



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Ανάλυση απόδοσης αεροπορικής έλικας και
δρομέα ανεμογεννήτριας με μέθοδο
γραμμής άνωσης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Συγγραφέας:
Ιωάννης Πολύδωρος

Επιβλέπων:
Βασίλειος Ριζιώτης,
Επίκουρος καθηγητής
Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2017

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Βασίλη Ριζιώτη, ο οποίος μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με μία διπλωματική εργασία που εκφράζει την αγάπη μου για τον τομέα της αεροδυναμικής. Να τον ευχαριστήσω για την καθοδήγηση, τις καίριες συμβουλές και υποδείξεις του κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τις γνώσεις που μου μετέδωσε σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών για τον τρόπο με τον οποίο με δέχτηκαν και την προθυμία τους να με βοηθήσουν, αφού μου παρείχαν πολύτιμη βοήθεια σε όλα τα στάδια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, που με στηρίζει σε όλες τις επιλογές της ζωής μου, και τους στενούς μου φίλους, με τους οποίους μοιράστηκα δυσκολίες και χαρές.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την αεροδυναμική μελέτη του ελικοφόρου κινητήρα SR-7A, καθώς και της ανεμογεννήτριας DTU 10. Στα πλαίσια της μελέτης αυτής αναπτύχθηκαν δύο κώδικες οι οποίοι χρησιμοποιούν τις μεθόδους στοιχείων περύγωσης και γραμμής άνωσης, ενώ χρησιμοποιείται και το πρόγραμμα του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής του Τομέα Ρευστών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου GENUVP που βασίζεται στη μεθοδολογία της επιφάνειας άνωσης.

Έγινε μία πλήρης διερεύνηση των πτερυγίων της έλικας του κινητήρα, έτσι ώστε να είναι πλήρως διευκρινισμένη η γεωμετρία τους. Στα πλαίσια της διερεύνησης αυτής αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα FORTRAN ο οποίος τροποποιεί την δεδομένη γεωμετρία του πτερυγίου ώστε να μπορεί να εισαχθεί στραμμένο σύμφωνα με την οπισθόκλιση του.

Μελετήθηκαν τα αποτελέσματα των δύο αναπτυχθέντων κωδίκων στις εφαρμογές που αναφέρονται, και για τις δύο περιπτώσεις γεωμετριών. Τα αποτελέσματα πιστοποιήθηκαν σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα εφόσον βρίσκονταν σε συμφωνία με αυτά για χαμηλούς αριθμούς Mach ($M < 0.45$).

Τέλος, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των μεθόδων στοιχείων περύγωσης και γραμμής άνωσης με αυτά που προκύπτουν από το GENUVP, ώστε να γίνει διερεύνηση των αποκλίσεων σε σχέση με τα αποτελέσματα του τελευταίου στην περίπτωση των στραμμένων πτερυγίων.

Abstract

The present diploma thesis main concern is the aerodynamical study of the high-speed turboprop engine SR-7A, and the DTU 10 wind turbine. Two house-written codes have been developed within this study, where the first one applies the beam element method, and the second the lifting line method. Another study has also been held with the program GENUVP developed by the Laboratory of Aerodynamics of the Fluid Section of the National Technical University of Athens, which uses the lifting surface method.

The wings of the propeller have been fully investigated in order to clarify their geometry. For this investigation a FORTRAN code has been developed, in order to properly convert the geometry given by the data with the sweep rotation.

The results of the developed codes have been investigated for both geometry cases, and were compared with the given experimental data. Since they were in good agreement, the two codes have been certified for the cases of low Mach numbers ($M < 0.45$).

Finally, the beam element and lifting line methods results were compared with the outputs of GENUVP in order to investigate the divergence in the GENUVP results in the case of the swept rotor wings.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	7
1.1	Στόχος της διπλωματικής εργασίας	7
1.2	Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας	7
1.3	Η οπισθόγκλιση ως εφαρμογή	8
2	Θεωρητική προσέγγιση	13
2.1	Μέθοδος στοιχείων πτερύγωσης (Blade Element Method - BEM)	13
2.1.1	Αναλυτική διατύπωση	13
2.1.2	Αριθμητικό μοντέλο	15
2.2	Μέθοδος γραμμής άνωσης (lifting line)	17
2.2.1	Αναλυτική διατύπωση	18
2.2.2	Αριθμητικό μοντέλο	20
2.3	Μέθοδος επιφάνειας άνωσης (lifting surface)	22
2.3.1	Αναλυτική διατύπωση	22
2.3.2	Αριθμητικό μοντέλο	26
2.3.3	Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων	30
3	Εφαρμογή των μεθόδων γραμμής άνωσης και στοιχείων πτερύγωσης στην ανεμογεννήτρια DTU 10	35
3.1	Γεωμετρία	35
3.2	Αποτελέσματα για την DTU 10	39
4	Εφαρμογή των μεθόδων γραμμής άνωσης και στοιχείων πτερύγωσης στον κινητήρα SR-7A	49
4.1	Οι advanced high-speed turboprop κινητήρες	49
4.2	Θερμοδυναμικά και ροϊκά στοιχεία	51
4.3	Γεωμετρικά στοιχεία	51
4.3.1	Κατανομή συστροφής (twist)	53
4.3.2	Κατανομή οπισθόγκλισης (sweep) και χορδής (chord)	57
4.3.3	Κατανομή κώνου (cone)	62
4.4	Γεωμετρικά αποτελέσματα	64
4.4.1	Μέση γραμμή και γραμμή άνωσης	65
4.4.2	Επίπεδο xy	67
4.4.3	Επίπεδο xz	68
4.4.4	Επίπεδο yz	69
4.4.5	Γεωμετρίες από το πρόγραμμα GENUVP	70
4.5	Αεροδυναμικά στοιχεία	71
5	Αποτελέσματα	77
5.1	Μέθοδος γραμμής άνωσης	78
5.2	Μέθοδος στοιχείων πτερύγωσης	85
5.3	Σύγκριση μεθόδων	89
5.4	Επίδραση αεροδυναμικών συντελεστών	93
5.5	Σύγκριση αποτελεσμάτων μεθόδων γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης (GENUVP)	102
6	Συμπεράσματα και αποτίμηση της εργασίας	107
	Βιβλιογραφία	109

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Στόχος της διπλωματικής εργασίας

Η διπλωματική αυτή εργασία ξεκίνησε έχοντας ως στόχο την βελτίωση των αποτελεσμάτων που προέκυπταν από τον κώδικα GENUVP για τον ελικοφόρο αεροπορικό κινητήρα SR-7A. Για την βελτίωση αυτή κρίθηκε απαραίτητο να αλλάξει ο τρόπος με τον οποίο κτίζεται η γεωμετρία στο εν λόγω πρόβλημα, έτσι ώστε να ληφθεί υπόψη η στραμμένη γεωμετρία που έχουν τα πτερύγια του κινητήρα, λόγω της δεδομένης οπισθόκλισης. Ξεκινώντας λοιπόν αυτή η διαδικασία, έγινε αλλαγή εντός του κώδικα του προγράμματος, έτσι ώστε να μπορεί να στρέφει τις λωρίδες σε κάθε θέση του πτερυγίου. Διαπιστώθηκε όμως ότι τα αποτελέσματα που προέκυπταν μετά την αλλαγή αυτή, και όσον αφορά την στραμμένη γεωμετρία, δεν ήταν καθόλου αυτά, και δεν προέκυπτε κάποια βελτίωση όπως αναμενόταν, αλλά τα αποτελέσματα χειρότερευαν.

Στα πλαίσια της διερεύνησης αυτής της συμπεριφοράς έπρεπε να ελεγχθούν όλες οι έξοδοι που προέκυπταν από τους κώδικες. Για τον σκοπό αυτόν αναπτύχθηκαν δύο νέοι κώδικες. Οι νέοι αυτοί κώδικες ήταν απλούστεροι σχετικά με τον GENUVP και πρόκειται για κώδικες επίλυσης της ροής γύρω από αεροπορικές έλικες με δύο μεθόδους, αυτή της γραμμής άνωσης και αυτή των στοιχείων περυγώσης. Ο σκοπός της ανάπτυξης των δύο αυτών κωδίκων ήταν να μπορέσει να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυπταν, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του GENUVP.

Για να γίνει εφικτό αυτό, και η σύγκριση να δίνει ασφαλή συμπεράσματα έπρεπε οι δύο νέοι αυτοί κώδικες να εξεταστούν ως προς την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων τους. Για τον λόγο αυτόν πρώτα έγιναν ανεξάρτητα τρεξίματα με τους δύο αναπτυχθέντες κώδικες, και εξετάστηκαν τα αποτελέσματα που προέκυπταν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που υπάρχουν στην βιβλιογραφία [6] όσον αφορά την έλικα του κινητήρα αυτού. Για την πιστοποίηση του κώδικα επίσης, μελετήθηκαν και τα αποτελέσματα που προέκυπταν από μετατροπή τους έτσι ώστε να μπορεί να μελετάει και την συμπεριφορά ανεμογεννητριών.

1.2 Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας

Στα κεφάλαια που ακολουθούν αναλύεται η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε για να μπορέσουν να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με τους στόχους που τέθηκαν και αναφέρονται παραπάνω.

Αρχικά, γίνεται μία εισαγωγή στην έννοια της οπισθόκλισης ενός πτερυγίου, είτε αυτό αποτελεί πτέρυγα αεροσκάφους, είτε πτερύγιο έλικας αεροπορικού κινητήρα, είτε πτερύγιο ανεμογεννήτριας, εφόσον η οπισθόκλιση και ο τρόπος που αυτή εισάγεται ήταν ο κεντρικός άξονας της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στη συνέχεια, γίνεται μία παράθεση του θεωρητικού υποβάθρου των μεθόδων που χρησιμοποιούνται. Γίνεται αναφορά στις αναλυτικές σχέσεις που διέπουν τις μεθόδους αυτές, καθώς και η τελική αριθμητική υλοποίηση τους. Έπειτα, παρατίθεται πλήρως η ανάλυση που ακολουθήθηκε στα πλαίσια της μελέτης της ανεμογεννήτριας. Εξηγείται ο τρόπος με τον οποίο κτίζεται η γεωμετρία της, και ακολουθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη αυτή, πιστοποιώντας την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων των αναπτυχθέντων κωδίκων.

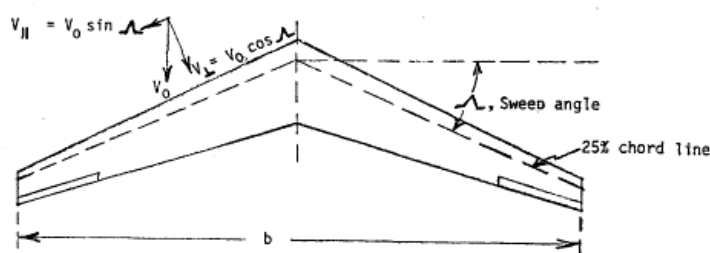
Σε επόμενο κεφάλαιο ξεκινάει η ανάλυση του ελικοφόρου κινητήρα. Μελετάται και εξηγείται ο τρόπος με

τον οποίο έχουν δοθεί τα δεδομένα, και με ποιόν τρόπο γίνεται η επεξεργασία τους, και παρατίθενται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επεξεργασία και μελέτη αυτή για να γίνει σαφές το πως εν τέλει είναι κτισμένα τα πτερύγια της έλικας αυτής. Την ανάλυση αυτή ακολουθούν τα τελικά αποτελέσματα που δόθηκαν από τα τρεξίματα των διάφορων περιπτώσεων, και εν τέλει γίνεται η σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που είχαν προκύψει από τον GENUVP.

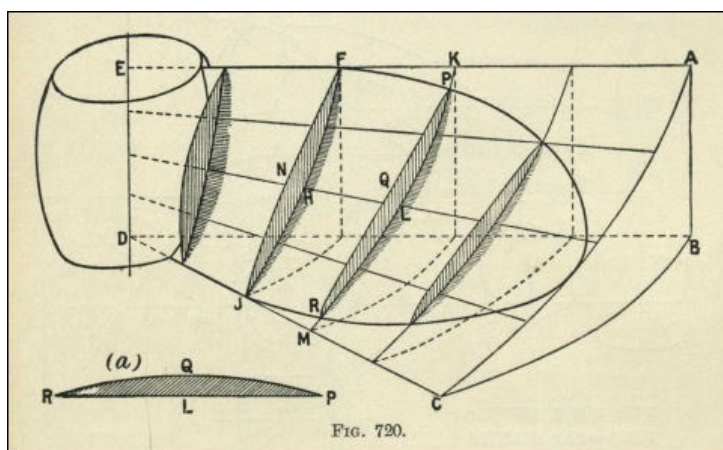
1.3 Η οπισθόκλιση ως εφαρμογή

Ένα πτερύγιο, είτε πρόκειται για πτέρυγα αεροσκάφους, είτε για πτερύγιο κινητήρα προπέλας, όταν εισέρχεται σε υπερηχητική ροή μειώνεται σε πολύ μεγάλο βαθμό η απόδοση του όσον αφορά την παραγόμενη δύναμη άνωσης του, ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η δύναμη οπισθέλκουσας που παράγεται στο πτερύγιο αυτό. Αυτό κυρίως συμβαίνει επειδή σε υπερηχητικές ροές δημιουργούνται κύματα χρούσης τα οποία οφείλονται στα φαινόμενα συμπίεσότητας που λαμβάνουν χώρα σε αυτές τις περιοχές ταχυτήτων. Για τα φαινόμενα αυτά υπάρχει πληθώρα μελετών και πειραματικών διατάξεων που κύριο σκοπό έχουν να περιοριστεί η επίδραση των φαινομένων συμπίεσότητας, και να μην επιτραπεί η ανάπτυξη τοπικών περιοχών υπερηχητικής ροής.

Ένας από αυτούς τους τρόπους είναι να στραφεί το πτερύγιο με την λεγόμενη οπισθόκλιση. Πρόκειται για μία κλίση που προσδίδεται στο πτερύγιο κατασκευαστικά και παρουσιάζεται στη γενική της περίπτωση σε πτέρυγα αεροσκάφους στο Σχήμα 1.1. Η κλίση της οπισθόκλισης προφανώς δίδεται για τους ίδιους ακριβώς λόγους και σε πτερύγια αεροπορικών κινητήρων με προπέλα. Μία τυπική διάταξη προπέλας παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.1: Οπισθόκλιση σε πτερύγιο αεροσκάφους

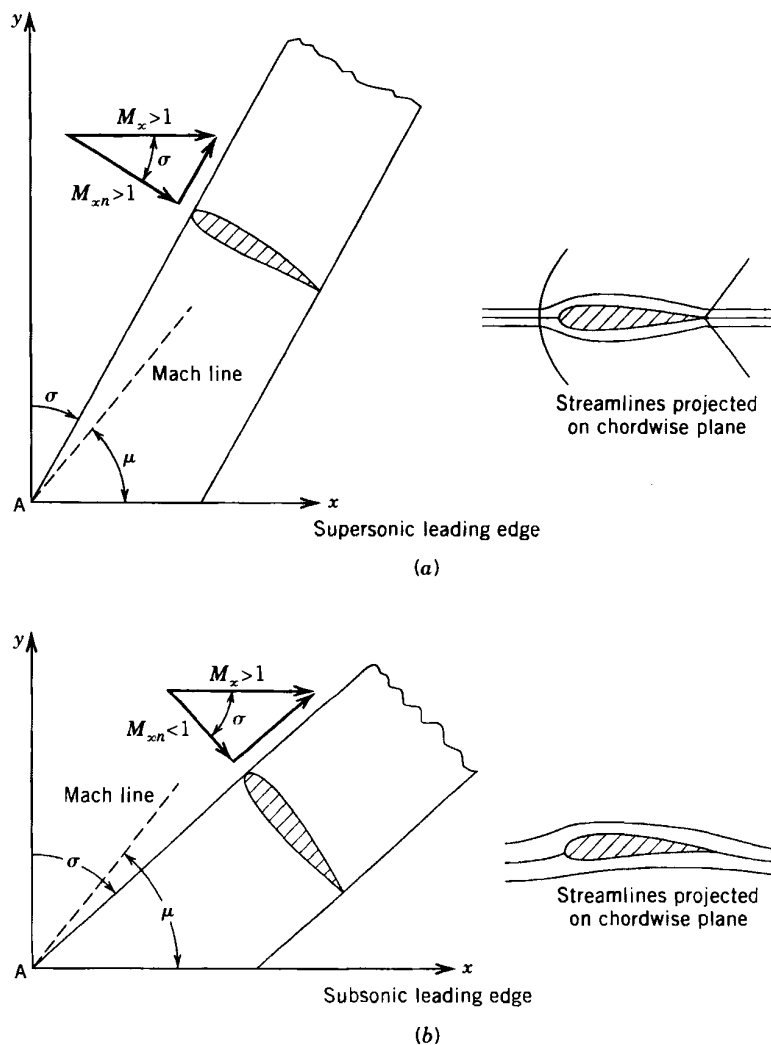


Σχήμα 1.2: Οπισθόκλιση σε πτερύγιο προπέλας

Ως φαινόμενη σχετική ταχύτητα στις τομές ενός πτερυγίου με οπισθόκλιση λαμβάνεται η προβολή της σχετικής ροής σε επίπεδο που τέμνει κάθετα τον άξονα του πτερυγίου. Από το παραπάνω διάγραμμα φαίνεται κιόλας αυτό που περιγράφεται στις παραπάνω γραμμές, αφού η ταχύτητα στο άπειρο είναι η V_0 , ενώ τελικά η σχετική ταχύτητα που προσπίπτει στην αεροτομή είναι η $V_1 = V_0 \cos \Lambda$, με Λ να είναι η γωνία οπισθόκλισης.

Αυτό παρατηρήθηκε πρώτη φορά από τον Busemann [1], ο οποίος σημείωσε ότι το φαινόμενο του κύματος χρούσης λόγω υπερηχητικής ροής μπορεί να μειωθεί, ακόμα και να εξαλειφθεί εάν γίνει χρήση οπισθόκλισης,

δηλαδή να αποκτήσει κλίση προς τα πίσω η ακμή προσβολής σε σχέση με την ροή. Το κύριο χαρακτηριστικό που προσφέρει αυτή η κλίση είναι ότι αυξάνεται ο κρίσιμος αριθμός Mach, δηλαδή ο αριθμός Mach πέραν του οποίου αναπτύσσεται υπερηχητική ροή. Με τον τρόπο αυτόν θα αυξάνονταν οι ταχύτητες πτήσης χωρίς να υπάρχει η ραγδαία αύξηση της οπισθέλκουσας κατά την είσοδο σε τοπικά υπερηχητικές ταχύτητες. Το αποτέλεσμα της οπισθόκλισης αποδεικνύεται από την αρχή ανεξαρτησίας των ταχυτήτων της ροής. Εάν δηλαδή ένα απείρου μήκους κυλινδρικό σώμα, ομοιόμορφης διατομής, τοποθετηθεί υπό γωνία στην ροή, τότε οι ροές κατά τις δύο διευθύνσεις, δηλαδή κάθετα και εφαπτομενικά στο σώμα, μπορούν να υπολογιστούν ανεξαρτήτως. Αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.3.

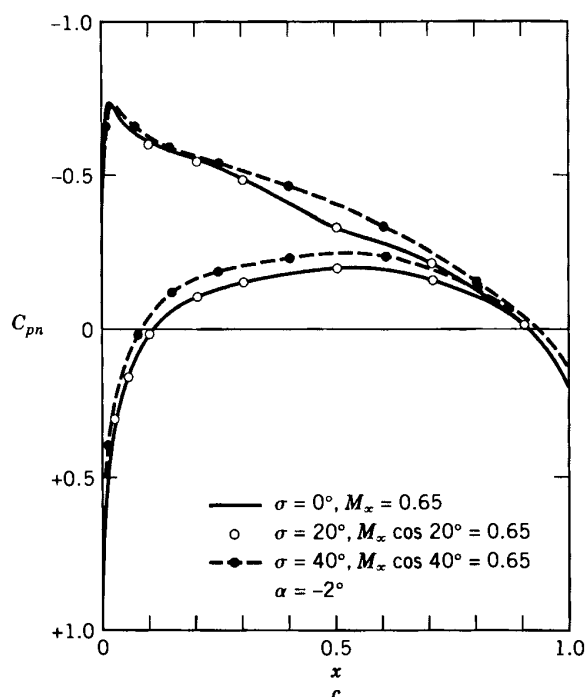


Σχήμα 1.3: Κυλινδρικό σώμα υπό γωνία στην ροή [2]

Στο παραπάνω σχήμα λοιπόν, παρουσιάζεται ένα απείρου μήκους πτερύγιο, του οποίου η ακμή προσβολής έχει τοποθετηθεί υπό κλίση γωνίας σ σε υπερηχητικό ρεύμα αριθμού Mach M_∞ . Εφόσον το πτερύγιο αυτό έχει ομοιόμορφη διατομή, δεν υπάρχει κλίση πίεσης κατά την διεύθυνση κάθετα στις αεροτομές του (spanwise), επομένως οι κατανομές πίεσης και ταχύτητας είναι ίδιες σε κάθε θέση. Έτσι, η διαμόρφωση της ροής γύρω από το οπισθοκλινές αυτό πτερύγιο θα είναι $M_{\infty n} = M_\infty \cos \sigma$. Εάν τώρα, η γωνία οπισθόκλισης ισούται με την γωνία μ , δηλαδή $\sigma = (90^\circ - \mu)$ τότε η ροή θα είναι οριακά ηχητική. Επομένως για γωνίες $\sigma < (90^\circ - \mu)$ η ακμή προσβολής του πτερυγίου βρίσκεται εντός της υπερηχητικής περιοχής, και επομένως θα υπάρχουν φαινόμενα κυμάτων χρούσης, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή για $\sigma > (90^\circ - \mu)$, θα είναι υποηχητική η ροή που θα προκύψει. Αυτές οι δύο περιπτώσεις αποτελούν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται ο κρίσιμος αριθμός Mach.

Ακόμα, σύμφωνα με την ανωτέρω αρχή ανεξαρτησίας, η κατανομή του συντελεστή πίεσης γύρω από την αεροτομή θα εξαρτάται μόνο από τον αριθμό $M_{\infty n}$. Παρακάτω, στο Σχήμα 1.4 παρουσιάζεται το διάγραμμα το οποίο δείχνει μετρήσεις που έγιναν για τον συντελεστή αυτόν στις περιπτώσεις όπου ο αριθμός Mach λαμβάνει τις τιμές 0.65, 0.69 και 0.85 και για αντίστοιχες τιμές γωνίας οπισθόκλισης 0° , 20° και 40° . Οι

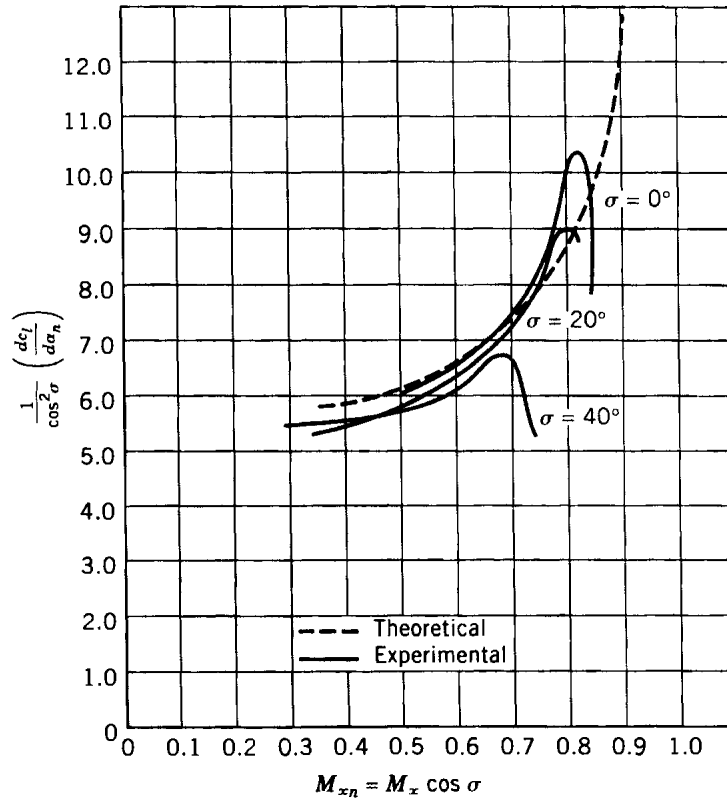
τιμές αυτές προφανώς δίνουν κάθε φορά $M_{\infty n} = M_{\infty} \cos \sigma = 0.65$.



Σχήμα 1.4: Κατανομές συντελεστή πίεσης γύρω από αεροτομή για διάφορες τιμές του $M_{\infty n}$ [2]

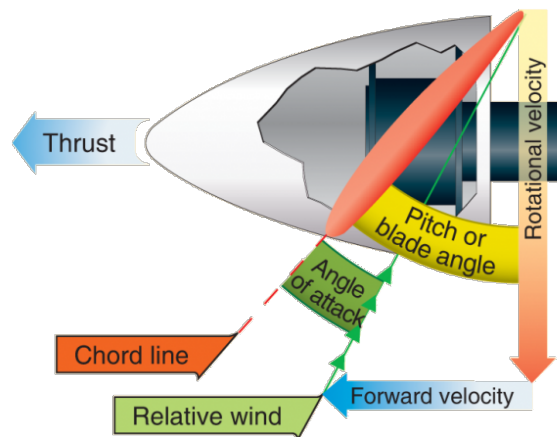
Οι μετρήσεις αυτές έχουν δείξει συμφωνία σε πολύ καλό επίπεδο με την θεωρία Prandtl - Glauert, δηλαδή θεωρία και πειράματα δείχνουν ότι τα φαινόμενα συμπεριφοράς που λαμβάνουν χώρα κατά την υπερηχητική πτήση μπορούν να εξαλειφθούν με την κατασκευή πτερυγίων με οπισθόκλιση, έτσι ώστε να μειωθεί ο κρίσιμος αριθμός Mach.

Ένα άλλο στοιχείο το οποίο μελετήθηκε πειραματικά και ενδιαφέρει όσον αφορά την αεροδυναμική σχεδίαση μίας οπισθοκλινούς πτέρυγας είναι η συμπεριφορά της αναφορικά με την παραγόμενη άνωση στην πτέρυγα [3]. Μελετήθηκαν λοιπόν οι ίδιες περιπτώσεις τιμών M_{∞} και γωνίας σ , και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν όσον αφορά την κλίση $dC_L/d\alpha$ για την οπισθοκλινή πτέρυγα. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ένας πολύ καλός συσχετισμός με την θεωρία, ακόμα και για μεγάλες τιμές γωνίας οπισθόκλισης. Επομένως πιστοποιείται η χρησιμότητα και η βελτίωση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς από πειράματα τα οποία συμφωνούν με τις θεωρητικές προσεγγίσεις.



Σχήμα 1.5: Κλίση συντελεστή άνωσης συναρτήσει του $M_{\infty n}$ [2]

Η αεροδυναμική συμπεριφορά της οπισθοκλινούς πτέρυγας προφανώς ισχύει για όλων των ειδών τα πτερύγια, είτε αυτά είναι αεροσκάφους, είτε ελικοφόρου κινητήρα. Στην περίπτωση που πρόκειται για προπέλα μάλιστα, η ανάγκη για οπισθοκλίση είναι ακόμα πιο επιτακτική εφόσον η σχετική ταχύτητα πτερυγίου και ροής δεν είναι πλέον συνάρτηση μόνο της ταχύτητας πτήσης, αλλά και της γωνιακής ταχύτητας στην οποία στρέφεται ο δρομέας της προπέλας. Αυτό φαίνεται σε ένα τυπικό τρίγωνο ταχυτήτων προπέλας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6.



Σχήμα 1.6: Τυπικό τρίγωνο ταχυτήτων σε προπέλα αεροσκάφους

Από το παραπάνω τρίγωνο ταχυτήτων γίνεται σαφές πως σε οποιαδήποτε προπέλα, η ταχύτητα που βλέπει ουσιαστικά η κάθε αεροτομή του πτερυγίου είναι το διανυσματικό άθροισμα της συνιστώσας ταχύτητας πτήσης και της γωνιακής ταχύτητας που έχει η κάθε αεροτομή σε κάθε ακτινική θέση. Από αυτή τη διαπίστωση γίνεται επίσης κατανοητό πως σε ακτινικές θέσεις κοντά στο ακροπτερύγιο η σχετική αυτή ταχύτητα λαμβάνει τις μέγιστες τιμές της, επομένως, ακόμα και ο Mach πτήσης να μην είναι υπερηχητικός, σε αυτές τις ακραίες θέσεις μπορεί τοπικά να υπάρξουν σημεία με υπερηχητικά χαρακτηριστικά.

Στην περίπτωση των ανεμογεννητριών, όπου οι αριθμοί Mach της ροής είναι μικροί σε σχέση με αυτούς των αεροσκαφών, η οπισθόκλιση χρησιμοποιείται ως μέσο παθητικής μείωσης των φορτίων που αναπτύσσονται στα πτερύγια. Έρευνες στο εργαστήριο Sandia έδειξαν πως η σύζευξη κάμψης - στρέψης του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας μπορεί να αποβεί ευεργετική όσον αφορά τη μείωση των καταπονήσεων [4]. Όταν το πτερύγιο κάμπτεται προς την κατεύθυνση του ανέμου, ταυτόχρονα στρέφεται γύρω από τον άξονα του pitch με αποτέλεσμα να μειώνεται η γωνία πρόσπτωσης της φαινόμενης ροής και άρα ελαττώνονται τα αεροδυναμικά φορτία επάνω σε αυτό. Ένας τρόπος να προκληθεί η σύζευξη αυτή είναι να προσδοθεί στα πτερύγια κυρτότητα με κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της περιστροφής. Δημιουργείται έτσι η οπισθόκλιση στα πτερύγια, όπου με τον τρόπο αυτόν επιτρέπεται στα φορτία του ανέμου να ασκήσουν μεγαλύτερη ροπή στρέψης στο πτερύγιο ως προς τον άξονα του, με σκοπό η περιοχή του ακροπτερυγίου να στραφεί περισσότερο προς την κατεύθυνση του ανέμου, και έτσι να μειωθούν τα αεροδυναμικά φορτία επί του πτερυγίου. Η μείωση αυτή των φορτίων βέβαια προκαλεί και ταυτόχρονη μείωση της ισχύος που παράγεται από τη μηχανή. Το θετικό που επιτυγχάνεται είναι ότι πλέον επιτρέπεται η περαιτέρω αύξηση της διαμέτρου του ρότορα, δηλαδή των πτερυγίων, που σημαίνει ότι μπορούν να σχεδιαστούν ανεμογεννήτριες με μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης.

Κεφάλαιο 2

Θεωρητική προσέγγιση

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρατεθεί μία θεωρητική προσέγγιση των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική, δηλαδή το μαθηματικό τους υπόβαθρο, οι αποδείξεις των σχέσεων που προέκυψαν, καθώς και η προγραμματιστική υλοποίηση τους σε υπολογιστικό περιβάλλον. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι τρεις, αυτή των στοιχείων πτερύγωσης (Blade Element Method - BEM), της γραμμής άνωσης (lifting line), καθώς και της επιφάνειας άνωσης (lifting surface), με εφαρμογή στις έλικες, είτε αεροπορικού κινητήρα, είτε ανεμογεννήτριας.

Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι τρεις αυτές μέθοδοι. Σε κάθε μέθοδο γίνεται πρώτα μία παράθεση του θεωρητικού υποβάθρου και των αναλυτικών σχέσεων που τη διέπουν, ενώ στην συνέχεια ακολουθεί η αριθμητική υλοποίηση που πραγματοποιείται σε υπολογιστικό περιβάλλον, δηλαδή τη μορφή των σχέσεων που χρησιμοποιούνται κατά την εφαρμογή της μεθόδου. Να τονιστεί πως στις εφαρμογές που παρουσιάζονται στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής έγινε εφαρμογή των αριθμητικών υλοποιήσεων της κάθε μεθόδου.

2.1 Μέθοδος στοιχείων πτερύγωσης (Blade Element Method - BEM)

Η μέθοδος αυτή ανήκει στην κατηγορία προσεγγιστικών μεθόδων υπολογισμού εκτίμησης επιδόσεων μίας έλικας, όπου γίνεται εκτίμηση των επαγόμενων ταχυτήτων σε κάθε πτερύγιο. Ο υπολογισμός των επαγόμενων ταχυτήτων γίνεται χρήση δύο βασικών θεωρημάτων μονοδιάστατης ροής, το ένα αφορά τους υπολογισμούς της αξονικής ταχύτητας, ενώ το άλλο της περιφερειακής. Η αξονική επαγωγή υπολογίζεται με χρήση της θεωρίας δίσκου ενέργειας (ορμής), η οποία διατυπώθηκε αρχικά από τον Rankine, ενώ τελειοποιήθηκε από τον Froude. Η περιφερειακή επαγωγή γίνεται με το θεώρημα ροπής της ορμής (στροφορμής).

2.1.1 Αναλυτική διατύπωση

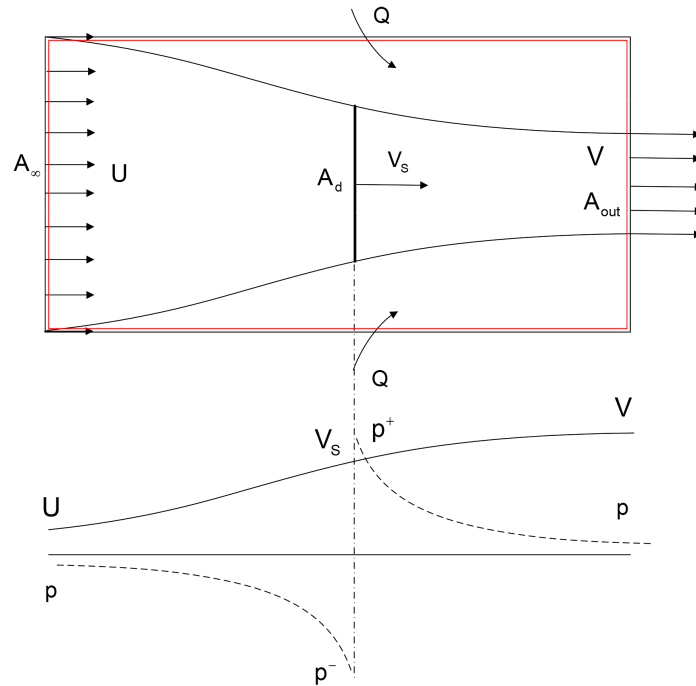
Η αναλυτική διατύπωση του προβλήματος ξεκινάει με τη διατύπωση των βασικών παραδοχών που γίνονται όσον αφορά την ροή και τα σώματα (πτερύγια) που λαμβάνουν χώρα σε έναν όγκο αναφοράς. Αρχικά, θεωρούνται μηδενικές απώλειες εναλλαγής ενέργειας μεταξύ ρευστού και δίσκου (ιδεατή ροή), ενώ ο ροϊκός σωλήνας αποτελεί ρεύμα ολίσθησης (slipstream) εντός του οποίου το ρευστό έχει σταθερά κατανομημένη ταχύτητα και πίεση σε διατομές κάθετες στον άξονα του, και η επιφάνεια του αποτελεί επιφάνεια ασυνέχειας της ταχύτητας. Θεωρείται, επίσης, σταθερή φόρτιση σε ολόκληρο τον δίσκο, δηλαδή η διαφορά πίεσης ανάντι και κατάντι είναι σταθερή. Τέλος, θεωρείται ότι το ρεύμα αέρα εντός του δίσκου στερείται συστροφής.

Η παροχή μάζας εντός του σωλήνα είναι προφανώς σταθερή σε όλο τον όγκο του, και σε κάθε χαρακτηριστικό σημείο του, που φαίνεται και στο Σχήμα 2.1, ισούται με:

$$\dot{m} = \rho A_{\infty} U \quad (2.1)$$

$$= \rho A_d V_s \quad (2.2)$$

$$= \rho A_{out} V \quad (2.3)$$



Σχήμα 2.1: Ροϊκός σωλήνας

Εισάγονται οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής ρευστού, οι οποίες αντιστοίχως δίνουν:

$$Q = \rho A_d V_s + \rho (A_\infty - A_{out}) U - \rho A_\infty U \quad (2.4)$$

$$T = \rho A_d V_s (U - V) \quad (2.5)$$

Ενώ από την εξίσωση Bernoulli:

$$V_s = \frac{1}{2}(U + V) \quad (2.6)$$

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να εισαχθεί ο συντελεστής αξονικής επαγωγής:

$$a = \frac{V_s - U}{U} \quad (2.7)$$

Σύμφωνα με τον οποίο οι ταχύτητες στον δρομέα, και στην έξοδο γίνονται:

$$V_s = U(1 + a) \quad (2.8)$$

$$V = U(1 + 2a) \quad (2.9)$$

Ακολούθως, σύμφωνα με την διατήρηση της στροφορμής προκύπτει:

$$V_\theta r = \text{const} \rightarrow V_{\theta s} = \frac{1}{2} V_{\theta \infty} \quad (2.10)$$

Σε αντιστοιχία με τον συντελεστή αξονικής επαγωγής, ορίζεται ο συντελεστής περιφερειακής επαγωγής:

$$a' = \frac{V_{\theta s}}{\Omega r} \quad (2.11)$$

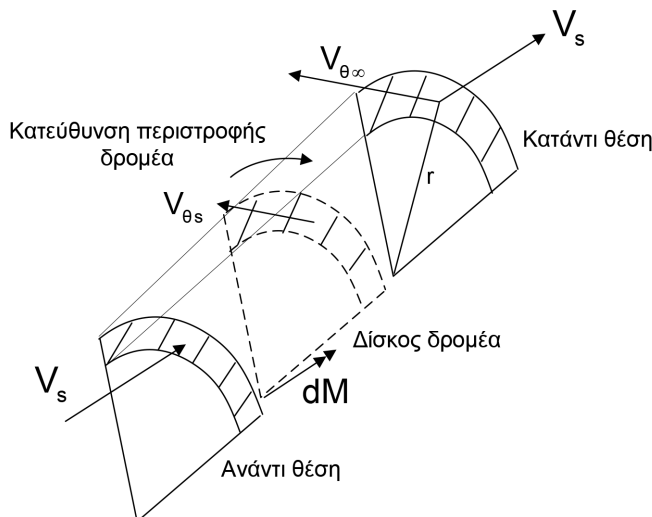
Και σε αναλογία με τις αξονικές ταχύτητες, οι περιφερειακές ταχύτητες γίνονται:

$$V_{\theta s} = a' \Omega r \quad (2.12)$$

$$V_{\theta \infty} = 2a' \Omega r \quad (2.13)$$

Τώρα, όπως προαναφέρθηκε, σύμφωνα με το θεώρημα της ροπής της ορμής, η ροπή της προπέλας του κινητήρα ή της ανεμογεννήτριας, σύμφωνα και με το Σχήμα 2.2 που παρατίθεται παρακάτω, θα είναι:

$$dM = \pm \rho V_s (2\pi r dr) r V_{\theta\infty} \quad (2.14)$$



Σχήμα 2.2: Τρίγωνο ταχυτήτων στην πτέρυγα

Όπου στο παραπάνω διάγραμμα παραλείπεται η φορά περιστροφής της ροής. Αυτό διότι στην περίπτωση της ανεμογεννήτριας οι κατευθύνσεις περιστροφής της ροής και του δρομέα είναι αντίρροπες, ενώ στην περίπτωση του αεροπορικού κινητήρα ομόροπες. Για τον λόγο αυτό και στην παραπάνω εξίσωση της ροπής της ορμής το πρόσημο ποικίλει ανάλογα με την εξεταζόμενη περίπτωση.

Τέλος, οι συντελεστές ώσης και ισχύος του δίσκου, με χρήση του ορισθέντος συντελεστή αξονικής επαγωγής, γράφονται:

$$C_T = \frac{T}{\frac{\rho}{2} U^2 A_d} = 4a(1+a) \quad (2.15)$$

$$C_P = \frac{P}{\frac{\rho}{2} U^3 A_d} = 4a(1+a)^2 \quad (2.16)$$

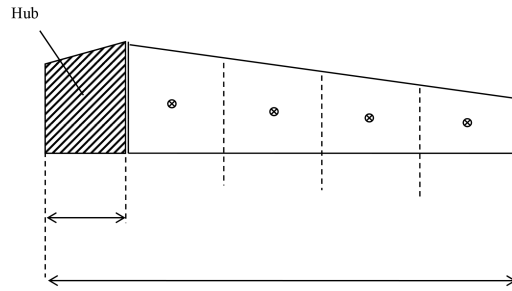
2.1.2 Αριθμητικό μοντέλο

Το αριθμητικό μοντέλο που δομείται για την επίλυση της ροής γύρω από πτερύγια ενός δρομέα με τη μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης δημιουργεί ένα πλέγμα στα πτερύγια σύμφωνα στο οποίο θα εφαρμοστούν οι παραπάνω αναλυτικές εξισώσεις. Το κάθε πτερύγιο χωρίζεται σε N στοιχεία, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.3.

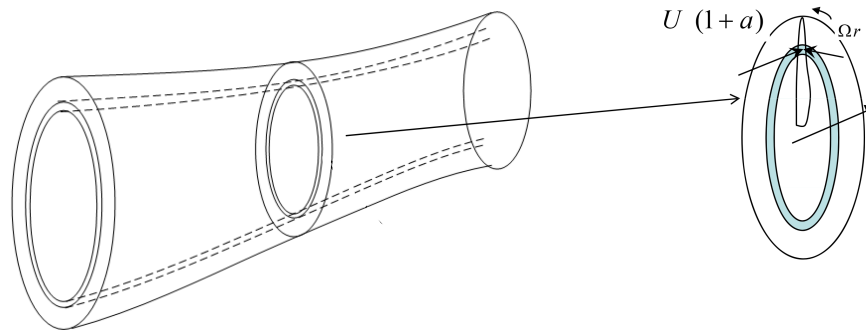
Ενώ σε κάθε στοιχείο πτερύγωσης εφαρμόζεται η θεωρία δίσκου ορμής, η οποία, πλέον, χειρίζεται δακτυλοειδείς ροϊκούς σωλήνες, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.4. Η ώση και η ροπή που αναπτύσσονται στα στοιχεία πτερύγωσης εντός των δακτυλοειδών αυτών σωλήνων βρίσκονται εξισώνοντας ώση και ροπή από τις παραπάνω σχέσεις ορμής και στροφορμής με τα στοιχεία πτερύγωσης, δηλαδή η δύναμη και η ροπή που αναπτύσσονται στον στοιχειώδη δακτύλιο επάνω στην επιφάνεια του δίσκου του δρομέα είναι ίση με την δύναμη και την ροπή που ασκείται στα στοιχεία του πτερυγίου που βρίσκονται εντός του στοιχειώδους αυτού δακτυλίου. Και είναι ίσες με:

$$\delta T = 4a(1+a) \cdot \frac{\rho}{2} U^2 \cdot 2\pi r \cdot \delta r = B(\delta L \cos \varphi - \delta D \sin \varphi) \quad (2.17)$$

$$\delta M = \rho U(1+a) \cdot 2a' \Omega r^2 \cdot 2\pi r \cdot \delta r = Br(\delta L \sin \varphi + \delta D \cos \varphi) \quad (2.18)$$



Σχήμα 2.3: Πλέγμα πτερυγίου



Σχήμα 2.4: Δακτυλιοειδής ροϊκός σωλήνας

Γενικεύοντας, οι δυνάμεις που παρουσιάζουν ενδιαφέρον δεν είναι αυτούσιες η ώση και η ροπή αλλά γίνονται λόγος για κάθετες (normal) και εφαπτομενικές (tangent) δυνάμεις. Αυτές, λοιπόν, σε κάθε στοιχείο πτερύγωσης υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\delta F_n = (C_L \cos \varphi - C_D \sin \varphi) \frac{\rho}{2} W^2 c \delta r \quad (2.19)$$

$$\delta F_t = (C_L \sin \varphi - C_D \cos \varphi) \frac{\rho}{2} W^2 c \delta r \quad (2.20)$$

Επομένως, η ώση, η ροπή και η ισχύς του δρομέα είναι, αντιστοίχως:

$$T = B \sum_i \delta F_n^i \quad (2.21)$$

$$M = B \sum_i r_i \delta F_t^i \quad (2.22)$$

$$P = M\Omega \quad (2.23)$$

Για δεδομένη γεωμετρία πτερυγίου, η αεροδυναμική συμπεριφορά ενός στοιχείου πτερύγωσης καθορίζεται σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις, και τα διανυσματικά μεγέθη που λαμβάνουν χώρα φαίνονται στο Σχήμα

2.5:

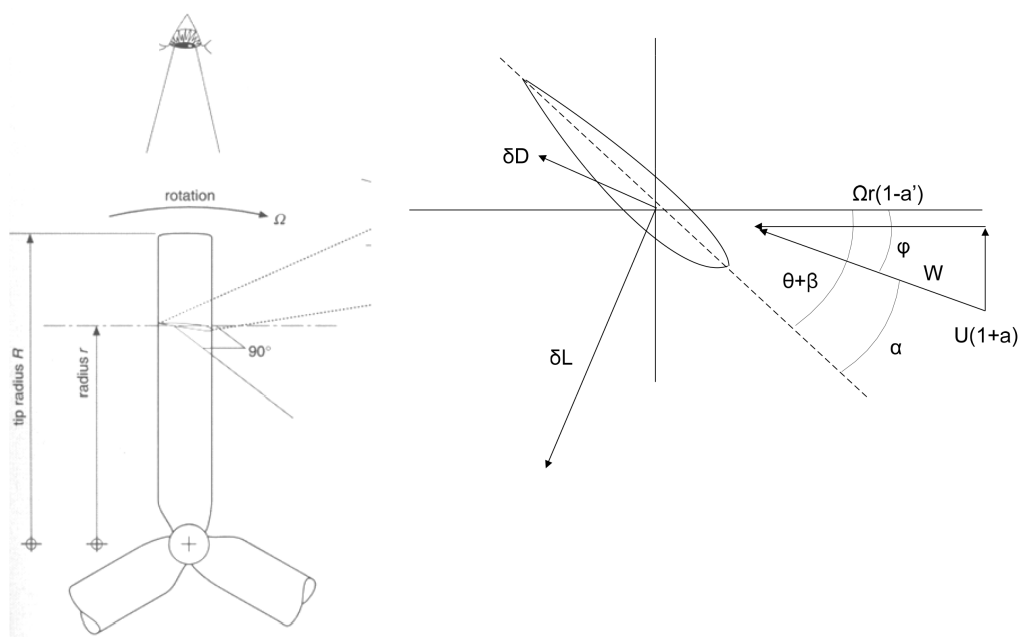
$$\frac{a}{1+a} = \frac{BcC_L}{8\pi r \tan \varphi \sin \varphi} [1 - \varepsilon \tan \varphi] \quad (2.24)$$

$$\frac{a'}{1-a'} = \frac{BcC_L}{8\pi r \cos \varphi} [1 + \varepsilon \cot \varphi] \quad (2.25)$$

$$\tan \varphi = \frac{U(1+a)}{\Omega r(1-a')} \quad (2.26)$$

$$\alpha = (\theta + \beta) - \varphi \quad (2.27)$$

$$\varepsilon = \frac{C_D}{C_L} \quad (2.28)$$



Σχήμα 2.5: Διανυσματικά μεγέθη στοιχείου πτερύγωσης

Για κάθε στοιχείο πτερύγωσης εκκινείται μία επαναληπτική διαδικασία. Αρχικά γίνεται μία υπόθεση των συντελεστών a , a' , ένα τυπικό παράδειγμα τιμών εκκίνησης είναι: $\frac{a}{a'} = \frac{10}{1}$ με $a = 0.1$, $a' = 0.01$. Από τις εξισώσεις (2.26) και (2.27) υπολογίζονται η γωνία φ και η γωνία πρόσπτωσης α , ενώ οι συντελεστές C_L , C_D θεωρούνται δεδομένοι από πίνακες. Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι νέες τιμές των συντελεστών a και a' από τις (2.24) και (2.25) αντίστοιχα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι σύγκλισης των συντελεστών αυτών.

2.2 Μέθοδος γραμμής άνωσης (lifting line)

Στη μέθοδο γραμμής άνωσης για το ροϊκό πεδίο γίνεται η υπόθεση ασυμπίεστου και μη-συνεχτικού ρευστού, ενώ το πτερύγιο θεωρείται ως ανωστική γραμμή κατά μήκος της οποίας ακτινικά κατανέμεται μεταβλητή κυκλοφορία $\Gamma(r)$. Καθώς εξελίσσεται το φαινόμενο, ένα φύλλο στροβιλότητας πραγματοποιεί μία ελικοειδή κίνηση κατάντι της ελεύθερης ροής που ξεκινά από την ανωστική γραμμή που παριστάνει το πτερύγιο για να ικανοποιηθεί η συνέχεια της στροβιλότητας. Το διάνυσμα της ακολουθούσας στροβιλότητας είναι, σε κάθε ακτινική θέση, εφαπτομενικό σε ελικοειδή γραμμή υπο σταθερό βήμα x , το οποίο μπορεί να ποικίλει ανάλογα με την ακτινική θέση. Το βήμα αυτό είναι ανάλογο των στροφών στις οποίες περιστρέφεται ο δρομέας, αλλά και της επαγομένης ταχύτητας της ακολουθούσας στροβιλότητας. Τέλος, η ακτινικά επαγόμενη ταχύτητα θεωρείται αμελητέα σε σύγκριση με την αξονική, ενώ στην προσδεδεμένη κυκλοφορία στην ρίζα του πτερυγίου και στο αχροπτερύγιο επιβάλλεται μηδενισμός.

2.2.1 Αναλυτική διατύπωση

Η μέθοδος αυτή έχει μη-γραμμική επίλυση, όπου ο μη-γραμμικός χαρακτήρας του έγκεινται στο γεγονός ότι η φαινόμενη ταχύτητα της ροής W έχει εξάρτηση από τις επαγόμενες ταχύτητες του ομόρρου, οι επαγόμενες ταχύτητες από την ακριβή θέση του ομόρρου, ενώ η θέση του ομόρρου, δηλαδή το βήμα της ελικοειδούς γραμμής, από την φαινόμενη ταχύτητα W . Επομένως, πρόκειται για ένα πρόβλημα οριακών συνθηκών με άγνωστα όρια.

Οι δινοσωλήνες, οι οποίοι μοντελοποιούν τα πτερύγια του δρομέα, τοποθετούνται συμμετρικά επάνω στην φέρουσα ανωστική γραμμή, επομένως η συνολική επαγόμενη ταχύτητα από τους πλήθους Z προσδεμένους δινοσωλήνες επί της ανωστικής γραμμής είναι μηδενική. Οι επαγόμενες ταχύτητες από τους μη-προσδεμένους δινοσωλήνες, τώρα, δίνεται από τις σχέσεις του Lerbs:

- Για $r < r_0$

$$\begin{aligned} u_{ai}^* &= \frac{Z}{4\pi k_0} \left(1 - 2Z \frac{r_0}{k_0} \sum_{n=1}^{\infty} n I_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} r \right) K'_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} \right) \right) \\ &= \frac{Z}{4\pi k_0} (1 + B_2) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} u_{ti}^* &= -\frac{Z^2 r_0}{2\pi k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} n I_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} r \right) K'_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} \right) \\ &= -\frac{Z}{4\pi r} B_2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

- Για $r > r_0$

$$\begin{aligned} u_{ae}^* &= -\frac{Z^2 r_0}{2\pi k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} n K_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} r \right) I'_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} \right) \\ &= -\frac{Z}{4\pi k_0} B_1 \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} u_{te}^* &= \frac{Z}{4\pi r} \left(1 - 2Z \frac{r_0}{k_0} \sum_{n=1}^{\infty} n K_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} r \right) I'_{nz} \left(\frac{nZ}{k_0} \right) \right) \\ &= \frac{Z}{4\pi r} (1 + B_1) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Όπου οι συντελεστές που εμφανίζονται παραπάνω είναι:

$$\begin{aligned} B_{1,2} &= \left(\frac{1 + y_0^2}{1 + y^2} \right)^{0.25} \left(\frac{1}{e^{A_{1,2}} - 1} \mp \frac{1}{2Z} \frac{y_0^2}{(1 + y_0^2)^{1.5}} \log \left(1 + \frac{1}{e^{A_{1,2}} - 1} \right) \right) \\ A_{1,2} &= \pm \left(\sqrt{1 + y^2} - \sqrt{1 + y_0^2} \right) \mp \frac{1}{2} \log \frac{(\sqrt{1 + y_0^2} - 1)(\sqrt{1 + y^2} + 1)}{(\sqrt{1 + y_0^2} + 1)(\sqrt{1 + y^2} - 1)} \\ y_0 &= \frac{1}{\tan \beta_{i0}} \\ y &= \frac{r}{r_0 \tan \beta_{i0}} \end{aligned}$$

Στις παραπάνω σχέσεις r είναι η ακτινική θέση, r_0 η θέση της ελικοειδούς δίνης, Z ο αριθμός των πτερυγίων, K_{nz} και I_{nz} τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel, ενώ $k_0 = r_0 \tan \beta_{i0}$.

