



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Τομέας Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ

Εφαρμογή μεθοδολογίας real option για την επέκταση
ισχύος σε συστήματα ηλεκτροπαραγωγής

του Χρήστου Νάκου

Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού & Μηχανικού Υπολογιστών,
ΕΜΠ, 2006

Επιβλέπων καθηγητής: Μιχαήλ Λουλάκης, Επίκουρος καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα Οκτώβριος 2016

Σε ότι στάθηκε εμπόδιο να φτάσω ως εδώ

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	6
2	Real Options και υποδείγματα επέκτασης παραγωγικής ικανότητας	8
2.1	Επενδυτικά μοντέλα σε μια περίοδο (one time investment models)	10
2.2	Απλοποιημένα υποδείγματα (Stylized models)	11
2.3	Εφαρμοσμένα Μοντέλα.....	12
2.4	Υποδείγματα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας - Capacity Expansion Models.....	12
2.5	Απλοποιημένα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης (Stylized models).....	13
3	Επέκταση ισχύος στην ηλεκτροπαραγωγή	16
3.1	Εισαγωγή.....	16
3.2	Το Βασικό μοντέλο	18
3.2.1	Υπόδειγμα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας σε ανταγωνιστική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας	18
3.2.2	Το στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα.....	19
3.3	Το πρόβλημα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας	21
3.4	Η μυωπική συμπεριφορά ως σύνδεσμος μεταξύ προβλημάτων στοχαστικού ελέγχου και προβλημάτων βέλτιστου χρόνου διακοπής	21
3.4.1	Μελετώντας πιο αναλυτικά την ισοδυναμία	22
3.5	Ολοκληρωσιμότητα σε υποδείγματα πολλαπλών τεχνολογιών.....	26
3.6	Αναλυτική επίλυση.....	27
3.6.1	Περίπτωση επιμερίσιμου στιγμιαίου κοινωνικού πλεονάσματος.....	27
3.6.2	Περίπτωση μη επιμερίσιμου κοινωνικού πλεονάσματος.....	30
4	Εφαρμογή της μεθοδολογίας	32
4.1	Ο ημι-αναλυτικός αλγόριθμος	34
4.2	Μελέτη περιπτώσεων.....	36
4.3	Περιγραφή δεδομένων εισόδου	36
4.3.1	Συναρτήσεις ζήτησης	36
4.3.2	Κόστη Τεχνολογιών	36
4.3.3	Εφαρμογή Monte Carlo πάνω σε πλέγμα	37
4.3.4	Παλινδρόμηση	38

4.4	Περίπτωση 2 – Το ελληνικό σύστημα.....	42
5	Συμπεράσματα.....	49
	Βιβλιογραφία.....	51
	Παράρτημα Ι.....	52

ΕΙΚΟΝΕΣ

Εικόνα 1 : η αξία της χρονικής ευελιξίας σε ένα απλό παράδειγμα	10
Εικόνα 2: Καμπύλες προσφοράς και ζήτησης για κλάδο με 4 τεχνολογίες	20
Εικόνα 3: Μεταβολή κοινωνικού πλεονάσματος – Περίπτωση I	33
Εικόνα 4: Μεταβολή κοινωνικού πλεονάσματος – Περίπτωση II	33
Εικόνα 5: Δειγματοληπτική επιλογή τριών τροχιών της κίνησης Brown ($\mu=0.05, \sigma=0.03$)	35
Εικόνα 6: Εξέλιξη ως προς Y των $m(Y, K_0)$ – Περίπτωση 1	38
Εικόνα 7: Εξέλιξη των τιμών ενεργοποίησης σε σχέση με το μ	40
Εικόνα 8 : Τυπική περίπτωση καμπύλη διάρκειας φορτίου	41
Εικόνα 9: Εξέλιξη των τιμών ενεργοποίησης σε σχέση με το σ	42
Εικόνα 10: Καμπύλη διάρκειας φορτίου και η προσέγγιση της με βηματική συνάρτηση(έτος 2030 – Περίπτωση 2)	43
Εικόνα 11: Διαχρονική μεταβολή της καμπύλης διάρκειας φορτίου(Περίπτωση 2)	44
Εικόνα 12: Εξέλιξη ως προς Y των $m(Y, K_0)$ – Περίπτωση 2α	45
Εικόνα 13 : Εξέλιξη ως προς Y των $m(Y, K_0)$ – Περίπτωση 2β	47

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 1: Στοιχεία για τη διαμόρφωση της συνάρτησης ζήτησης (Περίπτωση 1)	36
Πίνακας 2: Κόστη τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής	37
Πίνακας 3: Πίνακας των m στη δημοσίευσης αναφοράς	37
Πίνακας 4: Πίνακας των m στην εφαρμογή της μεθοδολογίας	37
Πίνακας 5: Ανάλυση δεδομένων ζήτησης –Περίπτωση 2	43
Πίνακας 6: Κόστη Τεχνολογιών – Περίπτωση 2	43
Πίνακας 7: Αναθεώρηση των συναρτήσεων ζήτησης	46
Πίνακας 8 : Αποτελέσματα περίπτωσης 2β- ελληνικό σύστημα	46

1 Εισαγωγή

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας διέρχονται διεθνώς σημαντικές αναδιαρθρώσεις που αυξάνουν τον ανταγωνισμό και εκθέτουν τις εταιρείες ηλεκτροπαραγωγής σε υψηλότερα επίπεδα ρίσκου. Η σταδιακή εγκατάλειψη του μονοπωλίου και η είσοδος νέων παικτών δίπλα στις παλιές μεγάλες καθετοποιημένες επιχειρήσεις ηλεκτροπαραγωγής και ο μετασχηματισμός του θεσμικού πλαισίου με σκοπό τη δημιουργία ανταγωνισμού διαμορφώνουν ένα πιο ασταθές πλαίσιο ως προς της λήψη επενδυτικών αποφάσεων. Ασφαλώς αυτή η αστάθεια σχετίζεται με την άρση των εξασφαλίσεων που παρείχε το θεσμικό πλαίσιο του μονοπωλίου, όπου η απουσία αγοράς και ως εκ τούτου χονδρεμπορικής τιμής ηλεκτρισμού, οδηγούσε σε απευθείας τιμολόγηση του ηλεκτρισμού κατά τέτοιον τρόπο ώστε να ανακτώνται το σύνολο του κόστους της ηλεκτροπαραγωγής.

Στο πλαίσιο που διαμορφώνεται σήμερα αφενός διατηρούνται οι αβεβαιότητες της προηγούμενης περιόδου που σχετίζονται με την εξέλιξη της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας και των τιμών των βασικών καυσίμων, κι αφετέρου οι νέες αρχιτεκτονικές αγοράς που εφαρμόζονται σε συνδυασμό με τους επιβαλλόμενους περιβαλλοντικούς περιορισμούς (π.χ, τιμή εκπομπών CO₂) καθιστούν το ζήτημα της επενδυτικής απόφασης ακόμη πιο πολύπλοκο. Αν συνυπολογίσει κανείς ότι μόνο η διεξόδυση ΑΠΕ (ανανεώσιμων πηγών ενέργειας) επιφέρει σημαντικές αβεβαιότητες όχι μόνο εξαιτίας της στοχαστικής συμπεριφοράς της παραγωγής τους αλλά κι εξαιτίας των προκλήσεων που θέτουν ως προς τη βιωσιμότητα των επενδύσεων όσον αναφορά τόσο τις ίδιες (με δεδομένο ότι τελειώνει το καθεστώς εγγυημένων τιμών που απολαμβάνουν) αλλά και για τις υπόλοιπες θερμοηλεκτρικές μονάδες (λιγνιτικές, πυρηνικές, συνδυασμένου κύκλου φυσικού αερίου κτλ).

Δύο βασικά χαρακτηριστικά των επενδύσεων ηλεκτρικής ενέργειας είναι ότι αποτελούν επενδύσεις υψηλής κεφαλαιακής έντασης και ότι είναι μη αντιστρέψιμες. Υψηλή κεφαλαιακή ένταση σημαίνει ότι το κεφάλαιο αποτελεί τον καθοριστικό παράγοντα συγκριτικά με τους υπόλοιπους συντελεστές παραγωγής ενώ η μη αντιστρεψιμότητα ορίζει την αδυναμία αλλαγής της επενδυτικής απόφασης εφόσον μπει σε καθεστώς υλοποίησης (δηλαδή εφόσον φτιαχτεί είναι αποδοτικότερο για το σύστημα να δουλέψει η μονάδα παρά να αντικατασταθεί με μια καινούρια με πιο αποδοτικά χαρακτηριστικά). Ο συνδυασμός αυτών των δύο είναι σε θέση να οδηγήσει σε διαδοχικούς κύκλους υπερεπένδυσης και αποεπένδυσης. Ωστόσο επενδυτικές συμπεριφορές που λαμβάνουν υπόψη τους την αβεβαιότητα με αποτελεσματικό τρόπο είναι σε θέση να παρέχουν μεγαλύτερη εξασφάλιση ως προς την εμφάνιση και την ένταση των κύκλων επένδυσης-αποεπένδυσης.

Οι τεχνικές αξιολόγησης επενδύσεων διαφέρουν ως προς τις μεθόδους που διαχειρίζονται την αβεβαιότητα. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζουμε στη μεθοδολογία των *real options* (εμπράγματα δικαιώματα προαίρεσης) βάσει της οποίας φιλοδοξούμε να αποτιμήσουμε τα δύο προαναφερθέντα χαρακτηριστικά. Το ενδιαφέρον

για τα real options προκύπτει εξαιτίας της σύνδεσης με τα μαθηματικά οικονομικά που χρησιμοποιούνται για την αποτίμηση χρηματιστηριακών προϊόντων και το συνοδευτικό ελκυστικό πλαίσιο δεικτών και ερμηνειών. Ως μεθοδολογία έρχεται να απαντήσει σε ερωτήματα που απαντά και ο στοχαστικός προγραμματισμός και μάλιστα με σημαντικές ομοιότητες ως προς τη δυσκολία διαχείρισης των αβεβαιοτήτων. Παρατηρείται εκθετική αύξηση της δυσκολίας επίλυσης όσο αυξάνεται ο βαθμός αβεβαιότητας του προβλήματος προς μελέτη.

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια εγκυκλοπαιδική αναφορά στις τεχνικές με τις οποίες παραδοσιακά αξιολογούνται οι επενδύσεις και ορίζουμε το γενικό τύπο προβλημάτων που διαχειρίζεται η μεθοδολογία real option. Στο Κεφάλαιο 3 χρησιμοποιούμε τα real options με σκοπό τη μελέτη του προβλήματος επέκτασης ισχύος σε σύστημα ηλεκτροπαραγωγής. Αρχικά διατυπώνεται το πρόβλημα ως πρόβλημα στοχαστικού ελέγχου όπου η μεταβλητή ελέγχου απαιτείται να είναι αύξουσα (αντανακλώντας την ιδιότητα της μη αντιστρεψιμότητας). Θεωρούμε ότι η τιμή ηλεκτρισμού καθορίζεται ενδογενώς επηρεαζόμενη από τις επενδύσεις κι όχι εξωγενώς. Το πρόβλημα της επέκτασης ισχύος παρουσιάζεται ως μαθηματικό πρόγραμμα μεγιστοποίησης του κοινωνικού πλεονάσματος σε συμβατότητα με ότι περιγράφει η οικονομική θεωρία. Εντοπίζουμε τις διαφορές του προβλήματος όσον αφορά την ηλεκτροπαραγωγή και καταλήγουμε στη διαμόρφωση ενός προβλήματος που παρουσιάζει προκλήσεις σχετικά με την εφαρμογή της μεθοδολογίας real options. Εξετάζεται το πρόβλημα για μια μόνο τεχνολογία και διαπιστώνεται η σύνδεση του προβλήματος στοχαστικού ελέγχου με μια αλληλουχία προβλημάτων βέλτιστου χρόνου διακοπής μέσω της βελτιστότητας της μυωπικής συμπεριφοράς. Έπειτα ελέγχουμε τις συνθήκες που αφορούν στο πρόβλημα επέκτασης ισχύος στην ηλεκτροπαραγωγή για να διαπιστώσουμε ότι η μυωπική συμπεριφορά δε μπορεί να αποδειχθεί βέλτιστη σε αυτό το πλαίσιο. Τέλος προτείνεται μια προσέγγιση που διακλαδίζεται αφενός θεωρώντας το κοινωνικό πλεόνασμα προσθετικά επιμερίσιμο και αφετέρου μη προσθετικά επιμερίσιμο. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφεται η εφαρμογή της μεθοδολογίας σε συγκεκριμένα παραδείγματα όπως περιγράφονται στη δημοσίευση αναφοράς [Gahungu and Smeers 2012], εξηγούμε τις διαφορές και ταυτόχρονα προχωράμε σε μια – ποιοτική περισσότερο- εφαρμογή της μεθοδολογίας στο ελληνικό σύστημα.

2 Real Options και υποδείγματα επέκτασης παραγωγικής ικανότητας

Η θεωρία των **εμπράγματος δικαιωμάτων προαίρεσης (real options)** προτείνει κριτήρια επένδυσης υπό αβεβαιότητα συνυπολογίζοντας τόσο τη *μη αντιστρεψιμότητα* αλλά και τη *χρονική ευελιξία* πραγματοποίησης τους. Η ορολογία real options έχει προκύψει ως αποτέλεσμα της εφαρμογής τεχνικών αποτίμησης δικαιωμάτων προαίρεσης συνεχούς χρόνου (continuous time option pricing techniques), του τύπου Black - Scholes σε εμπράγματα περιουσιακά στοιχεία(real assets).

Ένα εμπράγματο δικαίωμα προαίρεσης είναι το δικαίωμα ανάληψης επιχειρηματικών πρωτοβουλιών, όπως η αναβολή, η εγκατάλειψη, η επέκταση, η έγκριση και υλοποίηση ενός έργου και της αντίστοιχης κεφαλαιακής επένδυσης. Επί παραδείγματι, η δυνατότητα να επενδύσει κανείς στην επέκταση της δυναμικότητας ενός εργοστασίου παραγωγής ενός αγαθού, μπορεί να ειπωθεί ως εμπράγματο δικαίωμα - κι όχι υποχρέωση - αγοράς (real call option), ενώ η πώληση του ίδιου εργοστασίου ως εμπράγματο δικαίωμα - κι όχι υποχρέωση - πώλησης (real put option).

Οι παραδοσιακές μέθοδοι αξιολόγησης επενδύσεων βασίζονται στην εκτίμηση και αναγωγή σε Παρούσα Αξία (ΠΑ) των μελλοντικών χρηματοροών της επένδυσης. Δε διαθέτουν ουσιαστικά στοιχεία που αφορούν τη διαδικασία αξιοποίησης επενδυτικών ευκαιριών. Για παράδειγμα απουσιάζει η δυνατότητα ενδογενούς αναπαράστασης και διαχείρισης της ευελιξίας, δηλαδή αναίρεσης ή μεταβολής αποφάσεων σε σχέση με την εξέλιξη της αβεβαιότητας ως προς το μέγεθος παραμέτρων κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα αξιολόγησης της επένδυσης.

Πλεονεκτήματα των παραδοσιακών μεθόδων αξιολόγησης επενδύσεων θεωρούνται η απλότητα και η συνεκτικότητά τους, η αγνόηση των υποκειμενικών στάσεων ως προς την ανάληψη ρίσκου, η δυνατότητα ποσοτικοποιημένων αποτελεσμάτων μέτριας κατά μέσο όρο ακρίβειας στη βάση ενός συγκεκριμένου οικονομικού σκεπτικού, η ευρεία κατανόηση και αποδοχή τους καθώς και η ευκολία ερμηνείας των αποτελεσμάτων τους. Αντίθετα παρουσιάζουν μειονεκτήματα σε σχέση με την αναπαράσταση της πραγματικής διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η απόφαση λαμβάνεται αποκλειστικά σε συγκεκριμένο χρόνο, υπό μορφή παραδοχής, αγνοώντας το δυναμικό πλαίσιο μέσα από το οποίο προκύπτει η απόφαση. Με τις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης η δυνατότητα αναβολής ή και ακύρωσης της προς εξέταση επένδυσης μπορεί να μελετηθεί μόνο υπό μορφή σεναρίων. Η εκτίμηση των χρηματοροών πραγματοποιείται εξωγενώς, υπό την έννοια ότι δεν εμπίπτουν σε κάποιας μορφής βελτιστοποίηση που να αναπαριστά ενδογενώς τη στοχαστικότητα δεδομένων παραμέτρων του προβλήματος. Στην τελευταία περίπτωση η απόφαση προκύπτει ως αποτέλεσμα κι όχι ως παραδοχή.

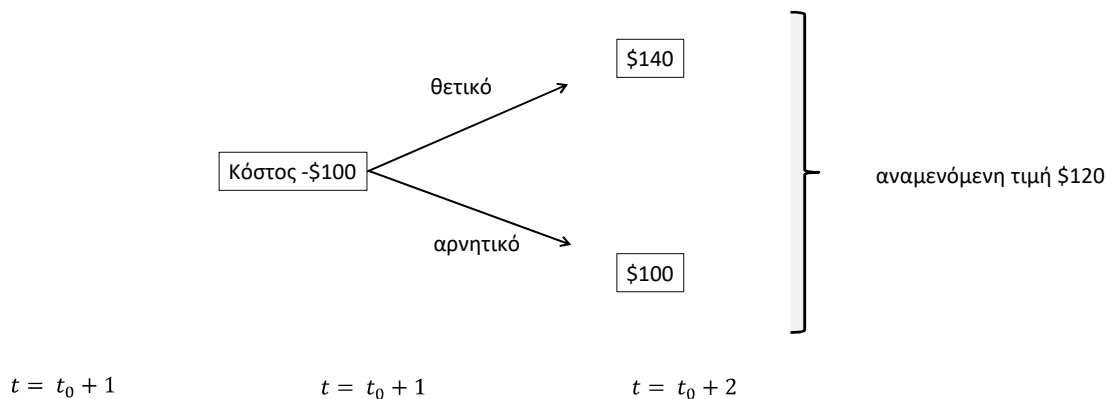
Η χρήση των real option ως βασικού μεθοδολογικού εργαλείου, προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα κατά τη διαδικασία λήψης επενδυτικών αποφάσεων. Προσεγγίζει με μεγαλύτερο ρεαλισμό τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, βασίζεται στη βελτιστοποίηση ενώ ταυτόχρονα δίνει τη δυνατότητα ενδογενούς διαχείρισης της αβεβαιότητας. Με άλλα λόγια το αποτέλεσμα είναι βέλτιστοι επενδυτικοί κανόνες. Ενώ στις παραδοσιακές μεθόδους αξιολόγησης δίνουμε τις προϋποθέσεις της προς εξέτασης επένδυσης και προκύπτει η Καθαρή Παρούσα Αξία (ΚΠΑ), η μεθοδολογία των δικαιωμάτων

προαίρεσης μας οδηγεί στις προϋποθέσεις που πρέπει να υπάρχουν ώστε να αποκτή η επένδυση νόημα από την σκοπιά της οικονομίας.

Θα μπορούσε κανείς να αντιτείνει ότι συνδυαστική και εντατικότερη χρήση των παλαιών μεθοδολογιών μπορεί να προσεγγίσει την αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας των real option. Αν και κάτι τέτοιο δεν αποκλείεται να συμβεί, κατ' ελάχιστο η μεθοδολογία real option για επενδύσεις στρατηγικού χαρακτήρα, για επενδύσεις δηλαδή κατά κανόνα κεφαλαιακής έντασης που χαρακτηρίζονται από σημαντική αβεβαιότητα ως προς την απόσβεση των κεφαλαίων, κρίνεται ανώτερη. Τούτο δε εξαιτίας της ευελιξίας που παρέχει σε σχέση με το χρόνο πραγματοποίησης της επένδυσης αλλά και της ενδογενούς διαχείρισης της στοχαστικότητας.

Υπάρχουν στο διαδίκτυο πηγές (Jonathan Mun, 2006) όπου μπορεί κανείς να βρει μια απλουστευμένη επιχειρηματολογία σχετικά με την έκταση της πληρότητας της μεθοδολογίας real options. Για λόγους συγκριτικής κατανόησης, παραθέτουμε σχετικό παράδειγμα στην Εικόνα 1 που αναδεικνύει τις διαφορές στο βασικό πυρήνα της σύλληψης των δύο μεθοδολογιών. Ας υποθεθεί ότι υπάρχει μια συγκεκριμένη στρατηγική επενδύσεων που κοστίζει 100€ ενώ υπάρχει η προσδοκία απόδοσης κατά μέσο όρο της τάξης των 120€ εντός ενός έτους μετά από πραγματοποίηση της επένδυσης. Ανάγοντας το τίμημα της απόδοσης στην Καθαρή Παρούσα Αξία κατά τη στιγμή της επένδυσης, προκύπτει να είναι 4.3\$, έχοντας υποθέσει 15% επιτόκιο αναγωγής. Η διαφορά του κόστους από την απόδοση είναι θετική. Ως εκ τούτου, με βάση το κριτήριο της ΚΠΑ, η επένδυση αξιολογείται θετικά. Ας υποθέσουμε τώρα ότι υπάρχει η δυνατότητα αναβολής της επένδυσης για ένα χρόνο και ότι ισχύουν δύο ίσης πιθανότητας σενάρια υποθετικών αποδόσεων: ένα των 100\$ και ένα των 140\$ αντίστοιχα. Πλέον η απόφαση θα ληφθεί σε χρόνο $t+1$ κι αν επαληθευθεί το αρνητικό σενάριο η επένδυση δε θα πραγματοποιηθεί ενώ αν επαληθευθεί το θετικό σενάριο η επένδυση θα αποδώσει \$10.6. Το απλοϊκό αυτό παράδειγμα αναδεικνύει την αξία της ευελιξίας ($10.6 - 4.3 = 6.3$), δηλαδή της αναμονής με σκοπό την αποδοτικότερη διαχείριση των στοιχείων αβεβαιότητας. Για λόγους πληρότητας οφείλουμε να διευκρινίσουμε ότι σε περίπτωση επαλήθευσης του θετικού σεναρίου η ετήσια αναβολή της επένδυσης σημαίνει και απώλεια των κερδών που θα προέκυπταν στην περίπτωση που δεν είχε αναβληθεί.

Εικόνα 1 : η αξία της χρονικής ευελιξίας σε ένα απλό παράδειγμα



$$\text{ΚΠΑ} = \frac{140}{1.15^2} - \frac{100}{1.05} = \$10.6$$

Τα υποδείγματα real options διακρίνονται ανάλογα με τον τρόπο που χειρίζονται τις διαδικασίες παραγωγής τιμών. Στην περίπτωση που η διαδικασία πραγματοποιείται εξωγενώς έχουμε τα **υποδείγματα επενδύσεων σε μια περίοδο** (one-time investment models)[McDonald and Siegel, 1986; Abadie and Chamorro,2008b;Siddiqui and Fleten,2010] ενώ αν κι εφόσον οι τιμές παράγονται δυναμικά σε αλληλεπίδραση με τη δραστηριότητα του προς μελέτη κλάδου παραγωγής, τότε έχουμε τα **υποδείγματα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας (capacity expansion models)**[Pindyck,1988, Leahy, 1993; Grenadier,1993]

Αν χρησιμοποιηθεί το κριτήριο της μεθοδολογίας, τότε τα υποδείγματα **real options** διακρίνονται σε **απλοποιημένα (stylized)**[Siddiqui and Fleten,2010] και σε εφαρμοσμένα (**applied**)[Abadie and Chamorro,2008b;]. Τα απλοποιημένα υποδείγματα κάνουν χρήση στοχαστικών ανελιξεων συνεχούς χρόνου και βασίζονται σε απλοποιημένες αρχιτεκτονικές ώστε να καταλήξουν σε κανόνες επένδυσης αναλυτικής (κλειστής) μορφής [Dixit andPindyck,1994]. Τα εφαρμοσμένα real option υποδείγματα κάνουν χρήση στοχαστικών ανελιξεων διακριτού χρόνου και βασίζονται κυρίως σε μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης και δυναμικού προγραμματισμού.

2.1 Επενδυτικά μοντέλα σε μια περίοδο (one time investment models)

Θεωρούμε σε ένα μοναδικό περιουσιακό στοιχείο (asset) του οποίου η τιμή χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα και για το οποίο γίνεται η παραδοχή ότι γνωρίζουμε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μελλοντικής του αξίας. Η ύπαρξη θετικής Καθαρής Παρούσας Αξίας αποτελεί αναγκαία συνθήκη για την αγορά του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου. Δεν είναι όμως και ικανή, στο βαθμό που η επένδυση δεν είναι πλήρως αντιστρέψιμη ενώ υπάρχει δυνατότητα αναβολής της. Η σύζευξη της μη αντιστρεψιμότητας καθώς και της χρονικής ευελιξίας απαιτεί συνετές αποφάσεις: πρόωμη πραγματοποίηση της επένδυσης αυξάνει την έκθεση σε ζημιές, αν οι θεωρούμενοι παράγοντες αβεβαιότητας εξελιχθούν αρνητικά, ενώ καθυστερημένη πραγματοποίηση της επένδυσης θα σημαίνει απώλεια εσόδων, ιδιαίτερα στην περίπτωση που οι παράγοντες αβεβαιότητας εξελιχθούν θετικά. Τελικά, ένας επενδυτικός κανόνας είναι

αυτός που παρέχει τη βέλτιστη αντιστάθμιση μεταξύ αναμονής για λόγους μεγαλύτερης εξασφάλισης της επένδυσης και μεταξύ υλοποίησης για αμεσότερη αξιοποίηση των εσόδων που θα προκύψουν. Εν τέλει, ο βέλτιστος αυτός κανόνας προϋποθέτει ότι η Καθαρή Παρούσα Αξία της υποψήφιας επένδυσης είναι τόσο μεγαλύτερη από το μηδέν όσο τουλάχιστο και η αξία της επιλογής για αναμονή.

