



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

**«ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ σε ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ
και την ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ»**

ΕΝΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΚΛΑΔΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ
ΜΕ ΔΙΑΚΛΑΔΙΚΕΣ ΕΙΣΡΟΕΣ: ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΓΙΑ ΤΙΣ ΗΠΑ

ΤΣΑΓΓΑΡΗΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ
ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: 09312042

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΜΙΧΑΗΛΙΔΗΣ
ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2016

Περιεχόμενα

Περίληψη-----	3
Abstract-----	5
1. Εισαγωγή-----	6
2. Σύντομη ιστορική αναδρομή-----	8
3. Το υπόδειγμα εισροών-εκροών -----	12
3.1 Εισαγωγικά-----	12
3.2 Υποθέσεις υποδείγματος εισροών-εκροών-----	12
3.3 Η μαθηματική απεικόνιση του υποδείγματος-----	14
3.4 Περιορισμοί υποδείγματος εισροών-εκροών -----	16
4. Μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής με διακλαδικές εισροές -----	18
4.1 Εισαγωγικά-----	18
4.2 Το υπόδειγμα-----	19
4.2.1 Συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas -----	21
4.2.2 Αποδόσεις κλίμακας (Returns to scale) -----	22
4.2.3 Technical efficiency estimation-----	23
5. Μέθοδοι εκτίμησης υποδείγματος -----	27
5.1 Instrumental Variables -----	28
5.2 Two-Stage Least Squares-----	30
5.3 Seemingly Unrelated Regressions -----	32
5.4 Three-Stage Least Squares-----	35
6. Εμπειρική διερεύνηση-----	38
6.1 Δεδομένα και μεταβλητές -----	38
6.2 Εμπειρική εκτίμηση για 3 κλάδους -----	41
6.2.1 Σύγκριση μεταξύ των μεθόδων εκτίμησης -----	46
6.2.2 Αποδόσεις κλίμακας και τεχνική αποδοτικότητα για τους 3 κλάδους-48	

6.3 Εμπειρική διερεύνηση για 4 κλάδους -----	49
6.3.1 Σύγκριση μεταξύ μεθόδων εκτίμησης -----	53
6.3.2 Αποδόσεις κλίμακας και τεχνική αποδοτικότητα για τους 4 κλάδους -	55
7. Συμπεράσματα -----	57
Παραρτήματα -----	59
Παράρτημα 1 -----	59
Παράρτημα 2 -----	61
Βιβλιογραφία -----	71

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται ένα μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής. Η εκτίμηση του υποδείγματος αφορά την οικονομία των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής και πραγματοποιήθηκε με οικονομετρικές μεθόδους, για την περίοδο 1997-2014.

Αρχικά, γίνεται μία επιγραμματική ιστορική αναδρομή σε προσπάθειες διερεύνησης των διακλαδικών σχέσεων του οικονομικού κυκλώματος. Στη συνέχεια, γίνεται μία αναφορά στα βασικά στοιχεία του υποδείγματος εισροών-εκροών. Περιγράφονται οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το υπόδειγμα, τα βασικά εργαλεία ανάλυσης αυτού καθώς και οι περιορισμοί του.

Κατόπιν, γίνεται αναφορά στο μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής το οποίο εισάγει τη βασική ιδέα του κλασικού υποδείγματος εισροών-εκροών για αλληλεξάρτηση των κλάδων μέσω της παραγωγικής διαδικασίας. Αναλύονται τα βασικά εργαλεία ανάλυσης του και παρουσιάζονται συνοπτικά οι οικονομετρικές μέθοδοι, οι οποίες είναι απαραίτητες για την εμπειρική διερεύνηση του υποδείγματος.

Με σκοπό την εφαρμογή του θεωρητικού υποδείγματος που αναπτύσσεται σε πραγματικά δεδομένα, επιλέχτηκε η οικονομία των ΗΠΑ, λόγω του ότι αποτελεί την πιο ανεπτυγμένη οικονομία παγκοσμίως με αποτέλεσμα η προσπάθεια κατανόησης του τρόπου δομής της να αποτελεί ένα ενδιαφέρον θέμα μελέτης. Πραγματοποιήθηκε η οικονομετρική εκτίμηση του υποδείγματος με τις μεθόδους που αναπτύσσονται στο θεωρητικό μέρος.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε ανάλυση για τους τρεις βασικούς τομείς της οικονομίας, τον πρωτογενή, το δευτερογενή και τον τριτογενή τομέα. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε περαιτέρω ανάλυση διαχωρίζοντας την οικονομία των ΗΠΑ σε τέσσερις κλάδους.

Τέλος, έλαβε χώρα μία σύνοψη των αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων τα οποία προέκυψαν από διαφορετικές μεθόδους εκτίμησης καθώς και μία σύγκριση με τα αποτελέσματα από διαφορετικά υποδείγματα.

Λέξεις κλειδιά: Υπόδειγμα εισροών εκροών, Κλαδική ανάλυση, Πρωτογενής τομέας, Δευτερογενής τομέας, Τριτογενής τομέας, 3sls, 2sls, ΗΠΑ

Abstract

The present thesis is about a non-linear sectoral model of the production function. The model is applied to the economy of the United States of America based on econometric techniques for the period 1997-2014.

At first, we present a brief literature review. Next, we present the key elements of the basic input-output model. We describe the underlying assumptions of the model, its basic tools, as well as its restrictions.

Next, we analyze the proposed non-linear sectoral model. We analyze its basic analytical tools and we summarize the econometric methods necessary for the empirical investigation of the model.

In order to apply the aforementioned theoretical model to real data, we selected the US economy, since it is the largest economy in the world. For this reason, the study of the production process of the US economy is a rather interesting challenge. The econometric estimation of the model was completed utilizing the methods described in the theoretical framework.

Initially, an analysis for the three key sectors of economic activity took place, namely, primary, secondary and tertiary. Further analysis was conducted by separating the US economy into four sectors.

Finally, we summarize our findings and conclusions resulting from different estimation methods, as well as a comparison between results from different models.

Keywords: input output model, sectoral analysis, primary sector, secondary sector, tertiary sector, 3sls, 2sls, USA

1. Εισαγωγή

Η ανάλυση των διακλαδικών σχέσεων μιας οικονομίας υπήρξε από τα πρώτα ζήτητα τα οποία απασχόλησαν την οικονομική σκέψη. Από τη φυσιοκρατική σχολή μέχρι τις μέρες μας, η μελέτη των διακλαδικών σχέσεων και η προσπάθεια για κατανόηση της δομής της οικονομίας αποτελεί πάντα ένα επίκαιρο και ενδιαφέρον θέμα έρευνας και μελέτης. Δεν είναι άλλωστε τυχαίο ότι σπουδαίοι οικονομολόγοι αφιέρωσαν την ερευνά τους στο συγκεκριμένο ζήτημα. Ένας σημαντικός σταθμός στην προσπάθεια μελέτης και κατανόησης της δομής και της αλληλεξάρτησης των βασικών κλάδων της οικονομίας ήταν η καθιέρωση του υποδείγματος εισροών εκροών ως ένα από τα βασικά εργαλεία οικονομικής ανάλυσης.

Η εξέλιξη της οικονομικής θεωρίας και σκέψης, η εύκολη πρόσβαση σε αξιόπιστα δεδομένα, η αύξηση της ισχύος των ηλεκτρονικών υπολογιστών και η συνεχής βελτίωση και ανάπτυξη των οικονομετρικών τεχνικών παρέχουν τη δυνατότητα να συνεχίσουμε με μεγαλύτερη ένταση την προσπάθεια μας να κατανοήσουμε και να μοντελοποιήσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα το περίπλοκο οικονομικό σύστημα.

Βασικό εργαλείο στην προσπάθεια μας αυτή θα αποτελέσει αναμφίβολα, το υπόδειγμα εισροών-εκροών. Πολλοί οικονομολόγοι επεδίωξαν να επεκτείνουν το κλασικό υπόδειγμα εισροών-εκροών ενσωματώνοντας νέες τεχνικές και χρησιμοποιώντας πιο εξειδικευμένα μαθηματικά και οικονομετρικά εργαλεία.

Ένα σημαντικό βήμα προς την καλύτερη απεικόνιση της παραγωγικής διαδικασίας θα είναι η ρεαλιστικότερη προτυποποίηση των συναρτήσεων παραγωγής. Ένας τρόπος για να επιτευχθεί αυτό θα ήταν η μη γραμμική μοντελοποίηση της παραγωγής διαδικασίας, ώστε να συμβαδίζει με τα πραγματικά δεδομένα.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να προτείνει ένα μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής, το οποίο θα βασίζεται στις αλληλεξαρτήσεις των κλάδων της οικονομίας, δηλαδή στη βασική ιδέα του υποδείγματος εισροών-εκροών. Επιπλέον, σκοπός της είναι να διερευνήσει εμπειρικά, χρησιμοποιώντας οικονομετρικές μεθόδους και πραγματικά δεδομένα, από την οικονομία των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής, την απεικόνιση της παραγωγικής δομής της οικονομίας με στόχο την εκτίμηση και τον εντοπισμό των σημαντικών τομέων της

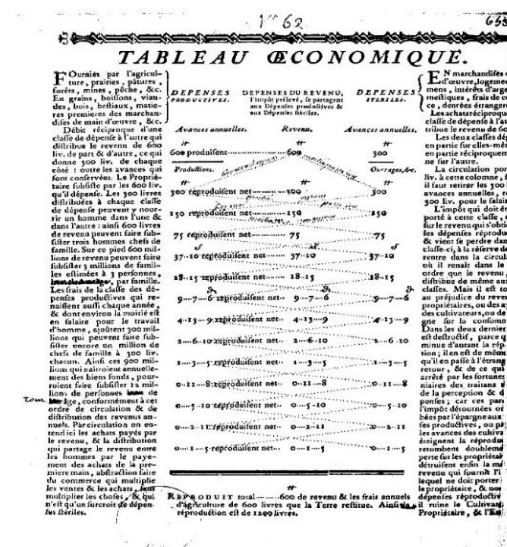
οικονομίας και η συμβολή τους στην παραγωγική δραστηριότητα των υπόλοιπων κλάδων. Η οικονομία των ΗΠΑ αποτελεί την πιο ανεπτυγμένη οικονομία παγκοσμίως και η προσπάθεια κατανόησης του τρόπου δομής της αποτελούσε πάντα ένα ενδιαφέρον θέμα μελέτης.

2. Σύντομη ιστορική αναδρομή

Η πρώτη προσπάθεια αποτύπωσης των σχέσεων μεταξύ των κλάδων της οικονομίας και του προσδιορισμού της ισορροπίας της οικονομίας, ως συνόλου, έγινε από τη λεγόμενη φυσιοκρατική σχολή. Η φυσιοκρατική σχολή αποτελεί μία από τις πρώτες συμπαγείς επιστημονικές οικονομικές σχολές (Δρακόπουλος και Καραγιάννης, 1993). Ιδρυτής της φυσιοκρατικής σχολής ήταν ο François Quesnay (1694–1774), ιατρός του Λουδοβίκου 14ου. Οι ιατρικές του γνώσεις επηρέασαν την άποψή του για τη δομή της οικονομίας. Αυτό γίνεται αντιληπτό από την παρομοίωση της κυκλοφορίας του χρήματος στην οικονομία με τη κυκλοφορία του αίματος στον ανθρώπινο οργανισμό (Backhouse, 2002).

Βασικά στοιχεία της φυσιοκρατικής σχολής αποτελούν η ελεύθερη διακίνηση αγαθών, η ατομική ιδιοκτησία, η όσον τον δυνατόν μικρότερη κρατική παρέμβαση και η επιδίωξη του ατομικού οφέλους, ως το μόνο κατάλληλο κίνητρο για τη λήψη αποφάσεων. Υποστήριζαν ότι η μόνη πηγή παραγωγής πλούτου αποτελεί η γεωργία, θεωρώντας ότι οι υπόλοιποι κλάδοι είναι μη αποδοτικοί (Backhouse, 2002, Spiegel, 1991, Δρακόπουλος και Καραγιάννης, 1993). Περί τα μέσα του 18ου αιώνα, και συγκεκριμένα το 1758, ο Quesnay δημοσιεύει τον οικονομικό πίνακα, ο οποίος αποτελεί την πρώτη προσπάθεια απεικόνισης της λειτουργίας της οικονομίας και των σχέσεων μεταξύ των κλάδων της.

Σχήμα 2.1



Πηγή: Bibliothèque nationale de France

Ο Quesnay χώρισε την κοινωνία σε τρεις τάξεις. Την τάξη των γεωργών, την τάξη των γαιοκτημόνων και την τάξη των απασχολούμενων με τη βιοτεχνία. Η τάξη των γεωργών στην αρχή κάθε χρόνου κατέχει κάποιο απόθεμα από το εισόδημα της προηγούμενης περιόδου. Το απόθεμα αυτό το χρησιμοποιεί για να καλύψει τις ανάγκες της αλλά και για τη νέα παραγωγή. Από τη νέα παραγωγή, ένα μέρος δίνεται στους γαιοκτήμονες ως ενοίκιο για τη χρήση της γης. Οι γαιοκτήμονες χρησιμοποιούν το εισόδημα τους για αγορά γεωργικών και βιοτεχνικών αγαθών. Οι βιοτέχνες, με τη σειρά τους, δαπανούν το εισόδημα τους στην αγορά γεωργικών προϊόντων και το υπόλοιπο για ανανέωση του εξοπλισμού τους. Βάση του παραπάνω μηχανισμού, η γεωργία είναι η μόνη δραστηριότητα η οποία παράγει πλεόνασμα. Άρα, για να υπάρξει ανάπτυξη θα πρέπει να υπάρξει επένδυση κεφαλαίων στην γεωργική παραγωγή.

Πέραν του Quesnay, και άλλοι φυσιοκράτες προσπάθησαν να μελετήσουν τις δομές που συνθέτουν την οικονομική δραστηριότητα, όπως ο Anne-Robert-Jacques Turgot (1727-1781), ο οποίος προσπάθησε να μελετήσει τις δυναμικές σχέσεις ισορροπίας.

Όπως αναφέρουν οι Kurz και Salvadori (2000), τη μεγαλύτερη κριτική στη ανάλυση της φυσιοκρατικής σχολής άσκησε ο Isnard, Achylle Nicolas (1749–1803). Ο Isnard αμφισβήτησε την άποψη ότι μόνο η γεωργία είναι παραγωγική. Η ανάλυσή του αφορούσε την έννοια της παραγωγής ως μιας κυκλικής ροής και τη δημιουργία πλεονάσματος. Θεωρούσε ότι η παραγωγή πλεονάσματος εξαρτάται από τις τεχνικές συνθήκες στην παραγωγή (technical condition of production), αμφισβητώντας έτσι ότι η βιοτεχνία ήταν μη παραγωγική. Ήταν, ίσως, ο πρώτος ο οποίος αποτύπωσε την έννοια της ισορροπίας της αγοράς. Χρησιμοποιώντας ένα σύστημα τριών εξισώσεων, αποτύπωσε την κυκλική ροή που υπάρχει ανάμεσα στο εισόδημα και τη δαπάνη (Van Den Berg, 2005).

Ένας ακόμα οικονομολόγος ο οποίος μελέτησε τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών που απαρτίζουν την οικονομία ήταν ο Léon Walras (1834-1910). Ο Walras, με το έργο του *Éléments d'économie politique pure* (1874), θεωρείται ως πατέρας της Γενικής Ισορροπίας. Το υπόδειγμα της γενικής ανταγωνιστικής ισορροπίας βασίζεται στην αλληλεπίδραση των μεταβλητών που αποτελούν την οικονομία, το οποίο επιτυγχάνεται με ένα σύστημα εξισώσεων. Σε κάθε αγαθό

αντιστοιχεί μία αγορά η οποία περιγράφεται από τρεις εξισώσεις: της ζήτησης, της προσφοράς και της ισοροπίας. Μέσω της θεωρίας των ανταλλαγών καταλήγει ότι η συνολική υπερβάλλουσα ζήτηση είναι μηδέν για δεδομένο επίπεδο τιμών.

Σημαντική συμβολή στη μελέτη των διακλαδικών σχέσεων είχε και ο Karl Marx (1818-1883). Σύμφωνα με τους Gehrke και Kurz (1995), ο Μαρξ επηρεάστηκε αρκετά από τη φυσιοκρατική σχολή και τον οικονομικό πίνακα του Quesnay ο οποίος και αποτέλεσε την βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας της αξίας και της υπεραξίας. Η επίδραση την οποία είχαν οι φυσιοκράτες και ο Quesnay φαίνεται από τις αναφορές που κάνει στο έργο του και συγκεκριμένα στο δεύτερο τόμο του *Das Kapital*. Η μελέτη της αλληλεξάρτησης μεταξύ των κλάδων της οικονομίας από τον Μαρξ αποτυπώνεται σε μία επιστολή του προς τον Engels, το 1863, όπου και επισυνάπτει έναν οικονομικό πίνακα που μελετά τις σχέσεις μεταξύ δύο κλάδων μιας οικονομίας.

Σχήμα 2.2

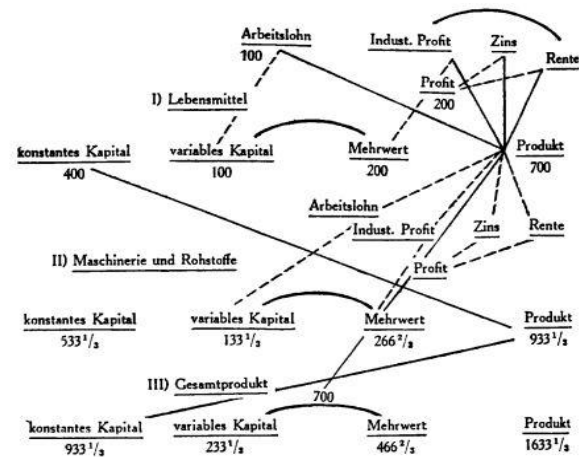
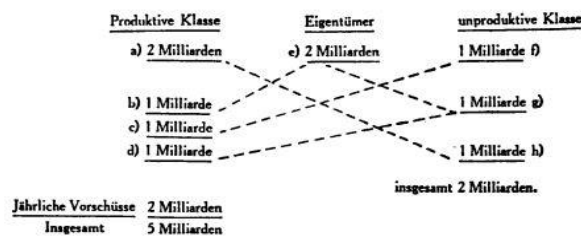


Tableau Économique des Dr. Quesnay



Πηγή: Gehrke and Kurz (1995)

Έτσι, στην πιο απλή περίπτωση, η οικονομία θα αποτελείται από δύο κλάδους. Ο πρώτος θα παράγει τα μέσα παραγωγής και ο δεύτερος τα μέσα κατανάλωσης. Συνεχίζοντας την ανάλυσή του ο Μαρξ, θεώρησε ότι η συνολική αξία του προϊόντος κάθε τομέα διασπάται σε τρία μέρη: Την υπεραξία, το σταθερό κεφάλαιο που μετέχει στην παραγωγική διαδικασία και το μεταβλητό κεφάλαιο (ή αμοιβή της άμεσης εργασίας). Βασιζόμενος στη αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο κλάδων και στα μέρη τα οποία απαρτίζουν τη συνολική αξία του παραγόμενου προϊόντος κάθε κλάδου, προσπάθησε να αναλύσει την ανάπτυξη της καπιταλιστικής οικονομίας.

Διάφοροι ακόμα οικονομολόγοι είχαν μελετήσει τις κυκλικές σχέσεις οι οποίες αναπτύσσονται σε μία οικονομία. Μεταξύ αυτών οι Vilfredo Federico Damaso Pareto (1848 - 1923) και ο Irving Fisher (1867 – 1947). Λιγότερο γνωστοί, οι Ρώσοι Vladimir Karpovich Dmitriev (1868 - 1913) και ο Ladislaus Josephovich Bortkiewicz (1868 - 1931). Ο Dmitriev ήταν ένας από τους πρωτοπόρους στα μαθηματικά οικονομικά στη Ρωσία και ένας από τους πρώτους που ανέπτυξε ένα υπόδειγμα εισροών-εκροών μελετώντας τη σχέση εισροών, και συγκεκριμένα την εργασία με την παραγωγή αγαθών. Ο Bortkiewicz ασχολήθηκε και αυτός με τη διακλαδική ανάλυση και τις κυκλικές ροές στην οικονομία και ήταν από τους πιο ένθερμους επικριτές του Μαρξ, υποστηρίζοντας ότι οι τιμές και το ποσοστό κέρδους πρέπει να προσδιορίζονται ταυτοχρόνως και όχι διαδοχικά (Miller και Blair, 2009).

3. Το υπόδειγμα εισροών-εκροών

3.1 Εισαγωγικά

Στα τέλη της δεκαετίας του 1930 ο Αμερικανός καθηγητής, με ρωσική καταγωγή, W. Leontief μελέτησε τη λειτουργία της Αμερικανικής οικονομίας και την απεικόνιση των διακλαδικών αλληλεξαρτήσεων καθιερώνοντας το υπόδειγμα εισροών εκροών. Για την έρευνά του αυτή τιμήθηκε, το 1973, με το Βραβείο Νόμπελ στην Οικονομική Επιστήμη.

