



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών

Εργαστήριο Αεροδυναμικής

Πειραματική μελέτη ομόρρου πτέρυγας *NACA*  
*64418* υπό μόνιμες και μη μόνιμες (πρόνευση)  
συνθήκες ροής

Διπλωματική Εργασία

του

Χαράλαμπου Κόττα Χουλάκη

Επιβλέπων: Μαθιουλάκης Δημήτριος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2017





Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Ρευστών  
Εργαστήριο Αεροδυναμικής

# Πειραματική μελέτη ομόρρου πτέρυγας *NACA* *64418* υπό μόνιμες και μη μόνιμες (πρόνευση) συνθήκες ροής

## Διπλωματική Εργασία

του

### Χαράλαμπου Κόττα Χουλάκη

Επιβλέπων: Μαθιουλάκης Δημήτριος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 7/7/2017

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....  
Μαθιουλάκης Δημήτριος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ριζιώτης Βασίλειος  
Επίκουρος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Μπούρης Δημήτριος  
Επίκουρος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

**Κόττας Χουλάκης Χαράλαμπος**  
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

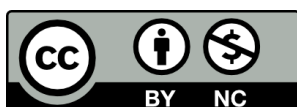


Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons, Αναφορά Δημιουργού, Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνής [1] ή μεταγενέστερη. Επιτρέπεται η αντιγραφή και αναδιανομή του υλικού ή τμήμα αυτού με κάθε μέσο και τρόπο, καθώς και η ανάμειξη, τροποποίηση, προσαρμογή και δημιουργία επί αυτού, υπό τους όρους της Αναφοράς Δημιουργού και Μη Εμπορικής Χρήσης.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για την διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στον διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο. Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί

[1]<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>





# Ευχαριστίες

Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ. Μαθιουλάκη Δημήτρη για την επίβλεψη αυτής της διπλωματικής εργασίας και για την ευκαιρία που μου έδωσε να την εκπονήσω στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τον υποψήφιο διδάκτορα και φίλο Γκιόλα Δημήτρη για την πολύτιμη βοήθειά του τόσο κατά τη διεξαγωγή του πειράματος, όσο και κατά την επεξεργασία των μετρήσεων. Ευχαριστώ τον Mauricio Lobos για τις «διαδικτυακές» οδηγίες πάνω στην συγγραφή επιστημονικών κειμένων σε  $\LaTeX$ . Ευχαριστώ τους γονείς μου για τη στήριξη - υλική και πνευματική - που μου παρέχουν όλα αυτά τα χρόνια, καθώς και όλες/όλους τις φίλες/φίλους που μου συμπαραστάθηκαν με οποιονδήποτε τρόπο κατά την εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Ένα πολύ ιδιαίτερο ευχαριστώ στον Αντώνη.

Ευχαριστώ, τέλος, όλους τους καθηγητές και καθηγήτριες του Ε.Μ.Π. για τα εφόδια που μου έδωσαν κατά τη φοίτησή μου σε αυτό και που με ιδιαίτερο ζήλο και παρά τις αντιξοότητες, συνεχίζουν την παράδοση της εκπαιδευτικής αξιοπιστίας και του επιστημονικού κύρους του Ιδρύματος.





# Περίληψη

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, οπτικοποιείται και μελετάται ο ομόρρους πτέρυγας *NACA 64418* ακίνητης (*steady state*) και υπό διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης, καθώς και η περιοχή του άνω άκρου της πτέρυγας όπου παρατηρούνται δίνες ακροπτερυγίου (*tip vortices*) - υπό συνθήκες ακινησίας και πρόνευσης (*pitching, unsteady state*).

Όλες οι μετρήσεις διεξήχθησαν στην αεροσήραγγα κλειστού κυκλώματος του εργαστηρίου αεροδυναμικής σε  $Re \sim 6 \times 10^5$  ενώ η οπτικοποίηση της ροής έγινε με τη μέθοδο 2D-PIV (*two-dimensional Particle Image Velocimetry*)



# Abstract

In the present thesis, we visualize and study the flow in the wake of a NACA 64418 wing under steady state and different angles of attack, as well as the flow on a plane perpendicular to the main flow direction, downstream of the upper wing tip (where tip vortices occur) - under stationary and pitching conditions.

All measurements were conducted in the closed circuit wind tunnel of the aerodynamics laboratory under  $Re \sim 6 \times 10^5$  employing the 2D-PIV (*two-dimensional Particle Image Velocimetry*) technique in order to visualize the flow.



# Περιεχόμενα

|  |    |
|--|----|
| Περίληψη   | 1  |
| Abstract   | 3  |
| Περιεχόμενα  | 6  |
| 1 Εισαγωγή   | 7  |
| 2 Αναφορά στη βιβλιογραφία   | 11 |
| 2.1 Δίνες Ακροπτερυγίου - Wing Tip Vortices                            | 11 |
| 2.1.1 Η προέλευση των δινών ακροπτερυγίου                              | 11 |
| 2.1.2 Οι δίνες ακροπτερυγίου σε τεχνολογικές εφαρμογές                 | 12 |
| 2.1.3 Οι δίνες ακροπτερυγίου ως ωφέλιμος παράγοντας                    | 17 |
| 2.2 Ροές έμβιων όντων - Προσομοίωση σε πτέρυγες και αεροτομές          | 18 |
| 2.2.1 Δίνη μετώπου προσβολής - Leading edge vortex                     | 21 |
| 2.2.2 Μοτίβα ομόρρου: δρόμοι στροβίλων Karman                          | 26 |
| 2.2.3 Βαθμός απόδοσης της πρόωσης                                      | 30 |
| 3 Στοιχεία θεωρίας   | 37 |
| 3.1 Προτάσεις στροβιλότητας  | 37 |
| 3.1.1 Εισαγωγή   | 37 |
| 3.1.2 Κινηματική στροβιλότητας - Ο νόμος Biot - Savart                 | 40 |
| 3.1.3 Κινηματική στροβιλότητας - Νόμοι στροβιλότητας του Helmholtz (I) | 40 |
| 3.1.4 Θεώρημα Kelvin - Νόμοι στροβιλότητας του Helmholtz (II)          | 42 |
| 3.1.5 Η εξίσωση στροβιλότητας  | 45 |
| 3.1.6 Κατηγορίες δινών   | 47 |
| 3.2 Μη μόνιμη αεροδυναμική, ροή γύρω από λεπτή αεροτομή                | 55 |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>4</b> | <b>Πειραματική διάταξη, εξοπλισμός και μεθοδολογία</b>                                | <b>63</b>  |
| 4.1      | Πειραματική διάταξη και εξοπλισμός . . . . .  | 63         |
| 4.1.1    | Αεροδυναμική σήραγγα . . . . .  | 63         |
| 4.1.2    | Μηχανισμός πρόσδεσης και κίνησης της πτέρυγας .                                       | 63         |
| 4.1.3    | Ελεγκτές και κινητήρες . . . . .  | 65         |
| 4.1.4    | Πτέρυγα . . . . .   | 69         |
| 4.1.5    | Τοποθέτηση laser και κάμερας . . . . .  | 70         |
| 4.2      | Η μέθοδος PIV (Particle Image Velocimetry) . . . . .                                  | 72         |
| 4.2.1    | Μέθοδος αυτοσυσχέτισης . . . . .  | 73         |
| 4.2.2    | Προσδιορισμός φοράς ταχύτητας . . . . .   | 75         |
| 4.2.3    | Μέθοδος ετεροσυσχέτισης . . . . .   | 76         |
| 4.2.4    | Φωτεινή πηγή, φύλλο φωτός και σωματίδια . . . . .                                     | 76         |
| <b>5</b> | <b>Επεξεργασία πειραματικών δεδομένων και συμπεράσματα</b>                            | <b>81</b>  |
| 5.1      | Περίπτωση (i) - Κοντινός ομόρρους αεροτομής στο ύψος του μέσου της πτέρυγας . . . . . | 81         |
| 5.1.1    | Αναφορά στη βιβλιογραφία και συμπεράσματα . . .                                       | 98         |
| 5.2      | Περίπτωση (ii) - Περιοχή ακροπτερυγίου . . . . .                                      | 109        |
| 5.2.1    | Συνθήκη μόνιμης ροής, γωνίες πρόσπτωσης $0^\circ$ , $4^\circ$ .                       | 111        |
| 5.2.2    | Πρόνευση πτέρυγας (pitching), $0^\circ$ , $+6^\circ$ , $-6^\circ$ . . . . .           | 117        |
| 5.2.3    | Αναφορά στη βιβλιογραφία και συμπεράσματα . . .                                       | 126        |
| <b>6</b> | <b>Ανακεφαλαίωση-Επέκταση</b>   | <b>139</b> |
|          | <b>Βιβλιογραφία</b>   | <b>147</b> |

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Ένα από τα πιο εντυπωσιακά χαρακτηριστικά ενός αεροπλάνου εν πτήξει (συνήθως κατά την προσγείωση ή την απογείωση) είναι τα λευκά ίχνη που αφήνει πίσω απ τις άκρες των φτερών του. Τα ίχνη αυτά, που σχηματίζονται απ' την συμπύκνωση υδρατμών του ατμοσφαιρικού αέρα, σκιαγραφούν καθαρά την θέση των δινών ακροπτερυγίου (σχήμα 1.1). Τα ίχνη αυτά είναι συχνά η πρώτη -και ίσως η μοναδική- επαφή πολλών εξ' ημών με τις δίνες ακροπτερυγίου (συχνά αναφερόμενες και ως «δίνες εκφυγής» (trailing vortices)). Είναι έντονο το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας γύρω από τις δίνες ακροπτερυγίου (ενδεικτικά [Chigier and Corsiglia \(1971\)](#), [Green \(1995\)](#), [Kim and Rhee \(2005\)](#)) καθώς είναι μεγάλο το φάσμα τεχνολογικών εφαρμογών στις οποίες αυτές εμφανίζονται (πτέρυγες αεροσκαφών, έλικες, δρομείς ανεμογεννητριών κ.α.), και στην συντριπτική τους πλειοψηφία είναι ανεπιθύμητες. Εντούτοις, υπάρχει μία κατηγορία ροών, στις οποίες, αντιθέτως, οι δίνες ακροπτερυγίου είναι ιδιαίτερα ωφέλιμες: οι ροές γύρω από έμβια όντα.



Σχήμα 1.1: Οπτικοποίηση δινών ακροπτερυγίου λόγω συμπύκνωσης υγρού ατμού της εξάτμισης

Υπάρχει ένα ανανεωμένο ενδιαφέρον για τις βιολογικές ροές που σχετικά πρόσφατα άρχισαν να μελετούνται συστηματικά. Η παραγωγή άνωσης και ώσης από πουλιά, έντομα και ψάρια, και η εντυπωσιακή τους ευκινησία έχουν οδηγήσει σε μια σειρά από εκτεταμένες μελέτες της φυσικής της ροής αεροτομών και πτερύγων που τελούν υπό ταλάντωση και ροών στις οποίες κυριαρχούν δίνες. Η κατανόηση της φυσικής αυτής παρουσιάζει ενδιαφέρον τόσο από τεχνική όσο και από βιολογική σκοπιά.

Από τεχνική σκοπιά, η κατανόηση αυτού του τύπου της ώσης θα βοηθήσει στην βελτίωση της σχεδίασης, την προβλεψιμότητα, την απόδοση και τον έλεγχο τεχνητών υποβρύχιων και εναέριων οχημάτων (επανδρωμένων και μη) (Ifju et al., 2006) Ιδιαίτερα σημαντικές εφαρμογές αποτελούν τα UAV (Unmanned Air Vehicles) και τα MAV (Micro Air Vehicles) σαν υποκατηγορία τους, των οποίων η μεγαλύτερη διάσταση μπορεί να μην ξεπερνά κάποια cm ενώ η κατασκευή μικρών, τεχνητών εντόμων είναι ήδη πραγματικότητα. Το μικρό τους μέγεθος, η ευελιξία και η δυνατότητα αυτόνομης κίνησης ή τηλεχειρισμού καθιστούν τα UAV ιδανικά για προσέγγιση και παρατήρηση περιοχών δύσκολα προσβάσιμων ή επικίνδυνων για τον άνθρωπο και τα συμβατικά οχήματα. Οι χρήσεις τους εκτείνονται από την εξερεύνηση χλωρίδας και πανίδας και τον εντοπισμό πυρκαγιών μέχρι την λήψη εναέριων κινηματογραφικών πλάνων και την υποστήριξη σε επιχειρήσεις διάσωσης. Ένα κοντινό σε εμάς παράδειγμα εφαρμογής ήταν η ζωντανή μετάδοση εικόνων από τις συγκεντρώσεις στην πλατεία Συντάγματος εν όψει δημοψηφίσματος το καλοκαίρι του 2015 από ένα τηλεκατευθυνόμενο drone του ειδησεογραφικού πρακτορείου Ruptly. Φυσικά, όπως σε κάθε τομέα έρευνας και τεχνολογίας, έτσι και στα UAV δεν λείπουν οι αρνητικές πτυχές, όπως οι εφαρμογές στην πολεμική βιομηχανία. Επιπλέον, η κατανόηση των διάφορων συναφών φαινομένων εξυπηρετεί την βελτιστοποίηση κατασκευών που εκτίθενται σε μη μόνιμες ροές με παραδείγματα όπως οι ανεμογεννήτριες, ψηλά κτίρια, γέφυρες, κεραίες κ.ά.

Από βιολογική σκοπιά, η κατανόηση των μηχανισμών παραγωγής άνωσης και ώσης των έμβιων όντων μπορεί να μας βοηθήσει να αντιμετωπίσουμε θεμελιώδη ερωτήματα της βιολογίας για την κίνηση και την βιοενεργητική θαλάσσιων θηλαστικών και πουλιών, που με τη σειρά του μπορεί να εξηγήσει τα φαινόμενα της μετακίνησης και της μετανάστευσής τους. Η πτήση των πουλιών, των νυχτερίδων και των εντόμων εντυπωσιάζει την ανθρωπότητα εδώ και πολλούς αιώνες (Shyy et al., 2008). Όπως έχει παρατηρηθεί, ενθουσιωδώς, από τον Dial (1994) τα περισσότερα είδη ζώων είναι ικανά να πετάν. Υπάρχει περίπου 1.000.000 ιπτάμενων εντόμων ενώ από τις υπάρχουσες 13.000 θερμόαιμων σπονδυλωτών (δηλαδή πουλιών και θη-



λαστικών) οι 10.000 (9.000 πουλιά και 1000 νυχτερίδες) έχουν την δυνατότητα να πετάν. Ως προς την δυνατότητα των αποτελεσματικών σωματικών ελιγμών στο χώρο, τα πουλιά αντιπροσωπεύουν ένα από τα τελειότερα πειράματα μετακίνησης της φύσης. Παρότι η αεροναυπηγική τεχνολογία έχει προοδεύσει ταχύτατα τα τελευταία 100 χρόνια, οι ιπτάμενες «μηχανές» της φύσης, που μετρούν μια πορεία εξέλιξης 150 εκατομμυρίων χρόνων παραμένουν άπιαστες. Όπως, γλαφυρά, το έχουν θέσει οι [McMasters and Henderson \(1980\)](#), «οι άνθρωποι πετάν για λόγους εμπορικούς και ψυχαγωγικούς, τα πουλιά εξ' επαγγέλματος». Αν λάβουμε υπόψη ότι ο άνθρωπος κινείται με μέγιστη ταχύτητα 3-4 μήκη σώματος το δευτερόλεπτο, ένα αγωνιστικό άλογο με 7, ένας γατόπαρδος με 18 ([Norberg, 1990](#)) και ένα υπερηχητικό αεροσκάφος (που ταξιδεύει σε αριθμό  $Mach = 3$ ) με 32, είναι εντυπωσιακό ότι ένα κοινό περιστέρι μπορεί να αποκτήσει ταχύτητα κοντά στα 75 μήκη σώματος το δευτερόλεπτο, ενώ διάφορα είδη χελιδονιών ακόμα και τα 140. Ταυτόχρονα, ο ρυθμός περιστροφής ειδικά σχεδιασμένων αεροσκαφών είναι περίπου 720 μοίρες το δευτερόλεπτο ενώ ένα χελιδόνι ξεπερνά τις 5000. Ακόμη, οι μέγιστες βαρυτικές δυνάμεις που επιτρέπονται στα περισσότερα εμπορικά αεροσκάφη είναι της τάξης των 4-5 G ενώ αρκετά είδη πουλιών βιώνουν καθημερινά δυνάμεις που φτάνουν τα 14G. Οι βασικοί λόγοι αυτής της εξαιρετικής ικανότητας ελιγμών και της πτήσης με αυτά τα χαρακτηριστικά είναι το μέγεθος των πτηνών (σε σύγκριση με το μέγεθος ενός οχήματος) καθώς επίσης και οι ενστικτώδεις και υψηλά αναπτυγμένες ικανότητες αντίληψης, πλοήγησης και ελέγχου.



Σχήμα 1.2: Μια μύγα, και... το τεχνολογικό της υποκατάστατο (Harvard Microrobotics Lab)



## Κεφάλαιο 2

# Αναφορά στη βιβλιογραφία

### 2.1 Δίνες Ακροπτερυγίου - Wing Tip Vortices

#### 2.1.1 Η προέλευση των δινών ακροπτερυγίου

Δίνες ακροπτερυγίου (εφεξής *WTV*) εμφανίζονται οποτεδήποτε μία ανωστική επιφάνεια περατώνεται σε ένα ρευστό. Ο σχηματισμός των *WTV* επιδέχεται τρεις διαφορετικές, πλην ισοδύναμες ερμηνείες [Green \(1995\)](#).

Ίσως ο απλούστερος τρόπος να κατανοήσει κανείς τον σχηματισμό των *WTV* είναι εξετάζοντας το πεδίο πιέσεων που διαμορφώνεται στην περιοχή του άκρου μιας ανωστικής επιφάνειας (ή πτέρυγας, χάριν απλότητας). Μία πτέρυγα που κινείται μέσα σε ρευστό αναπτύσσει άνωση παράγοντας ρευστοδυναμικά υψηλές πιέσεις στην κάτω επιφάνεια και χαμηλές στην πάνω. Η μέση στατική πίεση της κάτω επιφάνειας (επιφάνεια υπερπίεσης) πτέρυγας ενός επιβατικού αεροσκάφους είναι περίπου ίση με την πίεση του ελεύθερου ρεύματος ( $\bar{c}_p \approx 0$ ) ενώ της άνω επιφάνειας (επιφάνεια υποπίεσης) είναι 40% της δυναμικής πίεσης του ελεύθερου ρεύματος κάτω από την στατική πίεση αυτού ( $\bar{c}_p \approx -0.4$ ). Ένα τυπικό αεροσκάφος σε συνθήκες πλεύσης έχει μέση πίεση κατά  $7kPa$  (περίπου) χαμηλότερη στην άνω επιφάνεια της πτέρυγας του σε σχέση με την κάτω. Αυτό το υψηλό διαφορικό πίεσης μεταξύ των δύο επιφανειών επιταχύνει το ρευστό γύρω από το άκρο (σχήμα [2.1](#)), παράγοντας έτσι μία δίνη ακροπτερυγίου.

Μία άλλη ερμηνεία των *WTV* στηρίζεται στην ύπαρξη φύλλου διάτμησης κοντά στο άκρο της πτέρυγας (shear layer interpretation). Στο σχήμα [2.2](#) φαίνεται η άκρη μιας πτέρυγας σε πεδίο ροής, σε προοπτική. Οι παράλληλες γραμμές ροής στην κατεύθυνση της  $U_\infty$  αναπαριστούν την αδιάταραχη ροή σε κάποια απόσταση κατά την διεύθυνση του εκπετάσματος μακριά από το άκρο, ενώ τα βέλη παράλληλα στην πτέρυγα αναπαριστούν την ταχύτητα πάνω σε αυτήν (η ροή είναι προσκολλημένη). Η μη παραλληλία των διανυσμάτων ταχύτητας στην πτέρυγα και αυτών της αδιατά-

ρακτης ροής συνεπάγεται στροβιλότητα μεταξύ των δύο κατευθύνσεων. Αυτός ο μηχανισμός στροβιλότητας στο άκρο υποδεικνύει την δημιουργία δύο *WTV* αντίθετης φοράς στο άκρο συμμετρικής πτέρυγας, ακόμη και υπό μηδενική γωνία πρόσπτωσης, που όντως συμβαίνει.

Μία τρίτη εξήγηση των *WTV* έχει αμιγώς θεωρητική χροιά. Ας θεωρήσουμε πτέρυγα πεπερασμένου μήκους που εκκινεί απότομα από συνθήκες ηρεμίας. Σύμφωνα με το θεώρημα των Kutta-Joukowski, προκειμένου η πτέρυγα να αναπτύξει άνωση, θα πρέπει να υπάρχει κυκλοφορία γύρω από αυτήν. Το θεώρημα του Kelvin απαιτεί την ανάπτυξη ίσης και αντίθετης κυκλοφορίας σε δίνη που αποβάλλεται στον ομόρρο. Όμως οι γραμμές στροβιλότητας δεν μπορούν να διακοπούν σε πεδίο ροής, συνεπώς οι δύο δίνες πρέπει να είναι συνδεδεμένες με *WTV*, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3

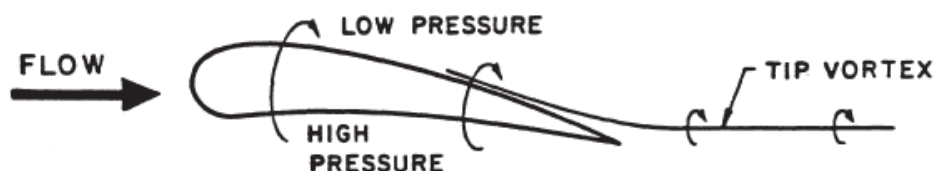
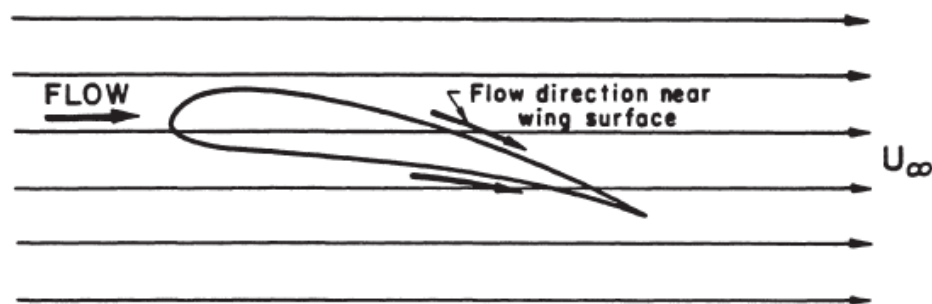


Figure 10.1.1 Pressure field interpretation of tip vortices.

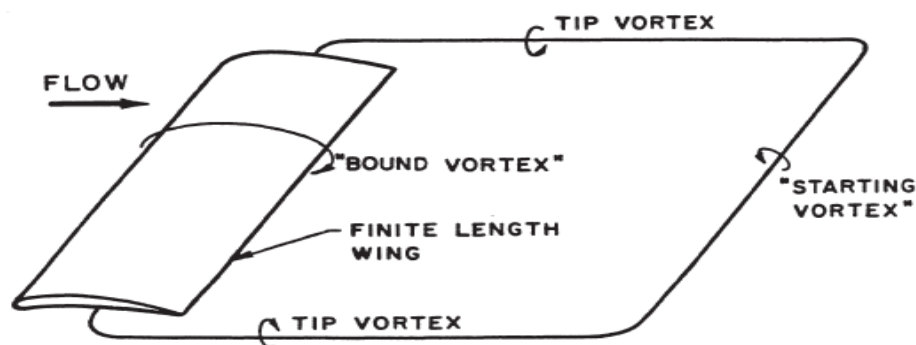
Σχήμα 2.1: Ερμηνεία των δινών ακροπτερυγίου βασισμένη στην κατανομή της πίεσης



Σχήμα 2.2: Ερμηνεία των δινών ακροπτερυγίου βασισμένη στο φύλλο διάτμησης

### 2.1.2 Οι δίνες ακροπτερυγίου σε τεχνολογικές εφαρμογές

Οι τεχνολογικές προκλήσεις που παρουσιάζουν οι *WTV* έχουν εγείρει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας ((Green, 1995)). Ένας δείκτης του ενδιαφέροντος αυτού είναι ότι περισσότερες από 100 επιστημονικές μελέτες δημοσιεύονται σε ετήσια βάση πάνω στο θέμα των *WTV*. Οι μελέτες αυτές καλύπτουν όλο το φάσμα των εφαρμογών όπου οι *WTV* έχουν



Σχήμα 2.3: Ερμηνεία των δινών ακροπτερυγίου βασισμένη στους νόμους στροβιλότητας του Helmholtz

σημαίνουν ρόλο: πτέρυγες αεροσκαφών, έλικες ελικοπτέρων, προπέλες, ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα, πτερύγια στροβιλομηχανών, καρίνες σκαφών, ιστία και εφαρμογές ενίσχυσης μεταφοράς θερμότητας/τριβής με χρήση *WTV*. Οι *WTV* έχουν ιδιαίτερο ρόλο και στην φύση. Το σχήμα των φτερών των πτηνών καθορίζεται σε σημαντικό βαθμό από την συμπεριφορά των δινών στα άκρα τους. Επίσης, αποδημητικά πουλιά που διανύουν μεγάλες αποστάσεις έχουν φτερά υψηλού λόγου επιμήκους για μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα ενώ ενδημικά πουλιά έχουν κοντά φτερά για καλύτερο αεροδυναμικό έλεγχο (Greenewalt 1975).

Οι *WTV* είναι εξέχουσας σημασίας για όλες τις παραπάνω εφαρμογές, και με μοναδική εξαίρεση την μεταφορά θερμότητας, είναι ανεπιθύμητο χαρακτηριστικό της ροής. Τα προβλήματα που σχετίζονται με τις *WTV* μπορούν να ενταχθούν σε τρεις κατηγορίες: μειωμένη απόδοση, δυσμενής αλληλεπίδραση των δινών με στερεά σώματα, δυσμενής αλληλεπίδραση με το πεδίο ροής.

#### Μειωμένη απόδοση λόγω δινών ακροπτερυγίου

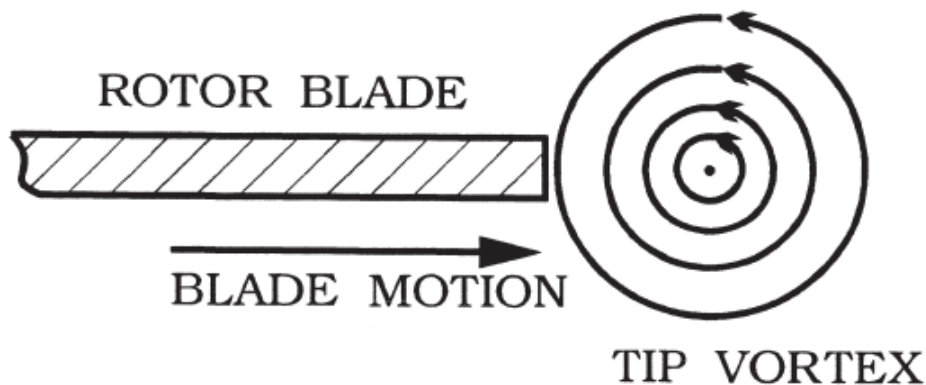
Όπως είναι γνωστό, η πρωτογενής συνέπεια των *WTV* είναι η ανάπτυξη κατωρεύματος (*downwash*) στην πτέρυγα, που οδηγεί σε μειωμένη άνωση και αυξημένη οπισθέλκουσα. Η μείωση της άνωσης συνήθως δεν είναι σημαντική: είναι, εν γένει, δυνατή η αύξηση της γεωμετρικής γωνίας πρόσπτωσης της πτέρυγας ως αντισταθμισμα της μείωσης της ενεργούς γωνίας πρόσπτωσης που οφείλεται στο κατώρευμα. Η επαγόμενη οπισθέλκουσα, ωστόσο, αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα. Περίπου το 35% της οπισθέλκουσας ενός συμβατικού επιβατικού αεροσκάφους οφείλεται στην επαγωγή (Thomas 1985, Webber και Dansby 1983). Τα αεροσκάφη καταναλώνουν καύσιμο της τάξης των 60 δισεκατομμυρίων λίτρων σε ετήσια βάση για να παραχθεί η απαιτούμενη ώση για να εξουδετερώσει την οπι-

σθέλκουσα αυτή - η οικονομική και περιβαλλοντική επιβάρυνση της επαγόμενης οπισθέλκουσας δεν θα μπορούσε να είναι πιο ξεκάθαρη.

Καθότι η επαγόμενη οπισθέλκουσα αυξάνεται όσο μειώνεται ο λόγος επιμήκους (aspect ratio), η μειωμένη απόδοση στα άκρα έχει μεγαλύτερη επίδραση σε μικρές ανωστικές επιφάνειες όπως οι έλικες πλοίων. Τέλος, το φαινόμενο διαρροής (tip leakage flow) σε ακτινικά διάκενα αξονικών ανεμιστήρων, συμπιεστών, και φυγοκεντρικών πτερωτών που οφείλεται στην δημιουργία *WTV* έχει σημαντική επίδραση στην αποδοτικότητα και την ευστάθειά τους.

#### Δυσμενής αλληλεπίδραση δινών ακροπτερυγίου με στερεά σώματα

Υπάρχουν δύο συνήθεις περιπτώσεις όπου οι *WTV* αλληλεπιδρούν με στερεά σώματα στην πολιτική αεροπορία. Σε ένα ελικόπτερο, κάθε πτερύγιο της έλικας αποβάλλει μία *WTV* η οποία μπορεί να αλληλεπιδράσει με τα επόμενα πτερύγια ή με αυτά της ουράς (blade-vortex interaction - BVI, Martin et al.(1984), Widnall και Wolf(1980), κ.α.). Εξαιρετικά υψηλές περιφερειακές ταχύτητες μπορεί να αναπτυχθούν γύρω από τον πυρήνα της δίνης. Όταν το πτερύγιο συναντά την *WTV* δέχεται υψηλές ασταθείς δυνάμεις ως αποτέλεσμα της έντονης μεταβολής της ταχύτητας γύρω από αυτό. Όπως φαίνεται και στο απλοποιημένο σχήμα 2.4, καθώς το πτερύγιο πλησιάζει την δίνη από τα αριστερά, δέχεται μία σταθερά αυξανόμενη δύναμη προς τα κάτω, και στην συνέχεια μία βαθμιαία μειούμενη δύναμη αφότου διέλθει από το κέντρο της δίνης. Οι μη μόνιμες δυνάμεις αυτές έχουν περιόδους της τάξης των milliseconds, και μπορούν να προκαλέσουν πρόωρη κόπωση των πτερυγίων και έντονο θόρυβο. Με παρεμφερή τρόπο, δίνες ακροπτερυγίου ανεμογεννητριών επιδρούν στους κατάντι δρομείς σε διατάξεις αιολικών πάρκων, επίδραση που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τον σχεδιασμό του πάρκου και την σχετική τοποθέτηση των ανεμογεννητριών.



Σχήμα 2.4: Αλληλεπίδραση πτερυγίου - δίνης

Μία παρόμοια αλληλεπίδραση εμφανίζεται καθώς η δίνης μετώπου προσβολής/άκρου της πρώτης έλικας ενός αντίθετα περιστρεφόμενου propfan αεροπλάνου προσκρούει σε κατάντι πτερύγιο. Η αλληλεπίδραση αυτή γεννά έντονο θόρυβο, ιδιαίτερα όταν η πρώτη έλικα δέχεται υψηλά αεροδυναμικά φορτία, που αποτελεί ενόχληση για τους κατοίκους των γειτονικών περιοχών της απογείωσης (Simonich et al. 1993). Ένα δεύτερο πρόβλημα στον τομέα της πολιτικής αεροπορίας, αναφερόμενο ως αλληλεπίδραση ομόρρου - δίνης (wake-vortex interaction), εμφανίζεται όταν αεροσκάφος πετά διαμέσου ή κοντά σε WTV που έχει δημιουργηθεί από πτέρυγα αεροσκάφους που προηγούνται. Η αλληλεπίδραση ομόρρου δίνης είναι πιο πιθανό να συμβεί κοντά σε αεροδιαδρόμους αεροδρομίων, αφενός γιατί η πιθανότητα να βρεθούν κοντά δύο αεροσκάφη είναι μεγαλύτερη, αφετέρου διότι η κυκλοφορία της δίνης είναι μέγιστη κατά την απογείωση και την προσγείωση (η  $U_\infty$  είναι ελάχιστη κοντά στον αεροδιάδρομο - για να ελαχιστοποιηθεί το απαιτούμενο μήκος του - ενώ η άνοση σχεδόν σταθερή και ίση με το βάρος του αεροσκάφους. Έτσι, η  $\Gamma = L/(\rho U_\infty b)$  έχει μέγιστη τιμή στην περιοχή αυτή).

Για να εκτιμηθεί η σοβαρότητα της αλληλεπίδρασης που μπορεί να εμφανισθεί όταν αεροσκάφος συναντά WTP, ως θεωρήσουμε συμβατικό επιβατικό αεροπλάνο κατά την προσγείωση. Η μέγιστη περιφερειακή ταχύτητα της δίνης του αεροσκάφους είναι περίπου  $100m/s$  (Page et al. 1991), ενώ μεγαλύτερη των  $10m/s$  περιφερειακή ταχύτητα εμφανίζεται σε απόσταση κάποιων μέτρων από την κεντρική γραμμή. Αεροπλάνο που ακολουθεί με πιθανή ταχύτητα  $60m/s$  και διέρχεται από την περιοχή της δίνης, συναντά ενεργή γωνία πρόσπτωσης περίπου  $10^\circ$  ( $\text{atan}(10/60)$ ) πάνω από την ονομαστική γωνία της μίας πτέρυγας και  $10^\circ$  κάτω από την ονομαστική γωνία της έτερης πτέρυγας. Αυτές οι έντονες αλλαγές των γωνιών πρόσπτωσης μπορούν να οδηγήσουν τις πτέρυγες σε κατάσταση απώλειας στήριξης, καθώς και να προκαλέσουν μεγάλες ροπές, τις οποίες τα πτερύγια κλίσης (ailerons) δεν μπορούν να ελέγξουν.

Οι επιπτώσεις των αλληλεπιδράσεων με δίνες ακροπτερυγίων είναι δραματικές: εκατοντάδες ατυχήματα με συνέπεια απώλεια ζώων ή σοβαρούς τραυματισμούς που οφείλονται σε αλληλεπιδράσεις αεροσκαφών με προπορευόμενες δίνες έχουν καταγραφεί (Chigier 1974).

Εκτός από τα παραδείγματα στον τομέα της πολιτικής αεροπορίας υπάρχουν και επιπλέον παραδείγματα αλληλεπιδράσεων δινών-στερεών σωμάτων σε στρατιωτικές εφαρμογές, αλλά είναι επιλογή του γράφοντα να μην παρουσιασθούν για λόγους επιστημονικής ηθικής.

### Δυσμενής αλληλεπίδραση δινών ακροπτερυγίου με το περιβάλλον ρευστό

Οι *WTV* μπορούν να «αλληλεπιδράσουν» με το ρευστό μέσο στο οποίο αναπτύσσονται αλλάζοντας σημαντικά τις ιδιότητες αυτού. Οι δύο συνήθεις τρόποι τέτοιας αλληλεπίδρασης είναι η σπηλαιώση και η συμπύκνωση.

Όπως θα περιγραφεί και αναλυτικότερα στο τρίτο κεφάλαιο, οι κεντρομόλες δυνάμεις που απαιτούνται για την διατήρηση της περιφερειακής ταχύτητας της ροής γύρω απ' την κεντρική γραμμή παρέχονται από τις υψηλές κλίσεις πίεσης, η οποία μειώνεται μονότονα από το ελεύθερο ρεύμα προς την κεντρική γραμμή. Η ελάχιστη πίεση στην κεντρική γραμμή μπορεί να έχει τιμή  $3 \times \rho U_\infty^2 / 2$  κάτω από την  $p_\infty$  (Green, 1995). Σε θαλάσσιες εφαρμογές, στις οποίες οι ταχύτητες των άκρων μιας προπέλας μπορεί να ξεπεράσουν τα  $30m/s$ , η πτώση πίεσης στον πυρήνα της *WTV* μπορεί να υπερβεί την τιμή του  $1kPa$ . Αυτή η πτώση πίεσης είναι ουσιαστικά αρκετή να προκαλέσει σπηλαιώση (δημιουργία φυσαλίδων αέρα όταν η πίεση του ρευστού υπερβαίνει τοπικά την πίεση βρασμού) τμήματος του υγρού στην δίνη, ακόμα και σε μεγάλα βάθη κατάδυσης. Η σπηλαιώση είναι άκρως ανεπιθύμητη διότι μπορεί να προκαλέσει ζημιά σε γειτονικά στερεά (διάβρωση σπηλαιώσης), καθώς και θόρυβο και ταλαντώσεις (Arndt 1983, Platzer και Souders 1979).

Όταν *WTV* δημιουργούνται σε αέρα, μία παρόμοια πτώση πίεσης διαμορφώνεται από την αδιατάρακτη ροή προς τον πυρήνα. Αυτή η πτώση συνοδεύεται από μείωση της θερμοκρασίας. Θεωρώντας την μεταβολή, από την περιοχή ελεύθερου ρεύματος προς τον πυρήνα, ισεντροπική - απλοποίηση που περιορίζει τα αποτελέσματα αυστηρά στην σφαίρα του ποιοτικού - :

$$\frac{T_c}{T_\infty} = \left( \frac{p_c}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.1)$$

όπου  $T_c$  είναι η θερμοκρασία του αέρα στον πυρήνα,  $T_\infty$  η θερμοκρασία ελεύθερου ρεύματος, αντίστοιχα και οι πιέσεις. Για ένα συμβατικό επιβατικό αεροσκάφος κατά την προσγείωση,  $p_c \approx 80kPa$ ,  $p_\infty = 101kPa$ . Έτσι  $(T_c/T_\infty) = (80/101)^{0.4/1.4} = 0.94$ . Αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος αέρα είναι  $290K$ , η θερμοκρασία του στον πυρήνα θα είναι  $271K$ , αισθητά χαμηλότερη του σημείου δρόσου του αέρα σε υγρές μέρες, με αποτέλεσμα υγρός ατμός στον αέρα να συμπυκνώνεται είτε σε σταγονίδια είτε σε κρύσταλλα πάγου στον πυρήνα. Το φαινόμενο της συμπύκνωσης, δεν αποτελεί παρά ένα όμορφο θέαμα για τον παρατηρητή (σχήμα 1.1) - δεν έχει αποδει-



χθεί επιζήμιο για την λειτουργία του αεροσκάφους.

Οι *WTV*, είναι το πιο ανθεκτικό χαρακτηριστικό του ομόρρου ενός αεροπλάνου. Εξαιτίας της αντοχής και της δύναμής τους, επιδρούν σημαντικά στην αλλαγή τροχιάς σωματιδίων του ομόρρου. Σε αγροτικές εφαρμογές εναέριου ψεκασμού, η δράση των *WTV* προκαλεί την ανομοιόμορφη εναπόθεση της ψεκαζόμενης ουσίας στις καλλιέργειες, με αποτέλεσμα την ανάγκη επιπλέον, χειροκίνητου ψεκασμού (Drummond et al. 1991, Wickens 1980).

Ο θόρυβος που παράγεται από τις *WTV*, τέλος, και που οφείλεται στην έντονα ασταθή (unsteady) ροή σε αυτές, είναι σημαντική πηγή θορύβου ελικοπτέρων και αεροσκαφών σταθερών πτερύγων (Glegg 1991). Η φύση φαίνεται, επίσης, να γνωρίζει την σημασία του θορύβου των *WTP*: Ο Greenewalt (1975) αναφέρει ότι τα άκρα των φτερών της κουκουβάγιας είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να περιορίζουν τον θόρυβο απ' τις δίνες, αυξάνοντας την πιθανότητα να μην γίνουν αντιληπτές καθώς κυνηγούν το θήραμά τους.

### 2.1.3 Οι δίνες ακροπτερυγίου ως ωφέλιμος παράγοντας

Μέχρι τώρα έχουμε εξετάσει τεχνολογικές εφαρμογές που στην συντριπτική πλειοψηφία τους η δημιουργία δινών ακροπτερυγίου είναι ανεπιθύμητη. Είναι, όμως, αυτός ο κανόνας απόλυτος για κάθε είδους ροή;

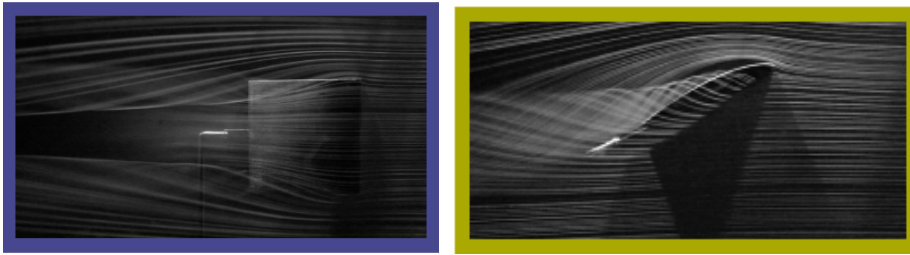
Οι Genç et al. (2016) πραγματοποίησαν μετρήσεις σε δύο πτέρυγες *NACA 4412* με λόγους επιμήκους 1 και 3, και σε αριθμό  $Re = 50.000$  και παρατήρησαν τα εξής:

- Η γωνία απώλειας στήριξης είναι εντυπωσιακά μεγαλύτερη στην περίπτωση της πτέρυγας με λόγο επιμήκους 1 ( $a = 38^\circ$ ) σε σχέση με την πτέρυγα λόγου επιμήκους 3 ( $a = 14^\circ$ ).
- Ο συντελεστής άνωσης στην γωνία απώλειας στήριξης είναι μεγαλύτερος για την πτέρυγα λόγου επιμήκους 1 ( $c_{L,max} = 1.35$ ) σε σχέση με την πτέρυγα λόγου επιμήκους 3 ( $c_{L,max} = 1.25$ )
- Η εξέλιξη αποκόλλησης της ροής στην πτέρυγα λόγου επιμήκους 1 είναι πιο ομαλή, που απεικονίζεται στο διάγραμμα  $c_L$ ,  $a$  ως ομαλή καμπύλη στην γειτονιά της γωνίας απώλειας στήριξης, σε αντίθεση με την πτέρυγα λόγου επιμήκους 3 όπου η αποκόλληση της ροής γίνεται βίαια, με τον συντελεστή άνωσης να παρουσιάζει απότομη πτώση στην περιοχή αυτή

Σχολιάζοντας τις παρατηρήσεις αυτές, αποδίδουν την αύξηση της άνωσης και την καθυστέρηση της αποκόλλησης στην αυξανόμενη επίδραση

των δινών ακροπτερυγίου με τον λόγο επιμήκους, υποστηρίζοντας ότι αυτές κατευθύνουν την ροή στην επιφάνεια υποπίεσης της πτέρυγας προς το κέντρο υποβοηθώντας το αδύναμο οριακό στρώμα να αντέξει την δυσμενή κλίση πίεσης. Αφετέρου, η στροβιλώδης δομή του ομόρρου με την χαμηλή πίεση προκαλεί φαινόμενο «κενού» (vacuum effect) βελτιώνοντας την ροή.

Το σχήμα 2.5 δείχνει την εκτροπή των γραμμών ροής προς το κέντρο της πτέρυγας με  $AR = 1$ , σε γωνία κλίσης  $\alpha = 24^\circ$ , λόγω της ύπαρξης των δινών στα δύο άκρα με αποτέλεσμα την καθυστέρηση της αποκόλλησης.



Σχήμα 2.5: Οπτικοποίηση της ροής γύρω από πτέρυγα,  $AR = 1$ ,  $Re = 50.000$ ,  $\alpha = 24^\circ$ , κάτοψη (αριστερά) και πλάγια όψη (δεξιά), [Genç et al. \(2016\)](#)

Το πόρισμα της μελέτης των [Genç et al. \(2016\)](#) δεν αποτελεί παρά μία μικρή ένδειξη της ωφέλιμης συνεισφοράς των δινών ακροπτερυγίου στις δυνάμεις που αναπτύσσονται σε πτέρυγες. Στην πραγματικότητα, η συνεισφορά τους σε μη μόνιμες ροές που εμφανίζονται κατά την πτήση, την πρόωση και την πλοήγηση πτηνών και εντόμων (αλλά και υδρόβιων ειδών) είναι θεμελιώδης, όπως θα φανεί στην επόμενη ενότητα.

## 2.2 Ροές έμβιων όντων - Προσομοίωση σε πτέρυγες και αεροτομές

Κατά το pitching (γωνιακή ταλάντωση - πρόνευση) και plunging (γραμμική ταλάντωση κάθετα στο ελεύθερο ρεύμα - βύθιση) αεροτομών εμφανίζονται μη μόνιμα αεροδυναμικά φαινόμενα που σχετίζονται με διάφορα προβλήματα μηχανικής επίκαιρου ενδιαφέροντος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αεροδυναμική κατά των πτερυγισμό των πτερών που χρησιμοποιείται από έντομα και μικρά είδη πτηνών για την άνοση, πρόωση και πλοήγηση. Ο πτερυγισμός της πτέρυγας μπορεί να προσφέρει εξαιρετική ευελιξία σε σύγκριση με τις ακίνητες πτέρυγες ή τα περιστρεφόμενα πτερόγια για μικρά οχήματα MAVs - σχήμα 2.6 που λειτουργούν σε χαμηλές ταχύτητες ([Maxworthy \(1981\)](#), [Platzer et al. \(2008\)](#), [Shyy et al. \(2008\)](#)). Ο πτερυγισμός συναντάται συνήθως στη φύση ([Lighthill, 1969](#)), και έχει απο-

τελέσει κίνητρο για τους ερευνητές στον τομέα της ρευστομηχανικής και της βιολογίας για τη μελέτη της αεροδυναμικής των πουλιών και εντόμων.



Σχήμα 2.6: Μικρά οχήματα αέρος - MAVs

Ακόμη τα υδρόβια ζώα εκτελούν ταλαντωτικές κινήσεις με τις ουρές και τα πτερύγια τους προκειμένου να παράγουν ασταθείς δυνάμεις για τους ελιγμούς και την πρόωσή τους μέσα στο νερό. Οι μηχανισμοί μη μόνιμης παραγωγής ώσης και οι ασταθείς τρισδιάστατες δομές που παράγονται επί του παρόντος δεν έχουν κατανοηθεί πλήρως. Τα ψάρια και τα κητώδη χρησιμοποιούν την ταλάντωση της ουράς τους για να παράγουν δυνάμεις που εξυπηρετούν την πρόωση και τους ελιγμούς. Οι ουρές μερικών από τα πιο γρήγορα ζώα-κολυμβητές ομοιάζουν πολύ με πτερύγια υψηλού λόγου επιμήκους. Εξαιτίας της εικαζόμενης βέλτιστης απόδοσης πρόωσης των ψαριών, η ταλάντωση πτερυγίων έχει μελετηθεί εκτενώς με τη χρήση θεωρητικών και αριθμητικών τεχνικών (Lighthill, 1975), καθώς επίσης και με πειραματικές μελέτες (DeLaurier and Harris (1982), Lai et al. (1993)).

Σημαντικά χαρακτηριστικά της πτήσης εντόμων και πτηνών είναι το μεγάλο εύρος κίνησης, το μικρό μέγεθος και οι χαμηλές ταχύτητες πτήσης. Καθώς το μέγεθος μικραίνει ο αριθμός Reynolds μειώνεται και το πεδίο ροής γίνεται πιο ασταθές. Ως αποτέλεσμα, η αλληλεπίδραση μεταξύ του ρευστού και της κινηματικής της πτέρυγας γίνεται πιο περίπλοκη, συμπεριλαμβανομένων φαινομένων όπως ο σχηματισμός μεγάλης κλίμακας δινών, η έναρξη της αποκόλλησης και η επαναπροσκόλληση, οι διακυμάνσεις της πίεσης και της ταχύτητας κοντά στο τοίχωμα, η διαφορά φάσης του στιγμιαίου προσανατολισμού της πτέρυγας, τρισδιάστατα φαινόμενα,

και ανάπτυξη του αντίστοιχου πεδίου ροής. Πολλά ιπτάμενα ζώα στη φύση έχουν υψηλό λόγο επιμήκους και πτερύγιο καμπυλότητας (flap) σε αριθμούς Strouhal στο εύρος 0,2 έως 0,46, γεγονός που υποδηλώνει ότι τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά της δυναμικής στροβιλότητας και των αεροδυναμικών φορτίων πρέπει να προβλεφθούν με ακρίβεια. Όπως αξιολογήθηκε από τους [Shyy et al. \(2008\)](#) και αναφέρθηκε από τους [Tang et al. \(2008\)](#), [Trizila et al. \(2008\)](#), για δύο-διαστάσεων περιπτώσεις και τους [Shyy and Liu \(2007\)](#) για τρισδιάστατες περιπτώσεις, το πεδίο ροής κατά τον πτερυγισμό μιας πτέρυγας επηρεάζεται ποιοτικά και ποσοτικά από την κινηματική καθώς και τον αριθμό Reynolds. Αυτές οι μελέτες επικεντρώνονται σε αριθμούς Reynolds περίπου μεταξύ  $10^2$  και  $10^3$ , όπου τα φαινόμενα τύρβης έχουν μικρή επίδραση.

Τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά μιας αεροτομής σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds έχουν προκαλέσει έντονο ενδιαφέρον σε συνδυασμό με την εμφάνιση μικρών εναερίων και υποβρυχίων οχημάτων. Συχνά η κίνηση των οχημάτων αυτών αντιμετωπίζει μη μόνιμες καταστάσεις, όπως ο πτερυγισμός και η πρόνευση. Σύμφωνα με μελέτες του οριακού στρώματος, το πεδίο ροής σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds που κυμαίνονται από  $10^4$  έως  $10^5$ , περιλαμβάνει μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Ειδικότερα για αριθμούς Re κάτω του  $5 * 10^4$  είναι μάλλον σπάνιο να συμβεί επαναπροσκόλληση της ροής στην επιφάνεια της αεροτομής ([Lissaman \(1983\)](#), [Hsiao et al. \(1989\)](#)). Σε αυτό το εύρος όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρή, διακριτές δομές δινών σχηματίζονται και αποβάλλονται στον ομόρρου. Αρκετοί ερευνητές μελέτησαν τα χαρακτηριστικά της αποβολής στροβιλότητας. Οι [Williams-Stubber and Gharib \(1990\)](#) διατάραξαν το οριακό στρώμα αεροτομής με θερμαινόμενη ταινία και εξέτασαν την μη γραμμική αλληλεπίδραση πολλαπλών συχνοτήτων με τον ομόρρου της αεροτομής.

Οι [Huang and Lin \(1995\)](#) προσδιόρισαν διάφορες χαρακτηριστικές καταστάσεις της ταλάντωσης μη μόνιμης ροής σε χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης και αριθμούς Re. Απέδειξαν ότι οι καταστάσεις αυτές σχετίζονται με το οριακό στρώμα στην επιφάνεια της αεροτομής. Ο [Koochesfahani \(1989\)](#) μελέτησε πειραματικά τις δομές στροβιλότητας στον ομόρρου για πρόνευση αεροτομής με μικρά πλάτη ταλάντωσης και έδειξε ότι σε ορισμένες ανηγμένες συχνότητες ο ομόρρου παίρνει μορφή όμοια με δέσμη παράγοντας ώση. Οι [Triantafyllou et al. \(1991\)](#) βρήκαν ότι η βέλτιστη αποδοτικότητα (Ωση/Ισχύς Εισόδου), επιτυγχάνεται για αριθμούς Strouhal μεταξύ 0.25 και 0.35. Επικεντρώθηκαν στην αποβολή στροβιλότητας πίσω από ταλαντευόμενη αεροτομή σε υψηλή ανηγμένη συχνότητα σε σχέση με την παράγωγη ώσης και το lock-on φαινόμενο. Πρόσφατα οι [Chang and Eun \(2003\)](#) ανα-

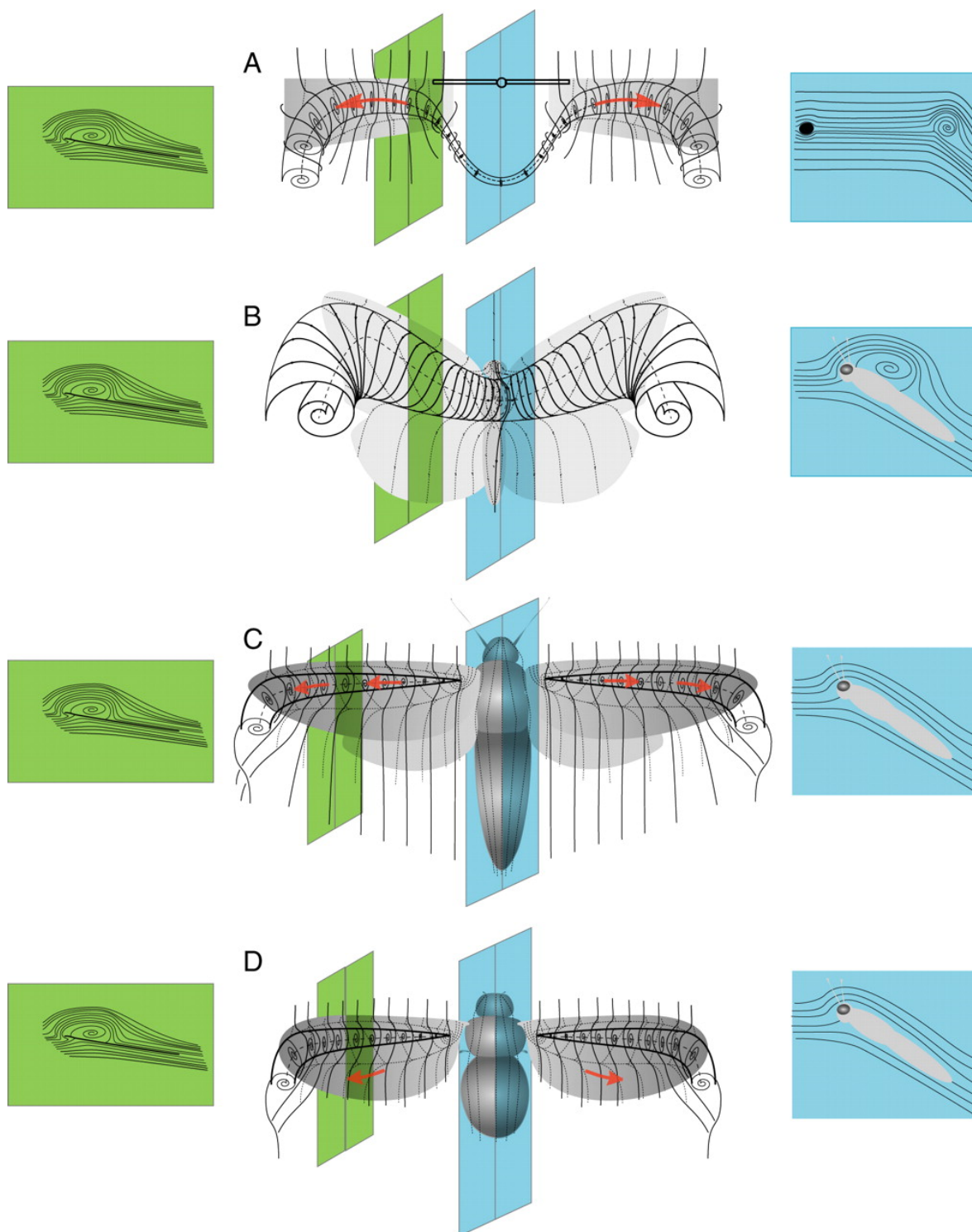
φέρθηκαν σε τυρβώδη προφίλ ταχυτήτων στον ομόρρου ελλειπτικής αεροτομής σε πρόνευση και αριθμό  $Re = 3.3 * 10^4$ .

Τέλος η δυναμική απώλεια στήριξης είναι ένα από τα πιο θεμελιώδη προβλήματα στον τομέα της μη μόνιμης αεροδυναμικής. Δραστική αύξηση της άνωσης έχει διερευνηθεί εντός της περιόδου, όταν οι δίνες της δυναμικής απώλειας στήριξης σχηματίζονται και βρίσκονται πάνω από την αεροτομή. Ωστόσο, η άνωση μειώνεται απότομα, ενώ η δίνη της δυναμικής απώλειας στήριξης αποκολλάται από την επιφάνεια της αεροτομής και κινείται μέσα στον ομόρρου. Κατά την περίοδο του σχηματισμού, την παραμονή και την αποβολή της, απότομες διακυμάνσεις του φορτίου μπορεί να δημιουργηθούν στην αεροτομή. Τα φαινόμενα απώλειας στήριξης περιορίζουν την απόδοση ανεμογεννητριών και τα όρια πτήσης αεροσκαφών.

### 2.2.1 Δίνη μετώπου προσβολής - Leading edge vortex

Ο χαρακτήρας των βιολογικών ροών (πτήση πτηνών και εντόμων και κίνηση θαλάσσιων ειδών) είναι έντονα μη μόνιμος, και οι δίνες έχουν έναν κυρίαρχο ρόλο (vortex dominated flows). Η συστηματική αποτυχία των μόνιμων και ημι-μόνιμων (quasi-steady) μοντέλων του παρελθόντος να προβλέψουν τις δυνάμεις που αναπτύσσουν τα έντομα κατά την πτήση τους (χαριτολογώντας, είναι ενδεικτικό - όσο και οξύμορο - το «πόρισμα» του προηγούμενου αιώνα, πώς η πτήση των μελισσών δεν υπακούει στους νόμους της φύσης) οφείλεται στα **μοναδικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στις εν λόγω ροές**. Τα φαινόμενα αυτά είναι ποιοτικά διαφορετικά σε σχέση με τις ροές γύρω από πτέρυγες αεροπλάνων ή έλικες ελικοπτέρων, με βάση τις οποίες προσπαθούσαν οι μελετητές να προσεγγίσουν τις βιολογικές ροές για δεκαετίες. Γνωρίζουμε, **σήμερα, πως ο σχηματισμός στροβιλωδών δομών στις ακμές πρόσπτωσης, εκφυγής (Dickinson and Gotz (1993), Ellington et al. (1996), (Yu et al., 2012)) και στα ακροπτερύγια, καθώς και η έντονη αλληλεπίδρασή τους έχουν θεμελιώδη ρόλο στην ανάπτυξη των δυνάμεων άνωσης και ώσης**. Ιδιαίτερως, ο σχηματισμός μιας δίνης στην ακμή πρόσπτωσης, της λεγόμενης LEV (Leading Edge Vortex), έχει διαπιστωθεί πως είναι ζωτικής σημασίας για τη διατήρηση της πτήσης και την παραγωγή άνωσης. Μια κατηγοριοποίηση των δινών της ακμής πρόσπτωσης στα έντομα που έχει γίνει μέχρι σήμερα φαίνεται στο σχήμα 2.7 και είναι η εξής:

- (A) Κατηγορία I: περιγραφή του **Maxworthy (1979)** από πειραματικό μοντέλο με βάση την πτήση της «χάλκινης» σφήκας *Encarsia formosa*. Η LEV δημιουργεί δίνες στην άκρη και στην ρίζα καθεμιάς πτέρυγας.



Σχήμα 2.7: Οι τρεις κατηγορίες της δίνης της ακμής πρόσπτωσης (LEV) που έχουν περιγραφεί μέχρι σήμερα.

Οι δίνες στα ακροπτερύγια συνδέονται για να σχηματίσουν ένα δακτύλιο δίνης πίσω από το μοντέλο, και οι δίνες της ρίζας συνδέονται επίσης έτσι ώστε ο ομόρρους αποτελείται από ένα συνεχή βρόχο δίνης με περίπλοκο σχήμα.

- (B) Κατηγορία II: η δομή είναι μια ενιαία LEV που εκτείνεται κατά μήκος του θώρακα μιας Αχερόντια (Hummingbird Hawk Moth) και κλείνει για να σχηματίσει δύο δίνες στα ακροπτερύγια. Η δομή αυτή συνεπάγεται ένα κρίσιμο σημείο ελεύθερης ολίσθησης πάνω από την κεντρική γραμμή του θώρακα, όπως έχει παρατηρηθεί και για τις πεταλούδες *Vanessa atalanta*. Η τοπολογία είναι παρόμοια με εκείνη στο A εκτός του ότι η δίνη της ρίζας έχει αντικατασταθεί από μια συνεχή LEV πάνω από τον θώρακα και δεν υπάρχει σημαντική ροή κατά το μήκος της χορδής.
- (C) Κατηγορία III: η δομή αυτή περιγράφεται από τους [Ellington et al. \(1996\)](#). Η LEV για την *Manduca sexta* είναι παρόμοια με εκείνη που βρέθηκε σε πτέρυγα δέλτα. Σε αυτό το μοντέλο πρέπει να υπάρχει ένα εφαπτόμενο στην επιφάνεια επίκεντρο στη βάση του πτερυγίου και προσκολλημένη ροή πάνω από τον θώρακα.
- (D) Επίσης κατηγορία III: η ροή είναι, τοπολογικά όμοια με τη C, σε διαφορετική κλίμακα για τη *Drosophila* όπως παρατηρήθηκε από τους [Birch and Dickinson \(2001\)](#). Οι ροές σε C και D διαφέρουν ποιοτικά από τα A και B με την απουσία σύνδεσης μεταξύ των LEVs είτε μέσω δινών στη ρίζα της πτέρυγας ή με συνέχιση της LEV σε όλη την κεντρική γραμμή. Εάν υπάρχει κατά μήκος της χορδής (αξονική) ροή, χαρακτηρίζεται από πορτοκαλί βέλη σε κάθε περίπτωση. Τα κατακόρυφα επίπεδα δείχνουν την απλοποιημένη τοπολογία της ροής στις θέσεις του κέντρο και σε ενδιάμεσες θέσεις της πτέρυγας.