Οφείλει να σημειωθεί ότι κύρια παραδοχή των υποδειγμάτων real option σε μια περίοδο, είναι ότι η επιχείρηση που διαπραγματεύεται την υλοποίηση της επένδυσης δεν είναι σε θέση να επηρεάσει την τιμή του περιουσιακού στοιχείου. Αυτό συμβαίνει γιατί υποθέτουμε ότι επικρατούν συνθήκες τέλει ανταγωνισμού και ως εκ τούτου η επιχείρηση αδυνατεί να χειραγωγήσει τις τιμές. Ωστόσο αυτή η παραδοχή δεν βρίσκεται πάντα σε ισχύ σε πολλά παραδείγματα πραγματικών αγορών, καθώς είτε αυτή είτε κάποια άλλη επιχείρηση διαθέτουν μονοπωλιακή ισχύ. Σε αυτές τις περιπτώσεις υποδείγματα του τύπου “σε-μια-περίοδο” ενέχουν τον κίνδυνο υπερτίμησης των πραγματικών αποδόσεων της επένδυσης.

2.2 Απλοποιημένα υποδείγματα (Stylized models)

Τα απλοποιημένα υποδείγματα προτείνουν απλούς επενδυτικούς κανόνες για περιπτώσεις που σχετίζονται με κατάστρωση προβλημάτων των υποδειγμάτων «σε-μια-περίοδο» και που στο στοχαστικό λογισμό μπορούν να ερμηνευθούν ως προβλήματα βέλτιστης στάσης (optimal stopping problems). Η λύση των προβλημάτων αυτών προκύπτει κατά κανόνα αναλυτικά.

Ας θεωρήσουμε, για παράδειγμα, ένα εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με ροή κερδών $\pi : \mathfrak{R}^{n+m} \rightarrow \mathfrak{R}, n, m \geq 0$ που δίνεται ως εξής:

$$\pi(X) = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{j=n+1}^m X_j \quad (2.1)$$

Δηλαδή: η ροή κερδών προκύπτει ως η διαφορά μεταξύ κάποιων τιμών οι οποίες αναπαρίστανται ως $X_i, i = 1, \dots, n$ ενώ τα λειτουργικά κόστη του σταθμού παραγωγής αναπαρίστανται ως $X_j, j = n + 1, \dots, m$. Τόσο τα κόστη όσο και οι τιμές υπόκεινται σε αβεβαιότητα ως προς το ύψος πραγματοποίησής τους. Συνεπώς, προϊόντος του χρόνου, η $X_s : \mathfrak{R}_+ \times \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^{n+m}$ αντιμετωπίζεται ως μια $(n+m)$ -διαστάσεων στοχαστική ανέλιξη. Είναι σύνηθες στη θεωρία των εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης (real options) η αναπαράσταση της πολυδιάστατης ανέλιξης X με μια ανέλιξη Itô (Itô diffusion) και δηλώνεται ως \mathbb{E}^x η αναμενόμενη τιμή υπό το παραγόμενο μέτρο πιθανότητας της ανέλιξης X_s με σημείο εκκίνησης το X , ή αλλιώς $\mathbb{E}^x[f(X_s)] = \mathbb{E}[f(X_s)|X_0 = x]$. Αν επιπλέον υποθεθεί ότι τα μελλοντικά κέρδη θα αναχθούν κατά τον θετικό ρυθμό ρ , τότε η ΚΠΑ του σταθμού με την (πολυδιάστατη τιμή) $x \in \mathfrak{R}^{n+m}$ είναι :

$$NPV(x) \triangleq \mathbb{E}^x \left[\int_0^\infty e^{-\rho s} \pi(X_s(\omega)) ds \right] \quad (2.2)$$

Εναλλακτικά, η βέλτιστη επιλογή του χρόνου της επένδυσης στο συγκεκριμένο σταθμό παραγωγής, μπορεί να ειπωθεί ως η λύση του προβλήματος βέλτιστης στάσης/χρόνου διακοπής που διατυπώνεται ως εξής:

$$\tau^*(x, \omega) = \operatorname{argsup}_{\tau \in S} \mathbb{E}^x [e^{-\rho \tau} NPV(X_\tau(\omega))] \quad \forall x \in \mathfrak{R}^{n+m} \quad (2.3)$$

όπου S είναι το σύνολο των χρόνων στάσης.

Το πρόβλημα βέλτιστης στάσης έχει μια απλή συνάρτηση ανταμοιβής (reward function). Προβλήματα του παραπάνω τύπου, τα οποία διαπραγματεύονται ένα μοναδικό περιουσιακό στοιχείο, δηλαδή όταν ισχύει $n = m = 1$ ένα εκ των X_1, X_2 ντετερμινιστικά ορισμένο, μπορούν να λυθούν αναλυτικά για απλές περιπτώσεις στοχαστικών ανελίξεων.. Ωστόσο, στη γενική περίπτωση που η τιμή αναπαρίσταται ως πολυδιάστατο διάνυσμα στοχαστικού χαρακτήρα δεν έχει παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία αναλυτική λύση σχετικά με τα προβλήματα βέλτιστης στάσης. Έχει βρεθεί λύση στην περίπτωση που $n = m = 1$ και όταν X_1, X_2 αναπαρίστανται με τη μορφή γεωμετρικών κινήσεων Brown. Για γενικές τιμές των n, m η πρόσφατη θεωρία πάνω στα προβλήματα βέλτιστης στάσης προσφέρει τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες για άμεση επένδυση και μόνον για αβεβαιότητα που αναπαρίσταται υπό τη μορφή της γεωμετρικής κίνησης Brown. [Gahungu, 2011]

Επιπλέον, στην περίπτωση περισσότερο πολύπλοκων συναρτήσεων κέρδους από τη (2.1) ο υπολογισμός της (2.2) γίνεται ιδιαίτερα δύσκολος, ιδιαίτερα για στοχαστικές ανελίξεις διάφορες της γεωμετρικής κίνησης Brown.

Πέραν των απλοποιημένων υποδειγμάτων η εύρεση αναλυτικής λύσης για πρακτικά προβλήματα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας είναι σπάνια.

2.3 Εφαρμοσμένα Μοντέλα

Εφαρμοσμένα Μοντέλα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης-real options έχουν κατά βάση αναπτυχθεί για την αξιολόγηση επενδύσεων σταθμών ηλεκτρικής ενέργειας. Βασίζονται σε μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων, σε συνδυασμό με τεχνικές δυναμικού προγραμματισμού. Λόγω της κατασκευής τους, τα υποδείγματα αυτά παρουσιάζουν μια εκθετική αύξηση της υπολογιστικής δυσκολίας επίλυσης όσο εκτείνονται οι διαστάσεις του προβλήματος που μελετώνται στοχαστικά

2.4 Υποδείγματα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας - Capacity Expansion Models

Τμήμα της θεωρίας των εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης - real options αποτελεί και η συγκρότηση υποδειγμάτων ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας υπό αβεβαιότητα. Στο πλαίσιο των υποδειγμάτων ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας, η επιχείρηση θέλει να γνωρίζει πότε και σε τί ποσότητες είναι βέλτιστο να επενδύσει, έχοντας συμπεριλάβει στην ανάλυση τις επιπτώσεις που θα έχει η επένδυση στη διαμόρφωση της τιμής του αγαθού, εξαιτίας αλλαγών στο ύψος της συνολικής παραγωγικής ικανότητας(υπό την κατοχή της ή και όχι) του συγκεκριμένου αγαθού.

Σε αγορές μονοπωλιακού τύπου, τα υποδείγματα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας κρίνονται απαραίτητα για τον ορθό σχεδιασμό των επενδύσεων. Αύξηση της παραγωγής και κατ' επέκταση και της παραγωγικής ικανότητας (ισχύος) οφείλει να αντισταθμίζεται από αντίστοιχη αύξηση των πωλήσεων ώστε το καθαρό οριακό κέρδος να είναι θετικό. Ωστόσο όταν υπολογιστεί η αβεβαιότητα κι εφόσον θεωρηθεί δυνατότητα ευελιξίας ως

προς τη χρονική επιλογή της επένδυσης¹, τότε η συνθήκη βέλτιστου της επένδυσης μεταβάλλεται ώστε το καθαρό οριακό κέρδος να ξεπερνά ένα συγκεκριμένο θετικό κατώφλι. Το ύψος του κατωφλίου (premium) προσδιορίζεται μέσω των real options.

Στην περίπτωση αγορών όπου οι ανταγωνιστές αλληλεπιδρούν, η συνθήκη βέλτιστου μεταβάλλεται καθώς η προϋπόθεση για θετικό κατώφλι στο καθαρό οριακό κέρδος αμφισβητείται. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας των εγγενών στον τέλει ανταγωνισμό ενισχυμένων κινήτρων προαγοράς (preemption). Αν και μια τέτοια ανάλυση εμπίπτει στο πεδίο της θεωρίας παιγνίων, η οικονομική διαίσθηση υποδεικνύει ότι με την εξέλιξη του ανταγωνισμού, οι συμμετέχοντες στην αγορά είναι διατεθειμένοι να αναλάβουν μεγαλύτερους κινδύνους, σε σύγκριση με την περίπτωση του μονοπωλίου, με αποτέλεσμα το θετικό κατώφλι να τείνει στο μηδέν, άρα και το καθαρό οριακό κέρδος. Ισοδύναμα σημαίνει μηδενική χρονική αναμονή από τη στιγμή που το καθαρό οριακό κέρδος είναι μεγαλύτερο του μηδενός. Ως εκ τούτων, να μεν στην περίπτωση του τέλει ανταγωνισμού η αξία της χρονικής αναμονής μηδενίζεται σε περίπτωση θετικού καθαρού οριακού κέρδους αλλά η βέλτιστη επένδυση πραγματοποιείται σε *συνθήκη μηδενικής αξίας*. Με άλλη διατύπωση, σε επίπεδα τιμών τέτοια, ώστε η ΚΠΑ της επένδυσης να είναι μηδέν, κάτι που σε καμία περίπτωση δεν ισοδυναμεί με την περίπτωση μηδενικού καθαρού οριακού κέρδους (καθώς δεν επιτρέπει προοπτικά την ανάκτηση των παγίων).

Υιοθετώντας την παραδοχή του τέλει ανταγωνισμού, και παρά την πολυπλοκότητα των μηχανισμών ισορροπίας των αγορών, τα *απλοποιημένα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης για την ανάπτυξη της παραγωγικής ικανότητας (stylized real option capacity expansion models)* είναι, συνήθως, σε θέση να δώσουν βέλτιστους επενδυτικούς κανόνες σε αναλυτική μορφή και ικανοποιητική απλότητα. Αντίθετα, *υποδείγματα ανάπτυξης της παραγωγικής ικανότητας που βασίζονται στη βελτιστοποίηση* αποδεικνύονται στην πράξη δυσεπίλυτα από υπολογιστική σκοπιά.

Συνδετήρια παραδοχή των υποδειγμάτων ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας, αποτελεί η αξίωση πως ο μέσος συμμετέχων στην αγορά, ή με άλλη διατύπωση ο κεντρικός διαχειριστής, γνωρίζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μελλοντικών τιμών σε συσχέτιση με το μέσο επίπεδο παραγωγής. Το κυριότερο πλεονέκτημα των υποδειγμάτων ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας είναι ότι λαμβάνουν υπόψη το γεγονός της διαμόρφωσης των τιμών δυναμικά μέσω του μηχανισμού προσφοράς και ζήτησης.

2.5 Απλοποιημένα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης (Stylized models)

Τα απλοποιημένα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης για την ανάπτυξη της παραγωγικής ικανότητας, προσφέρουν τη δυνατότητα διερεύνησης και ορισμού επενδυτικών κανόνων αναλυτικής μορφής. Τμήμα αυτών των μοντέλων και, ιδιαίτερα όσον αφορά σε κλάδους που παρουσιάζουν φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας, συχνά εμφανίζουν ως βέλτιστη τη μυωπική συμπεριφορά, δηλαδή τη συμπεριφορά όπου οι συμμετέχοντες στην αγορά αγνοούν τόσο πιθανές κινήσεις των ανταγωνιστών όσο και πιθανές μελλοντικές δικές τους όταν δοθούν τη δικιά τους διαδικασία λήψης αποφάσεων.

¹ εκ παραδοχής μερικώς μη αναστρέψιμης

Ακολουθεί η τυπική κατάσταση ενός υποδείγματος εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης για την ανάπτυξη της παραγωγικής ικανότητας real option capacity expansion, με ένα σύνολο \mathbb{K} από υποψήφιες τεχνολογίες προς επένδυση. Επιλέγουμε τον κλάδο της ηλεκτροπαραγωγής και θεωρούμε ότι στη συγκεκριμένη αγορά δραστηριοποιείται ένας συμμετέχων αποκλειστικά, ο οποίος είναι σε θέση να χρησιμοποιήσει διαφορετικές τεχνολογίες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Η παραγωγή στο χρόνο s δίνεται από το διάνυσμα:

$$q_s = (q_s(1), \dots, q_s(n)) \in \mathbb{R}_+^n,$$

Όπου n ο πληθάρθρωμος του \mathbb{K} . Η αθροιστική παραγωγή είναι $\sum_{j=1}^n q_s(j)$. Ισχύει, σχεδόν πάντα, η παραδοχή ότι η κατάσταση του συστήματος στο χρόνο s , περιγράφεται από μία πολυδιάστατη ανέλιξη $I_t^0 X_s(\omega) : \Omega \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$. Το διάνυσμα X αναπαριστά τιμές και κόστη, δηλαδή τα κέρδη, που επηρεάζουν το πρόγραμμα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας του μοναδικού συμμετέχοντα στην αγορά. Θεωρούμε ακόμη ότι οι χρηματοροές δίνονται από τη συνάρτηση $\Phi(X_s(\omega), s, q_s) : \Omega \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι συνεχώς δυο φορές διαφορίσιμη ως προς X , συνεχώς διαφορίσιμη και κοίλη ως προς q . Επιπλέον θεωρούμε ότι η παραγωγή πραγματοποιείται αξιοποιώντας πλήρως τη δεδομένη παραγωγική ικανότητα του κλάδου, ως εκ τούτου το q_s είναι η εγκατεστημένη παραγωγική ικανότητα. Επιπρόσθετα, η πραγματοποιηθείσα επένδυση θεωρείται μη αναστρέψιμη, παραδοχή που συνιστά την q_s αύξουσα, με το ακόλουθο μοναδιαίο κόστος $\{I(X(\omega), s) : \Omega \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^k$. Τέλος, θεωρούμε, τον συμμετέχοντα στην αγορά ουδέτερο ως προς την ανάληψη κινδύνων (risk neutral). Συνεπώς, όσο ο συμμετέχων στην αγορά παρακολουθεί την $X_s(\omega)$, αναπτύσσει την παραγωγική του ικανότητα q_s με στόχο τη μεγιστοποίηση των προσδοκώμενων αναγομένων στο χρόνο χρηματοροών. Με άλλη διατύπωση, η $q(s)$ είναι στοχαστική ανέλιξη F_s - μετρήσιμη και από αριστερά συνεχής. Αν θεωρήσουμε μη πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα, τότε το πρόβλημα στοχαστικού ελέγχου που λύνει ο (μοναδικός) συμμετέχων στην αγορά είναι το ακόλουθο.

$$V(q, x) = \sup_{q_s, s \geq 0} \mathbb{E}^x \left[\int_0^\infty \Phi(X(\omega), q_s) e^{-\rho s} ds - \int_0^\infty I_+^T(X(\omega)) e^{-\rho s} dq_s^+ \right]$$

υπό τον περιορισμό

$$q_s = \int_0^s dq_t^+, \text{ δηλαδή αριστερά συνεχής και αύξουσα}$$

Για μια κατηγορία των υποδειγμάτων εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης που αφορούν στην ανάπτυξη παραγωγικής ικανότητας και λειτουργούν με φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας θεωρείται βέλτιστη η υιοθέτηση μωωπικής πολιτικής. Μωωπική πολιτική θεωρούμε τη συμπεριφορά ενός δρώντα στην αγορά βάσει της οποίας αποφασίζει λαμβάνοντας υπόψη μόνο την πιθανή επόμενη δικιά του κίνηση, αγνοώντας σκόπιμα τόσο το χρονικό διάστημα μετά την πιθανή δικιά του απόφαση όσο και κάθε πιθανή επόμενη κίνηση των ανταγωνιστών του. Όσο περισσότερο εντείνεται ο ανταγωνισμός τόσο περισσότερο μειώνεται η αξία του δικαιώματος προαίρεσης για αναμονή αλλά ταυτόχρονα μειώνεται και η αξία μελλοντικών κερδών, με αποτέλεσμα το σημείο ενεργοποίησης της επένδυσης (investment trigger) να μην μεταβάλλεται από εκείνο του – μωωπικά ενεργούντα- συμμετέχοντα στην αγορά. Αν και το συγκεκριμένο σημείο θα αναπτυχθεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο επόμενο κεφάλαιο, αξίζει να

σημειωθεί ότι σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, το αληθές του παραπάνω ισχυρισμού εξαρτάται από τη δομή της αγοράς καθώς και τη συνάρτηση προσφοράς σε αυτή. Συνηθέστερα προτείνονται στη βιβλιογραφία υποδείγματα που καταστρώνονται είτε με βάση την παραδοχή του τέλειου ανταγωνισμού, είτε βάσει παιγνίων τύπου Cournot, δηλαδή παραδοχές που επιτρέπουν συμμετρικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συμμετεχόντων στην αγορά. Φαίνεται ότι δεν είναι δυνατή η επίλυση υποδειγμάτων ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας πολλαπλών τεχνολογιών, όταν η ροή κερδών δεν μπορεί να επιμεριστεί σε αυτές και τα κόστη επένδυσης διαφέρουν μεταξύ τους. Ωστόσο αυτή η τελευταία τάξη υποδειγμάτων είναι που αρμόζει στον κλάδο της ηλεκτροπαραγωγής, ακριβώς επειδή οι υποψήφιες τεχνολογίες ηλεκτροπαραγωγής έχουν διαφορετικό κόστος επένδυσης αλλά και λειτουργίας και συντήρησης, ενώ η ροή κερδών ενός παραγωγού ηλεκτρικής ενέργειας προκύπτει από τη λύση ενός σύνθετου προβλήματος κατανομής των μονάδων χωρίς τη δυνατότητα επιμερισμού των κερδών στις διαφορετικές λειτουργούσες τεχνολογίες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.[Gahungu, 2011]

3 Επέκταση ισχύος στην ηλεκτροπαραγωγή

3.1 Εισαγωγή

Δύο βασικές προκλήσεις που είχαν να αντιμετωπίσουν διαχρονικά οι σχεδιαστές ηλεκτρικών συστημάτων, ανεξάρτητα από τη δομή της αγοράς, ήταν η αύξηση της ζήτησης καθώς και οι κίνδυνοι που σχετίζονταν με την διακύμανση των τιμών. Στη δεκαετία 1980-1990 η χρησιμοποίηση των υποδειγμάτων *real option*, φάνηκε ιδιαίτερα ελκυστική σε σύγκριση με την προηγούμενη γένια υποδειγμάτων ανάπτυξης ηλεκτροπαραγωγής κυρίως επειδή διαθέτουν αυξημένη ευελιξία αλλά και διορατική οικονομική ερμηνεία. Έκτοτε οι αβεβαιότητες που σχετίζονται τόσο με το κόστος ηλεκτροπαραγωγής όσο και την εξέλιξη της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας έχουν αυξηθεί σημαντικά. Οι αργές και σταδιακές δομικές αναδιαρθρώσεις που συντελούνται στον κλάδο, η εντυπωσιακή διείσδυση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας καθώς και οι απαιτήσεις προσαρμογής του κλάδου ηλεκτροπαραγωγής σε μια σειρά περιβαλλοντικών πολιτικών έχουν δημιουργήσει πρόσθετους κινδύνους, ρυθμιστικής φύσεως που καθιστούν αναγκαία την επανεξέταση αυτών των υποδειγμάτων σε ένα διαφορετικό πλαίσιο.

Τα εφαρμοσμένα υποδείγματα εμπράγματος δικαιωμάτων προαίρεσης, διαχειρίζονται το πρόβλημα της επένδυσης σε ένα αποκλειστικό περιουσιακό στοιχείο χρησιμοποιώντας είτε λύσεις κλειστής μορφής, είτε διωνυμικά πλέγματα, είτε αναδρομικού τύπου προσομοίωση Monte Carlo. Σε κάθε περίπτωση σε αυτή την κατηγορία υποδειγμάτων ποσοτικοποιείται η αξία ενός πρόσθετου υποθετικού σταθμού ηλεκτροπαραγωγής και η βέλτιστη πολιτική επένδυσης σε αυτό. Η μεθοδολογία αυτή στηρίζεται σε παραδοχές που απλοποιούνται αρχικό πρόβλημα:

1. Η τιμή του ηλεκτρισμού δίνεται εξωγενώς. Με αυτό τον τρόπο αποκλείονται οι στρατηγικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συμμετεχόντων στην αγορά. Η τιμή του ηλεκτρισμού δεν επηρεάζεται από τις επενδυτικές αποφάσεις
2. Η ροή των κερδών για κάθε τεχνολογία ηλεκτροπαραγωγής θεωρείται ανεπηρέαστη από την εγκατεστημένη ισχύ, και άρα τη ροή κερδών, οποιαδήποτε άλλης τεχνολογίας ηλεκτροπαραγωγής που λειτουργεί στην αγορά.

Η παραδοχή της απόζευξης της διαδικασίας διαμόρφωσης της τιμής ηλεκτρισμού από τη συνολικά εγκατεστημένη ηλεκτροπαραγωγική ισχύ, μειώνει σημαντικά την ακεραιότητα των συμπερασμάτων που θα προκύψουν. Η αμφίδρομη ανάδραση μεταξύ τιμής ηλεκτρισμού και της συνολικά εγκατεστημένης ισχύος αποτελεί δομικό στοιχείο των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας. Ο μηχανισμός είναι αρκετά απλός : πιθανή σπανιότητα του αγαθού της ηλεκτρικής ενέργειας είτε λόγω αύξησης της ζήτησης είτε λόγω μη διαθεσιμότητας ηλεκτρικής ισχύος, έχει ως αποτέλεσμα την ενεργοποίηση ακριβότερων (εφεδρικών) μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας άρα και διαμόρφωση υψηλότερης τιμής ηλεκτρικής ενέργειας. Ως εκ τούτου, η συνθήκη όπου σε ένα ηλεκτρικό σύστημα διαμορφώνονται συστηματικά υψηλές τιμές σηματοδοτεί την ευκαιρία επενδύσεων. Η πραγματοποίηση επενδύσεων θα μειώσει/σταθεροποιήσει τις τιμές μέχρι την περαιτέρω αύξηση της ζήτησης (ή έλλειψη ισχύος). Είναι φανερό ότι στην περίπτωση που στο ηλεκτρικό σύστημα συμμετέχουν k διαφορετικές τεχνολογίες τότε ο παραπάνω μηχανισμός ισχύει μεν, γίνεται αρκετά πιο πολύπλοκος δε. Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου θα αναφερθούμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο συγκεκριμένο μηχανισμό.

Ομοίως η δεύτερη παραδοχή, που εμφανίζει τις αξίες των διαφορετικών τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής ανεξάρτητες τη μία από την άλλη, θεωρείται οριακή κι ως εκ τούτου κάθε ερμηνεία των αποτελεσμάτων περιορίζεται σημαντικά. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των διαφορετικών τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής προκύπτουν σε διάφορους συνδυασμούς κατά περίπτωση. Ενδεικτικά θα μπορούσε να αναφερθεί η συνεργασία υδροηλεκτρικών μονάδων με τις μονάδες βάσης (λιθανθρακικές), η αντηλιοσταμείωση σε συνδυασμό με την αιολική παραγωγή, ακόμη και η τεχνολογία αποθήκευσης με μπαταρίες με οποιαδήποτε τεχνολογία ΑΠΕ που διαθέτει διακοπτόμενο προφίλ παραγωγής ηλεκτρισμού. Αντίστροφα, όταν οι μονάδες βάσης είναι εγκατεστημένες πέραν ενός κατωφλίου ισχύος, τότε ενδέχεται ισχυρά το προφίλ της ζήτησης να αποκλείει κάποιες εκ των εγκατεστημένων μονάδων βάσης οδηγώντας σε υποαπασχόληση ή και σε αναστολή λειτουργίας για το βραχυχρόνιο ορίζοντα (mothballing). Προφανώς η παραδοχή ενεργοποιείται για λόγους θεωρητικής συνοχής στην κατάσταση του υποδείγματος. Παρόλα αυτά κάθε πιθανή ερμηνεία των αποτελεσμάτων οφείλει να μένει στα όρια των συμπερασμάτων που επιτρέπει η υιοθέτηση της συγκεκριμένης παραδοχής.

