



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Δυναμικό Μοντέλο Καναλιού Λογαριθμοκανονικής Σκίασης  
με Χρήση Πολυδιάστατων Στοχαστικών Διαφορικών  
Εξισώσεων: Εφαρμογή στη Σχεδίαση Δικτύων 5<sup>ης</sup> Γενιάς**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεώργιος Α. Καραγιάννης

**Επιβλέπων :** Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος, Επικ. Καθ. Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2017





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Δυναμικό Μοντέλο Καναλιού Λογαριθμοκανονικής Σκίασης  
με Χρήση Πολυδιάστατων Στοχαστικών Διαφορικών  
Εξισώσεων: Εφαρμογή στη Σχεδίαση Δικτύων 5<sup>ης</sup> Γενιάς**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεώργιος Α. Καραγιάννης

**Επιβλέπων :** Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος, Επικ. Καθ. Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 15/3/2017.

.....  
Αθανάσιος Δ. Παναγόπουλος  
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Παναγιώτης Κωττής  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Γιώργος Φικιώρης  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2017

.....  
Γεώργιος Α. Καραγιάννης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Γεώργιος Α. Καραγιάννης, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

*Στη μνήμη του πατέρα μου  
Αναστάσιου*

## Πρόλογος

Η εξέλιξη και η σχεδίαση των σύγχρονων ασύρματων συστημάτων επικοινωνίας και δικτύων, στοχεύει στην επίτευξη αξιόπιστων επικοινωνιών ικανών να υποστηρίξουν οποιαδήποτε υπηρεσία – εντός των ορίων που θέτει ο ραδιοδιάλογος, οποτεδήποτε, οπουδήποτε και σε οτιδήποτε. Ειδικά ο τελευταίος όρος υποδηλώνει τη δυνατότητα συνδεσιμότητας όχι μόνο μεταξύ χρηστών, αλλά και γενικότερα αυτόνομων συσκευών. Τις τελευταίες δεκαετίες κατέστη δυνατή η χρήση προηγμένων τεχνικών ψηφιακής επεξεργασίας σήματος μέσω της προόδου στην κατασκευή μικροηλεκτρονικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων υψηλής αξιοπιστίας και ακρίβειας. Ο απαιτητικός, ωστόσο, ρόλος που καλείται ένα σύγχρονο σύστημα επικοινωνιών να αναλάβει μπορεί να προσεγγιστεί μόνο με παράλληλη ανάπτυξη σε διάφορους τομείς, όπως στην ανάπτυξη και χρήση σύγχρονων και αποδοτικών πρωτοκόλλων, στην αποδοτική χρήση του φάσματος, στην ορθολογιστική κατανομή των πόρων, αλλά και στην εκμετάλλευση της γνώσης του φυσικού επιπέδου.

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο των ερευνητικών δραστηριοτήτων της ομάδας Ραδιοεπικοινωνιών και Δορυφορικών Επικοινωνιών του Τομέα Μετάδοσης Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ. Αντικείμενο της εργασίας είναι τα ασύρματα δίκτυα 5ης γενιάς (5G) και η ανάπτυξη και εφαρμογή στοχαστικού μοντέλου στην μοντελοποίηση του φυσικού στρώματος μέσω της χρήσης πολυδιάστατων στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων (ΣΔΕ). Οι ΣΔΕ αποτελούν έναν σύγχρονο κλάδο των μαθηματικών, με πλούσιο θεωρητικό υπόβαθρο αλλά και πλούσιο πεδίο εφαρμογών.

Η εξέλιξη των σύγχρονων ασύρματων συστημάτων τα τελευταία χρόνια χαρακτηρίζεται από την εκμετάλλευση όλων των διαστάσεων του χώρου σηματοδοσίας, συμπεριλαμβανομένης της χωρικής για την επίτευξη συστημάτων υψηλής χωρητικότητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι τεχνικές πολλαπλών κεραιών MIMO που είναι πλέον βασικό συστατικό των σύγχρονων προτύπων ασύρματων δικτύων και βασική τεχνολογία στα αναπτυσσόμενα συστήματα 5G. Στο πλαίσιο αυτό η μοντελοποίηση του φυσικού στρώματος του καναλιού πιο συγκεκριμένα στο χώρο και στο χρόνο καθίσταται η μόνη αποτελεσματική μέθοδος αποδοτικής του εκμετάλλευσης.

Στην παρούσα εργασία βασικό αντικείμενο μελέτης αποτελεί η δυναμική στατιστική μελέτη και η πρόβλεψη του φαινομένου της σκίασης (shadowing) σε ασύρματα δίκτυα. Η εργασία αποτελεί εξέλιξη μέρους προγενέστερης διδακτορικής διατριβής του γράφοντος με βάση τις νεότερες εξελίξεις στα δίκτυα 5G. Στο πλαίσιο αυτό εξελίχθηκε το δυναμικό μοντέλο για τη μελέτη και τη πρόβλεψη του φαινομένου της σκίασης σε ασύρματα δίκτυα με χρήση ΣΔΕ. Το μοντέλο αυτό είναι σε θέση να αναπαραγάγει τη χρονική μεταβολή του φαινομένου της σκίασης σε πολλούς χρήστες λαμβάνοντας υπόψη τόσο τα στάσιμα στατιστικά χαρακτηριστικά της σκίασης όσο και τη χωρο-χρονική συσχέτιση του φαινομένου. Επιπλέον ειδικό αντικείμενο μελέτης αποτελεί η διάρκεια των διαλείψεων με χρήση μεθόδων τμήσης στάθμης διανυσματικών ανελίξεων, η οποία αντιμετωπίζεται θεωρητικά σε έκταση και υλοποιείται αριθμητικά. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στις αριθμητικές εφαρμογές του μοντέλου σε σενάρια που βρίσκονται στο επίκεντρο της έρευνας για τα δίκτυα 5G.

Στο σημείο αυτό νιώθω την ανάγκη να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στον κ. Αθανάσιο Παναγόπουλο, Επίκουρου Καθηγητή ΕΜΠ και επιβλέποντα της Διπλωματικής Εργασίας. Ο κ. Παναγόπουλος με τη διαρκή του καθοδήγηση και ενθάρρυνση, αλλά το σημαντικότερο με την πολύτιμη επιστημονική του συμβολή, αποτέλεσε για μένα καθοριστικό παράγοντα στην επιτυχή ολοκλήρωση της Διπλωματικής Εργασίας.

Τέλος, σε προσωπικό επίπεδο, θα ήθελα να εκφράσω τη βαθιά μου ευγνωμοσύνη στα αγαπημένα μου πρόσωπα. Στους γονείς μου, Αναστάσιο και Χριστοδούλα, στη σύζυγό μου Ντόρα και στα παιδιά μου Αναστάσιο και Χριστίνα. Με την αμέριστη συμπαράσταση και υπομονή τους αποτέλεσαν καθοριστικό παράγοντα στην επιτυχή ολοκλήρωση των προσπαθειών μου.

Γεώργιος Α. Καραγιάννης  
Αθήνα, Φεβρουάριος 2017

## Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	vi
Γεώργιος Α. Καραγιάννης.....	vii
Περιεχόμενα.....	viii
Κατάλογος Σχημάτων.....	x
Κατάλογος Πινάκων.....	xi
Εισαγωγή.....	xii
Κεφάλαιο 1.....	1
Σύγχρονες Ασύρματες Επικοινωνίες.....	1
1.1.  Εισαγωγή.....	1
1.1.1.  Ιστορική αναδρομή.....	1
1.1.2.  Οι Ασύρματες Επικοινωνίες Σήμερα.....	3
1.1.3.  Διαδίκτυο και παγκόσμιος ιστός.....	6
1.2.  Κυψελωτά Δίκτυα.....	7
1.2.1.  LTE - LTE advanced.....	11
1.3.  Ασύρματα Τοπικά Δίκτυα (WLAN).....	12
1.4.  Ασύρματα Μητροπολιτικά Δίκτυα (WMAN).....	14
1.5.  Ασύρματα Προσωπικά Δίκτυα (WPAN).....	14
1.6.  Το όραμα των ασύρματων επικοινωνιών - Ο δρόμος προς 5G.....	15
1.7.  Δίκτυα 5G - Τεχνολογίες.....	16
1.7.1.  Massive-MIMO.....	18
1.7.2.  Διαχείριση Παρεμβολών.....	19
1.7.3.  Διαμοίραση Φάσματος.....	20
1.7.4.  Επικοινωνίες Device-to-Device.....	21
1.7.5.  Ultra Dense Networks.....	21
1.7.6.  Συσχέτιση Τεχνολογιών Πρόσβασης (Multi Radio Access).....	22
1.7.7.  Full Duplex Radios.....	22
1.7.8.  Τεχνολογίες Νέφους (Cloud).....	22
1.7.9.  Μιλιμετρικές Επικοινωνίες.....	23
Κεφάλαιο 2.....	25
Μοντελοποίηση του Ραδιοδιαύλου.....	25
2.1.  Γενικά.....	25
2.2.  Χαρακτηρισμός του Κινητού Ραδιοδιαύλου.....	28
2.2.1.  Διαλείψεις Μικρής Κλίμακας.....	34
2.2.2.  Διαλείψεις Μεγάλης Κλίμακας.....	40
2.3.  Μοντέλα Καναλιού για δίκτυα 5G.....	42
Κεφάλαιο 3.....	45
Δυναμικό πολυδιάστατο μοντέλο λογαριθμοκανονικής σκίασης.....	45
3.1.  Πρόλογος.....	45
3.2.  Εισαγωγή.....	46
3.3.  Δυναμικό μοντέλο λογαριθμοκανονικής σκίασης.....	48
3.3.1.  Τυχαίο Πεδίο της Σκίασης.....	48
3.3.2.  Δυναμικό Μοντέλο.....	53
3.3.3.  Πιθανότητες Μετάβασης.....	57
3.3.4.  Διάρκεια Διαλείψεων και Ρυθμός Τμήσης Στάθμης.....	58
3.4.  Αριθμητικά Αποτελέσματα της Μεθόδου σε δίκτυα 5G.....	61
3.4.1.  Dual-Hop WiGiG.....	62
3.4.2.  Urban MicroCell (UMi).....	63



3.5. Συμπεράσματα.....	64
Κεφάλαιο 4.....	69
Συμπεράσματα και Περαιτέρω Έρευνα.....	69
Βιβλιογραφία.....	71
Παράρτημα Α.....	A1
Κανονική και Λογαριθμοκανονική κατανομή.....	A1
Μονοδιάστατη.....	A1
Δισδιάστατη.....	A1
Πολυδιάστατη.....	A3
Κατανομή διαφοράς δύο κανονικών τ.μ. και αντίστοιχης λογαριθμοκανονικής.....	A4
Παράρτημα Β.....	B1
Τμήση στάθμης (Level Crossing) και διάρκεια διαλείψεων.....	B1
Στάσιμες ροές ενδεχομένων.....	B1
Τμήση στάθμης.....	B3
Διάρκεια Διαλείψεων.....	B4
Παράρτημα Γ.....	Γ1
Βασική Θεωρία Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων (ΣΔΕ).....	Γ1
Γενικά.....	Γ1
Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις.....	Γ1
Εισαγωγή στις Στοχαστικές Διαφορικές Εξισώσεις.....	Γ5
Λογισμός Ito και ΣΔΕ.....	Γ7
Παράρτημα Δ.....	Δ1
Υπολογισμός του ρυθμού τμήσης στάθμης και μέσου χρόνου διακοπής.....	Δ1
Ρυθμός Μετάπτωσης σε Διακοπή για σύστημα N-πλής διαφορικής λήψης.....	Δ1
Ρυθμός Μετάπτωσης σε Διακοπή για ζεύξη N τμημάτων (N-hop).....	Δ3
Περίληψη.....	Π1
Abstract.....	Ab1

## Κατάλογος Σχημάτων

Εικ. 1 Αρχιτεκτονική δικτύου 5G (πηγή [Gupta and Jha 2015]).....	18
Εικ. 2 Χωρική μεταβολή της περιβάλλουσας από υπέρθεση δύο επίπεδων κυμάτων	36
Εικ. 3 Γραμμοσκιασμένη περιοχή διακοπής λειτουργίας σε σύστημα διπλής διαφορικής προστασίας με τη μέθοδο SC. ....	65
Εικ. 4 Γραμμοσκιασμένη περιοχή διακοπής λειτουργίας σε αναγεννητικό σύστημα αναμετάδοσης δύο βημάτων.....	65
Εικ. 5 Θεωρητική και αναπαραγόμενη πιθανότητα διακοπής για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop).....	66
Εικ. 6 Θεωρητική και αναπαραγόμενη τιμή μέσης διάρκειας διάλειψης για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop).....	66
Εικ. 7 Εξάρτηση της μέσης διάρκειας διάλειψης για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop) για τρεις τιμές συσχέτισης της σκίασης. ....	67
Εικ. 8 Θεωρητική και παραγόμενη πιθανότητα διακοπής σε συνάρτηση της καλυφθείσας απόστασης.....	67
Εικ. 9 Θεωρητική και παραγόμενη τιμή της μέσης διάρκειας διάλειψης σε σχέση με την καλυφθείσα απόσταση. ....	68
Εικ. 10 Μέσος ρυθμός μεταπομπής για το σύστημα 5G σε περιβάλλον UMi.....	68

## **Κατάλογος Πινάκων**

Πίνακας 1 Ονομασίες ζωνών συχνοτήτων .....	5
--	---

## Εισαγωγή

Η απαίτηση για την επίτευξη εξαιρετικά υψηλών ρυθμών μετάδοσης της πληροφορίας στα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά συστήματα έχει οδηγήσει στη χρήση ολοένα και υψηλότερων συχνοτήτων. Η χρήση περιοχών του φάσματος της μικροκυματικής περιοχής και ειδικά αυτής που περιγράφεται ως χιλιοστομετρική (mm-Wave) έχει προταθεί σαν μια πολλά υποσχόμενη λύση για τα δίκτυα 5<sup>ης</sup> γενιάς (5G). Παρόλο που παρέχεται από την μπάντα των χιλιοστομετρικών συχνοτήτων (πάνω από 20GHz) το επιθυμητό εύρος ζώνης που απαιτείται για τη σχεδίαση και ανάπτυξη δικτύων 5G, δημιουργεί την ανάγκη ανάπτυξης νέων μοντέλων καναλιού για τη βέλτιστη περιγραφή των φαινομένων διάδοσης ραδιοκυμάτων στις υψηλές αυτές συχνότητες.

Η σκίαση είναι το φαινόμενο της απόκλισης της λαμβανόμενης ισχύος από την υπολογιζόμενη μέση τιμή με βάση την απόσταση του δέκτη από τον πομπό. Οι διαλείψεις που οφείλονται στη σκίαση προκαλούνται από την παρουσία εμποδίων που εξασθενούν το λαμβανόμενο σήμα. Η σκίαση αν και αποτελεί ένα καθαρά χωρικό φαινόμενο για δεδομένο περιβάλλον διάδοσης, ωστόσο κίνηση του δέκτη, του πομπού ή/και εμποδίων εισάγουν χρονική μεταβολή, που μετατρέπει το φαινόμενο της σκίασης σε ένα χωρο-χρονικό φαινόμενο. Η χρονική μεταβολή της σκίασης από την κίνηση εμποδίων ακόμα και για ακίνητους χρήστες μπορεί να έχει σοβαρή επίπτωση σε πυκνά περιβάλλοντα διάδοσης όπως για παράδειγμα σε εσωτερικούς χώρους ή σε περιοχές πολλά πυκνά κτήρια και ανθρώπους. Επιπλέον η σκίαση αποτελεί μια σημαντική παράμετρο για τη σχεδίαση των ασύρματων δικτύων νέας γενιάς, καθώς επηρεάζει την περιοχή κάλυψης, τη διαδικασία της μεταπομπής (handover) στα κυβελωτά συστήματα, τις τεχνικές μακρο-διαφορικής λήψης και επιπλην ισχύ των παρεμβολών. Κατά συνέπεια η χωρο-χρονική μοντελοποίηση του φαινομένου της σκίασης λαμβάνοντας υπόψη τις στατιστικές παραμέτρους του φαινομένου τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο αποτελεί μια ακριβέστερη και πιο ρεαλιστική αντιμετώπιση των σύγχρονων προβλημάτων σχεδίασης των απαιτητικών νέων συστημάτων ραδιοεπικοινωνιών.

Οι στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις (ΣΔΕ) επιτρέπουν την εισαγωγή της τυχειότητας σε δυναμικά συστήματα στα οποία αυτή υπεισέρχεται είτε εγγενώς είτε λόγω μερικής γνώσης των παραμέτρων, που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά τους. Η

γνώση φυσικών νόμων που περιγράφουν ένα φαινόμενο μπορεί να ληφθεί υπόψη στο σχηματισμό μιας διαφορικής εξίσωσης με την τυχαιότητα να υπεισέρχεται στις παραμέτρους ή/και στις αρχικές συνθήκες. Ωστόσο όταν η γνώση της φυσικής του προβλήματος είναι περιορισμένη, ακόμη και τότε μια στοχαστική διαφορική εξίσωση μπορεί να αποτελέσει μια φαινομενολογική περιγραφή του υπό μελέτη συστήματος με την προϋπόθεση βέβαια ότι ανταποκρίνεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά του, όπως προκύπτουν από τα πειραματικά δεδομένα. Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία παρουσιάζεται ένα στοχαστικό δυναμικό μοντέλο για τη μοντελοποίηση της σκίασης με χρήση πολυδιάστατων ΣΔΕ.

Η Διπλωματική Εργασία αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος παρέχεται μια εισαγωγική περιγραφή των σύγχρονων ασύρματων δικτύων και της επίδρασης του ραδιοδιαύλου. Περιγράφονται επίσης οι σύγχρονες τάσεις στη σχεδίαση και ανάπτυξη δικτύων 5G καθώς και τα προβλήματα μοντελοποίησης του ραδιοδιαύλου για εφαρμογές 5G. Στο δεύτερο μέρος της εργασίας παρουσιάζεται το δυναμικό στοχαστικό μοντέλο της σκίασης με εφαρμογή σε δίκτυα 5G.

Το μοντέλο για τη μοντελοποίηση του φαινομένου της σκίασης είναι ικανό να αναπαραγάγει τόσο τη χρονική μεταβολή του φαινομένου, όσο και τη χωρική του συσχέτιση. Παρουσιάζονται επίσης με βάση το θεωρητικό πλαίσιο του μοντέλου νέα αναλυτικά αποτελέσματα που αφορούν το μέσο χρόνο διαλείψεων (AOD, Average Outage Duration) και το ρυθμό τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate) με χρήση μεθόδων τμήσης στάθμης διανυσματικών ανελίξεων. Παρέχονται τέλος αριθμητικά αποτελέσματα που περιλαμβάνουν υπολογισμό της μέσης διάρκειας διαλείψεων αλλά και του ρυθμού μεταπομπής (hand-off), βασικές παραμέτρους σχεδίασης σύγχρονων κυψελωτών συστημάτων.

# Κεφάλαιο 1.

## Σύγχρονες Ασύρματες Επικοινωνίες.

### 1.1. Εισαγωγή

#### 1.1.1. Ιστορική αναδρομή

Οι ασύρματες επικοινωνίες αναμφισβήτητα αποτελούν την τεχνολογία που επέδρασε με τον πιο εντυπωσιακό τρόπο στην καθημερινή ζωή την τελευταία εικοσαετία. Από τα τέλη της δεκαετίας του 80' με την εμφάνιση των πρώτων αναλογικών κυψελωτών συστημάτων, μέχρι σήμερα με τις 'έξυπνες' συσκευές, τους φορητούς υπολογιστές και τους υπολογιστές χειρός, με ικανότητα πρόσβασης στο διαδίκτυο και με μια πληθώρα εφαρμογών πολυμέσων, οι ασύρματες επικοινωνίες επέδρασαν καταλυτικά στον τρόπο που επικοινωνούμε και δουλεύουμε και γενικά στον τρόπο ζωής και σκέψης. Δεν είναι υπερβολή να πει κανείς ότι διανύουμε ήδη την εποχή της 'ασύρματης επανάστασης' [Rappaport 1991], με τις ασύρματες επικοινωνίες να αποτελούν σήμερα ένα συνεχώς εξελισσόμενο πεδίο έρευνας με πλήθος νέων εφαρμογών και δυνατοτήτων. Η συνεχής αυτή εξέλιξη οδηγεί προς την επίτευξη αυτού, που θα μπορούσε να περιγραφεί ως το όραμα των ασύρματων επικοινωνιών, δηλαδή την ικανότητα δικτύωσης από οποιονδήποτε, από οπουδήποτε, οποιαδήποτε χρονική στιγμή και για οποιαδήποτε υπηρεσία. Ο δρόμος προς την επίτευξη αυτού του στόχου ωστόσο δεν είναι απλός, αφού θα πρέπει να επιλυθούν ένα πλήθος από τεχνικά ζητήματα, που ποικίλουν ανάλογα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε ζεύξης.

Οι απαρχές της χρήσης της ασύρματης επικοινωνίας με μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μπορούν να τοποθετηθούν χρονολογικά στη θεωρητική θεμελίωση των νόμων του ηλεκτρομαγνητισμού το 1864 από τον Σκωτσέζο φυσικομαθηματικό James Clerk Maxwell (1831-1879) και στα πειράματα του Γερμανού φυσικού Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), που το 1888 απέδειξε πειραματικά την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων [Sarkar et al. 2006]. Ωστόσο, τόσο πριν από το έργο των δύο σπουδαίων αυτών επιστημόνων, όσο και μετέπειτα, ένα πλήθος από σημαντικούς ερευνητές συνεισέφερε με το έργο του στην εξέλιξη των ασύρματων επικοινωνιών, ώστε αυτή να μην μπορεί να αποδοθεί σε

συγκεκριμένα πρόσωπα ή κράτη [Salazar-Palma et al. 2011]. Μια συστηματική παρουσίαση της ιστορικής αυτής εξέλιξης δίνεται στο [Sarkar et al. 2006].

Σταθμό στην εξέλιξη των ασύρματων ζεύξεων αποτέλεσε η εργασία του Ιταλού μηχανικού Guglielmo Marconi (1874-1937), ο οποίος εγκατέστησε το 1901 υπερατλαντική ασύρματη ζεύξη και θεωρείται ως ο πατέρας των ραδιοζεύξεων μεγάλων αποστάσεων [Bondyopadhyay 1995]. Την ίδια περίοδο ο Καναδός Reginald Aubrey Fessenden (1866-1932) πέτυχε την πρώτη ασύρματη μετάδοση ομιλίας σε απόσταση 25 μιλίων, με συχνότητα 10KHz και θεωρείται ο πατέρας της διαμόρφωσης AM [Sarkar et al. 2006]. Οι χρησιμοποιούμενοι πομποί στις αρχές του 20ου αιώνα ήταν γεννήτριες ηλεκτρικού σπινθήρα διάκενου (spark-gap), χωρίς δυνατότητα διαμόρφωσης και χρησιμοποιούνταν για μετάδοση σημάτων Morse, γνωστή ως ραδιοτηλεγραφία. Η ανακάλυψη της τριόδου λυχνίας το 1907 από τον Αμερικανό εξερευνητή Lee de Forest (1873-1961), εγκαινίασε μια νέα εποχή στα ηλεκτρονικά, που οδήγησε σε μια σειρά από σημαντικές εξελίξεις στις ασύρματες ζεύξεις. Το 1912 ο Αμερικανός ερευνητής Edwin Howard Armstrong (1890-1954) κατασκεύασε ενισχυτή ανατροφοδοτώντας μια τριόδο λυχνία και ανακάλυψε τη λειτουργία του ως ταλαντωτή με αύξηση της ανάδρασης. Το 1918 ανακάλυψε τον υπερετερόδουνο δέκτη βασισμένος στην αρχή της ετερόδουνης λήψης, όπως είχε διατυπωθεί το 1902 από τον Καναδό Reginald Aubrey Fessenden (1866-1932) και το 1936 τη διαμόρφωση συχνότητας (FM: Frequency Modulation).

Οι μετέπειτα εξελίξεις στην ηλεκτρονική και τις τηλεπικοινωνίες ήταν συνεχείς. Η ανακάλυψη της magnetron, της λυχνίας κλείστρον (klystron) και της λυχνίας οδεύοντος κύματος (TWT: Travelling Wave Tube) επέτρεψαν την εκπομπή ικανής ισχύος σε μικροκυματικές συχνότητες [Anderson 2003]. Ειδικότερα οι λυχνίες κλείστρον αποτέλεσαν τα θεμέλια των ραδιοζεύξεων αναμετάδοσης (radio-relay), που τέθηκαν σε εφαρμογή πριν τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο [Huurdeeman 2003]. Ο πόλεμος, ωστόσο πέραν της ώθησης στην εξέλιξη της μικροκυματικής τεχνολογίας (ραντάρ) επέφερε εξελίξεις και στην τεχνολογία της πυραυλοώθησης. Οι δύο αυτές διαφορετικές τεχνολογίες έθεσαν τη βάση για την ανάπτυξη των δορυφορικών επικοινωνιών [Maral et al. 2009]. Ήδη το 1945 ο Βρετανός συγγραφέας επιστημονικής φαντασίας Arthur C. Clarke είχε προτείνει την ιδέα της χρήσης δορυφόρων ως επικοινωνιακών αναμεταδοτών. Ωστόσο η εκτόξευση του πρώτου τεχνητού δορυφόρου σε τροχιά πραγματοποιήθηκε αρκετά αργότερα, το 1957, με τον Sputnik I από την πρώην Ε.Σ.Σ.Δ. Νωρίτερα, το 1948 είχε ανακαλυφθεί από τους

W.H. Brattain, J. Bardeen και W. Shockley των Bell Labs το τρανζίστορ, που θα αντικαθιστούσε τις λυχνίες και τους ηλεκτρομηχανικούς διακόπτες και θα έδινε νέα ώθηση στην εξέλιξη των ηλεκτρονικών και της ψηφιακής τεχνολογίας. Η δημιουργία του πρώτου ολοκληρωμένου κυκλώματος επετεύχθη το 1958 από τους Robert Noyce της INTEL και Jack Kilby της Texas Instruments. Το 1960 εκτοξεύτηκε από τη NASA ο παθητικός τηλεπικοινωνιακός δορυφόρος ECHO I, ενώ η εκτόξευση του TELSTAR I το 1961 επέτρεψε την αναμετάδοση τηλεοπτικών προγραμμάτων πέραν του Ατλαντικού. Ακολούθησε ο SYNCOM το 1963, ενώ το 1964 ιδρύθηκε ο πολυεθνικός οργανισμός INTELSAT, που από το 1965 έθεσε σε τροχιά 4 γενιές δορυφόρων εντός μιας δεκαετίας, με χαρακτηριστικό την εκτόξευση το 1972 του INTELSAT V, του πρώτου τηλεπικοινωνιακού μέσου με εφαρμογή πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση χρόνου (TDMA, Time Division Multiple Access). Το 1968 δημιουργήθηκε το ARPANET, ο πρόγονος του INTERNET, το οποίο τέθηκε σε εφαρμογή το 1971. Το πρώτο κυψελωτό δίκτυο κινητής τηλεφωνίας δοκιμάστηκε στα εργαστήρια AT&T Bell Laboratories το 1978, ενώ τέθηκε σε υπηρεσία το 1983.

### **1.1.2. Οι Ασύρματες Επικοινωνίες Σήμερα**

Οι ασύρματες ζεύξεις αποτελούν σήμερα το ταχύτερα αναπτυσσόμενο τμήμα της τεχνολογίας των τηλεπικοινωνιών. Με τον όρο πλέον ασύρματες επικοινωνίες περιγράφεται ένα σύνολο τεχνολογιών που αναφέρεται σε εφαρμογές, σε συστήματα και σε περιοχές κάλυψης [Κανάτας et al. 2008]. Οι εφαρμογές περιλαμβάνουν μετάδοση φωνής απευθείας ή μέσω πρωτοκόλλου διαδικτύου, πρόσβαση στο διαδίκτυο και πλοήγηση στον παγκόσμιο ιστό, ανταλλαγή γραπτών μηνυμάτων, ανταλλαγή αρχείων και δεδομένων, τηλε-ειδοποίηση (paging), συνδρομητικές εφαρμογές (διαδικτυακά παιχνίδια κλπ), τηλεδιασκέψεις video, εκπομπή live video streaming, συνδρομητική τηλεόραση, εφαρμογές τηλε-εκπαίδευσης, τηλεματική ιατρική, παραμετρική παρακολούθηση με δίκτυα αισθητήρων, εφαρμογές υλοποίησης της ψηφιακής οικίας και δίκτυα επί του σώματος. Οι διάφορες αυτές εφαρμογές υποστηρίζονται από υπηρεσίες οι οποίες ανάλογα με τα κοινά χαρακτηριστικά τους μπορούν να ταξινομηθούν σε [Molisch 2011]:

- Υπηρεσίες ευρύ-εκπομπής (broadcasting)
- Υπηρεσίες τηλε-ειδοποίησης (paging)
- Υπηρεσίες κυψελωτής τηλεφωνίας (cellular telephony)
- Υπηρεσίες ασυρμάτου (trunking radio)



- Υπηρεσίες ασύρματης τηλεφωνίας (cordless telephony)
- Υπηρεσίες ασύρματων τοπικών δικτύων (WLAN)
- Υπηρεσίες προσωπικών δικτύων περιοχής (WPAN)
- Υπηρεσίες σταθερής ασύρματης πρόσβασης (FWA, Fixed Wireless Access)
- Υπηρεσίες αυτοκαθοριζόμενων δικτύων (ad hoc networks) και δικτύων αισθητήρων (sensor networks)
- Δορυφορικές υπηρεσίες.

Συστήματα ασύρματων επικοινωνιών αποτελούν τα κυβελωτά συστήματα επικοινωνιών (GSM, IS54, IS95, IS136, UMTS, κλπ), τα ασύρματα τηλεφωνικά συστήματα (DECT, PHS, κλπ), τα συστήματα για εφαρμογές έκτακτης ανάγκης (TETRA), τα συστήματα για εντοπισμό στόλων (Omnitrac), συστήματα ευρυεκπομπής ψηφιακού ήχου (DAB) και video (DVB), τα ασύρματα τοπικά δίκτυα υπολογιστών LAN (802.11, HIPERPLAN I, HIPERPLAN II), τα δορυφορικά συστήματα επικοινωνιών, τα συστήματα ασύρματης δικτύωσης μικρών αποστάσεων WPAN (Bluetooth, IEEE 802.15), καθώς και δίκτυα σταθερής ασύρματης ευρυζωνικής πρόσβασης WMAN (LMDS, MMDS, HiperACCESS, IEEE 802.16).

Σε ότι αφορά την περιοχή κάλυψης τα δίκτυα διακρίνονται σε αυτά εσωτερικών χώρων, εξωτερικών χώρων, που μπορεί να εκτείνονται από μια μικρή περιοχή, σε μια πόλη, σε μια ευρύτερη γεωγραφική περιοχή [Κανάτας et al. 2008].

Περαιτέρω τα ασύρματα δίκτυα μπορούν να διακριθούν ανάλογα με τις χρησιμοποιούμενες τεχνολογίες. Αναλογικά ή ψηφιακά χαρακτηρίζονται τα ασύρματα δίκτυα ανάλογα με τη χρησιμοποιούμενη τεχνολογία μετάδοσης της πληροφορίας, αναλογική ή ψηφιακή αντίστοιχα. Τα σύγχρονα ασύρματα δίκτυα είναι σχεδόν κατ' αποκλειστικότητα ψηφιακά. Μεταγωγή (switching) είναι η διαδικασία φυσικής μετακίνησης των δυαδικών ψηφίων πληροφορίας (bits) από τη θύρα εισόδου στη θύρα εξόδου ενός τηλεπικοινωνιακού κόμβου, ενώ δρομολόγηση (routing) είναι η διαδικασία της προώθησης της πληροφορίας από τον αποστολέα στον παραλήπτη διαμέσω του δικτύου [Κανάτας et al. 2008]. Οι χρησιμοποιούμενες τεχνολογίες μεταγωγής στα ασύρματα δίκτυα διακρίνονται σε μεταγωγή κυκλώματος και μεταγωγή πακέτων. Επιπλέον καθώς ο ασύρματος διάυλος αποτελεί ένα μέσο κοινής χρήσης τα δίκτυα διακρίνονται ανάλογα με τις χρησιμοποιούμενες τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης και τον τρόπο επίτευξης αμφίδρομης επικοινωνίας ή μη.

Το φάσμα των ραδιοσυχνοτήτων αποτελεί ένα περιορισμένο φυσικό πόρο που καθώς μοιράζεται σε όλα τα δίκτυα ασύρματων και δορυφορικών επικοινωνιών θα πρέπει να κατανέμεται με τέτοιο τρόπο που να εξυπηρετεί αφενός τις παρεχόμενες υπηρεσίες περιορίζοντας ωστόσο τις παρεμβολές. Πρακτικά το ραδιοφάσμα που χρησιμοποιείται στις τηλεπικοινωνίες κυμαίνεται από 3KHz έως 300GHz [Saunders 2007]. Ο διαχωρισμός του ραδιοφάσματος σε περιοχές (μπάντες) συχνοτήτων φαίνεται στον Πίνακα 1. Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 1 υφίστανται δύο τρόποι ονοματοδοσίας των περιοχών συχνοτήτων: ο ένας προέρχεται από τις εφαρμογές των ραντάρ τη δεκαετία του 40' [Ippolito 2008] και χρησιμοποιεί γράμματα, ενώ ο άλλος διαχωρίζει το μήκος κύματος ανά πολλαπλάσια του 10.

**Πίνακας 1 Ονομασίες ζωνών συχνοτήτων**

Περιοχή Συχνοτήτων	Εύρος	Μπάντα	Εύρος (GHz)
VLF (Very Low Frequency)	3-30KHz	L	1-2
LF (Low Frequency)	30-300KHz	S	2-4
MF (Medium Frequency)	0.3-3MHz	C	4-8
HF (High Frequency)	3-30MHz	X	8-12
VHF (Very High Frequency)	30-300MHz	Ku	12-18
UHF (Ultra High Frequency)	0.3-3GHz	K	18-26
SHF (Super High Frequency)	3-30GHz	Ka	26-40
EHF(Extra High Frequency)	30-300GHz	V	40-75
		W	75-111

Η κατανομή των συχνοτήτων γίνεται τόσο σε εγχώριο (domestic) όσο και σε διεθνές επίπεδο (international). Ο κατεξοχήν φορέας εκχώρησης συχνοτήτων σε διεθνές επίπεδο είναι η Διεθνής Ένωση Τηλεπικοινωνιών (ITU, International Telecommunication Union). Η ITU είναι φορέας των Ηνωμένων Εθνών και εδρεύει στη Γενεύη. Ιδρύθηκε το 1936 από την International Telegraphic Union, ενώ σήμερα απαριθμεί 193 κράτη-μέλη και περισσότερους από 700 ιδιωτικούς φορείς και πανεπιστημιακούς οργανισμούς [ITU Web 2013]. Η ITU εκχωρεί συχνότητες σε παγκόσμια και τοπική βάση έχοντας χωρίσει την υφήλιο σε τρεις ζώνες [ITU 2012a]. Εκτός όμως από το έργο της στην διαχείριση των ραδιοσυχνοτήτων η ITU δραστηριοποιείται επίσης στον καθορισμό δορυφορικών τροχιών, στην ανάπτυξη διεθνών προτύπων για την εναρμόνιση των δικτύων και των τεχνολογιών και στην

περαιτέρω προώθηση των τεχνολογιών πληροφορίας και επικοινωνιών (ICT, Information and Communication Technologies).

Το έργο της προτυποποίησης των διάφορων τεχνολογιών αποτελεί βασικό παράγοντα στην εξέλιξη των διαφόρων συστημάτων, ακόμη και στην εμπορική τους επιτυχία, αφού έτσι επιτυγχάνεται ευρεία αποδοχή τους. Έτσι εκτός από την ITU υφίσταται ένας σημαντικός αριθμός από εγχώριους και διεθνείς οργανισμούς που δραστηριοποιούνται στο έργο της προτυποποίησης. Στην Ευρώπη δραστηριοποιείται το Ευρωπαϊκό Ινστιτούτο Τηλεπικοινωνιακών Προτύπων (ETSI, European Telecommunications Standards Institute) [ETSI 2012], που ιδρύθηκε το 1988 με σκοπό την καθιέρωση διεθνώς αναγνωρισμένων προτύπων συστημάτων ICT. Ο οργανισμοί 3GPP και 3GPP2 που ιδρύθηκαν το 1988 και δραστηριοποιούνται στην εκπόνηση προτύπων δικτύων 3ης γενιάς και στην περαιτέρω ανάπτυξή τους, αποτελούν ένα συνασπισμό από οργανισμούς προτυποποίησης διαφόρων χωρών. Το Αμερικάνικο Εθνικό Ινστιτούτο Προτυποποίησης (ANSI, American National Standards Institute) αναπτύσσει πρότυπα που εκτείνονται σε ένα ευρύ φάσμα, ενώ σημαντικό έργο προτυποποίησης επιτελείται και στα πλαίσια του Ινστιτούτου Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών (IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineering). Ο Διεθνής Οργανισμός προτυποποίησης (ISO, International Organization for Standardization) ιδρύθηκε το 1947 και αποτελεί σήμερα έναν παγκόσμιο οργανισμό προτυποποίησης από 162 μέλη, που αναπτύσσει πρότυπα και προδιαγραφές που εκτείνονται σχεδόν σε όλο το εύρος της τεχνολογίας και της επιχειρηματικής δραστηριότητας. Ο οργανισμός ISO έχει αναπτύξει το γνωστό πρότυπο OSI (Open Systems Interconnection).

### **1.1.3. Διαδίκτυο και παγκόσμιος ιστός**

Μια από τις βασικές παραμέτρους στην ανάπτυξη των σύγχρονων ασύρματων επικοινωνιών αποτελεί το διαδίκτυο, καθώς η δυνατότητα ασύρματης ευρυζωνικής πρόσβασης στο διαδίκτυο καθίσταται βασική παράμετρος στη σχεδίαση. Ο όρος διαδίκτυο χρησιμοποιείται στην επιστήμη των υπολογιστών για να περιγράψει ένα σύστημα από διασυνδεδεμένα δίκτυα υπολογιστών, ωστόσο στις μέρες μας έχει γίνει σχεδόν ταυτόσημος με το παγκόσμιο διαδίκτυο (Internet), το οποίο είναι ένα συγκεκριμένο διαδίκτυο. Το διαδίκτυο αυτό είναι μια τεράστια συλλογή από διαφορετικά δίκτυα που χρησιμοποιούν κάποια κοινά πρωτόκολλα και παρέχουν κάποιες κοινές υπηρεσίες [Tanenbaum and Wetherall 2011]. Πρόγονος του

διαδικτύου αποτέλεσε το ARPANET στα τέλη της δεκαετίας του '60 ενώ σημαντική αύξηση των χρηστών παρατηρήθηκε μετά την καθιέρωση του πρωτοκόλλου TCP/IP στις αρχές της δεκαετίας του '80. Οι αρχικοί χρήστες του διαδικτύου ήταν κυρίως ακαδημαϊκοί και κρατικοί οργανισμοί με κύριες εφαρμογές το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο, ομάδες συζητήσεων, εφαρμογές τηλεσυνδέσεων και μεταφορά αρχείων. Ωστόσο καθώς η εξέλιξη στα ηλεκτρονικά κατέστησε εφικτή την αγορά οικιακών υπολογιστών [Seel 2012] και σε συνδυασμό με την ανάπτυξη της εφαρμογής του παγκόσμιου ιστού (WWW, World Wide Web) [Walrand 1991], που διευκόλυνε την πλοήγηση, το διαδίκτυο γνώρισε από τα μέσα της δεκαετία του '90 ραγδαία ανάπτυξη. Επίτευξη υψηλότερων ταχυτήτων, μέθοδοι ασύρματης πρόσβασης, νέες συσκευές και εφαρμογές, δυνατότητα υποστήριξης πολυμέσων εξελίσσουν διαρκώς το διαδίκτυο.

## 1.2. Κυψελωτά Δίκτυα

Τα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας αναμφισβήτητα γνωρίζουν τη μεγαλύτερη επιτυχία από τα ασύρματα δίκτυα [Goldsmith 2005]. Η αλματώδης εξάπλωση της χρήσης των κινητών τηλεφώνων που συντελέστηκε τη δεκαετία του 90' ταυτίζεται χρονικά με την εξίσου εντυπωσιακή εξέλιξη της χρήσης του διαδικτύου και του παγκόσμιου ιστού. Από στατιστικά στοιχεία της βάσης δεδομένων της ITU [ITU 2012b] η συνεχής εξέλιξη των χρηστών του διαδικτύου φαίνεται στο διάγραμμα της **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** Παράλληλα τα αντίστοιχα στατιστικά δεδομένα για τους χρήστες κινητής τηλεφωνίας φαίνονται στην **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.**

Σκιαγραφώντας την εξέλιξη των κυψελωτών συστημάτων τα αναλογικά συστήματα πρώτης γενιάς της δεκαετίας του 80' εξελίχθηκαν στα συστήματα δεύτερης γενιάς (2G) τη δεκαετία του 90' που βασίζονταν σε ψηφιακή τεχνολογία. Ενώ τα συστήματα αυτά ήταν προσανατολισμένα κυρίως στη μετάδοση φωνής σταδιακά εξελίχθηκαν ώστε να υποστηρίξουν μετάδοση δεδομένων. Στην Ευρώπη αναπτύχθηκε το σύστημα GSM (Global System for Mobile Communications, αρχικά Groupe Speciale Mobile) στα μέσα της δεκαετίας του 80' για να παρέχει ένα πανευρωπαϊκό σύστημα κινητής τηλεφωνίας. Την ίδια περίοδο αναπτύχθηκαν τα συστήματα US-TDMA στις Η.Π.Α και PDC στην Ιαπωνία, τα οποία όπως και το GSM χρησιμοποιούσαν την τεχνική πολλαπλής πρόσβαση με διαίρεση χρόνου

TDMA (Time Division Multiple Access). Το σύστημα US-TDMA ήταν ευρύτερα γνωστό με την ονομασία D-AMPS (Digital AMPS) και αποτελούσε την ψηφιακή εξέλιξη του αναλογικού συστήματος πρώτης γενιάς AMPS (Advanced Mobile Phone System). Το σύστημα D-AMPS βασιζόταν στο σύστημα IS-54, που μετεξελίχτηκε στο IS-136 το 1996. Στις Η.Π.Α χρησιμοποιήθηκε και η τεχνική πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση κώδικα CDMA (Code Division Multiple Access) στο πρότυπο IS-95 (Interim Standard 95), γνωστό και ως cdmaone, που αναπτύχθηκε το 1993, με την επέκτασή του ως IS-95b ή cdmatwo αργότερα. Το σύστημα αυτό ήταν το μοναδικό σύστημα δεύτερης γενιάς με διαίρεση κώδικα.