Η βασική ιδέα πίσω από το υπόδειγμα είναι να χωριστεί η οικονομία σε κλάδους. Ο διαχωρισμός αυτός ποικίλει ανάλογα με την ανάλυση που θέλουμε να κάνουμε. Κάθε κλάδος παράγει αγαθά τα οποία χρησιμοποιούνται ως εισροές από τους υπόλοιπους κλάδους. Δηλαδή, η εκροή κάθε κλάδου χρησιμοποιείται ως εισροή για τους υπόλοιπους. Για την καταγραφή αυτής της διαδικασίας χρησιμοποιείται ένας πίνακας που ονομάζεται πίνακας εισροών-εκροών και αποτελεί το πιο βασικό στοιχείο της ανάλυσης, αφού συνοψίζει τις ροές μεταξύ των μονάδων του οικονομικού κυκλώματος. Στον πίνακα αυτό κάθε κλάδος εμφανίζεται δύο φορές, μία ως παραγωγός και μια ως αγοραστής εισροών.

Στόχος της ανάλυσης, πέρα από την απεικόνιση των σχέσεων μέσα στην οικονομία, αποτελεί η εκτίμηση και ο εντοπισμός των σημαντικών κλάδων της οικονομίας και η συμβολή τους στην παραγωγική διαδικασία. Ακόμα, μπορούμε να μελετήσουμε τις βραχυχρόνιες επιδράσεις που θα έχει μία εξωγενής διαταραχή, είτε από τη μεριά της προσφοράς, είτε της ζήτησης.

Το υπόδειγμα του Leontief αποτελεί ένα από τα πιο διαδεδομένα στατικά υποδείγματα γενικής ισορροπίας, έχει εμπειρικό προσανατολισμό και εμπίπτει στην ανάλυση γενικής ισορροπίας.

3.2 Υποθέσεις υποδείγματος εισροών-εκροών

Όπως κάθε οικονομικό υπόδειγμα, έτσι και το υπόδειγμα εισροών εκροών αποτελεί μια αφαίρεση από την πραγματικότητα, καθώς είναι αδύνατον να μελετήσουμε απευθείας το οικονομικό κύκλωμα λόγω της πολυπλοκότητάς του. Ένας άλλος λόγος χρήσης των οικονομικών υποδειγμάτων είναι ότι μας επιτρέπουν να εστιάσουμε σε συγκεκριμένες μεταβλητές και τομείς της οικονομικής

δραστηριότητας. Αυτή η προσπάθεια απλοποίησης της πραγματικότητας ώστε να επικεντρωθούμε στα στοιχεία που μας ενδιαφέρουν γίνεται μέσω των υποθέσεων που είμαστε διατεθειμένοι να κάνουμε. Προφανώς, δεν υπάρχουν σωστές ή λάθος υποθέσεις καθώς οι υποθέσεις αποτελούν, εξ ορισμού, αφαιρέσεις από την πραγματικότητα (Δράκος, 1997). Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι ο βαθμός ρεαλιστικότητας των υποθέσεων και το κατά πόσο αυτές οι υποθέσεις δημιουργούν ένα υπόδειγμα το οποίο συμβάλει στην κατανόηση του οικονομικού φαινομένου που μελετάμε καθώς και στην προβλεπτική ικανότητα που έχει το υπόδειγμα μας.

Οι βασικές υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το υπόδειγμα εισροών εκροών είναι οι εξής: (Leontief, 1986, Miller και Blair, 2009, Λίβας, 1994, Παλαιολόγος, 2006):

1. Κάθε κλάδος της οικονομίας παράγει ένα και μόνο κύριο προϊόν. Αυτή η υπόθεση καθιστά ιδιαίτερα σημαντικό το διαχωρισμό που θα κάνουμε, ώστε να έχουμε ένα ρεαλιστικό υπόδειγμα. Συνέπεια της παραπάνω υπόθεσης είναι ότι θεωρούμε πως κάθε κλάδος έχει δεδομένη και σταθερή τεχνολογία παραγωγής, κάτι το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ρεαλιστικό για την βραχυχρόνια περίοδο. Σχετικά με το πρόβλημα της ετερογένειας των αγαθών, πρέπει να επισημάνουμε ότι δεν απαλείφεται τελείως όσο ευρείες ομαδοποιήσεις και να γίνουν.
2. Προσθετική-Αθροιστική ιδιότητα. Δηλαδή, το συνολικό επίπεδο της παραγωγής αποτελεί άθροισμα των επιμέρους στοιχείων της παραγωγικής διαδικασίας.
3. Η συνάρτηση παραγωγής του κάθε κλάδου είναι γραμμικώς ομογενής συνάρτηση. Αυτή η υπόθεση είναι η πιο βασική και η πιο περιοριστική. Καθιστά αδύνατη την υποκατάσταση των εισροών, δηλαδή η ελαστικότητα υποκατάστασης μεταξύ των εισροών είναι ίση με το μηδέν, άρα για να αυξηθεί η παραγωγή πρέπει να αυξηθούν όλες οι εισροές ανάλογα με τις σταθερές αναλογίες που ισχύουν μεταξύ τους. Ως εκ τούτου, οι καμπύλες ισοπαραγωγής για την περίπτωση των δύο αγαθών έχουν το σχήμα L με τα οριακό προϊόν της κάθε εισροής να είναι ίσο με το μηδέν. Μάλιστα, οι συγκεκριμένες καμπύλες ισοπαραγωγής ονομάζονται και καμπύλες ισοπαραγωγής Leontief.

Η ανάλυση εισροών εκροών αποτελεί μια θεωρία παραγωγής και οι υποθέσεις που κάνει αφορούν μόνο την παραγωγή, ενώ οι μεταβλητές που επηρεάζουν την τελική ζήτηση θεωρούνται εξωγενείς.

3.3 Η μαθηματική απεικόνιση του υποδείγματος

Αν χωρίσουμε την οικονομία σε n κλάδους και ορίσουμε σαν $x_i \geq 0$ την εκροή από τον i τομέα, y_i την τελική ζήτηση για το αγαθό από τον i τομέα και x_{ij} την εκροή του i τομέα που χρησιμοποιεί σαν εισροή ο j τομέας έχουμε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων (Leontief, 1986, Miller και Blair, 2009):

$$x_1 = x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} + y_1$$

...

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i$$

...

$$x_n = x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} + y_n$$

Ορίζουμε σαν $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$ τους τεχνολογικούς συντελεστές που μας δείχνουν την ποσότητα των εισροών που απαιτείται από τον κλάδο i για να παραχθεί μια μονάδα από τον κλάδο j , όπου $i, j = 1, 2 \dots n$. Δηλαδή, οι τεχνολογικοί συντελεστές απεικονίζουν τη μορφή της τεχνολογίας η οποία χαρακτηρίζεται από σταθερές οικονομίας κλίμακας αφού μία μεταβολή στο παραγόμενο προϊόν είναι δυνατή μόνο με ανάλογες μεταβολές στις εισροές. Άρα, μπορούμε να γράψουμε το παραπάνω σύστημα με τον εξής τρόπο:

$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1i}x_i + \dots + a_{1n}x_n + y_1$$

...

$$x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ii}x_i + \dots + a_{in}x_n + y_i$$

...

$$x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{ni}x_i + \dots + a_{nn}x_n + y_n$$

Οπότε, έχουμε:

$$(1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \dots - a_{1i}x_i - \dots - a_{1n}x_n = y_1$$

...

$$-a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \dots + (1 - a_{ii})x_i - \dots - a_{in}x_n = y_i$$

...

$$-a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{ni}x_i - \dots + (1 - a_{nn})x_n = y_n$$

Ορίζουμε:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, x_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ij} \ \dots \ x_{in}], y_i = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

και $I_{n \times n}$ ο μοναδιαίος πίνακας.

Έχοντας τον πίνακα A , μπορούμε να ορίσουμε τον δείκτη άμεσης κάθετης διασύνδεσης ως εξής: Αθροίζουμε για κάθε τομέα της οικονομίας τα αντίστοιχα στοιχεία της στήλης του πίνακα A . Δηλαδή για τον τομέα j έχουμε:

$$K_j = \sum_i a_{ij}$$

και μας δείχνει πως η μεταβολή στη ζήτηση για την εκροή του κλάδου j θα επηρεάσει τους υπόλοιπους κλάδους της οικονομίας. Ορίζοντας τις μήτρες, μπορούμε να γράψουμε το σύστημα με μορφή πινάκων ως εξής:

$$X = AX + Y \Leftrightarrow$$

$$X - AX = Y \Leftrightarrow$$

$$(I - A)X = Y$$

Όπου, από τη συγκεκριμένη σχέση βλέπουμε ότι έχουμε ένα σύστημα n εξισώσεων με n αγνώστους. Εφόσον η μήτρα $(I - A)$ είναι αντιστρέψιμη, έχουμε:

$$X = (I - A)^{-1}Y$$

που A είναι ο πίνακας των τεχνολογικών συντελεστών και $(I - A)^{-1}$ είναι η αντίστροφη μήτρα Leontief.

Μια μεταβολή στη ζήτηση για ένα αγαθό θα έχει άμεσες και έμμεσες επιδράσεις σε ολόκληρη την οικονομία, καθώς εκτός από την άμεση μεταβολή στην παραγωγική διαδικασία του συγκεκριμένου κλάδου θα υπάρξουν μεταβολές και στους υπόλοιπους κλάδους, των οποίων οι εκροές χρησιμοποιούνται στην παραγωγή του προϊόντος του οποίου υπήρξε διαταραχή στην ζήτηση. Η διαδικασία αυτή θα συνεχιστεί προκαλώντας μεταβολές στο σύνολο της οικονομίας. Η αντίστροφη μήτρα Leontief αποτυπώνει το μέγεθος αυτών των μεταβολών οι οποίες θα προκληθούν από μια αλλαγή στη ζήτηση ενός αγαθού.

Έχοντας τα παραπάνω δεδομένα μπορούμε να προβούμε σε μία ανάλυση των επιπτώσεων που θα έχει μία μεταβολή στη ζήτηση, στο προϊόν, την απασχόληση και το συνολικό εισόδημα της οικονομίας. Η μελέτη αυτή γίνεται με τη χρήση κατάλληλων πολλαπλασιαστών.

3.4 Περιορισμοί υποδείγματος εισροών-εκροών

Οι βασικοί περιορισμοί του υποδείγματος εισροών εκροών είναι (Leontief, 1955, Michaelides et al., 2012)

1. Η συνάρτηση παραγωγής κάθε κλάδου είναι γραμμική. Η υπόθεση αυτή απλοποιεί το υπόδειγμα καθώς κάνει πιο εύκολους τους υπολογισμούς, όμως αποτελεί και την πιο περιοριστική και μη ρεαλιστική υπόθεση του υποδείγματος, καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις η σχέση μεταξύ εισροών και εκροών είναι μη γραμμική.
2. Σταθερές αποδόσεις κλίμακας. Συνέπεια του ότι οι συναρτήσεις παραγωγής είναι ομογενείς πρώτου βαθμού. Σαν αποτέλεσμα, η αύξηση της παραγωγής μπορεί να επιτευχθεί μόνο με ανάλογη αύξηση όλων των εισροών, αφού η ελαστικότητα υποκατάστασης των εισροών είναι μηδέν.
3. Κάθε κλάδος της οικονομίας παράγει ένα και μόνο προϊόν. Με κατάλληλη ομαδοποίηση της οικονομίας ανάλογα με τον σκοπό της ανάλυσης που θέλουμε να κάνουμε μπορούμε να αντιμετωπίσουμε σε κάποιο βαθμό αυτόν τον περιορισμό.
4. Οι τεχνολογικοί συντελεστές a_{ij} είναι σταθεροί. Σαν συνέπεια, το υπόδειγμα εισροών-εκροών δεν ενσωματώνει οικονομίες κλίμακας και ούτε μπορεί να

αποτυπώσει τις αλλαγές στην τεχνολογία παραγωγής. Σαν αποτέλεσμα των παραπάνω, το υπόδειγμα εισροών-εκροών αποτυπώνει στιγμιαία την κατάσταση της οικονομίας και μπορεί να βοηθήσει στην εξαγωγή συμπερασμάτων μόνο για τη βραχυχρόνια περίοδο. Το χρονικό περιθώριο μεταξύ της συλλογής των δεδομένων και της διαθεσιμότητας των πινάκων κάνει εντονότερο το μειονέκτημα των σταθερών τεχνολογικών συντελεστών.

4. Μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής με διακλαδικές εισροές

4.1 Εισαγωγικά

Οι περιορισμοί του γραμμικού υποδείγματος εισροών-εκροών παρακίνησαν πολλούς οικονομολόγους να επεκτείνουν το υπόδειγμα ώστε να ενσωματώνει μη γραμμικές διαδικασίες παραγωγής. Εδώ, θα βασιστούμε σε μία τροποποιημένη εκδοχή της προσπάθειας των Michaelides et al. (2012), οι οποίοι προτείνουν ένα μη γραμμικό υπόδειγμα εισροών εκροών. Πιο συγκεκριμένα ανέπτυξαν ένα μοντέλο το οποίο:

1. Παρέχει μια καλή εκτίμηση σε μία πολυκλαδική διαδικασία παραγωγής.
2. Βασίζεται σε μία συναρτησιακή μορφή η οποία είναι συνεπής με την θεωρία παραγωγής.
3. Είναι ευέλικτο ως προς το χρόνο.
4. Δεν περιορίζεται σε σταθερές οικονομίες κλίμακας
5. Μας επιτρέπει να υπολογίσουμε το Total factor productivity (TFP) και το Technical Efficiency (TE).
6. Είναι εύκολο να εκτιμηθεί.
7. Έχει την δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί σαν τμήμα ενός δυναμικού μοντέλου.

Η βασική ιδέα των Michaelides et al. (2012) ήταν να εκφραστεί η εκροή κάθε κλάδου X_i ως συνάρτηση του φυσικού κεφαλαίου (K_i), της εργασίας (L_i) του ανθρώπινου κεφαλαίου (H_i) και κάθε εκροής από τους υπόλοιπους κλάδους της οικονομίας. Δηλαδή, η συνάρτηση παραγωγής του κλάδου i να είναι της μορφής $X_i = f(K_i, L_i, H_i, X_j)$ όπου $j = 1, 2, \dots, n, j \neq i$ και f είναι μία Cobb-Douglas συνάρτηση παραγωγής. Χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα την λογική του παραδοσιακού υποδείγματος ότι κάθε εκροή ενός κλάδου αποτελεί εισροή για τους υπολοίπους προχώρησαν στην κατασκευή εργαλείων ανάλυσης κατά αντιστοιχία με το γραμμικό υπόδειγμα.

4.2 Το υπόδειγμα

Μία τροποποιημένη εκδοχή της βασικής ιδέας των Michaelides et al. (2012) είναι η εκτίμηση κλαδικών συναρτήσεων ως ένα σύστημα ταυτόχρονων εξισώσεων υπό την επιπρόσθετη υπόθεση ότι η παραγωγή ενός κλάδου χρησιμοποιείται ως εισροή για τους υπόλοιπους. Δηλαδή, η συνάρτηση παραγωγής του κλάδου i είναι της μορφής:

$$X_i = f(K_i, L_i, x_{ji})$$

Όπου X_i το παραγόμενο προϊόν κάθε κλάδου ενώ x_{ij} $i, j = 1, 2, \dots, n$ είναι το προϊόν του κλάδου j που χρησιμοποιείται από τον κλάδο i και η f ορίζεται ως μία Cobb-Douglas συνάρτηση παραγωγής. Δηλαδή, η προτεινόμενη συνάρτηση έχει τη μορφή:

$$X_i = N_i K_i^{k_i} L_i^{l_i} x_{1i}^{c_{1i}} x_{2i}^{c_{2i}} \dots x_{ji}^{c_{ji}} \quad (1)$$

όπου N_i, k_i, l_i, c_{ji} με $i, j = 1, 2, \dots, n$ οι προς εκτίμηση παράμετροι. Η διατήρηση της παραδοχής του υποδείγματος εισροών-εκροών ότι κάθε εκροή ενός κλάδου αποτελεί εισροή για τους υπολοίπους αποτυπώνεται στον περιορισμό:

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i \quad (2)$$

Όπου $y_i, i = 1, 2, \dots, n$ η τελική ζήτηση η οποία ορίζεται σαν το παραγόμενο προϊόν το οποίο δεν χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία, λαμβάνοντας όμως υπόψιν τις εξαγωγές και τις εισαγωγές προϊόντων. Έτσι, το υπόδειγμα περιγράφεται από το σύστημα εξισώσεων (1) και τους περιορισμούς των εξισώσεων (2). Δηλαδή, έχουμε:

$$X_1 = N_1 K_1^{k_1} L_1^{l_1} x_{11}^{c_{11}} x_{21}^{c_{21}} \dots x_{n1}^{c_{n1}}$$

$$X_2 = N_2 K_2^{k_2} L_2^{l_2} x_{12}^{c_{12}} x_{22}^{c_{22}} \dots x_{n2}^{c_{n2}}$$

...

$$X_n = N_n K_n^{k_n} L_n^{l_n} x_{1n}^{c_{1n}} x_{2n}^{c_{2n}} \dots x_{nn}^{c_{nn}}$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$X_1 = x_{11} + x_{12} + \dots + y_1$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + \dots + y_2$$

...

$$X_n = x_{n1} + x_{n2} + \dots + y_n$$

Επιπλέον, μπορούμε να απλοποιήσουμε την (1) ώστε να μπορεί να εκτιμηθεί. Αυτό μπορεί να γίνει αν γραφτεί στη λογαριθμική της μορφή. Αρά το προς εκτίμηση σύστημα γράφεται:

$$\ln X_1 = \ln N_1 + k_1 \ln K_1 + l_1 \ln L_1 + C_{11} \ln x_{11} + C_{21} \ln x_{21} + \dots + C_{n1} \ln x_{n1}$$

...

$$\ln X_i = \ln N_i + k_i \ln K_i + l_i \ln L_i + C_{1i} \ln x_{1i} + C_{2i} \ln x_{2i} + \dots + C_{ni} \ln x_{ni}$$

...

$$\ln X_n = \ln N_n + k_n \ln K_n + l_n \ln L_n + C_{1n} \ln x_{1n} + C_{2n} \ln x_{2n} \dots C_{nn} \ln x_{nn}$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$X_1 = x_{11} + x_{12} + \dots + y_1$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + \dots + y_2$$

...

$$X_n = x_{n1} + x_{n2} + \dots + y_n$$

Η οικονομετρική εκτίμηση που θα ακολουθήσει, αρχικά κάθε εξίσωσης ξεχωριστά με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια, και στη συνέχεια, ταυτόχρονη εκτίμηση ως σύστημα, θα αναδείξει τη μέθοδο. Δηλαδή, η εκτίμηση των παραπάνω συναρτήσεων παραγωγής ως σύστημα αλληλεξαρτημένων εξισώσεων θα μας δώσει εκτιμητές πιο αποτελεσματικούς από ότι η εκτίμηση κάθε εξίσωσης ξεχωριστά.

Έτσι, θεωρώντας συναρτήσεις παραγωγής τύπου Cobb-Douglas μπορούμε, με συγκεκριμένες οικονομετρικές τεχνικές, να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους της (1) καθώς και τις οικονομίες κλίμακας καθώς και την τεχνική αποδοτικότητα (TE) κάθε κλάδου.

Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε τη συνάρτηση παραγωγής, τον τρόπο υπολογισμού των οικονομιών κλίμακας και την τεχνική αποδοτικότητα στο συγκεκριμένο πλαίσιο που θέσαμε παραπάνω, καθώς και τις οικονομετρικές τεχνικές που απαιτούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων της.

4.2.1 Συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas

Η συνάρτηση Cobb-Douglas αποτελεί το πιο διαδεδομένο μέσο περιγραφής της θεωρίας παράγωγης, αποτυπώνοντας την τεχνολογική σχέση μεταξύ εισροών και παραγόμενου προϊόντος. Η ευρεία χρήση της συγκεκριμένης συνάρτησης οφείλεται στο γεγονός ότι είναι σχετικά απλή, έχει επαληθευτεί εμπειρικά σε πλήθος εφαρμογών, ικανοποιεί, εν μέρει, τις ιδιότητες τις οποίες πρέπει να έχει μία συνάρτηση παραγωγής και, γενικά, δίνει μία αρκετά ικανοποιητική περιγραφή της παραγωγικής διαδικασίας (Hayashi, 2000). Η ευκολία στη χρήση της έγκειται στο γεγονός ότι είναι γραμμική στους λογαρίθμους και ότι μπορεί να προσαρμοστεί κατάλληλα ώστε να ενσωματώσει επιπλέον εισροές.