Στη βιβλιογραφία διατίθενται υποδείγματα² εμπραγμάτων δικαιωμάτων προαίρεσης, τα οποία εξελίσσουν τη διαδικασία αξιολόγησης αυξάνοντας τον αριθμό των περιουσιακών στοιχείων (asset) προς εξέταση. Για παράδειγμα αντί ενός συγκεκριμένου τύπου σταθμού παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας επεκτείνουν την αξιολόγηση ενός επενδυτικού προγράμματος επεκτάσεων. Σε αυτά τα υποδείγματα, οι αξίες των διαφορετικών τεχνολογιών που συμμετέχουν στην αγορά αλληλεπιδρούν μεταξύ τους καθώς η αξία των επιμέρους επενδύσεων καθορίζεται ταυτόχρονα με το βέλτιστο πλάνο επεκτάσεων μέσω της επίλυσης ενός προβλήματος στοχαστικού ελέγχου όπου η τιμή ηλεκτρισμού εξελίσσεται ενδογενώς. Παρόλο που οι μεθοδολογίες αυτές δεν υιοθετούν τις παραδοχές 1 και 2, για λόγους υπολογιστικής ευχέρειας, καταφεύγουν σε διαφορετικού τύπου απλοποιήσεις, όπως για παράδειγμα της ομοιογένειας των συμμετεχόντων στην αγορά ή της συμμετρικότητας των τεχνολογιών. Ως εκ τούτου συνηθέστερα κατηγοριοποιούνται στα απλοποιημένα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης (stylized real option models).

Αρχίζει να γίνεται εμφανές ότι τα μοντέλα real option θεμελιώνονται πάνω σε ένα ανοιχτό ερώτημα: σε τί έκταση μπορούν να χρησιμοποιηθούν αφομοιώνοντας όλα τα ελκυστικά τους χαρακτηριστικά χωρίς να καθίστανται ανεπίλυτα όταν εφαρμόζονται στην ανάλυση πραγματικών περιπτώσεων (λόγω αυξημένου υπολογιστικού φορτίου).

Η προσφυγή σε παραδοχές που απλοποιούν το πρόβλημα συνδυάζονται με δευτερεύουσας σημασίας παράγοντες που επίσης δε λαμβάνονται υπόψη³, με αποτέλεσμα διεύρυνση των αποκλίσεων από το βέλτιστο πλάνο επενδύσεων.

Στο σημείο αυτό, αξίζει να αναφερθούμε στις ποιοτικές διαφορές που διακρίνουν τα υποδείγματα εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης στον κλάδο της ηλεκτροπαραγωγής από τους υπόλοιπους κλάδους της οικονομίας. Τα στοιχεία αυτά, με

² Pindyck,1988; Bertola, 1989; Leahy, 1993,;Grenadier,2002

³ 1.χρονικές καθυστερήσεις τεχνικού τύπου στην κατασκευή ενός σταθμού, 2. ο αναγκαστικός κβαντισμός των επενδύσεων στην ηλεκτροπαραγωγή(οι -θερμοηλεκτρικές κυρίως - τεχνολογίες ηλεκτροπαραγωγής πραγματοποιούνται σε κβάντα κι όχι συνεχώς, για παράδειγμα δύσκολα θα βρει κανείς πυρηνικό σταθμό μικρότερο των 300MW)

τον ένα ή άλλο τρόπο, καθιστούν την ηλεκτρική οικονομία ξεχωριστό υποκεφάλαιο στην αξιολόγηση των επενδύσεων αλλά και την ηλεκτρική ενέργεια καθ' εαυτή ιδιαίτερο τύπο αγαθού.

1. Ο ηλεκτρισμός είναι διαφοροποιημένο αγαθό, που σημαίνει πως οτιδήποτε παράγεται καταναλώνεται την ίδια στιγμή. Η αποθήκευση μόνο μερικώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσω αντλησιοταμίευσης και συσσωρευτών. Στη συγκεκριμένη ανάλυση έχει ακολουθηθεί κατάτμηση σε 6 διαφορετικά χρονικά σημεία του έτους.
2. Οι τεχνολογίες διαφέρουν τόσο στο κόστος επένδυσης όσο και στο κόστος λειτουργίας και συντήρησης. Όσο κι αν αυτό ακούγεται αυτονόητο, τα [Pindyck, 1988; Leahy, 1993] θεωρούν μια τεχνολογία κι ένα συγκεκριμένο κόστος ενώ τα [Baldursson and Karatzas, 1997; Dixit and Pindyck, 1994] θεωρούν n τεχνολογίες ίδιου κόστους.
3. Τα κέρδη που προκύπτουν από την επένδυση σε ηλεκτροπαραγωγική ισχύ οποιασδήποτε τεχνολογίας δεν είναι κλειστής μορφής, αλλά υπολογίζονται αριθμητικά μέσω της κατάστρωσης κι επίλυσης ενός προγράμματος βελτιστοποίησης. Το στοιχείο αυτό προσομοιώνει ικανοποιητικά την πραγματική διαδικασία αποκομιδής εσόδων και καταλογισμού του κόστους των μονάδων, και βρίσκεται σε αντίστιξη με τα περισσότερα υποδείγματα της βιβλιογραφίας που βασίζονται σε συναρτήσεις χρηματοροών κλειστής μορφής.

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζεται αναλυτικότερα η κατασκευή μιας μεθοδολογίας όπου οι επενδύσεις σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας εξετάζονται υπό το πρίσμα των απλοποιημένων υποδειγμάτων εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης για την ανάπτυξη της παραγωγικής ικανότητας. Αναφέρονται οι λόγοι που καθιστούν ελκυστική την ανάλυση επενδύσεων μέσω υποδειγμάτων δικαιωμάτων προαίρεσης και εξηγείται υπό ποιές προϋποθέσεις η σύνδεση της μωπικής συμπεριφοράς των συμμετεχόντων στην αγορά οδηγεί ισοδύναμα στο βέλτιστο πλάνο ανάπτυξης της αγοράς. Παραθέτουμε στοιχεία της βιβλιογραφίας σχετικά με τη μωπική συμπεριφορά και παρατίθενται πιθανές εφαρμογές στα σημερινά ηλεκτρικά συστήματα. Επιπρόσθετα, τονίζονται οι διορατικές ποιότητες που προκύπτουν μέσω αυτής της ανάλυσης. Δίνεται με τον τρόπο αυτό, το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο θα χτιστούν η μελέτη πραγματικών περιπτώσεων.

3.2 Το Βασικό μοντέλο

3.2.1 Υπόδειγμα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας σε ανταγωνιστική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας

Θεωρούμε ανταγωνιστική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας η οποία σε χρόνο t χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής \mathbb{K} , το διάνυσμα εγκατεστημένης ισχύος των συγκεκριμένων τεχνολογιών $K_t \in \mathfrak{R}_+^{d(\mathbb{K})}$ ($K(k)$ είναι η ισχύς της τεχνολογίας $k \in \mathbb{K}$ ενώ $d(\mathbb{K})$ είναι η διάσταση του συνόλου \mathbb{K} , ένα δείκτη δραστηριότητας Y_t καθώς και τη στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα (instantaneous welfare) $\Psi(Y_t, K_t)$, νοούμενο σύμφωνα πάντα με την οικονομική θεωρία ως το άθροισμα πλεονασμάτων καταναλωτή και παραγωγού.

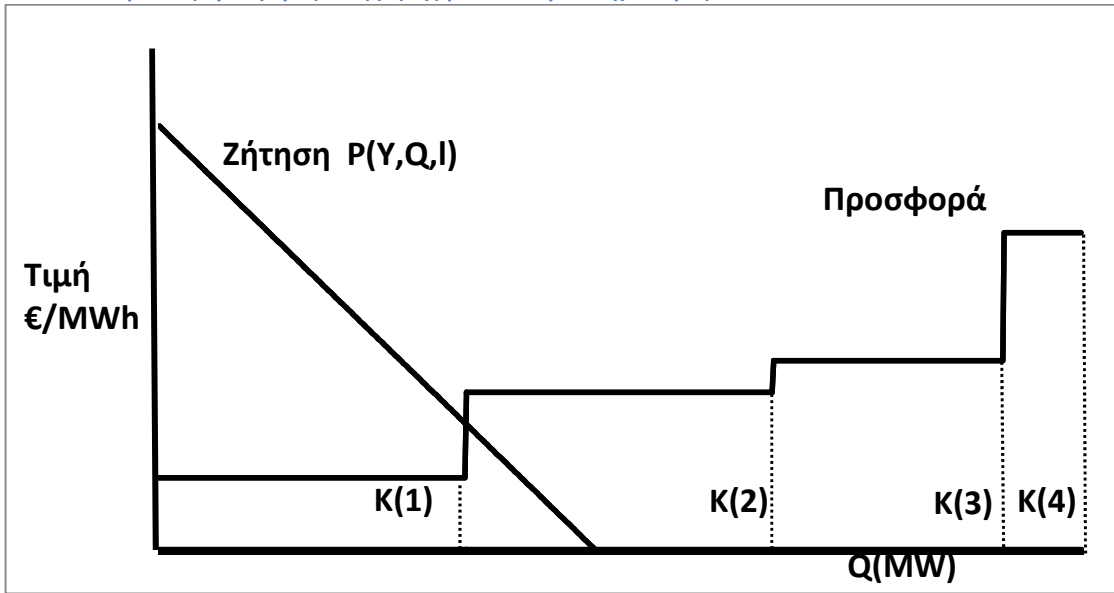
Θεωρούμε ότι η εξέλιξη του δείκτη δραστηριότητας Y στο χρόνο υπόκειται τυχαίες διακυμάνσεις. Το μαθηματικό μοντέλο που χαρακτηρίζει το Y είναι το ολοκλήρωμα Itô. Επιπλέον θεωρούμε Y ανέλιξη. Έστω τώρα $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ένας πλήρης χώρος πιθανότητας και $\{\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}, t \in [0, \infty]\}$ μια οικογένεια από σ-άλγεβρες που περιέχονται στην \mathcal{F} , οι οποίες αυξάνουν κατά t , είναι δεξιά συνεχείς και συμπληρώνονται από σύνολα του Ω μηδενικά κατά \mathbb{P} -μέτρο. Η \mathcal{F}_t αναπαριστά τη διαθέσιμη πληροφορία στους συμμετέχοντες στην αγορά κατά το χρόνο t . Σημειώνεται ότι η $Y_s^Y(\omega): \Omega \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ανέλιξη Itô Y με αρχικό σημείο y .

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία τα υποδείγματα δικαιωμάτων προαίρεσης για την ανάπτυξη της παραγωγικής ικανότητας υπό αβεβαιότητα και σε τέλεια ανταγωνιστικές αγορές [Lucas and Prescott, 1971] μπορούν ισοδύναμα να περιγραφούν από ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου όπου μέσω μιας διαδικασίας αμερόληπτου κοινωνικού σχεδιασμού αναπτύσσεται η εγκατεστημένη ισχύς K ώστε να μεγιστοποιείται το προσδοκώμενο ανήγγενο στο χρόνο στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα. Επιπρόσθετα η ισοδυναμία μεταξύ τέλει ανταγωνισμού και μεγιστοποίησης του κοινωνικού πλεονάσματος στο πλαίσιο των υποδειγμάτων δικαιωμάτων προαίρεσης αποδεικνύεται. [Dixit and Pindyck, 1994, Κεφάλαιο 9]

3.2.2 Το στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα

Το κοινωνικό πλεόνασμα μοντελοποιείται ως το άθροισμα του πλεονάσματος παραγωγού και καταναλωτή. Γραφικά απεικονίζεται στην Εικόνα 2 ως το εμβαδό που ορίζεται μεταξύ της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης και της καμπύλης προσφοράς. Οι παραγωγοί καλούνται να ικανοποιήσουν τη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας, η οποία αναπαρίσταται μέσω της καμπύλης διάρκειας φορτίου. Η καμπύλη διάρκειας φορτίου αποτελείται από το φορτίο σε μια περίοδο αναφοράς, δοσμένο σε φθίνουσα διάταξη. Συνήθως η καμπύλη διάρκειας φορτίου δίνεται σε ετήσια βάση, σύμβαση που διατηρήθηκε και εδώ. Η επιλογή μικρότερου χρονικού διαστήματος χάνει σημαντικά σε αντιπροσωπευτικότητα. Η μαθηματική αναπαράσταση της καμπύλης διάρκειας φορτίου γίνεται μέσω βηματικής συνάρτησης. Το βήμα είναι σταθερό και αποτελεί προσέγγιση του δεδομένων χρονικού διαστήματος της πραγματικής καμπύλης διάρκειας φορτίου. Έστω \mathbb{L} το σύνολο των υποπεριόδων για τις οποίες το φορτίο θεωρείται σταθερό και $\tau(l), l \in \mathbb{L}$ η διάρκεια αυτών των υποπεριόδων. Σημειώνουμε ως $P(Y, q, l)$ την αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης.

Εικόνα 2: Καμπύλες προσφοράς και ζήτησης για κλάδο με 4 τεχνολογίες



Οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας διαθέτουν την ευελιξία να χρησιμοποιήσουν οποιαδήποτε τεχνολογία k διαθέτουν εγκατεστημένη για να παράξουν τις αναγκαίες ποσότητες $q(k, l)$ έως και το ύψος της ισχύος $K(k)$. Στην εικόνα ξ το στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα για μια τυχαία υποπερίοδο l , 4 διαφορετικές τεχνολογίες k και γραμμική συνάρτηση ζήτησης. Η μαθηματική έκφραση του στιγμιαίου κοινωνικού πλεονάσματος δίνεται ακολούθως:

Πρόβλημα 3.1 Το κοινωνικό πλεόνασμα $\Psi(Y, K)$ από την οπτική ενός αμερόληπτου κεντρικού διαχειριστή δίνεται από τη συνάρτηση αξίας (value function) του ακόλουθου προγράμματος

$$\Psi(Y, K) \triangleq \max_q \sum_{l \in \mathbb{L}} \tau(l) \left\{ \int_0^{Q(l)} P(Y, x, l) dx - \sum_{k \in \mathbb{K}} c(k) q(k, l) \right\} - \sum_{k \in \mathbb{K}} OMC(k) K(k) \quad (3.1)$$

υπό τους περιορισμούς

$$q(k, l) \geq 0 \quad k \in \mathbb{K}, l \in \mathbb{L} \quad (3.2)$$

$$q(k, l) \leq K(k) \quad k \in \mathbb{K}, l \in \mathbb{L} \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} q(k, l) = Q(l) \quad l \in \mathbb{L} \quad (3.4)$$

όπου $q \in \mathfrak{R}_+^{d(\mathbb{K}) \times d(\mathbb{L})}$ αποτελεί τη κατανομή των μονάδων σε ετήσια βάση.

Το πλεόνασμα $\Psi(Y, K)$ εκφράζεται σε €/y και δεν εξαρτάται άμεσα από το χρόνο. Επίσης μια αλλαγή στο Y τροποποιεί την παραγωγή q με τρόπο μη αναλυτικά προσδιορισίμο, καθώς εξαρτάται από τις επιπτώσεις της αλλαγής στο Y στα διαφορετικά τμήματα της συνάρτησης ζήτησης ($P(Y, q, l)$). Άμεσα συνάγεται ότι το K επηρεάζει την αντικειμενική συνάρτη καθώς λειτουργεί ως περιορισμός. Ομοίως διαπιστώνει κανείς ότι

το στιγμιαίο κοινωνικό πλεόνασμα δεν είναι προσθετικά επιμερίσιμο, δηλαδή δεν μπορεί να ξεχωριστεί σε κάθε μια επιμέρους τεχνολογία k .

Από τη στιγμή που οι συναρτήσεις ζήτησης είναι γνησίως φθίνουσες, η $\int_0^Q P(Y, x, l) dx$ είναι κοίλη στο Q για όλα τα Y και l οπότε και το πρόβλημα 3.1 είναι κυρτό. Συνεπώς για δοσμένα Y, K το πρόβλημα δέχεται λύση. Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση αξίας (value function) του $\Psi(Y, K)$ είναι κοίλη στο K . [Gahungu, 2011].

3.3 Το πρόβλημα ανάπτυξης παραγωγικής ικανότητας

Βασική παραδοχή αποτελεί το γεγονός ότι οι επενδύσεις θεωρούνται αύξουσες μη αναστρέψιμες. Εργαζόμαστε στο συνεχή χρόνο και ο χρονικός ορίζοντας θεωρείται άπειρος. Τα μελλοντικά κέρδη προεξοφλούνται με ετήσιο ρυθμό ρ . Θεωρούμε αρχικές τιμές Y, K για το δείκτη οικονομικής δραστηριότητας και την εγκατεστημένη ισχύ ανά τεχνολογία.

Καθώς ο κεντρικός διαχειριστής παρατηρεί την εξέλιξη της $Y_s^Y(\omega)$ αναπτύσσει(ελέγχει) κατάλληλα την ισχύ που πρόκειται να εγκατασταθεί $K_s^K: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}_+^{d(\mathbb{K})}$ η οποία κοστίζει $I \in \mathfrak{R}_+^{d(\mathbb{K})}$. Μέσω αυτή της διαδικασίας ελέγχου η βιομηχανία μεγιστοποιεί την αξία της νέας ισχύος που θα εγκατασταθεί υπό τον περιορισμό ότι κάθε νέα επένδυση είναι μη αντιστρέψιμη. Επομένως η $K_s^K(\omega)$ που αποτελεί την ανέλιξη υπό έλεγχο οφείλει να είναι αύξουσα, αριστερά συνεχής και \mathcal{F}_s -μετρήσιμη ανέλιξη. Έστω $F(Y, K): \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}$ η συνάρτηση αξίας (value function) του προγράμματος ανάπτυξης ηλεκτροπαραγωγικής ισχύος. Η εξέλιξη της αρχικής διαμόρφωσης (Y, K) οδηγείται από τις δύο προαναφερθείσες στοχαστικές ανελιξεις $(Y_s^Y(\omega), K_s^K(\omega))$. Έστω, ακόμη, $\mathbb{E}^{Y, K}$ the expectation κατά το μέτρο πιθανότητας που παράγεται εξ αυτών των δύο, δηλαδή $\mathbb{P}^{Y, K}$.

Συνεπώς το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου που έχει να λύσει ο κεντρικός διαχειριστής είναι το ακόλουθο:

Πρόβλημα 3.2

Βρες τη συνάρτηση αξίας (value function) $F(Y, K)$ και μια αύξουσα αριστερά-συνεχή και \mathcal{F}_s -μετρήσιμη ανέλιξη K_s ώστε

$$F(Y, K) = \sup_{\{K_s\}} \mathbb{E}^{Y, K} \left[\int_0^\infty \Psi(Y_s, K_s) e^{-\rho s} ds - \sum_{k \in \mathbb{K}} \int_0^\infty I(k) e^{-\rho s} dK_s(k) \right]$$

3.4 Η μυωπική συμπεριφορά ως σύνδεσμος μεταξύ προβλημάτων στοχαστικού ελέγχου και προβλημάτων βέλτιστου χρόνου διακοπής

Το πρόβλημα ανάπτυξης της παραγωγικής ικανότητας από έναν κεντρικό διαχειριστή είναι ένα πρόβλημα στοχαστικού ελέγχου. Συχνά διατυπώνεται στη θεωρία των εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης (real options) ως ισοδύναμο πρόβλημα

βέλτιστου χρόνου διακοπής επί της οριακής επένδυσης. Στις επόμενες ενότητες θα εξεταστούν οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται ώστε να ισχύει η ισοδυναμία.

Το γεγονός ότι η K_s θεωρείται αύξουσα, καθιστά το πρόβλημα πρωτότυπο. Προσδιορισμός της λύσης απευθείας δεν είναι εφικτός, όμως εφόσον η βέλτιστη λύση είναι τμηματικά σταθερή συστήνεται από τη βιβλιογραφία να αντιμετωπιστεί πρώτα βρίσκοντας τη συνάρτηση αξίας (value function), κάνοντας χρήση του βέλτιστου χρόνου διακοπής κι έπειτα να ενσωματώνεται - εφόσον είναι εφικτό- η τιμή αυτή στη συνάρτηση αξίας (value function) του προβλήματος ελέγχου. Εφόσον η σύνδεση ισχύει, τότε μπορούμε να μεταχειριστούμε το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ως μια διαδοχή προβλημάτων βέλτιστων χρόνων διακοπής τα οποία θα λαμβάνουν εξ ορισμού τις μεταβλητές ελέγχου ως σταθερές. Η σύνδεση αυτή δεν έχει γενική ισχύ στα προβλήματα στοχαστικού ελέγχου, ενώ η απόδειξη της σύνδεσης δεν είναι καθόλου τετριμμένη. Ως εκ τούτου έχει αυστηρά αναπτυχθεί μόνο για εξειδικευμένες περιπτώσεις.

Η σύνδεση αυτή έχει κωδικοποιηθεί από τους οικονομολόγους ως ιδιότητα βέλτιστου (optimality) της μωωπικής συμπεριφοράς [Leahy, 1993; Baldursson and Karatzas, 1997]. Η συγκεκριμένη ιδιότητα, όπου φυσικά ισχύει, είναι κεντρικής σημασίας και ουσιαστικά υπονοεί ότι κάθε νέα αύξηση της ισχύος λογίζεται ως και η τελευταία στον (άπειρο) χρονικό ορίζοντα της μελέτης, δηλαδή η αποτίμηση της επένδυσης δε λαμβάνει υπόψη το ενδεχόμενο επενδύσεων πέραν του χρόνου υλοποίησης της. Με άλλα λόγια μας ενδιαφέρει αποκλειστικά το άγνωστο διάστημα μέχρι την πραγματοποίηση της επένδυσης, κι όχι το διάστημα που ακολουθεί.

Η ιδιότητα βέλτιστου της μωωπικής συμπεριφοράς ισχύει κάτω από συγκεκριμένες προϋποθέσεις:

1. Οι επενδύσεις πρέπει να οριστούν αυξητικά, καθώς η ιδιότητα βέλτιστου αναφέρεται στην οριακή επένδυση
2. Η οικονομία να χαρακτηρίζεται από φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας, δηλαδή να είναι κυρτή
3. Οι συμμετέχοντες στην αγορά να είναι ομογενείς. Ισχύει στην περίπτωση του μονοπωλίου αλλά και του τέλει ανταγωνισμού.
4. Εφόσον στο υπόδειγμα λαμβάνονται υπόψη πολλαπλές τεχνολογίες τότε τα κέρδη πρέπει να μπορούν να επιμεριστούν ανά τεχνολογία, να είναι δηλαδή προσθετικά επιμερίσιμα⁴ [He and Pindyck, 1992; Benth and Reikvam, 1999] ή να έχουν το ίδιο κόστος επένδυσης.

3.4.1 Μελετώντας πιο αναλυτικά την ισοδυναμία

Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα 3.2 υποθέτοντας ότι εφαρμόζεται αποκλειστικά για μια τεχνολογία: έστω $K \in \mathfrak{R}_+$ και $\Psi(Y, K) \in C^{2,1}(Y, K)$, δηλαδή συνεχής και διπλά διαφορίσιμη στο Y , συνεχής και διαφορίσιμη στο K , είναι κοίλη στο K . Αυτές οι παραδοχές βρίσκονται σε Pindyck (1988) καθώς και σε Bertola (1989) όπου η μωωπική συμπεριφορά αποδεικνύεται βέλτιστη. Τυπική μορφή της απόδειξης βρίσκεται σε

⁴ Προσθετική επιμερισσιμότητα: η ιδιότητα ενός προβλήματος να μπορεί να αναχθεί σε n υποπροβλήματα, ισάριθμα με τον αριθμό των τεχνολογιών που διατίθενται, ώστε τα συνολικά αποτελέσματα του προβλήματος να είναι δυνατόν αναπαραχθούν από την πρόσθεση των αποτελεσμάτων των n υποπροβλημάτων. Δηλαδή η λύση των υποπροβλημάτων να είναι ανεξάρτητη η μία της άλλης

(Baldursson and Karatzas, 1997). Στην πραγματικότητα, μέσω της μωωπικής συμπεριφορά εκφράζεται η ισοδυναμία μεταξύ του προβλήματος βέλτιστου ελέγχου 3.2 και της αλληλουχίας προβλημάτων βέλτιστου χρόνου διακοπής, στα οποία η επένδυση πραγματοποιείται στη βάση της μωωπικής συμπεριφοράς, σύμφωνα με οριακές τιμές που λαμβάνει το πρόγραμμα ανάπτυξης $\frac{\partial F}{\partial K}(Y, K_i)$ για μια αύξουσα ακολουθία επιπέδων ισχύος $\{K_i\}_{i=1,2,\dots,\infty}$.

Ας υποθέσουμε ότι S το σύνολο των τυχαίων χρονικών στιγμών που είναι χρόνοι διακοπής σύμφωνα με τη δυίλιση (filtration) που παράγεται από Y_S^Y . Θυμίζουμε ότι \mathbb{E}^Y είναι η αναμενόμενη τιμή κατά το μέτρο πιθανότητας \mathbb{P}^Y που παράγεται από Y_S^Y . $\{\mathbb{E}^Y[h(Y_t)] = \mathbb{E}[h(Y_t)|Y_0 = Y]\}$.

