



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ &
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Συγκριτική Μελέτη Μεθόδων Κατάτμησης και Επεξεργασίας Εικόνας
με Εφαρμογή σε Αρχαίες Επιγραφές**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Αγγελική Ηλ. Καλκάνη

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς,
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2016

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Συγκριτική Μελέτη Μεθόδων Κατάτμησης και Επεξεργασίας Εικόνας
με Εφαρμογή σε Αρχαίες Επιγραφές**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Αγγελική Ηλ. Καλκάνη

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς,
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 20^η Ιουλίου 2016.

.....
Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Γεώργιος Καμπουράκης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ηλίας Κουκούτσος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Αγγελική Καλκάνη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών

Ε.Μ.Π.

Copyright © Αγγελική Καλκάνη, 2016

Copyright © Κωνσταντίνος Παπαδουσσέας, 2016

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Η σημασία της αυτόματης κατάτμησης εικόνας στη σύγχρονη τεχνολογία και επιστήμη.....	1
1.2	Η σημασία της ταυτοποίησης γραφέα αρχαίων εγγράφων.....	1
1.3	Οι υπάρχουσες τεχνικές στην αυτόματη ταυτοποίηση γραφέα(state of the art).....	2
1.4	Συνοπτική περιγραφή μιας νέας μεθόδου ταυτοποίηση γραφέα και στόχος της παρούσας διπλωματικής.....	3
2	Μερικές βασικές τεχνικές κατάτμησης εικόνας.....	4
2.1	Εισαγωγή : Γενικά περί κατάτμησης εικόνας.....	4
2.2	Μέθοδοι κατάτμησης εικόνας με βάση Διαχωριστικές Τεχνικές ή Τεχνικές Διαμέρισης (Partitional Techniques).....	4
2.2.1	Μέθοδοι κέντρου βάρους (centroid based techniques).....	4
2.2.2	Μέθοδοι διαμέσου (median).....	6
2.3	Μέθοδοι κατάτμησης εικόνας με βάση Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques).....	6
2.3.1	Βήματα Μεθοδολογίας.....	6
2.3.2	Ειδικές ιεραρχικές τεχνικές και οι δυσκολίες τους.....	8
2.4	Τοπογραφική απόσταση και γραμμή watershed.....	10
2.4.1	Η γραμμή watershed.....	10
2.4.2	Ορισμός της γραμμής watershed στον συνεχή χώρο.....	11
2.4.2.1	Η τοπογραφική μεταβολή.....	11
2.4.3	Τοπογραφική απόσταση και λεκάνες απορροής στον διακριτό χώρο.....	12
3	Μια νέα μέθοδος κατάτμησης εικόνων αποχρώσεων του γκρι.....	14
3.1	Εισαγωγή.....	14
3.2	Εφαρμογή μορφολογικών φίλτρων για εξάλειψη θορύβου.....	14
3.3	Ολίσθηση πλαισίου καταλλήλων διαστάσεων κατά μήκος όλης της εικόνας.....	15
3.4	Δημιουργία ιστογράμματος διαβάθμισης του γκρι για όλα τα pixel του πλαισίου και σε κάθε θέση αυτού.....	16
3.5	Βέλτιστη προσέγγιση του χρωματικού ιστογράμματος κάθε πλαισίου με δύο ανεξάρτητες κανονικές κατανομές.....	16
3.6	Εύρεση των σημείων καμπής των δύο κανονικών κατανομών.....	16
3.7	Αρχική εκτίμηση των θεματικών περιοχών και των σημείων ακμής.....	17
3.8	Εξάλειψη του θορύβου και ομογενοποίηση των θεματικών περιοχών.....	19
3.9	Απόδοση των pixels που απέμειναν στη δέουσα περιοχή.....	21

3.10	Τελικός καθορισμός των δύο θεματικών περιοχών του σώματος του γράμματος αφενός και του υποβάθρου αφετέρου.....	22
4	Μια νέα μέθοδος κατάτμησης έγχρωμων εικόνων.....	24
4.1	Περιγραφή της μεθόδου.....	24
4.2	Λαμβάνοντας μία μη επικαλυπτόμενη κατάτμηση εικόνας.....	27
4.3	Μείωση θορύβου λόγω φθοράς και βελτίωση περιγραμμάτων.....	27
5	Περιγραφή μιας νέας μεθόδου ταυτοποίησης γραφέα.....	30
5.1	Εισαγωγή.....	30
5.1.1	Παραδείγματα.....	30
5.1.1.1	Πάπυρος 27.....	30
5.1.1.2	Πάπυρος 32.....	33
5.1.1.3	Πάπυρος 18.....	36
5.1.1.4	Πάπυρος 20.....	37
5.1.1.5	Πάπυρος 21.....	40
5.1.1.6	Πάπυρος 23.....	42
5.1.1.7	Πάπυρος 24.....	44
5.2	Βήματα αλγορίθμου για την αυτόματη αναγνώριση γραφέα.....	46
5.2.1	Προεπεξεργασία Περιγράμματος.....	46
5.2.2	Υπολογισμός καμπυλότητας και σύγκριση των καμπυλοτήτων των περιγραμμάτων δύο διαφορετικών υλοποιήσεων του ίδιου συμβόλου.....	47
5.2.3	Υπολογισμός καμπυλότητας για την περίπτωση ενός μονού εξωτερικού περιγράμματος.....	47
5.2.3.1	Βέλτιστο ταίριασμα δύο ακολουθιών καμπυλότητας για την περίπτωση δύο απλών συνεκτικών εξωτερικών περιγραμμάτων.....	49
5.2.4	Υπολογισμός καμπυλότητας για την περίπτωση ενός περιγράμματος που αποτελείται από πολλές ξεχωριστές συνεκτικές κλειστές καμπύλες.....	50
5.2.5	Μία πρώτη εκτίμηση της βέλτιστης θέσης προσαρμογής των περιγραμμάτων δύο γραμμάτων.....	52
5.2.6	Βέλτιστο ταίριασμα δυο υλοποιήσεων του ίδιου συμβόλου με βάση το κριτήριο «τομή δια ένωση».....	56
5.2.6.1	Το κριτήριο της ομοιότητας μεταξύ δύο απλά συνδεδεμένων εμφανίσεων του ίδιου γράμματος σε χειρόγραφα.....	56
5.2.6.2	Το κριτήριο ομοιότητας στην περίπτωση όπου τα περιγράμματα αποτελούνται από πολλές ξεχωριστές κλειστές καμπύλες.....	58
6	Αποτελέσματα.....	59
7	Συμπεράσματα.....	59
8	Βιβλιογραφία.....	60

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται διεξοδική μελέτη κι εφαρμογή μιας νέας μεθόδου αυτόματης αναγνώρισης του γραφέα ενός αρχαίου κειμένου και ειδικότερα, βυζαντινών παπύρων, με χρήση σύγχρονων μαθηματικών αλγορίθμων, που υλοποιούνται στον υπολογιστή. Με αυτό τον τρόπο, μπορούμε να οδηγηθούμε με ασφάλεια στην ακριβή χρονολόγηση ενός αρχαίου κειμένου, άρα και στην επίλυση των σημαντικών επιστημονικών προβλημάτων που σχετίζονται με αυτά.

Αρχικά, γίνεται βιβλιογραφική έρευνα διάφορων σημαντικών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνων και στη συνέχεια γίνεται μελέτη δύο μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνων σε αποχρώσεις του γκρι και έγχρωμων εικόνων που πρωτοπαρουσιάστηκαν στα [3] [4] αντίστοιχα.

Ακολούθως περιγράφεται αναλυτικά μια νέα μέθοδος αυτόματης αναγνώρισης γραφέα η οποία πρωτοδημοσιεύθηκε στο [1] και τελικά παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα αυτής και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της σε εικόνες παπύρων που διασώζονται στο Βρετανικό Μουσείο.

Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε και θα αναλυθεί στα κεφάλαια που ακολουθούν, συνοπτικά έχει ως εξής: καταρχήν από την εικόνα κάθε παπύρου, με μια ημιαυτόματη διαδικασία εξάγουμε τα γράμματα. Κάθε γράμμα το εντάσσουμε σε ένα δικό του πλαίσιο και στη συνέχεια πραγματοποιούμε αυτόματη κατάτμηση κάθε εικόνας-πλαίσιου γράμματος, ώστε να διαχωριστεί το σώμα του γράμματος από το υπόβαθρό του. Ακολούθως, εξάγουμε με εντελώς αυτόματο τρόπο το περίγραμμα κάθε γράμματος, στο οποίο εφαρμόζουμε τη νέα μέθοδο αυτόματης αναγνώρισης γραφέα.

Τα αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου αυτόματης αναγνώρισης γραφέα στους συγκεκριμένους παπύρους, κρίνονται ιδιαίτερος ικανοποιητικά.

Λέξεις Κλειδιά:

Κατάτμηση εικόνας, Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας, Καμπυλότητα, Αυτόματη Αναγνώριση Γραφέα

Abstract

This thesis analyses in depth and applies a new method of automatic identification of the writer of ancient writers, or more specifically Byzantine Codices/papyri, by using advanced mathematical algorithms executed by a computer.

In this way, we can accurately identify the exact date of an ancient text and therefore we can effectively deal with serious scientific issues related to those texts.

In the beginning, we carry out a bibliographical research among automated image segmentation methods, followed by the study of two automatic image segmentation methods of images in grey scale and colored images that have been presented in [3] [4] respectively.

In addition, a totally new method of automatic identification of the writer, first published in [1] is described in detail. Last but not least, we present the results of the applications of this method to images of papyri which are kept in the British Museum.

The methodology that has been applied will be analyzed in the following chapters. To begin with, the individual letters from each papyrus' image have been extracted. The extraction has been achieved by means of a semi-automatic method. Each letter realization extracted from the document has been immediately embedded into a rectangular frame and then an automatic segmentation of each image- letter frame has been applied. Next, we have extracted the contour of each letter completely automatically, and in the obtained contours we have applied the new method of automatic writer's identification.

The results of the application of this method of automatic writer identification on this specific papyri are considered to be very satisfactory.

Key words:

Automatic writer identification, digital image processing, pattern recognition, curvature, text independent hand recognition

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας σηματοδοτεί και το τέλος των προπτυχιακών μου σπουδών στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο· και στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όσους με βοήθησαν στην περάτωση των σπουδών μου.

Καταρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κ. Κωνσταντίνο Παπαοδυσσέα, για την ανάθεση και την επίβλεψη της διπλωματικής μου εργασίας, δίνοντας μου την ευκαιρία μου, με αυτό τον τρόπο, να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον ερευνητικό θέμα. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την έμπρακτη βοήθεια και καθοδήγηση του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας καθώς και για την τόσο εξαιρετική του αντιμετώπιση. Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στους διδάκτορες και τα μέλη του εργαστηρίου, για την άψογη συνεργασία και υποστήριξη, που μου παρείχαν όλο αυτόν τον καιρό.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους γονείς, τη θεία και τα αδέρφια μου για τη στήριξη που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια να σπουδάσω αυτό που αγαπώ, εκπληρώνοντας με αυτό τον τρόπο ένα μεγάλο μου όνειρο. Τέλος, δε θα πρέπει να παραλείψω να ευχαριστήσω τους φίλους μου, που στέκονται συνοδοιπόροι πλάι μου.

Και τῷ Θεῷ δόξα!

1 Εισαγωγή

1.1 Η σημασία της αυτόματης κατάτμησης εικόνας στη σύγχρονη τεχνολογία κι επιστήμη

Η συνεχής ανάπτυξη της τεχνολογίας και οι τεχνολογικές εξελίξεις στους Τομείς τόσο της Πληροφορικής, όσο και των Υπολογιστικών Συστημάτων, φέρνουν συνεχώς νέα δεδομένα και χαράσσουν νέους δρόμους στον εκσυγχρονισμό και στην υλοποίησή σε πολλά γνωστικά πεδία και κλάδους..

Ανεππρέαστος από αυτό, δε θα μπορούσε να μείνει και ο τομέας της επιγραφολογίας, της επιστήμης δηλαδή που μελετά τις αρχαίες επιγραφές.

Με γνώμονα τα παραπάνω προχωρούμε, εφαρμόζοντας και χρησιμοποιώντας νέες πρωτότυπες μεθόδους και τεχνικές επεξεργασίας εικόνας, μέσω προηγμένων μαθηματικών τεχνικών.

Το πρόβλημα της κατάτμησης εικόνων και της εφαρμογής των υπολογιστικών συστημάτων σε εικόνες, ίσως είναι ένα από τα πιο σημαντικά και πολύπλοκα προβλήματα του τομέα της όρασης υπολογιστών και η συνεχής ανάπτυξη της τεχνολογίας, μας φέρνει συνεχώς νέα δεδομένα, μεθόδους και τρόπους στην επίλυσή του.

1.2 Η σημασία της ταυτοποίησης γραφέα αρχαίων εγγράφων.

Λέγεται, πως *«λαός χωρίς ιστορική μνήμη είναι λαός καταδικασμένος να χαθεί στην ιστορία»*. Μια προσπάθεια, αρχικά αναγνώρισης, ταυτοποίησης, μελέτης και ερμηνείας της ιστορικής μνήμης γίνεται μέσω των σωζόμενων αρχαιολογικών ευρημάτων και κατά κύριο λόγο των αρχαίων κειμένων, που βρίσκονται σε χειρόγραφα παπύρων αλλά κι επιγραφών.

Ο καθηγητής *Christian Habicht* έχει γράψει πρόσφατα, *«η σωστή ιστορική χρήση των επιγραφών μπορεί να γίνει μόνο αν μπορούν να χρονολογηθούν»*.

Επιπλέον, οι γραφείς των αρχαίων επιγραφών και χειρογράφων, κατά κανόνα, δεν έχουν υπογράψει ούτε έχουν αναγράψει την ημερομηνία των χειρογράφων τους και για αυτό το λόγο η ακριβής χρονολόγηση μιας πηγής, δεν αποτελεί εύκολη υπόθεση.

Η εξέλιξη της τεχνολογίας και η εφαρμογή της στην μελέτη των αρχαιολογικών αυτών ευρημάτων, μας δίνει τη δυνατότητα της ακριβούς χρονολόγησής τους, καθώς όπως προαναφέραμε, η αξία μιας σωζόμενης ιστορικής πηγής, έγκειται στον χρονικό προσδιορισμό της.

Επομένως, αναζητήθηκαν μέθοδοι που θα μπορούσαν με ασφάλεια να φανερώσουν την χρονολογία δημιουργίας των αρχαιολογικών ευρημάτων.

Κάτι τέτοιο μπορεί να γίνει εφικτό μέσω του προσδιορισμού του γραφέα.

Αν σκεφτεί κανείς, πως κάθε γραφέας, ασυναίσθητα αναπαράγει λεπτομέρειες στον τρόπο γραφής του είτε σκαλίζοντας επιγραφές, είτε γράφοντας σε παπύρους, και έχοντας ως σταθερά, πως η ενεργός δράση ενός γραφέα περιοριζόταν σε 20-25 χρόνια στην αρχαιότητα, φτάνοντας το πολύ στα 40 έτη στους ύστερους Βυζαντινούς χρόνους, οδηγούμαστε ταυτοποιώντας τον γραφέα, σε ασφαλή συμπεράσματα χρονολογικής εκτίμησης των ευρημάτων.

1.3 Οι υπάρχουσες τεχνικές στην αυτόματη ταυτοποίηση γραφέα(state of the art)

Τα τελευταία χρόνια η έρευνα στο πεδίο της αυτόματης αναγνώρισης και επαλήθευσης γραφέα χειρόγραφων κειμένων(παπύρων), εξελίσσεται σε μεγάλο βαθμό.

Επομένως, το πρόβλημα διασπάται σε μικρότερα προβλήματα, όπως είναι η αναζήτηση, η εξαγωγή και η συσταδοποίηση δεδομένων (data mining) στα οποία υπάγεται και η κατάτμηση εικόνας. Σημαντικότερο πρόβλημα είναι αυτό της ομαδοποίησης δεδομένων (data clustering), δηλαδή της κατάταξης των δεδομένων σε ομάδες, στις οποίες υπάρχει ομοιότητα των στοιχείων τους. Οι ομάδες αυτές θα είναι διαχωρισμένες μεταξύ τους.

Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε πως η ομαδοποίηση των δεδομένων είναι θεμελιώδους σημασίας σε πολλά προβλήματα, όπως για παράδειγμα στην αναζήτηση δεδομένων σε βάσεις αλλά και στην ορθή κατάταξη σε κατηγορίες στοιχείων για στατιστική ανάλυση και περαιτέρω επεξεργασία.

1.4 Συνοπτική περιγραφή μιας νέας μεθόδου ταυτοποίηση γραφέα και στόχος της παρούσας διπλωματικής.

Στις επόμενες σελίδες, θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τη μέθοδο ταυτοποίησης γραφέα, και θα προσπαθήσουμε εκτενώς να δώσουμε απάντηση στο ερώτημα, αν δύο χειρόγραφα κείμενα έχουν γραφεί από τον ίδιο άνθρωπο. Συνοπτικά η μεθοδολογία για την αυτόματη ταυτοποίηση γραφέα αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

1. Από την εικόνα κάθε παπύρου, με μια ημιαυτόματη διαδικασία εξάγουμε τα γράμματα από κάθε έγγραφο (supervised extraction) και κάθε γράμμα το εντάσσουμε σε ένα δικό του πλαίσιο.
2. Στη συνέχεια, πραγματοποιούμε αυτόματη κατάτμηση κάθε εικόνας-πλαισίου γράμματος, ώστε να διαχωριστεί το σώμα του γράμματος από το υπόβαθρό του.
3. Ακολούθως, γίνεται η εξαγωγή, με εντελώς αυτόματο τρόπο, του περιγράμματος κάθε γράμματος.
4. Τέλος, χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα των βημάτων 3 και 4 σε μια νέα μέθοδο αυτόματης αναγνώρισης γραφέα. [1], [2]

2 Μερικές βασικές τεχνικές κατάτμησης εικόνας. [3]

2.1 Εισαγωγή : Γενικά περί κατάτμησης εικόνας.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η ομαδοποίηση των δεδομένων οδήγησε σε πολλές διαφορετικές μεθόδους clustering. Σίγουρα, ανάλογα με την περίπτωση, κάθε μια από αυτές τις μεθόδους παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα και αρκετά μειονεκτήματα. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να χωριστούν σε δύο βασικές τεχνικές clustering:

- α. Τις Διαχωριστικές Τεχνικές ή Τεχνικές Διαμέρισης (Partitional Techniques).
- β. Τις Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques).

2.2 Μέθοδοι κατάτμησης εικόνας με βάση Διαχωριστικές Τεχνικές ή Τεχνικές Διαμέρισης (Partitional Techniques).

Στις τεχνικές αυτές, δίνεται έμφαση στο κέντρο βάρους(centroid) της περιοχής. Σε διαφορετικές προσεγγίσεις που έγιναν, στη συνέχεια δίνεται έμφαση σε κάποια σημεία αντιπροσώπους.

2.2.1 Μέθοδοι κέντρου βάρους (centroid based techniques).

Οι μέθοδοι αυτές αποδίδουν σημεία σε μια υποπεριοχή, όταν ελαχιστοποιείται η ευκλείδεια ή τετραγωνική κ.λ.π. απόσταση τους, από το κέντρο βάρους της υποπεριοχής. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος είναι η K-means.

Στη μέθοδο αυτή, αρχικά επιλέγονται τυχαία N περιοχές. Στη συνέχεια η μέθοδος αποδίδει σε κάθε μια από τις περιοχές αυτές, τα σημεία της αρχικής περιοχής με βάση το παραπάνω κριτήριο.

Πιο αναλυτικά, η εικόνα χωρίζεται σε N θεματικές περιοχές.

Στην περίπτωση μας, έχουμε $N = 2$, το ελάχιστο του ιστογράμματος διαβαθμίσεων το μέγιστο του ιστογράμματος, το οποίο θεωρείται ως αφετηρία της δεύτερης περιοχής. Η δεύτερη περιοχή έχει τη σημαντική για εμάς πληροφορία για τη μελέτη μας.

Να τονίσουμε πως η επιλογή των pixels, γίνεται τυχαία από την εικόνα, μέχρι εξαντλήσεώς τους.

Εστω $P1$ το χρωματικό περιεχόμενο του πρώτου pixel που επιλέγεται και έστω ότι αυτό είναι το πλησιέστερο στο χρωματικό περιεχόμενο της αρχικής εκτίμησης του υποβάθρου. Στο υπόβαθρο αποδίδεται το $P1$ και στη συνέχεια ορίζεται ξανά το χρωματικό περιεχόμενο του υποβάθρου, ως ο μέσος όρος του χρωματικού περιεχομένου των δύο pixels. Ακολουθεί το τρίτο εικονοστοιχείο πεδίο και έστω πάλι ότι το χρωματικό περιεχόμενο του $P2$ είναι πλησιέστερο στην ομάδα pixel του υποβάθρου. Αποδίδεται με τη σειρά του το $P2$ στο υπόβαθρο και ορίζεται ξανά το χρωματικό περιεχόμενο του υποβάθρου ως ο μέσος όρος του χρωματικού περιεχομένου των τριών pixels του. Αντίστοιχα θα μπορούσε η απόδοση να γίνει στην άλλη περιοχή, εάν το χρωματικό περιεχόμενο του εκάστοτε επιλεγμένου pixel ήταν πλησιέστερο στο κέντρο βάρους του χρωματικού περιεχομένου του αγγείου ή του γράμματος κ.ο.κ.

