



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Ανάπτυξη Αλγορίθμων Εκτίμησης Κατάστασης με Χρήση
Συμβατικών και Συγχρονισμένων Μετρήσεων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΗΛΙΑΣ Τ. ΖΕΝΕΛΗΣ

ΓΕΩΡΓΙΑ Π. ΠΙΕΡΡΟΥ

Επιβλέπων : Γεώργιος Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2017



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Ανάπτυξη Αλγορίθμων Εκτίμησης Κατάστασης με Χρήση Συμβατικών και Συγχρονισμένων Μετρήσεων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΗΛΙΑΣ Τ. ΖΕΝΕΛΗΣ

ΓΕΩΡΓΙΑ Π. ΠΙΕΡΡΟΥ

Επιβλέπων : Γεώργιος Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την.....Ιουλίου 2017

(Υπογραφή)

.....

Γεώργιος Κορρές
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Πάυλος Γεωργιλάκης
Επικ.Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Ιωάννης Γκόνος
Επικ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2017

.....

ΗΛΙΑΣ Τ. ΖΕΝΕΛΗΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

.....

ΓΕΩΡΓΙΑ Π. ΠΙΕΡΡΟΥ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Ηλίας Τ. Ζενέλης, 2017
Copyright © Γεωργία Π. Πιέρρου, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Είναι γεγονός πως η ανάγκη για υψηλή ποιότητα ηλεκτρικής ενέργειας στα πλαίσια των σύγχρονων κοινωνιών καθιστά επιτακτική την αποτελεσματική παρακολούθηση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Σε αυτή την κατεύθυνση, σημαντικός είναι ο ρόλος της Εκτίμησης Κατάστασης, η οποία παρέχει μία εκτιμώμενη εικόνα της κατάστασης του δικτύου, όπως προκύπτει από ένα σύνολο διαθέσιμων μετρήσεων από όργανα σε διάφορα σημεία του δικτύου. Η ανάγκη για υψηλή ακρίβεια και ταχύτητα στις μετρήσεις έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη νέων τεχνολογιών, όπως οι συσκευές PMU που παρέχουν συγχρονισμένες μετρήσεις. Ωστόσο, λόγω του υψηλού κόστους των συσκευών αυτών, η πιθανότητα να επιτευχθεί η παρατηρησιμότητα ενός δικτύου με χρήση μόνο συγχρονισμένων μετρήσεων είναι προς το παρόν αδύνατη. Συνεπώς, οι συγχρονισμένες μετρήσεις πρέπει να ενταχθούν στους ήδη υπάρχοντες εκτιμητές κατάστασης που περιλαμβάνουν συμβατικές μετρήσεις από το σύστημα SCADA. Η τακτική που ακολουθείται συνήθως είναι η τοποθέτηση κάποιου αριθμού συσκευών PMU σε πιο σημαντικές θέσεις του δικτύου και η τροποποίηση των αλγορίθμων εκτίμησης ώστε να διαχειρίζονται τα δύο είδη μετρήσεων. Ο στόχος της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη και συγκριτική αξιολόγηση τεσσάρων αλγορίθμων εκτίμησης κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων υπό την εφαρμογή διαφορετικών σεναρίων μετρήσεων και ειδών θορύβου. Οι αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν αναλυτικά και εφαρμόστηκαν στα δίκτυα IEEE των 14 και 57 ζυγών. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν την επιλογή του καλύτερου αλγορίθμου με βάση την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, την επίδραση του θορύβου και την ανίχνευση εσφαλμένων μετρήσεων.

Λέξεις κλειδιά: Ανίχνευση και εντοπισμός σφαλμάτων, Εκτίμηση κατάστασης, Εκτιμητής δύο σταδίων, Εκτιμητής ενός σταδίου, Μέθοδος WLS, Συγχρονισμένες μετρήσεις, Συμβατικές μετρήσεις, Συσκευές PMU

Abstract

It is true that the need for high quality power systems in the modern world is more crucial than ever. One of the most significant factors is State Estimation, which provides an estimate for the grid based on a number of measurements available from different locations of the system. The importance of high accuracy and frequent availability of the measurements has opened an avenue of new applications for monitoring and control of power systems, including the modern Phasor Measurement Units which provide synchronized measurements. However, due to the large costs associated to a PMU installation, it is not expected to find power systems fully observable only with PMU measurements. Thus, synchronized measurements must be incorporated in the existing state estimators along with conventional measurements from SCADA systems. What is usually implemented is installing a small number of PMUs on some critical locations and modifying the algorithms of state estimation in order to be able to manage both kinds of measurements. This diploma thesis focuses on the development and evaluation of four such algorithms. To achieve that, various measurement sets as well as kinds of noise are implemented. The algorithms have been tested on IEEE 14 and 57 bus systems. The results verify the most preferred algorithm considering its accuracy, its capability to detect bad data and the impact of noise.

Keywords: Bad data detection, Conventional measurements, One stage state estimator, PMU devices, State estimation, Synchronized measurements, Two stage state estimator, WLS method

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2016-2017.

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε θερμά τον Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, κ. Κορρέ Γεώργιο, για την ανάθεση της παρούσας εργασίας και την πολύτιμη καθοδήγησή του κατά τη διάρκειά της. Ιδιαίτερης σημασίας ήταν επίσης η βοήθειά του για τις μελλοντικές διδακτορικές μας σπουδές στο εξωτερικό.

Επίσης, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους συμμετέχοντες στην εξεταστική επιτροπή, κ. Γεωργιλάκη Παύλο και κ.Γκόνο Ιωάννη.

Θα θέλαμε να εκφράσουμε τις ειλικρινείς μας ευχαριστίες στον κ. Μανουσάκη Νικόλαο, για τη συνεργασία του, την αμέριστη βοήθειά του και την υποστήριξη όλους αυτούς τους μήνες.

Τέλος, δεν θα μπορούσαμε να παραλείψουμε τις οικογένειές μας για την ηθική, ψυχολογική και οικονομική στήριξη όλα αυτά τα χρόνια. Παναγιώτη, Αναστασία, Ουρανία, Δημοσθένη, Βασιλική, Αριστείδη, Τρύφωνα, Μαρία και Χριστιάνα σας ευχαριστούμε θερμά που ήσαστε, είστε και θα συνεχίσετε να είστε δίπλα μας.

Πίνακας περιεχομένων

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Εισαγωγή | 19 |
| 1.1 Γενικά..... | 19 |
| 1.2 Δομή της εργασίας | 21 |
| 2. Ο Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης | 23 |
| 2.1 Λειτουργίες εκτίμησης κατάστασης..... | 23 |
| 2.2 Μοντέλο δικτύου και παραδοχές | 27 |
| 2.2.1 Γραμμές μεταφοράς..... | 27 |
| 2.2.2 Εγκάρσια επαγωγικά ή χωρητικά στοιχεία..... | 28 |
| 2.2.3 Μετασχηματιστές με αυτόματο μεταγωγέα ρύθμισης τάσης ή στροφής φάσης .. | 28 |
| 2.2.4 Γεννήτριες και φορτία..... | 30 |
| 2.2.5 Η μήτρα αγωγιμοτήτων Y του δικτύου | 30 |
| 2.3 Εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας..... | 32 |
| 2.3.1 Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Gaussian (Κανονικής) Κατανομής.. | 32 |
| 2.3.2 Η συνάρτηση πιθανοφάνειας | 33 |
| 2.4 Μοντέλο μετρήσεων και παραδοχές | 35 |
| 2.5 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων(WLS) | 37 |
| 2.5.1 Η συνάρτηση των μετρήσεων $h(x)$ | 37 |
| 2.5.2 Ιακωβιανή μήτρα H | 39 |
| 2.5.3 Μήτρα κέρδους G | 43 |
| 2.5.4 Παραγοντοποίηση της μήτρας κέρδους G | 44 |
| 2.5.5 Επίλυση με Ορθές / Αντίστροφες Αντικαταστάσεις..... | 44 |
| 2.6 Ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων δεδομένων | 45 |
| 2.6.1 Ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων στην εκτίμηση κατάστασης ελαχίστων τετραγώνων με την X^2 κατανομή..... | 47 |
| 2.6.2 Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων στην εκτίμηση κατάστασης ελαχίστων τετραγώνων με χρήση κανονικοποιημένων υπολοίπων | 48 |
| 2.7 Περιορισμοί ισότητας στην εκτίμηση κατάστασης..... | 50 |
| 3. Η τεχνολογία των Phasor Measurement Units (PMUs) | 53 |
| 3.1 Ιστορική αναδρομή | 53 |
| 3.2 Αναπαράσταση φασιθετών σε ημιτονική μορφή | 55 |
| 3.3 Η δομή ενός PMU | 57 |

| | | |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.4 | Το Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης (GPS) | 59 |
| 3.5 | Η ιεραρχία στα Συστήματα Μέτρησης Φασιθετών..... | 60 |
| 3.6 | Δυνατότητες για την επικοινωνία των PMUs | 62 |
| 3.7 | Λειτουργικές απαιτήσεις για PMU και PDC | 65 |
| 3.7.1 | Η εξέλιξη του προτύπου για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη..... | 65 |
| 3.7.2 | Η δομή του αρχείου στο πρότυπο για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη | 67 |
| 3.7.3 | Τα αρχεία των PDC | 68 |
| 3.8 | Εκτίμηση κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις | 69 |
| 3.8.1 | Η επιλογή του ζυγού αναφοράς | 69 |
| 3.8.2 | Μοντέλο μετρήσεων | 71 |
| 3.8.3 | Μοντέλο δικτύου – Διάνυσμα κατάστασης σε πολική μορφή | 72 |
| 3.8.4 | Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης σε πολική και ρεύματα σε καρτεσιανή μορφή | 76 |
| 3.8.5 | Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης και ρεύματα σε πολική μορφή.... | 78 |
| 3.8.6 | Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης κι ρεύματα σε καρτεσιανή μορφή | 79 |
| 4. | Ανάπτυξη Αλγορίθμων Εκτίμησης Κατάστασης | 83 |
| 4.1 | Εισαγωγή..... | 83 |
| 4.2 | Περιγραφή και Υλοποίηση των Αλγορίθμων | 84 |
| 4.2.1 | Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 1 | 84 |
| 4.2.2 | Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 2 | 86 |
| 4.2.3 | Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 3 | 87 |
| 4.2.4 | Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 4 | 89 |
| 4.3 | Παραδείγματα Εφαρμογής Αλγορίθμων..... | 91 |
| 4.4 | Σενάρια εκτέλεσης αλγορίθμων | 113 |
| 4.4.1 | Δίκτυο IEEE 14-ζυγών | 114 |
| 4.4.2 | Δίκτυο IEEE 57-ζυγών | 117 |
| 5. | Επίλογος | 157 |
| 5.1 | Σχολιασμός αποτελεσμάτων | 157 |
| 5.2 | Μελλοντική έρευνα..... | 161 |
| 6. | Βιβλιογραφία | 163 |

Ευρετήριο Σχημάτων

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Σχήμα 2.1 Καταστάσεις λειτουργίας συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. | 23 |
| Σχήμα 2.2 Διάγραμμα ροής ανάλυσης ασφαλείας..... | 26 |
| Σχήμα 2.3 Μοντέλο γραμμής μεταφοράς. | 27 |
| Σχήμα 2.4 Μοντέλο εγκάρσιου πυκνωτή ή πηνίου..... | 28 |
| Σχήμα 2.5 Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή..... | 28 |
| Σχήμα 2.6 Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή..... | 29 |
| Σχήμα 2.7 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Κανονικής Κατανομής..... | 33 |
| Σχήμα 2.8 Ισοδύναμο δίθυρο μοντέλο «π»..... | 38 |
| Σχήμα 3.1 Η πρώτη μονάδα μέτρησης φασιθετών (PMU) στο Πανεπιστήμιο της Βιρτζίνια. Ο δέκτης χρονισμού του GPS ήταν εξωτερικά του PMU και λόγω του μικρού αριθμού δορυφόρων που υπήρχαν εκείνη την εποχή, το ρολόι έπρεπε να διαθέτει εσωτερικό ταλαντωτή υπεύθυνου για τη διατήρηση ακρίβειας κατά την απουσία ορατών δορυφόρων. | 55 |
| Σχήμα 3.2 (α) Μία ημιτονοειδής οντότητα και (β) η αναπαράστασή της ως φασιθέτης. Η φασική γωνία του διανύσματος εξαρτάται από την επιλογή του άξονα $t=0$, οπότε και επιλέγεται αυθαίρετα. Αξίζει να σημειωθεί πως το μήκος του διανύσματος είναι ίσο με την RMS τιμή του ημιτονοειδούς σήματος..... | 56 |
| Σχήμα 3.3 Τα κυριότερα στοιχεία ενός σύγχρονου PMU. | 57 |
| Σχήμα 3.4 Αναπαράσταση της διάταξης των δορυφόρων στο GPS. Υπάρχουν 4 δορυφόροι σε κάθε μία από τις 6 τροχιές που περιφέρονται γύρω από τη γη με περίοδο μισή ημέρα. | 59 |
| Σχήμα 3.5 Ιεραρχία των συστημάτων μέτρησης φασιθετών και επίπεδα των κέντρων συγκέντρωσης δεδομένων φασιθετών. | 61 |
| Σχήμα 3.6 Τυπική κατασκευή ενός καλωδίου οπτικών ινών..... | 63 |
| Σχήμα 3.7 Τοποθέτηση οπτικών ινών στις γραμμές μεταφοράς. (α) Η ίνα είναι μέσα στο καλώδιο γείωσης (b) Η ίνα σε ξεχωριστούς πυλώνες. (c) Η ίνα θαμμένη άμεσα στο έδαφος.. | 64 |
| Σχήμα 3.8 Τύποι οπτικών ινών, οι διαστάσεις τους και οι ρυθμοί μετάδοσης..... | 65 |
| Σχήμα 3.9 Απόδοση των PMU για σήματα εισόδου οποιασδήποτε συχνότητας (α) Σήμα εισόδου στα τερματικά του PMU και (b) Απαιτούμενη έξοδος της εκτίμησης φασιθέτη..... | 66 |
| Σχήμα 3.10 Δομή των αρχείων PMU. Οι αριθμοί κάτω από το κάθε τμήμα δηλώνουν τον αριθμό των bytes κάθε λέξης. | 67 |
| Σχήμα 3.11 Μετρήσεις από PMU που είναι τοποθετημένο σε ζυγό. | 72 |
| Σχήμα 3.12 Ισοδύναμο μοντέλο «π» με PMU στον ζυγό i | 73 |
| Σχήμα 3.13 Διανυσματικό διάγραμμα φασιθετών τάσης και ρεύματος. | 75 |
| Σχήμα 4.1 Μετρήσεις στο δίκτυο IEEE 14-ζυγών..... | 91 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Σχήμα 4.2 Διάγραμμα του δικτύου IEEE 57-ζυγών. | 117 |
| Σχήμα 5.1 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών. | 158 |
| Σχήμα 5.2 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών. | 158 |
| Σχήμα 5.3 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με συναρτησιακό θόρυβο. | 160 |
| Σχήμα 5.4 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με συναρτησιακό θόρυβο. | 160 |
| Σχήμα 5.5 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με σταθερό θόρυβο. | 161 |
| Σχήμα 5.6 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με σταθερό θόρυβο. | 161 |

Ευρετήριο Πινάκων

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Πίνακας 3.1 Δυνατοί συνδυασμοί για τους φασιθέτες ρεύματος και τις μεταβλητές κατάσταση. | 76 |
| Πίνακας 4.1 Στοιχεία του δικτύου IEEE 14-ζυγών. | 92 |
| Πίνακας 4.2 Αποτελέσματα Ροής Φορτίου για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών. | 92 |
| Πίνακας 4.3 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 14Α. | 93 |
| Πίνακας 4.4 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 14Α. | 93 |
| Πίνακας 4.5 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 1. | 111 |
| Πίνακας 4.6 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 1. | 112 |
| Πίνακας 4.7 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 2. | 112 |
| Πίνακας 4.8 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 2. | 113 |
| Πίνακας 4.9 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 14Β. | 114 |
| Πίνακας 4.10 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 14Β. | 114 |
| Πίνακας 4.11 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Β – Περίπτωση 1. | 115 |
| Πίνακας 4.12 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Β – Περίπτωση 1. | 115 |
| Πίνακας 4.13 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Β – Περίπτωση 2. | 116 |
| Πίνακας 4.14 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Β – Περίπτωση 2. | 116 |
| Πίνακας 4.15 Δείκτες ακρίβειας για τα αποτελέσματα του δικτύου IEEE 14-ζυγών. | 117 |
| Πίνακας 4.16 Στοιχεία του δικτύου IEEE 57-ζυγών. | 118 |
| Πίνακας 4.17 Αποτελέσματα Ροής Φορτίου για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών. | 119 |
| Πίνακας 4.18 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Α. | 121 |
| Πίνακας 4.19 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 57Α. | 122 |
| Πίνακας 4.20 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Β. | 122 |
| Πίνακας 4.21 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Γ. | 123 |
| Πίνακας 4.22 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Δ. | 124 |
| Πίνακας 4.23 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 57Ε. | 124 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Πίνακας 4.43 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57E – Περίπτωση 2. | 151 |
| Πίνακας 4.44 Δείκτες ακρίβειας για τα αποτελέσματα του δικτύου IEEE 57-ζυγών. | 152 |
| Πίνακας 4.45 Εσφαλμένες μετρήσεις και η τιμή του προστιθέμενου θορύβου τους για το σενάριο 57Α-Περίπτωση 1 | 153 |
| Πίνακας 4.46 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 1 | 153 |
| Πίνακας 4.47 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 2 | 154 |
| Πίνακας 4.48 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 3 | 154 |
| Πίνακας 4.49 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 4 | 154 |
| Πίνακας 4.50 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 1 - Ειδική περίπτωση... .. | 155 |
| Πίνακας 4.51 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 2 – Ειδική περίπτωση.. .. | 155 |

1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Από το 1882, οπότε ο Τόμας Έντισον έθεσε σε λειτουργία το πρώτο στοιχειώδες σύστημα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας στις ΗΠΑ, έως σήμερα, τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας λειτουργούν με μια συγκεντρωτική δομή μεταφέροντας την ενέργεια που παράγεται στους μεγάλους σταθμούς παραγωγής στους βιομηχανικούς και οικιακούς καταναλωτές μέσω γραμμών μεταφοράς υψηλής τάσης και γραμμών διανομής μέσης και χαμηλής τάσης. Αυτού του είδους η οργάνωση εδραιώθηκε χάρη στις "οικονομίες κλίμακας" που προσφέρει, μέσω της συγκέντρωσης της παραγωγής ενέργειας στα σημεία που διατίθενται οι πρωτογενείς ενεργειακοί πόροι, όπως είναι ο άνθρακας και τα μεγάλα ποτάμια.

Είναι γεγονός ότι αυτή η παραδοσιακή μορφή οργάνωσης υπηρέτησε άριστα τις ενεργειακές ανάγκες της κοινωνίας για πολλά χρόνια, ωστόσο τα δεδομένα και οι απαιτήσεις έχουν σταδιακά αλλάξει. Η ανάγκη ενίσχυσης των υπάρχοντων υποδομών παραγωγής, μεταφοράς και διανομής και η αυξανόμενη ανάγκη των βιομηχανικών και οικιακών πελατών για αξιόπιστη και υψηλής ποιότητας ηλεκτρική ενέργεια καθιστούν επιτακτική την δημιουργία και αποτελεσματική παρακολούθηση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας με μεγαλύτερες διαστάσεις. Τα παραπάνω, σε συνδυασμό με την πρόοδο των τεχνολογιών της διεσπαρμένης παραγωγής και των συστημάτων πληροφορικής και τηλεπικοινωνιών, οδηγούν σε μία νέα εποχή, αυτή του δραστικού μετασχηματισμού των ενεργειακών συστημάτων [1].

Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά αλλά και πολύτιμα εργαλεία στα αναπτυσσόμενα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελεί η Εκτίμηση Κατάστασης (State Estimation). Με τον όρο αυτό, αναφερόμαστε στον προσδιορισμό της τάσης σε κάθε σημείο του δικτύου για μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, χρησιμοποιώντας ένα σύνολο διαθέσιμων μετρήσεων που περιλαμβάνουν ροές ισχύος, εγχύσεις ισχύος και μέτρα τάσης και ρεύματος. Η σημασία της Εκτίμησης Κατάστασης είναι προφανής, καθώς παρέχει μία αρκετά αποδοτική εκτιμώμενη εικόνα και έλεγχο του δικτύου, λαμβάνοντας υπόψιν το μεγάλο κόστος και την πολυπλοκότητα της συλλογής και αξιοποίησης μετρήσεων σε πραγματικό χρόνο [2].

Λόγω των πλεονεκτημάτων που μπορεί να προσφέρει η Εκτίμηση Κατάστασης, έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι που, με τη χρήση ορισμένων παραδοχών, συμβάλλουν στον αποδοτικότερο υπολογισμό της με διάφορα μαθηματικά εργαλεία. Μια βασική παραδοχή για την εκτίμηση κατάστασης βασίζεται στο ότι οι χρησιμοποιούμενες μετρήσεις αποτελούν ένα στιγμιότυπο του συστήματος το οποίο επιτηρείται. Ωστόσο, στην πράξη παρεμβάλλεται ορισμένος χρόνος μεταξύ της λήψης και της συγκέντρωσης των μετρήσεων προκειμένου τα δεδομένα αυτά να επεξεργαστούν από τον εκτιμητή. Παρόλο που πρακτικά ο έλεγχος συγχρονισμού για όλες τις μετρήσεις είναι δύσκολος, επειδή το χρονικό διάστημα μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας μέτρησης είναι μικρό σε σύγκριση με την σταθερά χρόνου του φορτίου του συστήματος, αυτή η παραδοχή μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτή.

Οι σημερινές ανάγκες της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας καθιστούν αναγκαία τη διεύρυνση της γεωγραφικής εμβέλειας των εκτιμητών κατάστασης, δεδομένου ότι απαιτείται ακριβής και μόνιμη παρακολούθηση των δικτύων ηλεκτρικής ενέργειας. Επομένως, μία από τις προκλήσεις στον κλάδο είναι η συλλογή μετρήσεων και ο συγχρονισμός των λύσεων σε μία ευρύτερη περιοχή του δικτύου.

Πρόσφατα, η εισαγωγή προχωρημένης τεχνολογίας για τη μέτρηση και την προστασία των συστημάτων, όπως η Έξυπνη Ηλεκτρονική Συσκευή (Intelligent Electronic Device - IED), παρέχει την ικανότητα μέτρησης των διαφορών φάσεων μεταξύ γειτονικών φασιθετών τάσης και ρεύματος στην περιοχή ενός επιπέδου υποσταθμού. Αν και οι δυνατότητες αυτές μπορούν να παρέχουν πλεονεκτήματα στην ακρίβεια του εκτιμητή ενός συστήματος μεταφοράς, δεν φαίνονται ιδιαίτερα βοηθητικές για την περίπτωση μεγαλύτερων και συνθετότερων διασυνδεδεμένων συστημάτων μεταφοράς.

Σε μερικές περιπτώσεις μια φαινομενικά απλή τεχνική καινοτομία μπορεί να γίνει ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες στην προσπάθεια αλλαγής ολόκληρης της βιομηχανίας. Υπάρχουν αρκετά ιστορικά παραδείγματα που επιβεβαιώνουν τον παραπάνω ισχυρισμό όπως η λυχνία φωτός, το τρανζίστορ και το λέιζερ. Το Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης (Global Positioning Satellite - GPS) μπορεί και αυτό να περιληφθεί στην παραπάνω κατηγορία, όπως και το Διαδίκτυο (Internet), το οποίο δημιουργήθηκε αρχικά για μια μικρή ομάδα χρηστών, αλλά έπειτα με ταχείς ρυθμούς έγινε ένα καθολικό εργαλείο που χρησιμοποιείται από σχεδόν όλους τους ανθρώπους σε παγκόσμιο επίπεδο. Το σύστημα GPS παρέχει δύο σημαντικά πλεονεκτήματα τα οποία προηγουμένως δεν ήταν εύκολο να επιτευχθούν. Το πρώτο πλεονέκτημα αφορά την ικανότητα καθορισμού των γεωγραφικών συντεταγμένων και το δεύτερο την απόκτηση παγκόσμιας πρόσβασης σε ένα ακριβές ρολόι που επιτρέπει τη χρονική σηματοδότηση των μετρηθέντων ποσοτήτων, ανεξάρτητα από τις φυσικές συντεταγμένες που αυτές πάρθηκαν. Στη συνέχεια, ακολούθησαν η ανάπτυξη και η εγκατάσταση του συστήματος GPS σε ένα μεγάλο πλήθος μηχανικών εφαρμογών που αποτελούνταν κυρίως από ένα δέκτη και έναν επεξεργαστή. Η λειτουργία του δέκτη είναι να συλλάβει τα σήματα που μεταδίδονται από ένα μεγάλο αριθμό δορυφόρων και σε επόμενο στάδιο να τα επεξεργαστεί με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με την εφαρμογή για την οποία προορίζονται. Ένα τέτοιο παράδειγμα εφαρμογής είναι η Μονάδα Μέτρησης Φασιθετών (Phasor Measurement Unit - PMU). Αυτές οι συσκευές εγκαθίστανται σε υποσταθμούς συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας με σκοπό τον ακριβή καθορισμό της συχνότητας των εναλασσόμενων ρευμάτων και τάσεων και τη διανυσματική αναπαράσταση των σημάτων αυτών σύμφωνα με το παγκόσμιο ρολόι.

Η ανάπτυξη των PMUs ξεκίνησε με αργούς ρυθμούς πριν μια δεκαετία και η εφαρμογή τους αυξήθηκε μετά από ένα μεγάλο αριθμό διακοπών ρεύματος (blackouts) που συνέβησαν σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας παγκοσμίως.

Οι μετρήσεις φασιθετών συγχρονίζονται με βάση την παγκόσμια χρονική αναφορά που παρέχεται από τους δορυφόρους GPS. Χάρη στην ακριβή παγκόσμια αναφορά χρόνου, οι συγχρονισμένες μετρήσεις με την ίδια χρονική σφραγίδα που λαμβάνονται από διάφορους υποσταθμούς προσφέρουν μια συνεκτική εικόνα της κατάστασης του συστήματος σε μια

δεδομένη στιγμή. Με αυτό τον τρόπο περιορίζεται η ανάγκη ρύθμισης μίας τεχνητής γωνίας αναφοράς που επιλεγόταν αυθαίρετα στο συμβατικό εκτιμητή κατάσταση.

Η χρήση μετρήσεων από συσκευές PMU επηρεάζει την εκτίμηση κατάσταση με πολλούς τρόπους. Από τη μια πλευρά, εφόσον ο αριθμός των PMU που είναι εγκατεστημένα στα υπάρχοντα δίκτυα δεν είναι ακόμα επαρκής για την εκτέλεση ενός εκτιμητή βασισμένου αποκλειστικά σε μετρήσεις από PMU, η διαδικασία εκτίμησης παραμένει μη γραμμική και επαναληπτική. Έτσι, έχουν προταθεί αρκετοί και πιο δημιουργικοί αλγόριθμοι που επεξεργάζονται συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις σε δυο στάδια.

Από την άλλη πλευρά, υπάρχουν θέματα που σχετίζονται με την εκτίμηση κατάσταση, όπως η παρατηρησιμότητα του δικτύου, η τοποθέτηση των μετρήσεων, η ακρίβεια της λύσης, η αξιοπιστία του δικτύου, η επεξεργασία των εσφαλμένων μετρήσεων και άλλων σφαλμάτων, τα οποία θα πρέπει να αναθεωρηθούν. Τέλος, ο υψηλός ρυθμός δειγματοληψίας με τον οποίο δουλεύουν οι συσκευές PMU επιτρέπει την εκτίμηση της δυναμικής εξέλιξης μερικών κρίσιμων μεταβλητών του δικτύου [3].

1.2 Δομή της εργασίας

Οι κεντρικοί θεματικοί άξονες που απαρτίζουν την διπλωματική εργασία είναι οι εξισώσεις και οι αλγόριθμοι για εκτίμηση κατάσταση σε δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας με τη χρήση συμβατικών μετρήσεων και συγχρονισμένων μετρήσεων. Στόχος είναι η ανάπτυξη και συγκριτική αξιολόγηση 4 αλγορίθμων εκτίμησης κατάσταση που διαφέρουν ως προς τον τρόπο διαχείρισης των μετρήσεων.

Στο 1ο κεφάλαιο αναφέρονται κάποια ιστορικά στοιχεία σχετικά με την εκτίμηση κατάσταση και την ανάπτυξη των τεχνολογιών γύρω από αυτή.

Στο 2ο κεφάλαιο γίνεται ανάλυση του θεωρητικού υπόβαθρου πίσω από τον κλασσικό εκτιμητή κατάσταση που περιέχει τις διάφορες λειτουργίες, τα μοντέλα δικτύου και μετρήσεων, την ανίχνευση σφαλμάτων και την περιγραφή μεθόδων όπως η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων.

Στο 3ο κεφάλαιο επικεντρωνόμαστε στις συσκευές PMU με αναφορά ιστορικών στοιχείων και πληροφοριών για τη δομή τους αλλά και με παρουσίαση του εκτιμητή κατάσταση με συγχρονισμένες μετρήσεις από την τεχνολογία αυτή.

Στο 4ο κεφάλαιο περιγράφονται αναλυτικά οι 4 Αλγόριθμοι προς σύγκριση και παράλληλα αποτυπώνεται ένα αναλυτικό παράδειγμα για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών. Ακολούθως, παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των αλγορίθμων και στο δίκτυο IEEE 57-ζυγών υπό διάφορα σενάρια μετρήσεων.

Στο 5ο κεφάλαιο αναφέρονται κάποια βασικά συμπεράσματα από την αξιολόγηση των αλγορίθμων.

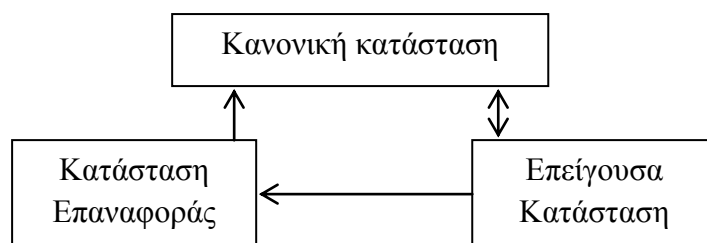
2. Ο Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης

2.1 Λειτουργίες εκτίμησης κατάστασης

Η ιδέα της εκτίμησης κατάστασης στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας προτάθηκε αρχικά από τον Φρεντ Σβέπε. Ο αλγόριθμος για την εκτίμηση κατάστασης αποτελεί μία συνάρτηση των κέντρων ελέγχου που συνδέονται με το σύστημα Εποπτικού Ελέγχου και Απόκτησης Δεδομένων (Supervisory Control and Data Acquisition - SCADA). Τα δεδομένα του αλγορίθμου προέρχονται από τα όργανα μέτρησης και ελέγχου που είναι τοποθετημένα σε διάφορα σημεία του δικτύου και συλλέγουν πληροφορίες. Οι πληροφορίες αυτές συλλέγονται σε Τερματικές Μονάδες (Remote Terminal Units - RTUs) που συνήθως είναι συνδεδεμένες στα όργανα μέτρησης και ελέγχου και μεταφέρονται μέσω του SCADA. Η εκτίμηση κατάστασης επέκτεινε τις δυνατότητες του συστήματος αυτού με αποτέλεσμα τα σημερινά Συστήματα Διαχείρισης Ενέργειας (Energy Management Systems - EMS), στα οποία ενσωματώνεται ανάμεσα σε άλλες εφαρμογές, και ο εκτιμητής.

Προκειμένου να προσδιοριστεί η τρέχουσα κατάσταση του συστήματος, ο εκτιμητής κατάστασης προσφέρει ακριβή και αποτελεσματικό έλεγχο των σταθερών ποσοτήτων του δικτύου, όπως τα χαρακτηριστικά των γραμμών μεταφοράς και τα μετρά των τάσεων των ζυγών. Επιπροσθέτως, παρέχει μία αξιόπιστη βάση δεδομένων του συστήματος, συμπεριλαμβανομένης της υπάρχουσας κατάστασης με βάση την οποία πραγματοποιείται η αξιολόγηση της λειτουργίας ασφάλειας, εντοπίζονται αστοχίες και καθορίζονται οι απαιτούμενες διορθωτικές ενέργειες.

Κάθε χρονική στιγμή το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας χαρακτηρίζεται από μία κατάσταση, εφόσον γνωρίζουμε τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων σε όλους τους ζυγούς. Το δίκτυο, συνεπώς, μπορεί να τοποθετηθεί στην κανονική, την επείγουσα ή την διορθωτική κατάσταση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1 Καταστάσεις λειτουργίας συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας.

Το σύστημα μετρήσεων που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης συνήθως αποτελείται από:

- Ροές ισχύος: οι ροές ενεργού και αέργου ισχύος μετρούνται στα δυο άκρα μιας γραμμής μεταφοράς ή ενός μετασχηματιστή.
- Εγχύσεις ισχύος: ενεργή και άεργη ισχύς που εγχέεται στους ζυγούς του συστήματος.
- Μέτρο τάσης: μετρήσεις μέτρου τάσεως στους ζυγούς του συστήματος.
- Μέτρο ρεύματος: μετρήσεις μέτρου ρεύματος σε μια γραμμή μεταφοράς ή σε μετασχηματιστή.
- Κατάσταση διακόπτη: αν ένας διακόπτης είναι κλειστός/ανοιχτός.

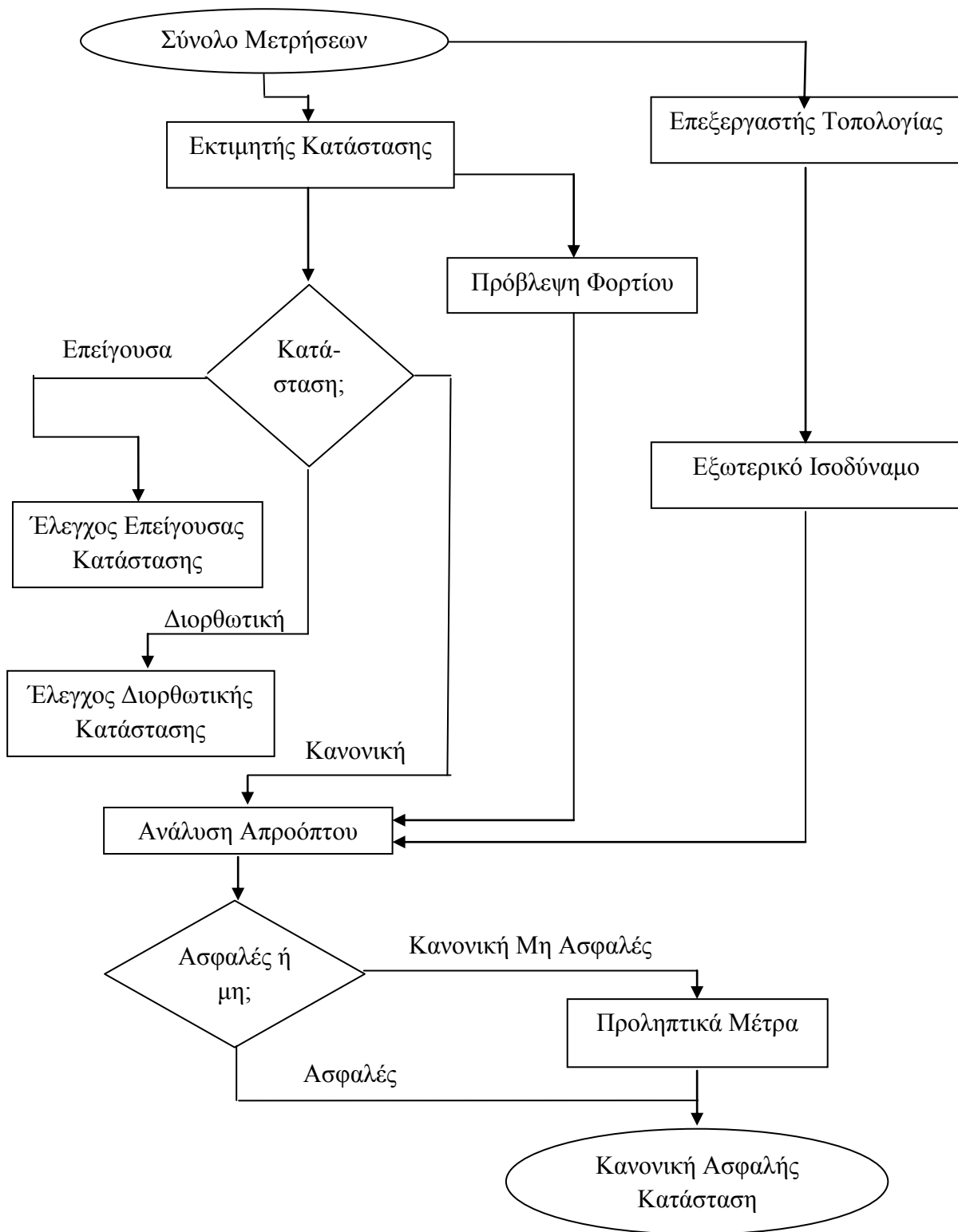
Οι λειτουργίες που συναντώνται στους εκτιμητές κατάστασης είναι:

- Επεξεργαστής τοπολογίας: περιλαμβάνει τη συγκέντρωση των δεδομένων κατάστασης όσον αφορά τους αποζεύκτες και διακόπτες και τη δημιουργία του μονογραμμικού σχεδίου του συστήματος.
- Ανάλυση παρατηρησιμότητας: καθορίζει αν η λύση του αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης για ολόκληρο το σύστημα είναι εφικτή με τη χρήση των συγκεκριμένων μετρήσεων. Επίσης, αναγνωρίζει τους μη παρατηρήσιμους κλάδους, καθώς και τις νησίδες παρατηρησιμότητας του δικτύου σε περίπτωση που υπάρχουν.
- Εκτίμηση κατάστασης: αποτελεί τον καθορισμό της βέλτιστης εκτίμησης για την κατάσταση του συστήματος, η οποία δομείται από το σύνολο των ζυγών του δικτύου και βασίζεται στο μοντέλο του δικτύου και στις συλλεγόμενες μετρήσεις. Επιπλέον, παρέχει τις καλύτερες εκτιμήσεις για όλες τις ροές κατά μήκος των γραμμών μεταφοράς, τα φορτία, τις ρυθμίσεις λήψης (tap) των μετασχηματιστών και τις εξόδους των γεννητριών.
- Ανίχνευση και εντοπισμός εσφαλμένων μετρήσεων: ανιχνεύει την ύπαρξη λαθών στο σύνολο των μετρήσεων και στη συνέχεια αφαιρεί τα λάθη με την προϋπόθεση ότι υπάρχει επάρκεια στο σύστημα λήψης των μετρήσεων.
- Εντοπισμός σφαλμάτων παραμέτρων και δομικών σφαλμάτων: πραγματοποιείται εκτίμηση για τις διάφορες παραμέτρους του δικτύου, όπως οι παράμετροι του μοντέλου των γραμμών μεταφοράς, οι ρυθμίσεις λήψης (tap) των μετασχηματιστών και οι παράμετροι των εγκάρσιων χωρητικοτήτων ή αυτεπαγωγών. Επιπροσθέτως, η διαδικασία αυτή ανιχνεύει πιθανά δομικά σφάλματα στη διαμόρφωση του δικτύου καθώς και αναγνωρίζει την εσφαλμένη κατάσταση των διακοπών με δεδομένη την επάρκεια μετρήσεων .

Επομένως, ο εκτιμητής κατάστασης ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας αποτελεί ουσιαστικά τον πυρήνα για την ανάλυση ασφάλειάς του σε πραγματικό χρόνο. Δρα σαν ένα φίλτρο μεταξύ των μετρήσεων που λαμβάνονται από το σύστημα και όλων των εφαρμογών που απαιτούν τα πιο αξιόπιστα δεδομένα για την τρέχουσα κατάσταση του δικτύου. Το Σχήμα 2.2 περιγράφει τα δεδομένα και τις λειτουργίες μεταξύ των διάφορων αυτών εφαρμογών σε μία αξιολόγηση της ασφάλειας του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Οι μετρήσεις, οι οποίες περιλαμβάνουν τις θέσεις των διακοπών στους υποσταθμούς επεξεργάζονται από τον επεξεργαστή τοπολογίας. Αυτός στη συνέχεια δημιουργεί ένα μοντέλο ζυγών/κλάδων του συστήματος που περιέχει όλους τους ζυγούς που βρίσκονται σε μία συγκεκριμένη περιοχή ελέγχου αλλά και μερικούς από γειτονικά συστήματα. Το σύνολο των πληροφοριών και των μετρήσεων από τα συστήματα γειτονικών περιοχών χρησιμοποιούνται για την δημιουργία και

ανανέωση ενός εξωτερικού μοντέλου συστήματος. Επιπροσθέτως, μπορεί να υπάρξει πρόβλημα μη παρατηρησιμότητας λόγω προσωρινής απώλειας τηλεμετρίας, απόρριψης εσφαλμένων δεδομένων ή λόγω άλλων απρόσμενων σφαλμάτων. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα αντιμετωπίζεται χρησιμοποιώντας ψευδομετρήσεις οι οποίες βασίζονται σε βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη φορτίου, μεταφορά ισχύος, ιστορικά δεδομένα ή άλλες προσεγγιστικές μεθόδους. Συνήθως, οι ψευδομετρήσεις έχουν μεγάλη τυπική απόκλιση και άρα μικρά βάρη ή αντιμετωπίζονται εκ σχεδιασμού σαν κρίσιμες μετρήσεις. Ακόμη, είναι δυνατό να υπάρχουν παθητικοί ζυγοί με την έννοια απουσίας παραγωγής ή φορτίου και έγχυσης ισχύος. Οι εγχύσεις σε αυτούς τους ζυγούς χρησιμοποιούνται σαν αλάνθαστες μετρήσεις στην εκτίμηση κατάστασης και συχνά αναφέρονται σαν “εικονικές”.

Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου οδηγούν στον προσδιορισμό της κατάστασης του συστήματος ανάμεσα στις τρεις κατηγορίες του Σχήματος 2.1. Αν αυτό βρεθεί στην κανονική κατάσταση, τότε θα πραγματοποιηθεί η ανάλυση απροόπτου για να καθοριστεί η ασφάλεια του συστήματος. Σε περίπτωση μη ασφαλούς κατάστασης, τότε απαιτούνται προληπτικά μέτρα μέσω ενός εργαλείου λογισμικού όπως μία βέλτιστη ροή φορτίου για την μετάβασή του στην κανονική και ασφαλή κατάσταση. Στο Σχήμα 2.2 φαίνονται επίσης και οι απαραίτητες επείγουσες και διορθωτικές ενέργειες σε περίπτωση μη κανονικής λειτουργίας, ωστόσο αυτά τα θέματα απαιτούν ειδική ανάλυση [2].



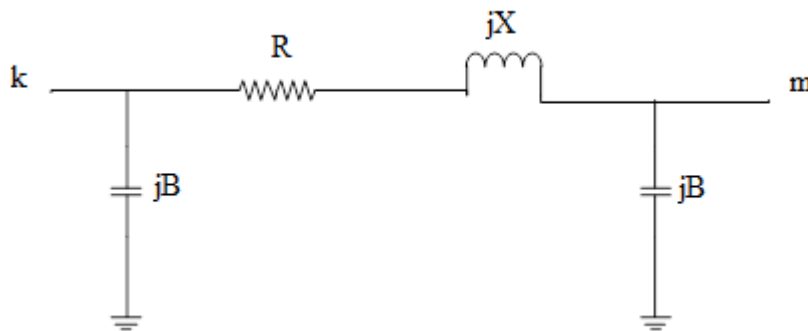
Σχήμα 2.2 Διάγραμμα ροής ανάλυσης ασφαλείας.

2.2 Μοντέλο δικτύου και παραδοχές

Το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας θεωρείται ότι λειτουργεί στη μόνιμη κατάσταση υπό συνθήκες απόλυτης συμμετρίας. Η θεώρηση αυτή λοιπόν καθορίζει πως όλα τα φορτία στους ζυγούς, οι γραμμές μεταφοράς καθώς και οι ροές ισχύος των διάφορων κλάδων του δικτύου είναι τριφασικές και συμμετρικές και όλες οι εν σειρά ή εγκάρσια συνδεδεμένες συσκευές είναι συμμετρικές και στις τρεις φάσεις. Με τη χρήση αυτών των θεωρήσεων είναι δυνατή η μοντελοποίηση ολόκληρου του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας με το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα θετικής ακολουθίας. Η λύση που θα προκύψει αποτελεί ταυτόχρονα τις τιμές των τάσεων για τη θετική ακολουθία του συστήματος στη διάρκεια της μόνιμης κατάστασης λειτουργίας. Όπως και στην περίπτωση της ροής φορτίου, για όλα τα δεδομένα και τις μεταβλητές του δικτύου χρησιμοποιείται το ανά μονάδα σύστημα. Για την αναπαράσταση ολόκληρου του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούνται τα μοντέλα που παρουσιάζονται στη συνέχεια της ενότητας αυτής.

2.2.1 Γραμμές μεταφοράς

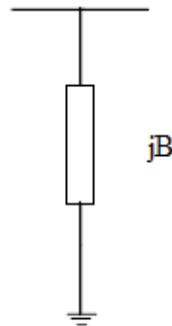
Οι γραμμές μεταφοράς αναπαρίστανται με το ισοδύναμο δίθυρο μοντέλο «π». Οι παράμετροι του συγκεκριμένου ισοδυνάμου αντιστοιχούν στο ισοδύναμο κύκλωμα θετικής ακολουθίας των γραμμών μεταφοράς. Μια γραμμή μεταφοράς με σύνθετη αντίσταση σειράς θετικής ακολουθίας $R + jX$ και συνολική εγκάρσια αγωγιμότητα ίση με $j2B$ μοντελοποιείται όπως αποτυπώνεται στο Σχήμα 2.3 :



Σχήμα 2.3 Μοντέλο γραμμής μεταφοράς.

2.2.2 Εγκάρσια επαγωγικά ή χωρητικά στοιχεία

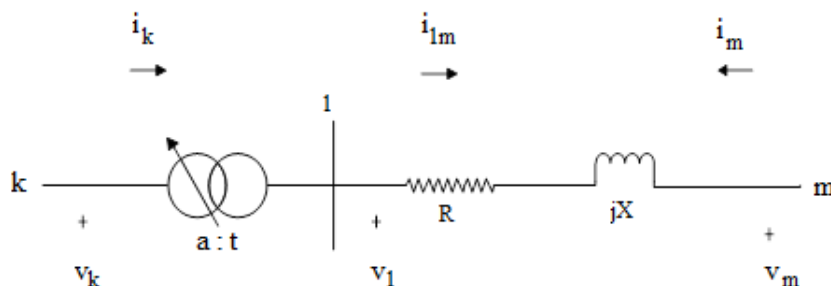
Στοιχεία όπως εγκάρσιοι πυκνωτές ή πηνία, τα οποία χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της τάσης ή για τη ρύθμιση αέργου ισχύος, αναπαρίστανται από την ανά φάση ισοδύναμη αγωγιμότητα ίση με jB στον αντίστοιχο ζυγό σύνδεσής τους. Το πρόσημο της αγωγιμότητας είναι αυτό που καθορίζει και τον τύπο του εγκάρσιου στοιχείου. Επομένως, στην περίπτωση που το πρόσημο είναι θετικό ή αρνητικό αναφερόμαστε σε έναν εγκάρσιο πυκνωτή ή σε ένα εγκάρσιο πηνίο αντίστοιχα.



Σχήμα 2.4 Μοντέλο εγκάρσιου πυκνωτή ή πηνίου.

2.2.3 Μετασχηματιστές με αυτόματο μεταγωγέα ρύθμισης τάσης ή στροφής φάσης

Οι μετασχηματιστές μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν σύνθετες αντιστάσεις σειράς συνδεδεμένες σε σειρά με ιδανικούς μετασχηματιστές, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Οι δύο τερματικοί ζυγοί m και k ανάμεσα στους οποίους συνδέεται ο μετασχηματιστής συχνά αναφέρονται ως πλευρά αντίστασης και πλευρά ρύθμισης της τάσης αντίστοιχα.



Σχήμα 2.5 Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή.

Οι εξισώσεις του κυκλώματος στο παραπάνω σχήμα προκύπτουν μέσω των ροών ρευμάτων i_{1m} και i_m στον κλάδο $1 - m$, όπου υπάρχει η σύνθετη αντίσταση $Z = R + jX$. Αν θεωρηθεί πως η αγωγιμότητα του κλάδου $1 - m$ είναι ίση με $y = 1/Z$, έχουμε :

$$\begin{bmatrix} i_{1m} \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Αντικαθιστώντας τα i_{1m} και V_1 :

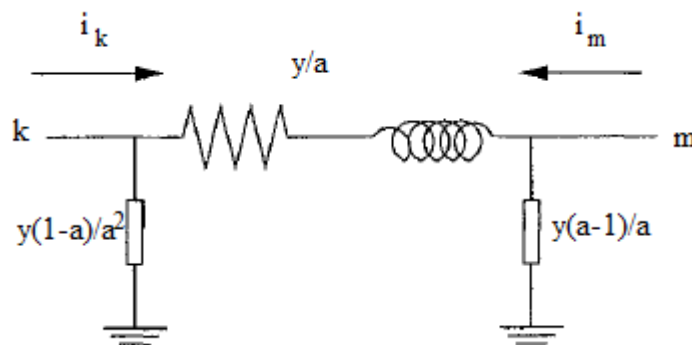
$$i_{1m} = ai_k$$

$$v_1 = v_k/a$$

Η τελική μορφή προκύπτει ακολούθως :

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/\alpha^2 & -y/\alpha \\ -y/\alpha & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

όπου a είναι ο λόγος μετασχηματισμού. Στο Σχήμα 2.6 αποτυπώνεται το ισοδύναμο κύκλωμα που περιγράφεται από τις παραπάνω εξισώσεις :



Σχήμα 2.6 Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή.

Για ένα μετασχηματιστή στροφής φάσης η τιμή a ανήκει στους μιγαδικούς αριθμούς, οπότε οι εξισώσεις διαφοροποιούνται ως εξής :

$$a^* i_k = i_{1m}$$

$$av_1 = v_k$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, προκύπτει το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων :

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y/|\alpha|^2 & -y/\alpha^* \\ -y/\alpha & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η μήτρα αγωγιμοτήτων δεν είναι πλέον συμμετρική. Έτσι, για το μετασχηματιστή στροφής φάσης δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα παθητικό ισοδύναμο

κύκλωμα, όπως αυτό του Σχήματος 2.6. Ωστόσο, οι εξισώσεις του κυκλώματος μπορούν να επιλυθούν με τη μόνη αλλαγή της μη συμμετρικής μήτρας αγωγιμοτήτων.

2.2.4 Γεννήτριες και φορτία

Οι γεννήτριες και τα φορτία αναπαρίστανται ως ισοδύναμες μιγαδικές εγχύσεις ισχύος, γεγονός που δεν επηρεάζει το υπόλοιπο μοντέλο του δικτύου. Εξαιρέσεις αποτελούν τα φορτία με σταθερή σύνθετη αντίσταση που περιλαμβάνονται σαν εγκάρσιες αγωγιμότητες στους αντίστοιχους ζυγούς του συστήματος.

Η μιγαδική παραγόμενη ισχύς σε ένα ζυγό ορίζεται ως :

$$S_G = P_G + jQ_G \quad (2.4)$$

όπου P_G η παραγόμενη ενεργός ισχύς στο ζυγό και Q_G η παραγόμενη άεργος ισχύς σε αυτόν.

Η μιγαδική ισχύς φορτίου σε ένα ζυγό ορίζεται ως :

$$S_D = P_D + jQ_D \quad (2.5)$$

όπου P_D η ενεργός ισχύς φορτίου στο ζυγό και Q_D η άεργος ισχύς φορτίου σε αυτόν. Η διαφορά $S_G - S_D$ μας δίνει τη μιγαδική έγχυση σε ένα ζυγό.

2.2.5 Η μήτρα αγωγιμοτήτων Y του δικτύου

Τα μοντέλα των στοιχείων του δικτύου που περιγράφηκαν παραπάνω χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ολόκληρου του δικτύου. Αυτό επιτυγχάνεται με ένα σύνολο εξισώσεων που μπορούν να προκύψουν με εφαρμογή του νόμου ρευμάτων του Kirchhoff σε κάθε ζυγό. Αν συμβολίσουμε με I το διάνυσμα των εγχυόμενων ρευμάτων σε κάθε ζυγό και με V το διάνυσμα των μιγαδικών τάσεων όλων των ζυγών, οι εξισώσεις παίρνουν την ακόλουθη μορφή :

$$I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} = YV \quad (2.6)$$

όπου:

i_k , η έγχυση ρεύματος στον ζυγό k

v_k , η τάση του ζυγού k

Y_{km} , το (k,m) στοιχείο της μήτρας αγωγιμοτήτων Y .