Δύο ισοδύναμες ερμηνείες για την θετική συνεισφορά της LEV στην άνωση είναι η **δημιουργία τμήματος χαμηλών πιέσεων στην επιφάνεια υποπίεσης**, και η **αύξηση της κυκλοφορίας γύρω από την αεροτομή**. Επιπλέον, η παρουσία της LEV στις ροές των έμβιων όντων φαίνεται να έχει τον ίδιο ρόλο που η δίνη δυναμικής απώλειας στήριξης έχει στις συμβατικές ροές, επιτρέπει, δηλαδή, στο πεδίο ροής, κατά την απότομη αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης, να παραμείνει προσκολλημένο πέρα από την γωνία στατικής απώλειας στήριξης με αποτέλεσμα η άνωση να υπερβαίνει το στατικό της όριο ([Ellington et al., 1996](#)). Η βασική διαφορά είναι ότι στις συμβατικές ροές (π.χ. σε πτερύγια ελικοπτέρων) η δίνη ταχύτατα δυναμώνει, ταξιδεύει κατά την χορδή και αποβάλλεται οδηγώντας την πτέρυγα σε εκτεταμένη απώλεια στήριξης (deep stall), ενώ στα φτερά των εντόμων η LEV μπορεί να μείνει σταθεροποιημένη καθόλη την διάρκεια μιας κίνησης, και σε μεγάλο μήκος του φτερού. Το σημείο αυτό έχει εξαιρετικό

ενδιαφέρον: πολλές μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί προκειμένου να προσδιοριστούν τα ακριβή αίτια σταθεροποίησης της LEV. Μία πρόταση που φαίνεται να χαίρει ευρείας αποδοχής είναι ότι **έντονη αξονική ροή αναπτύσσεται στον πυρήνα της LEV** (κατά την διεύθυνση του εκπετάσματος) μεταφέροντας στροβιλότητα προς το άκρο του φτερού, σε μία δομή σπειρωειδούς. Η διοχέτευση στροβιλότητας, αυτή, εμποδίζει την αύξηση της δύναμης της LEV επιτρέποντάς της έτσι να παραμείνει προσκολλημένη στην επιφάνεια υποπίεσης. Σε κάποια είδη εντόμων, δε, έχει παρατηρηθεί ότι η LEV σταθεροποιείται σε τοροειδές (ο πυρήνας των δινών μετώπου προσβολής, εκφυγής και άκρων σχηματίζει κλειστό σπειροειδή βρόχο - δινοειδή δακτύλιο).

Ωστόσο οι [Birch and Dickinson \(2001\)](#) παρατήρησαν ότι **έντονη αξονική ροή στον πυρήνα της LEV δεν παρατηρείται σε πολύ χαμηλούς αριθμούς Reynolds,  $Re = 120$** , εντούτοις η LEV παραμένει προσκολλημένη καθόλη την διάρκεια της pitch-down κίνησης και μάλιστα καθόλο το μήκος του πτερυγίου. Πρότειναν, έτσι, ότι ο **μηχανισμός που είναι υπεύθυνος για την σταθεροποίηση της LEV** σε αυτήν την περίπτωση είναι **το επαγόμενο πεδίο ταχυτήτων από τον ομόρρου, και κυρίως από την δίνη ακροπτερυγίου, καθότι μειώνει την ενεργή γωνία πρόσπτωσης επιτρέποντας στην LEV να παραμείνει προσκολλημένη**. Το συμπέρασμα αυτό, είναι ένα καταπληκτικό παράδειγμα του πως οι δίνες ακροπτερυγίου είναι άλλοτε ευχή (ως σταθεροποιητικός παράγοντας της LEV), και άλλοτε κατάρα (ως παράγοντας μειωμένης απόδοσης σε πτέρυγες αεροσκαφών). Αριθμητικές μελέτες από τους [Shyy and Liu \(2007\)](#) επιβεβαιώνουν ότι η ευστάθεια και η επίδραση της LEV είναι πιθανό να αλλάξει, καθώς ο αριθμός  $Re$  και άλλες παράμετροι που συνδέονται με τον πτερυγισμό μεταβάλλονται. Για μεταβατικές κινήσεις, η ξαφνική επιτάχυνση του μοντέλου δημιουργεί μια LEV που παράγει υψηλές τιμές άνωσης πέρα από την απώλεια στήριξης σε σταθερή κατάσταση, αλλά μια γρήγορη πτώση στην άνωση παρατηρείται όταν η LEV αποκολλάται μετά από 2-4 μήκη της χορδής ([Jones and Babinsky \(2010\)](#)).

Μπορεί να έχουμε ακόμη πολύ δρόμο μπροστά μας μέχρι την ακριβή κατανόηση του σχηματισμού και της σταθεροποίησης της LEV, ένα πράγμα όμως είναι σίγουρο: οι αιτίες βρίσκονται στην τριδιάστατη φύση της ροής. Διδιάστατες πειραματικές μελέτες, στις οποίες τεχνητά εμποδίζεται η αξονική ροή (κατά την έννοια του εκπετάσματος), δείχνουν την διαρκή ενδυνάμωση της LEV κατά την μεταφορική κίνηση μέχρι την αποσταθεροποίηση και την αποβολή της στον ομόρρου (παράλληλα μία δίνη αντίθετης φοράς σχηματίζεται στο μέτωπο εκφυγής, μεγαλώνει και αποβάλλεται και η



διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται διαμορφώνοντας έναν δρόμο Karman στον ομόρρο) (Birch et al., 2004). Τις παρατηρήσεις αυτές επιβεβαιώνουν και υπολογιστικές προσομοιώσεις ροών γύρω από αεροτομές: η LEV οφείλει την μακροζωία της σε τριδιάστατα φαινόμενα.

Μια διαφορετική άποψη για το σχηματισμό της δίνης και της αποκόλλησης της προτάθηκε από τους Gharib et al. (1998) οι οποίοι μελέτησαν τη δυναμική δακτυλίων δινών και σημείωσαν, ότι οι δακτύλιοι δίνης παραμένουν προσκολλημένοι για μικρούς χρόνους μέχρι μια συγκεκριμένη αδιάστατη παράμετρος - ο αριθμός σχηματισμού  $n = L/D$  ( $L$  = διαδρομή του εμβόλου,  $D$ = διάμετρος) - φτάσει τη βέλτιστη τιμή 4. Κατά την άποψή τους, η διαδικασία αποκόλλησης του δακτυλίου δίνης είναι μια απαραίτητη μεταβολή, όταν η δίνη δεν είναι σε θέση να αυξήσει περαιτέρω την κυκλοφορία της (Dabiri (2009)). Μια παρόμοια παράμετρος με τον «αριθμό σχηματισμού» αναφέρθηκε από τους Ringuette et al. (2007) για χαμηλού λόγου επιμήκους επίπεδη πλάκα σε μεταβατική κίνηση. Στην περίπτωση αυτή καταγράφηκε αύξηση της οπισθέλκουσας δύναμης λόγω της LEV.

Επεκτάσεις της έννοιας του χρόνου σχηματισμού σε άλλες διαμορφώσεις ροής έχουν αναφερθεί από τους Milano and Gharib (2005) για επίπεδη πλάκα σε πρόνευση και βύθιση υπό αιώρηση (hovering), και από τους Krueger et al. (2006) σε δέσμη. Ο (Dabiri, 2009) προχώρησε και στην αξιολόγηση του βέλτιστου αριθμού σχηματισμού για βιολογική πρόωση. Οι Rival et al. (2009) διερεύνησαν το σχηματισμό LEV για αεροτομές σε πρόνευση και βύθιση σε ανηγμένη συχνότητα  $k=0.25$  και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η αποκόλληση της LEV συμβαίνει σε χρόνο σύμφωνο με το βέλτιστο αριθμό σχηματισμού όπως περιγράφεται από τον Dabiri (2009). Ωστόσο, καθώς αυξάνεται η συχνότητα της κίνησης, ο διαθέσιμος χρόνος για την ανάπτυξη της δίνης μειώνεται, και η προέκταση αυτών των εννοιών σε μεγάλες ανηγμένες συχνότητες δεν είναι προφανής.

Όπως προαναφέρθηκε, σχηματισμός LEV συναντάται επίσης κατά τη δυναμική απώλεια στήριξης των πτερυγίων ενός ελικοπτέρου (McCroskey, 1981) και κατά την πρόνευση των πτερυγών του. Περιγράφει το σχηματισμό δίνης, κατά τη δυναμική απώλεια στήριξης, στην ακμή πρόσπτωσης μιας αεροτομής, που οφείλεται σε ξαφνική βύθιση ή/και πρόνευση. Μια προσωρινή αύξηση του συντελεστή άνωσης αρκετά μεγαλύτερη σε σχέση με την στατική απώλεια στήριξης της αεροτομής καταγράφεται καθώς η δίνη μετατοπίζεται κατά την κατεύθυνση της χορδής. Η δίνη που σχηματίζεται κατά τη δυναμική απώλεια στήριξης εμφανίζει παρόμοια χαρακτηριστικά με την LEV, αν και το μεγαλύτερο μέρος της έρευνας για δυναμική απώλεια στήριξης έχει διεξαχθεί σε ένα πολύ υψηλότερο αριθμό  $Re = O(10^6)$  και

χαμηλότερη ανηγμένη συχνότητα σε σχέση με τις τιμές που συναντώνται στα συστήματα πτερυγισμού. Ο συντελεστής άνωσης, όταν η δίνη της δυναμικής απώλειας στήριξης είναι προσκολλημένη, βρίσκεται σε καλή συμφωνία με την κλασική θεωρία μόνιμης αεροδυναμικής,  $C_l = 2\pi\alpha$ , όπου  $\alpha$  είναι η πραγματική γωνία πρόσπτωσης (McCroskey, 1981). Μετά την απόκollησή της ωστόσο υπάρχει σημαντική μείωση του συντελεστή άνωσης. Δίνες δυναμικής απώλειας στήριξης παρατηρούνται επίσης σε γρήγορους pitch-up ελιγμούς σταθερών πτερυγίων, όπου παρουσιάζονται πολύ μεγάλοι συντελεστές δύναμης κατά τη διάρκεια της μεταβατικής κίνησης της πτέρυγας (Strickland and Graham (1987), VISBAL and Shang (1989)).

Η σημασία της LEV για την παραγωγή άνωσης σημειώνεται σε όλες τις προαναφερθείσες μελέτες, αλλά η κατανόηση της ευστάθειας, της ανάπτυξης της LEV και της σχέσης με την κινηματική της πτέρυγας είναι μια μεγάλη πρόκληση στη θεωρητική προσέγγιση και μοντελοποίηση των ροών αυτών. Πάντως, οι Shyy et al. (2008), σε μία πιο αιτιακή ερμηνεία του φαινομένου, βασισμένη στην εξίσωση ορμής, αναφέρουν ότι ο συνδυασμός κλίσεων πίεσης, κεντρομόλου δύναμης και δύναμης Coriolis ευθύνεται για την την σταθεροποίηση της LEV.

### 2.2.2 Μοτίβα ομόρρου: δρόμοι στροβίλων Karman

Τα συστήματα πρόωσης που βασίζονται στον πτερυγισμό, είτε φυσικά είτε τεχνητά, συχνά προσεγγίζονται με βάση τον αριθμό Strouhal, που ορίζεται ως το γινόμενο της συχνότητας  $f$  του πτερυγισμού και του πλάτους ταλάντωσης  $A$  διαιρούμενο με την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος, δηλαδή  $St_A = fA/U_0$  (Anderson et al. (1998) Taylor, Taylor et al. (2003)). Μια άλλη κρίσιμη παράμετρος σε αυτά τα προβλήματα είναι ο λόγος επιμήκους του σώματος, γιατί καθορίζει σε ποιο βαθμό η διδιάστατη ανάλυση μπορεί να συλλάβει τα βασικά στοιχεία που χρειάζονται για μια επαρκή περιγραφή της, στην πραγματικότητα, τρισδιάστατης ροής. Ειδικότερα, στην περίπτωση πρόωσης σώματος σε πτερυγισμό, τουλάχιστον δύο ποιοτικά διαφορετικές καταστάσεις έχουν αποδειχθεί από πειράματα και αριθμητικές προσομοιώσεις: α) οι αεροτομές υψηλού λόγου εκπέτασματος - χορδής, που παράγουν μια σειρά στροβίλων Benard-von Karman και β) η περίπτωση του αντίστροφου Benard-von Karman (BVK) ομόρρου (Koochesfahani (1989), Anderson et al. (1998)), όπου οι πιο έντονες δίνες ευθυγραμμίζονται με το εκπέτασμα της αεροτομής και αποκτούν αντίθετη φορά. Στην περίπτωση αυτή κατά την οπτικοποίηση παρατηρείται πως η μέση ροή έχει τη μορφή δέσμης και οδηγεί σε μια καθαρά προωστική δύ-

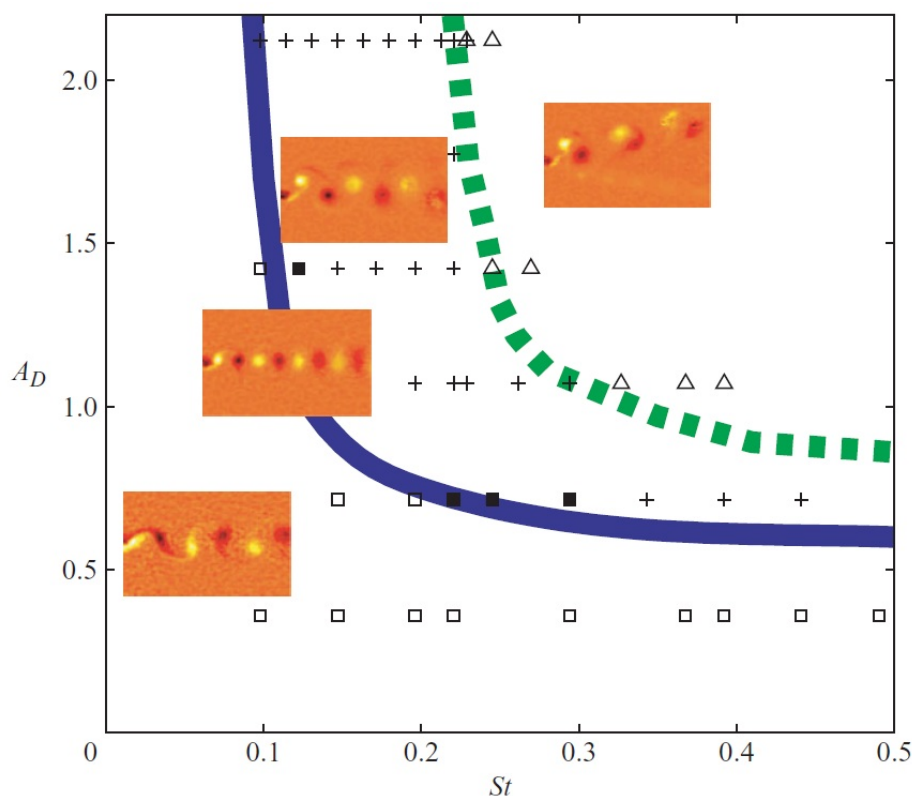
ναμη. Καθώς ο λόγος εκπετάσματος - χορδής μειώνεται, η επίδραση των τριών διαστάσεων τροποποιεί δραματικά τη δομή του ομόρρου. Στην περίπτωση αυτή, παράγονται μια σειρά από βρόχους δινών (ή πέταλα δινών) κατά την αποβολή στροβιλότητας από όλες τις πλευρές της αεροτομής (βλέπε π.χ. von Ellenrieder, Parker & Soria 2003; Buchholz & Smits 2006, 2008 ).

Μια περιγραφή δύο παραμέτρων που επιτρέπει να μεταβάλλονται ανεξάρτητα η συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης της κίνησης έχει αποδειχθεί πρόσφατα (Godoy-Diana et al. (2009)) πως είναι το βέλτιστο πλαίσιο για τον πλήρη χαρακτηρισμό του πεδίου ροής στον ομόρρο αεροτομής σε πρόνευση. Η μετάβαση από μια σειρά στροβίλων BvK στην αντίστροφη σειρά BvK με χαρακτηριστικό την πρόωση και την ασυμμετρία του ομόρρου (Godoy-Diana et al. (2009)) συνοψίζονται στο σχήμα 2.8. Ο αριθμός Strouhal και το αδιάστατο πλάτος έχουν οριστεί χρησιμοποιώντας το σταθερό πλάτος της αεροτομής  $D$  όπου  $St = fD/U_0$  και  $A_D = A/D$ , αντίστοιχα.

Μία ενδιαφέρουσα, και αξιοπερίεργη μορφή ομόρρου που έχει παρατηρηθεί είναι η αποκλίνουσα γραμμή δρόμου Karman ως προς την κατεύθυνση της ροής. Ο **αποκλίνων ομόρρος** αεροτομής που υπόκειται σε πτερυγισμό έχει παρατηρηθεί σε πολλές πειραματικές (Jones, Dohring & Platzer 1998; Buchholz & Smits 2008; Von Ellenrieder & Pothos 2008; Godoy-Diana et al 2008 ) και αριθμητικές μελέτες (Jones et al 1998; Lewin & Haj-Hariri 2003 ), **ακόμη και όταν η γεωμετρία και ο πτερυγισμός του προβλήματος είναι συμμετρικά**. Η απόκλιση του ομόρρου από τον άξονα συμμετρίας του προβλήματος οφείλεται στην υψηλότερη ευστάθεια της ροής σε κάποια γωνία απόκλισης, που σχετίζεται με τον ρυθμό έκλυσης δινών και την απόσταση δύο διαδοχικών δινών (το μοτίβο του ομόρρου «κλειδώνει» σε πιο ευσταθείς καταστάσεις). Ακόμη μεγαλύτερο ενδιαφέρον έχει η μελέτη των Heathcote and Gursul (2007) σε πτέρυγα υπό συμμετρική βύθιση (plunging), στην οποία για πρώτη φορά (πιθανότατα) παρατηρήθηκε **περιοδικότητα** του φαινομένου αυτού (περιοδική αλλαγή της διεύθυνσης του δρόμου Karman, στην ίδια γωνία εκατέρωθεν της διεύθυνσης της χορδής). Μάλιστα, η περίοδος βρέθηκε να είναι 2 τάξεις μεγέθους πάνω από την περίοδο ταλάντωσης της πτέρυγας, ενώ η γωνία απόκλισης να εξαρτάται έντονα από τον αριθμό Strouhal (μονότονη αύξηση) (σχήμα 2.9).

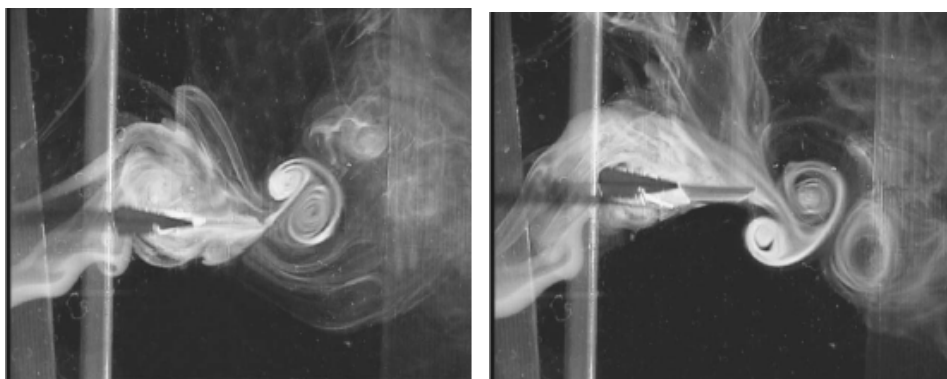
Πάνω από ένα ορισμένο όριο, η διπολική δομή που σχηματίζεται σε κάθε περίοδο πτερυγισμού είναι αρκετά ισχυρή ώστε να αποσυνδεθεί από την αρχική σειρά στροβίλων και να δημιουργήσει μια απόκλιση από τη μέση

ροή. Αυτές οι περιπτώσεις ασύμμετρου ομόρρου συμβαίνουν σε περιοχή που υπερκαλύπτει την υψηλή απόδοση σε αριθμούς Strouhal που χρησιμοποιούνται κατά των πτερυγισμό πτηνών, η οποία καθιστά τον ακριβή ορισμό του ορίου σημαντικό για το σχεδιασμό τεχνητών συστημάτων πτερυγισμού για πρόωση και έλεγχο.



Σχήμα 2.8: Διάγραμμα Φάσεων στον Ομόρρου Αεροτομής σε Πτερυγισμό για  $Re = 255$ . Τα πειραματικά δεδομένα σημαίνονται με: □ σειρά BvK , ■ ευθυγραμμισμένες δίνες, + αντίστροφη σειρά BvK , Δ αποκλίνουσα αντίστροφη σειρά BvK που σχηματίζει ασύμμετρο ομόρρο. Συνεχής Γραμμή: Μετάβαση από σειρά BvK σε αντίστροφη BvK . Διακεκομμένη Γραμμή: Μετάβαση από αντίστροφη σειρά BvK στην ασύμμετρη περιοχή. Απεικονίζονται τυπικές περιπτώσεις πεδίων στροβιλοτήτας σε κάθε περιοχή [Godoy-Diana et al. \(2009\)](#)

Αεροδυναμικές μελέτες κατά τον πτερυγισμό πτερύγων και την πρόνευση-βύθιση αεροτομών σε πτήση σημειώνουν τη σημασία της ανηγμένης συχνότητας και του αριθμού Strouhal στη δυναμική της ροής. Ειδικά στο εύρος St μεταξύ 0.25 και 0.35 έχει εντοπισθεί υψηλής απόδοσης παραγωγή πρόωσης (Triantafyllou, Triantafyllou & Grosenbaugh 1992). Παρόμοιο εύρος τιμών του αριθμού St αναφέρθηκε από τους Anderson et al. (1998) σε αρμονική πρόνευση-βύθιση αεροτομών NACA0012 και το εύρος αυτό συμπίπτει με τους αριθμούς St αρκετών βιολογικών πτηνών (Taylor, Nudds & Thomas 2004). Ο αριθμός Strouhal έχει τονισθεί σε πολλά πειράματα απει-



Σχήμα 2.9: Περιοδική εκτροπή δρόμου Karman από την διεύθυνση της χορδής, [Heathcote and Gursul \(2007\)](#)

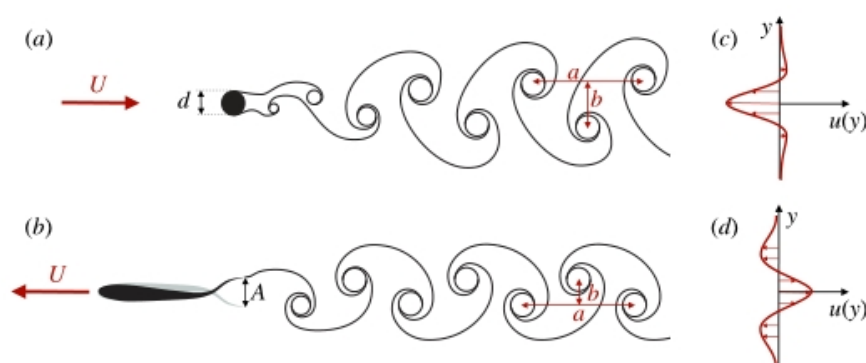
κόνισης της ροής ταλαντευόμενων αεροτομών (Koochesfahani 1989, Lai & Platzer 1999, Young & Lai 2004), όπου οι δομές στον ομόρρου, που παράγουν οπισθέλκουσα ή ώση, εξαρτώνται από την τιμή του  $St$ . Όπως προτείνεται από τον Lighthill (1969), οι συνθήκες παραγωγής ώσης χαρακτηρίζονται από παρόμοιο με δέσμη ομόρρου, όπου οι δίνες διατάσσονται με τρόπο που παράγουν ιδιαίτερα μεγάλη ορμή στο κέντρο. Οι Ohmi et al. (1990, 1991) βρήκαν παρόμοια εξάρτηση του  $St$  με τη δομή του ομόρρου για αεροτομή NACA0012 σε πρόνευση. Πιο πρόσφατες πειραματικές μελέτες σε πρόνευση-βύθιση αεροτομών με τη μέθοδο PIV τονίζουν επίσης τη σημασία του  $St$  στη δομή του ομόρρου για αριθμούς  $Re = O(10^3) - O(10^4)$  (Lua et al. 2007, von Ellenrieder & Posthos 2008, Godoy-Diana, Aider & Wesfried 2009).

Μία άλλη σημαντική παράμετρος στην προς τα εμπρός πτήση των αεροτομών σε πρόνευση-βύθιση είναι η ανηγμένη-πραγματική γωνία πρόσπτωσης, η οποία ορίζεται ως η γωνία που σχηματίζεται από την χορδή αεροτομής και το εισερχόμενο ρεύμα για ένα παρατηρητή που κινείται μαζί με το σημείο περιστροφής της αεροτομής. Αλλαγές στον  $St$  μπορούν να παραχθούν με την μεταβολή της ανηγμένης συχνότητας  $k$ , ή το πλάτος βύθισης,  $h_0$ . Όπως σημειώνεται από τους Read, Hover & Triantafyllou (2003), η σχέση μεταξύ  $St$  και ανηγμένης γωνίας πρόσπτωσης είναι μη γραμμική και μεταβολές του  $St$  τροποποιούν επίσης τη γωνία πρόσπτωσης. Προκειμένου να απομονωθεί η επίδραση του  $St$ , είναι αναγκαίο να διατηρηθεί σταθερή η γωνία-πρόσπτωσης για κάθε  $St$ . Οι Read et al. (2003) αναγνώρισαν το πρόβλημα και πρότειναν τη χρήση αρμονικού σήματος υψηλότερης ακρίβειας σε βύθιση, προκειμένου να διατηρηθεί ημιτονοειδής συνάρτηση της γωνίας πρόσπτωσης. Η μελέτη κατέληξε στο συμπέρασμα ότι σε υψηλές τιμές του  $St$ , η ημιτονοειδής ανηγμένη γωνία πρόσπτωσης αυξάνει σημαντικά τον συντελεστή ώσης σε σύγκριση με την ανηγμένη γωνία πρόσπτωσης που πα-

ράγεται από ημιτονοειδή βύθιση. Οι Hover, Haugsdal & Triantafyllou(2004), πραγματοποίησαν πειράματα με τη συνάρτηση της ανηγμένης γωνίας πρόσπτωσης να είναι τετραγωνικό κύμα, συμμετρικό πριονωτό κύμα και ημιτονοειδές κύμα, και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το ημιτονοειδές κύμα παράγει την υψηλότερη απόδοση ώσης. Αυτές οι μελέτες δείχνουν ότι η διατήρηση του ημιτονοειδούς προφίλ της ανηγμένης γωνίας πρόσπτωσης σε υψηλούς  $St$  είναι μια προϋπόθεση για να απομονωθεί η επίδραση του  $St$ , και να επιτευχθεί υψηλή ώση και αποδοτικότητα κατά την πρόνευση-βύθιση αεροτομών σε προς τα εμπρός πτήση.

### 2.2.3 Βαθμός απόδοσης της πρόωσης

Μια αεροτομή σε σταθερή κίνηση προς τα εμπρός και ένας συνδυασμός αρμονικής βύθισης και πρόνευσης παράγει ώση μέσω της ροής κατάντι της ακμής εκφυγής, η οποία κατά μέσον όρο για μία περίοδο ταλάντωσης έχει τη μορφή δέσμης (σχήμα 2.10).



Σχήμα 2.10: Προφίλ οπισθέλκουσας, wake-like (a), προφίλ ώσης, jet-like (b)

Αυτή η μέση ροή της δέσμης είναι ασταθής και ενεργεί ως ενισχυτής των διαταραχών. Η αρμονική κίνηση της αεροτομής προκαλεί ασταθή αποβολή στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής, ενώ υπάρχουν συνθήκες όπου σχηματίζονται επίσης δίνες στην ακμή πρόσπτωσης. Η αλληλεπίδραση της μη μόνιμης αποβολής στροβιλότητας από την αεροτομή και των δυναμικών χαρακτηριστικών του ομόρρου έχουν ως αποτέλεσμα το σχηματισμό επαναλαμβανόμενων μορφών δινών μεγάλης κλίμακας, όπως φαίνεται από την οπτικοποίηση των Ohashi & Ishikawa (1972), Oshima & Oshima (1980), Oshima & Natsume (1980), και Koochesfahani (1989). Ο αριθμός των δινών που σχηματίζονται ανά μισό κύκλο ποικίλλει ανάλογα με το πλάτος και τη συχνότητα της κίνησης και το σχήμα της κυματομορφής (Koochesfahani 1989). Οι Triantafyllou & Gopalkrishnan (1991) έδειξαν ότι

η βέλτιστη δημιουργία δέσμης λαμβάνει χώρα σε αδιάστατες συχνότητες που αντιστοιχούν στη μέγιστη χωρική ανάπτυξη του μέσου ομόρρου κατά-ντι της αεροτομής, και ότι η προωθητική απόδοση φθάνει το μέγιστο κάτω από αυτές τις συνθήκες. Τα δεδομένα των χαρακτηριστικών κολύμβησης από διάφορα γένη ψαριών και κητοειδών δείχνουν ότι τα ψάρια κολυμπούν κάτω από συνθήκες βέλτιστης απόδοσης (Triantafyllou, Triantafyllou & Grosenbaugh 1993). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το μέσο προφίλ ταχυτήτων της δέσμης εξαρτάται από τη συχνότητα και το πλάτος ταλάντωσης της αεροτομής, ως εκ τούτου, το πρόβλημα πρέπει να μελετηθεί στην ολότητά του, δηλαδή ως μία δυναμική ισορροπία μεταξύ των παραμέτρων που αλληλεπιδρούν, όπως σημειώνεται επίσης στο ποιοτικά παρόμοιο πρόβλημα του ομόρρου ενός κυλίνδρου σε ελεύθερο ρεύμα, που υπόκειται σε περιστροφικές ταλαντώσεις (Tokumaru & Dimotakis 1991).

Η γραμμική μη συνεκτική θεωρία προβλέπει ότι μία ταλαντευόμενη αεροτομή μπορεί να φθάσει, για ορισμένους συνδυασμούς παραμέτρων, πολύ υψηλή απόδοση πρόωσης. Παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα, ωστόσο, παρείχαν συχνά χαμηλή απόδοση. Ο Scherer (1968), για παράδειγμα, εκτέλεσε εκτεταμένες δοκιμές πάνω σε αεροτομή μεσαίου λόγου επιμήκους και διαπίστωσε ότι η μέγιστη απόδοση είναι συνήθως μικρότερη από 70%. Ωστόσο με βέλτιστη επιλογή παραμέτρων, μπορεί σταθερά να επιτευχθεί απόδοση υψηλότερη από 85%. Οπτικοποιήσεις μη μόνιμης ροής σε κινούμενη αεροτομή έχουν μελετηθεί από διάφορους ερευνητές. Ο Freymuth (1988) μελέτησε τη συνδυαστική κίνηση πρόνευσης - βύθισης της NACA 0015 αεροτομής σε αεροδυναμική σήραγγα για αριθμούς Reynolds στην περιοχή μεταξύ 5200 και 12000. Οι Maxworthy (1979), Ellington (1984), και Freymuth (1990) μελέτησαν την αεροδυναμική που σχετίζεται με την πτήση της μετεώρησης εντόμων και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι μηχανισμοί που αναπτύσσονται σε μη μόνιμη ροή παίζουν ένα πολύ σημαντικό ρόλο. Οι υψηλές τιμές του συντελεστή άνωσης συνδέθηκαν με το σχηματισμό δίνης στην ακμή πρόσπτωσης, ή αλλιώς δίνη δυναμικής απώλειας στήριξης, η οποία για συγκεκριμένους συνδυασμούς παραμέτρων στη συνέχεια συγχωνεύεται με την στροβιλότητα της ακμής εκφυγής. Οι Reynolds & Carr (1985) είχαν προβλέψει νωρίτερα το βασικό μηχανισμό που διέπει την παραγωγή στροβιλότητας στην ακμή πρόσπτωσης. Ο Ellington (1984) σημειώνει επίσης τη σημαντική υστέρηση απώλειας στήριξης που προκαλείται σε μη μόνιμη αεροδυναμική, όπως διαπιστώθηκε προηγουμένως, για παράδειγμα, από τους Maresca, Favier & Rebout (1979) για αεροτομή σε ελεύθερο ρεύμα που υποβάλλεται σε αξονικές ταλαντώσεις.

Ο Ohmi et al. (1990, 1991) μελέτησε το σχηματισμό δίνης στη ροή γύρω

από μια μετατοπιζόμενη και σε αρμονική πρόνευση αεροτομή για αριθμούς Reynolds μεταξύ 1500 και 10 000, με μέση γωνία πρόσπτωσης της  $15^\circ$  ή  $30^\circ$ . Σε μεγάλες διαταραχές διαπίστωσε ότι οι δομές των δινών στον ομόρρου εξαρτώνται από το αν η μεταφορική ή περιστροφική κίνηση κυριαρχεί επί της ροής. Αυτό καθορίζεται κυρίως από τη ανηγμένη συχνότητα. Στην περίπτωση που η ροή κυριαρχείται από την περιστροφική κίνηση, η παράμετρος που καθορίζει το πρόβλημα είναι το γινόμενο της ανηγμένης συχνότητας και του πλάτους πρόνευσης, η οποία συνδέεται στενά με τον αριθμό Strouhal του Triantafyllou et al. (1991, 1993). Η αλληλεπίδραση των δινών της ακμής πρόσπτωσης με τις δίνες της ακμής εκφυγής καθορίζει τη μορφή της ροής στον ομόρρου της αεροτομής. Η επίδραση του αριθμού Reynolds βρέθηκε από τον Ohmi et al. (1990) να είναι δευτερεύουσας σημασίας για το πρόβλημα. Ο MacCroskey (1982) εκπόνησε εκτεταμένη μελέτη της επίδρασης των μηχανισμών μη μόνιμης αεροδυναμικής, συμπεριλαμβανομένου του σχηματισμού δίνης δυναμικής απώλειας στήριξης. Η μελέτη αυτή έρχεται σε συμφωνία με την παρατήρηση πως η επίδραση του αριθμού Reynolds στη δυναμική απώλεια στήριξης είναι μικρή για χαμηλούς αριθμούς Mach .

Ωστόσο, η έρευνα σε δισδιάστατες αεροτομές σε ταλάντωση έχει αρχίσει να εξηγεί τους παράγοντες που διέπουν την αποδοτική παραγωγή ώσης, και τη δομή του ομόρρου, καθώς και τη σχέση μεταξύ της δομής ομόρρου και της παραγωγής ώσης. Σε συνθήκες αποδοτικής πρόωσης, οι δισδιάστατες αεροτομές είναι γνωστό ότι δημιουργούν δύο δίνες ανά περίοδο στην κατεύθυνση της χορδής οι οποίες είναι τοποθετημένες κλιμακωτά και μοιάζουν με σειρά στροβίλων Karman , αλλά με αντίθετα τα πρόσημα της στροβιλότητας έτσι ώστε να αυξηθεί η ροή της ορμής στον ομόρρου σε σχέση με το ελεύθερο ρεύμα. Οι Triantafyllou, Triantafyllou & Grosenbaugh (1993) αναφέρονται σε αυτό το φαινόμενο ως μια αντίστροφη σειρά στροβίλων Karman και πρότειναν τον αριθμό Strouhal ως την κατάλληλη αδιάστατη συχνότητα που διέπει τις δομές στον ομόρρου και την παραγωγή ώσης από υψηλού λόγου επιμήκους αεροτομές. Η βέλτιστη περιοχή  $0.25 \leq St \leq 0.35$  είχε προβλεφθεί μέσω δισδιάστατης γραμμικής ανάλυσης ευστάθειας σε πειραματικές μετρήσεις του μέσου προφίλ του ομόρρου με την παραδοχή ότι εξαναγκάζοντας τη ροή στην πιο ασταθή κατάσταση θα μπορούσε να οδηγήσει στο σχηματισμό της επιθυμητής δομής του ομόρρου με ελάχιστη προσφορά ενέργειας, και ως εκ τούτου μέγιστη αποδοτικότητα. Υποστήριξαν τα συμπεράσματά τους με πειραματικά δεδομένα και παρατηρήσεις στον βηματισμό κολύμβησης από μια ποικιλία υδρόβιων ζώων.

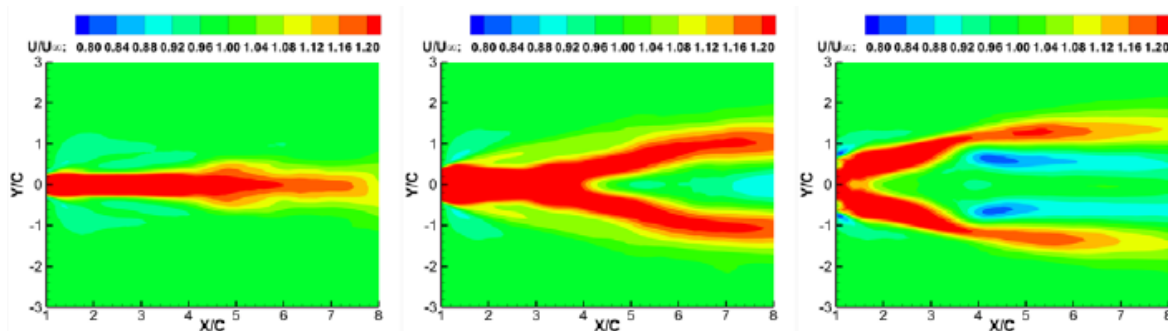


Οι Anderson et al. (1998) διεξήγαγαν μια λεπτομερή παραμετρική μελέτη της απόδοσης της ώσης και της δομής του ομόρρου μιας αεροτομής NACA 0012 που υπόκειται σε πρόνευση και βύθιση και σύγκριναν τις μετρήσεις τους με τις προβλέψεις των γραμμικών και μη γραμμικών αναλυτικών μοντέλων. Παρά το γεγονός ότι, για ένα δεδομένο σύνολο κινηματικών παραμέτρων, τα μοντέλα προέβλεπαν μια μόνο κορυφή στην απόδοση μεταξύ του εύρους  $0.1 \leq St \leq 0.2$ , σε αρκετές περιπτώσεις, τα πειραματικά δεδομένα αποκάλυψαν μια δεύτερη κορυφή εντός της περιοχής  $0.3 \leq St \leq 0.4$ , η οποία αποδόθηκε στη δυναμική του ομόρρου όπως περιγράφηκε παραπάνω. Αυτή η δεύτερη κορυφή θεωρήθηκε ως πιο σχετική με την πρόωση αφού ο συντελεστής ώσης ήταν σημαντικά υψηλότερος από ό, τι στο πρώτο βέλτιστο σημείο. Έχουν αναφερθεί αποδόσεις έως και 87%.

Η αποτελεσματική πρόωση είναι συχνά ανάλογη με την παραγωγή δυνάμεων στην ακμή πρόσπτωσης οι οποίες σε μία κατάλληλη φάση συνενώνονται με τις δίνες που παράγονται στην ακμή εκφυγής, σχηματίζοντας μια αντίστροφη σειρά στροβίλων Karman (Oshima & Natsume 1980; Oshima & Oshima 1980; Freymuth 1988; Ohmi et al 1990, 1991; Anderson et al 1998). Υπό μη βέλτιστες συνθήκες, οι δίνες της ακμής πρόσπτωσης και εκφυγής αποτυγχάνουν να συγχωνευτούν, σχηματίζοντας τέσσερις δίνες ανά ταλάντωση. Η διάταξη έχει επίσης παρατηρηθεί σε σχέση με τις συνθήκες οπισθέλκουσας (Koochesfahani 1989). Αυτά τα μοντέλα αποβολής στροβιλότητας είναι παρόμοια με εκείνα που παράγονται από ένα ταλαντευόμενο κύλινδρο, όπως παρατηρήθηκε από τους Williamson & Roshko (1988), το οποίο ονόμασαν 2-S (δύο μονές δίνες) στην περίπτωση των δύο δυνάμεων που δημιουργούνται ανά ταλάντωση, και 2-P (δύο ζεύγη), όταν αποβάλλονταν τέσσερις δίνες. Άλλα μοτίβα παρατηρήθηκαν επίσης.

Οι Yu et al. (2012) πραγματοποίησαν συνδυαστική πειραματική και υπολογιστική μελέτη πτέρυγας χαμηλού λόγου επιμήκους ( $AR=2.7$ ) σε διαφορετικές κινήσεις, παρατηρώντας ότι ο κατάλληλος συνδυασμός **pitching και plunging** (έχοντας ως βάση την πρόταση Triantafyllou επέλεξαν  $St = 0.38$ ) μπορεί να δώσει 30 φορές μεγαλύτερη τιμή ώσης σε σχέση με περίπτωση καθαρού plunging. Σε σχέση με την δομή του ομόρρου, παρατήρησαν ένα πολυσύνθετο μοτίβο δυνάμεων με έντονη αλληλεπίδραση - εναλλαγή συμβατικών και αντίστροφων δρόμων Karman με αλληλεπιδράσεις ανά ζεύγη ή τετράδες, και μεταβολή του μοτίβου κατά την αξονική διεύθυνση λόγω της επίδραση της δίνης ακροπτερυγίου-. Αυτή η αλλαγή του μοτίβου κατά μήκος της πτέρυγας παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον: ενώ το μέσο (time-averaged) πεδίο ταχυτήτων μέχρι και κάποια απόσταση από την ρίζα έχει τυπικό προφίλ τύπου jet (jet-like profile), καθώς κινούμαστε

προς το άκρο παίρνει την μορφή διπλού jet(σχήμα 2.11). Σχολιάζουν την μεταβολή αυτή ως εξής: η αλλαγή της πίεσης στα μέτωπα προσβολής και εκφυγής των πτερυγών υπό ταλάντωση εμφανίζεται κυρίως σε περιοχές κοντά στο άκρο, υποδεικνύοντας ότι στην παραγωγή ώσης πρωτεύουσα συμβολή έχει το εξωτερικό μισό της πτέρυγας. Είναι προφανές ότι στην περιοχή αυτή το πλάτος και η ταχύτητα ταλάντωσης της πτέρυγας είναι μεγαλύτερα, και πιθανότατα αυτή οδηγείται σε δυναμική απώλεια στήριξη. Η εμφανιζόμενη LEV μπορεί να σταθεροποιηθεί λόγω επαγόμενου κατωρεύματος από την δίνη ακροπτερυγίου δημιουργώντας περιοχή χαμηλών πιέσεων κοντά στο μέτωπο προσβολής, συνεισφέροντας έτσι στην παραγωγή ώσης. Βλέπουμε, έτσι, πώς οι δίνες ακροπτερυγίου, και η σύνδεσή τους με την LEV, μπορούν να συνεισφέρουν ωφέλιμα και στην παραγωγή ώσης.



Σχήμα 2.11: Μέσα πεδία ταχυτήτων ομόρρου ορθογωνικής πτέρυγας λόγου επιμήκους 2.7 στο 50, 75 και 100% του εκπετάσματος,  $St = 0.38$

Οι Gharib, Rambod & Shariff (1998) πρότειναν ένα εναλλακτικό παράδειγμα για να προβλέψουν τη βέλτιστη απόδοση των πτηνών με βάση την παραγωγή δακτυλίων δίνης χρησιμοποιώντας ένα έμβολο και έναν κύλινδρο. Προσδιόρισαν τον αριθμό σχηματισμού  $n = L/D$  ( $L$  = διαδρομή του εμβόλου,  $D$  = διάμετρος) έτσι ώστε για  $n \approx 4$  να μεγιστοποιηθούν τόσο η κυκλοφορία του δακτυλίου δίνης όσο και η μέση χρονική ισχύς. Περαιτέρω προώθηση του εμβόλου είχε ως αποτέλεσμα τον σχηματισμό δέσμης κατάντι του δακτυλίου δίνης. Ο αριθμός σχηματισμού έχει γενικευτεί για να προβλέψει την παραγωγή δακτυλίων δίνης μέσα από χρονικά μεταβαλλόμενες οπές (Dabiri & Gharib 2005) και την βέλτιστη ταλαντωτική κίνηση της πλάκας πεπερασμένου λόγου επιμήκους σε ένα ακίνητο ρευστό (Milano & Gharib 2005). Ενώ έχει προταθεί ότι ο ομόρρους που παράγεται από τα πτερύγια κολύμβησης των ψαριών που αποτελείται από δακτυλίους δίνης (Drucker & Lauder 1999), αποδίδοντας δομές δινών που μπορεί μερικές φορές να μοιάζουν με τη διαταραχή η οποία παράγεται κατά τη δισδιάστατη ταλάντωση πτερυγίων σε επίπεδα παράλληλα προς την εγκάρσια

κίνηση, ούτε ο σχηματισμός των δακτυλίων δίνης, ούτε η σειρά στροβιλότητας Karman συλλαμβάνει την πολυπλοκότητα των αλληλεπιδράσεων των δινών στον ομόρρου των βιολογικών πτηνών. Ωστόσο, κάποια πρόοδος έχει γίνει στην κατανόηση της τοπολογίας του ομόρρου και των χαρακτηριστικών λειτουργίας μιας σειράς από πεπερασμένου-λόγου επιμήκους γεωμετρίες.

Οι Jimenez et al. (2003) και Buchholz et al. (2003) διερεύνησαν τις δομές που παράγονται στον ομόρρου από πολύ χαμηλού λόγου επιμήκους ( $AR = 0.27$ ) ευέλικτα πάνελ, τα οποία χρησιμοποιούνται για να προσεγγίσουν κύματα κατά την κατεύθυνση της ροής. Στο επίπεδο συμμετρίας, μία δίνη αποβάλλεται στον ομόρρου κοντά στο μέγιστο μετατόπισης της ακμής εκφυγής, ακολουθούμενη από την αποβολή ενός στρώματος διάτμησης καθώς η ακμή εκφυγής σαρώνει τον ομόρρου. Το στρώμα διάτμησης εξελίσσεται σε διακριτή δίνη, σχηματίζοντας ένα εγκάρσια προσανατολισμένο αντίθετα στρεφόμενο ζεύγος δινών με την δημιουργία της συζυγούς δίνης κατά τον ακόλουθο μισό κύκλο. Τα ζεύγη δινών προκαλούν το διαχωρισμό σε δύο μέρη του ομόρρου. Παρόμοια εξέλιξη παρατηρήθηκε από τους Tytell & Lauder (2004) στον ομόρρου που σχηματίζεται κατά την κολύμβηση των αμερικανικών χελιών (*Anguilla rostrata*) στο κάτω μέρος καναλιού ύδατος.

Ένα τρισδιάστατο μοντέλο ομόρρου για πρόνευση και βύθιση με λόγο επιμήκους 3 προτάθηκε από τους von Ellenrieder, Parker & Soria (2003) με βάση την οπτικοποίηση με χρωστική ουσία που εγχέεται από την επιφάνεια της πτέρυγας. Το μοντέλο, που ισχύει για  $0.2 \leq St \leq 0.4$  και αριθμό Reynolds 164, αποτελείται από δύο κλειστούς βρόχους δινών που αποβάλλονται σε κάθε μισή περίοδο του κύκλου, σχηματίζοντας μια τεθλασμένη αλυσίδα, ενίοτε με επιπλέον προεκτάσεις. Η Guglielmini (2004) έκανε την προσομοίωση αυτού του πειράματος για αριθμούς Strouhal 0.175 και 0.35. Οι υπολογισμοί της για  $St = 0.175$  αποκάλυψαν μια αλυσίδα από απλούς δακτυλίους δινών με εναλλασσόμενο πρόσημο, αλλά για  $St = 0.35$  ο ομόρρους βρέθηκε να διαιρείται σε δύο αλυσίδες από δομές στροβίλων με πολύ διαφορετική εμφάνιση από αυτή που παρατηρήθηκε στα πειράματα των von Ellenrieder et al. (2003).

Οι Dong et al. (2005), υπολόγισαν τη μορφή του ομόρρου και τις επιδόσεις πρόωσης σε πρόνευση και βύθιση ελλειπτικών πτερυγών σε  $100 \leq Re_c \leq 400$ , και λόγους επιμήκους που κυμαίνονται από κυκλική διατομή έως και δισδιάστατες πτέρυγες. Αύξηση του αριθμού Reynolds από 100 σε 400, οδήγησε σε διπλασιασμό της απόδοσης πρόωσης. Διχοτομημένη μορφή στον ομόρρου παρατηρήθηκε για  $0.1 \leq St \leq 1.2$  με εγκάρσια κλίση των δακτυλίων δινών εμφανή σε κάθε κλάδο του ομόρρου. Για λόγο επιμή-

κους που τείνει στο άπειρο, παρατηρήθηκε μια αντίστροφη σειρά στροβίλων Karman . Παρότι η απόδοση πρόωσης είναι ευαίσθητη σε μεταβολές του αριθμού Reynolds σε αυτό το εύρος, η ποιοτική τοπολογία του ομόρρου ήταν αρκετά σταθερή.

Οι Buchholz & Smits (2006) προχώρησαν στην οπτικοποίηση του ομόρρου που παράγεται από ένα άκαμπτο πάνελ λόγου επιμήκους 0.54 , το οποίο υπόκειται σε πρόνευση γύρω από την ακμή πρόσπτωσης για  $Re_c = 640$ . Σε χαμηλό αριθμό Strouhal ( $St = 0.23$ ), παρατηρήθηκε μια αλυσίδα δομών στροβιλότητας η οποία ήταν παρόμοια με τον χαμηλού αριθμού Strouhal -ομόρρου που παρατηρήθηκε από την Guglielmini (2004). Με την αύξηση του αριθμού Strouhal , παράχθηκε διχοτομημένους ομόρρους όμοιος με αυτούς των Guglielmini (2004) & Dong et al. (2005).

Οι Clark & Smits (2006) διερεύνησαν τη δομή του ομόρρου και τις αεροδυναμικές επιδόσεις ταλαντευόμενης αεροτομής με ελλειπτική διατομή. Από τις μετρήσεις και τις παρατηρήσεις τους, συνήγαγαν μια κατανομή της στροβιλότητας κοντά στο στερεό όριο έντονα σταθμισμένη προς την ακμή, η οποία παράγει μία δομή που αποτελείται από διασυνδεδεμένους βρόχους δινών στον ομόρρου με μία αντίστοιχη κατανομή της κυκλοφορίας. Παρά τις σημαντικές διαφορές στη γεωμετρία και την κινηματική, η τοπολογία του ομόρρου είναι σύμφωνη με το μοντέλο που προτείνεται από τους Buchholz & Smits (2006). Με την αύξηση του αριθμού Strouhal , ο ομόρρους διαιρείται επίσης σε δύο κλάδους.

# Κεφάλαιο 3

## Στοιχεία θεωρίας

### 3.1 Προτάσεις στροβιλότητας

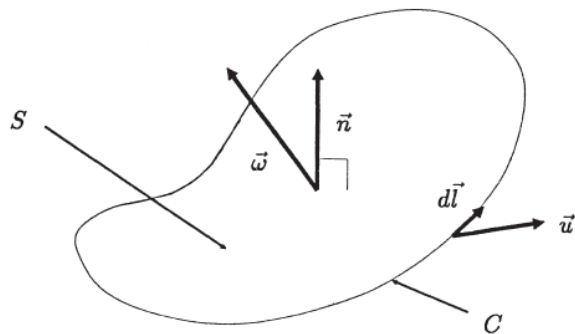
#### 3.1.1 Εισαγωγή

Η στροβιλότητα,  $\vec{\omega}$ , ενός πεδίου ροής με ταχύτητα  $\vec{u}$ , ορίζεται ως

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} \quad (3.1)$$

και έχει διαστάσεις συχνότητας  $[\vec{\omega}] = [s^{-1}]$ . Μπορεί επίσης να εκφραστεί ως καρτεσιανός τανυστής

$$\omega_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (3.2)$$



Σχήμα 3.1: Συσχέτιση στροβιλότητας και επιφανειακού ολοκληρώματος ταχύτητας

Ως το εξωτερικό γινόμενο μιας διανυσματικής ποσότητας, η στροβιλότητα  $\vec{\omega}$  είναι επίσης διάνυσμα. Η  $\vec{\omega}$  είναι ανάλογη του ρυθμού περιστροφής ενός μικρού στοιχείου ρευστού γύρω από τον άξονά του, αποτέλεσμα που γίνεται προφανές υπολογίζοντας (με την χρήση του θεωρήματος του Stokes) την συνιστώσα της  $\vec{\omega}$  κατά μήκος κατεύθυνσης  $\vec{n}$ :

$$\vec{\omega} \cdot \vec{n} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{1}{S} \iint_S (\nabla \times \vec{u}) \cdot \vec{n} dS = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{1}{S} \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \quad (3.3)$$

όπου  $S$  είναι επιφάνεια της ροής στην οποία το διάνυσμα  $\vec{n}$  είναι κάθετο, και το  $d\vec{l}$  απειροστό στοιχείο της καμπύλης  $C$  που περικλείει την  $S$ . Οι ροές για τις οποίες ισχύει  $\vec{\omega}$  χαρακτηρίζονται ως αστρόβιλες.

Αν και η εξίσωση 3.1 είναι διανυσματική, επομένως τριδιάσταση, αυτές οι τρεις εξισώσεις δεν είναι ανεξάρτητες. Για να γίνει κατανοητό αυτό, και να ξεκινήσουμε την μελέτη των ιδιοτήτων της  $\vec{\omega}$ , οι τρεις συνιστώσες της στροβιλότητας και κάποιες από τις μερικές παραγώγους της φαίνονται παρακάτω σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial x} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \omega_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \quad (3.7)$$

Αν το πεδίο ταχυτήτων έχει συνεχείς δεύτερες παραγώγους, γνωρίζουμε πως  $\partial^2 u / \partial y \partial z = \partial^2 u / \partial z \partial y$ ,  $\partial^2 v / \partial x \partial z = \partial^2 v / \partial z \partial x$ , και  $\partial^2 w / \partial x \partial y = \partial^2 w / \partial y \partial x$ . Είναι επομένως δυνατό να προσθέσουμε τις 3.5, 3.6, 3.7 παίρνοντας:

$$\nabla \cdot \vec{\omega} = \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

Η εξίσωση 3.8 δείχνει ότι οι συνιστώσες της στροβιλότητας σχετίζονται με τον ίδιο τρόπο που σχετίζονται οι συνιστώσες της ταχύτητας στην ασυμπίεστη ροή. Αν είναι γνωστές δύο οιοσδήποτε συνιστώσες της η τρίτη μπορεί να βρεθεί με ολοκλήρωση και εφαρμογή οριακών συνθηκών.

Ένα μέγεθος που είναι στενά συνδεδεμένο με την στροβιλότητα είναι η κυκλοφορία,  $\Gamma$ , που ορίζεται για μία κλειστή καμπύλη,  $C$ , σε μία ροή ως

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \quad (3.9)$$

Κατά σύμβαση μπορεί η κυκλοφορία να εμφανίζεται με αρνητικό πρόσημο για να δίνει θετική άνωση σε αεροτομή γύρω από την οποία αναπτύσσεται. Κυκλοφορία και στροβιλότητα είναι προφανώς στενά συνδεδεμένες. Συγκρίνοντας τις 3.3 και 3.9:

$$\Gamma = \iint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad (3.10)$$

όπου  $S$  μία τυχαία επιφάνεια.

### 3.1.2 Κινηματική στροβιλότητας - Ο νόμος Biot - Savart

Κάθε στιγμιαία κατάσταση μιας ροής μπορεί να αναλυθεί σε κάθε σημείο σε μία ομοιόμορφη μεταφορική κίνηση, μία έκταση κατά τρεις ορθογωνικούς άξονες, και μία περιστροφή των αξόνων αυτών (θεώρημα μετασχηματισμού Cauchy - Stokes). Μπορούμε επομένως να γράψουμε ένα τυχαίο πεδίο ταχυτήτων  $\vec{u}$  ως άθροισμα των τριών παραπάνω πεδίων:

$$\vec{u} = \vec{u}_t + \vec{u}_d + \vec{u}_v \quad (3.11)$$

όπου  $\vec{u}_t$  είναι το μεταφορικό πεδίο (συχνά αναφερόμενο και ως δυναμικό),  $\vec{u}_d$  είναι το αστρόβιλο, εκτατικό πεδίο και  $\vec{u}_v$  το αμιγώς περιστροφικό πεδίο. Το περιστροφικό πεδίο μπορεί να υπολογιστεί με την εφαρμογή του νόμου Biot - Savart:

$$\vec{u}_v(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{\omega}(\vec{r}', t) \times \vec{\xi} dV(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (3.12)$$

όπου  $\vec{\xi} = \vec{r} - \vec{r}'$ . Αυτή η έκφραση είναι έγκυρη δεδομένου ότι η  $\vec{\omega}$  είναι μη μηδενική μονάχα σε μία περιοχή σφαίρας πεπερασμένης ακτίνας. Η εξίσωση 3.12 υποδεικνύει ότι άπαξ και το πεδίο στροβιλότητας έχει βρεθεί, μπορεί εύκολα να βρεθεί και το περιστροφικό πεδίο - πράγμα ιδιαίτερα χρήσιμο σε υπολογισμό ροών με χρήση μεθόδων στροβιλότητας.

### 3.1.3 Κινηματική στροβιλότητας - Νόμοι στροβιλότητας του Helmholtz (I)

Έχουμε δει (3.7) ότι το διάνυσμα της στροβιλότητας, ως η περιστροφή του διανύσματος ταχύτητας είναι ελεύθερο απόκλισης:

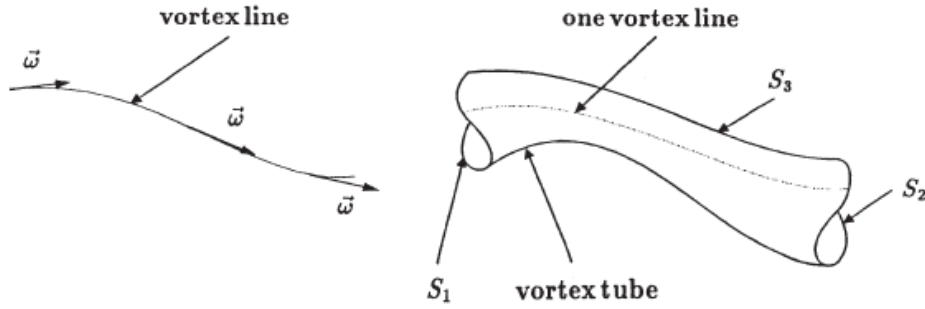
$$\nabla \cdot \vec{\omega} = 0 \quad (3.13)$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να ολοκληρωθεί σε έναν πεπερασμένο όγκο,  $V$ , και με την εφαρμογή του θεωρήματος απόκλισης:

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{\omega} dV = 0 \implies \iint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (3.14)$$

όπου  $S$  η επιφάνεια που περικλείει τον όγκο  $V$ , και  $\vec{n}$  το κάθετο και προς τα έξω διάνυσμα στην επιφάνεια.





Σχήμα 3.2: Γραμμές στροβιλότητας και σωλήνες στροβιλότητας

Ορίζουμε την γραμμή στροβιλότητας ως την γραμμή που είναι σε κάθε σημείο της παράλληλη στο τοπικό διάνυσμα στροβιλότητας. Ο ορισμός είναι ανάλογος αυτού των γραμμών ροής. Ορίζουμε, επιπλέον, τον σωλήνα στροβιλότητας ως το σύνολο των γραμμών στροβιλότητας που διέρχονται από μία απλώς συνδεδεμένη επιφάνεια του χώρου. Έτσι, εξ' ορισμού των γραμμών στροβιλότητας που συναποτελούν τον σωλήνα,  $\vec{\omega} \cdot \vec{n} = 0$  στην επιφάνεια  $S_3$  του σωλήνα (σχήμα 3.2). Συνεπώς, εάν η εξίσωση 3.14 εφαρμοστεί σε έναν σωλήνα στροβιλότητας γίνεται:

$$\iint_{S_1} \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS + \iint_{S_2} \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (3.15)$$

Εξ' ορισμού της στροβιλότητας όμως,  $\iint_{S_1} \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = -\Gamma_1$  και  $\iint_{S_2} \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS = \Gamma_2$ . Επομένως έχουμε

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 \quad (3.16)$$

Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να διατυπωθεί απλά ως εξής: η κυκλοφορία γύρω από έναν σωλήνα στροβιλότητας παραμένει σταθερή κατά μήκος του (αποδείχθηκε αρχικά από τον Helmholtz). Εάν ένα σωλήνας στροβιλότητας παρουσιάσει μία στένωση, όπου η διατομή του γίνει ελάχιστη, η μέση στροβιλότητα στην διατομή αυτή θα πρέπει να είναι μέγιστη, και αντίστροφα. Μία σχετική παρατήρηση είναι ότι οι σωλήνες στροβιλότητας δεν μπορούν να περατωθούν μέσα σε ένα ρευστό, διότι έτσι θα παραβιαζόταν η διατήρηση της στροβιλότητας. Έτσι, οι σωλήνες στροβιλότητας περιορίζονται είτε στον σχηματισμό βρόγχων μέσα στην ροή, είτε στην περάτωσή τους στα όρια της ροής ( $\pm\infty$ , στερεά, ή διεπιφάνειες διαφορετικών ρευστών).