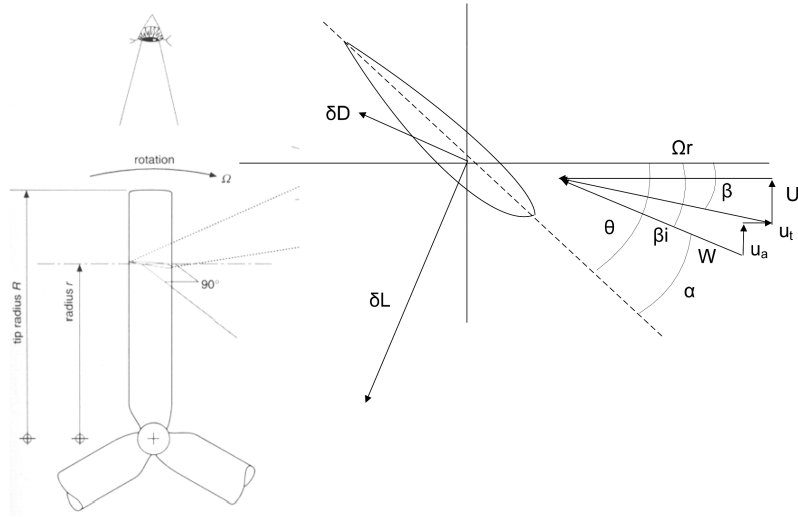
Οι επαγόμενες ταχύτητες από τους ακολουθούντες δινοσωλήνες είναι:

$$i_a(r, r_0) = -4\pi(r - r_0)u_a^*(r, r_0) \quad (2.33)$$

$$i_t(r, r_0) = 4\pi(r - r_0)u_t^*(r, r_0) \quad (2.34)$$

Η αναλυτική μορφή εξίσωσης μονοπλάνου σε πολικό σύστημα συντεταγμένων (r, φ) φαίνεται παρακάτω, όπου υπενθυμίζεται $r = \frac{1}{2}(R + r_H) - \frac{1}{2}(R - r_H) \cos \varphi$.

$$G(\varphi) = \frac{1}{4\pi RU} c(\varphi) \frac{dC_L}{d\alpha}(\varphi) W(\varphi) (\theta - \alpha_0 - \beta_i(\varphi)) \quad (2.35)$$



Σχήμα 2.6: Τρίγωνο ταχυτήτων σε μία αεροτομή

Η οποία αναλυόμενη σε σειρά Fourier γίνεται:

$$G(\varphi) = \sum_{j=1}^j a_j \sin(j\varphi) \quad (2.36)$$

Ενώ οι επαγόμενες ταχύτητες από τον ομόρρου είναι:

$$\begin{aligned} \frac{u_a(\varphi)}{U} &= \frac{R}{2} \int_{r_h}^R \frac{i_a(r, r_0) \frac{\partial G}{\partial r_0}(r_0)}{r - r_0} dr_0 \\ &= \frac{1}{1 - x_H} \sum_{j=1}^J j a_j h_j^a(\varphi) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_t(\varphi)}{U} &= -\frac{R}{2} \int_{r_h}^R \frac{i_t(r, r_0) \frac{\partial G}{\partial r_0}(r_0)}{r - r_0} dr_0 \\ &= -\frac{1}{1 - x_H} \sum_{j=1}^J j a_j h_j^t(\varphi) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Και οι συντελεστές αλληλεπίδρασης τελικά γίνονται:

$$\begin{aligned} i_a(\varphi, \varphi_0) &= -4\pi(r - r_0)u_a^* \\ &= -\sum_{n=1}^N c_n^a(\varphi) \cos[(n - 1)\varphi_0] \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} i_t(\varphi, \varphi_0) &= 4\pi(r - r_0)u_t^* \\ &= \sum_{n=1}^N c_n^t(\varphi) \cos[(n - 1)\varphi_0] \end{aligned} \quad (2.40)$$

Όπου στις παραπάνω σχέσεις είναι:

$$\begin{aligned} h_j^{a,t}(\varphi) &= \frac{\pi}{2 \sin \varphi} \left[\sum_{n=1}^j C_n^{a,t}(\varphi) (\sin [(n - 1 - j)\varphi] + \sin [(j + n + 1)\varphi]) \right] \\ &\quad + \frac{\pi}{2 \sin \varphi} \left[\sum_{n=j+1}^N C_n^{a,t}(\varphi) (\sin [(j - n + 1)\varphi] + \sin [(j + n - 1)\varphi]) \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Ενώ η φαινόμενη ταχύτητα και γωνία αποβολής, αντιστοίχως, είναι:

$$W(\varphi) = \sqrt{(U + u_a(\varphi))^2 + (\Omega r + u_t(\varphi))^2} \quad (2.42)$$

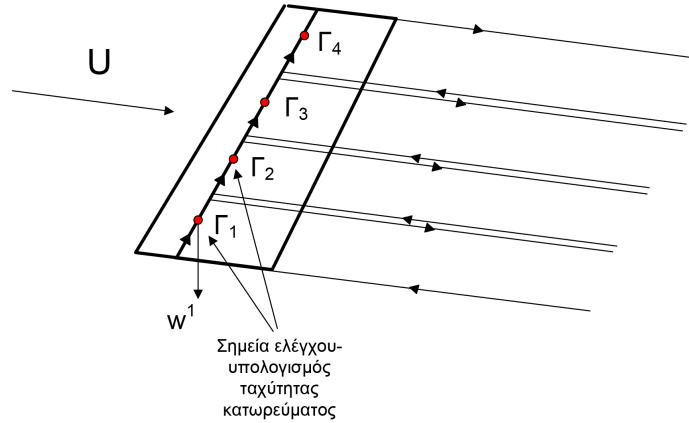
$$\tan \beta_i(\varphi) = \frac{U + u_a(\varphi)}{\Omega r + u_t(\varphi)} \rightarrow \sum_{j=1}^J j a_j (h_j^a(\varphi) + \tan \beta_i(\varphi) h_j^t(\varphi)) = (1 - x_H) \left(\frac{\tan \beta_i(\varphi)}{\tan \beta(\varphi)} - 1 \right) \quad (2.43)$$

Η διαδικασία υπολογισμού της έλικας, γενικά, είναι ένα μη-γραμμικό πρόβλημα του οποίου η διαδικασία επίλυσης όσον αφορά την αναλυτική μορφή της, όπως φάνηκε και παραπάνω, στηρίζεται στην ανάλυση σε σειρές Fourier. Ακολουθεί η διατύπωση και επεξήγηση του αριθμητικού μοντέλου επίλυσης μίας πτέρυγας ή έλικας καθώς και η διαδικασία που ακολουθείται όσον αφορά τις εφαρμογές της παρούσας διπλωματικής.

2.2.2 Αριθμητικό μοντέλο

Αφού αναλύθηκε και περιγράφηκε η αναλυτική μορφή επίλυσης έλικας με τη μέθοδο γραμμής άνωσης, θα ακολουθήσει το αριθμητικό μοντέλο που συγκροτήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας, το οποίο εν γένει στηρίχθηκε στην ανωτέρω μαθηματική θεμελίωση, με ορισμένες διαφοροποιήσεις.

Αρχικά, χωρίζεται το κάθε πτερύγιο σε τμήματα (strips), όπου στο κάθε ένα τοποθετείται προσδεμένος στρόβιλος στην θέση $c/4$, και τα σημεία αυτά συγκροτούν τα σημεία ελέγχου (control points). Οι ταχύτητες του ομόρρου υπολογίζονται σε αυτή ακριβώς την θέση, και με αυτόν τον τρόπο υπολογίζονται οι γωνίες κατωρεύματος. Οι γραμμές, δε, του ομόρρου ακολουθούν την ταχύτητα στο άπειρο U_∞ . Για να αποφευχθεί, τέλος, ο απειρισμός της ταχύτητας, ο υπολογισμός της γίνεται στα κέντρα των ανοϊκών δινοπετάλων.



Σχήμα 2.7: Δινοπέταλα και σημεία ελέγχου επί της πτέρυγας

Σε κάθε σημείο ελέγχου, τα οποία φέρουν τον συμβολισμό i , επαληθεύεται η εξίσωση μονοπλάνου, η οποία, λόγω του θεωρήματος Joukowski γράφεται στην παρακάτω μορφή:

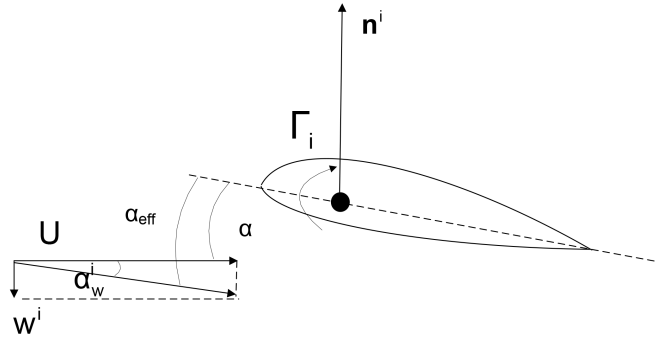
$$\rho W \Gamma_i = \frac{dC_L}{d\alpha} (\alpha - \alpha_0 + \alpha_w) \frac{\rho}{2} W^2 c \quad (2.44)$$

Και οι ταχύτητες κατωρεύματος είναι:

$$w^i = \sum_{j=1}^N (\vec{a}_j^i \vec{n}) \Gamma_j \quad (2.45)$$

Ενώ από το σχήμα 2.8 παρατηρείται ότι $\tan \alpha_w = \frac{w^i}{U}$, επομένως η εξίσωση μονοπλάνου (2.44), λόγω της (2.45) γίνεται:

$$\rho W \Gamma_i = \frac{dC_L}{d\alpha} \left(\alpha - \alpha_0 + \frac{1}{U} \sum_{j=1}^N (\vec{a}_j^i \vec{n}) \Gamma_j \right) \frac{\rho}{2} W^2 c \quad (2.46)$$



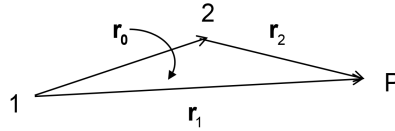
Σχήμα 2.8: Κατώρευμα και προσδεμένος στρόβιλος στην αεροτομή πτέρυγας

Στις ταχύτητες κατωρεύματος, η άθροιση σε κάθε δινοπέταλο γίνεται για $k = 1, 3$, δηλαδή για το τμήμα προσδεμένου στρόβιλου, και τους δύο δινοσωλήνες της ελεύθερης στροβιλότητας του ομόρρου, όπως φαίνεται και στο παραπάνω Σχήμα 2.7. Οι γραμμές ελεύθερης στροβιλότητας του ομόρρου χωρίζονται σε ευθύγραμμο τμήματα πλήθους N_w , ενώ βάσει της αρχής διατήρησης της κυκλοφορίας γύρω από γραμμή στροβιλότητας, για κάθε ανοικτό δινοπέταλο η κυκλοφορία γύρω του παραμένει σταθερή. Επομένως στην (2.45) οι διανυσματικοί συντελεστές \vec{a}_j^i δίνονται από την σχέση:

$$\begin{aligned} \vec{a}_j^i &= \sum_{k=1}^3 \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}^i - \vec{r})}{|\vec{r}^i - \vec{r}|^3} \\ &= \left[\frac{1}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}^i - \vec{r})}{|\vec{r}^i - \vec{r}|^3} \right]_B + \left[\sum_{n=1}^{N_w} \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}^i - \vec{r})}{|\vec{r}^i - \vec{r}|^3} \right]_{W_{in}} + \left[\sum_{n=1}^{N_w} \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}^i - \vec{r})}{|\vec{r}^i - \vec{r}|^3} \right]_{W_{out}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Η ταχύτητα που επάγει σε κάποιο σημείο ελέγχου οποιοδήποτε ευθύγραμμο τμήμα στροβιλότητας δίνεται από την παρακάτω σχέση, η οποία, όπως δείχνει και το Σχήμα 2.9, παρουσιάζει την περίπτωση ενός σημείου ελέγχου και ενός τμήματος στροβιλότητας:

$$\vec{u}_{12} = \int_1^2 \frac{d\vec{l} \times (\vec{r}^i - \vec{r})}{|\vec{r}^i - \vec{r}|^3} = \frac{1}{4\pi} \frac{|\vec{r}_0|}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|} \left(\frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_0| |\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_0| |\vec{r}_2|} \right) f(\varepsilon, d) \quad (2.48)$$



Σχήμα 2.9: Επαγόμενη ταχύτητα σε σημείο ελέγχου από ευθύγραμμο τμήμα στροβιλότητας

Όπου ο συντελεστής $f(\varepsilon, d)$ στην εξίσωση (2.48), δεδομένου κατάλληλου παράγοντα ε , αποτρέπει τον απειρισμό της επαγόμενης ταχύτητας, αποφεύγεται δηλαδή ο υπολογισμός της ταχύτητας στο κέντρο του διπόλου, αφού είναι:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon, d) &= 1 - e^{-\left(\frac{d}{\varepsilon}\right)^2} \\ d &= \frac{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|}{|\vec{r}_0|} \end{aligned}$$

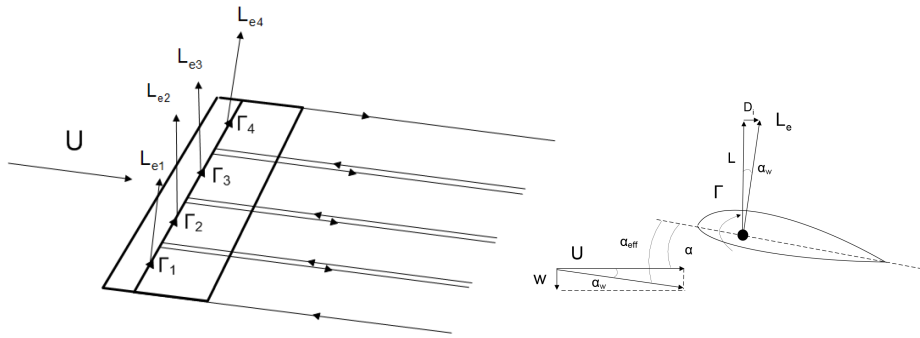
Και πάλι γίνεται μία αρχική εκτίμηση της γωνίας β_i , για να εκκινήσει η διαδικασία, όπου επιλύεται το σύστημα μη-γραμμικών εξισώσεων (2.47) και προσδιορίζεται, έτσι, η κατανομή της κυκλοφορίας επάνω στην πτέρυγα

μέσω της εξίσωσης μονοπλάνου (2.46). Υπολογίζονται όλες οι επαγόμενες ταχύτητες στους προσδεμένους στροβίλους, και διορθώνεται η αρχική υπόθεση της γωνίας μέσω της (2.46), στην οποία υπεισέρχεται η γωνία όπως ειπώθηκε στις σχέσεις (2.42), (2.43), με τις νέες τιμές των επαγόμενων ταχυτήτων. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να επέλθει σύγκλιση των γωνιών β_i .

Τέλος, αφού συγκλίνει ο κώδικας και βρεθούν οι επαγόμενες ταχύτητες και βρεθούν οι κυκλοφορίες των δινοπετάλων, υπολογίζονται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κάθε πτέρυγα, και φαίνονται στο Σχήμα 2.10, μέσω των σχέσεων:

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho W \Gamma(y) \cos \alpha_w dy \simeq \sum_{i=1}^N \rho W \Gamma_i b_i \quad (2.49)$$

$$D = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho W \Gamma(y) \sin \alpha_w dy \simeq \sum_{i=1}^N \rho w^i \Gamma_i b_i \quad (2.50)$$



Σχήμα 2.10: Αναπτυσσόμενες δυνάμεις άνωσης και οπισθέλκουσας στην πτέρυγα

2.3 Μέθοδος επιφάνειας άνωσης (lifting surface)

Στις παρακάτω σελίδες θα περιγραφεί η αναλυτική μορφή του προβλήματος της ροής γύρω από πτερύγια δρομέα και των εξισώσεων του με τη μέθοδο της επιφάνειας άνωσης, καθώς και το αριθμητικό μοντέλο που επιλύει αυτή την ροή. Στην αριθμητική αυτή μέθοδο στηρίζεται το πρόγραμμα του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π. GENUVP [16].

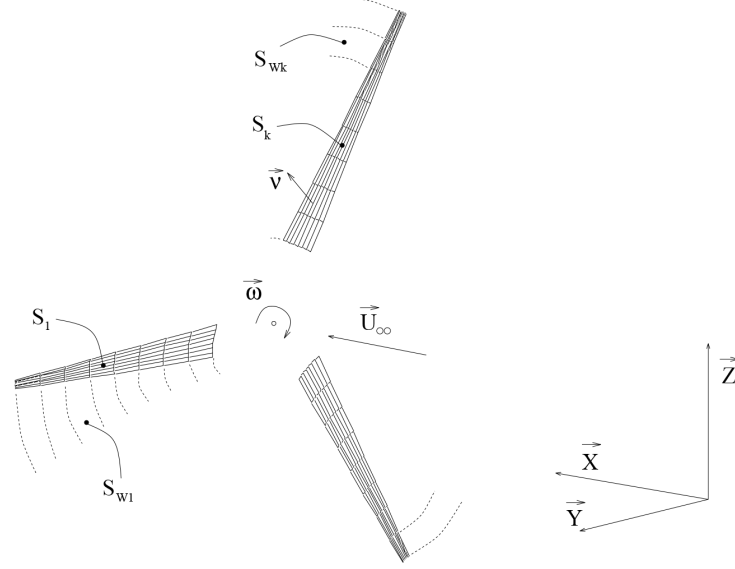
2.3.1 Αναλυτική διατύπωση

Η μέθοδος αυτή επιλύει το πρόβλημα της μη-μόνιμης ροής ασυμπίεστου και μη-συνεκτικού ρευστού γύρω από ένα σύνολο στερεών σωμάτων που εκτελούν ανεξάρτητες κινήσεις. Τα σώματα μπορεί να είναι ανωστικά, δηλαδή αεροδυναμικά, και μη. Τα μεν αεροδυναμικά θα έχουν κυκλοφορία, και άρα θα παράξουν ομόρρου, ενώ τα μη-αεροδυναμικά δεν θα παράξουν. Στην περίπτωση που απασχολεί την παρούσα διπλωματική, βέβαια, τα σώματα που ορίζονται, δηλαδή τα πτερύγια, εκτελούν την ίδια περιστροφική κίνηση, ενώ είναι όλα αεροδυναμικά, αφού πρόκειται για τα πτερύγια δρομέα κινητήρα ή ανεμογεννήτριας. Τα σώματα θεωρούνται πολύ λεπτά, χωρίς πάχος, επομένως μοντελοποιούνται με δινοπέταλα, και εκπέμπουν στοιχεία στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής τους καθώς εκτελούν την κίνηση τους στον χώρο. Για τον υπολογισμό της κυκλοφορίας κάθε πτερυγίου, δηλαδή την ένταση του εκάστοτε δινοπετάλου, ικανοποιείται η συνθήκη μη-εισχώρησης στο κέντρο του δινοπετάλου. Ο ομόρρους αρχικά θεωρείται ως ένα λεπτό φύλλο διάτμησης, και ολοκληρώνοντας την στροβιλότητα που περιέχεται σε κάθε τέτοιο φύλλο, μετατρέπεται σε στοιχείο στροβιλότητας.

Έστω τρισδιάστατα σώματα B_k πλήθους N_B , με σύνορα S_k , $k = 1, N_B$, τα οποία αποτελούν τα σώματα που διαμορφώνουν την διάταξη μίας ανεμογεννήτριας ή κινητήρα αεροσκάφους με προπέλα. Έστω, εν συνεχεία, $D \in \mathbb{R}^3$ το πεδίο ροής που διαμορφώνεται, S το σύνορο του πεδίου, και \vec{v} το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα

σου συνόρου S , όπως αυτά παρίστανται στο Σχήμα 2.11. Η παρουσία ανωστικών σωμάτων εντός του πεδίου D έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία ομόρρου, ο οποίος εκφεύγει σε κάθε χρονικό βήμα από τις γραμμές αποβολής στροβιλότητας (emission lines). Η επιφάνεια του ομόρρου αντιμετωπίζεται ως ενεργό όριο του προβλήματος, επομένως, εάν οι επιφάνειες των φύλλων στροβιλότητας που αποβάλλονται από τα N_B σώματα είναι S_{wk} , $k = 1, N_B$, και αντιστοίχως $\vec{\nu}_{wk}$ τα μοναδιαία κάθετα διανύσματα, τότε προφανώς θα είναι:

$$\partial D \equiv S = \bigcup_{k=1}^{N_B} S_k + \bigcup_{k=1}^{N_B} S_{wk} \quad (2.51)$$



Σχήμα 2.11: Βασικοί γεωμετρικοί ορισμοί [16]

Δηλαδή η διαταραχή του πεδίου ταχύτητας αποτελεί άθροισμα δύο διαταραχών. Το πρώτο, που οφείλεται στην παρουσία των ορίων που συνθέτουν το σώμα και εκτελούν προκαθορισμένη κίνηση, και το δεύτερο που οφείλεται στις επιφάνειες που αποτελούν τον ομόρρου και εκτελούν ελεύθερη κίνηση.

Εάν, τώρα, υποτεθεί το διάνυσμα του πεδίου ταχύτητας $\vec{u}(\vec{x}; t)$ με $\vec{x} \in D$, $t \geq 0$, τότε βάσει του θεωρήματος διαχωρισμού του Helmholtz το πεδίο θα γραφεί:

$$\vec{u}(\vec{x}; t) = \vec{U}_\infty(\vec{x}; t) + \nabla\varphi(\vec{x}; t) + \vec{U}_w(\vec{x}; t) \quad (2.52)$$

όπου στην (2.52), $\vec{U}_\infty(\vec{x}; t)$ είναι η ταχύτητα στο άπειρο της αδιατάρακτης ροής, $\nabla\varphi(\vec{x}; t)$ η ταχύτητα διαταραχής λόγω του ανωστικού σώματος, και $\vec{U}_w(\vec{x}; t)$ η ταχύτητα που επάγεται από την ελεύθερη στροβιλότητα.

Εφόσον έχει υποτεθεί μη-συνεχτική ροή, το δυναμικό της ταχύτητας είναι δυνατόν να αναπαρασταθεί από μία επιφανειακή κατανομή ιδιομορφιών, και στην περίπτωση των λεπτών πτερύγων επιλέγεται μία κατανομή διπόλων στην επιφάνεια των σωμάτων, καθώς και του ομόρρου, έτσι ώστε να εισαχθεί ασυνέχεια δυναμικού μεταξύ της επάνω και της κάτω ενεργής επιφάνειας. Η κατανομή διπόλου $\mu(\vec{x})$, $\vec{x} \in \Sigma$ σε επιφάνεια Σ , θέτει ασυνέχεια στο δυναμικό της ταχύτητας:

$$\mu(\vec{x}) = \llbracket \varphi \rrbracket(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Sigma \quad (2.53)$$

Όπου το $\llbracket \varphi \rrbracket$ εκφράζει την ασυνέχεια αυτή του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια.

Σε οποιοδήποτε σημείο \vec{x} του πεδίου D , το δυναμικό δίνεται από την σχέση που προκύπτει μέσω του θεωρήματος αναπαράστασης του Green:

$$\varphi(\vec{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\mu(\vec{x}; t) \cdot \vec{\nu}(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} d\Sigma(\vec{x}) \quad (2.54)$$

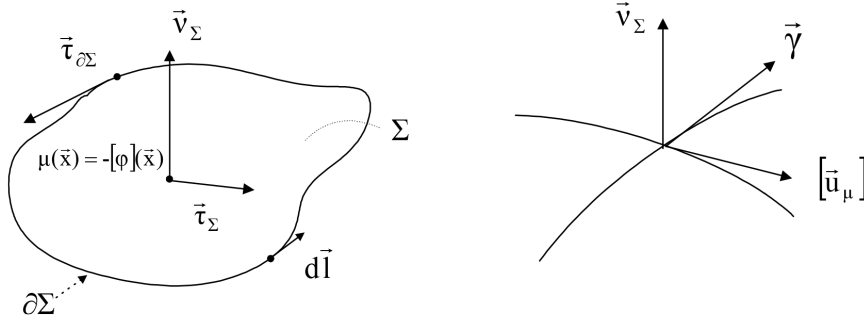
Γνωρίζοντας πως η ταχύτητα είναι το διαφορικό (gradient) του δυναμικού, παραγωγίζοντας την (2.54) και με χρήση του θεωρήματος Stokes, η (2.52) γίνεται:

$$\vec{u}_\mu(\vec{x}_0; t) = \nabla_0 \varphi(\vec{x}_0; t) = \int_{\Sigma} \frac{\nabla_{\Sigma} \mu(\vec{x}; t) \times \vec{v}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} d\Sigma(\vec{x}) + \oint_{\partial \Sigma} \mu(\vec{x}; t) \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} \quad (2.55)$$

Καθώς το σημείο \vec{x}_0 πλησιάζει την επιφάνεια Σ , η ταχύτητα γίνεται ασυνεχής. Εάν συμβολιστεί με $[[\vec{u}_\mu]]$ η ασυνέχεια της ταχύτητας επάνω στην επιφάνεια Σ , τότε όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.12, είναι:

$$\begin{cases} [[\vec{u}_\mu]](\vec{x}_0; t) \cdot \vec{v}(\vec{x}_0) = 0, & \vec{x}_0 \in \Sigma \\ \vec{v}(\vec{x}_0) \times [[\vec{u}_\mu]](\vec{x}_0; t) = \nabla_{\Sigma} \mu(\vec{x}_0; t) \times \vec{v}(\vec{x}_0) = \vec{\gamma}(\vec{x}_0; t), & \vec{x}_0 \in \Sigma \end{cases} \quad (2.56)$$

Όπου $\vec{\gamma}(\vec{x}_0; t)$ είναι η ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας, και $\nabla_{\Sigma} = (\nabla \cdot \vec{\tau}_{\Sigma}) \cdot \vec{\tau}_{\Sigma}$ είναι ο επιφανειακός διαφορικός τελεστής. Επομένως, μία επιφάνεια στην οποία ορίζεται μία κατανομή διπόλων, αντιστοιχεί σε ένα φύλλο στροβιλότητας, δηλαδή μία επιφάνεια επί της οποίας υπάρχει ασυνέχεια της εφαπτομενικής ταχύτητας μεταξύ των πλευρών της.



Σχήμα 2.12: Διανυσματικά μεγέθη σε μία επιφάνεια ασυνέχειας της ταχύτητας

Εάν στο χωρίο D , που αποτελεί το πεδίο ροής των N_B σωμάτων, εφαρμοστεί η παράσταση (2.54), λαμβάνεται η παρακάτω σχέση που εκφράζει το δυναμικό εξαιτίας της παρουσίας όλων των σωμάτων:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{x}_0; t) &= - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_k} \mu_k(\vec{x}; t) \frac{\vec{v}(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS(\vec{x}) & \text{(I)} \\ & - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_{wk}} \mu_{wk}(\vec{x}; t) \frac{\vec{v}_w(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dS_w(\vec{x}) & \text{(II)} \end{aligned} \quad (2.57)$$

Όπου $\mu_k(\vec{x}; t)$ η κατανομή διπόλων του k λεπτού ανωστικού σώματος, και $\mu_{wk}(\vec{x}; t)$ η κατανομή διπόλων στον ομόρρο του k σώματος.

Η ροή στο άπειρο του προβλήματος θεωρείται μόνιμη, όμως η κίνηση των σωμάτων δημιουργεί εξάρτηση από τον χρόνο στις παραπάνω κατανομές διπόλων. Επίσης, η ελεύθερη κίνηση των φύλλων στροβιλότητας του ομόρρου έχει μη-μόνιμο χαρακτήρα. Επομένως για τον προσδιορισμό του δυναμικού, και άρα της ταχύτητας σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου D , απαιτείται να βρεθούν οι άγνωστες κατανομές διπόλων $\mu_k(\vec{x}; t)$ και $\mu_{wk}(\vec{x}; t)$, καθώς και η γεωμετρία των ελεύθερα εξελισσόμενων ομόρρων S_{wk} . Οι συνθήκες που χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των παραπάνω άγνωστων μεγεθών είναι δύο ειδών:

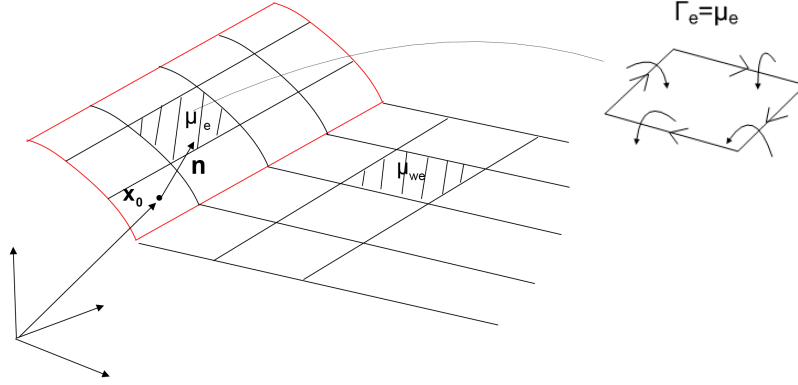
1. *Κινηματικές συνθήκες*, είναι η συνθήκη μη-εισχώρησης σε όλες τις επιφάνειες των σωμάτων, και η συνθήκη υλικής κίνησης όλων των ελεύθερων φύλλων στροβιλότητας.
2. *Δυναμικές συνθήκες*, είναι η συνθήκη μηδενικής ασυνέχειας της πίεσης κατά μήκος των ελεύθερων φύλλων στροβιλότητας.

Η συνθήκη μη-εισχώρησης ικανοποιείται εξασφαλίζοντας ότι η συνολική ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο του κινούμενου στερεού συνόρου εφάπτεται της στοιχειώδους επιφάνειας. Δηλαδή πρέπει η κάθετη ταχύτητα του ρευστού να ισούται με την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας κίνησης του στερεού συνόρου. Εάν

συμβολιστεί με \vec{U}_{Bk} το διάνυσμα κίνησης του κάθε σώματος k , τα παραπάνω εκφράζονται με μαθηματικούς όρους ως:

$$\vec{v}(\vec{x}_0; t) \nabla \varphi(\vec{x}_0; t) = \frac{\partial \varphi}{\partial v}(\vec{x}_0; t) (\vec{U}_{Bk} - \vec{U}_\infty - \vec{U}_w), \quad \vec{x}_0 \in S_k, \quad k = 1, N_B \quad (2.58)$$

Εάν υποθεθεί τμηματικά σταθερή κατανομή διπόλων στις επιφάνειες των στερεών σωμάτων και των ομόρρων τους, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.13, τότε στην (2.55) απαλείφεται ο πρώτος όρος του δεύτερου μέλους, ενώ ο όρος που απομένει αντιστοιχεί στην συνεισφορά από έναν κλειστό δινοσωλήνα (δινοπέταλο) που ορίζεται κατά μήκος του ∂S , συνόρου του S .



Σχήμα 2.13: Σταθερά κατανεμημένη στροβιλότητα σε επιφάνεια

Ορίζεται η παραμετρική αναπαράσταση του κάθε φύλλου στροβιλότητας S_w το οποίο εκπέμπεται από την ακμή εκφυγής και, πιθανώς, από το ακροπεριύγιο του ανωστικού σώματος ως:

$$\vec{x}_w \in S_w : \vec{x}_w = \vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; t), \quad \xi^1 \in [-1, 1], \quad \xi^2 \geq 0 \quad (2.59)$$

Η S_w μπορεί να θεωρηθεί ως μία επιφάνεια η οποία σχηματίζεται από μία ακολουθία υλικών γραμμών οι οποίες ξεκινούν από την γραμμή εκπομπής (emission lines) και εκφεύγουν από την γραμμή εκφυγής. Για τον προσδιορισμό της ιστορίας αποβολής της στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής θεωρείται ότι κάθε σημείο $\vec{x}_w = \vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; t)$ επάνω στην επιφάνεια S_w λαμβάνεται ως η θέση ενός υλικού στοιχείου στον χρόνο t το οποίο απελευθερώθηκε από την γραμμή ξ^1 του σώματος την χρονική στιγμή ξ^2 . Το Σχήμα 2.14 στο επόμενο εδάφιο είναι αυτή η αναπαράσταση.

Εάν συμβολιστεί με $\vec{U}_m(\vec{x}_w; t)$ η μέση ταχύτητα κατά μήκος της $S_w(t)$, η χρονική εξέλιξη του ομόρρου καθορίζεται από την παρακάτω εξίσωση, η οποία προκύπτει και από την συνθήκη συνέχειας της πίεσης κατά μήκος του:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}_w(\vec{\xi}; t)}{dt} &= \vec{U}_m(\vec{x}_w; t) \\ &= \vec{U}_\infty(\vec{x}_w; t) + \nabla \varphi(\vec{x}_w; t) + \vec{U}_w(\vec{x}_w; t), \quad \vec{\xi} = (\xi^1, \xi^2) \end{aligned} \quad (2.60)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin, η στροβιλότητα διατηρείται υλικά, επομένως, με D/Dt την υλική παράγωγο, είναι:

$$\frac{D\mu_w}{Dt} = 0 \quad (2.61)$$

Το ανωτέρω θεώρημα χρησιμοποιείται με δύο τρόπους. Πρώτον, σε συμφωνία με την χρονική εξέλιξη του φύλλου στροβιλότητας, όπως ορίζεται από την (2.59), λαμβάνεται η εξίσωση που ακολουθεί, η οποία υποδηλώνει ότι οι τιμές μ_k και μ_{wk} είναι ίσες για δύο σημεία που τα ενώνει η ίδια γραμμή εκπομπής, δηλαδή το σημείο του σώματος και του στοιχείου στροβιλότητας που μόλις έχει φύγει.

$$\mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; t); t) = \mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; \xi^2); \xi^2) \quad (2.62)$$

Επίσης, το θεώρημα του Kelvin χρησιμοποιείται και για τον καθορισμό της έντασης της στροβιλότητας σε κάθε χρονικό βήμα σύμφωνα με το προηγούμενο. Δηλαδή για τον προσδιορισμό αυτόν εφαρμόζεται η σχέση:

$$\frac{D\mu_w}{Dt} = \frac{\partial(\mu_w)}{\partial t} + (\vec{U}_m \nabla_{S_w})(\mu_w) = 0 \quad (2.63)$$

Πειραματικά επιβεβαιωμένες θεωρητικές μελέτες δείχνουν ότι η χρονική εξέλιξη του ελεύθερου φύλλου στροβιλότητας προκαλούν την απώλεια του γεωμετρικά λείου μορφή του λόγω του ιδιόμορφου χαρακτήρα των ολοκληρωμάτων τα οποία περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του $\nabla\varphi(\vec{x}; t)$. Προκειμένου να ξεπεραστεί η δυσλειτουργία αυτή εισάγεται μία γενίκευση του πεδίου της στροβιλότητας. Με βάση τις σχέσεις (2.55) και (2.56) το γενικευμένο, πλέον, πεδίο στροβιλότητας που σχετίζεται με το φύλλο στροβιλότητας $S_w(t)$ προσδιορίζεται από την σχέση:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{S_w}(\vec{x}; t) = \nabla \times \vec{u}_\mu(\vec{x}; t) &= \underbrace{\delta_{S_w}(\vec{x} - \vec{x}_{S_w}) \cdot [\nabla \mu_w(\vec{x}_{S_w}; t) \times \vec{v}(\vec{x}_{S_w}; t)]}_{\text{επιφανειακή διανομή στροβιλότητας}} \\ &+ \underbrace{\delta_{\partial S_w}(\vec{x} - \vec{x}_{\partial S_w}) \cdot \vec{\tau}(\vec{x}_{\partial S_w}; t) \cdot \mu_w(\vec{x}_{S_w}; t)}_{\text{γραμμική διανομή στροβιλότητας}} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Όπου με δ_{S_w} και $\delta_{\partial S_w}$ συμβολίζονται αντιστοίχως η επιφανειακή και γραμμική συνάρτηση Dirac, οι οποίες ορίζονται στο εσωτερικό και στο όριο της επιφάνειας $S_w(t)$ αντιστοίχως. Ο όρος $\vec{\tau}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα εφαπτόμενο στο σύνορο $\partial S_w(t)$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.15 του επόμενου εδαφίου. Να σημειωθεί εδώ ότι εάν η ένταση των διπόλων του ομόρρου ληφθεί τμηματικά σταθερή, τότε ο επιφανειακός όρος της (2.64) απαλείφεται. Η παραπάνω γενίκευση επιτρέπει πλέον την αναπαράσταση του ομόρρου με στοιχεία στροβιλότητας αντί του συνεχούς φύλλου.

2.3.2 Αριθμητικό μοντέλο

Θεμελιώνοντας το αριθμητικό μοντέλο επίλυσης της ροής με τη μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης, το κάθε πτερύγιο, δηλαδή στοιχείο πτερύγωσης, καθώς και ο ομόρρος, υποδιαιρείται σε τμήματα ώστε να οριστεί το πλέγμα του μοντέλου. Έστω ότι κάθε σώμα διαίρεται σε τμήματα S_k^e με $e = 1, E_k$ και ο ομόρρος στα αντίστοιχα S_{wk}^e με $e = 1, E_{wk}$ με σύνορα ∂S_k^e και ∂S_{wk}^e , όπου E_k, E_{wk} το πλήθος των υποδιαιρεμένων τμημάτων επάνω στο k σώμα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.15. Σε κάθε τμήμα k του σώματος και του ομόρρου θεωρείται χωρικά σταθερή κατανομή διπόλων, έντασης $\mu_k^e(t)$ και $\mu_{wk}^e(t)$ αντιστοίχως. Έτσι, η υπολογιζόμενη επαγόμενη ταχύτητα αποτελεί άθροισμα συνεισφορών από τα δινοπέταλα που ορίζονται σε κάθε ένα από τα τμήματα του πλέγματος, συνεπώς η (2.58), δηλαδή η κινηματική συνθήκη μη-εισχώρησης, γράφεται στη μορφή:

$$\begin{aligned} \vec{v}(\vec{x}_0; t) &\sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_k} \mu_k^e(t) \oint_{\partial S_k^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} = \\ -\vec{v}(\vec{x}_0; t) &\sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \mu_{wk}^e(t) \oint_{\partial S_{wk}^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} \\ +\vec{v}(\vec{x}_0; t) &\left(\vec{U}_{Bk}(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_\infty(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_w(\vec{x}_0; t) \right) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Η σχέση (2.65) αποτελεί την έκφραση της συνθήκης μη-εισχώρησης και στην παραπάνω μορφή είναι διακριτές οι εξισώσεις για τον υπολογισμό των αγνώστων εντάσεων των διπόλων $\mu_k^e(t)$. Οι τιμές αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή της (2.65) στο κέντρο \vec{x}_c^e του κάθε τμήματος του S_k , δηλαδή για $\vec{x}_0 \equiv \vec{x}_c^e$. Οι τιμές των εντάσεων των διπόλων $\mu_{wk}^e(t)$ υπολογίζονται, όπως αναλύθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, από την εφαρμογή της δυναμικής συνθήκης συνέχειας της πίεσης στον ομόρρο, όπου εν τέλει καταλήγει στην συνθήκη (2.62). Η σταθερή κατανομή διπόλων σε κάθε στοιχείο έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση των εναπομεινάντων αγνώστων βαθμών ελευθερίας, επομένως αγνώστων του προβλήματος που επιλύεται, αφού όπως προαναφέρθηκε, τα στοιχεία κατά μήκος της γραμμής εκπομπής που μόλις έχουν φύγει, σύμφωνα με την έκφραση (2.62) της συνθήκης Kelvin, πρέπει να έχουν την ίδια τιμή με τα στοιχεία που αποτελούν την γραμμή εκπομπής του σώματος. Τα υπόλοιπα στοιχεία που εκπέμφθηκαν από την γραμμή εκφυγής σε προηγούμενα χρονικά βήματα θεωρούνται γνωστά, έτσι συμπληρώνεται πλήρως το σύστημα που δομείται για τον υπολογισμό των $\mu_k^e(t)$ και $\mu_{wk}^e(t)$.

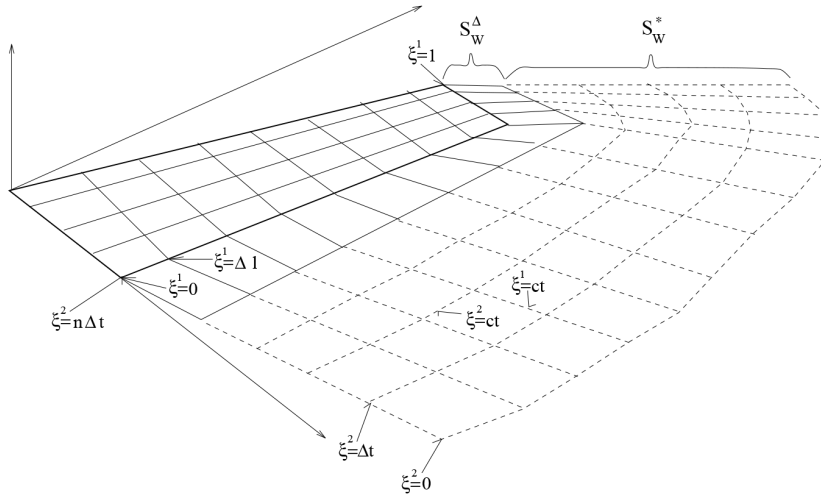
Αφού έγινε η χρονική διατύπωση του προβλήματος, η υλοποίηση του ξεκινάει με χρονικό διαμερισμό σε σταθερά χρονικά βήματα Δt . Η αριθμητική επίλυση, λοιπόν, γίνεται με βηματική ολοκλήρωση σε κάθε χρονικό διάστημα. Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, όλη η πληροφορία που αφορά τον ομόρρο είναι γνωστή από τα προηγούμενα βήματα, εκτός από αυτή του *κοντινού ομόρρου*, δηλαδή το τμήμα του ομόρρου που παράγεται στο τρέχον χρονικό βήμα. Επομένως, γίνεται χρήση δύο προσεγγίσεων για τον ομόρρο, μία για το *κοντινό* και μία για το *μακρινό* τμήμα του, οι οποίες αποτελούν ένα υβριδικό σχήμα προσέγγισης του ομόρρου. Ειδικότερα, θεωρείται ότι το κοντινό του τμήμα αποτελεί ένα φύλλο στροβιλότητας, ενώ το

υπόλοιπο υποτίθεται ότι διαμορφώνεται από ελεύθερα στοιχεία στροβιλότητας, τα οποία παρήχθησαν από προηγούμενες βηματικές ολοκληρώσεις.

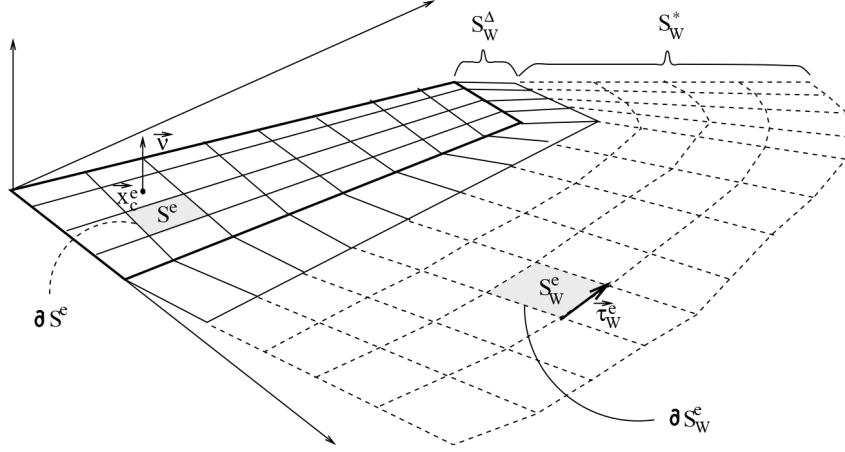
Για τον λόγο που μόλις περιγράφηκε, ορίζεται ως S_{wk}^{Δ} το κοντινό, και ως S_{wk}^* το μακρινό τμήμα του ομόρρου του k ανωστικού σώματος, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.15. Έτσι, ο όρος (II) της (2.57), δηλαδή το δυναμικό που συνολικά επάγεται από τον ομόρρου, διασπάται σε δύο όρους, στο δυναμικό $\varphi_w^{\Delta}(t)$ λόγω των κοντινών τμημάτων, και $\varphi_w^*(t)$ λόγω των μακρινών. Επομένως, το συνολικό δυναμικό διαταραχής γράφεται στη μορφή:

$$\varphi(\vec{x}; t) = \varphi_b(\vec{x}; t) + \varphi_w^{\Delta}(\vec{x}; t) + \varphi_w^*(\vec{x}; t) \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \varphi_b(\vec{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{bk}(\vec{x}; t) \\ \varphi_w^{\Delta}(\vec{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{wk}^{\Delta}(\vec{x}; t) \\ \varphi_w^*(\vec{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{wk}^*(\vec{x}; t) \end{aligned}$$



Σχήμα 2.14: Συμβολισμοί για τον ομόρρου αεροδυναμικού σώματος [16]



Σχήμα 2.15: Συμβολισμοί για το πλέγμα αεροδυναμικού σώματος και τον ομόρρου [16]

Όσον αφορά τον υπολογισμό της ταχύτητας, όπως αυτή εκφράζεται στην (2.52), μπορεί σε οποιοδήποτε σημείο να υπολογιστεί η επίδραση της ελεύθερης στροβιλότητας, εφόσον είναι γνωστές οι τιμές των στοιχείων στροβιλότητας που αποτελούν τον ομόρρου. Ο υπολογισμός του στρόβιλου τμήματος $\vec{U}_w(t)$ γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\vec{U}_w(\vec{x}_0; t) = \int_{D_w(\vec{x}; t)} \frac{\vec{\omega}_w(\vec{x}; t) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi |\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} dD(\vec{x}) \quad (2.67)$$

Όπου στην (2.67), ως $D_w(t)$ συμβολίζεται το χωρίο στο οποίο κατανέμεται η ελεύθερη στροβιλότητα $\vec{\omega}_w(t)$, η οποία, σύμφωνα και με την (2.64) δίνεται από την σχέση:

$$\vec{\omega}_w(\vec{x}; t) = \nabla \times \vec{U}_w(\vec{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \delta_{\partial S_{wk}^e} (\vec{x} - \vec{x}_{wk}) \cdot \mu_{wk}^e(t) \cdot \vec{\tau}_{wk}^e(\vec{x}_w; t) \quad (2.68)$$

Να σημειωθεί ότι στην (2.68) συμπεριλαμβάνονται μόνο οι όροι της γραμμικής στροβιλότητας, εξαιτίας της θεωρηθείσας σταθερής κατανομής διπόλου.

Με την θεώρηση στοιχείων στροβιλότητας για τον μακρινό ομόρρου, και όχι φύλλων στροβιλότητας, λαμβάνεται μέσω της παρακάτω σχέσης η στροβιλότητα κάθε σημείου στον χώρο:

$$\vec{\omega}_w(\vec{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \vec{\Omega}_j(t) \cdot \zeta_\varepsilon(\vec{x} - \vec{Z}_j(t)) \quad (2.69)$$

Στην οποία, $\vec{\Omega}_j(t)$ είναι η ένταση, και $\vec{Z}_j(t)$ η θέση του j στοιχείου στροβιλότητας, ενώ $J(t)$ είναι ο συνολικός αριθμός στοιχείων στροβιλότητας στο παρόν χρονικό βήμα. Τέλος, ο παράγοντας $\zeta_\varepsilon(r)$ αποτελεί μία συνάρτηση φίλτρου, η οποία αποκόπτει την συνεισφορά από πολύ μακρινά στοιχεία στροβιλότητας, η οποία με μήκος αποκοπής ε , ορίζεται [] ως:

$$\zeta_\varepsilon(\vec{r}_j) = \frac{1}{\varepsilon^3} e^{-\left(\frac{|\vec{r}_j|}{\varepsilon}\right)^3}, \quad \vec{r}_j = \vec{x} - \vec{Z}_j(t) \quad (2.70)$$

Η έκφραση της ταχύτητας (2.67), λόγω των (2.69) και (2.70), γράφεται στην διακριτή μορφή:

$$\vec{U}_w(\vec{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\vec{\Omega}_j(t) \times (\vec{x} - \vec{Z}_j(t))}{4\pi |\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|^3} \left(1 - e^{-\frac{|\vec{x} - \vec{Z}_j(t)|^3}{\varepsilon^3}} \right) \quad (2.71)$$

Με την ανωτέρω προσέγγιση, γίνεται υπολογισμός της εξέλιξης των στοιχείων στροβιλότητας, αντί της γεωμετρίας και κατανομής των διπόλων που απαρτίζουν ένα φύλλο στροβιλότητας. Υπολογίζεται, δηλαδή, η νέα θέση και τιμή της έντασης του κάθε στοιχείου στο επόμενο χρονικό βήμα σύμφωνα με τις παρακάτω κινηματικές και δυναμικές εξισώσεις:

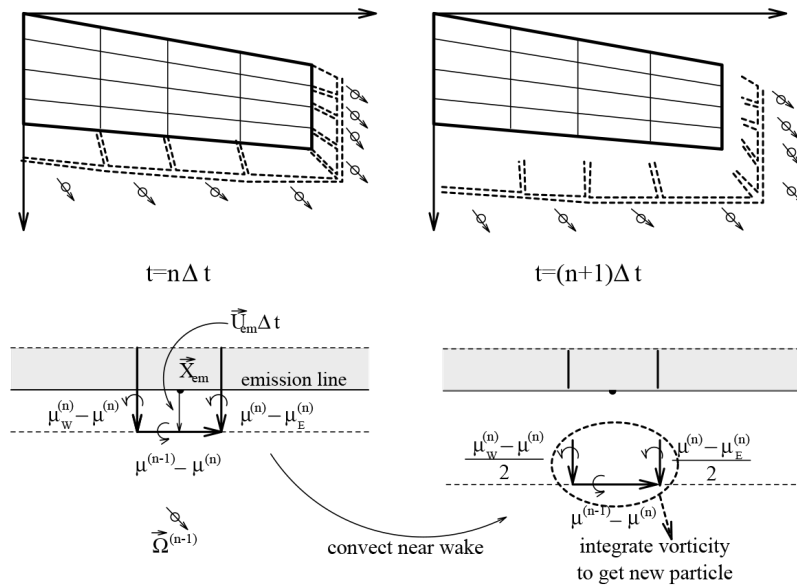
$$\frac{D\vec{Z}_j(t)}{Dt} = \vec{u}(\vec{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.72)$$

$$\frac{D\vec{\Omega}_j(t)}{Dt} = \left(\vec{\Omega}_j(t) \cdot \nabla \right) \cdot \vec{u}(\vec{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.73)$$

Οι εξισώσεις (2.71), (2.72) αφορούν μόνο το μακρινό τμήμα του ομόρρου. Για τον υπολογισμό όμως του κοντινού τμήματος, όπως ειπώθηκε, θα χρησιμοποιηθεί μία διαφορετική προσέγγιση, αφού διατηρείται το σχήμα του φύλλου στροβιλότητας. Αν με \vec{U}_{em} συμβολιστεί η μέση ταχύτητα πάνω και κάτω πλευράς κατά μήκος της ακμής εκφυγής \vec{X}_{em} κάθε ανωστικού σώματος, τότε η γεωμετρία του κοντινού τμήματος του ομόρρου S_w^Δ καθορίζεται από την κινηματική συνθήκη:

$$\vec{X}^\Delta = \vec{X}_{em} + \Delta t \cdot \vec{U}_{em} \quad (2.74)$$

Όπου η διανυσματική διαφορά $\vec{X}^\Delta - \vec{X}_{em}$ εκφράζει το εύρος του S_w^Δ σε διανυσματική μορφή, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.16. Η κατανομή διπόλων στα τμήματα του κοντινού ομόρρου καθορίζεται μέσω της σχέσης (2.63) από την συνθήκη Kelvin, η οποία εκφράζει την ισότητα των εντάσεων του κοντινού ομόρρου με αυτές των παρακείμενων τμημάτων επάνω στο σώμα και κατά μήκος της γραμμής εκφυγής.



Σχήμα 2.16: Το υβριδικό σχήμα για τις δύο προσεγγίσεις σε κοντινό και μακρινό τμήμα του ομόρρου [16]

Λόγω της χρονικής εξάρτησης του προβλήματος, του μη-μόνιμου δηλαδή χαρακτήρα του, η ελεύθερη στροβιλότητα δημιουργείται σταδιακά με ολοκλήρωση της επιφανειακής στροβιλότητας του κοντινού τμήματος του ομόρρου σε κάθε χρονικό βήμα. Οι τιμές των εντάσεων $\vec{\Omega}_j(t)$ και των θέσεων $\vec{Z}_j(t)$ των στοιχείων στροβιλότητας την χρονική στιγμή της δημιουργίας τους προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$$\vec{\Omega}_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \vec{\omega}_w dS_w \quad (2.75)$$

$$\vec{\Omega}_j \times \vec{Z}_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \vec{\omega}_w \times \vec{x} dS_w \quad (2.76)$$

Όπου $S_{wk}^{\Delta e}$ με $e = 1, E_w^\Delta$ τα τμήματα του κοντινού ομόρρου του k σώματος. Κατά αυτόν τον τρόπο η στροβιλότητα κάθε τμήματος $S_{wk}^{\Delta e}$ ολοκληρώνεται και δίνει ένα στοιχείο στροβιλότητας.

2.3.3 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων

Υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει υπολογισμός των αεροδυναμικών φορτίων σε κάθε ανωστική επιφάνεια με τη μέθοδο που αναλύεται στην παρούσα ενότητα. Ο πρώτος είναι με απευθείας χρήση της εξίσωσης Bernoulli. Μεταξύ δύο σημείων επάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου, ένα στην πλευρά υποπίεσης (suction side) και ένα στην πλευρά υπερπίεσης (pressure side) του λεπτού πτερυγίου, εφαρμόζεται η εξίσωση Bernoulli η οποία δίνει την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\vec{x}; t) + \vec{U}_m(\vec{x}; t) \cdot [\vec{u}](\vec{x}; t) = -\frac{[p]}{\rho} \quad (2.77)$$

Στην οποία $[p]$ είναι η διαφορά πίεσης των δύο σημείων, $-[\varphi] = \mu$ η κατανομή διπόλων επάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου, $\vec{U}_m(t)$ η μέση ταχύτητα μεταξύ των πλευρών, και $[\vec{u}](t) = \nabla[\varphi](t)$ η τοπική ασυνέχεια της ταχύτητας. Για τον υπολογισμό της τοπικής ασυνέχειας $[\vec{u}](t) = -\nabla\mu(t)$, εξαιτίας της σταθερής κατανομής διπόλων, χρησιμοποιείται ένα μηδενικής τάξης σχήμα διαφορών.

Στο διακριτό πρόβλημα, η (2.77) εφαρμόζεται στα σημεία ελέγχου, στα οποία εφαρμόζεται και η συνθήκη μη-εισχώρησης. Έστω $[p]_k^e$ με $e = 1, E_k$ και $k = 1, N_B$ η διαφορά της πίεσης μεταξύ επάνω και κάτω πλευράς του e επιφανειακού στοιχείου στροβιλότητας του k σώματος. Η αεροδυναμική δύναμη επάνω στην στοιχειώδη αυτή επιφάνεια θα είναι προφανώς:

$$\vec{F}_k^e(t) = \vec{v}_k^e \cdot [p]_k^e S_k^e \quad (2.78)$$

Και άρα, κατά μήκος του πτερυγίου η συνολική δύναμη του θα προκύπτει από την ολοκλήρωση των δυνάμεων σε κάθε στοιχείο, δηλαδή λωρίδα (strip) του, και δίνεται από την σχέση:

$$\vec{F}_k(t) = \sum_e \vec{v}_k^e \cdot [p]_k^e S_k^e \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{nk} &= \left(\sum_e \vec{v}_k^e \cdot [p]_k^e S_k^e \right) \cdot \vec{e}_n \\ \vec{F}_{tk} &= \left(\sum_e \vec{v}_k^e \cdot [p]_k^e S_k^e \right) \cdot \vec{e}_t \end{aligned}$$

Όπου \vec{F}_{tk} είναι η κάθετη στο επίπεδο του δρομέα δύναμη, και \vec{F}_{nk} η εφαπτομενική, εφόσον e_n και e_t είναι τα αντίστοιχα μοναδιαία κάθετα διανύσματα.

Ενώ αντίστοιχα, η ροπή στρέψης της κάθε λωρίδας υπολογίζεται από την σχέση:

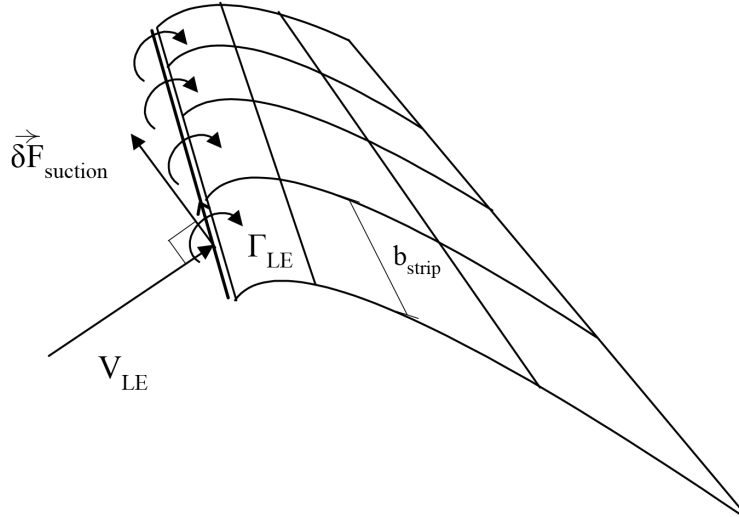
$$\vec{M}_k = \left(\sum_e (\vec{r}_0^e \times \vec{v}_k^e) \cdot [p]_k^e S_k^e \right) \cdot \vec{e}_p \quad (2.80)$$

Όπου \vec{r}_0^e είναι το διάνυσμα θέσης του εκάστοτε σημείου ελέγχου ακτινικά, δηλαδή ως προς τον διαμήκη άξονα, γύρω από το οποίο υπολογίζεται η ροπή στρέψης, και \vec{e}_p το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα κατά μήκος του άξονα αυτού. Να σημειωθεί ότι η μόνη ροπή που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι αυτή, δηλαδή η ροπή στρέψης κατά τον διαμήκη άξονα.

Λόγω όμως του ιδιομορφου χαρακτήρα της ροής, δηλαδή του απειρισμού της ταχύτητας στην ακμή προσβολής της πτέρυγας, προστίθεται μία επιπλέον δύναμη σε αυτήν που υπολογίζεται μέσω της (2.79), η ονομαζόμενη δύναμη αναρρόφησης (suction force). Η εν λόγω δύναμη, υπολογίζεται μέσω του θεωρήματος Joukowski, και αναπαριστά την επαγόμενη αντίσταση του πτερυγίου:

$$\partial \vec{F}_{\text{suction}} = \rho \cdot \vec{V}_{LE} \times \vec{\Gamma}_{LE} \cdot b_{\text{strip}} \quad (2.81)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, \vec{V}_{LE} είναι το διάνυσμα της ταχύτητας υπολογισμένο κατά μήκος της ακμής προσβολής του πτερυγίου, $\vec{\Gamma}_{LE}$ είναι το διάνυσμα του στροβίλου που διέρχεται από την ακμή αυτή, ενώ b_{strip} είναι το εύρος της λωρίδας, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.17.



