ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΚΒΑΝΤΙΚΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ, Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ GRW ΚΑΙ ΟΙ ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΕΣ ΤΗΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ
ΑΡ.ΜΗΤΡΩΟΥ: 09106092

Επιτροπή:
ΑΡΑΓΕΩΡΓΗΣ ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ (επιβλέπων)
ΚΟΥΤΣΟΥΜΠΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ, Καθηγητής ΕΜΠ
ΤΡΑΚΑΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2016

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ανά χείρας διπλωματική εργασία είναι μια προσπάθεια μελέτης προτεινόμενων λύσεων στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης. Εστιάζεται στο μοντέλο των Ghirardi-Rimini-Weber (GRW) και τη σχετικιστική εκδοχή του, το οποίο φαίνεται να ξεπερνά μια σειρά από προβλήματα που συναντούν άλλες προσεγγίσεις αλλά έχει ένα βασικό πρόβλημα, αυτό της απουσίας αλληλεπιδράσεων. Πιο συγκεκριμένα, το πρώτο κεφάλαιο περιέχει μια εισαγωγή στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης και μια αξιολόγηση της ορθόδοξης προσπάθειας λύσης του με προσθήκη ενός αιτήματος προβολής. Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η αρχική θεωρία GRW, η αναδιατύπωσή της από τον Bell καθώς και οι αδυναμίες που επεσήμαναν διάφοροι κριτικοί. Στο τρίτο κεφάλαιο, εισάγεται η σχετικιστική εκδοχή που ανάπτυξε ο Tumulka (rGRW) και αναπτύσσεται η οντολογική της ερμηνεία με κεντρική έννοια τα χωροχρονικά συμβάντα αυθόρμητου εντοπισμού («flashes»). Στο τέταρτο κεφάλαιο, αποτιμώνται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της GRW και της σχετικιστικής της έκφρασης, δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στην κριτική που άσκησε ο Maudlin. Υποστηρίζεται ότι η κύρια προσφορά της rGRW μέχρι στιγμής είναι στα θεμέλια και τη φιλοσοφία της φυσικής: (1) παρέχει μια λύση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης, χωρίς υπερβολική μεταφυσική ή πολύπλοκη σημασιολογία, αλλά στη βάση μια νέας φυσικής αρχής και (2) δείχνει ότι η κβαντική μη τοπικότητα που εκδηλώνεται στην παραβίαση των ανισοτήτων Bell είναι συμβατή με τη σχετικιστική δομή του χωροχρόνου. Προστίθενται κάποια σχόλια για τις προοπτικές της rGRW ως φυσικής θεωρίας που θα μπορούσε να αντικαταστήσει τις καθιερωμένες κβαντικές θεωρίες.

ABSTRACT

The diploma thesis at hand is an attempt to study suggested solutions to the problem of quantum measurement. It focuses on the model by Ghirardi-Rimini-Weber (GRW) and its relativistic variant, which seems to overcome a series of problems encountered by other approaches, but has a basic problem, that of the absence of interactions. More specifically, the first chapter contains an introduction to the problem of quantum measurement and an evaluation of the orthodox attempt to solve it by adding a projection postulate. In the second chapter, the original GRW theory is presented, its restatement by Bell as well as the weaknesses pointed out by critics. In the third chapter, the relativistic variant developed by Tumulka is introduced and its ontological interpretation, centered on the concept of spatiotemporal events of spontaneous localization (“flashes”), is developed. In the fourth chapter, the merits and drawbacks of GRW and of its relativistic expression are assessed, giving special attention to the criticism exercised by Maudlin. It is argued that the main contribution of rGRW to date is in the foundations and the philosophy of physics: (1) it offers a solution to the problem of quantum measurement, without any extravagant metaphysics or any intricate semantics, but on the grounds of a new physical principle and (2) it establishes that the quantum non-locality that manifests itself in the violation of Bell inequalities is compatible with the relativistic structure of spacetime. Some comments on the prospects of rGRW as a physical theory that might replace the receive quantum theories are adduced.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΚΒΑΝΤΙΚΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

1.1. Η μέτρηση και η σχέση θεωρίας-εμπειρίας

Στη φυσική, η έννοια της μέτρησης, ως οργανωμένης έμμεσης παρατήρησης, δεσπόζει των σχέσεων θεωρίας-εμπειρίας. Και στο βαθμό που στόχος της ερμηνείας μιας φυσικής θεωρίας είναι μια περιγραφή του κόσμου, ή / και της γνωσιακής μας πρόσβασης σε αυτόν, που να εξηγεί την εμπειρική επάρκεια της δεδομένης θεωρίας, μια ανάλυση της μέτρησης αποτελεί κεντρικό κομμάτι της ερμηνείας μιας φυσικής θεωρίας.

Βέβαια, κάθε τέτοιο εγχείρημα ερμηνείας μιας φυσικής θεωρίας εξαρτάται από την άποψη που έχει κανείς για το ποιος είναι ο *στόχος* της φυσικής. Και η προσπάθεια ερμηνείας του στόχου της φυσικής είναι εν γένει ένα πεδίο αντιφάσεων και διαφορετικών προσεγγίσεων μεταξύ διαφόρων φυσικών και φιλοσόφων και των σχολών που αυτοί «δημιούργησαν». Είναι εμφανές ότι η κατάσταση περιπλέκεται όσο περισσότερο κανείς προσπαθεί να εξηγήσει φαινόμενα και καταστάσεις, όταν μάλιστα σε αυτή την διαδικασία εμπλέκονται πολλές θεωρίες που μπορεί να προέρχονται είτε από την κλασική είτε από την κβαντική φυσική. Είναι, για παράδειγμα, στόχος της φυσικής «η πλήρης περιγραφή κάθε μεμονωμένης πραγματικής κατάστασης»;

Προσπαθώντας να προσεγγίσουμε το παραπάνω ερώτημα είναι προφανές ότι θα χρειαστούμε εργαλεία και παραδοχές που δεν άπτονται μόνο της κλασικής φυσικής. Όχι για να αποδείξουμε ότι αυτός είναι ο στόχος, αλλά για να δείξουμε ότι υπάρχουν διαφορετικοί δρόμοι για την υλοποίηση αυτού του στόχου. Σύμφωνα λοιπόν με την κβαντική φυσική –ή, τουλάχιστον, κάποιες από τις παραδεδομένες ερμηνείες της–, αυτή η παραδοχή περί του στόχου της φυσικής μπορεί να υπονομεύεται από την αδυναμία διαχωρισμού των *ατομικών αντικειμένων* από τα *όργανα μέτρησης* με τα οποία αλληλεπιδρούν – όργανα που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν και να ορίσουν τις συνθήκες στις οποίες εμφανίζονται τα *φαινόμενα.* Μήπως όμως έτσι χάνεται η δυνατότητα να μελετήσει κανείς τα κβαντικά φαινόμενα «σε βάθος»; Σε ένα τυπικό κβαντικό φαινόμενο, προκύπτουν εξαρχής «ιδιομορφίες» όταν προσπαθούμε να το μελετήσουμε βαθύτερα. Η υποδιαίρεση ενός φαινομένου σε επιμέρους φαινόμενα απαιτεί εν γένει αλλαγή στην πειραματική διάταξη. Αυτή η αλλαγή έχει ως αποτέλεσμα να εισάγονται νέες συνθήκες αλληλεπίδρασης που δεν μπορούν να ελεγχθούν εξαρχής και, συνεπώς, τα δεδομένα τα οποία έχουν ληφθεί κάτω από τις προηγούμενες, διαφορετικές, πειραματικές συνθήκες δεν μπορούν να κατανοηθούν από μόνα τους, άλλα θα πρέπει να θεωρηθούν ως *συμπληρωματικά* – δηλαδή, μόνο τα *φαινόμενα στην ολότητά τους* μας παρέχουν όλες τις δυνατές πληροφορίες για τα κβαντικά αντικείμενα.

Τέτοιες θέσεις είχε υποστηρίξει ο Bohr. Το γεγονός ότι η σταθερά του Planck είναι διάφορη του μηδενός είχε οδηγήσει τον Bohr να ισχυριστεί το «μη διαχωρίσιμο» αντικειμένου / υποκειμένου ή παρατηρουμένου / παρατηρώντος:

> … το κβαντικό αίτημα συνεπάγεται ότι κάθε παρατήρηση ατομικών φαινομένων θα ενέχει μια, όχι αμελητέα, αλληλεπίδραση με τον φορέα της παρατήρησης [agency of observation]. Κατά συνέπεια, δεν μπορεί να αποδοθεί ανεξάρτητη πραγματικότητα ούτε στα φαινόμενα ούτε στους φορείς της παρατήρησης. (Bohr 1928, 89)

Έτσι, το «κβαντικό αίτημα», η ύπαρξη ελάχιστου κβάντου δράσης, συνεπάγεται, σύμφωνα με τον Bohr, ότι το κβαντικό σύστημα και η διάταξη μέτρησης δεν είναι σχετικώς ανεξάρτητα. Η κβαντική θεωρία εξετάζει μόνο «*φαινομενολογικές ολότητες*» του τύπου: φυσικό σύστημα + συσκευή μέτρησης. Επομένως, πρέπει να απορρίψουμε την κλασική ιδέα ότι η μέτρηση αποκαλύπτει μια προϋπάρχουσα ιδιότητα ενός *ανεξάρτητου* αντικειμένου μέτρησης. Και αυτό γιατί η πεπερασμένη, μη αμελητέα, αλληλεπίδραση μεταξύ αντικειμένου μέτρησης και οργάνου μέτρησης κάνει την αντίδραση του αντικειμένου στο όργανο μέτρησης «μη ελέγξιμη».

Παρ' όλα αυτά, μια μέτρηση στη φυσική θεωρείται γενικά ως μια *διαδικασία αλληλεπίδρασης* μεταξύ του υπό μέτρηση αντικειμένου ή συστήματος (S) και μιας κατάλληλης μετρητικής συσκευής ή οργάνου (M), κατά τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται συσχέτιση μεταξύ ιδιοτήτων του S και της τελικής κατάστασης της M.[1] Συνεπώς, η μέτρηση είναι μια διαδικασία παρατήρησης, με έμμεσο τρόπο, η οποία επηρεάζεται από την πειραματική διάταξη και την όποια αλλαγή της. Τα αποτελέσματα ή δεδομένα που λαμβάνονται με εμπειρικό τρόπο μπορούν να επικυρώσουν ή να αντικρούσουν μια φυσική θεωρία (όπως οι παρατηρήσεις οι σχετικές με το φάσμα του μέλανος σώματος αντίκρουσαν την κλασική θεωρία Rayleigh-Jeans που βασιζόταν στην αρχή ισοκατανομής της ενέργειας, οι μετρήσεις για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο επικύρωσαν την εξίσωση του Einstein, κ.λπ.).

[1] Με τον όρο 'ιδιότητα' εννοούμε απλώς την τιμή ενός παρατηρήσιμου μεγέθους ενός συστήματος. Π.χ., ένα σύστημα μπορεί να έχει την ιδιότητα «έχει μάζα 2 g», την ιδιότητα «έχει ενέργεια 5 eV», κ.λπ. Το αν οι ιδιότητες αυτές *πάντα* προϋπάρχουν της μέτρησης ή, με κάποιο τρόπο, τις «δημιουργεί» / «εκμαιεύει» η μέτρηση είναι θέμα ερμηνείας στην κβαντική φυσική.

Θα δούμε, τώρα, ότι η εφαρμογή του παραπάνω πολύ γενικού πλαισίου για το τι είναι μια μέτρηση στη φυσική συναντά προβλήματα στην κβαντική μηχανική – τουλάχιστον, εφόσον ο στόχος της φυσικής είναι η περιγραφή κάθε επιμέρους, «μεμονωμένου», φυσικού συστήματος και της χρονικής του εξέλιξης.

1.2. Γιατί η μέτρηση είναι πρόβλημα στην κβαντική φυσική;

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η διαδικασία της μέτρησης απαιτεί μια δεδομένη πειραματική διάταξη, ενέχει την παρατήρηση των δεδομένων με εμπειρικό τρόπο και αξιοποιείται για την επικύρωση ή όχι εν τέλει μιας υπόθεσης που εξετάζουμε. *Μπορεί όμως αυτή η διαδικασία να δίνει πάντοτε αποτελέσματα;* Η κβαντική μηχανική φαίνεται να δυσκολεύεται να δώσει θετική απάντηση σε αυτό το ερώτημα. Κατά τον κβαντικό φορμαλισμό, ένα παρατηρήσιμο μέγεθος A αναπαριστάνεται από ένα αυτοσυζυγή τελεστή $\hat{A}$ του οποίου οι ιδιοτιμές λ_j ($j = 1, 2, \ldots$) –καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια ιδιοκατάσταση ψ_j– αποτελούν τις δυνατές τιμές του παρατηρήσιμου μεγέθους.[2] Όλοι αυτοί οι όροι συνδέονται με τη σχέση:

$$\hat{A}\psi_j = \lambda_j \psi_j \tag{1.1}$$

Θα μπορούσαμε να διεξαγάγουμε μια μέτρηση ενός παρατηρήσιμου μεγέθους A μέσω της σύζευξης του συστήματος-αντικειμένου S («μικρο-σύστημα») με ένα όργανο μέτρησης M («μακρο-σύστημα») έτσι ώστε μετά την αλληλεπίδραση των δυο συστημάτων να εκτιμήσουμε την τιμή του A στο S εξετάζοντας την τελική κατάσταση του M. Αν ψ είναι η κατάσταση του συστήματος S και φ είναι η κατάσταση του M, τότε η κατάσταση του σύνθετου συστήματος S+M δίνεται από το τανυστικό γινόμενο $\Psi = \psi \otimes \varphi$, το οποίο θα γράφουμε απλώς $\Psi = \psi\varphi$. Ας υποθέσουμε ότι το παρατηρήσιμο μέγεθος A έχει ακριβώς δυο δυνατές τιμές, $+1$ και -1, με αντίστοιχες ιδιοκαταστάσεις ψ_+ και ψ_-. Συμβολίζουμε με φ_0 την κατάσταση της μετρητικής συσκευής M όταν αυτή είναι έτοιμη να μετρήσει το A στο S και με φ_+, φ_- τις καταστάσεις της M που δηλώνουν ότι η τιμή του A είναι $+1, -1$ αντίστοιχα. Τέλος, υποθέτουμε ότι η μέτρηση, ως αλληλεπίδραση μεταξύ των S και M διαρκεί από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = \tau$ (χωρίς να αποκλείουμε την περίπτωση $\tau = +\infty$).

[2] Κάνουμε εδώ την απλουστευτική παραδοχή, που συνηθίζεται σε πραγματεύσεις του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης, ότι κάθε παρατηρήσιμο μέγεθος έχει αμιγώς διακριτό και μη εκφυλισμένο φάσμα.

Αν η συσκευή Μ είναι *αξιόπιστη*, τότε κατά τη μέτρηση θα λαμβάνουν χώρα οι ακόλουθοι μετασχηματισμοί κατάστασης του σύνθετου συστήματος S+M :[3]

$$\Psi_{+}(t=0)=\psi_{+}\varphi_{0}\mapsto\Psi_{+}(t=\tau)=\psi_{+}\varphi_{+} \tag{1.2}$$

$$\Psi_{-}(t=0)=\psi_{-}\varphi_{0}\mapsto\Psi_{-}(t=\tau)=\psi_{-}\varphi_{-}\,. \tag{1.3}$$

Το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης έγκειται στη *λογική αντίφαση* που προκύπτει από την σύζευξη τριών αρχών στα πλαίσια του κβαντικού φορμαλισμού.[4] Οι τρεις αρχές είναι οι εξής:

Η δυναμική εξέλιξη κάθε φυσικού συστήματος στο σύμπαν είναι *γραμμική* (μοναδιαία ή περιγράφεται από την εξίσωση Schrödinger). Μπορεί να ονομαστεί *καθολική ισχύς γραμμικής δυναμικής εξέλιξης* (ΓΔΕ).

Αυτό που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής κατά την ολοκλήρωση μιας μέτρησης (π.χ., ότι ο δείκτης της μετρητικής συσκευής Μ δείχνει κάποια καθορισμένη τιμή) αποτελεί *φυσικό* γεγονός. Μπορεί να ονομαστεί *αξιοπιστία των αισθήσεων των παρατηρητών* (ΑΑΠ).

Σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ένα παρατηρήσιμο μέγεθος ενός κβαντικού συστήματος έχει καθορισμένη τιμή, *αν και μόνο αν*, εκείνη τη χρονική στιγμή η κατάσταση του συστήματος αναπαριστάνεται από ιδιοδιάνυσμα του αντίστοιχου αυτοσυζυγούς τελεστή, οπότε η καθορισμένη τιμή ισούται με την ιδιοτιμή που αντιστοιχεί στο ιδιοδιάνυσμα αυτό. Μπορεί να ονομαστεί *σύνδεσμος ιδιοκατάστασης-ιδιοτιμής* (ΣΙΙ)**.**

Διευκρινιστικά επισημαίνουμε τα εξής. Πρώτον, η αντίφαση επιβάλλεται από τη «μόνο αν» συνιστώσα της τρίτης παραδοχής (ΣΙΙ). Και δεύτερον, εφόσον πρόκειται για λογική αντίφαση, κάθε συνεπής ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής πρέπει να αρνηθεί τουλάχιστον μια από τις παραπάνω αρχές. Παρακάτω θα δούμε ένα ακόμα παράδειγμα από το οποίο προκύπτει η αντίφαση και θα προσπαθήσουμε να κατηγοριοποιήσουμε κάποιες λύσεις στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης ανάλογα με το ποιες αρχές αρνούνται ή αποδέχονται.

Αν οι μοναδικές δυνατές καταστάσεις του S ήταν οι ψ_{+} και ψ_{-}–καταστάσεις στις οποίες το παρατηρήσιμο μέγεθος A έχει καθορισμένες τιμές $+1$ και -1 αντίστοιχα–, τότε δεν θα υπήρχε

---

[3] Περιοριζόμαστε σε μετρήσεις που είναι (1) *ιδανικές* [ideal] με την έννοια ότι δεν αλλάζουν τη στατιστική των δυνατών αποτελεσμάτων των παρατηρήσιμων μεγεθών που *μετατίθενται* με το υπό μέτρηση μέγεθος και (2) *επαναλήψιμες* [repeatable] με την έννοια ότι αν το μετρούμενο μέγεθος μετρηθεί ξανά «αμέσως» μετά την πρώτη μέτρηση θα δώσει το ίδιο αποτέλεσμα με πιθανότητα ίση με 1. Φυσικά, αυτός ο περιορισμός δεν ισχύει για μετρήσεις παρατηρήσιμων μεγεθών που έχουν συνεχές φάσμα ή για μετρήσεις που καταστρέφουν το σύστημα-αντικείμενο (όπως, π.χ., όταν ένα φωτόνιο απορροφηθεί από μια φωτογραφική πλάκα).

[4] Βλ. και Clifton (1996).

κανένα απολύτως πρόβλημα με την κβαντική μέτρηση. Κι αυτό γιατί στην κβαντομηχανική περιγραφή που θα είχαμε δώσει για τη διαδικασία της μέτρησης μέσω των (1.2) και (1.3), θα είχαμε χρησιμοποιήσει ένα μακρο-σύστημα (συσκευή Μ) για να εξετάσουμε ένα μικρο-σύστημα (π.χ., ένα ηλεκτρόνιο S), *χωρίς να μεταβάλουμε την κατάσταση του δεύτερου*. Όμως τι συμβαίνει στην περίπτωση που η αρχική κατάσταση του S περιγράφεται από την υπέρθεση ή επαλληλία

$$\psi_0 = \alpha\psi_+ + \beta\psi_- \text{ με } \alpha, \beta \in \mathbb{C} \text{ και } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1; \tag{1.4}$$

Σε αυτή την περίπτωση, η αρχική κατάσταση του σύνθετου συστήματος είναι

$$\Psi_0(t=0) = \psi_0\varphi_0 = (\alpha\psi_+ + \beta\psi_-)\varphi_0 . \tag{1.5}$$

Και εφόσον η δυναμική εξέλιξη του σύνθετου συστήματος S+M από $t=0$ έως $t=\tau$ είναι *γραμμική* (ΓΔΕ) και η μετρητική συσκευή Μ είναι *αξιόπιστη* με την έννοια των (1.2) και (1.3), η τελική κατάσταση του σύνθετου συστήματος θα είναι

$$\Psi_0(t=\tau) = \alpha\psi_+\varphi_+ + \beta\psi_-\varphi_- . \tag{1.6}$$

Η μετρητική αλληλεπίδραση, δηλαδή, *εφόσον* διέπεται από τη ΓΔΕ, εμπλέκει τις καταστάσεις του μακρο-συστήματος Μ με εκείνες του μικρο-συστήματος S έτσι ώστε στο τέλος *ούτε* το S να βρίσκεται σε κατάσταση στην οποία το παρατηρήσιμο μέγεθος A έχει καθορισμένη τιμή (σύμφωνα με τον ΣΙΙ) ούτε η Μ να βρίσκεται σε κατάσταση που δηλώνει καθορισμένη τιμή για το A (π.χ., ο δείκτης του οργάνου δεν βρίσκεται σε συγκεκριμένη θέση). Αλλά αυτό δεν συμφωνεί με την εμπειρία των παρατηρητών στην καθημερινή εργαστηριακή ζωή. Αυτή η εμπειρία «λέει» ότι στο τέλος η μετρητική συσκευή θα βρίσκεται *ή* στην κατάσταση φ_+ *ή* στην κατάσταση φ_- με πιθανότητες $|\alpha|^2$ και $|\beta|^2$ αντίστοιχα.[5] Και εάν αυτή η εμπειρία εδράζεται σε αποκλειστικά *φυσικά* γεγονότα (ΑΑΠ), καταλήγουμε σε αντίφαση!

Έτσι θα μπορούσαμε να φτάσουμε «εύκολα» στο συμπέρασμα ότι η θεωρία της κβαντομηχανικής οδηγεί σε συμπεράσματα που βρίσκονται σε πλήρη ασυμφωνία με τις παρατηρήσεις. Δηλαδή, η ανάλυση της διαδικασίας της κβαντικής μέτρησης αναδεικνύει μια διάσταση μεταξύ της θεωρίας και των εμπειρικών παρατηρήσεων. *Είναι όμως σωστό αυτό το συμπέρασμα;*

Ο Schrödinger ([1935] 1983, 157) δραματοποίησε το πρόβλημα με το διάσημο πλέον

[5] Γενικότερα, η εμπειρία μας για τα μακροσκοπικά συστήματα «λέει» ότι τέτοια συστήματα δεν βρίσκονται ποτέ σε υπερθέσεις μακροσκοπικά διακρίσιμων καταστάσεων.

«παράδοξο της γάτας».[6] Υπέθεσε πως σε ένα χαλύβδινο δωμάτιο είναι έγκλειστη μια γάτα μαζί με ένα φιαλίδιο που περιέχει υδροκυάνιο και αν σπάσει το φιαλίδιο, κατά τη διάρκεια του πειράματος, η γάτα θα πεθάνει. Το φιαλίδιο μπορεί να σπάσει από τη διέγερση ενός μετρητή Geiger που θα είναι τοποθετημένος απέναντι από μια μικρή ποσότητα ραδιενεργού υλικού, με πιθανότητα διάσπασης 1/2 ενός τουλάχιστον πυρήνα κατά τη διάρκεια του πειράματος. Η τελική κατάσταση του σύνθετου αυτού συστήματος μετά το πέρας του πειράματος θα είναι, σύμφωνα με τον κβαντικό δυναμικό νόμο της ΓΔΕ,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\begin{matrix}\text{αδιασπαστος}\\ \text{πυρηνας}\end{matrix}\right\rangle\left|\begin{matrix}\text{ακεραιο}\\ \text{φιαλιδιο}\end{matrix}\right\rangle\left|\begin{matrix}\text{ζωντανη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\begin{matrix}\text{διασπασμενος}\\ \text{πυρηνας}\end{matrix}\right\rangle\left|\begin{matrix}\text{σπασμενο}\\ \text{φιαλιδιο}\end{matrix}\right\rangle\left|\begin{matrix}\text{νεκρη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right\rangle. \qquad (1.7)$$

Άρα η γάτα θα βρίσκεται σε «υπέρθεση ζωής και θανάτου»!

Φυσικά, αν δούμε τι γίνεται μέσα στο χαλύβδινο δωμάτιο, θα βρούμε τη γάτα ή ζωντανή ή νεκρή: το καταστατικό διάνυσμα θα έχει αναχθεί είτε σε εκείνο που αντιστοιχεί σε ζωντανή γάτα είτε σε εκείνο που αντιστοιχεί σε νεκρή γάτα. Συνεπώς εδώ τίθεται ένα δίλημμα σε σχέση με το τι αναπαριστάνει το καταστατικό διάνυσμα: τη γνώση, τις πεποιθήσεις, μας για το σύστημα *ή* την αντικειμενική κατάσταση του συστήματος; Αν πούμε ότι ισχύει το πρώτο, τότε η αναγωγή του καταστατικού διανύσματος, η «κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης», αντιστοιχεί απλώς στην αναθεώρηση της γνώσης μας για την κατάσταση της γάτας. *Εμείς* αντιλαμβανόμαστε ότι η γάτα είναι ζωντανή ή νεκρή· η γάτα δεν παθαίνει τίποτα από φυσικής άποψης. Αν όμως το καταστατικό διάνυσμα αναπαριστάνει την αντικειμενική κατάσταση της γάτας, τότε η αναγωγή του, η «κατάρρευση», συνοδεύεται από μια δραματική φυσική μεταβολή της γάτας. Έτσι η αρχή της υπέρθεσης, ενώ μπορεί να μην έχει ιδιαίτερα αντιληπτές ή ενοχλητικές συνέπειες στο «επίπεδο» του μικρόκοσμου, φαίνεται σε μεγάλο βαθμό «απίθανη» στον μακρόκοσμο.