Τα συστήματα που χαρακτηρίζονται ως δεύτερης γενιάς (2G) ήταν γενικά συστήματα στενού εύρους ζώνης (narrowband), καθώς ήταν προσανατολισμένα σε υπηρεσίες με χαμηλές απαιτήσεις σε εύρος ζώνης, όπως η μετάδοση φωνής. Ωστόσο η χρήση ψηφιακής τεχνολογίας επέτρεψε τη μετάδοση και δεδομένων με χαμηλούς ρυθμούς μετάδοσης, όπως SMS (Short Message Services), ηλεκτρονικό ταχυδρομείο (email) κλπ. Οι υπηρεσίες αυτές δεδομένων βασιζόνταν σε μεταγωγή κυκλώματος (circuit switched), όπως και οι συνομιλίες. Υψηλότεροι ρυθμοί μετάδοσης επετεύχθησαν αργότερα με εξέλιξη των συστημάτων 2G με διάφορες τεχνικές, όπως πολλαπλές χρονικές θυρίδες σε ένα χρήστη (HSCD, High Speed Circuit Switched Data στο GSM) και με τροποποίηση των μεθόδων κωδικοποίησης [Dahlman et al. 2011]. Η μετακίνηση πακέτων δεδομένων έγινε εφικτή στο GSM με το GPRS (General Packet Radio Services) που εισήχθη στο δεύτερο μισό της δεκαετίας του 90, με ανάλογες τεχνικές να εμφανίζονται σε αντίστοιχες με το GSM τεχνολογίες. Η τεχνολογία EDGE (Enhanced Data Rates for GSM Evolution) επέτρεψε ακόμη μεγαλύτερους ρυθμούς μετάδοσης στα δίκτυα GSM με χρήση προσαρμοσμένης διαμόρφωσης και κωδικοποίησης. Ανάλογες προσθήκες στο D-AMPS για υπηρεσίες δεδομένων αποτελούσαν τα D-AMPS+ και CDPD (Cellular Digital Packet Data). Αντίστοιχες βελτιώσεις εφαρμόστηκαν στο Ιαπωνικό PDC. Τα συστήματα αυτά χαρακτηρίστηκαν και ως 2.5G [Dahlman et al. 2011]. Ωστόσο παρά τους σχετικά χαμηλούς ρυθμούς μετάδοσης τα συστήματα αυτά κατέδειξαν τη δυναμική της μετάδοσης πακέτων στα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας.

Η σκέψη για την ανάπτυξη συστημάτων τρίτης γενιάς (3G) απασχόλησε από νωρίς διάφορες ομάδες εργασίας παγκοσμίως. Η ITU εγκαινίασε από τις αρχές του 90' το πρόγραμμα FPLMTS (Future Public Land Mobile Telecommunications System), που αποσκοπούσε στην ενοποίηση των προτύπων ασύρματης επικοινωνίας.

Το πρόγραμμα μετονομάστηκε σε IMT-2000 [ITU-R Rec. M.687-2 1997], [ITU-R Rec. M.817 1992] και περιλάμβανε εκτός από τις προδιαγραφές για κυψελωτά συστήματα, αντίστοιχες για δορυφορικές ζεύξεις, τοπικά ασύρματα δίκτυα (WLAN) και σταθερές ασύρματες ζεύξεις. Ωστόσο η προσπάθεια ενοποίησης αυτών των τεχνολογιών σε ένα πρότυπο, αντιμετώπισε σημαντικές δυσκολίες λόγω της διαφορετικής τους φύσης, με αποτέλεσμα το πρόγραμμα IMT-2000 να επικεντρωθεί στα κυψελωτά δίκτυα νέας γενιάς [Nicopolitidis et al. 2003], συνδυάζοντας ένα σύνολο τεχνολογιών για τη μετάβαση από τα δίκτυα δεύτερης γενιάς (2G) στα τρίτης (3G). Στην ουσία η εργασία καθόρισε τις απαιτήσεις χωρίς να προσδιορίσει πρωτόκολλα, ώστε να είναι εφικτή η χρήση υφιστάμενων διαφορετικών τεχνολογιών. Σε ότι αφορά το καθαρά ασύρματο τμήμα του δικτύου (RAN, Radio Access Network) η ITU δέχτηκε προτάσεις από άλλες ομάδες προτυποποίησης παγκοσμίως, με αρκετές από αυτές να εμφανίζουν κοινά χαρακτηριστικά.

Οι εργασίες προτυποποίησης από τον ευρωπαϊκό οργανισμό ETSI (European Telecommunications Standards Institute) που εγκαινιάστηκαν το 1996 συμπεριελάμβαναν διάφορες προτάσεις συστημάτων WCDMA, που οδήγησαν στο σύστημα UMTS (Universal Mobile Telecommunication Services), το οποίο προτάθηκε από ευρωπαϊκής πλευράς στην ITU. Το UMTS είναι βασισμένο σε δύο μοντέλα πολλαπλής πρόσβασης WCDMA, ένα με FDD και ένα με TDD. Ο ιαπωνικός οργανισμός ARIB (Association of Radio Industries and Business) πρότεινε επίσης WCDMA, συμβατό με την ευρωπαϊκή πρόταση. Ο αμερικάνικος οργανισμός TTA (Telecommunications Industry Association) πρότεινε τρία συστήματα, το UWC-136 ως εξέλιξη του IS-136 βασισμένο σε TDMA, το cdma2000 ως εξέλιξη του IS-95 και το πρότυπο WIMS βασισμένο σε WCDMA. Η αμερικάνικη επιτροπή T1P1 (επιτροπή της T1, μέλος πλέον της ATIS, Alliance for Telecommunications Industry Solutions του οργανισμού ANSI) πρότεινε το WCDMA-NA βασισμένο σε WCDMA και FDD. Ο κορεάτικος οργανισμός TTA πρότεινε δύο συστήματα, ένα όμοιο με το ιαπωνικό και ένα κοντά στο αμερικάνικο cdma2000. Τέλος η Κίνα πρότεινε το σύστημα TD-SCDMA, που βασίζεται σε σύγχρονο TD-CDMA. Γενικά οι προτάσεις περιελάμβαναν συστήματα CDMA (WCDMA, TD-WCDMA, cdma2000, TD-SCDMA) και TDMA (UWC-136, DECT).

Τελικά με βάση τα προταθέντα συστήματα καθορίστηκαν στο πλαίσιο του IMT-2000 πέντε ραδιο-επαφές (radio-interfaces), ενώ μια έκτη προστέθηκε το 2007 [ITU-R Rec. M.1457-10 2011] :

- IMT-DS (Direct Sequence) - WCDMA/ UTRA FDD
- IMT-MC (Multi-Carrier) - cdma2000
- IMT-TC (Time-Code) - UTRA TDD (TD-CDMA, TD-SCDMA)
- IMT-SC (Single-Carrier) - EDGE/UWC-136
- IMT-FT (Frequency-Time) - DECT
- IMT-OFDMA TDD WMAN - WiMAX

Παράλληλα στην προσπάθεια ενοποιημένης τυποποίησης ιδρύθηκε το 1998 ο οργανισμός 3GPP, που ασχολείται με την προτυποποίηση και εξέλιξη του WCDMA και γενικότερα με την εξέλιξη των συστημάτων GSM. Αργότερα προστέθηκε στα έργα του οργανισμού η προτυποποίηση και εξέλιξη του GSM EDGE. Ο οργανισμός 3GPP2 ιδρύθηκε παράλληλα με τον 3GPP και ασχολείται με την εξέλιξη του cdma2000. Οι δυο οργανισμοί εργάζονται με σκοπό την εξέλιξη και τον εναρμονισμό των διαφορετικών προτύπων. Αντικείμενό τους εκτός από τα δίκτυα ασύρματης πρόσβασης RAN (Radio Access Network) των αντίστοιχων συστημάτων αποτελούν και τα τμήματα του κυρίως δικτύου (Core Network). Οι εργασίες τους εκδίδονται σε μορφή προτύπων και ανατροφοδοτούν την ITU η οποία επικαιροποιεί αντίστοιχα τις εκδιδόμενες από αυτήν προδιαγραφές. Οι πρώτες εκδόσεις του οργανισμού 3GPP αφορούσαν προδιαγραφές των δικτύων GSM, ενώ με την έκδοση 1999 καθορίστηκαν τα χαρακτηριστικά του δικτύου 3ης γενιάς UMTS. Από το 2000 και έπειτα οι εκδόσεις μετονομάστηκαν σε έκδοση 4 (release 4) και μεταγενέστερες. Αντίστοιχα στα πλαίσια του οργανισμού 3GPP2 μετά από την αρχική έκδοση του προτύπου cdma2000 γνωστή ως cdma2000 1X (IS-2000), ή 1x ή 1xRTT με τις εκδόσεις rev0, revA και revB ακολούθησαν οι βελτιωμένες εκδόσεις CDMA2000 1xEV-DO (Evolution-Data Optimized) που αποτελεί τον κύριο κορμό εξέλιξης του CDMA2000, καθώς και η CDMA2000 1xEV-DV (Evolution-Data Voice), που ωστόσο πλέον δεν αναπτύσσεται περαιτέρω.

Η συνεχής αυτή εξέλιξη των αντίστοιχων προτύπων από τους οργανισμούς 3GPP και 3GPP2 οδήγησε στην περαιτέρω βελτίωση των δικτύων τρίτης γενιάς και στη μετάβαση στα δίκτυα 4ης γενιάς (4G). Έτσι με την έκδοση 8 (release 8) του οργανισμού 3GPP καθιερώθηκε το πρότυπο LTE (Long Term Evolution), που θεωρείται ως γενιάς 3.9G, δηλαδή ως το σύστημα που οδηγεί στη μετάβαση των δικτύων 4ης γενιάς. Η έκδοση 10 (release 10) είναι αυτή που με τις βελτιώσεις στο σύστημα LTE ως LTE-advanced θεωρείται ως αντιπροσωπευτική των δικτύων 4ης γενιάς, 4G. Παράλληλα ο οργανισμός 3GPP2 εξέλιξε τα συστήματα σε 4ης γενιάς με

τα εξελιγμένα πρότυπα CDMA2000 1xEV-DO γνωστά και ως HRPD (High-Rate Packet Data) με τελευταία την έκδοση C (revision C). Το σύστημα UMB (Ultra Mobile Broadband) που αποτέλεσε σχέδιο για τη μετάβαση των δικτύων CDMA2000 σε 4G δεν εξελίχθηκε περαιτέρω, καθώς επισκιάστηκε από το αντίστοιχο LTE. Παράλληλα με την εξέλιξη των προτύπων από τους οργανισμούς 3GPP και 3GPP2 η ITU με την ομάδα εργασίας WP5D καθόρισε τα πρότυπα για την επόμενη γενιά δικτύων με την προσωνομία IMT-advanced. Οι απαιτήσεις για τα δίκτυα IMT-advanced καθορίστηκαν με την προδιαγραφή ITU-R rec. M.2012 [ITU-R Rec. M.2012 2012].

Ενώ σε ερευνητικό επίπεδο ήδη μελετώνται τα συστήματα 5ης γενιάς (5G), που αναμένονται περί το 2020 η γενική τάση της εξέλιξης των ασύρματων δικτύων βαίνει προς τη σχεδίαση συστημάτων που θα παρέχουν υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης με μεταγωγή πακέτων δεδομένων και χρήση ασύρματων τεχνολογιών που θα υποστηρίζουν απαιτητικές εφαρμογές πολυμέσων. Η γενική αυτή τάση επικρατεί και στις υπόλοιπες κατηγορίες ασύρματων δικτύων.

#### **1.2.1. LTE - LTE advanced**

Οι προδιαγραφές για το σύστημα LTE εμφανίστηκαν με την έκδοση 8 του προτύπου 3GPP ως αποτέλεσμα μελέτης που ξεκίνησε το 2004 για την εξέλιξη των συστημάτων UMTS. Στη νέα αρχιτεκτονική του συστήματος το κυρίως μέρος του δικτύου (core network) είναι το EPC (Evolved Packet Core), που αποτελεί αντικατάσταση του πεδίου μεταγωγής πακέτων (PS domain) των προηγούμενων συστημάτων GSM και UMTS, αλλά και του πεδίου μεταγωγής κυκλωμάτων (CS domain), καθώς το EPC διαχειρίζεται κάθε είδους πληροφορία, φωνή και δεδομένα. Έτσι οι φωνητικές κλήσεις μεταδίδονται με VoIP (Voice over IP). Το τμήμα ασύρματης πρόσβασης του δικτύου είναι το e-UTRAN (evolved UMTS Terrestrial Radio Access Network) ως εξέλιξη του αντίστοιχου UTRAN του UMTS. Η εξέλιξη της αρχιτεκτονικής ήταν αποτέλεσμα δύο εργασιών από 3GPP, μιας γνωστής ως SAE (System Architecture Evolution), που αφορούσε την εξέλιξη του κυρίως δικτύου και μιας γνωστής ως LTE (Long Term Evolution), που αφορούσε την εξέλιξη του δικτύου ασύρματης πρόσβασης και του κινητού αντίστοιχα. Επίσημα το πλήρες σύστημα έχει την ονομασία EPS (Evolved Packet System), ωστόσο έχει γίνει ευρύτερα γνωστό με την ονομασία LTE, που έχει πλέον καθιερωθεί [Cox 2012].



Το σύστημα LTE χρησιμοποιεί μέθοδο πολλαπλής πρόσβασης OFDMA και SC-FDMA. Υπερέχει κατά πολύ σε επιδόσεις σε σχέση με το προγενέστερο UMTS, με την υλοποίηση WCDMA, σε ότι αφορά μέγιστους ρυθμούς μετάδοσης, φασματική απόδοση και καθυστέρηση (latency).

Προκειμένου το σύστημα LTE να εναρμονιστεί πλήρως με τις προδιαγραφές IMT-advanced της ITU για τα συστήματα 4ης γενιάς (4G), που έθετε ως κάτω όρια στους μέγιστους ρυθμούς μετάδοσης τα 600Mbps στην κάτω ζεύξη και τα 270 Mbps στην άνω, με εύρος ζώνης 40 MHz, δημιουργήθηκε το σύστημα LTE-advanced. Το σύστημα LTE-advanced, μαζί με το σύστημα WiMAX 2.0 (IEEE 802.16m) αποτελούν σήμερα τα δύο συστήματα 4ης γενιάς (4G), που πληρούν τις προϋποθέσεις της ITU.

### **1.3. Ασύρματα Τοπικά Δίκτυα (WLAN)**

Ένα ασύρματο τοπικό δίκτυο (WLAN) χρησιμοποιείται για την ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ δύο συσκευών σε μια απόσταση της τάξης των μερικών δεκάδων μέτρων. Η χρησιμοποιούμενη περιοχή συχνοτήτων είναι η ελεύθερη στη χρήση χωρίς ανάγκη αδειοδότησης περιοχή ISM (Industrial, Scientific, Medical) στα 2.4GHz και 5 GHz, και για το λόγο αυτό υπάρχει περιορισμός στην ισχύ εκπομπής των χρησιμοποιούμενων συσκευών. Η σύνδεση των συσκευών μπορεί να γίνεται απευθείας (ad-hoc) ή συνηθέστερα μέσω ενός σημείου πρόσβασης (access point), που λειτουργεί ως πύλη διασύνδεσης με το διαδίκτυο. Η ραγδαία εξάπλωση του παγκόσμιου ιστού και η ευκολία χρήσης ενός τοπικού ασύρματου δικτύου για πρόσβαση στο διαδίκτυο με δυνατότητα υποστήριξης κινητικότητας του χρήστη συνέβαλλαν καθοριστικά στην ευρεία αποδοχή των WLANs [Rappaport 2001]. Τα πιο διαδεδομένα πρότυπα είναι της ομάδας εργασίας 802.11 του IEEE. Η οικογένεια των προτύπων 802.11 καθορίζει τα πρωτόκολλα του φυσικού επιπέδου (PHY, physical-layer) και του επιπέδου ελέγχου πρόσβασης μέσων (MAC, media access control) για WLAN στις συχνότητες 2.4 GHz και 5 GHz.

Το αρχικό πρότυπο 802.11 εμφανίστηκε το 1997 και επετύγχανε μέγιστο ρυθμό μετάδοσης 2 Mbps, με μέθοδο πολλαπλής πρόσβασης CSMA/CA (Carrier Sense Multiple Access/ Collision Avoidance). Οι προβλεπόμενες τεχνικές εξάπλωσης φάσματος στο αρχικό πρότυπο ήταν η μεταπήδηση συχνότητας (FH-SS, Frequency Hopping Spread Spectrum), αλλά και η εξάπλωση φάσματος απευθείας ακολουθίας (DS-SS, Direct Sequence Spread Spectrum), ωστόσο στις μετέπειτα εκδόσεις

χρησιμοποιήθηκε μόνο η DS-SS. Το πρότυπο 802.11b που εγκρίθηκε το 1999 προέβλεπε ρυθμούς μετάδοσης μέχρι 11 Mbps στην περιοχή των 2.4 GHz. Αποτελεί το πιο διαδεδομένο πρότυπο της οικογένειας 802.11 και έγινε ευρύτερα γνωστό με την επωνυμία Wi-Fi (Wireless Fidelity). Χρησιμοποιεί μια μέθοδο DS-SS γνωστή ως CCK (Complementary Code Keying) με εύρος ζώνης 22 MHz και ακτίνα 100 m. Το πρότυπο 802.11a που εμφανίστηκε το 1999 προέβλεπε τη χρήση OFDM στην περιοχή των 5 GHz. Το μεταγενέστερο πρότυπο 802.11g του 2003 είναι παρόμοιο με το 802.11a με τη μόνη διαφορά ότι η συχνότητα λειτουργίας είναι στην περιοχή των 2.4 GHz. Και στα δύο πρότυπα το χρησιμοποιούμενο εύρος ζώνης είναι 20 MHz, ενώ οι προβλεπόμενες μέθοδοι διαμόρφωσης είναι οι BPSK, QPSK, 16QAM και 64QAM με μέγιστο ρυθμό μετάδοσης 54 Mbps.

Το πρότυπο 802.11n που εμφανίστηκε το 2009 αποτέλεσε μια σημαντική αναβάθμιση στην οικογένεια των προτύπων 802.11 εισάγοντας νέες τεχνολογίες και επιτυγχάνοντας ρυθμούς μέχρι 300 Mbps, ενώ χαρακτηρίζεται και ως πρότυπο HT (High Throughput). Χρησιμοποιεί τεχνολογία MIMO-OFDM, τεχνικές Adaptive Beamforming, STBC (Space-Time Block Codes) και LDPC (Low Density Parity Code), ενώ το χρησιμοποιούμενο εύρος ζώνης είναι 20 και 40 MHz στις συχνότητες 2.4 και 5 GHz.

Συστήματα 802.11 VTH (Very High Throughput) αποτελούν τα πρότυπα 802.11ac και 802.11ad. Αποσκοπούν στην επίτευξη πολύ υψηλών ρυθμών μετάδοσης και εναρμονίζονται με τις προδιαγραφές IMT-advanced της ITU. Το πρότυπο 802.11ac αναφέρεται σε συστήματα σε συχνότητες <5 GHz ως εξέλιξη του 802.11n και επιτυγχάνει ρυθμούς μετάδοσης μέχρι 1 Gbps, ενώ το 802.11ad λειτουργεί στα 60 GHz και με ταχύτητες μέχρι 7 Gbps.

Επιπλέον εκδόσεις (amendments) προβλέπουν βελτιώσεις σε διάφορους τομείς όπως ασφάλειας, ποιότητας υπηρεσιών, κάλυψης, κινητικότητας κλπ. Μια πλήρης καταγραφή της εξέλιξης των προτύπων 802.11 μπορεί να βρεθεί στο [Hiertz et al. 2010]. Ωστόσο οι βελτιώσεις στο φυσικό επίπεδο και συγκεκριμένα η χρήση των σύγχρονων τεχνικών MIMO και OFDM ήταν αυτές που επέφεραν σημαντική εξέλιξη στα συστήματα WLAN της οικογένειας 802.11.

#### **1.4. Ασύρματα Μητροπολιτικά Δίκτυα (WMAN)**

Τα ασύρματα μητροπολιτικά δίκτυα παρέχουν υπηρεσίες μετάδοσης δεδομένων σε εμβέλειες της τάξης των δεκάδων χιλιομέτρων και αποσκοπούν στη γεφύρωση μεταξύ των ασύρματων τοπικών δικτύων με πολύ υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης και των κυψελωτών συστημάτων με υποστήριξη υψηλής κινητικότητας [Du and Swamy 2010]. Τα πιο διαδεδομένα συστήματα WMAN στηρίζονται στην οικογένεια προτύπων IEEE 802.16, των οποίων οι εμπορικές εφαρμογές έγιναν ευρύτερα γνωστές ως WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access). Η αρχική έκδοση του προτύπου εμφανίστηκε το 2001 και έκτοτε έχει υποστεί διάφορες τροποποιήσεις με τελευταία έκδοση την 802.16-2009 με τις μεταγενέστερες συμπληρώσεις 802.16j,h,m. Το αρχικό πρότυπο προέβλεπε λειτουργία στην περιοχή 10 έως 66 GHz με απλό φέρον και μέθοδο TDMA. Ωστόσο στις μεταγενέστερες εκδόσεις προβλέφθηκε η χρήση τεχνολογίας OFDM και λειτουργία σε χαμηλότερες συχνότητες (2-11GHz, 2-6GHz). Η έκδοση 802.16-2004 που συμπεριέλαβε τις τροποποιήσεις 802.16a/c/d χαρακτηρίζεται και ως Fixed WiMAX καθώς δεν υποστήριζε κινητικότητα των χρηστών, κάτι που προβλέφθηκε με την τροποποίηση 802.16e, γνωστή και ως Mobile WiMAX.

#### **1.5. Ασύρματα Προσωπικά Δίκτυα (WPAN)**

Τα ασύρματα προσωπικά δίκτυα (WPAN, Wireless Personal Area Networks) εξυπηρετούν τη μετάδοση δεδομένων σε μια μικρή περιοχή εμβέλειας μικρότερης των 10 m. Λειτουργούν συνήθως στην ελεύθερη περιοχή ISM των 2.4 GHz και χαρακτηρίζονται από χαμηλή ισχύ εκπομπής. Η έννοια των προσωπικών δικτύων επεκτείνεται και στα ασύρματα δίκτυα περιοχής σώματος, τα λεγόμενα WBAN (Wireless Body Area Networks). Τα WPAN χρησιμοποιούνται ευρέως στον οικιακό αυτοματισμό και δικτύωση, στον βιομηχανικό έλεγχο, κλπ, ενώ η χρήση των WBAN διερευνάται ως επί το πλείστον στις ιατρικές εφαρμογές, αλλά και σε ψυχαγωγικές. Η δημοφιλέστερη κατηγορία προτύπων WPAN ανήκει στην οικογένεια προτύπων IEEE 802.15. Το πρότυπο 802.15.1 είναι το ευρύτερα γνωστό Bluetooth με τις τελευταίες του εκδόσεις να είναι η v.4.0, που υποστηρίζει ρυθμούς μετάδοσης μέχρι 1Mbps με στόχο τη μικρότερη δυνατή κατανάλωση ισχύος, και η v.3.0 με ρυθμούς μέχρι 24 Mbps. Σε υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης αποσκοπούν τα πρότυπα 802.15.3 (HR-WPAN, High-Rate WPAN). Το πρότυπο 802.15.3 εκδόθηκε το 2003 και επετύγχανε

ρυθμούς μετάδοσης μέχρι 55 Mbps στα 2.4 GHz με χρήση μονού φέροντος και TDMA με διαμόρφωση QPSK, DQPSK, 16QAM, 32QAM και 64QAM. Ωστόσο η ανάγκη υποστήριξης πιο απαιτητικών εφαρμογών όπως ροή HD video επέβαλλε την υιοθέτηση τεχνολογίας UWB. Η ομάδα εργασίας 802.15.3a εξέτασε τις δύο πιθανές υλοποιήσεις με DS-UWB και MB-OFDM, όμως δεν ολοκλήρωσε το έργο της. Η έκδοση 802.15.3b επέφερε μικρές τροποποιήσεις, ενώ η τελευταία έκδοση 802.15.3c λειτουργεί στην περιοχή των 57-64 GHz και επιτυγχάνει ρυθμούς μέχρι 2 Gbps. Με βάση τα πρότυπα 802.15.3 δημιουργήθηκε η κοινοπραξία WiMedia με σκοπό την προώθηση των συστημάτων δικτύωσης για εφαρμογές πολυμέσων και τη διαλειτουργικότητα των ασύρματων συσκευών στο πλαίσιο προσωπικών δικτύων. Τα πρότυπα 802.15.4 αποσκοπούν σε συστήματα χαμηλής πολυπλοκότητας με μέγιστη διάρκεια μπαταρίας, αλλά χαμηλότερους ρυθμούς μετάδοσης. Τελευταία έκδοση είναι η 802.15.4-2011, ενώ έχει έκτοτε συμπληρωθεί με τις τροποποιήσεις 802.15.4e,f,g. Η κοινοπραξία Zigbee αποσκοπεί στην ανάπτυξη και προώθηση συστημάτων WPAN και για το στόχο αυτό εκδίδει προδιαγραφές συμπληρώνοντας το πρότυπο 802.15.4 με τελευταία τη Zigbee Pro. Το πρότυπο 802.15.5 προδιαγράφει την αρχιτεκτονική των δικτύων πλέγματος (mesh) για δίκτυα WPAN τόσο χαμηλών, όσο και υψηλότερων ρυθμών μετάδοσης. Οι τεχνολογίες WBAN προδιαγράφονται στο πρότυπο 802.15.6, ενώ το πρότυπο 802.15.7 καθορίζει τις προδιαγραφές για επικοινωνίες στην περιοχή ορατού φωτός (VLC, Visible Light Communications ).

## **1.6. Το όραμα των ασύρματων επικοινωνιών - Ο δρόμος προς 5G**

Το όραμα των ασύρματων επικοινωνιών το οποίο θα κατευθύνει την εξέλιξή τους τις επόμενες δεκαετίες αφορά τη δυνατότητα επικοινωνίας πολυμέσων από οπουδήποτε με χρήση κάποιας φορητής συσκευής [Goldsmith 2005]. Με τον τρόπο αυτό θα είναι διαθέσιμες στον χρήστη υπηρεσίες, όπως αυτές που αναφέρθηκαν, αλλά και νέες που θα προκύψουν στο μέλλον. Οι διαφορετικές απαιτήσεις ανάλογα με τις υπηρεσίες και την περιοχή κάλυψης έχουν ωστόσο οδηγήσει μέχρι σήμερα στην ανάπτυξη διαφορετικών συστημάτων και προτύπων, που αντιμετωπίζουν με διαφορετικό τρόπο τις ιδιαιτερότητες της κάθε ζεύξης. Ζητούμενη είναι η σύγκλιση των διαφορετικών τεχνολογιών, με τρόπο που να μπορεί ο χρήστης με την ίδια φορητή συσκευή να εξυπηρετείται από διαφορετικής τεχνολογίας δίκτυα κατά περίπτωση, διατηρώντας τη συνδεσιμότητά του.

Γενικά η τάση στην εξέλιξη των ασύρματων δικτύων μπορεί να συνοψιστεί σε τρεις άξονες [Molisch 2011] α) υποστήριξη μιας μεγάλης ποικιλίας υπηρεσιών β) επίτευξη υψηλότερων ταχυτήτων μετάδοσης για υφιστάμενες υπηρεσίες και γ) υποστήριξη μεγαλύτερου αριθμού χρηστών

Για την επίτευξη του οράματος των μελλοντικών ασύρματων επικοινωνιών θα πρέπει να αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά αρκετά τεχνικά ζητήματα. Σε ότι αφορά το υλικό οι νέες συσκευές θα πρέπει να μπορούν να συνδυάσουν σε προσιτές οικονομικά υλοποιήσεις τη δυνατότητα δικτύωσης σε ετερογενή δίκτυα με διαφορετικές συχνότητες χωρίς ιδιαίτερες ενεργειακές απαιτήσεις για ενίσχυση της φορητότητας. Επίσης θα πρέπει να μπορούν να επεξεργαστούν τις ροές δεδομένων διαφορετικής τεχνολογίας με χρήση φτηνών ολοκληρωμένων. Η ανάγκη για υποστήριξη απαιτητικών εφαρμογών με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης έρχεται σε αντιδιαστολή με το περιορισμένο φάσμα, αλλά και τις δυσκολίες που επιφυλάσσει ο ασύρματος διάυλος. Η αύξηση των χρηστών και η ολοένα αυξανόμενη απαίτηση σε φάσμα απαιτεί τη προσεκτική κατανομή των περιορισμένων πόρων και την εκμετάλλευση σύγχρονων και φασματικά αποδοτικών τεχνικών που θα αντιμετωπίζουν επίσης αποτελεσματικά τον τυχαίο χαρακτήρα του ραδιοδιαύλου και τις παρεμβολές.

Έτσι στο κοντινό μέλλον, πέραν του 4G μερικές από τις θεμελιώδεις απαιτήσεις που πρέπει να αντιμετωπιστούν είναι η ανάγκη για αύξηση της χωρητικότητας, η βελτίωση του ρυθμού μετάδοσης, ο περιορισμός της καθυστέρησης και της διακύμανσης της και η καλύτερη ποιότητα υπηρεσιών. Τα δίκτυα της επόμενης γενιάς, πέραν του 4G. γνωστά ως δίκτυα 5ης γενιάς (5G) καλούνται να αντιμετωπίσουν τα ζητήματα αυτά με αποδοτικό και οικονομικό τρόπο, φιλικό στο περιβάλλον και με τη γνώση και εμπειρία όλων των προηγούμενων προσπαθειών. Τεχνολογίες που βρίσκονται στο επίκεντρο αφορούν τη διαχείριση των παρεμβολών, τη διαμοίραση του φάσματος (spectrum sharing) με γνωσιακά συστήματα (cognitive), δίκτυα ultra-dense, δίκτυα μιλιμετρικής περιοχής (mm-wave), τεχνολογίες νέφους για δίκτυα 5G (cloud) και Software Defined Radios.

### **1.7. Δίκτυα 5G - Τεχνολογίες**

Το μέλλον όπως αναφέρθηκε είναι μια δικτυωμένη κοινωνία με ανεξάντλητη πρόσβαση στην πληροφορία και στη διαμοίρασή της. Για την υλοποίησή του νέες τεχνολογίες ή βελτιώσεις των υφιστάμενων αποτελούν αντικείμενο έρευνας.

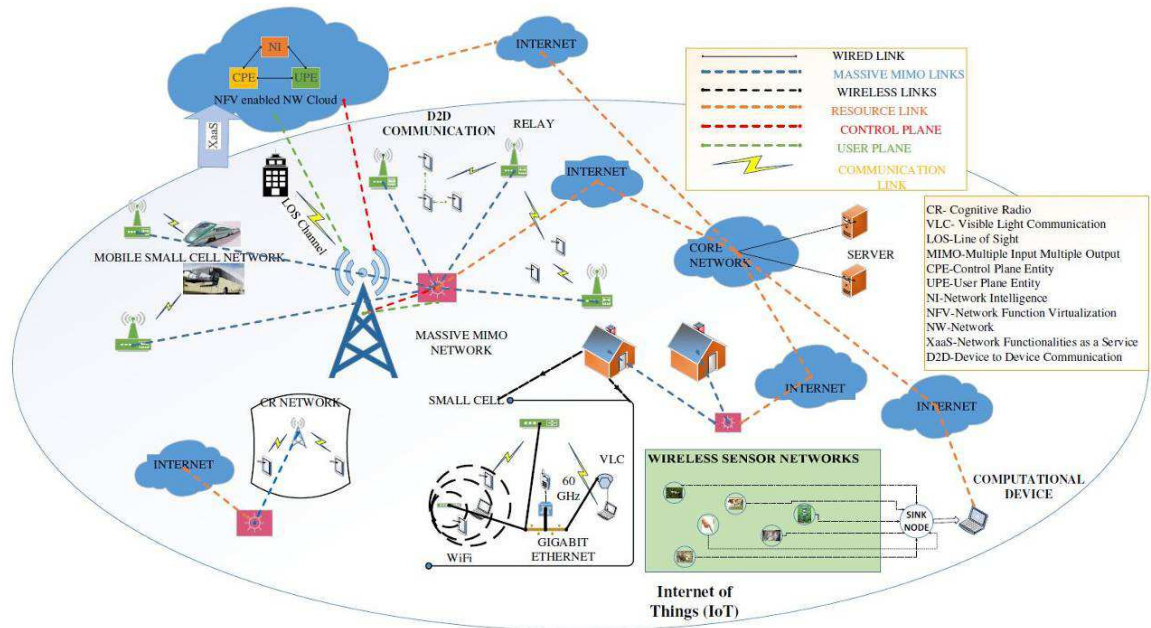
Ανεπτυγμένες τεχνολογίες όπως 3GPP, LTE, HSPA και Wi-Fi πρέπει να ενσωματώσουν νέα συστατικά με νέες ή βελτιωμένες τεχνολογίες, ώστε να ανταποκριθούν στις μελλοντικές απαιτήσεις. Πολλές φορές απαιτείται ένας ριζικός επανακαθορισμός των μεθόδων και των παραμέτρων σχεδίασης.

Σε ότι αφορά τα κυψελωτά δίκτυα 5G έχει παρατηρηθεί ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των χρηστών βρίσκονται σε εσωτερικούς χώρους για ποσοστά χρόνου που αγγίζουν το 80%. Με την παρούσα σχεδίαση των κυψελωτών συστημάτων, είτε σε εσωτερικό, είτε σε εξωτερικό χώρο, χρησιμοποιείται ένας σταθμός βάσης που βρίσκεται εκτός, στο κέντρο της κυψέλης. Έτσι αν ο χρήστης βρίσκεται σε εσωτερικό χώρο το σήμα θα πρέπει να διεισδύσει στο εσωτερικό του κτιρίου, μέσω των τοίχων με συνέπεια πολύ μεγάλες απώλειες. Οι απώλειες αυτές βέβαια συνεπάγονται μειωμένη φασματική και ενεργειακή απόδοση, καθώς και ρυθμό μετάδοσης. Έτσι μια νέα ιδέα για να αντιμετωπιστεί αυτό το φαινόμενο είναι η διάκριση του εσωτερικού από το εξωτερικό. Η ιδέα μπορεί να υποστηριχτεί με την εφαρμογή massive-MIMO. Έτσι οι εξωτερικοί σταθμοί βάσης θα εξοπλιστούν με μεγάλες στοιχειοκεραίες και κάποιες διεσπαρμένες στην κυψέλη που θα επικοινωνούν μέσω οπτικών ινών. Οι κινητοί χρήστες με τις δικές τους κεραίες σε συνδυασμό με αυτές της κυψέλης θα αποτελούν ένα σύστημα massive-MIMO. Επιπρόσθετα τα κτίρια θα εξοπλίζονται επίσης με στοιχειοκεραίες, ώστε να επικοινωνούν με τους σταθμούς βάσης ως επί το πλείστον μέσω απευθείας οπτικής επαφής (LOS, Line Of Sight). Στο εσωτερικό των κτιρίων θα υπάρχουν ασύρματα σημεία πρόσβασης (AP, Access Points) που θα συνδέονται ενσύρματα με τις εξωτερικές κεραίες του κτιρίου. Έτσι οι χρήστες στο εσωτερικό θα επικοινωνούν μόνο με το ασύρματο δίκτυο στο εσωτερικό και οι μεγαλύτερες κεραίες θα βρίσκονται εκτός του κτιρίου. Για την επικοινωνία στο εσωτερικό μπορούν να χρησιμοποιηθούν υφιστάμενες τεχνολογίες με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης, όπως Wi-Fi, Small Cell, Ultra Wideband, mm-Wave, Visible light.

Γενικά η αρχιτεκτονική ενός κυψελωτού συστήματος 5G είναι ετερογενής, καθώς περιλαμβάνει κυψέλες διαφορετικού μεγέθους όπως macrocells, microcells, small cells, relays. Ένα κινητό mobile small cell είναι μια έννοια ενσωματωμένη στο 5G και συνδυάζει την έννοια του κινητού αναμεταδότη (mobile relay) και της μικρής κυψέλης (small cell). Εισάγεται για να εξυπηρετήσει ιδιαίτερα κινητικούς χρήστες όπως αυτοί μέσα σε οχήματα και ταχείες αμαξοστοιχίες. Έτσι οι χρήστες

επικοινωνούν ασύρματα με το small cell στο εσωτερικό του οχήματος, ενώ μεγάλες στοιχειοκεραίες τοποθετούνται στο εξωτερικό.

Γενικά μια απλή αρχιτεκτονική για δίκτυο 5G όπως προτείνεται στο [Gurta and Jha 2015] φαίνεται στο σχήμα η οποία συνδυάζει διάφορες τεχνολογίες, όπως massive-MIMO, Cognitive Radio Network, mobile-static small cells, D2D (device to device), IoT (Internet of Things).



Εικ. 1 Αρχιτεκτονική δικτύου 5G (πηγή [Gurta and Jha 2015])

### 1.7.1. Massive-MIMO

Η τεχνολογία Massive-MIMO είναι μια αναπτυσσόμενη τεχνολογία που αποτελεί εξέλιξη της υφιστάμενης τεχνολογίας MIMO. Χρησιμοποιεί συστοιχίες από κεραίες που περιλαμβάνουν μερικές εκατοντάδες κεραίες που βρίσκονται την ίδια στιγμή στην ίδια θυρίδα συχνότητας - χρόνου (time, frequency slot) και εξυπηρετούν αρκετές δεκάδες τερματικών χρηστών. Ο κύριος σκοπός της τεχνολογίας Massive-MIMO είναι η εκμετάλλευση όλων των πλεονεκτημάτων της τεχνολογίας MIMO σε μεγαλύτερη κλίμακα.

Η τεχνολογία εξαρτάται από τη χωρική πολυπλεξία, η οποία εξαρτάται από το να έχει ο σταθμός βάσης πληροφορίες κατάστασης της ζεύξης (CSI, Channel State Information) τόσο για το uplink, όσο και το downlink. Η τεχνολογία Massive-MIMO έχει την ικανότητα να βελτιώνει την ενεργειακή απόδοση της εκπομπής κατά εκατό

φορές και ταυτόχρονα να αυξάνει τη χωρητικότητα στο δεκαπλάσιο. Η τεχνολογία επίσης έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να ενσωματώσει στοιχεία όπως ενισχυτές πιο φτηνούς αφού το τελικό αποτέλεσμα προκύπτει από το συνδυασμό περισσότερων σημάτων. Επιπλέον η αδράνεια (latency) που κύρια αιτία της είναι οι διαλείψεις, αφού υποβιβάζουν την ποιότητα του σήματος με αποτέλεσμα την αναμονή για πιο ευνοϊκές συνθήκες, αντιμετωπίζεται πιο αποτελεσματικά λόγω των πολλών κεραϊών αλλά και της ιδέας του σχηματισμού λοβών (beamforming). Η ασφάλεια ενός δικτύου Massive-MIMO ενισχύεται καθώς οι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας του συστήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αποφυγή των πιθανών παρεμβολών.

### **1.7.2. Διαχείριση Παρεμβολών**

Για την αποδοτική χρησιμοποίηση των περιορισμένων πόρων του ραδιοφάσματος στα σύγχρονα κυψελωτά δίκτυα χρησιμοποιείται ευρέως η έννοια της αναχρησιμοποίησης. Επιπλέον για αύξηση της χωρητικότητας και της ταχύτητας των χρηστών η πύκνωση (densification) του δικτύου αποτελεί μια θεμελιώδη πρακτική. Ωστόσο αυτό έχει επιφέρει αύξηση στις παρεμβολές μεταξύ καναλιών, ιδιαίτερα στα όρια των κυψελών. Έτσι η διακαναλική παρεμβολή αποτελεί ένα θέμα που χρήζει περαιτέρω βελτίωσης σε σχέση με τα συστήματα 4G, με ανάπτυξη κατάλληλων τεχνικών διαχείρισης των παρεμβολών. Στο πλαίσιο αυτό δύο τεχνικές αποτελούν αντικείμενο έρευνας. Μια από αυτές είναι οι προηγμένες λειτουργίες διαχείρισης παρεμβολών στον δέκτη, ο οποίος θα εντοπίζει και θα αποκωδικοποιεί τα σύμβολα του σήματος παρεμβολής, τα οποία στη συνέχεια θα μπορούν να αναγεννηθούν και να ακυρωθούν από το επιθυμητό σήμα βελτιώνοντας την απόδοση στη λήψη του σήματος. Η τεχνολογία αυτή των προηγμένων δεκτών όχι μόνο περιορίζει τη διακαναλική παρεμβολή, αλλά και την ενδοκαναλική, όπως στην περίπτωση massive-MIMO. Η δεύτερη τεχνική αφορά τον από κοινού χρονοπρογραμματισμό (joint scheduling). Στις εκδόσεις 10 και 11 του προτύπου 3GPP LTE-advanced προβλέφθηκε η συγχρονισμένη εκπομπή μεταξύ διάφορων πομπών διεσπαρμένων σε διάφορες θέσεις για βελτίωση της απόδοσης, ειδικά στα όρια της κυψέλης. Για την υλοποίηση απαιτείται κάποιο είδος συντονισμού που αφορά το χρονοπρογραμματισμό ή το σχηματισμό λοβών. Η τεχνική αποτελεί αντικείμενο έρευνας για τα δίκτυα 5G σε συνδυασμό με συντονισμό από την πλευρά του δικτύου.