Σχήμα 2.17: Μεγέθη υπολογισμού δύναμης αναρρόφησης

Παρατηρείται όμως, ότι στην παραπάνω μέθοδο υπολογισμού των αεροδυναμικών φορτίων, δεν λαμβάνονται υπόψιν οι επιδράσεις λόγω συνεκτικότητας, καθώς και η επίδραση λόγω αποκόλλησης της ροής, η οποία ισχυροποιείται καθώς αυξάνονται οι γωνίες πρόσπτωσης. Μία εναλλακτική μέθοδος που χρησιμοποιείται για να ληφθούν υπόψιν τα παραπάνω φαινόμενα είναι η χρήση ενός a-posteriori διορθωτικού σχήματος. Για το σχήμα αυτό χρειάζεται να είναι γνωστοί οι διδιάστατοι (2D) αεροδυναμικοί συντελεστές C_L , C_D των αεροτομών σε κάθε θέση, οι οποίοι βρίσκονται από πίνακες. Η δύναμη της άνωσης και της οπισθέλκουσας για το διορθωμένο αυτό σχήμα βρίσκονται μέσω των:

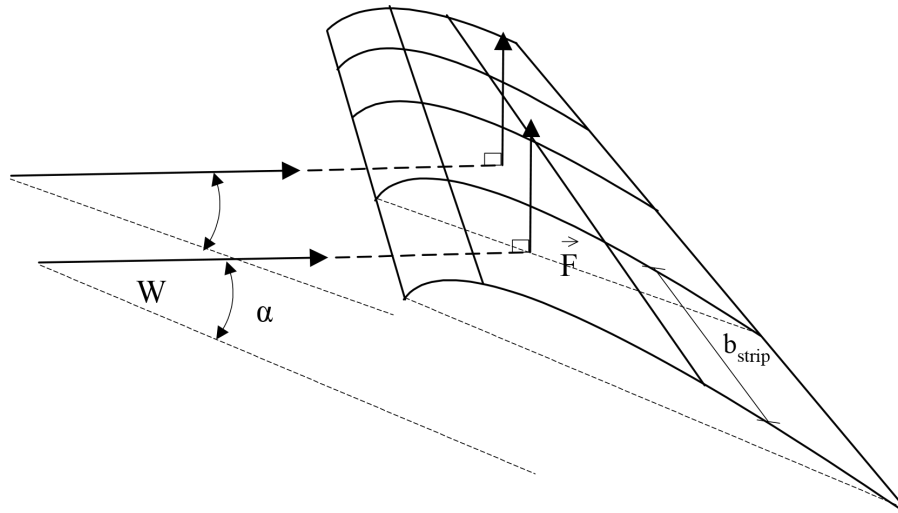
$$d\vec{L} = \frac{\rho c}{2} \vec{W}_{\text{eff}}^2 C_L(\alpha_{\text{eff}}) dr \quad (2.82)$$

$$d\vec{D} = \frac{\rho c}{2} \vec{W}_{\text{eff}}^2 C_D(\alpha_{\text{eff}}) dr \quad (2.83)$$

Όπου τα στοιχειώδη φορτία dL και dD είναι τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται σε μία λωρίδα. Παρατηρείται ωστόσο, ότι για να είναι δυνατός ο υπολογισμός της άνωσης και της οπισθέλκουσας, είναι απαραίτητη η γνώση δύο άλλων βασικών μεγεθών, της γωνίας πρόσπτωσης α_{eff} και της φαινόμενης ταχύτητας W_{eff} σε κάθε λωρίδα.

Για τον προσδιορισμό της κατεύθυνσης του διανύσματος της φαινόμενης ταχύτητας, γίνεται χρήση του θεωρήματος Joukowski, κατά το οποίο η κατεύθυνση της \vec{W}_{eff} σε κάθε λωρίδα, λαμβάνεται ως κάθετη στο διάνυσμα της δύναμης, πράγμα που φαίνεται στο Σχήμα 2.18. Για το μέτρο του διανύσματος της φαινόμενης ταχύτητας, η καλύτερη δυνατή συμφωνία με πειραματικά δεδομένα, επιτυγχάνεται όταν, για κάθε λωρίδα:

$$W_{\text{eff}} = \sqrt{u_x^2 + u_z^2} \quad (2.84)$$

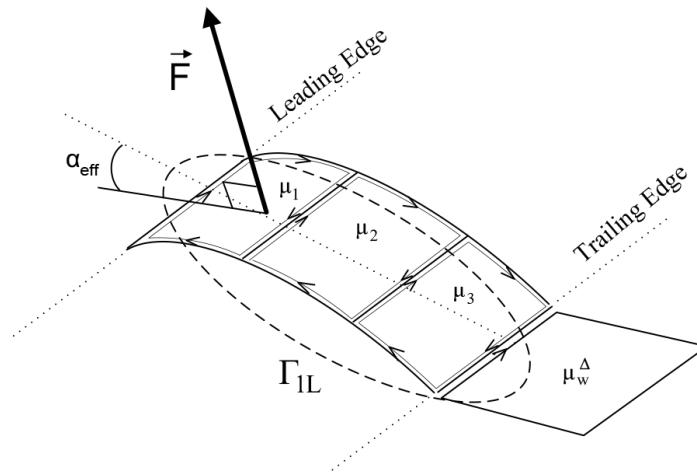


Σχήμα 2.18: Διάνυσμα φαινόμενης ταχύτητας

Όσον αφορά τώρα την γωνία πρόσπτωσης, αυτή υπολογίζεται μέσω της:

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\Gamma_{TE}}{c\pi W_{\text{eff}}} + \alpha_0 \quad (2.85)$$

Όπου Γ_{TE} είναι η στροβιλικότητα στην ακμή εκφυγής (Trailing Edge), και α_0 είναι η γωνία μηδενικής άνωσης, η οποία βρίσκεται μέσα από πίνακες για κάθε αεροτομή. Ο παραπάνω ορισμός της γωνίας πρόσπτωσης φαίνεται παραστατικά και στο Σχήμα 2.19.



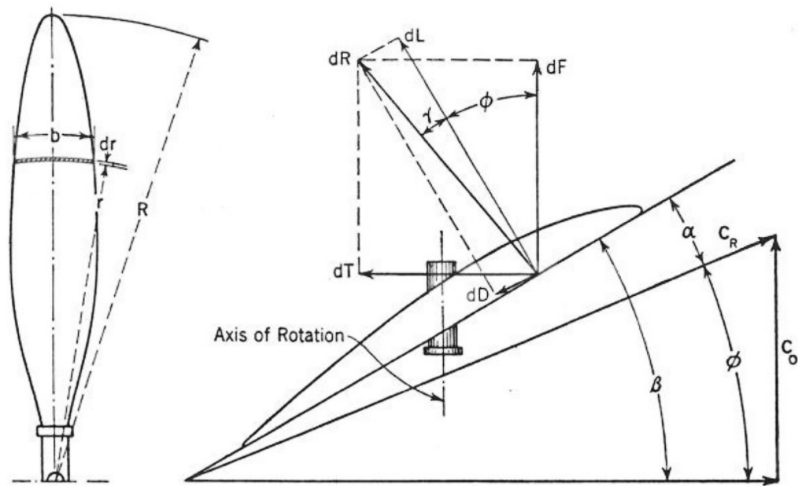
Σχήμα 2.19: Ορισμός γωνίας πρόσπτωσης

Τα αναπτυσσόμενα σε ένα πτερύγιο αεροδυναμικά φορτία, δηλαδή η άνωση και η οπισθέλκουσα, βρίσκονται μέσω των εξισώσεων (2.82) και (2.83) σε κάθε λωρίδα, οπότε η κάθετη στο επίπεδο του δρομέα δύναμη F_n , η εφαπτομενική F_t , και η ροπή M σε κάθε λωρίδα, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 2.20, θα είναι:

$$dF_n = dL \cos \varphi - dD \sin \varphi \quad (2.86)$$

$$dF_t = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi \quad (2.87)$$

$$dM = dF_t r \quad (2.88)$$



Σχήμα 2.20: Αναπτυσσόμενα φορτία σε μία λωρίδα πτερυγίου

Και επομένως, συνολικά για ένα πτερύγιο, η δύναμη της άνωσης L και της οπισθέλκουσας D θα προκύψουν ολοκληρώνοντας τις (2.82) και (2.83) σε όλο το μήκος του πτερυγίου, ενώ η συνολικές τιμές των κάθετων και εφαπτομενικών δυνάμεων στο επίπεδο του δρομέα, καθώς και η ροπή στρέψης από την ολοκλήρωση στο συνολικό μήκος του πτερυγίου των (2.86), (2.87) και (2.88) αντιστοίχως.

Κεφάλαιο 3

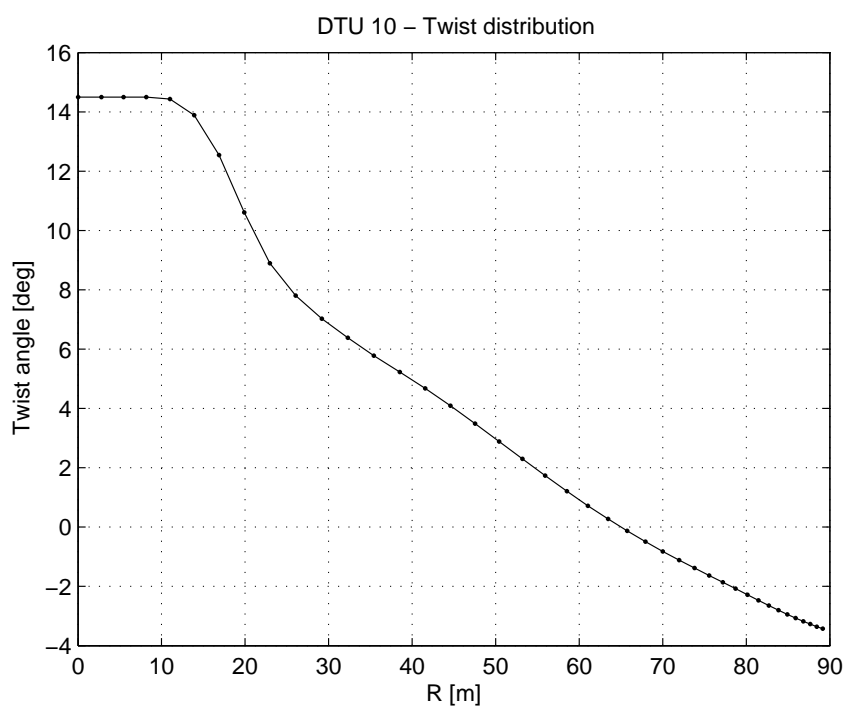
Εφαρμογή των μεθόδων γραμμής άνωσης και στοιχείων περύγωσης στην ανεμογεννήτρια DTU 10

Στα πλαίσια της επικύρωσης των κωδίκων που αναπτύχθηκαν και επιλύουν την ροή με τις μεθόδους γραμμής άνωσης και στοιχείων περύγωσης, μελετήθηκε και η ανεμογεννήτρια DTU 10, η οποία είναι ένα μοντέλο που αναπτύχθηκε από το πολυτεχνείο της Κοπεγχάγης [18], και αποτελεί θεωρητικό μόνο μοντέλο, δηλαδή δεν υπάρχουν πειραματικά αποτελέσματα για την λειτουργία της ανεμογεννήτριας αυτής. Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να ληφθούν από τους αναπτυχθέντες κώδικες αποτελέσματα για την ανεμογεννήτρια αυτή και να συγκριθούν με τα θεωρητικά που έχουν δοθεί από τη μελέτη της σε θεωρητικό επίπεδο [18].

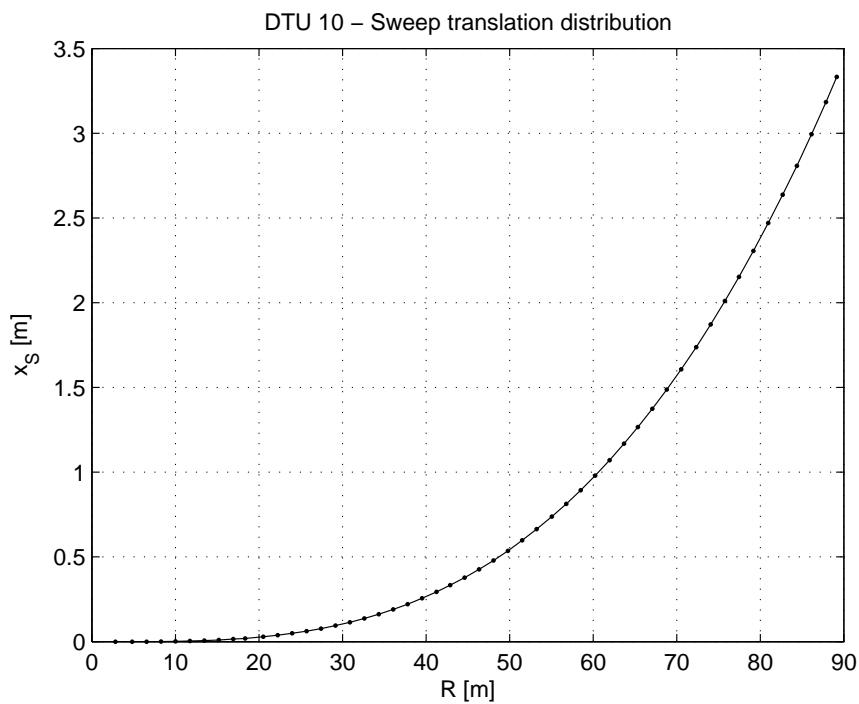
3.1 Γεωμετρία

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα βασικά γεωμετρικά στοιχεία της ανεμογεννήτριας τα οποία εισήχθησαν στους κώδικες. Στο σημείο αυτό να τονιστεί πως για την επικύρωση των αποτελεσμάτων μελετήθηκαν όλες οι γεωμετρικές περιπτώσεις της ανεμογεννήτριας, δηλαδή με και χωρίς οπισθόκλιση, όπως ακριβώς έγινε και στην αεροπορική έλικα. Αρχικά, σημειώνεται εδώ πως η εν λόγω ανεμογεννήτρια είναι τρίπτερη, ενώ έχει διάμετρο περωτής $D = 178.33m$, και το κάθε περύγιο έχει μήκος $R = 86.36m$.

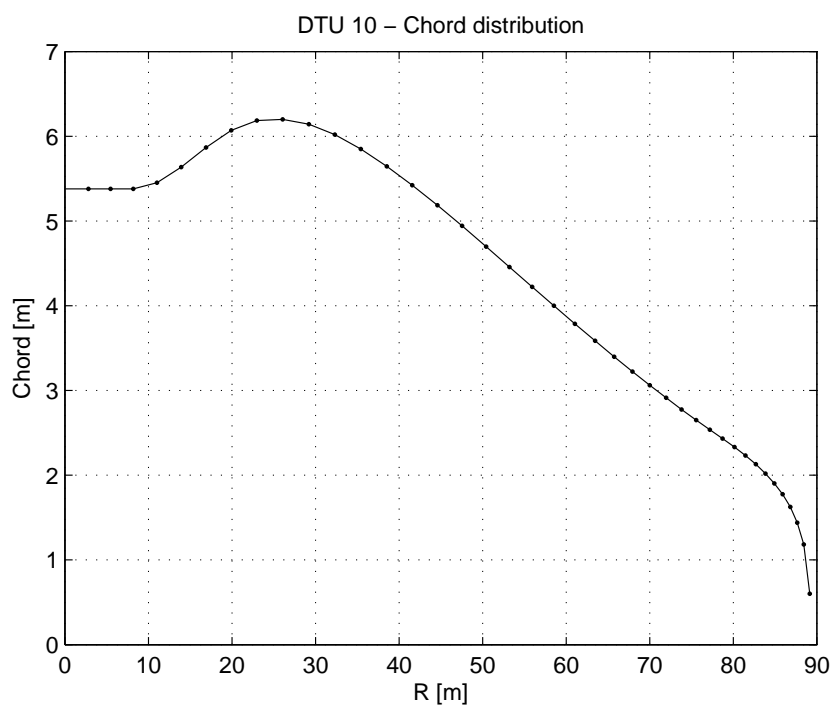
Παρακάτω παρατίθενται τρία διαγράμματα τα οποία δίνουν την γεωμετρία της ανεμογεννήτρια όπως αυτή βρέθηκε στην βιβλιογραφία [;] και εισήχθη στους κώδικες. Το Σχήμα 3.1 παρουσιάζει την κατανομή της συστροφής, το Σχήμα 3.2 την κατανομή της οπισθόκλισης σε μορφή μετατόπισης κατά τον x άξονα, και το Σχήμα 3.3 την κατανομή των χορδών του περύγιου της ανεμογεννήτριας, όλα συναρτήσει της ακτινικής θέσης στο περύγιο. Να σημειωθεί εδώ πως τα περύγια δεν έχουν γωνία κώνου όπως στην περίπτωση του κινητήρα.



Σχήμα 3.1: Κατανομή συστρώσης της ανεμογεννήτριας

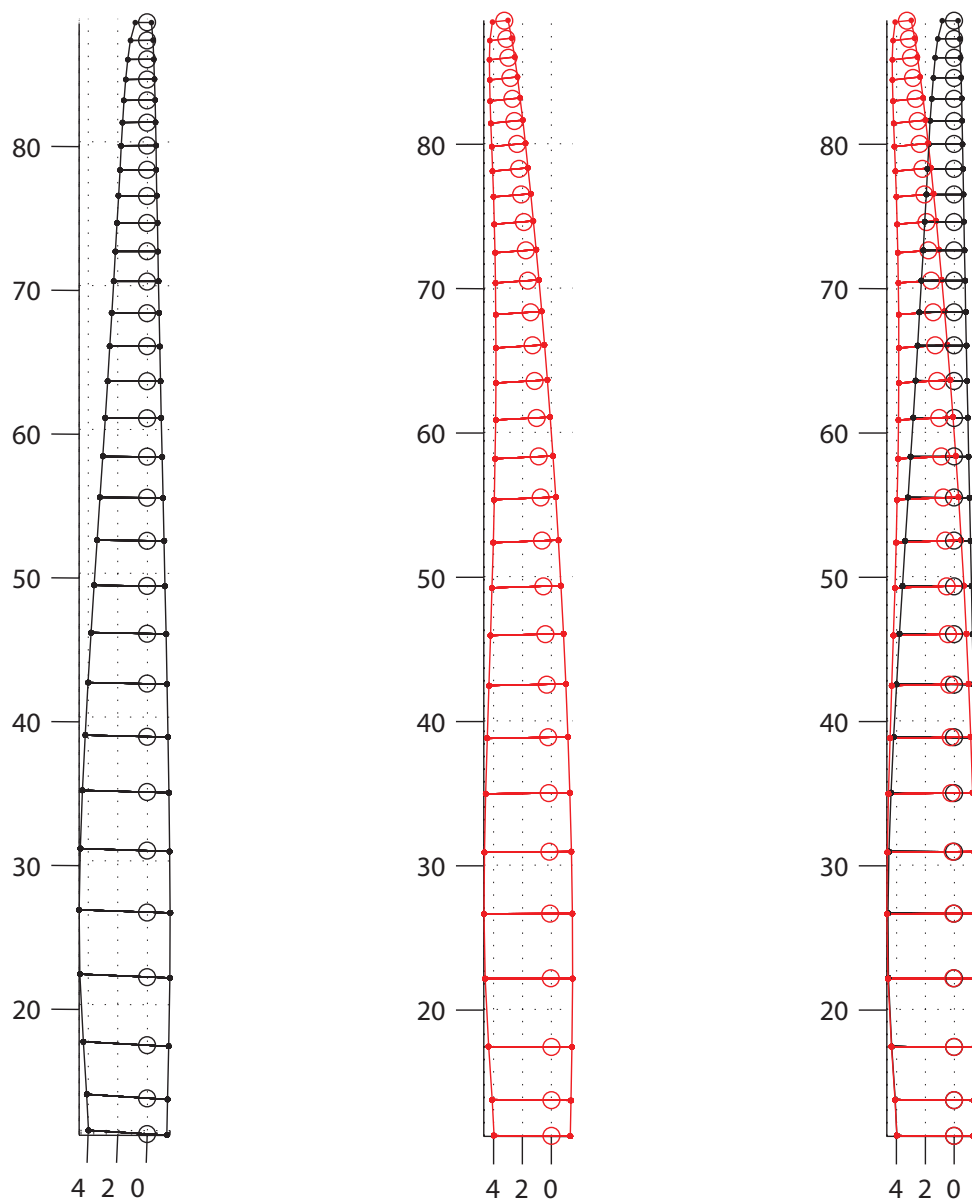


Σχήμα 3.2: Κατανομή οπισθόκλισης της ανεμογεννήτριας σε μορφή μετατόπισης

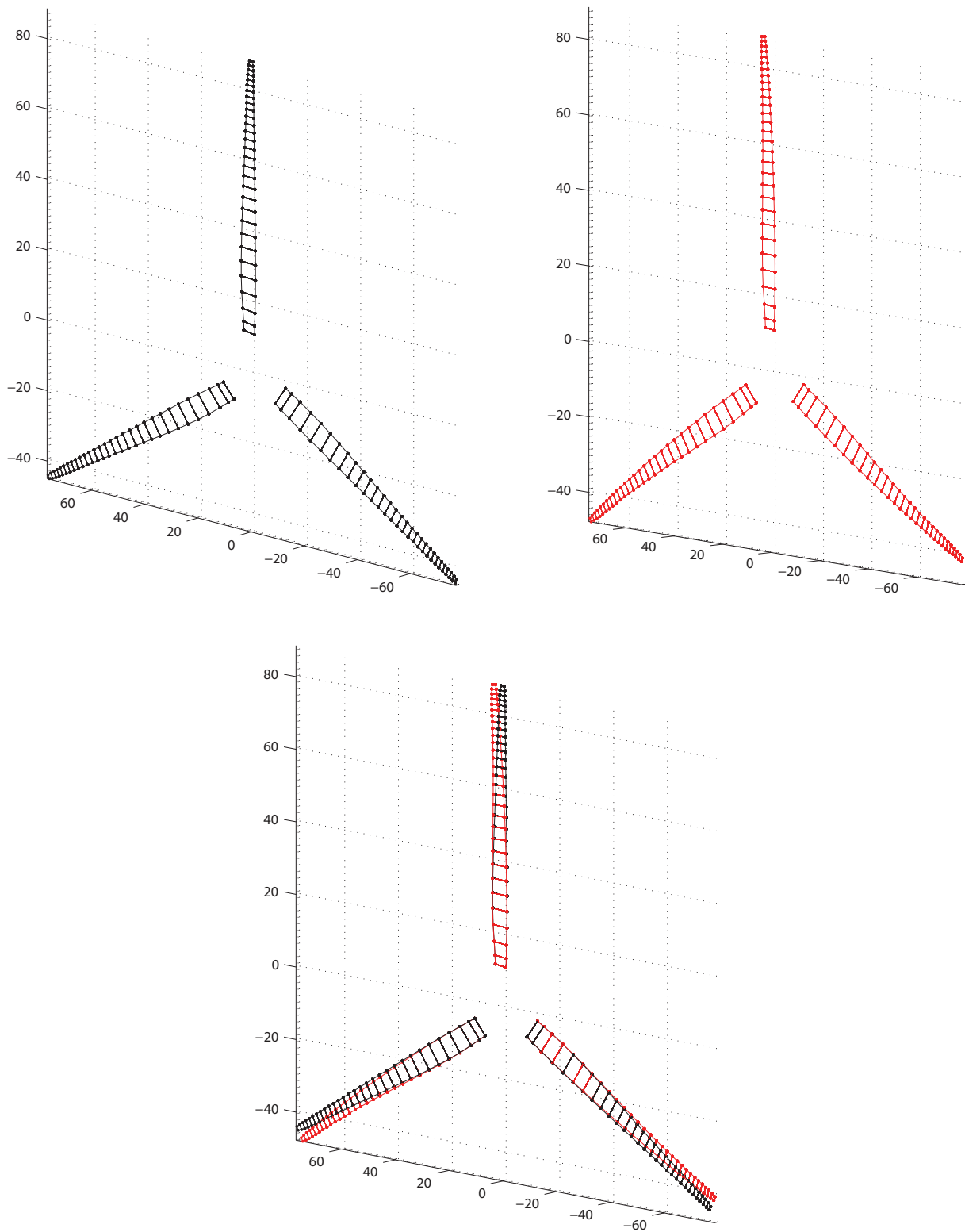


Σχήμα 3.3: Κατανομή χορδών του πτερυγίου της ανεμογεννήτριας

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η γεωμετρία των πτερυγίων στις δύο περιπτώσεις που μελετήθηκαν, καθώς και μία συγκριτική που φαίνονται οι δύο περιπτώσεις στο ίδιο γράφημα ώστε να γίνει φανερή η διαφοροποίηση που επιτυγχάνεται. Επίσης, παρουσιάζεται και η προκύπτουσα γεωμετρία ολόκληρης της πτερωτής της ανεμογεννήτριας στις δύο περιπτώσεις, και στο ίδιο γράφημα για λόγους πληρότητας.



Σχήμα 3.4: Γεωμετρία πτερυγίων ανεμογεννήτριας



Σχήμα 3.5: Γεωμετρία ολόκληρης της πτερωτής

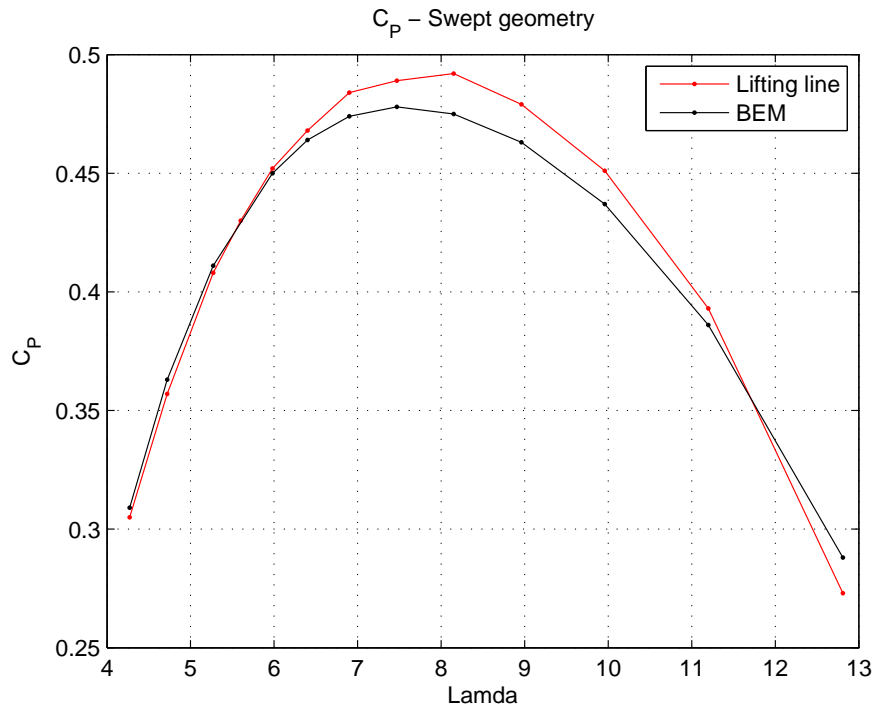
3.2 Αποτελέσματα για την DTU 10

Στο σημείο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν με κάθε μέθοδο ξεχωριστά, και θα γίνει μία εκτίμηση των αποτελεσμάτων βάσει των θεωρητικών τιμών που δίδονται για την ανεμογεννήτρια αυτή. Τα μεγέθη που ενδιαφέρουν στην ανεμογεννήτρια λοιπόν είναι οι συντελεστές ισχύος και ώσης, θεωρητικά θα μπορούσε να μελετηθεί και ο βαθμός απόδοσης της ανεμογεννήτρια, αλλά δεν υπάρχει η θεωρητική τιμή του για να μπορέσει να γίνει η σύγκριση.

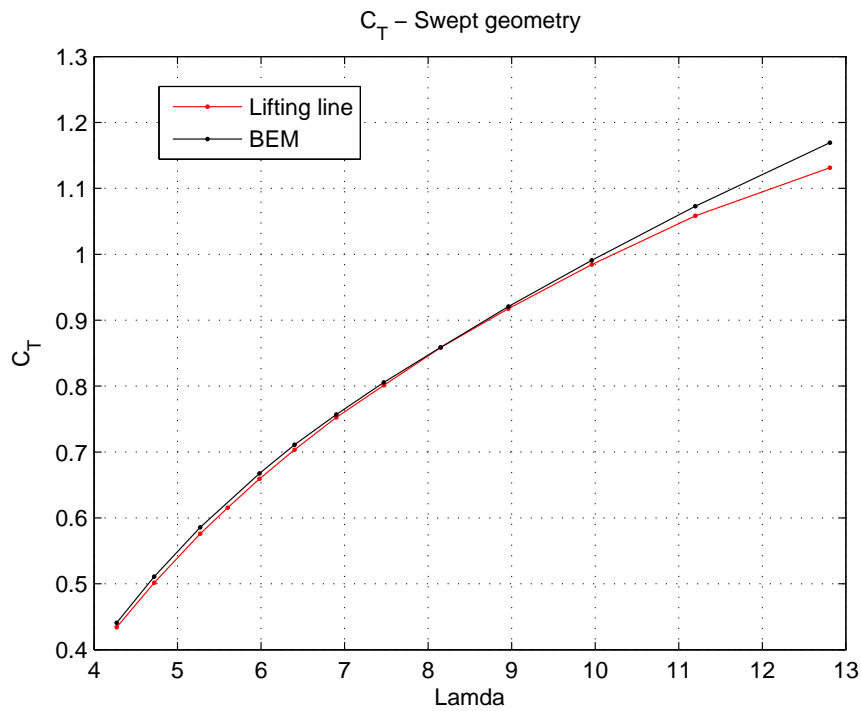
Αυτό που ενδιαφέρει ως παράμετρος εισόδου στις ανεμογεννήτριες είναι μία μεταβλητή παρόμοια με τον αδιάστατο λόγο προχώρησης, ο οποίος συμβολίζεται με λ και ορίζεται ως:

$$\lambda = \frac{\omega R}{V_w} \quad (3.1)$$

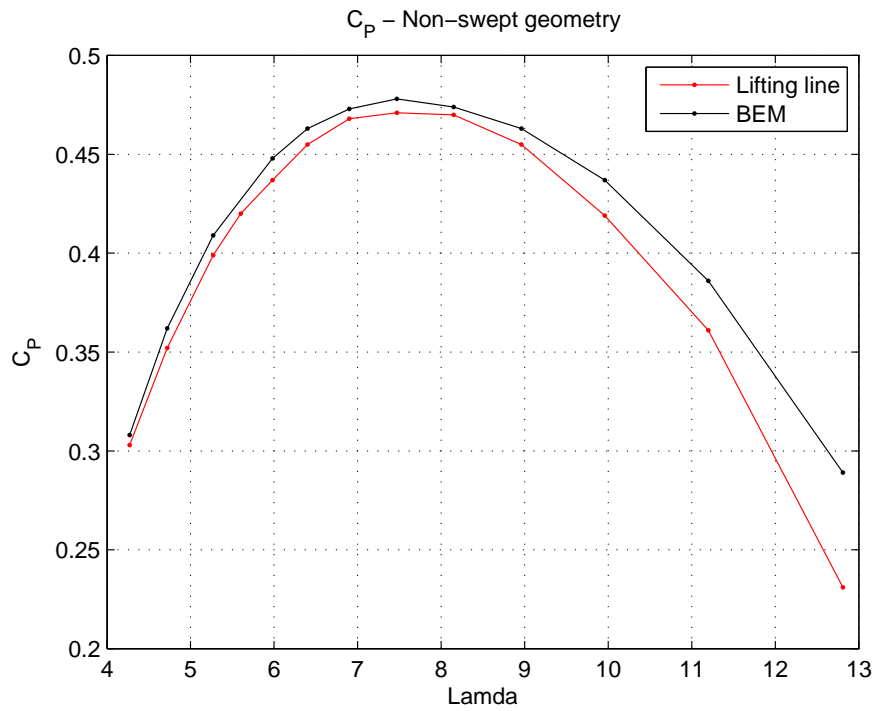
Όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα, R η ακτινική του έκταση, και V_w η ταχύτητα του ανέμου. Οι κώδικες δέχονται ως είσοδο την ταχύτητα του ανέμου, επομένως επιλέχθηκε ως είσοδος το διάστημα $[7m/s, 21m/s]$ έτσι ώστε να καλυφθεί το μέγιστο δυνατό εύρος τιμών αποτελεσμάτων ώστε να σχηματιστούν οι καμπύλες λειτουργίας της ανεμογεννήτριας. Η γωνιακή ταχύτητα σε όλες τις περιπτώσεις τέθηκε $\omega = 0.926r/s$. Από τα παραπάνω δεδομένα εισόδου λοιπόν, προέκυψαν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω.



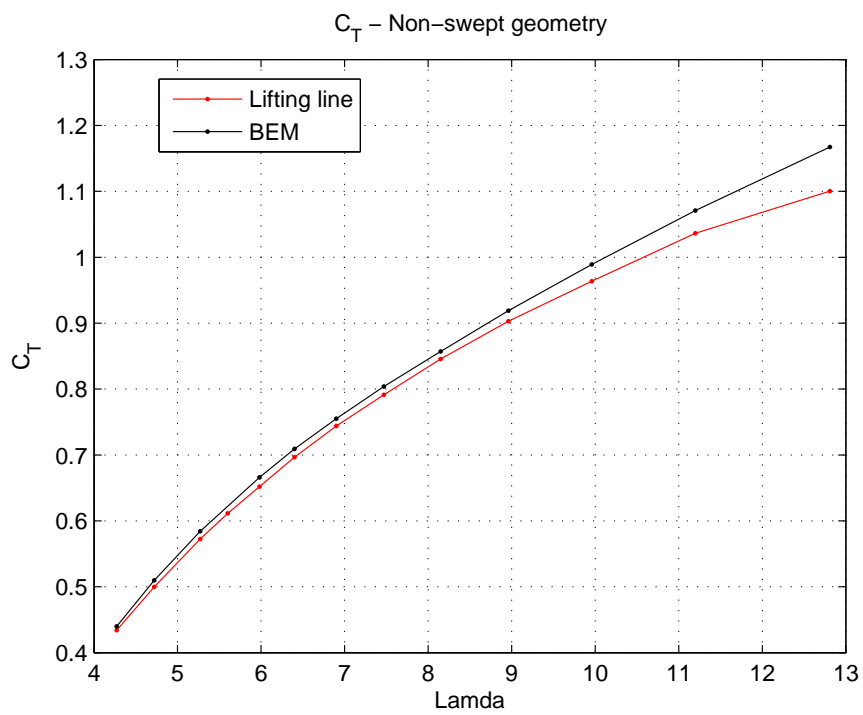
Σχήμα 3.6: Συντελεστής C_p ανεμογεννήτριας με οπισθόκλιση



Σχήμα 3.7: Συντελεστής C_T ανεμογεννήτριας με οπισθόκλιση



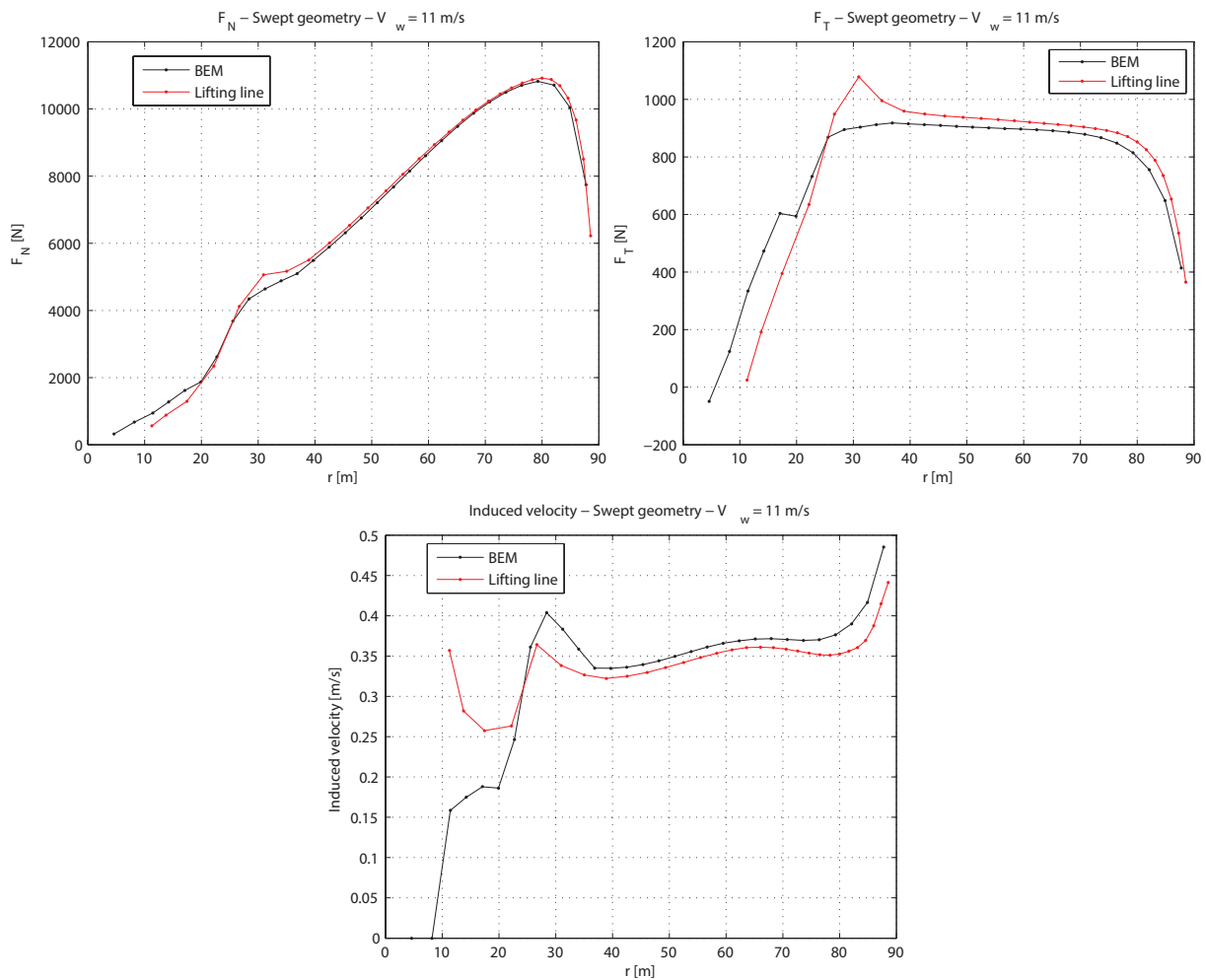
Σχήμα 3.8: Συντελεστής C_P ανεμογεννήτριας χωρίς οπισθόκλιση



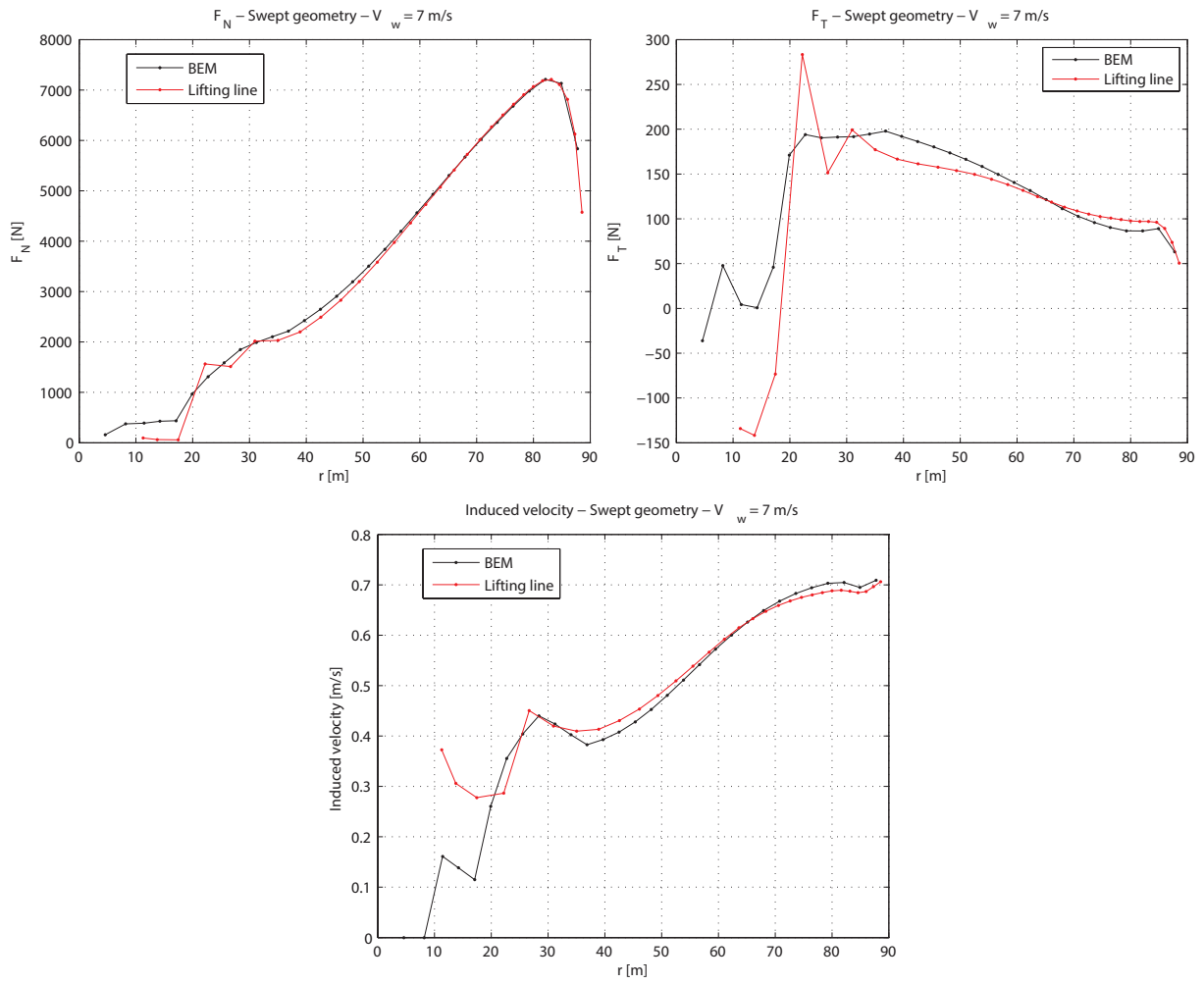
Σχήμα 3.9: Συντελεστής C_T ανεμογεννήτριας χωρίς οπισθόκλιση

Αρχικά τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά όσον αφορά τη μορφή των διαγραμμάτων, εφόσον ακολουθούν τη γενική μορφή καμπυλών λειτουργίας μίας τυπικής ανεμογεννήτριας. Ειδικότερα, παρατηρείται ότι η εισαγωγή της οπισθόκλισης αποδίδει σαφώς βελτιωμένα αποτελέσματα με τη μέθοδο γραμμής άωσης. Τα αποτελέσματα των στοιχείων πτερύγωσης δεν δείχνουν να μεταβάλλονται ανάλογα με την ύπαρξη ή όχι οπισθόκλισης. Τα μεγέθη που έχουν δοθεί σαν σημεία λειτουργίας για την εν λόγω ανεμογεννήτρια είναι ότι για μετρούμενη ταχύτητα ανέμου $V_w = 11.5 \text{ m/s}$ η ισχύς είναι $P = 10 \text{ MW}$ [18]. Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν ως έξοδο από το πρόγραμμα παρατηρείται ότι ο μέγιστος συντελεστής ισχύος πράγματι δίδεται στην θέση $\lambda = 8.15$ το οποίο μεταφράζεται σε $V_w = 11 \text{ m/s}$, και μάλιστα η μετρούμενη ισχύς στο σημείο αυτό είναι $P = 10024.65 \text{ kW} = 10.02465 \text{ MW}$, πράγμα που σημαίνει ότι τα μετρούμενα μεγέθη είναι πολύ κοντά σε αυτά που έχουν θεωρητικά υπολογιστεί για την δοθείσα ανεμογεννήτρια. Τα αποτελέσματα της μεθόδου με στοιχεία πτερύγωσης είναι πολύ κοντά σε αυτά της γραμμής άωσης, επομένως οι μέθοδοι γραμμής άωσης και στοιχείων πτερύγωσης δίνουν σωστά αποτελέσματα για την ανεμογεννήτρια που μελετήθηκε στα πλαίσια της επικύρωσης των αποτελεσμάτων των αναπτυχθέντων κωδίκων.

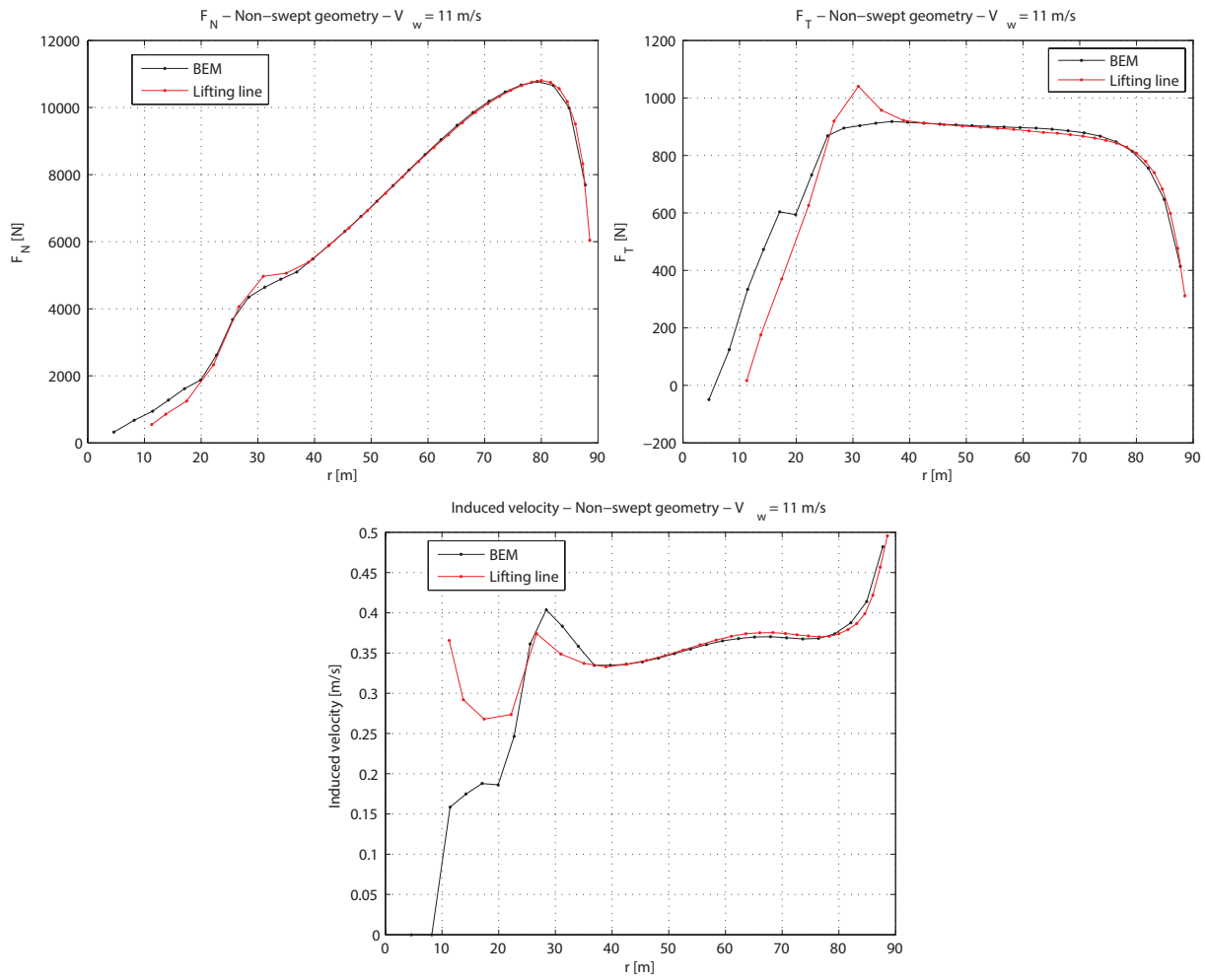
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα ανωτέρω τρεξίματα, όσον αφορά τα κατανομημένα στα πτερύγια μεγέθη της επαγόμενης ταχύτητας, και των κάθετων και εφαπτομενικών δυνάμεων.



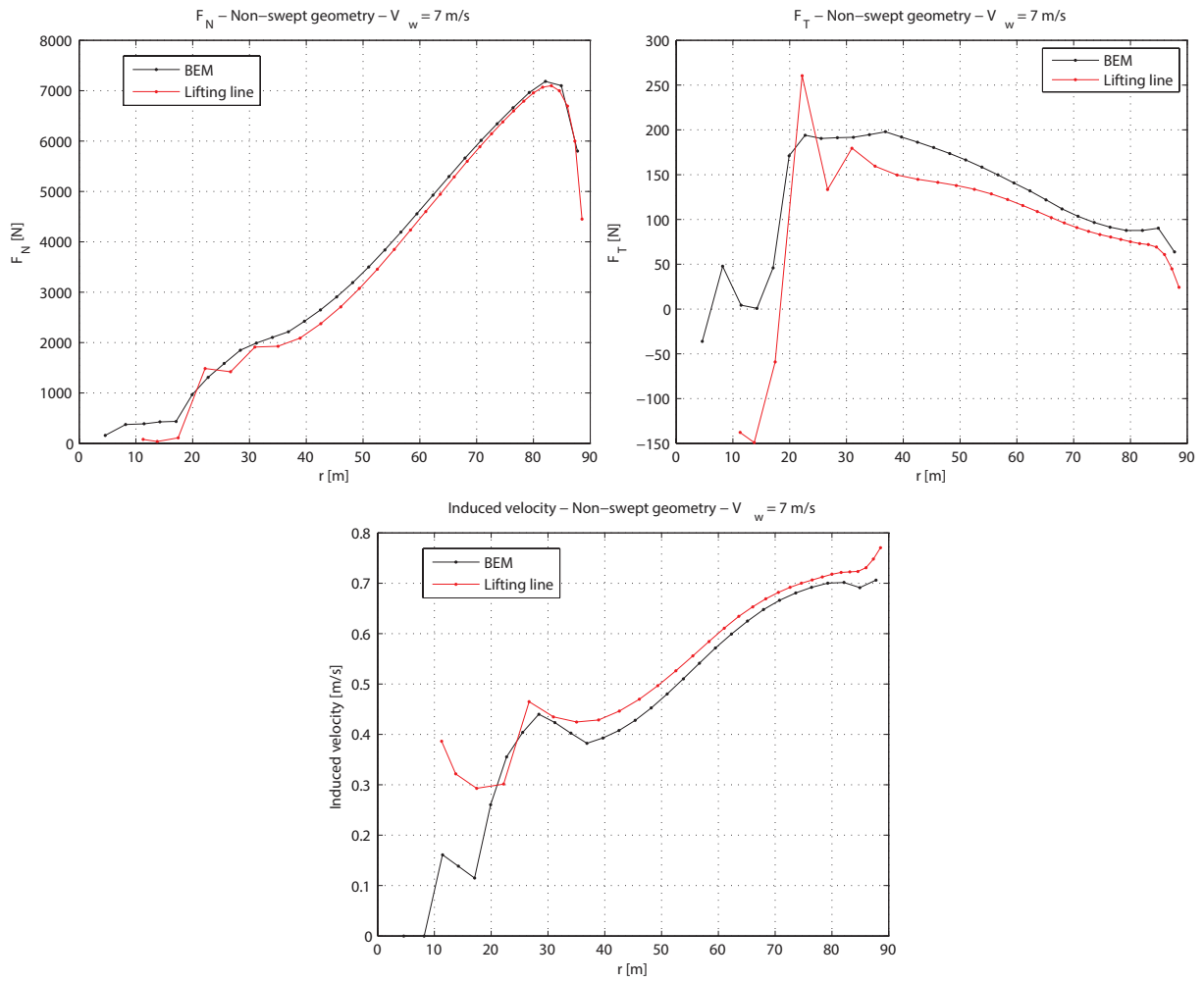
Σχήμα 3.10: Συντελεστής C_P ανεμογεννήτριας με οπισθόκλιση



Σχήμα 3.11: Συντελεστής C_T ανεμογεννήτριας με οπισθόκλιση



Σχήμα 3.12: Συντελεστής C_P ανεμογεννήτριας χωρίς οπισθόκλιση



Σχήμα 3.13: Συντελεστής C_T ανεμογεννήτριας χωρίς οπισθόκλιση

Παραπάνω παρουσιάζονται τέσσερις περιπτώσεις συνολικά. Οι δύο πρώτες αφορούν την στραμμένη γεωμετρία, ενώ οι δύο επόμενες την γεωμετρία με παράλληλες λωρίδες στους άξονες. Σε κάθε περίπτωση από τις δύο μελετώνται δύο ταχύτητες ανέμου. Η μία είναι $V_w = 11\text{m/s}$ και αντιστοιχεί σε $\lambda = 8.15$, για το οποίο επιτυγχάνεται η μέγιστη απόδοση. Η άλλη περίπτωση είναι $V_w = 7\text{m/s}$ η οποία με τη σειρά της αντιστοιχεί σε $\lambda = 12.8$, και αποτελεί μία μικρή τιμή για ταχύτητα ανέμου. Στόχος ήταν να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων κάθε φορά, ενώ επιλέχθηκαν δύο ταχύτητες ανέμου για να φανεί πως αυτές ανταποκρίνονται και εκεί. Επίσης έγινε και σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο γεωμετριών.

Αυτό που φαίνεται από τα δύο διαγράμματα είναι αρχικά, πως έχουν πολύ καλά και αναμενόμενα αποτελέσματα όσον αφορά τα φορτία τους, αλλά και τις επαγόμενες ταχύτητες, στις περιπτώσεις και των δύο γεωμετριών, επομένως από αυτή την άποψη φαίνεται οι κώδικες να δίνουν σωστά αποτελέσματα. Επίσης, όπως αναμένονταν, στην περίπτωση της μικρής ταχύτητας ανέμου, οι δύο κώδικες έχουν απόκλιση όσον αφορά τις επαγόμενες ταχύτητες, ενώ στην περίπτωση της ταχύτητας που αντιστοιχεί στο σημείο μέγιστης ισχύος, αποδίδουν περίπου τα ίδια. Αυτό συμβαίνει και πάλι, και στις δύο περιπτώσεις γεωμετριών.

