

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Γεωτεχνικής



National Technical University of Athens

School of Civil Engineering

Geotechnical Division

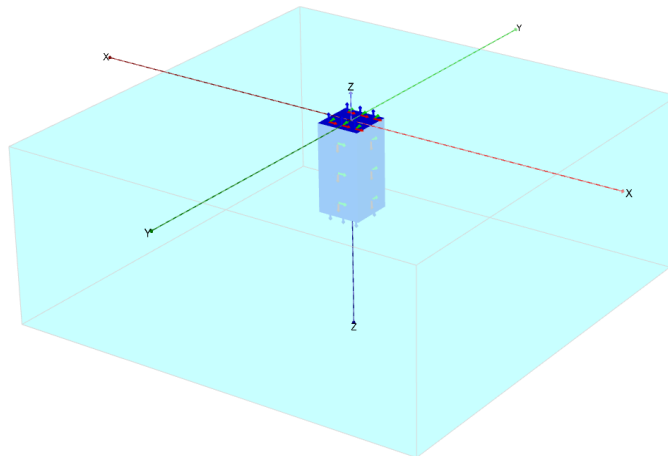
Διπλωματική εργασία

## ΧΡΙΣΤΑΝΤΩΝΗ ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ

Επιβλέπων:

Αναπληρωτής Καθηγητής Ν. Γερόλυμος

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΦΡΕΑΤΩΝ -  
ΘΕΜΕΛΙΩΣΗΣ ΜΕ ΤΕΧΝΗΤΑ ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ**



**INELASTIC RESPONSE ANALYSIS OF CAISSON FOUNDATIONS  
WITH ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS**

Diploma Thesis by

**EVANGELOS CHRISTANTONIS**

Supervised by

**Associate Professor N. Gerolymos**



## **Ευχαριστίες**

*Ολοκληρώνοντας την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας, νιώθω βαθιά την ανάγκη να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που συνέβαλαν στην επίτευξη του στόχου αυτού.*

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Ν. Γερόλυμο για την αφοσίωση του ως επιβλέπων καθηγητής, αλλά και ως διδάσκων του μαθήματος της Υπολογιστικής Γεωτεχνικής. Οι συμβουλές και η συμπαράσταση που μου παρείχε ήταν ιδιαίτερας σημαντικές, δίνοντάς μου διαρκώς κίνητρο και βοήθεια, ώστε να επιλύσω τα όποια προβλήματα παρουσιάστηκαν πριν την εκπλήρωση της εργασίας αυτής.*

*Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον καθηγητή κ. Γ. Γκαζέτα, καθώς ήταν τιμή μου που συναναστράφηκα μαζί του κατά τα χρόνια των σπουδών μου. Δίχως αμφιβολία, η διδασκαλία του στο μάθημα της Εδαφομηχανικής 2 ήταν ένας από τους καταλυτικούς παράγοντες που με ώθησαν στο να ακολουθήσω τον κλάδο της Γεωτεχνικής Μηχανικής.*

*Εν συνεχεία, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές και φίλους μου, μαζί με τους οποίους ξεκίνησα και, εν τέλει, ολοκλήρωσα τις σπουδές μου, για την ηθική υποστήριξη και την ψυχική τέρψη που μου προσέφεραν.*

*Τέλος, ευχαριστώ ειλικρινά και απερίγραπτα την οικογένειά μου για τα πνευματικά εφόδια και τα υλικά αγαθά που μου παρείχε κατά τη διάρκεια των μαθητικών και φοιτητικών μου χρόνων, και ιδιαίτερα τη μητέρα μου, η οποία, άθελά της, αποτέλεσε την πρώτη μορφή έμπνευσης για την ενασχόλησή μου με την επιστήμη του Πολιτικού Μηχανικού.*



---

# Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή.....	7
1.1 Αντικείμενο της εργασίας και σύντομη περιγραφή κεφαλαίων.....	7
1.2 Εισαγωγή στις βαθιά εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις.....	9
Κεφάλαιο 1 : Σχήματα .....	12
Κεφάλαιο 2: Προσαρμογή στο Plaxis 3D και Ανάλυση Ευαισθησίας .....	23
2.1 Εισαγωγή .....	23
2.2 Προκαταρκτικές αναλύσεις.....	23
2.2.1 Χαρακτηριστικά μοντέλου και διατομής θεμελίωσης .....	23
2.2.2 Υπολογισμός θεωρητικών στατικών ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας.....	24
2.2.3 Σύγκριση θεωρητικών και υπολογισθεισών τιμών.....	26
2.3 Ανάλυση ευαισθησίας .....	27
2.3.1 Μέγεθος προσομοιώματος .....	27
2.3.2 Πυκνότητα κανάβου πεπερασμένων στοιχείων .....	28
2.3.3 Μέγιστο ανεκτό σφάλμα .....	29
2.3.4 Line search και Updated Mesh .....	29
2.3.5 Διερεύνηση των συνθηκών εφαρμογής μηδενικής αξονικής φόρτισης.....	30
Κεφάλαιο 2 : Σχήματα .....	31
Κεφάλαιο 2 : Πίνακες.....	40

---

Κεφάλαιο 3 : Παραμετρική Διερεύνηση – Αδιαστατοποίηση – Δειγματοληψία ....	47
3.1 Εισαγωγή .....	47
3.2 Παραμετρική διερεύνηση .....	47
3.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φρέατος .....	48
3.2.2 Εδαφικά χαρακτηριστικά .....	49
3.2.3 Χαρακτηριστικά φόρτισης.....	49
3.3 Αδιαστατοποίηση.....	50
3.4 Δειγματοληψία .....	51
3.4.1 Τιμές παραμέτρων.....	51
3.4.2 Δειγματοληπτική μέθοδος Haltonset.....	51
Κεφάλαιο 3 : Σχήματα .....	53
Κεφάλαιο 3 : Πίνακες.....	60
Κεφάλαιο 4 : Αριθμητικές Αναλύσεις – Προσδιορισμός Αντοχής .....	65
4.1 Εισαγωγή .....	65
4.2 Προετοιμασία των αριθμητικών αναλύσεων .....	65
4.2.1 Διαστάσεις προσομοιώματος και κánaβος πεπερασμένων στοιχείων .....	65
4.2.2. Έδαφος και γεωμετρία .....	66
4.2.3. Φορτίσεις.....	67
4.3 Υπολογισμός αντοχής – εύρεση σημείου διαρροής.....	68
4.4 Επιλογή αντιπροσωπευτικών τιμών .....	69
Κεφάλαιο 4 : Σχήματα .....	70
Κεφάλαιο 4 : Πίνακες.....	76
Κεφάλαιο 5 : Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα .....	81
5.1 Εισαγωγή .....	81

---

5.2 Μόρφωση δικτύων και εισαγωγή δεδομένων.....	83
5.3 Εξαγωγή αποτελεσμάτων και σχολιασμός σύγκλισης .....	86
Κεφάλαιο 5 : Σχήματα .....	88
Κεφάλαιο 5 : Πίνακες.....	95
Κεφάλαιο 6 : Δοκιμή Επαλήθευσης – Σύσταση Τελικού Αλγορίθμου .....	103
6.1 Εισαγωγή .....	103
6.2 Δοκιμή επαλήθευσης.....	103
6.2.1 Υποπρόβλημα $a_1$ – υπολογισμός $K_r$ για γνωστά (u,φ) .....	104
6.2.2 Υποπρόβλημα $a_2$ – υπολογισμός $K_x$ για γνωστά (u,φ).....	105
6.2.3 Υποπρόβλημα $b_1$ – υπολογισμός $K_r$ για γνωστά (M,Q) .....	105
6.2.4 Υποπρόβλημα $b_2$ – υπολογισμός $K_x$ για γνωστά (M,Q).....	106
6.3 Τελικός Αλγόριθμος.....	107
6.3.1. Καλιμπράρισμα εισαγόμενων και εξαγόμενων τιμών .....	107
6.3.2. Υπολογισμός ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας.....	108
6.3.3 Εφαρμογή του αλγορίθμου και τελικό σφάλμα .....	110
Κεφάλαιο 6: Σχήματα.....	111
Κεφάλαιο 6 : Πίνακες .....	124
Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα και Προτάσεις.....	131
7.1 Συμπεράσματα .....	131
7.2 Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση .....	133
Βιβλιογραφία .....	135





---

# **Κεφάλαιο 1**

## **Εισαγωγή**

---

---

# Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή

## *1.1 Αντικείμενο της εργασίας και σύντομη περιγραφή κεφαλαίων*

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η ανελαστική απόκριση βαθιά εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων (φρεάτων) σε ομοιογενές συνεκτικό έδαφος υπό συνδυασμένη φόρτιση στην κεφαλή τους, η οποία αποτελείται από ροπή ανατροπής  $M$ , οριζόντια δύναμη  $Q$  και από κατακόρυφη δύναμη  $N$ . Στόχος της εργασίας είναι ο υπολογισμός των μη γραμμικών στατικών συντελεστών οριζόντιας ( $K_{sx}$ ) και στροφικής τέμνουσας δυσκαμψίας ( $K_{sr}$ ) του συστήματος εδάφους – φρέατος τετραγωνικής διατομής, είτε για γνωστά μετακινησιακά ( $u, \varphi$ ), είτε για γνωστά εντατικά ( $M, Q$ ) μεγέθη. Επιδιώκεται, επίσης, η καταγραφή και ο σχολιασμός της απόκρισής του συστήματος, αλλά και η σύγκριση εν μέρει με ήδη υπάρχουσες μελέτες επί του αντικειμένου. Για την επίτευξη των ανωτέρω απαιτήθηκε η ολοκλήρωση πληθώρας αριθμητικών τρισδιάστατων αναλύσεων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων κάνοντας χρήση του προγράμματος προσομοίωσης Plaxis 3D και η μετέπειτα επεξεργασία των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια των νευρωνικών δικτύων (neural networks) της γλώσσας προγραμματισμού Matlab.

Του κυρίου κορμού της εργασίας προηγήθηκε επιλογή των παραδοχών, οι οποίες θα πλαισίωναν το πρόβλημα, καθώς και σχολαστικό καλιμπράρισμα του αριθμητικού προσομοιώματος – μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε, με σκοπό την ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού σφάλματος. Σε αυτό το πλαίσιο, πραγματοποιήθηκε σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων του Plaxis και της βιβλιογραφίας όσον αφορά τους ελαστικούς συντελεστές δυσκαμψίας εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων τυχαίου σχήματος. Εν συνεχεία, διεξήχθη ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) επιδιώκοντας τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου αλλά και τη διατήρηση της ακρίβειας στο βαθμό του εφικτού.

---

Ακολούθησε παραμετροποίηση και αδιαστατοποίηση του προβλήματος και δειγματοληπτική επιλογή συνδυασμών των παραμέτρων αποσκοπώντας στην ικανοποιητική κάλυψη του φάσματος τους με ταυτόχρονη μείωση του γιγαντιαίου αρχικού αριθμού των αναλύσεων. Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν: α) ο λόγος εγκιβωτισμού ( $D/B$ ) β) ο λόγος του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους προς την αστράγγιστη διατμητική αντοχή ( $E/S_u$ ) γ) ο αντίστροφος συντελεστής ασφαλείας έναντι κατακόρυφου φορτίου ( $\chi=1/F_{s_v}$ ) και δ) ο λόγος της ροπής ανατροπής προς την οριζόντια δύναμη που εφαρμόζεται στην κορυφή του φρέατος – λόγος φορτίου ( $M/Q$ ).

Στις επόμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου γίνεται μια σύντομη περιγραφή των βασικών στοιχείων των υπολοίπων κεφαλαίων. Έπεται μια θεωρητική εισαγωγή στις εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις (φρέατα) εμπλουτισμένη με βιβλιογραφικές αναφορές ο οποίες τροφοδότησαν τη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

Στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας επιλέγονται τα χαρακτηριστικά του μοντέλου προσομοίωσης, όπως για παράδειγμα το μέγεθος και η πυκνότητα του κανάβου των πεπερασμένων στοιχείων, διατηρώντας τα σταθερά κάθε φορά, όλα πλην ενός, με σκοπό την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικού χρόνου. Επιπλέον, για λόγους εξοικείωσης με το Plaxis, αλλά και για σύγκριση με την υπάρχουσα βιβλιογραφία, παρουσιάζονται οι υπολογισμοί των ελαστικών στατικών συντελεστών δυσκαμψίας (στροφικός, κατακόρυφος, οριζόντιος και στρεπτικός) για ένα τυχαίο παράδειγμα φρέατος.