Σύμφωνα με την (1.7) η τελική κατάσταση της γάτας, θα δίνεται από τον πίνακα πυκνότητας:

$$\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}\text{ζωντανη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right\rangle\left\langle\begin{matrix}\text{ζωντανη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right|+\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}\text{νεκρη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right\rangle\left\langle\begin{matrix}\text{νεκρη}\\ \text{γατα}\end{matrix}\right|. \qquad (1.8)$$

Δεν θα μπορούσαμε, λοιπόν, να πούμε ότι μετά το τέλος του πειράματος η γάτα είναι *στην πραγματικότητα* ή ζωντανή ή νεκρή και ότι η κβαντομηχανική περιγραφή της από μια μικτή κατάσταση «ζωής» και «θανάτου» δεν υποδηλώνει τίποτα παραπάνω από τη δική μας *άγνοια* για την πραγματική κατάσταση της γάτας; Μια άγνοια που αίρεται μόνο όταν ο άνθρωπος / παρατηρητής

[6] Κατά δήλωση του ίδιου του Schrödinger ([1935] 1983, 163, υποσημείωση 7), κίνητρο για αυτή την εργασία ήταν το ερώτημα περί *πληρότητας* της κβαντομηχανικής περιγραφής που είχαν θέσει οι Einstein, Podolsky και Rosen ([1935] 1983) με την επίσης διάσημη εργασία τους.

κοιτάξει μέσα στο χαλύβδινο κουτί για να αποκτήσει γνώση για το τι έχει συμβεί στη γάτα βιολογικά; Όμως μια ερμηνεία αυτού του είδους δεν είναι πλήρως δικαιολογημένη για δυο λόγους. Πρώτον, η στατιστική κατάσταση (1.8) δεν εξηγεί (ούτε καν πιθανοκρατικά) την «αναγωγή της γάτας» σε μια από τις δυο συνιστώσες καθαρές καταστάσεις του μίγματος, διότι αυτές συνυπάρχουν με την ίδια τιμή πιθανότητας ως ενδεχόμενα. Και δεύτερον, η ανάλυση της (1.8) σε συνιστώσες καθαρές καταστάσεις δεν είναι «μονοσήμαντη». Πράγματι, σύμφωνα με ένα θεώρημα από τα μαθηματικά των χώρων Hilbert, κάθε *τελεστής πυκνότητας* (*στατιστικός τελεστής* ή *πίνακας πυκνότητας*) $\hat{W}$ σε ένα μιγαδικό χώρο Hilbert $\mathcal{H}$ μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\hat{W} = \sum_{j=1}^{N} w_j \hat{P}_{|\psi_j\rangle}, \quad w_j \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{N} w_j = 1, \quad N \leq \dim \mathcal{H}, \tag{1.9}$$

όπου $\hat{P}_{|\psi_j\rangle} = |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ ο τελεστής προβολής πάνω στο μονοδιάστατο υπόχωρο που παράγεται από το $|\psi_j\rangle$ ($j = 1, 2, ..., N$)· *αλλά* η ανάλυση (1.9) είναι μοναδική (μέχρι επιλογή φάσεων και διάταξη του αθροίσματος) αν και μόνο αν τα διανύσματα των συνιστωσών καθαρών καταστάσεων είναι αμοιβαία ορθογώνια –δηλαδή, $\langle\psi_j|\psi_k\rangle = \delta_{jk}$– και οι συντελεστές βάρους άνισοι («μη εκφυλισμός») –δηλαδή, $w_j \neq w_k$ για $j \neq k$.[7] Όμως η (1.8) δεν ικανοποιεί αυτές τις συνθήκες. Δεδομένου, επιπλέον, ότι στατιστικά σύνολα συστημάτων που περιγράφονται από μη αμοιβαία ορθογώνιες καθαρές καταστάσεις μπορούν εύκολα να παρασκευασθούν στο εργαστήριο, δεν μπορούμε γενικά να κατανοήσουμε ένα τελεστή πυκνότητας που αναλύεται όπως στην (1.9) ως μαθηματική περιγραφή μιας κατάστασης στην οποία ένα επιμέρους σύστημα βρίσκεται σε *κάποια* από τις καθαρές κβαντικές $|\psi_j\rangle$, αλλά *εμείς δεν γνωρίζουμε* σε ποια (με τους συντελεστές w_j να εκφράζουν ακριβώς αυτή τη *μερική άγνοιά μας* για την πραγματική κατάσταση του συστήματος).

Συνοψίζοντας, το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης μπορεί να αναδειχθεί ως πρόβλημα που προκύπτει από το *ασυμβίβαστο* τριών αρχών (ΓΔΕ, ΑΑΠ, ΣΙΙ) στο πλαίσιο του κβαντικού φορμαλισμού. Κατά συνέπεια κάθε προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος πρέπει να αρνηθεί τουλάχιστον μια από αυτές τις αρχές. Έτσι, η ορθόδοξη ερμηνεία[8] που βασίζεται στο αίτημα

---

[7] Ένας τελεστής $\hat{W}$ σε ένα χώρο Hilbert $\mathcal{H}$ λέγεται τελεστής πυκνότητας αν και μόνο αν είναι θετικός ($\langle\psi|\hat{W}|\psi\rangle \geq 0$ για κάθε $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$) και $\mathrm{tr}(\hat{W}) =_{\text{ορσ}} \sum_j \langle\varphi_j|\hat{W}|\varphi_j\rangle = 1$ όπου $\{|\varphi_j\rangle\}$ οποιαδήποτε ορθοκανονική βάση του $\mathcal{H}$. Έπεται ότι ο $\hat{W}$ είναι αυτοσυζυγής ($\hat{W} = \hat{W}^\dagger$) και κλάσης ίχνους ($\mathrm{tr}(\hat{W}) < \infty$). Ένας τελεστής πυκνότητας $\hat{W}$ είναι τελεστής προβολής αν και μόνο αν $\hat{W} = \hat{W}^2$. Για τον ορισμό και τις ιδιότητες των τελεστών πυκνότητας, συμπεριλαμβανομένου του θεωρήματος που αναφέρουμε εδώ, βλ., π.χ., Hughes (1989, κεφ. 5).

[8] Με τον όρο ‘ορθόδοξη ερμηνεία’ εννοούμε στο εξής στην ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής που προέρχεται από ιδέες

προβολής (το οποίο θα πραγματευθούμε στην επόμενη ενότητα) αρνείται τη ΓΔΕ και το ίδιο ισχύει για την ερμηνεία GRW (την οποία θα αναλύσουμε στα επόμενα κεφάλαια)· ερμηνείες που βασίζονται στην παρέμβαση της *συνείδησης* του παρατηρητή αρνούνται την ΑΑΠ και το ίδιο ισχύει για τις λεγόμενες ερμηνείες των *πολλών κόσμων* [many worlds interpretations]· τέλος, τροπικές ερμηνείες, όπως και η ερμηνεία Bohm, αρνούνται τον ΣΙΙ.[9]

1.3. Το αίτημα της προβολής

Η καθιερωμένη προσέγγιση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης είναι η εισαγωγή ενός *αιτήματος προβολής* [projection postulate]. Κατά τη μέτρηση, το σύστημα μεταπίπτει σε μια ιδιοκατάσταση του μετρουμένου μεγέθους και η μετάπτωση αυτή είναι *μη ντετερμινιστική*, *μη αντιστρέψιμη*, *ασυνεχής* και *στιγμιαία*. Με την εισαγωγή ενός αιτήματος προβολής ουσιαστικά καταργείται η καθολικότητα της γραμμικής (μοναδιαίας) δυναμικής εξέλιξης (ΓΔΕ) και αντικαθίσταται από έναν άλλο, πιο σύνθετο, κβαντικό δυναμικό νόμο.

Ακριβέστερα, ο von Neumann ([1932] 1955, 351 κ.ε.) διέκρινε δυο διαδικασίες μεταβολής της κατάστασης ενός κβαντικού συστήματος (ή ενός στατιστικού συνόλου κβαντικών συστημάτων) S:

►*Διαδικασία 1*. Μη ντετερμινιστική, μη αντιστρέψιμη, ασυνεχής και στιγμιαία αναγωγή

$$\hat{W} \mapsto \hat{W}' = \sum_{n=1}^{\infty} \langle \psi_n | \hat{W} | \psi_n \rangle \hat{P}_{|\psi_n\rangle}, \tag{1.10}$$

όπου $\{|\psi_n\rangle\}_{n=1}^{\infty}$ είναι μια ορθοκανονική βάση του χώρου Hilbert $\mathcal{H}_S$ του S, $\hat{P}_{|\psi_n\rangle}$ ο τελεστής προβολής πάνω στον μονοδιάστατο υπόχωρο του $\mathcal{H}_S$ που παράγεται από το $|\psi_n\rangle$ ($n = 1, 2, \ldots$) και $\hat{W}, \hat{W}'$ τελεστές πυκνότητας για το S.

►*Διαδικασία 2*. Ντετερμινιστική, αντιστρέψιμη, συνεχής και με την πάροδο χρόνου t μεταβολή

$$\hat{W} \mapsto \hat{W}_t = \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right)\hat{W}\exp\left(\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right), \tag{1.11}$$

όπου $\hat{H}$ η χαμιλτονιανή για το S και $\hat{W}$ και $\hat{W}_t$ οι τελεστές πυκνότητας που περιγράφουν τις

της Σχολής της Κοπεγχάγης και έχει πλέον ενσωματωθεί σε εγχειρίδια κβαντικής φυσικής.
[9] Για μια επισκόπηση, βλ., π.χ., Albert (1992).

καταστάσεις του S κατά τις χρονικές στιγμές 0 και t αντίστοιχα.[10] Είναι χαρακτηριστικό ότι ο ίδιος ο von Neumann αποκαλεί τις διαδικασίες του πρώτου τύπου «*αυθαίρετες μεταβολές από μετρήσεις*» ["arbitrary changes by measurements"] ενώ εκείνες του δεύτερου τύπου «*αυτόματες μεταβολές που λαμβάνουν χώρα με την πάροδο του χρόνου*» ["automatic changes which occur with passage of time"].

Προφανώς, η Διαδικασία 2 είναι η μοναδιαία γραμμική δυναμική εξέλιξη που προβλέπει η εξίσωση Schrödinger. Η Διαδικασία 1 δίνει τη γενική μορφή του αιτήματος προβολής. Στην πιο οικεία περίπτωση, η αρχική κατάσταση του S είναι καθαρή, $\hat{W} = |\psi\rangle\langle\psi|$, και η ορθοκανονική βάση $\{|\psi_n\rangle\}_{n=1}^{\infty}$ συγκροτείται από τα ιδιοδιανύσματα $|a_n\rangle$ $(n = 1, 2, \ldots)$ του αυτοσυζυγούς τελεστή $\hat{A}$ που παριστάνει το μετρούμενο παρατηρήσιμο μέγεθος A. Υπό αυτές τις υποθέσεις,

$$\langle\psi_n|\hat{W}|\psi_n\rangle = \langle a_n|\psi\rangle\langle\psi|a_n\rangle = |\langle a_n|\psi\rangle|^2 \tag{1.12}$$

για κάθε n και η (1.10) λαμβάνει την πιο γνωστή μορφή

$$|\psi\rangle \mapsto \hat{W}' = \sum_{n=1}^{\infty} |\langle a_n|\psi\rangle|^2 \, \hat{P}_{|a_n\rangle} \tag{1.13}$$

που παριστάνει μια μέτρηση *χωρίς επιλογή αποτελέσματος* του A στην καθαρή κατάσταση $|\psi\rangle$. Παρατηρούμε ότι αυτή η διαδικασία –ειδική περίπτωση της Διαδικασίας 1 του von Neumann– ενέχει τη μετατροπή μιας *καθαρής* κατάστασης σε *μικτή*. Η *επιλογή* αποτελέσματος θα δώσει *μια* από τις δυνατές τιμές, ας πούμε την a_m, με πιθανότητα $|\langle a_m|\psi\rangle|^2$, όπως ακριβώς προβλέπει ο κανόνας του Born. Για το παράδειγμα που αναλύσαμε στην προηγούμενη ενότητα, θα έχουμε σχηματικά

$$\alpha\psi_+\varphi_+ + \beta\psi_-\varphi_- \xrightarrow{\text{ασυνεχώς}} \begin{cases} (\alpha/|\alpha|)\psi_+\varphi_+ & \text{με πιθανότητα } |\alpha|^2 \\ (\beta/|\beta|)\psi_-\varphi_- & \text{με πιθανότητα } |\beta|^2 \end{cases}, \tag{1.14}$$

σε συμφωνία με την εμπειρία.

Συνοψίζοντας, η ορθόδοξη ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής τροποποιεί τον κβαντικό δυναμικό νόμο ως εξής: η δυναμική εξέλιξη κάθε φυσικού συστήματος περιγράφεται από μια μονοπαραμετρική ομάδα μοναδιαίων γραμμικών τελεστών *εκτός εάν* λαμβάνει χώρα μέτρηση οπότε

[10] Υποθέτουμε ότι ο χαμιλτονιανός τελεστής $\hat{H}$ δεν εξαρτάται από τον χρόνο t. Εάν εξαρτώνταν, τότε θα διαχωρίζαμε το χρονικό διάστημα $[0, t]$ σε μικρότερα χρονικά διαστήματα, σε καθένα από τα οποία ο $\hat{H}$ δεν θα άλλαζε (ή θα άλλαζε ελάχιστα) ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η (1.11). Η σύνθεση θα έδινε το τελικό αποτέλεσμα.

το σύστημα μεταπίπτει στιγμιαία σε μια ιδιοκατάσταση του μετρούμενου μεγέθους. Το ερώτημα είναι πότε εφαρμόζεται το «εκτός εάν»: *τι διαφοροποιεί μια μέτρηση από μια δυναμική αλληλεπίδραση μεταξύ δυο συστημάτων;* Εάν δεν απαντηθεί αυτό το ερώτημα, τότε το αίτημα της προβολής θα παραμένει μια αυθαίρετη ad hoc προσθήκη και η κβαντική μέτρηση θα αποτελεί ένα «*θαύμα*» με την έννοια που απέδιδε στη λέξη ο David Hume: μια παραβίαση ενός νόμου της φύσης (της μοναδιαίας γραμμικής εξέλιξης, της εξίσωσης Schrödinger).

Μια συνήθης απάντηση, την οποία επεξεργάστηκε μεταξύ άλλων και ο von Neumann, βασίζεται στην εισαγωγή ενός δυϊσμού μεταξύ «παρατηρούμενου συστήματος» και «παρατηρητή», με το πρώτο μόνο να θεωρείται ως αποκλειστικά *φυσικό* σύστημα. Ο von Neumann ([1932] 1955, 419-420) γράφει σχετικά:

> … κάποια στιγμή πρέπει να πούμε: και αυτό αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής. Δηλαδή, πρέπει πάντοτε να διαιρέσουμε τον κόσμο σε δύο μέρη, με το ένα να είναι το παρατηρούμενο σύστημα και το άλλο ο παρατηρητής…. Πράγματι, η εμπειρία διατυπώνει μόνον προτάσεις της εξής μορφής: ένας παρατηρητής έχει κάνει μια συγκεκριμένη (υποκειμενική) παρατήρηση – ποτέ της μορφής: ένα φυσικό μέγεθος έχει μια ορισμένη τιμή.

Αυτός ο δυϊσμός υπαινίσσεται ότι εκείνο που διαφοροποιεί μια μέτρηση από άλλες αλληλεπιδράσεις είναι η «συμμετοχή» ή «παρέμβαση» ενός παράγοντα που είναι φορέας *αντίληψης* ή *συνείδησης*. Η αναγωγή του διανύσματος κατάστασης, λοιπόν, εκλαμβάνεται ως συνέπεια της επέμβασης της αντίληψης ή της συνείδησης του παρατηρητή. Κατά την ανάγνωση του αποτελέσματος του μετρούμενου μεγέθους A επεμβαίνει, σύμφωνα με τον von Neumann, η αντίληψη του παρατηρητή και σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση: «Παρατηρώ στην κλίμακα της συσκευής μέτρησης την αριθμητική τιμή $+1$· άρα η κατάσταση της συσκευής M τη στιγμή της παρατήρησης είναι φ_+ και κατά συνέπεια το μετρούμενο φυσικό σύστημα S βρίσκεται στην κατάσταση ψ_+ με αντίστοιχη ιδιοτιμή $+1$». Έτσι η αναγωγή του διανύσματος κατάστασης του S πραγματοποιείται τη στιγμή κατά την οποία ο παρατηρητής γνωρίζει το αποτελέσμα της μέτρησης. Για τον von Neumann μια εξήγηση αυτού του είδους είναι λογικά συνεπής και μη διαψεύσιμη από την ανθρώπινη εμπειρία, διότι, όπως ο ίδιος γράφει (βλ. παραπάνω), αυτή η εμπειρία περιγράφεται πάντοτε από προτάσεις της μορφής «Ο παρατηρητής X έκανε τη συγκεκριμένη υποκειμενική παρατήρηση ότι p», όπου p είναι μια πρόταση που αποδίδει μια τιμή (ή ένα σύνολο τιμών) σε κάποιο παρατηρήσιμο μέγεθος.

Τέτοιες απόψεις αναπτύχθηκαν περαιτέρω από τον Wigner ([1961] 1983) και άλλους στην κατεύθυνση της ιδέας ότι *η συνείδηση επιδρά πάνω στα φυσικά φαινόμενα*. Τέτοιες προσεγγίσεις επί της ουσίας εισάγουν τη συνείδηση του παρατηρητή ως μια οντότητα, της οποίας η επίκληση μπορεί να προσφέρει μια λύση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης *επειδή ακριβώς* η οντότητα αυτή *δεν* υπόκειται στους κβαντομηχανικούς νόμους – ο *εγκέφαλος* του παρατηρητή υπόκειται, όντας υλικό φυσικό σύστημα, αλλά ο *νους* του παρατηρητή όχι.

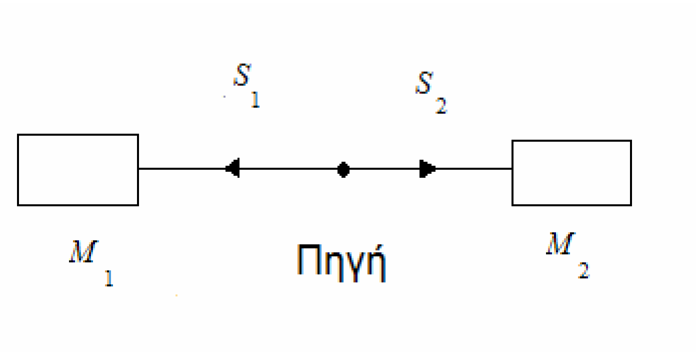
Τα προβλήματα τέτοιων προσεγγίσεων στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης είναι πολλά. Πρώτον, για να διακρίνουν την κβαντική μέτρηση από άλλες αλληλεπιδράσεις μεταξύ συστημάτων, δεσμεύονται σε *αντι-υλιστικές* θέσεις πάνω στο μεταφυσικό πρόβλημα νου-σώματος – τουλάχιστον, σε κάποια εκδοχή καρτεσιανού δυϊσμού. Δεύτερον, αν οντότητες που δεν πραγματεύεται η φυσική (π.χ., ο νους) έχουν επίδραση πάνω στα φυσικά φαινόμενα, τότε οι φυσικές μας θεωρίες δεν μπορεί να είναι *εξηγητικά κλειστές*.[11] Και, τέλος, η ανάγκη διαίρεσης του κόσμου σε «παρατηρούμενο σύστημα» και «παρατηρητή», ακόμη και αν το «σύνορο» που σηματοδοτεί αυτή τη διαίρεση είναι εν πολλοίς αυθαίρετο (όπως παραδέχεται ο von Neumann [1932] 1955, 420), δημιουργεί δυσκολίες σε κάθε εφαρμογή τέτοιων προσεγγίσεων σε περιοχές όπως η κβαντική κοσμολογία.

Αλλά η καθιερωμένη λύση του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης με την εισαγωγή ενός αιτήματος προβολής συναντά και άλλες δυσκολίες, εκτός από την ανάγκη να συμπληρωθεί με ένα ανεξάρτητο προσδιορισμό του τι συνιστά μια μέτρηση πέρα από μια αλληλεπίδραση μεταξύ κβαντικών φυσικών συστημάτων. Συγκεκριμένα, το αίτημα προβολής καθιστά προβληματική την επέκταση της κβαντικής θεωρίας σε σχετικιστικούς χωροχρόνους. Για να το δούμε αυτό, στρεφόμαστε σε ένα *πείραμα EPRB* (Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm). Μια πηγή εκπέμπει ζεύγη σωματιδίων spin ½ , S_1 και S_2, στην κατάσταση singlet του ολικού spin:

$$\left|\Psi_{\text{singlet}}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\vec{n},+\right\rangle_{S_1}\left|\vec{n},-\right\rangle_{S_2} - \left|\vec{n},-\right\rangle_{S_1}\left|\vec{n},+\right\rangle_{S_2}\right), \tag{1.15}$$

όπου $\vec{n}$ είναι αυθαίρετο μοναδιαίο διάνυσμα στον 3-διάστατο φυσικό χώρο και $\left|\vec{n},\pm 1\right\rangle_{S_j}$ συμβολίζει την κατάσταση στην οποία το σωματίδιο S_j ($j=1,2$) έχει καθορισμένη τιμή spin στην κατεύθυνση του $\vec{n}$ ίση με $\pm\hbar/2$. Τα δυο σωματίδια κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, καθένα προς μια συσκευή μέτρησης, ας τις ονομάσουμε M_1 και M_2, που μπορεί να μετρήσει (με κατάλληλη ρύθμιση) το spin ενός σωματιδίου ως προς οποιαδήποτε κατεύθυνση στον χώρο.

[11] Με απλά λόγια, η φυσική θα πρέπει να δεχθεί την ύπαρξη «άγνωστων επιδράσεων» πάνω στην ύλη που δεν διέπονται από τους κβαντικούς νόμους. Και είναι «αρκετά ιδεαλιστικό» να πιστεύει κανείς πως η συσκευή μέτρησης δεν δίνει καθορισμένη ένδειξη μέχρις ότου ένας παρατηρητής αντιληφθεί το «σωστό» αποτέλεσμα της μέτρησης.



Σχήμα 1. Απλοποιημένο διάγραμμα ενός πειράματος EPRB.

Οι στατιστικές τέτοιων πειραμάτων επικυρώνουν την υπόθεση ότι αν μια μέτρηση του spin κατά $\vec{n}$ του S_1 από τη M_1 δώσει την τιμή ± 1, τότε με πιθανότητα ίση με 1 μια μέτρηση του spin κατά $\vec{n}$ του S_2 από τη M_2 θα δώσει την τιμή ∓ 1 αντίστοιχα. Η ορθόδοξη ερμηνεία εξηγεί το γεγονός αυτό με χρήση του αιτήματος προβολής: ενώ στην αρχική κατάσταση $\left|\Psi_{\text{singlet}}\right\rangle$ κανένα σωματίδιο δεν έχει καθορισμένο spin κατά $\vec{n}$, κατά τη *στιγμή* της μέτρησης του spin κατά $\vec{n}$ του S_1 από τη M_1 η υπέρθεση καταρρέει ταυτόχρονα και στις δυο πτέρυγες του πειράματος ώστε το spin κατά $\vec{n}$ του S_2 στη M_2 να αποκτήσει την κατάλληλη τιμή: αν η μέτρηση του spin κατά $\vec{n}$ του S_1 από τη M_1 δώσει την τιμή $+1$, η $\left|\Psi_{\text{singlet}}\right\rangle$ καταρρέει στην $\left|\vec{n},+\right\rangle_{S_1}\left|\vec{n},-\right\rangle_{S_2}$ στην οποία το spin κατά $\vec{n}$ του S_2 έχει την τιμή -1· ενώ αν η μέτρηση του spin κατά $\vec{n}$ του S_1 από τη M_1 δώσει την τιμή -1, η $\left|\Psi_{\text{singlet}}\right\rangle$ καταρρέει στην $\left|\vec{n},-\right\rangle_{S_1}\left|\vec{n},+\right\rangle_{S_2}$ στην οποία το spin κατά $\vec{n}$ του S_2 έχει την τιμή $+1$.

Η παραπάνω εξήγηση, όμως, δεν φαίνεται να ευσταθεί σε ένα σχετικιστικό χωρόχρονο, όπως ο χωρόχρονος Minkowski της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας, όπου η ταυτοχρονία απομακρυσμένων συμβάντων είναι *σχετική* ως προς το σύστημα αναφοράς. Η αναγωγή του διανύσματος κατάστασης, η κατάρρευση της υπέρθεσης, μπορεί να συμβεί ταυτόχρονα στις δυο πτέρυγες του πειράματος σε *το πολύ ένα* σύστημα αναφοράς. Έτσι φαίνεται να απομένουν δυο δυνατότητες: είτε η αναγωγή ή κατάρρευση δεν είναι *στιγμιαία* είτε ο κβαντικός κόσμος επιλέγει ένα προνομιακό σύστημα αναφοράς. Και η δεύτερη δυνατότητα δεν είναι συμβατή με τη σχετικότητα.[12]

Τέλος, η καθιερωμένη προσέγγιση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης δεν φαίνεται να μπορεί να εξηγήσει *με ενιαίο συνεκτικό τρόπο* τι συμβαίνει στη μικροσκοπική και στη μακροσκοπική

[12] Βλ. και Maudlin (2011).

«διάσταση» του κόσμου.

1.4. Το «ανεπίλυτο» του προβλήματος

Είναι εύλογο να διερωτηθεί κανείς μήπως οι παραπάνω αναλύσεις του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης βασίζονται σε εσφαλμένες υπόρρητες παραδοχές (π.χ., στην παραδοχή ότι είναι δυνατή η πλήρης γνώση της αρχικής κατάστασης του οργάνου μέτρησης). Τα επιχειρήματα που φέρουν τον τίτλο “insolubility proofs” στη σχετική βιβλιογραφία προσπαθούν να απαντήσουν αρνητικά σε τέτοια ερωτήματα. Γενικά, τέτοια επιχειρήματα δικαιολογούν συμπεράσματα του εξής τύπου: αν η αλληλεπίδραση του συστήματος-αντικειμένου S με τη συσκευή μέτρησης M περιγράφεται από κατάλληλο μοναδιαίο τελεστή στον χώρο Hilbert $\mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$, τότε η τελική κατάσταση του στατιστικού συνόλου των σύνθετων συστημάτων S+M δεν μπορεί πάντα να αναλυθεί ως μίγμα ιδιοκαταστάσεων του τελεστή $\hat{I} \otimes \hat{B}$ στον $\mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$, όπου $\hat{I}$ ο ταυτοτικός τελεστής στον $\mathcal{H}_{\mathrm{S}}$ και B το παρατηρήσιμο μέγεθος που αντιστοιχεί στις ενδείξεις («θέσεις του δείκτη») του οργάνου μέτρησης M.

