



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ-ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

**Περιγραφή κυματικού κλίματος  
μέσω μακροπρόθεσμων από κοινού κατανομών  
ύψους και περιόδου κύματος**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Παπανικολάου Μαρία**

**Επιβλέπων:** Κωνσταντίνος Δ. Μέμος, Ομ. Καθηγητής ΕΜΠ

Δ.Π.Μ.Σ.  
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ  
ΥΔΑΤΙΚΩΝ  
ΠΟΡΩΝ»

Αθήνα, Οκτώβριος 2016



## **Περιγραφή κυματικού κλίματος μέσω μακροπρόθεσμων από κοινού κατανομών ύψους και περιόδου κύματος**

**Λέξεις-Κλειδιά:** από κοινού κατανομή, χαρακτηριστικό ύψος κύματος, μέση περίοδος κύματος, περιθώρια κατανομή, κατανομή δεσμευμένης πιθανότητας

## **Wave climate description via long-term joint distributions of wave height and period**

**Keywords:** joint distribution, significant wave height, mean wave period, marginal distribution, conditional distribution

*Το περιεχόμενο της ανά χείρας διπλωματικής εργασίας αποτελεί προϊόν της δικής μου πνευματικής προσπάθειας. Η ενσωμάτωση σε αυτήν υλικού τρίτων, δημοσιευμένου ή μη, γίνεται με δόκιμη αναφορά στις πηγές, που δεν επιτρέπει ασάφειες ή παρερμηνείες.*



## *Ευχαριστίες*

Στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Μέμο, για την ανάθεση αυτής της ενδιαφέρουσας μεταπτυχιακής εργασίας, για τις ιδέες του, τις συμβουλές του, τη στήριξή του, την άρτια καθοδήγησή του και τη γενικότερη συνεισφορά του στο τελικό αποτέλεσμα. Ευχαριστώ, επίσης, την υποψήφια διδάκτορα Δήμητρα Μαλλιούρη, για την πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε, για τη συνεχή επίβλεψή της και για το πολύ ευχάριστο κλίμα που δημιούργησε κατά τη συνεργασία μας.



# Περιεχόμενα

Περίληψη .....	v
Abstract .....	vii
Extended summary.....	ix
1. Introduction.....	ix
2. Theoretical background .....	x
2.2 Conditional modelling .....	x
2.3 Plackett model.....	xi
2.4 Univariate models .....	xii
2.5 Estimation of parameters of a univariate model .....	xiii
2.6 Return period estimation.....	xiv
2.7 Goodness of fit.....	xiv
3. Methodology proposed for the design .....	xiv
4. Case study of Mykonos island.....	xvi
4.1 Results and Discussion .....	xviii
4.2 Estimation of the return period and design parameters .....	xxii
5. Conclusions.....	xxv
References.....	xxvii
1. Εισαγωγή .....	1
1.1 Αντικείμενο της εργασίας.....	1
1.2 Πρωτότυπα σημεία .....	2
1.3 Διάρθρωση της εργασίας .....	3
2. Θεωρητικό υπόβαθρο .....	5
2.1 Ορισμός βασικών εννοιών .....	5
2.1.1 Χαρακτηριστικά των κυματισμών.....	5
2.1.2. Κατανομές πιθανότητας τυχαίων μεταβλητών .....	6
2.2 Ιστορική αναδρομή .....	7
2.3 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) .....	10
2.4 Μοντέλο Plackett (Plackett model) .....	10
2.5 Μοντέλα κατανομών μιας μεταβλητής.....	13

2.6 Εκτίμηση παραμέτρων των κατανομών μίας μεταβλητής.....	14
2.7 Περίοδος επαναφοράς (return period) .....	15
2.8 Εκτίμηση του σφάλματος των μοντέλων (goodness of fit) .....	16
3. Προτεινόμενη μεθοδολογία για το σχεδιασμό έργων.....	17
3.1 Δεδομένα.....	18
3.2 Επεξεργασία δεδομένων .....	18
3.2.1. Υπολογισμός χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα.....	19
3.2.2 Διαμόρφωση νέου Πίνακα δεδομένων συχνοτήτων εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος.....	21
3.3 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου - Προσαρμογή θεωρητικών μοντέλων .....	22
3.3.1 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) .....	22
3.3.2 Μοντέλο Plackett.....	23
3.4 Αποτελέσματα των μοντέλων .....	23
3.5 Περίοδος επαναφοράς.....	24
3.6 Επιλογή κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού λιμενικών και παράκτιων έργων .....	25
4. Εφαρμογή μεθοδολογίας στην περιοχή της Μυκόνου.....	27
4.1 Βαθιά ύδατα.....	28
4.2 Αβαθή ύδατα.....	34
4.2.1. Υπολογισμός χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα.....	34
4.2.2 Διαμόρφωση νέου Πίνακα δεδομένων συχνοτήτων εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα .....	37
4.3 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) .....	41
4.3.1 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου .....	41
4.3.2 Μακροχρόνια από κοινού κατανομή χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου .....	50
4.3.3 Υπολογισμός σφάλματος του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας .....	59
4.4 Μέθοδος Plackett.....	59
4.4.1 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου .....	59
4.4.2 Μακροχρόνια από κοινού κατανομή χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου .....	64



4.4.3 Υπολογισμός σφάλματος του μοντέλου Plackett .....	75
4.5 Σφάλματα μοντέλων .....	75
5. Αποτελέσματα για την περιοχή της Μυκόνου και σχολιασμός.....	77
5.1 Αποτελέσματα για τα βαθιά ύδατα και για βάθος υδάτων $d=6.75m$ χωρίς την εφαρμογή μοντέλου .....	78
5.2 Αποτελέσματα μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και μοντέλου Plackett για τα βαθιά ύδατα.....	79
5.3 Αποτελέσματα μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και μοντέλου Plackett για βάθος υδάτων $d=6.75m$ .....	84
5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για την περιοχή της Μυκόνου με άλλες έρευνες .....	86
6. Περίοδος επαναφοράς.....	95
6.1. Περίοδος επαναφοράς χαρακτηριστικού ύψους κύματος.....	96
6.2. Περίοδος επαναφοράς της μέσης περιόδου κύματος.....	97
6.3. Από κοινού περίοδος επαναφοράς χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος.....	98
6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για περίοδο επαναφοράς $T=100$ έτη .....	100
7. Επιλογή κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού.....	105
8. Συμπεράσματα-Προτάσεις.....	107
8.1 Συμπεράσματα από την εφαρμογή της μεθοδολογίας στην περιοχή της Μυκόνου .	107
8.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα .....	110
Βιβλιογραφικές αναφορές.....	113
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	115



## Περίληψη

Γίνεται ολοένα και πιο αποδεκτό από την επιστημονική κοινότητα ότι, πέραν του ύψους κύματος, σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση των κυματικών φορτίσεων επί λιμενικών και παράκτιων έργων παίζει και η περίοδος των κυματισμών. Η εν λόγω παράμετρος προβλέπεται να ενσωματωθεί στο προσεχές μέλλον στα κριτήρια σχεδιασμού των ως άνω έργων μαζί με το ύψος κύματος. Η παρούσα εργασία έχει ως αντικείμενο την περιγραφή του κυματικού κλίματος, ώστε να είναι δυνατόν να εξαχθούν οι μεταβλητές αυτές φόρτισης, ύψος κύματος και περίοδος κύματος, για το σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων. Αυτό πραγματοποιείται μέσω μελέτης της μακροπρόθεσμης από κοινού κατανομής του σημαντικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος, λαμβάνοντας υπόψη την πιθανοτική συσχέτιση των δύο αυτών μεγεθών.

Προτείνεται, λοιπόν, μια μεθοδολογία περιγραφής του κυματικού κλίματος οποιασδήποτε περιοχής, με χρήση δύο διαφορετικών θεωρητικών μοντέλων κατανομών δύο μεταβλητών: του μοντέλου δεσμευμένης ή υπό συνθήκη πιθανότητας (conditional model) και του μοντέλου Plackett. Αυτά προϋποθέτουν τη γνώση της συχνότητας εμφάνισης του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος ενός δείγματος παρατηρήσεων, σε μία υπερετήσια χρονική περίοδο. Στο πλαίσιο της εφαρμογής τους, η λογαριθμοκανονική κατανομή και η κατανομή Weibull προσαρμόζονται στις μετρήσεις/εκτιμήσεις του σημαντικού ύψους κύματος, ενώ στις μετρήσεις/εκτιμήσεις της μέσης περιόδου κύματος προσαρμόζεται η λογαριθμοκανονική κατανομή. Συνεπώς, συνολικά αναλύονται τέσσερις περιπτώσεις, από τις οποίες προκύπτουν οι από κοινού κατανομές του σημαντικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος και εκτιμάται η απόκλιση των θεωρητικών μοντέλων από τις μετρήσεις, δηλαδή το σφάλμα.

Εν συνεχεία, ακολουθεί η εφαρμογή της προαναφερόμενης διαδικασίας σε θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου, για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  του έργου. Τα προκύπτοντα αποτελέσματα που έχουν τη μορφή πιθανοτικών εικόνων, αναλύονται, σχολιάζονται και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρόμοιων εφαρμογών για διαφορετικές τοποθεσίες. Επίσης, στα πλαίσια της εφαρμογής, μελετάται η σχέση των περιόδων επαναφοράς του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος με την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους, από τις οποίες προκύπτουν οι κατάλληλες φορτίσεις για το σχεδιασμό λιμενικών ή παράκτιων έργων.

Η μεθοδολογία που προτείνεται στην παρούσα εργασία αναμένεται να συμβάλλει στον μελλοντικό (προχωρημένο) πιθανοτικό σχεδιασμό έργων, παρέχοντας μια πρώτη εκτίμηση και επιλογή των μεγεθών σχεδιασμού -σημαντικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου κύματος- ανάλογα με τη δεδομένη διάρκεια ζωής ενός έργου και την επιθυμητή περίοδο επαναφοράς.



## Abstract

It is increasingly acceptable that wave period plays, along with wave height, a significant role in the environmental loading of breakwaters and similar structures. Hence there is a need to establish methodology for incorporating this quantity into the design criteria of the said structures. Objective of this investigation is the wave climate description in such a way that the design criteria, wave height and wave period, for the design of harbour protection works or coastal structures be easily obtained. This is accomplished by estimating the long term joint distribution of the significant wave height and mean wave period.

More specifically, a methodology is proposed for the description of the wave climate of a location, using two different bivariate models: the conditional probability model or the Plackett model. These theoretical distribution models require knowledge of the frequency of occurrence of the two variables involved, from a sample of observations made over a period of time longer than one year. For the application of these models, lognormal or Weibull distributions have been fitted to the measured/estimated data of significant wave height, whereas lognormal distribution has been fitted to the measured/estimated data of the mean wave period. Thus, four different cases were studied from which joint probability distributions of wave height and period were derived along with the associated error, that measures the distance between the theoretical distributions and the empirical one from the data.

The proposed methodology has been applied to a location off Mykonos island for deep waters and water depth  $d$  of the structure. The results obtained are probabilistic contour plots. These are analyzed, discussed and compared with the corresponding results of similar applications for different locations. Also, as part of the application, the relation between the return periods of wave height and wave period with their joint return period was studied and the design wave parameters were derived from the results.

The methodology proposed in this study is expected to contribute to the future probability-based design and assessment of marine and coastal structures, providing a simple first estimation of the design wave loads -significant wave height and mean wave period- given the lifetime of structure and the return period.



# Extended summary

## 1. Introduction

For the probability-based design and assessment of marine and coastal structures interacting with sea waves, a reliable knowledge of the long-term wave climate is required. Sometimes the significant wave height alone is used for representing the wave climate and the sea severity. However, it is highly desirable to characterize the sea condition using both parameters, the significant wave height  $H_s$  and the mean wave period  $T_m$ . Objective of this investigation is the wave climate description in a way that the design criteria, wave height and wave period, for the design of harbour protection works be easily obtained. For this purpose a methodology is proposed for the wave climate description, by estimating the long term joint distribution of the significant wave height and mean wave period. These models require knowledge of the frequency of occurrence of the two variables involved, from a sample of observations made over a period of time exceeding one year.

For the statistical approach to wave climate, univariate and bivariate theoretical distribution models have been used. The main reasons why theoretical models have been fit to the data instead of using data directly are the following: It is preferable to fit a theoretical model because it may represent better some conditions of lower probability level that for some reason are not included in the sample. Also it allows extrapolation of the data to lower levels of probability corresponding to longer periods than the one of the measurements. Furthermore, it may be more convenient to have theoretical models combined with other models in any further computational procedure (Lucas and Guedes Soares, 2015).

In the past, several investigators have studied these theoretical models. Concerning the long-term univariate probability distribution models of the two design parameters (wave height and wave period) separately, the significant wave height appears to follow lognormal distribution (Ward et al., 1977) or Weibull distribution (Houmb and Overvik, 1976) in deep waters as well as in the coastal zone. Lognormal distributions adapt more effectively to the entire range of significant wave heights. On the other hand Weibull distribution is more representative for the upper tail of the histogram, but the agreement is rather poor for small significant wave heights (Ochi, 1978). Regarding the characteristic wave period (e.g., the average period  $T_m$  or the peak period  $T_p$ ), lognormal distribution seems more appropriate (Ochi, 1978).

For the long-term joint distribution of wave height and wave period (bivariate models), the conditional probability model has been applied for  $H_s$  and  $T_p$  by Haver (1985). Lucas and Guedes Soares (2015) applied the same model for the average period  $T_m$  instead of  $T_p$ . Also Athanassoulis et al. (1994) introduced the Plackett model, that requires given marginals for  $H_s$  and  $T_m$  and takes into account the correlations between the two variables. Finally, an

important approach to their joint return period has been made by Yue and Wang (2004) and later, Galiatsatou and Prinos (2007) applied the joint return period to the Dutch Coast data.

In the present work, the conditional probability model and the Plackett model have been studied. Lognormal and Weibull distributions have been fitted to the measured data of significant wave height, whereas lognormal distribution has been fitted to the measured data of the mean wave period. Four different cases included in the proposed methodology have been applied to a location off Mykonos island for deep waters and also for water depth  $d$  where a structure is placed. Also, the relation between the return periods of wave height and wave period with their joint return period was studied and the design wave parameters have been derived from the results

To conclude, the aim of this work is to provide helpful information for the wave climate description, by estimating the long term joint distribution of the significant wave height and mean wave period. This information can be used not only for the design wave loads on any coastal structure, but also for the long-term sediment transport and morphological changes of the nearshore area and beaches.

## 2. Theoretical background

First of all it is necessary to introduce some information about the definition of the two different types of distributions: marginal and conditional. In probability theory and statistics, the marginal distribution of a subset of a collection of random variables is the probability distribution of the variables contained in the subset. It gives the probabilities of various values of the variables in the subset without reference to the values of the other variables. This is in contrast with a conditional distribution, which gives the probabilities contingent upon the values of the other variables ([http:// www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)).

### 2.2 Conditional modelling

The joint distribution of significant wave height and mean period is based on the total probability theorem, which models a probability density function for the significant wave height and probability density functions for the mean period conditional on the significant wave height, with the objective of obtaining the joint probability density function, as described by:

$$f(H_s, T_m) = f(H_s) \times f(T_m|H_s) \quad (2.1)$$

where  $f(H_s, T_m)$  is the joint probability density function of  $H_s$  and  $T_m$ ,  $f(H_s)$  is the marginal distribution of  $H_s$  and  $f(T_m|H_s)$  is the conditional distribution of the mean zero-crossing period  $T_m$ .



### 2.3 Plackett model

Plackett model gives the joint probability distribution for the case of uniform marginals defined by (Athanasoulis, et al., 1994):

$$f_{\vec{Y}}^P(y_1, y_2; \psi) = \frac{\psi [(\psi-1)(y_1+y_2-2y_1y_2)+1]}{\{[1+(y_1+y_2)(\psi-1)]^2-4\psi(\psi-1)y_1y_2\}^{3/2}} \quad (2.2)$$

where:

$y_1$  and  $y_2$ : are random variables that can also be written as a vector  $\vec{Y} = (y_1, y_2)$

$f_{\vec{Y}}^P(y_1, y_2; \psi)$ : is Plackett's joint probability density function of random variables  $y_1$  and  $y_2$  and  $\psi$  is the correlation parameter (the definition of  $\psi$  is described below)

In the expression  $(y_1, y_2) \in [0,1] \times [0,1]$   $\psi \in R^+$ ,  $\psi$  is the non-negative parameter that governs the dependence between the random variables  $y_1$  and  $y_2$ , and hence it is named parameter of correlation. Furthermore,  $\psi$  values in the interval  $(0, 1)$  induce a negative correlation, while  $\psi$  values in the interval  $(1, \infty)$  induce a positive correlation and  $\psi = 1$  corresponds to the case of independence (Athanasoulis et al., 1994).

The general form of Plackett density in case of two random variables:  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ) is shown in equation (2.3). Their marginal distributions are:  $F_i(x_i) = F_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ , where  $\vec{\theta}_i$  is the vector that contains the parameters of the distribution of  $x_i$ . The densities are respectively:  $f_i(x_i) = f_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ . By the transformation  $y_i = F_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ ,  $i = 1, 2$  made in equation (2.2), the general form of the Plackett density is expressed as:

$$\begin{aligned} f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta}) &= f_{\vec{Y}}^P(F_1(x_1; \vec{\theta}_1), F_2(x_2; \vec{\theta}_2); \psi) f_1(x_1; \vec{\theta}_1) f_2(x_2; \vec{\theta}_2) \\ &= \frac{\psi \{(\psi-1)[F_1(x_1) + F_2(x_2) - 2 F_1(x_1) F_2(x_2)] + 1\} f_1(x_1) f_2(x_2)}{\{[1 + (F_1(x_1) + F_2(x_2))(\psi-1)]^2 - 4\psi(\psi-1) F_1(x_1) F_2(x_2)\}^{3/2}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

where the parameter vector  $\vec{\theta} = (\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \psi)$  contains the parameters  $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2$  of distributions of  $x_1, x_2$  respectively as well as the correlation parameter  $\psi = \vec{\theta}_{12}$ .

The corresponding distribution function can be found by integrating eq.(2.3):

$$F_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta}) = \begin{cases} \frac{S(x_1, x_2) - [S^2(x_1, x_2) - 4\psi(\psi-1) F_1(x_1) F_2(x_2)]^{\frac{1}{2}}}{2(\psi-1)}, & \psi \neq 1 \\ F_1(x_1) F_2(x_2), & \psi = 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\text{where: } S(x_1, x_2) = 1 + (\psi - 1)[F_1(x_1) F_2(x_2)] \quad (2.5)$$

For estimating the correlation parameter  $\psi = \vec{\theta}_{12}$  of the bivariate model we use the ML method. The log-likelihood function is the following:

$$l_{12}^N(\vec{x}; \vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \vec{\theta}_{12}) = \ln \left[ \prod_{n=1}^N f_{\vec{y}} \left( F_1 \left( x_1^{(n)}; \vec{\theta}_1 \right), F_2 \left( x_2^{(n)}; \vec{\theta}_2 \right); \vec{\theta}_{12} \right) \right] \quad (2.6)$$

Where  $\vec{x} = \left\{ \left( x_1^{(1)}, x_2^{(1)} \right), \left( x_1^{(2)}, x_2^{(2)} \right), \dots, \left( x_1^{(N)}, x_2^{(N)} \right) \right\}$  is the bivariate sample, consisting of  $N$  bivariate (joint) observations and  $\vec{x}_i = \left( x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(Ni)} \right)$ ,  $i = 1, 2$  are the marginal samples of  $\vec{x}$ . Thus, the correlation parameter  $\psi$  is the one that maximizes the value of  $l_{12}^N(\vec{x}; \vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \vec{\theta}_{12})$ . The calculation of the parameters  $\vec{\theta}_1$  and  $\vec{\theta}_2$  will be presented in §2.5.

## 2.4 Univariate models

Univariate distribution models are included in the conditional model (§2.2) and the Plackett model (§2.3) in order to describe the long term probability density distributions and the cumulative probability distributions of  $H_s$  and  $T_m$ . According to Ochi (1978), the significant wave height  $H_s$  follows either lognormal or Weibull distribution, while the mean wave period  $T_m$  follows lognormal distribution. These univariate distribution models are described below.

**Lognormal distribution:** The probability distribution function  $f_L(x; \vec{\theta}_L)$  and the corresponding cumulative distribution function  $F_L(x; \vec{\theta}_L)$  of a random variable  $x$  can be expressed as:

$$f_L(x; \vec{\theta}_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta x} \exp \left\{ -\frac{[\ln(x)-a]^2}{2\beta^2} \right\}, \quad x > 0 \quad (2.7)$$

$$F_L(x; \vec{\theta}_L) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(x)-a}{\sqrt{2}\beta} \right] \quad (2.8)$$

where  $\vec{\theta}_L = (a, \beta) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+$  is the parameter vector of lognormal distribution. More specifically  $a$  is a location parameter and  $\beta$  is a scale parameter.

**Weibull distribution:** The probability distribution function  $f_W(x; \vec{\theta}_W)$  and the corresponding cumulative distribution function  $F_W(x; \vec{\theta}_W)$  of a random variable  $x$  can be expressed as:

$$f_W(x; \vec{\theta}_W) = \frac{a^*}{\beta^*} \left( \frac{x-\gamma}{\beta^*} \right)^{\alpha^*-1} e^{-\left( \frac{x-\gamma}{\beta^*} \right)^{\alpha^*}}, \quad x \geq \gamma \quad (2.9)$$

For  $\gamma = 0$ :

$$f_W(x; \vec{\theta}_W) = \frac{a^*}{\beta^*} \left( \frac{x}{\beta^*} \right)^{\alpha^*-1} e^{-\left( \frac{x}{\beta^*} \right)^{\alpha^*}}, \quad x \geq 0 \quad (2.10)$$

$$F_W(x; \vec{\theta}_W) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta^*}\right)^{\alpha^*}}, \quad x \geq 0 \quad (2.11)$$

Where  $\vec{\theta}_W = (\alpha^*, \beta^*) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+$  is the parameter vector of Weibull distribution. More specifically the parameters  $\alpha$  and  $\beta$  are called shape and scale parameter respectively. It is noted that  $\gamma$  (in equation 2.9) is a threshold with a constant value known beforehand. In our investigation this threshold parameter is equal to zero.

## 2.5 Estimation of parameters of a univariate model

According to Athanassoulis et al. (1994), in order to estimate the parameters  $\vec{\theta}_1 = \vec{\theta}_L$  and  $\vec{\theta}_2 = \vec{\theta}_W$  of the univariate probability distribution models, Lognormal ( $f_1 = f_L$ ) or Weibull ( $f_2 = f_W$ ), from available data, the maximum likelihood method is applied. The log-likelihood function for a univariate sample  $\vec{x}_i$  is formulated as:

$$l_i^{N_i}(\vec{x}_i; \vec{\theta}_i) = \ln \left[ \prod_{n=1}^{N_i} f_i(x_i^{(n)}; \vec{\theta}_i) \right], \quad i = 1, 2 \quad (2.12)$$

where  $\vec{x}_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(N_i)})$ ,  $i = 1, 2$  is the corresponding univariate marginal or conditional sample, consisting of  $N_i$  univariate observations. The parameters  $\vec{\theta}_i$  that are called also ML estimators can be found by maximizing the log likelihood function 2.12.

**Lognormal distribution:** The maximization problem of the log-likelihood function gives that the parameters  $\vec{\theta}_1 = \vec{\theta}_L = (a, \beta)$  can be estimated as:

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln(x^{(n)}) \quad (2.13)$$

$$\beta = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\ln(x^{(n)}) - a]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.14)$$

where  $x^{(n)}$  are the values included in the univariate sample consisting of  $N$  univariate observations, as indicated earlier.

**Weibull distribution:** The maximization problem of the log-likelihood function gives that the parameters  $\vec{\theta}_2 = \vec{\theta}_W = (\alpha^*, \beta^*)$  can be estimated from the following expressions:

$$-\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln(x^{(n)} - \gamma) + \frac{\sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*} \ln(x^{(n)} - \gamma)}{\sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*}} = \frac{1}{\beta^*} \quad (2.15)$$

$$\alpha^* = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*} \quad (2.16)$$

where  $x^{(n)}$  are the values included in the univariate sample consisting of  $N$  univariate observations, as indicated earlier and the threshold parameter  $\gamma=0$ .

## 2.6 Return period estimation

In this paragraph the definition of the return period for a single variable/event and that of the joint return period are given.

The *return period*  $T_x$  of the event  $X > x$  is defined as follows:

$$T_x = \frac{1}{1-F(x)} \quad (2.17)$$

Where  $F(x) = \Pr[X \leq x]$  is the cumulative probability.

On the basis of the same principle, according to Yue and Wang (2004), the *joint return period*  $T_{(x_1, x_2)}$  of  $X_1$  and  $X_2$  associated with the event that at least one value of  $x_1$  and  $x_2$  is exceeded ((i)  $X_1 > x_1$  or (ii)  $X_2 > x_2$ ) can be represented by:

$$T_{(x_1, x_2)} = \frac{1}{1-F(x_1, x_2)} \quad (2.18)$$

where  $F(x_1, x_2) = \Pr[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2]$ .

## 2.7 Goodness of fit

Lucas and Guedes Soares (2015) and Athanassoulis et al (1994) recommend the use of the squared Euclidean distance  $D^2$  between the theoretical distributions and the empirical one from the data, in order to estimate the goodness of fit. It measures the distance between the theoretical probabilities  $p_j$  and the relative frequencies  $\pi_j$  defined by:

$$D^2 = \sum_{j=1}^J (p_j - \pi_j)^2, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (2.19)$$

with  $p_j$  being the cell probability resulting from the statistical model. The parameter  $\pi_j = v_j/N$ , where  $N$  is the total number of records and  $v_j$  is the number of records that fall in the cell (or interval). Thus,  $p_j$  is the cell probability resulting from the statistical model (in this case bivariate distribution), and  $\pi_j$  the relative frequencies (number of values that fall inside the cell or interval).

## 3. Methodology proposed for the design

In this section, a methodology is proposed for the probability-based design and assessment of marine, port and coastal structures. More specifically, we consider the way that wave loads such as wave height and period can be estimated for the design, taking also into consideration the lifetime of the structures as well as the desirable return period of these two parameters. Subsequently, the methodology proposed for the wave climate description of a location via long-term joint distributions of wave height and period is briefly presented.

First of all, knowledge of the joint frequencies of occurrence of significant wave height  $H_s$  and mean wave period  $T_m$  in deep waters for the sea location under study is necessary. These joint frequencies of occurrence are usually obtained by a sample of observations made over a period of time that is longer than one year, in a Table ( $i \times j$ ) form and are the only data required. These data for deep waters are transformed into data for the predefined water depth  $d$  of the structure. So, processes that take place during the transition from deep waters to water depth  $d$  (shoaling, refraction, diffraction, reflection etc) are considered, and a similar data Table is created for water depth  $d$ .

The following step is to apply the analytical probability models (univariate and bivariate) to the data of deep water and water depth  $d$ , separately. Thus the conditional probability model and the Plackett model (as described in §2.2 and §2.3) are applied to the significant wave height  $H_s$  and mean wave period  $T_m$ . The lognormal and Weibull distributions are fitted to the measured / estimated data of characteristic wave height and the lognormal distribution is fitted to the measured / estimated data of the average wave period. Also, the associated error is calculated from equation (2.19) in order to estimate the goodness of fit. So the following four different cases of theoretical distribution models are studied for each one of the water depths:

- a. Conditional model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m|H_s$
- b. Conditional model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$
- c. Plackett model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m$
- d. Plackett model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m$

The results obtained are represented as contour plots showing the joint probability density distribution (or the probability distribution) of  $H_s$  and  $T_m$ . Taking into account these figures along with the associated error, the four cases above can be compared with the measured data (for deep waters) and the calculated ones from the measured data (for depth  $d$ ), in order to select the most representative theoretical distribution. Finally we can see if our results agree with the ones obtained from previous research (Athanasoulis et al., 1994, Lucas and Guedes Soares, 2015).

For the case considered to be the most appropriate and representative for the water depth  $d$  of the structure, the diagrams of the return period of the significant wave height and mean wave period are created. Also, the joint return period of the pairs  $(H_s, T_m)$  is created as contour plot. The relation between the return periods can be defined from comparison between the return period diagrams of  $H_s$  and  $T_m$  separately and the joint return period of  $(H_s, T_m)$ .

A simple first estimate of the design loads:  $H_s$  and  $T_m$  can be derived by taking into consideration the desirable return period  $T$  that is longer than the lifetime  $L$  of the structure, and the joint probability distribution of  $(H_s, T_m)$ . Therefore, for this value of the return period  $T$  we first choose the corresponding value of the significant wave height  $H_s$ , as the most important parameter used in the design. Then from this return period  $T$  and the corresponding

$H_s$  using the contour plot of the joint probability distribution of  $(H_s, T_m)$ , results the most probable mean wave period  $T_m$ .

Finally, a first estimate of the required variables for the design  $(H_s, T_m)$  of a coastal or a marine structure is made. Moreover, according to Burcharth and Liu (1996) the design wave height can be better described by the use of encounter probability  $p$ , i.e. the probability that the design wave height  $H_s$  will be exceeded within the structure lifetime:

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{L}{T}\right) \quad (2.20)$$

If the statistical vagrancy of nature, the sample variability and the uncertainty due to measurement/ hindcast error are included in this approach the design wave height becomes a random variable. Therefore the design wave height is assumed to follow the normal distribution with mean value  $\mu$  and standard deviation  $\sigma$ . Thus the value of the design wave height  $H_s$  (that corresponds to return period T), resulted from the process described earlier is actually the mean value  $\mu$  of  $H_s$ . Finally it is possible to determine the design wave height for the upper bound of any confidence interval of interest:  $H_{s(upper)}$ . For example if the upper bound with 90% confidence is taken as the design level, the design wave height is the  $H_{s(upper)}$ , with exceedence probability within the structure lifetime to be approximately:

$$p_{(upper)} = 1 - (1 - p)/0.9 \quad (2.21)$$

#### 4. Case study of Mykonos island

The proposed methodology is applied to the location M4 (37.51°N, 25.46 °E) off Mykonos island, as shown in Figure 4.1. The data for deep waters derived from the book ‘Wind and Wave Atlas of the Hellenic Seas’ (Soukissian et al., 2007) are observations made over the period between June 1999 and September 2006.



**Figure 4.1** Location M4 off Mykonos island (Google Earth)

The measured data for deep waters are presented in Table 4.1. The data calculated for water depth  $d=6.75\text{m}$  of the structure taking into consideration the shoaling process are presented in Table 4.2.

**Table 4.1** Long-term joint frequencies of occurrence of  $(H_s, T_m)$  for deep waters at Station M4 with stable steps  $DH_s=0.25\text{m}$  and  $DT_m=0.5\text{s}$  (Soukissian et al., 2007, modified)

Classes of $T_p$ (s)	Classes of $H_s$ (m) for deep waters																			Total
			0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	
	Central values	$j$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125		
1.5 ÷ 2	$i$ :1	1.75	37	55	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101
2 ÷ 2.5	2	2.25	20	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
2.5 ÷ 3	3	2.75	23	42	30	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	106
3 ÷ 3.5	4	3.25	15	32	47	40	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	152
3.5 ÷ 4	5	3.75	8	15	16	27	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4 ÷ 4.5	6	4.25	7	8	11	18	23	25	14	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4.5 ÷ 5	7	4.75	10	5	7	12	17	24	29	22	8	3	1	0	0	0	0	0	0	138
5 ÷ 5.5	8	5.25	5	4	3	3	5	8	12	21	19	9	4	1	0	0	0	0	0	94
5.5 ÷ 6	9	5.75	2	1	2	2	2	2	4	7	12	11	7	6	1	1	1	0	0	61
6 ÷ 6.5	10	6.25	2	1	1	1	1	1	1	1	3	5	8	2	3	1	1	0	0	32
6.5 ÷ 7	11	6.75	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	0	17
7 ÷ 7.5	12	7.25	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	7
7.5 ÷ 8	13	7.75	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8 ÷ 8.5	14	8.25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.5 ÷ 9	15	8.75	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>Total</b>			134	192	140	115	94	77	63	56	44	30	22	12	7	3	4	1	1	995

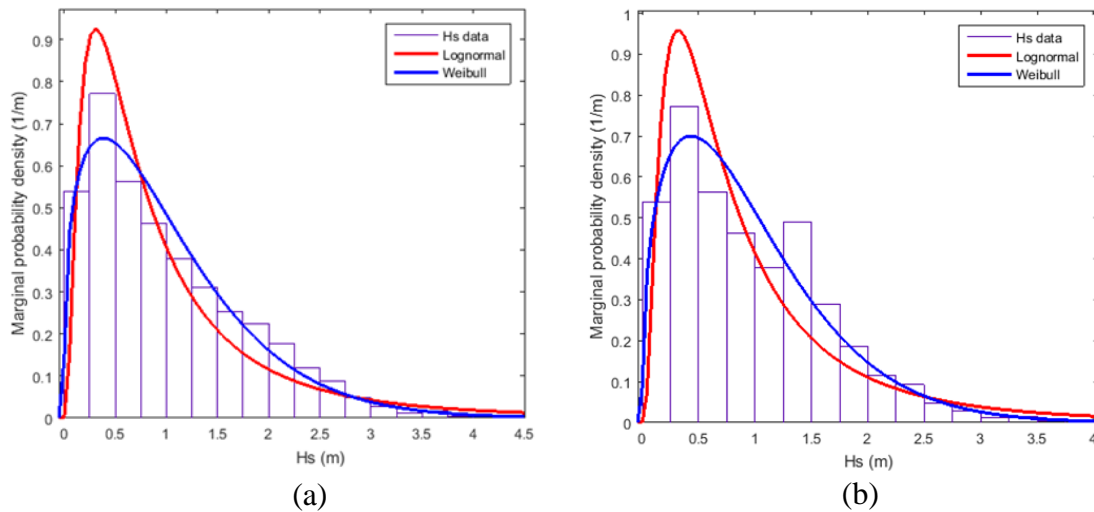
**Table 4.2** Long-term joint frequencies of occurrence of  $(H_s, T_m)$  for water depth  $d=6.75\text{m}$  with stable steps  $DH_s=0.25\text{m}$  and  $DT_m=0.5\text{s}$

Classes of $T_m$ (s)	Classes of $H_s$ (m) for water depth $d=6.5\text{m}$																		Total	
			0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75		4
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4		
	Central values	$j$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875			
1.5 ÷ 2	$i$ :1	1.5	37	55	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101
2 ÷ 2.5	2	2	20	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
2.5 ÷ 3	3	2.5	23	42	30	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	106
3 ÷ 3.5	4	3	15	32	47	40	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	152
3.5 ÷ 4	5	3.5	8	15	16	27	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4 ÷ 4.5	6	4	7	8	11	18	23	25	17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4.5 ÷ 5	7	4.5	10	5	7	12	17	53	22	8	3	1	0	0	0	0	0	0	0	138
5 ÷ 5.5	8	5	5	4	3	3	5	20	21	19	9	4	1	0	0	0	0	0	0	94
5.5 ÷ 6	9	5.5	2	1	2	2	2	6	7	12	11	7	6	1	1	1	0	0	0	61
6 ÷ 6.5	10	6	2	1	1	1	1	1	2	3	5	8	2	3	1	1	0	0	0	32
6.5 ÷ 7	11	6.5	1	1	0	0	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	0	0	17
7 ÷ 7.5	12	7	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	7
7.5 ÷ 8	13	7.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8 ÷ 8.5	14	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.5 ÷ 9	15	8.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>Total</b>			134	192	140	115	94	122	72	46	29	23	12	7	3	4	1	1	1	995

The following four different cases of theoretical distribution models are studied for deep waters (application to measured data of Table 4.1) and for water depth  $d=6.75\text{m}$  (application to calculated data of Table 4.2).

- Conditional model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m|H_s$
- Conditional model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$
- Plackett model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m$
- Plackett model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m$

In Figure 4.2 the fit of the two different univariate distribution models to the the marginal histograms of  $H_s$ , that took place during the application of Conditional model and Plackett model to the data, is presented. The results obtained are presented along with the associated error in the following §4.1.

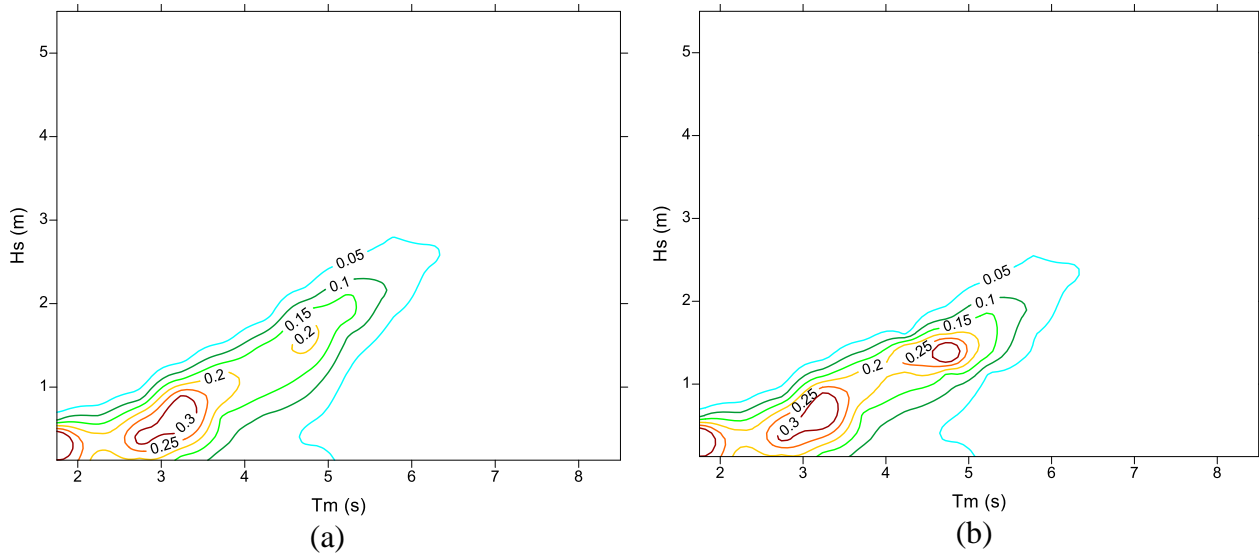


**Figure 4.2** Fit of the lognormal and Weibull univariate models to the marginal histograms of  $H_s$  for the case study of Mykonos island: (a) for deep waters, (b) for water depth  $d=6.75\text{m}$

#### 4.1 Results and Discussion

The results obtained are represented as contour plots showing the joint probability density distribution of  $H_s$  and  $T_m$ . In Figure 4.3 the data for deep waters are depicted (Table 4.1) and those for water depth  $d=6.75\text{m}$  (Table 4.2). In Figure 4.4 and 4.5 the results for deep waters are depicted and those for water depth  $d=6.75\text{m}$  respectively. Finally, Table 4.3 shows the goodness of fit (Euclidean distance  $D^2$ ) to the data for the case study of Mykonos island. The goodness of fit of the same models for previous research is also presented for Station India ( $59^\circ\text{N}$ ,  $19^\circ\text{W}$ ) in the North Atlantic Ocean, Station Tromsøflaket ( $71^\circ30'\text{N}$ ,  $19^\circ\text{E}$ ) in the Norwegian continental shelf (Athansoulis et al., 1994) and a Station in the North West shelf of Australia ( $-13.89^\circ\text{S}$ ,  $123.30^\circ\text{E}$ ) (Lucas and Guedes Soares, 2015).

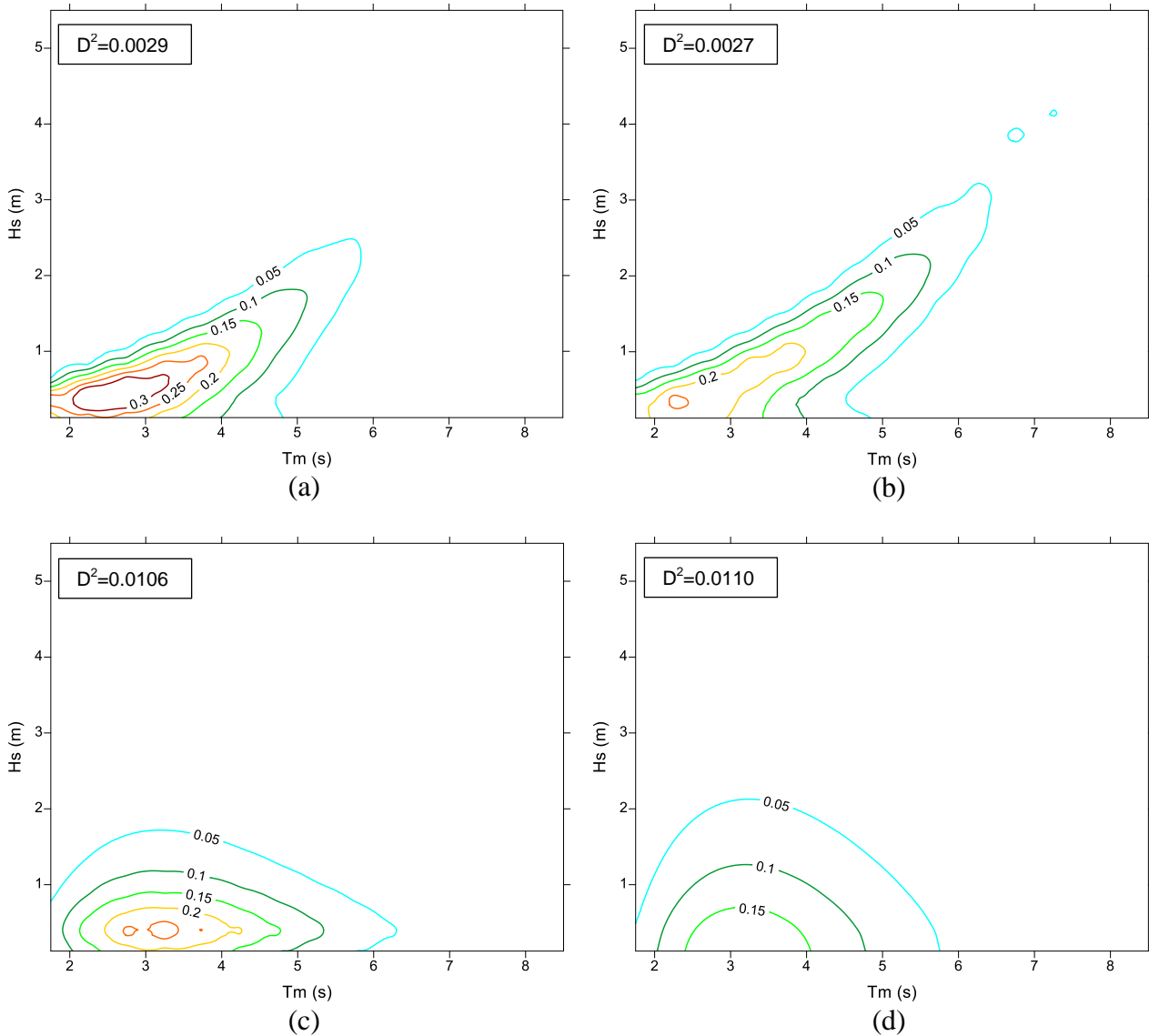




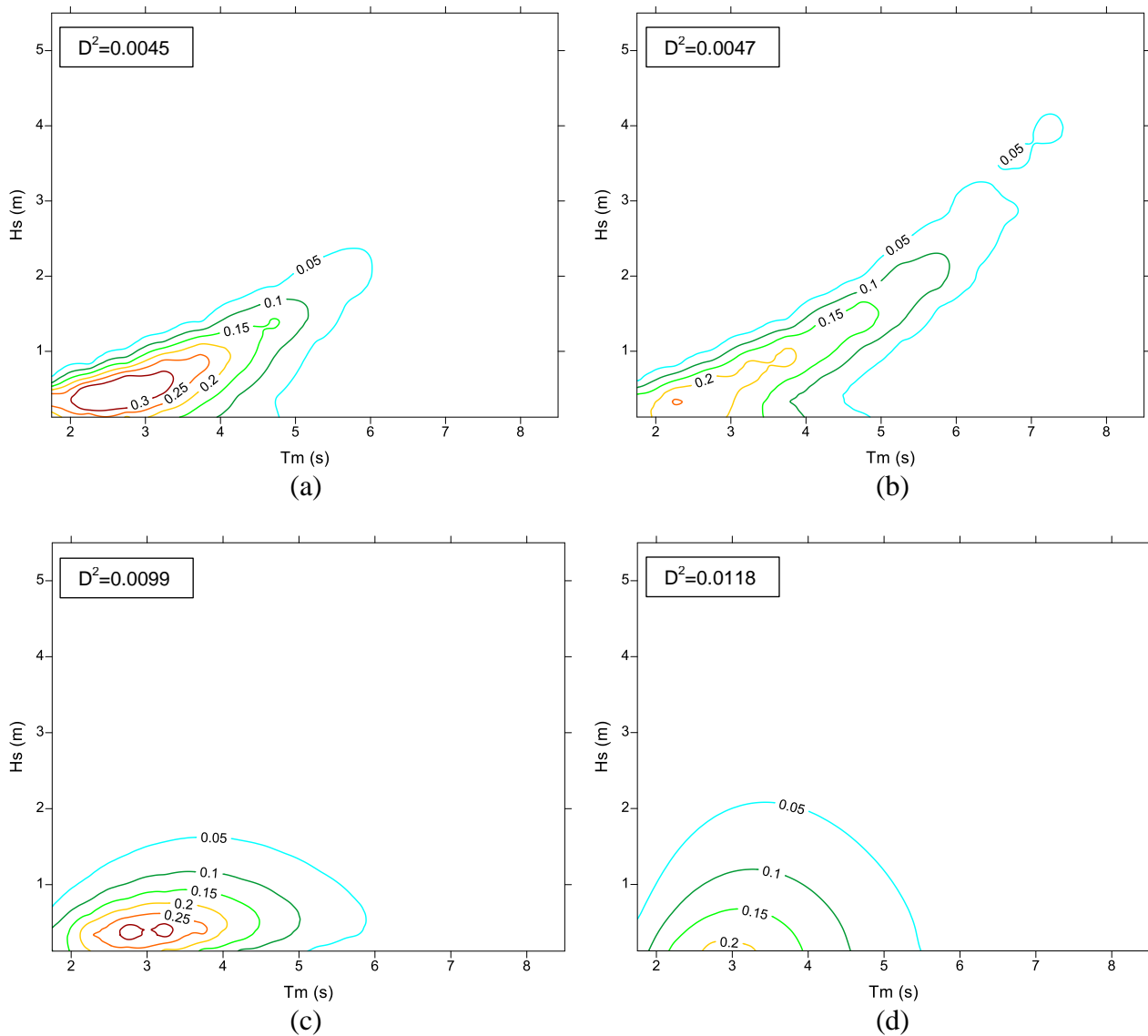
**Figure 4.3** Contour plots of joint density distributions (1/m/s) of  $(H_s, T_m)$  for Station Mykonos: (a) for deep waters (measured data), (b) for water depth  $d=6.75\text{m}$  (calculated from measured data)

**Table 4.3** Euclidean distance obtained for Conditional model and Plackett model for Stations: Mykonos, India, Tromsøflaket and Australia (Athanasoulis et al., 1994, Lucas and Guedes Soares, 2015)

Station :	Model :	Distribution of $H_s$ :		Distribution of $T_m$ :		Euclidean distance $D^2$ :	
		Marginal	Conditional	Marginal	Deep waters	Water depth $d=6.75\text{m}$	
Mykonos	Conditional	Lognormal	Lognormal	-	0.0029	0.0045	
		Weibull	Lognormal	-	0.0027	0.0047	
Mykonos	Plackett	Lognormal	-	Lognormal	0.0106	0.0099	
		Weibull	-	Lognormal	0.0110	0.0118	
India	Plackett	Lognormal	-	Lognormal	0.0281	-	
		Weibull	-	Lognormal	0.0306	-	
Tromsøflaket	Plackett	Lognormal	-	Lognormal	0.0590	-	
		Weibull	-	Lognormal	0.0724	-	
Australia	Conditional	Lognormal	Lognormal	-	0.0020	-	
		Weibull	Lognormal	-	0.0030	-	
Australia	Plackett	Lognormal	-	Lognormal	0.0710	-	
		Weibull	-	Lognormal	0.1190	-	



**Figure 4.4** Contour plots of joint density distributions ( $1/m/s$ ) of  $(H_s, T_m)$  for deep waters: (a) Conditional model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m|H_s$ , (b) Conditional model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$ , (c) Plackett model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m$ , (d) Plackett model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m$



**Figure 4.5** Contour plots of joint density distributions ( $1/m/s$ ) of  $(H_s, T_m)$  for water depth  $d=6.75m$ : (a) Conditional model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m|H_s$ , (b) Conditional model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$ , (c) Plackett model using lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m$ , (d) Plackett model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m$

First of all as it is shown in Table 4.3 the Euclidean distance  $D^2$  obtained for conditional model and Plackett model for Station Mykonos, indicates that the goodness of fit to the data is satisfying, if compared to Stations India, Tromsøflaket and Australia (Athanasoulis et al., 1994, Lucas and Guedes Soares, 2015). More specifically for station Mykonos the calculated Euclidean distance  $D^2$  is  $3\div 5\%$  for the conditional model approach and  $1\%$  on the average for the Plackett model. The calculated error for the rest sea locations takes values  $2\div 3\%$  for conditional modelling and  $3\div 12\%$  for the Plackett model. The calculated error along with observation of Figures 4.3, 4.4 and 4.5 indicate that the conditional model seems to be the more representative one.

Additionally from comparison of the marginal histogram of  $H_s$  and the lognormal and Weibull probability density functions, we can see in Figure 4.2 that both distributions are in general fitted adequately in the entire range of significant wave heights (for both deer waters and water depth  $d=6.75\text{m}$ ). However, the lognormal distribution seems to be more appropriate for the mean values of  $H_s$ . On the other hand, the weibull distribution seems to agree well with the histogram for large significant wave height, but the agreement is rather poor for small significant wave height. This is also the general trend observed by Ochi (1978). Furthermore it is noted that in both models the Weibull distribution gives a slightly higher error  $D^2$  than the lognormal one.

Regarding the bivariate and the univariate models that give the best fit to the data, the conclusions derived from previous research are the following. Following Athanassoulis et al. (1994) who applied the Plackett method only, the Plackett model with lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m$  for the Stations India and Tromsøflaket is considered to be the most appropriate, as it can be seen from the calculated error (Table 4.3). Lucas and Guedes Soares (2015) recommend at first use of the conditional model instead of the Plackett model for the Station Australia. Additionally, the most representative model for the same location, according to them, is considered to be the conditional model with lognormal distribution for both  $H_s$  and  $T_m|H_s$ , because of the calculated error (Table 4.3).

To conclude, the remarks already mentioned above indicate that the model that seems to be more representative for the case study of Mykonos island and the water depth  $d=6.75\text{m}$  of the structure, is the conditional model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$ . Although the calculated error ( $D^2_{\text{weibull}}=0.0047$ ) is slightly bigger than the error corresponding to the lognormal distribution of  $H_s$  ( $D^2_{\text{lognormal}}=0.0045$ ), the Weibull distribution provides a better fit to the upper tail of  $H_s$ , because Weibull is an extreme value distribution. For the assessment of any structure it is desirable to take into account these extreme values of  $H_s$  (values that also have very low probability of occurrence) and this is the reason why the conditional model with Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$  has been considered as the most representative one for the design.

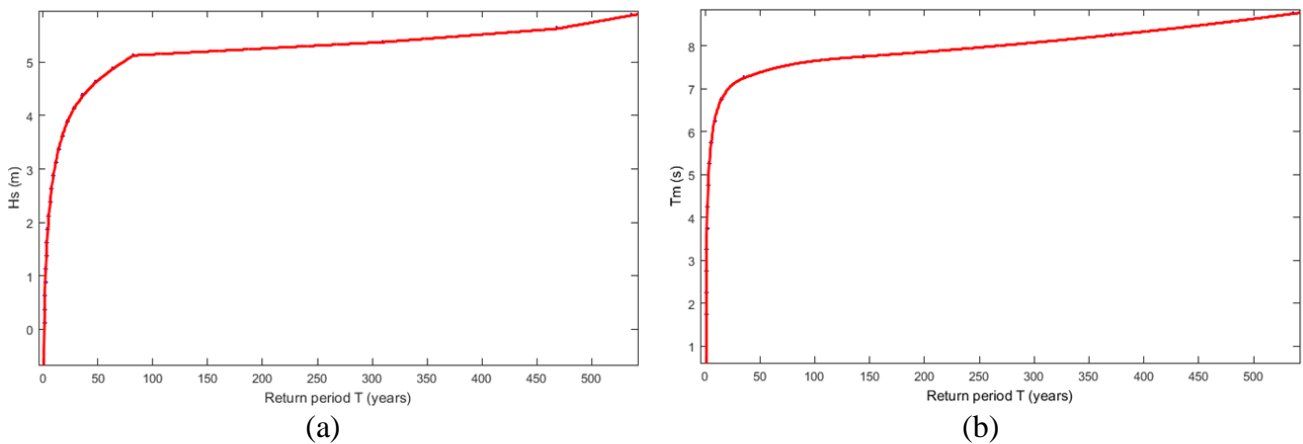
## 4.2 Estimation of the return period and design parameters

For the case considered to be the most representative for the design i.e. the conditional model with Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$ , the return periods of  $H_s$  and  $T_m$  and the joint return period of  $(H_s, T_m)$  are depicted below in Figures 4.6(a), 4.6 (b), and 4.7(b) respectively.

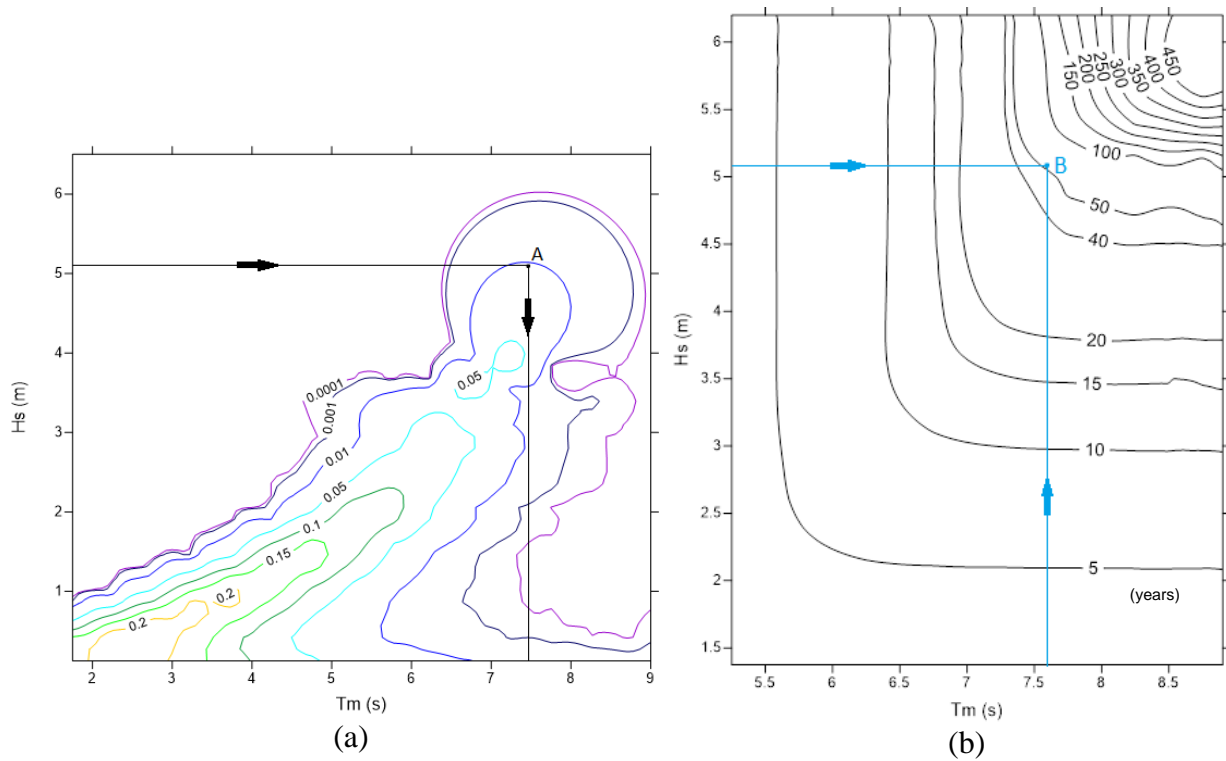
In order to estimate the design parameters:  $H_s$  and  $T_m$ , we first choose the desirable value of the return period. If the structure lifetime is  $L=25$  years and the desirable return period is  $T=100$  years, a simple first estimation of the design loads:  $H_s$  and  $T_m$  can be made (Section 3). The return period  $T=100$  years corresponds to the value  $H_s=5.13\text{m}$  of significant wave height (Figure 4.6(a)). Then return period  $T=100$  years and the corresponding  $H_s=5.13\text{m}$

result in mean wave period  $T_m$  that is the most probable to occur (Figure 4.7(a)). Figure 4.7(a) shows the conditional model approach with Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$  as Figure 4.5 (b) does, but it additionally depicts the lower joint probability density contours. Thus, the most probable mean wave period to occur is  $T_m=7.45s$  (with probability density  $f \approx 0.013/m/s$ ).