Κεφάλαιο 4

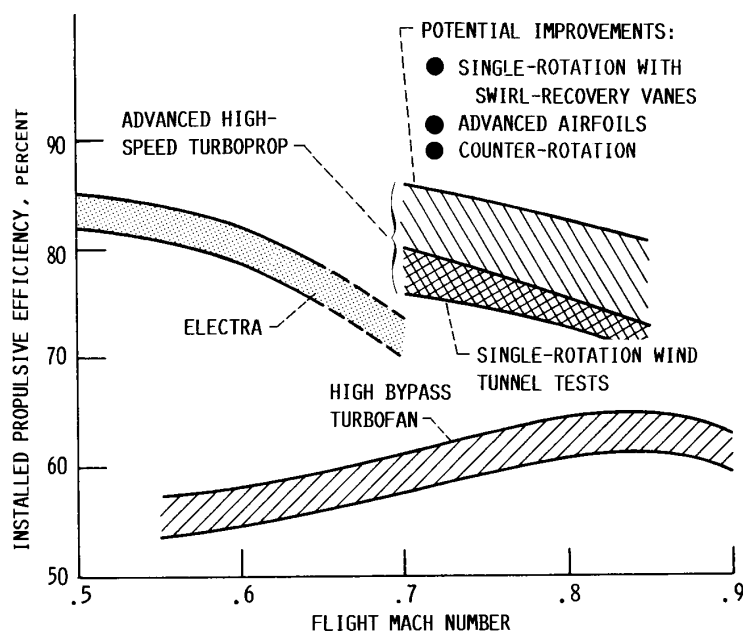
Εφαρμογή των μεθόδων γραμμής άνωσης και στοιχείων πτερύγωσης στον κινητήρα SR-7A

Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μία παρουσίαση όλων των χαρακτηριστικών στοιχείων από τα οποία διαμορφώνεται η γεωμετρία των πτερυγίων του contra-rotating κινητήρα SR-7A. Παράλληλα, θα γίνει ανάλυση των μεθόδων και των παραδοχών που πραγματοποιήθηκαν με σκοπό τη μοντελοποίηση των πτερυγίων του κινητήρα έτσι ώστε να εισαχθούν στα προγράμματα που αναπτύχθηκαν για την επίλυση της ροής γύρω από αυτά.

4.1 Οι advanced high-speed turboprop κινητήρες

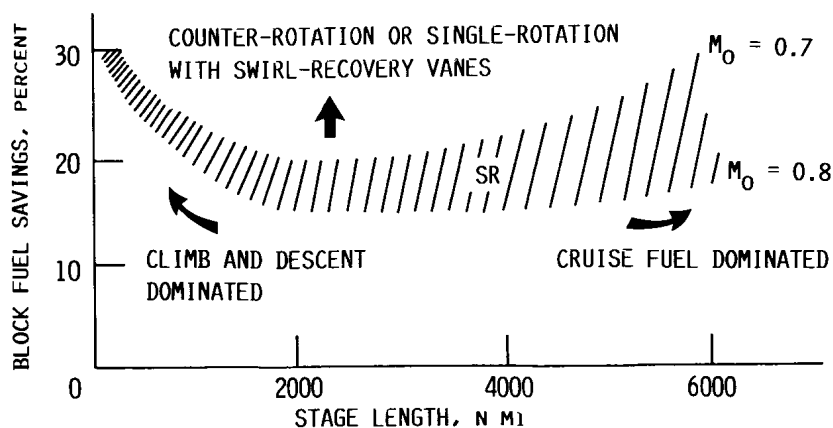
Ο κινητήρας λοιπόν που θα απασχολήσει κυρίως την παρούσα διπλωματική εργασία είναι ο SR-7A. Ο κινητήρας αυτός ανήκει στην κατηγορία advanced high-speed turboprop προωθητικών συστημάτων, δηλαδή κινητήρες με προπέλα σχεδιασμένοι για να μπορούν να εκτελούν πτήσεις υψηλών ταχυτήτων. Ο εν λόγω κινητήρας έχει σχεδιαστεί για να πραγματοποιεί πτήσεις αριθμού Mach ίσου με 0.8, σε ύψος 10.66km (35,000ft), η ταχύτητα στο ακροπτερύγιο είναι 243.8m/s (800ft/s), ενώ έχει υψηλό βαθμό φόρτισης 256.85kW/m² (32shp/ft²) [6]. Σε συνθήκες πτήσης ο βαθμός απόδοσης είναι υψηλός, της τάξης του 79.3%. Επιπλέον, έχει δείξει πολύ καλή αεροδυναμική συμπεριφορά σε μεγάλο εύρος αριθμών Mach, δηλαδή σε ένα φάσμα από 0.45 έως 0.8, και η κατανομή φορτίου κατά μήκος του πτερυγίου έδειξε ότι στο φάσμα αυτό δεν παρουσιάζει κάποιο πρόβλημα αεροδυναμικού χαρακτήρα, αφού μπορεί και ανταπεξέρχεται ικανοποιητικά όσον αφορά τις φορτίσεις σε αυτά τα επίπεδα ταχυτήτων πτήσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά οφείλονται σε μεγάλο βαθμό στην οπισθόκλιση που σχεδιάστηκαν να έχουν τα πτερύγια του κινητήρα αυτού.

Οι κινητήρες που ανήκουν στην κατηγορία αυτή, δηλαδή οι advanced turboprop κινητήρες, έχουν ποικίλα θετικά στοιχεία τα οποία κυρίως εστιάζονται στον πολύ υψηλό βαθμό απόδοσης σε Mach πτήσης έως 0.85 και στην χαμηλότερη κατανάλωση καυσίμων για τα σημεία σχεδίασης του. Η τεχνολογία αυτή είναι αντικείμενο μελέτης πολλών ερευνητικών κέντρων και μελετάται η χρήση τους σε πολιτικά και στρατιωτικά αεροσκάφη. Παρακάτω, στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται μία συγκριτική κατάταξη των ειδών των εγκατεστημένων προωθητικών συστημάτων σε κινητήρες ανάλογα με την ταχύτητα πτήσης τους, και τον βαθμό απόδοσης τους. Στο διάγραμμα αυτό έχουν υπολογιστεί οι απώλειες που έχει το κάθε είδος κινητήρα, δηλαδή η οπισθέλκουσα που προκαλείται από την άτρακτο του αεροσκάφους στους ελικοφόρους κινητήρες, και οι εσωτερικές και εξωτερικές απώλειες του καλύμματος και των ακροφυσίων που προκαλούνται στους turbofan κινητήρες. Εδώ παρατηρείται ότι σε παλιούς, συμβατικούς προπελοφόρους κινητήρες, όπως οι Electra, επιτυγχάνονταν πολύ καλοί βαθμοί απόδοσης πάνω από 80% για ταχύτητες κάτω των 0.5 Mach, αλλά πολύ απότομα ο βαθμός απόδοσης μειώνεται κατακόρυφα. Αυτό οφείλεται στις απώλειες λόγω συμπίεστικότητας που αρχίζουν να επιδρούν όλο και περισσότερο με την αύξηση της ταχύτητας. Οι απώλειες αυτές είναι αποτέλεσμα των σχετικά παχέων πτερυγίων (5 – 7% της χορδής στο 75% της ακτίνας) που λειτουργούν σε υψηλές ταχύτητες έλικας. Όπως παρατηρείται και στο διάγραμμα, οι νεότερη τεχνολογία των advanced turboprop κινητήρων έχει τη δυνατότητα να μην εμφανίζει τέτοιες απώλειες συμπίεστικότητας με τους τρόπους που περιγράφονται στην προηγούμενη ενότητα, αυξάνοντας δηλαδή τον κρίσιμο Mach.



Σχήμα 4.1: Τάσεις κινητήρων αναφορικά με τον βαθμό απόδοσης [6]

Παρακάτω, στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η εξοικονόμηση σε καύσιμα που επιτυγχάνεται από τους κινητήρες της οικογένειας των advanced turboprop. Το διάγραμμα παρουσιάζει τις ποσοστιαίες διαφορές με τους αντίστοιχους turbofan κινητήρες. Όπως φαίνεται, το μέγεθος εξοικονόμησης ποικίλει ανάλογα με την ταχύτητα της πτήσης και με το μήκος της συνολικής διαδρομής που διανύεται. Για παράδειγμα, παρατηρείται πως η μέγιστη δυνατή εξοικονόμηση είναι για Mach πτήσης περίπου 0.7. Περίπου παρόμοια συμπεριφορά σε αυτούς τους Mach έχουν πτήσεις μικρής και μεγάλης εμβέλειας, δηλαδή για μικρότερη διαδρομή, στην οποία κυριαρχεί η φάση της απογείωσης και προσγείωσης, και για μεγαλύτερη στην οποία κυριαρχεί η πτήση με την προκαθορισμένη ταχύτητα. Σε κάθε περίπτωση αυτό που γίνεται κατανοητό από το Σχήμα 4.2 είναι ότι η τεχνολογία στην οποία ανήκει ο κινητήρας SR-7A υπερτερεί έναντι των κλασικών turbofan κινητήρων όσον αφορά την κατανάλωση καυσίμων



Σχήμα 4.2: Τάσεις εξοικονόμησης καυσίμων turboprop κινητήρων έναντι turbofan [6]

4.2 Θερμοδυναμικά και ροϊκά στοιχεία

Αρχικά, γίνεται ο υπολογισμός των θερμοδυναμικών μεγεθών και των ροϊκών χαρακτηριστικών σε συνθήκες πτήσης. Ο κινητήρας που μελετάται, για τον οποίον δίδονται τα στοιχεία στην βιβλιογραφία [6], μελετήθηκε για ταχύτητες πτήσης αριθμού mach $M = 0.8$ και ύψος πτήσης $h \geq 30,000 ft = 9.144 km$. Τα δεδομένα που βρίσκονται από την βιβλιογραφία είναι η διάμετρος του δρομέα, δηλαδή $D = 0.62m$ και η πίεση και θερμοκρασία στις παραπάνω συνθήκες, $p = 3.1 \cdot 10^6 Pa$ και $T = 367K$.

Από τα παραπάνω δεδομένα, σε συνδυασμό με τα γνωστά από την θερμοδυναμική σταθερά των αερίων $R = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$ και $\gamma = 1.4$ για τέλεια αέρια, βρίσκεται η πυκνότητα του αέρα με χρήση της καταστατικής εξίσωσης των τελείων αερίων, δηλαδή:

$$\rho = \frac{p}{RT} = 29.4316 \frac{kg}{m^3} \quad (4.1)$$

Συνεχίζοντας, από την σχέση του Sutherland, για την δυναμική συνεκτικότητα μ είναι:

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{0.75} \quad (4.2)$$

Όπου για την σχέση αυτή, προφανώς είναι $T = 367K$, ενώ ως θερμοκρασία αναφοράς επιλέχθηκε $T_{ref} = 273.15K$, για την οποία βρέθηκε ότι η δυναμική συνεκτικότητα είναι $\mu_{ref} = 1.911 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$. Επομένως η ανωτέρω δίνει τελικά:

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{0.75} \implies \mu = 2.294 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \quad (4.3)$$

Και τελικά βρίσκεται η κινηματική συνεκτικότητα ν ως εξής:

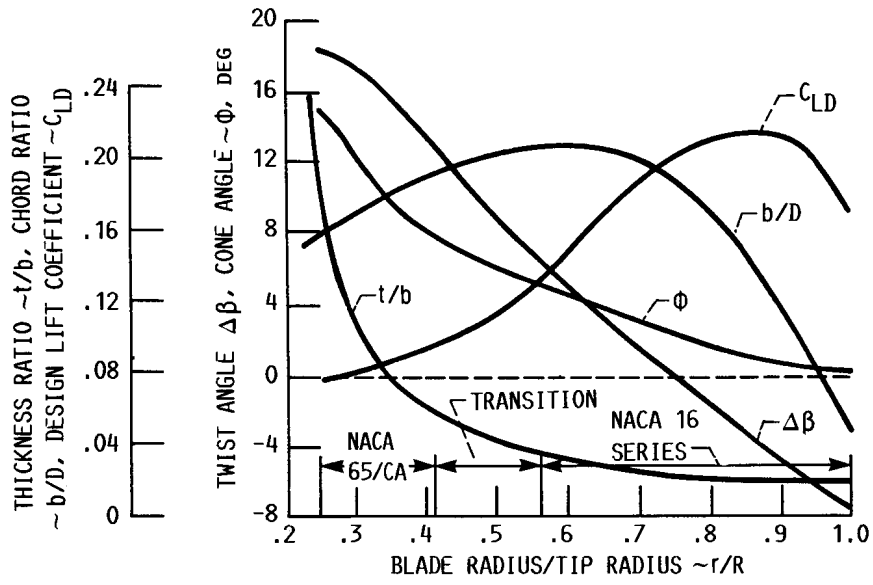
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 7.7943 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} \quad (4.4)$$

4.3 Γεωμετρικά στοιχεία

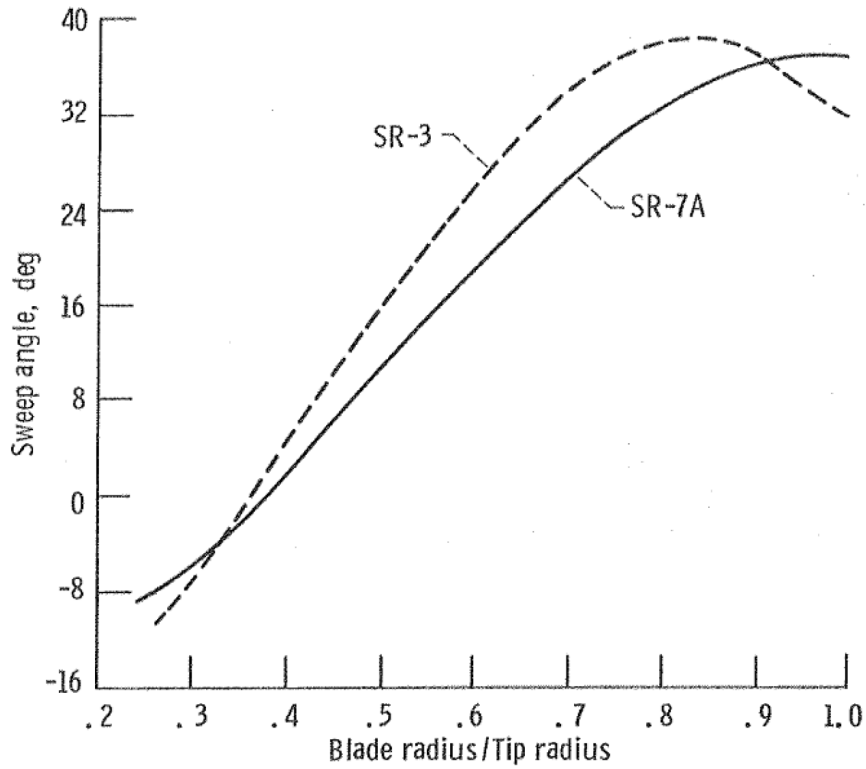
Από την βιβλιογραφία [6], είναι γνωστά τα αδιάστατα χαρακτηριστικά των πτερυγίων του δρομέα, όπως αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.3. Στο σχήμα αυτό τα στοιχεία που παρουσιάζονται είναι για συντελεστή φόρτισης $AF = 227$, και τα πτερύγια βρίσκονται στη θέση σχεδίασης, δηλαδή σε κατάσταση πτήσης. Από το διάγραμμα αυτό καθορίζεται πλήρως η γεωμετρία του κάθε πτερυγίου. Επίσης από την βιβλιογραφία είναι γνωστή και η κατανομή της οπισθόκλισης (sweep) συναρτήσει της αδιάστατης ακτινικής θέσης, όπως παρουσιάζεται και στο Σχήμα 4.4.

Αρχικά, ο αριθμός των πτερυγίων είναι $N = 8$ για τον εν λόγω δρομέα. Στη συνέχεια με δεδομένα τον λόγο των ακτινών στην ρίζα και στην άκρη του πτερυγίου R_H/R_T , καθώς και την διάμετρο του δρομέα D_T , παροκύπτει:

$$\begin{aligned} R_H/R_T &= 0.24 & \longrightarrow & R_T = 0.31m \\ D_T &= 0.62m & & R_H = 0.0744m \end{aligned}$$



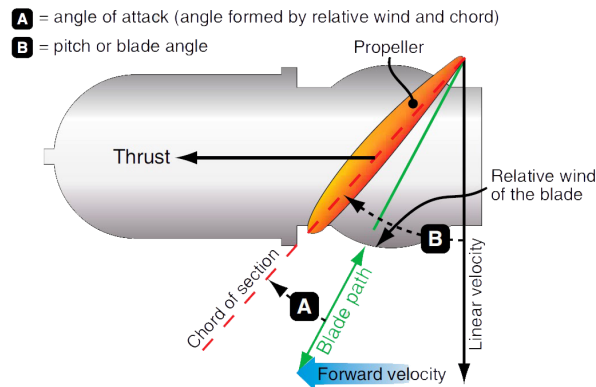
Σχήμα 4.3: Χαρακτηριστικά πτερυγίων κινητήρα SR-7A [6]



Σχήμα 4.4: Κατανομή γωνίας οπισθόκλισης (sweep) κατά μήκος του πτερυγίου [6]

4.3.1 Κατανομή συστροφής (twist)

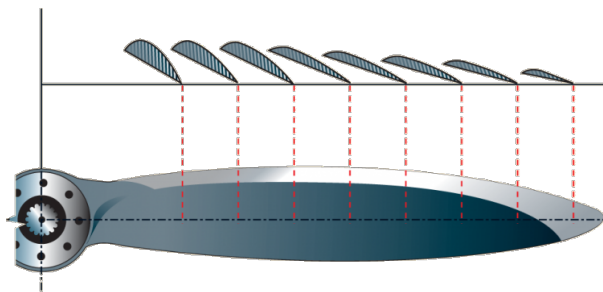
Πριν από την ανάλυση του τρόπου επεξεργασίας των δεδομένων για την κατανομή της συστροφής επί του πτερυγίου, κρίνεται χρήσιμη η εξήγηση της αναγκαιότητας της συστροφής ενός πτερυγίου, για λόγους πληρότητας. Σε μία έλικα, ορίζονται δύο μεγέθη, το γεωμετρικό και το λειτουργικό βήμα. Ως γεωμετρικό βήμα ορίζεται η θεωρητική απόσταση που θα διήνυε η έλικα εάν θεωρηθεί ότι αυτή βιδώνεται μέσα σε στερεό έδαφος. Ως λειτουργικό βήμα ορίζεται η πραγματική απόσταση που διανύεται σε μία περιστροφή της έλικας. Η διαφορά αυτών των δύο βημάτων ονομάζεται ολίσθηση (slip) της έλικας.



Σχήμα 4.5: Τρίγωνο ταχυτήτων σε πτερύγιο προπέλας

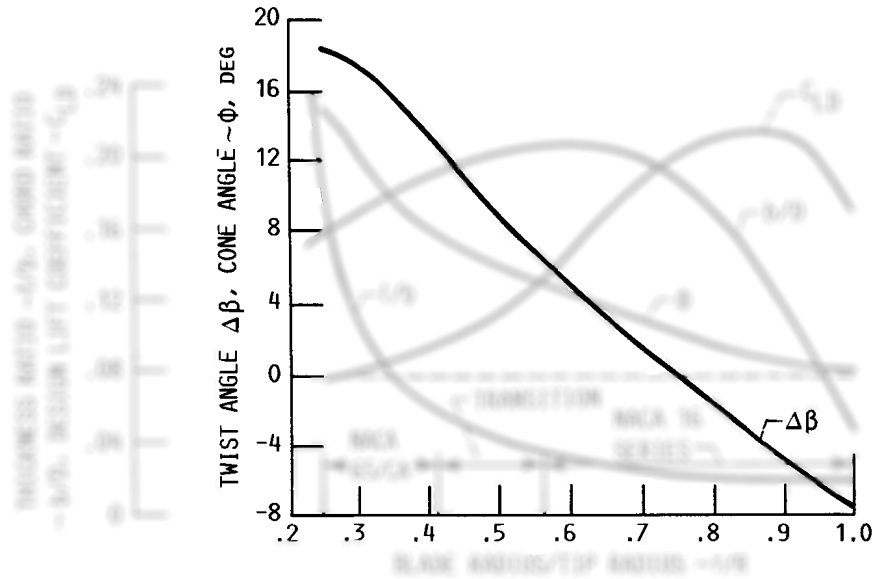
Το Σχήμα 4.5 αποτυπώνει ένα τυπικό τρίγωνο ταχυτήτων σε πτερύγιο κινητήρα με προπέλα. Η γωνία του λειτουργικού βήματος είναι αυτή που σχηματίζεται ανάμεσα στην σχετική ταχύτητα της ροής που βλέπει το πτερύγιο, και περιφερειακής ταχύτητας, δηλαδή η διαφορά της γωνίας βήματος (pitch) και γωνίας πρόσπτωσης. Είναι προφανές ότι για να ισούνται αυτές οι δύο θα έπρεπε να μηδενιστεί η γωνία πρόσπτωσης, πράγμα που θα είχε ως κατάληξη την μη-ύπαρξη ανωστικών δυνάμεων, επομένως είναι αδύνατος ο μηδενισμός της ολίσθησης. Επίσης, από το Σχήμα 4.5 παρατηρείται ότι όσο προσεγγίζεται το ακροπτερύγιο, η περιφερειακή ταχύτητα, το μέτρο της οποίας ισούται με $V_r = \Omega r$, μεγιστοποιείται, αφού μεγιστοποιείται η ακτινική απόσταση r . Επομένως, η ολίσθηση ελαχιστοποιείται κοντά στο ακροπτερύγιο, αλλά παράλληλα αυξάνεται η γωνία πρόσπτωσης, και άρα η παραγόμενη ώση του πτερυγίου. Η βέλτιστη σχεδίαση του πτερυγίου, όμως, επιβάλλει το πτερύγιο να λειτουργεί σε όλο το μήκος του όσο το δυνατόν σε σταθερή γωνία πρόσπτωσης για να αποδίδει τα μέγιστα αεροδυναμικά του χαρακτηριστικά.

Για την επίλυση του ανωτέρω ζητήματος, επιβάλλεται στο πτερύγιο μία κατανομή συστροφής. Γίνεται δηλαδή μία τοπική στρέψη των αεροτομών στο επίπεδο τους, έτσι ώστε η γωνία προσβολής να παραμένει όσο το δυνατόν σταθερή και να μη μεταβάλλεται ανάλογα με την ακτινική τους θέση όπως επιβάλλει η περιφερειακή ταχύτητα της προπέλας. Μία τυπική κατανομή συστροφής παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.6.



Σχήμα 4.6: Τυπική κατανομή συστροφής πτερυγίου προπέλας

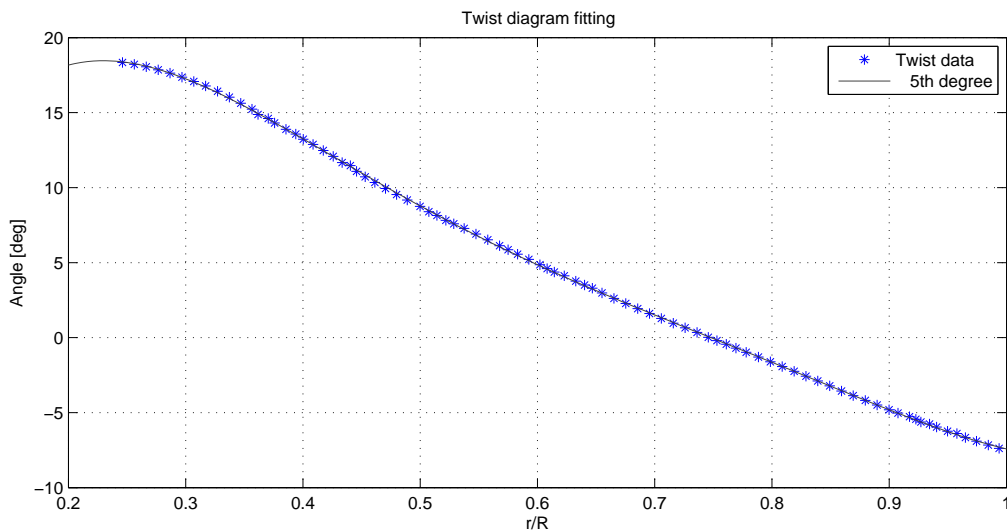
Στην περίπτωση του πτερυγίου του κινητήρα SR-7A υπάρχει μία συστροφή του πτερυγίου γωνίας $\Delta\beta$ από -8° έως 18° . Η δεδομένη κατανομή αυτή φαίνεται μεμονωμένη στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 4.7: Δεδομένη κατανομή συστρώσης στο πτερύγιο του SR-7A

Η κατανομή αυτή, ψηφιοποιήθηκε με το ελεύθερα διατιθέμενο πρόγραμμα WEBPLOTDIGITIZER, και με το πρόγραμμα MATLAB προσεγγίστηκε η κατανομή του με πολυώνυμο. Το πολυώνυμο που τελικά επιλέχθηκε είναι 5^{ου} βαθμού, καθώς κρίθηκε ότι προσεγγίζει σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό την κατανομή όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.8, και δίδεται από την σχέση:

$$y = 492.82x^5 - 1648.8x^4 + 2128.3x^3 - 1303.5x^2 + 334.99x - 11.235 \quad (4.5)$$

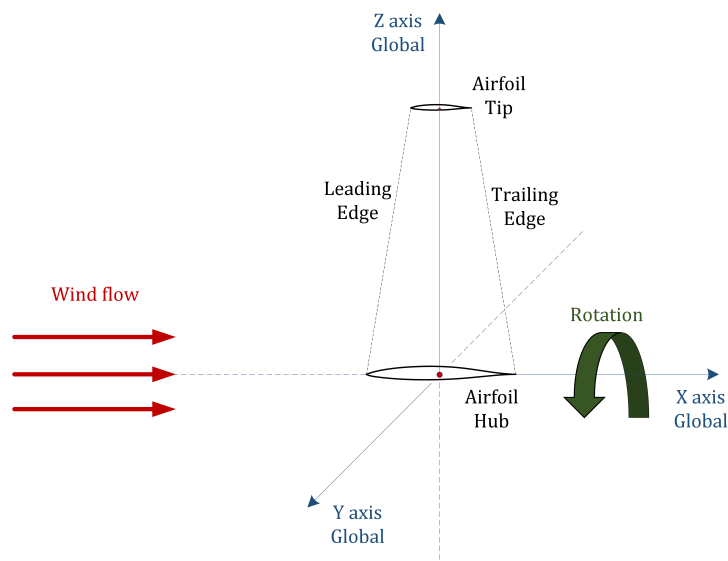


Σχήμα 4.8: Ψηφιοποιημένη κατανομή και προσέγγιση της συστρώσης

Έπειτα από περαιτέρω διερεύνηση, διαπιστώθηκε ότι η κατανομή αυτή που δίνεται ως δεδομένο είναι η κατανομή των γωνιών συναρτήσει της ακτινικής θέσης σε σύστημα συντεταγμένων στο οποίο δεν έχει υπολογιστεί η συνεισφορά της οπισθόκλισης.

Για να γίνει κατανοητή η παραπάνω πρόταση κρίνεται απαραίτητος ο ορισμός του ολικού συστήματος συντεταγμένων, και στη συνέχεια των τοπικών κάθε αεροτομής - ακτινικής θέσης. Στο Σχήμα 4.9 φαίνεται το ολικό σύστημα συντεταγμένων. Το πτερύγιο κτίζεται κατά μήκος του z άξονα, ενώ η ροή θεωρείται κατά μήκος του x άξονα. Η περιστροφή του κινητήρα γίνεται με θετική φορά, γύρω από τον x άξονα. Εφόσον

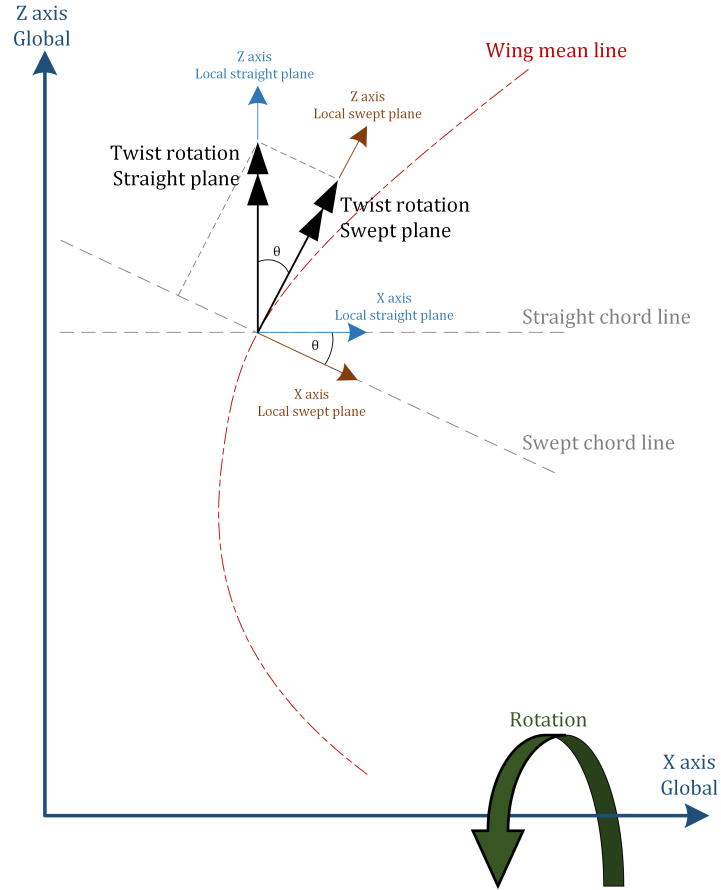
έχουν οριστεί τα παραπάνω, γίνεται εύκολα αντιληπτό πως εάν θεωρηθεί ένα πτερύγιο το οποίο έχει μηδενική οπισθόκλιση, τότε οι αεροτομές του θα τοποθετούνται στο επίπεδο xy , όπως φαίνεται και στο σχήμα, και η συστροφή θα αποτελεί μία περιστροφή περί τον άξονα Z του ολικού συστήματος συντεταγμένων. Επομένως, το τοπικό σύστημα συντεταγμένων κάθε αεροτομής θα είναι μία απλή μεταφορά κατά τον z σε σχέση με το ολικό σύστημα.



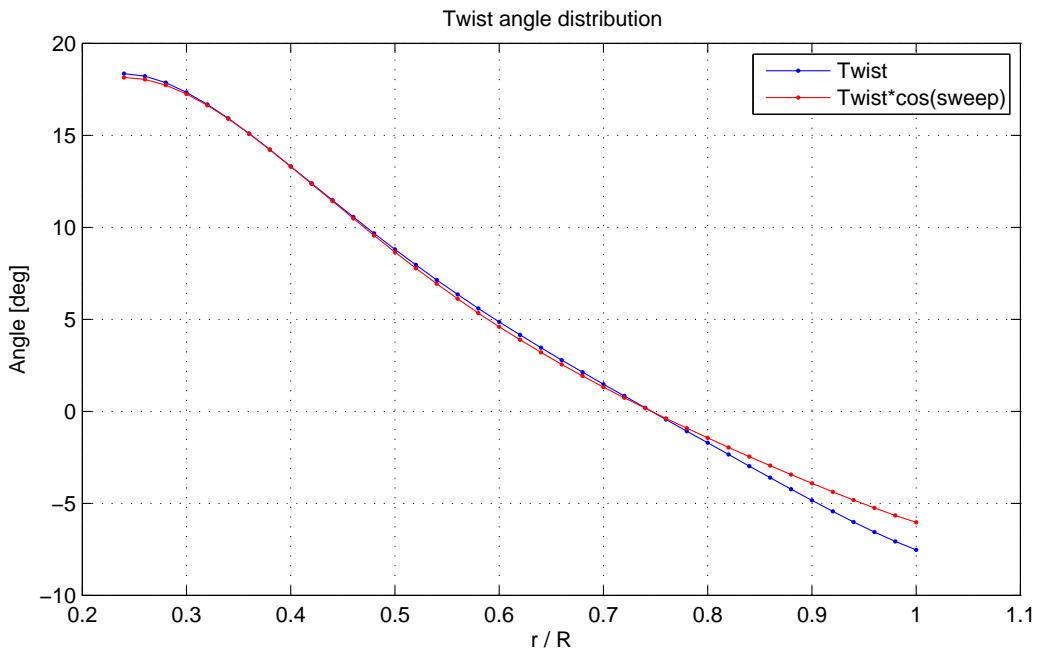
Σχήμα 4.9: Ορισμός ολικού συστήματος συντεταγμένων

Στην περίπτωση που μελετάται όμως, υπάρχει και οπισθόκλιση κατά μήκος του πτερυγίου. Αυτό, όπως θα αναλυθεί και εκτενέστερα στο επόμενο εδάφιο, έχει ως αποτέλεσμα το τοπικό σύστημα κάθε ακτινικής θέσης ως προς το ολικό σύστημα, να έχει μία παραπάνω μετατόπιση, που θα είναι κατά τον x άξονα, καθώς και μία περιστροφή γύρω από τον y ίση με την γωνία οπισθόκλισης θ . Το παραπάνω φαίνεται παραστατικά στο Σχήμα 4.10. Πλέον οι χορδές των αεροτομών δεν τοποθετούνται παράλληλα στον άξονα x , αλλά έχουν κλίση σε σχέση με αυτόν, και αποκτούν και μετατόπιση κατά τον ίδιο άξονα. Η δεδομένη κατανομή συστροφής είναι αυτή που αντιστοιχεί σε χορδές παράλληλες στον x άξονα. Επομένως, αυτό που ενδιαφέρει πλέον, είναι η αναγωγή αυτού του διανύσματος περιστροφής στο σύστημα που είναι στραμμένο με την γωνία οπισθόκλισης. Η αναγωγή αυτή, προφανώς, παράγει δύο συνιστώσες. Η συνιστώσα που έχει ενδιαφέρον, θα είναι αυτή που φαίνεται και στο σχήμα και θα ισούται με τις δεδομένες τιμές για την γωνία συστροφής πολλαπλασιασμένες κάθε φορά με το συνημίτονο της δεδομένης τιμής για την γωνία οπισθόκλισης. Η άλλη συνιστώσα όπως είναι αντιληπτό, παρουσιάζει μία στροφή των αεροτομών γύρω από τον άξονα X , όμως οι αεροτομές έχουν θεωρηθεί πολύ λεπτές, χωρίς πάχος, άρα δεν έχει κάποια ουσιαστική σημασία η περιστροφή αυτή.

Συνοψίζοντας για τις γωνίες συστροφής που χρησιμοποιήθηκαν, παρουσιάζεται το Σχήμα 4.11. Στην περίπτωση που οι αεροτομές τοποθετούνται με τις χορδές τους παράλληλα στον άξονα x , γίνεται χρήση απευθείας της δεδομένης κατανομής. Στην περίπτωση που οι χορδές των αεροτομών τοποθετούνται στραμμένες σύμφωνα με την γωνία οπισθόκλισης γίνεται χρήση της κατανομής που είναι πολλαπλασιασμένη με την εκάστοτε γωνία οπισθόκλισης.



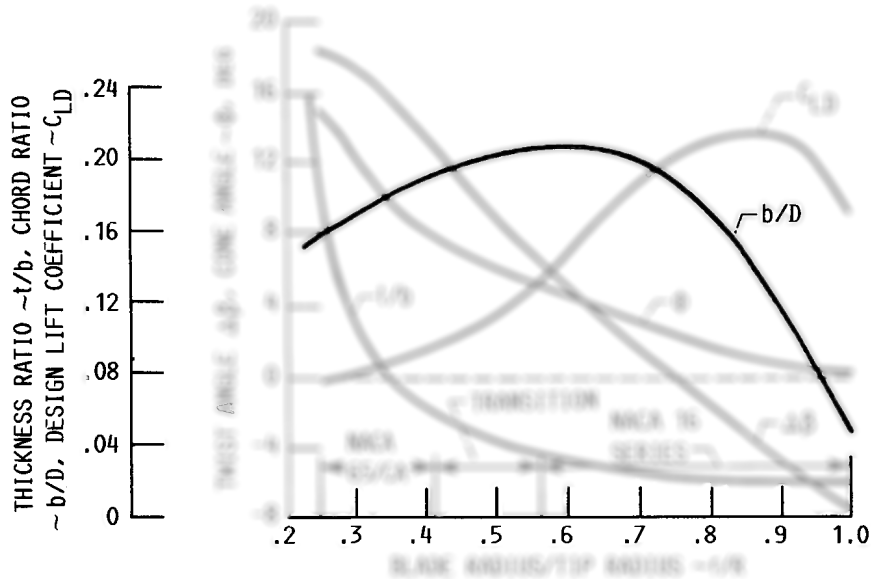
Σχήμα 4.10: Τοπικό και ολικό σύστημα και περιστροφή συστρώφης



Σχήμα 4.11: Κατανομές γωνίας συστρώφης ανάλογα με τοποθέτηση αεροτομών

4.3.2 Κατανομή οπισθόκλισης (sweep) και χορδής (chord)

Η κατανομή της οπισθόκλισης συναρτήσει της αδιάστατης ακτινικής θέσης του πτερυγίου δίνεται από το Σχήμα 4.4 [14], ενώ η κατανομή της χορδής κάθε αεροτομής φαίνεται στο το Σχήμα 4.3 και παρουσιάζεται απομονωμένη στο Σχήμα 4.12. Εδώ υπάρχει μία ασάφεια όσον αφορά τα δεδομένα για την κατανομή των χορδών των αεροτομών, καθώς δεν είναι ξεκάθαρο το σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με το οποίο έχουν υπολογιστεί. Τα δύο πιθανά σενάρια είναι προφανώς αυτά των παραλλήλων στους ολικούς άξονες, και των στραμμένων ως προς του άξονες. Για την αποσαφήνιση του ζητήματος αυτού έγιναν δοκιμές οι οποίες παρουσιάζονται στα αποτελέσματα, ενώ οι κατανομές σε κάθε περίπτωση θα περιγραφούν παρακάτω στο εδάφιο αυτό.



Σχήμα 4.12: Δεδομένη κατανομή χορδών των αεροτομών κατά μήκος του πτερυγίου

Για την εύρεση και εισαγωγή στον κώδικα των κατανομών της χορδής και της οπισθόκλισης γράφτηκε κώδικας στο πρόγραμμα MATLAB, και περιγράφεται στις παρακάτω γραμμές.

Αρχικά, όπως προαναφέρθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, όταν δεν υπάρχει κατανομή οπισθόκλισης σε ένα πτερύγιο, οι αεροτομές τοποθετούνται στο επίπεδο xy έχοντας το κέντρο της χορδής τους επάνω στον άξονα z , ενώ το πτερύγιο αναπτύσσεται κατά μήκος του z . Στην περίπτωση που υπάρχει οπισθόκλιση, σαν πρώτη προσέγγιση τοποθετείται μία μετατόπιση κατά τον x άξονα η οποία προκύπτει από την κατανομή της γωνίας οπισθόκλισης, ενώ τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων, δηλαδή οι χορδές των αεροτομών, παραμένουν παράλληλα στον ολικό άξονα x , επομένως τα τοπικά και το ολικό σύστημα συντεταγμένων είναι παράλληλα. Στην περίπτωση που τα τοπικά συστήματα στρέφονται, πέραν της μετατόπισης κατά τον x άξονα που περιγράφηκε προηγουμένως, προστίθεται και μία περιστροφή των χορδών γύρω από τον y άξονα. Επομένως, η δεδομένη κατανομή γωνίας οπισθόκλισης σε πρώτο χρόνο, και θεωρώντας την διαδρομή από το τοπικό σύστημα στο ολικό, μεταφράζεται σε μία περιστροφή γύρω από τον y τοπικό άξονα, και σε δεύτερο χρόνο ως μία μετατόπιση κατά την x διεύθυνση στον ολικό άξονα. Για την αντίστροφη διαδρομή, από το ολικό στο τοπικό σύστημα ακολουθείται η ακριβώς ανάποδη σειρά μετασχηματισμών. Οι γραμμικοί μετασχηματισμοί από το τοπικό στο ολικό σύστημα είναι:

$$\vec{x}_{\text{global}} = [R]\vec{x}_{\text{local}} + [T] \quad (4.6)$$

Όπου τα μητρώα $[R]$ και $[T]$ είναι η προαναφερθείσα περιστροφή και μεταφορά των σημείων του τοπικού προς το ολικό σύστημα, ενώ τα διανύσματα \vec{x}_{local} , \vec{x}_{global} είναι τα διανύσματα θέσης στην ακμή προσβολής και εκφυγής. Η χορδή της αεροτομής είναι το τμήμα που συνδέει την ακμή προσβολής με την ακμή εκφυγής. Σε κάθε ακτινική θέση r_i , έστω ότι προκύπτει μία στροφή γωνίας θ_i , και λόγω της περιστροφής αυτής υπάρχει μετατόπιση x_{s_i} . Τότε σε μητρωική μορφή, το διάνυσμα των παραπάνω συντεταγμένων στο ολικό σύστημα

συντεταγμένων θα είναι:

$$\begin{bmatrix} x_{\text{global}} \\ y_{\text{global}} \\ z_{\text{global}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{local}} \\ y_{\text{local}} \\ z_{\text{local}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_i \\ 0 \\ r_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Σε αυτό το σημείο τίθεται υπό διερεύνηση η γωνία κατά την οποία θα στραφούν τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων. Αυτό διότι όταν τα πτερύγια του κινητήρα μοντελοποιούνται ως μία γραμμή άνωσης ή γίνεται επίλυση με μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης, σύμφωνα με την θεωρία που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα μεγέθη κάθε πτερυγίου υπολογίζονται στην γραμμή που σχηματίζουν τα σημεία που απέχουν $c/4$ από την ακμή προσβολής. Στον κώδικα που αναπτύχθηκε λοιπόν, στις δύο αυτές περιπτώσεις, πρέπει να γίνει εισαγωγή της γεωμετρίας της γραμμής άνωσης, δηλαδή όλων των σημείων που απέχουν $c/4$ από την ακμή προσβολής. Από τα δεδομένα δίδεται η κατανομή των γωνιών που σχηματίζει η μέση γραμμή του πτερυγίου με τον κάθετο άξονα, και η κατανομή αυτή προφανώς δεν είναι ίδια με την κατανομή των γωνιών που σχηματίζουν με τον κάθετο άξονα τα σημεία που σχηματίζουν την γραμμή άνωσης. Εν ολίγοις, η μέση γραμμή αποτελείται από τα σημεία που απέχουν $c/2$ από τις ακμές προσβολής, ενώ η γραμμή άνωσης από τα αντίστοιχα σημεία που απέχουν $c/4$, και οι δύο αυτές γραμμές δεν θα σχηματίζουν την ίδια κλίση με τον κάθετο άξονα σε κάθε σημείο τους. Όμως η θεωρία ότι η γραμμή άνωσης τοποθετείται στην θέση $c/4$ κάθε λωρίδας του πτερυγίου έχει ισχύ στην περίπτωση που ο λόγος επιμήκους είναι πολύ μεγάλος. Στην περίπτωση του πτερυγίου που μελετάται στην παρούσα διπλωματική οι λόγοι επιμήκους κάθε λωρίδας δεν είναι αρκετά μεγάλοι, επομένως δεν είναι σαφές ότι η βέλτιστη λύση θα δίδεται στα σημεία αυτά. Για τον λόγο αυτόν έγινε διερεύνηση και σε αυτό το ζήτημα και παρουσιάζεται στα αποτελέσματα. Μελετήθηκαν δηλαδή οι περιπτώσεις που η γραμμή άνωσης τοποθετείται στην θέση $c/4$, αλλά και η περίπτωση που τοποθετείται στην θέση $c/2$, δηλαδή ταυτίζεται με την μέση γραμμή του πτερυγίου.

Επίσης, έπεται από διερεύνηση συγκρίνοντας τις προκύπτουσες γεωμετρίες, διαπιστώθηκε πως η δεδομένη κατανομή των χορδών αφορά την περίπτωση που οι αεροτομές δίδονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων το οποίο είναι παράλληλο με τους ολικούς άξονες, δηλαδή δεν έχει στραφεί σύμφωνα με την οπισθόκλιση. Αυτό σημαίνει ότι οι κατανομές χορδών που θα πρέπει να εισαχθούν στον κώδικα είναι και αυτές διαφοροποιημένες σε σχέση με τις δεδομένες.

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω, αναλύεται η διαδικασία κατά την οποία υπολογίζονται οι κατανομές των μεγεθών της οπισθόκλισης σύμφωνα με τα δεδομένα της βιβλιογραφίας, δηλαδή όταν οι λωρίδες που απαρτίζουν το πτερύγιο δεν είναι στραμμένες με την γωνία οπισθόκλισης. Η λογική βάσει της οποίας κτιζεται το πτερύγιο είναι πως εντός μίας επαναληπτικής διαδικασίας κάθε φορά υπολογίζεται το σημείο της μέσης γραμμής, το μήκος της χορδής που έχει το εν λόγω σημείο, και εν τέλει τοποθετείται η χορδή στο υπολογισθέν σημείο βάσει των γραμμικών μετασχηματισμών που περιγράφηκαν παραπάνω, αλλά γίνεται μόνο μεταφορά και όχι στροφή. Η διαδικασία εκκινεί από την αρχή των αξόνων του πτερυγίου, όπου θεωρείται ότι η μετατόπιση x_s είναι μηδενική, δηλαδή η μέση γραμμή του πτερυγίου ξεκινάει από το σημείο στον χώρο όπου αρχίζει να αναπτύσσεται και το πτερύγιο.

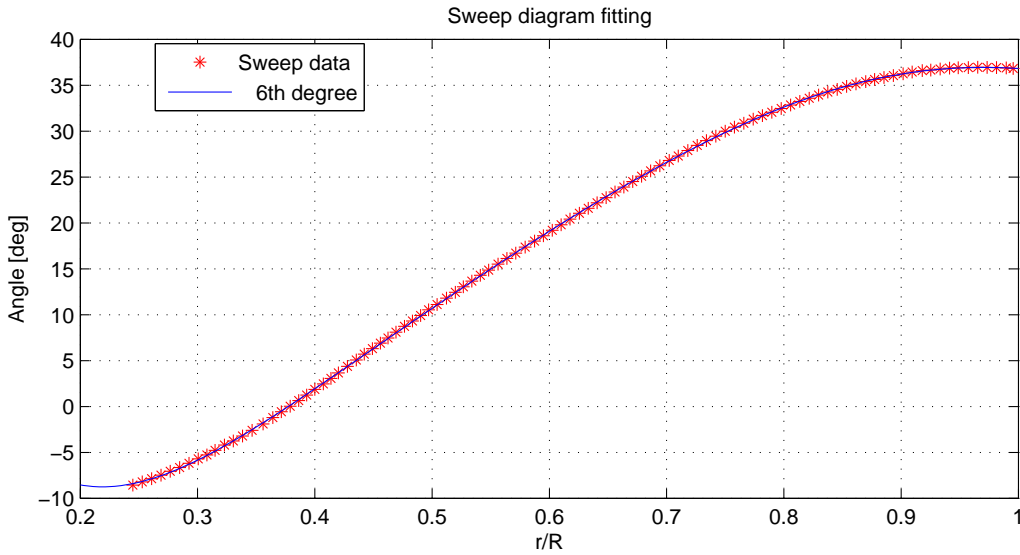
Αρχικά επιλέγεται ο αριθμός των κόμβων στους οποίους χωρίζεται ακτινικά το πτερύγιο, ώστε να οριστεί το πλέγμα του κατά την ακτινική διεύθυνση, και τα σημεία αυτά επιλέγεται να ισαπέχουν. Με δεδομένα την ακτίνα στην ρίζα του πτερυγίου $R_H = 0.0744m$, την ακτίνα του ακροπτερυγίου $R_T = 0.31m$, καθώς και τον αριθμό n των κόμβων, υπολογίζεται το μήκος του διαστήματος που απέχουν οι κόμβοι ως εξής:

$$dr = \frac{R_T - R_H}{n - 1} \quad (4.8)$$

Εκκινώντας, όπως προαναφέρθηκε από το σημείο $r_0 = R_H$, $s_0 = 0$ σε κάθε βήμα της επανάληψης η ακτινική θέση θα είναι $r_{i+1} = r_i + dr$, ενώ η μετατόπιση κατά τον X άξονα θα είναι $s_{i+1} = s_i + ds$. Η απόσταση ds υπολογίζεται μέσω της κατανομής της οπισθόκλισης που δίδεται από τα δεδομένα και περιγράφεται στη συνέχεια ο τρόπος με τον οποίο προκύπτει.

Η κατανομή της οπισθόκλισης, όμοια με την κατανομή συστρόφης, ψηφιοποιήθηκε με το πρόγραμμα WEB-PLOT-DIGITIZER, και στη συνέχεια τα ψηφιοποιημένα σημεία της προσεγγίστηκαν μέσω του προγράμματος MATLAB με ένα πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού. Το πολυώνυμο που προέκυψε, καθώς και οι δεδομένες τιμές φαίνονται στο Σχήμα 4.13, και δίδεται από την σχέση:

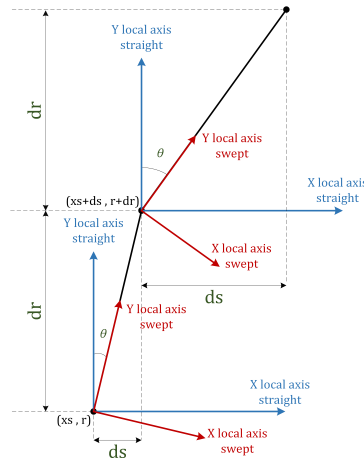
$$y = 1159.8x^6 - 4464.9x^5 + 7620x^4 - 6573.5x^3 + 3151.9x^2 - 704.65x + 48.133 \quad (4.9)$$



Σχήμα 4.13: Ψηφιοποιημένη κατανομή και προσέγγιση της οπισθόκλισης

Το παραπάνω πολυώνυμο δέχεται σαν όρισμα την αδιάστατη ακτινική θέση r_i/R_T και δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή της γωνίας που σχηματίζει το στραμμένο ως προς το ολικό σύστημα συντεταγμένων, σύμφωνα πάντα με την δεδομένη κατανομή. Αυτή η γωνία θ φαίνεται στο Σχήμα 4.14, ενώ η απόσταση ds που θα απέχει κατά τον x άξονα ο κάθε κόμβος της μέσης γραμμής, σε σχέση με τον επόμενο του θα είναι, σύμφωνα και με το σχήμα:

$$ds = dr \tan \theta_i \quad (4.10)$$



Σχήμα 4.14: Τοπικά συστήματα συντεταγμένων σε κάθε κόμβο

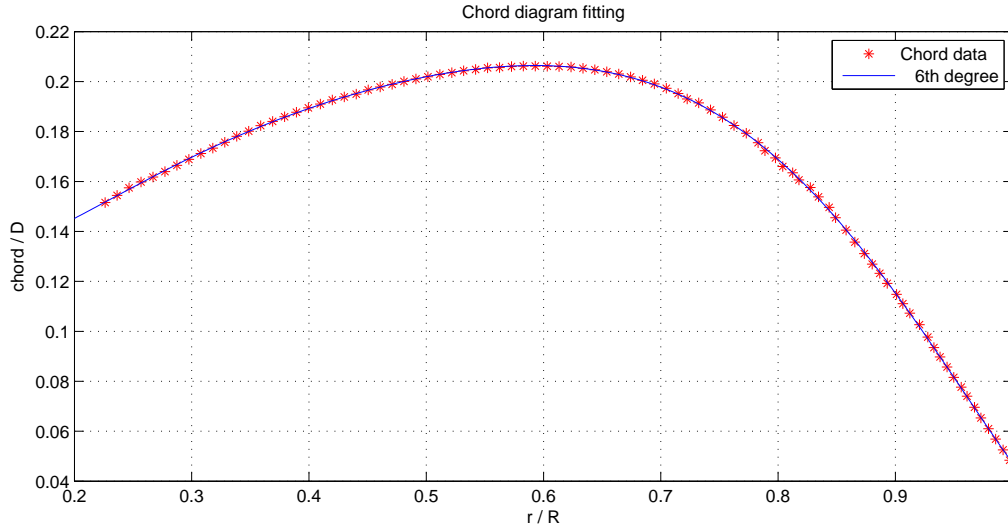
Επομένως, σε κάθε θέση i του πλέγματος, οι συντεταγμένες στο επίπεδο xz του εκάστοτε σημείου της μέσης γραμμής θα βρίσκονται από την αναδρομική σχέση:

$$\begin{bmatrix} s_{i+1} \\ z_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_i + ds \\ z_i + dr \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Εφόσον βρίσκονται οι συντεταγμένες κάθε σημείου της μέσης γραμμής, είναι δυνατή η εύρεση των συντεταγμένων της ακμής προσβολής καθώς και της ακμής εκφυγής. Η χορδή της αεροτομής κάθε ακτινικής θέσης τοποθετείται συμμετρικά ως προς το σημείο της μέσης γραμμής της ακτινικής αυτής θέσης. Σε κάθε βήμα επομένως, μετά τον υπολογισμό των συντεταγμένων της μέσης γραμμής, τοποθετείται το μήκος της χορδής το οποίο θα μοιραστεί ισομερώς γύρω από το σημείο της μέσης γραμμής, και θα μεταφερθεί ακτινικά κατά r_i και αξονικά κατά s_i .

Η δεδομένη κατανομή της χορδής ψηφιοποιήθηκε με το πρόγραμμα WEBPLOTDIGITIZER ενώ προσεγγίστηκε από πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού. Η πολυωνυμική προσέγγιση γραφικά παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.15, ενώ η μαθηματική έκφραση του πολυωνύμου είναι:

$$y = 6.7637x^6 - 21.572x^5 + 26.798x^4 - 17.026x^3 + 5.5718x^2 - 0.63777x + 0.14969 \quad (4.12)$$



Σχήμα 4.15: Ψηφιοποιημένη κατανομή και προσέγγιση των χορδών των αεροτομών

Η παραπάνω κατανομή, σε αντιστοιχία με αυτή της γωνίας οπισθόκλισης, δέχεται σαν όρισμα την αδιάστατη ακτινική θέση r_i/R_T και δίδει ως αποτέλεσμα την τιμή της χορδής c_i στο σημείο αυτό. Επομένως, η χορδή αυτή ισομοιράζεται γύρω από το σημείο της μέσης γραμμής. Με την διαδικασία αυτή, λοιπόν, κτίζεται το πτερύγιο του κινητήρα που μελετάται, με κάθε λωρίδα στις θέσεις r_i να είναι παράλληλη προς του ολικούς άξονες. Είναι δηλαδή:

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}_{\text{Leading Edge}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}c_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_i \\ r_i \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

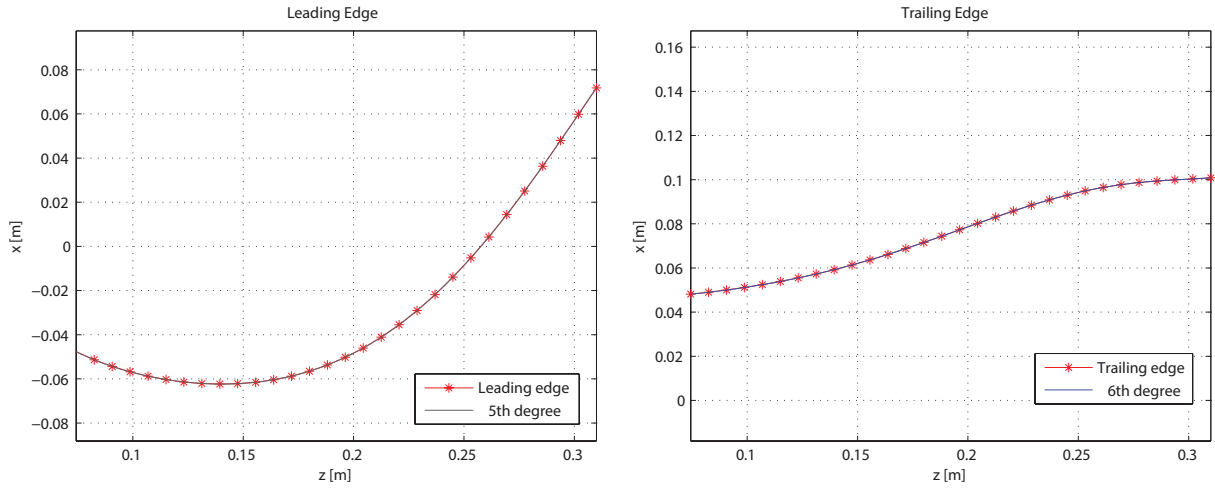
$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}_{\text{Trailing Edge}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_i \\ r_i \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Στο σημείο αυτό έχει κτιστεί η γεωμετρία με την οπισθόκλιση, αλλά όπως προαναφέρθηκε, οι λωρίδες που συνιστούν την γεωμετρία αυτή δεν έχουν στραφεί με την οπισθόκλιση, αλλά μόνο έχουν μεταφερθεί συνιστώντας έτσι την μέση γραμμή του πτερυγίου. Εφόσον λοιπόν τα δεδομένα αναφέρονται σε αεροτομές μη-στραμμένες, πρέπει να βρεθεί η κατανομή των χορδών καθώς και της γραμμής άνωσης στο στραμμένο πλέον σύστημα. Για την επίτευξη του στόχου αυτού γράφτηκε κώδικας στην γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN το οποίο εκτελεί την διαδικασία που παρουσιάζεται παρακάτω.