Για να πάρουμε μια ιδέα, θα παρουσιάσουμε την απόδειξη που ανέπτυξε ο Brown (1986). Κατ' αρχήν πρέπει να ορίσουμε τι θα πει «κατάλληλος μοναδιαίος τελεστής στον χώρο Hilbert $\mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$». Δεδομένου ενός αυτοσυζυγούς τελεστή $\hat{Q}$ σε ένα χώρο Hilbert $\mathcal{H}$, λέμε ότι δυο τελεστές πυκνότητας $\hat{W}_1$ και $\hat{W}_2$ είναι $\hat{Q}-$*διακρίσιμοι* αν και μόνο αν $\mathrm{tr}\left(\hat{W}_1\hat{Q}\right) \neq \mathrm{tr}\left(\hat{W}_2\hat{Q}\right)$ – δηλαδή, αν και μόνο αν οι αναμενόμενες τιμές του παρατηρήσιμου μεγέθους Q στις καταστάσεις που περιγράφονται από τους $\hat{W}_1$ και $\hat{W}_2$ είναι διαφορετικές . Ας θεωρήσουμε τώρα μια μέτρηση του παρατηρήσιμου μεγέθους A στο σύστημα-αντικείμενο S με τη βοήθεια μιας μετρητικής συσκευής M της οποίας οι ενδείξεις δίνονται από τις τιμές του παρατηρήσιμου μεγέθους B. Συμβολίζουμε με $\hat{W}_{\mathrm{S}}$, $\hat{W}_{\mathrm{M}}$ τους τελεστές πυκνότητας που παριστάνουν τις αρχικές καταστάσεις ($t=0$) στατιστικών συνόλων συστημάτων S, M αντίστοιχα. Μια αλληλεπίδραση μεταξύ S και M που διέπεται από τον μοναδιαίο τελεστή $\hat{U}$ στον $\mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$ λέγεται $\left\langle A, B, \hat{W}_{\mathrm{M}} \right\rangle -$ *μέτρηση* αν και μόνο αν για κάθε $\hat{W}_{\mathrm{S}}, \hat{W}_{\mathrm{S}}'$ που είναι $\hat{A}-$διακρίσιμοι οι τελεστές πυκνότητας $\hat{U}\left(\hat{W}_{\mathrm{S}} \otimes \hat{W}_{\mathrm{M}}\right)\hat{U}^{-1}$ και $\hat{U}\left(\hat{W}_{\mathrm{S}}' \otimes \hat{W}_{\mathrm{M}}\right)\hat{U}^{-1}$ είναι $\left(\hat{I} \otimes \hat{B}\right)-$διακρίσιμοι.

Στους παραπάνω ορισμούς, προσθέτουμε τώρα την ακόλουθη αρχή *πραγματικής μοναδιαίας* *εξέλιξης* (ΠΜΕ). Αν κατά τη χρονική στιγμή $t=0$, η πραγματική κατάσταση ενός στατιστικού συνόλου S+M συστημάτων δίνεται από την ανάλυση μίγματος

$$\hat{W}_{t=0} = \sum_n w_n \hat{P}_{|\Phi_n\rangle} \tag{1.16}$$

(όπου $0 < w_n < 1$ για κάθε n, $\sum_n w_n = 1$, $\hat{W}_{t=0}^2 \neq \hat{W}_{t=0}$ και τα $|\Phi_n\rangle \in \mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$ δεν είναι αναγκαστικά ορθογώνια μεταξύ τους) και η χρονική εξέλιξη κάθε στοιχείου του στατιστικού συνόλου για το διάστημα $[0,\tau]$ διέπεται από τους μοναδιαίους τελεστές

$$\hat{U}(t) = \exp\left(-\frac{it\hat{H}}{\hbar}\right), \quad 0 \leq t \leq \tau \tag{1.17}$$

(όπου $\hat{H}$ είναι η χαμιλτονιανή του S+M), τότε η τελική πραγματική κατάσταση του στατιστικού συνόλου S+M δίνεται από την ανάλυση μίγματος

$$\hat{W}_{t=\tau} = \sum_n w_n \hat{P}_{\hat{U}(\tau)|\Phi_n\rangle}\,. \tag{1.18}$$

Με αυτούς τους ορισμούς και παραδοχές, μπορούμε τώρα να αποδείξουμε το ακόλουθο:

ΘΕΩΡΗΜΑ. *Αν ο $\hat{U}$ αντιστοιχεί σε μια $\langle A, B, \hat{W}_{\mathrm{M}}\rangle -$ μέτρηση στο χρονικό διάστημα $[0,\tau]$, τότε η τελική κατάσταση του στατιστικού συνόλου σύνθετων συστημάτων* S+M *δεν μπορεί πάντα (δηλαδή, για κάθε αρχική κατάσταση του στατιστικού συνόλου S) να αναλυθεί ως πραγματικό μίγμα ιδιοκαταστάσεων του $\hat{I} \otimes \hat{B}$.*

Η απόδειξη έχει ως εξής.

Έστω ότι το αρχικό πραγματικό μίγμα του στατιστικού συνόλου M δίνεται από τον τελεστή πυκνότητας:

$$\hat{W}_{\mathrm{M}} = \sum_n w_n \hat{P}_{|\varphi_n\rangle}, \quad 0 < w_n < 1, \quad \sum_n w_n = 1. \tag{1.19}$$

Θεωρούμε δυο ιδιοκαταστάσεις $|a_1\rangle$ και $|a_2\rangle$ του $\hat{A}$ με $a_1 \neq a_2$. Επιλέγουμε τρεις αρχικές καθαρές καταστάσεις του S με αντίστοιχους τελεστές πυκνότητας

$$\hat{W}_{\mathrm{S}}^{(1)} = \hat{P}_{|a_1\rangle}, \quad \hat{W}_{\mathrm{S}}^{(2)} = \hat{P}_{|a_2\rangle}, \quad \hat{W}_{\mathrm{S}}^{(3)} = \hat{P}_{\lambda_1|a_1\rangle+\lambda_2|a_2\rangle}, \tag{1.20}$$

όπου $|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 = 1$ και $\lambda_1\lambda_2 \neq 0$. Προφανώς, οι $W_{\mathrm{S}}^{(1)}, W_{\mathrm{S}}^{(2)}, W_{\mathrm{S}}^{(3)}$ είναι ανά δυο $\hat{A}-$διακρίσιμοι. Σύμφωνα με την αρχή (ΠΜΕ), οι τελικές καταστάσεις του στατιστικού συνόλου των σύνθετων συστημάτων $\mathrm{S+M}$ στις τρεις περιπτώσεις θα είναι μίγματα των

$$\Psi_n^{(1)} = \hat{U}|a_1\rangle|\varphi_n\rangle, \quad \Psi_n^{(2)} = \hat{U}|a_2\rangle|\varphi_n\rangle, \quad \Psi_n^{(3)} = \hat{U}(\lambda_1|a_1\rangle + \lambda_2|a_2\rangle)|\varphi_n\rangle, \tag{1.21}$$

με συντελεστές βάρους w_n, $n = 1, 2, \ldots$, αντίστοιχα. Λόγω της γραμμικότητας του $\hat{U}$, θα ισχύει

$$\Psi_n^{(3)} = \lambda_1 \Psi_n^{(1)} + \lambda_2 \Psi_n^{(2)}. \tag{1.22}$$

Ας *υποθέσουμε* τώρα ότι οι $\Psi_n^{(1)}, \Psi_n^{(2)}, \Psi_n^{(3)}$ είναι ιδιοκαταστάσεις του $\hat{I} \otimes \hat{B}$ έτσι ώστε

$$(\hat{I} \otimes \hat{B})\Psi_n^{(j)} = u_n^{(j)} \Psi_n^{(j)} \quad \text{για} \quad j = 1, 2, 3. \tag{1.23}$$

Τότε εφαρμόζοντας τον $\hat{I} \otimes \hat{B}$ και στα δυο μέλη της (1.22) παίρνουμε

$$u_n^{(3)} \Psi_n^{(3)} = \lambda_1 u_n^{(1)} \Psi_n^{(1)} + \lambda_2 u_n^{(2)} \Psi_n^{(2)} \tag{1.24}$$

και

$$u_n^{(3)} \left[\lambda_1 \Psi_n^{(1)} + \lambda_2 \Psi_n^{(2)} \right] = \lambda_1 u_n^{(1)} \Psi_n^{(1)} + \lambda_2 u_n^{(2)} \Psi_n^{(2)} \Rightarrow \lambda_1 \left[u_n^{(3)} - u_n^{(1)} \right] \Psi_n^{(1)} + \lambda_2 \left[u_n^{(3)} - u_n^{(2)} \right] \Psi_n^{(2)} = 0. \tag{1.25}$$

Αφού τα $\Psi_n^{(1)}, \Psi_n^{(2)}$ είναι γραμμικώς ανεξάρτητα διανύσματα στον $\mathcal{H}_{\mathrm{S}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{M}}$ και $\lambda_1\lambda_2 \neq 0$, η (1.25) συνεπάγεται ότι για κάθε n,

$$u_n^{(1)} = u_n^{(2)} = u_n^{(3)}. \tag{1.26}$$

Αλλά αν ισχύει η (1.26), τότε οι τελικές καταστάσεις του στατιστικού συνόλου των σύνθετων συστημάτων στις τρεις περιπτώσεις,

$$\hat{W}_{t=\tau}^{(j)} = \sum_n w_n \hat{P}_{|\Psi_n^{(j)}\rangle}, \quad j = 1, 2, 3, \tag{1.27}$$

δεν είναι $\left(\hat{I} \otimes \hat{B}\right)-$διακρίσιμες και ο $\hat{U}$ *δεν* παριστάνει $\left\langle A, B, \hat{W}_{\mathrm{M}} \right\rangle-$μέτρηση (αφού οι αντίστοιχες αρχικές καταστάσεις του S είναι $\hat{A}-$διακρίσιμες). Πράγματι ένας απλός υπολογισμός με τη βοήθεια των (1.27) και (1.23) δείχνει ότι για κάθε $j = 1, 2, 3$

$$\mathrm{tr}\left(\left(\hat{I}\otimes\hat{B}\right)W_{t=\tau}^{(j)}\right)=\sum_{n}w_{n}\mathrm{tr}\left(\left(\hat{I}\otimes\hat{B}\right)\hat{P}_{\left|\Psi_{n}^{(j)}\right\rangle}\right)=\sum_{n}w_{n}u_{n}^{(j)}\ . \tag{1.28}$$

Επομένως, αν ισχύει η (1.26), θα έχουμε $\mathrm{tr}\left(\left(\hat{I}\otimes\hat{B}\right)W_{t=\tau}^{(1)}\right)=\mathrm{tr}\left(\left(\hat{I}\otimes\hat{B}\right)W_{t=\tau}^{(2)}\right)=\mathrm{tr}\left(\left(\hat{I}\otimes\hat{B}\right)W_{t=\tau}^{(3)}\right)$.

Συνεπώς, το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης δεν απορρέει από κάποιες υπόρρητες, αλλά εσφαλμένες, παραδοχές. Καταλήγουμε λοιπόν σε ένα αδιέξοδο σε σχέση με τη δυνατότητα επίλυσής του; Όχι, ακριβώς. Οι τρεις εναλλακτικές διέξοδοι που σκιαγραφήθηκαν στο τέλος της ενότητας 1.2 (τροποποίηση της δυναμικής, αλλαγή στη μεταφυσική εικόνα για τον κόσμο και τους παρατηρητές «μέσα» σε αυτόν, τροποίηση της σημασιολογίας του κβαντικού φορμαλισμού) παραμένουν. Στο επόμενο κεφάλαιο θα εξετάσουμε μια πρόταση που ακολουθεί την πρώτη διέξοδο και είναι γνωστή ως *ερμηνεία GRW* από τα αρχικά των επωνύμων των Ghirardi, Rimini και Weber που την πρωτοδιατύπωσαν. Η πρόταση αυτή φαίνεται ελκυστική γιατί δεν βασίζεται ούτε σε κάποια «πλούσια» μεταφυσική ούτε σε κάποια «περίτεχνη» αλλαγή της σχέσης του κβαντικού φορμαλισμού με τον εμπειρικό κόσμο. Βασίζεται στην εισαγωγή μιας *φυσικής αρχής* – μιας εξίσωσης που υπόσχεται μια *ενιαία* περιγραφή της δυναμικής μικροσκοπικών και μακροσκοπικών φυσικών συστημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΘΕΩΡΙΑ GRW

2.1. Η βασική διαίσθηση

Η κβαντομηχανική σήμερα συνεχίζει να είναι πεδίο εννοιολογικής αντιπαράθεσης μεταξύ φιλοσόφων και επιστημόνων, παρά την εξαιρετική ακρίβειά της όσον αφορά την πρόβλεψη φυσικών φαινομένων. Κυρίως οι διαφωνίες αυτές συνδέονται με το πρόβλημα της μέτρησης κατά την αλληλεπίδραση μακροσκοπικών αντικειμένων με συστήματα στο μικρόκοσμο και με τη συμπεριφορά των γραμμικών υπερθέσεων καταστάσεων. Η γραμμικότητα της κβαντικής δυναμικής οδηγεί στο να διατηρούνται υπερθέσεις και αυτό ορθώνει ένα εμπόδιο στις προσπάθειες για μια ενοποιημένη περιγραφή της φυσικής πραγματικότητας από τα μικροσκοπικά στα μακροσκοπικά φαινόμενα.

Η μελέτη του εντοπισμού κβαντικών σωματιδίων στον φυσικό χώρο βοηθάει στην κατανόηση μιας προσέγγισης του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης. Και τούτο γιατί στις συνηθισμένες περιπτώσεις, τα αποτελέσματα μετρήσεων καταγράφονται στις *θέσεις* αντικειμένων: τη θέση ενός δείκτη οργάνου, τις θέσεις σταγόνων μελανιού σε χαρτί, κ.λπ. Συνεπώς, τελικά «μετράμε» αποτελέσματα καταγράφοντας τη θέση κάποιου αντικειμένου – και, μάλιστα, τη θέση ενός μακροσκοπικού αντικειμένου που μπορεί να είναι ορατό. Οι διακρίσιμες θέσεις των μακροσκοπικών αντικειμένων μπορούν έτσι να βοηθήσουν στην προσέγγιση του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης αφού δεν υπάρχουν υπερθέσεις ιδιοκαταστάσεων των συγκεκριμένων θέσεων.

Προκειμένου να μελετήσουμε τι μπορεί να συμβαίνει στα μακροσκοπικά όργανα μέτρησης μικροσκοπικών συστημάτων, ας υποθέσουμε ότι έχουμε την μέτρηση του spin-z ενός ηλεκτρονίου S στην αρχική κατάσταση

$$\left|x,+\right\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|z,+\right\rangle_s + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|z,-\right\rangle_s . \tag{2.1}$$

Ας είναι x_1 και x_2 οι θέσεις του δείκτη της συσκευής μέτρησης M που αντιστοιχούν στις ενδείξεις «spin-z πάνω» και «spin-z κάτω» αντίστοιχα. Βεβαίως, ο δείκτης αποτελείται από πολλά σωματίδια «1», «2», «3» κ.ο.κ. Οπότε η κατάσταση του σύνθετου συστήματος S+M μετά την αλληλεπίδραση που διέπεται από τον κβαντικό δυναμικό νόμο της μοναδιαίας χρονικής εξέλιξης θα είναι της μορφής

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|z,+\rangle_S\,(|x_1\rangle_1|x_1\rangle_2|x_1\rangle_3\ldots)_M+\frac{1}{\sqrt{2}}|z,-\rangle_S\,(|x_2\rangle_1|x_2\rangle_2|x_2\rangle_3\ldots)_M \tag{2.2}$$

Ας υποθέσουμε ότι όταν το S+M βρίσκεται στην κατάσταση (2.2), τότε *κάποιο* από το σωματίδια (του δείκτη) μεταπίπτει σε κάποια από τις «ιδιοκαταστάσεις» θέσης, με αρκετά μεγάλη πιθανότητα να συμβεί κάτι τέτοιο δεδομένου ότι ο αριθμός των σωματιδίων είναι μεγάλος (της τάξης του αριθμού του Avogadro). Τι θα συμβεί στην προκειμένη περίπτωση;

Έστω ότι το *m*-οστό σωματίδιο μεταπίπτει στην $|x_1\rangle_m$. Η πιθανότητα για μια τέτοια μετάπτωση είναι ½. Τότε το διάνυσμα $|x_2\rangle_m$ θα πολλαπλασιαστεί με το μηδέν και επομένως ο δεύτερος όρος της (2.2) θα εξαφανιστεί. Συνεπώς, η υπέρθεση (2.2) που προκύπτει από την αλληλεπίδραση του ηλεκτρονίου S με το όργανο μέτρησης M *σχεδόν σίγουρα* και *σχεδόν αμέσως* θα αναχθεί στην

$$|z,+\rangle_S\,(|x_1\rangle_1|x_1\rangle_2|x_1\rangle_3\ldots)_M=|z,+\rangle_S|"z,+"\rangle_M \tag{2.3}$$

ή στην

$$|z,-\rangle_S\,(|x_2\rangle_1|x_2\rangle_2|x_2\rangle_3\ldots)_M=|z,-\rangle_S|"z,-"\rangle_M \tag{2.4}$$

με πιθανότητα ½ για την καθεμία.[13] Και αυτό ακριβώς προβλέπει η ορθόδοξη κβαντική μηχανική με το αίτημα προβολής!

Έτσι υπόθεση που κάναμε φαίνεται να παρέχει ό,τι θέλουμε από μια θεωρία της κβαντικής μέτρησης εφόσον:

(1) Προβλέπει ότι μεταπτώσεις συμβαίνουν εξαιρετικά σπάνια σε μεμονωμένα μικροσκοπικά συστήματα, «διασώζοντας» έτσι την εμπειρική επάρκεια της εξίσωσης Schrödinger.

(2) Συνεπάγεται ότι υπερθέσεις καταστάσεων που αντιστοιχούν σε εμπειρικά διακρίσιμες θέσεις μακροσκοπικών αντικειμένων ανάγονται σχεδόν αμέσως με τις συνήθεις κβαντομηχανικές πιθανότητες – πράγμα που «λύνει» το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης στο βαθμό που τα αποτελέσματα κάθε κβαντικής μέτρησης καταγράφονται τελικά στη θέση κάποιου μακροσκοπικού αντικειμένου.

[13] Με $|"z,\pm"\rangle_M$ συμβολίζουμε την κατάσταση της M που δηλώνει ότι το spin-z του ηλεκτρονίου είναι ± 1 («πάνω» ή «κάτω» αντίστοιχα).

(3) Μπορεί να διατυπωθεί ως φυσική θεωρία χωρίς πρωταρχικές αναφορές σε έννοιες όπως «μέτρηση», «παρατηρητής», «συνείδηση», κ.λπ. και χωρίς να εξαρτάται από αυθαίρετες διακρίσεις του τύπου «μικροσκοπικό / μακροσκοπικό» ή «κλασικό / κβαντικό».

Βέβαια, υπάρχει ένα «τεχνικό» πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπιστεί. Ακριβείς «ιδιοκαταστάσεις» θέσεις δεν φαίνεται να είναι *φυσικά πραγματοποιήσιμες* καταστάσεις κβαντικών σωματιδίων. Και το πρόβλημα δεν είναι (μόνο) μαθηματικό: ένας τελεστής με συνεχές φάσμα (όπως ο τελεστής θέσης) δεν έχει ιδιοδιανύσματα. Ένα σωματίδιο εντοπισμένο σε *σημείο* του φυσικού χώρου μπορεί να έχει *αυθαίρετα μεγάλη* ορμή και ενέργεια.

Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται τροποποιώντας λίγο την αρχική υπόθεση: όταν σωματίδιο υφίσταται μια «μετάπτωση», η κυματοσυνάρτησή του πολλαπλασιάζεται με μία Gaussian επικεντρωμένη γύρω από μια θέση (και όχι με την αντίστοιχη «ιδιοσυνάρτηση»).

2.2. Η θεωρία

Οι Ghirardi, Rimini και Weber (1986, 470) αρχίζουν το κλασικό άρθρο τους με τίτλο «Ενοποιημένη δυναμική για μικροσκοπικά και μακροσκοπικά συστήματα» με τη διαπίστωση:

> Σχεδόν όλες οι δυσκολίες μπορούν να αναχθούν στο πρόβλημα της εξήγησης της συμπεριφοράς μακροσκοπικών αντικειμένων και των αλληλεπιδράσεων τους με μικροσκοπικά αντικείμενα, και σχετίζονται αυστηρά με την εμφάνιση … γραμμικών υπερθέσεων μακροσκοπικά διακρίσιμων καταστάσεων κάποιου μακροσκοπικού συστήματος (τυπικό παράδειγμα αποτελούν οι μακροσκοπικά διαφορετικές θέσεις του δείκτη μιας συσκευής μέτρησης).

Κατά τους GRW, λοιπόν, το μοναδικό πρόβλημα είναι η κβαντομηχανική πρόβλεψη γραμμικών υπερθέσεων καταστάσεων που αντιστοιχούν σε απομακρυσμένες θέσεις μακροσκοπικών συστημάτων. Και το πρόβλημα αυτό μπορεί να ξεπεραστεί με κατάλληλη τροποποίηση του χαμιλτονιανού όρου στη δυναμική εξίσωση. Έτσι προτείνουν μία ενιαία δυναμική για τα μικροσκοπικά και τα μακροσκοπικά αντικείμενα τέτοια ώστε να μην διατηρούνται υπερθέσεις καταστάσεων που αντιστοιχούν στον εντοπισμό του ίδιου μακροσκοπικού αντικειμένου σε διαφορετικές απομακρυσμένες θέσεις στο χώρο. Η βασική εξίσωση που διέπει τη δυναμική GRW ενός σωματιδίου και αποφεύγει τον δυϊσμό «μικροσκοπικό / μακροσκοπικό» είναι

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}(t)] - \lambda(\hat{\rho}(t) - T[\hat{\rho}(t)]) \tag{2.5}$$

με

$$\mathrm{T}[\hat{\rho}(t)] = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-(\hat{q}-x)^2/2a^2} \hat{\rho}(t) e^{-(\hat{q}-x)^2/2a^2}, \tag{2.6}$$

όπου $\hat{\rho}(t)$ είναι ο τελεστής πυκνότητας που περιγράφει την κατάσταση του σωματιδίου κατά τη χρονική στιγμή t, $\hat{H}$ είναι η χαμιλτονιανή του σωματιδίου, $\hat{q}$ είναι ο τελεστής θέσης και λ, a είναι φυσικές σταθερές.

Όμως υπάρχει και μία άλλη μορφή της εξίσωσης (2.5) που μας βοηθάει περισσότερο να την κατανοήσουμε:

$$d\hat{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}(t)]dt + (T[\hat{\rho}(t) - \rho(t)])\lambda dt \tag{2.7}$$

Σε αυτή τη μορφή, στο δεξιό μέλος, ο πρώτος όρος είναι ο χαμιλτονιανός όρος της συνήθους κβαντικής δυναμικής, ο δεύτερος όρος χωρίς το λdt εκφράζει τη μεταβολή λόγω αυθόρμητου εντοπισμού [spontaneous localization] και το λdt είναι η πιθανότητα του αυτού του εντοπισμού στο χρονικό διάστημα dt.

Επεξηγώντας λίγο παραπάνω, ο χαμιλτονιανός όρος προκύπτει από την εξίσωση Schrödinger. Πράγματι, αν

$$\hat{\rho}(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|, \tag{2.8}$$

τότε η εξίσωση Schrödinger δίνει

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle \Rightarrow d|\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}|\psi(t)\rangle dt \tag{2.9}$$

και

$$d\langle\psi(t)| = \frac{i}{\hbar}\langle\psi(t)|\hat{H}dt \tag{2.10}$$

Συνεπώς

$$\begin{aligned} d\hat{\rho}(t) &= (d|\psi(t)\rangle)\langle\psi(t)| + |\psi(t)\rangle(d\langle\psi(t)|) =^{(2.9),(2.10)} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\hat{H}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|dt + \frac{i}{\hbar}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|\hat{H}dt =^{(2.8)} \\ &= -\frac{i}{\hbar}\hat{H}\hat{\rho}(t)dt + \frac{i}{\hbar}\hat{\rho}(t)\hat{H}dt = -\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{\rho}(t) - \hat{\rho}(t)\hat{H}\right)dt = \\ &= -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}(t)]dt. \end{aligned}$$

Άρα η συνήθης κβαντική δυναμική δίνει τον χαμιλτονιανό όρο

$$d\hat{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}(t)]dt\,, \tag{2.11}$$

με $[\bullet,\bullet]$ να παριστάνει τον μεταθέτη δυο τελεστών.

Για τον μη χαμιλτονιανό όρο θα χρησιμοποιήσουμε τη βοήθεια κυματοσυναρτήσεων για να καταλήξουμε στην κατάλληλη περιγραφή. Θα δείξουμε ότι αν το $\hat{\rho}(t)$ αντιστοιχεί στην κυματοσυνάρτηση $\psi(q,t)$, τότε το $T[\hat{\rho}(t)]$ αντιστοιχεί στην κυματοσυνάρτηση[14] $g(q-x)\psi(q,t)$ (όπου x είναι το «κέντρο» του αυθόρμητου εντοπισμού). Πράγματι, έστω ότι $\hat{\rho}(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$. Αναπτύσσουμε το $|\psi(t)\rangle$ ως προς τη βάση θέσης:

$$|\psi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dq|q\rangle\langle q|\psi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dq\psi(q,t)|q\rangle\,. \tag{2.12}$$

Οπότε

$$\hat{q}|\psi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dq\psi(q,t)q|q\rangle \tag{2.13}$$

και

$$e^{-(\hat{q}-x)^2/2a^2}|\psi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-(\hat{q}-x)^2/2a^2}\psi(q,t)|q\rangle. \tag{2.14}$$

Συνεπώς έχουμε τις αντιστοιχίες:

$$\hat{\rho}(t) \mapsto |\psi(t)\rangle \mapsto \psi(q,t) \tag{2.15}$$

---

[14] Η $g(q-x)$ είναι μία Gaussian επικεντρωμένη γύρω από τη θέση x: $g(q-x) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{a}} e^{-\frac{(q-x)^2}{2a^2}}$, $a > 0$. Διαισθητικά, η $g(q-x)$ «συγκλίνει» στη «συνάρτηση» $\delta(q-x)$ για $a \to 0$.