Όπως όλες οι μέθοδοι, παρουσιάζει και αυτή *μειονεκτήματα*.

Η σειρά επιλογής των pixels παίζει σημαντικό ρόλο κατά την εφαρμογή της, καθώς επίσης δε λαμβάνεται υπόψη η τοπολογία της εικόνας.

Με αφορμή το παραπάνω, στην πράξη παρατηρούμε πως μεμονωμένα σημεία φθοράς που είναι παραπλήσια σκούρα με το γράμμα αποδίδονται στην περιοχή του γράμματος χωρίς να ανήκουν σε αυτό. Και αντιστρόφως, σημεία φθοράς εντός του χώρου της σημαντικής-κρίσιμης πληροφορίας αποδίδονται εσφαλμένα με τη μέθοδο K-means στο υπόβαθρο. Επομένως, συχνά υλοποιούμε αρχικά μια μορφολογική επεξεργασία της εικόνας.

Για την καλύτερη κατανόηση των παραπάνω, παραθέτουμε ένα τυπικό παράδειγμα μορφολογικής επεξεργασίας: Έστω ότι ο μέγιστος αριθμός pixel που είναι φθαρμένα, pixel φθοράς είναι ίσος με δέκα (10). Ολισθαίνουμε μια περιοχή $N \times N$, εμβαδού μεγαλύτερου του δέκα (10) σε όλη την εικόνα. Όταν το περίγραμμα της περιοχής είναι πλησιέστερα στο λευκό (δηλαδή είναι υπόβαθρο) και το εσωτερικό είναι σκούρο τότε το εσωτερικό γίνεται επίσης

λευκό. Έχουμε χρησιμοποιήσει και μορφολογικό όπου επιτρέπαμε ένα μικρό ποσοστό του περιγράμματος να είναι σκούρο.

2.2.2 Μέθοδοι διαμέσου (median).

Οι μέθοδοι διαμέσου, median, είναι μοιάζουν σε μεγάλο βαθμό με τη μέθοδο K-means, που είδαμε παραπάνω. Η διαφορά τους είναι πως στις μεθόδους διαμέσου ο αντιπρόσωπος κάθε περιοχής είναι κάθε φορά η ενδιάμεση τιμή του κέντρου βάρους που λέγεται διάμεσος (median) και όχι το κέντρο βάρους του χρωματικού περιεχομένου (όπως στη μέθοδο K-means). Πιο αναλυτικά, κάθε φορά σε κάθε περιοχή ταξινομούμε τα εικονοστοιχεία της περιοχής ως προς το χρωματικό τους περιεχόμενο και λαμβάνουμε το μεσαίο ή τον ενδιάμεσο (median) αυτής της ταξινομημένης σειράς. Αξίζει να σημειωθεί πως πολλές φορές σε αρκετές περιπτώσεις θεωρείται καλύτερος αντιπρόσωπος του χρωματικού υποβάθρου της κάθε περιοχής από τον μέσο όρο.

2.3 Μέθοδοι κατάτμησης εικόνας με βάση Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques).

2.3.1 Βήματα Μεθοδολογίας.

Συνοπτικά παρουσιάζονται τα βήματα της μεθοδολογίας, στην περίπτωση των ιεραρχικών τεχνικών:

- Αρχικά ορίζουμε τις οντότητες. Οι οντότητες μπορούν να είναι και pixels.
- Αφού οι οντότητες στην εικόνα οριστούν, τις αρχικοποιούμε. Συνήθως, επιλέγουμε όλες οι αρχικές οντότητες να είναι μονομελή σύνολα pixels (κάθε οντότητα να αποτελείται από ένα εικονοστοιχείο), ώστε να συμπεριλάβουμε όλα τα pixel της εικόνας.
- Συνεχίζουμε με τον ορισμό κριτηρίων συγγένειας ή ομοιότητας, αλλά και διαφοροποίησης μεταξύ των οντοτήτων.
- Δημιουργούμε έναν πίνακα συγγενείας $\sigma_{(i,j)}$ για να βρούμε το βαθμό συγγένειας κάθε οντότητας με όλες τις άλλες. Οι γραμμές και οι στήλες

αυτού του πίνακα είναι το πλήθος των οντοτήτων και το κάθε στοιχείο του $\sigma_{(i,j)}$ είναι μια ποσότητα που εκφράζει το βαθμό ομοιότητας μεταξύ της i-οστής και j-οστής οντότητας.

- Πάνω στη μήτρα συγγενείας ορίζουμε μια τιμή κατωφλίου, που εξαρτάται από τον στόχο που έχουμε (π.χ. εάν ο στόχος είναι να κατατμήσουμε μια εικόνα σε θεματικές ή σε χρωματικές περιοχές, τότε ο βαθμός ομοιότητας πρέπει να εκφράζει την απόσταση του θεματικού ή χρωματικού περιεχομένου των δύο συγκρινόμενων περιοχών/οντοτήτων). Στη συνέχεια, μηδενίζουμε όσα στοιχεία της μήτρας έχουν τιμή μικρότερη από την ορισμένη τιμή του κατωφλίου, δηλαδή θεωρούμε, ότι αυτά δε μπορούν να ανήκουν στην ίδια οντότητα(στην ίδια θεματική ή χρωματική περιοχή).
- Θεωρούμε όλες τις αρχικές οντότητες κόμβους ενός γράφου. Αν δύο κόμβοι έχουν τιμή στη μήτρα συγγενείας μεγαλύτερη του μηδενός τότε συνδέουμε τους δύο κόμβους με έναν κλάδο. Αντιστοιχούμε σε κάθε ακμή του γράφου βάρος(στάθμιση του κλάδου) ώστε να αποδώσουμε σε αυτόν την τιμή του βαθμού συγγενείας των οντοτήτων που συνδέει, όπως υποδεικνύει το αντίστοιχο στοιχείο στη μήτρα συγγενείας.
- Ομαδοποιούμε τους κόμβους που οι κλάδοι τους έχουν μεγάλο βαθμό συγγενείας. Ορίζουμε ένα κατώφλι διακοπής της διαδικασίας και όταν όλοι οι κόμβοι έχουν ομαδοποιηθεί σε οντότητες που ικανοποιούν αυτό το στόχο σταματάμε. Κατά τη διαδικασία συνένωσης δυο κόμβων θεωρούμε ότι αυτοί αποτελούν ένα νέο κόμβο, ο οποίος αντικαθιστά τους προηγούμενους κόμβους που τον δημιούργησαν. Οι κλάδοι του νέου κόμβου με τους υπολοίπους καθώς και η στάθμιση κάθε κλάδου ορίζονται ξανά δυναμικά.

Στην περίπτωση αυτόματης κατάτμησης εικόνας, ορίζουμε ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ δύο οντοτήτων (π.χ μεταξύ δύο pixels). Η χρωματική απόσταση μεταξύ αυτών των pixels, αποτελεί ένα τέτοιο μέτρο ομοιότητας.

Συνεχίζουμε κατασκευάζοντας έναν πίνακα ομοιότητας $n \times m$ όλων των οντοτήτων μεταξύ τους. Επομένως, στην πρώτη μήτρα που δημιουργείται την πρώτη φορά, τα στοιχεία της είναι η χρωματική απόσταση όλων των pixels ανά δύο. Η χρωματική αυτή απόσταση μπορεί να οριστεί -και συνήθως ορίζεται- ως μια νόρμα στο χώρο των R,G,B.

Εστω ένα pixel P_i με χρωματικό περιεχόμενο (R_i, G_i, B_i) και ένα άλλο P_j με χρωματικό περιεχόμενο (R_j, G_j, B_j) , τότε η χρωματική απόσταση των δύο pixels μπορεί να οριστεί με έναν από τους παρακάτω τύπους:

$$d_1 = |(R_i - R_j)| + |(G_i - G_j)| + |(B_i - B_j)|$$

$$d_2 = \sqrt{(R_i - R_j)^2 + (G_i - G_j)^2 + (B_i - B_j)^2}$$

$$d_m = x^T M_x, x = [(R_i - R_j), (G_i - G_j), (B_i - B_j)]^T,$$

όπου M κατάλληλα επιλεγμένη τετραγωνική μήτρα π.χ Mahalanobis.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, από τον πίνακα ομοιότητας, σε κάθε βήμα παράγεται ένας νέος πίνακας, ο οποίος είναι τις συνήθως αραιός πίνακας κι αυτό υλοποιείται θέτοντας το μηδέν στα στοιχεία του πίνακα που αντιστοιχούν σε περιοχές που είναι που έχουν απόσταση πάνω από ένα κατώφλι και είναι πολύ ανόμοιες.

Με αυτό τον τρόπο, η αναπαράσταση της διαδικασίας γίνεται από αραιούς γράφους όπου οι κόμβοι του κάθε γράφου είναι οι οντότητες (τα δεδομένα) και οι σταθμισμένες ακμές του γράφου είναι ο εκάστοτε βαθμός ομοιότητας μεταξύ δύο κόμβων.

Οι μέθοδοι (agglomerative hierarchical clustering methods) σαν αυτές που παρουσιάσαμε, είναι πολλές. Το βασικό στοιχείο που τις διαφοροποιεί, είναι ο τρόπος υπολογισμού της ομοιότητας μεταξύ των υπαρχόντων και των συγχωνευμένων ομάδων, σε κάθε επανάληψη.

2.3.2 Ειδικές ιεραρχικές τεχνικές και οι δυσκολίες τους.

Ας δούμε μερικές παραλλαγές των ιεραρχικών τεχνικών, που διαφοροποιούνται με το κριτήριο που χρησιμοποιείται κάθε φορά, καθώς και τα μειονεκτήματα που εμφανίζουν καθώς βασίζονται σε στατικά μοντέλα και δεν λαμβάνουν υπ' όψιν τις ιδιαιτερότητες κάθε cluster :

- Ορίζεται σε κάθε cluster ένας αντιπρόσωπος (π.χ. κέντρο βάρους). Στην αρχή κάθε σημείο (pixel) είναι και ο αντιπρόσωπος του εαυτού του. Μετράται στη συνέχεια η ομοιότητα μεταξύ των αντιπροσώπων κάθε cluster και με βάση αυτό το κριτήριο και κάποιο συγκεκριμένο κατώφλι αποφασίζεται αν θα συγχωνευτούν δύο clusters. Όταν χρησιμοποιούνται ως αντιπρόσωποι τα κέντρα βάρους των περιοχών, η περίπτωση παρουσιάζει παρόμοιες αστοχίες με τις διαχωριστικές μεθόδους K-means και K-medoids σε καταστάσεις διαφορετικών σχημάτων ή μεγεθών.

- *Single link method*: Κάθε cluster αντιπροσωπεύεται από όλα του τα στοιχεία και η ομοιότητα μεταξύ δύο clusters καθορίζεται από την ομοιότητα του πιο κοντινού ζεύγους στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικά clusters. Η μέθοδος αυτή αποτυγχάνει όταν υπάρχει θόρυβος, αφού λαμβάνει υπόψη της όλα τα ζεύγη δεδομένων.
- *CURE method*: Η μέθοδος αυτή είναι στην ουσία ένας συνδυασμός των δύο προηγούμενων μεθόδων. Κι εδώ ορίζονται αντιπρόσωποι, αλλά περισσότεροι από ένας για κάθε cluster. Η ομοιότητα μετράται μεταξύ των ζευγών των αντιπροσώπων των cluster και το κριτήριο συνένωσης δύο περιοχών εξαρτάται από τον βαθμό ομοιότητας των ζευγών αυτών συνολικά που ανήκουν σε διαφορετικά clusters. Σε κάθε συγχώνευση clusters, δυναμικά ορίζονται νέοι αντιπρόσωποι του νέου cluster που προέκυψε. Ακριβώς επειδή ο αλγόριθμος αυτός αποδίδει πολλούς αντιπροσώπους σε κάθε περιοχή, αλλά και γιατί τους συρρικνώνει προς το κέντρο βάρους, αντιμετωπίζει καταστάσεις διαφορετικών μεγεθών και σχημάτων clusters με μεγαλύτερη επιτυχία. Ο αριθμός των αντιπροσώπων εξαρτάται από το μέγεθος, το σχήμα και την παρουσία θορύβου σε κάθε cluster. Η CURE method δε δυσκολεύεται όταν καλείται να αποφασίσει για την συγχώνευση clusters ποικίλων μεγεθών και σχημάτων, λαμβάνει υπόψη της όμως μόνο την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των αντιπροσώπων και όχι τη συνολική διασύνδεση μεταξύ των δύο clusters. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε λανθασμένες συγχωνεύσεις σε ειδικές περιπτώσεις.
- *Group-average method*: Η μέθοδος αυτή υποθέτει διασύνδεση όλων των δεδομένων των clusters και υπολογίζει όλες τις αποστάσεις μεταξύ τους. Κανονικοποιεί τις τιμές σχηματίζοντας ένα $n \times m$, πίνακα όπου n είναι ο αριθμός των δεδομένων στη μία περιοχή και m ο αντίστοιχος στη δεύτερη, ώστε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα που προκύπτει όταν τα clusters έχουν διαφορετικό μέγεθος.
- *ROCK method*: Ο αλγόριθμος αυτός μοιάζει με αυτόν της group-average μεθόδου, κανονικοποιεί όμως με βάση κατώφλι ορισμένο από τον χρήστη, αντί να χρησιμοποιεί ένα πίνακα $n \times m$. Επομένως λαμβάνοντας υπόψη του τη συνολική διασύνδεση των clusters, και αδιαφορώντας για την τιμή των βαρών των ακμών δια μέσου των clusters, μας δίνει μη ικανοποιητικές συγχωνεύσεις σε συμπληρωματικές περιπτώσεις από αυτές που αστοχεί ο CURE.

2.4 Τοπογραφική απόσταση και γραμμή watershed.

2.4.1 Η γραμμή watershed.

Η γραμμή *watershed* είναι μια από τις κυριότερες μεθόδους κατάτμησης εικόνων. Στον αλγόριθμο αυτό μια μονοχρωματική εικόνα επιπέδων του γκρι θεωρείται ως ένα τοπογραφικό ανάγλυφο, όπου η φωτεινότητα του κάθε pixel αντιστοιχίζεται με το ύψος του ανάγλυφου σε εκείνο το σημείο. Να σημειωθεί πως ο αλγόριθμος watershed χρησιμοποιείται κυρίως σε εικόνες κλίσης (gradient images) και εντοπίζει τις λεκάνες απορροής (catchment basins).

Μια καλή ερμηνεία του αλγόριθμου δίνεται από τον Beucher ο οποίος θεώρησε την εικόνα κλίσης σαν ένα τοπογραφικό ανάγλυφο. Στα τοπικά ελάχιστα τοποθετούνται οι πηγές με αποτέλεσμα το ανάγλυφο να πλημμυρίζεται με ομοιόμορφο τρόπο και ταχύτητα. Κατά την στιγμή όπου δύο διαφορετικές κοιλάδες αρχίζουν να ενώνονται, ένα φράγμα ανεγείρεται για να προφυλάξει την συνένωση των κοιλάδων.

Η συνένωση όλων των φραγμάτων αποτελεί την γραμμή του watershed.

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως συχνά το πλήθος των ελάχιστων είναι μεγάλο σε αριθμό και τα περισσότερα από αυτά δεν σχετίζονται με την επιθυμητή κατάτμηση, γεγονός που οδηγεί σε υπερκατάτμηση (oversegmentation).

Η λύση που προτάθηκε το 1982, βοηθά στην αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, αμέσως μόλις βρεθεί η πρώτη εκτίμηση. Αυτή η προσέγγιση καλείται δείκτες (markers), διότι περιέχει έναν δείκτη (marker) για κάθε αντικείμενο που κα ανιχνευτεί, συμπεριλαμβανομένου και του φόντου της εικόνας. Επομένως, η κατάτμηση γίνεται σε δυο βήματα.

Βήμα 1^ο: ένα πλήθος από δείκτες (markers) ανιχνεύεται για κάθε αντικείμενο και για το φόντο.

Βήμα 2^ο: κατασκευάζεται η γραμμή watershed της εικόνας κλίσης γεμίζοντας το ανάγλυφο από ένα πλήθος πηγών τοποθετημένες στους δείκτες (markers).

Μετά το τέλος του γεμίσματος, είναι διαθέσιμα κομμάτια της εικόνας, που σε κάθε ένα υπάρχει μόνο ένας δείκτης (marker).

2.4.2 Ορισμός της γραμμής watershed στον συνεχή χώρο.

Ο ορισμός της γραμμής watershed στον συνεχή χώρο θα πρέπει να γίνει με προσοχή κι αυτό γιατί υλοποιείται σε εικόνες κλίσης που περιέχουν θόρυβο και δεν είναι ομαλές. Επομένως, η συνάρτηση της γραμμής watershed πρέπει να οριστεί ακόμα και σε σημεία που δεν είναι αρκετά ομαλά.

2.4.2.1 Η τοπογραφική μεταβολή.

Εστω συνάρτηση $f: \mathcal{R}_n \rightarrow \mathfrak{R}$, $supp(f)$ το *support* της συνάρτησης f (δηλ. το σύνολο των σημείων όπου η συνάρτηση f δεν μηδενίζεται), το διάστημα \mathcal{T} στο \mathfrak{R} και η συνεχής συνάρτηση $\gamma: \mathcal{T} \rightarrow supp(f)$, η διαδρομή (\mathcal{T}, γ) που περιέχεται στο *support* της f και $\zeta = (t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ ένα πεπερασμένο μέρος του \mathcal{T} και το στοιχειώδες *erosion* ε_i , σαν το *erosion* από δίσκο ακτίνας $|\gamma_{i-1}, \gamma_i|$, τη γεωδαισιακή απόσταση ανάμεσα στα σημεία γ_i και γ_{i-1} .

Ορίζουμε:

- Τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f κατά μήκος της πολυγωνικής γραμμής ζ ως:

$$TV_\zeta = \sum_i [f(\gamma_i) - \varepsilon_i f(\gamma_i)]$$

- Τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f στη διαδρομή (\mathcal{T}, γ) , ονομάζεται ο θετικός αριθμός (πεπερασμένος ή άπειρος) που ορίζεται από:

$$TV_\gamma = \sup TV_\zeta \quad (\forall \text{ πεπερασμένο } \zeta \subset \mathcal{T})$$

Αν $TV_\gamma < \infty$, τότε η f λέγεται ότι είναι πεπερασμένης τοπογραφικής μεταβολής στο \mathcal{T} .

- Τοπογραφική απόσταση (topographical distance) δυο σημείων p και q , ορίζεται θεωρώντας το σύνολο $\Gamma(p, q)$ το οποίο ανήκει στο *support* f :

$$TD_{(p,q)} = \inf_{\gamma \in \Gamma(p,q)} TV_\gamma$$

- Λεκάνη απορροής (catchment basin) $CB_{(mi)}$ του τοπικού ελαχίστου mi ως το σύνολο των σημείων $x \in supp(f)$, τα οποία είναι πιο κοντά στο

τοπικό ελάχιστο m_i από κάθε άλλο τοπικό ελάχιστο για την τοπογραφική απόσταση:

$$\forall j \in I, j \neq i \Rightarrow TD_{(x,m_i)} < TD_{(x,m_j)}$$

- Γραμμή watershed μίας συνάρτησης f , είναι το σύνολο των σημείων του $supp(f)$ τα οποία δεν ανήκουν σε καμία λεκάνη απορροής:

$$W_{sh}(f) = supp(f) \cap [\cup_i (CB_{(m_i)})]^c$$

2.4.3 Τοπογραφική απόσταση και λεκάνες απορροής στον διακριτό χώρο.

Στον διακριτό χώρο, πάντα υπάρχουν τα ίδια προβλήματα: απειροελάχιστα δομικά στοιχεία δεν υπάρχουν στο ψηφιακό πλέγμα και οι γειτονικές σχέσεις είναι αδύναμες. Παρ' όλα αυτά είναι δυνατόν να γίνουν καλές προσεγγίσεις της γραμμής watershed.

Θεωρούμε μια συνάρτηση τόνων του γκρι f από το Z_n στο Z και το $support$ της $supp(f)$. Εστω \mathcal{G} το υποκείμενο πλέγμα, το οποίο μπορεί να είναι οποιουδήποτε τύπου. Συσχετίζεται στο \mathcal{G} ένας γειτονικός γράφος \mathcal{U} , όπου είναι ένα υποσύνολο $Z^n \times Z^n$ το οποίο ορίζεται από $(a, b) \in \mathcal{U}$ αν και μόνο αν τα a και b είναι γειτονικά.