Στην πιο απλή μορφή της, ενσωματώνει δύο μόνο εισροές και έχει τη μορφή:

$$Y = AL^aK^b$$

όπου Y εκροή, L εργασία, K κεφάλαιο, A Total Factor Productivity, ενώ a και b είναι οι μερικές ελαστικότητας του παραγόμενου προϊόντος Y ως προς τις εισροές L και K αντίστοιχα. Ακόμα $A, a, b > 0$. Μερικές από τις ιδιότητες της C-D είναι (Cobb και Douglas, 1928, Mas-Colell, 1995, Varian, 1992, Παλαιολόγος, 2006):

1. Το άθροισμα των μερικών ελαστικότητων φανερώνει το βαθμό ομοιογένειας της συνάρτησης παραγωγής και ερμηνεύεται ως απόδοση κλίμακας. Δηλαδή, αν $a + b > 1$, τότε έχουμε αύξουσα απόδοση κλίμακας, αν $a + b < 1$, τότε έχουμε φθίνουσα απόδοση κλίμακας, ενώ με $a + b = 1$ έχουμε σταθερές αποδόσεις κλίμακας.
2. Οι μερικές ελαστικότητες είναι σταθερές.
3. Το οριακό προϊόν μίας εισροής είναι ανάλογο με το μέσο προϊόν και φθίνει μονοτονικά.
4. Στον πλήρη ανταγωνισμό, η αμοιβή των συντελεστών παραγωγής είναι ίση με την οριακή παραγωγικότητά τους.

5. Είναι κυρτή ως προς την αρχή των αξόνων.
6. Ο οριακός λόγος υποκατάστασης μεταξύ των εισροών είναι ανάλογος με την μεταξύ τους σχέση, δηλαδή $\frac{dK}{dL} = \frac{aK}{bL}$
7. Η ελαστικότητα υποκατάστασης μεταξύ των εισροών είναι ίση με τη μονάδα ακόμα και αν $a + b = 1$.

Η συνάρτηση παραγωγής C-D αποτελεί υποπερίπτωση της γενικότερης μορφής γνωστής σαν Constant Elasticity of Substitution (CES):

$$Y = A(aK^\gamma + (1 - a)L^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}$$

που $0 < \alpha < 1$. Η παραπάνω σχέση με $\gamma = 0$ και χρήση του κανόνα του l'Hôpital δίνει την C-D.

4.2.2 Αποδόσεις κλίμακας (Returns to scale)

Οι αποδόσεις κλίμακας αποτελούν τη σχέση μεταξύ της μεταβολής του επιπέδου παραγωγής και της μεταβολής όλων των εισροών κατά το ίδιο ποσοστό. Με άλλα λόγια, πως αντιδρά ποσοστιαία το προϊόν στην αύξηση ή μείωση όλων των εισροών κατά το ίδιο ποσοστό. Όταν η εκροή μεταβάλλεται κατά μεγαλύτερο ποσοστό από ότι οι εισροές, τότε έχουμε αύξουσες αποδόσεις κλίμακας (increasing returns to scale). Όταν η μεταβολή της εκροής είναι μικρότερη από τις μεταβολές στις εισροές, τότε έχουμε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας (decreasing returns to scale). Τέλος, όταν η μεταβολή στην εκροή είναι ισόποση με τις μεταβολές στις εισροές τότε έχουμε σταθερές αποδόσεις κλίμακας (constant returns to scale).

Το πλαίσιο ανάλυσης που τέθηκε παραπάνω δεν περιορίζει εκ των προτέρων τις αποδόσεις κλίμακας και επιτρέπει τον υπολογισμό των αποδόσεων κλίμακας σε διάφορους κλάδους μίας οικονομίας. Όπως αναφέραμε στη παράγραφο για τη συνάρτηση παραγωγής C-D, οι αποδόσεις κλίμακας προσδιορίζονται από το άθροισμα των μερικών ελαστικότητων.

Στην γενική της μορφή, μία C-D με k εισροές x_i είναι ως εξής:

$$X = \prod_{i=1}^k x_i^{a_i}$$

Όπου οι αποδόσεις κλίμακας υπολογίζονται (Nicholson & Snyder, 2011, Nerlove, 1965):

$$RTS = \sum_{i=1}^k a_i$$

Στο υπόδειγμα μας οι συναρτήσεις παραγωγής C-D οι οποίες περιγράφουν την παραγωγική δομή κάθε κλάδου ενσωματώνουν $n + 2$ εισροές, όπου n ο αριθμός των κλάδων, οπότε οι αποδόσεις κλίμακας του κλάδου i υπολογίζονται ως εξής:

$$RTS_i = k_i + l_i + \sum_{j=1}^n C_{ji}$$

4.2.3 Technical efficiency estimation

Σύμφωνα με τον ορισμό της, η συνάρτησης παραγωγής δείχνει το μέγιστο παραγόμενο προϊόν που είναι δυνατόν να παραχθεί από την παραγωγική μονάδα-επιχείρηση με δεδομένους τους συντελεστές παραγωγής που χρησιμοποιεί και την τεχνολογία που διαθέτει. Όμως, μία κλασική συνάρτηση παραγωγής της μορφής $Y_i = X'_i\beta + u_i$ δεν συμβαδίζει με τον ακριβή ορισμό της συνάρτησης παραγωγής. Για παράδειγμα, η εκτίμηση της λογαριθμικής συνάρτησης παράγωγης Cobb-Douglas $\log Y = \beta_0 + \beta_1 \log L + \beta_2 \log K + u$ έχει το μειονέκτημα ότι αποτελεί μια “μέση συνάρτηση παραγωγής” και αυτό γίνεται γιατί υπάρχουν δύο παράγοντες που δεν επιτρέπουν στην παραγωγική μονάδα να παράγει το μέγιστο που μπορεί, δηλαδή να παράγει πάνω στο σύνορο παράγωγης.

Ο πρώτος λόγος είναι εξαιτίας δομικών προβλημάτων ή ατελειών στο πλαίσιο που δραστηριοποιείται η επιχείρηση όπως ατέλειες των αγορών ή διάφορα σοκ που επηρεάζουν τη λειτουργία της παραγωγικής μονάδας. Με διαφορετική διατύπωση, ο πρώτος λόγος περιλαμβάνει όλες τις αιτίες οι οποίες δεν εμπίπτουν στον έλεγχο της επιχείρησης και δεν έχει τη δυνατότητα να τις επηρεάσει. Ο δεύτερος λόγος που η επιχείρηση δεν παράγει στο μέγιστο των δυνατοτήτων της είναι εξαιτίας της μη άριστης χρήσης των παραγωγικών συντελεστών. Δηλαδή, ο δεύτερος λόγος περιλαμβάνει την αναποτελεσματικότητα της παραγωγικής μονάδας, η οποία οφείλεται σε παράγοντες τους οποίους μπορεί να ελέγξει.

Μια πρώτη προσέγγιση στη μέτρηση της αποτελεσματικότητας της επιχείρησης αποτελεί η ντετερμινιστική μέθοδος των Debreu (1951) και Farrell (1957), όπου για μία συνάρτηση παραγωγής f και μία μόνο εισροή x έχουμε:

$$y \leq f(x)$$

όπου y το τελικό παραγόμενο αγαθό. Άρα, μπορούμε να ορίσουμε την τεχνική αποδοτικότητα ως εξής:

$$TE(y, x) = \frac{y}{f(x)} \leq 1$$

και προφανώς $0 < TE(y, x) \leq 1$. Δηλαδή, αν $TE = 1$, τότε η παραγωγική μονάδα παράγει πάνω στη συνάρτηση παραγωγής, άρα είναι πλήρως αποτελεσματική, ενώ αν $TE < 1$ μπορούμε να διακρίνουμε το μέγεθος της αναποδοτικότητας της επιχείρησης αφού παράγει λιγότερο από το μέγιστο των δυνατοτήτων της. Άρα, ένα σύνορο παραγωγής χωρίς στοχαστικό όρο (production frontier model without random component) μπορεί να γραφτεί:

$$y_i = f(x_i, \beta) TE_i$$

όπου β είναι ο συντελεστής ή το διάνυσμα των συντελεστών της συνάρτησης παραγωγής το οποίο και θα εκτιμηθεί. Σε λογαριθμική μορφή έχουμε:

$$\ln y_i = \ln f(x_i, \beta) + \ln TE_i$$

και ορίζοντας $u_i = -\ln TE_i$, $u_i \geq 0$ έχουμε:

$$\ln y_i = \ln f(x_i, \beta) - u_i$$

και αφού $u_i = -\ln TE_i \approx 1 - TE_i$ μπορούμε να λάβουμε το u_i σαν μονάδα μέτρησης της τεχνικής αναποδοτικότητας της παραγωγικής μονάδας, ενώ μπορούμε να γράψουμε την τεχνική αναποδοτικότητα ως $TE_i = \exp(-u_i)$. Ως παράδειγμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια Cobb-Douglas συνάρτηση παραγωγής της μορφής

$$Y_i = AL_i^c K_i^b TE_i \Rightarrow \ln Y_i = a + c \ln L_i + b \ln K_i - u_i$$

όπου $a = \ln A$ και $u_i = \ln TE_i$. Η μη στοχαστικότητα του μοντέλου εξηγείται από το γεγονός ότι το στοχαστικό μέρος περιλαμβάνεται στον όρο u_i ο οποίος μετράει την

αποδοτικότητα της επιχείρησης. Μέθοδοι εκτίμησης του παραπάνω παραδείγματος λαμβάνοντας υπόψιν και τη μη αρνητικότητα του όρου u_i έχουμε από τους Aigner and Chu (1968).

Άρα βλέπουμε ότι η παραπάνω μέθοδος μετράει μόνο την αναποδοτικότητα της επιχείρησης που οφείλεται σε αιτίες τις οποίες μπορεί να ελέγξει, αφού η συνάρτηση παραγωγής $f(x, \beta)$ είναι ντετερμινιστική και ο όρος u_i χρησιμοποιείται σαν μέτρο αποδοτικότητας. Έτσι, για να μπορέσουμε να ποσοτικοποιήσουμε συνολικά την αναποδοτικότητα της επιχείρησης που οφείλεται και σε παράγοντες που υπάγονται στον έλεγχο της επιχείρησης αλλά και σε διαταραχές και σοκ τα οποία δεν μπορεί να ελέγξει η επιχείρηση θα πρέπει να εισάγουμε ένα στοχαστικό όρο. Έτσι, θα ακολουθήσουμε την προσέγγιση που ονομάζεται στοχαστικό όριο παραγωγής (stochastic frontier approach), (Aigner, Lovell & Schmidt, 1977 και Meeusen & van den Broeck, 1977). Σε αυτή τη μέθοδο, εισάγουμε ένα στοχαστικό όρο της μορφής $\exp(v_i)$. Αυτός ο όρος, εκφράζει όλους τους παράγοντες και τα σοκ που επηρεάζουν την παραγωγική διαδικασία και οι οποίοι δεν είναι μπορούν να καταστούν διαχειρίσιμοι από την επιχείρηση. Δηλαδή, έχουμε:

$$y_i = f(x_i, \beta) TE_i \exp(v_i) \Rightarrow TE_i = \frac{y_i}{f(x_i, \beta) \exp(v_i)}$$

όπου η ερμηνεία είναι η ίδια με το ντετερμινιστικό μοντέλο, δηλαδή αν $TE_i = 1$, η παραγωγική μονάδα είναι πλήρως αποδοτική και έχοντας αναφέρει ότι μπορούμε να γράψουμε την τεχνική αναποδοτικότητα ως $TE_i = \exp(-u_i)$ έχουμε:

$$y_i = f(x_i, \beta) \exp(-u_i) \exp(v_i)$$

Οπότε, σε λογαριθμική μορφή:

$$\ln y_i = f(x_i, \beta) + v_i - u_i$$

και, αν θεωρήσουμε ότι η f είναι γραμμική, έχουμε τη συναρτησιακή μορφή:

$$\ln y_i = \beta' x_i + v_i - u_i$$

Ενώ, αν θεωρήσουμε ότι η f είναι μια συνάρτηση παραγωγής Cobb-Douglas:

$$\ln y_i = a + \sum_k \beta_k \ln x_{ki} + v_i - u_i$$

Όπου $a = \ln A$, $u_i > 0$ και v_i μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, ενώ συχνά θεωρείται ότι περιγράφεται από μια κανονική κατανομή.

Στο παραπάνω θεωρητικό πλαίσιο, κάθε κλάδος θεωρείται ως μία παραγωγική μονάδα, οπότε και υπολογίζεται η τεχνική (αν)αποδοτικότητα κάθε κλάδου της οικονομίας. Οι τυχαίες διαταραχές που δεν μπορούν να υπαχθούν στο πεδίο ελέγχου της επιχείρησης-κλάδου συμβολίζονται με ε_i , ενώ ο μη αρνητικός όρος που αποτυπώνει την επίδραση της αναποτελεσματικότητας της επιχείρησης-κλάδου στο παραγόμενο προϊόν συμβολίζεται με u_i , $0 < u_i \leq 1$, $-\infty < \ln u_i \leq 0$. Έτσι η εξίσωση (1) στη λογαριθμική της μορφή γίνεται:

$$\ln X_i = \ln N_i + k_i \ln K_i + l_i \ln L_i + h_i \ln H_i + c_{1i} \ln x_{1i} + c_{2i} \ln x_{2i} + \dots + c_{ji} \ln x_{ji} \\ + \dots + c_{ni} \ln x_{ni} + \varepsilon_i + u_i$$

, $j = 1, 2 \dots, n$, $j \neq i$. Ακόμα, υποθέτουμε ότι το ε είναι $iid(0, \sigma^2)$ και ασυσχέτιστο με τις ανεξάρτητες μεταβλητές (regressors). Σημαντικό στοιχείο είναι ότι καμία παρατήρηση δεν μπορεί να είναι πάνω από το σύνоро παραγωγής. Για να επιτευχθεί αυτό αφαιρούμε το μεγαλύτερο κατάλοιπο από όλα τα κατάλοιπα στο δείγμα. Δηλαδή:

$$-\hat{u}_i^* = \hat{u}_i - \max_i \{\hat{u}_i\}$$

Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι τα κατάλοιπα είναι μη αρνητικά και χρησιμοποιούνται σαν μέτρο εκτίμησης της τεχνικής αποτελεσματικότητας κάθε κλάδου. Με αυτό τον τρόπο, εκτιμούμε το TE ως:

$$TE_i = \exp(-\hat{u}_i^*)$$

Για να εκτιμήσουμε τα παραπάνω πρέπει να κάνουμε κάποιες υποθέσεις σχετικά με τις κατανομές των ε_i και u_i . Συνήθως, σε εμπειρικές μελέτες, οι υποθέσεις που γίνονται είναι:

$$u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

5. Μέθοδοι εκτίμησης υποδείγματος¹

Οι βασικές εξισώσεις του υποδείγματος είναι:

$$X_i = N_i K_i^{k_i} L_i^{l_i} x_{1i}^{c_{1i}} x_{2i}^{c_{2i}} \dots x_{ji}^{c_{ji}}$$

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i$$

Η πρώτη αποτελεί ένα σύστημα συναρτήσεων παραγωγής τύπου Cobb-Douglas, όπου κάθε μία από τις συναρτήσεις παραγωγής εκφράζει τη μη γραμμική σχέση του παραγόμενου προϊόντος κάθε κλάδου σαν συνάρτηση των εισροών που χρησιμοποιεί. Οι εισροές αυτές αποτελούνται από το κεφάλαιο, την εργασία και από το μέρος της εκροής των υπόλοιπων κλάδων που αποτελούν εισροή για το συγκεκριμένο και προέρχονται από τον πίνακα εισροών-εκροών. Το δεύτερο σύστημα εξισώσεων εκφράζει τους περιορισμούς μεταξύ των εξισώσεων παραγωγής, αφού αποτυπώνει το γεγονός ότι το παραγόμενο προϊόν κάθε κλάδου χρησιμοποιείται κατά ένα μέρος ως εισροή για τους υπόλοιπους κλάδους, ενώ το υπόλοιπο για να ικανοποιήσει την τελική ζήτηση. Όπως αναφέραμε, για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε το σύστημα των εξισώσεων θα πρέπει να το μετατρέψουμε σε λογαριθμική μορφή και να λάβουμε:

$$\ln X_i = \ln N_i + k_i \ln K_i + l_i \ln L_i + C_{1i} \ln x_{1i} + C_{2i} \ln x_{2i} + \dots + C_{ni} \ln x_{ni}$$

Ο καλύτερος τρόπος να εκτιμηθούν οι κλαδικές συναρτήσεις παραγωγής είναι να εκτιμηθούν ως σύστημα εξισώσεων. Άρα έχουμε:

$$\ln X_1 = \ln N_1 + k_1 \ln K_1 + l_1 \ln L_1 + C_{11} \ln x_{11} + C_{21} \ln x_{21} + \dots + C_{n1} \ln x_{n1}$$

...

$$\ln X_i = \ln N_i + k_i \ln K_i + l_i \ln L_i + C_{1i} \ln x_{1i} + C_{2i} \ln x_{2i} + \dots + C_{ni} \ln x_{ni}$$

...

$$\ln X_n = \ln N_n + k_n \ln K_n + l_n \ln L_n + C_{1n} \ln x_{1n} + C_{2n} \ln x_{2n} \dots C_{nn} \ln x_{nn}$$

¹Το κεφάλαιο αυτό βασίζεται στα: Greene (2003), Hayashi (2000), Johnston and DiNardo (1997), Amemiya (1985), Ανδρικόπουλος (2000).

Υπό τους περιορισμούς:

$$X_1 = x_{11} + x_{12} + \dots + y_1$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + \dots + y_2$$

...

$$X_n = x_{n1} + x_{n2} + \dots + y_n$$

Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε, αρκετά συνοπτικά, στις απαραίτητες οικονομετρικές μεθόδους που απαιτούνται για την εκτίμηση του υποδείγματος. Ξεκινώντας από τις βοηθητικές μεταβλητές (Instrumental variables - IV) και τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια (Two-Stage Least Squares - 2SLS), συνεχίζοντας με τις φαινομενικά μη συνδεδεμένες παλινδρομήσεις (Seemingly Unrelated Regressions - SUR) και καταλήγοντας στη μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων σε Τρία Στάδια.

5.1 Instrumental Variables

Μία από τις πιο βασικές υποθέσεις, και ίσως η πιο δύσκολη να επαληθευτεί εμπειρικά, είναι η υπόθεση ότι οι παλινδρομητές (ανεξάρτητες μεταβλητές) είναι ανεξάρτητοι από τον διαταρακτικό όρο, δηλαδή ότι ισχύει η συνθήκη ορθογωνιότητας. Υποθέτοντας ότι έχουμε το κλασικό μοντέλο με K ανεξάρτητες μεταβλητές:

$$Y_i = X_i\beta + \varepsilon_i$$

όπου η συνθήκη ορθογωνιότητας γράφεται:

$$E(X_{ik}\varepsilon_j) = 0$$

για κάθε $i, j = 1, 2, \dots, n$ και για κάθε $k = 1, \dots, K$ και αν επιπλέον υποθέσουμε $E(\varepsilon_i|X) \stackrel{LIE}{=} E(\varepsilon_i) = 0$ έχουμε ότι:

$$E(X_{ik}\varepsilon_j) = Cov(X_{ik}, \varepsilon_j)$$

Όμως, σε πολλές περιπτώσεις, η συνθήκη ορθογωνιότητας δεν ισχύει για το σύνολο των παλινδρομητών. Σε αυτή την περίπτωση, οι παλινδρομητές αυτοί ονομάζονται ενδογενείς μεταβλητές. Επιπλέον οι εκτιμητές OLS είναι μεροληπτικοί

και ασυνεπείς στο σύνολο τους και όχι μόνο στο πλήθος εκείνων που αντιστοιχούν στις ενδογενείς μεταβλητές. Έτσι, έχουμε το λεγόμενο πρόβλημα "ενδογένειας". Δηλαδή, ισχύει πλέον ότι:

$$E(X_{ik}\varepsilon_j) = \lambda$$

Οπότε, δεν έχουμε πια αμερόληπτους εκτιμητές :

$$E(\hat{\beta}) = E((X'X)^{-1}X'Y|X) = \beta + (X'X)^{-1}X'\lambda \neq \beta$$

Ούτε συνεπείς:

$$plim\hat{\beta} = \beta + plim\left(\frac{X'X}{n}\right)^{-1} plim\left(\frac{X'\varepsilon}{n}\right) \neq \beta$$

Αφού $\frac{X'\varepsilon}{n} \xrightarrow{p} E(X'\varepsilon)=\lambda$

Άρα, σκοπός μας είναι να βρούμε έναν συνεπή εκτιμητή. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να βρούμε βοηθητικές μεταβλητές z_i , οι οποίες θα έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες:

1. Θα είναι συσχετισμένες με τις ενδογενείς μεταβλητές (*i. e.* $Cov(z_i, x_i) \neq 0$)
2. Θα είναι ασυσχέτιστες με τον διαταρακτικό όρο (*i. e.* $Cov(z_i, \varepsilon_i) = 0$)

Συνεχίζοντας την ανάλυση μας με το κλασικό μοντέλο $Y_i = X_i\beta + \varepsilon_i$ με K ανεξάρτητες μεταβλητές, θεωρούμε ότι μπορούμε να βρούμε M εξωγενείς μεταβλητές, όπου $M > K$. Οπότε, έχουμε τον πίνακα Z , διαστάσεων $n \times M$. Πολλαπλασιάζοντας από αριστερά το κλασικό μοντέλο με τη μήτρα Z' , έχουμε:

$$Z'Y = Z'X\beta + Z'\varepsilon$$

και θεωρώντας ότι $\tilde{\varepsilon} = Z'\varepsilon$ και $E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2I$ βλέπουμε ότι:

$$E(\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}') = \sigma^2(Z'Z)$$

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο των γενικευμένων ελαχίστων τετραγώνων (Generalized Least Squares - GLS), έχουμε τον εκτιμητή βοηθητικών μεταβλητών:

$$\hat{\beta}_{GLS} = \hat{\beta}_{IV} = (X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X)^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Y$$

που μπορούμε να δείξουμε ότι είναι συνεπής, αν υποθέσουμε ότι η μήτρα $E(X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X)$ είναι πεπερασμένη και μη ιδιάζουσα (non-singular).