Στο τρίτο κεφάλαιο αιτιολογείται η επιλογή των παραμέτρων του προβλήματος, οι οποίες κατόπιν αδιαστασιοποιούνται ώστε η τελικώς δοθείσα λύση να μην αποτελεί μελέτη περίπτωσης, αλλά να επιδέχεται ευρύτερης εφαρμογής. Επίσης, γίνεται βαθμονόμηση αυτών των παραμέτρων με βάση συνήθεις τιμές που παίρνουν στα προβλήματα του γεωτεχνικού μηχανικού. Τέλος, με τη χρήση της συνάρτησης `haltonset` της Matlab και τη δημιουργία μίας δεξαμενής ψευδοτυχαίων αριθμών, γίνεται δειγματοληπτική επιλογή τιμών των παραμέτρων από το ήδη υπάρχον φάσμα, επιτυγχάνοντας συρρίκνωση κατά μία τάξη μεγέθους του αριθμού των προαναφερθέντων αναλύσεων στο Plaxis.

---

Το τέταρτο κεφάλαιο περιγράφει την μεταφορά του προβλήματος σε μοντέλο αριθμητικής προσομοίωσης πεπερασμένων στοιχείων στο Plaxis 3D και τις ενέργειες που απαιτήθηκαν, ώστε να βελτιωθεί η επιστημονική αξία των αποτελεσμάτων, όπως για παράδειγμα η πύκνωση των υπολογισθεισών τιμών στην ελαστική περιοχή κατά την εφαρμογή του φορτίου. Επιπλέον, καθώς τα συμβατικά κριτήρια αστοχίας φάνηκε να μην μπορούν να ανταπεξέλθουν αξιόλογα στη φυσική του προβλήματος, με τη χρήση διαγραμμάτων εφαρμομενικής δυσκαμψίας, επιλέγεται ποιοτικά, σε κάθε ανάλυση ξεχωριστά, με παραδοχή διγραμμικότητας, το σημείο αστοχίας.

Στο πέμπτο κεφάλαιο της εργασίας, κατόπιν κατάλληλης κανονικοποίησης, ώστε να επιτευχθεί συμβατότητα με τον κώδικα της εφαρμογής των νευρωνικών δικτύων (neural networks), εισάγονται με τη μορφή πινάκων τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων στο περιβάλλον της Matlab. Εκεί, ακολουθώντας λογική "trial and error", εξάγονται τα βάρη συσχέτισης μεταξύ των παραμέτρων (D/B, E/Su,  $\chi$ ) και των ζητούμενων (Kxs, Krs) του προβλήματος.

Το έκτο κεφάλαιο παρουσιάζει τον τελικό αλγόριθμο σύνδεσης μετακινησιακών και εντατικών μεγεθών μέσω των τεμνουσών δυσκαμψιών, καθώς και επαληθευτική εφαρμογή αυτού σε θεμελίωση φρέατος τυχαίων χαρακτηριστικών.

Στο έβδομο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα αυτής της διπλωματικής εργασίας, παρατηρήσεις και κριτική επί των αποτελεσμάτων, καθώς και προτάσεις για περαιτέρω μελέτη επί του συγκεκριμένου αντικειμένου.

## *1.2 Εισαγωγή στις βαθιά εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις*

Οι τύποι θεμελιώσεων χωρίζονται συνήθως σε τρεις υπερκατηγορίες: α) τις επιφανειακές θεμελιώσεις β) τις βαθιά εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις (φρέατα) και γ) τους πασσάλους (*Σχήμα 1.1*). Η διάκριση αυτή γίνεται με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της εκάστοτε θεμελίωσης. Στο *Σχήμα 1.2* παρατίθεται μια πρόταση τέτοιας διάκρισης

---

[Gerolymos and Gazetas 2006]. Επιπλέον, οι θεμελιώσεις φρεάτων επιδέχονται περαιτέρω κατηγοριοποίησης σε άκαμπτες ή εύκαμπτες σε σχέση με τη στιβαρότητα του περιβάλλοντος εδάφους, την πλήρωση ή μη του φρέατος και το υλικό κατασκευής. Επίσης, οι [Ιωακείμης κ.ά. 2006] διαχωρίζουν τα φρέατα σε α) άκαμπτα β) ημι-άκαμπτα / βραχείς πασσάλους και γ) εύκαμπτους πασσάλους ανάλογα με την κατανομή των ορθών τάσεων στην παρειά του φρέατος και το βάθος του σημείο περιστροφής όπως παρουσιάζεται στο *Σχήμα 1.3*. Λόγω των μεγάλων τους διαστάσεων, η απόκριση των φρεάτων δεν περιορίζεται μόνο στην αντίσταση της βάσης τους, όπως στις επιφανειακές θεμελιώσεις, ή στην οριζόντια εδαφική αντίδραση όπως στους πασσάλους. Με σκοπό την πληρέστερη περιγραφή της εν λόγω απόκρισης για ανομοιογενή εδάφη, οι [Gerolymos and Gazetas 2006] πρότειναν λύση με τέσσερα (4) είδη ελατηρίων τύπου Winkler κατανεμημένα στην παρειά και τη βάση του φρέατος όπως αποτυπώνεται στο *Σχήμα 1.4*.

Τα φρέατα, σαν τύπος θεμελίωσης χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά για τη θεμελίωση βάθρων γεφυρών μεγάλων ανοιγμάτων (*Σχήμα 1.5*) και σπανιότερα σε θεμελιώσεις ανεμογεννητριών (*Σχήμα 1.6*) και λοιπών προβολικών στοιχείων, όπου και προτιμώνται στιβαροί μονοπάσσαλοι. Λόγω των πολλών μηχανισμών που ενεργοποιούνται κατά την απόκρισή τους, όπως φαίνεται στο *Σχήμα 1.7*, έχουν τη δυνατότητα αξιόπιστης παραλαβής τεραστίων φορτίων από την ανωδομή και είναι κατάλληλα για χρήση σε μαλακά ή/και επικλινή εδάφη. Έχουν χαμηλό κόστος κατασκευής και είναι εύκολα προσαρμόσιμα στις ανάγκες κάθε έργου. Παρόλα αυτά η χρήση τους δεν μπορεί να θεωρηθεί ευρεία, γεγονός που οφείλεται, κυρίως, στην περιορισμένη βιβλιογραφία και τεχνική εμπειρία γύρω από τον τρόπο λειτουργίας τους. Ο πολύπλοκος μηχανισμός απόκρισής τους και η πρακτική δυσκολία εκτέλεσης δοκιμών σε φρέατα έχει οδηγήσει τους μελετητές στην ενασχόληση με τύπους θεμελιώσεων οι οποίες διέπονται από απλούστερη και πιο εύκολα αναπαράξιμη φυσική. Χαρακτηριστικά, όσον αφορά τη σύνθετη απόκριση των εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων, όπως προτείνουν οι [Karapiperis and Gerolymos 2014], για διαφορετικό λόγο εφαρμοσμένης ροπής ανατροπής προς οριζόντια δύναμη στην κορυφή του φρέατος, ενεργοποιείται διαφορετικός μηχανισμός αστοχίας, ως αποτέλεσμα της μεταβολής του

---

βάθους του πόλου περιστροφής όπως περιγράφεται στο *Σχήμα 1.8*. Η κατηγοριοποίηση των μηχανισμών αστοχίας, με βάση τη δουλειά των [Yun and Bransby 2009], έχει ως εξής:

- α) αντοχή σε καθαρή ροπή ( $Q=0$ ,  $M=M_u$ ): "scoop"
- β) αντοχή σε καθαρή οριζόντια δύναμη ( $Q=Q_u$ ,  $M=0$ ): "scoop – slide"
- γ) ( $Q>0$ ,  $M<0$ ,  $z_p=D$ ): "inverted pendulum"
- δ) μέγιστη οριζόντια δύναμη ( $Q=Q_{max}$ ,  $M<0$ ,  $z_p=\infty$ ): "pure sliding-diffusion"
- ε) μέγιστη ροπή ανατροπής ( $Q>0$ ,  $M=M_{max}$ ,  $z_p=0$ ): "pendulum"

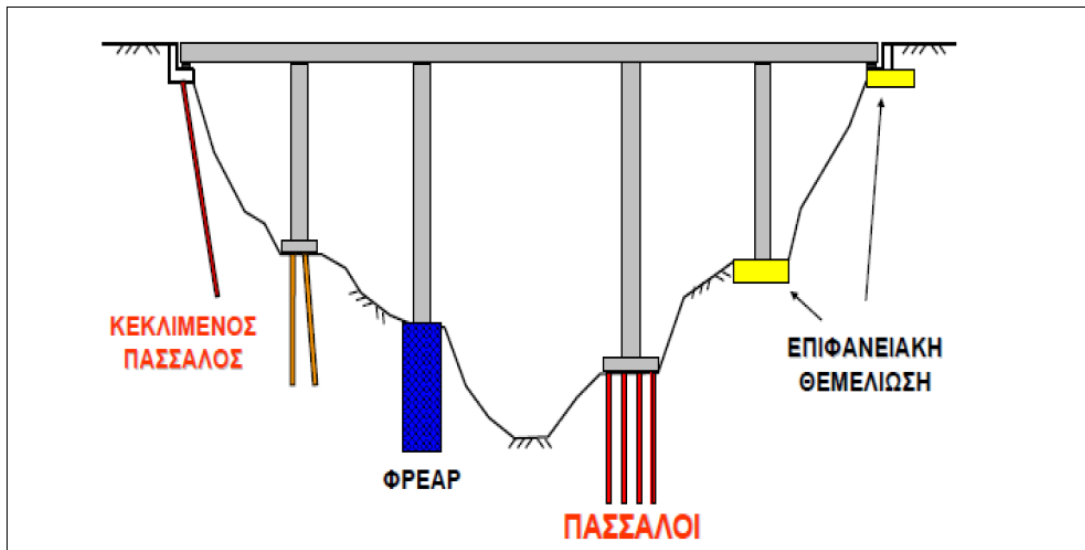
Στο *Σχήμα 1.9*, απεικονίζονται οι τρεις κυριότεροι μηχανισμοί αστοχίας για τρεις διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού.

Παίρνοντας έναυσμα από την αποδοτικότητα και την προοπτική διευρυμένης χρήσης των θεμελιώσεων με φρέατα στο μέλλον, η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην δημιουργία ενός αλγορίθμου ικανού να περιγράψει με ικανοποιητική ακρίβεια τη μεταβολή των συντελεστών δυσκαμψίας του συστήματος φρέατος – περιβάλλοντος εδάφους, όντας συνεπής στη φυσική του προβλήματος της ανελαστικής απόκρισης σε εγκάρσια και αξονική φόρτιση.