If  $H_s$  and  $T_m$  were studied separately, then the corresponding values for the return period  $T=100$  years would be:  $H_s=5.13m$  (Figure 4.6(a)) and  $T_m=7.6s$  (Figure 4.6(b)). The joint return period of the pair ( $H_s=5.13m$ ,  $T_m=7.6s$ ) would be  $T \approx 55$  years because to determine it we use an upper limit for both variables  $H_s$  and  $T_m$ . So the individual cumulative probabilities  $P(H_s \leq 5.13m)$  of  $H_s$  and  $P(T_m \leq 7.6s)$  of  $T_m$  are higher than the joint cumulative probability  $P(H_s \leq 5.13m, T_m \leq 7.6s)$ . Consequently, the individual period obtained is bigger than the joint return period (equations 2.17 and 2.18). The fact that two values of  $H_s$  and  $T_m$  with the same individual return period ( $T=100$  years) have a smaller joint return period ( $T \approx 55$  years) indicates that some kind of correlation between  $H_s$  and  $T_m$  exists. If there was no correlation between  $H_s$  and  $T_m$  and they were studied separately as two independent variables, the joint return period would have been equal to the minimum of the two individual return periods, i.e.  $T=100$  years (as the joint return period is associated with the possibility that the value of at least one of the design parameters is exceeded).



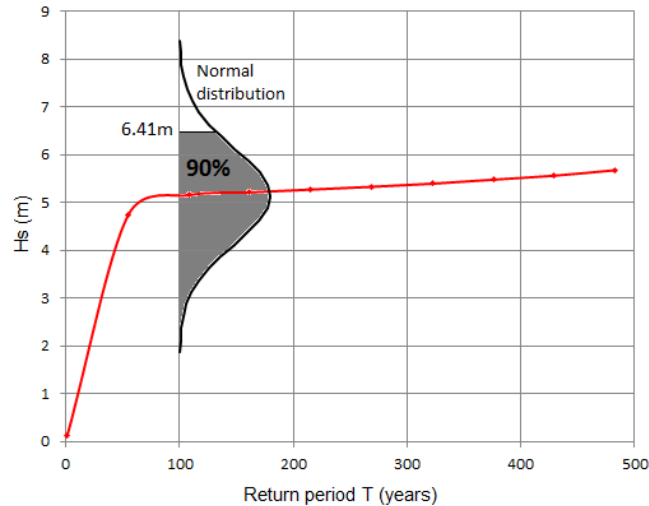
**Figure 4.6** Return period for water depth  $d=6.75m$  for: (a) the significant wave height  $H_s$ , (b) the mean wave period  $T_m$



**Figure 4.7** Conditional model with Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$  (a) Calculation of the most probable value of  $T_m$  for given the value of  $H_s=5.13\text{m}$  and return period  $T=100\text{years}$  from joint density contours ( $1/\text{m/s}$ ), (b) Calculation of the joint return period of  $H_s=5.13\text{m}$  and  $T_m=7.6\text{s}$

Finally, a simple first estimation of the design wave loads given the return period  $T=100$  years and the lifetime  $L=25$  years of the coastal or the harbour structure, would be  $H_s=5.13\text{m}$  along with the most probable mean wave period  $T_m=7.45\text{s}$  to occur. The encounter probability of  $H_s=5.13\text{m}$  is equal to  $p=22\%$  (equation 2.20) (Burcharth and Liu,1996). This means that the design wave height:  $H_s=5.13\text{m}$  will be exceeded with 22% probability within the structure lifetime of  $L=25$  years.

If the sample variability is included according to equation 2.21 (Burcharth and Liu,1996), the design wave height  $H_s$  is assumed to follow the normal distribution with mean value  $\mu=5.13\text{m}$  and standard deviation  $\sigma=1\text{m}$ . The value of  $\sigma=1\text{m}$  is an indicative value that could correspond to wave height  $H_s=5.13\text{m}$ . If the the upper bound with 90% confidence is taken as the design level, the design wave height is  $H_{s(\text{upper})}=6.41\text{m}$ , with exceedence probability within the structure lifetime to be approximately  $p(\text{upper})=13\%$  (Figure 4.8). Finally, the design wave loads given the return period  $T=100$  years and the lifetime of the structure  $L=25$  years, would be  $H_s=6.41\text{m}$  and  $T_m=7.45\text{s}$  and the probability that the design wave height will be exceeded within the structure lifetime of  $L=25$  years is 13%.



**Figure 4.8** Normal distribution for the design wave height  $H_s$  with a mean value  $\mu=5.13\text{m}$  and a standard deviation  $\sigma=1\text{m}$ , corresponding to a return period  $T=100$  years

## 5. Conclusions

For the probability-based design and assessment of marine structures interacting with sea waves, a reliable knowledge of the long-term wave climate description is required, where the sea conditions are described using both parameters  $H_s$  and  $T_m$ . The conclusions drawn from the four different cases studied for the Station Mykonos are in agreement with earlier research for the Stations: India, Tromsøflaket and Australia (Athanassoulis et al., 1994, Lucas and Guedes Soares, 2015):

- Concerning the bivariate models (conditional and Plackett), the goodness of fit to the data for the Station Mykonos is satisfactory because the Euclidean distance  $D^2$  takes similar values to the calculated errors for the other sea locations.
- The calculated error along with the observation of the depicted joint probability density distributions indicates that the conditional model seems to be more representative than the Plackett model. This is due to the conditional model's flexibility of including many conditional distributions for  $T_m|H_s$  and not just a single marginal distribution for  $T_m$  like in Plackett model.
- Both marginal distributions for  $H_s$  are in general fitted adequately. However, the lognormal distribution seems to be more appropriate for the mean values of  $H_s$  and Weibull distribution seems to agree well with the histogram for large significant wave height.
- In both bivariate models, the Weibull distribution for  $H_s$  gives a slightly bigger error  $D^2$  than the lognormal one.

For the case study of Mykonos the calculated Euclidean distance  $D^2$  is 3÷5‰ for the conditional model approach and 1‰ on the average for the Plackett model. The model that seems to be more representative for water depth  $d=6.75\text{m}$  of the structure, is the conditional

model using Weibull distribution for  $H_s$  and lognormal distribution for  $T_m|H_s$ . Although the calculated error ( $D_{\text{weibull}}^2=0.0047$ ) is slightly bigger than the error corresponding to the lognormal distribution of  $H_s$  ( $D_{\text{lognormal}}^2=0.0045$ ), the Weibull distribution provides a better fit to the upper tail of  $H_s$ , because Weibull is an extreme value distribution. For the assessment of any structure it is desirable to take into account the extreme values of  $H_s$  that have also very low probability of occurrence.

A simple first estimate of the design wave loads given the return period  $T=100$  years and the lifetime  $L=25$  years of the coastal or the harbour structure, would be  $H_s=5.13\text{m}$  along with the most probable mean wave period to occur  $T_m=7.45\text{s}$ . Also, the design wave height  $H_s=5.13\text{m}$  will be exceeded with probability of 22% within the structure lifetime of  $L=25$  years. However, if the sample variability is included, the design wave loads for return period  $T=100$  years and the structure lifetime  $L=25$  years, would be  $H_s=6.41\text{m}$  and  $T_m=7.45\text{s}$ , while the probability that the design wave height will be exceeded within the structure lifetime of  $L=25$  years is 13%.

Furthermore, the fact that two values of  $H_s$  and  $T_m$  ( $H_s=5.13\text{m}$  and  $T_m=7.6\text{s}$ ) with the same individual return period  $T=100$  years have a smaller joint return period ( $T\approx 55$  years) indicates that in fact some kind of correlation between  $H_s$  and  $T_m$  exists.

To conclude, the need to incorporate the mean wave period into the probability-based design criteria along with the significant wave height is strengthened. The current study provides a methodology for a simple first estimate of design wave loads:  $H_s$  and  $T_m$ . Further research on taking into consideration the whole joint density distribution of  $H_s$  and  $T_m$  in the design, is in progress.



## References

- Athanassoulis, G.A., E.K. Skarsoulis, and K.A. Belibassakis., 1994. Bivariate distributions with given marginals with an application to wave climate description, *Appl. Ocean Res.*, 16, 1–17
- Burcharth, H.F. and Z. Liu., 1996. Design Wave Height Related to Structure Lifetime, *Proceedings of the 25th International Coastal Engineering Conference: ICCE '96*, Orlando, Florida. Chapter 198. New York: American Society of Civil Engineers, 2560-2572
- Galiatsatou, P. and P. Prinos, 2007. Bivariate models for extremes of significant wave height and period. An application to the Dutch coast, *Proc. 2nd IMA International Conference on Flood Risk Assessment*, University of Plymouth, UK.
- Haver, S., 1985. Wave climate off northern Norway, *Appl. Ocean Res.* 7 (2), 85-92
- Houmb, O.G. and T. Overvik., 1976. Parameterization of wave spectra and longterm joint distribution of wave height and period, *Proc. behavior of offshore structures*
- Lucas C. and C. Guedes Soares, 2015. *Bivariate distributions of significant wave height and mean wave period of combined sea states*, *Ocean Engineering* 106, 341-353
- Ochi, M.K., 1978. On long-term statistics for ocean and coastal waves, *Proceedings of the 16th Conference on Coastal Engineering*, 2, 59-75
- Soukissian T., M. Hatzinaki, G. Korres, A. Papadopoulos, G. Kallos, and E. Anadranistakis, 2007. *Wind and wave atlas of the Hellenic Seas*
- Ward, E.G., D.J. Evans, and J.A. Pomba., 1977. Extreme wave heights along the Atlantic coast of the United States. in: *Proc. Offshore Tech. Conference*, OTC 2846
- Yue, S. and C.Y. Wang., 2004. A comparison of two bivariate extreme value distributions, *Stochastic Environmental Research* 18, 61-66

[http:// www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)



# 1. Εισαγωγή

## 1.1 Αντικείμενο της εργασίας

Για τον πιθανοτικό σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων κατασκευών που βρίσκονται σε διαρκή αλληλεπίδραση με τους θαλάσσιους κυματισμούς, είναι απαραίτητη η γνώση του κυματικού κλίματος (wave climate), καθώς αποτυπώνει τα χαρακτηριστικά μιας θαλάσσιας περιοχής (γεωμετρία ακτογραμμής, πεδίο πνοής του ανέμου κλπ). Το κυματικό κλίμα είναι είτε βραχυπρόθεσμο που αφορά ένα μεμονωμένο κυματικό γεγονός (καταιγίδα) είτε μακροπρόθεσμο που περιγράφει μια σειρά από ανεξάρτητα κυματικά γεγονότα σε υπερετήσιο χρονικό ορίζοντα. Προκειμένου όμως, να είναι αξιόπιστο για τον σχεδιασμό καλό είναι να αναφέρεται σε μία χρονική περίοδο τόσο μεγάλη ώστε να υπερβαίνει τη διάρκεια ζωής του έργου (lifetime). Συνηθίζεται κατά τον υπολογισμό λιμενικών ή παράκτιων έργων το κυματικό κλίμα που τα φορτίζει να περιγράφεται μόνο από ένα αντιπροσωπευτικό ύψος κύματος. Έτσι, όμως, χάνεται η πολύτιμη πληροφορία που αφορά την περίοδο του κυματισμού. Γίνεται ολοένα και πιο αποδεκτό από την επιστημονική κοινότητα ότι η εν λόγω πληροφορία πρέπει να συμπεριληφθεί στα κριτήρια σχεδιασμού των έργων μαζί με το ύψος κύματος στο προσεχές μέλλον.

Η παρούσα εργασία, λοιπόν, έχει ως αντικείμενο την περιγραφή του κυματικού κλίματος, ώστε να είναι δυνατόν να εξαχθούν οι μεταβλητές φόρτισης, ύψος κύματος και περίοδος κύματος, για το σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων. Αυτό πραγματοποιείται μέσω υπολογισμού της μακροπρόθεσμης από κοινού κατανομής του σημαντικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος, λαμβάνοντας υπόψη τη συσχέτιση των δύο αυτών μεγεθών. Ειδικότερα, προτείνεται μια μεθοδολογία περιγραφής του κυματικού κλίματος οποιασδήποτε περιοχής, με χρήση του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας και του μοντέλου Plackett. Τα θεωρητικά αυτά μοντέλα κατανομών προϋποθέτουν γνώση της συχνότητας εμφάνισης του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος ενός δείγματος παρατηρήσεων, σε μία υπερετήσια χρονική περίοδο. Στα πλαίσια της εφαρμογής τους, η λογαριθμοκανονική κατανομή και η κατανομή Weibull προσαρμόζονται στις μετρήσεις/εκτιμήσεις του σημαντικού ύψους κύματος, ενώ στις μετρήσεις/εκτιμήσεις της μέσης περιόδου κύματος προσαρμόζεται η λογαριθμοκανονική κατανομή.

Συνεπώς, αναλύονται τέσσερις περιπτώσεις συνολικά, από τις οποίες προκύπτουν οι από κοινού κατανομές του σημαντικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος και εκτιμάται το σφάλμα της καθεμίας. Ακολουθεί, η εφαρμογή της προαναφερόμενης διαδικασίας σε θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου, η ανάλυση και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Εν συνεχεία, μελετάται η σχέση των περιόδων επαναφοράς του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος με την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους, από τις οποίες προκύπτουν οι κατάλληλες φορτίσεις για το σχεδιασμό λιμενικών αλλά και παράκτιων έργων. Τέλος, διερευνάται η πιθανότητα υπέρβασης του σημαντικού ύψους κύματος, βάσει της περιόδου επαναφοράς και της διάρκειας ζωής του έργου.

Η μεθοδολογία που προτείνεται στην παρούσα εργασία αναμένεται να συμβάλλει στον μελλοντικό (προχωρημένο) πιθανοτικό σχεδιασμό έργων, παρέχοντας μια πρώτη εκτίμηση και επιλογή των μεγεθών σχεδιασμού -σημαντικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου κύματος- ανάλογα με τη δεδομένη διάρκεια ζωής ενός έργου και την επιθυμητή περίοδο επαναφοράς των μεγεθών σχεδιασμού. Σε επόμενο στάδιο η γνώση της μακροπρόθεσμης πιθανοτικής κατανομής μεταξύ του χαρακτηριστικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος, μπορεί να συνδεθεί με την πιθανότητα αστοχίας ενός έργου μέσα στη διάρκεια ζωής του, από τη υπέρβαση των δύο μεγεθών σχεδιασμού. Ακόμη, μπορεί να συμβάλλει και στη μελέτη της μακροπρόθεσμης στερεομεταφοράς, την εξέλιξη της ακτογραμμής κλπ.

## **1.2 Πρωτότυπα σημεία**

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αποτελεί μια προσπάθεια ενσωμάτωσης μιας επιπρόσθετης παραμέτρου στο σχεδιασμό έργων, πέραν του χαρακτηριστικού ύψους κύματος: τη μέση περίοδο του κυματισμού. Η σημαντική αυτή πληροφορία, που δεν λαμβάνεται υπόψη κατά τη συνήθη μέθοδο σχεδιασμού, μπορεί να ενταχθεί μέσω της περιγραφής των μακροπρόθεσμων από κοινού κατανομών ύψους και περιόδου κύματος. Αν και στο παρελθόν έχουν γίνει ορισμένες εφαρμογές σε συγκεκριμένες θαλάσσιες περιοχές, από τους Athanassoulis et al. (1994) και τους Lucas and Guedes Soares (2015), οι ίδιες αφορούν τα βαθιά ύδατα. Βάσει αυτών, πραγματοποιείται σε αυτή την εργασία, μια περαιτέρω προσπάθεια αποτύπωσης των εν λόγω από κοινού κατανομών εκτός από τα βαθιά ύδατα και στο βάθος του έργου, ώστε να είναι δυνατή η πιο άμεση αξιοποίηση των σχετικών αποτελεσμάτων στο σχεδιασμό.

Επιπρόσθετα, στα πλαίσια της προσπάθειας εμπλουτισμού των δεδομένων σχεδιασμού, διατυπώνεται μια ολοκληρωμένη πρόταση αξιοποίησης των αποτελεσμάτων, που να οδηγεί σε μια πρώτη εκτίμηση και επιλογή των μεγεθών πιθανοτικού σχεδιασμού: σημαντικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου, βάσει μιας δεδομένης διάρκειας ζωής του έργου. Συνεκτιμάται επιπλέον, η επίδραση της από κοινού περιόδου επαναφοράς (Yue and Wang, 2004) του ζεύγους του χαρακτηριστικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος στην όλη προσεγγίση του θέματος του πιθανοτικού σχεδιασμού.

### 1.3 Διάρθρωση της εργασίας

Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασίστηκε η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία. Πιο συγκεκριμένα, ορίζονται ορισμένες βασικές έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα Κεφάλαια και πραγματοποιείται μία συντομη ιστορική αναδρομή όσον αφορά τα μοντέλα κατανομών μίας μεταβλητής (univariate distribution models) και δύο μεταβλητών (bivariate distribution models). Εν συνεχεία αναπτύσσονται τα μοντέλα δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία, οι κατανομές Lognormal και Weibull καθώς και ο τρόπος εκτίμησης των παραμέτρων τους. Τέλος, ορίζεται η περίοδος επαναφοράς μίας μεταβλητής, η από κοινού περίοδος επαναφοράς δύο μεταβλητών και παρατίθεται η σχέση υπολογισμού του σφάλματος των θεωρητικών μοντέλων, σύμφωνα με την Ευκλείδεια απόσταση.

Στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο αναπτύσσεται η προτεινόμενη μεθοδολογία. Αναφέρονται αρχικά, τα απαραίτητα απαιτούμενα δεδομένα και ο τρόπος επεξεργασίας τους ώστε να αποκτήσουν την κατάλληλη μορφή. Στη συνέχεια επεξηγείται πως προσαρμόζονται σε αυτά οι μακροχρόνιες κατανομές χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου και πως οι κατανομές αυτές ενσωματώνονται, έπειτα, στα μοντέλα δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett. Ακολουθεί η εύρεση των αντίστοιχων σφαλμάτων. Παρουσιάζεται, επίσης, η προτεινόμενη μεθοδολογία σύνδεσης των περιόδων επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος με την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους ώστε να γίνει μια πρώτη εκτίμηση και επιλογή των κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού.

Ακολούθως στο Κεφάλαιο 4, εφαρμόζεται η προτεινόμενη μεθοδολογία σε θαλάσσια περιοχή στα ανοιχτά της Μυκόνου. Για την εν λόγω τοποθεσία πραγματοποιείται η διαδικασία εφαρμογής των μοντέλων. Μελετώνται για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  του έργου οι εξής περιπτώσεις: (α) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$ , (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$ , (γ) Μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$ , (δ) Μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m$ . Τέλος, παρουσιάζονται όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα των θεωρητικών μοντέλων σε μορφή Πινάκων και υπολογίζεται και το σφάλμα για την καθενμία περίπτωση.

Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται απεικόνιση των δεδομένων και των αποτελεσμάτων του Κεφαλαίου 4 με τη μορφή πιθανοτικών εικόνων από κοινού κατανομών των  $H_s$  και  $T_m$ . Σχολιάζονται τα σχετικά αποτελέσματα και έπειτα, συγκρίνονται με παλαιότερες παρεμφερείς εφαρμογές που έχουν γίνει για διαφορετικές τοποθεσίες.

Το 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο της παρούσας εργασίας αφορά την περίοδο επαναφοράς των  $H_s$  και  $T_m$ , μεμονωμένα, καθώς και την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους. Τα αποτελέσματα παρατίθενται σε διαγραμματική μορφή. Ακολουθεί η σύγκρισή τους και ο σχετικός

σχολιασμός. Τέλος, γίνεται μια προσπάθεια σύνδεσης της περιόδου επαναφοράς και της από κοινού περιόδου επαναφοράς με τα μεγέθη σχεδιασμού.

Το 7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο περιλαμβάνει την τελική επιλογή των κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού, για ένα έργο στην περιοχή της Μυκόνου με δεδομένη διάρκεια ζωής και για δεδομένη περίοδο επαναφοράς. Συμπεριλαμβάνεται η ευρεση της πιθανότητας υπέρβασης της επιλεγείσας για το σχεδιασμό τιμής του ύψους κύματος.

Τέλος, το Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα που προέκυψαν καθόλη την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας στην περιοχή της Μυκόνου. Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται κυρίως σε αυτά που αφορούν τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας ερευνητικής προσπάθειας με τις προγενέστερες. Ακόμη προτείνονται ορισμένα θέματα για περαιτέρω έρευνα στο μέλλον.

## 2. Θεωρητικό υπόβαθρο

### 2.1 Ορισμός βασικών εννοιών

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, που πραγματεύεται την περιγραφή του κυματικού κλίματος μέσω μακροπρόθεσμων από κοινού κατανομών ύψους και περιόδου κύματος, είναι απαραίτητο εν αρχή να ορισθούν και να περιγραφούν οι βασικές έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν. Έτσι, αναπτύσσονται συνοπτικά οι έννοιες του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$ , της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  καθώς και της περιόδου αιχμής  $T_p$ . Ακολούθως, κρίνεται σημαντικό να προσδιοριστεί η σχέση μεταξύ της πιθανότητας και της πυκνότητας πιθανότητας, καθώς και η σημασία της περιθώριας κατανομής και κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας.

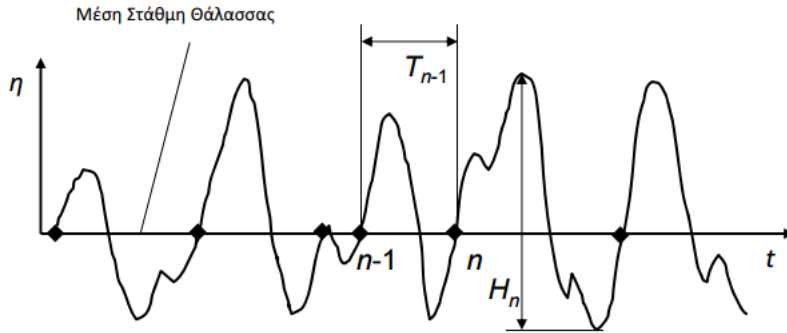
#### 2.1.1 Χαρακτηριστικά των κυματισμών

Αν μία κυματική καταγιίδα παρασταθεί από μία χρονοσειρά, μπορεί από αυτή να εξαχθεί το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και η μέση περίοδος  $T_m$  όπως περιγράφεται ακολούθως. Η χρονική ανάλυση κυματισμού αρχίζει από τον προσδιορισμό των ‘κυμάτων’  $N$  που περιέχονται στην καταγραφή της ανύψωσης  $\eta$  της μέσης στάθμης της θάλασσας συναρτήσει του χρόνου  $t$ . Κάθε ‘κύμα’ ορίζεται συνήθως με τη μέθοδο ανοδικού μηδενισμού της μέσης στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας (zero upcrossing) που φαίνεται στο Σχήμα (2.1). Τα κύματα κατατάσσονται σε φθίνουσα σειρά ανάλογα με τα ύψη  $H_n$  ( $H_1$  το μεγαλύτερο  $H_N$  το μικρότερο). Το χαρακτηριστικό ύψος  $H_s$  προκύπτει ως ο μέσος όρος των υψών  $H_n$  του υψηλότερου 1/3 της φθίνουσας σειράς, δηλαδή :

$$H_s = H_{33} = \frac{3}{N} \sum_{n=1}^{N/3} H_n \quad (2.1)$$

και η μέση περίοδος είναι ο μέσος όρος όλων των περιόδων  $T_n$  των ‘κυμάτων’ της καταγραφής:

$$T_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T_n \quad (2.2)$$



**Σχήμα 2.1** Τυπική κυματική καταγραφή όπου κάθε ‘κύμα’ ορίζεται με τη μέθοδο του ανοδικού μηδενισμού της μέσης στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας

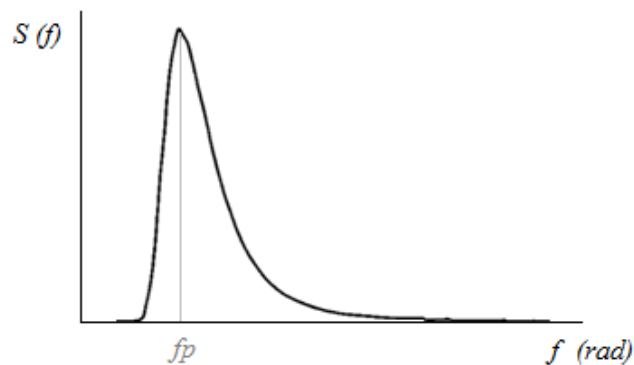
Η περίοδος αιχμής  $T_p$  προκύπτει από τη φασματική ανάλυση κυματισμών στο πεδίο των συχνοτήτων. Το φάσμα (Σχήμα 2.2) αντιπροσωπεύει την ενέργεια του κύματος σε κάθε συχνότητα. Ισχύει ότι:

$$\int_0^{\infty} S(f) df = \bar{E}/\rho g \quad (2.3)$$

όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του νερού,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $\bar{E}$  είναι η ειδική ενέργεια του κυματισμού:

$$\bar{E} = \rho g H_s^2/16 \quad (2.4)$$

Η συχνότητα αιχμής  $f_p$ , λοιπόν, που απεικονίζεται στο φάσμα του Σχήματος 2.2, αντιστοιχεί σε μια περίοδο αιχμής  $T_p = 1/f_p$ .



**Σχήμα 2.2** Τυπική μορφή φάσματος ενέργειας κύματος συναρτήσει της συχνότητας

### 2.1.2. Κατανομές πιθανότητας τυχαίων μεταβλητών

Για μία συνεχή τυχαία μεταβλητή  $X$  ( $X \in \mathbb{R}$ ) ορίζεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, (probability density function)  $f_X(x)$  που ικανοποιεί τις συνθήκες:



$$f_X(x) \geq 0 \text{ και } \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1 \quad (2.5)$$

Η αντίστοιχη αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution function)  $F_X(x)$ , που δηλώνει την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή  $X$  να πάρει τιμές μικρότερες ή ίσες από κάποια τιμή  $x$  ορίζεται ως:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u)du \quad (2.6)$$

Ομοίως, την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή  $X$  να πάρει τιμές μέσα σε ένα διάστημα  $[\alpha, \beta]$  είναι:

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f_X(x)dx \quad (2.7)$$

Για δύο συνεχείς τυχαίες μεταβλητές  $X$  και  $Y$ , η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function)  $f_{XY}(x, y)$  θα πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες:

$$f_{XY}(x, y) \geq 0 \text{ και } \iint_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y)dydx = 1 \quad (2.8)$$

Η κοινή αθροιστική συνάρτηση κατανομής (joint cumulative distribution function) για τις  $X$  και  $Y$  ορίζεται ως:

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{XY}(u, v)dvdu \quad (2.9)$$

Στο σημείο αυτό θα ορισθούν και οι έννοιες της περιθώριας κατανομής πιθανότητας και της κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία. Σύμφωνα με τη θεωρία πιθανοτήτων και στατιστικής, **η περιθώρια κατανομή** (marginal distribution) ενός υποσύνολου (subset) του δείγματος τυχαίων μεταβλητών είναι η κατανομή πιθανότητας των μεταβλητών που ανήκουν στο υποσύνολο. Δίνει τις πιθανότητες για διάφορες τιμές των μεταβλητών στο υποσύνολο χωρίς, όμως, να τις συσχετίζει με τις τιμές των υπόλοιπων μεταβλητών. Αντίθετα, **η κατανομή δεσμευμένης πιθανότητας** (conditional distribution), δίνει τις πιθανότητες εξαρτώμενες από τις τιμές των υπόλοιπων μεταβλητών (<http://www.wikipedia.org>).

## 2.2 Ιστορική αναδρομή

Από το πρώιμο στάδιο της ανάπτυξης της στατιστικής προσέγγισης του κυματικού κλίματος, σύμφωνα με τους Athanassoulis et al. (1994), αναγνωρίστηκε το πλεονέκτημα της αναλυτικής αναπαράστασης των εμπειρικών κατανομών των δεδομένων μέσω θεωρητικών παραμετρικών μοντέλων. Η αναλυτική περιγραφή έχει το πλεονέκτημα ότι προσφέρει συμπυκνωμένη πληροφορία και συμπληρώνει πιθανά κενά της πληροφορίας. Δηλαδή, τα θεωρητικά μοντέλα, μέσω της τυποποίησης της αναπαράστασης μπορούν να απεικονίσουν όλο το εύρος των πιθανοτήτων, ακόμη και τις πολύ μικρές πιθανότητες, που για διάφορους λόγους δεν έχουν συμπεριληφθεί στο δείγμα δεδομένων. Τα παραπάνω σε συνδυασμό με το γεγονός ότι τα θεωρητικά μοντέλα καθιστούν δυνατή την εκτίμηση του κυματικού κλίματος

και για χρονικές περιόδους επαναφοράς μεγαλύτερες της διάρκειας των μετρήσεων και παρέχουν τη δυνατότητα να συνδυασθούν με άλλα υπολογιστικά μοντέλα, οδήγησε τους ερευνητές στην χρήση συγκεκριμένων παραμετρικών μοντέλων, κατάλληλων για την περιγραφή του ύψους και της περιόδου κύματος.

Από τότε, παρόλο που δεν υπάρχει θεωρητική απόδειξη όσον αφορά τη πιθανοτική δομή των παραμέτρων μιας κυματικής κατάστασης (sea state), σε συγκεκριμένη περιοχή και για συγκεκριμένη αιτία, η διευκόλυνση που παρέχουν τα αναλυτικά μοντέλα και η καλή προσαρμογή τους (fit) στα πραγματικά δεδομένα, ήταν και παραμένουν τα κυριότερα κριτήρια επιλογής αναλυτικού πιθανοτικού μοντέλου, μιας μεταβλητής (univariate) η περισσότερων (multivariate).

Όσον αφορά τα **μοντέλα μιας μεταβλητής (univariate models)**, ο Jasper πρότεινε το 1956 τη χρήση λογαριθμοκανονικής κατανομής (lognormal distribution) για την περιγραφή του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$ . Η κατανομή αυτή εν γένει δίνει μια ικανοποιητική συνολική προσαρμογή (fit) στα δεδομένα αλλά έχει αποκλίσεις από αυτά για μεγάλες τιμές του  $H_s$ . Ο Nordenstrøm (1969) πρότεινε την κατανομή Weibull τριών παραμέτρων, η οποία γενικά περιγράφει καλύτερα τα μεγάλα αυτά ύψη κύματος  $H_s$  (upper tail), στην ακτή, παρά τις μεγάλες αποκλίσεις για μικρά χαρακτηριστικά ύψη κύματος. Παρόλα αυτά η κατανομή Weibull φαίνεται καταλληλότερη για ανάλυση μεγάλων τιμών (large-value analysis) όπως είναι για παράδειγμα η ανάλυση ακραίων τιμών (extreme value analysis). Αντιθέτως, η κατανομή lognormal μοιάζει πιο κατάλληλη για ανάλυση μέσων τιμών (moderate-value analysis) όπως η ανάλυση κόπωσης-κύκλου ζωής (fatigue-life analysis)

Περαιτέρω προσπάθειες για την ανάπτυξη τέτοιων κατανομών που να περιγράφουν ικανοποιητικά τα κυματικά χαρακτηριστικά (wave statistics) έγιναν από τους Ochi (1976), Andrew and Price (1979). Οι ίδιοι πρότειναν τη χρήση της γενικευμένης κατανομής Γάμα (generalized Gamma distribution), η οποία περιλαμβάνει τη κατανομή Weibull δύο παραμέτρων ως ειδική περίπτωση. Οι Fang and Hogben (1982) εισήγαγαν μια τροποποιημένη λογαριθμοκανονική κατανομή, που περιελάμβανε διόρθωση για την ασυμμετρία (skewness) παρέχοντας καλύτερη περιγραφή -σε σύγκριση με την απλή λογαριθμοκανονική κατανομή- στα μεγάλα ύψη κύματος  $H_s$ , ειδικά για τιμές αθροιστικής πιθανότητας μεγαλύτερες του 0.95.

Όλα αυτά τα μοντέλα έχουν βρει ευρεία εφαρμογή στην εκτίμηση των μακροπρόθεσμων (long-term) κλιματικών παραμέτρων, όπως είναι οι τιμές σχεδιασμού, οι μακροπρόθεσμες μέσες τιμές, διασπορές κλπ. Όσον αφορά την μέση περίοδο μεταξύ ανοδικών κλάδων μιας χρονοσειράς (zero up-crossing period)  $T_{02}$ , το λογαριθμικό μοντέλο ενδείκνυται για να αναπαραστήσει είτε την περιθώρια κατανομή (marginal distribution) της  $T_{02}$ :  $f_{T_{02}}$  είτε την κατανομή της  $T_{02}$  δεσμευμένης ως προς το  $H_s$ :  $f_{T_{02}|H_s}$  (conditional distribution).

Η ανάγκη για γνώση του από κοινού μακροχρόνιου στατιστικού χαρακτήρα του ύψους κύματος και της περιόδου, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση της πρόβλεψης του ύψους κύματος σχεδιασμού και της αντίστοιχης περιόδου οδήγησαν στην ανάπτυξη και χρήση παραμετρικών **μοντέλων δύο μεταβλητών (bivariate parametric models)**. Ο Ochi (1978)

πρότεινε την λογαριθμοκανονική κατανομή δύο μεταβλητών (bivariate lognormal distribution) για την περιγραφή των στατιστικών  $(H_s, T_{02})$ . Οι Fang and Hogben (1982) ακολούθησαν μια προσέγγιση κατανομής της  $T_{02}$  δεσμευμένης ως προς το  $H_s$  (conditional distribution) με σκοπό να αναπτύξουν ένα μοντέλο δύο μεταβλητών για τα  $(H_s, T_{02})$ , υιοθετώντας ένα τροποποιημένο μοντέλο μιας μεταβλητής, που συμπεριλαμβάνει την κυρτότητα για την περιθώρια (marginal) κατανομή  $f_{H_s}$  του  $H_s$  και το λογαριθμοκανονικό μοντέλο κατανομής  $f_{T_{02}|H_s}$  για την  $T_{02}$ . Αυτή η προσέγγιση κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας επεξεργάστηκε περαιτέρω από τους Dacuncha et al. (1984). Οι Mathiesen and Bitner-Gregersen (1990) ακολούθησαν την ίδια προσέγγιση κατανομής, θεωρώντας μοντέλο Weibull τριών παραμέτρων για την  $f_{H_s}$  και λογαριθμοκανονικό μοντέλο για την  $f_{T_{02}|H_s}$ , υιοθετώντας τελικά ένα μοντέλο δύο μεταβλητών με εννέα παραμέτρους. Οι δύο ανωτέρω προσεγγίσεις (λογαριθμοκανονικό μοντέλο και κατανομή δεσμευμένης πιθανότητας) είναι αυτές οι οποίες χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά μέχρι σήμερα για την περιγραφή της από κοινού πιθανότητας ύψους κύματος και περιόδου (Athanasoulis et al., 1994).

Σύμφωνα με τους Athanasoulis et al. (1994) μια βασική απαίτηση για κάθε μοντέλο δύο μεταβλητών αποτελεί το να είναι ικανό να περιγράψει εξίσου καλά και τα δύο δεδομένα (μεταβλητές). Με αυτή την έννοια η λογαριθμοκανονική κατανομή δύο μεταβλητών υπερέχει έναντι των μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας, αφού παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου και των δύο περιθωρίων (marginals) ταυτόχρονα. Ακόμα, η προσέγγιση της κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας αποτυγχάνει στο να παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα, στις περιοχές του ιστογράμματος όπου η πληροφορία (τα δεδομένα) είναι αραιά, εκτός αν εισαχθεί ρητώς κάποιου είδους παραμετρική εξάρτηση. Από την άλλη, το λογαριθμοκανονικό μοντέλο δύο μεταβλητών δεν περιγράφει τόσο καλά - όσο το μοντέλο κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας - τα μεγάλα ύψη κύματος  $H_s$  (upper tail) των περιθωρίων δεδομένων του  $H_s$ .

Προκειμένου, λοιπόν, να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα αυτά, είναι επιθυμητό να αναπτυχθούν μοντέλα δύο μεταβλητών (bivariate models) με προκαθορισμένη περιθώρια κατανομή ώστε να υπάρχει ευελιξία στην περιγραφή του βαθμού εξάρτησης των δύο μεταβλητών του μοντέλου. Το πρόβλημα αυτό, της ανάγκης για ανάπτυξη μοντέλων με δοθείσες-προκαθορισμένες τις περιθώριες κατανομές, τέθηκε πρώτα από τον Fréchet το 1951, για αυτό και η κατηγορία στην οποία εντάσσονται οι λύσεις του προβλήματος αυτού ονομάστηκε κλάση Fréchet (Fréchet class). Μια ειδική περίπτωση της κατηγορίας αυτής αποτελεί το μοντέλο Plackett.

Τέλος, οι Yue and Wang (2004) εισήγαγαν την έννοια της από κοινού περιόδου επαναφοράς των  $(H_s, T_m)$ , μια εφαρμογή της οποίας ακολούθησε το 2007 από τους Galiatsatou and Prinos.

### 2.3 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling)

Το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας αποτελεί μοντέλο κατανομής δύο μεταβλητών. Η από κοινού κατανομή των δύο μεταβλητών, εν προκειμένω του χαρακτηριστικού ύψους κύματος ( $H_s$ ) και μέσης περιόδου ( $T_m$ ) βασίζεται στο θεώρημα της ολικής πιθανότητας (total probability theorem). Το θεώρημα αυτό υποδεικνύει μια κατανομή πυκνότητας πιθανότητας (probability density function) για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $f(H_s)$  και μια κατανομή πυκνότητας πιθανότητας για τη μέση περίοδο δεσμευμένη ως προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $f(T_m|H_s)$ . Έτσι, η από κοινού κατανομή πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function) των  $H_s$  και  $T_m$  περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$f(H_s, T_m) = f(H_s) \times f(T_m|H_s) \quad (2.10)$$

όπου:

$f(H_s, T_m)$  είναι η κατανομή από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (jpdf) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος ( $H_s$ ) και της μέσης περιόδου ( $T_m$ )

$f(H_s)$  είναι η περιθώρια κατανομή (marginal distribution) πυκνότητας πιθανότητας του  $H_s$

$f(T_m|H_s)$  είναι η κατανομή πυκνότητας πιθανότητας της μέσης περιόδου  $T_m$  δεσμευμένης ως προς το  $H_s$  (conditional distribution)

Να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο μοντέλο είχε χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν από τον Haver (1985), μόνο που τότε είχε εφαρμοσθεί για την περίοδο αιχμής  $T_p$  αντί για την μέση περίοδο  $T_m$ . Οι Guedes Soares et al. (1988) εφάρμοσαν το παρόν μοντέλο στη μέση περίοδο  $T_m$  διότι οι σύνθετες κυματικές καταστάσεις που έλαβε υπόψη εδώ, έχουν δύο μέγιστα (αιχμές), συνεπώς, δεν είναι σαφές ποια είναι η περίοδος αιχμής της σύνθετης αυτής κυματικής κατάστασης. Άλλη μία εφαρμογή πραγματοποιήθηκε και από τους Lucas and Guedes Soares (2015). Οι παραπάνω εφαρμογές αφορούσαν τα βαθιά ύδατα.

### 2.4 Μοντέλο Plackett (Plackett model)

Το μοντέλο Plackett, σύμφωνα με τους Athanassoulis et al. (1994), αποτελεί μια ειδική περίπτωση των μοντέλων της κατηγορίας Fréchet. Τα μοντέλα της κατηγορίας αυτής είναι πιθανοτικές κατανομές δύο μεταβλητών (bivariate probability distributions), οι περιθώριες κατανομές των οποίων είναι γνωστές - προκαθορισμένες. Σύμφωνα με το μοντέλο Plackett, η από κοινού κατανομή πυκνότητας πιθανότητας (jpdf) για την περίπτωση των ενιαίων περιθωρίων κατανομών (uniform marginals), είναι η εξής:

$$f_{\bar{Y}}^P(y_1, y_2; \psi) = \frac{\psi [(\psi-1)(y_1+y_2-2y_1y_2)+1]}{\{[1+(y_1+y_2)(\psi-1)]^2-4\psi(\psi-1)y_1y_2\}^{3/2}} \quad (2.11)$$

Στην ανωτέρω έκφραση:

$y_1$  και  $y_2$ : είναι οι τυχαίες μεταβλητές που μπορούν να εκφραστούν και με τη μορφή διανύσματος  $\vec{Y} = (y_1, y_2)$

$f_{\vec{Y}}^P(y_1, y_2; \psi)$ : είναι η από κοινού κατανομή πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών  $y_1$  και  $y_2$ , κατά Plackett, ως προς τη μεταξύ τους συσχέτιση  $\psi$  (ο ορισμός και η σημασία της οποίας επεξηγούνται αναλυτικά ακολούθως)

Ισχύει ότι  $(y_1, y_2) \in [0,1] \times [0,1]$  και  $\psi \in R^+$ . Το  $\psi$  καλείται παράμετρος συσχέτισης (correlation parameter) καθώς δείχνει την εξάρτηση μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών  $y_1$  και  $y_2$ . Στο σημείο αυτό να σημειωθεί ότι  $\psi = 1$  σημαίνει ότι οι δύο μεταβλητές  $y_1, y_2$  είναι ανεξάρτητες. Αν το  $\psi$  ανήκει στο διάστημα  $(0,1)$  τότε η συσχέτιση είναι αρνητική, ενώ αν ανήκει στο  $(1, \infty)$  η συσχέτιση είναι θετική (Athanassoulis et al., 1994). Το  $\psi$  αποτελεί ένα ‘μέτρο σύνδεσης’ στον Πίνακα των τεσσάρων πιθανοτήτων (fourfold contingency table), όπως αναφέρεται παρακάτω, μία ιδιότητα που επιτρέπει μια πρώτη εκτίμηση για την τιμή του  $\psi$ , κλειστού τύπου, κατ’ ευθείαν από τα δεδομένα (σχέσεις 2.18 και 2.19).

Η γενική μορφή της πυκνότητας κατά Plackett, για δύο μεταβλητές:  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ) παρουσιάζεται παρακάτω. Οι περιθώριες κατανομές τους εκφράζονται ως:  $F_i(x_i) = F_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ , όπου  $\vec{\theta}_i$  είναι το διάνυσμα που περιέχει το σύνολο των παραμέτρων της κατανομής της  $x_i$ . Ομοίως, οι αντίστοιχες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας είναι:  $f_i(x_i) = f_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ . Έτσι, εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό  $y_i = F_i(x_i; \vec{\theta}_i)$ ,  $i = 1, 2$  στην ανωτέρω σχέση (2.11), προκύπτει η γενική μορφή της πυκνότητας κατά Plackett:

$$f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta}) = f_{\vec{Y}}^P(F_1(x_1; \vec{\theta}_1), F_2(x_2; \vec{\theta}_2); \psi) f_1(x_1; \vec{\theta}_1) f_2(x_2; \vec{\theta}_2)$$

$$= \frac{\psi \{(\psi-1)[F_1(x_1) + F_2(x_2) - 2 F_1(x_1) F_2(x_2)] + 1\} f_1(x_1) f_2(x_2)}{\{[1 + (F_1(x_1) + F_2(x_2))(\psi-1)]^2 - 4 \psi(\psi-1) F_1(x_1) F_2(x_2)\}^{3/2}} \quad (2.12)$$

Η ανυσματική παράμετρος (parameter vector)  $\vec{\theta}$  είναι ένα διάνυσμα:  $\vec{\theta} = (\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \psi)$  που περιλαμβάνει τις παραμέτρους  $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2$  των κατανομών των  $x_1, x_2$  αντίστοιχα, καθώς και την παράμετρο συσχέτισης  $\psi = \vec{\theta}_{12}$ . Λαμβάνει τιμές μέσα στο διάστημα (parameter space)  $\Theta_1 \times \Theta_2 \times \Theta_{12}$ ,  $\Theta_{12} = (0, \infty)$ . Η συνάρτηση της κατανομής, που προκύπτει ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση (2.12), είναι:

$$F_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta}) = \begin{cases} \frac{S(x_1, x_2) - [S^2(x_1, x_2) - 4\psi(\psi-1) F_1(x_1) F_2(x_2)]^{1/2}}{2(\psi-1)}, & \psi \neq 1 \\ F_1(x_1) F_2(x_2), & \psi = 1 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\text{όπου: } S(x_1, x_2) = 1 + (\psi - 1)[F_1(x_1) F_2(x_2)] \quad (2.14)$$

Από την εξίσωση (2.12) παίρνουμε:

$$\psi = \frac{F_{\bar{X}}^P(x_1, x_2; \bar{\theta}) [1 - F_1(x_1) - F_2(x_2) + F_{\bar{X}}^P(x_1, x_2; \bar{\theta})]}{[F_1(x_1) - F_{\bar{X}}^P(x_1, x_2; \bar{\theta})] [F_2(x_2) - F_{\bar{X}}^P(x_1, x_2; \bar{\theta})]} \quad (2.15)$$

Εκφράζοντας το δεξί μέλος σε όρους πιθανοτήτων, προκύπτει ότι:

$$\psi = \frac{\Pr[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2] \Pr[X_1 > x_1, X_2 > x_2]}{\Pr[X_1 \leq x_1, X_2 > x_2] \Pr[X_1 > x_1, X_2 \leq x_2]} \equiv \frac{p_1 p_4}{p_2 p_3} \quad (2.16)$$

Για το λόγο αυτό θεωρείται το  $\psi$  μέτρο σύνδεσης του ακόλουθου Πίνακα τεσσάρων πιθανοτήτων (fourfold contingency table):

$p_2$	$p_4$
$p_1$	$p_3$

Όπου  $p_i, i = 1, 2, 3, 4$  είναι οι πιθανότητες των τεσσάρων τεταρτημορίων, που ορίζονται από δύο γραμμές παράλληλες στους δύο άξονες, οι οποίες τέμνονται μεταξύ τους στο σημείο  $(x_1, x_2)$  που σημαίνει ότι :

$$p_1 = \Pr[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2] \quad (2.17\alpha)$$

$$p_2 = \Pr[X_1 \leq x_1, X_2 > x_2] \quad (2.17\beta)$$

$$p_3 = \Pr[X_1 > x_1, X_2 \leq x_2] \quad (2.17\gamma)$$

$$p_4 = \Pr[X_1 > x_1, X_2 > x_2] \quad (2.17\delta)$$

Άρα, μια πρώτη εκτίμηση του  $\hat{\psi}$  μπορεί να γίνει από τη σχέση:

$$\hat{\psi} = \frac{\mu_1 \mu_4}{\mu_2 \mu_3} \quad (2.18)$$

Όπου  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  είναι οι συχνότητες εμφάνισης που αντιστοιχούν στις  $p_1, p_2, p_3, p_4$  της σχέσης 2.16. Μία πρώτη εκτίμηση της διασποράς του  $\hat{\psi}$  είναι:

$$\hat{V}[\hat{\psi}] = \hat{\psi}^2 \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3} + \frac{1}{\mu_4} \right) \quad (2.19)$$

Για να ελαχιστοποιηθεί η διασπορά  $\hat{V}[\hat{\psi}]$  το σημείο τομής  $(x_1, x_2)$  επιλέγεται έτσι ώστε τα  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους. Για την πρώτη αυτή εκτίμηση δεν απαιτείται γνώση των παραμέτρων  $\vec{\theta}_1$  και  $\vec{\theta}_2$  των περιθώριων κατανομών.

Στο σημείο αυτό να επισημανθεί ότι, γενικά, για μια οποιαδήποτε αυθαίρετη κατανομή δύο παραμέτρων που έχει τις  $F_1$  και  $F_2$  ως περιθώριες κατανομές (marginals) το παραπάνω μέτρο σύνδεσης  $\psi$  είναι συνάρτηση των  $(x_1, x_2)$ . Οι σχέσεις 2.11 και 2.12 της ‘οικογένειας’ Plackett ανήκουν στην κατηγορία των κατανομών δύο μεταβλητών, που το μέτρο σύνδεσης  $\psi$  είναι σταθερό (κοινό) για όλες τις τιμές  $(x_1, x_2)$ . Στην ιδιότητα αυτή οφείλεται το γεγονός ότι υπάρχει μια απλή μεθοδολογία κλειστού τύπου, όπως αναφέρεται παραπάνω (σχέσεις

2.18 και 2.19) για την πρώτη εκτίμηση του  $\hat{\psi}$ , στην οποία δε συμπεριλαμβάνονται οι παράμετροι  $\vec{\theta}_1$  και  $\vec{\theta}_2$  των περιθώριων κατανομών.

Όσον αφορά τον ακριβή υπολογισμό της παραμέτρου συσχέτισης  $\psi$ , η λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας (log-likelihood function) είναι η εξής:

$$l_{12}^N(\vec{x}; \vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \vec{\theta}_{12}) = \ln \left[ \prod_{n=1}^N f_{\bar{Y}} \left( F_1 \left( x_1^{(n)}; \vec{\theta}_1 \right), F_2 \left( x_2^{(n)}; \vec{\theta}_2 \right); \vec{\theta}_{12} \right) \right] \quad (2.20)$$

Όπου  $\vec{x} = \left\{ \left( x_1^{(1)}, x_2^{(1)} \right), \left( x_1^{(2)}, x_2^{(2)} \right), \dots, \left( x_1^{(N)}, x_2^{(N)} \right) \right\}$  είναι το δείγμα τιμών των δύο μεταβλητών, που αποτελείται από συνολικό αριθμό  $N$  από κοινού (joint) παρατηρήσεων. Η τιμή της παραμέτρου συσχέτισης  $\psi$  είναι αυτή για την οποία το παραπάνω γινόμενο μεγιστοποιείται. Σημειώνεται ότι ο τρόπος υπολογισμού της τιμής των παραμέτρων  $\vec{\theta}_1$  και  $\vec{\theta}_2$  παρουσιάζεται στην παράγραφο 2.6.

## 2.5 Μοντέλα κατανομών μιας μεταβλητής

Όσον αφορά τις κατανομές μιας μεταβλητής, που υπεισέρχονται στα μοντέλα δεσμευμένης πιθανότητας (§2.3) και Plackett (§2.4), παρατίθενται ακολούθως τα μοντέλα λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως (Ochi, 1978), σε μακροπρόθεσμη βάση η μεν είναι αντιπροσωπευτική για την περιγραφή της κατανομής του χαρακτηριστικού ύψος κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ενώ η δε για την κατανομή του χαρακτηριστικού ύψος κύματος  $H_s$ . Ακολουθούν οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας και αθροιστικής πιθανότητας για τα δύο είδη κατανομών.

**Κατανομή Lognormal:** Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_L(x; \vec{\theta}_L)$  και η συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας  $F_L(x; \vec{\theta}_L)$  της μεταβλητής  $x$ , ως προς το σύνολο των παραμέτρων της κατανομής  $\vec{\theta}_L$ , διατυπώνονται ως ακολούθως:

$$f_L(x; \vec{\theta}_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta x} \exp \left\{ -\frac{[\ln(x)-a]^2}{2\beta^2} \right\}, \quad x > 0 \quad (2.21)$$

$$F_L(x; \vec{\theta}_L) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(x)-a}{\sqrt{2}\beta} \right] \quad (2.22)$$

Όπου  $\vec{\theta}_L = (a, \beta) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+$  εκφράζει το σύνολο των παραμέτρων της λογαριθμοκανονικής κατανομής. Πιο συγκεκριμένα το  $a$  ονομάζεται παράμετρος θέσης (location parameter) ενώ το  $\beta$  παράμετρος μεγέθυνσης (scale parameter).

**Κατανομή Weibull:** Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_W(x; \vec{\theta}_W)$  και η συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας  $F_W(x; \vec{\theta}_W)$  της μεταβλητής  $x$ , ως προς το σύνολο των παραμέτρων της κατανομής  $\vec{\theta}_W$ , διατυπώνονται ως ακολούθως:

$$f_W(x; \vec{\theta}_W) = \frac{a^*}{\beta^*} \left(\frac{x-\gamma}{\beta^*}\right)^{a^*-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta^*}\right)^{a^*}}, \quad x \geq \gamma \quad (2.23)$$

Για  $\gamma = 0$ :

$$f_W(x; \vec{\theta}_W) = \frac{a^*}{\beta^*} \left(\frac{x}{\beta^*}\right)^{a^*-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta^*}\right)^{a^*}}, \quad x \geq 0 \quad (2.24)$$

$$F_W(x; \vec{\theta}_W) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta^*}\right)^{a^*}}, \quad x \geq 0 \quad (2.25)$$

Στις σχέσεις 2.23 έως 2.25 το διάνυσμα  $\vec{\theta}_W = (a^*, \beta^*) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+$  εκφράζει το σύνολο των παραμέτρων της κατανομής Weibull. Πιο αναλυτικά το  $a$  ονομάζεται παράμετρος σχήματος (shape parameter) και το  $\beta$  παράμετρος μεγέθυνσης (scale parameter). Σημειώνεται ότι το  $\gamma$  που υπάρχει στη σχέση 2.23, επιπλέον των  $a^*$  και  $\beta^*$ , αποτελεί ένα κατώφλι με προκαθορισμένη σταθερή τιμή, που στην παρούσα εργασία θεωρείται ίσο με το μηδέν.

## 2.6 Εκτίμηση παραμέτρων των κατανομών μίας μεταβλητής

Σύμφωνα με τον Athanassoulis et al. (1994), προκειμένου να εκτιμηθούν οι παράμετροι  $\vec{\theta}_1 = \vec{\theta}_L$  και  $\vec{\theta}_2 = \vec{\theta}_W$  των κατανομών (περιθώριων ή δεσμευμένης πιθανότητας) μίας μεταβλητής, Lognormal ( $f_1 = f_L$ ) και Weibull ( $f_2 = f_W$ ) αντίστοιχα, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood method). Επομένως, η λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας (log-likelihood function) για το δείγμα τιμών  $\vec{x}_i$ , ως προς το σύνολο των παραμέτρων  $\vec{\theta}_i$  είναι :

$$l_i^{N_i}(\vec{x}_i; \vec{\theta}_i) = \ln \left[ \prod_{n=1}^{N_i} f_i(x_i^{(n)}; \vec{\theta}_i) \right], \quad i = 1, 2 \quad (2.26)$$

Όπου  $\vec{x}_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(N_i)})$ , με  $i = 1, 2$  είναι το αντίστοιχο δείγμα τιμών μίας μεταβλητής (περιθώριο ή δεσμευμένης πιθανότητας), το οποίο αποτελείται από  $N_i$  παρατηρήσεις. Έτσι, για τη μέγιστη τιμή της παραπάνω συνάρτησης προκύπτουν οι εκτιμήσεις του συνόλου των παραμέτρων (ML estimators)  $\vec{\theta}_i$  για τις δύο περιπτώσεις κατανομών που μελετώνται.

**Κατανομή Lognormal:** Από τη μεγιστοποίηση της λογαριθμικής συνάρτησης πιθανοφάνειας προκύπτει ότι το σύνολο των παραμέτρων  $\vec{\theta}_1 = \vec{\theta}_L = (a, \beta)$  δίνεται από τις σχέσεις:

$$a = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln(x^{(n)}) \quad (2.27)$$



$$\beta = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\ln(x^{(n)}) - a]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.28)$$

Όπου, υπενθυμίζεται ότι  $x^{(n)}$  είναι τα στοιχεία του δείγματος ( $N$  συνολικού αριθμού παρατηρήσεων) των τιμών μιας μεταβλητής.

**Κατανομή Weibull:** Από τη μεγιστοποίηση της λογαριθμικής συνάρτησης πιθανοφάνειας προκύπτει ότι το σύνολο των παραμέτρων  $\vec{\theta}_2 = \vec{\theta}_W = (a^*, \beta^*)$  δίνεται από τις σχέσεις:

$$-\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln(x^{(n)} - \gamma) + \frac{\sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*} \ln(x^{(n)} - \gamma)}{\sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*}} = \frac{1}{\beta^*} \quad (2.29)$$

$$a^* = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x^{(n)} - \gamma]^{\beta^*} \quad (2.30)$$

Ομοίως,  $x^{(n)}$  είναι τα στοιχεία του δείγματος ( $N$  συνολικού αριθμού παρατηρήσεων) των τιμών μιας μεταβλητής. Όπως προαναφέρθηκε, το κατώφλι  $\gamma$  θεωρείται ίσο με το μηδέν.

## 2.7 Περίοδος επαναφοράς (return period)

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει αναφορά στον ορισμό και τον υπολογισμό της περιόδου επαναφοράς ενός μεγέθους - μεταβλητής καθώς και της από κοινού περιόδου επαναφοράς δύο μεταβλητών.