Ονομάζεται $N_u(p)$ τα γειτονικά pixel ενός εικονοστοιχείου p , ως προς το \mathcal{U} και το $supp(f)$: $N_u(p) = \{p' \in Z^2, (p, p') \in \mathcal{U} \cap supp(f)\}$. Το υποσύνολο $B(p)$ όλων των pixel του $N_u(p)$ που βρίσκονται σε απόσταση 1 από το p καλείται μοναδιαίος δίσκος μεγέθους 1. Το *erosion* της συνάρτησης f από αυτόν τον δίσκο είναι το στοιχειώδες *erosion* ef .

Ενα μονοπάτι π πλήθους n μεταξύ δυο pixels p και q στο πλέγμα \mathcal{G} , είναι μια πλειάδα n -pixels (p_1, p_2, \dots, p_n) τέτοια ώστε $p_1 = p, p_n = q$ και $\forall i \in [1, n-1], (p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{G}$.

Η τοπογραφική απόσταση μεταξύ δύο pixel p και q ορίζεται ως η ελάχιστη τοπογραφική απόσταση μεταξύ των δύο pixel p και q μεταξύ όλων των διαδρομών π ανάμεσα στα p και q μέσα στο $supp(f)$:

$$T_f(p, q) = \inf (T_f^\pi(p, q))$$

όπου π-τοπογραφική απόσταση μεταξύ των στα p και q στην f κατά μήκος της διαδρομής π είναι η σταθμισμένη απόσταση (weighted distance):

$$T_f^\pi(p, q) = \sum_{i>1} cost(p_{i-1}, p_i)$$

όπου το κόστος για τη μετακίνηση στην τοπογραφική επιφάνεια από τη θέση $f(p_{i-1})$ στην γειτονική θέση $f(p_i)$ ορίζεται ως:

- Εάν $f(p_{i-1}) > f(p_i)$ τότε $cost(p_{i-1}, p_i) = LS(p_{i-1}) * dist(p_{i-1}, p_i)$
- Εάν $f(p_{i-1}) < f(p_i)$ τότε $cost(p_{i-1}, p_i) = LS(p_i) * dist(p_{i-1}, p_i)$
- Εάν $f(p_{i-1}) = f(p_i)$ τότε $cost(p_{i-1}, p_i) = \frac{LS(p_{i-1}) + LS(p_i)}{2} * dist(p_{i-1}, p_i)$

όπου η ελάχιστη κλίση της συνάρτησης στο σημείο p είναι η τιμή της μέγιστης κλίσης $\Gamma(p)$ και ορίζεται ως:

$$LS(p) = \max \left[\frac{f(p) - f(p')}{dist(p, p')} \right] \text{ για } p' \in N_U(p) \text{ και } f(p') < f(p).$$

Το σύνολο των κατώτερων γειτόνων του p (lower neighbours) $\Gamma(p)$, είναι η μέγιστη κλίση $slope(p, p') = \frac{f(p) - f(p')}{dist(p, p')}$, μεταξύ δύο pixel p και p' για $f(p') < f(p)$.

Να αναφέρουμε πως η αντιστοίχιση (mapping) $\Gamma(p)$ επιτρέπει τον ορισμό ενός κατευθυνόμενου γράφου \mathcal{V} , ως υπογράφο του γειτονικού γράφου \mathcal{U} :

$$(p, p') \in \mathcal{V} \Leftrightarrow p' \in \Gamma(p).$$

Οι ορισμοί της λεκάνης απορροής και της γραμμής watershed παραμένουν οι ίδιοι στο διακριτό χώρο, αντικαθιστώντας την συνεχή απόσταση T_D με την διακριτή T_f .

3 Μια νέα μέθοδος κατάτμησης εικόνων αποχρώσεων του γκρι.[4]

3.1 Εισαγωγή

Παρακάτω θα περιγράψουμε μία πρωτότυπη μέθοδος διαχωρισμού εικόνας σε δύο θεματικές περιοχές.

Η μία από αυτές τις περιοχές, περιέχει την πολύτιμη για εμάς πληροφορία, δηλαδή το γράμμα. Η άλλη περιοχή περιέχει το υπόβαθρο.

Επειδή η φωτογράφιση των χειρόγραφων έγινε με έγχρωμη ψηφιακή φωτογραφική μηχανή υψηλής ευκρίνειας (από 60 έως 600 εικονοστοιχεία), οι ληφθείσες έγχρωμες εικόνες των χειρόγραφων μετατράπηκαν σε αντίστοιχες διαβαθμίσεις του γκρι. Να σημειωθεί όμως πως η μέθοδος αυτή μπορεί πρακτικά αμέσως να επεκταθεί και σε έγχρωμες εικόνες.

Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή των βημάτων της μεθόδου.

3.2 Εφαρμογή μορφολογικών φίλτρων για εξάλειψη θορύβου.

Με κέντρο κάθε σημείο της εικόνας εφαρμόζουμε μια διαδικασία σμίκρυνσης, δηλαδή θεωρούμε μια περιοχή με κέντρο το τυχόν σημείο **M** της εικόνας, επιλέγουμε την ελάχιστη χρωματική απόχρωση των pixel που ανήκουν στην περιοχή αυτή και την αποδίδουμε στο **M**. Εν συνεχεία, επαναλαμβάνουμε τη σάρωση της σμικρυμένης εκδοχής της εικόνας με αυτή την περιοχή, αλλά αυτή τη φορά αποδίδουμε στο εκάστοτε κέντρο **M** της περιοχής τη μέγιστη τιμή της απόχρωσης μεταξύ των pixel της περιοχής. Κατ' αυτό τον τρόπο λαμβάνουμε τη λεγόμενη «ανοικτή» εκδοχή της εικόνας (opened image). Τονίζουμε ότι η απόχρωση γκρι κάθε σημείου της «ανοικτής εικόνας» είναι μικρότερη ή ίση της απόχρωσης της αρχικής εικόνας, δηλαδή η «ανοικτή» εικόνα είναι ένα κάτω φράγμα της αρχικής σε όλα τα σημεία της. Σε επόμενο στάδιο, στην ανοικτή εκδοχή της εικόνας, εφαρμόζουμε τους εξής μετασχηματισμούς:

Με κέντρο κάθε σημείο \mathbf{M} της εικόνας σχηματίζουμε μια περιοχή με ακτίνα ένα pixel αρχικά και σε αυτή την περιοχή εφαρμόζουμε τη διαδικασία dilation, δηλαδή αποδίδουμε στο \mathbf{M} τη μέγιστη απόχρωση στην περιοχή αυτή. Επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία αυξάνοντας συνεχώς την ακτίνα της περιοχής έως ότου υπάρξει ένα τουλάχιστον σημείο και μια αντίστοιχη περιοχή, η μέγιστη απόχρωση της οποίας είναι μεγαλύτερη από την απόχρωση γκρι του \mathbf{M} στην αρχική εικόνα. Στο τέλος αυτής της διαδικασίας λαμβάνουμε μια ομαλοποιημένη εκδοχή της αρχικής εικόνας, με ένταση απόχρωσης του γκρι μικρότερη ή ίση αυτής. Στα επόμενα βήματα η αρχική εικόνα αντικαθίσταται από αυτή την ομαλοποιημένη εκδοχή της. Με άλλα λόγια, όταν αναφέρουμε τη λέξη εικόνα θα εννοούμε την ομαλοποιημένη εκδοχή της αρχικής εικόνας.

3.3 Ολίσθηση πλαισίου καταλλήλων διαστάσεων κατά μήκος όλης της εικόνας.

Ολισθαίνουμε ένα πλαίσιο καταλλήλων διαστάσεων έστω $N^P \times N^P$ κατά μήκος όλης της εικόνας με σκοπό εντός του κάθε πλαισίου να δημιουργήσουμε το ιστόγραμμα αποχρώσεων του γκρι όλων των pixel που ανήκουν στο πλαίσιο. Η πρώτη θέση του πλαισίου είναι το άνω αριστερά pixel της εικόνας, στο οποίο κατά κανόνα αποδίδονται οι συντεταγμένες (1,1). Ως επόμενο σημείο εκκίνησης του πλαισίου ορίζουμε το (1, 1 + δ), όπου το δ είναι ένας μικρός φυσικός αριθμός, τον οποίο συνήθως επιλέγουμε να είναι ένα κατάλληλο ποσοστό του συνολικού αριθμού pixel της μικρότερης από την οριζόντια ή κατακόρυφη διάσταση της προς κατάτμησης εικόνας. Σε όλες τις εφαρμογές που περιγράφονται κατωτέρω, μια πολύ καλή τιμή για το δ ήταν το ακέραιο μέρος του 1/10 της μέγιστης διάστασης της εικόνας δηλαδή

$$[\delta = \text{μέγιστη διάσταση εικόνας}/10].$$

Η ολίσθηση συνεχίζεται, έως ότου εξαντληθεί η οριζόντια διάσταση της εικόνας. Στην τελευταία θέση του πλαισίου όπου ισχύει:

$$(1 + n)x\delta < \text{αριθμός στηλών εικόνας} \leq (1 + (n + 1)x\delta),$$

επεκτείνουμε το πλαίσιο ώστε να συμπεριλάβει όλα τα εναπομείναντα pixel της εικόνας κατά την οριζόντια διάσταση αυτής. Αφού το πλαίσιο διατρέξει όλη την πρώτη γραμμή της εικόνας, μετατοπίζουμε την αρχή αυτού στο σημείο (1 + δ , 1) και επαναλαμβάνουμε την προαναφερθείσα διαδικασία. κ.ο.κ. Στην τελευταία κατακόρυφη ολίσθηση για την οποία ισχύει

$$(1 + m)x\delta < \text{αριθμός γραμμών εικόνας} \leq (1 + (m + 1)x\delta),$$

επεκτείνουμε «προς τα κάτω» το πλαίσιο ώστε να συμπεριληφθούν όλα τα εναπομείναντα pixel της προς κατάτμηση εικόνας κατά την κατακόρυφη διάσταση αυτής.

3.4 Δημιουργία ιστογράμματος διαβάθμισης του γκρι για όλα τα pixel του πλαισίου και σε κάθε θέση αυτού.

Σε κάθε θέση του πλαισίου, έστω την $((1+n) \times \delta, (1+m) \times \delta)$ δημιουργούμε το ιστόγραμμα διαβάθμισης του γκρι όλων των pixel του πλαισίου. Συγκεκριμένα η μικρότερη τιμή απόχρωσης του γκρι εντός του πλαισίου στη θέση αυτή είναι έστω Γ_{min} , ενώ η αντίστοιχη μέγιστη τιμή έστω ότι είναι Γ_{max} . Τότε χωρίζουμε το διάστημα $[\Gamma_{min}, \Gamma_{max}]$ σε N^F ίσα υποδιαστήματα. Σε κάθε υποδιάστημα, αποδίδουμε το πλήθος των pixel που έχουν τιμή μεγαλύτερη ή ίση της αρχής του διαστήματος και μικρότερη του τέλους. Στο τελευταίο υποδιάστημα, συμπεριλαμβάνουμε και τα pixel που έχουν απόχρωση του γκρι μέχρι και Γ_{max} . Για τις εφαρμογές μας, μια καλή τιμή για το πλήθος των υποδιαστημάτων ή κυτίων του ιστογράμματος είναι $n N^F = 30$.

3.5 Βέλτιστη προσέγγιση του χρωματικού ιστογράμματος κάθε πλαισίου με δύο ανεξάρτητες κανονικές κατανομές.

Προσεγγίζουμε βέλτιστα το ιστόγραμμα αποχρώσεων του γκρι κάθε πλαισίου με δύο ανεξάρτητες κανονικές κατανομές. Με άλλα λόγια, προσεγγίζουμε το ιστόγραμμα που υπολογίστηκε στην παράγραφο [3.4](#) με δύο κανονικές κατανομές υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων.

3.6 Εύρεση των σημείων καμπής των δύο κανονικών κατανομών.

Εντοπίζουμε τα σημεία καμπής των δύο κανονικών κατανομών.

Πράγματι για τυχούσα κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ ισχύουν τα κάτωθι:

a. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

b. Η πρώτη παράγωγος αυτής είναι:

$$f'(x) = \left[-\frac{(x-\mu)}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

c. Η δεύτερη παράγωγος είναι:

$$f''(x) = -\frac{1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} \left[1 + \left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right) \right] e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

d. Τα σημεία καμπής προκύπτουν από τη λύση της εξίσωσης $f''(x) = 0$ και είναι:

$$x_k^1 = \mu + \sigma$$

$$x_k^2 = \mu - \sigma$$

3.7 Αρχική εκτίμηση των θεματικών περιοχών και των σημείων ακμής.

Είναι γνωστό ότι τα pixel που το ανθρώπινο μάτι θεωρεί σαν ακμές (edges), είναι εκείνα στα οποία επισυμβαίνει μέγιστη μεταβολή της απόχρωσης του γκρι είτε του χρωματικού περιεχομένου σε έγχρωμη εικόνα. Εν προκειμένω, αναφορικά με οποιαδήποτε εικόνα αποχρώσεων του γκρι έστω ότι $I(x, y)$ είναι η τιμή του γκρι στο pixel με συντεταγμένες (x, y) . Τότε η μεταβολή της απόχρωσης του γκρι στο τυχόν pixel (x, y) δίνεται από την κλίση ή το ανάδελτα της I δηλαδή, από την συνάρτηση $\nabla I(x, y)$. Σύμφωνα με τα ανωτέρω, οι ακμές βρίσκονται εκεί όπου η τιμή του μέτρου του ανάδελτα $\nabla I(x, y)$ γίνεται τοπικά μέγιστη. Αλλά, στα σημεία που παρουσιάζει τοπικό μέγιστο μια συνάρτηση δύο μεταβλητών το ανάδελτα αυτής είναι μηδέν. Άρα, στα σημεία των ακμών ισχύει: $\nabla(|\nabla I(x, y)|) = 0$.

Από την άλλη πλευρά, ας υποθεθεί ότι έχουμε τη φωτογραφία μιας ή περισσοτέρων υλοποιήσεων ενός συμβόλου της αλφαβήτου επί του χειρογράφου. Τότε, είναι απολύτως εύλογο να υποθέσουμε ότι οι δύο κανονικές κατανομές με τις οποίες προσεγγίσαμε το ιστόγραμμα αποχρώσεων του γκρι της εικόνας, αντιστοιχούν στις δύο προαναφερθείσες περιοχές. Δηλαδή, στην περίπτωση των χειρογράφων που μελετάμε, η κανονική κατανομή με μέγιστο κοντινότερο στο μηδέν (μαύρο) περιλαμβάνει pixels του σώματος του γράμματος αυτών καθ' εαυτού, ενώ η άλλη κορυφή που είναι κοντύτερα στο 255 (λευκό) περιλαμβάνει εικονοστοιχεία του υποβάθρου. Βεβαίως, λόγω της φθοράς, αλλά και της ιδιαίτερης υφής παπύρου, είναι λανθασμένο να υποθέσουμε ότι οι δυο περιοχές που προαναφέραμε είναι αμιγείς. Συγκεκριμένα, επειδή ο πάπυρος κυρίως λόγω φθοράς περιλαμβάνει πολλά σκούρα στίγματα, τότε pixels του υποβάθρου θα ανήκουν στην κανονική κατανομή της απόχρωσης του εσωτερικού του γράμματος. Δυικώς αντίστοιχα, εντός του σώματος του γράμματος υπάρχουν λευκά στίγματα για τους ίδιους λόγους.

Συνεπώς, μόνο πιθανολογικά μπορεί κανείς να θεωρήσει ότι τα pixels ενός υποδιαστήματος ή κυτίου του ιστογράμματος ανήκουν στη μια ή στην άλλη κατανομή. Εντούτοις, στην περίπτωση των απεικονίσεων γραμμάτων χειρογράφων που εξετάζουμε, είναι εύλογο να θεωρήσουμε ότι το συντριπτικά μεγαλύτερο μέρος των pixels του κυτίου που περιλαμβάνει την κορυφή της αριστεράς κανονικής κατανομής ανήκουν στο σώμα του γράμματος, ενώ το μεγαλύτερο τμήμα των pixels του υποδιαστήματος που εμπεριέχει την λευκότερη κορυφή ανήκει κατά συντριπτικό ποσοστό στο υπόβαθρο της εικόνας.

Με βάση όλες τις παραπάνω παρατηρήσεις, το παρόν βήμα για τον εντοπισμό των δύο θεματικών περιοχών που μας ενδιαφέρουν, περιλαμβάνει τις εξής ενέργειες :

a. Θεωρούμε όλα τα pixels που βρίσκονται στο ίδιο κυτίο του ιστογράμματος με την κορυφή της κανονικής κατανομής K^A που είναι κοντύτερα στο μαύρο και αποδίδουμε αυτά στο σώμα του γράμματος ή του αγγείου, θεματική περιοχή που θα συμβολίζουμε με Σ .

b. Θεωρούμε όλα τα pixels που βρίσκονται στο ίδιο κυτίο του ιστογράμματος με την κορυφή της κανονικής κατανομής K^B που είναι κοντύτερα στο λευκό και αποδίδουμε στο υπόβαθρο της εικόνας του γράμματος ή του αγγείου, τη θεματική περιοχή που θα συμβολίζουμε με Υ .

c. Βρίσκουμε το σημείο τομής των δύο κανονικών κατανομών, έστω I^T , καθώς και το δεξί σημείο καμπής της αριστερής κανονικής κατανομής I^K .

Επιλέγουμε εκ των I^T και I^K εκείνο, το οποίο είναι πλησιέστερο προς το μέγιστο της αριστερής κανονικής κατανομής έστω $I^Π$.

d. Ας υποθέσουμε ότι η ένταση της κορυφής της αριστερής κατανομής που αντιστοιχεί στο σώμα του γράμματος είναι I^A , ενώ της κορυφής της δεξιάς κατανομής είναι $I^Δ$. Τότε ορίζουμε το διάστημα τιμών αποχρώσεων του γκρι $[I^A - 0.20(I^Π - I^A), I^A + 0.20(I^Π - I^A)]$.

Όλα τα pixel που έχουν απόχρωση του γκρι σε αυτό το διάστημα τα αποδίδουμε στην ίδια περιοχή με αυτά που έχουν ένταση I^A π.χ για εικόνες χειρόγραφων στο σώμα του γράμματος. Το αντίστοιχο κάνουμε για τη δεξιά κορυφή.

Από τις δύο κορυφές που επελέγησαν στις ενέργειες a και b ανωτέρω κινούμεθα εκατέρωθεν των κορυφών, συμπεριλαμβάνοντας σε αυτές τα pixel του ιστογράμματος, έως ότου φτάσουμε σε μια τιμή αποχρώσεως του γκρι που είναι στο

$$I^c = I(I^Π) + 0.20(I(I^{KA}) - I(I^Π))$$

e. Τονίζουμε ότι υπάρχει περίπτωση η διαφοροποίηση των δύο κορυφών του ιστογράμματος να μην είναι καθόλου σαφής, τόσο ώστε ο αλγόριθμος προσαρμογής δύο κανονικών κατανομών να ταυτίζει τις δύο κανονικές κατανομές και να προσφέρει μόνο τη μία, την κυρίαρχη. Στην περίπτωση των γραμμάτων που αποτελούν το δικό μας θέμα μελέτης, η κυρίαρχη κορυφή, η οποία αντιστοιχεί πάντα στο υπόβαθρο είναι η δεξιά. Σε αυτή την περίπτωση, θεωρούμε το αριστερό σημείο καμπής X^{AK} , (δηλαδή το προς τα αρνητικά) της μοναδικής κανονικής κατανομής και θεωρούμε αυτό ως ασφαλές σημείο διαφοροποίησης των pixel του ιστογράμματος που ανήκουν στο υπόβαθρο, από τα pixel που ανήκουν στο κυρίως σώμα. Προφανώς, τα pixel του κυτίου του ιστογράμματος που έχει κέντρο το X^{AK} , ανήκουν κατά βάση στο περίγραμμα του γράμματος.

3.8 Εξάλειψη του θορύβου και ομογενοποίηση των θεματικών περιοχών.

Αφού εκτελεστεί και η ενέργεια (d.) του [3.7](#), έχουμε δημιουργήσει δύο περιοχές, μία με απόχρωση γύρω από την τιμή I^{KA} και μέχρι την τιμή I^c εκατέρωθεν αυτής και μία δεύτερη περιοχή γύρω από την I^{KA} και μέχρι το ίδιο κατώφλι. Σε αυτό το βήμα τώρα, θα προσπαθήσουμε να εξαλείψουμε το

«θόρυβο», δηλαδή να ομογενοποιήσουμε κατά το δυνατόν τις περιοχές, με χρήση των μορφολογικών διαδικασιών που αναφέρονται παρακάτω.