### 3.1.4 Θεώρημα Kelvin - Νόμοι στροβιλότητας του Helmholtz (II)

Αποδείχθηκε ότι η κυκλοφορία γύρω από έναν σωλήνα στροβιλότητας παραμένει σταθερή κατά μήκος του. Το ερώτημα που απευθύνει το θεώρημα του Kelvin (εκφωνήθηκε αρχικά από τον Helmholtz και εν συνεχεία αποδείχθηκε ακριβέστερα) είναι το εξής: Πώς η κυκλοφορία γύρω από έναν υλικό βρόγχο στο ρευστό μεταβάλλεται με τον χρόνο;

Η θεμελίωση του θεωρήματος ξεκινά με την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \frac{-\nabla p}{\rho} + \frac{\nabla \cdot \bar{T}}{\rho} + \vec{g} \quad (3.17)$$

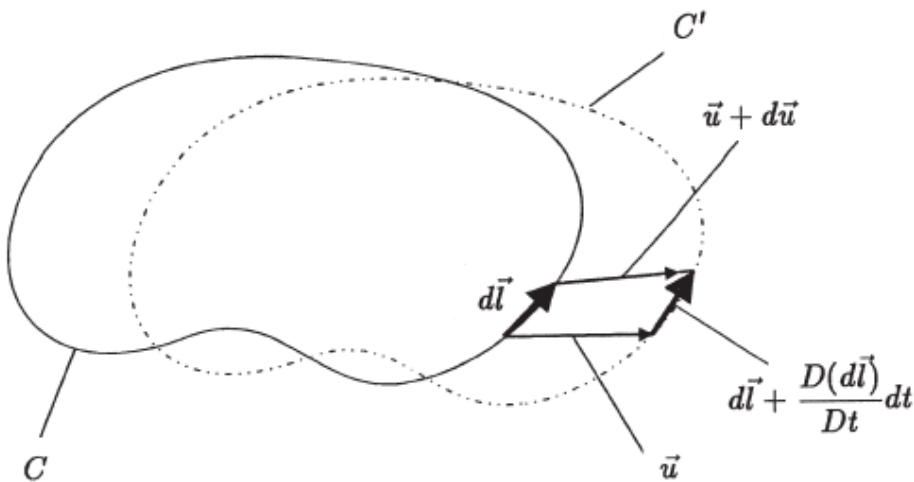
Με την παραδοχή μη συνεκτικής ροής ( $\bar{T} = 0$ ) και συντηρητικών δυνάμεων σώματος ( $\vec{g} = \nabla\phi$ ) η εξίσωση εκφυλίζεται στην μορφή:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{-\nabla p}{\rho} + \nabla\phi \quad (3.18)$$

Με χρήση της εξίσωσης 3.8 και του κανόνα της αλυσίδας, έχουμε:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{D}{Dt} \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \oint_C \frac{D\vec{u}}{Dt} \cdot d\vec{l} + \oint_C \vec{u} \cdot \frac{D(d\vec{l})}{Dt} \quad (3.19)$$

Ο πρώτος όρος στα δεξιά αυτής της εξίσωσης μπορεί να αναπτυχθεί με



Σχήμα 3.3: Μεταφορά υλική καμπύλης του ρευστού

χρήση της 3.18, επομένως απομένει ο υπολογισμός του όρου  $D(d\vec{l})/Dt$ . Ας θεωρήσουμε τον υλικό βρόγχο C στο ρευστό την χρονική στιγμή  $t = 0$ , που μεταφέρεται στην θέση C' την χρονική στιγμή  $t = dt$  (σχήμα 3.3). Το ευθύγραμμο τμήμα  $d\vec{l}$  του αρχικού βρόγχου γίνεται  $d\vec{l} + (D(d\vec{l})/Dt)dt$  μετά

από χρόνο  $dt$ . Η απόκλιση μεταξύ των δύο αυτών διανυσμάτων πρέπει να αντιστοιχεί με την διαφορική κίνηση του άνω και του κάτω τμήματος του τετραπλεύρου. Έτσι,

$$\left( d\vec{l} + \frac{D(d\vec{l})}{Dt} dt \right) - d\vec{l} = (\vec{u} + d\vec{u})dt - \vec{u}dt \quad (3.20)$$

και επομένως,

$$\frac{D(d\vec{l})}{Dt} = d\vec{u} \quad (3.21)$$

Αντικαθιστώντας τις 3.21 και 3.18 στην 3.19:

$$\begin{aligned} \frac{D\Gamma}{Dt} &= \oint_C \frac{-\nabla p}{\rho} \cdot d\vec{l} + \oint_C \nabla \phi \cdot d\vec{l} + \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{u} \\ &= - \oint_C \frac{dp}{\rho} + \oint_C d\phi + \frac{1}{2} \oint_C d(\vec{u} \cdot \vec{u}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

όπου έχουμε κάνει χρήση των ιδιοτήτων  $\nabla \cdot d\vec{l} = dp$  και  $\nabla \phi \cdot d\vec{l} = d\phi$ . Η ολοκλήρωση έχει εφαρμοστεί γύρω από κλειστή καμπύλη όπου οι ποσότητες  $\phi$  και  $\vec{u} \cdot \vec{u}$  έχουν σταθερή τιμή, επομένως οι δύο τελευταίοι όροι της 3.22 είναι μηδενικοί. Το ίδιο ισχύει και για τον πρώτο όρο, με την προϋπόθεση ότι  $p = p(\rho)$ . Επομένως, για βαροτροπικό ρευστό το θεώρημα του Kelvin είναι:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (3.23)$$

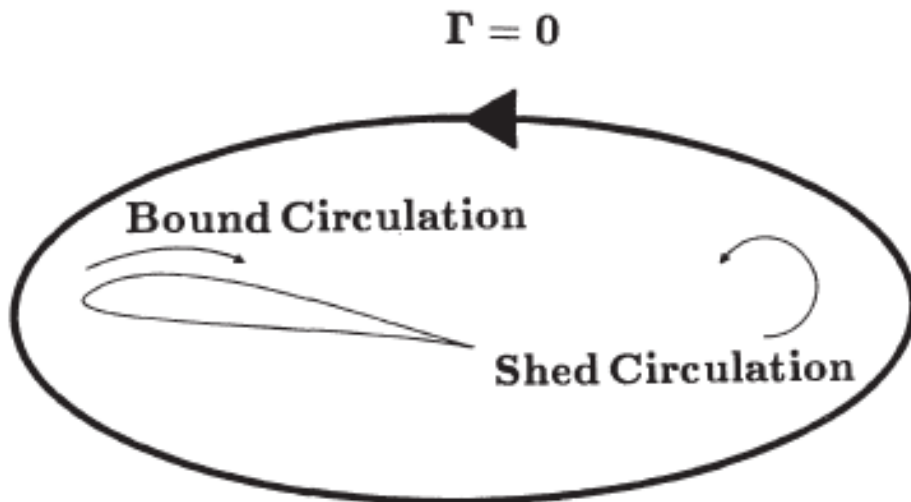
**η κυκλοφορία, δηλαδή, γύρω από υλική καμπύλη είναι χρονικά ανεξάρτητη**, δεδομένου ότι η ροή είναι μη συνεκτική, υπόκειται σε συντηρητικές δυνάμεις σώματος και η πίεση συναρτάται μόνο απ' την πυκνότητα.

Μία εναλλακτική διατύπωση του θεωρήματος, σε συνδυασμό με αυτό του Helmholtz, είναι ότι **οι γραμμές στροβιλότητας είναι υλικές γραμμές που μεταφέρονται με την τοπική ταχύτητα της ροής**. Το θεώρημα του Kelvin είναι θεμελιώδους σημασίας, ιδιαίτερα στην αεροδυναμική, όπου μελετούνται ροές σχεδόν μη συνεκτικές. Εάν  $\Gamma(x, y, z, t = 0) = 0$ , τότε  $\Gamma = 0$  κάθε χρονική στιγμή μέσα στο χώρο - αρχικά αστρόβιλη ροή δεν μπορεί να αναπτύξει κυκλοφορία. Επιπροσθέτως, εάν η συνεκτικότητα έχει σημαντική επίδραση μόνο σε συγκεκριμένη περιοχή του πεδίου, η κυκλοφορία είναι σταθερή στο άπειρο. Έτσι, για παράδειγμα, αν μια αεροτομή (διδιάστατη ροή) επιταχυνθεί από την ηρεμία σε ένα αρχικώς αστρόβιλο

πεδίο, η κυκλοφορία σε καμπύλη που εκτείνεται στο άπειρο παραμένει μηδενική κάθε χρονική στιγμή, πράγμα που υποδεικνύει ότι η δεσμευμένη κυκλοφορία σε αεροτομή (bound circulation) είναι ίση κατά μέτρο και αντίθετη με την συνολική κυκλοφορία που αποβάλλεται στον ομόρρο (σχήμα 3.4). Οι νόμοι του Helmholtz περιλαμβάνουν δύο σημαντικές πληροφορίες για την φύση της στροβιλότητας.

Για να εμπεδωθεί η πρώτη πληροφορία, ας φανταστούμε ροή ομοιόμορφης αξονικής στροβιλότητας σε αγωγό Venturi. Αμελώντας την συνεκτικότητα και τους δύο άλλους παράγοντες που προαναφέρθηκαν, οι γραμμές στροβιλότητας που εισάγονται στον λαιμό του αγωγού είναι ταυτόχρονα και υλικές γραμμές. Καθώς οι γραμμές ροής συμπιέζονται (και οι υλικές γραμμές, άρα και οι γραμμές στροβιλότητας εκτείνονται (stretch) αξονικά), οι γραμμές στροβιλότητας πλησιάζουν μεταξύ τους. Σύμφωνα με το θεώρημα του Kelvin η ολική κυκλοφορία των γραμμών στροβιλότητας πρέπει να είναι σταθερή, συνεπώς η στροβιλότητα αυξάνεται. Εν γένει, η αξονική έκταση των γραμμών στροβιλότητας αυξάνει την τιμή της. Αυτή η παρατήρηση είναι σε συμφωνία με τις ιδιότητες της στροφορμής: μίας χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ μαζεύει τα άκρα της προκειμένου να περιστραφεί γρηγορότερα.

Η δεύτερη πληροφορία των νόμων είναι η εξής: η στροβιλότητα ενός ρευστού μεταφέρεται με την τοπική ταχύτητα της ροής.



Σχήμα 3.4: Εφαρμογή του θεωρήματος Kelvin σε αεροτομή

### 3.1.5 Η εξίσωση στροβιλότητας

Για να αναπτύξουμε την γενική εξίσωση στροβιλότητας, ξεκινάμε με την εξίσωση της ορμής σε αδρανειακό σύστημα αναφοράς:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \frac{-\nabla p}{\rho} + \frac{\nabla \cdot \bar{T}}{\rho} + \vec{g} \quad (3.24)$$

όπου  $(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \nabla \left( \frac{1}{2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right) - \vec{u} \times \vec{\omega}$ , άρα η εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \nabla \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{2} \right) - \vec{u} \times \vec{\omega} = \frac{-\nabla p}{\rho} + \frac{\nabla \cdot \bar{T}}{\rho} + \vec{g} \quad (3.25)$$

Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση με  $\nabla \times$ , αυτή γίνεται

$$\begin{aligned} \frac{\partial\vec{\omega}}{\partial t} + \nabla \times \left[ \nabla \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{2} \right) \right] - \vec{u}(\nabla \cdot \vec{\omega}) + \vec{\omega}(\nabla \cdot \vec{u}) + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \nabla)\vec{u} = \\ \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p - \frac{1}{\rho} (\nabla \times \nabla p) - \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times (\nabla \cdot \bar{T}) + \frac{1}{\rho} \nabla \times (\nabla \cdot \bar{T}) + \nabla \times \vec{g} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Ο πρώτος και ο πέμπτος όρος της παραπάνω εξίσωσης μπορούν να συνδυαστούν, ο δεύτερος, ο τρίτος και ο έκτος είναι μηδενικοί βάσει διανυσματικών ιδιοτήτων και η εξίσωση καταλήγει στην μορφή

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = -\vec{\omega}(\nabla \cdot \vec{u}) + (\vec{\omega} \cdot \nabla)\vec{u} + \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p - \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times (\nabla \cdot \bar{T}) + \frac{1}{\rho} \nabla \times (\nabla \cdot \bar{T}) + \nabla \times \vec{g} \quad (3.27)$$

ενώ μπορεί να ξαναγραφεί με χρήση της εξίσωσης ορμής προς εξάλειψη του όρου της πίεσης ως

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = -\vec{\omega}(\nabla \cdot \vec{u}) + (\vec{\omega} \cdot \nabla)\vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla \rho \times \left( g - \frac{Du}{Dt} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla \times (\nabla \cdot \bar{T}) + \nabla \times \vec{g} \quad (3.28)$$

Οι εξισώσεις 3.27, 3.28 είναι οι γενικές μορφές της εξίσωσης στροβιλότητας.

Είναι χρήσιμο να εξηγήσουμε την σημασία των διαφορετικών όρων που εμφανίζονται στην 3.27.

- Το αριστερό τμήμα (πρώτος όρος) είναι απλά ο υλικός ρυθμός μεταβολής της στροβιλότητας ενός συγκεκριμένου στοιχείου ρευστού. Η μεταφορά στροβιλότητας συμπεριλαμβάνεται στην υλική παράγωγο αυτή.

- Ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει την μείωση στροβιλότητας λόγω διαστολής του ρευστού.
- Ο τρίτος όρος αντιπροσωπεύει την έκταση των γραμμών στροβιλότητας που αυξάνουν την τιμή της
- Ο όρος  $(1/\rho^2)\nabla\rho\times\nabla p$  είναι η «βαροκλινης ροπή» που οφείλεται στην μη συγγραμικότητα των κλίσεων πυκνότητας και πίεσης.
- Ο πέμπτος όρος εκφράζει την μεταβολή της διατμητικής τάσης σε ένα πεδίο με κλίσης πυκνότητας που δημιουργεί ροπή (ο όρος αυτός συνήθως αμελείται ως αισθητά μικρότερος του επόμενου, εκτός από τις μετεωρολογικές ροές)
- Ο έκτος όρος εκφράζει την διάχυση στροβιλότητας λόγω συνεκτικότητας
- Ο τελευταίος όρος συνήθως αμελείται καθώς κατά κανόνα έχουμε να κάνουμε με ροές στις οποίες οι μαζικές δυνάμεις που ασκούνται, όπως η βαρύτητα, είναι συντηρητικές (δυναμικές).

Η εξίσωση 3.28 είναι διανυσματική, επομένως περιγράφει 3 εξισώσεις με 6 αγνώστους (3 συνιστώσες της ταχύτητας και 3 της στροβιλότητας). Η εξίσωση ορισμού της στροβιλότητας 3.1 είναι άλλη μία διανυσματική εξίσωση (με 3 συνιστώσες) που εκφράζει την σχέση  $\vec{\omega}$  και  $\vec{u}$ . Επομένως, και παραδόξως, φαίνεται πως η εξίσωση της συνέχειας δεν είναι απαραίτητη. Τουναντίον: όπως είπαμε και στην αρχή του κεφαλαίου η εξίσωση 3.1 περιλαμβάνει στην πραγματικότητα 2 μόνο ανεξάρτητες εξισώσεις. Επομένως η εξίσωση συνέχειας παρέχει την έκτη εξίσωση που κλείνει το πρόβλημα. Έτσι, οι εξισώσεις 3.28, 3.1 και αυτή της συνέχειας μπορούν, θεωρητικά, να λυθούν και να προσδιοριστεί η στροβιλότητα σε κάθε σημείο του πεδίου. Εντούτοις, χρειάζεται μία συμπληρωματική εξίσωση για να βρεθεί και η πίεση. Αυτή προκύπτει παίρνοντας την απόκλιση της 3.25:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\nabla\cdot\vec{u})}{\partial t} + 2(\vec{u}\cdot\nabla)(\nabla\cdot\vec{u}) + \nabla^2\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{u}}{2}\right) - \vec{u}\cdot(\nabla^2\vec{u}) - \vec{\omega}\cdot\vec{\omega} = \\ -\frac{1}{\rho}\nabla^2 p + \frac{1}{\rho}\nabla\cdot(\nabla\cdot\vec{T}) + (\nabla\cdot\vec{T} - \nabla p)\cdot\nabla\left(\frac{1}{\rho}\right) + \nabla\cdot\vec{g} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Αν το ρευστό έχει σταθερή πυκνότητα ( $\nabla\cdot\vec{u} = 0$ ) και Νευτώνια συνεκτικότητα ( $\nabla\cdot\vec{T} = \mu\nabla^2\vec{u}$ ) η παραπάνω εξίσωση εκφυλίζεται στην μορφή:

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = \vec{u} \cdot (\nabla^2 \vec{u}) + \vec{\omega} \cdot \vec{\omega} - \nabla^2 \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{2} \right) + \nabla \cdot \vec{g} \quad (3.30)$$

### 3.1.6 Κατηγορίες δινών

#### Περιστροφή τύπου στερεού σώματος

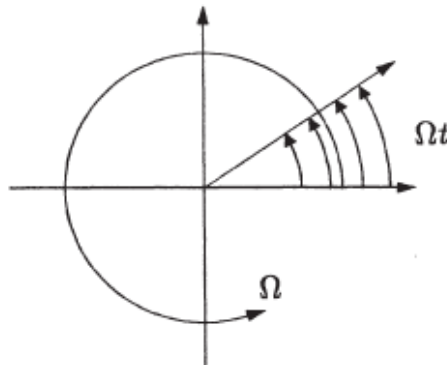
Έστω σώμα ρευστού σε περιστροφή τύπου στερεού σώματος. Το πεδίο ταχυτήτων περιγράφεται ως εξής:

$$u_\theta(r, \theta, z) = \Omega r \quad u_r = u_z = 0 \quad (3.31)$$

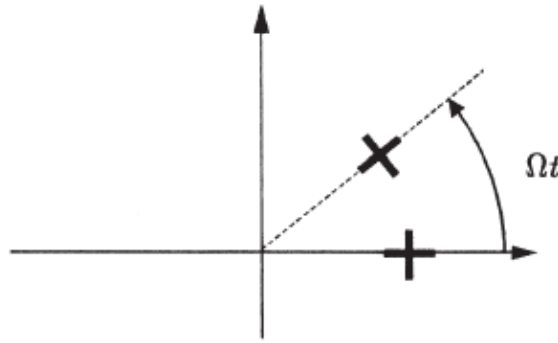
όπου  $\Omega$  είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής. Επειδή η ροή περιορίζεται στο επίπεδο  $(r, \theta)$  μόνο η z-συνιστώσα της στροβιλότητας είναι μη μηδενική. Σε κυλινδρικές συντεταγμένες η συνιστώσα αυτή δίνεται από τον τύπο:

$$\omega_z = (\nabla \times \vec{u})_z = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r u_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) = 2\Omega \quad (3.32)$$

Η στροβιλότητα είναι παντού σταθερή και διπλάσια της γωνιακής ταχύτητας του ρευστού γύρω απ' τον άξονα περιστροφής του. Αυτή η γωνιακή ταχύτητα είναι επιπλέον και η γωνιακή ταχύτητα κάθε απειροστού στοιχείου ρευστού περίξ του άξονά του. Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να γενικευθεί. Συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί ότι το γινόμενο  $\vec{\omega} \cdot \vec{n}$  είναι διπλάσιο της γωνιακής ταχύτητας οποιουδήποτε ζεύγους ευθυγράμμων τμημάτων που διέρχονται από το σημείο υπολογισμού της  $\vec{\omega}$  και σχηματίζουν ένα ορθογωνικό σύστημα συντεταγμένων με το  $\vec{n}$ . Η ποσότητα  $\vec{\omega} \cdot \vec{n}$  είναι επομένως διπλάσια της μέσης τιμές όλων των ρυθμών περιστροφής όλων των ευθυγράμμων τμημάτων σε επίπεδο κάθετο στο  $\vec{n}$ .



Σχήμα 3.5: Περιστροφή τύπου στερεού σώματος ενός ρευστού



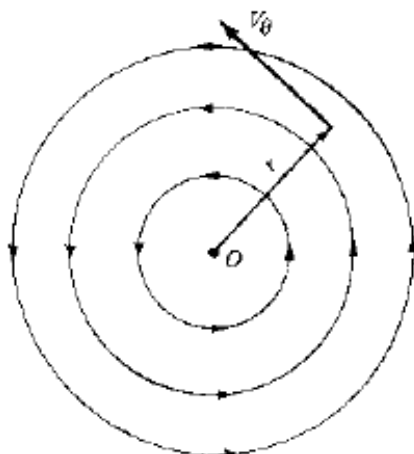
Σχήμα 3.6: Γωνιακή ταχύτητα ορθογωνικών αξόνων ρευστού σε περιστροφή τύπου στερεού σώματος

Για να επιβεβαιωθούν οι παραπάνω ερμηνείες της  $\vec{\omega}$  σε πεδίο ροής που περιστρέφεται ως στερεό, υποθέτουμε ένα στοιχείο ρευστού το οποίο σημαδεύουμε με έναν σταυρό με τα τμήματά του αρχικά παράλληλα στους άξονες  $x$  και  $y$  (σχήμα 3.6). Καθώς το ρευστό ταξιδεύει πέριξ της αρχής των αξόνων, και τα δύο τμήματα του σταυρού περιστρέφονται κατά ακτίνα  $\Omega t$  σε χρονικό διάστημα  $t$ . Έτσι, η μέση γωνιακή ταχύτητα τους στο ρευστό είναι  $1/2(\Omega t + \Omega t)/t = \Omega$ -δηλαδή ακριβώς μισή στροβιλότητα με βάση την πρώτη ερμηνεία. Για αυτό το πεδίο ροής όλοι οι άξονες του ρευστού έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα, άρα το γινόμενο  $\vec{\omega} \cdot \vec{n}$  είναι πράγματι επίσης διπλάσιο της μέσης γωνιακής ταχύτητας όλων των ευθυγράμμων τμημάτων που διέρχονται από οποιοδήποτε σημείο της περιστρεφόμενης ως στερεό σώμα ροής. Σημειώνουμε ότι η κυκλοφορία γύρω από κύκλο με κέντρο την αρχή των αξόνων είναι  $\Gamma = \oint \vec{u} \cdot d\vec{l} = 2\pi r^2 \Omega$ . Καθώς απομακρυνόμαστε από την αρχή η κυκλοφορία τείνει στο άπειρο.

### Η αστρόβιλη δίνη

Η δίνη είναι ένα εκ των στοιχειωδών πεδίων αστρόβιλης ροής. Ας υποθέσουμε ροή όπου όλες οι γραμμές είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.7. Επιπλέον, έστω ότι η ταχύτητα παραμένει σταθερή διατρέχοντας την περιφέρεια ενός δεδομένου κύκλου αλλά μεταβάλλεται από κύκλο σε κύκλο αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από το κέντρο  $O$ . Ένα τέτοιο πεδίο ονομάζεται πεδίο δίνης. Παρατηρώντας το σχήμα 3.7 οι συνιστώσες της ταχύτητας στην ακτινική και περιφερειακή διεύθυνση είναι  $u_r = 0, u_\theta = \text{constant}/r$ . Είναι φανερό ότι (1) το πεδίο δίνης είναι μία φυσικά δυνατή ασυμπιεστη ροή, δηλαδή  $\nabla \cdot \vec{u} = 0$  σε κάθε σημείο, και (2) είναι αστρόβιλο, δηλαδή  $\nabla \times \vec{u} = 0$  σε





Σχήμα 3.7: Πεδίο δίνης

κάθε σημείο πλην της αρχής  $O$ .

Εξ' ορισμού ισχύει

$$u_{\theta} = \frac{\text{const}}{r} = \frac{C}{r} \quad (3.33)$$

Για να υπολογιστεί η σταθερά  $C$ , ας πάρουμε την κυκλοφορία σε μία γραμμή ροής-κύκλο ακτίνας  $r$ :

$$\Gamma = - \oint_c \vec{u} \cdot d\vec{l} = -u_{\theta}(2\pi r) \quad (3.34)$$

ή

$$u_{\theta} = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3.35)$$

Συγκρίνοντας τις 3.33 και 3.35 προκύπτει ότι

$$C = -\frac{\Gamma}{2\pi} \quad (3.36)$$

Συνεπώς, για ροή δίνης η εξίσωση 3.36 ότι η κυκλοφορία είναι η ίδια για όλες τις γραμμές ροής και έχει τιμή  $-2\pi C$ . Κατά σύμβαση η κυκλοφορία καλείται και δύναμη της δίνης. Η εξίσωση 3.35 δίνει το πεδίο ταχυτήτων για πεδίο ροής δίνης δύναμης  $\Gamma$ . Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι η ροή δίνης είναι αστρόβιλη εκτός από τη αρχή  $O$ . Για να δούμε τι συμβαίνει στην αρχή επαναφέρουμε την σχέση που συνδέει την κυκλοφορία με την στροβιλότητα:

$$\Gamma = \iint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad (3.37)$$

Συνδυάζοντάς την με την εξίσωση 3.36 προκύπτει

$$2\pi C = \iint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad (3.38)$$

Αφού έχουμε να κάνουμε με διδιάστατη ροή η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$2\pi C = \iint_S |\nabla \times \vec{u}| dS \quad (3.39)$$

Στην εξίσωση αυτή, το επιφανειακό ολοκλήρωμα εφαρμόζεται στην επιφάνεια με όρια την καμπύλη  $C$  στην οποία υπολογίζεται η κυκλοφορία. Εντούτοις, η κυκλοφορία είναι η ίδια για όλες τις γραμμές ροής. Συγκεκριμένα, αν επιλέξουμε κύκλο απειροστής ακτίνας, η κυκλοφορία θα είναι κατά τα γνωστά  $\Gamma = -2\pi C$ , όμως η επιφάνεια μέσα στον απειροστό κύκλο αυτό θα γίνει απειροστή με αποτέλεσμα

$$\iint_S |\nabla \times \vec{u}| dS \rightarrow |\nabla \times \vec{u}| dS \quad (3.40)$$

Συνδυάζοντας τις 3.39 και 3.40, καθώς  $r \rightarrow 0$ , έχουμε

$$2\pi C = |\nabla \times \vec{u}| dS \quad (3.41)$$

ή

$$|\nabla \times \vec{u}| = \frac{2\pi C}{dS} \quad (3.42)$$

Όμως καθώς  $r \rightarrow 0$ ,  $dS \rightarrow 0$ . Έτσι η 3.42 γίνεται

$$|\nabla \times \vec{u}| = \omega_z \rightarrow \infty \quad (3.43)$$

Συμπέρασμα: Η ροή δίνης είναι αστρόβιλη σε κάθε σημείο του πεδίου πλην της αρχής, όπου η στροβιλότητα απειρίζεται. Συνεπώς το σημείο  $O(r = 0)$  είναι ιδιόμορφο. Μπορούμε να διατυπώσουμε την ιδιομορφία αυτή ως εξής: το σημείο  $O$  είναι μία σημειακή δίνη που επάγει το κυκλικό πεδίο του σχήματος 3.7.

Το δυναμικό ταχύτητας για το πεδίο ροής δίνης προκύπτει ως εξής:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = u_r = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = u_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3.45)$$

Ολοκληρώνοντας τις δύο τελευταίες εξισώσεις έχουμε

$$\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\theta \quad (3.46)$$

Η εξίσωση 3.46 είναι το δυναμικό ταχύτητας πεδίου ροής δίνης. Με έναν παρόμοιο τρόπο παίρνουμε και την ροϊκή συνάρτηση:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = u_r = 0 \quad (3.47)$$

$$-\frac{\partial\psi}{\partial r} = u_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3.48)$$

Ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις παίρνουμε την ροϊκή συνάρτηση πεδίου ροής δίνης

$$\psi = \frac{\Gamma}{2\pi}\ln r \quad (3.49)$$

Να σημειώσουμε εδώ ότι αφού η  $\psi = const$  είναι η εξίσωση μιας γραμμής ροής, απ' την εξίσωση 3.49 προκύπτει ότι οι γραμμές ροής χαρακτηρίζονται από  $r = const$ , δηλαδή είναι κύκλοι, συμπέρασμα που συνάδει με τον ορισμό του πεδίου δίνης απ' τον οποίο ξεκινήσαμε. Επιπλέον, απ' την εξίσωση 3.46 προκύπτει ότι οι ισοδυναμικές γραμμές αντιστοιχούν σε  $\theta = const$ , δηλαδή ακτινικές ευθείες που εκκινούν στην αρχή των αξόνων. Επιβεβαιώνεται έτσι πως γραμμές ροής και ισοδυναμικές γραμμές είναι μεταξύ τους κάθετες.

### Η δίνη Rankine

Συνδυάζοντας την αστρόβιλη δίνη με την περιστροφή στερεού σώματος κατασκευάζεται η δίνη Rankine:

$$u_\theta(r, \theta, z) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\Gamma}{2\pi R^2}r & r \leq R \\ \frac{\Gamma}{2\pi r} & r > R \end{array} \right\} \quad (3.50)$$

$$u_r = u_z = 0 \quad (3.51)$$

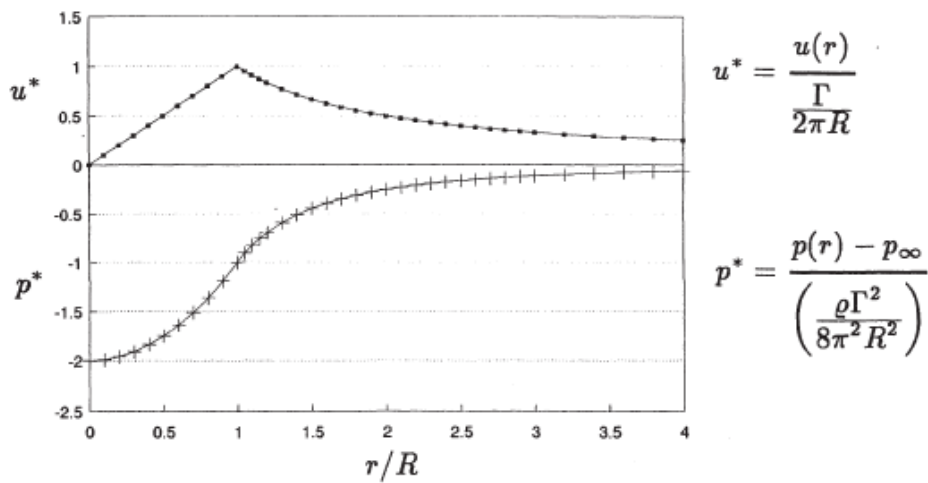
Μία αξονοσυμμετρική ροής σταθερής πυκνότητας χωρίς ακτινική ταχύτητα και ασκούμενη ακτινική δύναμη ικανοποιεί την εξίσωση ακτινικής ορμής:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u_\theta^2}{r} \quad (3.52)$$

Με την κατανομή της  $u_\theta$  όπως προκύπτει απ' την εξίσωση 3.50, η 3.52 μπορεί να ολοκληρωθεί:

$$p_\infty - p(r) = \begin{cases} \frac{\rho\Gamma^2}{4\pi^2 R^2} - \frac{\rho\Gamma^2 r^2}{8\pi^2 R^4} & r \leq R \\ \frac{\rho\Gamma^2}{8\pi^2 r^2} & r > R \end{cases} \quad (3.53)$$

Η πίεση στο κέντρο της δίνης είναι επομένως ουσιαστικά μικρότερη από την πίεση του περιβάλλοντος ρευστού, ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές του  $\Gamma/R$ .



Σχήμα 3.8: Κατανομές περιφερειακής ταχύτητας και πίεσης σε μία δίνη Rankine

### Η δίνη Lamb-Oseen

Στην μέχρι τώρα ανάλυση δεν έχει συμπεριληφθεί ο παράγοντας της συνεκτικότητας. Για να δούμε πώς αυτή σχετίζεται με την στροβιλότητα ας φανταστούμε μία ελεύθερα περιστρεφόμενη άτρακτο που περιβάλλεται από έναν ελεύθερα περιστρεφόμενο ομόκεντρο σωλήνα. Για  $t < 0$  η άτρακτος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega_s$  ενώ ο σωλήνας είναι ακίνητος. Καθώς, την στιγμή  $t = 0$ , το κενό μεταξύ ατράκτου και σωλήνα γεμίσει με λάδι, η γωνιακή ταχύτητα της ατράκτου μειώνεται ενώ ο σωλήνας αρχίζει να περιστρέφεται-στροβιλότητα διαχέεται ακτινικά από την άτρακτο στο σωλήνα με ρυθμό που καθορίζεται από την διατμητική δύναμη του λαδιού. Η επίδραση της συνεκτικότητας στην στροβιλότητα ενός ρευστού λειτουργεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο-διατμητικές τάσεις που οφείλονται στην συνεκτικότητα δρουν διαχέοντας στροβιλότητα. Ο συντελεστής διάχυσης είναι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού,  $\nu$ .

Οι Lamb-Oseen πρότειναν ένα μοντέλο διδιάστατης, αξονοσυμμετρικής δίνης σε αρχικά μη συνεκτικό, άπειρο πεδίο. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  ξεκινά η επίδραση της συνεκτικότητας και η συνακόλουθη διάχυση στροβιλότητας. Η δίνη Lamb-Oseen αποτελεί αναλυτική λύση των εξισώσεων ορμής και συνέχειας και προκύπτει απ' την εξίσωση στροβιλότητας με τις παραδοχές του Νευτώνιου ρευστού σταθερής πυκνότητας και συνεκτικότητας και υπό την επίδραση επιφανειακών δυνάμεων. Βάσει αυτών η εξίσωση στροβιλότητας 3.27 καταλήγει στην μορφή:

$$\frac{\partial \omega_z(r, t)}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega_z(r, t) \quad (3.54)$$

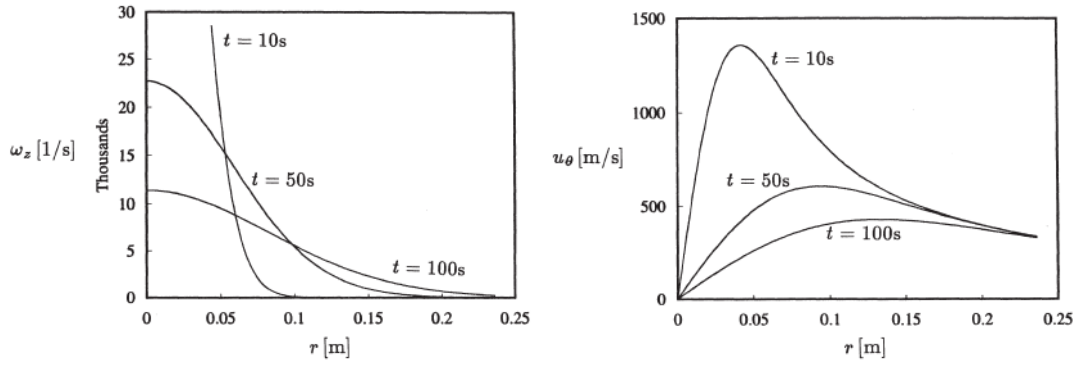
Η εξίσωση αυτή είναι εξίσωση *Poisson* και μπορεί να ληθεί με την εισαγωγή της μεταβλητής ομοιότητας  $\omega_z = f(\eta)/t$ , όπου  $\eta = r/\sqrt{\nu t}$ . Η κατανομή στροβιλότητας όπως προκύπτει είναι:

$$\omega_z = \frac{\Gamma_0}{4\pi\nu t} \exp\left(\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \quad (3.55)$$

ενώ η κατανομή της περιφερειακής ταχύτητας

$$u_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(\frac{-r^2}{4\nu t}\right)\right) \quad (3.56)$$

Οι εξισώσεις 3.55 και 3.56 φαίνονται σε μορφή διαγραμμάτων στο σχήμα 3.9 για διαφορετικές χρονικές στιγμές, και για  $\Gamma_0 = 500m^2/s$  και  $\nu = 3.5 \times 10^{-5}m^2/s^2$ , τιμές που αντιστοιχούν σε τυπική δίνη ακροπτερυγίου μεγάλου επιβατικού αεροσκάφους.



Σχήμα 3.9: Κατανομές στροβιλότητας και ταχύτητας δίνης Lamb-Oseen

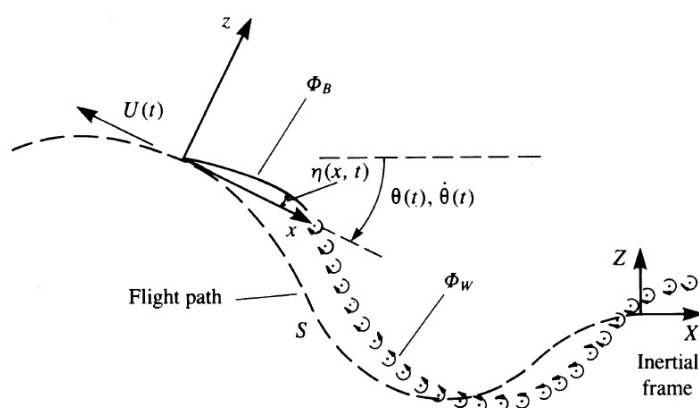
Σε τρία χαρακτηριστικά του σχήματος 3.9 αξίζει να σταθούμε:

- Κοντά στο κέντρο της δίνης, όπου η κλίση της ταχύτητας είναι ύψιστη, η περιστροφή γίνεται γρήγορα στερεού σώματος. Κατά κανόνα, η συνεκτικότητα λειτουργεί υπέρ του σχηματισμού πυρήνων στερεού σώματος.
- Μακριά από το κέντρο της δίνης η στροβιλότητα και η ταχύτητα είναι αμετάβλητες. Η συνεκτικότητα χρειάζεται πολύ χρόνο για να επηρεάσει την στροβιλότητα σε μεγάλες αποστάσεις.
- Η κυκλοφορία μακριά από το κέντρο είναι ανεξάρτητη από τον χρόνο, σε συμφωνία με το θεώρημα του Kelvin.

## 3.2 Μη μόνιμη αεροδυναμική, ροή γύρω από λεπτή αεροτομή

Την δεκαετία του 1930 δύο μελέτες-ορόσημα κάνουν την εμφάνισή τους θέτοντας τις βάσεις της σύγχρονης μη μόνιμης αεροδυναμικής ([Theodorsen \(1935\)](#) και [Von Karman and Sears \(1938\)](#)). Η συμβολή των Theodorsen και Karman ήταν η επέκταση του μοντέλου άνωσης ημι-μόνιμης (quasi-steady) ροής γύρω από λεπτή, συμμετρική αεροτομή με την επιπλέον συνεισφορά του ομόρρου και των επιταχυνόμενων μαζών ρευστού πάνω στην αεροτομή. Θα καταλήξουμε στην σχέση αυτή της άνωσης ακολουθώντας την μαθηματική ανάλυση του [Katz and Plotkin \(2001\)](#).

Ας υποθέσουμε ότι το σύστημα αναφοράς που απεικονίζεται στο σχήμα [3.10](#) κινείται προς τα αριστερά της σελίδας με σταθερή ταχύτητα  $U(t) = U = const.$  σε ακίνητο ρευστό. Επίσης για τη δεδομένη περίπτωση το σύστημα αξόνων  $(x, z)$  δεν περιστρέφεται ( $\theta = \dot{\theta} = 0$ ) και η κίνηση της πλάκας εισάγεται μέσω του όρου της σχετικής ταχύτητας  $v_{rel}$  των οριακών συνθηκών.



Σχήμα 3.10: Μη μόνιμη κίνηση δισδιάστατης αεροτομής. Σημειώνεται ότι παρατηρούμε την κίνηση από το αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $X, Z$  (Inertial frame) καθώς η αεροτομή κινείται προς τα αριστερά της σελίδας

Με βάση την κινηματική της ροής και από την εξίσωση συνέχειας για το σύστημα αναφοράς  $x, z$  θα είναι:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (3.57)$$

Επιπλέον η οριακή συνθήκη μη εισχώρησης, μηδενισμού της ταχύτητας στην επιφάνεια του στερεού ορίου δίνει:

$$(\nabla \Phi - \mathbf{V}_0 - \mathbf{v}_{rel} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3.58)$$

Το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια της αεροτομής είναι:

$$\mathbf{n} = \frac{(\partial\eta/\partial x, 0, 1)}{\sqrt{(\partial\eta/\partial x)^2 + 1}} \quad (3.59)$$

Η στιγμιαία ταχύτητα και ο προσανατολισμός του συστήματος  $x, z$  μπορεί να περιγραφεί από την ταχύτητα πτήσης  $U(t)$  της αεροτομής και την γωνιακή περιστροφή  $\dot{\theta}$  γύρω από τον άξονα  $y$ . Έτσι η στιγμιαία ταχύτητα στην αρχή του άξονα  $x$  είναι:

$$\mathbf{V}_0 = [-U(t), 0, 0] \quad (3.60)$$

Αντίστοιχα η περιστροφή περί τον  $y$  άξονα:

$$\mathbf{\Omega} = [0, \dot{\theta}, 0] \quad (3.61)$$

Επίσης, επιτρέποντας μια σχετική κίνηση της μέσης γραμμής της αεροτομής στο σύστημα συντεταγμένων  $x, z$  παίρνουμε τη σχετική ταχύτητα:

$$\mathbf{v}_{\text{rel}} = (0, 0, \frac{\partial\eta}{\partial t}) \quad (3.62)$$

Στο σημείο αυτό θα ήταν βολικό να χωρίσουμε το δυναμικό  $\Phi$  της ταχύτητας σε δυναμικό της αεροτομής  $\Phi_B$  και σε δυναμικό του ομόρρου  $\Phi_W$ , έτσι ώστε:

$$\Phi = \Phi_B + \Phi_W \quad (3.63)$$

Τέλος το γινόμενο θα είναι:

$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} = (\dot{\theta}z, 0, -\dot{\theta}x) \quad (3.64)$$

Έτσι αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στην οριακή συνθήκη και επιλύοντας ως προς το άγνωστο δυναμικό  $\Phi_B$  προκύπτει:

$$\frac{\partial\Phi_B}{\partial z} = \left( \frac{\partial\Phi_B}{\partial x} + \frac{\partial\Phi_W}{\partial x} + U - \dot{\theta}z \right) \partial\eta/\partial x - \frac{\partial\Phi_W}{\partial z} - \dot{\theta}x + \partial\eta/\partial t \equiv W(x, t) \quad (3.65)$$

όπου  $W(x, t)$  είναι το κατώρευμα της αεροτομής.

Εαν αμελήσουμε τους μικρότερους όρους της εξίσωσης θα έχουμε:

$$W(x, t) = U \frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\Phi_W}{\partial z} - \dot{\theta}x + \frac{\partial\eta}{\partial t} \quad (3.66)$$

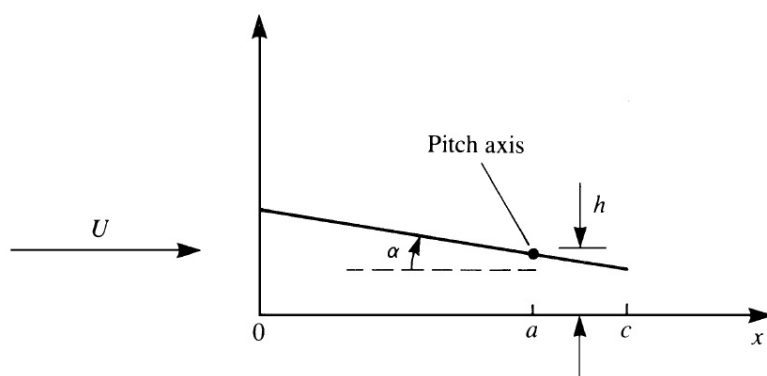


Εξειδικεύοντας το πρόβλημα για pitching & plunging κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις. Η χρονοεξαρτώμενη συνάρτηση θέσης της χορδής της αεροτομής προκύπτει από τη σύνθεση της κάθετης μετατόπισης  $h(t)$  (θετικής κατά την κατεύθυνση  $z$ ) και της στιγμιαίας γωνίας πρόσπτωσης  $\alpha(t)$  (σχήμα 3.11). Έτσι το περίγραμμα της αεροτομής υπό τη μορφή αδιάστατης συνάρτησης είναι:

$$\eta = h - \alpha(x - d) \quad (3.67)$$

όπου  $d$  είναι η απόσταση του άξονα περιστροφής από την ακμή πρόσπτωσης. Για λόγους απλότητας θα θεωρήσουμε αρχικά ότι ο άξονας περιστροφής βρίσκεται στην ακμή πρόσπτωσης ( $d = 0$ ) και η κάθετη μετατόπιση  $h$  μετράται επίσης από το μέτωπο προσβολής. Οπότε η απόσταση  $\eta$  γίνεται:

$$\eta = h - \alpha x \quad (3.68)$$



Σχήμα 3.11: Ταλαντωτική κίνηση σε πρόνευση και βύθιση επίπεδης πλάκας

Επιπλέον θεωρούμε πως η κάθετη μετατόπιση είναι πολύ μικρή (π.χ.  $\eta \ll c$ ). Οι παράγωγοι του  $\eta$  είναι:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \dot{h} - \dot{\alpha} x \quad (3.69\alpha')$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\alpha \quad (3.69\beta')$$

όπου  $\eta$  τελεία υποδηλώνει τη χρονική παράγωγο. Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην εξίσωση 3.66 που υπολογίζει το κατώρευμα έχουμε:

$$W(x, t) = -U\alpha + \dot{h} - \dot{\alpha}x - \frac{\partial \Phi_W}{\partial z} \quad (3.70)$$

Εφόσον η ροή στον ομόρρου είναι συνάρτηση της κίνησης της αεροτομής θα εστιάσουμε αρχικά στα φορτία που παράγονται εξαιτίας της κίνησης. Τότε το επιμέρους κατώρευμα  $W^*(x, t)$  είναι:

$$W^*(x, t) = -U\alpha + \dot{h} - \dot{\alpha}x = -U\alpha + \dot{h} - \frac{c}{2}\dot{\alpha} + \frac{c}{2}\dot{\alpha} \cos \theta \quad (3.71)$$

Εάν θεωρήσουμε:

$$\frac{W^*(x, t)}{U(t)} = -A_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) \cos(n\theta) \quad (3.72)$$

Τότε θα έχω:

$$A_0 = \frac{1}{U} \left( U\alpha - \dot{h} + \frac{c}{2}\dot{\alpha} \right) \quad (3.73\alpha')$$

$$A_1 = \frac{\dot{\alpha}c}{2U} \quad (3.73\beta')$$

$$A_2 = A_3 = \dots = A_N = 0 \quad (3.73\gamma')$$

Αντίστοιχα η κυκλοφορία που δημιουργείται εξαιτίας του κατωρεύματος  $W^*(x, t)$  λαμβάνεται ως εξής:

$$\Gamma^*(t) = \int_0^c \gamma(x, t) dx = \pi c U \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) \quad (3.74)$$

Επομένως αντικαθιστώντας τους παραπάνω συντελεστές του μετασχηματισμού Fourier προκύπτει:

$$\Gamma^*(t) = \pi c \left( U\alpha - \dot{h} + \frac{3}{4}c\dot{\alpha} \right) \quad (3.75)$$

Η άνωση ανά μονάδα μήκους του εκπετάσματος με βάση την παραπάνω ανάλυση θα είναι:

$$L^* = \pi \rho U c \left( U\alpha - \dot{h} + \frac{3}{4}c\dot{\alpha} \right) + \pi \rho c^2 \left[ \frac{3}{4}(U\dot{\alpha} - \ddot{h}) + \frac{c}{2}\ddot{\alpha} \right] \quad (3.76)$$

Κατά την παραγωγή της παραπάνω έκφρασης ικανοποιείται η συνθήκη Kutta, αλλά το κατώρευμα που οφείλεται στον ομόρρου δεν συμπεριλήφθηκε. Οι Theodorsen και von Karman & Sears απέδειξαν ότι για μικρά πλάτη της ταλαντωτικής κίνησης το τελικό αποτέλεσμα θα συμπεριλαμβάνει παρόμοιους όρους με την παραπάνω εξίσωση και η επίδραση του

ομόρρου τείνει να μειώσει την άνωση στον πρώτο όρο της  $L^*$  κατά τον παράγοντα  $C(k)$ , ο οποίος καλείται παράγων ανεπάρκειας της άνωσης (lift deficiency factor). Στη συνέχεια θεωρούμε αρμονικές ταλαντώσεις pitching και plunging έτσι ώστε:

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \phi_0) \quad (3.77\alpha')$$

$$h = h_0 \sin(\omega t + \phi_1) \quad (3.77\beta')$$

Η άνωση γίνεται:

$$L' = \pi \rho U c C(k) \left[ U \alpha - \dot{h} + \frac{3}{4} c \dot{\alpha} \right] + \pi \rho \frac{c^2}{4} \left[ U \dot{\alpha} - \ddot{h} + \frac{c}{2} \ddot{\alpha} \right] \quad (3.78)$$

Η παραπάνω εξίσωση περιλαμβάνει την επίδραση του ομόρρου ενώ ορισμένες σταθερές στον δεύτερο όρο (προστιθέμενης μάζας) είναι διαφορετικές από αυτές στη σχέση της  $L^*$ . Επιπλέον, ο όρος της προστιθέμενης μάζας αυτής της λύσης δεν πληρεί την συνθήκη Kutta και ως εκ τούτου ο όρος αυτός διαφέρει στον ορισμό του από τον δεύτερο όρο στην  $L^*$ . Στην περίπτωση που ο άξονας περιστροφής μετατοπίζεται στη θέση  $d$  (και η κάθετη μετατόπιση υπολογίζεται από το ίδιο σημείο), τότε για την άνωση θα ισχύει:

$$L' = \pi \rho U c C(k) \left[ U \alpha - \dot{h} + \left( \frac{3}{4} - \frac{d}{c} \right) c \dot{\alpha} \right] + \pi \rho \frac{c^2}{4} \left[ (U \dot{\alpha} - \ddot{h}) + c \left( \frac{1}{2} - \frac{d}{c} \right) \ddot{\alpha} \right] \quad (3.79)$$

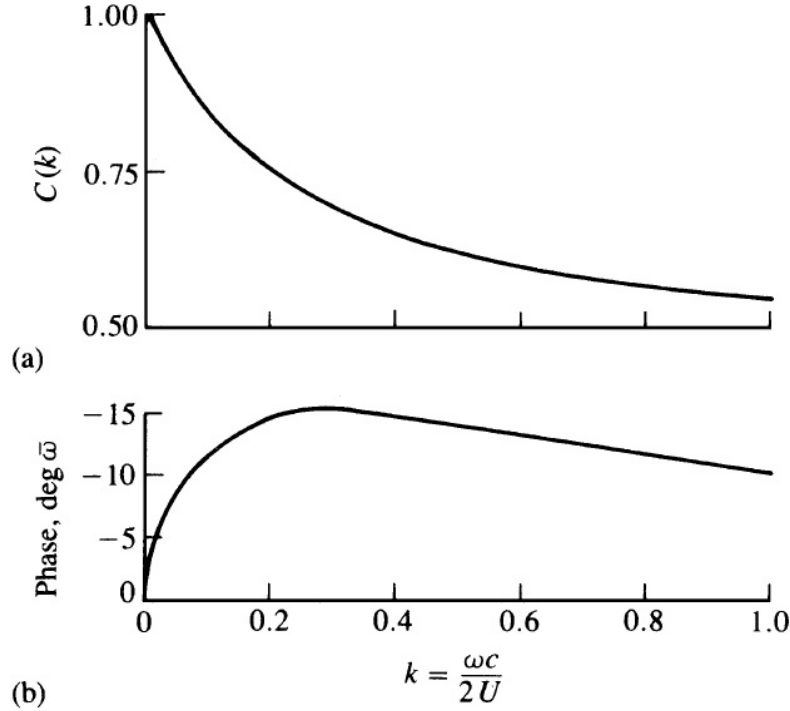
Στο σχήμα 3.12 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του παράγοντα ανεπάρκειας της άνωσης  $C(k)$  συναρτήσει της ανηγμένης συχνότητας, η οποία είναι αδιάστατος αριθμός που ορίζεται ως εξής:

$$k = \frac{\omega c}{2U_\infty} \quad (3.80)$$

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.12, ο ομόρρος έχει επιβραδυντικό αποτέλεσμα στον όρο ανακυκλοφορίας της άνωσης τέτοιο ώστε:

$$L'_1(t) = L'_1 \sin(\omega t - \bar{\omega}) \quad (3.81)$$

όπου το  $\bar{\omega}$  αναπαριστά τη διαφορά φάσης για την επίδραση του ομόρρου.



Σχήμα 3.12: Γραφική απεικόνιση του παράγοντα ανεπάρκειας της άνωσης και της φάσης υστέρησης

Μετά από μια αντίστοιχη διαδικασία για τον υπολογισμό της ροπής γύρω από το μέτωπο προσβολής προκύπτει:

$$M_0 = -\pi\rho\frac{c^2}{4} \left[ -\frac{c}{2}\ddot{h} + \frac{3Uc}{4}\dot{\alpha} + \frac{9}{32}c^2\ddot{\alpha} + UC(k) \left( -\dot{h} + U\alpha + \frac{3c}{4}\dot{\alpha} \right) \right] \quad (3.82)$$

Όμοια όταν ο άξονας περιστροφής μετατοπίζεται στη θέση  $d$  τότε η ροπή γύρω από αυτό το σημείο είναι:

$$M = -\pi\rho\frac{c^2}{4} \left[ c \left( \frac{d}{c} - \frac{1}{2} \right) \ddot{h} + Uc \left( \frac{3}{4} - \frac{d}{c} \right) \dot{\alpha} + \frac{c^2}{4} \left( \frac{9}{8} + \frac{4d^2}{c^2} - \frac{4d}{c} \right) \ddot{\alpha} - \left( \frac{da}{c} - 1 \right) UC(k) \left( -\dot{h} + U\alpha + c \left( \frac{3}{4} - \frac{d}{c} \right) \dot{\alpha} \right) \right] \quad (3.83)$$

Αν αδιαστατοποιηθούν τα μήκη με τον παράγοντα  $c$ , ο χρόνος με τον παράγοντα  $c/U$ , η θέση του άξονα περιστροφής επαναορισθεί ως προς το  $1/2$  της χορδής (ούτως ώστε περιστροφή περί της ακμής προσβολής αντιστοιχεί σε  $d = -1$  ενώ περί της ακμής εκφυγής σε  $d = 1$ ) και η θέση μέτρησης του  $d$  μεταφερθεί στο  $1/2$  της χορδής, από την εξίσωση 3.79 προκύπτει ο συντελεστής άνωσης σε μια πιο απλή μορφή:

$$C_L = 2\pi \left[ \alpha + \dot{h} + \frac{1}{2}\dot{\alpha} \left( \frac{1}{2} - d \right) \right] C(k) + \frac{\pi}{2} \left[ \ddot{h} + \dot{\alpha} - \frac{d}{2}\ddot{\alpha} \right] \quad (3.84)$$

Στην εξίσωση αυτή, ο δεύτερος όρος εκφράζει την συνεισφορά της **επιταχυνόμενης μάζας** στην άνωση, δεν σχετίζεται δηλαδή με την κυκλοφορία γύρω από την αεροτομή, ενώ ο πρώτος όρος εκφράζει την συνεισφορά, ακριβώς της **κυκλοφορίας**, στην άνωση.

Ένα σημαντικό σημείο της ανάλυσης Theodorsen είναι πως η φυσική αρχή που διέπει τα μη μόνιμα φαινόμενα συνοψίζεται σύντομα από τα διαγράμματα  $C(k)$ . Καθώς αυξάνεται η ανηγμένη συχνότητα  $k$ , μειώνεται το μέτρο του όρου  $\rho U \Gamma$  της άνωσης. Επιπλέον, η υστέρηση στην άνωση αρχικά αυξάνεται συναρτήσει της  $k$ , αλλά για  $k > 0.4$  παρατηρείται σταδιακή μείωση της διαφοράς φάσης.



## Κεφάλαιο 4

# Πειραματική διάταξη, εξοπλισμός και μεθοδολογία

### 4.1 Πειραματική διάταξη και εξοπλισμός

#### 4.1.1 Αεροδυναμική σήραγγα

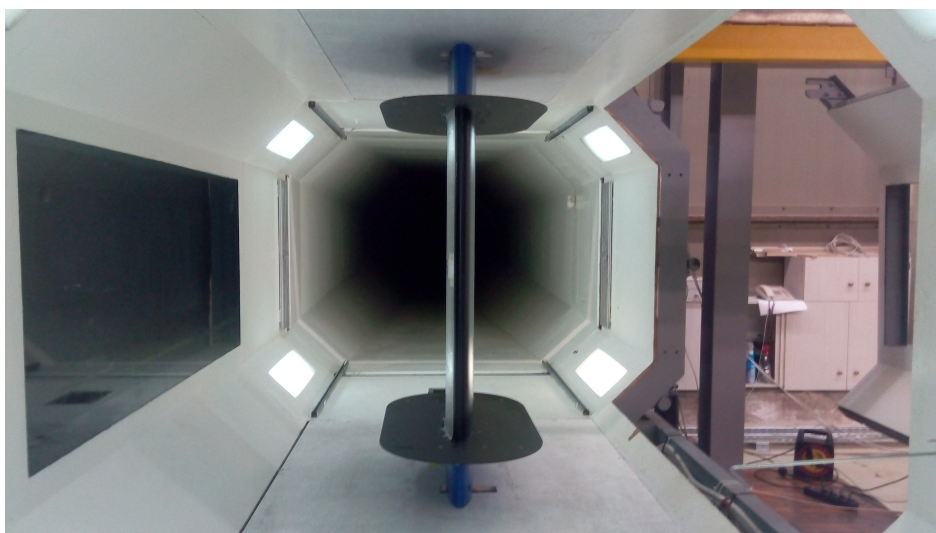
Διεξήχθησαν μετρήσεις για την οπτικοποίηση της ροής στο μικρό τμήμα δοκιμών ( $1.8m \times 1.4m$ ) της αεροδυναμικής σήραγγας κλειστού κυκλώματος (4.1 & 4.2) με τη μέθοδο PIV (Particle Image Velocimetry) σε μια προσπάθεια να μελετηθεί η αεροδυναμική συμπεριφορά ακίνητης(i) και υπό περιστροφική ταλάντωση (ii) πτέρυγας σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής. Η σήραγγα έχει συνολικό μήκος  $68.81m$ . Το επίπεδο τύρβης στο οκταγωνικό τμήμα δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις είναι  $0.2\%$  με μέγιστη ταχύτητα ροής  $60m/s$ . Η κυκλοφορία του αέρα γίνεται από έναν επτα-πτέρυγο ανεμιστήρα διαμέτρου  $2.67m$  σε σύζευξη με έναν κινητήρα συνεχούς ρεύματος ισχύος  $350hp$ .

#### 4.1.2 Μηχανισμός πρόσδεσης και κίνησης της πτέρυγας

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε κατάλληλη πειραματική διάταξη (σχήμα 4.3) για την στήριξη της πτέρυγας επιτρέποντας τόσο την πρόνευση (pitching) όσο και την βύθισή (plunging) της. Εν προκειμένω, δεν εξετάσαμε περίπτωση plunging αλλά για λόγους πληρότητας θα γίνει καταγραφή όλων των συνιστωσών της διάταξης. Όπως φαίνεται και στο σχήμα η άτρακτος της πτέρυγας και ο μηχανισμός κίνησης της συγκρατούνται πάνω σε σταθερό μεταλλικό πλαίσιο μη βρικόμενο σε επαφή με την σήραγγα προς αποφυγή ταλαντώσεων. Η μετάδοση της κίνησης μεταφοράς (plunging) γίνεται με σύστημα κινητήρα εναλλασσόμενου ρεύματος - μειωτήρα στροφών - στροφάλων (2) - διωστήρων (2) - φορείων (2) ενώ η περιστροφή (pitching) με βηματικό κινητήρα (stepper



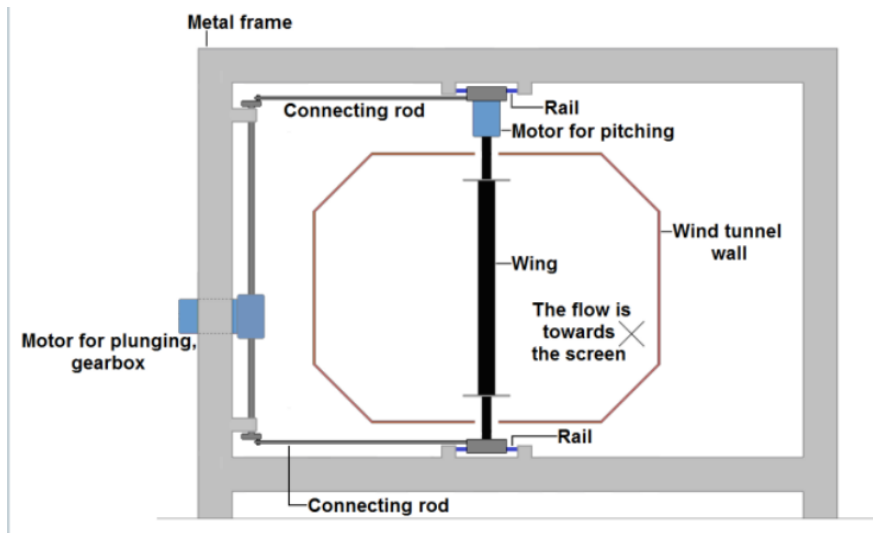
Σχήμα 4.1: Τμήμα δοκιμών αεροδυναμικής σήραγγας Ε.Μ.Π.