και

$$\mathrm{T}[\hat{\rho}(t)] \mapsto \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{a}} e^{-(\hat{q}-x)^2/2a^2} \left|\psi(t)\right\rangle \mapsto g(q-x)\psi(q,t) . \tag{2.16}$$

Τώρα, η GRW δυναμική ενός συστήματος που αποτελείται από N σωματίδια διέπεται από την εξίσωση:[15]

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H},\hat{\rho}(t)] - \sum_{j=1}^{N}\lambda_j(\hat{\rho}(t) - T_j[\hat{\rho}(t)]) \tag{2.17}$$

με

$$T_j[\hat{\rho}(t)] = \frac{1}{a\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-(\hat{q}_j-x)^2/2a^2}\hat{\rho}(t)e^{-(\hat{q}_j-x)^2/2a^2} \tag{2.18}$$

και το $\hat{q}_j$ $(j=1,2,...,N)$ να παριστάνει τον τελεστή θέσης του $j^{\text{οστού}}$ σωματιδίου.

Οι GRW προτείνουν τις ακόλουθες τιμές για τις φυσικές σταθερές που υπεισέρχονται στο δυναμικό τους μοντέλο:

$$\lambda_j = \lambda_{micro} \simeq 10^{-16}\,\mathrm{sec}^{-1} , \tag{2.19}$$

$$a = 10^{-7}\,\mathrm{m} . \tag{2.20}$$

Οι πρωταρχικές απαιτήσεις με βάση τις οποίες επιλέγονται αυτές οι τιμές των σταθερών έχουν ως εξής. Πρώτο, όσον αφορά τα μικροσκοπικά συστήματα, οι προβλέψεις της συνήθους κβαντικής μηχανικής είναι αξιόπιστες για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Δεύτερο, η δυναμική ενός μακροσκοπικού συστήματος, όπως αυτή προκύπτει από τη δυναμική των μικροσκοπικών συστατικών του, συμφωνεί με την κλασική δυναμική για αρκετά μεγάλα χρονικά διαστήματα. Και, τρίτο, για ένα μακροσκοπικό σύστημα, η δυναμική εξέλιξη «ουσιαστικά ανάγει» *πολύ γρήγορα* τυχόν υπερθέσεις καταστάσεων που αντιστοιχούν σε μακροσκοπικά διακρίσιμες θέσεις.

Η δυναμική GRW, όπως αυτή ορίζεται από τις εξισώσεις (2.5) και (2.6) έχει δυο αξιοσημείωτες ιδιότητες που την κάνουν να διαφέρει από την ορθόδοξη της εξίσωσης Schrödinger. Η πρώτη ιδιότητα είναι ότι κατά τη θεωρία GRW *η χρονική εξέλιξη μετατρέπει καθαρές καταστάσεις σε στατιστικά μείγματα*. Αυτό διαπιστώνεται από τις εξισώσεις

$$\frac{d}{dt}\mathrm{tr}\hat{\rho} = 0 \text{ και } \frac{d}{dt}\mathrm{tr}\hat{\rho}^2 < 0 , \tag{2.21}$$

οι οποίες με τη σειρά τους προκύπτουν από τις (2.5) και (2.6). Υπενθυμίζεται ότι ένας τελεστής

[15] Βλ. Ghirardi, Rimini και Weber (1986, 477).

πυκνότητας $\hat{\rho}$ αναπαριστάνει καθαρή κατάσταση αν και μόνο αν είναι τελεστής προβολής και ισχύει $\hat{\rho} = \hat{\rho}^2$ (βλ. και υποσημείωση 7 παραπάνω).

Η δεύτερη σημαντική ιδιότητα είναι ότι *η δυναμική εξέλιξη GRW παραβιάζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας*. Αυτό φαίνεται να είναι μία από τις «αδυναμίες» της GRW. Αλλά η παραβίαση είναι πολύ μικρή. Για ένα ελεύθερο σωματίδιο οι Ghirardi, Rimini και Weber (1986, 471) υπολογίζουν ότι

$$\langle E \rangle = \langle E \rangle_{Sch} + \frac{\hbar^2 \lambda}{4ma^2} t \,, \tag{2.22}$$

όπου $\langle E \rangle$ και $\langle E \rangle_{Sch}$ συμβολίζουν τις αναμενόμενες τιμές για τη δυναμική GRW και τη δυναμική Schrödinger αντίστοιχα. Εφόσον τώρα από τους δύο όρους του δευτέρου μέλος της εξίσωσης (2.22) ο $\langle E \rangle_s$ διατηρείται, έπεται ότι η μη διατήρηση της ενέργειας εκφράζεται από τον όρο

$$\delta E = \frac{\hbar^2 \lambda}{4ma^2} t \,. \tag{2.23}$$

Ένας απλός υπολογισμός δείχνει ότι ο όρος αυτός είναι εξαιρετικά μικρός: για ένα σωματίδιο μάζας $m = 10^{-23}\text{g}$ απαιτούνται 10^{18} χρόνια για αύξηση της ενέργειας κατά 1eV. Και στην περίπτωση μακροσκοπικών συστημάτων, η μη διατήρηση της ενέργειας παραμένει στα ίδια ποσοτικά επίπεδα αφού τόσο η συχνότητα μεταπτώσεων λ όσο και η μάζα m αυξάνουν με τον ίδιο συντελεστή (δηλαδή, το πλήθος N των σωματιδίων). Παρ’ όλα αυτά, για ένα σύγχρονο φυσικό που έχει συνηθίσει να σκέφτεται την ενέργεια μαζί με την αρχή διατήρησής της, αυτή η συνέπεια της θεωρίας GRW φαίνεται ανεπιθύμητη.

2.3. Η εκδοχή του Bell

Το άρθρο του Bell ([1987] 1993) με τίτλο «Υπάρχουν κβαντικά άλματα;» είναι μια προσπάθεια επεξήγησης των κυρίων σημείων της GRW και σύγκρισης με την κυματομηχανική του Schrödinger (και, μάλιστα, με αναφορά στις απόψεις του ίδιου του Schrödinger). Συγκεκριμένα, καταλήγει πως η πρόταση των Ghirardi, Rimini και Weber μπορεί να εκληφθεί ως μία μικρή αλλαγή της κυματομηχανικής του Schrödinger ώστε η τελευταία να καταστεί πιο «ορθολογική» (Bell 1987, 209). Ας δούμε την αναδιατύπωση της θεωρίας GRW κατά Bell.

Έστω ότι έχουμε την κυματοσυνάρτηση, για N σωματίδια,

$$\psi(q_1, q_2, ..., q_N, t) \,. \tag{2.24}$$

Η κυματοσυνάρτηση αυτή εξελίσσεται σύμφωνα με την εξίσωση Schrödinger, με πιθανότητα όμως $N\lambda$ ανά μονάδα χρόνου να μεταπέσει αυθόρμητα στην

$$\frac{g(q_n - x)\psi(q_1, q_2, ..., q_N, t)}{R_n(x)}, 1 \le n \le N, \tag{2.25}$$

όπου $R_n(x)$ συντελεστής κανονικοποίησης:

$$|R_n(x)|^2 = \int dq_1 ... \int dq_n |g\psi|^2 . \tag{2.26}$$

Η επιλογή του n είναι τυχαία και κάθε n έχει πιθανότητα λ ανά μονάδα χρόνου να επιλεγεί. Επίσης και η επιλογή του x («κέντρο μετάπτωσης”) είναι τυχαία με κατανομή πιθανότητας $|R_n(x)|^2 dx$.

Έστω τώρα ότι έχουμε την κυματοσυνάρτηση που προκύπτει από την «κβαντική μέτρηση» μιας ιδιότητας ενός μικροσκοπικού συστήματος (M σωματίδια) από ένα μακροσκοπικό όργανο μέτρησης (N σωματίδια, $M \ll N$). Το πρόβλημα εμφανίζεται όταν η κυματοσυνάρτηση αυτή έχει τη μορφή

$$\varphi_1(r_1, ..., r_M)\chi_1(q_1, ..., q_n) + \varphi_2(r_1, ..., r_M)\chi_2(q_1, ..., q_n), \tag{2.27}$$

όπου φ_1, φ_2 αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταστάσεις του μετρούμενου παρατηρήσιμου μεγέθους και χ_1, χ_2 αντιστοιχούν σε διαφορετικές θέσεις του δείκτη του οργάνου μέτρησης. Όπως γράφει ο Bell ([1987] 1993, 204):

> Θα μπορούσε ίσως κάποιος να ανησυχήσει για το αν η διαδικασία GRW δεν πάει πολύ μακριά. Στη συνηθισμένη πραγματιστική θεωρία η «αναγωγή» ή «κατάρρευση» της κυματοσυνάρτησης είναι μία διαδικασία που εκτελείται από τον θεωρητικό σε κάποια χρονική στιγμή βολική για αυτόν. Συνήθως θα καθυστερήσει αυτή τη διαδικασία μέχρι η εξίσωση Schrödinger να δημιουργήσει μεγάλη διαφορά μεταξύ των χ_1 και χ_2. Η διαδικασία GRW είναι μια διαδικασία της φύσης, και συμβαίνει μόλις η διαφορά μεταξύ χ_1 και χ_2 είναι αρκετά μεγάλη. Νομίζω ότι με κατάλληλες τιμές για τις φυσικές σταθερές [a, λ], η θεωρία GRW θα συμφωνεί παρά ταύτα με την πραγματιστική θεωρία στην πράξη. Αλλά η μελέτη σε μοντέλα θα ήταν χρήσιμη για να καλλιεργηθεί αυτοπεποίθηση ως προς αυτό.

Πράγματι, η θεωρία GRW μπορεί να αντιμετωπίσει το πρόβλημα ως εξής. Η μακροσκοπική διαφορά μεταξύ χ_1 και χ_2, σε συνδυασμό με την μικρή τιμή του εύρους a των Gaussian g, σημαίνει ότι για πολλά σωματίδια n ο πολλαπλασιασμός της κυματοσυνάρτησης με $g(q_n - x)$ θα εκμηδενίσει πρακτικά έναν από τους δυο όρους της (2.27). Και θα συμβεί σε χρονικό διάστημα της τάξης

$$\frac{1}{N\lambda} \simeq \frac{1}{10^{23}10^{-16}\sec^{-1}} = 10^{-7}\sec \tag{2.28}$$

ή μεγαλύτερης (θέτοντας το N να έχει τιμή της τάξης του αριθμού του Avogadro). Υπό αυτές τις υποθέσεις, η κυματοσυνάρτηση «επιλέγει πολύ γρήγορα» τη μία ή την άλλη ένδειξη του δείκτη του οργάνου μέτρησης. Τέλος, η πιθανότητα να «επιβιώσει» –να μη μηδενιστεί πρακτικά– ο ένας ή ο άλλος όρος της (2.27) είναι ανάλογη της ολικής του νόρμας (δηλαδή, ανάλογη του $|\chi_j|^2$, $j=1,2$), *όπως ακριβώς στην ορθόδοξη κβαντική μηχανική*.

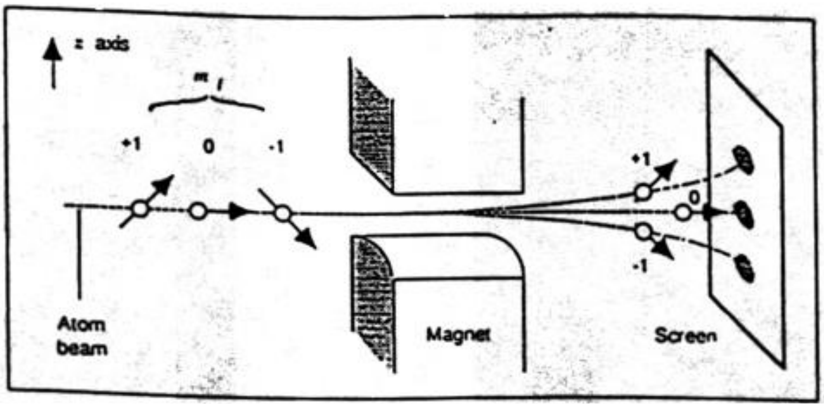
Με αυτή την έννοια, η θεωρία GRW υπόσχεται μια ικανοποιητική λύση του προβλήματος της κβαντικής μέτρησης. Πρώτο, συμφωνεί[16] «μέσα στα όρια των παρατηρησιακών / πειραματικών μας δυνατοτήτων» με τις προβλέψεις της ορθόδοξης κβαντικής μηχανικής με αίτημα προβολής (που έχει φανεί εμπειρικά επαρκής). Δεύτερο, καθορίζει *πότε* και *πώς* ακριβώς συμβαίνουν τα κβαντικά άλματα, αντί να επικαλείται αόριστες έννοιες όπως «μέτρηση», «παρατηρητής», κ.λπ. Και, τρίτο, τα κάνει όλα αυτά θέτοντας μία νέα *φυσική* αρχή, περιγράφοντας μία *φυσική* διαδικασία, η οποία διέπει *ομοιόμορφα* τη δυναμική τόσο μικροσκοπικών όσο και μακροσκοπικών συστημάτων. Ωστόσο, παραμένουν κάποια προβλήματα προτού η θεωρία GRW αναδειχθεί σε πλήρη και ικανοποιητική φυσική θεωρία που μπορεί να αντικαταστήσει την παραδοσιακή. Σε τέτοια προβλήματα θα στραφούμε τώρα.

2.4. Κριτικές στη θεωρία GRW

Σε αυτήν την ενότητα θα αναπτυχθούν και θα αξιολογηθούν διάφορες κριτικές στη μη σχετικιστική θεωρία GRW. Τέτοιου είδους κριτικές αφορούν το πρόβλημα της καταγραφής των αποτελεσμάτων μετρήσεων, το πρόβλημα με τις «ουρές», το πρόβλημα της ad hoc προσέγγισης, το πρόβλημα με την κβαντική στατιστική μηχανική και το πρόβλημα με τη σχετικότητα.

2.4.1. Το πρόβλημα της καταγραφής των αποτελεσμάτων μετρήσεων. Το πρόβλημα αυτό επισημάνθηκε σε διάφορες εργασίες από τον David Albert[17] και συνίσταται στο εξής: σε κάποιες μετρήσεις, τα αποτελέσματα που εξάγουμε δεν καταγράφονται στις θέσεις των μακροσκοπικών αντικειμένων – σε αντίθεση με αυτό που αφετηριακά υποστηρίζουν οι GRW. Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιώντας μία διάταξη Stern-Gerlach μετράμε το spin-z των ηλεκτρονίων.

[16] Ή μπορεί να τροποποιηθεί με απλό τρόπο ώστε να συμφωνεί.
[17] Βλ. Albert (1992, 100-104).



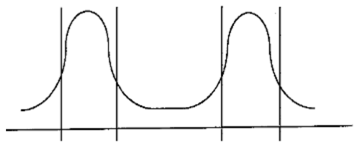
Σχήμα 2. Διάταξη Stern-Gerlach. Πηγή: http://plato.stanford.edu/entries/physics-experiment/app5.html

Τα ηλεκτρόνια με spin-z πάνω και spin-z κάτω κατευθύνονται από το μαγνητικό πεδίο προς το πάνω και το κάτω μέρος της οθόνης αντίστοιχα. Η οθόνη λειτουργεί ως εξής: ένα ηλεκτρόνιο που καταλήγει σε κάποιο σημείο, ας πούμε Α, της οθόνης διεγείρει ορισμένα άτομα της οθόνης γύρω από το Α, τα οποία στη συνέχεια αποδιεγείρονται εκπέμποντας φωτόνια. Έτσι στην περιοχή του Α σχηματίζεται φωτεινή κηλίδα την οποία βλέπει ο παρατηρητής.

Υπό αυτό το πρίσμα, θα πρέπει να εξετάσουμε αν η θεωρία GRW διασφαλίζει ότι μια τέτοια μέτρηση του spin-z του ηλεκτρονίου στην αρχική κατάσταση $|x,+\rangle$ (βλ. και εξίσωση (2.1)) δίνει καθορισμένο αποτέλεσμα. Για να το εξετάσουμε πρέπει να απαντήσουμε στο εξής ερώτημα: κατά τη διάρκεια μιας τέτοιας μέτρησης υπάρχει κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία η θέση ενός μακροσκοπικού αντικειμένου (ή μια μεγάλης συλλογής μικροσκοπικών αντικειμένων) συσχετίζεται με το spin του ηλεκτρονίου; Το κρίσιμο σημείο είναι ότι οι μεταπτώσεις GRW είναι πάντοτε μεταπτώσεις σε καταστάσεις που προσεγγίζουν «ιδιοκαταστάσεις θέσης», ενώ στην προκειμένη περίπτωση είναι οι *ενέργειες*, όχι οι *θέσεις*, των φθοριζόντων ηλεκτρονίων της οθόνης που συσχετίζονται με το spin του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου.

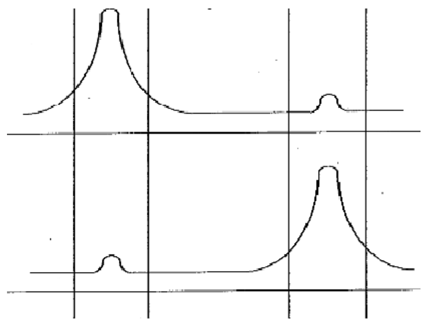
Κι αν υποθέταμε ότι τα ίδια τα εκπεμπόμενα φωτόνια υπόκεινται σε μεταπτώσεις GRW; Κατ' αρχάς, η συμπεριφορά των φωτονίων –και, ιδιαίτερα, η *δημιουργία* τους– θα πρέπει να περιγραφεί στο πλαίσιο μιας *σχετικιστικής κβαντικής θεωρίας πεδίων*. Και υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα ως προς την ένταξη της διαδικασίας GRW στο πλαίσιο μιας τέτοιας θεωρίας. Επιπλέον, αναμένεται ένα πρόβλημα: το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο είναι πολύ πιθανή μια μετάπτωση GRW πρέπει να είναι τόσο μικρό ώστε τα κυματοπακέτα των φωτονίων από την πάνω και την κάτω περιοχή της οθόνης να μην έχουν διασπαρθεί τόσο ώστε να αλληλεπικαλύπτονται σημαντικά στον χώρο των θέσεων. Αλλιώς, οι καταστάσεις που αντιστοιχούν σε εκπομπές φωτονίων από το πάνω και από το κάτω μέρος της οθόνης δεν θα είναι μακροσκοπικά διακρίσιμες ως προς τις *θέσεις* των φωτονίων. Και όλα αυτά φαίνεται να απαιτούν μια δύσκολη άσκηση στην κατασκευή θεωρίας και την επιλογή παραμέτρων.

2.4.2. Το πρόβλημα με τις «ουρές». Σε μια Gaussian κατανομή $g(q-x)$ υπάρχει μη μηδενική πιθανότητα το q να βρεθεί έξω από οποιαδήποτε περιοχή του x, αφού η καμπύλη έχει «ουρές στο άπειρο». Έστω τώρα ότι η κυματοσυνάρτηση του δείκτη του οργάνου μέτρησης, μετά την αλληλεπίδραση με το αντικείμενο της μέτρησης, έχει τη μορφή του Σχήματος 3, με τις κορυφές των δυο Gaussian επικεντρωμένες γύρω από δυο μικροσκοπικά διακρίσιμες θέσεις, ας πούμε x_1 και x_2.



Σχήμα 3. Πριν τη μετάπτωση GRW για το «πείραμα της γάτας του Schrödinger». Πηγή: Albert και Lower (1996).

Μετά τη μετάπτωση GRW κάποιου σωματιδίου του δείκτη, η κυματοσυνάρτηση θα αποκτήσει μία από τις δύο μορφές του Σχήματος 4.



Σχήμα 4. Μετά τη μετάπτωση GRW για το «πείραμα της γάτας του Schrödinger»: Μεταπήδηση σε «γάτα σχεδόν ζωντανή» ή «γάτα σχεδόν νεκρή» Πηγή: Albert και Lower (1996).

Παρατηρούμε ότι, σύμφωνα με τον σύνδεσμο ιδιοκατάστασης-ιδιοτιμής, ο δείκτης της μέτρησης δεν έχει τελικά συγκεκριμένη θέση. Έτσι θα μπορούσε κανείς να πει ότι η θεωρία GRW *δεν λύνει* το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης.

Η δυσκολία αυτή δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί επιλέγοντας απλώς, αντί Gaussian, συναρτήσεις που *μηδενίζονται ακριβώς* έξω από κάποιο κλειστό και φραγμένο υποσύνολο του $\mathbb{R}$. Και αυτό γιατί τέτοιες κυμασυναρτήσεις αποκτούν *σχεδόν αμέσως* «ουρές στο άπειρο» κάτω από την επίδραση της κβαντικής δυναμικής.

Μια προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος αυτού προσπάθησαν να προτείνουν οι Albert και Loewer (1996). Διατύπωσαν τον ακόλουθο κανόνα, «χαλαρώνοντας» τον σύνδεσμο ιδιοκατάστασης-ιδιοτιμής για τις θέσεις:

> **(Κ)** Το σωματίδιο S βρίσκεται εντοπισμένο στην περιοχή R του χώρου αν και μόνο αν ο λόγος του τετραγωνικού πλάτους της κυματοσυνάρτησης του S που σχετίζεται με τα σημεία της R προς το ολικό είναι τουλάχιστον ίσος με $1-\varepsilon$,
>
> $$[R] \underset{\text{ορσ}}{=} \int_R |\Psi_S(q)|^2 dq \geq 1-\varepsilon \,, \tag{2.29}$$
>
> όπου ε κατάλληλα επιλεγμένος σταθερός αριθμός.

Για να ενσωματωθεί όμως ο κανόνας (Κ) στη θεωρία GRW, θα πρέπει να προσδιοριστεί η τιμή της σταθεράς ε. Εύλογα θέλουμε $0<\varepsilon<1/2$.[18] Όμως η υπόθεση $\varepsilon>0$ έχει κάποιες παράδοξες συνέπειες, μερικές από τις οποίες μπορούν να κωδικοποιηθούν ως εξής. Είναι λογικώς δυνατό το σωματίδιο να βρίσκεται εντοπισμένο στην περιοχή R_1 του χώρου και στην περιοχή R_2 (που αλληλεπικαλύπτεται μερικώς με την R_1) αλλά όχι στην τομή τους. Για παράδειγμα, αν θέσουμε $\varepsilon=0,4$, μπορούμε να έχουμε $[R_1]=0,7=[R_2]$ αλλά $[R_1\cap R_2]=0,5$, ενώ $[\mathbb{R}-(R_1\cup R_2)]=1-(0,7+0,7-0,5)=0,1$. Επιπλέον, λόγω των μεταπτώσεων GRW, μπορεί ένα σωματίδιο να «πηδήξει» στιγμιαία από μια περιοχή R_1 του χώρου σε μια απομακρυσμένη περιοχή R_2, ξένη προς την R_1.[19] Μάλιστα, όσο πιο μεγάλη είναι η θετική τιμή του ε τόσο πιο «έντονα» είναι αυτά τα παράδοξα.

Οι συλλογισμοί αυτοί καταλήγουν στο ότι το ε πρέπει να είναι (α) *αρκετά μεγάλο* για να μπορεί να μπορεί να διασωθεί το καλώς καθορισμένο της μακροσκοπικής φαινομενολογίας και (β)

---

[18] Πράγματι, για να εκφράζει ο $1-\varepsilon$ κάποιο ποσοστό πρέπει $0<\varepsilon<1$. Επιπλέον, πρέπει $\varepsilon<1/2$ ώστε να αποκλειστεί το ενδεχόμενο το σωματίδιο να βρίσκεται ταυτόχρονα εντοπισμένο σε δυο ξένες μεταξύ τους περιοχές του χώρου.

[19] Για περισσότερες τέτοιες παράδοξες συνέπειες, βλ. Albert και Loewer (1996, 86-89).

αρκετά μικρό ώστε να μπορούν να αγνοηθούν οι παραπάνω παράδοξες συνέπειες της υπόθεσης $\varepsilon > 0$. Και η νέα δυναμική της θεωρίας GRW μπορεί να συμβιβάσει αυτές τις αντιθετικές απαιτήσεις στο πλαίσιό της: *υπάρχουν* τιμές του ε, ελαφρά μεγαλύτερες από το μηδέν, για τις οποίες οι παράδοξες συνέπειες είναι αμελητέες αλλά, παρ' όλα αυτά, οι μεταπτώσεις GRW οδηγούν σε κυματοσυναρτήσεις που εντοπίζουν σωματίδια, κατά τον κανόνα (Κ), μέσα σε χωρικές περιοχές της τάξης μεγέθους ατόμων.

Η τιμή της σταθεράς ε, όμως, δεν μπορεί να προσδιοριστεί εμπειρικά. Ας πούμε, λόγου χάρη, ότι ενδιαφερόμαστε να εξακριβώσουμε εάν $\varepsilon < 0,2$. Για να είναι αυτό εφικτό θα πρέπει να υπάρχει ένα δυνατό φυσικό ενδεχόμενο που να προκρίνει την υπόθεση αυτή έναντι της εναλλακτικής $\varepsilon \geq 0,2$. Και ένα τέτοιο ενδεχόμενο δεν μπορεί παρά να είναι αποτέλεσμα κάποιας πρότερης κατάστασης του σύμπαντος ή / και της κατοπινής δυναμικής εξέλιξής του. Αλλά δεν μπορεί να είναι αποτέλεσμα της δυναμικής εξέλιξης γιατί το ε δεν εμφανίζεται ως παράμετρος στις δυναμικές εξισώσεις GRW. Από την άλλη, εάν, υπό την υπόθεση ότι $\varepsilon < 0,2$, ένα καθορισμένο γεγονός λαμβάνει χώρα όταν η κατάσταση του σύμπαντος περιγράφεται από κάποια κυματοσυνάρτηση, τότε το ίδιο γεγονός θα λάβει αναγκαστικά χώρα όταν η κατάσταση του σύμπαντος περιγράφεται από την ίδια κυματοσυνάρτηση, υπό την υπόθεση ότι $\varepsilon \geq 0,2$.