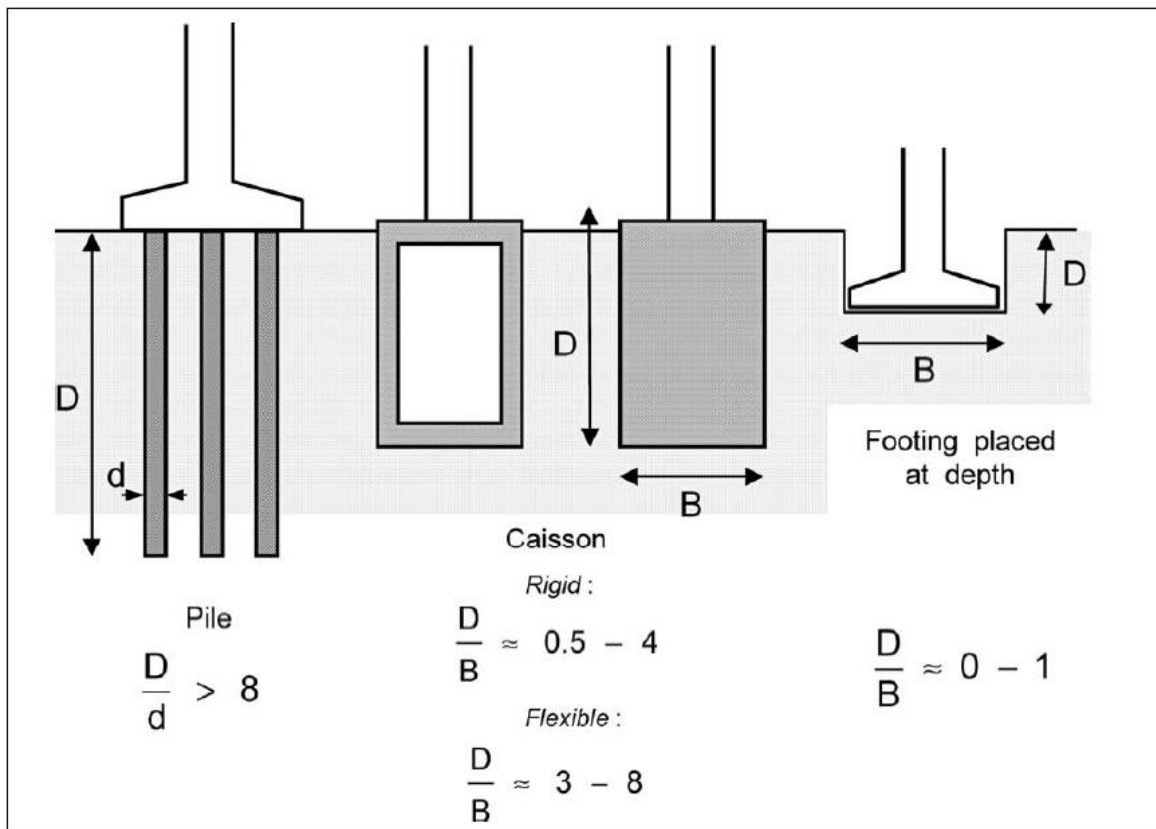
---

## ***Κεφάλαιο 1 : Σχήματα***

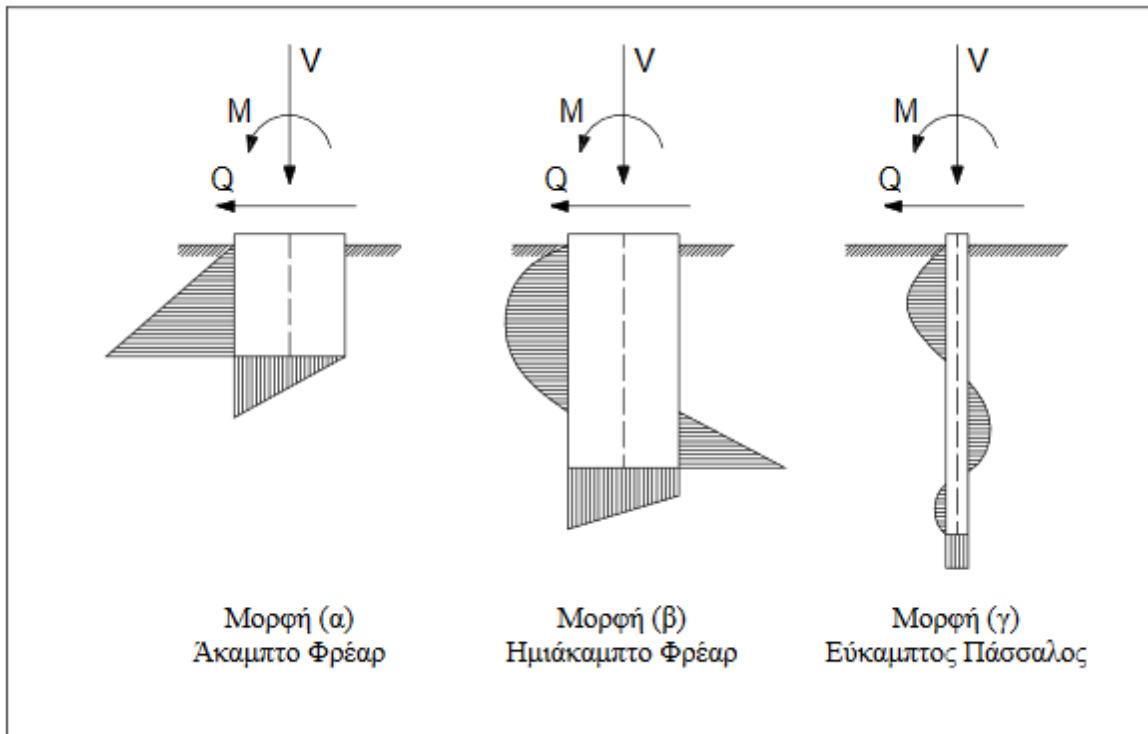




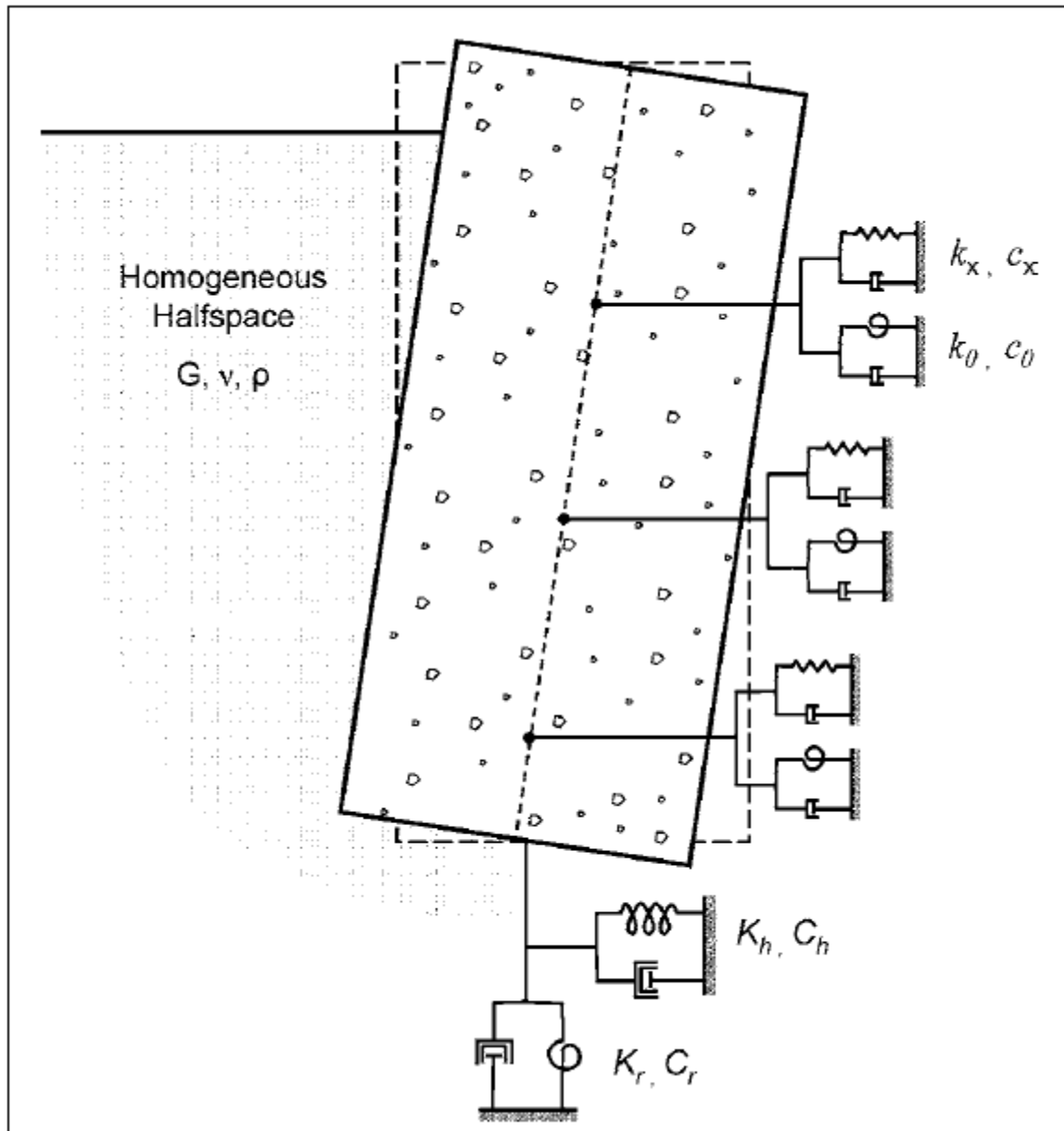
**Σχήμα 1.1.** Συνήθεις τύποι θεμελιώσεων σε βάρθρα γέφυρας



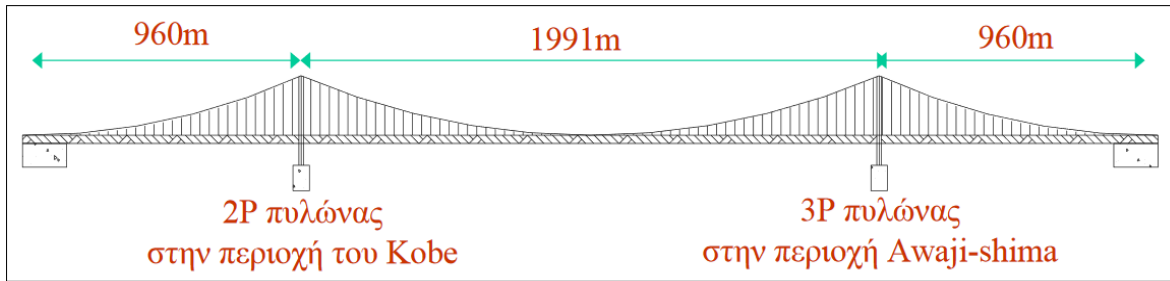
**Σχήμα 1.2.** Πρόταση διάκρισης των θεμελιώσεων με βάση τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά [Gerolymos and Gazetas 2006]. Για φθίνοντα λόγο βάρους προς πλάτος / διάμετρο: α) πάσσαλοι β) φρέατα (εύκαμπτα – άκαμπτα) γ) επιφανειακές θεμελιώσεις. Η διάκριση των φρεάτων γίνεται, επίσης, και με βάση τη δυσκαμψία του περιβάλλοντος εδάφους, αλλά και του υλικού κατασκευής.



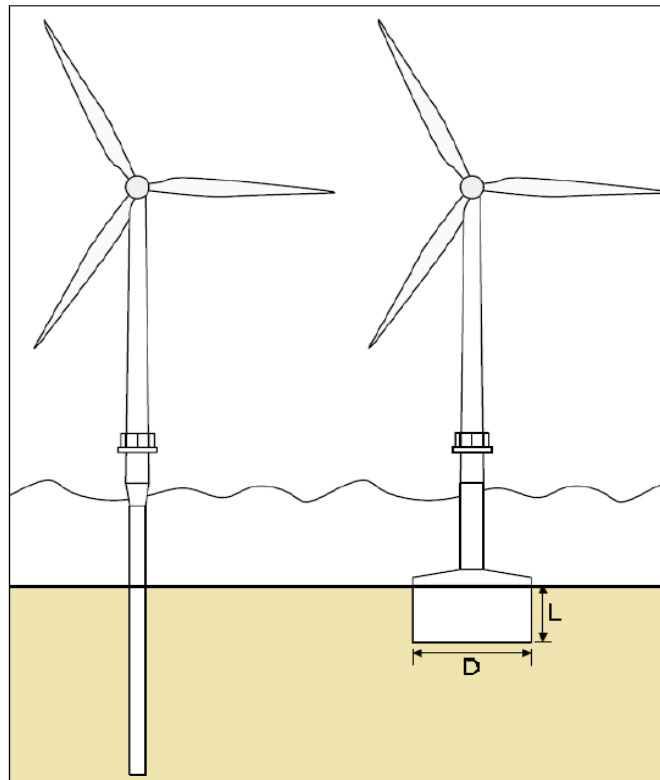
**Σχήμα 1.3.** Διάκριση μορφών απόκρισης φρεάτων για εγκάρσια και αξονική φόρτιση [Ιωακειμίδης κ.ά. 2006]. Εμφανής διαφοροποίηση της θεωρητικής θέσης του σημείου στροφής αλλά και της απόκρισης της βάσης για διαφορετικούς λόγους  $D/B$ . Συγκεκριμένα, όσο μεγαλύτερος ο λόγος εγκιβωτισμού, τόσο μικρότερη η συμβολή της βάσης. Για πολύ μεγάλους λόγους εγκιβωτισμού, όπου και η απόκριση θυμίζει αυτή πασσάλου, παρατηρείται δημιουργία πλαστικής άρθρωσης κοντά στη βάση.



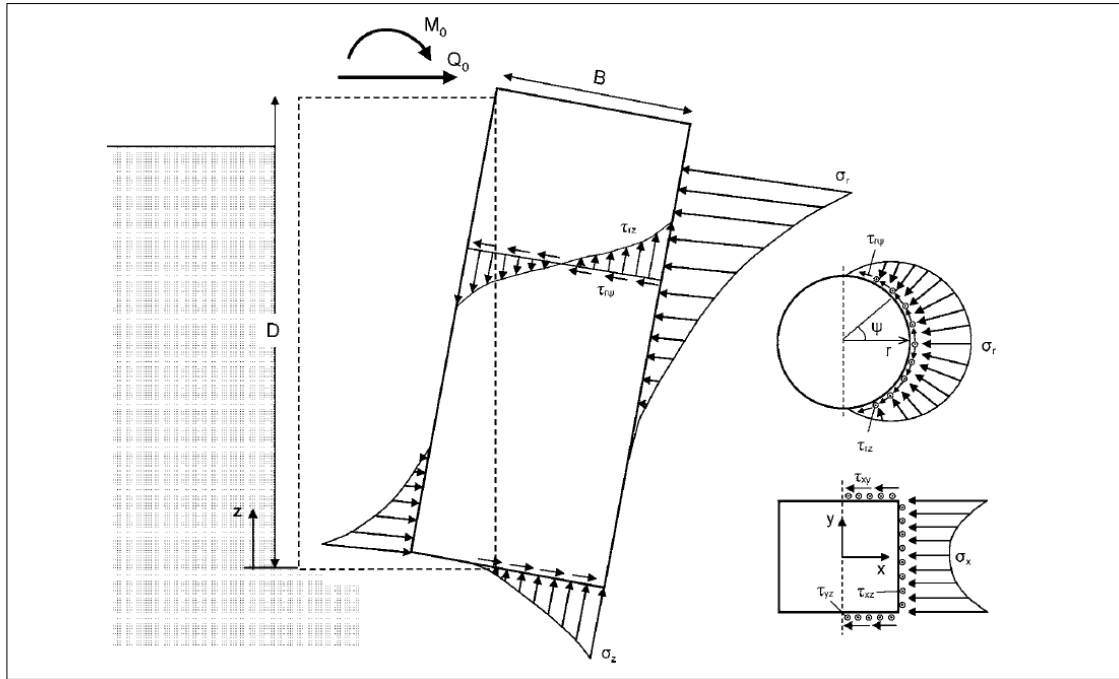
**Σχήμα 1.4.** Τα τέσσερα είδη ελατηρίων και αποσβεστήρων όπως προτάθηκαν από τους [Gerolymos and Gazetas 2006] για την αναπαράσταση της απόκρισης φρέατος ορθογωνικής διατομής σε ομοιογενή ημίχωρο. Τα  $k_x, k_\theta, c_x, c_\theta$  είναι κατανεμημένα επί της παρειάς, ενώ τα  $K_h, K_r, C_h, C_r$  αφορούν την απόκριση της βάσης.