Αξίζει να σημειωθεί πως θεωρούμε ως σύμβαση ότι τα ρεύματα ή η ισχύς που εισέρχονται σε ένα ζυγό έχουν θετικό πρόσημο. Η μήτρα Y αναφέρεται ως η μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες :

1. Είναι γενικά μιγαδική μήτρα και μπορεί να γραφτεί στη μορφή $G + jB$.
2. Είναι δομικά συμμετρική και μπορεί να είναι και αριθμητικά συμμετρική ανάλογα με την απουσία κάποιων στοιχείων του δικτύου, όπως συσκευές μετατόπισης φάσης, η λειτουργία των οποίων περιγράφεται από μη συμμετρικές εξισώσεις.
3. Είναι αραιή μήτρα.
4. Είναι αντιστρέψιμη μήτρα, υπό την προϋπόθεση ότι κάθε νησίδα του δικτύου έχει τουλάχιστον ένα εγκάρσιο στοιχείο συνδεδεμένο ως προς γη.

Η Σχέση (2.6) ισχύει για κάθε παθητικό δίκτυο N θυρών με εξωτερικές εγχύσεις ρευμάτων που ορίζονται από το διάνυσμα I . Η αναπαράσταση του δικτύου με βάση τις παραπάνω εξισώσεις διευκολύνει τη μετατροπή των εξισώσεων αυτών σε περίπτωση μιας πιθανής αλλαγής της τοπολογίας του. Η πρόσθεση ή η αφαίρεση ενός μέρους του δικτύου μπορεί να γίνει εύκολα αν προστεθούν ή αφαιρεθούν αντίστοιχα τα ανάλογα στοιχεία στη μήτρα αγωγιμοτήτων.

Για παράδειγμα, ένα δίθυρο μοντέλο ενός μετασχηματιστή συνδεδεμένου μεταξύ των ζυγών k και m , ο οποίος έχει αγωγιμότητα σειράς y_t και λόγο μετασχηματισμού α , μπορεί να αναπαρασταθεί από τις ακόλουθες εξισώσεις :

$$\begin{bmatrix} i_k \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t/|\alpha|^2 & -y_t/\alpha^* \\ -y_t/\alpha & y_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Με δεδομένη τη μήτρα αγωγιμοτήτων Y ολόκληρου του δικτύου, το μοντέλο του μετασχηματιστή αυτού προκύπτει αν μετατρέψουμε τα εξής τέσσερα στοιχεία της μήτρας Y :

$$Y_{kk}^{new} = Y_{kk} + y_t / |\alpha|^2$$

$$Y_{km}^{new} = Y_{km} - y_t / \alpha^*$$

$$Y_{mk}^{new} = Y_{mk} - y_t / \alpha$$

$$Y_{mm}^{new} = Y_{mm} + y_t$$

Έτσι η μήτρα αγωγιμοτήτων Y ενός μεγάλου συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να υλοποιηθεί εισάγοντας ένα υποσύστημα κάθε φορά και μεταβάλλοντας τα αντίστοιχα στοιχεία της μέχρι την υλοποίηση όλων των κλάδων που αποτελούν το δίκτυο.

2.3 Εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας

Ο σκοπός της εκτίμησης κατάστασης είναι ο καθορισμός της πιθανότερης κατάστασης του συστήματος με βάση τις ποσότητες οι οποίες έχουν μετρηθεί. Ένας τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι η Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Estimation-MLE), μια μέθοδος η οποία εφαρμόζεται ευρέως στη Στατιστική. Θεωρείται πως τα όποια σφάλματα των μετρήσεων ακολουθούν μία γνωστή συνάρτηση κατανομής πιθανότητας με άγνωστες παραμέτρους. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας όλων των μετρήσεων μπορεί τότε να γραφεί σαν συνάρτηση αυτών των άγνωστων παραμέτρων. Αυτή η συνάρτηση αναφέρεται ως συνάρτηση πιθανοφάνειας και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της όταν οι άγνωστες παράμετροι επιλέγεται να έχουν τιμές όσο το δυνατόν κοντινότερες με τις πραγματικές. Έτσι, προκύπτει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση πιθανοφάνειας συναρτήσει των άγνωστων παραμέτρων. Η λύση θα δώσει την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για τις παραμέτρους που αποτελούν το κύριο ενδιαφέρον.

Τα σφάλματα των μετρήσεων συχνά θεωρείται ότι ακολουθούν την Gaussian (Κανονική) Κατανομή. Οι παράμετροι της κατανομής αυτής είναι η μέση τιμή μ και η διασπορά σ^2 . Επομένως, το πρόβλημα της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας επιλύεται ως προς αυτές τις δύο παραμέτρους.

2.3.1 Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Gaussian (Κανονικής) Κατανομής

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Κανονικής Κατανομής για μια τυχαία μεταβλητή z ορίζεται ως :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.8)$$

όπου:

z , τυχαία μεταβλητή

μ , η μέση (ή αναμενόμενη) τιμή της $z = E(z)$

σ , η τυπική απόκλιση της z .

Η συνάρτηση $f(z)$ θα αλλάζει μορφή ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων μ και σ . Ωστόσο, η μορφή της $f(z)$ μπορεί να γίνει σταθερή με χρήση της ακόλουθης αλλαγής μεταβλητής :

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma} \quad (2.9)$$

Με την παραπάνω σχέση προκύπτει :

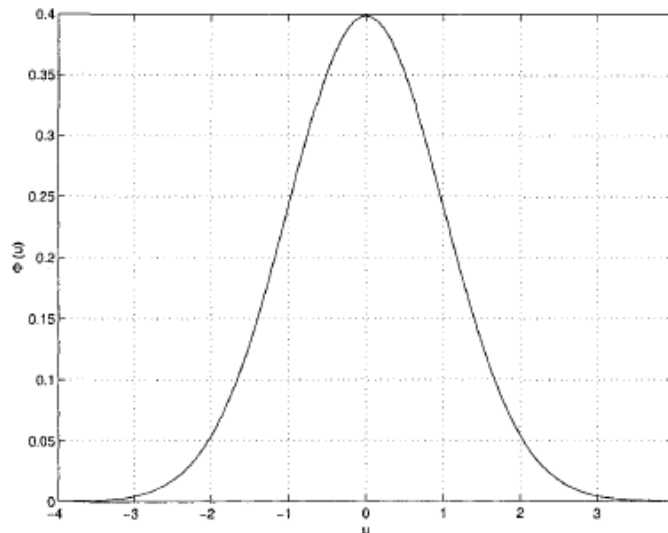
$$E(u) = \frac{1}{\sigma} (E(z) - \mu) = 0$$

$$\text{Var}(u) = \frac{1}{\sigma^2} \text{Var}(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1.0$$

Συνεπώς, η νέα συνάρτηση γίνεται ως εξής :

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Η γραφική παράσταση της $\Phi(u)$, η οποία αναφέρεται ως τυπική κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας φαίνεται στο Σχήμα 2.7 που ακολουθεί :



Σχήμα 2.7 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Κανονικής Κατανομής.

2.3.2 Η συνάρτηση πιθανοφάνειας

Ας θεωρήσουμε μια κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας η οποία να αναπαριστά την πιθανότητα να έχουμε m ανεξάρτητες μετρήσεις που ακολουθούν την ίδια Κανονική Κατανομή. Αυτή η συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί με απλό τρόπο ως ένα γινόμενο των μεμονωμένων m συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, εφόσον κάθε μέτρηση θεωρείται ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες, ως εξής :

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2) \dots \dots \dots f(z_m)$$

όπου:

z_i , η i -ιοστή μέτρηση

z^T , το διάνυσμα μετρήσεων $[z_1, z_2, \dots, z_m]$.

Η συνάρτηση $f_m(z)$ ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας της τυχαίας μεταβλητής z . Ουσιαστικά, είναι ένα μέτρο αναφοράς για την πιθανότητα παρατήρησης του συγκεκριμένου συνόλου μετρήσεων στο διάνυσμα z .

Ο σκοπός της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας είναι να μεγιστοποιηθεί αυτή η συνάρτηση πιθανοφάνειας με τη μεταβολή των υποτιθέμενων παραμέτρων – μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ – της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Προκειμένου να καθοριστούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων και να απλοποιηθεί η διαδικασία της βελτιστοποίησης, η συνάρτηση συνήθως αντικαθίσταται από τον λογάριθμό της. Η τροποποιημένη συνάρτηση ονομάζεται συνάρτηση λογαριθμο-πιθανοφάνειας, L , η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$L = \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) = -\frac{1}{2} * \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} * \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i$$

Η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας θα μεγιστοποιήσει τη συνάρτηση πιθανοφάνειας ή λογαριθμο-πιθανοφάνειας για ένα δεδομένο σύνολο παρατηρήσεων z_1, z_2, \dots, z_m . Έτσι, μπορεί να επιλυθεί το ακόλουθο πρόβλημα :

$$\log f_m(z) = \max$$

ή :

$$\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 = \min \quad (2.10)$$

Αυτό το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να επαναδιατυπωθεί σε όρους του υπολοίπου r_i για κάθε μέτρηση i , το οποίο ορίζεται ως εξής :

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i) \quad i = 1, \dots, m \quad (2.11)$$

όπου η μέση τιμή μ_i ή η αναμενόμενη τιμή $E(z_i)$ της μέτρησης z_i μπορεί να εκφραστεί ως $h_i(x)$, η οποία είναι μια μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος x με την i -ιοστή μέτρηση. Το τετράγωνο κάθε υπολοίπου r_i^2 σταθμίζεται με το βάρος $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$, το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο με τη θεωρούμενη διασπορά σφάλματος για τη συγκεκριμένη μέτρηση. Επομένως, το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της Σχέσης (2.10), γίνεται ισοδύναμο με το να ελαχιστοποιηθεί το σταθμισμένο άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων ή με το να επιλυθεί το ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης για το διάνυσμα κατάστασης x :

$$\sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 = \min \quad (2.12)$$

όπου :

$$z_i = h_i(x) + r_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2.13)$$

Η λύση του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης ονομάζεται Εκτίμηση Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων (Weighted Least Squares - WLS) για το διάνυσμα x .

2.4 Μοντέλο μετρήσεων και παραδοχές

Ας θεωρήσουμε πως το σύνολο των μετρήσεων δίνεται από το διάνυσμα z :

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e \quad (2.14)$$

όπου:

$$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$$

$h_i(x)$ είναι η μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει τη μέτρηση i με το διάνυσμα κατάστασης x

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ είναι το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$ είναι το διάνυσμα σφαλμάτων των μετρήσεων.

Γίνονται, ακόμα, οι ακόλουθες παραδοχές, όσον αφορά τις στατιστικές ιδιότητες των σφαλμάτων των μετρήσεων :

- $E(e_i) = 0, i = 1, \dots, m$.
- Τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, δηλαδή $E\{e_i, e_j\} = 0$.
Επομένως, έχουμε ότι $Cov(e) = E[e * e^T] = R = diag\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$.

Η τυπική απόκλιση σ_i για κάθε μέτρηση i υπολογίζεται ώστε να αντανακλά την αναμενόμενη ακρίβεια του αντίστοιχου οργάνου μέτρησης που χρησιμοποιείται.

Ο εκτιμητής WLS θα ελαχιστοποιήσει την ακόλουθη αντικειμενική συνάρτηση :

$$J(x) = \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2 / R_{ii} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \quad (2.15)$$

Στο ελάχιστο που παρουσιάζει η $J(x)$, οι συνθήκες βελτιστοποίησης πρώτης τάξεως θα πρέπει να ικανοποιούνται. Αυτό μπορεί να εκφραστεί στην παρακάτω μορφή:

$$g(x^k) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \quad (2.16)$$

όπου :

$$H(x) = \left[\frac{dh(x)}{dx} \right]$$

Αναπτύσσοντας τη μη γραμμική συνάρτηση $g(x)$ σε σειρά Taylor γύρω από το διάνυσμα κατάστασης x^k , προκύπτει:

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0$$

Αγνοώντας τους όρους υψηλότερης τάξης, καταλήγουμε σε ένα επαναληπτικό σχήμα για τον υπολογισμό της λύσης, γνωστό ως μέθοδος Gauss-Newton, που περιγράφεται παρακάτω:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1}g(x^k)$$

όπου:

k , είναι ο δείκτης επανάληψης
 x^k , η λύση του διανύσματος κατάστασης στην επανάληψη k
 και επιπλέον:

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$$

$$g(x^k) = -H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k))$$

Η μήτρα $G(x)$ ονομάζεται *μήτρα κέρδους*. Είναι αραιή, θετικά ορισμένη και συμμετρική, υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Η έννοια της παρατηρησιμότητας θα συζητηθεί στη συνέχεια. Η μήτρα κέρδους $G(x)$ τυπικά δεν αντιστρέφεται, καθώς η αντίστροφή της θα είναι γενικά μη αραιή μήτρα, ενώ η μήτρα κέρδους είναι αραιή. Ωστόσο, μπορεί να αναλυθεί σε τριγωνικούς παράγοντες (τριγωνοποίηση LU) και χρησιμοποιώντας ορθές και αντίστροφες αντικαταστάσεις σε κάθε επανάληψη k επιλύεται το ακόλουθο αραιό γραμμικό σύνολο εξισώσεων:

$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \quad (2.17)$$

όπου $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$. Όλες οι εξισώσεις που δίνονται από τη Σχέση (2.17) αναφέρονται και ως Κανονικές Εξισώσεις.

2.5 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων (WLS)

Η εκτίμηση κατάστασης με τη μέθοδο WLS περιλαμβάνει την επαναληπτική επίλυση των Κανονικών Εξισώσεων που δίνονται από τη σχέση (2.17). Σε πρώτο στάδιο, πρέπει να δοθεί μία αρχική εκτίμηση για το διάνυσμα κατάστασης x^0 . Όπως και στην περίπτωση της επίλυσης του προβλήματος Ροής Φορτίου, το διάνυσμα κατάστασης αρχικοποιείται συνήθως στο επίπεδο διάνυσμα (flat start), όπου θεωρείται πως όλα τα μέτρα των τάσεων έχουν τιμή 1 ανά μονάδα και όλες οι γωνίες έχουν τιμή 0 μοίρες.

Ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων (WLS) περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα :

1. Ο δείκτης επαναλήψεων k τίθεται ίσος με 0 και γίνεται η έναρξη των επαναλήψεων.
2. Αρχικοποιείται το διάνυσμα κατάστασης x^k , συνήθως όπως με flat start.
3. Υπολογίζεται η μήτρα κέρδους, $G(x^k)$.
4. Υπολογίζεται το δεξί μέρος της εξίσωσης $t^k = H(x^k)^T R^{-1}(z - h(x^k))$.
5. Αναλύεται η $G(x)$ σε τριγωνικούς παράγοντες και γίνεται επίλυση ως προς Δx^k .
6. Γίνεται έλεγχος σύγκλισης, όπου πρέπει να ισχύει $\max|\Delta x^k| \leq \varepsilon$.
7. Αν δεν έχουμε σύγκλιση, το διάνυσμα κατάστασης και ο δείκτης επαναλήψεων παίρνουν τις τιμές $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$ και $k = k + 1$ αντίστοιχα και πηγαίνουμε στο βήμα 3. Διαφορετικά, ο αλγόριθμος σταματά.

Ο παραπάνω αλγόριθμος περιλαμβάνει τους ακόλουθους υπολογισμούς σε κάθε επανάληψη k :

1. Υπολογισμός τους δεξιού μέρους της Σχέσης (2.17)
 - Υπολογισμός της συνάρτησης μέτρησης $h(x^k)$.
 - Υπολογισμός της Ιακωβιανής μήτρας $H(x^k)$.
2. Υπολογισμός της $G(x^k)$ και επίλυση της Σχέσης (2.17)
 - Υπολογισμός της μήτρας κέρδους $G(x^k)$.
 - Ανάλυση της $G(x^k)$ σε τριγωνικούς παράγοντες.
 - Εφαρμογή ορθής και αντίστροφης αντικατάστασης για την επίλυση του Δx^{k+1} .

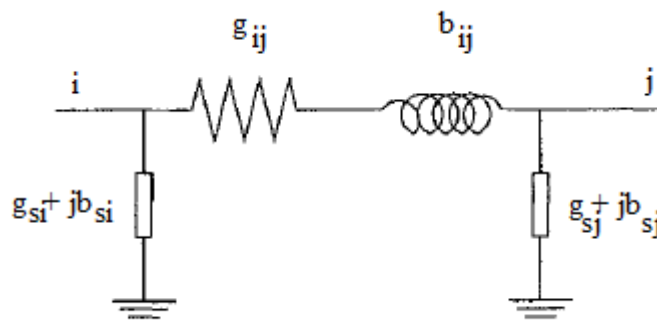
2.5.1 Η συνάρτηση των μετρήσεων $h(x)$

Οι μετρήσεις μπορεί να είναι διάφορων τύπων. Οι πιο κοινές μετρήσεις που χρησιμοποιούνται είναι ροές ισχύος στις γραμμές, εγχύσεις ισχύος στους ζυγούς, μέτρα τάσεων ζυγών και μέτρα ροών ρευμάτων στις γραμμές. Οι μετρήσεις αυτές μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των μεταβλητών κατάστασης χρησιμοποιώντας καρτεσιανές ή πολικές συντεταγμένες. Όταν χρησιμοποιούνται πολικές συντεταγμένες για ένα σύστημα που περιέχει

N ζυγούς, το διάνυσμα κατάστασης θα έχει $(2N-1)$ στοιχεία, δηλαδή τα N μέτρα και τις $(N-1)$ γωνίες των τάσεων των ζυγών. Οι άγνωστες γωνίες είναι $N-1$ καθώς η φάση του ζυγού αναφοράς τίθεται ίση με μία αυθαίρετη τιμή, η οποία είναι συνήθως 0. Το διάνυσμα κατάστασης x θα έχει την ακόλουθη μορφή σε πολική μορφή, με τη θεώρηση πως ο ζυγός 1 επιλέγεται ως ζυγός αναφοράς:

$$x^T = [\delta_2 \delta_3 \dots \delta_N V_1 V_2 \dots V_N]$$

Οι εκφράσεις για κάθε έναν από τους παραπάνω τύπους μετρήσεων δίνονται παρακάτω, θεωρώντας το ισοδύναμο δίθυρο μοντέλο «π» του Σχήματος 2.8 για τους κλάδους του δικτύου.



Σχήμα 2.8 Ισοδύναμο δίθυρο μοντέλο «π».

- Έγχυση ενεργού και αέργου ισχύος στο ζυγό i :

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a} (g_{ij} + g_{si}) + V_i^2 g_{si} - V_i \sum_{j \in a} V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in a} (b_{ij} + b_{si}) - V_i^2 b_{si} - V_i \sum_{j \in a} V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} + b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

- Ροή ενεργού και αέργου ισχύος από το ζυγό i στο ζυγό j :

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{si} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{si} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} + b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

όπου:

V_i και δ_i , το μέτρο και η γωνία της τάσης στο ζυγό i

$g_{ij} + j b_{ij}$, η σύνθετη αγωγιμότητα σειράς που συνδέει τους ζυγούς i και j

$g_{si} + j b_{si}$, η σύνθετη αγωγιμότητα του εγκάρσιου κλάδου στο ζυγό i

a_i , το σύνολο των ζυγών που είναι απευθείας συνδεδεμένοι στο ζυγό i

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j.$$

Σε περίπτωση που το διάνυσμα κατάστασης x εκφράζεται σε καρτεσιανή μορφή θα ισχύουν τα εξής :

$$x^T = [E_1 E_2 \dots E_N F_1 F_2 \dots F_N]$$

- Έγχυση ενεργού και αέργου ισχύος στο ζυγό i :

$$P_i = (E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in a} (g_{ij} + g_{si}) + E_i \sum_{j \in a} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) - F_i \sum_{j \in a} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j)$$

$$Q_i = -(E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in a} (b_{ij} + b_{si}) + E_i \sum_{j \in a} (g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i \sum_{j \in a} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j)$$

- Ροή ενεργού και αέργου ισχύος από το ζυγό i στο ζυγό j :

$$P_{ij} = (E_i^2 + F_i^2)(g_{si} + g_{ij}) + E_i(-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j) - F_i(g_{ij} F_j + b_{ij} E_j)$$

$$Q_{ij} = -(E_i^2 + F_i^2)(b_{si} + b_{ij}) + E_i(g_{ij} F_j + b_{ij} E_j) + F_i(-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j)$$

2.5.2 Ιακωβιανή μήτρα H

Η δομή της Ιακωβιανής μήτρας των μετρήσεων H για διάνυσμα κατάστασης x σε πολική μορφή είναι η ακόλουθη :

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial V_{mag}}{\partial \delta} & \frac{\partial V_{mag}}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Παρακάτω, δίνονται εκφράσεις για το κάθε στοιχείο της μήτρας H .

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{j \in \alpha} V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i \sum_{j \in \alpha} (g_{ij} + g_{si}) + 2V_i g_i - \sum_{j \in \alpha} V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) + 2V_i (g_{ij} + g_{si})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις έγχυσης άεργου ισχύος:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j \in \alpha} V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i \sum_{j \in \alpha} (b_{ij} + b_{si}) - 2V_i b_i - \sum_{j \in \alpha} V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij})$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις ροής άεργου ισχύος:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) - 2V_i (b_{ij} + b_{si})$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \sin \delta_{ij})$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις μέτρων τάσεων:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} &= 0 \\ \frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} &= 0 \\ \frac{\partial V_i}{\partial V_i} &= 1 \\ \frac{\partial V_i}{\partial V_j} &= 0 \end{aligned}$$

Η δομή της Ιακωβιανής μήτρας των μετρήσεων H για διάνυσμα κατάστασης x σε καρτεσιανή μορφή είναι η ακόλουθη:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial V_{mag}}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial V_{mag}}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Παρακάτω, δίνονται εκφράσεις για το κάθε στοιχείο της μήτρας H .

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος:

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_i} = 2E_i \sum_{j \in a} (g_{ij} + g_{si}) + \sum_{j \in a} (-g_{ij} E_j + b_{ij} F_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_j} = -g_{ij} E_i - b_{ij} F_i$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_i} = 2F_i \sum_{j \in a} (g_{ij} + g_{si}) - \sum_{j \in a} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_i} = 2(g_{ij} + g_{si})E_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_i} = 2(g_{ij} + g_{si})F_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις έγχυσης άεργου ισχύος:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_i} = -2E_i \sum_{j \in a} (b_{ij} + b_{si}) + \sum_{j \in a} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_i} = -2F_i \sum_{j \in a} (b_{ij} + b_{si}) + \sum_{j \in a} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις ροής αέργου ισχύος:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_i} = -2(b_{ij} + b_{si})E_i + g_{ij}F_j + b_{ij}E_j$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_i} = -2(b_{ij} + b_{si})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μετρήσεις μέτρων τάσεων:

$$\frac{\partial V_i}{\partial E_i} = \frac{E_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial E_j} = 0$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial F_i} = \frac{F_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial F_j} = 0$$

2.5.3 Μήτρα κέρδους G

Η μήτρα κέρδους δημιουργείται χρησιμοποιώντας την Ιακωβιανή μήτρα μετρήσεων H και τη μήτρα συνδιασποράς R των σφαλμάτων των μετρήσεων. Η μήτρα R θεωρείται ότι είναι διαγώνια, έχοντας ως διαγώνια στοιχεία τις διασπορές των μετρήσεων. Άρα η G δημιουργείται ως ακολούθως :

$$G(x^k) = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$$

Η παραπάνω μήτρα έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

1. Είναι δομικά και αριθμητικά συμμετρική.
2. Είναι αραιή, λιγότερο όμως αραιή σε σύγκριση με την H .
3. Σε γενικές γραμμές είναι μία μη αρνητικά ορισμένη μήτρα, δηλαδή όλες οι ιδιοτιμές της είναι μη αρνητικές. Για πλήρως παρατηρήσιμα δίκτυα είναι θετικά ορισμένη.

Η μήτρα G δημιουργείται και αποθηκεύεται ως μία αραιή μήτρα για λόγους υπολογιστικής αποδοτικότητας και μνήμης. Η δημιουργία της γίνεται με την επεξεργασία μίας μέτρησης τη φορά. Η Ιακωβιανή μήτρα των μετρήσεων H και η μήτρα συνδιασποράς R των σφαλμάτων των μετρήσεων για ένα σύνολο m μετρήσεων φαίνονται παρακάτω :

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_m \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix}$$

Επομένως, η μήτρα κέρδους μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής :

$$G = \sum_{i=1}^m H_i^T R_{ii}^{-1} H_i$$

Εφόσον τα στοιχεία H_i είναι πολύ αραιά διανύσματα γραμμές, το γινόμενο τους θα έχει ως αποτέλεσμα έναν επίσης αραιό πίνακα.

2.5.4 Παραγοντοποίηση της μήτρας κέρδους G

Σύμφωνα με τη θεωρία της τριγωνικής παραγοντοποίησης η μήτρα κέρδους G , ως αντιστρεπτή μήτρα, μπορεί να γραφεί σαν το γινόμενο δύο πινάκων L και U , όπου ο L είναι κάτω τριγωνικός και ο U άνω τριγωνικός. Επομένως, ισχύει :

$$G = LU$$

Επιπλέον, η μήτρα κέρδους G μπορεί να γραφεί και σαν το γινόμενο ενός κάτω τριγωνικού πίνακα L και του αναστρέφου του. Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως παραγοντοποίηση Cholesky. Σύμφωνα με αυτά, θα ισχύει :

$$G = LL^T$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτού του είδους η παραγοντοποίηση δεν είναι δυνατό να γίνει σε περίπτωση μη πλήρους παρατηρήσιμου συστήματος. Ως αποτέλεσμα, η λύση της εκτίμησης κατάστασης του συστήματος δεν είναι δυνατή για αυτά τα μη παρατηρήσιμα συστήματα.

Ακόμη, οι τριγωνικοί παράγοντες της μήτρας κέρδους G δεν είναι μοναδικοί και η αραιότητά τους εξαρτάται κυρίως από τον τρόπο που πραγματοποιείται η παραγοντοποίηση.

2.5.5 Επίλυση με Ορθές / Αντίστροφες Αντικαταστάσεις

Υποθέτοντας ότι η μήτρα κέρδους G έχει παραγοντοποιηθεί ορθά στους παράγοντες L και L^T χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Cholesky, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση της Κανονικής Εξίσωσης για το Δx^k :

$$LL^T \Delta x^k = t^k$$

όπου t^k είναι το δεξί μέρος της Σχέσης (2.17). Η επίλυση πραγματοποιείται σε δύο βήματα:

1. *Ορθή αντικατάσταση*: Υποθέτουμε ότι $L^T \Delta x^k = u$. Μπορούμε να προσδιορίσουμε τα στοιχεία του u , ξεκινώντας από το u_1 και χρησιμοποιώντας αντικαταστάσεις στην καινούρια εξίσωση $Lu = t^k$. Η πρώτη γραμμή θα δώσει τη λύση για το u_1 που είναι t_1 / L_{11} . Η αντικατάσταση του u_1 στις υπόλοιπες γραμμές έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του συνόλου των εξισώσεων κατά μία. Αν επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία για το u_2 και για τα υπόλοιπα στοιχεία διαδοχικά, θα έχουμε τελικά την πλήρη λύση για το u .
2. *Αντίστροφη αντικατάσταση*: Τώρα που το u είναι διαθέσιμο, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $L^T \Delta x^k = u$ για να λύσουμε ως προς τα στοιχεία του Δx^k με την πίσω αντικατάσταση. Αυτή τη φορά, οι αντικαταστάσεις πρέπει να ξεκινήσουν από την τελευταία γραμμή, όπου και μπορεί να βρεθεί το τελευταίο στοιχείο του διανύσματος ως $\Delta x^k(n) = u_n / L_{nn}$. Αντικαθιστώντας το στις υπόλοιπες γραμμές, η διαδικασία της αντίστροφης αντικατάστασης συνεχίζεται μέχρι να υπολογιστούν όλα τα στοιχεία του Δx^k .

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα βήματα τόσο της ορθής όσο και της αντίστροφης αντικατάστασης προχωρούν πολύ αποδοτικά χάρη στην αραιή δομή του τριγωνικού παράγοντα L [5].

2.6 Ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων δεδομένων

Μία από τις πιο βασικές λειτουργίες ενός εκτιμητή κατάστασης είναι να ανιχνεύει σφάλματα στις μετρήσεις με στόχο, αν αυτό είναι δυνατό, την αναγνώριση και εκκαθάρισή τους. Οι λόγοι για τους οποίους οι μετρήσεις πιθανόν να περιέχουν λάθη ποικίλουν. Τυχαία σφάλματα συνήθως υπάρχουν στις μετρήσεις λόγω της ακρίβειας των οργάνων και του τηλεπικοινωνιακού μέσου μετάδοσης. Με την προϋπόθεση, όμως, ότι υπάρχει ικανοποιητική επάρκεια στις μετρήσεις, είναι αναμενόμενο πως τα λάθη αυτά θα φιλτράρονται κατά τη διαδικασία Εκτίμησης Κατάστασης. Το είδος του φίλτρου εξαρτάται από την εφαρμοζόμενη μέθοδο στον εκτιμητή.

Μεγάλα σφάλματα μετρήσεων μπορούν επίσης να συμβούν όταν τα μετρητικά όργανα έχουν λανθασμένες συνδέσεις ή συστηματικές διακυμάνσεις. Επιπροσθέτως, οι αστοχίες και ο θόρυβος από μη αναμενόμενες παρεμβολές μέσα στο τηλεπικοινωνιακό σύστημα μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλες αποκλίσεις στην καταγραφή των δεδομένων.

Εκτός από τα παραπάνω, τα αποτελέσματα του εκτιμητή κατάστασης μπορούν να επηρεαστούν και από μη ορθές πληροφορίες όσον αφορά την τοπολογία του δικτύου, οι οποίες ακολούθως θα ερμηνευθούν ως εσφαλμένα δεδομένα.

Κάποια από τα λανθασμένα δεδομένα είναι προφανή. Έτσι, είναι δυνατό να ανιχνεύονται και να παραλείπονται πριν από τη διαδικασία Εκτίμησης Κατάστασης μέσα από απλούς ελέγχους αξιοπιστίας. Για παράδειγμα, τέτοιες περιπτώσεις περιλαμβάνουν αρνητικά μέτρα τάσεων, μετρήσεις με τιμές τάσεων μεγέθους μεγαλύτερων ή μικρότερων από τις

αναμενόμενες και μεγάλες διαφορές μεταξύ των εισερχόμενων και εξερχόμενων ρευμάτων σε ένα κόμβο εντός ενός υποσταθμού. Ωστόσο, δεν είναι όλοι οι τύποι των εσφαλμένων δεδομένων εύκολα ανιχνεύσιμοι με αυτά τα μέσα. Επομένως, οι εκτιμητές κατάστασης πρέπει να είναι εξοπλισμένοι με πιο προχωρημένες δυνατότητες που θα διευκολύνουν τις διαδικασίες ανίχνευσης και αναγνώρισης των λανθασμένων μετρήσεων.

Η διαχείριση των εσφαλμένων δεδομένων εξαρτάται από τη μέθοδο Εκτίμησης Κατάστασης που χρησιμοποιείται σε κάθε εφαρμογή. Στην παρούσα ενότητα θα γίνει ανάλυση των τεχνικών ανίχνευσης και αναγνώρισης σφαλμάτων για τη μέθοδο WLS που αναπτύχθηκε προηγουμένως. Σε αυτή τη μέθοδο, τόσο η ανίχνευση όσο και η αναγνώριση πραγματοποιούνται μετά την διαδικασία εκτίμησης με επεξεργασία των υπολοίπων των μετρήσεων. Η ανάλυση βασίζεται κυρίως στις ιδιότητες αυτών των υπολοίπων, συμπεριλαμβανομένης της αναμενόμενης κατανομής των πιθανοτήτων τους.

Τα εσφαλμένα δεδομένα εμφανίζονται με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με τον τύπο, την τοποθεσία και τον αριθμό των μετρήσεων που είναι λανθασμένα. Μπορούν γενικά να ταξινομηθούν ως εξής :

1. *Μονή εσφαλμένη μέτρηση*, όπου μόνο μία από τις μετρήσεις σε ολόκληρο το σύστημα έχει μεγάλο σφάλμα.
2. *Πολλαπλές εσφαλμένες μετρήσεις*, όπου περισσότερες από μία μετρήσεις έχουν σφάλμα.

Τα πολλαπλά εσφαλμένα δεδομένα εμφανίζονται σε μετρήσεις που έχουν συσχετισμένα υπόλοιπα. Ισχυρά συσχετισμένες μετρήσεις είναι αυτές που τα σφάλματά τους επηρεάζουν, σημαντικά, την κάθε μια από τις εκτιμώμενες τιμές τους. Με αυτό τον τρόπο ακόμα και οι καλές μετρήσεις εμφανίζονται λανθασμένες σε περιπτώσεις που μία μέτρηση περιέχει μεγάλο σφάλμα. Οι εκτιμήσεις των μετρήσεων με ασθενώς συσχετισμένα υπόλοιπα δεν επηρεάζουν, σε σημαντικό βαθμό, τα λάθη μεταξύ τους. Όταν τα υπόλοιπα είναι ισχυρά συσχετισμένα, τα λάθη των μετρήσεων που αντιστοιχούν σε αυτά τα υπόλοιπα μπορούν (ή και όχι) να εναρμονίζονται. Έτσι, οι πολλαπλές εσφαλμένες μετρήσεις μπορούν να ταξινομηθούν στις εξής κατηγορίες :

1. Πολλαπλές εσφαλμένες μετρήσεις που δεν αλληλεπιδρούν: Εσφαλμένες μετρήσεις με ασθενώς συσχετισμένα υπόλοιπα.
2. Πολλαπλές εσφαλμένες μετρήσεις που αλληλεπιδρούν αλλά δεν εναρμονίζονται: Εσφαλμένες μετρήσεις που δεν εναρμονίζονται αλλά με ισχυρά συσχετισμένα υπόλοιπα.
3. Πολλαπλές εσφαλμένες μετρήσεις που αλληλεπιδρούν και εναρμονίζονται: Εναρμονισμένες εσφαλμένες μετρήσεις με ισχυρά συσχετισμένα υπόλοιπα.

2.6.1 Ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων στην εκτίμηση κατάστασης ελαχίστων τετραγώνων με την X^2 κατανομή

Τα σφάλματα των μετρήσεων στον εκτιμητή WLS, όπως έχει ήδη αναφερθεί στις ενότητες 2.3 και 2.4, συνήθως ακολουθούν την Κανονική ή Gaussian κατανομή, οπότε και ισχύουν τα ακόλουθα:

$$e_i = N(0, R_{ii})$$

όπου:

e_i , το στοιχείο του διανύσματος σφαλμάτων που αντιστοιχεί στη μέτρηση i

R_{ii} , το στοιχείο της μήτρας R που αντιστοιχεί στη συνδιασπορά του σφάλματος της μέτρησης i

i , το πλήθος των μετρήσεων.

Αποδεικνύεται ότι το άθροισμα των τετραγώνων των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν την Κανονική κατανομή εμφανίζει μία X^2 κατανομή. Επομένως, ορίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $J(x)$ από την ακόλουθη σχέση:

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^m \frac{e_i^2}{R_{ii}} = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\hat{x}))^2}{\sigma_i^2}$$

Εύκολα διαπιστώνεται πως η παραπάνω συνάρτηση ακολουθεί μια X^2 κατανομή με $(m-n)$ βαθμούς ελευθερίας, όπου m ο αριθμός των μετρήσεων στο διάνυσμα z και n ο αριθμός των μεταβλητών του διανύσματος κατάστασης x .

Στον αλγόριθμο WLS μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι στατιστικές ιδιότητες της αντικειμενικής συνάρτησης για την ανίχνευση των λαθών. Τα βήματα για τον έλεγχο X^2 , όπως αποκαλείται η συγκεκριμένη μέθοδος είναι τα εξής:

- Επίλυση του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης με τον αλγόριθμο WLS και υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $J(\hat{x})$.
- Αναζήτηση της τιμής $\chi^2_{(m-n),p}$ στον πίνακα της X^2 κατανομής με πιθανότητα εμπιστοσύνης ανίχνευσης $p = \Pr(J(\hat{x}) \leq \chi^2_{(m-n),p})$ (π.χ., 95%) και $(m-n)$ βαθμούς ελευθερίας.
- Έλεγχος εάν $J(\hat{x}) \geq \chi^2_{(m-n),p}$, οπότε και επιτυγχάνεται η ανίχνευση εσφαλμένης μέτρησης. Διαφορετικά, θεωρείται ότι οι μετρήσεις δεν περιέχουν λάθη.

2.6.2 Εντοπισμός εσφαλμένων δεδομένων στην εκτίμηση κατάστασης ελαχίστων τετραγώνων με χρήση κανονικοποιημένων υπολοίπων

Θεωρούμε τις ακόλουθες γραμμικοποιημένες εξισώσεις μετρήσεων:

$$\Delta z = H\Delta x + e$$

Ο εκτιμητής WLS για τη μεταβολή του γραμμικοποιημένου διανύσματος κατάστασης θα δώσει:

$$\Delta \hat{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \Delta z = G^{-1} H^T R^{-1} \Delta z$$

όπου:

$$G = H^T R^{-1} H.$$

Η εκτιμώμενη μεταβολή του διανύσματος των μετρήσεων είναι η εξής:

$$\Delta \hat{z} = H\Delta \hat{x} = K\Delta z$$

όπου:

$$K = H G^{-1} H^T R^{-1}.$$

Όσον αφορά τη μήτρα K , ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα:

$$K K K \dots K = K \Rightarrow$$

$$K H = H \Rightarrow$$

$$(1 - K)H = 0$$

Τώρα το διάνυσμα υπολοίπων μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} r &= \Delta z - \Delta \hat{z} = (1 - K)\Delta z \Rightarrow \\ r &= (1 - K)(H\Delta x + e) = (1 - K)e \Rightarrow \\ r &= S e \end{aligned}$$

Η μήτρα S ονομάζεται *μήτρα ευαισθησίας υπολοίπων* και αναπαριστά την ευαισθησία των υπολοίπων στα σφάλματα των μετρήσεων. Έχει τις ιδιότητες που ακολουθούν:

- Είναι μη συμμετρική με εξαίρεση την περίπτωση που η διασπορά των σφαλμάτων των μετρήσεων είναι η ίδια για όλες τις μετρήσεις.
- $S S S \dots S = S$
- $S R S^T = S R$

Όσον αφορά την κατανομή πιθανότητας των υπολοίπων των μετρήσεων ισχύουν τα παρακάτω:

$$E(r) = E(Se) = SE(e) = 0$$

$$Cov(r) = \Sigma_r = E[rr^T] = SE[rr^T]S^T = SRS^T = SR$$

Η μήτρα Σ_r ονομάζεται *μήτρα διασποράς των υπολοίπων των μετρήσεων*. Έχει αρκετά ενδιαφέρουσες ιδιότητες που είναι χρήσιμες για την ανίχνευση των εσφαλμένων δεδομένων. Μερικές από τις ιδιότητες αυτές είναι οι ακόλουθες:

- Είναι μια πραγματική και συμμετρική μήτρα.
- $\Sigma_{r,ij}^2 \leq \Sigma_{r,ii} * \Sigma_{r,jj}$
- $\Sigma_{r,ij} \leq (\Sigma_{r,ii} + \Sigma_{r,jj})/2$

Επομένως, τα υπόλοιπα ακολουθούν την κατανομή $r \sim N(0, \Sigma_r)$ και το κανονικοποιημένο υπόλοιπο για τη μέτρηση i δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Sigma_{r,ii}}}$$

Είναι προφανές πως από την παραπάνω σχέση προκύπτει πως το διάνυσμα των κανονικοποιημένων υπολοίπων, r^N , ακολουθεί την Κανονική κατανομή, $N(0, I)$.

Οι ιδιότητες των κανονικοποιημένων υπολοίπων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον εντοπισμό των εσφαλμένων μετρήσεων. Ο έλεγχος αυτός αναφέρεται ως *Έλεγχος Μέγιστου Κανονικοποιημένου Υπολοίπου*, r_{max}^N , ο οποίος αποτελείται από τα εξής βήματα:

- Επίλυση του προβλήματος εκτίμησης κατάστασης με τον αλγόριθμο WLS και υπολογισμός των υπολοίπων των μετρήσεων:

$$.r_i = z_i - h_i(\hat{x}), \quad i = 1, \dots, m$$

- Υπολογισμός των κανονικοποιημένων υπολοίπων των μετρήσεων:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Sigma_{r,ii}}} \quad i = 1, \dots, m$$

- Εύρεση της μέτρησης k ώστε το r_k^N να είναι το μέγιστο κανονικοποιημένο υπόλοιπο.
- Εάν $r_k^N > c$, τότε η μέτρηση k θεωρείται εσφαλμένη. Διαφορετικά, δεν εντοπίζονται εσφαλμένες μετρήσεις και η διαδικασία σταματά. Η σταθερά c είναι μία επιλεγόμενη τιμή κατωφλίου (π.χ., 3.0).
- Απόρριψη της μέτρησης k από το σύνολο των μετρήσεων και επανάληψη του πρώτου βήματος [6].

2.7 Περιορισμοί ισότητας στην εκτίμηση κατάστασης

Η χρήση μετρήσεων πολύ μεγάλης ακρίβειας με μεγάλα βάρη, όπως για παράδειγμα οι μηδενικές εγχύσεις δημιουργεί προβλήματα όσον αφορά τη σύγκλιση. Με σκοπό την αποφυγή αυτών των προβλημάτων, οι συγκεκριμένες μετρήσεις θεωρούνται ως ξεχωριστές συνθήκες ισότητας στον αλγόριθμο WLS. Επομένως, το πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής :

$$z = h(x) + e$$

$$c(x) = 0$$

όπου:

z , το διάνυσμα μετρήσεων διαστάσεων $m \times 1$

$h(x)$, το διάνυσμα των μη γραμμικών συναρτήσεων διαστάσεων $m \times 1$

x , το διάνυσμα κατάστασης διαστάσεων $n \times 1$

$c(x)$, το διάνυσμα των συναρτήσεων που μοντελοποιούν τις μηδενικές εγχύσεις ως περιορισμούς ισότητας διαστάσεων 1×1

N , ο αριθμός των ζυγών και

$$n=2N.$$

Ο αλγόριθμος εκτίμησης WLS ελαχιστοποιεί την παρακάτω εξίσωση :

$$\text{Minimize } J(x) = (z - h(x))^T R^{-1} (z - h(x))$$

$$c(x) = 0$$

όπου και έχουμε θεωρήσει ότι τα στοιχεία του διανύσματος e ακολουθούν την Κανονική Κατανομή, με $E(e) = 0$ και $Cov(e) = E(ee^T) = R = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\}$ όπου σ_i είναι η τυπική απόκλιση της μέτρησης i .

Το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης \hat{x} δίνεται με την επίλυση του ακόλουθου συστήματος γραμμικών εξισώσεων για κάθε επανάληψη :

$$\begin{pmatrix} G(x^k) & C^T(x^k) \\ C(x^k) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{k+1} - x^k \\ \lambda^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k)) \\ -c(x^k) \end{pmatrix}$$

όπου:

k , ο δείκτης επανάληψης

x^k , η λύση για το διάνυσμα κατάστασης στην επανάληψη k

λ^k , οι πολλαπλασιαστές Lagrange στην επανάληψη k

$H(x) = \frac{\partial h}{\partial x}$ και $C(x) = \frac{\partial c}{\partial x}$, οι αντίστοιχες Ιακωβιανές μήτρες

$G(x^k) = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$, η μήτρα κέρδους.

Οι επαναλήψεις ξεκινούν με μια αρχική τιμή του διανύσματος κατάστασης x^0 και συνεχίζουν μέχρις ότου η διαφορά $x^{k+1} - x^k$ γίνει μικρότερη από μία δεδομένη τιμή κατωφλίου. Συνήθως το αρχικό διάνυσμα x^0 επιλέγεται να περιέχει τάσεις τιμής 1 α.μ. και γωνίας 0 (μέθοδος flat start).

Η μήτρα $F = \begin{pmatrix} G & C^T \\ C & 0 \end{pmatrix}$ είναι συμμετρική αλλά αόριστη και με διακρίνουσα διάφορη του μηδενός, δεδομένου ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Πρακτικά, η μήτρα F δεν απαιτείται να αντιστραφεί αλλά να τριγωνοποιηθεί. Μετά την τριγωνοποίηση αυτή, το σύστημα λύνεται επαναληπτικά με εμπρός και πίσω αντικατάσταση.

Οι εξισώσεις πραγματικού και φανταστικού μέρους των ρευμάτων I_i σε ένα ζυγό μηδενικής έγχυσης ισχύος i φαίνονται ακολούθως:

- Αν το διάνυσμα κατάστασης εκφράζεται σε καρτεσιανές συντεταγμένες ($\tilde{V} = \mathbf{E} + \mathbf{jF}$):

$$0 = I_{i,r} = E_i \sum_{j \in a(i)} (g_{si} + g_{ij}) - F_i \sum_{j \in a(i)} (b_{si} + b_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}E_j - b_{ij} * F_j)$$

$$0 = I_{i,i} = F_i \sum_{j \in a(i)} (g_{si} + g_{ij}) + E_i \sum_{j \in a(i)} (b_{si} + b_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij} * E_j)$$

- Αν το διάνυσμα κατάστασης εκφράζεται σε πολικές συντεταγμένες ($\tilde{V} = V\Delta\delta$):

$$0 = I_{i,r} = V_i \cos \delta_i \sum_{j \in a(i)} (g_{si} + g_{ij}) - V_i \sin \delta_i \sum_{j \in a(i)} (b_{si} + b_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}V_j \cos \delta_j - b_{ij}V_j \sin \delta_j)$$

$$0 = I_{i,i} = V_i \sin \delta_i \sum_{j \in a(i)} (g_{si} + g_{ij}) + V_i \cos \delta_i \sum_{j \in a(i)} (b_{si} + b_{ij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}V_j \sin \delta_j + b_{ij}V_j \cos \delta_j)$$

όπου $a(i)$ το σύνολο των ζυγών που είναι συνδεδεμένοι με τον ζυγό i [7].

3. Η τεχνολογία των Phasor Measurement Units (PMUs)

3.1 Ιστορική αναδρομή

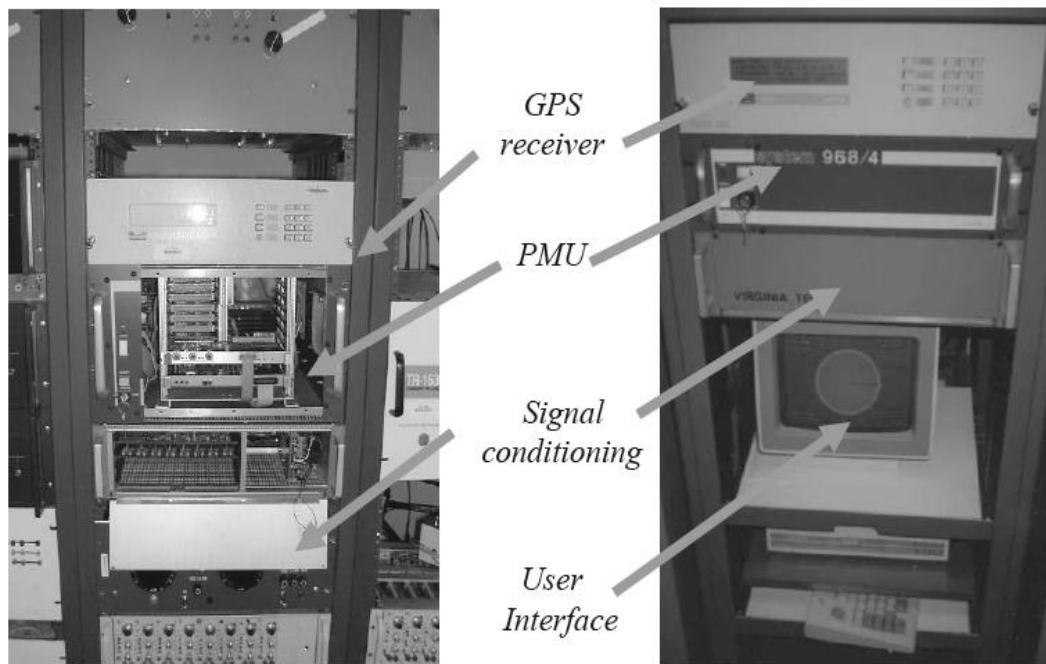
Οι γωνίες των φασιθετών τάσης των ζυγών στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελούσαν ανέκαθεν ένα θέμα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος για τους Ηλεκτρολόγους μηχανικούς. Είναι ευρέως γνωστό πως η ροή ενεργού ισχύος σε μια γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογο μέγεθος με το ημίτονο της διαφοράς των γωνιών των τάσεων στα δύο τερματικά άκρα της γραμμής. Είναι επίσης γνωστό πως πολλές από τις θεωρήσεις σχεδιασμού και υπολογισμού που εφαρμόζονται στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας είναι απευθείας συνδεδεμένες με τη ροή ενεργού ισχύος. Επομένως, η μέτρηση της διαφοράς γωνιών κατά τη μεταφορά ενέργειας αποτελεί ένα ανησυχητικό θέμα εδώ και αρκετά χρόνια. Η πρώτη σύγχρονη εφαρμογή, η οποία εμπεριέχει την άμεση μέτρηση διαφοράς γωνιών, αναφέρθηκε σε τρεις ερευνητικές εργασίες στις αρχές της δεκαετίας του 1980. Αυτά τα συστήματα χρησιμοποιούσαν πομπούς LORAN-C, δορυφόρους GOES και ραδιοπομπούς HBG (στην Ευρώπη), με σκοπό την επίτευξη του συγχρονισμού του χρόνου αναφοράς σε διαφορετικές τοποθεσίες του δικτύου. Το επόμενο θετικό βήμα που πραγματοποιήθηκε όσον αφορά τους φασιθέτες τάσεων ήταν η εκτίμηση της τοπικής γωνίας λαμβάνοντας υπόψιν το χρόνο αναφοράς. Έτσι, χρησιμοποιώντας τη διαφορά των μετρούμενων γωνιών σε δύο διαφορετικές περιοχές, οδηγηθήκαμε στην θέσπιση της διαφοράς γωνιών των τάσεων μεταξύ δύο ζυγών. Η ακρίβεια των μετρήσεων που επιτεύχθηκε σε αυτά τα συστήματα ήταν της τάξης των 40μs. Οι μετρήσεις που πραγματοποιούνταν, αφορούσαν μονοφασικές γωνίες τάσης και φυσικά δεν λαμβάνονταν υπόψιν οι αρμονικές που περιείχαν οι κυματομορφές της τάσης. Αυτές οι μέθοδοι μέτρησης της διαφοράς γωνιών τάσεων δεν είναι κατάλληλες για την ευρεία περιοχή των μετρητικών συστημάτων φασιθετών και έτσι αποτελούν ξεχωριστά συστήματα τα οποία δεν χρησιμοποιούνται πια.

Η σύγχρονη εποχή για την τεχνολογία μέτρησης φασιθετών ξεκίνησε με την ερευνητική δραστηριότητα πάνω στην εγκατάσταση υπολογιστών για τη ρύθμιση των ηλεκτρονόμων στις γραμμές μεταφοράς. Οι αρχικές λειτουργίες που πραγματοποιούνταν στις γραμμές μεταφοράς με τη χρήση ηλεκτρονόμων βασισμένων σε μικροεπεξεργαστές έδειξαν πως η διαθέσιμη υπολογιστική ισχύς σε εκείνη την περίοδο (δεκαετία του 1970) ήταν με δυσκολία επαρκής για τη διαχείριση όλων των απαιτούμενων υπολογισμών των συναρτήσεων ρύθμισης των γραμμών μεταφοράς.