Καταρχήν, ορίζεται ως «θόρυβος λόγω φθοράς» ή «decay noise» η τυχαία φθορά χρώματος και υφής που με τον καιρό δημιουργήθηκε σε κάθε ένα από τα χειρόγραφα που μελετώνται. Προκειμένου να υπολογισθεί αυτή η κατανομή θορύβου (decay noise) λόγω φθοράς η αρχική έγχρωμη εικόνα του χειρόγραφου μετατρέπεται σε εικόνα ασπρόμαυρης κλίμακας και υπολογίζεται η ένταση της κλίσης (ανάδελτα)

$$G_f(i, j) = \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial I}{\partial y} \right| \cong |I(i+1, j) - I(i, j)| + |I(i, j+1) - I(i, j)|$$

σε κάθε pixel (i, j) της εικόνας μας.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την μέση τιμή E_G και την διασπορά R_G του μέτρου της κλίσης $G_f(i, j)$ και ελέγχουμε τον αριθμό των pixel N_G που κείνται στο διάστημα $(E_G - R_G, E_G + R_G)$. Αν ο αριθμός N_G είναι μικρότερος από ένα σημαντικό ποσοστό P_G ($P_G = 0,8$ για τη συγκεκριμένη εφαρμογή όπου το τελικό κριτήριο είναι η αποτελεσματικότητα της μεθόδου κατάτμησης που επιλέξαμε) του συνολικού αριθμού των pixel της εικόνας μας, N , τότε θεωρούμε ότι υπάρχει μια σημαντική παρουσία θορύβου λόγω φθοράς, οπότε πρέπει να εφαρμοσθεί η ακόλουθη διαδικασία, προκειμένου να εξομαλυνθεί η απόχρωση του γκρι στο εκάστοτε χειρόγραφο που επεξεργαζόμαστε. Μεταθέτουμε μια περιοχή διαστάσεων $P^x \times P^x$ pixel όπου P^x κατάλληλα επιλεγμένος μικρός περιττός φυσικός, σε όλη την εικόνα του γράμματος, ώστε κάθε φορά ένα pixel του χειρόγραφου μας να είναι το κέντρο αυτής της περιοχής, και αποδίδουμε τη μέση τιμή της απόχρωσης του γκρι όλων των pixel της περιοχής μας στο κεντρικό pixel. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε την χρωματική εξομάλυνση μιας εικόνας. Εάν ο N_G είναι μεγαλύτερος ή ίσος του $P_G \times N$, τότε αγνοούμε την προαναφερθείσα διαδικασία εξομάλυνσης.

Με κέντρο ένα pixel P της εικόνας του γράμματος ή του αγγείου ολισθαίνουμε μια μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m και n περιττοί. Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των pixels της περιμέτρου αυτής, τα οποία ανήκουν σε κάθε μια εκ των περιοχών που ορίσαμε προηγουμένως. Εστω U_M η περιοχή με τον μεγαλύτερο αριθμό pixels περιμέτρου, και έστω N_M αυτός ο αριθμός. Αν ο N_M είναι μεγαλύτερος από ένα ποσοστό, έστω $P_{m,n}$, του αριθμού των περιμετρικών pixels της μάσκας, τότε η τιμή της απόχρωσης του γκρι όλων αυτών των pixels αυτής αποδίδεται στην περιοχή U_M . Η προηγούμενη διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς, μέχρι τη στιγμή που δεν χρειάζεται να τροποποιηθεί το περιεχόμενο απόχρωσης του γκρι κάποιας περιοχής U_M . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μειώνοντας κάθε φορά κάθε μία από τις διαστάσεις της μάσκας κατά δύο και μέχρις ότου $m = n = 3$.

Η παραπάνω διαδικασία εξαφανίζει τον θόρυβο λόγω φθοράς στο εσωτερικό κάθε περιοχής με επιτυχία, αλλά κάποιος θόρυβος λόγω φθοράς παραμένει ακόμα στα σύνορα των περιοχών. Προκειμένου να μειώσουμε και αυτό το θόρυβο λόγω φθοράς εφαρμόζουμε την παρακάτω διαδικασία :

Με κέντρο ένα pixel P της εικόνας του γράμματος ή του αγγείου ολισθαίνουμε μια μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m και n περιττοί. Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των pixels αυτής τα οποία ανήκουν σε κάθε καθορισμένη περιοχή ξεχωριστά, και έστω U_{max} και U_{min} οι περιοχές με το μεγαλύτερο και το μικρότερο αριθμό pixels αντίστοιχα, όπου η περιοχή U_{max} περιλαμβάνει N_{max} pixels και η περιοχή U_{min} N_{min} αντίστοιχα.

Κατόπιν ελέγχουμε αν ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες :

- Το κέντρο της μάσκας να ανήκει στην περιοχή U_{min} .
- Το N_{min} να είναι μικρότερο από ένα ποσοστό, έστω $\Pi_{min(m,n)}$ του αριθμού των pixel της μάσκας.
- Το N_{max} να είναι μεγαλύτερο από ένα ποσοστό, έστω $\Pi_{max(m,n)}$ του αριθμού των pixel της μάσκας.

Αν ικανοποιούνται οι συνθήκες αυτές, τότε καταχωρούμε το κεντρικό pixel της μάσκας στην περιοχή U_{max} . Η προαναφερθείσα διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς μέχρις ότου να μην υπάρχει πλέον pixel του οποίου η απόχρωση του γκρι να μην πρέπει να τροποποιηθεί.

Ακολούθως, κάθε μια εκ των διαστάσεων της μάσκας μειώνεται κατά δύο και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου $m = n = 3$.

Σημειώνουμε πως υπάρχει μια πολύ στενή σχέση μεταξύ του βαθμού του θορύβου λόγω φθοράς, που έχει υποστεί κάθε ένα από τα χειρόγραφα μας και των κατάλληλων τιμών των κατωφλίων $\Pi_{m,n}$, $\Pi_{min(m,n)}$ και $\Pi_{max(m,n)}$.

Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε την «τελικώς ομογενοποιημένη» εικόνα του χειρόγραφου μας. Αν θέλουμε να πάρουμε μια ακόμα πιο ομογενοποιημένη κατάτμηση μπορούμε να επαναλάβουμε τη διαδικασία εξομάλυνσης η οποία προαναφέρθηκε παραπάνω, σε καθεμία από τις ληφθείσες περιοχές ξεχωριστά, όπου όμως χρησιμοποιείται το αρχικό περιεχόμενο του χρώματος που είχαν τα pixel της περιοχής που εξετάζουμε. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας υποβάλλεται εκ νέου στην προαναφερθείσα διαδικασία ομογενοποίησης.

3.9 Απόδοση των pixels που απέμειναν στη δέουσα περιοχή.

Αφού δημιουργήσαμε τις κατά το δυνατόν ομογενοποιημένες περιοχές Σ^0 που αντιστοιχεί σε ένα ομογενοποιημένο τμήμα του σώματος του γράμματος ή του αγγείου Y^0 και την I^X που αντιστοιχεί σε ομογενοποιημένο τμήμα του υποβάθρου, θα αποδώσουμε τα εναπομείναντα pixel στις περιοχές αυτές ως εξής : Εστω $I_{\mu}^{\Sigma^0}, I_{\mu}^{Y^0}$ ο μέσος όρος των αποχρώσεων του γκρι των pixel των περιοχών Σ^0 και Y^0 αντίστοιχα, και έστω I^X η απόχρωση του γκρι τυχόντος pixel της εικόνας που δεν έχει καταταγεί στις Σ^0 και Y^0 . Για κάθε τέτοιο μη ενταγμένο pixel αποχρώσεως I^X ορίζουμε ένα μέτρο απόστασης αποχρώσεως από τις Σ^0 και Y^0 μέσω της σχέσης:

$$\begin{aligned} & \text{μέτρο απόστασης αποχρώσεως } d(I^X, \Sigma^0) \\ &= (\text{απόσταση } I^X \text{ από } I_{\mu}^{\Sigma^0}) \\ &+ (\text{ελάχιστη απόσταση } I^X \text{ από σύνολο αποχρώσεων των pixels της } \Sigma^0) \end{aligned}$$

Αντίστοιχο μέτρο απόστασης $d(I^X, Y^0)$ ορίζουμε για την Y^0 .

Εν συνεχεία διατάσσουμε τις ποσότητες $d(I^X, \Sigma^0) - d(I^X, Y^0)$ και το pixel με τη μικρότερη τιμή αυτής της διαφοράς το αποδίδουμε στο Σ^0 ενώ αυτό με τη μεγαλύτερη τιμή διαφοράς την αποδίδουμε στο Y^0 . Κατ' αυτόν τον τρόπο επανορίζουμε τις περιοχές Σ^0 και Y^0 , επανυπολογίζουμε τα $I_{\mu}^{\Sigma^0}, I_{\mu}^{Y^0}$ και αποδίδουμε τα μη καταταγμένα pixels επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία.

3.10 Τελικός καθορισμός των δύο θεματικών περιοχών του σώματος του γράμματος αφενός και του υποβάθρου αφετέρου.

Μετά την εκτέλεση και του 3.9, δηλαδή μετά τη δημιουργία των επεκτεταμένων ομογενοποιημένων περιοχών Σ^0 και Y^0 , τελικά λαμβάνουμε τις τελικές εκδόσεις των δύο περιοχών, τόσο του σώματος του γράμματος όσο και του υποβάθρου, με χρήση των μορφολογικών διαδικασιών όπως περιγράφηκαν στο 3.8. Στο τέλος όλων των παραπάνω ενεργειών λαμβάνουμε, μετά από μετατροπή της εικόνας σε δυαδική μορφή, το σώμα του γράμματος μαύρο, εντεθειμένο σε υπόβαθρο άσπρο.

Συνοπτικά λοιπόν, με όλη αυτή τη διαδικασία στα Βυζαντινά χειρόγραφα, επιθυμούμε να πάρουμε μία δίτιμη (binary) εικόνα. Αυτό το πετυχαίνουμε ως εξής: Αρχικά μετατρέπουμε την εικόνα κάθε γράμματος σε εικόνα διαβάθμισης του γκρι και ύστερα εφαρμόζουμε την προηγούμενη προσέγγιση σε μονοδιάστατη διαμέριση. Με την ολοκλήρωση της εφαρμογής στην εικόνα

του γράμματος έχουν απομείνει δύο μόνο περιοχές αποχρώσεων του γκρι. Όλα τα pixels που έχουν ενταχθεί στην περιοχή με τη χαμηλότερη τιμή απόχρωσης του γκρι θεωρείται ότι ανήκουν στο σώμα του γράμματος και αποδίδεται σε αυτά η τιμή μηδέν. Αντιθέτως σε όλα τα υπόλοιπα αποδίδεται η τιμή ένα ή η τιμή 255 ανάλογα με το αριθμητικό σύστημα που εκάστοτε χρησιμοποιούμε.

4 Μια νέα μέθοδος κατάτμησης έγχρωμων εικόνων.[3]

4.1 Περιγραφή της μεθόδου.

Σε αυτό το σημείο περιγράφεται μία πρωτότυπη μέθοδος κατάτμησης εικόνας. Αυτή η μέθοδος κατάτμησης κυρίως στοχεύει στην εξαγωγή όσο το δυνατόν πιο ξεκάθαρων συνόρων μεταξύ περιοχών (περιγράμματα) όταν στη φωτογραφία υπάρχει ανομοιογενής εξασθένιση χρωμάτων, ασαφής υφή, ρωγμές, φθορές κλπ.

Αρχικά, ορίζουμε την έννοια του «θορύβου λόγω φθοράς» (decay noise), έννοια η οποία περιγράφει την τυχαία φθορά χρώματος και υφής που με τον καιρό δημιουργήθηκε σε κάθε ένα από τα χειρόγραφα που μελετώνται. Μία απλή μέθοδος προκειμένου να υπολογισθεί αυτή η κατανομή θορύβου (decay noise) λόγω φθοράς, είναι η ακόλουθη:

1. Μετατρέπουμε την αρχική έγχρωμη εικόνα του χειρόγραφού μας σε εικόνα ασπρόμαυρης κλίμακας.

2. Ακολούθως υπολογίζουμε την ένταση της κλίσης (ανάδελτα)

$$G_f(i, j) = |\Delta_x| + |\Delta_y| = |I(i+1) - I(i)| + |I(j+1) - I(j)|$$

σε κάθε pixel (i, j) της εικόνας μας.

3. Κατόπιν, υπολογίζουμε τη μέση τιμή E_G και την διασπορά R_G της κλίσης $G_f(i, j)$

4. και ελέγχουμε τον αριθμό των pixel N_G που κείνται στο διάστημα $(E_G - R_G, E_G + R_G)$.

- Αν ο αριθμός N_G είναι μικρότερος από ένα σημαντικό ποσοστό P_G ($P_G = 0.8$ για τη συγκεκριμένη εφαρμογή) του συνολικού αριθμού των pixel της εικόνας μας, N , τότε θεωρούμε ότι υπάρχει μια σημαντική παρουσία θορύβου λόγω φθοράς, οπότε πρέπει να εφαρμοσθεί μία ειδική διαδικασία προκειμένου να εξομαλυνθεί το χρώμα στο εκάστοτε χειρόγραφο που επεξεργαζόμαστε. Η διαδικασία αυτή έχει ως εξής :

- I. Μεταθέτουμε μια μάσκα διαστάσεων 9×9 pixel σε όλο το έγχρωμο χειρόγραφο μας, ώστε κάθε φορά ένα pixel του χειρόγραφου μας να είναι το κέντρο αυτής της μάσκας.
 - II. Κατόπιν αποδίδουμε την μέση τιμή του κόκκινου, του πράσινου και του μπλε χρώματος όλων των pixels της μάσκας μας στο κεντρικό pixel. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε την χρωματική εξομάλυνση μιας εικόνας.
 - Εάν N_G είναι μεγαλύτερος ή ίσος του $P_G * N$ τότε αγνοούμε την προαναφερθείσα διαδικασία εξομάλυνσης.
5. Εν συνεχεία, ορίζουμε ένα κατάλληλο πολυδιάστατο έγχρωμο ιστόγραμμα και εξάγουμε το μέγιστο αυτού σύμφωνα με την παρακάτω διαδικασία :
- I. Υπολογίζουμε την ελάχιστη και μέγιστη τιμή κάθε χρωματικής συνιστώσας R, G, B για όλα τα pixels της εικόνας του χειρόγραφου μας, έστωσαν, $R_m, R_M, G_m, G_M, B_m, B_M$
 - II. και διαιρούμε καθένα από τα διαστήματα $[R_m, R_M], [G_m, G_M], [B_m, B_M]$ σε p υποδιαστήματα $S_X^i, i = 1, 2, \dots, p$, μήκους $l_X = \frac{X_M - X_m}{p}$.
 - III. Θεωρούμε το καρτεσιανό γινόμενο όλων αυτών των μονοδιάστατων διαστημάτων και κατ' αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε μια τρισδιάστατη διαμέριση του παραλληλεπίπεδου $[R_m, R_M] \times [G_m, G_M] \times [B_m, B_M]$
 - IV. Τελικά, ταξινομούμε όλα τα pixels της εικόνας μας μέσα σ' αυτά τα τρισδιάστατα διαστήματα με έναν ευθύγραμμο τρόπο: έστω ένα pixel χρώματος R, G, B , τότε το pixel αυτό ταξινομείται στο τρισδιάστατο διάστημα $I_{i,j,k}$ αν και μόνον αν $R \in S_R^i$ και $G \in S_G^j$ και $B \in S_B^k$.
6. Ακολουθως, μετράμε τον αριθμό των pixels $M_{i,j,k}$ που ανήκουν σε κάθε κυψέλη $I_{i,j,k}$ και εντοπίζουμε το τοπικό μέγιστο του $M_{i,j,k}, i, j, k = 1, 2, \dots, p$ που αντιστοιχεί, όμως, σ' ένα αριθμό pixels μεγαλύτερο από ένα συγκεκριμένο κατώφλι TH_M . Για την συγκεκριμένη εφαρμογή και για την επιλεγείσα ανάλυση της εικόνας θέσαμε $TH_M = 100$. Για κάθε

τέτοιο τοπικό μέγιστο, έστω το (a, b, c) θεωρούμε την «επεκτεταμένη» κυψέλη

$$E_{C(i,j,k)} = \bigcup_{i=a-1}^{a+1} \bigcup_{j=b-1}^{b+1} \bigcup_{k=c-1}^{c+1} I_{i,j,k}$$

Θεωρούμε ότι το σύνολο των pixels που ανήκουν σε αυτή την «επεκτεταμένη» κυψέλη είναι μια πρώτη προσέγγιση μιας περιοχής της εικόνας. Παρατηρήσαμε ότι μέσω αυτής της διαδικασίας μπορούμε να λάβουμε μια κλάση περιοχών $E_{C(i,j,k)}$ που πιθανώς αλληλοεπικαλύπτονται, πλην όμως δεν καλύπτουν ολόκληρη την έγχρωμη εικόνα.

7. Ακολούθως, κάνουμε την εύλογη παραδοχή ότι, σε μια μονοχρωματική περιοχή, οι χρωματικές διαβαθμίσεις μπορούν να θεωρηθούν τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν μια κανονική κατανομή. Βασιζόμενοι σ'αυτήν την υπόθεση, μπορούμε να επεκτείνουμε τις περιοχές τις οποίες θεωρήσαμε προηγούμενα μέσω της παρακάτω διαδικασίας:

- Υπολογίζουμε την μέση τιμή μ_X και την διασπορά σ_X με $X = R, G, B$ των τριών χρωματικών συντεταγμένων R, G, B σε κάθε σύνολο pixels $E_{C(i,j,k)}$ που έχει οριστεί προηγουμένως.
- Αφού το καθοριστικά μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού μιας κανονικής κατανομής κείται στο τρισδιάστατο διάστημα $J = [\mu_R - 3.12\sigma_R, \mu_R + 3.12\sigma_R] \times [\mu_G - 3.12\sigma_G, \mu_G + 3.12\sigma_G] \times [\mu_B - 3.12\sigma_B, \mu_B + 3.12\sigma_B]$ τότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αν περισσότερα pixel από αυτά που ανήκουν στο $E_{C(i,j,k)}$ ανήκουν στην εν λόγω περιοχή, τα εν λόγω pixel έχουν χρωματικές συντεταγμένες σε ένα αντίστοιχο διάστημα $J_{(i,j,k)}$.
- Με αυτό τον τρόπο, επεκτείναμε την περιοχή $E_{C(i,j,k)}$ σε μια ευρύτερη, η οποία περιλαμβάνει όλα τα pixel που έχουν χρωματικές συντεταγμένες στο διάστημα $J_{(i,j,k)}$. Η ανωτέρω διαδικασία γεννά μια κλάση ευρύτερων περιοχών $J_{(i,j,k)}$, οι οποίες έχουν ακόμα μεγαλύτερη πιθανότητα αλληλοκάλυψης.

4.2 Λαμβάνοντας μία μη επικαλυπτόμενη κατάτμηση εικόνας.

Ο τελικός στόχος είναι να ταξινομήσουμε κάθε pixel της εικόνας μας σε μία και μόνη περιοχή. Προκειμένου να το πετύχουμε αυτό:

- ορίζουμε αρχικά μια απόσταση d ενός pixel P , με χρωματικές συντεταγμένες R_p, G_p, B_p , από μια τυχαία περιοχή U με μέσες τιμές των χρωματικών συντεταγμένων R, G, B των pixels, $\mu_X, X = R, G, B$, μέσω της σχέσης :

$$d_{(p,u)} = |\mu_R - R_p| + |\mu_G - G_p| + |\mu_B - B_p|$$

- Τώρα, αν ένα pixel ταξινομείται σε περισσότερες από μια περιοχές, έστωσαν αυτές U_1, U_2, \dots, U_n μέσω της παραπάνω διαδικασίας, τότε κατατάσσουμε το pixel αυτό στην περιοχή από την οποία έχει την μικρότερη απόσταση, π.χ $d(P, U_k) = \min_{j=1, \dots, n} \{d(P, U_j)\} \Rightarrow P \in U_k$.
- Με την ίδια μέθοδο, αποδίδουμε σε μια ορισμένη περιοχή όλα τα pixel που δεν έχουν ταξινομηθεί σε κάποια περιοχή κατά την διάρκεια της διαδικασίας της αρχικής εξαγωγής των χρωματικών περιοχών.
- Τελικά, σε κάθε pixel της εικόνας του χειρόγραφού μας αποδίδουμε ένα χρωματικό περιεχόμενο ίσο με τις μέσες τιμές $\mu_X, X = R, G, B$ της περιοχής στην οποία ανήκει το pixel. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνουμε μια «πρώτη προσέγγιση ομογενοποίησης» της εικόνας.

4.3 Μείωση θορύβου λόγω φθοράς και βελτίωση περιγραμμάτων.

Αφού χωρίσουμε την εικόνα του χειρόγραφού μας και λάβουμε την «ομογενοποιημένη» εικόνα, χρησιμοποιούμε τη διαδικασία που περιγράφεται παρακάτω προκειμένου να μειώσουμε τον θόρυβο λόγω φθοράς.

1. Μια μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m και n περιττοί, ολισθαίνει σε όλη την εικόνα μας έχοντας κάθε φορά ως κέντρο ένα pixel P αυτής.

2. Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των pixel της περιμέτρου αυτής, τα οποία ανήκουν σε κάθε μια εκ των περιοχών που ορίσαμε προηγουμένως. Έστω U_M η περιοχή με τον μεγαλύτερο αριθμό pixel περιμέτρου και έστω N_M αυτός ο αριθμός. Αν ο N_M είναι μεγαλύτερος από ένα ποσοστό, έστω $\Pi_{m,n}$, του αριθμού των περιμετρικών pixel της μάσκας, τότε όλα τα pixel αυτής αποδίδονται στην περιοχή U_M . Η προηγούμενη διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς, έως ότου δεν χρειάζεται να γίνει απόδοση ενός pixel σε κάποια περιοχή.
3. Ακολούθως, κάθε μια εκ των διαστάσεων της μάσκας μειώνεται κατά δύο και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου $m = n = 3$.

Η παραπάνω διαδικασία εξαφανίζει τον θόρυβο λόγω φθοράς σε κάθε περιοχή με επιτυχία. Μολαταύτα, κάποιο ποσό θορύβου λόγω φθοράς παραμένει ακόμα στα σύνορα των περιοχών. Προκειμένου να μειώσουμε και αυτό το θόρυβο λόγω φθοράς εφαρμόζουμε την παρακάτω διαδικασία:

4. Μια μάσκα διαστάσεων $m \times n$, όπου m και n περιττοί, ολισθαίνει σε όλη την εικόνα μας έχοντας κάθε φορά ως κέντρο ένα pixel P αυτής.
5. Σε κάθε θέση της μάσκας μετράμε τον αριθμό των pixels αυτής τα οποία ανήκουν σε κάθε καθορισμένη περιοχή ξεχωριστά, και έστω U_{max} και U_{min} οι περιοχές με το μεγαλύτερο και το μικρότερο αριθμό pixel αντίστοιχα, έστωσαν αυτοί οι αριθμοί N_{max} και N_{min} .
6. Κατόπιν ελέγχουμε αν ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες:
 - I. Το κέντρο της μάσκας να ανήκει στην περιοχή U_{min} .
 - II. Το N_{min} να είναι μικρότερο από ένα ποσοστό, έστω $\Pi_{\min(m,n)}$ του αριθμού των pixel της μάσκας.
 - III. Το N_{max} να είναι μεγαλύτερο από ένα ποσοστό, έστω $\Pi_{\max(m,n)}$ του αριθμού των pixel της μάσκας.

Αν ικανοποιούνται οι συνθήκες αυτές, τότε καταχωρούμε το κεντρικό pixel της μάσκας στην περιοχή U_{max} . Η προαναφερθείσα διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς μέχρις ότου δεν υπάρχει πλέον pixel προς καταχώρηση.

7. Ακολούθως, κάθε μια εκ των διαστάσεων της μάσκας μειώνεται κατά δύο και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου $m = n = 3$.

Σημειώνουμε πως υπάρχει μια πολύ στενή σχέση μεταξύ του βαθμού του θορύβου λόγω φθοράς, που έχει υποστεί κάθε ένα από τα χειρόγραφα που μελετούμε και των κατάλληλων τιμών των κατωφλίων $P_{m,n}$, $P_{\min(m,n)}$, $P_{\max(m,n)}$.

Κατ' αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε την «τελικώς ομογενοποιημένη» εικόνα.

Αν θέλουμε να πάρουμε μια ακόμα πιο ομογενοποιημένη κατάτμηση μπορούμε να επαναλάβουμε τη διαδικασία εξομάλυνσης, η οποία αναφέρεται παραπάνω, σε καθεμία από τις ληφθείσες περιοχές ξεχωριστά, όπου όμως χρησιμοποιείται το αρχικό περιεχόμενο του χρώματος που είχαν τα pixels της περιοχής που εξετάζουμε. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας υποβάλλεται εκ νέου στην προαναφερθείσα διαδικασία κατάτμησης.

Η διαδικασία αυτή στα βυζαντινά χειρόγραφα επιθυμούμε να μας δώσει μια δίτιμη (binary) εικόνα. Αυτό το πετυχαίνουμε ως εξής: Κατ' αρχήν μετατρέπουμε την εικόνα κάθε γράμματος σε εικόνα διαβάθμισης του γκρι και ύστερα εφαρμόζουμε την προηγούμενη προσέγγιση σε μονοδιάστατη διαμέριση. Με την ολοκλήρωση της εφαρμογής στην εικόνα του γράμματος έχουν απομείνει δύο μόνο περιοχές αποχρώσεων του τα γκρι. Όλα τα pixels που έχουν ενταχθεί στην περιοχή με τη χαμηλότερη τιμή απόχρωσης του γκρι θεωρείται ότι ανήκουν στο σώμα του γράμματος και αποδίδεται σε αυτά η τιμή μηδέν. Αντιθέτως σε όλα τα υπόλοιπα αποδίδεται η τιμή ένα ή η τιμή 255 ανάλογα με το αριθμητικό σύστημα που εκάστοτε χρησιμοποιούμε.

5 Περιγραφή μιας νέας μεθόδου ταυτοποίησης γραφέα. [1], [2]

5.1 Εισαγωγή.

Από τον πάπυρο, έγινε εξαγωγή των γραμμάτων ένα προς ένα, με μία ημιαυτόματη τεχνική, όπως αναφέρεται στο [2]. Κάθε ένα εξαχθέν γράμμα τοποθετήθηκε στο δικό του πλαίσιο, οι διαστάσεις του οποίου παραμένουν αναλλοίωτες σε όλη την εφαρμογή της μεθόδου. Στη συνέχεια, υλοποιήσαμε αυτόματη κατάτμηση κάθε εικόνας-πλασιού γράμματος, ώστε να διαχωριστεί το σώμα του γράμματος από το υπόβαθρό του.

Εφαρμόστηκαν και οι δύο μέθοδοι, που περιγράφηκαν αναλυτικά προηγούμενος και κυρίως η νέα μέθοδος κατάτμησης εικόνων αποχρώσεων του γκρι, όπως περιγράφηκε στο [3^ο κεφάλαιο](#).

Ακολουθως, έγινε η εξαγωγή, με εντελώς αυτόματο τρόπο, του περιγράμματος κάθε γράμματος. Παραθέτουμε παραδείγματα με φωτογραφίες των πρωτότυπων παπύρων, των εξαχθέντων από αυτούς γραμμάτων και στη συνέχεια των αντίστοιχων περιγραμμάτων αυτών.

5.1.1 Παραδείγματα.

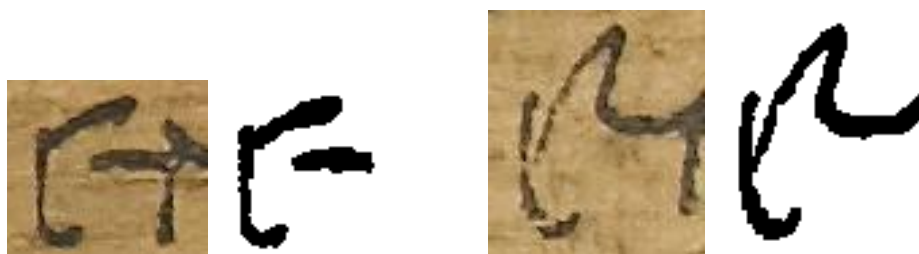
5.1.1.1 Πάπυρος 27



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



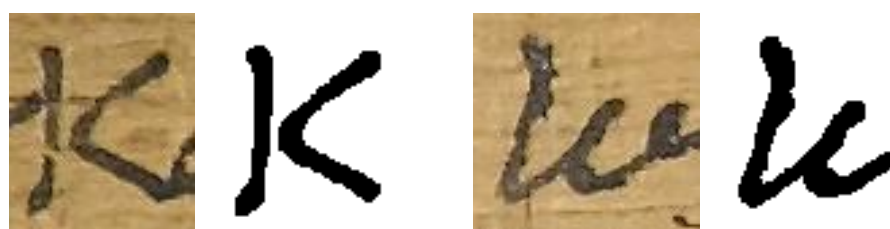
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Ε' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Η' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Κ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Μ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



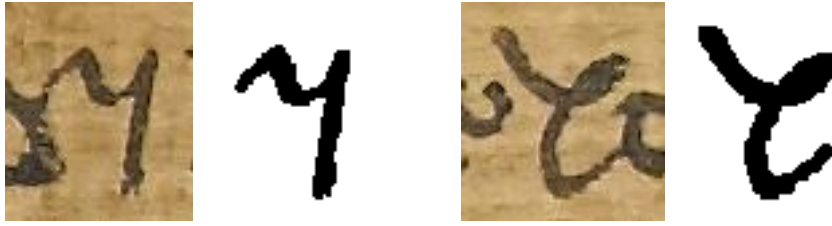
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Π' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Ρ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



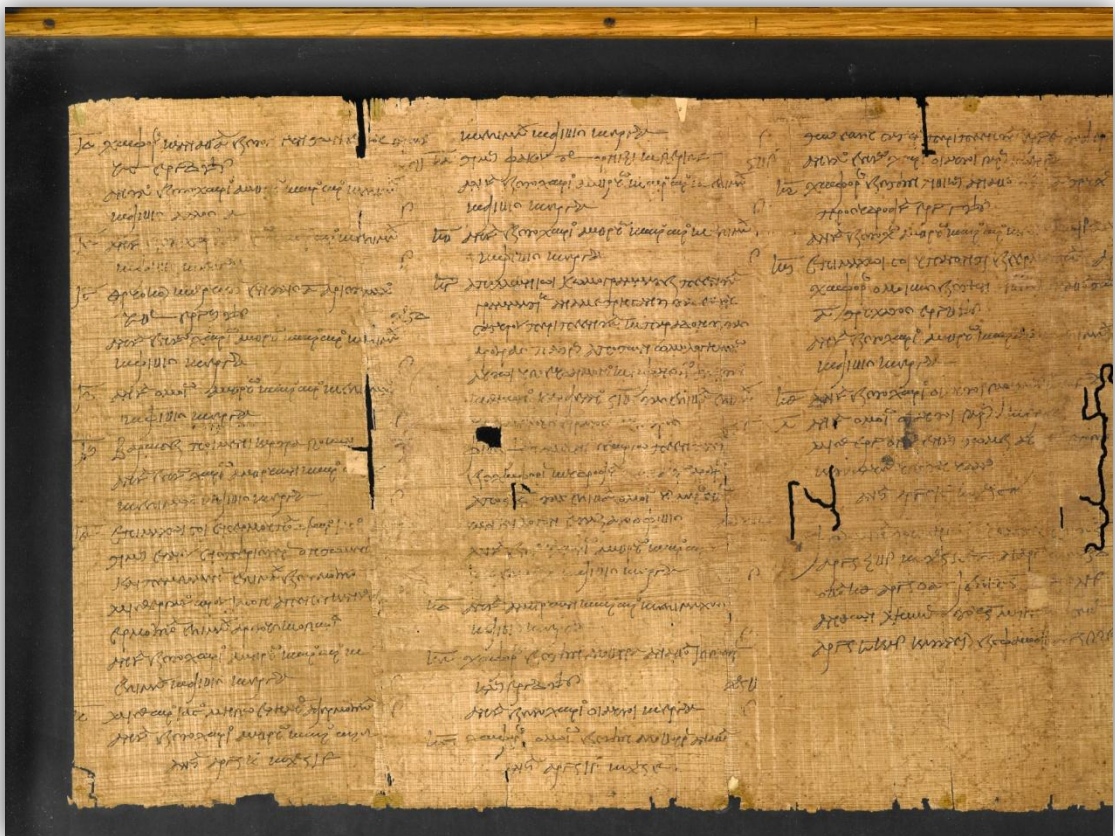
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Υ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Ω' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0027 και τα περιγράμματά τους.



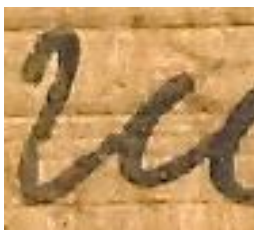
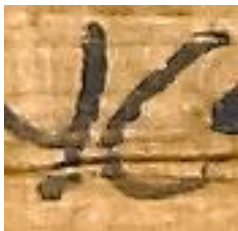
5.1.1.2 Πάπυρος 32



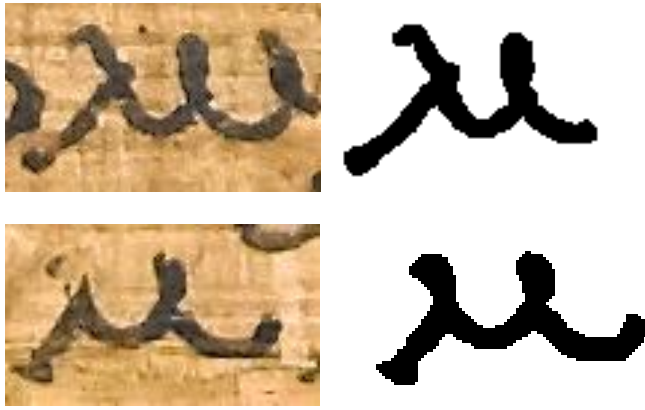
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



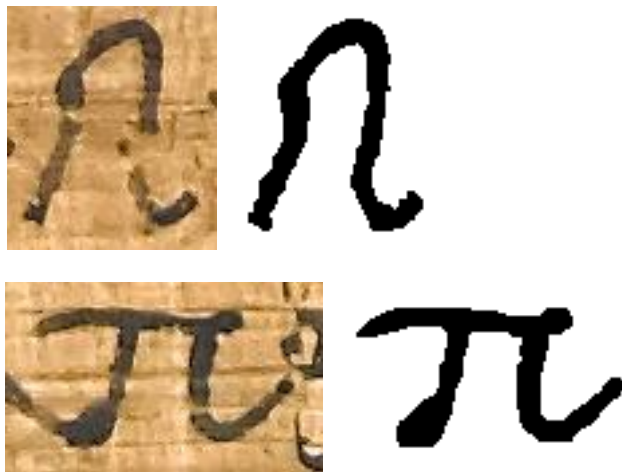
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Κ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Κ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Π' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



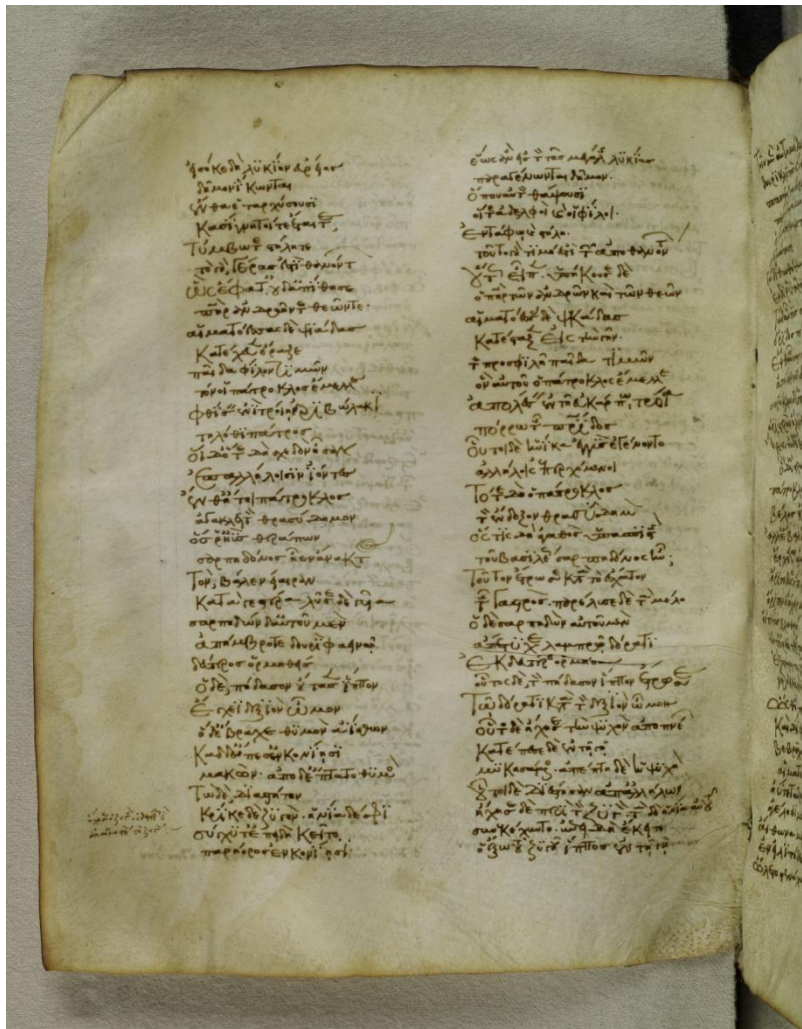
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Υ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



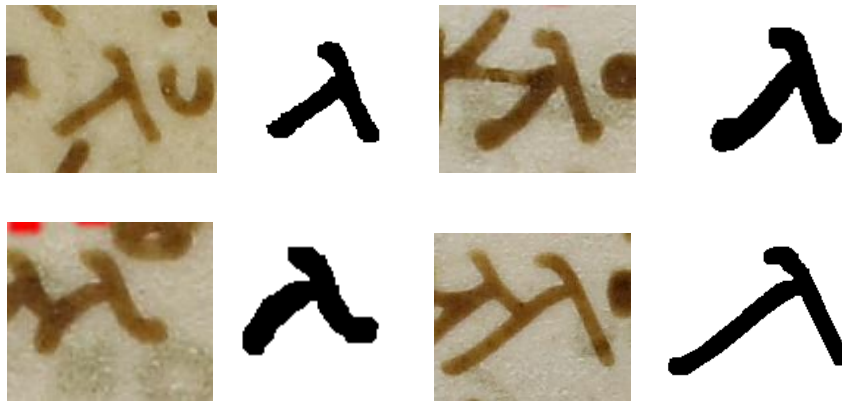
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Ω' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0032 και τα περιγράμματά τους.



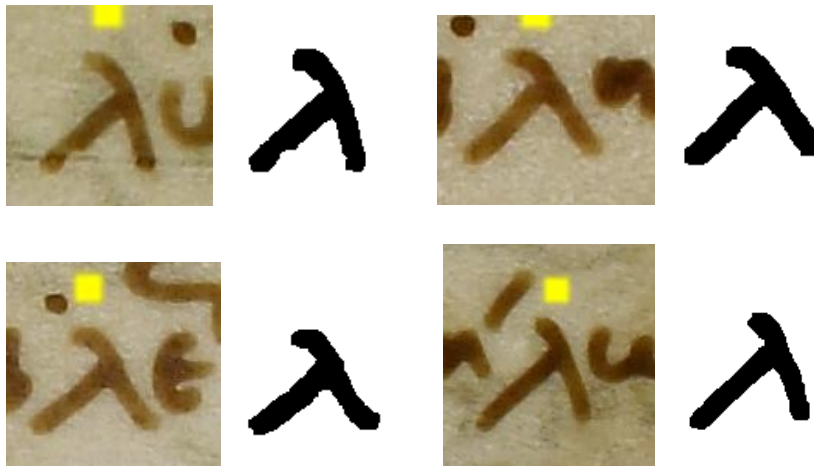
5.1.1.3 Πάπυρος 18



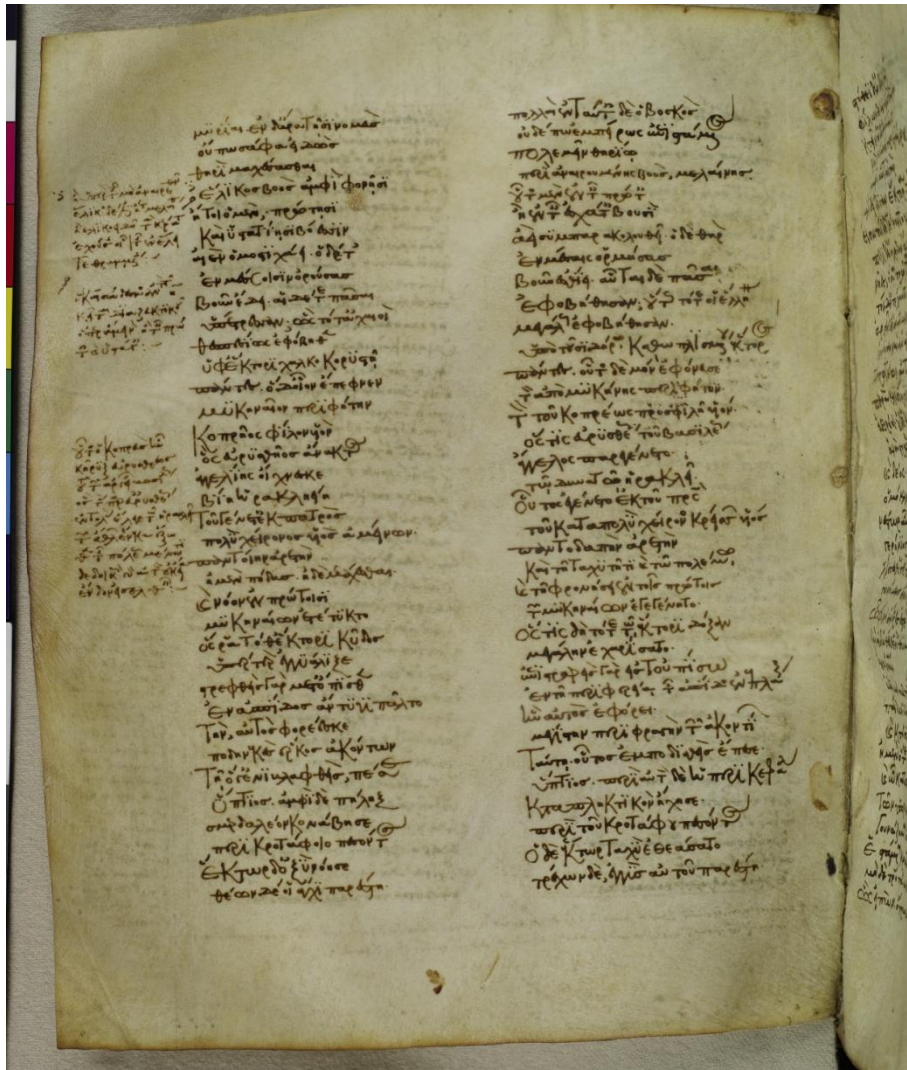
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος ‘Λ’ όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0018 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0018 και τα περιγράμματά τους.