Στην ειδική περίπτωση όπου $M = K$, δηλαδή ο αριθμός των εξωγενών μεταβλητών είναι ίδιος με τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών, ο εκτιμητής βοηθητικών μεταβλητών γίνεται:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{IV} &= (Z'X)^{-1}Z'Y \\ &= (Z'X)^{-1}Z'(X\beta + \varepsilon) \\ &= \beta + (Z'X)^{-1}Z'\varepsilon \\ &= \beta + \left(\frac{1}{n}Z'X\right)^{-1} \left(\frac{1}{n}Z'\varepsilon\right)\end{aligned}$$

και λαμβάνοντας υπόψιν ότι: $plim\left(\frac{1}{n}Z'X\right) = E(Z'X)$ και $plim\left(\frac{1}{n}Z'\varepsilon\right) = E(Z\varepsilon) = 0$, έχουμε ότι ο $\hat{\beta}_{IV}$ είναι συνεπής. Σε κάθε περίπτωση, χρειαζόμαστε τουλάχιστον μία εξωγενή μεταβλητή για κάθε ενδογενή.

5.2 Two-Stage Least Squares

Ο εκτιμητής βοηθητικών μεταβλητών μπορεί να βρεθεί μέσω της εφαρμογής της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια.

1. Στο πρώτο στάδιο, εφαρμόζουμε OLS σε κάθε μεταβλητή της μήτρας Z επί της X . Σε μορφή πινάκων, έχουμε:

$$X = Z\delta + u$$

και, εφαρμόζοντας ελάχιστα τετράγωνα, έχουμε τον εκτιμητή του δ :

$$\hat{\delta}_{OLS} = (Z'Z)^{-1}Z'X$$

Άρα, μπορούμε να γράψουμε:

$$\hat{X} = Z\hat{\delta} = Z(Z'Z)^{-1}Z'X$$

Και, ορίζοντας $P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$ (γνωστή ως projection matrix), προκύπτει:

$$\hat{X} = P_Z X$$

2. Στο δεύτερο στάδιο, παλινδρομούμε την Y στην \hat{X} :

$$Y = \hat{X}\beta + \eta$$

και βρίσκουμε τον $\hat{\beta}_{2SLS}$

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{2SLS} &= (\hat{X}'\hat{X})^{-1} (\hat{X}'Y) \\ &= (X'P_Z'P_ZX)^{-1} X'P_Z'Y\end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψιν τις ιδιότητες της projection matrix, $P_Z' = P_Z$ (συμμετρική), $P_Z P_Z = P_Z$ (idempotent matrix) και $P_Z Z = Z$

$$\begin{aligned}&= (X'P_ZX)^{-1} X'P_ZY \\ &= (X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X)^{-1} X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Y \\ &= \hat{\beta}_{IV}\end{aligned}$$

Ως πιθανές βοηθητικές μεταβλητές, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μερικές ή και όλες οι εξωγενείς μεταβλητές της μήτρας X . Ακόμα, όταν έχουμε δυναμικές μεταβλητές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σαν βοηθητικές μεταβλητές ενδογενείς μεταβλητές με χρονική όμως υστέρηση μίας, δυο ή και περισσότερων περιόδων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αφού η μεταβλητή x_{t-1} είναι, εξ ορισμού, συσχετισμένη με την x_t ενώ παράλληλα είναι ασυσχέτιστη με τον τρέχοντα διαταρακτικό όρο ($i.e Cov(x_{t-1}, \varepsilon_t) = 0$). Αν χρησιμοποιήσουμε τις εξωγενείς μεταβλητές της μήτρας X σαν βοηθητικές μεταβλητές έχουμε $X_g = [X_1, X_2]$, όπου ο υποπίνακας X_1 περιλαμβάνει τις εξωγενείς μεταβλητές και ο X_2 τις ενδογενείς. Οπότε, ο πίνακας Z των εξωγενών μεταβλητών γράφεται: $Z_g = [X_1, Z_1]$ όπου ο Z_1 περιλαμβάνει επιπλέον εξωγενείς μεταβλητές ώστε να ισχύει η συνθήκη ότι για κάθε ενδογενή μεταβλητή χρειαζόμαστε τουλάχιστον μία εξωγενή, δηλαδή ότι η Z_g περιέχει τουλάχιστον τον ίδιο αριθμό στηλών με τον πίνακα X_2 . Σε αυτή την περίπτωση, από το πρώτο στάδιο της μεθόδου 2sls έχουμε:

$$X_2 = Z_g\gamma + u$$

και, εφαρμόζοντας ελάχιστα τετράγωνα, έχουμε τον εκτιμητή του γ :

$$\hat{\gamma}_{OLS} = (Z'_g Z_g)^{-1} Z'_g X_2$$

Άρα, μπορούμε να γράψουμε:

$$\hat{X}_2 = Z_g \hat{\gamma} = Z_g (Z'_g Z_g)^{-1} Z'_g X_2$$

Έχοντας την παραπάνω σχέση μπορούμε να βρούμε την \hat{X}_g :

$$\hat{X}_g = [X_1, \hat{X}_2]$$

οπότε στο δεύτερο στάδιο, στο οποίο παλινδρομούμε την Y επί της \hat{X}_g , έχουμε:

$$\hat{\beta}_{2SLS} = (\hat{X}'_g \hat{X}_g)^{-1} (\hat{X}'_g Y)$$

Γενικά, η διαδικασία των βοηθητικών μεταβλητών και της μεθόδου 2SLS αποτελούν υποπεριπτώσεις της γενικότερης μεθόδου με την ονομασία Γενικευμένη Μέθοδος των Ροπών (Generalized Method of Moments –GMM, Hansen, 1982).

5.3 Seemingly Unrelated Regressions

Φαινομενικά μη συνδεόμενες παλινδρομήσεις ονομάζονται τα συστήματα εξισώσεων, στα οποία κάθε εξίσωση έχει διαφορετική εξαρτημένη μεταβλητή, ενώ υπάρχει η δυνατότητα να έχουν κοινές ανεξάρτητες μεταβλητές. Η μέθοδος SUR θεωρείται κατάλληλη όταν κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή - παλινδρομητής είναι εξωγενής, δηλαδή ο διαταρακτικός όρος κάθε εξίσωσης δεν σχετίζεται με τις ερμηνευτικές μεταβλητές. Κάθε εξίσωση μπορεί να εκτιμηθεί ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας OLS. Ο λόγος για να μην ακολουθήσουμε αυτή την απλή διαδικασία είναι ότι μπορεί να υπάρχουν αιτίες, οι οποίες επηρεάζουν από κοινού τους διαταρακτικούς όρους. Με άλλα λόγια, υπάρχει συσχέτιση μεταξύ διαταρακτικών όρων διαφορετικών εξισώσεων (*i.e.* $Cov(u_j, u_l) \neq 0, \forall i \neq l$). Έτσι, παρότι το να εκτιμήσουμε κάθε εξίσωση ξεχωριστά θα μας δώσει συνεπείς εκτιμητές, δεν θα είναι αποτελεσματικοί (efficient) όσο οι εκτιμητές που θα προκύψουν από τη μέθοδο SUR οι οποίοι αποδεικνύεται ότι είναι BLUE. Οι περιπτώσεις οι δύο μέθοδοι να είναι ισοδύναμες είναι, είτε οι διαταρακτικοί όροι μεταξύ των εξισώσεων να μην σχετίζονται (*i.e.* $Cov(u_j, u_l) = 0, \forall i, l$), είτε οι ανεξάρτητες μεταβλητές να είναι ίδιες για όλες τις εξισώσεις.

Θεωρούμε ένα σύστημα M εξισώσεων, που η j εξίσωση έχει k_j ανεξάρτητες μεταβλητές και για κάθε εξίσωση έχουμε n παρατηρήσεις, έτσι για την i παρατήρηση στην j εξίσωση έχουμε:

$$y_{ji} = x'_{ji}\beta_j + u_{ji}$$

με $j = 1, 2 \dots M$ και $i = 1, 2 \dots n$. Ενώ, σε διανυσματική μορφή,

$$y_j = X_j\beta_j + u_j$$

όπου, y_i είναι το διάνυσμα των εξαρτημένων μεταβλητών με διάσταση $n \times 1$, β_i το διάνυσμα των συντελεστών, διάστασης $k_j \times 1$, X_i η μήτρα των ανεξάρτητων μεταβλητών διάστασης $n \times k_j$ και u_j διάνυσμα των διαταρακτικών όρων διάστασης $n \times 1$ με $E(u_j | X) = 0$, με πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων κάθε εξίσωσης $E(u_j u'_j) = \sigma_{jj} I_n$ (Spherical Errors) και συνδιακύμανση μεταξύ των διαταρακτικών όρων διαφορετικών εξισώσεων $E(u_j u_l) = \sigma_{jl} I_n$. Σε συνοπτική μορφή:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{pmatrix}$$

ή, ακόμα, πιο απλά σε μορφή πινάκων:

$$Y = X\beta + u$$

με $Y_{Mn \times 1}$ και $X_{Mn \times K}$ όπου $K = \sum_j k_j$

Σύμφωνα με τις παραπάνω υποθέσεις για το u , η μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\Omega = E(uu') = \begin{bmatrix} E(u_1 u'_1) & E(u_1 u'_2) & \dots & E(u_1 u'_M) \\ E(u_2 u'_1) & E(u_2 u'_2) & \dots & E(u_2 u'_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(u_M u'_1) & E(u_M u'_2) & \dots & E(u_M u'_M) \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας Ω έχει διαστάσεις $MN \times MN$. Κάθε στοιχείο της διαγωνίου αποτελεί τον πίνακα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων για την κάθε εξίσωση διαστάσεων $n \times n$.

Επειδή έχουμε υποθέσει ότι ο διαταρακτικός όρος κάθε εξίσωσης είναι ομοσκαδαστικός και μη αυτοσυσχετιζόμενος, έχουμε $E(u_j u_j') = \sigma_{jj} I_n$. Τα στοιχεία εκτός διαγωνίου της Ω είναι πίνακες διαστάσεων $n \times n$ και περιλαμβάνουν τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ διαταρακτικών όρων διαφορετικών εξισώσεων, $E(u_j u_l) = \sigma_{jl} I_n$. Οπότε, η Ω γράφεται:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} I_n & \sigma_{12} I_n & \cdots & \sigma_{1M} I_n \\ \sigma_{21} I_n & \sigma_{22} I_n & \cdots & \sigma_{2M} I_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} I_n & \sigma_{M2} I_n & \cdots & \sigma_{MM} I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M2} & \cdots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \otimes I_n = \Sigma \otimes I_n$$

όπου \otimes το γινόμενο Kronecker. Η πρώτη σκέψη για την εκτίμηση του συγκεκριμένου υποδείγματος θα ήταν να εφαρμόσουμε γενικευμένα ελάχιστα τετράγωνα (GLS), κάτι το οποίο δεν γίνεται καθώς δεν είναι γνωστή η μήτρα Σ . Για αυτό το λόγο, η μέθοδος που συνήθως χρησιμοποιείται για να εκτιμήσουμε ένα μοντέλο SUR είναι η μέθοδος των εφικτών γενικευμένων ελαχίστων τετραγώνων (feasible generalized least squares (FGLS)).

Το πρώτο βήμα της συγκεκριμένης μεθόδου, είναι να εκτιμήσουμε κάθε εξίσωση του συστήματος ξεχωριστά με τη χρήση OLS. Με αυτό τον τρόπο, θα μπορέσουμε να βρούμε τα κατάλοιπα τα οποία θα τα χρησιμοποιήσουμε για να εκτιμήσουμε τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις των διαταρακτικών όρων, δηλαδή τα στοιχεία του πίνακα Σ . Έχοντας εκτιμήσει τον πίνακα Σ , έχουμε τον $\hat{\Sigma}$, έχουμε και την εκτίμηση της μήτρας Ω αφού $\hat{\Omega} = \hat{\Sigma} \otimes I_n$. Το δεύτερο βήμα είναι να εφαρμόσουμε GLS, χρησιμοποιώντας την $\hat{\Omega}$.

$$\hat{\beta}_{SUR} = (X' \hat{\Omega}^{-1} X)^{-1} X' \hat{\Omega}^{-1} Y = (X' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n) X)^{-1} X' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n) Y$$

Το γεγονός όμως ότι χρησιμοποιούμε την εκτίμηση της Ω έχει αρνητικό αποτέλεσμα στις ιδιότητες του εκτιμητή για μικρά δείγματα (finite sample properties), αφού η $\hat{\Omega}$ είναι τυχαία μήτρα που επηρεάζει την κατανομή του FGLS εκτιμητή. Όμως, για μεγάλα δείγματα, οι ιδιότητες του εκτιμητή (asymptotic properties) παραμένουν οι ίδιες με τον εκτιμητή GLS, κάνοντας τον πιο αποτελεσματικό ασυμπτωτικά από τον OLS εκτιμητή αφού:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{FGLS} - \hat{\beta}_{GLS}) \xrightarrow{p} 0$$

και ως συνέπεια του κεντρικού οριακού θεωρήματος:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{FGLS} - \beta) \xrightarrow{d} N(0, V)$$

όπου V είναι:

$$\begin{aligned} V &= plim\left(\left(\frac{1}{n}X'\Omega^{-1}X\right)^{-1}\right) \\ &= plim\left(\left(\frac{1}{n}X'\hat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}\right) \\ &plim\hat{V} \end{aligned}$$

5.4 Three-Stage Least Squares

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια συνδυάζει τη μέθοδο 2sls και τη μέθοδο SUR. Αυτή η μέθοδος, εφαρμόζεται για να εκτιμήσει συστήματα στα οποία στις ανεξάρτητες μεταβλητές περιλαμβάνουν ενδογενείς μεταβλητές, δηλαδή υπάρχει συσχέτιση μεταξύ κάποιων από τους παλινδρομιτές και του διαταρακτικού όρου, άρα παραβιάζεται η συνθήκη ορθογωνιότητας (*i.e.* $E(X_{ik}\varepsilon_j) = \lambda$). Ακόμα, στο σύστημα το οποίο θα αποφασίσουμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο 3sls, θα υπάρχει συσχέτιση μεταξύ διαταρακτικών όρων διαφορετικών εξισώσεων (*i.e.* $Cov(u_j, u_l) \neq 0, \forall i \neq l$). Αυτό μπορεί να συμβαίνει, διότι κάποια από τις ανεξάρτητες μεταβλητές σε μία εξίσωση μπορεί να αποτελεί την εξαρτημένη μεταβλητή σε μία άλλη εξίσωση του συστήματος.

Παρατηρούμε, ότι σε αυτά τα συστήματα, συνυπάρχουν οι δυσκολίες που προσπαθήσαμε να αντιμετωπίσουμε με τις μεθόδους 2sls και SUR. Με το να εφαρμόσουμε μόνο 2sls σε κάθε μία εξίσωση ξεχωριστά, δεν λαμβάνουμε υπόψιν την συσχέτιση μεταξύ διακρατικών όρων διαφορετικών εξισώσεων, οπότε οι εκτιμητές που θα βρούμε δεν θα είναι πλήρως αποτελεσματικοί. Μία σύντομη περιγραφή της μεθόδου 3sls, είναι η εφαρμογή 2sls και μετά FGLS. Δηλαδή, για να λύσουμε το πρόβλημα ενδογένειας, στρεφόμαστε στον IV εκτιμητή και για να λάβουμε υπόψιν τη συσχέτιση μεταξύ των διαταρακτικών όρων, στρεφόμαστε στη μέθοδο των εφικτών γενικευμένων ελαχίστων τετραγώνων. Πιο συγκεκριμένα, έχουμε:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{pmatrix}$$

ή ακόμα πιο απλά σε μορφή πινάκων:

$$Y = X\beta + u$$

όπου εδώ τα στοιχεία X_1, X_2, \dots, X_M του πίνακα X περιλαμβάνουν και ενδογενείς και εξωγενείς μεταβλητές, σε αντίθεση με την ανάλυση που κάναμε για την μέθοδο SUR όπου κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή - παλινδρομητής ήταν εξωγενής, δηλαδή ότι ο διαταρακτικός όρος κάθε εξίσωσης δεν συσχετιζόταν με τις ερμηνευτικές μεταβλητές. Η μήτρα διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων είναι:

$$\Omega = E(uu') = \begin{bmatrix} E(u_1u'_1) & E(u_1u'_2) & \dots & E(u_1u'_M) \\ E(u_2u'_1) & E(u_2u'_2) & \dots & E(u_2u'_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(u_Mu'_1) & E(u_Mu'_2) & \dots & E(u_Mu'_M) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}I_n & \sigma_{12}I_n & \dots & \sigma_{1M}I_n \\ \sigma_{21}I_n & \sigma_{22}I_n & \dots & \sigma_{2M}I_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}I_n & \sigma_{M2}I_n & \dots & \sigma_{MM}I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M2} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \otimes I_n = \Sigma \otimes I_n$$

Ορίζουμε ως Z τον πίνακα που περιέχει όλες τις εξωγενείς μεταβλητές. Ακόμα, υποθέτουμε ότι υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των διαταρακτικών όρων διαφορετικών εξισώσεων, ενώ ο διαταρακτικός όρος κάθε εξίσωσης είναι ομοσκεδαστικός και μη αυτοσυσχετιζόμενος με $E(u_j|X) = 0$.

1. Το πρώτο στάδιο της μεθόδου είναι να εφαρμόσουμε 2sls σε κάθε εξίσωση ξεχωριστά, δηλαδή: 1α) Εφαρμόζουμε τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε κάθε εξίσωση. Δηλαδή, για την εξίσωση j εφαρμόζουμε OLS σε κάθε μεταβλητή της μήτρας Z επί της X_j . Από αυτή τη διαδικασία, βρίσκουμε την εκτίμηση των ενδογενών μεταβλητών για την εξίσωση j , $\hat{X}_j = Z(Z'Z)^{-1}Z'X_j$. Αυτό γίνεται για κάθε $j = 1, 2, \dots, M$. 1β) Αντικαθιστούμε όλες τις ενδογενείς μεταβλητές με τις εκτιμημένες ενδογενείς μεταβλητές και

εφαρμόζουμε OLS σε όλες τις εξισώσεις του συστήματος. Δηλαδή, παλινδρομούμε για κάθε εξίσωση j την Y_j στην \hat{X}_j .

2. Από το πρώτο στάδιο, έχουμε τα κατάλοιπα $\hat{u}_{j,2sls}$ με τα οποία θα εκτιμήσουμε τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις των διαταρακτικών όρων, δηλαδή θα εκτιμήσουμε τα στοιχεία του πίνακα Σ . Έχοντας τον $\hat{\Sigma}$, έχουμε και την εκτίμηση της μήτρας Ω , αφού $\hat{\Omega} = \hat{\Sigma} \otimes I_n$ όπως και στη μέθοδο SUR.
3. Εφαρμόζουμε τη μέθοδο των εφικτών γενικευμένων ελάχιστων τετράγωνων για όλο το σύστημα, χρησιμοποιώντας την $\hat{\Omega}$ που βρήκαμε από το δεύτερο στάδιο. Οπότε, έχουμε:

$$\hat{\beta}_{SUR} = (\hat{X}'\hat{\Omega}^{-1}\hat{X})^{-1}\hat{X}'\hat{\Omega}^{-1}Y = (\hat{X}'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n)\hat{X})^{-1} \hat{X}'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n)Y$$

6. Εμπειρική διερεύνηση

6.1 Δεδομένα και μεταβλητές

Οι κλαδικές σχέσεις της οικονομίας των ΗΠΑ αποτέλεσαν το αντικείμενο εφαρμογής του προταθέντος μη γραμμικού κλαδικού υποδείγματος συνάρτησης παραγωγής. Η επιλογή αυτή στηρίχτηκε στο γεγονός η οικονομία των ΗΠΑ αποτελεί τη μεγαλύτερη οικονομία παγκοσμίως σε όρους ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος (IMF, 2016). Επιπλέον, παρουσιάζει ενδιαφέρουσες διακλαδικές σχέσεις (Acemoglu et al., 2012), ενώ σημαντικό κριτήριο αποτελεί και η διαθεσιμότητα των απαραίτητων δεδομένων για τη συγκεκριμένη ανάλυση.