Ένα σημαντικό κομμάτι των υπολογισμών αφιερωνόταν στην επίλυση έξι εξισώσεων σε κάθε διάστημα δειγματοληψίας, με σκοπό να καθοριστεί αν υπάρχει κάποιο από τα δέκα είδη πιθανών σφαλμάτων σε τριφασικές γραμμές μεταφοράς. Έτσι, ξεκίνησε η αναζήτηση μεθόδων που θα περιορίζαν την ανάγκη να επιλυθούν οι έξι αυτές εξισώσεις. Τελικά, η αναζήτηση οδήγησε σε μία νέα τεχνική, βασισμένη στην ανάλυση των συμμετρικών συνιστωσών των τάσεων και ρευμάτων γραμμής. Με τη χρήση συμμετρικών συνιστωσών και κάποιων

ποσοτήτων που προκύπτουν από αυτές ήταν δυνατό να πραγματοποιηθούν όλοι οι υπολογισμοί λαθών με μία μόνο εξίσωση. Ως μέρος αυτής της τεχνικής, περιγράφηκαν αποδοτικοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των συμμετρικών συνιστωσών των τριφασικών τάσεων και ρευμάτων, και ως εκ τούτου ο υπολογισμός της θετικής ακολουθίας τάσεων και ρευμάτων έδωσε την ώθηση για την ανάπτυξη των σύγχρονων συστημάτων μέτρησης φασιθετών. Σε αρκετά σύντομο χρονικό διάστημα αναγνωρίστηκε πως η μέτρηση θετικής ακολουθίας, ως μέρος του υπολογισμού συμμετρικών συνιστωσών, ήταν επίσης μεγάλης σημασίας. Η πρώτη δημοσίευση που αναφέρεται στη σημασία της μέτρησης θετικής ακολουθίας των φασιθετών τάσης και ρεύματος έγινε το 1983 και μπορεί να χαρακτηριστεί ως το σημείο εκκίνησης προς τη σύγχρονη τεχνολογία μέτρησης φασιθετών. Η ανάπτυξη και πλήρης εφαρμογή του GPS τοποθετείται χρονικά στο ίδιο περίπου διάστημα. Έγινε πλέον σαφές ότι το σύστημα αυτό θα πρόσφερε τον πιο αποτελεσματικό τρόπο για το συγχρονισμό των μετρήσεων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας που αναπτύσσονται σε μεγάλες αποστάσεις. Τα πρώτα μοντέλα των σύγχρονων συσκευών PMU κατασκευάστηκαν στο πανεπιστήμιο Virginia Tech στις αρχές της δεκαετίας του 1980 και δύο από τα πρωτότυπα φαίνονται στο Σχήμα 3.1. Η πρώτη εμπορική μονάδα PMU κατασκευάστηκε από την εταιρεία Macrodyne σε συνεργασία με το πανεπιστήμιο Virginia Tech το 1991. Στη σημερινή εποχή, ένας μεγάλος αριθμός κατασκευαστών διαθέτουν συσκευές PMU ως εμπορικά προϊόντα ενώ η ανάπτυξη της τεχνολογίας PMU στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας βρίσκεται σε εξέλιξη σε παγκόσμιο επίπεδο.

Παράλληλα με την ανάπτυξη των PMU ως εργαλεία μέτρησης, διεξαγόταν έρευνα για τις εφαρμογές των μετρήσεων που αυτά παρείχαν. Μπορεί να ειπωθεί πως η τεχνολογία των συγχρονισμένων μετρήσεων φασιθετών είναι πλέον αρκετά διαδεδομένη και τα περισσότερα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας σε όλο τον κόσμο σταδιακά εγκαθιστούν μετρητικά συστήματα σε μεγάλο μέρος του δικτύου τα οποία περιέχουν και PMU.



Σχήμα 3.1 Η πρώτη μονάδα μέτρησης φασιθετών (PMU) στο Πανεπιστήμιο της Βιρτζίνια. Ο δέκτης χρονισμού του GPS ήταν εξωτερικά του PMU και λόγω του μικρού αριθμού δορυφόρων που υπήρχαν εκείνη την εποχή, το ρολόι έπρεπε να διαθέτει εσωτερικό ταλαντωτή υπεύθυνου για τη διατήρηση ακρίβειας κατά την απουσία ορατών δορυφόρων.

3.2 Αναπαράσταση φασιθετών σε ημιτονική μορφή

Θεωρούμε μία καθαρά ημιτονοειδή οντότητα που δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.1)$$

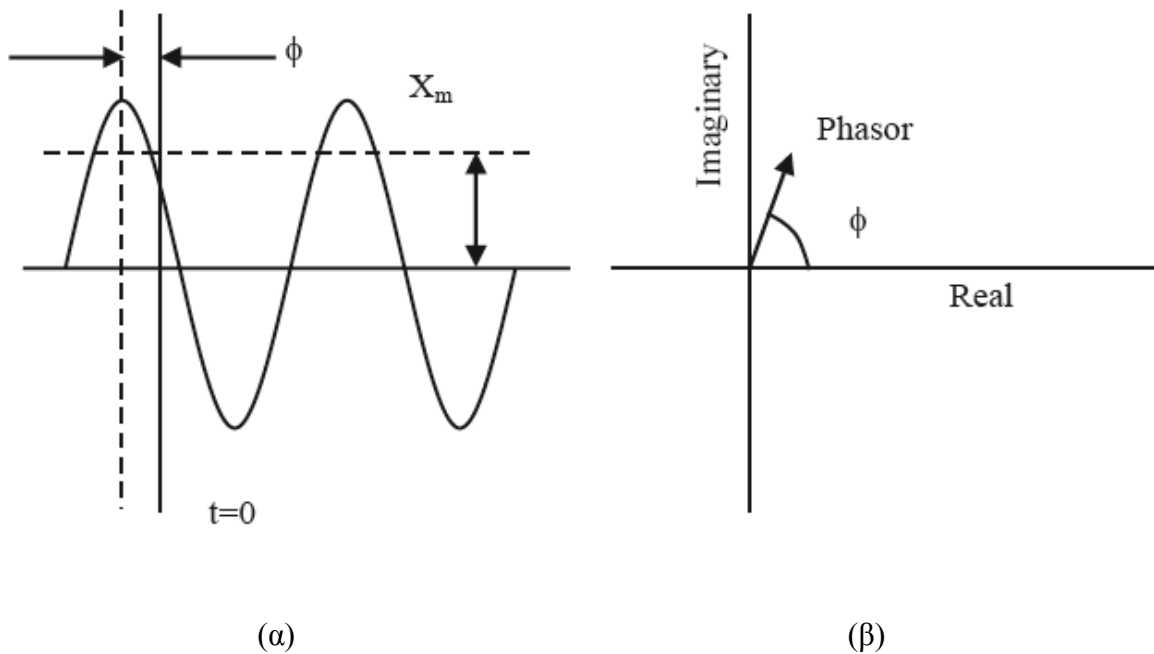
όπου ω είναι η συχνότητα του σήματος σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο, φ η φασική γωνία σε ακτίνια και X_m το πλάτος του σήματος. Η RMS (Root Mean Square) τιμή του σήματος εισόδου είναι $X_m/\sqrt{2}$. Αξίζει να θυμηθούμε πως οι RMS ποσότητες είναι ιδιαίτερα χρήσιμες όταν υπολογίζουμε την ενεργό και άεργο ισχύ σε ένα κύκλωμα με εναλασσόμενο ρεύμα. Η Σχέση 3.1 μπορεί επίσης να γραφτεί ως:

$$x(t) = \text{Re}\{X_m e^{j(\omega t + \varphi)}\} = \text{Re}\{[e^{j(\omega t)}]X_m e^{j\varphi}\}$$

Είναι σύνηθες να παραλείπεται ο όρος $e^{j(\omega t)}$ από την παραπάνω έκφραση, λόγω του ότι η συχνότητα ω είναι σταθερό μέγεθος. Το ημιτονοειδές σήμα της Σχέσης (3.1) αντιπροσωπεύεται από ένα μιγαδικό αριθμό X που αναφέρεται ως φασιθέτης ή παραστατικός μιγάς :

$$x(t) \leftrightarrow X = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) e^{j\varphi} = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) [\cos\varphi + j\sin\varphi] \quad (3.2)$$

Στο παρακάτω Σχήμα 3.2 φαίνονται μία ημιτονοειδής οντότητα καθώς και η αναπαράστασή της σαν φασιθέτης:



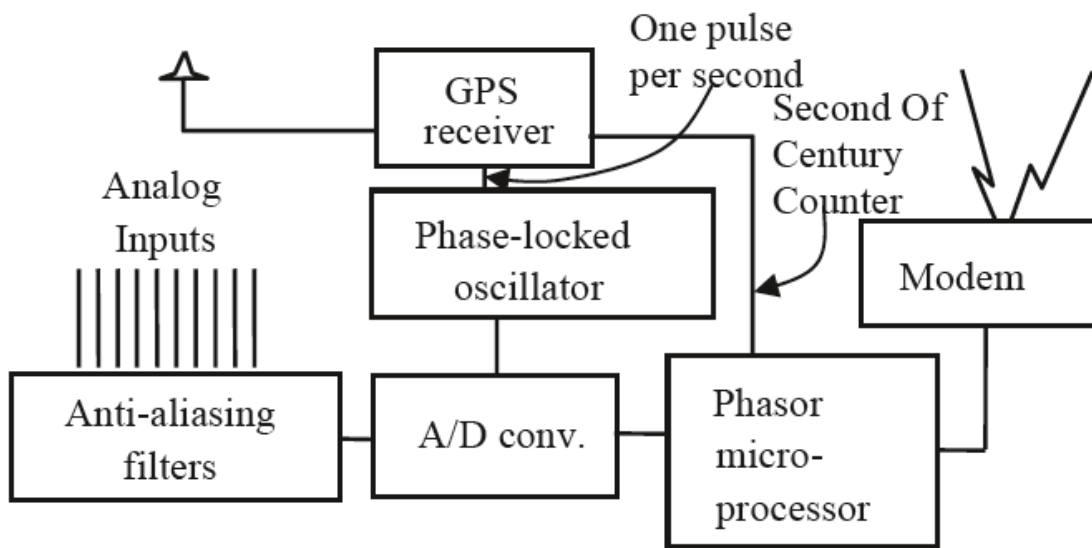
Σχήμα 3.2 (α) Μία ημιτονοειδής οντότητα και (β) η αναπαράστασή της ως φασιθέτης. Η φασική γωνία του διανύσματος εξαρτάται από την επιλογή του άξονα $t=0$, οπότε και επιλέγεται αυθαίρετα. Αξίζει να σημειωθεί πως το μήκος του διανύσματος είναι ίσο με την RMS τιμή του ημιτονοειδούς σήματος.

Όπως αναφέρθηκε αρχικά, η διανυσματική αναπαράσταση ενός σήματος είναι δυνατή μόνο σε περίπτωση που έχουμε ένα καθαρό ημιτονοειδές σήμα. Σε πρακτικό επίπεδο, μια κυματομορφή συχνά εμπεριέχει κι άλλα σήματα διαφορετικών συχνοτήτων. Επομένως, γίνεται απαραίτητη η εξαγωγή μίας μόνο συχνότητας (συνήθως της βασικής συνιστώσας του σήματος), ώστε στη συνέχεια αυτό να μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα φασιθέτη. Η εξαγωγή της μίας μόνο συνιστώσας συχνότητας γίνεται συνήθως με μετασχηματισμό Fourier. Σε διακριτά συστήματα με δειγματοληψία, αυτό γίνεται με τον Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (Discrete Fourier Transform - DFT) ή με τον Ταχύ Μετασχηματισμό Fourier (Fast Fourier Transform - FFT). Επιπροσθέτως, ο ορισμός του φασιθέτη έχει ως βασική προϋπόθεση το γεγονός ότι το σήμα παραμένει συνεχώς σταθερό. Ωστόσο, στην πράξη είναι δυνατό να μελετήσουμε μόνο ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί στην αναπαράσταση με φασιθέτη. Το διάστημα αυτό είναι γνωστό ως 'χρονικό παράθυρο' (data window) και είναι πολύ σημαντικό για την εκτίμηση των φασιθετών των κυματομορφών που συναντάμε σε πρακτικό επίπεδο [8].

3.3 Η δομή ενός PMU

Οι μονάδες PMU οι οποίες κατασκευάζονται από διαφορετικούς κατασκευαστές παρουσιάζουν διαφορές σε αρκετά σημαντικά σημεία. Είναι, επομένως, δύσκολο να αναλυθεί η διαμόρφωση των στοιχείων μίας μονάδας μέτρησης φασιθετών με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι καθολικά εφαρμόσιμη. Ωστόσο, είναι δυνατό να αναλυθεί η βασική δομή της συσκευής αυτής, η οποία περιλαμβάνει τα κυριότερα στοιχεία που την αποτελούν.

Το Σχήμα 3.3 περιγράφει τη διαμόρφωση των πρώτων συσκευών PMU που κατασκευάστηκαν στο πανεπιστήμιο Virginia Tech και απεικονίζονται όπως αναφέρθηκε στο Σχήμα 3.1. Αξίζει να σημειωθεί πως η ανάπτυξη των συσκευών αυτών προέκυψε από την ανάπτυξη στην περιοχή των ηλεκτρονόμων απόστασης συμμετρικών συνιστωσών. Συνεπώς, η δομή στο Σχήμα 3.3 μπορεί να παραλληλιστεί με έναν ηλεκτρονόμο που λειτουργεί με μικροεπεξεργαστή. Οι αναλογικές είσοδοι είναι ρεύματα και τάσεις που προκύπτουν από τα τυλίγματα στο δευτερεύον των μετασχηματιστών ρεύματος και τάσης. Όλα τα τριφασικά ρεύματα και τάσεις χρησιμοποιούνται ώστε να μπορεί να εξαχθεί η μέτρηση της θετικής ακολουθίας. Σε αντίθεση με έναν ηλεκτρονόμο, η συσκευή PMU μπορεί να δέχεται μετρήσεις ρευμάτων σε πολλά σημεία ενός υποσταθμού και μετρήσεις τάσεων που ανήκουν σε διαφορετικούς ζυγούς μέσα στον υποσταθμό.



Σχήμα 3.3 Τα κυριότερα στοιχεία ενός σύγχρονου PMU.

Τα σήματα ρεύματος και τάσης μετατρέπονται σε τάσεις με κατάλληλους μετασχηματιστές (συνήθως μέσα στο εύρος εντός $\pm 10V$), ώστε να ταιριάζουν με τις απαιτήσεις των μετατροπέων από αναλογικά σήματα σε ψηφιακά. Ο ρυθμός δειγματοληψίας που επιλέγεται για την διαδικασία της δειγματοληψίας είναι αυτός που καθορίζει την απόκριση συχνότητας του φίλτρου εξομάλυνσης (anti-aliasing filter). Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτά είναι φίλτρα αναλογικού τύπου με συχνότητα αποκοπής λιγότερη από τη μισή της

συχνότητας δειγματοληψίας, με σκοπό να ικανοποιείται το κριτήριο Nyquist. Όπως και στη σχεδίαση πολλών ηλεκτρονόμων, κάποιος θα μπορούσε να επιλέξει υψηλό ρυθμό δειγματοληψίας (το οποίο ονομάζεται υπερδειγματοληψία) με αντίστοιχη υψηλή συχνότητα αποκοπής για το αναλογικό anti-aliasing filter. Το επόμενο βήμα είναι ένα ψηφιακό ‘φίλτρο αποδεκατισμού’ (decimation filter) το οποίο μετατρέπει τα δεδομένα δειγματοληψίας σε ένα χαμηλότερο ρυθμό δειγματοληψίας, παρέχοντας έτσι ένα ‘ψηφιακό φίλτρο εξομάλυνσης’ που συνδέει όλα τα αναλογικά anti-aliasing filters. Το πλεονέκτημα αυτής της διαδικασίας είναι ότι τα αποδοτικά anti-aliasing filters που αποτελούνται από ένα αναλογικό κι ένα ψηφιακό φίλτρο αποδεκατισμού είναι πολύ πιο σταθερά με κριτήρια τις διακυμάνσεις λόγω γήρανσης και θερμοκρασίας. Αυτό εξασφαλίζει ότι όλα τα αναλογικά σήματα έχουν την ίδια στροφή φάσης καθώς και την ίδια εξασθένιση. Συνεπώς, εξασφαλίζει και ότι οι διαφορές των γωνιών και τα σχετικά μεγέθη των διαφορών σημάτων παραμένουν σταθερά.

Ένα πρόσθετο πλεονέκτημα της τεχνικής της υπερδειγματοληψίας, είναι ότι αν υπάρχει η δυνατότητα αποθήκευσης δεδομένων από δείγματα των αναλογικών σημάτων, αυτά έχουν μεγάλη χρησιμότητα ως ψηφιακοί καταγραφείς σφαλμάτων υψηλού εύρους ζώνης.

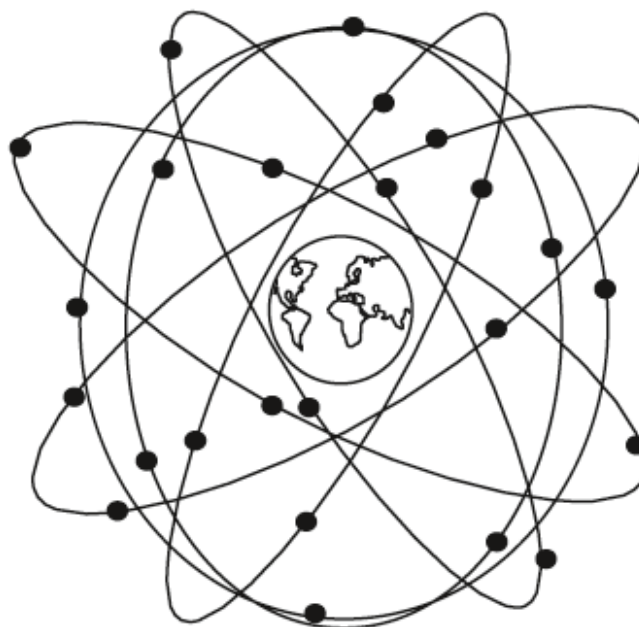
Το ρολόι δειγματοληψίας είναι συγχρονισμένο σε φάση με το παλμό του ρολογιού του GPS. Οι ρυθμοί δειγματοληψίας τα τελευταία χρόνια παρουσιάζουν μία σταθερή αύξηση. Ενδεικτικά αναφέρεται πως ο ρυθμός για τις πρώτες συσκευές PMU ήταν 12 δείγματα ανά κύκλο της ονομαστικής συχνότητας του δικτύου, ενώ στις περισσότερες σημερινές συσκευές ο ρυθμός αγγίζει τα 96 ή ακόμη και 128 δείγματα ανά κύκλο χάρη στη χρήση ταχύτερων μικροεπεξεργαστών και μετατροπέων αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά. Στο μέλλον αναμένεται να υπάρξουν υψηλότεροι ρυθμοί δειγματοληψίας οι οποίοι θα οδηγήσουν σε πιο ακριβείς εκτιμητές φασιθετών, όπως έχει αποδειχθεί.

Ο μικροεπεξεργαστής υπολογίζει την εκτίμηση θετικής ακολουθίας όλων των σημάτων ρεύματος και τάσης. Κάποια άλλα σημαντικά αποτελέσματα που περιλαμβάνονται στις εξόδους του PMU είναι η εκτίμηση συχνότητας και ο εκτιμώμενος ρυθμός αλλαγής της συχνότητας τοπικά του δικτύου. Η χρονική σφραγίδα δημιουργείται από δύο σήματα που προέρχονται από τον δέκτη του GPS, μία διαδικασία που θα αναλυθεί λεπτομερώς σε επόμενες ενότητες. Σε αυτό το σημείο, είναι επαρκές να πούμε ότι η χρονική σφραγίδα καθορίζει το δευτερόλεπτο της Παγκόσμιας Συντονισμένης Ώρας (Universal Time Coordinated - UTC).

Εν κατακλείδι, η κύρια έξοδος του PMU είναι η μέτρηση της χρονικής σφραγίδας που μεταφέρεται με τηλεπικοινωνιακές συνδέσεις και κατάλληλους δρομολογητές σε ένα υψηλότερο επίπεδο όσον αφορά την ιεραρχία του συστήματος μετρήσεων. Οι προδιαγραφές αυτών των δομικών αρχείων εξόδου των PMU θα εξεταστούν στη συνέχεια [9].

3.4 Το Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης (GPS)

Η έννοια του συστήματος GPS εισήχθη με αφορμή την εκτόξευση των πρώτων δορυφόρων Block I από το Υπουργείο Άμυνας των ΗΠΑ το 1978. Μέχρι και το 1994, η λειτουργία 24 σύγχρονων δορυφόρων είχε ήδη τεθεί σε εφαρμογή (το 2007 υπήρχαν 30 ενεργοί δορυφόροι σε τροχιά, με τους επιπλέον δορυφόρους να παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην εκτίμηση των χωρικών συντεταγμένων των δεκτών. Οι δορυφόροι τύπου Block I και II δε χρησιμοποιούνται πια). Είναι διατεταγμένοι σε 6 τροχιακά επίπεδα, μετατοπισμένα το ένα από το άλλο κατά 60° , και έχουν κλίση περίπου 55° , λαμβάνοντας ως αναφορά το ισημερινό επίπεδο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4. Οι δορυφόροι έχουν μια τροχιακή ακτίνα περίπου 16500 μίλια και περιστρέφονται γύρω από τη γη δύο φορές ημερησίως. Έχουν τοποθετηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε τουλάχιστον 6 δορυφόροι να είναι ορατοί από τις περισσότερες τοποθεσίες στη γη και συχνά 10 δορυφόροι είναι διαθέσιμοι για να είναι ορατοί. Η πιο κοινή χρήση του συστήματος GPS είναι ο καθορισμός των συντεταγμένων του δέκτη, παρόλο που για τις συσκευές PMU το σημαντικότερο σήμα είναι ο ένας παλμός ανά δευτερόλεπτο. Αυτός ο παλμός όπως λαμβάνεται από κάθε δέκτη στη γη συμπίπτει με όλους τους λαμβανόμενους παλμούς μέσα σε διάστημα ενός μικροδευτερολέπτου. Σε πρακτικό επίπεδο, έχουν γίνει εφικτές αρκετά καλύτερες ακρίβειες στο συγχρονισμό, της τάξης μερικών εκατοντάδων νανοδευτερολέπτων.



Σχήμα 3.4 Αναπαράσταση της διάταξης των δορυφόρων στο GPS. Υπάρχουν 4 δορυφόροι σε κάθε μία από τις 6 τροχιές που περιφέρονται γύρω από τη γη με περίοδο μισή ημέρα.

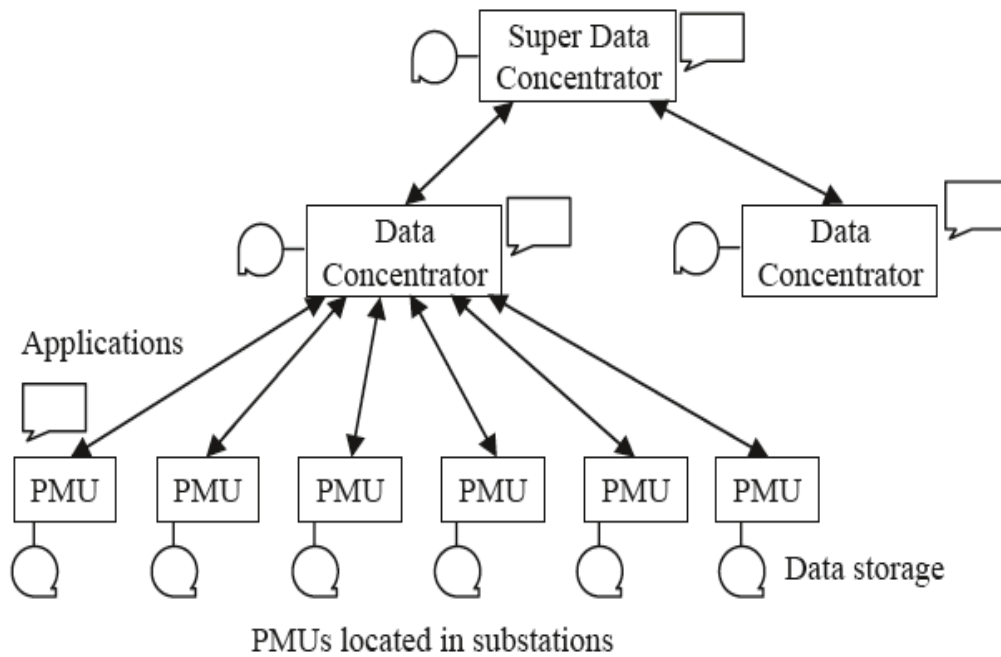
Οι δορυφόροι του συστήματος GPS διαθέτουν ακριβή ρολόγια τα οποία παρέχουν το σήμα του ενός παλμού ανά δευτερόλεπτο. Ο χρόνος που κρατούν είναι γνωστός ως χρόνος GPS και δεν λαμβάνει υπόψη την περιστροφή της γης. Για να παρέχουν οι δέκτες την ορθή ώρα ρολογιού UTC, είναι απαραίτητο να γίνουν ορισμένες διορθώσεις στον GPS χρόνο, υπολογίζοντας τη διαφορά με την ώρα στη γη. Η οντότητα του παλμού ορίζεται από τον αριθμό των δευτερολέπτων που μεσολάβησαν από τη χρονική στιγμή που το ρολόι ξεκίνησε να μετρά (6 Ιανουαρίου, 1980). Είναι αξιοσημείωτο πως τα πρότυπα PMU χρησιμοποιούν ως βάση το χρόνο UNIX με έναν μετρητή Δευτερόλεπτο του Αιώνα (Second of Century - SOC), ο οποίος άρχισε να μετράει από τα μεσάνυχτα της 1^{ης} Ιανουαρίου του 1970.

Τη σημερινή εποχή υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός GPS εφαρμόζεται σε διαφορετικά κράτη με παρόμοιους, όμως, στόχους. Αναμένεται πως, στο κοντινό μέλλον, το σύστημα GPS θα παραμείνει η κύρια πηγή για το συγχρονισμό των συσκευών μέτρησης φασιθετών.

3.5 Η ιεραρχία στα Συστήματα Μέτρησης Φασιθετών

Οι συσκευές PMU εγκαθίστανται στους υποσταθμούς των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η επιλογή των υποσταθμών όπου αυτές τοποθετούνται εξαρτάται από τη χρήση που θα γίνει στις παρεχόμενες μετρήσεις. Η βέλτιστη τοποθέτηση των PMU αποτελεί αντικείμενο ενδιαφέροντος που θα αναλυθεί στη συνέχεια.

Στις περισσότερες εφαρμογές, τα δεδομένα φασιθετών χρησιμοποιούνται σε τοποθεσίες μακριά από τις συσκευές PMU. Έτσι, την αρχιτεκτονική των συσκευών αυτών συμπληρώνουν απαιτούμενες συνδέσεις επικοινωνίας και κέντρα συγκέντρωσης δεδομένων, με στόχο την πλήρη εκμετάλλευση των πλεονεκτημάτων του συστήματος μετρήσεων που προσφέρουν. Μια γενικά αποδεκτή αρχιτεκτονική ενός τέτοιου συστήματος φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 3.5:



Σχήμα 3.5 Ιεραρχία των συστημάτων μέτρησης φασιθετών και επίπεδα των κέντρων συγκέντρωσης δεδομένων φασιθετών.

Στο Σχήμα 3.5 οι συσκευές PMU είναι τοποθετημένες μέσα στους υποσταθμούς των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και παρέχουν μετρήσεις των τάσεων θετικής ακολουθίας με χρονική σφραγίδα και μετρήσεις ρευμάτων από όλους τους ζυγούς και τους τροφοδότες (όπως επίσης και μετρήσεις συχνότητας και ρυθμού αλλαγής της συχνότητας). Οι μετρήσεις αποθηκεύονται σε τοπικές συσκευές αποθήκευσης δεδομένων, οι οποίες είναι διαχειρίσιμες από απομακρυσμένες τοποθεσίες για πιο λεπτομερή ανάλυση και διαγνωστικούς σκοπούς. Η τοπική ικανότητα αποθήκευσης είναι απαραίτητα περιορισμένη και τα αποθηκευμένα δεδομένα που ανήκουν σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας ιδιαίτερου ενδιαφέροντος πρέπει να σηματοδοτηθούν, ώστε να μην αντικατασταθούν όταν εξαντληθεί ο αποθηκευτικός χώρος. Τα δεδομένα από τις μετρήσεις φασιθετών είναι επίσης διαθέσιμα για εφαρμογές πραγματικού χρόνου. Ακόμα, μπορεί να υπάρξουν και ορισμένες διεργασίες τοπικών εφαρμογών που απαιτούν δεδομένα από συσκευές PMU οπότε και τα δεδομένα αυτά γίνονται διαθέσιμα τοπικά για τέτοιους υπολογισμούς.

Οι συσκευές στο επόμενο επίπεδο της ιεραρχίας είναι κοινώς γνωστές ως Συγκεντρωτές Δεδομένων Φασιθετών (Phasor Data Concentrators – PDC). Μία τυπική λειτουργία των συσκευών PDC είναι να συλλέγουν δεδομένα από κάποια ομάδα συσκευών PMU, να απορρίπτουν τα εσφαλμένα δεδομένα, να ευθυγραμμίζουν τις χρονικές σφραγίδες και να δημιουργούν ένα συνεκτικό αρχείο για τα ταυτόχρονα καταγεγραμμένα δεδομένα από ένα ευρύ μέρος του δικτύου. Επίσης, υπάρχουν τοπικοί αποθηκευτικοί χώροι μέσα στα PDC, όπως και λειτουργίες εφαρμογών που χρειάζονται τα δεδομένα των συσκευών PMU διαθέσιμα στο PDC. Αυτά μπορούν να γίνουν διαθέσιμα από τα PDC στις τοπικές εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο. (Στην πραγματικότητα, οι καθυστερήσεις στην επικοινωνία και τη διαχείριση δεδομένων στα

PDC δημιουργούν κάποια αδράνεια στα δεδομένα πραγματικού χρόνου, αλλά σύμφωνα με την πρακτική εμπειρία έως τώρα το πρόβλημα αυτό είναι ελέγξιμο.)

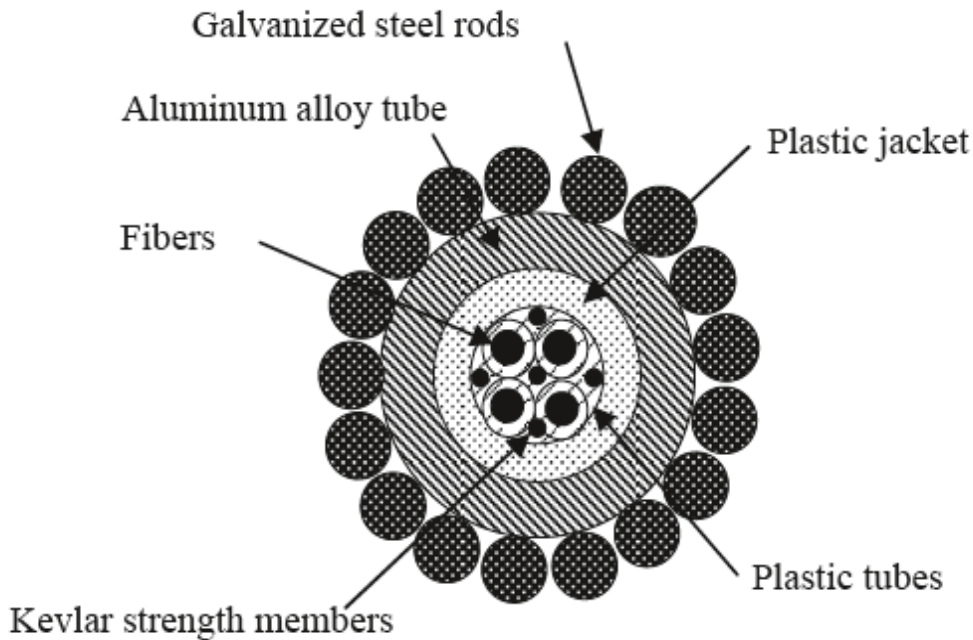
Κάποιος θα μπορούσε να πει πως το πρώτο ιεραρχικό επίπεδο των PDC αφορά την ικανότητα για περιφερειακή συλλογή δεδομένων. Σε μία κλίμακα για ολόκληρο το σύστημα, προστίθεται ακόμα ένα επίπεδο ιεραρχίας, ένας κοινός κεντρικός σταθμός PDC, που ονομάζεται Υπερσυγκεντρωτής Δεδομένων (Super Data Concentrator - SDC). Οι λειτουργίες σε αυτό το επίπεδο είναι παρόμοιες με αυτές του επιπέδου των PDC, με την έννοια ότι υπάρχει δυνατότητα για αποθήκευση δεδομένων ταξινομημένων με τη χρονική τους σφραγίδα (γεγονός που αυξάνει την αδράνεια) και για σταθερή ροή των δεδομένων σε σχεδόν πραγματικό χρόνο για εφαρμογές που απαιτούν δεδομένα όλου του δικτύου. Επιπλέον, στο Σχήμα 3.5 απεικονίζονται οι τηλεπικοινωνιακές συνδέσεις ως αμφίδρομες. Στην πραγματικότητα, η πλειοψηφία της ροής δεδομένων γίνεται προς τα πάνω ιεραρχικά επίπεδα, παρόλο που υπάρχουν διεργασίες που απαιτούν την ικανότητα επικοινωνίας και προς την αντίθετη κατεύθυνση. Σε αυτές τις διεργασίες περιλαμβάνονται εντολές για τη διαμόρφωση των κάτω συνιστωσών, αιτήσεις δεδομένων με συγκεκριμένη μορφή κτλ. Γενικά, η απαιτούμενη χωρητικότητα για την επικοινωνία προς τα κάτω δεν είναι τόσο απαιτητική όσο η αντίστοιχη προς τα πάνω.

3.6 Δυνατότητες για την επικοινωνία των PMUs

Η δυνατότητα επικοινωνίας είναι απαραίτητη για εφαρμογές που απαιτούν δεδομένα φασιθετών σε απομακρυσμένες περιοχές. Δύο είναι οι παράμετροι ύψιστης σημασίας στη μεταφορά δεδομένων για επικοινωνιακές διεργασίες. Αρχικά, η πρώτη παράμετρος είναι η χωρητικότητα του μέσου, που είναι το μέτρο του ρυθμού δεδομένων (σε kilobits ανά δευτερόλεπτο ή σε megabits ανά δευτερόλεπτο) ο οποίος μπορεί να επιτευχθεί στη διαθέσιμη ζεύξη. Η δεύτερη παράμετρος είναι η αδράνεια, που ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μεταξύ της στιγμής δημιουργίας των δεδομένων μέχρι τη στιγμή που αυτά είναι διαθέσιμα για την επιθυμητή εφαρμογή. Ο όγκος των δεδομένων που δημιουργούνται από τις συσκευές PMU είναι περιορισμένου μεγέθους και έτσι η χωρητικότητα του μέσου αποτελεί σπάνια έναν περιοριστικό παράγοντα στις περισσότερες εφαρμογές. Αντιθέτως, μερικές εφαρμογές απαιτούν σχετικά μικρή αδράνεια, όπως εφαρμογές ελέγχου των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας σε πραγματικό χρόνο. Στον αντίποδα υπάρχουν και πιο σύγχρονες εφαρμογές, οι οποίες απαιτούν δεδομένα φασιθετών για την ανάλυση του δικτύου κατά τη διάρκεια μεγάλων διαταραχών. Αυτές οι εφαρμογές δεν επηρεάζονται από μεγάλες καθυστερήσεις στη μεταφορά των δεδομένων. Κάποιες επιπλέον εφαρμογές των δεδομένων από τις συσκευές PMU θα εξεταστούν παρακάτω.

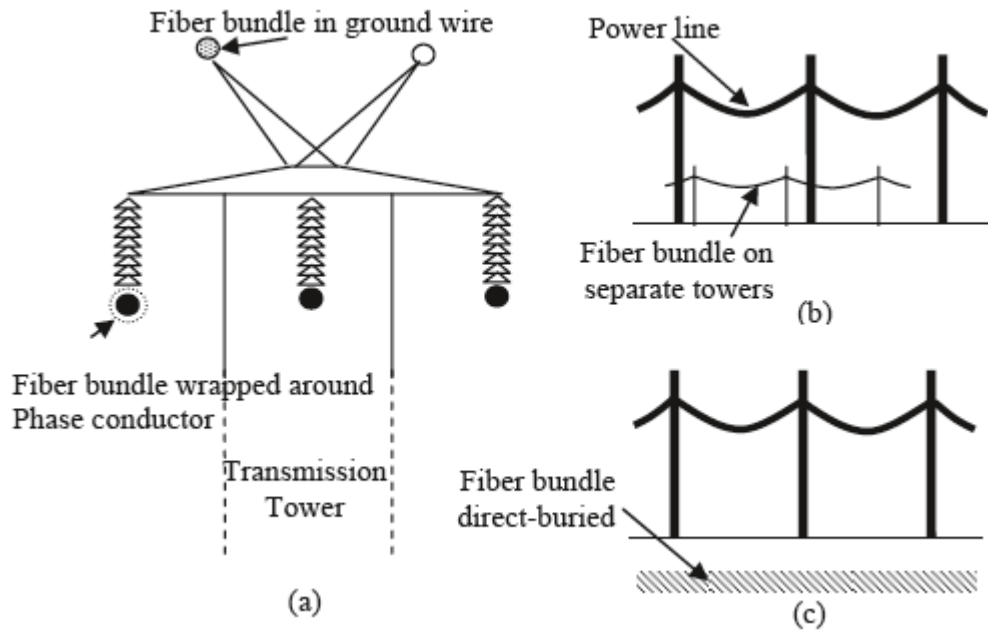
Οι διαθέσιμες επιλογές για την επικοινωνία και τη μεταφορά δεδομένων των PMU μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σύμφωνα με το φυσικό μέσο που χρησιμοποιείται για την επικοινωνία. Τα μισθωμένα κυκλώματα τηλεφώνου ήταν ανάμεσα στα πρώτα μέσα επικοινωνίας που χρησιμοποιήθηκαν για τέτοιους σκοπούς. Ακόμα, τα κυκλώματα

επιλεγόμενου τηλεφώνου μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν η αδράνεια στη μεταφορά δεδομένων δεν είναι μεγάλης σημασίας. Περισσότερο κοινά ηλεκτρικά μέσα επικοινωνίας όπως ο κομιστής γραμμής ρεύματος (power line carrier) και μικροκυματικές ζεύξεις έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί και συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται από πολλές εφαρμογές. Βέβαια, το πιο κοινό μέσο επικοινωνίας που επιλέγεται σήμερα είναι οι ζεύξεις οπτικών ινών, οι οποίες έχουν αξεπέραστη χωρητικότητα καναλιού, υψηλούς ρυθμούς μεταφοράς δεδομένων και δεν επηρεάζονται από ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές. Το Σχήμα 3.6 αναπαριστά μια τυπική κατασκευή ενός καλωδίου από οπτική ίνα που χρησιμοποιείται συχνά στη βιομηχανία.



Σχήμα 3.6 Τυπική κατασκευή ενός καλωδίου οπτικών ινών.

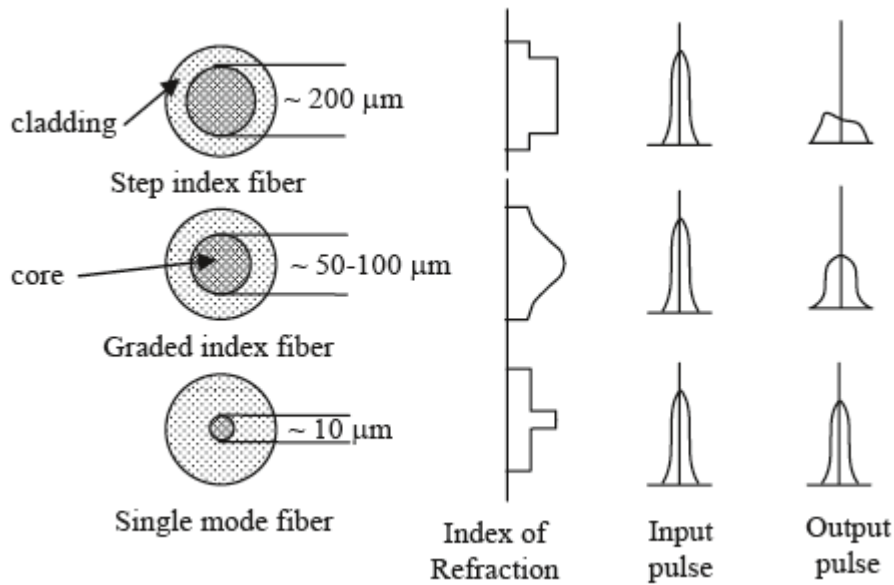
Η πιο δημοφιλής εφαρμογή για τα καλώδια οπτικών ινών είναι η τοποθέτησή τους στα καλώδια γείωσης των γραμμών μεταφοράς. Τα καλώδια γείωσης μπορούν να περιέχουν πολλές ίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται για επικοινωνία, προστασία ή και για εφαρμογές ελέγχου του δικτύου. Διαφορετικές διαμορφώσεις των ζεύξεων οπτικών ινών μπορούν να περιλαμβάνουν ξεχωριστούς πυλώνες για την οπτική ίνα, τύλιγμα του καλωδίου γύρω από τους αγωγούς φάσης ή άμεση τοποθέτηση του καλωδίου ίνας μέσα στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7 Τοποθέτηση οπτικών ινών στις γραμμές μεταφοράς. (a) Η ίνα είναι μέσα στο καλώδιο γείωσης (b) Η ίνα σε ξεχωριστούς πυλώνες. (c) Η ίνα θαμμένη άμεσα στο έδαφος.

Η τεχνολογία των οπτικών αναπτύσσεται με μεγάλη ταχύτητα. Οι ίνες μπορεί να είναι μονού ρυθμού (το οποίο σημαίνει πως ολόκληρη η οπτική ίνα είναι από ομογενές υλικό) ή πολλαπλών ρυθμών με κλιμακωτή ή βαθμιαία μεταβολή στο δείκτη διάθλασης και το υλικό του μανδύα της ίνας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.8. Οι πολυρυθμικές ίνες τείνουν να έχουν μεγαλύτερες απώλειες ανά χιλιόμετρο εξαιτίας της μερικής απώλειας ενέργειας λόγω διάθλασης στα όρια ανάμεσα στον πυρήνα και το μανδύα. Στις μονορυθμικές οπτικές ίνες, η κυματοδήγηση των οπτικών κυμάτων γίνεται κατά μήκος του άξονα της ίνας, με αποτέλεσμα τις ελάχιστες δυνατές απώλειες κατά την μετάδοση. Το μήκος κύματος του φωτός που χρησιμοποιείται σε αυτά τα συστήματα κυμαίνεται από 900nm έως 1800nm. Οι συνήθειες απώλειες κυμαίνονται από 0.5db ανά χιλιόμετρο για τις μονορυθμικές έως 4db ανά χιλιόμετρο για τις πολυρυθμικές ίνες. Ακόμα ένα ζήτημα που πρέπει να ληφθεί υπόψη είναι οι απώλειες κατά την σύνδεση των ινών και την αναμετάδοση του σήματος. Έτσι, ανάλογα το μήκος της διαδρομής μετάδοσης και το επιτρεπτό επίπεδο απωλειών, επιλέγεται ο κατάλληλος τύπος ίνας για κάθε εφαρμογή.

Επίσης, είναι δυνατό να γίνει μια κατηγοριοποίηση στα μέσα επικοινωνίας με βάση τα πρωτόκολλα επικοινωνίας που χρησιμοποιούνται. Και σε αυτό το πεδίο οι αλλαγές γίνονται με μεγάλη ταχύτητα και έτσι είναι δυνατό να αναφερθούν λίγα μόνο από τα διαθέσιμα πρωτόκολλα που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές μέτρησης φασιθετών, όπως τα πρότυπα IEEE και RS-232. Το σύστημα επικοινωνίας μπορεί να εφαρμόσει οποιοδήποτε πρωτόκολλο, κρυπτογράφηση και αλλαγή διάταξης των δεδομένων, με την προϋπόθεση να αποκατασταθεί στην αρχική του μορφή στο δέκτη.



Σχήμα 3.8 Τύποι οπτικών ινών, οι διαστάσεις τους και οι ρυθμοί μετάδοσης.

Τα μηνύματα των συσκευών PMU μπορούν να χαρτογραφηθούν με τη χρήση του Πρωτοκόλλου Ελέγχου Μεταφοράς (Transmission Control Protocol - TCP) ή του Πρωτοκόλλου Δεδομένων Χρήστη (User Datagram Protocol - UDP) και στη συνέχεια να προσπελαστούν με το κλασικό Πρωτόκολλο Διαδικτύου (Internet Protocol - IP). Η IP μπορεί να μεταφερθεί μέσω Ethernet ή άλλων διαθέσιμων μέσων μεταφοράς.

Τα τελευταία χρόνια, το πρότυπο IEC 61850 έχει εισαχθεί ώστε να διευκολύνει τις λειτουργίες αυτοματισμού των υποσταθμών, όπως η προστασία και ο έλεγχος. Στην παρούσα έκδοσή του, το πρότυπο αυτό δεν έχει κριθεί ακόμα για χρήση από την τεχνολογία PMU, δεν αποκλείεται όμως να χρησιμοποιηθεί στο μέλλον για αυτό το σκοπό.

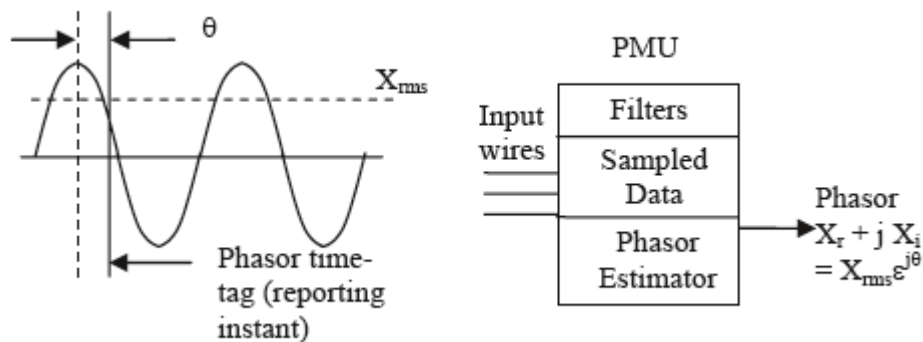
3.7 Λειτουργικές απαιτήσεις για PMU και PDC

3.7.1 Η εξέλιξη του προτύπου για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη

Για να επιτευχθεί η λειτουργικότητα ανάμεσα στις συσκευές PMU που κατασκευάζονται από διαφορετικούς κατασκευαστές είναι σημαντικό όλες αυτές οι συσκευές να λειτουργούν με το ίδιο πρότυπο. Αυτό είναι το πρότυπο IEEE, το οποίο και καθορίζει τις απαιτούμενες παραμέτρους για τη συμβατότητα.

Ο όρος 'συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη' εισήχθη για πρώτη φορά το 1995. Οι μονάδες PMU που κατασκευάστηκαν αρχικά και βασίζονταν σε αυτό το πρότυπο, εξετάστηκαν για τη διαλειτουργικότητα και ανακαλύφθηκε πως η απόδοσή τους σε μη ονομαστικές συχνότητες δεν ήταν η ίδια. Αυτό δεν ήταν αποδεκτό, λαμβάνοντας υπόψη τη διαλειτουργικότητα του εξοπλισμού. Σύντομα βρέθηκε ότι το υπάρχον πρότυπο δεν ήταν

αρκετά σαφές όσον αφορά τις απαιτήσεις απόδοσης των PMU σε μη ονομαστικές συχνότητες. Μια ερευνητική ομάδα από την επιτροπή Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας της IEEE ανέλαβε τη διόρθωση του προτύπου, και έτσι δημιουργήθηκε το τρέχον πρότυπο, το οποίο αποσαφηνίζει τις απαιτήσεις για την απόκριση των συσκευών PMU με είσοδο μη ονομαστικές συχνότητες. Οι απαιτήσεις αυτές μπορούν να εξηγηθούν με το Σχήμα 3.9. Όπως ήδη αναφέρθηκε, ο ορισμός ενός φασιθέτη είναι ανεξάρτητος από τη συχνότητά του. Έτσι, αν τα σήματα εισόδου των PMU είναι καθαρά ημιτονοειδή οποιασδήποτε συχνότητας και η εκτίμηση φάσης αναφέρεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9, τότε ο φασιθέτης στην έξοδο πρέπει να έχει μέτρο ίσο με την RMS τιμή του σήματος και φασική γωνία τη θ , δηλαδή τη γωνία μεταξύ της στιγμής αναφοράς και του πλάτους του ημιτόνου. Αξίζει να σημειωθεί πως οι συσκευές PMU γενικά περιέχουν έναν αριθμό φίλτρων στην είσοδο. Οι καθυστερήσεις φάσης που προκαλούν τα φίλτρα αυτά πρέπει να αντισταθμιστούν πριν από την εκτίμηση του φασιθέτη. Επιπροσθέτως, η θετική ακολουθία πρέπει να είναι σωστή σε όλες τις συχνότητες, ανεξάρτητα από τις εισόδους. Για πρακτικούς λόγους, το πρότυπο έχει μία ιδιαιτερότητα και επιτρέπει μία απόκλιση συχνότητας ± 5 Hertz από την ονομαστική. Άλλα νέα χαρακτηριστικά του προτύπου είναι ο καθορισμός των απαιτήσεων ακρίβειας των μετρήσεων και ενός σταθερού χρόνου αναφοράς για τους φασιθέτες, ο οποίος είναι κλειδωμένος ως προς τη φάση με τον 1 Παλμό ανά Δευτερόλεπτο (Pulse per Second – PPS) του συστήματος GPS και τα πολλαπλάσιά του δίνουν τις ονομαστικές περιόδους των σημάτων.



Σχήμα 3.9 Απόδοση των PMU για σήματα εισόδου οποιασδήποτε συχνότητας (α) Σήμα εισόδου στα τερματικά του PMU και (β) Απαιτούμενη έξοδος της εκτίμησης φασιθέτη.

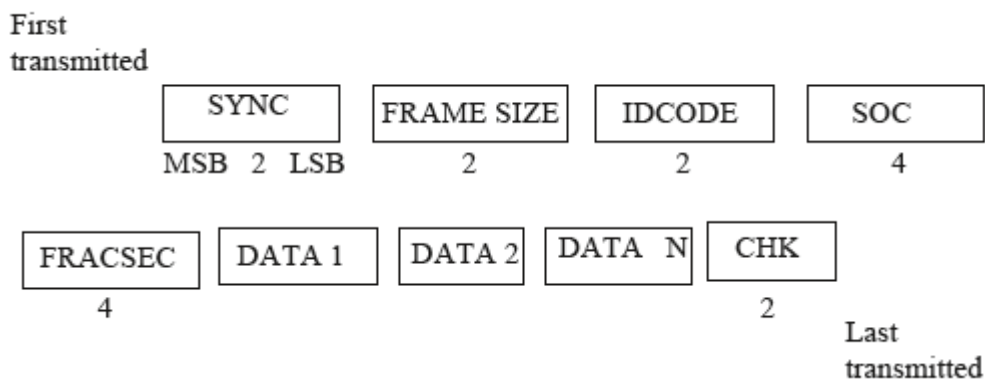
Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε πως το πρότυπο δεν προσδιορίζει τις απαιτήσεις για την απόκριση των PMU στις μεταβατικές καταστάσεις του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Δεν υπάρχει αμφιβολία πως αυτό θα καλυφθεί σε επόμενες εκδόσεις του προτύπου.

3.7.2 Η δομή του αρχείου στο πρότυπο για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη

Η δομή του αρχείου για τις συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών μοιάζει με αυτή του προτύπου COMTRADE, το οποίο ορίζει τα αρχεία για μια μεταβατική συλλογή και διάδοση δεδομένων. Το πρότυπο COMTRADE έχει προσαρμοστεί από τη Διεθνή Επιτροπή Ηλεκτροτεχνίας (International Electrotechnical Commission – IEC) και είναι σήμερα το κύριο διεθνές πρότυπο για τη μορφή αρχείου που χρησιμοποιείται από ψηφιακούς ηλεκτρονόμους, ψηφιακούς καταγραφείς σφαλμάτων και άλλες λειτουργίες όσον αφορά τα μεταβατικά δεδομένα στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας.

Το πρότυπο για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη ορίζει τέσσερις τύπους αρχείων για τη μετάδοση των δεδομένων προς και από τις συσκευές PMU. Οι τρεις τύποι δημιουργούνται από τις ίδιες τις συσκευές και είναι τα Αρχεία Επικεφαλίδας, Αρχεία Ρυθμίσεων και Αρχεία Δεδομένων. Ο ένας τύπος αρχείου, το Αρχείο Εντολών, υπάρχει για την επικοινωνία μέσα από ένα ανώτερο ιεραρχικά επίπεδο, όπως το PDC. Όλα τα αρχεία έχουν μία κοινή δομή που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.10.

Η πρώτη λέξη των 2 bytes είναι για τον συγχρονισμό στη μεταφορά των δεδομένων. Η δεύτερη λέξη ορίζει το μέγεθος ολόκληρης της εγγραφής και η τρίτη λέξη προσδιορίζει το δημιουργό δεδομένων κατά μοναδικό τρόπο. Οι δύο επόμενες λέξεις παρέχουν το Δευτερόλεπτο του Αιώνα (Second of Century - SOC) και το Κλάσμα του Δευτερολέπτου (Fraction of a Second - FRACSEC) οπότε και τα δεδομένα καταγράφονται. Το μήκος των λέξεων για τα δεδομένα που ακολουθούν το Κλάσμα του Δευτερολέπτου (FRACSEC) εξαρτάται από τις παραμέτρους που περιέχονται στο Αρχείο Ρυθμίσεων. Η τελευταία λέξη είναι το άθροισμα ελέγχου που βοηθά στο να καθοριστούν τα λάθη κατά τη μετάδοση των δεδομένων.