Όπως είναι γνωστό, όσον αφορά μια μεταβλητή  $X$ , η **περίοδος επαναφοράς**  $T_x$  ενός συμβάντος (event)  $X > x$  είναι η χρονική περίοδος κατά την οποία το συμβάν  $X$  υπερβαίνει την τιμή  $x$  τουλάχιστον μία φορά. Με άλλα λόγια η περίοδος επαναφοράς σχετίζεται με την πιθανότητα υπέρβασης  $\Pr[X > x]$ . Ισχύει ότι:

$$T_x = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (2.31)$$

όπου  $F(x) = \Pr[X \leq x]$  είναι η πιθανότητα μη υπέρβασης ή με άλλα λόγια η αθροιστική πιθανότητα.

Απολύτως ανάλογα, σύμφωνα με τους Yue and Wang (2004), **η από κοινού περίοδος επαναφοράς**  $T_{(x_1, x_2)}$  των  $X_1$  και  $X_2$  σχετίζεται με την πιθανότητα τουλάχιστον μια τιμή από τις  $x_1$  και  $x_2$  να έχει υπερβληθεί (δηλαδή  $X_1 > x_1$  ή  $X_2 > x_2$ ). Η από κοινού περίοδος επαναφοράς δίνεται από τη σχέση:

$$T_{(x_1, x_2)} = \frac{1}{1 - F(x_1, x_2)} \quad (2.32)$$

Άρα, ομοίως με προηγουμένως  $F(x_1, x_2) = \Pr[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2]$  είναι η πιθανότητα μη υπέρβασης των δύο μεγεθών ταυτόχρονα ή με άλλα λόγια η από κοινού αθροιστική πιθανότητά τους.

## 2.8 Εκτίμηση του σφάλματος των μοντέλων (goodness of fit)

Σύμφωνα με τους Lucas and Guedes Soares (2015) και τους Athanassoulis et al. (1994) για να ευρεθεί το σφάλμα ή αλλιώς η απόκλιση που έχει η προσαρμογή της κατανομής ενός εμπειρικού μοντέλου δύο μεταβλητών στα δεδομένα από την θεωρητική κατανομή τους, χρησιμοποιείται η Ευκλείδεια απόσταση  $D^2$  (squared Euclidean distance). Η ίδια ουσιαστικά 'μετράει' την απόκλιση μεταξύ της θεωρητικής πιθανότητας και της πιθανότητας που προκύπτει από το εμπειρικό μοντέλο. Δηλαδή:

$$D^2 = \sum_{j=1}^J (p_j - \pi_j)^2, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (2.33)$$

Όπου  $p_j$  είναι η πιθανότητα που έχει προκύψει από το εμπειρικό-στατιστικό μοντέλο (στην προκειμένη περίπτωση το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας ή το μοντέλο Plackett) και  $\pi_j$  η θεωρητική πιθανότητα, δηλαδή η σχετική συχνότητα εμφάνισης που έχει προκύψει από τις παρατηρήσεις (measured data). Ο δείκτης  $j$  υποδηλώνει ότι αναφερόμαστε σε καθένα στοιχείο (cell). Άρα προκειμένου να ευρεθεί το σφάλμα της προσαρμογής του εμπειρικού μοντέλου δύο μεταβλητών, τα  $p_j$  και  $\pi_j$  εκφράζουν τιμές της από κοινού πιθανότητας.

### **3. Προτεινόμενη μεθοδολογία για το σχεδιασμό έργων**

Στο Κεφάλαιο αυτό αναπτύσσεται η μεθοδολογία που προτείνεται για την εκτίμηση των μεταβλητών φόρτισης, δηλαδή του ύψους και της περιόδου κύματος, καθώς και ο τρόπος που οι μεταβλητές αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν στον πιθανοτικό σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων, λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη την επιθυμητή διάρκεια ζωής τους και την περίοδο επαναφοράς των δύο μεγεθών σχεδιασμού. Η μεθοδολογία αυτή απαιτεί ως μοναδικό δεδομένο τη γνώση της συχνότητας εμφάνισης των ζευγών χαρακτηριστικού ύψους κύματος και περιόδου κύματος (αιχμής ή μέσης), ενός δείγματος παρατηρήσεων, για τη θαλάσσια περιοχή που μας ενδιαφέρει, σε μακροπρόθεσμη χρονική βάση.

Συνοπτικά, στο δείγμα παρατηρήσεων εφαρμόζονται τα θεωρητικά μοντέλα δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett (όπως περιγράφονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2) τα οποία δίδουν την πιθανοτική εικόνα της σχέσης μεταξύ του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος, της υπό μελέτη θαλάσσιας περιοχής. Στα πλαίσια της εφαρμογής τους, η λογαριθμοκανονική κατανομή και η κατανομή Weibull προσαρμόζονται στις μετρήσεις/εκτιμήσεις του χαρακτηριστικού ύψους κύματος, ενώ στις μετρήσεις/εκτιμήσεις της μέσης περιόδου κύματος προσαρμόζεται η λογαριθμοκανονική κατανομή. Συνυπολογίζοντας το σφάλμα των τεσσάρων ανωτέρω περιπτώσεων, επιλέγεται η καταλληλότερη κατανομή. Εν συνεχεία, μελετάται η σχέση των περιόδων επαναφοράς του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος με την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους, από τις οποίες προκύπτουν οι κατάλληλες φορτίσεις για το σχεδιασμό λιμενικών αλλά και παράκτιων έργων. Τέλος, διερευνάται η πιθανότητα υπέρβασης του σημαντικού ύψους κύματος βάσει της περιόδου επαναφοράς και της διάρκειας ζωής του έργου.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία παρουσιάζεται λεπτομερώς παρακάτω. Επιπλέον, για να γίνει η μεθοδολογία περισσότερο κατανοητή στα Κεφάλαια 4 έως 7 που ακολουθούν, εφαρμόζεται σε θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου και έπειτα παρατίθενται, αναλύονται και σχολιάζονται τα προκύπτοντα αποτελέσματα.

### 3.1 Δεδομένα

Εφόσον επιλεγεί η προς μελέτη θαλάσσια περιοχή, απαιτείται ως μοναδικό δεδομένο, όπως προαναφέρθηκε, η γνώση της (από κοινού) συχνότητας εμφάνισης των ζευγών χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , ενός δείγματος παρατηρήσεων, για τα βαθιά ύδατα (λογος βάθους προς μήκος κύματος:  $d/\lambda \geq 0.5$ ). Συνήθως, η πληροφορία αυτή δίδεται σε μορφή Πίνακα, διαστάσεων  $(i \times j)$  όπου αναγράφονται οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης των δύο μεγεθών (ταξινομημένων σε κλάσεις), ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων. Τέτοιοι Πίνακες για διάφορες περιοχές της Ελλάδας υπάρχουν στον 'Ατλαντα Ανέμου και Κυμάτων των Ελληνικών Θαλασσών' (Soukissian et al., 2007).

Επισημαίνεται ότι η περιγραφή του μακροπρόθεσμου (long term) κυματικού κλίματος, που είναι ο σκοπός της εργασίας, χρειάζεται δεδομένα που να αναφέρονται σε πολλές ανεξάρτητες κυματικές καταγίδες -όχι παρατηρήσεις μέσα στην ίδια κυματική καταγίδα- και που να καλύπτουν μια υπερετήσια χρονική περίοδο. Ο ζητούμενος Πίνακας δεδομένων, αν δεν υπάρχει αυτούσιος, μπορεί και να κατασκευαστεί. Για παράδειγμα, εφόσον υπάρχουν διαθέσιμες καταγραφές ανύψωσης της μέσης στάθμης της θάλασσας  $\eta$  ως προς το χρόνο  $t$  (χρονοσειρές) μπορούν να επεξεργασθούν κατάλληλα έτσι ώστε να εξαχθούν τα μεγέθη  $H_s$  και  $T_m$ , σύμφωνα με τις σχέσεις 2.1 και 2.2.

Επίσης, αν είναι γνωστές από κοινού συχνότητες εμφάνισης των ζευγών χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και περιόδου αιχμής  $T_p$  (του φάσματος) και όχι μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , μπορεί να πραγματοποιηθεί η ακόλουθη μετατροπή, θεωρώντας ότι ισχύει το φάσμα Jonswap στα βαθιά ύδατα (Hasselmann et al., 1973). Άρα ο λόγος της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  προς την περίοδο αιχμής του  $T_p$  θα είναι:  $T_m / T_p = 0.79 \div 0.87$ . Για παράδειγμα, για τη μέση τιμή του συντελεστή  $\gamma$  ίση με 3.3, προκύπτει για τα βαθιά ύδατα ότι:

$$T_m = 0.83 T_p \quad (3.1)$$

Σημείωση: Επισημαίνεται ότι για την προσαρμογή των θεωρητικών κατανομών στα  $H_s$  και  $T_m$ , σε μεταγενέστερο στάδιο της διαδικασίας, είναι καλό στον Πίνακα  $(i \times j)$  των δεδομένων οι κλάσεις του  $H_s$  να έχουν σταθερό εύρος, το ίδιο ισχύει και για τις κλάσεις της  $T_m$ .

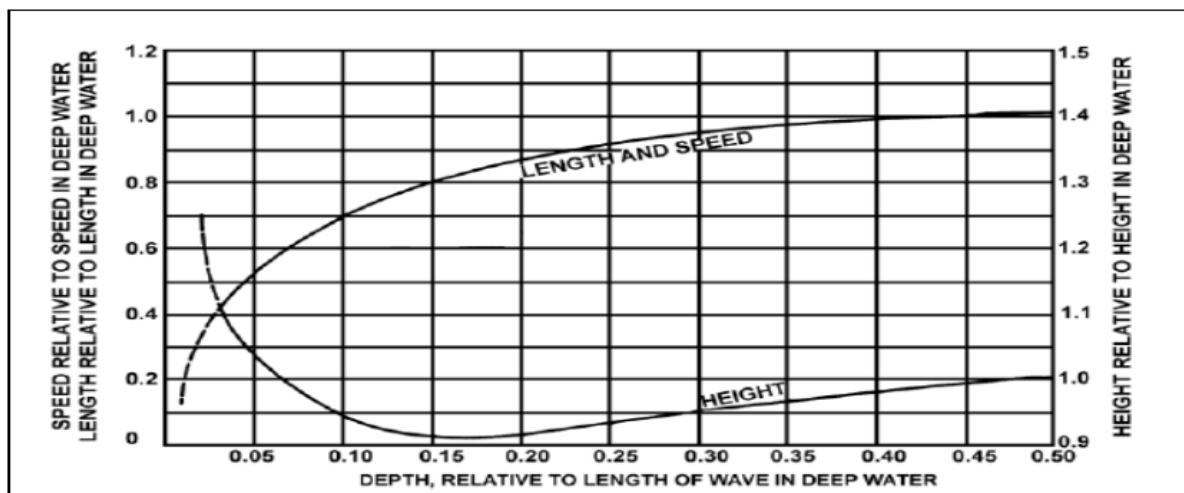
### 3.2 Επεξεργασία δεδομένων

Αφού υπάρχει πλέον ως δεδομένο ο Πίνακας  $(i \times j)$  της συχνότητας εμφάνισης των ζευγών χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , ενός δείγματος παρατηρήσεων, για τα βαθιά ύδατα, ακολουθεί η επεξεργασία των δεδομένων. Για να εξαχθούν οι μεταβλητές φόρτισης:  $H_s$  και  $T_m$  για το σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων, δεν αρκεί πληροφορία στα βαθιά ύδατα. Πρέπει η ίδια να 'μεταφερθεί' στο βάθος  $d$  που θα κατασκευαστεί το έργο. Σημειώνεται ότι ο λόγος βάθους προς μήκος κύματος  $d/\lambda \geq 0.5$  αντιστοιχεί σε βαθιά ύδατα. Σε ενδιάμεσα ύδατα ισχύει  $0.05 \geq d/\lambda > 0.5$  ενώ σε ρηγά ύδατα  $d/\lambda < 0.05$ .

### 3.2.1. Υπολογισμός χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα

Η επεξεργασία των δεδομένων αφορά κυρίως τις τιμές του χαρακτηριστικού ύψους κύματος. Καθώς ένας κυματισμός προχωράει προς την ακτή, δηλαδή από τα βαθιά ύδατα προς τα αβαθή, το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  αλλάζει. Αυτό συμβαίνει κυρίως, διότι καθώς το βάθος του νερού μειώνεται, αρχίζει να αυξάνεται η επίδραση του πυθμένα στη ροή (φαινόμενο ρήχωσης). Επίσης, σημαντικό ρόλο στη μεταβολή του ύψους κύματος διαδραματίζουν και άλλα φαινόμενα, όπως η διάθλαση, σε περίπτωση που ο κυματισμός δεν διαδίδεται με κατεύθυνση κάθετη προς την ακτογραμμή, αλλά υπό κάποια γωνία, αλλά και η ανάκλαση και η περίθλαση σε περίπτωση που υπάρχει κάποια παράκτια κατασκευή (κυματοθραύστης, λιμενοβραχίονας). Όσον αφορά το φαινόμενο της διάθλασης μπορεί να θεωρηθεί για απλούστευση κάθετη πρόσπτωση προς τη ακτογραμμή. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι η περίοδος του κύματος  $T_m$  παραμένει σταθερή.

Στο ακόλουθο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται η επίδραση του πυθμένα και του σχετικού βάθους ( $d/\lambda$ ) στη μεταβολή του ύψους κύματος, του μήκους κύματος και της ταχύτητάς του. Παρατηρούμε ότι το ύψος κύματος μειώνεται σταδιακά, έως κάποιο βάθος, μετά το οποίο αυξάνεται, μέχρις ότου φτάσει στην ακτογραμμή.



**Σχήμα 3.1** Επίδραση του πυθμένα στη μεταβολή ύψους κύματος, του μήκους κύματος και της ταχύτητάς του, λόγω ρήχωσης (Πηγή: <http://www.nga.mil>)

Η θραύση του κυματισμού (breaking) συμβαίνει, προσεγγιστικά, όταν ο λόγος του ύψους κύματος  $H$  ως προς το βάθος του νερού  $d$ , σε ένα σημείο, λαμβάνει τιμή περίπου 0.78. Για μεγαλύτερη τιμή του λογου από 0.78 ο κυματισμός έχει ήδη θραυστεί:

$$\frac{H_b}{d_b} \approx 0.78 \rightarrow d_b \approx 1.28 H_b \quad (3.2)$$

Θεωρώντας, για ασφάλεια, βάθος νερού  $d$  ίσο με μιάμιση φορά το μεγαλύτερο ύψος κύματος  $H_{max}$  που παρουσιάζεται στον Πίνακα των δεδομένων (με συχνότητα εμφάνισης μη μηδενική), ώστε να εξασφαλιστεί ότι δεν έχει συμβεί ακόμη θραύση, έχουμε:

$$d = 1.5 H_{max} \quad (3.3)$$

Αρχικά, περιγράφεται η διαδικασία της ρήγωσης για το εν λόγω βάθος  $d$ . Βασιζόμενοι στις κεντρικές (central) τιμές των κλάσεων του ύψους κύματος  $H_s$  του Πίνακα των δεδομένων, που αναφέρονται στα βαθιά ύδατα, υπολογίζουμε το ύψος κύματος  $H_s$  στο βάθος  $d$  για καθεμία κεντρική τιμή των  $H_s$  και  $T_m$ . Η τιμή του ύψους κύματος στο ζητούμενο βάθος είναι:

$$H_{s(d)} = K_s \times H_s \quad (3.4)$$

όπου  $K_s$  είναι ο συντελεστής ρήγωσης και υπολογίζεται από τη διαδικασία που παρατίθεται ακολούθως.

Αρχικά, το μήκος κύματος στα βαθιά ύδατα υπολογίζεται για καθεμία κεντρική τιμή της μέσης περιόδου  $T_m$  από τη σχέση:

$$\lambda_o = \frac{g T_m^2}{2\pi} \quad (3.5)$$

όπου  $g=9.81 \text{ m/s}^2$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Ο κυματαριθμός  $k_o$  για τα βαθιά ύδατα δίνεται από τη σχέση:

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda_o} \quad (3.6)$$

Έπειτα, ευρίσκεται το μήκος κύματος  $\lambda$  στο βάθος  $d$  από τη σχέση διασποράς:

$$\omega_m^2 = gk \tanh(kd) \quad (3.7)$$

Όπου:  $\omega_m = 2\pi/T_m$  είναι η κυκλική συχνότητα που αντιστοιχεί στη μέση περίοδο  $T_m$ ,  $g=9.81 \text{ m/s}^2$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $k$  είναι ο κυματαριθμός που αντιστοιχεί στο βάθος  $d$ . Αντικαθιστώντας, η μορφή της εξίσωσης διασποράς είναι η ακόλουθη:

$$kd \tanh(kd) = \frac{4\pi^2 d}{g T_m^2} \quad (3.8)$$

Στη σχέση 3.8 το βάθος  $d$  και η μέση περίοδος  $T_m$  είναι γνωστα, και επομένως ζητείται ο κυματαριθμός  $k$ , που αναφέρεται στο  $d$  και βρίσκεται με δοκιμές μέχρις ότου το αριστερό μέλος της εξίσωσης γίνει ίσο με το δεξί μέλος της (γνωστό). Έπειτα, το ζητούμενο μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (3.9)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο συντελεστής  $n$  ως εξής:

$$n = \frac{1}{2} * \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right) \quad (3.10)$$

Τελικά, ο συντελεστής ρήγωσης δίνεται από τη σχέση:

$$K_s = \sqrt{\frac{1}{2n} * \frac{C_o}{c}} \quad (3.11)$$

Όπου:  $C_o = \lambda_o / T_m$  είναι η ταχύτητα διάδοσης του κυματισμού στα βαθιά ύδατα (σε m/s) και  $C = \lambda / T_m$  είναι η ταχύτητα στο βάθος d. Άρα η σχέση 3.11 γίνεται ισοδύναμα:

$$K_s = \sqrt{\frac{1}{2n} * \frac{\lambda_o}{\lambda}} \quad (3.12)$$

Η ανωτέρω διαδικασία, επαναλαμβάνεται για όλες τις κεντρικές τιμές της μέσης περιόδου  $T_m$  (σχέσεις 3.5 έως 3.12) και έπειτα για όλες τις τιμές του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  (σχέση 3.4). Υπενθυμίζεται ότι κατά τη ρήγωση η περίοδος του κύματος  $T_m$  παραμένει σταθερή, επομένως οι τιμές της  $T_m$  παραμένουν ίδιες και για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος d.

Αν εκτός από τη ρήγωση, υπάρχει και διάθλαση (refraction) τότε το ύψος κύματος  $H_s$  στο βάθος d, για καθεμία κεντρική τιμή των  $H_s$  και  $T_m$ , δίνεται από την κάτωθι σχέση αντί της σχέσης 3.4:

$$H_{s(d)} = K_s \times K_r \times H_s \quad (3.13)$$

Όμοια, αν υπάρχει και περίθλαση (diffraction) και ανάκλαση (reflection) που επιθυμούμε να συμπεριληφθεί, για να προκύψει το ύψος κύματος  $H_{s(d)}$  στο βάθος d, στη σχέση (3.13) εισάγονται απολύτως ανάλογα και οι συντελεστές  $K_d$ ,  $C_r$ .

### 3.2.2 Διαμόρφωση νέου Πίνακα δεδομένων συχνοτήτων εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος

Όπως προαναφέρθηκε, για βάθος υδάτων d υπολογίζονται τα νέα ύψη κύματος  $H_{(d)}$  για όλες τις κεντρικές τιμές του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$  των βαθιών υδάτων. Είναι πιθανό όμως, κάποιες τιμές των νέων υψών κύματος  $H_{(d)}$  να είναι εκτός των αρχικών ορίων των κλάσεων του  $H_s$  για τα βαθιά ύδατα. Αν διατηρηθούν τα αρχικά άνω και κάτω όρια στις κλάσεις του  $H_s$  ως έχουν και για το βάθος d, τότε η καθεμία από κοινού συχνότητα εμφάνισης που αντιστοιχεί στα  $H_{(d)}$  που δεν ανήκουν μέσα στα όρια, πρέπει να μετακινηθεί στη σωστή κλάση. Όμως, δεν ισχύει το ίδιο και για την περίοδο  $T_m$ , καθώς προαναφέρθηκε ότι παραμένει αμετάβλητη. Στον νέο Πίνακα ίδιων διαστάσεων ( $i \times j$ ), που αναφέρεται πλέον στο βάθος ενδιαφέροντος d, αλλά και στον αρχικό για τα βαθιά ύδατα, όσες γραμμές και στήλες περιλαμβάνουν μόνο μηδενικές συχνότητες εμφάνισης μπορούν να αγνοηθούν. Η διαδικασία αυτή καθίσταται πιο σαφής μέσω της εφαρμογής για την περιοχή της Μυκόνου, στο επόμενο Κεφάλαιο.

### 3.3 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου - Προσαρμογή θεωρητικών μοντέλων

Ακολουθεί η προσαρμογή των θεωρητικών μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και Plackett, ώστε να ευρεθεί η συνάρτηση από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$  για το βάθος  $d$ . Για λόγους διερεύνησης και σύγκρισης η ίδια διαδικασία μπορεί να εφαρμοσθεί και στα βαθιά ύδατα, χρησιμοποιώντας τον ανάλογο Πίνακα. Τα αποτελέσματα, όμως, που μας ενδιαφέρουν για το σχεδιασμό είναι αυτά που θα προκύψουν για το βάθος  $d$ .

#### 3.3.1 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling)

Προκειμένου να εφαρμοσθεί το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) ώστε να ευρεθεί η συνάρτηση από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , απαιτείται γνώση της περιθώριας κατανομής (marginal distribution) του  $H_s$  καθώς και της κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας (conditional distribution) της  $T_m$  ως προς το  $H_s$ . Ερευνώνται δύο διαφορετικές περιπτώσεις:

- i. Λογαριθμοκανονική κατανομή (lognormal distribution) και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$
- ii. Κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$

Προτείνεται η χρήση του λογισμικού Matlab, στο οποίο εισάγονται τα στοιχεία υπό μορφή συχνοτήτων για ύδατα βάθους  $d$  του Πίνακα. Για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος χρειαζόμαστε μόνο το ιστόγραμμα των περιθώριων (marginal) συχνοτήτων. Για τη μέση περίοδο απαιτούνται οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης των δύο μεγεθών, δηλαδή, για καθεμία τιμή του ύψους κύματος  $H_s$  κατασκευάζεται και ένα ξεχωριστό ιστόγραμμα μέσης περιόδου  $T_m$  στο οποίο προσαρμόζεται μία κατανομή. Αναλυτικότερα, από το λογισμικό εκτιμώνται οι παράμετροι  $a, \beta$  (σχέσεις 2.27, 2.28) και  $a^*, \beta^*$  (σχέσεις 2.29, 2.30) για τη λογαριθμοκανονική κατανομή και την κατανομή Weibull αντίστοιχα και εν συνεχεία, βάσει αυτών, οι θεωρητικές τιμές πυκνότητας πιθανότητας (σχέσεις 2.21, 2.24). Έπειτα, εφαρμόζεται το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (σχέση 2.10) και έτσι προκύπτει ένας Πίνακας από κοινού πυκνότητας πιθανότητας των  $(H_s, T_m)$  ίδιος σε διαστάσεις με τον αρχικό Πίνακα δεδομένων (είτε των βαθιών νερών είτε του βάθους  $d$ ). Αναλυτικότερα, οι σχέσεις για τις περιπτώσεις (i) και (ii) για έναν Πίνακα διαστάσεων  $(i \times j)$ , φαίνονται στο Κεφάλαιο 4 της εφαρμογής της μεθοδολογίας (σχέσεις 4.5 έως 4.8γ). Η απόκλιση που έχουν οι θεωρητικές τιμές του Πίνακα από τις μετρήσεις - δεδομένα (οι ποσότητες εκφρασμένες ως πιθανότητες) είναι το σφάλμα του μοντέλου (σχέση 2.33). Το σφάλμα αυτό εισάγεται και από την εφαρμογή των θεωρητικών κατανομών (Lognormal, Weibull) στα ιστογράμματα αλλά και από το θεωρητικό μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας. Τέλος, για την εφαρμογή των ανωτέρω μπορεί να κατασκευασθεί κώδικας σε Matlab.



### 3.3.2 Μοντέλο Plackett

Η εφαρμογή της μεθόδου Plackett αποτελεί έναν εναλλακτικό τρόπο υπολογισμού της μακροχρόνιας από κοινού κατανομής πυκνότητας πιθανότητας (longterm joint probability density function) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ . Η μέθοδος αυτή απαιτεί γνώση των περιθώριων κατανομών (marginal distributions) πυκνότητας πιθανότητας (και των αντίστοιχων κατανομών αθροιστικής πιθανότητας) του  $H_s$  και της  $T_m$ . Θα ερευνηθούν και εδώ οι περιπτώσεις:

- i. Λογαριθμοκανονική κατανομή και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους)
- ii. Κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους)

Η λογική της εφαρμογής της μεθόδου Plackett είναι ίδια με του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας που αναλύεται στην παραπάνω παράγραφο 3.3.1. Η μόνη διαφορά είναι ότι τώρα ότι όσον αφορά και το χαρακτηριστικό ύψος κύματος και τη μέση περίοδο χρειάζονται μόνο τα ιστογράμματα των περιθώριων (marginal) συχνοτήτων, προκειμένου να προσαρμοσθούν οι περιθώριες κατανομές. Οι σχέσεις για τις περιπτώσεις (i) και (ii) για έναν Πίνακα διαστάσεων ( $i \times j$ ), φαίνονται στο Κεφάλαιο 4 της εφαρμογής της μεθοδολογίας (σχέσεις 4.9 έως 4.12δ). Για την εφαρμογή του μοντέλου προτείνεται η κατασκευή κώδικα σε Matlab.

### 3.4 Αποτελέσματα των μοντέλων

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα δύο μοντέλα (δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett) για καθεμία από τις τέσσερις περιπτώσεις που ερευνώνται είναι ένας Πίνακας διαστάσεων ( $i \times j$ ) από κοινού πυκνότητας πιθανότητας των ( $H_s, T_m$ ). Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα (και μεταξύ των διαφορετικών μοντέλων αλλά και μεταξύ των διαφορετικών βαθών) κατασκευάζονται τα διαγράμματα από κοινού πυκνότητας πιθανότητας των ( $H_s, T_m$ ) με την μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας (contours) ή απολύτως ανάλογα από κοινού πιθανότητας. Οι πιθανοτικές αυτές εικόνες αποτελούν τη σχηματική απεικόνιση του Πίνακα των αποτελεσμάτων ( $i \times j$ ), αλλά έχουν το πλεονέκτημα ότι αναπαριστούν το φαινόμενο ως συνεχές και επομένως, μπορούμε να γνωρίζουμε την τιμή της πυκνότητας πιθανότητας (συνεπώς και της πιθανότητας) για κάθε πιθανό ζεύγος ( $H_s, T_m$ ). Τελικά, για το βάθος  $d$  υπάρχει ένα τέτοιο διάγραμμα που περιγράφει τα δεδομένα και άλλα τέσσερα διαγράμματα από τα θεωρητικά μοντέλα δύο μεταβλητών που εφαρμόστηκαν. Το ίδιο ισχύει και για τα βαθιά ύδατα.

Για τη σύγκριση των τεσσάρων περιπτώσεων και μεταξύ τους αλλά και με τα δεδομένα (για τα βαθιά ύδατα και για ύδατα βάρους  $d$ , ξεχωριστά), εκτός από το σφάλμα σχηματική είναι και η οπτική παρατήρηση. Ο βασικός στόχος είναι από τη σύγκριση να επιλεγεί το διάγραμμα που θεωρείται πιο αντιπροσωπευτικό για το σχεδιασμό. Ωστόσο, για να υπάρχει

μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα, μπορεί να συγκριθεί η ίδια περίπτωση για τα βαθιά και το βάθος  $d$ , όπου θα φαίνεται η επίδραση των φαινομένων της ρήγωσης, της διάθλασης κλπ. Ακόμη, καλό θα ήταν τα αποτελέσματα να συγκριθούν και με τα αντίστοιχα αποτελέσματα παλαιότερων ερευνών. Σχετικά με την εκτίμηση για το καταλληλότερο διάγραμμα για το σχεδιασμό, καθοριστικό ρόλο παίζει η περιοχή μελέτης καθώς και τα αρχικά δεδομένα που έχουμε στη διάθεση μας. Για παράδειγμα αν τα δεδομένα (measured data) έχουν προκύψει από μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων για χρονική περίοδο πολλών ετών και είναι ταξινομημένα σε κλάσεις μικρού εύρους, μπορεί σχεδόν όλες οι περιπτώσεις να αποδειχτούν ικανοποιητικές. Γενικότερα όμως, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας, το οποίο για τη μέση περίοδο κύματος προσαρμόζει κατανομές στις από κοινού συχνότητες εμφάνισης, αναμένεται να δώσει διαφορετικά αποτελέσματα σε σχέση με το μοντέλο Plackett, που προσαρμόζει κατανομή στις περιθώριες μόνο τιμές της. Επίσης, διαφορές προκύπτουν και ανάλογα με το είδος της κατανομής που προσαρμόζεται στις περιθώριες συχνότητες του  $H_s$ . Ειδικότερα, κατανομή Weibull ως κατανομή ακραίων τιμών, αναμένεται να είναι πιο αντιπροσωπευτική για μεγάλες τιμές του ύψους κύματος σε σχέση με τη λογαριθμοκανονική.

### 3.5 Περίοδος επαναφοράς

Για να προχωρήσουμε στην εύρεση των μεγεθών σχεδιασμού, για την περίπτωση μοντέλου που θεωρείται καταλληλότερη, πρέπει να συνεκτιμηθεί η περίοδος επαναφοράς των  $H_s$ ,  $T_m$  μεμονωμένα, αλλά και η από κοινού περίοδος επαναφοράς τους. Κατ' αρχάς, ένα λιμενικό ή παράκτιο έργο σχεδιάζεται για μία συγκεκριμένη περίοδο ζωής  $L$ , για παράδειγμα 25 με 30 έτη. Επιλέγεται, λοιπόν, μια περίοδος επαναφοράς  $T$ , μεγαλύτερη προφανώς της επιθυμητής περιόδου ζωής  $L$  (π.χ.  $T=100$  έτη). Έχοντας κατασκευάσει τα διαγράμματα περιόδου επαναφοράς  $T$  (που αποτελούν τη σχηματική απεικόνιση των σχέσεων 2.31 και 2.32) για το  $H_s$  και για την  $T_m$  μεμονωμένα, καθώς και το διάγραμμα από κοινού περιόδου επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$ , το οποίο έχει τη μορφή ίσων περιόδων επαναφοράς, προτείνεται η ακόλουθη διαδικασία.

Είναι ευρέως αποδεκτό ότι το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  αποτελεί την κυριότερη παράμετρο σχεδιασμού. Αυτό, διότι αύξηση της τιμής του  $H_s$  συνεπάγεται μεγαλύτερες ζημιές ή και αστοχία στα λιμενικά και παράκτια έργα. Υπάρχει, επίσης, άμεση και ξεκάθαρη συσχέτιση της πιθανότητας υπέρβασης του ύψους κύματος σχεδιασμού με την πιθανότητα αστοχίας των έργων αυτών. Επομένως, η πρώτη κίνηση είναι έχοντας επιλέξει τη τιμή της περιόδου επαναφοράς  $T$ , να δούμε σε ποια τιμή του  $H_s$  αντιστοιχεί (από το αντίστοιχο διάγραμμα περιόδου επαναφοράς του  $H_s$  μεμονωμένα). Στη συνέχεια με δεδομένα αυτά τα δύο μεγέθη, από το διάγραμμα από κοινού περιόδου επαναφοράς θα ευρεθεί η τιμή της  $T_m$ , καθώς αυτή είναι η πιο πιθανή μέση περίοδος που τους αντιστοιχεί. Αν όμως χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα περιόδου επαναφοράς της  $T_m$  μεμονωμένα, η ίδια περίοδος επαναφοράς  $T$  αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή της μέσης περιόδου  $T_m$ . Αυτό είναι εύλογο, καθώς η πιθανότητα υπέρβασης ενός μεγέθους μεμονωμένα (δηλ. του  $H_s$  ή της  $T_m$ ) είναι διαφορετική από την πιθανότητα υπέρβασης τουλάχιστον του ενός εκ των δύο μεγεθών. Πιο συγκεκριμένα συμπεράσματα για τη σχέση μεταξύ των μεμονωμένων περιόδων επαναφοράς

με την από κοινού περίοδο επαναφοράς, προκύπτουν από την αριθμητική εφαρμογή για την περίπτωση της Μυκόνου (Κεφάλαιο 6).

### 3.6 Επιλογή κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού λιμενικών και παράκτιων έργων

Σύμφωνα με τη μέχρι σήμερα πρακτική η επιλογή της περιόδου επαναφοράς  $T$  του ύψους κύματος σχεδιασμού ενός λιμενικού έργου και της διάρκειας ζωής του  $L$ , καθορίζει την πιθανότητα υπέρβασης του ύψους κύματος σχεδιασμού ως ακολούθως (Burcharth and Liu, 1996):

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{L}{T}\right) \quad (3.14)$$

Αυτό σημαίνει ότι το ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_s$  έχει πιθανότητα  $p$  (encounter probability) να υπερβληθεί τουλάχιστον μία φορά μέσα στη διάρκεια ζωής  $L$  του έργου. Έτσι, μία πρώτη εκτίμηση του ζεύγους των παραμέτρων πιθανοτικού σχεδιασμού θα ήταν το ύψος κύματος  $H_{s,design}$  που αντιστοιχεί στην περίοδο επαναφοράς  $T$  μαζί με την πιο πιθανή μέση περίοδο  $T_{m,design}$  (που αντιστοιχεί στο εν λόγω  $H_{s,design}$  για την ίδια περίοδο επαναφοράς).

Ολοκληρώνοντας την προτεινόμενη μεθοδολογία για τον πιθανοτικό σχεδιασμό, σύμφωνα με τους Burcharth and Liu (1996) το ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_{s,design}$  δεν είναι στη πραγματικότητα μία μοναδική τιμή αλλά ένα μικρό εύρος τιμών. Με άλλα λόγια, με την ανωτέρω διαδικασία υπολογίστηκε μία μέση τιμή του  $H_{s,design}$ . Στην πραγματικότητα το ύψος κύματος έχει μία κανονική κατανομή γύρω από τη μέση τιμή  $\mu = H_{s,design}$ , με τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Η κανονική κατανομή αυτή εκφράζει την τυχαιότητα της φύσης και τις ιδιορρυθμίες της (vagranacy of nature), καθώς και την αβεβαιότητα (σφάλμα) των προβλέψεων και των μετρήσεων από τον άνθρωπο. Τελικά, είναι δυνατό για ένα διάστημα εμπιστοσύνης που επιλέγουμε (π.χ. 90%), να ευρεθεί το άνω όριο (upper bound) και το ύψος κύματος που αντιστοιχεί σε αυτό το διάστημα εμπιστοσύνης, για ασφάλεια, να θεωρηθεί το χαρακτηριστικό ύψος κύματος σχεδιασμού:  $H_{s,design(upper)}$ . Το ύψος κύματος αυτό έχει πιθανότητα να υπερβληθεί τουλάχιστον μία φορά μέσα στη διάρκεια ζωής  $L$  του έργου, για διάστημα εμπιστοσύνης 90%, ίση με:

$$p_{(upper)} = 1 - (1 - p)/0.9 \quad (3.15)$$

Να σημειωθεί ότι η πιθανότητα αυτή αναμένεται να είναι μικρότερη της  $p$  και ότι ο υπολογισμός της με τον ανωτέρω τρόπο (σχέση 3.15) αποτελεί μία αρχική προσεγγιστική εκτίμηση.



## 4. Εφαρμογή μεθοδολογίας στην περιοχή της Μυκόνου

Στο Κεφάλαιο αυτό παρατίθεται εκτενώς η εφαρμογή όσων προαναφέρθηκαν στα Κεφάλαια 2 και 3 η οποία αφορά την περιοχή της Μυκόνου. Συγκεκριμένα, πρόκειται για την τοποθεσία M4 (Εικόνα 4.1) που βρίσκεται βορειοανατολικά της Μυκόνου και έχει γεωγραφικό πλάτος (latitude)  $37.51^{\circ}\text{N}$  και γεωγραφικό μήκος (longitude)  $25.46^{\circ}\text{E}$ . Για την ακριβή αυτή τοποθεσία ελήφθησαν δεδομένα από το βιβλίο ‘Wind and Wave Atlas of the Hellenic Seas’ των Soukissian et al. (2007) για τη χρονική περίοδο μεταξύ Ιουνίου 1999 και Σεπτεμβρίου 2006. Στην περιοχή μελέτης, λοιπόν, θα εφαρμοσθεί το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και έπειτα το μοντέλο Plackett (Plackett model) για την εύρεση της από κοινού κατανομής πυκνότητας πιθανότητας και της από κοινού κατανομής πιθανότητας του χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος, αφού προηγηθεί οποιαδήποτε απαραίτητη επεξεργασία των αρχικών δεδομένων. Εκτιμάται, επίσης, και το σφάλμα των μοντέλων. Οι διαφορετικές περιπτώσεις μοντέλων εξετάζονται και για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος σχεδιασμού  $d$ . Τα αποτελέσματα με τη μορφή πιθανοτικών εικόνων παρατίθενται συγκεντρωτικά στο Κεφάλαιο 5 ακολούθως. Εν συνεχεία, επεκτείνονται και για άλλες περιόδους επαναφοράς (Κεφάλαιο 6) και τέλος, γίνεται μια πρώτη εκτίμηση των μεγεθών σχεδιασμού (Κεφάλαιο 7).



**Εικόνα 4.1** Η τοποθεσία M4 στα ανοικτά της Μυκόνου (Πηγή: Google Earth)

#### 4.1 Βαθιά ύδατα

Όσον αφορά τα βαθιά ύδατα ( $d/\lambda \geq 0.5$ ), στον παρακάτω Πίνακα 4.1 φαίνονται οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης του χαρακτηριστικού (σημαντικού) ύψους κύματος  $H_s$  και της περιόδου αιχμής  $T_p$  ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων μιας επταετίας, για το σημείο M4 στα ανοικτά της Μυκόνου (Soukissian et al., 2007). Ένα παράδειγμα: καταστάσεις θάλασσας με χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  από 0 έως 0.25m και περίοδο κορυφής φάσματος  $T_p$  από 1.9s έως 2.6s παρουσιάζονται με συχνότητα 43 φορές στις 995. Να σημειωθεί ότι η τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.1 περιλαμβάνει τις περιθώριες (marginal) συχνότητες εμφάνισης του  $H_s$ , ενώ η τελευταία στήλη τις αντίστοιχες περιθώριες (marginal) τιμές της  $T_p$ .

Οι δύο μέθοδοι που εφαρμόζονται στο Κεφάλαιο αυτό, προκειμένου να ευρεθεί η μακροχρόνια από κοινού κατανομή πυκνότητας πιθανότητας του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου, είναι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και το μοντέλο Plackett (Plackett model), όπως προαναφέρθηκε. Πρέπει να σημειωθεί ότι και τα δύο μοντέλα απαιτούν γνώση της τιμής της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  και όχι της περιόδου αιχμής  $T_p$  -ή του εύρους της  $T_p$  - που παρέχεται από τα δεδομένα του Πίνακα 4.1. Για το λόγο αυτό θα θεωρηθεί ότι ισχύει το φάσμα Jonswar στα βαθιά ύδατα (Hasselmann et al., 1973) και άρα ο λόγος της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  προς την περίοδο αιχμής του  $T_p$  είναι:  $T_m / T_p = 0.79 \div 0.87$ . Λαμβάνοντας, λοιπόν, για το συντελεστή  $\gamma$  τη μέση τιμή του 3.3, προκύπτει για τα βαθιά ύδατα ότι:

$$T_m = 0.83 T_p \quad (4.1)$$

Επίσης, η εφαρμογή των δύο αυτών μοντέλων απαιτεί την ύπαρξη κλάσεων σταθερού εύρους όσον αφορά και την περίοδο (μέση και αιχμής) αλλά και το χαρακτηριστικό ύψος κύματος, ώστε να είναι δυνατή η προσαρμογή των κατανομών πυκνότητας πιθανότητας (λογαριθμοκανονική και Weibull) στα δεδομένα, κάτι που δε μας παρέχει ο Πίνακας 4.1. Έτσι αναδιατάχθηκαν οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης των  $H_s$  και  $T_p$  του Πίνακα 4.1 και τελικά, οι νέες κλάσεις του  $H_s$  έχουν σταθερό εύρος 0.25m ενώ της  $T_m$  έχουν επίσης σταθερό εύρος ίσο με 0.5s (Πίνακας 4.2). Στο σημείο αυτό, επισημαίνεται ότι το εύρος των κλάσεων στους Πίνακες 4.1 και 4.2, όσον αφορά το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$ , τη μέση περίοδο  $T_m$  και την περίοδο αιχμής  $T_p$ , είναι διάστημα με κλειστό το κατώτατο άκρο του (όριο) και ανοικτό το ανώτατο.

Χρησιμοποιώντας την ανωτέρω σχέση 4.1 για τη μέση-κεντρική τιμή (central value) του κάθε διαστήματος  $T_p$  κατασκευάζεται ο Πίνακας 4.2. Σε αυτόν, επιπρόσθετα, έχουν αγνοηθεί όσο περισσότερες μηδενικές από κοινού συχνότητες εμφάνισης γίνεται, αφού δεν αλλοιώνεται η πληροφορία (πρόκειται για όσες από κοινού συχνότητες εμφάνισης δίνουν μηδενικές τιμές στις περιθώριες κατανομές του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της περιόδου αιχμής  $T_p$ ). Με άλλα λόγια, διαγράφονται οι γραμμές που αφορούν τιμές της περιόδου  $T_p$  μεγαλύτερες από 9.0s και μικρότερες από 1.5s, καθώς και οι στήλες που αναφέρονται σε χαρακτηριστικά ύψη κύματος  $H_s$  μεγαλύτερα των 4.25m. Επίσης, το εύρος του  $H_s$  αντικαθίσταται και αυτό από την κεντρική τιμή του. Να σημειωθεί ότι και στον

Πίνακα 4.2 η τελευταία γραμμή περιλαμβάνει τις περιθώριες συχνότητες του  $H_s$ , ενώ η τελευταία στήλη τις αντίστοιχες του  $T_m$ .

Στους Πίνακες 4.3 και 4.4 παρουσιάζονται οι από κοινού πυκνότητες πιθανότητας και οι από κοινού πιθανότητες του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για τα βαθιά ύδατα και για την τοποθεσία M4 της Μυκόνου. Επισημαίνεται ότι οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης γίνονται από κοινού πιθανότητες αν διαιρεθούν με τον συνολικό αριθμό των 995 παρατηρήσεων. Εν συνεχεία, από τη σχέση 2.7 βλέπουμε οι από κοινού πιθανότητες μπορούν να μετατραπούν σε από κοινού πυκνότητες πιθανότητας εφόσον διαιρεθούν με το χρονικό βήμα ( $DT_m=0.5s$ ) και με το χωρικό βήμα ( $DH_s=0.25m$ ).

**Πίνακας 4.1** Από κοινού συχνότητες εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της περιόδου αιχμής  $T_p$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για τα βαθιά ύδατα και για την τοποθεσία M4 (37.51°N, 25.46 °E) της Μυκόνου (Πηγή: Soukissian et al., 2007)

Κλάσεις της $T_p$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m)																Total
	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3	3.5	4	5	6		
	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3	3.5	4	5	6	7.5		
0 ÷ 1.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.9 ÷ 2.6	43	64	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.6 ÷ 3.1	14	19	13	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.1 ÷ 3.8	23	42	30	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.8 ÷ 4.6	17	36	50	45	19	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.6 ÷ 5	6	11	13	22	25	13	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 ÷ 5.5	7	8	11	18	23	25	14	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5.5 ÷ 6.1	10	5	7	12	17	24	29	22	11	1	0	0	0	0	0	0	0
6.1 ÷ 6.7	5	4	3	3	5	8	12	21	28	5	0	0	0	0	0	0	0
6.7 ÷ 7.4	2	1	2	2	2	2	4	7	23	13	2	0	0	0	0	0	0
7.4 ÷ 8.1	2	1	1	1	2	1	1	2	8	10	4	1	0	0	0	0	0
8.1 ÷ 8.9	2	1	0	0	0	1	1	1	2	4	3	2	1	0	0	0	0
8.9 ÷ 9.8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
9.8 ÷ 10.8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10.8 ÷ 11.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11.9 ÷ 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13 ÷ 14.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14.4 ÷ 17.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
>17.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>Total</b>	134	192	140	115	94	77	63	56	74	34	10	4	2	0	0	0	995



**Πίνακας 4.2** Από κοινού συχνότητες εμφάνισης των κεντρικών τιμών των κλάσεων σταθερού εύρους του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για τα βαθιά ύδατα και για την τοποθεσία Μ4 (37.51°N, 25.46°E) της Μυκόνου

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m)																			Total
			0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων	$j$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125		
1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.75	37	55	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101
2 ÷ 2.5	2	2.25	20	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
2.5 ÷ 3	3	2.75	23	42	30	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	106
3 ÷ 3.5	4	3.25	15	32	47	40	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	152
3.5 ÷ 4	5	3.75	8	15	16	27	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4 ÷ 4.5	6	4.25	7	8	11	18	23	25	14	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4.5 ÷ 5	7	4.75	10	5	7	12	17	24	29	22	8	3	1	0	0	0	0	0	0	138
5 ÷ 5.5	8	5.25	5	4	3	3	5	8	12	21	19	9	4	1	0	0	0	0	0	94
5.5 ÷ 6	9	5.75	2	1	2	2	2	2	4	7	12	11	7	6	1	1	1	0	0	61
6 ÷ 6.5	10	6.25	2	1	1	1	1	1	1	1	3	5	8	2	3	1	1	0	0	32
6.5 ÷ 7	11	6.75	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	0	17
7 ÷ 7.5	12	7.25	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	7
7.5 ÷ 8	13	7.75	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8 ÷ 8.5	14	8.25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.5 ÷ 9	15	8.75	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>Total</b>			134	192	140	115	94	77	63	56	44	30	22	12	7	3	4	1	1	995

**Πίνακας 4.3** Από κοινού πυκνότητες πιθανότητας (1/m/s) των κεντρικών τιμών των κλάσεων σταθερού εύρους του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$  ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για τα βαθιά ύδατα και για την τοποθεσία M4 (37.51°N, 25.46°E) της Μυκόνου

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m)																			Total
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων		0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	
			j: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125		
1.5 ÷ 2	i: 1	1.75	0.29749	0.44221	0.072362	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.81206
2 ÷ 2.5	2	2.25	0.16080	0.22513	0.112563	0.01608	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.51457
2.5 ÷ 3	3	2.75	0.18492	0.33769	0.241206	0.08040	0.00804	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.85226
3 ÷ 3.5	4	3.25	0.12060	0.25729	0.377889	0.32161	0.128643	0.01608	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.22211
3.5 ÷ 4	5	3.75	0.06432	0.12060	0.128643	0.21709	0.225126	0.112563	0.01608	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.88442
4 ÷ 4.5	6	4.25	0.05628	0.06432	0.088442	0.14472	0.184925	0.201005	0.112563	0.024121	0.00804	0	0	0	0	0	0	0	0	0.88442
4.5 ÷ 5	7	4.75	0.08040	0.04020	0.056281	0.09648	0.136683	0.192965	0.233166	0.176884	0.064322	0.024121	0.00804	0	0	0	0	0	0	1.10955
5 ÷ 5.5	8	5.25	0.04020	0.03216	0.024121	0.02412	0.04020	0.064322	0.096482	0.168844	0.152764	0.072362	0.032161	0.00804	0	0	0	0	0	0.75578
5.5 ÷ 6	9	5.75	0.01608	0.00804	0.01608	0.01608	0.01608	0.01608	0.032161	0.056281	0.096482	0.088442	0.056281	0.048241	0.00804	0.00804	0.00804	0	0	0.49045
6 ÷ 6.5	10	6.25	0.01608	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.024121	0.04020	0.064322	0.01608	0.024121	0.00804	0.00804	0	0.25729
6.5 ÷ 7	11	6.75	0.00804	0.00804	0	0	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.00804	0.01608	0.01608	0.01608	0.00804	0.00804	0.00804	0.13668
7 ÷ 7.5	12	7.25	0.00804	0	0	0	0	0	0	0.00804	0	0.00804	0	0.00804	0.00804	0	0.00804	0	0.00804	0.05628
7.5 ÷ 8	13	7.75	0.00804	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00804
8 ÷ 8.5	14	8.25	0.00804	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00804
8.5 ÷ 9	15	8.75	0.00804	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00804
<b>Total</b>			1.07739	1.54372	1.12563	0.92462	0.75578	0.61910	0.50653	0.45025	0.35377	0.24121	0.17688	0.09648	0.05628	0.02412	0.03216	0.00804	0.00804	8

**Πίνακας 4.4** Από κοινού πιθανότητες των κεντρικών τιμών των κλάσεων σταθερού εύρους του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για τα βαθιά ύδατα και για την τοποθεσία Μ4 (37.51°N, 25.46°E) της Μυκόνου

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m)																		Total	
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων		0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75		4
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4		4.25
			$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		17
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125		
1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.75	0.03719	0.05528	0.00905	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.10151
2 ÷ 2.5	2	2.25	0.02010	0.02814	0.01407	0.00201	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.06432
2.5 ÷ 3	3	2.75	0.02312	0.04221	0.03015	0.01005	0.00101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.10653
3 ÷ 3.5	4	3.25	0.01508	0.03216	0.04724	0.04020	0.01608	0.00201	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.15276
3.5 ÷ 4	5	3.75	0.00804	0.01508	0.01608	0.02714	0.02814	0.01407	0.00201	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.11055
4 ÷ 4.5	6	4.25	0.00704	0.00804	0.01106	0.01809	0.02312	0.02513	0.01407	0.00302	0.00101	0	0	0	0	0	0	0	0	0.11055
4.5 ÷ 5	7	4.75	0.01005	0.00503	0.00704	0.01206	0.01709	0.02412	0.02915	0.02211	0.00804	0.00302	0.00101	0	0	0	0	0	0	0.13869
5 ÷ 5.5	8	5.25	0.00503	0.00402	0.00302	0.00302	0.00503	0.00804	0.01206	0.02111	0.01910	0.00905	0.00402	0.001005	0	0	0	0	0	0.09447
5.5 ÷ 6	9	5.75	0.00201	0.00101	0.00201	0.00201	0.00201	0.00201	0.00402	0.00704	0.01206	0.01106	0.00704	0.00603	0.001005	0.001005	0.001005	0	0	0.06131
6 ÷ 6.5	10	6.25	0.00201	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00302	0.00503	0.00804	0.00201	0.003015	0.001005	0.001005	0	0	0.03216
6.5 ÷ 7	11	6.75	0.00101	0.00101	0	0	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00101	0.00201	0.00201	0.00201	0.001005	0.001005	0.001005	0	0.01709
7 ÷ 7.5	12	7.25	0.00101	0	0	0	0	0	0	0.00101	0	0.00101	0	0.001005	0.001005	0	0.001005	0	0.001005	0.00704
7.5 ÷ 8	13	7.75	0.00101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00101
8 ÷ 8.5	14	8.25	0.00101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00101
8.5 ÷ 9	15	8.75	0.00101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00101
<b>Total</b>			0.13467	0.19296	0.14070	0.11558	0.09447	0.07739	0.06332	0.05628	0.04422	0.03015	0.02211	0.01206	0.00704	0.00302	0.00402	0.00101	0.00101	1

## 4.2 Αβαθή ύδατα

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενα Κεφάλαια, στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μακροπρόθεσμη (long term) περιγραφή του κυματικού κλίματος, ώστε να εκτιμηθούν οι μεταβλητές φόρτισης -ύψος  $H_s$  και περίοδος κύματος  $T_m$ - για το σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων. Επομένως, είναι απαραίτητη η ‘μεταφορά’ των δύο αυτών μεγεθών από τα βαθιά ύδατα (Πίνακας 4.2), στα αβαθή και συγκεκριμένα στο βάθος  $d$  του έργου, ώστε να ευρεθεί εκεί η κατανομή της μακροχρόνιας από κοινού πιθανότητας του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ .

### 4.2.1. Υπολογισμός χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα

Καθώς ένας κυματισμός προχωράει προς την ακτή, δηλαδή από τα βαθιά ύδατα προς τα αβαθή, το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  αλλάζει. Αυτό συμβαίνει κυρίως, διότι καθώς το βάθος του νερού μειώνεται, αρχίζει να αυξάνεται η επίδραση του πυθμένα στη ροή (φαινόμενο ρήχωσης). Επίσης, στη μεταβολή του ύψους κύματος διαδραματίζουν και άλλα φαινόμενα, όπως η διάθλαση, η ανάκλαση και η περίθλαση (§3.2.1). Εδώ, θεωρείται ότι στη μεταβολή του χαρακτηριστικού ύψους κύματος επιδρά μόνο το φαινόμενο της ρήχωσης. Επιπλέον, όσον αφορά το φαινόμενο της διάθλασης, υποθέτουμε για απλούστευση κάθετη πρόσπτωση προς τη ακτογραμμή.

Εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μεθοδολογία ισχύει ότι προσεγγιστικά, θραύση του κυματισμού συμβαίνει όταν ο λόγος του ύψους κύματος  $H$  ως προς το βάθος του νερού  $d$  λαμβάνει τιμή περίπου 0.78 (για μεγαλύτερη τιμή του λόγου από 0.78 ο κυματισμός έχει ήδη θραυστεί):

$$\frac{H_b}{d_b} \approx 0.78 \rightarrow d_b \approx 1.28 H_b \quad (4.2)$$

Θεωρώντας, για ασφάλεια, βάθος  $d$  ίσο με μιάμιση φορά το μεγαλύτερο ύψος κύματος (κεντρική τιμή) που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1 των δεδομένων, δηλαδή  $H_{max} = 4.5 m$ , ώστε να εξασφαλιστεί ότι δεν έχει συμβεί ακόμη θραύση, έχουμε:

$$d = 1.5 H_{max} = 6.75m \quad (4.3)$$

Για το εν λόγω βάθος  $d=6.75m$  του έργου, εφαρμόζεται η διαδικασία της ρήχωσης. Για τις κεντρικές (central) τιμές του ύψους κύματος  $H_s$  του Πίνακα 4.2, που αναφέρονται στα βαθιά ύδατα, υπολογίζουμε το ύψος κύματος  $H_s$  στο βάθος  $d=6.75m$ , για καθεμία κεντρική τιμή των  $H_s$  και  $T_m$ . Η τιμή του ύψους κύματος στο ζητούμενο βάθος είναι:

$$H_{s(d=6.75m)} = K_s \times H_s \quad (4.4)$$

όπου  $K_s$  είναι ο συντελεστής ρήχωσης.

Πραγματοποιώντας διαδοχικά τους υπολογισμούς που υποδεικνύουν οι σχέσεις 3.5 έως 3.12 για όλες τις κεντρικές τιμές της μέσης περιόδου  $T_m$  (του Πίνακα 4.2) δημιουργείται ο Πίνακας 4.5 που ακολουθεί. Σε αυτόν φαίνονται:

- το μήκος κύματος στα βαθιά ύδατα  $\lambda_0$
- ο κυματαριθμός  $k$  στο βάθος  $d=6.75m$ , που προκύπτει με δοκιμές για τιμή του δεξιού γνωστού μέλους της εξίσωσης διασποράς:  $4\pi^2 d / (gT_m^2)$  ίση με του αριστερού μέλους της:  $kd \tanh(kd)$
- το μήκος κύματος  $\lambda$  στο βάθος  $d=6.75m$
- ο συντελεστής  $n$
- ο συντελεστής ρήχωσης  $K_s$
- το σχετικό βάθος  $d/\lambda$  και ο χαρακτηρισμός των υδάτων (βαθιά:  $d/\lambda \geq 0.5$ , ενδιάμεσα:  $0.05 \leq d/\lambda < 0.5$ , ρηγά:  $d/\lambda < 0.05$ )

Στο σημείο αυτό να επισημανθεί ότι καθ' όλη τη διαδικασία της ρήχωσης η περίοδος του κύματος  $T_m$  παραμένει ίδια με τα βαθιά ύδατα.