### 1.7.3. Διαμοίραση Φάσματος

Για την υλοποίηση των απαιτήσεων στα μελλοντικά κινητά ευρυζωνικά συστήματα υπάρχει σαφώς η απαίτηση για περισσότερο φάσμα και μεγαλύτερα εύρη ζώνης σε σύγκριση με τα σημερινά συστήματα. Δύο είναι οι βασικές τεχνικές που επιτρέπουν στα συστήματα κινητών επικοινωνιών τη διαμοίραση του φάσματος και διακρίνονται σε κατανεμημένες και συγκεντρωμένες. Στην κατανεμημένη τα συστήματα συντονίζονται μεταξύ τους σε κοινή βάση, ενώ στα συγκεντρωμένα κάθε σύστημα συνεργάζεται μεμονωμένα με μια κεντρική οντότητα χωρίς να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Οι κατανεμημένες τεχνικές διαμοίρασης φάσματος είναι πιο αποδοτικές καθώς μπορούν να λειτουργήσουν σε τοπικό πλαίσιο. Ο συντονισμός γίνεται με ανταλλαγή σαφώς καθορισμένων μηνυμάτων που προβλέπονται από αντίστοιχα πρωτόκολλα. Τα συστήματα συχνά εκπέμπουν περιοδικά σήματα που υποδηλώνουν την παρουσία, δραστηριότητα και χρόνο εκπομπής (coexistence beacon). Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τόσο την οριζόντια όσο και κάθετη κατανομή του φάσματος. Υφίστανται επίσης διάφορα σχήματα βασισμένα στο υποεπίπεδο MAC που επιτρέπουν την οριζόντια κατανομή του φάσματος. Τέτοια είναι το frequency hopping του bluetooth και το request to send στα συστήματα WLAN ή ακόμα μέθοδοι spectrum sensing και dynamic frequency selection. Στις συγκεντρωμένες τεχνικές διαμοίρασης φάσματος δύο από τις χρησιμοποιούμενες είναι οι μέθοδος τοπικής βάσης δεδομένων (Geo-location database) που έχει παραδοσιακά εφαρμοστεί σε τηλεοπτικά δίκτυα για να κατανεμηθούν μη χρησιμοποιούμενες περιοχές συχνοτήτων σε διάφορες περιοχές και η προσέγγιση spectrum broker όπου οι συμμετέχοντες συνδιαλέγονται με μια κεντρική μονάδα για να λάβουν βραχυπρόθεσμη έγκριση για χρήση περιοχής του φάσματος.

Ωστόσο εκτός από τις δύο αυτές τεχνικές διαμοίρασης του φάσματος ιδιαίτερα έντονο αντικείμενο έρευνας για τα μελλοντικά δίκτυα αποτελεί αυτό που ονομάζεται γνωσιακός ασύρματος (cognitive radio). Η τεχνολογία cognitive radio αφορά προγραμματιζόμενα τερματικά που θα είναι ικανά να επαναπροσδιορίζουν δυναμικά τις παραμέτρους λειτουργίας τους (πρωτόκολλα, φάσμα, κυματομορφή, πρόσβαση στο κανάλι) ανάλογα με τις επικρατούσες συνθήκες. Αν και πολλά υποσχόμενη απομένει ακόμα σημαντικός δρόμος να καλυφθεί ερευνητικά και πειραματικά ώστε η τεχνολογία αυτή να αποτελέσει το κύριο χαρακτηριστικό των μελλοντικών ασύρματων συστημάτων.

#### **1.7.4. Επικοινωνίες Device-to-Device**

Οι επικοινωνίες συσκευής σε συσκευή (D2D, device-to-device) μπορούν να περιγραφούν υιοθετώντας την διάκριση του δικτύου 5G σε δύο επίπεδα με τις ονομασίες μακροκυψέλη (macrocell) και επιπέδου συσκευής (device level). Το επίπεδο macrocell αποτελείται από την επικοινωνία με το σταθμό βάσης και τη συσκευή, όπως στο παραδοσιακό κυψελωτό σύστημα. Το επίπεδο συσκευής αποτελείται από την επικοινωνία από συσκευή σε συσκευή. Όταν μια συσκευή συνδέεται στο δίκτυο μέσω του σταθμού βάσης απευθείας, τότε λειτουργεί στο επίπεδο macrocell, ενώ όταν συνδέεται μέσω άλλης συσκευής λειτουργεί στο επίπεδο συσκευής. Έτσι στις συμφορημένες περιοχές του δικτύου και στα όρια των κυψελών θα δημιουργούνται αυτο-οργανούμενα (adhoc) δίκτυα mesh (adhoc mesh networks) και οι συσκευές θα επικοινωνούν μεταξύ τους. Στο πλαίσιο αυτό οι σταθμοί βάσης θα έχουν πλήρη ή μερικό έλεγχο της ανάθεσης των πόρων μεταξύ της προέλευσης, του προορισμού και των ενδιάμεσων, ή ακόμη και καθόλου έλεγχο. Φυσικά για την αποτελεσματική υλοποίηση της επικοινωνίας από συσκευή σε συσκευή θα πρέπει να αντιμετωπιστούν θέματα που αφορούν την ασφάλεια και τη διαχείριση των παρεμβολών. Οι παρεμβολές εδώ αφορούν τόσο τις παρεμβολές που θα δημιουργούν οι χρήστες του επιπέδου συσκευής σε αυτούς του macrocell, όσο και τις παρεμβολές μεταξύ των ίδιων των χρηστών επιπέδου συσκευής.

#### **1.7.5. Ultra Dense Networks**

Γενικά από τα πρώτα κυψελωτά δίκτυα στις αρχές της δεκαετίας του 80' παρατηρείται μια συνεχής συρρίκνωση του μεγέθους της κυψέλης. Ο λόγος είναι η ανάγκη αύξησης της χωρητικότητας του δικτύου, που επιτυγχάνεται με τη σμίκρυνση των κυψελών. Έτσι από την αρχική εμβέλεια των εκατοντάδων χιλιομέτρων σήμερα στις αστικές περιοχές χρησιμοποιούνται κυψέλες εμβέλειας κλάσματος του χιλιομέτρου. Τα δίκτυα εξελίσσονται ώστε να περιλαμβάνουν υποτεταγμένες (nested) κυψέλες με εμβέλεια μικρότερη των 100μ (picocells), αλλά και εμβέλειας Wi-Fi (Femtocells). Το σημαντικότερο πλεονέκτημα είναι η αναχρησιμοποίηση της συχνότητας και ο περιορισμός των χρηστών που εξυπηρετεί ο σταθμός βάσης. Επιπλέον ο λόγος σήματος προς παρεμβολές δεν επηρεάζεται με αποτέλεσμα να είναι εφικτή η σμίκρυνση των κυψελών χωρίς επιβάρυνση του.

Έτσι, για να αντιμετωπιστεί η ανάγκη για αυξημένη κίνηση δεδομένων λόγω της αύξησης των χρηστών πρωταρχικό μέλημα της σχεδίασης συστημάτων 5G

αποτελεί η αύξηση της πυκνότητας (densification) της υποδομής του δικτύου. Αλλά για την επίτευξη της έννοιας ultra-dense στην υλοποίηση των συστημάτων καθοριστικό ρόλο παίζει η έννοια των ετερογενών (heterogeneous) δικτύων. Με την εισαγωγή κινητών και αυτοκαθοριζόμενων (ad-hoc) δικτύων τα ετερογενή δίκτυα προσλαμβάνουν ακόμη πιο δυναμικό χαρακτήρα, με αποτέλεσμα να πρέπει να αντιμετωπιστούν ένα σύνολο από προκλήσεις που αφορούν τις παρεμβολές, την κινητικότητα και τα θέματα υποδομής. Για την αντιμετώπιση αυτών η έρευνα προσανατολίζεται στην ανάπτυξη νέων λειτουργιών στο επίπεδο δικτύου (network layer) εκτός από τη σχεδίαση στο φυσικό επίπεδο.

#### **1.7.6. Συσχέτιση Τεχνολογιών Πρόσβασης (Multi Radio Access)**

Καθώς τα δίκτυα γίνονται περισσότερο ετερογενή (heterogeneous) στο δρόμο για συστήματα 5G, αυτό που απαιτείται είναι η ολοκλήρωση των διαφορετικών τεχνολογιών. Μια συσκευή 5G θα πρέπει να μπορεί να υποστηρίξει λειτουργίες τόσο LTE, 3G και Wi-Fi, όσο και D2D σε διάφορες μπάντες συχνοτήτων. Ο καθορισμός της βέλτιστης συσχέτισης, που είναι στην ουσία ένα πολύπλοκο πρόβλημα βελτιστοποίησης, αποτελεί αντικείμενο μελέτης και εξαρτάται καθοριστικά από το σηματοθορυβικό λόγο, από τις επιλογές των υπόλοιπων χρηστών, το φόρτο του δικτύου και τυχόν περιορισμούς που υπαγορεύονται από τη σχεδίαση.

#### **1.7.7. Full Duplex Radios**

Στη σχεδίαση των ασύρματων συστημάτων μέχρι σήμερα ο πομπός και ο δέκτης δεν χρησιμοποιούν το ίδιο κανάλι, δηλαδή δεν είναι δυνατόν να εκπέμπεις και να λαμβάνεις ταυτόχρονα στο ίδιο κανάλι. Διάφορες έρευνες προσπαθούν να προτείνουν λύσεις για την επίτευξη αυτού που ονομάζεται Full Duplex σε αντιδιαστολή με το υφιστάμενο Half Duplex. Αυτό σημαίνει ότι θα μπορεί στο ίδιο κανάλι να υποστηρίζεται και η εκπομπή και η λήψη. Οι τεχνικές δυσκολίες είναι αρκετές, με σημαντικότερη βέβαια αυτή του διαχωρισμού των σημάτων, ώστε να καταστέλλεται η παρεμβολή του ενός στο άλλο.

#### **1.7.8. Τεχνολογίες Νέφους (Cloud)**

Τα τελευταία χρόνια ο όρος mobile cloud computing έχει αναδειχθεί σημαντικά. Ο λόγος είναι ότι αφορά τη σύμπραξη αρκετών πεδίων στην τεχνολογία των υπολογιστικών συστημάτων και της δικτύωσης και παρέχει υπολογιστικές

δυνατότητες, αποθήκευση, υπηρεσίες και εφαρμογές μέσω του διαδικτύου. Επιπλέον περιορίζει το κόστος, απεμπλέκει τις υπηρεσίες από την υφιστάμενη τεχνολογία και παρέχει ευελιξία στη διαχείριση των πόρων. Έτσι ο όρος mobile cloud computing μπορεί να ερμηνευτεί ως ο συνδυασμός τεχνολογιών νέφους με κινητές συσκευές.

### **1.7.9. Μιλλιμετρικές Επικοινωνίες**

Οι υψηλοί ρυθμοί μετάδοσης που απαιτούνται στα μελλοντικά συστήματα μπορούν να επιτευχθούν με καθοδηγούμενες κεραίες και τη χρήση του μιλιμετρικού φάσματος. Τα μέχρι σήμερα ασύρματα επίγεια συστήματα έχουν περιοριστεί στην μικροκυματική περιοχή από μερικές εκατοντάδες MHz μέχρι λίγα GHz και μήκη κύματος από μερικά εκατοστά μέχρι περίπου ένα μέτρο. Η περιοχή αυτή όμως είναι πλέον κορεσμένη και ανεξάρτητα από την αποτελεσματικότητα άλλων μεθόδων απαιτείται περισσότερο εύρος ζώνης. Από την άλλη η χρήση μιλιμετρικών συστημάτων έχει γίνει πλέον εφικτή λόγω του ότι κατευθυντικές κεραίες υψηλού κέρδους για τους σταθμούς βάσης και τους κινητούς χρήστες, καθώς και προσιτή τεχνολογία CMOS μπορούν πλέον να υποστηρίξουν αποτελεσματικά την λειτουργία στην περιοχή αυτή των συχνοτήτων.

Από την φύση τους αυτές οι υψηλές συχνότητες παρέχουν πολύ περισσότερο εύρος ζώνης από το φάσμα κάτω των 6 GHz που επί του παρόντος χρησιμοποιείται για κινητές επικοινωνίες και η μικροκυματική περιοχή είναι επίσης πιο κατάλληλη για εφαρμογές κυψελών μικρού μεγέθους. Οι περιοχές του φάσματος που έχουν ανατεθεί ως πρωτεύουσα ή δευτερεύουσα χρήση σε κινητές υπηρεσίες είναι οι πιο πιθανές υποψήφιες. Στις Η.Π.Α ο οργανισμός FCC εξέδωσε οδηγίες που διέθεσαν 10.85 GHz φάσματος για ασύρματες ευρυζωνικές επικοινωνίες. Δημιουργήθηκε φάσμα 3.85 GHz αδειοδοτούμενης χρήσης στην περιοχή 28-40 GHz και μη αδειοδοτούμενης στην περιοχή 64-71 GHz. Επίσης εκδόθηκε σημείωση για πρόθεση έκδοσης κανονιστικών οδηγιών FNPRM (Further Notice of Proposed Rule Making) στις ακόλουθες νέες περιοχές: 24-25, 32, 42, 48, 51, 70 και 80 GHz.

Ενώ η μικροκυματική περιοχή ξεκινάει περίπου από τα 30 GHz και φτάνει μέχρι τα 300 GHz, εφαρμογές 5G αναμένονται το πολύ μέχρι τα 100 GHz. Για συστήματα στη "χαμηλή" περιοχή με συχνότητα φέροντος μέχρι 40 GHz μεγαλύτερο εύρος ζώνης μπορεί να επιτευχθεί ομαδοποιώντας πολλαπλά φέροντα. Για παράδειγμα 10X100 MHz φέροντα μπορούν να ομαδοποιηθούν για να παρέχουν

εύρος ζώνης 1 GHz. Εύρος ζώνης από 500 MHz έως 2GHz αναμένεται να υλοποιηθεί στις μικροκυματικές συχνότητες άνω των 40 GHz χωρίς την ομαδοποίηση πολλών φερόντων.

Τεχνικές όπως massive-MIMO και adaptive beamforming θα ενισχύσουν τη λειτουργία στις μιλιμετρικές συχνότητας. Σε ότι αφορά τη σχεδίαση για την αποφυγή των υψηλών απωλειών η κεραία θα τοποθετείται ακριβώς στο ολοκληρωμένο κύκλωμα. Σε κάθε περίπτωση οι συνθήκες διάδοσης είναι δυσμενείς στις συχνότητες αυτές κάτι που υπαγορεύει τη χρήση προηγμένων τεχνικών τόσο σε επίπεδο σχεδίασης, όσο και μοντελοποίησης του καναλιού.

## Κεφάλαιο 2.

### Μοντελοποίηση του Ραδιοδιαύλου

#### 2.1. Γενικά

Στις ασύρματες επικοινωνίες το φυσικό κανάλι μετάδοσης της πληροφορίας είναι ο ραδιοδιάυλος ή ασύρματο κανάλι, δηλαδή ο χώρος μεταξύ του πομπού και του δέκτη. Τα χαρακτηριστικά του ασύρματου καναλιού μεταβάλλονται με τρόπο που εξαρτάται από τη συχνότητα και τον τρόπο μετάδοσης. πχ ραδιοζεύξεις οπτικής επαφής (LOS, Line Of Sight), μέσω ανάκλασης ή διάθλασης, δορυφορικές ζεύξεις κλπ [Stüber 2001]. Ο ραδιοδιάυλος ωστόσο αποτελεί μια σημαντική πρόκληση για την επίτευξη αξιόπιστων επικοινωνιών υψηλού ρυθμού μετάδοσης, καθόσον είναι εκτεθειμένος στο θόρυβο και τις παρεμβολές, αλλά και σε άλλους μηχανισμούς υποβάθμισης του λαμβανόμενου σήματος, οι οποίοι επιπλέον μεταβάλλονται χρονικά με απρόβλεπτο τρόπο [Goldsmith 2005]. Η σχεδίαση φασματικά αποδοτικών ασύρματων επικοινωνιακών συστημάτων επιβάλλει επομένως τη λεπτομερή κατανόηση της επίδρασης του ραδιοδιαύλου [Stüber 2001].

Οι ασύρματες ζεύξεις υλοποιούνται με τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών (H/M) κυμάτων από τον πομπό στον του δέκτη. Τα H/M κύματα ανάλογα με τη συχνότητα διαδίδονται με διαφορετικό τρόπο. Διακρίνονται σε ιονοσφαιρικά ή ουράνια κύματα, σε τροποσφαιρικά κύματα και σε κύματα εδάφους. Τα κύματα εδάφους είναι τα κύματα που μεταδίδονται κοντά στη γήινη επιφάνεια. Διακρίνονται σε κύματα επιφανείας και κύματα χώρου, ενώ τα κύματα χώρου διακρίνονται σε απευθείας, ανακλώμενα και περιθλώμενα . Επιπλέον παράμετροι εκτός από τη συχνότητα, που καθορίζουν τον επικρατέστερο τρόπο διάδοσης, είναι η απόσταση της διάδοσης, που εξαρτάται από την εκπεμπόμενη ισχύ, αλλά και το διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας εκπομπής, καθώς και οι επικρατούσες ατμοσφαιρικές συνθήκες και ο περιβάλλον χώρος.

Τα ραδιοκύματα στις συχνότητες VLF (3-30 KHz) διαδίδονται αποκλειστικά ως κύματα εδάφους ακολουθώντας την καμπυλότητα της γης, παρέχοντας κάλυψη σε πολύ μεγάλες αποστάσεις πέραν του ορίζοντος. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του φαινομένου της κυματοδήγησης της εκπεμπόμενης ενέργειας μεταξύ της ιονόσφαιρας και της γήινης επιφάνειας. Το μικρό διατιθέμενο εύρος ζώνης (27 KHz) δεν επιτρέπει

επικοινωνίες, παρά μόνο δεδομένων σε χαμηλούς ρυθμούς μετάδοσης. Τα κύματα VLF μπορούν να διεισδύουν στη θάλασσα μέχρι βάθους 10-40 m εξαρτώμενο από τη συχνότητα και την αλατότητα και γι' αυτό χρησιμοποιούνται ευρέως στις επικοινωνίες υποβρυχίων. Στις συχνότητες LF (30 - 300 KHz) και MF (300 KHz - 3 MHz) τα κύματα διαδίδονται ως επί το πλείστον με κύματα εδάφους και σε ένα πολύ μικρό ποσοστό με ουράνια κύματα, ειδικά στις ψηλότερες συχνότητες. Εφαρμογές αποτελούν η μετάδοση ραδιόφωνου AM και η μετάδοση σημάτων συγχρονισμού. Στις συχνότητες HF (3-30 MHz) ο κύριος τρόπος μετάδοσης είναι μέσω ουράνιων σημάτων. Στις συχνότητες VHF (30-300 MHz) και UHF (300 MHz - 3 GHz) η διάδοση μέσω της ιονόσφαιρας είναι ιδιαίτερα περιορισμένη, καθώς σε συχνότητες μεγαλύτερες από 30 MHz τα κύματα δεν ανακλώνται από αυτήν. Ο κύριος τρόπος διάδοσης είναι μέσω κυμάτων εδάφους και συγκεκριμένα χώρου, απευθείας ή μέσω ανακλάσεων. Υφίστανται ωστόσο περιπτώσεις διάδοσης με τροποσφαιρικά κύματα, όταν οι συνθήκες ευνοούν. Οι συχνότητες αυτές είναι κατάλληλες για κινητές επικοινωνίες, καθώς το μέγεθος των κεραιών είναι μικρό και επιπλέον μπορούν να περιθλώνται από εμπόδια. Επίσης είναι δυνατές τεχνικές αναχρησιμοποίησης συχνότητας. Επιπλέον λόγω της δυνατότητας διείσδυσης της ιονόσφαιρας με μικρές απώλειες χρησιμοποιούνται ευρέως στις δορυφορικές επικοινωνίες. Στις συχνότητες SHF (3 - 30 GHz) και EHF (30 -300 GHz) απαιτείται σχεδόν αποκλειστικά οπτική επαφή πομπού και δέκτη, καθώς οι απώλειες διάδοσης είναι πολύ μεγάλες. Οι συχνότητες αυτές χρησιμοποιούνται για δορυφορικές επικοινωνίες και ασύρματα μικροκυματικά δίκτυα με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης. Δεν επηρεάζονται από την ιονόσφαιρα, ωστόσο τροποσφαιρικά φαινόμενα, όπως η βροχή, το χιόνι, κλπ, αλλά και φαινόμενα απορρόφησης από αέρια της ατμόσφαιρας αποτελούν σημαντικούς παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοσή τους.

Στη διάδοσή τους τα ραδιοκύματα υφίστανται διάφορες επιδράσεις από τη γήινη επιφάνεια και την ατμόσφαιρα, ανάλογα με τον κύριο τρόπο μετάδοσης. Σημαντική επίδραση ανάλογα της συχνότητας και του τρόπου εκπομπής έχουν η μορφολογία της γήινης επιφάνειας, τα περιβάλλοντα αντικείμενα (κτίρια, δένδρα, οχήματα κλπ), η τροπόσφαιρα και η ιονόσφαιρα. Γενικά η επίδραση του ραδιοδιαύλου στο μεταδιδόμενο σήμα είναι πολλαπλή και γίνεται αισθητή με τις απώλειες διάδοσης και το φαινόμενο των διαλείψεων [Κανάτας et al. 2008]. Οι γενικοί μηχανισμοί διάδοσης εκτός της απευθείας συνιστώσας είναι η ανάκλαση (reflection), η περίθλαση (diffraction) και η σκέδαση ή διάχυση (scattering)

[Rappaport 2001], [Κανάτας et al. 2008]. Οι τρεις αυτοί μηχανισμοί είναι υπεύθυνοι για το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης (multipath propagation), σύμφωνα με την οποία πολλαπλές εκδόσεις του εκπεμπόμενου σήματος καταφθάνουν στο δέκτη από διαφορετικές διαδρομές, όπου αθροίζονται διανυσματικά με αποτέλεσμα την αθροιστική ή αφαιρετική συμβολή τους. Το φαινόμενο αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό στις κινητές επικοινωνίες, όπου οι φάσεις των λαμβανόμενων εκδόσεων του σήματος μεταβάλλονται σημαντικά καθώς ο κινητός δέκτης μετακινείται σε αποστάσεις της τάξης του μήκους κύματος με αποτέλεσμα τις γρήγορες διακυμάνσεις στη λαμβανόμενη ισχύ, γνωστές και ως διαλείψεις μικρής κλίμακας. Οι απώλειες διάδοσης ή αλλιώς εξασθένηση είναι ο όρος που περιγράφει τη μείωση της μέσης ισχύος του λαμβανόμενου σήματος σε συνάρτηση με την απόσταση πομπού-δέκτη. Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας είναι διακυμάνσεις της λαμβανόμενης ισχύος σε σχέση με τη μέση ισχύ όπως αυτή προκύπτει από τις απώλειες διάδοσης και οφείλονται σε σκίαση από φυσικά ή τεχνητά εμπόδια. Η απόδοση των ασύρματων ζεύξεων επηρεάζεται επιπλέον σημαντικά από τον θόρυβο και τις παρεμβολές.

Η μετάδοση στις ασύρματες επικοινωνίες διέπεται από τους νόμους του ηλεκτρομαγνητισμού (H/M), που περιγράφουν τη διάδοση των ραδιοκυμάτων. Οι εξισώσεις του Maxwell μέσω της κυματικής εξίσωσης περιγράφουν τη χωροχρονική κατανομή της H/M ενέργειας σε ένα δεδομένο περιβάλλον διάδοσης. Ωστόσο η αναλυτική επίλυση των εξισώσεων αυτών για τα δεδομένα χαρακτηριστικά μιας ζεύξης δεν είναι εφικτή λόγω του μεγάλου πλήθους των σκεδαστών και των άγνωστων παραμέτρων που διαμορφώνουν το περιβάλλον διάδοσης. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται διάφορα προσεγγιστικά μοντέλα κατάλληλα για δεδομένες συνθήκες, ενώ ιδιαίτερα χρήσιμες αποδεικνύονται οι μέθοδοι στατιστικής ανάλυσης. Τα υφιστάμενα στη διεθνή βιβλιογραφία μοντέλα μπορούν να ταξινομηθούν σε εμπειρικά, στατιστικά, αναλυτικά και υβριδικά [Κανάτας et al. 2008].

Γενικά με τον όρο μικροκύματα περιγράφονται τα ραδιοκύματα με συχνότητα στην περιοχή 300 MHz - 300 GHz ή ισοδύναμα με μήκος κύματος από 1m έως 1mm [Pozar 2005]. Τα κύματα στην περιοχή EHF (30 - 300 GHz) με μήκος κύματος της τάξης του mm (10mm-1mm) λέγονται συχνά και χιλιοστομετρικά (mm waves). Τα μικροκύματα αποτελούν την κύρια περιοχή λειτουργίας των σύγχρονων επίγειων και δορυφορικών επικοινωνιακών συστημάτων, που αποτελούν και αντικείμενο της Διπλωματικής Εργασίας. Για το λόγο αυτό η περιγραφή της επίδρασης του ραδιοδιαύλου που ακολουθεί εστιάζει στα μικροκύματα.



## 2.2. Χαρακτηρισμός του Κινητού Ραδιοδιαύλου

Ο ραδιοδιάυλος αποτελεί ένα χρονικά μεταβαλλόμενο γραμμικό στοχαστικό σύστημα. Η γραμμικότητα δικαιολογείται εξαιτίας της γραμμικότητας των εξισώσεων του Maxwell [Costa and Haykin 2010], η χρονική μεταβολή εξαιτίας της μεταβολής στο χρόνο των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το ραδιοδιάυλο και η στοχαστικότητα λόγω του ότι η μεταβολή αυτή εκτελείται με τυχαίο τρόπο. Για λόγους απλότητας ενίοτε ο διάυλος περιγράφεται ως ντετερμινιστικό σύστημα οπότε θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε μια πραγματοποίηση του στοχαστικού συστήματος, ενώ στην ουσία η στατιστική περιγραφή επιτυγχάνεται με βάση τις προσδοκώμενες τιμές στο σύνολο των πραγματοποιήσεων.

Στη γενική περίπτωση ενός LTV συστήματος η έξοδος  $y(t)$  σε ένα σήμα εισόδου  $x(t)$  δίνεται μέσω ενός ολοκληρωτικού μετασχηματισμού [Molisch 2011]

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') K(t, t') dt' \quad (2.1)$$

όπου  $K(t, t')$  είναι ο πυρήνας του μετασχηματισμού που σχετίζεται με την απόκριση του συστήματος στο χρόνο  $t$  σε ένα κρουστικό παλμό που εφαρμόστηκε στον χρόνο  $t'$ . Αντί του πυρήνα  $K(t, t')$  χρησιμοποιείται συχνά ο πυρήνας  $h(t, \tau) = K(t, t - \tau)$  που σχετίζεται με την κρουστική απόκριση στο χρόνο  $t$  σε έναν παλμό που εφαρμόστηκε πριν χρόνο  $\tau$ . Η απόκριση του συστήματος δίνεται από

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau) h(t, \tau) d\tau \quad (2.2)$$

Σε πολλές περιπτώσεις ενδιαφέρει η αναπαράσταση της συμπεριφοράς του διαύλου σε περισσότερες της μιας ζεύξης ταυτόχρονα, όπως στην περίπτωση των συστημάτων MIMO. Αν συμβολίσουμε με  $h_y(\tau, t)$  την κρουστική απόκριση βασικής ζώνης στην  $i$  κεραία λήψης εξαιτίας της εκπομπής της  $j$  κεραίας, τότε η επίδραση του διαύλου περιγράφεται από τον πίνακα  $\mathbf{H}(\tau, t)$ , που ορίζεται ως

$$\mathbf{H}(\tau, t) = \begin{bmatrix} h_{11}(\tau, t) & h_{12}(\tau, t) & \dots & h_{1M_T}(\tau, t) \\ h_{21}(\tau, t) & h_{22}(\tau, t) & \dots & h_{2M_T}(\tau, t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M_R 1}(\tau, t) & h_{M_R 2}(\tau, t) & \dots & h_{M_R M_T}(\tau, t) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Αν το εκπεμπόμενο σήμα από τη  $j$  κεραιά εκπομπής είναι το  $x_j(t)$ , τότε το λαμβανόμενο σήμα στη  $i$  κεραιά λήψης είναι αγνοώντας το θόρυβο

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{M_T} h_{ij}(\tau, t) * x_j(\tau) \quad (2.4)$$

όπου με  $*$  συμβολίζεται η συνέλιξη. Συνολικά το λαμβανόμενο σήμα δίνεται με συμβολισμό πινάκων από τη σχέση

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(\tau, t) * \mathbf{x}(\tau) \quad (2.5)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{H}(\tau, t)$  έχει ως στοιχεία τις κρουστικές αποκρίσεις για κάθε ζεύγος κεραιάς εκπομπής-λήψης. Οι αποκρίσεις αυτές είναι στοχαστικές ανελίξεις, ωστόσο θεωρώντας μια συγκεκριμένη πραγματοποίηση, τότε ο πίνακας μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ντετερμινιστικός, προσέγγιση χρήσιμη στην κατανόηση των βασικών ιδιοτήτων των καναλιών MIMO.

Αν το κανάλι θεωρηθεί ως μη επιλεκτικό στη συχνότητα τότε το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) \quad (2.6)$$

Στην περίπτωση αργά χρονικά μεταβαλλόμενου καναλιού μπορεί να θεωρηθεί ότι το κανάλι παραμένει στάσιμο κατά τη διάρκεια ενός συμβόλου.

Στη συνέχεια για απλότητα περιοριζόμαστε στη μονοδιάστατη περίπτωση. Η απόκριση του συστήματος χαρακτηρίζεται έτσι σε δύο πεδία, στο πεδίο του χρόνου (time domain) που η μεταβολή της δείχνει τη χρονική μεταβολή του συστήματος και στο πεδίο της καθυστέρησης (delay domain) που για έναν δεδομένο χρόνο αναφοράς φαίνεται η χρονική εξάπλωση της κρουστικής απόκρισης. Ο μετασχηματισμός Fourier ως προς τη μεταβλητή  $\tau$  οδηγεί στη χρονικά μεταβαλλόμενη συνάρτηση μεταφοράς (time variant transfer function)

$$H(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.7)$$

ενώ ως προς τη μεταβλητή  $t$  δίνει τη συνάρτηση διασποράς καθυστέρησης και Doppler (Delay-Doppler spread function)

$$s(v, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi v t} dt \quad (2.8)$$

Ο διπλός μετασχηματισμός Fourier δίνει τη μεταβαλλόμενη κατά Doppler συνάρτηση μεταφοράς  $B(v, f)$  (doppler variant transfer function), ενώ οι συναρτήσεις

αυτές συνδέονται μεταξύ τους με ευθείς και αντίστροφους μετασχηματισμούς Fourier.

Ο ασύρματος διάυλος ωστόσο αποτελεί ένα στοχαστικό χρονικά μεταβαλλόμενο γραμμικό σύστημα, οπότε στην περίπτωση αυτή η κρουστική του απόκριση είναι μια στοχαστική ανέλιξη. Η περιγραφή των ανελίξεων με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης βασίζεται στις συναρτήσεις συσχέτισης. Στην περίπτωση αυτή αν  $R_h(t, t', \tau, \tau') = E[h(t, \tau)h^*(t', \tau')]$  είναι η συνάρτηση συσχέτισης της κρουστικής απόκρισης, τότε η αντίστοιχη συνάρτηση συσχέτισης  $R_y(t, t')$  της εξόδου σε σχέση με αυτήν της εισόδου  $R_x(t, t')$  δίνεται από τη σχέση [Molisch 2011]

$$R_y(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(t - \tau, t' - \tau') R_h(t, t', \tau, \tau') d\tau d\tau' \quad (2.9)$$

Αντίστοιχα οι συναρτήσεις  $H(t, f)$ ,  $s(v, \tau)$  και  $B(v, f)$  αποτελούν επίσης στοχαστικές ανελίξεις που οι συναρτήσεις συσχέτισής τους μπορούν να προκύψουν από την ανέλιξη της κρουστικής απόκρισης με μετασχηματισμό Fourier.

Καθώς οι συναρτήσεις συσχέτισης εξαρτώνται από τέσσερις μεταβλητές συνήθως θεωρούνται κάποιες υποθέσεις που βασίζονται στη φυσική συμπεριφορά του διαύλου και οδηγούν σε απλοποιημένα μοντέλα. Οι συνηθέστερες από τις υποθέσεις αυτές είναι η υπόθεση της στασιμότητας με την ευρεία έννοια (WSS, Wide-Sense Stationary) και η υπόθεση της ασυσχέτιστης σκέδασης (US, Uncorrelated Scatterers). Η υπόθεση WSS θεωρεί ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά του διαύλου δεν εξαρτώνται από τις εκάστοτε χρονικές στιγμές, αλλά μόνο από τη χρονική διαφορά μεταξύ τους, δηλαδή

$$R_h(t, t', \tau, \tau') = R_h(t - t', \tau, \tau') \quad (2.10)$$

Η υπόθεση αυτή βέβαια μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ότι αντιστοιχεί σε ένα ημι-στατικό κανάλι για περιορισμένο χώρο, αφού για ένα κινητό δέκτη η μέση λαμβανόμενη ισχύς δεν θα μένει σταθερή όπως προβλέπει το μοντέλο WSS, αλλά θα μεταβάλλεται καθώς αλλάζει θέση ως προς τον πομπό. Η υπόθεση αυτή αποδεικνύεται επίσης ισοδύναμη με την υπόθεση ανεξάρτητης επίδρασης του διαύλου σε διαφορετικές συχνότητες doppler, δηλαδή ότι ισχύει για την αυτοσυσχέτιση της  $s(v, \tau)$  ότι  $R_s(v, v', \tau, \tau') = P_s(v, \tau, \tau')\delta(v - v')$  και για την αυτοσυσχέτιση της  $B(v, f)$  ότι  $R_B(v, v', f, f') = P_B(v, f, f')\delta(v - v')$ .

Η υπόθεση US θεωρεί ότι οι συνεισφορές στην απόκριση από διαφορετικές καθυστερήσεις είναι ανεξάρτητες, δηλαδή ότι

$$R_h(t, t', \tau, \tau') = P_h(t, t', \tau) \delta(\tau - \tau') \quad (2.11)$$

ή ισοδύναμα ότι  $R_s(v, v', \tau, \tau') = P_s(v, v', \tau) \delta(\tau - \tau')$ . Η φυσική ερμηνεία της υπόθεσης είναι ότι αν οι σκεδαστές είναι διασκορπισμένοι τυχαία στο χώρο τότε οι φάσεις των πολυδιαδρομικών συνιστωσών μεταβάλλονται ασυσχέτιστα μεταξύ τους. Η υπόθεση αποδεικνύεται ισοδύναμη με την στασιμότητα στο πεδίο της συχνότητας, δηλαδή  $R_H(t, t', f, f') = R_H(t, t', f - f')$ .

Ο συνδυασμός των δύο υποθέσεων οδηγεί στο απλουστευμένο μοντέλο WSSUS, στο οποίο η περιγραφή επιτυγχάνεται με χρήση δύο παραμέτρων. Μάλιστα καθώς ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης συσχέτισης μιας στάσιμης διαδικασίας είναι η φασματική πυκνότητα ισχύος, στην περίπτωση των δύο παραμέτρων ο μετασχηματισμός ως προς τη μία οδηγεί σε μια φασματική περιγραφή της συχνότητας εξαρτώμενη από την άλλη παράμετρο. Επίσης με την εισαγωγή περαιτέρω υποθέσεων που αφορούν τις συναρτήσεις αυτές επιτυγχάνεται ο στατιστικός χαρακτηρισμός του διαύλου.

Η σημασία της χωρικής και χρονικής συσχέτισης των διαλείψεων έχει διερευνηθεί στη διεθνή βιβλιογραφία εκτεταμένα. Ανάλογα με το υπό μελέτη είδος των διαλείψεων η χωρική και χρονική τους συσχέτιση επιδρά σημαντικά στην απόδοση των χρησιμοποιούμενων τεχνικών άμβλυνσης και κατ' επέκταση στην ποιότητα των ζεύξεων.

Η χωρική συσχέτιση των διαλείψεων αφορά τη χωρική δομή του τυχαίου πεδίου της απόσβεσης που προκαλεί το υπό μελέτη φαινόμενο. Έτσι τόσο η απόσβεση λόγω βροχής, όσο και οι διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης και λόγω σκίασης παρουσιάζουν χωρική συσχέτιση σε διαφορετικές ωστόσο κλίμακες. Η χρονική συσχέτιση των υπό μελέτη φαινομένων εισάγεται είτε λόγω κίνησης του χρήστη διαμέσω του τυχαίου πεδίου, είτε λόγω μεταβολής με το χρόνο του φαινομένου της διάλειψης. Στην πρώτη περίπτωση η χωρική συσχέτιση μετατρέπεται εύκολα σε χρονική λόγω της κίνησης, ενώ στη δεύτερη σημασία έχει ο φυσικός τρόπος χρονικής μεταβολής του φαινομένου. Έτσι στην απόσβεση λόγω βροχής η χρονική μεταβολή οφείλεται στα δυναμικά χαρακτηριστικά του φαινομένου της βροχής, ενώ στις διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης και σκίασης στη

μεταβολή της σύνθεσης του ραδιοδιαύλου λόγω της μετακίνησης εμποδίων και σκεδαστών.

Η στατιστική περιγραφή του φαινομένου των διαλείψεων επιτυγχάνεται με χρήση των κατανομών που μοντελοποιούν τις διαλείψεις. Οι χρησιμοποιούμενες κατανομές αναφέρονται είτε στην παρατηρούμενη απόσβεση ως ελάττωση της λαμβανόμενης ισχύος (περίπτωση βροχής), είτε στην λαμβανόμενη ισχύς (πολυδιαδρομική διάδοση και σκίαση). Μια κατανομή μπορεί να περιγραφεί πλήρως στατιστικά με διάφορους ισοδύναμους τρόπους, ενώ οι συνηθέστεροι είναι μέσω της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, ή μέσω της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας ή μέσω των ροπών της. Όταν η περιγραφή γίνεται μέσω των ροπών της κατανομής για να περιγραφεί αυτή πλήρως θα πρέπει να χρησιμοποιούνται οι ροπές όλων των τάξεων, ωστόσο καθώς αυτό είναι πρακτικά αδύνατο, η περιγραφή περιορίζεται στη χρήση των πρώτων δύο ροπών. Μια τέτοια περιγραφή είναι επαρκής μόνο στην περίπτωση των κανονικών κατανομών, διαφορετικά αποτελεί μια πρακτική προσέγγιση. Γενικά η απόδοση των ασύρματων επικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλον διαλείψεων περιγράφεται μέσω των εξής μεγεθών

- Σηματοθορυβικός λόγος (SNR, Signal-to-Noise Ratio, end to end)
- Μέσος σηματοθορυβικός λόγος (Average Signal-to-Noise Ratio, SNR)
- Πιθανότητα διακοπής (Outage Probability)
- Μέση πιθανότητα σφάλματος (Average Bit Error Probability, BEP)
- Ποσού διάλειψης (AF, Amount of Fading)
- Χωρητικότητα
- Μέση Διάρκεια Διαλείψεων (AOD, Average Outage Duration)
- Ρυθμός τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate)

Από τα παραπάνω μέτρα απόδοσης η πιθανότητα διακοπής προκύπτει από την κατανομή της λαμβανόμενης ισχύος (ή σηματοθορυβικού λόγου), ενώ ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος είναι η πρώτη ροπή της κατανομής (μέση τιμή). Η μέση πιθανότητα σφάλματος αποτελεί μια σχετικά δύσκολα υπολογιζόμενη παράμετρο [Simon and Alouini 2005], αφού είναι μη γραμμική συνάρτηση του λαμβανόμενου σηματοθορυβικού λόγου και εξαρτάται από τις παραμέτρους διαμόρφωσης και εντοπισμού του συστήματος. Τα μέτρα αυτά αφορούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά πρώτης τάξης σε αντίθεση με το ποσό διάλειψης και τη μέση διάρκεια των διαλείψεων που προκύπτουν από τα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης. Γενικά ως τάξη των στατιστικών χαρακτηριστικών ορίζεται ο αριθμός των τυχαίων

δειγμάτων που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό [Durgin 2003]. Το ποσό διάλειψης αποτελεί μια κανονικοποιημένη δεύτερη ροπή του σηματοθορυβικού λόγου, ενώ η μέση διάρκεια διαλείψεων σχετίζεται άμεσα με την πιθανότητα διακοπής και το ρυθμό τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate).

Εκτός από την τάξη των στατιστικών χαρακτηριστικών της διάλειψης (πρώτης ή δεύτερης τάξης συνήθως) σημασία έχει αν θεωρούνται τα στάσιμα ή δυναμικά χαρακτηριστικά της. Τα δυναμικά χαρακτηριστικά προκύπτουν όταν υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης που αφορούν δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές, οπότε περιγράφεται η χρονική μεταβολή του φαινομένου. Έτσι η μέση διάρκεια διαλείψεων αποτελεί αντικείμενο μελέτης των δυναμικών χαρακτηριστικών της διάλειψης και λαμβάνεται υπόψη η χρονική συσχέτιση. Αποκτούν σημασία στη σχεδίαση προσαρμοσμένων τεχνικών άμβλυνσης των διαλείψεων, που ανταποκρίνονται στις μεταβολές του διαύλου και χαρακτηρίζουν την απόδοση συστημάτων διαφορικής λήψης στο χρόνο. Επίσης καθορίζουν τη μέση διάρκεια των διαλείψεων.