Σχήμα 3.10 Δομή των αρχείων PMU. Οι αριθμοί κάτω από το κάθε τμήμα δηλώνουν τον αριθμό των bytes κάθε λέξης.

Το Αρχείο Επικεφαλίδας μπορεί να αναγνωστεί από τον άνθρωπο και περιέχει ακριβείς πληροφορίες που ο παραγωγός των δεδομένων ίσως επιθυμεί να μοιραστεί με το χρήστη. Τα Αρχεία Ρυθμίσεων και Δεδομένων μπορούν να αναγνωστούν από μηχανή και με καθορισμένη μορφοποίηση. Τα Αρχεία Ρυθμίσεων παρέχουν πληροφορίες σχετικά με την ερμηνεία των δεδομένων που περιέχονται στα αρχεία. Στην πράξη, τα Αρχεία Επικεφαλίδας και Ρυθμίσεων αποστέλλονται από τις συσκευές PMU όταν η φύση των δεδομένων υπό μεταφορά ορίζεται για πρώτη φορά. Τα Αρχεία Δεδομένων περιέχουν δεδομένα φασιθετών και άλλες σχετικές μετρήσεις, όπως η συχνότητα και ο ρυθμός μεταβολής της συχνότητας, τα οποία αποτελούν τη βασική έξοδο των συσκευών PMU. Τα δεδομένα φασιθετών μπορούν να εκφράζονται σε καρτεσιανή ή πολική μορφή.

Τα Αρχεία Εντολών χρησιμοποιούνται από υψηλότερα ιεραρχικά επίπεδα για να ελέγχουν την απόδοση των PMU. Αρκετές εντολές έχουν οριστεί και είναι διαθέσιμες σήμερα, με αρκετούς αποθηκευμένους κώδικες εντολών να είναι χρήσιμοι για το μέλλον.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί πως η συνοπτική παρουσίαση του προτύπου για τη συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη γίνεται για να βοηθήσει τον αναγνώστη να έχει μια ιδέα για το πώς το πρότυπο εξελίσσεται στην τωρινή του μορφή καθώς και για τις γενικές δομές των αρχείων. Σίγουρα, για περαιτέρω λεπτομέρειες των ορισμών και των δομών προτείνεται η αναζήτηση του βασικού εγγράφου του προτύπου.

3.7.3 Τα αρχεία των PDC

Τα PDC και τα Super PDC (SPDC) είναι σημαντικά στοιχεία για τη συνολική οργάνωση του συστήματος PMU. Οι κύριες λειτουργίες τους είναι να συγκρίνουν τα δεδομένα από διαφορετικά PMU που διαθέτουν όμοιες χρονικές σφραγίδες, να δημιουργούν αρχεία δεδομένων για μελλοντική ανάκτηση και χρήση και να κάνουν τη ροή δεδομένων διαθέσιμη στις διεργασίες εφαρμογών με την κατάλληλη ταχύτητα και καθυστέρηση. Μέχρι τώρα δεν υπάρχουν βιομηχανικά πρότυπα για τα αρχεία δεδομένων των PDC. Ωστόσο, είναι γενικά κατανοητό πως τα PDC θα έχουν δομή αρχείων παρόμοια με αυτή των αρχείων των PMU. Δεν υπάρχουν εμπορικά διαθέσιμες συσκευές PDC. Έτσι, οι περισσότερες που χρησιμοποιούνται έχουν κατασκευαστεί από ερευνητές ή κατασκευαστές PMU. Όσο λοιπόν λαμβάνει χώρα η μεγαλύτερη εφαρμογή της τεχνολογίας PMU, η βιομηχανία χωρίς αμφιβολία θα κατευθυνθεί προς τη δημιουργία προτύπων για αυτές τις σημαντικές συνιστώσες ολόκληρου του συστήματος PMU [9].

3.8 Εκτίμηση κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, η χρήση των συσκευών PMU για την Εκτίμηση Κατάστασης των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας έχει μεγάλη επίδραση. Από τη μία πλευρά, ο αριθμός των εγκατεστημένων αυτών συσκευών στα διάφορα δίκτυα δεν είναι επαρκής για την επίτευξη ενός εκτιμητή βασισμένου αποκλειστικά στις μετρήσεις από τα PMU. Επομένως, η διαμόρφωση και επίλυση της Εκτίμησης Κατάστασης παραμένουν μη γραμικές και επαναληπτικές διαδικασίες. Βέβαια, έχουν ήδη προταθεί επιλύσεις που σταδιακά εκμεταλλεύονται τόσο συμβατικές όσο και συγχρονισμένες μετρήσεις σε δύο βήματα. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, όμως, θα μελετηθούν και θα συγκριθούν αλγόριθμοι που διαφέρουν ως προς τον τρόπο διαχείρισης των μετρήσεων αυτών.

Από την άλλη πλευρά, υπάρχουν κάποια επιπλέον θέματα που σχετίζονται με τους εκτιμητές και πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων. Αυτά περιλαμβάνουν την παρατηρησιμότητα του δικτύου, την τοποθέτηση των μετρητικών συσκευών, την ακρίβεια και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων και την ανίχνευση και διαχείριση λαθών σε μετρήσεις, σε παραμέτρους ή στην τοπολογία του συστήματος.

Ειδικά όσον αφορά την Εκτίμηση Κατάστασης, ένα από τα πιο σημαντικά στοιχεία των συσκευών PMU είναι η υψηλή ακρίβεια που παρέχουν. Πιο συγκεκριμένα, είναι γενικά αποδεκτό πως οι συγχρονισμένες μετρήσεις που παρέχουν οι συσκευές αυτές είναι πιο ακριβείς από τις συμβατικές μετρήσεις που προέρχονται από το σύστημα SCADA. Τα δεδομένα των PMU έχουν ακρίβεια χρόνου καλύτερη από 1 microsecond και ακρίβεια μεγέθους καλύτερη από 0.1%. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις που δεν επιτυγχάνεται αυτή η απόδοση κυρίως λόγω σφαλμάτων των οργάνων. Πάντως η ακρίβεια των δεδομένων από τα PMU συναντάται έως και σήμερα ως ένα θέμα πρόκληση στην επιστημονική βιβλιογραφία.

3.8.1 Η επιλογή του ζυγού αναφοράς

Το πρόβλημα της εκτίμησης κατάστασης συνήθως διαμορφώνεται έπειτα από την αυθαίρετη επιλογή ενός ζυγού αναφοράς και τη ρύθμιση της γωνίας της τάσης αυτού του ζυγού στην τιμή 0. Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή, η γωνία του ζυγού αναφοράς θεωρείται πλέον γνωστή και εξαιρείται από το διάνυσμα κατάστασης. Επίσης, η στήλη της Ιακωβιανής μήτρας H που της αντιστοιχεί αφαιρείται. Εναλλακτικά, η γωνία του ζυγού αναφοράς μπορεί να παραμείνει στο διάνυσμα κατάστασης, με την προϋπόθεση πως θα προστεθεί μία ψευδομέτρηση γωνίας με αυθαίρετη τιμή (για λόγους απλότητας η τιμή αυτή είναι 0) σε κάθε παρατηρήσιμη νησίδα του δικτύου.

Σε περίπτωση απουσίας οποιασδήποτε μέτρησης γωνίας, αυτή η πρακτική δεν παρουσιάζει κάποιο πρόβλημα και παρέχει ένα κατάλληλο πλαίσιο για να οριστεί η κατάσταση

του συστήματος όπου η πραγματική τιμή της γωνίας της τάσης του ζυγού αναφοράς δεν έχει ιδιαίτερη σημασία.

Όμως, αν σκεφτεί κανείς την ολοένα και μεγαλύτερη εισαγωγή μετρήσεων φασιθετών, η επιλογή του ζυγού αναφοράς δεν θα είναι πλέον μια αυθαίρετη απόφαση. Υπάρχουν δύο δυνατότητες:

- 1) Επιλογή ως ζυγού αναφοράς ενός ζυγού στον οποίο δεν υπάρχει κανένα PMU: Αυτή η επιλογή δημιουργεί ασυνέχειες μεταξύ στην αυθαίρετη τιμή της γωνίας του ζυγού αναφοράς και τις μετρήσεις των πραγματικών γωνιών που παρέχουν οι μονάδες PMU σε άλλους ζυγούς.
- 2) Επιλογή ως ζυγού αναφοράς ενός ζυγού που διαθέτει PMU: Αυτή η επιλογή λειτουργεί με την προϋπόθεση ότι η συσκευή PMU στον επιλεγμένο ζυγό λειτουργεί ορθά. Αν οι μετρήσεις που παρέχει το PMU στο ζυγό αναφοράς περιέχουν σφάλματα, τότε τα σφάλματα αυτά δεν θα είναι ανιχνεύσιμα με αποτέλεσμα μη ορθή εκτιμώμενη κατάσταση.

Αυτά τα θέματα αναγνωρίστηκαν νωρίς και έτσι προτάθηκαν εναλλακτικές προσεγγίσεις. Ανάμεσά τους, βρίσκεται μία πρόταση της ομάδας Eastern Interconnection Phasor Project – EIPP. Σε αυτή την προσέγγιση προτείνεται μία εικονική γωνία τάσης για το ζυγό αναφοράς, που υπολογίζεται ως ο μέσος όρος από διάφορες μετρήσεις γωνιών από συσκευές PMU στην περιοχή του επιλεγόμενου ζυγού. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιείται ο μέσος όρος, αυτή η μέθοδος παραμένει ευάλωτη σε σφάλματα μετρήσεων από μεμονωμένες συσκευές PMU.

Με την ύπαρξη ενός αριθμού συσκευών PMU, το λογικό θα ήταν να χρησιμοποιούνται οι πληροφορίες για τις απόλυτες τιμές των γωνιών που παρέχουν οι συσκευές αυτές. Έτσι, η Ιακωβιανή μήτρα H θα περιέχει στήλες που αντιστοιχούν σε όλα τα μέτρα τάσεων των ζυγών καθώς και τις γωνίες τους, καταλήγοντας με αυτό τον τρόπο σε ένα διάνυσμα κατάστασης με διάσταση $n=2N$, διπλάσια δηλαδή του συνόλου των ζυγών N .

Σε αυτή την περίπτωση, το σύστημα θα δηλώνεται ως παρατηρήσιμο μόνο αν δεν υπάρχουν μηδενικά στοιχεία κατά την παραγοντοποίηση της μήτρας κέρδους G . Όταν υπάρχουν περισσότερες από μία παρατηρήσιμες νησίδες στο σύστημα εξαιρώντας τις μετρήσεις φασιθετών, τότε θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον μία μέτρηση γωνίας φάσης σε κάθε παρατηρήσιμη νησίδα, ξεχωριστά, ώστε να είναι ολόκληρο το σύστημα παρατηρήσιμο.

Όταν έχουμε μόνο μία μέτρηση γωνίας φάσης στο σύστημα, τότε αυτή η περίπτωση μπορεί να αναχθεί στη συμβατική μορφή με έναν επιλεγόμενο ζυγό αναφοράς. Εφόσον η τιμή της γωνίας δεν σχετίζεται με το πρόβλημα, πιθανά λάθη στη συγκεκριμένη μέτρηση δεν θα επηρεάσουν τα αποτελέσματα της Εκτίμησης Κατάστασης.

Μία πιο ρεαλιστική περίπτωση είναι η ύπαρξη δύο ή περισσότερων μετρήσεων φασιθετών. Εδώ, η ανίχνευση λαθών στις μετρήσεις αυτές απαιτεί μεγαλύτερη εφεδρεία. Αν

κάποιος δε λάβει υπόψιν τις μετρήσεις φασιθετών, τότε η συμβατική ανάλυση για την παρατηρησιμότητα του δικτύου θα οδηγήσει σε έναν αριθμό παρατηρήσιμων νησίδων στο σύστημα. Η ύπαρξη μίας τουλάχιστον μέτρησης φασιθέτη σε κάθε παρατηρήσιμη νησίδα θα εξασφαλίσει την παρατηρησιμότητα για ολόκληρο το δίκτυο. Ωστόσο, για την ανίχνευση και ταυτοποίηση λαθών στις μετρήσεις φασιθετών, θα πρέπει να αυξηθεί περαιτέρω η εφεδρεία και στις αντίστοιχες παρατηρήσιμες νησίδες που αυτές ανήκουν [3].

3.8.2 Μοντέλο μετρήσεων

Μέχρι και την έλευση της τεχνολογίας PMU, το διάνυσμα των μετρήσεων z περιελάμβανε μόνο μετρήσεις ισχύος (ροές και εγχύσεις), μέτρα τάσεων και σε ορισμένες περιπτώσεις μέτρα ρευμάτων τα οποία λαμβάνονταν με μη συγχρονισμένο τρόπο. Με την εισαγωγή της συγκεκριμένης τεχνολογίας, προστέθηκαν σε αυτό το διάνυσμα μετρήσεις φασιθετών τάσεων και ρευμάτων. Η προσθήκη αυτή μπορεί να εκφράζεται ως μέτρα και γωνίες ή πραγματικά και φανταστικά μέρη, ανάλογα αν έχει επιλεγθεί καρτεσιανή ή πολική μορφή. Στην ενότητα αυτή, θεωρούμε πως οι μετρήσεις προέρχονται μόνο από τα PMU.

Το μοντέλο στην Εκτίμηση Κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις για ένα δίκτυο N ζυγών δίνεται όπως και στην περίπτωση των συμβατικών μετρήσεων (SCADA) από τον παρακάτω τύπο:

$$z = h(x) + e$$

όπου:

$z^T = [z_1, z_2, \dots, z_m]$, το διάνυσμα μετρήσεων που περιλαμβάνει τις μετρήσεις από τα PMU

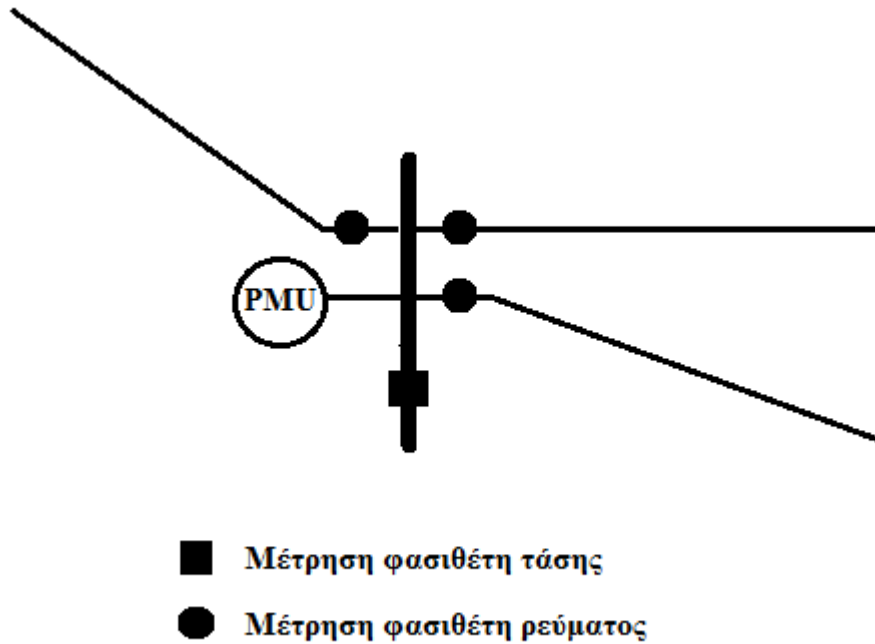
$$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$$

$h_i(x)$, η μη γραμμική συνάρτηση που συσχετίζει τη μέτρηση i με το διάνυσμα κατάστασης x

$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος με διάσταση $n=2N < m$

$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$, το διάνυσμα σφαλμάτων των μετρήσεων.

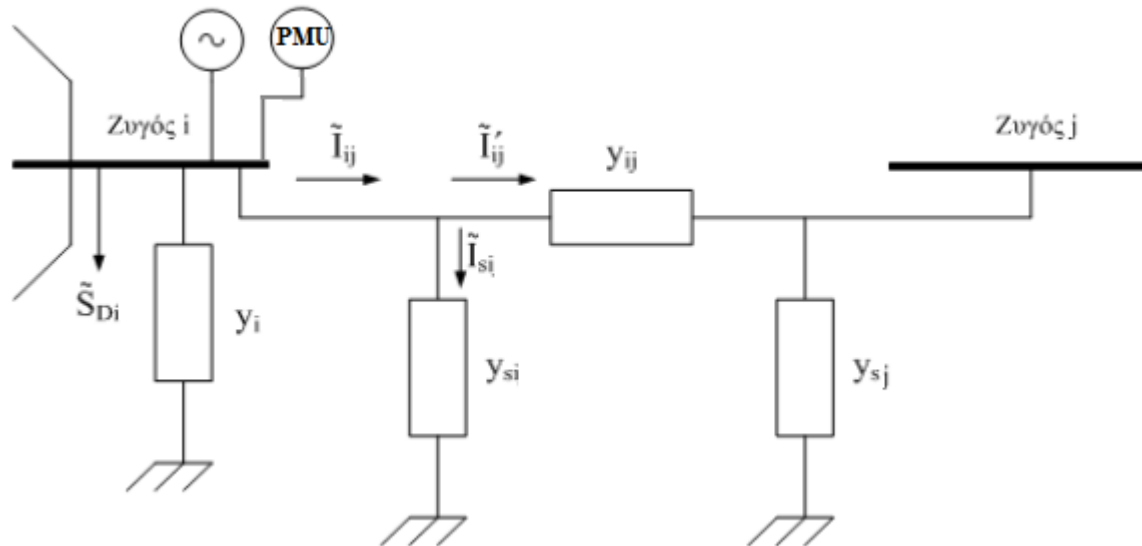
Όπως έχει ήδη αναλυθεί, τα σφάλματα που περιέχει το διάνυσμα e είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ακολουθούν την Κανονική Κατανομή με μέση τιμή μ μηδέν και μήτρα διασποράς R . Η μήτρα διασποράς R είναι διαγώνια, με κάθε διαγώνιο στοιχείο ίσο με σ_i^2 , όπου σ_i είναι η τυπική απόκλιση για τη μέτρηση i .



Σχήμα 3.11 Μετρήσεις από PMU που είναι τοποθετημένο σε ζυγό.

3.8.3 Μοντέλο δικτύου – Διάνυσμα κατάστασης σε πολική μορφή

Για την υλοποίηση του αλγορίθμου Εκτίμησης Κατάστασης, θα θεωρήσουμε το γενικευμένο ζυγό i σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, πάνω στον οποίο είναι τοποθετημένη μία συσκευή PMU. Στο ζυγό i συνδέεται μια γραμμή μεταφοράς, της οποίας το άλλο άκρο συνδέεται στο ζυγό j , ο οποίος δε διαθέτει PMU. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.12, για την αναπαράσταση χρησιμοποιούμε το ισοδύναμο δίθυρο μοντέλο «π». Στο ζυγό i συνδέεται εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα y_{si} , που παριστάνει οποιονδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων σταθερής σύνθετης αγωγιμότητας. Η γεννήτρια στο ζυγό i εγχέει μιγαδική ισχύ \tilde{S}_{Gi} και το φορτίο σταθερής ισχύος απορροφά αντίστοιχα μιγαδική ισχύ \tilde{S}_{Di} . Συμβολίζουμε τη μιγαδική τάση στους ζυγούς i και j ως \tilde{V}_i και \tilde{V}_j αντίστοιχα. Σε περίπτωση ύπαρξης μετασχηματιστή, αυτός αντιμετωπίζεται ως συνήθως, δηλαδή ως ένα ισοδύναμο κύκλωμα που αποτελείται από τη σύνθετη αγωγιμότητα συνδεδεμένη εν σειρά με τη γραμμή μεταφοράς y_{ij} και δύο εγκάρσιες αγωγιμότητες y_{sij} .



Σχήμα 3.12 Ισοδύναμο μοντέλο «π» με PMU στον ζυγό i.

Σε αυτό το μοντέλο η αγωγιμότητα σειράς y_{ij} και η εγκάρσια αγωγιμότητα y_{si} εκφράζονται ως εξής:

$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \quad (3.3)$$

$$y_{si} = g_{si} + jb_{si} \quad (3.4)$$

Για τους φασιθέτες των τάσεων \tilde{V}_i και \tilde{V}_j έχουμε :

$$\tilde{V}_i = V_i \cos \delta_i + jV_i \sin \delta_i \quad (3.5)$$

$$\tilde{V}_j = V_j \cos \delta_j + jV_j \sin \delta_j \quad (3.6)$$

Η τοποθετημένη συσκευή PMU στο ζυγό i μετρά τον φασιθέτη της τάσης \tilde{V}_i καθώς και το φασιθέτη \tilde{I}_{ij} , δηλαδή το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο $i-j$. Το ρεύμα αυτό διαιρείται σε δύο ρεύματα το \tilde{I}_{si} και το \tilde{I}'_{ij} αντίστοιχα. Επομένως, έχουμε :

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{I}_{si} + \tilde{I}'_{ij} \quad (3.7)$$

Τα δύο ρεύματα στο δεξί μέλος της Σχέσης (3.7) μπορούν να αντικατασταθούν συναρτήσει των τάσεων στους ζυγούς και των αγωγιμοτήτων στο ισοδύναμο μοντέλο «π» και προκύπτει :

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{V}_{ij} y_{si} + (\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) y_{ij} = \tilde{V}_i (y_{si} + y_{ij}) - \tilde{V}_j y_{ij} \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας στη Σχέση (3.8) τις εκφράσεις που περιέχονται στις Σχέσεις (3.3) έως και (3.6) δίνει το εξής αποτέλεσμα :

$$\tilde{I}_{ij} = (V_i \cos \delta_i + jV_i \sin \delta_i)(g_{ij} + jb_{ij} + g_{si} + jb_{si}) - (V_j \cos \delta_j + jV_j \sin \delta_j)(g_{ij} + jb_{ij}) \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_{ij} = V_i(\cos \delta_i + j \sin \delta_i)(g_{ij} + g_{si} + j(b_{ij} + b_{si})) - V_j(\cos \delta_j + j \sin \delta_j)(g_{ij} + jb_{ij}) \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_{ij} = V_i\{(g_{ij} + g_{si})\cos \delta_i + j(b_{ij} + b_{si})\cos \delta_i + j(g_{ij} + g_{si})\sin \delta_i - (b_{ij} + b_{si})\sin \delta_i\} - V_j\{g_{ij}\cos \delta_j + jb_{ij}\cos \delta_j + jg_{ij}\sin \delta_j - b_{ij}\sin \delta_j\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{ij} = & \{V_i[(g_{ij} + g_{si}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{si}) \sin \delta_i] - V_j[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]\} + \\ & + j\{V_i[(b_{ij} + b_{si}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{si}) \sin \delta_i] - V_j[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j]\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Αν επιλέξουμε την έκφραση του ρεύματος σε *καρτεσιανή* μορφή, για το πραγματικό και φανταστικό μέρος έχουμε :

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij,r} + jI_{ij,i} \quad (3.10)$$

$$I_{ij,r} = V_i[(g_{ij} + g_{si}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{si}) \sin \delta_i] - V_j[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j] \quad (3.11)$$

$$I_{ij,i} = V_i[(b_{ij} + b_{si}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{si}) \sin \delta_i] - V_j[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j] \quad (3.12)$$

Αν επιλέξουμε την έκφραση του ρεύματος σε *πολική* μορφή, τότε έχουμε τα εξής :

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij} \angle \theta_{ij} \quad (3.13)$$

όπου το μέτρο και η γωνία του φασιθέτη ρεύματος δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις :

$$I_{ij} = \sqrt{I_{ij,r}^2 + I_{ij,i}^2} \quad (3.14)$$

$$\theta_{ij} = \arctan\left(\frac{I_{ij,i}}{I_{ij,r}}\right) \quad (3.15)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (3.10) και (3.11) για το πραγματικό και φανταστικό μέρος του ρεύματος και ανάλυση των πράξεων καταλήγουμε ότι το ρεύμα σε *πολική* μορφή θα έχει μέτρο και γωνία ίσα με :

$$I_{ij} = \sqrt{A_{ij}V_i^2 + B_{ij}V_j^2 + 2C_{ij}V_iV_j} \quad (3.16)$$

$$\theta_{ij} = \arctan \left\{ \frac{V_i[(b_{ij} + b_{si}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{si}) \sin \delta_i] - V_j[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j]}{V_i[(g_{ij} + g_{si}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{si}) \sin \delta_i] - V_j[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]} \right\} \quad (3.17)$$

όπου :

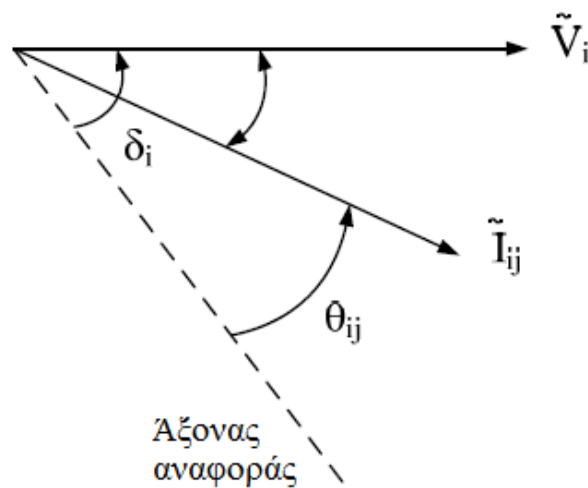
$$A_{ij} = [(g_{ij} + g_{si})^2 + (b_{ij} + b_{si})^2]$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

$$C_{ij} = [(b_{ij} + b_{si})\beta_{ij} - (g_{ij} + g_{si})\alpha_{ij}]$$

$$\alpha_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$



Σχήμα 3.13 Διανυσματικό διάγραμμα φασιθετών τάσης και ρεύματος.

Στον Πίνακα 3.1 παρατηρούμε τις δυνατές περιπτώσεις για την επιλογή καρτεσιανών ή πολικών συντεταγμένων για το διάνυσμα κατάστασης και τους φασιθέτες των ρευμάτων που θα αναλυθούν στη συνέχεια :

Πίνακας 3.1 Δυνατοί συνδυασμοί για τους φασιθέτες ρεύματος και τις μεταβλητές κατάστασης.

| Περίπτωση | Φασιθέτης Ρεύματος | Μεταβλητές Κατάστασης |
|-----------|---------------------------|---------------------------|
| 1. | Καρτεσιανές Συντεταγμένες | Πολικές Συντεταγμένες |
| 2. | Πολικές Συντεταγμένες | Πολικές Συντεταγμένες |
| 3. | Καρτεσιανές Συντεταγμένες | Καρτεσιανές Συντεταγμένες |

3.8.4 Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης σε πολική και ρεύματα σε καρτεσιανή μορφή

Στην Εκτίμηση Κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις η Ιακωβιανή μήτρα αλλάζει. Στην περίπτωση αυτή, τα στοιχεία της μήτρας H είναι οι μερικές παράγωγοι των μετρήσεων φασιθετών τάσεων και ρευμάτων προς τα στοιχεία δ , V του διανύσματος κατάστασης. Όταν οι μετρήσεις ρευμάτων εκφράζονται σε καρτεσιανές συντεταγμένες η μορφή της Ιακωβιανής μήτρας φαίνεται παρακάτω :

$$H_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_i}{\partial \delta} & \frac{\partial V_i}{\partial V} \\ \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta} & \frac{\partial \delta_i}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Παρακάτω, δίνονται εκφράσεις για το κάθε στοιχείο της μήτρας H .

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μέτρα τάσεων:

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν γωνίες τάσεων:

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_i} = 1$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_j} = 0$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial V_i} = 0$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial V_j} = 0$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν πραγματικά μέρη ρευμάτων:

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_i} = -V_i [(g_{ij} + g_{si}) \sin \delta_i + (b_{ij} + b_{si}) \cos \delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_j} = V_j [g_{ij} \sin \delta_j + b_{ij} \cos \delta_j]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_i} = [(g_{ij} + g_{si}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{si}) \sin \delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_j} = -[g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν φανταστικά μέρη ρευμάτων:

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_i} = V_i [(g_{ij} + g_{si}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{si}) \sin \delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_j} = -V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_i} = [(b_{ij} + b_{si}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{si}) \sin \delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_j} = -[b_{ij} \cos \delta_j + g_{ij} \sin \delta_j]$$

3.8.5 Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης και ρεύματα σε πολική μορφή

Όταν οι μετρήσεις ρευμάτων και το διάνυσμα κατάστασης εκφράζονται σε πολικές συντεταγμένες η μορφή της Ιακωβιανής μήτρας διαμορφώνεται ως εξής:

$$H_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_i}{\partial \delta} & \frac{\partial V_i}{\partial V} \\ \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta} & \frac{\partial \delta_i}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{ij}}{\partial V} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \delta} & \frac{\partial \theta}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Παρακάτω, δίνονται εκφράσεις για το κάθε στοιχείο της μήτρας H .

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μέτρα και γωνίες τάσεων όπως και στις εξισώσεις που συνοδεύουν τη Σχέση (3.16).
- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν μέτρα ρευμάτων:

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = -\frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i A_{ij} + V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j B_{ij} + V_i C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν γωνίες ρευμάτων:

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 A_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 B_{ij} + V_i V_j C_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = -\frac{V_j D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}$$

όπου:

$$A_{ij} = (g_{ij} + g_{si})^2 + (b_{ij} + b_{si})^2$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

$$C_{ij} = -(g_{ij} + g_{si})a_{ij} + (b_{ij} + b_{si})\beta_{ij}$$

$$D_{ij} = (g_{ij} + g_{si})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{si})a_{ij}$$

$$a_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

3.8.6 Ιακωβιανή μήτρα H με διάνυσμα κατάστασης και ρεύματα σε καρτεσιανή μορφή

Είναι δυνατόν η μέτρηση τάσης $\tilde{V}_i = V_i \angle \theta_i$ να εκφραστεί και με την παρακάτω σχέση σε καρτεσιανή μορφή:

$$\tilde{V}_i = E_i + jF_i \quad (3.20)$$

Επομένως, σε περίπτωση που οι μετρήσεις των ρευμάτων εκφράζονται επίσης σε καρτεσιανές συντεταγμένες, η Ιακωβιανή μήτρα H έχει την εξής μορφή:

$$H_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial F}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,r}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,r}} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,i}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,i}} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Παρακάτω, δίνονται εκφράσεις για το κάθε στοιχείο της μήτρας H .

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν πραγματικά μέρη τάσεων:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_i}{\partial E_i} &= 1 \\ \frac{\partial E_i}{\partial E_j} &= 0 \\ \frac{\partial E_i}{\partial F_i} &= 0 \\ \frac{\partial E_i}{\partial F_j} &= 0 \end{aligned}$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν φανταστικά μέρη τάσεων:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i}{\partial E_i} &= 0 \\ \frac{\partial F_i}{\partial E_j} &= 0 \\ \frac{\partial F_i}{\partial F_i} &= 1 \\ \frac{\partial F_i}{\partial F_j} &= 0 \end{aligned}$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν πραγματικά μέρη ρευμάτων:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_i} &= g_{si} + g_{ij} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_j} &= -g_{ij} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_i} &= -(b_{si} + b_{ij}) \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_j} &= b_{ij} \end{aligned}$$

- Στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας που αφορούν φανταστικά μέρη ρευμάτων:

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_i} = b_{si} + b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_j} = -b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_i} = g_{si} + g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_j} = -g_{ij}$$

4. Ανάπτυξη Αλγορίθμων Εκτίμησης Κατάστασης

4.1 Εισαγωγή

Οι αυξημένες δυνατότητες που παρέχουν σήμερα οι διαθέσιμες τεχνολογίες όσον αφορά τη συλλογή μετρήσεων στην εκτίμηση κατάστασης, όπως για παράδειγμα οι συσκευές PMU, έχουν επεκτείνει σε μεγάλο βαθμό και τους τρόπους διαχείρισης των συγκεκριμένων μετρήσεων. Τα τελευταία χρόνια, έχουν εισαχθεί αρκετές προσεγγίσεις για την ενσωμάτωση των συγχρονισμένων μετρήσεων των PMU στους μέχρι τώρα προτεινόμενους εκτιμητές, οι οποίοι λάμβαναν υπόψιν συμβατικές μετρήσεις προερχόμενες από το σύστημα SCADA. Από τη μία πλευρά, οι προσεγγίσεις αυτές περιλαμβάνουν αλγορίθμους εκτίμησης που υλοποιούνται σε ένα στάδιο, χρησιμοποιώντας ουσιαστικά ένα διάνυσμα που περιέχει τόσο συμβατικές όσο και συγχρονισμένες μετρήσεις. Ωστόσο, υπάρχουν και ορισμένες προτάσεις αλγορίθμων σε δύο στάδια. Στο πρώτο βήμα γίνεται εκτίμηση με χρήση του ενός είδους μετρήσεων. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα του πρώτου βήματος χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με το δεύτερο είδος μετρήσεων για την επίτευξη του τελικού αποτελέσματος. Για παράδειγμα, αν στο πρώτο στάδιο έχουν χρησιμοποιηθεί οι συμβατικές μετρήσεις τότε στο δεύτερο χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου και οι συγχρονισμένες μετρήσεις και αντίστροφα. Επίσης, αναπτύσσονται και διαφορετικοί αλγόριθμοι ως προς τον τρόπο έκφρασης του διανύσματος κατάστασης σε πολική ή καρτεσιανή μορφή.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη και συγκριτική αξιολόγηση τεσσάρων αλγορίθμων εκτίμησης κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων που είναι διαθέσιμοι στη βιβλιογραφία. Οι αλγόριθμοι αυτοί αναφέρονται ακολούθως:

- Αλγόριθμος 1: Εκτίμηση Κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων σε ένα στάδιο με το διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή [10].
- Αλγόριθμος 2: Εκτίμηση Κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων σε ένα στάδιο με το διάνυσμα κατάστασης σε πολική μορφή [10].
- Αλγόριθμος 3: Εκτίμηση Κατάστασης σε δύο στάδια με χρήση συμβατικών μετρήσεων στο πρώτο στάδιο και συγχρονισμένων μετρήσεων στο δεύτερο στάδιο και διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή [11].
- Αλγόριθμος 4: Εκτίμηση Κατάστασης σε δύο στάδια με χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων στο πρώτο στάδιο και συμβατικών μετρήσεων στο δεύτερο στάδιο και διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή [12].

Οι αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν έχουν ως θεωρητικό υπόβαθρο αυτό που περιγράφηκε στα Κεφάλαια 2 και 3. Όλοι οι εκτιμητές δέχονται ως είσοδο ορισμένες μετρήσεις, εκτελούν εκτίμηση κατάστασης σύμφωνα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (WLS) και τελικά

πραγματοποιούν ανίχνευση και εντοπισμό σφαλμάτων σύμφωνα με τον έλεγχο μέγιστου κανονικοποιημένου υπολοίπου, όπως αυτά αναφέρθηκαν στις προηγούμενες ενότητες. Όσον αφορά το σύστημα μετρήσεων, αυτό διαμορφώνεται με επιλογή από τα αποτελέσματα της ροής φορτίου και την προσθήκη θορύβου σε αυτά και περιέχει τόσο συμβατικές μετρήσεις SCADA όσο και συγχρονισμένες μετρήσεις PMU. Παράλληλα, στην εργασία πραγματοποιείται και ανάλυση της επίδρασης του θορύβου των μετρήσεων σε κάθε αλγόριθμο, καθώς ο θόρυβος εκφράζεται είτε ως μία σταθερή ποσότητα είτε ως συνάρτηση των διαθέσιμων μετρήσεων.

Στη συνέχεια του Κεφαλαίου 4, γίνεται μία περιγραφή των εξισώσεων των υπό εξέταση αλγορίθμων και δίνονται αναλυτικά παραδείγματα για την εφαρμογή τους στο δίκτυο IEEE 14 ζυγών.

4.2 Περιγραφή και Υλοποίηση των Αλγορίθμων

4.2.1 Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 1

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, ο Αλγόριθμος 1 αποτελεί υλοποίηση για την Εκτίμηση Κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων σε ένα στάδιο με το διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή, όπως παρουσιάστηκε στην αναφορά [10].

Στο συγκεκριμένο αλγόριθμο ακολουθούμε το μοντέλο εξισώσεων που ήδη έχει αναπτυχθεί, χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις. Γενικά, τα διανύσματα και οι μήτρες που αφορούν το σύστημα SCADA σημειώνονται με το δείκτη 's' ενώ αυτά που αφορούν τις συσκευές PMU με το δείκτη 'p'. Επομένως:

$$z = h(x) + e = \begin{bmatrix} z_s \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$$

όπου:

z_s , οι μετρήσεις από το σύστημα SCADA

z_p , οι μετρήσεις που παρέχουν οι συσκευές PMU

x , το διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανή μορφή - $x^T = [E_1, E_2 \dots E_N, F_1, F_2 \dots F_N]$

h , το διάνυσμα των συναρτήσεων των μετρήσεων

e , το διάνυσμα των σφαλμάτων που ακολουθούν Κανονική Κατανομή με $E(e_i) = 0$, $Cov(e) = E [e * e^T] = R = diag\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$ με σ_i την τυπική απόκλιση της μέτρησης i .

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή του κεφαλαίου, το σύστημα μετρήσεων διαμορφώνεται με επιλογή από τα αποτελέσματα της ροής φορτίου ως ένα διάνυσμα zz και την προσθήκη του διανύσματος θορύβου v σε αυτά. Ο θόρυβος v_i που αντιστοιχεί σε κάθε μέτρηση i επιλέγεται είτε ως σταθερή τιμή είτε ως ένα γινόμενο μιας τυχαίας τιμής που ακολουθεί Κανονική κατανομή $N(0,1)$ επί την τυπική απόκλιση σ_i της συγκεκριμένης μέτρησης. Η παραπάνω διαδικασία εκφράζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$z = zz + rand * \sigma_i = zz + v$$

όπου σε περίπτωση επιλογής συναρτησιακού και όχι σταθερού θορύβου η τυπική απόκλιση σ_i δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_i = \frac{z_i * error\%}{3 * 100}$$

Το επόμενο βήμα μετά τη δημιουργία του διανύσματος μετρήσεων z είναι η διαμόρφωση της Ιακωβιανής Μήτρας H . Η μορφή της φαίνεται παρακάτω:

$$H = \begin{bmatrix} H_S \\ H_P \end{bmatrix}$$

όπου:

$$H_S = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Vmag}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Vmag}{\partial F} \end{bmatrix}$$

$$H_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial F}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,r}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,r}} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,i}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,i}} \end{bmatrix}$$

Μετά την έκφραση των μη γραμμικών εξισώσεων $h(x)$, ξεκινά η επαναληπτική διαδικασία για την εύρεση του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης μέσω της σχέσης:

$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k)R^{-1}(z - h(x^k))$$

όπου:

$$G(x^k) = H^T(x^k)R^{-1}H(x^k)$$

Ο αλγόριθμος σταματά όταν $\max|\Delta x^k| \leq \varepsilon$. Η τιμή του ε είναι συνήθως 10^{-4} . Αν δεν έχουμε σύγκλιση, το διάνυσμα κατάστασης και ο δείκτης επαναλήψεων παίρνουν τις τιμές $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$ και $k = k + 1$ αντίστοιχα και η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω επαναλαμβάνεται.

4.2.2 Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 2

Ο Αλγόριθμος 2 αποτελεί υλοποίηση της Εκτίμησης Κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων σε ένα στάδιο με το διάνυσμα κατάστασης σε πολική μορφή, όπως παρουσιάστηκε στην αναφορά [10].

Όπως και στον Αλγόριθμο 1 της προηγούμενης ενότητας, οι συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις ενσωματώνονται στο ίδιο διάνυσμα μετρήσεων και ισχύει το εξής μοντέλο εξισώσεων:

$$z = h(x) + e = \begin{bmatrix} z_s \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$$

Ωστόσο, στον Αλγόριθμο 2 οι μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης είναι σε πολική μορφή, δηλαδή $x^T = [\delta_1, \delta_2 \dots \delta_N, V_1, V_2 \dots V_N]$.

Το διάνυσμα των μετρήσεων δημιουργείται με τον ίδιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της ροής φορτίου και προσθέτοντας σε αυτά θόρυβο. Η Ιακωβιανή μήτρα H θα έχει την εξής μορφή:

$$H = \begin{bmatrix} H_s \\ H_p \end{bmatrix}$$

όπου:

$$H_S = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial V} \\ \frac{\partial Vmag}{\partial \delta} & \frac{\partial Vmag}{\partial V} \end{bmatrix}$$

$$H_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_i}{\partial \delta} & \frac{\partial V_i}{\partial V} \\ \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta} & \frac{\partial \delta_i}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Μετά τη διαμόρφωση της Ιακωβιανής μήτρας ακολουθείται η ίδια επαναληπτική διαδικασία που περιγράφηκε και στην προηγούμενη ενότητα με σκοπό την εύρεση του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης x .

4.2.3 Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 3

Ο Αλγόριθμος 3 επιλύει το πρόβλημα της Εκτίμησης Κατάστασης σε δύο στάδια με χρήση συμβατικών μετρήσεων στο πρώτο στάδιο και συγχρονισμένων μετρήσεων στο δεύτερο στάδιο, ενώ το διάνυσμα κατάστασης είναι σε καρτεσιανή μορφή, όπως αναλύθηκε στην αναφορά [11].

Για τη διευκόλυνση ανάλυσης του παραπάνω αλγορίθμου θα χρησιμοποιηθεί ο δείκτης '1' για τα μεγέθη που αφορούν το πρώτο στάδιο και ο δείκτης '2' για αυτά που αφορούν το δεύτερο. Στο πρώτο βήμα ουσιαστικά υλοποιείται ο κλασικός εκτιμητής κατάστασης μόνο με συμβατικές μετρήσεις από το σύστημα SCADA, δηλαδή ροές και εγχύσεις ενεργού και αέργου ισχύος και μέτρα τάσεων. Επομένως, σε αυτό το στάδιο ισχύει:

$$z_1 = h_1(x) + e_1 = [z_s]$$

Το διάνυσμα των μετρήσεων δημιουργείται με τον ίδιο τρόπο, χρησιμοποιώντας αποτελέσματα της ροής φορτίου και προσθέτοντας σε αυτά θόρυβο. Η Ιακωβιανή μήτρα H_1 θα έχει την εξής μορφή:

$$H_1 = [H_S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Vmag}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Vmag}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Μετά τη διαμόρφωση της Ιακωβιανής μήτρας ακολουθείται η ίδια επαναληπτική διαδικασία που περιγράφηκε και στην προηγούμενη ενότητα με σκοπό την εύρεση του ενδιάμεσου εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης x_1 .

Το ενδιάμεσο διάνυσμα κατάστασης έχει την ακόλουθη μορφή:

$$x_1^T = [E_{S1}, E_{S2} \dots E_{SN}, F_{S1}, F_{S2} \dots F_{SN}]$$

Τα αποτελέσματα του παραπάνω διανύσματος χρησιμοποιούνται ως μετρήσεις σε συνδυασμό με τις μετρήσεις που προέρχονται από τις συσκευές PMU στο δεύτερο στάδιο υλοποίησης του Αλγορίθμου 3. Επομένως :

$$z_2 = h_2(x) + e_2 = \begin{bmatrix} x_1 \\ z_p \end{bmatrix}$$

Αφού προστεθεί ο απαραίτητος θόρυβος, σχηματίζεται η Ιακωβιανή μήτρα H_2 ως εξής:

$$H_2 = [H_p] = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_S}{\partial E} & \frac{\partial E_S}{\partial F} \\ \frac{\partial F_S}{\partial E} & \frac{\partial F_S}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Μετά την έκφραση των συναρτήσεων $h(x)$, ξεκινά η γραμμική πλέον διαδικασία για την εύρεση του τελικού εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης μέσω της σχέσης:

$$[G_2(x)]\Delta x = H_2^T R_2^{-1}(z_2 - h_2(x))$$

όπου:

$$G_2(x) = H_2^T R_2^{-1} H_2$$

4.2.4 Θεωρητική περιγραφή του Αλγορίθμου 4

Ο Αλγόριθμος 4 επιλύει το πρόβλημα της Εκτίμησης Κατάστασης σε δύο στάδια με χρήση συγχρονισμένων μετρήσεων στο πρώτο στάδιο και συμβατικών μετρήσεων στο δεύτερο στάδιο, ενώ οι μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης είναι σε καρτεσιανή μορφή, όπως παρουσιάστηκε στην αναφορά [12].

Και σε αυτή την περίπτωση, όπως και στον Αλγόριθμο 3, θα χρησιμοποιηθεί ο δείκτης '1' για τα μεγέθη που αφορούν το πρώτο στάδιο και ο δείκτης '2' για αυτά που αφορούν το δεύτερο. Στο πρώτο βήμα ουσιαστικά υλοποιείται ο εκτιμητής κατάστασης μόνο με συγχρονισμένες μετρήσεις από τις συσκευές PMU, δηλαδή πραγματικά και φανταστικά μέρη τάσεων και ρευμάτων. Επομένως, σε αυτό το στάδιο ισχύει:

$$z_1 = h_1(x) + e_1 = [z_p]$$

Το διάνυσμα των μετρήσεων δημιουργείται με τον ίδιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της ροής φορτίου και προσθέτοντας σε αυτά θόρυβο. Η Ιακωβιανή μήτρα H_1 θα έχει την εξής μορφή:

$$H_1 = [H_p] = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial F} \\ \frac{\partial F}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F} \\ \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E} & \frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Μετά τη διαμόρφωση της Ιακωβιανής μήτρας ακολουθεί η γραμμική διαδικασία του δεύτερου σταδίου της προηγούμενης ενότητας με σκοπό την εύρεση του ενδιάμεσου εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης x_1 .

Το ενδιάμεσο διάνυσμα κατάστασης έχει την ακόλουθη μορφή :

$$x_1^T = [E_{p1}, E_{p2} \dots E_{pN}, F_{p1}, F_{p2} \dots F_{pN}]$$

Τα αποτελέσματα του παραπάνω διανύσματος χρησιμοποιούνται ως μετρήσεις σε συνδυασμό με τις μετρήσεις που προέρχονται από το σύστημα SCADA στο δεύτερο στάδιο υλοποίησης του Αλγορίθμου 4. Επομένως:

$$z_2 = h_2(x) + e_2 = \begin{bmatrix} z_s \\ x_1 \end{bmatrix}$$

Αφού προστεθεί ο απαραίτητος θόρυβος, σχηματίζεται η Ιακωβιανή μήτρα H_2 ως εξής:

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial P_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial P_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{flow}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{flow}}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{inj}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{inj}}{\partial F} \\ \frac{\partial Vmag}{\partial E} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Vmag}{\partial F} \\ \frac{\partial E_p}{\partial E} & \frac{\partial E_p}{\partial F} \\ \frac{\partial F_p}{\partial E} & \frac{\partial F_p}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Μετά την έκφραση των συναρτήσεων $h(x)$, ξεκινά η επαναληπτική διαδικασία του κλασικού εκτιμητή κατάστασης για την εύρεση του τελικού εκτιμώμενου διανύσματος μέσω της σχέσης:

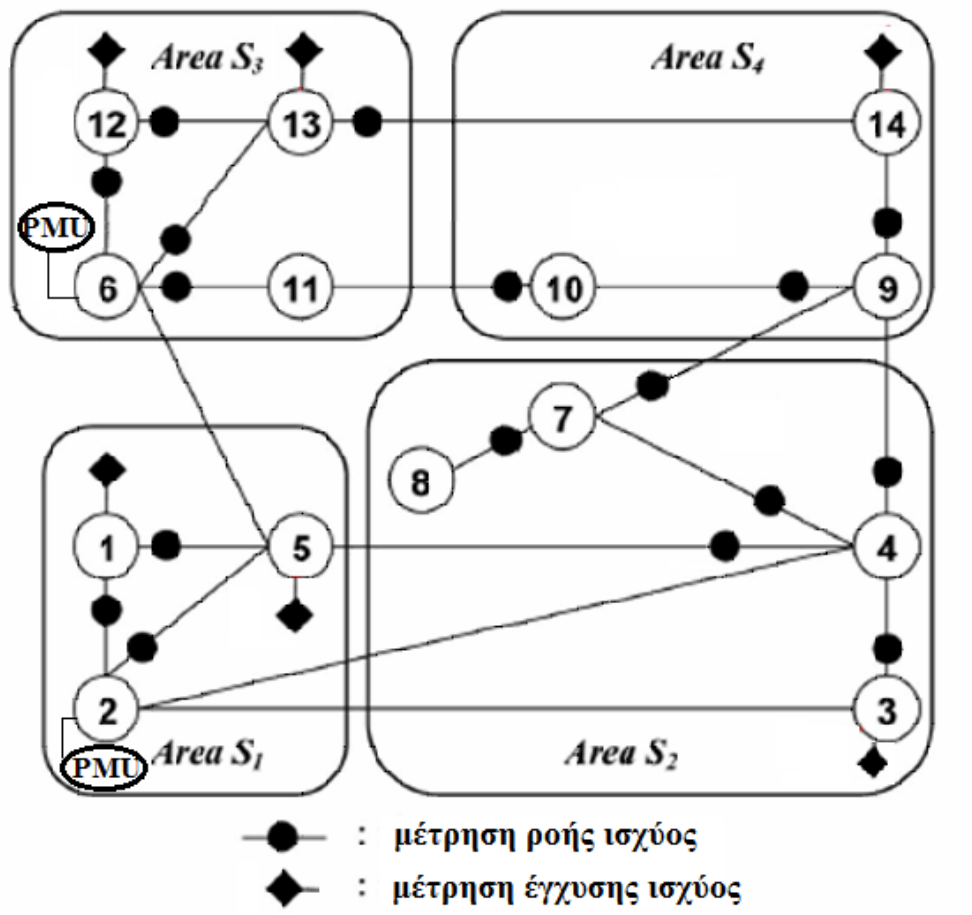
$$[G_2(x^k)]\Delta x^{k+1} = H_2^T(x^k)R_2^{-1}(z - h_2(x^k))$$

όπου:

$$G_2(x^k) = H_2^T(x^k)R_2^{-1}H_2(x^k)$$

4.3 Παραδείγματα Εφαρμογής Αλγορίθμων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε αναλυτικά την εφαρμογή των τεσσάρων αλγορίθμων που περιγράφηκαν παραπάνω. Η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε σε υπολογιστικό περιβάλλον PTC Mathcad για κάθε αλγόριθμο ξεχωριστά. Το δίκτυο στο οποίο εφαρμόστηκαν οι αλγόριθμοι είναι το δίκτυο IEEE 14-ζυγών που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Το διάγραμμα μετρήσεων που επιλέχθηκε για τα συγκεκριμένα παραδείγματα ονομάστηκε σενάριο 14A. Τα στοιχεία του δικτύου, όπως και τα αποτελέσματα της ροής φορτίου με βάση τα οποία διαμορφώθηκαν οι μετρήσεις, παρατίθενται παρακάτω:



Σχήμα 4.1 Μετρήσεις στο δίκτυο IEEE 14-ζυγών.