Για ένα χρόνο διακοπής τ , ορίζεται η συνάρτηση

$$C(Y, K_1, \tau) \triangleq \mathbb{E}^Y \left[\int_0^\tau \frac{\partial \Psi}{\partial K}(s, K_1) e^{-\rho s} ds + e^{-\rho \tau} \cdot 1_{\tau < \infty} \right] \quad (3.5)$$

$C(Y, K_1, \tau)$ η οποία αναπαριστά

α. το κόστος του να μην επενδύεις μέχρι τη διέλευση χρόνου τ και

β. το κόστος επένδυσης μετά από χρόνο τ κι εφόσον K_1 και Y η αρχική εγκατεστημένη ισχύς και το αρχικό ύψος του οικονομικού δείκτη αντίστοιχα. Πράγματι, διατηρώντας το επίπεδο εγκατεστημένης ισχύος ίσο με K_1 τότε η συνιστώσα $\int_0^\tau \frac{\partial \Psi}{\partial K}(s, K_1) e^{-\rho s} ds$ που αναπαριστά τη μεταβολή του κοινωνικού πλεονάσματος εξαιτίας της μεταβολής της ισχύος παραμένει μηδενική. Η συνιστώσα αυτή, αναπαριστά το κόστος ευκαιρίας (opportunity cost) που προκύπτει από την απόφαση μη επένδυσης. Πράγματι η (3.5) είναι μωωπική αφού δεν εξετάζεται το χρονικό διάστημα πέραν του τ . Ας θεωρήσουμε τώρα το εξής πρόβλημα βέλτιστου χρόνου διακοπής:

$$\tau^*(Y, K_1, \omega) \triangleq \arg \inf_{\tau \in S} C(Y, K_1, \tau) \quad (3.6)$$

το οποίο αφορά στην εύρεση του βέλτιστου χρόνου διακοπής της μη επένδυσης, άρα στη βέλτιστη επενδυτική πολιτική αναμονής προκειμένου να πραγματοποιηθεί η επένδυση. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία του στοχαστικού ελέγχου καλούμε συνάρτηση κινδύνου r , τη συνάρτηση αξίας (value function) αυτού του προβλήματος βέλτιστου χρόνου διακοπής.

$$r(Y, K_1) \triangleq C(Y, K_1, \tau^*(Y, K_1)) \quad (3.7)$$

Παρατηρούμε ότι εφόσον $\tau^*(Y, K_1) = 0$ σ.β. P^Y τότε $r(Y, K_1) = I$, άρα το ελάχιστο κόστος της μη επένδυσης ισούται το κόστος επένδυσης I . Αν $\tau^*(Y, K_1) > 0$ σ.β. P^Y τότε

$r(Y, K_1) < I$. Ως εκ τούτου $r(Y, K_1) \leq I$. Διαισθητικά υποθέτει κανείς ότι η συνάρτηση κινδύνου ισούται με την οριακή συνάρτηση αξίας (value function), δηλαδή

$$r(Y, K) \triangleq \frac{\partial F}{\partial K}(Y, K) \quad (3.8)$$

Σύνδεση μεταξύ $r(Y, K)$ και $\frac{\partial F}{\partial K}(Y, K)$ έχει αποδειχθεί στη βιβλιογραφία προβλημάτων στοχαστικού ελέγχου που καλούνται singular και για πολύ συγκεκριμένες περιπτώσεις. Στην περίπτωση που εξετάζουμε η σύνδεση έχει αποδειχθεί μόνο σε ελάχιστες αναφορές (Baldursson and Karatzas 1997 and Back and Paulsen 2009). Αρκετά συχνά ακολουθούνται ευριστικές προσεγγίσεις μέσω της a priori υιοθέτηση της μυωπίας ως βέλτιστης συμπεριφοράς.

Παρακάτω μεταφέρουμε λεπτομερώς από [Gahungu and Smeers, 2012] αυτούσια την απόδειξη αυτής της ισοδυναμίας.

Το πρόβλημα βέλτιστου χρόνου διακοπής (3.6) καταλήγει σε πρόβλημα ελεύθερου συνόρου (free boundary problem) (με \mathcal{A}_Y το γεννήτορα (generator) της ανέλιξης Y)

$$(\mathcal{A}_Y - \rho)r(Y, K_1) + \frac{\partial \psi}{\partial K}(Y, K_1) = 0 \quad Y \leq Y^*(K_1) \quad (3.9)$$

$$r(Y^*(K_1)) = I \quad Y \geq Y^*(K_1) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial r}{\partial Y}(Y^*(K_1), K_1) = 0 \quad (3.11)$$

το οποίο αναφέρεται στη βιβλιογραφία και ως singular stochastic control formulation of the myopic investment. Με την υπόθεση ότι (3.8) ισχύει τότε για την επίλυση του στοχαστικού προβλήματος (3.2) απαιτείται η εύρεση της συνάρτησης F και της τιμής $Y^*(K)$ ώστε οι (3.8),(3.9),(3.10) και (3.11) να ισχύουν. Στη βιβλιογραφία των υποδειγμάτων εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης υπάρχουν δύο εναλλακτικές και ισοδύναμες διατυπώσεις του προβλήματος (3.8),(3.9),(3.10),(3.11).

Η πρώτη διατύπωση βρίσκεται στο Bertola(1989) που αντικαθίσταται η r με $\frac{\partial F}{\partial K}(Y, K)$

ώστε οι (3.9),(3.10),(3.11) να δώσουν:

$$(\mathcal{A}_Y - \rho) \frac{\partial F}{\partial K}(Y, K_1) + \frac{\partial \psi}{\partial K}(Y, K_1) = 0 \quad Y \leq Y^*(K_1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K}(Y^*(K_1), K_1)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Y \partial K}(Y^*(K_1), K_1) = 0$$

Η δεύτερη διατύπωση βρίσκεται στο Pindyck (1988). Εφόσον η

$$r(Y, K_1) = m(Y, K_1) - f(Y, K_1) \quad (3.12)$$

αποτελεί λύσης της (3.9), συνεπάγεται

$$(\mathcal{A}_Y - \rho)f(Y, K_1) = 0 \quad (3.13)$$

$$(\mathcal{A}_Y - \rho)m(Y, K_1) + \frac{\partial \Psi}{\partial K}(Y, K_1) = 0 \quad (3.14)$$

Είναι γνωστό από τη θεωρία του στοχαστικού λογισμού ότι η (3.14) ουσιαστικά συνεπάγεται ότι

$$m(Y, K_1) = \mathbb{E}^Y \left[\int_0^\infty e^{-\rho s} \frac{\partial \Psi}{\partial K}(Y_s, K_1) ds \right] \quad (3.15)$$

η οποία και είναι η αξία της οριακής μονάδας επένδυσης υπό μυωπική προοπτική, δηλαδή η αξία μιας πρόσθετης μονάδας του K , το οποίο θεωρείται σταθερά μεγέθους K_1 για όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα. Με βάση τις (3.12), (3.13) και (3.15) το πρόβλημα ελεύθερου συνόρου (free boundary problem) (3.9),(3.10),(3.11) αναδιατυπώνεται ως εξής :

$$(\mathcal{A}_Y - \rho)f(Y, K_1) = 0 \quad Y \leq Y^*(K_1) \quad (3.16)$$

$$m(Y, K_1) = \mathbb{E}^Y \left[\int_0^\infty e^{-\rho s} \frac{\partial \Psi}{\partial K}(Y_s, K_1) ds \right]$$

$$f(Y^*(K_1), K_1) = m(Y^*(K_1), K_1) - I \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial Y}(Y^*(K_1), K_1) = \frac{\partial m}{\partial Y}(Y^*(K_1), K_1) \quad (3.18)$$

Από τις (3.17) και (3.18) εξηγείται η επιλογή του αρνητικού πρόσημου στην f στην (3.12).

Επόμενο βασικό ερώτημα αποτελεί η δυνατότητα γενίκευσης του υποδείγματος, για παράδειγμα σε υποδείγματα πολλαπλών τεχνολογιών. Τέλος, για λόγους πληρότητας του υποδείγματος, μετά και την εύρεση του βέλτιστου χρόνου αναμονής για την πραγματοποίηση της επένδυσης, οφείλουμε να καθορίσουμε και το ύψος των πραγματοποιηθέντων επενδύσεων. Οι φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας που έχουμε θεωρήσει ως υπόθεση, δηλαδή το ότι το κοινωνικό πλεόνασμα Ψ θεωρήθηκε κοίλο, συνεπάγονται ότι ο οικονομικός δείκτης $Y^*(K)$ είναι γνησίως αύξων στο K . Ως εκ τούτου η επένδυση δε θα παρουσιάζει ασυνέχειες κατά παράβαση αυτού που συμβαίνει στην πραγματικότητα. Συνεπώς στον τυχαίο χρόνο τ όπου $Y(\tau, \omega) > Y^*(K_1)$, από K_1 αυξάνεται σε K_2 , που σημαίνει ότι η αριστερά συνεχής ανέλιξη ελέγχου K_s κάνει ένα “άλμα” σε χρόνο τ . Το ακριβές μέγεθος $dK_\tau = K_{\tau+} - K_\tau = K_2 - K_1$ αυτής της μετακίνησης είναι τέτοιο ώστε $Y(\tau, \omega) = Y(\tau_+, \omega) \leq Y^*(K_{\tau_+})$, που σημαίνει ότι η

στοχαστική ανέλιξη Y επανέρχεται κάτω από το επενδυτικό κατώφλι της καινούριας ισχύος K_2 . Η διαδικασία θα επαναληφθεί εκ νέου για το καινούριο επίπεδο ισχύος.

3.5 Ολοκληρωσιμότητα σε υποδείγματα πολλαπλών τεχνολογιών

Δείξαμε ότι η ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς είναι αποτέλεσμα της σύνδεσης που έγινε στην (3.8). Αν τώρα υποθεθεί ότι το πρόβλημα ελεύθερου συνόρου έχει λυθεί, τότε εύκολα θα προκύψει η συνάρτηση κινδύνου (risk function). Συνεπώς, εφόσον η σύνδεση ισχύει, άρα η μωπική συμπεριφορά είναι βέλτιστη, τότε η $r(Y, K)$ μπορεί να ολοκληρωθεί ως προς K και να βρεθεί η συνάρτηση αξίας (value function) $F(Y, K)$. Αν όμως η σύνδεση δεν ισχύει, άρα η μωπική συμπεριφορά δεν είναι βέλτιστη, τότε απομένουν δύο εκδοχές:

1. η συνάρτηση κινδύνου (risk function) r δεν είναι ολοκληρώσιμη ως προς K
2. είναι μεν ολοκληρώσιμη αλλά από την ολοκλήρωση της προκύπτει συνάρτηση G διαφορετική της συνάρτησης αξίας F

Φαίνεται επομένως ότι δεν αρκεί η συνάρτηση κινδύνου r να είναι ολοκληρώσιμη για να ισχύει η ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς. Σε υποδείγματα πολλαπλών τεχνολογιών, το πρόβλημα ελεύθερου συνόρου (3.9),(3.10),(3.11) πρέπει να λυθεί ξεχωριστά για κάθε διαφορετική τεχνολογία $k \in \mathbb{K}$, ώστε να καθοριστούν υποψήφιος συναρτήσεις κινδύνου ανά τεχνολογία $r_k(Y, K_k)$. Άρα η αναγκαία συνθήκη ολοκληρωσιμότητας προϋποθέτει την ύπαρξη συνάρτησης G τέτοιας ώστε $\frac{\partial G}{\partial K_k} = r_k$ για κάθε $k \in \mathbb{K}$, δηλαδή

$$\nabla_k G(Y, K) = r(Y, K) \quad (3.19)$$

ανά στοιχείο όπου $\nabla_k \triangleq \left(\frac{\partial}{\partial K_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial K_{d(\mathbb{K})}} \right)$ τελεστής βαθμίδας (gradient operator) του διανύσματος K . Εάν τα κόστη επένδυσης των διαφορετικών τεχνολογιών δεν είναι προσθετικά επιμερίσιμα ως προς K , έχει αποδειχθεί σε ότι δεν είναι δυνατό να βρεθεί συνάρτηση G τέτοια ώστε η (3.19) να ισχύει [He and Pindyck, 1994,σελίδα 586; Benth and Reikvam, 1999]. Εύκολα επιβεβαιώνει πλέον κανείς τη σύνδεση με την τέταρτη προϋπόθεση για την ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι στον τομέα της ηλεκτροπαραγωγής δεν μπορεί να γίνει σεβαστή αυτή η τέταρτη προϋπόθεση καθώς θα αλλοίωνε τα φυσιογνωμικά χαρακτηριστικά του κλάδου. Ούτε το κοινωνικό πλεόνασμα μπορεί προσθετικά να επιμεριστεί ανά τεχνολογία ούτε φυσικά οι τεχνολογίες έχουν το ίδιο κόστος επένδυσης. Ως εκ τούτου η επιθυμητή άμεση προσφυγή σε απλοποιημένα μοντέλα που θα έχουν τη δυνατότητα να παράσχουν απλούς επενδυτικούς κανόνες θεωρητικά αποδεδειγμένης ιδιότητας βέλτιστου δεν είναι δυνατή για τον τομέα της ηλεκτροπαραγωγής.

3.6 Αναλυτική επίλυση

Γνωρίζουμε ότι το κοινωνικό πλεόνασμα $\Psi(Y, K)$ είναι κοίλο ως προς K ωστόσο δε μπορεί να γραφεί σε αναλυτική μορφή, εφόσον αποτελεί αποτέλεσμα του προγράμματος βελτιστοποίησης. Προκύπτει, επομένως, η ανάγκη να προσεγγίσουμε το $\Psi(Y, K)$ μέσω μιας ομαλής (smooth) συνάρτησης $\bar{\Psi}(Y, K) \in C^{2,1}(Y, K)$ κάνοντας χρήση γραμμικών συνδυασμών συναρτήσεων βάσης. Η εκλογή των συναρτήσεων βάσης στο $Y \times K$ χώρο δε θα είναι τυχαία, αλλά επιβάλλεται να είναι αρκούντως αντιπροσωπευτική ώστε να καθιστά εφικτή την επίλυση του προβλήματος 3.2.

Είναι λογικό να απαιτηθεί από την $\bar{\Psi}$ να είναι κοίλη ως προς K ακριβώς όπως και η Ψ . Άλλωστε η συγκεκριμένη ιδιότητα εγγυάται τη μοναδικότητα του βέλτιστου ελέγχου, εφόσον φυσικά υπάρχει. Συνεπώς μπορούν να θεωρηθούν οι ακόλουθες περιπτώσεις:

1. Υποθέτουμε μοντέλο παλινδρόμησης το οποίο είναι κοίλο και προσθετικά επιμερίσιμο για κάθε τεχνολογία ηλεκτροπαραγωγής. Η μωπική συμπεριφορά είναι βέλτιστη.
2. Υποθέτουμε μοντέλο παλινδρόμησης το οποίο είναι κοίλο αλλά όχι προσθετικά επιμερίσιμο για κάθε τεχνολογία ηλεκτροπαραγωγής. Δε γνωρίζουμε πια αν η μωπική συμπεριφορά είναι βέλτιστη. Θα χρησιμοποιηθεί περισσότερο ως ευριστική στρατηγική.

Για να προχωρήσουμε θα θεωρήσουμε ότι ο οικονομικός δείκτης που αναπαρίσταται μέσω της стоχαστικής ανέλιξης Y ακολουθεί γεωμετρική κίνηση Brown

$$dY_t(\omega) = \mu Y_t dt + \sigma Y_t d\mathbb{B}_t(\omega), Y_0 \geq 0$$

της οποίας ο απειροστός γεννήτορας (infinitesimal generator) είναι

$$\mathcal{A}_y \triangleq \mu Y \frac{\partial}{\partial Y} + \frac{1}{2} \sigma^2 Y^2 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \quad (3.20)$$

Στο σημείο αυτό θυμίζουμε ότι αξία του δικαιώματος προαίρεσης αμερικάνικου τύπου(perpetual American option) στο Y είναι της μορφής αY^{β_1}

όπου

$$\beta_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \right) + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \right)^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} \quad (3.21)$$

και α είναι θετικός συντελεστής που εξαρτάται από την τιμή άσκησης του δικαιώματος. Εάν $0.5\sigma^2 < \mu < \rho$, β_1 είναι μεγαλύτερη του 1 και τείνει στο 1 καθώς το σ αυξάνεται (McDonald and Siegel, 1986)

3.6.1 Περίπτωση επιμερίσιμου στιγμιαίου κοινωνικού πλεονάσματος

Έχουμε ήδη υποθέσει ότι το μοντέλο παλινδρόμησης $\bar{\Psi}$ του κοινωνικού πλεονάσματος Ψ είναι κοίλο και προσθετικά επιμερίσιμο. Συνεπώς η ισοδυναμία μεταξύ των προβλημάτων singular στοχαστικού ελέγχου/βέλτιστου χρόνου διακοπής ισχύει, άρα και η ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς των επενδυτών/κεντρικού διαχειριστή. Βάσει αυτής της προσέγγισης η αξία της επένδυσης σε ένα έργο $\bar{F}(Y, K)$ δίνεται από

Πρόβλημα 2.3 (μυωπική συμπεριφορά του κεντρικού διαχειριστή) Η αξία επένδυσης σε ένα έργο $\bar{F}(Y, K)$ και το διάνυσμα ενεργοποίησης $Y^*(K) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$ αποτελεί λύση του προβλήματος ελεύθερου συνόρου

$$(\mathcal{A}_Y - \rho)F(Y, K) + \bar{\Psi}(Y, K) = 0 \quad Y \leq Y^*(K) \quad (3.22)$$

$$\nabla_K F(Y, K) + \Psi(Y, K) = I \quad (3.23)$$

$$\nabla_{K,Y}^2 F(Y^*(K), K) = 0 \quad (3.24)$$

όπου \mathcal{A}_Y δίνεται από (3.20)

Η απόδειξη δίνεται σε He and Pindyck(1992) σελίδα 584, εξίσωση (14). Η διατύπωση του προβλήματος 2.3 είναι όμοια με αυτή του Bertola. Ακολουθεί ισοδύναμη εναλλακτική διατύπωση του προβλήματος όπως δόθηκε από τον Pindyck.

Πρόβλημα 2.4 (μυωπική συμπεριφορά των συμμετεχόντων στην αγορά) Να βρεθούν οι τιμές $f(Y) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$ του δικαιώματος προαίρεσης αμερικανικού τύπου για τις επόμενες οριακές ποσότητες $m(Y, K) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$ και τις τιμές ενεργοποίησης $Y^*(K) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$ ώστε

$$\begin{aligned} (\mathcal{A}_Y - \rho)f(Y, K) &= 0 \quad Y \leq Y^*(K) \\ m(Y, K) &= \mathbb{E}^Y \left[\int_0^{+\infty} (\nabla_K \bar{\Psi})(Y_s, K) e^{-\rho s} ds \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$m(Y, K) = \mathbb{E}^Y \left[\int_0^{+\infty} (\nabla_K \bar{\Psi})(Y_s, K) e^{-\rho s} ds \right] \quad (3.26)$$

$$\nabla_Y f(Y^*(K), K) = \nabla_Y m(Y^*(K), K) \quad (3.27)$$

Στη δεύτερη διατύπωση η μυωπική συμπεριφορά ρητά εκφράζεται μέσω του ίδιου του ορισμού της συνάρτησης $m(Y, K)$ στην (3.25), όπου το K λαμβάνεται ως σταθερά στον υπολογισμό του ολοκληρώματος. Αν και οι δύο διατυπώσεις έχουν ως αποτέλεσμα ίδιες τιμές ενεργοποίησης $Y^*(K)$, $\nabla_K F(Y, K) = r(Y, K) = m(Y, K) - f(Y, K) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$, η δεύτερη μπορεί να οριστεί ακόμη και στην περίπτωση που η μυωπική συμπεριφορά δεν μπορεί να αποδειχθεί βέλτιστη, με άλλα λόγια όταν η $\bar{F}(Y, K)$ δεν προκύπτει από το πρόβλημα 2.3. Τότε είτε δεν υπάρχει G τέτοια ώστε $\nabla_K G(Y, K) = m(Y, K) - f(Y, K)$ είτε, εφόσον G υπάρχει, τότε είναι διάφορη της \bar{F} .

Μοντέλο παλινδρόμησης 2.1 (προσθετικά επιμερίσιμο) Θεωρούμε $\bar{\Psi}$ προσθετικά επιμερίσιμη παρεμβολή της ροής κερδών Ψ

$$\bar{\Psi}(Y, K) = \sum_{k=1}^{d(\mathbb{K})} \sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} b_{k,ij} Y^{\gamma_i} K^{\alpha_j}(k) - \sum_{k=1}^{d(\mathbb{K})} OMC(k)K(k) \quad (3.28)$$

όπου γ και α είναι αντίστοιχα τα θετικά διανύσματα βάσης των διαστάσεων $d(\gamma)$ και $d(\alpha)$ ώστε $0 < \gamma_i < \beta_1$; $\forall j, 0 < \alpha_j < 1$ και β_1 δίνεται από τη (3.21).

Είναι γνωστή η ομογενής λύση της δ.ε. της (3.22) $F_h(Y, K) = A(K)Y^{\beta_1}$ με το β_1 να δίνεται από τη (3.21). Επίσης αν $\Psi(Y, K) = b_{t,ij}Y^{\gamma_i}K_t^{\alpha_j}$ (αντίστοιχα $\Psi(Y, K) = c_{ut,ijk}Y^{\gamma_i}K_t^{\alpha_j}K_u^{\alpha_k}$) με $0 < \gamma_i < \beta_1$ το ολοκλήρωμα της (3.22) προκύπτει $F_p(Y, K) = \bar{b}_{t,ij}Y^{\gamma_i}K_t^{\alpha_j}$ (αντίστοιχα $\bar{c}_{ut,ijk}Y^{\gamma_i}K_t^{\alpha_j}K_u^{\alpha_k}$) με

$$\bar{b}_{t,ij}(\gamma_i) = \frac{b_{t,ij}}{\rho - \mu\gamma_i - \frac{1}{2}\sigma^2\gamma_i(\gamma_i - 1)} \quad (3.29)$$

$$\bar{c}_{ut,ijk}(\gamma_i) = \frac{c_{ut,ijk}}{\rho - \mu\gamma_i - \frac{1}{2}\sigma^2\gamma_i(\gamma_i - 1)} \quad (3.30)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι όλες οι δυνάμεις του Y οφείλουν να είναι μικρότερες του β_1 .

Με βάση τα παραπάνω η λύση της μερικής διαφορικής εξίσωσης του προγράμματος ανάπτυξης ισχύος γράφεται ως εξής:

$$F(Y, K) = A(K)Y^{\beta_1} + \sum_{k=1}^{d(\mathbb{K})} \sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} b_{k,ij}Y^{\gamma_i}K_k^{\alpha_j} - \sum_{k=1}^{d(\mathbb{K})} \frac{OMC(k)K(k)}{\rho}$$

και λόγω της παραδοχής της προσθετικής επιμερισιμότητας του κοινωνικού πλεονάσματος μπορούμε να γράψουμε

$$F(Y, K) = \sum_{k=1}^{d(\mathbb{K})} F_k(Y, K_k)$$

με

$$F_k(Y, K_k) = A_k(K_k)Y^{\beta_1} + \sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} \bar{b}_{k,ij}Y^{\gamma_i}K_k^{\alpha_j} - \frac{OMC(k)K(k)}{\rho} \quad (3.31)$$

με $F_k(Y, K_k)$ την αξία να επενδύσει κανείς στην τεχνολογία k . Ο πρώτος όρος $A_k(K_k)Y^{\beta_1}$ εκφράζει την αξία του δικαιώματος ως προς την ανάπτυξη ισχύος τεχνολογίας k , ενώ ο δεύτερος όρος $\sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} \bar{b}_{k,ij}Y^{\gamma_i}K_k^{\alpha_j} - \frac{OMC(k)K(k)}{\rho}$ είναι η αξία της ήδη εγκατεστημένης ισχύος τεχνολογίας K . Άρα το πρόβλημα μπορεί να λυθεί ξεχωριστά για κάθε τεχνολογία.

Πρόταση 3.1 (τιμή ενεργοποίησης για την περίπτωση που ισχύει η προσθετική επιμερισιμότητα) Η τιμή ενεργοποίησης $Y^*(K_k)$ για την τεχνολογία k , όταν η ήδη εγκατεστημένη ισχύς είναι K δίνεται από την εξίσωση

$$\sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} \alpha_j \bar{b}_{k,ij}(\gamma_i) Y^{\gamma_i} K_k^{\alpha_j - 1} \left(\frac{\beta_1 - \gamma_i}{\beta_1} \right) = I_k + \frac{OMC(k)}{\rho} \quad (3.32)$$

3.6.2 Περίπτωση μη επιμερίσιμου κοινωνικού πλεονάσματος

Έχει ήδη περιγραφεί ότι στην περίπτωση του κλάδου της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, η υπόθεση ότι το κοινωνικό πλεόνασμα μπορεί να επιμεριστεί στις διαφορετικές τεχνολογίες δεν ευσταθεί. Το πρόβλημα δεν μπορεί να σπάσει σε k διαφορετικά προβλήματα αγνοώντας την αλληλεπίδραση που υπάρχει μεταξύ τους. Προφανώς η επένδυση σε μια τεχνολογία σε χρόνο t_1 απομειώνει την αξία των επενδύσεων - οποιασδήποτε τεχνολογίας - που θα πραγματοποιηθούν σε χρόνο $t_2 > t_1$ (πάντα συγκριτικά με την περίπτωση που η επένδυση στο χρόνο t_1 δε θα πραγματοποιούνταν). Συνεπώς το να προσεγγίσουμε το Ψ με στοιχειώδη επάρκεια απαιτεί μοντέλο παλινδρόμησης που θα είναι προσθετικά μη επιμερίσιμο.