Τα στάσιμα χαρακτηριστικά προκύπτουν όταν οποιοσδήποτε αριθμός στατιστικών δειγμάτων αναφέρεται στην ίδια χρονική στιγμή. Η χωρική συσχέτιση υπεισέρχεται στην περιγραφή στάσιμων χαρακτηριστικών δεύτερης τάξης και πάνω. Στη στάσιμη περιγραφή δεύτερης τάξης θεωρούνται δύο δείγματα την ίδια χρονική στιγμή αλλά σε δύο διαφορετικά σημεία στο χώρο. Μια τέτοια μελέτη απαιτείται όταν εξετάζεται η απόδοση σχημάτων διαφορικής λήψης, ζεύξεων που αποτελούνται από πολλαπλά τμήματα (multi-hop) και γενικά η απόδοση συστημάτων MIMO.

Οι περιορισμένοι πόροι των ασύρματων δικτύων σε συνδυασμό με τις αυξημένες απαιτήσεις σε χωρητικότητα καθιστούν απαραίτητη την εφαρμογή αποδοτικών μεθόδων κατανομής των πόρων του συστήματος στους χρήστες. Ο γεωγραφικός διαχωρισμός των χρηστών, οι διαφορετικές συνθήκες του διαύλου στις οποίες υπόκεινται και οι διαφορετικές τους απαιτήσεις τους καθορίζουν ένα δυναμικό πεδίο εφαρμογής των μεθόδων κατανομής των πόρων, με αποτέλεσμα οι λειτουργίες αυτές στο επίπεδο διαχείρισης του δικτύου να πρέπει να εκτελούνται δυναμικά ανάλογα με την εκάστοτε κατάσταση του διαύλου και την τηλεπικοινωνιακή κίνηση. Η σωστή εκμετάλλευση της χωρο-χρονικής δομής του διαύλου αποτελεί απαραίτητο στοιχείο σε κάθε αλγόριθμο δυναμικής εκχώρησης των πόρων του συστήματος. Οι αλγόριθμοι αυτοί σχεδιάζονται με βάση τη βελτιστοποίηση κάποιας παραμέτρου που χαρακτηρίζει την απόδοση του συστήματος, με προϋπόθεση την ικανοποίηση

απαιτήσεων που αφορούν την ποιότητα των υπηρεσιών και λαμβάνοντας υπόψη τους διαθέσιμους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος, που πηγάζουν από την αρχιτεκτονική του και από τις χρησιμοποιούμενες τεχνικές.

### 2.2.1. Διαλείψεις Μικρής Κλίμακας

Οι διαλείψεις μικρής κλίμακας αφορούν το φαινόμενο της διακύμανσης της λαμβανόμενης ισχύος σε αποστάσεις συγκρινόμενες με το μήκος κύματος και οφείλονται στην πολυδιαδρομική διάδοση, δηλαδή στη λήψη πολλαπλών εκδοχών του μεταδιδόμενου σήματος τα οποία καταφθάνουν στο δέκτη από διαφορετικές διαδρομές, όπου και συντίθενται διανυσματικά. Λόγω του πλήθους των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης οι διαλείψεις μικρής κλίμακας περιγράφονται ως επί το πλείστον στατιστικά. Επιπλέον εξαιτίας της γραμμικότητας των εξισώσεων του Maxwell, που περιγράφουν τη διάδοση των Η/Μ κυμάτων χρησιμοποιούνται ευρέως όροι και έννοιες από τη θεωρία γραμμικών συστημάτων. Ο ντετερμινιστικός διάυλος στον οποίο τα μεγέθη ενδιαφέροντος δεν αναπαριστώνται με τυχαίες διαδικασίες αλλά με συναρτήσεις χρησιμοποιείται συχνά ως εισαγωγή στα φαινόμενα πολυδιαδρομικής διάδοσης.

Αν υποθέσουμε ότι ο πομπός εκπέμπει ένα αδιαμόρφωτο φέρον κύμα συχνότητας  $f_c$  και πλάτους  $E$ , τότε η χρονική μεταβολή του εκπεμπόμενου σήματος δίνεται από τη σχέση  $E_{Tx}(t) = E \cos(2\pi f_c t)$ . Σε ένα σημείο σε απόσταση  $d$  από τον πομπό με την παραδοχή της διάδοσης με επίπεδο κύμα, το λαμβανόμενο σήμα περιγράφεται από τη σχέση  $E(t) = E_0 \cos(2\pi f_c t - k_0 d)$ , όπου  $E_0$  το μειωμένο πλάτος κατά τις απώλειες διάδοσης και  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  ο κυματάριθμος, που περιγράφει τη μεταβολή της φάσης του επίπεδου κύματος ανά μονάδα μήκους διάδοσης. Απαλείφοντας τη χρονική εξάρτηση με χρήση μιγαδικού φασιθέτη το μιγαδικό σήμα βασικής ζώνης περιγράφεται ως  $\tilde{E} = E_0 \exp(-jk_0 d)$ .

Θεωρώντας τώρα ότι σε ένα σημείο αναφοράς καταφθάνουν δύο εκδόσεις του εκπεμπόμενου σήματος οι οποίες έχουν προκύψει από σκέδαση από περιβάλλοντα αντικείμενα, τότε το πλάτος και η φάση του κύματος έχουν υποστεί επιπλέον μεταβολή από τη σκέδαση και έστω  $\tilde{E}_1 = E_{0,1} \exp(j\varphi_1)$  και  $\tilde{E}_2 = E_{0,2} \exp(j\varphi_2)$ . Τότε

σε ένα σημείο σε θέση  $\overset{1}{r}$  από το σημείο αναφοράς το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από την υπέρθεση των δυο επίπεδων κυμάτων ως

$$\overset{1}{E}(r) = \overset{1}{E}_1 \exp(-j\overset{u}{k}_1 \overset{1}{r}) + \overset{1}{E}_2 \exp(-j\overset{u}{k}_2 \overset{1}{r}) \quad (2.12)$$

όπου  $\overset{u}{k}_1, \overset{u}{k}_2$  οι διανυσματικοί κυματάριθμοι με κατεύθυνση αυτή της διάδοσης και επιπλέον έχει θεωρηθεί ότι οι απώλειες διάδοσης από το σημείο αναφοράς στη θέση  $\overset{1}{r}$  είναι αμελητέες. Κάτι τέτοιο είναι αποδεκτό αν θεωρηθούν τα σημεία σε αποστάσεις  $10\lambda$  από το σημείο αναφοράς [Molisch 2011]. Το αποτέλεσμα της υπέρθεσης είναι η ύπαρξη σημείων στα οποία το λαμβανόμενο σήμα αποκτά ελάχιστη τιμή λόγω της διαφοράς φάσης των συμβαλλόμενων κυμάτων.

Στην περίπτωση που οι σκεδαστές, ο πομπός και ο δέκτης είναι ακίνητοι το φαινόμενο είναι καθαρά χωρικό. Στην Εικ. 2 φαίνεται η χωρική μεταβολή της περιβάλλουσας σε μια περιοχή πλάτους  $10\lambda$  περίξ του σημείου αναφοράς στο κέντρο των αξόνων για την περίπτωση της συμβολής δύο επιπέδων κυμάτων συχνότητας  $f = 1$  GHz. Ωστόσο αν υποτεθεί ότι ο δέκτης κινείται με ταχύτητα  $\overset{1}{v}$  τότε η χωρική μεταβολή μετατρέπεται σε χρονική και η στιγμιαία τιμή του λαμβανόμενου σήματος στον κινητό δέκτη περιγράφεται ως

$$E(t) = \text{Re} \{ \overset{1}{E}_1 \exp(-j\overset{u}{k}_1 \overset{1}{v} t) \exp(j2\pi f t) + \overset{1}{E}_2 \exp(-j\overset{u}{k}_2 \overset{1}{v} t) \exp(j2\pi f t) \} \quad (2.13)$$

Ο φασιθέτης του λαμβανόμενου σήματος δίνεται δηλαδή από το άθροισμα των δύο χρονικά μεταβαλλόμενων φασιθετών, σύμφωνα με την κίνηση του δέκτη. Η σχέση (2.13) ωστόσο μπορεί να γραφεί και ως

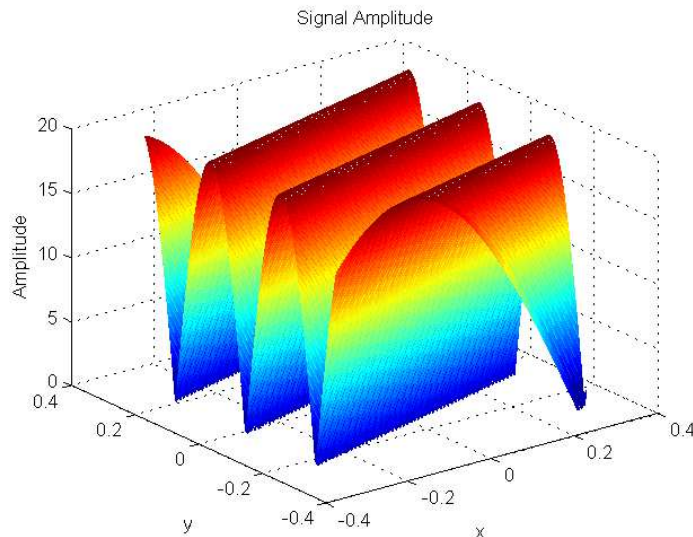
$$E(t) = \text{Re} \{ \overset{1}{E}_1 \exp(j2\pi f_1 t) + \overset{1}{E}_2 \exp(j2\pi f_2 t) \} \quad (2.14)$$

όπου  $f_1 = f - f_{d1}$ ,  $f_2 = f - f_{d2}$  και  $f_{d1}$ ,  $f_{d2}$  οι μετατοπίσεις Doppler, που δίνονται από τη σχέση  $f_{di} = \frac{\overset{u}{k}_i \cdot \overset{1}{v}}{|\overset{u}{k}_i|} = \frac{|\overset{1}{v}_{pi}|}{\lambda} = v_{\max} \cos(\gamma_i)$ ,  $i = 1, 2$ , με  $\overset{1}{v}_{pi}$  την προβολή του ανύσματος της ταχύτητας στην κατεύθυνση διάδοσης του κάθε κύματος και  $v_{\max} = \frac{|\overset{1}{v}|}{\lambda}$ , ενώ  $\gamma_i$  η γωνία των ανυσμάτων  $\overset{1}{v}$  και  $\overset{1}{k}_i$ .

Δηλαδή η χρονική μεταβολή του καναλιού του κινητού δέκτη περιγράφεται με τη μετατόπιση συχνότητας Doppler, που είναι υπεύθυνη για τη μεταβολή της φάσης του κάθε λαμβανόμενου επίπεδου κύματος. Το συνολικά λαμβανόμενο σήμα από τη συμβολή των δύο κυμάτων δεν προκύπτει πλέον από άθροισμα φασιθετών, καθόσον



αντιστοιχούν σε διαφορετικές συχνότητες, αλλά από το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών.



**Εικ. 2 Χωρική μεταβολή της περιβάλλουσας από υπέρθεση δύο επίπεδων κυμάτων**

Στην πραγματικότητα σε περιβάλλον πολυδιαδρομικής διάδοσης ένας μεγάλος αριθμός από εκδοχές του σήματος καταφθάνουν στον δέκτη από διαφορετικές κατευθύνσεις. Το λαμβανόμενο σήμα στον κινητό δέκτη μπορεί να παρασταθεί ως

$$E(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^N |E_i| \exp(\varphi_i + 2\pi ft - 2\pi\nu_{\max} \cos(\gamma_i) t) \right\} \quad (2.15)$$

όπου  $\vec{E}_i = |E_i| \exp(\varphi_i)$  και αφού οι πολυδιαδρομικές συνιστώσες προκύπτουν από την εκπομπή δεδομένης ισχύος του πομπού θα πρέπει  $\sum_{i=1}^N |E_i|^2 = C$ , με  $C$  σταθερά για τη δεδομένη περιοχή, που θεωρούμε σταθερές απώλειες διάδοσης [Molisch 2011].

Παραλείποντας τη χρονική εξάρτηση με χρήση μιγαδικών σημάτων βασικής ζώνης το λαμβανόμενο σήμα γράφεται και ως

$$\vec{E}(t) = \sum_{i=1}^N |E_i| \exp(\varphi_i - 2\pi\nu_{\max} \cos(\gamma_i) t) = I(t) + jQ(t) \quad (2.16)$$

όπου  $I(t)$  και  $Q(t)$  τα πραγματικά βασικής ζώνης σήματα της συμφασικής και της ορθογώνιας συνιστώσας της μιγαδικής περιβάλλουσας, που δίνονται από τις σχέσεις

$$I(t) = \sum_{i=1}^N |E_i| \cos(\varphi_i - 2\pi v_{\max} \cos(\gamma_i) t) \quad (2.17)$$

και

$$Q(t) = \sum_{i=1}^N |E_i| \sin(\varphi_i - 2\pi v_{\max} \cos(\gamma_i) t) \quad (2.18)$$

Η ισχύς του λαμβανόμενου σήματος είναι ανάλογη του μέτρου της μιγαδικής περιβάλλουσας. Ωστόσο λόγω του πλήθους των πολυδιαδρομικών συνιστωσών ανεξάρτητα από την υποτιθέμενη κατανομή για τα πλάτη  $|E_i|$ , αν πληρούνται οι προϋποθέσεις του κεντρικού οριακού θεωρήματος Lindeberg-Fellner [Molisch 2011], τότε προκύπτει ότι οι κατανομές των  $I(t)$  και  $Q(t)$  σε απουσία απευθείας συνιστώσας (LOS), είναι κανονικές (Gauss) μηδενικής μέσης τιμής. Από τον μετασχηματισμό  $r(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$  το πλάτος της περιβάλλουσας δίνεται από την κατανομή Rayleigh

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.19)$$

όπου  $\sigma^2$  η κοινή διακύμανση των κανονικών τ.μ.  $I(t)$  και  $Q(t)$ .

Στην περίπτωση ωστόσο που υφίσταται απευθείας μετάδοση, δηλαδή επίπεδο κύμα με ισχύ που υπερिσχύει των υπολοίπων τότε οι κατανομές των  $I(t)$  και  $Q(t)$  δεν είναι πλέον μηδενικής μέσης τιμής. Τότε προκύπτει ότι η κατανομή του πλάτους της περιβάλλουσας δίνεται από την κατανομή Rice [Molisch 2011]

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right) \quad (2.20)$$

όπου  $I_0(x)$  είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, μηδενικής τάξης.

Υποθέτουμε τώρα ότι τη στιγμή  $t=0$  ο δέκτης βρίσκεται στη θέση  $\hat{r}$  και προς το παρόν τον θεωρούμε ακίνητο. Το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από τη σχέση (2.12). Ισχύει

$$\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}}{k_i r} = \frac{2\pi}{\lambda} r \cos(\alpha_i) = 2\pi f \frac{r \cos(\alpha_i)}{c} = 2\pi f \tau_i \quad (2.21)$$

όπου  $\alpha_i$  η γωνία των ανυσμάτων  $\hat{k}_i$ ,  $\hat{r}$ ,  $c$  η ταχύτητα διάδοσης,  $\lambda$  το μήκος κύματος,  $f$  η συχνότητα φέροντος,  $r = |\hat{r}|$  και  $\tau_i$  η χρονική διαφορά (time delay),

που απαιτείται για το επίπεδο κύμα να φθάσει από το σημείο αναφοράς στο σημείο του δέκτη  $r$ . Με χρήση της (2.21) στην (2.12) προκύπτει ότι το λαμβανόμενο σήμα δίνεται από

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 \exp(-j2\pi f \tau_1) + \tilde{E}_2 \exp(-j2\pi f \tau_2) \quad (2.22)$$

και αφού το εκπεμπόμενο σήμα είναι αδιαμόρφωτο θεωρώντας αναπαράσταση βασικής ζώνης ως  $\mathcal{S} \ll \mathcal{B}$  προκύπτει ότι το κανάλι ισοδυναμεί με ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα (LTI, Linear Time Invariant) (Σημ: παρόλο που χρησιμοποιούμε ως είσοδο και έξοδο του συστήματος τα μιγαδικά σήματα βασικής ζώνης η απόκριση του συστήματος αναφέρεται σε απεριόριστο εύρος ζώνης και όχι στο ισοδύναμο βασικής ζώνης, δηλαδή στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε με χρήση των ζωνοπερατών σημάτων εισόδου-εξόδου) με απόκριση συχνότητας

$$H(f) = \tilde{E}_1 \exp(-j2\pi f \tau_1) + \tilde{E}_2 \exp(-j2\pi f \tau_2) \quad (2.23)$$

Η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι η

$$h(t) = \tilde{E}_1 \delta(t - \tau_1) + \tilde{E}_2 \delta(t - \tau_2) \quad (2.24)$$

η οποία περιγράφεται στο πεδίο της χρονικής καθυστέρησης και δείχνει τις δύο εκδοχές του σήματος που καταφθάνουν στο δέκτη με καθυστερήσεις  $\tau_1, \tau_2$  αντίστοιχα. Το χαρακτηριστικό της μορφής αυτής της κρουστικής απόκρισης που είναι διεσπαρμένη στο χρόνο (time dispersive), είναι ότι συνδυάζεται με απόκριση συχνότητας που δεν είναι σταθερή στο πεδίο της συχνότητας. Προκαλούνται έτσι οι λεγόμενες επιλεκτικές στη συχνότητα διαλείψεις (frequency selective fading), αλλά και το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής (ISI, Inter-Symbol Interference). Ωστόσο στην περίπτωση της εκπομπής του αδιαμόρφωτου φέροντος τέτοια φαινόμενα δεν επηρεάζουν την απόδοση του συστήματος. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση εκπομπής σήματος στενού εύρους ζώνης (narrowband), όπου η απόκριση συχνότητας στη ζώνη ενδιαφέροντος μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Σε κάθε περίπτωση σε ένα σύστημα LTI με κρουστική απόκριση  $h(t)$  και απόκριση συχνότητας  $H(f)$  (συμβολίζουμε με  $h(t) \leftrightarrow H(f)$  τα ζεύγη μετασχηματισμού Fourier) η απόκριση  $y(t) \leftrightarrow Y(f)$  του συστήματος σε σήμα εισόδου  $x(t) \leftrightarrow X(f)$  δίνεται στο πεδίο της συχνότητας ως  $Y(f) = H(f)X(f)$  ή εναλλακτικά στο πεδίο του χρόνου ως  $y(t) = h(t) * x(t)$ , όπου  $*$  το σύμβολο της συνέλιξης. Όταν η κρουστική απόκριση δεν είναι διεσπαρμένη στο χρόνο, δηλαδή είναι ένας κρουστικός

παλμός, τότε αρκεί μια μιγαδική σταθερά να περιγράψει το σήμα εξόδου ως  $y(t) = h \cdot x(t)$ , με  $h(t) = h \cdot \delta(t)$ .

Στην περίπτωση τώρα που ο δέκτης κινείται με ταχύτητα  $v$  τότε ισχύει ότι

$$\tilde{k}_i(r + vt) = 2\pi f \tau_i(t) = 2\pi f (\tau_i + \Delta \tau(t)) \quad (2.25)$$

δηλαδή η χρονική καθυστέρηση που κάνει το κύμα να φτάσει από το σημείο αναφοράς στη θέση του δέκτη εξαρτάται προφανώς από το χρόνο  $t$ . Ο χρονικά μεταβαλλόμενος φασιθέτης του λαμβανόμενου σήματος δίνεται από

$$\tilde{E}(t) = \tilde{E}_1 \exp(-j2\pi f \tau_1(t)) + \tilde{E}_2 \exp(-j2\pi f \tau_2(t)) \quad (2.26)$$

που μπορεί να γραφεί συναρτήσει των μετατοπίσεων Doppler ως

$$\tilde{E}(t) = \tilde{E}_1 \exp(-j2\pi f_{d1}t - j2\pi f \tau_1) + \tilde{E}_2 \exp(-j2\pi f_{d2}t - j2\pi f \tau_2) \quad (2.27)$$

Η κρουστική απόκριση του συστήματος εξαρτάται πλέον από το χρόνο και είναι της μορφής  $h(t, \tau)$ , δηλαδή το σύστημα είναι ένα γραμμικό χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα (LTV, Linear Time Variant). Στην περίπτωση τέτοιων συστημάτων χρησιμοποιούνται μέθοδοι της θεωρίας συστημάτων και των συναρτήσεων συστήματος του Bello [Bello 1963].

Σημειώνεται ότι οι χρονικές καθυστερήσεις  $\tau_i$  που έχουν χρησιμοποιηθεί από τη σχέση (2.21) αναφέρονται στα χρονικά διαστήματα που τα επίπεδα κύματα χρειάζονται για να φθάσουν από το σημείο αναφοράς στο σημείο του δέκτη. Η χρήση του σημείου αναφοράς έγινε καθόσον η περιγραφή με τους διανυσματικούς κυματάριθμους, όπως στις (2.12) και (2.13), έχει την ιδιαιτερότητα ότι ύστερα από κάθε αλληλεπίδραση με σκεδαστή το κύμα αλλάζει κατεύθυνση, οπότε απαιτήθηκε η επιλογή ενός σημείου αναφοράς πλησίον του δέκτη, ώστε τα κύματα να φθάνουν σε αυτόν χωρίς άλλη αλληλεπίδραση. Στην περίπτωση αυτή οι μιγαδικοί φασιθέτες  $\tilde{E}_i$  αντιστοιχούν στο σήμα στο σημείο αναφοράς, δηλαδή περιλαμβάνουν την επίδραση της διάδοσης μέχρι εκεί καθώς και των σκεδαστών που παρεμβλήθηκαν. Ωστόσο η περιγραφή με τις χρονικές καθυστερήσεις είναι πιο βολικό να αναφέρεται στην καθυστέρηση που χρειάζεται πχ ένας κρουστικός παλμός να φθάσει στον δέκτη από το χρόνο εκπομπής του στον πομπό. Ανεξάρτητα από τον αριθμό των επιδρώντων σκεδαστών, αν υποθέσουμε ότι για μια πολυδιαδρομική διάδοση αυτός είναι  $M - 1$ , με ενδιάμεσα σκέλη διάδοσης  $R_j, j=1, \dots, M$  και με επίδραση από κάθε σκεδαστή περιγραφόμενη με το μιγαδικό συντελεστή  $G_j, j=1..M - 1$ , τότε για εκπομπή

αδιαμόρφωτου φέροντος  $\bar{E}_{Tx}$  θα ισχύει για το λαμβανόμενο σήμα στον δέκτη ότι  $\bar{E} = \bar{E}_{Tx} \exp(-j2\pi f\tau_1)G_1 \exp(-j2\pi f\tau_2)G_2L G_{M-1} \exp(-j2\pi f\tau_M)$ , που μπορεί να συμπτυχτεί σε  $\bar{E} = \bar{E}_{Tx}C \exp(-j2\pi f\tau)$ , όπου  $C = G_1K G_{M-1}$  η συνολική επίδραση των σκεδαστών και  $\tau$  ο συνολικός χρόνος διάδοσης από τον πομπό στον δέκτη.

Ο ντετερμινιστικός διάυλος αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για την κατανόηση των βασικών μηχανισμών της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Στην πραγματικότητα ωστόσο η τυχαιότητα στην κατανομή των σκεδαστών αντιμετωπίζεται με στοχαστικό τρόπο και οι κρουστικές αποκρίσεις γίνονται στοχαστικές ανεξίτητες. Η στατιστική περιγραφή επιτυγχάνεται μέσω των αντίστοιχων συναρτήσεων συσχέτισης.

### 2.2.2. Διαλείψεις Μεγάλης Κλίμακας

Όταν υπολογισθεί η μέση τιμή του λαμβανόμενου σήματος σε μια μικρή περιοχή της τάξης  $10\lambda$ , όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος, τότε προκύπτει μια μέση ισχύς απαλλαγμένη από τις διακυμάνσεις των διαλείψεων μικρής κλίμακας, που προκαλούνται από την πολυδιαδρομική διάδοση και η οποία θεωρείται σταθερή και χαρακτηριστική για τη δεδομένη απόσταση από τον πομπό. Ωστόσο, καθώς η διάδοση απέχει από αυτή του ελευθέρου χώρου και εκτός των σκεδαστών στο χώρο υφίστανται επίσης εμπόδια, με μέγεθος συγκρινόμενο με αυτό του μήκους κύματος, τα οποία πολλές φορές σκιάζουν τη λήψη, έχει παρατηρηθεί ότι αν καταγραφεί αυτή η μέση τιμή για τη δεδομένη χαρακτηριστική απόσταση από τον πομπό, αυτή παρουσιάζει διακυμάνσεις σε σχέση με τη μέση τιμή. Το φαινόμενο των διακυμάνσεων αυτών λέγεται σκίαση (shadowing) και για έναν κινητό δέκτη εμφανίζεται με τη μορφή των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας (LSF, Large Scale Fading). Πειραματικά αποτελέσματα έχουν δείξει ότι το φαινόμενο της σκίασης μπορεί να μοντελοποιηθεί με τη λογαριθμοκανονική κατανομή.

Σε ότι αφορά το φαινόμενο της σκίασης έχει μελετηθεί ευρέως η επίδραση της συσχέτισης σε ότι αφορά:

- εκτέλεση μεταπομπών
- ισχύς παρεμβολών
- απόδοση διαφορικών σχημάτων

Στο [Alouini and Simon 2002] υπολογίζονται ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος, το ποσό διάλειψης και η πιθανότητα διακοπής για σχήματα διπλής διαφορικής προστασίας σε περιβάλλον συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών διαλείψεων. Στο [Skraparlis et al. 2009] μελετάται η επίδραση της συσχέτισης στην πιθανότητα διακοπής σε δίκτυα με συνεργατική διαφορική λήψη (cooperative diversity). Η επίδραση της συσχέτισης της σκίασης στη πιθανότητα διακοπής σε δίκτυα με ζεύξεις πολλαπλών τμημάτων (multi-hop) όπως είναι τα δίκτυα αισθητήρων, τα αυτοκαθοριζόμενα δίκτυα και τα δίκτυα πλέγματος εξετάζεται στο [Agrawal and Patwari 2009], όπου και προτείνεται ένα μοντέλο υπολογισμού της. Στο [Mukherjee and Avidor 2001] εξετάζεται η επίδραση της συσχέτισης της σκίασης ως προς το μέσο ρυθμό εκτέλεσης μεταπομπών (handoff rate) τις οποίες υφίσταται ένας κινητός χρήστης κυψελωτού συστήματος λαμβάνοντας υπόψη τη χωρική δομή της σκίασης. Στο [Graziosi 1999] εξετάζεται η επίδραση της συσχέτισης της σκίασης στη διάρκεια των διαλείψεων και στο ρυθμό εμφάνισης των διαλείψεων σε περίπτωση κινούμενου χρήστη και διαφορικής λήψης από δύο σταθμούς βάσης. Αλγόριθμοι μεταπομπής μελετήθηκαν επίσης στο [Agarwal and Holtzman 1997] υπό περιβάλλον συσχετισμένης σκίασης. Στο [Butterworth et al. 2000] έχει μελετηθεί η επίδραση της συσχέτισης της σκίασης σε ότι αφορά το πρόβλημα της τοποθέτησης των σταθμών βάσης σε εσωτερικούς χώρους. Στο εξετάζεται η επίδραση της συσχέτισης της σκίασης στην ισχύ των παρεμβολών. Γενικά μια πιο πλήρης καταγραφή αναφορών σε εργασίες που μελετούν την επίδραση της συσχέτισης της σκίασης μπορεί να βρεθεί στο [Szyszkowicz et al. 2010]

Το φαινόμενο της σκίασης αποκτά στο πλαίσιο των συστημάτων 5G πρόσθετη σημασία. Αυτό γιατί τα μιλλιμετρικά κύματα που έχουν βρεθεί στο επίκεντρο της έρευνας για τη χρήση τους στη σχεδίαση μελλοντικών συστημάτων 5G εκτός των αυξημένων απωλειών διάδοσης εμφανίζουν αυξημένες απώλειες λόγω σκίασης. Η σκίαση δηλαδή αποτελεί ένα καθοριστικό παράγοντα που σε πολλές περιπτώσεις καθορίζει τη ζεύξη ως χρησιμοποιήσιμη ή μη, οπότε και απαιτούνται πρόσθετα μέτρα. Ιδιαίτερη βαρύτητα λοιπόν αποκτά η μοντελοποίηση της σκίασης.

### 2.3. Μοντέλα Καναλιού για δίκτυα 5G

Η μέχρι πρότινος χρήση μιλλιμετρικών συχνοτήτων δεν ήταν εφικτή κυρίως λόγω των δυσμενών συνθηκών στη διάδοση. Αυτές περιλαμβάνουν αυξημένες απώλειες διάδοσης, ατμοσφαιρικές απώλειες και απώλειες λόγω βροχής, μικρή περίθλαση γύρω από εμπόδια, υψηλές απώλειες διείσδυσης και απώλειες σκίασης, καθώς και ισχυρό θόρυβο φάσης. Ωστόσο η ωρίμανση της τεχνολογίας των ημιαγωγών και η συνεπαγόμενη μείωση του κόστους και της κατανάλωσης ισχύος έχει επιτρέψει πλέον τη χρήση μιλλιμετρικών συχνοτήτων, με την προσπάθεια να εστιάζεται στην αντιμετώπιση των δυσμενών παραμέτρων διάδοσης.

Οι λεπτές δέσμες που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις υψηλές συχνότητες θέτουν προκλήσεις που ένα μικροκυματικό σύστημα θα πρέπει να αντιμετωπίσει. Οι συσκευές των χρηστών θα πρέπει να παρακολουθούνται κάθε στιγμή με χρήση μιας κεραίας στενής δέσμης. Επίσης η αντιμετώπιση της σκίασης με εναλλαξιμότητα (diversity) και ταχεία επαναδρομολόγηση πέριξ των εμποδίων όταν εμφανίζεται.

Μικροκυματικά δίκτυα 5G επί του παρόντος σχεδιάζονται για ανάπτυξη στα εξής περιβάλλοντα:

- Urban micro (UMi) αποτελούμενο από δρόμους μεταξύ κτιρίων και ανοιχτές πλατείες με ακτίνα κυψέλης μικρότερη από 100 μέτρα και σημεία πρόσβασης (AP: Access points) τοποθετημένα κάτωθεν των στεγών.

- Suburban micro (SMi) με κατοικίες σε προαστιακό περιβάλλον με ακτίνα κυψέλης περίπου 200 μέτρα και σημεία πρόσβασης τοποθετημένα σε ύψος περίπου 6-8 μέτρα.

- Indoor hotspots (InH) αποτελούμενο από εσωτερικά γραφεία και διαμορφωμένους χώρους και κλειστά πολυκαταστήματα που είναι 3-5 ορόφους ψηλά και σημεία πρόσβασης στα 2-3 μέτρα.

Το πρώτο βήμα στη σχεδίαση ενός δικτύου 5G στη μικροκυματική περιοχή είναι η κατανόηση των χαρακτηριστικών του καναλιού των παραπάνω περιβαλλόντων. Διάφορες εταιρείες και Ευρωπαϊκοί Ερευνητικοί Οργανισμοί και Ακαδημαϊκά Ιδρύματα έχουν εκτελέσει μετρήσεις για τη μοντελοποίηση των καναλιών 5G μαζί με μετρήσεις Ιχνηλάτησης Ακτίνας (Ray Tracing). Οι μετρήσεις υποδεικνύουν ότι τα μικρότερα μήκη κύματος εισάγουν αυξημένη ευαισθησία στα μοντέλα διάδοσης λόγω της κλίμακας του περιβάλλοντος και επιδεικνύουν εξάρτηση

των απωλειών διάδοσης από τη συχνότητα καθώς και ορισμένων παραμέτρων μεγάλης κλίμακας.

Η περίθλαση, η κάμψη των ακτίνων γύρω από γωνίες κτιρίων και οροφές μειώνεται με τη συχνότητα και δεν είναι πλέον κυρίαρχος παράγοντας σε κανάλια εξωτερικού χώρου σε συχνότητες άνω των 10 GHz. Ατμοσφαιρικές απώλειες και απώλειες λόγω βροχής είναι εξαρτώμενες από τη συχνότητα αλλά γενικά μικρές. Λιγότερο από περίπου 2 dB για τη χειρότερη περίπτωση βροχής για ακτίνα κυψέλης μικρότερη των 100 μ ακόμα και στα 100 GHz. Μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους στη μοντελοποίηση του καναλιού είναι η απώλεια διείσδυσης που εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τα υλικά και τείνει να αυξάνει με τη συχνότητα.

Η διάλειαση λόγω σκίασης και οι παράμετροι γωνιακής διασποράς (angular spreading) είναι μεγαλύτερα και το όριο μεταξύ απευθείας μετάδοσης και μη (LOS, Line of Sight, NonLOS, non Line of Sight) εξαρτάται από το τοπικό περιβάλλον αλλά και το ύψος της κεραίας. Τα χαρακτηριστικά μικρής κλίμακας του καναλιού, όπως διασπορά καθυστέρησης (delay spread) και γωνιακή διασπορά (angular spread) και τα χαρακτηριστικά πολυδιαδρομικής διάδοσης (multipath) είναι σε γενικές γραμμές παρόμοια στις διάφορες συχνότητες, κάτι το οποίο είναι ενθαρρυντικό για την περαιτέρω επέκταση υφιστάμενων 3GPP μοντέλων σε μεγαλύτερες περιοχές συχνοτήτων.

Οι απαιτήσεις ενός νέου μοντέλου το οποίο θα μπορεί να υποστηρίξει τη λειτουργία συστημάτων 5G σε συχνότητες μέχρι 100 GHz μπορούν να συνοψιστούν στις παρακάτω:

- Θα πρέπει κατά προτίμηση το νέο μοντέλο να βασίζεται στο υφιστάμενο 3D μοντέλο καναλιού 3GPP TR36.873 με τις απαραίτητες όμως επεκτάσεις για παράδειγμα για μοντελοποίηση 2D κεραιών και της κατευθυντικότητας τους.

- Το νέο μοντέλο θα πρέπει να μπορεί να υποστηρίξει ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων μέχρι 100 GHz.

- Το νέο μοντέλο θα πρέπει να μπορεί να υποστηρίξει ένα μεγάλο εύρος ζώνης μέχρι και 2 GHz.

- Το νέο μοντέλο θα πρέπει να μπορεί να υποστηρίξει συστοιχίες κεραιών μεγάλης έκτασης και κεραιών διαφορετικού τύπου.

- Το νέο μοντέλο θα πρέπει να μπορεί να υποστηρίξει την κινητικότητα και συγκεκριμένα να είναι κατάλληλο για ταχύτητες μέχρι 350km/h, αλλά και να



υποστηρίζει σενάρια επικοινωνία D2D (Device-to-Device) και V2V (Vehicle-to-Vehicle).

-Το νέο μοντέλο θα πρέπει να εξασφαλίζει χωρική, χρονική και ως προς τη συχνότητα συνέπεια, που σημαίνει να αναπαραγάγει τις συσχετίσεις και τα στατιστικά χαρακτηριστικά.

-Το νέο μοντέλο θα πρέπει να είναι υπολογιστικά εφικτό παρουσιάζοντας πρακτικά αντιμετωπίσιμη πολυπλοκότητα.

Τα υφιστάμενα μοντέλα όπως το [WINNER II 2007] ή τα 3GPP/3GPP2 Spatial Channel Model, ITU-R IMT-advanced, 3GPP 3D-UMi, 3D-UMa και IEEE 802.11ad δεν μπορούν να καλύψουν τις νέες απαιτήσεις. Τόσο η ακαδημαϊκή κοινότητα όσο και η βιομηχανία ερευνούν νέα μοντέλα καναλιού με στόχο τη μιλλιμετρική περιοχή για συχνότητες μέχρι 100GHz. Τα μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί στο [METIS 2015] μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες: Στα μοντέλα βασισμένα σε χάρτη (map based models) και στα στοχαστικά μοντέλα (stochastic models). Η διάκριση αυτή αφορά γενικότερα τη διάκριση των μοντέλων σε ντετερμινιστικά και στοχαστικά [Molisch 2011]. Τα μοντέλα βασισμένα στο χάρτη είναι μοντέλα βασισμένα στον αλγόριθμο ιχνηλάτισης ακτίνων και λαμβάνουν επακριβώς υπόψη το χώρο στον οποίο εφαρμόζονται. Τα στοχαστικά μοντέλα μπορεί να βασίζονται στη γεωμετρία σε ότι αφορά τα γενικά χαρακτηριστικά διάδοσης (GSCM, Geometry Based Stochastic Channel Model) ή να μην αναφέρονται σε συγκεκριμένη γεωμετρία (Stochastic Channel Model) και παραμετροποιούνται ώστε να αποδίδουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά του καναλιού. Τα μοντέλα αναπαριστούν τόσο τα φαινόμενα μικρής όσο και μεγάλης κλίμακας. Οι παράμετροι που τα παραμετροποιούν διακρίνονται συνήθως σε Large Scale και Small Scale. Παράμετροι Large Scale αποτελούν η σκίαση και η διασπορά καθυστέρησης (delay spread) και γωνιακή διασπορά (angular spread). Παράμετροι Small Scale αποτελούν οι καθυστερήσεις (delays), οι ισχείς (powers) και οι κατευθύνσεις αναχώρησης και άφιξης (angles of arrival and departure).

## Κεφάλαιο 3.

### Δυναμικό πολυδιάστατο μοντέλο λογαριθμοκανονικής σκίασης

#### 3.1. Πρόλογος

Οι μέθοδοι προσομοίωσης βασισμένες σε στατιστικά μοντέλα αποτελούν ένα πολύτιμο εργαλείο για την αρχική εκτίμηση της απόδοσης των σύγχρονων ασύρματων συστημάτων λόγω της τυχαιότητας των εμπλεκόμενων παραμέτρων χαρακτηρισμού της επίδρασης του ραδιοδιαύλου. Καθώς η πολυπλοκότητα των ασύρματων δικτύων αυξάνεται και η ανάγκη αξιόπιστης ασύρματης δικτύωσης γίνεται επιτακτική σε ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών, ακόμα και σε δύσκολα περιβάλλοντα διάδοσης, η ανάπτυξη ρεαλιστικότερων μεθόδων μοντελοποίησης του καναλιού αποτελεί ενεργό αντικείμενο έρευνας. Αυτό καθίσταται ιδιαίτερα επιτακτικό με την έλευση μιλλιμετρικών δικτύων 5ης γενιάς (5G), καθόσον το πρώτο βήμα στην ανάπτυξη των νέων τεχνολογιών είναι η κατανόηση και μοντελοποίηση του καναλιού.

Οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας (large scale fading) γνωστές επίσης και ως σκίαση (shadowing) αναφέρονται στις διακυμάνσεις της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος σε σχέση με τα μοντέλα απωλειών διάδοσης, οι οποίες οφείλονται σε εμπόδια και επηρεάζουν σε σημαντικό βαθμό την ποιότητα της ζεύξης. Παρόλο που η μεταβλητότητα του φαινομένου της σκίασης για ένα δεδομένο περιβάλλον διάδοσης είναι καθαρά χωρική, τυχόν κινούμενα εμπόδια ειδικά σε πυκνές από αντικείμενα περιοχές εισάγουν επιπλέον χρονική μεταβολή στο παρατηρούμενο σήμα, λόγω σκίασης ακόμη και για ακίνητους δέκτες. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται για την περίπτωση της λογαριθμοκανονικής σκίασης ένα στοχαστικό μοντέλο βασισμένο σε στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις (ΣΔΕ) το οποίο λαμβάνει υπόψη του τόσο τη χωρική συσχέτιση του φαινομένου της σκίασης, όσο και τη χρονική του μεταβολή. Το μοντέλο αναπτύχθηκε αρχικά στο [Καραγιάννης 2013] με εφαρμογές σε μικροκυματικά δίκτυα χαμηλών συχνοτήτων. Εδώ επεκτείνεται και με χρήση του προτεινόμενου χωρο-χρονικού μοντέλου του τυχαίου πεδίου της σκίασης παρουσιάζονται νέα αναλυτικά αποτελέσματα για το μέσο χρόνο διακοπής και το ρυθμό τμήσης στάθμης καθώς και αριθμητικές εφαρμογές για την περίπτωση μιλλιμετρικών δικτύων με εστίαση στα δίκτυα 5G.

### 3.2. Εισαγωγή

Τα στατιστικά μοντέλα του ασύρματου διαύλου αποτελούν μια πολύτιμη μέθοδο για την αποδοτική σχεδίαση και δοκιμή των σύγχρονων ασύρματων συστημάτων. Η ολοένα αυξανόμενη ανάγκη για υψηλότερους ρυθμούς μετάδοσης απαιτεί πιο προηγμένες τεχνικές για την εκμετάλλευση των δυνατοτήτων που επιτρέπει ο ραδιοδιάυλος, απαίτηση που δημιουργεί επιπλέον ανάγκες στην ανάπτυξη και εφαρμογή πιο προηγμένων μεθόδων μοντελοποίησης του καναλιού. Στην ενότητα αυτή εστιάζομαστε στις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας ή σκίαση.

Το είδος αυτό των διαλείψεων που οφείλεται κυρίως στην ύπαρξη εμποδίων κατά μήκος και περίξ του ραδιοβήματος είναι κοινά αποδεκτό ότι αναπαριστάται ικανοποιητικά με τη λογαριθμοκανονική κατανομή, τόσο για διάδοση σε εξωτερικούς χώρους [Rappaport 2001], όσο και σε εσωτερικούς [Liberti and Rappaport 1992]. Την ίδια προσέγγιση ακολουθούν και αναπτυσσόμενα μοντέλα καναλιού που στοχεύουν σε υψηλότερες συχνότητες [METIS 2015]. Παρόλο που η σκίαση είναι ένα καθαρά χωρικό φαινόμενο για ένα δεδομένο περιβάλλον διάδοσης, ωστόσο χρονική μεταβλητότητα προκαλείται από την κίνηση των χρηστών και των εμποδίων. Η επίδραση στη μεταβολή της σκίασης που προκαλείται από κινούμενα εμπόδια ακόμη και για σταθερούς δέκτες ενδέχεται να είναι ιδιαίτερα σοβαρή στην αξιοπιστία του συστήματος ιδιαίτερα σε πυκνοκατοικημένους χώρους. Υπό αυτή την οπτική το φαινόμενο της σκίασης αποτελεί μια χωρο-χρονική διαδικασία, δηλαδή ένα τυχαίο πεδίο που εξελίσσεται στο χρόνο. Επιπλέον η επίδραση της συσχέτισης του φαινομένου της σκίασης θεωρείται μια καθοριστική παράμετρος που θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη για τη αποδοτικότερη μοντελοποίηση του διαύλου. Η συσχέτιση στη μοντελοποίηση του πεδίου της σκίασης οδηγεί σε ρεαλιστικότερα αποτελέσματα, καθώς επηρεάζει σημαντικά κρίσιμες παραμέτρους των σύγχρονων συστημάτων, όπως τη διαδικασία των μεταπομπών (handover), την ισχύ των παρεμβολών, την απόδοση της διαφορικής λήψης [Szyszkowicz et al. 2010]. Ειδικά στα δίκτυα 5G που εκτιμάται ότι οι ζεύξεις καθώς θα μεταπίπτουν συνεχώς από κατάσταση λειτουργίας σε κατάσταση μη λειτουργίας λόγω εμποδίων η διαδικασία της μεταπομπής θα είναι ιδιαίτερα κρίσιμη για τη λειτουργία του συστήματος.

