

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΕΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

# ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

# ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΠΟΣΒΕΤΗΡΩΝ ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΕΣΤΡΑΜΜΕΝΟΥ ΑΣΤΑΘΟΥΣ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

# IMPLEMENTATION OF DAMPERS BASED ON INVERTED UNSTABLE PENDULUM FOR THE SEISMIC PROTECTION OF STRUCTURES

Βασίλειος Ευάγγελος Παναγόπουλος

Επιβλέπων : Ιωάννης Αντωνιάδης

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις .....

Ιωάννης Αντωνιάδης Καθηγητής Ε.Μ.Π Βασίλειος Σπιτάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Χριστόφορος Προβατίδης

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούνιος 2017

Αφιερώνεται στους γονείς μου και στην αδελφή μου.

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ανέκαθεν αποτελούσε αντικείμενο μελέτης η βελτίωση της αξιοπιστίας των κατασκευών. Έτσι με την πάροδο του χρόνου έχουν προταθεί ποικίλοι μηχανισμοί ώστε να αποτρέπονται οι μέχρι πρότινος αστοχίες των κατασκευών. Οι κατηγορίες των μηχανισμών μαζί με τα προτερήματα και τα μειονεκτήματα τους παρουσιάζονται στην πορεία της διπλωματικής εργασίας. Σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η εισαγωγή ενός νέου μηχανισμού στις ήδη υπάρχουσες αντισεισμικές τεχνολογίες. Πιο συγκεκριμένα η νοοτροπία του παρόντος μηχανισμού βασίζεται στις ιδιότητες των αρνητικών ελατήριων και την εφαρμογή τους στους KDamper.

# <u>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</u>

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους του ανθρώπους που συνέβαλαν στην περάτωση της παρούσας εργασίας και κατ' επέκταση και στην ανέλιξη μου σαν μηχανικός.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα αυτής της εργασίας και Καθηγητή κ.Ιωάννη Αντωνιάδη. Τόσο για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα θέμα στοχευόμενο στα ενδιαφέροντα μου, όσο για την κατανόηση του, την καθοδήγηση και τις έμπειρες και πολύτιμες υποδείξεις σε όλα τα σημεία της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου, την αδελφή μου και τους φίλους μου για την συνεχή τους υποστήριξη κατά την εκπλήρωση αυτού του έργου.

# Πίνακας περιεχομένων

Εισαγωγή	5
1. Κινηματική Ανάλυση Μηχανισμού	13
1.1 Υπολογισμός γωνιών γ,δ,ψ	13
1.2 Υπολογισμός γωνιακών ταχυτήτων	15
1.3 Θέση και Ταχύτητα Κέντρου Βάρους Μηχανισμού	16
1.4 Αναλυτικός Υπολογισμός Σταθεράς Ελατήριου Μηχανισμού	17
2. Διαδικασία Διαστασιολόγησης Μηχανισμού	20
2.1 Υπολογισμός Γεωμετρικών Μεταβλητών d,c,l,h,γο	21
2.2 Διαστάσεις Μάζας m <sub>D</sub> & Υπολογισμός Ροπής Αδράνειας	25
3. Δυναμική Ανάλυση Μηχανισμού	30
3.1Εξισώσεις Κίνησης και Συναρτήσεις Μεταφοράς Γραμμικού KDamper	30
3.2 Εξισώσεις Κίνησης Μη Γραμμικού KDamper	35
3.3 Διαστασιολόγηση Ελατηρίων $K_{P/2}$	39
4. Πρώτη Εφαρμογή	41
Υλοποίηση Κατασκευής Με Χρήση Γραμμικού KDamper	48
Υλοποίηση Κατασκευής Με χρήση Μη Γραμμικού KDamper	57
Σύγκριση Μη Γραμμικού και Γραμμικού KDamper	68
5. $\Delta$ ЕҮТЕРН ЕФАРМОГН	72
Κατασκευή Φυσικής Συχνότητας 2 Hz	73
Κατασκευή Φυσικής Συχνότητας 3.1 Hz	104
Αναφορές	123

# <u>Εισαγωγή</u>

Θεματολογία της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η εισαγωγή ενός νέου μηχανισμού στις ήδη υπάρχουσες τεχνολογίες αντισεισμικών βάσεων. Οι δυο βασικές κατηγορίες αντισεισμικών βάσεων είναι η θεμελιώδης νοοτροπία των Fixed Base και η μεταγενέστερη των Isolated Base. Η διεύθυνση του σεισμού, για την οποία θα μελετηθούν οι αντισεισμικές βάσεων είναι η οριζόντια. Κύριο χαρακτηριστικό των Fixed Base αντισεισμικών βάσεων είναι ή οριζόντια. Κύριο χαρακτηριστικό των Fixed Base αντισεισμικών βάσεων είναι ότι οι στηρίξεις (στυλώματα) της κατασκευής είναι πακτωμένες με το έδαφος. Καταυτό τον τρόπο σύνδεσης η κατασκευή παρουσιάζει μεν μικρές σχετικές μετατοπίσεις, μεταξύ της κατασκευής και του εδάφους, αλλά μεγάλες επιταχύνσεις λόγο του υψηλού μέτρου ελαστικότητας των στηρίξεων. Η παρουσία των μεγάλων επιταχύνσεων οδηγούν στην δημιουργία μεγάλων διατμητικών φορτιών στις στηρίξεις της κατασκευής. Με αποτέλεσμα οι κατασκευές να αστοχούν. Η διάταξη των αρχικών αντισεισμικών βάσεων Fixed Base παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.1.



Σχήμα Ε.1

Όπου τα ελατήρια σταθεράς  $k_s$  αντιπροσωπεύουν το μέτρο ελαστικότητας των στηρίξεων.

Εν αντιθέσει η νοοτροπία των αντισεισμικών βάσεων Isolated Base, δημιουργός των όποιων είναι ο Willian Robinson (1974), στηρίζεται στην κατασκευή μιας ενδιάμεσης βάσης μεταξύ της κατασκευής και του εδάφους. Κατά αυτό τον τρόπο οι σχετικές μετατοπίσεις μεταξύ της κατασκευής και της βάσεως είναι σχεδόν μηδενικές. Με αποτέλεσμα τα διατμητικά φορτία που λαμβάνουν οι στηρίζεις της κατασκευής να είναι μηδαμινά αυξάνοντας έτσι την αξιοπιστία της κατασκευής. Βασικό μειονέκτημα αυτού του είδους βάσεων είναι οι μεγάλες οριζόντιες μετατοπίσεις της κατασκευής.

Καθώς στην ουσία η κατασκευή ολισθαίνει πάνω σε ειδικά σχεδιασμένες στηρίξεις(LRB). Η διάταξη των αντισεισμικών βάσεων Isolated Base παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.2.



# Σχήμα Ε.2

Στη πορεία η νοοτροπία των αρχικών Fixed Base βάσεων προκειμένου να αντιμετωπίσει το πρόβλημα αστοχίας τους, παρουσίασε τέσσερις παραλλαγές του αρχικού μηχανισμού.

#### 1. Tuned Mass Damping (TMD)

Η ιδέα των TMD εμφανίστηκε πρώτη φορά από τον Frahm<sup>[5]</sup> (1909). Η νοοτροπία των TMD βασίζεται στην τοποθέτηση μιας επιπρόσθετης μάζας  $m_D$  ανάμεσα των στηρίξεων της κατασκευής. Η οποία με την κατάλληλη επιλογή ελατηρίων και αποσβεστήρα σύμφωνα με το paper του Den Hartog<sup>[3]</sup> (1956), κατά την διάρκεια του σεισμού θα ταλαντώνεται με διαφορά φάσης 180 μοιρών σχετικά με την κατασκευή. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι προκειμένου να παρατηρηθεί αξιοσημείωτη βελτίωση στην απόσβεση των σεισμικών ταλαντώσεων η επιπρόσθετη μάζα  $m_D$  πρέπει να είναι μεγαλύτερη του 10% της συνολικής μάζας m της Ε.3.



Σχήμα Ε.3

#### 2. Quasi Zero Stiffness Ταλαντωτές (QZS)

Η ιδέα των QZS ταλαντωτών παρουσιάστηκε πρώτη φορά από τον Molyneaux <sup>[7]</sup> (1957) και ύστερα από τον Platus<sup>[8]</sup>(1999). Η νοοτροπία τους βασίζεται στην δραστική μείωση της στιβαρότητας της κατασκευής (μητρώο K), με αποτέλεσμα να

ελαττώνεται σε πολύ μικρές τιμές η φυσική συχνότητα του συστήματος  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Μειώνοντας την φυσική συχνότητα του συστήματος σε τιμές μικρότερες από τις συχνότητες των σεισμών, έχει ως αποτέλεσμα την δραστική απόσβεση των σεισμικών ταλαντώσεων. Αυτή η δραστική μείωση της στιβαρότητας της κατασκευής επιτυγχάνεται με την εισαγωγή αρνητικών ελατήριων (anti-springs) μεταξύ της κατασκευής και των στυλωμάτων της. Πρωταρχικά σχεδία τέτοιων κατασκευών παρουσιάζονται από τον Ibrahim<sup>[6]</sup>. Έτσι η συνολική στιβαρότητα της κατασκευής ισούται με  $k_{ozs} = k_s + k_N \le k_s$ . Η αρνητική σταθερά ελατηρίου υλοποιήθηκε αρχικά με ειδικούς μηχανολογικούς σχεδιασμούς χρησιμοποιώντας υλικά με συμβατικές θετικές σταθερές ελατηρίων όπως, ήδη λυγισμένα δοκάρια, μεταλλικές πλάκες, κελύφη και συμπιεσμένα ελατήρια σε κατάλληλες γεωμετρικές διατάξεις. Αρκετές ενδιαφέρουσες διατάξεις παρουσιάζονται στα paper των Winterflood<sup>[13]</sup> (2002) και Virgin<sup>[12]</sup> (2008). Στη συνέχεια αντί των ελαστικών δυνάμεων χρησιμοποιήθηκαν άλλης φύσεως δυνάμεις, ώστε να υλοποιηθούν τα αρνητικά ελατήρια. Όπως οι βαρυτικές όπως παρουσιάζουν οι Dyskin και Pasternak<sup>[4]</sup> (2012), οι μαγνητικές όπως παρουσιάζει ο Robertson<sup>[10]</sup> (2009) και οι ηλεκτρομαγνητικές όπως παρουσιάζουν οι Zhou και Liu<sup>[14]</sup> (2010). Παρόλα αυτά το κύριο πλεονέκτημα των QZS ταλαντωτών είναι και το σημαντικότερο μειονεκτήματα τους. Καθώς η απαίτηση της μείωσης της στιβαρότητας της κατασκευής σε πολύ χαμηλά επίπεδα διαταράσσει την στατική

ισορροπία της κατασκευής. Η διάταξη των QZS ταλαντωτών παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.4





#### 3. Inerter (J-Damper)

Σε μια προσπάθεια να παραληφθεί η μεγάλη επιπρόσθετη μάζα m<sub>D</sub> των TMD ταλαντωτών ο Smith<sup>[11]</sup> (2002) εισήγαγε την θεωρία των inerter. O inerter είναι ένα παθητικό στοιχειό με δυο ακροδέκτες έχοντας την δυνατότητα να παράγει δύναμη ανάλογη των επιταχύνσεων που επικρατούν στα δυο άκρα του. Αυτή η σταθερά αναλογίας ονομάζεται 'inertance'. Καταυτό τον τρόπο ο inerter μπορεί να πετύχει τις ίδιες αδρανειακές δυνάμεις με τους TMD χωρίς όμως την ύπαρξη της μεγάλης ταλαντευόμενης μάζας  $m_p$ . Η υλοποίηση του inerter βασίζεται στην τοποθέτηση ενός τροχού ρυθμιζόμενων στροφών(flywheel) πάνω σε ένα γρανάζι (rack) συνεργαζόμενο με έναν οδοντωτό σιδηρόδρομο(pinion) οπως φαίνεται στο Σχήμα Ε.5. Ωστόσο σύμφωνα με το paper των Chen και Smith<sup>[2]</sup> (2009) εφόσον ο inerter, τα ελατήρια και ο αποσβεστήρας μπορούν να συνδεθούν με ποικίλους σχηματισμούς, η σύγκριση των ιδιοτήτων των J-Damper με τους TMD στο πεδίο των συχνοτήτων είναι αρκετά περιπλοκή. Ακόμα για να λειτουργήσει αποτελεσματικά ένας J-Damper θα πρέπει να γίνει πολύ ακριβής επιλογή των ελατηρίων, του αποσβεστήρα και του inerter, διαδικασία η όποια είναι αρκετά περιπλοκή ως και αδύνατη πολλές φορές. Σύμφωνα με τα παραπάνω το κύριο μειονέκτημα των J-Damper είναι η επιρρέπεια που παρουσιάζουν στον αποσυντονισμό των παραμέτρων τους. Η διάταξη των J-Damper παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.6.



Σχήμα Ε.5



Σχήμα Ε.6

#### 4. KDamper

Οι KDamper είναι ένα υβρίδιο μεταξύ των TMD και QZS ταλαντωτών όπως παρουσιάζεται στο paper του K. Αντωνιάδη<sup>[1]</sup> (2015). Η νοοτροπία τους βασίζεται στην προσθήκη επιπρόσθετης μάζας  $m_D$  μαζί με ελατήρια αρνητικής σταθεράς  $k_N$ . Η αρνητική σταθερά ελατηρίου μπορεί να υλοποιηθεί με ποικίλους τρόπους όπως παρουσιάστηκε στους QZS ταλαντωτές. Κατά αυτό τον τρόπο αντιμετωπίζεται το κύριο πρόβλημα που έχει παρατηρηθεί στους TMD, καθώς αντί να αυξάνεται το ποσοστό της μάζας  $m_D$  υπάρχει η δυνατότητα αύξησης της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου ισοδυναμεί με την αύξηση των αδρανειακών φορτιών του συστήματος, χωρίς όμως να αυξάνεται η συνολική μάζα του. Επίσης υπάρχει άνω όριο αύξησης της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου έτσι ώστε η κατασκευή να μην οδηγείται σε στατική αστάθεια, ξεπερνώντας έτσι και το

πρόβλημα των QZS. Ακόμα η εισαγωγή της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου δίνει την δυνατότητα ρύθμισης της φυσικής συχνότητας σε επίπεδα χαμηλότερα από εκείνα των σεισμών. Η βέλτιστη επιλογή των παραμέτρων του συστήματος γίνεται σύμφωνα με το paper του Den Hartog<sup>[3]</sup> (1956). Αφού έχουν επιλεχθεί οι βέλτιστες παράμετροι του συστήματος, συγκριτικά διαγράμματα έχουν δείξει ότι για το ίδιο ποσοστό της μάζας  $m_D$  οι ταλαντωτές KDamper παρουσιάζουν πολύ καλύτερη δυνατότητα απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων συγκριτικά με τους TMD. Η διάταξη των KDamper παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.7. Στην προκειμένη περίπτωση η αρνητική σταθερά ελατηρίου υλοποιείται με δυο συμβατικά ελατήρια τα οποία συνδέονται με διάταξη η οποία φαίνεται στο Σχήμα Ε.8. Το μειονέκτημα της παρούσας διάταξης είναι η δυσκολία κατασκευής ελατήριων που να μπορούν να εκτελούν μεγάλες σχετικές μετατοπίσεις. Επιθυμητό θα ήταν όσο εκτρέπεται ο μηχανισμός από την θέση ισορροπίας του να αυξάνεται η αρνητική σταθερά ελατηρίου ώστε η κατασκευή να έχει την δυνατότητα να ανταποκρίνεται σε μετατοπίσεις μεγαλυτέρου πλάτους χωρίς βέβαια να διαταράσσεται η στατική ισορροπία της.



Σχήμα Ε.7



#### Σχήμα Ε.8

Το πρωτοπόρο κομμάτι της συγκεκριμένης μελέτης βασίζεται στο σχεδιασμό ειδικού μηχανολογικού μηχανισμού ο οποίος θα υλοποιεί την αρνητική σταθερά ελατηρίου. Έτσι λοιπόν προτείνεται ο μηχανισμός ενός εκκρεμούς με κατάλληλα γεωμετρικά μεγέθη τα οποία προσδιορίζονται στη συνέχεια με κατάλληλα κριτήρια. Η διάταξη του εν λόγου μηχανισμού παρουσιάζεται στο Σχήμα Ε.10. Στη πορεία της μελέτης θα αναλυθεί η Κινηματική του μηχανισμού. Όπου θα γίνει αναλυτικός υπολογισμός των γωνιών, των μετατοπίσεων, των γωνιακών επιταχύνσεων και της σταθεράς ελατηρίου του. Έπειτα θα αναλυθεί η Διαδικασία Διαστασιολόγησης του μηχανισμού. Όπου θα γίνει αναλυτικός υπολογισμός των γεωμετρικών παραμέτρων του μηχανισμού και εν συνέχεια ο υπολογισμός της ροπής αδράνειας. Στη συνέχεια θα αναλυθεί η Δυναμική του μηχανισμού και εν συνέχεια ναλυτικός. Όπου θα γίνει αναλυτικός των συναρτήσεων μεταφοράς, των εξισώσεων κίνησης του γραμμικού και μη γραμμικού KDamper.



Σχήμα Ε.10

# 1. Κινηματική Ανάλυση Μηχανισμού

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει προσδιορισμός των κινηματικών μεγεθών του μηχανισμού (μετατοπίσεις, ταχύτητες, επιταχύνσεις). Καθώς και ο αναλυτικός υπολογισμός της σταθεράς ελατηρίου του μηχανισμού. Παρότι ο μηχανισμός παρουσιάζει μια συνθέτη γεωμετρία όλη η κινηματική του μηχανισμού μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της γωνίας φ, που σχηματίζει ο οριζόντιος άξονας x με την βάση μικρούς μήκους 2c. (Σχήμα K1). Τα κινηματικά μεγέθη που θα αναλυθούν παρακάτω είναι οι γωνίες γ,δ,ψ καθώς η θέση και η ταχύτητα κίνησης του κέντρου βάρους του μηχανισμού.