Στο σημείο αυτό εντοπίζεται μια θεωρητική περιπλοκή καθώς δεν έχει αναπτυχθεί θεωρία ως προς αυτή την κατεύθυνση. Στην πραγματικότητα στο Baldursson and Karatzas, 1997 αποδεικνύεται ότι δεν ισχύει η ισοδυναμία των προβλημάτων singular στοχαστικού ελέγχου με βέλτιστου χρόνου διακοπής. Άρα και κάθε αποτέλεσμα με βάση την ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς χάνει την τεκμηρίωση του.

Απομένει μόνον να αντιμετωπιστεί η μωπία ως ευριστική στρατηγική για τη λύση του προβλήματος. Η πρακτικότητα αυτής της προσέγγισης μπορεί να στηριχτεί στο γεγονός ότι εφόσον υιοθετηθεί η μωπική συμπεριφορά προκύπτει άμεσα η λύση του προβλήματος (κάτι που δεν ισχύει πάντα για το πραγματικό πρόβλημα). Επίσης η ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς έχει αποδειχθεί στις συμμετρικές περιπτώσεις του μονοπωλίου (Pindyck, 1988) αλλά και του τέλει ανταγωνισμού (Baldursson and Karatzas, 1997). Αντίστοιχα έχουν μελετηθεί με ενδιαφέροντα συμπεράσματα κάποιες περιπτώσεις ολιγοπωλίου [Grenadier, 2002].

Ως εκ τούτου θα προτείνουμε ένα μοντέλο παλινδρόμησης μη προσθετικά επιμερίσιμο χρησιμοποιώντας την ιδιότητα βέλτιστου της μωπικής συμπεριφοράς ως παραδοχή κι όχι ως δεδομένο.

Μοντέλο παλινδρόμησης 2.2 (μη προσθετικά επιμερίσιμο)

Θεωρούμε $\bar{\Psi}$ μη προσθετικά επιμερίσιμη παρεμβολή της ροής κερδών Ψ

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(Y, K) &= \sum_{t=1}^{d(\mathbb{K})} \sum_{i,j=1}^{d(\gamma), d(\alpha)} b_{t,ij} Y^{\gamma_i} K^{\alpha_j}(t) \\ &+ \sum_{t=1}^{d(\mathbb{K})} \sum_{i,j,k=1}^{d(\gamma), d(\lambda), d(\lambda)} c_{ut,ujk} Y^{\gamma_i} K^{\lambda_j}(t) K^{\lambda_k}(u) \\ &- \sum_{t=1}^{d(\mathbb{K})} OMC(t)K(t) \end{aligned} \quad (3.34)$$

με γ, α , και λ θετικά διανύσματα βάσης διαστάσεων $d(\gamma), d(\alpha), d(\lambda)$ τέτοια ώστε $\forall i$,

$$0 < \gamma_i < \beta_1; 0 < \alpha_j \leq 1; \forall k 0 < \lambda_k < 1;$$

υπό τον περιορισμό ότι για τους αλληλεπιδρώντες όρους επιλέγεται δυνάμεις λ_i και λ_j τέτοιες ώστε $i \neq j$ και $\lambda_i + \lambda_j \leq 1$; $b \geq 0$; και β_1 δίνεται από (3.21)

Το 2.2 μοντέλο παλινδρόμησης αποτελεί απλά επέκταση του 2.1 μοντέλου έχοντας ενσωματώσει την απουσία της προσθετικής επιμερισιμότητας ως ιδιότητα του κοινωνικού πλεονάσματος. Η πρόταση 2.2 δίνει την τιμή ενεργοποίησης της επένδυσης όπως προκύπτει από τη λύση του προβλήματος ελεύθερου συνόρου 2.4 μόνο ως προς τη μεταβλητή Y , έχοντας υποθέσει ότι το K παραμένει σταθερό στο υφιστάμενο επίπεδο εγκατεστημένης ισχύος σε όλο το χρονικό ορίζοντα, καθώς και ότι η μωπική συμπεριφορά είναι βέλτιστη.

Πρόταση 2.2 Η τιμή ενεργοποίησης $Y_k^*(K)$ βάσει της μωπικής επενδυτικής συμπεριφοράς για την τεχνολογία $k \in \mathbb{K}$ με το επίπεδο ισχύος να είναι K , δίνεται από την εξίσωση

$$\sum_{i=1}^{d(\gamma)} \gamma^{\gamma_i} \left(\frac{\beta_1 - \gamma_i}{\beta_1} \right) \left\{ \sum_{j=1}^{d(\alpha)} \alpha_j \bar{b}_{k,ij}(\gamma_i) K_k^{\alpha_j - 1} + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq k}}^{d(\mathbb{K})} \sum_{j,l=1}^{d(\lambda), d(\lambda)} \lambda_k \bar{b}_{k\ell,ijl}(\gamma_i) K_t^{\lambda_j} K_k^{\lambda_l - 1} \right\}$$

$$= I_k + \frac{OMC(k)}{\rho}$$

4 Εφαρμογή της μεθοδολογίας

Ας υποθέσουμε ότι η υπάρχουσα εγκατεστημένη ισχύς είναι K_0 . Χρειάζεται να υπολογίσουμε την παράσταση $m(Y, K_0) = \mathbb{E}^Y \left\{ \int_0^\infty \nabla_K(\Psi(Y_s, K_0)) e^{-\rho s} ds \right\}$, δηλαδή με δεδομένη τη μυωπική συμπεριφορά απαιτείται ο υπολογισμός του οριακού κέρδους για κάθε μονάδα. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι πρέπει να υπολογιστούν οι $\nabla_K(\Psi(Y_s, K_0))$ για όλες τις μελλοντικές τιμές της ανέλιξης Y_s . Θα επιχειρήσουμε να βρούμε μια αντιπροσωπευτική προσέγγιση των $\nabla_K(\Psi(Y, K_0))$ για να χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς Monte Carlo των $m(Y, K_0)$.

Θα βασιστούμε στους πολλαπλασιαστές Lagrange που προκύπτουν από τον περιορισμό ισχύος του προβλήματος βελτιστοποίησης. Έστω λοιπόν $\lambda_{k,l}(Y, K), k \in \mathbb{K}, l \in \mathbb{L}$ οι πολλαπλασιαστές Lagrange των περιορισμών ισχύος (3.3) του $K(k)$.

Θα χρησιμοποιήσουμε την αντιπροσωπευτική προσέγγιση που δίνεται από τον τύπο:

$$\nabla_K(\Psi(Y, K)) \approx \lambda(Y, K) - OMC$$

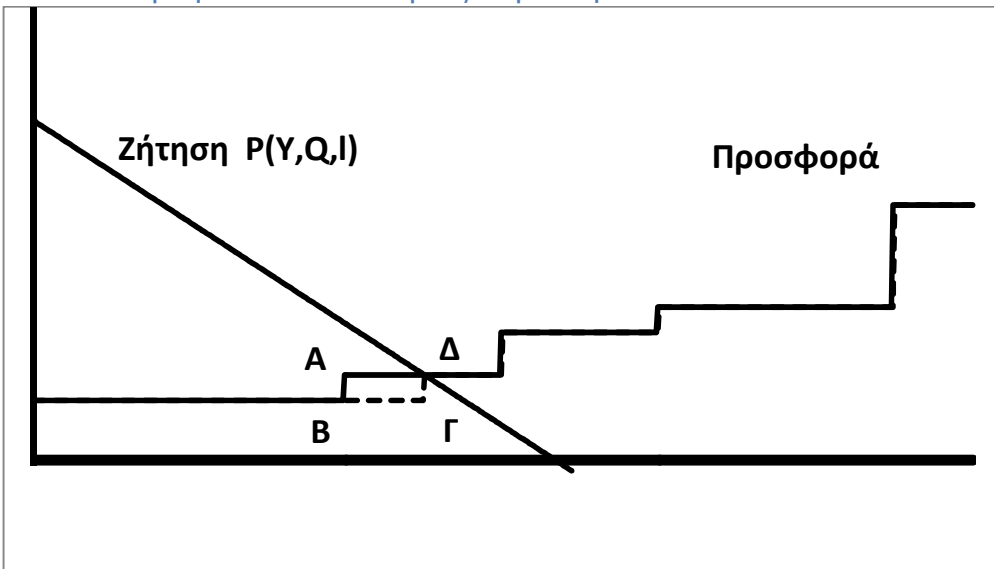
Πριν προχωρήσουμε στη μέθοδο υπολογισμού των λ , αξίζει να σταθούμε στη γραφική απεικόνιση του προβλήματος. Η ιδιαιτερότητα στην περίπτωση μας αφορά στο ότι η συνάρτηση προσφοράς είναι βηματική και αύξουσα. Στις περιπτώσεις (I),(II)(Εικόνα 3, Εικόνα 4) επομένως, οριακή μεταβολή της εγκατεστημένης τεχνολογίας $k: k \in \mathbb{K}$ και $c(k) < P_k$, με $P_k = aY - bQ_k$ και

$$Q_k =$$

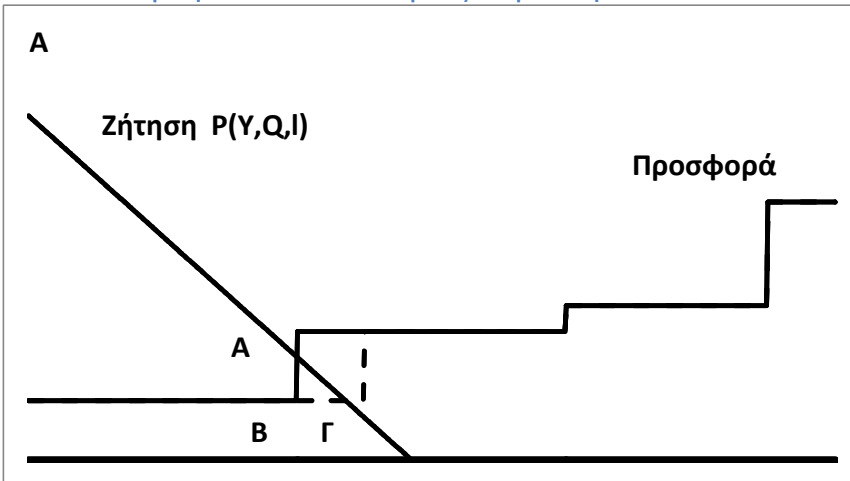
$$\sum_j^{c(k_j) < c(k)} Capacity(k), \quad K_j \text{ διατεταγμένα σε αύξουσα σειρά βάσει μεταβλητού κόστους}$$

θα μεταβάλλει το κοινωνικό πλεόνασμα Ψ , μόνο εφόσον η μεταβολή αφορά τεχνολογία που βρίσκεται στα δεξιά του σημείου ισορροπίας, δηλαδή της τομής μεταξύ της βηματικής συνάρτησης προσφοράς και της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης. Η τομή μπορεί να βρίσκεται είτε επι οριζοντίου τμήματος της βηματικής συνάρτησης προσφοράς (Περίπτωση I) είτε στην κάθετη ασυνέχεια μεταξύ δύο οριζοντίων τμημάτων (Περίπτωση II). Συνεπώς κάθε οριακή μεταβολή των τεχνολογιών που βρίσκονται αριστερά του σημείου ισορροπίας, δεν επηρεάζει το κοινωνικό πλεόνασμα. Ως εκ τούτου μηδενική θα είναι και η αξία των λ για αυτές τις τεχνολογίες.

Εικόνα 3: Μεταβολή κοινωνικού πλεονάσματος – Περίπτωση I



Εικόνα 4: Μεταβολή κοινωνικού πλεονάσματος – Περίπτωση II



Ο υπολογισμός αυτών των τιμών επιλύεται γεωμετρικά βάσει του κάτωθι αλγορίθμου.

Ο αλγόριθμος πραγματοποιείται για κάθε ξεχωριστό τμήμα της καμπύλης διάρκειας φορτίου που συγκροτεί και μια συνάρτηση ζήτησης.

1. Δημιουργούμε την αθροιστική συνάρτηση προσφοράς διατάσσοντας την ισχύ των εγκατεστημένων τεχνολογιών k σε αύξουσα σειρά με βάση το μεταβλητό τους κόστος.
2. Εξετάζεται για κάθε k αν το ύψος της αθροιστικής συνάρτησης προσφοράς είναι μικρότερο της ζήτησης για το συγκεκριμένο επίπεδο ισχύος, δηλαδή αν $c(k) < P_k$
3. Βρίσκουμε $k^* = \min\{k: c(k) > P_k\}$
4. Επιλέγουμε $R(l) = \max(c_{k-1}, P_{k-1})$

5. Υπολογίζουμε $\forall k \Pi(l) = \tau(l) \max[(R(l) - c(k)), 0]$

Με βάση τα παραπάνω και με σταθερό K_0 (όπως υποδεικνύεται εξαιτίας της μυωπικής συμπεριφοράς) θα πραγματοποιήσουμε υπολογισμούς του $m(Y, K_0)$ με τη μεθοδολογία Monte Carlo σε ένα πλέγμα του Y όπου $m(Y, K_0) = \mathbb{E}^Y \left\{ \int_0^\infty \nabla_K (\Psi(Y_s, K_0)) e^{-\rho s} ds \right\} \approx \mathbb{E}^Y \left\{ \int_0^\infty (\lambda(Y_s, K_0) - OMC) e^{-\rho s} ds \right\}$. Έπειτα θα εφαρμόσουμε παλινδρόμηση ως προς Y και θα λύσουμε αριθμητικά ένα πρόβλημα βέλτιστης στάσης του Y ώστε να βρεθεί η τιμή ενεργοποίησης της επένδυσης $Y^*(K_0)$. Στη συνέχεια υπάρχει η δυνατότητα επανάληψης της διαδικασίας για επίπεδα ισχύος $K_1 > K_0$

4.1 Ο ημι-αναλυτικός αλγόριθμος

Τα βήματα του αλγορίθμου που ακολουθήθηκε είναι τα εξής :

Βήμα 1

Θεωρήθηκε πλέγμα χρόνου $T^{grid} = (0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, T) = (s_1, \dots, s_{d(T^{grid})})$ το οποίο διαιρεί το χρονικό ορίζοντα T . Στη συνέχεια παράγουμε ένα δείγμα τροχιών $\tilde{\Omega} \triangleq \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$, N τροχιών $\{Y_{s_j}(\omega_i)\}_{s \in T^{grid}}$ με αρχικό σημείο το Y_0 .

Για κάθε τέτοια τροχιά πραγματοποιούνται οι εξής υπολογισμοί:

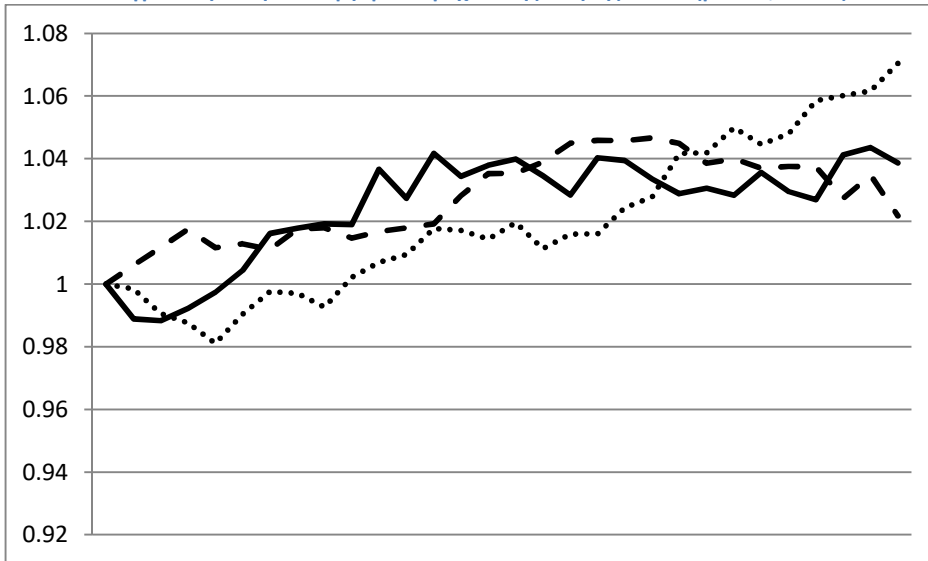
1. Το παραμετροποιημένο διάνυσμα των πολλαπλασιαστών Lagrange $\left\{ \lambda(Y_{s_j}(\omega_i), K) \right\}_{s \in T^{grid}} \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K}) \times d(T^{grid})}$
2. Το διάνυσμα των οριακών τιμών $M(Y_0, K, \omega_i) \in \mathfrak{R}^{d(\mathbb{K})}$: $M(Y_0, K, \omega_i) \triangleq \sum_{j=1}^{d(T^{grid})} \lambda(Y_{s_j}(\omega_i), K) e^{-\rho s_j} - \frac{OMC}{\rho}$. Η αξία επομένως της οριακής μονάδος όταν βρίσκεται στο αρχικό σημείο Y_0 προκύπτει από τον τύπο: $\hat{m}(Y_0, K) = \mathbb{E}[M(Y_0, K, \omega)] = \hat{V}(Y_0, K) - \frac{OMC}{\rho}$, όπου $\hat{V}(Y_0, K)$ το διάνυσμα του αναμενόμενου σωρευτικού εισοδήματος $\hat{V}(Y_0, K) \triangleq \mathbb{E} \left[\sum_{j=1}^{d(T^{grid})} \lambda(Y_{s_j}(\omega), K) e^{-\rho s_j} \right]$

Μοντελοποιήσαμε τη Γεωμετρική κίνηση Brown βάσει της προσέγγισης Karhunen – Loève.

$$W_t = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n \frac{\sin((n - 1/2)\pi t)}{(n - 1/2)\pi}, \text{ όπου } Z_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Στην Εικόνα 5 παρουσιάζεται μια τυπική εφαρμογή της μοντελοποίησης.

Εικόνα 5: Δειγματοληπτική επιλογή τριών τροχιών της κίνησης Brown ($\mu=0.05, \sigma=0.03$)



Βήμα 2

Το Βήμα 1 επαναλαμβάνεται για κάθε σημείο του πλέγματος των αρχικών τιμών του Y
 $Y_0^{grid} = (Y_0^1, \dots, Y_0^g) \in \mathfrak{R}_+^g$.

Κατ' επέκταση θα βρεθούν τα $\hat{m}(Y_0^i, K), i = 1, \dots, g$

Βήμα 3

Για κάθε τεχνολογία $k \in \mathbb{K}$ πραγματοποιείται παλινδρόμηση $\{\hat{V}_k(Y_0^i, K)\}_{i=1, \dots, g}$ με συναρτήσεις του Y , ώστε $\hat{V}_k(Y, K) \approx \sum_{i=1}^{d(Y)} c_i(k, K) Y^{\gamma_i}$ με $\gamma \in \mathfrak{R}_+^{d(Y)}$ τέτοιο ώστε $\forall i, 0 < \gamma_i < \beta_1$ και $c(k, K) \in \mathfrak{R}_+^{d(Y)}$

Η παλινδρόμηση πραγματοποιήθηκε με το υπολογιστικό εργαλείο eViews.

Βήμα 4

Για κάθε τεχνολογία $k \in \mathbb{K}$ επιλύουμε αριθμητικά το πρόβλημα βέλτιστης στάσης :

$$J(k) \triangleq I(k) + \frac{OMC}{\rho}$$

$$\tau^* = \arg \sup_{\tau \in \mathcal{S}} \mathbb{E}^Y [e^{-\rho \tau} (R(c(k, K), Y_\tau) - J(k))]$$

για οποιοδήποτε $Y \in [Y_0^1, Y_0^g]$. Τελικά η τιμή ενεργοποίησης της επένδυσης για την τεχνολογία k είναι η μοναδική ρίζα της εξίσωσης

$$\sum_{i=1}^{d(Y)} c_i(k, K) Y^{\gamma_i} \left(\frac{\beta_1 - \gamma_i}{\beta_1} \right) = I(k) - \frac{OMC(k)}{\rho}$$

[απόδειξη σε Gahungu, 2011]

Η εύρεση της λύσης πραγματοποιήθηκε με χρήση του υπολογιστικού πακέτου Matlab.

4.2 Μελέτη περιπτώσεων

Θα εφαρμόσουμε τη μεθοδολογία σε δύο ξεχωριστές περιπτώσεις. Στην μεν πρώτη θα επιχειρήσουμε να αναπαράγουμε το πρώτο παράδειγμα που δίνεται στο (Gahungu Smeers 2011) και να δομήσουμε τη σύγκριση μεταξύ τους. Ως επέκταση της περίπτωσης 1 θα επαναλάβουμε τη μεθοδολογία μεταβάλλοντας τα μ, σ ώστε να επεκτείνουμε τη σύγκριση και να αξιολογήσουμε τη δυναμική της εφαρμογής που παρουσιάζουμε. Έπειτα θα επιχειρήσουμε να εφαρμόσουμε τη μεθοδολογία σε ένα πραγματικό στιγμιότυπο του ελληνικού συστήματος ηλεκτροπαραγωγής. Την προσέγγιση που ακολουθήσαμε στην δεύτερη περίπτωση θα την αναλύσουμε παράλληλα με την περιγραφή των δεδομένων εισόδου.

4.3 Περιγραφή δεδομένων εισόδου

4.3.1 Συναρτήσεις ζήτησης

Για κάθε τμήμα l της συνάρτησης ζήτησης απαιτείται η παραμετροποίηση των συντελεστών της. Θεωρούμε ένα ζεύγος τιμών (\bar{P}_l, \bar{Q}_l) το οποίο εκτιμάται προσεγγιστικά βάσει παρατήρησης των δημοσιευμένων στοιχείων. Θεωρούμε ακόμη \bar{E}_l την ελαστικότητα της σ.ζ. στο σημείο αυτό. Με βάση την επίλυση του παρακάτω συστήματος θα προκύψουν οι συντελεστές A_l, b_l

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_l = A_l - b_l \bar{Q}_l, \\ \bar{E}_l = \frac{\bar{P}_l}{\bar{P}_l - A_l} \end{array} \right\}$$

Στην εξέλιξη του χρόνου οι συναρτήσεις ζήτησης αναπτύσσονται στη βάση ενός αυξητικού παράγοντα εξωγενώς δοσμένου. Η συνάρτηση ζήτησης επιλέχθηκε να τηρηθεί σε 6 διαστήματα.

Πίνακας 1: Στοιχεία για τη διαμόρφωση της συνάρτησης ζήτησης (Περίπτωση 1)

Τμηματική Ζήτηση l	1	2	3	4	5	6
$\tau(l)$ (% του έτους)	0.001	0.0046	0.0354	0.5023	0.3425	0.1142
$\bar{Q}(l)$	86000	83000	80000	60000	40000	20000
$P_l(\bar{Q}(l))$ (€/MWh)	300	60	55	40	30	20
A_l για $Y = 1$	900	180	165	120	90	60
b_l	0.0070	0.0014	0.0014	0.0013	0.0015	0.0020

Για τη διαμόρφωση της στοχαστικής ανέλιξης θεωρήθηκε $\mu = 0.02$ (drift) και $\sigma = 0.03$ (volatility). Το προεξοφλητικό επιτόκιο λήφθηκε $\rho = 0.1$. Το δείγμα των τροχιών θεωρήθηκε πλήθους $N = 1000$, ενώ ο χρονικός ορίζοντας $T = 30$ χρόνια. Ο τύπος που υπακούει η κίνηση Brown της ανέλιξης Y (οικονομικός δείκτης) είναι $dY(t, \omega) = \mu Y(t) dt + \sigma Y(t) d\mathbb{B}_t(\omega)$

4.3.2 Κόστη Τεχνολογιών

Μελετήθηκαν 4 τεχνολογίες ηλεκτροπαραγωγής (πυρηνική, λιθανθρακική, φυσικού αερίου συνδυασμένου κύκλου, ανοιχτού κύκλου/αεριοστρόβιλος φυσικού αερίου) ακριβώς όπως και στη δημοσίευση αναφοράς. Τα στοιχεία κόστους των 4 τεχνολογιών φαίνονται στον Πίνακα 1 ενώ το δίδανσμα $K_0(10000, 10000, 0, 0)$ (MW)

Πίνακας 2: Κόστη τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής

Τεχνολογία	Πυρηνική	Λιθανθρακική	ΣΚΦΑ	ΑΚΦΑ
Κόστος Καυσίμου (€/MWh)	5	27.14	37.241	55.385
Κόστος Εκπομπών CO ₂ (€/MWh)	0	18.729	7.994	14.012
Οριακό Κόστος (€/MWh)	5	44.44	45.23	69.397
Σταθερό κόστος Λειτουργίας και Συντήρησης(€/MW-έτος)	87600	70080	43800	43800
Κόστος Επένδυσης (€/MW)	2755000	130000	1000000	100000

4.3.3 Εφαρμογή Monte Carlo πάνω σε πλέγμα

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τα οριακά κόστη $m(Y, K_0)$ σε κάθε σημείο του πλέγματος $Y = (Y_{min}, Y_{min} + \Delta Y, Y_{min} + 2\Delta Y, \dots, Y_{max})$. Έστω τώρα $d(Y)$ η διάσταση του πλέγματος του Y , θα προκύψει πίνακας $\hat{m}(Y, K_0) \in \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^{d(Y)}$. Δημιουργήθηκε πλέγμα 64 σημείων με $Y_{min} = 0, Y_{max} = 2, \Delta Y = 0.03125$.