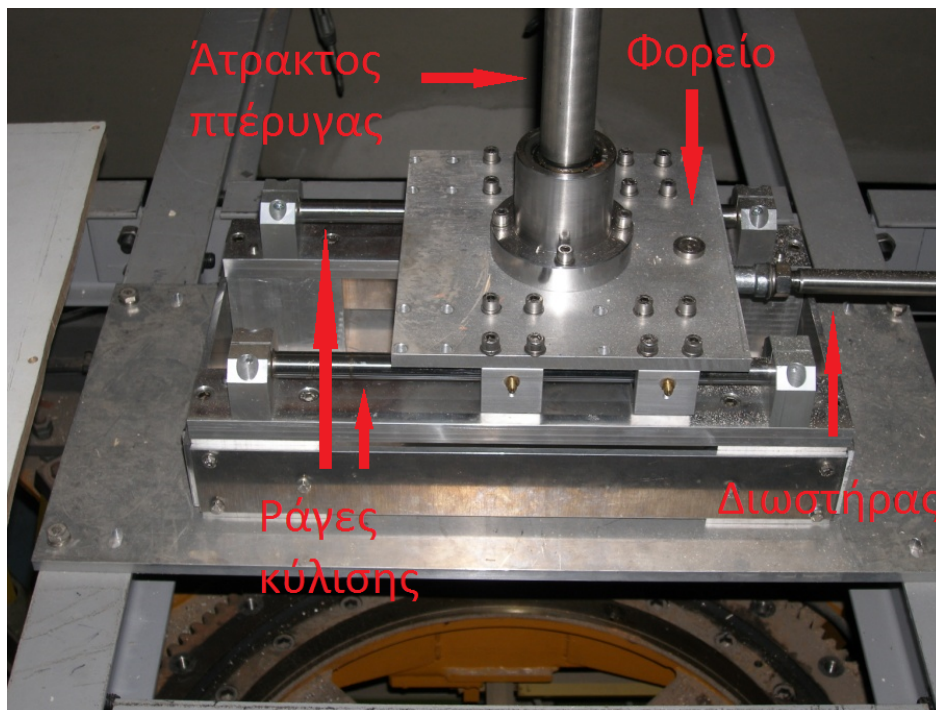
Σχήμα 4.2: Τμήμα δοκιμών αεροδυναμικής σήραγγας Ε.Μ.Π. -εσωτερική λήψη με προσδεδεμένη πτέρυγα *NACA 64418*

motor) - μειωτήρα. Τον βηματικό κινητήρα καθοδηγεί ένας μικροελεγκτής Arduino ενώ τον AC κινητήρα ένα inverter drive (variable - frequency drive) (σχήματα 4.4 & 4.5 ).





Σχήμα 4.3: Μηχανισμός πρόσδεσης και κίνησης της πτέρυγας

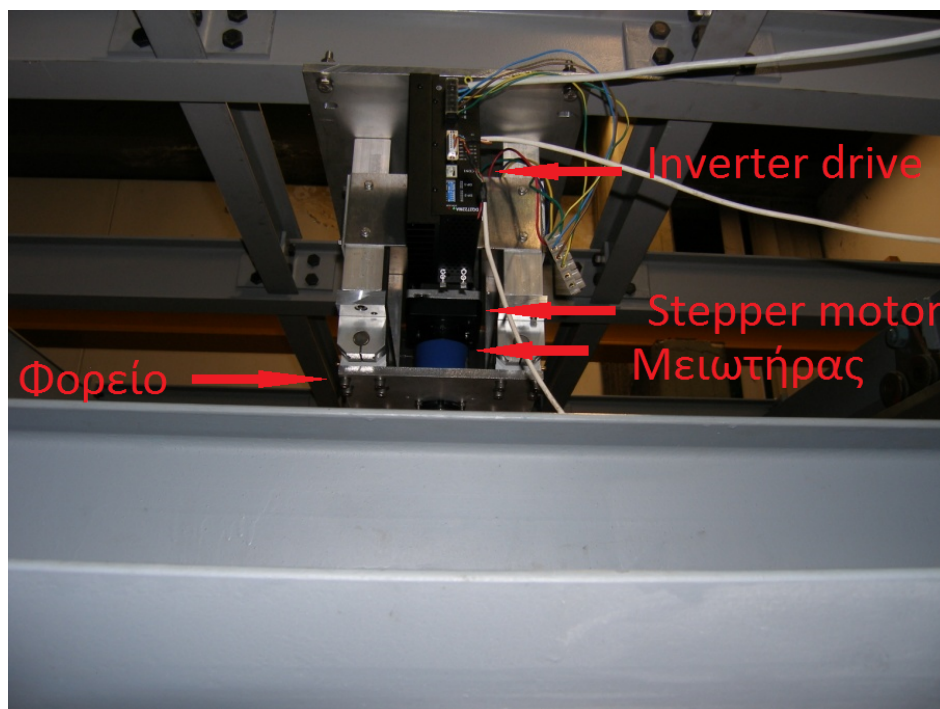


Σχήμα 4.4: Κάτω τμήμα μηχανισμού κίνησης της πτέρυγας

### 4.1.3 Ελεγκτές και κινητήρες

#### Βηματικός κινητήρας

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα των **βηματικών κινητήρων** είναι ότι μία πλήρης περιστροφή τους διαιρείται σε έναν ακέραιο αριθμό γωνιακών μετατοπίσεων (βημάτων). Έτσι η οποιαδήποτε επιθυμητή γωνιακή μετατόπιση του ρότορα μπορεί να επιτευχθεί με τον ανάλογο αριθμό βημάτων. Κάθε βήμα αντιστοιχεί σε έναν διακριτό παλμό τάσης συνεχούς ρεύματος που παίρνει σαν είσοδο ο κινητήρας από τον ελεγκτή του (εν προκειμένω



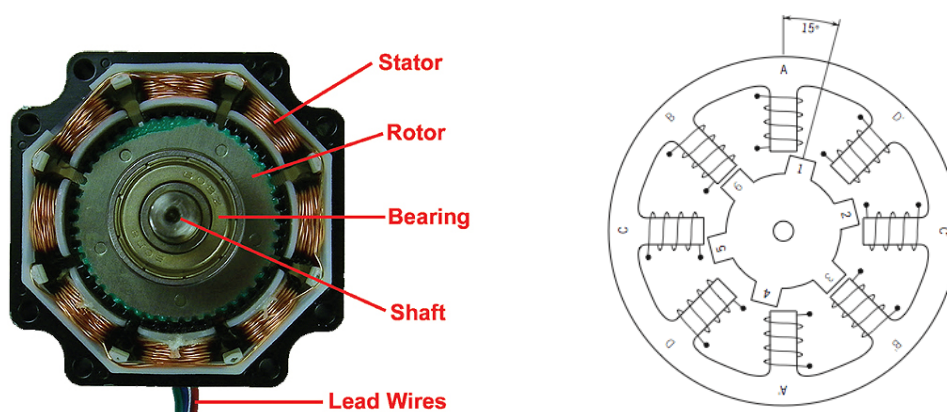
Σχήμα 4.5: Άνω τμήμα μηχανισμού κίνησης της πτέρυγας

το Arduino).

Κάθε φορά που ένας παλμός εμφανίζεται στην γραμμή εισόδου ο ρότορας κάνει ένα βήμα και παραμένει στη νέα του θέση μέχρι ένας καινούργιος παλμός σήματος να παραχθεί. Επιπλέον ο κινητήρας έχει και μία είσοδο κατεύθυνσης που ορίζει την βηματίσή του ωρολογιακά ή ανθωρολογιακά. Ένας βηματικός κινητήρας αποτελείται από πολλαπλούς οδοντωτούς ηλεκτρομαγνήτες (στάτης) τοποθετημένους περιφερειακά γύρω από μία γραναζωτή άτρακτο (ρότορας). Όταν ένας ηλεκτρομαγνήτης διαρρέεται από ρεύμα έλκει τον γειτονικό οδόντα του ρότορα, έως αυτός να βρεθεί σχεδόν ευθυγραμμισμένος με τον επόμενο ηλεκτρομαγνήτη.

Έτσι, όταν ο τρέχων ηλεκτρομαγνήτης απενεργοποιηθεί και ενεργοποιηθεί ο επόμενος, ο ρότορας θα ευθυγραμμισθεί με τον δεύτερο. Αυτή είναι η επαναλαμβανόμενη διαδικασία με την οποία λειτουργεί ένας βηματικός κινητήρας. Όπως γίνεται φανερό μετρώντας τον αριθμό και τις εναλλαγές των παλμών που αποστέλλονται από τον ελεγκτή προς τον κινητήρα μπορεί να υπολογιστεί η θέση του σε κάθε χρονική στιγμή, χωρίς να χρειάζεται να υπάρχει ανάδραση πληροφορίας από κάποιον αισθητήρα θέσης. Εν ολίγοις, οι βηματικοί κινητήρες λειτουργούν με τη μέθοδο του ανοικτού βρόγχου και αυτό αποτελεί σημαντικό λειτουργικό τους πλεονέκτημα. Άλλα πλεονεκτήματά τους είναι ότι δεν χρειάζονται φρένα για να παραμείνουν ακίνητοι ή να επιβραδυνθούν, ότι παράγουν μεγάλες τιμές ροπής στην εκκίνησή τους και σε μικρές ταχύτητες περιστροφής αλλά και η δυνατότητα

μεγάλου εύρους ταχύτητας περιστροφής. Επιπλέον έχουν συγκριτικά μεγάλη διάρκεια ζωής καθώς για την λειτουργία τους δεν απαιτούνται κινούμενες ηλεκτρικές επαφές.



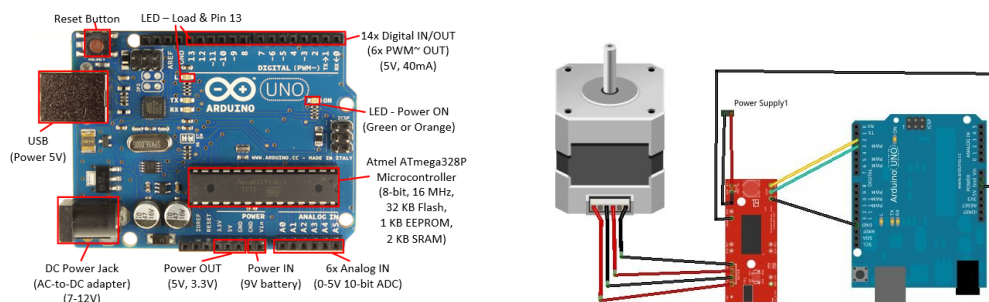
Σχήμα 4.6: Βηματικός κινητήρας

## Arduino

Το Arduino είναι ένας μικροελεγκτής μονής πλακέτας, δηλαδή μια απλή μητρική πλακέτα ανοικτού κώδικα με ενσωματωμένο μικροελεγκτή και εισόδους/εξόδους, η οποία μπορεί να προγραμματιστεί με τη γλώσσα Wiring (παραλλαγή της γλώσσας προγραμματισμού C++ και ένα σύνολο από βιβλιοθήκες, υλοποιημένες επίσης στην C++ ). Το λογισμικό του Arduino είναι ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον ανάπτυξης (IDE) γραμμένο σε Java. Το Arduino μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη ανεξάρτητων διαδραστικών αντικειμένων αλλά και να συνδεθεί με υπολογιστή μέσω προγραμμάτων. Για παράδειγμα μπορεί να δεχθεί σαν είσοδο το πάτημα ενός κουμπιού ή το φως που ενεργοποιεί έναν αισθητήρα και να ανάψει ένα LED ή να θέσει σε κίνηση έναν κινητήρα (όπως στην περίπτωση μας) σαν έξοδο.

Μία πλακέτα Arduino Uno (όπως αυτή που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα) αποτελείται από έναν μικροελεγκτή Atmel AVR (ATmega328) και συμπληρωματικά εξαρτήματα για την διευκόλυνση του χρήστη στον προγραμματισμό και την ενσωμάτωσή του σε άλλα κυκλώματα. Όλες οι πλακέτες περιλαμβάνουν ένα γραμμικό ρυθμιστή τάσης 5V και έναν κρυσταλλικό ταλαντωτή 16MHz (ή κεραμικό αντηχητή σε κάποιες παραλλαγές). Ο μικροελεγκτής είναι από κατασκευής προγραμματισμένος έτσι ώστε να μην χρειάζεται εξωτερικός προγραμματιστής. Ο πίνακας του Arduino Uno διαθέτει 14 ψηφιακά I/O (εισόδου-εξόδου) pins, 6 από τα οποία μπορούν να παράγουν παλμικά σήματα, καθώς και 6 αναλογικά I (εισόδου) pins.

Στο σχήμα 4.7 (δεξιά) βλέπουμε την διάταξη που είναι υπεύθυνη για την περιστροφική κίνηση της πτέρυγας.



Σχήμα 4.7: μικροελεγκτής arduino uno (αριστερά) και σε διάταξη με ενισχυτή - κινητήρα (δεξιά)

### Variable Frequency Drive - VFD

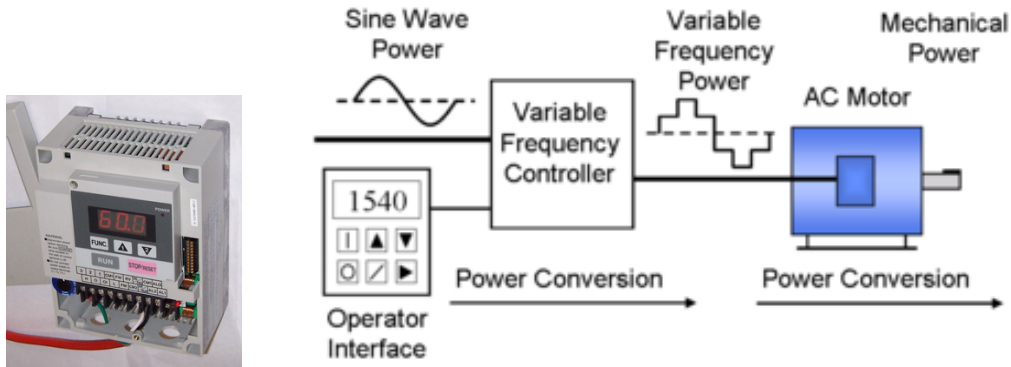
Ο οδηγός μεταβλητής συχνότητας (variable frequency drive ή inverter drive) είναι ένας τύπος οδηγού ρυθμιζόμενης ταχύτητας που χρησιμοποιείται σε ηλεκτρομηχανολογικά συστήματα και είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο της ταχύτητας και της ροπής κινητήρα εναλλασσόμενου ρεύματος δια της ρύθμισης της συχνότητας και της τάσης εισόδου (σχήμα 4.8).

Υπάρχουν 3 είδη VFDs. Οι «**αναστροφής πηγής ρεύματος**» έχουν χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε εφαρμογές επεξεργασίας σήματος και στην ενεργειακή βιομηχανία. Είναι ο μόνος τύπος VFD με δυνατότητα αναγέννησης ισχύος. Μπορούν δηλαδή να απορροφήσουν και να διοχετεύσουν ροή ισχύος από τον κινητήρα προς την πηγή. Επίσης παράγουν πολύ καθαρή κυματομορφή ρεύματος αλλά απαιτούν ογκώδεις και ακριβούς επαγωγείς στην κατασκευή τους και προκαλούν αστοχία (παλμική κίνηση κατά την περιστροφή) σε συχνότητες κάτω των 6 Hz.

Οι «**αναστροφής πηγής τάσης**» έχουν χαμηλό συντελεστή ισχύος, μπορούν να προκαλέσουν αστοχία (παλμική κίνηση κατά την περιστροφή) σε συχνότητες κάτω των 6 Hz και δεν έχουν την δυνατότητα αναγέννησης. Λόγω των μειονεκτημάτων τους οι δύο αυτές κατηγορίες VFD δεν έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως.

Ο πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενος τύπος είναι οι «**διαμόρφωσης πλάτους παλμού**» χάρις στον εξαιρετικό συντελεστή ισχύος εισόδου (ακίνητος δίαυλος συνεχούς τάσης), την μη αστοχία του κινητήρα, της υψηλής απόδοσης και του χαμηλότερου κόστους. Ένα VFD διαμόρφωσης πλάτους παλμού χρησιμοποιεί μια σειρά παλμών τάσης διαφορετικών μηκών για να προσομοιώσει ένα ημιτονοειδές κύμα. Ιδανικά οι παλμοί είναι χρονισμένοι ούτως ώστε το μέσο χρονικό ολοκλήρωμα να αντιστοιχεί σε ένα τέλειο

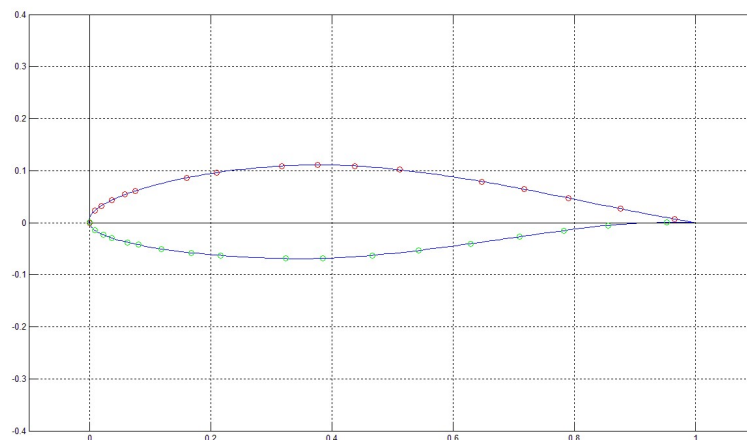
ημίτονο. Η τρέχουσα επιλεγμένη μέθοδος παραγωγής αυτής της κυματομορφής "τρέχει" ένα τριγωνικό και ένα ημιτονοειδές κύμα μέσα από έναν συγκριτή και δίνει στην έξοδο έναν παλμό τάσης, οποτεδήποτε η τιμή του ημιτονοειδούς κύματος είναι υψηλότερη από την τιμή του τριγωνικού. Το τρέχον ηλεκτρικό εξάρτημα επιλογής για την παραγωγή των παλμών τάσης είναι το διπολικό τρανζίστορ μονωμένης πύλης (IGBT), παρότι και τα ρεκτιφιέ σιλικόνης (SCR) είναι μία συμβατή επιλογή.



Σχήμα 4.8: Variable Frequency Drive και λειτουργικό διάγραμμα

#### 4.1.4 Πτέρυγα

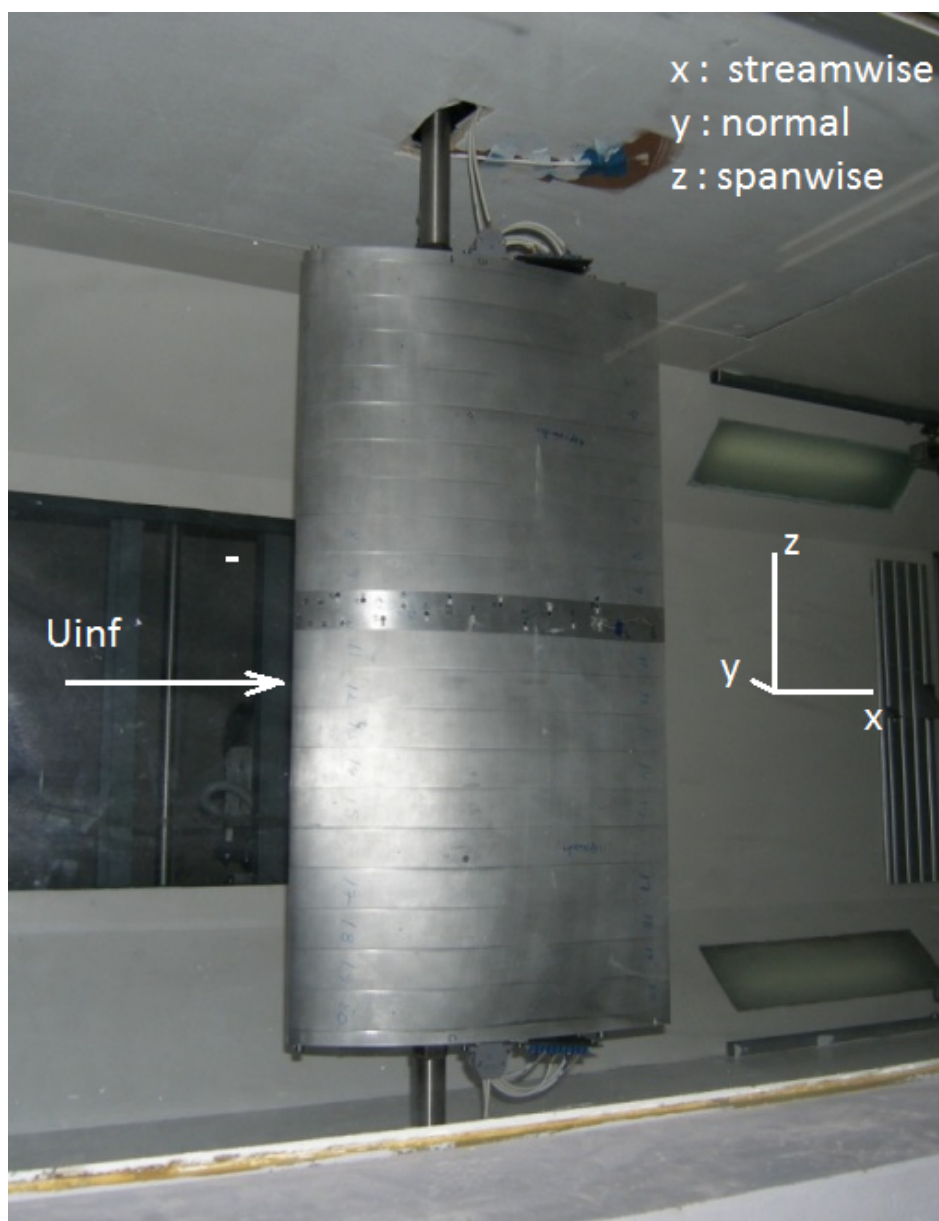
Η πτέρυγα που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα αποτελείται από 20 συναρμολογημένα μπλοκ αλουμινίου κατεργασμένα σε CNC. Έχει αεροτομή *NACA 64418*, το προφίλ της οποίας φαίνεται στο σχήμα 4.9. Η χορδή της είναι  $c = 500mm$ , το μήκος της  $l = 1000mm$  ( $AR=2$ ) και το μέγιστο πάχος  $0.18c$ . Ο άξονας περιστροφής της πτέρυγας βρίσκεται σε απόσταση  $0.35c$  από το μέτωπο προσβολής.



Σχήμα 4.9: *NACA 64418*

#### 4.1.5 Τοποθέτηση laser και κάμερας

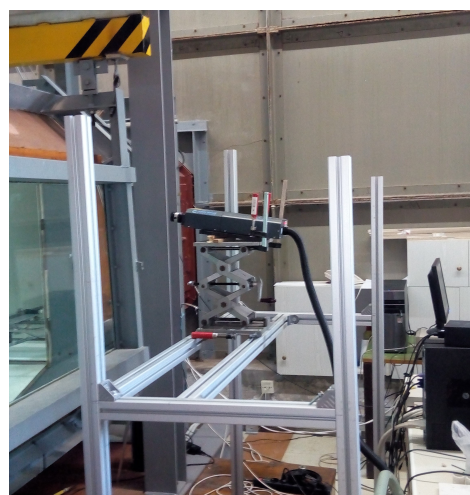
Στα πλαίσια του πειράματος έγιναν μετρήσεις σε 2 θέσεις του πεδίου ροής (περιπτώσεις **i** και **ii**). Το σύστημα συντεταγμένων φαίνεται στο σχήμα 4.10. Στην περίπτωση (**i**) εστίασαμε στην περιοχή του κοντινού ομόρρου της πτέρυγας αμέσως μετά την ακμή εκφυγής ( $x,y$  επίπεδο) και περί του μέσου της πτέρυγας. Στην περίπτωση (**ii**) εστίασαμε στην περιοχή του άνω ακροπτερυγίου ( $y,z$  επίπεδο). Οι θέσεις της κάμερας και του laser για τις περιπτώσεις (**i**) και (**ii**) φαίνονται στα σχήματα 4.11 και 4.12 αντίστοιχα.



Σχήμα 4.10: Σύστημα συντεταγμένων

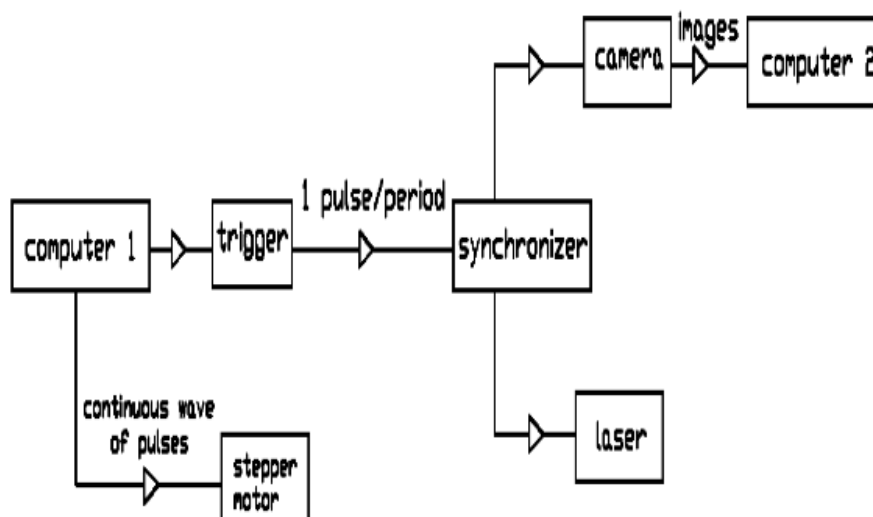


Σχήμα 4.11: Θέση κάμερας (αριστερά) και laser (δεξιά), περίπτωση (i)



Σχήμα 4.12: Θέση κάμερας (αριστερά) και laser (δεξιά), περίπτωση (ii)

Όλες οι προαναφερθείσες συνιστώσες της πειραματικής διάταξης φαίνονται στο σχεδιάγραμμα [4.13](#)



Σχήμα 4.13: Σύστημα ελέγχου κίνησης και λήψης δεδομένων

## 4.2 Η μέθοδος PIV (Particle Image Velocimetry)

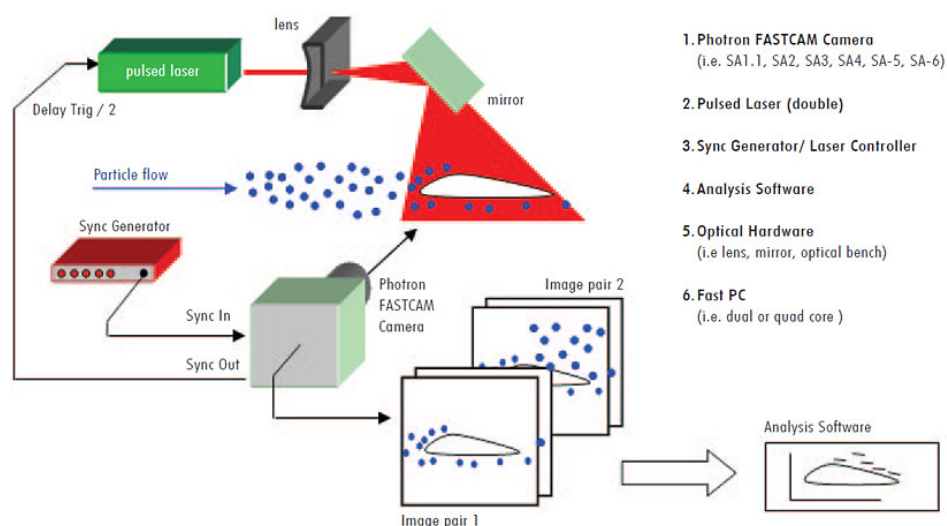
Η μέθοδος PIV είναι μία μη επεμβατική τεχνική οπτικοποίησης της ροής. Χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση στιγμιαίων μετρήσεων της ταχύτητας ενός ρευστού σε πλήθος σημείων του πεδίου ροής. Το ρευστό τροφοδοτείται με ιχνογραφικά σωματίδια (αιωρούμενα σωματίδια που είναι ανιχνεύσιμα) τα οποία ιδανικά ακολουθούν την δυναμική της ροής των στοιχείων του. Το ρευστό φωτίζεται από ειδική πηγή φωτός ούτως ώστε τα αιωρούμενα σε αυτό σωματίδια να γίνουν ορατά και να μπορεί να μετρηθεί η ταχύτητά τους, συνεπώς και αυτή του ρευστού.

Μία τυπική διάταξη PIV περιλαμβάνει ένα τμήμα μετρήσεων (συνήθως με διαφανή τοιχώματα), μία **φωτογραφική μηχανή** ή **κάμερα** (συνήθως ψηφιακή με ανιχνευτή CCD στα σύγχρονα συστήματα), ένα **laser** με οπτικό εξοπλισμό μετατροπής της ακτίνας σε επίπεδη επιφάνεια, έναν **synchronizer** που δίνει το έναυσμα για την εκπομπή του φωτός και τη λήψη της κάμερας και τα ιχνογραφικά σωματίδια. Ειδικό λογισμικό χρησιμοποιείται στην συνέχεια για την επεξεργασία των λαμβανομένων εικόνων. Μία τέτοια διάταξη φαίνεται στο σχήμα 4.14

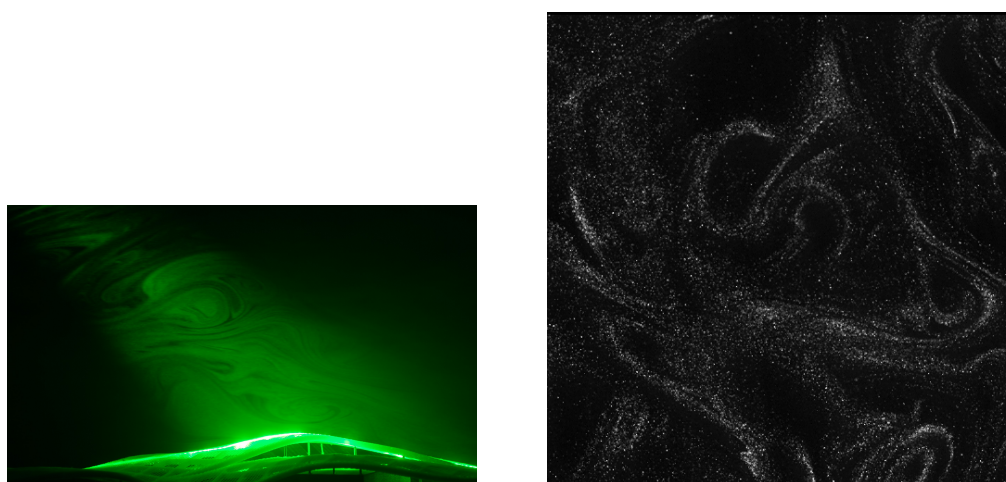
Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η ταχύτητα του ρευστού σ' ένα σημείο του φύλλου φωτός από τη μέση στατιστική μετατόπιση, για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα  $dt$ , αριθμού σωματιδίων τα οποία περιέχονται σε μικρό χωρίο ορθογωνικού σχήματος (συνήθως τετράγωνο) που περιλαμβάνει το σημείο μέτρησης (Mathioulakis, 2006).

Η μετατόπιση των σωματιδίων υπολογίζεται με δύο κυρίως τρόπους





Σχήμα 4.14: Τυπική διάταξη PIV



Σχήμα 4.15: αιωρούμενα σωματίδια με φύλλο φωτός και χωρίς

αναλόγως του μέσου καταγραφής των εικόνων. Στην περίπτωση χρήσης φωτογραφικής μηχανής εφαρμόζεται η μέθοδος αυτοσυσχέτισης (autocorrelation), ενώ στην περίπτωση χρήσης βιντεοκάμερας η μέθοδος ετεροσυσχέτισης (cross-correlation)

#### 4.2.1 Μέθοδος αυτοσυσχέτισης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή καταγράφονται στο ίδιο καρέ του φωτογραφικού φιλμ οι θέσεις των σωματιδίων, για δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές, των οποίων το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι προεπιλεγμένο. Αυτό πρακτικώς επιτυγχάνεται έχοντας ανοικτό το διάφραγμα της φωτογραφικής μηχανής και αναβοσβήνοντας την φωτεινή πηγή έτσι ώστε η χρονική απόσταση δύο διαδοχικών αναλαμπών να είναι ίση με  $\Delta t$ . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μετά την εμφάνιση του φιλμ στο αρνητικό του, τα σωματί-

δια να είναι υπό τη μορφή μικρών φωτεινών περιοχών σε μαύρο πλαίσιο. Επειδή στις φωτεινές αυτές περιοχές ουσιαστικά το εμφανισμένο φιλμ είναι διαφανές, εάν περάσει μέσω αυτών μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός (συνήθως laser He-Ne πολύ μικρής ισχύος π.χ. 1mW) το φως θα υποστεί περίθλαση (περίθλαση Fraunhofer). Συνέπεια αυτού είναι να εμφανιστούν επί μίας οθόνης μακριά από το φιλμ παράλληλες φωτεινές και σκοτεινές λωρίδες, οι λεγόμενοι κροσσοί συμβολής, οι οποίοι είναι κάθετοι στη μέση μετατόπιση των σωματιδίων από τα είδωλα των οποίων διέρχεται η ακτίνα, ενώ η μεταξύ τους απόσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μετατόπισης των σωματιδίων. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζεται το μέτρο της μετατόπισης των σωματιδίων και η διεύθυνσή της σε ένα σημείο του φύλλου φωτός. Το διάνυσμα της ταχύτητας είναι επομένως ο λόγος της μετατόπισης προς το προεπιλεγμένο χρονικό διάστημα  $dt$ . Η απόσταση  $\delta$  των κροσσών συμβολής για μία μέση μετατόπιση  $ds$  των σωματιδίων είναι

$$\delta = \frac{\lambda\alpha}{ds} \quad (4.1)$$

όπου  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος του φωτός του laser και  $\alpha = f_z$  εάν το φιλμ τοποθετείται πριν το φακό ( $f_z$  η εστιακή απόσταση του φακού) ενώ  $\alpha = z_f$  εάν τοποθετείται μετά το φακό σε απόσταση  $z_f$  από το επίπεδο εστίασης του φακού. Οι παραπάνω κροσσοί μπορούν να προκύψουν επίσης και μέσω μιας άλλης διαδικασίας. Εάν  $I(x, y)$  είναι η ένταση του φωτός στην περιοχή του αρνητικού του φιλμ από την οποία διέρχεται η ακτίνα laser (π.χ. κύκλος διαμέτρου 1mm) και  $F(I)$  η συνάρτηση Fourier της  $I(x, y)$  τότε αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση  $|F(I)|^2$  παρουσιάζει ακρότατα επί παράλληλων ευθειών κάθετων προς τη μέση στατιστικώς μετατόπιση των σωματιδίων, ενώ η μεταξύ δύο διαδοχικών ευθειών απόσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μετατόπισης. Προκύπτει δηλαδή το ίδιο αποτέλεσμα χωρίς τη χρήση φωτεινής πηγής.

Επίσης αποδεικνύεται ότι ο αντίστροφος μετασχηματισμός της συνάρτησης  $|F(I)|^2$ , έστω  $F^{-1}|F(I)|^2$  παρουσιάζει τρία ακρότατα επί μιας ευθείας κάθετης στην μέση μετατόπιση των σωματιδίων, ενώ η μεταξύ τους απόσταση είναι ίση με την απόσταση των παραπάνω κροσσών συμβολής. Από τα τρία αυτά ακρότατα το μεσαίο είναι και το μεγαλύτερο.

Σύμφωνα με το θεώρημα Wiener - Khintchine ισχύει η σχέση:

$$\varphi(\tau_x, \tau_y) = \iint I(x, y)I(x + \tau_x, y + \tau_y)dx dy = F^{-1}|F(I)|^2 \quad (4.2)$$

όπου  $\varphi(\tau_x, \tau_y)$  είναι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της συνάρτησης  $I(x, y)$

και  $\tau_x, \tau_y$  ένα τυχαίο διάνυσμα του επιπέδου  $(x, y)$ . Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης  $\varphi(\tau_x, \tau_y)$  ουσιαστικά συσχετίζει μια εικόνα στην οποία έχουν καταγραφεί οι αρχικές και τελικές θέσεις ενός αριθμού σωματιδίων με την ίδια εικόνα μετατοπισμένη στο επίπεδο της κατά το διάνυσμα  $(\tau_x, \tau_y)$ . Προφανώς εάν  $(\tau_x, \tau_y) = 0$  τότε η συσχέτιση είναι η καλύτερη δυνατή και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης παρουσιάζει μέγιστο. Πλην του μεγίστου αυτού υπάρχουν όμως και άλλα δύο μέγιστα μικρότερης τιμές τα οποία αντιστοιχούν στην μέση μετατόπιση των σωματιδίων  $-ds$  και  $+ds$ , αντίστοιχα. Τα τρία αυτά ακρότατα βρίσκονται επί μιας ευθείας και η μεταξύ τους απόσταση είναι ίση με την μέση στατιστικώς μετατόπιση των σωματιδίων. Συνεπώς, μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης είναι δυνατός ο υπολογισμός της μετατόπισης και άρα και της ταχύτητας του ρευστού χωρίς όμως να είναι σαφής η φορά της, η οποία προσδιορίζεται με άλλες μεθόδους όπως θα δούμε παρακάτω.

#### 4.2.2 Προσδιορισμός φοράς ταχύτητας

Στη μέθοδο αυτοσυσχέτισης ο προσδιορισμός της φοράς της ταχύτητας γίνεται κατά παρόμοιο τρόπο όπως στη μέθοδο LDA, δηλαδή με εισαγωγή μιας εικονικής ταχύτητας. Αυτό επιτυγχάνεται με την παρεμβολή ενός στρεφόμενου επιπέδου κατόπτρου μεταξύ του φύλλου φωτός και της φωτογραφικής μηχανής. Έτσι όταν το ρευστό ηρεμεί (ακίνητα σωματίδια), η κίνηση του κατόπτρου για χρονικό διάστημα  $dt$  θα προκαλέσει μια μετατόπιση των ειδώλων τους  $ds_0$  στο φωτογραφικό φιλμ που θα αντιστοιχεί σε μια εικονική ταχύτητα  $v_0$ . Στην περίπτωση που το ρευστό κινείται προς την ίδια κατεύθυνση τότε καταγράφεται στο φιλμ μια μετατόπιση  $ds$  μεγαλύτερη από την  $ds_0$ . Η πραγματική μετατόπιση (και αντίστοιχα η πραγματική ταχύτητα) είναι ίση με την διαφορά των δύο μετατοπίσεων. Εάν η κίνηση του ρευστού είναι κατά την αντίθετη κατεύθυνση τότε η μετατόπιση  $ds$  είναι μικρότερη από την  $ds_0$  και επομένως η διαφορά  $ds - ds_0$  είναι αρνητικός αριθμός. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζεται με σαφήνεια η φορά της ταχύτητας, υπό την προϋπόθεση ότι η αρνητική ταχύτητα δεν υπερβαίνει την ταχύτητα  $v_0$ . Ένα επιπλέον πλεονέκτημα που προσφέρει η διάταξη του στρεφόμενου κατόπτρου είναι ότι στην περίπτωση που υπάρχει μια συνιστώσα της ταχύτητας κάθετη προς το φύλλο φωτός η κίνηση του κατόπτρου αναγκάζει τα σωματίδια να κινούνται μέσα στο φύλλο φωτός, λόγω της εικονικής ταχύτητας που προστίθεται παράλληλα προς αυτό. Συνέπεια αυτού είναι ότι η μέθοδος λειτουργεί αποδοτικά στην περίπτωση αυτή, ενώ διαφορετικά εάν τα σωματίδια εξέρχονται από το φύλλο φωτός

δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ δύο διαδοχικών στιγμιοτύπων και η μέθοδος αποτυγχάνει.

### 4.2.3 Μέθοδος ετεροσυσχέτισης

Στην μέθοδο αυτή ο υπολογισμός της ταχύτητας βασίζεται στη σύγκριση δύο εικόνων οι οποίες έχουν ληφθεί σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές χρονικής απόστασης  $dt$ . Η σύγκριση γίνεται με τη βοήθεια της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης, η οποία δίνεται από τον τύπο

$$\varphi(\tau_x, \tau_y) = \iint I_1(x, y) I_2(x + \tau_x, y + \tau_y) dx dy \quad (4.3)$$

όπου  $I_1(x, y)$ ,  $I_2(x, y)$  είναι οι φωτεινότητες των δύο εικόνων. Η συνάρτηση αυτή παρουσιάζει ένα μέγιστο (αντί τριών) του οποίου η θέση αντιστοιχεί στο μέτρο και τη φορά της μέσης στατιστικώς μετατόπισης των σωματιδίων. Η μέθοδος αυτή πλεονεκτεί έναντι της προηγούμενης ως προς τον ταυτόχρονο υπολογισμό μέτρου και φοράς της ταχύτητας, αλλά μειονεκτεί ως προς τον χρόνο υπολογισμού διότι απαιτούνται 3 μετασχηματισμοί Fourier αντί για 2. Συγκεκριμένα, η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης υπολογίζεται με βάση τη σχέση

$$\varphi(\tau_x, \tau_y) = F^{-1} |F(I_1) F^*(I_2)| \quad (4.4)$$

όπου  $F^*(I_2)$  είναι ο συζυγής μιγαδικός του μετασχηματισμού Fourier της  $I_2$ . Στο παρόν πείραμα έγινε χρήση αυτής της μεθόδου

### 4.2.4 Φωτεινή πηγή, φύλλο φωτός και σωματίδια

Στη μέθοδο PIV χρησιμοποιείται συνήθως ως φωτεινή πηγή συσκευή laser συνεχούς ή διακοπτόμενης λειτουργίας λόγω της μεγάλης ισχύος ανά μονάδα επιφάνειας που διαθέτει. Στις πηγές συνεχούς λειτουργίας περιλαμβάνεται το laser He-Ne μικρής σχετικά ισχύος (μέχρι 50mW) μήκους κύματος 633nm, καθώς και το laser Argon-Ion πολύ μεγαλύτερης ισχύος, η οποία φθάνει τα 5W, μήκους κύματος 514nm. Στις συσκευές laser διακοπτόμενης ή παλμικής λειτουργίας περιλαμβάνονται το laser Ruby με μήκος κύματος 694nm, διάρκειας παλμού 20ns, ενέργεια ανά παλμό μέχρι 10J, συχνότητα αναλαμπών 1/min, το laser Nd:Yag, με μήκος κύματος 503nm, διάρκειας παλμού 10ns, ενέργεια ανά παλμό μέχρι 500mJ και συχνότητα αναλαμπών μέχρι 50/sec, και το laser ατμών χαλκού με μήκος κύματος 511 ή 578nm, διάρκειας παλμού 20ns, ενέργεια ανά παλμό 2mJ και συχνότητα αναλαμπών 8000/sec. Οι πηγές συνεχούς λειτουργίας είναι φθηνότερες από

τις πηγές διακοπτόμενης λειτουργίας και χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές χαμηλών σχετικών ταχυτήτων διότι στις μεγάλες ταχύτητες τα σωματίδια φαίνονται στο μέσο καταγραφής ως γραμμές κάποιου μήκους, ανάλογου της ταχύτητας του ρευστού, με αποτέλεσμα η μέθοδος να μη λειτουργεί αποδοτικά. Εάν η ταχύτητα του ρευστού είναι μεγάλη και η πηγή συνεχής, μπορεί να βελτιωθεί η απόδοση της μεθόδου εάν η ακτίνα του laser διέλθει από έναν μηχανισμό ο οποίος περιοδικώς αποκόπτει την ακτίνα μετατρέποντας έτσι τη φωτεινή πηγή από συνεχή σε διακοπτόμενη, μειούμενης ασφαλώς της ενέργειας που δέχονται τα σωματίδια ανά αναλαμπή. Μια τέτοια απλή διάταξη αποτελεί ένας στρεφόμενος δίσκος ο οποίος φέρει μια οπή σε μια απόσταση από τον άξονα περιστροφής του καθώς και η γνωστή από τη μέθοδο LDA συσκευή Bragg-cell, η οποία περιοδικώς διεγείρεται και απενεργοποιείται. Αντιθέτως το βασικό πλεονέκτημα των laser διακοπτόμενης λειτουργίας είναι η μεγάλη ενέργεια ανά παλμό, και η μικρή διάρκεια του παλμού με αποτέλεσμα την καταγραφή των σωματιδίων χωρίς την δημιουργία γραμμών στο μέσο καταγραφής ακόμα και σε μεγάλες ταχύτητες (π.χ. υπερηχητικές ροές).

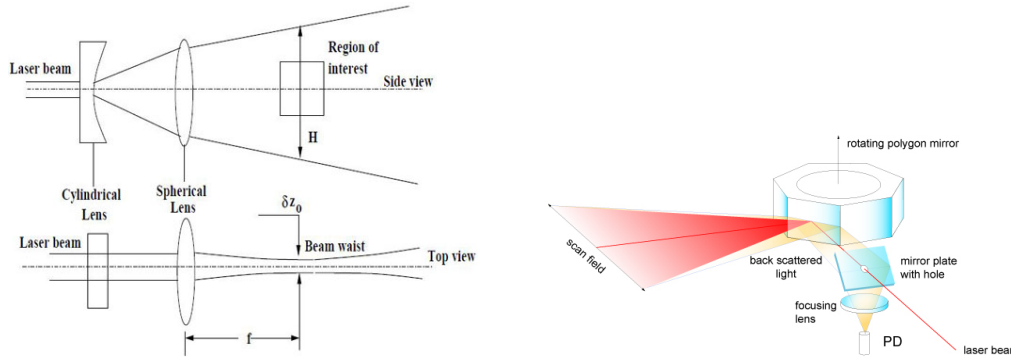
Η συσκευή laser που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα είναι Nd:YAG διπλής κεφαλής και φαίνεται στο σχήμα 4.16



Σχήμα 4.16: συσκευή laser που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα (αριστερά) με το τροφοδοτικό της (δεξιά)

Για να δημιουργηθεί ένα **φύλλο φωτός** η ακτίνα laser διέρχεται συνήθως μέσω κυλινδρικού και σφαιρικού φακού (σχήμα 4.17), ώστε το εύρος του φύλλου φωτός να ρυθμίζεται από την εστιακή απόσταση του κυλινδρικού φακού και το πάχος του από την εστιακή απόσταση του σφαιρικού φακού. Χρησιμοποιείται επίσης και ένας άλλος τρόπος δημιουργίας φύλλου φωτός μέσω στρεφόμενου πολυγωνικού κατόπτρου (σχήμα 4.17)

Τα **σωματίδια** πρέπει αφενός να έχουν την ιδιότητα καλής σκέδασης



Σχήμα 4.17: χρήση φακών για την δημιουργία φύλλου φωτός

του φωτός και αφετέρου να ακολουθούν πιστά το ρευστό στην κίνησή του. Οι δύο αυτές απαιτήσεις είναι αντικρουόμενες, δεδομένου ότι σύμφωνα με την πρώτη απαίτηση τα σωματίδια πρέπει να είναι μεγάλων διαστάσεων ενώ η δεύτερη προβλέπει σωματίδια μικρής διαμέτρου. Τα σωματίδια που συνήθως χρησιμοποιούνται είναι αέριας φάσης (φυσαλίδες ηλίου), υγρής (σταγόνες λαδιού) και στερεής (διοξείδιο του τιτανίου). Στο πείραμα χρησιμοποιήθηκε ψεκαστήρας σταγονιδίων λαδιού (σχήμα 4.18) Τυπικές διαστάσεις των σωματιδίων είναι 0.3-3μm σε εφαρμογές με αέρα και 5-50μm σε εφαρμογές με υγρό. Η διάμετρος ενός σωματιδίου  $d$  σχετίζεται με την αντίστοιχη του ειδώλου του  $d_i$  σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$d_i = \sqrt{(Md)^2 + (d_D)^2} \quad (4.5)$$

όπου  $M$  είναι ο συντελεστής μεγέθυνσης (ο λόγος του μήκους του ειδώλου προς το μήκος του αντικειμένου) και  $d_D$  η διάμετρος του σωματιδίου λόγω περίθλασης. Περίθλαση υφίσταται το φως καθώς προσπίπτει σε σφαιρικό σωματίδιο με αποτέλεσμα το είδωλο να παρουσιάζει ομόκεντρους κροσσούς μειούμενης έντασης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το είδωλο του σωματιδίου να έχει μεγαλύτερη διάμετρο από αυτή που μας δίνει ο συντελεστής μεγέθυνσης και η διάμετρος  $d_D$  δίνεται από τον τύπο:

$$d_D = 2.44\lambda(1 + M)f \quad (4.6)$$

όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος της φωτεινής πηγής και  $f$  η θέση του διαφράγματος της φωτογραφικής μηχανής ή κάμερας. Μία παράμετρος που μπορεί να επηρεάσει τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι το ονομαζόμενο βάθος πεδίου της κάμερας δεδομένου ότι όσο μεγαλύτερο είναι αυτό τόσο η κάμερα καταγράφει τα είδωλα σωματιδίων που ευρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα παράλληλα προς το φύλλο φωτός, τα οποία μπορεί να μην σχετίζονται το ένα με το άλλο και η μέθοδος να μην δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Σύμφωνα με τον τύπο του βάθους πεδίου:

$$\delta = 4(1 + 1/M)^2 f^2 \lambda \quad (4.7)$$

για ένα δεδομένο συντελεστή μεγέθυνσης, το πάχος του πεδίου αυξάνει όταν η θέση διαφράγματος είναι κλειστή. Τέλος, το λογισμικό λήψης των



Σχήμα 4.18: Τροφοδοτικό σταγονιδίων λαδιού που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα

εικόνων που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα είναι το Insight 4G, ενώ η επεξεργασία των μετρήσεων, η εξαγωγή των διαφόρων φυσικών και στατιστικών μεγεθών και η προβολή τους σε διαγράμματα έγινε με το λογισμικό Matlab.





## Κεφάλαιο 5

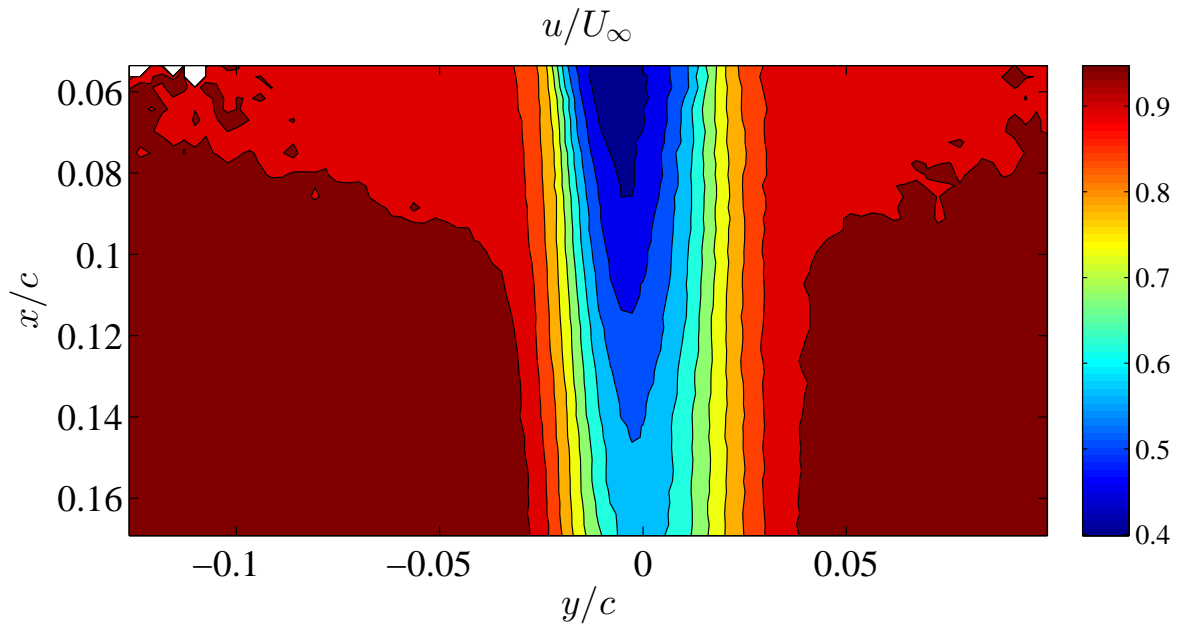
# Επεξεργασία πειραματικών δεδομένων και συμπεράσματα

### 5.1 Περίπτωση (i) - Κοντινός ομόρρους αεροτομής στο ύψος του μέσου της πτέρυγας

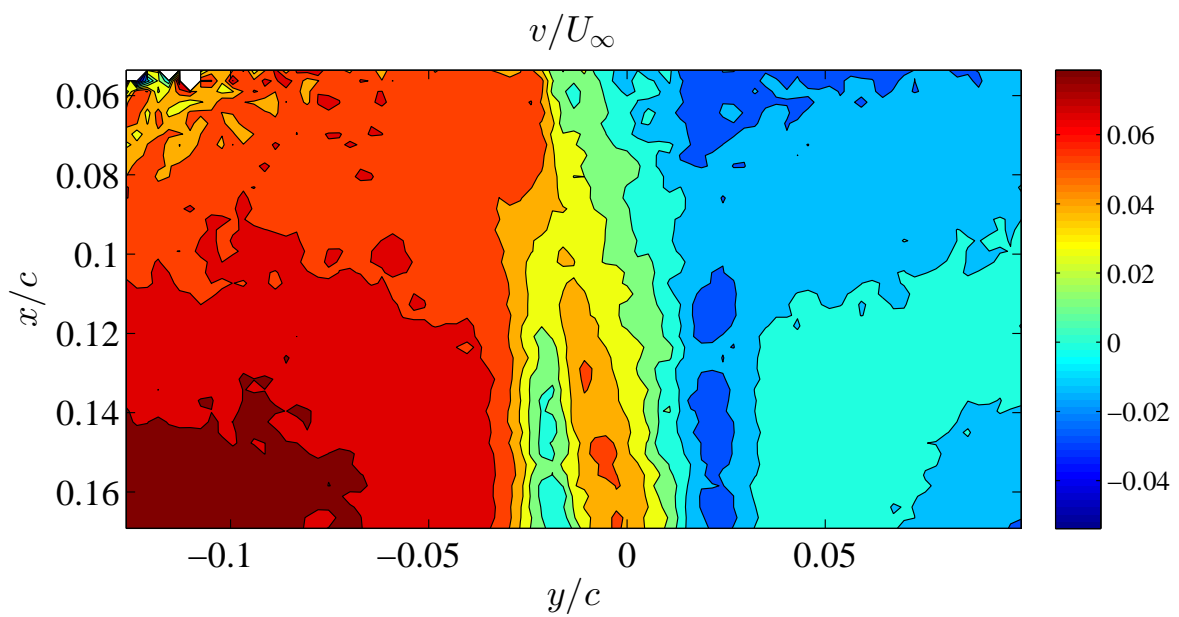
Στην περίπτωση αυτή η διάταξη είναι αυτή του σχήματος 4.11 και οι μετρήσεις έγιναν στο  $x, y$  επίπεδο (4.10), κάθετο στην μεγάλη διάσταση της πτέρυγας. Υπό συνθήκη μόνιμης ροής ελήφθησαν 200 εικόνες για κάθε γωνία πρόσπτωσης από τις  $-10^\circ$  έως τις  $18^\circ$  με βήμα  $2^\circ$ . Η κάμερα έχει ανάλυση  $1376 \times 1024 \text{pixel}^2$  και οι διαστάσεις των εικόνων είναι περίπου  $12 \text{cm} \times 9 \text{cm}$ , που αντιστοιχούν σε διαστάσεις ομόρρου  $0.16c \times 0.22c$  στις  $x, y$  διευθύνσεις αντίστοιχα. Στην γειτονιά του trailing edge οι μετρήσεις ήταν προβληματικές επομένως στην ανάλυση που ακολουθεί θα καλύψουμε την περιοχή μετά το  $x/c = 0.05$ . Η ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος είναι  $18.4 \text{m/s}$  και ο αριθμός Reynolds  $\sim 6 \times 10^5$ .

Θα παρουσιαστούν διαγράμματα διαφόρων φυσικών και στατιστικών μεγεθών για τις  $0^\circ, 6^\circ, 12^\circ, -4^\circ$  (για λόγους σύνοψης) και στην συνέχεια θα σχολιασθούν. Η αρχή των αξόνων τοποθετείται στην ακμή εκφυγής ενώ οι αρνητικές τιμές του οριζόντιου άξονα  $y$  αντιστοιχούν στην πλευρά υποπίεσης και οι θετικές στην πλευρά υπερπίεσης.