Σχήμα Κ.1

#### 1.1 Υπολογισμός γωνιών γ,δ,ψ

Ξεκινώντας με τον κανόνα της κλειστής αλυσίδας ως προς τους άξονες x και y αντίστοιχα προκύπτουν οι δυο παρακάτω σχέσεις.

$$l\cos\gamma + 2c\cos\varphi + l\cos\delta = 2d \tag{1.1.1}$$

$$l\sin\gamma + 2c\sin\varphi - l\sin\delta = 0 \tag{1.1.2}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις εξαλείφεται η γωνία δ απομονώνοντας τους παράγοντες του ημίτονου και του συνημίτονου και υστέρα υψώνοντας στο τετράγωνο όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\overleftarrow{l l l l} = 2d - 2c \cos \varphi - l \cos \gamma \tag{1.1.3}$$

$$\overleftarrow{l \sin \delta} = 2c \sin \varphi + l \sin \gamma \tag{1.1.4}$$

13

$$\xrightarrow{1.1.3}_{1.1.4} l^2 = \left(2x_{\varphi} - l\cos\gamma\right)^2 + \left(2y_{\varphi} + l\sin\gamma\right)^2 \Leftrightarrow -x_{\varphi}l\cos\gamma + y_{\varphi}l\sin\gamma + r_{\varphi} = 0$$
(1.1.5)

όπου

$$x_{\varphi} = d - c \cos \varphi \tag{1.1.6}$$

$$y_{\varphi} = c \sin \varphi \tag{1.1.7}$$

$$r_{\varphi} = x_{\varphi}^{2} + y_{\varphi}^{2} = c^{2} + d^{2} - 2dc\cos\varphi$$
(1.1.8)

Ύστερα η παραπάνω εξίσωση γράφεται σαν πολυώνυμο δευτέρου βαθμού με την εξής μορφή.

$$\alpha_{2\varphi}z_{\gamma}^{2} + 2\alpha_{1\varphi}z_{\gamma} + \alpha_{0\varphi} = 0$$

όπου

$$z_{\gamma} = \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$
$$\alpha_{2\varphi} = r_{\varphi} + x_{\varphi}l$$
$$\alpha_{1\varphi} = y_{\varphi}l$$
$$\alpha_{0\varphi} = r_{\varphi} - x_{\varphi}l$$

Στη συνέχεια λύνοντας την δευτεροβάθμια εξίσωση προκύπτει η τελική εξάρτηση της γωνίας γ από την γωνία φ.

$$\gamma = 2 \tan^{-1}(\frac{-a_{1\varphi} + \Delta}{\alpha_{2\varphi}}), \ \Delta = \sqrt{\alpha_{1\varphi}^2 - \alpha_{2\varphi}\alpha_{0\varphi}}$$
 (1.1.9)

Έχοντας πλέον προσδιορίσει την γωνιά γ συναρτήσει της γωνίας φ μέσα από την Σχ.(1.1.4) προκύπτει και η γωνία δ συναρτήσει της γωνίας φ.

$$\delta = \sin^{-1}(\sin \gamma + \frac{2c}{l}\sin \varphi)$$
 (1.1.10)

Η γωνία ψ πλέον είναι εύκολο να προσδιοριστεί και αυτή με την σειρά της καθώς ορίζεται ως εξής.

$$\psi = \gamma_0 - \gamma, \gamma_0 = \cos^{-1}\left(\frac{d-c}{l}\right) \tag{1.1.11}$$

Εφόσον προσδιορίστηκαν όλες οι γωνίες του μηχανισμού συναρτήσει της γωνίας φ, επόμενο βήμα της κινηματικής ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός των γωνιακών ταχυτήτων.

#### 1.2 Υπολογισμός γωνιακών ταχυτήτων

Ο υπολογισμός θα ξεκινήσει παραγωγίζοντας τις Σχ.(1.1.1)&(1.1.2)

$$\begin{array}{c} -\frac{1.1.1}{2} \rightarrow -l\dot{\gamma}\sin\gamma - 2c\dot{\phi}\sin\varphi - l\dot{\delta}\sin\delta = 0 \Leftrightarrow \\ l\dot{\delta}\cos\delta\tan\delta = -l\dot{\gamma}\sin\gamma - 2c\dot{\phi}\sin\varphi \end{array}$$
(1.2.1)

$$\frac{1.1.2}{l\dot{\gamma}\cos\gamma + 2c\dot{\varphi}\cos\varphi - l\dot{\delta}\cos\delta} = 0 \xrightarrow{\times \tan\delta} l\dot{\phi}\cos\delta \tan\delta = (l\dot{\gamma}\cos\gamma + 2c\dot{\varphi}\cos\varphi)\tan\delta$$
(1.2.2)

Εξισώνοντας τα πρώτα μέλη των Σχ.(1.2.1)&(1.2.2) απαλείφεται η γωνιακή ταχύτητα δ και υπολογίζεται η γωνιακή ταχύτητα γ.

$$(l\dot{\gamma}\cos\gamma + 2c\dot{\phi}\cos\varphi)\tan\delta = -l\dot{\gamma}\sin\gamma - 2c\dot{\phi}\sin\varphi \Leftrightarrow$$
$$(l\dot{\gamma}\cos\gamma + 2c\dot{\phi}\cos\varphi)\sin\delta = (-l\dot{\gamma}\sin\gamma - 2c\dot{\phi}\sin\varphi)\cos\delta \Leftrightarrow$$
$$l\dot{\gamma}\cos\gamma\sin\delta + l\dot{\gamma}\sin\gamma\cos\delta = -2c\dot{\phi}\sin\varphi\cos\delta - 2c\dot{\phi}\cos\varphi\sin\delta \Leftrightarrow$$
$$l\dot{\gamma}\sin(\gamma + \delta) = -2c\dot{\phi}\sin(\varphi + \delta)$$

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς η γωνιακή ταχύτητα γ ισούται.

$$\dot{\gamma} = -\frac{2c}{l\sigma}\dot{\phi} = -\mu\dot{\phi} \Leftrightarrow \gamma' = \frac{\partial\gamma}{\partial\phi} = -\mu$$
(1.2.3)

Έχοντας θέσει τα εξής.

$$\mu = \frac{2c}{l\sigma} \kappa \alpha \tau \sigma = \frac{\sin(\gamma + \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}$$
(1.2.4)

Εφόσον υπολογίστηκε η γωνιακή ταχύτητα γ από την Σχ.(1.1.4) είναι δυνατόν να προσδιοριστεί και η γωνιακή ταχύτητα δ.

$$\dot{\delta}\cos\delta = \dot{\gamma}\cos\gamma + \dot{\varphi}\frac{2c}{l}\cos\varphi \xleftarrow{1.2.3}$$

$$\dot{\delta} = -\dot{\varphi}\mu\frac{\cos\gamma}{\cos\delta} + \dot{\varphi}\frac{2c}{l}\frac{\cos\varphi}{\cos\delta} \xleftarrow{1.2.4}$$

$$\dot{\delta} = \frac{2c}{l\cos\delta} \left(\cos\varphi - \frac{\sin(\varphi + \delta)\cos\gamma}{\sin(\gamma + \delta)}\right)\dot{\varphi}$$

$$\dot{\delta} = -\frac{2c}{l}\frac{\sin(\varphi - \gamma)}{\sin(\gamma + \delta)}\dot{\varphi} \Leftrightarrow \delta' = \frac{\partial\delta}{\partial\varphi} = -\frac{2c}{l}\frac{\sin(\varphi - \gamma)}{\sin(\gamma + \delta)}$$
(1.2.5)

Στη συνέχεια η γωνιακή ταχύτητα ψ υπολογίζεται από την Σχ.(1.1.11)

$$\dot{\psi} = -\dot{\gamma} \tag{1.2.6}$$

#### 1.3 Θέση και Ταχύτητα Κέντρου Βάρους Μηχανισμού

Από το Σχήμα Κ.1 ως αρχή των αξόνων θεωρείται το σημείο Ο. Η μετατόπιση του κέντρου βάρους (σημείο Β) κατά τον άξονα x αποτελείται από δυο τμήματα. Από την μετατόπιση του μεσαίου σημείου της βάσης μήκους 2c και από το την μετατόπιση του συνδέσμου ύψους h καθώς ο μηχανισμός εκτελεί κίνηση τυχαίας γωνίας φ.

Όπως αναφέρθηκε το πρώτο τμήμα της μετατόπισης του κέντρου βάρους κατά τον άξονα x υπολογίζεται ως εξής.

$$\Delta_{XM} = x_{XM'} - x_{XM} \Leftrightarrow$$
$$\Delta_{XM} = l \cos \gamma + c \cos \varphi - (l \cos \gamma_0 + c) \Leftrightarrow$$
$$\Delta_{XM} = l \cos \gamma + c \cos \varphi - d$$

Ύστερα το δεύτερο τμήμα της μετατόπισης του κέντρου βάρους κατά τον άξονα x υπολογίζεται ως εξής.

$$\Delta_{\mathbf{x}h} = h \sin \varphi$$

Άρα η συνολική μετατόπιση της τετμημένης του κέντρου βάρους του μηχανισμού ισούται.

$$x_b = \Delta_{\rm XM} + \Delta_{\rm Xh} = l \cos \gamma + c \cos \varphi - d + h \sin \varphi$$
(1.3.1)

Ύστερα η τεταγμένη του κέντρου βάρους σύμφωνα με το σημείο αναφοράς Ο υπολογίζεται ως εξής.

$$y_{b} = h\cos\varphi - l\,\sin\gamma - c\,\sin\varphi \tag{1.3.2}$$

Για να προσδιοριστεί η ταχύτητα κίνησης του κέντρου βάρους πρέπει να παραγωγιστούν οι Σχ.(1.3.1)&(1.3.2) αντίστοιχα.

$$\xrightarrow{1.3.1} \dot{x}_{b} = -l \dot{\gamma} \sin \gamma - c \dot{\phi} \sin \varphi + h \dot{\phi} \cos \varphi \xleftarrow{1.2.3}$$

$$\dot{x}_{b} = (l \mu \sin \gamma - c \sin \varphi + h \cos \varphi) \dot{\phi} \Leftrightarrow \qquad (1.3.3)$$

$$\dot{x}_{b} = r_{x} \dot{\phi} \iff x_{b}^{'} = \frac{\partial x_{b}}{\partial \varphi} = r_{x}, \ r_{x} = l \mu \sin \gamma - c \sin \varphi + h \cos \varphi$$

$$\xrightarrow{1.3.2} \dot{y}_{b} = -h \dot{\phi} \sin \varphi - l \dot{\gamma} \cos \gamma - c \dot{\phi} \cos \varphi \xleftarrow{1.2.3}$$

$$\dot{y}_{b} = (-h\sin\varphi + l\mu\cos\gamma - c\cos\varphi)\dot{\phi} \Leftrightarrow$$

$$\dot{y}_{b} = -r_{y}\dot{\phi} \Leftrightarrow y_{b}' = \frac{\partial y_{b}}{\partial\varphi} = -r_{y}, r_{y} = h\sin\varphi - l\mu\cos\gamma + c\cos\varphi$$
(1.3.4)

#### 1.4 Αναλυτικός Υπολογισμός Σταθεράς Ελατήριου Μηχανισμού

Προκειμένου να προσδιοριστεί η σταθερά ελατηρίου του μηχανισμού θα εφαρμοστούν οι εξισώσεις Lagrance στατικής ισορροπίας (δηλ. T=0). Εφαρμόζοντας μια εξωτερική δύναμη η οποία είναι ίση με την δύναμη ελατηρίου εφόσον βρισκόμαστε σε στατική ισορροπία. Μέσω των εξισώσεων Lagrance θα προσδιοριστεί αυτή η δύναμη και ύστερα παραγωγίζοντας θα προκύψει η σταθερά ελατηρίου του μηχανισμού

Εξισώσεις Lagrance

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} + \frac{\partial P_c}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{\varphi}}$$

$$L = T - U$$

$$U = m_D g y_b$$

$$P_t = F_{\varepsilon\lambda} \left( \varphi(x_b) \right) \dot{x}_b$$

$$\Rightarrow m_D g \frac{\partial y_b}{\partial \varphi} = F_{\varepsilon\lambda} \left( \varphi(x_b) \right) \frac{\partial \dot{x}_b}{\partial \dot{\varphi}}$$

$$\underbrace{\xrightarrow{1.3.4 \& 1.3.3}}_{\longleftarrow} F_{\varepsilon\lambda} \left( \varphi(x_b) \right) = -m_D g \frac{r_y}{r_x} \qquad (1.4.1)$$

Επόμενο βήμα είναι η παραγώγιση

$$\frac{\partial F_{\varepsilon\lambda}\left(\varphi(x_{b})\right)}{\partial x_{b}} = \frac{\partial F_{\varepsilon\lambda}\left(\varphi(x_{b})\right)}{\partial \varphi} \frac{\partial x_{b}}{\partial \varphi}^{-1} = \mathbf{K}_{\varepsilon\lambda}$$
(1.4.2)

Λόγο της πολυπλοκότητας της παραγώγου η παραγώγιση θα γίνει κατά τμήματα για να είναι πιο σαφής η διαδικασία .

$$\xrightarrow{1.4.2} \frac{\partial F_{\varepsilon\lambda}}{\partial \varphi} = -m_D g \frac{r'_y r_x - r'_x r_y}{r_x^2}$$
(1.4.3)

$$\overleftarrow{\underset{y}{\overset{1.3.4}{\longleftarrow}}}r_{y} = -(l\,\mu\cos\gamma)' - c\sin\varphi + h\cos\varphi \tag{1.4.4}$$

$$(l \,\mu \cos\gamma)' = l \,\mu' \cos\gamma - l \,\mu \sin\gamma \,\gamma' \tag{1.4.5}$$

$$\frac{12.4}{l} \rightarrow \mu' = \frac{2c}{l} \frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\gamma + \delta) - \sin(\varphi + \delta) \sin(\gamma + \delta)}{\sin^2(\gamma + \delta)} \Rightarrow$$

$$\mu' = \frac{2c}{l} \frac{(\cos(\varphi + \delta)(1 + \delta')\sin(\gamma + \delta) - \cos(\gamma + \delta)(\gamma' + \delta')\sin(\varphi + \delta))}{\sin^2(\gamma + \delta)} \Rightarrow$$

$$\frac{\mu'}{\frac{2c}{l}} = \frac{\cos(\varphi + \delta)\sin(\gamma + \delta) - \cos(\gamma + \delta)\sin(\varphi + \delta)\gamma' + [\cos(\varphi + \delta)\sin(\gamma + \delta) - \cos(\gamma + \delta)\sin(\varphi + \delta)]\delta'}{\sin^2(\gamma + \delta)}$$

$$\frac{\mu'}{\frac{2c}{l}} = \frac{\cos(\varphi + \delta)\sin(\gamma + \delta) - \cos(\gamma + \delta)\sin(\varphi + \delta)\gamma' - \sin[(\gamma + \delta) - (\varphi + \delta)]\delta'}{\sin^2(\gamma + \delta)}$$

$$\underbrace{\underbrace{\frac{1.2.3\&1.2.5}{l}}_{l}}_{\substack{\mu'\\ \frac{2c}{l}}} = \frac{\cos(\varphi+\delta)\sin(\gamma+\delta)+\cos(\gamma+\delta)\sin(\varphi+\delta)\frac{2c}{l}\frac{\sin(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)}+\sin(\varphi-\gamma)\frac{2c}{l}\frac{\sin(\varphi-\gamma)}{\sin(\gamma+\delta)}}{\sin(\gamma+\delta)}$$

$$\mu' = \frac{2c}{l} \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{1}{\sin^3(\gamma + \delta)} \left[\cos(\gamma + \delta)\sin^2(\varphi + \delta) + \sin^2(\varphi - \gamma)\right]$$
(1.4.6)

$$\frac{1.4.5}{1.4.6\&1.2.3\&1.2.4\&1.2.5} \rightarrow (l \,\mu \cos \gamma)' = \frac{2c \cos \gamma \cos(\varphi + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{l[\cos \gamma \sin^2(\varphi - \gamma) + \cos \delta \sin^2(\varphi + \delta)]}{\sin^3(\gamma + \delta)}$$
(1.4.7)

 $\xrightarrow{1.4.4}_{1.4.7} \rightarrow$ 

$$r_{y}^{'} = -\frac{2c\cos\gamma\cos(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)} - \left(\frac{2c}{l}\right)^{2} \frac{l[\cos\gamma\sin^{2}(\varphi-\gamma) + \cos\delta\sin^{2}(\varphi+\delta)]}{\sin^{3}(\gamma+\delta)} - c\sin\varphi + h\cos\varphi$$
(1.4.8)

$$\xrightarrow{1.3.3} r_x = (l \,\mu \sin \gamma) - c \cos \varphi - h \sin \varphi$$

$$(l \,\mu \sin \gamma) = l \,\mu' \sin \gamma + l \,\mu \cos \gamma \gamma'$$

$$\xrightarrow{14.6 \& 1.2.4 \& 1.2.3}$$

$$(1.4.9)$$

$$\left(l\mu\sin\gamma\right) = \frac{2c\sin\gamma\cos(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{l\sin\gamma\left[\cos(\gamma+\delta)\sin^2(\varphi+\delta) + \sin^2(\varphi-\gamma)\right]}{\sin^3(\gamma+\delta)} - l\left(\frac{2c}{l}\right)^2 \left(\frac{\sin(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)}\right)^2 \cos\gamma =$$

$$= \frac{2c\sin\gamma\cos(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{l\left[\sin\gamma\sin^2(\varphi-\gamma) + \sin^2(\varphi+\delta)\sin\gamma\cos(\gamma+\delta) - \sin^2(\varphi+\delta)\cos\gamma\sin(\gamma+\delta)\right]}{\sin^3(\gamma+\delta)} \Rightarrow$$

$$(l \mu \sin \gamma)' = \frac{2c \sin \gamma \cos(\varphi + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{l \left[\sin \gamma \sin^2(\varphi - \gamma) - \sin \delta \sin^2(\varphi + \delta)\right]}{\sin^3(\gamma + \delta)}$$
(1.4.10)

$$\xrightarrow{1.4.9}_{1.4.10} \rightarrow r_x = \frac{2c\sin\gamma\cos(\varphi+\delta)}{\sin(\gamma+\delta)} + \left(\frac{2c}{l}\right)^2 \frac{l\left[\sin\gamma\sin^2\left(\varphi-\gamma\right) - \sin\delta\sin^2\left(\varphi+\delta\right)\right]}{\sin^3\left(\gamma+\delta\right)} - c\cos\varphi - h\sin\varphi$$

(1.4.11)

$$\frac{\partial x_b}{\partial \varphi}^{-1} = \frac{1}{r_x} \tag{1.4.12}$$

$$\xrightarrow{1.3.3}{1.2.4} r_x = 2c \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} \sin \gamma - c \sin \varphi + h \cos \varphi$$
(1.4.13)

Με τους παραπάνω υπολογισμούς καταλήγουμε στην αναλυτική μορφή της σταθεράς ελατηρίου του μηχανισμού.

$$K_{\varepsilon\lambda}(x_{b}) = -m_{D} g \frac{r_{y} r_{x} - r_{x} r_{y}}{r_{x}^{3}}$$
(1.4.14)

# 2. Διαδικασία Διαστασιολόγησης Μηχανισμού

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει υπολογισμός των γεωμετρικών μεγεθών του μηχανισμού καθώς και της επιπρόσθετης μάζας m<sub>D</sub>. Έχοντας πλέον την αναλυτική μορφή της σταθεράς ελατηρίου του μηχανισμού, παρατηρείται ότι, η τιμή της σταθεράς μεταβάλλεται με παραβολική μορφή καθώς αυξάνεται η μετατόπιση του κέντρου βάρους του μηχανισμού όπως φαίνεται στο Σχήμα ΔΔ.1.



Σχήμα ΔΔ.1

Βασική απαίτηση του σχεδιασμού είναι ο μηχανισμός στην θέση ισορροπίας του( δηλ φ=0 )να έχει οριακά αρνητική τιμή σταθεράς ελατηρίου.