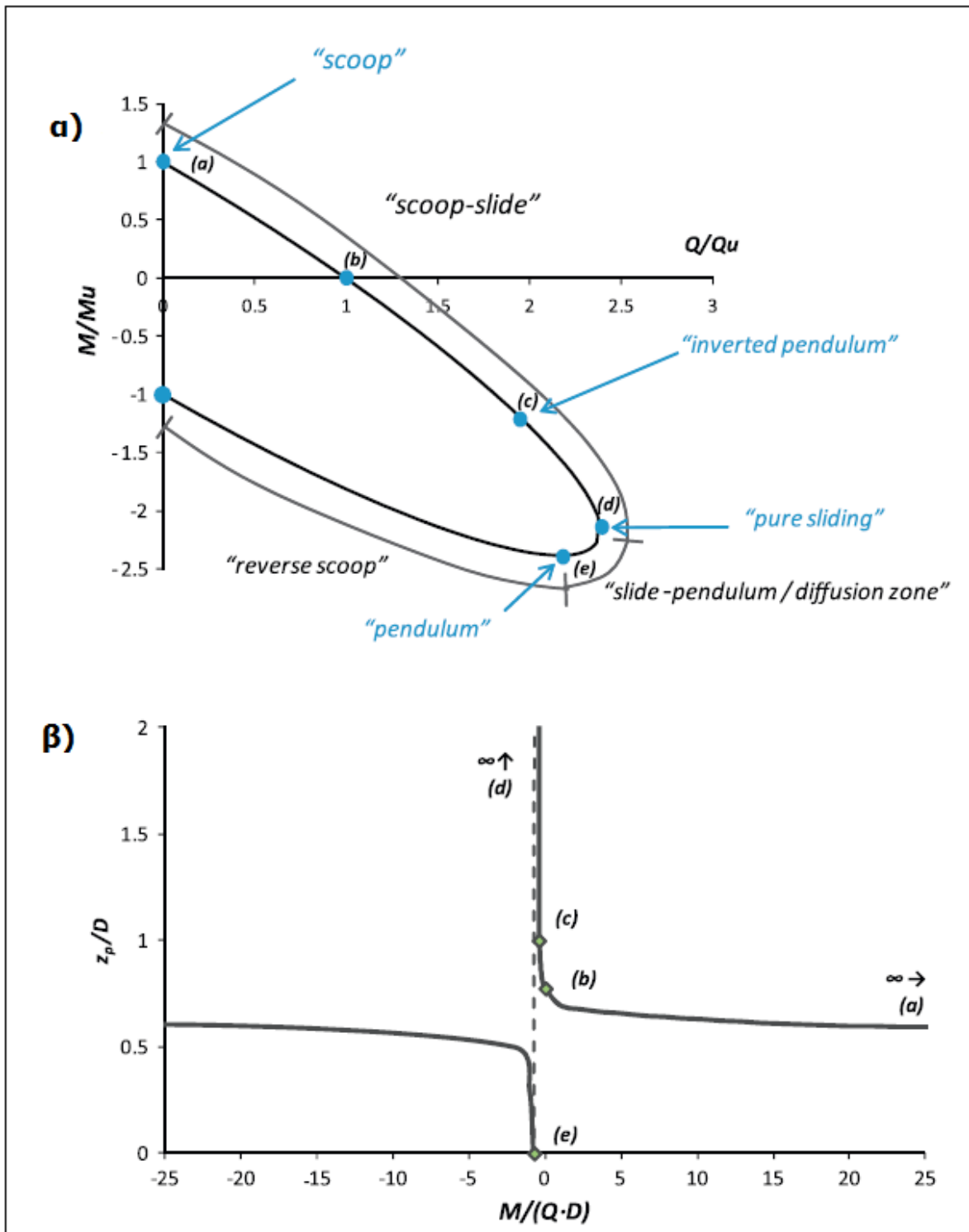
**Σχήμα 1.5.** Η κρεμαστή γέφυρα Akashi - Kaikyo ενώνει την πολιτεία του Kobe στο νησί Honshu και το νησί Awaji-shima. Και για τους δύο πυλώνες της έχει χρησιμοποιηθεί θεμελίωση με φρέαρ.



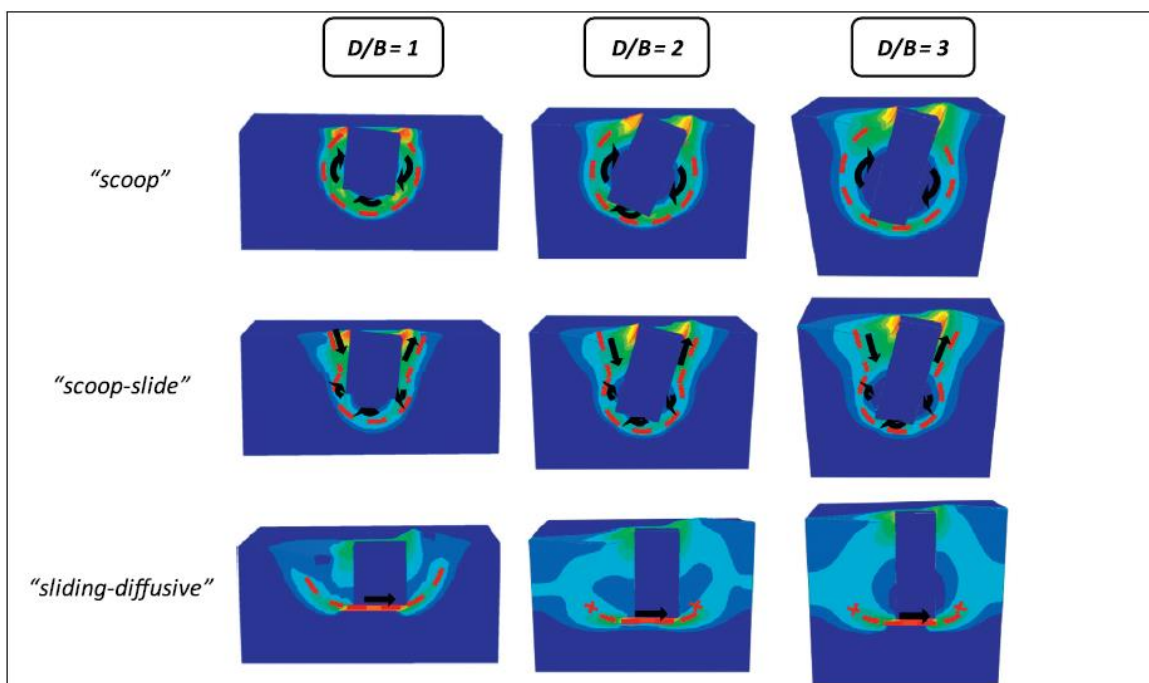
**Σχήμα 1.6.** Θεμελίωση ανεμογεννήτριας με μονοπάσσαλο και φρέαρ.



**Σχήμα 1.7.** Απόκριση φρέατος κυλινδρικής και ορθογωνικής διατομής σε εγκάρσια φόρτιση [Gerolymos and Gazetas 2006]. Ανάπτυξη διατμητικών οριζόντιων και κατακόρυφων τάσεων στις παρειές, διατμητικών οριζόντιων στη βάση και ορθών στις παρειές και τη βάση. Παρατηρείται διαφοροποίηση στην οριζόντια κατανομή των ενεργητικών και παθητικών τάσεων μεταξύ ορθογωνικής και κυκλικής διατομής.



**Σχήμα 1.8.** α) Καμπύλη αλληλεπίδρασης και μηχανισμοί αστοχίας για διαφορετικούς λόγους  $M/Q$ . β) Συσχέτιση του βάθους του πόλου περιστροφής ( $z_p$ ) με το λόγο  $M/Q$ . Για καθαρή ροπή παρατηρείται σταθεροποίηση του  $z_p$ . Αντιθέτως κατά τη μετάβαση από το "ανάστροφο εκκρεμές" στην "καθαρή ολίσθηση" και στο "εκκρεμές", το βάθος του πόλου περιστροφής από ίσο με το βάθος θεμελίωσης, απειρίζεται και έπειτα μηδενίζεται για πολύ μικρή μεταβολή του λόγου  $M/Q$ .



**Σχήμα 1.9.** Οι τρεις κυριότεροι μηχανισμοί αστοχίας για τρεις διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού. Χαρακτηριστική η διαφοροποίηση του τοπικά περιορισμένου "sliding" για ρηχές σε σύγκριση με το καθολικής φύσης "diffusive" για βαθιές εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις.



---

# **Κεφάλαιο 2**

## **Προσαρμογή στο Plaxis 3D και Ανάλυση Ευαισθησίας**

---

---

# Κεφάλαιο 2: Προσαρμογή στο Plaxis 3D και Ανάλυση Ευαισθησίας

## 2.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα προκαταρκτικών αναλύσεων στο πρόγραμμα Plaxis για προσομοίωση πλήρως εγκιβωτισμένης θεμελίωσης τυχαίου σχήματος. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με υπάρχουσες σχέσεις για ελαστικούς στατικούς συντελεστές οριζόντιας, κατακόρυφης, στροφικής και στρεπτικής δυσκαμψίας. Στη συνέχεια, γίνεται ενδελεχής ανάλυση ευαισθησίας με σκοπό τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών των προσομοιωμάτων – μοντέλων για την ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού χρόνου χωρίς ουσιαστική απώλεια ακρίβειας.

## 2.2 Προκαταρκτικές αναλύσεις

### 2.2.1 Χαρακτηριστικά μοντέλου και διατομής θεμελίωσης

Επιλέχθηκε διατομή τυχόντος σχήματος εγγεγραμμένη σε ορθογώνιο διαστάσεων  $2B \times 2L$  (Σχήμα 2.1) και πλήρως εγκιβωτισμένη σε βάθος  $D$  (Σχήμα 2.2). Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της θεμελίωσης και του περιβάλλοντος εδάφους αναφέρονται στον Πίνακα 2.1. Μορφώθηκε προσομοίωμα στο Plaxis χρησιμοποιώντας την default επιλογή του προγράμματος για πυκνότητα κανάβου πεπερασμένων στοιχείων (very fine) και διαστάσεις μοντέλου  $60 \times 60 \times 20$  μέτρα. Τα τοιχώματα της θεμελίωσης θεωρήθηκαν απαραμόρφωτα και αβαρή. Το εσωτερικό του φρέατος πληρώθηκε με έδαφος ίδιου ειδικού βάρους με του περιβάλλοντος. Για την καταγραφή των ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας επιβλήθηκαν για την εκάστοτε περίπτωση εντατικά μεγέθη ασύγκριτα μικρότερα από την φέρουσα

---

ικανότητα της εν λόγω θεμελίωσης με σκοπό την παραμονή των μετακινήσεων και στροφών εντός της ελαστικής περιοχής.

### 2.2.2 Υπολογισμός θεωρητικών στατικών ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας

Ο υπολογισμός των θεωρητικών συντελεστών δυσκαμψίας χωρίζεται σε τρία στάδια. Τον υπολογισμό των τιμών για επιφανειακή θεμελίωση, έπειτα για εγκιβωτισμένη και τέλος, για ύπαρξη ακλόνητου στρώματος σε βάθος  $H$  από τον πόδα της θεμελίωσης. Για το τελευταίο στάδιο χρειάστηκε εύρεση της χαρακτηριστικής ακτίνας  $R$  για αντιστοίχιση με τις σχέσεις για κυκλικό θεμέλιο.