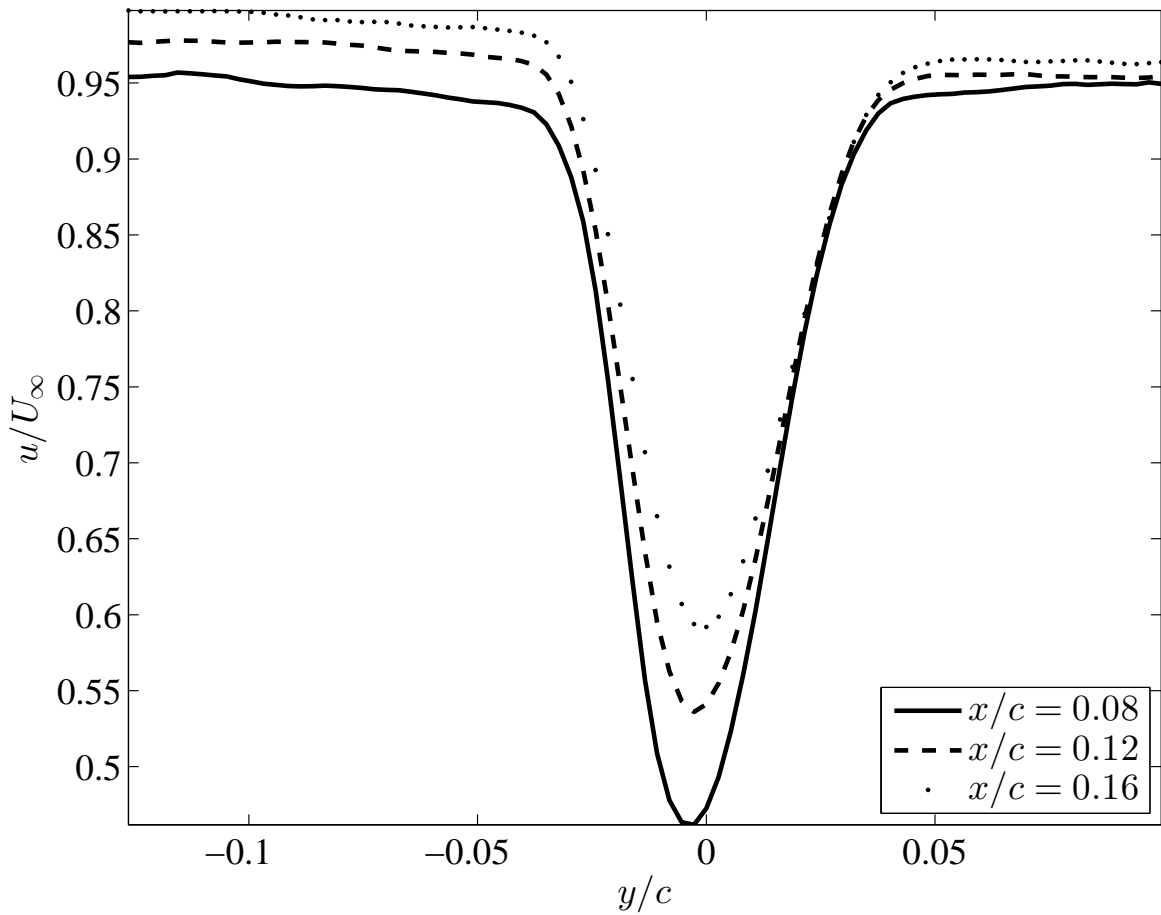
Γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$



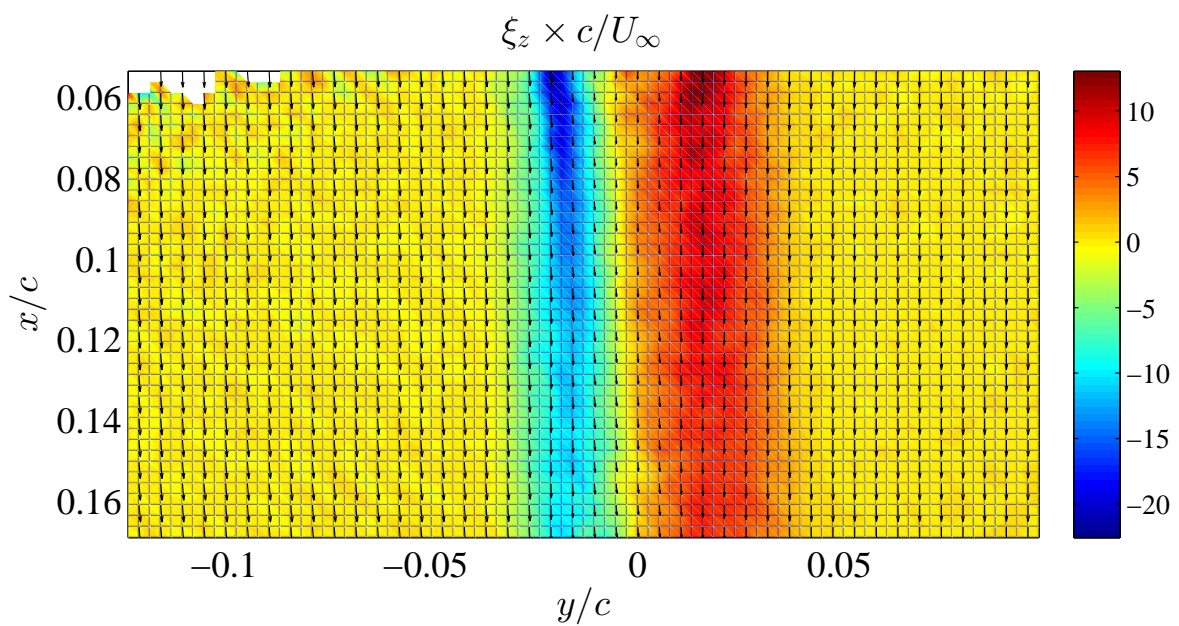
Σχήμα 5.1: Κατανομή αξονικής ταχύτητας  $u$



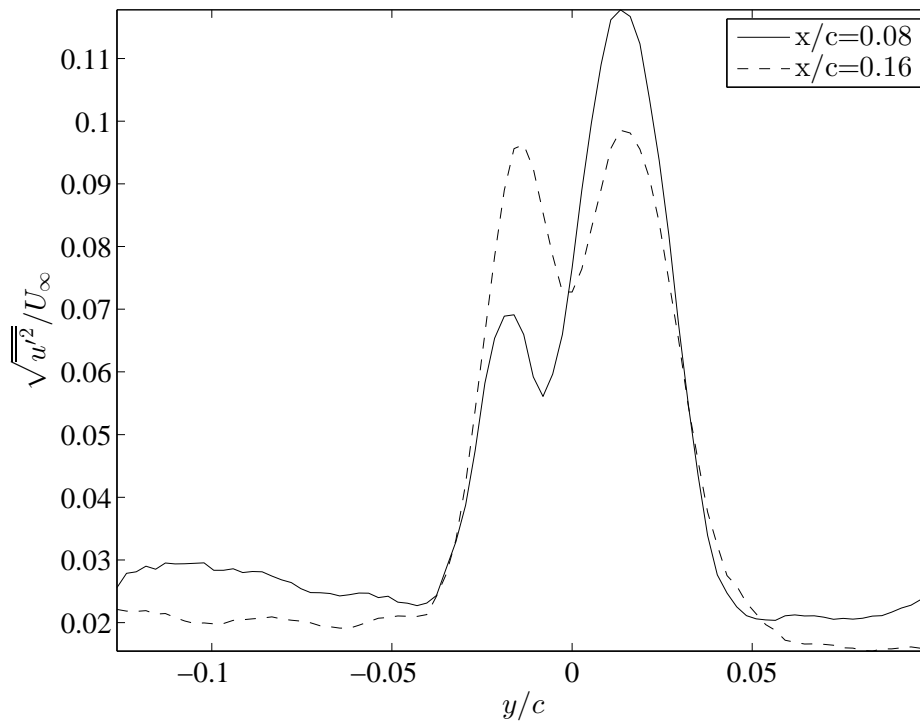
Σχήμα 5.2: Κατανομή κάθετης ταχύτητας  $v$



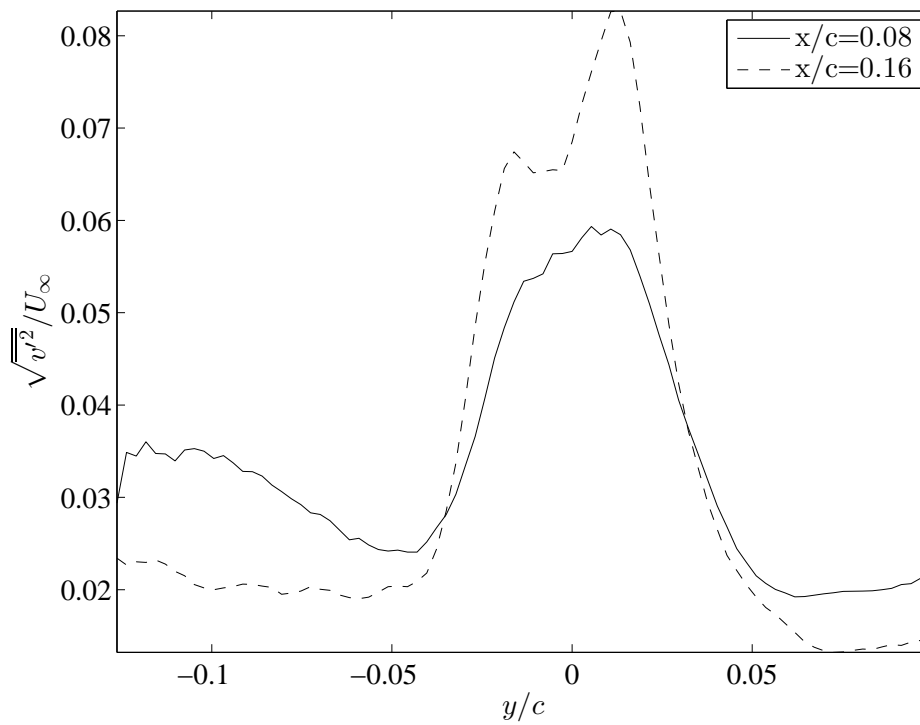
Σχήμα 5.3: Προφίλ αξονικής ταχύτητας σε διαφορετικές αποστάσεις από την ακμή εκφυγής



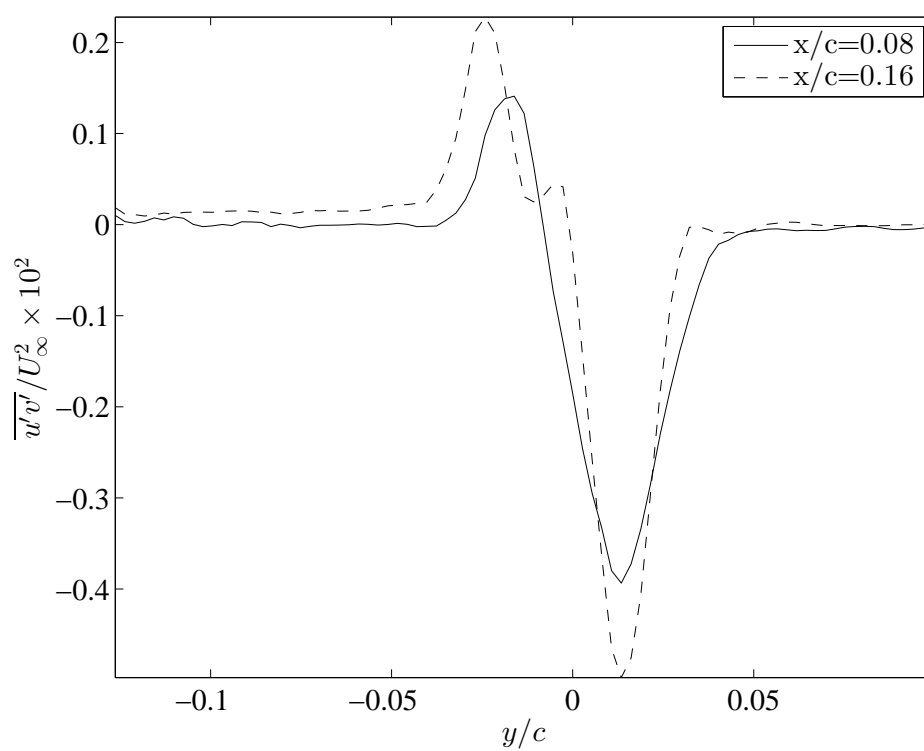
Σχήμα 5.4: Κατανομή στροβιλότητας



Σχήμα 5.5: Προφίλ έντασης αξονικής τύρβης

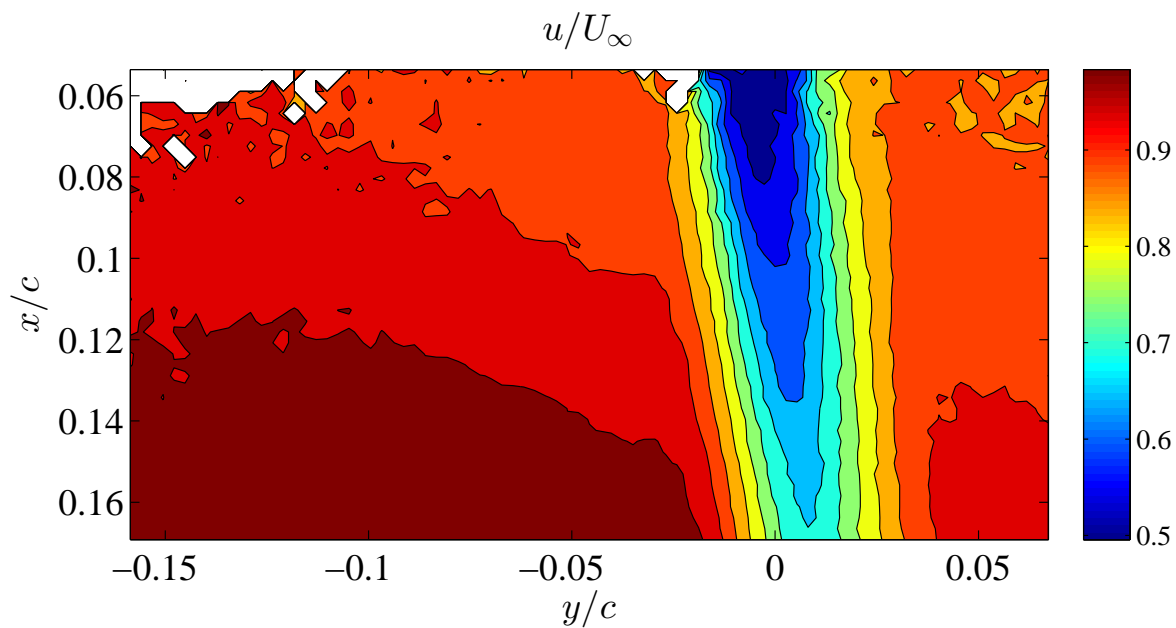


Σχήμα 5.6: Προφίλ έντασης κάθετης τύρβης

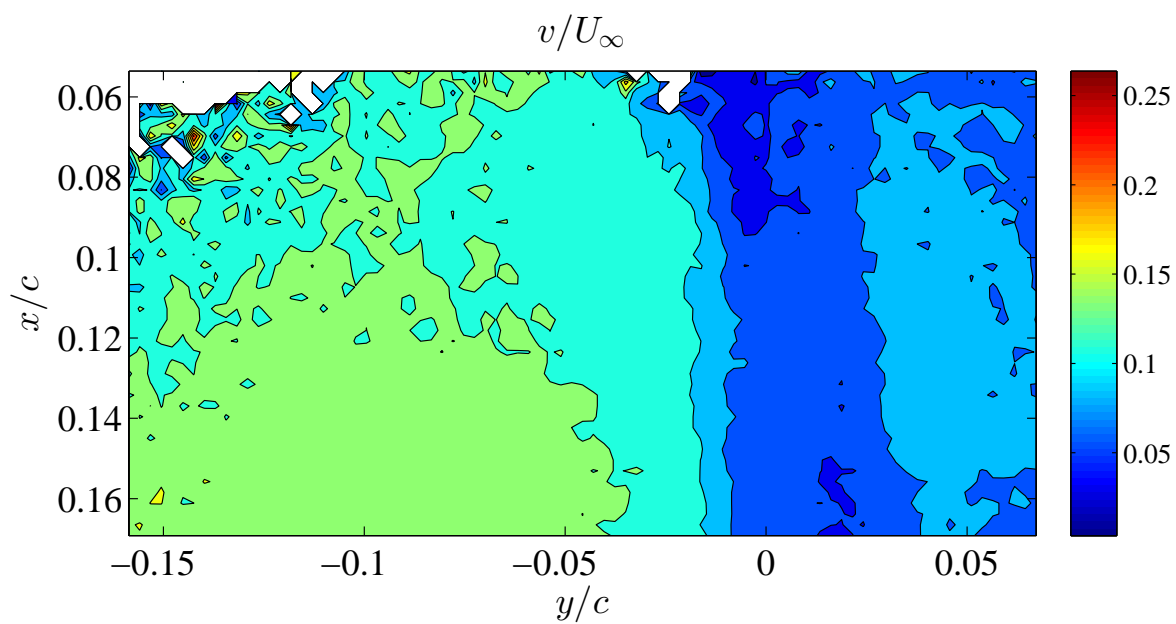


Σχήμα 5.7: Προφίλ διατμητικής τάσης Reynolds

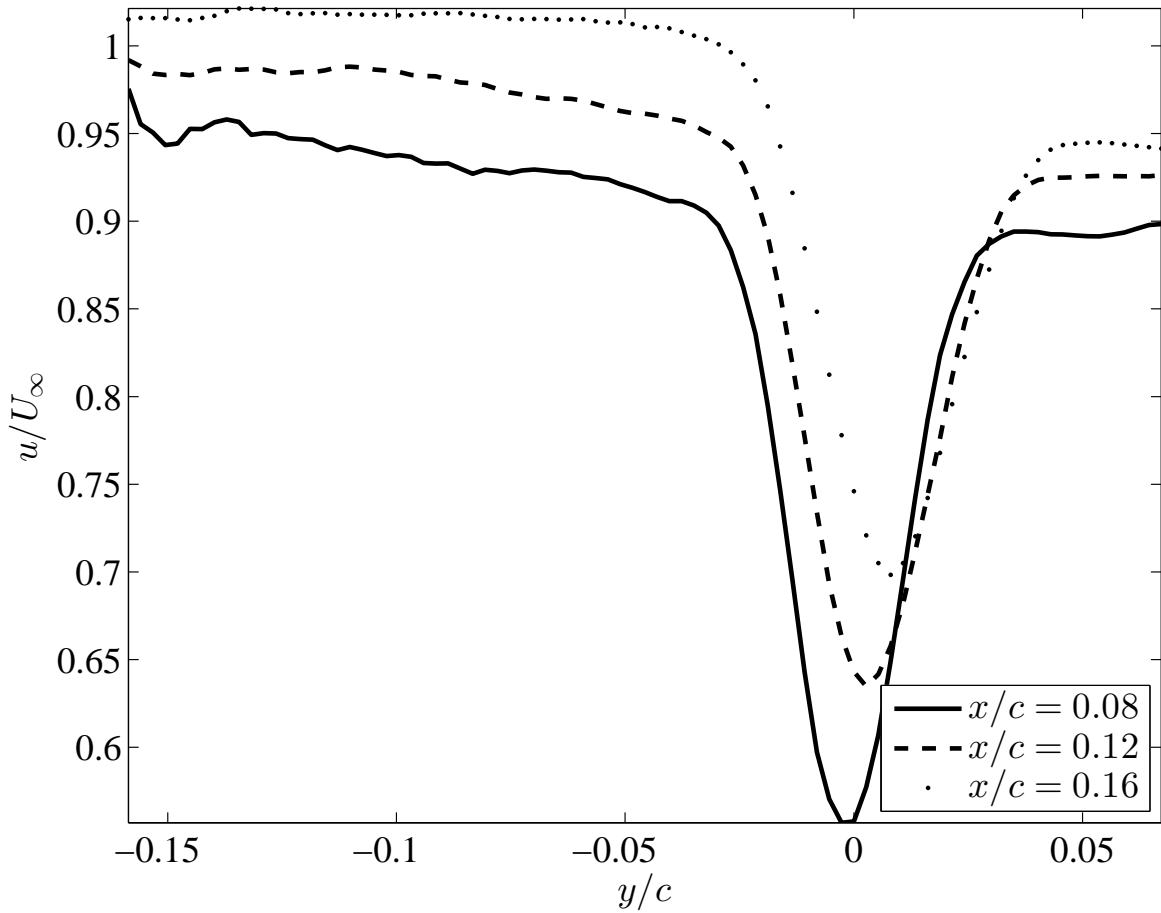
Γωνία πρόσπτωσης  $6^\circ$



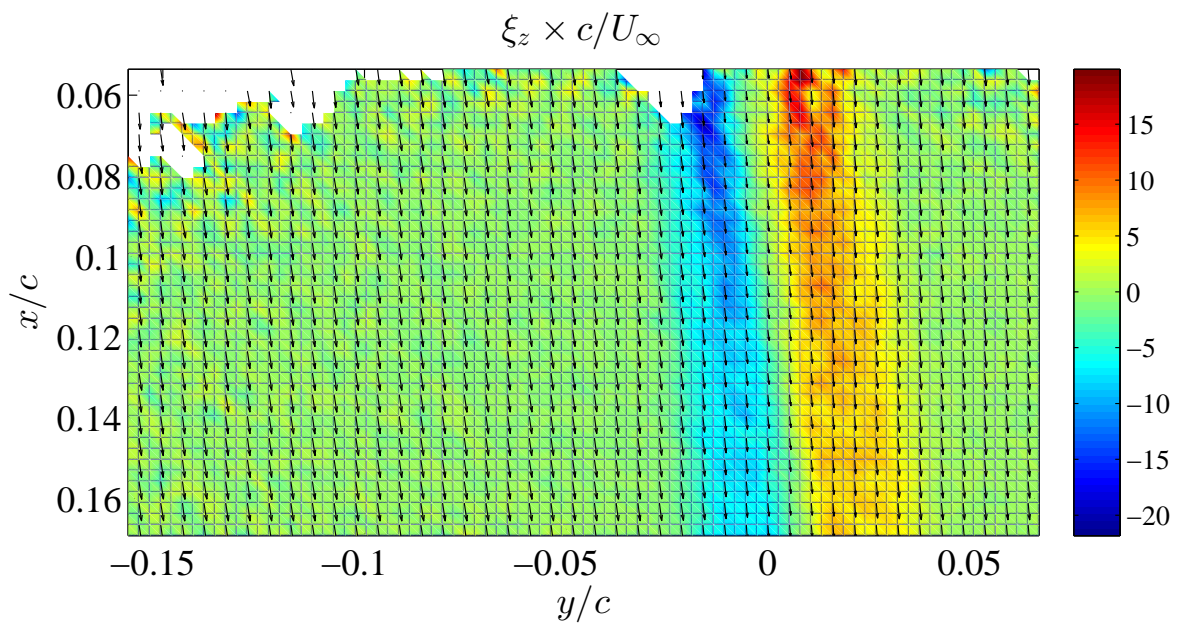
Σχήμα 5.8: Κατανομή αξονικής ταχύτητας  $u$



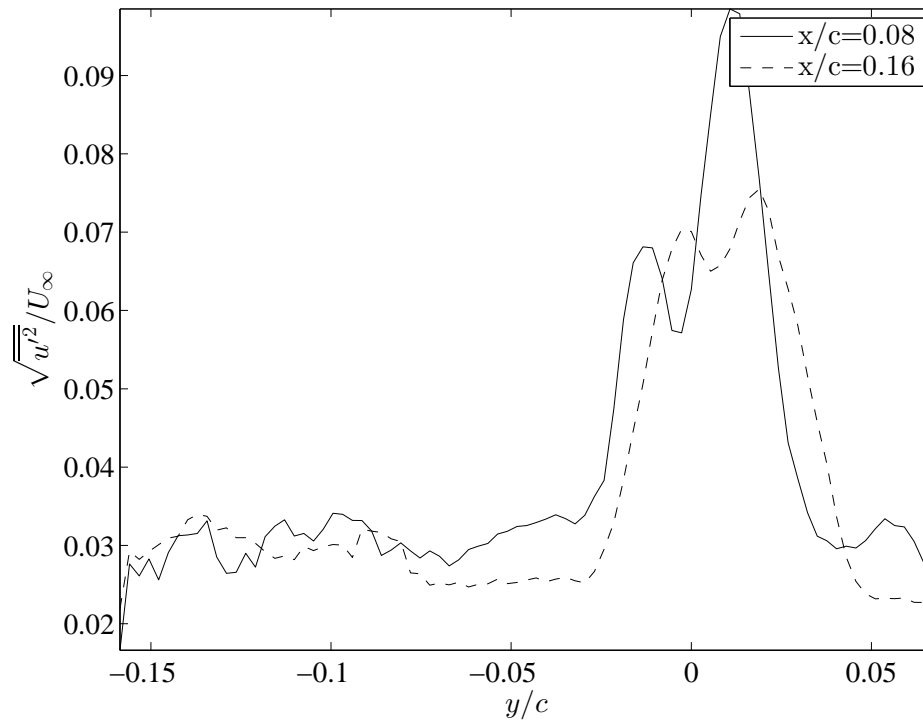
Σχήμα 5.9: Κατανομή κάθετης ταχύτητας  $v$



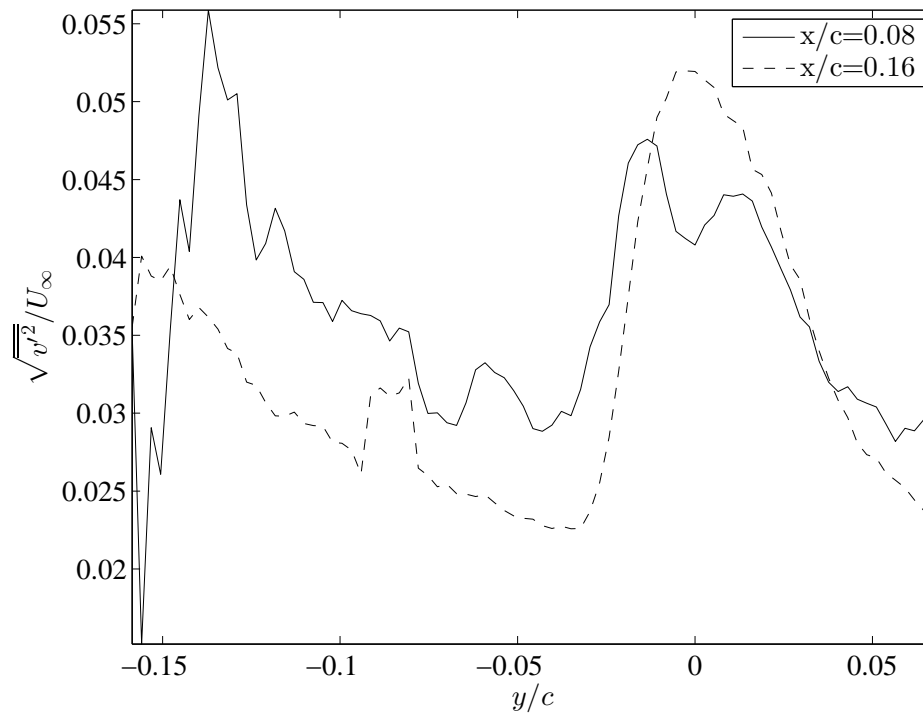
Σχήμα 5.10: Προφίλ αξονικής ταχύτητας σε διαφορετικές αποστάσεις από την ακμή εκφυγής



Σχήμα 5.11: Κατανομή στροβιλότητας

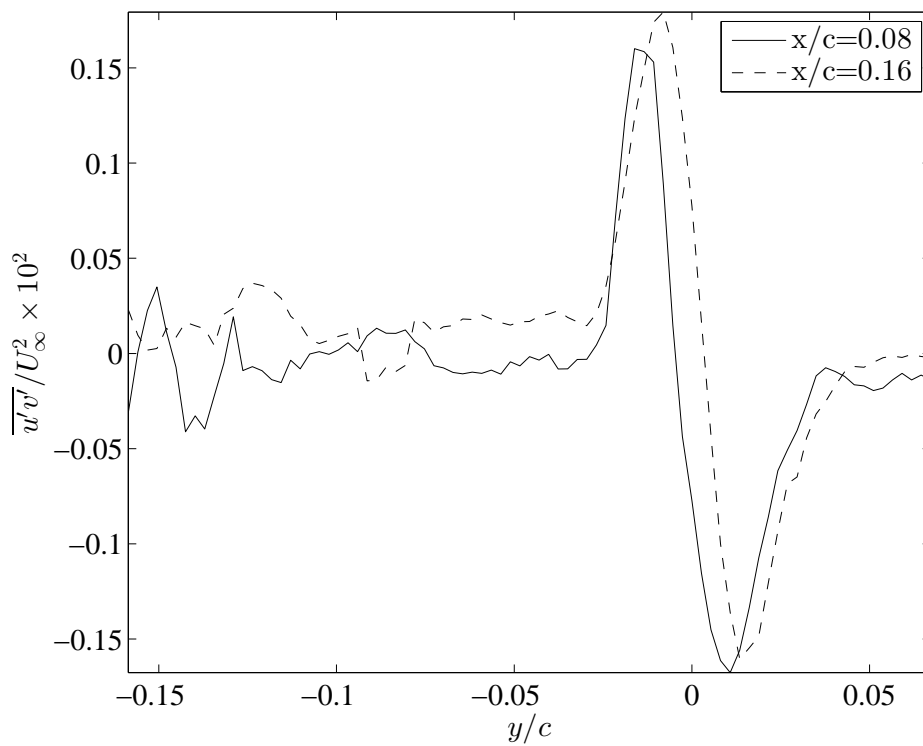


Σχήμα 5.12: Προφίλ έντασης αξονικής τύρβης



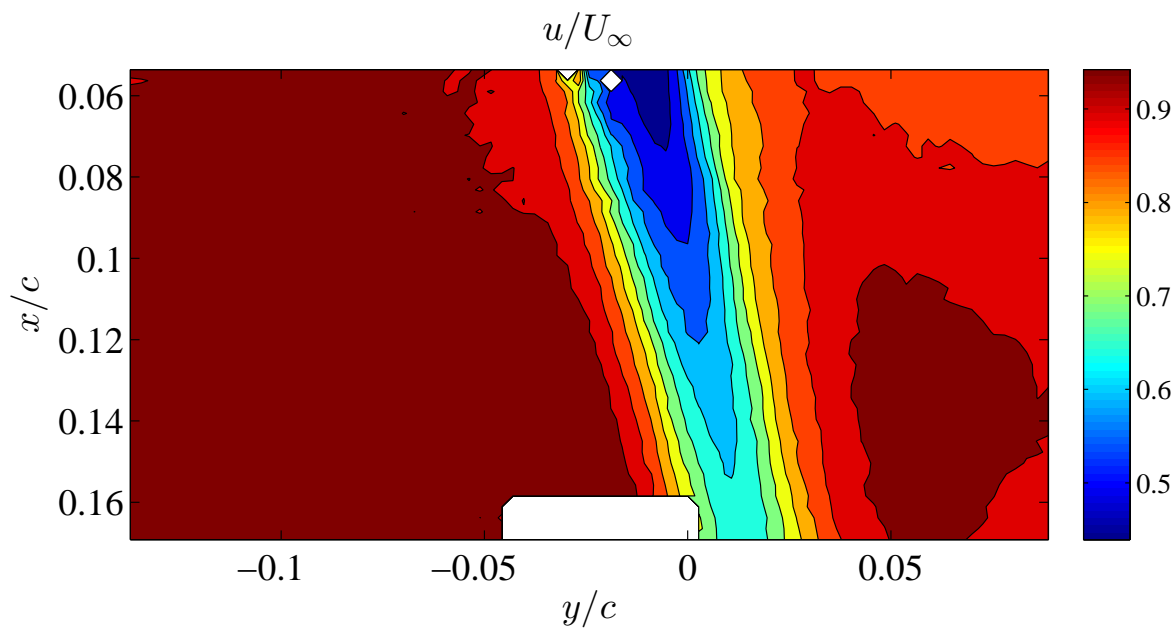
Σχήμα 5.13: Προφίλ έντασης κάθετης τύρβης



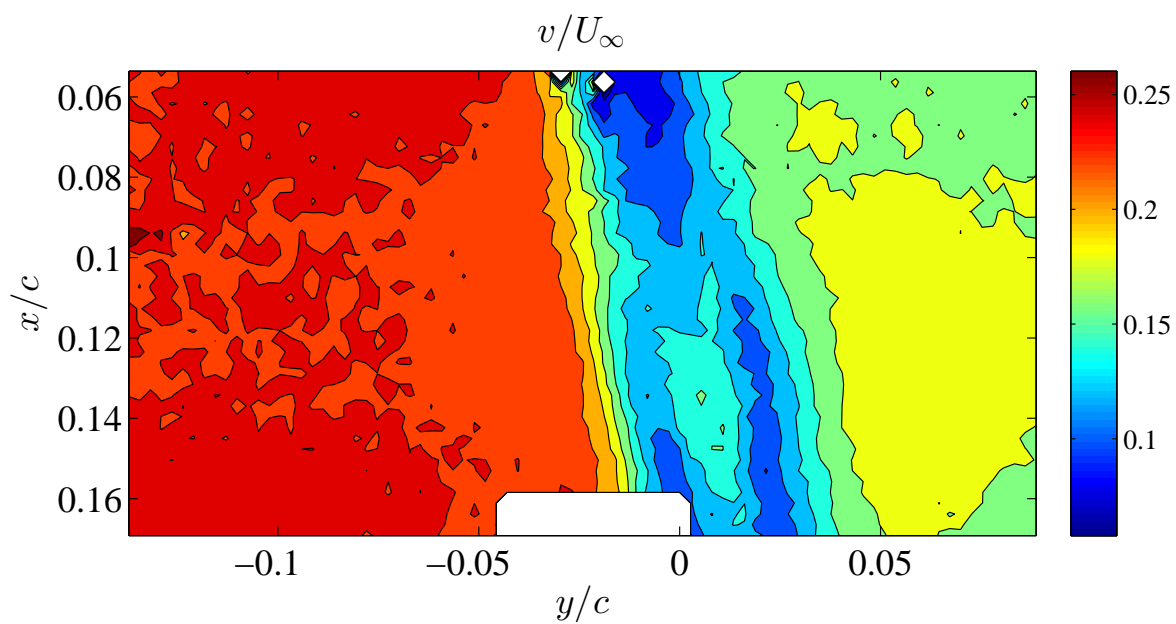


Σχήμα 5.14: Προφίλ διατμητικής τάσης Reynolds

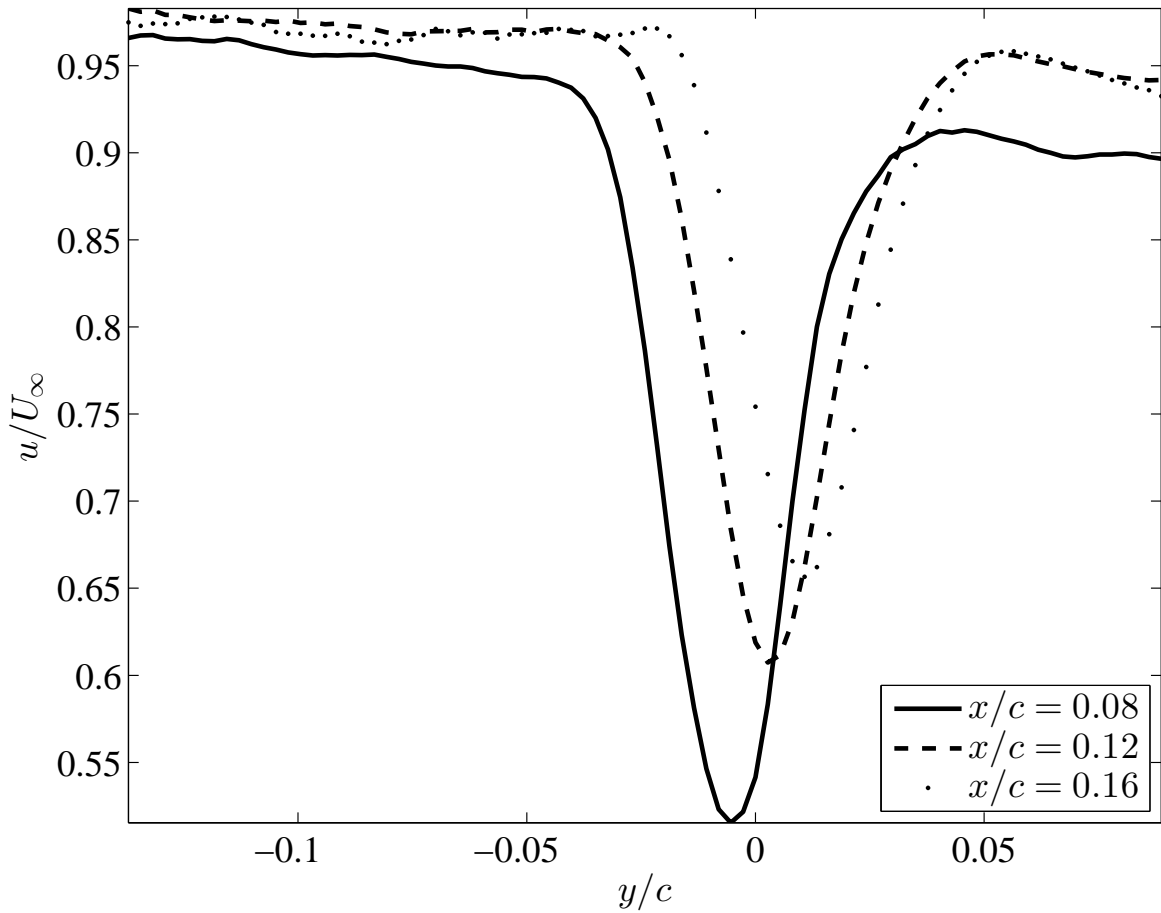
Γωνία πρόσπτωσης  $12^\circ$



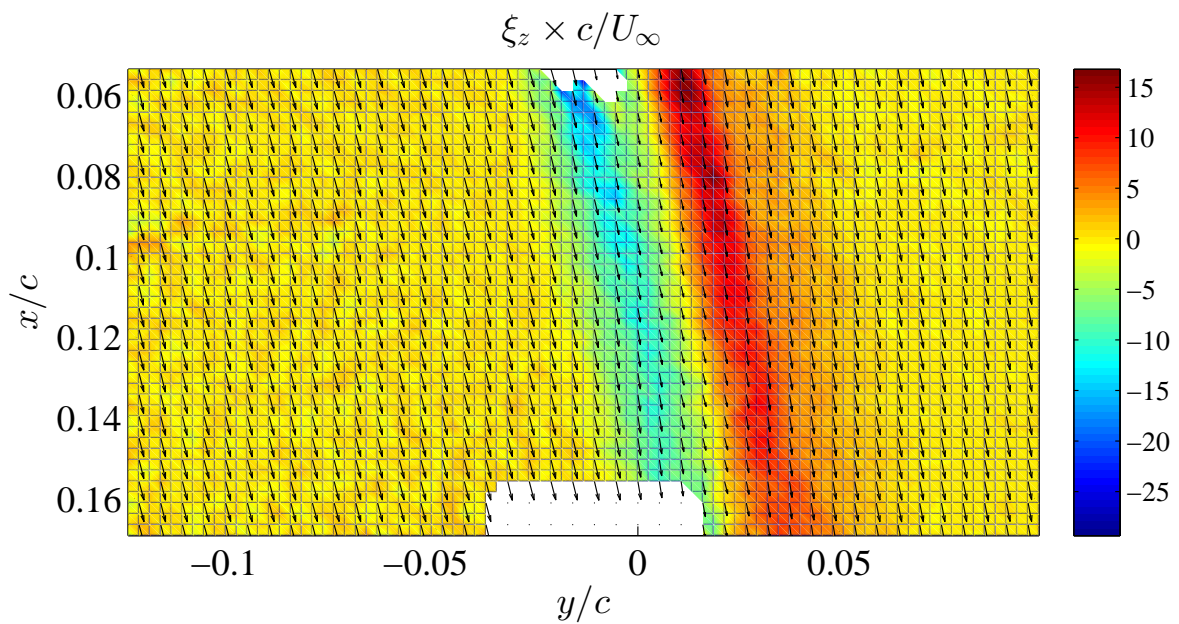
Σχήμα 5.15: Κατανομή αξονικής ταχύτητας  $u$



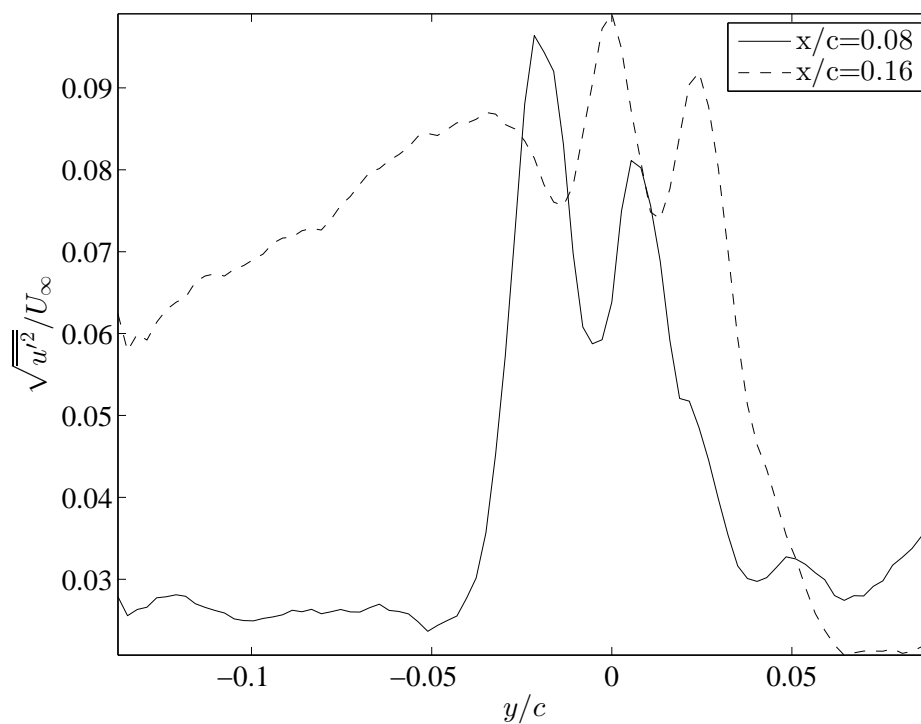
Σχήμα 5.16: Κατανομή κάθετης ταχύτητας  $v$



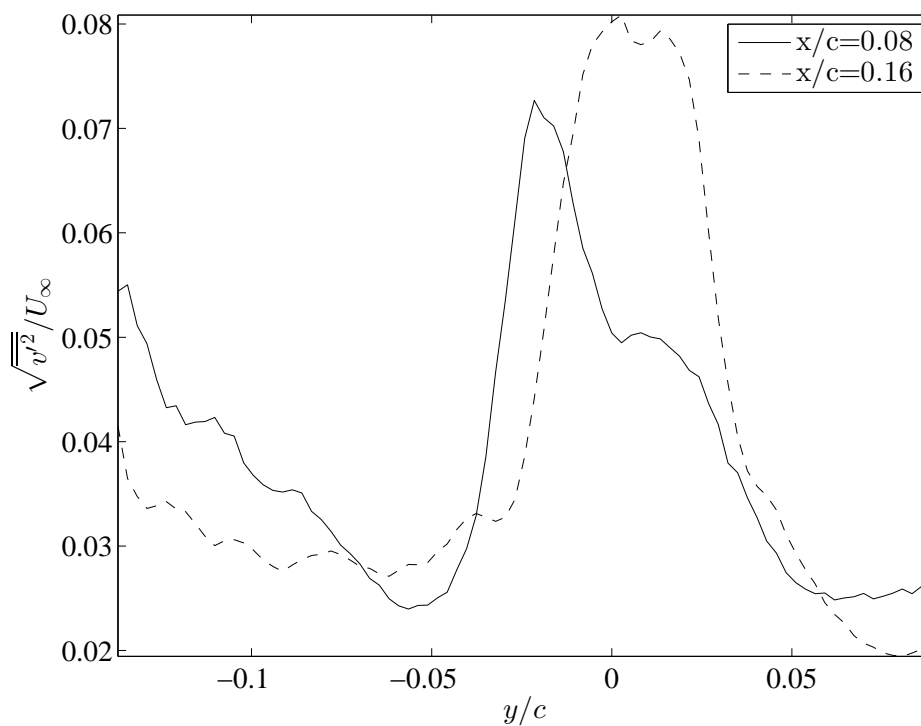
Σχήμα 5.17: Προφίλ αξονικής ταχύτητας σε διαφορετικές αποστάσεις από την ακμή εκφυγής



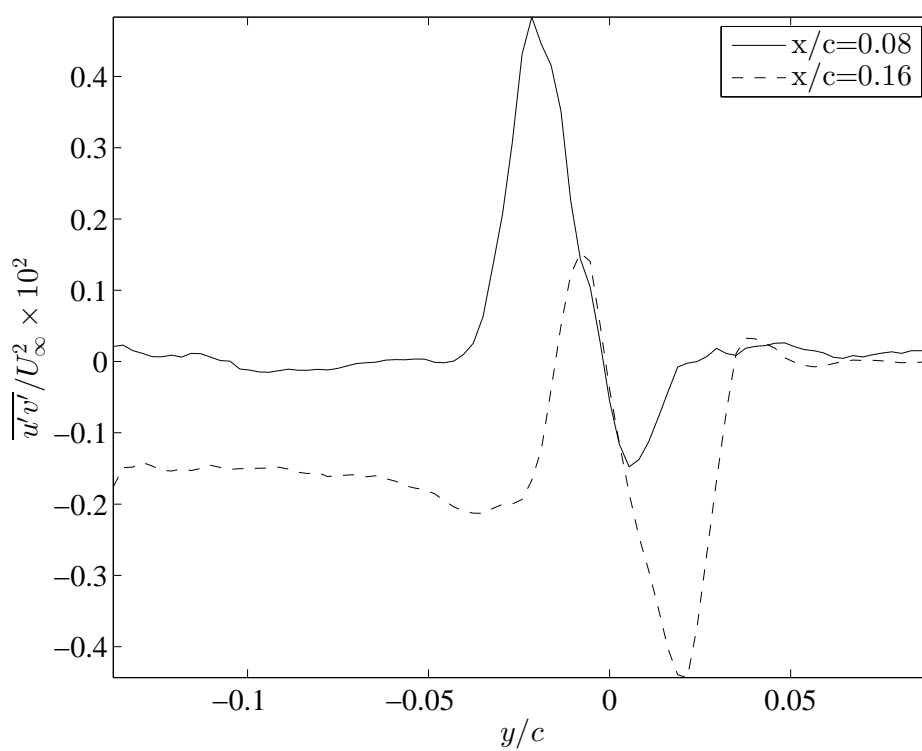
Σχήμα 5.18: Κατανομή στροβιλότητας



Σχήμα 5.19: Προφίλ έντασης αξονικής τύρβης

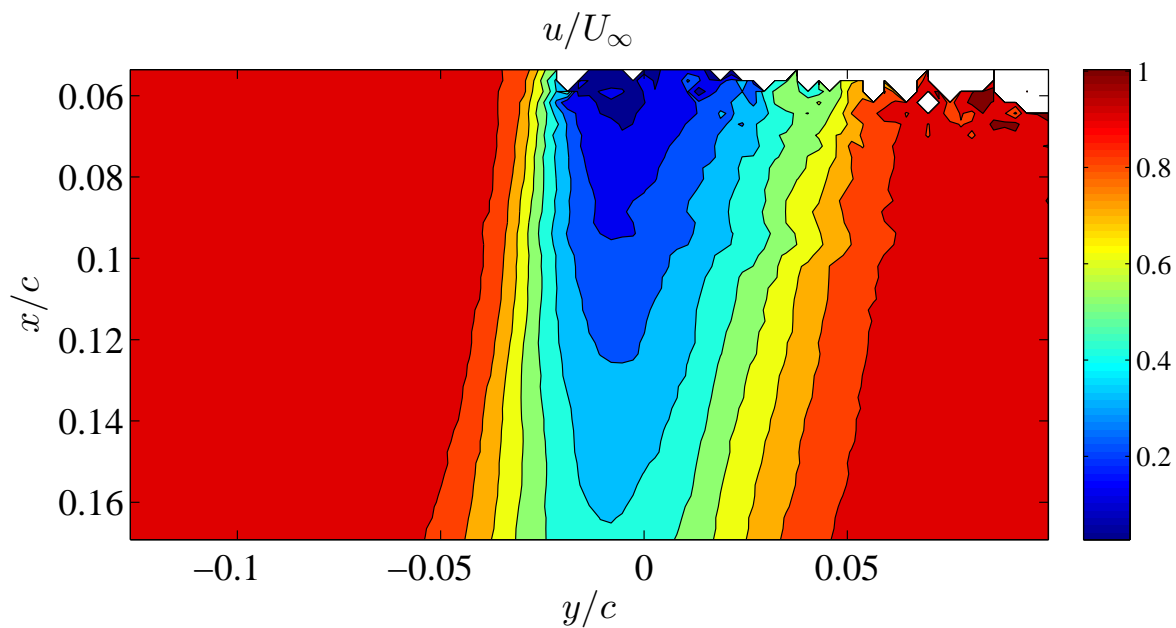


Σχήμα 5.20: Προφίλ έντασης κάθετης τύρβης

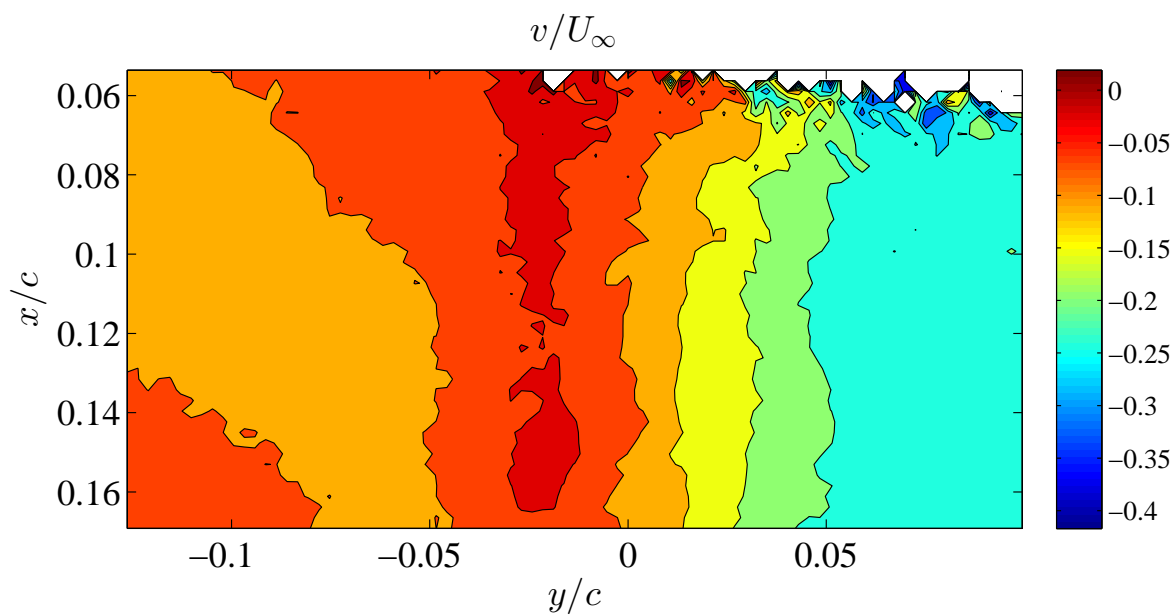


Σχήμα 5.21: Προφίλ διατμητικής τάσης Reynolds

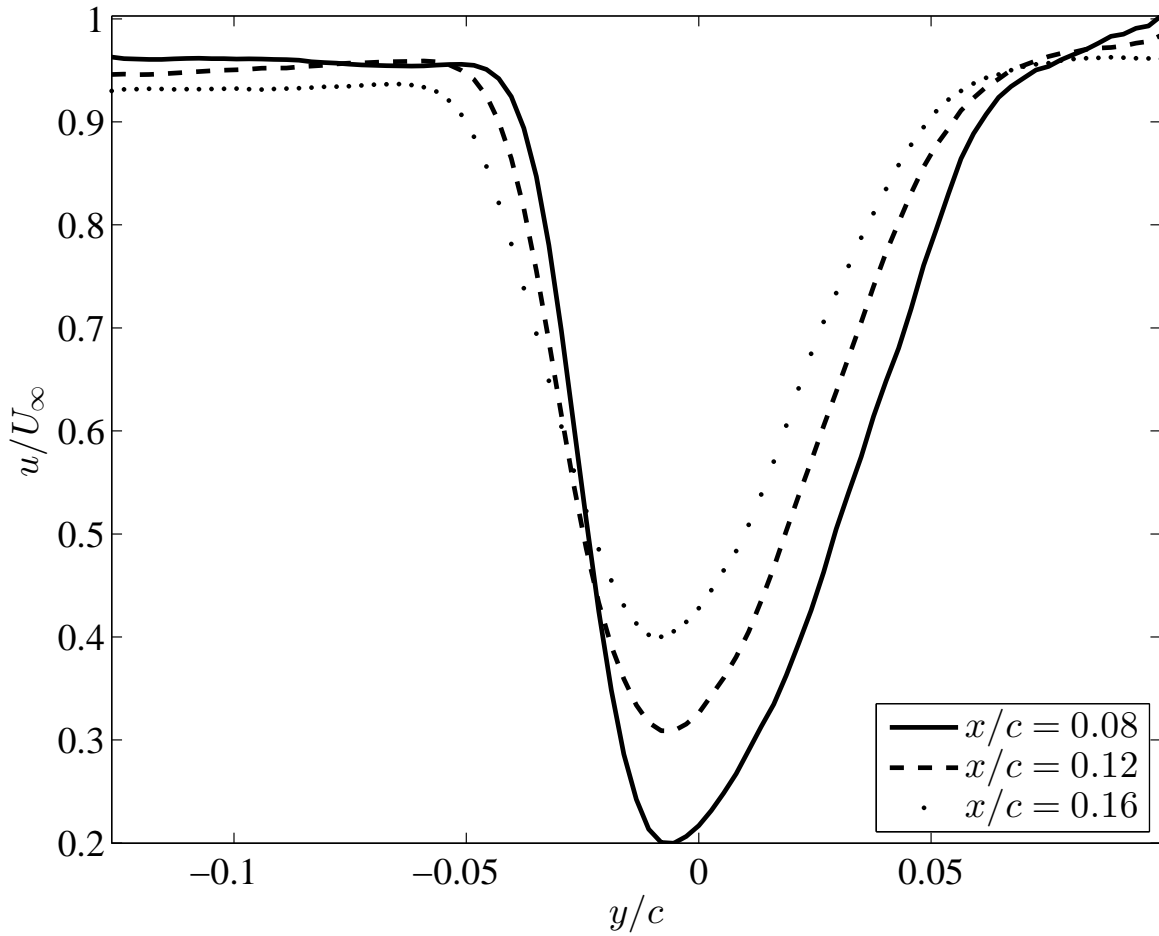
Γωνία πρόσπτωσης  $-4^\circ$



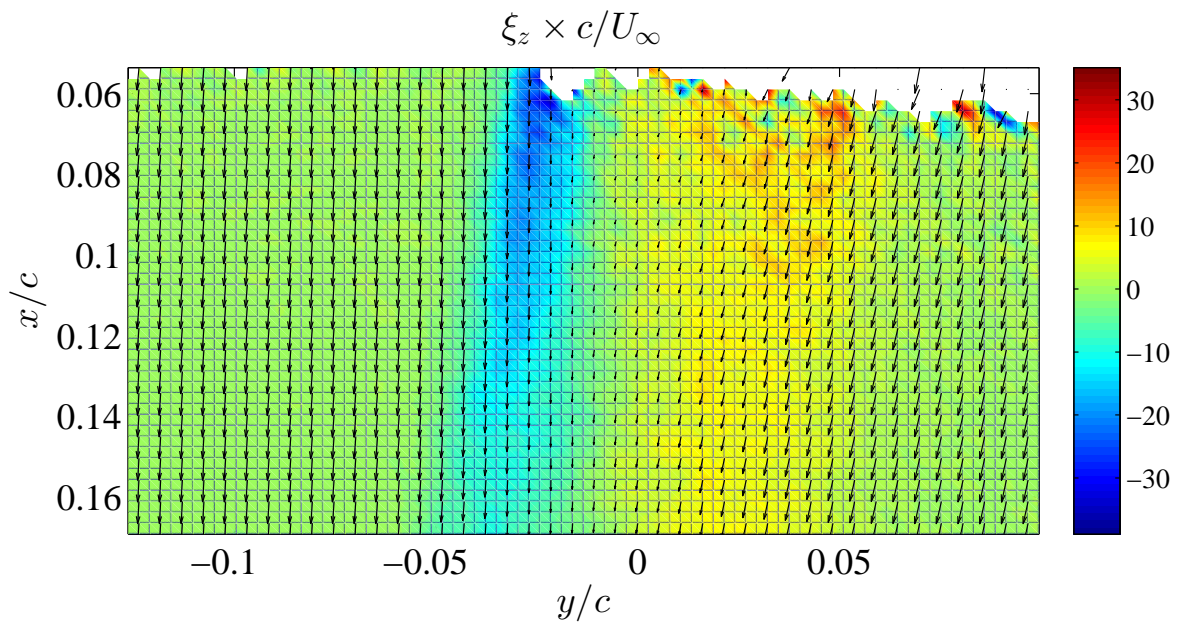
Σχήμα 5.22: Κατανομή αξονικής ταχύτητας  $u$



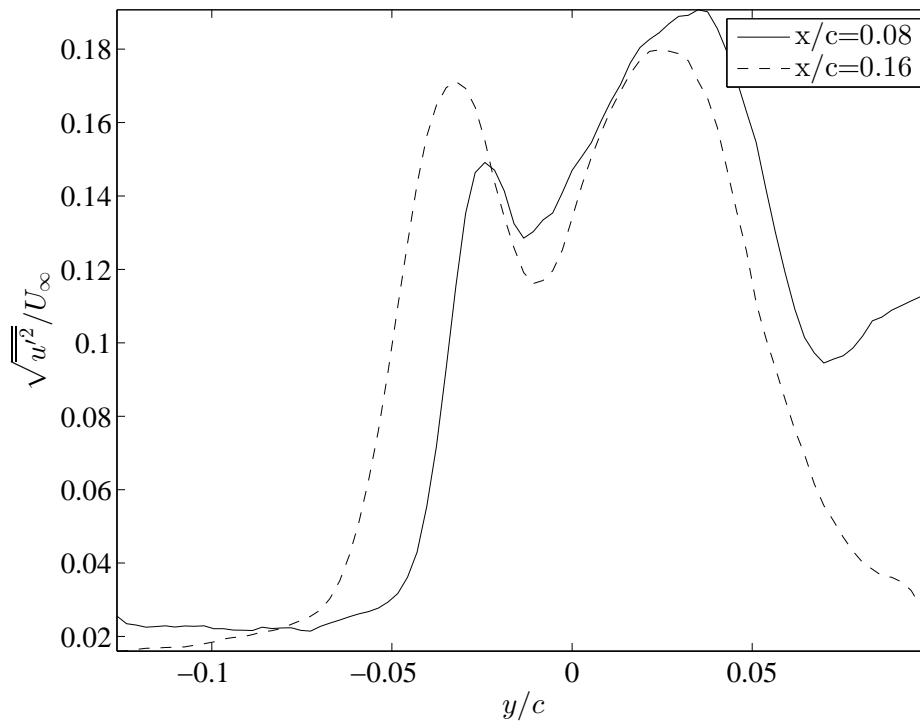
Σχήμα 5.23: Κατανομή κάθετης ταχύτητας  $v$



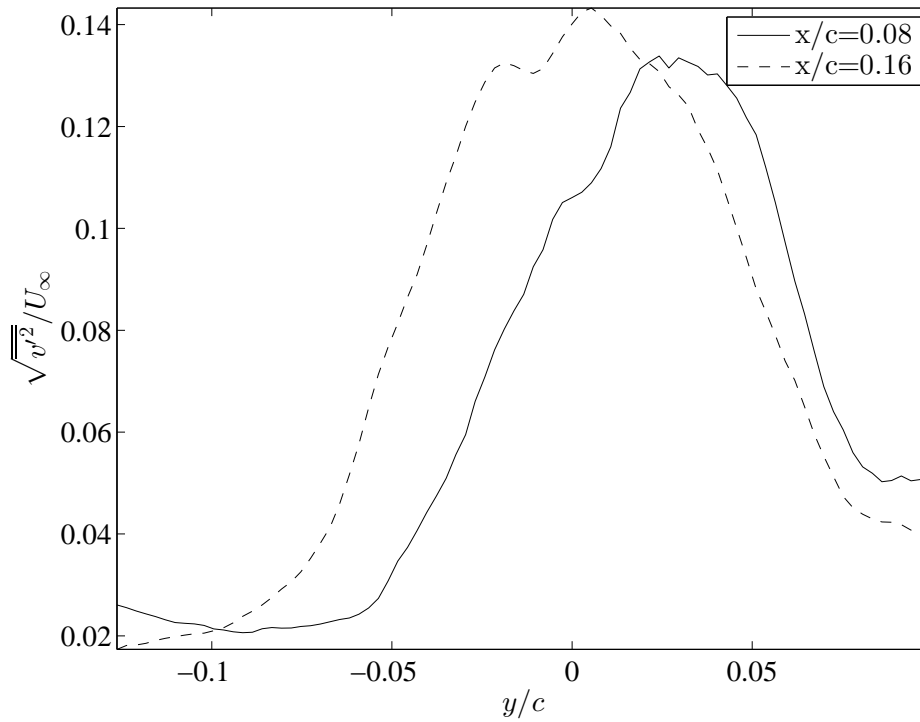
Σχήμα 5.24: Προφίλ αξονικής ταχύτητας σε διαφορετικές αποστάσεις από την ακμή εκφυγής



Σχήμα 5.25: Κατανομή στροβιλότητας

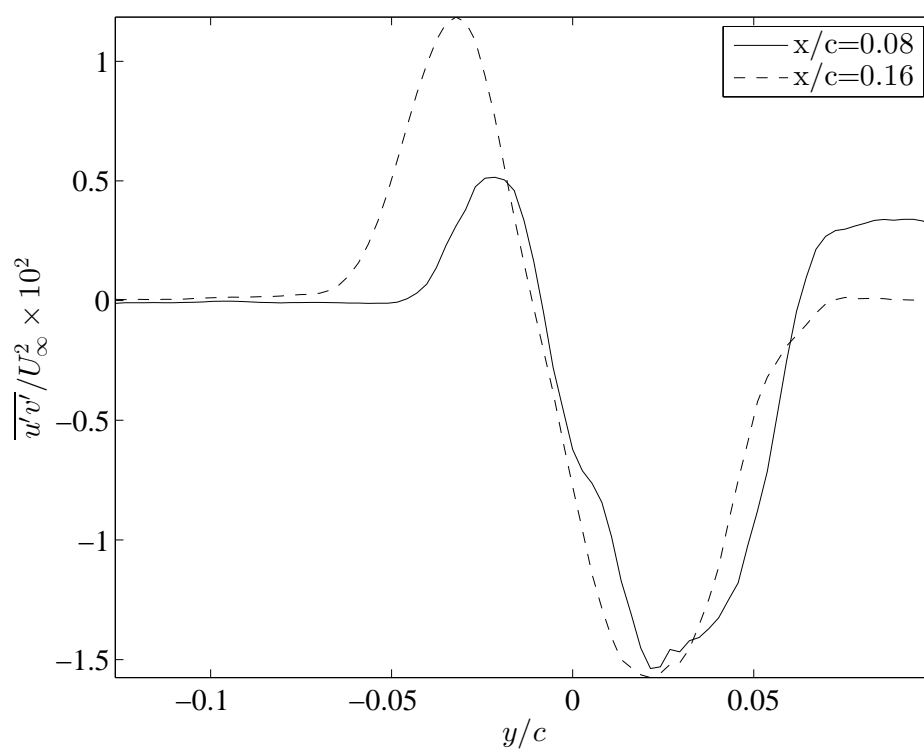


Σχήμα 5.26: Προφίλ έντασης αξονικής τύρβης



Σχήμα 5.27: Προφίλ έντασης κάθετης τύρβης





Σχήμα 5.28: Προφίλ διατμητικής τάσης Reynolds

### 5.1.1 Αναφορά στη βιβλιογραφία και συμπεράσματα

Ο ομόρρους που μελετάμε στην παρούσα εργασία είναι μη συμμετρικός καθώς η αεροτομή είναι η ίδια μη συμμετρική και επιπλέον εξετάζουμε περιπτώσεις μη μηδενικής γωνίας πρόσπτωσης.

Οι [Hah and Lakshminarayana \(1982\)](#) αναφέρουν σχετικά με την φύση ενός μη συμμετρικού ομόρρου, ότι αυτή οφείλεται στην φόρτιση της αεροτομής και στα διαφορετικά οριακά στρώματα στην πλευρά υπερπίεσης και υποπίεσης, ενώ μετά από απόσταση 1.5 μήκους χορδής από την ακμή εκφυγής, ο ομόρρους αποκτά συμμετρία. Επιπλέον, το έλλειμμα ταχύτητας και τα μεγέθη που σχετίζονται με την τύρβη ενός μη συμμετρικού ομόρρου φθίνουν με διαφορετικό ρυθμό από αυτά ενός συμμετρικού ομόρρου. Θα επανέλθουμε στο θέμα αυτό αργότερα. Ακόμη, η κεντρική γραμμή ενός μη συμμετρικού ομόρρου καμπυλώνεται με την κατάντι απόσταση από το μέτωπο εκφυγής.

Οι [Hah and Lakshminarayana \(1982\)](#) κατηγοριοποιούν έναν μη συμμετρικό ομόρρου με κριτήριο την εξέλιξη της ροής σε τρεις περιοχές.