Έτσι η διαδικασία διαστασιολόγοσης ξεκάνει για  $\varphi=0$ . Ακόμα παρατηρείται από την Σχ.(1.4.14) ότι η σταθερά ελατηρίου εξαρτάται γραμμικά από το βάρος της μάζας  $m_D$  οπότε εισάγεται ο όρος της σχετικής σταθεράς ελατηρίου.

$$K_{rel} = \frac{K_{\varepsilon\lambda}}{-m_D g}$$
(2.0.1)

# Υπολογισμός Κελ(0)

Για φ=0 ισχύουν  $\gamma = \gamma_0$ ,  $\delta = \gamma_0$ ,  $\cos \varphi = 1$ ,  $\sin \varphi = 0$  και στη πορεία υπολογίζονται επιμέρους οι όροι της σταθεράς ελατηρίου.

$$\xrightarrow{1.4.8}{} r'_{y}(0) = -\frac{2c\cos\gamma_{o}\cos\gamma_{o}}{\sin(2\gamma_{o})} - \left(\frac{2c}{l}\right)^{2} \frac{l[\cos\gamma_{0}\sin^{2}(-\gamma_{0}) + \cos\gamma_{0}\sin^{2}(\gamma_{0})]}{\sin^{3}(2\gamma_{0})} + h \Leftrightarrow$$

$$r'_{y}(0) = -\frac{2c\cos\gamma_{o}\cos\gamma_{o}}{2\sin\gamma_{0}\cos\gamma_{0}} - \left(\frac{2c}{l}\right)^{2} \frac{2l\sin^{2}\gamma_{0}\cos\gamma_{0}}{(2\sin\gamma_{0}\cos\gamma_{0})^{3}} + h \Leftrightarrow$$

$$r'_{y}(0) = -\frac{c\cos\gamma_{o}}{\sin\gamma_{0}} - \frac{c^{2}}{l} \frac{1}{(\sin\gamma_{0}\cos^{2}\gamma_{0})} + h$$

$$r'_{y}(0) = h - h_{u}, \text{ or } \text{ov } h_{u} = \frac{c}{\sin \gamma_{0}} \left( \cos \gamma_{0} + \frac{c}{l} \frac{1}{\cos^{2} \gamma_{0}} \right)$$

$$(2.0.2)$$

$$\xrightarrow{1.4.13} r_x(0) = 2c \frac{\sin \gamma_0}{\sin 2\gamma_0} \sin \gamma_0 + h = 2c \frac{\sin \gamma_0}{2 \sin \gamma_0 \cos \gamma_0} \sin \gamma_0 + h$$

$$r_{x}(0) = h + h_{d} , \delta\pi\sigma\nu h_{d} = c \tan\gamma_{0}$$
(2.0.3)
$$\frac{14414}{16} r_{x}(0) = 2c \sin\gamma_{0} \cos\gamma_{0} + (2c)^{2} l[\sin\gamma_{0} \sin^{2}(\gamma_{0}) - \sin\gamma_{0} \sin^{2}\gamma_{0}]$$
(2.0.3)

$$\xrightarrow{1.4.11} r_x(0) = \frac{2c\sin\gamma_0\cos\gamma_0}{\sin 2\gamma_0} + \left(\frac{2c}{1}\right)^2 \frac{l[\sin\gamma_0\sin^2(\gamma_0) - \sin\gamma_0\sin^2\gamma_0]}{\sin^3 2\gamma_0} - c = 0$$
(2.0.4)

Κάνοντας αντικατάσταση των Σχέσεων (2.0.2)(2.0.3)και(2.0.4) στην σχέση (1.4.14) προκύπτει.

$$K_{\varepsilon\lambda}(0) = -m_D g \frac{r_y(0)}{r_x^2(0)} = -m_D g \frac{h - h_u}{\left(h + h_d\right)^2}$$
(2.0.5)

#### 2.1 Υπολογισμός Γεωμετρικών Μεταβλητών d,c,l,h,γο

Παρατηρείται από την Σχ.(2.0.5) ότι προκειμένου να επιτευχτεί αρνητική τιμή της σταθεράς ελατηρίου θα πρέπει  $h > h_u$ . Για να πραγματοποιηθούν οι υπολογισμοί των γεωμετρικών d,c,l,h, $\gamma_0$  έγινε μια αρχική υπόθεση της τιμής  $K_{rel}(0) = \frac{K_{e\lambda}(0)}{-m_D g}$  και στη συνέχεια ακολούθησε η παρακάτω μεθοδολογία.

Τέθηκαν τα εξής κατά την διάρκεια της ανάλυσης.

$$c = ad$$
  
 $l = bd$ 

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι όροι των  $h_{\!\scriptscriptstyle u}$  &  $h_{\!\scriptscriptstyle d}$ 

$$\sin(\gamma_0) = \frac{\sqrt{l^2 - (d - c)^2}}{l} \Longrightarrow \sin(\gamma_0) = \frac{\sqrt{b^2 - (1 - a)^2}}{b}, b > 1 - a$$
(2.1.1)

$$\cos(\gamma_0) = \frac{d-c}{l} \Longrightarrow \cos(\gamma_0) = \frac{1-a}{b}, a < 1$$
(2.1.2)

Και με αντικατάσταση στη Σχ.2.0.2 και Σχ.2.0.3 προκύπτουν.

$$h_{u} = a \frac{b}{\sqrt{b^{2} - (1 - a)^{2}}} \left( \frac{1 - a}{b} + \frac{ab}{(1 - a)^{2}} \right) d \Longrightarrow$$

$$h_{u} = c_{1}d, \text{ órow } c_{1} = a \frac{b}{\sqrt{b^{2} - (1 - a)^{2}}} \left( \frac{1 - a}{b} + \frac{ab}{(1 - a)^{2}} \right)$$

$$\sqrt{b^{2} - (1 - a)^{2}}$$
(2.1.3)

$$h_{d} = a \frac{\sqrt{b^{2} - (1 - a)^{2}}}{1 - a} d \Rightarrow$$

$$h_{d} = c_{2}d, \text{ órow } c_{2} = a \frac{\sqrt{b^{2} - (1 - a)^{2}}}{1 - a}$$
(2.1.4)

Μετά από αυτές τις αντικαταστάσεις λύνεται η δευτεροβάθμια εξίσωση

$$K_{r}(0) = \frac{h - c_{1}d}{(h - c_{2}d)^{2}} \Leftrightarrow$$

$$h - c_{1}d = K_{r}(0)(h^{2} + 2hc_{2}d + c_{2}^{2}d^{2}) \Leftrightarrow$$

$$h^{2}K_{r}(0) + h(2c_{2}K_{r}(0)d - 1) + c_{2}^{2}K_{r}(0)d^{2} + c_{1}d = 0$$
Υπολογίζεται η διακρίνουσα της εξίσωσης.  

$$\Delta = (2c_{2}K_{r}(0)d - 1)^{2} - 4K_{r}(0)(c_{2}^{2}K_{r}(0)d^{2} + c_{1}d) \Rightarrow$$

$$\Delta = 1 - 4dK_{r}(0)(c_{2} + c_{1}) \ge 0,$$
προκειμένου να υπαρχουν πραγματικές ρίζες

$$\Rightarrow d \leq \frac{1}{4K_r(0)(c_2 + c_1)} \tag{2.1.5}$$

$$h_{1,2} = \frac{-(2c_2K_r(0)d - 1) \pm \sqrt{\Delta}}{2K_r(0)}$$
(2.1.6)

Για να προκύψουν οι τελικές τιμές των γεωμετρικών μεγεθών του μηχανισμού ακολουθείται επαναληπτική μέθοδος όπου υποθέτονται τιμές, αρχικά για το  $K_r(0)$  και στη συνέχεια για τα α,b εντός των περιορισμών που προκύπτουν από τις Σχ.(2.1.1) και (2.1.2).Υπολογίζονται οι τιμές των  $c_2 \& c_1 \& h_u$  και για όλο το εύρος

των τιμών του d από την Σχ.(2.1.5) υπολογίζονται από την Σχ.(2.1.6) τα h τα οποία πρέπει να είναι εντός του περιορισμού  $h > h_u$ . Τέλος υπολογίζονται, η σχετική σταθερά του ελατηρίου ώστε το περιθώριο ευσταθείας της κατασκευής να είναι σε επιτρεπτά επίπεδα και η μετατόπιση του κέντρου βάρους του μηχανισμού. Η οποία πρέπει να είναι μικρότερη του d ώστε ο μηχανισμός να μην χτυπήσει σε κάποιο άλλο μέλος του. Εάν δεν εκπληρείται κάποιος από τους παραπάνω περιορισμός η επαναληπτική διαδικασία ξεκινάει από την αρχή. Παρακάτω παρουσιάζονται διαγράμματα της σταθεράς ελατηρίου του μηχανισμού.



Σχήμα ΔΔ.2



Σχήμα ΔΔ.3

Σκοπός των παραπάνω διαγραμμάτων είναι να παρουσιαστεί η εξάρτηση της σταθεράς ελατηρίου από της γεωμετρικές μεταβλητές d και h .

# Σχόλια Διαγραμμάτων :

<u>Σχήμα ΔΔ.2</u>: Παρατηρείται πως όσο αυξάνεται η τιμή του h αυξάνεται και η αρχική αρνητική τιμή της σταθεράς ελατηρίου και αντίστροφα. Ακόμα για την περίπτωση όπου  $h < h_u$  παρατηρείται ανεπιθύμητη μείωση της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου καθώς αυξάνεται η μετατόπιση του κέντρου βάρους.

<u>Σχήμα ΔΔ.3</u>: Παρατηρείται ότι περαιτέρω αύξηση από την βέλτιστη τιμή  $d_{opt}$  οδηγεί σε θετικές τιμές της σταθεράς ελατηρίου, ενώ μικρότερες τιμές του d από το  $d_{opt}$  οδηγούν σε αύξηση της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου . Γεγονός που αποτελεί πρόβλημα καθώς πολύ πιθανόν να διαταράσσεται το περιθώριο ευσταθείας της κατασκευής.

#### 2.2 Διαστάσεις Μάζας md & Υπολογισμός Ροπής Αδράνειας

Για να υλοποιηθεί η μάζα  $m_D$  θα χρησιμοποιηθεί μπετόν και σκυρόδεμα, το οποίο έχει πυκνότητα  $\rho_{\mu\pi\pi\pi\omega} = 2500 \ kg \ / m^3$ . Άρα ο συνολικός όγκος της μάζας  $m_D$  πρέπει να είναι

$$V_T = m_D / \rho_{\mu\pi\epsilon\tau\sigma\nu} \tag{2.2.1}$$

. Έτσι η μορφή του  $m_D$  παρουσιάζεται στο Σχήμα ΔΔ.4.



Σχήμα ΔΔ.4

Οι προς υπολογισμό ποσότητες είναι οι εξής :

 $R=\eta$ ακτίνα της κυλινδρικής μάζας που προσκολλείται στο πάνω μέρος του μηχανισμού

dm= ύψος του κυλίνδρου ακτίνας R

dc =ύψος της βάσης μήκους 2c

Προκειμένου να προσδιοριστούν οι 3 άγνωστοι χρησιμοποιούνται οι εξής σχέσεις.

Συνολικού Όγκου

$$V_C + V_M = V_T$$
  
$$\pi R^2 d_m + \pi c^2 d_c = V_T$$
 (2.2.2)

#### Υπολογισμός Ροπών

Υπολογίζονται οι ροπές που δημιουργούν οι δυο μάζες γύρω από το κέντρο βάρους της μάζας  $m_D$  όπως φαίνεται στο Σχήμα ΔΔ.5.



Σχήμα ΔΔ.5

$$W_{1}x_{1} = W_{3}x_{3} \Rightarrow$$

$$x_{3} = x_{1}\frac{W_{1}}{W_{3}}, W_{i} = m_{i}g = \rho V m_{i}g = \rho \pi R^{2}d_{i}g$$

$$x_{3} = x_{1}\left(\frac{c}{R}\right)^{2}\frac{d_{c}}{d_{m}}$$
(2.2.3)

όπου  $x_3$  και  $x_1$  οι αποστάσεις των κέντρων βάρους των μαζών m<sub>3</sub> και m<sub>1</sub> αντίστοιχα από το κέντρο βάρους της μάζας  $m_D$ 

$$x_1 = h + \frac{d_c}{2} \tag{2.2.4}$$

$$x_3 = \frac{d_m}{2} \tag{2.2.5}$$

Έχοντας πλέον ένα σύστημα 5x4 είναι δυνατόν να προσδιοριστούν όλα τα γεωμετρικά μεγέθη υποθέτοντας ένα εξ αυτών. Έτσι επιλέγεται μια τιμή του αγνώστου d<sub>c</sub> η οποία βέβαια θα πρέπει να εμπεριέχεται σε κάποιους περιορισμούς. Ο πρώτος περιορισμός προκύπτει κατά την επίλυση του παραπάνω συστήματος.

Υποθέτοντας τιμή για το  $d_c$  από την Σχ.2.2.4 είναι γνωστό το  $x_1$  ύστερα ακολουθούνται τα εξής βήματα.

$$\xrightarrow{2.2.3} d_m = \left(\frac{c}{R}\right)^2 \frac{x_1}{x_3} d_c \qquad (2.2.6)$$

$$\xrightarrow{2.2.2}{2.2.6} \pi R^2 \left(\frac{c}{R}\right)^2 \frac{x_1}{x_3} d_c + \pi c^2 d_c = V_T \Longrightarrow$$

$$x_3 = \frac{x_1}{\frac{V_T}{d_c \pi c^2} - 1} \qquad (2.2.7)$$

Στην Σχ.2.2.7 όλοι οι όροι είναι γνωστοί οπότε είναι δυνατόν να προσδιοριστεί και ο άγνωστος  $x_3$ . Αλλά θα πρέπει ο παρονομαστής της Σχ.2.2.7 να είναι θετικός καθώς οι σχέσεις αναφέρονται σε αποστάσεις. Οπότε θα πρέπει το  $d_c$  να πληρεί τον εξής πρώτο περιορισμό.

$$d_c < \frac{V_T}{\pi c^2} \tag{2.2.8}$$

Από την Σχ.2.2.5 προσδιορίζεται και ο άγνωστος  $d_m$ . Έτσι ο μόνος άγνωστος που έχει απομείνει είναι η ακτίνα R. Η οποία μπορεί να υπολογιστεί είτε από την Σχ.2.2.3 ή 2.2.2.

$$\xrightarrow{2.2.3} R = \sqrt{\frac{x_1 d_c}{x_3 d_m}} c$$
(2.2.9)

Έπειτα ο δεύτερος περιορισμός για το  $d_c$  προκύπτει από την κίνηση του μηχανισμού. Όπως αναφέρθηκε και προηγούμενος καθόλη την διάρκεια κίνησης του ο μηχανισμός δεν θα πρέπει να έρχεται σε επαφή με κάποιο άλλο μέλος του. Με την βοήθεια του Σχήματος ΔΔ.6 προκύπτουν τα παρακάτω.



# Σχήμα ΔΔ.6

Κατά την διάρκεια κίνησης του μηχανισμού το σημείο το οποίο πιθανόν να χτυπήσει σε κάποιο άλλο μέλος του μηχανισμού είναι το σημείο Α. Θεωρώντας σαν αρχή των αξόνων το σημείο Ο για την τεταγμένη του σημείου Α θα πρέπει να ισχύει.

$$x_a + x_b < 2c + (d - c) = d + c$$
(2.2.10)

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι όροι  $x_a$  &  $x_b$ 

$$x_a = \frac{2c}{\cos\varphi} \tag{2.2.11}$$

$$y = 2c \tan \varphi \tag{2.2.12}$$

$$x_b = \sin \varphi (d_c - 2c \tan \varphi) \tag{2.2.13}$$

Με αντικατάσταση των παραπάνω υπολογισμών στην αρχική σχέση προκύπτει και ο δεύτερος περιορισμός για την μεταβλητή  $d_c$ 

$$d_c < \frac{1}{\sin\varphi} (d + c + 2c \tan\varphi \sin\varphi - \frac{2c}{\cos\varphi})$$
(2.2.14)

Τέλος θα πρέπει το συνολικό ύψος του μηχανισμού να είναι μικρότερο από τα 4 μετρά για λόγους εργονομίας. Οπότε θα πρέπει

$$h + d_c + d_m < 4 \tag{2.2.15}$$

Με συναλήθευση των παραπάνω περιορισμών προκύπτουν οι διαστάσεις της μάζας  $m_{\!_D}$  .

# Υπολογισμός Ροπής Αδράνειας ID

Από το Σχήμα Κ.5 η ροπή αδράνειας του μηχανισμού ως προς το κέντρο βάρους του υπολογίζεται ως έξης.

$$I_D = m_c x_1^2 + m_m x_3^2 \Leftrightarrow$$

$$I_D = \rho_{\mu\pi\epsilon\tau\sigma\phi} (V_C x_1^2 + V_m x_3^2) \qquad (2.2.16)$$

### 3. Δυναμική Ανάλυση Μηχανισμού

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση των δυναμικών χαρακτηριστικών του μηχανισμού (συναρτήσεις μεταφοράς, εξισώσεις κίνησης, ιδιοσυχνότητες, συντελεστές απόσβεσης).Για να προχωρήσουμε στην ανάλυση παρουσιάζεται στη συνέχεια ένα απλοποιημένο γραμμικό μοντέλο του μηχανισμού όπως φαίνεται στο Σχήμα Δ.1. Όπου  $m_d$  είναι η μάζα που πάνω στο μηχανισμό, m το βάρος της κατασκευής που στηρίζει ο μηχανισμός,  $k_N$  η αρνητική σταθερά ελατηρίου του μηχανισμού (που θα υπολογιστεί στην συνέχεια),  $k_p$  ελατήρια τα οποία συνδέονται μεταξύ της κατασκευής και του μηχανισμού,  $k_R$  προσομοιάζει την ελαστικότητα των βάσεων στήριξης της κατασκευής.



Σχήμα Δ.1

#### 3.1Εξισώσεις Κίνησης και Συναρτήσεις Μεταφοράς Γραμμικού KDamper

Εφαρμόζεται μια αρμονική επιτάχυνση στην βάση της κατασκευής α<sub>G</sub> και κάνοντας χρήση του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα στις δυο μάζες του μηχανισμού προκύπτουν τα παρακάτω.