Κατά συνέπεια, υπάρχει ένα «μικρό συνεχές» τιμών του ε, καθεμία από τις οποίες μπορεί να συνδυαστεί αρμονικά με τη θεωρία GRW και τον κανόνα (Κ) των Albert και Loewer ώστε να δικαιώσει τις καθημερινές μας χρήσεις της λέξης «εντοπισμένο». Αλλά καμία από αυτές τις τιμές δεν μπορεί να θεωρηθεί ως *αληθής* ή, έστω, *προτιμητέα*. Αυτό σημαίνει ότι ο καθημερινός μας λόγος για τις θέσεις των σωμάτων εμπεριέχει κάποια *ασάφεια*.

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε τα εξής. Για τη δικαίωση των *πεποιθήσεών μας* ότι τα μακροσκοπικά σώματα βρίσκονται όντως μέσα στους όγκους που τους αποδίδουμε αρκεί αυτά τα σώματα να έχουν, σύμφωνα με τη θεωρία GRW, μεγάλη πιθανότητα εντοπισμού μέσα σε αυτούς τους όγκους. Αλλά με την αυστηρή τεχνική σημασία του όρου «θέση» στην κβαντική μηχανική και τον σύνδεσμο ιδιοκατάστασης-ιδιοτιμής, τα σώματα στα μοντέλα της θεωρίας GRW *δεν έχουν ποτέ στην πραγματικότητα καθορισμένες θέσεις*. Σε τελευταία ανάλυση, η οντολογία της GRW (όπως την έχουμε αναπτύξει μέχρι τώρα) περιέχει μόνο κυματοσυναρτήσεις των οποίων το τετραγωνικό πλάτος είναι «διασκορπισμένο στο χώρο» και, το πολύ, «συγκεντρωμένο γύρω από μια τιμή».

2.4.3. Το πρόβλημα της ad hoc προσέγγισης. Οι φυσικοί βλέπουν με καχυποψία τις φυσικές θεωρίες που περιέχουν πολλές αυθαίρετες σταθερές. Και σύμφωνα με μια μεθοδολογική αρχή, η ενοποίηση της φυσικής επιτάσσει οι τιμές των σταθερών να απορρέουν από συγκεκριμένες θεμελιώδεις αρχές. Στην GRW, όμως, εκτός από τη νέα δυναμική που ενοποιεί τη μικροσκοπική με τη μακροσκοπική φαινομενολογία, εισάγονται και δύο καινούριες φυσικές σταθερές (λ, a), των οποίων οι τιμές δεν απορρέουν από κάποιες θεμελιώδεις αρχές.

2.4.4. Το πρόβλημα με την κβαντική στατιστική μηχανική. Η κυματοσυνάρτηση (2.25) που προκύπτει από την μετάπτωση GRW του $n^{\text{οστού}}$ σωματιδίου δεν σέβεται την συμμετρία (μποζόνια) ή την αντισυμμετρία (φερμιόνια) που επιβάλλει η κβαντική στατιστική μηχανική για όμοια σωματίδια. Ούτε η κυματοσυνάρτηση ούτε η πυκνότητα πιθανότητας θα μείνει αναλλοίωτη υπό τις σχετικές μεταθέσεις. Και αυτό το πρόβλημα εξακολουθεί να υπάρχει και στη σχετικιστική προσέγγιση της GRW. Ας σημειωθεί πάντως ότι ο Bell ([1987] 1993, 203) έχει εκφράσει αισιοδοξία όσον αφορά την αντιμετώπιση ου προβλήματος στο πλαίσιο μιας θεωρίας πεδίων, με τις αναγωγές GRW να εφαρμόζονται σε «πεδιακές μεταβλητές» αντί σε «θέσεις σωματιδίων».

2.4.5. Το πρόβλημα με τη σχετικότητα. Όπως είδαμε με αναφορά στο αίτημα προβολής της ορθόδοξης κβαντικής μηχανικής στην ενότητα 1.3, κάθε θεωρία που εμπεριέχει κάποιο είδος *στιγμιαίας* «αναγωγής του διανύσματος κατάστασης» ή «κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης» έρχεται σε σύγκρουση με τη σχετικότητα, από τη στιγμή που απαιτεί στιγμιαία αναγωγή ή κατάρρευση *ταυτόχρονα* και στα δυο συζευγμένα υποσυστήματα ενός συστήματος σε κατάσταση εμπλοκής, ανεξάρτητα από το πόσο απομακρυσμένα είναι αυτά στο χώρο (π.χ., σε ένα πείραμα EPRB). Και το ίδιο ισχύει για τις μεταπτώσεις που προβλέπει η θεωρία GRW.

Ωστόσο, ο Bell ([1987] 1993, 206-209) περιγράφει ένα τρόπο με τον οποίο το Lorentz αναλλοίωτο [Lorentz invariance] μπορεί να διασωθεί σε μια τέτοια θεωρία. Φυσικά, δεν είναι δυνατό να διασωθεί πλήρως το Lorentz αναλλοίωτο σε μια μη σχετικιστική δυναμική. Αλλά υπάρχει ένα «υπόλοιπο» του Lorentz αναλλοίωτου για απομακρυσμένα στο χώρο συστήματα που μπορεί να συζητηθεί ακόμη και στο πλαίσιο μιας μη σχετικιστικής δυναμικής (όπως αυτή κατά Schrödinger). Η γενική ιδέα είναι αξιοποιηθεί ένας *φορμαλισμός με πολλαπλές μεταβλητές χρόνου* [multiple time formalism] δεδομένου ότι το Lorentz αναλλοίωτο απαιτεί *αναλλοίωτο ως προς μετατοπίσεις στο σχετικό χρόνο*. Πράγματι, θεωρήστε το μετασχηματισμό Lorentz

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma(t - vx)\,, \tag{2.30}$$

όπου $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ και έχουμε θέσει $c = 1$ για την ταχύτητα του φωτός. Για ένα σύστημα σε μεγάλη απόσταση, b, από την αρχή των αξόνων, είναι βολικό να εισαγάγουμε μια νέα αρχή έτσι ώστε $x \mapsto x + b$. Τότε η (2.30) γίνεται (αγνοούμε στο εξής τα y και z):

$$x' = -b + \gamma(x + b - vt), \quad t' = \gamma(t - v(x + b))\,. \tag{2.31}$$

Για πολύ μικρό v και πολύ μεγάλο b παίρνουμε, θέτοντας $vb = k$,

$$x' = x, \quad t' = t - k. \tag{2.32}$$

Στην περίπτωση *ενός* συστήματος, η (2.32) προβλέπει αναλλοίωτο ως προς μετατοπίσεις στο χρόνο. Αλλά στην περίπτωση *δυο* συστημάτων, απομακρυσμένων στο χώρο σε αντίθετες κατευθύνσεις από την αρχή των αξόνων (και, συνεπώς, με διαφορετικά πρόσημα για το k), προβλέπει αναλλοίωτο ως προς μετατοπίσεις στο *σχετικό* χρόνο.

Το αναλλοίωτο ως προς το *σχετικό* χρόνο επιτρέπει τη χρήση πολλαπλών μεταβλητών χρόνου –ανεξάρτητες μεταβλητές χρόνου για διαφορετικά σωματίδια ή για διαφορετικά σημεία του χώρου– εφόσον, φυσικά, τα συστήματα που σχετίζονται με αυτές τις μεταβλητές δεν αλληλεπιδρούν. Αυτή η ιδέα του Bell αξιοποιήθηκε, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, από τον Roderich Tumulka (2006a) για την οικοδόμηση μιας σχετικιστικής εκδοχής της θεωρίας GRW. Την αισιοδοξία για αυτή τη δυνατότητα την είχε ήδη εκφράσει ο Bell ([1987] 1993, 209):

> Προσωπικά, εγώ βλέπω το μοντέλο GRW σαν μια πολύ καλή επεξήγηση για το πώς η κβαντική μηχανική, για να γίνει ορθολογική, απαιτεί μόνο μία αλλαγή, η οποία είναι πολύ μικρή (σχετικά με ορισμένα μέτρα!). Και είμαι ιδιαίτερα εντυπωσιασμένος από το γεγονός ότι το μοντέλο είναι τόσο αναλλοίωτο κατά Lorentz όσο θα μπορούσε να είναι στη μη σχετιστική εκδοχή του. Απομακρύνει το έδαφος της φοβίας μου ότι κάθε ακριβής διατύπωση της κβαντικής μηχανικής θα πρέπει να συγκρούεται με το θεμελιώδες του Lorentz αναλλοίωτου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΙΑ ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗ ΕΚΔΟΧΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΩΝ GRW

3.1. Η επιλογή της GRW και ο στόχος της σχετικιστικής επέκτασης

Το μοντέλο GRW, σύμφωνα με τον Tumulka, προτείνει μία αρκετά εύλογη λύση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης. Πιο συγκεκριμένα, στο άρθρο του «Μία σχετικιστική εκδοχή του μοντέλου των Ghirardi-Rimini-Weber», ο Tumulka (2006a, 821) γράφει:

> Το μοντέλο GRW προτάθηκε ως λύση του προβλήματος της μέτρησης της κβαντικής μηχανικής και περιέχει μία στοχατική και μη γραμμική τροποποίηση της εξίσωσης Schrödinger. Αποκλίνει πολύ λίγο από την εξίσωση Schrödinger για τα μικροσκοπικά συστήματα αλλά αποτελεσματικά καταστέλλει, για τα μακροσκοπικά συστήματα, τις υπερθέσεις των μακροσκοπικά διαφορετικών καταστάσεων.

Ωστόσο, το αρχικό μοντέλο GRW ήταν μη σχετικιστικό. Γι’ αυτό το λόγο, ο Tumulka εισήγαγε μια σχετικιστική εκδοχή. Η πεποίθηση ότι είναι δυνατή η κατασκευή μιας τέτοιας εκδοχής βασίστηκε στην παρατήρηση του Bell ότι το αρχικό μοντέλο GRW έχει την ιδιότητα του αναλλοίωτου ως προς μετατοπίσεις στο σχετικό χρόνο – ιδιότητα που μπορεί να θεωρηθεί ως μη σχετικιστικό υποκατάστατο του Lorentz αναλλοίωτου (βλ. ενότητα 2.4.5). Επιπλέον, η «ουσία» μιας σχετικιστικής εκδοχής είναι μια σχετικιστικά συναλλοίωτη περιγραφή αυτών που η θεωρία προβλέπει ότι υπάρχουν σε φραγμένες περιοχές του χωροχρόνου – αυτών που ο Bell είχε ονομάσει *local beables*.[20] Ποια, λοιπόν, μπορεί να είναι τα local beables μια σχετικιστικής εκδοχής της GRW, δεδομένου ότι οι κυματοσυναρτήσεις δεν είναι πεδία στο χωρόχρονο; Ακολουθώντας πάλι μία ιδέα του Bell, ο Tumulka επέλεξε τα σημεία που αποτελούν κέντρα των μεταπτώσεων αυθόρμητου εντοπισμού των σωματιδίων – αυτά που έχουν ονομαστεί *flashes*. Έτσι η θεμελιώδης οντολογία της σχετικιστικής εκδοχής της GRW –στο εξής, *rGRW*, για συντομία– είναι ένα διακριτό σύνολο χωροχρονικών σημείων, flashes, και κάθε κομμάτι ύλης δεν είναι παρά ένας «γαλαξίας» τέτοιων flashes.

Βέβαια, για να έχουμε μια τέτοια rGRW για σωματίδια απαιτείται (α) μια σχετικιστικά αναλλοίωτη δυναμική εξίσωση για να αντικαταστήσει την εξίσωση Schrödinger (ο Tumulka επιλέγει την εξίσωση Dirac) και (β) ένας σχετικιστικά συναλλοίωτος τρόπος (χωρίς διακεκριμένη μεταβλητή χρόνου) για να λαμβάνουν χώρα οι αυθόρμητοι εντοπισμοί των σωματιδίων, τα flashes. Για την

[20] Ο όρος ‘beable’ χρησιμοποιείται κατ’ αντιδιαστολή με τον όρο ‘observable’ [‘παρατηρήσιμο’]. Για παράδειγμα, για την ηλεκτρομαγνητική θεωρία Maxwell, τα local beables σε μια φραγμένη περιοχή του χωροχρόνου O είναι τα πεδία $\boldsymbol{E}$ (ηλεκτρικό) και $\boldsymbol{B}$ (μαγνητικό) στην O και όλα τα συναρτησιακά τους, $\varphi(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B})$.

εισαγωγή, τέλος, αλληλεπιδράσεων πρέπει να επιτρέπεται να αλλάζει ο συνολικός αριθμός σωματιδίων.

Ας πάρουμε όμως τα πράγματα από την αρχή.[21] Έστω ότι έχουμε μία σχετικιστική κβαντική θεωρία N σωματιδίων. Με $i \in \{1,\dots,N\}$ συμβολίζουμε (εκτός από την $\sqrt{-1}$) τους τύπους των σωματιδίων[22] και με Q_i το σύνολο των flashes του τύπου i. Για κάθε i, τα στοιχεία του Q_i βρίσκονται σε χρονοειδή [timelike] απομάκρυνση μεταξύ τους. Η κυματοσυνάρτηση του συστήματος είναι με πολλαπλές χρονικές μεταβλητές και ορίζεται στο καρτεσιανό γινόμενο N αντιγράφων του χωροχρόνου. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση Dirac αντί για την εξίσωση Schrödinger. Η ενσωμάτωση της βασικής ιδέας των GRW σε αυτό το πλαίσιο μπορεί να γίνει με διαφορετικούς τρόπους, όπως θα δούμε στην αμέσως επόμενη ενότητα.

3.2. Το μοντέλο GRW

Έστω ότι έχουμε την κυματοσυνάρτηση $\Psi = \Psi(\boldsymbol{r}_1,\dots,\boldsymbol{r}_N,t)$, η οποία εξελίσσεται με μοναδιαίο (μοναδιακό) τρόπο ανάμεσα στις καταρρεύσεις. Σε χρόνο T, όταν συμβαίνει ένα flash τύπου $i \in \{1,\dots,N\}$ στην τοποθεσία $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^3$, η κυματοσυνάρτηση καταρρέει σύμφωνα με την

$$\Psi(\boldsymbol{r}_1,\dots,\boldsymbol{r}_N,T+) = \frac{j(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{X})\Psi(\boldsymbol{r}_1,\dots,\boldsymbol{r}_N,T-)}{\rho_i^{1/2}(\boldsymbol{X},T-)}, \tag{3.1}$$

με τον παράγοντα μεταπήδησης να έχει τη Gaussian μορφή

$$j(\boldsymbol{r}) = K\exp\left(-\frac{\boldsymbol{r}^2}{2a^2}\right), \tag{3.2}$$

όπου a είναι μια νέα σταθερά της φύσης με τιμή της τάξης $10^{-7}\,\mathrm{m}$ και η σταθερά K διαλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη κανονικοποίησης

$$\int_{\mathbb{R}^3} d^3\boldsymbol{r}\,|j(\boldsymbol{r})|^2 = 1. \tag{3.3}$$

Επιπλέον, για να είναι κανονικοποιημένη η κυματοσυνάρτηση κατάρρευσης (3.1), απαιτούμε

$$\rho_i(\boldsymbol{x},t) = \int_{\mathbb{R}^{3N}} d^3\boldsymbol{r}_1\dots d^3\boldsymbol{r}_N\,\left|j(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{x})\Psi(\boldsymbol{r}_1,\dots,\boldsymbol{r}_N,t)\right|^2. \tag{3.4}$$

---

[21] Στο εξής παρουσιάζουμε την προσέγγιση που ανέπτυξε ο Tumulka (2006).

[22] Το πρόβλημα των ταυτόσημων σωματιδίων δεν έχει αντιμετωπιστεί – έχουμε μόνο μια κβαντική μηχανική διακρίσιμων σωματιδίων.

Ο ρυθμός με τον οποίο λαμβάνει χώρα μια κατάρρευση του τύπου i στο στοιχείου όγκου $d^3\boldsymbol{y}$ δίνεται από την έκφραση

$$\frac{1}{\tau}\rho_i(\boldsymbol{y})d^3\boldsymbol{y}, \tag{3.5}$$

όπου τ είναι μία άλλη νέα σταθερά της φύσης με τιμή της τάξης $10^{15}\sec$. (Σε σύγκριση με τη σταθερά λ του κεφαλαίου 2, έχουμε $\lambda\tau \sim 1$). Με λίγο διαφορετική διατύπωση,

$$\Pr(Q_i \cap [t,t+dt]\times\mathbb{R}^3 = \{Y\}, Y \in [t,t+dt]\times d^3\boldsymbol{y}\,|\Psi_t) = \frac{dtd^3\boldsymbol{y}}{\tau}\left\langle \Psi_t \middle| \hat{j}_i(\boldsymbol{y})^2 \middle| \Psi_t \right\rangle \tag{3.6}$$

όπου $\hat{j}_i(\boldsymbol{y})$ είναι ο αυτοσυζυγής τελεστής κατάρρευσης που πολλαπλασιάζει με τη συνάρτηση $j(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{y})$ και Q_i είναι το σύνολο των flashes τύπου i, ένα υποσύνολο του χωροχρόνου.

Όλα αυτά δεν διαφέρουν ουσιαστικά από την κατά Bell εκδοχή της GRW που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.3. Τώρα θα παρουσιάσουμε μια ισοδύναμη εκδοχή που είναι πιο κοντά στο σχετικιστικό μοντέλο. Η βασική αλλαγή είναι η εξής. Αντί να έχουμε μία κυματοσυνάρτηση που αλλάζει ασυνεχώς σε κάποιο χρόνο T, θα έχουμε δύο διαφορετικές κυματοσυναρτήσεις, με τη μία να αναπαριστάνει την κατάσταση πριν την κατάρρευση και την άλλη μετά από αυτή, και με τις δύο να εκτείνονται με μοναδιαία χρονική εξέλιξη σε όλους τους χρόνους, στο παρελθόν και στο μέλλον. Από πρώτη ματιά, αυτό φαίνεται παράδοξο. Σε αυτή τη διατύπωση, οι *κυματοσυναρτήσεις δεν καταρρέουν!* Όμως, η βασική οντολογία καθορίζεται από την κατανομή των τυχαίων συνόλων Q_i, όχι από τις κυματοσυναρτήσεις.

Εφόσον τα N σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους η χαμιλτονιανή παίρνει την μορφή

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + ... + \hat{H}_N, \tag{3.7}$$

όπου ο $\hat{H}_i$ δρά μόνο στην $i^{\text{οστή}}$ συντεταγμένη της κυματοσυνάρτησης, έτσι ώστε ο $\hat{H}_i$ να μετατίθεται με τον $\hat{H}_j$ για $i \neq j$. Αυτό βοηθάει να καθορίσουμε την εξέλιξη Schrödinger για μια κυματοσυνάρτηση πολλαπλές μεταβλητές χρόνου

$$\Psi(\boldsymbol{r}_1, t_1, ..., \boldsymbol{r}_N, t_N) = e^{-it_1\hat{H}_1/\hbar}...e^{-it_N\hat{H}_N/\hbar}\Psi(\boldsymbol{r}_1, 0, ..., \boldsymbol{r}_N, 0). \tag{3.8}$$

Το «τρυκ» είναι *πώς* από δοσμένες τιμές χρόνου $T_1,...,T_N$ (που θα ερμηνεύονται αργότερα ως χρόνοι flashes) και δοσμένη κυματοσυνάρτηση Ψ στο $\mathbb{R}^{4N}$, μπορούμε να λάβουμε νέες τυχαίες τιμές χρόνου $T_1',...,T_N'$ (που θα ερμηνεύονται αργότερα ως χρόνοι μεταγενέστερων flashes), συσχετιζόμενες με τυχαίες τοποθεσίες $\boldsymbol{Y}_1,...,\boldsymbol{Y}_N \in \mathbb{R}^3$, και μια νέα κυματοσυνάρτηση Φ στο $\mathbb{R}^{4N}$.

Ας υποθέσουμε ότι τα $\Delta T_1,...,\Delta T_N$ είναι ανεξάρτητες και εκθετικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με αναμενόμενη τιμή (προσδοκία) τ και ας θέσουμε $T_i' = T_i + \Delta T_i$ για $i = 1,...N$. Η από κοινού κατανομή των $\boldsymbol{Y}_i$,

$$\Pr(\boldsymbol{Y}_1 \in d^3\boldsymbol{y}_1,....,\boldsymbol{Y}_N \in d^3\boldsymbol{y}_N) = \rho(\boldsymbol{y}_1,...,\boldsymbol{y}_N)d^3\boldsymbol{y}_1....d^3\boldsymbol{y}_N\,, \tag{3.9}$$

έχει πυκνότητα $\rho : \mathbb{R}^{3N} \to \mathbb{R}$ που ορίζεται από την

$$\rho(\boldsymbol{y}_1,...,\boldsymbol{y}_N) = \int_{\mathbb{R}^{3N}} d^3\boldsymbol{z}_1...d^3\boldsymbol{z}_N \left| j(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{y}_1)...j(\boldsymbol{z}_N - \boldsymbol{y}_N)\Psi(\boldsymbol{z}_1, T_1',...,\boldsymbol{z}_N, T_N') \right|^2. \tag{3.10}$$

Τώρα ορίζουμε για όλα τα $(\boldsymbol{z}_1,...,\boldsymbol{z}_N) \in \mathbb{R}^{3N}$ την καινούρια κυματοσυνάρτηση

$$\Phi(\boldsymbol{z}_1, T_1',...,\boldsymbol{z}_N, T_N') = \frac{j(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{Y}_1)...j(\boldsymbol{z}_N - \boldsymbol{Y}_N)\Psi(\boldsymbol{z}_1, T_1'...,\boldsymbol{z}_N, T_N')}{\rho^{1/2}(\boldsymbol{Y}_1,...,\boldsymbol{Y}_N)} \tag{3.11}$$

και την επεκτείνουμε σε όλους τους χρόνους χρησιμοποιώντας μια μοναδιαία εξέλιξη σε πολλαπλούς χρόνους όπως η (3.8).

Τα τυχαία συνόλα Q_i των flashes λαμβάνονται επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία. Αρχίζουμε με $T_1 = 0,...,T_N = 0$ και την αρχική κυματοσυνάρτηση, παίρνουμε το πρώτο flash $(\boldsymbol{Y}_i, T_i')$ σε κάθε Q_i και ύστερα παίρνουμε τους χρόνους αυτών των flashes και τη νέα κυματοσυνάρτηση ως εισαγόμενα για τον επόμενο γύρο της διαδικασίας. Μπορεί να αποδειχθεί ότι αυτή η διαδικασία οδηγεί στο ίδιο $\{Q_i : i = 1,...,N\}$ όπως η κατά Bell εκδοχή που περιγράψαμε παραπάνω.

3.3. Το σχετικιστικό μοντέλο

Στο σχετικιστικό μοντέλο χρησιμοποιούμε, όπως αναφέραμε και πιο πάνω, την εξίσωση Dirac αντί για εκείνη του Schrödinger.[23] Εφόσον τα σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, δεν χρειάζεται να συνυπάρχουν στον ίδιο χωρόχρονο. Θεωρούμε, συνεπώς, N χωροχρονικές πολλαπλότητες $M_1,...,M_N$ (επίπεδες ή καμπύλες) έτσι ώστε η κυματοσυνάρτηση να ορίζεται στον χώρο $M_1 \times ... \times M_N = \prod_i M_i$ και το σύνολο Q_i των flashes τύπου i να είναι διακριτό υποσύνολο του M_i. Η εξέλιξη της κυματοσυνάρτησης $\Psi = \Psi(x_1,....,x_N)$, πέρα από τις μεταπτώσεις, εξαρτάται από την

[23] Χρησιμοποιούμε τα γράμματα $x, y,..., X, Y,...$ για να υποδηλώσουμε σημεία στο χωρόχρονο, με τα κεφαλαία γράμματα να προορίζονται για τυχαία σημεία στο χωρόχρονο.

εξίσωση Dirac

$$i\hbar\gamma_i^{\mu}(\nabla_{i,\mu} - \frac{ie_i}{\hbar}A_{i,\mu}(x_i))\Psi = m_i\Psi\,, \tag{3.12}$$

όπου m_i είναι η μάζα του σωματιδίου i, e_i το φορτίο του, ∇_i η συναλλοίωτη παράγωγος στον M_i, και A_i το ηλεκτρομαγνητικό διανυσματικό δυναμικό στον M_i. Στο εξής θα περιοριστούμε στην απλούστερη περίπτωση όπου κάθε M_i είναι αντίγραφο του χωρόχρονου Minkowski.[24] Η Ψ παίρνει τιμές στον χώρο $(\mathbb{C}^4)^{\otimes N}$, το τανυστικό γινόμενο N αντιγράφων του $\mathbb{C}^4$. Παρατηρήστε ότι, σε αυτή την προσέγγιση, τόσο η μετρική του χωροχρόνου όσο και το ηλεκτρομαγνητικό διανυσματικό δυναμικό για το σωματίδιο i δεν εξαρτώνται από τα x_j, $j \neq i$. Αυτό επιτρέπει τη χρήση του φορμαλισμού με τις πολλαπλές μεταβλητές χρόνου.