- **Πολύ κοντινός ομόρρους:** Στην περιοχή αυτή, το συνεκτικό υπόστρωμα κοντά στο τοίχωμα της αεροτομής δεν έχει αναμειχθεί πλήρως με το γειτονικό αδρανειακό υπόστρωμα. Η μοριακή συνεκτικότητα έχει ουσιαστική επίδραση στην εξέλιξη της ροής στον πυρήνα του ομόρρου (είναι αισθητά μεγαλύτερη από την τυρβώδη συνεκτικότητα). Η περιοχή αυτή περιορίζεται στην πολύ κοντινή γειτονιά της ακμής εκφυγής και το έλλειμμα ταχύτητας είναι πολύ μεγάλο.
- **Κοντινός ομόρρους:** Σε αυτήν την περιοχή, τα φυσικά χαρακτηριστικά της αεροτομής και η αεροδυναμική της φόρτιση έχουν πρωτεύουσα επίδραση στην εξέλιξη του ομόρρου. Για τυρβώδη ροή, όπως στην περίπτωση μας, η επίδραση της μοριακής συνεκτικότητας είναι αμελητέα (το συνεκτικό υπόστρωμα έχει αναμειχθεί σχεδόν πλήρως με το γειτονικό και η τυρβώδης διάχυση είναι πολύ πιο έντονη από την μοριακή). Εδώ, το έλλειμμα ταχύτητας είναι της ίδια τάξης μεγέθους με αυτό της μέσης ροής της περιοχής.
- **Μακρινός ομόρρους:** Στην περιοχή αυτή, η δομή του ομόρρου είναι σχεδόν συμμετρική και τα φυσικά χαρακτηριστικά της αεροτομής και η αεροδυναμική της φόρτιση έχουν αμελητέα επίδραση στην εξέλιξη της ροής, ενώ το έλλειμμα ταχύτητας είναι μικρό.

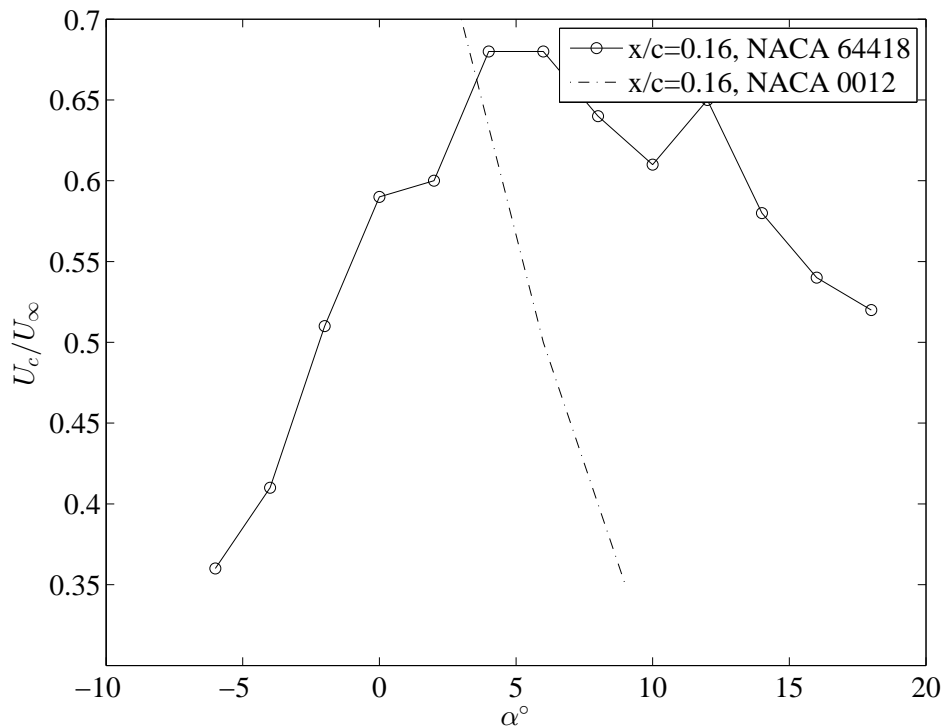
Η δική μας περίπτωση καλύπτει τμήμα της δεύτερης περιοχής του **κοντινού ομόρρου** ( $0.05 < x/c < 0.16$ ).

### Ταχύτητες

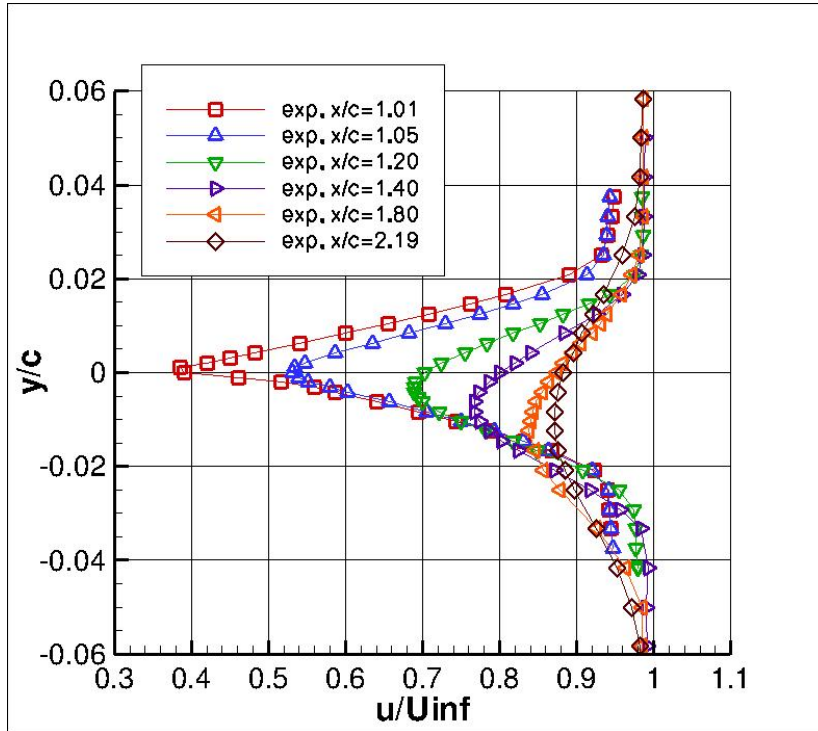
Αρχικά, τα προφίλ αξονικών ταχυτήτων παρουσιάζουν συμμετρία που δείχνει να επιμένει και στις μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Την **ασύμμετρη φύση** του ομόρρου προδίδουν όμως τα πεδία στροβιλότητας, και κυρίως τα μεγέθη που σχετίζονται με την τύρβη. Στα διαγράμματα της  $u$  φαίνεται η **ανάκτηση ταχύτητας καθώς απομακρυνόμαστε από το μέτωπο εκφυγής** ενώ το προφίλ της είναι ενδεικτικό ενός προφίλ διπλού, τυρβώδους οριακού στρώματος (απότομη αλλαγή κλίσης στο άνω όριο του στρώματος). Δεν παρατηρούμε ουσιαστική αλλαγή των προφίλ με την μεταβολή της γωνία πρόσπτωσης. Οι **Hah and Lakshminarayana (1982)** κατέληξαν επίσης σε ομοιότητα των προφίλ, τονίζοντας ότι με την αδιαστατοποίηση με κατάλληλες κλίμακες ταχύτητας και μήκους, η αξονική ταχύτητα ακολουθεί κανονική κατανομή ως προς την κάθετη διεύθυνση. Βλέπουμε επίσης πως μακριά από την κεντρική γραμμή του ομόρρου η  $u$  έχει τιμές πολύ κοντά στην  $U_\infty$ .

Στο σχήμα 5.29 φαίνεται η αλλαγή της ταχύτητας  $U_c$  στο κέντρο του ομόρρου και σε απόσταση  $x/c = 0.16$  με την γωνία πρόσπτωσης, σε σύγκριση με τις μετρήσεις των **Hah and Lakshminarayana (1982)** σε αεροτομή *NACA 0012* και  $Re = 3.8 \cdot 10^5$ . Οι μετρήσεις τους δείχνουν μία μονότονα φθίνουσα σχέση των  $U_c$ ,  $\alpha$  ενώ στην δική μας περίπτωση η  $U_c$  παρουσιάζει μέγιστο στις  $6^\circ - 8^\circ$ , εκατέρωθεν του οποίου φθίνει. Το έλλειμμα ταχύτητας στον ομόρρου συνδέεται με την οπισθέλκουσα στην αεροτομή. Η καμπύλη του 5.29 υποδεικνύει κυρτή μορφή του  $C_D$  με ελάχιστο στη γειτονιά των  $6^\circ - 8^\circ$ . Φυσικά θα έπρεπε να υπολογίσουμε το έλλειμμα καθόλο το πάχος του ομόρρου και όχι μόνο στην κεντρική γραμμή για ένα ακριβέστερο συμπέρασμα. Πάντως γνωρίζουμε ότι στις συμμετρικές αεροτομές η καμπύλη  $C_D$ ,  $\alpha$  είναι κυρτή με ελάχιστο στις  $0^\circ$ . Το γιατί στην περίπτωσή μας το ελάχιστο αυτό είναι μετατοπισμένο σε μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης, έχει να κάνει με την συμβολή της τριβής και της μορφής στην οπισθέλκουσα του σώματος. Οι μετρήσεις ταχυτήτων των **Nakayama (1985)** σε ομόρρου μη συμμετρικής αεροτομής, σε γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$  και  $Re = 1.2 \times 10^6$  φαίνονται στο σχήμα 5.30. Η γαλάζια καμπύλη αντιστοιχεί σε  $x/c = 0.05c$  και η πράσινη σε  $x/c = 0.2c$ . Βλέπουμε αρκετά καλή συμφωνία με τις δικές μας αντίστοιχες περιπτώσεις (αποκλίσεις ελαχίστων ταχυτήτων  $U_c$  15 και 5% αντίστοιχα). Στο σχήμα 5.31 φαίνεται η ανάκτηση της  $U_c$  με την κατάντι απόσταση σε διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης. Παρατηρούμε ότι

στο εξεταζόμενο εύρος ( $0.05 < x/c < 0.16$ ) η **ανάκτηση ταχύτητας** είναι περίπου η ίδια για τις  $0^\circ, 6^\circ, 12^\circ$  με μία διαφοροποίηση στις  $-4^\circ$ . Επίσης η σχέση  $x, U_c$ , ενώ φαίνεται γραμμική, είναι στην πραγματικότητα **κυρτή** (φαίνεται καλύτερα στην περίπτωση των  $-4^\circ$ ). Η κυρτότητα γίνεται φανερή σε μεγαλύτερο εύρος, και ιδίως μετά από κάποια απόσταση  $x/c$ , όπως απεικονίζεται και στο σχήμα 5.31 των [Hah and Lakshminarayana \(1982\)](#). Στο σχήμα φαίνεται ότι για μικρότερες γωνίες πρόσπτωσης το έλλειμμα ταχύτητας φθίνει ταχύτερα, δηλαδή η ταχύτητα ανακτάται γρηγορότερα.

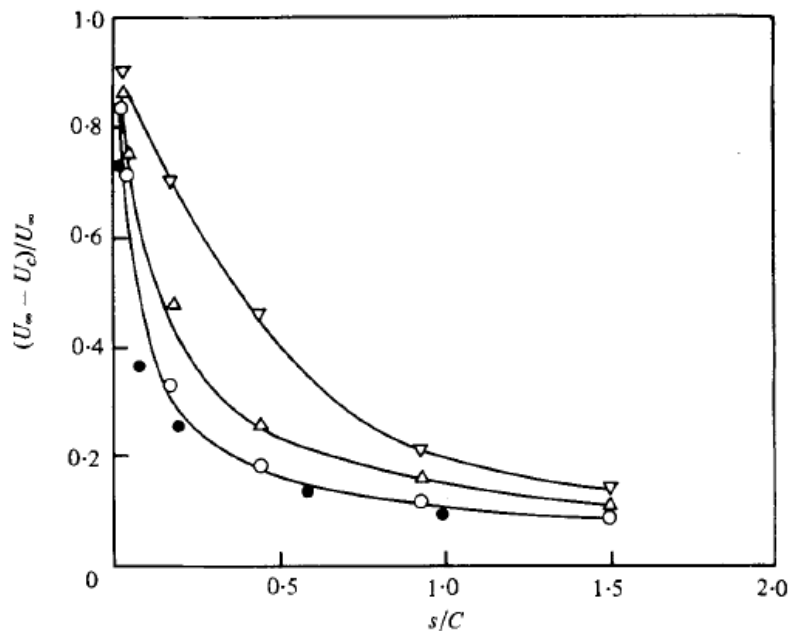


Σχήμα 5.29: Συγκριτικό διάγραμμα συνάρτησης της ταχύτητας του κέντρου του ομόρρου και της γωνίας πρόσπτωσης



Σχήμα 5.30: Προφίλ αξονικής ταχύτητας,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Re = 1.2 \times 10^6$  (Nakayama, 1985)

*C. Hah and B. Lakshminarayana*



Σχήμα 5.31: Μεταβολή ελλείμματος ταχύτητας στο κέντρο του ομόρρου με την απόσταση  $x/c$ , για γωνίες πρόσπτωσης  $3^\circ$  (κύκλοι),  $6^\circ$  (τρίγωνα),  $9^\circ$  (ανάποδα τρίγωνα), και για επίπεδη πλάκα (μαύροι κύκλοι) (Hah and Lakshminarayana, 1982)

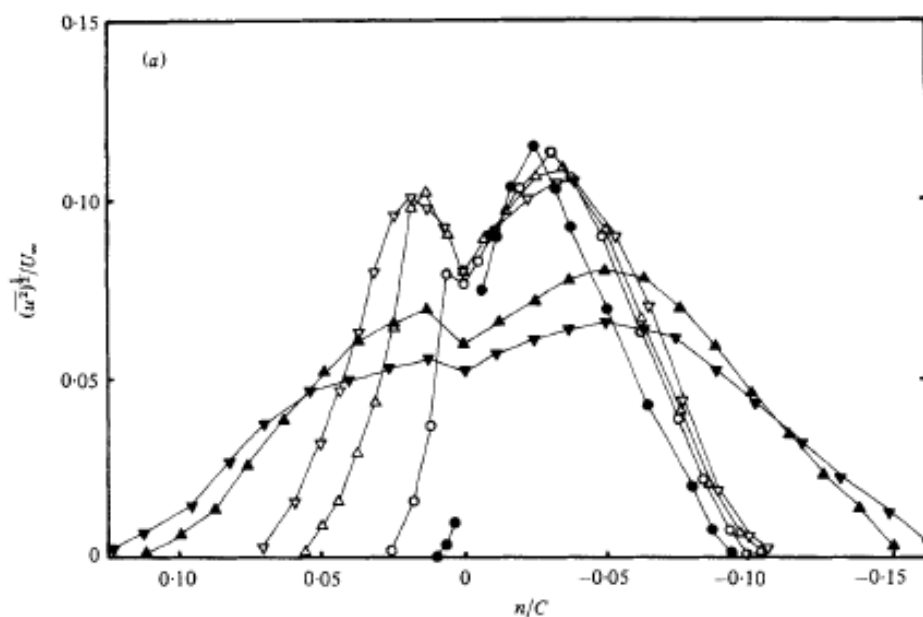
Εξετάζοντας τα διαγράμματα καθέτων ταχυτήτων  $v$ , παρατηρούμε ότι κατά κανόνα η κάθετη ροή κατευθύνεται προς το κέντρο του ομόρρου (όπως φαίνεται και από τα βέλη των ταχυτήτων στα διαγράμματα στροβιλότητας που συγκλίνουν προς την κεντρική γραμμή). Η κάθετη ροή φαίνεται να είναι πιο έντονη στην πλευρά υποπίεσης. Αυτή η σύγκλιση υποδηλώνει την **εισχώρηση ρευστού** απ' την αδιατάρακτη, εξωτερική περιοχή στον διπλό ομόρρο (infiltration), συμβάλλοντας στην ανάκτηση ορμής. Σχετικά με τις τιμές της  $v$ , δεν μπορούμε να εμπιστευτούμε απόλυτα τα διαγράμματα στο σύνολο των περιπτώσεων καθώς η τοποθέτηση της κάμερας δεν ήταν πάντα ευθυγραμμισμένη με την παράλληλη ροή. Έτσι η μετρούμενη  $v$  δεν ταυτίζεται πάντα με την κάθετη στην διεύθυνση της χορδής ταχύτητα. Στις  $0^\circ$ , πάντως, βλέπουμε μέγιστες τιμές της  $v$  γύρω στο 6% της  $U_\infty$ .

Όσον αφορά τις στροβιλότητες, παρατηρώντας τα πεδία βλέπουμε να διαμορφώνονται ξεκάθαρα δύο περιοχές **αντίθετης στροβιλότητας**, εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής του ομόρρου, καθώς 2 οριακά στρώματα **αντίθετων κλίσεων** συναντιούνται. Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο είναι η εξασθένιση της στροβιλότητας με την απόσταση  $x/c$  που υποδηλώνει την **εξομάλυνση του προφίλ του ομόρρου**, καθώς η επίδραση του στερεού ορίου και των έντονων διατμητικών τάσεων που αυτό επιβάλλει, έχει παρέλθει (και υπό την επίδραση της τύρβης, η οποία μεταφέρει ορμή).

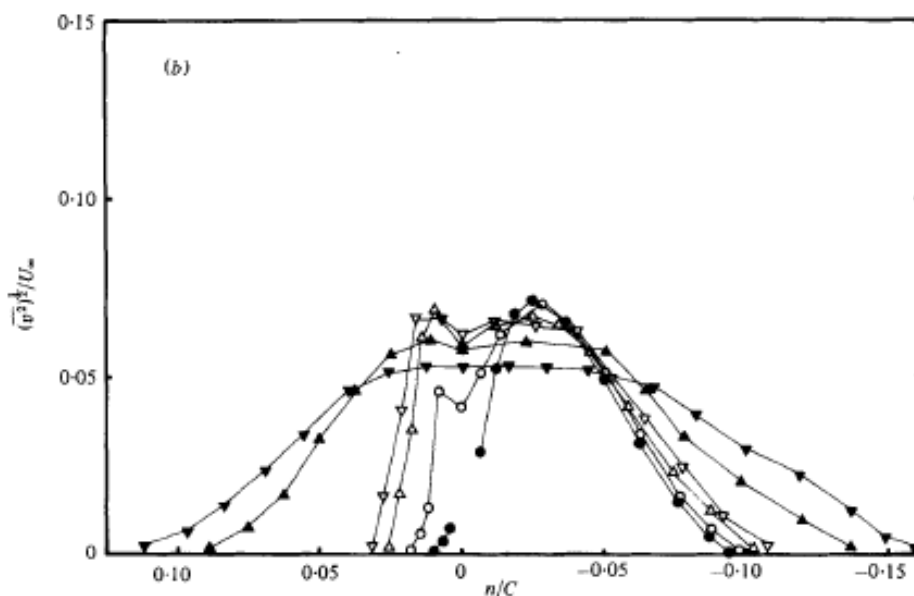
### Μεγέθη τύρβης

Εξ ορισμού, τα επίπεδα τύρβης (turbulence intensities, στο εξής  $I_x$  και  $I_y$ ) είναι οι τυπικές αποκλίσεις των ταχυτήτων  $u, v$  στο πεδίο του χρόνου (για διδιάστατα πεδία ροής) και αποτελούν εκφράσεις των ορθών τάσεων Reynolds, που μαζί με τις διατμητικές (στο εξής  $RSS$  - Reynolds shear stress) συναποτελούν τον τανυστή Reynolds, τον επιπλέον όρο στην εξίσωση ορμής για τυρβώδη πεδία. Με μια πρώτη ματιά στα αντίστοιχα διαγράμματα βλέπουμε πως τα τυρβώδη μεγέθη ακολουθούν τα τυπικά προφίλ τύρβης ενός ομόρρου. Για τις  $RSS$  τα χαρακτηριστικά αυτά είναι ο μηδενισμός στην γειτονιά του κέντρου, η αλλαγή προσήμου εκατέρωθεν (θετικό στην περιοχή υποπίεσης, αρνητικό στην περιοχή υπερπίεσης), τα δύο ακρότατα(μέγιστο/ελάχιστο) και ο μηδενισμός τους στην εξώτερη περιοχή. Για τις  $I_{x,y}$  είναι το τοπικό ελάχιστο στην γειτονιά του κέντρου, τα δύο μέγιστα εκατέρωθεν («κοιλιάδα») και το σβήσιμό τους στα ονομαστικά επίπεδα τύρβης της ελεύθερης ροής στην εξώτερη περιοχή. Τα αντίστοιχα διαγράμματα από την μελέτη των [Hah and Lakshminarayana \(1982\)](#) για τις  $9^\circ$  φαίνονται παρακάτω (5.32, 5.33 και 5.34, σημείωση: οι πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης είναι αντεστραμμένες σε σχέση με την δική μας πε-

ρίπτωση, γι αυτό και τα αντίθετα πρόσημα). Οι μετρήσεις των  $3^\circ$  και  $6^\circ$  των [Hah and Lakshminarayana \(1982\)](#) δεν θα παρουσιασθούν για λόγους οικονομίας αλλά θα συμπεριληφθούν στον σχολιασμό.

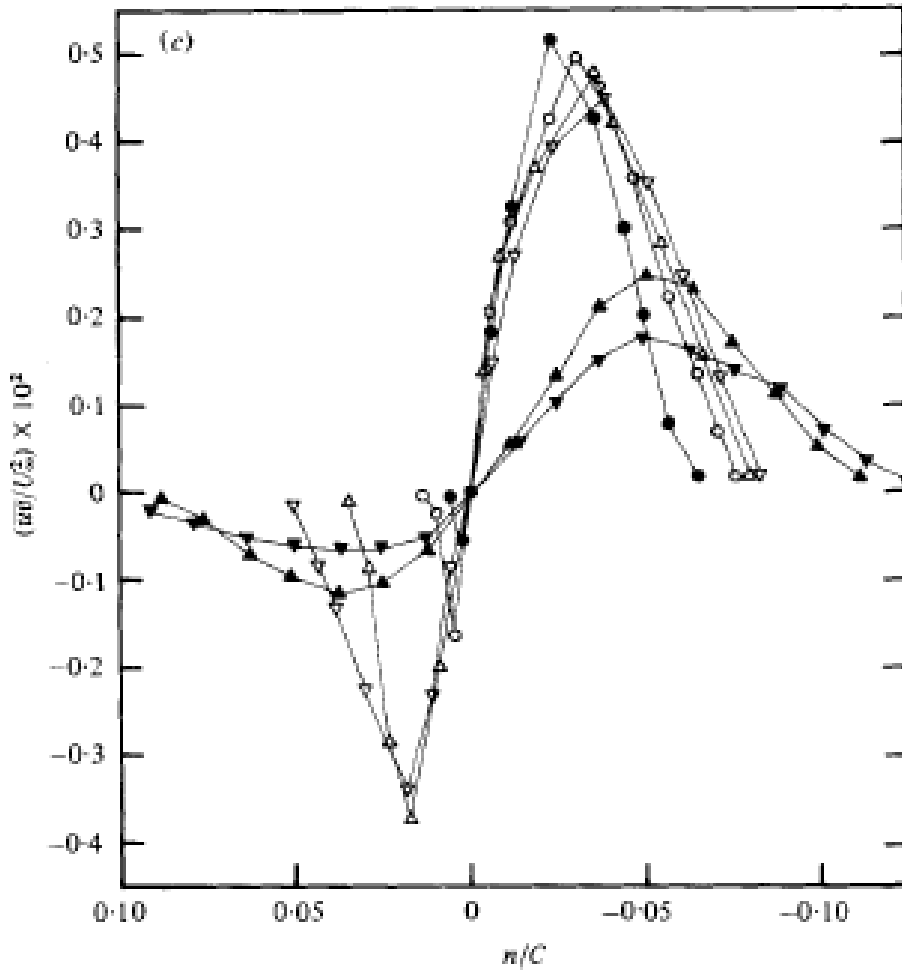


Σχήμα 5.32: Κατά  $x$  ένταση τύρβης,  $x/c = 0.16$  (τρίγωνο),  $\alpha = 9^\circ$  ([Hah and Lakshminarayana, 1982](#))



Σχήμα 5.33: Κατά  $y$  ένταση τύρβης,  $x/c = 0.16$  (τρίγωνο),  $\alpha = 9^\circ$  ([Hah and Lakshminarayana, 1982](#))

Στην εν λόγω μελέτη λοιπόν, παρατηρούν και για τις 3 περιπτώσεις ( $3^\circ$ ,  $6^\circ$ ,  $9^\circ$ ) την χαρακτηριστική «κοιλιάδα» των  $I_{x,y}$ , καθώς και την υψηλότερη τιμή τους στην πλευρά υποπίεσης στην γειτονιά του μετώπου εκφυγής (πολύ κοντινός ομόρρους), σχολιάζοντας πως αυτό υποδεικνύει την μη



Σχήμα 5.34: Διατμητικές τάσεις Reynolds,  $x/c = 0.16$  (τρίγωνα),  $\alpha = 9^\circ$ , (Hah and Lakshminarayana, 1982)

γραμμική σχέση τυρβώδους κινητικής ενέργειας και μέσου ρυθμού διάτμησης καθώς η κλίση της μέσης ταχύτητας είναι πιο απότομη στην πλευρά υπερπίεσης. Παρατηρούν επίσης την ταχύτερη εξαφάνιση της «κοιλιάδας» στην  $I_y$  σε σχέση με την  $I_x$ , που είναι σε συμφωνία με τις δικές μας μετρήσεις (για παράδειγμα στην περίπτωση των  $6^\circ$  η «κοιλιάδα» της  $I_y$  είναι ορατή σε απόσταση  $x/c = 0.08$  όχι όμως και για  $x/c = 0.16$ ). Το πλάτος της «κοιλιάδας» σχετίζεται με τα πάχη των οριακών στρωμάτων και διαφέρει μεταξύ  $I_x$  και  $I_y$ . Η ασυμμετρία των προφίλ των  $I_x$  και  $I_y$  εμφανίζεται και στα δύο πειράματα στην περιοχή του κοντινού ομόρρου, σύμφωνα με τους Hah and Lakshminarayana (1982) δε εξασθενεί στον μακρινό ομόρρο (ανάποδα μαύρα τρίγωνα στα σχήματα 5.32, 5.33), ταχύτερα για χαμηλές γωνίες πρόσπτωσης.

Επίσης, η μέγιστη τιμή των  $I_{x,y}$  βρίσκεται πολύ κοντά στο κέντρο του ομόρρου κοντά στο μέτωπο εκφυγής, απομακρύνεται όμως από αυτό καθώς αυξάνεται η κατάντι απόσταση και καθώς ο ομόρρος απλώνεται. Η  $I_x$  εί-

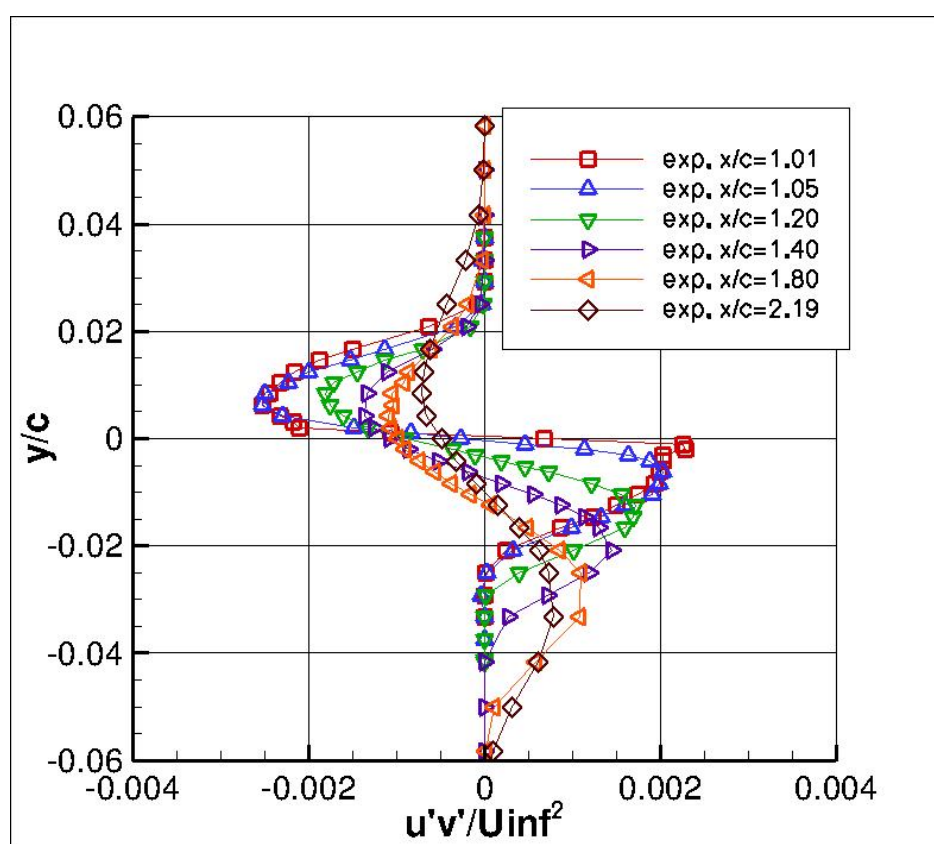


ναι σημαντικά μεγαλύτερη από την  $I_y$  στον κοντινό ομόρρου αλλά αυτή η διαφορά φθίνει με την κατάντι απόσταση καθώς η τύρβη αποκτά περισσότερο ισότροπη δομή. Επιπλέον, στην περιοχή του κοντινού ομόρρου η  $I_x$  φθίνει γρηγορότερα σε σχέση με την  $I_y$ , ο ρυθμοί όμως συγκλίνουν μακριά όπου επικρατούν ισότροπες συνθήκες. Κλείνοντας την συζήτηση για τις  $I_{x,y}$ , στο δικό μας πείραμα υπήρχε μεγαλύτερη διακύμανση των μεγίστων τιμών τόσο ως προς την απόσταση  $x/c$  όσο και ως προς την γωνία πρόσπτωσης. Δεν διαπιστώθηκε γενικευμένη σχέση τους ως προς τους δύο αυτούς παράγοντες. Το εύρος των μεγίστων τιμών της  $I_x$ , πάντως, είναι σε καλή συμφωνία μεταξύ των δύο πειραμάτων, ενώ η  $I_y$  είναι χαμηλότερη στην δική μας περίπτωση. Επίσης η ένταση της τύρβης στην κατεύθυνση της ροής είναι υψηλότερη σε σχέση με την ένταση στην κάθετη διεύθυνση και στις δύο μελέτες.

|            | $I_x$                  | $I_y$               |
|------------|------------------------|---------------------|
| NACA 64418 | 7.5 – 11.5% $U_\infty$ | 4.5 – 8% $U_\infty$ |
| NACA 0012  | 7.5 – 10% $U_\infty$   | 7 – 7.5% $U_\infty$ |

Όσον αφορά τα προφίλ των  $RSS$ , αυτά ακολουθούν τον ίδιο κανόνα, δηλαδή παρουσιάζουν έντονη ασυμμετρία στον κοντινό ομόρρου και γίνονται συμμετρικά μετά από απόσταση μίας περίπου χορδής (Hah and Lakshminarayana, 1982) Η συμμετρία των  $RSS$  επιτυγχάνεται αργότερα σε σχέση με τις  $I_{x,y}$ . Η έντονη ασυμμετρία των  $RSS$  είναι φανερή και στις δικές μας μετρήσεις. Η διαφορά των τιμών των  $RSS$  στις πλευρές υποπίεσης και υπερπίεσης, αλλά και οι ίδιες οι τιμές εξαρτώνται από την γωνία πρόσπτωσης, καθότι αυτή επηρεάζει την καμπύλωση της κεντρικής γραμμής του ομόρρου, και η τυρβώδης διάχυση είναι πολύ ευαίσθητη στην καμπύλωση αυτή. Μία συνέπεια αυτού του χαρακτηριστικού του ασύμμετρου ομόρρου είναι η χαμηλότερη τιμή των  $RSS$  στην πλευρά υπερπίεσης σε σχέση με την πλευρά υποπίεσης παρότι η κλίση της μέσης αξονικής ταχύτητας είναι μεγαλύτερη στην πρώτη. Μία άλλη συνέπεια είναι ότι η μηδενική τιμή των  $RSS$  δεν εμφανίζεται πάντα στο κέντρο του ομόρρου (πάντως κοντά σε αυτό, σε κάθε περίπτωση.) Στο δικό μας πείραμα βλέπουμε σημαντικές μεταβολές της τιμής των  $RSS$ , χωρίς όμως να εμφανίζεται μία μονότονη σχέση της με την γωνία  $\alpha$ . Ένα άλλο σημείο συμφωνίας μεταξύ των δύο πειραμάτων είναι το -κατά κανόνα- ελαφρώς μικρότερο πλάτος του προφίλ των  $RSS$  (μεταξύ των ακρότατων) εν σχέσει με αυτό των  $I_{x,y}$ , ανεξαρτήτως γωνίας πρόσπτωσης. Μία ακόμη παρατήρηση των Hah and Lakshminarayana (1982) είναι η ταχύτερη μείωση των

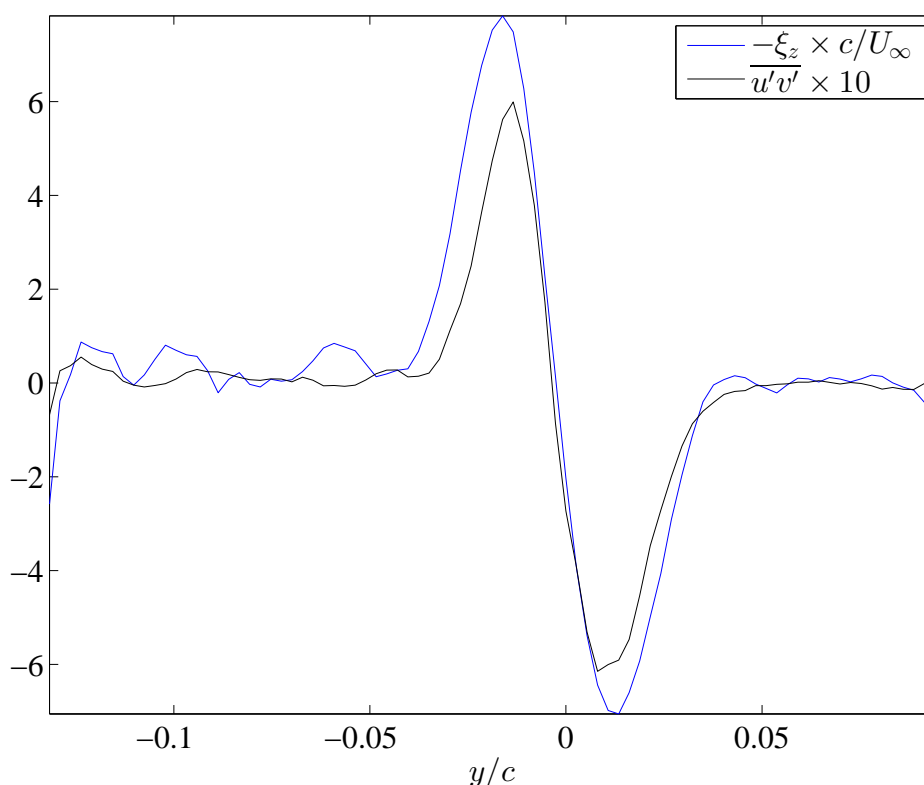
τιμών των  $RSS$  σε σχέση με τις  $I_{x,y}$ . Εντούτοις, στο δικό μας πείραμα δεν παρατηρείται μονότονη μείωση ούτε των  $RSS$  ούτε των  $I_{x,y}$  με την απόσταση  $x/c$ , όπως αναμένεται, αλλά το εύρος που εξετάσαμε ( $0.08c$ ) είναι αρκετά μικρό για να εμφανιστεί η τάση αυτή με αξιοπιστία. Οι μετρήσεις των  $RSS$  από τους (Nakayama, 1985) φαίνονται στο σχήμα 5.35. Και πάλι η γαλάζια καμπύλη αντιστοιχεί σε  $x/c = 0.05c$  και η πράσινη σε  $x/c = 0.2c$ . Φαίνεται η μονότονη μείωση των  $RSS$  με την απόσταση  $x/c$ , ενώ στην δική μας αντίστοιχη περίπτωση παρατηρήθηκε αύξηση μεταξύ των δύο θέσεων, ενώ η ασυμμετρία είναι αισθητά πιο έντονη στην δική μας περίπτωση. Πάντως στην θέση  $x/c = 0.2c$  υπάρχει αρκετά καλή συμφωνία των πειραμάτων ως προς τις μέγιστες τιμές των  $RSS$  (14% απόκλιση).



Σχήμα 5.35: Προφίλ  $RSS$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $Re = 1.2 \times 10^6$  (Nakayama, 1985)

Παραβάλλοντας τα διαγράμματα στροβιλότητας και διατμητικών τάσεων Reynolds σε κάθε περίπτωση (και όπως φαίνεται ενδεικτικά στο σχήμα 5.36), καταλήγουμε στην εξής παρατήρηση: **οι μορφές των κατανομών στροβιλότητας και τάσεων Reynolds κατά την κάθετη ( $y$ ) στην παράλληλη ροή διεύθυνση, παρουσιάζουν πιστή ομοιότητα (και αντίθετο πρόσημο)**. Η φυσική ερμηνεία αυτής της παρατήρησης έχει μεγάλο ενδιαφέρον: ο όρος  $\rho u'v'$  εκφράζει την κάθετη (κατά  $y$ ) μεταφορά αξονικής ( $x$ ) ορμής λόγω τύρβης. Η μεταφορά αυτή της ορμής συνδέεται με την

κλίση των ταχυτήτων  $\partial\bar{u}/\partial y$  ως εξής: εάν ένα στοιχείο ρευστού εντός πεδίου  $\partial\bar{u}/\partial y > 0$  (εν προκειμένω δεξιά περιοχή του ομόρρου, ως έχει αναπτυχθεί το οριακό στρώμα στην πλευρά υπερπίεσης) έχει κάθετη ταχύτητα διαταραχής  $v' > 0$  υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να έχει  $u' < 0$  καθώς είναι ένα στοιχείο χαμηλής ορμής που μετακινείται προς μία περιοχή υψηλής ορμής. Αυτή η μεγάλη πιθανότητα στατιστικά εκφράζεται ως  $\overline{u'v'} < 0$ . Αντίστοιχα, αν το στοιχείο ρευστού έχει  $v' < 0$  υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να έχει  $u' > 0$  αφού μετακινείται προς μια περιοχή χαμηλότερης ορμής (άρα  $\overline{u'v'} < 0$  και πάλι). Βάσει της ίδιας εξήγησης, σε ένα πεδίο  $\partial\bar{u}/\partial y < 0$  (εν προκειμένω αριστερή περιοχή του ομόρρου, ως έχει αναπτυχθεί το οριακό στρώμα στην πλευρά υποπίεσης) ισχύει το αντίστροφο, δηλαδή  $\overline{u'v'} > 0$ . Με τον ίδιο τρόπο γίνεται κατανοητό ότι μία περιοχή υψηλών τιμών της  $\partial\bar{u}/\partial y < 0$  τείνει να διαμορφώνει υψηλές διατμητικές τάσεις Reynolds. Η  $\partial\bar{u}/\partial y < 0$  όμως, συνδέεται και με την στροβιλότητα, εξ ορισμού της δεύτερης (ενώ ο έτερος όρος της στροβιλότητας,  $\partial\bar{v}/\partial x$ , είναι σημαντικά μικρότερος). Έτσι, στροβιλότητα και τάσεις Reynolds παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά.

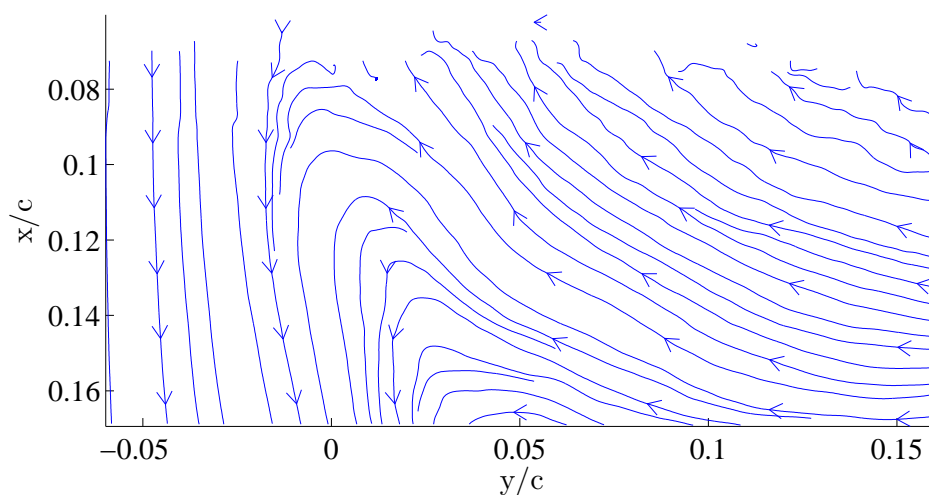


Σχήμα 5.36: Ομοιότητα στροβιλότητας και RSS,  $x/c = 0.10$ ,  $\alpha = 4^\circ$

Επανερχόμενοι στην φυσική σημασία των τάσεων Reynolds, καθώς αυτές αναστρέφονται εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής του ομόρρου, η ροή ορμής στην κάθετη διεύθυνση έχει αντίθετο πρόσημο στις δύο περιοχές (με

κατεύθυνση προς το κέντρο). Ταυτόχρονα, στις γειτονίες μέγιστης(/ελάχιστης) τιμής τους, έχουμε και την μέγιστη μεταφορά ορμής. **Γίνεται κατανοητό έτσι, πώς λειτουργεί ο μηχανισμός της τύρβης μεταφέροντας ορμή από την «πλούσια» περιοχή της αδιατάρακτης ροής προς τον «φτωχό» πυρήνα του ομόρρου, συμβάλλοντας στην εξομάλυνση του προφίλ ταχυτήτων και στην ανάκτηση ορμής.**

Τέλος, εκκρεμεί ο σχολιασμός της περίπτωσης των  $-4^\circ$ , που σκόπιμα δεν συμπεριλήφθηκε στην έως τώρα ανάλυση. Κοιτάζοντας τα διαγράμματα της κατανομής της αξονικής ταχύτητας  $u$  και της στροβιλότητας παρατηρούμε μία σημαντική διεύρυνση της περιοχής υποπίεσης (που τώρα είναι η δεξιά πλευρά των εικόνων), ενώ το διάγραμμα των καθέτων ταχυτήτων  $v$  δείχνει ιδιαίτερα αυξημένες τιμές σε αυτήν την περιοχή. Επιπλέον, τα μεγέθη τύρβης εμφανίζουν υψηλότερες τιμές σε σχέση με τις περιπτώσεις θετικών γωνιών πρόσπτωσης, οι  $RSS$  μάλιστα, στην περιοχή υποπίεσης είναι σχεδόν μία τάξη μεγέθους πάνω. Υποστηρίζουμε εδώ πως τα χαρακτηριστικά αυτά υποδεικνύουν ότι έχουμε μπει σε φάση αποκόλλησης της ροής στην πλευρά υποπίεσης, η οποία εισάγει αστάθεια στην ροή. Παρακάτω φαίνονται οι γραμμές ροής του πεδίου σε γωνία πρόσπτωσης  $-8^\circ$ , όπου έχει προχωρήσει περαιτέρω η αποκόλληση και φαίνεται καθαρά η αναστροφή της ροής.



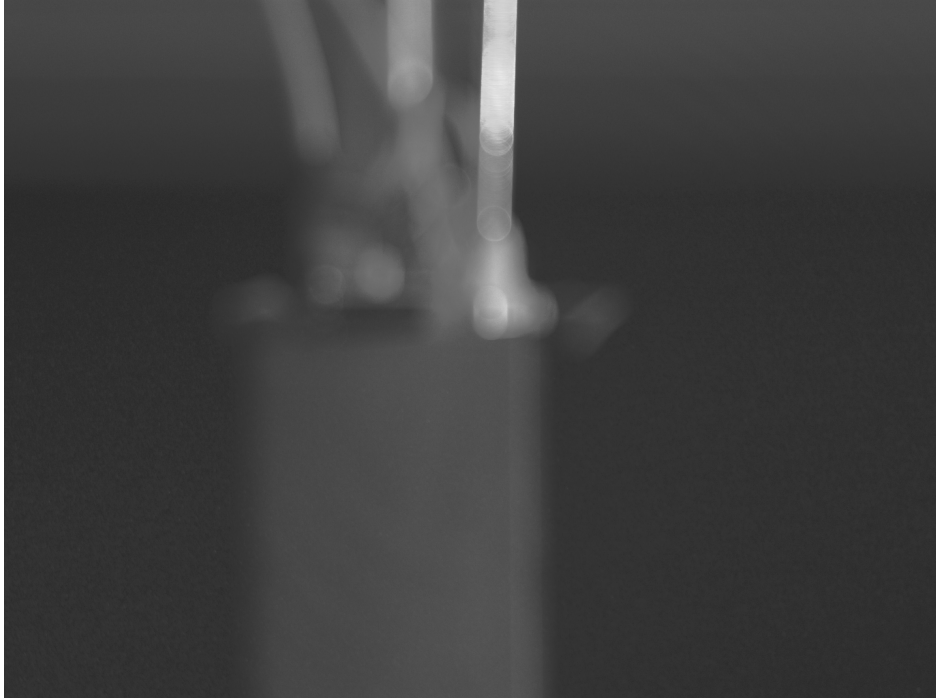
Σχήμα 5.37: Αναστροφή ροής λόγω αποκόλλησης,  $\alpha = -8^\circ$

## 5.2 Περίπτωση (ii) - Περιοχή ακροπτερυγίου

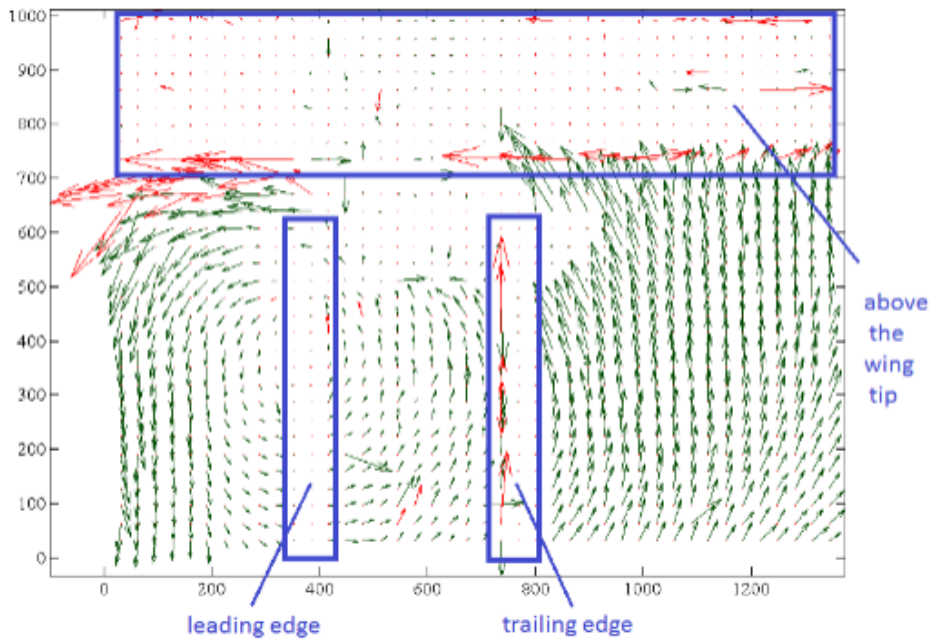
Στην περίπτωση αυτή η διάταξη είναι αυτή του σχήματος 4.12 και οι μετρήσεις έγιναν στο  $y, z$  επίπεδο (4.10), κάθετο στην αξονική διεύθυνση της ροής και σε απόσταση  $= 0.36c$  από την ακμή εκφυγής. Υπό συνθήκη μόνιμης ροής ελήφθησαν 200 εικόνες ανά γωνία πρόσπτωσης ( $0^\circ, 4^\circ$ ). Υπό συνθήκη περιστροφικής ταλάντωσης με συχνότητα  $1\text{ Hz}$  ελήφθησαν 200 εικόνες ανά γωνία πρόσπτωσης ( $0^\circ, +6^\circ, -6^\circ$ , όπου  $-6^\circ, +6^\circ$  οι ακραίες θέσεις της πτέρυγας). Οι εικόνες που ελήφθησαν απ' την κάμερα έχουν διαστάσεις περίπου  $7.5\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ . Οι τιμές της ταχύτητας του ελεύθερου ρεύματος και του αριθμού Reynolds είναι περίπου ίδιες με την περίπτωση i.

Μία ενδεικτική λήψη της κάμερας με το ρευστό σε ηρεμία καθώς και μία όπου απεικονίζεται το πεδίο ταχυτήτων φαίνονται στο σχήμα 5.38. Όπως βλέπουμε υπάρχουν συγκεκριμένες περιοχές της εικόνας με προβληματικές μετρήσεις. Γίνεται η εκτίμηση ότι, αφενός, αυτό οφείλεται στην ανάκλαση του φωτός πάνω στην αλουμινένια επιφάνεια της πτέρυγας και των μετρητικών εξαρτημάτων που είναι προσαρμοσμένα στο πάνω μέρος της, αφετέρου, τα εξαρτήματα αυτά και η άτρακτος περιστροφής δύναται να επηρεάζουν σημαντικά και με φυσικό τρόπο την ροή (πέρα από την ανάκλαση του φωτός πάνω τους) μεταξύ της πλευράς υπερπίεσης και της πλευράς υποπίεσης. Θα επανέλθουμε σε αυτό, στο εδάφιο των συμπερασμάτων.

Επίσης, σε σχέση με τις μετρήσεις στον ομόρροτο της περίπτωσης i, παρατηρούμε εδώ μεγαλύτερη διασπορά των τιμών και μετατόπιση από καρέ σε καρέ της θέσης των δινών που εμφανίζονται (θα σχολιαστεί αναλυτικά στο εδάφιο των συμπερασμάτων). Η παρατήρηση αυτή πιστοποιεί τον χαρακτήρα των ροών όπου κυριαρχούν δίνες, ως πιο σύνθετων και δυσκολότερα μετρήσιμων από άλλες (όπως αυτή ενός μόνιμου ομόρροτου της περίπτωσης i) (Green, 1995). Με αυτό σαν δεδομένο, τα μέσα (averaged) πεδία ταχυτήτων είναι στην εν λόγω περίπτωση μη λειτουργικά, επομένως θα εξετάσουμε μεμονωμένες εικόνες.



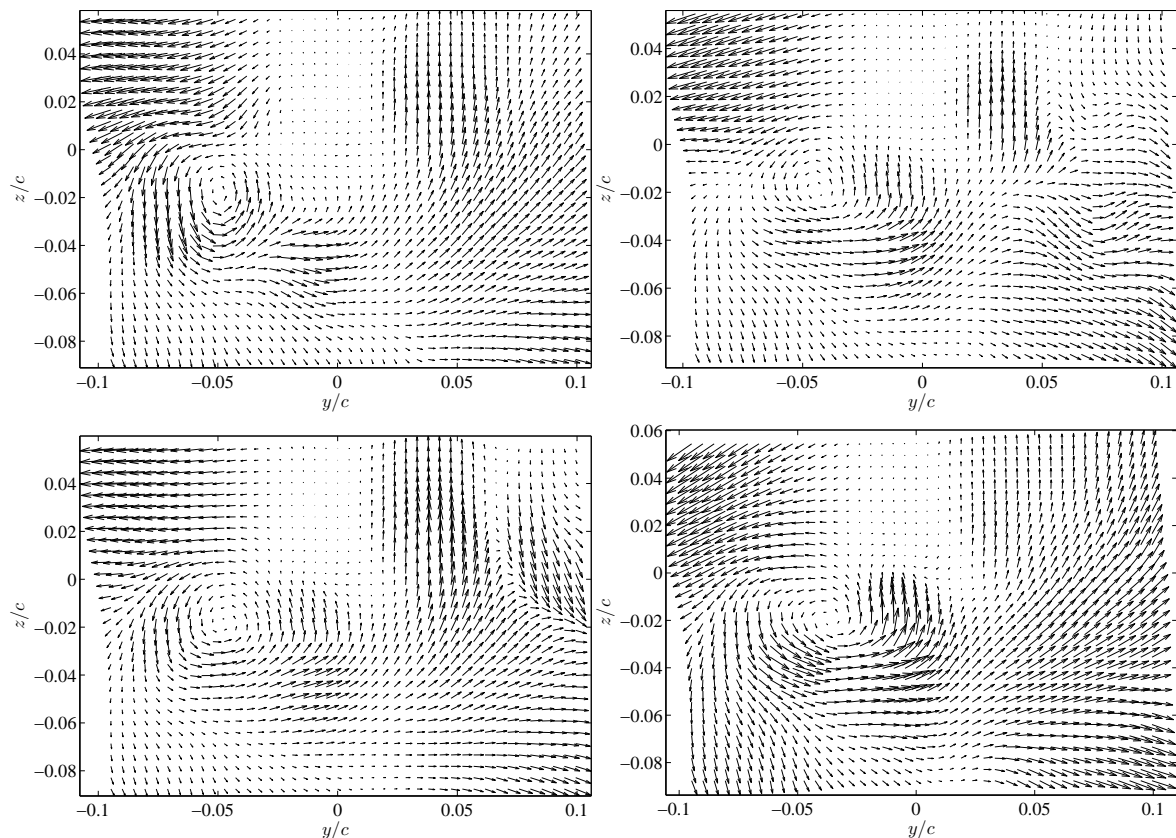
Προβληματικές περιοχές μετρήσεων



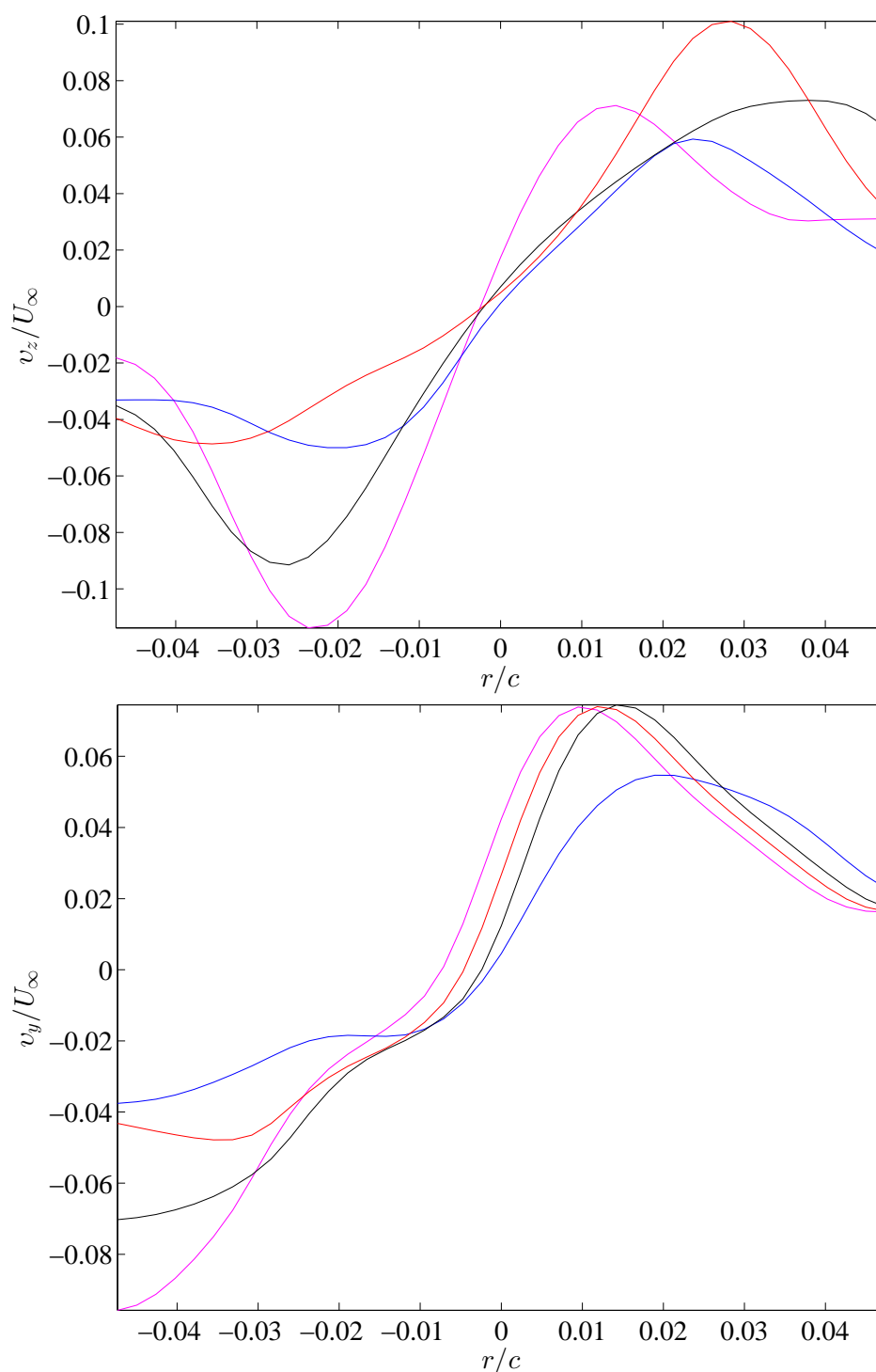
Σχήμα 5.38: Ενδεικτική προβληματική λήψη

5.2.1 Συνθήκη μόνιμης ροής, γωνίες πρόσπτωσης  $0^\circ, 4^\circ$ 

Στο σχήμα 5.39 φαίνονται τα πεδία ταχυτήτων τεσσάρων αντιπροσωπευτικών μετρήσεων στις  $0^\circ$ . Η αρχή των αξόνων  $(y, z) = (0, 0)$  είναι τοποθετημένη στην ακμή εκφυγής στην κορυφή της πτέρυγας. Η δομή των δινών ακροπτερυγίου είναι εμφανής. Στο επόμενο σχήμα (5.40) φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των, αδιαστατοποιημένων ως προς την ταχύτητα ελεύθερου ρεύματος, ταχυτήτων στον πυρήνα των τεσσάρων δινών (vortex core) στις δύο κύριες διευθύνσεις του πεδίου  $(y, z)$ . Οι δίνες έχουν μετατοπιστεί ούτως ώστε να συμπέσει το κέντρο τους ( $r = 0$ ), χάριν σύγκρισης, και  $r$  είναι η απόσταση από το κέντρο. Όπως είναι κατανοητό, οι κατανομές αυτές είναι στην ουσία η περιφερειακή/εφαπτομενική ( $v_\theta$ ) συνιστώσα της ταχύτητας κατά μήκος των δύο αξόνων  $(y, z)$ . Τέλος, στο σχήμα 5.41 φαίνονται οι αδιαστατοποιημένες στροβιλότητες των πεδίων ροής  $\xi_x = 2\omega_x = (\partial v_z/\partial y - \partial v_y/\partial z)c/U_\infty$ . Ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα για τις  $4^\circ$ .