**Πίνακας 4.5** Υπολογισμός συντελεστή ρήχωσης  $K_s$  για βάθος νερού  $d=6.75m$ , για όλες τις τιμές της μέσης περιόδου  $T_m$

$i$	$T_m$ (κεντρικές τιμές)  (s)	Βαθιά ύδατα:	Βάθος υδάτων $d=6.75m$							
		$\lambda_0$  (m)	$\frac{4\pi^2 d}{gT_m^2}$	$k$  με δοκιμές	$kd \tanh(kd)$	$\lambda = \frac{2\pi}{k}$  (m)	$n$	$K_s$	$\frac{d}{\lambda}$	Ύδατα
1	1.75	4.78	8.8699	1.31406	8.8699	4.78	0.50000	1.00000	1.41	βαθιά
2	2.25	7.90	5.3657	0.79496	5.3657	7.90	0.50023	0.99979	0.85	βαθιά
3	2.75	11.81	3.5919	0.53293	3.5919	11.79	0.50540	0.99538	0.57	βαθιά
4	3.25	16.49	2.5717	0.38522	2.5717	16.31	0.52868	0.97787	0.41	ενδιάμεσα
5	3.75	21.96	1.9317	0.29679	1.9317	21.17	0.57292	0.95137	0.32	ενδιάμεσα
6	4.25	28.20	1.5039	0.24077	1.5039	26.10	0.62617	0.92893	0.26	ενδιάμεσα
7	4.75	35.23	1.2039	0.20297	1.2039	30.96	0.67765	0.91632	0.22	ενδιάμεσα
8	5.25	43.03	0.9855	0.17594	0.9855	35.71	0.72281	0.91300	0.19	ενδιάμεσα
9	5.75	51.62	0.8216	0.15564	0.8216	40.37	0.76091	0.91665	0.17	ενδιάμεσα
10	6.25	60.99	0.6954	0.13980	0.6954	44.94	0.79260	0.92522	0.15	ενδιάμεσα
11	6.75	71.14	0.5962	0.12707	0.5962	49.45	0.81890	0.93724	0.14	ενδιάμεσα
12	7.25	82.07	0.5168	0.11659	0.5168	53.89	0.84079	0.95162	0.13	ενδιάμεσα
13	7.75	93.78	0.4523	0.10780	0.4523	58.29	0.85912	0.96766	0.12	ενδιάμεσα
14	8.25	106.27	0.3991	0.10029	0.3991	62.65	0.87460	0.98473	0.11	ενδιάμεσα
15	8.75	119.54	0.3548	0.09381	0.3548	66.98	0.88772	1.00261	0.10	ενδιάμεσα

Παρακάτω, στον Πίνακα 4.6, φαίνονται οι τιμές του ύψους κύματος  $H_s$  για το βάθος  $d=6.75m$ , όπως υπολογίστηκαν για καθεμία κεντρική τιμή του  $H_s$ , σύμφωνα με τους συντελεστές ρήχωσης  $K_s$  που ευρέθησαν στον Πίνακα 4.5. Σημειώνεται ότι αν οι τιμές του  $H_s$  στο βάθος  $d=6.75m$  του Πίνακα 4.6 διαιρεθούν με το βάθος  $d$ , προκύπτουν λόγοι  $H/d < 0.78$  (για την ακρίβεια κυμαίνονται από 0.02 έως 0.61), συνεπώς κανένας κυματισμός δεν έχει θραυστεί.

**Πίνακας 4.6** Οι τιμές του ύψους κύματος  $H_s$  (m) στο βάθος  $d=6.75m$ , όπως υπολογίσθηκαν έπειτα από τη διαδικασία της ρηχωσης σύμφωνα με τους συντελεστές ρηχωσης  $K_s$ , για όλες τις κεντρικές τιμές της μέσης περιόδου  $T_m$  και τις κεντρικές τιμές του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  στα βαθιά ύδατα

$K_s$	Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m) στα βαθιά ύδατα																		
		Κεντρικές τιμές των κλάσεων		0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4
				0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25
				$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Κεντρικές τιμές του $H_s$ (m) στο βάθος $d=6.75m$																				
1.00000	1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.75	0.13	0.38	0.63	0.88	1.13	1.38	1.63	1.88	2.13	2.38	2.63	2.88	3.13	3.38	3.63	3.88	4.13
0.99979	2 ÷ 2.5	2	2.25	0.12	0.37	0.62	0.87	1.12	1.37	1.62	1.87	2.12	2.37	2.62	2.87	3.12	3.37	3.62	3.87	4.12
0.99538	2.5 ÷ 3	3	2.75	0.12	0.37	0.62	0.87	1.12	1.37	1.62	1.87	2.12	2.36	2.61	2.86	3.11	3.36	3.61	3.86	4.11
0.97787	3 ÷ 3.5	4	3.25	0.12	0.37	0.61	0.86	1.10	1.34	1.59	1.83	2.08	2.32	2.57	2.81	3.06	3.30	3.54	3.79	4.03
0.95137	3.5 ÷ 4	5	3.75	0.12	0.36	0.59	0.83	1.07	1.31	1.55	1.78	2.02	2.26	2.50	2.74	2.97	3.21	3.45	3.69	3.92
0.92893	4 ÷ 4.5	6	4.25	0.12	0.35	0.58	0.81	1.05	1.28	1.51	1.74	1.97	2.21	2.44	2.67	2.90	3.14	3.37	3.60	3.83
0.91632	4.5 ÷ 5	7	4.75	0.11	0.34	0.57	0.80	1.03	1.26	1.49	1.72	1.95	2.18	2.41	2.63	2.86	3.09	3.32	3.55	3.78
0.91300	5 ÷ 5.5	8	5.25	0.11	0.34	0.57	0.80	1.03	1.26	1.48	1.71	1.94	2.17	2.40	2.62	2.85	3.08	3.31	3.54	3.77
0.91665	5.5 ÷ 6	9	5.75	0.11	0.34	0.57	0.80	1.03	1.26	1.49	1.72	1.95	2.18	2.41	2.64	2.86	3.09	3.32	3.55	3.78
0.92522	6 ÷ 6.5	10	6.25	0.12	0.35	0.58	0.81	1.04	1.27	1.50	1.73	1.97	2.20	2.43	2.66	2.89	3.12	3.35	3.59	3.82
0.93724	6.5 ÷ 7	11	6.75	0.12	0.35	0.59	0.82	1.05	1.29	1.52	1.76	1.99	2.23	2.46	2.69	2.93	3.16	3.40	3.63	3.87
0.95162	7 ÷ 7.5	12	7.25	0.12	0.36	0.59	0.83	1.07	1.31	1.55	1.78	2.02	2.26	2.50	2.74	2.97	3.21	3.45	3.69	3.93
0.96766	7.5 ÷ 8	13	7.75	0.12	0.36	0.60	0.85	1.09	1.33	1.57	1.81	2.06	2.30	2.54	2.78	3.02	3.27	3.51	3.75	3.99
0.98473	8 ÷ 8.5	14	8.25	0.12	0.37	0.62	0.86	1.11	1.35	1.60	1.85	2.09	2.34	2.58	2.83	3.08	3.32	3.57	3.82	4.06
1.00261	8.5 ÷ 9	15	8.75	0.13	0.38	0.63	0.88	1.13	1.38	1.63	1.88	2.13	2.38	2.63	2.88	3.13	3.38	3.63	3.89	4.14

#### 4.2.2 Διαμόρφωση νέου Πίνακα δεδομένων συχνότητας εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος στα αβαθή ύδατα

Παρατηρώντας τον Πίνακα 4.6 βλέπουμε ότι κάποιες τιμές των  $H_s$  για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  είναι εκτός των αρχικών ορίων των κλάσεων του  $H_s$  για τα βαθιά ύδατα. Οι τιμές αυτές έχουν σκιαστεί και βρίσκονται στις στήλες  $j=7$  έως 17. Επιλέγουμε να διατηρήσουμε τα υπάρχοντα άνω και κάτω όρια στις κλάσεις του  $H_s$  και για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  (οι κεντρικές τιμές των  $H_s$  θα παραμείνουν ίδιες με τις αρχικές), επομένως, η από κοινού συχνότητα εμφάνισης των εν λόγω υψών κύματος πρέπει να μετακινηθεί στη σωστή κλάση, με άλλα λόγια κάθε συχνότητα θα ‘μετακινηθεί’ ένα κελί πιο αριστερά (Πίνακας 4.7). Δεν ισχύει το ίδιο και για την περίοδο  $T_m$ , καθώς προαναφέρθηκε ότι παραμένει σταθερή. Τελικά, ο Πίνακας 4.7 είναι αυτός που θα χρησιμοποιείται στο εξής, για τους υπολογισμούς του βάθους  $d=6.75\text{m}$  της παρούσας εργασίας. Ο ίδιος είναι μειωμένος κατά μία στήλη  $j$ , διότι λόγω της ‘μετακίνησης’ των συχνοτήτων εμφάνισης που προαναφέρθηκε, η στήλη  $j=17$  περιλαμβάνει μόνο μηδενικές συχνότητες εμφάνισης και συνεπώς, δεν υπάρχει λόγος να συμπεριληφθεί. Επίσης, απολύτως ανάλογα με τα βαθιά ύδατα και εδώ η τελευταία γραμμή και η τελευταία στήλη περιλαμβάνουν τις περιθώριες τιμές των μεγεθών  $H_s$  και  $T_m$ , αντίστοιχα.

Στους Πίνακες 4.8 και 4.9 παρουσιάζονται οι από κοινού πυκνότητες πιθανότητας και οι από κοινού πιθανότητες του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων επτά ετών (μακροχρόνιες), για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  και για την τοποθεσία M4 της Μυκόνου. Οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης γίνονται από κοινού πιθανότητες αν διαιρεθούν με τον συνολικό αριθμό των 995 παρατηρήσεων. Εν συνεχεία, από τη σχέση 2.7 βλέπουμε οι από κοινού πιθανότητες μπορούν να μετατραπούν σε από κοινού πυκνότητες πιθανότητας εφόσον διαιρεθούν με το χρονικό βήμα ( $DT_m=0.5\text{s}$ ) και με το χωρικό βήμα ( $DH_s=0.25\text{m}$ ).

**Πίνακας 4.7** Μακροχρόνιες από κοινού συχρότητες εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων μιας επταετίας, για βάθος  $d=6.75m$ , με χωρικό βήμα  $DH_s=0.25m$  και χρονικό βήμα  $DT_m=0.5s$  μεταξύ των διαδοχικών κλάσεων

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m) σε βάθος $d=6.5m$																		Total
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων		0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
			$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875		
1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.5	37	55	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101
2 ÷ 2.5	2	2	20	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
2.5 ÷ 3	3	2.5	23	42	30	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	106
3 ÷ 3.5	4	3	15	32	47	40	16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	152
3.5 ÷ 4	5	3.5	8	15	16	27	28	14	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4 ÷ 4.5	6	4	7	8	11	18	23	25	17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	110
4.5 ÷ 5	7	4.5	10	5	7	12	17	53	22	8	3	1	0	0	0	0	0	0	138
5 ÷ 5.5	8	5	5	4	3	3	5	20	21	19	9	4	1	0	0	0	0	0	94
5.5 ÷ 6	9	5.5	2	1	2	2	2	6	7	12	11	7	6	1	1	1	0	0	61
6 ÷ 6.5	10	6	2	1	1	1	1	1	2	3	5	8	2	3	1	1	0	0	32
6.5 ÷ 7	11	6.5	1	1	0	0	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	0	17
7 ÷ 7.5	12	7	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	7
7.5 ÷ 8	13	7.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8 ÷ 8.5	14	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.5 ÷ 9	15	8.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>Total</b>			134	192	140	115	94	122	72	46	29	23	12	7	3	4	1	1	995



**Πίνακας 4.8** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας (1/m/s) του ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων μιας επταετίας, για βάθος  $d=6.75m$ , με χωρικό βήμα  $DH_s=0.25m$  και χρονικό βήμα  $DT_m=0.5s$  μεταξύ των διαδοχικών κλάσεων

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m) σε βάθος $d=6.75m$																		Total
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων		0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
			$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.5	0.297487	0.442211	0.072362	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.812060
2 ÷ 2.5	2	2	0.160804	0.225126	0.112563	0.016080	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.514573
2.5 ÷ 3	3	2.5	0.184925	0.337688	0.241206	0.080402	0.008040	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.852261
3 ÷ 3.5	4	3	0.120603	0.257286	0.377889	0.321608	0.128643	0.016080	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.222111
3.5 ÷ 4	5	3.5	0.064322	0.120603	0.128643	0.217085	0.225126	0.112563	0.016080	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.884422
4 ÷ 4.5	6	4	0.056281	0.064322	0.088442	0.144724	0.184925	0.201005	0.136683	0.008040	0	0	0	0	0	0	0	0	0.884422
4.5 ÷ 5	7	4.5	0.080402	0.040201	0.056281	0.096482	0.136683	0.426131	0.176884	0.064322	0.024121	0.008040	0	0	0	0	0	0	1.109548
5 ÷ 5.5	8	5	0.040201	0.032161	0.024121	0.024121	0.040201	0.160804	0.168844	0.152764	0.072362	0.032161	0.008040	0	0	0	0	0	0.755779
5.5 ÷ 6	9	5.5	0.016080	0.008040	0.016080	0.016080	0.016080	0.048241	0.056281	0.096482	0.088442	0.056281	0.048241	0.008040	0.008040	0.008040	0	0	0.490452
6 ÷ 6.5	10	6	0.016080	0.008040	0.008040	0.008040	0.008040	0.008040	0.016080	0.024121	0.040201	0.064322	0.016080	0.024121	0.008040	0.008040	0	0	0.257286
6.5 ÷ 7	11	6.5	0.008040	0.008040	0	0	0.008040	0.008040	0.008040	0.016080	0.008040	0.016080	0.016080	0.016080	0.008040	0.008040	0.008040	0	0.136683
7 ÷ 7.5	12	7	0.008040	0	0	0	0	0	0	0.008040	0	0.008040	0.008040	0.008040	0	0.008040	0	0.008040	0.056281
7.5 ÷ 8	13	7.5	0.008040	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.008040
8 ÷ 8.5	14	8	0.008040	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.008040
8.5 ÷ 9	15	8.5	0.008040	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.008040
<b>Total</b>			1.077387	1.543719	1.125628	0.924623	0.755779	0.980905	0.578894	0.369849	0.233166	0.184925	0.096482	0.056281	0.024121	0.032161	0.008040	0.008040	8

**Πίνακας 4.9** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα του ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , ως προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων μιας επταετίας, για βάθος  $d=6.75m$ , με χωρικό βήμα  $DH_s=0.25m$  και χρονικό βήμα  $DT_m=0.5s$  μεταξύ των διαδοχικών κλάσεων

Κλάσεις της $T_m$ (s)	Κλάσεις του $H_s$ (m) σε βάθος $d=6.75m$																		Total
			0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	
			0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	
	Κεντρικές τιμές των κλάσεων		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875		
1.5 ÷ 2	$i$ : 1	1.5	0.037186	0.055276	0.009045	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.101508
2 ÷ 2.5	2	2	0.020101	0.028141	0.014070	0.002010	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.064322
2.5 ÷ 3	3	2.5	0.023116	0.042211	0.030151	0.010050	0.001005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.106533
3 ÷ 3.5	4	3	0.015075	0.032161	0.047236	0.040201	0.016080	0.002010	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.152764
3.5 ÷ 4	5	3.5	0.008040	0.015075	0.016080	0.027136	0.028141	0.014070	0.002010	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.110553
4 ÷ 4.5	6	4	0.007035	0.008040	0.011055	0.018090	0.023116	0.025126	0.017085	0.001005	0	0	0	0	0	0	0	0	0.110553
4.5 ÷ 5	7	4.5	0.010050	0.005025	0.007035	0.012060	0.017085	0.053266	0.022111	0.008040	0.003015	0.001005	0	0	0	0	0	0	0.138693
5 ÷ 5.5	8	5	0.005025	0.004020	0.003015	0.003015	0.005025	0.020101	0.021106	0.019095	0.009045	0.004020	0.001005	0	0	0	0	0	0.094472
5.5 ÷ 6	9	5.5	0.002010	0.001005	0.002010	0.002010	0.002010	0.006030	0.007035	0.012060	0.011055	0.007035	0.006030	0.001005	0.001005	0.001005	0	0	0.061307
6 ÷ 6.5	10	6	0.002010	0.001005	0.001005	0.001005	0.001005	0.001005	0.002010	0.003015	0.005025	0.008040	0.002010	0.003015	0.001005	0.001005	0.001005	0	0.032161
6.5 ÷ 7	11	6.5	0.001005	0.001005	0	0	0.001005	0.001005	0.001005	0.002010	0.001005	0.002010	0.002010	0.002010	0.001005	0.001005	0.001005	0	0.017085
7 ÷ 7.5	12	7	0.001005	0	0	0	0	0	0	0.001005	0	0.001005	0.001005	0.001005	0	0.001005	0	0.001005	0.007035
7.5 ÷ 8	13	7.5	0.001005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.001005
8 ÷ 8.5	14	8	0.001005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.001005
8.5 ÷ 9	15	8.5	0.001005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.001005
<b>Total</b>			0.134673	0.192965	0.140704	0.115578	0.094472	0.122613	0.072362	0.046231	0.029146	0.023116	0.012060	0.007035	0.003015	0.004020	0.001005	0.001005	1

### 4.3 Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling)

Στην παράγραφο αυτή παρατίθεται η διαδικασία που εφαρμόζεται στα πλαίσια του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος ενδιαφέροντος  $d=6.75m$  παράλληλα. Αρχικά, προσαρμόζονται στο χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και στη μέση περίοδο  $T_m$  οι κατανομές μίας μεταβλητής (Lognormal, Weibull) και έπειτα το εν λόγω μοντέλο των δύο μεταβλητών. Τέλος, υπολογίζεται το σφάλμα που του αντιστοιχεί. Επισημαίνεται ότι η διαδικασία που εφαρμόζεται για τα βαθιά και το βάθος  $d=6.75m$  είναι ακριβώς η ίδια, μόνο που στα μεν βαθιά αφετηρία των υπολογισμών είναι ο Πίνακας 4.2, ενώ στο δε βάθος  $d=6.75m$  ο Πίνακας 4.7. Και οι δύο, όμως, είναι Πίνακες από κοινού συχνότητας εμφάνισης των  $(H_s, T_m)$ .

#### 4.3.1 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου

Προκειμένου να εφαρμοσθεί το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) ώστε να ευρεθεί η συνάρτηση από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , απαιτείται γνώση της περιθώριας κατανομής (marginal distribution) του  $H_s$  καθώς και της κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας (conditional distribution) της  $T_m$  ως προς το  $H_s$ . Θα ερευνηθούν δύο διαφορετικές περιπτώσεις (σύμφωνα με την § 3.3.1) και για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος  $d=6.75m$ :

- i. Λογαριθμοκανονική κατανομή (Lognormal distribution) και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$
- ii. Κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$

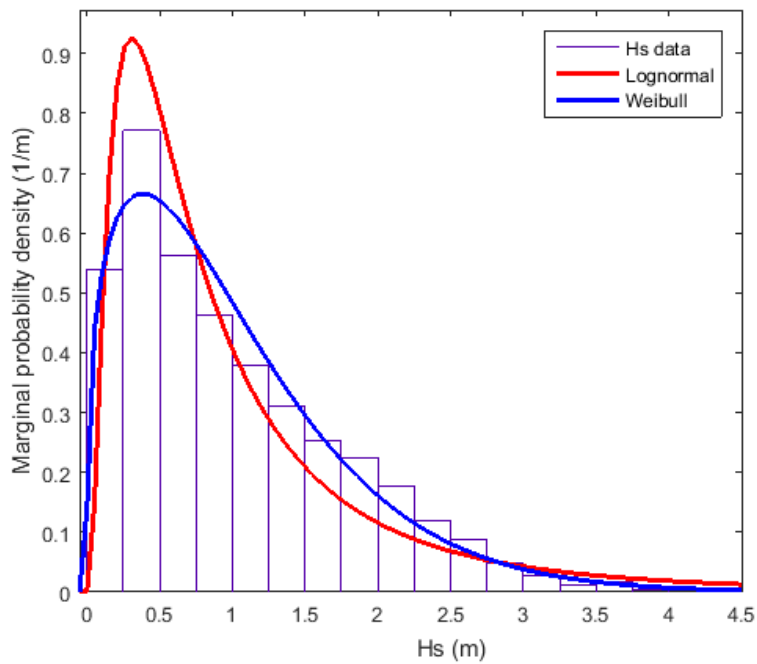
Και για τις δύο ανωτέρω περιπτώσεις χρησιμοποιείται το λογισμικό Matlab, στο οποίο εισάγονται τα στοιχεία υπό μορφή συχνοτήτων για τα βαθιά ύδατα του Πίνακα 4.2 και για ύδατα βάθους  $d=6.75m$  του Πίνακα 4.7. Για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος χρειαζόμαστε μόνο το ιστόγραμμα των περιθώριων (marginal) συχνοτήτων, δηλαδή τις τιμές του αθροίσματος που αναγράφονται στην τελευταία γραμμή τους. Για τη μέση περίοδο απαιτούνται οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης των δύο μεγεθών. Με άλλα λόγια, για καθεμία τιμή του ύψους κύματος  $H_s$ , κατασκευάζεται και ένα ιστόγραμμα μέσης περιόδου στο οποίο προσαρμόζεται η κατανομή, δηλαδή: για τα βαθιά από  $H_s=0.125m$  ( $j=1$ ) έως  $H_s=4.125m$  ( $j=17$ ) και για το βάθος  $d$  από  $H_s=0.125m$  ( $j=1$ ) έως  $H_s=3.875m$  ( $j=16$ ).

Αρχικά, όσον αφορά το ύψος κύματος  $H_s$  οι περιθώριες συχνότητες εμφάνισης του, που εισήχθησαν στο λογισμικό Matlab φαίνονται στον Πίνακα 4.10 συγκεντρωτικά. Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενη παράγραφο, το εύρος κάθε κλάσης είναι σταθερό και ίσο με το βήμα  $DH_s=0.25m$  που απέχει η κεντρική τιμή κάθε κλάσης από την κεντρική τιμή της ακριβώς προηγούμενης.

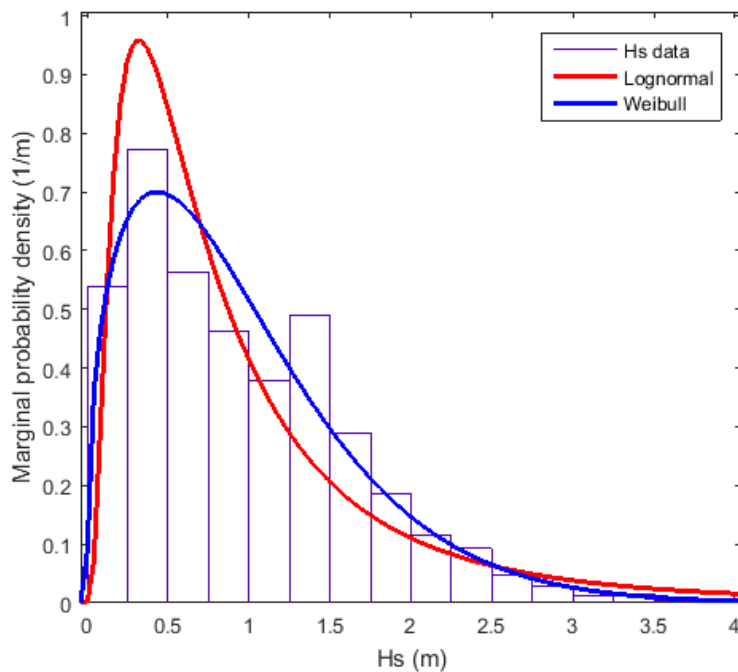
**Πίνακας 4.10** Ιστογράμματα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_S$  για τα βαθιά και για τα ύδατα βάθους  $d=6.75m$

$j$	Κεντρική τιμή ύψους κύματος $H_s$ (m)	Εύρος κλάσης / βήμα $\Delta H_s$ (m)	Περιθώρια συχνότητα εμφάνισης $freq(H_s)$	
			Βαθιά ύδατα	Βάθος $d=6.75m$
1	0.125	0.25	134	134
2	0.375	0.25	192	192
3	0.625	0.25	140	140
4	0.875	0.25	115	115
5	1.125	0.25	94	94
6	1.375	0.25	77	122
7	1.625	0.25	63	72
8	1.875	0.25	56	46
9	2.125	0.25	44	29
10	2.375	0.25	30	23
11	2.625	0.25	22	12
12	2.875	0.25	12	7
13	3.125	0.25	7	3
14	3.375	0.25	3	4
15	3.625	0.25	4	1
16	3.875	0.25	1	1
17	4.125	0.25	1	-

Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Matlab, γίνεται η προσαρμογή των δύο κατανομών πυκνότητας πιθανότητας: λογαριθμοκανονικής και Weibull, οι οποίες περιγράφονται από τις σχέσεις 2.21 και 2.24. Οι παράμετροι των κατανομών (σχέσεις 2.27 έως 2.30), όπως προκύπτουν από το ίδιο λογισμικό:  $\alpha$ ,  $\beta$  (λογαριθμικής κατανομής) και  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  (κατανομής Weibull) φαίνονται στον συγκεντρωτικό Πίνακα 4.12 στο τέλος της § 4.3.1. Να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum likelihood method) της σχέσης 2.26 για την εξαγωγή των παραμέτρων. Η προσαρμογή των κατανομών στα ιστογράμματα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του  $H_S$  για τα βαθιά και για το βάθος  $d=6.75m$  φαίνεται στα Σχήματα 4.1 και 4.2, αντίστοιχα.



**Σχήμα 4.1** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής (lognormal) και κατανομής Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  για τα βαθιά



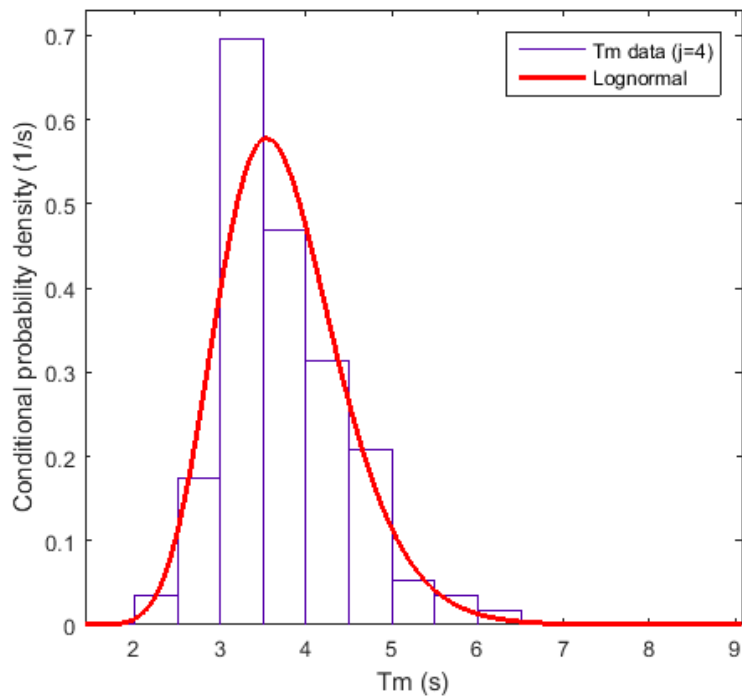
**Σχήμα 4.2** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής (lognormal) και κατανομής Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  για το βάθος  $d=6.75m$

Όπως παρατηρείται στα Σχήματα 4.1 και 4.2, και οι δύο κατανομές φαίνεται να προσαρμόζονται ικανοποιητικά στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$ . Η λογαριθμοκανονική κατανομή εν γένει δίνει μια ικανοποιητική συνολική προσαρμογή (fit) στα δεδομένα αλλά έχει αποκλίσεις από αυτά για μεγάλες τιμές του  $H_s$ . Αντίθετα, η κατανομή Weibull φαίνεται να προσαρμόζεται καλύτερα στις μεγάλες τιμές ύψους κύματος (upper tail), για  $H_s > 2m$  περίπου, γεγονός που οφείλεται στο ότι η ίδια είναι μια κατανομή ακραίων τιμών. Η επιλογή της κατανομής που θεωρείται συνολικά πιο αντιπροσωπευτική στα βαθιά και στο βάθος  $d$  θα σχολιασθεί αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5 των αποτελεσμάτων.

Όσον αφορά τη μέση περίοδο λαμβάνουμε, ομοίως, τις από κοινού συχνοτήτες εμφάνισης από τον Πίνακα 4.2 για τα βαθιά και τον Πίνακα 4.7 για το βάθος  $d=6.75m$ . Ενδεικτικά παρατίθεται στον Πίνακα 4.11 το ιστόγραμμα των συχνοτήτων της μέσης περιόδου  $T_m$  για ύψος κύματος  $H_s=0.875m$  ( $j=4$ ) και στο Σχήμα 4.3, η προσαρμογή της λογαριθμοκανονικής κατανομής πυκνότητας πιθανότητας της  $T_m|H_s$  στο εν λόγω ιστόγραμμα. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μετατόπιση των από κοινού συχνοτήτων εμφάνισης σε προηγούμενη κλάση υπήρξε για ύψη κύματος  $j \geq 7$ , συνεπώς για  $j=4$  το ιστόγραμμα της  $T_m|H_s$  είναι κοινό για όλα τα βάθη.

**Πίνακας 4.11** Ιστόγραμμα συχνοτήτων εμφάνισης της μέσης περιόδου  $T_m$ , για δεδομένο  $H_s = 0.875m$  ( $j=4$ ) ενδεικτικά, και για τα βαθιά και για  $d=6.75m$

$i$	Κεντρική τιμή μέσης περιόδου κύματος $T_m$ (s)	Εύρος κλάσης / βήμα $\Delta T_m$ (s)	Συχνότητα εμφάνισης $freq(T_m   H_s)$ για $H_s=0.875m$ ( $j=4$ )
1	1.75	0.5	0
2	2.25	0.5	2
3	2.75	0.5	10
4	3.25	0.5	40
5	3.75	0.5	27
6	4.25	0.5	18
7	4.75	0.5	12
8	5.25	0.5	3
9	5.75	0.5	2
10	6.25	0.5	1
11	6.75	0.5	0
12	7.25	0.5	0
13	7.75	0.5	0
14	8.25	0.5	0
15	8.75	0.5	0



**Σχήμα 4.3** Προσαρμογή λογαριθμικής κατανομής στο ιστόγραμμα συχνοτήτων εμφάνισης της μέσης περιόδου  $T_m|H_s$  για  $H_s=0.875\text{m}$ , για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75\text{m}$

Από το παραπάνω Σχήμα 4.3 φαίνεται ότι η προσαρμογή της λογαριθμοκανονικής κατανομής στο ιστόγραμμα της μέσης περιόδου  $T_m$ , για δεδομένο  $H_s=0.875\text{m}$  ( $j=4$ ) είναι ικανοποιητική εν γένει.

Στον Πίνακα 4.12 που ακολουθεί φαίνονται συγκεντρωτικά οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta$  της λογαριθμικής κατανομής και  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  της κατανομής Weibull όπως αυτές προσαρμόστηκαν στα ιστογράμματα του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου.

Στο σημείο αυτό, πρέπει να σημειωθεί ότι για τα βαθιά νερά και συγκεκριμένα για τις περιπτώσεις ύψους κύματος  $H_s=3.875\text{m}$  ( $j=16$ ) και  $H_s=4.125\text{m}$  ( $j=17$ ), παρατηρούμε από τον Πίνακα 4.2 ότι υπάρχει μόνο μία μη μηδενική παρατήρηση και συνεπώς, δεν είναι δυνατή η προσαρμογή κατανομής της  $T_m|H_s$ . Ακριβώς το ίδιο ισχύει και για τα ύδατα βάθους  $d=6.75\text{m}$  (Πίνακας 4.7) για τα ύψη κύματος για  $H_s=3.625\text{m}$  ( $j=15$ ) και  $H_s=3.875\text{m}$  ( $j=16$ ). Άρα, σε αυτές τις περιπτώσεις – κελιά οι τιμές παραμένουν οι αρχικές ως έχουν, κατά την εφαρμογή των κατανομών μιας μεταβλητής αλλά και του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας μετέπειτα.

**Πίνακας 4.12** Τιμές των παραμέτρων της λογαριθμοκανονικής κατανομής ( $\alpha, \beta$ ) και της κατανομής Weibull ( $\alpha^*, \beta^*$ ) όπως υπολογίσθηκαν από το λογισμικό Matlab, για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  (marginal distribution) και για τη μέση περίοδο κύματος  $T_m|H_s$  (conditional distribution), για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75m$

Παράμετροι των κατανομών					
Για το ύψος κύματος $H_s$ (marginal distribution) :					
Κατανομή Lognormal		Παράμετρος $\alpha$ (location) :		Παράμετρος $\beta$ (scale) :	
		Βαθιά	d=6.75m	Βαθιά	d=6.75m
		-0.33585	-0.36449	0.91725	0.88568
Κατανομή Weibull		Παράμετρος $\alpha^*$ (shape)		Παράμετρος $\beta^*$ (scale)	
		Βαθιά	d=6.75m	Βαθιά	d=6.75m
		1.10210	1.05063	1.32696	1.40315
Για την περίοδο κύματος $T_m / H_s$ (conditional distribution) :					
Κατανομή Lognormal		Παράμετρος $\alpha$ (location) :		Παράμετρος $\beta$ (scale) :	
$j$ :	$H_s$ (m) :	Βαθιά	d=6.75m	Βαθιά	d=6.75m
1	0.125	1.04349	1.04349	0.42144	0.42144
2	0.375	0.96357	0.96357	0.33129	0.33129
3	0.625	1.14579	1.14579	0.26720	0.26720
4	0.875	1.30104	1.30104	0.19131	0.19131
5	1.125	1.40615	1.40615	0.16728	0.16728
6	1.375	1.49268	1.53294	0.13580	0.12598
7	1.625	1.56705	1.58559	0.10962	0.11914
8	1.875	1.63233	1.68927	0.10202	0.10556
9	2.125	1.67764	1.72111	0.09174	0.08896
10	2.375	1.72977	1.77810	0.09946	0.09797
11	2.625	1.76887	1.80156	0.08948	0.09266
12	2.875	1.80156	1.86386	0.09266	0.07525
13	3.125	1.86386	1.83044	0.07525	0.08019
14	3.375	1.83044	1.86808	0.08019	0.09977
15	3.625	1.86808	-	0.09977	-
16	3.875	-	-	-	-
17	4.125	-	-	-	-

Αφού οι υπολογίσθηκαν οι τιμές των παραμέτρων των κατανομών, καθίστανται γνωστές πλέον οι μαθηματικές εκφράσεις  $f_L(x; \vec{\theta}_L)$  και  $f_W(x; \vec{\theta}_W)$  των κατανομών πυκνότητας πιθανότητας Lognormal και Weibull αντίστοιχα, οι οποίες αναφέρονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2 (σχέσεις 2.21 και 2.24). Προκύπτουν τα εξής αριθμητικά αποτελέσματα όσον αφορά το χαρακτηριστικό ύψος κύματος (Πίνακας 4.13) και τη μέση περίοδο (Πίνακες 4.14,



4.15), που ουσιαστικά δίνουν τις αριθμητικές θεωρητικές τιμές των κατανομών των Σχημάτων 4.1, 4.2 και 4.3.

**Πίνακας 4.13** Πυκνότητα πιθανότητας  $f_L(H_s)$  και  $f_W(H_s)$  του ύψους κύματος  $H_s$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και κατανομή Weibull, αντίστοιχα, ως περιθώριες, για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75m$

Πυκνότητα πιθανότητας του χαρακτηριστικού ύψους κύματος $H_s$					
j :	$H_s$ (m) :	Περιθώρια κατανομή:			
		Lognormal : $f_L(H_s)$		Weibull : $f_W(H_s)$	
		Βαθιά	d=6.75m	Βαθιά	d=6.75m
1	0.125	0.57132	0.55281	0.60599	0.61227
2	0.375	0.90578	0.94286	0.56945	0.54546
3	0.625	0.68849	0.71560	0.49723	0.46868
4	0.875	0.48512	0.49757	0.42310	0.39768
5	1.125	0.34210	0.34522	0.35482	0.33509
6	1.375	0.24526	0.24334	0.29464	0.28103
7	1.625	0.17925	0.17489	0.24288	0.23489
8	1.875	0.13346	0.12812	0.19906	0.19579
9	2.125	0.10107	0.09552	0.16237	0.16285
10	2.375	0.07773	0.07236	0.13191	0.13520
11	2.625	0.06060	0.05561	0.10679	0.11206
12	2.875	0.04784	0.04329	0.08618	0.09276
13	3.125	0.03818	0.03409	0.06936	0.07668
14	3.375	0.03078	0.02713	0.05568	0.06332
15	3.625	0.02504	0.02180	0.04460	0.05224
16	3.875	0.02054	0.01767	0.03565	0.04305
17	4.125	0.01698	-	0.02843	-

**Πίνακας 4.14** Πυκνότητα πιθανότητας  $f_L(T_m|H_s)$  της μέσης περιόδου  $T_m$  δεσμευμένης ως προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή της  $T_m|H_s$ , για τα βαθιά ύδατα

		Πυκνότητα πιθανότητας $f_L(T_m H_s)$ – Lognormal, για τα βαθιά (1/m/s)																	
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	$j$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
			0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125
$i$ :1	1.75		0.279824	0.327198	0.076911	0.000652	3.75E-06	9.42E-11	9.46E-19	2.19E-24	1.39E-32	2.01E-30	5.56E-40	2.39E-39	1.80E-65	8.34E-55	1.03E-37	0	0
	2.25		0.3613	0.481305	0.302586	0.034814	0.001888	4.40E-06	7.53E-11	1.46E-14	8.01E-20	5.22E-19	2.56E-25	2.89E-25	7.25E-43	1.77E-35	7.43E-25	0	0
	2.75		0.343239	0.433315	0.478602	0.241425	0.053722	0.002012	3.52E-06	1.30E-08	5.66E-12	6.95E-12	4.53E-16	2.58E-16	2.71E-28	4.14E-23	1.45E-16	0	0
	3.25		0.276664	0.300117	0.455937	0.522913	0.291053	0.062376	0.002103	6.11E-05	5.03E-07	2.65E-07	4.89E-10	2.03E-10	1.62E-18	6.92E-15	5.27E-11	0	0
	3.75		0.20299	0.178993	0.320529	0.552849	0.559965	0.354797	0.079362	0.010133	0.000626	0.000237	4.50E-06	1.73E-06	7.61E-12	2.43E-09	3.29E-07	0	0
	4.25		0.140865	0.097743	0.186161	0.366884	0.544721	0.653068	0.469722	0.176438	0.043295	0.016544	0.00162	0.000668	2.69E-07	1.26E-05	0.000127	0	0
	4.75		0.094548	0.05065	0.095548	0.177942	0.332273	0.550617	0.763683	0.631996	0.391951	0.190537	0.058632	0.028754	0.000291	0.003285	0.006757	0	0
	5.25		0.062229	0.025458	0.045212	0.069506	0.145953	0.266165	0.490498	0.721241	0.809997	0.589866	0.395381	0.247887	0.024145	0.094451	0.083385	0	0
	5.75		0.040516	0.012586	0.020277	0.023325	0.05065	0.085812	0.159132	0.352851	0.557913	0.684404	0.756893	0.638296	0.288802	0.517905	0.341936	0	0
	6.25		0.026244	0.006176	0.008782	0.007029	0.014808	0.020501	0.03097	0.091135	0.167126	0.376143	0.553634	0.651348	0.778023	0.795684	0.600529	0	0
	6.75		0.016977	0.003026	0.003721	0.001963	0.003817	0.003914	0.004091	0.014441	0.026389	0.116018	0.191945	0.32345	0.653223	0.453094	0.543373	2	0
	7.25		0.010997	0.001487	0.001556	0.000519	0.000897	0.000631	0.000402	0.001568	0.002532	0.022772	0.037014	0.09105	0.217708	0.117759	0.290674	0	2
	7.75		0.007145	0.000735	0.000647	0.000132	0.000197	8.95E-05	3.14E-05	0.000127	0.000164	0.003127	0.004481	0.01631	0.034613	0.016358	0.10206	0	0
	8.25		0.004662	0.000366	0.000268	3.29E-05	4.12E-05	1.15E-05	2.05E-06	8.15E-06	7.83E-06	0.000323	0.000374	0.002032	0.003025	0.001372	0.025498	0	0
	8.75		0.003057	0.000183	0.000112	8.07E-06	8.30E-06	1.38E-06	1.17E-07	4.36E-07	2.92E-07	2.66E-05	2.31E-05	0.000189	0.000162	7.64E-05	0.004829	0	0

**Πίνακας 4.15** Πυκνότητα πιθανότητας  $f_L(T_m|H_s)$  της μέσης περιόδου  $T_m$  δεσμευμένης ως προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή της  $T_m|H_s$ , για βάθος  $d=6.75m$

		Πυκνότητα πιθανότητας $f_L(T_m H_s)$ – Lognormal, για βάθος $d=6.75m$ (1/m/s)																
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	$j$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
			0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875
$i$ : 1	1.75		0.279824	0.32720	0.076911	0.000652	3.75E-06	1.97E-13	1.51E-16	2.93E-25	2.45E-37	6.02E-34	2.39E-39	1.80E-65	8.34E-55	1.03E-37	0	0
	2.25		0.36130	0.48130	0.302586	0.034814	0.001888	1.04E-07	9.83E-10	1.55E-15	3.69E-23	1.25E-21	2.89E-25	7.25E-43	1.77E-35	7.43E-25	0	0
	2.75		0.343239	0.433315	0.47860	0.241425	0.053722	0.00022	1.11E-05	1.55E-09	2.51E-14	7.57E-14	2.58E-16	2.71E-28	4.14E-23	1.45E-16	0	0
	3.25		0.276664	0.300117	0.455937	0.522913	0.291053	0.018675	0.003018	9.66E-06	1.16E-08	9.31E-09	2.03E-10	1.62E-18	6.92E-15	5.27E-11	0	0
	3.75		0.20299	0.178993	0.320529	0.552849	0.559965	0.207178	0.076907	0.002352	5.03E-05	2.11E-05	1.73E-06	7.61E-12	2.43E-09	3.29E-07	0	0
	4.25		0.140865	0.097743	0.186161	0.366884	0.544721	0.590183	0.40021	0.06375	0.009128	0.003164	0.000668	2.69E-07	1.26E-05	0.000127	0	0
	4.75		0.094548	0.05065	0.095548	0.177942	0.332273	0.653491	0.686481	0.367838	0.176312	0.068965	0.028754	0.000291	0.003285	0.006757	0	0
	5.25		0.062229	0.025458	0.045212	0.069506	0.145953	0.367859	0.529628	0.689391	0.665373	0.366924	0.247887	0.024145	0.094451	0.083385	0	0
	5.75		0.040516	0.012586	0.020277	0.023325	0.05065	0.126189	0.226823	0.559431	0.742007	0.678015	0.63830	0.28880	0.517905	0.341936	0	0
	6.25		0.026244	0.006176	0.008782	0.007029	0.014808	0.029937	0.062479	0.24060	0.327248	0.558179	0.651348	0.778023	0.795684	0.600529	0	0
	6.75		0.016977	0.003026	0.003721	0.001963	0.003817	0.005378	0.012306	0.063475	0.070486	0.245272	0.32345	0.653223	0.453094	0.543373	2	0
	7.25		0.01100	0.001487	0.001556	0.000519	0.00090	0.000782	0.001874	0.011445	0.008669	0.065785	0.09105	0.217708	0.117759	0.290674	0	2
	7.75		0.007145	0.000735	0.000647	0.000132	0.00020	9.68E-05	0.000234	0.00153	0.000685	0.011921	0.01631	0.034613	0.016358	0.10206	0	0
	8.25		0.004662	0.000366	0.000268	3.29E-05	4.12E-05	1.06E-05	2.50E-05	0.000161	3.81E-05	0.001578	0.002032	0.003025	0.001372	0.02550	0	0
	8.75		0.003057	0.000183	0.000112	8.07E-06	8.30E-06	1.05E-06	2.37E-06	1.41E-05	1.60E-06	0.000162	0.000189	0.000162	7.64E-05	0.004829	0	0

#### 4.3.2 Μακροχρόνια από κοινού κατανομή χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου

Επόμενο βήμα είναι η εφαρμογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας, με σκοπό να ευρεθεί η μακροπρόθεσμη από κοινού κατανομή πυκνότητα πιθανότητας (longterm joint probability density distribution) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου, που περιγράφεται μαθηματικά από τη σχέση (2.10). Η εν λόγω κατανομή, λοιπόν, για τις δύο περιπτώσεις που διακρίναμε εκφράζεται ως:

$$i. \quad f_L(H_s, T_m) = f_L(H_s) \times f_L(T_m|H_s) \quad (4.5)$$

για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  (περιθώρια) και για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη).

Όπου, για έναν Πίνακα ( $i \times j$ ):

$$f_L(H_s, T_m) = f_L^{(i,j)}(H_s^{(j)}, T_m^{(i)}) \quad (4.6\alpha)$$

$$f_L(H_s) = f_L^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.6\beta)$$

$$f_L(T_m|H_s) = f_L^{(i,j)}(T_m^{(i)}|H_s^{(j)}) \quad (4.6\gamma)$$

$$ii. \quad f_W(H_s, T_m) = f_W(H_s) \times f_L(T_m|H_s) \quad (4.7)$$

για την περίπτωση της κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη).

Όπου, απολύτως όμοια με προηγουμένως, για έναν Πίνακα ( $i \times j$ ):

$$f_W(H_s, T_m) = f_W^{(i,j)}(H_s^{(j)}, T_m^{(i)}) \quad (4.8\alpha)$$

$$f_W(H_s) = f_W^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.8\beta)$$

$$f_L(T_m|H_s) = f_L^{(i,j)}(T_m^{(i)}|H_s^{(j)}) \quad (4.8\gamma)$$

Τα αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίνακες 4.16 έως 4.19 για τις περιπτώσεις (i) και (ii) αντίστοιχα για τα βαθιά και για βάθος  $d=6.75m$ . Σημειώνεται ότι η μικρή απόκλιση της συνολικής αθροιστικής πιθανότητας των Πινάκων αυτών από τη μονάδα οφείλεται στην αριθμητική ολοκλήρωση που γίνεται κατά την εφαρμογή του μοντέλου. Το ίδιο ισχύει και για την συνολική αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας. Επίσης, τα αποτελέσματα της μακροχρόνιας από κοινού κατανομής πυκνότητας πιθανότητας και της κατανομής από κοινού πιθανότητας, θα δοθούν σε διαγραμματική μορφή στο Κεφάλαιο 5 συγκεντρωτικά.

**Πίνακας 4.16** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_L(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και για το  $H_s$  (περιθώρια) και για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m)		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_L(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά (1/m/s)																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$T_m$ (s)		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125	
$i$ : 1	1.75	0.159868	0.29637	0.052953	0.000316	1.28E-06	2.31E-11	1.70E-19	2.92E-25	1.40E-33	1.56E-31	3.37E-41	1.14E-40	6.86E-67	2.57E-56	2.57E-39	0	0	0.509509
	2	0.206416	0.435957	0.208328	0.016889	0.000646	1.08E-06	1.35E-11	1.94E-15	8.09E-21	4.06E-20	1.55E-26	1.38E-26	2.77E-44	5.45E-37	1.86E-26	0	0	0.868237
	3	0.196098	0.392489	0.329512	0.11712	0.018379	0.000493	6.30E-07	1.73E-09	5.72E-13	5.40E-13	2.75E-17	1.23E-17	1.04E-29	1.27E-24	3.62E-18	0	0	1.054092
	4	0.158063	0.271841	0.313908	0.253676	0.09957	0.015298	0.000377	8.15E-06	5.09E-08	2.06E-08	2.96E-11	9.73E-12	6.18E-20	2.13E-16	1.32E-12	0	0	1.112742
	5	0.115971	0.162129	0.220681	0.268198	0.191566	0.087017	0.014225	0.001352	6.32E-05	1.84E-05	2.73E-07	8.26E-08	2.91E-13	7.48E-11	8.23E-09	0	0	1.061222
	6	0.080478	0.088534	0.12817	0.177983	0.186351	0.160171	0.084196	0.023547	0.004376	0.001286	9.82E-05	3.19E-05	1.03E-08	3.89E-07	3.18E-06	0	0	0.935227
	7	0.054017	0.045878	0.065784	0.086323	0.113672	0.135044	0.136888	0.084345	0.039616	0.01481	0.003553	0.001375	1.11E-05	0.000101	0.000169	0	0	0.781586
	8	0.035553	0.023059	0.031128	0.033719	0.049931	0.06528	0.08792	0.096256	0.081869	0.045849	0.023961	0.011858	0.000922	0.002907	0.002088	0	0	0.592299
	9	0.023147	0.0114	0.01396	0.011315	0.017328	0.021046	0.028524	0.047091	0.05639	0.053197	0.045869	0.030533	0.011027	0.015941	0.008563	0	0	0.395333
	10	0.014994	0.005594	0.006046	0.00341	0.005066	0.005028	0.005551	0.012163	0.016892	0.029237	0.033551	0.031158	0.029705	0.024492	0.015038	0	0	0.237925
	11	0.009699	0.002741	0.002562	0.000952	0.001306	0.00096	0.000733	0.001927	0.002667	0.009018	0.011632	0.015473	0.02494	0.013947	0.013607	0.041086	0	0.153251
	12	0.006283	0.001347	0.001071	0.000252	0.000307	0.000155	7.20E-05	0.000209	0.000256	0.00177	0.002243	0.004355	0.008312	0.003625	0.007279	0	0.033961	0.071497
	13	0.004082	0.000665	0.000445	6.43E-05	6.74E-05	2.19E-05	5.63E-06	1.69E-05	1.66E-05	0.000243	0.000272	0.00078	0.001322	0.000504	0.002556	0	0	0.011061
	14	0.002663	0.000331	0.000185	1.60E-05	1.41E-05	2.82E-06	3.68E-07	1.09E-06	7.91E-07	2.51E-05	2.27E-05	9.72E-05	0.000116	4.22E-05	0.000639	0	0	0.004156
	15	0.001746	0.000166	7.68E-05	3.91E-06	2.84E-06	3.38E-07	2.10E-08	5.82E-08	2.95E-08	2.07E-06	1.40E-06	9.03E-06	6.20E-06	2.35E-06	0.000121	0	0	0.002139
<b>Total</b>		1.069078	1.738503	1.37481	0.970239	0.684208	0.490519	0.358493	0.266917	0.202146	0.155456	0.121204	0.095671	0.07636	0.061561	0.050063	0.041086	0.033961	7.790275

**Πίνακας 4.17** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_L(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και για το  $H_s$  (περιθώρια) και για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m)		Από κοινού πιθανότητα $P_L(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$T_m$ (s)		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125	
$i$ : 1	1.75	0.019983	0.037046	0.006619	3.96E-05	1.6E-07	2.89E-12	2.12E-20	3.65E-26	1.75E-34	1.95E-32	4.21E-42	1.43E-41	8.57E-68	3.21E-57	3.21E-40	0	0	0.063689
	2	0.025802	0.054495	0.026041	0.002111	8.07E-05	1.35E-07	1.69E-12	2.43E-16	1.01E-21	5.08E-21	1.94E-27	1.73E-27	3.46E-45	6.81E-38	2.32E-27	0	0	0.10853
	3	0.024512	0.049061	0.041189	0.01464	0.002297	6.17E-05	7.88E-08	2.17E-10	7.15E-14	6.75E-14	3.43E-18	1.54E-18	1.29E-30	1.59E-25	4.53E-19	0	0	0.131762
	4	0.019758	0.03398	0.039239	0.03171	0.012446	0.001912	4.71E-05	1.02E-06	6.36E-09	2.58E-09	3.7E-12	1.22E-12	7.73E-21	2.66E-17	1.65E-13	0	0	0.139093
	5	0.014496	0.020266	0.027585	0.033525	0.023946	0.010877	0.001778	0.000169	7.9E-06	2.3E-06	3.41E-08	1.03E-08	3.63E-14	9.34E-12	1.03E-09	0	0	0.132653
	6	0.01006	0.011067	0.016021	0.022248	0.023294	0.020021	0.010525	0.002943	0.000547	0.000161	1.23E-05	3.99E-06	1.28E-09	4.86E-08	3.98E-07	0	0	0.116903
	7	0.006752	0.005735	0.008223	0.01079	0.014209	0.01688	0.017111	0.010543	0.004952	0.001851	0.000444	0.000172	1.39E-06	1.26E-05	2.11E-05	0	0	0.097698
	8	0.004444	0.002882	0.003891	0.004215	0.006241	0.00816	0.01099	0.012032	0.010234	0.005731	0.002995	0.001482	0.000115	0.000363	0.000261	0	0	0.074037
	9	0.002893	0.001425	0.001745	0.001414	0.002166	0.002631	0.003565	0.005886	0.007049	0.00665	0.005734	0.003817	0.001378	0.001993	0.00107	0	0	0.049417
	10	0.001874	0.000699	0.000756	0.000426	0.000633	0.000629	0.000694	0.00152	0.002111	0.003655	0.004194	0.003895	0.003713	0.003061	0.00188	0	0	0.029741
	11	0.001212	0.000343	0.00032	0.000119	0.000163	0.00012	9.17E-05	0.000241	0.000333	0.001127	0.001454	0.001934	0.003118	0.001743	0.001701	0.005136	0	0.019156
	12	0.000785	0.000168	0.000134	3.15E-05	3.84E-05	1.93E-05	9E-06	2.62E-05	3.2E-05	0.000221	0.00028	0.000544	0.001039	0.000453	0.00091	0	0.004245	0.008937
	13	0.00051	8.32E-05	5.57E-05	8.03E-06	8.42E-06	2.74E-06	7.03E-07	2.12E-06	2.08E-06	3.04E-05	3.39E-05	9.75E-05	0.000165	6.29E-05	0.000319	0	0	0.001383
	14	0.000333	4.14E-05	2.31E-05	2E-06	1.76E-06	3.53E-07	4.6E-08	1.36E-07	9.89E-08	3.14E-06	2.83E-06	1.22E-05	1.44E-05	5.28E-06	7.98E-05	0	0	0.000519
	15	0.000218	2.08E-05	9.6E-06	4.89E-07	3.55E-07	4.23E-08	2.63E-09	7.28E-09	3.69E-09	2.59E-07	1.75E-07	1.13E-06	7.75E-07	2.94E-07	1.51E-05	0	0	0.000267
<b>Total</b>		0.133635	0.217313	0.171851	0.12128	0.085526	0.061315	0.044812	0.033365	0.025268	0.019432	0.015151	0.011959	0.009545	0.007695	0.006258	0.005136	0.004245	0.973784

**Πίνακας 4.18** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_L(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και για το  $H_s$  (περιθώρια) και για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για βάθος d=6.75m

		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_L(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος d=6.75m (1/m/s)																Total
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	j: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
i: 1	1.75	0.15469	0.30850	0.055038	0.000325	1.29E-06	4.80E-14	2.64E-17	3.75E-26	2.34E-38	4.35E-35	1.33E-40	7.78E-67	2.84E-56	2.78E-39	0	0	0.518554
	2.25	0.19973	0.45380	0.216531	0.017323	0.000652	2.52E-08	1.72E-10	1.99E-16	3.53E-24	9.03E-23	1.61E-26	3.14E-44	6.03E-37	2.02E-26	0	0	0.888036
	2.75	0.189746	0.408554	0.34249	0.120127	0.018546	5.35E-05	1.94E-06	1.98E-10	2.39E-15	5.48E-15	1.43E-17	1.17E-29	1.41E-24	3.93E-18	0	0	1.079518
	3.25	0.152943	0.282967	0.32627	0.260189	0.100477	0.004544	0.000528	1.24E-06	1.11E-09	6.74E-10	1.13E-11	7.01E-20	2.36E-16	1.43E-12	0	0	1.127919
	3.75	0.112215	0.168765	0.229371	0.275084	0.19331	0.050415	0.013451	0.000301	4.80E-06	1.53E-06	9.60E-08	3.30E-13	8.28E-11	8.92E-09	0	0	1.042918
	4.25	0.077872	0.092158	0.133217	0.182552	0.188048	0.143616	0.069994	0.008168	0.000872	0.000229	3.71E-05	1.17E-08	4.31E-07	3.45E-06	0	0	0.896767
	4.75	0.052267	0.047755	0.068374	0.088539	0.114707	0.159021	0.120061	0.047127	0.016842	0.00499	0.001599	1.26E-05	0.000112	0.000183	0	0	0.721590
	5.25	0.034401	0.024003	0.032354	0.034585	0.050386	0.089515	0.092629	0.088324	0.063558	0.026551	0.013785	0.001045	0.00322	0.002263	0	0	0.556619
	5.75	0.022398	0.011867	0.01451	0.011606	0.017485	0.030707	0.03967	0.071674	0.070878	0.049063	0.03550	0.01250	0.017657	0.009278	0	0	0.414793
	6.25	0.014508	0.005823	0.006284	0.003498	0.005112	0.007285	0.010927	0.03083	0.031259	0.040391	0.036221	0.03368	0.027127	0.016295	0	0	0.269240
	6.75	0.009385	0.002853	0.002663	0.000977	0.001318	0.001309	0.002152	0.008132	0.006733	0.017748	0.017987	0.028278	0.015447	0.014744	0.043607	0	0.173333
	7.25	0.00608	0.001402	0.001114	0.000258	0.00031	0.00019	0.000328	0.001466	0.000828	0.00476	0.005063	0.009424	0.004015	0.007887	0	0.035347	0.078472
	7.75	0.00395	0.000693	0.000463	6.59E-05	0.00007	2.35E-05	4.09E-05	0.000196	6.54E-05	0.000863	0.000907	0.001498	0.000558	0.002769	0	0	0.012163
	8.25	0.002577	0.000345	0.000192	1.64E-05	1.42E-05	2.57E-06	4.37E-06	2.07E-05	3.64E-06	0.000114	0.000113	0.000131	4.68E-05	0.00069	0	0	0.004271
	8.75	0.00169	0.000173	7.98E-05	4.01E-06	2.86E-06	2.56E-07	4.15E-07	1.81E-06	1.53E-07	1.17E-05	1.05E-05	7.03E-06	2.60E-06	0.000131	0	0	0.002115
<b>Total</b>		1.034452	1.809658	1.428951	0.995149	0.690439	0.486682	0.349788	0.256242	0.191044	0.144722	0.111223	0.086576	0.068186	0.054243	0.043607	0.035347	7.78631