<u>Στο σώμα μάζας m :</u>

$$\Sigma f = m\ddot{x}_{m} \circ \pi ov \ \mathbf{x}_{m} = u_{S} + x_{G} & x_{D} = u_{D} + x_{G} \Leftrightarrow$$

$$-k_{R}(\mathbf{x}_{m} - x_{G}) - k_{P}(\mathbf{x}_{m} - \mathbf{x}_{D}) - c_{D}(\dot{\mathbf{x}}_{m} - \dot{\mathbf{x}}_{D}) = m\ddot{x}_{m} \Leftrightarrow$$

$$-k_{R}u_{S} - k_{P}(u_{S} - u_{D}) - c_{D}(\dot{u}_{S} - \dot{u}_{D}) = m\ddot{u}_{S} + ma_{G} \Leftrightarrow$$

$$m\ddot{u}_{S} + k_{R}u_{S} + k_{P}(u_{S} - u_{D}) + c_{D}(\dot{u}_{S} - \dot{u}_{D}) = -ma_{G} \qquad (3.1.1)$$

Στο σώμα μάζας m<sub>D:</sub>

$$\Sigma \vec{f} = m_D \vec{x}_D \Leftrightarrow$$

$$k_P (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_D) + c_D (\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_D) - k_N (x_D - x_G) = m_D \vec{x}_D \Leftrightarrow$$

$$k_P (u_S - u_D) + c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) - k_N u_D = m_D \vec{u}_D + m_D a_G \Leftrightarrow$$

$$m_D \vec{u}_D - k_P (u_S - u_D) - c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) + k_N u_D = -m_D a_G \qquad (3.1.2)$$

Προκειμένου να υπολογιστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς των  $u_D$  και  $u_s$ γίνεται χρήση μιγαδικών συναρτήσεων. Οπότε γίνονται οι εξής αντικαταστάσεις.

$$u_{S}(t) = U_{S} e^{j\omega t} + U_{S} e^{\overline{j}\omega t}$$
$$u_{D}(t) = U_{D} e^{j\omega t} + U_{D} e^{\overline{j}\omega t}$$
$$\alpha_{G}(t) = A_{G} e^{j\omega t} + A_{G} e^{\overline{j}\omega t}$$

Στη συνέχεια αντικαθίστανται οι αποκρίσεις στις Σχ.(3.1.1)&(3.1.2).

$$\xrightarrow{3.1.1} -mU_S\omega^2 + k_RU_S + k_P(U_S - U_D) + c_Dj\omega(U_S - U_D) = -mA_G \Leftrightarrow$$

$$U_S(-m\omega^2 + k_R + k_P + c_Dj\omega) + U_D(-k_P - c_Dj\omega) = -mA_G$$

$$\xrightarrow{3.1.2} -m_DU_D\omega^2 - k_P(U_S - U_D) - c_Dj\omega(U_S - U_D) + k_NU_D = -mA_G \Leftrightarrow$$

$$U_D(-m_D\omega^2 + k_P + c_Dj\omega + k_N) + U_S(-k_P - c_Dj\omega) = -m_DA_G \Leftrightarrow$$
(3.1.3)

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι ο όρος των αδρανειακών δυνάμεων  $-m_D U_D \omega^2$  και η δύναμη του αρνητικού ελατηρίου  $k_N U_D$  είναι συνεχώς συμφασικές λόγου του αρνητικού πρόσημου του  $k_N$ . Κατά αυτό τον τρόπο αποδεικνύεται η αύξηση των αδρανειακών φορτιών χωρίς την προσθήκη επιπρόσθετης μάζας. Παρατηρείται επίσης ότι οι αδρανειακές δυνάμεις εξαρτώνται από την συχνότητα διέγερσης ενώ η δύναμη του αρνητικού ελατηρίου είναι ανεξάρτητη από αυτήν. Κατά αυτό τον τρόπο παρατηρείται απόσβεση και σε ταλαντώσεις χαμηλών συχνοτήτων.

$$U_{D} = -\frac{-m_{D}A_{G} - U_{S}(-k_{P} - c_{D}j\omega)}{-m_{D}\omega^{2} + k_{P} + c_{D}j\omega + k_{N}}$$
(3.1.4)

Γίνεται αντικατάσταση της Σχ.(3.1.4) στην Σχ.(3.1.3).

$$U_{S}[(-m\omega^{2} + k_{R} + k_{P} + c_{D}j\omega)(-m_{D}\omega^{2} + k_{P} + c_{D}j\omega + k_{N}) - (k_{P} + c_{D}j\omega)^{2}]$$
  
=  $A_{G}[mm_{D}\omega^{2} - k_{P}(m + m_{D}) - c_{D}j\omega(m + m_{D}) - mk_{N}]$ 

$$H_{US} = \frac{U_S}{A_G} = \frac{mm_D\omega^2 - k_P(m + m_D) - c_D j\omega(m + m_D) - mk_N}{(-m\omega^2 + k_R + k_P + c_D j\omega)(-m_D\omega^2 + k_P + c_D j\omega + k_N) - (k_P + c_D j\omega)^2}$$
(3.1.5)

Εφόσον προσδιορίστηκε το πλάτος της απόκρισης  $u_s$ είναι πλέον δυνατόν να προσδιοριστεί και το πλάτος της απόκρισης  $u_D$ .

$$\xrightarrow{3.1.4}{3.1.5} H_{UD} = \frac{U_D}{A_G} = -\frac{-m_D + (k_P + c_D j\omega)H_{US}}{-m_D \omega^2 + k_P + c_D j\omega + k_N}$$
(3.1.6)

Έπειτα υπολογίζονται και τα πλάτη των επιταχύνσεων των μαζών m και  $m_D$  ως εξής:

$$x_{m} = u_{S} + x_{G} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{x}_{m} = \ddot{u}_{S} + \ddot{x}_{G} \Leftrightarrow (\ddot{x}_{m} = A_{m}e^{j\omega t} + A_{m}e^{\bar{j}\omega t})$$

$$A_{m} = -\omega^{2}U_{S} + A_{G} \Leftrightarrow$$

$$H_{AS} = \frac{A_{m}}{A_{G}} = -\omega^{2}H_{US} + 1$$

$$x_{D} = u_{D} + x_{G} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{x}_{D} = \ddot{u}_{D} + \ddot{x}_{G} \Leftrightarrow (\ddot{x}_{D} = A_{D}e^{j\omega t} + A_{D}e^{\bar{j}\omega t})$$

$$A_{D} = -\omega^{2}U_{D} + A_{G} \Leftrightarrow$$
(3.1.7)

$$H_{AD} = \frac{A_D}{A_G} = -\omega^2 H_{UD} + 1$$
(3.1.8)

Εφόσον το σύστημα είναι δεύτερης τάξης με μεταβλητές το  $u_s$ ,  $u_D$  θα παρουσιάζει δυο φυσικές ιδιοσυχνότητες, γεγονός που δημιουργεί αστάθεια στο μηχανισμό για μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων. Συμφώνα με τον Den Hartog<sup>[3]</sup> (1956) με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων του συστήματος είναι δυνατόν τα μέγιστα πλάτη που παρουσιάζονται στις δυο ιδιοσυχνότητες να είναι ισα μεταξύ τους και ελάχιστα. Έτσι προκύπτουν τα παρακάτω αδιάστατα μεγέθη.

$$k_N / k_{ol} = \kappa_N = -\kappa \mu \rho^2 \tag{3.1.9}$$

$$k_{P} / k_{ol} = \kappa_{P} = (1 + \kappa) \mu \rho^{2}$$
 (3.1.10)

$$k_R / k_{ol} = \kappa_S = 1 + \kappa (1 + \kappa) \mu \rho^2$$
 (3.1.11)

όπου

$$\kappa = -k_N / (k_P + k_N)$$
$$\mu = m_D / m$$
$$\rho = \omega_D / \omega_0$$
$$\omega_0 = \sqrt{k_{ol} / m}$$
$$k_{ol} = k_R + \frac{k_P k_N}{k_P + k_N}$$
$$k_D = k_P + k_N$$
$$\omega_D = \sqrt{k_D / m_D}$$

Έπειτα πρέπει να προσδιοριστεί ο συντελεστής απόσβεσης ζ<sub>D</sub> του μηχανισμού. Γύρω από την επιλογή του βέλτιστου συντελεστή απόσβεσης υπάρχουν αρκετές θεωρίες. Επικρατέστερο κριτήριο επιλογής του ζ<sub>Dopt</sub> όμως είναι η ελαχιστοποίηση του πλάτους των κορυφών της συνάρτησης μεταφοράς  $H_{US}$ . Έτσι η τιμή του συντελεστή προσδιορίζεται μέσω επαναλήψεων μέχρις ότου τα πλάτη να είναι ελάχιστα. Στο Σχήμα Δ.2 παρουσιάζεται η εξάρτηση  $H_{US}$  από τον συντελεστή απόσβεσης ζ<sub>D</sub>.



Σχήμα Δ.2

#### Σχόλια Διαγράμματος :

Είναι φανερό πως μικρότερη τιμή του συντελεστή απόσβεσης οδηγεί σε μεγαλύτερα πλάτη σχετικών μετατοπίσεων, ενώ μεγαλύτερη τιμή από την βέλτιστη δεν προσφέρει επιπλέον απόσβεση.

Εφόσον έχει προσδιοριστεί και η βέλτιστη τιμή του συντελεστή απόσβεσης υπολογίζεται και η τιμή του αποσβεστήρα του συστήματος.

$$c_D = 2\zeta_D \sqrt{k_D / m_D} \tag{3.1.12}$$

Αξιοσημείωτη παρατήρηση είναι ότι, η αρνητική τιμής της σταθεράς ελατήριου  $k_N$  δεν μπορεί να αυξάνεται απεριόριστα καθώς οδηγεί το σύστημα σε αστάθεια. Η μέγιστη τιμή λοιπόν της  $k_N$  υπολογίζεται ως εξής.

$$k_{ol} = k_R + \frac{k_P k_{N \max}}{k_P + k_{N \max}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$k_{N \max} = -\frac{k_R k_P}{k_R + k_P}$$
(3.1.13)

Έπειτα διαιρώντας της τιμές  $k_{\rm N}$  &  $k_{\rm Nmax}$  προκύπτει το περιθώριο ευστάθειας ε.

$$\varepsilon + 1 = \frac{k_{\text{Nmax}}}{k_{\text{N}}} \tag{3.1.14}$$

# 3.2 Εξισώσεις Κίνησης Μη Γραμμικού KDamper

Οι γραμμικές εξισώσεις κίνησης του μηχανισμού παρουσιάστηκαν στην ενότητα 3.1.Προκειμένου να προσδιοριστούν οι μη-γραμμικες εξισώσεις κίνησης του συστήματος θα εφαρμοστεί ο γενικευμένος δεύτερος νόμος του Νεύτωνα στα σώματα μάζας m και  $m_D$  .Με την βοήθεια του Σχήματος Δ.3 γίνεται η παρακάτω ανάλυση.



Σχήμα Δ.3

#### <u>Στο σώμα m :</u>

$$\Sigma \vec{f} = m \vec{x}_m , \text{ (brow } x_m = u_S + x_G$$
$$-k_R u_S - F_{KPU} - F_{CU} = m(\vec{u}_S + a_G) \Leftrightarrow$$
$$m \vec{u}_S + k_R u_S + F_{KPu} + F_{Cu} = -m a_G \qquad (3.2.1)$$

Ο δείκτης υ υποδηλώνει την εξάρτηση των δυνάμεων από την μεταβλητή  $u_s$ . Αυτός ο διαχωρισμός γίνεται καθώς οι δυνάμεις που ασκούνται στη μάζα  $m_D$  μεταβάλλονται συναρτήσει της γωνιάς φ. Οπότε οι εξισώσεις κίνησης του μηχανισμού θα γραφτούν σε αυτή την διεύθυνση, όπως θα φανεί παρακάτω.

<u>Στο σώμα m<sub>D:</sub></u>

$$\Sigma \overrightarrow{f} = \frac{dP_{\varphi}}{dt}, \text{ or ou } P_{\Phi} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}$$
$$-F_{C\varphi} - F_{KP\varphi} - F_{G\varphi} = \frac{dP_{\varphi}}{dt} \Leftrightarrow$$
$$\frac{dP_{\varphi}}{dt} + F_{C\varphi} + F_{KP\varphi} + F_{G\varphi} = 0 \qquad (3.2.2)$$

Στη συνέχεια θα προσδιοριστούν οι όροι των εξισώσεων (3.2.1) και (3.2.2).

Εφόσον ο μηχανισμός δεν κινείται τελείως οριζόντια τα ελατήρια και ο αποσβεστήρας εκτείνονται και στις δυο διευθύνσεις. Γεγονός που οδηγεί στην μη γραμμική συμπεριφορά των δυνάμεων απόσβεσης ( $F_{Cu} \& F_{C\varphi}$ ) και των ελαστικών δυνάμεων ( $F_{KPu} \& F_{KP\varphi}$ ). Οι μη γραμμικοί όροι θα προσδιοριστούν στην παρακάτω ανάλυση ξεκινώντας με τον υπολογισμό των επιμηκύνσεων των ελατηρίων.

$$\ell_{L} = \sqrt{(b + u_{D} - u_{S})^{2} + v_{D}^{2}}, v_{D} = y_{D} - y_{Do}$$

$$\frac{\partial \ell_{L}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} [(b + u_{D} - u_{S})^{2} + v_{D}^{2}]^{-1/2} [2(b + u_{D} - u_{S})\frac{\partial u_{D}}{\partial \varphi} + 2v_{D}\frac{\partial v_{D}}{\partial \varphi}]$$

$$\frac{\partial \ell_{L}}{\partial u_{S}} = \frac{1}{2} \ell_{L}^{-1/2} [-2(b + u_{D} - u_{S})]$$

$$\ell_{R} = \sqrt{(b - u_{D} + u_{S})^{2} + v_{D}^{2}}$$

$$\frac{\partial \ell_{R}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} [(b - u_{D} + u_{S})^{2} + v_{D}^{2}]^{-1/2} [2(b - u_{D} + u_{S})(-\frac{\partial u_{D}}{\partial \varphi}) + 2v_{D}\frac{\partial v_{D}}{\partial \varphi}]$$

$$\xrightarrow{1.3.3 \& 1.3.4}{\underbrace{\partial \ell_{L}}{\partial \varphi}} = \ell_{L\varphi} = \frac{(b + u_{D} - u_{S})r_{x} - v_{D}r_{y}}{\ell_{L}}$$

$$(3.2.3)$$
$$\frac{\partial \ell_L}{\partial u_S} = \ell_{Lu} = -\frac{b + u_D - u_S}{\ell_L}$$
(3.2.4)

$$\xrightarrow{1.3.3\&1.3.4} \frac{\partial \ell_R}{\partial \varphi} = \ell_{R\varphi} = \frac{-(b - u_D + u_S)\mathbf{r}_x - v_D r_y}{\ell_R}$$
(3.2.5)

$$\frac{\partial \ell_R}{\partial u_S} = \ell_{Ru} = \frac{b - u_D + u_S}{\ell_R}$$
(3.2.6)

Στη συνέχεια θα υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια των ελατηρίων και με την παραγώγιση της ως προς τις μεταβλητές  $u_s$  και  $\varphi$  θα υπολογιστούν οι ελαστικές δυνάμεις ( $F_{KPu} \& F_{KP\varphi}$ ).

$$U_{KP} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_L - \ell_I\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_R - \ell_I\right)^2$$
(3.2.7)  

$$F_{KP\varphi} = \frac{\partial U_{KP}}{\partial \varphi} = \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_L - \ell_I\right) \frac{\partial \ell_L}{\partial \varphi} + \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_R - \ell_I\right) \frac{\partial \ell_R}{\partial \varphi}$$
(3.2.8)  

$$\xrightarrow{3.2.3 \& 3.2.5}{\longleftrightarrow} F_{KP\varphi} = \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_L - \ell_I\right) \ell_{L\varphi} + \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_R - \ell_I\right) \ell_{R\varphi}$$
(3.2.8)  

$$F_{KPu} = \frac{\partial U_{KP}}{\partial u} = \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_L - \ell_I\right) \frac{\partial \ell_L}{\partial u} + \left(\frac{k_P}{2}\right) \left(\ell_R - \ell_I\right) \frac{\partial \ell_R}{\partial u}$$
(3.2.9)

Ύστερα με όμοια διαδικασία θα υπολογιστούν και οι δυνάμεις απόσβεσης  $F_{Cu}$  &  $F_{C\varphi}$ .

$$U_{C} = \frac{1}{2} c_{D} [(\dot{u}_{D} - \dot{u}_{S})^{2} + \dot{v}_{D}^{2}] \Longrightarrow$$

$$F_{C\phi} = \frac{\partial U_{C}}{\partial \dot{\phi}} = c_{D} (\dot{u}_{D} - \dot{u}_{S}) \frac{\partial \dot{u}_{D}}{\partial \dot{\phi}} + c_{D} \dot{v}_{D} \frac{\partial \dot{v}_{D}}{\partial \dot{\phi}}$$

$$\xrightarrow{1.3.3 \& 1.3.4}{\longleftarrow} F_{C\phi} = c_{D} (r_{x}^{2} + r_{y}^{2}) \dot{\phi} - c_{D} r_{x} \dot{u}_{S} \qquad (3.2.10)$$

$$F_{Cu} = \frac{\partial U_C}{\partial \dot{u}_S} = -c_D (\dot{u}_D - \dot{u}_S) = -c_D (r_x \dot{\phi} - \dot{u}_S)$$
(3.2.11)

Στη συνέχεια υπολογίζεται η κινητική ενέργεια του μηχανισμού ώστε να προσδιοριστεί ο όρος  $P_{\Phi} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}}$ . Όπου  $I_D$  η συνολική ροπή αδράνειας του μηχανισμού ως προς το κέντρο βάρους του.

$$T = \frac{1}{2} m_D (\dot{x}_D^2 + \dot{y}_D^2) + \frac{1}{2} I_D \dot{\phi}^2$$

$$P_{\Phi} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = m_D (\dot{x}_D \frac{\partial \dot{x}_D}{\partial \dot{\phi}} + \dot{y}_D \frac{\partial \dot{y}_D}{\partial \dot{\phi}}) + I_D \dot{\phi} = m_D (\dot{x}_D \frac{\partial \dot{u}_D}{\partial \dot{\phi}} + \dot{y}_D \frac{\partial \dot{v}_D}{\partial \dot{\phi}}) + I_D \dot{\phi}$$

$$P_{\Phi} = m_D [(\dot{u}_D + \dot{x}_G) \frac{\partial \dot{u}_D}{\partial \dot{\phi}} + \dot{v}_D \frac{\partial \dot{v}_D}{\partial \dot{\phi}}] + I_D \dot{\phi}$$

$$(3.2.12)$$

$$\dot{\phi} = \frac{P_{\Phi} - m_D \dot{x}_G r_x}{I_{DT}}, I_{DT} = I_D + m_D (r_x^2 + r_y^2)$$

$$(3.2.13)$$

Τελευταίος όρος προς υπολογισμό είναι οι βαρυτικές δυνάμεις  $F_{Ga}$ 

$$U_{G} = m_{D}gy_{D}$$

$$F_{G\varphi} = \frac{\partial U_{G}}{\partial \varphi} = m_{D}g \frac{\partial y_{D}}{\partial \varphi}$$

$$\xrightarrow{1.3.4} F_{G\varphi} = -m_{D}gr_{y} \qquad (3.2.14)$$

Προκειμένου να λυθεί το μη γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων δευτέρας τάξεως των Σχ. (3.2.1) και (3.2.2) ακλουθούμε τον εξής υποβιβασμό τάξεως του διαφορικού συστήματος. Και στη συνέχεια με χρήση της αριθμητικής μεθόδου Runge Kutta προκύπτουν οι χρονικές αποκρίσεις του συστήματος.

### Μεταβλητές συστήματος διαφορικών εξισώσεων

$$x_1 = u_S$$
$$x_2 = \dot{u}_S$$
$$x_3 = \varphi$$
$$x_4 = P_{\varphi}$$
$$x_5 = \dot{x}_G$$

Σύστημα διαφορικών εξισώσεων

 $\dot{x}_1 = x_2$  (3.2.15)

$$\xrightarrow{2.2.1} \dot{x}_2 = a_G - \frac{k_R x_1 + F_{KPu} + F_{Cu}}{m}$$
(3.2.16)

$$\stackrel{2.2.13}{\longleftarrow} \dot{x}_3 = \frac{x_4 - m_D x_5 r_x}{I_{DT}}$$
(3.2.17)

$$\underbrace{\xrightarrow{2.2.2}}_{\overleftarrow{}}\dot{x}_4 = -F_{C\varphi} - F_{KP\varphi} - F_{G\varphi}$$
(3.2.18)

38

$$\dot{x}_5 = a_G \tag{3.2.19}$$

Με τον υποβιβασμό τάξεως του αρχικού συστήματος 2x2 διαφορικών εξισώσεων προκύπτει κανονικά ένα σύστημα διαφορικών 4x4 από τις πρώτες εξισώσεις (3.2.15-3.2.18) αλλά παρατηρείται από την Σχ. 3.2.13 ότι η παράγωγος της γωνίας φ εξαρτάται από την ταχύτητα κίνησης του εδάφους έτσι το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων με τον υποβιβασμό τάξεως γίνεται 5x5.