Θα δείξουμε τώρα πώς η (3.12) ορίζει μοναδιαίους διαδότες σε κατάλληλους χώρους Hilbert. Θεωρήστε την εξίσωση Dirac για ένα σωματίδιο

$$i\hbar\gamma^{\mu}(\nabla_{\mu} - \frac{ie}{\hbar}A_{\mu}(x_i))\Psi = m\Psi\,. \tag{3.13}$$

Με κάθε χωροειδή επιφάνεια Σ σχετίζεται ένας χώρος Hilbert $L^2(\Sigma)$ και με κάθε δυο χωροειδείς επιφάνειες Cauchy σχετίζεται ένας μοναδιαίος διαδότης $\hat{U}_{\Sigma}^{\Sigma'} : L^2(\Sigma) \to L^2(\Sigma')$ ως εξής. Ο $L^2(\Sigma)$ περιέχει κυματοσυναρτήσεις περιορισμένες στη Σ και εφοδιασμένες με το βαθμωτό γινόμενο

$$\langle \Psi | \Phi \rangle = \int_{\Sigma} d^3x \bar{\Psi}(x) n_{\mu}(x)\gamma^{\mu}\Phi(x)\,, \tag{3.14}$$

όπου $n_{\mu}(x)$ παριστάνει το (κατευθυνόμενο προς το μέλλον) μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθετο πάνω στη Σ στο σημείο x και το στοιχείο (μέτρο) όγκου d^3x ορίζεται από τη μετρική Riemann πάνω στη Σ. Ως γνωστό, $n_{\mu}\gamma^{\mu} = n_0\gamma^0 - n_1\gamma^1 - n_2\gamma^2 - n_3\gamma^3$ και οι πίνακες Dirac γ^{μ} εκφράζονται με τη βοήθεια των πινάκων spin σ^j του Pauli.[25] Για απλούστευση, μπορούμε να γράφουμε

$$|\Psi(x)|^2 = \bar{\Psi}(x) n_{\mu}(x)\gamma^{\mu}\Psi(x)\,. \tag{3.15}$$

Το ότι ο $\hat{U}_{\Sigma}^{\Sigma'}$ είναι μοναδιαίος έπεται από την εξίσωση συνέχειας

---

[24] Η γενίκευση σε καμπύλους χωροχρόνους απαιτεί «ομαλή» αιτιακή δομή, συγκεκριμένα καθολικά υπερβολικούς [globally hyperbolic] χωροχρόνους που χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη χωροειδών (υπερ)επιφανειών Cauchy (και δεν περιέχουν κλειστές χρονοειδείς καμπύλες).

[25] Έχουμε $\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ και $\gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix}$ για $j = 1, 2, 3$.

$$\nabla_\mu(\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi) = 0, \tag{3.16}$$

που με τη σειρά της έπεται από την (3.13). Βέβαια, $\hat{U}^{\Sigma''}_{\Sigma'}\hat{U}^{\Sigma'}_{\Sigma} = \hat{U}^{\Sigma''}_{\Sigma}$ με $\hat{U}^{\Sigma}_{\Sigma}$ να παριστάνει τον ταυτοτικό τελεστή στον $L^2(\Sigma)$. Για κυματοσυναρτήσεις με πολλαπλές μεταβλητές χρόνου, θα θεωρούμε χωρικές επιφάνειες της μορφής $\Sigma_1 \times ... \times \Sigma_N$. Τότε ο σχετιζόμενος χώρος Hilbert συμπίπτει το τανυστικό γινόμενο των χώρων Hilbert που σχετίζονται με τις Σ_i και ο μοναδιαίος διαδότης μεταξύ δυο τέτοιων χώρων με τα τανυστικό γινόμενο των μοναδιαίων διαδοτών για κάθε i.

3.4. Ο στοχαστικός νόμος των flashes

Η χρήση του όρου ‘flashes’, μετά και την αναφορά στο σχετικιστικό μοντέλο και την εισαγωγή της εξίσωσης Dirac, μας οδηγεί σε ένα πολύ βασικό συμπέρασμα. Πλέον ενδιαφερόμαστε για *συμβάντα*. Η διαδικασία που ακολουθείται οδηγεί, από δοσμένα flashes $X_1,....X_N$ και κυματοσυνάρτηση Ψ που υπακούει στην εξίσωση Dirac (3.12), σε νέα flashes $Y_1,....,Y_N$ και νέα κυματοσυνάρτηση Φ που επίσης υπακούει στην (3.12).

Για τη διατύπωση αυτού του στοχαστικού νόμου, βολεύει να εισάγουμε κάποιους συμβολισμούς για υποσύνολα του χωροχρόνου. Για κάθε χωροχρονικό σημείο x, συμβολίζουμε με $F(x)$ το *μέλλον* του x –δηλαδή, τον μελλοντικό κώνο φωτός του x μαζί με το εσωτερικό του και το ίδιο το x– και με $P(x)$ το *παρελθόν* του x. Για κάθε σύνολο S χωροχρονικών σημείων, ορίζουμε $F(S) = \bigcup_{x\in S} F(x)$ («το μέλλον του S») και $P(S) = \bigcup_{x\in S} P(x)$ («το παρελθόν του S»). Για $y \in F(x)$, συμβολίζουμε με

$$\text{t-dist}(y,x) = \left((y^\mu - x^\mu)(y_\mu - x_\mu)\right)^{1/2} \tag{3.17}$$

τη χρονοειδή απόσταση του y από το x. Για x, y πάνω στην ίδια χωροειδή επιφάνεια Σ, συμβολίζουμε με $\text{s-dist}_\Sigma(x,y)$ τη χωροειδή απόσταση του x από το y πάνω στη Σ. Για $r \geq 0$, θέτουμε

$$H_r(x) = \left\{ y \in F(x) : \text{t-dist}(y,x) = r \right\}. \tag{3.18}$$

Το $H_r(x)$ είναι η επιφάνεια όλων των χωροχρονικών σημείων στο μέλλον του x σε χρονοειδή ή φωτοειδή απόσταση r από το x. Μια τέτοια επιφάνεια («υπερβολοειδές») δεν είναι Cauchy στο χωρόχρονο Minkowski: οι περισσότερες πλήρεις χρονοειδείς καμπύλες την τέμνουν, αλλά μερικές (που περιγράφουν κινήσεις επιταχυνόμενες στην ταχύτητα του φωτός c) την αποφεύγουν. Όμως, για τα παρακάτω, δεν απαιτείται μια τέτοια επιφάνεια H να είναι Cauchy. *Αρκεί* η εξίσωση Dirac να ορίζει ένα μοναδιαίο τελεστή εξέλιξης $U_{\Sigma}^{H}: L^2(\Sigma) \to L^2(H)$ για κάθε επιφάνεια Cauchy και κάθε υπερβολοειδές H.

Έστω, τώρα, $\Delta T_1, ..., \Delta T_N$ ανεξάρτητες και εκθετικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με αναμενόμενη τιμή (προσδοκία) τ. Επιλέγουμε $(Y_1, ..., Y_N)$ τυχαία από τον χώρο $\Sigma_1 \times ... \times \Sigma_N = \prod_i \Sigma_i$ όπου $\Sigma_i = H_{c\Delta T_i}(X_i)$ με κατανομή

$$\Pr(Y_1 \in d^3 y_1, ..., Y_N \in d^3 y_N) = \rho(y_1, ..., y_N) d^3 y_1 .... d^3 y_N \qquad (3.19)$$

ως εξής. Το στοιχείο όγκου $d^3 y_i$ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη μετρική Riemann πάνω στη Σ_i. Η πυκνότητα $\rho: \prod_i \Sigma_i \to \mathbb{R}$ της κατανομής ορίζεται από την

$$\rho(y_1, ..., y_N) = \int_{\prod_i \Sigma_i} d^3 z_1 ... d^3 z_N \left| j_{\Sigma_1}(y_1, z_1) ... j_{\Sigma_N}(y_N, z_N) \Psi(z_1, ..., z_N) \right|^2 . \qquad (3.20)$$

Και για κάθε χωροειδή επιφάνεια Σ, ο παράγοντας μεταπήδησης $j_{\Sigma}: \Sigma \times \Sigma \to \mathbb{R}$ ορίζεται από την

$$j_{\Sigma}(y, z) = K_{\Sigma}(z) e^{-\frac{\text{s-dist}_{\Sigma}^2(y,z)}{2a^2}}, \qquad (3.21)$$

με τον παράγοντα κανονικοποίησης $K_{\Sigma}(z)$ επιλεγμένο έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη

$$\int_{\Sigma} d^3 y \left| j_{\Sigma}(y, z) \right|^2 = 1 . \qquad (3.22)$$

Τέλος, για τη νέα κυματοσυνάρτηση έχουμε

$$\Phi(z_1, ...z_N) = \frac{j_{\Sigma_1}(Y_1, z_1) ... j_{\Sigma_N}(Y_n, z_n) \Psi(z_1, ..., z_N)}{\rho^{1/2}(Y_1, ..., Y_N)} \qquad (3.23)$$

πάνω στο $\prod_i \Sigma_i$ και επέκταση στο υπόλοιπο του $\prod_i M_i$ με τη βοήθεια της εξίσωσης (3.12). Υπό τις παραπάνω υποθέσεις, η Φ καθορίζεται κατά μοναδικό τρόπο σε όλο το $\prod_i M_i$ από αρχικές συνθήκες πάνω στο $\prod_i \Sigma_i$.

Το σχετικιστικό μοντέλο ορίζεται μέσα από αυτή την επαναληπτική διαδικασία. Για αρχικά δεδομένα, θέτουμε μία κυματοσυνάρτηση $\Psi = \Psi^0$ και ένα flash X_i^0 για κάθε τύπο i. Εφαρμόζουμε την παραπάνω διαδικασία για να πάρουμε τη νέα κυματοσυνάρτηση $\Psi^1 = \Phi$ και ένα νέο flash $X_i^1 = Y_i$ για κάθε τύπο i. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με $\Psi = \Psi^1$ και X_i^1 κ.ο.κ. Έτσι λαμβάνουμε μια τυχαία ακολουθία $Q_i = \{X_i^0, X_i^1, X_i^2, ...\}$ από flashes για κάθε τύπο i.

Είναι εφικτό, πλέον, αλλά κάπως κουραστικό, να καταλήξουμε σε ένα ρητό τύπο για την από κοινού κατανομή των πρώτων n_i flashes του τύπου i, δεδομένων των αρχικών flashes $X_1^0,....,X_N^0$. Η μορφή της είναι

$$\Pr(X_i^k \in d^4x_i^k; i=1,...,N; k=1,...,n_i) = \left\langle \Psi^0 \middle| \mathrm{E}^{(\vec{n})}(\prod_{i=1}^{N}\prod_{k=1}^{n_i} d^4x_i^k) \middle| \Psi^0 \right\rangle, \tag{3.24}$$

όπου Ψ^0 η αρχική κυματοσυνάρτηση, το βαθμωτό γινόμενο είναι αυτό του $\otimes_i L^2(\Sigma_i^0)$ για Σ_i^0 αυθαίρετες αρχικές χωροειδείς επιφάνειες Cauchy, $\vec{n}=(n_1,...,n_N)$ και $E^{(\vec{n})}$ είναι το μέτρο με τιμές θετικούς τελεστές [positive-operator-valued measure, POVM] στο $\prod_i M_i^{n_i}$ που ορίζεται όπως παρακάτω.

Για κάθε χωροειδή επιφάνεια Σ και κάθε $x \in \Sigma$, ας είναι $\hat{j}_\Sigma(x)$ ο τελεστής στον $L^2(\Sigma)$ που πολλαπλασιάζει επί τη συνάρτηση $j_\Sigma(x,\cdot)$, η οποία ορίζεται όπως στην (3.21). Ορίζουμε τον αυτοσυζυγή τελεστή «κατάρρευσης» $\hat{j}_i^k$ πάνω στον $L^2(\Sigma_i^0)$ με τη βοήθεια του τύπου

$$\hat{j}_i^k = \hat{U}^{\Sigma_i^0}_{H(x_i^k,x_i^{k-1})}\hat{j}_{H(x_i^k,x_i^{k-1})}(x_i^k)\hat{U}^{H(x_i^k,x_i^{k-1})}_{\Sigma_i^0}, \tag{3.25}$$

όπου για οποιαδήποτε χωροχρονικά σημεία x, y με $y \in F(x)$ γράφουμε $H(y,x) = H_{\text{t-dist}(y,x)}(x)$ για το υπερβολοειδές που έχει «κέντρο» το x και περιέχει το y. Ορίζουμε το POVM $E^{(n)}_{i,x_i^0}$ στον $L^2(\Sigma_i^0)$ με τη βοήθεια της

$$\begin{aligned} E^{(n)}_{i,x_i^0}\left(\prod_{k=1}^{n} d^4x_i^k\right) &= \left(\prod_{k=1}^{n} d^4x_i^k 1_{F(x_i^{k-1})}(x_i^k)\right)\times \\ &\times \frac{1}{(c\tau)^n}\exp\left(-\frac{1}{c\tau}\sum_{k=1}^{n}\text{t-dist}(x_i^k,x_i^{k-1})\right)\hat{j}_i^1\hat{j}_i^2...\hat{j}_i^n\hat{j}_i^n...\hat{j}_i^2\hat{j}_i^1, \end{aligned} \tag{3.26}$$

με το 1_B να παριστάνει τη χαρακτηριστική συνάρτηση ενός υποσυνόλου B του M_i. Τέλος, το POVM $E^{(\vec{n})}$ που υπεισέρχεται στην εξίσωση (3.24) έχει τη μορφή γινομένου

$$\mathrm{E}^{(\vec{n})}\left(\prod_{i=1}^{N}\prod_{k=1}^{n_i} d^4x_i^k\right) = \bigotimes_{i=1}^{N} E^{(n_i)}_{i,x_i^0}\left(\prod_{k=1}^{n_i} d^4x_i^k\right). \tag{3.27}$$

Η εξίσωση (3.24), λοιπόν, δίνει, σε εικόνα Heisenberg, τον στοχαστικό νόμο για τα flashes. Και η προσέγγιση είναι σχετικιστικά συναλλοίωτη. Αλλά ας περάσουμε τώρα στην εικόνα που θα έχει ένας παρατηρητής στο χρόνο.

3.5. Η χρονική εικόνα

Είναι συχνά επιθυμητό να επιλέγουμε μια χρονική συντεταγμένη t –δηλαδή, να διαμερίσουμε τον χωρόχρονο M_i σε μια μονοπαραμετρική οικογένεια χωροειδών επιφανειών $\Sigma_i(t)$– και να περιγράψουμε μια εικόνα του κόσμου της rGRW στην οποία τα πάντα εξελίσσονται συναρτήσει της χρονικής συντεταγμένης. Το ενδιαφέρον σε αυτή την εικόνα είναι να υπολογίσουμε την πιθανότητα να έχουμε μεταξύ t και $t+dt$ ένα flash του τύπου $i_\odot \in \{1,\ldots,N\}$ *δεδομένων* των flashes μέχρι τη χρονική στιγμή t. Για αυτό χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο (3.28), στον οποίο υποθέτουμε ότι τα flashes είναι χρονοειδώς διαχωρισμένα, $x_i^k \in F(x_i^{k-1})$ για όλα τα i και $k \le n_i$, ενώ το d^3y είναι στοιχείο όγκου στην $\Sigma_{i_\odot}(t)$. Συμβολίζουμε με $dt \times d^3y$ το στοιχείο τετραδιάστατου όγκου μεταξύ $\Sigma_{i_\odot}(t)$ και $\Sigma_{i_\odot}(t+dt)$ που διαγράφουν τα κάθετα πάνω στη $\Sigma_{i_\odot}(t)$ διανύσματα που καλύπτουν το d^3y. Ο όγκος αυτού του στοιχείου είναι $c(y)dtd^3y$ με $c(y)dt = \text{t-dist}(\Sigma_{i_\odot}(t+dt), y)$. Άρα η εν λόγω πιθανότητα γίνεται

$$\begin{aligned}
&\Pr\Big(Q_{i_\odot} \cap F(\Sigma_{i_\odot}(t)) \cap P(\Sigma_{i_\odot}(t+dt)) = \{Y\}, Y \in dt \times d^3y \,|\, Q_i \cap P(\Sigma_i(t)) = \{x_i^0,\ldots,x_i^{n_i}\} \forall i\Big) = \\
&= c(y)dtd^3y 1_{F\left(x_{i_\odot}^{n_{i_\odot}}\right)}(y) \frac{1}{c\tau} \exp\left(-\frac{1}{c\tau}\text{t-dist}(y, x_{i_\odot}^{n_{i_\odot}})\right) \times \qquad (3.28) \\
&\times \frac{\left\langle \Psi_t \middle| E^{(1)}_{1,x_1^{n_1}}\left(F(\Sigma_1(t))\right) \otimes \ldots \otimes \hat{j}_{i_\odot}(y)^2 \otimes \ldots \otimes E^{(1)}_{N,x_N^{n_N}}\left(F(\Sigma_N(t))\right) \middle| \Psi_t \right\rangle}{\left\langle \Psi_t \middle| \otimes_i E^{(1)}_{i,x_i^{n_i}}\left(F(\Sigma_i(t))\right) \middle| \Psi_t \right\rangle},
\end{aligned}$$

όπου

$$\Psi_t = \gamma_t (\bigotimes_i \hat{j}_i^{n_i} \ldots \hat{j}_i^1) \Psi^0, \qquad (3.29)$$

με παράγοντα κανονικοποίησης γ_t και $\hat{j}_{i_\odot}(y)$ τον τελεστή κατάρρευσης που αντιστοιχεί σε ένα flash στο y,

$$\hat{j}_{i_\odot}(y) = \hat{U}^{\Sigma^0_{i_\odot}}_{H(y,x_{i_\odot}^{n_{i_\odot}})} \hat{j}_{H(y,x_{i_\odot}^{n_{i_\odot}})}(y) \hat{U}^{H(y,x_{i_\odot}^{n_{i_\odot}})}_{\Sigma^0_{i_\odot}}. \qquad (3.30)$$

3.6. Η οντολογία των flashes

Η παραπάνω μαθηματική περιγραφή δίνει μια θεωρητικά ακριβή εικόνα του κόσμου, αυτή της οντολογίας των flashes. Σε μια εργασία με τίτλο «Κατάρρευση και σχετικότητα», ο Tumulka (2006b, 1-2) εισάγει αυτή την οντολογική εικόνα ως εξής:

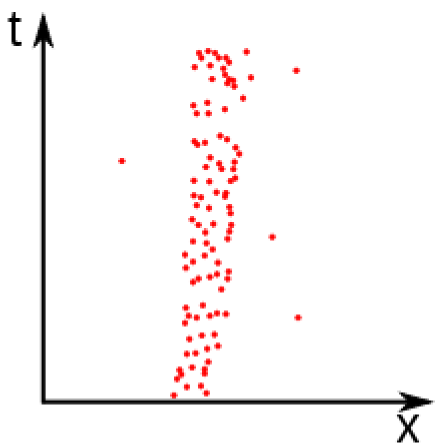
Από τι είναι φτιαγμένα τα τραπέζια και οι καρέκλες; Σε αυτή την ερώτηση, διαφορετικές θεωρίες, ακόμα και διαφορετικές εκδοχές του μοντέλου GRW, μπορεί να προτείνουν διαφορετικές απαντήσεις. Η κλασική φυσική θα πει σωματίδια, που μαθηματικά περιγράφονται από τις κοσμικές γραμμές τους. Τα αντικείμενα που η απάντηση περιγράφει, όποια κι αν είναι αυτή, έχουν ονομαστεί «πρωταρχική οντολογία» από τους Dürr, Goldstein, Zanghi και Allori και “local beables” από τον Bell.

Ποια, λοιπόν, είναι η «πρωταρχική οντολογία» του μοντέλου GRW; Δυο δυνατές απαντήσεις έχουν αρθρώσει οι διαφορετικές ερμηνείες. Η πρώτη δεν αναφέρεται σε κυματοσυναρτήσεις, αλλά σε μία συνεχή κατανομή ύλης με πυκνότητα

$$m(r,t)=\sum_{i=1}^{N}\int d^3r_1 ... d^3r_i ... d^3r_N \left|\Psi(r_1,...,\widehat{r_i},r,...,r_N,t)\right|^2, \qquad (3.31)$$

όπου Ψ η κυματοσυνάρτηση και το «καπέλο» σηματοδοτεί παράλειψη. Θα ονομάσουμε αυτή την εικόνα *οντολογία της πυκνότητας ύλης*.

Η δεύτερη εκδοχή, πάλι δεν αναφέρεται σε κυματοσυναρτήσεις, αλλά σε διακριτά flashes – δηλαδή, στοιχειώδη συμβάνα που αναπαριστάνονται από χωροχρονικά σημεία. Θα ονομάσουμε αυτή την εικόνα *οντολογία των flashes*. Πρόκειται για την οντολογική ερμηνεία του μαθηματικού μοντέλου που αναπτύχθηκε σε αυτό το κεφάλαιο. Σύμφωνα με αυτή την εικόνα, η ύλη αποτελείται από πληθώρα σημείων, «κουκίδων», στο χωρόχρονο (βλ. Σχήμα 5). Ένα τέτοιο σημείο στο χωρόχρονο ορίζεται στο μοντέλο GRW ως το κέντρο της κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης.



Σχήμα 5. Ένα τυπικό μωσαϊκό από flashes στο χωρόχρονο. Πηγή: Tumulka (2006b).

Ωστόσο, θα ήταν παρερμηνεία να πούμε πως τα flashes *είναι* τα κέντρα κατάρρευσης, μολονότι αυτά τα κέντρα καθορίζουν *πού* βρίσκονται τα flashes στο χωρόχρονο. Είναι καλύτερα να θεωρούμε τα flashes ως τις οντότητες για τις οποίες μιλά η θεωρία. Τα υπόλοιπα (κυματοσυναρτήσεις κ.λπ.) είναι εισαγόμενα στον αλγόριθμο της θεωρίας, αλλά το *εξαγόμενο αποτέλεσμα* είναι το σύνολο των flashes.

Ως πρωταρχική οντολογία, όμως, τα flashes φαίνονται κάπως ασυνήθιστη επιλογή σε σύγκριση με τις κοσμικές γραμμές σωματιδίων ή τα πεδία στο χωρόχρονο. Κατά τον Tumulka, το κίνητρο για την επιλογή αυτή είναι ότι το μοντέλο GRW με flashes μπορεί να γίνει Lorentz αναλλοίωτο (με μικρές αλλαγές στις εξισώσεις), ενώ το μοντέλο GRW με την οντολογία πυκνότητας ύλης $m(r,t)$ δεν μπορεί με κάποιο γνωστό τρόπο. Από την άλλη, το μοντέλο GRW χωρίς κάποια τέτοια πρωταρχική οντολογία –μοντέλο στο οποίο μόνο οι κυματοσυναρτήσεις θα θεωρούνται ως υπαρκτές οντότητες– πάσχει από σοβαρά προβλήματα. Το βασικό πρόβλημα είναι ότι μια θεωρία που δεν λέει τίποτα για την ύλη δεν παρέχει μια ικανοποιητική εικόνα του εμπειρικού μας κόσμου. Αυστηρά μιλώντας, σε ένα κόσμο που περιγράφεται από μια τέτοια θεωρία δεν υπάρχει ύλη ή, τουλάχιστον, η σύνδεση του μαθηματικού φορμαλισμού με την περιγραφή της ύλης παραμένει πολύ ασαφής. Ένα συναφές πρόβλημα είναι το εξής: με ποια έννοια οι κυματοσυναρτήσεις Ψ_{Σ} και $\Psi_{\Sigma'}$ που σχετίζονται με δυο διαφορετικές χωροειδείς 3-διάστατες επιφάνειες Σ και Σ' μπορούν να θεωρηθούν συμβατές ώστε να περιγράφουν με συνέπεια την ίδια πραγματικότητα; Πράγματι, αν οι Σ και Σ' αλληλεπικαλύπτονται, οι Ψ_{Σ} και $\Psi_{\Sigma'}$ θα πρέπει να περιγράφουν την ίδια πραγματικότητα πάνω στο $\Sigma\cap\Sigma'$. Αλλά η ουσία του προβλήματος είναι να οριστεί σαφώς τι είναι «αυτή η πραγματικότητα» και πώς την επηρεάζει η κυματοσυνάρτηση. Και την απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα τη δίνει η πρωταρχική οντολογία.

Όταν αντιμετωπίζουμε τη θεωρία GRW ως μια θεωρία για τα flashes, τότε το βασικό αντικείμενο της θεωρίας είναι ο σχηματισμός του τυχαίου συνόλου των flashes, μια *στοχαστική διαδικασία* στο χωρόχρονο. Η από κοινού κατανομή των flashes τότε καθορίζεται από την κυματοσυνάρτηση. Πράγματι, για αυτή την κατανομή μπορεί κανείς να γράψει ένα ρητό τύπο όπως η εξίσωση (3.24).

Το πλεονέκτημα, λοιπόν, της οντολογίας των flashes είναι ότι μας δίνει μια περιγραφή του εμπειρικού μας κόσμου που συνδέεται σαφώς με το μαθηματικό φορμαλισμό και, μάλιστα, μια περιγραφή που λύνει το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης (στο βαθμό που το λύνει η αρχική θεωρία των GRW) και υπερβαίνει και το πρόβλημα με τη σχετικότητα (που έχουν όσες θεωρίες προβλέπουν κάποιο είδος κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης). Το κλειδί για την υπέρβαση του προβλήματος με τη σχετικότητα βρίσκεται στο ότι η πρωταρχική οντολογία εδράζεται σε *συμβάντα*, δηλαδή σε *χωροχρονικές οντότητες*, όχι σε σωματίδια των οποίων η κβαντική κατάσταση μπορεί να εξαρτάται από τη χωροειδή επιφάνεια σύμφωνα με κάποια αυθαίρετη συνάρτηση χρόνου. Είναι δυνατόν κανείς, με χρήση της μαθηματικής περιγραφής που παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο και την ερμηνεία της κατά την οντολογία των flashes, να απαντήσει στο θεμελιώδες ερώτημα «Από τι αποτελείται ο κόσμος;» Και η απάντηση θα είναι συμβατή με την κβαντική μηχανική αλλά και με την καλύτερη θεωρία μας για τον χωρόχρονο, τη θεωρία της σχετικότητας.[26]

Έχουμε λοιπόν όσα θα θέλαμε από μια ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής; Το επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιάσει κάποιους λόγους που δυσκολεύουν μια ανεπιφύλακτα καταφατική απάντηση στο ερώτημα αυτό.