5.1.1.4 Πάπυρος 20



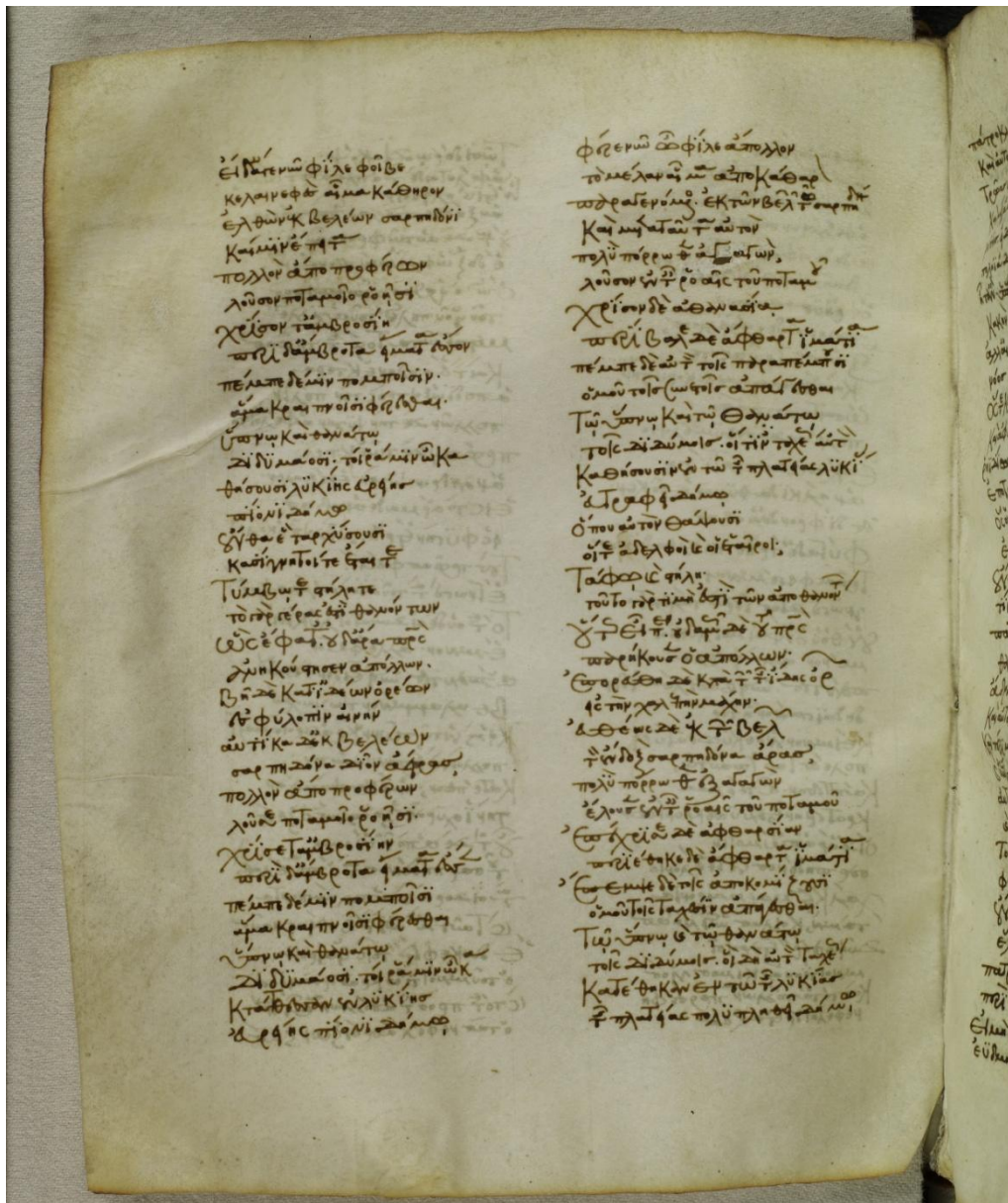
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0020 και τα περιγράμματά τους.



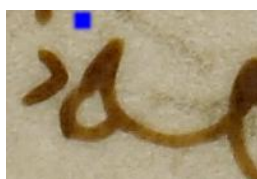
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0020 και τα περιγράμματά τους.

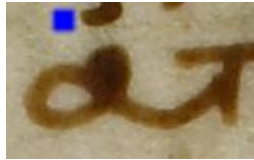


5.1.1.5 Πάπυρος 21

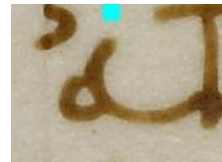
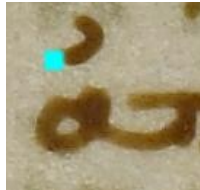


- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0021 και τα περιγράμματά τους.

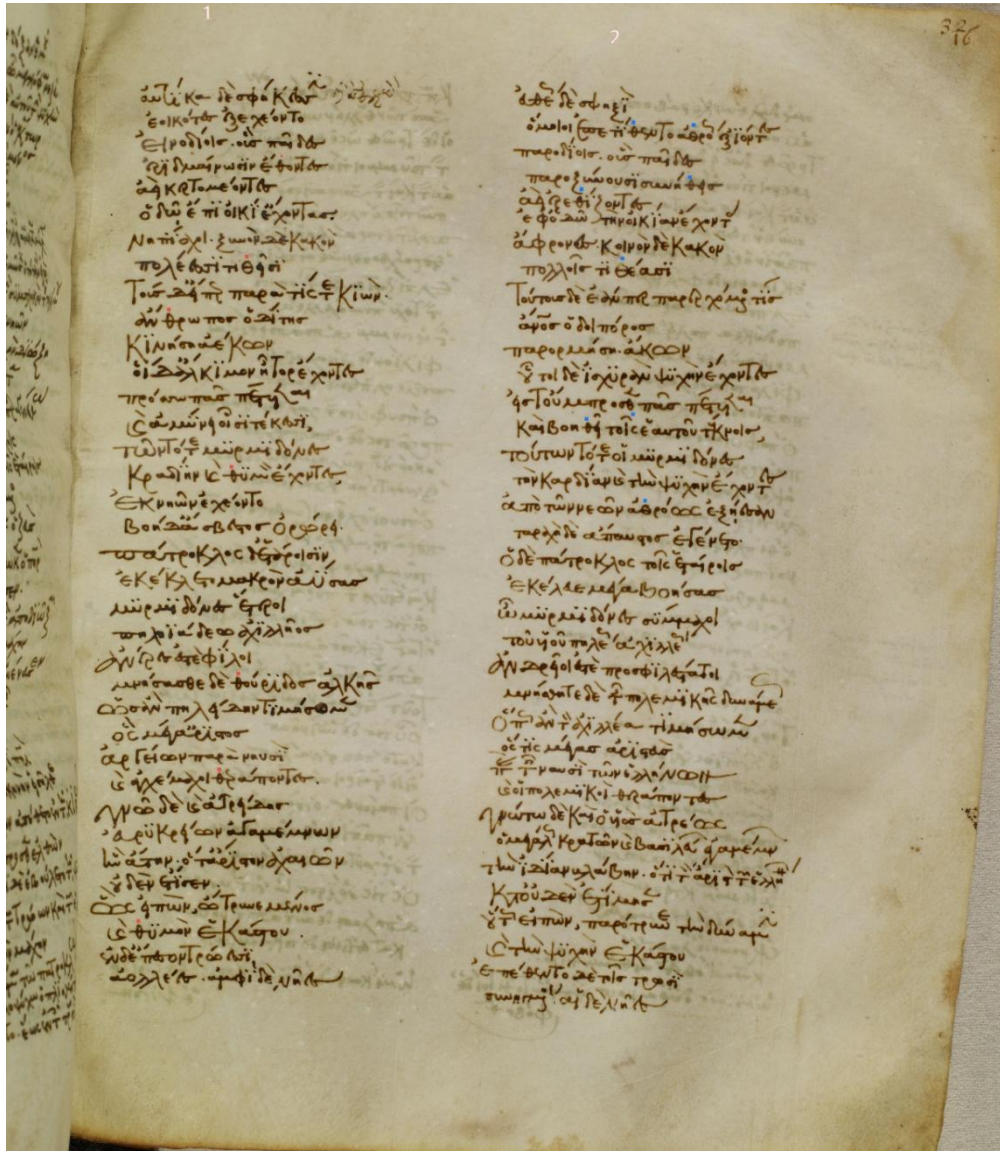




- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0021 και τα περιγράμματά τους.



5.1.1.6 Πάπυρος 23

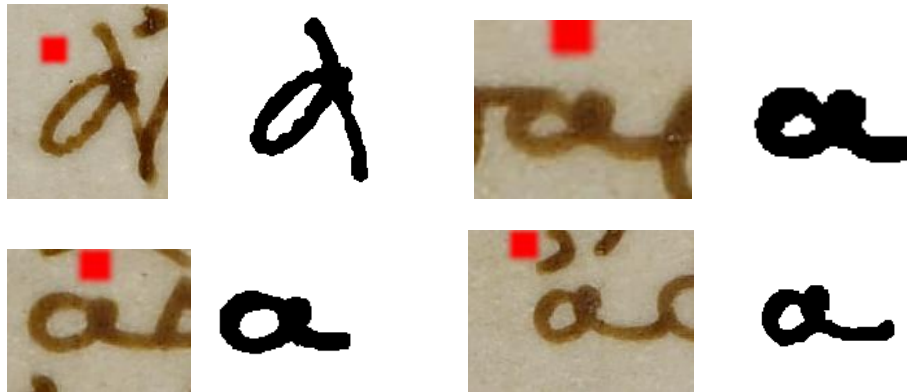


- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0023 και τα περιγράμματά τους.

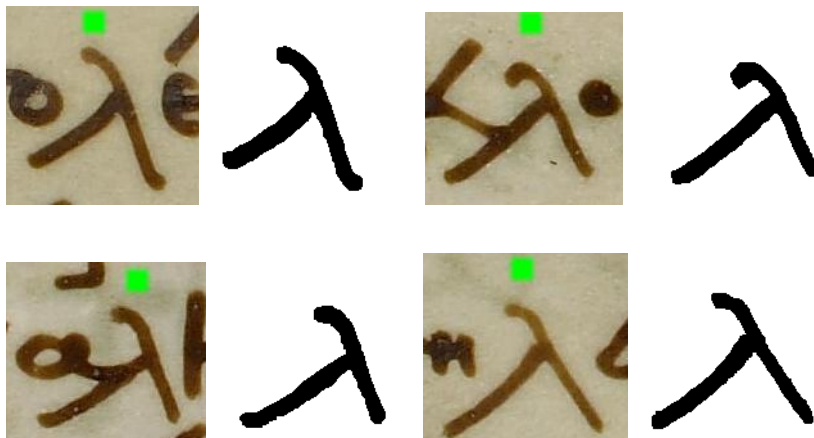




- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0023 και τα περιγράμματά τους.

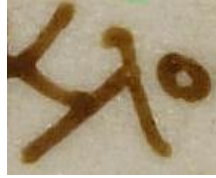


- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0023 και τα περιγράμματά τους.

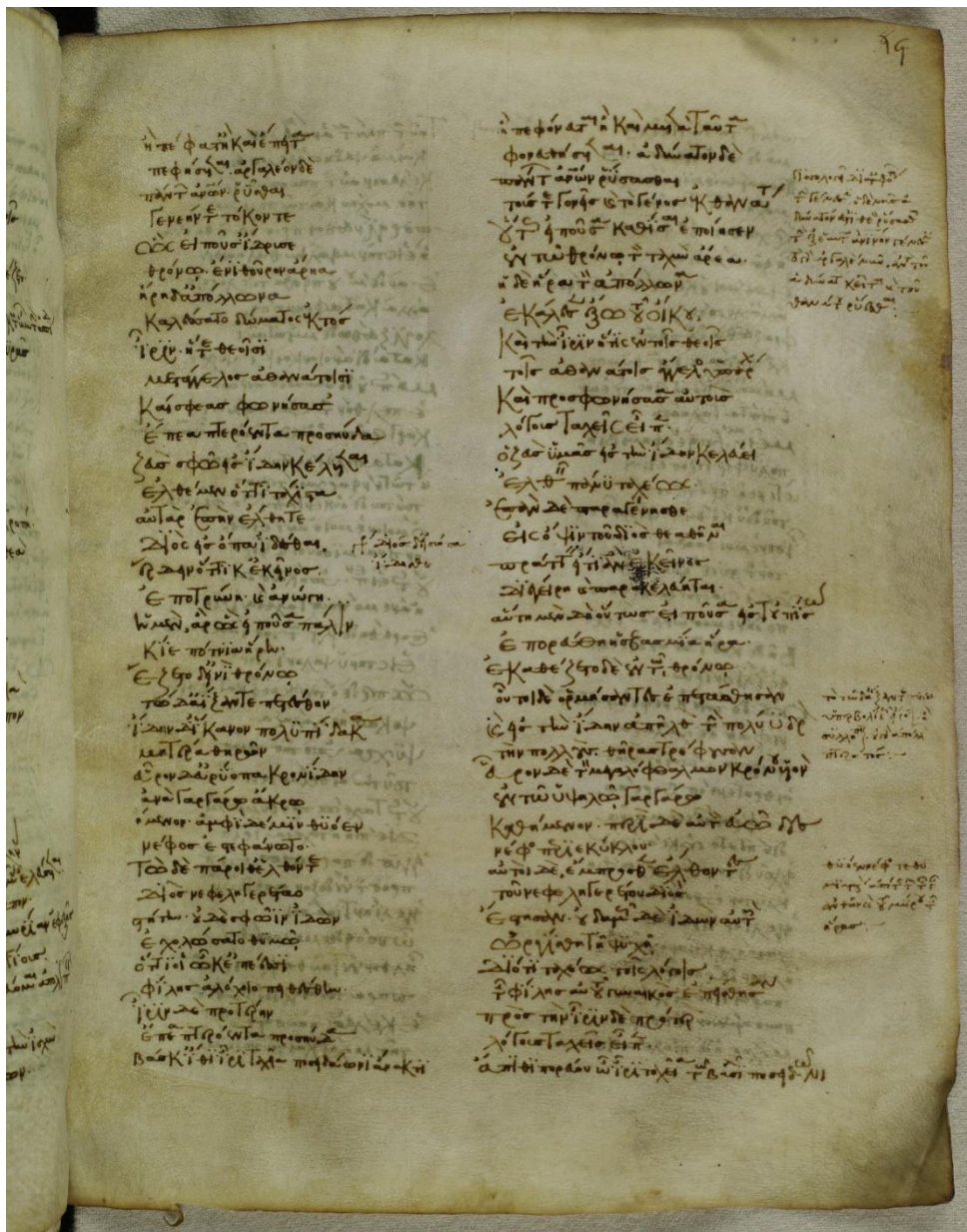


- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0023 και τα περιγράμματά τους.

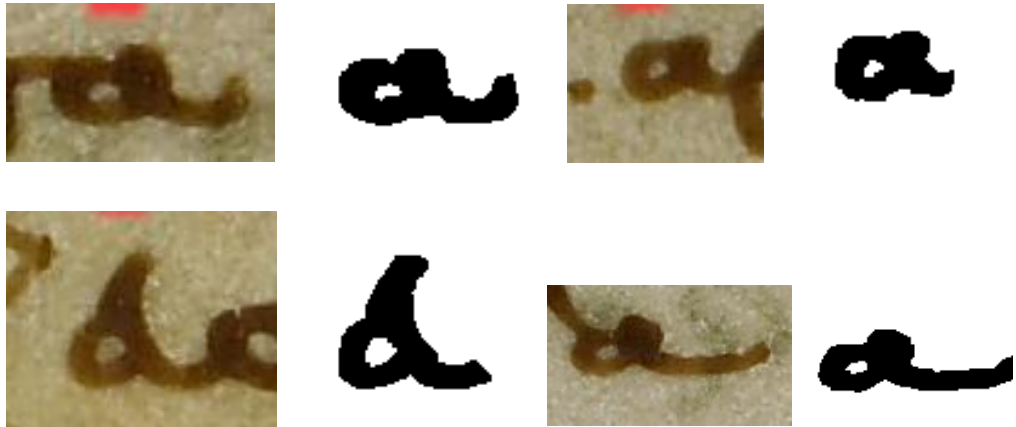




5.1.1.7 Πάπυρος 24



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0024 και τα περιγράμματά τους.



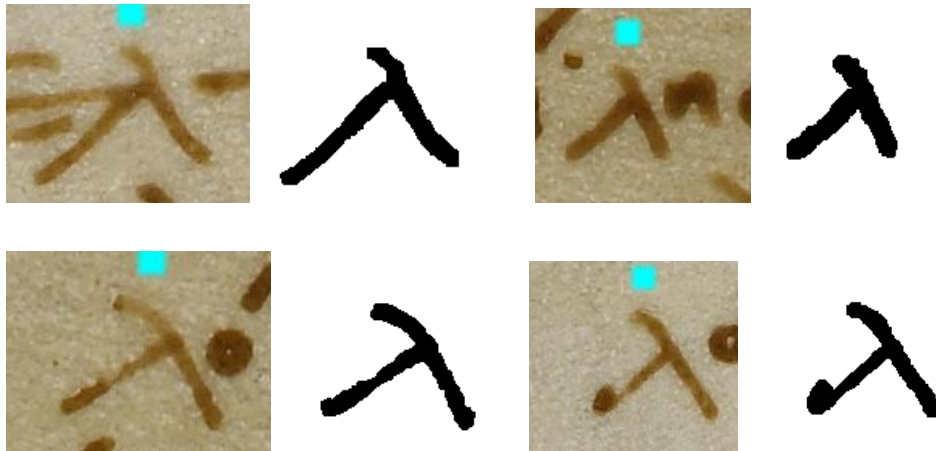
- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Α' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0024 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στην πρώτη στήλη της I0024 και τα περιγράμματά τους.



- Διαφορετικές υλοποιήσεις του γράμματος 'Λ' όπως αυτές απατώνται στη δεύτερη στήλη της I0024 και τα περιγράμματά τους.



Ακολουθεί η αναλυτική περιγραφή των βασικών βημάτων της μεθόδου, από την κατάλληλη εξαγωγή περιγράμματος των γραμμάτων έως την εφαρμογή του κριτήριου τομή – ένωση και τον έλεγχο της υπόθεσης της συγγραφής δύο κειμένων από τον ίδιο γραφέα.

5.2 Βήματα αλγορίθμου για την αυτόματη αναγνώριση γραφέα.

5.2.1 Προεπεξεργασία Περιγράμματος.

Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο, θα πρέπει να ισχύουν τα παρακάτω κριτήρια για την μορφή του συνόρου κάθε περιγράμματος:

- κάθε pixel του περιγράμματος πρέπει να έχει δύο ακριβώς γειτονικά pixels.
- δεν επιτρέπονται να έχουμε απομονωμένα pixels.
- τρία pixels δεν πρέπει να σχηματίζουν ορθή γωνία μεταξύ τους.

Η διαδικασία που εφαρμόστηκε για να επιτύχουμε εξαγωγή περιγραμμάτων με τη συγκεκριμένη μορφή, περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

Εστω I η εικόνα ολόκληρου του πλαισίου, όπου το γράμμα βρίσκεται, και έστω C το περίγραμμα του γράμματος. Εφαρμόζουμε στην εικόνα τους

ακόλουθους μορφολογικούς τελεστές ώστε να έρθει στη μορφή που επιθυμούμε:

- i. Εφαρμόζουμε erosion με μάσκα σχήματος διαμαντιού και μήκος διαγωνίου 5 pixels, λαμβάνοντας την εικόνα I^E
- ii. Εφαρμόζουμε στη συνέχεια, dilation στην I^E με μάσκα τετραγωνικού σχήματος πλευράς 2 pixels, λαμβάνοντας την εικόνα I^D .
- iii. Κατόπιν, εφαρμόζουμε στην I^D τελεστή dilation με μάσκα σε σχήμα σταυρού, με 5 pixels σε ύψος και σε πλάτος, λαμβάνοντας την εικόνα I^{DC} .
- iv. Τέλος, λαμβάνουμε το περίγραμμα στην ζητούμενη μορφή, αφαιρώντας τις εικόνες I^{DC} και I^D .