Στη διεθνή βιβλιογραφία υφίστανται διάφορα μοντέλα που λαμβάνουν υπόψη τους τη χωρική δομή της σκίασης, χωρίς ωστόσο να λαμβάνουν υπόψη τη χρονική εξέλιξη [Catrein and Mathar 2008],[Cai and Giannakis 2003],[Fraile et al.

2008],[Patwari and Agrawal 2008], ενώ άλλα που λαμβάνουν υπόψη τη χρονική μεταβολή την αντιμετωπίζουν μόνο ως αποτέλεσμα της κινητικότητα του δέκτη, μετασχηματίζοντας τη χωρική συσχέτιση σε χρονική, χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τη χρονική εξέλιξη του πεδίου που οφείλεται σε κίνηση εμποδίων στην περιοχή του δέκτη [Forkel et al. 2004][Seetharam et al. 2012],[Mukherjee and Avidor 2001]. Κάτι τέτοιο όμως είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε περιβάλλον διάδοσης εσωτερικών χώρων [Hashemi 1993], όπου το απευθείας κύμα (LOS) διαταράσσεται σύμφωνα με αρκετές μελέτες, όπως [Kashiwagi et al. 2010],[Zhang and Cai 2007] και στις αναφορές τους. Παρόμοια αποτελέσματα με ίσως μικρότερη ένταση αναμένονται για κατανομημένα δίκτυα εξωτερικών/εσωτερικών χώρων και αστικές περιοχές πυκνά κατοικημένες [Kashiwagi et al. 2010]. Επίσης στα μοντέλα αυτά δεν λαμβάνεται υπόψη η αυτοσυσχέτιση και η ετεροσυσχέτιση της σκίασης για διαφορετικά σημεία και διαφορετικούς σταθμούς βάσης αντίστοιχα. Σε αναπτυσσόμενα μοντέλα με εστίαση στα δίκτυα 5G όπως στο [METIS 2015] έχει δοθεί ιδιαίτερη σημασία στη συσχέτιση της σκίασης και έχει μοντελοποιηθεί με τη χρήση της μεθόδου αθροίσματος συνημιτόνων (sum of sinusoids), ωστόσο η μεταβλητότητα του διαύλου αποδίδεται στην κίνηση των σταθμών.

Ενώ η αυτοσυσχέτιση της σκίασης αναφέρεται στην περίπτωση ενός σταθμού βάσης, η ετεροσυσχέτιση αφορά τη συσχέτιση του φαινομένου της σκίασης στην περίπτωση των σημάτων που λαμβάνονται από διαφορετικούς σταθμούς βάσης. Η στατιστική μελέτη των σημάτων διαφορετικής προέλευσης αποκτά ιδιαίτερη σημασία στη σχεδίαση κυψελωτών δικτύων, στη μελέτη των παρεμβολών και στους αλγόριθμους μεταπομπής. Παρατηρείται τόσο σε εξωτερικούς χώρους [Klingenbrunn and Mogensen 1999], όσο και σε εσωτερικούς [Butterworth et al. 2000],[Jalden et al. 2007],[Patwari et al. 2002]. Επιπλέον ακόμη και ζεύξεις χωρίς κοινό κόμβο, αν βρίσκονται κοντά παρουσιάζουν συσχέτιση στο φαινόμενο της σκίασης [Patwari et al. 2002],[Agrawal and Patwari 2009]. Στο [Charalambous and Menemenlis 2002] παρουσιάζεται ένα στοχαστικό δυναμικό μοντέλο της σκίασης με χρήση στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης (ΣΔΕ), ικανό να αναπαραγάγει τις τυχαίες διακυμάνσεις της απόσβεσης στο χρόνο, χωρίς όμως να λαμβάνει υπόψη το φαινόμενο της ετεροσυσχέτισης.

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε το θεωρητικό υπόβαθρο του στοχαστικού δυναμικού μοντέλου, που είναι ικανό να αναπαραγάγει τη χρονική εξέλιξη του φαινομένου της σκίασης αλλά και να λάβει υπόψη τη χωρική δομή του φαινομένου,

θεωρώντας κάθε μορφής συσχέτιση ανάμεσα σε διαφορετικές ζεύξεις συμπεριλαμβανομένου της αυτοσυσχέτισης και της ετεροσυσχέτισης. Το μοντέλο υποθέτει ότι η λογαριθμοκανονική κατανομή προσομοιώνει το φαινόμενο της σκίασης και περιλαμβάνει όλες τις σημαντικές στατιστικές παραμέτρους όπως προκύπτουν από πειραματικά δεδομένα. Το μοντέλο είναι συνεπές ως προς τη διεθνή βιβλιογραφία και τις δημοσιευμένες εργασίες που αφορούν το φαινόμενο της σκίασης και επιπλέον περιλαμβάνει κάθε σημαντική παράμετρο σε ένα ενιαίο θεωρητικό πλαίσιο. Βασίζεται σε ένα σύστημα στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων (SDEs), που παρέχει ένα στέρεο μαθηματικό υπόβαθρο χρήσιμο για τον υπολογισμό σημαντικών παραμέτρων, ενώ διατηρεί την πολυπλοκότητα και τον υπολογιστικό φόρτο σε αποδεκτά επίπεδα. Το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη σχεδίαση και στη δοκιμή σταθερών και κινητών ασύρματων επικοινωνιακών συστημάτων και να καλύψει τις απαιτήσεις μοντελοποίησης της σκίασης σε μοντέλα καναλιού 5G.

Στο πλαίσιο αυτό παρουσιάζονται νέα αναλυτικά αποτελέσματα που αφορούν το μέσο χρόνο διακοπής (AOD), το ρυθμό τμήσης στάθμης (LCR) και τις μεταπομπές, που βασίζονται στο προτεινόμενο πιθανοθεωρητικό πλαίσιο της σκίασης και στην μέθοδο των διανυσματικών τμήσεων στάθμης εστιάζοντας σε μιλλιμετρικές εφαρμογές με σενάρια από αναπτυσσόμενα δίκτυα 5G.

### 3.3. Δυναμικό μοντέλο λογαριθμοκανονικής σκίασης

#### 3.3.1. Τυχαίο Πεδίο της Σκίασης

Το φαινόμενο της σκίασης αναφέρεται στις τυχαίες διακυμάνσεις της λαμβανόμενης ισχύος γύρω από μια μέση τιμή που αντιστοιχεί σε δεδομένη απόσταση του δέκτη από τον πομπό. Η διακύμανση αυτή οφείλεται κυρίως στην παρουσία αντικειμένων που βρίσκονται στο ραδιοβήμα και δεν λαμβάνονται υπόψη από τα μοντέλα υπολογισμού της απώλειας διάδοσης, τα οποία εξαρτώνται μόνο από την απόσταση. Έτσι οι διακυμάνσεις αυτές λαμβάνονται υπόψη με στατιστικό τρόπο και ο λαμβανόμενος σηματοθορυβικός λόγος  $SNR_R$  για μια συγκεκριμένη τοποθεσία εκφράζεται σε λογαριθμική κλίμακα ως

$$SNR_R = SNR_T - \overline{PL}(d) + X \quad (dB) \quad (3.1)$$

όπου  $SNR_T$  είναι ο εκπεμπόμενος σηματοθορυβικός λόγος και  $\overline{PL}(d)$  είναι η μέση απώλεια διάδοσης, όπως υπολογίζεται από ένα κατάλληλο μοντέλο απωλειών διάδοσης βάση της απόστασης  $d$  μεταξύ του σταθμού βάσης και του δέκτη. Ο όρος

$X$  στην (3.1) είναι ο όρος της σκίασης, μια τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) ορισμένη στο χώρο, που κατά κοινή αποδοχή θεωρείται ως κανονική μηδενικής μέσης τιμής [Rappaport 2001].

Συμβολίζοντας με  $\gamma_R$  το λαμβανόμενο σηματοθορυβικό λόγο σε γραμμική κλίμακα, τότε από την (3.1) προκύπτει ότι είναι μια λογαριθμοκανονική τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, που δίνεται από τη σχέση

$$p(\gamma) = \frac{\xi}{\gamma\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(10\log\gamma-\mu)}{2\sigma^2}} \quad (3.2)$$

όπου  $\xi = 10/\ln 10$  είναι μια σταθερά, ενώ  $\mu$  (dB) και  $\sigma$  (dB) είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της τ.μ.  $10\log\gamma_R$  αντίστοιχα. Η τυπική απόκλιση  $\sigma$  της τ.μ.  $10\log\gamma_R$  είναι όμοια με της  $X$ , ενώ η μέση τιμή  $\mu$  εκφρασμένη ως προς τη διάμεσο (median) τιμή  $\gamma_m$  της  $\gamma_R$  και τις απώλειες διάδοσης δίνεται από

$$\mu = \ln(\gamma_m) = \ln\gamma_T - \frac{1}{\xi}\overline{PL} \quad (3.3)$$

όπου  $\gamma_T$  είναι ο εκπεμπόμενος σηματοθορυβικός λόγος σε γραμμική κλίμακα.

Στην (3.1) θεωρούμε ότι η επίδραση της πολυδιαδρομικής διάδοσης έχει εξαλειφθεί με χρήση κατάλληλης μεθόδου άμβλυνσης του συγκεκριμένου φαινομένου διαλείψεων, πχ με το να λαμβάνει ο δέκτης μια μέση τιμή, και συνεπώς εστιάζουμε στο φαινόμενο της σκίασης μέσω της τ.μ.  $X$ . Στην ουσία για μια δεδομένη θέση του σταθμού βάσης πρόκειται για ένα τυχαίο πεδίο  $X(\mathbf{x})$  με συσχετισμένες τιμές σε διαφορετικές θέσεις, συσχέτιση που περιγράφεται με τον όρο αυτοσυσχέτιση της σκίασης. Παρόλο που η σκίαση μοντελοποιείται με τον τρόπο αυτό ως μια χρονικά αμετάβλητη χωρική διαδικασία, στην πραγματικότητα είναι μια χωρο-χρονική διαδικασία  $S(\mathbf{x}, t)$ . Η χρονική εξέλιξη οφείλεται στη μεταβολή στο χρόνο του περιβάλλοντος διάδοσης εξαιτίας της κίνησης εμποδίων που παρεμβάλλονται στο ραδιοβήμα. Καθώς η ανάγκη για αξιόπιστη ασύρματη δικτύωση εξελίσσεται σε μια βασική απαίτηση ακόμη και σε πολύπλοκα και μη ευνοϊκά περιβάλλοντα διάδοσης, αντίστοιχα εξελίσσονται τα χρησιμοποιούμενα μοντέλα της στατιστικής περιγραφής του ραδιοδιαύλου. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα δυναμικό μοντέλο της σκίασης με την ικανότητα αναπαράστασης της χρονικής εξέλιξης του φαινομένου. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο περισσότερο διαισθητικά μέσω της χωρο-χρονικής δομής της συσχέτισης με σκοπό να εξηγηθεί η

βασική ιδέα του και οι παραδοχές του, καθώς και να διαφανεί η συμφωνία του με υπάρχοντα αποδεκτά μοντέλα της βιβλιογραφίας. Μάλιστα η περιγραφή μέσω της συνάρτησης συνδιακύμανσης (covariance function) περικλείει όχι μόνο τη στατιστική περιγραφή δεύτερης τάξης του τυχαίου πεδίου της σκίασης, αλλά την πλήρη πιθανοθεωρητική του περιγραφή καθώς πρόκειται για κανονικό τυχαίο πεδίο.

Ένα κοινά αποδεκτό μοντέλο αυτοσυσχέτισης της σκίασης είναι αυτό που εκφράζει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ως εκθετικά απομειούμενη εξαρτώμενη από τη σταθερά απόστασης  $r_c$  [Gudmundson 1991].

$$\rho(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = e^{-\frac{|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|}{r_c}} \quad (3.4)$$

Η διακύμανση της σκίασης αναφέρεται και ως τοπική μεταβλητότητα (location variability)  $\sigma$  και εξαρτάται από τη συχνότητα και το περιβάλλον διάδοσης (αστικό, προάστια, εσωτερικοί χώροι κλπ). Θεωρείται συνήθως κοινή για όλες τις τοποθεσίες που ανήκουν στην ίδια γενική κατηγορία περιβάλλοντος διάδοσης. Έτσι η χωρική συνάρτηση συνδιακύμανσης της σκίασης περιγράφεται ως

$$C(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = e^{-\frac{|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|}{r_c}} \sigma^2 \quad (3.5)$$

Στην περίπτωση κινητού δέκτη αποτελεί κοινή πρακτική η μετάφραση της χωρικής μεταβλητότητας σε χρονική ανάλογα με την ταχύτητα μετακίνησης. Αυτό αποτελεί και τη συνήθη διαδικασία που ακολουθείται για τη μέτρηση της τοπικής μεταβλητότητας, ωστόσο θα πρέπει πάντα να λαμβάνεται μέριμνα για απόρριψη της επίδρασης της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Στην περίπτωση αυτή η σχέση (3.5) μετασχηματίζεται σε

$$C(t_1, t_2) = e^{-\frac{|\mathbf{v}| |t_2 - t_1|}{r_c}} \sigma^2 = e^{-a |t_2 - t_1|} \sigma^2 \quad (3.6)$$

όπου  $a = -\frac{|\mathbf{v}|}{r_c}$ , εισάγοντας έτσι την έννοια της χρονικής αυτοσυσχέτισης που

εκφράζεται ως

$$\rho(t_1, t_2) = e^{-a |t_2 - t_1|}. \quad (3.7)$$

Ωστόσο η κίνηση είναι ένα σχετικό φαινόμενο και η επίδραση των μετακινούμενων εμποδίων στη σκίαση σταθερών χρηστών μπορεί επίσης να ληφθεί υπόψη με αντίστοιχο τρόπο. Μπορούμε λοιπόν να προσδώσουμε κίνηση σε εμπόδια και να θεωρήσουμε ένα σταθερό χρήστη. Θεωρούμε για ένα σταθερό σημείο  $\mathbf{x}$  τη χρονική αυτοσυσχέτιση της (3.7), οπότε θεωρώντας επιπλέον στάσιμες χωρικά

εξαρτώμενες τιμές για τη διακύμανση  $\sigma(\mathbf{x})$  και τη δυναμική παράμετρο  $a(\mathbf{x})$  καταλήγουμε στην εξής έκφραση της συνάρτησης χρονικής συνδιακύμανσης

$$C_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) = e^{-a(\mathbf{x})|t_2-t_1|} \sigma(\mathbf{x})^2 \quad (3.8)$$

Προκειμένου να εκφραστεί η χρονική συσχέτιση σε δύο χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  παράλληλα με τη χωρική για δύο θέσεις  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  παρατηρούμε ότι η επιλογή της εκθετικής χρονικής αυτοσυσχέτισης για κάθε τοποθεσία συνεπάγεται ότι η σκίαση αναπαριστάται ως μια κανονική (Gauss) και μαρκοβιανή διαδικασία. Έτσι, χωρίς απώλεια της γενικότητας αν υποθέσουμε ότι  $t_1 < t_2$ , μπορούμε να εκφράσουμε την τ.μ. της σκίασης  $S(\mathbf{x}_2, t_2)$  σε συνάρτηση της τ.μ.  $S(\mathbf{x}_2, t_1)$  ως

$$S(\mathbf{x}_2, t_2) = e^{-a(\mathbf{x}_2)|t_2-t_1|} S(\mathbf{x}_2, t_1) + \sigma(\mathbf{x}_2) \sqrt{1 - e^{-2a(\mathbf{x}_2)|t_2-t_1|}} N \quad (3.9)$$

όπου  $N$  είναι μια τυποποιημένη κανονική τ.μ. ανεξάρτητη της  $S(\mathbf{x}_2, t_1)$ . Με χρήση της (3.9) καταλήγουμε ότι η συνάρτηση συνδιακύμανσης του τυχαίου πεδίου της σκίασης  $S(\mathbf{x}, t)$  εκφράζεται ως

$$C(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) = e^{-a(\mathbf{x}_2)|t_2-t_1|} \rho(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_1) \sigma(\mathbf{x}_1) \sigma(\mathbf{x}_2) \quad (3.10)$$

όπου έχουμε υποθέσει στασιμότητα. Ο συντελεστής συσχέτισης μπορεί να επιλεγεί σύμφωνα με τη (3.4) ως

$$\rho(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_1) = e^{-\frac{|\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1|}{r_c}} \quad (3.11)$$

οπότε η (3.10) περιγράφει τη χρονική εξέλιξη της σκίασης για σταθερούς χρήστες λαμβάνοντας υπόψη τη χωρική αυτοσυσχέτιση. Μια παρόμοια προσέγγιση έχει δημοσιευτεί στο [Graziosi and Santucci 2002] για την περίπτωση της ετεροσυσχέτισης της σκίασης που επηρεάζει έναν κινητό χρήστη. Με την επιλογή ωστόσο του κατάλληλου συντελεστή συσχέτισης, η συνάρτηση συνδιακύμανσης (3.10) μπορεί εύκολα να τροποποιηθεί ώστε να συμπεριλάβει την ετεροσυσχέτιση, καθώς και κάθε μορφής συσχέτιση, που εμφανίζεται σε ζεύξεις σε κοντινές αποστάσεις.

Θεωρούμε στη συνέχεια  $m$  σταθμούς βάσης και το διανυσματικό τυχαίο πεδίο της σκίασης  $\mathbf{S}(\mathbf{x}, t) = [S_1(\mathbf{x}, t), \dots, S_m(\mathbf{x}, t)]$ , όπου  $S_i(\mathbf{x}, t), i = 1, \dots, m$  είναι η διαδικασία της σκίασης που επιδρά σε ένα δέκτη στη θέση  $\mathbf{x}$  στο σήμα που λαμβάνεται από στο σταθμό βάσης  $i, i = 1, \dots, m$ . Το διανυσματικό τυχαίο πεδίο αναπαριστάται πλήρως από τις συναρτήσεις συνδιακύμανσης



$$C_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) = \rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) \sigma_i(\mathbf{x}_1) \sigma_j(\mathbf{x}_2) \quad (3.12)$$

όπου  $\rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2)$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ της σκίασης στα σημεία  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  αντίστοιχα και για τα σήματα που λαμβάνονται από τους σταθμούς βάσης  $i, j$ . Ο συντελεστής μπορεί να επιλεγεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να περικλείει την αυτοσυσχέτιση, την ετεροσυσχέτιση καθώς και τη συσχέτιση της σκίασης μεταξύ ζεύξεων χωρίς κοινό σημείο.

Το προτεινόμενο μοντέλο υποθέτει την εκθετική χρονική συσχέτιση

$$\rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_2) = e^{-a(\mathbf{x}_2) |t_2 - t_1|} \rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_1) \quad (3.13)$$

Επίσης εδώ υποθέτουμε επίσης στασιμότητα θεωρώντας την τιμή  $\rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_1)$  ανεξάρτητη του χρόνου. Εκτός από αυτές τις προϋποθέσεις οποιοδήποτε συνεπές μοντέλο συσχέτισης μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Μια επιλογή που αναπαριστά τις κοινά αποδεκτές παραμέτρους που διαμορφώνουν τη συσχέτιση της σκίασης δίνεται στο [Avidor and Mukherjee 2001] με την έκφραση

$$\rho_{ij}(\mathbf{x}_1, t_1, \mathbf{x}_2, t_1) = e^{-\frac{|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|}{\tau_c}} g(\theta_{x_1}^i - \theta_{x_2}^j) h(d_{x_1}^i - d_{x_2}^j) \quad (3.14)$$

όπου  $\theta_{x_i}^j$  είναι η κατεύθυνση του σημείου  $\mathbf{x}_i$  από το σταθμό βάσης  $j$  σχετικά με μια κατεύθυνση αναφοράς και  $d_{x_i}^j$  είναι η απόσταση του σημείου  $\mathbf{x}_i$  από το σταθμό βάσης  $j$ . Οι συναρτήσεις  $g, h$  θα πρέπει να επιλεγούν με τρόπο ώστε να ικανοποιούν την απαίτηση θετικού ορισμού (positive definiteness) σύμφωνα με το [Avidor and Mukherjee 2001]. Μια λεπτομερής ανάλυση των θεμάτων που άπτονται της απαίτησης αυτής για διάφορα μοντέλα συσχέτισης μπορεί να βρεθεί στο [Szyzkowicz et al. 2010]. Στο [Agrawal and Patwari 2009] παρουσιάζεται ένα μοντέλο που βασίζεται σε ένα τυχαίο πεδίο χωρικών απωλειών και στον υπολογισμό ολοκληρωμάτων κατά μήκος των ζεύξεων για τον υπολογισμό της σκίασης και της συσχέτισης. Το μοντέλο αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό της συσχέτισης ακόμη και για ζεύξεις χωρίς κοινό σημείο. Σε κάθε συνεπή επιλογή χωρικής συσχέτισης το προτεινόμενο μοντέλο εισάγει επιπλέον την εκθετική χρονική συσχέτιση, σύμφωνα με την (3.13). Με δεδομένο ότι η σκίαση θεωρείται ένα κανονικό τυχαίο πεδίο [Avidor and Mukherjee 2001] μια κατάλληλη επιλογή μοντέλου συσχέτισης οδηγεί πάντοτε σε ένα θετικά ορισμένο πίνακα συνδιακύμανσης για κάθε επιλογή σημείων στο χώρο ή/και στο χρόνο.

Σημειώνεται ότι οι χωρικές μεταβλητότητες που εμφανίζονται στις σχέσεις (3.5)-(3.12) αντιπροσωπεύουν το γεγονός ότι η σκίαση αντιμετωπίζεται με στατιστικό τρόπο, καθώς τα μοντέλα διάδοσης δεν λαμβάνουν υπόψη επακριβώς τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος διάδοσης. Αυτό το είδος μοντελοποίησης χαρακτηρίζεται ως μη καθορισμένου χώρου (non-site specific). Η χωρική μεταβλητότητα αντιπροσωπεύει τη στατιστική διασπορά της τιμής της τ.μ. της σκίασης όταν αυτή υπολογίζεται για το σύνολο των σημείων του χωρο-χρόνου. Στην περίπτωση που υφίστανται λεπτομερείς μελέτες για ένα δεδομένο χώρο με χρήση άλλων τεχνικών, όπως ray tracing, τότε απομένει η επίδραση των κινούμενων εμποδίων να αναπαρασταθεί στατιστικά υπολογίζοντας τη διασπορά πλέον μόνο στο χρόνο για κάθε σημείο ξεχωριστά. Αναφερόμαστε στις περιπτώσεις αυτές ως μοντέλα συγκεκριμένου χώρου (site-specific). Καθώς η τιμή  $\sigma$  περιγράφει τότε την τυπική απόκλιση που τα κινούμενα αντικείμενα προκαλούν στη λαμβανόμενη ισχύ σε κάθε τοποθεσία, τότε αναμένεται γενικά να κυμαίνεται σε χαμηλότερα επίπεδα από ότι όταν συνυπολογίζεται και η μεταβλητότητα στο χώρο στην περίπτωση των μοντέλων μη καθορισμένου χώρου. Ακόμη και στην περίπτωση που δεν έχουν εκτελεσθεί λεπτομερείς μελέτες ή μετρήσεις αλλά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν συγκεκριμένες επιδράσεις της χωροταξίας στη διάδοση, τότε η προσέγγιση αυτή αντικατοπτρίζεται με αντίστοιχη επιλογή των τιμών της χωρικής μεταβλητότητας, όπως στο [Patwari et al. 2002] με τη χρήση κατάλληλης τιμής διόρθωσης (bias).

Στη συνέχεια με βάση το εκθετικό στο χρόνο μοντέλο συσχέτισης και την συνεπαγόμενη μαρκοβιανή υπόθεση παρουσιάζουμε την αυστηρή διατύπωση του προτεινόμενου μοντέλου ως σύστημα στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων (ΣΔΕ). Η επιλογή των ΣΔΕ επιτρέπει τη φαινομενολογική περιγραφή του τυχαίου πεδίου της σκίασης σε ένα στέρεο μαθηματικό υπόβαθρο χρήσιμο στους αναλυτικούς υπολογισμούς βασικών παραμέτρων καθώς και εύχρηστου στην προσομοίωση.

### 3.3.2. Δυναμικό Μοντέλο

Θεωρούμε το λαμβανόμενο σηματοθορυβικό λόγο SNR από  $m$  σταθμούς βάσης σε  $k$  σημεία ενδιαφέροντος. Συμβολίζουμε με  $\gamma_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n = mk$ <sup>1</sup>, το λαμβανόμενο σηματοθορυβικό λόγο σε γραμμική κλίμακα, δηλαδή κάθε δείκτης αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη θέση για το σήμα από ένα συγκεκριμένο σταθμό

---

<sup>1</sup> Ο συμβολισμός  $\gamma(t)$  ή  $\gamma_i$  χρησιμοποιείται εκ περιτροπής για τη χρονική εξάρτηση.

βάση. Σύμφωνα με την (3.1) ο σηματοθορυβικός λόγος  $\gamma_i$  σε γραμμική κλίμακα είναι μια λογαριθμοκανονική τ.μ. για κάθε χρονική στιγμή με στάσιμες παραμέτρους  $\sigma_i$  και  $\ln(\gamma_{m_i})$ .

Θεωρούμε τη διανυσματική ανέλιξη  $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), \dots, X_n(t)]$  που προκύπτει με το μη γραμμικό μετασχηματισμό

$$X_i(t) = \xi \ln(\gamma_i(t)/\gamma_{m_i}), \quad 1 \leq i \leq n \quad (3.15)$$

σε κάθε συνιστώσα ανέλιξη  $\gamma_i(t)$ , ότι είναι η λύση στη  $n$ -διάστατη ΣΔΕ της μορφής Ornstein-Uhlenbeck [Karatzas and Shreve 1991], που εκφράζεται ως

$$d\mathbf{X}_t = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_t dt + \mathbf{B} \cdot d\mathbf{W}_t, \quad \mathbf{X}_0 = \mathbf{x}_0, \quad (3.16)$$

όπου  $\mathbf{A}$  είναι ο διαγώνιος πίνακας  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$  με στοιχεία:

$$a_{ij} = -a_i \cdot \delta_{ij}, \quad (3.17)$$

όπου  $\delta_{ij}$  η συνάρτηση δέλτα του Kronecker και  $a_i, 1 \leq i \leq n$  είναι οι δυναμικές παράμετροι της σκίασης, θεωρούμενες διαφορετικές για κάθε ζεύξη και  $\mathbf{X}(0) = \mathbf{x}_0$  είναι η αρχική συνθήκη της ΣΔΕ. Η λύση της  $n$ -διάστατης ΣΔΕ (3.16) υπολογίζεται εύκολα και δίνεται από [Karatzas and Shreve 1991]:

$$\mathbf{X}_t = e^{t\mathbf{A}} \cdot \mathbf{X}_0 + e^{t\mathbf{A}} \cdot \int_0^t e^{-s\mathbf{A}} \cdot \mathbf{B} \cdot d\mathbf{W}_s, \quad (3.18)$$

όπου

$$e^{t\mathbf{A}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \mathbf{A}^n. \quad (3.19)$$

Εξαιτίας του ότι ο πίνακας  $\mathbf{A}$  είναι διαγώνιος (βλ. (3.17)) μπορεί εύκολα να επαληθευθεί ότι

$$[e^{t\mathbf{A}}]_{ij} = e^{-a_i t} \delta_{ij}. \quad (3.20)$$

Η στοχαστική ανέλιξη της λύσης  $\mathbf{X}_t$  όπως εκφράζεται στην (3.18) είναι μια κανονική ανέλιξη (Gaussian) αν η αρχική τιμή  $\mathbf{X}_0$  ακολουθεί τη  $n$ -διάστατη κανονική κατανομή, συμπεριλαμβανομένου της εκφυλισμένης περίπτωσης που είναι ντετερμινιστική. Το διάνυσμα μέσης τιμής της  $\mathbf{X}_t$ , συμβολίζεται με  $\mathbf{M}_x(t)$  και δίνεται από

$$\mathbf{M}_X(t) = e^{t\mathbf{A}} \cdot \mathbf{M}_X(0). \quad (3.21)$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης  $\mathbf{C}_X(t)$  της διανυσματικής ανέλιξης  $\mathbf{X}_t$  σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από [Karatzas and Shreve 1991]:

$$\mathbf{C}_X(t) = e^{t\mathbf{A}} \left[ \mathbf{C}_X(0) + \int_0^t e^{-s\mathbf{A}} \mathbf{B}\mathbf{B}^T e^{-s\mathbf{A}^T} ds \right] e^{t\mathbf{A}^T}, \quad (3.22)$$

που είναι λύση της εξής γραμμικής διαφορικής εξίσωσης

$$\dot{\mathbf{C}}_X(t) = \mathbf{A}\mathbf{C}_X(t) + \mathbf{C}_X(t)\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T. \quad (3.23)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{A}$  έχει εξ' ορισμού όλες τις ιδιοτιμές του πραγματικούς αρνητικούς αριθμούς (ίσες με  $-a_i$ ), οπότε εξασφαλίζεται η σύγκλιση του ολοκληρώματος

$$\mathbf{C}_X = \int_0^\infty e^{s\mathbf{A}} \mathbf{B}\mathbf{B}^T e^{s\mathbf{A}^T} ds. \quad (3.24)$$

Εύκολα επαληθεύεται ότι αν  $\mathbf{C}_X(0) = \mathbf{C}_X$  τότε η  $\mathbf{C}_X(t) = \mathbf{C}_X$  είναι λύση της (3.23). Αυτό σημαίνει ότι υφίσταται στάσιμη λύση στην (3.16), που στην περίπτωση αυτή η (3.23) οδηγεί στην αλγεβρική εξίσωση:

$$\mathbf{A}\mathbf{C}_X + \mathbf{C}_X\mathbf{A}^T = -\mathbf{B}\mathbf{B}^T. \quad (3.25)$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί τη βάση της μοντελοποίησης όσον αφορά τη σύνδεση του μοντέλου με την πραγματικότητα. Ο στάσιμος πίνακας συνδιακύμανσης  $\mathbf{C}_X$  της  $\mathbf{X}_t$  είναι ίσος με τον πίνακα συνδιακύμανσης της διαδικασίας της σκίασης  $\mathbf{S}(t)$ . Έτσι η χρήση υφιστάμενων μοντέλων για τη διαδικασία της σκίασης  $\mathbf{S}(t)$  επιτρέπει τον υπολογισμό του πίνακα συνδιακύμανσης  $\mathbf{C}_X$  της  $\mathbf{X}_t$ . Η εξίσωση (3.25) μπορεί τότε να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του πίνακα  $\mathbf{B}$ , που απαιτείται για τη δυναμική μοντελοποίηση της  $\mathbf{X}_t$  στην (3.16), δοθέντος του πίνακα  $\mathbf{A}$  και του στάσιμου πίνακα συνδιακύμανσης  $\mathbf{C}_X$ .

Αν συμβολίζουμε

$$\mathbf{G} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T, \quad (3.26)$$

τότε από την (3.25) βρίσκουμε ότι ο πίνακας  $\mathbf{G}$  δίνεται από

$$[G]_{ij} = (a_i + a_j)[C_X]_{ij}. \quad (3.27)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{C}_x$  ως πίνακας συνδιακύμανσης είναι πραγματικός και συμμετρικός και από την (3.27) το ίδιο προκύπτει και για τον πίνακα  $\mathbf{G}$ . Η ανάλυση του  $\mathbf{G}$  ως γινόμενο  $\mathbf{B}\mathbf{B}^T$  επιτυγχάνεται εύκολα μέσω της ανάλυσης Cholesky.

Με χρήση της έκφρασης της λύσης (3.18) και συνυπολογίζοντας τις ιδιότητες του στοχαστικού ολοκληρώματος προκύπτει ότι η ετερο-συνδιακύμανση (cross-covariance) της ανέλιξης της λύσης για δύο χρονικές στιγμές  $t_1 < t_2$  δίνεται από

$$\mathbf{C}_x(t_1, t_2) = \mathbf{C}_x e^{(t_2 - t_1)\mathbf{A}^T} \quad (3.28)$$

η οποία είναι σε άμεση συμφωνία με την (3.13).

Το δυναμικό μοντέλο όπως παρουσιάστηκε αντιστοιχεί σε ένα σταθερό ασύρματο δίκτυο και μοντελοποιεί τη χωρική συσχέτιση της σκίασης παράλληλα με τη χρονική εξέλιξη της σκίασης εξαιτίας της κίνησης εμποδίων. Σημαντικό ενδιαφέρον ωστόσο παρουσιάζει η περίπτωση των κινητών ασύρματων δικτύων, στα οποία οι χρήστες μετακινούνται. Θεωρούμε λοιπόν την περίπτωση  $m$  σταθμών βάσης και  $l$  κινούμενων χρηστών που μετακινούνται κατά μήκος των διαδρομών  $\mathbf{r}_j(t) = (x_j(t), y_j(t))$ ,  $j = 1..l$ . Με διακριτοποίηση της κάθε τροχιάς σε  $k_j$  σημεία, με μήκος σε κάθε σκέλος ανάλογο της χωρικής κλίμακας του φαινομένου της σκίασης, καταλήγουμε σε  $n = m \sum_l k_l$  ζεύξεις. Το μοντέλο μπορεί τώρα να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση της σκίασης σε όλα τα διακριτά σημεία που οι χρήστες βρίσκονται κατά μήκος της τροχιάς τους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Ο στάσιμος πίνακας συνδιακύμανσης περιλαμβάνει τη συνδιακύμανση για κάθε συνδυασμό σημείων και σταθμών βάσης. Στην ουσία με την επιλογή διαφορετικών σημείων για την προσομοίωση της σκίασης στον κινητό δέκτη κατά τη διάρκεια της τροχιάς του μετατρέπουμε το στάσιμο μοντέλο της σκίασης σε μη στάσιμο όπως επιβάλλει η κίνηση του χρήστη. Ωστόσο η μέθοδος αυτή απαιτεί την προσομοίωση όλων των σημείων της τροχιάς για κάθε χρονική στιγμή, ενώ ο χρήστης διέρχεται από αυτά σε καθορισμένους χρόνους. Απαιτεί δηλαδή κατά κάποιο τρόπο τον υπολογισμό περισσότερων στοιχείων από αυτά που πραγματικά χρειάζονται, αφού σε κάθε χρονική στιγμή προκύπτουν από τη μοντελοποίηση  $n = m \sum_l k_l$  τιμές, ενώ στην πραγματικότητα απαιτούνται  $ml$ .

Αν η απαίτηση για μη στασιμότητα μπορεί να παρακαμφθεί θεωρώντας μετακινήσεις στις οποίες μπορούμε να θεωρήσουμε τη σκίαση στάσιμη τότε μπορεί

να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη προσέγγιση. Με χρήση των (3.12)-(3.14) και το γεγονός ότι  $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{v}(t_2 - t_1)$ , όπου  $\mathbf{v}$  είναι το διάνυσμα της ταχύτητας του κινητού σταθμού βλέπουμε ότι για μετατόπιση τέτοια ώστε να μπορεί να θεωρηθεί η σκίαση τοπικά στάσιμη, η συνδιακύμανση της σκίασης που υφίσταται ο κινητός χρήστης δίνεται από

$$C_{ij}(t_1, t_2) = e^{-a'(\mathbf{x})|t_2 - t_1|} g(\Delta\theta) h(\Delta d) \sigma_i(\mathbf{x}) \sigma_j(\mathbf{x}) \quad (3.29)$$

όπου  $a'(\mathbf{x}) = a(\mathbf{x}) + |\mathbf{v}|/r_c$ . Η προσέγγιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί έγκυρη όσο οι μετακινήσεις δεν είναι αρκούντως μεγάλες και ένας στάσιμος πίνακας συνδιακύμανσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των συσχετίσεων, ανεξάρτητα της κίνησης των χρηστών [Graziosi and Santucci 2002]. Στην περίπτωση αυτή οι αυτοσυσχετίσεις και οι ετεροσυσχετίσεις θα πρέπει να υπολογιστούν για μια αντιπροσωπευτική γωνία διαχωρισμού και απόσταση, ενώ οι δυναμικές παράμετροι συνεκτιμούν και την κίνηση του χρήστη.

### 3.3.3. Πιθανότητες Μετάβασης

Η διαδικασία  $\mathbf{X}_t$  ως λύση της (3.18) είναι μια κανονική (Gaussian) και μαρκοβιανή διαδικασία. Η πυκνότητα πιθανότητας μετάβασης  $p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s)$  ορίζονται ως:

$$P[\mathbf{x} < \mathbf{X}(t) \leq \mathbf{x} + d\mathbf{x} | \mathbf{X}(s) = \mathbf{y}] = p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s) d\mathbf{x} \quad (3.30)$$

Οι πυκνότητες πιθανότητας μετάβασης μπορούν να υπολογισθούν με χρήση της λύσης της ΣΔΕ και τις ιδιότητες του στοχαστικού ολοκληρώματος ή με επίλυση της αντίστοιχης εξίσωσης Fokker Planck (FPE):

$$\partial_t p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s) = \sum_i \partial_{x_i} [\beta_i x_i p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s)] + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \partial_{x_i} \partial_{x_j} [G_{ij} p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s)]. \quad (3.31)$$

Με την υπόθεση της στασιμότητας:

$$p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s) = p(\mathbf{x}, t - s | \mathbf{y}, 0) \quad (3.32)$$

Η έκφραση της  $p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s)$  δίνεται από

$$p(\mathbf{x}, t | \mathbf{y}, s) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \Delta}} \exp(K) \quad (3.33)$$

$$K = -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - e^{(t-s)\mathbf{B}} \cdot \mathbf{y})\mathbf{C}_X^{-1}(t)(\mathbf{x} - e^{(t-s)\mathbf{B}} \cdot \mathbf{y})^T$$

όπου  $\Delta$  η ορίζουσα του πίνακα συνδιακύμανσης  $\mathbf{C}_X(t)$  και  $\mathbf{C}_X^{-1}(t)$  ο αντίστροφος πίνακας όταν υπάρχει.

### 3.3.4. Διάρκεια Διαλείψεων και Ρυθμός Τμήσης Στάθμης

Σπουδαία σημασία σε διάφορες παραμέτρους των ασύρματων επικοινωνιών έχουν οι τιμές της μέσης διάρκειας διακοπής (ΜΔΔ) της ζεύξης (AOD, Average Outage Duration). Η AOD είναι μια στατιστική παράμετρος δεύτερης τάξης που επηρεάζει σημαντικά το μήκος των πακέτων, τα σχήματα κωδικοποίησης, το μήκος του διαμπλοκέα (interleaver) κλπ. Το προτεινόμενο δυναμικό μοντέλο επιτρέπει τον υπολογισμό της AOD σε πολυδιάστατη βάση θεωρώντας συσχετισμένη σκίαση και χωρίς την υπόθεση ασυμπτωτικών αποτελεσμάτων της θεωρίας τμήσης στάθμης, όπως στα [Graziosi and Santucci 1999],[Graziosi 1999].

Η διαδικασία της σκίασης (3.18) είναι μια διανυσματική ανέλιξη Ornstein-Uhlenbeck, δηλαδή είναι μια κανονική και μαρκοβιανή διαδικασία. Είναι ήδη γνωστό από τη μονοδιάστατη περίπτωση ότι η ισχύς των υψηλών συχνοτήτων της φασματικής πυκνότητας ισχύος μιας τέτοιας διαδικασίας είναι τέτοια που ο μέσος ρυθμός τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate) είναι μη πεπερασμένος και η AOD μηδέν [Rice 1958]. Ωστόσο οι αυτεπαγωγές και οι χωρητικότητες που είναι πάντοτε παρούσες στα τηλεπικοινωνιακά κυκλώματα επιδρούν στην εξομάλυνση της διαδικασίας [Stratonovich and Silverman 1967], ώστε η ανάλυση της διάρκειας των διαλείψεων μπορεί να γίνει με τη θεώρηση της εφαρμογής του κατάλληλου φίλτρου στη διαδικασία (3.18). Παρόμοιες προσεγγίσεις μπορούν να βρεθούν στο [Rice 1958] για μια γενική μαρκοβιανή διαδικασία, και στα [Giancristofaro 1996], [Mukherjee and Avidor 2001],[Agrawal and Patwari 2009] για την ανέλιξη της σκίασης συγκεκριμένα.