Πίνακας 4.1 Στοιχεία του δικτύου IEEE 14-ζυγών.

| FROM | TO | R | X | B |
|-------------|-----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 0.01938 | 0.05917 | 0.0528 |
| 1 | 5 | 0.05403 | 0.22304 | 0.0492 |
| 2 | 3 | 0.04699 | 0.19797 | 0.0438 |
| 2 | 4 | 0.05811 | 0.17632 | 0.0340 |
| 2 | 5 | 0.05695 | 0.17388 | 0.0346 |
| 3 | 4 | 0.06701 | 0.17103 | 0.0128 |
| 4 | 5 | 0.01335 | 0.04211 | 0.0000 |
| 4 | 7 | 0.00000 | 0.20912 | 0.0000 |
| 4 | 9 | 0.00000 | 0.55618 | 0.0000 |
| 5 | 6 | 0.00000 | 0.25202 | 0.0000 |
| 6 | 11 | 0.09498 | 0.19890 | 0.0000 |
| 6 | 12 | 0.12291 | 0.25581 | 0.0000 |
| 6 | 13 | 0.06615 | 0.13027 | 0.0000 |
| 7 | 8 | 0.00000 | 0.17615 | 0.0000 |
| 7 | 9 | 0.00000 | 0.11001 | 0.0000 |
| 9 | 10 | 0.03181 | 0.08450 | 0.0000 |
| 9 | 14 | 0.12711 | 0.27038 | 0.0000 |
| 10 | 11 | 0.08205 | 0.19207 | 0.0000 |
| 12 | 13 | 0.22092 | 0.19988 | 0.0000 |
| 13 | 14 | 0.17093 | 0.34802 | 0.0000 |

Πίνακας 4.2 Αποτελέσματα Ροής Φορτίου για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών.

| Ζυγός | Μέτρο τάσης ζυγού, V_i | Γωνία τάσης ζυγού, δ_i | Πραγματικό μέρος E_i | Φανταστικό μέρος F_i |
|--------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 | 1.06 | 0 | 1.06 | 0 |
| 2 | 1.045 | -0.08749 | 1.041003522 | -0.091305356 |
| 3 | 0.999608 | -0.22235 | 0.974999343 | -0.220437189 |
| 4 | 1.001558 | -0.17745 | 0.985830029 | -0.176798104 |
| 5 | 1.00808 | -0.15098 | 0.99661238 | -0.151621411 |
| 6 | 0.980508 | -0.26049 | 0.947430789 | -0.252529821 |
| 7 | 0.990694 | -0.23865 | 0.962615885 | -0.234190179 |
| 8 | 1.020722 | -0.23865 | 0.991792712 | -0.241288468 |
| 9 | 0.967748 | -0.27195 | 0.932182167 | -0.259948832 |
| 10 | 0.961922 | -0.27589 | 0.925545961 | -0.262029147 |
| 11 | 0.96736 | -0.27092 | 0.932076382 | -0.258881607 |
| 12 | 0.964422 | -0.27803 | 0.927386709 | -0.264694584 |
| 13 | 0.959402 | -0.27951 | 0.922169739 | -0.264680536 |
| 14 | 0.944366 | -0.29616 | 0.90325258 | -0.275612201 |

Πίνακας 4.3 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 14Α.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | V_2, V_6 |
| Φασικές γωνίες τάσης | δ_2, δ_6 |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{2-1}, I_{2-3}, I_{2-4}, I_{2-5}$ $I_{6-5}, I_{6-11}, I_{6-12}, I_{6-13}$ |
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{2-1}, \theta_{2-3}, \theta_{2-4}, \theta_{2-5}$ $\theta_{6-5}, \theta_{6-11}, \theta_{6-12}, \theta_{6-13}$ |

Πίνακας 4.4 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 14Α.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ενεργές ροές ισχύος | $P_{1-2}, P_{1-5}, P_{2-5}, P_{3-4}, P_{4-5}, P_{4-7}, P_{4-9}, P_{6-11}, P_{6-12},$ $P_{6-13}, P_{7-8}, P_{7-9}, P_{9-10}, P_{9-14}, P_{10-11}, P_{12-13}, P_{13-14}$ |
| Αεργές ροές ισχύος | $Q_{1-2}, Q_{1-5}, Q_{2-5}, Q_{3-4}, Q_{4-5}, Q_{4-7}, Q_{4-9}, Q_{6-11}, Q_{6-12},$ $Q_{6-13}, Q_{7-8}, Q_{7-9}, Q_{9-10}, Q_{9-14}, Q_{10-11}, Q_{12-13}, Q_{13-14}$ |
| Ενεργές εγχύσεις ισχύος | $P_1, P_3, P_5, P_{12}, P_{13}, P_{14}$ |
| Αεργές εγχύσεις ισχύος | $Q_1, Q_3, Q_5, Q_{12}, Q_{13}, Q_{14}$ |
| Μέτρα τάσης | V_2 |

Από τους παραπάνω πίνακες προκύπτει πως, εφόσον οι μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης είναι $2 \cdot 14 = 28$, η περίσσεια των μετρήσεων του σεναρίου 14Α είναι $r = 67/28 = 2.393$.

Εκφράσεις εξισώσεων για το διάνυσμα μετρήσεων z :

A. Συμβατικές μετρήσεις:

- **Ενεργές ροές ισχύος:**

$$z_{P \text{ flBus1}} := \begin{bmatrix} \left(E_1^2 + F_1^2 \right) \cdot g_{12} - g_{12} \cdot (E_1 \cdot E_2 + F_1 \cdot F_2) + b_{12} \cdot (E_1 \cdot F_2 - F_1 \cdot E_2) \\ \left(E_1^2 + F_1^2 \right) \cdot g_{15} - g_{15} \cdot (E_1 \cdot E_5 + F_1 \cdot F_5) + b_{15} \cdot (E_1 \cdot F_5 - F_1 \cdot E_5) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{12} \\ P_{15} \end{pmatrix}$$

$$z_{P \text{ flBus2}} := \begin{bmatrix} \left(E_2^2 + F_2^2 \right) \cdot g_{12} - g_{12} \cdot (E_2 \cdot E_1 + F_2 \cdot F_1) + b_{12} \cdot (E_2 \cdot F_1 - F_2 \cdot E_1) \\ \left(E_2^2 + F_2^2 \right) \cdot g_{23} - g_{23} \cdot (E_2 \cdot E_3 + F_2 \cdot F_3) + b_{23} \cdot (E_2 \cdot F_3 - F_2 \cdot E_3) \\ \left(E_2^2 + F_2^2 \right) \cdot g_{24} - g_{24} \cdot (E_2 \cdot E_4 + F_2 \cdot F_4) + b_{24} \cdot (E_2 \cdot F_4 - F_2 \cdot E_4) \\ \left(E_2^2 + F_2^2 \right) \cdot g_{25} - g_{25} \cdot (E_2 \cdot E_5 + F_2 \cdot F_5) + b_{25} \cdot (E_2 \cdot F_5 - F_2 \cdot E_5) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{21} \\ P_{23} \\ P_{24} \\ P_{25} \end{pmatrix}$$

$$z_{P \text{ flBus3}} := \begin{bmatrix} \left(E_3^2 + F_3^2 \right) \cdot g_{23} - g_{23} \cdot (E_3 \cdot E_2 + F_3 \cdot F_2) + b_{23} \cdot (E_3 \cdot F_2 - F_3 \cdot E_2) \\ \left(E_3^2 + F_3^2 \right) \cdot g_{34} - g_{34} \cdot (E_3 \cdot E_4 + F_3 \cdot F_4) + b_{34} \cdot (E_3 \cdot F_4 - F_3 \cdot E_4) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{32} \\ P_{34} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus4} := \begin{bmatrix} \left(E_4^2 + F_4^2 \right) \cdot g_{24} - g_{24} \cdot (E_4 \cdot E_2 + F_4 \cdot F_2) + b_{24} \cdot (E_4 \cdot F_2 - F_4 \cdot E_2) \\ \left(E_4^2 + F_4^2 \right) \cdot g_{34} - g_{34} \cdot (E_4 \cdot E_3 + F_4 \cdot F_3) + b_{34} \cdot (E_4 \cdot F_3 - F_4 \cdot E_3) \\ \left(E_4^2 + F_4^2 \right) \cdot g_{45} - g_{45} \cdot (E_4 \cdot E_5 + F_4 \cdot F_5) + b_{45} \cdot (E_4 \cdot F_5 - F_4 \cdot E_5) \\ \left(E_4^2 + F_4^2 \right) \cdot g_{47} - g_{47} \cdot (E_4 \cdot E_7 + F_4 \cdot F_7) + b_{47} \cdot (E_4 \cdot F_7 - F_4 \cdot E_7) \\ \left(E_4^2 + F_4^2 \right) \cdot g_{49} - g_{49} \cdot (E_4 \cdot E_9 + F_4 \cdot F_9) + b_{49} \cdot (E_4 \cdot F_9 - F_4 \cdot E_9) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{42} \\ P_{43} \\ P_{45} \\ P_{47} \\ P_{49} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus5} := \begin{bmatrix} \left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot g_{15} - g_{15} \cdot (E_5 \cdot E_1 + F_5 \cdot F_1) + b_{15} \cdot (E_5 \cdot F_1 - F_5 \cdot E_1) \\ \left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot g_{25} - g_{25} \cdot (E_5 \cdot E_2 + F_5 \cdot F_2) + b_{25} \cdot (E_5 \cdot F_2 - F_5 \cdot E_2) \\ \left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot g_{45} - g_{45} \cdot (E_5 \cdot E_4 + F_5 \cdot F_4) + b_{45} \cdot (E_5 \cdot F_4 - F_5 \cdot E_4) \\ \left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot g_{56} - g_{56} \cdot (E_5 \cdot E_6 + F_5 \cdot F_6) + b_{56} \cdot (E_5 \cdot F_6 - F_5 \cdot E_6) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{51} \\ P_{52} \\ P_{54} \\ P_{56} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus6} := \begin{bmatrix} \left(E_6^2 + F_6^2 \right) \cdot g_{56} - g_{56} \cdot (E_6 \cdot E_5 + F_6 \cdot F_5) + b_{56} \cdot (E_6 \cdot F_5 - F_6 \cdot E_5) \\ \left(E_6^2 + F_6^2 \right) \cdot g_{611} - g_{611} \cdot (E_6 \cdot E_{11} + F_6 \cdot F_{11}) + b_{611} \cdot (E_6 \cdot F_{11} - F_6 \cdot E_{11}) \\ \left(E_6^2 + F_6^2 \right) \cdot g_{612} - g_{612} \cdot (E_6 \cdot E_{12} + F_6 \cdot F_{12}) + b_{612} \cdot (E_6 \cdot F_{12} - F_6 \cdot E_{12}) \\ \left(E_6^2 + F_6^2 \right) \cdot g_{613} - g_{613} \cdot (E_6 \cdot E_{13} + F_6 \cdot F_{13}) + b_{613} \cdot (E_6 \cdot F_{13} - F_6 \cdot E_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{65} \\ P_{611} \\ P_{612} \\ P_{613} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus7} := \begin{bmatrix} \left(E_7^2 + F_7^2 \right) \cdot g_{47} - g_{47} \cdot (E_7 \cdot E_4 + F_7 \cdot F_4) + b_{47} \cdot (E_7 \cdot F_4 - F_7 \cdot E_4) \\ \left(E_7^2 + F_7^2 \right) \cdot g_{78} - g_{78} \cdot (E_7 \cdot E_8 + F_7 \cdot F_8) + b_{78} \cdot (E_7 \cdot F_8 - F_7 \cdot E_8) \\ \left(E_7^2 + F_7^2 \right) \cdot g_{79} - g_{79} \cdot (E_7 \cdot E_9 + F_7 \cdot F_9) + b_{79} \cdot (E_7 \cdot F_9 - F_7 \cdot E_9) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{74} \\ P_{78} \\ P_{79} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus8} := \left(E_8^2 + F_8^2 \right) \cdot g_{78} - g_{78} \cdot (E_8 \cdot E_7 + F_8 \cdot F_7) + b_{78} \cdot (E_8 \cdot F_7 - F_8 \cdot E_7) \quad (P_{87})$$

$$Z_{PflBus9} := \begin{bmatrix} \left(E_9^2 + F_9^2 \right) \cdot g_{49} - g_{49} \cdot (E_9 \cdot E_4 + F_9 \cdot F_4) + b_{49} \cdot (E_9 \cdot F_4 - F_9 \cdot E_4) \\ \left(E_9^2 + F_9^2 \right) \cdot g_{79} - g_{79} \cdot (E_9 \cdot E_7 + F_9 \cdot F_7) + b_{79} \cdot (E_9 \cdot F_7 - F_9 \cdot E_7) \\ \left(E_9^2 + F_9^2 \right) \cdot g_{910} - g_{910} \cdot (E_9 \cdot E_{10} + F_9 \cdot F_{10}) + b_{910} \cdot (E_9 \cdot F_{10} - F_9 \cdot E_{10}) \\ \left(E_9^2 + F_9^2 \right) \cdot g_{914} - g_{914} \cdot (E_9 \cdot E_{14} + F_9 \cdot F_{14}) + b_{914} \cdot (E_9 \cdot F_{14} - F_9 \cdot E_{14}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{94} \\ P_{97} \\ P_{910} \\ P_{914} \end{pmatrix}$$

$$Z_{PflBus10} := \begin{bmatrix} \left(E_{10}^2 + F_{10}^2 \right) \cdot g_{910} - g_{910} \cdot (E_{10} \cdot E_9 + F_{10} \cdot F_9) + b_{910} \cdot (E_{10} \cdot F_9 - F_{10} \cdot E_9) \\ \left(E_{10}^2 + F_{10}^2 \right) \cdot g_{1011} - g_{1011} \cdot (E_{10} \cdot E_{11} + F_{10} \cdot F_{11}) + b_{1011} \cdot (E_{10} \cdot F_{11} - F_{10} \cdot E_{11}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{109} \\ P_{1011} \end{pmatrix}$$

$$z_{PflBus11} := \begin{bmatrix} (E_{11}^2 + F_{11}^2) \cdot g_{611} - g_{611} \cdot (E_{11} \cdot E_6 + F_{11} \cdot F_6) + b_{611} \cdot (E_{11} \cdot F_6 - F_{11} \cdot E_6) \\ (E_{11}^2 + F_{11}^2) \cdot g_{1011} - g_{1011} \cdot (E_{11} \cdot E_{10} + F_{11} \cdot F_{10}) + b_{1011} \cdot (E_{11} \cdot F_{10} - F_{11} \cdot E_{10}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{116} \\ P_{1110} \end{pmatrix}$$

$$z_{PflBus12} := \begin{bmatrix} (E_{12}^2 + F_{12}^2) \cdot g_{612} - g_{612} \cdot (E_{12} \cdot E_6 + F_{12} \cdot F_6) + b_{612} \cdot (E_{12} \cdot F_6 - F_{12} \cdot E_6) \\ (E_{12}^2 + F_{12}^2) \cdot g_{1213} - g_{1213} \cdot (E_{12} \cdot E_{13} + F_{12} \cdot F_{13}) + b_{1213} \cdot (E_{12} \cdot F_{13} - F_{12} \cdot E_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{126} \\ P_{1213} \end{pmatrix}$$

$$z_{PflBus13} := \begin{bmatrix} (E_{13}^2 + F_{13}^2) \cdot g_{613} - g_{613} \cdot (E_{13} \cdot E_6 + F_{13} \cdot F_6) + b_{613} \cdot (E_{13} \cdot F_6 - F_{13} \cdot E_6) \\ (E_{13}^2 + F_{13}^2) \cdot g_{1213} - g_{1213} \cdot (E_{13} \cdot E_{12} + F_{13} \cdot F_{12}) + b_{1213} \cdot (E_{13} \cdot F_{12} - F_{13} \cdot E_{12}) \\ (E_{13}^2 + F_{13}^2) \cdot g_{1314} - g_{1314} \cdot (E_{13} \cdot E_{14} + F_{13} \cdot F_{14}) + b_{1314} \cdot (E_{13} \cdot F_{14} - F_{13} \cdot E_{14}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{136} \\ P_{1312} \\ P_{1314} \end{pmatrix}$$

$$z_{PflBus14} := \begin{bmatrix} (E_{14}^2 + F_{14}^2) \cdot g_{914} - g_{914} \cdot (E_{14} \cdot E_9 + F_{14} \cdot F_9) + b_{914} \cdot (E_{14} \cdot F_9 - F_{14} \cdot E_9) \\ (E_{14}^2 + F_{14}^2) \cdot g_{1314} - g_{1314} \cdot (E_{14} \cdot E_{13} + F_{14} \cdot F_{13}) + b_{1314} \cdot (E_{14} \cdot F_{13} - F_{14} \cdot E_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{149} \\ P_{1413} \end{pmatrix}$$

• **Άεργες ροές ισχύος:**

$$z_{QflBus1} := \begin{bmatrix} -(b_{12} + b_{s12}) \cdot (E_1^2 + F_1^2) - g_{12} \cdot (F_1 \cdot E_2 - E_2 \cdot E_1) + b_{12} \cdot (E_1 \cdot E_2 + F_1 \cdot F_2) \\ -(b_{15} + b_{s15}) \cdot (E_1^2 + F_1^2) - g_{15} \cdot (F_1 \cdot E_5 - E_5 \cdot E_1) + b_{15} \cdot (E_1 \cdot E_5 + F_1 \cdot F_5) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{12} \\ Q_{15} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus2} := \begin{bmatrix} -(b_{12} + b_{s12}) \cdot (E_2^2 + F_2^2) - g_{12} \cdot (F_2 \cdot E_1 - E_1 \cdot E_2) + b_{12} \cdot (E_2 \cdot E_1 + F_2 \cdot F_1) \\ -(b_{23} + b_{s23}) \cdot (E_2^2 + F_2^2) - g_{23} \cdot (F_2 \cdot E_3 - E_3 \cdot E_2) + b_{23} \cdot (E_2 \cdot E_3 + F_2 \cdot F_3) \\ -(b_{24} + b_{s24}) \cdot (E_2^2 + F_2^2) - g_{24} \cdot (F_2 \cdot E_4 - E_4 \cdot E_2) + b_{24} \cdot (E_2 \cdot E_4 + F_2 \cdot F_4) \\ -(b_{25} + b_{s25}) \cdot (E_2^2 + F_2^2) - g_{25} \cdot (F_2 \cdot E_5 - E_5 \cdot E_2) + b_{25} \cdot (E_2 \cdot E_5 + F_2 \cdot F_5) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{21} \\ Q_{23} \\ Q_{24} \\ Q_{25} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus3} := \begin{bmatrix} -(b_{23} + b_{s23}) \cdot (E_3^2 + F_3^2) - g_{23} \cdot (F_3 \cdot E_2 - E_2 \cdot E_3) + b_{23} \cdot (E_3 \cdot E_2 + F_3 \cdot F_2) \\ -(b_{34} + b_{s34}) \cdot (E_3^2 + F_3^2) - g_{34} \cdot (F_3 \cdot E_4 - E_4 \cdot E_3) + b_{34} \cdot (E_3 \cdot E_4 + F_3 \cdot F_4) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{32} \\ Q_{34} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus4} := \begin{bmatrix} -(b_{24} + b_{s24}) \cdot (E_4^2 + F_4^2) - g_{24} \cdot (F_4 \cdot E_2 - E_2 \cdot E_4) + b_{24} \cdot (E_4 \cdot E_2 + F_4 \cdot F_2) \\ -(b_{34} + b_{s34}) \cdot (E_4^2 + F_4^2) - g_{34} \cdot (F_4 \cdot E_3 - E_3 \cdot E_4) + b_{34} \cdot (E_4 \cdot E_3 + F_4 \cdot F_3) \\ -(b_{45} + b_{s45}) \cdot (E_4^2 + F_4^2) - g_{45} \cdot (F_4 \cdot E_5 - E_5 \cdot E_4) + b_{45} \cdot (E_4 \cdot E_5 + F_4 \cdot F_5) \\ -(b_{47} + b_{s47}) \cdot (E_4^2 + F_4^2) - g_{47} \cdot (F_4 \cdot E_7 - E_7 \cdot E_4) + b_{47} \cdot (E_4 \cdot E_7 + F_4 \cdot F_7) \\ -(b_{49} + b_{s49}) \cdot (E_4^2 + F_4^2) - g_{49} \cdot (F_4 \cdot E_9 - E_9 \cdot E_4) + b_{49} \cdot (E_4 \cdot E_9 + F_4 \cdot F_9) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{42} \\ Q_{43} \\ Q_{45} \\ Q_{47} \\ Q_{49} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus5} := \begin{bmatrix} -(b_{15} + b_{s15}) \cdot (E_5^2 + F_5^2) - g_{15} \cdot (F_5 \cdot E_1 - F_1 \cdot E_5) + b_{15} \cdot (E_5 \cdot E_1 + F_5 \cdot F_1) \\ -(b_{25} + b_{s25}) \cdot (E_5^2 + F_5^2) - g_{25} \cdot (F_5 \cdot E_2 - F_2 \cdot E_5) + b_{25} \cdot (E_5 \cdot E_2 + F_5 \cdot F_2) \\ -(b_{45} + b_{s45}) \cdot (E_5^2 + F_5^2) - g_{45} \cdot (F_5 \cdot E_4 - F_4 \cdot E_5) + b_{45} \cdot (E_5 \cdot E_4 + F_5 \cdot F_4) \\ -(b_{56} + b_{s56}) \cdot (E_5^2 + F_5^2) - g_{56} \cdot (F_5 \cdot E_6 - F_6 \cdot E_5) + b_{56} \cdot (E_5 \cdot E_6 + F_5 \cdot F_6) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{51} \\ Q_{52} \\ Q_{54} \\ Q_{56} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus6} := \begin{bmatrix} -(b_{56} + b_{s56}) \cdot (E_6^2 + F_6^2) - g_{56} \cdot (F_6 \cdot E_5 - F_5 \cdot E_6) + b_{56} \cdot (E_6 \cdot E_5 + F_6 \cdot F_5) \\ -(b_{611} + b_{s611}) \cdot (E_6^2 + F_6^2) - g_{611} \cdot (F_6 \cdot E_{11} - F_{11} \cdot E_6) + b_{611} \cdot (E_6 \cdot E_{11} + F_6 \cdot F_{11}) \\ -(b_{612} + b_{s612}) \cdot (E_6^2 + F_6^2) - g_{612} \cdot (F_6 \cdot E_{12} - F_{12} \cdot E_6) + b_{612} \cdot (E_6 \cdot E_{12} + F_6 \cdot F_{12}) \\ -(b_{613} + b_{s613}) \cdot (E_6^2 + F_6^2) - g_{613} \cdot (F_6 \cdot E_{13} - F_{13} \cdot E_6) + b_{613} \cdot (E_6 \cdot E_{13} + F_6 \cdot F_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{65} \\ Q_{611} \\ Q_{612} \\ Q_{613} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus7} := \begin{bmatrix} -(b_{47} + b_{s47}) \cdot (E_7^2 + F_7^2) - g_{47} \cdot (F_7 \cdot E_4 - F_4 \cdot E_7) + b_{47} \cdot (E_7 \cdot E_4 + F_7 \cdot F_4) \\ -(b_{78} + b_{s78}) \cdot (E_7^2 + F_7^2) - g_{78} \cdot (F_7 \cdot E_8 - F_8 \cdot E_7) + b_{78} \cdot (E_7 \cdot E_8 + F_7 \cdot F_8) \\ -(b_{79} + b_{s79}) \cdot (E_7^2 + F_7^2) - g_{79} \cdot (F_7 \cdot E_9 - F_9 \cdot E_7) + b_{79} \cdot (E_7 \cdot E_9 + F_7 \cdot F_9) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{74} \\ Q_{78} \\ Q_{79} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus8} := \begin{bmatrix} -(b_{78} + b_{s78}) \cdot (E_8^2 + F_8^2) - g_{78} \cdot (F_8 \cdot E_7 - F_7 \cdot E_8) + b_{78} \cdot (E_8 \cdot E_7 + F_8 \cdot F_7) \end{bmatrix} \quad (Q_{87})$$

$$z_{QflBus9} := \begin{bmatrix} -(b_{49} + b_{s49}) \cdot (E_9^2 + F_9^2) - g_{49} \cdot (F_9 \cdot E_4 - F_4 \cdot E_9) + b_{49} \cdot (E_9 \cdot E_4 + F_9 \cdot F_4) \\ -(b_{79} + b_{s79}) \cdot (E_9^2 + F_9^2) - g_{79} \cdot (F_9 \cdot E_7 - F_7 \cdot E_9) + b_{79} \cdot (E_9 \cdot E_7 + F_9 \cdot F_7) \\ -(b_{910} + b_{s910}) \cdot (E_9^2 + F_9^2) - g_{910} \cdot (F_9 \cdot E_{10} - F_{10} \cdot E_9) + b_{910} \cdot (E_9 \cdot E_{10} + F_9 \cdot F_{10}) \\ -(b_{914} + b_{s914}) \cdot (E_9^2 + F_9^2) - g_{914} \cdot (F_9 \cdot E_{14} - F_{14} \cdot E_9) + b_{914} \cdot (E_9 \cdot E_{14} + F_9 \cdot F_{14}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{94} \\ Q_{97} \\ Q_{910} \\ Q_{914} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus10} := \begin{bmatrix} -(b_{910} + b_{s910}) \cdot (E_{10}^2 + F_{10}^2) - g_{910} \cdot (F_{10} \cdot E_9 - F_9 \cdot E_{10}) + b_{910} \cdot (E_{10} \cdot E_9 + F_{10} \cdot F_9) \\ -(b_{1011} + b_{s1011}) \cdot (E_{10}^2 + F_{10}^2) - g_{1011} \cdot (F_{10} \cdot E_{11} - F_{11} \cdot E_{10}) + b_{1011} \cdot (E_{10} \cdot E_{11} + F_{10} \cdot F_{11}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{109} \\ Q_{1011} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus11} := \begin{bmatrix} -(b_{611} + b_{s611}) \cdot (E_{11}^2 + F_{11}^2) - g_{611} \cdot (F_{11} \cdot E_6 - F_6 \cdot E_{11}) + b_{611} \cdot (E_{11} \cdot E_6 + F_{11} \cdot F_6) \\ -(b_{1011} + b_{s1011}) \cdot (E_{11}^2 + F_{11}^2) - g_{1011} \cdot (F_{11} \cdot E_{10} - F_{10} \cdot E_{11}) + b_{1011} \cdot (E_{11} \cdot E_{10} + F_{11} \cdot F_{10}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{116} \\ Q_{1110} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus12} := \begin{bmatrix} -(b_{612} + b_{s612}) \cdot (E_{12}^2 + F_{12}^2) - g_{612} \cdot (F_{12} \cdot E_6 - F_6 \cdot E_{12}) + b_{612} \cdot (E_{12} \cdot E_6 + F_{12} \cdot F_6) \\ -(b_{1213} + b_{s1213}) \cdot (E_{12}^2 + F_{12}^2) - g_{1213} \cdot (F_{12} \cdot E_{13} - F_{13} \cdot E_{12}) + b_{1213} \cdot (E_{12} \cdot E_{13} + F_{12} \cdot F_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{126} \\ Q_{1213} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus13} := \begin{bmatrix} -(b_{613} + b_{s613}) \cdot (E_{13}^2 + F_{13}^2) - g_{613} \cdot (F_{13} \cdot E_6 - F_6 \cdot E_{13}) + b_{613} \cdot (E_{13} \cdot E_6 + F_{13} \cdot F_6) \\ -(b_{1213} + b_{s1213}) \cdot (E_{13}^2 + F_{13}^2) - g_{1213} \cdot (F_{13} \cdot E_{12} - F_{12} \cdot E_{13}) + b_{1213} \cdot (E_{13} \cdot E_{12} + F_{13} \cdot F_{12}) \\ -(b_{1314} + b_{s1314}) \cdot (E_{13}^2 + F_{13}^2) - g_{1314} \cdot (F_{13} \cdot E_{14} - F_{14} \cdot E_{13}) + b_{1314} \cdot (E_{13} \cdot E_{14} + F_{13} \cdot F_{14}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{136} \\ Q_{1312} \\ Q_{1314} \end{pmatrix}$$

$$z_{QflBus14} := \begin{bmatrix} -(b_{914} + b_{s914}) \cdot (E_{14}^2 + F_{14}^2) - g_{914} \cdot (F_{14} \cdot E_9 - F_9 \cdot E_{14}) + b_{914} \cdot (E_{14} \cdot E_9 + F_{14} \cdot F_9) \\ -(b_{1314} + b_{s1314}) \cdot (E_{14}^2 + F_{14}^2) - g_{1314} \cdot (F_{14} \cdot E_{13} - F_{13} \cdot E_{14}) + b_{1314} \cdot (E_{14} \cdot E_{13} + F_{14} \cdot F_{13}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{149} \\ Q_{1413} \end{pmatrix}$$

- **Ενεργές εγχύσεις ισχύος:**

$$z_{\text{PinjBus1}} := \left[\left(E_1^2 + F_1^2 \right) \cdot (g_{12} + g_{15}) + E_1 \cdot (-g_{12} \cdot E_2 - g_{15} \cdot E_5 + b_{12} \cdot F_2 + b_{15} \cdot F_5) - F_1 \cdot (g_{12} \cdot F_2 + g_{15} \cdot F_5 + b_{12} \cdot E_2 + b_{15} \cdot E_5) \right]$$

$$z_{\text{PinjBus3}} := \left[\left(E_3^2 + F_3^2 \right) \cdot (g_{23} + g_{34}) + E_3 \cdot (-g_{23} \cdot E_2 - g_{34} \cdot E_4 + b_{23} \cdot F_2 + b_{34} \cdot F_4) - F_3 \cdot (g_{23} \cdot F_2 + g_{34} \cdot F_4 + b_{23} \cdot E_2 + b_{34} \cdot E_4) \right]$$

$$z_{\text{PinjBus5}} := \left[\left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot (g_{15} + g_{25} + g_{45} + g_{56}) + E_5 \cdot (-g_{15} \cdot E_1 - g_{25} \cdot E_2 - g_{45} \cdot E_4 - g_{56} \cdot E_6 + b_{15} \cdot F_1 + b_{25} \cdot F_2 + b_{45} \cdot F_4 + b_{56} \cdot F_6) - F_5 \cdot (g_{15} \cdot F_1 + g_{25} \cdot F_2 + g_{45} \cdot F_4 + g_{56} \cdot F_6 + b_{15} \cdot E_1 + b_{25} \cdot E_2 + b_{45} \cdot E_4 + b_{56} \cdot E_6) \right]$$

$$z_{\text{PinjBus12}} := \left[\left(E_{12}^2 + F_{12}^2 \right) \cdot (g_{612} + g_{1213}) + E_{12} \cdot (-g_{612} \cdot E_6 - g_{1213} \cdot E_{13} + b_{612} \cdot F_6 + b_{1213} \cdot F_{13}) - F_{12} \cdot (g_{612} \cdot F_6 + g_{1213} \cdot F_{13} + b_{612} \cdot E_6 + b_{1213} \cdot E_{13}) \right]$$

$$z_{\text{PinjBus13}} := \left[\left(E_{13}^2 + F_{13}^2 \right) \cdot (g_{613} + g_{1213} + g_{1314}) + E_{13} \cdot (-g_{613} \cdot E_6 - g_{1213} \cdot E_{12} - g_{1314} \cdot E_{14} + b_{613} \cdot F_6 + b_{1213} \cdot F_{12} + b_{1314} \cdot F_{14}) - F_{13} \cdot (g_{613} \cdot F_6 + g_{1213} \cdot F_{12} + g_{1314} \cdot F_{14} + b_{613} \cdot E_6 + b_{1213} \cdot E_{12} + b_{1314} \cdot E_{14}) \right]$$

$$z_{\text{PinjBus14}} := \left[\left(E_{14}^2 + F_{14}^2 \right) \cdot (g_{914} + g_{1314}) + E_{14} \cdot (-g_{914} \cdot E_9 - g_{1314} \cdot E_{13} + b_{914} \cdot F_9 + b_{1314} \cdot F_{13}) - F_{14} \cdot (g_{914} \cdot F_9 + g_{1314} \cdot F_{13} + b_{914} \cdot E_9 + b_{1314} \cdot E_{13}) \right]$$

- **Άεργες εγχύσεις ισχύος:**

$$z_{\text{QinjBus1}} := - \left(E_1^2 + F_1^2 \right) \cdot (b_{12} + b_{15} + b_{s12} + b_{s15}) + E_1 \cdot (g_{12} \cdot F_2 + g_{15} \cdot F_5 + b_{12} \cdot E_2 + b_{15} \cdot E_5) + F_1 \cdot (-g_{12} \cdot E_2 - g_{15} \cdot E_5 + b_{12} \cdot F_2 + b_{15} \cdot F_5)$$

$$z_{\text{QinjBus3}} := - \left(E_3^2 + F_3^2 \right) \cdot (b_{23} + b_{34} + b_{s23} + b_{s34}) + E_3 \cdot (g_{23} \cdot F_2 + g_{34} \cdot F_4 + b_{23} \cdot E_2 + b_{34} \cdot E_4) + F_3 \cdot (-g_{23} \cdot E_2 - g_{34} \cdot E_4 + b_{23} \cdot F_2 + b_{34} \cdot F_4) + E_5 \cdot (g_{15} \cdot F_5 + g_{25} \cdot F_2 + g_{45} \cdot F_4 + g_{56} \cdot F_6 + b_{15} \cdot E_1 + b_{25} \cdot E_2 + b_{45} \cdot E_4 + b_{56} \cdot E_6)$$

$$z_{\text{QinjBus5}} := - \left(E_5^2 + F_5^2 \right) \cdot (b_{15} + b_{25} + b_{45} + b_{56} + b_{s15} + b_{s25} + b_{s45} + b_{s56}) + F_5 \cdot (-g_{15} \cdot E_1 - g_{25} \cdot E_2 - g_{45} \cdot E_4 - g_{56} \cdot E_6 + b_{15} \cdot F_1 + b_{25} \cdot F_2 + b_{45} \cdot F_4 + b_{56} \cdot F_6)$$

$$z_{\text{QinjBus12}} := - \left(E_{12}^2 + F_{12}^2 \right) \cdot (b_{612} + b_{1213} + b_{s612} + b_{s1213}) + E_{12} \cdot (g_{612} \cdot F_6 + g_{1213} \cdot F_{13} + b_{612} \cdot E_6 + b_{1213} \cdot E_{13}) + F_{12} \cdot (-g_{612} \cdot E_6 - g_{1213} \cdot E_{13} + b_{612} \cdot F_6 + b_{1213} \cdot F_{13})$$

$$z_{\text{QinjBus13}} := - \left(E_{13}^2 + F_{13}^2 \right) \cdot (b_{613} + b_{1213} + b_{1314} + b_{s613} + b_{s1213} + b_{s1314}) + E_{13} \cdot (g_{613} \cdot F_6 + g_{1213} \cdot F_{12} + g_{1314} \cdot F_{14} + b_{613} \cdot E_6 + b_{1213} \cdot E_{12} + b_{1314} \cdot E_{14}) + F_{13} \cdot (-g_{613} \cdot E_6 - g_{1213} \cdot E_{12} - g_{1314} \cdot E_{14} + b_{613} \cdot F_6 + b_{1213} \cdot F_{12} + b_{1314} \cdot F_{14})$$

$$z_{\text{QinjBus14}} := - \left(E_{14}^2 + F_{14}^2 \right) \cdot (b_{914} + b_{1314} + b_{s914} + b_{s1314}) + E_{14} \cdot (g_{914} \cdot F_9 + g_{1314} \cdot F_{13} + b_{914} \cdot E_9 + b_{1314} \cdot E_{13}) + F_{14} \cdot (-g_{914} \cdot E_9 - g_{1314} \cdot E_{13} + b_{914} \cdot F_9 + b_{1314} \cdot F_{13})$$

- **Μέτρα τάσης:**

$$z_{\text{VS}} := \sqrt{E_2^2 + F_2^2}$$

B. Συγχρονισμένες Μετρήσεις:

- Φασιθέτες τάσης:

$$z_E := \begin{pmatrix} E_2 \\ E_6 \end{pmatrix} \quad z_F := \begin{pmatrix} F_2 \\ F_6 \end{pmatrix}$$

- Φασιθέτες ρεύματος:

$$z_{I_{rePmuBus2}} := \begin{pmatrix} [g_{12} \cdot E_2 - (b_{s12} + b_{12}) \cdot F_2 - g_{12} \cdot E_1 + b_{12} \cdot F_1] \\ [g_{23} \cdot E_2 - (b_{s23} + b_{23}) \cdot F_2 - g_{23} \cdot E_3 + b_{23} \cdot F_3] \\ [g_{24} \cdot E_2 - (b_{s24} + b_{24}) \cdot F_2 - g_{24} \cdot E_4 + b_{24} \cdot F_4] \\ [g_{25} \cdot E_2 - (b_{s25} + b_{25}) \cdot F_2 - g_{25} \cdot E_5 + b_{25} \cdot F_5] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{re21} \\ I_{re23} \\ I_{re24} \\ I_{re25} \end{pmatrix}$$

$$z_{I_{rePmuBus6}} := \begin{pmatrix} [g_{56} \cdot E_6 - (b_{s56} + b_{56}) \cdot F_6 - g_{56} \cdot E_5 + b_{56} \cdot F_5] \\ [g_{611} \cdot E_6 - (b_{s611} + b_{611}) \cdot F_6 - g_{611} \cdot E_{11} + b_{611} \cdot F_{11}] \\ [g_{612} \cdot E_6 - (b_{s612} + b_{612}) \cdot F_6 - g_{612} \cdot E_{12} + b_{612} \cdot F_{12}] \\ [g_{613} \cdot E_6 - (b_{s613} + b_{613}) \cdot F_6 - g_{613} \cdot E_{13} + b_{613} \cdot F_{13}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{re65} \\ I_{re611} \\ I_{re612} \\ I_{re613} \end{pmatrix}$$

$$z_{I_{imPmuBus2}} := \begin{pmatrix} [g_{12} \cdot F_2 + (b_{s12} + b_{12}) \cdot E_2 - g_{12} \cdot F_1 - b_{12} \cdot E_1] \\ [g_{23} \cdot F_2 + (b_{s23} + b_{23}) \cdot E_2 - g_{23} \cdot F_3 - b_{23} \cdot E_3] \\ [g_{24} \cdot F_2 + (b_{s24} + b_{24}) \cdot E_2 - g_{24} \cdot F_4 - b_{24} \cdot E_4] \\ [g_{25} \cdot F_2 + (b_{s25} + b_{25}) \cdot E_2 - g_{25} \cdot F_5 - b_{25} \cdot E_5] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{im21} \\ I_{im23} \\ I_{im24} \\ I_{im25} \end{pmatrix}$$

$$z_{I_{imPmuBus6}} := \begin{pmatrix} [g_{56} \cdot F_6 + (b_{s56} + b_{56}) \cdot E_6 - g_{56} \cdot F_5 - b_{56} \cdot E_5] \\ [g_{611} \cdot F_6 + (b_{s611} + b_{611}) \cdot E_6 - g_{611} \cdot F_{11} - b_{611} \cdot E_{11}] \\ [g_{612} \cdot F_6 + (b_{s612} + b_{612}) \cdot E_6 - g_{612} \cdot F_{12} - b_{612} \cdot E_{12}] \\ [g_{613} \cdot F_6 + (b_{s613} + b_{613}) \cdot E_6 - g_{613} \cdot F_{13} - b_{613} \cdot E_{13}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{im65} \\ I_{im611} \\ I_{im612} \\ I_{im613} \end{pmatrix}$$

- Υπολογισμός διανύσματος μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα z_z):

Προκειμένου να σχηματίσουμε το διάνυσμα με τις επιθυμητές μετρήσεις πριν την προσθήκη θορύβου, χρησιμοποιούμε τις εντολές *submatrix* και *stack*, ώστε να επιλέξουμε και να συγκεντρώσουμε τους επιμέρους υποπίνακες αντίστοιχα. Οι εντολές *rows* και *cols* δίνουν τον αριθμό των γραμμών και των στηλών ενός διανύσματος. Επομένως:

$$z_{P\mu} := \text{stack}(z_{P\mu Bus1}, \text{submatrix}(z_{P\mu Bus2}, 4, \text{rows}(z_{P\mu Bus2}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus2})), \\ \text{submatrix}(z_{P\mu Bus3}, 2, \text{rows}(z_{P\mu Bus3}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus3})), \text{submatrix}(z_{P\mu Bus4}, 3, \text{rows}(z_{P\mu Bus4}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus4})), \\ \text{submatrix}(z_{P\mu Bus6}, 2, \text{rows}(z_{P\mu Bus6}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus6})), \text{submatrix}(z_{P\mu Bus7}, 2, \text{rows}(z_{P\mu Bus7}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus7})), \\ \text{submatrix}(z_{P\mu Bus9}, 3, \text{rows}(z_{P\mu Bus9}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus9})), \text{submatrix}(z_{P\mu Bus10}, 2, \text{rows}(z_{P\mu Bus10}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus10})), \\ \text{submatrix}(z_{P\mu Bus12}, 2, \text{rows}(z_{P\mu Bus12}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus12})), \text{submatrix}(z_{P\mu Bus13}, 3, \text{rows}(z_{P\mu Bus13}), 1, \text{cols}(z_{P\mu Bus13})))$$

$$z_{Qfl} := \text{stack}(z_{QflBus1}, \text{submatrix}(z_{QflBus2}, 4, \text{rows}(z_{QflBus2}), 1, \text{cols}(z_{QflBus2})), \\ \text{submatrix}(z_{QflBus3}, 2, \text{rows}(z_{QflBus3}), 1, \text{cols}(z_{QflBus3})), \text{submatrix}(z_{QflBus4}, 3, \text{rows}(z_{QflBus4}), 1, \text{cols}(z_{QflBus4})), \\ \text{submatrix}(z_{QflBus6}, 2, \text{rows}(z_{QflBus6}), 1, \text{cols}(z_{QflBus6})), \text{submatrix}(z_{QflBus7}, 2, \text{rows}(z_{QflBus7}), 1, \text{cols}(z_{QflBus7})), \\ \text{submatrix}(z_{QflBus9}, 3, \text{rows}(z_{QflBus9}), 1, \text{cols}(z_{QflBus9})), \text{submatrix}(z_{QflBus10}, 2, \text{rows}(z_{QflBus10}), 1, \text{cols}(z_{QflBus10})), \\ \text{submatrix}(z_{QflBus12}, 2, \text{rows}(z_{QflBus12}), 1, \text{cols}(z_{QflBus12})), \text{submatrix}(z_{QflBus13}, 3, \text{rows}(z_{QflBus13}), 1, \text{cols}(z_{QflBus13})))$$

$$z_{Pinj} := \text{stack}(z_{PinjBus1}, z_{PinjBus3}, z_{PinjBus5}, z_{PinjBus12}, z_{PinjBus13}, z_{PinjBus14})$$

$$z_{Qinj} := \text{stack}(z_{QinjBus1}, z_{QinjBus3}, z_{QinjBus5}, z_{QinjBus12}, z_{QinjBus13}, z_{QinjBus14})$$

$$z_{IrePmu} := \text{stack}(z_{IrePmuBus2}, z_{IrePmuBus6})$$

$$z_{IimPmu} := \text{stack}(z_{IimPmuBus2}, z_{IimPmuBus6})$$

Ανάλογα με τον αλγόριθμο στον οποίο εργαζόμαστε, υπολογίζεται και το διάνυσμα των μετρήσεων πριν την προσθήκη θορύβου zz , ως συνδυασμός των παραπάνω επιμέρους διανυσμάτων.

Στα παραδείγματα αυτά ο θόρυβος επιλέγεται ως μία συνάρτηση της κάθε μέτρησης, επομένως ισχύει $\sigma_i = kz_i$. Λόγω του ότι η ακρίβεια των συγχρονισμένων μετρήσεων που παρέχουν οι συσκευές PMU είναι μεγαλύτερη από αυτή των συμβατικών μετρήσεων του συστήματος SCADA, η σταθερά k πρέπει να διαφοροποιηθεί ως προς το είδος της μέτρησης. Για τις συμβατικές μετρήσεις επιλέγεται $k_1=0.02/3$ ενώ για τις συγχρονισμένες $k_2=0.002/3$. Συνεπώς προκύπτουν οι εξής εξισώσεις :

$$\sigma_{PflBus} := k_1 \cdot z_{Pfl} \quad \sigma_{QflBus} := k_1 \cdot z_{Qfl} \quad \sigma_{PinjBus} := k_1 \cdot z_{Pinj} \quad \sigma_{QinjBus} := k_1 \cdot z_{Qinj} \quad \sigma_{VS} := k_1 \cdot z_{VS}$$

$$\sigma_E := k_2 \cdot z_E \quad \sigma_F := k_2 \cdot z_F \quad \sigma_{IrePmu} := k_2 \cdot z_{IrePmu} \quad \sigma_{IimPmu} := k_2 \cdot z_{IimPmu}$$

Αξίζει να σημειωθεί πως σε περιπτώσεις όπου η διαθέσιμη μέτρηση i έχει μηδενική τιμή, προκειμένου ο θόρυβος να μην είναι μηδενικός, επιλέγεται τιμή τυπικής απόκλισης $\sigma_i=10^{-4}$. Το τελικό διάνυσμα της τυπικής απόκλισης σ προκύπτει ως στοίβα των παραπάνω διανυσμάτων, ανάλογα με τον αλγόριθμο που εφαρμόζεται.

Ο υπολογισμός του διανύσματος του θορύβου των μετρήσεων v γίνεται πολλαπλασιάζοντας το διάνυσμα της τυπικής απόκλισης σ με τυχαίους αριθμούς που ανήκουν στο διάστημα $[-3,3]$. Ως αποτέλεσμα, προκύπτει τυχαίος θόρυβος με τιμές στο διάστημα $[-3\sigma, 3\sigma]$.

- **Υπολογισμός διανύσματος μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z) :**

Τελικά, υπολογίζεται το διάνυσμα των μετρήσεων z το οποίο προέκυψε από επιλεγμένες μετρήσεις της ροής φορτίου με εισαγωγή τυχαίου θορύβου v ως εξής :

$$z := zz + v$$

και ομοίως για τις υπόλοιπες μετρήσεις έγχυσης αέργου ισχύος.

$$H_{VS} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 & \frac{E_2}{\sqrt{E_2^2 + F_2^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{F_2}{\sqrt{E_2^2 + F_2^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_E := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_F := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_{IrePmuBus2} := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ -g_{12} & g_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{12} & -(b_{12} + b_{s12}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{23} & -g_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{23} + b_{s23}) & b_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{24} & 0 & -g_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{24} + b_{s24}) & 0 & b_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{25} & 0 & 0 & -g_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{25} + b_{s25}) & 0 & 0 & b_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{IrePmuBus6} := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{56} & g_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & -(b_{56} + b_{s56}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{611} & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{611} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{611} + b_{s611}) & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{611} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{612} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{612} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{612} + b_{s612}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{612} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{613} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{613} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(b_{613} + b_{s613}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{613} & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{IimPmuBus2} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ -b_{12} & b_{12} + b_{s12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{12} & g_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{23} + b_{s23} & -b_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{23} & -g_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{24} + b_{s24} & 0 & -b_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{24} & 0 & -g_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{25} + b_{s25} & 0 & 0 & -b_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{25} & 0 & 0 & -g_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_{IimPmuBus6} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{56} & b_{56} + b_{s56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{56} & g_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{611} + b_{s611} & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{611} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{611} & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{611} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{612} + b_{s612} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{612} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{612} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{612} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{613} + b_{s613} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{613} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{613} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_{613} & 0 \end{pmatrix}$$

Για διάνυσμα κατάστασης x σε πολική μορφή (Αλγόριθμος 2), η μορφή των μητρών που συνθέτουν την τελική Ιακωβιανή μήτρα H δίνεται από τύπους των ενοτήτων 2.5.2 και 3.8.4 ως ακολούθως :

Ορίζουμε τις εξής ποσότητες:

| | |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| α_{12} | $g_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2) + b_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2)$ |
| α_{15} | $g_{15} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_5) + b_{15} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_5)$ |
| α_{21} | $g_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2)$ |
| α_{23} | $g_{23} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_3) + b_{23} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_3)$ |
| α_{24} | $g_{24} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_4) + b_{24} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_4)$ |
| α_{25} | $g_{25} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_5) + b_{25} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_5)$ |
| α_{27} | $g_{23} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_3) - b_{23} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_3)$ |
| α_{34} | $g_{34} \cdot \cos(\delta_3 - \delta_4) + b_{34} \cdot \sin(\delta_3 - \delta_4)$ |
| α_{42} | $g_{24} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_4) - b_{24} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_4)$ |
| α_{43} | $g_{34} \cdot \cos(\delta_3 - \delta_4) - b_{34} \cdot \sin(\delta_3 - \delta_4)$ |
| α_{45} | $g_{45} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_5) + b_{45} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_5)$ |
| α_{47} | $g_{47} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_7) + b_{47} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_7)$ |
| α_{49} | $g_{49} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_9) + b_{49} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_9)$ |
| α_{51} | $g_{15} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_5) - b_{15} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_5)$ |
| α_{52} | $g_{25} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_5) - b_{25} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_5)$ |
| α_{54} | $g_{45} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_5) - b_{45} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_5)$ |
| α_{56} | $g_{56} \cdot \cos(\delta_5 - \delta_6) + b_{56} \cdot \sin(\delta_5 - \delta_6)$ |
| α_{65} | $g_{56} \cdot \cos(\delta_5 - \delta_6) - b_{56} \cdot \sin(\delta_5 - \delta_6)$ |
| α_{611} | $g_{611} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{11}) + b_{611} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{11})$ |
| α_{612} | $g_{612} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{12}) + b_{612} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{12})$ |
| α_{613} | $g_{613} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{13}) + b_{613} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{13})$ |
| α_{74} | $g_{47} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_7) - b_{47} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_7)$ |
| α_{78} | $g_{78} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_8) + b_{78} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_8)$ |
| α_{79} | $g_{79} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_9) + b_{79} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_9)$ |
| α_{87} | $g_{78} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_8) - b_{78} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_8)$ |
| α_{94} | $g_{49} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_9) - b_{49} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_9)$ |
| α_{97} | $g_{79} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_9) - b_{79} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_9)$ |
| α_{910} | $g_{910} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{10}) + b_{910} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{10})$ |
| α_{914} | $g_{914} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{14}) + b_{914} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{14})$ |
| α_{109} | $g_{910} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{10}) - b_{910} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{10})$ |
| α_{1011} | $g_{1011} \cdot \cos(\delta_{10} - \delta_{11}) + b_{1011} \cdot \sin(\delta_{10} - \delta_{11})$ |
| α_{116} | $g_{611} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{11}) - b_{611} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{11})$ |
| α_{1110} | $g_{1011} \cdot \cos(\delta_{10} - \delta_{11}) - b_{1011} \cdot \sin(\delta_{10} - \delta_{11})$ |
| α_{126} | $g_{612} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{12}) - b_{612} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{12})$ |
| α_{1213} | $g_{1213} \cdot \cos(\delta_{12} - \delta_{13}) + b_{1213} \cdot \sin(\delta_{12} - \delta_{13})$ |
| α_{136} | $g_{613} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{13}) - b_{613} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{13})$ |
| α_{1312} | $g_{1213} \cdot \cos(\delta_{12} - \delta_{13}) - b_{1213} \cdot \sin(\delta_{12} - \delta_{13})$ |
| α_{1314} | $g_{1314} \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{14}) + b_{1314} \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{14})$ |
| α_{149} | $g_{914} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{14}) - b_{914} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{14})$ |
| α_{1413} | $g_{1314} \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{14}) - b_{1314} \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{14})$ |

| | |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| β_{12} | $g_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2)$ |
| β_{15} | $g_{15} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_5) - b_{15} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_5)$ |
| β_{21} | $-g_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) - b_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2)$ |
| β_{23} | $g_{23} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_3) - b_{23} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_3)$ |
| β_{24} | $g_{24} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_4) - b_{24} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_4)$ |
| β_{25} | $g_{25} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_5) - b_{25} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_5)$ |
| β_{32} | $-g_{23} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_3) - b_{23} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_3)$ |
| β_{34} | $g_{34} \cdot \sin(\delta_3 - \delta_4) - b_{34} \cdot \cos(\delta_3 - \delta_4)$ |
| β_{42} | $-g_{24} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_4) - b_{24} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_4)$ |
| β_{43} | $-g_{34} \cdot \sin(\delta_3 - \delta_4) - b_{34} \cdot \cos(\delta_3 - \delta_4)$ |
| β_{45} | $g_{45} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_5) - b_{45} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_5)$ |
| β_{47} | $g_{47} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_7) - b_{47} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_7)$ |
| β_{49} | $g_{49} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_9) - b_{49} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_9)$ |
| β_{51} | $-g_{15} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_5) - b_{15} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_5)$ |
| β_{52} | $-g_{25} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_5) - b_{25} \cdot \cos(\delta_2 - \delta_5)$ |
| β_{54} | $-g_{45} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_5) - b_{45} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_5)$ |
| β_{56} | $g_{56} \cdot \sin(\delta_5 - \delta_6) - b_{56} \cdot \cos(\delta_5 - \delta_6)$ |
| β_{65} | $-g_{56} \cdot \sin(\delta_5 - \delta_6) - b_{56} \cdot \cos(\delta_5 - \delta_6)$ |
| β_{611} | $g_{611} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{11}) - b_{611} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{11})$ |
| β_{612} | $g_{612} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{12}) - b_{612} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{12})$ |
| β_{613} | $g_{613} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{13}) - b_{613} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{13})$ |
| β_{74} | $-g_{47} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_7) - b_{47} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_7)$ |
| β_{78} | $g_{78} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_8) - b_{78} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_8)$ |
| β_{79} | $g_{79} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_9) - b_{79} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_9)$ |
| β_{87} | $-g_{78} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_8) - b_{78} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_8)$ |
| β_{94} | $-g_{49} \cdot \sin(\delta_4 - \delta_9) - b_{49} \cdot \cos(\delta_4 - \delta_9)$ |
| β_{97} | $-g_{79} \cdot \sin(\delta_7 - \delta_9) - b_{79} \cdot \cos(\delta_7 - \delta_9)$ |
| β_{910} | $g_{910} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{10}) - b_{910} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{10})$ |
| β_{914} | $g_{914} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{14}) - b_{914} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{14})$ |
| β_{109} | $-g_{910} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{10}) - b_{910} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{10})$ |
| β_{1011} | $g_{1011} \cdot \sin(\delta_{10} - \delta_{11}) - b_{1011} \cdot \cos(\delta_{10} - \delta_{11})$ |
| β_{116} | $-g_{611} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{11}) - b_{611} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{11})$ |
| β_{1110} | $-g_{1011} \cdot \sin(\delta_{10} - \delta_{11}) - b_{1011} \cdot \cos(\delta_{10} - \delta_{11})$ |
| β_{126} | $-g_{612} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{12}) - b_{612} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{12})$ |
| β_{1213} | $g_{1213} \cdot \sin(\delta_{12} - \delta_{13}) - b_{1213} \cdot \cos(\delta_{12} - \delta_{13})$ |
| β_{136} | $-g_{613} \cdot \sin(\delta_6 - \delta_{13}) - b_{613} \cdot \cos(\delta_6 - \delta_{13})$ |
| β_{1312} | $-g_{1213} \cdot \sin(\delta_{12} - \delta_{13}) - b_{1213} \cdot \cos(\delta_{12} - \delta_{13})$ |
| β_{1314} | $g_{1314} \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{14}) - b_{1314} \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{14})$ |
| β_{149} | $-g_{914} \cdot \sin(\delta_9 - \delta_{14}) - b_{914} \cdot \cos(\delta_9 - \delta_{14})$ |
| β_{1413} | $-g_{1314} \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{14}) - b_{1314} \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{14})$ |