5.2.2 Υπολογισμός καμπυλότητας και σύγκριση των καμπυλοτήτων των περιγραμμάτων δύο διαφορετικών υλοποιήσεων του ίδιου συμβόλου.

Η καμπυλότητα του περιγράμματος ενός γράμματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα ισχυρό εργαλείο στην προσπάθεια της διάκρισης του γραφικού χαρακτήρα ενός γραφέα κι αυτό γιατί η γνώση της καμπυλότητας σε κάθε σημείο μίας επίπεδης καμπύλης προσδιορίζει μοναδικά την καμπύλη σε κάθε σημείο.

Εστω δύο διαφορετικά χειρόγραφα D_1 και D_2 και ένα γράμμα L που παρουσιάζεται και στα δύο χειρόγραφα.

Επιλέγουμε μία τυχαία υλοποίηση του L στο D_1 την L_i^1 και μια τυχαία υλοποίηση του L στο D_2 την L_i^2 . Εστω τα εξωτερικά περιγράμματα -που υποθέτουμε πως είναι πολύγωνα Jordan- C_i^1 και C_j^2 του L_i^1 και του L_i^2 αντίστοιχα. Να σημειώσουμε πως σε πολλές περιπτώσεις, κάθε εξωτερικό περίγραμμα είναι μία απλή κλειστή γραμμή, υπάρχουν όμως και περιπτώσεις όπου το εξωτερικό περίγραμμα αποτελείται από δύο ή και περισσότερες ξεχωριστές συνεκτικές καμπύλες. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε αναλυτικά τον υπολογισμό καμπυλότητας για κάθε μια συνεκτική, απλή, κλειστή καμπύλη:

5.2.3 Υπολογισμός καμπυλότητας για την περίπτωση ενός μονού εξωτερικού περιγράμματος.

Αρχικά, χωρίζουμε κάθε εξωτερικό περίγραμμα σε N^0 επικαλυπτόμενες συνεχείς αλυσίδες από pixels έστω $\Sigma_1^1, \Sigma_2^1, \dots, \Sigma_{N^0}^1$ για την C_i^1 και περίπου ίσου μήκους n καθεμία.

Στη συνέχεια, προσεγγίζουμε την κάθε αλυσίδα ξεχωριστά με ένα πολυώνυμο βαθμού v , υπό την έννοια της ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης σφάλματος επί την βάση των ελαχίστων τετραγώνων. Η επιλογή τόσο του αριθμού των αλυσίδων N^0 όσο και του βαθμού v , των πολυωνύμων γίνεται ώστε το σφάλμα προσέγγισης να γίνει όσο το δυνατόν πιο μικρό, και την ίδια στιγμή n πολυωνυμική καμπύλη να μην εμφανίζει έντονους κυματισμούς.

Αρχικά, ορίζουμε την ακολουθία των σημείων που ορίζουν κάθε αλυσίδα pixels Σ_i^1 καθώς και το μήκος αυτής ως εξής.

Εστω (x_q, y_q) , όπου $q = 1, 2, \dots, N^0$, οι συντεταγμένες των κέντρου κάθε pixel της αλυσίδας.

Η απόσταση δύο διαδοχικών κέντρων είναι:

$$\delta S_q = \sqrt{(x_{q+1} - x_q)^2 + (y_{q+1} - y_q)^2}.$$

Η ακολουθία του μήκους τόξου κάθε αλυσίδας υπολογίζεται ως :

$$s_1 = 0, s_q = \sum_{n=1}^{q-1} \delta S_n$$

Και τα πολυώνυμα προσέγγισης βαθμού v ως:

$$X(s) = \sum_{n=0}^v \alpha_n (s)^{v-n} \text{ και } Y(s) = \sum_{n=0}^v \beta_n (s)^{v-n},$$

όπου οι $\alpha_n, \beta_n, n = 0, 1, 2, \dots, v$ προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος $\varepsilon = \sum_{q=1}^{N^0} \{(x_q - X_q)^2 + (y_q - Y_q)^2\}$

μέσω του αλγορίθμου ελαχιστοποίησης Nelder-Mead,

όπου $X_q = X(s_q), Y_q = Y(s_q)$ και $q = 1, 2, \dots, N^0$.

Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε την καμπυλότητα των πολυωνύμων.

Εστω ότι η πολυωνυμική προσέγγιση είναι η $\vec{R}(s) = X(s)\hat{i} + Y(s)\hat{j}$, τότε η καμπυλότητα υπολογίζεται ως:

$$\kappa(s) = \frac{\left\| \frac{d\vec{T}}{ds} \right\|}{\left\| \frac{d\vec{R}}{ds} \right\|}, \vec{T} = \frac{\frac{d\vec{R}}{ds}}{\left\| \frac{d\vec{R}}{ds} \right\|}.$$

Στα σημεία που βρίσκονται κοντά στο σύνορο της αλυσίδας η προσέγγιση της Σ_q^1 από την πολυωνυμική καμπύλη ενδέχεται να μην είναι ιδιαίτερα ακριβής και οι προσεγγίσεις καμπυλοτήτων διαδοχικών αλυσίδων ενδέχεται να είναι ασυνεχείς.

Επομένως, τα pixels της αλυσίδας Σ_q^1 με πληθικό αριθμό από $(p+1)$ έως $(q+\mu)$ συνυπολογίζονται με τα pixels της αλυσίδας Σ_{q+1}^1 με πληθικό αριθμό από $(r+1)$ έως $(r+\mu)$. Οι υπολογισμένες στην αλυσίδα Σ_q^1 τιμές καμπυλότητας στα σημεία που επικαλύπτονται είναι: $\kappa_q(r+1), \kappa_q(r+2), \dots, \kappa_q(r+\mu)$ και αντίστοιχα στην αλυσίδα Σ_{q+1}^1 είναι $\kappa_{q+1}(r+1), \kappa_{q+1}(r+2), \dots, \kappa_{q+1}(r+\mu)$.

Για να παρακάμψουμε τα παραπάνω προβλήματα αποδίδουμε σε κάθε ένα από αυτά τα σημεία την τελική και μοναδική τιμή καμπυλότητας:

$$[\kappa_q(p+1) \quad \kappa_q(p+2) \quad \cdots \quad \kappa_q(p+\mu)] \begin{bmatrix} \mu \\ \mu+1 \\ \mu-1 \\ \mu+1 \\ \vdots \\ 1 \\ \mu+1 \end{bmatrix} + [\kappa_{q+1}(r+1) \quad \kappa_{q+1}(r+2) \quad \cdots \quad \kappa_{q+1}(r+\mu)] \begin{bmatrix} 1 \\ \mu+1 \\ 2 \\ \mu+1 \\ \vdots \\ \mu \\ \mu+1 \end{bmatrix},$$

ώστε σε κάθε pixel να αντιστοιχεί μία και μοναδική τιμή καμπυλότητας που μάλιστα προσεγγίζουν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό την «πραγματική» καμπυλότητα του περιγράμματος.

Τέλος, κανονικοποιούμε τις υπάρχουσες τιμές της ακολουθίας καμπυλότητας μεταξύ των D_1 και D_2 . Είναι γεγονός πως η κλιμάκωση της καμπύλης κατά ένα παράγοντα λ οδηγεί στην διαίρεση της τιμής της καμπυλότητας σε κάθε σημείο κατά ένα παράγοντα λ κι ως ακολουθία καμπυλότητας ορίζουμε την υπάρχουσα ακολουθία πολλαπλασιάζοντας όμως κάθε τιμή της με το μήκος της καμπύλης. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνουμε ένα είδος αναίρεσης του παράγοντα κλιμάκωσης λ .

5.2.3.1 Βέλτιστο ταίριασμα δύο ακολουθιών καμπυλότητας για την περίπτωση δύο απλών συνεκτικών εξωτερικών περιγραμμάτων.

Εστω πως έχουμε δύο υλοποιήσεις του ίδιου γράμματος, και έστω C_i^1, C_j^2 είναι τα αντίστοιχα εξωτερικά περιγράμμάτα τους, που αποτελούνται από μία απλή κλειστή καμπύλη το καθένα. Εφαρμόζουμε την παραπάνω μεθοδολογία και λαμβάνουμε τις ακολουθίες ανοιγμένων καμπυλοτήτων κ_p^1 και κ_q^2 . Ας υποθέσουμε πως τα δύο περιγράμματα έχουν τον ίδιο αριθμό από pixels N^C . Τότε, για κάθε μη αρνητικό ακέραιο τ , θεωρούμε τη συνάρτηση σφάλματος: $\varepsilon^k(\tau) = \sum_{n=0}^{N^C-1} (\kappa_n^1 - \tilde{\kappa}_{n,\tau}^2)^2$, όπου $\tilde{\kappa}_{n,\tau}^2$ είναι η κυκλική επέκταση της δηλαδή

για κάθε σταθερό τ , $0 \leq \tau \leq N^c$, έχουμε
 $\tilde{\kappa}_{n,\tau}^2 = [\kappa_{N^c-\tau}^2 \kappa_{N^c-\tau+1}^2 \dots \kappa_{N^c-1}^2 \kappa_0^2 \kappa_1^2 \dots \kappa_{N^c-\tau-1}^2]$.

Εστω ότι η τιμή του τ για το οποίο το σφάλμα $\varepsilon^k(\tau)$ ελαχιστοποιείται είναι η τ^0 . Επομένως, η επιθυμητή αντιστοίχιση των pixels των δύο εικόνων είναι αυτή

που αντιστοιχεί το πρώτο pixel της C_i^1 με το τ^0 -οστό pixel της C_j^2 , το δεύτερο pixel της C_i^1 με το $(\tau^0 + 1)$ -οστό pixel της C_j^2 κ.ο.κ.

Αυτό που επιθυμούμε είναι ο προσδιορισμός της τιμής για την οποία η συνάρτηση σφάλματος ελαχιστοποιείται.

Αναπτύσσοντας την συνάρτηση σφάλματος έχουμε:

$$\varepsilon^k(\tau) = \sum_{n=0}^{N^c-1} (\kappa_n^1)^2 + \sum_{n=0}^{N^c-1} (\kappa_n^2)^2 - 2 \sum_{n=0}^{N^c-1} \kappa_n^1 \tilde{\kappa}_{n,\tau}^2$$

όπου τα δύο πρώτα αθροίσματα είναι σταθερά. Αρκεί λοιπόν να ελαχιστοποιηθεί ο τρίτος όρος της. Όμως η ακολουθία $\sum_{n=0}^{N^c-1} \kappa_n^1 \tilde{\kappa}_{n,\tau}^2$ του τρίτου όρου είναι κυκλική συνέλιξη των ακολουθιών κ_n^1 και κ_n^2 . Επομένως, με βάση τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier, το άθροισμα αυτό μπορεί να γραφεί: $\sum_{n=0}^{N^c-1} \kappa_n^1 \tilde{\kappa}_{n,\tau}^2 = DFT^{-1}\{DFT\{\kappa_n^1\} DFT\{\kappa_n^2\}\}$ και το ελάχιστο της $\varepsilon^k(\tau)$ λαμβάνεται υπολογίζοντας το μέγιστο της: $DFT^{-1}\{DFT\{\kappa_n^1\} DFT\{\kappa_n^2\}\}$.

Στην προηγούμενη ανάλυση, υποθέσαμε πως τα εξωτερικά περιγράμματα είχαν τον ίδιο αριθμό pixels, κάτι που στην πράξη δεν ισχύει. Στην περίπτωση που τα δύο εξωτερικά περιγράμματα έχουν διαφορετικό αριθμό pixels κάνουμε έναν αρχικό μετασχηματισμό κλίμακας στην «μεγαλύτερη» εικόνα, ώστε η διαφορά στον αριθμό των pixels των δύο εικόνων να είναι πολύ μικρή. Εστω λοιπόν πως η πρώτη εικόνα αποτελείται από N_1 pixels και η δεύτερη από N_2 pixels, όπου $N_1 > N_2$, χωρίς βλάβη της γενικότητας και έστω $\delta = N_1 - N_2$, η διαφορά τους, η οποία είναι πολύ μικρή.

Αν τώρα αφαιρέσουμε τα σημεία αυτά, από την πρώτη εικόνα, τότε θα έχουμε δύο εικόνες ισάριθμες και συνεπώς η προηγούμενη ανάλυση θα μπορούσε να εφαρμοστεί. Η αντιστοίχιση φυσικά των σημείων θα είναι υποβέλτιστη, καθώς κάποια σημεία θα έχουν παραληφθεί αλλά θα είναι μία καλή εκτίμηση.

5.2.4 Υπολογισμός καμπυλότητας για την περίπτωση ενός περιγράμματος που αποτελείται από πολλές ξεχωριστές συνεκτικές κλειστές καμπύλες.

Οι γραφείς Βυζαντινών παπύρων συχνά για λόγους καλλιγραφίας, έγραφαν το γράμμα «σπαστό». Ακόμα και στην περίπτωση που το κάθε γράμμα είχε γραφεί ως μια απλή και αδιαίρετη περιοχή μπορεί να έχει υποστεί με το

πέραςμα του χρόνου φθορά και το γράμμα να έχει διαιρεθεί σε πολλές ξεχωριστές απλές συνεκτικές περιοχές, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Με βάση λοιπόν τον αριθμό των διαφορετικών συνεκτικών καμπυλών που συνθέτουν το περίγραμμα ενός γράμματος, μπορούμε να χωρίσουμε τα γράμματα σε δυο κατηγορίες: α. τα «ευθύγραμμα» σύμβολα και β. τα «καμπυλόγραμμο». **Ευθύγραμμο σύμβολα** ονομάζουμε αυτά που έχουν ένα τμήμα τους, περίπου ευθύγραμμο. Ενδεικτικά είναι τα Ι(πλήρως ευθύγραμμο), Κ(πλήρως ευθύγραμμο), Λ(μερικώς ευθύγραμμο), Ρ(μερικώς ευθύγραμμο) το, Μ(πλήρως ευθύγραμμο), Ν(πλήρως ευθύγραμμο), Π(πλήρως ευθύγραμμο), Χ(πλήρως ευθύγραμμο).

Καμπυλόγραμμο σύμβολα ονομάζουμε αυτά που έχουν ένα τμήμα τους καμπυλόγραμμο. Σε αυτή την κατηγορία είναι τα: Β(μερικώς καμπυλόγραμμο), Θ(πλήρως καμπυλόγραμμο), Ο(πλήρως καμπυλόγραμμο), Ρ(μερικώς καμπυλόγραμμο), Φ(μερικώς καμπυλόγραμμο), Ω(πλήρως καμπυλόγραμμο).

Υπάρχουν βέβαια και περιπτώσεις που έχουμε εξαιρέσεις στον παραπάνω διαχωρισμό των γραμμάτων.

Για να μπορέσουμε να χειριστούμε την περίπτωση όπου τα γράμματα αποτελούνται από πολλές ξεχωριστές κλειστές καμπύλες εφαρμόζουμε την ιδέα των κρίσιμων σημείων. Τα κρίσιμα σημεία αντιστοιχούν σε τοπικά μέγιστα των τιμών καμπυλότητας του εξωτερικού περιγράμματος, που έχουν τιμή μεγαλύτερη από ένα κατώφλι υπολογισμένο στατιστικά. Αυτά τα κρίσιμα σημεία ορίζουν τις πλευρές κάθε ευθυγράμμου τμήματος. Η προηγούμενη ανάλυση για τον υπολογισμό των τιμών της καμπυλότητας μπορεί να εφαρμοστεί και εδώ, μόνο που θα πρέπει να εφαρμοστεί ξεχωριστά στο

περίγραμμα κάθε απλής συνεκτικής περιοχής. Λαμβάνουμε συνεπώς τόσες ακολουθίες καμπυλοτήτων όσες και ο αριθμός των επιμέρους καμπυλών. Στη συνέχεια για να υπολογίσουμε τη βέλτιστη αντιστοίχιση δύο καμπυλών χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\varepsilon^K(\tau) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=0}^{N_p^C-1} (\kappa_{n,p}^1 - \tilde{\kappa}_{n,\tau,p}^2)^2$$

όπου ο p διατρέχει τις πλευρές των διαφορετικών N_p τμημάτων, N_p^C είναι ο κοινός αριθμός pixels της p - οστής πλευράς των δυο γραμμμάτων που συγκρίνονται, $\kappa_{n,p}^1$ είναι η ακολουθία καμπυλοτήτων της p - οστής πλευράς του γράμματος L_i^1 και $\tilde{\kappa}_{n,\tau,p}^2$ η είναι η κυκλική επέκταση της $\kappa_{n,p}^2$.

5.2.5 Μία πρώτη εκτίμηση της βέλτιστης θέσης προσαρμογής των περιγραμμάτων δύο γραμμμάτων.

Όπως είδαμε και παραπάνω, η καμπυλότητα μας δίνει την δυνατότητα να γνωρίζουμε την αντιστοιχία των pixels σε δύο εμφανίσεις του ίδιου γράμματος, με τελικό σκοπό την εύρεση της βέλτιστης θέσης προσαρμογής των περιγραμμάτων τους. Στην παρούσα ενότητα, αξιοποιώντας τα παραπάνω θα παρουσιάσουμε μία μέθοδο για το ταίριασμα των περιγραμμάτων δύο εμφανίσεων του ίδιου γράμματος, η οποία παράγει ταιριάσματα πολύ κοντά στα βέλτιστα.

Θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου τα εξωτερικά περιγράμματα έχουν ίσο αριθμό pixels. Στην περίπτωση που τα περιγράμματα δεν έχουν ίσο αριθμό pixels, τότε αφαιρούμε τα δ pixels, ακριβώς αναλύσαμε παραπάνω, και συνεχίζουμε με την παρακάτω διαδικασία:

Εστω ότι τα (x_i, y_i) και (p_i, q_i) , με $i = 1, 2, \dots, N$ όπου N ο αριθμός των pixels των δύο περιγραμμάτων, αντιστοιχούν στα pixels των περιγραμμάτων της 1^{ns} και της 2^{ns} εικόνας αντίστοιχα. Θέλουμε να εκτελέσουμε τους ακόλουθους μετασχηματισμούς στην καμπύλη (p_i, q_i) :

- στροφή
- παράλληλη μετατόπιση
- κλιμάκωση

ώστε η μετασχηματισμένη έκδοση της να ταιριάζει βέλτιστα στην (x_i, y_i) υπό την έννοια της ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης σφάλματος επί την βάση των ελαχίστων τετραγώνων.

Για να υλοποιηθεί η στρέψη της καμπύλης (p_i, q_i) αρχικά εφαρμόζουμε ένα μετασχηματισμό παράλληλης μετατόπισης ώστε το κέντρο μάζας της να συμπίπτει με την αρχή των αξόνων $(0,0)$ και στη συνέχεια τη στρέφουμε. Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνουμε μία ενδιάμεση μετασχηματισμένη έκδοση (γ_i, δ_i) η οποία δίνεται από:

$$\begin{bmatrix} \gamma_i \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i - \bar{p} \\ q_i - \bar{q} \end{bmatrix},$$

όπου φ η γωνία στροφής και $i = 1, 2, \dots, N$, $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i}{N}$, $\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{N}$.

Στη συνέχεια, μετατοπίζουμε παράλληλα την (γ_i, δ_i) κοντά στο κέντρο μάζας της (x_i, y_i) , μέσω παράλληλης μετατόπισης κατά (x_δ, y_δ) και δημιουργείται η καμπύλη (α_i, β_i) , $i = 1, 2, \dots, N$. Για κάθε $i = 1, \dots, N$ ισχύει:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= (p_i - \bar{p})\cos\varphi - (q_i - \bar{q})\sin\varphi + x_\delta \\ \beta_i &= (p_i - \bar{p})\sin\varphi + (q_i - \bar{q})\cos\varphi + y_\delta \end{aligned}$$

Στόχος μας είναι η (α_i, β_i) να ταιριάζει βέλτιστα στην (x_i, y_i) υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, το οποίο είναι ισοδύναμο με την ελαχιστοποίηση της:

$$\varepsilon_{RT}(\varphi, x_\delta, y_\delta) = \sum_{i=1}^N \{(x_i - \alpha_i)^2 + (y_i - \beta_i)^2\},$$

κάτι που αποτελεί κλειστή λύση.

Εάν $\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i}{N}$ και $\bar{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i}{N}$, αλλάζουμε την κλίμακα της καμπύλης (α_i, β_i) κατά ένα παράγοντα λ , με κέντρο κλιμάκωσης το σημείο $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$, ώστε να παράγεται η καμπύλη $(r_i, t_i) = (\lambda(\alpha_i - \bar{\alpha}) + \bar{\alpha}, \lambda(\beta_i - \bar{\beta}) + \bar{\beta})$.