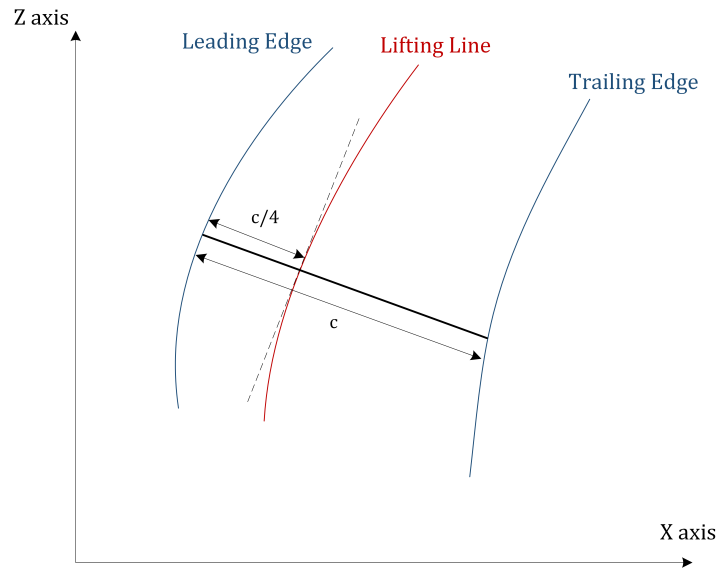
Ο παραπάνω κώδικας δέχεται σαν δεδομένα την γεωμετρία του πτερυγίου που βρέθηκε παραπάνω, και συγκεκριμένα, τις γραμμές που ενώνουν τις ακμές προσβολής και εκφυγής. Οι γεωμετρίες αυτές αφού βρέθηκαν με την διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω, προσεγγίζονται με πολυώνυμο και έτσι δίδονται σαν όρισμα στον κώδικα που αναπτύχθηκε. Η προσέγγιση αυτή φαίνεται στο Σχήμα 4.16. Έπειτα, αυτό που κάνει ο κώδικας αυτός είναι να βρίσκει σε κάθε θέση ένα σημείο εσωτερικό των δεδομένων γραμμών προσβολής και εκφυγής με δύο ιδιότητες. Η πρώτη ιδιότητα είναι πως αυτό το εσωτερικό σημείο θα απέχει συγκεκριμένη απόσταση από τις γραμμές των ορισμάτων, δηλαδή $c/4$, ή $c/2$ αναλόγως την περίπτωση που επιλέγεται. Όλα τα σημεία αυτά συνιστούν την γραμμή άνωσης, και η δεύτερη ιδιότητα που έχουν τα συγκεκριμένα αυτά σημεία είναι ότι η εφαπτομένη τους είναι κάθετη στην χορδή τους, δηλαδή βρίσκεται μία χορδή η οποία είναι κάθετη στην εφαπτομένη της γραμμής άνωσης. Με τις δύο αυτές ιδιότητες, οι οποίες γίνονται παραστατικά κατανοητές από το Σχήμα 4.17, το παραπάνω πρόγραμμα δίνει δύο κατανομές σαν έξοδο. Η πρώτη είναι η κατανομή της γραμμής άνωσης σε μορφή σημείων στο επίπεδο. Η δεύτερη κατανομή είναι τα σημεία που συνιστούν την ακμή προσβολής και εκφυγής κάθε σημείου στην γραμμή άνωσης. Σε κάθε κόμβο λοιπόν της κατανομής εξόδου της γραμμής άνωσης λαμβάνονται επίσης δύο σημεία τα οποία είναι η ακμή προσβολής και εκφυγής

της εκάστοτε λωρίδας. Έστω $(x_{L.E.}, z_{L.E.})$ οι συντεταγμένες στην ακμή προσβολής (Leading Edge), και $(x_{T.E.}, z_{T.E.})$ οι συντεταγμένες στην ακμή εκφυγής (Trailing Edge). Από τα σημεία αυτά υπολογίζεται η χορδή c_m η οποία προκύπτει ως εξής:

$$c_{m_i} = \sqrt{(x_{L.E.i} - x_{T.E.i})^2 + (z_{L.E.i} - z_{T.E.i})^2} \quad (4.15)$$

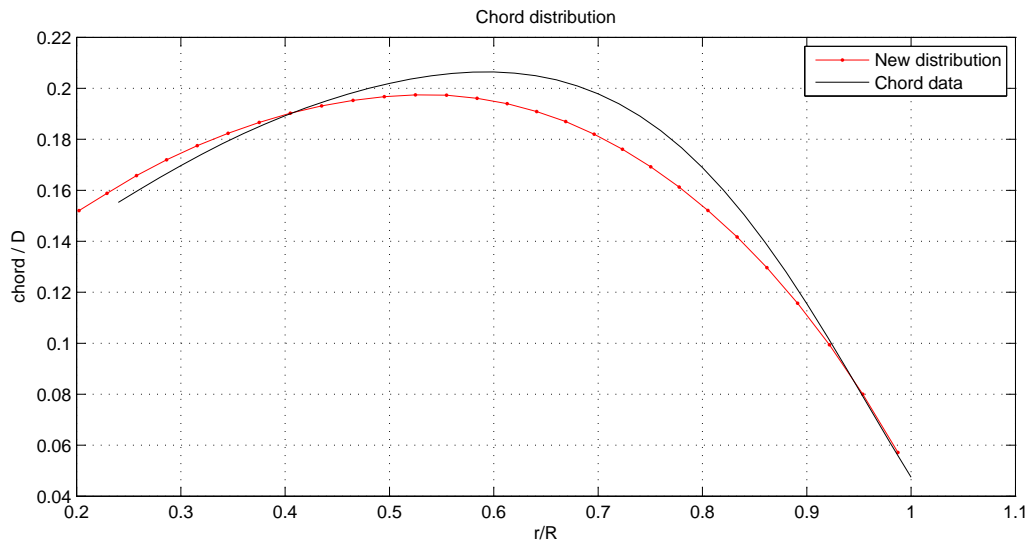


Σχήμα 4.16: Πολυωνυμική προσέγγιση γραμμών προσβολής και εκφυγής



Σχήμα 4.17: Ιδιότητες εσωτερικών σημείων γραμμής άνωσης του αναπτυχθέντος κώδικα

Και παρατίθεται στη συνέχεια στο Σχήμα 4.18 η νέα κατανομή χορδών που υπολογίστηκε από το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε. Η κατανομή αυτή χρησιμοποιείται σαν είσοδος στους κώδικες στις περιπτώσεις των στραμμένων λωρίδων των πτερυγίων.

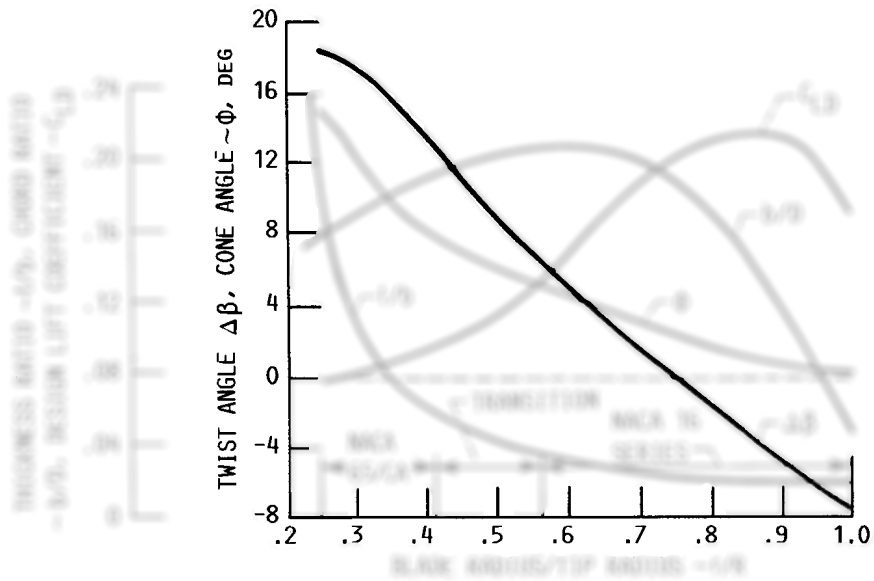


Σχήμα 4.18: Νέα κατανομή χορδών στο πτερύγιο

Με τον κώδικα αυτόν λοιπόν λαμβάνεται η κατανομή της γραμμής άνωσης και των χορδών που χρησιμοποιούνται σαν είσοδος στον κώδικα επίλυσης είτε με γραμμή άνωσης, είτε με στοιχεία πτερύγωσης, αλλά με την διαφορά ότι πλέον αφορούν το στραμμένο σύστημα αεροτομών, ενώ παράλληλα διατηρείται η ορθή γεωμετρία των γραμμών που σχηματίζουν οι ακμές προσβολής και εκφυγής, πράγμα που φαίνεται στην παρουσίαση των γεωμετρικών αποτελεσμάτων στην συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου.

4.3.3 Κατανομή κώνου (cone)

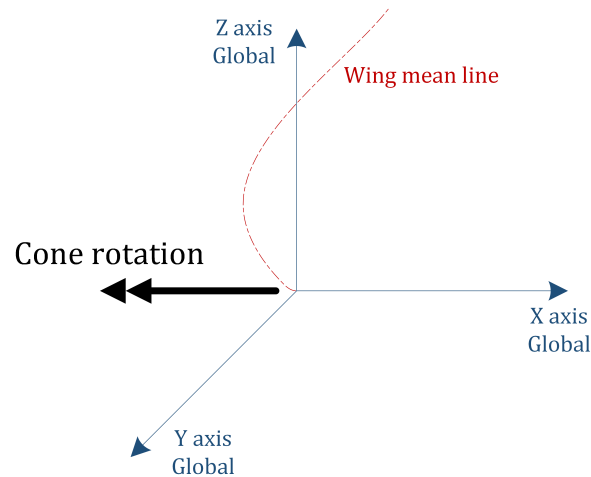
Το Σχήμα 4.19 παρουσιάζει απομονωμένο το διάγραμμα της γωνίας κώνου (cone angle) που έχει το πτερύγιο για συνθήκες πτήσης, και δίνει την κατανομή, σε μοίρες, της γωνίας κώνου φ συναρτήσει της αδιάστατης ακτινικής θέσης r/R_t .



Σχήμα 4.19: Δεδομένη κατανομή γωνίας κώνου του πτερυγίου

Η γωνία κώνου είναι ένα γεωμετρικό χαρακτηριστικό του πτερυγίου το οποίο, κατά τους ορισμένους άξονες, επιβάλλει μία περιστροφή γύρω από τον άξονα x [9]. Το διάνυσμα της περιστροφής αυτής φαίνεται στο Σχήμα 4.20. Όμως, στα πλαίσια του κώδικα γραμμής άνωσης και στοιχείων πτερύγωσης που αναπτύχθηκε

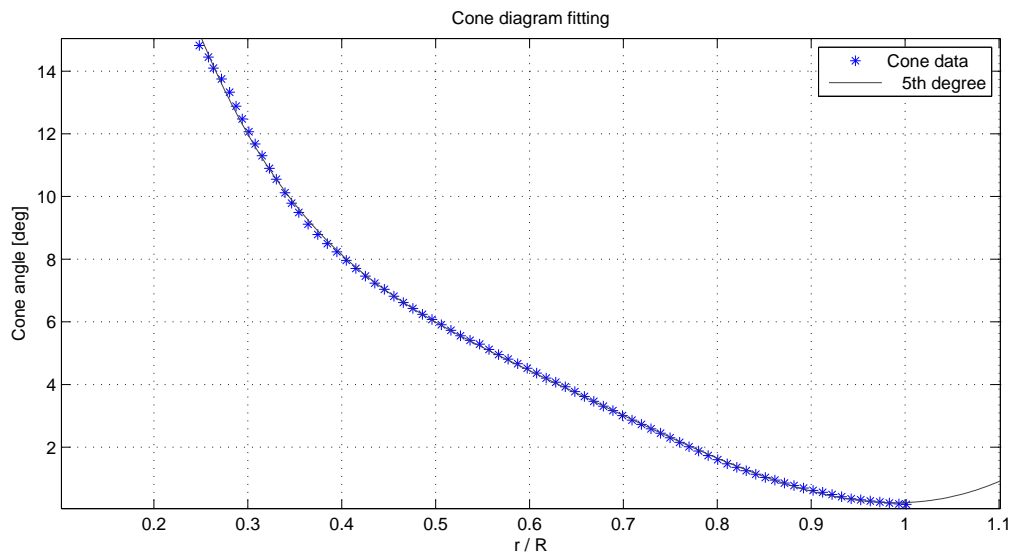
για την παρούσα διπλωματική εργασία, το στοιχείο της κωνικότητας του πτερυγίου εισάγεται με τη μορφή μετατόπισης κατά τον y άξονα. Για την εισαγωγή λοιπόν στον κώδικα της εν λόγω κατανομής, αναπτύχθηκε κώδικας στο πρόγραμμα MATLAB, το οποίο μετατρέπει την γωνιακή περιστροφή σε αξονική απόσταση, με λογική ίδια με αυτή που έγινε για την κατανομή της οπισθόκλισης. Το πρόγραμμα αυτό αναλύεται στις παρακάτω γραμμές.



Σχήμα 4.20: Διάγραμμα περιστροφής γωνία κώνου κατά τους άξονες συντεταγμένων

Αρχικά, όμοια με τις υπόλοιπες κατανομές, και η κατανομή αυτή ψηφιοποιήθηκε με χρήση του WEBPLOT-DIGITIZER ψηφιοποιήθηκε η κατανομή και προσεγγίστηκε με πολυώνυμο 5^{ου} βαθμού. Η ψηφιοποιημένη κατανομή και το πολυώνυμο που την προσεγγίζει φαίνονται σε μορφή διαγράμματος στο Σχήμα 4.21, ενώ το πολυώνυμο που επιλέχθηκε δίδεται από την σχέση:

$$y = -130.9x^5 + 578.39x^4 - 955.02x^3 + 756.25x^2 - 305.49x + 56.992 \quad (4.16)$$



Σχήμα 4.21: Ψηφιοποιημένη κατανομή και προσέγγιση της κατανομής γωνίας κώνου του πτερυγίου

Η διαδικασία υπολογισμού εκκινεί, όπως και στην οπισθόκλιση, με την υπόθεση ότι για την ακτινική θέση $r_0 = R_H$ η μετατόπιση εξαιτίας της γωνίας κώνου είναι μηδενική. Κατά την ακτινική θέση επιλέγονται n ισαπέχοντες κόμβοι. Ο υπολογισμός της μετατόπισης εξαιτίας της γωνίας κώνου γίνεται εντός επαναληπτικού βρόχου όπου σε κάθε επανάληψη υπολογίζεται η μετατόπιση συναρτήσει του προηγούμενου κόμβου, μέσω αναδρομικής σχέσης, και η διαδικασία είναι ίδια με αυτή που ακολουθείται στην περίπτωση της οπισθόκλισης. Δηλαδή εάν φ_i η γωνία που λαμβάνεται από την κατανομή της γωνίας κώνου του Σχήματος 4.21, τότε οι

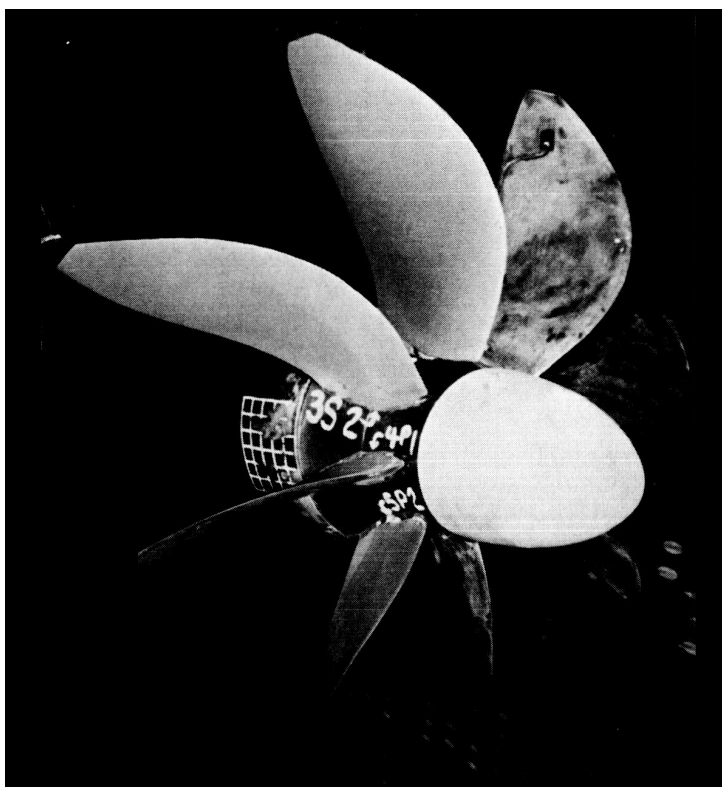
συντεταγμένες της μέσης γραμμής στο επίπεδο yz θα είναι:

$$\begin{bmatrix} y_{i+1} \\ z_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i + dy \\ z_i + dz \end{bmatrix}, \text{ όπου } dy = dr \tan \varphi_i \quad (4.17)$$

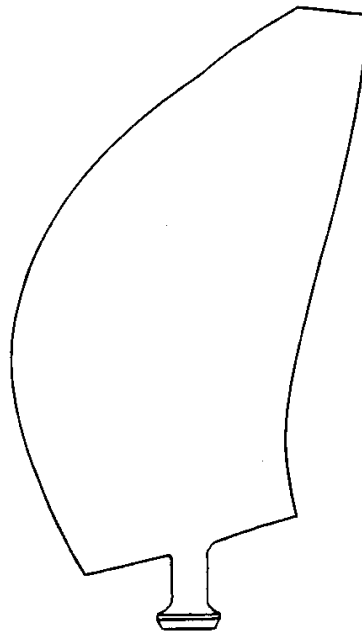
4.4 Γεωμετρικά αποτελέσματα

Στο σημείο αυτό κρίνεται χρήσιμη η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την παραπάνω γεωμετρική ανάλυση. Παρουσιάζονται λοιπόν τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά τη διάρκεια του κτισίματος της γεωμετρίας από την αρχή με τα δεδομένα που βρέθηκαν στην βιβλιογραφία. Το προκαταρκτικό αυτό κτίσιμο έγινε με σκοπό την πιστοποίηση της γεωμετρίας που συντέθηκε συγκρίνοντας την με αυτή που έχει το πτερύγιο στην πραγματικότητα. Επίσης, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω βοήθησαν στο να γίνει κατανοητό το σύστημα συντεταγμένων στο οποίο δόθηκαν τα δεδομένα, αφού βάσει ορισμένων συγκρίσεων προκύπτουν χρήσιμες πληροφορίες. Από την σύγκριση αυτή των γεωμετριών και τα αποτελέσματα που έδωσαν τα τρεξίματα από τους κώδικες που αναπτύχθηκαν αποσαφηνίζονται οι όποιες ασάφειες έχουν δημιουργηθεί αναφορικά με τα δεδομένα της βιβλιογραφίας. Η γεωμετρία που κτίστηκε στο παρόν εδάφιο έγινε με χρήση του προγράμματος MATLAB.

Αρχικά, στο Σχήμα 4.22 φαίνεται το μοντέλο της πτερωτής το οποίο εισήχθη στην αεροσφάρα για δοκιμές, του οποίου τα πειραματικά αποτελέσματα πρέπει να προσεγγιστούν βάσει των προγραμμάτων που αναπτύχθηκαν. Στη συνέχεια, ακολουθεί το Σχήμα 4.23 το οποίο παρουσιάζει ένα διάγραμμα με το πτερύγιο του κινητήρα για το οποίο έχουν δοθεί τα δεδομένα που λήφθηκαν υπόψιν και παρουσιάστηκαν παραπάνω. Να τονιστεί σε αυτό το σημείο ότι το Σχήμα 4.23 αποτυπώνει το πτερύγιο στους άξονες xz επομένως δεν είναι δυνατόν να αποτυπωθεί από αυτή την όψη η κατανομή της συστροφής.



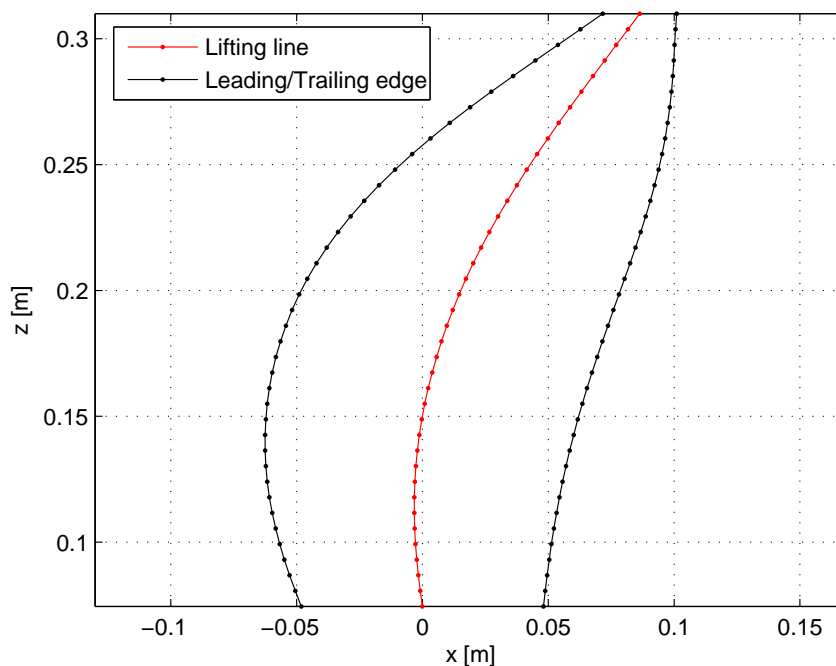
Σχήμα 4.22: Μοντέλο κινητήρα SR-7A στην αεροσφάρα [6]



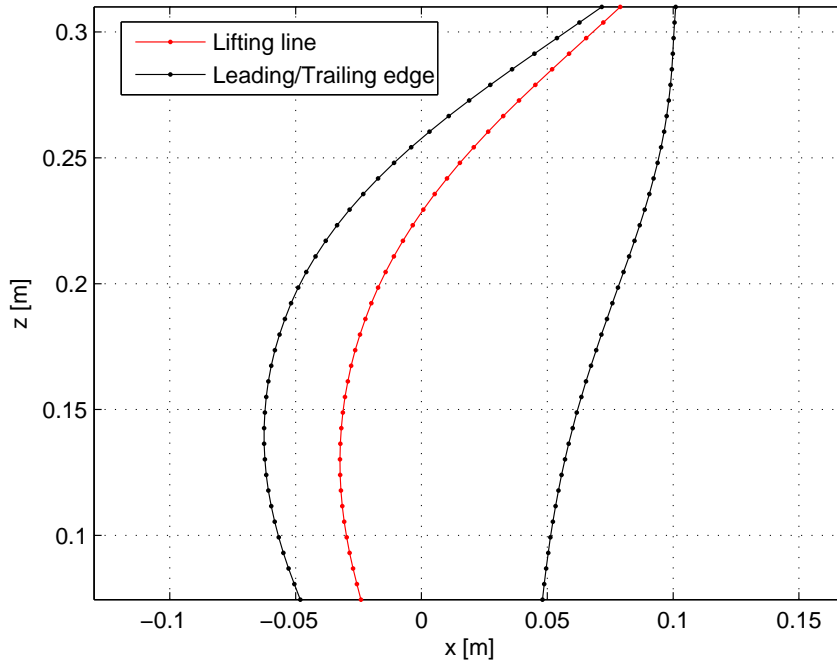
Σχήμα 4.23: Πτερύγιο SR-7A [6]

4.4.1 Μέση γραμμή και γραμμή άνωσης

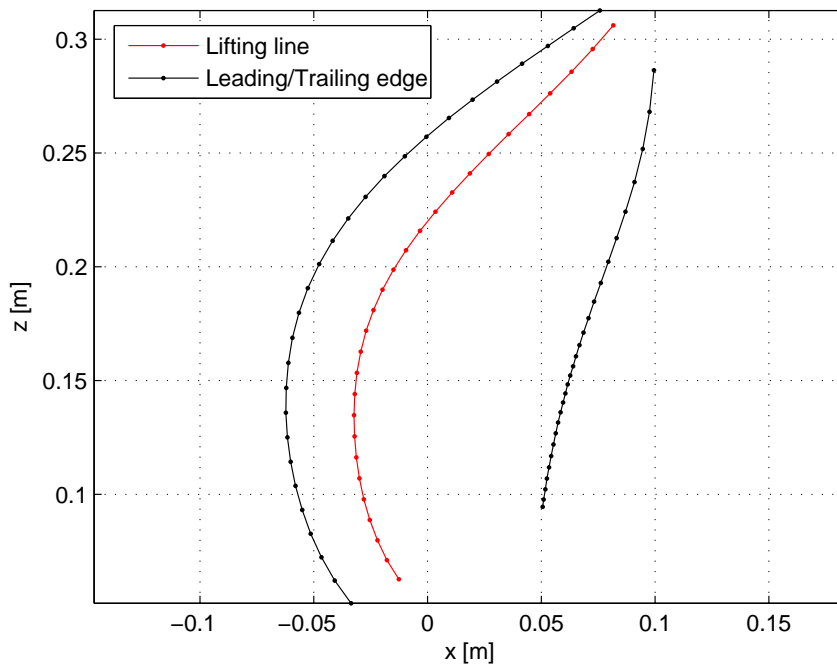
Σαν πρώτο αποτέλεσμα παρουσιάζεται η μέση γραμμή του πτερυγίου που υπολογίστηκε από τα δεδομένα της βιβλιογραφίας, καθώς και η γραμμή άνωσης όπως αυτή βρέθηκε μέσω του προγράμματος που αναπτύχθηκε. Στα Σχήματα 4.24 και 4.25 παρουσιάζεται η γραμμή άνωσης του πτερυγίου όπως υπολογίστηκε με τον τρόπο που περιγράφεται στο προηγούμενο εδάφιο και η ίδια γραμμή τοποθετημένη στη θέση $c/4$, με τις λωρίδες που συντελούν το πτερύγιο παράλληλες με τους ολικούς άξονες. Στο Σχήμα 4.26 παρουσιάζεται η γραμμή άνωσης όπως βρέθηκε από τον κώδικα που αναπτύχθηκε, δηλαδή με στραμμένες τις λωρίδες, και για απόσταση $c/4$ από την ακμή προσβολής, ενώ στο Σχήμα 4.27 τέθηκε η απόσταση αυτή ίση με $c/2$.



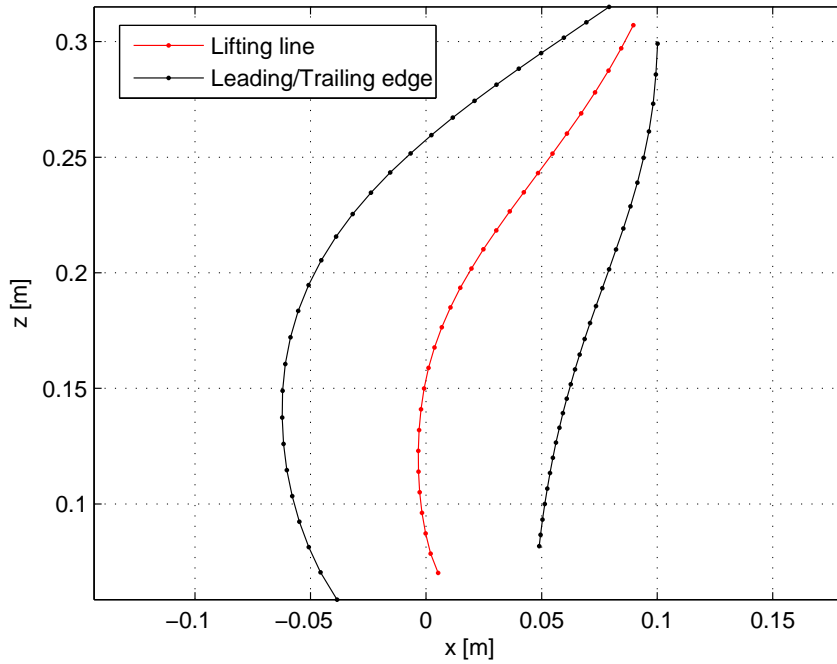
Σχήμα 4.24: Μέση γραμμή του πτερυγίου



Σχήμα 4.25: Μέση γραμμή του πτερυγίου



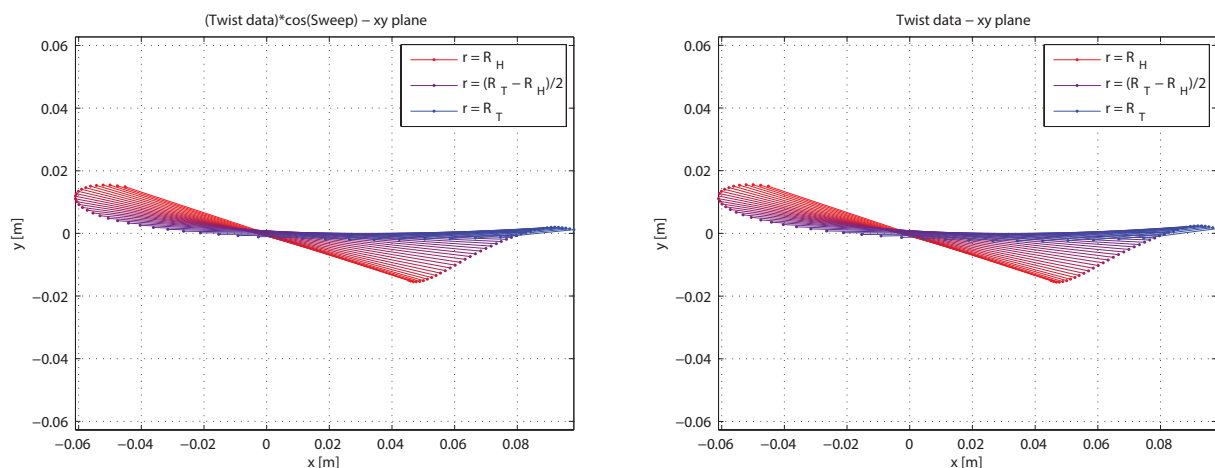
Σχήμα 4.26: Γραμμή άνωσης τοποθετημένη στα $c/4$ της χορδής



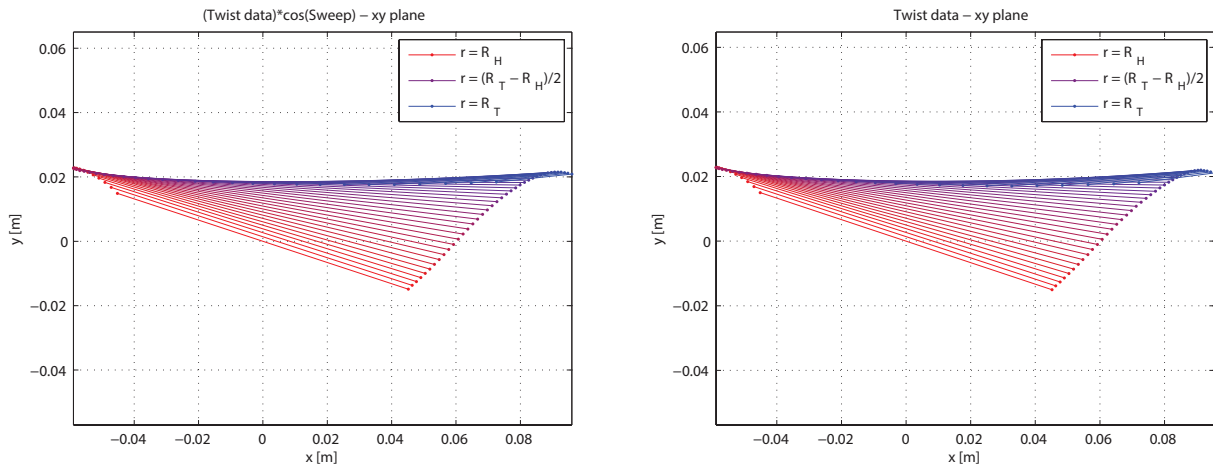
Σχήμα 4.27: Γραμμή άνωσης τοποθετημένη στα $c/2$ της χορδής

4.4.2 Επίπεδο xy

Έπειτα παρουσιάζεται η κατανομή της συστροφής που προέκυψε. Παρουσιάζονται λοιπόν πάλι δύο σχήματα, το 4.28 και το 4.29. Στο πρώτο φαίνεται η συστροφή του πτερυγίου όταν δεν έχει ακόμα εισαχθεί η μετατόπιση λόγω της γωνίας κώνου, επομένως υπάρχει μόνο η μετατόπιση της μέσης γραμμής κατά τον x άξονα, ενώ στο δεύτερο παρουσιάζεται η συστροφή έχοντας εισαχθεί και η μετατόπιση κατά τον άξονα y λόγω της γωνίας κώνου. Κάθε σχήμα παρουσιάζει επίσης δύο περιπτώσεις. Οι περιπτώσεις αυτές είναι το ζήτημα που παρουσιάστηκε στο σχετικό εδάφιο, δηλαδή η δεδομένη κατανομή της συστροφής πολλαπλασιασμένη με το συνημίτονο της οπισθόκλισης, η οποία εισάγεται στον κώδικα όταν τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων στρέφονται, και η περίπτωση της απευθείας εισαγωγής της κατανομής της συστροφής που χρησιμοποιείται όταν τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων τίθενται παράλληλα με τους ολικούς άξονες.



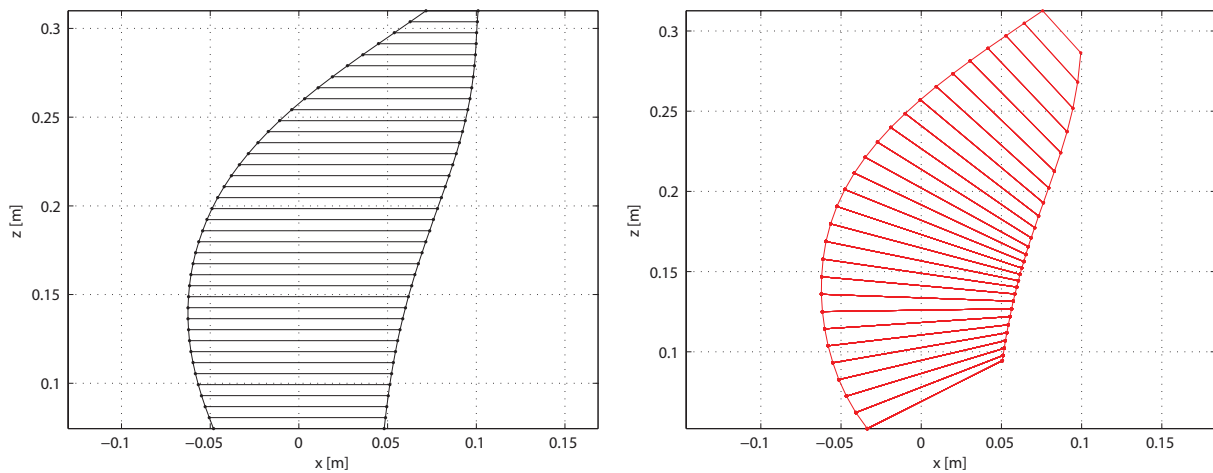
Σχήμα 4.28: Κατανομές συστροφής χωρίς μετατόπιση κατά y λόγω γωνίας κώνου



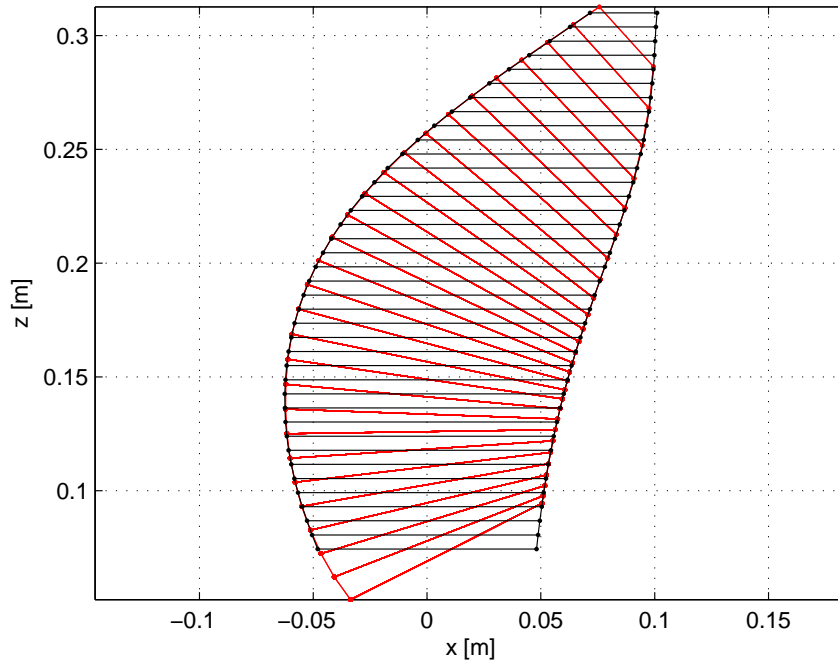
Σχήμα 4.29: Κατανομές συστροφής με μετατόπιση κατά y λόγω γωνίας κώνου

4.4.3 Επίπεδο xz

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι προκύπτουσες γεωμετρίες στο επίπεδο xz . Στο επίπεδο αυτό γίνεται πλήρως κατανοητή η διαφοροποίηση που περιγράφηκε σχετικά με στραμμένα και μη συστήματα συντεταγμένων. Παρουσιάζονται δύο σχήματα στα οποία φαίνονται οι δύο περιπτώσεις που παρουσιάστηκαν στο εδάφιο που αναλύεται η κατανομή της οπισθόκλισης. Στο ένα παρουσιάζονται οι γεωμετρίες που αναπτύχθηκαν με στραμμένα και μη τοπικά συστήματα συντεταγμένων, και στο άλλο παρουσιάζονται οι δύο γεωμετρίες ταυτόχρονα, για να γίνει σαφές πως οι γραμμές προσβολής και εκφυγής παραμένουν οι ίδιες, και το μόνο που μεταβάλλεται είναι ο τρόπος που τοποθετούνται οι λωρίδες που συνιστούν το πτερύγιο. Στο Σχήμα 4.30, λοιπόν, φαίνονται οι γεωμετρίες που κτίζονται. Η μία από απευθείας εισαγωγή των δεδομένων, δηλαδή τα παράλληλα τοπικά συστήματα συντεταγμένων ως προς τους ολικούς άξονες, και η άλλη στην οποία τα τοπικά συστήματα είναι στραμμένα ως προς τα ολικά. Στο Σχήμα 4.31 παρουσιάζονται οι δύο γεωμετρίες μαζί.



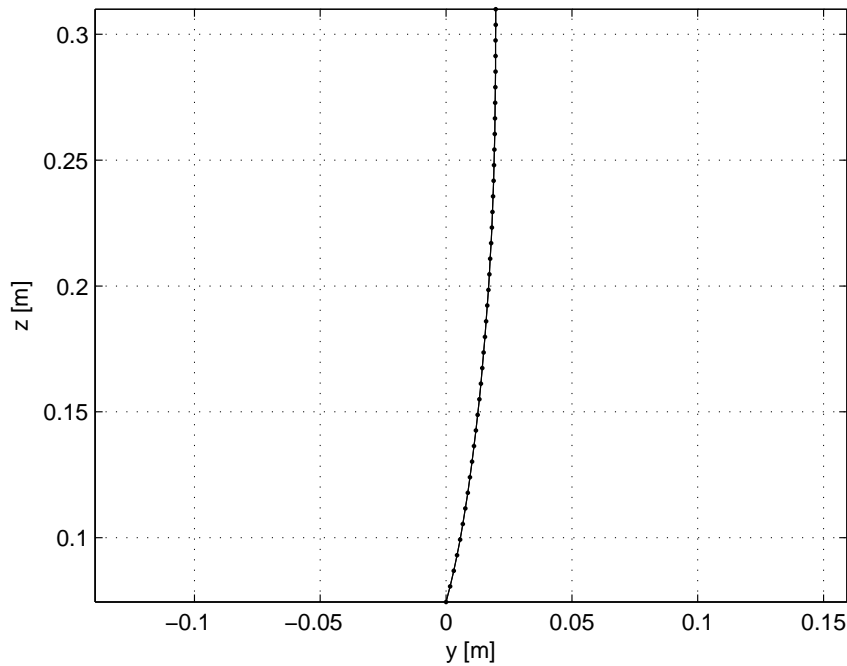
Σχήμα 4.30: Γεωμετρίες στο επίπεδο xz



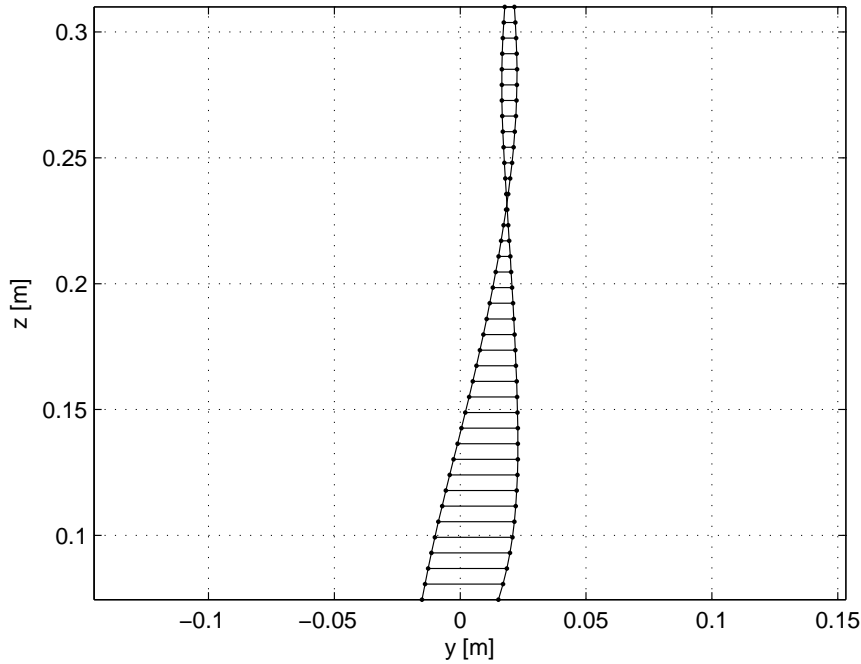
Σχήμα 4.31: Σύγκριση γεωμετριών στο επίπεδο xz

4.4.4 Επίπεδο yz

Τέλος, γίνεται μία παρουσίαση της γεωμετρίας στο επίπεδο yz για να γίνει φανερή και η ύπαρξη γωνίας κώνου στο πτερύγιο. Στο επίπεδο αυτό δεν είναι αναγκαία η παρουσίαση και των δύο γεωμετριών εφόσον η κατανομή του κώνου θεωρήθηκε η ίδια και στις δύο. Η περίπτωση που παρουσιάζεται είναι αυτή των ευθείων τοπικών συστημάτων. Το Σχήμα 4.32 παρουσιάζει την γεωμετρία χωρίς να έχει τοποθετηθεί η συστροφή, ενώ η γεωμετρία στο Σχήμα 4.33 έχει και συστροφή.

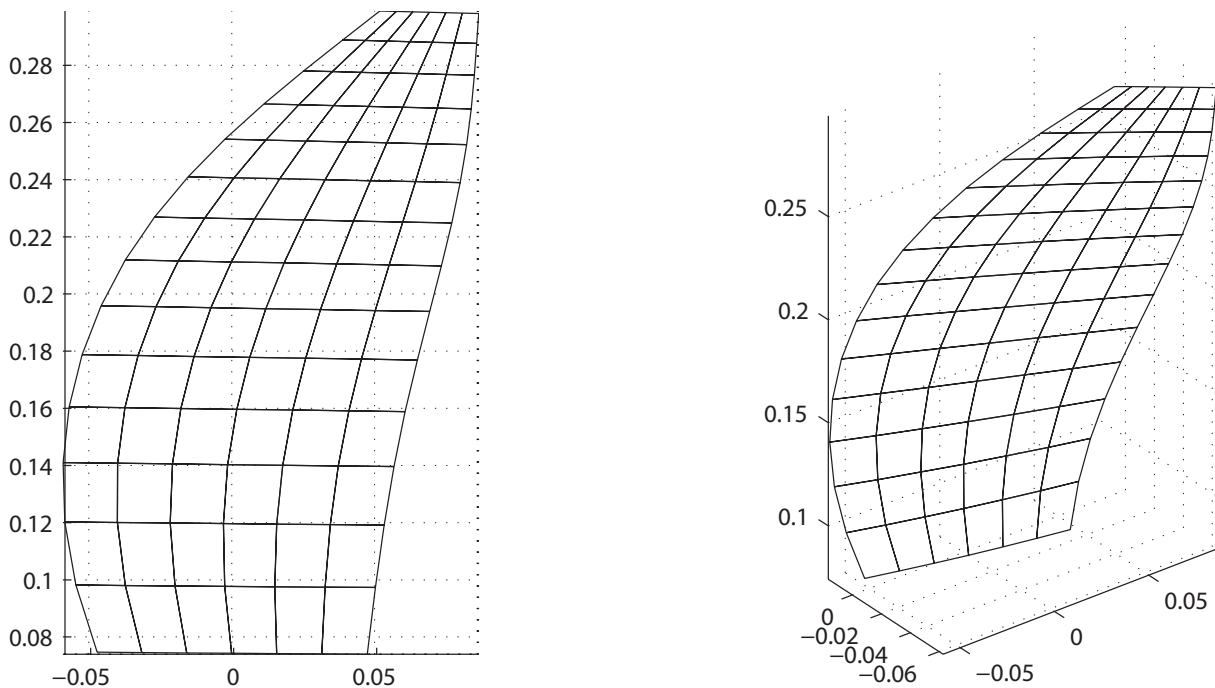


Σχήμα 4.32: Γεωμετρίες στο επίπεδο yz χωρίς συστροφή

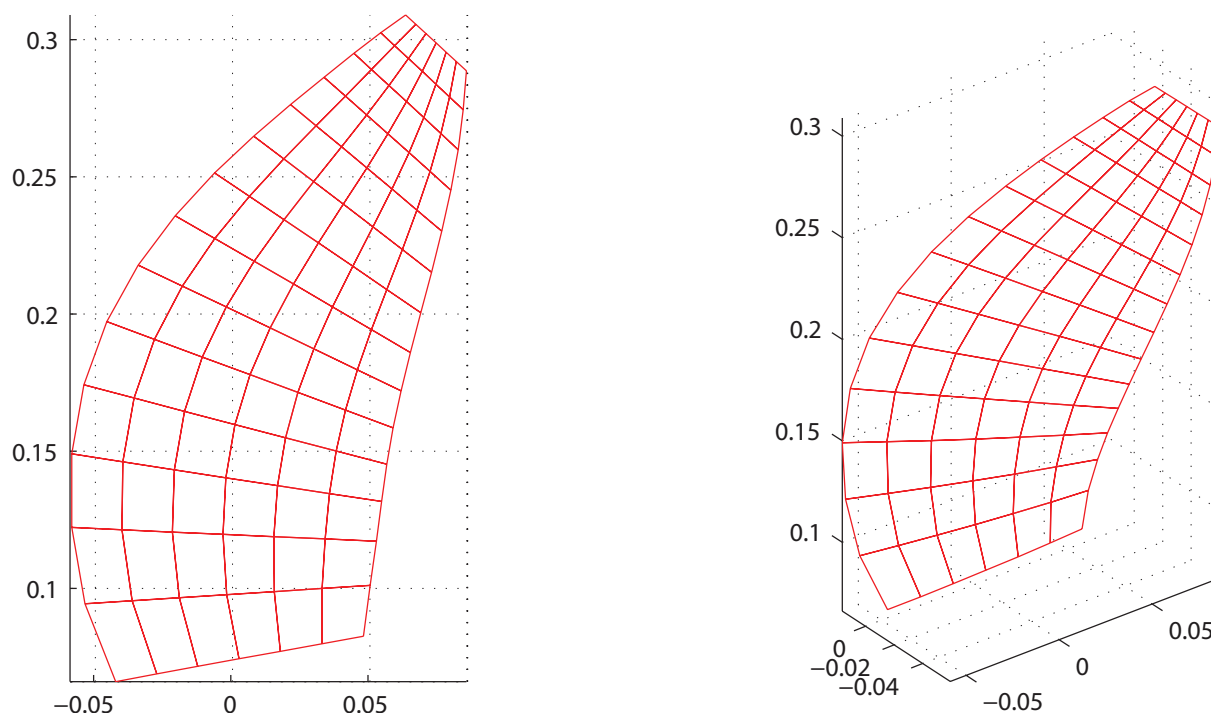
Σχήμα 4.33: Γεωμετρίες στο επίπεδο yz με συστροφή

4.4.5 Γεωμετρίες από το πρόγραμμα GENUVP

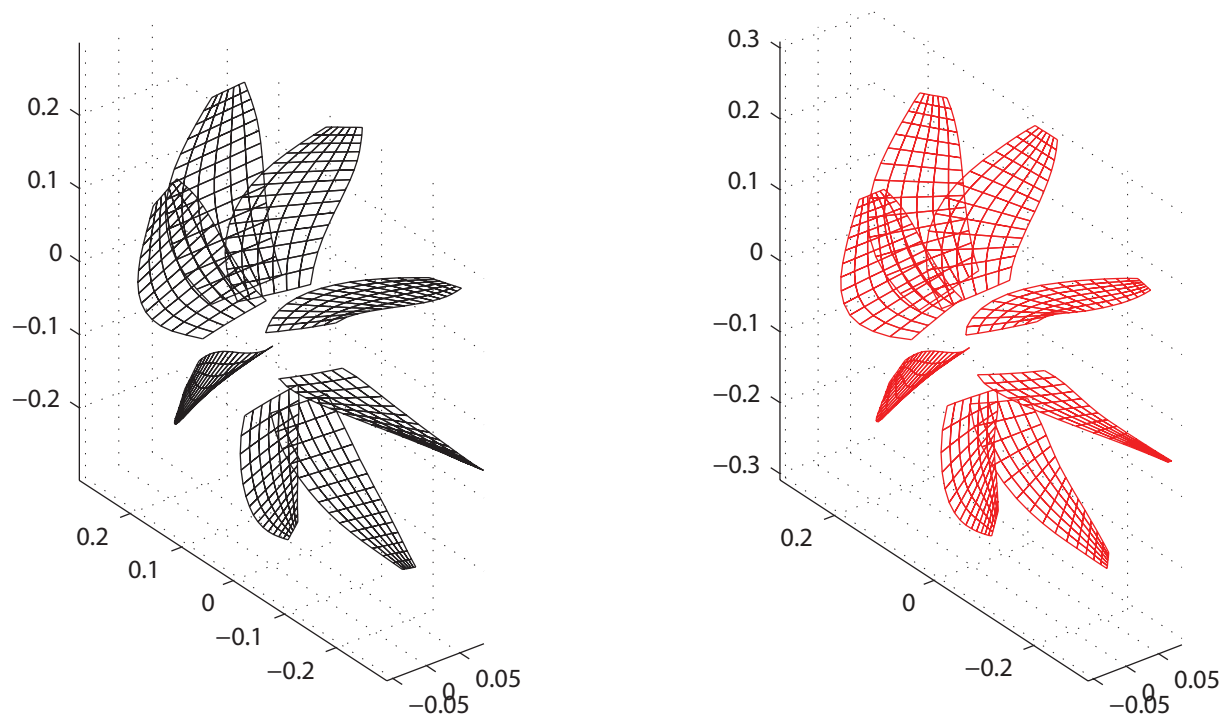
Στο σημείο αυτό θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την χρήση του κώδικα του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π. GENUVP. Παρατίθεται λοιπόν το τρισδιάστατο πτερύγιο που προέκυψε από το πρόγραμμα αυτό, στις δύο περιπτώσεις που μελετήθηκαν παραπάνω, δηλαδή με στραμμένες και μη λωρίδες. Γίνεται φανερό από τα παρακάτω σχήματα πως οι γεωμετρίες είναι όμοιες και η μόνη τους διαφορά είναι ο τρόπος τοποθέτησης των λωρίδων που απαρτίζουν το πτερύγιο. Τέλος, γίνεται και παράθεση ολόκληρου του μοντέλου της πτερωτής του κινητήρα και στις δύο περιπτώσεις, η οποία απαρτίζεται από 8 πτερύγια.



Σχήμα 4.34: Γεωμετρία από GENUVP με παράλληλες λωρίδες



Σχήμα 4.35: Γεωμετρία από GENUVP με στραμμένες λωρίδες



Σχήμα 4.36: Γεωμετρία ολόκληρου του κινητήρα από GENUVP

4.5 Αεροδυναμικά στοιχεία

Από την θεωρητική προσέγγιση των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν γίνεται κατανοητό πως είναι απαραίτητη η εισαγωγή δεδομένων για τους συντελεστές άωσης C_L , οπισθέλκουσας C_D , και ροπής C_M συναρτήσει των γωνιών πρόσπτωσης για κάθε αεροτομή. Οι αεροτομές που έχει το πτερύγιο που μελετάται είναι δύο, και φαίνονται στο Σχήμα 4.3. Όπως παρατηρείται στο εν λόγω σχήμα, στην ρίζα του πτερυγίου μέχρι και την αδιάστατη θέση $r/R_T \simeq 0.4$ υπάρχει η αεροτομή NACA 65/CA, ενώ από $r/R_T \simeq 0.55$ έως και το ακροπτερύγιο υπάρχει η NACA 16. Η μεταβατική περιοχή (transition) ενδιάμεσα στις δύο αυτές δεδομένες κατανομές αποτελείται από γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δύο αεροτομών που συνδέει.