Υπεύθυνο για τη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων για κλαδική ανάλυση σχετικά με την οικονομία των ΗΠΑ είναι το Bureau of Economic Analysis (BEA), υπηρεσία του υπουργείου εμπορίου των ΗΠΑ, από όπου και συλλέχθηκαν τα δεδομένα τα οποία ήταν απαραίτητα για την εμπειρική διερεύνηση. Τα δεδομένα που παρέχονται για κλαδική ανάλυση είναι ετήσια στοιχεία χρονολογικών σειρών με αφετηρία το έτος 1997 μέχρι και το 2014. Το συνολικό παραγόμενο προϊόν κάθε κλάδου, η τελική ζήτηση για το παραγόμενο προϊόν καθώς και οι εισροές κάθε κλάδου οι οποίες προέρχονται από τους υπόλοιπους κλάδους αποτιμώνται σε δολάρια ΗΠΑ. Για την περίοδο την οποία μελετάμε, οι χρονολογικές σειρές είναι στάσιμες σύμφωνα με τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey – Fuller (ADF). Στη συγκεκριμένη εμπειρική διερεύνηση χρησιμοποιήθηκε το επίπεδο ανάλυσης το οποίο χωρίζει την οικονομική δραστηριότητα σε 15 τομείς οι οποίοι είναι:

Πίνακας 6.1

1	Γεωργία, δασοκομία, αλιεία και κυνήγι
2	Βιομηχανία εξόρυξης
3	Υπηρεσίες κοινής ωφέλειας*
4	Κατασκευαστικός κλάδος
5	Βιομηχανικός και μεταποιητικός τομέας
6	Χονδρικό εμπόριο
7	Λιανικό εμπόριο
8	Υπηρεσίες μεταφορών και αποθήκευσης
9	Υπηρεσίες Ενημέρωσης και Πληροφόρησης **
10	Υπηρεσίες χρηματοοικονομικών, ασφάλισης, ενοικίαση, χρηματοδοτικής μίσθωσης και ακίνητη περιουσία

11	Επαγγελματικές και επιχειρηματικές υπηρεσίες
12	Εκπαιδευτικές υπηρεσίες, υγειονομική περίθαλψη και κοινωνική πρόνοια
13	Τέχνες, υπηρεσίες ψυχαγωγίας, αναψυχής, διαμονής και φαγητού
14	Άλλες υπηρεσίες, εκτός κυβέρνησης
15	Κυβέρνηση

* Αναφέρεται στην παραγωγή και διανομή ηλεκτρικής ενέργειας, φυσικού αερίου, νερού και λυμάτων.

** Αναφέρεται σε Ραδιοτηλεοπτικές εκπομπές, τηλεπικοινωνίες, Κινηματογράφος, Διαδίκτυο, εκδόσεις

Βασική πηγή πληροφόρησης αποτελούν οι πίνακες εισροών εκροών για αυτούς τους 15 κλάδους οικονομικής δραστηριότητας. Οι πίνακες αυτοί, όπως αναφέρει το ΒΕΑ, παρέχουν λεπτομερείς πληροφορίες σχετικά με τις ροές των αγαθών και υπηρεσιών που περιλαμβάνονται στην διαδικασία παραγωγής των 15 κλάδων. Επιπλέον, για την εμπειρική διερεύνηση χρειαζόμαστε στοιχεία για το συνολικό παραγόμενο προϊόν, το συντελεστή εργασία, την αμοιβή της εργασίας, το συντελεστή κεφάλαιο καθώς και στοιχεία για την τελική ζήτηση, δηλαδή στοιχεία για το παραγόμενο προϊόν το οποίο δεν χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία, αλλά προορίζεται για κατανάλωση.

Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής εργασία αποτιμάται σε αριθμό εργαζομένων πλήρους απασχόλησης. Έτσι, για τους εργαζόμενους μερικής απασχόλησης το ΒΕΑ έχει κάνει την μετατροπή τους σε εργαζόμενους πλήρους απασχόλησης, ενώ ο συντελεστής κεφάλαιο αποτιμάται ως το καθαρό απόθεμα κεφαλαίου στο τέλος κάθε έτους σε δισεκατομμύρια δολάρια. Η τελική ζήτηση έχει υπολογιστεί βάση του παραγόμενου προϊόντος το οποίο δεν χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία, λαμβάνοντας όμως υπόψιν τις εξαγωγές και τις εισαγωγές προϊόντων. Έτσι, τα κύρια συστατικά της τελικής ζήτησης είναι οι καταναλωτικές δαπάνες των νοικοκυριών, οι κρατικές προμήθειες, η ακαθάριστη εγχώρια ιδιωτική επένδυση και οι καθαρές εξαγωγές αγαθών και υπηρεσιών, δηλαδή η αξία των εξαγομένων αγαθών και υπηρεσιών, μείον την αξία των αντίστοιχων εισαγομένων αγαθών και υπηρεσιών (Miller και Blair, 2009).

Με βάση τη διαθεσιμότητα των στοιχείων καθώς και το σκοπό της μελέτης, κρίθηκε σκόπιμο να υπάρξουν δύο επίπεδα ανάλυσης. Στο πρώτο η οικονομική δραστηριότητα θα χωριστεί σε 3 κλάδους, ενώ στο δεύτερο σε 4 κλάδους.

Για να επιτευχθεί η ανάλυση σε 3 και 4 κλάδους πρέπει να γίνει μετασχηματισμός των αρχικών δεδομένων τα οποία αφορούν 15 κλάδους. Έτσι για

τον μετασχηματισμό του συνολικού παραγόμενου προϊόντος, του αριθμού των εργαζομένων, του καθαρού αποθέματος κεφαλαίου και της τελικής ζήτησης, αρκεί η άθροιση των μεταβλητών ανάλογα με την ομαδοποίηση που θέλουμε να κάνουμε. Για παράδειγμα, αν L_i , $i = 1, 2 \dots 15$ είναι ο αριθμός των εργαζομένων σε κάθε τομέα και επιθυμούμε να συμπτύξουμε τον έκτο με τον έβδομο τομέα, δηλαδή το χονδρικό με το λιανικό εμπόριο ώστε να βρούμε το σύνολο των εργαζομένων που απασχολούνται στο εμπόριο έχουμε: $L_6 + L_7$.

Μια ακόμη μετατροπή των αρχικών δεδομένων, η οποία είναι απαραίτητη, είναι αυτή των πινάκων εισροών εκροών. Δηλαδή, χρειάζεται μετατροπή όλων πινάκων 15×15 για όλα τα έτη σε πίνακες 3×3 και 4×4 ώστε να συμβαδίζουν με την ανάλυση που θέλουμε να κάνουμε. Η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε είναι η εξής: Έστω, ότι έχουμε ένα υποθετικό πίνακα εισροών εκροών για ανάλυση σε 4 κλάδους.

Πίνακας 6.2

	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}
4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}

Όπου x_{ij} , $ij = 1, 2, 3, 4$ είναι το παραγόμενο προϊόν του κλάδου, i το οποίο χρησιμοποιείται στη παραγωγική διαδικασία του κλάδου j . Για να δημιουργήσουμε έναν πίνακα εισροών εκροών για δύο κλάδους A και B όπου $A=1, 2$ και $B=3, 4$ έχουμε τις ακόλουθες πράξεις:

Πίνακας 6.3

	A	B
A	$x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22}$	$x_{13} + x_{14} + x_{23} + x_{24}$
B	$x_{31} + x_{32} + x_{41} + x_{42}$	$x_{33} + x_{34} + x_{43} + x_{44}$

Έχοντας όλα τα παραπάνω δεδομένα, μπορούμε να πραγματοποιήσουμε τη εμπειρική διερεύνηση του κλαδικού υποδείγματος παραγωγής ξεκινώντας από τον διαχωρισμό της οικονομίας των ΗΠΑ σε 3 και συνεχίζοντας με 4 κλάδους.

6.2 Εμπειρική εκτίμηση για 3 κλάδους

Η πρώτη εφαρμογή της ταυτόχρονης εκτίμησης κλαδικών συναρτήσεων παραγωγής αφορά τους τρεις βασικούς τομείς κάθε οικονομίας. Δηλαδή, τον πρωτογενή (primary), τον δευτερογενή (secondary) και τον τριτογενή τομέα (tertiary sector) της οικονομίας.

Ο πρωτογενής τομέας περιλαμβάνει τη γεωργία την κτηνοτροφία, την αλιεία καθώς και την εξόρυξη μετάλλων. Ο δευτερογενής τομέας περιλαμβάνει τη κατασκευαστική δραστηριότητα, το βιομηχανικό τομέα και τη διαδικασία της μεταποίησης των αγαθών που προέρχονται από τον πρωτογενή τομέα. Τέλος, ο τριτογενής τομέας περιλαμβάνει όλες τις υπηρεσίες οι οποίες παρέχονται σε μία οικονομία όπως το εμπόριο, την εκπαίδευση τις υπηρεσίες υγείας, διασκέδασης κ.λπ.

Αν συμβολίσουμε σαν A, B, C τον πρωτογενή, τον δευτερογενή και τον τριτογενή τομέα, αντίστοιχα, και λαμβάνοντας υπόψιν τον αρχικό διαχωρισμό του οικονομικού κυκλώματος από το BEA έχουμε ότι ο πρωτογενής τομέας συμπεριλαμβάνει τους τομείς 1 και 2 από την αρχική κατηγοριοποίηση. Ο δευτερογενής τους τομείς 3,4 και 5, ενώ ο τριτογενής τους 6-15. Άρα, ο πίνακας με την κατηγοριοποίηση των κλάδων είναι ως εξής:

Πίνακας 6.4

1	A	Γεωργία, δασοκομία, αλιεία και κυνήγι
2	A	Βιομηχανία εξόρυξης
3	B	Υπηρεσίες κοινής ωφέλειας
4	B	Κατασκευαστικός κλάδος
5	B	Βιομηχανικός και μεταποιητικός τομέας
6	C	Χονδρικό εμπόριο
7	C	Λιανικό εμπόριο
8	C	Υπηρεσίες μεταφορών και αποθήκευσης
9	C	Υπηρεσίες Ενημέρωσης και Πληροφόρησης
10	C	Υπηρεσίες χρηματοοικονομικών, ασφάλισης, ενοικίαση, χρηματοδοτικής μίσθωσης και ακίνητη περιουσία
11	C	Επαγγελματικές και επιχειρηματικές υπηρεσίες

12	C	Εκπαιδευτικές υπηρεσίες, υγειονομική περίθαλψη και κοινωνική πρόνοια
13	C	Τέχνες, υπηρεσίες ψυχαγωγίας, αναψυχής, διαμονής και φαγητού
14	C	Άλλες υπηρεσίες, εκτός κυβέρνησης
15	C	Κυβέρνηση

Μια διαγραμματική απεικόνιση του παραγόμενου προϊόντος στη διάρκεια του χρόνου φανερώνει την συμβολή κάθε τομέα στο συνολικό παραγόμενο προϊόν της οικονομίας.

Έτσι, έχουμε το παρακάτω σύστημα εξισώσεων, το οποίο και αποτυπώνει μαθηματικά τη παραγωγική διαδικασία για τους τρεις κλάδους A, B και C, υποθέτοντας Cobb-Douglas συναρτήσεις παράγωγης:

$$X_A = N_A K_A^{k_A} L_A^{l_A} x_{AA}^{c_{AA}} x_{BA}^{c_{BA}} x_{CA}^{c_{CA}}$$

$$X_B = N_B K_B^{k_B} L_B^{l_B} x_{AB}^{c_{AB}} x_{BB}^{c_{BB}} x_{CB}^{c_{CB}}$$

$$X_C = N_C K_C^{k_C} L_C^{l_C} x_{AC}^{c_{AC}} x_{BC}^{c_{BC}} x_{CC}^{c_{CC}}$$

Δεδομένων των περιορισμών:

$$X_A = x_{AA} + x_{AB} + x_{AC} + y_A$$

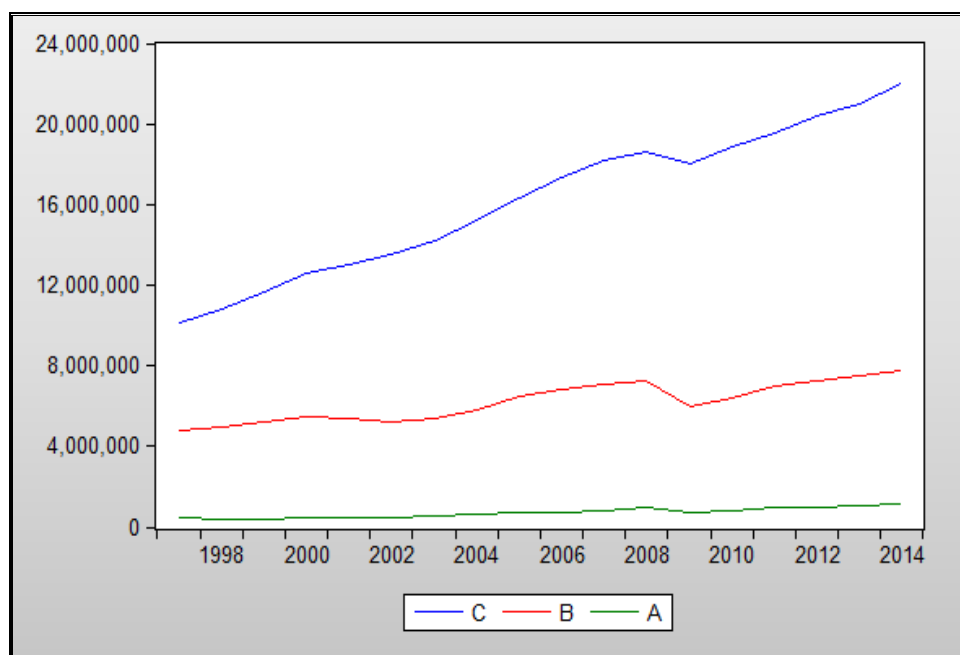
$$X_B = x_{BA} + x_{BB} + x_{BC} + y_B$$

$$X_C = x_{CA} + x_{CB} + x_{CC} + y_C$$

Όπου υπενθυμίζουμε ότι x_{ij} $i, j = A, B, C$ είναι το προϊόν του κλάδου i που χρησιμοποιείται από τον κλάδο j .

Μια διαγραμματική απεικόνιση του παραγόμενου προϊόντος στη διάρκεια του χρόνου φανερώνει την συμβολή κάθε τομέα στο συνολικό παραγόμενο προϊόν της οικονομίας.

Διάγραμμα 6.1



Τα παραπάνω διάγραμμα αποτυπώνει αυτό το οποίο συμβαίνει σε όλες τις ανεπτυγμένες οικονομίες, δηλαδή τη συνεχή μεγέθυνση του τριτογενή τομέα σε σχέση με τους άλλους δύο.

- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS)**

Αρχικά, έγινε η εκτίμηση κάθε συνάρτησης παραγωγής για κάθε κλάδο, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων. Η εκτίμηση έγινε στις λογαριθμημένες συναρτήσεις παραγωγής, δηλαδή:

$$\ln X_A = \ln N_A + k_A \ln K_A + l_A \ln L_A + C_{AA} \ln x_{AA} + C_{BA} \ln x_{BA} + C_{CA} \ln x_{CA}$$

$$\ln X_B = \ln N_B + k_B \ln K_B + l_B \ln L_B + C_{AB} \ln x_{AB} + C_{BB} \ln x_{BB} + C_{CB} \ln x_{CB}$$

$$\ln X_C = \ln N_C + k_C \ln K_C + l_C \ln L_C + C_{AC} \ln x_{AC} + C_{BC} \ln x_{BC} + C_{CC} \ln x_{CC}$$

Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν παρατίθενται αναλυτικά στο παράρτημα. Οι συντελεστές C_{ij} , με $i, j = A, B, C$ δείχνουν την οριακή επίδραση που έχουν οι εισροές από τους τρεις κλάδους στο παραγόμενο προϊόν. Δηλαδή, απεικονίζουν την τεχνολογική σχέση μεταξύ εισροών και παραγόμενου προϊόντος.

Επομένως, κρίνεται σκόπιμο να κατασκευαστεί ένας πίνακας ο οποίος θα περιλαμβάνει τους συντελεστές C_{ij} . Ο πίνακας αυτός κρίθηκε ότι θα βοηθήσει στην

ανάλυσή μας, σχετικά με την αλληλεπίδραση μεταξύ των κλάδων της οικονομίας. Οι γραμμές του πίνακα θα περιέχουν τους συντελεστές παλινδρόμησης, οι οποίοι και εκτιμούν τη σχέση μεταξύ των εισροών από τους τρεις κλάδους της οικονομίας και του παραγόμενου προϊόντος. Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω, ο πίνακας των συντελεστών C_{ij} θα έχει την παρακάτω μορφή:

Πίνακας 6.5

	A	B	C
A	C_{AA}	C_{BA}	C_{CA}
B	C_{AB}	C_{BB}	C_{CB}
C	C_{AC}	C_{BC}	C_{CC}

Άρα, ο πίνακας των συντελεστών C_{ij} με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι ο εξής:

Πίνακας 6.6

C_{ij}^{ols}	A	B	C
A	0,507	0,320	-0,243
B	0,105	0,399	0,225
C	-0,055	0,104	0,720

Με μια πρώτη ανάγνωση των αποτελεσμάτων βλέπουμε ότι τη μεγαλύτερη επίδραση στο παραγόμενο προϊόν κάθε τομέα έχουν οι εισροές, οι οποίες προέρχονται από τον ίδιο τομέα. Δηλαδή την μεγαλύτερη αύξηση στη παραγωγή του πρωτογενή τομέα θα την προκαλέσει μία αύξηση των εισροών προερχόμενες από τον πρωτογενή τομέα. Αντίστοιχα, για τον δευτερογενή και τον τριτογενή τομέα. Αναλυτικότερη παρουσίαση θα ακολουθήσει σε επόμενη ενότητα.

- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δυο στάδια (2SLS)**

Το επόμενο βήμα είναι να εκτιμηθούν πάλι οι συναρτήσεις παραγωγής, αλλά τώρα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια. Απαραίτητη

προϋπόθεση η χρησιμοποίηση βοηθητικών μεταβλητών, οι οποίες να είναι συσχετισμένες με τις ενδογενείς μεταβλητές, ενώ παράλληλα να είναι ασυσχέτιστες με τον τρέχοντα διαταρακτικό όρο. Τις παραπάνω προϋποθέσεις κρίθηκε ότι τις ικανοποιούν οι μεταβλητές της τελικής ζήτησης και του εισοδήματος από εργασία καθώς το εισόδημα από εργασία σχετίζεται με τον αριθμό των εργαζόμενων, ενώ η τελική ζήτηση σχετίζεται με τις εισροές οι οποίες χρησιμοποιούνται στη παραγωγική διαδικασία μέσω της ταυτότητας $x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i$. Τα αναλυτικά αποτελέσματα με τη συγκεκριμένη μέθοδο παρατίθενται στο παράρτημα, ενώ ο πίνακας των συντελεστών C_{ij} με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια είναι ο εξής:

Πίνακας 6.7

C_{ij}^{2sls}	A	B	C
A	0,707	0,177	-0,432
B	0,146	0,290	0,355
C	-0,072	0,134	0,555

- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια (3SLS)**

Με σκοπό να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της ενδογένειας καθώς και για να λάβουμε υπόψιν την συσχέτιση μεταξύ των διαταρακτικών όρων εκτιμούμε τις συναρτήσεις παραγωγής σαν σύστημα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια. Οι βοηθητικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν με τη μέθοδο 2sls. Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν είναι τα εξής:

Πίνακας 6.8

C_{ij}^{3sls}	A	B	C
A	0,838	0,075	-0,525
B	0,119	0,354	0,284
C	-0,061	0,074	0,734

6.2.1 Σύγκριση μεταξύ των μεθόδων εκτίμησης

Τα αποτελέσματα από τις τρεις μεθόδους μπορούν να χαρακτηριστούν σχετικά κοντά μεταξύ τους. Αυτό όμως δεν είναι κάτι το οποίο πρέπει να ξαφνιάζει, αφού συχνά οι εκτιμήσεις και των τριών μεθόδων είναι κοντά μεταξύ τους (Greene, 2003). Ίσως το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι εκτιμήσεις για τον δευτερογενή τομέα με τις μεθόδους ols και 3sls.

Η σύγκριση των εκτιμητών από τις μεθόδους ols και 2sls επιβεβαιώνει παλαιότερες εκτιμήσεις, ότι σε μερικές περιπτώσεις η διακύμανση των εκτιμητών γύρω από το μέσο τους είναι μικρότερη στους εκτιμητές ols από ότι στους εκτιμητές 2sls (Goldberger, 1964, Greene, 2003). Αυτό το αποτέλεσμα όμως μετριάζεται από τη διαπίστωση ότι τα τυπικά σφάλματα από τη μέθοδο ols δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για συμπεράσματα (Cragg, 1967).

Η σύγκριση των εκτιμητών από τις μεθόδους ols και 3sls μας κάνει να παρατηρήσουμε κάποια από τα πλεονεκτήματα της εκτίμησης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια. Παρότι οι εκτιμήσεις είναι κοντά μεταξύ τους τα εκτιμημένα τυπικά σφάλματα είναι φανερά μικρότερα με τη μέθοδο 3sls για την πλειονότητα των μεταβλητών. Αυτό αποτυπώνεται στη στατιστική σημαντικότητα των μεταβλητών. Παρακάτω παρατίθενται μαζί οι εκτιμήσεις από τις δυο μεθόδους ώστε να είναι ευκολότερη η σύγκριση. Επιπλέον, με (*) επισημαίνονται οι συντελεστές οι οποίοι είναι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 5% ενώ με (**) επισημαίνονται οι συντελεστές οι οποίοι είναι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 10%.