**Πίνακας 4.19** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_L(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και για το  $H_s$  (περιθώρια) και για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για βάθος d=6.75m

$H_s$ (m) $T_m$ (s)		Από κοινού πιθανότητα $P_L(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος d=6.75m																Total
		j: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
i: 1	1.75	0.019336	0.038563	0.006880	0.000040625	1.6125E-07	6E-15	3.3E-18	4.6875E-27	2.925E-39	5.4375E-36	1.6625E-41	9.725E-68	3.55E-57	3.475E-40	0	0	0.064819
	2	0.024966	0.056725	0.027066	0.002165	0.000082	3.15E-09	2.15E-11	2.4875E-17	4.4125E-25	1.12875E-23	2.0125E-27	3.925E-45	7.5375E-38	2.525E-27	0	0	0.111005
	3	0.023718	0.051069	0.042811	0.015016	0.002318	6.6875E-06	2.425E-07	2.475E-11	2.9875E-16	6.85E-16	1.7875E-18	1.4625E-30	1.7625E-25	4.9125E-19	0	0	0.134940
	4	0.019118	0.035371	0.040784	0.032524	0.012560	0.000568	0.000066	0.00000155	1.3875E-10	8.425E-11	1.4125E-12	8.7625E-21	2.95E-17	1.7875E-13	0	0	0.140990
	5	0.014027	0.021096	0.028671	0.034386	0.024164	0.006302	0.001681	0.000037625	0.000001	1.9125E-07	0.000000012	4.125E-14	1.035E-11	1.115E-09	0	0	0.130365
	6	0.009734	0.011520	0.016652	0.022819	0.023506	0.017952	0.008749	0.001021	0.000109	0.000028625	4.6375E-06	1.4625E-09	5.3875E-08	4.3125E-07	0	0	0.112096
	7	0.006533	0.005969	0.008547	0.011067	0.014338	0.019878	0.015008	0.005891	0.002105	0.000624	0.000200	0.000001575	0.000014	0.000022875	0	0	0.090199
	8	0.004300	0.003000	0.004044	0.004323	0.006298	0.011189	0.011579	0.011041	0.007945	0.003319	0.001723	0.000131	0.000403	0.000283	0	0	0.069577
	9	0.002800	0.001483	0.001814	0.001451	0.002186	0.003838	0.004959	0.008959	0.008860	0.006133	0.004438	0.001563	0.002207	0.001160	0	0	0.051849
	10	0.001814	0.000728	0.000786	0.000437	0.000639	0.000911	0.001366	0.003854	0.003907	0.005049	0.004528	0.004210	0.003391	0.002037	0	0	0.033655
	11	0.001173	0.000357	0.000333	0.000122	0.000165	0.000164	0.000269	0.001017	0.000842	0.002219	0.002248	0.003535	0.001931	0.001843	0.005451	0	0.021667
	12	0.000760	0.000175	0.000139	0.00003225	0.00003875	0.00002375	0.000041	0.000183	0.000104	0.000595	0.000633	0.001178	0.000502	0.000986	0	0.004418	0.009809
	13	0.000494	0.000086625	0.000057875	8.2375E-06	0.00000875	2.9375E-06	5.1125E-06	0.000025	0.000008175	0.000108	0.000113	0.000187	0.00006975	0.000346	0	0	0.001520
	14	0.000322	0.000043125	0.000024	0.00000205	0.000001775	3.2125E-07	5.4625E-07	2.5875E-06	0.000000455	0.00001425	0.000014125	0.000016375	0.00000585	0.00008625	0	0	0.000534
	15	0.000211	0.000021625	0.000009975	5.0125E-07	3.575E-07	0.000000032	5.1875E-08	2.2625E-07	1.9125E-08	1.4625E-06	1.3125E-06	8.7875E-07	0.000000325	0.000016375	0	0	0.000264
<b>Total</b>		0.129307	0.226207	0.178619	0.124394	0.086305	0.060835	0.043723	0.032030	0.023880	0.018090	0.013903	0.010822	0.008523	0.006780	0.005451	0.004418	0.97329



**Πίνακας 4.20** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_W(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m) $T_m$ (s)		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά (1/m/s)																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$i$ : 1	1.75	0.169572	0.186321	0.038243	0.000276	1.33E-06	2.78E-11	2.30E-19	4.36E-25	2.25E-33	2.65E-31	5.94E-41	2.06E-40	1.25E-66	4.64E-56	4.57E-39	0	0	0.394414
	2.25	0.218946	0.274077	0.150456	0.01473	0.00067	1.30E-06	1.83E-11	2.90E-15	1.30E-20	6.89E-20	2.73E-26	2.49E-26	5.03E-44	9.85E-37	3.31E-26	0	0	0.65888
	2.75	0.208001	0.246749	0.237977	0.102148	0.019061	0.000593	8.54E-07	2.59E-09	9.19E-13	9.17E-13	4.84E-17	2.22E-17	1.88E-29	2.31E-24	6.45E-18	0	0	0.81453
	3.25	0.167657	0.1709	0.226708	0.221246	0.10327	0.018378	0.000511	1.22E-05	8.17E-08	3.50E-08	5.22E-11	1.75E-11	1.12E-19	3.85E-16	2.35E-12	0	0	0.908683
	3.75	0.123011	0.101927	0.159378	0.233912	0.198684	0.104536	0.019275	0.002017	0.000102	3.13E-05	4.80E-07	1.49E-07	5.28E-13	1.35E-10	1.47E-08	0	0	0.942874
	4.25	0.085363	0.05566	0.092566	0.155229	0.193275	0.192418	0.114087	0.035122	0.00703	0.002182	0.000173	5.75E-05	1.87E-08	7.04E-07	5.67E-06	0	0	0.933169
	4.75	0.057296	0.028842	0.04751	0.075288	0.117896	0.162232	0.185484	0.125806	0.063641	0.025134	0.006261	0.002478	2.02E-05	0.000183	0.000301	0	0	0.898372
	5.25	0.037711	0.014497	0.022481	0.029408	0.051786	0.078422	0.119133	0.143571	0.13152	0.077809	0.042221	0.021363	0.001675	0.005259	0.003719	0	0	0.780575
	5.75	0.024552	0.007167	0.010082	0.009869	0.017972	0.025283	0.03865	0.070239	0.090589	0.090279	0.080826	0.055009	0.020031	0.028838	0.01525	0	0	0.584636
	6.25	0.015904	0.003517	0.004367	0.002974	0.005254	0.00604	0.007522	0.018142	0.027136	0.049617	0.059121	0.056134	0.053963	0.044304	0.026782	0	0	0.380777
	6.75	0.010288	0.001723	0.00185	0.000831	0.001354	0.001153	0.000994	0.002875	0.004285	0.015304	0.020497	0.027875	0.045307	0.025229	0.024233	0.071292	0	0.25509
	7.25	0.006664	0.000847	0.000774	0.00022	0.000318	0.000186	9.76E-05	0.000312	0.000411	0.003004	0.003953	0.007847	0.0151	0.006557	0.012963	0	0.05687	0.116123
	7.75	0.00433	0.000418	0.000322	5.60E-05	6.99E-05	2.64E-05	7.62E-06	2.53E-05	2.67E-05	0.000413	0.000478	0.001406	0.002401	0.000911	0.004552	0	0	0.015441
	8.25	0.002825	0.000208	0.000133	1.39E-05	1.46E-05	3.39E-06	4.99E-07	1.62E-06	1.27E-06	4.26E-05	3.99E-05	0.000175	0.00021	7.64E-05	0.001137	0	0	0.004883
	8.75	0.001852	0.000104	5.55E-05	3.41E-06	2.94E-06	4.06E-07	2.85E-08	8.69E-08	4.74E-08	3.51E-06	2.47E-06	1.63E-05	1.13E-05	4.25E-06	0.000215	0	0	0.002272
<b>Total</b>		1.133971	1.092959	0.992902	0.846203	0.70963	0.589274	0.485762	0.398122	0.324743	0.263818	0.213573	0.172361	0.138718	0.111362	0.089159	0.071292	0.05687	7.690718

**Πίνακας 4.21** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_W(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m) $T_m$ (s)		Από κοινού πιθανότητα $P_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$i$ : 1	1.75	0.021196	0.02329	0.00478	3.45E-05	1.66E-07	3.47E-12	2.87E-20	5.45E-26	2.82E-34	3.31E-32	7.43E-42	2.57E-41	1.56E-67	5.81E-57	5.72E-40	0	0	0.049302
	2.25	0.027368	0.03426	0.018807	0.001841	8.37E-05	1.62E-07	2.29E-12	3.62E-16	1.63E-21	8.61E-21	3.42E-27	3.11E-27	6.29E-45	1.23E-37	4.14E-27	0	0	0.08236
	2.75	0.02600	0.030844	0.029747	0.012768	0.002383	7.41E-05	1.07E-07	3.23E-10	1.15E-13	1.15E-13	6.05E-18	2.78E-18	2.35E-30	2.88E-25	8.07E-19	0	0	0.101816
	3.25	0.020957	0.021363	0.028338	0.027656	0.012909	0.002297	6.39E-05	1.52E-06	1.02E-08	4.38E-09	6.53E-12	2.19E-12	1.4E-20	4.82E-17	2.94E-13	0	0	0.113585
	3.75	0.015376	0.012741	0.019922	0.029239	0.024836	0.013067	0.002409	0.000252	1.27E-05	3.91E-06	6.01E-08	1.86E-08	6.6E-14	1.69E-11	1.83E-09	0	0	0.117859
	4.25	0.01067	0.006957	0.011571	0.019404	0.024159	0.024052	0.014261	0.00439	0.000879	0.000273	2.16E-05	7.19E-06	2.33E-09	8.8E-08	7.09E-07	0	0	0.116646
	4.75	0.007162	0.003605	0.005939	0.009411	0.014737	0.020279	0.023186	0.015726	0.007955	0.003142	0.000783	0.00031	2.52E-06	2.29E-05	3.77E-05	0	0	0.112296
	5.25	0.004714	0.001812	0.00281	0.003676	0.006473	0.009803	0.014892	0.017946	0.01644	0.009726	0.005278	0.00267	0.000209	0.000657	0.000465	0	0	0.097572
	5.75	0.003069	0.000896	0.00126	0.001234	0.002246	0.00316	0.004831	0.00878	0.011324	0.011285	0.010103	0.006876	0.002504	0.003605	0.001906	0	0	0.073079
	6.25	0.001988	0.00044	0.000546	0.000372	0.000657	0.000755	0.00094	0.002268	0.003392	0.006202	0.00739	0.007017	0.006745	0.005538	0.003348	0	0	0.047597
	6.75	0.001286	0.000215	0.000231	0.000104	0.000169	0.000144	0.000124	0.000359	0.000536	0.001913	0.002562	0.003484	0.005663	0.003154	0.003029	0.008911	0	0.031886
	7.25	0.000833	0.000106	9.67E-05	2.75E-05	3.98E-05	2.32E-05	1.22E-05	3.9E-05	5.14E-05	0.000375	0.000494	0.000981	0.001888	0.00082	0.00162	0	0.007109	0.014515
	7.75	0.000541	5.23E-05	4.02E-05	7.01E-06	8.74E-06	3.3E-06	9.53E-07	3.16E-06	3.33E-06	5.16E-05	5.98E-05	0.000176	0.0003	0.000114	0.000569	0	0	0.00193
	8.25	0.000353	2.6E-05	1.67E-05	1.74E-06	1.83E-06	4.24E-07	6.24E-08	2.03E-07	1.59E-07	5.33E-06	4.99E-06	2.19E-05	2.62E-05	9.55E-06	0.000142	0	0	0.00061
	8.75	0.000232	1.31E-05	6.93E-06	4.27E-07	3.68E-07	5.08E-08	3.56E-09	1.09E-08	5.93E-09	4.39E-07	3.08E-07	2.03E-06	1.41E-06	5.32E-07	2.69E-05	0	0	0.000284
<b>Total</b>		0.141746	0.13662	0.124113	0.105775	0.088704	0.073659	0.06072	0.049765	0.040593	0.032977	0.026697	0.021545	0.01734	0.01392	0.011145	0.008911	0.007109	0.96134

**Πίνακας 4.22** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_W(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για βάθος d=6.75m

		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος d=6.75m (l/m/s)																Total	
$H_s$ (m)	$T_m$ (s)	j:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		16
			0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625		3.875
i: 1	1.75		0.171328	0.17847	0.036047	0.000259	1.26E-06	5.54E-14	3.55E-17	5.74E-26	4.00E-38	8.13E-35	2.68E-40	1.67E-66	6.40E-56	6.50E-39	0	0	0.3861053
	2.25		0.22121	0.26253	0.141817	0.013845	0.000633	2.91E-08	2.31E-10	3.04E-16	6.01E-24	1.69E-22	3.24E-26	6.73E-44	1.36E-36	4.70E-26	0	0	0.640035
	2.75		0.210155	0.236357	0.22431	0.09601	0.018002	6.18E-05	2.61E-06	3.03E-10	4.08E-15	1.02E-14	2.89E-17	2.52E-29	3.18E-24	9.16E-18	0	0	0.7848984
	3.25		0.169393	0.163702	0.213689	0.207953	0.097528	0.005248	0.000709	1.89E-06	1.89E-09	1.26E-09	2.28E-11	1.50E-19	5.31E-16	3.34E-12	0	0	0.8582239
	3.75		0.124285	0.097634	0.150226	0.219858	0.187637	0.058224	0.018065	0.00046	8.19E-06	2.86E-06	1.94E-07	7.06E-13	1.86E-10	2.08E-08	0	0	0.856400
	4.25		0.086247	0.053315	0.08725	0.145903	0.182529	0.16586	0.094005	0.012482	0.001486	0.000428	7.48E-05	2.50E-08	9.69E-07	8.05E-06	0	0	0.8295888
	4.75		0.057889	0.027627	0.044782	0.070764	0.11134	0.183651	0.161246	0.072021	0.028712	0.009324	0.003222	2.70E-05	0.000252	0.000428	0	0	0.771285
	5.25		0.038101	0.013886	0.02119	0.027641	0.048907	0.10338	0.124403	0.134979	0.108356	0.049608	0.027779	0.00224	0.007243	0.00528	0	0	0.712993
	5.75		0.024807	0.006865	0.009503	0.009276	0.016972	0.035463	0.053278	0.109534	0.120836	0.091667	0.07153	0.02679	0.039715	0.021653	0	0	0.637889
	6.25		0.016068	0.003369	0.004116	0.002795	0.004962	0.008413	0.014676	0.04711	0.053292	0.075465	0.072993	0.072168	0.061016	0.038028	0	0	0.474471
	6.75		0.010395	0.001651	0.001744	0.000781	0.001279	0.001511	0.002891	0.012428	0.011479	0.03316	0.036247	0.060592	0.034745	0.034409	0.104478	0	0.347790
	7.25		0.00673	0.000811	0.000729	0.000207	0.00030	0.00022	0.00044	0.002241	0.001412	0.008894	0.010203	0.020194	0.00903	0.018407	0	0.086109	0.165927
	7.75		0.004375	0.000401	0.000303	5.27E-05	0.00007	2.72E-05	5.49E-05	0.0003	0.000112	0.001612	0.001828	0.003211	0.001254	0.006463	0	0	0.0200638
	8.25		0.002854	0.000199	0.000126	1.31E-05	1.38E-05	2.97E-06	5.87E-06	3.16E-05	6.20E-06	0.000213	0.000228	0.000281	0.000105	0.00161	0	0	0.005690
	8.75		0.001872	0.0001	5.23E-05	3.21E-06	2.78E-06	2.96E-07	5.57E-07	2.76E-06	2.60E-07	2.19E-05	2.12E-05	1.51E-05	5.86E-06	0.000306	0	0	0.0024042
<b>Total</b>			1.145709	1.046917	0.935884	0.795361	0.670177	0.562062	0.469777	0.391591	0.325700	0.270396	0.224126	0.185518	0.153367	0.126592	0.104478	0.086109	7.493764

**Πίνακας 4.23** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_W(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη), σύμφωνα με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional modelling) για βάθος  $d=6.75m$

$H_s (m)$ $T_m (s)$		Από κοινού πιθανότητα $P_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος $d=6.75m$																Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
$i$ : 1	1.75	0.021416	0.022309	0.004506	3.24E-05	1.57E-07	6.92E-15	4.44E-18	7.17E-27	4.99E-39	1.02E-35	3.35E-41	2.08E-67	8E-57	8.12E-40	0	0	0.0482637
	2.25	0.027652	0.032817	0.017727	0.001731	7.91E-05	3.64E-09	2.89E-11	3.8E-17	7.52E-25	2.11E-23	4.05E-27	8.41E-45	1.7E-37	5.88E-27	0	0	0.0800051
	2.75	0.026269	0.029545	0.028039	0.012001	0.00225	7.73E-06	3.26E-07	3.78E-11	5.1E-16	1.28E-15	3.61E-18	3.14E-30	3.97E-25	1.15E-18	0	0	0.0981125
	3.25	0.021174	0.020463	0.026711	0.025994	0.012191	0.000656	8.86E-05	2.36E-07	2.37E-10	1.57E-10	2.85E-12	1.88E-20	6.63E-17	4.17E-13	0	0	0.1072782
	3.75	0.015536	0.012204	0.018778	0.027482	0.023455	0.007278	0.002258	5.76E-05	1.02E-06	3.57E-07	2.42E-08	8.83E-14	2.33E-11	2.6E-09	0	0	0.107050
	4.25	0.010781	0.006664	0.010906	0.018238	0.022816	0.020733	0.011751	0.00156	0.000186	5.35E-05	9.35E-06	3.12E-09	1.21E-07	1.01E-06	0	0	0.1036987
	4.75	0.007236	0.003453	0.005598	0.008846	0.013918	0.022956	0.020156	0.009003	0.003589	0.001165	0.000403	3.37E-06	3.15E-05	5.35E-05	0	0	0.0964108
	5.25	0.004763	0.001736	0.002649	0.003455	0.006113	0.012922	0.01555	0.016872	0.013544	0.006201	0.003472	0.00028	0.000905	0.00066	0	0	0.0891242
	5.75	0.003101	0.000858	0.001188	0.001159	0.002122	0.004433	0.00666	0.013692	0.015104	0.011458	0.008941	0.003349	0.004964	0.002707	0	0	0.0797359
	6.25	0.002009	0.000421	0.000514	0.000349	0.00062	0.001052	0.001834	0.005889	0.006662	0.009433	0.009124	0.009021	0.007627	0.004753	0	0	0.0593088
	6.75	0.001299	0.000206	0.000218	9.76E-05	0.00016	0.000189	0.000361	0.001554	0.001435	0.004145	0.004531	0.007574	0.004343	0.004301	0.01306	0	0.043474
	7.25	0.000842	0.000101	9.12E-05	2.58E-05	3.76E-05	2.75E-05	5.5E-05	0.00028	0.000176	0.001112	0.001275	0.002524	0.001129	0.002301	0	0.010764	0.0207413
	7.75	0.000547	5.01E-05	3.79E-05	6.58E-06	8.25E-06	3.4E-06	6.87E-06	3.74E-05	1.39E-05	0.000201	0.000228	0.000401	0.000157	0.000808	0	0	0.0025072
	8.25	0.000357	2.49E-05	1.57E-05	1.64E-06	1.72E-06	3.72E-07	7.34E-07	3.95E-06	7.75E-07	2.67E-05	2.85E-05	3.51E-05	1.32E-05	0.000202	0	0	0.000712
	8.75	0.000234	1.25E-05	6.53E-06	4.01E-07	3.48E-07	3.69E-08	6.96E-08	3.45E-07	3.25E-08	2.74E-06	2.65E-06	1.88E-06	7.32E-07	3.82E-05	0	0	0.0003005
<b>Total</b>		0.143214	0.130866	0.116986	0.09942	0.083772	0.070258	0.058722	0.048949	0.040712	0.033799	0.028016	0.02319	0.019171	0.015824	0.01306	0.010764	0.9367221

### 4.3.3 Υπολογισμός σφάλματος του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας

Το σφάλμα του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model), όπως προκύπτει από τη σχέση (2.33) είναι:

- i.  $D^2 = 0.0029$  για τα βαθιά και  $D^2 = 0.0045$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$ , για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  (περιθώρια) και για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη)
- ii.  $D^2 = 0.0027$  για τα βαθιά και  $D^2 = 0.0047$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$ , για την περίπτωση της κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m|H_s$  (δεσμευμένη)

Συγκεντρωτικά, τα σφάλματα φαίνονται στους Πίνακες 4.35 και 4.36 (§ 4.5) που παρατίθεται στο τέλος του παρόντος Κεφαλαίου.

## 4.4 Μέθοδος Plackett

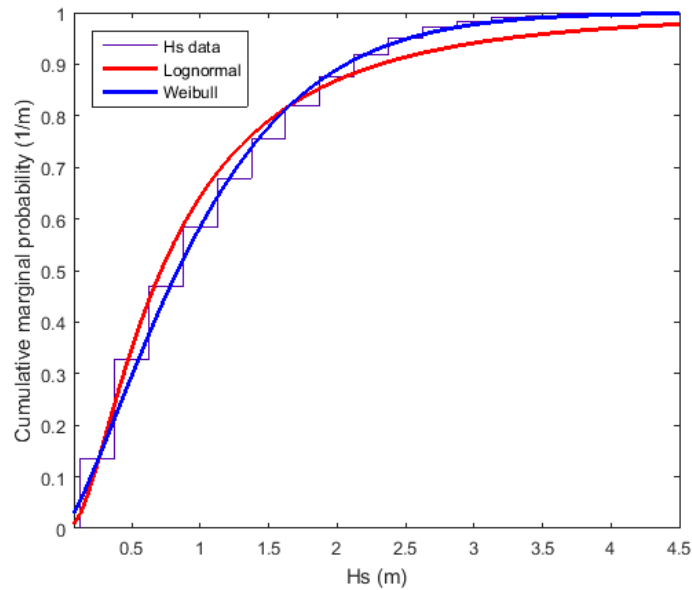
### 4.4.1 Μακροχρόνιες κατανομές πυκνότητας πιθανότητας χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου

Η εφαρμογή της μεθόδου Plackett αποτελεί έναν εναλλακτικό τρόπο υπολογισμού της μακροχρόνιας από κοινού κατανομής πυκνότητας πιθανότητας (longterm joint probability density distribution) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ . Η μέθοδος αυτή απαιτεί γνώση των περιθώριων κατανομών (marginal distributions) πυκνότητας πιθανότητας (και των αντίστοιχων κατανομών αθροιστικής πιθανότητας) του  $H_s$  και της  $T_m$ . Θα ερευνηθούν και εδώ, κατ' αναλογία με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (Κεφάλαιο 4.3), οι εξής δύο διαφορετικές περιπτώσεις (§ 3.3.2) για τα βαθιά και για  $d=6.75\text{m}$ :

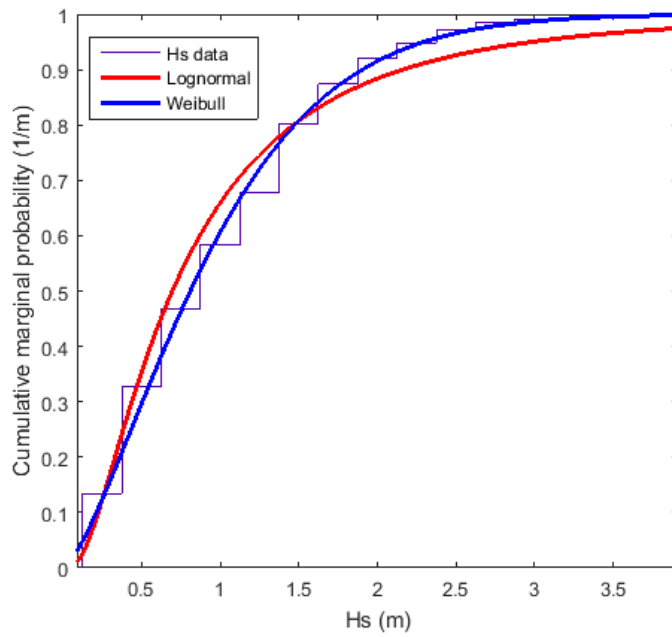
- i. Λογαριθμοκανονική κατανομή και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους)
- ii. Κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους)

Για τις δύο ανωτέρω περιπτώσεις χρησιμοποιείται το λογισμικό Matlab, στο οποίο εισάγονται τα στοιχεία υπό μορφή συχνοτήτων του Πίνακα 4.2 για τα βαθιά ύδατα και του Πίνακα 4.7 για ύδατα βάθους  $d=6.5\text{m}$ . Όσον αφορά και το χαρακτηριστικό ύψος κύματος και τη μέση περίοδο χρειαζόμαστε μόνο τα ιστογράμματα των περιθώριων (marginal) συχνοτήτων, δηλαδή τις τιμές του αθροίσματος που αναγράφονται στην τελευταία γραμμή και στήλη των Πινάκων, αντίστοιχα, προκειμένου να προσαρμοσθούν οι περιθώριες κατανομές. Για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  το ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων φαίνεται στον Πίνακα 4.10. Οι περιθώριες κατανομές του φαίνονται στο Σχήμα 4.1 της

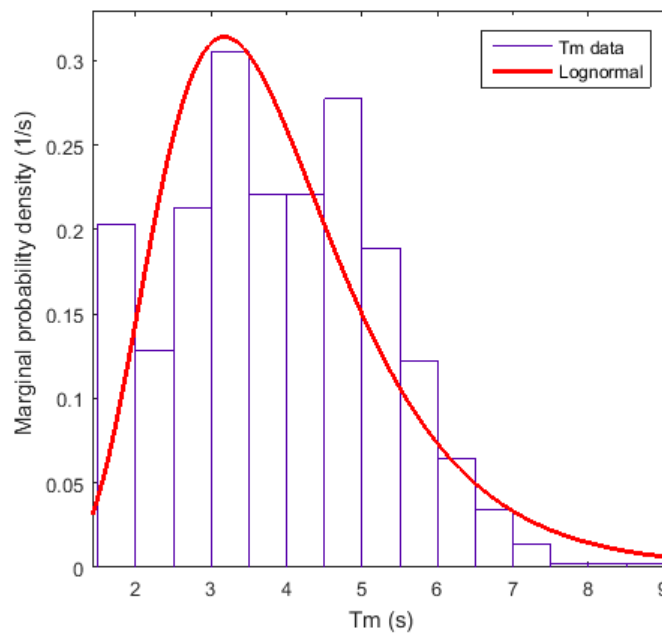
παραγράφου §4.3.1 και για τη λογαριθμοκανονική κατανομή και για την κατανομή Weibull για τα βαθιά ύδατα. Στο Σχήμα 4.2 απεικονίζονται οι αντίστοιχες για το βάθος  $d=6.75\text{m}$ . Οι αθροιστικές περιθώριες κατανομές παρουσιάζονται στα παρακάτω Σχήματα 4.4, 4.5. Όσον αφορά τη μέση περίοδο  $T_m$ , η περιθώρια λογαριθμοκανονική κατανομή της και η αντίστοιχη αθροιστική παρατίθενται στα Σχήματα 4.6 και 4.7. Να σημειωθεί ότι η περιθώρια κατανομή της  $T_m$  είναι ίδια για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος  $d=6.75\text{m}$ . Αυτό ισχύει διότι κατά τη ρήγωση οι από κοινού συχνότητες εμφάνισης δε ‘μετατοπίστηκαν’ σε διαφορετικές κλάσεις της  $T_m$  παρά μόνο του  $H_s$ , συνεπώς οι περιθώριες συχνότητες της έμειναν αμετάβλητες.



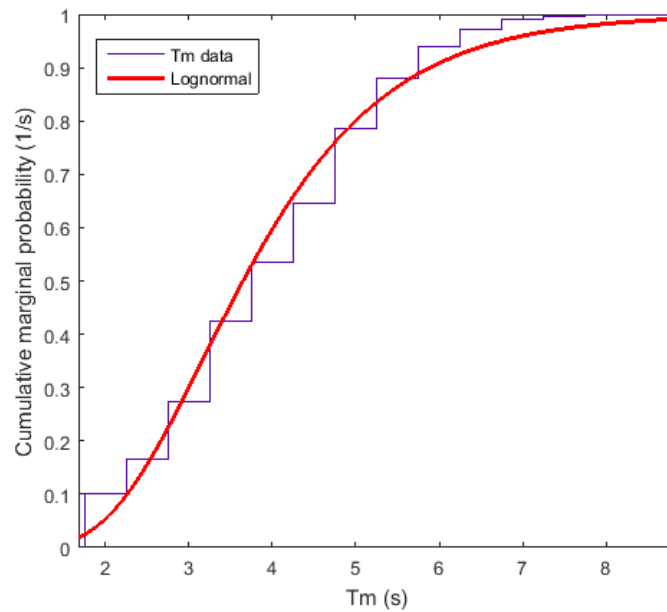
**Σχήμα 4.4** Αθροιστικές περιθώριες κατανομές (cumulative marginal distributions) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  για τις περιπτώσεις λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull, για τα βαθιά ύδατα



**Σχήμα 4.5** Αθροιστικές περιθώριες κατανομές (cumulative marginal distributions) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  για τις περιπτώσεις λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull, για ύδατα βάθους  $d=6.5\text{m}$



**Σχήμα 4.6** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής (lognormal) στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75\text{m}$



**Σχήμα 4.7** Αθροιστική περιθώρια κατανομή (cumulative marginal distribution) της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75m$

Στον Πίνακα 4.24 που ακολουθεί φαίνονται συγκεντρωτικά οι τιμές των συντελεστών  $\alpha$ ,  $\beta$  της λογαριθμοκανονικής κατανομής, όπως αυτή προσαρμόστηκε στο ιστογράμμα περιθώριων συχνοτήτων της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  με τη βοήθεια του λογισμικού Matlab. Οι αντίστοιχοι συντελεστές  $\alpha$ ,  $\beta$  της λογαριθμοκανονικής κατανομής του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  καθώς και οι συντελεστές  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  της κατανομής Weibull του  $H_s$  είναι ίδιοι και στα δύο μοντέλα (conditional και Placket) και παρατίθενται στον Πίνακα 4.12. Είναι προφανές ότι η περιθώρια λογαριθμοκανονική κατανομή είτε του  $H_s$  είτε της  $T_m$  έχει τους ίδιους συντελεστές με την αθροιστική λογαριθμοκανονική κατανομή, αντίστοιχα. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση της κατανομής Weibull του  $H_s$ .

**Πίνακας 4.24** Τιμές των παραμέτρων της λογαριθμοκανονικής κατανομής ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) όπως υπολογίστηκαν από το λογισμικό Matlab, για τη μέση περίοδο κύματος  $T_m$  (για την περιθώρια και την αθροιστική περιθώρια κατανομή)

Παράμετροι των κατανομών (marginal / cumulative marginal distributions)		
Για την περίοδο κύματος $T_m$ :		
Κατανομή Lognormal	Παράμετρος $\alpha$ (location) :	Παράμετρος $\beta$ (scale) :
	Βαθιά και $d=6.75m$	Βαθιά και $d=6.75m$
	1.29473	0.37301

Αφού οι υπολογίστηκαν οι τιμές των παραμέτρων των κατανομών, καθίστανται γνωστές πλέον οι μαθηματικές εκφράσεις  $f_L(x; \vec{\theta}_L)$  και  $f_W(x; \vec{\theta}_W)$  των περιθώριων κατανομών



πυκνότητας πιθανότητας Lognormal και Weibull και  $F_L(x; \vec{\theta}_L)$  και  $F_W(x; \vec{\theta}_W)$  των περιθώριων αθροιστικών κατανομών πιθανότητας, οι οποίες αναφέρονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2 (σχέσεις (2.21) έως (2.15)). Προκύπτουν τα εξής αριθμητικά αποτελέσματα όσον αφορά το χαρακτηριστικό ύψος κύματος και τη μέση περίοδο (Πίνακας 4.25, 4.26), που ουσιαστικά δίνουν τις αριθμητικές τιμές των κατανομών των Σχημάτων 4.1, 4.2, 4.4, 4.5, 4.6 και 4.7. Σημειώνεται ότι οι τιμές των περιθώριων κατανομών του  $H_s$  του Πίνακα 4.25 είναι ίδιες με του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (Πίνακας 4.3), αλλά εδώ φαίνονται συγκεντρωτικά μαζί με τις αντίστοιχες αθροιστικές τιμές. Η μικρή απόκλιση της συνολικής αθροιστικής πιθανότητας από τη μονάδα οφείλεται στην αριθμητική ολοκλήρωση που γίνεται κατά την εφαρμογή του μοντέλου.

**Πίνακας 4.25** Πυκνότητα πιθανότητας και αθροιστική πιθανότητα του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή και κατανομή Weibull ως περιθώριες για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75m$

Πυκνότητα πιθανότητας $f$ (1/m/s) και αθροιστική πιθανότητα $F$ για το ύψος κύματος $H_s$									
$j$ :	$H_s$ (m)	Βαθιά				d=6.75m			
		Περιθώρια κατανομή:		Αθροιστική περιθώρια κατανομή:		Περιθώρια κατανομή:		Αθροιστική περιθώρια κατανομή:	
		Lognormal: $f_L(H_s)$	Weibull: $f_W(H_s)$	Lognormal: $F_L(H_s)$	Weibull: $F_W(H_s)$	Lognormal: $f_L(H_s)$	Weibull: $f_W(H_s)$	Lognormal: $F_L(H_s)$	Weibull: $F_W(H_s)$
1	0.125	0.57132	0.60599	0.02866	0.07134	0.55281	0.61227	0.02642	0.07579
2	0.375	0.90578	0.56945	0.24098	0.21995	0.94286	0.54546	0.24325	0.22119
3	0.625	0.68849	0.49723	0.44186	0.35348	0.71560	0.46868	0.45259	0.34790
4	0.875	0.48512	0.42310	0.58729	0.46845	0.49757	0.39768	0.60287	0.45603
5	1.125	0.34210	0.35482	0.68954	0.56553	0.34522	0.33509	0.70696	0.54745
6	1.375	0.24526	0.29464	0.76218	0.64654	0.24334	0.28103	0.77968	0.62429
7	1.625	0.17925	0.24288	0.81473	0.71355	0.17489	0.23489	0.83140	0.68862
8	1.875	0.13346	0.19906	0.85348	0.76864	0.12812	0.19579	0.86892	0.74232
9	2.125	0.10107	0.16237	0.88257	0.81368	0.09552	0.16285	0.89663	0.78703
10	2.375	0.07773	0.13191	0.90476	0.85034	0.07236	0.13520	0.91746	0.82419
11	2.625	0.06060	0.10679	0.92195	0.88008	0.05561	0.11206	0.93335	0.85501
12	2.875	0.04784	0.08618	0.93543	0.90411	0.04329	0.09276	0.94563	0.88054
13	3.125	0.03818	0.06936	0.94612	0.92348	0.03409	0.07668	0.95525	0.90166
14	3.375	0.03078	0.05568	0.95470	0.93905	0.02713	0.06332	0.96286	0.91910
15	3.625	0.02504	0.04460	0.96165	0.95154	0.02180	0.05224	0.96895	0.93351
16	3.875	0.02054	0.03565	0.96733	0.96153	0.01767	0.04305	0.97387	0.94538
17	4.125	0.01698	0.02843	0.97200	0.96951	-	-	-	-

**Πίνακας 4.26** Πυκνότητα πιθανότητας και αθροιστική πιθανότητα της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή ως περιθώρια για τα βαθιά ύδατα και για βάθος  $d=6.75m$

Πυκνότητα πιθανότητας $f$ (1/m/s) και αθροιστική πιθανότητα $F$ για την $T_m$			
Βαθιά και $d=6.75m$			
$i :$	$T_m$ (s)	Περιθώρια κατανομή:	Αθροιστική περιθώρια κατανομή:
		Lognormal: $f_L(T_m)$	Lognormal: $F_L(T_m)$
1	1.75	0.08765	0.02438
2	2.25	0.20498	0.09731
3	2.75	0.29157	0.22391
4	3.25	0.31353	0.37783
5	3.75	0.28446	0.52888
6	4.25	0.23155	0.65836
7	4.75	0.17547	0.75996
8	5.25	0.12671	0.83510
9	5.75	0.08855	0.88846
10	6.25	0.06051	0.92534
11	6.75	0.04073	0.95035
12	7.25	0.02715	0.96710
13	7.75	0.01799	0.97824
14	8.25	0.01188	0.98560
15	8.75	0.00784	0.99046

#### 4.4.2 Μακροχρόνια από κοινού κατανομή χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου

Αφού υπολογίσθηκαν οι περιθώριες κατανομές των δύο μεταβλητών, δηλαδή του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , καθίσταται δυνατός ο υπολογισμός της κατανομής της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$ , σύμφωνα με το μοντέλο Plackett (σχέση 2.12) για τις δύο περιπτώσεις. Έχουμε για τα βαθιά και για  $d=6.75m$ :

$$i. \quad f_{\vec{X},L}^P(T_m, H_s; \vec{\theta}), \vec{X}=[T_m, H_s] \quad (4.9)$$

για λογαριθμοκανονική κατανομή και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες  $f$  και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους  $F$ )

όπου στη σχέση (2.12) γίνονται οι εξής αντικαταστάσεις, για έναν Πίνακα ( $i \times j$ ) :

$$f_1(x_1) = f_L(T_m) = f_L^{(i)}(T_m^{(i)}) \quad (4.10\alpha)$$

$$F_1(x_1) = F_L(T_m) = F_L^{(i)}(T_m^{(i)}) \quad (4.10\beta)$$

$$f_2(x_2) = f_L(H_s) = f_L^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.10\gamma)$$

$$F_2(x_2) = F_L(H_s) = F_L^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.10\delta)$$

Τέλος,  $\vec{\theta}$  είναι το σύνολο των τεσσάρων περιθώριων παραμέτρων των Πινάκων 4.12 και 4.24, που αντιστοιχούν στις λογαριθμοκανονικές κατανομές  $H_s$  και  $T_m$ .

$$\text{ii. } f_{\vec{X},W}^P(T_m, H_s; \vec{\theta}), \vec{X}=[T_m, H_s] \quad (4.11)$$

για κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για τη μέση περίοδο  $T_m$  (για τις περιθώριες  $f$  και τις αντίστοιχες αθροιστικές τους  $F$ )

όπου, απολύτως όμοια με προηγουμένως, για έναν Πίνακα ( $i \times j$ ):

$$f_1(x_1) = f_L(T_m) = f_L^{(i)}(T_m^{(i)}) \quad (4.12\alpha)$$

$$F_1(x_1) = F_L(T_m) = F_L^{(i)}(T_m^{(i)}) \quad (4.12\beta)$$

$$f_2(x_2) = f_W(H_s) = f_W^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.12\gamma)$$

$$F_2(x_2) = F_W(H_s) = F_W^{(j)}(H_s^{(j)}) \quad (4.12\delta)$$

Και εδώ,  $\vec{\theta}$  είναι το σύνολο των τεσσάρων περιθώριων παραμέτρων των Πινάκων 4.12 και 4.24, που αντιστοιχούν στη λογαριθμοκανονική κατανομή του  $T_m$  και την κατανομή Weibull του  $H_s$ .

Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ο τρόπος υπολογισμού της παραμέτρου συσχέτισης  $\psi$ , μεταξύ των  $H_s$  και  $T_m$ , η οποία υπεισέρχεται στη σχέση (2.12) της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας κατά Plackett. Η τιμή του  $\psi$  όπως αναφέρεται και στο Κεφάλαιο 2 είναι εκείνη που μεγιστοποιεί το φυσικό λογάριθμο του γινομένου όλων των στοιχείων του Πίνακα της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$  διαστάσεων  $i \times j$  (για  $i=1$  έως 15,  $j=1$  έως 17 για τα βαθιά και  $i=1$  έως 15,  $j=1$  έως 16 για  $d=6.75\text{m}$ ). Μια πρώτη εκτίμησή του πραγματοποιείται, όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2 (σχέσεις 2.16 έως 2.19), από τον Πίνακα των τεσσάρων πιθανοτήτων  $p_1, p_2, p_3, p_4$  για ελαχιστοποίηση της τιμής της διασποράς, που ισοδυναμεί με το να είναι οι αντίστοιχες συχνότητες  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  της ίδιας τάξης μεγέθους. Η εκτίμηση αυτή συμβολίζεται με  $\hat{\psi}$  και βρίσκεται υπολογίζοντας την τιμή της διασποράς για όλες τις πιθανές θέσεις τομής. Δεν είναι εύκολο, όμως, να εντοπιστεί μια

και μοναδική ακριβής τιμή του  $\hat{\psi}$  από τη διαδικασία αυτή. Ο λόγος είναι ότι ορισμένες τιμές του  $\hat{\psi}$  δίνουν πολύ μικρή διασπορά διότι κάποια από τις  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  είναι σχεδόν μηδενική (άρα μηδενίζει σχεδόν τον αριθμητή  $\hat{\psi}^2$  της διασποράς  $\hat{V}[\hat{\psi}]$ ) και όχι γιατί οι  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  είναι της ίδιας τάξης μεγέθους. Έτσι, ακολουθήσαμε τον ακριβή τρόπο υπολογισμού της παραμέτρου συσχέτισης (σχέση 2.20), χρησιμοποιώντας το λογισμικό Matlab. Για καθένα  $\psi$  από 1.001 έως 8.5 με βήμα 0.001 (7500 επαναλήψεις περίπου) υπολογίζεται ο φυσικός λογάριθμος του γινομένου όλων των στοιχείων του Πίνακα της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$  διαστάσεων  $15 \times 17$  για τα βαθιά και  $15 \times 16$  για το βάθος d. Εδώ να σημειωθεί ότι αν κάποιο στοιχείο του Πίνακα αυτού είναι μηδενικό, αντικαθίσταται από τη μονάδα, έτσι ώστε να μη μηδενιστεί το γινόμενο. Τελικά, η ελαχιστοποίηση του φυσικού λογαρίθμου του γινομένου συμβαίνει για:

- i.  $\psi = 1.030$  για τα βαθιά και  $\psi = 2.293$  για το βάθος d=6.75m, για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$  (με τιμή του φυσικού λογαρίθμου του γινομένου όλων των στοιχείων της  $f_{\vec{X},L}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$  ίσο με -388 και -378, αντιστοίχως)
- ii.  $\psi = 1.110$  για τα βαθιά και  $\psi = 1.565$  για το βάθος d=6.75m, για την περίπτωση κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m$  (με τιμή του φυσικού λογαρίθμου του γινομένου όλων των στοιχείων της  $f_{\vec{X},W}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$  ίσο με -480 και -497, αντιστοίχως)

Άρα, με αυτές τις τιμές της παραμέτρου συσχέτισης  $\psi$ , οι αριθμητικές τιμές της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ ,  $f_{\vec{X}}^P(x_1, x_2; \vec{\theta})$  που είναι και το ζητούμενο, παρουσιάζονται για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις κατανομών στους παρακάτω Πίνακες 4.27 έως 4.34. Η μικρή απόκλιση της συνολικής αθροιστικής πιθανότητας των Πινάκων αυτών από τη μονάδα οφείλεται στην αριθμητική ολοκλήρωση που γίνεται κατά την εφαρμογή του μοντέλου. Το ίδιο ισχύει και για την συνολική αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας. Τα αποτελέσματα της μακροχρόνιας από κοινού κατανομής πυκνότητας πιθανότητας των δύο αυτών Πινάκων, θα δοθούν σε διαγραμματική μορφή στο Κεφάλαιο 5 συγκεντρωτικά.

**Πίνακας 4.27** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_L^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή (περιθώρια) και για το  $H_s$  και για την  $T_m$ , σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για τα βαθιά ύδατα

		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_L^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά (1/m/s)																	Total	
		$j:$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		17
$H_s$ (m)	$T_m$ (s)		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125	
$i:$	1	1.75	0.051421	0.080549	0.060535	0.042307	0.029664	0.02118	0.015434	0.011467	0.00867	0.006659	0.005187	0.004091	0.003264	0.00263	0.002139	0.001754	0.001449	0.348399
	2	2.25	0.119756	0.187953	0.141503	0.099017	0.069487	0.049645	0.036192	0.026897	0.020342	0.015627	0.012174	0.009603	0.007661	0.006174	0.005021	0.004118	0.003403	0.814573
	3	2.75	0.169141	0.266337	0.201128	0.141047	0.099132	0.070899	0.051727	0.038464	0.029102	0.022364	0.017426	0.013749	0.01097	0.008842	0.007191	0.005898	0.004875	1.158292
	4	3.25	0.180317	0.285057	0.216062	0.15192	0.106971	0.076606	0.055943	0.041628	0.031512	0.024225	0.018883	0.014902	0.011892	0.009586	0.007798	0.006396	0.005287	1.244985
	5	3.75	0.162225	0.257435	0.195828	0.138051	0.097383	0.06983	0.051042	0.038007	0.028786	0.022139	0.017262	0.013626	0.010876	0.008768	0.007133	0.005852	0.004837	1.129079
	6	4.25	0.131107	0.208724	0.159261	0.112523	0.079500	0.057071	0.041749	0.031106	0.02357	0.018133	0.014142	0.011166	0.008914	0.007187	0.005848	0.004798	0.003966	0.918767
	7	4.75	0.098794	0.157674	0.120596	0.085355	0.06038	0.043383	0.031757	0.023672	0.017944	0.013808	0.010772	0.008506	0.006791	0.005476	0.004456	0.003656	0.003023	0.696043
	8	5.25	0.071045	0.113595	0.087036	0.061681	0.043673	0.03140	0.022996	0.017148	0.013002	0.010007	0.007808	0.006166	0.004924	0.003971	0.003231	0.002651	0.002192	0.502526
	9	5.75	0.049501	0.079249	0.060796	0.043125	0.030555	0.021978	0.016102	0.01201	0.009108	0.007011	0.005471	0.004321	0.00345	0.002783	0.002265	0.001858	0.001536	0.351119
	10	6.25	0.033759	0.054094	0.041534	0.02948	0.020897	0.015036	0.011018	0.00822	0.006234	0.0048	0.003745	0.002958	0.002363	0.001906	0.001551	0.001273	0.001052	0.239919
	11	6.75	0.022694	0.036386	0.027954	0.01985	0.014075	0.01013	0.007424	0.005539	0.004201	0.003235	0.002524	0.001994	0.001593	0.001284	0.001045	0.000858	0.000709	0.161497
	12	7.25	0.015114	0.024242	0.018632	0.013234	0.009386	0.006756	0.004952	0.003695	0.002803	0.002158	0.001684	0.00133	0.001063	0.000857	0.000698	0.000572	0.000473	0.107648
	13	7.75	0.010008	0.016057	0.012344	0.008769	0.00622	0.004478	0.003282	0.002449	0.001858	0.001431	0.001117	0.000882	0.000704	0.000568	0.000462	0.000379	0.000314	0.071323
	14	8.25	0.006607	0.010602	0.008151	0.005792	0.004108	0.002958	0.002168	0.001618	0.001227	0.000945	0.000738	0.000583	0.000465	0.000375	0.000306	0.000251	0.000207	0.047101
	15	8.75	0.004356	0.006992	0.005376	0.00382	0.00271	0.001951	0.00143	0.001067	0.00081	0.000624	0.000487	0.000384	0.000307	0.000248	0.000202	0.000165	0.000137	0.031067
<b>Total</b>			1.125843	1.784945	1.356736	0.955972	0.674142	0.4833	0.353216	0.262987	0.199169	0.153167	0.119419	0.094263	0.075236	0.060655	0.049346	0.040481	0.03346	7.822338

**Πίνακας 4.28** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_L^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή (περιθώρια) και για το  $H_s$  και για την  $T_m$ , σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για τα βαθιά ύδατα

		Από κοινού πιθανότητα $P_L^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά																	Total
		$j:$ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125	
	$i:$ 1	1.75	0.006428	0.010069	0.007567	0.005288	0.003708	0.002648	0.001929	0.001433	0.001084	0.000832	0.000648	0.000511	0.000408	0.000329	0.000267	0.000219	0.000181
	2.25	0.014969	0.023494	0.017688	0.012377	0.008686	0.006206	0.004524	0.003362	0.002543	0.001953	0.001522	0.0012	0.000958	0.000772	0.000628	0.000515	0.000425	0.101822
	2.75	0.021143	0.033292	0.025141	0.017631	0.012391	0.008862	0.006466	0.004808	0.003638	0.002795	0.002178	0.001719	0.001371	0.001105	0.000899	0.000737	0.000609	0.144787
	3.25	0.02254	0.035632	0.027008	0.01899	0.013371	0.009576	0.006993	0.005203	0.003939	0.003028	0.00236	0.001863	0.001487	0.001198	0.000975	0.0008	0.000661	0.155623
	3.75	0.020278	0.032179	0.024478	0.017256	0.012173	0.008729	0.00638	0.004751	0.003598	0.002767	0.002158	0.001703	0.001359	0.001096	0.000892	0.000731	0.000605	0.141135
	4.25	0.016388	0.026091	0.019908	0.014065	0.009938	0.007134	0.005219	0.003888	0.002946	0.002267	0.001768	0.001396	0.001114	0.000898	0.000731	0.0006	0.000496	0.114846
	4.75	0.012349	0.019709	0.015075	0.010669	0.007547	0.005423	0.00397	0.002959	0.002243	0.001726	0.001346	0.001063	0.000849	0.000685	0.000557	0.000457	0.000378	0.087005
	5.25	0.008881	0.014199	0.010879	0.00771	0.005459	0.003925	0.002875	0.002143	0.001625	0.001251	0.000976	0.000771	0.000615	0.000496	0.000404	0.000331	0.000274	0.062816
	5.75	0.006188	0.009906	0.0076	0.005391	0.003819	0.002747	0.002013	0.001501	0.001138	0.000876	0.000684	0.00054	0.000431	0.000348	0.000283	0.000232	0.000192	0.04389
	6.25	0.00422	0.006762	0.005192	0.003685	0.002612	0.00188	0.001377	0.001027	0.000779	0.0006	0.000468	0.00037	0.000295	0.000238	0.000194	0.000159	0.000132	0.02999
	6.75	0.002837	0.004548	0.003494	0.002481	0.001759	0.001266	0.000928	0.000692	0.000525	0.000404	0.000316	0.000249	0.000199	0.000161	0.000131	0.000107	8.87E-05	0.020187
	7.25	0.001889	0.00303	0.002329	0.001654	0.001173	0.000844	0.000619	0.000462	0.00035	0.00027	0.000211	0.000166	0.000133	0.000107	8.72E-05	7.15E-05	5.92E-05	0.013456
	7.75	0.001251	0.002007	0.001543	0.001096	0.000778	0.00056	0.00041	0.000306	0.000232	0.000179	0.00014	0.00011	8.81E-05	7.1E-05	5.78E-05	4.74E-05	3.92E-05	0.008915
	8.25	0.000826	0.001325	0.001019	0.000724	0.000514	0.00037	0.000271	0.000202	0.000153	0.000118	9.22E-05	7.28E-05	5.82E-05	4.69E-05	3.82E-05	3.13E-05	2.59E-05	0.005888
	8.75	0.000545	0.000874	0.000672	0.000478	0.000339	0.000244	0.000179	0.000133	0.000101	7.79E-05	6.08E-05	4.81E-05	3.84E-05	3.1E-05	2.52E-05	2.07E-05	1.71E-05	0.003883
<b>Total</b>		0.14073	0.223118	0.169592	0.119496	0.084268	0.060413	0.044152	0.032873	0.024896	0.019146	0.014927	0.011783	0.009404	0.007582	0.006168	0.00506	0.004183	0.977792

**Πίνακας 4.29** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_L^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή (περιθώρια) και για το  $H_s$  και για την  $T_m$ , σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για βάθος  $d=6.75\text{m}$

		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_L^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος $d=6.75\text{m}$ (1/m/s)																Total
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	j: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
i: 1	1.75	0.098678	0.109728	0.058385	0.0324	0.019465	0.012473	0.008398	0.005874	0.004235	0.00313	0.00236	0.001811	0.00141	0.001113	0.000888	0.000716	0.361062
	2.25	0.198712	0.254378	0.144005	0.081583	0.049376	0.031731	0.021387	0.014966	0.010792	0.007975	0.006014	0.004615	0.003594	0.002835	0.002262	0.001823	0.836045
	2.75	0.221685	0.344806	0.219371	0.130416	0.080558	0.052256	0.035384	0.024822	0.017923	0.013255	0.010001	0.007676	0.005979	0.004717	0.003764	0.003034	1.175645
	3.25	0.182284	0.334005	0.245032	0.157324	0.101058	0.066928	0.045852	0.03239	0.023491	0.017423	0.013173	0.010124	0.007894	0.006233	0.004976	0.004013	1.252201
	3.75	0.130425	0.264246	0.219393	0.153806	0.104262	0.071332	0.049867	0.035689	0.026112	0.019485	0.014796	0.011408	0.008916	0.007053	0.005639	0.004552	1.126982
	4.25	0.08816	0.188027	0.169962	0.128672	0.092252	0.065578	0.047051	0.034282	0.025401	0.019128	0.014622	0.011332	0.008891	0.007054	0.005653	0.004572	0.910638
	4.75	0.058322	0.127385	0.121182	0.097042	0.072959	0.053775	0.039624	0.029438	0.022127	0.016842	0.012979	0.010121	0.007979	0.006355	0.005108	0.004141	0.685382
	5.25	0.038286	0.084501	0.082749	0.068769	0.053558	0.040654	0.030657	0.023187	0.017668	0.01359	0.010559	0.008286	0.006565	0.005249	0.004233	0.003441	0.491951
	5.75	0.025063	0.055563	0.055301	0.047047	0.037542	0.029122	0.022361	0.017159	0.013226	0.010266	0.008033	0.00634	0.005046	0.004049	0.003275	0.002668	0.342061
	6.25	0.01639	0.036402	0.036565	0.031565	0.025597	0.020159	0.015683	0.012166	0.009461	0.007396	0.00582	0.004614	0.003686	0.002967	0.002405	0.001964	0.232841
	6.75	0.010714	0.023813	0.024049	0.02095	0.017169	0.013661	0.010725	0.008385	0.006562	0.005157	0.004076	0.003242	0.002597	0.002095	0.001702	0.001392	0.156289
	7.25	0.007005	0.015572	0.015777	0.013823	0.011406	0.009138	0.007219	0.005674	0.004461	0.003518	0.002789	0.002224	0.001785	0.001443	0.001173	0.000961	0.103967
	7.75	0.004582	0.010187	0.010341	0.009094	0.007537	0.006065	0.004812	0.003796	0.002993	0.002367	0.00188	0.001502	0.001207	0.000977	0.000795	0.000651	0.068787
	8.25	0.003001	0.006671	0.00678	0.005976	0.004968	0.00401	0.00319	0.002522	0.001993	0.001579	0.001256	0.001005	0.000808	0.000654	0.000533	0.000437	0.045383
	8.75	0.001968	0.004376	0.004451	0.003929	0.003272	0.002646	0.002109	0.00167	0.001322	0.001048	0.000835	0.000668	0.000538	0.000436	0.000355	0.000291	0.029914
<b>Total</b>		1.085273	1.85966	1.413344	0.982395	0.680978	0.47953	0.344319	0.252021	0.187766	0.142158	0.109193	0.084969	0.066896	0.053228	0.042762	0.034655	7.819148

**Πίνακας 4.30** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_L^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας λογαριθμοκανονική κατανομή (περιθώρια) και για το  $H_s$  και για την  $T_m$ , σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για βάθος  $d=6.75m$