Για λόγους σύγκρισης με τη δημοσίευση αναφοράς δίνουμε και τους δύο πίνακες συγκεκριμένα για τα σημεία $Y = 0.25, 0.5, 0.75, \dots, 2$

Πίνακας 3: Πίνακας των \hat{m} στη δημοσίευση αναφοράς

$$\hat{m} = 10^7 \times \begin{bmatrix} 0.1235 & 0.3661 & 0.6218 & 0.9060 & 1.1952 & 1.4893 & 1.7835 & 2.0719 \\ 0.0048 & 0.0661 & 0.2749 & 0.5478 & 0.8323 & 1.1265 & 1.4206 & 1.7090 \\ 0.0047 & 0.0643 & 0.2699 & 0.5412 & 0.8256 & 1.1193 & 1.4134 & 1.7018 \\ 0.0032 & 0.0322 & 0.1395 & 0.3610 & 0.6239 & 0.9112 & 1.1962 & 1.4797 \end{bmatrix}$$

ο πίνακας της δημοσίευσης αναφοράς, ενώ

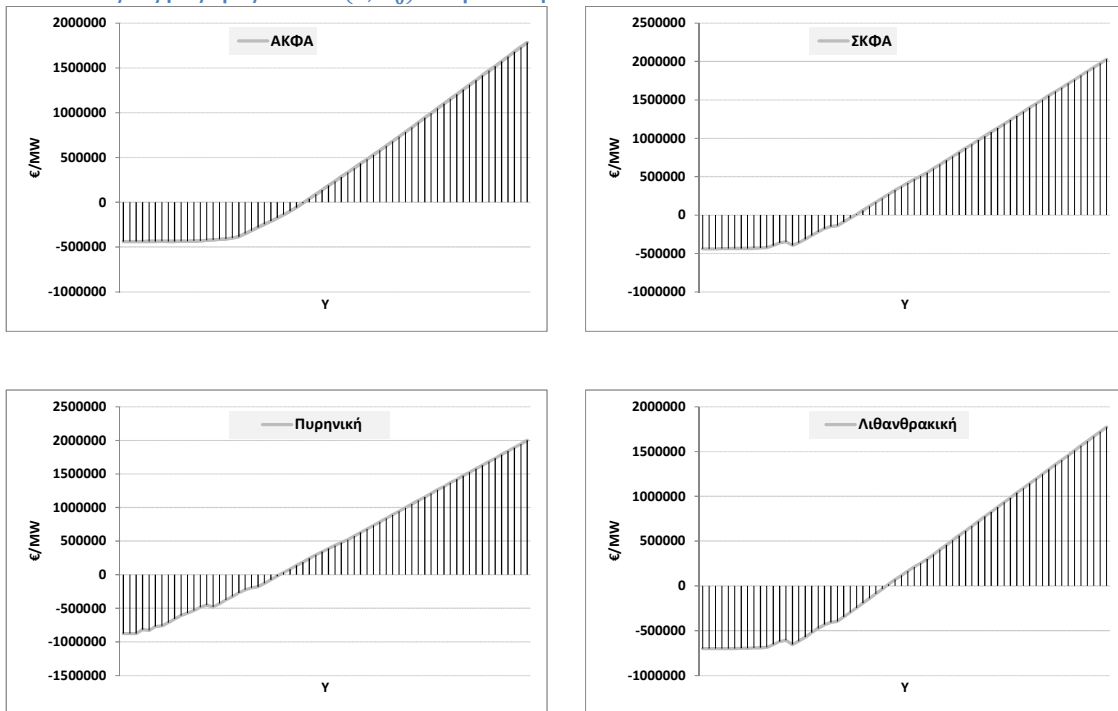
Πίνακας 4: Πίνακας των \hat{m} στην εφαρμογή της μεθοδολογίας

$$\hat{m} = 10^7 \times \begin{bmatrix} -0.0712 & -0.0429 & -0.0075 & 0.0341 & 0.0733 & 0.1157 & 0.1577 & 0.1998 \\ -0.0697 & -0.0616 & -0.296 & 0.0117 & 0.0509 & 0.0932 & 0.1353 & 0.1774 \\ -0.0435 & -0.0359 & -0.0040 & 0.0372 & 0.0764 & 0.1187 & 0.1608 & 0.2028 \\ -0.0437 & -0.0415 & -0.0210 & 0.0138 & 0.0529 & 0.0942 & 0.1363 & 0.1784 \end{bmatrix}$$

ο πίνακας που προκύπτει από την εφαρμογή της μεθοδολογίας.

Οι διαφορές δεν είναι ασήμαντες. Σημαίνει πως τα τελικά αποτελέσματα θα διαφοροποιηθούν και θα υπάρχουν αποκλίσεις. Ίσως οφείλεται σε διαφορετικές μεθόδους υπολογισμού των $m(Y, K_0)$. Εμείς θα προχωρήσουμε την ανάλυση παρόλα αυτά καθώς τόσο η δομή όσο η μορφή των αποτελεσμάτων είναι ενθαρρυντικές (Εικόνα 6).

Εικόνα 6: Εξέλιξη ως προς γ των $\hat{\pi}(Y, K_0)$ – Περίπτωση 1



4.3.4 Παλινδρόμηση⁵

Για κάθε γραμμή $k \in \mathbb{K}$ χρησιμοποιούμε και τα 64 σημεία του πλέγματος υψωμένα στις δυνάμεις $\gamma = (0, 0.25, 0.5, \dots, 4.25)$ ως βάση υπολογισμού της παλινδρόμησης. Για τις 4 τεχνολογίες βρίσκουμε R-square :

$$R^2(Y^{grid}, K_0, \gamma) = (0.99979, 0.998, 0.99981, 0.99954)$$

Το διάνυσμα των τιμών ενεργοποίησης προκύπτει:

$$Y^*(K_0, \gamma) = (1.103318, 1.009303, 0.911054, 0.746207)$$

Οι αντίστοιχες τιμές στη δημοσίευση αναφοράς είναι:

$$Y^*(K_0, \gamma) = (0.4939, 0.5782, 0.5027, 0.222)$$

Στο υπολογιστικό πακέτο που εφαρμόσαμε την παλινδρόμηση διαπιστώθηκε ότι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων έπρεπε να μειώσουμε το πλήθος των δυνάμεων που τελικά χρησιμοποιήθηκε στην παλινδρόμηση ώστε να έχουμε αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα των R-square τείνουν στη μονάδα δείχνουν πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικής συνάρτησης. Με τυχαίο τρόπο επιλέχθηκαν οι εξής 8 $\gamma = (0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.25, 3, 4)$.

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής δεν είναι ίδια με (αυτά) της δημοσίευσης αναφοράς, ωστόσο δείχνουν αρκετά συνεκτικά. Αφενός αναδεικνύουν ποιοτικά το ίδιο συμπέρασμα,

⁵ Η διάταξη των τεχνολογιών είναι (πυρηνική, λιθανθρακική, σκφα, ακφα)

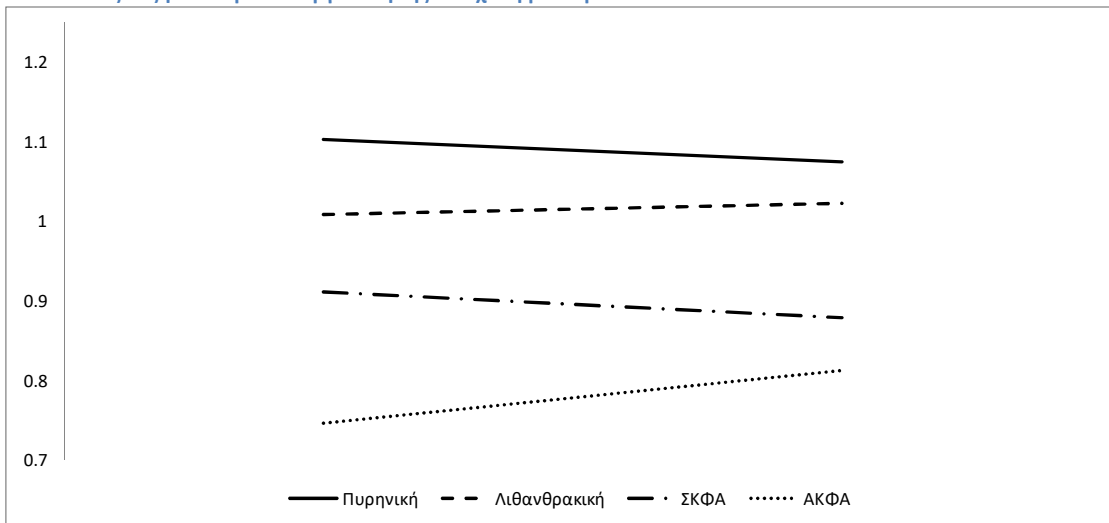
ότι δηλαδή το υπό μελέτη σύστημα έχει ανάγκη από επενδύσεις σε τεχνολογίες αιχμιακού φορτίου, όπως είναι οι αεριοστρόβιλοι. Στη συνέχεια φαίνεται πως προτιμάται η τεχνολογία ΣΚΦΑ, έπειτα η λιθανθρακική και τέλος τα πυρηνικά. Θεωρούμε ότι η βασική ποιοτική διαφορά των αποτελεσμάτων είναι η διαφορετική σχετική θέση της τεχνολογίας των πυρηνικών (θέση 4 στο παράδειγμα αναπαραγωγής της μεθοδολογίας, θέση 2 στη δημοσίευση αναφοράς). Για ένα K_0 όπου οι τεχνολογίες που θα καλύψουν το μέσο και φορτίο αιχμής, ΣΚΦΑ και ΑΚΦΑ αντίστοιχα, εκκινούν με 0 MW εγκατεστημένα, φαίνεται πολύ λογικό να υπάρχει ισχυρή προτίμηση σε αυτές. Το αποτέλεσμα που χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση αφορά τη σχετική θέση των λιθανθρακικών (θέση 3 στο παράδειγμα αναπαραγωγής της μεθοδολογίας, θέση 4 στη δημοσίευση αναφοράς). Η τεχνολογία αυτή βρίσκεται σε έλλειμμα ανταγωνιστικότητας με τα πυρηνικά και θα περιμέναμε να βρίσκονται στην τέταρτη θέση. Θυμίζουμε ωστόσο ότι οι σχετικές θέσεις δεν έχουν άμεση επίδραση στη λύση υπό την εξής έννοια: εφόσον βρέθηκε ότι χρονικά υπερτερεί – υπάρχει δηλαδή μεγαλύτερη ανάγκη για επένδυση σε ΑΚΦΑ, τότε η μεθοδολογία θα πρέπει να εφαρμοστεί βρίσκοντας εκείνο το $K_{AK\Phi A}$ που θα φέρει την τεχνολογία σε θέση διάφορη της πρώτης. Εκεί πια θα έβλεπε κανείς σε ποια τεχνολογία μετακινείται η προτίμηση. Άλλωστε το προς μελέτη υπόδειγμα της δημοσίευσης αναφοράς στερείται ρεαλισμού ως προς το ύψος της εγκατεστημένης ισχύος των τεχνολογιών ηλεκτροπαραγωγής, καθώς λαμβάνεται ως αφετηρία το φανταστικό αρχικό K_0 . Στερείται ρεαλισμού υπό την έννοια ότι είναι αδύνατον να υπάρξει στην πράξη μια τέτοια αρχική διαμόρφωση γιατί δε θα λειτουργούσε το σύστημα. Για το λόγο αυτό θα επιχειρήσουμε να εφαρμόσουμε τη μεθοδολογία σε ένα ρεαλιστικό παράδειγμα της ελληνικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας ώστε να αποτιμήσουμε τη μέθοδο και από μία διαφορετική οπτική (Περίπτωση 2). Ωστόσο θα προηγηθεί η παρουσίαση δύο υποπερίπτωσεων της 1, όπου στη μεν πρώτη αυξάνουμε το μ από 0.2 σε 0.5 ενώ στη δεύτερη αυξάνουμε το σ από 0.3 σε 0.5. Αναμένουμε στην αύξηση του μ μείωση των τιμών ενεργοποίησης σε σχέση με την περίπτωση αναφοράς ενώ στην αύξηση του σ αύξηση. Ο λόγος είναι ότι η βελτισση του drift, βελτιώνει τις αποδόσεις του οικονομικού δείκτη Y , συνεπώς ενισχύεται η ζήτηση και αυξάνουν τα οριακά κέρδη των τεχνολογιών ώστε να φτάνουν νωρίτερα σε επιθυμητά αποτελέσματα. Στην περίπτωση αύξησης του σ αναμένουμε τα αντίστροφα αποτελέσματα, εφόσον η αύξηση της μεταβλητότητας, θέτει σε μεγαλύτερη επισφάλεια τα οριακά κέρδη των τεχνολογιών και ως εκ τούτου υπάρχει υστέρηση ως προς το χρόνο ενεργοποίησης (άρα αυξάνουν σε σχέση με την περίπτωση αναφοράς).

Στην υποπερίπτωση 1.α(αύξηση του μ) το διάνυσμα των τιμών ενεργοποίησης δίνεται:

$$Y^*(K_0, \gamma) = (1.074195, 1.022145, 0.879266, 0.813472)$$

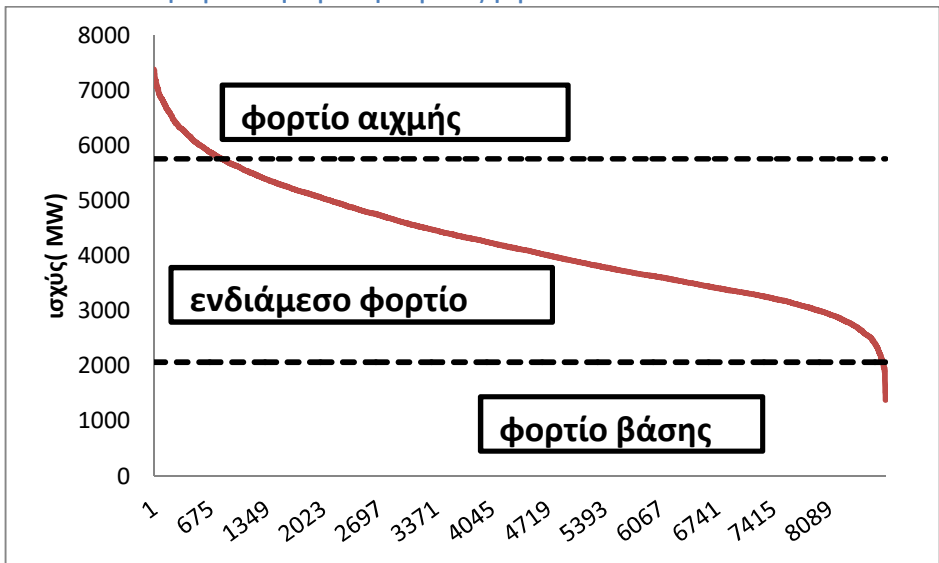
και γραφικά απεικονίζεται στην Εικόνα 7

Εικόνα 7: Εξέλιξη των τιμών ενεργοποίησης σε σχέση με το μ



Οι αποκλίσεις των αποτελεσμάτων σε σχέση με τη δημοσίευση αναφοράς επιμένουν. Στην περίπτωση αυτή, η απόκλιση είναι δομικού χαρακτήρα, γιατί ενώ στη δημοσίευση αναφοράς όλες οι τεχνολογίες παρουσιάζουν γρηγορότερη απόκριση και χαμηλότερες τιμές ενεργοποίησης, στη δική μας εφαρμογή η πυρηνική τεχνολογία και η ΣΚΦΑ μειώνουν τις τιμές ενεργοποίησης, ενώ η λιθανθρακική και η ΑΚΦΑ αυξάνουν, οριακά η πρώτη και σημαντικά η δεύτερη. Ωστόσο από άποψη ερμηνείας το αποτέλεσμα δεν είναι μη αποδεκτό. Εφόσον οι τεχνολογίες τελούν υπό ανταγωνισμό για να καλύψουν τα μερίδια της ζήτησης, η επιτυχία της μιας αποτελεί αποτυχία της άλλης. Συγκεκριμένα, η πυρηνική τεχνολογία βρίσκεται σε άμεσο ανταγωνισμό με τη λιθανθρακική καθώς και οι δύο είναι τεχνολογίες βάσης(Εικόνα 8). Αυτό σημαίνει ότι καλύπτουν το φορτίο εκείνο της ζήτησης που παραμένει σταθερό προϊόντος του χρόνου. Καμιά άλλη τεχνολογία δε μπορεί να ανταγωνιστεί με αυτές ως προς την κάλυψη του φορτίου βάσης. Η διαφοροποίηση μεταξύ τους έγκειται στο εξής: η μεν πυρηνική έχει υψηλό κεφαλαιουχικό κόστος ενώ η λιθανθρακική έχει μεγαλύτερο μεταβλητό κόστος. Με βάση τα παραπάνω οι δύο αυτές τεχνολογίες τελούν σε αμοιβαίο αποκλεισμό, δηλαδή σε κάθε αγορά ή θα προκύπτουν πυρηνικές ή λιθανθρακικές μονάδες ως βέλτιστες και δύσκολο έως αδύνατο και τα δύο ταυτόχρονα. Προχωρώντας ένα επίπεδο παραπάνω στο ύψος του φορτίου βρίσκεται το μέσο, όπου ανάλογα με τη γεωμετρία της καμπύλης διάρκειας φορτίου το καλύπτουν μονάδες με μικρότερο κεφαλαιουχικό κόστος από τις τεχνολογίες βάσης και συνήθως μεγαλύτερο λειτουργικό. Στη γενική περίπτωση το μερίδιο αυτό το καλύπτουν οι μονάδες σ.κ.φ.α., τα υδροηλεκτρικά, οι αποδοτικές μονάδες λιθάνθρακα και οι πετρελαϊκές, με τους λιθάνθρακες να πιέζουν από το φορτίο βάσης (κάτω) και τις υπόλοιπες να πιέζουν από τις αιχμές (πάνω). Αιχμιακό καλείται το φορτίο εκείνο που παίρνει τιμές πολύ κοντά στη μέγιστη παρατηρούμενη του έτους. Το αιχμιακό φορτίο το καλύπτουν αποδοτικότερα μονάδες υψηλού λειτουργικού (μεταβλητού) κόστους και αντίστοιχα χαμηλού κεφαλαιουχικού. Βασικός εκπρόσωπος αυτής της κατηγορίας είναι η τεχνολογία ανοικτού κύκλου είτε χρησιμοποιεί για καύσιμο φυσικό αέριο είτε πετρέλαιο.

Εικόνα 8 : Τυπική περίπτωση καμπύλη διάρκειας φορτίου



Επιστρέφοντας στην ανάλυση της περίπτωσης 1.α η τιμή ενεργοποίησης για την τεχνολογία σ.κ.φ.α. μειώνεται με την αύξηση του μ , ενώ για την τεχνολογία ΑΚΦΑ αυξάνεται. Η απόκλιση ως προς τη δημοσίευση αναφοράς αφορά την τεχνολογία ΑΚΦΑ, όπου στο πρωτότυπο μειώνεται. Η ερμηνεία που μπορεί να δοθεί βρίσκεται σε παραλληλία με το παραπάνω επιχείρημα, ότι δηλαδή όσο αυξάνεται ο οικονομικός δείκτης δημιουργείται νέα ζήτηση άρα και μεγαλύτερο μερίδιο κάλυψης για τις μονάδες ΣΚΦΑ σε σύγκριση πάντα με την αρχική περίπτωση. Η διαπίστωση αυτή ισχύει, ωστόσο για να είναι πλήρως τεκμηριωμένη πρέπει να εξεταστεί με λεπτομέρεια η επίδραση του μ , ως προς τη γεωμετρία των συναρτήσεων ζήτησης.

Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται διεξοδική διερεύνηση για την πλήρη αποτίμηση των αποκλίσεων μεταξύ της μεθοδολογίας που εφαρμόσαμε και της πρωτότυπης δημοσίευσης αναφοράς.

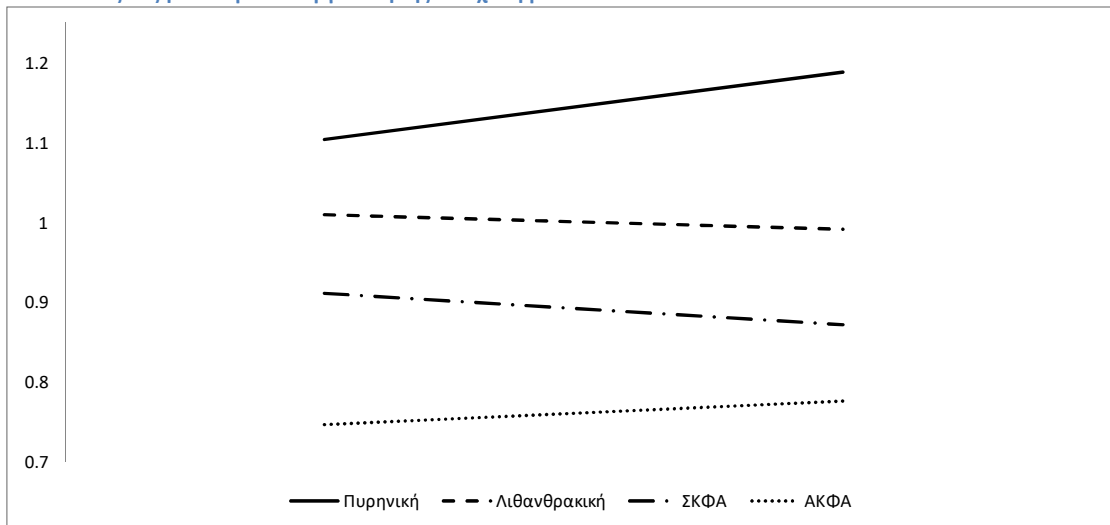
Ωστόσο, το βασικό αποτέλεσμα της μεθόδου, που αφορά τη σχεσιακή κατάταξη των τεχνολογιών συνεχίζει να παραμένει ίδιο. Το σύστημα κυρίως χρειάζεται αιχμιακές μονάδες (ΑΚΦΑ). Επίσης αξίζει να παρατηρηθεί ότι στη δημοσίευση αναφοράς για $\mu = 0.5$ πραγματοποιείται εναλλαγή της σχετικής θέσης μεταξύ ΣΚΦΑ και πυρηνικών, κάτι που δεν παρατηρείται στις περιπτώσεις που εξετάσαμε.

Στην υποπερίπτωση 1.β(αύξηση του σ) το διάνυσμα των τιμών ενεργοποίησης δίνεται:

$$Y^*(K_0, \gamma) = (1.188235, 0.991592, 0.871784, 0.775725)$$

και γραφικά απεικονίζεται στην Εικόνα 9

Εικόνα 9: Εξέλιξη των τιμών ενεργοποίησης σε σχέση με το σ



Παρατηρούμε αύξηση της τιμής ενεργοποίησης της πυρηνικής τεχνολογίας, δηλαδή η αύξηση της μεταβλητότητας λειτουργεί αποθαρρυντικά σε σχέση με την υλοποίηση της επένδυσης. Αντίθετα στην περίπτωση της τεχνολογίας ΣΚΦΑ έχουμε μείωση της τιμής ενεργοποίησης. Όντως η εμπειρία δείχνει ότι σε συστήματα που επικρατεί μεγάλη μεταβλητότητα οι τεχνολογίες που διαθέτουν ευέλικτα ή «ενδιάμεσα» χαρακτηριστικά προτιμούνται, ακριβώς επειδή αυτός ο ενδιάμεσος χαρακτήρας προσφέρεται για αποδοτικότερη αντιστάθμιση του κινδύνου. Στην περίπτωση μας το «ενδιάμεσο» αντιπροσωπεύεται από την τεχνολογία ΣΚΦΑ αφού τόσο το λειτουργικό της κόστος όσο και το κεφαλαιουχικό δεν λαμβάνουν ακραίες τιμές. Για λόγους διευκρίνισης σημειώνεται ότι η ευελιξία δεν αφορά τα τεχνικά χαρακτηριστικά των τεχνολογιών. Στη δημοσίευση αναφοράς όλες οι τεχνολογίες αυξάνουν την τιμή ενεργοποίησης με την αύξηση της μεταβλητότητας. Επιχειρήσαμε να ερμηνεύσουμε την αποκλίνουσα συμπεριφορά της τεχνολογίας ΣΚΦΑ στην περίπτωση 1.β λόγω της ευελιξίας της. Σχεδόν σταθερή και με ελαφρά μείωση εμφανίζεται και η λιθανθρακική ενώ στο πρωτότυπο αυξάνεται αισθητά. Θεωρούμε διαισθητικά ότι σχετίζεται με τον ανταγωνισμό των τεχνολογιών και συγκεκριμένα με την πυρηνική, η οποία πλήττεται σημαντικά από την αύξηση της μεταβλητότητας. Τέλος, η τεχνολογία ΑΚΦΑ αυξάνει την τιμή ενεργοποίησης της σε σύμπλευση με τη συμπεριφορά που ακολουθεί και στη δημοσίευση αναφοράς.