α) Συντελεστές για επιφανειακή θεμελίωση [Gazetas et al. 1985,1987<sup>(1)</sup>; Hatzikonstantinou et al. 1989<sup>(2)</sup>; Ahmad and Gazetas 1992<sup>(3)</sup>]:

$$K_v = \frac{2GL}{1-\nu} (0.73 + 1.54x^{0.75}) \quad (2.1)$$

$$K_y = \frac{2GL}{2-\nu} (2 + 2,50x^{0.85}) \quad (2.2)$$

$$K_x = K_y - \frac{0.2GL}{0.75-\nu} \left(1 - \frac{B}{L}\right) \quad (2.3)$$

$$K_{rx} = \frac{G}{1-\nu} I_{bx}^{0.75} \left(\frac{L}{B}\right)^{0.25} \left(2.4 + 0.5 \frac{B}{L}\right) \quad (2.4)$$

$$K_{ry} = \frac{G}{1-\nu} I_{by}^{0.75} * 3 \left(\frac{L}{B}\right)^{0.15} \quad (2.5)$$

$$K_t = GJ_b^{0.75} * 3.48 \left(\frac{J_b}{B^4}\right)^{0.19} \left(\frac{4B^2}{A_b}\right)^{0.41} \quad (2.6)$$

β) Συντελεστές για εγκιβωπισμένη θεμελίωση [Gazetas et al. 1985,1987<sup>(1)</sup>;  
Hatzikonstantinou et al. 1989<sup>(2)</sup>; Ahmad and Gazetas 1992<sup>(3)</sup>]:

$$K'_V = K_V \left[ 1 + \frac{1}{21} \frac{D}{B} (1 + 1.3x) \right] \left[ 1 + 0.19 \left( \frac{A_w}{A_b} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{(1)} \quad (2.7)$$

$$K'_y = K_y \left( 1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right) \left[ 1 + 0.52 \left( \frac{h A_w}{B L^2} \right)^{0.4} \right]^{(1)} \quad (2.8)$$

$$K'_x = K_x \left( 1 + 0.15 \sqrt{\frac{D}{B}} \right) \left[ 1 + 0.52 \left( \frac{h A_w}{B L^2} \right)^{0.4} \right]^{(1)} \quad (2.9)$$

$$K'_{rx} = K_r \left\{ 1 + 1.26 \frac{d}{B} \left[ 1 + \frac{d}{B} \left( \frac{d}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}} \right] \right\}^{(2)} \quad (2.10)$$

$$K'_{ry} = K_{ry} \left\{ 1 + 0.92 \left( \frac{d}{L} \right)^{0.8} \left[ 1.5 + \left( \frac{d}{L} \right)^{1.9} \left( \frac{d}{D} \right)^{-0.6} \right] \right\}^{(2)} \quad (2.11)$$

$$K'_t = K_t \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{D}{B} \right)^{0.1} \left( \frac{J_b}{B^4} \right)^{-0.31} \right] \left[ 1 + 0.38 \left( \frac{I_w}{I_b} \right) \left( \frac{d}{D} \right)^{-0.51} \left( \frac{D}{B} \right)^{-0.6} \left( \frac{L}{B} \right)^{0.06} \right]$$

$$\frac{I_w}{I_b} = \frac{d(B^3 + L^3 + 3BL^2 + 3B^2L)}{BL*(B^2 + L^2)} \quad (3) \quad (2.12)$$

γ) Διόρθωση για ύπαρξη ακλόνητου εδαφικού στρώματος σε βάθος H  
[Gazetas, Αλληλεπίδραση Εδάφους – Κατασκευής 2013] :

$$K''_V = K'_V \left( 1 + 1.3 \frac{R}{H} \right) \quad (2.13)$$

$$\pi R^2 = A_b$$

$$K''_y = K'_y \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right) \quad (2.14)$$

$$\pi R^2 = A_b$$

$$K''_x = K'_x \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right) \quad (2.15)$$

$$\pi R^2 = A_b$$

$$K''_{ry} = K'_{ry} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}\right) \quad (2.16)$$

$$\frac{\pi R^4}{4} = I_{by}$$

$$K''_{rx} = K'_{rx} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}\right) \quad (2.17)$$

$$\frac{\pi R^4}{4} = I_{bx}$$

$$K''_t = K'_t \left(1 + \frac{1}{12} \frac{R}{H}\right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\pi R^4}{2} = I_{by} + I_{bx}$$

### 2.2.3 Σύγκριση θεωρητικών και υπολογισθεισών τιμών

Κάνοντας χρήση των εξισώσεων (2.1) – (2.18) καταλήγουμε στα αποτελέσματα του Πίνακα 2.2 τα οποία κατόπιν συγκρίνονται με αυτά των αριθμητικών αναλύσεων του Plaxis. Παρατηρείται σχεδόν πλήρης ταύτιση των αποτελεσμάτων όσον αφορά τους οριζόντιους και κατακόρυφους συντελεστές δυσκαμψίας. Η ακριβώς αντίθετη εικόνα παρουσιάζεται στους στρωφικούς και στρεπτικούς συντελεστές. Μια αρκετά πιθανή εξήγηση αποτελεί το γεγονός ότι ο μηχανισμός απόκρισης του φρέατος σε οριζόντια ή κατακόρυφη δύναμη, επιβληθείσα στην κορυφή του, έχει αρκετά πιο «τοπικά» χαρακτηριστικά σε σύγκριση με

---

τον μηχανισμό που ενεργοποιείται για υποβολή σε ροπή ανατροπής ή στρέψης. Κατ' επέκταση τα επιβληθέντα ακλόνητα σύνορα στο μοντέλο προσομοίωσης έχουν μεγαλύτερη επίδραση στην δεύτερη περίπτωση και άρα οδηγούν σε ανακριβή αποτελέσματα. Επιπλέον απόκλιση περιορισμένου μεγέθους είναι αναμενόμενη λόγω των διαφορετικών μεθόδων αριθμητικού υπολογισμού του Plaxis και της εν προκειμένω βιβλιογραφίας. Με σκοπό την εξάλειψη υπολογιστικών σφαλμάτων διενεργήθηκε ανάλυση ευαισθησίας του προσομοιώματος όπως περιγράφεται στις επόμενες παραγράφους.

## *2.3 Ανάλυση ευαισθησίας*

Στη λογική της βελτιστοποίησης των αριθμητικών εργαλείων του Plaxis, ελέγχθηκε ο βαθμός επιρροής διαφόρων χαρακτηριστικών του αριθμητικού προσομοιώματος – μοντέλου στον υπολογιστικό χρόνο και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Αυτό επιτεύχθηκε μέσω σειράς αναλύσεων για επιβολή καθαρής τέμνουσας δύναμης στην κορυφή φρέατος διαστάσεων 10x20 μέτρων ( $D/B=2$ ) για έδαφος με  $E=50 \cdot 10^6$  kPa και  $S_u=50$  kPa. Συγκεκριμένα μελετήθηκε η επιρροή: α) του μεγέθους του μοντέλου β) της πυκνότητας του κανάβου πεπερασμένων στοιχείων γ) του αποδεκτού σφάλματος αριθμητικής ολοκλήρωσης (tolerated error) δ) της χρήσης των αριθμητικών εργαλείων “updated mesh” και ε) “line search”. Τα χαρακτηριστικά και οι τιμές τους συνοψίζονται στους Πίνακες 2.3 και 2.4. Τέλος έγινε διερεύνηση των συνθηκών εφαρμογής μηδενικής αξονικής φόρτισης (απείρου συντελεστή ασφαλείας).

### *2.3.1 Μέγεθος προσομοιώματος*

Το μέγεθος του αριθμητικού προσομοιώματος επηρεάζει τα αποτελέσματα των αναλύσεων λόγω των συνοριακών συνθηκών που επικρατούν στα όριά του. Στην παρούσα εργασία

---

τόσο τα κατακόρυφα, όσο και τα οριζόντια σύνορα έχουν θεωρηθεί ακλόνητα. Ως εκ τούτου, ανάλογα με το μέγεθος της θεμελίωσης θα πρέπει να λαμβάνονται διαφορετικά μεγέθη μοντέλου. Για προσομοίωση φρέατος με το υπολογιστικό πρόγραμμα ABAQUS έχει προταθεί χρήση μοντέλου οριζοντίων διαστάσεων +/- 2.5B και κατακόρυφης απόστασης ακλόνητου πυθμένα από τη βάση του φρέατος ίση με 2B [Gerolymos et al. 2015]. Οι δοκιμές, ωστόσο, στο Plaxis για καθαρή τέμνουσα έδειξαν ότι η ελαστική δυσκαμψία και η αντοχή του συστήματος εδάφους θεμελίωσης σταθεροποιείται για μοντέλο διαστάσεων +/- 5B (50m) εκατέρωθεν του άξονα συμμετρίας, το οποίο και επιλέχθηκε σαν το πλέον καταλληλότερο. Η απόσταση από τον πυθμένα διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 2B (20m). Όπως ήταν αναμενόμενο, για κλίμακα παρόμοιας πυκνότητας, παρατηρήθηκε αύξηση της αντοχής για αύξηση των διαστάσεων λόγω της καλύτερης ικανότητας απορρόφησης της πλαστικοποίησης (Σχήμα 2.3), ενώ η αρχική δυσκαμψία ήταν μεγαλύτερη για μικρότερες διαστάσεις λόγω πλευρικής παρεμπόδισης της διαστολικότητας (Σχήμα 2.4). Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 2.5 για πολύ μικρή αύξηση του υπολογιστικού χρόνου η επιλογή των +/- 5B εκατέρωθεν δίνει ιδιαίτερα ακριβή αποτελέσματα (με θεώρηση ότι το μεγαλύτερο εκ των μοντέλων είναι και το ακριβέστερο προσεγγίζοντας τον ομοιογενή ημίχωρο). Το μοντέλο με διαστάσεις +/- 6B απορρίφθηκε ως χρονικά ασύμφορο. Επειδή, ωστόσο, για την μετέπειτα προσομοίωση διαφορετικών λόγων εγκιβωτισμού, προτιμήθηκε η μεταβολή του βάθους D και όχι του πλάτους B, οι επιθυμητές οριζόντιες διαστάσεις του μοντέλου εκφράστηκαν συναρτήσει του D. Συνεπώς, χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα πλάτους +/- 2.5D και βάθους D+2B.

### *2.3.2 Πυκνότητα κανάβου πεπερασμένων στοιχείων*

Η αλλαγή της πυκνότητας του κανάβου μεταφράζεται σε αλλαγή των διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων. Σε αυτήν την εργασία έγινε χρήση τριγωνικών εξακομβικών στοιχείων και ελέγχθηκε η επιρροή του μέσου μήκους τους για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις (1.098m, 1.305m και 2.654m) διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους σταθερές. Τα στοιχεία μεγαλύτερων διαστάσεων - για αραιότερο κλίμακα - έχουν



---

ικανότητα παραλαβής μεγαλύτερων μέγιστων μετακινήσεων για ίδια γωνία διάτμησης και ως αποτέλεσμα αποδίδουν μεγαλύτερη αντοχή (*Σχήμα 2.5*). Η ελαστική δυσκαμψία φαίνεται να παραμένει ανεπηρέαστη από την πυκνότητα του κανάβου (*Σχήμα 2.6*). Η εδαφική πραγματικότητα, ωστόσο, βρίσκεται πολύ κάτω από τη διακριτοποίηση της τάξης του ~1m που υιοθετείται από τον κανάβο του προσομοιώματος και ως εκ τούτου το μικρότερο μέγεθος στοιχείου δίνει τα ακριβέστερα αποτελέσματα. Όπως φαίνεται στον *Πίνακα 2.5* η αλλαγή του μέσου μήκους στοιχείου από 1.305m σε 1.098m επιφέρει πολύ μικρή αλλαγή στην αντοχή, αλλά προκαλεί αύξηση πάνω από 60% στο χρόνο υπολογισμού. Το μέσο μήκος 1.305m επιλέγεται ως βέλτιστο.

### *2.3.3 Μέγιστο ανεκτό σφάλμα*

Κατά το καλιμπράρισμα της αριθμητικής ολοκλήρωσης το Plaxis δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να παρέμβει στην τιμή του μέγιστου ανεκτού υπολογιστικού σφάλματος. Ασφαλώς και για μικρότερο σφάλμα εξάγονται πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Ωστόσο, η διαφορά στην αντοχή της θεμελίωσης για μέγιστο σφάλμα ίσο με 0.005 σε σχέση με αυτή για μέγιστο σφάλμα ίσο με 0.01 φαίνεται να είναι απειροελάχιστη (*Σχήμα 2.7*), ενώ ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται από 40 σε 60 λεπτά για το συγκεκριμένο μοντέλο (*Πίνακας 2.6*). Η default τιμή σφάλματος του Plaxis (0.01) φαίνεται να είναι αποδοτικότερη.

### *2.3.4 Line search και Updated Mesh*

Η επιλογή "line search" ενεργοποιεί τη δυνατότητα εύρεσης της βέλτιστης τιμής υπερχαλάρωσης (overrelaxation value) πραγματοποιώντας ορισμένες επιπλέον επαναλήψεις κατά τη διάρκεια της αριθμητικής ολοκλήρωσης με σκοπό τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου. Για το συγκεκριμένο μοντέλο, ωστόσο, δεν επέφερε ουσιαστικό χρονικό όφελος (*Πίνακας 2.6*), με αποτέλεσμα να μην προτιμηθεί η χρήση της. Στη

---

συνέχεια δοκιμάστηκε το εργαλείο “updated mesh”, το οποίο υπολογίζει την ισορροπία των τάσεων στα πεπερασμένα στοιχεία λαμβάνοντας υπόψιν τις μετακινήσεις των προηγούμενων βημάτων, σε αντίθεση με την απλή προσέγγιση, η οποία δε χρησιμοποιεί τον παραμορφωμένο κάναβο. Όντως, στις μεγάλες μετακινήσεις, όπου και αποδίδει καλύτερα, το εργαλείο μπόρεσε να περιγράψει καλύτερα το μηχανισμό κράτυνσης και για τις δύο αναλύσεις στις οποίες χρησιμοποιήθηκε (Σχήμα 2.8). Το τίμημα, παρόλα αυτά, ήταν τεράστιο, με υπερδιπλασιασμό του υπολογιστικού χρόνου, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2.6.