### 3.3 Διαστασιολόγηση Ελατηρίων K<sub>P/2</sub>

Στη δυναμική ανάλυση του μη γραμμικού μηχανισμού εμφανίστηκε η μεταβλητή  $\ell_1$  η οποία ισούται με το αρχικό ελεύθερο μήκος του ελατηρίου σταθεράς  $k_p/2$ . Στη πορεία αυτής της ανάλυσης θα παρουσιαστεί η διαδικασία υπολογισμού των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των συγκεκριμένων ελατήριων ώστε να έχουν την επιθυμητή σταθερά. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που καθορίζουν την σταθερά ελατηρίου είναι το ελεύθερο μήκος του ελατηρίου L<sub>0</sub>, σώμα ελατηρίου L<sub>solid</sub>, η διάμετρος του σύρματος, η εξωτερική διάμετρος του ελατηρίου, ο αριθμός των σπειρών και η γωνία βήματος. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στο Σχήμα Δ.4.



Σχήμα Δ.4

Οι μηχανικές ιδιότητες που επηρεάζουν είναι το μέτρο ελαστικότητας Young( E) του υλικού καθώς και ο λόγος Poisson(v) που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή του ελατηρίου. Η σύνδεση των παραπάνω μεγεθών φαίνεται στις εξής σχέσεις.

$$K_P / 2 = \frac{GD^4_{wire}}{8D_{out}n_{coils}}$$
(3.3.1)

$$G = \frac{E}{2(\mathbf{v}+1)} \tag{3.3.2}$$

$$coil_{pitch} = \frac{L_0}{n_{coils}}$$
(3.3.3)

$$L_{solid} = (n_{coils} + 2)D_{wire} \tag{3.3.4}$$

Για την κατασκευή του ελατηρίου επιλέχθηκε χάλυβας (ASTM A 313) με μέτρο ελαστικότητας E=203 GPa και λόγο Poisson v=0.30. Το ελατήριο θα πρέπει να έχει την δυνατότητα τουλάχιστον έκτασης και συμπίεσης σε όλο το εύρος κίνησης του μηχανισμού. Οπότε θα πρέπει να ισχύει.

$$L_0 - L_{solid} = 1.5 x_{b \max}$$
(3.3.5)

Έτσι θεωρώντας και ένα αριθμό σπειρών μικρότερο των 30 προκύπτει τα παραπάνω γεωμετρικά μεγέθη. Στη προκειμένη περίπτωση για την υλοποίηση της σταθεράς  $k_p$  χρησιμοποιήθηκαν δυο ελατήρια. Σε περίπτωση που χρησιμοποιηθούν περισσότερα ελατήρια η σταθερά ελατηρίου διαιρείται με το πλήθος των ελατηρίων εφόσον συνδέονται παράλληλα και γίνεται εκ νέου υπολογισμός των διαστάσεων τους.

Στη συνέχεια θα παρουσιασθεί εφαρμογή όπου θα γίνεται σύγκριση των δυναμικών αποκρίσεων του συστήματος κάνοντας χρήση γραμμικού KDamper, μη γραμμικού KDamper, αρχικού σχεδιασμού (Fixed Base Initial) και του Isolation Base ως σύστημα απομόνωσης σεισμικών δονήσεων.

# 4. Πρώτη Εφαρμογή

Σε αυτή την εφαρμογή θα μελετηθεί η εκ νέου κατασκευή μάζας m. Έτσι θα συγκριθούν παρακάτω τα δυναμικά χαρακτηριστικά αρχικής κατασκευής μάζας m χρησιμοποιώντας δυο διαφορετικές αντισεισμικές νοοτροπίες. Οι προς εξέταση αντισεισμικές τεχνολογίες είναι, η τοποθέτηση της αρχικής κατασκευής σε βάση απομόνωσης (Base Isolation) και η τοποθέτηση γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Μια τυπική υπερκατασκευή σύμφωνα με το paper του Ramallo<sup>[8]</sup> μοντελοποιείται με ένα σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας με μάζα m=29845 kg, αποσβεστήρα σταθεράς  $c_s = 59624 Ns / m$  και με συνολική στιβαρότητα  $k_s = 11912000 N / m$ . Η υπερκατασκευή τοποθετείται πάνω σε μια βάση απομόνωσης μάζας  $m_{\rm B} = 6800 kg$  με και συνολικής στιβαρότητας  $c_{B} = 9175.3 Ns / m$ αποσβεστήρα σταθεράς  $k_{\rm B} = 232000 N \,/\,m$ . Σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι έχουν επιλεχθεί συντελεστές απόσβεσης μεγαλύτεροι από εκείνους στο paper Ramallo<sup>[8]</sup>. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι διατάξεις των παραπάνω κατασκευών με σκοπό να αναλυθούν οι εξισώσεις κίνησης τους. Μετέπειτα θα γίνει σύγκριση των συναρτήσεων μεταφοράς και των δυναμικών αποκρίσεων της αρχικής κατασκευής (Fixed Base Initial), με την τοποθέτηση της βάσης απομόνωσης (Isolation Base) και με την χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού KDamper μηχανισμού. Στο Πίνακα Α.1 και Α.2 αναγράφονται συγκεντρωτικά τα παραπάνω αρχικά δεδομένα.

### Αρχική Κατασκευή (Fixed Base Initial)

m(kg)	$k_{S}(N/m)10^{5}$	$c_s(Ns/m)10^3$	$\zeta_s$
29845	119.1200	59.6240	0.05

Πίνακας Α.1

Βάση Απομόνωσης (Base Isolation)

$m_B$ (kg)	$k_B(N/m)10^5$	$c_B(Ns/m)10^3$	$\zeta_{\scriptscriptstyle B}$
6800	2.3200	9.1753	0.05

Πίνακας Α.2

### Fixed Base Initial

Η διάταξη της αρχικής κατασκευής παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.1. Στη πορεία εφαρμόζεται ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα στην μάζα της κατασκευής m.



Σχήμα Α.1

<u>Εξισώσεις Κίνησης</u>

$$\Sigma f = m \ddot{x}_{m} \Leftrightarrow$$

$$-k_{S}(x_{m} - x_{G}) - c_{S}(\dot{x}_{m} - \dot{x}_{G}) = m \ddot{x}_{m} \Leftrightarrow$$

$$-k_{S}u_{S} - c_{S}\dot{u}_{S} = m(\ddot{u}_{S} + a_{G}), \text{ (from } u_{S} = x_{m} - x_{G}$$

$$m \ddot{u}_{S} + k_{S}u_{S} + c_{S}\dot{u}_{S} = -ma_{G}$$

$$(4.0.1)$$

Προκειμένου να λυθεί η διαφορική εξίσωση 4.0.1 και να προκύψει η χρονική απόκριση του συστήματος, γίνεται υποβιβασμός της τάξης της και χρήση της αριθμητικής μεθόδου Runge Kutta καθώς η διαταραχή δεν είναι αρμονικής μορφής ώστε να λυθεί αναλυτικά. Έτσι ακολουθείται ο εξής υποβιβασμός.

$$x_1 = u_s$$
$$x_2 = \dot{u}_s$$

Και έτσι προκύπτει το εξής σύστημα διαφορικών εξισώσεων.

$$\dot{x}_1 = x_2$$
  
 $\xrightarrow{4.0.1}$   $\dot{x}_2 = -a_G - (k_S x_1 + c_S x_2) / m$ 

Το σύστημα της αρχικής κατασκευής παρουσιάζει μια φυσική συχνότητα αρκετά υψηλή γεγονός που κάνει το σύστημα ευαίσθητο σε μεγάλα εύρη σεισμικών δονήσεων.

$$f_{FBI} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m}} = 3.2Hz$$

### Συναρτήσεις Μεταφοράς

Προκειμένου να υπολογιστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς του συστήματος γίνεται χρήση μιγαδικών συναρτήσεων. Έτσι γίνονται οι εξής αντικαταστάσεις στην εξίσωση (4.0.1)

$$u_{S}(t) = U_{S} e^{j\omega t} + U_{S} e^{j\omega t}$$

$$\alpha_{G}(t) = A_{G} e^{j\omega t} + A_{G} e^{j\omega t}$$

$$\xrightarrow{4.0.1}{4.0.2} - m\omega^{2}U_{S} + k_{S}U_{S} + c_{S}j\omega U_{S} = -mA_{G}$$

$$H_{US} = \frac{U_{S}}{A_{G}} = \frac{-m}{-m\omega^{2} + k_{S} + c_{S}j\omega}$$

$$(4.0.2)$$

Έπειτα υπολογίζονται και τα πλάτη των επιταχύνσεων της μάζας m ως εξής:

$$\begin{aligned} x_m &= u_S + x_G \Leftrightarrow \\ \ddot{x}_m &= \ddot{u}_S + \ddot{x}_G \Leftrightarrow (\ddot{x}_m = A_m e^{j\omega t} + A_m e^{\bar{j}\omega t}) \\ A_m &= -\omega^2 U_S + A_G \Leftrightarrow \\ H_{AS} &= \frac{A_m}{A_G} = -\omega^2 H_{US} + 1 \end{aligned}$$
(4.0.4)

### Isolation Base

Η διάταξη της τοποθετημένης κατασκευής στην βάση απομόνωσης παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.2. Όπου στην πορεία θα εφαρμοστεί ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα στα σώματα μάζας m και  $m_{\rm B}$ .



Σχήμα Α.2

### Εξισώσεις Κίνησης

<u>Στο σώμα m :</u>

$$\Sigma \vec{f} = m \vec{x}_m \Leftrightarrow$$
  
- $k_s (x_m - x_B) - c_s (\dot{x}_m - \dot{x}_B) = m \vec{x}_m \Leftrightarrow$   
- $k_s u_s - c_s \dot{u}_s = m (\ddot{u}_s + \ddot{u}_B + a_G), \acute{o}\pi o u_B = x_B - x_G, u_s = x_m - x_B$ 

$$m(\ddot{u}_{S} + \ddot{u}_{B}) + k_{S}u_{S} + c_{S}\dot{u}_{S} = -ma_{G}$$
(4.0.5)

<u>Στο σώμα m<sub>B</sub> :</u>

$$\Sigma \vec{f} = m_B \vec{x}_B \Leftrightarrow$$
  
- $k_B (x_B - x_G) - c_S (\dot{x}_B - \dot{x}_G) + k_S (x_m - x_B) + c_S (\dot{x}_m - \dot{x}_B) = m_B \vec{x}_B \Leftrightarrow$   
- $k_S u_B - c_S \dot{u}_B + k_S u_S + c_S \dot{u}_S = m_B (\ddot{u}_B + a_G), \text{ or } u_B = x_B - x_G, u_S = x_m - x_B$ 

$$m_B \ddot{u}_B + k_B u_B + c_B \dot{u}_B - k_S u_S - c_S \dot{u}_S = -m_B a_G$$
(4.0.6)

Όμοια με προηγουμένως ακολουθείται υποβιβασμός τάξεως του διαφορικού συστήματος εξισώσεων ως εξής :

 $x_1 = u_S$  $x_2 = \dot{u}_S$  $x_3 = u_B$  $x_4 = \dot{u}_B$ 

Και έτσι προκύπτει το εξής σύστημα διαφορικών εξισώσεων.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \xrightarrow{4.0.5} \dot{x}_2 &= -a_G - (k_S x_1 + c_S x_2) / m - \dot{x}_4 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \xrightarrow{4.0.6} \dot{x}_4 &= -a_G + (-k_B x_3 - c_B x_4 + k_S x_1 + c_S x_2) / m_B \end{aligned}$$

Οι φυσικές ιδιοσυχνότητες του συνδυασμένου συστήματος είναι.

$$f_{IBI1} = 0.4Hz$$
  
 $f_{IBI2} = 7.424Hz$ 

### Συναρτήσεις Μεταφοράς

Προκειμένου να υπολογιστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς του συστήματος γίνεται χρήση μιγαδικών συναρτήσεων. Έτσι γίνονται οι εξής αντικαταστάσεις στις εξισώσεις (4.0.5) και (4.0.6)

$$u_{S}(t) = U_{S} e^{j\omega t} + U_{S} e^{\overline{j}\omega t}$$

$$u_{B}(t) = U_{B} e^{j\omega t} + U_{B} e^{\overline{j}\omega t}$$

$$\alpha_{G}(t) = A_{G} e^{j\omega t} + A_{G} e^{\overline{j}\omega t}$$
(4.0.7)

$$\xrightarrow{4.0.6}{4.0.7} U_B(-m_B\omega^2 + k_B + c_Bj\omega) = -m_BA_G + U_S(k_S + c_Sj\omega) \Leftrightarrow$$

$$U_B = \frac{-m_BA_G + U_S(k_S + c_Sj\omega)}{-m_B\omega^2 + k_B + c_Bj\omega}$$
(4.0.8)

$$\xrightarrow{4.0.5}{4.0.7} U_S(-m\omega^2 + k_S + c_S j\omega) - m\omega^2 U_B = -mA_G \xleftarrow{4.0.8}{\longleftarrow}$$

$$H_{US} = \frac{U_S}{A_G} = \frac{mm_B(\omega^2 - 1) - mk_B - mc_B j\omega}{(-m\omega^2 + k_S + c_S j\omega)(-m_B\omega^2 + k_B + c_B j\omega) - m\omega^2(k_S + c_S j\omega)}$$
(4.0.9)  
$$U_{T_a} = -m_T + H_{ev}(k_B + c_B j\omega) - m\omega^2(k_S + c_S j\omega)$$

$$H_{UB} = \frac{U_B}{A_G} = \frac{-m_B + H_{US}(k_S + c_S j\omega)}{-m_B \omega^2 + k_B + c_B j\omega}$$
(4.0.10)

Έπειτα υπολογίζονται και τα πλάτη των επιταχύνσεων των μαζών  $\boldsymbol{m}$ και  $m_{\scriptscriptstyle B}$ ως εξής:

$$x_{B} = u_{S} + x_{G} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{x}_{B} = \ddot{u}_{S} + \ddot{x}_{G} \Leftrightarrow (\ddot{x}_{B} = A_{B}e^{j\omega t} + A_{B}e^{j\omega t})$$

$$A_{B} = -\omega^{2}U_{S} + A_{G} \Leftrightarrow$$

$$H_{AB} = \frac{A_{B}}{A_{G}} = -\omega^{2}H_{UB} + 1$$

$$(4.0.11)$$

$$x_{m} = u_{S} + x_{B} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{x}_{m} = \ddot{u}_{S} + \ddot{x}_{B} \Leftrightarrow (\ddot{x}_{m} = A_{m}e^{j\omega t} + A_{m}e^{j\omega t})$$

$$A_{m} = -\omega^{2}U_{S} + A_{B} \Leftrightarrow$$

$$H_{AS} = \frac{A_{m}}{A_{G}} = -\omega^{2}H_{US} + H_{AB}$$

$$(4.0.12)$$

Για το γραμμικό μοντέλο του KDamper έχουν αναλυθεί οι εξισώσεις κίνησης στην ενότητα 3.1. αλλά δεν έχει αναλυθεί η διαδικασία υπολογισμού των χρονικών αποκρίσεων του. Η ανάλυση αυτή ακολουθεί παρακάτω.

## Linear KDamper





Στο σώμα μάζας m :

$$\Sigma \vec{f} = m \ddot{x}_m \ \acute{o}\pi o v \ x_m = u_S + x_G \ \& \ x_D = u_D + x_G \Leftrightarrow$$

$$-k_R (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_G) - k_P (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_D) - c_D (\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_D) = m \ddot{x}_m \Leftrightarrow$$

$$-k_R u_S - k_P (u_S - u_D) - c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) = m \ddot{u}_S + m a_G \Leftrightarrow$$

$$m \ddot{u}_S + k_R u_S + k_P (u_S - u_D) + c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) = -m a_G \qquad (4.0.13)$$

Στο σώμα μάζας m<sub>D:</sub>

$$\Sigma \overline{f} = m_D \overline{x}_D \Leftrightarrow$$

$$k_P (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_D) + c_D (\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_D) - k_N (\mathbf{x}_D - \mathbf{x}_G) = m_D \overline{x}_D \Leftrightarrow$$

$$k_P (u_S - u_D) + c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) - k_N u_D = m_D \overline{u}_D + m_D a_G \Leftrightarrow$$

$$m_D \overline{u}_D - k_P (u_S - u_D) - c_D (\dot{u}_S - \dot{u}_D) + k_N u_D = -m_D a_G \qquad (4.0.14)$$

Όμοια με προηγουμένως ακολουθείται υποβιβασμός τάξεως του διαφορικού συστήματος εξισώσεων ως εξής :

$$x_1 = u_s$$
$$x_2 = \dot{u}_s$$
$$x_3 = u_D$$
$$x_4 = \dot{u}_D$$

Και έτσι προκύπτει το εξής σύστημα διαφορικών εξισώσεων.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \xrightarrow{4.0.4} \dot{x}_2 &= -a_G - [k_R x_1 + k_P (x_1 - x_3) + c_D (x_2 - x_4)] / m \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \xrightarrow{4.0.5} \dot{x}_4 &= -a_G - [k_P (x_1 - x_3) + c_D (x_2 - x_4) - k_N x_3] / m_D \end{aligned}$$

Τέλος οι εξισώσεις κίνησης του μη γραμμικού KDamper καθώς και ο τρόπος υπολογισμού των χρονικών αποκρίσεων του έχουν αναλυθεί εκτενώς στην ενότητα 3.1.

Στη πορεία θα γίνει αρχικά σύγκριση, των συναρτήσεων μεταφοράς, των χρονικών αποκρίσεων της κατασκευής, με την τοποθέτηση γραμμικού KDamper, με το αρχικό μοντέλο της κατασκευής (Fixed Base Initial) και με την αρχική κατασκευή τοποθετημένη στην βάση απομόνωσης (Base Isolation Initial). Έπειτα θα γίνει η σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων της κατασκευής με την χρήση του μη γραμμικού KDamper με τις αντίστοιχες κατασκευές. Καθώς επίσης θα παρουσιαστεί και η επίδραση της ροπής αδράνειας  $I_D$  του μηχανισμού στις χρονικές αποκρίσεις του.

### Υλοποίηση Κατασκευής Με Χρήση Γραμμικού KDamper

Τα αδιάστατα μεγέθη που επιλέγονται για τον KDamper είναι ο λόγος μ=0.10 και  $\kappa$ =1.15 . Οπότε σύμφωνα με την βελτιστοποίηση κατά Den Hartog<sup>[3]</sup> (1956) προκύπτουν τα λοιπά αδιάστατα μεγέθη που παρουσιάζονται στο Πίνακα A.3

3	ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	K <sub>N</sub>	ĸ <sub>p</sub>	K <sub>R</sub>	μ	κ
0.5963	0.9957	0.5790	0.7693	1.231	-0.3074	0.4713	1.8837	0.10	1.15
								Πίνακ	ας Α.3

Αξίζει να σημειωθεί ότι το περιθώριο ευστάθειας με την προσθήκη του αρνητικού ελατηρίου είναι της τάξεως του 59%. Για να προσδιοριστούν τα διαστατά μεγέθη του μηχανισμού προσδιορίζεται πρώτα η φυσική συχνότητα του συστήματος και στη συνέχεια θα προκύψουν και τα λοιπά μεγέθη. Η φυσική συχνότητα του συστήματος του KDamper επιλέγεται ίση με την πρώτη φυσική συχνότητα του συστήματος της Isolation Base  $f_{IBI1} = 0.4$  Hz. Με την επιλογή τόση χαμηλής φυσικής συχνότητας συστήματος επιτυγχάνονται μεγάλες αποσβέσεις στους σεισμούς των οποίων οι συχνότητες είναι μεγαλύτερες από τα 0.4 Hz. Έτσι τα λοιπά διαστατά μεγέθη του συστήματος του KDamper σαν σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας προσδιορίζονται με την χρήση των παρακάτω τύπων.

$$f_{0} = 0.4 \text{ Hz} \implies$$

$$f_{0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{ol}}{m}} \iff$$

$$k_{ol} = (2\pi f_{0})^{2} m$$

$$k_{N} = \kappa_{N} k_{ol}$$

$$k_{N \max} = k_{N} (1 + \varepsilon)$$

$$k_{P} = \kappa_{P} k_{ol}$$

$$k_{R} = \kappa_{R} k_{ol}$$

Έτσι προκύπτει ο παρακάτω Πίνακας των διαστατών μεγεθών.