[26] Όπως παρατηρήσαμε παραπάνω (βλ. υποσημείωση 24), η κατά Tumulka σχετικιστική εκδοχή της GRW (rGRW) μπορεί, με λίγες τροποποιήσεις, να επεκταθεί και σε χωρόχρονους της γενικής θεωρίας της σχετικότητας (με «ομαλή» αιτιακή δομή).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

4.1. Οι εμπειρικές συνέπειες

Ένα από τα πρώτα κριτήρια για την κριτική αποτίμηση μιας φυσικής θεωρίας, ή μιας ερμηνείας μιας φυσικής θεωρίας, είναι η *εμπειρική* της *επάρκεια* – δηλαδή, το αν συμφωνεί με όλα τα πειράματα και τις παρατηρήσεις στο γνωστικό της πεδίο. Τι μπορούμε να πούμε, λοιπόν, για τη θεωρία GRW και για τη σχετικιστική της εκδοχή, rGRW;

Το πρώτο που μπορούμε να πούμε ότι η rGRW ανάγεται στην GRW για ταχύτητες πολύ μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός. Από την άλλη, για ταχύτητες κοντά σε εκείνη του φωτός, η rGRW προβλέπει μείωση του ρυθμού των αυθόρμητων καταρρεύσεων κατά ένα παράγοντα που αντιστοιχεί στη διαστολή του χρόνου.[27] Συνεπώς, το ερώτημα που απομένει είναι: σε ποιο βαθμό η GRW συμφωνεί με την ορθόδοξη μη σχετικιστική κβαντική μηχανική;

Κάθε απόπειρα να δοθεί μια σαφής απάντηση στο ερώτημα αυτό συναντά δυο δυσκολίες. Πρώτο, δεδομένου ότι δεν έχουν ενσωματωθεί αλληλεπιδράσεις, υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα ως προς το πώς η θεωρία GRW θα περιέγραφε τη συγκρότηση μακροσκοπικών αντικειμένων, μετρητικών διατάξεων, παρατηρητών, κ.λπ. Και, δεύτερο, το φαινόμενο της κβαντικής αποσυμφώνησης [quantum decoherence] κάνει πιο δύσκολο τον εμπειρικό έλεγχο της GRW έναντι της ορθόδοξης μη σχετικιστικής κβαντικής μηχανικής. Πράγματι, προκειμένου να υπάρχει σημαντική πιθανότητα να παρατηρηθούν αυθόρμητες μεταπτώσεις, θα πρέπει να γίνουν πειράματα σε κβαντικά συστήματα με μεγάλο πλήθος σωματιδίων, της τάξης του πλήθους των σωματιδίων που περιέχει ένα μακροσκοπικό σύστημα. Αλλιώς, η διαδικασία αυθόρμητου εντοπισμού μπορεί να παραμείνει ανενεργή για ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Από την άλλη, όμως, ένα μακροσκοπικό σύστημα επηρεάζεται πολύ γρήγορα από το φαινόμενο της αποσυμφώνησης ώστε να μην είναι σαφές αν η φαινομενική απουσία υπερθέσεων μακροσκοπικά διακριτών καταστάσεων οφείλεται στον μηχανισμό GRW ή στην αλληλεπίδραση του συστήματος με το περιβάλλον.

Ωστόσο, η εκτίμηση είναι ότι η θεωρία GRW συμφωνεί με την ορθόδοξη μη σχετικιστική κβαντική μηχανική ως προς τις προβλέψεις αποτελεσμάτων όλων των πειραμάτων που μπορούμε να κάνουμε μέχρι τώρα – και, ειδικά, με τα πειράματα που διαψεύδουν τις ανισότητες τύπου Bell. Οπότε θα μπορούσε να διερωτηθεί κανείς ποιος είναι ο λόγος για να προτιμήσουμε τη θεωρία GRW. Πρώτο, περαιτέρω επεξεργασία αυτών των μοντέλων μπορεί να οδηγήσει σε προβλέψεις *νέων* φαινομένων που *δεν* προβλέπουν οι καθιερωμένες κβαντικές θεωρίες.[28] Και, δεύτερο, μεταξύ δυο θεωριών που είναι

[27] Βλ. τις ενότητες 6 και 7 στο Tumulka (2006a).
[28] Βλ. ενότητα V στο Bassi και Ghirardi (2003). Για παράδειγμα, κάθε κβαντική θεωρία που προβλέπει αυθόρμητο

εμπειρικά ισοδύναμες μπορεί να έχουμε καλούς λόγους να επιλέξουμε τη μια γιατί μας δίνει μια πιο σαφή και κατανοητή εικόνα του κόσμου. Στη συζήτηση τέτοιων λόγων θα στραφούμε στο υπόλοιπο της διπλωματικής, αρχίζοντας με την κριτική που άσκησε στην rGRW ο Tim Maudlin (2011).

4.2. Η κριτική του Maudlin

Κατά τον Maudlin, ο Tumulka εισήγαγε μια παραλλαγή της θεωρίας της αυθόρμητης κατάρρευσης των GRW, η οποία συμβιβάζει τη σχετικιστική δομή του χωροχρόνου με την παραβίαση των ανισοτήτων Bell. Βέβαια, οι πρωτεργάτες της GRW δεν ενδιαφέρονταν για τη σχετικότητα ή την παραβίαση των ανισοτήτων Bell. Ήθελαν απλώς να προτείνουν μια *ακριβή* θεωρία κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης. Κι' αυτό γιατί η συνήθης κβαντική μηχανική δεν παρέχει ακριβείς απαντήσεις στο *πότε* και το *πώς* καταρρέει μια κυματοσυνάρτηση. Για το *πότε*, η συνήθης απάντηση είναι: όταν γίνεται κάποια μέτρηση. Και για το *πώς*, η συνήθης απάντηση είναι: μεταπίπτει σε μια ιδιοκατάσταση του τελεστή που αναπαριστάνει το μετρούμενο παρατηρήσιμο μέγεθος. Συνεπώς, η συνήθης ορθόδοξη κβαντική μηχανική βασίζεται στην έννοια της «μέτρησης». Αλλά, όπως έχει παρατηρήσει ο Bell, αυτή η έννοια της «μέτρησης» δεν είναι επαρκώς ακριβής για να θεμελιώσει μια φυσική θεωρία. Όπως τονίσαμε και στο πρώτο κεφάλαιο, το κρίσιμο ερώτημα είναι: τι διακρίνει μια «μέτρηση» από μια οποιαδήποτε άλλη αλληλεπίδραση μεταξύ κβαντικών συστημάτων;

Με δυο λόγια, το πρόβλημα δεν είναι η ίδια η κατάρρευση, αλλά το ότι μια θεωρία που προβλέπει κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης πρέπει να προσδιορίζει επακριβώς το *πότε* και το *πώς* της κατάρρευσης με σαφείς φυσικές περιγραφές, χωρίς αναφορά σε κάποια αόριστη έννοια «μέτρησης». Ο Maudlin (2011, 226) παραδέχεται ότι η θεωρία GRW το κατορθώνει αυτό και, μάλιστα, με ένα τόσο απλό τρόπο που είναι να απορεί κανείς γιατί χρειάστηκαν πάνω από πενήντα χρόνια για να ανακαλυφθεί.

Πράγματι, στο ερώτημα του *πότε* συμβαίνει μια κατάρρευση η θεωρία GRW απαντά: από χρόνο σε χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, κατά την αρχική θεωρία GRW κάθε θεμελιώδες σωματίδιο έχει μια σταθερή πιθανότητα να υποστεί μια μετάπτωση GRW ανά μονάδα χρόνου. Η πιθανότητα αυτή είναι πολύ μικρή: μια μετάπτωση, κατά μέσο όρο, σε 10^8 χρόνια. Έτσι πειράματα σε μεμονωμένα σωματίδια ή μικρές συλλογές σωματιδίων δεν αναμένεται να δώσουν τεκμήρια τέτοιων μεταπτώσεων. Όσο για το ερώτημα του *πώς* συμβαίνει μια κατάρρευση, η GRW ισχυρίζεται ότι το αποτέλεσμα της κατάρρευσης είναι ο εντοπισμός στο χώρο της κυματοσυνάρτησης του σωματιδίου που την υπέστη. Μαθηματικά, αυτός ο εντοπισμός στο χώρο εκφράζεται από τον πολλαπλασιασμό της κυματοσυνάρτησης με μια Gaussian επικεντρωμένη γύρω από ένα σημείο του χώρου.

Με βάση τα παραπάνω, θα ήταν εύκολο να σχηματίσουμε την εντύπωση ότι η κβαντική φυσική

εντοπισμό θα προβλέπει επίσης και διασπορά στην ορμή σωματιδίων και αυτό ενδέχεται να έχει παρατηρήσιμες συνέπειες για τη σταθερότητα πυρήνων και ατόμων.

έχει να κάνει *μόνο* με κυματοσυναρτήσεις. Η εξίσωση Schrödinger, για παράδειγμα, καθορίζει το πώς εξελίσσεται η κυματοσυνάρτηση και ο μηχανισμός GRW απλώς τροποποιεί αυτή την εξέλιξη. Αλλά η κυματοσυνάρτηση από μόνη της δεν καθορίζει κάποια συγκεκριμένα φυσικά περιεχόμενα του χωροχρόνου. Χωρίς ένα τέτοιο καθορισμό, δεν μπορεί κανείς να συνδέσει την όποια κυματοσυνάρτηση με ό,τι αντιλαμβανόμαστε ή γνωρίζουμε για τον κόσμο. Κι αυτό γιατί μια κυματοσυνάρτηση δεν ορίζεται πάνω στον χωρόχρονο –δεν είναι *πεδίο*–, αλλά πάνω σε ένα αφηρημένο μαθηματικό χώρο, τον *χώρο των διαμορφώσεων* [configuration space].

Άρα όταν λέμε ότι μια μετάπτωση GRW τείνει να εντοπίσει στο χώρο την κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου, ας πούμε p, μάλλον αναφερόμαστε σε κάτι πιο ενδιαφέρον από ό,τι μπορεί να είχαμε φανταστεί. Η κυματοσυνάρτηση ορίζεται στον χώρο των διαμορφώσεων του συστήματος και τρεις διαστάσεις αυτού του πολυδιάστατου χώρου θεωρείται ότι αναπαριστάνουν τη «θέση του σωματιδίου p». Η μαθηματική επίδραση μιας μετάπτωσης GRW του p είναι ο πολλαπλασιασμός της κυματοσυνάρτησης του συστήματος με μία 3-διάστατη Gaussian στις τρεις διαστάσεις που σχετίζονται με το σωματίδιο p. Το αποτέλεσμα είναι να μειωθεί σημαντικά το εύρος της κυματοσυνάρτησης σε κάθε σημείο του χώρου των διαμορφώσεων, το οποίο, θα έλεγε κανείς, αντιστοιχεί σε θέση του p μακριά από το κέντρο της Gaussian. Και αυτό το αποτέλεσμα ονομάζεται «εντοπισμός του σωματιδίου».

Αλλά, όπως σωστά παρατηρεί ο Maudlin (2011, 230), δεν είναι σαφές το φυσικό περιεχόμενο τέτοιων εκφράσεων. Δεν μπορούμε να πούμε ότι, μετά τη μετάπτωση GRW του p, είναι μεγάλη η πιθανότητα *να βρούμε* το σωματίδιο κοντά στο κέντρο της Gaussian. Και τούτο γιατί η έκφραση «να βρούμε» υπονοεί *μέτρηση θέσης* και ο στόχος μας είναι να έχουμε μια φυσική περιγραφή που δεν αφορά μόνο αποτελέσματα μετρήσεων. Από την άλλη, δεν μπορούμε να πούμε ούτε ότι το σωματίδιο p *είναι* πλέον κοντά στο κέντρο της Gaussian, γιατί αυτό απαιτεί να θεωρούμε ένα σωματίδιο ως μια οντότητα με καθορισμένη θέση ακόμα και όταν η κυματοσυνάρτηση δεν είναι ιδιοκατάσταση του τελεστή θέσης (σε αντίθεση με τον σύνδεσμο ιδιοκατάστασης-ιδιοτιμής). Ενώ υπάρχουν και τέτοιες ερμηνείες της κβαντικής μηχανικής (όπως η ερμηνεία Bohm[29]), οι περισσότεροι φυσικοί θεωρούν μάλλον ότι ένα σωματίδιο έχει μια «ασαφή» θέση, με το μεγαλύτερο «μέρος της» να συγκεντρώνεται σε τόπους στους οποίους το πλάτος της κυματοσυνάρτησης είναι μεγάλο. Αυτή η άποψη προκρίνει μια εικόνα στην οποία το σωματίδιο p «δημιουργεί κηλίδες» στο χώρο (σε κάθε χρονική στιγμή) και μια μετάπτωση GRW συγκεντρώνει τις περισσότερες από αυτές τις «κηλίδες» σε ένα πολύ μικρό διάστημα (της τάξης των 10^{-5} cm γύρω από ένα σημείο.

Για αυτούς τους λόγους, ο Maudlin θεωρεί ως ιδιαίτερη χρήσιμη την ορολογία των local beables που επινόησε ο Bell. Ο όρος ‘beable’ παραπέμπει στον τρόπο με τον οποίο οι φιλόσοφοι μιλούν για τη

[29] Βλ., π.χ., Bohm και Hiley (1993).

οντολογία μιας θεωρίας: τον κατάλογο των οντοτήτων που η θεωρία θέτει ως υπάρχουσες. Ο προσδιορισμός 'local' αναφέρεται στην κατανομή αυτών των οντοτήτων στον χωρόχρονο. Το πλεονέκτημα του να έχεις local beables σε μια θεωρία είναι ότι γίνεται εύκολο να καταλάβεις το πώς οι προβλέψεις της θεωρίας συνδέονται με την περιγραφή αυτού που παρατηρείται σε ένα εργαστήριο ή στη φύση.

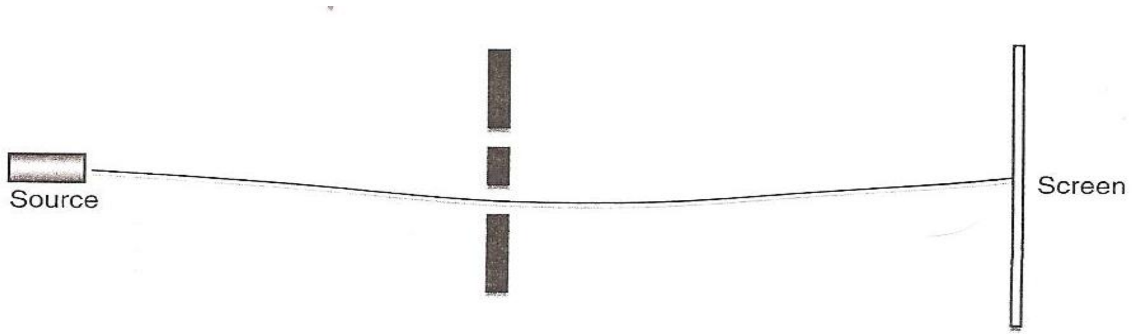
Κατά τον Maudlin, μια φανερή δυνατότητα διαφαίνεται εδώ: εφόσον η κυματοσυνάρτηση ορίζεται πάνω στο χώρο των διαμορφώσεων του συστήματος, μια εύλογη πρόταση είναι ότι το σύστημα πρέπει πάντα να έχει κάποια διαμόρφωση και ότι τα σωματίδια που το απαρτίζουν πρέπει πάντα να έχουν μια σαφή, καθορισμένη, θέση. Αυτή η πρόταση οδηγεί σε μια *οντολογία σωματιδίων* και ο στόχος της φυσικής θεωρίας είναι πλέον να περιγράψει τις δυνατές τροχιές ή κοσμικές γραμμές αυτών των σωματιδίων. Η ερμηνεία του Bohm, η Bohmian μηχανική, είναι ακριβώς μια τέτοια μη σχετικιστική κβαντική θεωρία με σωματιδιακή οντολογία.

Όμως, η θεωρία GRW ποτέ δεν σχετίστηκε με μια οντολογία σωματιδίων. Στην αρχική εργασία των Ghirardi, Rimini και Weber (1986) δεν τίθεται καν το ζήτημα των local beables αφού το ενδιαφέρον εστιάζεται αποκλειστικά στη δυναμική της κυματοσυνάρτησης –ακριβέστερα, του τελεστή πυκνότητας– ενός κβαντικού συστήματος. Βέβαια, είναι πολύ εύκολο κανείς να νομίσει εσφαλμένα ότι η θεωρία GRW από την αρχή ενσωματώνει local beables στη μορφή μιας σωματιδιακής οντολογίας. Και αυτό γιατί στις μη σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες συνηθίζουμε να μιλάμε για «σωματίδια», ακόμα και όταν αυτές οι θεωρίες αρνούνται ότι τα «σωματιδία» έχουν πάντα καθορισμένες θέσεις. Πράγματι, ένα χαρακτηριστικό που πρέπει να έχει μια οντότητα για να ονομάζεται «σωματίδιο» είναι η *εντοπισιμότητα στο χώρο*.[30] Αλλά αν κάποιος ρωτήσει για τον εντοπισμό αυτών των σωματιδίων, η ορθόδοξη κβαντική μηχανική θα εισαγάγει ένα παρατηρήσιμο μέγεθος «θέση» και θα υπολογίσει πιθανότητες για τα διάφορα αποτελέσματα «μετρήσεων θέσης». Ο Maudlin, όμως, εισηγείται ότι δεν πρέπει να παίρνουμε στα σοβαρά αυτό τον τρόπο «ομιλίας»: αν ένα «σωματίδιο» δεν έχει θέση, τότε πώς είναι δυνατόν να *αποκαλύψει* αυτή τη θέση μια αλληλεπίδραση με ένα άλλο σύστημα;

Αντίθετα, όπως έχουμε ήδη πει στην ενότητα 3.6, η θεωρία GRW έχει συνδυαστεί με μια οντολογία πυκνότητας ύλης. Για αυτό, ο Maudlin επεξηγεί τη διαφορά μεταξύ της οντολογίας πυκνότητας ύλης και της οντολογίας σωματιδίων με αναφορά στο κλασικό πείραμα της διπλής σχισμής. «Ρίχνουμε» σωματίδια διαμέσου ενός τοίχου με δυο μικρές σχισμές προς μια οθόνη φθορισμού. Για κάθε προσπίπτον σωματίδιο εμφανίζεται μια κηλίδα στην οθόνη και η διάταξη των κηλίδων σχηματίζει τις εναλλασσόμενες ταινίες των κροσσών συμβολής. Τι, όμως, συμβαίνει στο χώρο ανάμεσα στην πηγή των σωματιδίων και στη φθορίζουσα οθόνη;

[30] Δηλαδή, ότι σε κάθε χρονική στιγμή μπορεί να βρεθεί σε κάποια φραγμένη περιοχή του χώρου. Ένα άλλο «σωματιδιακό χαρακτηριστικό» είναι η *διακριτότητα* συλλογών σωματιδίων. Και η κβαντική στατιστική μηχανική φαίνεται να υπονομεύει και αυτό το χαρακτηριστικό. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε *μη διακρίσιμες* οντότητες – οντότητες που *δεν μπορούν να διαταχθούν*;

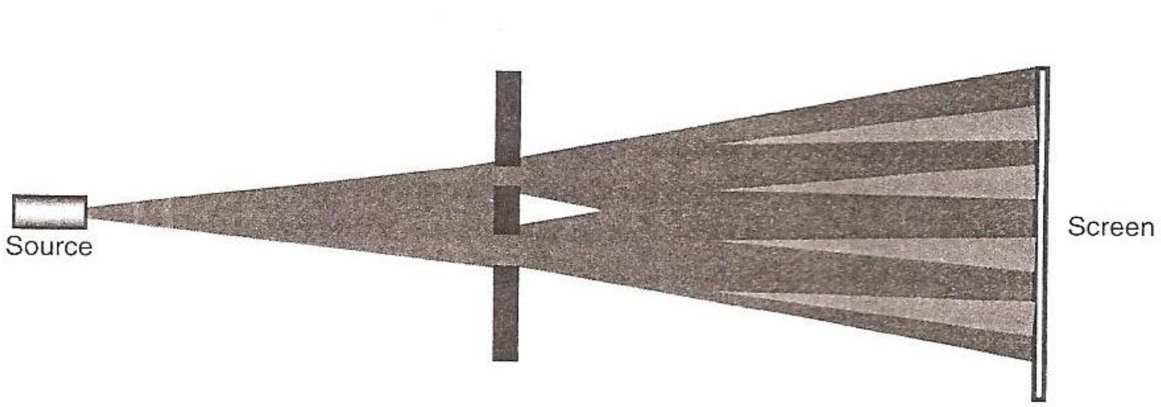
Σύμφωνα με τη σωματιδιακή οντολογία της θεωρίας Bohm, κάθε μεμονωμένο σωματίδιο ακολουθεί μια συνεχή τροχιά από την πηγή στην οθόνη και περνά μέσα από ακριβώς μία σχισμή (Σχήμα 6).



Σχήμα 6. Διάγραμμα με την πάροδο του χρόνου των local beables στη Bohmian μηχανική. Πηγή: Maudlin (2011, 233).

Επειδή τα φαινόμενα συμβολής εμφανίζονται μόνο όταν και οι δυο σχισμές είναι ανοικτές, πρέπει να υπάρχει κάποια φυσική οντότητα που είναι ευαίσθητη και στις δυο σχισμές. Αλλά σε αυτή τη θεωρία, αυτή η φυσική οντότητα δεν είναι σωματίδιο – είναι η κυματοσυνάρτηση. Η κυματοσυνάρτηση εξελίσσεται διαφορετικά όταν είναι ανοικτές και οι δυο σχισμές από ό,τι όταν είναι ανοικτή μόνο μία. Και σύμφωνα με την Bohmian μηχανική, η κυματοσυνάρτηση καθοδηγεί τα σωματίδια, εξηγώντας έτσι γιατί οι τροχιές των σωματιδίων εξαρτώνται από το ποιες σχισμές είναι ανοικτές, μολονότι κάθε μεμονωμένο σωματίδιο περνά τελικά από ακριβώς μία σχισμή. Το σημείο στην οθόνη σχηματίζεται εκεί όπου χτυπά το σωματίδιο, έτσι ώστε η αλληλεπίδραση με την οθόνη να αποτελεί μία μέτρηση που αποκαλύπτει ένα προϋπάρχον φυσικό γεγονός.

Η εικόνα κατά την οντολογία πυκνότητας ύλης της θεωρίας GRW είναι τελείως διαφορετική (Σχήμα 7).



Σχήμα 7. Διάγραμμα με την πάροδο του χρόνου των local beables στη θεωρία GRW με την οντολογία της πυκνότητας ύλης. Πηγή: Maudlin (2011, 233).

Αφού η πιθανότητα εύρεσης του «σωματιδίου» διασπείρεται σε ολόκληρο το χώρο και είναι μη μηδενική σε καθεμία από τις δυο σχισμές, το «σωματίδιο» περνά εν μέρει και από τις δυο σχισμές. Και εδώ είναι η κυματοσυνάρτηση (όχι η πυκνότητα ύλης) που δημιουργεί τους κροσσούς συμβολής, αλλά οι κηλίδες στην οθόνη δεν αποκαλύπτουν πού προϋπήρχε κάποιο σωματίδιο. Μάλλον, η θέση κάθε κηλίδας εξαρτάται από έναν αυθόρμητο εντοπισμό, μια μετάπτωση GRW που λαμβάνει χώρα *μετά* την αλληλεπίδραση ενός σωματιδίου με την οθόνη. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη οντολογία, η πυκνότητα ύλης κάθε ξεχωριστού σωματιδίου φθάνει στην οθόνη «απλωμένη», με τις ζώνες συμβολής στη θέση τους. Τέλος, όταν συμβεί μια κατάρρευση είναι πιο πιθανό να βρίσκεται επικεντρωμένη εκεί όπου η πυκνότητα ύλης είναι μεγαλύτερη.

Οι εμφανείς διαφορές των σχημάτων 6 και 7 δείχνουν πόσο διαφέρουν τα δυο αυτά είδη οντολογίας. Ωστόσο, κανένα πείραμα δεν θα μπορούσε να αποκαλύψει ποια από τις δυο περιγραφές είναι αληθής (*αν* κάποια από τις δυο είναι). Κατά τη θεωρία Bohm, όταν προσπαθούμε να ανιχνεύσουμε (με τη βοήθεια μιας οθόνης φθορισμού) ένα σωματίδιο, το βρίσκουμε: το σημάδι πάνω στην οθόνη καταγράφει πού ήταν το σωματίδιο προτού προσπαθήσουμε να το ανιχνεύσουμε. Κατά τη θεωρία GRW, όταν προσπαθούμε να ανιχνεύσουμε (με τη βοήθεια μιας οθόνης φθορισμού) ένα «σωματίδιο» εισάγουμε μια αλληλεπίδραση που τελικά οδηγεί σε κατάρρευση, η οποία, με τη σειρά της, εντοπίζει την πυκνότητα ύλης του σωματιδίου κάπου στο χώρο. Αλλά στο τέλος έχουμε μια συλλογή σημαδιών πάνω στην οθόνη και οι δυο θεωρίες προβλέπουν την ίδια χωρική κατανομή για αυτά τα σημάδια.

Τι θα συνέβαινε, όμως, εάν δεν υπήρχαν καθόλου local beables; Το βασικό πρόβλημα με αυτή την υπόθεση είναι ότι δεν μπορούμε να εξαλείψουμε τα local beables από το «σωματίδιο» που πέφτει πάνω στην οθόνη. Τα σωματίδια (ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια, κ.λπ.) είναι συστατικά της ύλης της πηγής, του τοίχου και της οθόνης. Συνεπώς εάν δεν υπήρχαν local beables συσχετισμένα με κάποια σωματίδια, τίποτα δεν θα μπορούσε να συμβεί σε καμία περιοχή του χωροχρόνου!

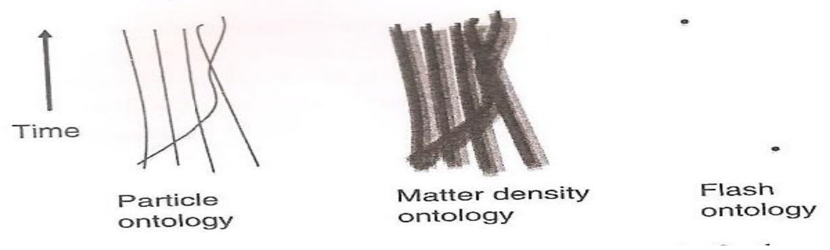
Από αυτή την άποψη, τα local beables συγκροτούν το κύριο αντικείμενο της φυσικής. Η δυναμική GRW για την κατάσταση ενός κβαντικού συστήματος παρέχει τη χρονική εξέλιξη των πιθανοτήτων, αλλά δεν συνδέεται άμεσα με τα εμπειρικά δεδομένα. Οι πιθανότητες που έχουν άμεση φυσική σημασία είναι πιθανότητες για τοπικές οντότητες στο χωρόχρονο. Χωρίς τέτοιες οντότητες, δεν θα γνωρίζαμε πώς να αξιολογήσουμε μια θεωρία και θα ήταν δύσκολο να φανταστούμε ποια θα ήταν η σημασία μιας θεωρίας για τον χωρόχρονο, όπως η ειδική ή η γενική σχετικότητα. Γιατί αν δεν υπήρχε κάτι συγκεκριμένο στο χωρόχρονο, τι διαφορά θα έκανε ποια ακριβώς ήταν η δομή του χωροχρόνου;

Έτσι ο Maudlin (2011, 236) συμπεραίνει ότι κάθε πραγμάτευση της θεωρίας GRW προϋποθέτει δέσμευση σε κάποια πρωταρχική οντολογία local beables. Απλώς, όπως είχε προβλέψει πάλι ο Bell, ένα τελείως διαφορετικό είδος local beables φαίνεται να απαιτείται εάν πρόκειται να προσαρμόσουμε τη θεωρία GRW σε σχετικιστικούς χωροχρόνους. Όμως η υιοθέτηση αυτού του νέου είδους local beables

–της οντολογίας των flashes– της rGRW έχει κάποιες ανεπιθύμητες συνέπειες κατά την άποψη του Maudlin.