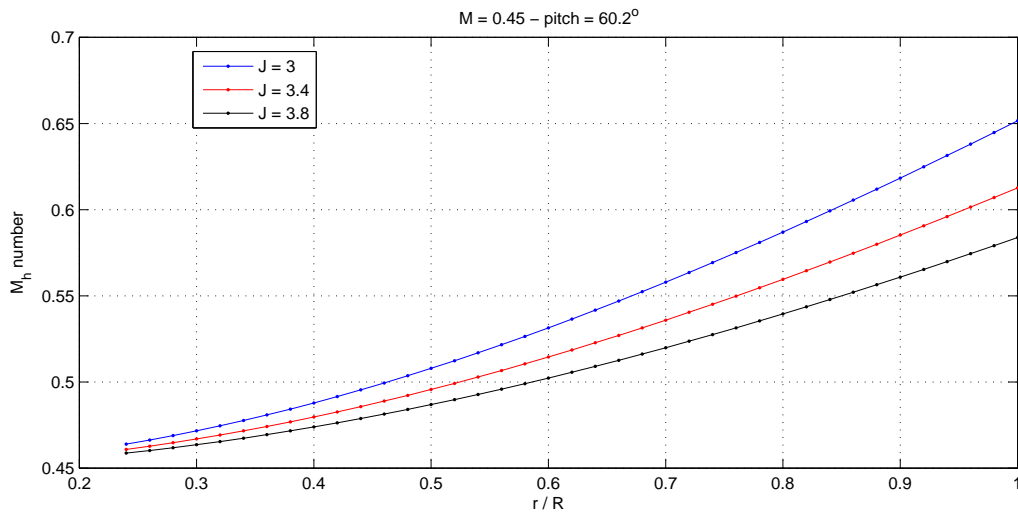
Ως εύρος γωνιών πρόσπτωσης α στο οποίο δίδονται τα δεδομένα C_L , C_D και C_M επιλέγεται το $[-10^\circ, 10^\circ]$, καθώς οι γωνίες πρόσπτωσης σε κάθε θέση είναι μικρές και δεν έχουν αποκλίσεις εκτός αυτού του εύρους. Εκτός όμως από το εύρος γωνιών στο οποίο χρειάζονται δεδομένα για τους παραπάνω συντελεστές, είναι απαραίτητο να δοθεί και ένα εύρος αριθμών Mach, επομένως δίδονται κατανομές $C_L - \alpha$, $C_D - \alpha$ και $C_M - \alpha$ και για διάφορους αριθμούς Mach. Η παραμετροποίηση του αριθμού Mach είναι απαραίτητη διότι εφόσον εξετάζεται η περίπτωση πτερυγίου προπέλας αεροσκάφους, υπάρχει σαν δεδομένο ο Mach πτήσης, αυτό όμως δεν σημαίνει ότι κατά την ακτινική διεύθυνση ο αριθμός αυτός είναι σταθερός και ίσος με αυτόν της πτήσης, αλλά ακολουθεί μία κατανομή, η οποία εξαρτάται από την εκάστοτε ακτινική θέση, καθώς και από τον λόγο προχώρησης, ο οποίος ορίζεται ως:

$$J = \frac{U_\infty}{nD} = \frac{M_\infty \sqrt{\gamma R T_\infty}}{nD} \quad (4.18)$$

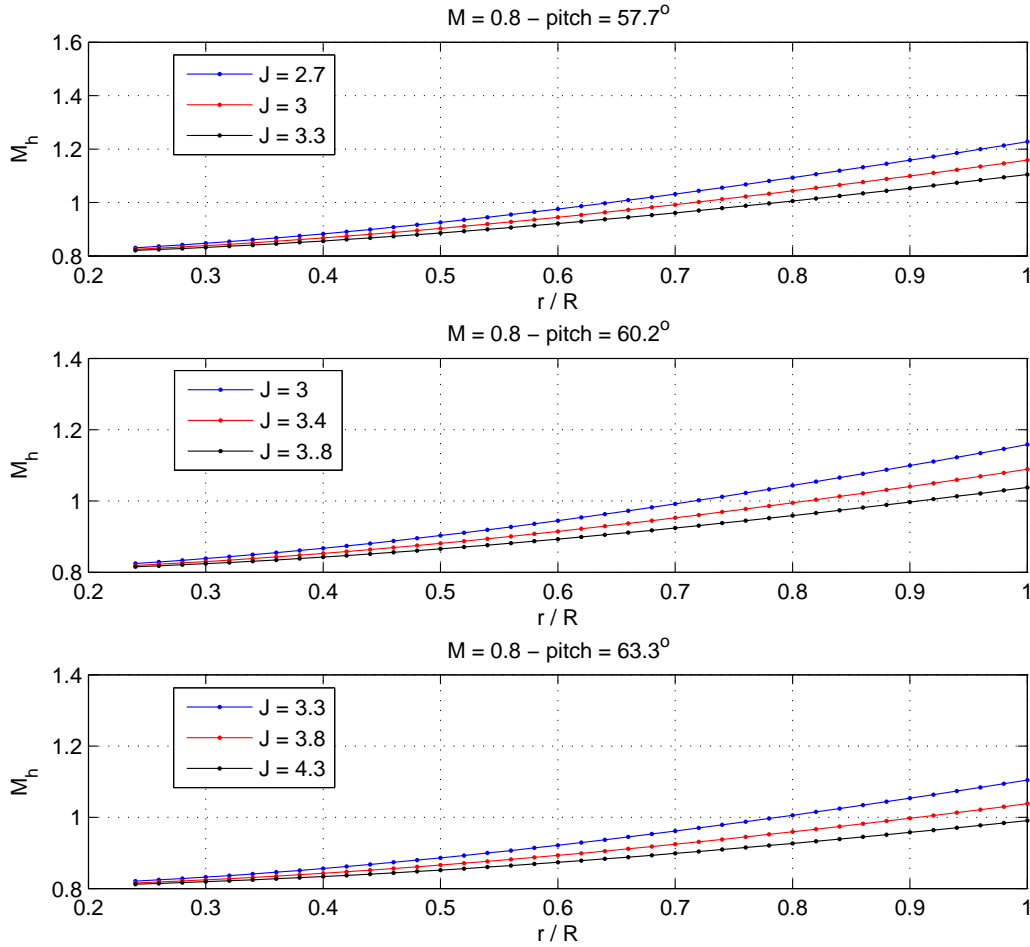
Όπου γ , R και T_∞ έχουν υπολογιστεί στην αρχή του παρόντος κεφαλαίου βάσει των δεδομένων συνθηκών πτήσης, ενώ το μέγεθος n είναι οι στροφές στις οποίες περιστρέφεται ο κινητήρας σε Hz . Ο τοπικός αριθμός Mach σε κάθε ακτινική θέση της έλικας M_h (helical Mach number), σε σχέση με τα υπόλοιπα μεγέθη που αναφέρονται παραπάνω είναι:

$$M_h = M_\infty \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi r}{JD}\right)^2} \quad (4.19)$$

Και στα Σχήματα 4.37 και 4.38 παρουσιάζονται οι κατανομές κατά την ακτινική διεύθυνση στις περιπτώσεις $M = 0.45$ και $M = 0.8$ αντιστοίχως. Για $M = 0.45$ φαίνεται η περίπτωση γωνίας βήματος $\beta = 60.2^\circ$, ενώ για $M = 0.8$ παρουσιάζονται οι περιπτώσεις τριών γωνιών βήματος $\beta = 57.7^\circ, 60.2^\circ, 63.3^\circ$.



Σχήμα 4.37: Κατανομή αριθμού M_h κατά μήκος του πτερυγίου για $M_\infty = 0.45$



Σχήμα 4.38: Κατανομή αριθμών M_h κατά μήκος του πτερυγίου για $M_\infty = 0.8$ και διάφορες γωνίες βήματος

Όπως γίνεται φανερό, όσον αφορά την θεωρητική προσέγγιση της ροής, ο αριθμός M_h δεν είναι σταθερός, και όσο αυξάνεται ο M_∞ ξεπερνάει και τη μονάδα, και άρα τοπικά υπάρχουν συνθήκες υπερηχητικής πτήσης. Επιλέγονται λοιπόν οι διάφορες τιμές του Mach για τις οποίες θα γίνει εισαγωγή δεδομένων στα C_L , C_D , C_M . Είναι $M_\infty = [0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2, 1.5]$ με τους οποίους καλύπτεται όλο το φάσμα στο οποίο κινούνται οι τοπικοί αριθμοί M_h .

Σαν πρώτη προσέγγιση για τον συντελεστή άνωσης, ο οποίος έχει και την μεγαλύτερη επίδραση στα αποτελέσματα από τους υπόλοιπους συντελεστές, έγινε ένας υπολογισμός μέσω της γραμμικής θεωρίας Prandtl - Glauert. Η θεωρία αυτή υποθέτει γραμμική κατανομή σταθερής κλίσης του C_L συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης επομένως δεν λαμβάνει υπόψιν την αποκόλληση της ροής η οποία αυξάνει σε πολύ μεγάλο βαθμό καθώς αυξάνεται ο αριθμός Mach και πλησιάζει στη μονάδα, πράγμα που στην περίπτωση που μελετάται στην παρούσα διπλωματική συμβαίνει και δε μπορεί να αγνοηθεί. Η γραμμική θεωρία αεροτομών λοιπόν, δίνει τον συντελεστή άνωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης βάσει της παρακάτω σχέσης για $M_\infty < 1$:

$$C_L = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}(\alpha - \alpha_0) \quad (4.20)$$

Ενώ για $M_\infty > 1$ γίνεται ακριβώς η ίδια προσέγγιση αλλά χρησιμοποιείται η γραμμική σχέση επίπεδης πλάκας σε ροή:

$$C_L = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}(\alpha - \alpha_0) \quad (4.21)$$

Στις παραπάνω σχέσεις α_0 είναι η γωνία μηδενικής άνωσης της εκάστοτε αεροτομής, δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης στην οποία η αεροτομή δεν παράγει δύναμη άνωσης. Η γωνία αυτή είναι συνάρτηση της γραμμής

camber της κάθε αεροτομής. Για κάθε αεροτομή λαμβάνονται οι αδιάστατες συντεταγμένες (ξ, η) που την συνθέτουν, και η κατανομή των τεταγμένων η δίνει την γραμμή camber. Η ζητούμενη γωνία α_0 λοιπόν δίνεται από την σχέση:

$$\alpha_0 = -2\eta_{\max} \quad (4.22)$$

Για τις αεροτομές NACA 16 βρέθηκαν από την βιβλιογραφία [] οι αδιάστατες συντεταγμένες και συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε η NACA 16-006, η οποία έχει μέγιστο πάχος 6% στο μέσον της χορδής της. Όλες οι αεροτομές της οικογένειας NACA 16 είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα ξ επομένως η τεταγμένη η σε κάθε θέση είναι μηδενική, πράγμα που σημαίνει και μηδενική γωνία μηδενικής άνωσης βάσει της ανωτέρω σχέσης. Για τις αεροτομές NACA 65/CA δεν βρέθηκε η αδιάστατη κατανομή, επομένως δημιουργήθηκε. Είναι γνωστό ότι η μέση γραμμή της αεροτομής είναι τόξο κύκλου (CA - Circle Arc), επομένως η εξίσωση της γραμμής camber της είναι:

$$\eta(\xi) = 4\eta_{\max}(\xi - \xi^2) \quad (4.23)$$

Έπειτα από σχετική διερεύνηση σχετικά με το ποια τιμή του η_{\max} δίνει γωνία μηδενικής άνωσης τέτοια ώστε να προσεγγίζονται καλύτερα τα πειραματικά αποτελέσματα, θεωρήθηκε $\eta_{\max} = 1.1\%$. Επομένως, με αυτή την γραμμή camber είναι:

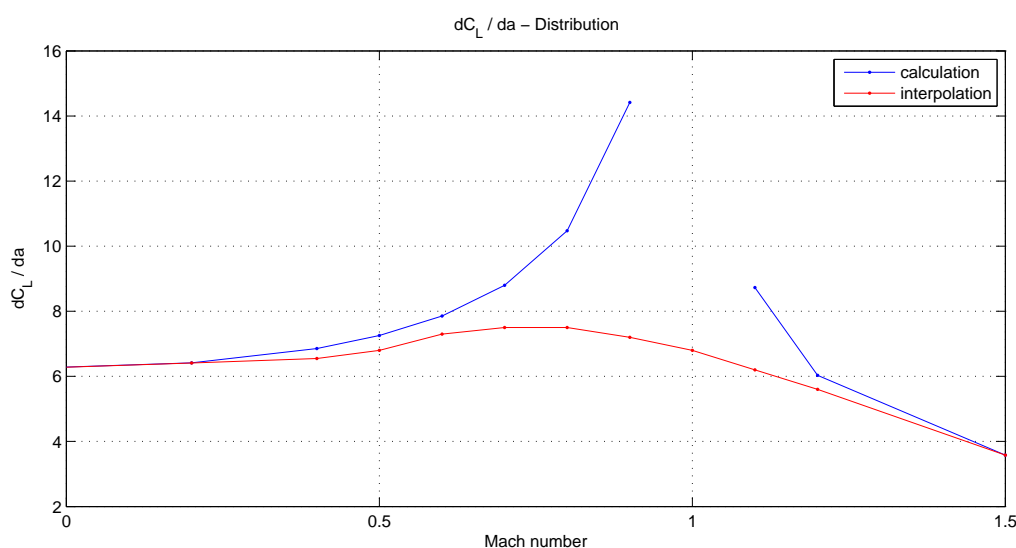
$$\alpha_0 = -2\eta_{\max} = -1.260507^\circ \quad (4.24)$$

Επιστρέφοντας στην γραμμική θεωρία αεροτομών, παρατηρείται ότι ήδη από $M_\infty > 0.6$ τα πειραματικά αποτελέσματα [] αρχίζουν να έχουν μεγάλες αποκλίσεις από αυτά που προσεγγίζονται βάσει της θεωρίας αυτής, πράγμα που είναι λογικό και αναμενόμενο αφού με την αύξηση του Mach η ροή αποκολλάται όλο και περισσότερο. Για τον λόγο αυτόν, η αμέσως επόμενη βελτίωση της γραμμικής θεωρίας είναι να γίνει μία προσαρμογή της κλίσης της καμπύλης της $C_L - \alpha$ ώστε να ληφθεί σχετικά υπόψιν η μείωση αυτή του συντελεστή άνωσης με αύξηση της ταχύτητας πτήσης. Προσεγγίζεται, έτσι, η καμπύλη της κλίσης dC_L/da ως προς τον αριθμό Mach πτήσης M_∞ από τις σχέσεις:

$$\frac{dC_L}{da} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}, \text{ για } M < 1 \quad (4.25)$$

$$\frac{dC_L}{da} = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}, \text{ για } M > 1 \quad (4.26)$$

Οι παραπάνω σχέσεις παρίστανται γραφικά, και προσεγγίζονται από μία νέα κατανομή. Οι υπολογισμένες κατανομές και η προσέγγιση αυτή φαίνονται στο Σχήμα 4.39. Με τον τρόπο αυτό καθορίζεται σε έναν ελάχιστο βαθμό η κλίση του συντελεστή άνωσης, όπου βέβαια ούτε τώρα λαμβάνονται υπόψιν τα φαινόμενα αποκόλλησης της ροής.

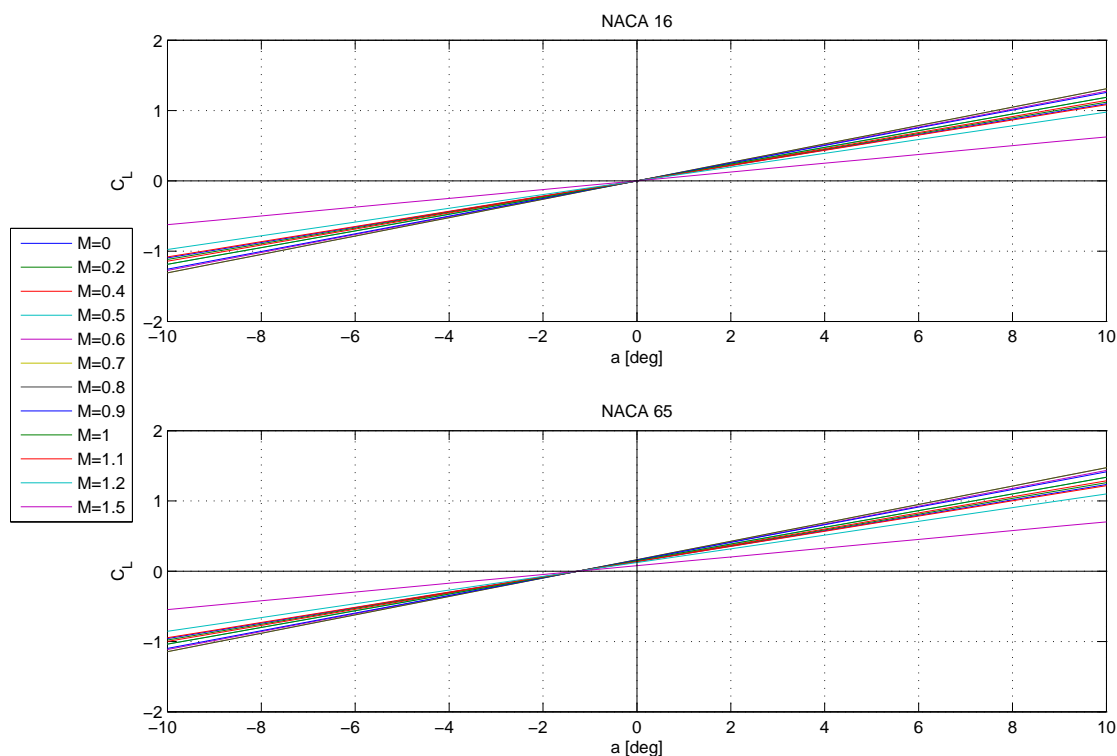


Σχήμα 4.39: Κλίσεις συντελεστών άνωσης και γωνίας πρόσπτωσης συναρτήσει του M_∞

Και πλέον οι κατανομές $C_L - \alpha$ για τις διάφορες ταχύτητες πτήσης υπολογίζονται μέσω των νέων κλίσεων που βρέθηκαν, με χρήση της παρακάτω σχέσης για κάθε κλίση, ενώ οι νέες αυτές κατανομές φαίνονται

γραφικά στο Σχήμα 4.40 για τις δύο αεροτομές του πτερυγίου.

$$C_L = \frac{dC_L}{d\alpha}(\alpha - \alpha_0) \quad (4.27)$$



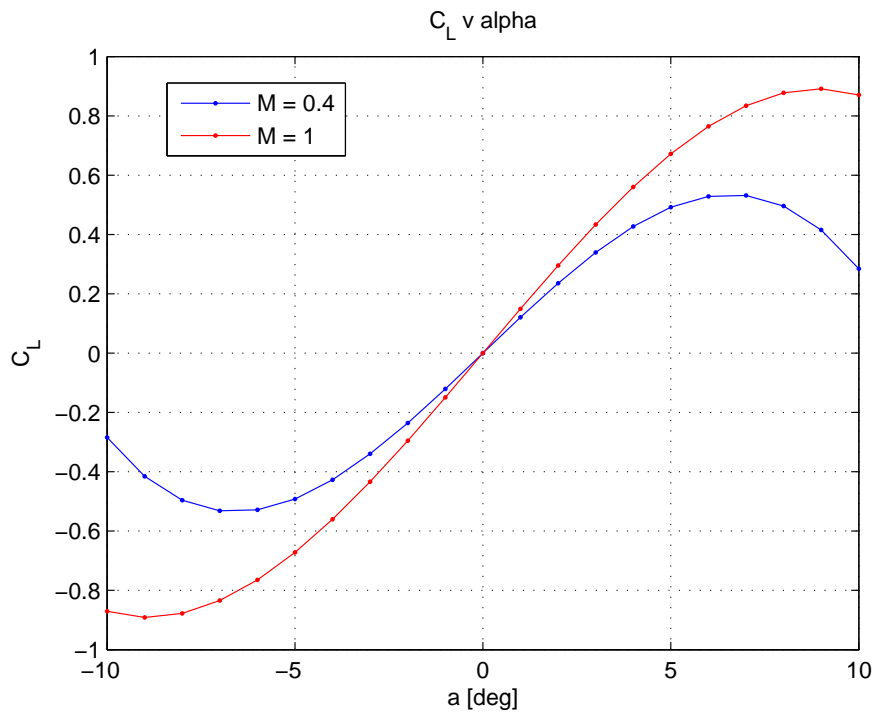
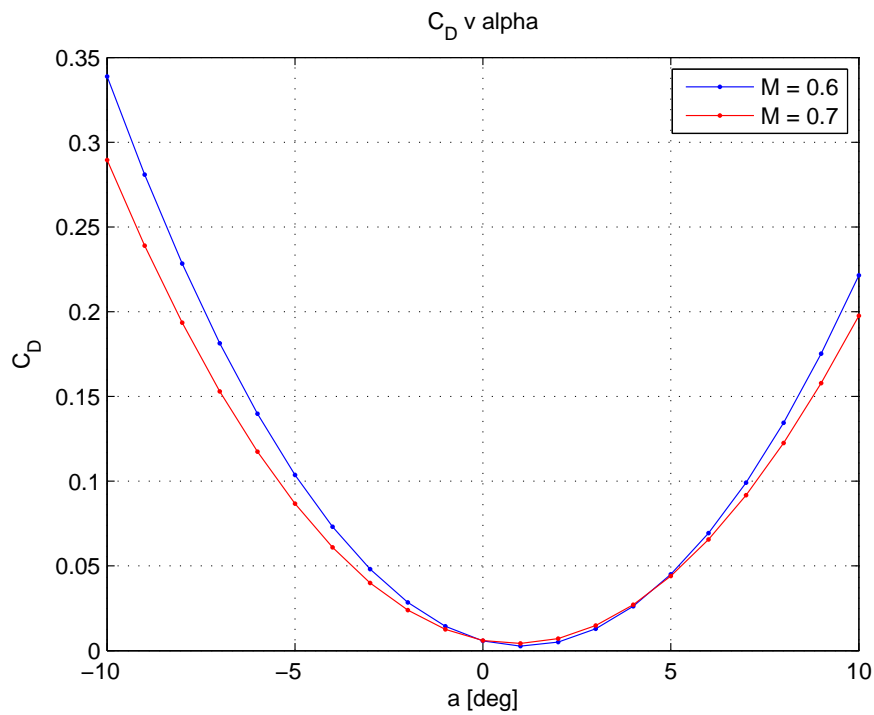
Σχήμα 4.40: Διαγράμματα $C_L - \alpha$ για διάφορες τιμές M_∞

Τα δεδομένα αυτά σε παρακάτω κεφάλαιο γίνονται θέμα διερεύνησης για εισαχθεί στην επίλυση η επίδραση της αποκόλλησης της ροής.

Οι συντελεστές C_D και C_M σαν πρώτη προσέγγιση προσεγγίζονται με σταθερή τιμή καθώς εκτιμήθηκε αφενός πως δεν προκαλούν μεγάλες μεταβολές όσον αφορά την επίλυση, και αφετέρου, δεν παρουσιάζουν σημαντικές διακυμάνσεις στην τιμή τους σε μία γραμμική προσέγγιση. Για τον λόγο αυτό αυτό, τίθεται $C_D = -0.04$ και $C_M = -0.03$ ως σταθερές τιμές, πράγμα που αποτελεί τις μέσες τιμές των κατανομών.

Όπως προαναφέρθηκε, τα φαινόμενα αποκόλλησης της ροής δε μπορούν να αγνοηθούν, καθώς συμβάλουν σημαντικά στην τελική κατανομή των αποτελεσμάτων. Για τον λόγο αυτό, έγινε περαιτέρω διερεύνηση των αεροδυναμικών συντελεστών. Μελετήθηκε λοιπόν η μία από τις δύο αεροτομές, η NACA 16 σε πρόγραμμα υπολογιστικής ρευστομηχανικής για να γίνουν εκτιμήσεις των αεροδυναμικών της συντελεστών στις γωνίες προσβολής του διαστήματος που περιγράφεται και παραπάνω. Επιλέχθηκε η μία εκ των δύο αεροτομών καθώς αυτή βρίσκεται σε θέσεις που πλησιάζουν το ακροπτερύγιο, και στα σημεία εκείνα η επίδραση της αποκόλλησης της ροής είναι πολύ σημαντικότερη σε σχέση με τις θέσεις κοντά στην ρίζα.

Οι αριθμοί Mach που επιλέχθηκαν είναι από $M = 0.4$ έως $M = 1$, αφού με τις τιμές αυτές καλύπτεται ολόκληρο το φάσμα που χρειάζεται για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Παρουσιάζονται λοιπόν ενδεικτικά αποτελέσματα για τους αεροδυναμικούς συντελεστές C_L και C_D , σε ορισμένους αριθμούς Mach, για να γίνει φανερή η επίδραση της αποκόλλησης που θα εισαχθεί στο πρόγραμμα.

Σχήμα 4.41: Διαγράμματα $C_L - \alpha$ μέσω CFDΣχήμα 4.42: Διαγράμματα $C_D - \alpha$ μέσω CFD

Κεφάλαιο 5

Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν συνολικά από τα προγράμματα με τη μέθοδο γραμμής άνωσης και στοιχείων περύγωσης για ευθείες και στραμμένες λωρίδες πτερυγίου, καθώς και αποτελέσματα από τον κώδικα GENUVP για τις περιπτώσεις αυτές. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως παρόλο που η ταχύτητα πτήσης για την οποία σχεδιάστηκε ο εν λόγω κινητήρας είναι περίπου για αριθμό Mach $M = 0.8$, τα βασικά τρεξίματα έγιναν για $M = 0.45$ και ορισμένα για $M = 0.6$. Η αιτία είναι ότι η μέθοδος γραμμής άνωσης και στοιχείων περύγωσης λαμβάνουν υπόψιν τα φαινόμενα συμπίεστικότητας που λαμβάνουν χώρα σε υψηλούς Mach πτήσης μόνο μέσω των αεροδυναμικών συντελεστών που δίδονται ως είσοδος. Αυτό βέβαια δεν αποτελεί ουσιαστικό πρόβλημα αφού ο στόχος δεν είναι να επικυρωθούν τα αποτελέσματα, αλλά να γίνει μία διερεύνηση για το πόσο έγκυρα είναι τα αποτελέσματα των κωδικών αυτών, καθώς και να γίνει μία πρώτη προσέγγιση εισαγωγής τοπικών συστημάτων τα οποία είναι στραμμένα σε σχέση με τα ολικά.

Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως στα διάφορα τρεξίματα ως παράμετροι θεωρήθηκαν ο αριθμός Mach, ο λόγος προχώρησης J του κινητήρα, καθώς και η γωνία βήματος (pitch angle) β της εκάστοτε περίπτωσης. Στα πλαίσια του προγράμματος, η γωνία βήματος τοποθετείται απευθείας ως δεδομένο εισόδου. Ο αριθμός Mach εισέρχεται μέσω της ταχύτητας πτήσης από την σχέση:

$$U_{\infty} = M_{\infty} \sqrt{\gamma RT_{\infty}} \quad (5.1)$$

Ενώ ο λόγος προχώρησης εισέρχεται μέσω της γωνιακής ταχύτητας πτήσης, εφόσον όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο:

$$J = \frac{U_{\infty}}{nD}, \text{ με } \omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] = 2\pi \cdot n[\text{Hz}]$$

$$\text{άρα } \omega = \frac{2\pi U_{\infty}}{JD}$$

Στην περίπτωση όπου $M = 0.45$ από την βιβλιογραφία λαμβάνονται δεδομένα μόνο για γωνία $\beta = 60.2^{\circ}$, επομένως εξετάζεται μόνο αυτή η περίπτωση. Οι λόγοι προχώρησης στην περίπτωση αυτή είναι $J = 3, 3.3, 3.8$ ώστε να καλυφθεί το μέγιστο εύρος για το οποίο δίδονται πειραματικά αποτελέσματα. Επιλέχθηκαν να γίνουν τρεξίματα μόνο για τρεις λόγους προχώρησης διότι τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζουν έναν γραμμικό χαρακτήρα, επομένως δεν θεωρήθηκε ότι χρειάζεται περαιτέρω αύξηση στον αριθμό λόγων προχώρησης για να προσεγγιστούν τα αποτελέσματα.

Τα στοιχεία τα οποία βρέθηκαν από την βιβλιογραφία και για τα οποία γίνεται η σύγκριση ώστε να πιστοποιηθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων είναι ο συντελεστής ισχύος C_P , ώσης C_T και ο βαθμός απόδοσης η του κινητήρα, στις περιπτώσεις που περιγράφονται παραπάνω, δηλαδή στις συγκεκριμένες ταχύτητες πτήσης, γωνίες βήματος, και συντελεστή προχώρησης. Από τις εξόδους του κώδικα λαμβάνονται σε κάθε περίπτωση η ώση και η ισχύς που παράγεται στον κινητήρα. Με χρήση λοιπόν αυτών των δύο μεγεθών, καθώς και ορισμένων άλλων που περιγράφονται στη συνέχεια υπολογίζονται οι προκύπτοντες συντελεστές και ο βαθμός απόδοσης και συγκρίνονται με τα πειραματικά δεδομένα, όπως αναφέρεται στην βιβλιογραφία. Υπολογίζεται πρώτα ο συντελεστής ισχύος ως εξής:

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} \quad (5.2)$$

Στην οποία εξίσωση ρ είναι η πυκνότητα όπως βρέθηκε παραπάνω, D η διάμετρος της πτερωτής του κινητήρα, P η ισχύς που ελήφθη ως έξοδος από το πρόγραμμα, και n οι στροφές στις οποίες στρέφεται ο κινητήρας σε [Hz] οι οποίες βρίσκονται μέσω της σχέσης υπολογισμού της γωνιακής ταχύτητας, επιλύοντας ως προς n . Στην συνέχεια υπολογίζεται ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα ως εξής:

$$\eta = U_{\infty} \frac{T}{P} \quad (5.3)$$

Όπου T είναι η ώση που αποδίδει ο κινητήρας στην συγκεκριμένη περίπτωση και λαμβάνεται σαν έξοδος, και η U_{∞} η ταχύτητα στο άπειρο η οποία, όπως περιγράφεται παραπάνω, ευρίσκεται μέσω του αριθμού Mach πτήσης. Εν τέλει υπολογίζεται και ο συντελεστής ώσης μέσω της σχέσης:

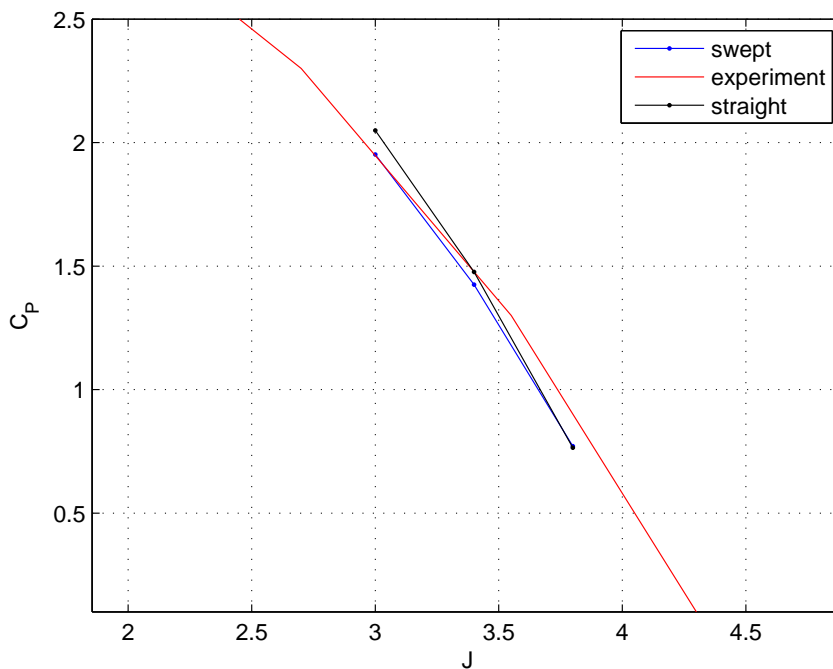
$$C_T = \eta \frac{C_P}{J} \quad (5.4)$$

Στην παραπάνω εξίσωση γίνεται χρήση των ήδη υπολογισθέντων συντελεστή ισχύος και βαθμού απόδοσης, ενώ χρησιμοποιείται και ο λόγος προχώρησης.

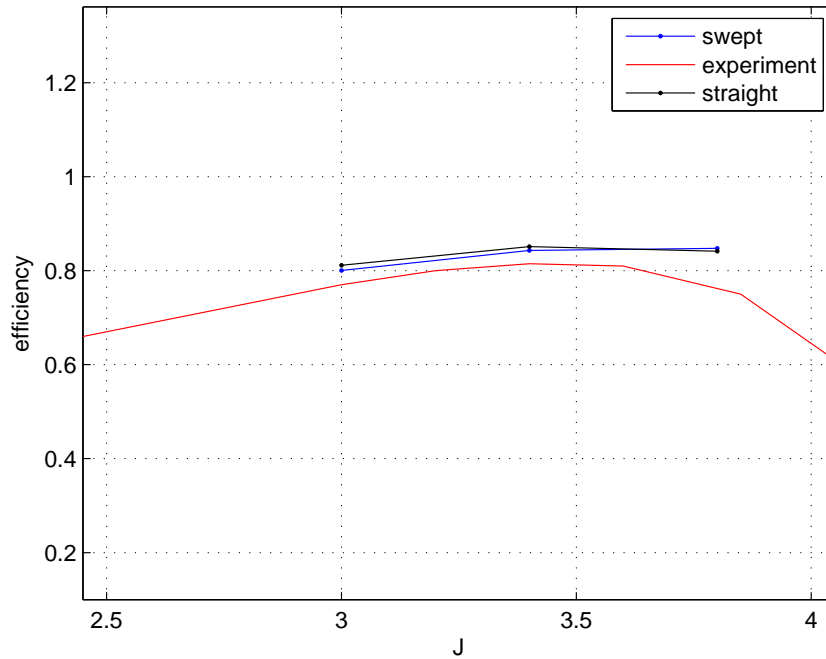
5.1 Μέθοδος γραμμής άνωσης

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον κώδικα που επιλύει με τη μέθοδο γραμμής άνωσης, σε όλες τις περιπτώσεις για τις οποίες έγιναν τρεξίματα, και για όλες τις γεωμετρίες που δοκιμάστηκαν. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως οι συντελεστές άνωσης και οπισθέλκουσας που παρουσιάζονται στην παρούσα ενότητα είναι αυτοί που προέκυψαν από την γραμμική θεωρία. Τα αποτελέσματα με αυτούς τους συντελεστές μετά από μελέτη υπολογιστικής ρευστομηχανικής θα παρουσιαστούν σε επόμενη ενότητα.

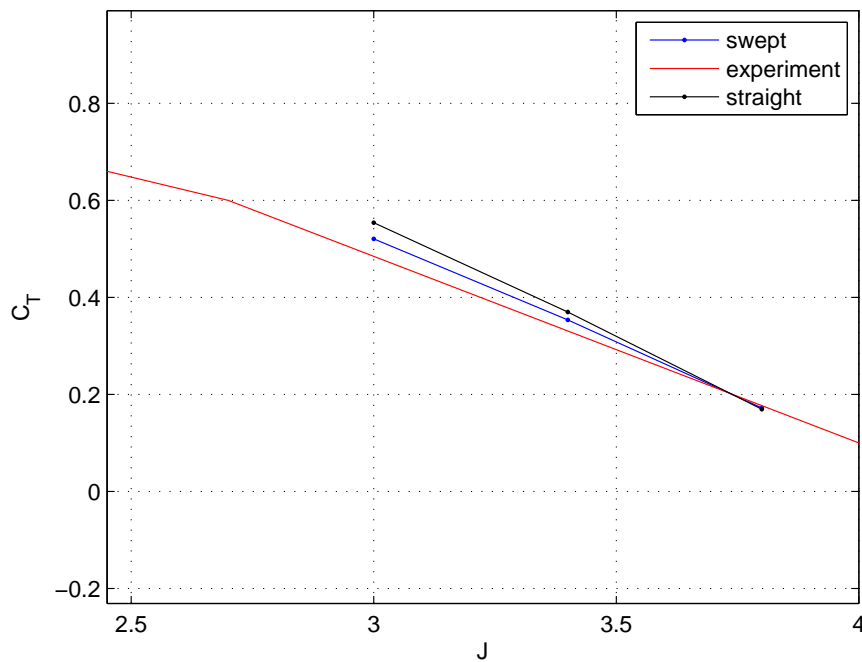
Αρχικά παρατίθενται οι περιπτώσεις ευθέων και στραμμένων τοπικών συστημάτων για την περίπτωση που η γραμμή άνωσης δίδεται στο σημείο που απέχει $c/4$ από την ακμή προσβολής. Ο αριθμός Mach των πρώτων αυτών περιπτώσεων είναι $M = 0.45$. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των γεωμετριών αυτών όσον αφορά τους συντελεστές ισχύος, ώσης, καθώς και βαθμού απόδοσης του κινητήρα, όλα σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα που βρέθηκαν από την βιβλιογραφία.



Σχήμα 5.1: C_P για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.2: η για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

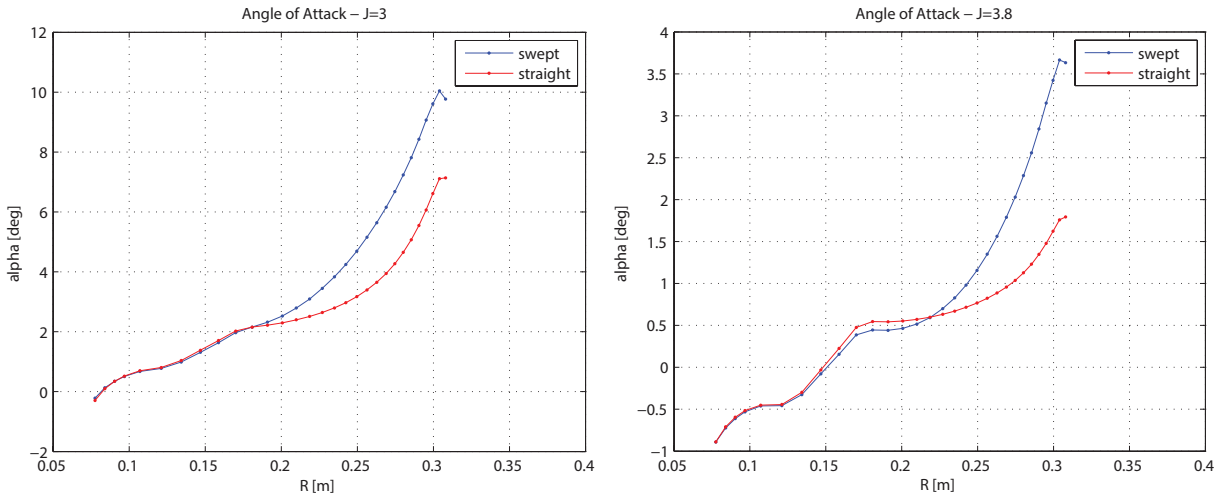


Σχήμα 5.3: C_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

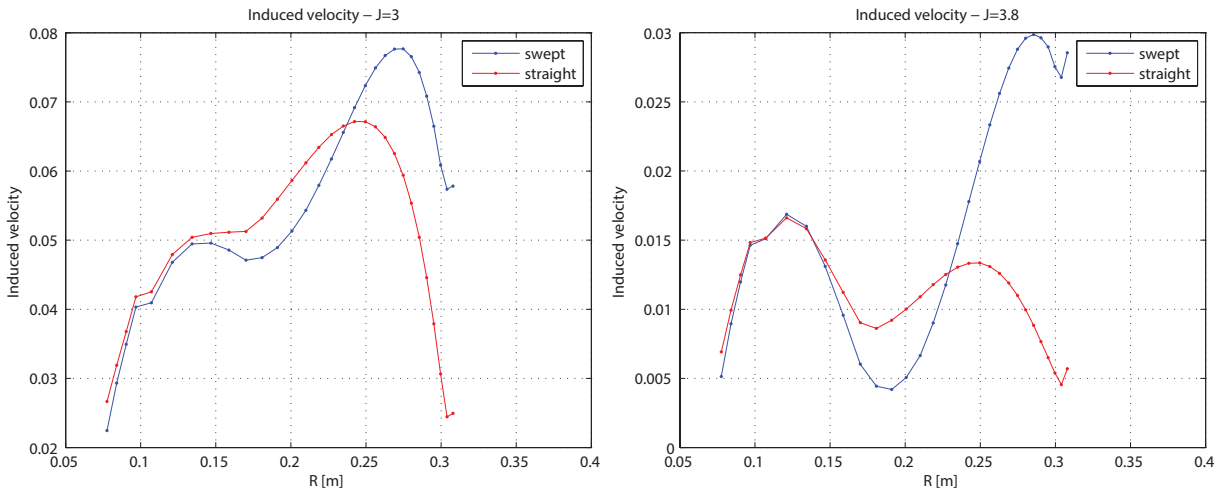
Τα αποτελέσματα που δίνουν και οι δύο περιπτώσεις είναι πολύ καλά όσον αφορά την προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Παρατηρούνται ωστόσο δύο πράγματα. Πρώτον, Οι στραμμένες γεωμετρίες προσεγγίζουν σε καλύτερο βαθμό τις κλίσεις των πειραματικών αποτελεσμάτων, κυρίως στους συντελεστές ώσης και ισχύος. Δεύτερον, στους συντελεστές αυτούς παρατηρείται ότι για $J = 3.8$ δεν υπάρχουν ουσιαστικές διαφοροποιήσεις σε επίπεδο αποτελεσμάτων, αντιθέτως, για $J = 3$ έχουν διαφοροποιήσεις. Η δεύτερη παρατήρηση είναι προφανής και αναμενόμενη, διότι ο λόγος προχώρησης J είναι αντιστρόφως ανάλογος της γωνιακής ταχύτητας ω με την οποία στρέφεται ο κινητήρας και άρα οι μικρότεροι λόγοι προχώρησης αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες γωνιακές ταχύτητες. Όπως έχει ειπωθεί, η ταχύτητα σε κάθε θέση του πτερυγίου αποτελείται από δύο συνιστώσες, μία που αναλογεί στην συνεισφορά της U_∞ , και μία στη συνεισφορά της

ω η οποία αυξάνεται γραμμικά όσο αυξάνεται η ακτινική θέση, επομένως στους μικρότερους λόγους προχώρησης γίνεται πιο έντονα αισθητή η συνεισφορά της ω και ταυτόχρονα η μείωση της συνεισφοράς της U_∞ . Η πρώτη παρατήρηση, τώρα, είναι κάτι το οποίο δείχνει ότι η τοποθέτηση των στραμμένων γεωμετριών, εν αντιθέσει με τις ευθείες, δίνει αποτελέσματα κοντινότερα στα πειραματικά, επομένως η μέθοδος δείχνει να είναι αποδεκτή σε επίπεδο αποτελεσμάτων και καλύτερης προσέγγισης.

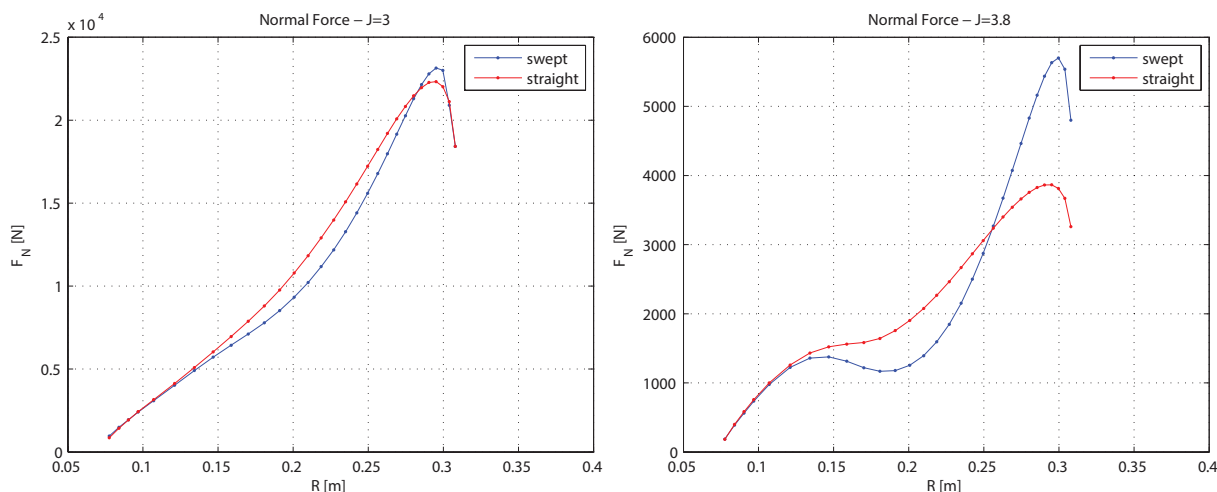
Στην συνέχεια, για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, παρουσιάζονται οι κατανομές κατά μήκος ενός πτερυγίου των εξής μεγεθών: γωνίας πρόσπτωσης α , επαγόμενων ταχυτήτων u_{ind} , κάθετων και εφαπτομενικών δυνάμεων F_N , F_T . Τα παραπάνω μεγέθη παρουσιάζονται για τις δύο ακραίες τιμές του λόγου προχώρησης, με σκοπό να αποτυπωθεί και η συνεισφορά κάθε φορά του λόγου προχώρησης, δηλαδή της γωνιακής ταχύτητας, και με ποιόν τρόπο αυτή επιδρά στις ανωτέρω κατανομές επί του πτερυγίου.



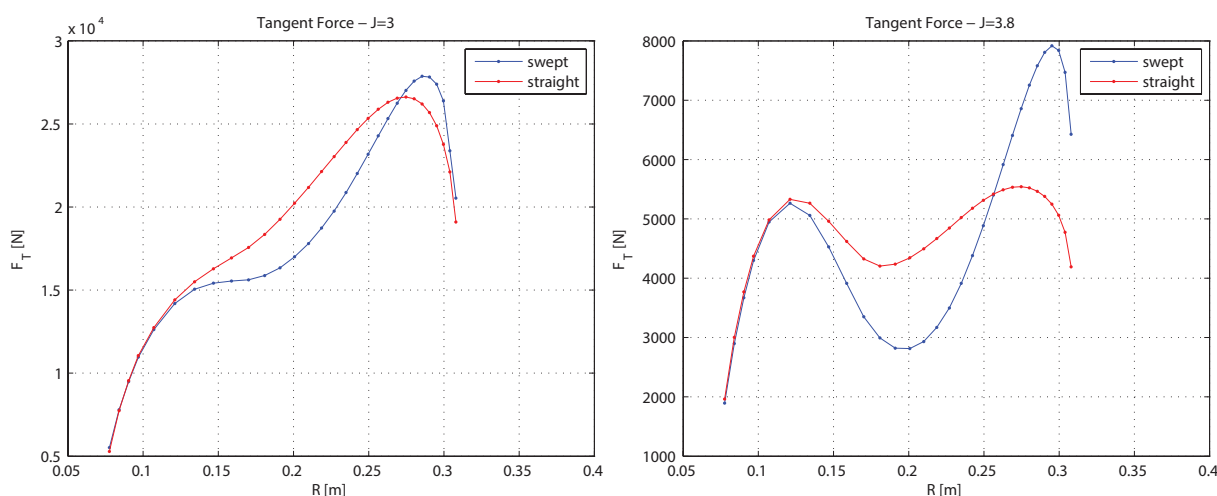
Σχήμα 5.4: α για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.5: u_{ind} για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.6: F_N για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



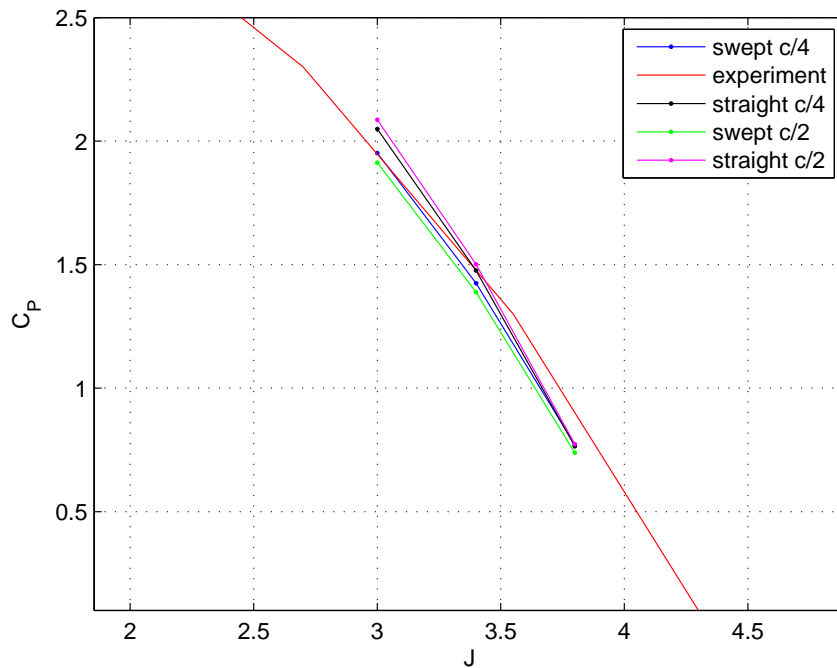
Σχήμα 5.7: F_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

Όπως είναι φυσικό, όσο προσεγγίζεται η θέση του ακροπερυγίου οι γωνίες πρόσπτωσης παρουσιάζουν αύξηση, αφού αυξάνεται το διάνυσμα της ταχύτητας στο σημεία εκείνα. Για τον ίδιο λόγο, την αύξηση δηλαδή του συνολικού διανύσματος της ταχύτητας, παρατηρείται ότι για χαμηλούς λόγους προχώρησης οι γωνίες πρόσπτωσης φτάνουν σε μεγαλύτερες τιμές σε αντίθεση με αυτές στους υψηλούς λόγους προχώρησης. Όσον αφορά τις κατανομές των κάθετων δυνάμεων, παρατηρείται ότι σε χαμηλούς λόγους προχώρησης, δηλαδή μεγάλες γωνιακές ταχύτητες, οι δυνάμεις είναι μεγαλύτερες κατά μία τάξη μεγέθους από τις αντίστοιχες για υψηλούς λόγους προχώρησης, πράγμα λογικό εφόσον η αναπτυσσόμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας σε κάθε σημείο, πράγμα που αποτυπώνεται και από τη μορφή των κατανομών, όπου υπάρχει αύξηση της δύναμης σε σημεία πλησιέστερα στο ακροπερυγίο. Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται και στις εφαπτομενικές δυνάμεις, με τη διαφορά ότι παρουσιάζουν μεγαλύτερη διακύμανση κατά μήκος του περυγίου. Η αναμενόμενη θέση του περυγίου που θα έχει τη μέγιστη φόρτιση συνισταμένης δύναμης είναι περίπου στο 70% της ακτινικής έκτασης του, πράγμα που επιβεβαιώνεται ποιοτικά. Ένα ακόμα στοιχείο, το οποίο θα φανεί σε επόμενη ενότητα, είναι πως με τις παρούσες κατανομές αεροδυναμικών συντελεστών, ενώ φυσιολογικά στις μέγιστες τιμές των γωνιών πρόσπτωσης θα έπρεπε να λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της αποκόλλησης της ροής, δεν αποτυπώνεται κάτι τέτοιο στα αποτελέσματα. Αυτό είναι φυσιολογικό και αναμενόμενο εφόσον με την παρούσα προσέγγιση της γραμμικής θεωρίας δεν λαμβάνονται υπόψιν τα φαινόμενα αυτά, και οι αεροδυναμικοί συντελεστές αυξάνουν με σταθερή κλίση ανεξαρτήτως γωνιών πρόσπτωσης.

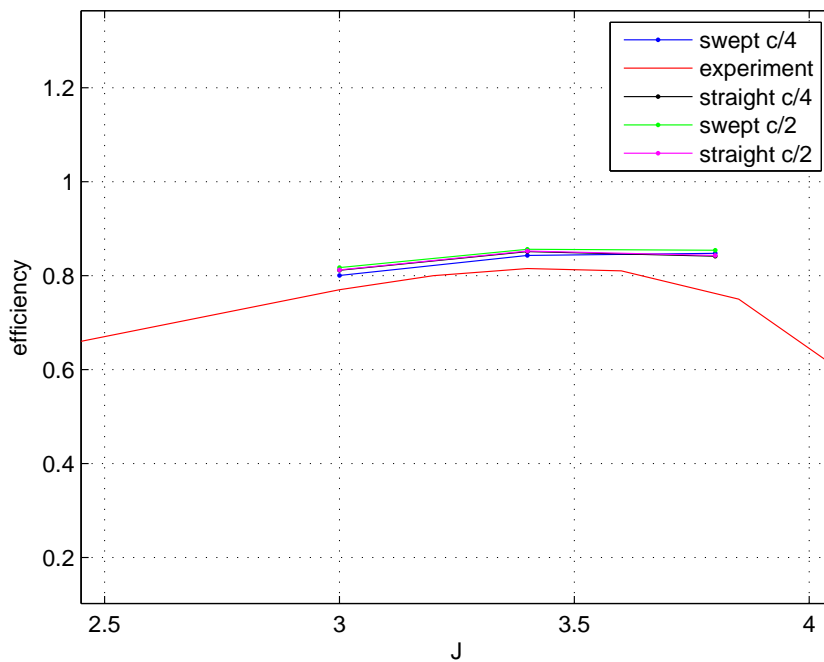
Στα πλαίσια της σύγκρισης των δύο γεωμετριών παρατηρείται ότι η στραμμένη γεωμετρία οδηγεί σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης σε σχέση με αυτή των παράλληλων λωρίδων. Αυτό είναι λογικό εφόσον στρεφόμενες οι λωρίδες έχουν εκ του ορισμού τους μία μεγαλύτερη γωνία σε σχέση με την προσπίπτουσα ροή. Η κατανομή όμως κινείται στο ίδιο μοτίβο όσον αφορά την εξάρτηση από τον λόγο προχώρησης.

Όπως αναφέρθηκε, στα πλαίσια της διερεύνησης της ορθότερης λύσης για την επικύρωση των αποτελεσμάτων

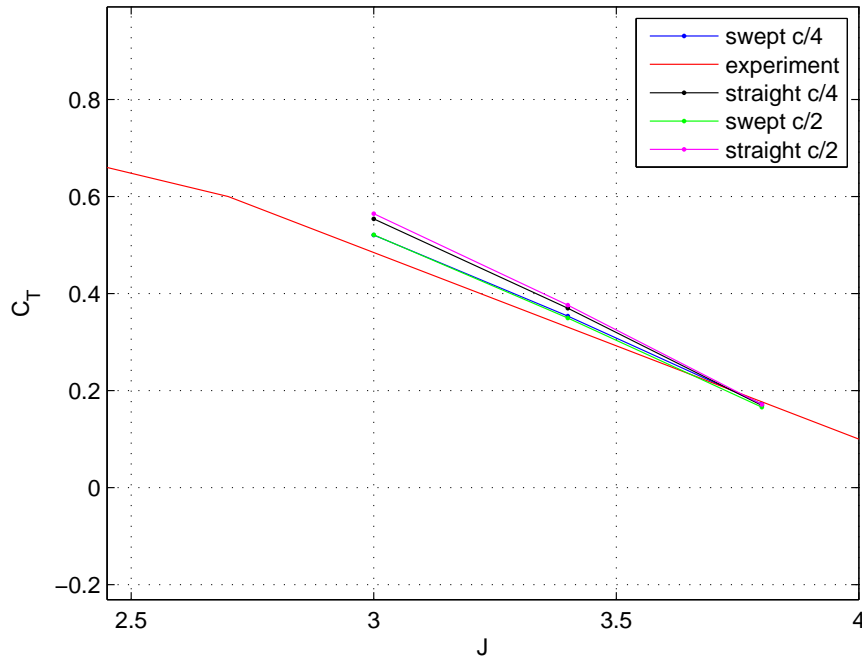
του κώδικα, δοκιμάστηκε και η περίπτωση να τειθεί η γραμμή άνωσης στο κέντρο της χορδής κάθε λωρίδας. Αφού λοιπόν έγιναν τρεξίματα και αυτών των περιπτώσεων με τα ίδια δεδομένα όπως παραπάνω, παρουσιάζονται τα συγκριτικά αποτελέσματα των δύο περιπτώσεων αυτών όσον αφορά του συντελεστές C_P και C_T , καθώς και τον βαθμό απόδοσης η . Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτά.