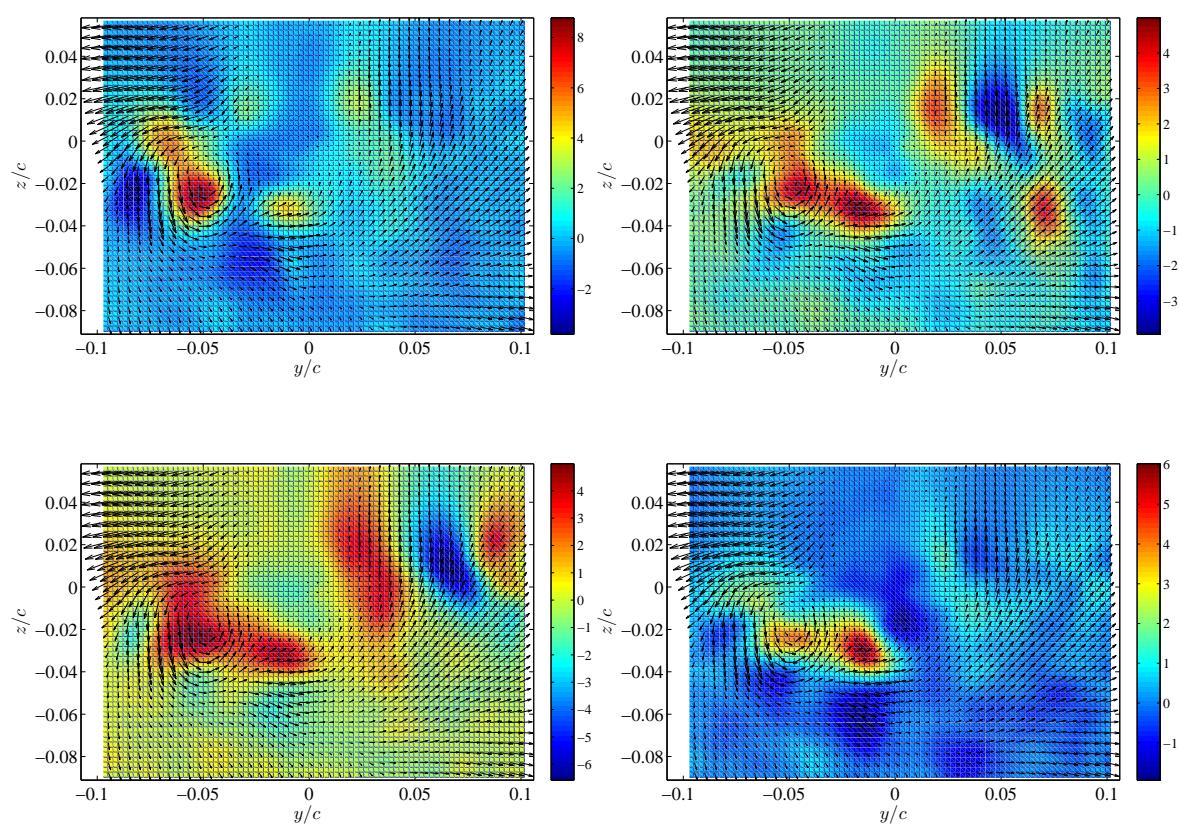


Σχήμα 5.39: Διανύσματα ταχυτήτων τεσσάρων επιλεγμένων μετρήσεων, γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$

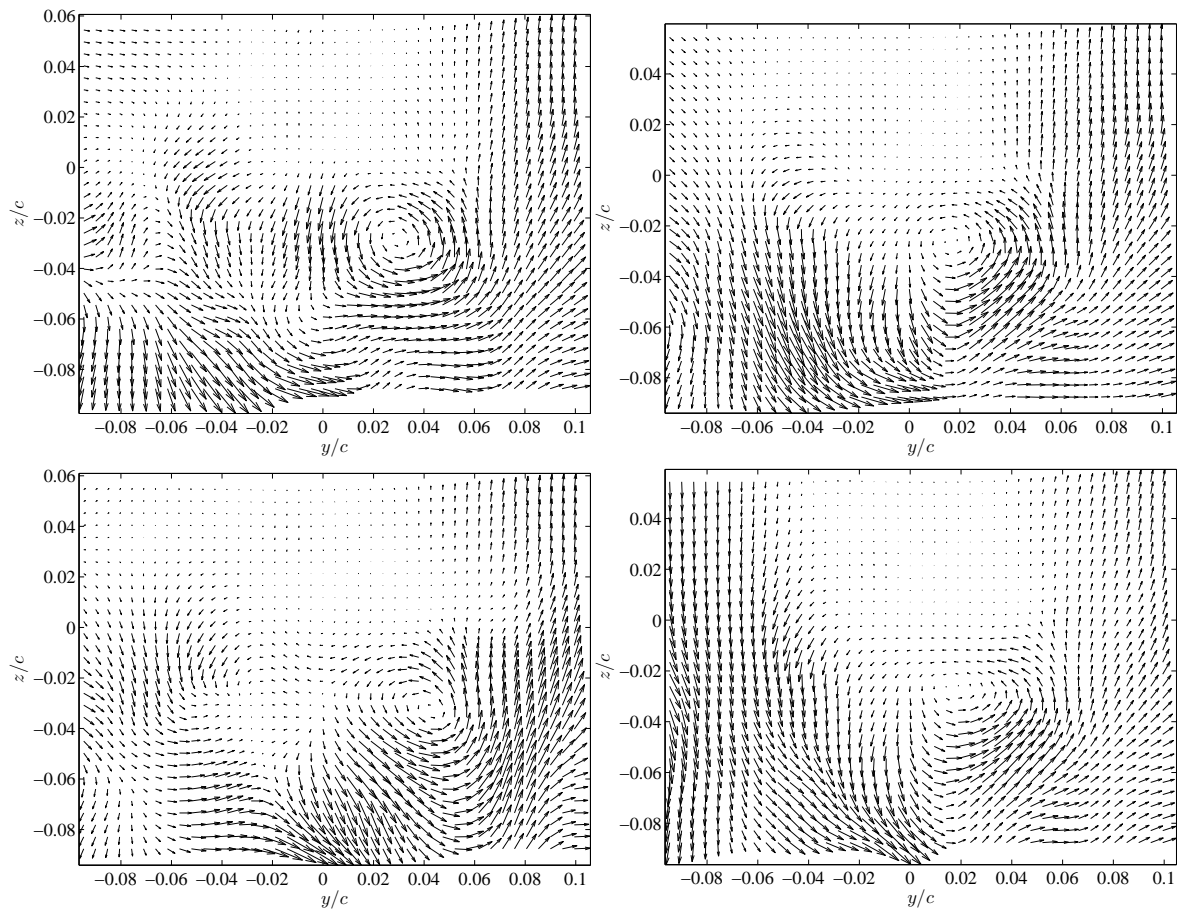


Σχήμα 5.40: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων στην περιοχή του πυρήνα των δινών κατά μήκος των αξόνων  $y$  (πάνω) και  $z$  (κάτω),  $0^\circ$

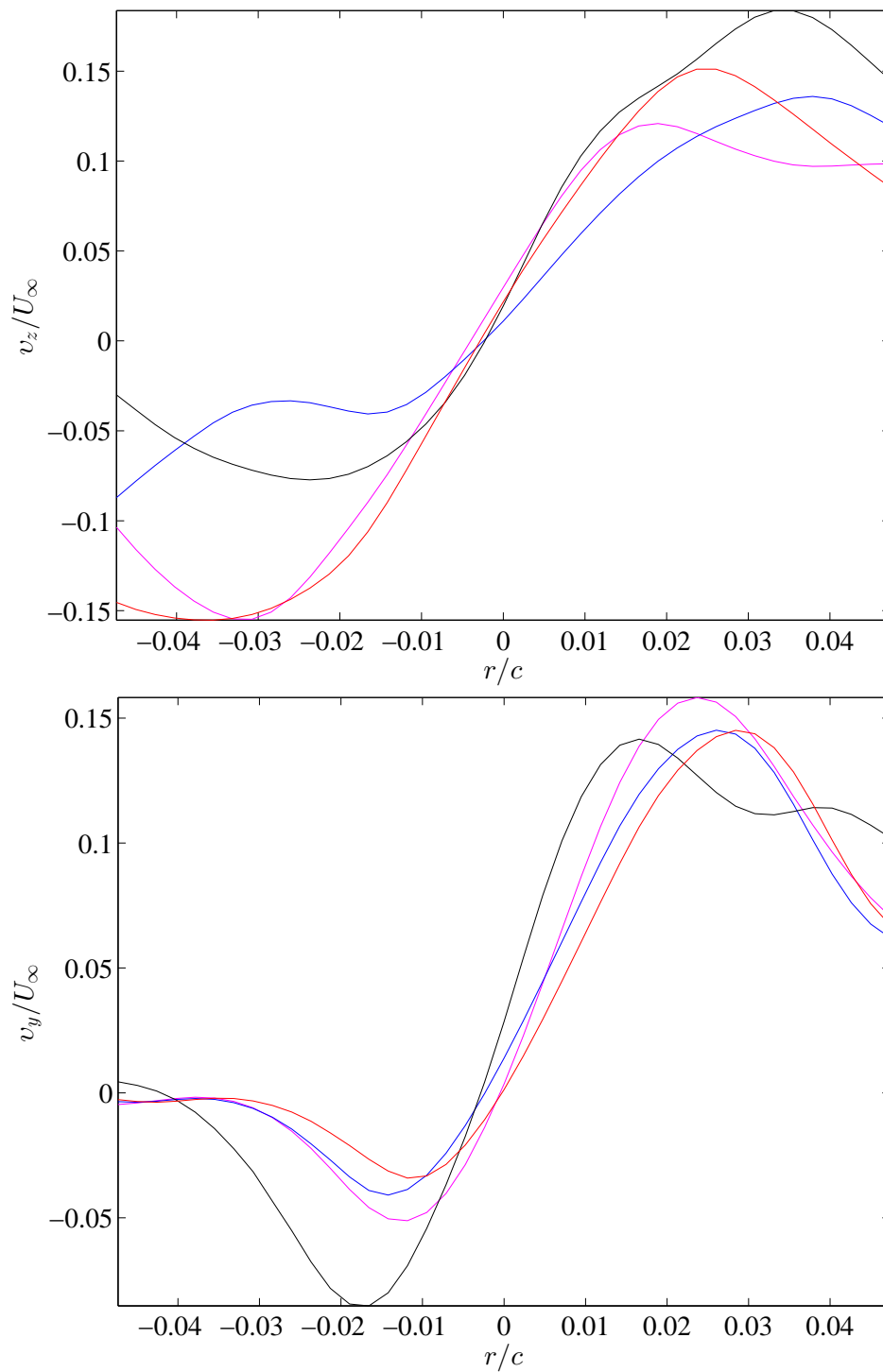




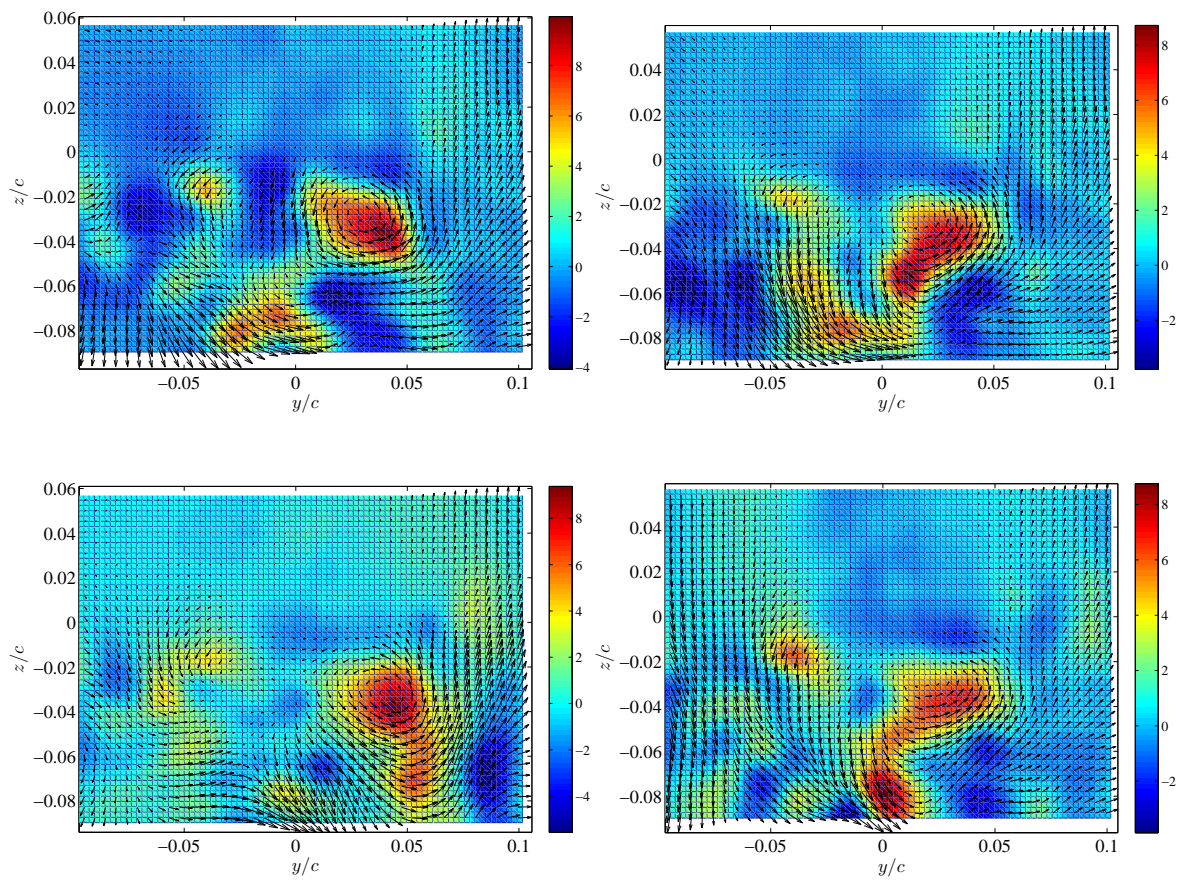
Σχήμα 5.41: Αδιάστατη στροβιλότητα  $\xi_x = 2\omega_x$ , γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$



Σχήμα 5.42: Διανύσματα ταχυτήτων τεσσάρων επιλεγμένων μετρήσεων, γωνία πρόσπτωσης  $4^\circ$

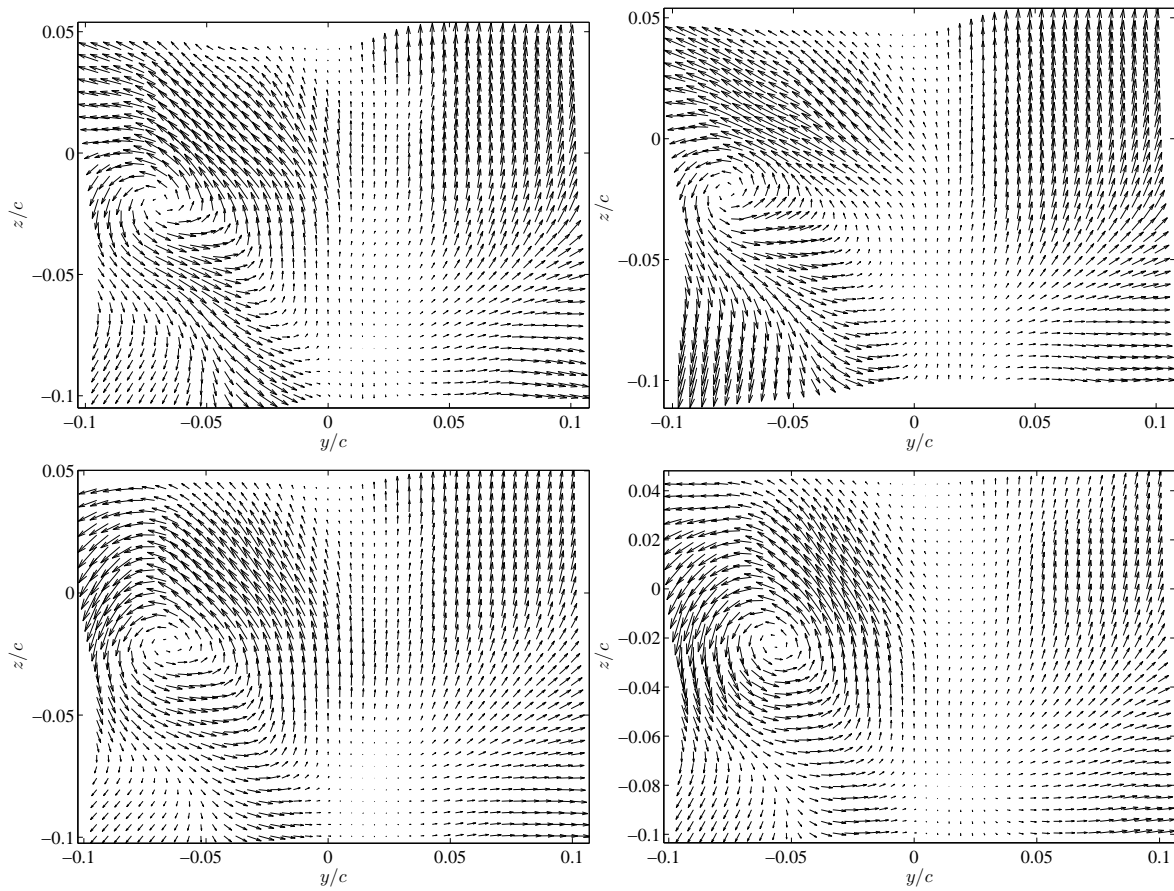


Σχήμα 5.43: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων στην περιοχή του πυρήνα των δινών κατά μήκος των αξόνων  $y$  (πάνω) και  $z$  (κάτω),  $4^\circ$

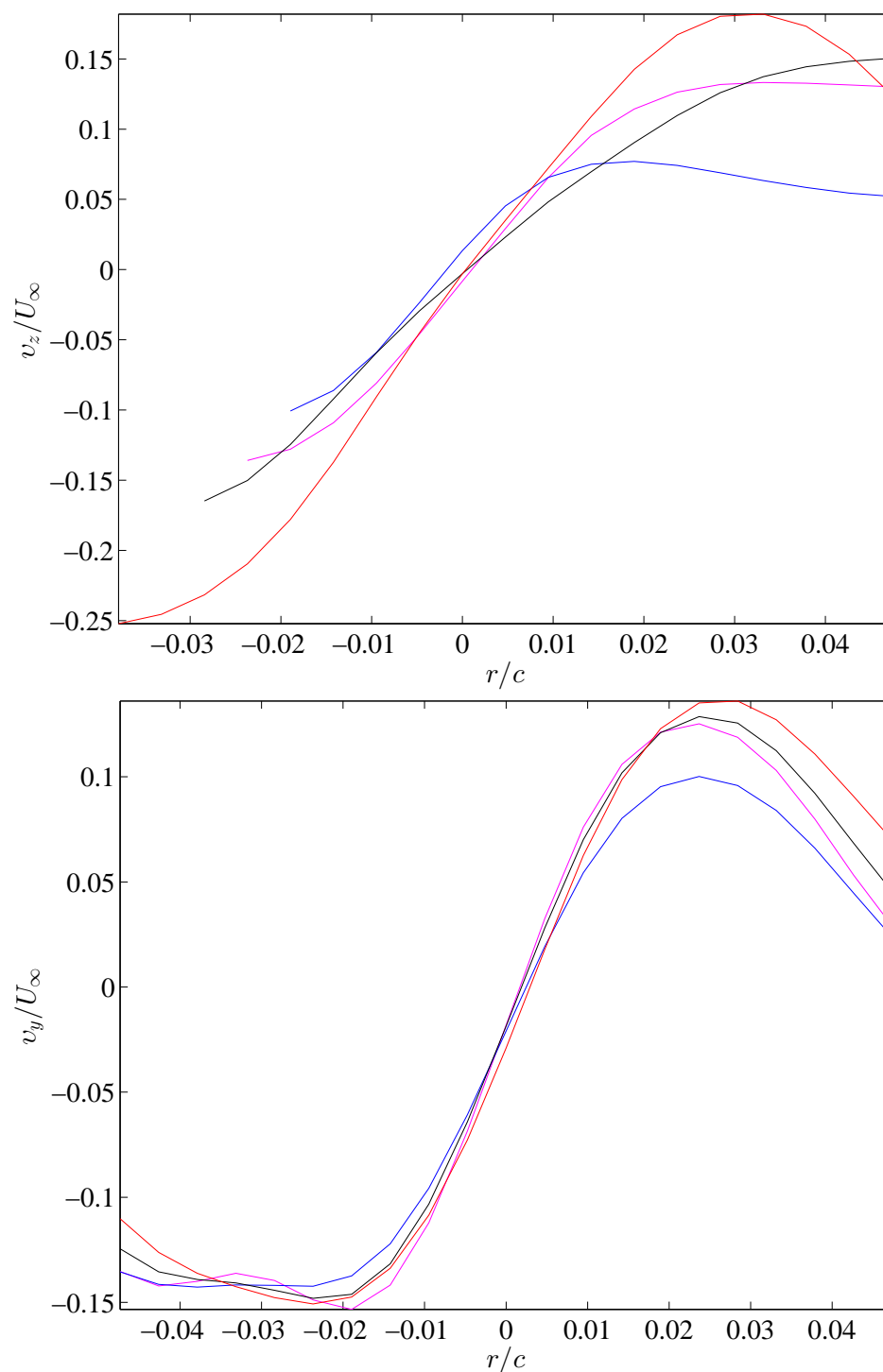


Σχήμα 5.44: Αδιάστατη στροβιλότητα  $\xi_x = 2\omega_x$ , γωνία πρόσπτωσης  $4^\circ$

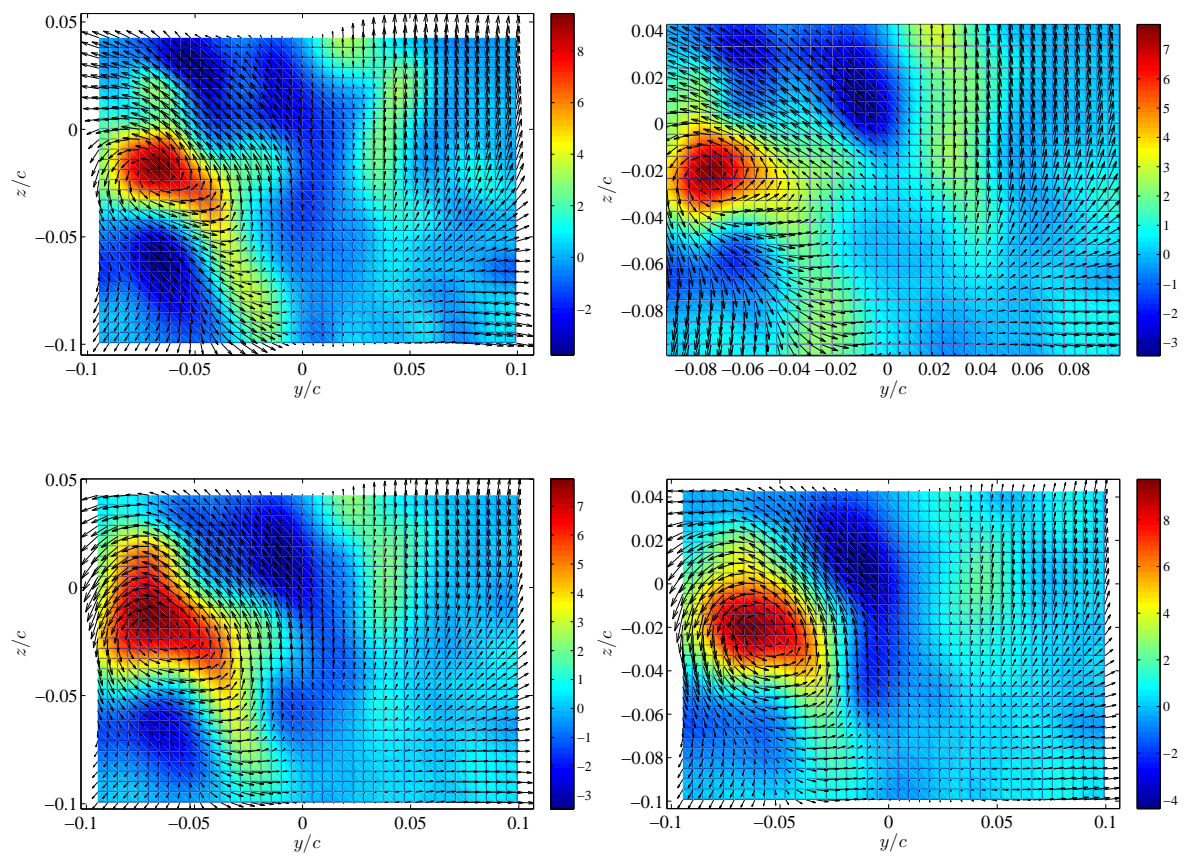
5.2.2 Πρόνευση πτέρυγας (pitching),  $0^\circ$ ,  $+6^\circ$ ,  $-6^\circ$



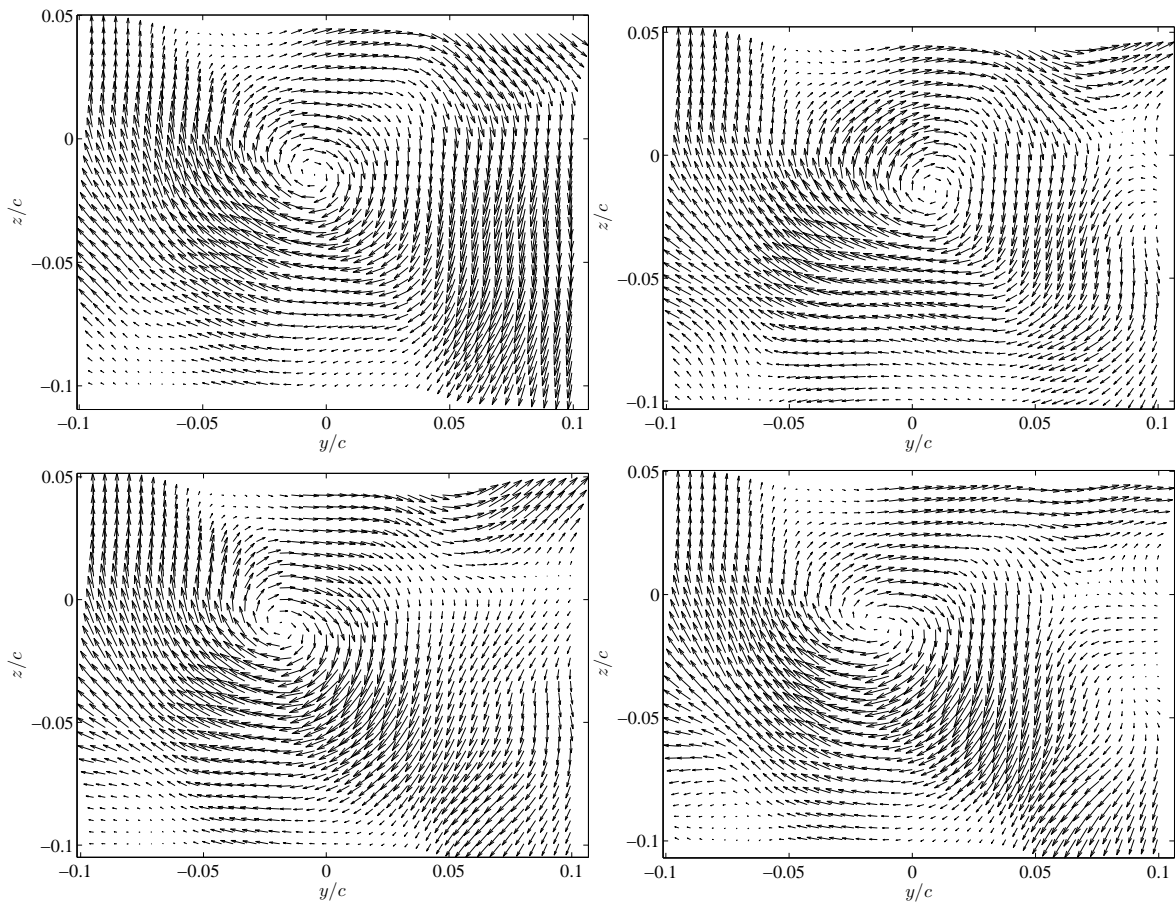
Σχήμα 5.45: Διανύσματα ταχυτήτων τεσσάρων επιλεγμένων μετρήσεων, γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$ , pitching



Σχήμα 5.46: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων στην περιοχή του πυρήνα των δινών κατά μήκος των αξόνων  $y$  (πάνω) και  $z$  (κάτω),  $0^\circ$ , pitching

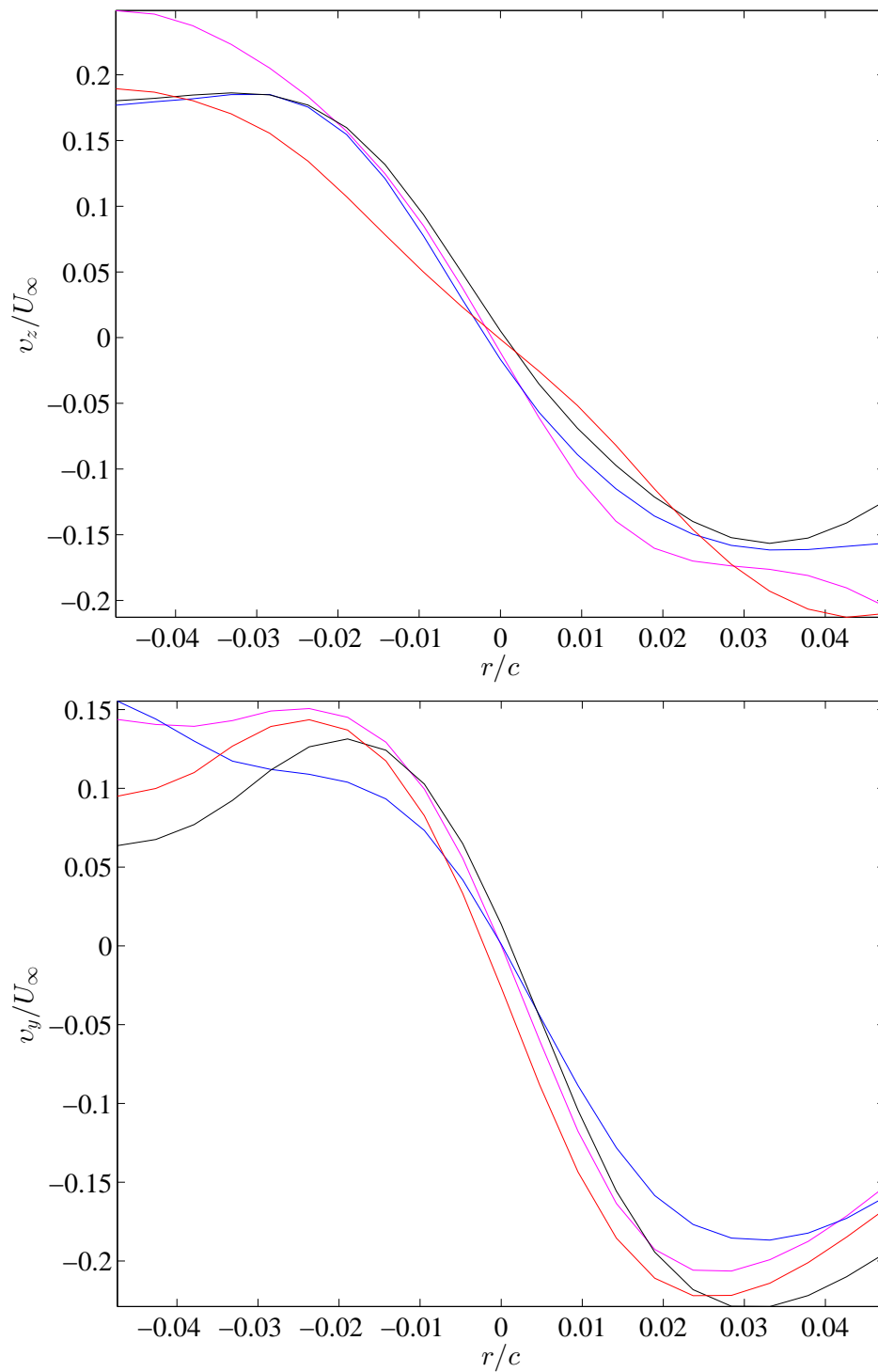


Σχήμα 5.47: Αδιάστατη στροβιλότητα  $\xi_x = 2\omega_x$ , γωνία πρόσπτωσης  $0^\circ$ , pitching

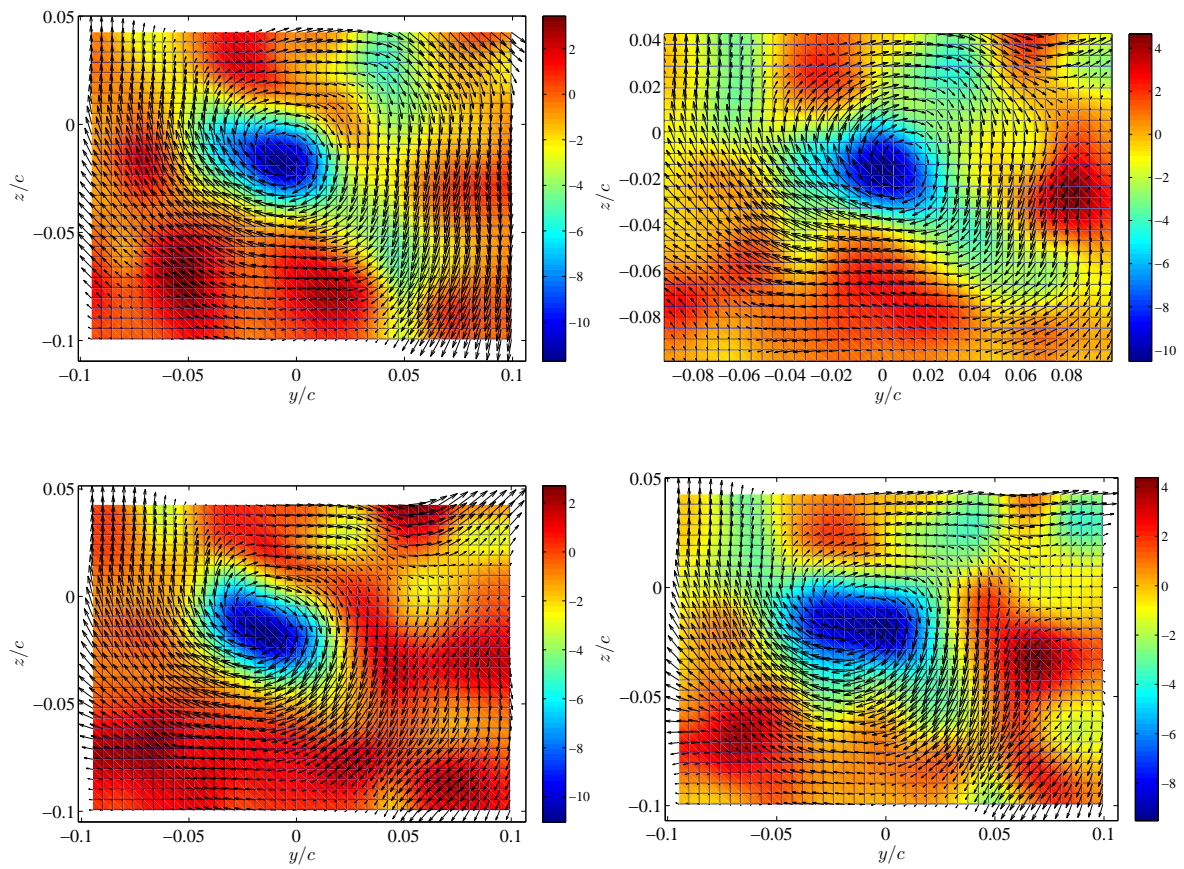


Σχήμα 5.48: Διανύσματα ταχυτήτων τεσσάρων επιλεγμένων μετρήσεων, γωνία πρόσπτωσης  $-6^\circ$ , pitching

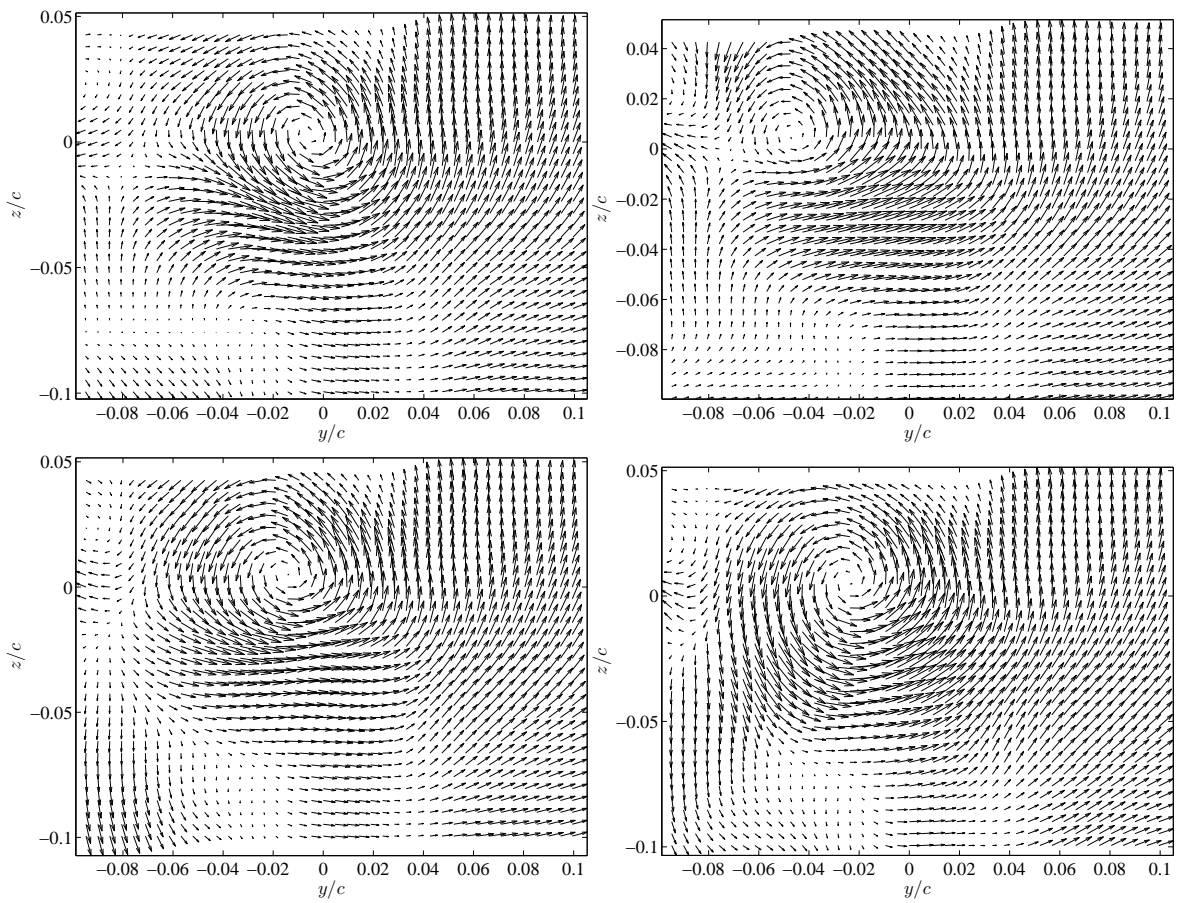




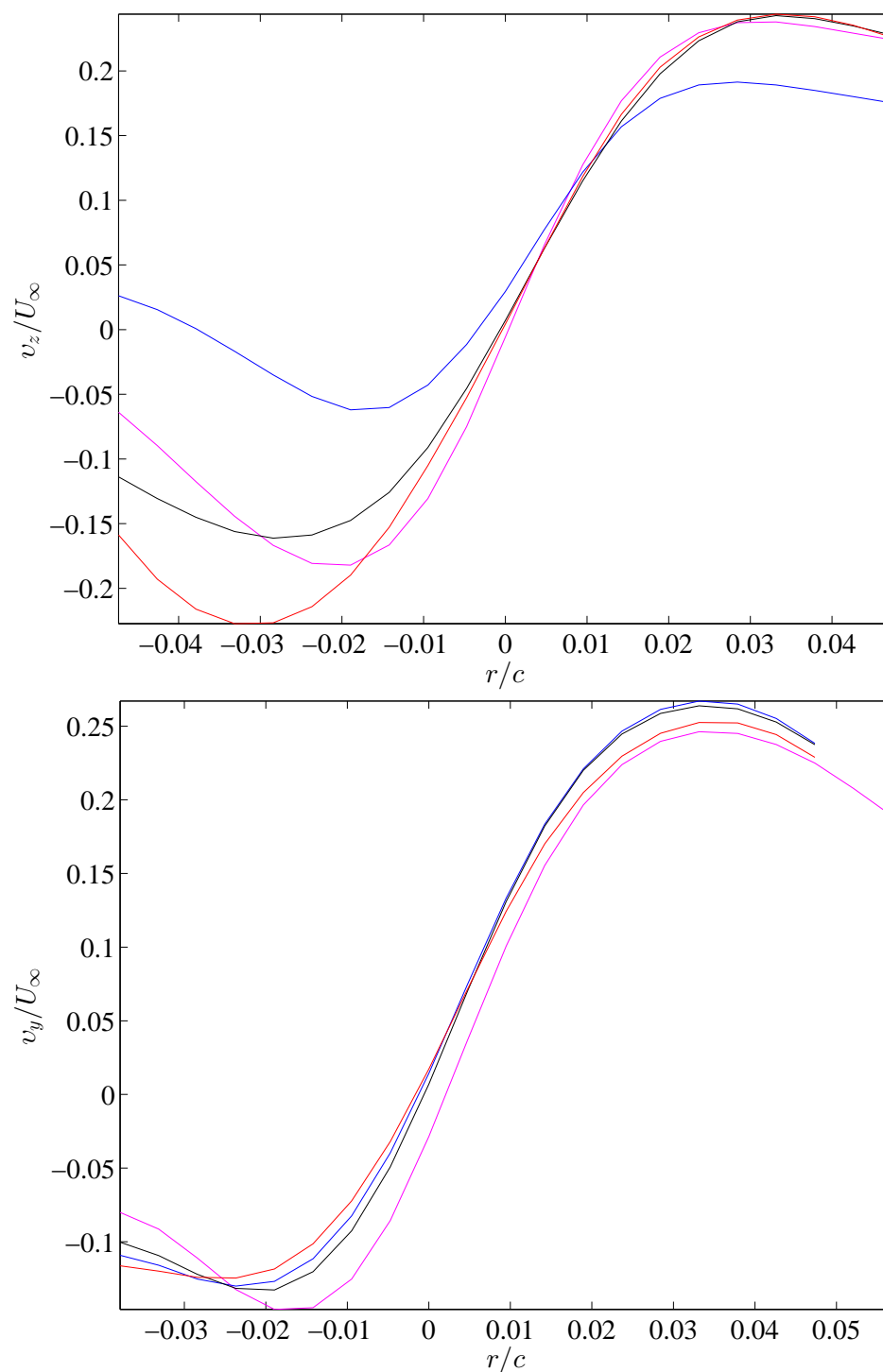
Σχήμα 5.49: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων στην περιοχή του πυρήνα των δινών κατά μήκος των αξόνων  $y$  (πάνω) και  $z$  (κάτω),  $-6^\circ$ , pitching



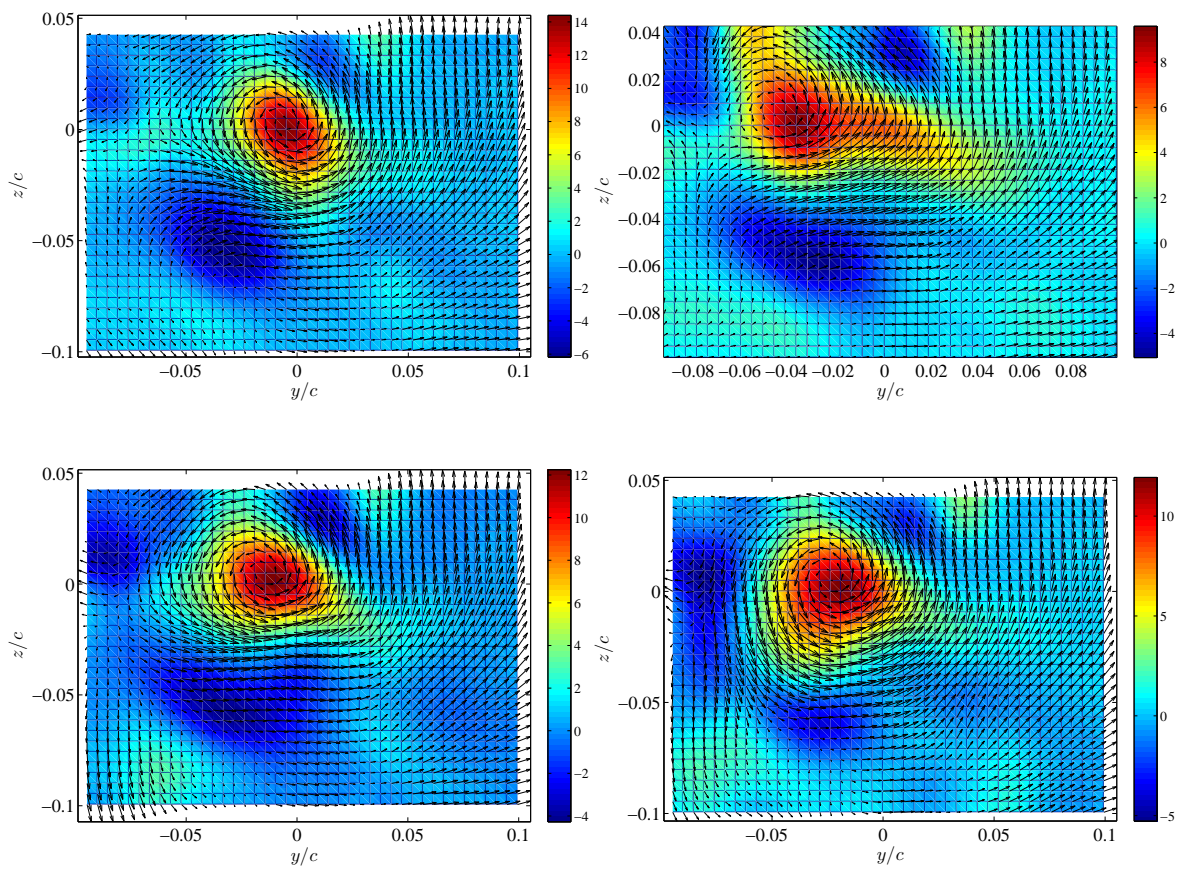
Σχήμα 5.50: Αδιάστατη στροβιλότητα  $\xi_x = 2\omega_x$ , γωνία πρόσπτωσης  $-6^\circ$ , pitching



Σχήμα 5.51: Διανύσματα ταχυτήτων τεσσάρων επιλεγμένων μετρήσεων, γωνία πρόσπτωσης  $+6^\circ$ , pitching

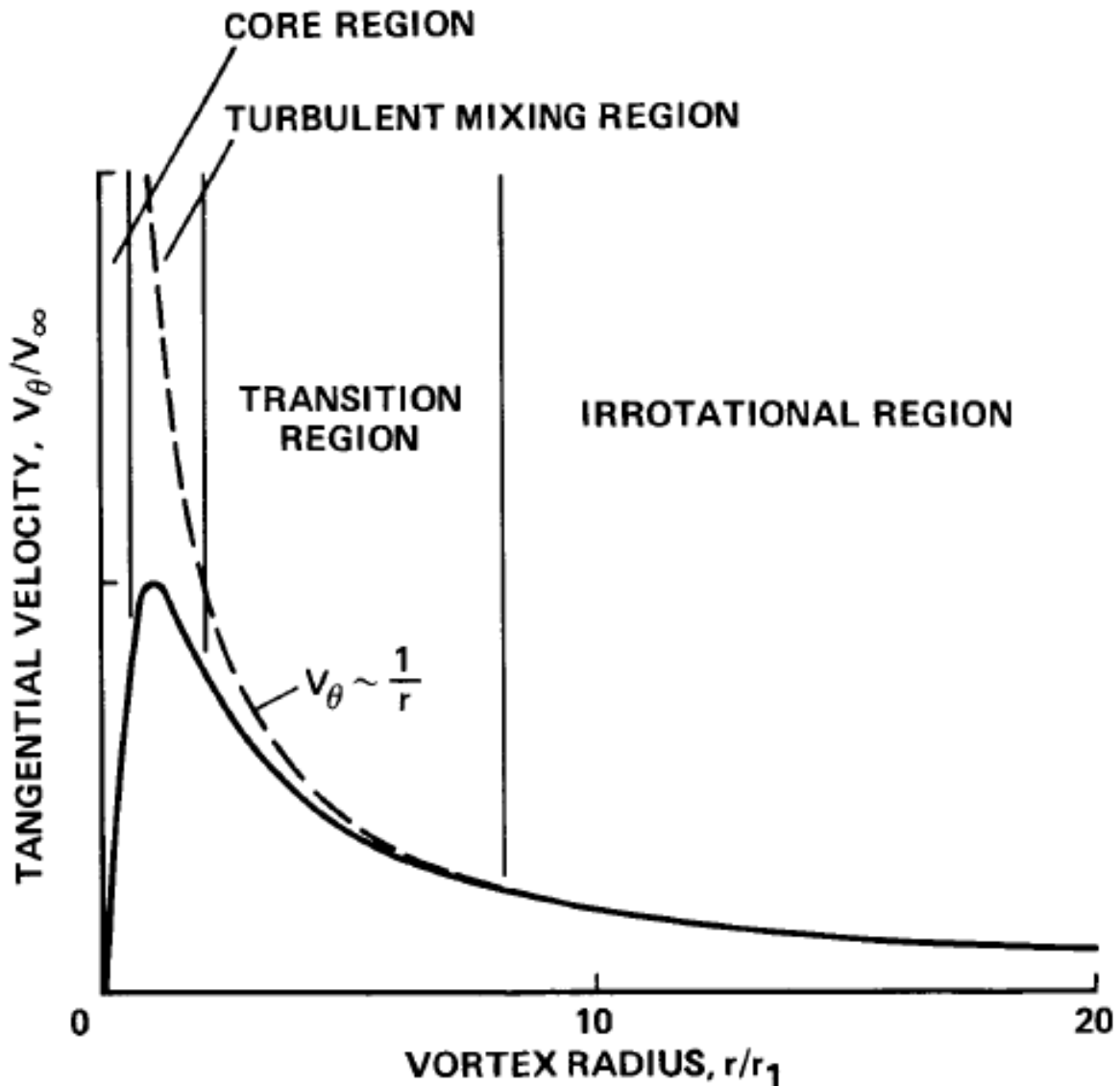


Σχήμα 5.52: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων στην περιοχή του πυρήνα των δινών κατά μήκος των αξόνων  $y$  (πάνω) και  $z$  (κάτω),  $+6^\circ$ , pitching



Σχήμα 5.53: Αδιάστατη στροβιλότητα  $\xi_x = 2\omega_x$ , γωνία πρόσπτωσης  $+6^\circ$ , pitching

## 5.2.3 Αναφορά στη βιβλιογραφία και συμπεράσματα



Σχήμα 5.54: Διαφορετικές περιοχές μιας δίνης κατά την ακτινική κατεύθυνση

Τα τρία βασικά χαρακτηριστικά μιας δίνης είναι η **ακτίνα του πυρήνα** της  $r_c$  (vortex core radius), που ορίζεται ως η ακτίνα του κύκλου με κέντρο το κέντρο της δίνης (μηδενική ταχύτητα) και της περιφέρειας μέγιστης εφαπτομενικής ταχύτητας ( $v_\theta(r_c) = v_{\theta,max}$ ), η **ακτινική κατανομή της**  $v_\theta(r)$  στον πυρήνα - και ιδιαίτερα η μέγιστη τιμή αυτής  $v_{\theta,max}$  στα όρια του πυρήνα ( $r = r_c$ )- και η **αξονική ταχύτητα** ( $v_x$ ) του πυρήνα.

Μία περιγραφή της δομής των δινών ακροπτερυγίου που φαίνεται στο σχήμα 5.54 έχει γίνει από τους [Tung et al. \(1981\)](#) οι οποίοι χωρίζουν την δίνη σε 4 διακριτές περιοχές ως εξής:

1. **Συνεκτικός πυρήνας.** Αυτή η ενδότερη περιοχή κυριαρχείται από συνεκτική διάχυση ανάλογη με αυτήν του στρωτού υποστρώματος

ενός οριακού στρώματος. Η περιστροφή είναι τύπου στερεού σώματος ( $v_\theta = \omega r$ ) και η κυκλοφορία ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης από το κέντρο.

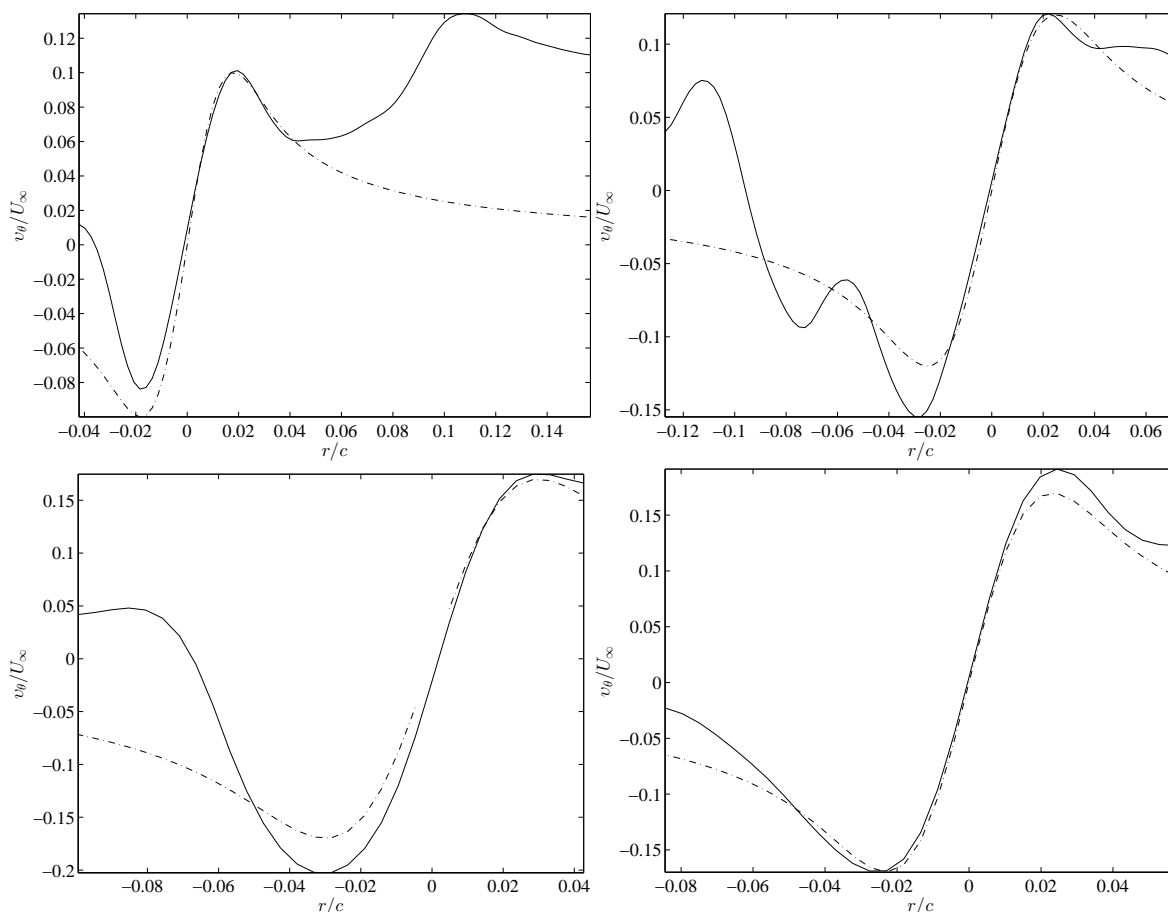
2. **Τυρβώδης περιοχή ανάμειξης.** Σε αυτήν την περιοχή κυριαρχεί η τυρβώδης διάχυση ενώ η περιφερειακή ταχύτητα παίρνει την μέγιστη τιμή της. Η κυκλοφορία ακολουθεί λογαριθμική κατανομή ως προς την ακτίνα.
3. **Περιοχή μετάβασης.** Εδώ συναντάται η μετάβαση της τυρβώδους ροής καθώς κινούμαστε προς την εξώτερη μη συνεκτική περιοχή. Είναι μια περιοχή ακραίας μεταβλητότητας και είναι δύσκολη η γενίκευση της σχέσης της κυκλοφορίας. Αυτή η μετάβαση δεν είναι ομαλή για νεαρές δίνες και φαίνεται να εμφανίζεται με απότομες μεταβάσεις οι οποίες οφείλονται στο φύλλο στροβιλότητας που κινείται σπειροειδώς μέσα στην δίνη.
4. **Αστρόβιλη περιοχή.** Σε αυτήν την εξώτερη περιοχή η ταχύτητα είναι πλέον αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας και η κυκλοφορία σταθερή, όπως η γνωστή λύση της δίνης ενός αστρόβιλου πεδίου.

Στο ακόλουθο σχήμα 5.55 βλέπουμε ενδεικτικά 4 κατανομές περιφερειακών ταχυτήτων όπως προέκυψαν από το πείραμα σε παράθεση με το μοντέλο δίνης Lamb-Oseen που χρησιμοποιείται ευρέως ως αναφορά στην σχετική βιβλιογραφία. Παρατηρούμε **πολύ καλή συμφωνία στην περιοχή του πυρήνα** (γραμμική περιοχή 1) ενώ στις εξώτερες περιοχές ( $r > r_c$ ) είτε δεν υπάρχουν μετρήσεις καθώς η λήψη της κάμερας δεν τις κάλυπτε είτε αυτές είναι προβληματικές.

Επιπλέον, ως προς την αναμενόμενη **αξονική συμμετρία** της δίνης πέριξ του κέντρου της, υπάρχει **αρκετά καλή συμφωνία στις κλίσεις των ταχυτήτων** ( $\frac{\partial u_\theta}{\partial r}|_{r \rightarrow r_c}$ ), όχι όμως και στις **μέγιστες τιμές** αυτών  $v_{\theta, max}$  ή στις **ακτίνες** στις οποίες εμφανίζονται. Δηλαδή σε διαφορετικές ακτινικές διευθύνσεις συναντάμε διαφορετικές τιμές  $v_{\theta, max}$  και σε διαφορετικές αποστάσεις  $r$  από τον πυρήνα.

Υποστηρίζουμε εδώ ότι αυτή η έλλειψη επαρκούς αξονικής συμμετρίας καθώς και η μεγάλη διασπορά των ταχυτήτων σε όλες τις περιπτώσεις είναι χαρακτηριστικά μιας δίνης που βρίσκεται ακόμη εν εξελίξει, που **δεν έχει δηλαδή ολοκληρώσει την περιέλιξή της (rollup)**. Θα αναφερθούμε στο rollup αναλυτικά στην αμέσως επόμενη ενότητα αφού κάνουμε μία τελευταία παρατήρηση για τις μετρήσεις: σημειώνεται αλλαγή στην φορά των δινών (σχήματα 5.48 και 5.51 σε αντιπαράβολή) στην περίπτωση των

–6° λόγω αντιστροφής των πιέσεων στις δύο επιφάνειες (επιφάνεια υπερπίεσης ↔ επιφάνεια υποπίεσης), που είναι και η γενεσιουργός δύναμη των δινών ακροπτερυγίων όπως επισημάνθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 5.55: Προφίλ περιφερειακής ταχύτητας  $0^\circ$ ,  $4^\circ$ , steady (πάνω),  $+6^\circ$ ,  $-6^\circ$ , pitching (κάτω),  $- \cdot -$  πείραμα,  $—$  μοντέλο δίνης Lamb-Oseen

### Περιέλιξη δίνης (vortex rollup)

Οι δίνες που δημιουργούνται από ένα πτερύγιο εκκινούν ως ένα φύλλο στροβιλότητας που αποβάλλεται από το πτερύγιο με αυξημένη συγκέντρωση στροβιλότητας προς τις περιοχές των άκρων. Το αυτο-επαγόμενο πεδίο ταχυτήτων του φύλλου αυτού προκαλεί την ταχεία περιέλιξή του (rollup) στις περιοχές των δύο άκρων του πτερυγίου (μηχανισμός ακτινικής μεταφοράς επαπτομενικής/περιφερειακής ορμής). Ως αποτέλεσμα, η εκλυόμενη στροβιλότητα από το πτερύγιο διοχετεύεται σχεδόν εξ ολοκλήρου στις δύο δίνες των άκρων του, σε μία απόσταση μόλις κάποιων μηκών χορδής κατάντι του πτερυγίου (Green, 1995). Οι Zheng and Ramaprian (1993) έχουν παρατηρήσει συγκέντρωση στροβιλότητας της τάξης του 85% σε περιοχή ακτίνας μόλις  $0.15c$  σε απόσταση μίας χορδής κατάντι της πτέρυγας.



Η περιέλιξη αρχίζει να αναπτύσσεται ήδη από το στερεό όριο της κορυφής (tip) του πτερυγίου και ολοκληρώνεται στον ομόρρου. Μετρήσεις που διεξήχθησαν από τους Green και Acosta(1991), Arndt et al.(1991), Shekarriz et al.(1992-1993) και Stinebring et al.(1991) σε πολύ διαφορετικές γεωμετρίες πτερύγων (ορθογωνικές με τετραγωνικό ή στρογγυλεμένο άκρο, ελλειπτικές, τραπεζοειδείς, με συστροφή) δείχνουν ότι η ολοκλήρωση του rollup γίνεται εντός 2-3 μηκών χορδής κατάντι της ακμής εκφυγής. Το σημαίνον κριτήριο της ολοκλήρωσης του rollup είναι η σταθεροποίηση της περιφερειακής ταχύτητας  $v_{\theta,max}$  σε μία υψηλή τιμή ( $0.5U_{\infty}, \alpha = 15^{\circ}$ , [Zheng and Ramaprian \(1993\)](#)), καθώς και της κυκλοφορίας, και η μη περαιτέρω μεταβολή τους με την απόσταση απ' την πτέρυγα, ([Green, 1995](#)). Φυσικά οι δυνάμεις της συνεκτικότητας είναι «πανταχού παρούσες» αφαιρώντας ενέργεια από τις δίνες, καθώς αυτές ταξιδεύουν κατάντι του σώματος αλλά η επίδρασή τους είναι πολύ αργή, όπως φαίνεται και στο σχήμα [5.58](#) που ακολουθεί. Εξάλλου, οι [Orloff \(1974\)](#) σημείωσαν αμελητέα μεταβολή της εφαπτομενικής ταχύτητας εντός του σφάλματος μέτρησης, σε απόσταση 5 μηκών χορδής από την ολοκλήρωση του rollup).

Σύμφωνα με τον [Green \(1995\)](#), τόσο η περιφερειακή, όσο και η αξονική (θα γίνει ιδιαίτερη αναφορά στην επόμενη ενότητα) ταχύτητα της δίνης έχουν έντονα ασταθή συμπεριφορά (unsteadiness) από την γέννησή τους, ιδιαίτερα κατά την φάση της περιέλιξης. Πείραμα που πραγματοποιήθηκε σε τυπική πτέρυγα έδειξε peak-to-peak διακυμάνσεις της τιμής της περιφερειακής ταχύτητας κατά  $0.18U_{\infty}$  (σε σύγκριση με τιμή πειραματικού σφάλματος τάξης  $\pm 0.01U_{\infty}$ ). Οι Green & Acosta (1991) έδειξαν παραμένουσα σημαντική αστάθεια έως και 10 μήκη χορδής κατάντι ενώ οι Singh & Uberoi's (1976) έδειξαν ισχυρές διακυμάνσεις σε έναν δακτύλιο περίξ του πυρήνα (περιοχές 2,3 σχήμα [5.54](#)) μέχρι και 80 μήκη χορδής κατάντι. Πάντως, οι διακυμάνσεις της περιφερειακής ταχύτητας φαίνεται να μειώνονται με την αύξηση της κατάντι απόστασης και να είναι **ουσιαστικά ανεξάρτητες της γωνίας πρόσπτωσης**. Αυτή η πτώση είναι είτε η αιτία, είτε πιθανώς ένα σύμπτωμα της αργής ακτινικής μεταφοράς εφαπτομενικής ορμής [Green \(1995\)](#). Μία ενδιαφέρουσα πρόταση που έχει γίνει και φαίνεται να αποτελεί σήμερα κοινή παραδοχή ([Heyes et al., 2004](#)) είναι ότι η αστάθεια των ροών σε ομόρρους όπου κυριαρχούν δίνες δεν οφείλεται αποκλειστικά στον τυρβώδη χαρακτήρα τους.