4.4 Περίπτωση 2 – Το ελληνικό σύστημα

Στην περίπτωση 2 χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα εισόδου από το μοντέλο TIMES, που λειτουργεί στις εγκαταστάσεις του ΚΑΠΕ και έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετές ασκήσεις ενεργειακής πολιτικής και σε ολοκληρωμένες μελέτες ενεργειακού σχεδιασμού. Όσον αφορά τη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας θεωρήσαμε τη λεγόμενη θερμική ζήτηση, το συνολικό φορτίο απομειωμένο της παραγωγής από τεχνολογίες ΑΠΕ.

Πίνακας 5: Ανάλυση δεδομένων ζήτησης –Περίπτωση 2

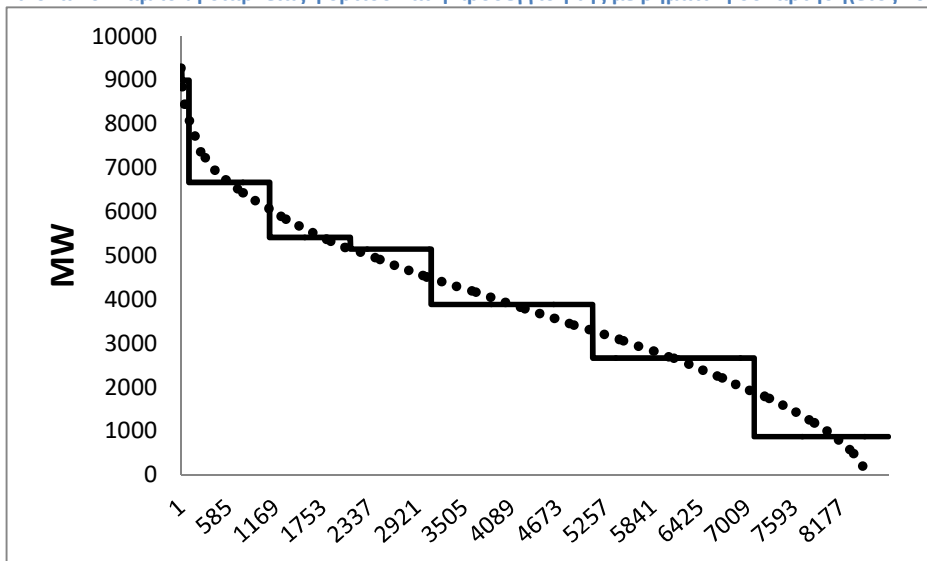
Τμηματική Ζήτηση I	1	2	3	4	5	6
$\tau(I)$ (% of the year)	0.01	0.11	0.23	0.23	0.23	0.19
$\bar{Q}(I)$ (MW)	7385	5955	5008	4207	3600	2930
$P_I(\bar{Q}(I))$ (€/MWh)	300	100	80	60	45	35
A_I για $\gamma = 1$	3300	433	280	180	120	85
b_I	0.4064	0.056	0.0399	0.0285	0.0208	0.0171

Πίνακας 6: Κόστη Τεχνολογιών – Περίπτωση 2

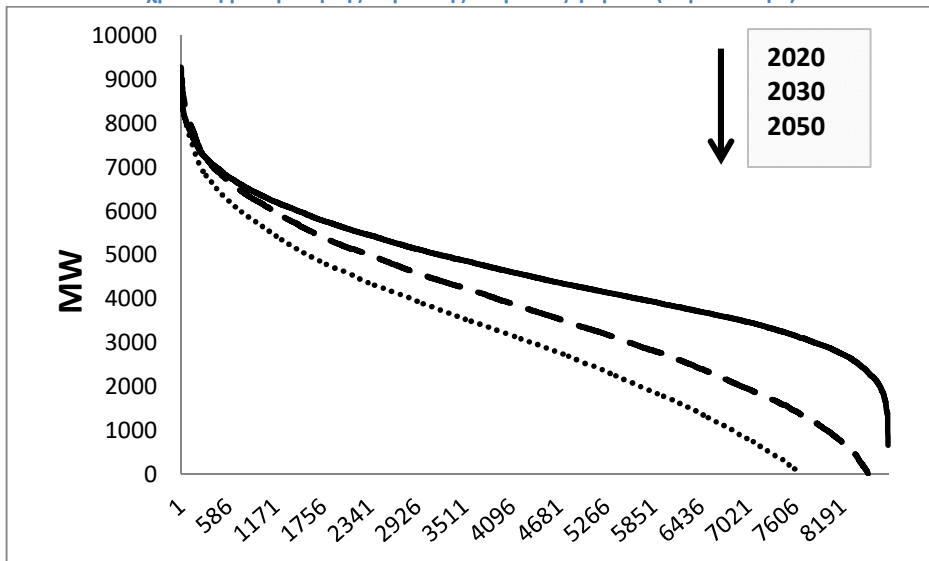
Τεχνολογία	Πυρηνική	Λιθανθρακική	ΣΚΦΑ	ΑΚΦΑ	Λιγνιτική	Πετρελαϊκή	Υδροηλεκτρική
Οριακό Κόστος (€/MWh)	5	35	57	105	40	120	2
Σταθερό κόστος Λειτουργίας και Συντήρησης(€/MW-έτος)	38550	34000	18000	11500	34000	21600	10000
Κόστος Επένδυσης(€/MW)	2755000	1500000	750000	350000	1725000	900000	2220000

Πραγματοποιήθηκε απλή αφαίρεση σε ωριαίο επίπεδο και όχι κάποια πιο σύνθετη πιθανοτική μέθοδος για λόγους απλότητας. Άλλωστε η μελέτη της περίπτωσης αυτής μόνο ποιοτικά συμπεράσματα μπορεί να δώσει. Τα δεδομένα που αφορούν στη ζήτηση βρίσκονται στον πίνακα 3 και τα κόστη των τεχνολογιών στον πίνακα 4. Στην Εικόνα 10 φαίνεται η προσέγγιση της πραγματικής καμπύλης διάρκειας φορτίου σε σχέση με τη βηματική συνάρτηση που εφαρμόζουμε στη μέθοδο, ενώ στην Εικόνα 11 φαίνεται η εξέλιξη της στο χρόνο.

Εικόνα 10: Καμπύλη διάρκειας φορτίου και η προσέγγιση της με βηματική συνάρτηση(έτος 2030 – Περίπτωση 2)

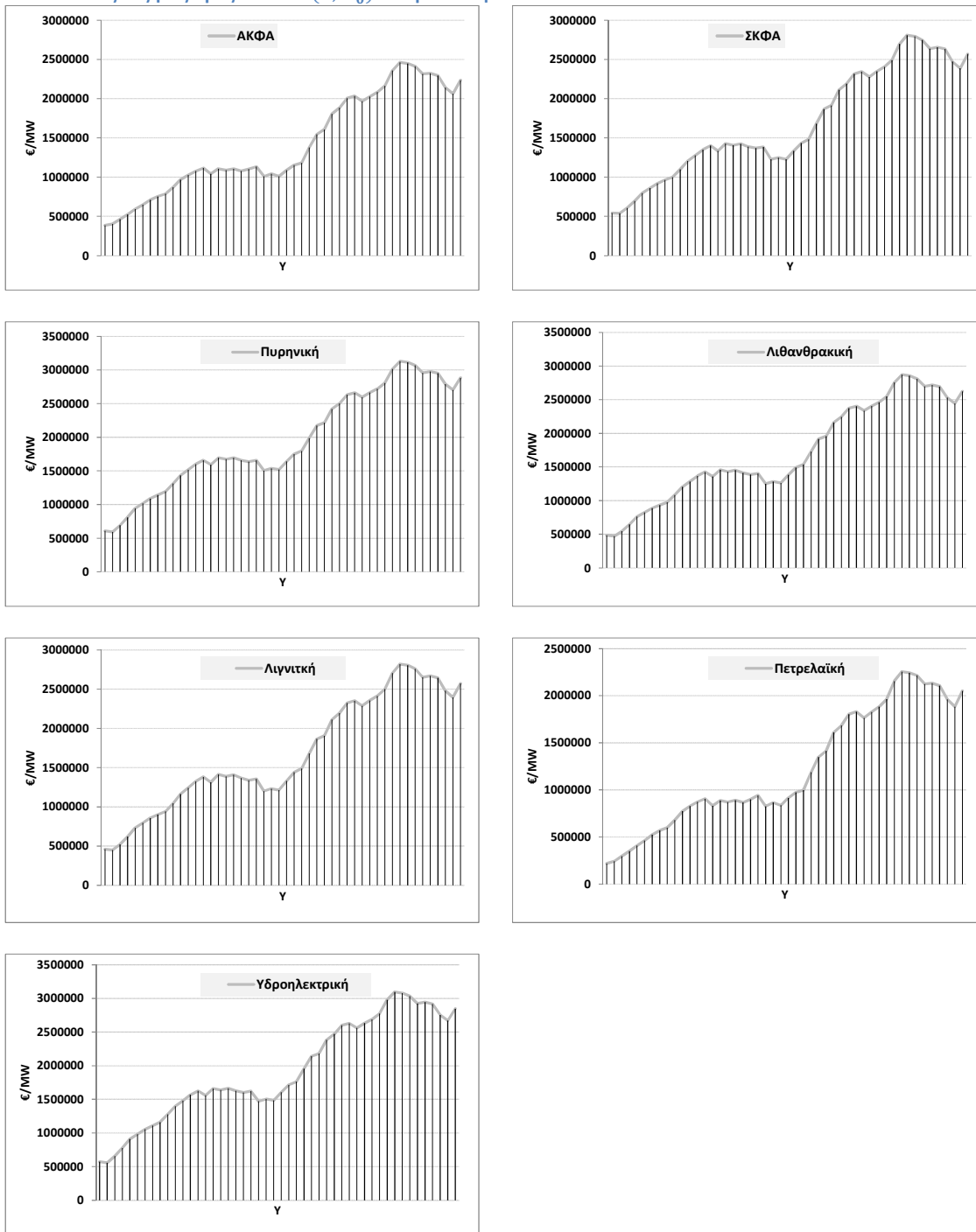


Εικόνα 11: Διαχρονική μεταβολή της καμπύλης διάρκειας φορτίου(Περίπτωση 2)



Η γραφική απεικόνιση των $\hat{m}(Y, K_0)$ δίνεται στην Εικόνα 12. Με βάση τα παραπάνω βρέθηκαν οι συντελεστές των τεχνολογιών μέσω παλινδρόμησης και προχωρήσαμε στην εύρεση του διανύσματος τιμών ενεργοποίησης. Ωστόσο σε καμία από τις τεχνολογίες η επίλυση της αλγεβρικής εξίσωσης δεν οδηγούσε σε λύση. Χωρίς λύση δεν υπάρχει τιμή ενεργοποίησης. Πέρα από τη θεωρητική αμηχανία του τί ακριβώς σημαίνει αυτό και ποιες είναι οι αναλυτικές συνεπαγωγές του, επιχειρήσαμε να διαφοροποιήσουμε τις δυνάμεις στις οποίες βασίζουμε την παλινδρόμηση χωρίς όμως αποτέλεσμα. Ομοίως χωρίς αποτέλεσμα ήταν και η προσφυγή σε πιο επιλεκτική χρησιμοποίηση των $\hat{m}(Y, K_0)$ από το πλέγμα των 64 σημείων.

Εικόνα 12: Εξέλιξη ως προς γ των $\hat{m}(\gamma, K_0)$ – Περίπτωση 2α



Στην πραγματικότητα το μόνο δεδομένο που απόμεινε προς μεταβολή είναι η συνάρτηση ζήτησης. Ωστόσο προκύπτει το ερώτημα γιατί να επιλέξουμε τη συνάρτηση ζήτησης κι όχι κάποιο άλλο δεδομένο εισόδου; Ο λόγος είναι απλός: η συνάρτηση ζήτησης είναι κάτι το μη χειροπιαστό, υπό την έννοια ότι έχει βασιστεί σε υπολογισμούς που χρησιμοποιούν την ελαστικότητα ζήτησης, Ωστόσο η ελαστικότητα ζήτησης αποτελεί εκτίμηση κι όχι δεδομένο. Η εύρεση γενικότερα των ελαστικοτήτων ζήτησης

απαιτεί επεξεργασία δεδομένων σε βάθος χρόνου τα οποία είναι δύσκολο να βρεθούν κι επιπλέον, εφόσον βασίζονται σε οικονομετρικούς υπολογισμούς, κοιτούν στο παρελθόν και επομένως αδυνατούν να αναπαραστήσουν με επάρκεια πιθανές μελλοντικές δομικές μεταβολές. Άλλωστε στην περίπτωση 2 θεωρήσαμε αυθαίρετα ότι οι ελαστικότητες ζήτησης λαμβάνουν την ίδια τιμή με τη δημοσίευση αναφοράς. Επιπλέον, η συνάρτηση ζήτησης σχηματίζεται με βάση κάποιες τιμές παρατήρησης οι οποίες εκφράζουν τη θέληση για πληρωμή. Για παράδειγμα, αν η ζήτηση χωριστεί σε 6 μέρη, όπως ακριβώς έχουμε πράξει στα παραδείγματα μας, θεωρούμε ότι τα τμήματα αυτά αφορούν καταναλωτές με διαφορετική θέληση για πληρωμή. Τί σημαίνει αυτό; Ότι με το να αποδοθεί τιμή 100€ στο πρώτο τμήμα της συνάρτησης ζήτησης εκφράζουμε τη θέληση ενός αντιπροσωπευτικού καταναλωτή να αγοράσει ενέργεια και να πληρώσει έως και το τμήμα των 100€/MWh. Αντίστοιχα το έκτο και τελευταίο τμήμα της συνάρτησης ζήτησης θα είναι σαφώς μικρότερο των 100€ MWh, καθότι η συνάρτηση ζήτηση είναι φθίνουσα. Αν για παράδειγμα θεωρηθεί 30€/MWh τότε κάθε προσφορά ενέργειας από τεχνολογία κόστους μεγαλύτερου των 30€/MWh δε μπορεί να γίνει αποδεκτή καθώς απουσιάζει η θέληση για πληρωμή από τον αντιπροσωπευτικό καταναλωτή του έκτου τμήματος της βηματικής συνάρτησης ζήτησης. Ως εκ τούτου, αυξήσαμε την ελαστικότητα των σ.ζ. αφενός αλλά και των τιμών αναφοράς (τιμές παρατήρησης) του αρχικού παραδείγματος για να διερευνήσουμε την απόκριση του μοντέλου σε αυτή τη μεταβολή. Οι αναθεωρήσεις που έγιναν παρουσιάζονται στον Πίνακας 1.

Πίνακας 7: Αναθεώρηση των συναρτήσεων ζήτησης

Αναθεώρηση σ.ζ.	1	2	3	4	5	6
Θέληση για πληρωμή (€/MWh)- αρχική	300	100	80	60	45	35
Θέληση για πληρωμή (€/MWh)- αναθεώρηση	150	50	40	30	23	18

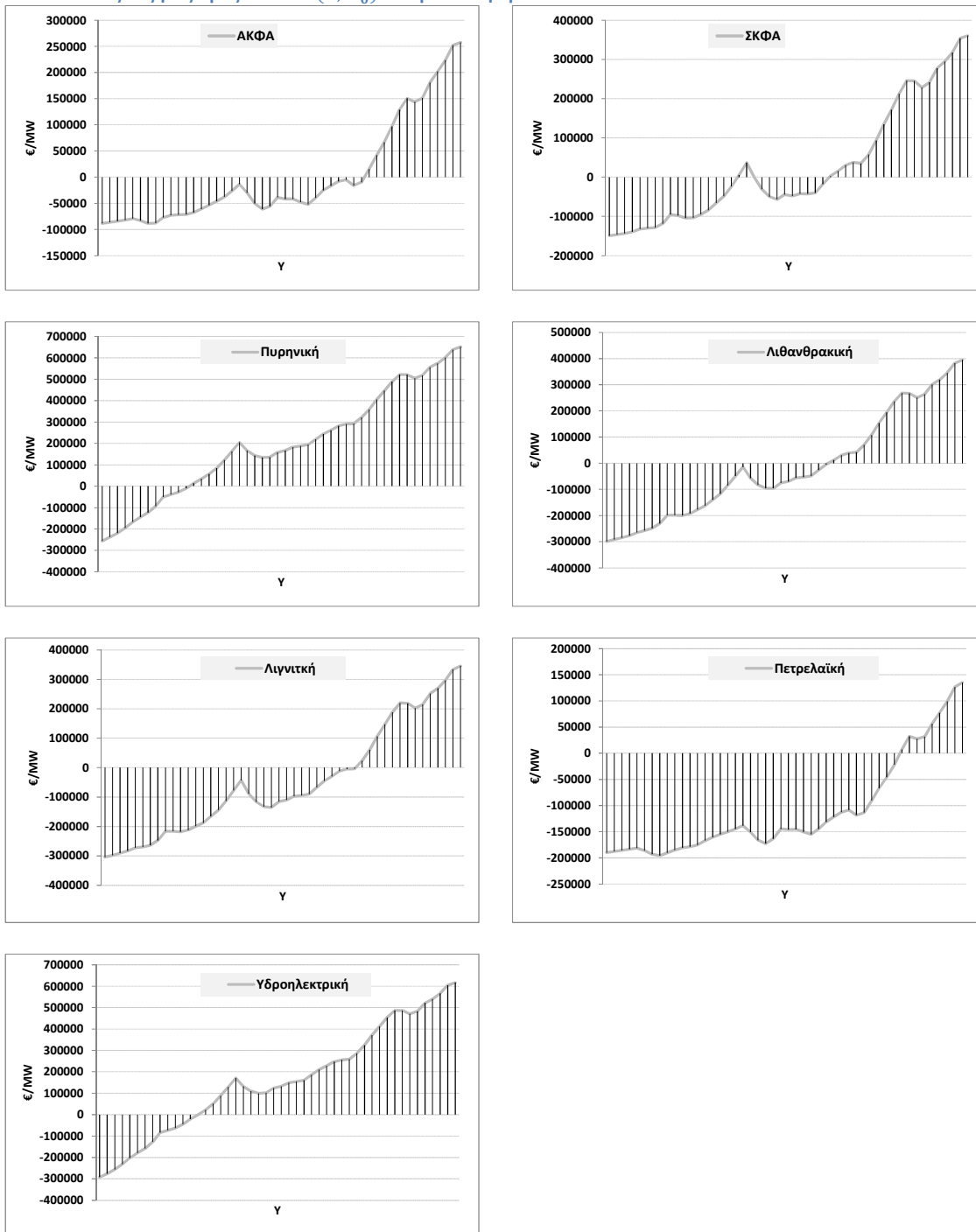
Τελικά με αυτή την ενέργεια προέκυψαν οι παρακάτω τιμές ενεργοποίησης:

Πίνακας 8 : Αποτελέσματα περίπτωσης 2β- ελληνικό σύστημα

	Πυρηνική	Λιθανθρακική	ΣΚΦΑ	ΑΚΦΑ	Λιγνιτική	Πετρελαϊκή	Υδροηλεκτρική
$Y^*(K_0, \gamma)$	1.507224	0.242295	0.774169	0.780434	0.936588	0.841389	0.001738

Τα αποτελέσματα είναι αρκετά ενδιαφέροντα. Πριν προχωρήσουμε στο σχολιασμό οφείλουμε να διευκρινίσουμε ότι έχουν ένα υβριδικό χαρακτήρα. Είναι μεν αποτελέσματα μιας μεθοδολογίας που μπορεί να δώσει ποσοτικοποιημένα αποτελέσματα αλλά τα δεδομένα εισόδου με τα οποία έχουμε τροφοδοτήσει τη συγκεκριμένη άσκηση, επιβάλλουν μια πιο ποιοτική ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Εικόνα 13 : Εξέλιξη ως προς γ των $\hat{m}(\gamma, K_0)$ – Περίπτωση 2β



Υπό αυτή την έννοια, προκύπτει ότι στο ελληνικό σύστημα επικρατούσα τεχνολογία προς επένδυση είναι η υδροηλεκτρική. Ωστόσο η υδροηλεκτρική τεχνολογία έχει ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό σε σύγκριση με τις υπόλοιπες τεχνολογίες. Η ενέργεια που παράγει περιορίζεται από τον ετήσιο υδρολογικό κύκλο. Συγκεκριμένα στην Ελλάδα, ο βαθμός χρησιμοποίησης των υδροηλεκτρικών είναι περίπου 20%, δηλαδή δουλεύουν υπό πλήρη ισχύ περίπου το 1/5 του έτους. Υπό αυτή την έννοια, αποτελεί οριακή

επιλογή η συμπερίληψη της υδροηλεκτρικής τεχνολογίας στη συγκεκριμένη ανάλυση και θα είχε ενδιαφέρον να βλέπαμε το αποτέλεσμα της άσκησης αν είχαμε διαχειριστεί την υδροηλεκτρική ισχύ ακριβώς όπως και τις τεχνολογίες ΑΠΕ.

Επόμενη τεχνολογία που παρουσιάζει χαμηλή τιμή ενεργοποίησης είναι η λιθανθρακική. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν εν μέρει αναμενόμενο. Με δεδομένη την ήδη εγκατεστημένη λιγνιτική ισχύ, η οποία καταλαμβάνει σημαντικό μερίδιο του φορτίου βάσης και την ανωτερότητα- με όρους κόστους- της λιθανθρακικής από τη λιγνιτική τεχνολογία προκύπτει ως επικρατούσα μεταξύ των τεχνολογιών που καλούνται να καλύψουν το φορτίο βάσης. Βέβαια το κόστος της λιθανθρακικής καθώς και κάθε τεχνολογίας που εκπέμπει CO₂ επιβαρύνεται από το αντίστοιχο κόστος. Αυτό δεν φαίνεται καθώς το μεταβλητό κόστος της μονάδας θεωρείται σταθερό για όλη την περίοδο της μελέτης. Στην περίπτωση που εξετάσαμε, το κόστος εκπομπών που ενσωματώνεται στο λειτουργικό (μεταβλητό) κόστος είναι χαμηλό καθώς προσεγγίζει τις τιμές δικαιωμάτων κατά το έτος 2015. Αυτό είναι βασικό και θεμελιώδες μειονέκτημα της μεθοδολογίας. Ίσως και το πιο σημαντικό από όλα τα στοιχεία το οποίο οφείλει να αντιμετωπιστεί ώστε η ανάλυση να περάσει από το στάδιο της διερεύνησης στο στάδιο της χρησιμοποίησης της σε πραγματικά παραδείγματα ανάπτυξης συστημάτων ηλεκτροπαραγωγής. Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να ξεκινήσουμε δίνοντας άλλο κέντρο κόστους ώστε να προεξοφλούμε την προσδοκώμενη αύξηση της τιμής δικαιωμάτων εκπομπής CO₂.

5 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήσαμε την αρμογή του προβλήματος επέκτασης ηλεκτροπαραγωγικής ισχύος μέσα από τη θεωρία *real options* (εμπράγματων δικαιωμάτων προαίρεσης). Πιο συγκεκριμένα έγινε επισκόπηση παρόμοιων προβλημάτων, εμβαθύνουμε στη μαθηματική διαμόρφωση προβλημάτων αυτού του είδους κι εξακριβώθηκε το πρίσμα εντός του οποίου μπορούν να ερμηνευθούν τα αποτελέσματα. Διαπιστώθηκε υπό ποιες προϋποθέσεις η μυωπική συμπεριφορά αποτελεί ιδιότητα βέλτιστου και συνεπώς τότε και υπό ποιες προϋποθέσεις μπορούμε να βασιστούμε σε αυτή τη ιδιότητα που μετασχηματίζει το πρόβλημα στοχαστικού ελέγχου σε αλληλουχία προβλημάτων βέλτιστου χρόνου διακοπής.

Επιχειρήθηκε μια απευθείας σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτει από τον τρόπο που εφαρμόστηκε η μεθοδολογία μας σε σχέση με την πρωτότυπη επιστημονική εργασία [Gahungu and Smeers, 2012]. Είδαμε ότι δεν καταλήγουμε στα ίδια αποτελέσματα. Κρίνουμε ότι βασική αιτία αυτής της απόκλισης αποτελούν δύο βασικοί παράγοντες που δεν είναι δυνατόν να εξακριβωθούν περαιτέρω:

1. Το γεγονός ότι επιλέχθηκε η χρησιμοποίηση ενός προσεγγιστικού γεωμετρικού αλγορίθμου όσον αφορά τον υπολογισμό των πολλαπλασιαστών Lagrange έναντι της απευθείας χρησιμοποίησής τους από τα αποτελέσματα λογισμικού βελτιστοποίησης.
2. Η παραμετροποίηση των συναρτήσεων ζήτησης όπου δεν είμαστε σίγουροι ότι εφαρμόστηκε η ίδια προσέγγιση.