$H_{IrePmuBus2} :=$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \dots 14 \\ V_1(\underline{g}_{12} \sin(\delta_1) + b_{12} \cos(\delta_1)) - V_2[\underline{g}_{12} \sin(\delta_2) + (b_{12} + b_{s12}) \cos(\delta_2)] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & -V_2[\underline{g}_{23} \sin(\delta_2) + (b_{23} + b_{s23}) \cos(\delta_2)] + V_3(\underline{g}_{23} \sin(\delta_3) + b_{23} \cos(\delta_3)) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & -V_2[\underline{g}_{24} \sin(\delta_2) + (b_{24} + b_{s24}) \cos(\delta_2)] & 0 & V_4(\underline{g}_{24} \sin(\delta_4) + b_{24} \cos(\delta_4)) & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & -V_2[\underline{g}_{25} \sin(\delta_2) + (b_{25} + b_{s25}) \cos(\delta_2)] & 0 & 0 & V_5(\underline{g}_{25} \sin(\delta_5) + b_{25} \cos(\delta_5)) & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \dots 14 \\ -(g_{12} \cos(\delta_1) - b_{12} \sin(\delta_1)) & g_{12} \cos(\delta_2) - (b_{12} + b_{s12}) \sin(\delta_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{23} \cos(\delta_2) - (b_{23} + b_{s23}) \sin(\delta_2) & -(g_{23} \cos(\delta_3) - b_{23} \sin(\delta_3)) & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{24} \cos(\delta_2) - (b_{24} + b_{s24}) \sin(\delta_2) & 0 & -(g_{24} \cos(\delta_4) - b_{24} \sin(\delta_4)) & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{25} \cos(\delta_2) - (b_{25} + b_{s25}) \sin(\delta_2) & 0 & 0 & -(g_{25} \cos(\delta_5) - b_{25} \sin(\delta_5)) & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$H_{IrePmuBus6} :=$

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 \dots 4 & 5 & 6 & 7 \dots 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 \dots 0 & V_5(\underline{g}_{56} \sin(\delta_5) + b_{56} \cos(\delta_5)) & -V_6[\underline{g}_{56} \sin(\delta_6) + (b_{56} + b_{s56}) \cos(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & -V_6[\underline{g}_{611} \sin(\delta_6) + (b_{611} + b_{s611}) \cos(\delta_6)] & 0 \dots 0 & V_{11}(\underline{g}_{611} \sin(\delta_{11}) + b_{611} \cos(\delta_{11})) & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & -V_6[\underline{g}_{612} \sin(\delta_6) + (b_{612} + b_{s612}) \cos(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & V_{12}(\underline{g}_{612} \sin(\delta_{12}) + b_{612} \cos(\delta_{12})) & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & -V_6[\underline{g}_{613} \sin(\delta_6) + (b_{613} + b_{s613}) \cos(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & 0 & V_{13}(\underline{g}_{613} \sin(\delta_{13}) + b_{613} \cos(\delta_{13})) & 0 \end{matrix} & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 \dots 4 & 5 & 6 & 7 \dots 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 \dots 0 & -(g_{56} \cos(\delta_5) - b_{56} \sin(\delta_5)) & g_{56} \cos(\delta_6) - (b_{56} + b_{s56}) \sin(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{611} \cos(\delta_6) - (b_{611} + b_{s611}) \sin(\delta_6) & 0 \dots 0 & -(g_{611} \cos(\delta_{11}) - b_{611} \sin(\delta_{11})) & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{612} \cos(\delta_6) - (b_{612} + b_{s612}) \sin(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & -(g_{612} \cos(\delta_{12}) - b_{612} \sin(\delta_{12})) & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{613} \cos(\delta_6) - (b_{613} + b_{s613}) \sin(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & 0 & -(g_{613} \cos(\delta_{13}) - b_{613} \sin(\delta_{13})) & 0 \end{matrix} & \end{array}$$

$H_{IimPmuBus2} :=$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \dots 14 \\ -V_1(g_{12} \cos(\delta_1) - b_{12} \sin(\delta_1)) & V_2[g_{12} \cos(\delta_2) - (b_{12} + b_{s12}) \sin(\delta_2)] & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & V_2[g_{23} \cos(\delta_2) - (b_{23} + b_{s23}) \sin(\delta_2)] - V_3(g_{23} \cos(\delta_3) - b_{23} \sin(\delta_3)) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & V_2[g_{24} \cos(\delta_2) - (b_{24} + b_{s24}) \sin(\delta_2)] & 0 & -V_4(g_{24} \cos(\delta_4) - b_{24} \sin(\delta_4)) & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & V_2[g_{25} \cos(\delta_2) - (b_{25} + b_{s25}) \sin(\delta_2)] & 0 & 0 & -V_5(g_{25} \cos(\delta_5) - b_{25} \sin(\delta_5)) & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \dots 14 \\ -(b_{12} \cos(\delta_1) + g_{12} \sin(\delta_1)) & g_{12} \sin(\delta_2) + (b_{12} + b_{s12}) \cos(\delta_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{23} \sin(\delta_2) + (b_{23} + b_{s23}) \cos(\delta_2) & -(b_{23} \cos(\delta_3) + g_{23} \sin(\delta_3)) & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{24} \sin(\delta_2) + (b_{24} + b_{s24}) \cos(\delta_2) & 0 & -(b_{24} \cos(\delta_4) + g_{24} \sin(\delta_4)) & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & g_{25} \sin(\delta_2) + (b_{25} + b_{s25}) \cos(\delta_2) & 0 & 0 & -(b_{25} \cos(\delta_5) + g_{25} \sin(\delta_5)) & 0 \dots 0 \end{bmatrix}$$

$H_{IimPmuBus6} :=$

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 \dots 4 & 5 & 6 & 7 \dots 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 \dots 0 & -V_5(g_{56} \cos(\delta_5) - b_{56} \sin(\delta_5)) & V_6[g_{56} \cos(\delta_6) - (b_{56} + b_{s56}) \sin(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & V_6[\underline{g}_{611} \cos(\delta_6) - (b_{611} + b_{s611}) \sin(\delta_6)] & 0 \dots 0 & -V_{11}(\underline{g}_{611} \cos(\delta_{11}) - b_{611} \sin(\delta_{11})) & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & V_6[\underline{g}_{612} \cos(\delta_6) - (b_{612} + b_{s612}) \sin(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & -V_{12}(\underline{g}_{612} \cos(\delta_{12}) - b_{612} \sin(\delta_{12})) & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & V_6[\underline{g}_{613} \cos(\delta_6) - (b_{613} + b_{s613}) \sin(\delta_6)] & 0 \dots 0 & 0 & 0 & -V_{13}(\underline{g}_{613} \cos(\delta_{13}) - b_{613} \sin(\delta_{13})) & 0 \end{matrix} & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 \dots 4 & 5 & 6 & 7 \dots 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 0 \dots 0 & -(b_{56} \cos(\delta_5) + g_{56} \sin(\delta_5)) & g_{56} \sin(\delta_6) + (b_{56} + b_{s56}) \cos(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{611} \sin(\delta_6) + (b_{611} + b_{s611}) \cos(\delta_6) & 0 \dots 0 & -(b_{611} \cos(\delta_{11}) + g_{611} \sin(\delta_{11})) & 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{612} \sin(\delta_6) + (b_{612} + b_{s612}) \cos(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & -(b_{612} \cos(\delta_{12}) + g_{612} \sin(\delta_{12})) & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 0 & g_{613} \sin(\delta_6) + (b_{613} + b_{s613}) \cos(\delta_6) & 0 \dots 0 & 0 & 0 & -(b_{613} \cos(\delta_{13}) + g_{613} \sin(\delta_{13})) & 0 \end{matrix} & \end{array}$$

$$H_{Pfl} := \text{stack}(H_{PflBus1}, H_{PflBus2}, H_{PflBus3}, H_{PflBus4}, H_{PflBus6}, H_{PflBus7}, H_{PflBus9}, H_{PflBus10}, H_{PflBus12}, H_{PflBus13})$$

$$H_{Pinj} := \text{stack}(H_{PinjBus1}, H_{PinjBus3}, H_{PinjBus5}, H_{PinjBus12}, H_{PinjBus13}, H_{PinjBus14})$$

$$H_{Qfl} := \text{stack}(H_{QflBus1}, H_{QflBus2}, H_{QflBus3}, H_{QflBus4}, H_{QflBus6}, H_{QflBus7}, H_{QflBus9}, H_{QflBus10}, H_{QflBus12}, H_{QflBus13})$$

$$H_{Qinj} := \text{stack}(H_{QinjBus1}, H_{QinjBus3}, H_{QinjBus5}, H_{QinjBus12}, H_{QinjBus13}, H_{QinjBus14})$$

$$H_{IrePmu} := \text{stack}(H_{IrePmuBus2}, H_{IrePmuBus6})$$

$$H_{IimPmu} := \text{stack}(H_{IimPmuBus2}, H_{IimPmuBus6})$$

Με το σχηματισμό της μήτρας H που ορίζει ο κάθε αλγόριθμος, υπολογίζουμε τη μήτρα Συνδιασποράς R , καθώς και τη μήτρα κέρδους G , ως εξής :

$$R := \text{diag}(\sigma) \cdot \text{diag}(\sigma)$$

$$G := H^T \cdot R^{-1} \cdot H$$

- **Υπολογισμός συναρτήσεων μέτρησης $h(x)$:**

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι συναρτήσεις $h(x)$ για την αρχική τιμή του διανύσματος κατάστασης x σύμφωνα με τους τύπους που περιγράφηκαν στην ενότητα 2.5.1. Αξίζει να σημειωθεί πως οι τύποι που χρησιμοποιούνται είναι οι ίδιοι με αυτούς του διανύσματος μετρήσεων z , με τη διαφορά ότι εδώ χρησιμοποιούνται ως τιμές τάσεων αυτές του αρχικού διανύσματος κατάστασης x . Τελικά, τα μεγέθη που απαρτίζουν το διάνυσμα h είναι :

$$P_{fl} := \text{stack}(P_{flBus1}, P_{flBus2}, P_{flBus3}, P_{flBus4}, P_{flBus6}, P_{flBus7}, P_{flBus9}, P_{flBus10}, P_{flBus12}, P_{flBus13})$$

$$P_{inj} := \text{stack}(P_{injBus1}, P_{injBus3}, P_{injBus5}, P_{injBus12}, P_{injBus13}, P_{injBus14})$$

$$Q_{fl} := \text{stack}(Q_{flBus1}, Q_{flBus2}, Q_{flBus3}, Q_{flBus4}, Q_{flBus6}, Q_{flBus7}, Q_{flBus9}, Q_{flBus10}, Q_{flBus12}, Q_{flBus13})$$

$$Q_{inj} := \text{stack}(Q_{injBus1}, Q_{injBus3}, Q_{injBus5}, Q_{injBus12}, Q_{injBus13}, Q_{injBus14})$$

$$E_E, F_F, V_{VS}$$

$$I_{rePmu} := \text{stack}(I_{rePmuBus2}, I_{rePmuBus6})$$

$$I_{imPmu} := \text{stack}(I_{imPmuBus2}, I_{imPmuBus6})$$

Τελικά, γίνεται ο έλεγχος σύγκλισης, ώστε να διαπιστωθεί αν το απόλυτο σφάλμα είναι μικρότερο από το όριο 10^{-4} που έχει οριστεί. Αν δεν ισχύει κάτι τέτοιο, ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται με τιμή αρχικού διανύσματος κατάστασης αυτή που προέκυψε στο τέλος της

προηγούμενης επαναλήψης μέχρις ότου το απόλυτο σφάλμα να γίνει μικρότερο του κατωφλίου.

$$\Delta z := z - h \quad \Delta x := G^{-1} \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot \Delta z \quad x := x + \Delta x \quad |\max(\Delta x)| < \text{tol} = 1$$

Ακολουθως παρουσιάζεται η μορφή των διανυσμάτων έτσι όπως σχηματίζονται σε κάθε Αλγόριθμο ξεχωριστά:

• ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 1

Ο Αλγόριθμος 1, όπως ήδη έχει αναφερθεί, διαχειρίζεται τις μετρήσεις σε ένα στάδιο οπότε :

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x^T := (E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4 \ E_5 \ E_6 \ E_7 \ E_8 \ E_9 \ E_{10} \ E_{11} \ E_{12} \ E_{13} \ E_{14} \ F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \ F_{14})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz := \text{stack}(z_{P_{fb}}, z_{P_{inj}}, z_{Q_{fb}}, z_{Q_{inj}}, z_{V_{VS}}, z_{z_E}, z_{z_F}, z_{I_{rePmu}}, z_{I_{imPmu}})$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma := \text{stack}(\sigma_{P_{fb}}, \sigma_{P_{inj}}, \sigma_{Q_{fb}}, \sigma_{Q_{inj}}, \sigma_{V_{VS}}, \sigma_{\sigma_E}, \sigma_{\sigma_F}, \sigma_{I_{rePmu}}, \sigma_{I_{imPmu}})$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v := \text{stack}(v_{P_{fb}}, v_{P_{inj}}, v_{Q_{fb}}, v_{Q_{inj}}, v_{V_{VS}}, v_E, v_F, v_{I_{rePmu}}, v_{I_{imPmu}})$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z := zz + v$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_1 := \text{stack}(H_{P_{fb}}, H_{P_{inj}}, H_{Q_{fb}}, H_{Q_{inj}}, H_{V_{VS}}, H_E, H_F)$$

$$H_2 := \text{stack}(H_{I_{rePmu}}, H_{I_{imPmu}})$$

$$\underline{H} := \text{stack}(H_1, H_2)$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h := \text{stack}(P_{fb}, P_{inj}, Q_{fb}, Q_{inj}, V_{VS}, E_E, F_F, I_{rePmu}, I_{imPmu})$$

• ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 2

Ο Αλγόριθμος 2, όπως ήδη έχει αναφερθεί, διαχειρίζεται τις μετρήσεις σε ένα στάδιο οπότε :

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x^T := (\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \delta_5 \ \delta_6 \ \delta_7 \ \delta_8 \ \delta_9 \ \delta_{10} \ \delta_{11} \ \delta_{12} \ \delta_{13} \ \delta_{14} \ V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6 \ V_7 \ V_8 \ V_9 \ V_{10} \ V_{11} \ V_{12} \ V_{13} \ V_{14})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz := \text{stack}(z_{P_{fb}}, z_{P_{inj}}, z_{Q_{fb}}, z_{Q_{inj}}, z_{VS}, z_{\delta}, z_{V}, z_{IrePmu}, z_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma := \text{stack}(\sigma_{P_{fb}}, \sigma_{P_{inj}}, \sigma_{Q_{fb}}, \sigma_{Q_{inj}}, \sigma_{VS}, \sigma_{\delta}, \sigma_V, \sigma_{IrePmu}, \sigma_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v := \text{stack}(v_{P_{fb}}, v_{P_{inj}}, v_{Q_{fb}}, v_{Q_{inj}}, v_{VS}, v_{\delta}, v_V, v_{IrePmu}, v_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z := zz + v$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_1 := \text{stack}(H_{P_{fb}}, H_{P_{inj}}, H_{Q_{fb}}, H_{Q_{inj}}, H_{VS}, H_{\delta}, H_V)$$

$$H_2 := \text{stack}(H_{IrePmu}, H_{Iimpmu})$$

$$H := \text{stack}(H_1, H_2)$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h := \text{stack}(P_{fb}, P_{inj}, Q_{fb}, Q_{inj}, V_{VS}, \delta_{\delta}, V_V, I_{rePmu}, I_{impmu})$$

• ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 3

➤ 1^ο ΣΤΑΔΙΟ:

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x_1^T := (E_{S1} \ E_{S2} \ E_{S3} \ E_{S4} \ E_{S5} \ E_{S6} \ E_{S7} \ E_{S8} \ E_{S9} \ E_{S10} \ E_{S11} \ E_{S12} \ E_{S13} \ E_{S14} \\ F_{S1} \ F_{S2} \ F_{S3} \ F_{S4} \ F_{S5} \ F_{S6} \ F_{S7} \ F_{S8} \ F_{S9} \ F_{S10} \ F_{S11} \ F_{S12} \ F_{S13} \ F_{S14})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz_1 := \text{stack}(z_{P_{fb}}, z_{P_{inj}}, z_{Q_{fb}}, z_{Q_{inj}}, z_{VS}, z_E, z_F)$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma_1 := \text{stack}(\sigma_{P_{fb}}, \sigma_{P_{inj}}, \sigma_{Q_{fb}}, \sigma_{Q_{inj}}, \sigma_{VS}, \sigma_E, \sigma_F)$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v_1 := \text{stack}(v_{P_{fb}}, v_{P_{inj}}, v_{Q_{fb}}, v_{Q_{inj}}, v_{VS}, v_E, v_F)$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z_1 := z z_1 + v_1$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_1 := \text{stack}(H_{P_{fb}}, H_{P_{inj}}, H_{Q_{fb}}, H_{Q_{inj}}, H_{VS}, H_E, H_F)$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h_1 := \text{stack}(P_{fb}, P_{inj}, Q_{fb}, Q_{inj}, V_{VS}, E_E, F_F)$$

➤ 2^ο ΣΤΑΔΙΟ:

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x^T := (E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4 \ E_5 \ E_6 \ E_7 \ E_8 \ E_9 \ E_{10} \ E_{11} \ E_{12} \ E_{13} \ E_{14} \ F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \ F_{14})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz_2 := \text{stack}(z_{ES}, z_{FS}, zz_E, zz_F, z_{IrePmu}, z_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma_2 := \text{stack}(\sigma_{ES}, \sigma_{FS}, \sigma_{SE}, \sigma_{SF}, \sigma_{IrePmu}, \sigma_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v_2 := \text{stack}(v_{ES}, v_{FS}, v_E, v_F, v_{IrePmu}, v_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z_2 := z z_2 + v_2$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_{1_2stage} := \text{stack}(H_{ES}, H_{FS}, H_E, H_F)$$

$$H_{2_2stage} := \text{stack}(H_{IrePmu}, H_{Iimpmu})$$

$$H_{2stage} := \text{stack}(H_{1_2stage}, H_{2_2stage})$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h_2 := \text{stack}(E_{ES}, F_{FS}, E_E, F_F, I_{rePmu}, I_{impmu})$$

• **ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 4**

➤ *1^ο ΣΤΑΔΙΟ:*

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x_1^T := (E_{P_1} \ E_{P_2} \ E_{P_3} \ E_{P_4} \ E_{P_5} \ E_{P_6} \ E_{P_7} \ E_{P_8} \ E_{P_9} \ E_{P_{10}} \ E_{P_{11}} \ E_{P_{12}} \ E_{P_{13}} \ E_{P_{14}} \\ F_{P_1} \ F_{P_2} \ F_{P_3} \ F_{P_4} \ F_{P_5} \ F_{P_6} \ F_{P_7} \ F_{P_8} \ F_{P_9} \ F_{P_{10}} \ F_{P_{11}} \ F_{P_{12}} \ F_{P_{13}} \ F_{P_{14}})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz_1 := \text{stack}(zz_E, zz_F, z_{IrePmu}, z_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma_1 := \text{stack}(\sigma_{\sigma_E}, \sigma_{\sigma_F}, \sigma_{IrePmu}, \sigma_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v_1 := \text{stack}(v_E, v_F, v_{IrePmu}, v_{Iimpmu})$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z_1 := zz_1 + v_1$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_1 := \text{stack}(H_E, H_F)$$

$$H_2 := \text{stack}(H_{IrePmu}, H_{Iimpmu})$$

$$\underline{H} := \text{stack}(H_1, H_2)$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h_1 := \text{stack}(E_E, F_F, I_{rePmu}, I_{impmu})$$

➤ *2^ο ΣΤΑΔΙΟ:*

Διάνυσμα κατάστασης (διάνυσμα x):

$$x^T := (E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4 \ E_5 \ E_6 \ E_7 \ E_8 \ E_9 \ E_{10} \ E_{11} \ E_{12} \ E_{13} \ E_{14} \ F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \ F_{14})$$

Διάνυσμα μετρήσεων χωρίς θόρυβο (διάνυσμα zz):

$$zz_2 := \text{stack}(z_{Pfb}, z_{Pinj}, z_{Qfb}, z_{Qinj}, zz_{VS}, z_{PE}, z_{PF})$$

Διάνυσμα σ :

$$\sigma_2 := \text{stack}(\sigma_{P_{fb}}, \sigma_{P_{inj}}, \sigma_{Q_{fb}}, \sigma_{Q_{inj}}, \sigma_{VS}, \sigma_{PE}, \sigma_{PF})$$

Διάνυσμα θορύβου μετρήσεων (διάνυσμα v):

$$v_2 := \text{stack}(v_{P_{fb}}, v_{P_{inj}}, v_{Q_{fb}}, v_{Q_{inj}}, v_{VS}, v_{PE}, v_{PF})$$

Διάνυσμα μετρήσεων με θόρυβο (διάνυσμα z):

$$z_2 := z z_2 + v_2$$

Ιακωβιανή μήτρα H :

$$H_{2\text{stage}} := \text{stack}(H_{P_{fb}}, H_{P_{inj}}, H_{Q_{fb}}, H_{Q_{inj}}, H_{VS}, H_{PE}, H_{PF})$$

Διάνυσμα συναρτήσεων $h(x)$:

$$h_2 := \text{stack}(P_{fb}, P_{inj}, Q_{fb}, Q_{inj}, V_{VS}, E_E, F_F)$$

Τα τελικά αποτελέσματα του Σεναρίου 14Α φαίνονται στους παρακάτω Πίνακες:

Πίνακας 4.5 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14Α - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-----------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.06 | 1.059792247 | 1.059949415 | 1.060374995 | 1.024698319 |
| 2 | 1.041003522 | 1.040778967 | 1.040943226 | 1.0412977 | 1.005327389 |
| 3 | 0.974999343 | 0.974774392 | 0.974940282 | 0.975289422 | 0.938387454 |
| 4 | 0.985830029 | 0.985610494 | 0.985816506 | 0.986122513 | 0.951761696 |
| 5 | 0.99661238 | 0.996377502 | 0.996466676 | 0.996903662 | 0.967152858 |
| 6 | 0.947430789 | 0.947246346 | 0.947521175 | 0.947762386 | 0.909428217 |
| 7 | 0.962615885 | 0.962517245 | 0.962739976 | 0.967230284 | 0.963564873 |
| 8 | 0.991792712 | 0.991385759 | 0.991603473 | 0.996299778 | 0.994384762 |
| 9 | 0.932182167 | 0.932113943 | 0.932384849 | 0.936741445 | 0.932324936 |
| 10 | 0.925545961 | 0.925425972 | 0.925700954 | 0.930012115 | 0.923696335 |
| 11 | 0.932076382 | 0.931887125 | 0.932161851 | 0.932403613 | 0.921182767 |
| 12 | 0.927386709 | 0.927189482 | 0.92746468 | 0.927719373 | 0.889252896 |
| 13 | 0.922169739 | 0.922008239 | 0.922283768 | 0.92250078 | 0.885522939 |
| 14 | 0.90325258 | 0.903073203 | 0.903353495 | 0.907588644 | 0.911193594 |

Πίνακας 4.6 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14Α - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|--------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|---------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 0.000115489 | 0.000119132 | 0.000538113 | 6.29753×10^{-05} |
| 2 | -0.091305356 | -0.091231697 | -0.091188639 | -0.091025506 | -0.091966907 |
| 3 | -0.220437189 | -0.220294604 | -0.220254512 | -0.220121237 | -0.217606581 |
| 4 | -0.176798104 | -0.176784234 | -0.176677647 | -0.176554034 | -0.168082107 |
| 5 | -0.151621411 | -0.15157872 | -0.151453856 | -0.151409028 | -0.133964335 |
| 6 | -0.252529821 | -0.252548184 | -0.252500778 | -0.252416163 | -0.124532256 |
| 7 | -0.234190179 | -0.234108972 | -0.234042492 | -0.234155936 | -0.007680138 |
| 8 | -0.241288468 | -0.241134198 | -0.241062879 | -0.241197028 | -0.007673014 |
| 9 | -0.259948832 | -0.25989319 | -0.25984571 | -0.260043733 | -0.051773904 |
| 10 | -0.262029147 | -0.261996236 | -0.261949376 | -0.262163426 | -0.063186313 |
| 11 | -0.258881607 | -0.258886819 | -0.258839398 | -0.258754938 | -0.079668638 |
| 12 | -0.264694584 | -0.264709758 | -0.264662673 | -0.264585327 | -0.139042055 |
| 13 | -0.264680536 | -0.264707767 | -0.264660862 | -0.264564745 | -0.137298723 |
| 14 | -0.275612201 | -0.275646642 | -0.275599499 | -0.275892416 | -0.07199507 |

Στους Πίνακες 4.7 και 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 14Α για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.7 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14Α - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.06 | 1.060130613 | 1.058908307 | 1.060107937 | 1.060660048 |
| 2 | 1.041003522 | 1.041044815 | 1.040434428 | 1.041118825 | 1.042063983 |
| 3 | 0.974999343 | 0.97486326 | 0.972255453 | 0.97508522 | 0.975186705 |
| 4 | 0.985830029 | 0.985980254 | 0.98186193 | 0.986043611 | 0.986822826 |
| 5 | 0.99661238 | 0.99669232 | 0.979694087 | 0.996760992 | 0.995610801 |
| 6 | 0.947430789 | 0.947449513 | 0.949672692 | 0.94755942 | 0.947778993 |
| 7 | 0.962615885 | 0.963132602 | 0.961583111 | 0.965568352 | 0.998704205 |
| 8 | 0.991792712 | 0.991957054 | 0.990447199 | 0.99437637 | 1.006721561 |
| 9 | 0.932182167 | 0.932805855 | 0.931945709 | 0.935342442 | 0.990610688 |
| 10 | 0.925545961 | 0.92601023 | 0.925616477 | 0.928539601 | 0.982928012 |
| 11 | 0.932076382 | 0.932080048 | 0.934275378 | 0.932193181 | 0.940840951 |
| 12 | 0.927386709 | 0.927376839 | 0.929611688 | 0.927521973 | 0.92550346 |
| 13 | 0.922169739 | 0.922236219 | 0.92441915 | 0.922298565 | 0.933518577 |
| 14 | 0.90325258 | 0.90362306 | 0.904197815 | 0.906412175 | 0.979409198 |

Πίνακας 4.8 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14Α – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14Α - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|--------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 7.97521×10^{-05} | -0.001640908 | 0.000206997 | 0.004325896 |
| 2 | -0.091305356 | -0.09120644 | -0.093130011 | -0.091104367 | -0.088622124 |
| 3 | -0.220437189 | -0.220284748 | -0.221814347 | -0.220201374 | -0.212186002 |
| 4 | -0.176798104 | -0.176737891 | -0.178074046 | -0.176649128 | -0.155545881 |
| 5 | -0.151621411 | -0.151565908 | -0.147067249 | -0.151474911 | -0.135765296 |
| 6 | -0.252529821 | -0.252564525 | -0.250704547 | -0.252470108 | -0.249337149 |
| 7 | -0.234190179 | -0.233960962 | -0.2340771 | -0.231394719 | -0.013060254 |
| 8 | -0.241288468 | -0.241006796 | -0.241147418 | -0.238380044 | -0.012930038 |
| 9 | -0.259948832 | -0.259696548 | -0.259444189 | -0.257130534 | -0.020738946 |
| 10 | -0.262029147 | -0.261832347 | -0.261332732 | -0.259254529 | -0.032784317 |
| 11 | -0.258881607 | -0.258879226 | -0.257033953 | -0.258784108 | -0.22246429 |
| 12 | -0.264694584 | -0.264725474 | -0.26286519 | -0.264644576 | -0.260931851 |
| 13 | -0.264680536 | -0.264730453 | -0.262884771 | -0.264614517 | -0.233616654 |
| 14 | -0.275612201 | -0.275515679 | -0.274513416 | -0.272942017 | -0.046212734 |

4.4 Σενάρια εκτέλεσης αλγορίθμων

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκε η αναλυτική υλοποίηση των αλγορίθμων στο δίκτυο IEEE 14-ζυγών σύμφωνα με το Σενάριο μετρήσεων 14Α. Προκειμένου να επιτευχθεί ο στόχος της εργασίας για αξιολόγηση και σύγκριση των Αλγορίθμων 1, 2, 3 και 4 ακολούθως παρουσιάζονται τα υπόλοιπα σενάρια εκτέλεσής τους που απαιτούνται για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Εκτός από το δίκτυο IEEE 14-ζυγών, χρησιμοποιείται και το δίκτυο IEEE 57-ζυγών. Κάθε σενάριο μετρήσεων αναφέρεται ως συνδυασμός ενός αριθμού και ενός γράμματος (π.χ. 14Α), όπου ο αριθμός δηλώνει το δίκτυο στο οποίο εφαρμόζεται (π.χ. IEEE 14-ζυγών) και το γράμμα τη σειρά του σεναρίου κατά αύξοντα αριθμό (π.χ. Α για το 1^ο σενάριο εκτέλεσης).

Για να εξεταστεί η επίδραση του θορύβου, κάθε σενάριο μετρήσεων εκτελείται σε κάθε αλγόριθμο για δύο περιπτώσεις:

- θορύβου ως συνάρτηση του διανύσματος μετρήσεων (Περίπτωση 1) ή
- σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Επίσης, πραγματοποιείται έλεγχος και σύγκριση των αλγορίθμων ως προς την ικανότητα ανίχνευσης εσφαλμένων μετρήσεων. Σε αυτή την κατεύθυνση εφαρμόζονται οι μέθοδοι κανονικοποιημένων υπολοίπων, όπως περιγράφηκαν στην Ενότητα 2.6.2.

Η αξιολόγηση των αλγορίθμων αφορά τη σύγκριση τους τόσο σε επίπεδο σεναρίου μετρήσεων όσο και σε επίπεδο είδους του θορύβου. Αυτό επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό δύο δείκτων ακρίβειας στους οποίους αποτυπώνεται η απόκλιση του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης από το πραγματικό, δηλαδή το διάνυσμα κατάστασης της ροής φορτίου. Οι

δείκτες ακρίβειας δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις για τα πραγματικά και φανταστικά μέρη των τάσεων που απαρτίζουν το διάνυσμα κατάστασης x :

$$E_E = \sqrt{\frac{\sum_1^N (E_{i,est} - E_{i,pf})^2}{N}}$$

$$E_F = \sqrt{\frac{\sum_1^N (F_{i,est} - F_{i,pf})^2}{N}}$$

όπου:

$E_{i,est}$, το πραγματικό μέρος της τάσης ζυγού i του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης
 $E_{i,pf}$, το πραγματικό μέρος της τάσης ζυγού i του πραγματικού διανύσματος κατάστασης
 $F_{i,est}$, το φανταστικό μέρος της τάσης ζυγού i του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης
 $F_{i,pf}$, το φανταστικό μέρος της τάσης ζυγού i του πραγματικού διανύσματος κατάστασης
 N , ο αριθμός των ζυγών του δικτύου.

4.4.1 Δίκτυο IEEE 14-ζυγών

Τα στοιχεία και το διάγραμμα του δικτύου IEEE 14-ζυγών, όπως και οι πληροφορίες και τα αποτελέσματα των 4 Αλγορίθμων για το Σενάριο μετρήσεων 14A έχουν ήδη παρουσιαστεί στην Ενότητα 4.3. Εδώ, περιγράφονται τα ανάλογα για το Σενάριο 14B.

Πίνακας 4.9 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 14B.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | V_2, V_6 |
| Φασικές γωνίες τάσης | δ_2, δ_6 |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{2-1}, I_{2-3}, I_{2-4}, I_{2-5}$ $I_{6-5}, I_{6-11}, I_{6-12}, I_{6-13}$ |
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{2-1}, \theta_{2-3}, \theta_{2-4}, \theta_{2-5}$ $\theta_{6-5}, \theta_{6-11}, \theta_{6-12}, \theta_{6-13}$ |

Πίνακας 4.10 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 14B.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ενεργές ροές ισχύος | $P_{1-2}, P_{1-5}, P_{2-5}, P_{3-4}, P_{4-5}, P_{4-7}, P_{4-9}, P_{6-11}, P_{6-12},$ $P_{6-13}, P_{7-8}, P_{7-9}, P_{9-10}, P_{9-14}, P_{10-11}, P_{12-13}, P_{13-14}$ |
| Άεργες ροές ισχύος | $Q_{1-2}, Q_{1-5}, Q_{2-5}, Q_{3-4}, Q_{4-5}, Q_{4-7}, Q_{4-9}, Q_{6-11}, Q_{6-12},$ $Q_{6-13}, Q_{7-8}, Q_{7-9}, Q_{9-10}, Q_{9-14}, Q_{10-11}, Q_{12-13}, Q_{13-14}$ |
| Ενεργές εγχύσεις ισχύος | $P_1, P_3, P_5, P_{12}, P_{13}, P_{14}$ |
| Άεργες εγχύσεις ισχύος | $Q_1, Q_3, Q_5, Q_{12}, Q_{13}, Q_{14}$ |
| Μέτρα τάσης | V_1, V_2 |

Εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί πως τα Σενάρια 14A και 14B διαφέρουν κατά μία μέτρηση τάσης από το σύστημα SCADA στο ζυγό 1. Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει πως, εφόσον οι μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης είναι $2*14=28$, η περίσσεια των μετρήσεων του σεναρίου 14B είναι $r = 68/28=2.429$.

Στους Πίνακες 4.11 και 4.12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 14B για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.11 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14B – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.06 | 1.059795404 | 1.059951818 | 1.060323585 | 1.024700567 |
| 2 | 1.041003522 | 1.040782119 | 1.040945621 | 1.041332551 | 1.005329727 |
| 3 | 0.974999343 | 0.974777536 | 0.974942671 | 0.975324445 | 0.93838678 |
| 4 | 0.985830029 | 0.98561363 | 0.985818883 | 0.986157525 | 0.951758425 |
| 5 | 0.99661238 | 0.996380641 | 0.996469058 | 0.996942899 | 0.967150107 |
| 6 | 0.947430789 | 0.947249482 | 0.947523548 | 0.947801626 | 0.909406657 |
| 7 | 0.962615885 | 0.962520413 | 0.962742362 | 0.968216781 | 0.963558288 |
| 8 | 0.991792712 | 0.991388842 | 0.991605791 | 0.997256996 | 0.994379174 |
| 9 | 0.932182167 | 0.932117089 | 0.932387229 | 0.937753793 | 0.932305856 |
| 10 | 0.925545961 | 0.925429137 | 0.925703349 | 0.931031556 | 0.923676516 |
| 11 | 0.932076382 | 0.931890262 | 0.932164225 | 0.932442856 | 0.921162321 |
| 12 | 0.927386709 | 0.92719262 | 0.927467056 | 0.927758617 | 0.889230874 |
| 13 | 0.922169739 | 0.922011382 | 0.922286147 | 0.922540026 | 0.885500742 |
| 14 | 0.90325258 | 0.903076418 | 0.903355927 | 0.908633301 | 0.911173132 |

Πίνακας 4.12 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14B – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|--------------|-----------------------------------------------|--------------|---------------------------|---------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 0.000115502 | 0.000118917 | 7.95079×10^{-06} | 6.29753×10^{-05} |
| 2 | -0.091305356 | -0.091231707 | -0.091188878 | -0.091287299 | -0.091966747 |
| 3 | -0.220437189 | -0.220294675 | -0.220254773 | -0.220381692 | -0.217607154 |
| 4 | -0.176798104 | -0.176784256 | -0.176677903 | -0.176815019 | -0.168083442 |
| 5 | -0.151621411 | -0.151578727 | -0.151454105 | -0.151654502 | -0.133965168 |
| 6 | -0.252529821 | -0.252548195 | -0.252501074 | -0.252626301 | -0.124533938 |
| 7 | -0.234190179 | -0.234109001 | -0.234042794 | -0.234369948 | -0.007680055 |
| 8 | -0.241288468 | -0.241134184 | -0.241063156 | -0.241403204 | -0.007672929 |
| 9 | -0.259948832 | -0.259893189 | -0.259845997 | -0.260231109 | -0.051771244 |
| 10 | -0.262029147 | -0.261996238 | -0.261949663 | -0.262349226 | -0.063184153 |
| 11 | -0.258881607 | -0.25888683 | -0.258839694 | -0.258965075 | -0.079667817 |
| 12 | -0.264694584 | -0.264709771 | -0.264662971 | -0.264795463 | -0.13904366 |
| 13 | -0.264680536 | -0.264707782 | -0.264661161 | -0.26477488 | -0.137300179 |
| 14 | -0.275612201 | -0.275646638 | -0.275599777 | -0.276066688 | -0.07199287 |

Στους Πίνακες 4.13 και 4.14 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 14B για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.13 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14B – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.06 | 1.060130566 | 1.058917856 | 1.060076678 | 1.060658084 |
| 2 | 1.041003522 | 1.041044764 | 1.040442645 | 1.041092641 | 1.04206227 |
| 3 | 0.974999343 | 0.974863259 | 0.972263475 | 0.975040929 | 0.975186186 |
| 4 | 0.985830029 | 0.985980294 | 0.981869426 | 0.986010296 | 0.9868224 |
| 5 | 0.99661238 | 0.996692664 | 0.979701617 | 0.996730987 | 0.99561009 |
| 6 | 0.947430789 | 0.94744944 | 0.949675618 | 0.947529477 | 0.947779059 |
| 7 | 0.962615885 | 0.963132597 | 0.96158871 | 0.964901315 | 0.998704156 |
| 8 | 0.991792712 | 0.991957049 | 0.990452645 | 0.99372025 | 1.00672155 |
| 9 | 0.932182167 | 0.932805837 | 0.931950933 | 0.93463156 | 0.990610667 |
| 10 | 0.925545961 | 0.926010203 | 0.925621388 | 0.927816916 | 0.982928002 |
| 11 | 0.932076382 | 0.932079976 | 0.934278326 | 0.932162862 | 0.940840958 |
| 12 | 0.927386709 | 0.927376766 | 0.929614608 | 0.927491295 | 0.925503476 |
| 13 | 0.922169739 | 0.922236146 | 0.92442212 | 0.922267927 | 0.933518604 |
| 14 | 0.90325258 | 0.903623016 | 0.904202069 | 0.905642251 | 0.979409195 |

Πίνακας 4.14 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 14B – Περίπτωση 2.

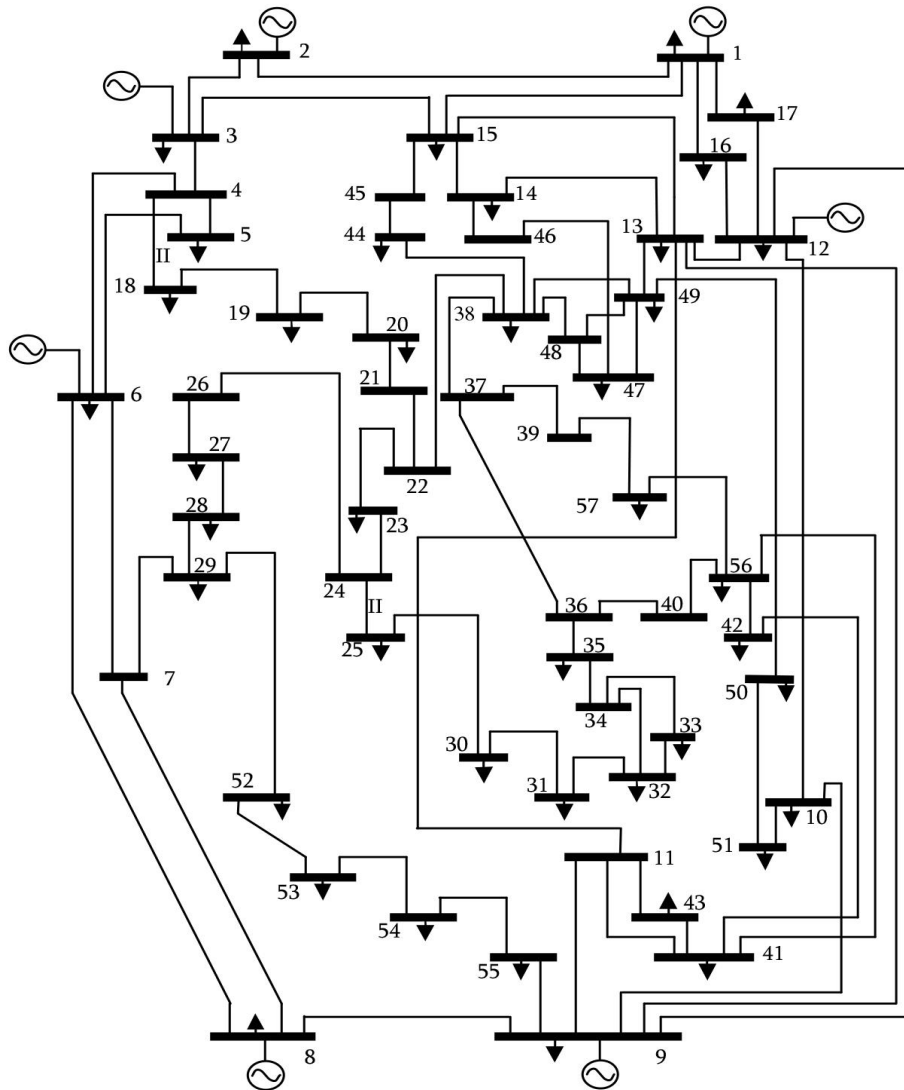
| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 14B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|--------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 7.98008×10^{-05} | -0.001642201 | 0.000187429 | 0.004326146 |
| 2 | -0.091305356 | -0.091206391 | -0.09313079 | -0.091125529 | -0.088622056 |
| 3 | -0.220437189 | -0.22028471 | -0.221814925 | -0.220219475 | -0.212185975 |
| 4 | -0.176798104 | -0.176737858 | -0.178074545 | -0.176668734 | -0.155545888 |
| 5 | -0.151621411 | -0.151566013 | -0.14706779 | -0.15149532 | -0.135765274 |
| 6 | -0.252529821 | -0.252564568 | -0.250704892 | -0.252489832 | -0.249337142 |
| 7 | -0.234190179 | -0.233960959 | -0.234077366 | -0.231893304 | -0.013060241 |
| 8 | -0.241288468 | -0.241006793 | -0.241147613 | -0.238901002 | -0.012930026 |
| 9 | -0.259948832 | -0.259696553 | -0.259444384 | -0.257621813 | -0.02073894 |
| 10 | -0.262029147 | -0.261832359 | -0.261332947 | -0.259741397 | -0.032784314 |
| 11 | -0.258881607 | -0.258879269 | -0.257034297 | -0.25880407 | -0.222464289 |
| 12 | -0.264694584 | -0.264725518 | -0.262865532 | -0.264664684 | -0.260931849 |
| 13 | -0.264680536 | -0.264730496 | -0.262885121 | -0.264634491 | -0.233616652 |
| 14 | -0.275612201 | -0.275515703 | -0.274513665 | -0.273418598 | -0.046212733 |

Πίνακας 4.15 Δείκτες ακρίβειας για τα αποτελέσματα του δικτύου IEEE 14-ζυγών.

| Σενάρια | Αλγόριθμος 1 | | Αλγόριθμος 2 | | Αλγόριθμος 3 | | Αλγόριθμος 4 | |
|---------|--------------|------------------------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| | E_E | E_F | E_E | E_F | E_E | E_F | E_E | E_F |
| 14A-1 | 0.000209 | 7.47×10^{-05} | 0.000117 | 0.000119 | 0.002701 | 0.00023 | 0.027153 | 0.149076 |
| 14A-2 | 0.000282 | 0.000145 | 0.004889 | 0.001805 | 0.001783 | 0.001673 | 0.031898 | 0.137985 |
| 14B-1 | 0.000206 | 7.47×10^{-05} | 0.000118 | 0.000119 | 0.003298 | 0.000184 | 0.02716 | 0.149076 |
| 14B-2 | 0.000282 | 0.000145 | 0.004887 | 0.001805 | 0.00136 | 0.001378 | 0.031898 | 0.137985 |

4.4.2 Δίκτυο IEEE 57-ζυγών

Προκειμένου να εξεταστούν τα παραπάνω συμπεράσματα, οι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν και εκτελέστηκαν υπό διάφορα σενάρια μετρήσεων για ένα μεγαλύτερο δίκτυο. Αυτό είναι το δίκτυο IEEE 57-ζυγών στο Σχήμα 4.2. Τα στοιχεία του δικτύου, όπως και τα αποτελέσματα της ροής φορτίου με βάση τα οποία διαμορφώθηκαν οι μετρήσεις, παρατίθενται παρακάτω:



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα του δικτύου IEEE 57-ζυγών.

Πίνακας 4.16 Στοιχεία του δικτύου IEEE 57-ζυγών.

| FROM | TO | R | X | B |
|-------------|-----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 0.0083 | 0.0280 | 0.1290 |
| 2 | 3 | 0.0298 | 0.0850 | 0.0818 |
| 3 | 4 | 0.0112 | 0.0366 | 0.0380 |
| 4 | 5 | 0.0625 | 0.1320 | 0.0258 |
| 4 | 6 | 0.0430 | 0.1480 | 0.0348 |
| 6 | 7 | 0.0200 | 0.1020 | 0.0276 |
| 6 | 8 | 0.0339 | 0.1730 | 0.0470 |
| 8 | 9 | 0.0099 | 0.0505 | 0.0548 |
| 9 | 10 | 0.0369 | 0.1679 | 0.0440 |
| 9 | 11 | 0.0258 | 0.0848 | 0.0218 |
| 9 | 12 | 0.0648 | 0.2950 | 0.0772 |
| 9 | 13 | 0.0481 | 0.1580 | 0.0406 |
| 13 | 14 | 0.0132 | 0.0434 | 0.0110 |
| 13 | 15 | 0.0269 | 0.0869 | 0.0230 |
| 1 | 15 | 0.0178 | 0.0910 | 0.0988 |
| 1 | 16 | 0.0454 | 0.2060 | 0.0546 |
| 1 | 17 | 0.0238 | 0.1080 | 0.0286 |
| 3 | 15 | 0.0162 | 0.0530 | 0.0544 |
| 4 | 18 | 0.0000 | 0.5550 | 0.0000 |
| 4 | 18 | 0.0000 | 0.4300 | 0.0000 |
| 5 | 6 | 0.0302 | 0.0641 | 0.0124 |
| 7 | 8 | 0.0139 | 0.0712 | 0.0194 |
| 10 | 12 | 0.0277 | 0.1262 | 0.0328 |
| 11 | 13 | 0.0223 | 0.0732 | 0.0188 |
| 12 | 13 | 0.0178 | 0.0580 | 0.0604 |
| 12 | 16 | 0.0180 | 0.0813 | 0.0216 |
| 12 | 17 | 0.0397 | 0.1790 | 0.0476 |
| 14 | 15 | 0.0171 | 0.0547 | 0.0148 |
| 18 | 19 | 0.4610 | 0.6850 | 0.0000 |
| 19 | 20 | 0.2830 | 0.4340 | 0.0000 |
| 21 | 20 | 0.0000 | 0.7767 | 0.0000 |
| 21 | 22 | 0.0736 | 0.1170 | 0.0000 |
| 22 | 23 | 0.0099 | 0.0152 | 0.0000 |
| 23 | 24 | 0.1660 | 0.2560 | 0.0084 |
| 24 | 25 | 0.0000 | 1.1820 | 0.0000 |
| 24 | 25 | 0.0000 | 1.2300 | 0.0000 |
| 24 | 26 | 0.0000 | 0.0473 | 0.0000 |
| 26 | 27 | 0.1650 | 0.2540 | 0.0000 |
| 27 | 28 | 0.0618 | 0.0954 | 0.0000 |
| 28 | 29 | 0.0418 | 0.0587 | 0.0000 |
| 7 | 29 | 0.0000 | 0.0648 | 0.0000 |
| 25 | 30 | 0.1350 | 0.2020 | 0.0000 |
| 30 | 31 | 0.3260 | 0.4970 | 0.0000 |
| 31 | 32 | 0.5070 | 0.7550 | 0.0000 |
| 32 | 33 | 0.0392 | 0.0360 | 0.0000 |
| 34 | 32 | 0.0000 | 0.9530 | 0.0000 |
| 34 | 35 | 0.0520 | 0.0780 | 0.0032 |
| 35 | 36 | 0.0430 | 0.0537 | 0.0016 |
| 36 | 37 | 0.0290 | 0.0366 | 0.0000 |

| FROM | TO | R | X | B |
|-------------|-----------|----------|----------|----------|
| 37 | 38 | 0.0651 | 0.1009 | 0.0020 |
| 37 | 39 | 0.0239 | 0.0379 | 0.0000 |
| 36 | 40 | 0.0300 | 0.0466 | 0.0000 |
| 22 | 38 | 0.0192 | 0.0295 | 0.0000 |
| 11 | 41 | 0.0000 | 0.7490 | 0.0000 |
| 41 | 42 | 0.2070 | 0.3520 | 0.0000 |
| 41 | 43 | 0.0000 | 0.4120 | 0.0000 |
| 38 | 44 | 0.0289 | 0.0585 | 0.0020 |
| 15 | 45 | 0.0000 | 0.1042 | 0.0000 |
| 14 | 46 | 0.0000 | 0.0735 | 0.0000 |
| 46 | 47 | 0.0230 | 0.0680 | 0.0032 |
| 47 | 48 | 0.0182 | 0.0233 | 0.0000 |
| 48 | 49 | 0.0834 | 0.1290 | 0.0048 |
| 49 | 50 | 0.0801 | 0.1280 | 0.0000 |
| 50 | 51 | 0.1386 | 0.2200 | 0.0000 |
| 10 | 51 | 0.0000 | 0.0712 | 0.0000 |
| 13 | 49 | 0.0000 | 0.1910 | 0.0000 |
| 29 | 52 | 0.1442 | 0.1870 | 0.0000 |
| 52 | 53 | 0.0762 | 0.0984 | 0.0000 |
| 53 | 54 | 0.1878 | 0.2320 | 0.0000 |
| 54 | 55 | 0.1732 | 0.2265 | 0.0000 |
| 11 | 43 | 0.0000 | 0.1530 | 0.0000 |
| 44 | 45 | 0.0624 | 0.1242 | 0.0040 |
| 40 | 56 | 0.0000 | 1.1950 | 0.0000 |
| 56 | 41 | 0.5530 | 0.5490 | 0.0000 |
| 56 | 42 | 0.2125 | 0.3540 | 0.0000 |
| 39 | 57 | 0.0000 | 1.3550 | 0.0000 |
| 57 | 56 | 0.1740 | 0.2600 | 0.0000 |
| 38 | 49 | 0.1150 | 0.1770 | 0.0030 |
| 38 | 48 | 0.0312 | 0.0482 | 0.0000 |
| 9 | 55 | 0.0000 | 0.1205 | 0.0000 |

Πίνακας 4.17 Αποτελέσματα Ροής Φορτίου για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών.

| Ζυγός | Μέτρο τάσης ζυγού, V_i | Γωνία τάσης ζυγού, δ_i | Πραγματικό μέρος E_i | Φανταστικό μέρος F_i |
|--------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1 | 1.040 | 0 | 1.04 | 0 |
| 2 | 1.010 | -1.188 | 1.01 | -0.021 |
| 3 | 0.985 | -5.988 | 0.98 | -0.103 |
| 4 | 0.981 | -7.337 | 0.973 | -0.125 |
| 5 | 0.976 | -8.546 | 0.965 | -0.145 |
| 6 | 0.980 | -8.674 | 0.969 | -0.148 |
| 7 | 0.984 | -7.601 | 0.975 | -0.13 |
| 8 | 1.005 | -4.478 | 1.002 | -0.078 |
| 9 | 0.980 | -9.585 | 0.966 | -0.163 |
| 10 | 0.986 | -11.45 | 0.966 | -0.196 |
| 11 | 0.974 | -10.193 | 0.959 | -0.172 |
| 12 | 1.015 | -10.471 | 0.998 | -0.184 |

| Ζυγός | Μέτρο τάσης ζυγού, V_i | Γωνία τάσης ζυγού, δ_i | Πραγματικό μέρος E_i | Φανταστικό μέρος F_i |
|-------|-----------------------------|----------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 13 | 0.979 | -9.804 | 0.965 | -0.167 |
| 14 | 0.970 | -9.35 | 0.957 | -0.158 |
| 15 | 0.988 | -7.19 | 0.98 | -0.124 |
| 16 | 1.013 | -8.859 | 1.001 | -0.156 |
| 17 | 1.017 | -5.396 | 1.012 | -0.096 |
| 18 | 1.001 | -11.73 | 0.98 | -0.204 |
| 19 | 0.970 | -13.227 | 0.944 | -0.222 |
| 20 | 0.964 | -13.444 | 0.938 | -0.224 |
| 21 | 1.008 | -12.929 | 0.982 | -0.226 |
| 22 | 1.010 | -12.874 | 0.985 | -0.225 |
| 23 | 1.008 | -12.94 | 0.982 | -0.226 |
| 24 | 0.999 | -13.292 | 0.972 | -0.23 |
| 25 | 0.983 | -18.173 | 0.934 | -0.307 |
| 26 | 0.958 | -12.981 | 0.934 | -0.215 |
| 27 | 0.982 | -11.514 | 0.962 | -0.196 |
| 28 | 0.997 | -10.482 | 0.98 | -0.181 |
| 29 | 1.010 | -9.772 | 0.995 | -0.171 |
| 30 | 0.963 | -18.72 | 0.912 | -0.309 |
| 31 | 0.936 | -19.384 | 0.883 | -0.311 |
| 32 | 0.950 | -18.512 | 0.901 | -0.302 |
| 33 | 0.948 | -18.552 | 0.899 | -0.302 |
| 34 | 0.959 | -14.149 | 0.93 | -0.234 |
| 35 | 0.966 | -13.906 | 0.938 | -0.232 |
| 36 | 0.976 | -13.635 | 0.948 | -0.23 |
| 37 | 0.985 | -13.446 | 0.958 | -0.229 |
| 38 | 1.013 | -12.735 | 0.988 | -0.223 |
| 39 | 0.983 | -13.491 | 0.956 | -0.229 |
| 40 | 0.973 | -13.658 | 0.945 | -0.23 |
| 41 | 0.996 | -14.077 | 0.966 | -0.242 |
| 42 | 0.967 | -15.533 | 0.932 | -0.259 |
| 43 | 1.010 | -11.354 | 0.99 | -0.199 |
| 44 | 1.017 | -11.856 | 0.995 | -0.209 |
| 45 | 1.036 | -9.27 | 1.022 | -0.167 |
| 46 | 1.060 | -11.116 | 1.04 | -0.204 |
| 47 | 1.033 | -12.512 | 1.008 | -0.224 |
| 48 | 1.027 | -12.611 | 1.002 | -0.224 |
| 49 | 1.036 | -12.936 | 1.01 | -0.232 |
| 50 | 1.023 | -13.413 | 0.995 | -0.237 |
| 51 | 1.052 | -12.533 | 1.027 | -0.228 |
| 52 | 0.980 | -11.498 | 0.96 | -0.195 |
| 53 | 0.971 | -12.253 | 0.949 | -0.206 |
| 54 | 0.996 | -11.71 | 0.975 | -0.202 |
| 55 | 1.031 | -10.801 | 1.013 | -0.193 |
| 56 | 0.968 | -16.065 | 0.93 | -0.268 |
| 57 | 0.965 | -16.584 | 0.925 | -0.275 |

Για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών τα σενάρια μετρήσεων είναι πέντε και δημιουργήθηκαν ως εξής:

- Το Σενάριο 57Α θεωρείται το πλήρες σενάριο καθώς περιλαμβάνει μετρήσεις από το σύστημα SCADA και 12 PMU.
- Το Σενάριο 57Β δημιουργείται από το πλήρες σενάριο με αφαίρεση κάποιων PMU και περιλαμβάνει τις ίδιες μετρήσεις SCADA και 6 PMU.
- Το Σενάριο 57Γ δημιουργείται από το πλήρες σενάριο με αφαίρεση κάποιων PMU και περιλαμβάνει τις ίδιες μετρήσεις SCADA και 7 PMU.
- Το Σενάριο 57Δ δημιουργείται από το πλήρες σενάριο με αφαίρεση κάποιων PMU και περιλαμβάνει τις ίδιες μετρήσεις SCADA και 9 PMU.
- Το Σενάριο 57Ε δημιουργείται από το πλήρες σενάριο με αφαίρεση κάποιων μετρήσεων SCADA και περιλαμβάνει 12 PMU.