<i>m</i> ( <i>kg</i> )	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^5$	$k_N 10^4$	$k_{N \max} 10^4$	$k_{P}10^{4}$	$k_{R}10^{5}$	$c_{D} 10^{3}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
29485	2948.5	1.8624	-2.1232	-3.3893	3.9695	2.3189	5.8435
						Πίναικας	• • •

Πίνακας Α.4

Στη συνέχεια θεωρώντας σαν διέγερση το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού Tabas στο Ιράν Σχήμα Α.8, παρουσιάζονται οι συναρτήσεις μεταφοράς και οι χρονικές αποκρίσεις των κατασκευών Fixed Base Initial, Base Isolation Initial και του γραμμικού KDamper. Συναρτήσεις Μεταφοράς



Σχήμα Α.4



Σχήμα Α.5



Σχήμα Α.6



Σχήμα Α.7



Σχήμα Α.8

### Σχόλια Διαγραμμάτων :

<u>Σχήμα A.4</u> : Στο συγκεκριμένο διάγραμμα συγκρίνονται τα πλάτη των συναρτήσεων μεταφοράς των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με τη εφαρμογή του εκάστοτε μηχανισμού. Στη περίπτωση της αρχικής κατασκευής και του KDamper η σχετική μετατόπιση ορίζεται ως  $u_s = x_m - x_G$ . Ενώ στην περίπτωση της Βάσης Απομόνωσης ορίζεται ως  $u_s = x_m - x_G$ . Ενώ στην περίπτωση της Βάσης από την τοποθέτηση του Fixed Base/Initial έχει φυσική συχνότητα των 3.1 Ηz και υστέρα από την τοποθέτηση του KDamper στην αρχική κατασκευή και την βέλτιστη επιλογή των παραμέτρων του έχει πλέον τις φυσικής συχνότητες f<sub>L</sub>=0.3077 Ηz και f<sub>R</sub>=0.4924 Hz. Με αυτή την μείωση της φυσικής συχνότητας του συστήματος μεν επιτυγχάνεται μεγάλη απόσβεση στις ταλαντώσεις υψηλών συχνοτήτων αλλά το σύστημα ταλαντώνεται περισσότερο στις χαμηλότερες συχνότητες όπως φαίνεται . Κάτι τέτοιο βέβαια δεν αποτελεί πρόβλημα καθώς η συχνότητα των σεισμών συνήθως είναι μεγαλύτερη των 0.3077 και 0.4977 Hz.

<u>Σχήμα A.5</u>: Στο συγκεκριμένο διάγραμμα συγκρίνονται τα πλάτη των συναρτήσεων μεταφοράς των σχετικών μετατοπίσεων της αρχικής κατασκευής και του KDamper όπως ορίστηκαν παραπάνω με την σχετική μετατόπιση της βάσης της Βάσης Απομόνωσης. Η οποία ορίζεται ως  $u_B = x_B - x_G$ . Παρατηρείται ότι το μέγιστο πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς της Base Isolation είναι 3 φορές μεγαλύτερο από αντίστοιχο πλάτος της κατασκευής με την τοποθέτηση του KDamper. Μέσω του

διαγράμματος γίνεται εμφανές και το κύριο μειονέκτημα των μεγάλων μετατοπίσεων των Base Isolation κατασκευών.

<u>Σχήμα Α.6</u> : Στο διάγραμμα γίνεται σύγκριση των συναρτήσεων μεταφοράς των απολυτών επιταχύνσεων των κατασκευών. Όπου στην περίπτωση της αρχικής κατασκευής και του KDamper ορίζεται ως  $a_s = \ddot{u}_s + a_G$ . Ενώ στην περίπτωση της Βάσης Απομόνωσης ορίζεται ως  $a_s = \ddot{u}_s + \ddot{u}_B + a_G$ . Παρατηρείται ότι το μέγιστο πλάτος της επιτάχυνσης της κατασκευής με την εισαγωγή του KDamper είναι 5 φορές μικρότερο από εκείνο της αρχικής κατασκευής και της κατασκευής με χρήση της βάσης απομόνωσης (Base Isolation).

<u>Σχήμα A.7& A.8</u> : Συγκρίνονται τα πλάτη των συναρτήσεων μεταφοράς των σχετικών μετατοπίσεων και επιταχύνσεων της μάζας  $m_D$  του KDamper και της βάσεως απομόνωσης  $m_B$ της Isolation Base. Η μάζα  $m_D$  παρουσιάζει ίδια μέγιστη τιμή πλάτους μετατόπισης. Αλλά παρουσιάζονται ελαφρώς μεγαλύτερες τιμές για τις μικρές τιμές των συχνοτήτων. Ακόμα από το διάγραμμα A.8 φαίνεται ότι η βάση της Base Isolation να εμφανίζει μια μέγιστη τιμή πλάτους επιτάχυνσης σχεδόν διπλάσια από εκείνη του KDamper.



Χρονικές Αποκρίσεις

Σχήμα Α.9





Σχήμα Α.11





Σχήμα Α.13



Σχήμα Α.15



Σχήμα Α.16

Σχόλια Διαγραμμάτων:

Σχήμα A.10 : Συγκρίνονται οι σχετικές μετατοπίσεις της κατασκευής με την τοποθέτηση του KDamper και με την τοποθέτηση της βάσης απομόνωσης. Παρατηρείται ότι οι σχετικές μετατοπίσεις της κατασκευής με την τοποθέτηση της βάσης απομόνωσης είναι σχεδόν μηδενικές. Τονίζοντας έτσι το κύριο προτέρημα, της μηδαμινής καταπόνησης των στυλωμάτων, της συγκεκριμένης κατασκευής.

Σχήμα A.11 :Παρατηρείται ότι τα πλάτη σχετικής μετατόπισης του γραμμικού KDamper είναι αρκετά μικρότερα από εκεί της κατασκευής με την βάση απομόνωσης. Παρατηρείται μάλιστα μείωση της μεγίστης τιμής της σχετικής μετατόπισης της τάξεως του 33% με την χρήση του γραμμικού KDamper

Σχήμα A.12 : Παρατηρείται ότι τα πλάτη επιταχύνσεων της κατασκευής με την βάση απομόνωσης είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα του γραμμικού KDamper. Επίσης αξιοσημείωτη παρατήρηση είναι ότι οι μέγιστες τιμές των επιταχύνσεων είναι ταυτόσημες. Αλλά οι μέσες τιμές των πλατών των επιταχύνσεων της κατασκευής με την χρήση του γραμμικού KDamper είναι 49% μικρότερα.

Σχήμα A.13 & A.14 : Παρατηρείται ότι η αρχική κατασκευή(Fixed Base/Initial) παρουσιάζει πολύ μικρότερες σχετικές μετατοπίσεις συγκριτικά με την περίπτωση της τοποθέτησης του γραμμικού KDamper στη κατασκευή. Αλλά αντίστοιχα οι

σχετικές επιταχύνσεις είναι κατά πολύ μεγαλύτερες. Οδηγώντας έτσι την κατασκευή σε αστοχία.

Σχήμα A.15 : Παρατηρείται ότι οι σχετικές μετατοπίσεις της κατασκευής εφόσον τοποθετηθεί σε βάση απομόνωσης ελαττώνονται αισθητά. Πιο συγκεκριμένα παρατηρείται μείωση της μέσης τιμής των μετατοπίσεων κατά 62%.

Σχήμα A.16 : Παρατηρείται αντίστοιχη μείωση των επιταχύνσεων που εμφανίζει η κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση της βάσης απομόνωσης παρατηρείται μείωση των επιταχύνσεων κατά 63%.

## <u>Υλοποίηση Κατασκευής Με χρήση Μη Γραμμικού KDamper</u>

Προκειμένου να υλοποιηθεί ο μη γραμμικός μηχανισμός του KDamper πρέπει να υπολογιστούν τα γεωμετρικά μεγέθη του d,c,l,h,dm,dc,R,Lo. Ο τρόπος υπολογισμού αυτών των μεγεθών έχει αναλυθεί στις ενότητες 2.1, 2.2 και 3.3 . Έπειτα υπολογίζεται η ροπή αδράνειας του μηχανισμού και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ελατήριων  $k_p/2$ . Τα αποτέλεσμα της διαστασιολόγησης του μηχανισμού παρουσιάζονται στους Πίνακες A.5-A.7. Ενδεικτικά στα Σχήματα A.16 -A.18 παρουσιάζονται ξανά τα παραπάνω γεωμετρικά μεγέθη.



Σχήμα Α.16







Σχήμα Α.18

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
1.4166	0.567	1.4166	1.2548	53.13

Πίνακας Α.5

$\Lambda_1(m)$ $\Lambda_3$	<sup>3</sup> (m)	$a_m(m)$	$a_{c}(m)$	K(III)	$V_{c}(m^{2})$	$\mathbf{v}_{\mathrm{m}}(\mathrm{III}^{2})$	$I_D$ (kgm <sup>2</sup> )
1.4299 1.	.1829	2.3658	0.3498	0.2947	0.5340	0.6454	5034.1

Πίνακας Α.6

$L_0(m)$	L <sub>solid</sub> (m)	D <sub>out</sub> (mm)	D <sub>wire</sub> (mm)	n <sub>coils</sub>	coilpitcho
1.9403	0.0986	21.7056	4.4800	20	5.5585

Πίνακας Α.7

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα γεωμετρικά μεγέθη του μη γραμμικού KDamper, είναι δυνατόν να γίνει και η αντίστοιχη σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του μη γραμμικού KDamper, με το αρχικό μοντέλο της κατασκευής (Fixed Base Initial) και με την αρχική κατασκευή τοποθετημένη στην βάση απομόνωσης (Base Isolation Initial).



Σχήμα Α.19



Σχήμα Α.20



Σχήμα Α.21



Σχήμα Α.22



Σχήμα Α.23

## Σχόλια Διαγραμμάτων

Σχήμα A.19 : Παρατηρείται ότι οι σχετικές μετατοπίσεις που παρουσιάζουν τα στυλώματα της τοποθετημένης κατασκευής πάνω στη βάση απομόνωσης είναι κατά πολύ μικρότερα από τα αντίστοιχα της κατασκευής με την τοποθέτηση του KDamper.

Σχήμα A.20 : Παρατηρείται ότι η κατασκευή με την χρήση του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει μικρότερα πλάτη σχετικής μετατόπισης από την τοποθετημένη κατασκευή πάνω στην βάση απομόνωσης( Base Isolation). Πιο συγκεκριμένα παρατηρείται μια μείωση κατά 42% της μέσης τιμής των σχετικών μετατοπίσεων.

Σχήμα A.21 : Παρατηρείται ότι οι μέγιστες σχετικές επιταχύνσεις και των δυο κατασκευών ταυτίζονται. Αλλά πιο συγκεκριμένα οι μέσες τιμές των πλατών των επιταχύνσεων της κατασκευής με χρήση του μη γραμμικού KDamper είναι 38% μικρότερα.

Σχήμα A.22 & A.23 : Παρατηρείται ότι η αρχική κατασκευή(Fixed Base/Initial) παρουσιάζει πολύ μικρότερες σχετικές μετατοπίσεις συγκριτικά με την περίπτωση της τοποθέτησης του μη γραμμικού KDamper στη κατασκευή. Αλλά αντίστοιχα οι σχετικές επιταχύνσεις είναι κατά πολύ μεγαλύτερες.

Παρακάτω παρουσιάζεται η επίδραση του καθένα από τους παραπάνω μηχανισμούς στην αρχική διέγερση επιτάχυνσης.



Σχήμα Α.24



Σχήμα Α.25



Σχήμα Α.26



Σχήμα Α.27

Παρακάτω παρουσιάζεται συγκεντρωτικός πινάκας οπού παρουσιάζονται τα ποσοστά μείωσης της αρχικής διέγερσης επιτάχυνσης του καθενός από τους παραπάνω μηχανισμούς.

Μηχανισμοί	Ποσοστά
Fixed Base Initial	-114.38%
Isolation Base Initial	20.12%
Fixed Base Linear KDamper	58.14%
Fixed Base Actual KDamper	49.08%

Πίνακας Α.28



Έπειτα παρουσιάζονται οι μεταβολές των παραμέτρων του μηχανισμού

Σχήμα Α.29



Σχήμα Α.30



Σχήμα Α.31



Σχήμα Α.32



Σχήμα Α.33



Σχήμα Α.34

Αξίζει να σημειωθεί ότι στο Σχήμα Α.30 γίνεται εμφανές ότι η αρνητική τιμή του ελατηρίου είναι κατά πολύ μικρότερη από την μέγιστη τιμή που εμφανίζεται στον Πίνακα Α.4. Γεγονός που σημαίνει ότι η κατασκευή υπακούει στο όριο ευστάθειας της.

## Σύγκριση Μη Γραμμικού και Γραμμικού KDamper

Εφόσον παρουσιάστηκαν αναλυτικά διαγράμματα σύγκρισης μεταξύ της κατασκευής με την τοποθέτηση του γραμμικού και του μη γραμμικού KDamper και των υπολοίπων νοοτροπιών, στη συνέχεια παρουσιάζονται τα συγκριτικά διαγράμματα των χρονικών αποκρίσεων τους.



Σχήμα Α.35



Σχήμα Α.36

Σχόλια Διαγραμμάτων :

Σχήμα A.35 : Παρατηρείται ταυτόσημη συμπεριφορά μεταξύ του γραμμικού και του μη γραμμικού KDamper. Επίσης παρουσιάζουν την ίδια μέγιστη θετική τιμή σχετικής μετατόπισης. Ενώ ο μη γραμμικός KDamper παρουσιάζει μια μέγιστη αρνητική τιμή της σχετικής μετατόπισης 15% μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του γραμμικού KDamper. Παρόλα αυτά οι μέσες τιμές των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων παρουσιάζουν διαφορά της τάξεως του 18%.

Σχήμα A.36 : Παρατηρείται ότι στην περίπτωση του μη γραμμικού KDamper εμφανίζονται μεγαλύτερα πλάτη σχετικών επιταχύνσεων. Παρόλα αυτά οι δυο μηχανισμοί εμφανίζουν ταυτόσημη συμπεριφορά. Πιο συγκεκριμένα οι μέσες τιμές των πλατών επιταχύνσεων παρουσιάζουν διάφορα της τάξεως του 25%.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα παρακάτω διαγράμματα που δείχνουν πως επηρεάζει η ροπή αδράνειας του μηχανισμού τις χρονικές αποκρίσεις των σχετικών μετατοπίσεων και επιταχύνσεων του.



Σχήμα Α.37



Σχήμα Α.38

## Σχόλια Διαγραμμάτων:

Σχήμα A.37: Παρατηρείται ότι τα πλάτη των σχετικών μετατοπίσεων στην περίπτωση της μηδενικής ροπής αδράνειας είναι μεγαλύτερα από ότι τα πραγματικά. Πιο συγκεκριμένα η μεταξύ τους διάφορα είναι της τάξεως 50%.

Σχήμα Α.38: Παρατηρείται μια ικανοποιητική ταύτιση των μέγιστων κορυφών των πλατών των σχετικών επιταχύνσεων. Ωστόσο η διάφορα των μέσω τιμών των πλατών των σχετικών επιταχύνσεων είναι της τάξεως του 50%.

Τα παραπάνω σχόλια μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η ροπή αδράνειας του μηχανισμού είναι θεμελιώδους σημασίας μεταβλητή του μηχανισμού.

## Συμπεράσματα

Μέσα από τα παραπάνω διαγράμματα είναι εμφανές ότι η κατασκευή με την τοποθέτηση του KDamper υπερτερεί στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων συγκριτικά με την τοποθέτηση της κατασκευής σε βάση απομόνωσης. Παρόλα αυτά οι σχετικές μετατοπίσεις που παρουσιάζονται στο σύστημα με την τοποθέτηση του KDamper είναι αρκετά μεγάλες ώστε τα στηρίγματα της κατασκευής να μην αστοχούν. Καταυτό το τρόπο προτείνεται η τοποθέτηση των στηρίξεων της κατασκευής σε κυλιόμενες στηρίξεις (ρουλεμάν) παρεμφερή με αυτά της βάσης απομόνωσης. Έτσι θα επιτευχθούν και μικρές σχετικές μετατοπίσεις της κατασκευής και αντίστοιχα πολύ μικρές καταπονήσεις των στηρίξεων της.

# <u>5. ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ</u>

Σκοπός της συγκεκριμένης εφαρμογής είναι η βελτίωση της σεισμικής συμπεριφοράς ήδη υπαρχόντων κατασκευών. Οι μηχανισμοί που μπορούν να τοποθετηθούν σε μια ήδη υπάρχουσα κατασκευή είναι ο Tuned Mass Damper, του οποίου τα χαρακτηριστικά παρουσιαστήκαν στην εισαγωγή και ο KDamper. Οι προς εξέταση κατασκευές θα έχουν φυσικές συχνότητες 2 Hz και 3.1 Hz. Οι μηχανισμοί που θα χρησιμοποιηθούν σε κάθε περίπτωση θα έχουν διαδοχικά λόγους μάζας μ 0.05,0.10 και 0.20. Στη πορεία θα παρουσιαστούν συγκριτικά διαγράμματα της επίδρασης, στις συναρτήσεις μεταφοράς και στις χρονικές αποκρίσεις, του TMD και του γραμμικού μοντέλου KDamper αρχικά και ύστερα η υλοποίηση με το πραγματικό KDamper. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι διατάξεις του TMD και του γραμμικού KDamper.



Σχήμα Β.1


#### Σχήμα Β.2

Οι εξισώσεις κίνησης, οι συναρτήσεις μεταφοράς καθώς και ο τρόπος υπολογισμού των δυναμικών αποκρίσεων του γραμμικού KDamper έχουν αναλυθεί εκτενώς στην προηγούμενη εφαρμογή. Η μοναδική διαφορά στο τρόπο υπολογισμού των παραπάνω μεγεθών στην περίπτωση του TMD είναι η απουσία του αρνητικού ελατηρίου. Στη πορεία γίνεται η ανάλυση των περιπτώσεων των κατασκευών που αναφέρθηκαν παραπάνω.