$H_s (m)$ $T_m (s)$		Από κοινού πιθανότητα $P_L^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος $d=6.75m$																Total
		$j:$ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
$i:$ 1	1.75	0.012335	0.013716	0.007298	0.00405	0.002433	0.001559	0.00105	0.000734	0.000529	0.000391	0.000295	0.000226	0.000176	0.000139	0.000111	8.95E-05	0.045133
	2.25	0.024839	0.031797	0.018001	0.010198	0.006172	0.003966	0.002673	0.001871	0.001349	0.000997	0.000752	0.000577	0.000449	0.000354	0.000283	0.000228	0.104506
	2.75	0.027711	0.043101	0.027421	0.016302	0.01007	0.006532	0.004423	0.003103	0.00224	0.001657	0.00125	0.000959	0.000747	0.00059	0.00047	0.000379	0.146956
	3.25	0.022785	0.041751	0.030629	0.019666	0.012632	0.008366	0.005732	0.004049	0.002936	0.002178	0.001647	0.001266	0.000987	0.000779	0.000622	0.000502	0.156525
	3.75	0.016303	0.033031	0.027424	0.019226	0.013033	0.008917	0.006233	0.004461	0.003264	0.002436	0.001849	0.001426	0.001115	0.000882	0.000705	0.000569	0.140873
	4.25	0.011102	0.023503	0.021245	0.016084	0.011532	0.008197	0.005881	0.004285	0.003175	0.002391	0.001828	0.001416	0.001111	0.000882	0.000707	0.000572	0.11383
	4.75	0.00729	0.015923	0.015148	0.01213	0.00912	0.006722	0.004953	0.00368	0.002766	0.002105	0.001622	0.001265	0.000997	0.000794	0.000639	0.000518	0.085673
	5.25	0.004786	0.010563	0.010344	0.008596	0.006695	0.005082	0.003832	0.002898	0.002208	0.001699	0.00132	0.001036	0.000821	0.000656	0.000529	0.00043	0.061494
	5.75	0.003133	0.006945	0.006913	0.005881	0.004693	0.00364	0.002795	0.002145	0.001653	0.001283	0.001004	0.000792	0.000631	0.000506	0.000409	0.000334	0.042758
	6.25	0.002049	0.00455	0.004571	0.003946	0.0032	0.00252	0.00196	0.001521	0.001183	0.000924	0.000728	0.000577	0.000461	0.000371	0.000301	0.000245	0.029105
	6.75	0.001339	0.002977	0.003006	0.002619	0.002146	0.001708	0.001341	0.001048	0.00082	0.000645	0.000509	0.000405	0.000325	0.000262	0.000213	0.000174	0.019536
	7.25	0.000876	0.001947	0.001972	0.001728	0.001426	0.001142	0.000902	0.000709	0.000558	0.00044	0.000349	0.000278	0.000223	0.00018	0.000147	0.00012	0.012996
	7.75	0.000573	0.001273	0.001293	0.001137	0.000942	0.000758	0.000601	0.000474	0.000374	0.000296	0.000235	0.000188	0.000151	0.000122	9.94E-05	8.14E-05	0.008598
	8.25	0.000375	0.000834	0.000848	0.000747	0.000621	0.000501	0.000399	0.000315	0.000249	0.000197	0.000157	0.000126	0.000101	8.18E-05	6.66E-05	5.46E-05	0.005673
	8.75	0.000246	0.000547	0.000556	0.000491	0.000409	0.000331	0.000264	0.000209	0.000165	0.000131	0.000104	8.35E-05	6.72E-05	5.45E-05	4.44E-05	3.64E-05	0.003739
<b>Total</b>		0.135659	0.232457	0.176668	0.122799	0.085122	0.059941	0.04304	0.031503	0.023471	0.01777	0.013649	0.010621	0.008362	0.006654	0.005345	0.004332	0.977393



**Πίνακας 4.31** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_W^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m$  (περιθώρια), σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m)		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά (1/m/s)																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$T_m$ (s)		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	4.125	
$i$ : 1	1.75	0.057789	0.052678	0.044774	0.037233	0.030629	0.025032	0.020366	0.016514	0.013353	0.010771	0.00867	0.006965	0.005585	0.00447	0.003572	0.002849	0.002269	0.343518
	2	0.133357	0.122208	0.104334	0.087077	0.07184	0.05885	0.047971	0.038955	0.031536	0.025463	0.020512	0.016488	0.013227	0.010591	0.008465	0.006755	0.005381	0.803008
	3	0.185389	0.1714	0.147445	0.123829	0.102683	0.084463	0.069076	0.056243	0.04563	0.036906	0.02977	0.023956	0.019234	0.015412	0.012326	0.009839	0.007841	1.141444
	4	0.193889	0.181104	0.157196	0.133016	0.11099	0.091761	0.075357	0.061564	0.050083	0.040596	0.032804	0.026435	0.021249	0.017042	0.013639	0.010894	0.008686	1.226305
	5	0.171211	0.161448	0.141333	0.120469	0.101139	0.084044	0.06931	0.056819	0.046351	0.037657	0.030485	0.024603	0.0198	0.015895	0.01273	0.010175	0.008116	1.111586
	6	0.136189	0.12942	0.1141	0.097858	0.082590	0.068936	0.05706	0.046919	0.038372	0.031238	0.025331	0.02047	0.016492	0.013251	0.01062	0.008493	0.006778	0.904118
	7	0.10136	0.096883	0.085877	0.074006	0.062719	0.052534	0.043613	0.03595	0.029461	0.024024	0.019507	0.015781	0.012726	0.010232	0.008206	0.006565	0.005241	0.684684
	8	0.072229	0.069326	0.061691	0.05335	0.045352	0.03809	0.031689	0.02617	0.021479	0.017537	0.014255	0.011542	0.009314	0.007493	0.006012	0.004811	0.003842	0.49418
	9	0.050002	0.048131	0.042947	0.037232	0.031719	0.026688	0.02224	0.018391	0.015111	0.01235	0.010046	0.008139	0.006571	0.005288	0.004244	0.003398	0.002714	0.345212
	10	0.033949	0.032742	0.029271	0.025419	0.021687	0.018271	0.015243	0.012617	0.010375	0.008484	0.006905	0.005597	0.00452	0.003639	0.002921	0.002339	0.001869	0.235847
	11	0.022753	0.021974	0.019668	0.0171	0.014604	0.012314	0.010281	0.008515	0.007006	0.005732	0.004667	0.003784	0.003057	0.002461	0.001976	0.001582	0.001264	0.158739
	12	0.015123	0.014617	0.013095	0.011393	0.009737	0.008215	0.006863	0.005686	0.00468	0.00383	0.003119	0.002529	0.002044	0.001646	0.001322	0.001058	0.000846	0.105803
	13	0.010001	0.009672	0.008669	0.007546	0.006452	0.005446	0.004551	0.003772	0.003105	0.002542	0.00207	0.001679	0.001357	0.001093	0.000877	0.000703	0.000562	0.070097
	14	0.006596	0.006381	0.005722	0.004983	0.004262	0.003598	0.003007	0.002493	0.002053	0.00168	0.001369	0.00111	0.000897	0.000723	0.00058	0.000465	0.000371	0.04629
	15	0.004347	0.004207	0.003773	0.003286	0.002811	0.002374	0.001984	0.001645	0.001355	0.001109	0.000904	0.000733	0.000592	0.000477	0.000383	0.000307	0.000245	0.030531
<b>Total</b>		1.194183	1.122192	0.979894	0.833797	0.699214	0.580613	0.478612	0.392254	0.31995	0.25992	0.210414	0.169811	0.136664	0.109712	0.087873	0.070234	0.056026	7.701362

**Πίνακας 4.32** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_W^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m$  (περιθώρια), σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για τα βαθιά ύδατα

$H_s$ (m) $T_m$ (s)		Από κοινού πιθανότητα $P_W^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για τα βαθιά																	Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$i$ : 1	1.75	0.007224	0.006585	0.005597	0.004654	0.003829	0.003129	0.002546	0.002064	0.001669	0.001346	0.001084	0.000871	0.000698	0.000559	0.000446	0.000356	0.000284	0.04294
	2.25	0.01667	0.015276	0.013042	0.010885	0.00898	0.007356	0.005996	0.004869	0.003942	0.003183	0.002564	0.002061	0.001653	0.001324	0.001058	0.000844	0.000673	0.100376
	2.75	0.023174	0.021425	0.018431	0.015479	0.012835	0.010558	0.008635	0.00703	0.005704	0.004613	0.003721	0.002994	0.002404	0.001927	0.001541	0.00123	0.00098	0.142681
	3.25	0.024236	0.022638	0.019649	0.016627	0.013874	0.01147	0.00942	0.007696	0.00626	0.005075	0.004101	0.003304	0.002656	0.00213	0.001705	0.001362	0.001086	0.153288
	3.75	0.021401	0.020181	0.017667	0.015059	0.012642	0.010506	0.008664	0.007102	0.005794	0.004707	0.003811	0.003075	0.002475	0.001987	0.001591	0.001272	0.001015	0.138948
	4.25	0.017024	0.016178	0.014262	0.012232	0.010324	0.008617	0.007133	0.005865	0.004796	0.003905	0.003166	0.002559	0.002061	0.001656	0.001328	0.001062	0.000847	0.113015
	4.75	0.01267	0.01211	0.010735	0.009251	0.00784	0.006567	0.005452	0.004494	0.003683	0.003003	0.002438	0.001973	0.001591	0.001279	0.001026	0.000821	0.000655	0.085586
	5.25	0.009029	0.008666	0.007711	0.006669	0.005669	0.004761	0.003961	0.003271	0.002685	0.002192	0.001782	0.001443	0.001164	0.000937	0.000751	0.000601	0.00048	0.061772
	5.75	0.00625	0.006016	0.005368	0.004654	0.003965	0.003336	0.00278	0.002299	0.001889	0.001544	0.001256	0.001017	0.000821	0.000661	0.000531	0.000425	0.000339	0.043152
	6.25	0.004244	0.004093	0.003659	0.003177	0.002711	0.002284	0.001905	0.001577	0.001297	0.001061	0.000863	0.0007	0.000565	0.000455	0.000365	0.000292	0.000234	0.029481
	6.75	0.002844	0.002747	0.002459	0.002137	0.001826	0.001539	0.001285	0.001064	0.000876	0.000716	0.000583	0.000473	0.000382	0.000308	0.000247	0.000198	0.000158	0.019842
	7.25	0.00189	0.001827	0.001637	0.001424	0.001217	0.001027	0.000858	0.000711	0.000585	0.000479	0.00039	0.000316	0.000255	0.000206	0.000165	0.000132	0.000106	0.013225
	7.75	0.00125	0.001209	0.001084	0.000943	0.000807	0.000681	0.000569	0.000471	0.000388	0.000318	0.000259	0.00021	0.00017	0.000137	0.00011	8.79E-05	7.02E-05	0.008762
	8.25	0.000824	0.000798	0.000715	0.000623	0.000533	0.00045	0.000376	0.000312	0.000257	0.00021	0.000171	0.000139	0.000112	9.03E-05	7.25E-05	5.81E-05	4.64E-05	0.005786
	8.75	0.000543	0.000526	0.000472	0.000411	0.000351	0.000297	0.000248	0.000206	0.000169	0.000139	0.000113	9.16E-05	7.4E-05	5.96E-05	4.79E-05	3.84E-05	3.07E-05	0.003816
<b>Total</b>		0.149273	0.140274	0.122487	0.104225	0.087402	0.072577	0.059826	0.049032	0.039994	0.03249	0.026302	0.021226	0.017083	0.013714	0.010984	0.008779	0.007003	0.96267

**Πίνακας 4.33** Μακροχρόνια από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f_W^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m$  (περιθώρια), σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για βάθος  $d=6.75m$

		Από κοινού πυκνότητα πιθανότητας $f_W(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος $d=6.75m$ (1/m/s)																Total
$T_m$ (s)	$H_s$ (m)	$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
		0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
1	1.75	0.075749	0.058684	0.044913	0.034671	0.027046	0.0213	0.016911	0.013516	0.010862	0.008767	0.007101	0.005767	0.004694	0.003827	0.003124	0.002553	0.339483
2	2.25	0.167133	0.13392	0.104841	0.082182	0.064789	0.051406	0.041032	0.032924	0.026535	0.021464	0.017414	0.014161	0.011538	0.009414	0.00769	0.006286	0.792729
3	2.75	0.214977	0.181374	0.147447	0.118765	0.095493	0.076868	0.062016	0.050161	0.040673	0.033054	0.026913	0.021948	0.017922	0.014649	0.011982	0.009807	1.12405
4	3.25	0.204845	0.18199	0.154307	0.128472	0.105983	0.087021	0.071292	0.058355	0.047759	0.039097	0.032018	0.02623	0.021497	0.017622	0.014449	0.011848	1.202785
5	3.75	0.165475	0.15304	0.134569	0.115596	0.097881	0.082105	0.068443	0.056815	0.047029	0.038852	0.032053	0.026417	0.021755	0.017904	0.014726	0.012107	1.084766
6	4.25	0.122233	0.116166	0.104934	0.09242	0.080017	0.068428	0.057987	0.048805	0.040867	0.034085	0.028343	0.023511	0.019466	0.016091	0.013283	0.010952	0.877589
7	4.75	0.08598	0.083137	0.076486	0.06859	0.060401	0.052455	0.045061	0.038379	0.032466	0.027314	0.022879	0.019095	0.01589	0.013191	0.010928	0.009037	0.661288
8	5.25	0.058821	0.05749	0.053527	0.048597	0.043313	0.038044	0.033023	0.028388	0.024211	0.020513	0.017287	0.014503	0.012122	0.010099	0.008392	0.006958	0.475289
9	5.75	0.039577	0.038941	0.036537	0.033444	0.030055	0.02661	0.02327	0.020141	0.017282	0.014722	0.012464	0.010499	0.008805	0.007358	0.006129	0.005092	0.330924
10	6.25	0.026354	0.026039	0.024552	0.022595	0.020418	0.018176	0.015977	0.013895	0.011975	0.01024	0.008699	0.007349	0.006179	0.005175	0.004318	0.003593	0.225536
11	6.75	0.017434	0.017271	0.016337	0.015087	0.013683	0.012225	0.010784	0.00941	0.008134	0.006974	0.005939	0.005028	0.004235	0.003552	0.002968	0.002472	0.151536
12	7.25	0.011487	0.011399	0.010804	0.010001	0.009092	0.008143	0.0072	0.006296	0.005454	0.004685	0.003996	0.003388	0.002857	0.002399	0.002006	0.001672	0.10088
13	7.75	0.007553	0.007503	0.007121	0.006601	0.006011	0.005392	0.004775	0.004182	0.003627	0.00312	0.002664	0.002261	0.001908	0.001603	0.001342	0.001119	0.066781
14	8.25	0.004963	0.004933	0.004686	0.004348	0.003964	0.003559	0.003155	0.002766	0.002401	0.002067	0.001766	0.0015	0.001267	0.001065	0.000892	0.000744	0.044076
15	8.75	0.003262	0.003244	0.003084	0.002863	0.002612	0.002347	0.002082	0.001826	0.001586	0.001366	0.001168	0.000992	0.000838	0.000705	0.00059	0.000493	0.02906
<b>Total</b>		1.205844	1.075132	0.924145	0.784233	0.660758	0.55408	0.463009	0.38586	0.320861	0.266321	0.220704	0.18265	0.150972	0.124653	0.102819	0.084733	7.506771

**Πίνακας 4.34** Μακροχρόνια από κοινού πιθανότητα  $P_W^P(H_s, T_m)$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , θεωρώντας κατανομή Weibull για το  $H_s$  (περιθώρια) και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m$  (περιθώρια), σύμφωνα με το μοντέλο Plackett για βάθος  $d=6.75m$

		Από κοινού πιθανότητα $P_W^P(H_s, T_m)$ του $H_s$ και της $T_m$ για βάθος $d=6.75m$																Total
		$j$ : 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
$H_s$ (m)	$T_m$ (s)	0.125	0.375	0.625	0.875	1.125	1.375	1.625	1.875	2.125	2.375	2.625	2.875	3.125	3.375	3.625	3.875	
i: 1	1.75	0.009469	0.007335	0.005614	0.004334	0.003381	0.002662	0.002114	0.00169	0.001358	0.001096	0.000888	0.000721	0.000587	0.000478	0.00039	0.000319	0.042435
	2.25	0.020892	0.01674	0.013105	0.010273	0.008099	0.006426	0.005129	0.004116	0.003317	0.002683	0.002177	0.00177	0.001442	0.001177	0.000961	0.000786	0.099091
	2.75	0.026872	0.022672	0.018431	0.014846	0.011937	0.009609	0.007752	0.00627	0.005084	0.004132	0.003364	0.002744	0.00224	0.001831	0.001498	0.001226	0.140506
	3.25	0.025606	0.022749	0.019288	0.016059	0.013248	0.010878	0.008911	0.007294	0.00597	0.004887	0.004002	0.003279	0.002687	0.002203	0.001806	0.001481	0.150348
	3.75	0.020684	0.01913	0.016821	0.01445	0.012235	0.010263	0.008555	0.007102	0.005879	0.004857	0.004007	0.003302	0.002719	0.002238	0.001841	0.001513	0.135596
	4.25	0.015279	0.014521	0.013117	0.011552	0.010002	0.008554	0.007248	0.006101	0.005108	0.004261	0.003543	0.002939	0.002433	0.002011	0.00166	0.001369	0.109699
	4.75	0.010747	0.010392	0.009561	0.008574	0.00755	0.006557	0.005633	0.004797	0.004058	0.003414	0.00286	0.002387	0.001986	0.001649	0.001366	0.00113	0.082661
	5.25	0.007353	0.007186	0.006691	0.006075	0.005414	0.004756	0.004128	0.003549	0.003026	0.002564	0.002161	0.001813	0.001515	0.001262	0.001049	0.00087	0.059411
	5.75	0.004947	0.004868	0.004567	0.00418	0.003757	0.003326	0.002909	0.002518	0.00216	0.00184	0.001558	0.001312	0.001101	0.00092	0.000766	0.000636	0.041366
	6.25	0.003294	0.003255	0.003069	0.002824	0.002552	0.002272	0.001997	0.001737	0.001497	0.00128	0.001087	0.000919	0.000772	0.000647	0.00054	0.000449	0.028192
	6.75	0.002179	0.002159	0.002042	0.001886	0.00171	0.001528	0.001348	0.001176	0.001017	0.000872	0.000742	0.000628	0.000529	0.000444	0.000371	0.000309	0.018942
	7.25	0.001436	0.001425	0.001351	0.00125	0.001137	0.001018	0.0009	0.000787	0.000682	0.000586	0.000499	0.000423	0.000357	0.0003	0.000251	0.000209	0.01261
	7.75	0.000944	0.000938	0.00089	0.000825	0.000751	0.000674	0.000597	0.000523	0.000453	0.00039	0.000333	0.000283	0.000239	0.0002	0.000168	0.00014	0.008348
	8.25	0.00062	0.000617	0.000586	0.000544	0.000495	0.000445	0.000394	0.000346	0.0003	0.000258	0.000221	0.000187	0.000158	0.000133	0.000111	9.3E-05	0.005509
	8.75	0.000408	0.000406	0.000385	0.000358	0.000326	0.000293	0.00026	0.000228	0.000198	0.000171	0.000146	0.000124	0.000105	8.81E-05	7.38E-05	6.16E-05	0.003633
<b>Total</b>		0.15073	0.134391	0.115518	0.098029	0.082595	0.06926	0.057876	0.048233	0.040108	0.03329	0.027588	0.022831	0.018872	0.015582	0.012852	0.010592	0.938346

#### 4.4.3 Υπολογισμός σφάλματος του μοντέλου Plackett

Το σφάλμα του μοντέλου Plackett, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.33) είναι για τις δύο περιπτώσεις :

- i.  $D^2 = 0.0106$  για τα βαθιά και  $D^2 = 0.0099$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$ , για την περίπτωση λογαριθμικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$
- ii.  $D^2 = 0.0110$  για τα βαθιά και  $D^2 = 0.0118$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$ , για την περίπτωση κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m$

#### 4.5 Σφάλματα μοντέλων

Συγκεντρωτικά, τα σφάλματα που υπολογίσθηκαν και η παράμετρος συσχέτισης  $\psi$  -όπου υπάρχει- φαίνονται και για το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και για το μοντέλο Plackett στον κάτωθι Πίνακα 4.35 για τα βαθιά και στον Πίνακα 4.36 για το βάθος  $d=6.75\text{m}$ .

**Πίνακας 4.35** Σύγκριση μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  ως προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και μοντέλου Plackett και για τις τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις που μελετήθηκαν συνολικά για τα βαθιά

Σύγκριση μοντέλων : βαθιά ύδατα					
Μοντέλο :	Κατανομή $H_s$ :	Κατανομή $T_m$ :		Παράμετρος συσχέτισης $\psi$ :	Σφάλμα $D^2$ :
	Marginal	Conditional	Marginal		
Δεσμευμένης πιθανότητας της $T_m$ ως προς το $H_s$	Lognormal	Lognormal	-	-	0.0029
	Weibull	Lognormal	-	-	0.0027
Plackett	Lognormal	-	Lognormal	1.030	0.0106
	Weibull	-	Lognormal	1.110	0.0110

**Πίνακας 4.36** Σύγκριση μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  ως προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και μοντέλου Plackett και για τις τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις που μελετήθηκαν συνολικά για βάθος  $d=6.75m$

Σύγκριση μοντέλων : βάθος $d=6.75m$					
Μοντέλο :	Κατανομή $H_s$ :	Κατανομή $T_m$ :		Παράμετρος συσχέτισης $\psi$ :	Σφάλμα $D^2$ :
	Marginal	Conditional	Marginal		
Δεσμευμένης πιθανότητας της $T_m$ ως προς το $H_s$	Lognormal	Lognormal	-	-	0.0045
	Weibull	Lognormal	-	-	0.0047
Plackett	Lognormal	-	Lognormal	1.8130	0.0099
	Weibull	-	Lognormal	1.5560	0.0118

## 5. Αποτελέσματα για την περιοχή της Μυκόνου και σχολιασμός

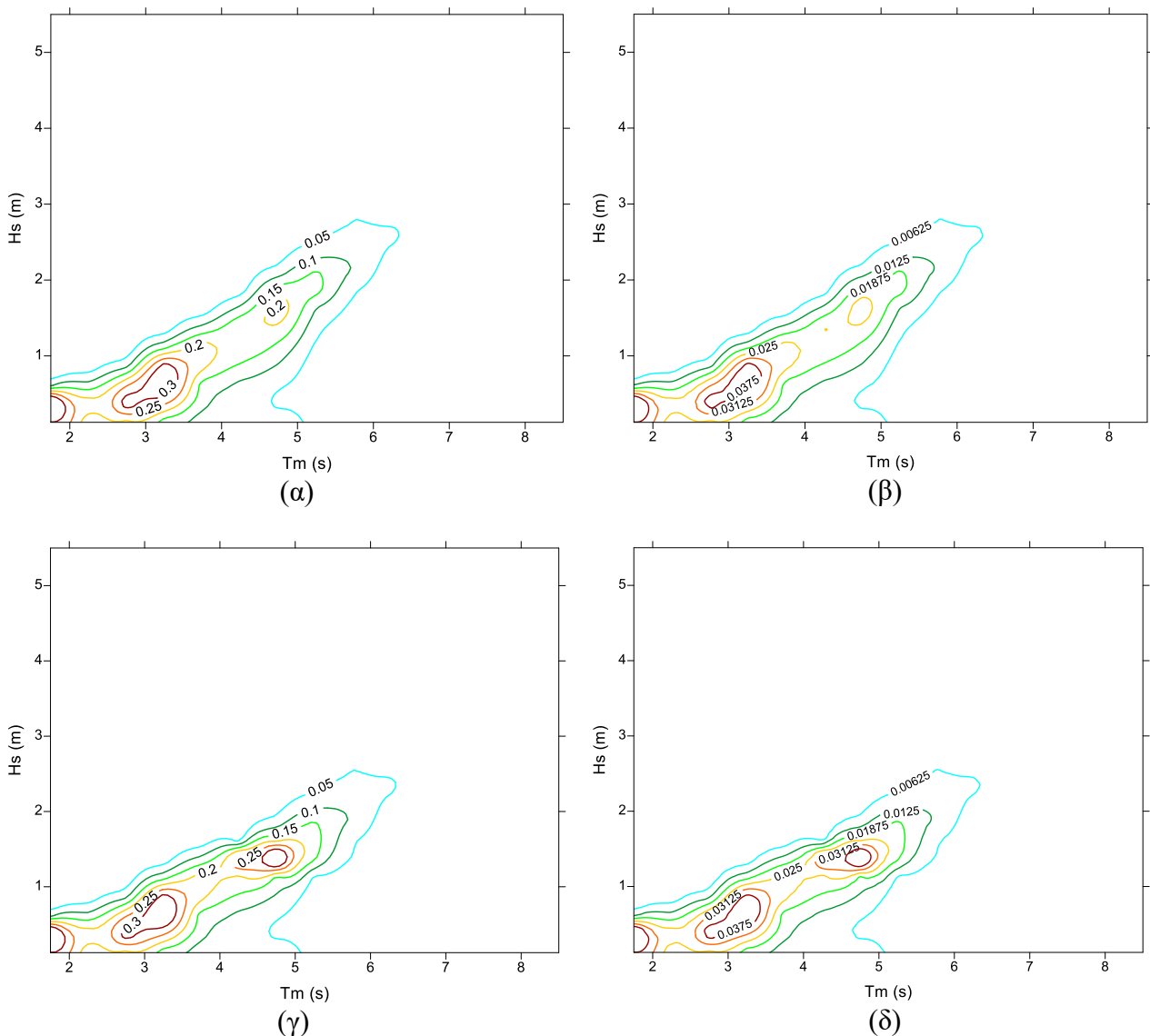
Στο παρόν Κεφάλαιο παρατίθενται σε μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και του μοντέλου Plackett (Κεφάλαιο 4) για την περιοχή της Μυκόνου, με δεδομένα που ελήφθησαν υπό μορφή Πίνακα από κοινού συχνοτήτων εμφάνισης χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και περιόδου αιχμής  $T_p$  και επεξεργάστηκαν κατάλληλα. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι κατανομές από κοινού πυκνότητας πιθανότητας και από κοινού πιθανότητας μεταξύ του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας πιθανότητας και ίσης πιθανότητας (contours), αντίστοιχα. Για την καλύτερη αναπαράσταση των διαγραμμάτων χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Surfer. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 5.1 έως 5.5 για τις τέσσερις περιπτώσεις, που ανακεφαλαιώνοντας είναι:

- α. Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m | H_s$
- β. Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με προσαρμογή κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m | H_s$
- γ. Μοντέλο Plackett με προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής και για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και για τη μέση περίοδο  $T_m$
- δ. Μοντέλο Plackett με προσαρμογή κατανομής Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής κατανομής για τη μέση περίοδο  $T_m$

Συνοπτικά, παρατίθενται τα διαγράμματα καμπυλών ίσης πυκνότητας και ίσης πιθανότητας που αφορούν τα δεδομένα στα βαθιά νερά καθώς και στο βάθος σχεδιασμού των  $d=6.75m$ , πριν και μετά την εφαρμογή των δύο μοντέλων.

## 5.1 Αποτελέσματα για τα βαθιά ύδατα και για βάθος υδάτων $d=6.75m$ χωρίς την εφαρμογή μοντέλου

Αρχικά, παρατίθεται στο Σχήμα 5.1 (α),(β) η κατανομή από κοινού πυκνότητας πιθανότητας και από κοινού πιθανότητας των  $(H_s, T_m)$  σύμφωνα με τα τα πρωτογενή δεδομένα σταθερού εύρους κλάσεων για τα βαθιά ύδατα (βάσει των στοιχείων των Πινάκων 4.3, 4.4). Ακολουθεί στο Σχήμα 5.1 (γ),(δ) η κατανομή από κοινού πυκνότητας πιθανότητας και από κοινού πιθανότητας των ίδιων μεγεθών, όπως αυτή προέκυψε για το βάθος των  $d=6.75m$ , που είναι η σχηματική απεικόνιση των Πινάκων 4.8, 4.9. Υπενθυμίζεται ότι τα αποτελέσματα για το βάθος των  $d=6.75m$  έχουν προκύψει εφαρμόζοντας τη διαδικασία της ρήχωσης στα προαναφερθέντα δεδομένα των βαθιών υδάτων.



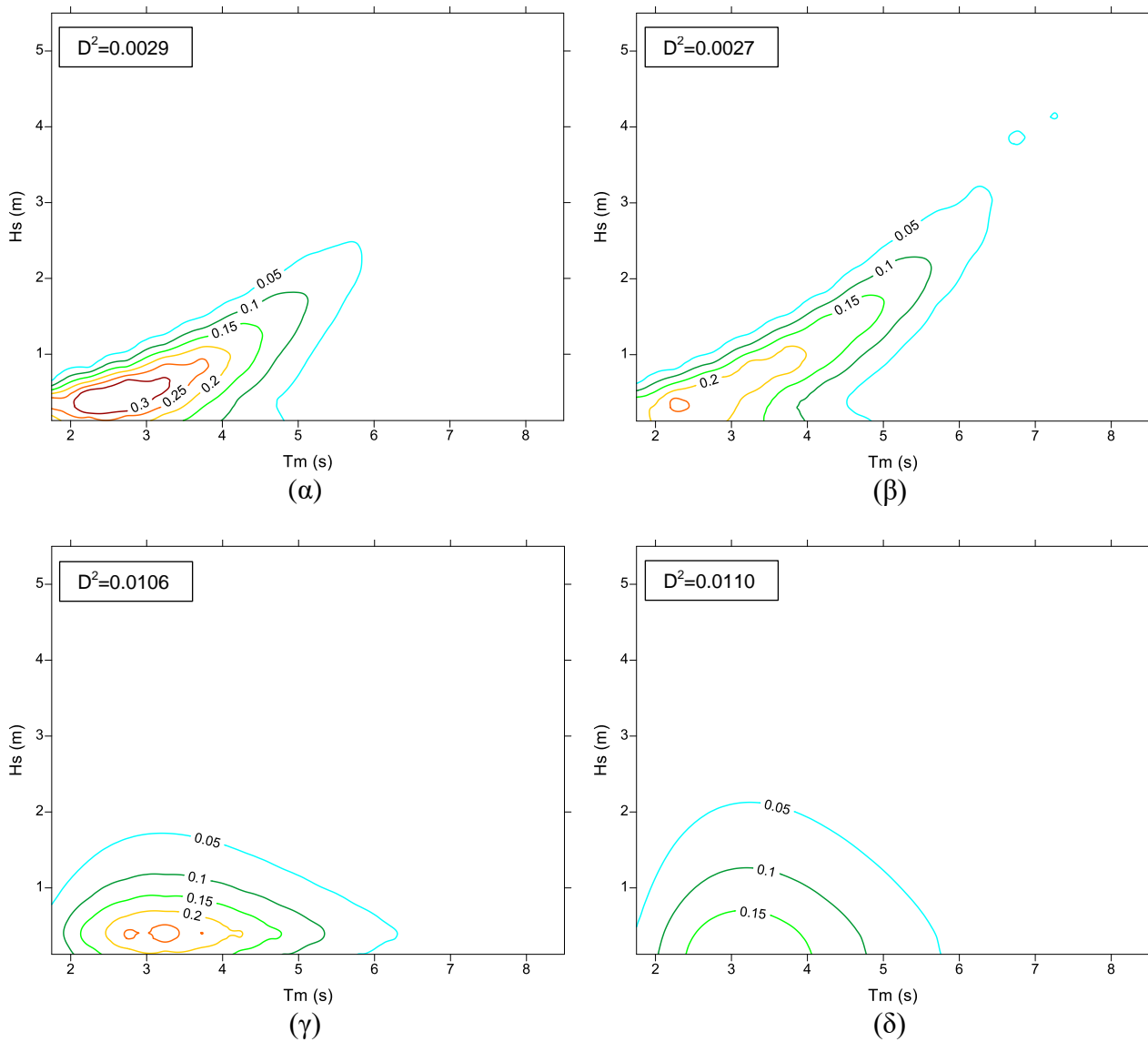
**Σχήμα 5.1** Από κοινού κατανομές των  $(H_s, T_m)$  χωρίς την εφαρμογή μοντέλου: (α) για τα βαθιά με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας ( $1/m/s$ ), (β) για τα βαθιά με τη μορφή καμπυλών ίσης πιθανότητας, (γ) για βάθος  $d=6.75m$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας ( $1/m/s$ ), (δ) για βάθος  $d=6.75m$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πιθανότητας



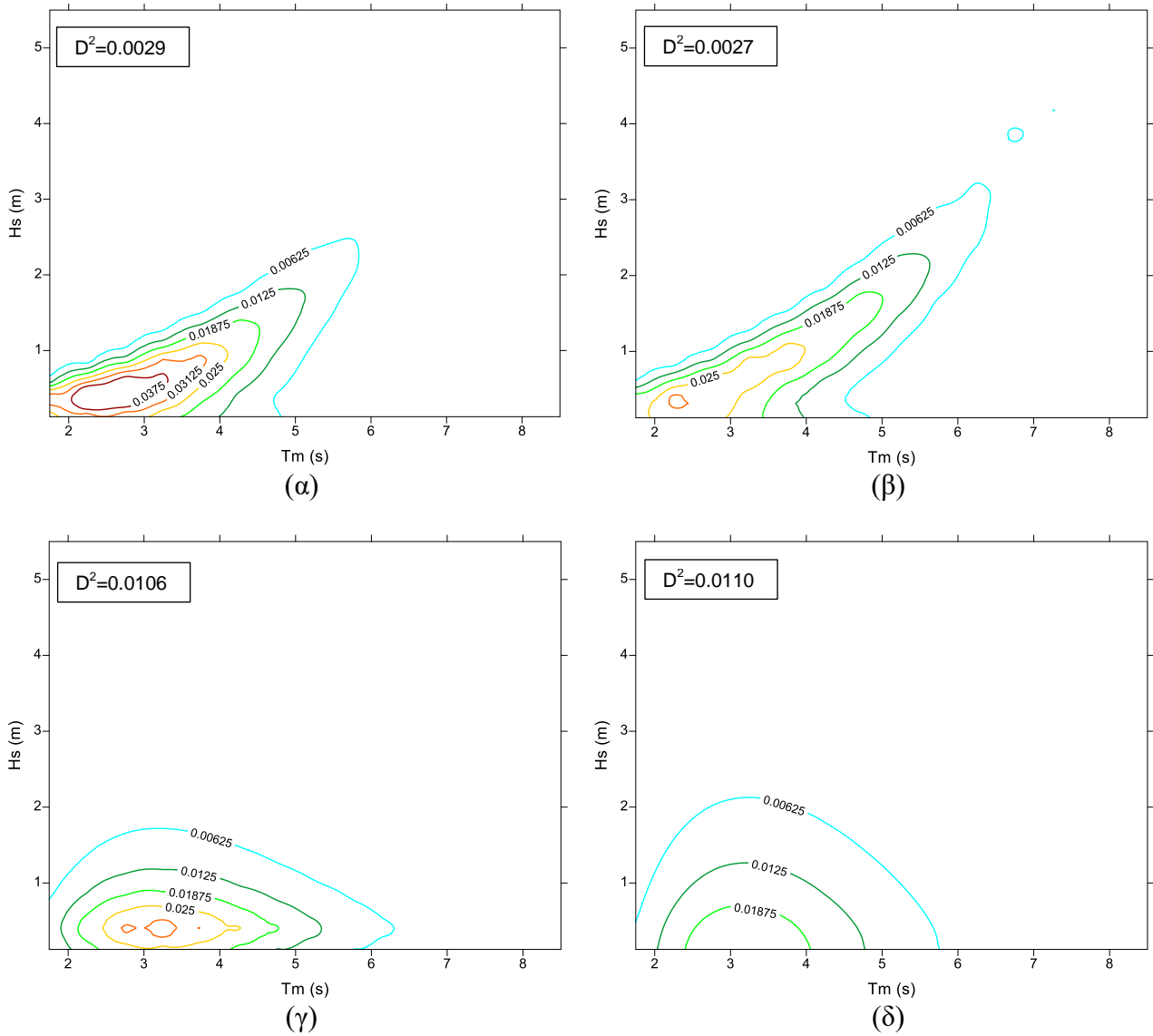
Όπως φαίνεται από το Σχήμα 5.1 υπάρχουν διαφορές στις κατανομές της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας και της από κοινού πιθανότητας των  $(H_s, T_m)$  μεταξύ των βαθιών νερών και του βάθους  $d=6.75m$ . Αναλυτικότερα, οι καμπύλες μετατοπίζονται (προς τα κάτω εν γένει) καθώς ο κυματισμός προχωρά από τα βαθιά ύδατα προς την ακτή και το βάθος του νερού ελαττώνεται. Η μετατόπιση αυτή οφείλεται στις τιμές του συντελεστή ρήγωσης  $K_s$  του Πίνακα 4.5. Παρατηρούμε επίσης, ότι για μικρά ύψη κύματος ( $H_s < 1.2m$  περίπου) οι καμπύλες είναι σχεδόν ίδιες για τα βαθιά (Σχήμα 5.1(α), (β)) και για  $d=6.75m$  (Σχήμα 5.1(γ), (δ)). Αυτό είναι λογικό, αφού στον Πίνακα 4.6 για ύψη κύματος μικρότερα του 1.2m δεν ‘μετατοπίστηκε’ καμία από κοινού συχνότητα εμφάνισης σε άλλη κλάση, κατά τη διάδοση του κυματισμού από τα βαθιά ύδατα στο εν λόγω βάθος  $d=6.75m$ .

## **5.2 Αποτελέσματα μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και μοντέλου Plackett για τα βαθιά ύδατα**

Τα αποτελέσματα του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας και του μοντέλου Plackett για την περίπτωση της Μυκόνου φαίνονται στο παρακάτω Σχήμα 5.2 για την από κοινού πυκνότητα πιθανότητας των  $(H_s, T_m)$  για τα βαθιά ύδατα και για τις τέσσερις περιπτώσεις που διερευνήθηκαν στην παρούσα εργασία. Αναγράφεται επίσης και το σφάλμα που αντιστοιχεί στην κάθε περίπτωση, το οποίο αποτελεί μια ποσοτικοποίηση της απόκλισης του μοντέλου από τα αρχικά δεδομένα (Σχήμα 5.1(α)). Ακολουθούν στο Σχήμα 5.3 τα αντίστοιχα αποτελέσματα εκφρασμένα σε από κοινού πιθανότητα των  $(H_s, T_m)$  τα οποία μπορούν να συγκριθούν με το (Σχήμα 5.1(β)). Τέλος, ακολουθεί ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων.



**Σχήμα 5.2** Από κοινού κατανομές των  $(H_s, T_m)$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας πιθανότητας ( $1/m/s$ ) για τα βαθιά ύδατα: (α) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m|H_s$ , (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , (γ) Μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m$ , (δ) Μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m$



**Σχήμα 5.3** Από κοινού κατανομές των  $(H_s, T_m)$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πιθανότητας για τα βαθιά ύδατα: (α) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m|H_s$ , (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , (γ) Μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m$ , (δ) Μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m$

Παρατηρώντας τα Σχήματα 5.2 και 5.1 (α), ή εναλλακτικά τα Σχήματα 5.3 και 5.1 (β), είναι εμφανές ότι στα βαθιά ύδατα, υπάρχουν αρκετές διαφορές μεταξύ των μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett και των αρχικών δεδομένων, για την υπό μελέτη περιοχή της Μυκόνου. Εν αρχή, οι διαφορές αυτές εντοπίζονται οπτικά, από τη μορφή των καμπυλών ίσης πυκνότητας (ή ίσης πιθανότητας), αλλά επαληθεύονται και από την τιμή της Ευκλείδειας απόστασης  $D^2$  του σφάλματος. Πιο αναλυτικά, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής για τα  $H_s$  και  $T_m|H_s$  (Σχήμα 5.2(α) και 5.3(α)) και για την περίπτωση κατανομής Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής για την  $T_m|H_s$  (Σχήμα 5.1 (β) και 5.3(β)) δίνει σχεδόν το ίδιο σφάλμα:

0.0029 και 0.0027, αντίστοιχα. Το μοντέλο Plackett για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής για τα  $H_s$  και  $T_m|H_s$  (Σχήμα 5.2 (γ) και 5.3(γ)) και για την περίπτωση κατανομής Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής για την  $T_m|H_s$  (Σχήμα 5.2 (δ) και 5.3(δ)) έχει μεγαλύτερο σφάλμα: 0.0106 και 0.0110, αντίστοιχα. Με άλλα λόγια, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας έχει σφάλμα μιας τάξης μικρότερο από ότι το μοντέλο Plackett. Αυτό συμβαίνει διότι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας όσον αφορά τη μέση περίοδο κύματος προσαρμόζει κατανομές στις από κοινού συχνότητες εμφάνισης - και όχι στις περιθώριες - αξιοποιώντας έτσι όλη τη διαθέσιμη πληροφορία που εμπεριέχεται στα δεδομένα (Σχήμα 5.1 (α), (β)), σε αντίθεση με το μοντέλο Plackett που προσαρμόζει κατανομή στις περιθώριες μόνο τιμές της.

Επιπλέον, γενικά, το μοντέλο Plackett υποεκτιμά το μέγιστο ύψος κύματος που αντιστοιχεί σε μία ορισμένη τιμή της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας  $f$  (ή πιθανότητας  $P$ ) του ζεύγους ( $H_s$ ,  $T_m$ ) σε σχέση με το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας, το οποίο δίνει τιμές μέγιστου  $H_s$  πιο κοντά στις πραγματικές. Ενδεικτικά, για πυκνότητα πιθανότητας  $f = 0.05/m/s$  ( $P = 0.00625$ ) το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας δίνει μέγιστο ύψος κύματος  $H_s \approx 2.4m \div 3.2m$  (Σχήματα 5.2 (α), (β) και 5.3 (α), (β)) ενώ το μοντέλο Plackett  $H_s \approx 1.7m \div 2.1m$  (Σχήματα 5.2 (γ), (δ) και 5.3 (γ), (δ)). Δηλαδή, η μεταξύ τους απόκλιση είναι της τάξης των  $0.9m \div 1.0m$ . Η αντίστοιχη τιμή των δεδομένων από το Σχήμα 1 (α), (β) είναι  $H_s \approx 2.8m$ , πλησιέστερη στο εύρος τιμών του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας. Αποκλίσεις υπάρχουν και για  $f = 0.1/m/s$  ( $P = 0.125$ ),  $f = 0.15/m/s$  ( $P = 0.1875$ ) κλπ, απλά είναι λίγο μικρότερες. Τελικά, η μέθοδος Plackett για μεγαλύτερες τιμές της πυκνότητας πιθανότητας από  $f = 0.05/m/s$  υποεκτιμά σημαντικά το μέγιστο ύψος κύματος.

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω συγκεντρωτικά, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας εκτιμάται ως πιο αντιπροσωπευτικό σε σχέση με το μοντέλο Plackett για την υπό μελέτη περιοχή της Μυκόνου, διότι έχει μικρότερο σφάλμα, εκτιμά με περισσότερη ασφάλεια την τιμή του μέγιστου ύψους κύματος που αντιστοιχεί σε ορισμένη πιθανότητα να συμβεί και τέλος, οπτικά η μορφή των θεωρητικών καμπυλών μοιάζει πολύ με αυτή των δεδομένων.

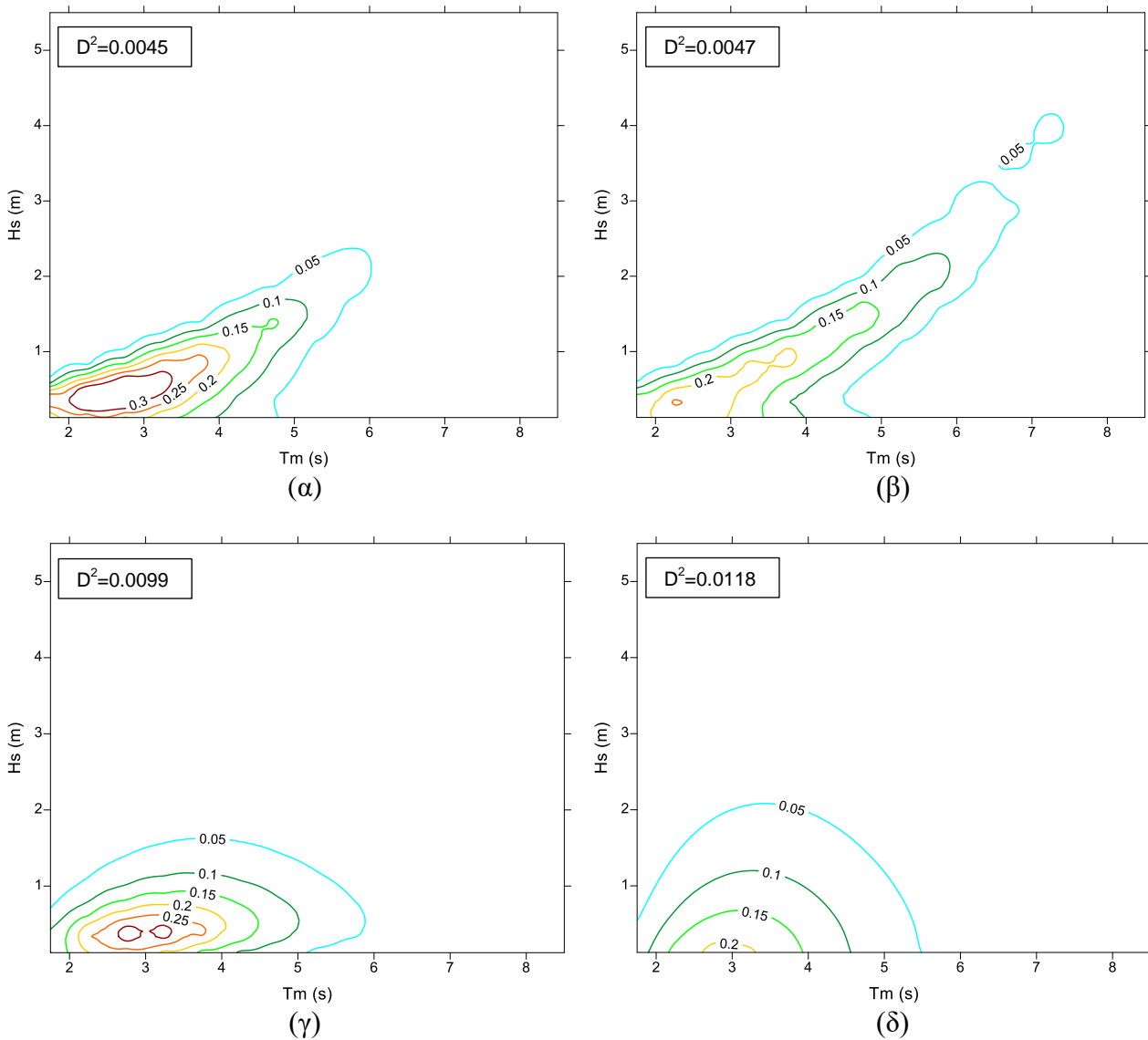
Ειδικότερα, για το είδος της κατανομής που προσαρμόζεται στις περιθώριες συχνότητες του  $H_s$  (lognormal και Weibull), σημειώνονται τα ακόλουθα. Αρχικά, στα Σχήματα 5.2 (β), (δ) και 5.3 (β), (δ) που απεικονίζεται η κατανομή Weibull, βλέπουμε ότι οι καμπύλες ίσης πυκνότητας είναι 'ανοικτές' από κάτω, σε αντίθεση με τα Σχήματα 5.2 (α), (γ) και 5.3 (α), (γ) που είναι ή τείνουν να γίνουν 'κλειστές'. Αυτό ισχύει και για τα δύο μοντέλα. Επίσης, για ύψη κύματος μικρότερα του  $H_s = 1.0m$  περίπου, η κατανομή Weibull (Σχήματα 5.2 (β), (δ) και 5.3 (β), (δ)) φαίνεται να υποεκτιμά την από κοινού πυκνότητα πιθανότητας και την από κοινού πιθανότητα του ζεύγους ( $H_s$ ,  $T_m$ ), ενώ για ύψη κύματος μεγαλύτερα της τιμής αυτής την υπερεκτιμά σε σχέση με τη λογαριθμοκανονική κατανομή (Σχήματα 5.2 (α), (γ) και 5.3 (α), (γ)) και για τα δύο μοντέλα. Αιτία είναι ότι η κατανομή Weibull είναι μια κατανομή ακραίων τιμών και θεωρείται περισσότερο αντιπροσωπευτική για μεγάλες τιμές του ύψους κύματος σε σχέση με τη λογαριθμοκανονική που συνιστάται για ανάλυση μέσων τιμών.

Συνεπώς, η κατανομή Weibull είναι από τη μεριά της ασφάλειας σε σχέση με τη λογαριθμοκανονική. Αυτό διότι για μεγάλα και σπάνια (μικρής πιθανότητας να συμβούν) ύψη κύματος, που είναι εκείνα που μας ενδιαφέρουν στο σχεδιασμό, παρέχει αποτελέσματα που πλησιάζουν τα δεδομένα.

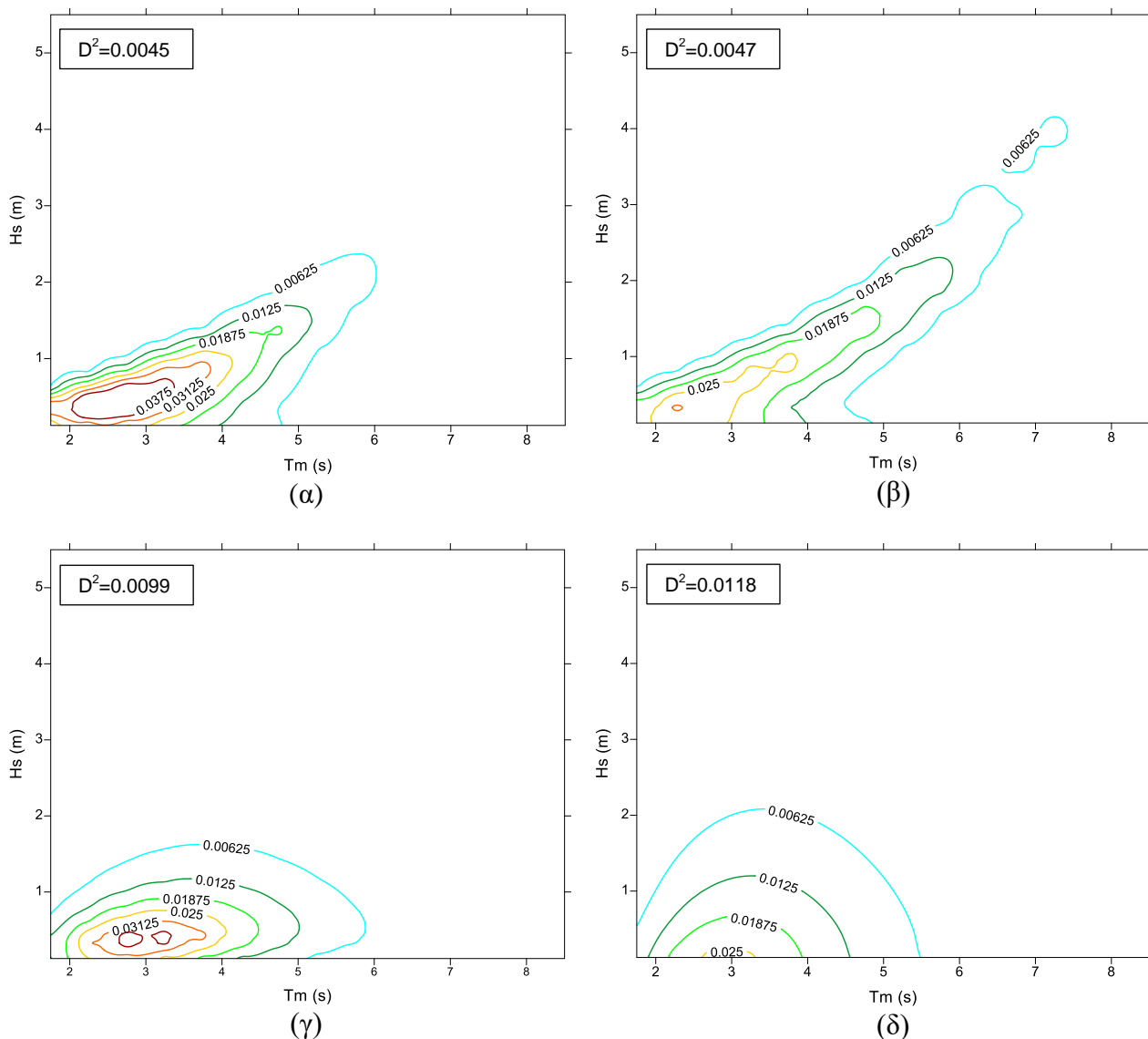
Συνολικά, από όλα τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι το κατά πόσο η θεωρητική αναπαράσταση της από κοινού κατανομής ( $H_s, T_m$ ) αντιπροσωπεύει τα δεδομένα (measured data), εξαρτάται πρώτον από την επιλογή του μοντέλου (δεσμευμένης πιθανότητας ή Plackett) και έπειτα από την επιλογή της περιθώριας κατανομής του  $H_s$  (λογαριθμοκανονική ή Weibull). Για τα βαθιά ύδατα και για την περιοχή της Μυκόνου το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m$  εκτιμάται ως το πιο αντιπροσωπευτικό.

### 5.3 Αποτελέσματα μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας (conditional model) και μοντέλου Plackett για βάθος υδάτων $d=6.75\text{m}$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας και του μοντέλου Plackett για την περίπτωση της Μυκόνου φαίνονται στα παρακάτω Σχήματα 5.4 και 5.5 για την από κοινού πυκνότητα πιθανότητας και την από κοινού πιθανότητα του ζεύγους  $(H_s, T_m)$ , αντίστοιχα, για τις τέσσερις περιπτώσεις που διερευνήθηκαν στην παρούσα εργασία για ύδατα βάθους  $d=6.75\text{m}$ , μαζί με το αντίστοιχο σφάλμα τους.



**Σχήμα 5.4** Από κοινού κατανομές των  $(H_s, T_m)$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας πιθανότητας ( $1/\text{m/s}$ ) για βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$ : (α) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m|H_s$ , (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , (γ) Μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m$ , (δ) Μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m$



**Σχήμα 5.5** Από κοινού κατανομές των  $(H_s, T_m)$  με τη μορφή καμπυλών ίσης πιθανότητας για βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$ : (α) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m|H_s$ , (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , (γ) Μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m$ , (δ) Μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m$

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων για το βάθος  $d=6.75\text{m}$  δε διαφέρει σχεδόν καθόλου από την περίπτωση των βαθιών νερών που σχολιάστηκε ανωτέρω, στην παράγραφο §5.2. Παρατίθενται και εδώ συνοπτικά οι σχετικές παρατηρήσεις.

Από τα Σχήματα 5.4 και 5.5 παρατηρούμε ότι, όπως και στα βαθιά νερά, παρουσιάζονται διαφορές στο σφάλμα  $D^2$  μεταξύ των δύο μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής κατανομής για τα  $H_s$  και  $T_m|H_s$  (Σχήματα 5.4 (α), 5.5 (α)) και για την περίπτωση κατανομής Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής για την  $T_m|H_s$  (Σχήματα 5.4 (β), 5.5 (β)) δίνει σχεδόν το ίδιο σφάλμα: 0.0045 και 0.0047 αντίστοιχα. Το μοντέλο Plackett για την περίπτωση λογαριθμοκανονικής

κατανομής για τα  $H_s$  και  $T_m|H_s$  (Σχήματα 5.4 (γ), 5.5 (γ)) και για την περίπτωση κατανομής Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονικής για την  $T_m|H_s$  (Σχήματα 5.4 (δ), 5.5 (δ)) έχει λίγο μεγαλύτερο σφάλμα: 0.0099 και 0.0118 αντίστοιχα. Το γεγονός ότι το σφάλμα του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας είναι της τάξης του 4.5% ενώ του μοντέλου Plackett είναι της τάξης του 1%, οφείλεται στο ότι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας προσαρμόζει κατανομές στις από κοινού συχνότητες εμφάνισης της μέσης περιόδου κύματος και όχι στις περιθώριες τιμές της και περιλαμβάνει μεγαλύτερο μέρος της πληροφορίας των δεδομένων.

Από τη σύγκριση των δύο μοντέλων με τα δεδομένα του  $d=6.75\text{m}$  (calculated from measured data), η μέθοδος Plackett για όλες τις τιμές των καμπυλών πυκνότητας πιθανότητας υποεκτιμά το μέγιστο ύψος κύματος, σε κάποιες πιθανότητες  $P$  παραπάνω από 1.0m. Η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας αντίθετα δίνει αποτελέσματα αρκετά κοντά στα αρχικά δεδομένα (Σχήμα 5.1 (γ), (δ)).