Πίνακας 4.18 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Α.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | $V_3, V_7, V_8, V_{10}, V_{18}, V_{22}, V_{25}, V_{32}, V_{36}, V_{37}, V_{48}, V_{56}$ |
| Φασικές γωνίες τάσης | $\delta_3, \delta_7, \delta_8, \delta_{10}, \delta_{18}, \delta_{22}, \delta_{25}, \delta_{32}, \delta_{36}, \delta_{37}, \delta_{48}, \delta_{56}$ |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{3-2}, I_{3-4}, I_{3-15}$ $I_{7-6}, I_{7-8}, I_{7-29}$ $I_{8-6}, I_{8-9}, I_{8-7}$ $I_{10-9}, I_{10-12}, I_{10-51}$ I_{18-4}, I_{18-19} $I_{22-21}, I_{22-23}, I_{22-38}$ I_{25-24}, I_{25-30} $I_{32-31}, I_{32-33}, I_{32-34}$ $I_{36-35}, I_{36-37}, I_{36-40}$ $I_{37-36}, I_{37-38}, I_{37-39}$ $I_{48-47}, I_{48-49}, I_{48-38}$ $I_{56-40}, I_{56-41}, I_{56-42}, I_{56-57}$ |
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{3-2}, \theta_{3-4}, \theta_{3-15}$ $\theta_{7-6}, \theta_{7-8}, \theta_{7-29}$ $\theta_{8-6}, \theta_{8-9}, \theta_{8-7}$ $\theta_{10-9}, \theta_{10-12}, \theta_{10-51}$ $\theta_{18-4}, \theta_{18-19}$ $\theta_{22-21}, \theta_{22-23}, \theta_{22-38}$ $\theta_{25-24}, \theta_{25-30}$ $\theta_{32-31}, \theta_{32-33}, \theta_{32-34}$ $\theta_{36-35}, \theta_{36-37}, \theta_{36-40}$ $\theta_{37-36}, \theta_{37-38}, \theta_{37-39}$ $\theta_{48-47}, \theta_{48-49}, \theta_{48-38}$ $\theta_{56-40}, \theta_{56-41}, \theta_{56-42}, \theta_{56-57}$ |

Πίνακας 4.19 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 57A.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ενεργές ροές ισχύος | $P_{1-2}, P_{1-15}, P_{1-16}, P_{1-17}, P_{2-3}, P_{3-4}, P_{3-15}, P_{4-5}, P_{4-18}, P_{6-4}, P_{6-5}, P_{6-7}, P_{6-8}, P_{7-8}, P_{7-29}, P_{8-9}, P_{9-10}, P_{9-12}, P_{9-13}, P_{9-55}, P_{10-12}, P_{10-51}, P_{11-9}, P_{11-13}, P_{11-41}, P_{11-43}, P_{12-13}, P_{12-16}, P_{12-17}, P_{13-14}, P_{13-15}, P_{14-15}, P_{14-46}, P_{15-45}, P_{18-19}, P_{19-20}, P_{21-20}, P_{21-22}, P_{22-23}, P_{22-38}, P_{24-23}, P_{24-25}, P_{24-26}, P_{25-30}, P_{26-27}, P_{27-28}, P_{28-29}, P_{29-52}, P_{30-31}, P_{31-32}, P_{32-33}, P_{34-32}, P_{34-35}, P_{35-36}, P_{36-37}, P_{36-40}, P_{37-38}, P_{37-39}, P_{38-44}, P_{38-48}, P_{38-49}, P_{39-57}, P_{40-56}, P_{41-42}, P_{41-43}, P_{41-11}, P_{46-47}, P_{41-56}, P_{44-45}, P_{47-48}, P_{49-13}, P_{49-38}, P_{49-48}, P_{49-50}, P_{50-51}, P_{52-53}, P_{53-54}, P_{54-55}, P_{56-42}, P_{57-56}$ |
| Άεργες ροές ισχύος | $Q_{1-2}, Q_{1-15}, Q_{1-16}, Q_{1-17}, Q_{2-3}, Q_{3-4}, Q_{3-15}, Q_{4-5}, Q_{4-18}, Q_{6-4}, Q_{6-5}, Q_{6-7}, Q_{6-8}, Q_{7-8}, Q_{7-29}, Q_{8-9}, Q_{9-10}, Q_{9-12}, Q_{9-13}, Q_{9-55}, Q_{10-12}, Q_{10-51}, Q_{11-9}, Q_{11-13}, Q_{11-41}, Q_{11-43}, Q_{12-13}, Q_{12-16}, Q_{12-17}, Q_{13-14}, Q_{13-15}, Q_{14-15}, Q_{14-46}, Q_{15-45}, Q_{18-19}, Q_{19-20}, Q_{21-20}, Q_{21-22}, Q_{22-23}, Q_{22-38}, Q_{24-23}, Q_{24-25}, Q_{24-26}, Q_{25-30}, Q_{26-27}, Q_{27-28}, Q_{28-29}, Q_{29-52}, Q_{30-31}, Q_{31-32}, Q_{32-33}, Q_{34-32}, Q_{34-35}, Q_{35-36}, Q_{36-37}, Q_{36-40}, Q_{37-38}, Q_{37-39}, Q_{38-44}, Q_{38-48}, Q_{38-49}, Q_{39-57}, Q_{40-56}, Q_{41-42}, Q_{41-43}, Q_{41-11}, Q_{41-56}, Q_{44-45}, Q_{46-47}, Q_{47-48}, Q_{49-13}, Q_{49-38}, Q_{49-48}, Q_{49-50}, Q_{50-51}, Q_{52-53}, Q_{53-54}, Q_{54-55}, Q_{56-42}, Q_{57-56}$ |
| Ενεργές εγχύσεις ισχύος | $P_4, P_6, P_9, P_{11}, P_{13}, P_{15}, P_{16}, P_{24}, P_{31}, P_{33}, P_{39}, P_{42}, P_{46}, P_{49}, P_{50}, P_{52}, P_{54}$ |
| Άεργες εγχύσεις ισχύος | $Q_4, Q_6, Q_9, Q_{11}, Q_{13}, Q_{15}, Q_{16}, Q_{24}, Q_{31}, Q_{33}, Q_{39}, Q_{42}, Q_{46}, Q_{49}, Q_{50}, Q_{52}, Q_{54}$ |

Από τους παραπάνω πίνακες προκύπτει πως, εφόσον οι μεταβλητές του διανύσματος κατάστασης είναι $2*57=114$, η περίσσεια των μετρήσεων 57A είναι $r = 288/114=2.526$.

Για το Σενάριο 57B κρατάμε μόνο τις συσκευές PMU στους ζυγούς 8, 10, 18, 32, 36, 56. Παρακάτω, φαίνεται ο πίνακας των συγχρονισμένων μετρήσεων για το Σενάριο 57B, ενώ οι συμβατικές μετρήσεις παραμένουν ίδιες με του Σεναρίου 57A. Έτσι, η περίσσεια των μετρήσεων 57B είναι $r = 242/114=2.123$.

Πίνακας 4.20 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57B.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | $V_8, V_{10}, V_{18}, V_{32}, V_{36}, V_{56}$ |
| Φασικές γωνίες τάσης | $\delta_8, \delta_{10}, \delta_{18}, \delta_{32}, \delta_{36}, \delta_{56}$ |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{8-6}, I_{8-9}, I_{8-7}, I_{10-9}, I_{10-12}, I_{10-51}, I_{18-4}, I_{18-19}, I_{32-31}, I_{32-33}, I_{32-34}, I_{36-35}, I_{36-37}, I_{36-40}, I_{56-40}, I_{56-41}, I_{56-42}, I_{56-57}$ |

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{8-6}, \theta_{8-9}, \theta_{8-7}$ $\theta_{10-9}, \theta_{10-12}, \theta_{10-51}$ $\theta_{18-4}, \theta_{18-19}$ $\theta_{32-31}, \theta_{32-33}, \theta_{32-34}$ $\theta_{36-35}, \theta_{36-37}, \theta_{36-40}$ $\theta_{56-40}, \theta_{56-41}, \theta_{56-42}, \theta_{56-57}$ |

Για το Σενάριο 57Γ κρατάμε μόνο τις συσκευές PMU στους ζυγούς 8, 10, 18, 22, 36, 37, 56. Παρακάτω, φαίνεται ο πίνακας των συγχρονισμένων μετρήσεων για το Σενάριο 57Γ, ενώ οι συμβατικές μετρήσεις παραμένουν ίδιες με του Σεναρίου 57Α. Έτσι, η περίσσεια των μετρήσεων 57Γ είναι $r = 250/114=2.193$.

Πίνακας 4.21 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Γ.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | $V_8, V_{10}, V_{18}, V_{22}, V_{36}, V_{37}, V_{56}$ |
| Φασικές γωνίες τάσης | $\delta_8, \delta_{10}, \delta_{18}, \delta_{22}, \delta_{36}, \delta_{37}, \delta_{56}$ |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{8-6}, I_{8-9}, I_{8-7}$ $I_{10-9}, I_{10-12}, I_{10-51}$ I_{18-4}, I_{18-19} $I_{22-21}, I_{22-23}, I_{22-38}$ $I_{36-35}, I_{36-37}, I_{36-40}$ $I_{37-36}, I_{37-38}, I_{37-39}$ $I_{56-40}, I_{56-41}, I_{56-42}, I_{56-57}$ |
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{8-6}, \theta_{8-9}, \theta_{8-7}$ $\theta_{10-9}, \theta_{10-12}, \theta_{10-51}$ $\theta_{18-4}, \theta_{18-19}$ $\theta_{22-21}, \theta_{22-23}, \theta_{22-38}$ $\theta_{36-35}, \theta_{36-37}, \theta_{36-40}$ $\theta_{37-36}, \theta_{37-38}, \theta_{37-39}$ $\theta_{56-40}, \theta_{56-41}, \theta_{56-42}, \theta_{56-57}$ |

Για το Σενάριο 57Δ κρατάμε μόνο τις συσκευές PMU στους ζυγούς 8, 10, 18, 22, 32, 36, 37, 48, 56. Παρακάτω, φαίνεται ο πίνακας των συγχρονισμένων μετρήσεων για το Σενάριο 57Δ, ενώ οι συμβατικές μετρήσεις παραμένουν ίδιες με του Σεναρίου 57Α. Έτσι, η περίσσεια των μετρήσεων 57Δ είναι $r = 266/114=2.333$.

Πίνακας 4.22 Συγχρονισμένες μετρήσεις Σεναρίου 57Δ.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Μέτρα τάσης | $V_8, V_{10}, V_{18}, V_{22}, V_{32}, V_{36}, V_{37}, V_{48}, V_{56}$ |
| Φασικές γωνίες τάσης | $\delta_8, \delta_{10}, \delta_{18}, \delta_{22}, \delta_{32}, \delta_{36}, \delta_{37}, \delta_{48}, \delta_{56}$ |
| Μέτρα ρεύματος | $I_{8-6}, I_{8-9}, I_{8-7}$ $I_{10-9}, I_{10-12}, I_{10-51}$ I_{18-4}, I_{18-19} $I_{22-21}, I_{22-23}, I_{22-38}$ $I_{32-31}, I_{32-33}, I_{32-34}$ $I_{36-35}, I_{36-37}, I_{36-40}$ $I_{37-36}, I_{37-38}, I_{37-39}$ $I_{48-47}, I_{48-49}, I_{48-38}$ $I_{56-40}, I_{56-41}, I_{56-42}, I_{56-57}$ |
| Φασικές γωνίες ρεύματος | $\theta_{8-6}, \theta_{8-9}, \theta_{8-7}$ $\theta_{10-9}, \theta_{10-12}, \theta_{10-51}$ $\theta_{18-4}, \theta_{18-19}$ $\theta_{22-21}, \theta_{22-23}, \theta_{22-38}$ $\theta_{32-31}, \theta_{32-33}, \theta_{32-34}$ $\theta_{36-35}, \theta_{36-37}, \theta_{36-40}$ $\theta_{37-36}, \theta_{37-38}, \theta_{37-39}$ $\theta_{48-47}, \theta_{48-49}, \theta_{48-38}$ $\theta_{56-40}, \theta_{56-41}, \theta_{56-42}, \theta_{56-57}$ |

Για το Σενάριο 57E αφαιρούμε από το Σενάριο 57A ορισμένες μετρήσεις SCADA. Παρακάτω, φαίνεται ο πίνακας των συμβατικών μετρήσεων για το Σενάριο 57E, ενώ οι συγχρονισμένες μετρήσεις παραμένουν ίδιες με του Σεναρίου 57A. Έτσι, η περίσσεια των μετρήσεων 57E είναι $r = 270/114 = 2.368$.

Πίνακας 4.23 Συμβατικές μετρήσεις Σεναρίου 57E.

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ενεργές ροές ισχύος | $P_{1-2}, P_{1-15}, P_{1-16}, P_{1-17}, P_{4-5}, P_{4-18}, P_{6-4}, P_{6-5}, P_{6-7}, P_{6-8},$ $P_{7-8}, P_{7-29}, P_{8-9}, P_{9-10}, P_{9-12}, P_{9-13}, P_{9-55}, P_{10-12}, P_{10-51},$ $P_{11-9}, P_{11-13}, P_{11-41}, P_{11-43}, P_{12-13}, P_{12-16}, P_{12-17}, P_{13-14},$ $P_{13-15}, P_{14-15}, P_{14-46}, P_{15-45}, P_{18-19}, P_{19-20}, P_{21-20}, P_{24-23},$ $P_{24-25}, P_{24-26}, P_{25-30}, P_{26-27}, P_{27-28}, P_{28-29}, P_{29-52}, P_{30-31},$ $P_{34-35}, P_{35-36}, P_{36-37}, P_{36-40}, P_{37-38}, P_{37-39}, P_{38-44}, P_{38-48},$ $P_{38-49}, P_{39-57}, P_{40-56}, P_{41-42}, P_{41-43}, P_{41-11}, P_{41-56}, P_{44-45},$ $P_{46-47}, P_{47-48}, P_{49-13}, P_{49-38}, P_{49-48}, P_{49-50}, P_{50-51}, P_{52-53},$ $P_{53-54}, P_{54-55}, P_{56-42}, P_{57-56}$ |
| Άεργες ροές ισχύος | $Q_{1-2}, Q_{1-15}, Q_{1-16}, Q_{1-17}, Q_{4-5}, Q_{4-18}, Q_{6-4}, Q_{6-5}, Q_{6-7}, Q_{6-8},$ $Q_{7-8}, Q_{7-29}, Q_{8-9}, Q_{9-10}, Q_{9-12}, Q_{9-13}, Q_{9-55}, Q_{10-12}, Q_{10-51},$ $Q_{11-9}, Q_{11-13}, Q_{11-41}, Q_{11-43}, Q_{12-13}, Q_{12-16}, Q_{12-17}, Q_{13-14},$ $Q_{13-15}, Q_{14-15}, Q_{14-46}, Q_{15-45}, Q_{18-19}, Q_{19-20}, Q_{21-20}, Q_{24-23},$ $Q_{24-25}, Q_{24-26}, Q_{25-30}, Q_{26-27}, Q_{27-28}, Q_{28-29}, Q_{29-52}, Q_{30-31},$ $Q_{34-35}, Q_{35-36}, Q_{36-37}, Q_{36-40}, Q_{37-38}, Q_{37-39}, Q_{38-44}, Q_{38-48},$ $Q_{38-49}, Q_{39-57}, Q_{40-56}, Q_{41-42}, Q_{41-43}, Q_{41-11}, Q_{41-56}, Q_{44-45},$ $Q_{46-47}, Q_{47-48}, Q_{49-13}, Q_{49-38}, Q_{49-48}, Q_{49-50}, Q_{50-51}, Q_{52-53},$ $Q_{53-54}, Q_{54-55}, Q_{56-42}, Q_{57-56}$ |

| Είδος Μέτρησης | Μετρήσεις |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ενεργές εγχύσεις ισχύος | $P_4, P_6, P_9, P_{11}, P_{13}, P_{15}, P_{16}, P_{24}, P_{31}, P_{33}, P_{39}, P_{42}, P_{46}, P_{49}, P_{50}, P_{52}, P_{54}$ |
| Άεργες εγχύσεις ισχύος | $Q_4, Q_6, Q_9, Q_{11}, Q_{13}, Q_{15}, Q_{16}, Q_{24}, Q_{31}, Q_{33}, Q_{39}, Q_{42}, Q_{46}, Q_{49}, Q_{50}, Q_{52}, Q_{54}$ |

Στους Πίνακες 4.24 και 4.25 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57A για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.24 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57A – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57A - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.055 | 1.006 |
| 2 | 1.01 | 1.011 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 3 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.979 |
| 4 | 0.973 | 0.974 | 0.973 | 0.973 | 0.976 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.006 | 0.986 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.979 |
| 7 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 0.975 | 0.979 |
| 8 | 1.002 | 1 | 1.002 | 1.002 | 1 |
| 9 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.974 |
| 10 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.962 | 0.958 | 1.002 | 0.993 |
| 12 | 0.998 | 0.999 | 0.998 | 0.998 | 0.997 |
| 13 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.007 | 0.988 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 0.998 | 0.995 |
| 15 | 0.98 | 0.981 | 0.98 | 0.98 | 0.985 |
| 16 | 1.001 | 1 | 1.001 | 1.041 | 1.002 |
| 17 | 1.012 | 1 | 1.013 | 1.043 | 1.001 |
| 18 | 0.98 | 0.981 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.945 | 0.944 | 0.944 | 0.949 |
| 20 | 0.938 | 0.941 | 0.938 | 0.991 | 0.993 |
| 21 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 1.029 | 0.979 | 0.985 | 0.984 |
| 23 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.975 | 0.972 | 0.972 | 0.975 |
| 25 | 0.934 | 0.936 | 0.934 | 0.934 | 0.934 |
| 26 | 0.934 | 0.931 | 0.935 | 0.985 | 0.994 |
| 27 | 0.962 | 0.961 | 0.962 | 1.012 | 1.002 |
| 28 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.028 | 1.002 |
| 29 | 0.995 | 0.996 | 0.995 | 0.995 | 0.993 |
| 30 | 0.912 | 0.915 | 0.912 | 0.912 | 0.912 |
| 31 | 0.883 | 0.887 | 0.882 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.905 | 0.9 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.903 | 0.898 | 0.899 | 0.899 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Α - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 34 | 0.93 | 0.934 | 0.929 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.983 | 0.932 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.993 | 0.943 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 1.003 | 0.953 | 0.958 | 0.947 |
| 38 | 0.988 | 1.033 | 0.983 | 0.988 | 0.986 |
| 39 | 0.956 | 1.001 | 0.95 | 0.926 | 0.938 |
| 40 | 0.945 | 0.99 | 0.94 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 1.011 | 0.961 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.977 | 0.543 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 1.027 | 0.986 | 1.037 | 1.001 |
| 44 | 0.995 | 1.039 | 0.99 | 1.043 | 1.002 |
| 45 | 1.022 | 1 | 1.018 | 1.063 | 1.002 |
| 46 | 1.04 | 1.079 | 1.035 | 1.086 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1 | 1.003 | 1.008 | 1.009 |
| 48 | 1.002 | 1 | 0.997 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.055 | 1.004 | 1.01 | 1.009 |
| 50 | 0.995 | 1.033 | 0.991 | 1.049 | 1.001 |
| 51 | 1.027 | 1 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.953 | 0.967 | 1.017 | 0.998 |
| 53 | 0.949 | 0.937 | 0.959 | 1.011 | 1.001 |
| 54 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 1.023 | 1.003 |
| 55 | 1.013 | 1 | 1.005 | 1.049 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.975 | 0.925 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.97 | 0.919 | 0.925 | 0.923 |

Πίνακας 4.25 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Α – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Α - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 5.28×10^{-03} | -9.96×10^{-04} | 0.17 | -0.063 |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -1.03×10^{-01} | -0.103 | -0.103 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.145 | -0.145 | 1.80×10^{-02} | -0.152 |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -1.47×10^{-01} | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -1.30×10^{-01} | -1.30×10^{-01} | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -7.80×10^{-02} | -0.078 | -0.078 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 | -0.163 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -1.96×10^{-01} | -0.195 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | -0.013 | -0.155 |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -1.84×10^{-01} | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | -6.49×10^{-03} | -0.178 |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -1.58×10^{-01} | 9.54×10^{-04} | -0.15 |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.124 |
| 16 | -0.156 | -0.155 | -1.56×10^{-01} | 9.88×10^{-03} | -0.084 |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.073 | -0.032 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Α - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|------------------------|--------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 18 | -0.204 | -0.204 | -2.03×10^{-01} | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.221 | -0.224 | -0.065 | -0.19 |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -2.24×10^{-01} | -0.226 | -0.225 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -2.24×10^{-01} | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -2.24×10^{-01} | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.229 |
| 25 | -0.307 | -0.307 | -3.06×10^{-01} | -0.307 | -0.307 |
| 26 | -0.215 | -0.219 | -0.215 | -0.057 | -0.228 |
| 27 | -0.196 | -0.198 | -1.96×10^{-01} | -0.029 | -0.163 |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.181 | -0.01 | -0.157 |
| 29 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 |
| 30 | -0.309 | -0.309 | -3.09×10^{-01} | -0.309 | -0.309 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.31 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -3.01×10^{-01} | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -3.01×10^{-01} | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.235 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -2.31×10^{-01} | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -2.29×10^{-01} | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -2.28×10^{-01} | -0.229 | -0.223 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -2.22×10^{-01} | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -2.28×10^{-01} | -0.21 | -0.216 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -2.28×10^{-01} | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.241 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.202 | -1.98×10^{-01} | -0.034 | -0.06 |
| 44 | -0.209 | -0.21 | -2.08×10^{-01} | -0.041 | -0.164 |
| 45 | -0.167 | -0.179 | -0.165 | 3.84×10^{-03} | -0.122 |
| 46 | -0.204 | -0.207 | -2.03×10^{-01} | -0.03 | -0.179 |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -2.23×10^{-01} | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -2.23×10^{-01} | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -2.31×10^{-01} | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.236 | -0.236 | -0.069 | -0.197 |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.202 | -0.189 | -0.019 | -0.126 |
| 53 | -0.206 | -0.216 | -0.197 | -0.028 | -0.123 |
| 54 | -0.202 | -0.204 | -0.2 | -0.033 | -0.057 |
| 55 | -0.193 | -0.19 | -0.197 | -0.029 | -0.017 |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -2.67×10^{-01} | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.274 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.26 και 4.27 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57Α για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.26 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Α – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Α - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.052 | 1 |
| 2 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 3 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 4 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 1.006 | 1 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 |
| 7 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 9 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 10 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.958 | 0.959 | 1.004 | 1 |
| 12 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.01 | 1 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 1.001 | 1 |
| 15 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.043 | 1 |
| 17 | 1.012 | 1.011 | 1.011 | 1.041 | 1 |
| 18 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 |
| 20 | 0.938 | 0.943 | 0.943 | 0.996 | 1 |
| 21 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 |
| 23 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.972 | 0.972 | 0.972 | 0.972 |
| 25 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.934 |
| 26 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.989 | 1 |
| 27 | 0.962 | 0.961 | 0.961 | 1.01 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.025 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 0.995 |
| 30 | 0.912 | 0.912 | 0.912 | 0.912 | 0.912 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.956 | 0.926 | 0.926 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.546 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.992 | 0.992 | 1.041 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 1.046 | 1 |
| 45 | 1.022 | 1.022 | 1.022 | 1.065 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.089 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57A - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 47 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 |
| 48 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 50 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.053 | 1 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.961 | 0.963 | 1.01 | 1 |
| 53 | 0.949 | 0.949 | 0.952 | 1 | 1 |
| 54 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 1.025 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.012 | 1.012 | 1.059 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.27 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57A – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57A - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -1.37×10^{-05} | -2.10×10^{-05} | 0.198 | -1.20×10^{-04} |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | -0.103 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.146 | -0.146 | 0.045 | -2.21×10^{-04} |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.147 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.079 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | 0.018 | -1.82×10^{-04} |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.025 | -2.05×10^{-03} |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 0.032 | 1.17×10^{-04} |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.122 |
| 16 | -0.156 | -0.156 | -0.156 | 0.041 | -2.30×10^{-04} |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.102 | -3.54×10^{-05} |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.203 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.225 | -0.225 | -0.037 | -3.78×10^{-06} |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.229 |
| 25 | -0.307 | -0.307 | -0.307 | -0.307 | -0.307 |
| 26 | -0.215 | -0.215 | -0.215 | -0.028 | -6.19×10^{-04} |
| 27 | -0.196 | -0.195 | -0.195 | -4.01×10^{-03} | -3.28×10^{-06} |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.182 | 1.20×10^{-02} | -1.12×10^{-04} |
| 29 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 |
| 30 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57A - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.21 | -0.21 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.198 | -0.197 | 4.02×10^{-06} | 4.07×10^{-05} |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -0.209 | -9.87×10^{-03} | -1.71×10^{-04} |
| 45 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.036 | -2.24×10^{-04} |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -0.204 | 2.92×10^{-03} | -4.09×10^{-04} |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.037 | -1.86×10^{-04} |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.196 | -0.194 | -4.87×10^{-03} | -3.94×10^{-05} |
| 53 | -0.206 | -0.205 | -0.203 | -0.016 | 1.75×10^{-05} |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.201 | -7.14×10^{-03} | -1.00×10^{-06} |
| 55 | -0.193 | -0.194 | -0.194 | 6.67×10^{-03} | -1.58×10^{-04} |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.28 και 4.29 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57B για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.28 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57B – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.055 | 1.005 |
| 2 | 1.01 | 1.012 | 1.01 | 1.029 | 1.002 |
| 3 | 0.98 | 0.983 | 0.98 | 1.012 | 0.987 |
| 4 | 0.973 | 0.975 | 0.973 | 0.973 | 0.965 |
| 5 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.006 | 0.984 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.976 |
| 7 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 0.975 | 0.977 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1 |
| 9 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.974 |
| 10 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 11 | 0.959 | 0.959 | 0.958 | 1.002 | 0.994 |
| 12 | 0.998 | 0.999 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.964 | 1.007 | 0.989 |
| 14 | 0.957 | 0.958 | 0.957 | 0.998 | 0.996 |
| 15 | 0.98 | 0.981 | 0.98 | 1.016 | 1.001 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.041 | 1.003 |
| 17 | 1.012 | 1.013 | 1.012 | 1.043 | 1.001 |
| 18 | 0.98 | 0.982 | 0.98 | 0.98 | 0.979 |
| 19 | 0.944 | 0.946 | 0.944 | 0.944 | 0.947 |
| 20 | 0.938 | 0.939 | 0.938 | 0.991 | 0.997 |
| 21 | 0.982 | 0.983 | 0.978 | 1.034 | 0.998 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.98 | 1.036 | 1 |
| 23 | 0.982 | 0.983 | 0.978 | 1.034 | 0.999 |
| 24 | 0.972 | 0.972 | 0.968 | 1.025 | 1.001 |
| 25 | 0.934 | 0.934 | 0.931 | 1 | 1 |
| 26 | 0.934 | 0.934 | 0.932 | 0.985 | 0.999 |
| 27 | 0.962 | 0.963 | 0.962 | 1.012 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.982 | 0.981 | 1.028 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.998 | 0.997 | 1.042 | 1.001 |
| 30 | 0.912 | 0.912 | 0.909 | 0.98 | 0.999 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.881 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.901 | 0.899 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.899 | 0.897 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.93 | 0.928 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.925 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.936 | 0.948 | 0.949 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.946 | 0.958 | 0.977 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.984 | 1.039 | 1.001 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.943 | 1.009 | 0.976 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.933 | 0.945 | 0.946 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.954 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.538 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.99 | 0.98 | 1.037 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.995 | 0.991 | 1.043 | 1.001 |
| 45 | 1.022 | 1.023 | 1.019 | 1.063 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.036 | 1.086 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.009 | 1.005 | 1.059 | 1.001 |
| 48 | 1.002 | 1.003 | 0.998 | 1.053 | 0.998 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.006 | 1.062 | 1.001 |
| 50 | 0.995 | 0.996 | 0.992 | 1.049 | 1.001 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.026 |
| 52 | 0.96 | 0.967 | 0.967 | 1.017 | 0.999 |
| 53 | 0.949 | 0.957 | 0.959 | 1.011 | 1.002 |
| 54 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 1.023 | 0.999 |
| 55 | 1.013 | 1.008 | 1.004 | 1.049 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.918 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.912 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.29 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57B – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορόβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -1.20×10^{-03} | -7.36×10^{-04} | 0.17 | -0.073 |
| 2 | -0.021 | -0.023 | -0.022 | 0.145 | -0.05 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -1.03×10^{-01} | 0.06 | -0.114 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.145 | -0.145 | 1.80×10^{-02} | -0.152 |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -1.47×10^{-01} | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -1.30×10^{-01} | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -7.80×10^{-02} | -7.80×10^{-02} | -0.078 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -1.96×10^{-01} | -0.195 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | -0.013 | -0.156 |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -1.84×10^{-01} | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | -6.49×10^{-03} | -0.178 |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 9.54×10^{-04} | -0.162 |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.123 | 0.039 | -0.124 |
| 16 | -0.156 | -0.156 | -1.56×10^{-01} | 9.88×10^{-03} | -0.088 |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.073 | -0.036 |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -2.03×10^{-01} | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.065 | -0.161 |
| 21 | -0.226 | -0.225 | -2.24×10^{-01} | -0.059 | -0.057 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -2.23×10^{-01} | -0.058 | -0.054 |
| 23 | -0.226 | -0.225 | -2.24×10^{-01} | -0.059 | -0.053 |
| 24 | -0.23 | -0.229 | -0.228 | -0.065 | -0.026 |
| 25 | -0.307 | -0.307 | -3.06×10^{-01} | -0.146 | -0.058 |
| 26 | -0.215 | -0.215 | -0.214 | -0.057 | -0.02 |
| 27 | -0.196 | -0.194 | -1.92×10^{-01} | -0.029 | -0.011 |
| 28 | -0.181 | -0.179 | -0.176 | -0.01 | -0.012 |
| 29 | -0.171 | -0.168 | -0.165 | 3.05×10^{-03} | -0.012 |
| 30 | -0.309 | -0.309 | -3.09×10^{-01} | -0.152 | -0.108 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.31 | -0.311 | -0.31 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -3.01×10^{-01} | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -3.01×10^{-01} | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -2.29×10^{-01} | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -2.27×10^{-01} | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -2.26×10^{-01} | -0.229 | -0.229 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -2.22×10^{-01} | -0.056 | -0.054 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -2.26×10^{-01} | -0.068 | -0.23 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -2.27×10^{-01} | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.239 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.199 | -1.98×10^{-01} | -0.034 | -0.065 |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -2.07×10^{-01} | -0.041 | -0.038 |
| 45 | -0.167 | -0.166 | -0.164 | 3.84×10^{-03} | -0.027 |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -2.03×10^{-01} | -0.03 | -0.101 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|--------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -2.23×10^{-01} | -0.054 | -0.042 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -2.23×10^{-01} | -0.055 | -0.049 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -2.31×10^{-01} | -0.061 | -0.051 |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.069 | -0.061 |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.189 | -0.185 | -0.019 | -2.95×10^{-03} |
| 53 | -0.206 | -0.198 | -0.194 | -0.028 | -3.37×10^{-04} |
| 54 | -0.202 | -0.199 | -0.198 | -0.033 | -0.031 |
| 55 | -0.193 | -0.195 | -0.195 | -0.029 | -0.059 |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -2.65×10^{-01} | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.272 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.30 και 4.31 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57B για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.30 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57B – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.052 | 1 |
| 2 | 1.01 | 1.009 | 1.009 | 1.027 | 1 |
| 3 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.012 | 1 |
| 4 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.974 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 1.006 | 1 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 |
| 7 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 9 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 10 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.959 | 0.959 | 1.004 | 1 |
| 12 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.01 | 1 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 1.001 | 1 |
| 15 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.017 | 1 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.043 | 1 |
| 17 | 1.012 | 1.011 | 1.011 | 1.041 | 1 |
| 18 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 |
| 20 | 0.938 | 0.943 | 0.943 | 0.996 | 1 |
| 21 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 1.037 | 1 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 1.04 | 1 |
| 23 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 1.037 | 1 |
| 24 | 0.972 | 0.971 | 0.971 | 1.028 | 1 |
| 25 | 0.934 | 0.933 | 0.933 | 1.006 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 26 | 0.934 | 0.933 | 0.934 | 0.989 | 1 |
| 27 | 0.962 | 0.96 | 0.961 | 1.01 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.025 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.038 | 1 |
| 30 | 0.912 | 0.909 | 0.909 | 0.984 | 1 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 1.043 | 1 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.956 | 1.013 | 1 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.546 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.992 | 0.992 | 1.041 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 1.046 | 1 |
| 45 | 1.022 | 1.023 | 1.023 | 1.065 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.089 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.009 | 1.009 | 1.063 | 1 |
| 48 | 1.002 | 1.004 | 1.004 | 1.058 | 1 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.066 | 1 |
| 50 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.053 | 1 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.96 | 0.963 | 1.01 | 1 |
| 53 | 0.949 | 0.948 | 0.952 | 1 | 1 |
| 54 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 1.025 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.012 | 1.012 | 1.059 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.31 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57B – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|-------------------------|--------------|-------------------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -2.96×10^{-04} | -2.55×10^{-04} | 0.198 | 2.15×10^{-04} |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | 0.172 | -4.89×10^{-05} |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | 0.089 | -5.16×10^{-04} |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.146 | -0.146 | 0.045 | -2.77×10^{-04} |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.079 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57B - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-----------------|------------------------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| | F _{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | 0.018 | -2.83x10 ⁻⁰⁴ |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.025 | -1.13x10 ⁻⁰³ |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 0.032 | 2.78x10 ⁻⁰⁴ |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | 0.069 | 9.56x10 ⁻⁰⁵ |
| 16 | -0.156 | -0.157 | -0.157 | 0.041 | -2.30x10 ⁻⁰⁴ |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.102 | -3.54x10 ⁻⁰⁵ |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.225 | -0.225 | -0.037 | -2.60x10 ⁻⁰⁶ |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.029 | -2.94x10 ⁻⁰⁷ |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.027 | -1.71x10 ⁻⁰⁵ |
| 23 | -0.226 | -0.225 | -0.225 | -0.028 | -5.54x10 ⁻⁰⁶ |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.035 | -1.22x10 ⁻⁰⁵ |
| 25 | -0.307 | -0.312 | -0.312 | -0.118 | 9.28x10 ⁻⁰⁶ |
| 26 | -0.215 | -0.216 | -0.216 | -0.028 | 6.82x10 ⁻⁰⁶ |
| 27 | -0.196 | -0.195 | -0.195 | -4.01x10 ⁻⁰³ | -3.23x10 ⁻⁰⁶ |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.182 | 1.20x10 ⁻⁰² | -4.09x10 ⁻⁰⁶ |
| 29 | -0.171 | -0.172 | -0.172 | 0.025 | -1.18x10 ⁻⁰⁴ |
| 30 | -0.309 | -0.313 | -0.313 | -0.124 | -5.72x10 ⁻⁰⁶ |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.228 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.025 | -4.84x10 ⁻⁰⁵ |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.036 | -7.45x10 ⁻⁰⁴ |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.198 | -0.198 | 4.02x10 ⁻⁰⁶ | 4.04x10 ⁻⁰⁵ |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -0.209 | -9.87x10 ⁻⁰³ | 3.62x10 ⁻⁰⁶ |
| 45 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.036 | 4.85x10 ⁻⁰⁶ |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -0.204 | 2.92x10 ⁻⁰³ | -1.94x10 ⁻⁰⁵ |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.021 | 1.01x10 ⁻⁰⁵ |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.023 | 3.34x10 ⁻⁰⁵ |
| 49 | -0.232 | -0.233 | -0.232 | -0.029 | 5.61x10 ⁻⁰⁵ |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.037 | -3.84x10 ⁻⁰⁵ |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.196 | -0.194 | -4.87x10 ⁻⁰³ | -6.92x10 ⁻⁰⁷ |
| 53 | -0.206 | -0.206 | -0.203 | -0.016 | -1.31x10 ⁻⁰⁶ |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.201 | -7.14x10 ⁻⁰³ | -1.01x10 ⁻⁰⁶ |
| 55 | -0.193 | -0.194 | -0.194 | 6.67x10 ⁻⁰³ | -1.58x10 ⁻⁰⁴ |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.32 και 4.33 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57Γ για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.32 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Γ – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.041 | 1.04 | 1.055 | 1.006 |
| 2 | 1.01 | 1.014 | 1.009 | 1.029 | 1.002 |
| 3 | 0.98 | 0.984 | 0.98 | 1.012 | 0.992 |
| 4 | 0.973 | 0.975 | 0.973 | 0.973 | 0.975 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.006 | 0.985 |
| 6 | 0.969 | 0.97 | 0.969 | 0.969 | 0.979 |
| 7 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 0.975 | 0.978 |
| 8 | 1.002 | 1.003 | 1.002 | 1.002 | 1 |
| 9 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.974 |
| 10 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.962 | 0.958 | 1.002 | 0.994 |
| 12 | 0.998 | 0.999 | 0.998 | 0.998 | 0.997 |
| 13 | 0.965 | 0.967 | 0.964 | 1.007 | 0.989 |
| 14 | 0.957 | 0.96 | 0.957 | 0.998 | 0.997 |
| 15 | 0.98 | 0.983 | 0.98 | 1.016 | 1.001 |
| 16 | 1.001 | 1.002 | 1.001 | 1.041 | 1.003 |
| 17 | 1.012 | 1.013 | 1.012 | 1.043 | 1.001 |
| 18 | 0.98 | 0.983 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.947 | 0.944 | 0.944 | 0.949 |
| 20 | 0.938 | 0.942 | 0.938 | 0.991 | 0.993 |
| 21 | 0.982 | 1.028 | 0.975 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 1.03 | 0.978 | 0.985 | 0.984 |
| 23 | 0.982 | 1.028 | 0.975 | 0.982 | 0.981 |
| 24 | 0.972 | 1.017 | 0.965 | 1.025 | 1.003 |
| 25 | 0.934 | 0.981 | 0.927 | 1 | 1 |
| 26 | 0.934 | 0.962 | 0.93 | 0.985 | 0.996 |
| 27 | 0.962 | 0.981 | 0.961 | 1.012 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.995 | 0.98 | 1.028 | 1.001 |
| 29 | 0.995 | 1.008 | 0.996 | 1.042 | 1.001 |
| 30 | 0.912 | 0.96 | 0.905 | 0.98 | 1 |
| 31 | 0.883 | 0.932 | 0.875 | 0.952 | 0.999 |
| 32 | 0.901 | 0.949 | 0.894 | 0.968 | 1.001 |
| 33 | 0.899 | 0.947 | 0.891 | 0.965 | 0.999 |
| 34 | 0.93 | 0.976 | 0.923 | 0.985 | 0.994 |
| 35 | 0.938 | 0.984 | 0.931 | 0.938 | 0.942 |
| 36 | 0.948 | 0.994 | 0.941 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 1.004 | 0.951 | 0.958 | 0.947 |
| 38 | 0.988 | 1.034 | 0.981 | 0.988 | 0.987 |
| 39 | 0.956 | 1.002 | 0.949 | 0.926 | 0.938 |
| 40 | 0.945 | 0.991 | 0.938 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 1.012 | 0.959 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.978 | 0.541 | 0.932 | 0.932 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 43 | 0.99 | 1.028 | 0.984 | 1.037 | 1.001 |
| 44 | 0.995 | 1.039 | 0.988 | 1.043 | 1.002 |
| 45 | 1.022 | 1.055 | 1.017 | 1.063 | 1.003 |
| 46 | 1.04 | 1.074 | 1.035 | 1.086 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.048 | 1.002 | 1.059 | 1.001 |
| 48 | 1.002 | 1.042 | 0.996 | 1.053 | 0.997 |
| 49 | 1.01 | 1.047 | 1.004 | 1.062 | 0.999 |
| 50 | 0.995 | 1.027 | 0.991 | 1.049 | 1.001 |
| 51 | 1.027 | 1.028 | 1.027 | 1.027 | 1.026 |
| 52 | 0.96 | 0.971 | 0.967 | 1.017 | 0.999 |
| 53 | 0.949 | 0.959 | 0.958 | 1.011 | 1.001 |
| 54 | 0.975 | 0.988 | 0.974 | 1.023 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.026 | 1.004 | 1.049 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.976 | 0.923 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.971 | 0.918 | 0.925 | 0.923 |

Πίνακας 4.33 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Γ – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 6.79×10^{-04} | -1.08×10^{-05} | 0.17 | -0.068 |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.022 | 0.145 | -0.055 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | 0.06 | -0.11 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.145 | -0.145 | 1.80×10^{-02} | -0.152 |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -1.47×10^{-01} | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -7.80×10^{-02} | -0.078 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.195 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | -0.013 | -0.155 |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | -6.49×10^{-03} | -0.179 |
| 14 | -0.158 | -0.159 | -0.158 | 9.54×10^{-04} | -0.158 |
| 15 | -0.124 | -0.126 | -0.123 | 0.039 | -0.132 |
| 16 | -0.156 | -0.156 | -0.156 | 9.88×10^{-03} | -0.086 |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.096 | 0.073 | -0.034 |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.221 | -0.224 | -0.065 | -0.19 |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.226 | -0.225 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.223 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.226 | -0.225 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.228 | -0.065 | -0.106 |
| 25 | -0.307 | -0.305 | -0.306 | -0.146 | -1.60×10^{-02} |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-----------------|-----------------------------------------------|--------------|------------------------|-------------------------|
| | F _{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 26 | -0.215 | -0.212 | -0.214 | -0.057 | -0.096 |
| 27 | -0.196 | -0.199 | -0.192 | -0.029 | -0.049 |
| 28 | -0.181 | -0.188 | -0.176 | -0.01 | -0.042 |
| 29 | -0.171 | -0.181 | -0.165 | 3.05x10 ⁻⁰³ | -0.036 |
| 30 | -0.309 | -0.308 | -0.308 | -0.152 | -6.51x10 ⁻⁰³ |
| 31 | -0.311 | -0.31 | -0.309 | -0.159 | -4.43x10 ⁻⁰³ |
| 32 | -0.302 | -0.301 | -0.3 | -0.147 | -6.25x10 ⁻⁰³ |
| 33 | -0.302 | -0.301 | -0.3 | -0.147 | -6.74x10 ⁻⁰³ |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.233 | -0.077 | -0.181 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.23 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.228 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.227 | -0.229 | -0.223 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.222 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.228 | -0.21 | -0.216 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.228 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.241 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.202 | -0.198 | -0.034 | -0.063 |
| 44 | -0.209 | -0.211 | -0.207 | -0.041 | -0.165 |
| 45 | -0.167 | -0.182 | -0.163 | 3.84x10 ⁻⁰³ | -0.122 |
| 46 | -0.204 | -0.206 | -0.203 | -0.03 | -0.139 |
| 47 | -0.224 | -0.222 | -0.223 | -0.054 | -0.126 |
| 48 | -0.224 | -0.223 | -0.223 | -0.055 | -0.142 |
| 49 | -0.232 | -0.227 | -0.232 | -0.061 | -0.144 |
| 50 | -0.237 | -0.232 | -0.237 | -0.069 | -0.124 |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.205 | -0.185 | -0.019 | -0.023 |
| 53 | -0.206 | -0.217 | -0.193 | -0.028 | -0.021 |
| 54 | -0.202 | -0.209 | -0.197 | -0.033 | -0.034 |
| 55 | -0.193 | -0.197 | -0.195 | -0.029 | -0.05 |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.266 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.274 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.34 και 4.35 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57Γ για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.34 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Γ – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.052 | 1 |
| 2 | 1.01 | 1.009 | 1.009 | 1.027 | 1 |
| 3 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.012 | 1 |
| 4 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.974 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 1.006 | 1 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 |
| 7 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 9 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 10 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.958 | 0.959 | 1.004 | 1 |
| 12 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.01 | 1 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 1.001 | 1 |
| 15 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.017 | 1 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.043 | 1 |
| 17 | 1.012 | 1.011 | 1.011 | 1.041 | 1 |
| 18 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 |
| 20 | 0.938 | 0.943 | 0.943 | 0.996 | 1 |
| 21 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 |
| 23 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.972 | 0.972 | 1.028 | 1 |
| 25 | 0.934 | 0.933 | 0.933 | 1.006 | 1 |
| 26 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.989 | 1 |
| 27 | 0.962 | 0.96 | 0.961 | 1.01 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.025 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.038 | 1 |
| 30 | 0.912 | 0.91 | 0.91 | 0.984 | 1 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.958 | 1 |
| 32 | 0.901 | 0.899 | 0.899 | 0.972 | 1 |
| 33 | 0.899 | 0.897 | 0.898 | 0.97 | 1 |
| 34 | 0.93 | 0.931 | 0.931 | 0.99 | 1 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.956 | 0.926 | 0.926 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.546 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.992 | 0.992 | 1.041 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 1.046 | 1 |
| 45 | 1.022 | 1.023 | 1.023 | 1.065 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.089 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 47 | 1.008 | 1.009 | 1.009 | 1.063 | 1 |
| 48 | 1.002 | 1.003 | 1.003 | 1.058 | 1 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.066 | 1 |
| 50 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.053 | 1 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.96 | 0.963 | 1.01 | 1 |
| 53 | 0.949 | 0.948 | 0.952 | 1 | 1 |
| 54 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 1.025 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.012 | 1.012 | 1.059 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.35 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Γ – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -3.07×10^{-04} | -2.70×10^{-04} | 0.198 | 2.15×10^{-04} |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | 0.172 | -4.89×10^{-05} |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | 0.089 | -5.16×10^{-04} |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.146 | -0.146 | 0.045 | -2.77×10^{-04} |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.079 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | 0.018 | -2.83×10^{-04} |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.025 | -1.11×10^{-03} |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 0.032 | 2.78×10^{-04} |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | 0.069 | 9.57×10^{-05} |
| 16 | -0.156 | -0.157 | -0.157 | 0.041 | -2.30×10^{-04} |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.102 | -3.54×10^{-05} |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.225 | -0.225 | -0.037 | -3.78×10^{-06} |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.035 | -7.39×10^{-05} |
| 25 | -0.307 | -0.31 | -0.31 | -0.118 | 1.28×10^{-05} |
| 26 | -0.215 | -0.216 | -0.216 | -0.028 | 5.12×10^{-05} |
| 27 | -0.196 | -0.195 | -0.195 | -4.01×10^{-03} | -3.23×10^{-06} |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.182 | 1.20×10^{-02} | -4.09×10^{-06} |
| 29 | -0.171 | -0.172 | -0.172 | 0.025 | -1.18×10^{-04} |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Γ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 30 | -0.309 | -0.311 | -0.311 | -0.124 | -2.71×10^{-07} |
| 31 | -0.311 | -0.308 | -0.308 | -0.126 | -2.86×10^{-07} |
| 32 | -0.302 | -0.301 | -0.3 | -0.115 | -7.38×10^{-06} |
| 33 | -0.302 | -0.301 | -0.301 | -0.116 | -2.35×10^{-06} |
| 34 | -0.234 | -0.235 | -0.235 | -0.046 | -8.70×10^{-05} |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.21 | -0.21 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.198 | -0.198 | 4.02×10^{-06} | 4.04×10^{-05} |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -0.209 | -9.87×10^{-03} | -1.71×10^{-04} |
| 45 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.036 | 4.81×10^{-06} |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -0.204 | 2.92×10^{-03} | -1.94×10^{-05} |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.021 | 9.37×10^{-06} |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.023 | -1.71×10^{-04} |
| 49 | -0.232 | -0.233 | -0.233 | -0.029 | -5.19×10^{-05} |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.037 | -1.58×10^{-05} |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.196 | -0.194 | -4.87×10^{-03} | -6.92×10^{-07} |
| 53 | -0.206 | -0.206 | -0.203 | -0.016 | -1.31×10^{-06} |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.201 | -7.14×10^{-03} | -1.01×10^{-06} |
| 55 | -0.193 | -0.194 | -0.194 | 6.67×10^{-03} | -1.58×10^{-04} |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.36 και 4.37 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57Δ για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.36 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Δ – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.041 | 1.04 | 1.055 | 1.006 |
| 2 | 1.01 | 1.013 | 1.009 | 1.029 | 1.001 |
| 3 | 0.98 | 0.982 | 0.98 | 1.012 | 0.983 |
| 4 | 0.973 | 0.975 | 0.973 | 0.973 | 0.958 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.006 | 0.983 |
| 6 | 0.969 | 0.97 | 0.969 | 0.969 | 0.974 |
| 7 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 0.975 | 0.977 |
| 8 | 1.002 | 1.003 | 1.002 | 1.002 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 9 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.974 |
| 10 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.962 | 0.958 | 1.002 | 0.994 |
| 12 | 0.998 | 0.999 | 0.998 | 0.998 | 0.997 |
| 13 | 0.965 | 0.967 | 0.965 | 1.007 | 0.989 |
| 14 | 0.957 | 0.959 | 0.957 | 0.998 | 0.997 |
| 15 | 0.98 | 0.983 | 0.98 | 1.016 | 1 |
| 16 | 1.001 | 1.002 | 1.001 | 1.041 | 1.002 |
| 17 | 1.012 | 1.013 | 1.012 | 1.043 | 1.001 |
| 18 | 0.98 | 0.982 | 0.98 | 0.98 | 0.979 |
| 19 | 0.944 | 0.946 | 0.944 | 0.944 | 0.949 |
| 20 | 0.938 | 0.942 | 0.938 | 0.991 | 0.993 |
| 21 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 1.029 | 0.979 | 0.985 | 0.983 |
| 23 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.981 |
| 24 | 0.972 | 1.014 | 0.967 | 1.025 | 1.003 |
| 25 | 0.934 | 0.96 | 0.931 | 1 | 1 |
| 26 | 0.934 | 0.959 | 0.931 | 0.985 | 0.996 |
| 27 | 0.962 | 0.979 | 0.962 | 1.012 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.994 | 0.981 | 1.028 | 1.001 |
| 29 | 0.995 | 1.007 | 0.997 | 1.042 | 1.001 |
| 30 | 0.912 | 0.928 | 0.91 | 0.98 | 0.999 |
| 31 | 0.883 | 0.887 | 0.882 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.905 | 0.9 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.903 | 0.898 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.934 | 0.929 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.983 | 0.932 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.993 | 0.943 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 1.003 | 0.952 | 0.958 | 0.947 |
| 38 | 0.988 | 1.033 | 0.983 | 0.988 | 0.985 |
| 39 | 0.956 | 1.001 | 0.95 | 0.926 | 0.938 |
| 40 | 0.945 | 0.99 | 0.94 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 1.011 | 0.96 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.977 | 0.542 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 1.027 | 0.985 | 1.037 | 1.001 |
| 44 | 0.995 | 1.038 | 0.99 | 1.043 | 1.002 |
| 45 | 1.022 | 1.054 | 1.018 | 1.063 | 1.003 |
| 46 | 1.04 | 1.079 | 1.035 | 1.086 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.053 | 1.003 | 1.008 | 1.009 |
| 48 | 1.002 | 1.047 | 0.997 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.055 | 1.004 | 1.01 | 1.009 |
| 50 | 0.995 | 1.033 | 0.991 | 1.049 | 1.001 |
| 51 | 1.027 | 1.028 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.97 | 0.967 | 1.017 | 0.999 |
| 53 | 0.949 | 0.958 | 0.958 | 1.011 | 1.001 |
| 54 | 0.975 | 0.987 | 0.974 | 1.023 | 0.999 |
| 55 | 1.013 | 1.026 | 1.004 | 1.049 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.975 | 0.925 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.97 | 0.919 | 0.925 | 0.923 |