Η προσέγγιση της χρήσης φίλτρου έχει επιπλέον και ισχυρή υπόσταση σε επιχειρηματολογία αναφορικά με τη χρονική κλίμακα της σκίασης. Καθώς η σκίαση αναφέρεται στη μέση τιμή της λαμβανόμενης ισχύος τοπικά, αυτή υπολογίζεται μετρώντας και λαμβάνοντας τη μέση τιμή της ισχύος σε μια περιοχή της τάξης των

20-30 μήκων κύματος προκειμένου να εξαλειφθεί η επίδραση της πολυδιαδρομικής διάδοσης [Stüber 2001]. Η σκίαση επιδεικνύει επίσης διακυμάνσεις σε αποστάσεις της τάξης των δεκάδων μήκων κύματος λόγω της παρουσίας εμποδίων εξαρτώμενες από το σχετικό μέγεθος των εμποδίων. Μεταφράζοντας σε χρονική κλίμακα υπολογίζοντας την επίδραση της κίνησης αυτό οδηγεί σε μια αργή σχετικά χρονική μεταβολή και άρα σε ένα άνω όριο στη συχνότητα της διαδικασίας της σκίασης. Ωστόσο τα όρια δεν είναι σαφώς καθορισμένα, ειδικά σε πυκνά περιβάλλοντα όπως αυτά σε εσωτερικούς χώρους, όπου τα φαινόμενα μικρής και μεγάλης κλίμακας τείνουν να αναμειγνύονται. Έτσι η λήψη μέσων τιμών για την εύρεση του τοπικού μέσου της ισχύος με την απόρριψη της επίδρασης της πολυδιαδρομικής διάδοσης παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι η φιλτραρισμένη διαδικασία της σκίασης δεν είναι ικανή να αναπαραστήσει διακυμάνσεις της σκίασης εντός του παραθύρου εξομάλυνσης [Jeon et al. 2010]. Ωστόσο εδώ η προσομοίωση της σκίασης εκτελείται με τη διακριτοποίηση της (3.18), ενώ χρησιμοποιούμε τη φιλτραρισμένη διαδικασία μόνο για τον υπολογισμό των AOD. Στη συνέχεια θεωρούμε ότι η επίδραση της πολυδιαδρομικής διάδοσης έχει απορριφθεί, μια υπόθεση κοινή στη διεθνή βιβλιογραφία σε εργασίες που άπτονται του φαινομένου της σκίασης. Επίσης δεν περιοριζόμαστε στην επιλογή ενός συγκεκριμένου φίλτρου όπως στα [Mukherjee and Avidor 2001],[Agrawal and Patwari 2009], όπου έχουν θεωρηθεί φίλτρα μετακινούμενου μέσου (moving averages) τοπικά ή χρονικά. Αντίθετα θεωρούμε τη γενική περίπτωση που η διακριτοποίηση της τυχαίας διαδικασίας έχει τέτοιο ρυθμό, ώστε να ανταποκρίνεται στα στατιστικά της χαρακτηριστικά. Όπως εφαρμογή του φίλτρου επιδρά σημαντικά στα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης και η επιλογή των χαρακτηριστικών του φίλτρου θα πρέπει να ανταποκρίνεται στο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Καθώς η εφαρμογή του φίλτρου είναι μια γραμμική διαδικασία και η σκίαση είναι μια κανονική διαδικασία, το ίδιο ισχύει και για τη φιλτραρισμένη διαδικασία, επιτρέποντας έτσι τη χρήση γνωστών αποτελεσμάτων για τις παραμέτρους LCR και AOD των κανονικών διαδικασιών. Με χρήση της γενικευμένης μεθόδου του Rice για διανυσματικές στοχαστικές ανελίξεις [Belyaev 1968] [Lindgren 2013], μπορούμε να υπολογίζουμε το ρυθμό εξόδου από μια περιοχή  $D$  του χώρου τιμών της φιλτραρισμένης διανυσματικής ανελίξης  $\mathbf{Z}_t$ , μέσω του ρυθμού τμήσης  $\nu^+$  προς το



εξωτερικό (out-crossing rate) του συνόρου της περιοχής  $D$ , που αναπαριστάται από μια επιφάνεια  $\partial S$

$$v^+ = \int_{\partial S} \left\{ \int_0^{\infty} \mathbf{z} f_{\mathbf{Z}\mathbf{z}}(\mathbf{z}, \mathbf{z}) d\mathbf{z} \right\} d\mathbf{z} \quad (3.34)$$

όπου  $\mathbf{z} = \mathbf{n}^T(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{z}$  είναι η κάθετος ταχύτητα της διανυσματικής ανέλιξης  $\mathbf{Z}_t$  στην επιφάνεια  $\partial S$  και  $f_{\mathbf{Z}\mathbf{z}}(\mathbf{z}, \mathbf{z})$  είναι η από κοινού πυκνότητα πιθανότητας. Καθώς η  $\mathbf{Z}_t$  είναι μια διανυσματική κανονική ανέλιξη, οι παράγωγοί της είναι ανεξάρτητοι της διαδικασίας [Adler and Taylor 2007], με αποτέλεσμα την απλοποίηση της έκφρασης της πυκνότητας πιθανότητας.

Σε διάφορες πρακτικές εφαρμογές ενδιαφέροντος στα ασύρματα δίκτυα όπως σε σχήματα διαφορικής προστασίας, δίκτυα με ζεύξεις πολλαπλών τμημάτων (multi-hop) κλπ, μπορεί να αναγνωρισθεί μια περιοχή τιμών εντός της οποίας οι τιμές της διανυσματικής ανέλιξης επιτρέπουν την αξιόπιστη επικοινωνία, ενώ εκτός της οποίας η λειτουργία διακόπτεται. Η μετάβαση από το εσωτερικό στο εξωτερικό της περιοχής αυτής αντιστοιχεί σε μετάβαση σε περίοδο διακοπής της ζεύξης. Έτσι για παράδειγμα σε ένα σχήμα διπλής διαφορικής προστασίας με μέθοδο SC (Selection Combining) η γραμμοσκιασμένη περιοχή της Εικ. 3 αντιστοιχεί σε διακοπή λειτουργίας, ενώ η περιοχή  $D$  αντιστοιχεί σε αξιόπιστη λειτουργία. Οι τιμές  $X_{th1}, X_{th2}$  αντιστοιχούν σε στάθμες σήματος χαμηλότερα των οποίων ο δέκτης δεν μπορεί να επιτύχει τον επιθυμητό ρυθμό σφαλμάτων. Στην Εικ. 4 απεικονίζονται οι αντίστοιχες περιοχές λειτουργίας και διακοπής για την περίπτωση μιας ζεύξης δύο τμημάτων με αναγέννηση του σήματος στον αναμεταδότη. Αναλυτικά ο τρόπος υπολογισμού του ρυθμού τμήσης στάθμης για τις περιπτώσεις διαφορικής προστασίας με τη μέθοδο SC και ζεύξεων πολλαπλών βημάτων (multi-hop) με αναγεννητικούς αναμεταδότες περιλαμβάνεται στο Παράρτημα Η.

Η μέση διάρκεια διακοπής AOD εκφράζεται συναρτήσει του ρυθμού τμήσης (out-crossing) ως

$$d = \frac{P(\mathbf{Z}_t \in D^c)}{v^+} \quad (3.35)$$

όπου  $D^c$  είναι η συμπληρωματική περιοχή της  $D$ .

Η μελέτη του LCR μέσω μιας κατάλληλα φιλτραρισμένης διαδικασίας φανερώνει επίσης μια διασύνδεση του προτεινόμενου μοντέλου σε σχέση με άλλες

προσεγγίσεις στη διεθνή βιβλιογραφία του φαινομένου της σκίασης από κίνηση ανθρώπων σε εσωτερικούς χώρους (human shadowing). Στα [Kashiwagi et al. 2010] και [Zhang and Cai 2007] η επίδραση της σκίασης μοντελοποιείται από μια πεπερασμένη αλυσίδα Μαρκόφ, για την οποία εξάγονται οι πιθανότητες μετάβασης. Η διάρκεια της κατάστασης υπό σκίαση μοντελοποιείται με την εκθετική κατανομή και η εμφάνιση των εμποδίων με την κατανομή Poisson. Το μοντέλο που παρουσιάζεται εδώ μπορεί να θεωρηθεί ανάλογο κατά μια έννοια με αυτή την προσέγγιση καθώς είναι γνωστό ότι η τμήση μια υψηλής στάθμης μιας κανονικής διαδικασίας προσεγγίζεται με την κατανομή Poisson.

Μια ακόμη εφαρμογή του τρόπου υπολογισμού του LCR της σκίασης που παρουσιάστηκε, αφορά τον υπολογισμό του μέσου αριθμού μεταπομπών ανά διανυθείσα απόσταση που ένας κινητός χρήστης υφίσταται, εναλλάσσοντας σταθμούς βάσεις, ώστε να εξυπηρετείται κάθε φορά από το σταθμό βάσης με τις χαμηλότερες απώλειες. Όπως αναφέρεται στο [Mukherjee and Avidor 2001] το μέτρο αυτό αποτελεί τη βάση οποιουδήποτε καλού αλγόριθμου ελέγχου μεταπομπών, καθώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια στάθμη αναφοράς για τη σύγκριση και αξιολόγηση πρακτικών αλγόριθμων. Η ουσιαστική διαφορά εδώ με το [Mukherjee and Avidor 2001] είναι η νέα ιδέα της εφαρμογής των πολυδιάστατων τμήσεων στάθμης και η ικανότητα της θεώρησης οποιουδήποτε κατάλληλου φίλτρου για την εξομάλυνση της αρχικής μαρκοβιανής διαδικασίας.

### **3.4. Αριθμητικά Αποτελέσματα της Μεθόδου σε δίκτυα 5G**

Στην ενότητα αυτή εφαρμόζουμε το προτεινόμενο δυναμικό μοντέλο της σκίασης σε δύο πρακτικές εφαρμογές ασύρματων συστημάτων 5G. Η πρώτη εφαρμογή αφορά ένα σταθερό ασύρματο σύστημα με ζεύξη διπλού βήματος (dual-hop) σε περιβάλλον εσωτερικού χώρου (I2I, Indoor-to-Indoor) σε ένα πολυκατάστημα (shopping mall) και η δεύτερη την περίπτωση ενός κινητού σταθμού που κινείται σε εξωτερικό χώρο (O2O, Outdoor-to-Outdoor) ανάμεσα σε δύο σταθμούς βάσης ενός κυψελωτού συστήματος σε αστικό περιβάλλον (UMi, Urban MicroCell).

Το σύστημα θεωρείται ότι λειτουργεί σύμφωνα με τις απαιτήσεις όταν ο λαμβανόμενος σηματοθορυβικός λόγος  $SNR_R$  υπερβαίνει την τιμή κατωφλίου

$SNR_{TH}$ , δηλαδή όταν  $SNR_R \geq SNR_{TH}$ , ή σε γραμμική κλίμακα όταν  $\gamma_R \geq \gamma_{TH}$ . Η τιμή του κατωφλίου εξαρτάται από τον τύπο της διαμόρφωσης και την υποστηριζόμενη εφαρμογή. Η απαίτηση αυτή μπορεί να μεταφραστεί σε αντίστοιχη απαίτηση για τη μετασχηματισμένη διαδικασία  $X$  της (3.15), ως

$$X \geq SNR_{TH} - (SNR_T - \overline{PL}) \quad (3.36)$$

Αν ορίσουμε το περιθώριο διάλειψης  $FM$  ως

$$FM = SNR_T - \overline{PL}, \quad (3.37)$$

και υποθέσουμε για απλότητα ότι  $SNR_{TH} = 0$  dB, (πχ συνυπολογίζοντας την πραγματική τιμή κατωφλίου στις απώλειες διάδοσης), τότε η απαίτηση για ικανό σήμα στο δέκτη μετατρέπεται στην

$$X \geq -FM \quad (3.38)$$

Προκειμένου να μην αναφερόμαστε σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά εξοπλισμού παρουσιάζουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα σε σχέση με το περιθώριο διάλειψης. Στην περίπτωση που ο δέκτης κινείται, υποθέτουμε τοπικά στασιμότητα για μια περιοχή ανάλογη με τη χωρική κλίμακα της σκίασης και παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα ως συνάρτηση της διανυθείσας απόστασης για μια δεδομένη τροχιά με την υπόθεση μιας αρχικής τιμής του περιθωρίου διάλειψης. Στη συνέχεια και καθώς ο δέκτης κινείται το περιθώριο διάλειψης μεταβάλλεται ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο μοντέλο απωλειών διάδοσης.

### 3.4.1. Dual-Hop WiGiG

Η πρώτη εφαρμογή αναφέρεται σε μια ζεύξη διπλού τμήματος (dual-hop) με αναγεννητικό αναμεταδότη ως μέρος ενός δικτύου πλέγματος (WMN, wireless mesh network) στα πρότυπα IEEE 802.11. Εδώ το περιβάλλον διάδοσης χαρακτηρίζεται ως Indoor-to-Indoor (I2I). Οι κόμβοι χαρακτηρίζονται ως  $A, B$  και  $C$  και είναι τοποθετημένοι σε απόσταση  $d$  ανά δύο. Το σύστημα θεωρείται ότι βρίσκεται σε πυκνό εσωτερικό χώρο, όπως σε εμπορικό κέντρο ή αεροδρόμιο. Η συχνότητα είναι στη μιλιμετρική περιοχή στα 60 GHz στα πρότυπα του 802.11ad. Η μέση ταχύτητα των μετακινούμενων αντικειμένων έχει θεωρηθεί αυτή των πεζών, δηλαδή 1.5 m/s, ενώ η σταθερά απόσταση συσχέτισης της σκίασης έχει επιλεγεί 3 m, μια τυπική τιμή για εσωτερικούς χώρους. Οι ζεύξεις θεωρούνται εξισορροπημένες (balanced), δηλαδή έχουν το ίδιο περιθώριο διάλειψης. Προκειμένου να διαφανεί η εξάρτηση σε σχέση με το συντελεστή συσχέτισης της σκίασης έχουν υπολογισθεί οι τιμές για

συγκεκριμένες τιμές του συντελεστή συσχέτισης, ωστόσο οποιοδήποτε συμβατό μοντέλο συσχέτισης της σκίασης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για δεδομένη γεωμετρία των ζεύξεων. Η μεταβολή του AOD σε σχέση με το περιθώριο διάλειψης φαίνεται για τους τρεις συντελεστές συσχέτισης φαίνεται στην Εικ. 7. Από τα αποτελέσματα διαφαίνεται μικρή επίδραση του συντελεστή συσχέτισης στη μέση διάρκεια διαλείψεων. Στην Εικ. 5 φαίνεται η σύγκριση της θεωρητικής τιμής της πιθανότητας διακοπής της ζεύξης για την περίπτωση δύο βημάτων (dualhop) σε σχέση με την παραγόμενη πιθανότητα διακοπής με χρήση του μοντέλου. Από την Εικ. 5 φαίνεται ότι το μοντέλο αναπαράγει τα στάσιμα χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης με ακρίβεια. Η απόδοση του μοντέλου στα στάσιμα χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης και συγκεκριμένα στη μέση διάρκεια διαλείψεων της ζεύξης δύο τμημάτων φαίνεται στην Εικ. 6. Η απόδοση είναι ιδιαίτερη ακριβής με μικρές αποκλίσεις να αρχίζουν να εμφανίζονται σε υψηλές τιμές περιθωρίων διάλειψης, λόγω μη σύγκλισης των αναπαραγόμενων στατιστικών παραμέτρων του δυναμικού μοντέλου, χωρίς ωστόσο να υποβαθμίζουν την ακρίβεια της προσομοίωσης.

### **3.4.2. Urban MicroCell (UMi)**

Η δεύτερη αριθμητική εφαρμογή του μοντέλου αναφέρεται σε ένα κινητό δίκτυο 5G σε αστική περιοχή. Το περιβάλλον διάδοσης χαρακτηρίζεται ως Urban Microcell (UMi). Το σενάριο υποθέτει ένα κινητό σταθμό UE που κινείται από ένα σημείο A στο B διερχόμενο από το μέσον των δύο σταθμών βάσης BS1 και BS2. Η απόσταση μεταξύ των σταθμών βάσης είναι 200 m. Οι σταθμοί βάσης θεωρούνται ότι εκπέμπουν με ίδια χαρακτηριστικά. Σε ότι αφορά το μοντέλο απωλειών διάδοσης που χρησιμοποιείται για τη μεταβολή της λαμβανόμενης ισχύος ανάλογα της απόστασης μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποιο από τα προτεινόμενα στη βιβλιογραφία, όπως το μοντέλο ABG, το διπαραμετρικό μοντέλο CI ή το τριπαραμετρικό μοντέλο CIF [Sun et al. 2016]. Εδώ χρησιμοποιείται για τον καθορισμό του περιθωρίου διάλειψης συναρτήσει της απόστασης. Η τοπική μεταβλητότητα έχει επιλεγεί 3 dB και η σταθερά απόστασης της συσχέτισης 8m. Η συχνότητα του συστήματος είναι 38 GHz, ενώ ο χρήστης θεωρείται ότι κινείται με την τυπική τιμή ταχύτητας σε αστικές περιοχές των 4m/s.

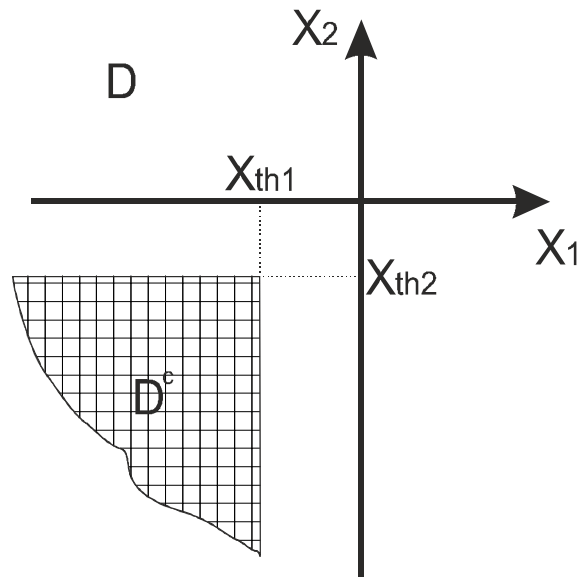
Στην Εικ. 10 απεικονίζεται η μεταβολή της θεωρητικής και της παραγόμενης με χρήση του μοντέλου πιθανότητας διακοπής στην περίπτωση διπλής διαφορικής

λήψης από τους δύο σταθμούς βάσης σε σχέση με τη διανυθείσα απόσταση. Το δυναμικό μοντέλο αναπαραγάγει με ακρίβεια την πιθανότητα διακοπής στη διπλή διαφορική ζεύξη με τις μέγιστες τιμές να εμφανίζονται όπως αναμενόταν στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο σταθμών βάσης. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από τη μελέτη της θεωρητικής και παραγόμενης τιμής AOD που απεικονίζεται στην Εικ. 9. Το μοντέλο αναπαραγάγει τα θεωρητικά αποτελέσματα της μέσης διάρκειας διάλειψης με ιδιαίτερη ακρίβεια. Τέλος στην Εικ. 10 απεικονίζεται ο μέσος ρυθμός μεταπομπών του συστήματος. Ο ρυθμός μεταπομπών έχει υπολογιστεί με την υπόθεση ότι σε κάθε χρονική στιγμή ο δέκτης επιλέγει το ισχυρότερο σήμα. Έτσι το πρόβλημα ανάγεται σε ρυθμό τμήσης της διαγωνίου στο επίπεδο  $(X_1, X_2)$  όπου  $X_1, X_2$  οι τιμές της σκίασης των δύο ζεύξεων, όταν όμως τα δύο σήματα έχουν την ίδια μέση τιμή. Διαφορετικά ο ρυθμός μεταπομπών υπολογίζεται ως ρυθμός τμήσης στάθμης μιας ευθείας παράλληλης στη διαγώνιο, που διέρχεται από τους άξονες στα σημεία  $P1(\mu_2 - \mu_1, 0)$  και  $P2(0, \mu_1 - \mu_2)$ , όπου  $\mu_1, \mu_2$  οι μέσες τιμές των σημάτων των δύο ζεύξεων, ίσες με το περιθώριο διάλειψης της (3.37). Ο ρυθμός μεταπομπών λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του όπως αναμένεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο σταθμών βάσης.

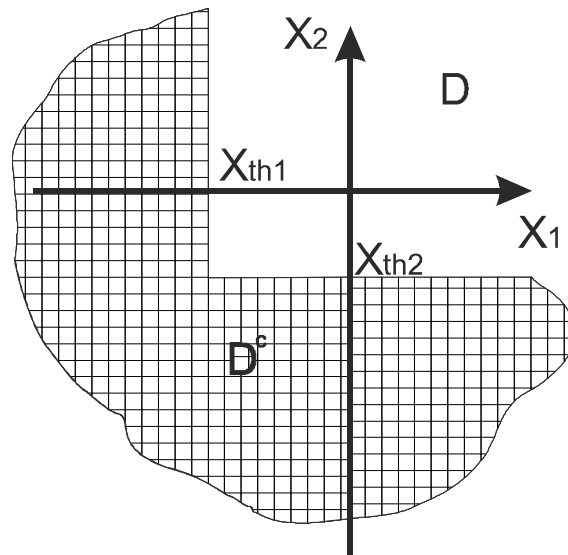
### 3.5. Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκε ένα δυναμικό μοντέλο ικανό να αναπαραγάγει τόσο τη χωρική δομή της σκίασης, όσο και τη χρονική της εξέλιξη. Η κύρια υπόθεση του μοντέλου όπως έχει επιβεβαιωθεί από πειραματικά αποτελέσματα είναι η λογαριθμοκανονική κατανομή και η εκθετική συσχέτιση στο χρόνο. Το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποτελεσματική σχεδίαση ασύρματων δικτύων παρέχοντας συσχετισμένες χρονοσειρές σκίασης καθώς και για τη βελτιστοποίηση και δοκιμή αλγόριθμων στο επίπεδο διαχείρισης του δικτύου.

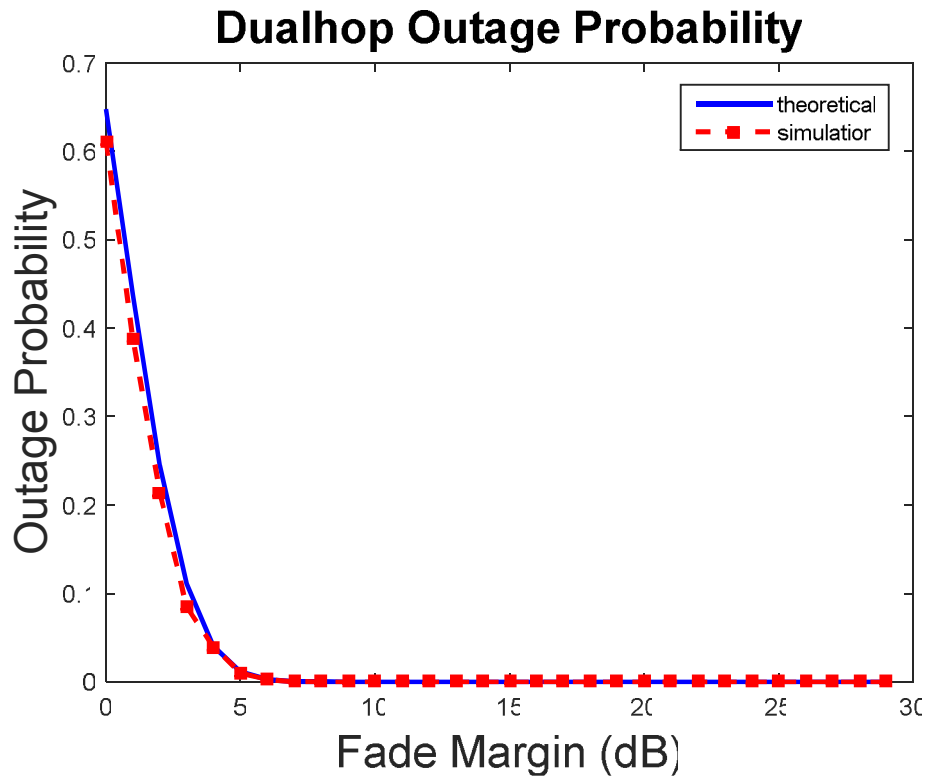
Εφαρμογές του μοντέλου αποτελούν τα σύγχρονα ασύρματα δίκτυα, όπως κυψελωτά συστήματα 5G, συστήματα MIMO, συστήματα διαφορετικής προστασίας, αυτοκαθοριζόμενα δίκτυα (ad-hoc), ζεύξεις πολλαπλών τμημάτων (multi-hop), collaborative cognitive radios, δίκτυα σώματος (body area) και κάθε άλλο πεδίο ασύρματης δικτύωσης όπου η συσχέτιση της σκίασης και η χρονική εξέλιξη επιφέρουν σημαντική επίδραση στην απόδοση του συστήματος.



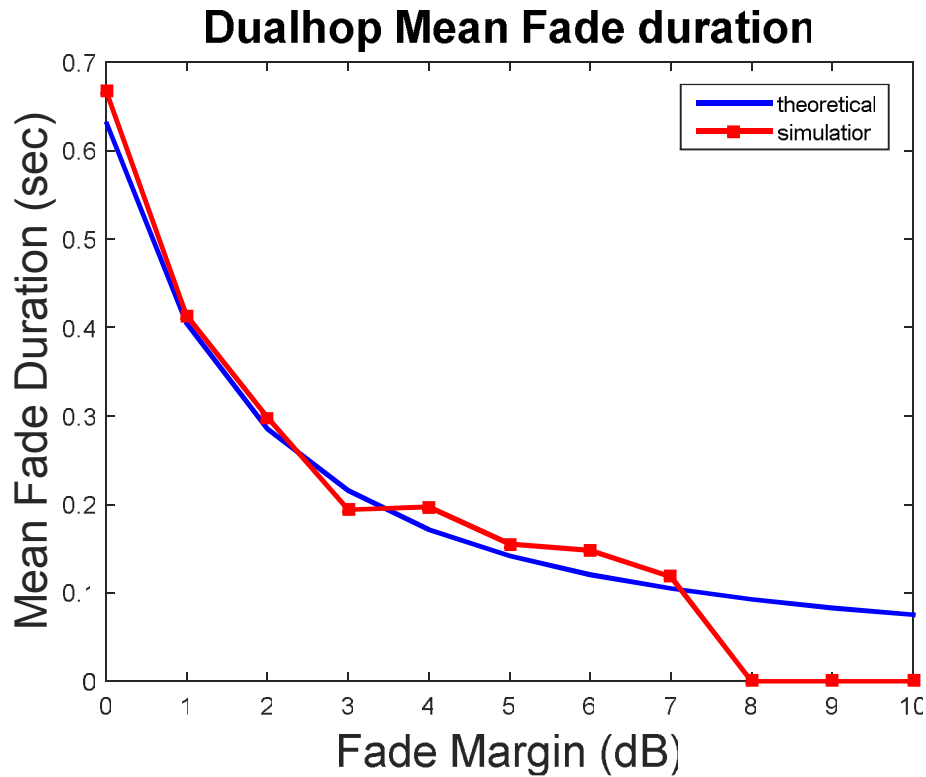
Εικ. 3 Γραμμοσκιασμένη περιοχή διακοπής λειτουργίας σε σύστημα διπλής διαφορικής προστασίας με τη μέθοδο SC.



Εικ. 4 Γραμμοσκιασμένη περιοχή διακοπής λειτουργίας σε αναγεννητικό σύστημα αναμετάδοσης δύο βημάτων

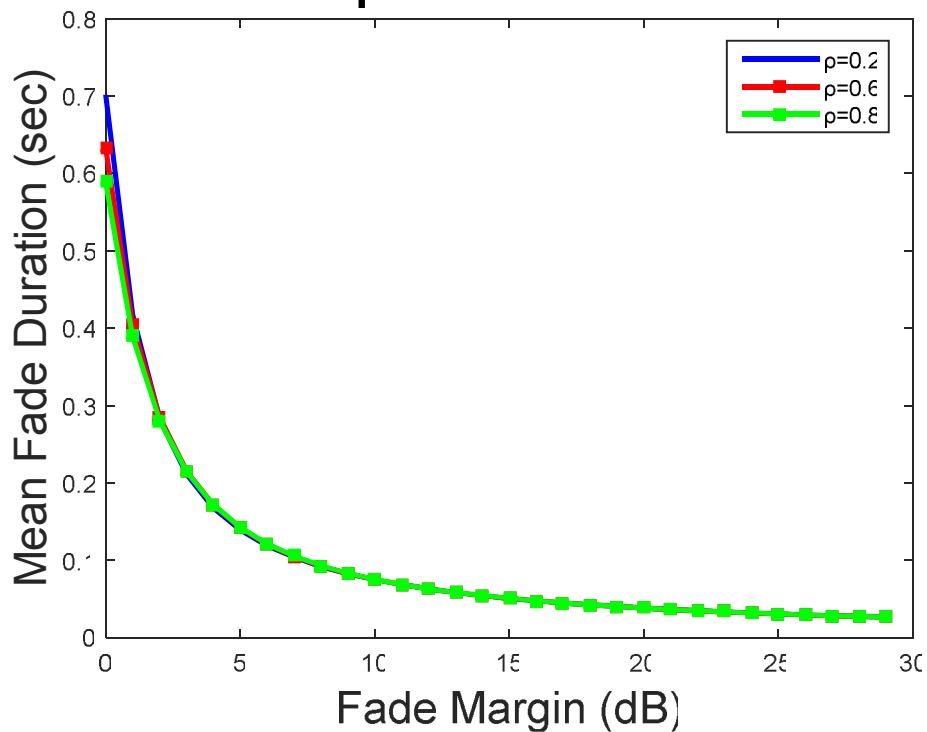


Εικ. 5 Θεωρητική και αναπαραγόμενη πιθανότητα διακοπής για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop)



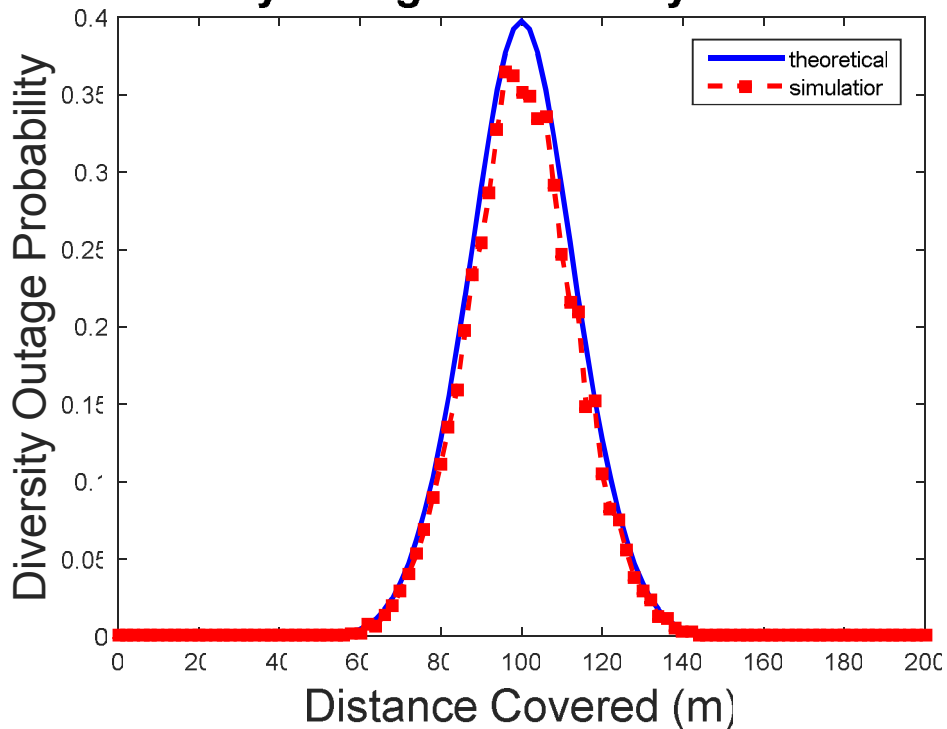
Εικ. 6 Θεωρητική και αναπαραγόμενη τιμή μέσης διάρκειας διάλειψης για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop)

### Dualhop Mean Fade duration



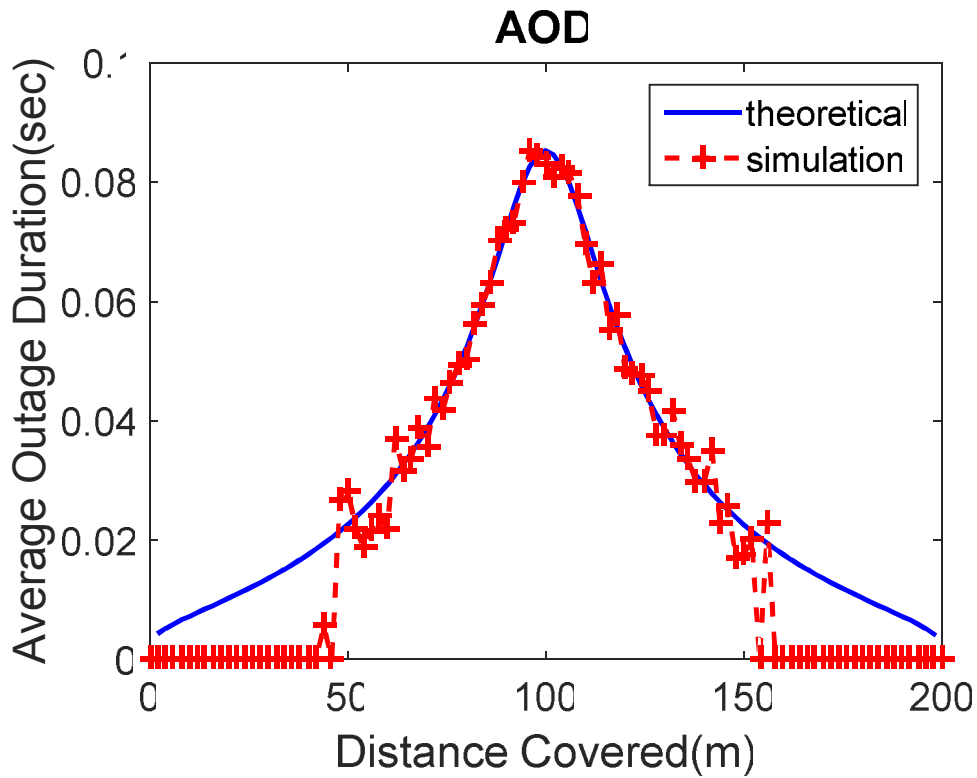
Εικ. 7 Εξάρτηση της μέσης διάρκειας διάλειψης για ζεύξη δύο τμημάτων (dualhop) για τρεις τιμές συσχέτισης της σκίασης.

### Diversity Outage Probability vs distance

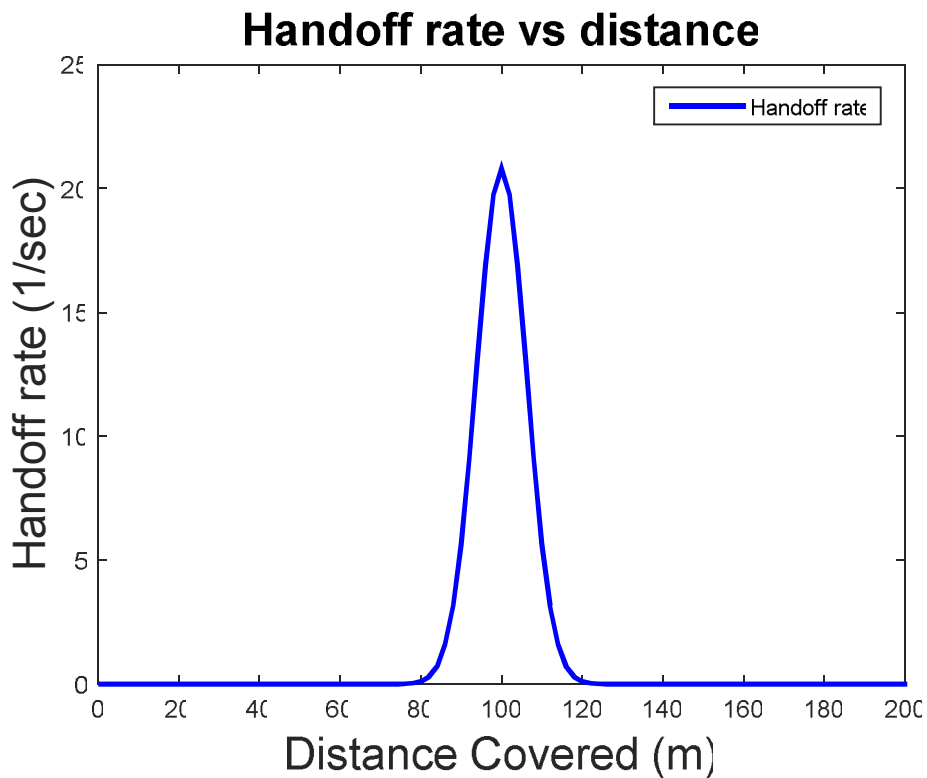


Εικ. 8 Θεωρητική και παραγόμενη πιθανότητα διακοπής σε συνάρτηση της καλυφθείσας απόστασης





Εικ. 9 Θεωρητική και παραγόμενη τιμή της μέσης διάρκειας διάλειψης σε σχέση με την καλυφθείσα απόσταση.



Εικ. 10 Μέσος ρυθμός μεταπομπής για το σύστημα 5G σε περιβάλλον UMi

## Κεφάλαιο 4.

### Συμπεράσματα και Περαιτέρω Έρευνα

Το μέλλον των κινητών επικοινωνιών θα είναι πολύ διαφορετικό από αυτό που βλέπουμε σήμερα, με ασύρματο όγκο δεδομένων να προβλέπεται να αυξηθεί 10000 φορές στα επόμενα 20 χρόνια, λόγω της αύξησης στη χρήση έξυπνων κινητών, ταμπλετών, νέων ασύρματων συσκευών και του ίντερνετ των πραγμάτων (IoT). Για να αντιμετωπιστεί αυτή η ανάγκη αύξησης της χωρητικότητας και για να υποστηριχθούν οι απαιτήσεις 5G για μέγιστο ρυθμό πλέον των 10 Gbps και ρυθμό στις άκρες πέρα των 100 Mbps για εφαρμογές extreme mobile broadband (eMMB), θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί νέα περιοχή του φάσματος σε συχνότητες πέρα των 6 GHz. Λόγω της διαθεσιμότητας μεγαλύτερου εύρους ζώνης στη μικροκυματική περιοχή οι απαιτήσεις 5G για eMMB μπορούν να καλυφθούν χρησιμοποιώντας μια απλή διεπαφή στον αέρα και υψηλής διάστασης κεραία φασικής σύνθεσης (phased Array). Τα μικροκυματικά συστήματα αντιμετωπίζουν διάφορες προκλήσεις όπως υψηλές απώλειες διείσδυσης, μεγαλύτερη ευαισθησία σε εμπόδια και μειωμένη περίθλαση που θα πρέπει να αντιμετωπίσουν. Υπάρχει ενεργός έρευνα και μετρήσεις καναλιού πάνω στα μικροκυματικά συστήματα 5G όπως METIS2020, COST2100/COST, ETSI mmWave SIG, MiWEBA, mmMagic και NYU WIRELESS.

Το στοχαστικό δυναμικό μοντέλο που μελετήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας καλύπτει την ανάγκη της χωροχρονικής μοντελοποίησης του ασύρματου διαύλου σε ότι αφορά τη σκίαση. Μια τέτοια μοντελοποίηση στο χώρο και στο χρόνο καθίσταται πολύτιμη για την εκμετάλλευση των δυνατοτήτων που παρέχει ο διάυλος με σκοπό την επίτευξη αξιόπιστων ζεύξεων υψηλής χωρητικότητας. Το μαθηματικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε είναι οι στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις (ΣΔΕ), ένας σχετικά σύγχρονος κλάδος των μαθηματικών με πλούσιο θεωρητικό υπόβαθρο και σημαντικές εφαρμογές. Με τη χρήση των αναλυτικών μεθόδων που παρέχει η χρήση των ΣΔΕ υπολογίστηκαν διάφορες πολύτιμες παράμετροι.

Το δυναμικό μοντέλο για τη μοντελοποίηση του φαινομένου της σκίασης είναι ικανό να αναπαραγάγει τόσο τη χρονική μεταβολή του φαινομένου, όσο και τη χωρική του συσχέτιση. Παρουσιάστηκαν επίσης με βάση το θεωρητικό πλαίσιο του μοντέλου νέα αναλυτικά αποτελέσματα που αφορούν το μέσο χρόνο διαλείψεων

(AOD, Average Outage Duration) και το ρυθμό τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate) με χρήση μεθόδων τμήσης στάθμης διανυσματικών ανελίξεων. Παρέχονται τέλος αριθμητικά αποτελέσματα που περιλαμβάνουν υπολογισμό της μέσης διάρκειας διαλείψεων αλλά και του ρυθμού μεταπομπής (hand-off), βασικές παραμέτρους σχεδίασης σύγχρονων κυψελωτών συστημάτων. Από τα αποτελέσματα της αριθμητικής εφαρμογής προέκυψε η ικανότητα του μοντέλου για αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών δεύτερης τάξης και συγκεκριμένα της διάρκειας διαλείψεων και του μέσου ρυθμού τμήσης στάθμης. Επίσης διαφάνηκε η μικρή επίδραση του συντελεστή συσχέτισης της σκίασης στη μέση διάρκεια διαλείψεων.

Η μεθόδευση που ακολουθήθηκε με τη μοντελοποίηση της σκίασης με χρήση πολυδιάστατων ΣΔΕ άνοιξε το δρόμο για την έρευνα της χρήσης ΣΔΕ για τη μοντελοποίηση και άλλων κατηγοριών διαλείψεων, όπως είναι η πολυδιαδρομική διάδοση και οι σπινθηρισμοί. Ο συνδυασμός διαφορετικών διαλείψεων και η ενιαία μοντελοποίηση τους αποτελεί ένα ενδιαφέρον πεδίο πιθανής μελλοντικής έρευνας, καθώς υφίστανται κανάλια που ο συνδυασμός πολυδιαδρομικής διάδοσης, σκίασης και απόσβεσης λόγω βροχής καθορίζουν την απόδοσή τους, όπως τα κανάλια των κινητών δορυφορικών επικοινωνιών. Το θεωρητικό ανάλογο του προβλήματος αυτού αφορά τη μοντελοποίηση τυχαίων πεδίων με την επιθυμητή κατανομή και συσχέτιση μέσω συστήματος ΣΔΕ.