#### Κατασκευή Φυσικής Συχνότητας 2 Ηz

#### Αρχική Κατασκευή

Και στις δυο περιπτώσεις η μάζα της κατασκευής είναι m=29845 kg και ο συντελεστής απόσβεσης  $\zeta_s = 0.05$ . Έχοντας αυτά τα δεδομένα είναι δυνατόν να προσδιοριστούν και τα υπόλοιπα μεγέθη της κατασκευής, με την χρήση των παρακάτω εξισώσεων.

$$k_s = (2\pi f_s)^2 m \tag{5.1.1}$$

$$\omega_{\rm S} = \sqrt{\frac{k_{\rm S}}{m}} \tag{5.1.2}$$

$$c_s = 2\zeta_s \omega_s m \tag{5.1.3}$$

Έτσι τα δεδομένα της αρχικής κατασκευής (Fixed Base Initial) παρουσιάζονται στο παρακάτω Πίνακα B1.

m(kg)	$k_{S}(N/m)10^{6}$	$c_s(Ns/m)10^4$	$\zeta_s$
29845	4.6561	3.7052	0.05

Πίνακας Β.1

# Λόγος Μάζας μ=0.05

#### Υλοποίηση TMD και Γραμμικού KDamper

Εφόσον προσδιορίστηκαν τα χαρακτηριστικά της αρχικής κατασκευής, στη συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών του KDamper και του TMD μηχανισμού. Πρωταρχικό μέλημα για τον προσδιορισμό των βέλτιστων αδιάστατων παραμέτρων και των δυο μηχανισμών κατά Den Hartog<sup>[3]</sup> είναι ο προσδιορισμός της αδιάστατης μεταβλητής κ. Στη περίπτωση του TMD η τιμή του  $\kappa = -k_N/(k_P + k_N)$  είναι μηδενική. Αντιθέτως στη περίπτωση του KDamper η επιλογή της παραμέτρου είναι θεμελιώδους σημασίας καθώς καθορίζει και την τιμή της αρνητικής σταθεράς ελατηρίου. Η επιλογή της τιμής της σταθεράς λοιπόν γίνεται με κριτήριο να παρατηρείται η μέγιστη δυνατή βελτίωση των δυναμικών αποκρίσεων της κατασκευής.

Μέσω λοιπόν επαναληπτικής διαδικασίας υπολογίζεται η αδιάστατη μεταβλητή κ=0.9770του KDamper. Με δεδομένα το λόγο μάζας μ και την τιμή της σταθεράς κ κατά Den Hartog<sup>[3]</sup> υπολογίζονται και οι υπόλοιπες αδιάστατες παράμετροι του KDamper. Οι τιμές των οποίων παρουσιάζονται αντίστοιχα στους Πίνακες B.2 και B.3.

3	ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	ĸ	ĸ <sub>p</sub>	K <sub>R</sub>	μ	κ
0.8606	0.9840	0.2630	0.8406	1.1431	-0.047	0.0957	1.0935	0.05	0.9770
								Π/	

Πίνακας Β.2

ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	$\kappa_D$	$\kappa_{s}$	μ
0.9524	0.1340	0.8965	1.0493	0.0454	1.00	0.05

#### Πίνακας Β.3

Επόμενο βήμα για να υπολογιστούν τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών, είναι ο υπολογισμός της νέας φυσικής συχνότητας του συστήματος. Εφόσον η τοποθέτηση των μηχανισμών γίνεται σε ήδη υπάρχουσα κατασκευή η ελαστικότητα των στηρίξεων της κατασκευής, η όποια συμβολίζεται ως  $k_s$  ή  $k_r$ , είναι καθορισμένη. Έτσι είναι δυνατόν να προσδιοριστεί και η φυσική συχνότητα των νέων συστημάτων και τα λοιπά διαστατά μεγέθη από τις παρακάτω σχέσεις.

# Για τον KDamper Μηχανισμό

$$k_R = k_{ol} \kappa_R \text{ órov } k_{ol} = k_R + \frac{k_P k_N}{k_P + k_N}$$
(5.1.4)

$$k_{ol} = (2\pi f_{SNEW})^2 m$$
(5.1.5)

$$\xrightarrow{5.1.5}{5.1.4} f_{SNEW} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_R}{m\kappa_R}}$$
(5.1.6)

$$k_N = \kappa_N k_{ol} \tag{5.1.7}$$

$$k_{N\max} = k_N (1 + \varepsilon) \tag{5.1.8}$$

$$k_P = \kappa_P k_{ol} \tag{5.1.9}$$

# <u>Για τον TMD Μηχανισμό</u>

$$k_{S} = k_{ol}\kappa_{S} \text{ ó}\pi \text{ov } k_{ol} = k_{S}$$
(5.1.10)

$$k_{ol} = (2\pi f_{SNEW})^2 m \tag{5.1.11}$$

$$\xrightarrow{5.1.11}{5.1.10} f_{SNEW} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m\kappa_s}}$$
(5.1.12)

$$k_D = k_{ol} \kappa_D \tag{5.1.13}$$

Έπειτα στους παρακάτω Πίνακες Β.4 και Β.5 παρουσιάζονται τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών .

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_N 10^5$	$k_{N \max} 10^5$	$k_{P}10^{5}$	$k_{R}10^{6}$	$c_{D}10^{3}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
1.9126	1474.3	4.2579	-2.0142	-3.7477	4.0758	4.6561	9.1700

Πίνακας Β.4

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_{D} 10^{5}$	$k_{s}10^{6}$	$c_{D} 10^{3}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
2	1474.3	4.6561	2.1116	4.6561	4.7285

Πίνακας Β.5

#### Υλοποίηση Μη Γραμμικού KDamper

Έχοντας υπολογίσει τα διαστατά μεγέθη του γραμμικού KDamper, είναι δυνατή η υλοποίηση του μη γραμμικού KDamper.Προκειμένου να υλοποιηθεί ο μη γραμμικός μηχανισμός του KDamper πρέπει να υπολογιστούν τα γεωμετρικά μεγέθη του d,c,l,h,dm,dc,R,Lo. Ο τρόπος υπολογισμού αυτών των μεγεθών έχει αναλυθεί στις ενότητες 2.1, 2.2 και 3.3 . Έπειτα υπολογίζεται η ροπή αδράνειας του μηχανισμού και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ελατήριων  $k_p/2$ . Τα αποτέλεσμα της διαστασιολόγησης του μηχανισμού παρουσιάζονται στους Πίνακες B.6-B.8. Ενδεικτικά στα Σχήματα B.3 -B.5 παρουσιάζονται ξανά τα παραπάνω γεωμετρικά μεγέθη.



Σχημα Β.3







Σχήμα Β.5

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
0.7017	0.2807	0.7017	0.6451	53.13

Πίνακας Β.6

$x_{1}(m)$	<i>x</i> <sub>3</sub> (m)	$d_{m}(\mathbf{m})$	$d_{c}(\mathbf{m})$	R(m)	$V_c(m^3)$	$V_{\rm m}$ (m <sup>3</sup> )	$I_D (kgm^2)$
1.0343	1.0105	2.0209	0.7784	0.2168	0.2914	0.2983	1547.1
						Πί	νακας Β.7

Πίνακας Β.8

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα χαρακτηριστικά των μηχανισμών είναι εφικτό πλέον να γίνει ο υπολογισμός των χρονικών αποκρίσεων τους, θεωρώντας σαν είσοδο το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού που έγινε στο Tabas στο Ιράν.



Σχήμα Β.7



Σχήμα Β.8



Σχήμα Β.9

Σχήμα B.8 : Παρατηρείται μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς με την τοποθέτηση του KDamper και του TMD. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 28%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 56%.

Σχήμα B.9 : Όπως και παραπάνω παρατηρείται αισθητή μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 36%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 66%.

Στη πορεία θα γίνει σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων του αρχικού συστήματος και μετά την τοποθέτηση του TMD και του γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Στο τέλος θα παρουσιαστεί και η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο του KDamper.



# Χρονικές Αποκρίσεις

Σχήμα Β.10



Σχήμα B.10 : Παρατηρείται ελάχιστη αύξηση των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του TMD. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 8% μεγαλύτερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.11 : Η επίδραση της τοποθέτησης του TMD στις επιταχύνσεις που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή είναι αρνητική. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων που δέχεται η κατασκευή με την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 3% μεγαλύτερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Με την βοήθεια των παραπάνω διαγραμμάτων είναι φανερό ότι η τοποθέτηση του TMD δεν προσφέρει βελτίωση στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων της κατασκευής.

Ύστερα εξετάζεται η περίπτωση της τοποθέτησης αρχικά του γραμμικού KDamper, ύστερα του μη γραμμικού KDamper στην αρχική κατασκευή. Μετέπειτα εξετάζεται η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο.



Σχήμα Β.13

Σχήμα B.12 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 11% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.13 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 23% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Η θετική επίδραση του γραμμικού μοντέλου του KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής είναι εμφανής. Στο επόμενο βήμα θα εξετασθεί η επίδραση του πραγματικού KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής.



Σχήμα Β.14



Σχήμα B.14 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 9% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.15 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 13% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Έπειτα παρουσιάζεται η σύγκριση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper.



Σχήμα Β.16



Σχήμα Β.17

Σχήμα B.16 : Παρατηρείται ότι υπάρχει σχεδόν ταύτιση μεταξύ των σχετικών μετατοπίσεων που εμφανίζει η κατασκευή με χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 3% μεγαλύτερη.

Σχήμα B.17 : Παρατηρείται ότι το σύστημα με την εφαρμογή του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει μεγαλύτερα πλάτη επιταχύνσεων από την περίπτωση τοποθέτησης του γραμμικού KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 13% μεγαλύτερη.

# Συμπέρασμα :

Η τοποθέτηση του πραγματικού KDamper στη κατασκευή επιφέρει μεγάλη βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου .Καθώς υπάρχει μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής τάξεως του 9%. Άλλα ακόμα πιο σημαντικός παράγοντας στην βελτίωση της απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων είναι η ελάττωση των επιταχύνσεων της κατασκευής κατά 13%. Καθώς αυτός είναι ο κύριος λόγος αστοχίας των αρχικών κατασκευών (Fixed Base Initial). Συγκριτικά με προηγουμένως παρατηρείται βελτίωση της σεισμικής συμπεριφοράς της κατασκευής με προσθήκη επιπρόσθετης μάζας της τάξεως 5%. Ποσοστό το όποιο πολύ ικανοποιητικό

Στη συνέχεια θα εξετασθεί η τοποθέτηση επιπρόσθετη μάζα της τάξεως του 10%.

# Λόγος μάζας μ=0.10

# Υλοποίηση TMD και Γραμμικού KDamper

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με προηγουμένως στην πορεία παρουσιάζονται οι Πίνακες B.9 και B.10 των αδιάστατων μεταβλητών του KDamper και του TMD μηχανισμού αντίστοιχα.

3	ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	K <sub>N</sub>	ĸ <sub>p</sub>	K <sub>R</sub>	μ	κ
1.2517	0.9278	0.2940	0.7917	1.1279	-0.055	0.1418	1.0918	0.10	0.6476

Πίνακας Β.9

ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{R}$	K <sub>D</sub>	ĸs	μ
0.9091	0.1850	0.8430	1.0524	0.0826	1	0.10

Πίνακας Β.10

Έπειτα στους παρακάτω Πινάκες Β.11 και Β.12 παρουσιάζονται τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών .

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_{N}10^{5}$	$k_{N \max} 10^5$	$k_{P}10^{5}$	$k_{R} 10^{6}$	$c_{D} 10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
1.9140	2948.5	4.2644	-2.3772	-5.3526	6.0479	4.6561	1.9344
		•					

Πίνακας Β.11

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_{D} 10^{5}$	$k_{s}10^{6}$	$c_{D}10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
2	2948.5	4.6561	3.8480	4.6561	1.2463

Πίνακας Β.12

# Υλοποίηση Μη Γραμμικού KDamper

Στη συνέχεια υπολογίζονται ως γνωστόν τα γεωμετρικά μεγέθη του πραγματικού KDamper σύμφωνα με τις ενότητες 2.1,2.2 και 3.3.

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
0.8049	0.3219	0.8049	0.7314	53.13

Πίνακας Β.13

$x_{1}(m)$	<i>x</i> <sub>3</sub> (m)	$d_{m}(\mathbf{m})$	$d_{c}(\mathbf{m})$	R(m)	$V_c(m^3)$	$V_{m}(m^{3})$	$I_D(kgm^2)$
1.1791	0.7043	1.4086	0.8953	0.4085	0.4411	0.7383	2457.9
						<b></b>	D 1 4

Πίνακας Β.14

L <sub>0</sub> (m)	L <sub>solid</sub> (m)	D <sub>out</sub> (mm)	D <sub>wire</sub> (mm)	n <sub>coils</sub>	coilpitch°
1.4458	0.2518	30.6010	11.4450	20	4.1420

Πίνακας Β.15

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα χαρακτηριστικά τον μηχανισμών είναι εφικτό πλέον να γίνει ο υπολογισμός των χρονικών αποκρίσεων τους, θεωρώντας σαν είσοδο το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού που στο Tabas στο Ιράν, όπως προηγουμένως.



Σχήμα Β.18



Σχήμα Β.19

Σχήμα B.18 : Παρατηρείται μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς με την τοποθέτηση του KDamper και του TMD. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 45%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 59%.

Σχήμα B.19 : Όπως και παραπάνω παρατηρείται αισθητή μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 54%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 70%.

Στη πορεία θα γίνει σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων του αρχικού συστήματος και μετά την τοποθέτηση του TMD και του γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Στο τέλος θα παρουσιαστεί και η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο του KDamper.



# Χρονικές Αποκρίσεις

Σχήμα Β.20



Σχήμα B.20 : Παρατηρείται ελάχιστη μείωση των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του TMD. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 4% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.21 : Η επίδραση της τοποθέτησης του TMD στις επιταχύνσεις που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή είναι θετική. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων που δέχεται η κατασκευή με την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 12% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Με την βοήθεια τον παραπάνω διαγραμμάτων είναι φανερό ότι η τοποθέτηση του TMD προσφέρει βελτίωση στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων της κατασκευής.

Ύστερα εξετάζεται η περίπτωση της τοποθέτησης αρχικά του γραμμικού KDamper, ύστερα του μη γραμμικού KDamper στην αρχική κατασκευή. Μετέπειτα εξετάζεται η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο.



Σχήμα Β.23

Σχήμα B.22 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 9% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.23 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 28% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Η θετική επίδραση του γραμμικού μοντέλου του KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής είναι εμφανής. Στο επόμενο βήμα θα εξετασθεί η επίδραση του πραγματικού KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής.



Σχήμα Β.24



Σχήμα B.24 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 13% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.25 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 22% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Έπειτα παρουσιάζεται η σύγκριση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper.



Σχήμα Β.27

Σχήμα B.26 : Παρατηρείται ότι υπάρχει σχεδόν ταύτιση μεταξύ των σχετικών μετατοπίσεων που εμφανίζει η κατασκευή με χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 3% μικρότερη.

Σχήμα B.27 : Παρατηρείται ότι το σύστημα με την εφαρμογή του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει σχεδόν ισα πλάτη επιταχύνσεων με την περίπτωση τοποθέτησης του γραμμικού KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 7% μεγαλύτερη.

# Συμπέρασμα :

Η τοποθέτηση του πραγματικού KDamper στη κατασκευή επιφέρει μεγάλη βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου .Καθώς υπάρχει μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής τάξεως του 13%. Άλλα ακόμα πιο σημαντικός παράγοντας στην βελτίωση της απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων είναι η ελάττωση των επιταχύνσεων της κατασκευής κατά 22%. Καθώς αυτός είναι ο κύριος λόγος αστοχίας των αρχικών κατασκευών (Fixed Base Initial).

Στη συνέχεια θα εξετασθεί η τοποθέτηση επιπρόσθετη μάζα της τάξεως του 20%.

<u>Λόγος μάζας μ=0.20</u>

# Υλοποίηση TMD και Γραμμικού KDamper

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με προηγουμένως στην πορεία παρουσιάζονται οι Πινάκες B.16 και B.17 των αδιάστατων μεταβλητών του KDamper και του TMD μηχανισμού αντίστοιχα.

3	Р	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	K <sub>N</sub>	K <sub>P</sub>	$\kappa_{R}$	μ	к
1.5064	0.8453	0.3520	0.7129	1.1098	-0.071	0.2147	1.1078	0.20	0.5020

Πίνακας Β.16

ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	K <sub>D</sub>	$\kappa_{S}$	μ
0.8333	0.2510	0.7629	1.0414	0.1389	1	0.20

Πίνακας Β.17

Έπειτα στους παρακάτω Πινάκες Β.18 και Β.19 παρουσιάζονται τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών .

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_N 10^5$	$k_{N \max} 10^5$	$k_P 10^5$	$k_{R}10^{6}$	$c_{D}10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
1.9002	5897	4.2032	-3.0155	-7.5579	9.0224	4.6561	4.1900
						<b>H</b> (	B 10

Πίνακας Β.18

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^{6}$	$k_{D} 10^{5}$	$k_{s}10^{6}$	$c_{D} 10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
2	5897	4.6561	6.4668	4.6561	3.1000

Πίνακας Β.19

# Υλοποίηση Μη Γραμμικού KDamper

Στη συνέχεια υπολογίζονται ως γνωστόν τα γεωμετρικά μεγέθη του πραγματικού KDamper σύμφωνα με τις ενότητες 2.1,2.2 και 3.3.

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
0.8234	0.3294	0.8234	0.7455	53.13

Πίνακας Β.20

$x_1$ (m)	<i>x</i> <sub>3</sub> (m)	$d_{m}(\mathbf{m})$	$d_{c}(\mathbf{m})$	R(m)	$V_c(m^3)$	$V_{m}(m^{3})$	$I_D (kgm^2)$
1.2005	0.2981	0.5962	0.9100	1.0044	0.4692	1.8896	2120.2
						Пíн	D 01

Πίνακας Β.21

L <sub>0</sub> (m)	L <sub>solid</sub> (m)	D <sub>out</sub> (mm)	D <sub>wire</sub> (mm)	n <sub>coils</sub>	coilpitch°	
1.4662	0.2518	26.7455	11.4450	20	4.2005	
					Πίνο	

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα χαρακτηριστικά τον μηχανισμών είναι εφικτό πλέον να γίνει ο υπολογισμός των χρονικών αποκρίσεων τους, θεωρώντας σαν είσοδο το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού που στο Tabas στο Ιράν, όπως προηγουμένως.

#### Συναρτήσεις Μεταφοράς



Σχήμα Β.28



Σχήμα Β.29

Σχήμα B.28 : Παρατηρείται μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς με την τοποθέτηση του KDamper και του TMD. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 55%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 62%.

Σχήμα B.29 : Όπως και παραπάνω παρατηρείται αισθητή μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 67%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 76%.

Στη πορεία θα γίνει σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων του αρχικού συστήματος και μετά την τοποθέτηση του TMD και του γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Στο τέλος θα παρουσιαστεί και η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο του KDamper.



Σχήμα Β.31

Σχήμα B.30 : Παρατηρείται ελάχιστη μείωση των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του TMD. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 9% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.31 : Η επίδραση της τοποθέτησης του TMD στις επιταχύνσεις που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή είναι θετική. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων που δέχεται η κατασκευή με την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 24% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Με την βοήθεια τον παραπάνω διαγραμμάτων είναι φανερό ότι η τοποθέτηση του TMD προσφέρει βελτίωση στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων της κατασκευής.

Ύστερα εξετάζεται η περίπτωση της τοποθέτησης αρχικά του γραμμικού KDamper, ύστερα του μη γραμμικού KDamper στην αρχική κατασκευή. Μετέπειτα εξετάζεται η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο.