Πίνακας 6.9

C_{ij}^{ols}	A	B	C
A	0,507(**)	0,32	-0,243
B	0,105	0,399(*)	0,225
C	-0,055	0,104	0,720(**)

Πίνακας 6.10

C_{ij}^{3sls}	A	B	C
A	0,838(*)	0,075	-0,525(*)
B	0,119(**)	0,354(*)	0,284(**)
C	-0,061	0,074	0,734(**)

Όπως γίνεται αντιληπτό, η εκτίμηση των συναρτήσεων παραγωγής ως σύστημα με την μέθοδο 3sls βελτίωσε αισθητά την στατιστική σημαντικότητα των εκτιμημένων συντελεστών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, και πάλι, ο δευτερογενής

τομέας, όπου με τη μέθοδο 3sls όλοι οι συντελεστές C_{iB} , με $i = A, B, C$ είναι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 10%.

Συμπερασματικά, η μέθοδος 3sls φαίνεται να αποδίδει καλύτερα στο συγκεκριμένο πλαίσιο ανάλυσης. Έτσι, μπορούμε να αναφέρουμε ότι επιβεβαιώνεται η άποψη ότι οι μέθοδοι εκτίμησης συστημάτων (3sls) υπερτερούν των μεθόδων εκτίμησης κάθε εξίσωσης ξεχωριστά (ols, 2sls) και στα μικρά δείγματα με σαφώς λιγότερα όμως πλεονεκτήματα από ότι οι ασυμπτωτικές ιδιότητες υπονοούν (Cragg, 1967, Greene, 2003, Judge et al, 1985).

Για τους παραπάνω λόγους, επιλέξαμε η ανάλυση για την επίδραση που έχει η παραγωγή κάθε κλάδου στους υπολοίπους να γίνει με βάση στους συντελεστές C_{ij} , οι οποίοι προέρχονται από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια.

Πίνακας 6.11

C_{ij}^{3sls}	A	B	C
A	0,838	0,075	-0,525
B	0,119	0,354	0,284
C	-0,061	0,074	0,734

Η ερμηνεία των συντελεστών C_{ij} ακολουθεί την κλασική ερμηνεία των συντελεστών παλινδρόμησης. Δηλαδή, πως θα μεταβληθεί η αναμενόμενη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής, δηλαδή του παραγόμενου προϊόντος, αν η ανεξάρτητη μεταβλητή, δηλαδή η εισροή, αυξηθεί κατά μία μονάδα.

Για τον πρωτογενή τομέα παρατηρούμε ότι μία μοναδιαία αύξηση των εισροών προερχόμενων από το πρωτογενή τομέα θα έχει σημαντική θετική επίδραση στη παραγωγή. Ενώ, η αύξηση των εισροών από τον δευτερογενή τομέα θα προκαλέσει σχετικά μικρή αύξηση της παραγωγής, ενώ οι εισροές από τον τριτογενή τομέα φαίνεται να μη συντελούν στη αύξηση της παραγωγής.

Για τον δευτερογενή τομέα, παρατηρούμε ότι μία αύξηση της παραγωγής του είναι ικανή με αύξηση των εισροών και από τους τρεις κλάδους. Όμως, την σημαντικότερη αύξηση θα την επιφέρει η χρησιμοποίηση πόρων που παράγει ο ίδιος, έπεται η συμβολή του τριτογενή τομέα και ακολουθεί ο πρωτογενής με μία αύξηση κατά 0,119 παραγόμενου προϊόντος για μία μοναδιαία αύξηση πόρων.

Τέλος, σχετικά με την παραγωγική δομή του τριτογενή τομέα, παρατηρούμε ότι η αύξηση των εισροών από τον πρωτογενή τομέα, δεν μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της παραγωγής, ενώ η χρησιμοποίηση κεφαλαίων από τον δευτερογενή τομέα έχει μία αρκετά μικρή θετική επίδραση. Αντίθετα, η χρησιμοποίηση πόρων του τριτογενή τομέα, οδηγεί σε σημαντική αύξηση της εξαρτημένης μεταβλητής.

Το γενικό συμπέρασμα είναι ότι κυρίως η χρησιμοποίηση ιδίων πόρων συντελεί στην αύξηση της παραγωγής. Ακόμα, μπορούμε να αναφέρουμε την μη ύπαρξη θετικής επίδρασης μεταξύ εισροών από τον τριτογενή τομέα στην παραγωγική διαδικασία του πρωτογενή και αντίστροφα.

6.2.2 Αποδόσεις κλίμακας και τεχνική αποδοτικότητα για τους 3 κλάδους

Για την ανάλυση για 3 κλάδους οι οικονομίες κλίμακας υπολογίζονται σύμφωνα με τον τρόπο ο οποίος αναπτύχθηκε στο θεωρητικό μέρος στη παράγραφο 4.2.2 ως εξής:

$$RTS_i = k_i + l_i + \sum_{j=A}^C C_{ji}$$

Όπου $i, j = A, B, C$. Οι αποδόσεις κλίμακας οι οποίες υπολογίζονται από τις εκτιμήσεις των συντελεστών οι οποίες προήλθαν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια είναι:

Πίνακας 6.12

Τομέας	Αποδόσεις κλίμακας
Πρωτογενής (A)	2,45
Δευτερογενής (B)	0,93
Τριτογενής (C)	0,10

Παρατηρούμε ότι ο πρωτογενής τομέας χαρακτηρίζεται από αύξουσες τεχνολογίες κλίμακας ενώ ο δευτερογενής και ο τριτογενής από φθίνουσες.

Συμφωνά με τους Basu και Fernald (1997), η βιβλιογραφία αναφέρει ένα μεγάλο εύρος εκτιμήσεων σχετικά με τις αποδόσεις κλίμακας, το οποίο ποικίλει ανάλογα από τα δεδομένα, τις μεθόδους εκτίμησης καθώς και τον τρόπο διαχωρισμού

των τομέων. Για παράδειγμα μερικές κλαδικές αναλύσεις όπως των Burnside et al. (1995) αναφέρουν φθίνουσες αποδόσεις. Άλλες, όπως των Doms et al. (1995), Oberfield και Raval (20014) και Nguyen και Reznak (1991), σταθερές, ενώ οι Chen (2011) και οι Domowitz et al. (1988) αναφέρουν αύξουσες αποδόσεις κλίμακας. Τη σύγκριση δυσχεραίνει επιπλέον το γεγονός, το οποίο παρατήρησαν πρώτοι οι Caballero και Lyons (1992), ότι ευρύτερες ομαδοποιήσεις τείνουν να αυξάνουν τις αποδόσεις κλίμακας κάτι τι οποίο το απέδωσαν στις οικονομίες κλίμακας οι οποίες ενσωματώνονται σε ευρείς ομαδοποιήσεις τομέων.

Όσον αφορά τη τεχνική αποδοτικότητα, για το χρονικό διάστημα το οποίο μελετάμε, το υπόδειγμα την υπολογίζει 0,92 για τον πρωτογενή τομέα, στο 0,95 για το δευτερογενή και στο 0,96 για τον τριτογενή. Δηλαδή, έχουμε:

Πίνακας 6.13

Τομέας	Τεχνική Αποδοτικότητα
Τομέας Α	0,92
Τομέας Β	0,95
Τομέας C	0,96

Άρθρα όπως των Bravo-Ureta (1986) και Battese (1992), αναφέρουν τιμές για την αποδοτικότητα του αγροτικού τομέα, σε παλαιότερες περιόδους, κοντά στο 0,82. Για τους άλλους δύο τομείς, υπάρχουν μελέτες για μέρη του δευτερογενή και τριτογενή τομέα με διάφορες μεθόδους, όπως για τον τομέα της ασφάλισης, τον τραπεζικό και χρηματοπιστωτικό τομέα, της ενέργειας κ.λπ. Ενδεικτικά, αναφέρουμε την βιβλιογραφική επισκόπηση των Berger και Humphrey (1997), όπου συνοψίζουν τα αποτελέσματα αρκετών ερευνών με την πλειοψηφία τους να δίνει τιμές κοντά που κυμαίνονται από 0,85-0,89.

6.3 Εμπειρική διερεύνηση για 4 κλάδους

Η δεύτερη εφαρμογή της ταυτόχρονης εκτίμησης κλαδικών συναρτήσεων παραγωγής αφορά τέσσερις κλάδους της οικονομίας των ΗΠΑ. Ο πρώτος περιλαμβάνει την γεωργία, τη δασοκομία, την αλιεία, το κυνήγι, την εξόρυξη μετάλλων καθώς και τον κατασκευαστικό τομέα. Ο δεύτερος περιλαμβάνει τον βιομηχανικό και μεταποιητικό τομέα. Ο τρίτος τις υπηρεσίες κοινής ωφέλειας και όλο

τον κλάδο των υπηρεσιών. Τέλος, ο τέταρτος περιλαμβάνει την κυβέρνηση. Ο συγκεκριμένος διαχωρισμός έγινε από το BEA (Streitwieser, 2011). Άρα, με βάση την αρχική κατηγοριοποίηση των 15 κλάδων και συμβολίζοντας τους τέσσερις τομείς σαν A, B, C, D, έχουμε ότι ο τομέας A περιλαμβάνει τους 1, 2 και 4. Ο B περιλαμβάνει μόνο τον τομέα 5 ενώ ο C περιλαμβάνει τους τομείς 3 και 6-14 από την αρχική κατηγοριοποίηση. Τέλος, ο τομέας D συμπίπτει με τον 15. Άρα, ο πίνακας με την κατηγοριοποίηση των κλάδων είναι ως εξής:

Πίνακας 6.14

1	A	Γεωργία, δασοκομία, αλιεία και κυνήγι
2	A	Βιομηχανία εξόρυξης
3	C	Υπηρεσίες κοινής ωφέλειας
4	A	Κατασκευαστικός κλάδος
5	B	Βιομηχανικός και μεταποιητικός τομέας
6	C	Χονδρικό εμπόριο
7	C	Λιανικό εμπόριο
8	C	Υπηρεσίες μεταφορών και αποθήκευσης
9	C	Υπηρεσίες Ενημέρωσης και Πληροφόρησης
10	C	Υπηρεσίες χρηματοοικονομικών, ασφάλισης, ενοικίαση, χρηματοδοτικής μίσθωσης και ακίνητη περιουσία
11	C	Επαγγελματικές και επιχειρηματικές υπηρεσίες
12	C	Εκπαιδευτικές υπηρεσίες, υγειονομική περίθαλψη και κοινωνική πρόνοια
13	C	Τέχνες, υπηρεσίες ψυχαγωγίας, αναψυχής, διαμονής και φαγητού
14	C	Άλλες υπηρεσίες, εκτός κυβέρνησης
15	D	Κυβέρνηση

Έτσι, έχουμε το παρακάτω σύστημα εξισώσεων, το οποίο και αποτυπώνει μαθηματικά τη παραγωγική διαδικασία για τους τέσσερις κλάδους A, B, C, D υποθέτοντας Cobb-Douglas συναρτήσεις παράγωγης:

$$X_A = N_A K_A^{k_A} L_A^{l_A} x_{AA}^{c_{AA}} x_{BA}^{c_{BA}} x_{CA}^{c_{CA}} x_{DA}^{c_{DA}}$$

$$X_B = N_B K_B^{k_B} L_B^{l_B} x_{AB}^{c_{AB}} x_{BB}^{c_{BB}} x_{CB}^{c_{CB}} x_{DB}^{c_{DB}}$$

$$X_C = N_C K_C^{k_C} L_C^{l_C} x_{AC}^{c_{AC}} x_{BC}^{c_{BC}} x_{CC}^{c_{CC}} x_{DC}^{c_{DC}}$$

$$X_D = N_D K_D^{k_D} L_D^{l_D} x_{AD}^{c_{AD}} x_{BD}^{c_{BD}} x_{CD}^{c_{CD}} x_{DD}^{c_{DD}}$$

Δεδομένων των περιορισμών:

$$X_A = x_{AA} + x_{AB} + x_{AC} + x_{AD} + y_A$$

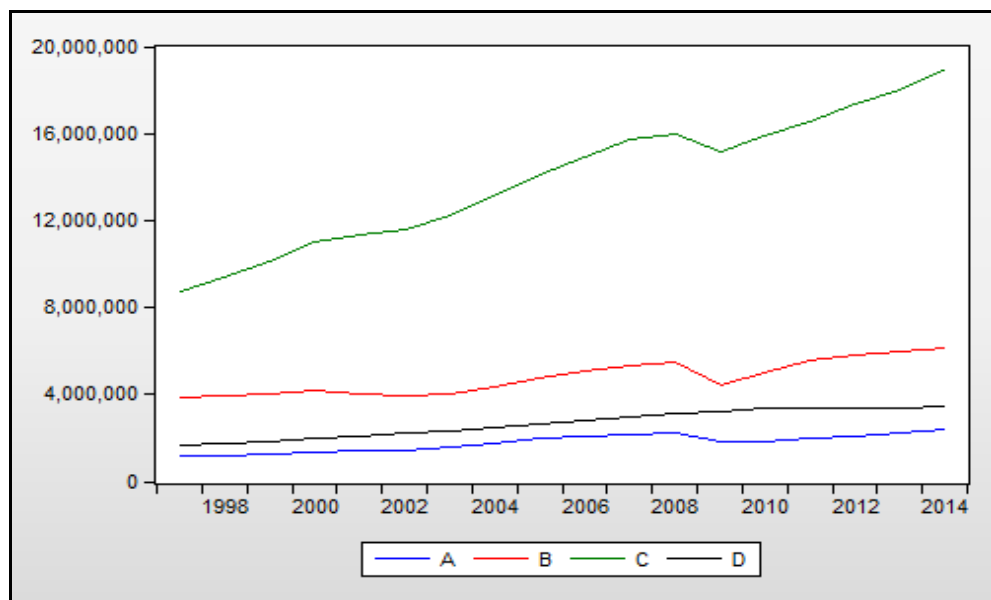
$$X_B = x_{BA} + x_{BB} + x_{BC} + x_{BD} + y_B$$

$$X_C = x_{CA} + x_{CB} + x_{CC} + x_{CD} + y_C$$

$$X_D = x_{DA} + x_{DB} + x_{DC} + x_{DD} + y_D$$

Μια διαγραμματική απεικόνιση του παραγόμενου προϊόντος, ανά κλάδο, στη διάρκεια του χρόνου, θα μας δώσει μία πρώτη εικόνα για την συμβολή κάθε τομέα στο συνολικό παραγόμενο προϊόν της οικονομίας:

Διάγραμμα 6.2



- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS)**

Αρχικά, έγινε η εκτίμηση κάθε συνάρτησης παραγωγής για κάθε κλάδο εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Η εκτίμηση έγινε στις λογαριθμημένες συναρτήσεις παραγωγής.

Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν παρατίθενται αναλυτικά στο παράρτημα, ενώ οι συντελεστές C_{ij} , με $i, j = A, B, C, D$ δείχνουν την οριακή επίδραση που έχουν οι εισροές από τους τέσσερις κλάδους στο παραγόμενο προϊόν. Ο πίνακας

των συντελεστών C_{ij} δημιουργήθηκε με την ίδια διαδικασία, η οποία ακολουθήθηκε στην ανάλυση για τους τρεις κλάδους

Άρα, ο πίνακας των συντελεστών C_{ij} με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι ο εξής:

Πίνακας 6.15

C_{ij}^{ols}	A	B	C	D
A	0,163	0,258	0,324	-0,109
B	0,075	0,521	0,184	0,002
C	-0,103	0,113	0,585	0,104
D	0,174	0,044	0,445	-0,034

Παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη τιμή του παραγόμενου προϊόντος για τον τομέα A θα έχει τη μεγαλύτερη αύξηση αν αυξηθούν οι εισροές κυρίως του τομέα C και δευτερεύοντος του τομέα B και A. Σχετικά με τον τομέα κατασκευαστικό τομέα (B), η μεγαλύτερη αύξηση της παραγωγής του μπορεί να προέλθει από ίδιους πόρους, κάτι το οποίο ισχύει και για τον τομέα των υπηρεσιών (C), αφού μία μοναδιαία αύξηση από ίδιους πόρους θα προκαλέσει μια μεταβολή της αναμενόμενης τιμής του παραγόμενου προϊόντος κατά 0,585. Τέλος, η μεταβολή της αποδοτικότητας της κυβέρνησης βλέπουμε να επηρεάζεται κυρίως από τον τομέα των υπηρεσιών.

- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δυο στάδια (2SLS)**

Όπως και στην ανάλυση για τους τρεις κλάδους, εκτιμήθηκαν ξανά οι συναρτήσεις παραγωγής με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια. Οι βοηθητικές μεταβλητές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν παρέμειναν οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση για τους 3 κλάδους, δηλαδή οι μεταβλητές της τελικής ζήτησης και του εισοδήματος προσαρμοσμένες στους 4 κλάδους.

Τα αναλυτικά αποτελέσματα από τις παλινδρομήσεις και με τη συγκεκριμένη μέθοδο παρατίθενται στο παράρτημα, ενώ ο πίνακας των συντελεστών C_{ij} , με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια για ανάλυση σε 4 κλάδους, είναι ο εξής:

Πίνακας 6.16

C_{ij}^{2sls}	A	B	C	D
A	0,203	0,214	0,296	-0,115
B	-0,101	0,885	-0,191	0,081
C	-0,136	0,044	0,749	0,356
D	0,196	-0,006	0,478	-0,063

- **Εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια (3SLS)**

Θέλοντας να αντιμετωπίσουμε και στην ανάλυση για 4 κλάδους το πρόβλημα της ενδογένειας ενώ παράλληλα να λάβουμε υπόψιν την συσχέτιση μεταξύ των διαταρακτικών όρων, εκτιμούμε τις συναρτήσεις παραγωγής ως σύστημα, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια. Οι βοηθητικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν παραμένουν οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους. Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν είναι τα εξής:

Πίνακας 6.17

C_{ij}^{3sls}	A	B	C	D
A	0,184	0,284	0,348	-0,111
B	-0,184	1,100	-0,327	0,010
C	-0,123	0,052	0,838	0,396
D	0,210	0,003	0,448	-0,045

6.3.1 Σύγκριση μεταξύ μεθόδων εκτίμησης

Σε γενικές γραμμές, το συμπέρασμα το προέκυψε βγήκε από την ανάλυση για τους 3 κλάδους το οποίο επιβεβαιώνεται και από την βιβλιογραφία (Greene, 2003), φαίνεται να ισχύει και για την ανάλυση σε 4 κλάδους. Δηλαδή, ότι οι εκτιμήσεις οι οποίες θα προκύψουν από τις τρεις μεθόδους εκτίμησης θα είναι σχετικά κοντά μεταξύ τους. Εξαιρέση ίσως αποτελούν οι εκτιμήσεις για τον κλάδο B και κυρίως των $C_{BB}^{ols} = 0,521$ με τον $C_{BB}^{3sls} = 1,100$.

Ακόμα, βλέπουμε και στην ανάλυση για 4 κλάδους ότι η διακύμανση των εκτιμητών γύρω από το μέσο τους είναι μικρότερη στους εκτιμητές ols από ότι στους εκτιμητές 2sls. Αντίστροφα, η σύγκριση των εκτιμητών από τις μεθόδους ols και 3sls

αναδεικνύει τα πλεονεκτήματα της εκτίμησης των συναρτήσεων παραγωγής, ως σύστημα με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε τρία στάδια.

Πίνακας 6.18

C_{ij}^{ols}	A	B	C	D
A	0,163	0,258	0,324(*)	-0,109(**)
B	0,075	0,521(*)	0,184	0,002
C	-0,103(*)	0,113	0,585	0,104
D	0,174(**)	0,044	0,445(**)	-0,034

Πίνακας 6.19

C_{ij}^{3sls}	A	B	C	D
A	0,184(*)	0,284(*)	0,348(*)	-0,111(*)
B	-0,184	1,100	-0,327	0,010
C	-0,123(*)	0,052	0,838(*)	0,396(*)
D	0,210(*)	0,003	0,448(*)	-0,045

Όπου με (*) επισημαίνονται οι συντελεστές οι οποίοι είναι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 5%, ενώ με (**) επισημαίνονται οι συντελεστές οι οποίοι είναι στατιστικά σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 10%.

Άρα, η μέθοδος της ταυτόχρονης εκτίμησης κλαδικών συναρτήσεων, εκμεταλλευόμενη τα πλεονεκτήματα της μεθόδου των ελάχιστων τετραγώνων σε τρία στάδια έναντι των εκτιμήσεων οι οποίες προέρχονται από εκτίμηση κάθε συνάρτησης παραγωγής ξεχωριστά, βελτίωσε την στατιστική σημαντικότητα των εκτιμημένων μεταβλητών και για την ανάλυση σε 4 κλάδους, όπως και στην ανάλυση για 3 κλάδους.

Για τους παραπάνω λόγους, επιλέξαμε η ανάλυση για την επίδραση που έχει η παραγωγή κάθε κλάδου στους υπολοίπους να γίνει με βάση στους συντελεστές C_{ij} οι οποίοι προέρχονται από τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε τρία στάδια.