### *2.3.5 Διερεύνηση των συνθηκών εφαρμογής μηδενικής αξονικής φόρτισης*

Στα πλαίσια της παραμετρικής διερεύνησης που θα περιγραφεί στα παρακάτω κεφάλαια, δημιουργήθηκε ανάγκη αναπαραγωγής συνθηκών μηδενικής αξονικής φόρτισης ( $\chi=1/FSv=0$ ). Για το σκοπό αυτό δοκιμάστηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις όσον αφορά την πλήρωση ή μη του φρέατος:

Test 1: υλικό πλήρωσης και περιβάλλον έδαφος με ειδικό βάρος  $\gamma=0.01 \text{ kN/m}^3$

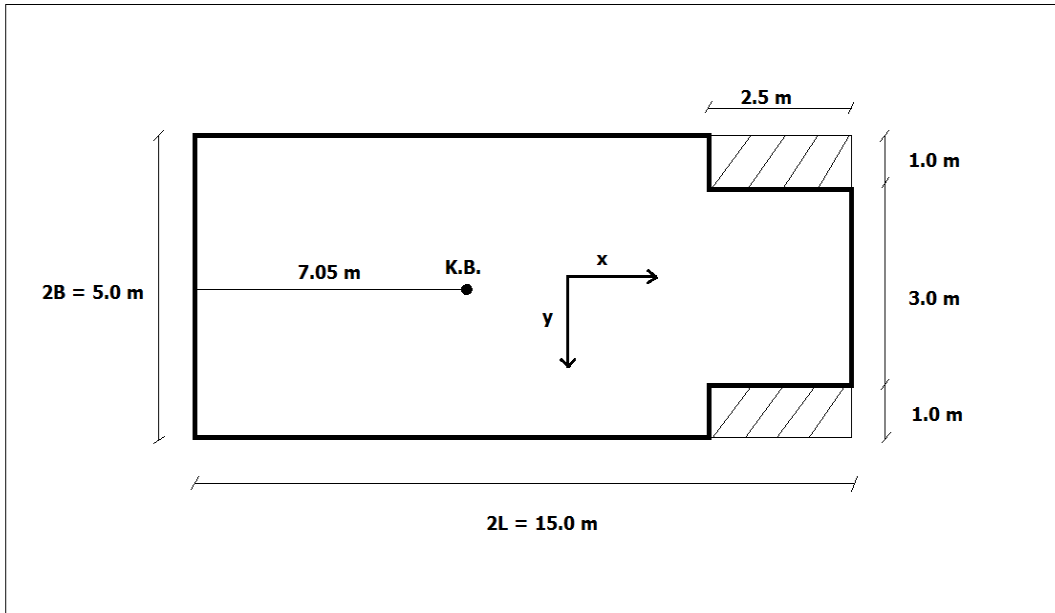
Test 2: υλικό πλήρωσης και περιβάλλον έδαφος με ειδικό βάρος  $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$

Test 3: μη πλήρωση του φρέατος και περιβάλλον έδαφος με ειδικό βάρος  $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ .

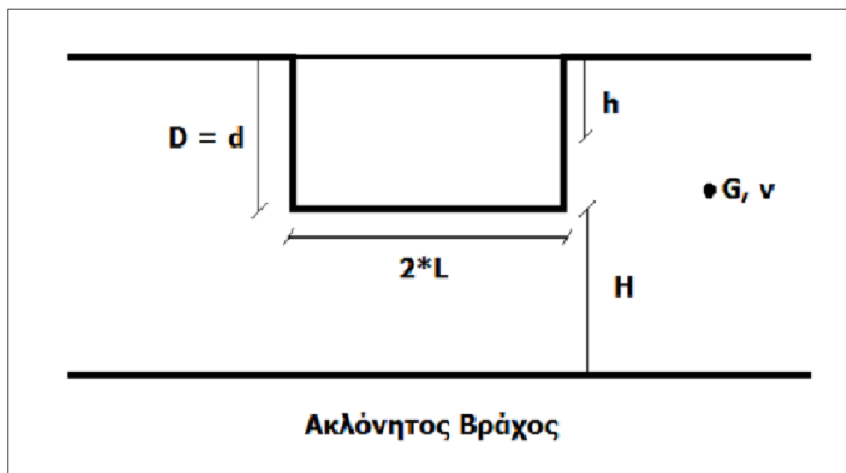
Κατά τη διαδικασία υπολογισμού το Plaxis εφαρμόζει αρχικά τις γεωστατικές τάσεις, έπειτα τοποθετεί τα φέροντα στοιχεία και, τέλος, εφαρμόζει τα εκάστοτε φορτία της ανάλυσης. Η διαφορά του Test 3 από τις άλλες δύο δοκιμές είναι ότι με την απουσία υλικού του φρέατος στην αρχή των υπολογισμών, δημιουργείται τοπικά μια υπεραντοχή λόγω μειωμένης πλαστικοποίησης (Σχήμα 2.9). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια απόκλιση της τάξης του 10% στην αντοχή σε σχέση με τα Test 1,2 (Πίνακας 2.7). Εν τέλει θα επιλεγεί η δεύτερη εκδοχή με υλικό πλήρωσης και περιβάλλον έδαφος ειδικού βάρους  $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ .

---

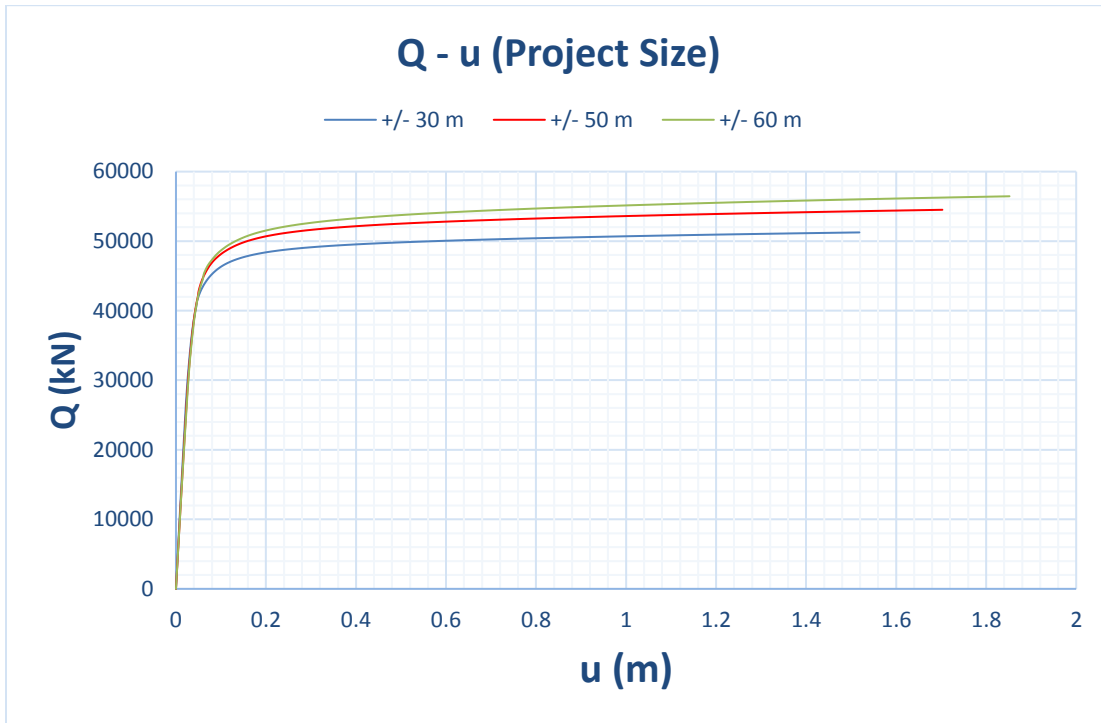
## ***Κεφάλαιο 2 : Σχήματα***



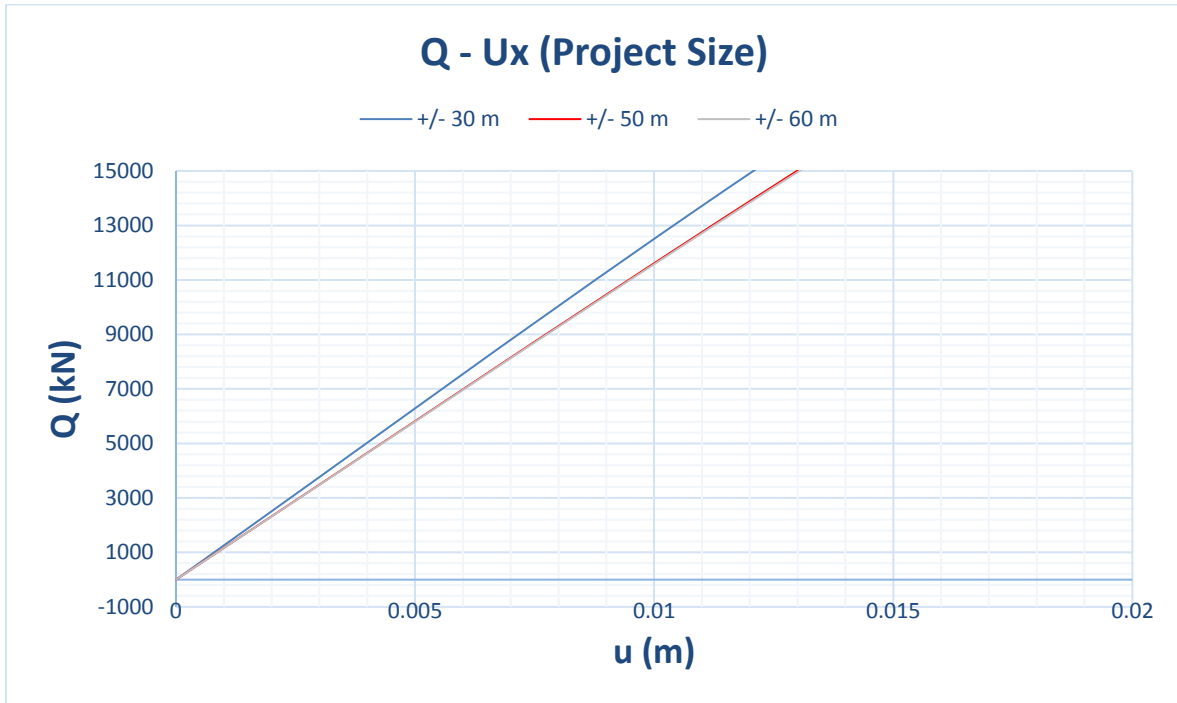
**Σχήμα 2.1.** Διατομή θεμελίωσης τυχαίου σχήματος για τον υπολογισμό στατικών ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας.



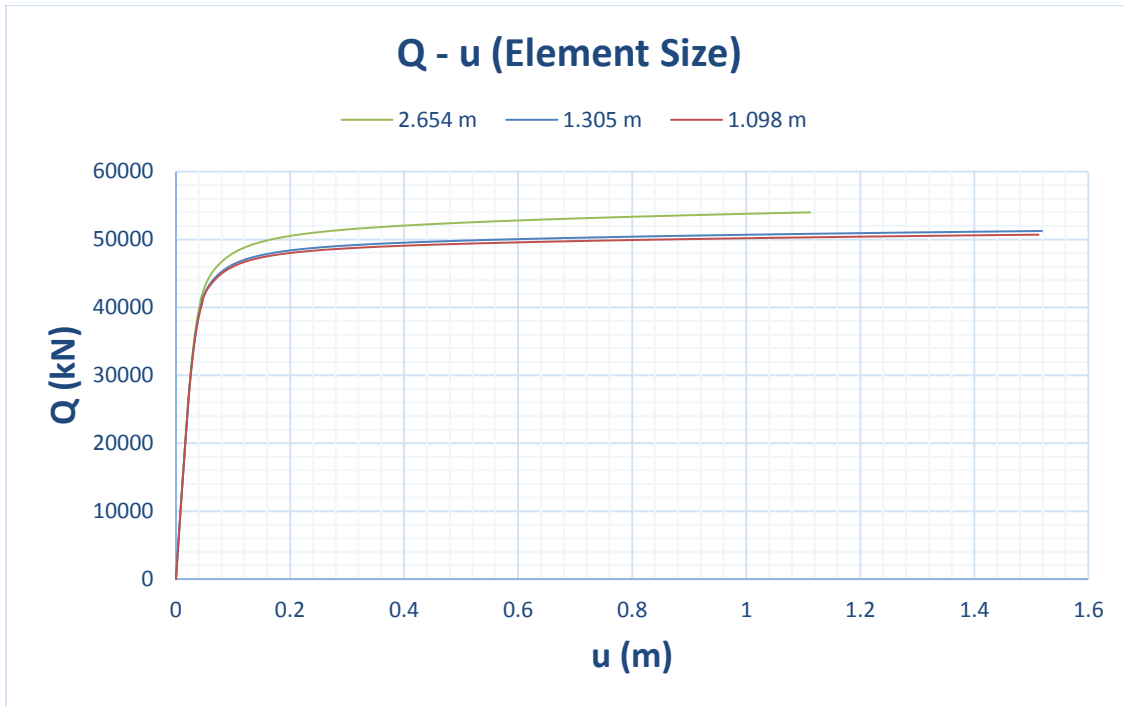
**Σχήμα 2.2.** Όψη θεμελίωσης και μεγέθη εγκιβωτισμού.