Σχήμα Β.32



Σχόλια Διαγραμμάτων :

Σχήμα B.32 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 5% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.33 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 34% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Η θετική επίδραση του γραμμικού μοντέλου του KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής είναι εμφανής. Στο επόμενο βήμα θα εξετασθεί η επίδραση του πραγματικού KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής.



**COMPARISON FBM/FBI** 1.5 Fixed base Initial Fixed Base/Actual KD 1 0.5 a<sub>S</sub>:9 0 -0.5 -1 -1.5 0 15 5 10 20 25 30 35 t:s

Σχήμα Β.35

Σχήμα B.34 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 7% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.35 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 28% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Έπειτα παρουσιάζεται η σύγκριση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper.



Σχήμα Β.36



Σχήμα B.36 : Παρατηρείται ότι υπάρχει σχεδόν ταύτιση μεταξύ των σχετικών μετατοπίσεων που εμφανίζει η κατασκευή με χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 2% μεγαλύτερη.

Σχήμα B.37 : Παρατηρείται ότι το σύστημα με την εφαρμογή του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει σχεδόν ισα πλάτη επιταχύνσεων με την περίπτωση τοποθέτησης του γραμμικού KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 8% μεγαλύτερη.

# Συμπέρασμα :

Η τοποθέτηση του πραγματικού KDamper στη κατασκευή επιφέρει μεγάλη βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου .Καθώς υπάρχει μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής τάξεως του 7%. Άλλα ακόμα πιο σημαντικός παράγοντας στην βελτίωση της απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων είναι η ελάττωση των επιταχύνσεων της κατασκευής κατά 28%. Καθώς αυτός είναι ο κύριος λόγος αστοχίας των αρχικών κατασκευών (Fixed Base Initial).

Παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις ο KDamper υπερτερεί στα ποσοστά βελτίωσης σεισμικής συμπεριφοράς της κατασκευής συγκριτικά με τον TMD.

Στη συνέχεια γίνεται η ίδια ανάλυση για κατασκευή φυσικής συχνότητας 3.1 Hz και για λόγους μάζας μ=0.10 και 0.20

# Κατασκευή Φυσικής Συγνότητας 3.1 Hz

# <u>Αρχική Κατασκευή</u>

Τα χαρακτηριστικά της αρχικής κατασκευής παρουσιάζονται στο Πίνακα Β.23

m(kg)	$k_{s}(N/m)10^{7}$	$c_s(Ns/m)10^4$	ζs
29845	1.1186	5.7431	0.05

Πίνακας Β.23

# Λόγος μάζας μ=0.10

# Υλοποίηση TMD και Γραμμικού KDamper

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με προηγουμένως στην πορεία παρουσιάζονται οι Πινάκες B.24 και B.25 των αδιάστατων μεταβλητών του KDamper και του TMD μηχανισμού αντίστοιχα.

3	ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	$\kappa_{\rm N}$	ĸ <sub>p</sub>	K <sub>R</sub>	μ	κ
6.9268	0.9077	0.2040	0.8302	1.0640	-0.011	0.0931	1.0122	0.10	0.1306

Πίνακας Β.24

ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{R}$	K <sub>D</sub>	ĸs	μ
0.9091	0.1850	0.8430	1.0524	0.0826	1	0.10

Πίνακας Β.25

Έπειτα στους παρακάτω Πινάκες Β.26 και Β.27 παρουσιάζονται τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών .

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^7$	$k_N 10^5$	$k_{N \max} 10^5$	$k_{P}10^{6}$	$k_{R}10^{7}$	$c_{D} 10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
3.0813	2984.5	1.1052	-1.1893	-9.4270	1.0295	1.1186	2.1140

Πίνακας Β.26

$f_{SNEW}Hz$	$m_D(kg)$	$k_{ol} 10^7$	$k_D 10^5$	$k_{s}10^{7}$	$c_{D} 10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
3.1	2984.5	1.1186	9.2448	1.1186	1.9318

Πίνακας Β.27

## Υλοποίηση Μη Γραμμικού KDamper

Στη συνέχεια υπολογίζονται ως γνωστόν τα γεωμετρικά μεγέθη του πραγματικού KDamper σύμφωνα με τις ενότητες 2.1,2.2 και 3.3.

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
0.5029	0.2011	0.5029	0.4620	53.13

Πίνακας Β.28

$x_{1}(m)$	<i>x</i> <sub>3</sub> (m)	$d_{m}(\mathbf{m})$	$d_{c}(\mathbf{m})$	R(m)	$V_c(m^3)$	$V_{m}(m^{3})$	$I_D(kgm^2)$
0.7407	0.0740	0.1481	0.5573	1.5182	0.1072	1.0722	164.0220
						=	

Πίνακας Β.29

L <sub>0</sub> (m)	L <sub>solid</sub> (m)	D <sub>out</sub> (mm)	D <sub>wire</sub> (mm)	n <sub>coils</sub>	coilpitcho
1.0252	0.2737	28.6360	12.4400	20	2.9370

Πίνακας Β.30

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα χαρακτηριστικά τον μηχανισμών είναι εφικτό πλέον να γίνει ο υπολογισμός των χρονικών αποκρίσεων τους, θεωρώντας σαν είσοδο το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού που στο Tabas στο Ιράν, όπως προηγουμένως.

Συναρτήσεις Μεταφοράς



Σχήμα Β.38



Σχήμα B.38 : Παρατηρείται μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς με την τοποθέτηση του KDamper και του TMD. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 45%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 49%.

Σχήμα B.39 : Όπως και παραπάνω παρατηρείται αισθητή μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 55%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 59%.

Στη πορεία θα γίνει σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων του αρχικού συστήματος και μετά την τοποθέτηση του TMD και του γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Στο τέλος θα παρουσιαστεί και η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο του KDamper.



Σχήμα Β.41

Σχήμα B.40 : Παρατηρείται ελάχιστη μείωση των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του TMD. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 4% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.41 : Η επίδραση της τοποθέτησης του TMD στις επιταχύνσεις που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή είναι θετική. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων που δέχεται η κατασκευή με την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 12% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Με την βοήθεια τον παραπάνω διαγραμμάτων είναι φανερό ότι η τοποθέτηση του TMD προσφέρει βελτίωση στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων της κατασκευής.

Ύστερα εξετάζεται η περίπτωση της τοποθέτησης αρχικά του γραμμικού KDamper, ύστερα του μη γραμμικού KDamper στην αρχική κατασκευή. Μετέπειτα εξετάζεται η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο.



Σχήμα Β.42


Σχήμα B.42 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 7% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.43 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 16% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Η θετική επίδραση του γραμμικού μοντέλου του KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής είναι εμφανής. Στο επόμενο βήμα θα εξετασθεί η επίδραση του πραγματικού KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής.



Σχήμα Β.45

Σχήμα B.44 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 6% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.45 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 15% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Έπειτα παρουσιάζεται η σύγκριση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper.



Σχήμα Β.46



Σχήμα B.46 : Παρατηρείται ότι υπάρχει σχεδόν ταύτιση μεταξύ των σχετικών μετατοπίσεων που εμφανίζει η κατασκευή με χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 1% μεγαλύτερη.

Σχήμα B.47 : Παρατηρείται ότι το σύστημα με την εφαρμογή του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει σχεδόν ισα πλάτη επιταχύνσεων με την περίπτωση τοποθέτησης του γραμμικού KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 2% μεγαλύτερη.

## Συμπέρασμα :

Η τοποθέτηση του πραγματικού KDamper στη κατασκευή επιφέρει μεγάλη βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου .Καθώς υπάρχει μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής τάξεως του 6%. Άλλα ακόμα πιο σημαντικός παράγοντας στην βελτίωση της απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων είναι η ελάττωση των επιταχύνσεων της κατασκευής κατά 14%. Καθώς αυτός είναι ο κύριος λόγος αστοχίας των αρχικών κατασκευών (Fixed Base Initial).

Στη συνέχεια γίνεται η ανάλυση της κατασκευής με λόγο μάζας μ=0.20.

## Λόγος μάζας μ=0.20

#### Υλοποίηση TMD και Γραμμικού KDamper

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με προηγουμένως στην πορεία παρουσιάζονται οι Πινάκες B.31 και B.32 των αδιάστατων μεταβλητών του KDamper και του TMD μηχανισμού αντίστοιχα.

6.03670.83080.27700.74591.0563-0.0190.15741.02210.200.1404	3	ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	ĸ <sub>N</sub>	K <sub>P</sub>	K <sub>R</sub>	μ	к
	6.0367	0.8308	0.2770	0.7459	1.0563	-0.019	0.1574	1.0221	0.20	0.1404

Πίνακας Β.31

ρ	$\zeta_D$	$q_{\scriptscriptstyle L}$	$q_{\scriptscriptstyle R}$	$\kappa_D$	K <sub>S</sub>	μ
0.8333	0.2510	0.7629	1.0414	0.1389	1	0.20

Πίνακας Β.32

Έπειτα στους παρακάτω Πινάκες B.33 και B.34 παρουσιάζονται τα διαστατά μεγέθη των μηχανισμών .

$f_{SNEW}Hz$	$m_D(kg)$	$k_{ol} 10^7$	$k_{N}10^{5}$	$k_{N \max} 10^6$	$k_{P}10^{6}$	$k_{R}10^{7}$	$c_{D} 10^{4}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
3.0663	5897	1.0944	-2.1215	-1.4929	1.7228	1.1186	5.2288

Πίνακας Β.33

$f_{SNEW}Hz$	$m_D$ (kg)	$k_{ol} 10^7$	$k_{D} 10^{6}$	$k_{s}10^{7}$	$c_{D}^{10^{4}}$
		(N/m)	(N/m)	(N/m)	(Ns/m)
3.1	5897	1.1186	1.5536	1.1186	4.8050

Πίνακας Β.34

## Υλοποίηση Μη Γραμμικού KDamper

Στη συνέχεια υπολογίζονται ως γνωστόν τα γεωμετρικά μεγέθη του πραγματικού KDamper σύμφωνα με τις ενότητες 2.1,2.2 και 3.3.

d(m)	c(m)	l(m)	h(m)	γ <sub>o</sub> (deg)
0.7005	0.2802	0.7005	0.6401	53.13

Πίνακας Β.35

$x_1(m)$	$x_{3}(m)$	$d_{m}(\mathbf{m})$	$d_{c}(\mathbf{m})$	R(m)	$V_c(m^3)$	$V_{\rm m}$ (m <sup>3</sup> )	$I_D (kgm^2)$
1.0297	0.1448	0.2895	0.7792	1.5078	0.2908	2.0680	885.2447
-							

Πίνακας Β.36

$L_0(m)$	L <sub>solid</sub> (m)	D <sub>out</sub> (mm)	D <sub>wire</sub> (mm)	n <sub>coils</sub>	coilpitch°
1.4051	0.3612	34.8548	16.4200	20	4.0253

Πίνακας Β.37

Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα χαρακτηριστικά τον μηχανισμών είναι εφικτό πλέον να γίνει ο υπολογισμός των χρονικών αποκρίσεων τους, θεωρώντας σαν είσοδο το επιταχυνσιογράφημα του σεισμού που στο Tabas στο Ιράν, όπως προηγουμένως.

Συναρτήσεις Μεταφοράς



Σχήμα Β.48



Σχήμα B.48 : Παρατηρείται μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς με την τοποθέτηση του KDamper και του TMD. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 55%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 58%.

Σχήμα B.49 : Όπως και παραπάνω παρατηρείται αισθητή μείωση του μέγιστου πλάτους της συνάρτησης μεταφοράς. Πιο συγκεκριμένα με την τοποθέτηση του TMD παρατηρείται μείωση της τάξεως του 67%, ενώ με την τοποθέτηση του KDamper παρατηρείται μείωση της τάξεως του 70%.

Στη πορεία θα γίνει σύγκριση των χρονικών αποκρίσεων του αρχικού συστήματος και μετά την τοποθέτηση του TMD και του γραμμικού/μη γραμμικού KDamper. Στο τέλος θα παρουσιαστεί και η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο του KDamper.



Σχήμα Β.51

Σχήμα B.50 : Παρατηρείται ελάχιστη μείωση των πλατών των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής με την τοποθέτηση του TMD. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 12% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.51 : Η επίδραση της τοποθέτησης του TMD στις επιταχύνσεις που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή είναι θετική. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων που δέχεται η κατασκευή με την τοποθέτηση του TMD είναι κατά 25% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Με την βοήθεια τον παραπάνω διαγραμμάτων είναι φανερό ότι η τοποθέτηση του TMD προσφέρει βελτίωση στην απορρόφηση των σεισμικών δονήσεων της κατασκευής.

Ύστερα εξετάζεται η περίπτωση της τοποθέτησης αρχικά του γραμμικού KDamper, ύστερα του μη γραμμικού KDamper στην αρχική κατασκευή. Μετέπειτα εξετάζεται η απόκλιση του γραμμικού από το μη γραμμικό μοντέλο.



Σχήμα Β.52



Σχήμα B.52 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 7% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.53 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 16% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Η θετική επίδραση του γραμμικού μοντέλου του KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής είναι εμφανής. Στο επόμενο βήμα θα εξετασθεί η επίδραση του πραγματικού KDamper στην σεισμική συμπεριφορά της αρχικής κατασκευής.



Σχήμα Β.54



Σχήμα Β.55

Σχήμα B.54 : Παρατηρείται μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 15% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Σχήμα B.55 : Παρατηρείται αισθητή μείωση των επιταχύνσεων της κατασκευής μετά την τοποθέτηση του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων μετά την τοποθέτηση του KDamper είναι κατά 28% μικρότερη από εκείνη που παρουσιάζει η αρχική κατασκευή.

Έπειτα παρουσιάζεται η σύγκριση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper.



Σχήμα Β.56



Σχήμα B.56 : Παρατηρείται ότι υπάρχει σχεδόν ταύτιση μεταξύ των σχετικών μετατοπίσεων που εμφανίζει η κατασκευή με χρήση του γραμμικού και του μη γραμμικού μοντέλου του KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των σχετικών μετατοπίσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 1% μικρότερη.

Σχήμα B.57 : Παρατηρείται ότι το σύστημα με την εφαρμογή του μη γραμμικού KDamper εμφανίζει σχεδόν ισα πλάτη επιταχύνσεων με την περίπτωση τοποθέτησης του γραμμικού KDamper. Πιο συγκεκριμένα η μέση τιμή των επιταχύνσεων του μη γραμμικού KDamper είναι 2% μεγαλύτερη.

## Συμπέρασμα :

Η τοποθέτηση του πραγματικού KDamper στη κατασκευή επιφέρει μεγάλη βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά του κτηρίου .Καθώς υπάρχει μείωση των σχετικών μετατοπίσεων της κατασκευής τάξεως του 15%. Άλλα ακόμα πιο σημαντικός παράγοντας στην βελτίωση της απορρόφησης των σεισμικών δονήσεων είναι η ελάττωση των επιταχύνσεων της κατασκευής κατά 28%. Καθώς αυτός είναι ο κύριος λόγος αστοχίας των αρχικών κατασκευών (Fixed Base Initial).

Στη συνέχεια παρουσιάζεται συγκεντρωτικός Πίνακας B.38 με τα ποσοστά βελτίωσης της σεισμικής συμπεριφοράς της αρχικής κατασκευής των προηγούμενων περιπτώσεων.

F=2Hz	μ=0.05		μ=0.10	μ=0.10		
	<i>u</i> <sub>s</sub> %	$a_s \%$	<i>u<sub>s</sub></i> %	<i>a<sub>s</sub></i> %	<i>u<sub>s</sub></i> %	$a_s \%$
TMD	-7.90	-2.74	3.38	12.22	9.79	24.47
FBD	11.45	23.59	9.77	27.51	5.28	33.69
FBM	9.04	14.38	12.86	22.26	7.69	28.21
F=3.1Hz	μ=0.10		μ=0.20			
	<i>u<sub>s</sub></i> %	$a_s \%$	<i>u<sub>s</sub></i> %	<i>a<sub>s</sub></i> %		
TMD	3.61	11.40	11.82	25.30		
FBD	6.82	15.95	14.13	29.28		

#### Πίνακας Β.38

## Συμπέρασμα :

Παρατηρείται πως όσο αυξάνεται ο λόγος μάζας οι διαφορές στη βελτίωση της σεισμικής συμπεριφοράς της κατασκευής μεταξύ KDamper και TMD μειώνονται. Ωστόσο σε κάθε περίπτωση ο KDamper υπερτερεί. Η μεγαλύτερη διαφορά παρατηρείται στη περίπτωση της κατασκευής με φυσική συχνότητα 2Hz. Όπου στη περίπτωση λόγου μάζας μ=5% ο TMD αδυνατεί να προσφέρει κάποια βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά της κατασκευής. Συγκριτικά με το KDamper ο οποίος ανταποκρίνεται ικανοποιητικά. Στην περίπτωση της κατασκευής με φυσική συχνότητα 3.1 Hz δεν μπορούσε ούτε ο TMD αλλά ούτε ο KDamper να επιφέρει βελτίωση στη σεισμική συμπεριφορά της κατασκευής με λόγο μάζας μ=5%.

## <u>Αναφορές</u>

[1] Antoniadis, I., Chronopoulos, D., Spitas, V. and Koulocheris, D. (2015), "Hyperdamping properties of a stable linear oscillator with a negative stiffness element" J. Sound and Vibration 346, pp. 37-52.

[2] Chen MZQ and Smith MC (2009) Restricted complexity network realizations for passive mechanical control. IEEE Trans. on Automatic Control, 54(10), 2290–2301.

[3] Den Hartog JP (1956) Mechanical Vibrations (4th edition), McGraw-Hill, New York.

[4] Dyskin AV, Pasternak E (2012) Mechanical effect of rotating non-spherical particles on failure in compression, Philosophical Magazine 92, 3451–3473.

[5] Frahm H (1909) Device for Damping Vibrations of Bodies, US patent #989958.

[6] Ibrahim R (2008) Recent advances in non linear passive vibration isolators, Journal of Sound and Vibration 314, 371–452.

[7] Molyneaux W (1957) Supports for vibration isolation, ARC/CP-322, Aeronautical Research Council, Great Britain.

[8] Platus DL (1999) Negative-stiffness-mechanism vibration isolation systems, In: SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation, 98–105.

[9] Ramallo, J.C., Johnson, E.A. and Spenser, B.F. (2002), "Smart" Base Isolation Systems" J. of Engineering Mechanics 1088.

[10] Robertson S, Kidner MRF, Cazzolato BS, Zander AC (2009) Theoretical design parameters for a quasi-zero stiffness magnetic spring for vibration isolation, Journal of Sound and Vibration 326, 88–103.

[11] Smith MC (2002) Synthesis of mechanical networks: The Inerter, IEEE, Trans. on Automatic Control, 47, 1648-1662.

[12] Virgin L, Santillan S, Plaut R (2008) Vibration isolation using extreme geometric nonlinearity, Journal of Sound and Vibration 315, 721–731.

[13] Winterflood J, Blair D, Slagmolen B (2002) High performance vibration isolation using springs in Euler column buckling mode, Physics Letters A 300, 122–130.

[14] Zhou N, Liu K (2010) A tunable high-static–low-dynamic stiffness vibration isolator, Journal of Sound and Vibration 329, 1254–1273.