Σημαντικές διαφοροποιήσεις στα προκύπτοντα αποτελέσματα υπάρχουν και λόγω του είδους της κατανομής που προσαρμόζεται στις περιθώριες συχνότητες του  $H_s$  (lognormal και Weibull), απολύτως όμοια με τα βαθιά. Αρχικά, στα Σχήματα 5.4 (β), (δ) και 5.5. (β), (δ) που απεικονίζεται η κατανομή Weibull βλέπουμε ότι οι καμπύλες ίσης πυκνότητας είναι ‘ανοικτές’ από κάτω, σε αντίθεση με τα Σχήματα 5.4 (α), (γ) και 5.5 (α), (γ) που είναι ή τείνουν να γίνουν ‘κλειστές’. Αιτία είναι ότι η κατανομή Weibull είναι μια κατανομή ακραίων τιμών. Επίσης, για ύψη κύματος μικρότερα του  $H_s \approx 1.70\text{m}$ , η κατανομή Weibull φαίνεται να υποεκτιμά την από κοινού πυκνότητα πιθανότητα του ζεύγους ( $H_s, T_m$ ) σε σχέση με τα δεδομένα, ενώ για ύψη κύματος μεγαλύτερα της τιμής αυτής την υπερεκτιμά και συνεπώς είναι υπέρ της ασφαλείας. Αντίθετα, η λογαριθμοκανονική κατανομή (Σχήματα 5.4 (α), (γ) και 5.5 (α), (γ)) είναι πιο ακριβής για  $H_s < 1.70\text{m}$ . Όλα τα ανωτέρω οφείλονται στο γεγονός ότι η κατανομή Weibull είναι κατανομή ακραίων τιμών, όπως προαναφέρθηκε και άρα είναι περισσότερο αντιπροσωπευτική για μεγάλες τιμές του ύψους κύματος σε σχέση με τη λογαριθμοκανονική που συνίσταται για ανάλυση μέσων τιμών.

Τελικά, πιο αντιπροσωπευτική για τον σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων θεωρείται η περίπτωση του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας για κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική της  $T_m|H_s$ . Έχει ελάχιστο μεγαλύτερο σφάλμα, της τάξης του  $2 \times 10^{-3}$ , σε σχέση με το ίδιο μοντέλο για λογαριθμοκανονική κατανομή του  $H_s$ , αλλά τα αποτελέσματα που παρέχει είναι πολύ πιο κοντά στα δεδομένα του βάθους  $d=6.75\text{m}$ , κάτι που διακρίνεται και οπτικά. Επίσης, έχει και το πλεονέκτημα ότι ως κατανομή ακραίων τιμών δίνει αποτελέσματα υπέρ της ασφαλείας για τις σπάνιες μεγάλες τιμές του  $H_s$  που έχουν μικρή πυκνότητα πιθανότητας και μικρή πιθανότητα εμφάνισης, αλλά που θέλουμε να τις λάβουμε υπόψη στον σχεδιασμό.

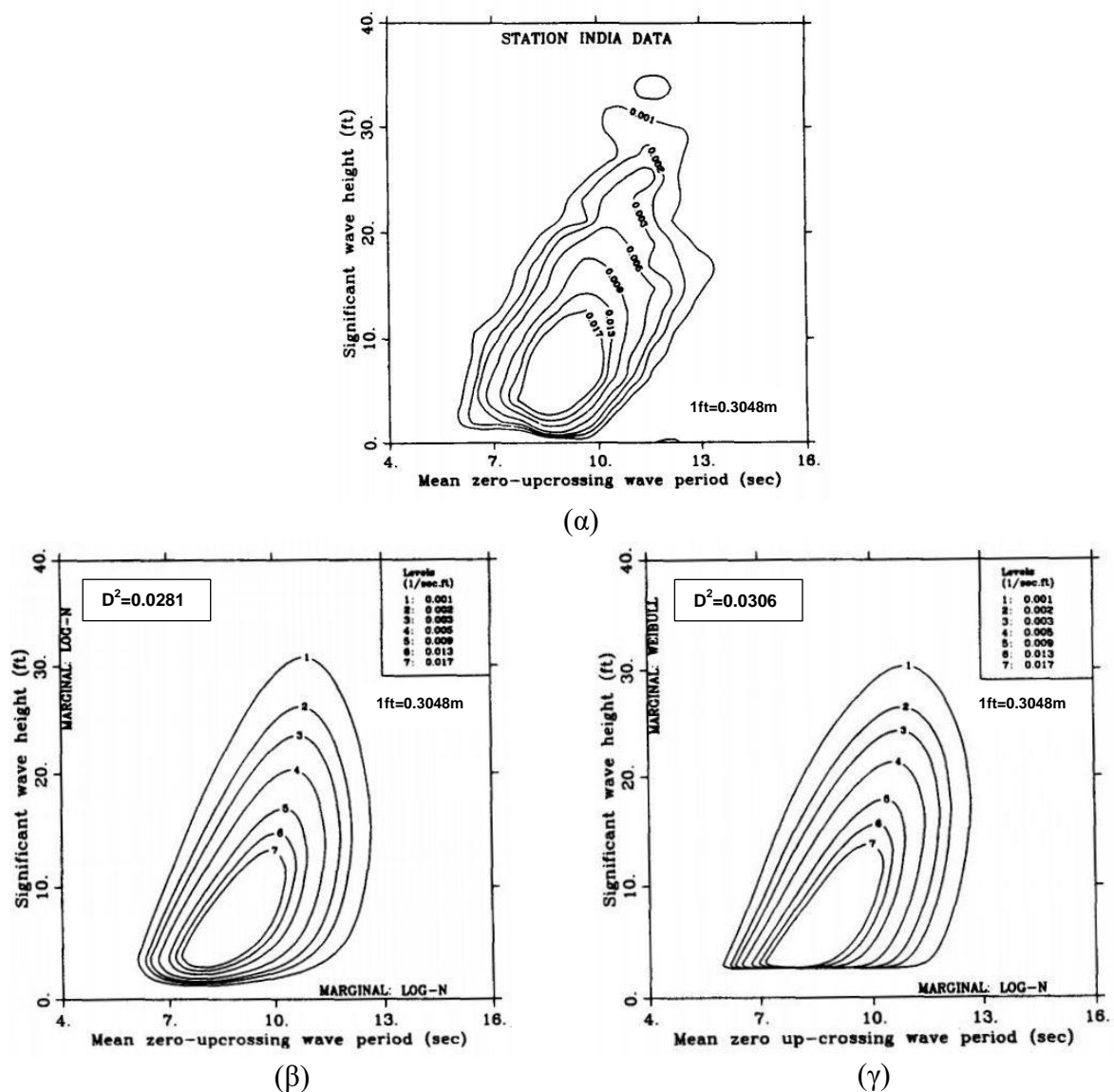
#### 5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για την περιοχή της Μυκόνου με άλλες έρευνες

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει μια σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας για την περιοχή της Μυκόνου με παλαιότερες έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί με χρήση των ίδιων θεωρητικών μοντέλων δύο μεταβλητών (δεσμευμένης

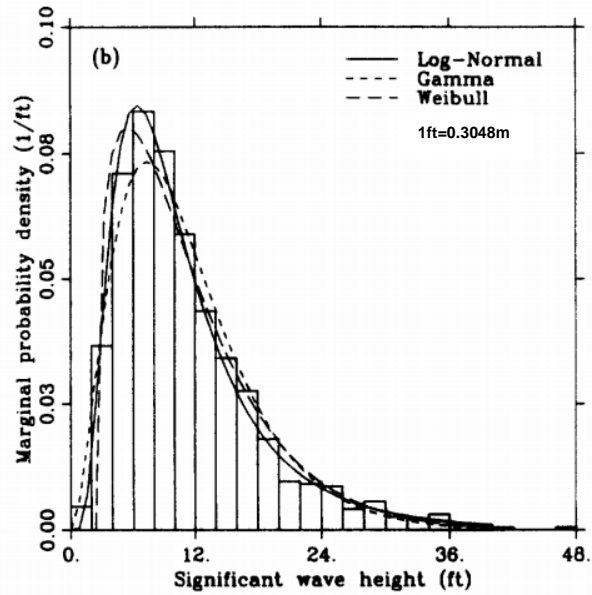


πιθανότητας και Plackett), αλλά και ίδιων κατανομών μίας μεταβλητής (λογαριθμοκανονική και Weibull) για άλλες περιοχές: του Βόρειου Ατλαντικού Ωκεανού (India), της Νορβηγίας (Tromsøflaket) και της Βορειοδυτικής Αυστραλίας.

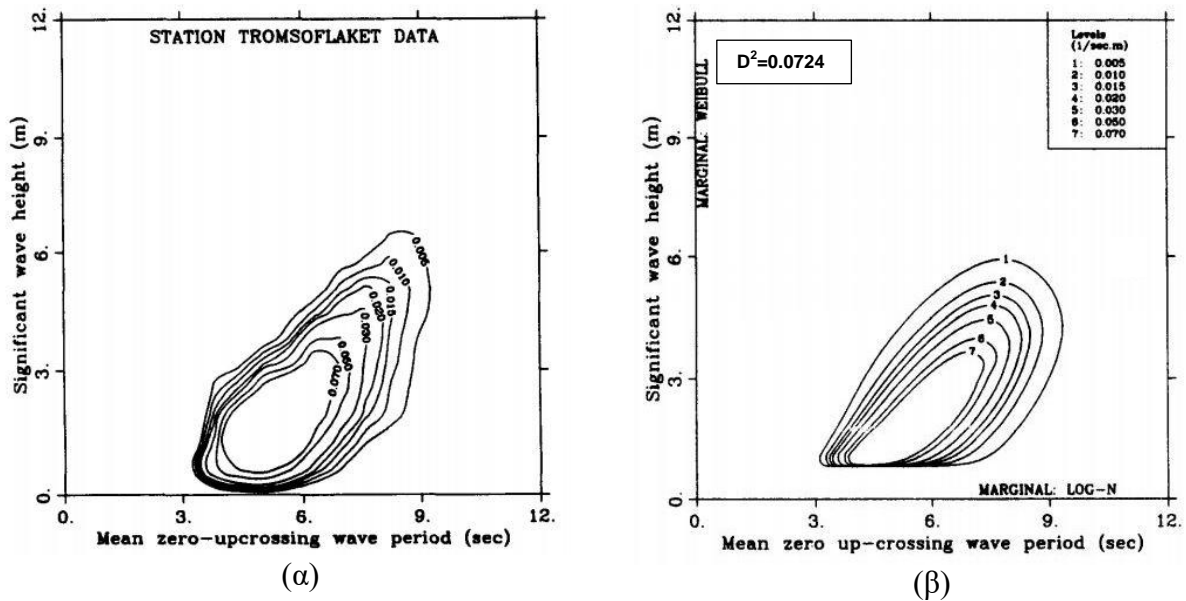
Σύμφωνα με τους Athanassoulis et al. (1994) εφαρμόστηκε η μέθοδος Plackett για το σταθμό μετρήσεων India (59°N, 19°W) στο Βόρειο Ατλαντικό Ωκεανό με δεδομένα 2,400 παρατηρήσεων (ο αντίστοιχος Πίνακας δεδομένων παρατίθεται στο Παράρτημα). Στα Σχήματα 5.6 και 5.7 φαίνονται τα σχετικά αποτελέσματα. Άλλη μία εφαρμογή της ίδιας μεθόδου έγινε για το Tromsøflaket (71°30'N, 19°E) της Νορβηγίας (σύμφωνα με τους Athanassoulis et al., 1994) βασισμένη σε 15,605 μετρήσεις (ο Πίνακας δεδομένων παρατίθεται στο Παράρτημα). Τα προκύπτοντα αποτελέσματα απεικονίζονται στα Σχήματα 5.8 και 5.9.



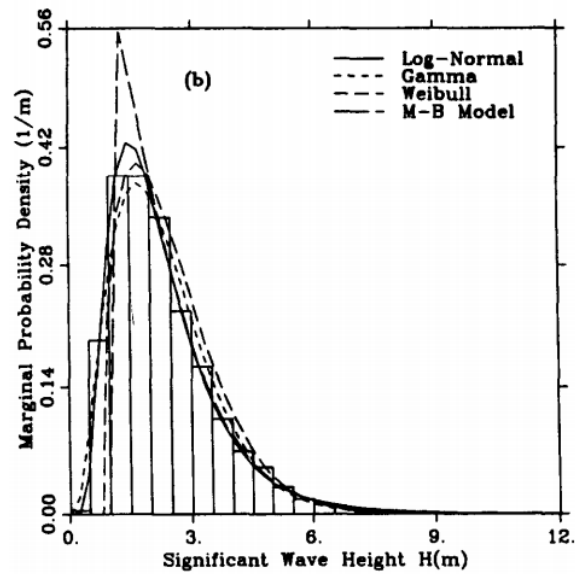
**Σχήμα 5.6** Από κοινού κατανομές πυκνότητας πιθανότητας ( $1/ft/s$ ) των ( $H_s$ ,  $T_m$ ) για το σταθμό India: (α) Δεδομένων από παρατηρήσεις, (β) Μεθόδου Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή των  $H_s$ ,  $T_m$ , (γ) Μεθόδου Plackett με κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική της  $T_m$  (Πηγή: Athanassoulis et al., 1994)



**Σχήμα 5.7** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_S$  για το σταθμό India (Πηγή: Athanassoulis et al., 1994)

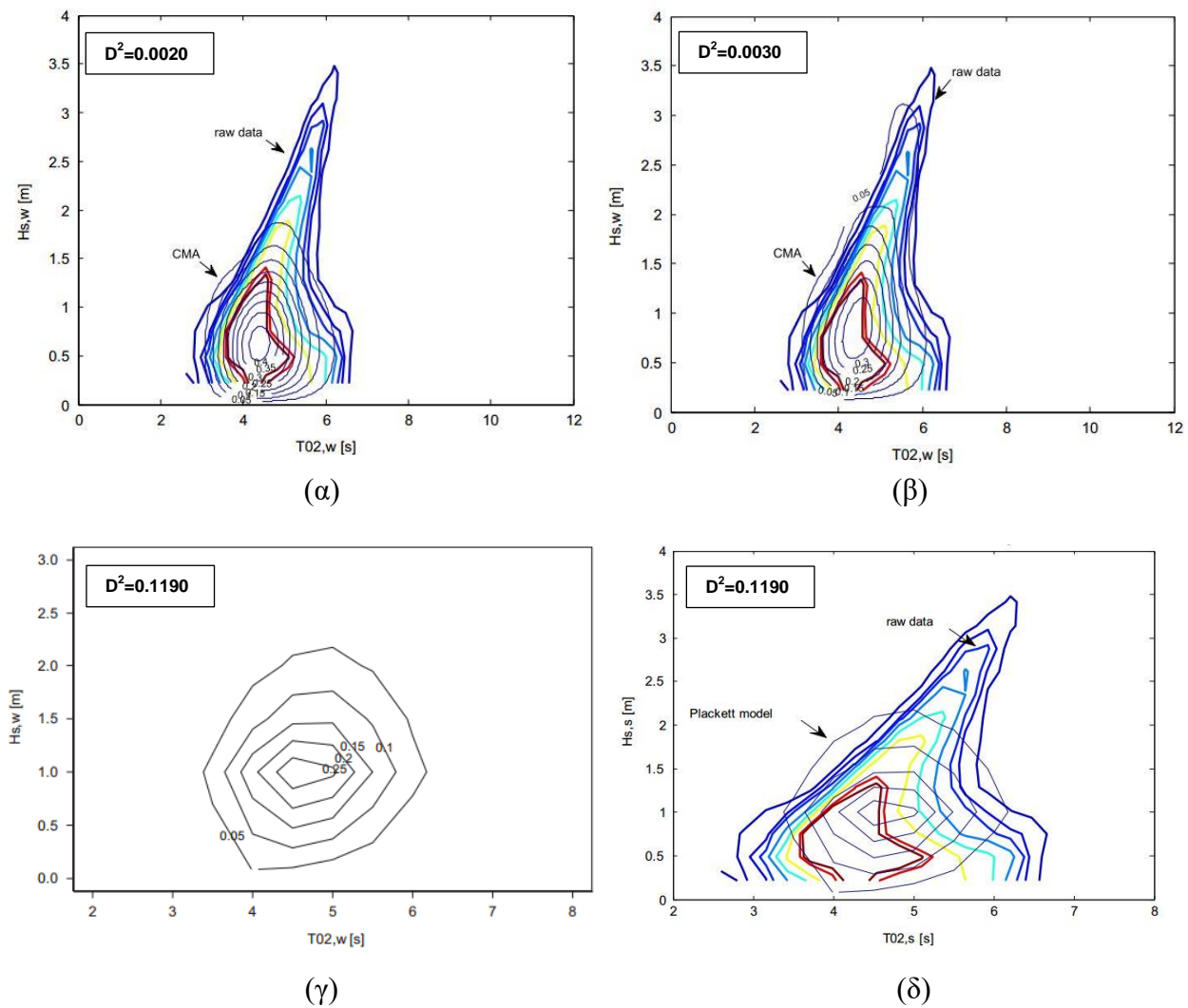


**Σχήμα 5.8** Από κοινού κατανομές πυκνότητας πιθανότητας ( $1/m^2$ ) των ( $H_S$ ,  $T_m$ ) για το σταθμό του Tromsøflaket της Νορβηγίας : (α) Δεδομένων από παρατηρήσεις, (β) Μεθόδου Plackett με κατανομή Weibull του  $H_S$  και λογαριθμοκανονική της  $T_m$  (Πηγή: Athanassoulis et al., 1994)

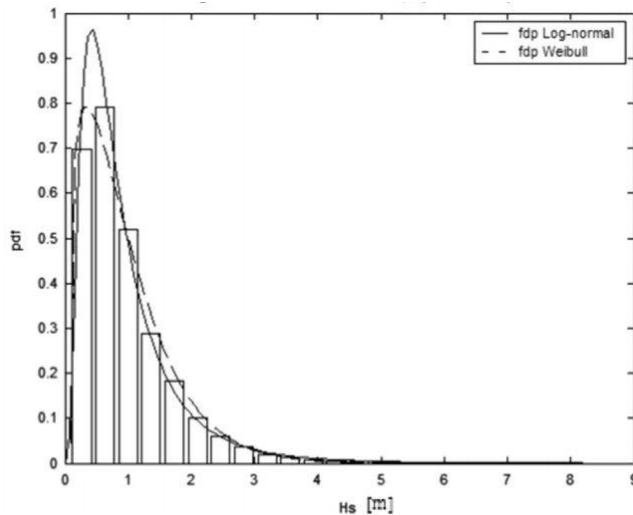


**Σχήμα 5.9** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  για το σταθμό Tromsøflaket (Πηγή: Athanassoulis et al., 1994)

Ακολούθως, μία πιο πρόσφατη εφαρμογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας και του μοντέλου Plackett έχει πραγματοποιηθεί από τους Lucas and Guedes Soares (2015) για θαλάσσια περιοχή στη βορειοδυτική Αυστραλία ( $-13.89^{\circ}\text{S}$ ,  $123.30^{\circ}\text{E}$ ). Η εφαρμογή αυτή βασίστηκε σε 83,811 παρατηρήσεις 12 ετών (1994 έως 2005) που παρατίθενται στο Παράρτημα για λόγους πληρότητας. Τα σχετικά αποτελέσματα φαίνονται στα Σχήματα 5.10 και 5.11.



**Σχήμα 5.10** Από κοινού κατανομές πυκνότητας πιθανότητας ( $1/m/s$ ) των  $(H_s, T_m)$  για σταθμό της Αυστραλίας: (α) Μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s, T_m|H_s$  συγκριτικά με τα δεδομένα (raw data), (β) Μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$  συγκριτικά με τα δεδομένα (raw data), (γ) Μεθόδου Plackett με κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική της  $T_m$ , (δ) Μεθόδου Plackett με κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική της  $T_m$  συγκριτικά με τα δεδομένα (raw data) (Πηγή: Lucas and Guedes Soares, 2015)



**Σχήμα 5.11** Προσαρμογή λογαριθμοκανονικής κατανομής και κατανομής Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  για σταθμό της Αυστραλίας (Πηγή: Lucas and Guedes Soares, 2015)

Στον παρακάτω Πίνακα φαίνονται όλα τα σφάλματα των εφαρμογών που έγιναν στο παρελθόν από τους Athanassoulis et al. (1994) και Lucas and Guedes Soares (2015) συγκεντρωτικά, καθώς επίσης και η τιμή της παραμέτρου συσχέτισης για την περίπτωση του μοντέλου Plackett.

**Πίνακας 5.1** Συγκεντρωτικός Πίνακας σφαλμάτων από την εφαρμογή των μοντέλων δύο μεταβλητών για την αποτύπωση της από κοινού κατανομής των  $(H_s, T_m)$  σε διάφορες θαλάσσιες περιοχές (Πηγή: Athanassoulis et al., 1994, Lucas and Guedes Soares, 2015)

Σταθμός:	Μοντέλο :	Κατανομή $H_s$ :	Κατανομή $T_m$ :	Παράμετρος συσχέτισης $\psi$ :	Σφάλμα $D^2$ :
India	Plackett	Lognormal	Lognormal	6.3672	0.0281
		Weibull	Lognormal	6.5625	0.0306
Tromsøflaket	Plackett	Lognormal	Lognormal	10.9380	0.0590
		Weibull	Lognormal	11.7190	0.0724
Αυστραλία	Δεσμευμένης πιθανότητας της $T_m$ ως προς το $H_s$	Lognormal	Lognormal	-	0.0020
		Weibull	Lognormal	-	0.0030
Αυστραλία	Plackett	Lognormal	Lognormal	2.0000	0.0710
		Weibull	Lognormal	2.0000	0.1190

Τα αποτελέσματα στα οποία έχουν καταλήξει οι Athanassoulis et al. (1994) και Lucas and Guedes Soares (2015) είναι τα ακόλουθα. Αρχικά, σύμφωνα με τους Athanassoulis et al. (1994) για τη περίπτωση του σταθμού India όπου μελετήθηκε μόνο η μέθοδος Plackett, η κατανομή Lognormal για το  $H_s$  και η κατανομή Weibull παρέχουν εξίσου ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για τη περίπτωση του σταθμού Tromsøflaket, επίσης όσον αφορά μόνο τη μέθοδο Plackett, η κατανομή Lognormal για το  $H_s$  θεωρείται καταλληλότερη. Σύμφωνα με τους Lucas and Guedes Soares (2015), για το σταθμό της Αυστραλίας όπου ερευνήθηκαν και τα δύο μοντέλα, για το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα παρείχε η κατανομή Lognormal για το  $H_s$ , ομοίως και για το μοντέλο Plackett. Τέλος, όπως αναφέρουν, μεταξύ των δύο διαφορετικών μοντέλων, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας θεωρείται καταλληλότερο και πιο ακριβές καθώς έχει μικρότερο σφάλμα από το μοντέλο Plackett. Τα ανωτέρω συμπεράσματα των ερευνητών διακρίνονται παρατηρώντας το παραπάνω Πίνακα 5.1, στον οποίο φαίνονται συγκριτικά όλα τα σφάλματα.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας (§4.5, §5.1, §5.2, §5.3) με τις προαναφερθείσες έρευνες παρατηρούμε αρκετές ομοιότητες μεταξύ τους. Αρχικά, όσον αφορά την προσαρμογή των κατανομών Lognormal και Weibull στο ιστόγραμμα περιθώριων συχνοτήτων εμφάνισης του ύψους κύματος  $H_s$  (Σχήματα 5.7, 5.9, 5.11), παρατηρείται όπως και στην περίπτωση της Μυκόνου, ότι η λογαριθμοκανονική κατανομή εν γένει δίνει μια ικανοποιητική συνολική προσαρμογή στα δεδομένα. Προσαρμόζεται ικανοποιητικά στα δεδομένα για τις μέσες τιμές του  $H_s$  αλλά έχει αποκλίσεις από αυτά για μεγάλες τιμές του  $H_s$ . Αντίθετα, η κατανομή Weibull φαίνεται να προσαρμόζεται καλύτερα στις μεγάλες τιμές ύψους κύματος (upper tail), γεγονός που οφείλεται στο ότι η ίδια είναι κατανομή ακραίων τιμών.

Επιπλέον, για τη μέθοδο Plackett, παρατηρούμε από τα διαγράμματα ίσης πυκνότητας (Σχήματα 5.6, 5.8, 5.10) ότι τείνει να κάνει πιο ομαλές και πιο συμμετρικές τις καμπύλες ίσης πυκνότητας (contours), σε σχέση με τα αρχικά δεδομένα των μετρήσεων, όπως συμβαίνει και στην περίπτωση της Μυκόνου. Αυτό το γεγονός αποδίδεται στο ότι η μέθοδος αξιοποιεί τις περιθώριες μόνο κατανομές των  $H_s$  και  $T_m$ . Πιο αναλυτικά, στις δύο πρώτες περιπτώσεις των σταθμών India και Tromsøflaket, που τα αρχικά δεδομένα έχουν ομαλή και κατανομή και σχετικά κοντά στην ‘ελλειπτική’ μορφή, η Plackett οπτικά φαίνεται να είναι αρκετά αντιπροσωπευτική με σφάλμα της τάξης του 2÷7%. Επίσης, δεν φαίνεται εν γένει να υποεκτιμά τις τιμές του ύψους κύματος, συγκριτικά με τα δεδομένα. Στην τρίτη περίπτωση του σταθμού της Αυστραλίας, που τα αρχικά δεδομένα είναι περισσότερο ακανόνιστα η μέθοδος Plackett δίνει λίγο μεγαλύτερο σφάλμα (7-12%).

Εν συνεχεία, εστιάζοντας στην περίπτωση της Αυστραλίας, όπου εφαρμόζονται και τα δύο μοντέλα δύο μεταβλητών που μελετώνται στην παρούσα εργασία, είναι εμφανές ότι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας παρέχει καλύτερη αναπαράσταση των αρχικών δεδομένων από το μοντέλο Plackett (Σχήμα 5.10), όπως συμβαίνει και στην περίπτωση της Μυκόνου. Αυτό διακρίνεται και από την οπτική παρατήρηση των καμπυλών ίσης πυκνότητας αλλά και από τα αντίστοιχα σφάλματα του Πίνακα 5.1 (το μοντέλο Plackett έχει σφάλμα μιας τάξης μεγέθους μεγαλύτερο από το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας).

Όσον αφορά συνολικά τα προκύπτοντα σφάλματα (Πίνακες 4.35, 4.36, 5.1), η περιοχή μελέτης της Μυκόνου δίνει ικανοποιητικό σφάλμα συγκριτικά και με τις υπόλοιπες τοποθεσίες των σταθμών: India, Tromsøflaket και Αυστραλίας για όλα τα μοντέλα. Για το μοντέλο Plackett το σφάλμα για την περιοχή της Μυκόνου είναι αρκετά μικρότερο από το αντίστοιχο των άλλων περιοχών, ενώ για το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας είναι ελαχιστα μεγαλύτερο. Πιο αναλυτικά, για τη Μύκονο η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας έχει σφάλμα  $3\div 4.5\%$  και η μέθοδος Plackett κατα μέσο όρο  $1\%$ . Για όλες τις υπόλοιπες θαλάσσιες περιοχές η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας έχει σφάλμα  $2\div 3\%$  και η μέθοδος Plackett  $3\div 12\%$ . Συνολικά, επομένως, τα σφάλματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθοδολογίας για την περιοχή της Μυκόνου θεωρούνται ικανοποιητικά.

Συμπερασματικά, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας, αλλά και με αυτά παλαιότερων εφαρμογών, η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας εκτιμάται ως περισσότερο αντιπροσωπευτική σε σχέση με τη μέθοδο Plackett. Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τους Athanassoulis et al. (1994) και Lucas and Guedes Soares (2015), η λογαριθμοκανονική περιθώρια κατανομή του  $H_s$  θεωρείται ότι προσαρμόζεται καλύτερα σε σχέση με τη κατανομή Weibull του  $H_s$  και για τα δύο μοντέλα, διότι δίνει μικρότερο σφάλμα. Για την μεν περίπτωση της μεθόδου Plackett για τους σταθμούς India, Tromsøflaket και Αυστραλίας η κατανομή Weibull του  $H_s$  έχει σφάλμα περίπου  $1\div 5\%$  μεγαλύτερο από της λογαριθμοκανονικής, ενώ για τη Μύκονο  $0.4\div 2\%$ . Για την δε περίπτωση του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας για το σταθμό της Αυστραλίας η κατανομή Weibull έχει σφάλμα περίπου  $1\%$  μεγαλύτερο από της λογαριθμοκανονικής, ενώ για τη Μύκονο η αντίστοιχη διαφορά είναι  $(-0.2)\div 0.2\%$ . Συγκεκριμένα, για τα βαθιά ύδατα της Μυκόνου, η Weibull προσαρμόζεται και ελάχιστα καλύτερα από τη λογαριθμοκανονική.

Συνεπώς, βλέπουμε εν γένει να υπάρχει συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας και των παλαιότερων ερευνών. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει ταύτιση αυτών, αρχικά, στο ότι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας εκτιμάται ως περισσότερο αντιπροσωπευτικό σε σχέση με τη μέθοδο Plackett. Εν συνεχεία, όσον αφορά το μοντέλο αυτό, επιβεβαιώνεται από τις παλαιότερες έρευνες ότι η διαφορά ως προς το σφάλμα που δίνουν οι δύο περιθώριες κατανομές του  $H_s$  είναι μικρή. Επιβεβαιώνεται επίσης, από τα Σχήματα 5.7, 5.9, 5.11 ότι η κατανομή Weibull είναι αντιπροσωπευτικότερη για μεγάλες τιμές του του  $H_s$ , ενώ η λογαριθμοκανονική για μέσες τιμές του. Επομένως, όλα τα παραπάνω καθιστούν δικαιολογημένη την επιλογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , ως την πιο αντιπροσωπευτική για το σχεδιασμό για την θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου. Έχει σχεδόν το ίδιο σφάλμα με το αντίστοιχο μοντέλο για λογαριθμοκανονική κατανομή του  $H_s$  (για τα βαθιά:  $D_{\text{weibull}}^2 = 0.0027$ ,  $D_{\text{lognormal}}^2 = 0.0029$ , για  $d=6.75\text{m}$ :  $D_{\text{weibull}}^2 = 0.0047$ ,  $D_{\text{lognormal}}^2 = 0.0045$ ) και παράλληλα προσαρμόζεται καλύτερα στις μεγάλες (ακραίες) τιμές του, που είναι και αυτές που επιθυμούμε να λάβουμε υπόψη για την εκτίμηση των μεγεθών σχεδιασμού ενός έργου.





## 6. Περίοδος επαναφοράς

Η γνώση της περιόδου επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  συμβάλλει σημαντικά στον πιθανοτικό σχεδιασμό παράκτιων και λιμενικών έργων. Χρήσιμη πληροφορία αποτελεί η περίοδος επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου  $T_m$ , μεμονωμένα και ανεξάρτητα, καθώς και η από κοινού περίοδος επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$ . Στο παρόν Κεφάλαιο, λοιπόν, θα μελετηθούν οι εξής τρεις περιπτώσεις για την περιοχή της Μυκόνου:

- i. Περίοδος επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$
- ii. Περίοδος επαναφοράς της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$
- iii. Από κοινού περίοδος επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$

Τα αποτελέσματα για τις τρεις αυτές περιπτώσεις παρουσιάζονται στα Σχήματα 6.1 έως 6.3 και αναφέρονται στο βάθος των  $d=6.75\text{m}$ , αφού στο ίδιο βάθος μελετώνται και τα μεγέθη σχεδιασμού:  $H_s$  και  $T_m$ .

Αναλυτικότερα, για μία προκαθορισμένη-επιθυμητή τιμή της περιόδου επαναφοράς  $T$ , μεγαλύτερη της διάρκειας ζωής  $L$  του έργου, ερευνώνται οι προκύπτουσες τιμές για τα μεγέθη  $H_s, T_m$  είτε μεμονωμένα είτε ως ζεύγος. Αλλά και αντιστρόφως: για ορισμένη τιμή του  $H_s$  και της  $T_m$  εξετάζεται η σχέση μεταξύ των μεμονωμένων περιόδων επαναφοράς και της από κοινού περιόδου επαναφοράς.

Να σημειωθεί ότι για την εκτίμηση της περιόδου επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , μεμονωμένα, και της από κοινού περιόδου επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$ , σημαντικό ρόλο παίζει η προσαρμογή των μακροπρόθεσμων θεωρητικών κατανομών (lognormal και Weibull) στα δύο αυτά μεγέθη σχεδιασμού. Τα δεδομένα των μετρήσεων της από κοινού συχνότητας εμφάνισης των ζευγών  $(H_s, T_m)$  αφορούν μία χρονική περίοδο που, ενδεχομένως, είναι αρκετά μικρότερη της επιθυμητής περιόδου επαναφοράς των  $H_s, T_m$ . Για παράδειγμα, στην περίπτωση της Μυκόνου τα δεδομένα είναι παρατηρήσεις μίας επταετίας. Όμως, για το σχεδιασμό επιθυμούμε περίοδο επαναφοράς της τάξης των  $T=20, 50$  ή  $100$  ετών, που είναι αρκετά μεγαλύτερη της χρονικής διάρκειας των μετρήσεων. Έτσι, γνωρίζοντας τη μακροχρόνια

θεωρητική κατανομή που ακολουθούν τα  $H_s$ ,  $T_m$  έχουμε τη δυνατότητα να ‘επεκτείνουμε’ το φαινόμενο αυτό, όπως περιγράφεται στις επόμενες παραγράφους.

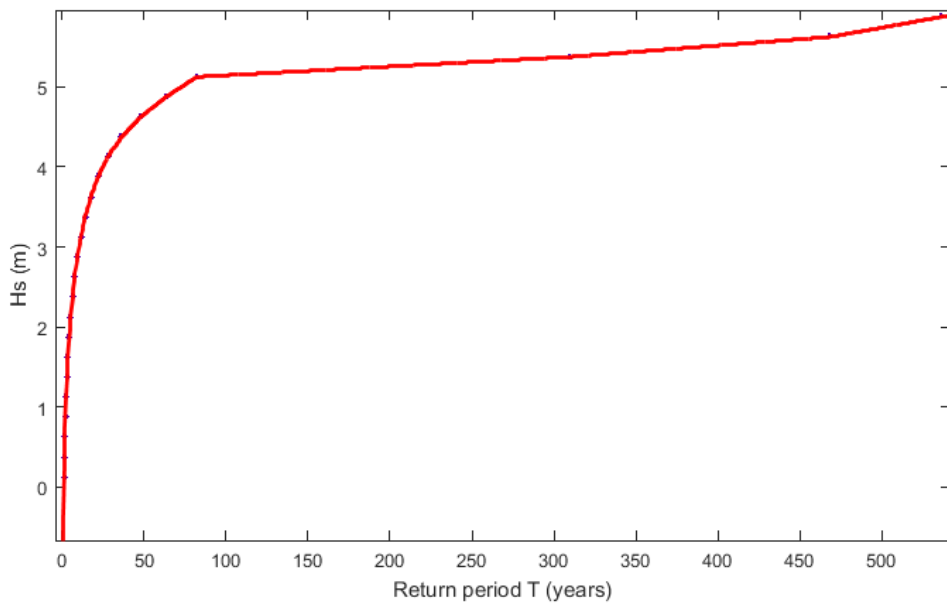
Υπενθυμίζεται, συνοπτικά, ότι στο προηγούμενο Κεφάλαιο, ερευνήθηκαν τέσσερα σενάρια ((α) μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s$ ,  $T_m|H_s$ , (β) μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , (γ) μοντέλο Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για τα  $H_s$ ,  $T_m$ , (δ) μοντέλο Plackett με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m$ ) τα αποτελέσματα των οποίων παρουσίαζαν αρκετές διαφορές. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων και την αξιολόγηση των σφαλμάτων, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή για την  $T_m|H_s$  εκτιμήθηκε ως το πιο αντιπροσωπευτικό για το εν λόγω βάθος  $d=6.75\text{m}$ . Συνεπώς, στο παρόν Κεφάλαιο μελετάται η περίοδος επαναφοράς  $T$  μόνο για τη συγκεκριμένη περίπτωση, σύμφωνα με τις σχέσεις 2.31 και 2.32.

### 6.1. Περίοδος επαναφοράς χαρακτηριστικού ύψους κύματος

Όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 2, όσον αφορά μια μεταβλητή  $X$ , η περίοδος επαναφοράς  $T$  ενός συμβάντος  $X > x$  περιγράφεται από τη σχέση 2.31 και σχετίζεται με την πιθανότητα υπέρβασης  $\text{Pr}[X > x]$  ή ισοδύναμα με την πιθανότητα  $1 - \text{Pr}[X \leq x]$ , όπου  $\text{Pr}[X \leq x] = F(x)$  είναι η πιθανότητα μη υπέρβασης (ή αθροιστική πιθανότητα).

Για την εύρεση της περιόδου επαναφοράς  $T$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  χρησιμοποιήθηκε η περιθώρια κατανομή πιθανότητάς του όπως προέκυψε από την εφαρμογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$  για το βάθος των  $6.75\text{m}$  (Πίνακας 4.23). Αφού ευρέθηκε η αθροιστική πιθανότητα  $F_W(H_s)$  χρησιμοποιήθηκε η σχέση 2.31 και κατασκευάστηκε το αντίστοιχο διάγραμμα του Σχήματος 6.1.

Να σημειωθεί ότι στον Πίνακα 4.23 η συνολική αθροιστική πιθανότητα είναι περίπου 0.94, δηλαδή μικρότερη της μονάδας, γεγονός που οφείλεται στην αριθμητική ολοκλήρωση που πραγματοποιείται στο θεωρητικό μοντέλο. Όμως, το πρόγραμμα Surfer, με το οποίο έγινε ουσιαστικά η σχηματική απεικόνιση του Πίνακα 4.24 με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας (και πιθανότητας), μας παρέχει τη δυνατότητα να γνωρίζουμε και τις πάρα πολύ μικρές τιμές της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (και της πιθανότητας) για ύψη κύματος μεγαλύτερα του  $H_s=3.875\text{m}$  και για μέσες περιόδους μεγαλύτερες της  $T_m=8.75\text{s}$  (Σχήματα 5.2 (β) και 5.3 (β)), συμπληρώνοντας τελικά τη μονάδα. Αυτά είναι τα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του Σχήματος 6.1.



**Σχήμα 6.1** Περίοδος επαναφοράς του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$

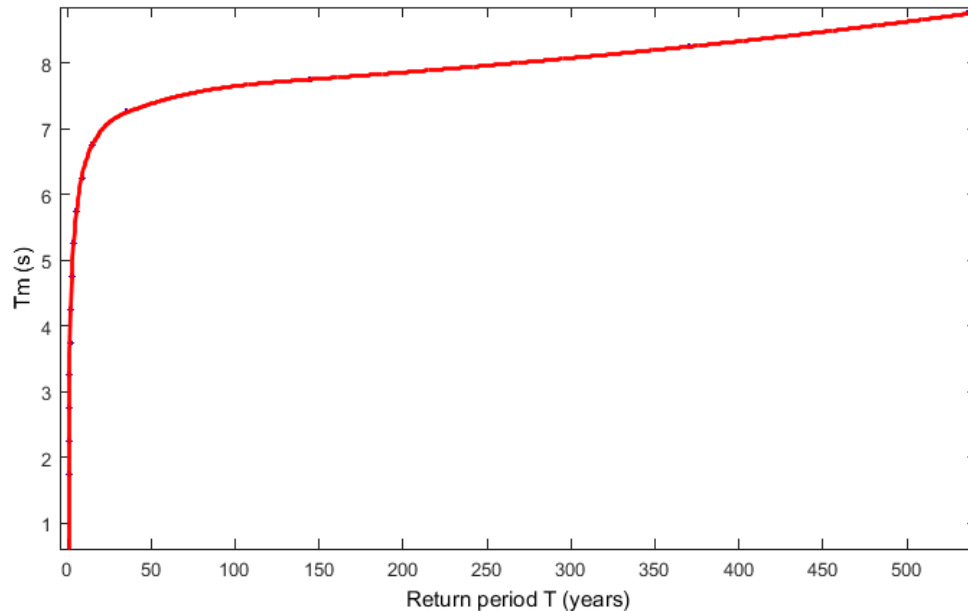
Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι μεγαλύτερα ύψη κύματος  $H_s$  έχουν μεγαλύτερη περίοδο επαναφοράς  $T$ , δηλαδή μεγάλες τιμές του  $H_s$  συμβαίνουν πιο σπάνια. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, καθώς όσο αυξάνεται η τιμή του ύψους κύματος  $H_s$ , τόσο αυξάνεται και η αθροιστική πιθανότητα  $F_W(H_s)$  που αντιστοιχεί στην τιμή του ύψους κύματος αυτού. Συνεπώς, μειώνεται η τιμή της διαφοράς  $1 - F_W(H_s)$ , που εκφράζει την πιθανότητα υπέρβασης και άρα μεγαλώνει η περίοδος επαναφοράς  $T$  (σχέση 2.31).

## 6.2. Περίοδος επαναφοράς της μέσης περιόδου κύματος

Για την εύρεση της περιόδου επαναφοράς  $T$  της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  ακολουθήθηκε, απολύτως ανάλογα, η διαδικασία που περιγράφηκε στην §6.1 για το ύψος κύματος  $H_s$ . Δηλαδή, χρησιμοποιήθηκε η περιθώρια κατανομή πιθανότητας της  $T_m$  όπως προέκυψε από την εφαρμογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$  για το βάθος των 6.75m (Πίνακας 4.23). Αφού ευρέθηκε η αθροιστική πιθανότητα  $F_L(T_m)$  χρησιμοποιήθηκε η σχέση 2.31 και κατασκευάστηκε το αντίστοιχο διάγραμμα του Σχήματος 6.2.

Όπως προαναφέρθηκε στην §6.1 στον Πίνακα 4.23 η συνολική αθροιστική πιθανότητα είναι περίπου 0.94, δηλαδή μικρότερη της μονάδας, γεγονός που οφείλεται στην αριθμητική ολοκλήρωση που πραγματοποιείται στο θεωρητικό μοντέλο. Όμως, το πρόγραμμα Surfer, με το οποίο έγινε η σχηματική απεικόνιση του Πίνακα 4.24 με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας (και πιθανότητας) μας παρέχει τη δυνατότητα να γνωρίζουμε και τις πάρα πολύ μικρές τιμές της από κοινού πυκνότητας πιθανότητας (και της πιθανότητας) για ύψη κύματος

μεγαλύτερα του  $H_s=3.875\text{m}$  και για μέσες περιόδους μεγαλύτερες της  $T_m=8.75\text{s}$  (Σχήματα 5.2 (β) και 5.3 (β)), συμπληρώνοντας έτσι τη μονάδα. Αυτά είναι τα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του Σχήματος 6.2, όπως συνέβη και στο Σχήμα 6.1.



**Σχήμα 6.2** Περίοδος επαναφοράς της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  για βάθος  $d=6.75\text{m}$

Οι παρατηρήσεις για την περίοδο επαναφοράς της  $T_m$  είναι όμοιες με τις προαναφερθείσες για το  $H_s$ . Μεγαλύτερες μέσες περιόδους κύματος  $T_m$  έχουν μεγαλύτερη περίοδο επαναφοράς  $T$ , δηλαδή συμβαίνουν σπανιότερα. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, καθώς όσο αυξάνεται η τιμή της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , τόσο αυξάνεται και η αθροιστική πιθανότητα  $F_L(T_m)$  που αντιστοιχεί σε αυτήν την τιμή της μέσης περιόδου κύματος. Συνεπώς, μειώνεται η διαφορά  $1 - F_L(T_m)$ , που εκφράζει την πιθανότητα υπέρβασης και άρα μεγαλώνει η περίοδος επαναφοράς  $T$  (σχέση 2.31).

### 6.3. Από κοινού περίοδος επαναφοράς χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος

Όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 2 η από κοινού περίοδος επαναφοράς  $T$  δύο μεγεθών:  $X_1$  και  $X_2$  σχετίζεται με την πιθανότητα τουλάχιστον μια τιμή από τις  $x_1$  και  $x_2$  να έχει υπερβληθεί (δηλαδή  $X_1 > x_1$  ή  $X_2 > x_2$ ) και εκφράζεται από τη σχέση 2.32. Η από κοινού περίοδος επαναφοράς  $T$  είναι αντιστρόφως ανάλογη της πιθανότητας υπέρβασης  $1 - F(x_1, x_2)$ , όπου  $F(x_1, x_2) = \text{Pr}[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2]$  είναι η πιθανότητα μη υπέρβασης και των δύο μεγεθών ή με άλλα λόγια η από κοινού αθροιστική πιθανότητά τους.

Για την υπό μελέτη περιοχή της Μυκόνου η από κοινού περίοδος επαναφοράς  $T$  του ζεύγους  $(H_s, T_m)$  σχετίζεται με την πιθανότητα να έχει υπερβληθεί τουλάχιστον μία ορισμένη τιμή

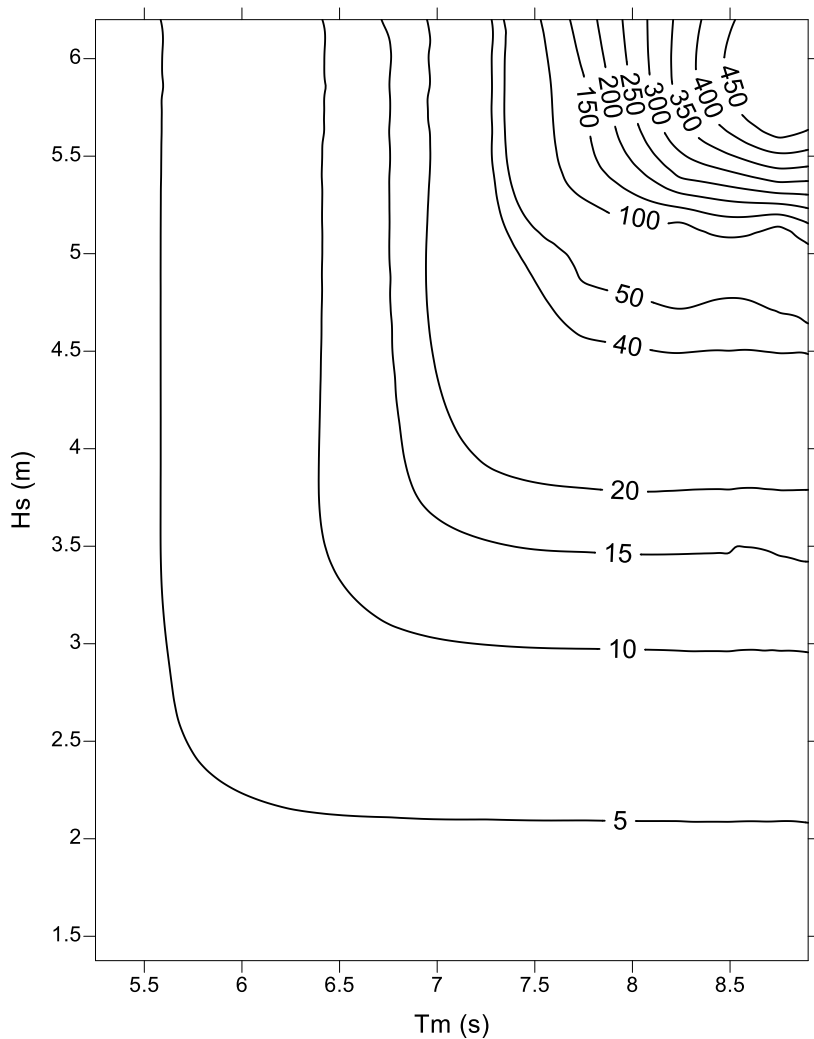
του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  ή της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  ή και των δύο ταυτόχρονα. Η από κοινού περίοδος επαναφοράς  $T$  απεικονίζεται στο κάτωθι Σχήμα 6.3 για οποιεσδήποτε τιμές του ζεύγους  $(H_s, T_m)$  για το βάθος σχεδιασμού  $d=6.75m$ . Η ίδια αποτυπώθηκε με χρήση του προγράμματος Surfer με την μορφή καμπυλών ίσης περιόδου επαναφοράς των δύο μεγεθών, σύμφωνα με την αντίστοιχη σχέση 2.32. Η από κοινού αθροιστική πιθανότητα  $F(x_1, x_2)$  που υπεισέρχεται στη σχέση αυτή υπολογίζεται ως το άθροισμα των στοιχείων (κελιών) της από κοινού πιθανότητας (βάσει του Πίνακα 4.23) που πληρούν το εξής: να είναι ταυτόχρονα και το  $H_s = X_1$  και η  $T_m = X_2$  μικρότερα από μία προκαθορισμένη τιμή ( $x_1$  και  $x_2$  αντίστοιχα). Δηλαδή:

$$F(x_1, x_2) = \Pr[H_s \leq x_1 \cap T_m \leq x_2] \quad (6.1)$$

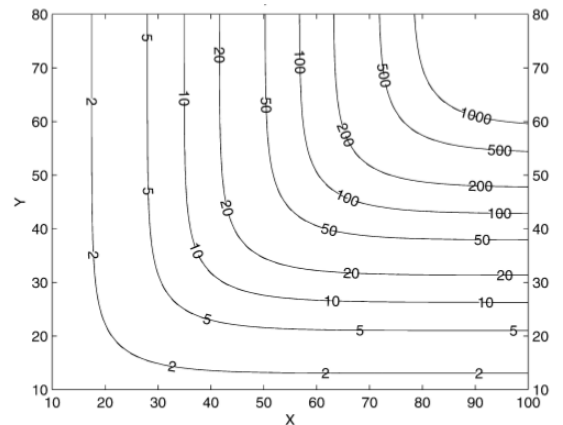
Αν ευρεθεί αυτή η τιμή της αθροιστικής πιθανότητας της σχέσης 6.1 για κάθε συνδυασμό  $x_1$  από  $j=1$  έως 16 και  $x_2$  από  $i=1$  έως 15, προκύπτουν οι καμπύλες του Σχήματος 6.3.

Να επισημανθεί ότι και εδώ, όπως και στις περιόδους επαναφοράς των  $H_s$  και  $T_m$  μεμονωμένα (§6.1 και §6.2 ) χρησιμοποιήθηκαν τα πλήρη στοιχεία που μας παρέχονται από το πρόγραμμα Surfer (για ύψη κύματος μεγαλύτερα του  $H_s=3.875m$  και για μέσες περιόδους μεγαλύτερες της  $T_m=8.75s$ , ώστε η συνολική αθροιστική πιθανότητα να είναι μοναδιαία), με τη βοήθεια του οποίου έγινε η σχηματική απεικόνιση του Πίνακα 4.24 με τη μορφή καμπυλών ίσης πυκνότητας και πιθανότητας (Σχήματα 5.2 (β) και 5.3 (β)).

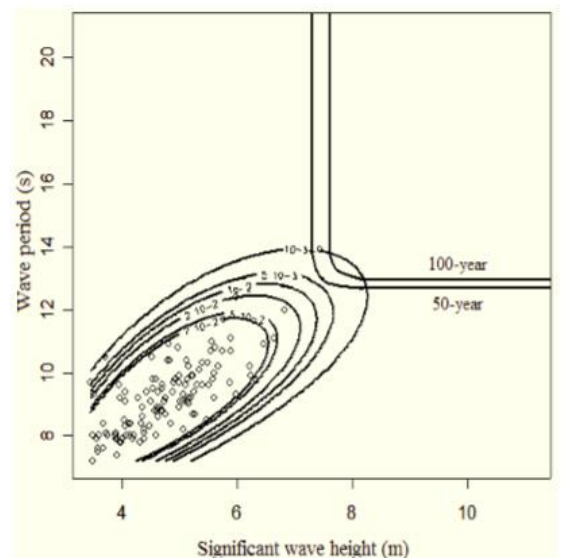
Να επισημανθεί ότι η μορφή του διαγράμματος της από κοινού περιόδου επαναφοράς  $T$  του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  για βάθος  $d=6.75m$  του Σχήματος 6.3(α) για την περιοχή της Μυκόνου, συμφωνεί με τη μορφή των σχετικών αποτελεσμάτων προγενέστερων εφαρμογών των Yue and Wang (2004) και Galiatsatou and Prinos (2007). Συγκεκριμένα οι Yue and Wang (2004) εφάρμοσαν την από κοινού περίοδο επαναφοράς σε δύο μεγέθη  $X$  και  $Y$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.3(β). Οι Galiatsatou and Prinos (2007) εφάρμοσαν την από κοινού περίοδο επαναφοράς στο χαρακτηριστικό ύψος κύματος  $H_s$  και στη μέση περίοδο κύματος  $T_m$  για σταθμό της Γερμανίας στη Βόρεια θάλασσα.



(α)



(β)



(γ)

**Σχήμα 6.3** Από κοινού περίοδος επαναφοράς  $T$  (σε έτη) (α) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  για βάθος  $d=6.75m$  για την περιοχή της Μυκόνου, (β) δύο μεγεθών  $X$  και  $Y$  από την εφαρμογή των Yue and Wang (2004), (γ) του χαρακτηριστικού ύψους κύματος  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$  για σταθμό της Γερμανίας στη Βόρεια θάλασσα (Galiatsatou and Prinos 2007)

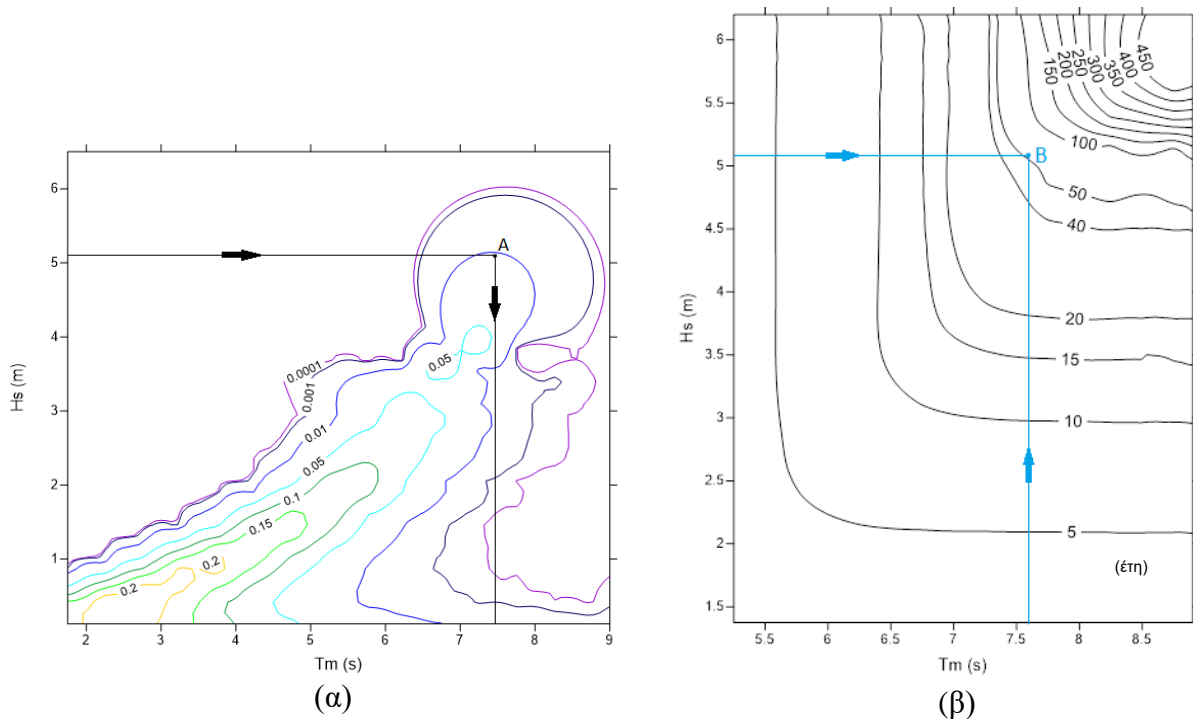
#### 6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για περίοδο επαναφοράς $T=100$ έτη

Για να μπορέσουν να συγκριθούν τα αποτελέσματα για την περίοδο επαναφοράς μεμονωμένα των  $H_s$  και  $T_m$  των Σχημάτων 6.1, 6.2 με την από κοινού περίοδο επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$  του Σχήματος 6.3, πρέπει να επιλεγεί μία περίοδος επαναφοράς  $T$  που να είναι μεγαλύτερη της διάρκειας ζωής  $L$  ενός παράκτιου η λιμενικού έργου. Επιλέγεται, λοιπόν, περίοδος επαναφοράς:  $T=100$  έτη για διάρκεια ζωής του έργου:  $L=25$  έτη.

Αρχικά, από το Σχήμα 6.1 παρατηρούμε ότι περίοδος επαναφοράς  $T=100$  έτη αντιστοιχεί σε ύψος κύματος  $H_s=5.13m$ . Με αυτά τα δύο δεδομένα και παρατηρώντας το Σχήμα 6.4(α)

προκύπτει η  $T_m=7.45s$  ως η πιο πιθανή μέση περίοδος. Στο εν λόγω Σχήμα 6.4(α) απεικονίζεται το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ , προσθέτοντας, όμως, περισσότερες καμπύλες μικρότερης πυκνότητας πιθανότητας για τις ανάγκες των υπολογισμών. Στο Σχήμα 6.4(α), λοιπόν, αν προεκταθεί, παράλληλα στον οριζόντιο άξονα η ευθεία  $H_s=5.13m$ , το σημείο A είναι το σημείο με τη μέγιστη από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f \approx 0.013/m/s$  (και τη μέγιστη πιθανότητα  $P \approx 0.0016$ ) και αντιστοιχεί σε  $T_m=7.45s$ . Το ζεύγος, δηλαδή, που προτείνεται να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό έργων είναι το  $H_s=5.13m$  και η  $T_m=7.45s$ . Με τον τρόπο αυτό αξιοποιείται η επιπλέον πληροφορία που παρέχει η από κοινού κατανομή πιθανότητας των  $H_s$  και  $T_m$  και έτσι τα δύο μεγέθη δεν αντιμετωπίζονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές. Η επιλογή αυτή αναλύεται στη συνέχεια καθώς και στο Κεφάλαιο 7.