Πίνακας 4.37 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Δ – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------|
| | F_{df} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 1.62×10^{-03} | -1.03×10^{-03} | 0.17 | -0.065 |
| 2 | -0.021 | -0.02 | -0.022 | 0.145 | -0.045 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | 0.06 | -0.117 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.145 | -0.145 | 1.80×10^{-02} | -0.153 |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -1.47×10^{-01} | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -7.80×10^{-02} | -0.078 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.195 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | -0.013 | -0.155 |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | -6.49×10^{-03} | -0.179 |
| 14 | -0.158 | -0.159 | -0.158 | 9.54×10^{-04} | -0.154 |
| 15 | -0.124 | -0.126 | -0.123 | 0.039 | -0.132 |
| 16 | -0.156 | -0.156 | -0.156 | 9.88×10^{-03} | -0.084 |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.096 | 0.073 | -0.033 |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.221 | -0.224 | -0.065 | -0.19 |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.226 | -0.225 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.224 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.226 | -0.225 |
| 24 | -0.23 | -0.231 | -0.228 | -0.065 | -0.109 |
| 25 | -0.307 | -0.303 | -0.307 | -0.146 | -0.066 |
| 26 | -0.215 | -0.214 | -0.214 | -0.057 | -0.095 |
| 27 | -0.196 | -0.2 | -0.192 | -0.029 | -0.048 |
| 28 | -0.181 | -0.189 | -0.176 | -0.01 | -0.041 |
| 29 | -0.171 | -0.181 | -0.165 | 3.05×10^{-03} | -0.036 |
| 30 | -0.309 | -0.307 | -0.309 | -0.152 | -0.111 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.31 | -0.311 | -0.31 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.301 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.301 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.235 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.231 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.229 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.228 | -0.229 | -0.223 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.222 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.228 | -0.21 | -0.216 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.228 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.241 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.202 | -0.198 | -0.034 | -0.061 |
| 44 | -0.209 | -0.211 | -0.208 | -0.041 | -0.164 |
| 45 | -0.167 | -0.182 | -0.164 | 3.84×10^{-03} | -0.121 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 46 | -0.204 | -0.207 | -0.203 | -0.03 | -0.181 |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.222 | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.223 | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -0.231 | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.236 | -0.236 | -0.069 | -0.197 |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.205 | -0.185 | -0.019 | -0.022 |
| 53 | -0.206 | -0.217 | -0.194 | -0.028 | -0.02 |
| 54 | -0.202 | -0.209 | -0.198 | -0.033 | -0.034 |
| 55 | -0.193 | -0.197 | -0.195 | -0.029 | -0.051 |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.267 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.274 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.38 και 4.39 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57Δ για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.38 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Δ – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.052 | 1 |
| 2 | 1.01 | 1.009 | 1.009 | 1.027 | 1 |
| 3 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.012 | 1 |
| 4 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.974 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 1.006 | 1 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 |
| 7 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 9 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 10 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.958 | 0.959 | 1.004 | 1 |
| 12 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.01 | 1 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 1.001 | 1 |
| 15 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.017 | 1 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.043 | 1 |
| 17 | 1.012 | 1.011 | 1.011 | 1.041 | 1 |
| 18 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 |
| 20 | 0.938 | 0.943 | 0.943 | 0.996 | 1 |
| 21 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 |
| 23 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.971 | 0.971 | 1.028 | 1 |
| 25 | 0.934 | 0.933 | 0.933 | 1.006 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 26 | 0.934 | 0.933 | 0.934 | 0.989 | 1 |
| 27 | 0.962 | 0.96 | 0.961 | 1.01 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.025 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.038 | 1 |
| 30 | 0.912 | 0.909 | 0.909 | 0.984 | 1 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.956 | 0.926 | 0.926 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.546 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.992 | 0.992 | 1.041 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 1.046 | 1 |
| 45 | 1.022 | 1.023 | 1.023 | 1.065 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.089 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 |
| 48 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 50 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.053 | 1 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.96 | 0.963 | 1.01 | 1 |
| 53 | 0.949 | 0.948 | 0.952 | 1 | 1 |
| 54 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 1.025 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.012 | 1.012 | 1.059 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.39 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57Δ – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|-------------------------|--------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -2.79×10^{-04} | -2.43×10^{-04} | 0.198 | 2.15×10^{-04} |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | 0.172 | -4.89×10^{-05} |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | 0.089 | -5.16×10^{-04} |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.146 | -0.146 | 0.045 | -2.77×10^{-04} |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.079 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57Δ - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | 0.018 | -2.36×10^{-04} |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.025 | -1.46×10^{-03} |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 0.032 | 4.86×10^{-04} |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | 0.069 | 1.36×10^{-04} |
| 16 | -0.156 | -0.157 | -0.157 | 0.041 | -2.30×10^{-04} |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.102 | -3.54×10^{-05} |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.225 | -0.225 | -0.037 | -3.78×10^{-06} |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.231 | -0.231 | -0.035 | -7.39×10^{-05} |
| 25 | -0.307 | -0.312 | -0.312 | -0.118 | 1.28×10^{-05} |
| 26 | -0.215 | -0.216 | -0.216 | -0.028 | 5.12×10^{-05} |
| 27 | -0.196 | -0.195 | -0.195 | -4.01×10^{-03} | -3.23×10^{-06} |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.182 | 1.20×10^{-02} | -4.09×10^{-06} |
| 29 | -0.171 | -0.172 | -0.172 | 0.025 | -1.18×10^{-04} |
| 30 | -0.309 | -0.313 | -0.313 | -0.124 | -5.72×10^{-06} |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.21 | -0.21 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.198 | -0.198 | 4.02×10^{-06} | 4.05×10^{-05} |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -0.209 | -9.87×10^{-03} | -1.71×10^{-04} |
| 45 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.036 | 4.93×10^{-06} |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -0.204 | 2.92×10^{-03} | -4.08×10^{-04} |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.037 | -1.86×10^{-04} |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.196 | -0.194 | -4.87×10^{-03} | -6.92×10^{-07} |
| 53 | -0.206 | -0.206 | -0.203 | -0.016 | -1.31×10^{-06} |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.202 | -7.14×10^{-03} | -1.01×10^{-06} |
| 55 | -0.193 | -0.194 | -0.194 | 6.67×10^{-03} | -1.58×10^{-04} |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.40 και 4.41 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57E για την περίπτωση του συναρτησιακού θορύβου (Περίπτωση 1).

Πίνακας 4.40 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57E – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.059 | 1.006 |
| 2 | 1.01 | 1.011 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 3 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.978 |
| 4 | 0.973 | 0.974 | 0.973 | 0.973 | 0.976 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.007 | 0.986 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.979 |
| 7 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 0.975 | 0.979 |
| 8 | 1.002 | 1.003 | 1.002 | 1.002 | 1 |
| 9 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.974 |
| 10 | 0.966 | 0.967 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.962 | 0.958 | 0.999 | 0.993 |
| 12 | 0.998 | 0.999 | 0.998 | 0.998 | 0.997 |
| 13 | 0.965 | 0.966 | 0.965 | 1.004 | 0.988 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 0.995 | 0.995 |
| 15 | 0.98 | 0.981 | 0.98 | 0.98 | 0.985 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.039 | 1.002 |
| 17 | 1.012 | 1.012 | 1.013 | 1.043 | 1.001 |
| 18 | 0.98 | 0.981 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.945 | 0.944 | 0.944 | 0.949 |
| 20 | 0.938 | 0.941 | 0.938 | 0.991 | 0.993 |
| 21 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.983 |
| 22 | 0.985 | 1.029 | 0.979 | 0.985 | 0.985 |
| 23 | 0.982 | 1.027 | 0.977 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.975 | 0.972 | 0.972 | 0.975 |
| 25 | 0.934 | 0.936 | 0.934 | 0.934 | 0.934 |
| 26 | 0.934 | 0.931 | 0.935 | 0.994 | 0.994 |
| 27 | 0.962 | 0.961 | 0.962 | 1.018 | 1.002 |
| 28 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 1.033 | 1.002 |
| 29 | 0.995 | 0.996 | 0.995 | 0.995 | 0.993 |
| 30 | 0.912 | 0.915 | 0.912 | 0.912 | 0.912 |
| 31 | 0.883 | 0.887 | 0.882 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.905 | 0.9 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.903 | 0.898 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.934 | 0.929 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.983 | 0.932 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.993 | 0.943 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 1.003 | 0.953 | 0.958 | 0.947 |
| 38 | 0.988 | 1.033 | 0.983 | 0.988 | 0.984 |
| 39 | 0.956 | 1.001 | 0.95 | 0.926 | 0.938 |
| 40 | 0.945 | 0.99 | 0.94 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 1.011 | 0.961 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.977 | 0.543 | 0.932 | 0.932 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 43 | 0.99 | 1.027 | 0.986 | 1.033 | 1.001 |
| 44 | 0.995 | 1.039 | 0.99 | 1.039 | 1.002 |
| 45 | 1.022 | 1.056 | 1.018 | 1.061 | 1.002 |
| 46 | 1.04 | 1.079 | 1.035 | 1.082 | 1 |
| 47 | 1.008 | 1.053 | 1.003 | 1.008 | 1.009 |
| 48 | 1.002 | 1.047 | 0.997 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.055 | 1.004 | 1.01 | 1.009 |
| 50 | 0.995 | 1.033 | 0.991 | 1.043 | 1.001 |
| 51 | 1.027 | 1.028 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.964 | 0.967 | 1.022 | 0.998 |
| 53 | 0.949 | 0.954 | 0.959 | 1.016 | 1.001 |
| 54 | 0.975 | 0.976 | 0.975 | 1.018 | 1.003 |
| 55 | 1.013 | 1.01 | 1.005 | 1.035 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.975 | 0.925 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.97 | 0.919 | 0.925 | 0.923 |

Πίνακας 4.41 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57E – Περίπτωση 1.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|-----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | 5.28×10^{-03} | -9.96×10^{-04} | 0.126 | -0.064 |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | -0.102 | -0.103 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.145 | -0.145 | -3.83×10^{-03} | -0.152 |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -1.48×10^{-01} | -0.148 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -1.30×10^{-01} | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | -0.051 | -0.155 |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | -0.045 | -0.178 |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | -3.70×10^{-02} | -0.15 |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.123 | -0.124 |
| 16 | -0.156 | -0.155 | -0.156 | -3.10×10^{-02} | -0.084 |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.032 | -0.033 |
| 18 | -0.204 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.204 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.221 | -0.224 | -0.083 | -0.19 |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.225 | -0.225 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.224 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.224 | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.229 |
| 25 | -0.307 | -0.307 | -0.306 | -0.307 | -0.307 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Συναρτησιακού Θορύβου | | | |
|-------|-----------------|-----------------------------------------------|--------------|-------------------------|--------------|
| | F _{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 26 | -0.215 | -0.219 | -0.215 | -0.065 | -0.228 |
| 27 | -0.196 | -0.198 | -0.196 | -0.042 | -0.163 |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.181 | -2.50x10 ⁻⁰² | -0.157 |
| 29 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 |
| 30 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.31 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.301 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.301 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.235 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.231 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.229 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.228 | -0.229 | -0.223 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.222 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.228 | -0.21 | -0.216 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.228 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.241 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.202 | -0.198 | -0.074 | -0.06 |
| 44 | -0.209 | -0.21 | -0.208 | -0.083 | -0.163 |
| 45 | -0.167 | -0.179 | -0.165 | -3.70x10 ⁻⁰² | -0.12 |
| 46 | -0.204 | -0.207 | -0.203 | -0.073 | -0.179 |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.223 | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.223 | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -0.231 | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.236 | -0.236 | -0.111 | -0.197 |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.193 | -0.189 | -0.034 | -0.126 |
| 53 | -0.206 | -0.202 | -0.197 | -0.043 | -0.123 |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.2 | -0.061 | -0.057 |
| 55 | -0.193 | -0.195 | -0.197 | -0.068 | -0.017 |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.267 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.274 | -0.275 | -0.275 |

Στους Πίνακες 4.42 και 4.43 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του Σεναρίου 57E για την περίπτωση του σταθερού θορύβου (Περίπτωση 2).

Πίνακας 4.42 Τελικά αποτελέσματα πραγματικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57E – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.056 | 1 |
| 2 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 3 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 4 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 | 0.973 |
| 5 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 1.009 | 1 |
| 6 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 | 0.969 |
| 7 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.975 |
| 8 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 9 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 10 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 11 | 0.959 | 0.958 | 0.959 | 1.007 | 1 |
| 12 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 | 0.998 |
| 13 | 0.965 | 0.965 | 0.965 | 1.012 | 1 |
| 14 | 0.957 | 0.957 | 0.957 | 1.003 | 1 |
| 15 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 16 | 1.001 | 1.001 | 1.001 | 1.046 | 1 |
| 17 | 1.012 | 1.011 | 1.011 | 1.044 | 1 |
| 18 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 | 0.98 |
| 19 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 | 0.944 |
| 20 | 0.938 | 0.943 | 0.943 | 0.993 | 1 |
| 21 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 22 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.985 |
| 23 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 | 0.982 |
| 24 | 0.972 | 0.972 | 0.972 | 0.972 | 0.972 |
| 25 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.934 |
| 26 | 0.934 | 0.934 | 0.934 | 0.99 | 1 |
| 27 | 0.962 | 0.961 | 0.961 | 1.012 | 1 |
| 28 | 0.98 | 0.979 | 0.979 | 1.028 | 1 |
| 29 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 0.995 |
| 30 | 0.912 | 0.912 | 0.912 | 0.912 | 0.912 |
| 31 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 | 0.883 |
| 32 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 | 0.901 |
| 33 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 | 0.899 |
| 34 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 35 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 | 0.938 |
| 36 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 | 0.948 |
| 37 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 | 0.958 |
| 38 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 | 0.988 |
| 39 | 0.956 | 0.956 | 0.956 | 0.926 | 0.926 |
| 40 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 | 0.945 |
| 41 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 | 0.966 |
| 42 | 0.932 | 0.932 | 0.546 | 0.932 | 0.932 |
| 43 | 0.99 | 0.992 | 0.992 | 1.043 | 1 |
| 44 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 1.048 | 1 |
| 45 | 1.022 | 1.022 | 1.022 | 1.068 | 1 |
| 46 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.091 | 1 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 47 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 | 1.008 |
| 48 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 | 1.002 |
| 49 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 50 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 1.055 | 1 |
| 51 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 | 1.027 |
| 52 | 0.96 | 0.961 | 0.963 | 1.012 | 1 |
| 53 | 0.949 | 0.949 | 0.952 | 1.003 | 1 |
| 54 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 1.027 | 1 |
| 55 | 1.013 | 1.012 | 1.012 | 1.061 | 1 |
| 56 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 | 0.93 |
| 57 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 | 0.925 |

Πίνακας 4.43 Τελικά αποτελέσματα φανταστικού μέρους των τάσεων για το Σενάριο 57E – Περίπτωση 2.

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | E_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 1 | 0 | -1.38×10^{-05} | -2.12×10^{-05} | 0.195 | -1.20×10^{-04} |
| 2 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 | -0.021 |
| 3 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | -0.103 | -0.103 |
| 4 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 | -0.125 |
| 5 | -0.145 | -0.146 | -0.146 | 0.042 | -2.21×10^{-04} |
| 6 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.148 | -0.147 |
| 7 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 | -0.13 |
| 8 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.078 | -0.079 |
| 9 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.163 | -0.162 |
| 10 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 | -0.196 |
| 11 | -0.172 | -0.172 | -0.172 | 0.016 | -1.82×10^{-04} |
| 12 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 | -0.184 |
| 13 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.022 | -2.05×10^{-03} |
| 14 | -0.158 | -0.158 | -0.158 | 0.029 | 1.17×10^{-04} |
| 15 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.124 | -0.122 |
| 16 | -0.156 | -0.156 | -0.156 | 0.039 | -2.30×10^{-04} |
| 17 | -0.096 | -0.095 | -0.095 | 0.1 | -3.54×10^{-05} |
| 18 | -0.204 | -0.203 | -0.203 | -0.203 | -0.203 |
| 19 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 | -0.222 |
| 20 | -0.224 | -0.225 | -0.225 | -0.04 | -3.78×10^{-06} |
| 21 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 22 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 | -0.225 |
| 23 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 | -0.226 |
| 24 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.229 |
| 25 | -0.307 | -0.307 | -0.307 | -0.307 | -0.307 |
| 26 | -0.215 | -0.215 | -0.215 | -0.03 | -6.19×10^{-04} |
| 27 | -0.196 | -0.195 | -0.195 | -6.30×10^{-03} | -3.28×10^{-06} |
| 28 | -0.181 | -0.182 | -0.182 | 9.65×10^{-03} | -1.12×10^{-04} |
| 29 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 | -0.171 |
| 30 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 | -0.309 |

| Ζυγός | Ροή φορτίου | Σενάριο 57E - Περίπτωση Σταθερού Θορύβου | | | |
|-------|-------------|------------------------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|
| | F_{pf} | Αλγόριθμος 1 | Αλγόριθμος 2 | Αλγόριθμος 3 | Αλγόριθμος 4 |
| 31 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 | -0.311 |
| 32 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 33 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 | -0.302 |
| 34 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 | -0.234 |
| 35 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 36 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 37 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.229 |
| 38 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 | -0.223 |
| 39 | -0.229 | -0.229 | -0.229 | -0.21 | -0.21 |
| 40 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 | -0.23 |
| 41 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 | -0.242 |
| 42 | -0.259 | -0.259 | -0.027 | -0.259 | -0.259 |
| 43 | -0.199 | -0.198 | -0.197 | -2.31×10^{-03} | 4.07×10^{-05} |
| 44 | -0.209 | -0.209 | -0.209 | -0.012 | -1.71×10^{-04} |
| 45 | -0.167 | -0.167 | -0.167 | 0.033 | -2.24×10^{-04} |
| 46 | -0.204 | -0.204 | -0.204 | 4.53×10^{-04} | -4.09×10^{-04} |
| 47 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 48 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 | -0.224 |
| 49 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 | -0.232 |
| 50 | -0.237 | -0.237 | -0.237 | -0.039 | -1.86×10^{-04} |
| 51 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 | -0.228 |
| 52 | -0.195 | -0.196 | -0.194 | -7.25×10^{-03} | -3.94×10^{-05} |
| 53 | -0.206 | -0.205 | -0.203 | -0.019 | 1.75×10^{-05} |
| 54 | -0.202 | -0.201 | -0.201 | -9.46×10^{-03} | -1.00×10^{-06} |
| 55 | -0.193 | -0.194 | -0.194 | 4.27×10^{-03} | -1.58×10^{-04} |
| 56 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 | -0.268 |
| 57 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 | -0.275 |

Πίνακας 4.44 Δείκτες ακρίβειας για τα αποτελέσματα του δικτύου IEEE 57-ζυγών.

| Σενάριο α | Αλγόριθμος 1 | | Αλγόριθμος 2 | | Αλγόριθμος 3 | | Αλγόριθμος 4 | |
|-----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| | E_E | E_F | E_E | E_F | E_E | E_F | E_E | E_F |
| 57A-1 | 0.026537 | 0.002606 | 0.051651 | 0.030779 | 0.0274 | 0.09884 | 0.019457 | 0.043168 |
| 57A-2 | 0.000806 | 0.000439 | 0.051136 | 0.030735 | 0.027962 | 0.115482 | 0.021316 | 0.108484 |
| 57B-1 | 0.001835 | 0.001573 | 0.052485 | 0.030859 | 0.03744 | 0.130414 | 0.025586 | 0.113679 |
| 57B-2 | 0.001017 | 0.000992 | 0.051139 | 0.030747 | 0.038921 | 0.152984 | 0.027122 | 0.155508 |
| 57Γ-1 | 0.031486 | 0.003685 | 0.052035 | 0.03086 | 0.038391 | 0.127605 | 0.035834 | 0.113075 |
| 57Γ-2 | 0.001017 | 0.000828 | 0.051139 | 0.030744 | 0.040001 | 0.149846 | 0.037103 | 0.159925 |
| 57Δ-1 | 0.027816 | 0.003644 | 0.051797 | 0.030841 | 0.032301 | 0.114373 | 0.024822 | 0.077275 |
| 57Δ-2 | 0.000982 | 0.000983 | 0.051138 | 0.030747 | 0.03314 | 0.133634 | 0.026394 | 0.130428 |
| 57E-1 | 0.026463 | 0.002094 | 0.051651 | 0.030779 | 0.02727 | 0.080809 | 0.019463 | 0.043223 |
| 57E-2 | 0.000806 | 0.000439 | 0.051136 | 0.030735 | 0.029109 | 0.114014 | 0.021316 | 0.108484 |

Στα πλαίσια της εργασίας, το δίκτυο IEEE 57-ζυγών και το Σενάριο μετρήσεων 57A με συναρτησιακό θόρυβο (δηλαδή το 57A-Περίπτωση 1) χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση και εντοπισμό των εσφαλμένων μετρήσεων. Για να εισαχθεί ένα μεγάλο σφάλμα στη μέτρηση i , η

μετρούμενη τιμή δίνεται ως $z_i^{meas} = z_i^{true} + b_i \sigma_i$, όπου b_i συντελεστής σφάλματος της τυπικής απόκλισης σ_i .

Ένας κύκλος επιτυχημένων εκτελέσεων της εκτίμησης κατάστασης πραγματοποιείται μέχρι να εντοπιστούν και εξουδετερωθούν όλες οι εσφαλμένες μετρήσεις. Σε κάθε αλγόριθμο, μετά τη σύγκλιση εντοπίζεται και διαγράφεται η μέτρηση με το μεγαλύτερο κανονικοποιημένο υπόλοιπο και ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται. Μετά τον επιτυχή εντοπισμό και εξουδετέρωση των μετρήσεων, όλα τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα είναι μικρότερα του 3.

Στο δίκτυο των 57 ζυγών και το σενάριο 57A-Περίπτωση 1 εισήχθησαν 4 εσφαλμένες μετρήσεις που φαίνονται στον ακόλουθο Πίνακα:

Πίνακας 4.45 Εσφαλμένες μετρήσεις και η τιμή του προστιθέμενου θορύβου τους για το σενάριο 57A-Περίπτωση 1.

| Εσφαλμένη μέτρηση | Προστιθέμενος θόρυβος |
|-------------------|----------------------------|
| P_{37-39} | $-18 * \sigma_{P_{37-39}}$ |
| P_{24} | $20 * \sigma_{P_{24}}$ |
| Q_{54-55} | $19 * \sigma_{Q_{54-55}}$ |
| E_{32} | $-17 * \sigma_{E_{32}}$ |

Στους Πίνακες που ακολουθούν δίνονται τα αποτελέσματα για την ανίχνευση και τον εντοπισμό των εσφαλμένων μετρήσεων για κάθε αλγόριθμο. Στο περιεχόμενο των Πινάκων φαίνεται για κάθε εκτέλεση η μέτρηση με το μεγαλύτερο κανονικοποιημένο υπόλοιπο και η τιμή του υπολοίπου αυτού. Ακολουθεί η διαγραφή της μέτρησης από το διάλυσμα μετρήσεων και η επανάληψη του αλγορίθμου, μέχρις ότου οι τιμές όλων των κανονικοποιημένων υπολοίπων να είναι μικρότερες του 3.

Πίνακας 4.46 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 1.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| Εκτέλεση 1 ^η | P_{37-39} | -18.144 |
| Εκτέλεση 2 ^η | Q_{54-55} | 16.676 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{24} | 15.629 |
| Εκτέλεση 4 ^η | E_{32} | -7.663 |
| Εκτέλεση 5 ^η | $I_{48-38,r}$ | -3.507 |
| Εκτέλεση 6 ^η | $I_{48-49,i}$ | 2.708 |

Πίνακας 4.47 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 2.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| Εκτέλεση 1 ^η | P_{37-39} | -17.997 |
| Εκτέλεση 2 ^η | Q_{54-55} | 16.681 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{24} | 15.634 |
| Εκτέλεση 4 ^η | V_{32} | -8.4 |
| Εκτέλεση 5 ^η | $I_{48-38,r}$ | -3.286 |
| Εκτέλεση 6 ^η | $I_{48-38,i}$ | 3.155 |
| Εκτέλεση 7 ^η | Q_{41-11} | 2.695 |

Πίνακας 4.48 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 3.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-----------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1^ο Στάδιο | | |
| Εκτέλεση 1 ^η | Q_{54-55} | 16.523 |
| Εκτέλεση 2 ^η | P_{24} | 15.569 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{37-39} | -12.694 |
| Εκτέλεση 4 ^η | Q_{41-11} | 3.163 |
| Εκτέλεση 5 ^η | Q_{36-37} | -2.86 |
| 2^ο Στάδιο | | |
| Εκτέλεση 1 ^η | $I_{48-38,r}$ | -3.539 |
| Εκτέλεση 2 ^η | $I_{48-38,i}$ | 2.593 |

Πίνακας 4.49 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 4.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-----------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1^ο Στάδιο | | |
| Εκτέλεση 1 ^η | $I_{48-38,r}$ | -3.54 |
| Εκτέλεση 2 ^η | E_{48} | 2.595 |

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-----------------------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 2^ο Στάδιο | | |
| Εκτέλεση 1 ^η | Q_{54-55} | 18.819 |
| Εκτέλεση 2 ^η | P_{24} | 16.898 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{37-39} | -16.359 |
| Εκτέλεση 4 ^η | P_{49-13} | 2.877 |

Παρατηρούμε πως μόνο οι Αλγόριθμοι 1 και 2 ανιχνεύουν όλες τις εσφαλμένες μετρήσεις. Μάλιστα, ανιχνεύουν και μία επιπλέον μέτρηση ως εσφαλμένη, την $I_{48-38,r}$ με σφάλμα $21\sigma_{I_{48-38,r}}$. Σε αυτούς τους αλγορίθμους εισάγουμε σκόπιμα ως εσφαλμένο δεδομένο την παραπάνω μέτρηση. Ωστόσο, παρατηρούμε πως σε αυτή την περίπτωση κανένας από τους δύο Αλγορίθμους δεν ανιχνεύει το σφάλμα, όπως φαίνεται στους παρακάτω Πίνακες:

Πίνακας 4.50 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 1 - Ειδική περίπτωση.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-------------------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Εκτέλεση 1 ^η | P_{37-39} | -18.149 |
| Εκτέλεση 2 ^η | Q_{54-55} | 16.676 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{24} | 15.627 |
| Εκτέλεση 4 ^η | E_{32} | -7.667 |
| Εκτέλεση 5 ^η | E_{48} | 2.898 |

Πίνακας 4.51 Ανάλυση εσφαλμένων μετρήσεων για τον Αλγόριθμο 2 – Ειδική περίπτωση.

| Εκτέλεση | Μέτρηση με το max κανονικοποιημένο υπόλοιπο | Τιμή του max κανονικοποιημένου υπολοίπου |
|-------------------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Εκτέλεση 1 ^η | P_{37-39} | -17.997 |
| Εκτέλεση 2 ^η | Q_{54-55} | 16.681 |
| Εκτέλεση 3 ^η | P_{24} | 15.632 |
| Εκτέλεση 4 ^η | V_{32} | -8.411 |
| Εκτέλεση 5 ^η | V_{48} | 3.034 |
| Εκτέλεση 6 ^η | Q_{41-11} | 2.695 |

5. Επίλογος

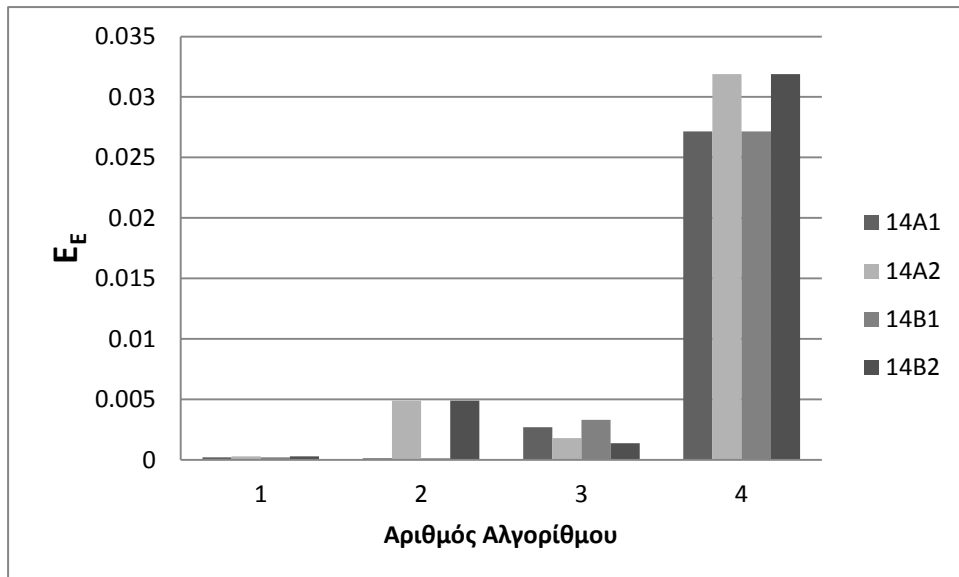
5.1 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Στο Κεφάλαιο 4 έγινε λεπτομερής ανάπτυξη των αλγορίθμων και παρουσίαση των αποτελεσμάτων τους για τα δίκτυα IEEE 14- και 57-ζυγών υπό διάφορα σενάρια μετρήσεων. Για την συγκριτική αξιολόγηση των αλγορίθμων αυτών χρησιμοποιήθηκαν οι δείκτες ακριβείας, όπως αυτοί αποτυπώνονται στους Πίνακες 4.15 και 4.44.

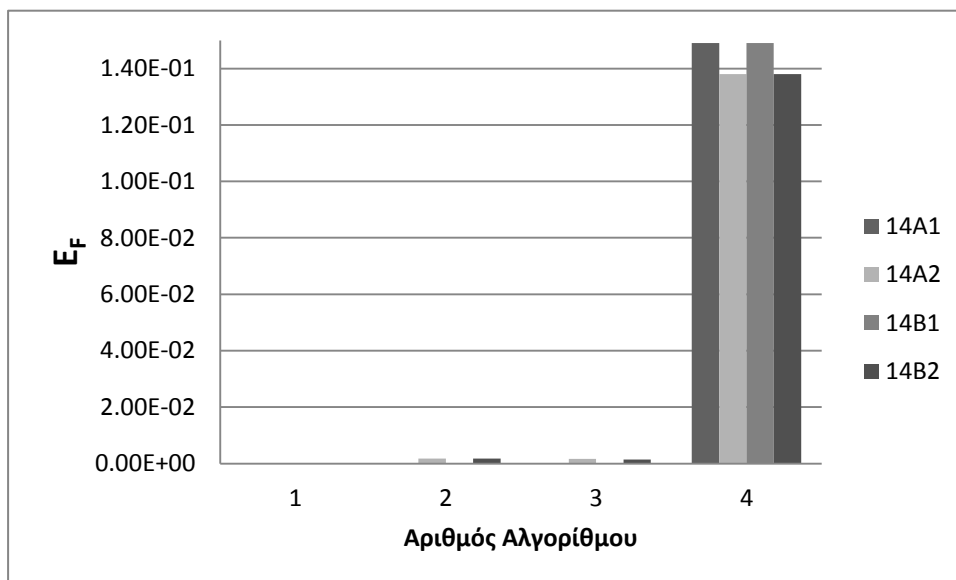
- **Δίκτυο IEEE 14 ζυγών**

Από τον Πίνακα 4.15 μπορούμε να εξάγουμε ορισμένα συμπεράσματα τόσο για την απόδοση κάθε αλγορίθμου, όσο και για την επίδραση του θορύβου στο δίκτυο IEEE 14-ζυγών. Αρχικά, παρατηρούμε πως σε κάθε σενάριο ο Αλγόριθμος 1 αποδεικνύεται ότι έχει τις μικρότερες αποκλίσεις από το πραγματικό διάνυσμα κατάστασης. Επομένως, ο Αλγόριθμος 1 είναι και αυτός που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ακρίβεια όσον αφορά την κατάσταση του δικτύου. Μόνο στην περίπτωση των 14Α-Περίπτωση 1 και 14Β-Περίπτωση 1 ο Αλγόριθμος 2 έχει συγκρίσιμα αποτελέσματα με τον Αλγόριθμο 1. Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως για το συγκεκριμένο δίκτυο οι αλγόριθμοι που διαχειρίζονται τις μετρήσεις σε ένα στάδιο (Αλγόριθμοι 1 και 2) εμφανίζουν πιο μικρές αποκλίσεις και υπερτερούν στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων σε σχέση με τους αλγορίθμους των 2 σταδίων (Αλγόριθμοι 3 και 4) [13].

Επιπροσθέτως, όσον αφορά το θόρυβο, σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα των αλγορίθμων έχουν μικρότερες αποκλίσεις στην περίπτωση εφαρμογής θορύβου συναρτήσει του διανύσματος των μετρήσεων. Ο σταθερός θόρυβος φαίνεται να αυξάνει την απόκλιση των εκτιμώμενων διανυσμάτων από το πραγματικό διάνυσμα κατάστασης. Εξαίρεση ίσως αποτελεί ο Αλγόριθμος 4, όπου φαίνεται η επιλογή του θορύβου να μην επηρεάζει ιδιαίτερα τους δείκτες ακριβείας. Αξίζει να σημειωθεί πως το σενάριο 14Β δομήθηκε σκόπιμα με τον ίδιο αριθμό PMU με το σενάριο 14Α, ώστε να γίνει μία σύγκριση ανεξάρτητη του αριθμού των συσκευών PMU. Η πρόσθετη μέτρηση της τάσης του ζυγού 1 από το σύστημα SCADA στο Σενάριο μετρήσεων 14Β δεν φαίνεται να έχει ιδιαίτερη επίδραση στα αποτελέσματα.



Σχήμα 5.1 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών.



Σχήμα 5.2 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών.

- **Δίκτυο IEEE 57-ζυγών**

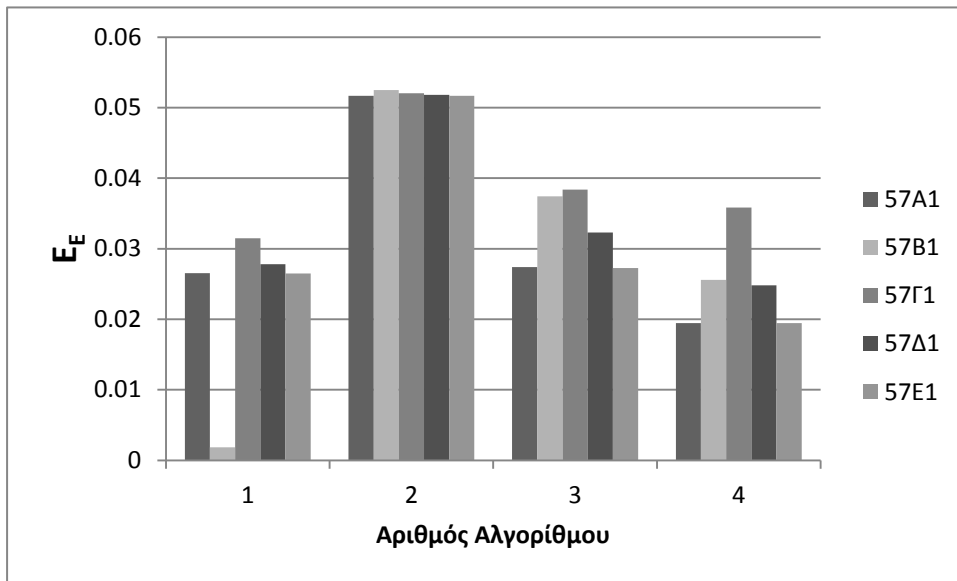
Από τον Πίνακα 4.44 μπορούμε να καταλήξουμε σε ανάλογα συμπεράσματα για την απόδοση κάθε αλγορίθμου και την επίδραση του είδους του θορύβου. Αρχικά, και στην περίπτωση του δικτύου IEEE 57-ζυγών, όπως παρατηρήθηκε και για το δίκτυο IEEE 14-ζυγών, ο ακριβέστερος αλγόριθμος ως προς την ποιότητα των αποτελεσμάτων σε σχέση με το πραγματικό διάλυμα κατάστασης είναι ο Αλγόριθμος 1. Παρόλο που στο μικρότερο δίκτυο ο Αλγόριθμος 2 έχει συγκρίσιμα αποτελέσματα με αυτά του Αλγορίθμου 1, εδώ δεν ισχύει κάτι παρόμοιο. Επομένως, και για μεγαλύτερα δίκτυα επιβεβαιώνεται το συμπέρασμα πως οι

αλγόριθμοι που διαχειρίζονται τις μετρήσεις σε ένα στάδιο (Αλγόριθμοι 1 & 2) υπερτερούν στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων σε σχέση με τους αλγόριθμους των 2 σταδίων (Αλγόριθμοι 3 & 4) [13].

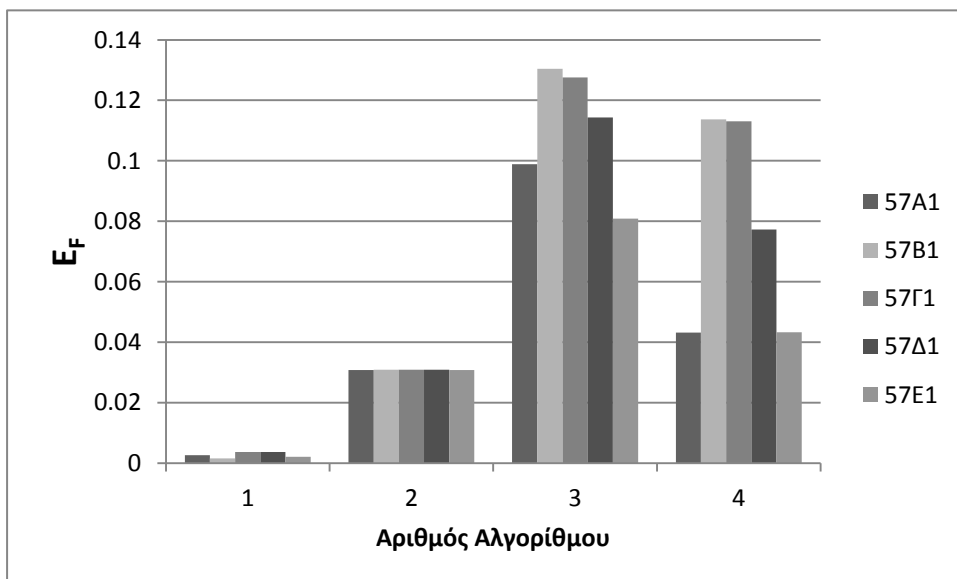
Επιπλέον, μπορούμε να καταλήξουμε σε κάποια συμπεράσματα για τον αριθμό των PMU που τοποθετούνται στο δίκτυο. Η αύξηση των συσκευών PMU για τους Αλγορίθμους 1, 3 και 4 συνεπάγεται μείωση των δεικτών ακρίβειας, που σημαίνει ότι περισσότερα PMU οδηγούν σε πιο ακριβές αποτέλεσμα. Αντιθέτως, η προσθήκη ή αφαίρεση συμβατικών μετρήσεων δεν φαίνεται να βελτιώνει το αποτέλεσμα ούτε των πραγματικών ούτε και των φανταστικών μερών των φασιθετών τάσεων, όπως ήταν αναμενόμενο. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί ο Αλγόριθμος 2 ο οποίος δεν επηρεάζεται από το είδος και το πλήθος συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων.

Όσον αφορά το θόρυβο, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως ο πιο ακριβής αλγόριθμος, δηλαδή ο Αλγόριθμος 1, επηρεάζεται από την επιλογή του θορύβου. Σε αυτό το δίκτυο η απόδοσή του βελτιώνεται με χρήση σταθερού θορύβου. Αντίθετα, ο Αλγόριθμος 2 δεν επηρεάζεται από το είδος του θορύβου που του επιβάλλεται. Για τους Αλγορίθμους 3 και 4 των δύο σταδίων μπορούμε να παρατηρήσουμε πως τα σενάρια που περιλαμβάνουν μεγαλύτερο αριθμό συσκευών PMU (σενάρια 57Α, 57Δ και 57Ε) εμφανίζουν καλύτερη ακρίβεια στην περίπτωση εφαρμογής συναρτησιακού θορύβου. Ωστόσο, το φαινόμενο αυτό είναι λιγότερο αισθητό στον Αλγόριθμο 3 και εντονότερο στον Αλγόριθμο 4.

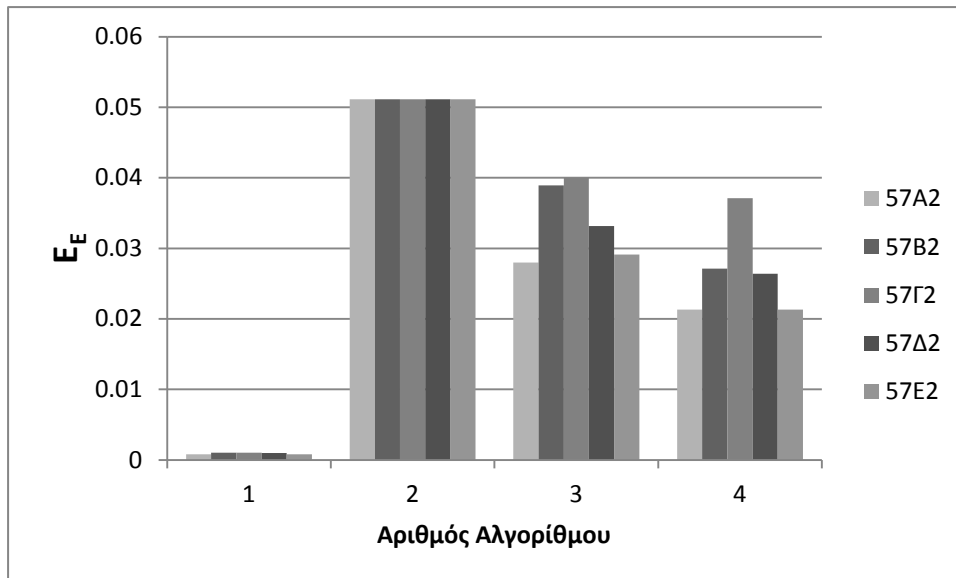
Τέλος, σύμφωνα με τους Πίνακες 4.46, έως και 4.51 μπορούμε να κάνουμε μία αξιολόγηση των Αλγορίθμων ως προς την ικανότητα ανίχνευσης και ταυτοποίησης των εσφαλμένων δεδομένων. Εύκολα παρατηρούμε πως οι Αλγόριθμοι ενός σταδίου (Αλγόριθμοι 1 & 2) ανιχνεύουν και εξαλείφουν επιτυχώς τις τέσσερις λανθασμένες μετρήσεις με τη μέθοδο των κανονικοποιημένων υπολοίπων. Ωστόσο, οι Αλγόριθμοι δύο σταδίων (Αλγόριθμοι 3 & 4) αποτυγχάνουν να εντοπίσουν το σφάλμα στη μέτρηση που αφορά την τάση του ζυγού 32 όπου υπάρχει συσκευή PMU. Επίσης, κανένας από τους Αλγορίθμους 1, 2 δεν ανιχνεύει το σφάλμα σε μέτρηση ρεύματος που παρέχει μία συσκευή PMU. Επομένως, επιβεβαιώνεται το συμπέρασμα πως οι εκτιμητές που διαχειρίζονται το διάνυμα μετρήσεων σε ένα στάδιο είναι γενικά πιο ακριβείς, γεγονός που βελτιώνει την απόδοσή τους στην ανίχνευση λαθών. Παρά ταύτα, ο έλεγχος κανονικοποιημένων υπολοίπων δεν οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα στην περίπτωση λαθών σε μετρήσεις ροών ρευμάτων [13].



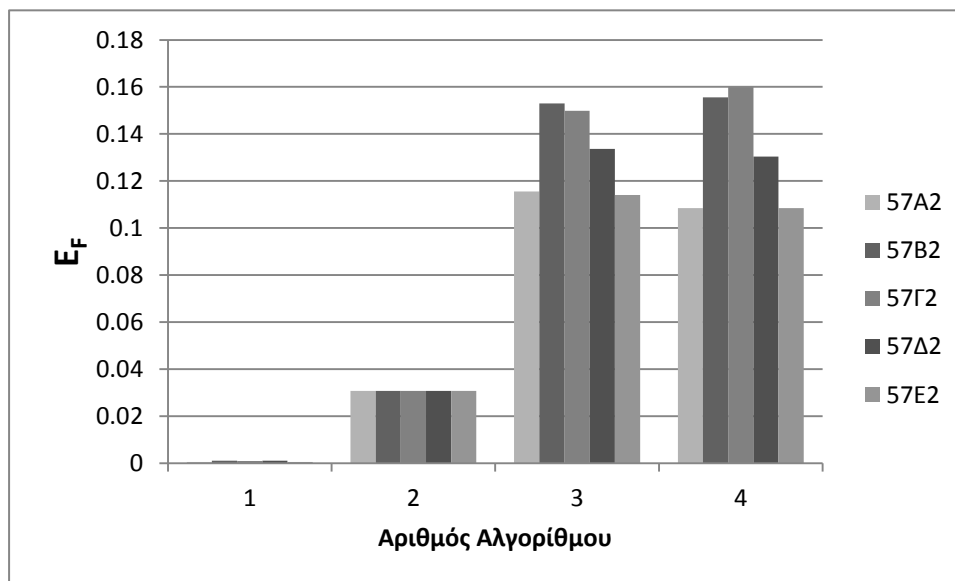
Σχήμα 5.3 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με συναρτησιακό θόρυβο.



Σχήμα 5.4 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με συναρτησιακό θόρυβο.



Σχήμα 5.5 Δείκτης ακριβείας E_E για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με σταθερό θόρυβο.



Σχήμα 5.6 Δείκτης ακριβείας E_F για το δίκτυο IEEE 57-ζυγών σε σενάρια με σταθερό θόρυβο.

5.2 Μελλοντική έρευνα

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτή τη διπλωματική εργασία αφορούν την επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης με χρήση συμβατικών και συγχρονισμένων μετρήσεων. Αποδείξαμε πως οι εκτιμητές κατάστασης ενός σταδίου

υπερτερούν ως προς την ακρίβεια και την ανίχνευση σφαλμάτων. Επίσης, η αύξηση του αριθμού των συσκευών PMU σε ένα δίκτυο βελτιώνει αρκετά το αποτέλεσμα του εκτιμώμενου διανύσματος κατάστασης.

Τα παραπάνω συμπεράσματα δημιουργούν αρκετά κίνητρα για μελλοντική ερευνητική εργασία στην περιοχή των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Απομένει να δούμε πώς η βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων PMU μπορεί να βελτιώσει την ακρίβεια των αλγορίθμων δύο σταδίων και να δώσει τη δυνατότητα για ακόμα περισσότερες εναλλακτικές προσεγγίσεις, ώστε να γίνουν συγκρίσιμοι ως προς την ακρίβεια με τους αλγορίθμους ενός σταδίου.

Επίσης, ενδιαφέρουσα αποτελεί η έρευνα για την βελτίωση των αλγορίθμων ως προς την ανίχνευση σφαλμάτων τόσο σε συμβατικές όσο και σε συγχρονισμένες μετρήσεις. Ειδικότερα, θα ήταν χρήσιμο να αναζητηθούν βελτιώσεις που σχετίζονται με την αδυναμία ανίχνευσης σφαλμάτων σε μετρήσεις ρευμάτων από συσκευές PMU.

Τέλος, η επιλογή του είδους του θορύβου, που στη συγκεκριμένη εργασία έγινε με τυχαίο τρόπο, επηρεάζει τα αποτελέσματα των αλγορίθμων που εξετάστηκαν. Επομένως, αξίζει να μελετηθεί ο προσδιορισμός των τιμών του θορύβου, ώστε να επιτυγχάνεται βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων σε κάθε περίπτωση.

6. Βιβλιογραφία

- [1] Ν. Χατζηαργυρίου. “Νέες προκλήσεις για τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας”, *Energy Press*, <http://energypress.gr/news/nees-prokliseis-gia-ta-systimata-ilektrikis-energeias>, 2017.
- [2] A. Abur and A. Gómez-Expósito, “Introduction” in *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, New York: Marcel Dekker, 2004.
- [3] A. Gomez-Exposito, A. Abur, P. Rousseaux, A. de la Villa Jaen, and C. Gomez-Quiles, “On the use of PMUs in power system state estimation,” in *Proc. Power Syst. Computat. Conf.*, vol. 22, 2011.
- [4] Γ. Κονταξής και Ν. Χατζηαργυρίου, “Εκτίμηση Κατάστασης” στα Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας, ΕΜΠ, Αθήνα, 2003.
- [5] A. Abur and A. Gómez-Expósito, “Weighted Least Squares State Estimation” in *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, New York: Marcel Dekker, 2004.
- [6] A. Abur and A. Gómez-Expósito, “Bad Data Detection and Identification” in *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, New York: Marcel Dekker, 2004.
- [7] G. N. Korres and N. M. Manousakis, “State estimation and observability analysis for phasor measurement unit measured systems”, *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 6, no. 9, pp.902-913, Sep. 2012.
- [8] A.G. Phadke and J.S. Thorp, “Introduction” in *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*, New York : Springer, 2008.
- [9] A.G. Phadke and J.S. Thorp, “Phasor Measurement Units and Phasor Data Concentrators” in *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*, New York : Springer, 2008.
- [10] G. N. Korres and N. M. Manousakis, “ A state estimator including conventional and synchronized phasor measurements,” *Computers and Electrical Eng.* vol. 38, no. 2, pp.294-305, Mar. 2012.
- [11] M. Zhou, V. A. Centeno, J. S. Thorp and A. G. Phadke, “An alternative for Including Phasor Measurements in State Estimator,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1930 – 1937, Nov. 2006.
- [12] N. M. Manousakis, G. N. Korres, J. N. Aliprantis, G. P. Vavourakis and G.-C. J. Makrinas “A Two-Stage State Estimator for Power Systems with PMU and SCADA measurements”, in *Proc. IEEE PowerTech*, 2013.
- [13] M. Ccahuana, F. Schmidt and M. de Almeida, “Analysis of Bad Data Detection in Power System State Estimators Considering PMUs”, in *Proc. IEEE Power and Energy Soc. Gen. Meeting*, 2015.