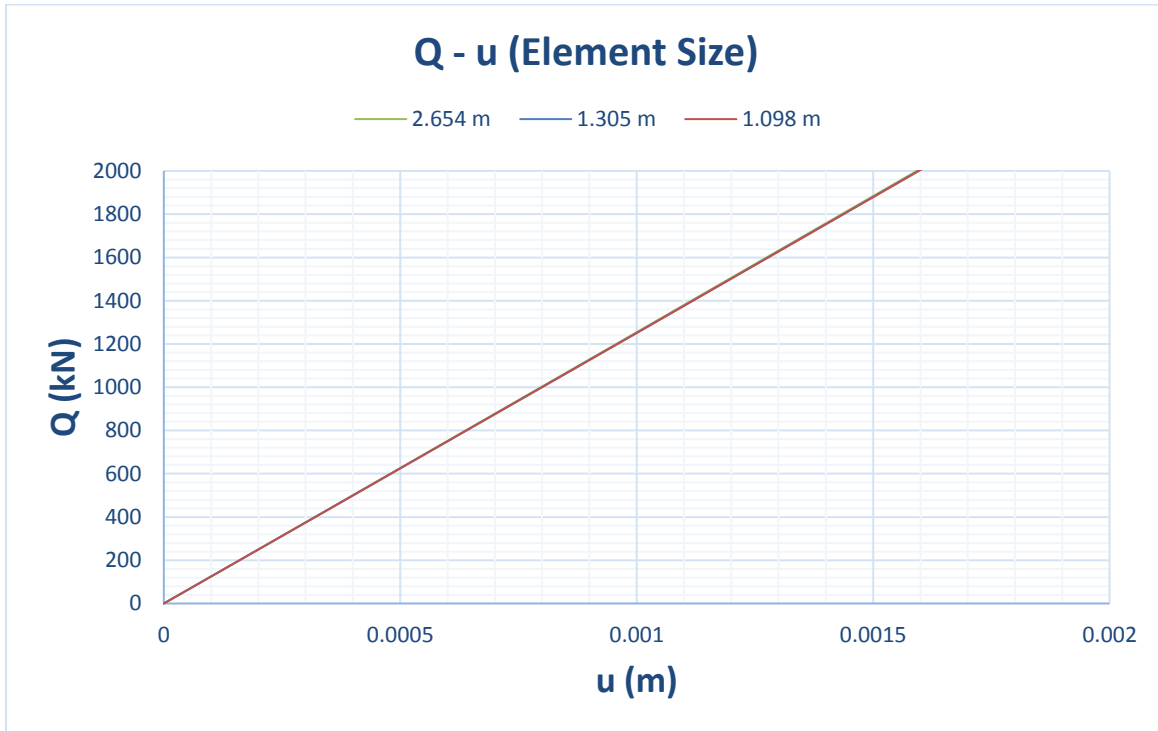
**Σχήμα 2.3.** Επίδραση του μεγέθους μοντέλου στην αντοχή.



**Σχήμα 2.4.** Επίδραση του μεγέθους μοντέλου στην αρχική δυσκαμψία.

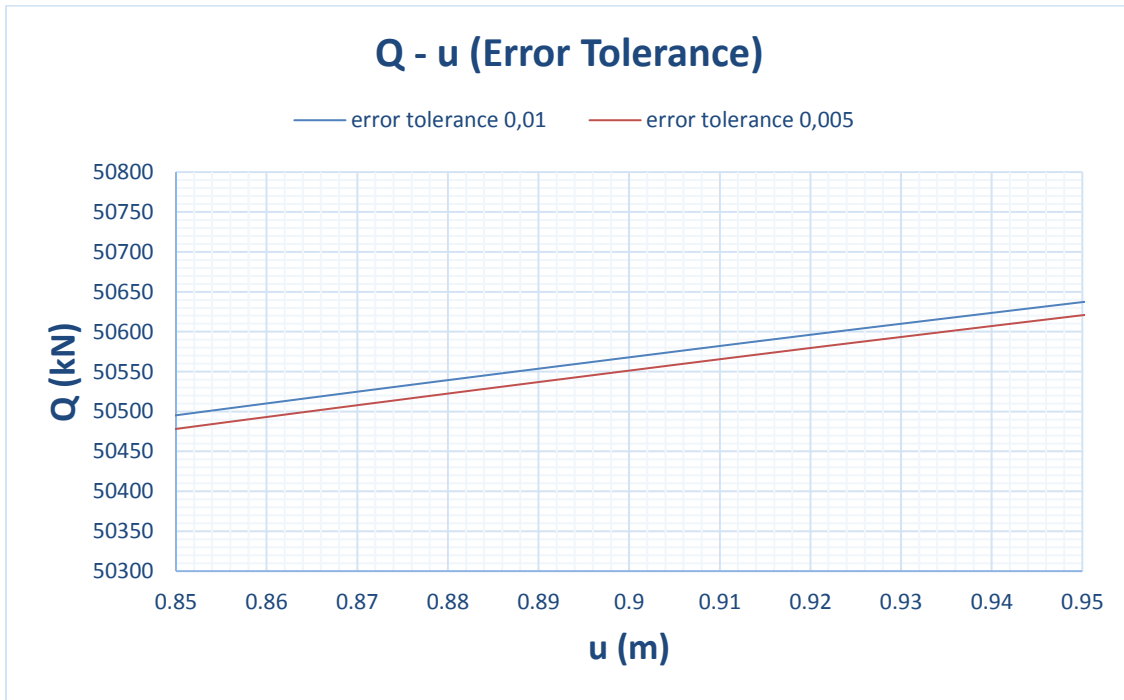


**Σχήμα 2.5.** Επίδραση του μέσου μήκους στοιχείου στην αντοχή

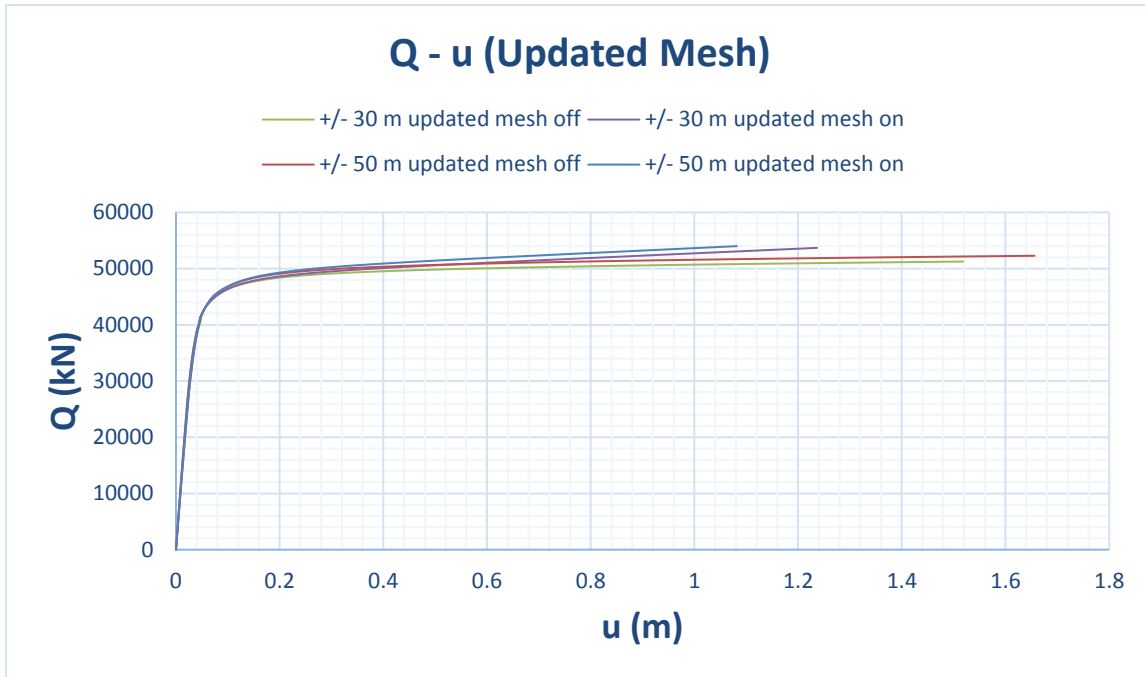


**Σχήμα 2.6.** Επίδραση του μέσου μήκους στοιχείου στην αρχική δυσκαμψία

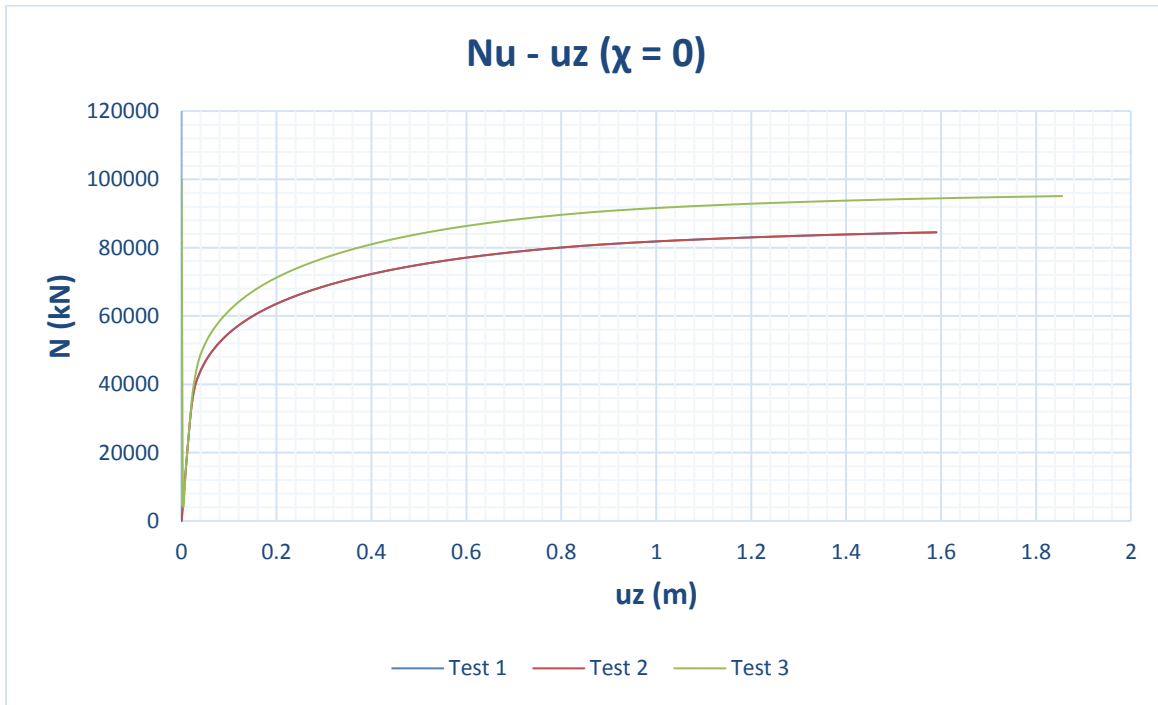




**Σχήμα 2.7.** Επίδραση του μέγιστου επιτρεπτού σφάλματος στην αντοχή.



**Σχήμα 2.8.** Επίδραση της χρήσης του αριθμητικού εργαλείου "updated mesh" στην αντοχή για δύο διαφορετικά μεγέθη μοντέλου. Η χρήση του εργαλείου επιτρέπει την αποτύπωση της κράτυνσης για μεγάλες μετακινήσεις.