Αν τα  $H_s$  και  $T_m$  αντιμετωπίζονταν μεμονωμένα θα προέκυπταν τα ακόλουθα αποτελέσματα. Όπως προαναφέρθηκε, από το Σχήμα 6.1 παρατηρούμε ότι περίοδος επαναφοράς  $T=100$  έτη αντιστοιχεί σε ύψος κύματος  $H_s=5.13m$ . Από το Σχήμα 6.2, η ίδια περίοδος επαναφοράς  $T=100$  αντιστοιχεί, σε τιμή της μέσης περιόδου  $T_m=7.6s$ . Έτσι, αν λάβουμε υπόψη τα δύο αυτά μεμονωμένα μεγέθη που αντιστοιχούν σε περίοδο επαναφοράς  $T=100$ έτη:  $H_s=5.13m$  (Σχήμα 6.1) και  $T_m=7.6s$  (Σχήμα 6.2) και μεταβούμε στο Σχήμα 6.3 της από κοινού περιόδου επαναφοράς, αυτά έχουν από κοινού περίοδο επαναφοράς  $T \approx 55$  έτη (Σχήμα 6.4 (β)).



**Σχήμα 6.4** Για την περίπτωση του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$ : (α) υπολογισμός της πιο πιθανής τιμής της μέσης περιόδου  $T_m$  για δεδομένο ύψος κύματος  $H_s=5.13m$  και περίοδο επαναφοράς  $T=100$  έτη από τις καμπύλες ίσης πυκνότητας ( $1/m/s$ ), (β) υπολογισμός της από κοινού περιόδου επαναφοράς  $T$  των  $H_s=5.13m$  και  $T_m=7.6s$

Αυτό είναι εύλογο, και επεξηγείται ακολούθως. Για την εύρεση της την περιόδου επαναφοράς του  $H_s=5.13\text{m}$  μεμονωμένα, υπολογίζεται η περιθώρια αθροιστική πιθανότητα του  $H_s \leq 5.13\text{m}$  (για όλες τις τιμές της  $T_m$ ) και προκύπτει  $T=100$  έτη. Απολύτως ανάλογα, για την εύρεση της την περιόδου επαναφοράς της  $T_m=7.6\text{s}$  μεμονωμένα, υπολογίζεται η περιθώρια αθροιστική πιθανότητα της  $T_m \leq 7.6\text{s}$  (για όλες τις τιμές του  $H_s$ ) και προκύπτει, επίσης,  $T=100$  έτη. Όταν, όμως, ζητείται η εύρεση της από κοινού περιόδου επαναφοράς, η από κοινού αθροιστική πιθανότητα που χρησιμοποιείται αφορά τις τιμές του  $H_s \leq 5.13\text{m}$  και της  $T_m \leq 7.6\text{s}$ , ταυτόχρονα. Συνεπώς, ενώ για την εύρεση της μεμονωμένης περιόδου επαναφοράς ‘περιορίζεται’ το άνω όριο του εύρους τιμών που λαμβάνει η μία μόνο μεταβλητή (δηλ. το  $H_s$  ή η  $T_m$ ), για την εύρεση της από κοινού περιόδου επαναφοράς του ζεύγους  $(H_s, T_m)$  ‘περιορίζεται’ το άνω όριο του εύρους τιμών και για τις δύο μεταβλητές.

Άρα, για δύο ορισμένες τιμές των  $H_s$  και  $T_m$ , εν προκειμένω  $H_s=5.13\text{m}$  και  $T_m=7.6\text{s}$ , ισχύει για τις πιθανότητες ότι:

$$P_L(T_m \leq 7.6\text{s}) \geq P(H_s \leq 5.13\text{m}, T_m \leq 7.6\text{s}) \quad (6.2\alpha)$$

$$P_W(H_s \leq 5.13\text{m}) \geq P(H_s \leq 5.13\text{m}, T_m \leq 7.6\text{s}) \quad (6.2\beta)$$

Η ισοδύναμη για τις αθροιστικές πιθανότητες:

$$F_L(T_m = 7.6\text{s}) \geq F(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.6\text{s}) \quad (6.3\alpha)$$

$$F_W(H_s = 5.13\text{m}) \geq F(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.6\text{s}) \quad (6.3\beta)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις 2.31 και 2.32 για τις αντίστοιχες περιόδους επαναφοράς ισχύει:

$$T(T_m = 7.6\text{s}) \geq T(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.6\text{s}) \quad (6.4\alpha)$$

$$T(H_s = 5.13\text{m}) \geq T(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.6\text{s}) \quad (6.4\beta)$$

Δηλαδή, η περίοδος επαναφοράς του  $H_s=5.13\text{m}$  και της  $T_m=7.6\text{s}$ , μεμονωμένα, είναι μεγαλύτερη ή ίση της από κοινού περιόδου επαναφοράς των  $H_s=5.13\text{m}$  και  $T_m=7.6\text{s}$ . Πράγματι η πρώτη είναι ίση με  $T=100$ έτη ενώ η δεύτερη με  $T=55$  έτη περίπου.

Με απόλυτα ανάλογο τρόπο αιτιολογείται και το γεγονός ότι η πιο πιθανή μέση περίοδος  $T_m=7.45\text{s}$  έχει περίοδο επαναφοράς  $T \approx 55$  έτη (για  $H_s=5.13\text{m}$ ) ενώ η μέση περίοδος  $T_m=7.6\text{s}$  έχει περίοδο επαναφοράς  $T=100$ έτη. Ισχύει:

$$P_L(T_m \leq 7.6\text{s}) \geq P(H_s \leq 5.13\text{m}, T_m \leq 7.45\text{s}) \quad (6.5)$$

Η ισοδύναμη για τις αθροιστικές πιθανότητες:

$$F_L(T_m = 7.6\text{s}) \geq F(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.45\text{s}) \quad (6.6)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις 2.31 και 2.32 για τις αντίστοιχες περιόδους επαναφοράς ισχύει:

$$T(T_m = 7.6\text{s}) \geq T(H_s = 5.13\text{m}, T_m = 7.45\text{s}) \quad (6.7)$$



Τελικά, για τον σχεδιασμό ενός έργου, με δεδομένη τη διάρκεια ζωής του  $L$  και την επιθυμητή περίοδο επαναφοράς  $T$ , βρίσκουμε πρώτα την τιμή του ύψους κύματος  $H_s$  που αντιστοιχεί σε αυτήν την περίοδο επαναφοράς ως τη βασικότερη παράμετρο σχεδιασμού. Έπειτα με αυτά τα δύο δεδομένα, προκύπτει η πιο πιθανή μέση περίοδος  $T_m$ .

Επιπλέον, από όλα τα ανωτέρω, επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι τα μεγέθη  $H_s$  και  $T_m$  έχουν πράγματι καποιου είδους συσχέτιση μεταξύ τους. Αν δεν υπήρχε καθόλου συσχέτιση και τα  $H_s$  και  $T_m$  λειτουργούσαν ως δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, η από κοινού περίοδος επαναφοράς τους θα προέκυπτε ίση με την μικρότερη εκ των δύο μεμονωμένων περιόδων επαναφοράς, δηλαδή  $T=100$ έτη, αφού η από κοινού περίοδος επαναφοράς εκφράζει την πιθανότητα να έχει υπερβληθεί η τιμή τουλάχιστον ενός εκ των δύο μεγεθών.



## 7. Επιλογή κυματικών παραμέτρων σχεδιασμού

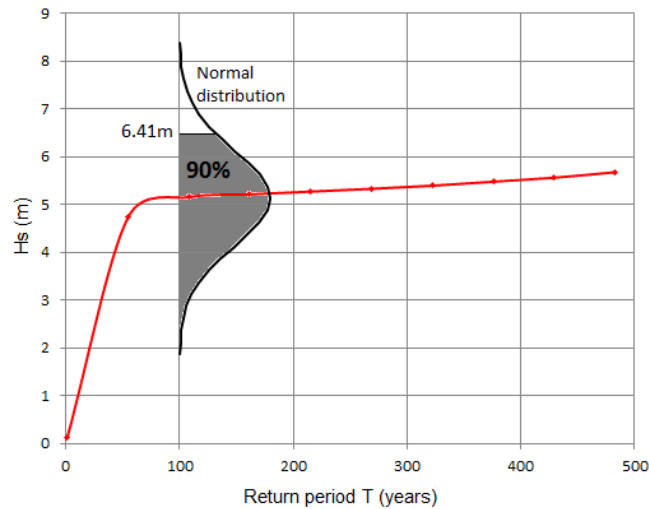
Στο Κεφάλαιο 3 (παράγραφος 3.6) της μεθοδολογίας συσχετίστηκε η περίοδος επαναφοράς του ύψους κύματος σχεδιασμού  $T$  ενός λιμενικού έργου και της διάρκειας ζωής του  $L$ , με την πιθανότητα υπέρβασης του ύψους κύματος σχεδιασμού ως εξής:

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{L}{T}\right) \quad (7.1)$$

Αν εξετάσουμε την περίπτωση που επιλέγεται περίοδος επαναφοράς για το ύψος κύματος  $T=100$  έτη και διάρκεια ζωής του λιμενικού έργου  $L=25$  έτη, προκύπτει πιθανότητα υπέρβασης αυτού ίση με 22% στη διάρκεια ζωής του έργου. Αυτό σημαίνει ότι το ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_s=5.13\text{m}$  (§6.4) έχει πιθανότητα 22% να υπερβληθεί τουλάχιστον μία φορά μέσα στη διάρκεια ζωής των 25 ετών του έργου. Έτσι, μία πρώτη εκτίμηση του ζεύγους των παραμέτρων σχεδιασμού θα ήταν το ύψος κύματος  $H_s=5.13\text{m}$  (με πιθανότητα υπέρβασης 22%) μαζί με την πιο πιθανή μέση περίοδο  $T_m=7.45\text{s}$ , που αντιστοιχεί στο εν λόγω  $H_s$  για την ίδια περίοδο επαναφοράς.

Ολοκληρώνοντας την προτεινόμενη μεθοδολογία του Κεφαλαίου 3 για τον πιθανοτικό σχεδιασμό, σύμφωνα με τους Burcharth and Liu (1996), το ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_s=5.13\text{m}$  αντιμετωπίζεται ως μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή (Σχήμα 7.1) με μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$ . Η κανονική κατανομή αυτή αποτυπώνει την αβεβαιότητα για το ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_s=5.13\text{m}$ , που σχετίζεται με τη φύση (τυχειότητα και ιδιορρυθμίες της) αλλά και με τον ανθρώπινο παράγοντα (σφάλμα μετρήσεων και προβλέψεων). Έτσι θεωρείται κανονική κατανομή του  $H_s$  με μέση τιμή  $\mu=5.13\text{m}$  και τυπική απόκλιση  $\sigma=1\text{m}$ , ως μία ενδεικτική τάξη μεγέθους που αντιστοιχεί στο εν λόγω ύψος κύματος. Για διάστημα εμπιστοσύνης ίσο με 90%, το ύψος κύματος που αντιστοιχεί το άνω όριο (upper bound) αυτού του διαστήματος είναι:  $H_s=6.41\text{m}$  και έχει πιθανότητα να υπερβληθεί τουλάχιστον μία φορά μέσα στη διάρκεια ζωής  $L$  του έργου, για διάστημα εμπιστοσύνης 90%, ίση με:

$$p_{(upper)} = 1 - \frac{1-p}{0.9} = 13\% \quad (7.2)$$



**Σχήμα 7.1** Κανονική κατανομή του ύψους κύματος σχεδιασμού  $H_s$  με μέση τιμή  $\mu=5.13\text{m}$  και τυπική απόκλιση  $\sigma=1\text{m}$ , που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς  $T=100$  έτη

Συμπερασματικά, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε για το σχεδιασμό του λιμενικού ή παράκτιου έργου με διάρκεια ζωής  $L=25$  έτη ύψος κύματος σχεδιασμού  $H_s=6.41\text{m}$  με περίοδο επαναφοράς  $T=100$ έτη και πιθανότητα υπέρβασης 13% και αντιστοιχεί σε πιο πιθανή μέση περίοδο  $T_m=7.45\text{s}$  για την ίδια περίοδο επαναφοράς.

Όλα τα παραπάνω αφορούν σε μία πρώτη εκτίμηση των μεταβλητών φόρτισης  $H_s$  και  $T_m$  για τον πιθανοτικό σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων. Η πιθανοτική προσέγγιση για το σχεδιασμό θα ήταν πιο ολοκληρωμένη εφόσον λαμβάναμε υπόψη ολόκληρη την μακροπρόθεσμη από κοινού κατανομή του δύο παραμέτρων σχεδιασμού  $H_s$  και  $T_m$  και έπειτα, ενσωματώναμε και τις αντίστοιχες βραχυπρόθεσμες πιθανοτικές εικόνες τους. Η προσέγγιση αυτή αποτελεί μια ερευνητική προσπάθεια η οποία βρίσκεται ακόμη σε εξέλιξη.

## 8. Συμπεράσματα-Προτάσεις

### 8.1 Συμπεράσματα από την εφαρμογή της μεθοδολογίας στην περιοχή της Μυκόνου

Γίνεται ολοένα και πιο αποδεκτό από την επιστημονική κοινότητα ότι, πέραν του ύψους κύματος, σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση των κυματικών φορτίσεων επί εξωτερικών λιμενικών και παράκτιων έργων παίζει και η περίοδος των κυματισμών. Η εν λόγω παράμετρος προβλέπεται να ενσωματωθεί στο προσεχές μέλλον στα κριτήρια σχεδιασμού των ως άνω έργων μαζί με το ύψος κύματος.

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η περιγραφή του κυματικού κλίματος, ώστε να είναι δυνατόν να εξαχθούν οι μεταβλητές αυτές φόρτισης, ύψος κύματος και περίοδος κύματος, για το σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων. Αυτό πραγματοποιήθηκε μέσω υπολογισμού της μακροπρόθεσμης από κοινού κατανομής του σημαντικού ύψους  $H_s$  και της μέσης περιόδου κύματος  $T_m$ , λαμβάνοντας υπόψη την πιθανοτική συσχέτιση των δύο αυτών μεγεθών. Ειδικότερα, προτάθηκε μια μεθοδολογία περιγραφής του κυματικού κλίματος που μπορεί να εφαρμοσθεί σε οποιαδήποτε θαλάσσια περιοχή. Στα πλαίσια αυτής ερευνήθηκαν δύο διαφορετικά μοντέλα: το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας και το μοντέλο Plackett. Τα θεωρητικά αυτά μοντέλα κατανομών προϋποθέτουν γνώση της συχνότητας εμφάνισης του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος ενός δείγματος παρατηρήσεων, σε μία υπερετήσια χρονική περίοδο. Στα πλαίσια της εφαρμογής τους, η λογαριθμοκανονική κατανομή και η κατανομή Weibull προσαρμόστηκαν στις μετρήσεις/εκτιμήσεις του σημαντικού ύψους κύματος, ενώ στις μετρήσεις/εκτιμήσεις της μέσης περιόδου κύματος προσαρμόστηκε η λογαριθμοκανονική κατανομή. Συνεπώς, εξετάστηκαν τέσσερις περιπτώσεις, από τις οποίες προέκυψαν οι από κοινού κατανομές του σημαντικού ύψους και της μέσης περιόδου κύματος και υπολογίστηκε το σφάλμα της κάθε περίπτωσης. Ακολούθησε η εφαρμογή της προαναφερόμενης διαδικασίας σε θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου στα βαθιά ύδατα και στο βάθος σχεδιασμού  $d=6.75m$ . Τα αποτελέσματα της εφαρμογής αυτής συγκρίθηκαν με τα αποτελέσματα σχετικών εφαρμογών που έχουν γίνει στο παρελθόν. Ακόμη, μελετήθηκε για την περιοχή της Μυκόνου η σχέση των περιόδων επαναφοράς του σημαντικού ύψους κύματος και της μέσης περιόδου κύματος με την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους. Τελικά, η ανωτέρω διαδικασία οδήγησε σε μία πρώτη

εκτίμηση και επιλογή των κυματικών παραμέτρων  $H_s$  και  $T_m$  για τον πιθανοτικό σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της εφαρμογής για την θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου, πιο αντιπροσωπευτική για τον σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων θεωρείται η περίπτωση του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας για κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή της  $T_m|H_s$ . Το ίδιο συμπέρασμα προέκυψε και για τα βαθιά ύδατα και για το βάθος ενδιαφέροντος  $d=6.75\text{m}$  με τα αντίστοιχα σφάλματα να είναι  $D^2=0.0029$  και  $D^2=0.0045$ .

Τα αποτελέσματα για την θαλάσσια περιοχή της Μυκόνου συγκρίθηκαν με αυτά των Athanassoulis et al. (1994) για το σταθμό India του βόρειου Ατλαντικού Ωκεανού και τον σταθμό Tromsøflaket της Νορβηγίας και με των Lucas and Guedes Soares (2015) για σταθμό της βορειοδυτικής Αυστραλίας. Από τη σύγκριση αυτή διαπιστώθηκε συμφωνία εν γένει των αποτελεσμάτων όσον αφορά τα θεωρητικά μοντέλα δύο μεταβλητών (δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett), τις δύο περιθώριες κατανομές που εφαρμόστηκαν στο ύψος κύματος  $H_s$  (λογαριθμοκανονική και Weibull) καθώς και τα προκύπτοντα σφάλματα. Τα κυριότερα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη σύγκριση παρατίθενται συγκεντρωτικά ακολούθως:

- Το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας διαπιστώνεται ότι είναι πιο αντιπροσωπευτικό για την περιγραφή του μακροπρόθεσμου κυματικού κλίματος από ότι το μοντέλο Plackett, καθώς έχει σφάλμα αρκετά μικρότερο, έως και μιας τάξης μεγέθους. Επίσης, παρατηρείται οπτικά ότι σε κάποιες περιπτώσεις το μοντέλο Plackett υποεκτιμά το ύψος κύματος για μία ορισμένη πιθανότητα, σε σχέση με τα δεδομένα, ενώ αντίθετα, το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει διότι το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας, όσον αφορά τη μέση περίοδο κύματος, προσαρμόζει κατανομές στις από κοινού συχνότητες εμφάνισης των ( $H_s$ ,  $T_m$ ) και όχι στις περιθώριες συχνότητες της  $T_m$ . Έτσι αξιοποιεί όλη τη διαθέσιμη πληροφορία, σε αντίθεση με το μοντέλο Plackett που προσαρμόζει κατανομή στις περιθώριες μόνο τιμές της  $T_m$ .
- Όσον αφορά το είδος της θεωρητικής κατανομής που προσαρμόζεται στο χαρακτηριστικό ύψος κύματος, για μεγάλες (ακραίες) τιμές του ύψους κύματος καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα προσφέρει η κατανομή Weibull, ενώ για μέσες τιμές η λογαριθμοκανονική κατανομή. Αυτό αποδίδεται στο γεγονός ότι η κατανομή Weibull είναι μία κατανομή ακραίων τιμών (σύμφωνα και με τον Ochi, 1978).
- Στο μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας και στη μέθοδο Plackett η περιθώρια κατανομή Weibull για το  $H_s$  δίνει γενικά λίγο πιο μεγάλο σφάλμα από την λογαριθμοκανονική.
- Τα προκύπτοντα σφάλματα για την περιοχή της Μυκόνου κυμαίνονται σε πολύ ικανοποιητικό εύρος τιμών, σε σχέση με τις υπόλοιπες τοποθεσίες. Για τη Μύκονο η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας έχει σφάλμα  $3\div 5\%$  και η μέθοδος Plackett περίπου  $1\%$ . Για όλες τις υπόλοιπες θαλάσσιες περιοχές η μέθοδος δεσμευμένης πιθανότητας έχει σφάλμα  $2\div 3\%$  και η μέθοδος Plackett  $3\div 12\%$ .

- Όσον αφορά τη συνολική αξιολόγηση των μοντέλων, οι Athanassoulis et al. (1994) που μελέτησαν μόνο το μοντέλο Plackett θεώρησαν από τα προκύπτοντα σφάλματα πιο αντιπροσωπευτική την λογαριθμοκανονική κατανομή των  $H_s$  και  $T_m$ . Οι Lucas and Guedes Soares (2015) που μελέτησαν το μοντέλο Plackett και το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας θεώρησαν πιο αντιπροσωπευτικό το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή των  $H_s$  και  $T_m|H_s$ , βασιζόμενοι επίσης στα προκύπτοντα σφάλματα. Σχετικά με την περιοχή της Μυκόνου, η μέθοδος Plackett είχε υπερδιπλάσιο σφάλμα από το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας και γι' αυτό δεν προτιμήθηκε. Η τελική επιλογή του μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας για κατανομή Weibull του  $H_s$  και λογαριθμοκανονική κατανομή της  $T_m|H_s$ , παρόλο που εκ πρώτης όψευς είναι αντιτιθέμενη με τις παλαιότερες έρευνες, πραγματοποιήθηκε για τους εξής λόγους. Αρχικά, όπως φαίνεται από την έρευνα των Lucas and Guedes Soares (2015) η διαφορά ως προς το σφάλμα που δίνουν οι δύο περιθώριες κατανομές του  $H_s$  για το μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας είναι πολύ μικρή (η λογαριθμοκανονική υπερσχύει της κατανομής Weibull κατά 1%). Για τη Μύκονο η διαφορά αυτή είναι 0.2% για το βάθος σχεδιασμού  $d=6.75m$ . Τα παραπάνω σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η κατανομή Weibull, ως κατανομή ακραίων τιμών, προσαρμόζεται υπέρ της ασφαλείας στις μεγάλες και σπάνιες (μικρής πιθανότητας εμφάνισης) τιμές του  $H_s$ , που είναι αυτές που επιθυμούμε να ληφθούν υπόψη για το σχεδιασμό έργων, αιτιολογούν τη συγκεκριμένη επιλογή μοντέλου και κατανομής του ύψους κύματος.

Έπειτα, η επέκταση των αποτελεσμάτων της μακροπρόθεσμης από κοινού κατανομής των ( $H_s$ ,  $T_m$ ) που θεωρήθηκε πιο αντιπροσωπευτική, σε άλλες περιόδους επαναφοράς μεγαλύτερες της διάρκειας των μετρήσεων, οδήγησε σε μία πρώτη εκτίμηση του ζεύγους των παραμέτρων σχεδιασμού για την περιοχή της Μυκόνου που ήταν και ο σκοπός της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Έτσι, η περίοδος επαναφοράς  $T=100$  έτη αντιστοιχεί σε ύψος κύματος  $H_s=5.13m$  (με πιθανότητα υπέρβασης 22%) και σε πιο πιθανή μέση περίοδο  $T_m=7.45s$ , για διάρκεια ζωής ενός έργου  $L=25$ έτη. Δηλαδή, η περίοδος επαναφοράς  $T=100$ έτη συσχετίστηκε πρώτα με το ύψος κύματος καθώς αυτό αποτελεί τη βασικότερη παράμετρο σχεδιασμού, που αν υπερβληθεί συνεπάγεται αστοχία. Έπειτα, αξιοποιώντας την πληροφορία της από κοινού περιόδου επαναφοράς των ( $H_s$ ,  $T_m$ ) βρέθηκε η πιο πιθανή μέση περίοδος. Ως ένα επόμενο βήμα, λαμβάνοντας, επιπλέον, υπόψη για τον σχεδιασμό τον παράγοντα της τυχαιότητας της φύσης και το σφάλμα των ανθρώπινων μετρήσεων και προβλέψεων, εκτιμήθηκε προσεγγιστικά ένα προσαυξημένο ύψος κύματος  $H_s=6.41m$  (με πιθανότητα υπέρβασης 13%) για την ίδια περίοδο επαναφοράς  $T=100$  έτη, με πιο πιθανή μέση περίοδο  $T_m=7.45s$  για διάρκεια ζωής του έργου  $L=25$ έτη.

Η από κοινού περίοδος επαναφοράς των ( $H_s$ ,  $T_m$ ) αποδείχθηκε ιδιαίτερα χρήσιμη για τον πιθανοτικό σχεδιασμό διότι προσφέρει επιπλέον πληροφορία σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς του  $H_s$  και της  $T_m$ , μεμονωμένα. Εφόσον για το σχεδιασμό λαμβάνονται υπόψη δύο μεγέθη, αυτό που μας ενδιαφέρει είναι πότε θα υπερβληθεί τουλάχιστον το ένα εκ των δύο. Αν αντιμετωπίζονταν μεμονωμένα δύο δεδομένες τιμές των  $H_s$  και  $T_m$  που προκύπτουν για την ίδια περίοδο επαναφοράς  $T=100$  έτη:  $H_s=5.13m$  και  $T_m=7.6s$ , θα έδιναν από κοινού περίοδο επαναφοράς  $T=55$ έτη. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, καθώς η αθροιστική

πιθανότητα δύο τιμών των  $H_s$  και  $T_m$  μεμονωμένα, είναι μεγαλύτερη από την από κοινού αθροιστική πιθανότητα τους. Δηλαδή, η αντίστοιχη πιθανότητα υπέρβασης είναι μικρότερη για τα  $H_s$  και  $T_m$  μεμονωμένα από την από κοινού πιθανότητα υπέρβασής τους. Συνεπώς, η περίοδος επαναφοράς ενός μόνο μεγέθους ανεξάρτητα (δηλ. του  $H_s$  ή της  $T_m$ ) είναι μεγαλύτερη από την από κοινού περίοδο επαναφοράς τους ή το πολύ ίση.

Για την περίπτωση της Μυκόνου, από τα ανωτέρω, επιβεβαιώνεται, επιπλέον, το γεγονός ότι τα μεγέθη  $H_s$  και  $T_m$  έχουν πράγματι καποιου είδους συσχέτιση μεταξύ τους. Αν δεν υπήρχε καθόλου συσχέτιση και τα  $H_s$  και  $T_m$  λειτουργούσαν ως δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, η από κοινού περίοδος επαναφοράς τους θα προέκυπτε ίση με την μικρότερη εκ των δύο μεμονωμένων περιόδων επαναφοράς, δηλαδή  $T=100$ έτη, αφού η από κοινού περίοδος επαναφοράς εκφράζει την πιθανότητα να έχει υπερβληθεί η τιμή τουλάχιστον ενός εκ των δύο μεγεθών.

Συμπερασματικά, για το (μελλοντικό) προχωρημένο πιθανοτικό σχεδιασμό λιμενικών έργων θα απαιτείται η γνώση της από κοινού πιθανότητας του ύψους κύματος και της περιόδου. Η προσαρμογή θεωρητικών κατανομών στα δύο αυτά μεγέθη σχεδιασμού, οι οποίες έπειτα υπεισέρχονται, στα μοντέλα, όπως είναι τα δεσμευμένης πιθανότητας και Plackett, παρέχει πληρέστερη περιγραφή του μακροχρόνιου κυματικού κλίματος. Οι θεωρητικές κατανομές μπορούν να απεικονίσουν όλο το εύρος των πιθανοτήτων, ακόμη και τις πολύ μικρές πιθανότητες, που για διάφορους λόγους δεν έχουν συμπεριληφθεί στο δείγμα των δεδομένων και επίσης, καθιστούν δυνατή την εκτίμηση του κυματικού κλίματος και σε μεγαλύτερες περιόδους επαναφοράς, από τη χρονική διάρκεια των μετρήσεων. Τελικά, μια πρώτη εκτίμηση και επιλογή των μεγεθών σχεδιασμού των παράκτιων και λιμενικών έργων μπορεί να γίνει με την εκτίμηση κατ'αρχήν του ύψους κύματος και της πιθανότητας υπέρβασής του που αντιστοιχεί σε δεδομένη περίοδο επαναφοράς και διάρκεια ζωής του έργου. Με τη βοήθεια της από κοινού κατανομής των  $H_s$  και  $T_m$ , το ύψος κύματος σχεδιασμού μπορεί να συσχετιστεί με την πιο πιθανή τιμή μέσης περιόδου που του αντιστοιχεί, προσδιορίζοντας έτσι με συγκεκριμένο τρόπο τα δύο αυτά μεγέθη σχεδιασμού.

## 8.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Η μεθοδολογία που προτείνεται στην παρούσα εργασία αφορά μια πρώτη εκτίμηση των παραμέτρων του πιθανοτικού σχεδιασμού λιμενικών ή παράκτιων έργων. Για μια περισσότερο ολοκληρωμένη πιθανοτική προσέγγιση σχεδιασμού, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ολόκληρη η από κοινού κατανομή του δύο παραμέτρων σχεδιασμού: χαρακτηριστικού ύψους κύματος και μέσης περιόδου. Ως περαιτέρω έρευνα προτείνεται, λοιπόν, η προσπάθεια της χρήσης ολόκληρης της μακροπρόθεσμης από κοινού κατανομής του ύψους κύματος και της περιόδου στο σχεδιασμό λιμενικών και παράκτιων έργων και ύστερα η ενσωμάτωση στο σχεδιασμό και των βραχυπρόθεσμων πιθανοτικών εικόνων των δύο αυτών μεγεθών.

Επίσης, περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να αποτελέσει η διερεύνηση της πιθανότητας υπέρβασης των παραμέτρων σχεδιασμού. Πιο συγκεκριμένα, για το ύψος κύματος είναι



ευρέως γνωστό ότι η αύξησή του συνεπάγεται μεγαλύτερες ζημιές ή και αστοχία στα λιμενικά και παράκτια έργα. Επίσης, υπάρχει άμεση και ξεκάθαρη συσχέτιση της πιθανότητας υπέρβασης του ύψους κύματος σχεδιασμού με την πιθανότητα αστοχίας των έργων αυτών. Ωστόσο, θα είχε ενδιαφέρον να ερευνηθεί η συσχέτιση της πιθανότητας υπέρβασης της μέσης περιόδου κύματος με την πιθανότητα αστοχίας των έργων αυτών.

Πέραν του πιθανοτικού σχεδιασμού έργων, μπορούν να ερευνηθούν και θέματα ακτομηχανικής, όπως είναι η εκτίμηση της μακροπρόθεσμης στερεομεταφοράς, της εξέλιξης της ακτογραμμής κλπ., μέσω της αξιοποίησης των μακροπρόθεσμων από κοινού κατανομών χαρακτηριστικού ύψους και μέσης περιόδου κύματος.



## Βιβλιογραφικές αναφορές

- Andrew, R. N. and W. G. Price, 1979. Applications of generalized gamma functions in ship dynamics. *Trans. Royal Inst. Naval Architects (RINA)*, 121, 137-43.
- Athanassoulis, G.A., E.K. Skarsoulis, and K.A. Belibassakis., 1994. Bivariate distributions with given marginals with an application to wave climate description, *Appl. Ocean Res.*, 16, 1–17
- Burcharth, H.F. and Z. Liu., 1996. Design Wave Height Related to Structure Lifetime, *Proceedings of the 25th International Coastal Engineering Conference: ICCE '96*, Orlando, Florida. Chapter 198. New York: American Society of Civil Engineers, 2560-2572
- Dacunha, N. M. C., M. Hogben, and K. S. Andrews, 1984. Wave climate synthesis worldwide. In *Proc. Int. Syrup. on Wave and Wind Climatology Worldwide*, London, The Royal Institute of Naval Architects (RINA)
- Fang, Z. S. and N. Hogben, 1982. Analysis and prediction of long-term probability distributions of wave heights and periods. Tech. Rep., National Maritime Institute, London
- Fréchet, M., 1951. Sur ies tableaux de correlation dont les marges sont donees. *Ann. Univ. Lyon*, Sect. A, Ser. 3, 14, 53-77
- Galiatsatou, P. and P. Prinos, 2007. Bivariate models for extremes of significant wave height and period. An application to the Dutch coast, *Proc. 2nd IMA International Conference on Flood Risk Assessment*, University of Plymouth, UK.
- Guedes Soares, C., L. C. Lopes, and M. D. S. Costa, 1988. Wave climate modelling for engineering purposes. In: Schrefler, B.A., Zienkiewicz, O.C. (Eds.), *Computer Modelling in Ocean Engineering*. A.A. Balkema Pub, Rotterdam, 169–175
- Hasselmann et al., 1973. Measurements of wind-wave growth and swell during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP).
- Haver, S., 1985. Wave climate off northern Norway, *Appl. Ocean Res.* 7 (2), 85-92
- Houmb, O.G. and T. Overvik., 1976. Parameterization of wave spectra and longterm joint distribution of wave height and period, *Proc. behavior of offshore structures*
- Jasper, N. H., 1956. Statistical distribution patterns of ocean waves and of wave-induced ship stresses and motions with engineering applications. *Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engrs*, 64, 375-432

- Lucas C. and C. Guedes Soares, 2015. *Bivariate distributions of significant wave height and mean wave period of combined sea states*, *Ocean Engineering* 106, 341-353
- Mathiesen, J. and E. Bitner-Gregersen, 1990. Joint distributions for significant wave height and wave zero-upcrossing period. *Appl. Ocean Res.*, 12, 93-103.
- Nordenstrom, N., 1969. Methods for predicting long-term distributions of wave loads and probability of failure for ships, Part I: Environmental conditions and short term response. Tech. Rep. 69-21-S, Det Norske Veritas, Oslo
- Ochi, M. K., 1976. Extreme values of surface effect ships (SES) responses in a seaway. Part I. Estimation of extreme values for SES design consideration. Tech. Rep. 690-01, DTNSRDC, Bethesda, MD, USA
- Ochi, M.K., 1978. On long-term statistics for ocean and coastal waves, *Proceedings of the 16th Conference on Coastal Engineering*, 2, 59-75
- Soukissian T., M. Hatzinaki, G. Korres, A. Papadopoulos, G. Kallos, and E. Anadranistakis, 2007. *Wind and wave atlas of the Hellenic Seas*
- Ward, E.G., D.J. Evans, and J.A. Pomba, 1977. Extreme wave heights along the Atlantic coast of the United States. in: *Proc. Offshore Tech. Conference*, OTC 2846
- Yue, S. and C.Y. Wang., 2004. A comparison of two bivariate extreme value distributions, *Stochastic Environmental Research* 18, 61-66

<http://www.wikipedia.org>

<http://msi.nga.mil>

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

**i. Κώδικας σε Matlab για την περίπτωση μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με λογαριθμοκανονική κατανομή για το  $H_s$  και την  $T_m|H_s$  για τα βαθιά ύδατα**

```

%Conditional method: Lognormal  $H_s$ , Lognormal  $T_m|H_s$  για τα βαθιά και για
Πίνακα δεδομένων (από κοινού πιθανοτήτων) διαστάσεων  $jj \times kk$ 

% Κατανομή Lognormal για την  $T_m|H_s$ 
% Εισάγονται ως δεδομένα οι τιμές της  $T_m(jj)$  και τα διανύσματα
 $a(kk)$ ,  $b(kk)$  που περιλαμβάνουν τις παραμέτρους των  $kk=17$  κατανομών
δεσμευμένης πιθανότητας  $T_m|H_s$ 

 $T_m=[1.75;2.25;2.75;3.25;3.75;4.25;4.75;5.25;5.75;6.25;6.75;7.25;7.75;8.25;$ 
       $8.75];$ 
 $a=[...];$ 
 $b=[...];$ 

for  $kk=1:17$ 
    for  $jj=1:15$ 

        % Probability density function
         $pdfTm(jj, kk) = (\exp(-1/2/(b(kk)^2) * (\log(Tm(jj)) - a(kk))^2)) *$ 
             $((b(kk) * Tm(jj) * (2*pi)^0.5)^(-1)));$ 

        % Cumulative distribution function
         $cdfTm(jj, kk) = (1/2) + (1/2) * \text{erf}((\log(Tm(jj)) - a(kk)) / (2^0.5 * b(kk)));$ 

    end
end

% Κατανομή Lognormal για το  $H_s$ 
% Εισάγονται ως δεδομένα οι τιμές του  $H_s(kk)$  και οι παράμετροι  $a1, b1$  της
περιθώριας κατανομής

 $H_s=[0.125;0.375;0.625;0.875;1.125;1.375;1.625;1.875;2.125;2.375;2.625;2.875$ 
       $;3.125;3.375;3.625;3.875;4.125];$ 
 $a1=-0.33585;$ 
 $b1=0.91725;$ 

for  $kk=1:17$ 

    % Probability density function
     $pdfHs(kk) = (\exp(-1/2/(b1^2) * (\log(Hs(kk)) - a1)^2)) *$ 
         $((b1 * Hs(kk) * (2*pi)^0.5)^(-1));$ 

    %Cumulative distribution function
     $cdfHs(kk) = (1/2) + (1/2) * \text{erf}((\log(Hs(kk)) - a1) / (2^0.5 * b1));$ 

end

% Ειδικά για  $j=16$  που δεν προσαρμόζεται κατανομή  $T_m|H_s$ 
 $kk=16;$ 
for  $jj=1:10$ 
 $pdfTm(jj, kk)=0.0;$ 
end

for  $jj=11$ 
 $pdfTm(jj, kk)=1/0.5;$ 

```

```

end

for jj=12:15
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

% Ειδικά για j=17 που δεν προσαρμόζεται κατανομή Tm|Hs
kk=17;
for jj=1:11
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

for jj=12
pdfTm(jj, kk)=1/0.5;
end

for jj=13:15
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

%Conditional model: f(Hs, Tm) = f(Hs) * f(Tm|Hs)
for kk=1:17
for jj=1:15

    % Joint probability density function
    jpdf(jj, kk)=pdfTm(jj, kk) * pdfHs(kk);

end
end

% Σφάλμα D2
% Εισάγεται χωρικό βήμα DHs, χρονικό βήμα DTm και ο αρχικός πίνακας
Probability(jj, kk) των δεδομένων, πριν την εφαρμογή του μοντέλου

DTm=0.5;
DHs=0.25;
Probability(jj, kk)=[...];

D2=0;
for kk=1:17 %sthlh
for jj=1:15 %grammh

    diafora(jj, kk) = ((jpdf(jj, kk) * DTm * DHs) - Probability(jj, kk))^2;
    D2 = D2 + diafora(jj, kk);

end
end

```

Σημείωση: Ο κώδικας για το βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$  είναι απόλυτα ανάλογος. Αλλάζει ο αρχικός Πίνακας των από κοινού πιθανοτήτων που εισάγεται (ως προς τα στοιχεία που περιλαμβάνει αλλά και ως προς τις διαστάσεις του:  $jj \times kk$ ). Επίσης, καταχωρούνται οι αντίστοιχοι συντελεστές των κατανομών μίας μεταβλητής  $a(kk)$ ,  $b(kk)$ ,  $a1$ ,  $b1$  που προσαρμόζονται στα  $H_s$  και  $T_m|H_s$ .

**ii. Κώδικας σε Matlab για την περίπτωση μοντέλου δεσμευμένης πιθανότητας με κατανομή Weibull για το  $H_s$  και λογαριθμοκανονική για την  $T_m|H_s$  για τα βαθιά ύδατα**

```

%Conditional method: Weibull Hs, Lognormal Tm|Hs για τα βαθιά και για
Πίνακα δεδομένων (από κοινού πιθανοτήτων) διαστάσεων jj x kk

% Κατανομή Lognormal για την Tm|Hs
% Εισάγονται ως δεδομένα οι τιμές της Tm(jj) και τα διανύσματα
a(kk), b(kk) που περιλαμβάνουν τις παραμέτρους των kk=17 κατανομών
δεσμευμένης πιθανότητας Tm|Hs

Tm=[1.75;2.25;2.75;3.25;3.75;4.25;4.75;5.25;5.75;6.25;6.75;7.25;7.75;8.25;
8.75];
a=[...];
b=[...];

for kk=1:17
    for jj=1:15

        % Probability density function
        pdfTm(jj, kk) = (exp(-1/2/(b(kk)^2) * (log(Tm(jj)) - a(kk))^2)) *
            ((b(kk) * Tm(jj) * (2*pi)^0.5)^(-1)));

        % Cumulative distribution function
        cdfTm(jj, kk) = (1/2) + (1/2) * erf((log(Tm(jj)) - a(kk)) / (2^0.5 * b(kk)));

    end
end

% Κατανομή Weibull για το Hs
% Εισάγονται ως δεδομένα οι τιμές του Hs(kk) και οι παράμετροι a1, b1 της
περιθώρας κατανομής

Hs=[0.125;0.375;0.625;0.875;1.125;1.375;1.625;1.875;2.125;2.375;2.625;2.875
;3.125;3.375;3.625;3.875;4.125];
a1=1.102104;
b1=1.32696;

for kk=1:17

    % Probability density function
    pdfHs(kk) = a1/b1 * (Hs(kk)/b1)^(a1-1) * exp(-(Hs(kk)/b1)^a1);
    %Cumulative distribution function
    cdfHs(kk) = 1 - exp(-(Hs(kk)/b1)^a1);

end

% Ειδικά για j=16 που δεν προσαρμόζεται κατανομή Tm|Hs
kk=16;
for jj=1:10
    pdfTm(jj, kk) = 0.0;
end

```



```

for jj=11
pdfTm(jj, kk)=1/0.5;
end

for jj=12:15
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

% Ειδικά για j=17 που δεν προσαρμόζεται κατανομή Tm|Hs
kk=17;
for jj=1:11
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

for jj=12
pdfTm(jj, kk)=1/0.5;
end

for jj=13:15
pdfTm(jj, kk)=0.0;
end

%Conditional model: f(Hs, Tm) = f(Hs) * f(Tm|Hs)
for kk=1:17
for jj=1:15

    % Joint probability density function
    jpdf(jj, kk)=pdfTm(jj, kk) * pdfHs(kk);

end
end

% Σφάλμα D2
% Εισάγεται χωρικό βήμα DHs, χρονικό βήμα DTm και ο αρχικός πίνακας
Probability(jj, kk) των δεδομένων, πριν την εφαρμογή του μοντέλου

DTm=0.5;
DHs=0.25;
Probability(jj, kk)=[...];

D2=0;
for kk=1:17 %sthlh
for jj=1:15 %grammh

    diafora(jj, kk) = ((jpdf(jj, kk) * DTm * DHs) - Probability(jj, kk))^2;
    D2 = D2 + diafora(jj, kk);

end
end

```

Σημείωση: Ο κώδικας για το βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$  είναι απόλυτα ανάλογος. Αλλάζει ο αρχικός Πίνακας των από κοινού πιθανοτήτων που εισάγεται (ως προς τα στοιχεία που περιλαμβάνει αλλά και ως προς τις διαστάσεις του:  $jj \times kk$ ). Επίσης, καταχωρούνται οι αντίστοιχοι συντελεστές των κατανομών μίας μεταβλητής  $a(kk)$ ,  $b(kk)$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  που προσαρμόζονται στα  $H_s$  και  $T_m|H_s$ .

### iii. Κώδικας σε Matlab για την περίπτωση μοντέλου Plackett με λογαριθμοκανονική κατανομή για το $H_s$ και την $T_m$ για τα βαθιά ύδατα

```
%Plackett model: Hs Lognormal, Tm Lognormal για τα βαθιά και για Πίνακα
δεδομένων (από κοινού πιθανοτήτων) διαστάσεων jj x kk
%Εισάγονται οι Πίνακες Hs(kk) και Tm(jj) καθώς και οι τέσσερις συντελεστές
των περιθώριων κατανομών

Hs=[0.125;0.375;0.625;0.875;1.125;1.375;1.625;1.875;2.125;2.375;2.625;2.875
;3.125;3.375;3.625;3.875;4.125];
Tm=[1.75;2.25;2.75;3.25;3.75;4.25;4.75;5.25;5.75;6.25;6.75;7.25;7.75;8.25;
8.75];
a1=-0.33585; %για κατανομή Lognormal του Hs
b1=0.91725;
a=1.294731; %για κατανομή Lognormal της Tm
b=0.37301;

% Κατανομή Lognormal του Hs
for kk=1:17

    % Probability density function
    pdfHs(kk)= (exp(-1/2/(b1^2)*(log(Hs(kk))-a1)^2))*
        ((b1*Hs(kk)*(2*pi)^0.5)^(-1));

    % Cumulative distribution function
    cdfHs(kk)=(1/2)+(1/2)*erf((log(Hs(kk))-a1)/(2^0.5*b1));

end

% Κατανομή Lognormal της Tm
for jj=1:15

    % Probability density function
    pdfTm(jj)= (exp(-1/2/(b^2)*(log(Tm(jj))-a)^2))*
        ((b*Tm(jj)*(2*pi)^0.5)^(-1));

    % Cumulative distribution function
    cdfTm(jj)=(1/2)+(1/2)*erf((log(Tm(jj))-a)/(2^0.5*b));

end

%Plackett model

arithm=zeros(15,17); % αριθμητής κλάσματος Plackett
paron=zeros(15,17); % παρονομαστής κλάσματος Plackett
f=zeros(15,17); % Πίνακας Plackett joint density

for ii=1:7500 % μετρητής για ψ: από 1.001 έως 8.500 (ανά 0.001)

    gin(ii)=1;

    for kk=1:17
        for jj=1:15
```

```

arithm(jj, kk)=y(ii) * ((y(ii)-1) * (cdfTm(jj)+cdfHs(kk) -
2*cdfTm(jj) *cdfHs(kk)) +1) *pdfTm(jj) *pdfHs(kk));

paron(jj, kk)=((1+(cdfTm(jj)+cdfHs(kk)) * (y(ii)-1)) ^2-
4*y(ii) * (y(ii)-1) *cdfTm(jj) *cdfHs(kk)) ^ (1.5));

f(jj, kk)=arithm(jj, kk) /paron(jj, kk);

    if f(jj, kk)<0.01
        f(jj, kk)=1;
    end

    gin(ii)=gin(ii) *f(jj, kk);
end
end

lngin(ii)=log(gin(ii));

end

% Για ψ από 0.001 μέχρι 8.500 να βρεθεί ο μέγιστος λογάριθμος του γινομένου
των στοιχείων και σε ποιο ψ αντιστοιχεί
for ii=1:7500
    mln=min(lngin);
    if lngin(ii)==mln
        telikoy=y(ii);
    end
end

%Για το σωστό ψ υπολογίζεται η Plackett joint density: f
y1=telikoy;

for kk=1:17
    for jj=1:15

        arithm(jj, kk)=y1 * ((y1-1) * (cdfTm(jj)+cdfHs(kk) -
2*cdfTm(jj) *cdfHs(kk)) +1) *pdfTm(jj) *pdfHs(kk));

        paron(jj, kk)=((1+(cdfTm(jj)+cdfHs(kk)) * (y1-1)) ^2-4*y1 * (y1-
1) *cdfTm(jj) *cdfHs(kk)) ^ (1.5));

        f(jj, kk)=arithm(jj, kk) /paron(jj, kk);

    end
end

% Σφάλμα D2
% Εισάγεται χωρικό βήμα DHs, χρονικό βήμα DTm και ο αρχικός πίνακας
Probability(jj, kk) των δεδομένων, πριν την εφαρμογή του μοντέλου
DTm=0.5;
DHs=0.25;

D2=0;
for kk=1:17
    for jj=1:15

        diafora(jj, kk)=((f(jj, kk) *DTm *DHs) -Probability(jj, kk)) ^2;

```

```

        D2 =D2+diafora (jj, kk) ;
    end
end

```

Σημείωση: Ο κώδικας για το βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$  είναι απόλυτα ανάλογος. Αλλάζει ο αρχικός Πίνακας των από κοινού πιθανοτήτων που εισάγεται (ως προς τα στοιχεία που περιλαμβάνει αλλά και ως προς τις διαστάσεις του:  $jj \times kk$ ). Επίσης, καταχωρούνται οι αντίστοιχοι συντελεστές των κατανομών μίας μεταβλητής  $a$ ,  $b$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  που προσαρμόζονται στα  $H_s$  και  $T_m$ .

#### iv. Κώδικας σε Matlab για την περίπτωση μοντέλου Plackett με κατανομή Weibull για το $H_s$ και λογαριθμοκανονική για την $T_m$ για τα βαθιά ύδατα

```

%Plackett model: Hs Weibull, Tm Lognormal για τα βαθιά και για Πίνακα
δεδομένων (από κοινού πιθανοτήτων) διαστάσεων jj x kk
%Εισάγονται οι Πίνακες Hs(kk)και Tm(jj) καθώς και οι τέσσερις συντελεστές
των περιθώριων κατανομών

Hs=[0.125;0.375;0.625;0.875;1.125;1.375;1.625;1.875;2.125;2.375;2.625;2.875
    ;3.125;3.375;3.625;3.875;4.125];
Tm=[1.75;2.25;2.75;3.25;3.75;4.25;4.75;5.25;5.75;6.25;6.75;7.25;7.75;8.25;
    8.75];
a1=1.102104; %για κατανομή Lognormal του Hs
b1=1.32696;
a=1.294731; %για κατανομή Lognormal της Tm
b=0.37301;

% Κατανομή Weibull του Hs
for kk=1:17

    % Probability density function
    pdfHs(kk)=a1/b1*(Hs(kk)/b1)^(a1-1)*exp(-(Hs(kk)/b1)^a1);

    % Cumulative distribution function
    cdfHs(kk)=1-exp(-(Hs(kk)/b1)^a1);

end

% Κατανομή Lognormal της Tm
for jj=1:15

    % Probability density function
    pdfTm(jj)= (exp(-1/2/(b^2)*(log(Tm(jj))-a)^2))*
        ((b*Tm(jj))*(2*pi)^0.5)^(-1));

    % Cumulative distribution function
    cdfTm(jj)=(1/2)+(1/2)*erf((log(Tm(jj))-a)/(2^0.5*b));

end
%Plackett model

```

```

arithm=zeros(15,17); % αριθμητής κλάσματος Plackett
paron=zeros(15,17); % παρονομαστής κλάσματος Plackett
f=zeros(15,17); % Πίνακας Plackett joint density

for ii=1:7500 % μετρητής για ψ: από 1.001 έως 8.500 (ανά 0.001)

gin(ii)=1;

for kk=1:17
for jj=1:15

arithm(jj, kk)=y(ii)*((y(ii)-1)*(cdfTm(jj)+cdfHs(kk)-
2*cdfTm(jj)*cdfHs(kk))+1)*pdfTm(jj)*pdfHs(kk);

paron(jj, kk)=(1+(cdfTm(jj)+cdfHs(kk))*(y(ii)-1))^2-
4*y(ii)*(y(ii)-1)*cdfTm(jj)*cdfHs(kk))^(1.5);

f(jj, kk)=arithm(jj, kk)/paron(jj, kk);

if f(jj, kk)<0.01
f(jj, kk)=1;
end

gin(ii)=gin(ii)*f(jj, kk);
end
end

lngin(ii)=log(gin(ii));

end

% Για ψ από 0.001 μέχρι 8.500 να βρεθεί ο μέγιστος λογάριθμος του γινομένου
των στοιχείων και σε ποιο ψ αντιστοιχεί
for ii=1:7500
mln=min(lngin);
if lngin(ii)==mln
telikoy=y(ii);
end
end

%Για το σωστό ψ υπολογίζεται η Plackett joint density: f
y1=telikoy;

for kk=1:17
for jj=1:15

arithm(jj, kk)=y1*((y1-1)*(cdfTm(jj)+cdfHs(kk)-
2*cdfTm(jj)*cdfHs(kk))+1)*pdfTm(jj)*pdfHs(kk);

paron(jj, kk)=(1+(cdfTm(jj)+cdfHs(kk))*(y1-1))^2-4*y1*(y1-
1)*cdfTm(jj)*cdfHs(kk))^(1.5);

f(jj, kk)=arithm(jj, kk)/paron(jj, kk);

end

```

```

end

% Σφάλμα D2
% Εισάγεται χωρικό βήμα DHs, χρονικό βήμα DTm και ο αρχικός πίνακας
Probability(jj,kk) των δεδομένων, πριν την εφαρμογή του μοντέλου
DTm=0.5;
DHs=0.25;

D2=0;
for kk=1:17
    for jj=1:15

        diafora(jj,kk)=( (f(jj,kk)*DTm*DHs)-Probability(jj,kk) )^2;

        D2 =D2+diafora(jj,kk);
    end
end
end

```

Σημείωση: Ο κώδικας για το βάθος υδάτων  $d=6.75\text{m}$  είναι απόλυτα ανάλογος. Αλλάζει ο αρχικός Πίνακας των από κοινού πιθανοτήτων που εισάγεται (ως προς τα στοιχεία που περιλαμβάνει αλλά και ως προς τις διαστάσεις του:  $jj \times kk$ ). Επίσης, καταχωρούνται οι αντίστοιχοι συντελεστές των κατανομών μίας μεταβλητής  $a, b, a_1, b_1$  που προσαρμόζονται στα  $H_s$  και  $T_m$ .

**Πίνακας Π1.** Ιστόγραμμα σχετικών (%) συχνοτήτων εμφάνισης των  $(H_s, T_m)$  για το σταθμό India, βασει συνολικού αριθμού 2,400 παρατηρήσεων (Πηγή: Nordenstrøm, 1969)

$H_s$ (ft) <sup>a</sup> (central value)	$T_{02}$ (s) (central value)							
	6·5	7·5	8·5	9·5	10·5	11·5	12·5	13·5
1	1	0	2	3	1	1	1	0
3	7	15	33	17	1	0	0	0
5	4	31	63	36	7	1	0	0
7	3	20	62	62	18	2	0	0
9	2	14	47	63	20	4	1	0
11	2	6	31	46	24	8	1	0
13	0	2	16	33	24	9	3	0
15	0	1	8	22	20	12	4	1
17	0	1	6	21	16	5	4	2
19	0	0	3	11	12	7	3	0
21	0	0	1	2	10	5	1	0
23	0	1	0	4	7	4	2	0
25	0	0	0	1	6	8	1	1
27	0	0	0	0	1	5	2	0
29	0	0	0	1	2	4	3	1
31	0	0	0	0	3	1	0	1
33	0	0	0	0	0	3	1	0
35	0	0	0	0	1	2	2	1
37	0	0	0	0	1	0	1	0
39	0	0	0	0	0	1	1	0
41	0	0	0	0	0	0	0	1
43	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	1

<sup>a</sup>1 ft = 30·48 cm.

**Πίνακας Π2.** Ιστόγραμμα απόλυτων συχνοτήτων εμφάνισης των  $(H_s, T_m)$  για το σταθμό Tromsøflaket, βάσει συνολικού αριθμού 2,400 παρατηρήσεων (Πηγή: Mathiesen and Bitner-Gregersen, 1990)

$H_s$ (m)	$T_{02}$ (s)										
	0 4-0	4-0 4-9	5-0 5-9	6-0 6-9	7-0 7-9	8-0 8-9	9-0 9-9	10-0 10-9	11-0 11-9	12-0 12-9	13-0 13-9
0 -0.5	4	17	6	4	0	1	0	0	0	0	0
0.5-0.9	337	591	453	124	12	2	0	0	0	0	0
1.0-1.4	161	1456	1025	325	37	3	3	1	0	0	0
1.5-1.9	12	899	1341	605	117	27	2	1	1	0	0
2.0-2.4	3	188	1505	700	181	42	4	1	0	0	0
2.5-2.9	0	20	688	804	204	43	8	3	1	0	0
3.0-3.4	0	1	187	776	234	61	13	1	1	0	0
3.5-3.9	0	0	14	436	286	59	12	3	0	0	0
4.0-4.4	0	0	1	151	279	81	20	1	3	0	0
4.5-4.9	0	0	0	24	259	95	22	2	2	1	0
5.0-5.4	0	0	0	2	107	104	18	2	0	2	0
5.5-5.9	0	0	0	0	29	90	13	0	0	0	1
6.0-6.4	0	0	0	0	7	53	19	3	0	0	0
6.5-6.9	0	0	0	0	0	35	21	3	1	0	0
7.0-7.4	0	0	0	1	0	12	22	4	3	0	0
7.5-7.9	0	0	0	2	0	4	11	6	1	1	0
8.0-8.4	0	0	0	0	0	1	11	3	0	0	0
8.5-8.9	0	0	0	0	0	0	2	8	0	0	0
9.0-9.4	0	0	0	0	0	0	1	7	1	0	0
9.5-9.9	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
10.0-10.4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
10.5-10.9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
11.0-11.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11.5-11.9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

**Πίνακας Π3.** Καταγραφές για καθεμία κλάση του  $H_s$  για το σταθμό στην Αυστραλία (Πηγή: Lucas and Guedes Soares, 2015)

$H_{s,T}$ [m]		
Class		No obs
<b>1</b>	[0.0:0.5]	8179
<b>2</b>	[0.5:1.0]	43187
<b>3</b>	[1.0:1.5]	18167
<b>4</b>	[1.5:2.0]	8148
<b>5</b>	[2.0:2.5]	3509
<b>6</b>	[2.5:3.0]	1590
<b>7</b>	[3.0:3.5]	527
<b>8</b>	[3.5:4.0]	280
<b>9</b>	[4.0:4.5]	108
<b>10</b>	[4.5:5.0]	45
<b>11</b>	[5.0:5.5]	21
<b>12</b>	[5.5:6.0]	3