Σχήμα 5.8: Σύγκριση C_P για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



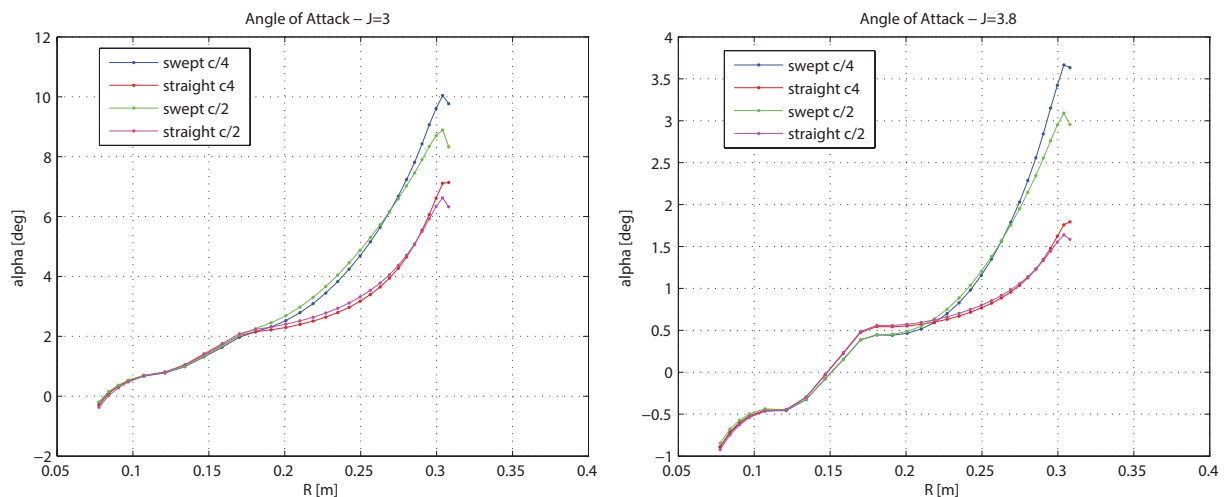
Σχήμα 5.9: Σύγκριση η για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



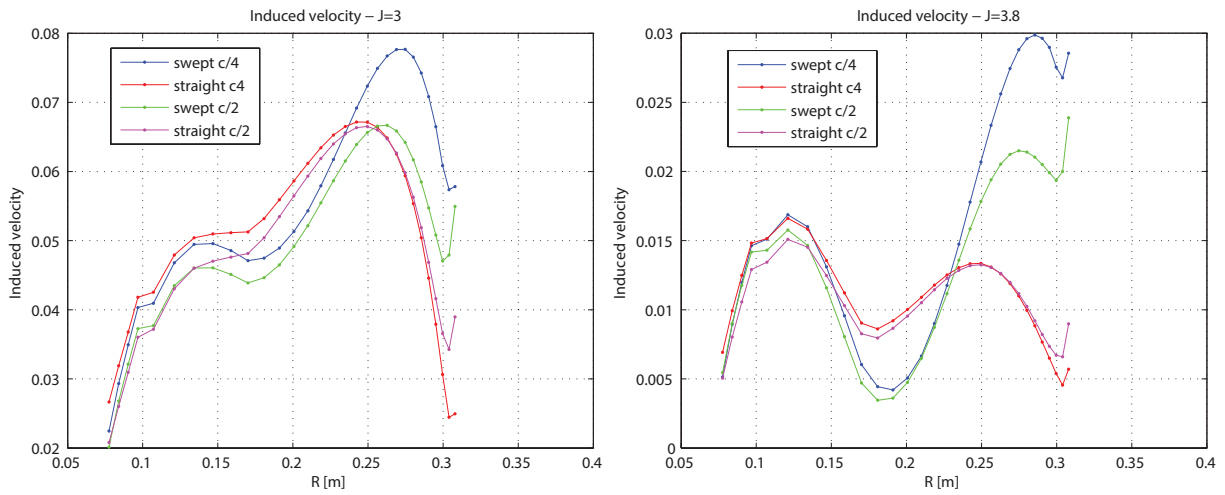
Σχήμα 5.10: Σύγκριση C_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

Μεταξύ των δύο περιπτώσεων παρατηρούνται πολύ μικρές διαφοροποιήσεις. Στον βαθμό απόδοσης και τον συντελεστή ώσης οι διαφορές αυτές είναι σχεδόν αμελητέες. Στον συντελεστή ισχύος η διαφορά και πάλι δεν είναι μεγάλη, αλλά είναι η μεγαλύτερη από τις τρεις. Κυρίως αφορά τις περιοχές μεγάλου λόγου προχώρησης και δείχνει να έχει ελάχιστα καλύτερη κλίση η περίπτωση όπου η γραμμή άνωσης βρίσκεται στο κέντρο των χορδών, και στην περίπτωση των στραμμένων αεροτομών, ενώ παράλληλα η κλίση των ευθέων λωρίδων δείχνει να χαλαρεί.

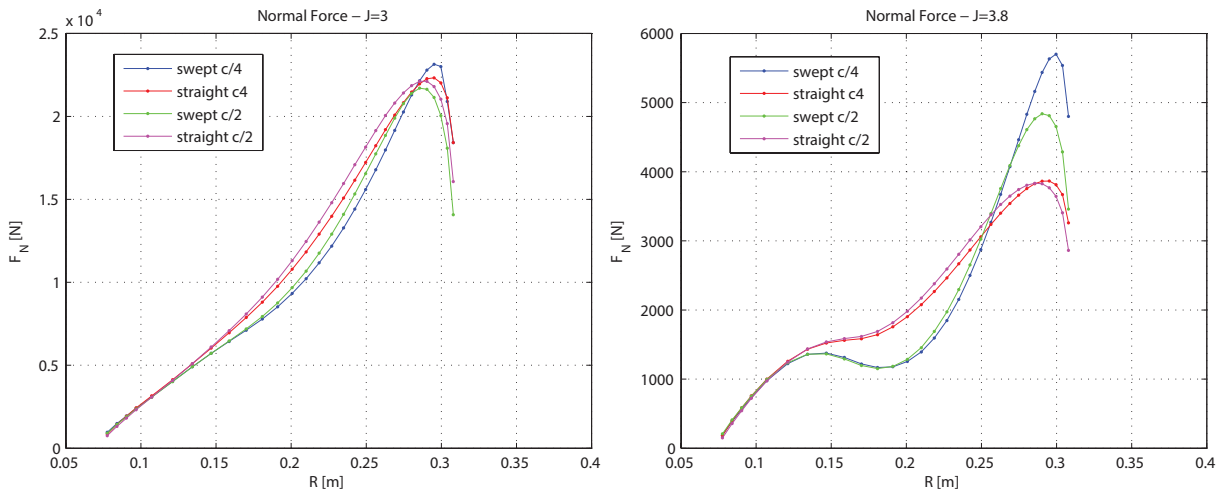
Ακολουθούν τα ίδια συγκριτικά αποτελέσματα και για τα μεγέθη που παρουσιάστηκαν κατά μήκος του πτερυγίου, δηλαδή, γωνία πρόσπτωσης, επαγόμενες ταχύτητες, κάθετες και εφαπτομενικές δυνάμεις.



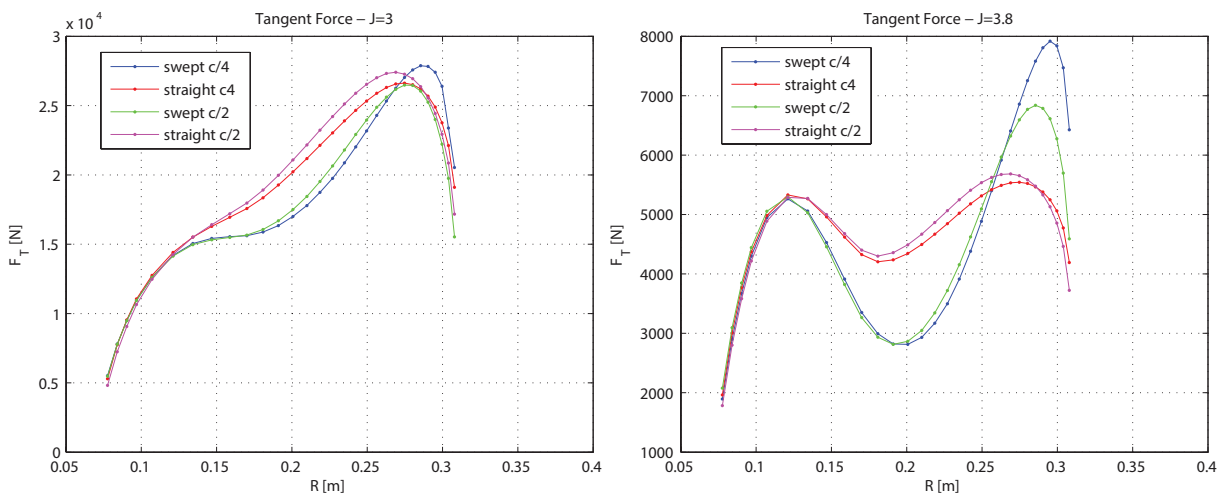
Σχήμα 5.11: Σύγκριση α για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.12: Σύγκριση u_{ind} για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.13: Σύγκριση F_N για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



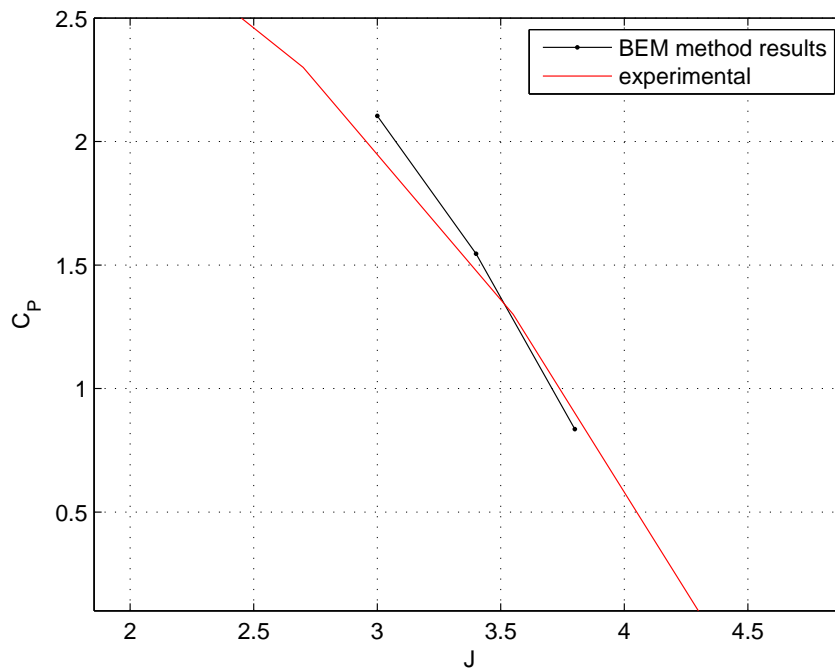
Σχήμα 5.14: Σύγκριση F_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/4$ και $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

Παρατηρείται γενικά πως στην περίπτωση που η γραμμή άνωσης τίθεται στο μέσον των χορδών, μειώνονται οι αποκλίσεις μεταξύ ευθέων και στραμμένων γεωμετριών. Αυτό είναι λογικό αφού όταν η επίλυση γίνεται στο μέσον των χορδών αυτό σημαίνει ότι οι γωνίες των τοπικών συστημάτων με τον κάθετο ολικό άξονα

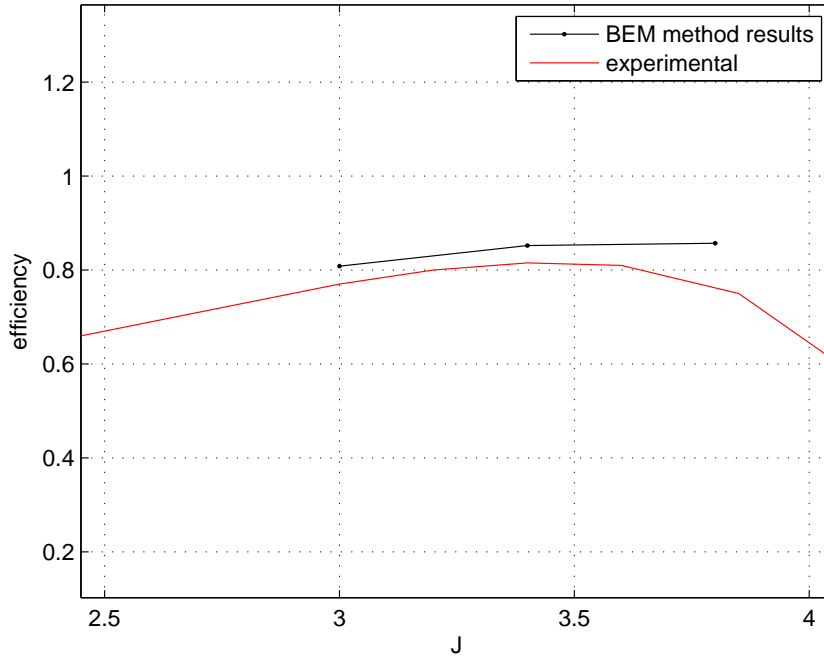
μειώνονται, επομένως έχει μικρότερη επίδραση η ύπαρξη οπισθόκλισης στο πρόβλημα. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι δεν αποτελεί ενδιαφέρον της παρούσας διπλωματικής να αποσαφηνιστεί εις βάθος ο λόγος που προκύπτουν οι όποιες διαφορές, αλλά αντίθετα ο στόχος είναι να φανεί η μορφή που έχουν οι κατανομές των μεγεθών κατά μήκος του πτερυγίου με σκοπό να γίνει αργότερα σύγκριση με τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τον κώδικα GENUVP. Επομένως δεν κρίνεται απαραίτητη η ανάλυση σε μεγάλο βάθος των αιτιών που οδηγούν σε μικρές διαφορές στα αποτελέσματα των κατανομών. Η μορφή λοιπόν των μεγεθών που αναλύονται στα παραπάνω σχήματα είναι ίδια, και αυτό είναι που έχει το περισσότερο ενδιαφέρον.

5.2 Μέθοδος στοιχείων περύγωσης

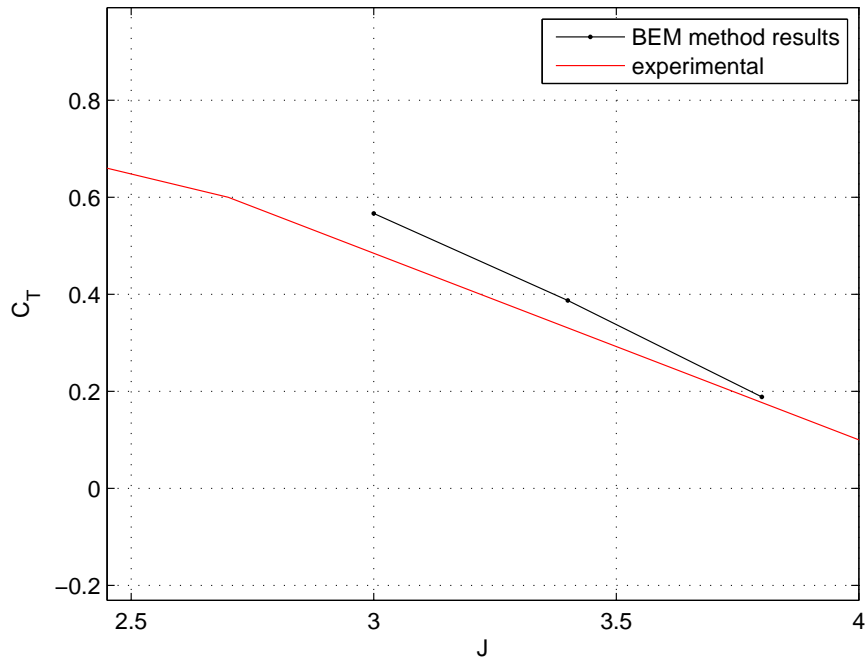
Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που έδωσαν τα τρεξίματα του κώδικα που χρησιμοποιεί τη μέθοδο στοιχείων περύγωσης. Σε αντιστοιχία με τα παραπάνω, η περίπτωση που εξετάζεται είναι για $M = 0.45$, γωνία βήματος ίδια με προηγούμενης, καθώς και για το ίδιο εύρος λόγων προχώρησης, ώστε να είναι δυνατή και η σύγκριση των δύο μεθόδων. Ο κώδικας επίλυσης με στοιχεία περύγωσης αναπτύχθηκε να κάνει τον υπολογισμό των φορτίων μόνο στο στραμμένο τοπικό σύστημα συντεταγμένων, επομένως δεν υπάρχει η περίπτωση ευθέων λωρίδων.



Σχήμα 5.15: C_P για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



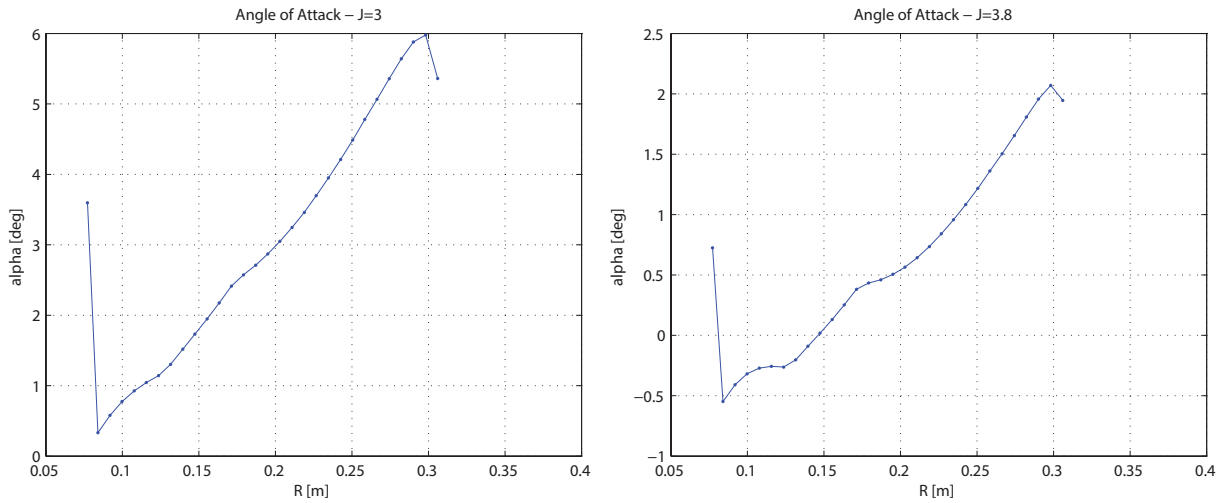
Σχήμα 5.16: η για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



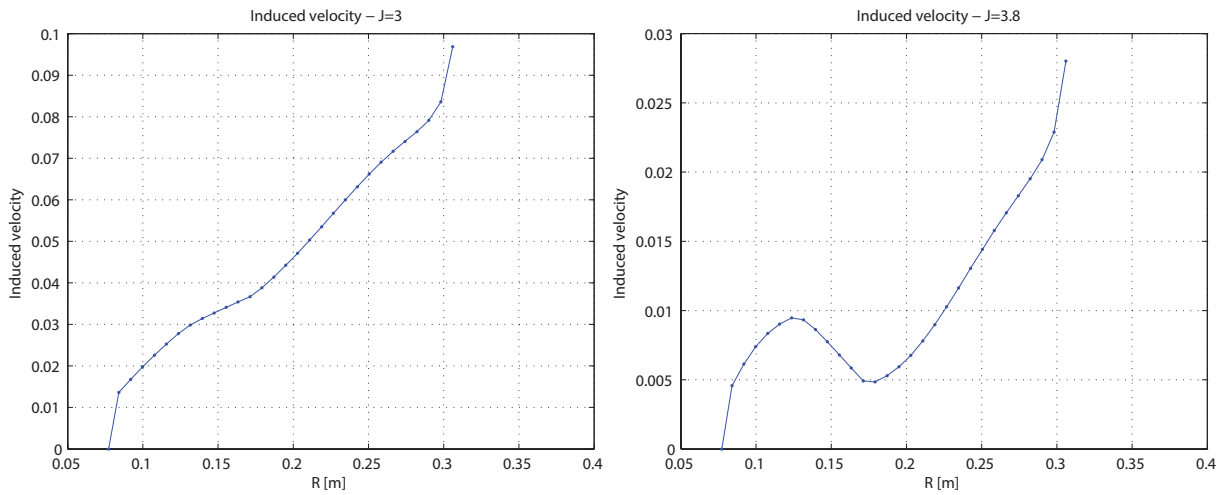
Σχήμα 5.17: C_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

Η μέθοδος στοιχείων περύγωσης παρουσιάζει χειρότερα αποτελέσματα συγκριτικά με τη μέθοδο γραμμής άνωσης. Ωστόσο, λαμβάνονται αποτελέσματα σχετικά ακριβή, αναλογικά με την απλότητα της μεθόδου. Τα αποτελέσματα αυτά πιστοποιούν την ορθότητα της γεωμετρίας, αφού φαίνεται να προσεγγίζονται αρκετά καλά τα πειραματικά αποτελέσματα ακόμα και με μία απλή μέθοδο στοιχείων περύγωσης.

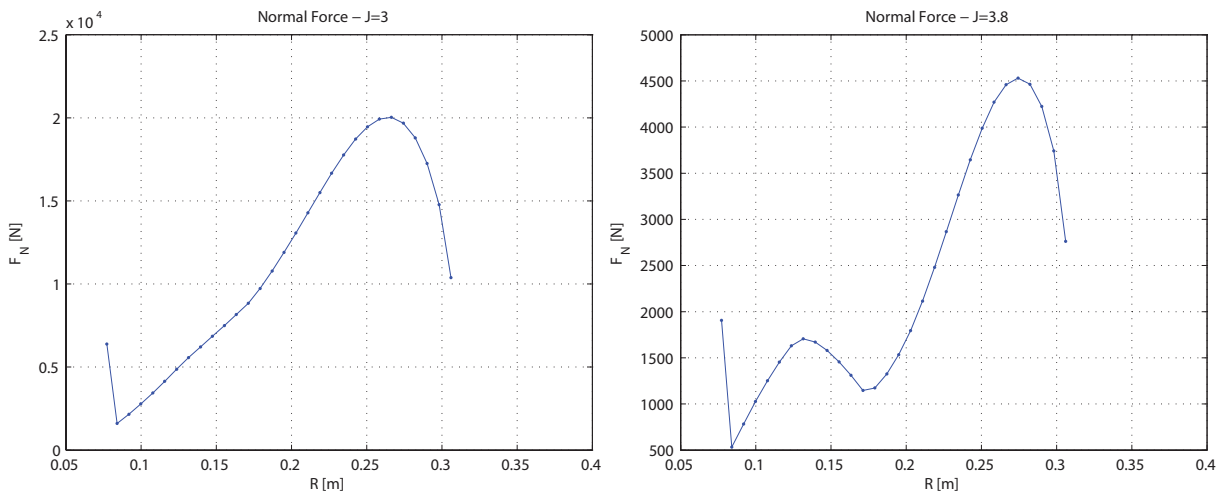
Στην συνέχεια παρουσιάζονται κατά μήκος του πτερυγίου τα μεγέθη που παρουσιάστηκαν και στη μέθοδο γραμμής άνωσης για να μπορέσει να υπάρξει σύγκριση μεταξύ αυτών, και για πλήρη αντιστοιχία των δύο μεθόδων.



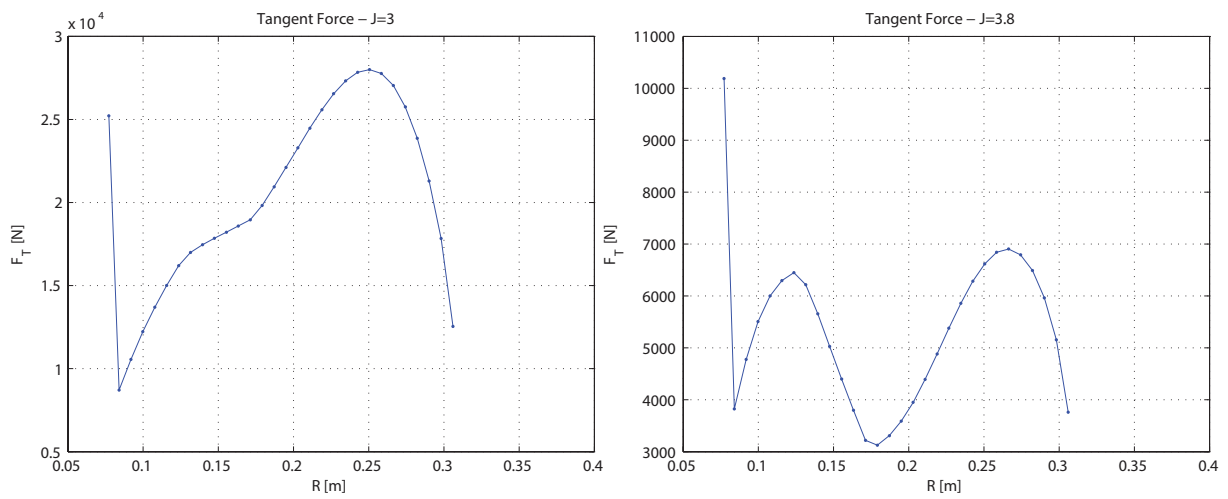
Σχήμα 5.18: α για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.19: u_{ind} για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.20: F_N για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

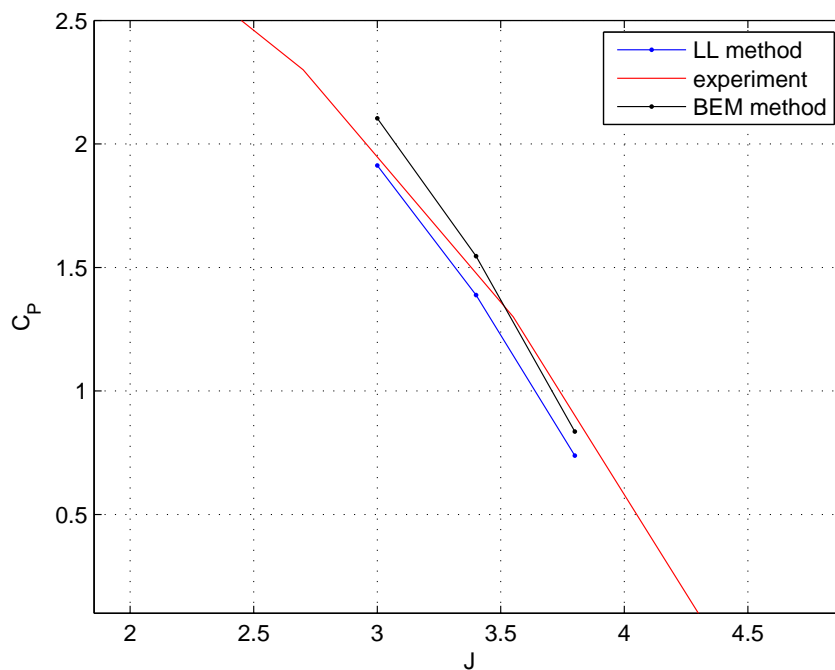


Σχήμα 5.21: F_T για $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

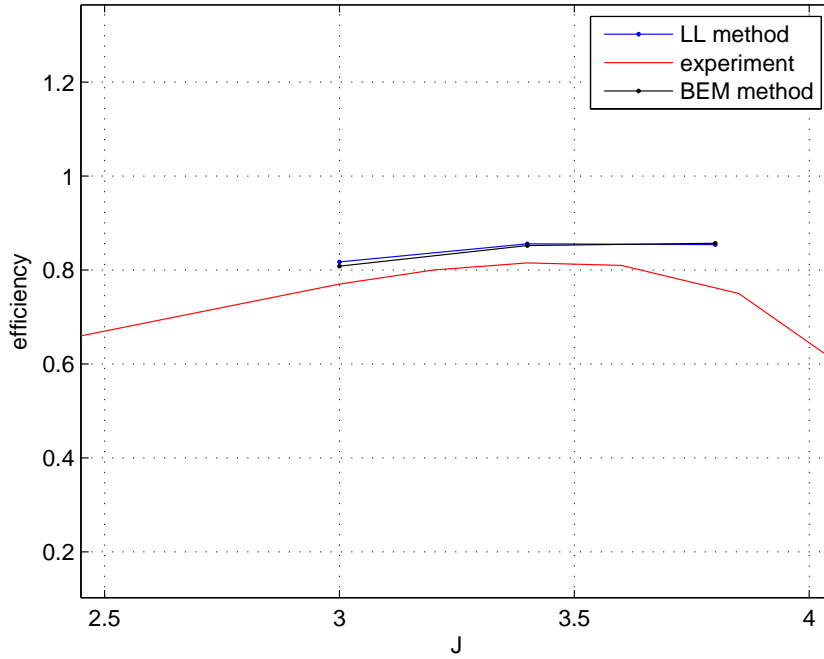
Τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν στη συνέχεια με αυτά της μεθόδου γραμμής άνωσης. Στο σημείο αυτό, παρατηρείται πως σε όλα τα διαγράμματα παρατηρείται ότι στην πρώτη λωρίδα του πτερυγίου υπάρχει μία τιμή η οποία έχει λανθασμένα αποτελέσματα, πολύ διαφορετικά σε σχέση με την υπόλοιπη κατανομή. Αυτό συμβαίνει επειδή στην πρώτη λωρίδα επιβάλλεται μηδενική επαγόμενη ταχύτητα, όπως φαίνεται και στο σχετικό διάγραμμα, όπου σκοπό έχει να μπορέσει να συγκλίνει η μέθοδος. Στο σημείο αυτό δεν γίνεται επίλυση με τη μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης.

5.3 Σύγκριση μεθόδων

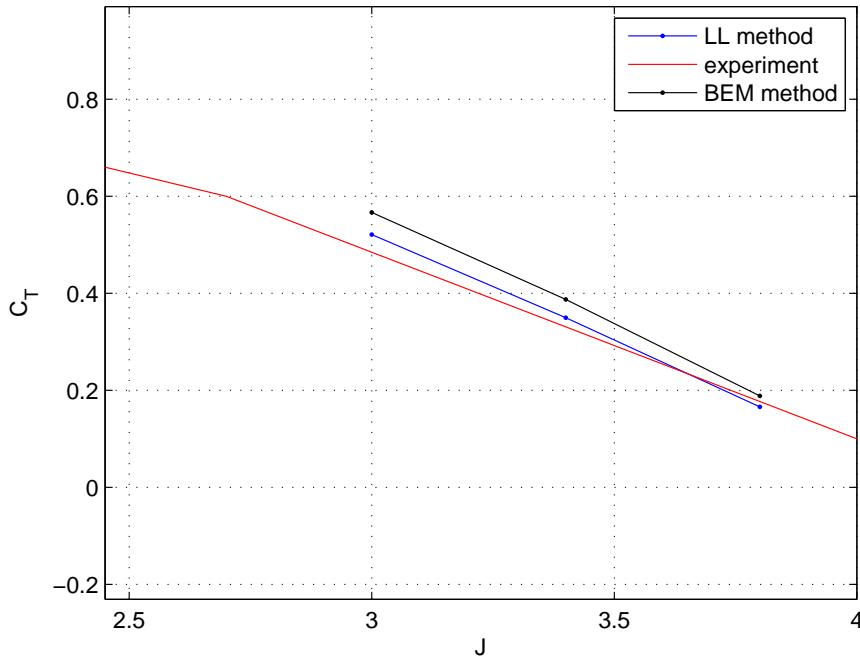
Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν συγκριτικά τα αποτελέσματα μεταξύ των δύο μεθόδων στις περιπτώσεις που εξετάζονται παραπάνω. Παρουσιάζονται αρχικά τα αποτελέσματα των συντελεστών ώσης ισχύος και βαθμού απόδοσης για στραμμένη και ευθεία γεωμετρία, και γίνεται σύγκριση των μεθόδων.



Σχήμα 5.22: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για C_P , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.23: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για η , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

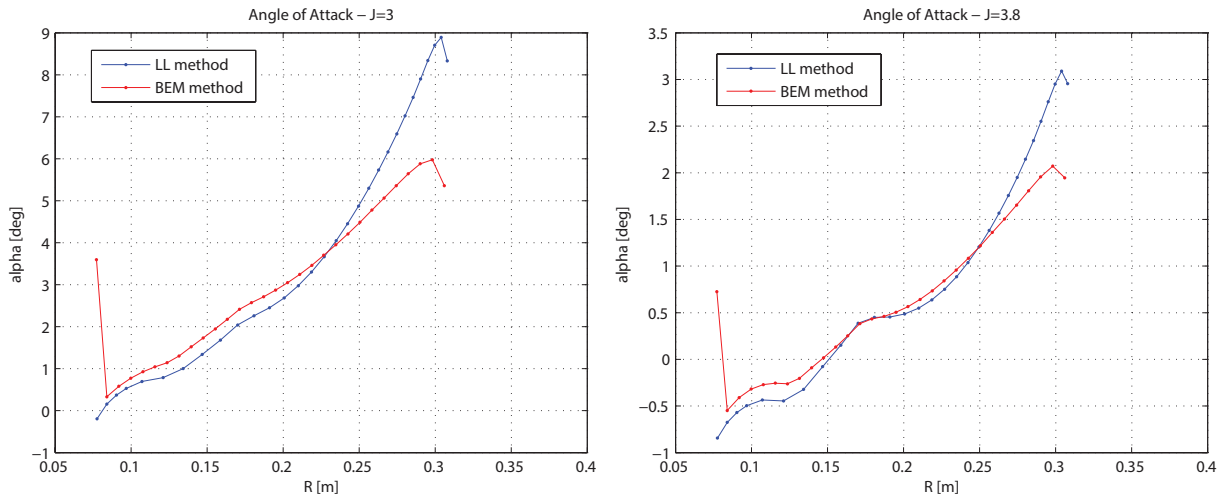


Σχήμα 5.24: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για C_T , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

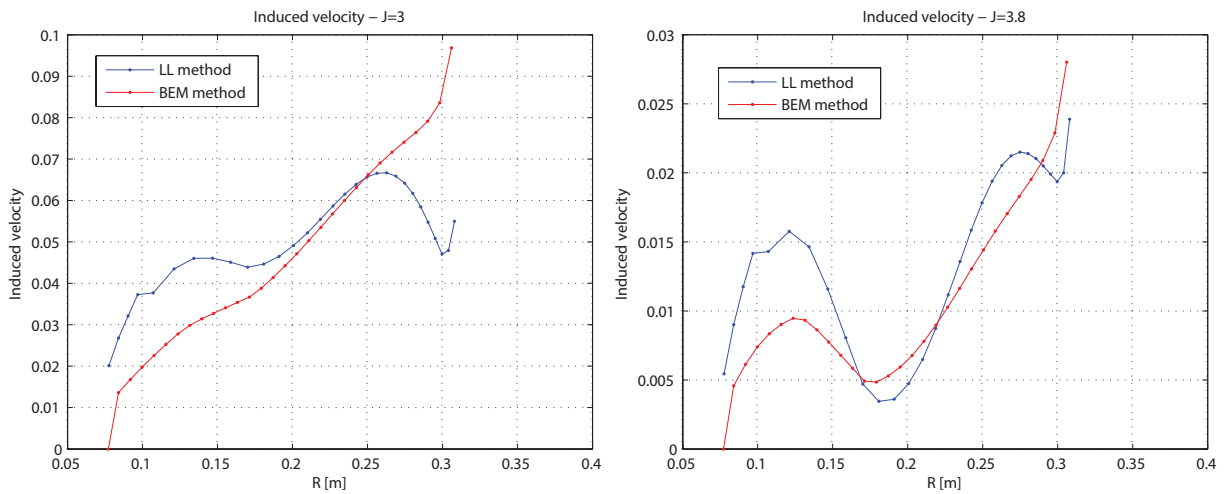
Παρατηρείται πως η μέθοδος γραμμής άνωσης δίνει αρκετά καλύτερα αποτελέσματα, κυρίως στους δύο συντελεστές, ώσης και ισχύος. Αυτό ήταν κάτι το αναμενόμενο, εφόσον πρόκειται για μία αρκετά πολυπλοκότερη μέθοδο. Παρατηρείται επίσης ότι στο διάγραμμα του συντελεστή ισχύος για χαμηλό λόγο προχώρησης με τη μέθοδο γραμμής άνωσης υπάρχει σχεδόν τέλεια προσέγγιση της πειραματικής τιμής, ενώ όσο αυξάνεται ο λόγος αυτός, τα αποτελέσματα αρχίζουν και αποκλίνουν λίγο που μεταφράζεται σε διαφορά κλίσης των διαγραμμάτων. Με τη μέθοδο στοιχείων πτερυγώσης παρατηρείται το ακριβώς αντίθετο φαινόμενο, δηλαδή οι τιμές έχουν απόκλιση για χαμηλό λόγο προχώρησης και βελτιώνεται σταδιακά. Πέραν των παραπάνω, με

μία πρώτη ματιά δείχνει να επιτυγχάνεται καλύτερη προσέγγιση της κλίσης της πειραματικής καμπύλης με τη μέθοδο γραμμής άνωσης. Όσον αφορά τον συντελεστή ώσης τώρα, αυτό που είναι εμφανές είναι ότι σε επίπεδο τιμών και κλίσης, τα καλύτερα αποτελέσματα επιτυγχάνονται με τη μέθοδο γραμμής άνωσης.

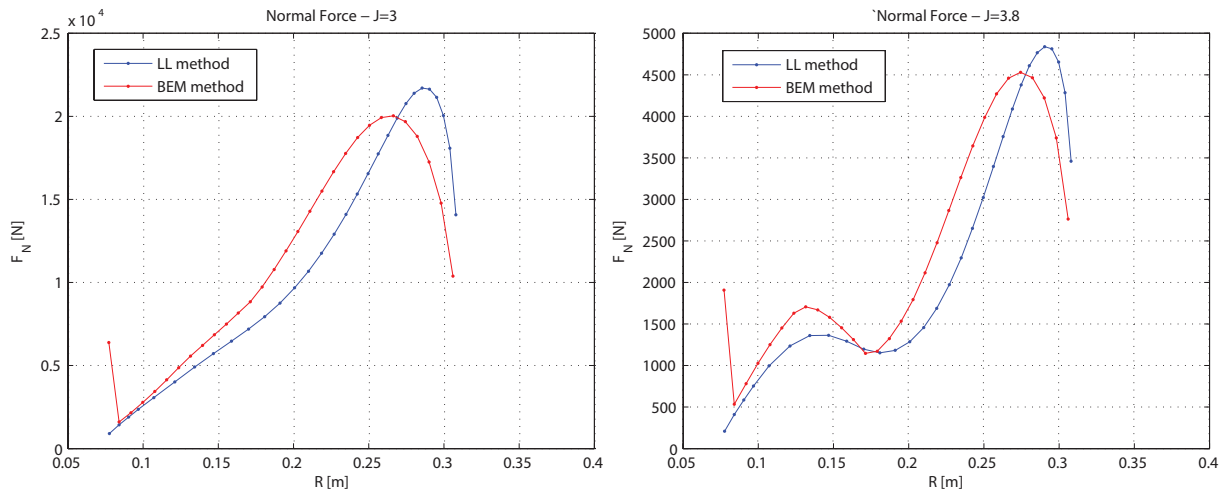
Ακολούθως παρατίθενται τα αντίστοιχα αποτελέσματα συγκρίνοντας κάθε φορά τις δύο μεθόδους, και στραμμένες και μη γεωμετρίες, για τα μεγέθη που κατανέμονται κατά μήκος του πτερυγίου.



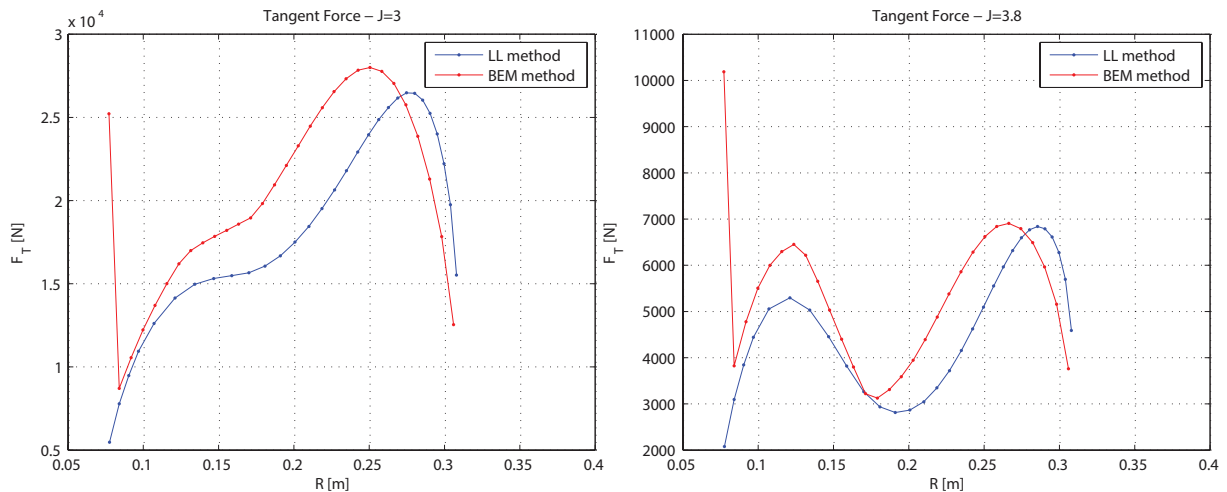
Σχήμα 5.25: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για α , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.26: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για u_{ind} , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D



Σχήμα 5.27: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για F_N , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

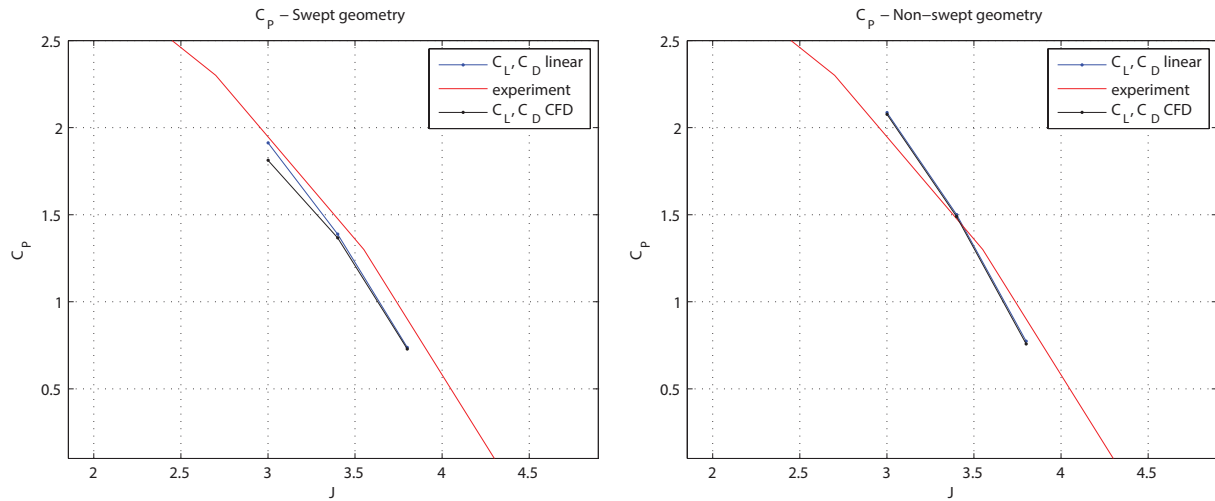


Σχήμα 5.28: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για F_T , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$, γραμμική θεωρία για C_L , C_D

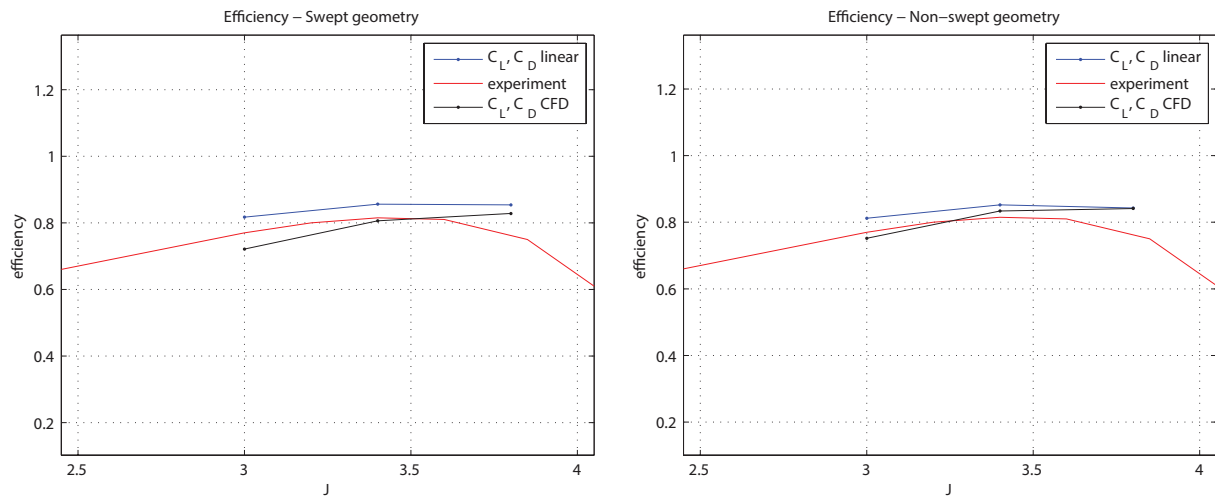
Αρχικά, παρατηρείται ότι η μέθοδος στοιχείων περύγωσης δίνει μικρότερες γωνίες πρόσπτωσης και ταυτόχρονα μεγαλύτερες επαγόμενες ταχύτητες. Αυτό είναι απόλυτα αναμενόμενο διότι η μέθοδος αυτή δεν λαμβάνει υπόψιν την επίδραση του κοντινού ομόρρου, ο οποίος έχει ακριβώς αυτή την επίδραση όταν υπάρχει οπισθόκλιση στο πτερύγιο. Όταν το πτερύγιο είναι στραμμένο λόγω οπισθόκλισης, ο ομόρρος από μία λωρίδα δεν φεύγει από την ίδια αξονική θέση με τις υπόλοιπες λωρίδες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση των επαγόμενων ταχυτήτων από τον ομόρρο στο πτερύγιο, το οποίο με τη σειρά του επιδρά με την γωνία προσβολής προκαλώντας της αύξηση. Το παραπάνω φαινόμενο αποτυπώνεται όπως ακριβώς αναμένεται στα παραπάνω διαγράμματα. Η μείωση της επαγόμενης ταχύτητας γίνεται εμφανέστερη στο σημείο του ακροπτερυγίου, όπου υπάρχει και η μέγιστη οπισθόκλιση, και είναι αυτό το γόνατο που φαίνεται να κάνει το διάγραμμα επαγόμενων ταχυτήτων στην καμπύλη αποτελεσμάτων της μεθόδου γραμμής άνωσης, πράγμα που δεν συμβαίνει στην μέθοδο στοιχείων περύγωσης. Επίσης, αποτυπώνεται και η αναφερόμενη επίδραση στις γωνίες προσβολής, όπου με τη μέθοδο γραμμής άνωσης παρουσιάζουν μεγαλύτερες τιμές από αυτές της μεθόδου στοιχείων περύγωσης. Παρατηρεί επίσης κανείς ότι φαίνεται σαν τα διαγράμματα στοιχείων περύγωσης να είναι μετατοπισμένα προς τα αριστερά σε σχέση με αυτά της γραμμής άνωσης. Αυτό οφείλεται στις μικρότερες γωνίες πρόσπτωσης που υπάρχουν στη μέθοδο αυτή. Τέλος, τα διαγράμματα κατανομής δυνάμεων δείχνουν να έχουν παρόμοια συμπεριφορά, επομένως αυτό ισχυροποιεί την θέση πως αυτή είναι η σωστή κατανομή κατά μήκος του πτερυγίου.

5.4 Επίδραση αεροδυναμικών συντελεστών

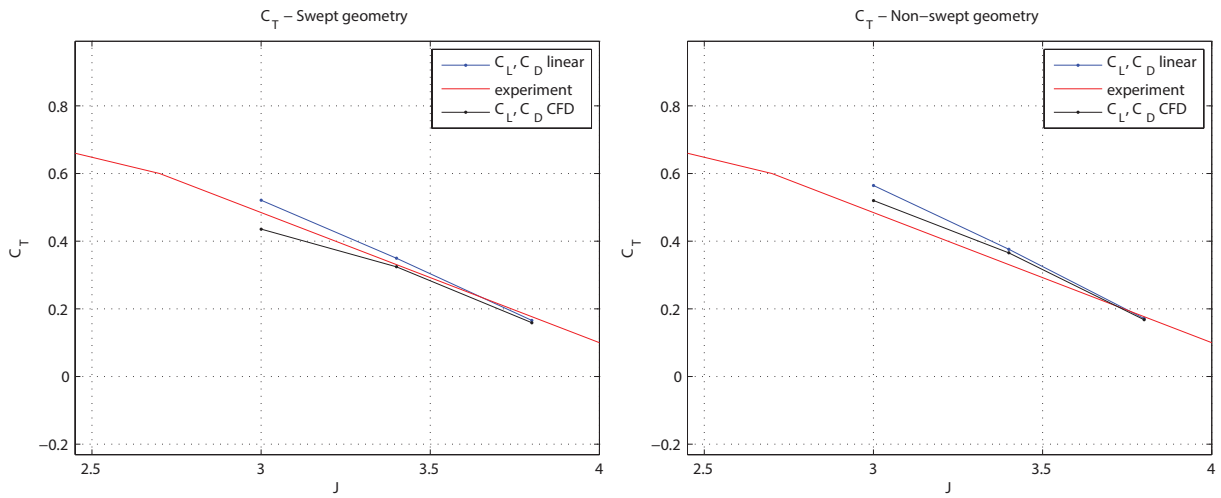
Παρακάτω ακολουθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διερεύνηση για τους αεροδυναμικούς συντελεστές C_L και C_D , όπως αυτή περιγράφεται στο σχετικό εδάφιο. Παρουσιάζονται πρώτα τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τους συντελεστές ώσης και ισχύος, και βαθμού απόδοσης για τις συνθήκες πτήσης που παρουσιάζονται και παραπάνω. Επίσης, γίνεται παρουσίαση πρώτα της μεθόδου γραμμής άνωσης, και στη συνέχεια των στοιχείων πτερύγωσης.