Επιπλέον, οι [Zheng and Ramaprian \(1993\)](#) περιγράφουν την ροή στον κοντινό ομόρρου ως έντονα τριδιάστατη και με ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας, που παρατηρήθηκε και στο δικό μας πείραμα, ενώ αποδίδουν τα χαρακτηριστικά της οργανωμένης δομής και της τέλει αξονικής

συμμετρία μόνο στην «πλήρως ανεπτυγμένη δίνη» όπως αυτή διαμορφώνεται μακριά από το στερεό σώμα.

Συνεπώς, οι μετρήσεις της παρούσας εργασίας έλαβαν χώρα στον κοντινό ομόρρου ( $x/c = 0.36$ ), στην περιοχή δηλαδή της ανάπτυξης του rollup, που χαρακτηρίζεται από έντονες διακυμάνσεις των ταχυτήτων, ατελή αξονική συμμετρία και μη αμελητέα ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας.

Παράμετροι που επηρεάζουν την μορφή των δινών

Ένα πρώτο σχόλιο είναι ότι η γενική μορφή της ροής στο  $y,z$  επίπεδο (cross-stream plane) φαίνεται να είναι αρκετά όμοια μεταξύ της μόνιμης και της μη μόνιμης περίπτωσης. Σε ανάλογο συμπέρασμα κατέληξαν και οι [Zheng and Ramaprian \(1993\)](#) ως προς τα προφίλ των εφαπτομενικών ταχυτήτων μετρώντας την συμπεριφορά μιας πτέρυγας σε ακινησία και υπό περιστροφική ταλάντωση.

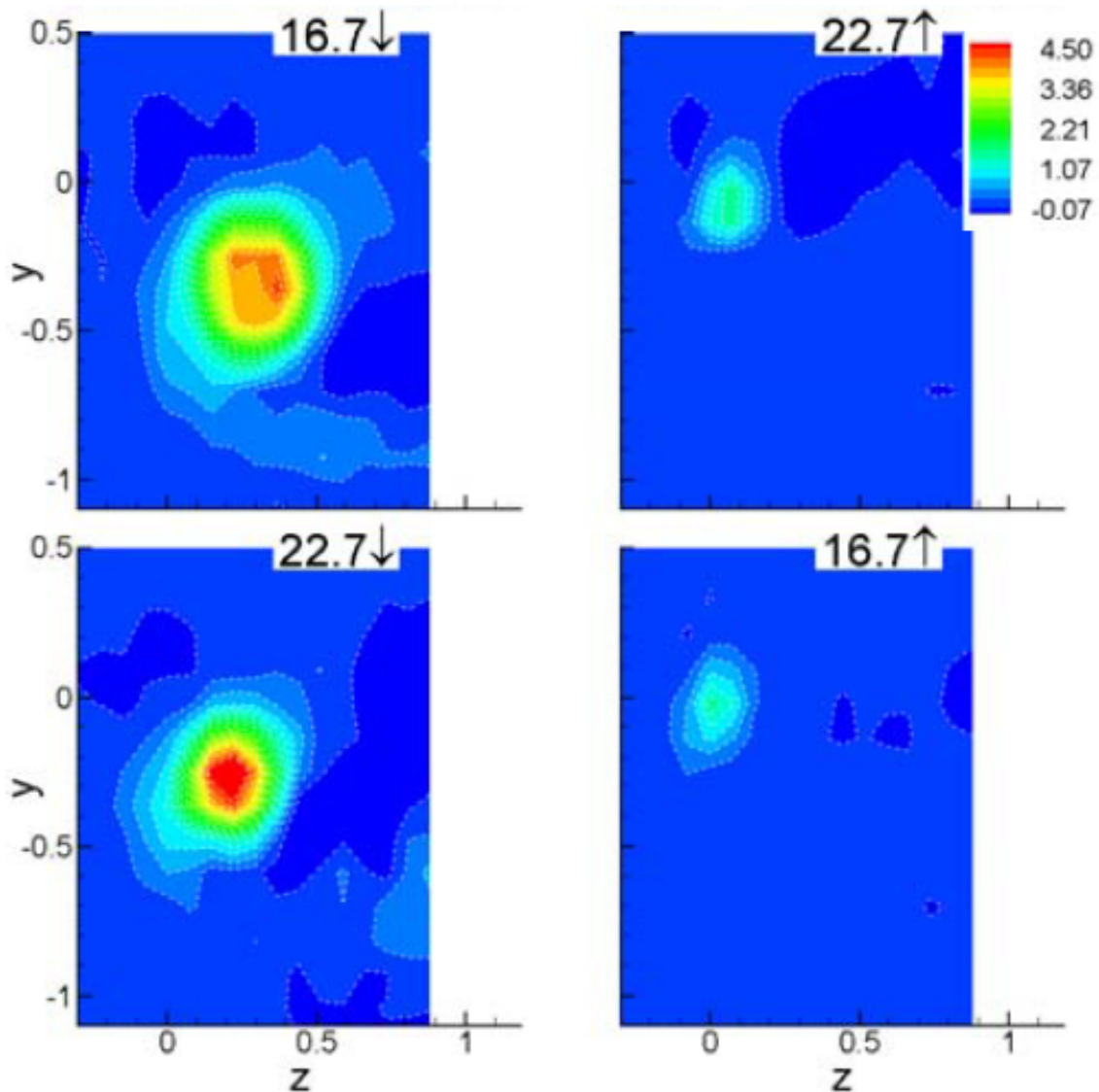
Ωστόσο στην περίπτωση των  $0^\circ$  παρατηρούμε σημαντική μεταβολή των τιμών μέγιστης εφαπτομενικής ταχύτητας και στροβιλότητας από την μόνιμη στην μη μόνιμη περίπτωση (διπλασιασμός). Στην προσπάθεια να αποδώσουμε σε μία πιθανή αιτία αυτήν την αύξηση της ταχύτητας και της στροβιλότητας, ακολουθούμε τον εξής συλλογισμό: Η δύναμη μιας δίνης ακροπτερυγίου (κυκλοφορία, στροβιλότητα, περιφερειακή ταχύτητα) συνδέεται με την άνωση που παράγει η πτέρυγα καθώς έχουν κοινή αφετηρία (την διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο επιφανειών). Όμως, υπάρχει μια διαφορά φάσης μεταξύ της μεταβολής της γωνίας πρόσπτωσης και της αεροδυναμικής απόκρισης (ανάπτυξη κυκλοφορίας και άνωσης) της πτέρυγας, που οφείλεται στην αδράνεια της ροής να προσαρμοστεί στην ταχεία κίνηση της πρώτης (το γνωστό **φαινόμενο της υστέρησης**). Η μελέτη του φαινομένου για την πτέρυγα που χρησιμοποιήθηκε στο παρόν πείραμα έχει πραγματοποιηθεί και έχει σχεδιαστεί ο βρόγχος υστέρησης του συντελεστή άνωσής της (Yiasemides, Gkiolas, Mathioulakis, 2016) για καθαρή περιστροφική ταλάντωση, σχεδόν πανομοιότυπη με την δικιά μας ( $1^\circ, \pm 4^\circ, 1hz$ ). Η εν λόγω μελέτη δείχνει την «θετική» υστέρηση της πτέρυγας κατά την pitch-down κίνησή της, δηλαδή την αυξημένη άνωση σε σχέση με την μόνιμη κατάσταση στην ίδια γωνία πρόσπτωσης. Στην δική μας περίπτωση βρισκόμαστε στην ίδια φάση του κύκλου (pitch-down), γεγονός που πιθανότατα εξηγεί τις αρχικές μας παρατηρήσεις.

Το φαινόμενο της υστέρησης και η επίδρασή του στην διαμόρφωση των δινών ακροπτερυγίων παρατηρήθηκε και από τους [Zheng and Ramaprian \(1993\)](#) στην εμφάνιση διαφοροποιημένων πεδίων στροβιλότητας (αλλά και

ταχυτήτων) στις ίδιες θέσεις και σε αντίθετες κατευθύνσεις της κίνησης περιστροφής. Στην μελέτη τους αυτή γλαφυρά περιγράφουν την μη μόνιμη συμπεριφορά ως το στιγμιαίο πεδίο ροής που «θυμάται» το ιστορικό φόρτισης της πτέρυγας από το οποίο πέρασε. Ανάλογη συμπεριφορά παρατηρήθηκε και στις μετρήσεις των [Zaman et al. \(2016\)](#), σε πτέρυγα *NACA0012*,  $k = 0.2$ ,  $\alpha = 15^\circ \pm 10^\circ$  (σχήμα 5.56). Στο σχήμα φαίνεται καθαρά η διαφορά των εικόνων στροβιλότητας μεταξύ της pitch-up (δεξιά) και της pitch-down (αριστερά) κίνησης της πτέρυγας. Μάλιστα αποδίδουν την διαφορά αυτή στο φαινόμενο της δυναμικής απώλειας στήριξης (που έχει προαναφερθεί στην συζήτηση), εξηγώντας ότι κατά την pitch-down κίνηση της πτέρυγας η ροή παραμένει προσκολλημένη σε αυτήν (dynamic stall effect) με αποτέλεσμα μία δίνη με συνοχή και οργανωμένη δομή στο ακροπτερύγιο, ενώ κατά την pitch-up κίνηση η ροή αποκολλάται με αποτέλεσμα μία δίνη αδύναμη και διάχυτη. Η παρατήρηση αυτή είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα καθώς δείχνει την φυσική εξάρτηση των δινών ακροπτερυγίου από την συνολική διαμόρφωση της ροής γύρω απ' την πτέρυγα. Οι ίδιοι μελέτησαν και συνθήκη μόνιμης ροής, όπου παρατήρησαν ότι η αξονική στροβιλότητα αυξάνει αρχικά με την γωνία πρόσπτωσης, φτάνει σε μία μέγιστη τιμή στις  $10^\circ$ , την οποία διατηρεί για κάποιο εύρος και γύρω στις  $16^\circ$  πέφτει δραστικά (σχήμα 5.57) Καταλήγουν λοιπόν στην εξής ενδιαφέρουσα διαπίστωση: η αρχική αύξηση της στροβιλότητας είναι αναμενόμενη καθώς αυξάνεται η άνωση με την γωνία πρόσπτωσης. Η δύναμη της δίνης (vortex strength) ακολουθεί την άνωση που παράγεται απ' την πτέρυγα. Η απότομη πτώση στην γειτονιά των  $16^\circ$  οφείλεται πιθανότατα στην πτώση της άνωσης λόγω απώλειας στήριξης (static stall). Ταυτόχρονα το φαινόμενο αυτό συνοδεύεται και από μετάβαση του πυρήνα της δίνης στην τυρβώδη περιοχή.

Όσον αφορά τις δικές μας μετρήσεις στροβιλότητας παρατηρούμε την ίδια τάση αύξησής της με την γωνία πρόσπτωσης ( $\xi_x = 4, 8, 12c/U_\infty$  στις  $0^\circ, 4^\circ, 6^\circ$  αντίστοιχα) καθώς και συμφωνία της τιμής της στις  $4^\circ$  για μας και  $5^\circ$  για τους [Zaman et al. \(2016\)](#).

Ας επιστρέψουμε τώρα στις περιφερειακές ταχύτητες. Στο σχήμα 5.57 φαίνονται τα προφίλ αυτής όπως προέκυψαν από μετρήσεις στον κοντινό ομόρρου πτέρυγας *NACA 0015* και  $Re = 180.000$  στις  $2^\circ$  και  $5^\circ$  ([Zheng and Ramaprian, 1993](#)). Παρατηρούμε μέγιστες τιμές  $v_{\theta,max} = 0.08v_\infty$  και  $0.23v_\infty$  αντίστοιχα στην θέση  $x = 0.33$  (τετράγωνα) δηλαδή στην θέση που έγιναν και οι δικές μας μετρήσεις. Οι τιμές που προέκυψαν από το δικό μας πείραμα είναι  $0.07v_\infty, 0.11v_\infty$  στις  $0^\circ, 4^\circ$  αντίστοιχα. Αφενός, βλέπουμε χαμηλότερες τιμές σε σχέση με τις αντίστοιχες της υπό σύγκριση μελέ-

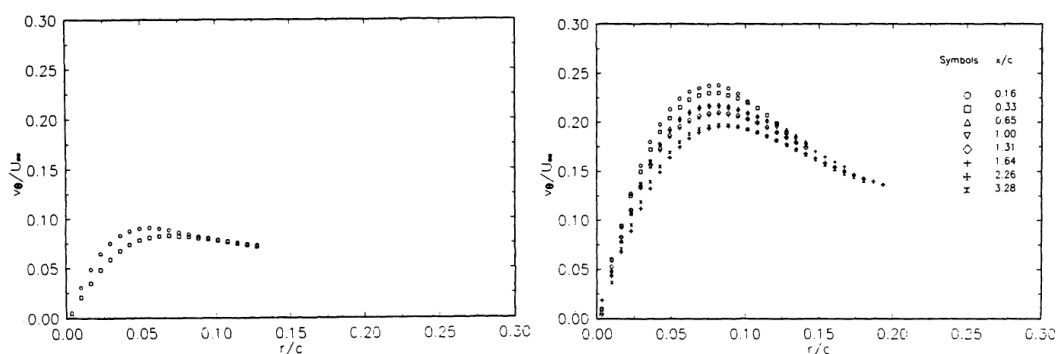


Σχήμα 5.56: Μη μόνιμη συμπεριφορά ροής στην περιοχή του άκρου πτέρυγας κατά την περιστροφή ( $k = 0.2$ ). Διαφορετικές τιμές στροβιλότητας σε ίδιες γωνιακές θέσεις της πτέρυγας αλλά με αντίθετες φορές κίνησης Zaman et al. (2016)

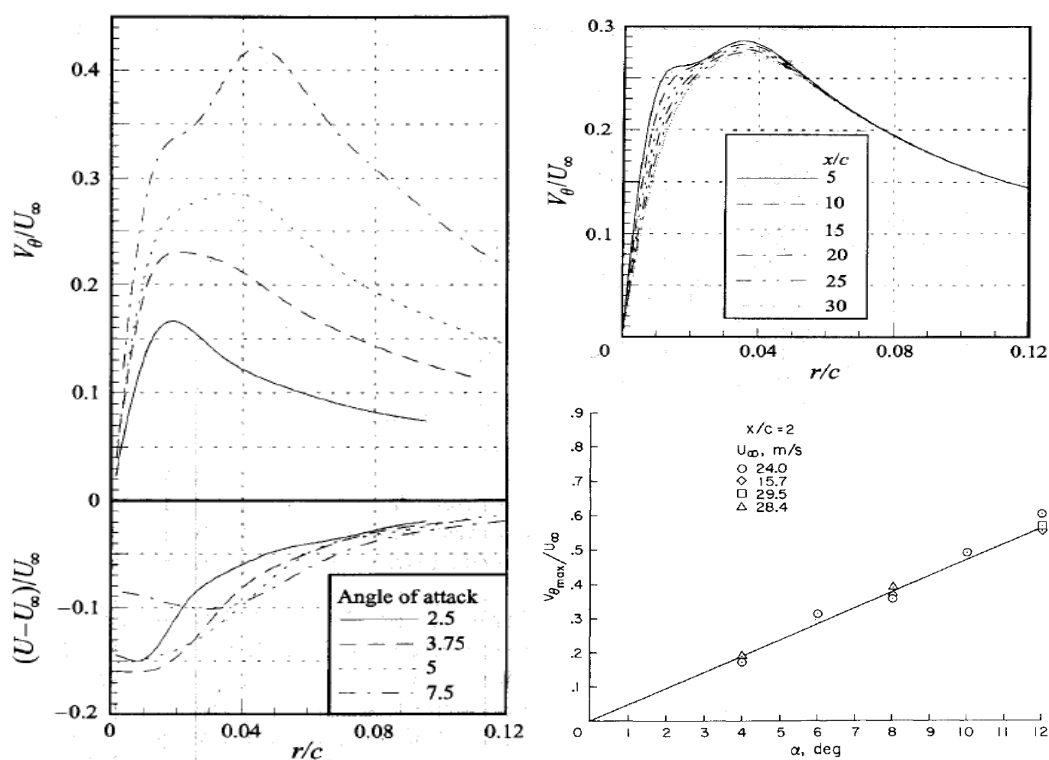
της (θα σχολιαστεί αργότερα), αφετέρου βλέπουμε και στα δύο πειράματα μια **μονότονη αύξηση των περιφερειακών ταχυτήτων με την γωνία  $\alpha$** . Από μεγάλο όγκο της σχετικής βιβλιογραφίας προκύπτει ότι η **γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$** , μαζί με την **γεωμετρία της πτέρυγας** (συμπεριλαμβανομένης και της διαμόρφωσης (ή μη) της περιοχής του άκρου) είναι οι βασικές παράμετροι που επηρεάζουν την τιμή των περιφερειακών ταχυτήτων, ενώ ο αριθμός Reynolds και η αξονική απόσταση  $x/c$  όχι τόσο. Αυτά φαίνονται καθαρά στο σχήμα 5.58.

Επιπλέον, φαίνεται να υπάρχει **γραμμική σχέση γωνίας  $\alpha$  και  $v_{\theta,max}$** . Ο Orloff (1974) το επισημαίνει για «απλές» γεωμετρίες πτερύγων, ενώ 3 διαφορετικές μελέτες (Orloff (1974), Devenport et al. (1996), Zheng and Ramaprian

## 5.2. Περίπτωση (ii) - Περιοχή ακροπτερυγίου



Σχήμα 5.57: Προφίλ περιφερειακών ταχυτήτων δινών πτέρυγας *NACA 0015*,  $Re = 180.000$  στις  $2^\circ$  και  $5^\circ$  (Zheng and Ramaprian, 1993).



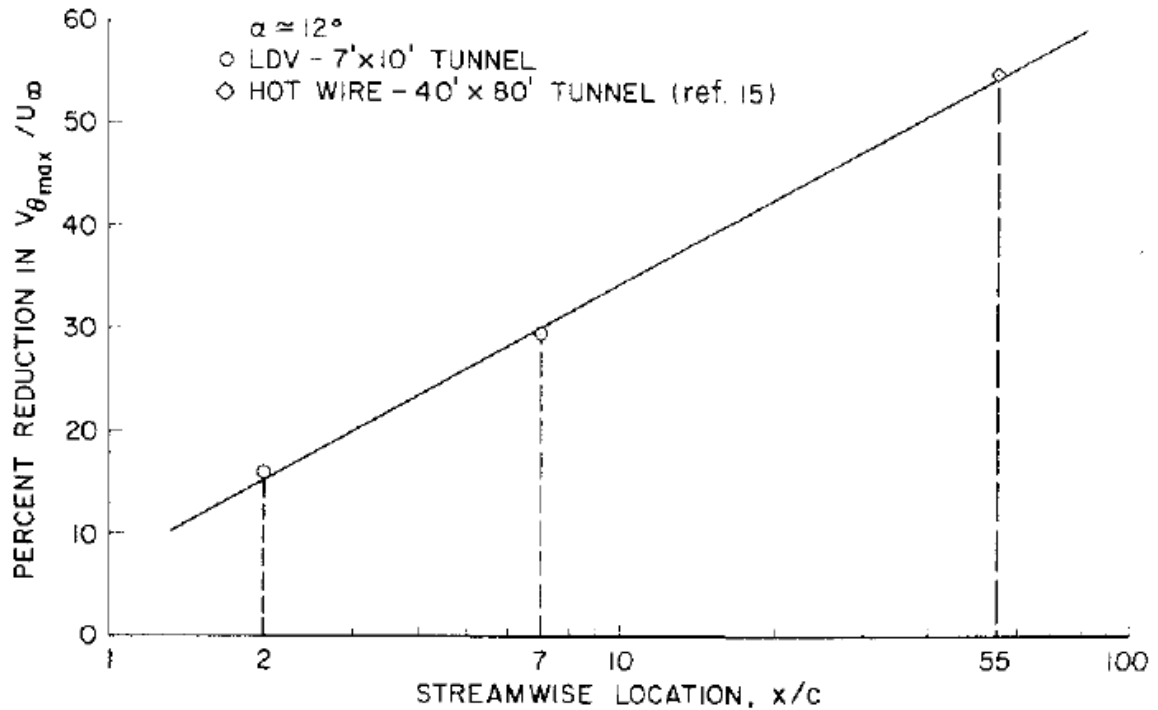
Σχήμα 5.58: Εξάρτηση περιφερειακών ταχυτήτων από διάφορες παραμέτρους. Αριστερά και δεξιά, πάνω: *NACA 0012*,  $Re = 180.000$  (Devenport et al., 1996) Δεξιά, κάτω: *NACA 0015*,  $Re = 3 \div 6 \cdot 10^5$  (Orloff, 1974)

(1993)) σε εύρος μιας τάξης αριθμού Reynolds ( $10^5$ ) και σε διαφορετικές, πλην «απλής» πτέρυγες (*NACA 00...*) το επιβεβαιώνουν, εμφανίζοντας μάλιστα πολύ κοντινές τιμές της κλίσης  $dv_{\theta,max}/d\alpha$  ( $< 15\%$  απόκλιση). Παρατηρούμε επίσης την απουσία δίνης υπό μηδενική γωνία κλίσης ( $v_{\theta} = 0$ ) στις συμμετρικές πτέρυγες ενώ στην περίπτωσή μας (μη συμμετρική πτέρυγα) εμφανίζεται δίνη και στις  $0^\circ$  (όπως αναμένεται). Μία πολύ ενδιαφέρουσα πρόταση του Green (1995) είναι πως όλες οι προαναφερθείσες παράμετροι συνδέονται με την κυκλοφορία στην βάση της πτέρυγας (wing root bound circulation) και έδειξε ότι όταν η  $v_{\theta}$  αδιαστατοποιηθεί

ως προς αυτήν είναι κατ' ουσίαν ανεξάρτητη της κατόντι απόστασης, της  $\alpha$  και του  $Re$ .

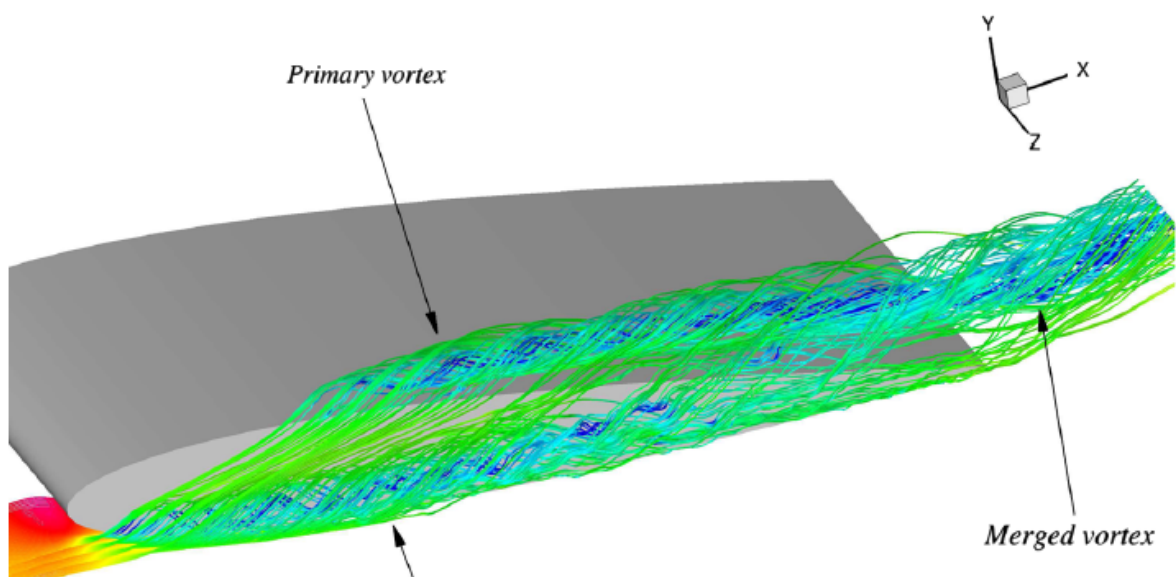
Θα επανέλθουμε εδώ στην μειωμένη περιφερειακή ταχύτητα που παρατηρήθηκε καθώς οφείλουμε έναν σχολιασμό, και θα κάνουμε μια σύνδεση με την εκτίμηση που εκφράστηκε στην αρχή του κεφαλαίου ότι τα μετρικά εξαρτήματα που είναι προσαρτημένα στο άκρο της πτέρυγας (καθώς και η άτρακτος περιστροφής της) επηρεάζουν την ροή. Η έντονη μεταβλητότητα των τιμών της  $v_\theta$  που συναντήσαμε και που είναι ίδιον της συμπεριφοράς μιας δίνης ακροπτερυγίου κατά την φάση της εξέλιξής της (rollup), όπως αναδείχθηκε, μπορεί, εν μέρη, να δικαιολογήσει την απόκλιση αυτή. Εντούτοις, υποστηρίζουμε εδώ ότι **η παρουσία των εξαρτημάτων και της ατράκτου επηρεάζει πάραυτα την ροή και τελικά την τιμή της  $v_\theta$  στην δίνη**. Οι Orloff (1974) σε μία πειραματική μελέτη δινών ακροπτερυγίου τοποθέτησαν ένα τετραγωνικό πάνελ ( $0.11c$ ) στην κορυφή της πτέρυγας κάθετα στην αξονική κατεύθυνση της ροής με σκοπό την εξασθένιση της δίνης. Τα συγκριτικά αποτελέσματα χωρίς και με την χρήση του καταστροφέα φαίνονται στο σχήμα 5.59. Σχολιάζοντας τα αποτελέσματα υποστηρίζουν ότι η παρουσία του πάνελ εισάγει κατά την διαμόρφωση της δίνης μεγάλα ποσά τύρβης στον πυρήνα της με την μορφή δινών (eddies) στο μέγεθος του πάνελ. Ο υποβιβασμός των δινών αυτών στην μικροκλίμακα μεταβιβάζει ορμή, με αποτέλεσμα την διάλυση (dissipation) - η ιδέα της τεχνητής καταστροφής δινών ακροπτερυγίου δεν είναι φυσικά ούτε αποκλειστική ούτε αφηρημένη, π.χ. χρήση winglets σε πτερύγια αεροσκαφών - . Επικαλούμενοι και άλλες παρεμφερείς έρευνες καταλήγουν στο ότι «η εισαγωγή τύρβης στην δίνη με πρακτικά οποιοδήποτε μέσο» είναι κυρίαρχος παράγοντας στον περιορισμό της εφαιπτομενικής ταχύτητας. Συνεπώς η άτρακτος και τα εξαρτήματα λειτουργούν εκ παραδρομής ως καταστροφείς της δίνης (φυσικά δεν μπορεί να εκτιμηθεί ποσοτικά η επίδραση αυτή, αλλά αυτό μπορεί να αποτελέσει πρόταση για μελλοντική εργασία).

Εν συνεχεία, ως προς το μέγεθος της δίνης, ένα χαρακτηριστικό που διακρίνει διαφορετικές γεωμετρίες πτερύγων είναι η ακτίνα του πυρήνα της δίνης ( $r_c$ ) μετά τη φάση της περιέλιξης. Ο Sarpkaya (1983) παρατήρησε ότι η ακτίνα της δίνης που παράγεται από επίπεδο άκρο (square-cut) ορθογωνικής πτέρυγας είναι περίπου 30% μεγαλύτερη σε σχέση με στρογγυλεμένο άκρο της ίδιας πτέρυγας. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν και οι Stinebring et al. (1991), αλλά και οι Green et al. (1988), οι οποίοι, σχολιάζοντάς το, έρχονται σε συμφωνία με την διαπίστωση των Shekarriz et al. (1992) ότι το μεγάλο μέγεθος των δινών σε αμβλείες πτέρυγες οφείλεται στην συγχώνευση διαφόρων αλληλένδετων δινών οριακών διατμητικών



Σχήμα 5.59: Επίδραση καταστροφέα στην περιφερειακή ταχύτητα της δίνης (Orloff, 1974)

στρωμάτων, που αναπτύσσονται στο άκρο, στον ομόρρου. Έτσι το μέγεθος του πυρήνα  $r_c$  εξαρτάται τόσο από το πάχος του οριακού στρώματος στην επιφάνεια της πτέρυγας όσο και της κατανομής των διατμητικών δινών που συνενώνονται για να διαμορφωθεί η τελική δίνη. Μία τέτοια δευτερεύουσα δίνη φαίνεται στο σχήμα 5.60.



Σχήμα 5.60: Ανάπτυξη δευτερεύουσας δίνης στο άκρο πτέρυγας (Uzun and Hussaini, 2010)

### Αξονική ταχύτητα δινών

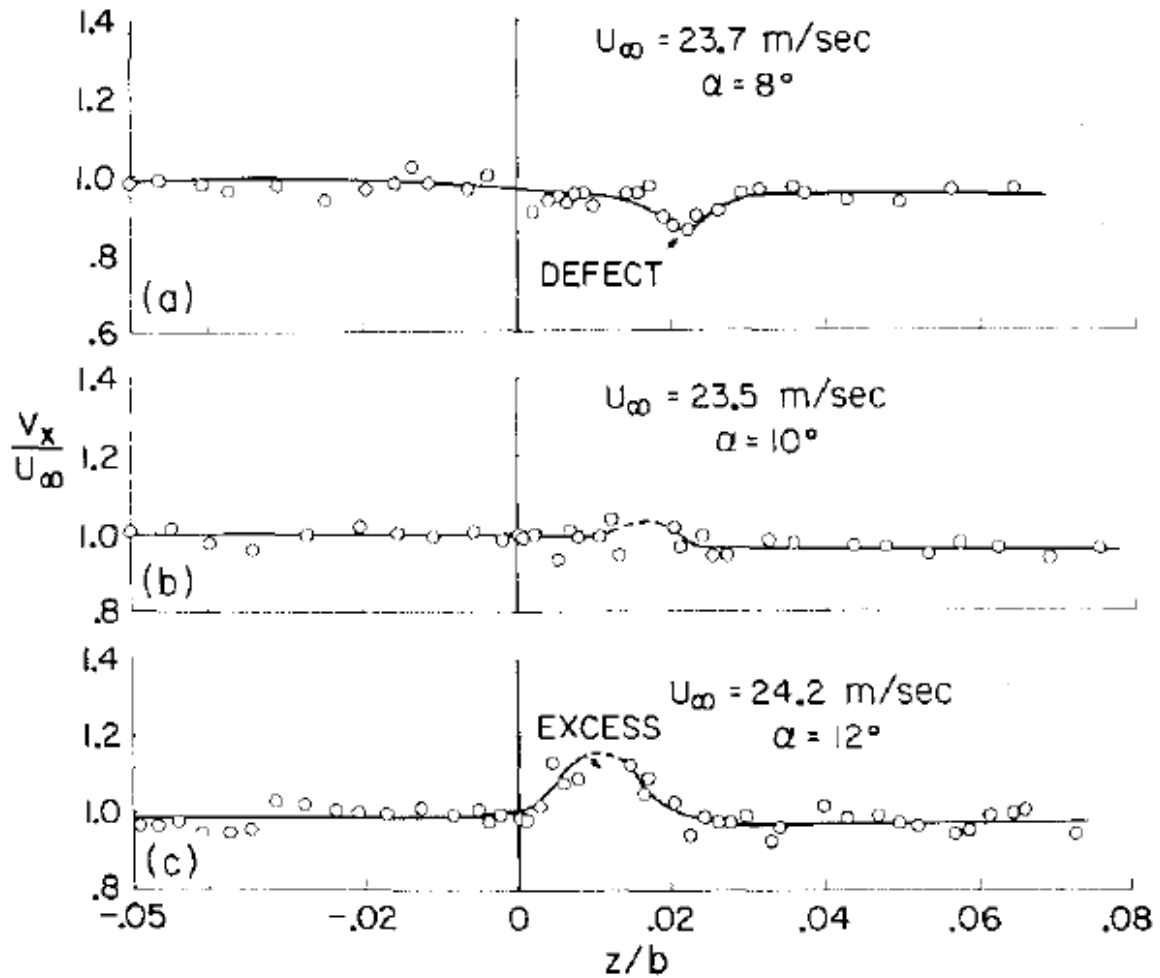
Η αξονική ταχύτητα σε μια δίνη ακροπτερυγίου εξαρτάται έντονα από την ακριβή γεωμετρία της πτέρυγας, την γωνία πρόσπτωσης, τον αριθμό Reynolds και την κατάντι απόσταση (τόσο η μέση τιμή όσο και η διακύμανσή της, Green και Acosta 1991, Thompson 1975). Σύμφωνα δε με τον Green, κανείς δεν έχει δώσει μέχρι σήμερα μια επαρκή εξήγηση του φαινομένου αυτού, καθώς η περιπλοκότητα της μεταβλητότητας της αξονικής ταχύτητας έχει να κάνει με την εξάρτηση της  $v_x$  από το προφίλ της περιφερειακής ταχύτητας, το οριακό στρώμα στην επιφάνεια της πτέρυγας, τις λεπτομέρειες της φάσης περιέλιξης της δίνης και την καταστροφή ενέργειας στο εσωτερικό της.

Οι Zaman et al. (2016) υποστηρίζουν ότι σίγουρα η γεωμετρία της αεροτομής και οι συνθήκες λειτουργίας παίζουν ρόλο στην διαμόρφωση της αξονικής ταχύτητας, και παραθέτοντας μια σειρά από πειράματα και μελέτες με αρκετά διαφορετικά αποτελέσματα καταλήγουν στο ότι η συμπεριφορά της  $v_x$  στην περιοχή του πυρήνα είναι όντως «πλούσια» και η πρόβλεψή της φαίνεται να φέρνει τους διάφορους μελετητές σε αμηχανία. Συγκεκριμένα, έχουν παρατηρηθεί τόσο ελλειμματικά (wake-like,  $v_x > v_\infty$ ) όσο και πλεονασματικά (jet-like,  $v_x > v_\infty$ ) προφίλ αξονικής ταχύτητας (σχήματα 5.58 (αριστερά) και 5.61), ενώ αυτά μπορεί να είναι είτε επιταχυνόμενα είτε επιβραδυνόμενα. Κατά κανόνα, η μέση αξονική ταχύτητα  $v_x$  φαίνεται να φθίνει μονοτονικά με την απόσταση  $x$  πέραν του σημείου ολοκλήρωσης του rollup, ενώ κατά τα αρχικά στάδια αυτού, πάνω στην επιφάνεια της πτέρυγας, μπορεί να αυξάνεται (Green (1995)), όπως φαίνεται για παράδειγμα στο σχήμα 5.62. Η αύξηση αυτή οφείλεται στην ταχεία περιστροφή της δίνης, που διαμορφώνει χαμηλές πιέσεις στον πυρήνα της, επιταχύνοντας την ροή του ρευστού διαμέσου του. Μια ενδιαφέρουσα δε, μελέτη πτέρυγας που υπόκειται σε plunging έδειξε εναλλαγή ελλειμματικού/πλεονασματικού προφίλ αξονικής ταχύτητας στην ίδια θέση  $x/c$  σε διαφορετικές φάσεις ταλάντωσης της πτέρυγας (σχήμα 5.63).

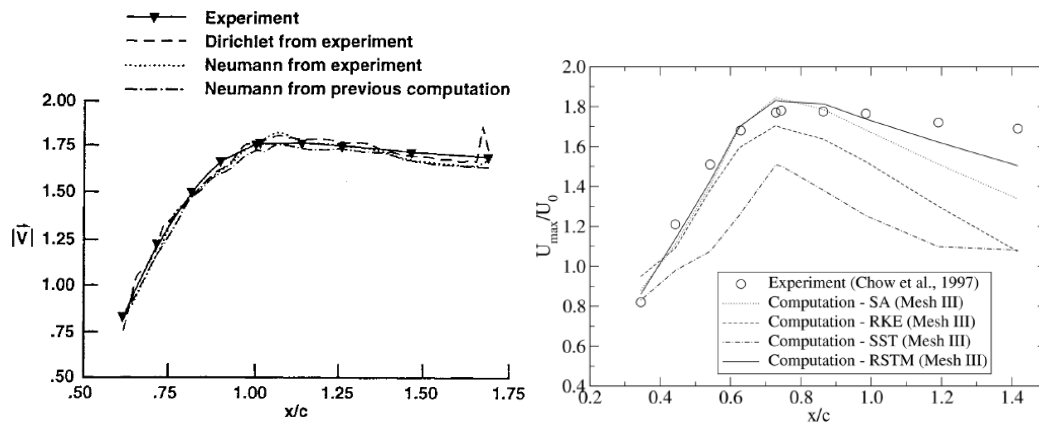
### Μετατόπιση της δίνης (wandering)

Μία δίνη ακροπτερυγίου γεννιέται στην πλευρά υποπίεσης της πτέρυγας στην γειτονιά του άκρου, σε κάποια απόσταση από την ακμή πρόσπτωσης. Ο όρος «περιπλάνηση» (vortex wandering) αναφέρεται στην μετατόπιση του κέντρου της στο κάθετο στην αξονική ροή επίπεδο κατά τυχαίο τρόπο αφότου εγκαταλείψει την ακμή εκφυγής. Αυτή η στοχαστικότητα της κίνησής της έχει γίνει αντικείμενο πολλών ερευνών και κατά κύριο



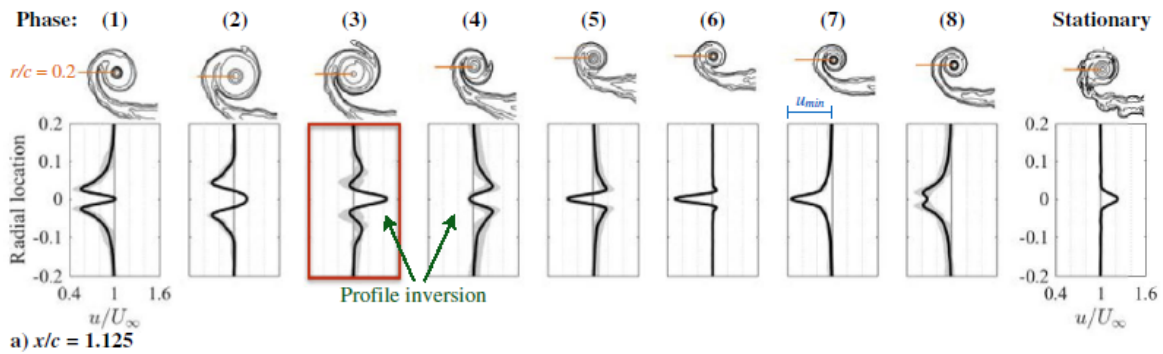


Σχήμα 5.61: Προφίλ αξονικής ταχύτητας  $v_x$  για διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης (Orloff, 1974)



Σχήμα 5.62: Τιμές αξονικής ταχύτητας  $v_x$  σε διάφορες αποστάσεις από την πτέρυγα Dacles-Mariani et al. (1995), Kim and Rhee (2005)

λόγο αποδίδεται στην αστάθεια (unsteadiness) των αεροδυναμικών σηράγγων (Devenport et al., 1996), χωρίς να έχει γίνει πάντως, αξιόλογη προσπάθεια θεμελίωσης της. Η βασική επίπτωση του φαινομένου είναι η μετα-



Σχήμα 5.63: Προφίλ αξονικής ταχύτητας  $v_x$  δινών ακροπτερυγίου στον κοντινό ομόρρου πτέρυγας που υπόκειται σε plunging (Garmann and Visbal, 2017)

βλητότητα που εισάγει στις μετρήσεις και η δυσκολία υπολογισμού μέσω (averaged) πεδίων. Μπορούμε τώρα να κατανοήσουμε αυτό που στην αρχή του κεφαλαίου ήταν απλά μια παρατήρηση, **την μετατόπιση δηλαδή των δινών από μέτρηση σε μέτρηση και την αποτυχία των μέσων πεδίων να αποδώσουν την πραγματική μορφή της δίνης**. Όπως αναφέρουν και οι Heyes et al. (2004), το φαινόμενο της περιπλάνησης έχει σημαντικές συνέπειες στην ακρίβεια των μετρήσεων αφού η χρήση μη διορθωμένων δεδομένων για τον υπολογισμό μέσων και κυμαινόμενων συνιστωσών δίνει μια «θολή» εκδοχή του πραγματικού πεδίου ροής και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα σχετικά με τις τιμές για παράδειγμα, των μεγίστων ταχυτήτων ή του μεγέθους του πυρήνα. Μία άλλη συνέπεια του φαινομένου, όπως αναφέρουν οι Zheng and Ramaprian (1993), είναι η παράδοξη εμφάνιση υψηλών τιμών τάσεων Reynolds στον πυρήνα, που ήταν στην πραγματικότητα στρωτός. Συνεπώς, η δυνατότητα της διάκρισης του φαινομένου του wandering σε πειραματικά δεδομένα, της ποσοτικοποίησης του μεγέθους του και τελικά της διόρθωσης των δεδομένων είναι ύψιστης σημασίας για την αξιοπιστία των μετρήσεων και υπολογισμών. Οι Devenport et al. (1996) δοκιμάζοντας διάφορους τρόπους αντιμετώπισης του wandering κατέληξαν στην φασματική ανάλυση ως πιο αποτελεσματική, με την αφαίρεση των συνεισφορών του wandering από το φάσμα του σήματος των ταχυτήτων. Μία άλλη πρόταση, των Heyes et al. (2004), είναι η χρήση στατιστικών μεθόδων για τον προσδιορισμό της θέσης του κέντρου της δίνης (συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας).

## Κεφάλαιο 6

### Ανακεφαλαίωση-Επέκταση

Συνοψίζοντας, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας οπτικοποιήθηκαν με χρήση  $2D - PIV$  δύο περιοχές του κοντινού ομόρρου πτέρυγας *NACA 64418* που εκτίθεται σε ομοιόμορφη ροή αέρα  $Re \sim 6 \times 10^5$ , υπό συνθήκες ακινησίας και περιστροφικής ταλάντωσης και υπό διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης. Η μία υπό μελέτη περιοχή (i) είναι αυτή του ομόρρου σε επίπεδο κάθετο στην διεύθυνση εκπετάσματος της πτέρυγας (επίπεδο αξονικής και κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας ροής) και στο ύψος του μέσου της ( $z = l/2$ ), και η άλλη υπό μελέτη περιοχή (ii) είναι αυτή του ακροπτερυγίου, σε επίπεδο κάθετο στην αξονική διεύθυνση και σε απόσταση  $= 0.36c$  από την ακμή εκφυγής. Τα βασικά συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε είναι τα εξής:

#### Περιοχή i

- Το προφίλ αξονικών ταχυτήτων του κοντινού ομόρρου χωρίζεται σε δύο περιοχές αντίθετων κλίσεων ταχυτήτων και στροβιλοτήτων (όπως και τα οριακά στρώματα που συνέβαλαν στην διαμόρφωσή του). Το έλλειμμα ταχύτητας είναι μέγιστο στην κεντρική γραμμή του ομόρρου (γραμμή ροής που εκκινεί στην ακμή εκφυγής) και μειώνεται μέχρι μηδενισμού καθώς απομακρυνόμαστε από αυτήν κατά την κάθετη διεύθυνση. Επίσης μειώνεται καθ' όλο το πλάτος του ομόρρου με την κατάντι απόσταση από την ακμή εκφυγής ( $x/c$ ). Σε σχέση με την εξάρτησή του από την γωνία πρόσπτωσης εμφανίζει ελάχιστο στις  $6^\circ - 8^\circ$  και αυξάνεται εκατέρωθεν με μεγαλύτερο ρυθμό προς τις αρνητικές γωνίες.
- Κατά την κάθετη διεύθυνση η ροή κατευθύνεται από την εξωτερική περιοχή προς το κέντρο του ομόρρου (infiltration) με ταχύτητα  $v \sim 10\%$  της ταχύτητας της αδιατάραχτης ροής ( $U_\infty$ ).
- Η ασυμμετρία της αεροτομής και η επιπλέον επιβολή γωνιών πρό-

σππτωσης διαφορετικών από  $0^\circ$  προκαλούν την εξέλιξη ενός μη συμμετρικού ομόρρου, με ποσοτικά και ποιοτικά χαρακτηριστικά διαφορετικά από αυτά ενός συμμετρικού. Η ασυμμετρία του ομόρρου είναι περισσότερο εμφανής στα πεδία στροβιλοτήτων, και ιδιαίτερα στα μεγάλα τύρβης. Τα επίπεδα τύρβης στην αξονική και κάθετη κατεύθυνση και η διατμητική τάση Reynolds παρουσιάζουν ακρότατα διαφορετικών τιμών εκατέρωθεν της κεντρικής γραμμής του ομόρρου (μέγιστα για τα επίπεδα τύρβης και μέγιστο/ελάχιστο για τις διατμητικές τάσεις). Ένας παράγοντας που επιδρά σημαντικά στην ασύμμετρη δομή του ομόρρου είναι η καμπύλωση της κεντρικής γραμμής, στην οποία η τύρβη παρουσιάζει μεγάλη ευαισθησία.

- Η κλίση της μέσης ταχύτητας  $\partial\bar{u}/\partial y$  φαίνεται να είναι καθοριστικός παράγοντας για τη διαμόρφωση των μεγεθών τύρβης. Στις γειτονίες των μεγίστων τιμών της  $\partial\bar{u}/\partial y$  παρουσιάζουν μέγιστα τόσο οι διατμητικές τάσεις Reynolds όσο και τα επίπεδα τύρβης (ελαφρώς μετατοπισμένα προς την εξωτερική περιοχή), ενώ στην εξωτερική περιοχή της αδιατάρακτης ροής όπου  $\partial\bar{u}/\partial y = 0$ , οι διατμητικές τάσεις Reynolds μηδενίζονται και τα επίπεδα τύρβης παίρνουν την ελάχιστη τιμή τους.
- Στις  $-4^\circ$  παρατηρήθηκε απαρχή αποκόλλησης της ροής και αυξημένη αστάθεια με αποτέλεσμα υψηλές τιμές των επιπέδων τύρβης και της διατμητικής τάσης Reynolds, ιδιαιτέρως στην περιοχή υποπίεσης.

### Περιοχή ii

- Παρατηρήθηκε η τυπική δομή δίνης ακροπτερυγίου με μηδενική ταχύτητα στο κέντρο, γραμμική κατανομή περιφερειακής ταχύτητας στην περιοχή του συνεκτικού πυρήνα και μέγιστη περιφερειακή ταχύτητα στα όρια αυτού. Διαπιστώθηκε πολύ καλή συμφωνία με το μοντέλο δίνης Batchelor στην περιοχή του πυρήνα, όχι όμως και εκτός αυτής, κυρίως λόγω προβληματικών μετρήσεων σε μεγάλες περιοχές των εικόνων.
- Οι δίνες συνελήφθησαν στη φάση εξέλιξης της περιέλιξής τους (rollup), που χαρακτηρίζεται από έντονη μεταβλητότητα των περιφερειακών ταχυτήτων στα όρια του πυρήνα, ατελή αξονική συμμετρία και μη αμελητέα ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας. Οι μετρήσεις επιβεβαιώνουν τα στοιχεία αυτά σε όλες τις γωνίες πρόσπτωσης.
- Σημειώθηκε αλλαγή στην φορά των δινών στην περίπτωση των  $-6^\circ$  λόγω αντιστροφής των πιέσεων στις δύο επιφάνειες (επιφάνεια υπερ-

---

πίεσης  $\leftrightarrow$  επιφάνεια υποπίεσης), που είναι και η γενεσιουργός δύναμη των δινών ακροπτερυγίων.

- Η μέγιστη περιφερειακή ταχύτητα και η στροβιλότητα των δινών αυξάνεται μονότονα με την γωνία πρόσπτωσης. Αυτή η σχέση αποδόθηκε στην αύξηση των μεγεθών κυκλοφορίας-άνωσης-διαφοράς πίεσης μεταξύ των δύο επιφανειών της πτέρυγας με την αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης.
- Στην περίπτωση των  $0^\circ$  παρατηρήθηκε σημαντική μεταβολή των τιμών μέγιστης εφαπτομενικής ταχύτητας και στροβιλότητας από την μόνιμη στην μη-μόνιμη περίπτωση. Αυτό αποδόθηκε στο φαινόμενο της αεροδυναμικής υστέρησης της πτέρυγας, αποτέλεσμα του οποίου είναι η εμφάνιση αυξημένης κυκλοφορίας και άνωσης κατά την pitch-down κίνησή της.
- Παρατηρήθηκαν μειωμένες τιμές της μέγιστης περιφερειακής ταχύτητας των δινών σε σχέση με την βιβλιογραφία. Η εξήγηση που προτάθηκε είναι ότι τα εξαρτήματα που είναι προσαρτημένα στο πάνω μέρος της πτέρυγας, καθώς και η άτρακτος περιστροφής επηρεάζουν την ροή και λειτουργούν ως καταστροφείς της δίνης, περιορίζοντας την τιμή της περιφερειακής ταχύτητας.
- Παρατηρήθηκε το φαινόμενο περιπλάνησης των δινών (wandering), δηλαδή μετατόπισης του κέντρου τους στο κάθετο στην αξονική ροή επίπεδο, κατά τυχαίο τρόπο αφότου εγκαταλείψουν την ακμή εκφυγής. Το φαινόμενο έχει ταλαιπωρήσει αρκετά τους σχετικούς μελετητές (μεταξύ αυτών και τον γράφοντα) καθώς έχει σημαντικές συνέπειες στην ακρίβεια των μετρήσεων (αποτυχία μέσων πεδίων να αποδώσουν την πραγματική δομή της δίνης χωρίς διόρθωση).

### **Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα:**

- Μετρήσεις ομόρρου σε μεγαλύτερες αποστάσεις από την ακμή εκφυγής και παρατήρηση των φαινομένων «συμμετρικοποίησης» και μετάβασης σε συνθήκες ισότροπης τύρβης. Εξαγωγή των σχέσεων εντάσεων τύρβης και διατμητικών τάσεων Reynolds με την κατάντι απόσταση.
- Παρακολούθηση της εξέλιξης αποκόλλησης της ροής με οπτικοποίησή της πάνω στην επιφάνεια της πτέρυγας σε μόνιμη και μη μόνιμη συνθήκη (φαινόμενο δυναμικής απώλειας στήριξης).

- Μετρήσεις στον ομόρρου και στην επιφάνεια της πτέρυγας υπό συνθήκες συνδυαστικής περιστροφικής (pitching) και μεταφορικής (plunging) κίνησης σε μεγάλο εύρος χαμηλών αριθμών *Reynolds* και παρακολούθηση των ποιοτικά διαφορετικών φαινομένων που εμφανίζονται υπό διάφορους συνδυασμούς των παραμέτρων.
- Μετρήσεις στην περιοχή του ακροπτερυγίου σε πτέρυγα ελεύθερη από εξαρτήματα και άτρακτο που επηρεάζουν την διαμόρφωση των δινών και σύγκριση με την παρούσα εργασία.
- Σύλληψη δινών ακροπτερυγίων από την γέννησή τους πάνω στην πλευρά υποπίεσης και σε διαφορετικές αξονικές αποστάσεις έως και μετά την ολοκλήρωση της περιέλιξης (rollup). Επιπλέον, μετρήσεις αξονικών ταχυτήτων στον πυρήνα των δινών.
- Ολιστική προσέγγιση της αεροδυναμικής συμπεριφοράς πτέρυγας υπό συνδυαστική κίνηση. Οπτικοποίηση της ροής στην επιφάνεια της πτέρυγας καθ' όλο το μήκος της και μετρήσεις και των τριών συνιστωσών των ταχυτήτων. Παράλληλα οπτικοποίηση της ροής στην περιοχή του ακροπτερυγίου. Παρακολούθηση της τριδιάστατης εξέλιξης των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα και συσχέτισή τους με τις δυνάμεις που αναπτύσσονται στην πτέρυγα.

# Βιβλιογραφία

- J. Anderson, K. Streitlien, D. Barrett, and M. Triantafyllou. Oscillating foils of high propulsive efficiency. *Journal of Fluid Mechanics*, 360:41–72, 1998.
- J. M. Birch and M. H. Dickinson. Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings. *Nature*, 412(6848):729–733, 2001.
- J. M. Birch, W. B. Dickson, and M. H. Dickinson. Force production and flow structure of the leading edge vortex on flapping wings at high and low reynolds numbers. *Journal of Experimental Biology*, 207(7):1063–1072, 2004.
- J. W. Chang and H. Eun. Reduced frequency effects on the near-wake of an oscillating elliptic airfoil. *KSME international journal*, 17(8):1234–1245, 2003.
- N. Chigier and V. Corsiglia. Tip vortices: Velocity distributions. 1971.
- J. O. Dabiri. Optimal vortex formation as a unifying principle in biological propulsion. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41:17–33, 2009.
- J. Dacles-Mariani, G. G. Zilliac, J. S. Chow, and P. Bradshaw. Numerical/experimental study of a wingtip vortex in the near field. *AIAA journal*, 33(9):1561–1568, 1995.
- J. DeLaurier and J. Harris. Experimental study of oscillating-wing propulsion. *Journal of Aircraft*, 19(5):368–373, 1982.
- W. J. Devenport, M. C. Rife, S. I. Liapis, and G. J. Follin. The structure and development of a wing-tip vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 312:67–106, 1996.
- K. P. Dial. An inside look at how birds fly: experimental studies of the internal and external processes controlling flight. In *Report to the Aerospace Profession, 38th Symp Proc, The Beverly Hilton, Beverly Hills, CA*, 1994.

- M. H. Dickinson and K. G. Gotz. Unsteady aerodynamic performance of model wings at low reyn-olds numbers. *Journal of Experimental Biology*, 174(1):45–64, 1993.
- C. P. Ellington, C. Van Den Berg, A. P. Willmott, and A. L. Thomas. Leading-edge vortices in insect flight. 1996.
- D. J. Garmann and M. R. Visbal. Analysis of tip vortex near-wake evolution for stationary and oscillating wings. *AIAA Journal*, 2017.
- M. S. Genç, G. Özkan, H. H. Açikel, M. S. Kiriş, and R. Yildiz. Effect of tip vortices on flow over naca4412 aerofoil with different aspect ratios. In *EPJ Web of Conferences*, volume 114, page 02027. EDP Sciences, 2016.
- M. Gharib, E. Rambod, and K. Shariff. A universal time scale for vortex ring formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 360:121–140, 1998.
- R. Godoy-Diana, C. Marais, J. Aider, and J. Wesfreid. A model for the symmetry breaking of the reverse benard - von karman vortex street produced by a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 622:23–32, 3 2009. ISSN 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112008005727. URL [http://journals.cambridge.org/article\\_S0022112008005727](http://journals.cambridge.org/article_S0022112008005727).
- S. I. Green. Wing tip vortices. In *Fluid Vortices*, pages 427–469. Springer, 1995.
- C. Hah and B. Lakshminarayana. Measurement and prediction of mean velocity and turbulence structure in the near wake of an airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 115:251–282, 1982.
- S. Heathcote and I. Gursul. Jet switching phenomenon for a periodically plunging airfoil. *Physics of Fluids*, 19(2):027104, 2007.
- A. Heyes, R. Jones, and D. Smith. Wandering of wing-tip vortices. In *Proceedings of 12th international symposium on the applications of laser techniques to fluid mechanics. Lisbon, Portugal*, 2004.
- F.-B. Hsiao, C.-F. Liu, and Z. Tang. Aerodynamic performance and flow structure studies of a low reynoldsnumber airfoil. *AIAA journal*, 27(2): 129–137, 1989.
- R. F. Huang and C. L. Lin. Vortex shedding and shear-layer instability of wing at low-reynolds numbers. *AIAA journal*, 33(8):1398–1403, 1995.



- P. G. Ifju, R. Albertani, B. K. Stanford, D. J. Claxton, and M. J. Sytsma. Flexible-wing micro air vehicles. *Introduction to the Design of Fixed-Wing Micro Air Vehicles: Including Three Case Studies*, pages 185–240, 2006.
- A. Jones and H. Babinsky. Unsteady lift generation on rotating wings at low reynolds numbers. *Journal of Aircraft*, 47(3):1013–1021, 2010.
- J. Katz and A. Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2001. ISBN 9780521665520. URL <http://www.google.gr/books?id=rAS1DmBRLo8C>.
- S.-E. Kim and S. Rhee. Prediction of tip-vortex flow past a finite wing. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 58, 2005.
- M. M. Koochesfahani. Vortical patterns in the wake of an oscillating airfoil. *AIAA journal*, 27(9):1200–1205, 1989.
- P. S. Krueger, J. O. Dabiri, and M. Gharib. The formation number of vortex rings formed in uniform back-ground co-flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 556:147–166, 2006.
- P. S. Lai, N. Bose, and R. C. McGregor. Wave propulsion from a flexible-armed, rigid-foil propulsor. *Marine technology*, 30(1):30–38, 1993.
- J. Lighthill. *Mathematica) Biofluidynamics*. SIAM, 1975.
- M. Lighthill. Hydromechanics of aquatic animal propulsion. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1(1):413–446, 1969.
- P. Lissaman. Low-reynolds-number airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 15(1):223–239, 1983.
- D. Mathioulakis. *Measuring techniques in fluid mechanics*. 2006.
- T. Maxworthy. Experiments on the weis-fogh mechanism of lift generation by insects in hovering flight. part 1. dynamics of the fling. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(01):47–63, 1979.
- T. Maxworthy. The fluid dynamics of insect flight. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 13(1):329–350, 1981. doi: 10.1146/annurev.fl.13.010181.001553. URL <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fl.13.010181.001553>.
- W. J. McCroskey. The phenomenon of dynamic stall. Technical report, NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION MOFFETT FIELD CA AMES RESEARCH CENTER, 1981.

- J. McMasters and M. Henderson. Low-speed single-element airfoil synthesis. *Technical Soaring*, 6(2):1–21, 1980.
- M. Milano and M. Gharib. Uncovering the physics of flapping flat plates with artificial evolution. *Journal of Fluid Mechanics*, 534:403–409, 2005.
- A. Nakayama. Characteristics of the flow around conventional and supercritical airfoils. *Journal of Fluid Mechanics*, 160:155–179, 1985.
- U. Norberg. Vertebrate flight: Mechanics, physiology, morphology. *Ecology, and Evolution*. Springer, 1, 1990.
- K. L. Orloff. Trailing vortex wind-tunnel diagnostics with a laser velocimeter. *Journal of Aircraft*, 11(8):477–482, 1974.
- M. Platzer, K. Jones, J. Young, and J. Lai. Flapping-wing aerodynamics: Progress and challenges. *AIAA JOURNAL*, 46(9):2136–2149, SEP 2008. ISSN 0001-1452. doi: {10.2514/1.29263}.
- M. J. Ringuette, M. Milano, and M.-z. Gharib. Role of the tip vortex in the force generation of low-aspect-ratio normal flat plates. *Journal of Fluid Mechanics*, 581:453–468, 2007.
- D. Rival, T. Prangemeier, and C. Tropea. The influence of airfoil kinematics on the formation of leading-edge vortices in bio-inspired flight. *Experiments in fluids*, 46(5):823–833, 2009.
- W. Shyy and H. Liu. Flapping wings and aerodynamic lift: the role of leading-edge vortices. *AIAA journal*, 45(12):2817–2819, 2007.
- W. Shyy, Y. Lian, J. Tang, D. Viieru, and H. Liu. *Aerodynamics of low Reynolds number flyers*. Cambridge University Press New York, 2008.
- J. Strickland and G. Graham. Force coefficients for a naca-0015 airfoil undergoing constant pitchrate motions. *AIAA journal*, 25(4):622–624, 1987.
- J. Tang, D. Viieru, and W. Shyy. Effects of reynolds number and flapping kinematics on hover-ing aerodynamics. *AIAA journal*, 46(4):967–976, 2008.
- G. K. Taylor, R. L. Nudds, and A. L. Thomas. Flying and swimming animals cruise at a strouhal number tuned for high power efficiency. *Nature*, 425 (6959):707–711, 2003.

- T. Theodorsen. *General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter*. National Advisory Committee for Aeronautics: Report. NACA, 1935. URL <http://books.google.gr/books?id=P6xkmQEACAAJ>.
- M. Triantafyllou, G. Triantafyllou, and R. Gopalkrishnan. Wake mechanics for thrust generation in oscillating foils. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, 3(12):2835–2837, 1991.
- P. Trizila, C.-k. Kang, M. R. Visbal, and W. Shyy. Unsteady fluid physics and surrogate modeling of low reyn-olds number, flapping airfoils. *AIAA Paper*, 3821:2008, 2008.
- C. Tung, S. Pucci, F. Caradonna, and H. Morse. The structure of trailing vortices generated by model rotor blades. 1981.
- A. Uzun and M. Y. Hussaini. Simulations of vortex formation around a blunt wing tip. *AIAA Journal*, 48(6):1221–1234, 2010.
- M. VISBAL and J. Shang. Investigation of the flow structure around a rapidly pitching airfoil. *AIAA journal*, 27(8):1044–1051, 1989.
- T. Von Karman and W. Sears. Airfoil theory for non-uniform motion. *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*, 5(10): 379–390, 1938. doi: 10.2514/8.674.
- K. Williams-Stuber and M. Gharib. Transition from order to chaos in the wake of an airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 213:29–57, 1990.
- M. Yu, Z. Wang, and H. Hu. The effects of wing planforms on the aerodynamic performance of thin finite-span flapping wings. In *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, pages 09–12, 2012.
- K. Q. Zaman, A. F. Fagan, and M. R. Mankbadi. Experimental study of tip vortex flow from a periodically pitched airfoil section. In *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, page 1846, 2016.
- Y. Zheng and B. Ramaprian. An experimental study of wing tip vortex in the near wake of a rectangular wing. Technical report, DTIC Document, 1993.