Παρόλα αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν εν μέρει συνεκτικά ενώ αντανακλούν κατά βάση το ίδιο βασικό συμπέρασμα με την πρωτότυπη επιστημονική εργασία. Σε κάθε περίπτωση χρήζει εντατικότερης διερεύνησης η μελέτη των αποκλίσεων με την πρωτότυπη επιστημονική εργασία.

Εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία σε ένα ρεαλιστικό παράδειγμα εξέλιξης του ελληνικού συστήματος ηλεκτροπαραγωγής διαπιστώθηκε ότι κομβικός παράγοντας για την ύπαρξη και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων είναι η μορφή των συναρτήσεων ζήτησης. Δυστυχώς η μορφή των συναρτήσεων ζήτησης δεν προκύπτει ως δεδομένο αλλά περισσότερο ως εκτίμηση. Υπό αυτή την έννοια υπεισέρχεται ο υποκειμενικός παράγοντας όσον αφορά τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου. Αυτή η ευαισθησία όσον αφορά τις συναρτήσεις ζήτησης αδυνατεί σημαντικά και τη φερεγγυότητα της μεθοδολογίας συνολικά. Αξίζει συμπερασματικά να παρουσιαστούν κι εφαρμογές της μεθοδολογίας με τις συναρτήσεις ζήτησης πλήρως ανελαστικές ώστε να απομειώσουμε με τον τρόπο αυτό την επιρροή της μορφής τους επί των αποτελεσμάτων.

Με δεδομένο ότι μέσω της περαιτέρω διερεύνησης των παραπάνω ερωτημάτων θα υπάρξει μια πιο σαφής εκτίμηση ως προς την αρτιότητα της εφαρμογής της μεθοδολογίας αξίζει να αναφερθεί κανείς και στις προοπτικές εξέλιξης της συγκεκριμένης δουλειάς σε ένα πλήρες εργαλείο. Τα βήματα προς αυτή την κατεύθυνση είναι τα εξής:

1. Συστηματοποίηση της μεθοδολογίας πέραν του ενός βήματος. Δηλαδή εφόσον αποφασίζεται σε κάθε βήμα ποια είναι η κυρίαρχη τεχνολογία και πόση ισχύς πρόκειται να επενδυθεί, το επόμενο βήμα να τα λαμβάνει υπόψη του και ου τω καθεξής. Αυτό που ενδεχομένως να πρέπει να διευκρινιστεί και δεν είναι εξαρχής προφανές αφορά την τερματική συνθήκη αυτής της διαδικασίας.
2. Στην πρωτότυπη επιστημονική εργασία λαμβάνονται υπόψη μόνο θερμοηλεκτρικές μονάδες παραγωγής. Εμείς εφαρμόσαμε στην περίπτωση του ελληνικού

- συστήματος την ίδια διαδικασία αφαιρώντας την παραγωγή των ΑΠΕ από το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο. Αυτή η πρακτική αν και συνήθως κρίνεται υποβέλπιστη καθώς δε λαμβάνει ενδογενώς υπόψη της τη στοχαστικότητα παραγωγής από ΑΠΕ. Θα αποτελούσε καινοτομία βεληνεκούς αν μπορούσε να επιτευχθεί ένας θεωρητικός μετασχηματισμός του προβλήματος που να διαχειρίζεται ενδογενώς και με επάρκεια τη στοχαστικότητα παραγωγής από ΑΠΕ
3. Στο ίδιο μήκος κύματος ο θεωρητικός μετασχηματισμός του προβλήματος που να λαμβάνει υπόψη του τη στοχαστικότητα που προκύπτει από τα κόστη καυσίμου αλλά και από πρόσθετα κόστη, όπως για παράδειγμα το κόστος εκπομπών CO_2 , που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα. Για να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης στην παρούσα μεθοδολογία η μόνη παράμετρος που διαχειριζόμαστε ενδογενώς στοχαστικά είναι το φορτίο ηλεκτρικής ως συνέπεια της στοχαστικής συμπεριφοράς τους οικονομικού δείκτη μεγέθυνσης.

Βιβλιογραφία

Abadie, Luis M., and José M. Chamorro. "European CO 2 prices and carbon capture investments." *Energy Economics* 30.6 (2008): 2992-3015.

Back, Kerry, and Dirk Paulsen. "Open-loop equilibria and perfect competition in option exercise games." *Review of Financial Studies* 22.11 (2009): 4531-4552.

Baldursson, Fridrik M., and Ioannis Karatzas. "Irreversible investment and industry equilibrium." *Finance and stochastics* 1.1 (1996): 69-89.

Benth, Fred Espen, and Kristin Reikvam. *A note on the multi-dimensional monotone follower problem and its connection to optimal stopping*. University of Aarhus. Centre for Mathematical Physics and Stochastics (MaPhySto)[MPS], 1999.

Evans, Lawrence C. "An introduction to mathematical optimal control theory." *Lecture Notes, University of California, Department of Mathematics, Berkeley* (2005).

Gahungu, Joachim, and Yves Smeers. "A real options model for electricity capacity expansion." (2012).

Grenadier, Steven R. "Option exercise games: An application to the equilibrium investment strategies of firms." *Review of financial studies* 15.3 (2002): 691-721.

Grenadier, Steven R. "Option exercise games: An application to the equilibrium investment strategies of firms." *Review of financial studies* 15.3 (2002): 691-721.

Leahy, John V. "Investment in competitive equilibrium: The optimality of myopic behavior." *The Quarterly Journal of Economics* (1993): 1105-1133.

Lucas, R. E., Prescott, E. C., 1971. Investment under uncertainty. *Econometrica* 39 (5), 659- 681

McDonald, R. L., Siegel D.R., 1986. The value of waiting to invest. *The Quarterly Journal of Economics* 101 (4), 707- 728

Mun, Johnathan. "Real options and Monte Carlo simulation versus traditional DCF valuation in layman's terms." *Managing enterprise risk: what the electric industry experience implies for contemporary business*, K. B. Leggio, DB Bodde, and ML Taylor, Eds. Elsevier (2006): 75-100.

Pindyck, Robert S. "Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm." (1986).

Siddiqui, Afzal, and Stein-Erik Fleten. "How to proceed with the thorium nuclear technology: a real options analysis." *MRPA paper* 7491 (2008).

Øksendal, Bernt. "Stochastic differential equations." *Stochastic differential equations*. Springer Berlin Heidelberg, 2003. 65-84.

Παράρτημα Ι

1. Δημιουργία τροχιών για προσομοίωση Monte Carlo (Περιβαλλον GAMS)

```
$title 'create paths for monte carlo simulation'
*OPTION
OPTCR=0.005,LIMCOL=0,LIMROW=0,SOLPRINT=OFF,SYSOUT=ON,ITERLIM=500000,RESLIM=100000;
$OFFSYMXREF
$offsymlist
$inlinecom /* */
$eolcom #
$onmulti # allows multiple redefinition of tables
$setglobal fpath C:\Users\chris\Desktop\thesis\monte_carlo\
$setglobal fout brn_new.xls

option sysout = off;
option NLP = conopt3;
option LP = cplex;
option solveopt = REPLACE;
option solprint = on;
options limrow=0;
options limcol=0;
option iterlim = 10000000;
option reslim = 10000000;
$onlisting

set w number of trajectories to reproduce /w1*w1000/;
set i index which should tend to infinity /i1*i10000/;
set t index of time /t1*t30/;
set gd split of the grid /gd1*gd64/;
parameters l(i),psi(i,t) ;
parameter Y(t) geometric brownian motion ;
parameter m drift of GBM ;
parameter s volatility of GBM ;
parameter Y0 initial value of Y ;
parameter z(i);
parameter B(t) Brownian motion sample ;
parameter YY(w,t,gd) GBM with trajectory index;
m = 0.02 ;
s = 0.03 ;

loop {gd$(ord(gd)> 6) and (ord(gd)<=7) },
    Y0= ord(gd)*0.03125 ;

    loop{w$(ord(w)<=card(w)),
```

```

l(i) = power(2/((2*ord(i)+1)*pi),2) ;
psi(i,t) = sqrt(2)*sin((2*ord(i)+1)*pi*((ord(t)-1)/card(t))/2);
execseed = 1+gmillicsec(jnow);
z(i) = normal(0,1);
B(t) = sum{i,sqrt(l(i))*psi(i,t)*z(i)};
Y(t) = Y0*exp(s*B(t) + (m - power(s,2)/2)*((ord(t)-1)/card(t)));
YY(w,t,gd)=Y(t);
};
};
*execute_unload 'brownian.gdx' B;
*execute "gdxxrw brownian.gdx o='%fpath%%fout%' par=B rng=results!a1 cdim=0 rdim=1" ;

execute_unload 'GBM.gdx' YY;
execute "gdxxrw GBM.gdx o='%fpath%%fout%' par=YY rng=res2!a1 cdim=1 rdim=2" ;

```

2. Αλγοριθμική επίλυση μαθηματικού προγράμματος μεγιστοποίησης κοινωνικού πλεονάσματος (Περιβαλλον GAMS)

```
$Title -- Analytic solution of the mathematical programm
*$sysinclude gams-f
* -----
$OFFSYMREF
$offlisting
$offsymlist
$inlinecom /* */
$eolcom #
$setglobal fpath D:\Desktop\nakos\thesis\optimization\v4\
$setglobal fpath2 D:\Desktop\nakos\thesis\monte_carlo\
$setglobal finp2 brn_new10.xls
$setglobal finp demcalib_new.xls
$setglobal fout lagr_1.xlsx
option sysout = off;
option NLP = conopt3;
option LP = cplex;
option solveopt = REPLACE;
*options decimals=7;
option solprint = off;
options limrow=99999;
options limcol=0;
option iterlim = 10000000;
option reslim = 10000000;

* -----

set w number of trajectories to reproduce /w1*w1000/;
set t index of time /t1*t36/;
set gd split of the grid /gd1*gd64/;
set rgd(gd) running spots of the grid;
rgd(gd)=no;
set ld load levels /ld1*ld6/;
alias (ld,ldd);

parameter tm(ld) load duration /ld1 0.001
                ld2 0.0046
                ld3 0.0354
                ld4 0.5023
                ld5 0.3425
                ld6 0.1142 /;
```

```

parameter qnt(t,ld) average load per load segment and time
$call "Gdxxrw %fpath%%finp% par=qnt rng=data!s3:y54 rdim=1 dim=2 "
$gdxin demcalib_new.gdx
$load qnt

```

```

parameter b(t,ld) slope of the inverse demand function  $P = a \cdot Y - b \cdot q$ 
$call "Gdxxrw %fpath%%finp% par=b rng=data!ay3:be54 rdim=1 dim=2 "
$gdxin demcalib_new.gdx
$load b

```

```

parameter a(t,ld) coefficient of Y in the demand function  $P = a \cdot Y - b \cdot q$ 
$call "Gdxxrw %fpath%%finp% par=a rng=data!aq3:aw54 rdim=1 dim=2 "
$gdxin demcalib_new.gdx
$load a

```

```
display a,b;
```

```

set k generation technologies /NUC, CI, NGCC, GT, BST/;
alias (k,kk);
set dn(k) dynamic set of generation technologies(used only for convenience in calculations);
set exist(k) dynamic set of generation technologies with existing capacity;
set kstar(k) marginal generation technology ;
parameter c(k) variable cost per technology (€ per MWh) / NUC 5
           CL 44.44
           NGCC 45.23
           GT 69.397
           BST 5000 /;

```

```

parameter OMC(k) fixed operation and maintenance cost (€ per MW-y) / NUC 87600
           CL 70080
           NGCC 43800
           GT 43800
           BST 0 /;

```

```

parameter Cap(k) installed capacity per technology (MW) / NUC 10000
           CL 10000
           NGCC 0
           GT 0
           BST 10000 /;

```

```
*****
```



```

parameter capp(k), au,au2;
alias (dn,dnn);
capp(k)=0; au =0;au2=0;

```

```

loop{k, dn(k)=yes;};
loop{k, kstar(k)=yes;};
loop{k,exist(k)=no;};
loop{k$(cap(k)>0), exist(k)=yes;};
display exist;

```

```

Loop{k$(smin{dn(kk),c(kk)}=c(k)),
      capp(k)= cap(k)+au;au=capp(k);dn(k)=no;display dn;
      };

```

```

Loop{k$(smin{dn(kk),c(kk)}=c(k)),
      capp(k)= cap(k)+au;au=capp(k);dn(k)=no;display dn;
      };
display capp;

```

```

parameter cappp(k);
cappp(k)= capp(k)-cap(k);
display cappp;

```

parameter Pk(k) the value of the demand function at the level of the cumulative capacity for each technology;

```

display tm;
parameter Y,aa(ld),bb(ld),qntt(ld) ;
Y=1;

```

```

*-----
* specification of the analytic solution
*-----

```

```

alias (ld,ldd) ;
alias (k,kk);

```

```

parameter YY(w,t,gd)
$call "Gdxxrw %fpath2%%finp2% par=YY rng=res2!a1:bn30001 rdim=2 dim=3 "
$gdxin brn_new10.gdx
$load YY
display YY;

```

```

parameter count,aux;
scalar r intetest rate /0.1/;
parameter lmult(k,w,t,gd);
parameter lagmult(k);
parameter mwelf(k);
parameter mwlf(k,w,t,gd);
parameter capm(k,w,t,ld,gd);
parameters v_comp(w,k,t,gd), V(k,gd),mm(k,gd), mcomp(w,k,gd);
parameter prodd(k,w,t,ld,gd);
parameter aaa,bbb;
parameter Pst      ;
parameter Pstar(w,t,ld,gd);
parameter l(ld),Lpr(w,t,ld,gd);
parameter mu(k), mult(w,t,ld,k,gd);

count =0;
aux=0;
loop{gd$( (ord(gd)>56 ) and (ord(gd)<=64)),rgd(gd)=yes;};
loop{gd$rgd(gd),
*=32),
loop{w$(ord(w)<=card(w)),
  loop{t$(ord(t)<=card(t)),
    Y=YY(w,t,gd);
    display y;
    loop{ld$(ord(ld)
*=6)
<=card(ld))
,
  loop{k,kstar(k)=yes;};

  aaa= a(t,ld);
  bbb= b(t,ld);

  Pk(k)=aaa*Y-bbb*capp(k); display pk,c;
  loop{k$(not(exist(k))),kstar(k)=no;};

  loop{k$(smin{kstar(kk)}$(ord(kk)<=ord(k)),Pk(kk))<c(k)),kstar(k)=no;};

*};};};
*$exit
loop{k$(smax{kstar(kk),c(kk)}>c(k)), kstar(k)=no;};

loop{k$kstar(k), pst= max(Pk(k),c(k));display pst;
pstar(w,t,ld,gd) = pst;

```

```

l(ld)= tm(ld)*8760*pst;
Lpr(w,t,ld,gd)=l(ld);
mult(w,t,ld,k,gd)$((l(ld)- tm(ld)*8760*c(k)>0)= l(ld)- tm(ld)*8760*c(k);
mult(w,t,ld,k,gd)$((l(ld)- tm(ld)*8760*c(k)<=0)= 0;
loop{k$kstar(k),
  loop{kk$(ord(kk)>ord(k)),prodd(kk,w,t,ld,gd) =0;};
  loop{kk$(ord(kk)<ord(k)),prodd(kk,w,t,ld,gd) =cap(kk);};
  prodd(k,w,t,ld,gd)$((Pstar(w,t,ld,gd)-c(k))/bbb<cap(k) = (Pstar(w,t,ld,gd)-c(k))/bbb;
  prodd(k,w,t,ld,gd)$((Pstar(w,t,ld,gd)-c(k))/bbb>=cap(k) = cap(k);
  };
display Y,aaa,bbb;

display Pk,kstar;

  };
};

count= aux +1;
aux= count;

};
};

display prodd,mult,lpr,pstar,count ;

lmult(k,w,t,gd) = sum{ld,mult(w,t,ld,k,gd)};
v_comp(w,k,t,gd)= lmult(k,w,t,gd)*exp(-r*ord(t));
capm(k,w,t,ld,gd)=mult(w,t,ld,k,gd);

mcomp(w,k,gd) = sum{t,v_comp(w,k,t,gd)}-OMC(k)/r;
V(k,gd)$rgd(gd)= sum{w,sum{t,v_comp(w,k,t,gd)}}/count + eps;
mm(k,gd)$rgd(gd)= V(k,gd)-OMC(k)/r + eps;

parameter vv(w,k,gd);
vv(w,k,gd)$rgd(gd)= sum{t,lmult(k,w,t,gd)*exp(-r*ord(t))} + eps;

parameter lmult2(w,t,k,gd);
lmult2(w,t,k,gd)= lmult(k,w,t,gd);

$ontext
execute_unload 'lmlt.gdx' lmult;
execute "gdxrw lmlt.gdx o='%fpath%%fout%' par=lmult rng=results!a1 cdim=2 rdim=2" ;

```

```
execute_unload 'lmlt2.gdx' lmult2;  
execute "gdxxrw lmlt2.gdx o='%fpath%%fout%' par=lmult2 rng=multipliers!a1 cdim=2 rdim=2" ;
```

```
execute_unload 'cpm.gdx' capm;  
execute "gdxxrw cpm.gdx o='%fpath%%fout%' par=capm rng=results2!a1 cdim=2 rdim=3" ;  
$offtext
```

```
execute_unload 'eci.gdx' V;  
execute "gdxxrw eci.gdx o='%fpath%%fout%' par=V rng=results3!a1 cdim=1 rdim=1" ;
```

```
execute_unload 'm.gdx' mm;  
execute "gdxxrw m.gdx o='%fpath%%fout%' par=mm rng=results4!a1 cdim=1 rdim=1" ;
```

```
$ontext  
execute_unload 'vcmp.gdx' v_comp;  
execute "gdxxrw vcmp.gdx o='%fpath%%fout%' par=v_comp rng=results5!a1 cdim=2 rdim=2" ;
```

```
execute_unload 'mcmp.gdx' mcomp;  
execute "gdxxrw mcmp.gdx o='%fpath%%fout%' par=mcomp rng=results6!a1 cdim=1 rdim=2" ;
```

```
execute_unload 'prd.gdx' prodd;  
execute "gdxxrw prd.gdx o='%fpath%%fout%' par=prodd rng=production!a1 cdim=2 rdim=3" ;  
$offtext
```

```
execute_unload 'vv.gdx' vv;  
execute "gdxxrw vv.gdx o='%fpath%%fout%' par=vv rng=vreg!a1 cdim=2 rdim=1" ;
```

3. Δειγματοληπτική παρουσίαση αποτελεσμάτων παλινδρόμησης (Περιβάλλον eViews)

Dependent Variable	VHAT_NGCC			
Method	Least Squares			
Date	08/30/16	Time	6	4
Sample	1 64			
Included observations	64			
$\text{VHAT_NGCC} = C(1) + C(3)*Y050 + C(5)*Y100 + C(7)*Y150 + C(9)*Y200 + C(10)*Y225 + C(13)*Y300 + C(15)*Y350 + C(17)*Y400$				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-266091	218075.8	-1.220177	0.2276
C(3)	-643802.6	1530880	-0.420544	0.6757
C(5)	-11815104	5207706	-2.268773	0.0272
C(7)	1.04E+08	44255114	2.355993	0.0221
C(9)	-4.80E+08	1.86E+08	-2.583249	0.0125
C(10)	5.11E+08	1.88E+08	2.710874	0.0089
C(13)	-2.09E+08	69644058	-2.999634	0.0041
C(15)	1.07E+08	34403295	3.107928	0.003
C(17)	-19672798	6215945	-3.164892	0.0025
R-squared	0.99981	Mean dependent var		505700
Adjusted R-squared	0.999782	S.D. dependent var		814200.4
S.E. of regression	12024.83	Akaike info criterion		21.75703
Sum squared resid	7.95E+09	Schwarz criterion		22.06063
Log likelihood	-687.2251	Hannan-Quinn criter.		21.87664
F-statistic	36097.14	Durbin-Watson stat		0.997469
Prob(F-statistic)	0			

Dependent Variable	VHAT_COAL			
Method	Least Squares			
Date	08/30/16	Time	6	1
Sample	1 64			
Included observations	64			
VHAT_COAL = C(1) + C(3)*Y050 + C(5)*Y100 + C(7)*Y150 + C(9)*Y200 + C(10)*Y225 + C(13)*Y300 + C(15)*Y350 + C(17)*Y400				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-540450	220148.9	-2.45493	0.0173
C(3)	-598896.9	1545432	-0.387527	0.6999
C(5)	-11112499	5257211	-2.113763	0.0391
C(7)	98352552	44675806	2.201472	0.0319
C(9)	-4.55E+08	1.88E+08	-2.424308	0.0187
C(10)	4.85E+08	1.90E+08	2.549633	0.0136
C(13)	-1.99E+08	70306099	-2.835127	0.0064
C(15)	1.02E+08	34730335	2.943998	0.0047
C(17)	-18843903	6275035	-3.002996	0.004
R-squared	0.999807	Mean dependent var		249151
Adjusted R-squared	0.999779	S. D. dependent var		816183.8
S.E. of regression	12139.14	Akaike info criterion		21.77596
Sum squared resid	8.10E+09	Schwarz criterion		22.07955
Log likelihood	-687.8306	Hannan-Quinn criter.		21.89556
F-statistic	35593.21	Durbin-Watson stat		0.998903

Dependent Variable	VHAT_GT			
Method	Least Squares			
Date	08/30/16	Time	6	7
Sample	1 64			
Included observations	64			
VHAT_GT = C(1) + C(3)*Y050 + C(5)*Y100 + C(7)*Y150 + C(9)*Y200 + C(10)*Y225 + C(13)*Y300 + C(15)*Y350 + C(17)*Y400				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	138794.3	97539.59	1.422954	0.1604
C(3)	-2902645	684722.4	-4.239156	0.0001
C(5)	-22358444	2329270	-9.598905	0
C(7)	2.05E+08	19794152	10.35971	0
C(9)	-8.75E+08	83113511	-10.5321	0
C(10)	8.92E+08	84229333	10.59277	0
C(13)	-3.26E+08	31149961	-10.47684	0
C(15)	1.57E+08	15387692	10.20979	0
C(17)	-27419985	2780229	-9.86249	0
R-squared	0.999954	Mean dependent var		334789.8
Adjusted R-squared	0.999947	S. D. dependent var		739562.9
S.E. of regression	5378.39	Akaike info criterion		20.14787
Sum squared resid	1.59E+09	Schwarz criterion		20.45146
Log likelihood	-635.7317	Hannan-Quinn criter.		20.26747
F-statistic	148893.7	Durbin-Watson stat		0.476982
Prob(F-statistic)	0			

4. Επίλυση Αλγεβρικής εξίσωσης (Περιβάλλον MATLAB)

```
1. clear
2. clc
3.
4. max_initial_point_cor=100;
5. I= 2755000;% ( €/MW)
6. OMC= 87600;% ( €/MW)
7. R=0.08;
8. B1=4.5;
9. %ekthetes g
10.     g=[0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4];
11.
12.
13.
14.     A_matrix=xlsread('coeff.xls','Sheet1','B4:J100')
15.     [l k]=size(A_matrix);
16.     B_matrix=xlsread('coeff.xls','Sheet1','N4:N100')
17.
18.
19.     for i=1:l
20.         c=A_matrix(i,:);
21.
22.         %syntelestes tou Y
23.         for ij =1:k
24.             a(ij)=c(ij)*(B1-g(ij))/B1; %des an einai swstos
25.         o ypologismos
26.         end
27.         c=B_matrix(i,1)
28.
29.         X0=[0]; %arxiki timi tou Y
30.         [Y,FVAL,exitflag]=fsolve('equation',X0,[],a,g,c)
31.         results(i,1)=Y;
32.         results(i,2)=exitflag;
33.         results(i,3)=0;           %flag an egine allagi arxikou
34.         simeiou
35.         results(i,4)=0; %poses allages arxikou simeiou
36.         exei kanei
37.
38.         if (exitflag~=1)
39.             count=1;
40.             while
41.                 (exitflag~=1)&&(count<=max_initial_point_cor)
42.                     X0=X0+0.1;
```



```

41. [Y,FVAL,exitflag]=fsolve('equation',X0,[],a,g,c)
42.         results(i,1)=Y;
43.         results(i,2)=exitflag;
44.         results(i,3)=1;           %flag an egine allagi
    arxikou simeiou
45.         results(i,4)=count; %poses allages arxikou
    simeiou exei kanei
46.         count=count+1
47.         end
48.     end
49.
50.
51.         %epalitheysi oti i eksiswsi bgazei mideniki timi
52.         x=Y
53.         error(i)=
    a(1)*(x^g(1))+a(2)*(x^g(2))+a(3)*(x^g(3))+a(4)*(x^g(4))+a(5)*(x^g
    (5))+a(6)*(x^g(6))+a(7)*(x^g(7))+a(8)*(x^g(8)) - c
54.         results(i,5)=error(i);
55.
56.
57.     end
58.
59.     xlswrite('results.xls',results)
60.

```

```

function q=equation(p,a,g,c)

x=p;

q =
a(1)*(x^g(1))+a(2)*(x^g(2))+a(3)*(x^g(3))+a(4)*(x^g(4))+a(5)*(x^g(5))+
(6)*(x^g(6))+a(7)*(x^g(7))+a(8)*(x^g(8))-c;

```