Πίνακας 6.20

C_{ij}^{3sls}	A	B	C	D
A	0,184	0,284	0,348	-0,111
B	-0,184	1,100	-0,327	0,010
C	-0,123	0,052	0,838	0,396
D	0,210	0,003	0,448	-0,045

Δεδομένου ότι συντελεστές C_{ij}^{3sls} δείχνουν τη μεταβολή της αναμενόμενης τιμής του παραγόμενου προϊόντος αν μία από τις εισροές αυξηθεί κατά μία μονάδα, μπορούμε να αναφέρουμε ότι μία αύξηση των εισροών από τον τρίτο κλάδο θα έχει σημαντικότερη επίδραση στο παραγόμενο προϊόν του πρώτου κλάδου σε σχέση με μία αύξηση εισροών από τους άλλους τομείς. Για τον Β κλάδο, βλέπουμε ότι μία αύξηση των πόρων που προέρχονται από τη δική του παραγωγή θα έχει αρκετά σημαντική θετική επίδραση στην παραγωγή. Αντίστοιχο συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί και για την παραγωγική δομή του κλάδου C, όπου η αύξηση των ιδίων πόρων και δευτερευόντως από τον τομέα D θα αυξήσει την παραγωγική του ικανότητα. Τέλος, βλέπουμε ότι για τον τομέα D, δηλαδή κυβέρνηση, θετική επίδραση θα έχει μία αύξηση των εισροών οι οποίες θα προέρχονταν από τον τομέα των υπηρεσιών, δηλαδή από τον τομέα C.

6.3.2 Αποδόσεις κλίμακας και τεχνική αποδοτικότητα για τους 4 κλάδους

Τα αποτελέσματα για την τεχνική αποδοτικότητα έχουν ως εξής:

Πίνακας 6.21

Τομέας	Τεχνική Αποδοτικότητα
Τομέας A	0,94
Τομέας B	0,95
Τομέας C	0,94
Τομέας D	0,92

Όπως παρατηρούμε, τα αποτελέσματα παραμένουν σχετικά κοντά σε σύγκριση με την ανάλυση για τους 3 κλάδους ενώ ο πιο αποδοτικός φαίνεται να είναι ο τομέας B. Οι οικονομίες κλίμακας, για 4 κλάδους, υπολογίζονται ως εξής:

$$RTS_i = k_i + l_i + \sum_{j=A}^D C_{ji}$$

Όπου $i, j = A, B, C, D$. Οι αποδόσεις κλίμακας, οι οποίες υπολογίζονται από τις εκτιμήσεις των συντελεστών, που προήλθαν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια, είναι:

Πίνακας 6.22:

Τομέας	Αποδόσεις κλίμακας
Τομέας Α	0,93
Τομέας Β	0,98
Τομέας C	0,63
Τομέας D	0,00

Όπως παρατηρούμε, οι αποδόσεις κλίμακας χαρακτηρίζονται ως φθίνουσες και για τους τέσσερις τομείς της οικονομίας. Αναφέραμε, και στην ανάλυση για 3 κλάδους, τις δυσκολίες σύγκρισης με τη βιβλιογραφία, αφού κάθε μελέτη εξετάζει διαφορετική χρονική περίοδο, διαφορετικές βάσεις δεδομένων, διαφορετικές μέθοδοι εκτίμησης και διαφορετικούς διαχωρισμούς της οικονομικής δραστηριότητας. Παρόλα αυτά, πιο κοντά στα παραπάνω αποτελέσματα, ειδικά για τους τομείς Α και Β, είναι οι Burnside (1996) και Burnside et al. (1995), που προσδιορίζουν τις οικονομίες κλίμακας για διάφορους τομείς της οικονομίας των ΗΠΑ κοντά στο 0,9. Τέλος, παρατηρούμε την ιδιαιτερότητα του τομέα D, δηλαδή της κυβέρνησης, σε σχέση με τους άλλους τομείς.

7. Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε ένα μη γραμμικό σύστημα κλαδικών συναρτήσεων παραγωγής. Αρχικά, παρουσιάστηκε συνοπτικά το γραμμικό υπόδειγμα εισροών-εκροών το οποίο και αποτελεί ένα σημείο καμπής στη μελέτη των διακλαδικών σχέσεων. Επιπλέον, έγινε αναφορά στο μη γραμμικό υπόδειγμα εισροών-εκροών. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε το μη γραμμικό κλαδικό υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής το οποίο βασίζεται στις ιδέες των δύο προηγούμενων υποδειγμάτων. Παρατέθηκαν τα εργαλεία ανάλυσης του, καθώς και οι οικονομετρικές τεχνικές οι οποίες απαιτούνται.

Αναλύθηκε ο τρόπος μετασχηματισμού των αρχικών δεδομένων ώστε να είναι συμβατά με την ανάλυση σε 3 και 4 κλάδους της οικονομίας των ΗΠΑ. Παρατέθηκαν τα αποτελέσματα από την οικονομετρική εκτίμηση και, βάση αυτών, σχηματίστηκαν τα βασικά εργαλεία ανάλυσης. Έλαβε χώρα μία σύγκριση μεταξύ των οικονομετρικών τεχνικών οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ώστε να διαπιστωθεί ποια είναι η βέλτιστη μέθοδος εκτίμησης στο συγκεκριμένο πλαίσιο ανάλυσης και ακολούθησε ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Αξίζει να αναφερθεί, ότι στα πλεονεκτήματα του προτεινόμενου υποδείγματος, είναι το ότι παρέχει εκτιμήσεις βασισμένες σε οικονομετρικές μεθόδους σε αντίθεση με άλλα υποδείγματα όπως το υπόδειγμα εισροών εκροών. Στα θετικά του είναι επίσης, ότι δεν περιορίζεται σε σταθερές οικονομίες κλίμακας καθώς και ότι βασίζεται σε συναρτησιακές μορφές οι οποίες είναι συνεπείς με τη θεωρία παραγωγής. Επιπλέον, είναι σχετικά εύκολο να εκτιμηθεί, ενώ παράλληλα παρέχει καλές εκτιμήσεις σε μία κλαδική διαδικασία παραγωγής. Τέλος, μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την τεχνική αποδοτικότητα και τις οικονομίες κλίμακας.

Συμπερασματικά, η εμπειρική διερεύνηση που επιχειρήθηκε έδειξε ότι η βέλτιστη τεχνική εκτίμησης του υποδείγματος φαίνεται να είναι η ταυτόχρονη εκτίμηση των συναρτήσεων παραγωγής, οι οποίες το απαρτίζουν, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε τρία στάδια (3sls). Σαν γενικά συμπεράσματα μπορούμε να αναφέρουμε ότι η χρησιμοποίηση ιδίων πόρων συντελεί στην αύξηση της παραγωγής ιδίως στον πρωτογενή και τριτογενή τομέα. Επιπλέον, παρατηρήσαμε ότι

οι περισσότεροι κλάδοι χαρακτηρίζονται από φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας. Τέλος, επισημάνθηκε η υψηλή αποδοτικότητα της οικονομίας των ΗΠΑ.

Ενδιαφέρον θα παρουσίαζε κατά τη γνώμη μας η εφαρμογή του παραπάνω πλαισίου ανάλυσης χρησιμοποιώντας διαφορετικές συναρτήσεις παραγωγής. Η σύγκριση των εκτιμήσεων οι οποίες θα προέρχονταν από διαφορετικές συναρτήσεις παραγωγής θα συνέβαλε στην περαιτέρω κατανόηση του υποδείγματος.

Παράρτημα

Παράρτημα 1

Πίνακας 1.1

Αποτελέσματα παλινδρόμησης Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής, ανά τομέα, με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων (OLS), ΗΠΑ, 2002-2013, 3 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Προιογενής	-5,842	0,264	-3,254	1,175	2,585	0,507	2,415	0,320	1,449	-0,243	-1,003	2,022	0,992
Δευτερογενής	2,159	0,168	1,183	0,061	0,561	0,105	1,656	0,399	2,704	0,225	1,452	0,958	0,996
Τριτογενής	9,363	0,295	3,014	-0,851	-2,392	-0,055	-1,449	0,104	0,812	0,720	1,986	0,214	0,996

Αποτελέσματα παλινδρόμησης Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής, ανά τομέα, με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε δύο στάδια (2SLS), ΗΠΑ, 2002-2013, 3 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Προιογενής	-7,287	0,263	-2,943	1,382	2,561	0,707	1,968	0,177	0,604	-0,432	-1,429	2,287	0,990
Δευτερογενής	2,319	0,104	1,108	0,065	0,503	0,146	1,491	0,290	1,231	0,355	1,569	0,960	0,995
Τριτογενής	8,767	0,418	2,505	-0,785	-1,903	-0,072	-1,359	0,134	0,757	0,555	1,052	0,251	0,996

Αποτελέσματα παλινδρόμησης συστήματος Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε τρία στάδια (3SLS), ΗΠΑ, 2002-2013, 3 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Προιογενής	-8,232	0,263	-4,756	1,797	4,237	0,838	3,402	0,075	0,389	-0,525	-2,485	2,448	0,987
Δευτερογενής	2,574	0,135	1,898	0,034	0,387	0,119	1,786	0,354	2,161	0,284	1,839	0,926	0,996
Τριτογενής	10,352	0,347	4,309	-0,989	-3,515	-0,061	-1,676	0,074	0,630	0,734	2,052	0,104	0,996

Πίνακας 1.2

Αποτελέσματα παλινδρόμησης Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής, ανά τομέα, με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων (OLS), ΗΠΑ, 2001-2013, 4 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	C_{Di}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Τομέας Α	1,802	2,224	2,760	0,120	0,657	0,163	1,614	0,258	1,403	0,324	3,049	-0,109	-2,221	0,943	0,998
Τομέας Β	3,633	2,605	0,955	-0,114	-1,629	0,075	1,287	0,521	4,155	0,184	1,654	0,002	0,046	0,794	0,999
Τομέας Γ	4,742	2,015	2,144	-0,429	-1,333	-0,103	-3,900	0,113	1,157	0,585	1,706	0,104	0,968	0,635	0,998
Τομέας Δ	10,673	2,105	1,514	-0,721	-1,407	0,174	2,130	0,044	0,401	0,445	2,384	-0,034	-0,302	0,108	0,999

Αποτελέσματα παλινδρόμησης Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής, ανά τομέα, με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε δύο στάδια, ΗΠΑ (2SLS), 2001-2013, 4 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	C_{Di}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Τομέας Α	1,897	1,869	2,238	0,177	0,798	0,203	1,750	0,214	0,987	0,296	2,181	-0,115	-1,914	0,952	0,998
Τομέας Β	0,781	0,092	0,459	-0,111	-0,598	-0,101	-0,203	0,885	0,830	-0,191	-0,192	0,081	0,581	0,985	0,997
Τομέας Γ	4,004	1,136	0,736	-0,501	-1,019	-0,136	-2,871	0,044	0,270	0,749	1,360	0,356	1,236	0,735	0,997
Τομέας Δ	11,740	1,985	1,393	-0,821	-1,398	0,196	2,125	-0,006	-0,045	0,478	1,986	-0,063	-0,407	-0,007	0,999

Αποτελέσματα παλινδρόμησης συστήματος Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων σε τρία στάδια (3SLS), ΗΠΑ, 2001-2013, 4 τομείς

Τομέας	$\ln A_i$	k_i	t-stat	l_i	t-stat	C_{Ai}	t-stat	C_{Bi}	t-stat	C_{Ci}	t-stat	C_{Di}	t-stat	Αποδόσεις κλίμακας	R^2
Τομέας Α	1,880	2,793	3,003	0,071	0,547	0,184	2,647	0,284	2,183	0,348	4,123	-0,111	-2,798	0,927	0,998
Τομέας Β	-0,290	-0,052	0,965	-0,197	-1,679	-0,184	-0,561	1,100	1,571	-0,327	-0,501	0,010	0,119	0,984	0,996
Τομέας Γ	5,332	2,315	0,646	-0,654	-2,060	-0,123	-4,114	0,052	0,528	0,838	2,411	0,396	2,163	0,634	0,996
Τομέας Δ	11,845	2,960	2,051	-0,832	-2,095	0,210	3,381	0,003	0,034	0,448	2,754	-0,045	-0,437	-0,010	0,999

Παράρτημα 2

Παράθεση των αποτελεσμάτων από το οικονομετρικό πρόγραμμα EViews

Πίνακας 2.1: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Α, OLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_A
Method: Least Squares
Sample: 2002 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-5.841782	1.795331	-3.253875	0.0174
LOGK_A	0.263535	0.141198	1.866425	0.1112
LOGLE_A	1.175336	0.454700	2.584862	0.0415
LOGXA_A	0.506718	0.209851	2.414658	0.0522
LOGXB_A	0.319784	0.220746	1.448653	0.1976
LOGXC_A	-0.243242	0.242421	-1.003389	0.3544
R-squared	0.991679	Mean dependent var		13.54191
Adjusted R-squared	0.984745	S.D. dependent var		0.284392
S.E. of regression	0.035126	Akaike info criterion		-3.552913
Sum squared resid	0.007403	Schwarz criterion		-3.310459
Log likelihood	27.31748	Hannan-Quinn criter.		-3.642678
F-statistic	143.0142	Durbin-Watson stat		1.777581
Prob(F-statistic)	0.000004			

Πίνακας 2.2: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Β, OLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_B
Method: Least Squares
Sample: 2002 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.159419	1.824643	1.183475	0.2814
LOGK_B	0.167693	0.124633	1.345492	0.2271
LOGLE_B	0.060734	0.108181	0.561407	0.5949
LOGXA_B	0.104916	0.063363	1.655778	0.1488
LOGXB_B	0.399376	0.147706	2.703859	0.0354
LOGXC_B	0.225076	0.154959	1.452484	0.1966
R-squared	0.995971	Mean dependent var		15.68292
Adjusted R-squared	0.992613	S.D. dependent var		0.120661
S.E. of regression	0.010370	Akaike info criterion		-5.992908
Sum squared resid	0.000645	Schwarz criterion		-5.750455
Log likelihood	41.95745	Hannan-Quinn criter.		-6.082673
F-statistic	296.6388	Durbin-Watson stat		1.885165
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.3: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα C, OLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_C
Method: Least Squares
Sample: 2002 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.363204	3.106413	3.014153	0.0236
LOGK_C	0.295463	0.223807	1.320168	0.2349
LOGLE_C	-0.850832	0.355687	-2.392081	0.0539
LOGXA_C	-0.054967	0.037935	-1.448970	0.1975
LOGXB_C	0.103629	0.127646	0.811850	0.4479
LOGXC_C	0.720411	0.362706	1.986212	0.0942
R-squared	0.995951	Mean dependent var		16.67516
Adjusted R-squared	0.992576	S.D. dependent var		0.139360
S.E. of regression	0.012007	Akaike info criterion		-5.699728
Sum squared resid	0.000865	Schwarz criterion		-5.457275
Log likelihood	40.19837	Hannan-Quinn criter.		-5.789493
F-statistic	295.1449	Durbin-Watson stat		0.963054
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.4: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα A, 2SLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_A
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2002 2013
Instrument specification: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.286849	2.475665	-2.943390	0.0258
LOGK_A	0.263444	0.190664	1.381719	0.2163
LOGLE_A	1.571581	0.613686	2.560888	0.0429
LOGXA_A	0.707253	0.359314	1.968342	0.0966
LOGXB_A	0.176579	0.292138	0.604437	0.5677
LOGXC_A	-0.432254	0.302531	-1.428794	0.2030
R-squared	0.989785	Mean dependent var		13.54191
Adjusted R-squared	0.981273	S.D. dependent var		0.284392
S.E. of regression	0.038919	Sum squared resid		0.009088
F-statistic	115.1923	Durbin-Watson stat		2.305721
Prob(F-statistic)	0.000007	Second-Stage SSR		0.017290
J-statistic	2.037186	Instrument rank		7
Prob(J-statistic)	0.153493			

Πίνακας 2.5: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Β, 2SLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_B
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2002 2013
Instrument specification: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.319180	2.093971	1.107551	0.3105
LOGK_B	0.104313	0.161100	0.647505	0.5413
LOGLE_B	0.065090	0.129362	0.503165	0.6328
LOGXA_B	0.146494	0.098258	1.490913	0.1866
LOGXB_B	0.289924	0.235588	1.230636	0.2645
LOGXC_B	0.354655	0.226018	1.569145	0.1677
R-squared	0.995451	Mean dependent var		15.68292
Adjusted R-squared	0.991661	S.D. dependent var		0.120661
S.E. of regression	0.011019	Sum squared resid		0.000728
F-statistic	261.7034	Durbin-Watson stat		2.374905
Prob(F-statistic)	0.000001	Second-Stage SSR		0.001277
J-statistic	3.470931	Instrument rank		7
Prob(J-statistic)	0.062456			

Πίνακας 2.6: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα C, 2SLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_C
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2002 2013
Instrument specification: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.767399	3.500228	2.504808	0.0462
LOGK_C	0.418187	0.320395	1.305221	0.2396
LOGLE_C	-0.785128	0.412486	-1.903404	0.1057
LOGXA_C	-0.071758	0.052810	-1.358816	0.2231
LOGXB_C	0.133953	0.176949	0.757013	0.4777
LOGXC_C	0.555366	0.527859	1.052110	0.3333
R-squared	0.995716	Mean dependent var		16.67516
Adjusted R-squared	0.992146	S.D. dependent var		0.139360
S.E. of regression	0.012350	Sum squared resid		0.000915
F-statistic	278.9605	Durbin-Watson stat		1.176124
Prob(F-statistic)	0.000001	Second-Stage SSR		0.000878
J-statistic	5.037323	Instrument rank		7
Prob(J-statistic)	0.024807			

Πίνακας 2.7: Αποτελέσματα παλινδρόμησης 3SLS, ανάλυση για 3 κλάδους.

Estimation Method: Three-Stage Least Squares
 Sample: 2002 2013
 Total system (balanced) observations 36
 Linear estimation after one-step weighting matrix

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-8.232319	1.731061	-4.755650	0.0002
C(2)	0.263062	0.131419	2.001695	0.0606
C(3)	1.797146	0.424183	4.236719	0.0005
C(4)	0.837520	0.246220	3.401515	0.0032
C(5)	0.075453	0.193902	0.389130	0.7017
C(6)	-0.525338	0.211433	-2.484654	0.0230
C(7)	2.574132	1.355985	1.898349	0.0738
C(8)	0.134771	0.103002	1.308430	0.2072
C(9)	0.033959	0.087701	0.387209	0.7031
C(10)	0.118933	0.066603	1.785708	0.0910
C(11)	0.354026	0.163859	2.160555	0.0445
C(12)	0.284488	0.154678	1.839222	0.0824
C(13)	10.35233	2.402590	4.308821	0.0004
C(14)	0.346507	0.222022	1.560685	0.1360
C(15)	-0.988989	0.281352	-3.515138	0.0025
C(16)	-0.061318	0.036589	-1.675841	0.1111
C(17)	0.073631	0.116856	0.630103	0.5365
C(18)	0.734030	0.357634	2.052457	0.0550

Determinant residual covariance 3.81E-13

Equation: LOGY_A = C(1) + C(2)*LOGK_A + C(3)*LOGLE_A + C(4)

*LOGXA_A + C(5)*LOGXB_A + C(6)*LOGXC_A

Instruments: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C C

Observations: 12

R-squared	0.986901	Mean dependent var	13.54191
Adjusted R-squared	0.975985	S.D. dependent var	0.284392
S.E. of regression	0.044072	Sum squared resid	0.011654
Durbin-Watson stat	2.497234		

Equation: LOGY_B = C(7) + C(8)*LOGK_B + C(9)*LOGLE_B + C(10)

*LOGXA_B + C(11)*LOGXB_B + C(12)*LOGXC_B

Instruments: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C C

Observations: 12

R-squared	0.995639	Mean dependent var	15.68292
Adjusted R-squared	0.992005	S.D. dependent var	0.120661
S.E. of regression	0.010789	Sum squared resid	0.000698
Durbin-Watson stat	1.737189		

Equation: LOGY_C = C(13) + C(14)*LOGK_C + C(15)*LOGLE_C + C(16)

*LOGXA_C + C(17)*LOGXB_C + C(18)*LOGXC_C

Instruments: FD_A FD_B FD_C LC_A LC_B LC_C C

Observations: 12

R-squared	0.995663	Mean dependent var	16.67516
Adjusted R-squared	0.992048	S.D. dependent var	0.139360
S.E. of regression	0.012427	Sum squared resid	0.000927
Durbin-Watson stat	1.134449		