Ένας άλλος βασικός άξονας μελλοντικής έρευνας αφορά τη σύγκριση των μοντέλων με πειραματικά δεδομένα. Ενώ τα παρουσιασθέντα μοντέλα περικλείουν γνωστά στατιστικά χαρακτηριστικά των υπό μελέτη φαινομένων, όπως έχουν επιβεβαιωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία και έχουν επιπλέον ελεγχθεί πειραματικά συγκριτικά με τα στατιστικά χαρακτηριστικά πρώτης τάξης, ωστόσο η επικύρωσή τους σε σχέση με τα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης είναι αυτή που θα καταστήσει τα μοντέλα πλήρως αξιόπιστα. Έτσι τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν χρήζουν περαιτέρω πειραματικής επιβεβαίωσης σε ότι αφορά τα στατιστικά χαρακτηριστικά δεύτερης τάξης, όπως η συσχέτιση, η φασματική πυκνότητα ισχύος και η διάρκεια των διαλείψεων.

## Βιβλιογραφία

- R.J. Adler and Jonathan Taylor. 2007. *Random Fields and Geometry*, Dordrecht: Springer.
- S. Agarwal and J.M. Holtzman. 1997. Modelling and analysis of handoff algorithms in multi-cellular systems. In *Vehicular Technology Conference, 1997, IEEE 47th*. 300–304 vol.1.
- P. Agrawal and N. Patwari. 2009. Correlated link shadow fading in multi-hop wireless networks. *Wirel. Commun. IEEE Trans. On* 8, 8 (2009), 4024–4036.
- M.S. Alouini and M.K. Simon. 2002. Dual diversity over correlated log-normal fading channels. *IEEE Trans. Commun.* 50, 12 (2002), 1946–1959.
- Harry Anderson. 2003. *Fixed broadband wireless system design*, Chichester, West Sussex, England ;;Hoboken, NJ : John Wiley & Sons,.
- Dan Avidor and Sayandev Mukherjee. 2001. Hidden issues in the simulation of fixed wireless systems. *Wirel Netw* 7, 2 (2001), 187–200.
- P. Bello. 1963. Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels. *Commun. Syst. IEEE Trans. On* 11, 4 (1963), 360–393.
- Y. Belyaev. 1968. On the Number of Exits Across the Boundary of a Region by a Vector Stochastic Process. *Theory Probab. Its Appl.* 13, 2 (1968), 320–324.
- Prebir K. Bondyopadhyay. 1995. Guglielmo Marconi - The father of long distance radio communication - An engineer's tribute. In *Microwave Conference, 1995. 25th European*. 879–885.
- W.E. Boyce and R.C. DiPrima. 1992. *Elementary differential equations and boundary value problems*, New York: Wiley.
- K.S. Butterworth, K.W. Sowerby, and A.G. Williamson. 2000. Base station placement for in-building mobile communication systems to yield high capacity and efficiency. *Commun. IEEE Trans. On* 48, 4 (2000), 658–669.
- Xiaodong Cai and G.B. Giannakis. 2003. A two-dimensional channel simulation model for shadowing processes. *Veh. Technol. IEEE Trans. On* 52, 6 (2003), 1558–1567.
- D. Catrein and R. Mathar. 2008. Gaussian Random Fields as a Model for Spatially Correlated Log-Normal Fading. In *Telecommunication Networks and Applications Conference, 2008. ATNAC 2008. Australasian*. 153–157.
- Charalambos D. Charalambous and Nickie Menemenlis. 2002. Dynamical Spatial Log-Normal Shadowing Models for Mobile Communications. In *The XXVIIth*

*Triennial General Assembly of the International Union of Radio Science (URSI), Maastricht, The Netherlands, August 17-24, 2002 (Invited Presentation)*. 1–4.

- Nelson Costa and Simon Haykin. 2010. *Multiple-input multiple-output channel models : theory and practice*, Hoboken, N.J.: Wiley.
- Christopher Cox. 2012. *An introduction to LTE : LTE, LTE-advanced, SAE, and 4G mobile communications*, Hoboken, NJ: Wiley.
- H. Cramer and M.R. Leadbetter. 1967. *Stationary and related stochastic processes; sample function properties and their applications*, New York: Wiley.
- Erik Dahlman, Stefan Parkvall, and Johan Skold. 2011. 4G LTE LTE-Advanced for mobile broadband. (2011).
- K.L. Du and M.N.S. Swamy. 2010. Wireless communication systems from RF subsystems to 4G enabling technologies. (2010).
- Gregory D. Durgin. 2003. *Space-time wireless channels*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR.
- ETSI. 2012. ETSI website. (2012). Retrieved March 24, 2012 from <http://www.etsi.org/>
- I. Forkel, M. Schinnenburg, and M. Ang. 2004. Generation of Two-Dimensional Correlated Shadowing for Mobile Radio Network Simulation. In *Proceedings of The 7th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, WPMC 2004*. Abano Terme (Padova), Italy.
- Rubén Fraile, José F. Monserrat, Javier Gozávez, and Narcís Cardona. 2008. Mobile radio bi-dimensional large-scale fading modelling with site-to-site cross-correlation. *Eur. Trans. Telecommun.* 19, 1 (2008), 101–106. DOI:<https://doi.org/10.1002/ett.1179>
- D. Giancristofaro. 1996. Correlation model for shadow fading in mobile radio channels. *Electron. Lett.* 32, 11 (1996), 958–959.
- Andrea Goldsmith. 2005. *Wireless communications*, Cambridge ;New York: Cambridge University Press.
- F. Graziosi. 1999. Analysis of outage duration for mobile radio networks with correlated shadowings. In *Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE 49th*. 948–952 vol.2.
- F. Graziosi and F. Santucci. 2002. A general correlation model for shadow fading in mobile radio systems. *IEEE Commun. Lett.* 6, 3 (2002), 102–104.
- F. Graziosi and F. Santucci. 1999. Distribution of outage intervals in macrodiversity cellular systems. *Sel. Areas Commun. IEEE J. On* 17, 11 (1999), 2011–2021.

- M. Gudmundson. 1991. Correlation model for shadow fading in mobile radio systems. *Electron. Lett.* 27, 23 (1991), 2145–2146.
- A. Gupta and R.K. Jha. 2015. A Survey of 5G Network: Architecture and Emerging Technologies. *IEEE Access* 3 (2015), 1206–1232. DOI:<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2015.2461602>
- H. Hashemi. 1993. The indoor radio propagation channel. *Proc. IEEE* 81, 7 (1993), 943–968.
- G.R. Hiertz, D. Denteneer, L. Stibor, Y. Zang, X.P. Costa, and B. Walke. 2010. The IEEE 802.11 universe. *Commun. Mag. IEEE* 48, 1 (2010), 62–70.
- Anton Huurdeman. 2003. *The worldwide history of telecommunications*, New York: J. Wiley.
- Louis J. Ippolito. 2008. *Satellite communications systems engineering: atmospheric effects, satellite link design, and system performance*, Chichester, West Sussex, England ; Hoboken, NJ, USA: Wiley.
- ITU. 2012a. Radio Regulations, ed. 2012. (2012).
- ITU. 2012b. World Telecommunication/ICT Indicators Database 2012 (16th Edition). (2012).
- ITU-R Rec. M.687-2. 1997. *International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000)*,
- ITU-R Rec. M.817. 1992. *International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000) Network architectures*,
- ITU-R Rec. M.1457-10. 2011. *Detailed specifications of the terrestrial radio interfaces of International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000)*,
- ITU-R Rec. M.2012. 2012. Detailed specifications of the terrestrial radio interfaces of International Mobile Telecommunications-Advanced (IMT-Advanced). (2012).
- ITU Web. 2013. ITU Website. (2013). Retrieved March 21, 2013 from <http://www.itu.int/en/about/Pages/default.aspx>
- N. Jalden, P. Zetterberg, B. Ottersten, Aihua Hong, and R. Thoma. 2007. Correlation Properties of Large Scale Fading Based on Indoor Measurements. In *Wireless Communications and Networking Conference, 2007.WCNC 2007. IEEE*. 1894–1899.
- Nam-Ryul Jeon, Kyung-Hoe Kim, Jung-Hwan Choi, and Seong-cheol Kim. 2010. A Spatial Correlation Model for Shadow Fading in Indoor Multipath Propagation. In *Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2010-Fall), 2010 IEEE 72nd*. 1–6.

- Ioannis Karatzas and Steven E. Shreve. 1991. *Brownian motion and stochastic calculus*, New York: Springer-Verlag.
- I. Kashiwagi, T. Taga, and T. Imai. 2010. Time-Varying Path-Shadowing Model for Indoor Populated Environments. *Veh. Technol. IEEE Trans. On* 59, 1 (2010), 16–28.
- T. Klingenbrunn and P. Mogensen. 1999. Modelling cross-correlated shadowing in network simulations. In *Vehicular Technology Conference, 1999. VTC 1999 - Fall. IEEE VTS 50th.* 1407–1411 vol.3.
- J.C. Liberti and T.S. Rappaport. 1992. Statistics of shadowing in indoor radio channels at 900 and 1900 MHz. In *Military Communications Conference, 1992. MILCOM '92, Conference Record. Communications - Fusing Command, Control and Intelligence., IEEE.* 1066–1070 vol.3.
- Georg Lindgren. 2013. *Stationary stochastic processes. Theory and applications.*, CRC Texts in Statistical Science Series. CRC Press.
- Gérard Maral, M. Bousquet, and Z. Sun. 2009. *Satellite communications systems systems, techniques and technology.* (2009).
- METIS. 2015. ICT-317669-METIS/D1.4, METIS Channel Models. (2015).
- Andreas F. Molisch. 2011. *Wireless communications*, Weinheim: Wiley.
- S. Mukherjee and D. Avidor. 2001. Dynamics of path losses between a mobile terminal and multiple base stations in a cellular environment. *Veh. Technol. IEEE Trans. On* 50, 6 (2001), 1590–1603.
- P. Nikipolitis, M.S. Obaidat, G. Papadimitriou, and A. Pomportsis. 2003. *Wireless Networks.* (2003).
- B.K. Oksendal. 1998. *Stochastic differential equations: an introduction with applications*, Berlin; New York: Springer.
- Athanasios Papoulis and S. Unnikrishna Pillai. 2002. *Probability, random variables, and stochastic processes*, Boston: McGraw-Hill.
- N. Patwari and P. Agrawal. 2008. NeSh: A joint shadowing model for links in a multi-hop network. In *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on.* 2873–2876.
- N. Patwari, Yanwei Wang, and R.J. O’Dea. 2002. The importance of the multipoint-to-multipoint indoor radio channel in ad hoc networks. In *Wireless Communications and Networking Conference, 2002. WCNC2002. 2002 IEEE.* 608–612 vol.2.
- David M. Pozar. 2005. *Microwave engineering*, Hoboken, NJ: J. Wiley.

- T.S. Rappaport. 1991. *The wireless revolution* W. A. H. Thissen & P. M. Herder, eds., NELSON PUBLISHING.
- T.S. Rappaport. 2001. *Wireless communications*, Upper Saddle River, N.J. ; London: Prentice Hall PTR.
- S.O. Rice. 1958. Distribution of the Duration of Fades in Radio Transmission: Gaussian Noise Model. *Bell Syst. Tech. J.* 37, 3 (1958), 581–635.
- M. Salazar-Palma, A. Garcia-Lamperez, T.K. Sarkar, and D.L. Sengupta. 2011. The Father of Radio: A Brief Chronology of the Origin and Development of Wireless Communications. *Antennas Propag. Mag. IEEE* 53, 6 (2011), 83–114. DOI:<https://doi.org/10.1109/MAP.2011.6157716>
- Tapan K. Sarkar, Robert Mailloux, Arthur A. Oliner, Magdalena Salazar-Palma, and Dipak L. Sengupta. 2006. *History of Wireless*, Wiley-IEEE Press.
- Simo Sarkka. 2012. *Applied Stochastic Differential Equations*,
- Simon R. Saunders. 2007. *Antennas and propagation for wireless communications systems*, Chichester: John Wiley.
- Peter Benjamin. Seel. 2012. *Digital universe: the global telecommunication revolution.*, Malden, MA: Wiley-Blackwell.
- A. Seetharam, J. Kurose, D. Goeckel, and G. Bhanage. 2012. A Markov chain model for coarse timescale channel variation in an 802.16e wireless network. In *INFOCOM, 2012 Proceedings IEEE*. 1800–1807.
- M.K. Simon and M.S. Alouini. 2005. *Digital communication over fading channels*, Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience.
- Dimitrios Skraparlis, Vasileios K. Sakarellos, Athanasios D. Panagopoulos, and John D. Kanellopoulos. 2009. Outage Performance Analysis of Cooperative Diversity with MRC and SC in Correlated Lognormal Channels. *EURASIP J. Wirel. Commun. Netw.* 2009, 1 (2009), 707839.
- R.L. Stratonovich and R.A. Silverman. 1967. *Topics in the theory of random noise*, New York: Gordon and Breach.
- Gordon L. Stüber. 2001. *Principles of mobile communication*, Boston: Kluwer Academic.
- S. Sun et al. 2016. Investigation of Prediction Accuracy, Sensitivity, and Parameter Stability of Large-Scale Propagation Path Loss Models for 5G Wireless Communications. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 65, 5 (May 2016), 2843–2860. DOI:<https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2543139>



- S.S. Szyszkowicz, H. Yanikomeroglu, and J.S. Thompson. 2010. On the Feasibility of Wireless Shadowing Correlation Models. *IEEE Trans. Veh. Technol.* 59, 9 (2010), 4222–4236.
- Andrew S. Tanenbaum and David Wetherall. 2011. *Computer networks*, Boston: Prentice Hall.
- Jean. Walrand. 1991. *Communication networks: a first course*, Homewood, IL: Aksen Associates : Irwin.
- WINNER II. 2007. IST-4-027756 WINNER II, D1.1.2 V1.1. WINNER II Channel Models. (2007).
- Ruonan Zhang and Lin Cai. 2007. A Markov model for indoor ultra-wideband channel with people shadowing. *Mob Netw Appl* 12, 5 (2007), 438–449.
- Αθανάσιος Κανάτας, Φίλιππος Κωνσταντίνου, and Γεώργιος Πάντος. 2008. *Συστήματα Κινητών Επικοινωνιών*, Αθήνα: Παπασωτηρίου.
- Γεώργιος Καραγιάννης. 2013. Δυναμικά Στοχαστικά Μοντέλα Καναλιού για Δορυφορικά και Ασύρματα Δίκτυα Επικοινωνιών με χρήση πολυδιάστατων Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων. (2013).

## Παράρτημα Α

### Κανονική και Λογαριθμοκανονική κατανομή.

Στο παράρτημα αυτό παρατίθενται μερικά γνωστά και χρήσιμα αποτελέσματα που αφορούν την κανονική και τη λογαριθμοκανονική κατανομή. Τα περισσότερα από αυτά μπορούν να βρεθούν στο [Papoulis and Pillai 2002].

Για μια τ.μ.  $Y$  συμβολίζουμε ως  $m_Y$ ,  $\mu_Y$  και  $\sigma_Y$  τη διάμεσο, τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση αντίστοιχα. Επίσης συμβολίζουμε ως  $p_Y(y)$  ή  $p(y)$  όταν είναι προφανές τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Για δύο τ.μ.  $X, Y$  συμβολίζουμε με ως  $Y|X$  τη δεσμευμένη κατανομή  $Y|X = x$ .

### Μονοδιάστατη

Έστω κανονική τ.μ.  $X : N(\mu, \sigma^2)$  και τ.μ.  $Z = e^X$ . Η  $Z$  είναι λογαριθμοκανονική και ισχύουν

$$\begin{aligned}m_Z &= e^\mu \\ \mu_Z &= e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \\ \sigma_Z^2 &= e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)\end{aligned}\tag{A1}$$

Οι αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας δίνονται από

$$\begin{aligned}p(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \\ p(z) &= \frac{1}{z} p(\ln z) = \frac{1}{z\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\ln z - \mu)^2}{2\sigma^2}}\end{aligned}\tag{A2}$$

### Δισδιάστατη

Έστω  $X, Y$  από κοινού κανονικές τ.μ. με παραμέτρους  $\mu_X, \mu_Y, \sigma_X, \sigma_Y, r$ , όπου  $r$  ο συντελεστής συσχέτισης. Η από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $p_{XY}(x, y)$  δίνεται από τη σχέση

$$p_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-r^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{(x-\mu_X)^2}{\sigma_X^2} - 2r\frac{(x-\mu_X)(y-\mu_Y)}{\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(y-\mu_Y)^2}{\sigma_Y^2}\right)\right\}\tag{A3}$$

Οι περιθώριες κατανομές  $p_X(x)$  και  $p_Y(y)$  είναι κανονικές και δίνονται από τις σχέσεις

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} e^{-\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma_X^2}}$$

$$p_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y} e^{-\frac{(y-\mu_Y)^2}{2\sigma_Y^2}}$$
(A4)

Η δεσμευμένη κατανομή  $Y|X=x$  είναι κανονική και η πυκνότητα πιθανότητας είναι

$$p_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y|X}} e^{-\frac{(y-\mu_{Y|X})^2}{2\sigma_{Y|X}^2}}$$
(A5)

όπου

$$\mu_{Y|X} = \mu_Y + r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

$$\sigma_{Y|X} = \sigma_Y \sqrt{1 - r^2}$$
(A6)

Θεωρούμε τώρα τις τ.μ.  $A_1 = e^X$  και  $A_2 = e^Y$ . Οι  $A_1, A_2$  είναι από κοινού λογαριθμοκανονικές και ισχύουν τα ακόλουθα:

Η από κοινού κατανομή τους δίνεται από την πυκνότητα πιθανότητας

$$p_{A_1, A_2}(a_1, a_2) = \frac{1}{a_1 a_2} p_{XY}(\ln a_1, \ln a_2)$$
(A7)

όπου  $p_{XY}(x, y)$  η πυκνότητα πιθανότητας των από κοινού κανονικών  $X, Y$  της (A3).

Αντίστοιχα οι περιθώριες κατανομές είναι λογαριθμοκανονικές και δίνονται σε αντιστοιχία με τις (A2), (A4) από τις σχέσεις

$$p_{A_1}(a_1) = \frac{1}{a_1} p_X(\ln a_1)$$

$$p_{A_2}(a_2) = \frac{1}{a_2} p_Y(\ln a_2)$$
(A8)

Η στατιστικές τους παράμετροι συνδέονται με αυτές των κανονικών  $X, Y$  με τη σχέση (A1) αντίστοιχα.

Η δεσμευμένη κατανομή  $A_2|A_1=a_1$  είναι επίσης λογαριθμοκανονική και συνδέεται με την πυκνότητα πιθανότητας της  $Y|X=x$  της (A5) με τη σχέση

$$p_{A_2|A_1}(a_2 | a_1) = \frac{1}{a_2} p_{Y|X}(\ln a_2 | \ln a_1) \quad (A9)$$

Με βάση τις σχέσεις (A1) και (A6) οι στατιστικές της παράμετροι δίνονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} m_{A_2|A_1} &= e^{\frac{\mu_Y + r \sigma_Y (\ln a_1 - \mu_X)}{\sigma_X}} \\ \mu_{A_2|A_1} &= e^{\frac{\mu_Y + r \sigma_Y (\ln a_1 - \mu_X) + \frac{1}{2} \sigma_Y^2 (1-r^2)}{\sigma_X}} \\ \sigma_{A_2|A_1}^2 &= e^{\frac{2\mu_Y + 2r \sigma_Y (\ln a_1 - \mu_X) + \sigma_Y^2 (1-r^2)}{\sigma_X}} (e^{\sigma_Y^2 (1-r^2)} - 1) \end{aligned} \quad (A10)$$

### Πολυδιάστατη

Έστω  $n$  τ.μ.  $X_1, \dots, X_n$ . Συμβολίζουμε με  $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]$  το τυχαίο διάνυσμα με συνιστώσες τις τ.μ.. Οι τ.μ. είναι από κοινού κανονικές όταν οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός τους είναι κανονική τ.μ. Συμβολίζουμε με  $\boldsymbol{\mu}$  το μέσο διάνυσμα και με  $\boldsymbol{\Sigma}$  τον πίνακα συνδιακύμανσης, δηλαδή

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu} &= E[\mathbf{X}] \\ \boldsymbol{\Sigma} &= E[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T] \end{aligned} \quad (A11)$$

Όταν η ορίζουσα του πίνακα συνδιακύμανσης είναι θετική η κατανομή της  $\mathbf{X}$  είναι μη ιδιόμορφη και έχει πυκνότητα πιθανότητας που δίνεται από τη σχέση

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det \boldsymbol{\Sigma}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})} \quad (A12)$$

Η πολυδιάστατη κανονική κατανομή χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα ότι η δεσμευμένη κατανομή δεδομένου οποιοσδήποτε υποσυνόλου των από κοινού κανονικών τ.μ. είναι επίσης κανονική. Θεωρούμε λοιπόν τα τυχαία διανύσματα  $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]$  και  $\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_m]$  και θεωρούμε ότι είναι από κοινού κανονικά, δηλαδή το διάνυσμα  $\mathbf{Z} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n \ Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_m]$  είναι κανονικό.

Χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_X &= E[\mathbf{X}] \\ \mathbf{m}_Y &= E[\mathbf{Y}] \\ \mathbf{m} &= E[\mathbf{Z}] = (\mathbf{m}_X \ \mathbf{m}_Y)' \end{aligned} \quad (A13)$$

για τις μέσες τιμές και τους εξής για τους πίνακες συνδιακύμανσης

$$\begin{aligned}
\Sigma_{XX} &= E[(\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)(\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)^T] \\
\Sigma_{YY} &= E[(\mathbf{Y} - \mathbf{m}_Y)(\mathbf{Y} - \mathbf{m}_Y)^T] \\
\Sigma_{XY} &= E[(\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)(\mathbf{Y} - \mathbf{m}_Y)^T] \\
\Sigma_{YX} &= E[(\mathbf{Y} - \mathbf{m}_Y)(\mathbf{X} - \mathbf{m}_X)^T] \\
\Sigma &= E[(\mathbf{Z} - \mathbf{m}_Z)(\mathbf{Z} - \mathbf{m}_Z)^T] = \begin{bmatrix} \Sigma_{XX} & \Sigma_{XY} \\ \Sigma_{YX} & \Sigma_{YY} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A14}$$

Επίσης είναι προφανές ότι ισχύει  $\Sigma_{XY} = \Sigma_{YX}^T$ .

Αν η ορίζουσα του πίνακα  $\Sigma$  είναι θετική, τότε η πυκνότητα πιθανότητας της  $\mathbf{Z}$  δίνεται σε αντιστοιχία με την (A12) ως

$$p_Z(\mathbf{z}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m+n}{2}} \sqrt{\det \Sigma}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\mathbf{m})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{z}-\mathbf{m})} \tag{A15}$$

Αφού το διάνυσμα  $\mathbf{Z}$  είναι κανονικό, τότε και οποιοδήποτε διάνυσμα με συνιστώσες υποσύνολο των συνιστωσών του  $\mathbf{Z}$  είναι επίσης κανονικό. Έτσι τα  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  είναι κανονικά με αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας

$$\begin{aligned}
p_X(\mathbf{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det \Sigma_{XX}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_X)^T \Sigma_{XX}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_X)} \\
p_Y(\mathbf{y}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}} \sqrt{\det \Sigma_{YY}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}-\mathbf{m}_Y)^T \Sigma_{YY}^{-1}(\mathbf{y}-\mathbf{m}_Y)}
\end{aligned} \tag{A16}$$

Η δεσμευμένη κατανομή της  $\mathbf{X}$  για μια δοθείσα τιμή  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$  είναι επίσης κανονική με μέση τιμή

$$\mathbf{S} \tag{A17}$$

και με πίνακα συνδιακύμανσης

$$\Sigma_{X|Y} = \Sigma_{XX} - \Sigma_{XY} \Sigma_{YY}^{-1} \Sigma_{YX} \tag{A18}$$

### Κατανομή διαφοράς δύο κανονικών τ.μ. και αντίστοιχης λογαριθμοκανονικής

Θεωρούμε τις κανονικές τ.μ.  $X, Y$  με γνωστή την από κοινού κατανομή τους με παραμέτρους  $\mu_X, \mu_Y, \sigma_X, \sigma_Y, r$ . Θεωρούμε τις τ.μ.

$$Z = Y - X \tag{A19}$$

και

$$R = e^Z, A_1 = e^X, A_2 = e^Y \tag{A20}$$

Προφανώς ισχύει  $Z = \ln R$  και  $R = \frac{A_2}{A_1}$ .

Η  $Z$  ως διαφορά δύο κανονικών τ.μ. είναι κανονική και η πυκνότητα πιθανότητάς της δίνεται ως

$$p_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{XY}(x, z+x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} e^{-\frac{(z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}} \quad (\text{A21})$$

όπου

$$\begin{aligned} \mu_Z &= \mu_Y - \mu_X \\ \sigma_Z^2 &= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2r\sigma_X\sigma_Y \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

Η από κοινού κατανομή των  $Z, X$  είναι από κοινού κανονική και έχει πυκνότητα πιθανότητας

$$p_{ZX}(z, x) = p_{XY}(x, z+x) \quad (\text{A23})$$

Η τ.μ.  $R = e^Z$  είναι λογαριθμοκανονική και σε αντιστοιχία με τις (A2) και (A1) και (A21) η πυκνότητα πιθανότητας δίνεται από

$$p_R(r) = \frac{1}{r} p_Z(\ln r) \quad (\text{A24})$$

και οι στατιστικές της παράμετροι από

$$\begin{aligned} m_R &= e^{\mu_Y - \mu_X} \\ \mu_R &= e^{\mu_Y - \mu_X + \frac{1}{2}(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2r\sigma_X\sigma_Y)} \\ \sigma_R^2 &= e^{2(\mu_Y - \mu_X) + (\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2r\sigma_X\sigma_Y)} (e^{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2r\sigma_X\sigma_Y} - 1) \end{aligned} \quad (\text{A25})$$

Η δεσμευμένη κατανομή  $Z | X = x$  είναι κανονική και η πυκνότητα πιθανότητας δίνεται από

$$p_{Z|X}(z | x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Z|X}}} e^{-\frac{(z-\mu_{Z|X})^2}{2\sigma_{Z|X}^2}} \quad (\text{A26})$$

όπου

$$\begin{aligned} \mu_{Z|X} &= (r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} - 1)x + \mu_Y - r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \mu_X = \mu_{Y|X} - x \\ \sigma_{Z|X}^2 &= \sigma_Y^2 (1 - r^2) = \sigma_{Y|X}^2 \end{aligned} \quad (\text{A27})$$

Αντίστοιχα η δεσμευμένη κατανομή  $R | A_1 = a_1$  είναι λογαριθμοκανονική με πυκνότητα πιθανότητας

$$p_{R|A_1}(r | a_1) = \frac{1}{r} p_{Z|X}(\ln r | \ln a_1) \quad (\text{A28})$$

με στατιστικές παραμέτρους

$$\begin{aligned} m_{R|A_1} &= e^{\frac{r\sigma_Y}{\sigma_X}(\ln a_1 - \mu_X) + \mu_Y - \ln a_1} \\ \mu_{R|A_1} &= e^{\frac{r\sigma_Y}{\sigma_X}(\ln a_1 - \mu_X) + \mu_Y - \ln a_1 + \frac{1}{2}\sigma_Y^2(1-r^2)} \\ \sigma_{R|A_1}^2 &= e^{\frac{2r\sigma_Y}{\sigma_X}(\ln a_1 - \mu_X) + 2\mu_Y - 2\ln a_1 + \sigma_Y^2(1-r^2)} (e^{\sigma_Y^2(1-r^2)} - 1) \end{aligned} \quad (\text{A29})$$

## Παράρτημα Β

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικές έννοιες της θεωρίας τμήσης στάθμης των στοχαστικών ανελίξεων με βάση την κλασσική πλέον αναφορά στο θέμα των [Cramer and Leadbetter 1967]

### Τμήση στάθμης (Level Crossing) και διάρκεια διαλείψεων

#### Στάσιμες ροές ενδεχομένων

Πριν παρουσιαστούν τα βασικά αποτελέσματα της στατιστικής μελέτης των σημείων τομής μιας στάθμης από μια στοχαστική ανέλιξη, θα αναφερθούν συνοπτικά μερικές βασικές έννοιες που αφορούν τις ροές ενδεχομένων.

Μια ροή ενδεχομένων είναι μια σημειακή στοχαστική ανέλιξη. Οι σημειακές στοχαστικές ανελίξεις είναι ανελίξεις οι οποίες αναπαριστούν την διαδοχική εμφάνιση κάποιων ενδεχομένων στο χρόνο. Μαθηματικά θεμελιώνονται μέσω των τυχαίων μέτρων απαρίθμησης. Έτσι πχ η ανέλιξη  $\xi(t)$  ορίζεται ως ο αριθμός εμφάνισης των ενδεχομένων στο διάστημα  $(0, t]$ , δηλαδή  $\xi(t) = N(0, t]$ . Ωστόσο εδώ δεν θα χρησιμοποιηθεί η θεωρία αυτή, αλλά θα παρουσιαστούν μερικές βασικές έννοιες μιας τέτοιας ανελίξης, που θα την ονομάζουμε ροή ενδεχομένων.

Θεωρούμε λοιπόν ότι τυχαία ενδεχόμενα συμβαίνουν στον χρόνο και γράφουμε  $N(s, t)$  για τον αριθμό των ενδεχομένων στο διάστημα  $(s, t]$ .

Η ροή των ενδεχομένων λέγεται στάσιμη αν για κάθε πεπερασμένο σύνολο διαστημάτων  $(s_1, t_1], \dots, (s_k, t_k]$  και οποιουσδήποτε ακέραιους  $r_1, \dots, r_k$  και για κάθε  $\tau > 0$  ισχύει

$$P\{N(s_i + \tau, t_i + \tau) = r_i, i = 1, \dots, k\} = P\{N(s_i, t_i) = r_i, i = 1, \dots, k\} \quad (B1)$$

Η μέση πυκνότητα σημείων μιας στάσιμης ροής ενδεχομένων ορίζεται ως

$$m = E(N(0, 1]) \quad (B2)$$

Μάλιστα ορίζοντας τη συνάρτηση

$$m(t) = E(N(0, t]) \quad (B3)$$

εύκολα μπορεί να δειχθεί ότι

$$m(t) = mt \quad (B4)$$



Ένας άλλος τρόπος περιγραφής του ρυθμού εμφάνισης των ενδεχομένων μιας στάσιμης ροής ενδεχομένων είναι μέσω της έντασης της σημειακής ανέλιξης που ορίζεται ως εξής:

Για μια στάσιμη ροή ενδεχομένων το όριο

$$\lambda = \lim_{h \downarrow 0} \frac{\Pr\{N(0, h] > 0\}}{h} \quad (\text{B5})$$

υπάρχει, έστω και αν είναι άπειρο. Το όριο αυτό ονομάζεται ένταση της ροής.

Με βάση τον προηγούμενο ορισμό και την ιδιότητα της ύπαρξης του ορίου μπορούμε να γράψουμε στην περίπτωση που το  $\lambda$  είναι πεπερασμένο

$$\begin{aligned} \Pr\{N(x, x+h] > 0\} &= \Pr\{\text{υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο } (x, x+h]\} \\ &= \lambda h + o(h) \quad (h \downarrow 0) \end{aligned} \quad (\text{B6})$$

Τα δύο αυτά μέτρα εμφάνισης των σημείων, δηλαδή η μέση πυκνότητα και η ένταση συμπίπτουν όταν η ροή δεδομένων πληρεί κάποιες προϋποθέσεις.

Για την διερεύνηση της μεταξύ τους σχέσης εισάγουμε επιπλέον δύο έννοιες, αυτές της απλής σημειακής ανέλιξης και της διατάξιμης σημειακής ανέλιξης.

Μια σημειακή ανέλιξη λέγεται απλή όταν

$$\Pr\{N(\{t\}) = 0 \text{ ή } 1 \text{ για κάθε } t\} = 1 \quad (\text{B7})$$

Δηλαδή μια απλή σημειακή ανέλιξη αποκλείεται να έχει δύο σημεία στο ίδιο σημείο του χρονικού άξονα, ή διαφορετική η πιθανότητα ότι δύο ή περισσότερα ενδεχόμενα συμβαίνουν ταυτόχρονα είναι μηδενική.

Μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη λέγεται κανονική (regular) ή διατάξιμη (orderly) αν

$$\Pr\{N(0, h] > 1\} = o(h) \quad (h \downarrow 0) \quad (\text{B8})$$

Η σχέση αυτή γράφεται και ως  $\lim_{h \downarrow 0} \frac{\Pr\{N(0, h] > 1\}}{h} = 0$

Τώρα οι ανωτέρω έννοιες, δηλαδή της μέσης πυκνότητας, της έντασης, της απλότητας και της κανονικότητας συνδέονται μεταξύ τους ως εξής:

Αν μια στάσιμη ροή ενδεχομένων είναι κανονική, τότε είναι απλή.

**Λήμμα Dobrushin.** Μια στάσιμη και απλή ροή ενδεχομένων πεπερασμένης έντασης είναι κανονική.

**Θεώρημα Korolyuk.** Για μια στάσιμη απλή και κανονική ροή ενδεχομένων ισχύει  $\lambda = m$ , πεπερασμένα ή άπειρα.

### Τμήση στάθμης

Η στατιστική περιγραφή των σημείων που μια στοχαστική ανέλιξη διέρχεται από μια στάθμη  $u$  βρίσκει σημαντικές εφαρμογές. Το κύριο αποτέλεσμα αφορά τον υπολογισμό της μέσης τιμής των σημείων τομής σε ένα διάστημα  $(0, T]$  για μια στάσιμη και κανονική στοχαστική ανέλιξη με μηδενική μέση τιμή και είναι το εξής:

$$E\{N(0, T]\} = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{-R''(0)}{R(0)}} e^{-\frac{u^2}{2R(0)}} \quad (\text{B9})$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις  $R_0^{(2i)} = \frac{(-1)^i}{2\pi} S_{2i}$ ,  $R_0^{(m)} = r_0^{(m)}$ ,  $S_m = 2\pi\lambda_m$ ,

$r_0^{(2i)} = (-1)^i \lambda_{2i}$ ,  $\sigma_x^2 = R(0)$  και  $\sigma_{x'}^2 = -R''(0)$  η

**Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** μπορεί να γραφεί με τις εξής ισοδύναμες μορφές

$$E\{N(0, T]\} = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{-r''(0)}{r(0)}} e^{-\frac{u^2}{2r(0)}} = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} e^{-\frac{u^2}{2\lambda_0}} = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{S_2}{S_0}} e^{-\frac{\pi u^2}{S_0}} = \frac{T}{\pi} \frac{\sigma_{x'}}{\sigma_x} e^{-\frac{u^2}{2\sigma_x^2}}$$

(B10)

Στην ανωτέρω σχέση προϋπόθεση είναι η ανέλιξη να έχει πεπερασμένη δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης στο 0, δηλαδή  $r''(0) < \infty$  ή ισοδύναμα πεπερασμένη δεύτερη φασματική ροπή, δηλαδή  $\lambda_2 < \infty$ . Αν αυτό δεν συμβαίνει η μέση τιμή των σημείων τομής είναι άπειρη.

Επίσης λόγω της στασιμότητας από την

**Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** έχουμε ότι

$$E\{N(0, T]\} = TE\{N(0, 1]\} \quad (\text{B11})$$

Τα σημεία στα οποία η ανέλιξη διέρχεται από τη στάθμη  $u$  μπορούν περαιτέρω να διακριθούν σε διελεύσεις προς τα άνω (upcrossings) και διελεύσεις προς τα κάτω (downcrossings). Συμβολίζοντας με  $E\{U(0, T]\}$  και  $E\{D(0, T]\}$  τις

μέσες τιμές των σημείων αυτών στο διάστημα  $(0, T]$  μπορεί να αποδειχθεί με την προϋπόθεση πάντα ότι  $\lambda_2 < \infty$  ότι

$$E\{U(0, T)\} = E\{D(0, T)\} = \frac{1}{2} E\{N(0, T)\} \quad (\text{B12})$$

### Διάρκεια Διαλείψεων

Ενδιαφέρον παρουσιάζει στις εφαρμογές η στατιστική περιγραφή των διαστημάτων στα οποία η ανέλιξη έχει συνεχώς τιμές υπεράνω μιας στάθμης  $u$  ή χαμηλότερα της  $u$ . Αυτά τα διαστήματα είναι διαστήματα μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων της ανέλιξης από την εν λόγω στάθμη  $u$ .

Τα διαστήματα αυτά μελετώνται στατιστικά μέσω της δεσμευμένης πιθανότητας να μην υπάρχει σημείο τμήσης της στάθμης στο διάστημα  $(0, T]$  δεδομένου ότι υπάρχει διέλευση στο σημείο  $t = 0$ . Ωστόσο με δεδομένο ότι η πιθανότητα διέλευσης στο σημείο  $t = 0$  είναι ένα ενδεχόμενο μηδενικής πιθανότητας, η δεσμευμένη αυτή πιθανότητα αναφέρεται ως προς ένα ενδεχόμενο με μηδενική πιθανότητα και άρα σπουδαίο ρόλο παίζει ο τρόπος ορισμού της.

Αν  $A, B$  είναι δύο ενδεχόμενα με το  $A$  να είναι ενδεχόμενο μηδενικής πιθανότητας, τότε ένας συνήθης τρόπος ορισμού της δεσμευμένης πιθανότητας είναι ως το όριο  $P(B | A) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B | A_n)$  εφόσον υπάρχει της ακολουθίας ενδεχομένων  $A_n$  μη μηδενικής πιθανότητας, τα οποία συγκλίνουν στο  $A$ . Ωστόσο το αποτέλεσμα εξαρτάται από τον τρόπο ορισμού της ακολουθίας  $A_n$ .

Ειδικά για τα ενδεχόμενα  $\xi(\tau) \in S$  δεσμευμένα ως προς την τμήση κάποιας στάθμης  $u$  από τη στοχαστική ανέλιξη  $\xi$  για  $t = 0$  αυτά έχουν τη δεσμευμένη πιθανότητα  $P(\xi(\tau) \in S | \xi(0) = u)$ . Θεωρούμε την ακολουθία ενδεχομένων  $u - \delta < \xi(0) \leq u$ . Αν υποθέσουμε ότι η  $\xi(0)$  έχει πυκνότητα πιθανότητας  $f(x)$  και οι  $\xi(0), \xi(\tau)$  την από κοινού πυκνότητα πιθανότητας  $f(x, y)$  τότε υπολογίζεται η πιθανότητα  $P(\xi(\tau) \in S | \xi(0) \in (u - \delta, u])$  σύμφωνα με τον κλασσικό τύπο της δεσμευμένης πιθανότητας ως

$$P(\xi(\tau) \in S | \xi(0) = u) = \frac{\int_{u-\delta}^u \int_{u-\delta}^u f(x, y) dx dy}{\int_{u-\delta}^u f(x) dx} \quad (\text{B13})$$

Παίρνοντας το όριο καθώς  $\delta \rightarrow 0$  τότε ένας τρόπος ορισμού της ζητούμενης δεσμευμένης πιθανότητας θα ήταν με την ολοκλήρωση της δεσμευμένης πυκνότητας  $f(u, y) / f(u)$  στο σύνολο  $S$ , δηλαδή

$$P_1(S | u) = P(\xi(\tau) \in S | \xi(0) = u) = \int_S \frac{f(u, y)}{f(u)} dy \quad (\text{B14})$$

Ωστόσο ο τρόπος αυτός ορισμού γνωστός και ως δέσμευση ως προς το κατακόρυφο δεν ικανοποιεί καθώς η δεσμευμένη πυκνότητα που ορίζεται με βάση τη σχέση

$$P(\xi(\tau) \in S, \xi(0) = R) = \int_R P_1(S | u) f(u) du \quad (\text{B15})$$

δηλαδή για κάθε τιμή της  $u$  χωρίς να έχουν σημασία οι μεμονωμένες τιμές, ενώ εδώ ενδιαφέρει μια συγκεκριμένη τιμή. Έτσι χρησιμοποιείται η λεγόμενη δέσμευση ως προς το οριζόντιο. Σύμφωνα με αυτήν θεωρούμε τα ενδεχόμενα  $\xi(t) = u$  για κάποιο  $t$  στο διάστημα  $[-\delta, 0]$  και ορίζουμε τη ζητούμενη δεσμευμένη πιθανότητα ως

$$P_2(S | u) = \lim_{\delta \rightarrow 0} P(\xi(\tau) \in S | \xi(t) = 0 \text{ για κάποιο } t \in [-\delta, 0]) \quad (\text{B16})$$

Η δέσμευση ως προς το οριζόντιο αποδεικνύεται ότι πληρεί επιπλέον και εργοδικές ιδιότητες, δηλαδή η εμπειρική δεσμευμένη κατανομή τείνει σε αυτήν, ενώ είναι σε άμεση σχέση με τις στάσιμες ροές ενδεχομένων. Για την ακρίβεια τα προβλήματα μελέτης των τμήσεων μιας στάθμης μιας στοχαστικής ανέλιξης ισοδυναμούν με προβλήματα εμφάνισης ενδεχομένων, που περιγράφονται με τις στάσιμες ροές ενδεχομένων, δηλαδή τις σημειακές στοχαστικές ανελίξεις.

Θεωρούμε τώρα μια στάσιμη ανέλιξη  $\xi(t)$  και ενδιαφερόμαστε για το διάστημα μεταξύ διαδοχικών τμήσεων προς τα πάνω (upcrossings) μιας στάθμης  $u$  και για το μήκος των αποδράσεων (excursion) υπεράνω της στάθμης  $u$ . Το πρόβλημα της διάρκειας διαλείψεων είναι ισοδύναμο με το μήκος των αποδράσεων χαμηλότερα μιας στάθμης κατωφλίου.

Οι τμήσεις προς τα άνω της στάθμης  $u$  αποτελούν μια στάσιμη ροή ενδεχομένων. Σύμφωνα με το θεώρημα Korolyuk η πιθανότητα τουλάχιστον μιας διέλευσης προς τα άνω στο χρόνο  $t$  δίνεται από τη σχέση

$$\omega(t) = \mu t + o(t) \quad (\text{B17})$$

όπου  $\mu$  ο μέσος ρυθμός τμήσης της στάθμης  $u$  προς τα άνω.