Έχουμε ήδη σημειώσει ότι οι μεταπτώσεις GRW για μεμονωμένα «σωματίδια» είναι πολύ αραιές στο χρόνο. Υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ένα τέτοιο «σωματίδιο» να μην υποστεί ούτε μία μετάπτωση GRW σε ολόκληρη την ανθρώπινη ιστορία! Σύμφωνα όμως με την οντολογία των flashes, *μόνο* όταν συμβαίνει μια τέτοια μετάπτωση υπάρχει κάτι στο χωρόχρονο που σχετίζεται με το «σωματίδιο». Επομένως, τα περισσότερα «σωματίδια» στο σώμα ενός ανθρώπου δεν θα αφήσουν κανένα σημάδι στο χωρόχρονο σε όλη τη διάρκεια της ζωής του!

Πράγματι, η οντολογία των flashes εμπεριέχει μια πολύ «αραιή» συλλογή από local beables. Για σύγκριση, αν στο πείραμα που απεικονίζεται στα σχήματα 6 και 7 πάρουμε ένα στιγμιότυπο των local beables, τα αποτελέσματα δεν θα είναι πολύ διαφορετικά. Και στις δυο οντολογικές εικόνες, η πηγή, ο τοίχος και η οθόνη θα είναι απαράλλαχτα. Απλώς στην πρώτη περίπτωση, το σωματίδιο θα εμφανίζεται ως απλό σημείο, ενώ στη δεύτερη περίπτωση θα έχουμε μια λεπτή κατακόρυφη «φέτα» της πυκνότητας ύλης. Αλλά, κατά την οντολογία των flashes, ένα στιγμιότυπο του ίδιου πειράματος θα είναι σχεδόν σίγουρα χωρίς local beables. Αφού flashes συμβαίνουν μόνο όταν συμβαίνουν καταρρεύσεις, και αυτές συμβαίνουν πολύ σπάνια, στις περισσότερες στιγμές ο χωρόχρονος είναι εντελώς άδειος. Αν όμως αφήσουμε το χρόνο να κυλήσει και δούμε όλα τα flashes που λαμβάνουν χώρα σε ένα δευτερόλεπτο, λόγου χάριν, το αποτέλεσμα θα είναι εντελώς διαφορετικό. Σε αυτό το δευτερόλεπτο, τα «σωματίδια» στην πηγή, στον τοίχο και στην οθόνη θα υποστούν μυριάδες μεταπτώσεις και αυτή συλλογή μεταπτώσεων θα φιλοτεχνήσει μια πιο οικεία εικόνα της εμπειρικής πραγματικότητας. Το παρακάτω σχήμα σκιαγραφεί ακριβώς αυτές τις διαφορές.



Σχήμα 8. Τρία είδη οντολογίας για τον μικρόκοσμο στο χωροχρόνο. Πηγή: Maudlin (2011, 238).

Το ερώτημα κατά τον Maudlin είναι γιατί να στραφεί κανείς στην τόσο παράξενη οντολογία των flashes για τη θεωρία GRW ενώ έχει ήδη διαθέσιμη την οντολογία της πυκνότητας της ύλης. Και η απάντηση είναι σαφής: για να έχει μια πλήρως Lorentz αναλλοίωτη θεωρία (βλ. και ενότητα 3.6). Και ο Maudlin διερωτάται εάν αξίζει το τίμημα για αυτό το κέρδος.

Πρώτα από όλα, ποιο ακριβώς είναι το κέρδος; Όπως τονίζει ο Maudlin (2011, 248), *η rGRW με την οντολογία των flashes δείχνει ότι μπορεί να συμβιβαστεί η σχετικιστική δομή του χωροχρόνου με την* *κβαντική μη τοπικότητα που παραβιάζει τις ανισότητες Bell*. Όπως είναι γνωστό,[31] έχει αποδειχθεί (πρώτα από τον Bell το 1964) ότι κάθε τοπική θεωρία συνεπάγεται ότι η στατιστική των αποτελεσμάτων μετρήσεων σε ένα σύστημα EPRB υπακούει σε μια ανισότητα («ανισότητα Bell»), την οποία παραβιάζουν οι προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής. Έτσι καμιά τοπική θεωρία δεν μπορεί να αναπαραγάγει όλες τις στατιστικές προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής. Επιπλέον, πολλοί πειραματικοί έλεγχοι των ανισοτήτων Bell έχουν πραγματοποιηθεί στο εργαστήριο και τα αποτελέσματα παραβιάζουν τις ανισότητες Bell, με τις παραβιάσεις αυτές να συμφωνούν με τις προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής. Επομένως κάθε εμπειρικά επαρκής θεωρία για τον κβαντικό κόσμο πρέπει να είναι μη τοπική. Ωστόσο, αυτή η κβαντική μη τοπικότητα φαίνεται να έρχεται σε σύγκρουση με τη σχετικότητα. Και αυτό γιατί η κβαντική μη τοπικότητα προβλέπει ότι η στατιστική των αποτελεσμάτων μετρήσεων σε μια περιοχή του χωροχρόνου εξαρτάται από αποτελέσματα μετρήσεων σε χωροειδώς απομακρυσμένες περιοχές του χωροχρόνου, ενώ η σχετικότητα, κατά τη συνηθισμένη ερμηνεία της, απαγορεύει κάθε είδος δράσης μεταξύ τέτοιων περιοχών.

Η rGRW με την οντολογία των flashes ενσωματώνει αυτό το είδος κβαντικής μη τοπικότητας. Αν ένα ζεύγος «σωματιδίων» παραχθεί σε μια κατάσταση εμπλοκής [entangled state], όπως η κατάσταση singlet (1.15) για ένα ζεύγος «σωματιδίων» spin ½, τότε η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης που αντιστοιχεί σε ένα flash του ενός «σωματιδίου» σε μία περιοχή του χωροχρόνου μπορεί να αλλάξει την κατανομή πιθανοτήτων για flashes του άλλου «σωματιδίου», ακόμη και σε μια χωροειδώς απομακρυσμένη περιοχή του χωροχρόνου. Έτσι ένα ζεύγος συζευγμένων «σωματιδίων» στην rGRW με την οντολογία των flashes παρουσιάζει συμπεριφορά που παραβιάζει τις ανισότητες Bell. Αλλά όλα αυτά γίνονται χρησιμοποιώντας μόνο τη σχετικιστική χωροχρονική δομή για τον καθορισμό της δυναμικής (χωρίς προνομιακά αδρανειακά συστήματα αναφοράς, καθολικές συναρτήσεις χρόνου, κ.λπ.).

Το σημαντικό, λοιπόν, συμπέρασμα κατά τον Maudlin είναι ότι δεν υπάρχει αντίφαση ανάμεσα σε κβαντικές θεωρίες που προβλέπουν κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης και στη σχετικιστική δομή του χωροχρόνου Minkowski, αφού, χάρη στον Tumulka, υπάρχει ένα μοντέλο υπάρχει ένα μοντέλο που ικανοποιεί και τα δυο. Αναλυτικότερα, ο Maudlin (2011, 255-256) γράφει:

> Από την αρχή, το πρόβλημά μας ήταν μια φαινομενική αντίφαση μεταξύ των δυο μεγάλων πυλώνων της σύγχρονης φυσικής: τη σχετικότητα και την κβαντική θεωρία. Ο Bell έδειξε ότι η ένταση ανάμεσα στις δυο θεωρίες δεν ήταν μόνο θέμα ερμηνείας, ή παρανόησης. Στο βαθμό που κάποιος θεωρεί ότι η σχετικότητα συνεπάγεται τοπικότητα –με την έννοια ότι συμβάντα σε χωροειδή απομάκρυνση πρέπει να είναι φυσικώς ανεξάρτητα ώστε η πιθανότητα της από κοινού πραγμάτωσής τους να είναι απλώς το γινόμενο των πιθανοτήτων των ξεχωριστών πραγματώσεών τους (υπό τη συνθήκη όσων έχουν λάβει χώρα στον πίσω κώνο φωτός του καθενός)– τότε η σχετικότητα είναι όντως ασυνεπής με τις προβλέψεις της πρότυπης κβαντικής θεωρίας. Αυτό που είδαμε είναι ότι η σχετικότητα δεν χρειάζεται να ερμηνεύεται με αυτόν τον τρόπο. Αν η σχετικότητα απλώς θέτει μια συγκεκριμένη χωροχρονική δομή, τότε το ερώτημα είναι αν κάποια μορφή μη τοπικότητας μπορεί να ενσωματωθεί χρησιμοποιώντας μόνο αυτή τη

[31] Βλ., π.χ., κεφάλαιο 8 στο Hughes (1989) και Isham (1995, 181-185).

> χωροχρονική δομή. Τώρα γνωρίζουμε ότι μπορεί. Έτσι δεν έχουμε τελικά ανακαλύψει το Ιερό Δισκοπότηρο [Holy Grail]; Και δεν πρέπει όλες μας οι προσπάθειες να κατευθυνθούν στην ανάπτυξη της σχετικιστικής GRW με την οντολογία των flashes, ή κάποιας παραλλαγής της;

Ο Maudlin τελικά πιστεύει ότι η κατάσταση δεν είναι τόσο αισιόδοξα απλή. Οι λόγοι είναι κυρίως δυο.

Ο πρώτος λόγος είναι η *απουσία αλληλεπιδράσεων* στην rGRW. Αυτό δεν εμποδίζει την rGRW να αποτελεί υπόδειγμα σχετικιστικής θεωρίας που παραβιάζει τις ανισότητες Bell. Αλλά την καθιστά άχρηστη για την υπόλοιπη φυσική. Χωρίς αλληλεπιδράσεις, δεν μπορούμε να ανακτήσουμε τα αποτελέσματα των καθιερωμένων κβαντικών θεωριών για την ατομική δομή, τη στερεά κατάσταση, κ.λπ.

Ο δεύτερος λόγος είναι ότι η αποδοχή της rGRW με την οντολογία των flashes σημαίνει αποδοχή της πεποίθησης ότι *η μικροσκοπική πραγματικότητα δεν μοιάζει καθόλου με αυτό που νομίζαμε* – ακόμη και εκείνα τα μέρη της που, ενδεχομένως αφελώς, πιστεύαμε ότι μας αποκάλυπταν οι παρατηρήσεις μας με μικροσκόπια. Για παράδειγμα, πρέπει να παραδεχθούμε ότι τα μοντέλα του DNA, που έχουν εξαιρετικές επιτυχίες στην εξήγηση της συμπεριφοράς κυττάρων, είναι παραπλανητικά: ένα στέλεχος DNA θα συγκροτείται στο χωρόχρονο από ένα αραιά διασπαρμένο τυχαίο σύνολο από flashes που δύσκολα θα θυμίζει, σε εύλογες χρονικές περιόδους, διπλή έλικα. Αποδοχή της rGRW με την οντολογία των flashes συνεπάγεται απόρριψη της χωροχρονικής εικόνας της κυτταρικής δομής που έχει καθοδηγήσει την πρόοδο στη βιοχημεία και την ιατρική. Η rGRW, φυσικά, μπορεί να εξηγήσει την επιτυχία αυτής της ψευδούς εικόνας. Αλλά το ριζικό ψεύδος της εικόνας θέτει μια μεθοδολογική πρόκληση.

Το πρόβλημα, λοιπόν, σύμφωνα με τον Maudlin, είναι ότι το τίμημα για τη διατήρηση της σχετικιστικής δομής του χωροχρόνου στο θεμελιώδες επίπεδο περιγραφής είναι η απόρριψη μιας πολύ εύλογης εικόνας για τα local beables στο επίπεδο της κυτταρικής δομής. Και ο Maudlin δεν φαίνεται διατεθιμένος να πληρώσει αυτό το τίμημα.[32] Κατ’ αυτόν, η επιθυμία για μια εντελώς σχετικιστική θεωρία είναι αινιγματική. Ο χώρος και ο χρόνος δεν μπορούν να έρθουν κάτω από άμεσο πειραματικό «βλέμμα». Και οι προτάσεις που αφορούν τη χωροχρονική δομή δικαιολογούνται έμμεσα από παρατηρησιακές αναφορές για τη συμπεριφορά της ύλης. Επομένως, κατά τον Maudlin, είναι ίσως προτιμότερο να διατηρήσουμε μια εδραιωμένη εικόνα για την ύλη στην κλίμακα στην οποία μας προσφέρουν πρόσβαση τα μικροσκόπιά μας, παρά να διατηρήσουμε με κάθε κόστος μια θεωρία για τον χωρόχρονο.

Κλείνοντας τη σχετική συζήτηση, ο Maudlin (2011, 258-259) παρατηρεί ότι σύμφωνα με όλες τις διαθέσιμες ερμηνείες της κβαντικής μηχανικής ο κόσμος δεν είναι καθόλου αυτό που φαίνεται να είναι. Έτσι, μετά από δυόμιση χιλιάδες χρόνια έρευνας, η επιστημονική κοινότητα πρέπει να έχει κατά νου το ρητό του Ηράκλειτου «Φύσις κρύπτεσθαι φιλεῖ».

[32] Ας σημειωθεί ότι ο Tim Maudlin ανήκει στους υποστηρικτές της ερμηνείας Bohm.

4.3. Αποτίμηση και συμπεράσματα

Όπως επιχειρηματολογήσαμε στην ενότητα 1.2, το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης μπορεί να αποδοθεί στο ασυμβίβαστο τριών αρχών (ΓΔΕ, ΑΑΠ, ΣΙΙ) στο πλαίσιο του κβαντικού φορμαλισμού. Κατά συνέπεια, κάθε προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος πρέπει να αρνηθεί τουλάχιστον μία από αυτές τις αρχές. Η ερμηνεία GRW αρνείται ρητά τη ΓΔΕ προσθέτοντας ένα στοχαστικό όρο στην εξίσωση Schrödinger. Αλλά, όπως ισχυριστήκαμε στην ενότητα 2.4.2, καταλήγει να αρνηθεί και τον ΣΙΙ προκειμένου να αντιμετωπίσει το πρόβλημα με τις «ουρές». Πράγματι, η θεωρία GRW δεν προβλέπει ακριβή εντοπισμό σωματιδίων, αλλά μόνο «κατά προσέγγιση εντοπισμό» μακροσκοπικών σωμάτων μέσα στους όγκους που τους αποδίδουμε στην εμπειρία. Και αυτό γιατί περιλαμβάνει κυματοσυναρτήσεις με μη φραγμένο στήριγμα, των οποίων το τετραγωνικό πλάτος εκτείνεται σε όλο τον χώρο και οι οποίες μπορούν να προσομοιώσουν μόνο ένα «εντοπισμό για κάθε πρακτικό σκοπό». Έτσι, αν θέλουμε να είμαστε αυστηροί, ο όρος «θέση» και ο ΣΙΙ δεν παίζουν στη θεωρία GRW τον ρόλο που παίζουν στην ορθόδοξη κβαντική μηχανική.

Ποια, λοιπόν, είναι τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της ερμηνείας GRW; Κατά τη γνώμη μου, η ερμηνεία GRW είναι ιδιαίτερα ελκυστική επειδή δεν ενέχει στο εσωτερικό της κάποια *αντι-υλιστική* (*δυϊστική*) θέση για τη διάκριση νου-σώματος, πνεύματος-ύλης. Έτσι πρόκειται για μια *φυσική* θεωρία της ύλης που δεν απαιτεί κάποια πλούσια μεταφυσική, διατηρώντας την εξηγητική κλειστότητα της φυσικής. Ένα δεύτερο θετικό στοιχείο είναι ότι δεν απαιτεί κάποια αυθαίρετη διάκριση παρατηρητή / παρατηρούμενου, υποκειμένου / αντικειμένου, για να αποκαταστήσει την επαφή του κβαντικού φορμαλισμού με τον εμπειρικό κόσμο. Αυτές οι αυθαίρετες διακρίσεις φαντάζουν «μυστηριώδεις» και εμποδίζουν την επέκταση της κβαντικής φυσικής σε περιοχές όπως η κοσμολογία. Αντίθετα, η θεωρία GRW υπόσχεται μια κβαντική θεωρία «χωρίς παρατηρητή».

Ακόμη περισσότερο, η θεωρία GRW υπόσχεται να υπερβεί την επίσης αυθαίρετη διάκριση μικροσκοπικού / μακροσκοπικού, περιγράφοντας με ενιαίο τρόπο τη δυναμική στον μικρόκοσμο και τον μακρόκοσμο. Και αυτό είναι σημαντικό δεδομένου ότι υπάρχουν μακροσκοπικά κβαντικά φαινόμενα. Βέβαια, η θεωρία GRW, στο παρόν στάδιο ανάπτυξής της, δεν μπορεί να προσεγγίσει τέτοια φαινόμενα εφόσον δεν πραγματεύεται αλληλεπιδράσεις.

Το θέμα είναι αν οι προβληματικές πτυχές της θεωρίας GRW είναι τόσο σημαντικές ώστε να καθιστούν ανούσια την περαιτέρω ενασχόληση μαζί της. Κατά την άποψή μου, για τους λόγους που ανέφερα παραπάνω, η δυναμική GRW είναι *κατ' αρχήν* πιο ικανοποιητική προσέγγιση στο πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης σε σύγκριση με άλλες. Γράφω «κατ' αρχήν» γιατί, όπως έχουμε ήδη δει, συναντά κάποια προβλήματα. Νομίζω ότι οι κριτικές που αναπτύχθηκαν στην ενότητα 2.4 –καταγραφή των αποτελεσμάτων μέτρησης, «ουρές», ad hoc φύση, κβαντική στατιστική– δεν είναι τόσο σημαντικές ώστε να στερήσουν το ενδιαφέρον φυσικών και φιλοσόφων για αυτή την προσέγγιση.[33] Υπάρχουν καλοί λόγοι να αναμένουμε ότι κάποια από αυτά τα προβλήματα θα αντιμετωπιστούν από κάποια μελλοντική μετεξέλιξη της θεωρίας GRW. Βέβαια, η συμβατότητα με τη σχετικότητα επιτεύχθηκε ήδη χάρη στις προσπάθειες του Bell και του Tumulka. Ίσως σημαντικότερο πρόβλημα είναι η παραβίαση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που προβλέπει το αρχικό μοντέλο GRW. Βέβαια, η διατήρηση της ενέργειας δεν είναι μη αναθεωρίσιμη αρχή και η παραβίασή της από την GRW είναι πολύ μικρή. Ωστόσο, από τον 19ο αιώνα και ύστερα οι φυσικοί έχουν συνδυάσει την ίδια την έννοια της ενέργειας (υλοενέργειας) με την αρχή διατήρησής της.

Η επινόηση της σχετικιστικής εκδοχής της GRW (rGRW) από τον Tumulka μετατοπίζει, ορθώς κατά τη γνώμη μου, το ερώτημα από το εάν είναι χρήσιμη η GRW στο ποιο είναι το είδος της χρησιμότητάς της. Σε αυτή την κατεύθυνση, οι παρατηρήσεις της ενότητας 4.2 είναι ιδιαίτερα χρήσιμες. Η rGRW με την οντολογία των flashes έχει μια αξιοσημείωτη προσφορά στη διερεύνηση των εννοιολογικών θεμελίων της σύγχρονης φυσικής: αποδεικνύει τη συμβατότητα της σχετικιστικής δομής του χωροχρόνου με την ύπαρξη ενός μηχανισμού κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης και τη συνακόλουθη κβαντική μη τοπικότητα. Το πρόβλημα που εντοπίζει ο Maudlin με την ανοίκεια εικόνα που δίνει η rGRW για την ύλη στο επίπεδο της κυτταρικής δομής δεν είναι πολύ χειρότερο από ανάλογα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι ορθόδοξες κβαντικές θεωρίες. Αρκεί να σκεφτεί κανείς ποια εικόνα διασώζει η θεμελιώδης κβαντική μηχανική για «εικόνες» ή «μοντέλα» με τα οποία δουλεύουν με επιτυχία οι χημικοί (τροχιακά, γωνίες μεταξύ δεσμών, μήκη δεσμών, κ.ά.).

Το βασικότερο, ίσως και το μοναδικό, πρόβλημα της rGRW είναι η έλλειψη αλληλεπιδράσεων. Κάποιος θα μπορούσε για αυτό το λόγο να ισχυριστεί ότι η rGRW ήταν μια καλή πρώτη προσπάθεια αλλά δεν μπορεί να συνεχίσει· ότι ποτέ δεν θα μπορέσει να υποκαταστήσει τις καθιερωμένες κβαντικές θεωρίες στη χρήση τους από τους φυσικούς και θα παραμείνει πάντα ένα toy model για φιλοσόφους. Ίσως αυτό αποδειχθεί αληθές.

Πάντως πιστεύω ότι οι εικασίες για το μέλλον φυσικών θεωριών δεν πρέπει να διατυπώνονται με έναν απόλυτο τρόπο γιατί η ίδια η πραγματικότητα μπορεί απροσδόκητα να τις ανατρέψει. Στην περίπτωση της rGRW είναι εμφανές ότι η απουσία αλληλεπιδράσεων είναι σχεδόν παραλυτικό πρόβλημα που αποτρέπει την αποδοχή της. Όμως εδώ υπεισέρχεται το κρίσιμο ερώτημα εάν είναι προτιμότερο, ως αφετηρία, ένα μοντέλο που ενέχει αλληλεπιδράσεις αλλά παρουσιάζει δυσεπίλυτα εννοιολογικά προβλήματα από ένα μοντέλο που δεν ενέχει αλληλεπιδράσεις αλλά δεν παρουσιάζει εννοιολογικά προβλήματα. Είναι προφανές ότι θα προτιμήσει κανείς το πρώτο στο βαθμό που το δεύτερο δεν μπορεί να ελεγχθεί εμπειρικά, με πειράματα και παρατηρήσεις. Υπάρχουν, όμως,

[33] Ειδικά, για το πρόβλημα των ταυτοτικών (ταυτόσημων) σωματιδίων στην κβαντική στατιστική έχει αναπτυχθεί το μοντέλο του συνεχούς αυθόρμητου εντοπισμού [continuous spontaneous localization, CSL] με τη βοήθεια στοχαστικών διαδικασιών σε χώρους Hilbert. Βλ. ενότητα 7 στο Bassi και Ghirardi (2003).

περαιτέρω δυνατότητες;

Πιστεύω ότι η εισαγωγή αλληλεπιδράσεων στην rGRW είναι εξαιρετικά δύσκολο πρόβλημα, αλλά όχι αδύνατο να λυθεί. Η δυσκολία έγκειται στο ότι η rGRW βασίζεται στο αναλλοίωτο ως προς μετατοπίσεις στο σχετικό χρόνο και είναι πολύ αμφίβολο ότι ένα τέτοιο χαρακτηριστικό θα διατηρηθεί μετά την εισαγωγή αλληλεπιδράσεων. Κλείνοντας, πιστεύω πως η rGRW, αν και είναι ένα σημαντικό βήμα στην προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος της μέτρησης με τρόπο συμβατό με τη δομή ενός σχετικιστικού χωροχρόνου,[34] παραμένει ένα μοντέλο που χρειάζεται περαιτέρω επεξεργασία για να μην παραμείνει απλώς ένα ενδιαφέρον, από εννοιολογική άποψη, μοντέλο χωρίς πρακτικές εφαρμογές.

[34] Σε αντίθεση με τη δημοφιλή Bohmian μηχανική που απαιτεί την ύπαρξη ενός προνομιακού συστήματος αναφοράς.

Βιβλιογραφία

Albert, D. (1992): *Quantum Mechanics and Experience*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Albert, D. and Loewer, B. (1996): "*Tales of Schrödinger's cat"* στο R. Clifton (ed.), *Perspectives on Quantum Reality: Non-Relativistic, Relativistic, and Field-Theoretic*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 81-92.

Bassi, A. and Ghirardi, C. G. (2003): "Dynamical reduction models", *Physics Reports* **379**: 257-427.

Bell, J. ([1987] 1993): "Are There Quantum Jumps?" στο *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics.* Cambridge: Cambridge University Press, 201-212.

Bohr, N. ([1928] 1983): "The quantum postulate" στο J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 87-126.

Bohm, D. and Hiley, B. J. (1993): *The Undivided Universe*. London: Routledge.

Brown, H. (1986): "The insolubility proof of the quantum measurement problem", *Foundations of Physics* **16**: 857-870.

Clifton, R. (1996): "The properties of modal interpretations of quantum mechanics", *British Journal for the Philosophy of Science* **47**: 371-398.

Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N. ([1935] 1983): "*Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*" στο J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 138-151.

Ghirardi, G. C., Rimini, A. and Weber, T. (1986): "Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems", *Physical Review D* **34**: 470-491.

Hughes, R. I. G. (1989): *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Isham, C. J. (1995): *Lectures on Quantum Theory*. Singapore: Imperial College Press.

Mauldin, T. (2011): *Quantum Non-Locality and Relativity: Metaphysical Intimations of Modern Physics*. West Sussex: Wiley-Blackwell.

Schrödinger, E. ([1935] 1983): "The present situation in quantum mechanics" στο J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement.* Princeton, NJ: Princeton University Press, 152-167.

Tumulka, R. (2006a): "A relativistic version of the Ghirardi-Rimini-Weber model", *Journal of Statistical Physics* **125**(4): 821-840.

Tumulka, R. (2006b): "Collapse and relativity". ArXiv: quant-ph/0602208.

Wigner, E. P. ([1961] 1983): "Remarks on the mind-body question" στο J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 168-181.