Πίνακας 2.8: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Α, OLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_A
Method: Least Squares
Sample: 2001 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.801700	0.810265	2.223594	0.0679
LOGK_A	0.186526	0.067570	2.760491	0.0328
LOGLE_A	0.120444	0.183452	0.656542	0.5358
LOGXA_A	0.163412	0.101270	1.613632	0.1577
LOGXB_A	0.257634	0.183649	1.402859	0.2102
LOGXC_A	0.323816	0.106205	3.048976	0.0225
LOGXD_A	-0.109077	0.049123	-2.220511	0.0682
R-squared	0.998148	Mean dependent var		14.44051
Adjusted R-squared	0.996296	S.D. dependent var		0.160136
S.E. of regression	0.009746	Akaike info criterion		-6.120204
Sum squared resid	0.000570	Schwarz criterion		-5.816001
Log likelihood	46.78133	Hannan-Quinn criter.		-6.182732
F-statistic	538.9594	Durbin-Watson stat		3.518289
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.9: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Β, OLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_B
Method: Least Squares
Sample: 2001 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.632539	1.394548	2.604814	0.0404
LOGK_B	0.124358	0.130273	0.954594	0.3766
LOGLE_B	-0.113601	0.069718	-1.629438	0.1543
LOGXA_B	0.075426	0.058602	1.287107	0.2455
LOGXB_B	0.521221	0.125435	4.155319	0.0060
LOGXC_B	0.184328	0.111470	1.653614	0.1493
LOGXD_B	0.002081	0.045657	0.045574	0.9651
R-squared	0.999363	Mean dependent var		15.39603
Adjusted R-squared	0.998725	S.D. dependent var		0.146124
S.E. of regression	0.005217	Akaike info criterion		-7.370090
Sum squared resid	0.000163	Schwarz criterion		-7.065886
Log likelihood	54.90558	Hannan-Quinn criter.		-7.432617
F-statistic	1568.075	Durbin-Watson stat		2.176843
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.10: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα C, OLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_C
 Method: Least Squares
 Sample: 2001 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.742406	2.353383	2.015144	0.0905
LOGK_C	0.363537	0.169540	2.144259	0.0757
LOGLE_C	-0.428503	0.321384	-1.333303	0.2308
LOGXA_C	-0.102737	0.026342	-3.900148	0.0080
LOGXB_C	0.113401	0.097999	1.157169	0.2912
LOGXC_C	0.585167	0.342936	1.706344	0.1388
LOGXD_C	0.103954	0.107389	0.968018	0.3704
R-squared	0.998394	Mean dependent var		16.49804
Adjusted R-squared	0.996789	S.D. dependent var		0.150981
S.E. of regression	0.008556	Akaike info criterion		-6.380617
Sum squared resid	0.000439	Schwarz criterion		-6.076414
Log likelihood	48.47401	Hannan-Quinn criter.		-6.443145
F-statistic	621.7643	Durbin-Watson stat		1.574903
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.11: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα D, OLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_D
 Method: Least Squares
 Sample: 2001 2013

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.67321	5.070736	2.104863	0.0799
LOGK_D	0.200373	0.132350	1.513958	0.1808
LOGLE_D	-0.721037	0.512566	-1.406720	0.2091
LOGXA_D	0.173863	0.081620	2.130163	0.0772
LOGXB_D	0.043612	0.108840	0.400692	0.7025
LOGXC_D	0.445248	0.186792	2.383651	0.0545
LOGXD_D	-0.033721	0.111554	-0.302287	0.7726
R-squared	0.998745	Mean dependent var		14.85848
Adjusted R-squared	0.997491	S.D. dependent var		0.173487
S.E. of regression	0.008690	Akaike info criterion		-6.349509
Sum squared resid	0.000453	Schwarz criterion		-6.045306
Log likelihood	48.27181	Hannan-Quinn criter.		-6.412037
F-statistic	796.0827	Durbin-Watson stat		1.772607
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2.12: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Α, 2SLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_A
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2001 2013
Instrument specification: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D
LOGLC_A LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.896818	1.014853	1.869056	0.1108
LOGK_A	0.178026	0.079541	2.238162	0.0665
LOGLE_A	0.176730	0.221349	0.798421	0.4551
LOGXA_A	0.203008	0.115994	1.750157	0.1307
LOGXB_A	0.213734	0.216527	0.987101	0.3617
LOGXC_A	0.296018	0.135701	2.181391	0.0719
LOGXD_A	-0.115120	0.060130	-1.914497	0.1041
R-squared	0.997993	Mean dependent var	14.44051	
Adjusted R-squared	0.995986	S.D. dependent var	0.160136	
S.E. of regression	0.010146	Sum squared resid	0.000618	
F-statistic	493.0070	Durbin-Watson stat	3.544473	
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR	0.003223	
J-statistic	0.595976	Instrument rank	9	
Prob(J-statistic)	0.742310			

Πίνακας 2.13: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα Β, 2SLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_B
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2001 2013
Instrument specification: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D
LOGLC_A LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.780722	8.457748	0.092308	0.9295
LOGK_B	0.422437	0.920641	0.458850	0.6625
LOGLE_B	-0.111277	0.186025	-0.598181	0.5716
LOGXA_B	-0.101136	0.497924	-0.203116	0.8458
LOGXB_B	0.885472	1.067457	0.829515	0.4386
LOGXC_B	-0.190656	0.990933	-0.192401	0.8538
LOGXD_B	0.080555	0.138640	0.581039	0.5824
R-squared	0.997136	Mean dependent var	15.39603	
Adjusted R-squared	0.994271	S.D. dependent var	0.146124	
S.E. of regression	0.011060	Sum squared resid	0.000734	
F-statistic	348.8585	Durbin-Watson stat	2.501255	
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR	0.000193	
J-statistic	0.609436	Instrument rank	9	
Prob(J-statistic)	0.737331			

Πίνακας 2.14: Αποτελέσματα παλινδρόμησης Cobb-Douglas συναρτήσεων παραγωγής για τον τομέα C, 2SLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_C
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2001 2013
Instrument specification: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D
LOGLC_A LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.003548	3.523723	1.136170	0.2992
LOGK_C	0.222822	0.302799	0.735875	0.4896
LOGLE_C	-0.500692	0.491355	-1.019003	0.3475
LOGXA_C	-0.136280	0.047471	-2.870795	0.0284
LOGXB_C	0.044178	0.163331	0.270480	0.7959
LOGXC_C	0.748860	0.550516	1.360288	0.2226
LOGXD_C	0.355707	0.287871	1.235647	0.2628
R-squared	0.996519	Mean dependent var		16.49804
Adjusted R-squared	0.993038	S.D. dependent var		0.150981
S.E. of regression	0.012598	Sum squared resid		0.000952
F-statistic	287.0632	Durbin-Watson stat		2.656828
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR		0.000187
J-statistic	0.922743	Instrument rank		9
Prob(J-statistic)	0.630419			

Πίνακας 2.15: Αποτελέσματα παλινδρόμησης για τον τομέα D, 2SLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Dependent Variable: LOGY_D
Method: Two-Stage Least Squares
Sample: 2001 2013
Instrument specification: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D
LOGLC_A LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.73983	5.913486	1.985263	0.0943
LOGK_D	0.208253	0.149494	1.393054	0.2130
LOGLE_D	-0.820933	0.587360	-1.397667	0.2117
LOGXA_D	0.196491	0.092453	2.125309	0.0777
LOGXB_D	-0.006247	0.139165	-0.044891	0.9657
LOGXC_D	0.477796	0.240637	1.985548	0.0943
LOGXD_D	-0.062567	0.153770	-0.406889	0.6982
R-squared	0.998683	Mean dependent var		14.85848
Adjusted R-squared	0.997367	S.D. dependent var		0.173487
S.E. of regression	0.008903	Sum squared resid		0.000476
F-statistic	758.7551	Durbin-Watson stat		2.155294
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR		0.000333
J-statistic	4.173438	Instrument rank		9
Prob(J-statistic)	0.124094			

Πίνακας 2.16: Αποτελέσματα παλινδρόμησης 3SLS, ανάλυση για 4 κλάδους.

Estimation Method: Three-Stage Least Squares
 Sample: 2001 2013
 Total system (balanced) observations 52
 Linear estimation after one-step weighting matrix

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.879624	0.672950	2.793112	0.0101
C(2)	0.150848	0.050228	3.003255	0.0062
C(3)	0.070504	0.128921	0.546875	0.5895
C(4)	0.184142	0.069575	2.646672	0.0141
C(5)	0.284017	0.130093	2.183192	0.0390
C(6)	0.348476	0.084515	4.123248	0.0004
C(7)	-0.111095	0.039706	-2.797895	0.0100
C(8)	-0.289530	5.568748	-0.051992	0.9590
C(9)	0.582030	0.603081	0.965094	0.3441
C(10)	-0.196662	0.117146	-1.678780	0.1062
C(11)	-0.183720	0.327600	-0.560806	0.5801
C(12)	1.100048	0.700342	1.570731	0.1293
C(13)	-0.327481	0.653903	-0.500809	0.6211
C(14)	0.009978	0.083606	0.119344	0.9060
C(15)	5.332218	2.303054	2.315282	0.0295
C(16)	0.124837	0.193104	0.646474	0.5241
C(17)	-0.653793	0.317310	-2.060424	0.0504
C(18)	-0.122730	0.029834	-4.113828	0.0004
C(19)	0.052161	0.098735	0.528299	0.6021
C(20)	0.837871	0.347542	2.410846	0.0239
C(21)	0.395534	0.182823	2.163474	0.0407
C(22)	11.84513	4.001168	2.960419	0.0068
C(23)	0.206970	0.100930	2.050630	0.0514
C(24)	-0.832261	0.397254	-2.095035	0.0469
C(25)	0.210196	0.062165	3.381288	0.0025
C(26)	0.003173	0.093815	0.033823	0.9733
C(27)	0.447722	0.162563	2.754140	0.0110
C(28)	-0.045432	0.103963	-0.437003	0.6660
Determinant residual covariance	6.70E-19			

Equation: LOGY_A = C(1) + C(2)*LOGK_A + C(3)*LOGLE_A + C(4)
 *LOGXA_A + C(5)*LOGXB_A + C(6)*LOGXC_A + C(7)*LOGXD_A

Instruments: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D LOGLC_A
 LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D C

Observations: 13

R-squared	0.997794	Mean dependent var	14.44051
Adjusted R-squared	0.995587	S.D. dependent var	0.160136
S.E. of regression	0.010637	Sum squared resid	0.000679
Durbin-Watson stat	3.473233		

Equation: LOGY_B = C(8) + C(9)*LOGK_B + C(10)*LOGLE_B + C(11)
 *LOGXA_B + C(12)*LOGXB_B + C(13)*LOGXC_B + C(14)*LOGXD_B

Instruments: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D LOGLC_A
 LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D C

Observations: 13

R-squared	0.996343	Mean dependent var	15.39603
Adjusted R-squared	0.992686	S.D. dependent var	0.146124
S.E. of regression	0.012497	Sum squared resid	0.000937
Durbin-Watson stat	2.522653		

Equation: LOGY_C = C(15) + C(16)*LOGK_C + C(17)*LOGLE_C + C(18)
 *LOGXA_C + C(19)*LOGXB_C + C(20)*LOGXC_C + C(21)*LOGXD_C
 Instruments: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D LOGLC_A
 LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D C

Observations: 13

R-squared	0.996151	Mean dependent var	16.49804
Adjusted R-squared	0.992301	S.D. dependent var	0.150981
S.E. of regression	0.013248	Sum squared resid	0.001053
Durbin-Watson stat	2.512771		

Equation: LOGY_D = C(22) + C(23)*LOGK_D + C(24)*LOGLE_D + C(25)
 *LOGXA_D + C(26)*LOGXB_D + C(27)*LOGXC_D + C(28)*LOGXD_D
 Instruments: LOGFD_A LOGFD_B LOGFD_C LOGFD_D LOGLC_A
 LOGLC_B LOGLC_C LOGLC_D C

Observations: 13

R-squared	0.998678	Mean dependent var	14.85848
Adjusted R-squared	0.997355	S.D. dependent var	0.173487
S.E. of regression	0.008922	Sum squared resid	0.000478
Durbin-Watson stat	2.200418		

Βιβλιογραφία

Ξενόγλωσση

- Abramovitz, M. (1956). Resource and output trends in the United States since 1870. In *Resource and output trends in the United States since 1870* (pp. 1-23). NBER.
- Acemoglu, D., Carvalho, V. M., Ozdaglar, A., & Tahbaz-Salehi, A. (2012). The network origins of aggregate fluctuations. *Econometrica*, 80(5), 1977-2016.
- Aigner, D., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21-37.
- Aigner, D. J., & Chu, S. F. (1968). On estimating the industry production function. *The American Economic Review*, 58(4), 826-839.
- Amemiya, T. (1985). *Advanced econometrics*. Mass: Harvard University Press. 6th ed.
- Amemiya, T. (1977). The maximum likelihood and the nonlinear three-stage least squares estimator in the general nonlinear simultaneous equation model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 955-968.
- Basu, S., & Fernald, J. G. (1995). *Aggregate productivity and the productivity of aggregates* (No. w5382). National Bureau of Economic Research.
- Basu, S., & Fernald, J. G. (1997). Returns to scale in US production: Estimates and implications. *Journal of political economy*, 105(2), 249-283.
- Battese, G. E. (1992). Frontier production functions and technical efficiency: a survey of empirical applications in agricultural economics. *Agricultural economics*, 7(3), 185-208.
- Belegri-Roboli, A., & Michaelides, P. G. (2006). Measuring technological change in Greece. *The Journal of Technology Transfer*, 31(6), 663-671.
- Berger, A. N., & Humphrey, D. B. (1997). Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research. *European journal of operational research*, 98(2), 175-212.
- Berndt, E. R., Hall, B. H., Hall, R. E., & Hausman, J. A. (1974). Estimation and inference in nonlinear structural models. In *Annals of Economic and Social Measurement, Volume 3, number 4* (pp. 653-665). NBER. Cobb, Charles W., and Paul H. Douglas. "A theory of production." *The American Economic Review* 18.1 (1928): 139-165.

- Bravo-Ureta, B. E. (1986). Technical Efficiency Measures for Dairy Farms Based on a Probabilistic Frontier Function Model. *Canadian Journal of Agricultural Economics/Revue canadienne d'agroeconomie*, 34(3), 399-415.
- Burnside, C. (1996). Production function regressions, returns to scale, and externalities. *Journal of monetary Economics*, 37(2), 177-201.
- Burnside, C., Eichenbaum, M., & Rebelo, S. (1995). Capital utilization and returns to scale. In *NBER Macroeconomics Annual 1995, Volume 10* (pp. 67-124). MIT Press
- Caballero, R. J., & Lyons, R. K. (1992). External effects in US procyclical productivity. *Journal of Monetary Economics*, 29(2), 209-225.
- Chen, X. (2011). *Increasing Returns to Scale in US manufacturing industries: evidence from direct and reverse regression* (No. 2011-11). Bureau d'Economie Théorique et Appliquée, UDS, Strasbourg.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer Science & Business Media
- Cragg, J. G. (1967). On the relative small-sample properties of several structural-equation estimators. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 89-110.
- Czamanski, Stanislaw. "Applicability and limitations in the use of national input-output tables for regional studies." *Papers of the Regional Science Association*. Vol. 23. No. 1. Springer-Verlag, 1969.
- Davidson, Russell; MacKinnon, James G. (1993). *Estimation and Inference in Econometrics*. New York: Oxford University Press.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 273-292.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.
- Domowitz, I., Hubbard, R. G., & Petersen, B. C.. (1988). Market Structure and Cyclical Fluctuations in U.S. Manufacturing. *The Review of Economics and Statistics*, 70(1), 55-66.
- Doms, M., Dunne, T., & Roberts, M. J. (1995). The role of technology use in the survival and growth of manufacturing plants. *International journal of industrial organization*, 13(4), 523-542.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253-290.

- Gallant, A. R., & Jorgenson, D. W. (1979). Statistical inference for a system of simultaneous, non-linear, implicit equations in the context of instrumental variable estimation. *Journal of Econometrics*, 11(2-3), 275-302.
- Gehrke, C., & Kurz, H. D. (1995). Karl Marx on physiocracy. *Journal of the History of Economic Thought*, 2(1), 53-90.
- Goldberger, Arthur S. (1964). *Econometric Theory*. New York: John Wiley & Sons.
- Greene, W. H. (2003). *Econometric Analysis* (Fifth ed.). Prentice-Hall.
- Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1029-1054.
- Hayashi, Fumio. (2000) *Econometrics*, Princeton University Press
- Horowitz, K. J., & Planting, M. A. (2006). *Concepts and methods of the US input output accounts*. Washington, DC: Bureau of Economic Analysis, Dept. of Commerce
- IMF – International Monetary Fund. (2016). World Economic Outlook Database
- Johnston, J. and J. DiNardo, (1997), *Econometric Methods*, 4th Ed., New York, NY: McGraw-Hill Book Co.
- Jorgenson, D. W., & Laffont, J. J. (1974). Efficient estimation of nonlinear simultaneous equations with additive disturbances. In *Annals of Economic and Social Measurement, Volume 3, number 4* (pp. 615-640). NBER.
- Judge, G. G., Griffiths, W. E., Hill, R. C., Lutkepohl, H., & Lee, T. C. (1985). The Theory and Practice of Econometrics. New York: JohnWiley. *Judge2The Theory and Practice of Econometrics1985*.
- Konstantakis, K., & Michaelides, P. G. (2014). Combining Input-Output (IO) analysis with Global Vector Autoregressive (GVAR) modeling: Evidence for the USA (1992-2006). *MPRA Paper*, University Library of Munich, Germany
- Kurz, H. D., & Salvadori, N. (2000). 'Classical' roots of input-output analysis: A short account of its long prehistory. *Economic Systems Research*, vol. 12(2), pp. 153-79
- Leontief, W. W. (1986). *Input-output economics*. Oxford University Press on Demand.
- Leontief, W. W. (1936). Quantitative input and output relations in the economic systems of the United States. *The review of economic statistics*, 105-125.
- Leontief, W. W. (1951). *The structure of American economy, 1919-1939: an empirical application of equilibrium analysis* (No. HC106. 3 L3945 1951).

- Leontief, Wassily W. (1955) Some Basic Problems of Empirical Input-Output Analysis, in *Input-Output Analysis: An Appraisal*, National Bureau of Economic Research, Inc.: 9-52
- Maddala, G.S. (2001), *Introduction to Econometrics*, 3rd Edition, New York: John Wiley and Sons.
- Marx, K. (1885). Das Kapital, zweiter Band. *MEW, Bd, 24*, 355.
- Marx, K., & Engels, F. (1955). *Selected correspondence*. Foreign Languages Publishing House.
- Mas-Colell, Andreu; Winston, Michael D.; Green, Jerry R. (1995). *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press
- Meeusen, W., & Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International economic review*, 435-444.
- Michaelides, P. G., Belegri-Roboli, A., & Markaki, M. A (2012) *A non-linear Leontief-type input-output model*. 20th International Input-Output Association Conference in Bratislava, Slovakia, June 2012
- Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009). *Input-output analysis: foundations and extensions*. Cambridge University Press.
- Nerlove, M. (1965). *Estimation and identification of Cobb-Douglas production functions*. Chicago: Rand Mc
- Nguyen, S. V., & Reznik, A. P. (1991). Returns to scale in small and large US manufacturing establishments. *Small Business Economics*, 3(3), 197-214.
- Nicholson, W., & Snyder, C. (2011). *Microeconomic theory: basic principles and extensions*. Nelson Education.
- Oberfield, E., & Raval, D. (2014). *Micro data and macro technology* (No. w20452). National Bureau of Economic Research.
- Phillips, A. (1955). The Tableau Economique as a simple Leontief model. *The Quarterly Journal of Economics*, 137-144.
- Romer, D., & Chow, C. (2012). *Advanced Macroeconomic Theory*. McGraw-hill.
- Solow, R. M. (1957). Technical change and the aggregate production function. *The review of Economics and Statistics*, 312-320.
- Henry William Spiegel. (1991). *The growth of economic thought*. Duke University Press.

Streitwieser, M. L. (2010). *Measuring the Nation's Economy: An Industry Perspective*. BiblioGov. No. 0058. Bureau of Economic Analysis

Streitwieser, M. L. (2011). *Measuring the Nation's Economy: An Industry Perspective*. BiblioGov. Revised. Bureau of Economic Analysis

Theil, Henri (1971). *Principles of Econometrics*. New York: John Wiley.

Van Den Berg, R. (2005). *At the origins of mathematical economics: the economics of AN Isnard (1748-1803)*. Routledge.

Varian, H. (1992). *Microeconomic Analysis* (3rd ed.). New York: W. W Norton

Walras, L. [1874] 1954. *Elements of pure economics*, London: Allen and Unwin.

Walras, L. (1896). *Éléments d'économie politique pure; ou, Théorie de la richesse sociale*. F. Rouge.

Zellner, A., & Theil, H. (1962). Three-stage least squares: simultaneous estimation of simultaneous equations. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 54-78.

Zellner, A. (1962). An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. *Journal of the American statistical Association*, 57(298), 348-368.

Ελληνική

Ανδρικόπουλος Α. Ανδρέας. (2000). *Οικονομετρία θεωρία και εφαρμογές*, Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα

Δρακόπουλος Α. Σταύρος & Καραγιάννης Δ. Αναστάσιος. (1993). *Ιστορία της οικονομικής σκέψης: μια επισκόπηση*, Εκδόσεις Κριτική

Δράκος Ε.Γ. (1997). *Μαθήματα Δημόσιας Οικονομικής*, Εκδόσεις Αθ. Σταμούλης, Αθήνα

Μιχαηλίδης Παναγιώτης, Μπελεγρή-Ρομπόλη Αθηνά, Μαρκάκη Μαρία. (2010). *Διακλαδικές σχέσεις στην ελληνική οικονομία: παραγωγή, απασχόληση, μισθοί και επαγγέλματα* Ινστιτούτο εργασίας ΓΣΕΕ – ΑΔΕΔΥ, Αθήνα.

Παλαιολόγος Μ. Ιωάννης. (2006). *Σύγχρονη Μικροοικονομική Θεωρία*, Εκδόσεις Αθ. Σταμούλης

Λίβας, Π. (1994). *Ανάλυση Εισροών Εκροών*, Εκδόσεις Σταμούλη, Αθήνα

Ιστοσελίδες

Official Bureau of Economic Analysis website: <http://www.bea.gov>