Τώρα πρέπει από όλες τις καμπύλες (r_i, t_i) , να επιλεγεί η καμπύλη που ταιριάζει βέλτιστα στην (x_i, y_i) , υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων.

Πρόβλημα:

Εστω δύο ισάριθμα σύνολα αποτελούμενα από συνεπίπεδα σημεία (x_i, y_i) και (p_i, q_i) , $i = 1, 2, \dots, N$. Για να ταιριάξουμε βέλτιστα την καμπύλη (p_i, q_i) , μετά από έναν κατάλληλο μετασχηματισμό σε αυτή, στην (x_i, y_i) υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, προχωρούμε ως εξής:

- a. Στρέφουμε όλα τα σημεία (p_i, q_i) κατά γωνία φ όπως ένα στερεό σώμα, στη συνέχεια τα μετατοπίζουμε κατά (x_δ, y_δ) και ελαχιστοποιούμε την:

$$\varepsilon_{RT}(\varphi, x_\delta, y_\delta) = \sum_{i=1}^N \left\{ (x_i - (p_i - \bar{p})\cos\varphi + (q_i - \bar{q})\sin\varphi - x_\delta)^2 + \right. \\ \left. + (y_i - (p_i - \bar{p})\sin\varphi - (q_i - \bar{q})\cos\varphi - y_\delta)^2 \right\}$$

$$\text{όπου } \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i}{N} \text{ και } \bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{N}.$$

Η ελαχιστοποίηση της παραπάνω ποσότητας επιδέχεται κλειστή λύση:

$$\tan\varphi^0 = \frac{\sum_{i=1}^N \{(p_i - \bar{p})(y_i - \bar{y}) - (q_i - \bar{q})(x_i - \bar{x})\}}{\sum_{i=1}^N \{(p_i - \bar{p})(x_i - \bar{x}) + (q_i - \bar{q})(y_i - \bar{y})\}}$$

$$x_\delta^0 = \bar{x},$$

$$y_\delta^0 = \bar{y}$$

Απόδειξη α. Η $\varepsilon_{RT}(\varphi, x_\delta, y_\delta)$ είναι προφανώς συνεχώς διαφορίσιμη και έχει κάτω φράγμα το μηδέν. Παρουσιάζει λοιπόν ελάχιστο και στο σημείο

$$\text{ελαχίστου ισχύει: } \frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial x_\delta} = \frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial y_\delta} = \frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial \varphi} = 0.$$

Έχουμε λοιπόν:

$$\frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial x_\delta} = -2 \sum_{i=1}^N \{(x_i - (p_i - \bar{p})\cos\varphi + (q_i - \bar{q})\sin\varphi - x_\delta)\} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial y_\delta} = -2 \sum_{i=1}^N \{(y_i - (p_i - \bar{p})\sin\varphi - (q_i - \bar{q})\cos\varphi - y_\delta)\} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{RT}}{\partial \varphi} = 2 \sum_{i=1}^N \{((p_i - \bar{p})\sin\varphi + (q_i - \bar{q})\cos\varphi)(x_i - (p_i - \bar{p})\cos\varphi + (q_i - \bar{q})\sin\varphi - x_\delta)\} +$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^N \{(-(p_i - \bar{p})\cos\varphi + (q_i - \bar{q})\sin\varphi)(y_i - (p_i - \bar{p})\sin\varphi - (q_i - \bar{q})\cos\varphi - y_\delta)\} = 0.$$

Από όπου προκύπτει:

$$x_\delta^0 = \bar{x}$$

$$y_\delta^0 = \bar{y}$$

$$\tan\varphi^0 = \frac{\sum_{i=1}^N \{(p_i - \bar{p})(y_i - \bar{y}) - (q_i - \bar{q})(x_i - \bar{x})\}}{\sum_{i=1}^N \{(p_i - \bar{p})(x_i - \bar{x}) + (q_i - \bar{q})(y_i - \bar{y})\}}$$

Η μοναδικότητα της λύσης στο διάστημα $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ διασφαλίζει ότι η παραπάνω λύση πράγματι ελαχιστοποιεί την συνάρτηση $\varepsilon_{RT}(\varphi, x_\delta, y_\delta)$

- b. Υπολογίζοντας τις παραπάνω ποσότητες $\varphi^0, x_\delta^0, y_\delta^0$ και εφαρμόζοντας τους παραπάνω μετασχηματισμούς στην καμπύλη (p_i, q_i) λαμβάνουμε την καμπύλη $(\alpha_i, \beta_i), i = 1, 2, \dots, N$ όπου θα ισχύει:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi^0 & -\sin\varphi^0 \\ \sin\varphi^0 & \cos\varphi^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i - \bar{p} \\ q_i - \bar{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_\delta^0 \\ y_\delta^0 \end{bmatrix}.$$

Εάν $\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i}{N}$ και $\bar{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i}{N}$ είναι οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας

της καμπύλης $(\alpha_i, \beta_i), i = 1, 2, \dots, N$ τότε ορίζουμε βέλτιστο παράγοντα κλιμάκωσης λ , ώστε

$$\text{η καμπύλη } (r_i, t_i) = (\lambda(\alpha_i - \bar{\alpha}) + \bar{\alpha}, \lambda(\beta_i - \bar{\beta}) + \bar{\beta}),$$

να ταιριάζει βέλτιστα στην (x_i, y_i) . Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της ελαχιστοποίησης της:

$$\varepsilon_{RTO}(\lambda) = \sum_{i=1}^N \left\{ (x_i - \lambda \text{sign}(x_i - \bar{\alpha}, \alpha_i - \bar{\alpha})(\alpha_i - \bar{\alpha}) - \bar{\alpha})^2 + (y_i - \lambda \text{sign}(y_i - \bar{\beta}, \beta_i - \bar{\beta})(\beta_i - \bar{\beta}) - \bar{\beta})^2 \right\}$$

$$\text{όπου } \text{sign}(x, a) = \begin{cases} 1, & \text{if } xa \geq 0 \\ -1, & \text{if } xa < 0 \end{cases}$$

$$\text{για } \lambda^0 = \frac{\sum_{i=1}^N \{ |(x_i - \bar{\alpha})(\alpha_i - \bar{\alpha})| + |(y_i - \bar{\beta})(\beta_i - \bar{\beta})| \}}{\sum_{i=1}^N \{ (\alpha_i - \bar{\alpha})^2 + (\beta_i - \bar{\beta})^2 \}}$$

Απόδειξη b. Με βάση τα παραπάνω, ο στόχος είναι να επιτευχθεί βέλτιστη κλιμάκωση χωρίς να επηρεαστούν οι τιμές $\varphi^0, x_\delta^0, y_\delta^0$. Αρχικά μετακινούμε τη καμπύλη σαν ένα στερεό σώμα μέσω του μετασχηματισμού:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi^0 & -\sin\varphi^0 \\ \sin\varphi^0 & \cos\varphi^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i - \bar{p} \\ q_i - \bar{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_\delta^0 \\ y_\delta^0 \end{bmatrix}$$

από όπου προκύπτει η καμπύλη α_i, β_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Στη συνέχεια, αλλάζουμε την κλίμακα της καμπύλης με κέντρο κλιμάκωσης το

$(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) = \left(\frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i}{N}, \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i}{N} \right)$, ώστε το κέντρο μάζας της καμπύλης να μην επηρεαστεί. Το βέλτιστο λ προκύπτει από την ελαχιστοποίησης της συνάρτησης:

$$\varepsilon_{RTO}(\lambda) = \sum_{i=1}^N \left\{ (x_i - \lambda \text{sign}(x_i - \bar{\alpha}, \alpha_i - \bar{\alpha})(\alpha_i - \bar{\alpha}) - \bar{\alpha})^2 + (y_i - \lambda \text{sign}(y_i - \bar{\beta}, \beta_i - \bar{\beta})(\beta_i - \bar{\beta}) - \bar{\beta})^2 \right\}$$

Η παραπάνω συνάρτηση είναι συνεχώς διαφορίσιμη και φραγμένη από κάτω. Η βέλτιστη τιμή, έστω λ^0 προκύπτει παραγωγίζοντας μερικώς την συνάρτηση $\varepsilon_{RTO}(\lambda)$ ως προς λ και εξισώνοντας ως προς το μηδέν. Οπότε:

$$\frac{\partial \varepsilon_{RTO}}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ (\alpha_i - \bar{\alpha}) \text{sign}(x_i - \bar{\alpha}, \alpha_i - \bar{\alpha})(x_i - \lambda \text{sign}(x_i - \bar{\alpha}, \alpha_i - \bar{\alpha})(\alpha_i - \bar{\alpha}) - \bar{\alpha}) \right\} + \sum_{i=1}^N \left\{ (\beta_i - \bar{\beta}) \text{sign}(y_i - \bar{\beta}, \beta_i - \bar{\beta})(y_i - \lambda \text{sign}(y_i - \bar{\beta}, \beta_i - \bar{\beta})(\beta_i - \bar{\beta}) - \bar{\beta}) \right\} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{i=1}^N \left\{ |(x_i - \bar{\alpha})(\alpha_i - \bar{\alpha})| + |(y_i - \bar{\beta})(\beta_i - \bar{\beta})| \right\}}{\sum_{i=1}^N \left\{ (\alpha_i - \bar{\alpha})^2 + (\beta_i - \bar{\beta})^2 \right\}}$$

Η μοναδικότητα της λύσης, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η συνάρτηση σφάλματος είναι φραγμένη από κάτω, διασφαλίζει ότι η παραπάνω τιμή για την παράμετρο λ πράγματι ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους.

5.2.6 Βέλτιστο ταίριασμα δυο υλοποιήσεων του ίδιου συμβόλου με βάση το κριτήριο «τομή δια ένωση».

5.2.6.1 Το κριτήριο της ομοιότητας μεταξύ δύο απλά συνδεδεμένων εμφανίσεων του ίδιου γράμματος σε χειρόγραφα.

Μέχρι στιγμής, έχουμε δει πως τα κριτήρια που έχουμε εφαρμόσει για την ταυτοποίηση δύο περιγραμμάτων, απαιτούν ο αριθμός των pixels τους να είναι ίσος. Χρειάζεται λοιπόν, να οριστεί ένα κριτήριο, που να είναι ικανό να

ταιριάζει τα περιγράμματα ανεξάρτητα του αριθμού των pixels τους και να μας δίνει αποτελέσματα τα οποία να μπορέσουμε να επεξεργαστούμε στατιστικά για να καταλήξουμε στα επιθυμητά αποτελέσματα της ταυτοποίησης ή μη του γραφεία.

Εστω λοιπόν L_1 και L_2 δύο υλοποιήσεις του ίδιου συμβόλου, οι οποίες εμφανίζονται στο ίδιο ή σε δύο ξεχωριστά κείμενα και έστω C_1, C_2 τα δύο εξωτερικά περιγράμματα των L_1 και L_2 αντίστοιχα, τα οποία μπορεί να εσωκλείουν άλλες πολυγωνικές γραμμές. Τοποθετούμε τα C_1, C_2 στην βέλτιστη σχετική τους θέση με χρήση του κριτηρίου ελαχίστων τετραγώνων. Στη συνέχεια αφού έχουμε υπολογίσει την υποβέλτιστη μεταξύ τους θέση και κλιμάκωση, με τυχαίο τρόπο επιλέγουμε το C_1 ως σταθερό και εφαρμόζουμε μετασχηματισμούς στροφής, παράλληλης μετατόπισης και κλιμάκωσης στο C_2 αρκετά κοντά σε αυτή τη «θέση ισορροπίας» που πρόεκυψε ελαχιστοποιώντας το κριτήριο κόστους ελαχίστων τετραγώνων. Πιο αναλυτικά, αν $x_\delta, y_\delta, \varphi, \lambda$ είναι οι αντίστοιχες παράμετροι μετασχηματισμού που είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, τότε ορίζουμε ένα τετραδιάστατο κύβο γύρω από αυτό το σημείο του \mathcal{R}^4 και μία λεπτή διαμέρισή του και αφού έχουμε ένα «καλό» σημείο έναρξης στον τετραδιάστατο κύβο (που είναι ουσιαστικά ο χώρος αναζήτησης μας), μέσω της εξαντλητικής αναζήτησης στον χώρο αυτό να βρούμε εκείνο το σημείο, που θα δίνει την καλύτερη σχετική θέση των δύο περιγραμμάτων βάση του παρακάτω κριτηρίου. Να σημειώσουμε πως η μεγιστοποίηση του κριτηρίου αυτού οδηγεί και στην επιλογή της καλύτερης σχετικής θέσης δύο καμπυλών.

Επομένως, σε κάθε σημείο αυτής της διαμέρισης προκύπτει και ένας αντίστοιχος μετασχηματισμός ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί στο C_2 λαμβάνοντας το μετασχηματισμένο αντιπρόσωπο του συμβόλου L_2 . Με βάση αυτό τον συμβολισμό το κριτήριο της τομής διά ένωσης ορίζεται ως εξής για κάθε μετασχηματισμένη έκδοση της C_2 :

$$\delta E_n = \frac{\text{εμβαδό της τομής του εσωτερικού του } L_1 \text{ και του εσωτερικού του μετασχηματισμένου } L_2}{\text{εμβαδό της ένωσης του εσωτερικού του } L_1 \text{ και του εσωτερικού του μετασχηματισμένου } L_2'}$$

όπου ο δείκτης n διατρέχει όλα τα σημεία της διαμέρισης του τετραδιάστατου κύβου, και ορίζει μία διαφορετική έκδοσης της C_2 σε κάθε τιμή του.

Εντοπίζουμε τη μέγιστη τιμή από τις δE_n , έστω δE^B και ορίζουμε τις μετασχηματισμένες $x_\delta^B, y_\delta^B, \varphi^B, \lambda^B$ που αντιστοιχούν στη μέγιστη τιμή. Παρατηρούμε ότι στην ιδανική περίπτωση που οι καμπύλες C_1 και η μετασχηματισμένη της C_2 συμπίπτουν τότε ισχύει $\delta E^B = 1$, ενώ στην περίπτωση που οι δύο καμπύλες είναι ριζικά διαφορετικές, τότε το κριτήριο αποκτά χαρακτηριστικά μικρές τιμές.

5.2.6.2 Το κριτήριο ομοιότητας στην περίπτωση όπου τα περιγράμματα αποτελούνται από πολλές ξεχωριστές κλειστές καμπύλες.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, οι γραφείς Βυζαντινών παπύρων συχνά για λόγους καλλιγραφίας, έγραφαν το γράμμα «σπαστό». Ακόμα και στην περίπτωση που το κάθε γράμμα είχε γραφεί ως μια απλή και αδιαίρετη περιοχή μπορεί να έχει υποστεί με το πέρασμα του χρόνου φθορά και το γράμμα να έχει διαιρεθεί σε πολλές ξεχωριστές απλές συνεκτικές περιοχές.

Με βάση αυτά λοιπόν, απαιτείται προσαρμογή του ορισμού του κριτηρίου της *τομής δια ένωσης* ώστε να λαμβάνει υπόψη του αυτή την περίπτωση

Εστω δύο διαφορετικές υλοποιήσεις M_1 και M_2 , που αποτελούνται από N_1^S και N_2^S διαφορετικά «σπασίματα» -χρησιμοποιούμε τον όρο «σπασίματα» για να αναφερθούμε σε κάθε απλή συνεκτική περιοχή του γράμματος-. αντίστοιχά, όπου το κάθε «σπάσιμο» είναι πάντα μία απλή συνεκτική περιοχή. Τότε, όπως και στην προηγούμενη ενότητα, μπορούμε να θεωρήσουμε τυχαία μία υλοποίηση σταθερή και να εφαρμόσουμε στην δεύτερη όλο το σύνολο των μετασχηματισμών, δηλαδή παράλληλη μετατόπιση, στροφή και κλιμάκωση. Στην περίπτωση που μελετάμε τώρα θα πρέπει η συνάρτηση σφάλματος της τομής διά ένωσης, να διαφοροποιηθεί λίγο από τον προηγούμενο ορισμό της. Εστω U_1 η ένωση των περιοχών των N_1^S «σπασιμάτων» της M_1 , και U_2 η ένωση των περιοχών των N_2^S «σπασιμάτων» της μετασχηματισμένης δεύτερης υλοποίησης. Η συνάρτηση σφάλματος της *τομής διά ένωσης* στην περίπτωση πολλαπλών συνδεδεμένων περιοχών περιγράφεται ως εξής:

$$\delta E_n^S = \frac{\text{εμβαδό της τομής των } U_1 \text{ και } U_2}{\text{εμβαδό της ένωσης των } U_1 \text{ και } U_2},$$

όπου όταν μεγιστοποιείται, λαμβάνουμε τις βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους των μετασχηματισμών, έχοντας παράλληλα την καλύτερη σχετική θέση των δύο καμπυλών.

Επομένως, η μέθοδος μας εγγυάται πως το ταίριασμα των δύο καμπυλών που υπολογίζεται είναι βέλτιστο, και μάλιστα επιλέγοντας κατάλληλα το βήμα στη διαμέριση του τετρα-διάστατου κύβου έχουμε και την ζητούμενη ακρίβεια.

6 Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα ήταν πάρα πολύ ενθαρρυντικά και θα χρησιμοποιηθούν για την ταυτοποίηση των γραφών των λειαν σημαντικών παπύρων Venetus B και *Escorialensis*.

7 Συμπεράσματα

Στα κεφάλαια που προηγήθηκαν, κατ' αρχήν πραγματοποιήσαμε βιβλιογραφική έρευνα διάφορων σημαντικών μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνων και, στη συνέχεια, έγινε μελέτη δύο μεθόδων αυτόματης κατάτμησης εικόνων σε αποχρώσεις του γκρι και έγχρωμων εικόνων που παρουσιάστηκαν πρώτη φορά στα [3] [4] αντίστοιχα.

Εν συνεχεία, έγινε διεξοδική παρουσίαση μιας νέας μεθόδου αυτόματης αναγνώρισης γραφέα, η πρώτη δημοσίευση της οποίας έγινε στο [1] και, τελικά, παρουσιάσαμε τα αποτελέσματα αυτής, τα οποία προέκυψαν από την εφαρμογή της σε εικόνες παπύρων που διασώζονται στο Βρετανικό Μουσείο.

Ολοκληρώνοντας τη μελέτη της νέας μεθόδου αυτόματης αναγνώρισης του γραφέα ενός αρχαίου κειμένου καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η μέθοδος κρίνεται ιδιαίτερω ικανοποιητική.

Τα πειράματα, αναφορικά με την ομοιότητα των γραμμάτων βρέθηκαν απόλυτα σύμφωνα με τα συμπεράσματα των παλαιοντογράφων, επαληθεύοντας τα συμπεράσματά μας με τα ήδη εξακριβωμένα με μη υπολογιστικές μεθόδους.

Τέλος, ενισχύεται η πεποίθησή μας πως η τεχνολογική εξέλιξη στον τομέα της πληροφορικής μπορεί να αποτελέσει αρωγό στην προσπάθεια εκσυγχρονισμού των μεθόδων που μέχρι στιγμής χρησιμοποιούνται στην αρχαιολογική έρευνα. Πιο συγκεκριμένα, η έρευνα και μελέτη στην αυτόματη αναγνώριση γραφέα αρχαίου κειμένου θα βοηθήσει, μέσω της έμμεσης χρονολόγησης των αντίστοιχων κειμένων, στην επίλυση πολλών ερωτημάτων που απασχολούν τη σύγχρονη Αρχαιολογία και Ιστορία.

8 Βιβλιογραφία

[1] “Identifying the writer of ancient inscriptions and Byzantine codices. A novel approach”, C. Papaodysseus, P. Rousopoulos, F. Giannopoulos, S. Zannos, D. Arabadjis, M. Panagopoulos, E. Kalfa, C. Blackwell, S. Tracy, Computer Vision and Image Understanding, 2011.

[2] “Ανάπτυξη προηγμένων μεθόδων αναγνώρισης προτύπων και μαθηματική θεμελίωση για τον εντοπισμό του τρόπου δημιουργίας και της ταυτότητας του δημιουργού σημαντικών αρχαιολογικών ευρημάτων”, Διδακτορική διατριβή, Ρουσόπουλος Παναγιώτης, 2010.

[3] “Ταυτοποίηση χαρακτών αρχαίων επιγραφών και εντοπισμός τεχνοτροπίας αρχαιολογικών ευρημάτων με χρήση πρωτότυπων αλγορίθμων αναγνώρισης προτύπων και επεξεργασίας εικόνας”, Διδακτορική διατριβή, Παναγόπουλος Μιχάλης, Ιούλιος 2008.

[4] “Ψηφιακή επεξεργασία, προτυποποίηση (modeling) και εικονική ανακατασκευή σημαντικών αρχαιολογικών ευρημάτων”, Διδακτορική διατριβή, Δήμητρα Ντάφη, 2010.

[5] “Automatic Writer Identification of Ancient Greek Inscriptions”, Panagopoulos M., Papaodysseus C., Rousopoulos P., Dafi D., Tracy S., IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009

[6] “Topographic distance and watershed lines”, Meyer F., Signal Process, 1994.