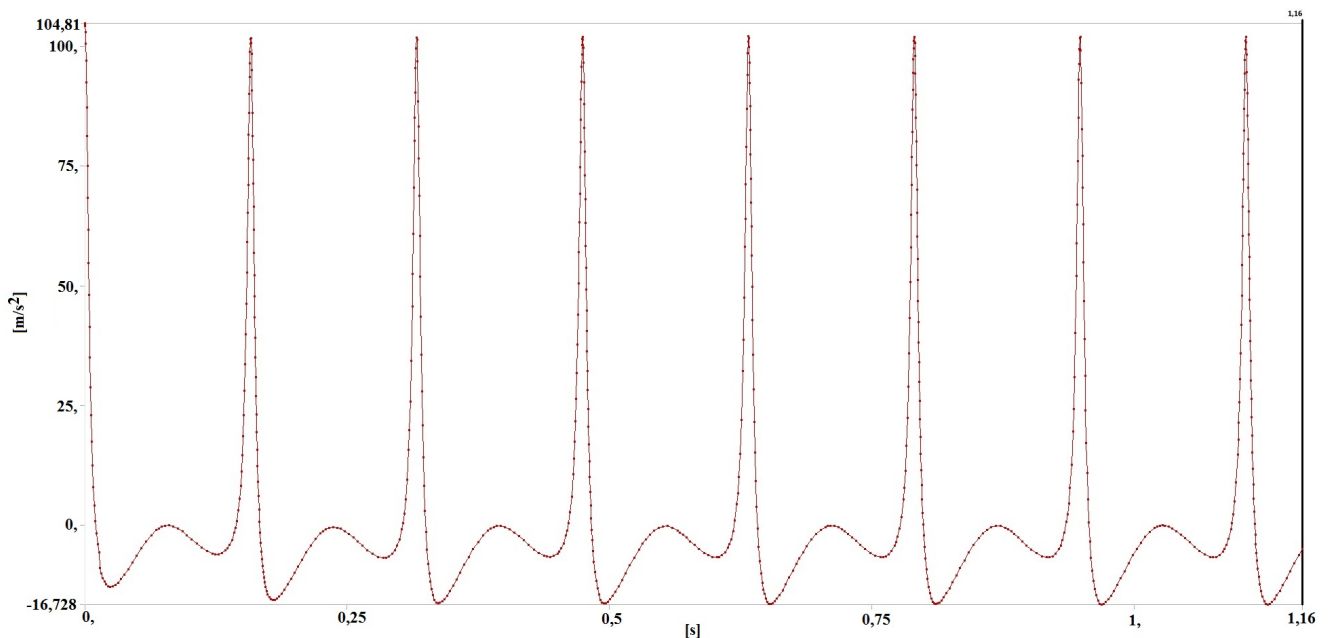


Σχ.26β Πρόσωση μοντέλου ANSYS

Από τη μοντελοποίηση αυτή εξάγονται τα διαγράμματα μετατόπισης-χρόνου και επιτάχυνσης χρόνου (Δ.38α και Δ.38β αντίστοιχα).



Δ.38α Διάγραμμα σχέσης μετατόπισης-χρόνου



Δ.38β Διάγραμμα σχέσης επιτάχυνσης -χρόνου

5.2 Απόδειξη της μικρής σημασίας της μετατόπισης των τεντωτήρων ως προς την ισχύ

$$N_{\tau} = 2 * T_{\tau} * \theta' \Rightarrow N_{\tau} = 2 * I_{\tau} * \omega_{\delta}^2 * \theta_0 * \cos \omega_{\delta} t * \omega_{\delta} * \theta_0 * \sin \omega_{\delta} t \Rightarrow N_{\tau} = 2 * I_{\tau} * \omega_{\delta}^3 * \theta_0^2 * \cos \omega_{\delta} t * \sin \omega_{\delta} t \quad (12) \Rightarrow$$

$$N_{\tau} = 2 * I_{\tau} * \omega_{\delta}^3 * \theta_0^2 * 0,5 * \sin 2 * \omega_{\delta} t \Rightarrow N_{\tau} = I_{\tau} * \omega_{\delta}^3 * \theta_0^2 * \sin 2 * \omega_{\delta} t \Rightarrow$$

$$N_{\tau} \leq I_{\tau} * \omega_{\delta}^3 * \theta_0^2 = 119,815 * 10^{-6} * 39,73^3 * (\pi/8)^2 \Rightarrow N_{\tau} \leq 1,16 \text{ Watt}$$

Δηλαδή, συγκριτικά πολύ μικρότερη από αυτή των έκκεντρων μαζών.

6. Συμπεράσματα και Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Μετά από τη ενασχόληση με το αντικείμενο, συμπεραίνεται ότι η ενεργειακή απόδοση ενός τέτοιου μηχανισμού δεν είναι ιδιαίτερος υψηλή, θα μπορούσε όμως να βρει εφαρμογή σε περιπτώσεις όπου η ενεργειακή απόδοση δεν είναι το ζητούμενο. Σε περιπτώσεις, δηλαδή, που μετατόπιση με την εφαρμογή του νόμου δράσης-αντίδρασης, μεταξύ σωμάτων σε επαφή, δεν είναι εφικτή. Επίσης, ένας τέτοιος μηχανισμός, λόγω των περιστρεφόμενων μαζών, παρουσιάζει μια δύναμη εξισορρόπησης, λόγω του φαινομένου της γυροσκοπικής μετάπτωσης. Κάτι τέτοιο θα έχρηζε προσοχής για διερεύνηση από κάποιο μηχανολόγο μηχανικό.

Επίσης, ο μηχανισμός αυτός, στην μορφή αυτή που έχει σχεδιασθεί, προορίζεται για να κινείται σε έναν χώρο (π.χ. ράγες) με τους 4 βαθμούς ελευθερίας δεσμευμένους (οι 3 περιστροφής γύρω από τους άξονες και ο γραμμικός κατά την διεύθυνση κάθετη αυτής της επιθυμητής μετατόπισης). Όμως, οι υπάρχουσες αζυγοσταθμίες των έκκεντρων μαζών, όπως επίσης και οι υψηλές ταχύτητας περιστροφής του κινητήρα δημιουργούν επιπλέον ροπές στην διάταξη αυτή και κατά συνέπεια η ευθύγραμμη μετατόπισή του στον χώρο να καθίσταται αδύνατη. Η ζυγοστάθμιση των αξόνων αυτών θα μπορούσε να είναι επίσης μελλοντικό έργο.

7. Βιβλιογραφία

[1] C.G. Provatidis, “Some issues on inertia propulsion mechanics using two contra-rotating masses”, Απρίλιος 2010

[2] C.G. Provatidis, “On the inertial propulsion of floating objects using contra-rotating masses” Σεπτέμβριος 2014

[3] Neil Sclater and Nicholas P. Chironis , “Mechanisms and Mechanical Devices Sourcebook”, Fourth Edition, McGraw-Hill, New York, 2007

[4] Ρ. Γραικούση, “Στοιχεία Μηχανών – ΙΙ Στοιχεία Περιστροφικής Κινήσεως – Θ' Άτρακτοι – Άξονες”, Εκδόσεις ΓΙΑΧΟΥΔΗ, Θεσσαλονίκη, 1983