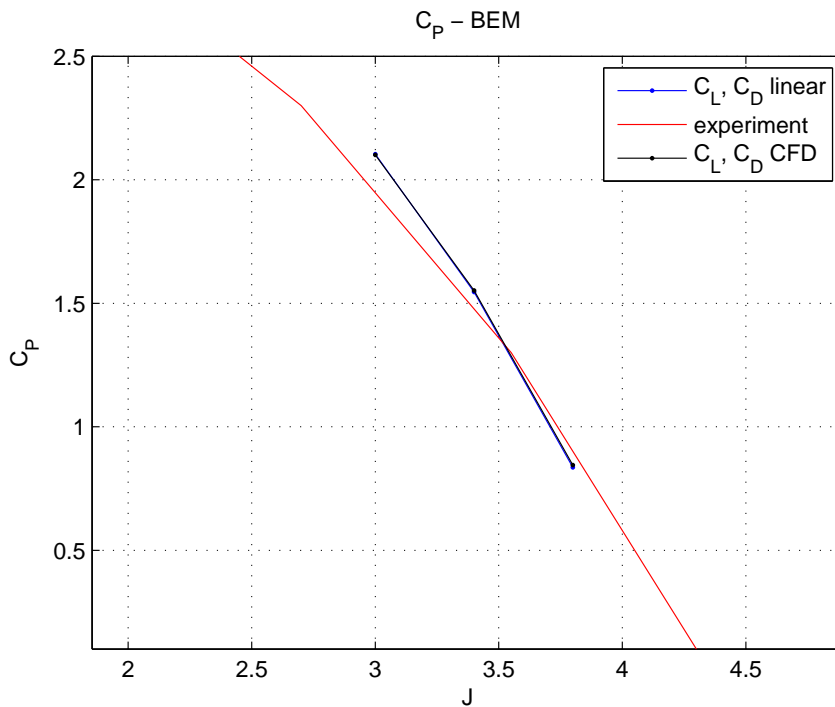
Σχήμα 5.29: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για C_p με μέθοδο γραμμής άνωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



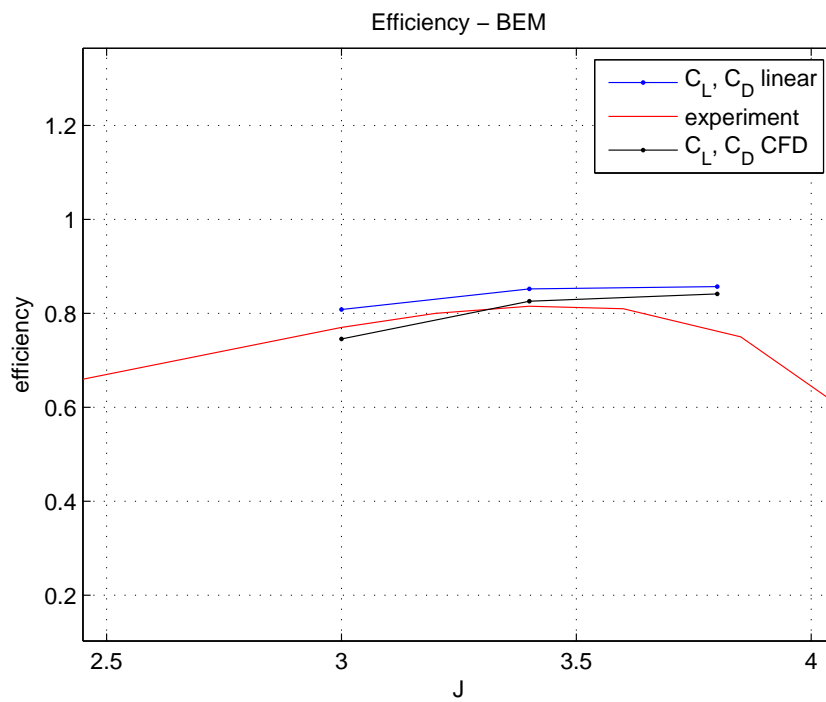
Σχήμα 5.30: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για η με μέθοδο γραμμής άνωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



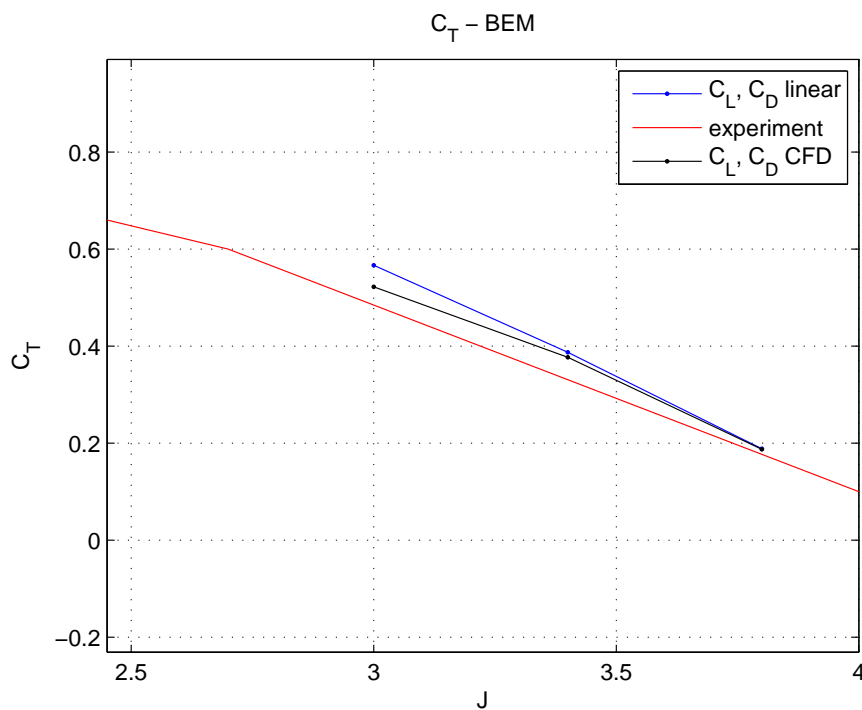
Σχήμα 5.31: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για C_T με μέθοδο γραμμής άνωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



Σχήμα 5.32: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για C_P με μέθοδο στοιχείων περύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$



Σχήμα 5.33: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για η με μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$

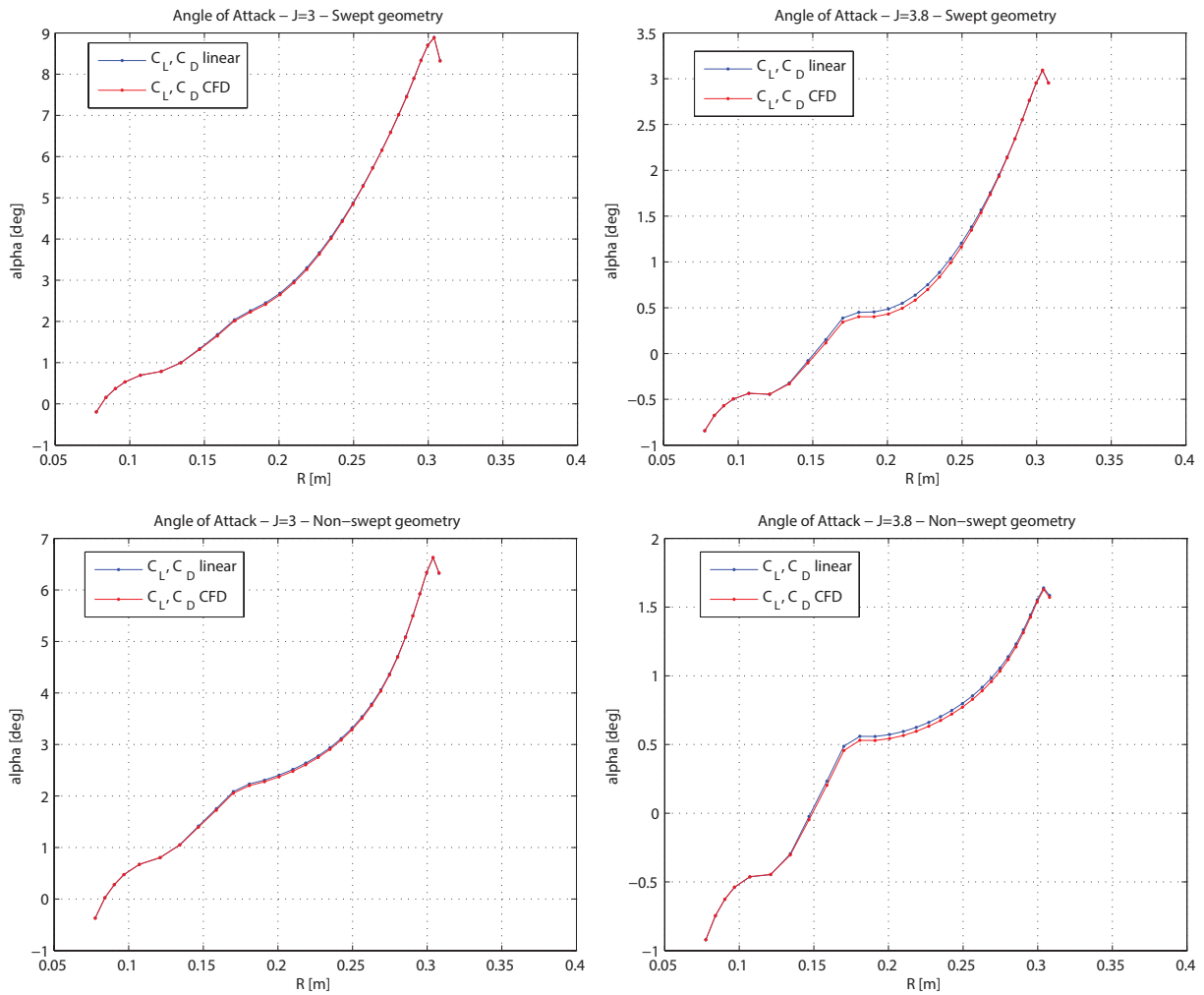


Σχήμα 5.34: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για C_T με μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$

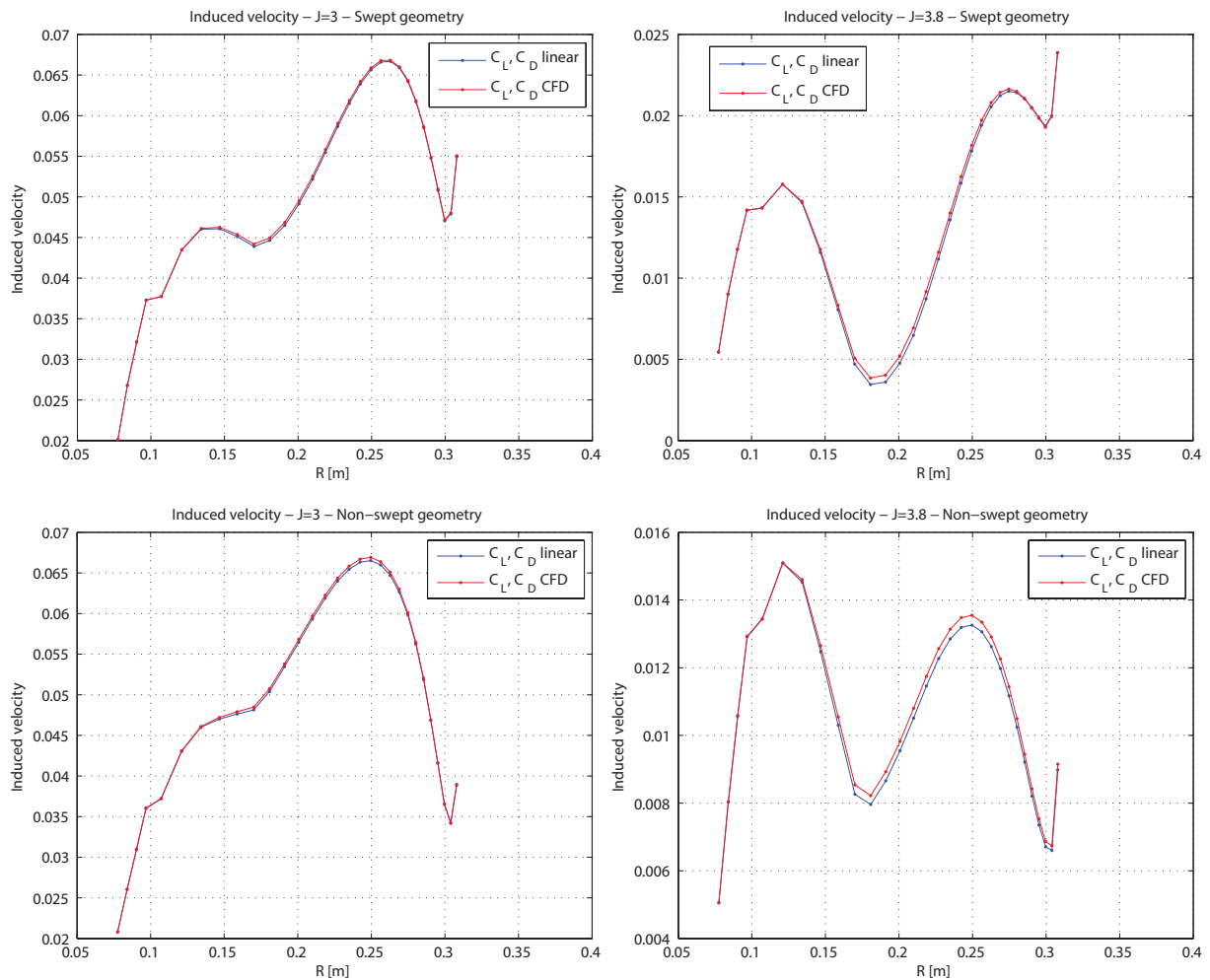
Αρχικά στα διαγράμματα αποτελεσμάτων με τη μέθοδο γραμμής άνωσης παρατηρείται ότι οι μη-στραμμένες λωρίδες έχουν λιγότερες μεταβολές από τις στραμμένες όσον αφορά την επίδραση των αεροδυναμικών συντελεστών, αφού οι στραμμένες δείχνουν να μεταβάλλονται σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό. Οι στραμμένες γεωμετρίες δείχνουν, ακόμα, να έχουν και βελτίωση στην κλίση των καμπυλών αποτελεσμάτων στους συντελεστές ώσης και ισχύος. Επίσης, παρατηρείται πως οι σημαντικές αλλαγές επιτυγχάνονται σε μικρότερους λόγους προχώρησης, και όχι τόσο σε μεγαλύτερους. Όλα τα παραπάνω έχουν ως αίτιο τα φαινόμενα αποκόλλησης που πλέον, με τους νέους αεροδυναμικούς συντελεστές λαμβάνονται υπόψιν. Όσο μειώνεται ο λόγος προχώρησης J , μεταφράζεται σε αύξηση της γωνιακής ταχύτητας των πτερυγίων ω , και ως εκ τούτου αυξάνεται το διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας w στις αεροτομές. Αυτό οδηγεί με την σειρά του σε μεγαλύτερες γωνίες προσβολής, πράγμα που έχει ήδη φανεί από τα διαγράμματα κατανομής της γωνίας πρόσπτωσης κατά μήκος του πτερυγίου, και επομένως οδηγείται το πτερύγιο σε εντονότερα φαινόμενα αποκόλλησης, εφόσον το φαινόμενο αυτό λαμβάνει χώρα όσο αυξάνεται η γωνία προσβολής της αεροτομής. Επίσης, οι μη-στραμμένες γεωμετρίες έχουν κατά μήκος του πτερυγίου μικρότερες γωνίες προσβολής, όπως έγινε φανερό σε προηγούμενο εδάφιο, επομένως έχουν λιγότερη αποκολλημένη ροή σε σχέση με τις στραμμένες γεωμετρίες.

Στη μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης τώρα, παρατηρείται βελτίωση μόνο στον συντελεστή ώσης σε επίπεδο κλίσης και αποτελεσμάτων, και λιγότερο στον βαθμό απόδοσης σε επίπεδο αποτελεσμάτων, ενώ ο συντελεστής ισχύος είναι ίδιος. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού με τον συντελεστή ισχύος σχετίζεται η παραγόμενη ροπή, και άρα η εφαπτομενική δύναμη που παράγεται. Όπως θα φανεί και στα επόμενα διαγράμματα, η μέθοδος στοιχείων πτερύγωσης, εφόσον υπολογίζει τα περιφερειακά φορτία με τη θεωρία δίσκου ορμής, δεν επηρεάζεται από αλλαγές στους αεροδυναμικούς συντελεστές. Επομένως είναι αναμενόμενη η μη-μεταβολή του συντελεστή ισχύος. Η επίδραση των αεροδυναμικών συντελεστών φαίνεται στις κάθετες στο πτερύγιο δυνάμεις, οι οποίες όντως έχουν μεταβληθεί, και μάλιστα έχουν βελτιωθεί σαν αποτελέσματα.

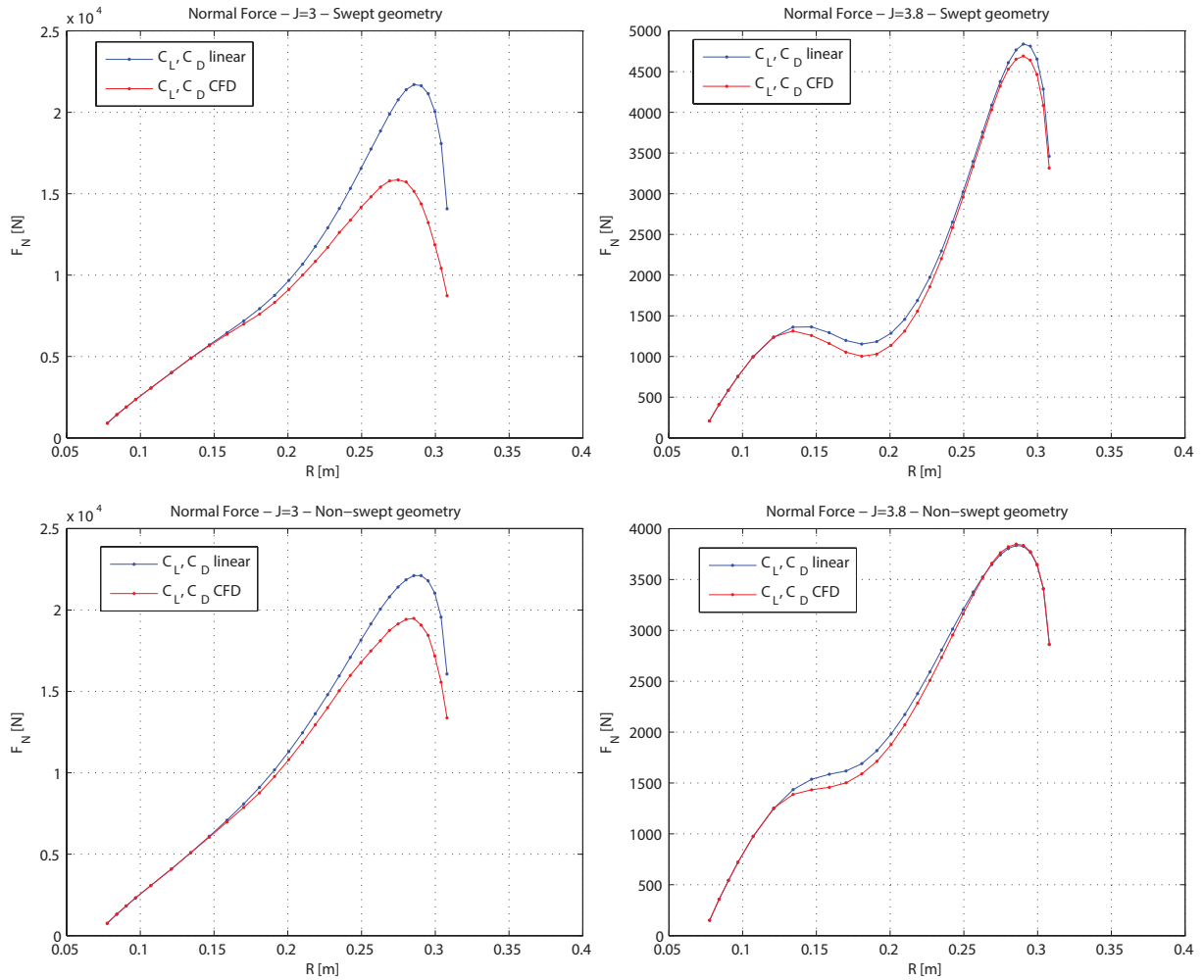
Και ακολουθούν τα αποτελέσματα της διερεύνησης επίδρασης των αεροδυναμικών συντελεστών για τα φορτία τα οποία κατανέμονται κατά μήκος του πτερυγίου. Πάλι παρουσιάζονται πρώτα τα αποτελέσματα της μεθόδου γραμμής άνωσης, και στη συνέχεια αυτά της μεθόδου στοιχείων πτερύγωσης.



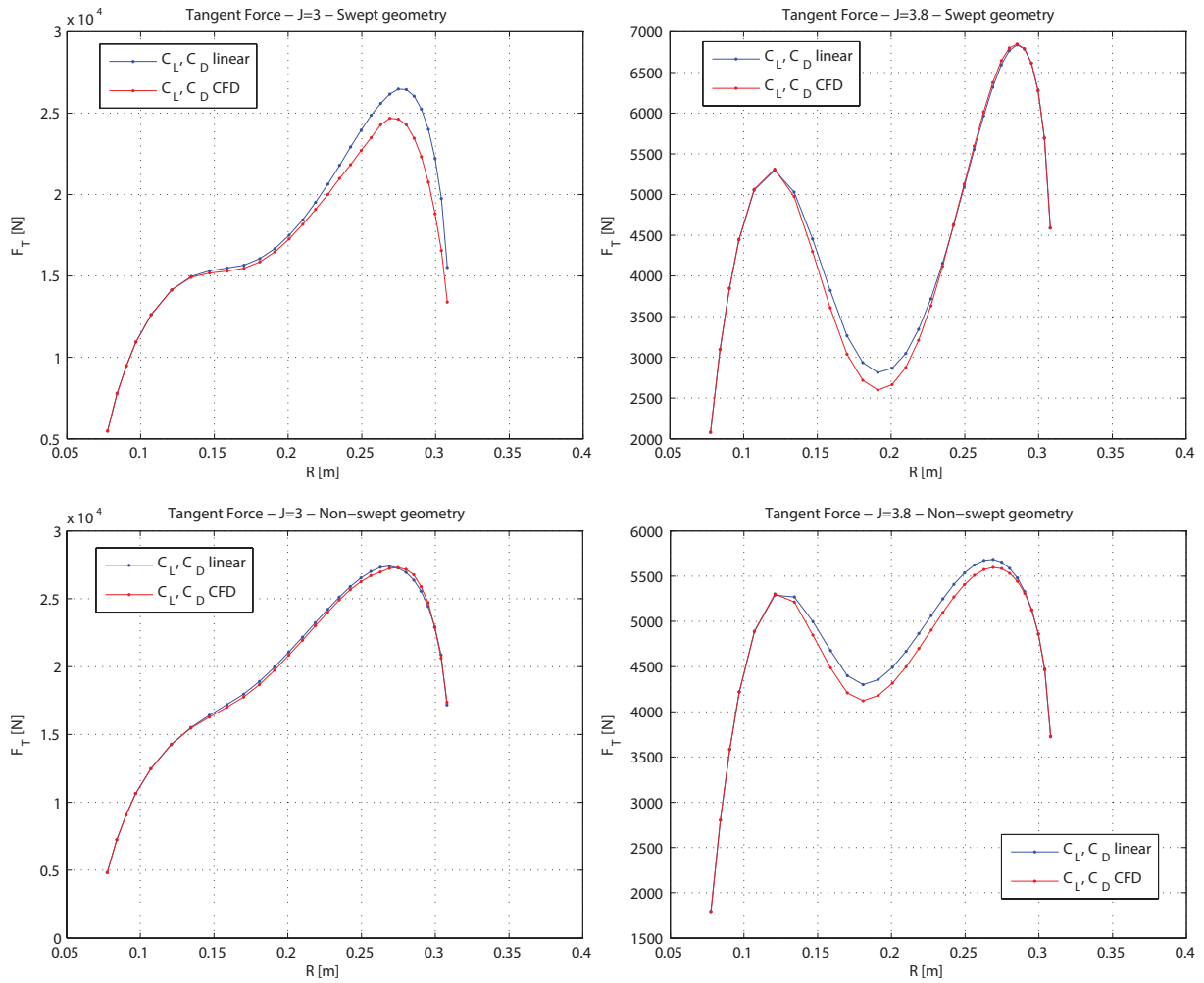
Σχήμα 5.35: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για α , $M = 0.45$ με μέθοδο γραμμής άνωσης, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



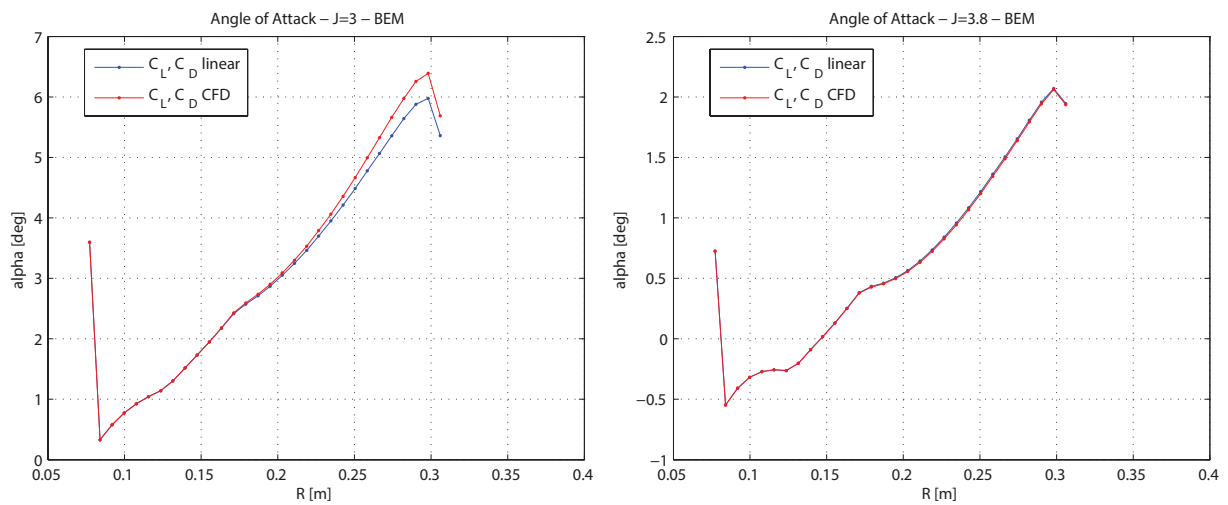
Σχήμα 5.36: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για u_{ind} με μέθοδο γραμμής άνωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



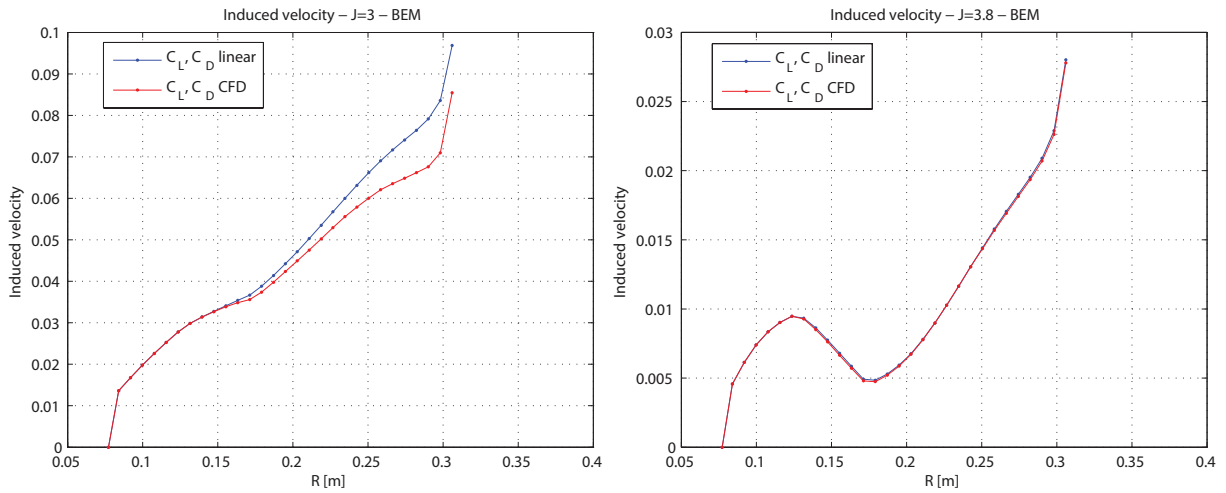
Σχήμα 5.37: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για F_N με μέθοδο γραμμής άνωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



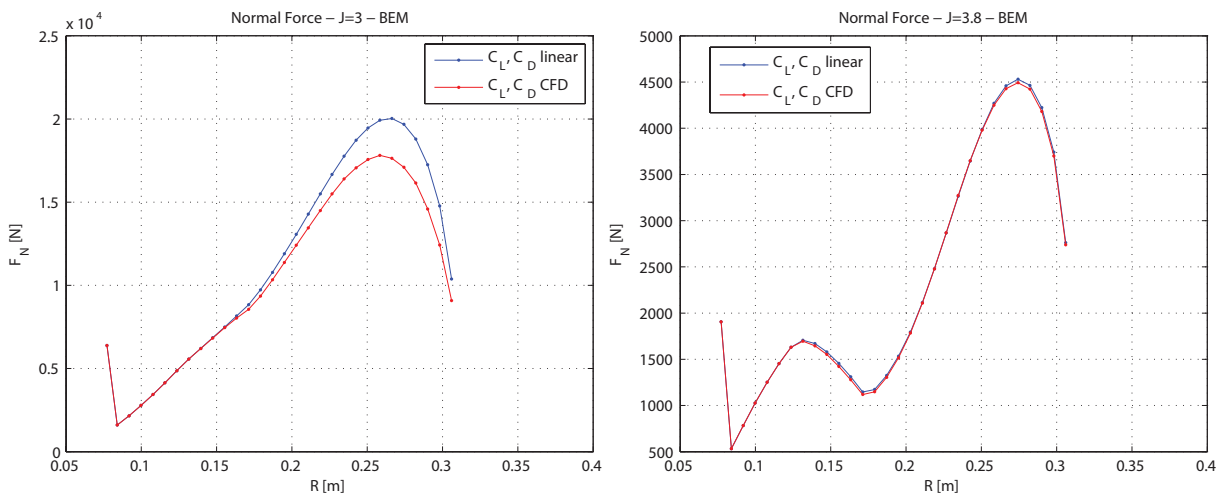
Σχήμα 5.38: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για F_T , $M = 0.45$ με μέθοδο γραμμής άνωσης, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



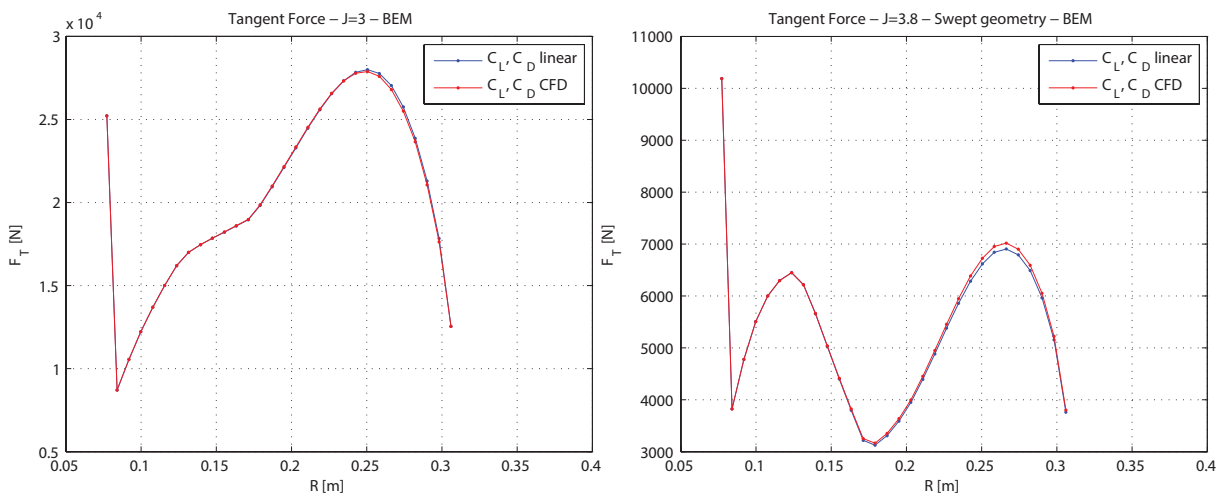
Σχήμα 5.39: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για α με μέθοδο στοιχείων πτερύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$



Σχήμα 5.40: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για u_{ind} με μέθοδο στοιχείων περύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$



Σχήμα 5.41: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για F_N με μέθοδο στοιχείων περύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$



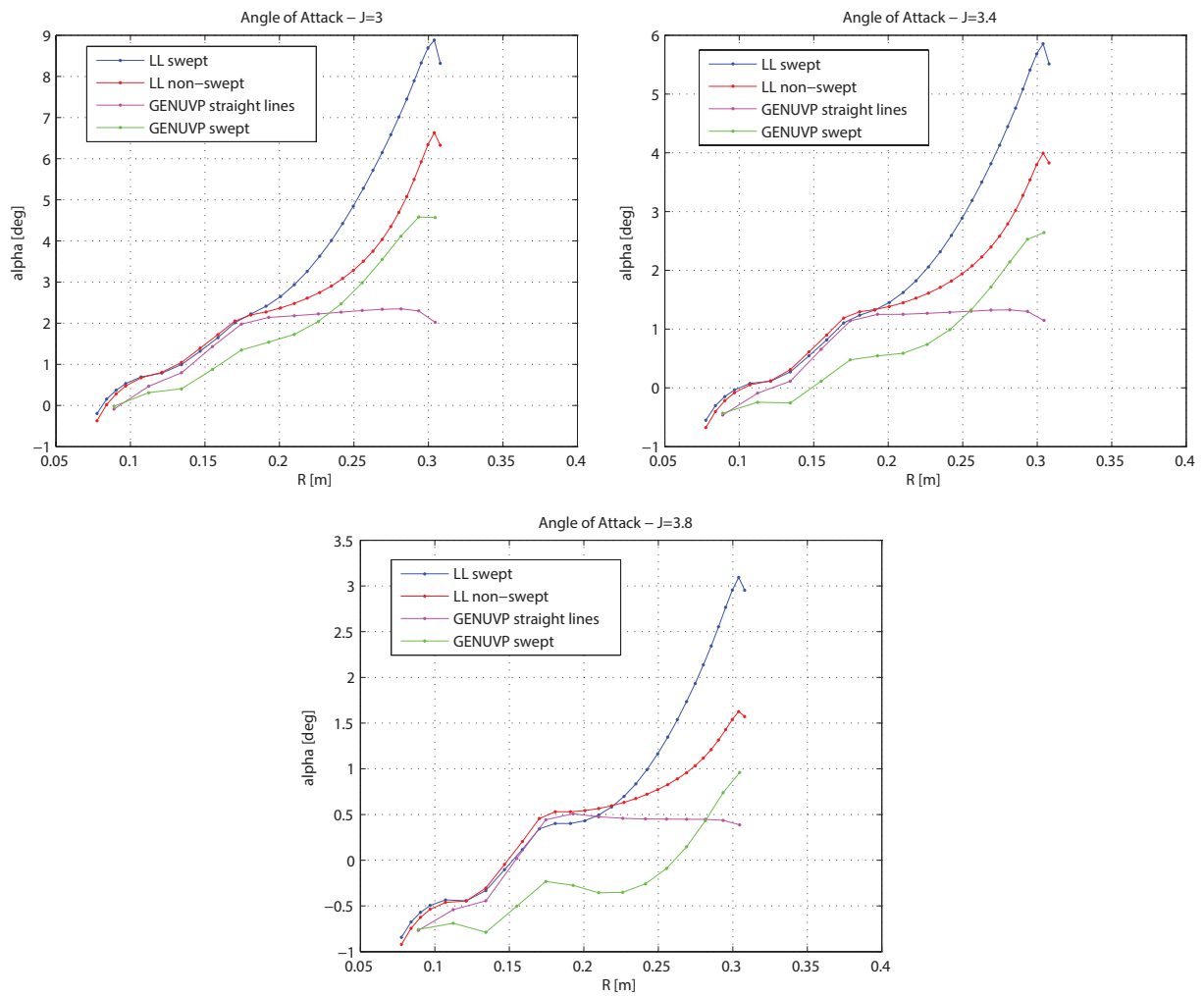
Σχήμα 5.42: Συγκριτικά αποτελέσματα αεροδυναμικών συντελεστών για F_T με μέθοδο στοιχείων περύγωσης, $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$

Τα αποτελέσματα που ελήφθησαν από τα κατανεμημένα στο πτερύγιο φορτία επιβεβαιώνουν αυτά που γράφτηκαν παραπάνω για τον τρόπο που επηρεάζονται τα αποτελέσματα από τις μεταβολές των αεροδυναμικών συντελεστών. Επί της ουσίας, και στις δύο μεθόδους παρατηρείται η ίδια διαφοροποίηση με την αλλαγή των συντελεστών C_L , C_D . Οι νέοι συντελεστές έχουν το χαρακτηριστικό ότι πλέον υπολογίζεται στα αποτελέσματα η επίδραση των φαινομένων αποκόλλησης. Η αποκόλληση λαμβάνει χώρα σε μεγάλες γωνίες προσβολής, επομένως παρατηρείται ότι στις μεγάλες γωνίες, δηλαδή σε μικρούς λόγους προχώρησης, τα μόνα διαγράμματα που διαφέρουν είναι αυτά που παρουσιάζουν τα κατανεμημένα στο μήκος του πτερυγίου φορτία, και αυτό επειδή όταν αρχίζουν να έχουν σημαντική επίδραση τα φαινόμενα αποκόλλησης, αυτό σημαίνει ότι μειώνεται η κλίση του συντελεστή C_L , επομένως η παραγόμενη δύναμη της άνωσης είναι μικρότερη από αυτή που δίδεται μέσω της γραμμικής θεωρήσης των συντελεστών, ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η κλίση του συντελεστή C_D , που προφανώς μειώνει την παραγόμενη αυτή δύναμη.

5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων μεθόδων γραμμής άνωσης και επιφάνειας άνωσης (GENUVP)

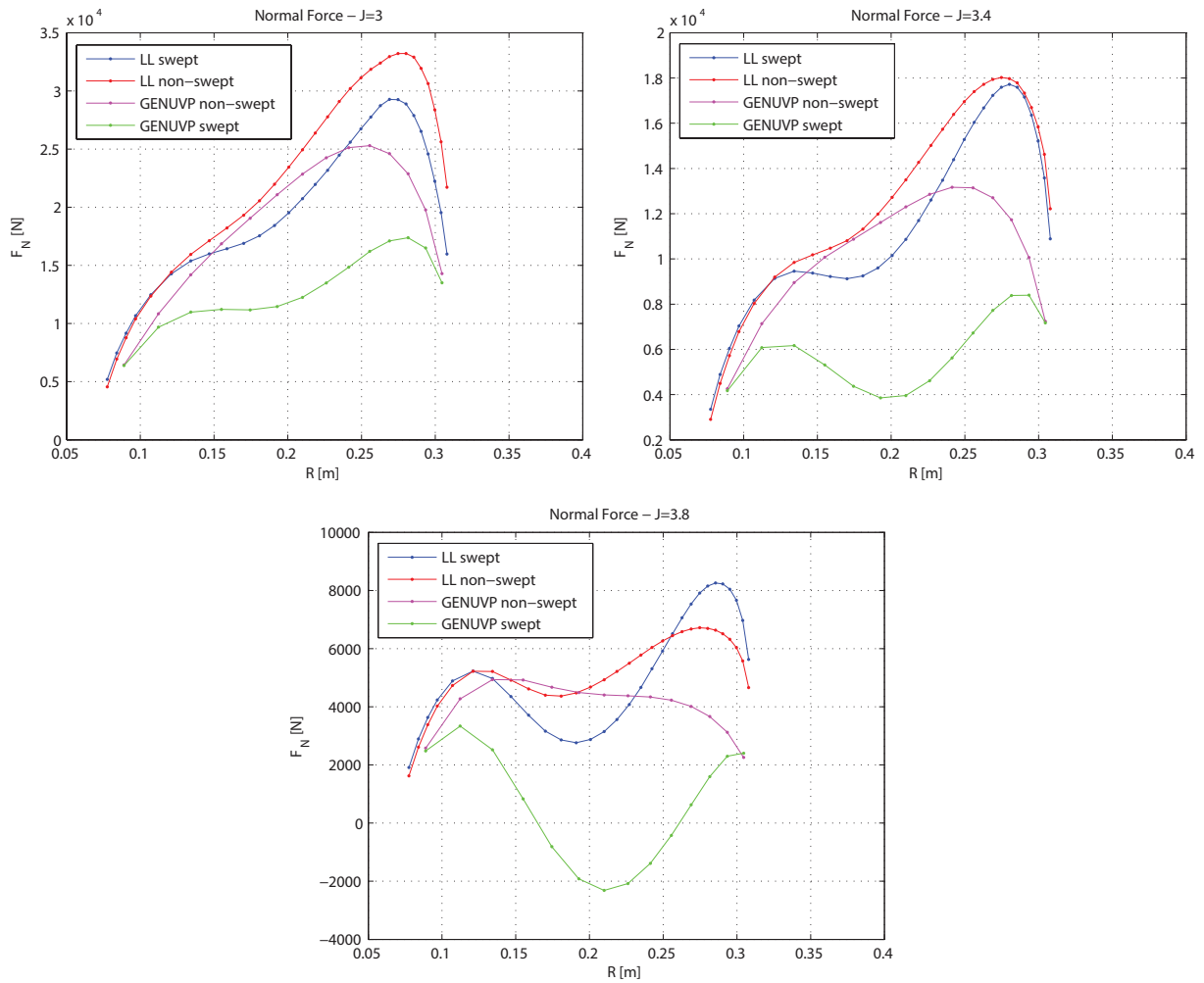
Στην ενότητα αυτή θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από το σύνολο των κωδικών και προγραμμάτων που χρησιμοποιήθηκαν για την συγκριτική μελέτη που γίνεται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στην εισαγωγή της εργασίας έγινε φανερό πως το πρόγραμμα GENUVP δεν δίνει σωστά αποτελέσματα όσον αφορά τους συντελεστές ώσης, ισχύος και για τον βαθμό απόδοσης, επομένως γίνεται στο σημείο αυτό παρουσίαση των κατανεμημένων μεγεθών στο μήκος του πτερυγίου προκειμένου να γίνει σαφέστερο το που εντοπίζεται το πρόβλημα όσον αφορά τη μη-προσέγγιση των αποτελεσμάτων στα παραπάνω μεγέθη.

Παρατίθενται λοιπόν τα διαγράμματα, που παρουσιάστηκαν και στις παραπάνω ενότητες, των κατανεμημένων κατά το μήκος του πτερυγίου μεγεθών της γωνίας προσβολής, της κάθετης και της εφαπτομενικής δύναμης, και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα κατανεμημένα μεγέθη που ελήφθησαν από το πρόγραμμα GENUVP. Επιλέχθηκε να παρουσιαστεί η σύγκριση μόνο με τα αποτελέσματα της μεθόδου γραμμής άνωσης για του παρακάτω λόγους. Αρχικά, επειδή όπως αποδείχθηκε παραπάνω τα διαγράμματα των μεγεθών που παρουσιάζονται έχουν την ίδια μορφή είτε με τη μέθοδο γραμμής άνωσης, είτε με στοιχεία πτερύγωσης, και εφόσον ενδιαφέρει μόνο σε ποιοτικό επίπεδο η μορφή των διαγραμμάτων δεν θα είχε ουσιαστική συνεισφορά η παρουσίαση και των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με στοιχεία πτερύγωσης. Επίσης, η μέθοδος γραμμής άνωσης λαμβάνει υπόψιν το φαινόμενο της μείωσης της επαγόμενης ταχύτητας λόγω του κοντινού ομόρρου, πράγμα που γίνεται και με τη μέθοδο επιφάνειας άνωσης, επομένως πρόκειται για πληρέστερη μέθοδο. Τέλος, με τη μέθοδο γραμμής άνωσης είναι εφικτή και η περίπτωση των μη-στραμμένων γεωμετριών, η οποία έχει μελετηθεί με το πρόγραμμα GENUVP από άλλη διπλωματική εργασία [], επομένως είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο περιπτώσεων. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως ο κώδικας που χρησιμοποιεί το GENUVP και ο κώδικας της γραμμής άνωσης έχουν διαφορετικά ολικά συστήματα συντεταγμένων όσον αφορά τον υπολογισμό των κάθετων και των εφαπτομενικών δυνάμεων. Για τον λόγο αυτόν, γίνεται μετατροπή στα αποτελέσματα του κώδικα γραμμής άνωσης. Με το μετασχηματισμό αυτόν επομένως λαμβάνονται όλα τα φορτία στο ίδιο επίπεδο και είναι δυνατή η σύγκριση τους. Τέλος, να επισημανθεί πως όλα τα αποτελέσματα έγιναν με διορθωμένους συντελεστές C_L και C_D μέσω των αποτελεσμάτων από τρεξίματα σε κώδικες CFD επίλυσης, εφόσον κρίθηκαν πληρέστερα σαν αποτελέσματα. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα για όλους τους λόγους προχώρησης που έγιναν τρεξίματα.

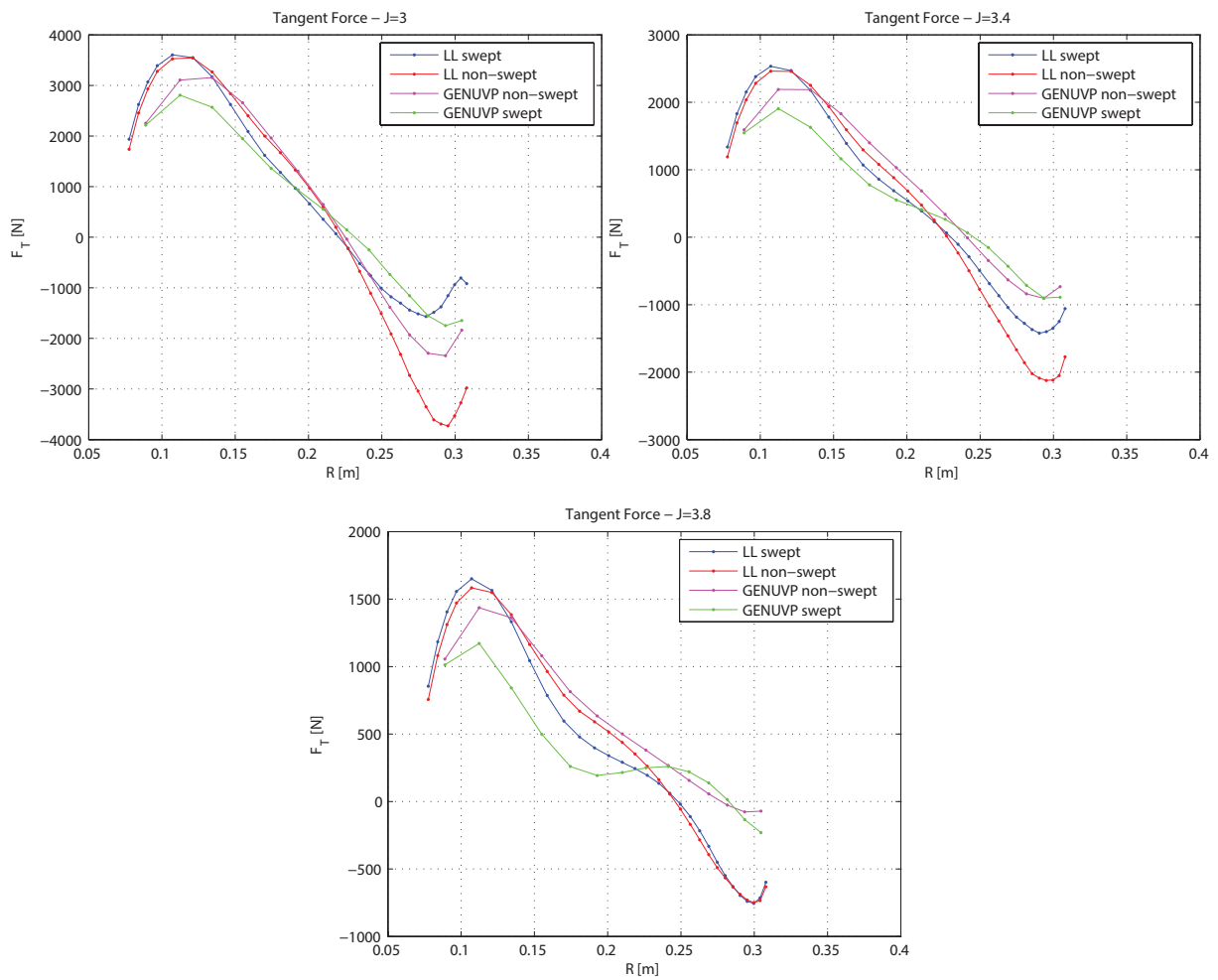


Σχήμα 5.43: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για α , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$

5.5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΑΝΩΣΗΣ (GENUVP)



Σχήμα 5.44: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για F_N , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$



Σχήμα 5.45: Συγκριτικά αποτελέσματα μεθόδων για F_T , $M = 0.45$, $\beta = 60.2^\circ$, γραμμή άνωσης στα $c/2$

5.5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΡΑΜΜΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΑΝΩΣΗΣ (GENUVP)

Είναι λοιπόν φανερό από τις ανωτέρω συγκρίσεις των διαγραμμάτων πως το πρόβλημα έγκειται σε λανθασμένο υπολογισμό των κάθετων δυνάμεων. Στα υπόλοιπα μεγέθη παρατηρείται η ομοιότητα των αποτελεσμάτων του προγράμματος GENUVP με τα αντίστοιχα διαγράμματα του κώδικα γραμμής άνωσης. Παρατηρείται επίσης, πως το πρόβλημα γίνεται εντονότερο για μεγάλους λόγους προχώρησης. Αυτό δείχνει ότι όσο η γωνιακή ταχύτητα μειώνεται, η διαφορά γίνεται εντονότερη, πράγμα που σημαίνει ότι με αύξηση της γωνιακής ταχύτητας δεν παρατηρείται τόσο έντονη διαφορά. Όσο μειώνεται η γωνιακή ταχύτητα, σημαίνει ότι το πτερύγιο λειτουργεί σε μικρότερες γωνίες προσβολής, άρα και το διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας πτερυγίου και ροής εξαρτάται περισσότερο από την ταχύτητα στο άπειρο U_∞ .

Κεφάλαιο 6

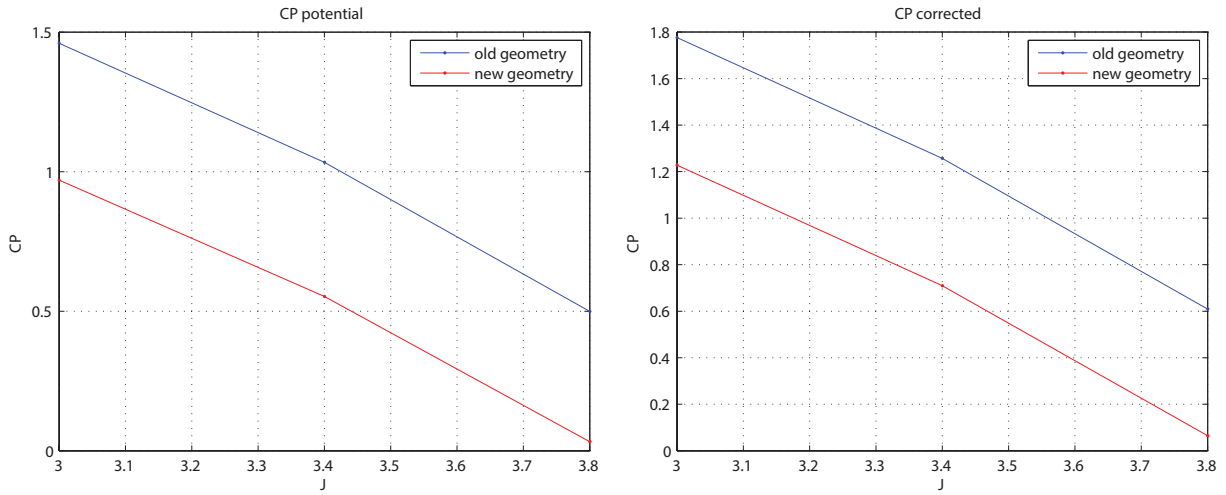
Συμπεράσματα και αποτίμηση της εργασίας

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μία αποτίμηση των αποτελεσμάτων της διπλωματικής εργασίας, και θα εξαχθούν ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με τα αποτελέσματα που παρήχθησαν.

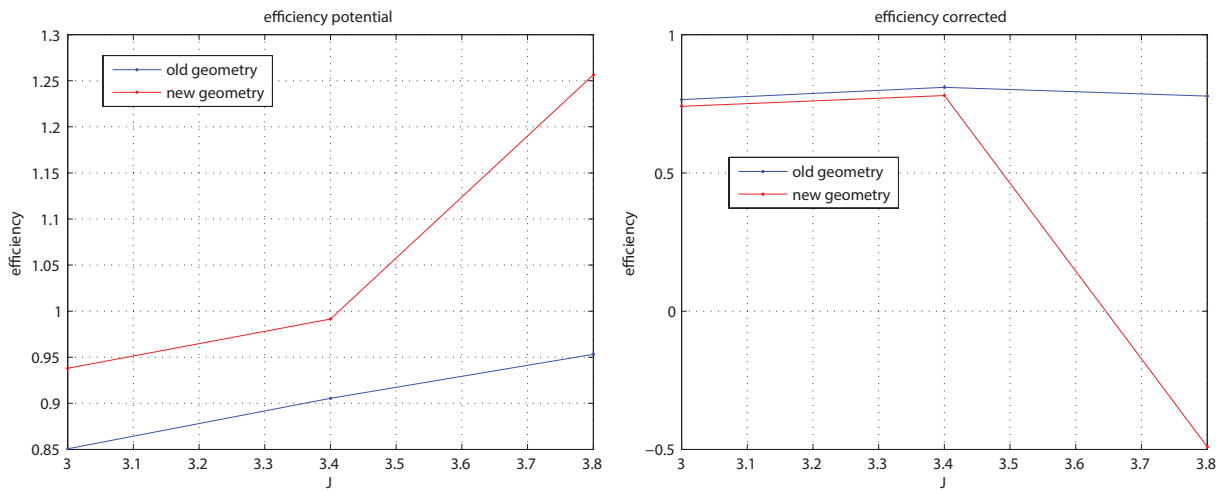
Αρχικά, οι κώδικες που αναπτύχθηκαν πιστοποιήθηκαν εφόσον έγιναν δοκιμές και με την έλικα του κινητήρα, αλλά και με ανεμογεννήτρια. Τα αποτελέσματα που έδωσαν και για τις δύο αυτές εφαρμογές ήταν σε πολύ καλό επίπεδο, αφού στην ανεμογεννήτρια συγκρίθηκαν μεταξύ τους οι δύο μέθοδοι, ενώ για την έλικα συγκρίθηκαν με πειραματικά αποτελέσματα που βρέθηκαν. Οι κώδικες αυτοί, αφού πιστοποιήθηκαν ως προς τα αποτελέσματα που δίνουν, αποτελούν μία αξιόπιστη και γρήγορη λύση για χαμηλούς αριθμούς Mach, όσον αφορά αεροπορικές έλικες και ανεμογεννήτριες.

Ακόμα, σε επίπεδο γεωμετρίας του κινητήρα πλέον είναι σαφής ο τρόπος με τον οποίο δίδεται από την βιβλιογραφία η γεωμετρία, αφού έγινε η απαραίτητη διερεύνηση. Η διερεύνηση αυτή έδειξε ότι τα δεδομένα τα οποία δίδονται είναι για αεροτομές παράλληλες με τους άξονες, και για να μπορέσουν αυτές να τοποθετηθούν σε στραμμένο απαιτείται η κατάλληλη στροφή τους σε σύστημα κάθετο στον καμπύλο άξονα του πτερυγίου.

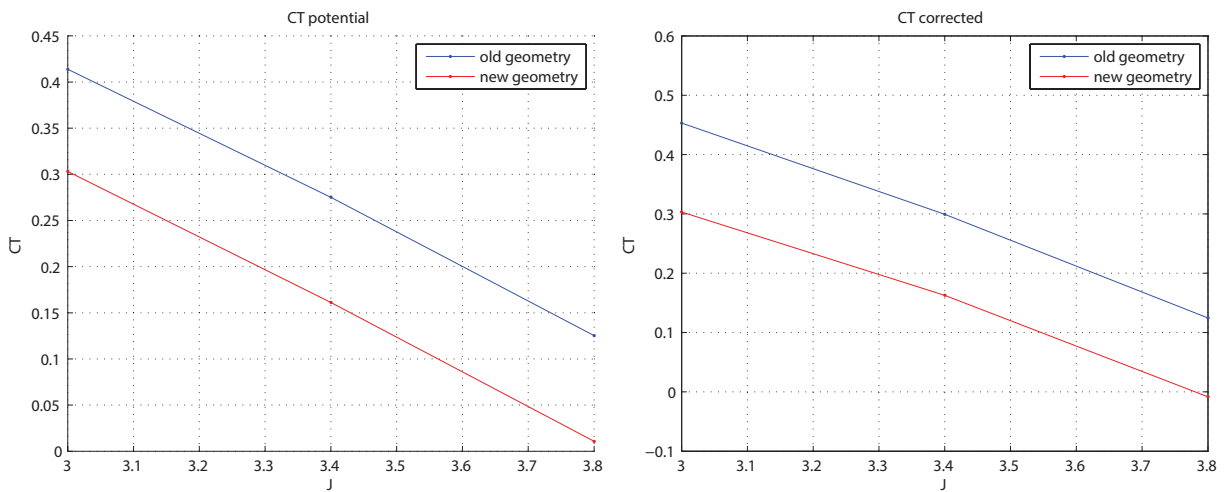
Επίσης, στόχος που είχε τεθεί στην εισαγωγή, δηλαδή να διερευνηθεί η αιτία των αποκλίσεων στα αποτελέσματα του προγράμματος GENUVP, επιτεύχθηκε αφού μπόρεσε να γίνει η κατάλληλη μελέτη των αποτελεσμάτων όλων των κωδίκων και να βρεθεί με σαφήνεια ο λόγος για τον οποίο ο κώδικας επιφάνειας άνωσης δεν αποδίδει τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Αυτό φαίνεται στα διαγράμματα που παρουσιάζονται με τα κατανομημένα μεγέθη κατά το μήκος του πτερυγίου στο οποίο η κάθετη στο επίπεδο δύναμη δεν έχει την απόκριση που προκύπτει από τις υπόλοιπες μεθόδους. Παρατίθενται παρακάτω τα αποτελέσματα μόνο του GENUVP για τους συντελεστές ώσης, ισχύος και βαθμού απόδοσης, τα οποία φανερώνουν ότι το πρόγραμμα αυτό έχει αποκλίσεις στα αποτελέσματα. Ο λόγος της παράθεσης αυτής είναι για να γίνει φανερό το πως επηρεάζονται τα συνολικά μεγέθη που ενδιαφέρουν, δηλαδή οι συντελεστές αυτοί, από την λανθασμένη κατανομή των κάθετων στο επίπεδο φορτίων. Οι συντελεστές που εμφανίζονται είναι αυτοί που προκύπτουν από δύο φορτία. Αρχικά χωρίς την διόρθωση μέσω αεροδυναμικών συντελεστών, και στη συνέχεια διορθωμένα με αυτούς.



Σχήμα 6.1: C_P των δύο γεωμετριών από GENUVP. $M = 0.45$



Σχήμα 6.2: η των δύο γεωμετριών από GENUVP. $M = 0.45$



Σχήμα 6.3: C_T των δύο γεωμετριών από GENUVP. $M = 0.45$

Βιβλιογραφία

- [1] Busemann, Adolf, *Aerodynamischer Auftrieb bei Überschallgeschwindigkeit*, journal *Luftfahrtforschung*, Vol. 12.6, 1935.
- [2] Kuethe, Arnold M and Chow, Chuen-Yen and Fung, YC, *Foundations of Aerodynamics, Bases of Aerodynamics Design*, American Society of Mechanical Engineers, 1987.
- [3] Anderson Jr, John David, *Fundamentals of aerodynamics*, Tata McGraw-Hill Education, 2010.
- [4] Lobitz, Don W and Veers, Paul S, *Load Mitigation with Bending/Twist-coupled Blades on Rotors using Modern Control Strategies*, journal *Wind Energy*, Vol. 6.2, Wiley Online Library, 2003.
- [5] Sullivan, J, *The effect of blade sweep on propeller performance*, 10th Fluid and Plasmadynamics Conference, 1977.
- [6] Stefko, George and Podboy, Gary and Rose, Gayle, *Wind tunnel performance results of an aeroelastically scaled 2/9 model of the PTA flight test prop-fan*, 23rd Joint Propulsion Conference, 1987.
- [7] Yu, Hu and Bin, Lim Kah and Beng, Tay Wee, *The investigation of cyclogyro design and the performance*, 25th International Congress of Aeronautical Sciences, 2006.
- [8] Tietjens, OG *Applied Hydro-and Aerodynamics: Based on Lectures of L. Prandtl*, McGraw-Hill, 1934.
- [9] Violette, John A., William E. Sullivan, and Jay E. Turnberg, *Large-Scale Advanced Prop-Fan (LAP) blade design*, 1984.
- [10] Rogallo, Vernon L. *Effects of Wing Sweep on the Upwash at the Propeller Planes of Multiengine Airplanes*, National Aeronautics and Space Administration Washington DC, 1952.
- [11] Hall, Jeremiah, et al., *Investigation of variable wing-sweep for applications in micro air vehicles*, Infotech@ Aerospace, 2005.
- [12] Hoff, G. E., *Experimental performance and acoustic investigation of modern, counterrotating blade concepts*, 1990.
- [13] Billman, L. C., et al., *Large scale prop-fan structural design study. Volume 2: Preliminary design of SR-7*, 1988.
- [14] Dittmar, James H., *Preliminary measurement of the noise from the 2/9 scale model of the large-scale advanced propfan (LAP) propeller, SR-7A*, 1985.
- [15] Nagle, D., S. Auyeung, and J. Turnberg, *SR-7A aeroelastic model design report*. 1986.
- [16] Voutsinas S., *Manual of GENUVP*, National Technical University of Athens, Laboratory of Aerodynamics, 2011.
- [17] Anderson, John David, *Modern compressible flow: with historical perspective*, Vol. 12, McGraw-Hill, 1990.
- [18] Bak, Christian, et al., *The DTU 10-MW reference wind turbine*, Danish wind power research, 2013.