Συμβολίζουμε με  $U(s, t)$ ,  $D(s, t)$  και  $C(s, t)$  τον αριθμό των διελεύσεων προς τα άνω, τα κάτω και γενικά της ανέλιξης  $\xi(t)$  από τη στάθμη  $u$  στο διάστημα  $[s, t]$ . Ορίζοντας τώρα για κάποιο  $\tau > 0$  και για κάθε ακέραιο  $k \geq 0$  την ποσότητα

$$H_k(\tau, t) = P(U(-\tau, 0) \geq 1, C(0, t) \leq k) \quad (B18)$$

αποδεικνύεται ότι ο λόγος  $H_k(\tau, t) / \omega(\tau)$  τείνει σε ένα όριο καθώς  $\tau \rightarrow 0$ . Το όριο αυτό  $\Phi_k(t)$  αποτελεί τη δεσμευμένη πιθανότητα ότι δεν συμβαίνουν περισσότερες από  $k$  τμήσεις της στάθμης  $u$  στο διάστημα  $(0, t)$  δοθείσας μιας διέλευσης προς τα άνω στον χρόνο  $t = 0$ . Ορίζοντας τις ποσότητες

$$F_k(t) = 1 - \Phi_{k-1}(t) \quad (B19)$$

βλέπουμε ότι η  $F_1(t)$  αποτελεί την πιθανότητα ότι θα συμβεί τουλάχιστον μια τμήση στο διάστημα  $(0, t)$  δοθείσας της διέλευσης προς τα άνω για  $t = 0$ . Άρα είναι η πιθανότητα ότι το μήκος της απόδρασης προς τα άνω της στάθμης  $u$  δεν υπερβαίνει το χρόνο  $t$ . Επίσης η  $F_2(t)$  αποτελεί την πιθανότητα ότι θα συμβεί τουλάχιστον δύο τμήσεις στο διάστημα  $(0, t)$  δοθείσας της διέλευσης προς τα άνω για  $t = 0$ . Άρα είναι η πιθανότητα ότι το μήκος μεταξύ διαδοχικών προς τα άνω τμήσεων της στάθμης  $u$  δεν υπερβαίνει το χρόνο  $t$ .

Οι  $F_1(t)$  και  $F_2(t)$  αποδεικνύεται ότι αποτελούν κατανομές πιθανότητας. Προκειμένου να βρεθεί η έκφρασή τους ορίζονται οι ακόλουθες ποσότητες που σχετίζονται άμεσα με τη ροή των ενδεχομένων τμήσεως της στάθμης  $u$

$$\begin{aligned} u_k(t) &= P(U(0, t) = k) \\ v_k(t) &= P(\xi(0) > u, C(0, t) = k) \end{aligned} \quad (B20)$$

Για  $\tau > 0$  ισχύει

$$\begin{aligned} u_0(t) - u_0(t + \tau) &= P(U(0, t) = 0) - P(U(-\tau, t) = 0) \\ &= P(U(-\tau, 0) \geq 1, U(0, t) = 0) = H_1(\tau, t) + o(\tau) \end{aligned} \quad (B21)$$

αφού η πιθανότητα περισσότερων της μιας τμήσεως στο  $(-\tau, 0)$  είναι  $o(\tau)$ , ενώ αν υπάρχει μόνο μια διέλευση προς τα άνω στο  $(-\tau, 0)$ , τότε  $U(0, t) = 0$  αν και μόνο αν  $C(0, t) \leq 1$ . Τελικά προκύπτει με χρήση των σχέσεων για τα  $\omega(t)$  και  $\Phi_k(t)$  ότι

$$\lim_{\tau \downarrow 0} \frac{u_0(t + \tau) - u_0(t)}{\tau} = -\mu \Phi_1(t) \quad (B22)$$

οπότε χρησιμοποιώντας το συμβολισμό  $D^+u_0(t)$  για τη δεξιά παράγωγο της  $u_0(t)$  εφόσον υπάρχει προκύπτει η σχέση

$$F_2(t) = 1 + \mu^{-1}D^+u_0(t) \quad (\text{B23})$$

Αντίστοιχα για  $\tau > 0$  ισχύει

$$\begin{aligned} v_0(t) - v_0(t+\tau) &= P(\xi(0) > u, C(0, t) = 0) - P(\xi(-\tau) > u, C(-\tau, t) = 0) \\ &= P(\xi(-\tau) < u < \xi(0), C(0, t) = 0) \end{aligned} \quad (\text{B24})$$

Η τελευταία ποσότητα διαφέρει από την  $P(U(-\tau, 0) \geq 1, C(0, t) = 0)$  κατά  $o(t)$  και άρα προκύπτει ότι

$$v_0(t) - v_0(t+\tau) = H_0(\tau, t) + o(t) \quad (\text{B25})$$

οπότε σε αντιστοιχία με τα προηγούμενα καταλήγουμε στην

$$F_1(t) = 1 + \mu^{-1}D^+v_0(t) \quad (\text{B26})$$

Οι  $u_0(t)$  και  $v_0(t)$  είναι αύξουσες και μη αρνητικές, επομένως υπάρχουν τα όρια

$$u_0(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} u_0(t) \quad \text{και} \quad v_0(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} v_0(t) \quad (\text{B27})$$

Λογικά η ποσότητα  $u_0(\infty)$  αναμένεται να είναι μηδέν για τις περισσότερες περιπτώσεις. Αυτό αποδεικνύεται ότι ισχύει στην περίπτωση εργοδικών ανεξίτητων, αφού τότε αποδεικνύεται ότι  $\frac{U(0, T)}{T} \rightarrow \mu$ , καθώς  $T \rightarrow \infty$  (αντίστοιχα για τμήσεις προς τα κάτω ή γενικά τμήσεις της στάθμης). Παρόμοια αποτελέσματα ισχύουν για την  $v_0(\infty)$ .

Για τη μέση τιμή τώρα της κατανομής  $F_1$  που αντιστοιχεί στη μέση διάρκεια των διαλείψεων προκύπτει ότι

$$\int_0^{\infty} t dF_1(t) = \int_0^{\infty} (1 - F_1(t)) dt = \frac{P(\xi(0) > 0) - v_0(\infty)}{\mu} \quad (\text{B28})$$

## Παράρτημα Γ

### Βασική Θεωρία Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων (ΣΔΕ).

#### Γενικά

Οι στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις (ΣΔΕ) αποτελούν ένα σύγχρονο κλάδο των μαθηματικών με πλούσιο θεωρητικό υπόβαθρο και μια μεγάλη ποικιλία εφαρμογών. Ωστόσο η δυσκολία στην εφαρμογή των μεθόδων των ΣΔΕ σε πρακτικές εφαρμογές έγκειται στις τεχνικές λεπτομέρειες μαθηματικής φύσεως που θα πρέπει αρχικά να κατανοηθούν. Για το λόγο αυτό στο παράρτημα αυτό δίνεται μια συνοπτική περιγραφή της βασικής θεωρίας των ΣΔΕ με προσανατολισμό στις εφαρμογές, σύμφωνα με την προσέγγιση του [Sarkka 2012]. Για τη μελέτη της σχετικής θεωρίας με τη δέουσα μαθηματική αυστηρότητα ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα [Karatzas and Shreve 1991], [Oksendal 1998].

#### Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις

Εδώ θα παρουσιαστεί με συντομία το απαραίτητο υπόβαθρο από τη θεωρία των συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Μια συνήθης ΔΕ είναι μια εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι μια συνάρτηση μιας μεταβλητής και στην οποία εμφανίζονται η συνάρτηση καθώς και παράγωγοι αυτής. Η εξίσωση ισχύει για κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης. Τάξη της ΔΕ ονομάζεται η τάξη της ανωτέρας παραγώγου που εμφανίζεται στην εξίσωση. Γενικότερα η εξίσωση

$$F[t, x(t), x'(t), \dots, x^{(n)}(t)] = 0 \quad (\Gamma 1)$$

είναι μια συνήθης ΔΕ  $n$ -ιστής τάξης.

Υποθέτουμε ότι είναι πάντοτε δυνατή η επίλυση μιας ΔΕ ως προς την ανώτερη παράγωγό της, οπότε η ΔΕ

**Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** γράφεται ως

$$x^{(n)} = f(t, x, x', \dots, x^{(n-1)}) \quad (\Gamma 2)$$

Συνήθως μελετάμε εξισώσεις της μορφής (Γ2) και αυτό γίνεται κυρίως ώστε να αποφευχθεί η ασάφεια που μπορεί να ανακύψει από το γεγονός ότι μια εξίσωση της μορφής **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** μπορεί να αντιστοιχεί σε διάφορες εξισώσεις της μορφής (Γ2).

Λύση της ΔΕ (Γ2) στο διάστημα  $a < t < b$  είναι μια συνάρτηση  $x$ , τέτοια ώστε οι  $x, x', \dots, x^{(n)}$  υπάρχουν και ικανοποιούν την

$$x^{(n)}(t) = f(t, x(t), x'(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) \quad (\Gamma3)$$

για κάθε  $t$  στο  $a < t < b$ .

Εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά υποθέτουμε ότι η συνάρτηση  $x(t)$  της (Γ3) είναι μια πραγματική συνάρτηση και ενδιαφερόμαστε για την εύρεση των πραγματικών λύσεων. Τα θεμελιώδη ερωτήματα που μας απασχολούν είναι της ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης.

Η ΔΕ  $F(t, x, x', \dots, x^{(n)}) = 0$  ονομάζεται γραμμική αν η  $F$  είναι μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών  $x, x', \dots, x^{(n)}$ . Έτσι η γενική γραμμική ΔΕ  $n$  τάξης είναι η

$$a_0(t)x^{(n)} + a_1(t)x^{(n-1)} + \dots + a_n(t)x = g(t) \quad (\Gamma4)$$

Μια εξίσωση που δεν είναι της μορφής (Γ4) είναι μια μη γραμμική εξίσωση.

Η μαθηματική θεωρία και οι μέθοδοι επίλυσης γραμμικών εξισώσεων είναι πολύ ανεπτυγμένες. Αντίθετα για τις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις η θεωρία είναι πιο περίπλοκη και οι μέθοδοι επίλυσης λιγότερο ικανοποιητικές. Αν ο όρος  $g(t)$  της (Γ4) είναι μηδενικός η ΔΕ λέγεται ομογενής, διαφορετικά μη ομογενής.

Συστήματα συνήθων ΔΕ προκύπτουν συνήθως σε προβλήματα που εμπλέκονται διάφορες εξαρτημένες μεταβλητές, κάθε μια εκ των οποίων είναι συνάρτηση μιας ανεξάρτητης μεταβλητής. Τότε το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ως μια ΔΕ μιας διανυσματικής συνάρτησης μιας μεταβλητής. Θα συμβολίζουμε την ανεξάρτητη μεταβλητή με  $t$  και έστω  $x_1, x_2, x_2, \dots$  οι εξαρτημένες μεταβλητές που είναι συναρτήσεις του  $t$ . Ισοδύναμα μπορούμε να μιλάμε για την άγνωστη διανυσματική συνάρτηση  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_2(t), \dots]$ .

Τα συστήματα ΔΕ πρώτης τάξης αποκτούν ιδιαίτερη σημασία καθώς μια ΔΕ οποιασδήποτε τάξης μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα ισοδύναμο σύστημα ΔΕ πρώτης τάξης. Έτσι μια αυθαίρετη εξίσωση  $n$ -ιοστής τάξης  $y^{(n)} = F(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})$  μπορεί μάλιστα να μετασχηματιστεί σε ένα σύστημα  $n$  εξισώσεων  $\alpha'$  τάξης εισάγοντας τις μεταβλητές  $x_1, x_2, \dots, x_n$  που ορίζονται ως  $x_1 = y, x_2 = y', \dots, x_n = y^{(n-1)}$ , οπότε προκύπτει το σύστημα



$$\begin{aligned}
x'_1 &= x_2 \\
x'_2 &= x_3 \\
&\vdots \\
x'_n &= F(t, x_1, x_2, \dots, x_n)
\end{aligned}
\tag{Γ5}$$

Η γενική μορφή ενός συστήματος  $n$  εξισώσεων  $n$  τάξης είναι:

$$\begin{aligned}
x'_1 &= F_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\
x'_2 &= F_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\
&\vdots \\
x'_n &= F_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)
\end{aligned}
\tag{Γ6}$$

Το σύστημα έχει λύση στο διάστημα  $I : a < t < b$  αν υπάρχει ένα σύνολο  $n$  συναρτήσεων  $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$  διαφορίσιμων σε όλα τα σημεία του διαστήματος, οι οποίες ικανοποιούν το σύστημα σε όλα τα σημεία του διαστήματος.

Επιπρόσθετα το σύστημα μπορεί να συνοδεύεται από αρχικές συνθήκες της μορφής  $x_1(t_0) = x_1^0, x_2(t_0) = x_2^0, \dots, x_n(t_0) = x_n^0$ , όπου  $t_0$  μια καθορισμένη τιμή του  $t$  στο  $I$  και  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$  δοθέντες αριθμοί. Οι διαφορικές εξισώσεις του συστήματος με τις αρχικές συνθήκες συγκροτούν ένα πρόβλημα αρχικών τιμών.

Αν οι συναρτήσεις  $F_1, \dots, F_n$  του συστήματος (Γ6) είναι γραμμικές συναρτήσεις των  $x_1, \dots, x_n$  τότε το σύστημα είναι γραμμικό. Επίσης αν η  $n$ -ιστής τάξης ΔΕ  $y^{(n)} = F(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})$  που μετασχηματίζεται στο σύστημα (Γ5) είναι γραμμική, τότε το σύστημα **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** είναι προφανώς γραμμικό. Ένα γραμμικό σύστημα 1ης τάξης έχει τη μορφή

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{B}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}(t)
\tag{Γ7}$$

όπου  $\mathbf{B}(t)$  ο πίνακας των συντελεστών και  $\mathbf{C}(t)$  το διάνυσμα των μη ομογενών όρων. Όταν οι συντελεστές σε μια ΔΕ είναι αμετάβλητοι ως την ανεξάρτητη μεταβλητή, τότε μιλάμε για ΔΕ σταθερών συντελεστών.

Θεωρούμε τώρα την εξής γραμμική ομογενή ΔΕ 1ης τάξης

$$\frac{dx}{dt} = fx, \quad x(0) = x_0
\tag{Γ8}$$

όπου  $f$  κάποια σταθερά. Η λύση της (Γ8) υπολογίζεται εύκολα και δίνεται από τη σχέση

$$x(t) = e^{ft} x(0) \quad (\Gamma 9)$$

Αν ωστόσο ολοκληρώσουμε την (Γ8) από 0 έως  $t$  προκύπτει η σχέση

$$x(t) = x(0) + \int_0^t f x(\tau) d\tau \quad (\Gamma 10)$$

Χρησιμοποιώντας την (Γ10) διαδοχικά σε κάθε εμφάνιση της  $x(t)$  στο ολοκλήρωμα προκύπτει η σχέση

$$x(t) = \left( 1 + ft + \frac{f^2 t^2}{2!} + \frac{f^3 t^3}{3!} + L \right) x(0) \quad (\Gamma 11)$$

με τον πρώτο όρο στην παρένθεση να είναι η ανάπτυξη σε σειρά Taylor της  $e^{ft}$ .

Το αντίστοιχο ομογενές σύστημα 1ης τάξης περιγράφεται από την εξίσωση

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\Gamma 12)$$

όπου  $\mathbf{F}$  ένας πίνακας σταθερών συντελεστών. Η μεθόδευση που ακολουθήθηκε για την (Γ11) οδηγεί στην έκφραση της λύσης ως

$$\mathbf{x}(t) = \left( \mathbf{I} + \mathbf{F}t + \frac{\mathbf{F}^2 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{F}^3 t^3}{3!} + L \right) \mathbf{x}(0) \quad (\Gamma 13)$$

όπου η σειρά στον πρώτο όρο συγκλίνει και ορίζεται ως η γενίκευση της εκθετικής συνάρτησης με τη σχέση

$$e^{\mathbf{F}t} = \mathbf{I} + \mathbf{F}t + \frac{\mathbf{F}^2 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{F}^3 t^3}{3!} + L \quad (\Gamma 14)$$

οπότε η λύση εκφράζεται ως

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{F}t} \mathbf{x}(0) \quad (\Gamma 15)$$

Στην περίπτωση της γραμμικής ΔΕ με μη ομογενή όρο αυτή έχει έστω τη μορφή

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{L}w(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\Gamma 16)$$

όπου  $\mathbf{F}, \mathbf{L}$  πίνακες σταθερών συντελεστών. Με χρήση της μεθόδου του ολοκληρώνοντα παράγοντα προκύπτει η λύση της (Γ16) ως εξής:

$$e^{-Ft} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} - e^{-Ft} \mathbf{F}\mathbf{x}(t) = e^{-Ft} \mathbf{L}\mathbf{w}(t)$$

$$\frac{d}{dt} [e^{-Ft} \mathbf{x}(t)] = e^{-Ft} \mathbf{L}\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{x}(t) = e^{Ft} \mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{F(t-s)} \mathbf{L}\mathbf{w}(s) ds$$

Στην περίπτωση που οι συντελεστές δεν είναι σταθεροί η προηγούμενη μέθοδος δεν εφαρμόζεται, ωστόσο η λύση μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του θεμελιώδους πίνακα  $\Psi(t)$  ως

$$\mathbf{x}(t) = \Psi(t)\mathbf{x}(0) + \Psi(t) \int_0^t \Psi^{-1}(s) \mathbf{L}(s) \mathbf{w}(s) ds \quad (\Gamma 17)$$

Η μέθοδος του θεμελιώδη πίνακα είναι γενικότερη και περιλαμβάνει και την περίπτωση των σταθερών συντελεστών. Ο θεμελιώδης πίνακας έχει ως στήλες τις γραμμικά ανεξάρτητες λύσης της ΔΕ και άρα η γενική λύση εκφράζεται ως  $\mathbf{x}(t) = \Psi(t)\mathbf{c}$ , όπου  $\mathbf{c}$  ένα διάνυσμα, που προσδιορίζεται από την αρχική συνθήκη ως  $\mathbf{c} = \Psi^{-1}(t_0)\mathbf{x}_0$ . Περισσότερες λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν στο [Boyce and DiPrima 1992]

### Εισαγωγή στις Στοχαστικές Διαφορικές Εξισώσεις

Πολλά φαινόμενα περιγράφονται μέσω μιας ΔΕ της μορφής

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{L}(\mathbf{x}, t)\mathbf{w}(t) \quad (\Gamma 18)$$

όπου  $\mathbf{w}(t)$  ένα διάνυσμα συναρτήσεων διέγερσης. Μια μορφή στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης είναι μια ΔΕ όπως η (Γ18) στην οποία η διέγερση είναι στοχαστική. Στην περίπτωση αυτή η λύση είναι επίσης μια στοχαστική ανέλιξη. Σε κάθε πραγματοποίηση της διεγέρτριας ανέλιξης προκύπτει μια πραγματοποίηση της λύσης. Για το λόγο αυτό και καθώς η διέγερση είναι τυχαία συνήθως δεν ενδιαφερόμαστε για τις μεμονωμένες πραγματοποιήσεις, αλλά για τη στατιστική περιγραφή της λύσης στο σύνολο των πραγματοποιήσεων. Στην ορολογία των ΣΔΕ ο όρος  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  λέγεται όρος μετακίνησης (drift) και περιγράφει τη δυναμική του συστήματος, ενώ ο όρος  $\mathbf{L}(\mathbf{x}, t)$  λέγεται όρος διάχυσης (diffusion) και περιγράφει το ποσό του θορύβου που εισάγεται στο σύστημα.

Η στοχαστική διέγερση  $\mathbf{w}(t)$  συνήθως επιλέγεται ως λευκός θόρυβος  $\xi(t)$ . Ο λευκός θόρυβος είναι μια κανονική στοχαστική ανέλιξη και χαρακτηρίζεται έτσι λόγω της σταθερής τιμής φασματικής πυκνότητας ισχύος σε όλο το φάσμα. Ο λευκός θόρυβος χαρακτηρίζεται πλήρως από τις εξής ιδιότητες:

α. Οι  $\xi(t_1)$  και  $\xi(t_2)$  είναι ανεξάρτητες για  $t_1 \neq t_2$

β.  $\mathbf{M}_\xi(t) = E[\xi(t)] = \mathbf{0}$

γ.  $\mathbf{C}_\xi(t,s) = E[\xi(t)\xi^T(s)] = \delta(t-s)\mathbf{Q}$

Η ανέλιξη του λευκού θορύβου ωστόσο δεν μπορεί να οριστεί αυστηρά μαθηματικά με αυτόν τον τρόπο, καθώς είναι κανονική με άπειρη διακύμανση. Είναι στην ουσία μια γενικευμένη στοχαστική ανέλιξη, αν και η αντιμετώπισή της ως μια συνήθη ανέλιξη με τις ανωτέρω ιδιότητες οδηγεί διαισθητικά σε σωστά αποτελέσματα.

Με τα ανωτέρω υπόψη θεωρούμε την παρακάτω γραμμική ΣΔΕ με σταθερούς συντελεστές:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{L}\xi(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\Gamma 19)$$

Η αρχική συνθήκη θεωρείται στη γενική περίπτωση ως μια τ.μ., συμπεριλαμβανομένου της τετριμμένης περίπτωσης που είναι ντετερμινιστική. Αντιμετωπίζοντας φορμαλιστικά τη ΔΕ σαν να ήταν συνήθης και το λευκό θόρυβο σαν μια απλή συνάρτηση, γράφουμε τη λύση με τη μορφή

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{F}t}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{F}(t-s)}\mathbf{L}\xi(s)ds \quad (\Gamma 20)$$

Αποδεικνύεται ότι μια τέτοια επιλογή είναι στην πραγματικότητα ορθή και αυτό οφείλεται στο ότι η ΣΔΕ είναι γραμμική. Θεωρώντας την (Γ20) ως τη λύση της (Γ19) υπολογίζουμε τη μέση τιμή και τη διακύμανση της λύσης. Παίρνοντας τη μέση τιμή στην (Γ20) προκύπτει ότι

$$\mathbf{M}(t) = E[\mathbf{x}(t)] = e^{\mathbf{F}t}\mathbf{M}_0 \quad (\Gamma 21)$$

όπου  $\mathbf{M}_0$  η μέση τιμή της αρχικής συνθήκης. Ο πίνακας διακύμανσης της λύσης προκύπτει χρησιμοποιώντας την έκφραση της λύσης (Γ20) στον ορισμό της διακύμανσης  $\mathbf{C}(t) = E[(\mathbf{x}(t) - \mathbf{M}(t))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{M}(t))^T]$ , οπότε με χρήση της δέλτα συσχέτισης του λευκού θορύβου οδηγούμαστε στη σχέση

$$\mathbf{C}(t) = e^{\mathbf{F}t} \mathbf{C}(0) (e^{\mathbf{F}t})^T + \int_0^t e^{\mathbf{F}(t-s)} \mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T (e^{\mathbf{F}(t-s)})^T ds \quad (\Gamma 22)$$

όπου  $\mathbf{C}(0)$  η διακύμανση της αρχικής συνθήκης.

Παραγωγίζοντας τώρα τις (Γ21) και (Γ22) προκύπτει ότι η χρονικά μεταβαλλόμενη μέση τιμή και διακύμανση ικανοποιούν τις Δ.Ε

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}(t)}{dt} &= \mathbf{F}\mathbf{M}(t) \\ \frac{d\mathbf{C}(t)}{dt} &= \mathbf{F}\mathbf{C}(t) + \mathbf{C}(t)\mathbf{F}^T + \mathbf{L}\mathbf{Q}\mathbf{L}^T \end{aligned} \quad (\Gamma 23)$$

Η Δ.Ε. της μέσης τιμή μπορεί να προκύψει επίσης παίρνοντας τη μέση τιμή και στα δύο μέλη της ΣΔΕ **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** και εναλλάσσοντας τη σειρά του τελεστή της μέσης τιμής και της διαφορίσης λόγω της γραμμικότητας.

Ωστόσο για τη ΔΕ της συνδιακύμανσης αν κάποιος εφαρμόσει τον κανόνα της παραγωγίσης στον ορισμό της  $\mathbf{C}(t) = \mathbf{E}[(\mathbf{x}(t) - \mathbf{M}(t))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{M}(t))^T]$  θα καταλήξει σε λάθος καθώς δεν λαμβάνει υπόψη του τις ιδιότητες του στοχαστικού ολοκληρώματος, κάτι που καταδειχνει τις ιδιαιτερότητες του στοχαστικού διαφορικού λογισμού σε σχέση με το συνήθη.

### Λογισμός Ito και ΣΔΕ

Οι δυσκολίες στον αυστηρό μαθηματικό ορισμό της ΣΔΕ

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{L}(\mathbf{x}, t)\xi(t) \quad (\Gamma 24)$$

που ευριστικά αναλύθηκε προηγουμένως οφείλονται στην ιδιαιτερότητα του λευκού θορύβου, που είναι μια μη συνεχής ανέλιξη και μάλιστα μη καλά ορισμένη.

Οι δυσκολίες αυτές ξεπερνιούνται με τη θεώρηση του στοχαστικού ολοκληρώματος.

Αν φορμαλιστικά ολοκληρώσουμε την (Γ24) στο διάστημα  $(t_0, t)$  προκύπτει η ολοκληρωτική εξίσωση

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_0) = \int_{t_0}^t \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) dt + \int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t)\xi(t) dt \quad (\Gamma 25)$$

Το πρώτο ολοκλήρωμα είναι ένα ολοκλήρωμα ως προς το χρόνο που μπορεί να οριστεί σύμφωνα με τον επιθυμητό τρόπο σύγκλισης των τ.μ. ως το όριο πεπερασμένων αθροισμάτων για κάποια διαμέριση του διαστήματος ολοκλήρωσης. Το δεύτερο ολοκλήρωμα ωστόσο λόγω του ότι ο λευκός θόρυβος είναι μη φραγμένος δεν μπορεί να οριστεί με τέτοιο τρόπο. Ο αντίστοιχη μέθοδος ολοκλήρωσης με το ολοκλήρωμα Stieltjes ωστόσο, μπορεί με κατάλληλη τροποποίηση να δώσει την επιθυμητή λύση. Γράφουμε λοιπόν το ολοκλήρωμα ως

$$\int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t) \xi(t) dt = \int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t) d\mathbf{W}(t) \quad (\Gamma 26)$$

όπου  $\mathbf{W}(t)$  η κίνηση Brown ή Wiener. Η κίνηση Brown είναι η ανέλιξη που ορίζεται ως ανέλιξη με ανεξάρτητες προσαυξήσεις και επιπλέον κάθε προσαύξηση  $\Delta \mathbf{W}_k = \mathbf{W}(t_{k+1}) - \mathbf{W}(t_k)$  είναι κανονική μηδενικής μέσης τιμής και με πίνακα συνδιακύμανσης  $\mathbf{Q} \Delta t_k$  με  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ . Η κίνηση Brown είναι συνεχής μη παραγωγίσιμη, ενώ φορμαλιστικά ο λευκός θόρυβος μπορεί να θεωρηθεί ως η παράγωγος της.

Ωστόσο το νέο πρόβλημα που ανακύπτει στον ορισμό του ολοκληρώματος ως ένα όριο αθροισμάτων της μορφής

$$\int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t) d\mathbf{W}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_k \mathbf{L}(\mathbf{x}(t_k^*), t_k^*) [\mathbf{W}(t_{k+1}) - \mathbf{W}(t_k)] \quad (\Gamma 27)$$

για  $t_0 < t_1 < K < t_n$  και  $t_k^* \in [t_k, t_{k+1}]$  είναι ότι λόγω της ιδιαιτερότητας της κίνησης Brown το όριο εξαρτάται από τον τρόπο επιλογής των τιμών  $t_k^* \in [t_k, t_{k+1}]$ .

Το ολοκλήρωμα Ito παρέχει τη λύση καθώς με τη δέσμευση ότι  $t_k^* = t_k$  αποδεικνύεται ότι το όριο είναι μοναδικό. Έτσι το ολοκλήρωμα Ito ορίζεται ως

$$\int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t) d\mathbf{W}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_k \mathbf{L}(\mathbf{x}(t_k), t_k) [\mathbf{W}(t_{k+1}) - \mathbf{W}(t_k)] \quad (\Gamma 28)$$

ενώ η ΣΔΕ **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** ορίζεται ως η ΣΔΕ κατά Ito

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_0) = \int_{t_0}^t \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) dt + \int_{t_0}^t \mathbf{L}(\mathbf{x}(t), t) d\mathbf{W}(t) \quad (\Gamma 29)$$

με το ολοκλήρωμα στην (Γ29) να είναι το ολοκλήρωμα Ito. Η λύση  $\mathbf{x}(t)$  ονομάζεται ανέλιξη Ito.

Η ΣΔΕ γράφεται σε διαφορική μορφή ως

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)dt + \mathbf{L}(\mathbf{x}, t)d\mathbf{W}(t) \quad (\Gamma 30)$$

Ο λογισμός των στοχαστικών διαφορικών με χρήση του λογισμού του Ito μπορεί να συνοψιστεί στη φόρμουλα του Ito που εκφράζεται ως εξής:

#### **Φόρμουλα του Ito**

Έστω  $\mathbf{x}(t)$  μια ανέλιξη Ito και έστω μια συνάρτηση  $\varphi(\mathbf{x}(t), t)$ . Το στοχαστικό διαφορικό κατά Ito της  $\varphi$ , δηλαδή η ΣΔΕ που ικανοποιεί η  $\varphi$  δίνεται από τη σχέση

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt + \sum_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j} \right) dx_i dx_j \quad (\Gamma 31)$$

με την προϋπόθεση ότι οι μερικές παράγωγοι υπάρχουν και ότι τα διαφορικά υπολογίζονται με τους κανόνες

$$\begin{aligned} d\mathbf{x}dt &= 0 \\ dt d\mathbf{W} &= 0 \\ d\mathbf{W}d\mathbf{W}^T &= \mathbf{Q}dt \end{aligned} \quad (\Gamma 32)$$

Η φόρμουλα του Ito μπορεί να προκύψει με ανάπτυξη Taylor λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες του στοχαστικού ολοκληρώματος, ισοδύναμα της κίνησης Brown.

## Παράρτημα Δ

### Υπολογισμός του ρυθμού τμήσης στάθμης και μέσου χρόνου διακοπής.

Εδώ παρουσιάζονται για την περίπτωση κανονικών διανυσματικών στοχαστικών ανελιξων τα αποτελέσματα του υπολογισμού του ρυθμού τμήσης στάθμης (LCR, Level Crossing Rate) της συνοριακής καμπύλης  $\partial D$  ενός χωρίου  $D$ . Σε αντιστοιχία με τις πρακτικές εφαρμογές του Κεφ. 6 η ανέλιξη θεωρείται ότι αναπαριστά το λογάριθμο του λαμβανόμενου σήματος σε  $N$  ζεύξεις (το σήμα θεωρείται ότι ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή). Το χωρίο  $D$  αντιστοιχεί στην περιοχή επίτευξης αξιόπιστης επικοινωνίας στην περίπτωση συστήματος διαφορικής λήψης  $N$  τμημάτων με τη μέθοδο επιλογής του ισχυρότερου σήματος (Selection Combining) και στην περίπτωση αναγεννητικού συστήματος αναμετάδοσης (regenerative) με ζεύξη πολλαπλών τμημάτων (multihop). Ο ρυθμός τμήσης υπολογίζεται για τμήσεις εξόδου της περιοχής  $D$  (outcrossings), οπότε το σύστημα μεταπίπτει σε κατάσταση διακοπής (outage), που είναι ισοδύναμος με το ρυθμό εισόδου (incrossings) στην περιοχή διακοπής του χωρίου  $D^c$ . Ο υπολογιζόμενος ρυθμός αντιστοιχεί σε ρυθμό μετάπτωσης σε διακοπή (OR, Outage Rate). Από το ρυθμό αυτό και την πιθανότητα εύρεσης του συστήματος στην περιοχή  $D^c$  προκύπτει ο μέσος χρόνος διακοπής (AOD, Average Outage Duration). Επίσης με την ίδια μέθοδο υπολογίζεται ο ρυθμός εκτέλεσης μεταπομπών (HOR, Handoff Rate) για την περίπτωση κυψελωτού συστήματος με διαθέσιμους δύο σταθμούς βάσης, στο οποίο κάθε φορά ο χρήστης θεωρείται ότι εξυπηρετείται από το σταθμό βάσης με το υψηλότερο σήμα.

### Ρυθμός Μετάπτωσης σε Διακοπή για σύστημα $N$ -πλής διαφορικής λήψης.

Το σύστημα μεταπίπτει σε διακοπή όταν τα λαμβανόμενα σήματα και από τους  $N$  σταθμούς βάσης είναι ασθενέστερα των απαιτούμενων τιμών κατωφλίου, δηλαδή όταν  $\gamma_i \leq \gamma_{th_i}, i = 1, \dots, N$ . Σε λογαριθμική κλίμακα η συνθήκη αυτή είναι ισοδύναμη με την  $SNR_i \leq SNR_{th_i}$ , ή  $X_i \leq -FM_i$ , όπου  $FM_i = [SNR_i] - SNR_{th_i}$  το αντίστοιχο περιθώριο διάλειψης της ζεύξης  $i$  με  $[SNR_i]$  τη μέση στάθμη του λαμβανόμενου σήματος και  $X_i$  τη σκίαση.



Ο ρυθμός εξόδου από την περιοχή λειτουργίας, που οριοθετείται από το χωρίο  $D$  με σύνορο  $\partial D$  δίνεται από τη σχέση

$$\mu^+ = \int_{\partial D} E \left[ (\mathbf{n}^T \mathbf{X}'_t)^+ \mid \mathbf{X}_t = \mathbf{b} \right] p(\mathbf{b}) dl(\mathbf{b}) \quad (\Delta 1)$$

Λόγω του ότι η ανέλιξη είναι κανονική τότε οι τιμές της παραγώγου είναι ανεξάρτητες των τιμών της ανέλιξης, οπότε η **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** γίνεται

$$\mu^+ = \int_{\partial D} E \left[ (\mathbf{n}^T \mathbf{X}'_t)^+ \right] p(\mathbf{b}) dl(\mathbf{b}) \quad (\Delta 2)$$

Έστω ότι  $g(\omega) = \mathbf{n}^T \mathbf{X}'_t = f(X_1(\omega), \dots, X_N(\omega))$  και θεωρούμε το σύνολο  $A = \{\omega \in \Omega : g(\omega) \in [0, +\infty)\}$ . Τότε ισχύει

$$\begin{aligned} E \left[ (\mathbf{n}^T \mathbf{X}'_t)^+ \right] &= E(g(\omega) \mathbf{1}_A(\omega)) = \int_A g(\omega) dP(\omega) \\ &= \int_A f(X_1(\omega), \dots, X_N(\omega)) dP(\omega) = \int_{f^{-1}([0, +\infty))} f(x_1, \dots, x_N) dP_{x_1, \dots, x_N} \\ &= \int_{f^{-1}([0, +\infty))} f(x_1, \dots, x_N) p(x_1, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N \end{aligned} \quad (\Delta 3)$$

Στην περίπτωση του συστήματος  $N$ -πλής διαφορικής λήψης με μέθοδο SC η υπερεπιφάνεια  $\partial D$  αποτελείται από  $N$  υπερεπίπεδα και άρα ο ρυθμός τμήσης της υπερεπιφάνειας ισούται με το άθροισμα των επιμέρους ρυθμών τμήσης των υπερεπιπέδων. Για το υπερεπίπεδο 1 που αντιστοιχεί στη ζεύξη 1 ισχύει  $\mathbf{n}_1 = (-1, 0, \dots, 0)$  και άρα  $f(x_1, \dots, x_N) = -x_1$ . Επομένως

$$\mu_1^+ = \int_{-\infty}^0 (-x_1) p(x_1) dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} p(x_2, \dots, x_N) dx_2 \dots dx_N \quad (\Delta 4)$$

Ομοίως για το υπερεπίπεδο  $k$  που αντιστοιχεί στη ζεύξη  $k$  προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \mu_k^+ &= \int_{-\infty}^0 (-x_k) p(x_k) dx_k \cdot I_k \\ I_k &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} p(x_1, \dots, x_{k-1}, -x_k, x_{k+1}, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_{k-1} dx_{k+1} \dots dx_N \end{aligned} \quad (\Delta 5)$$

Τελικά ο ρυθμός τμήσης εξόδου ισούται με

$$\mu^+ = \sum_k \mu_k^+ \quad (\Delta 6)$$

Η σχέση **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** μπορεί περαιτέρω να απλοποιηθεί παρατηρώντας ότι

$$\int_{-\infty}^0 (-x_k) p(x_k) dx_k = \frac{\sigma_{x_k}}{\sqrt{2\pi}} \quad (\Delta 7)$$

Για μια κανονική τ.μ. μηδενικής μέσης τιμής. Επιπλέον χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της δεσμευμένης κατανομής για πολυδιάστατες κανονικές κατανομές το ολοκλήρωμα  $I_k$  μπορεί να υπολογισθεί ως

$$I_k = p_{x_k}(-FM_k) Q(-FM_1, K, -FM_{k-1}, -FM_{k+1}, K, -FM_N) \quad (\Delta 8)$$

Όπου  $Q(x_1, K, x_{k-1}, x_{k+1}, K, x_N)$  η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της  $N-1$  -διάστατης δεσμευμένης κατανομής  $p(x_1, K, x_{k-1}, x_{k+1}, K, x_N | x_k)$  η οποία μπορεί να υπολογισθεί με τεχνικές αριθμητικής ολοκλήρωσης ή με χρήση διαθέσιμων συναρτήσεων σε πακέτα υπολογισμού.

### **Ρυθμός Μετάπτωσης σε Διακοπή για ζεύξη N τμημάτων (N-hop).**

Η μέθοδος υπολογισμού του ρυθμού μετάπτωσης της ζεύξης σε διακοπή είναι αντίστοιχος με την προηγούμενη περίπτωση. Η διαφορά εδώ έγκειται στο διαφορετικό χωρίο  $D$  και τη συνοριακή επιφάνεια  $\partial D$ . Με τον ίδιο τρόπο καταλήγουμε στη **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.**, μόνο που το ολοκλήρωμα  $I_k$  υπολογίζεται για την αντίστοιχη υπερεπιφάνεια  $\partial D$  ως

$$I_k = \int_{-FM_1}^{+\infty} \int_{-FM_2}^{+\infty} \int_{-FM_{k+1}}^{+\infty} \int_{-FM_N}^{+\infty} p(x_1, K, x_{k-1}, -FM_k, x_{k+1}, \dots, x_N) dx_1 dx_{k-1} dx_{k+1} dx_N \quad (\Delta 9)$$

## Περίληψη

Αντικείμενο της Διπλωματικής Εργασίας είναι η εφαρμογή στοχαστικών μοντέλων στην μοντελοποίηση του φυσικού στρώματος σε ασύρματα επικοινωνιακά συστήματα 5ης γενιάς (5G) μέσω της χρήσης πολυδιάστατων στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων (ΣΔΕ). Ειδικότερα αντικείμενο της εργασίας αποτελεί η δυναμική στατιστική μελέτη και η πρόβλεψη του φαινομένου της σκίασης (shadowing) σε ασύρματα δίκτυα.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας που αποτελείται από τα πρώτα δύο κεφάλαια παρέχεται μια εισαγωγική περιγραφή των σύγχρονων ασύρματων δικτύων και της επίδρασης του ραδιοδιαύλου. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στα δίκτυα 5G, Στο κεφ. 4 παρουσιάζεται το δυναμικό μοντέλο για μελέτη και η πρόβλεψη του φαινομένου της σκίασης σε ασύρματα δίκτυα με χρήση ΣΔΕ. Το μοντέλο είναι σε θέση να αναπαραγάγει τη χρονική μεταβολή του φαινομένου της σκίασης σε πολλούς χρήστες λαμβάνοντας υπόψη τόσο τα στάσιμα στατιστικά χαρακτηριστικά της σκίασης όσο και τη χωρο-χρονική συσχέτιση του φαινομένου. Πρόσθετα στην περίπτωση του  $n$ -διάστατου δυναμικού μοντέλου της σκίασης παρουσιάζεται η μέθοδος μελέτης της διάρκειας των διαλείψεων με χρήση μεθόδων τμήσης στάθμης διανυσματικών ανελίξεων. Μετά τη παρουσίαση του θεωρητικού υπόβαθρου των ανωτέρω μεθόδων μελετώνται αριθμητικά παραδείγματα από σενάρια που αφορούν δίκτυα 5G. Η Διπλωματική Εργασία ολοκληρώνεται με προτάσεις για την περαιτέρω συνέχιση της έρευνας.

## **Abstract**

The main research area of the diploma thesis is the physical layer modelling of next generation radio systems using the multi-dimensional stochastic differential equations. The main subject considered in the thesis is the multidimensional stochastic modelling of correlated shadowing in wireless communication systems. The thesis consists of two parts. Chapters 1-3 that consist the first part of the thesis give a short introduction to modern wireless communication systems, their techniques and describe the impact of the radio channel, with a special emphasis on emerging 5G networks. In chapter 6 for the case of lognormal shadowing an engineering model is presented based on stochastic differential equations, that models not only the spatial correlation structure of shadowing but also its temporal dynamics. Large scale or slow fading, known also as shadowing, refers to the variations of the received signal mainly caused by obstructions, that significantly affect the available signal power at receiver's position. Although the variability of shadowing is considered mostly spatial for a given propagation environment, moving obstructions may significantly impact the received signal's strength, especially in dense environments, inducing thus a temporal variability even for the fixed users. Based on the proposed spatio-temporal shadowing field we present a computationally efficient model for the dynamics of shadowing experienced by stationary or mobile users. We also present new analytical results for the average outage duration and hand-offs based on multi-dimensional level crossings. Numerical applications are presented for the case of 5G networks. Finally, the diploma thesis is concluded with an insight to further research on the topics considered.