**Σχήμα 2.9.** Επίδραση της πλήρωσης του φρέατος κατά τον εφαρμογή μηδενικής κατακόρυφης φόρτισης.

---

## ***Κεφάλαιο 2 : Πίνακες***

<b>2*B (m)</b>	5.0
<b>2*L (m)</b>	15.0
<b>D (m)</b>	10.0
<b>I<sub>bx</sub> (m<sup>4</sup>)</b>	136.0
<b>I<sub>by</sub> (m<sup>4</sup>)</b>	1194.0
<b>I<sub>p</sub> = I<sub>bx</sub> + I<sub>by</sub> (m<sup>4</sup>)</b>	1330.0
<b>d (m)</b>	10.0

<b>G (Kn/m<sup>2</sup>)</b>	19230	
<b>v</b>	0.3	
<b>H (m)</b>	10.0	
<b>Aw (m<sup>2</sup>)</b>	450.0	
<b>Ab (m<sup>2</sup>)</b>	70.0	
<b>x=Ab/4L<sup>2</sup></b>	0.311	
<b>h (m)</b>	5.0	

**Πίνακας 2.1.** Στοιχεία διατομής και εγκιβωτισμού και εδαφικά χαρακτηριστικά. Συγκεκριμένα: 2\*B και 2\*L το πλάτος και το μήκος του περιβάλλοντος ορθογωνίου της διατομής, D το βάθος θεμελίωσης, d το βάθος εγκιβωτισμού, H η απόσταση της βάσης της θεμελίωσης από τον ακλόνητο πυθμένα, h η απόσταση του Κ.Β. της θεμελίωσης από την επιφάνεια του εδάφους, Ab το εμβαδό της διατομής, Aw το γινόμενο της περιμέτρου επί το βάθος εγκιβωτισμού, I<sub>bx</sub> και I<sub>by</sub> οι ροπές αδράνειας της διατομής περί τους άξονες x και y, G το μέτρο διάτμησης του περιβάλλοντος εδάφους και ν ο λόγος του Poisson.

	<b>Θεωρητικές Τιμές</b>	<b>Τιμές Plaxis</b>	<b>Απόκλιση (%)</b>
<b>K''<sub>v</sub> (kN/m)</b>	1.97E+06	2.04E+06	3.6
<b>K''<sub>y</sub> (kN/m)</b>	2.06E+06	2.09E+06	1.5
<b>K''<sub>x</sub> (kN/m)</b>	1.88E+06	1.82E+06	-3.2
<b>K''<sub>ry</sub> (kN*m/rad)</b>	6.93E+07	9.77E+07	41.0
<b>K''<sub>rx</sub> (kN*m/rad)</b>	1.03E+08	1.44E+08	39.4
<b>K''<sub>t</sub> (kN*m/rad)</b>	5.90E+07	1.24E+08	110.0

**Πίνακας 2.2.** Σύγκριση των υπολογισθεισών μέσω του Plaxis τιμών των στατικών ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας με τις αντίστοιχες θεωρητικές. Παρατηρείται σχεδόν «πλήρης» ταύτιση για τους κατακόρυφους και οριζόντιους με τεράστια απόκλιση, ωστόσο, για τους στρωφικούς και στρεπτικούς συντελεστές.

Load Path	Project Dimensions (m)	Average Element Size (m)	Nr. of Soil Elements	Calculation Time (min)
<b>c1</b>	+/- 30	1.305	86049	40
c1b	+/- 30	1.098	119493	65
c1c	+/- 30	2.654	20443	15
c1d	+/- 30	1.305	86049	60
c1e	+/- 30	1.305	86049	55
c1f	+/- 30	1.305	86049	90
<b>c2</b>	+/- 50	1.589	158425	48
c2c	+/- 50	1.589	158425	100
c2d	+/- 50	1.574	161555	43
c2e	+/- 50	1.340	222837	60
<b>c3</b>	+/- 60	1.470	266379	82

**Πίνακας 2.3.** Κωδικός ανάλυσης, μέγεθος προσομοιώματος, μέσο μέγεθος πεπερασμένου στοιχείου, αριθμός πεπερασμένων στοιχείων και χρόνος υπολογισμού σε λεπτά.

Load Path	Tolerated Error	Line Search	Updated Mesh	Calculation Time (min)
<b>c1</b>	0.01	off	off	40
c1b	0.01	off	off	65
c1c	0.01	off	off	15
c1d	0.005	off	off	60
c1e	0.01	on	off	55
c1f	0.01	off	on	90
<b>c2</b>	0.01	off	off	48
c2c	0.01	off	on	100
c2d	0.01	off	off	43
c2e	0.01	off	off	60
<b>c3</b>	0.01	off	off	82

**Πίνακας 2.4.** Κωδικός ανάλυσης, μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα, επιλογή ή μη των αριθμητικών εργαλείων "line search" και "updated mesh" και χρόνος υπολογισμού σε λεπτά.

Ανάλυση	Calculation Time (min)	Βέλτιστα	
		Απορριφθέντα	
c1	40	+/- 30	Project Dimensions (m)
c2	48	+/- 50	
c3	82	+/- 60	
c1c	15	2.654	Average Element Size
c1	40	1.305	
c1b	65	1.098	

**Πίνακας 2.5.** Επιλογή διαστάσεων μοντέλου και μεγέθους στοιχείου.

Ανάλυση	Calculation Time (min)	Βέλτιστα	
		Απορριφθέντα	
c1	40	0.01	Tolerated Error
c1d	60	0.005	
c1	40	off	Line Search
c1e	55	on	
c1	40	off	Updated Mesh
c1f	90	on	
c2	48	off	Updated Mesh
c2c	100	on	

**Πίνακας 2.6.** Επιλογή μέγιστου σφάλματος και χρήσης ή μη των εργαλείων "line search" και "updated mesh".

---

	<b>Nu (kN)</b>	<b>uz (m)</b>	<b>Απόκλιση %</b>
Test 1	8.42E+04	1.49E+00	0.00
Test 2	8.42E+04	1.49E+00	0.00
Test 3	9.41E+04	1.50E+00	11.81

**Πίνακας 2.7.** Αναζήτηση συνθηκών επίτευξης μηδενικής κατακόρυφης φόρτισης ( $\chi=1/FSv=0$ ). Τα Test 1 και 2 αφορούν φρέαρ πληρωμένο με έδαφος ειδικού βάρους  $\gamma=0.01 \text{ kN/m}^3$  και  $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$  αντίστοιχα. Το Test 3 έγινε για απλήρωτο φρέαρ και περιβάλλον έδαφος ειδικού βάρους  $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$ .



---

# **Κεφάλαιο 3**

## **Παραμετρική Διερεύνηση**

### **Αδιαστατοποίηση**

### **Δειγματοληψία**

---

---

# **Κεφάλαιο 3 : Παραμετρική Διερεύνηση – Αδιαστατοποίηση – Δειγματοληψία**

## *3.1 Εισαγωγή*

Μετά την επιλογή των αριθμητικών εργαλείων και τη μόρφωση του αριθμητικού προσομοιώματος, σειρά είχε ο ορισμός των παραμέτρων του προβλήματος. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία και τα κριτήρια επιλογής των παραμέτρων, η αδιαστατοποίησή τους, η οποία έχει ως στόχο την διεύρυνση του πεδίου εφαρμογής των αποτελεσμάτων, και τέλος, τη δειγματοληπτική επιλογή συνδυασμών των παραμέτρων με σκοπό τη μείωση του αριθμού των αριθμητικών αναλύσεων.

## *3.2 Παραμετρική διερεύνηση*

Η απόκριση των βαθιά εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων, είναι, όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως ιδιαίτερα σύνθετη. Η αντοχή και η δυσκαμψία του συστήματος εδάφους – θεμελίωσης φαίνεται να εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, οι κυριότεροι εκ των οποίων θα αποτελέσουν αντικείμενο μελέτης αυτής της εργασίας.

---

### 3.2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φρέατος

Το πλάτος  $B$  και το βάθος εγκιβωτισμού  $D$ , αλλά κυρίως ο λόγος εγκιβωτισμού  $D/B$ , όχι μόνο επηρεάζουν την αντοχή της θεμελίωσης σε εγκάρσια φόρτιση και αξονική φόρτιση, αλλά καθορίζουν ποιοτικά και το μηχανισμό αστοχίας (*Σχήμα 1.9*). Οι σχέσεις των [Karariperis and Gerolymos 2014] για αντοχή σε καθαρή τέμνουσα και ροπή, καθώς και των [Gerolymos, Zafeirakos and Karariperis 2015] για φέρουσα ικανότητα, τονίζουν τη σημαντικότητα του λόγου  $D/B$ , αλλά και των  $D$ ,  $B$  ξεχωριστά:

$$Q_u = BDS_u \left(\frac{D}{B}\right)^{-2.15} \left(1 + \frac{D}{B}\right)^{2.89} (1 - \chi)^{0.17} \quad (3.1)$$

$$M_u = 0.46B^2DS_u \left(\frac{D}{B}\right)^{-1.49} \left(1 + \frac{D}{B}\right)^{3.39} (1 - \chi)^{0.17} \quad (3.2)$$

$$N_u = 9.64B^2S_u \left(1 + \frac{D}{B}\right)^{0.67} \quad (3.3)$$

Ο λόγος εγκιβωτισμού του φρέατος επηρεάζει, επίσης, τη μορφή του διαγράμματος αλληλεπίδρασης  $M-Q$ . Μεγαλύτερες τιμές του λόγου προκαλούν αύξηση της ικανότητας παραλαβής ζεύγους ροπής και τέμνουσας ως ποσοστά της αντοχής για καθαρά μεγέθη (*Σχήμα 3.1*). Επιπλέον, οι [Karariperis and Gerolymos 2014] κατά το καλιμπράρισμα των ελατηρίων Winkler επί της παρειάς του φρέατος, εισήγαγαν την παράμετρο  $n_x$ . Το  $n_x$  αφορά την μετάβαση της απόκρισης του φρέατος από την ελαστική στην πλαστική περιοχή. Για αύξηση του  $n_x$  και τιμές που τείνουν στο 5, η απόκριση γίνεται πρακτικά διγραμμική, ενώ για μικρές τιμές κοντά στο 0, παρατηρείται σύζευξη της ελαστικής με την πλαστική περιοχή. Όπως φαίνεται στο *Σχήμα 3.2* για βαθιές θεμελιώσεις, άρα μεγάλο λόγο  $D/B$ , το  $n_x$  παίρνει μεγαλύτερες τιμές για ίδιο συντελεστή ασφαλείας σε σχέση με τις ρηχές

---

θεμελιώσεις. Η συνεισφορά, δηλαδή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του φρέατος δεν περιορίζεται μονάχα στην αστοχία αλλά έχει μεγάλη βαρύτητα σε όλο το φάσμα της απόκρισής του.

### *3.2.2 Εδαφικά χαρακτηριστικά*

Η παρούσα εργασία μελετάει την απόκριση φρέατος σε συνεκτικό έδαφος. Ως αποτέλεσμα, κατά τη βαθμονόμηση του αριθμητικού προσομοιώματος, θεωρήθηκαν αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης και οι υπολογισμοί έγιναν σε όρους ολικών τάσεων με χρήση της επιλογής στράγγισης “Undrained C” του Plaxis και καταστατικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb [Plaxis 2016 Material Models Manual]. Ως εκ τούτου η εδαφική αντοχή δίνεται μέσω της αστράγγιστης διατμητικής αντοχής  $S_u$  και η δυσκαμψία μέσω του αστράγγιστου μέτρου ελαστικότητας  $E_u$ . Η τιμή του λόγου του Poisson  $\nu$  διατηρήθηκε σταθερή κατά τη διάρκεια των υπολογισμών και ίση με 0.3. Η φόρμα Undrained C έχει ως default τιμή για τον λόγο του Poisson ίση με  $0.495 \sim 0.5$  στη λογική της αναπαράστασης της ασυμπιεστότητας κατά την αστράγγιστη φόρτιση. Ωστόσο, μετά από δοκιμές για μοντέλα δύο διαφορετικών διαστάσεων η τιμή 0.5 απορρίφθηκε διότι οδηγούσε σε υπερβολικά μεγάλες τιμές αντοχής της θεμελίωσης, μη συμβατές με τη βιβλιογραφία (Σχήμα 3.3). Όπως φαίνεται στις σχέσεις (3.1) – (3.3), η αστράγγιστη διατμητική αντοχή συμμετέχει στον καθορισμό της αντοχής, ενώ, αντίστοιχα, το μέτρο ελαστικότητας μέσω του μέτρου διάτμησης  $G=E/2(1+\nu)$ , στον καθορισμό της ελαστικής δυσκαμψίας του συστήματος [σχέσεις (2.1) – (2.5)].

### *3.2.3 Χαρακτηριστικά φόρτισης*

Στην παρούσα εργασία μελετάται η απόκριση φρέατος έναντι συνδυασμού αξονικής (κατακόρυφης δύναμης) και εγκάρσιας φόρτισης (οριζόντιας δύναμης και ροπής ανατροπής). Η κατακόρυφη δύναμη  $N$  εκφράζεται μέσω του αντιστρόφου συντελεστή

---

ασφαλείας  $\chi=1/FS_v$ , ως ποσοστό της φέρουσας ικανότητας της θεμελίωσης και συμμετέχει στον καθορισμό της ικανότητας παράλειψης καθαρής ροπής και τέμνουσας όπως φαίνεται στις σχέσεις (3.1) και (3.2). Η τέμνουσα δύναμη Q και η ροπή M εκφράζονται ως ποσοστά της ικανότητας παραλαβής των αντιστοιχών καθαρών μεγεθών και οι οριακές τιμές για κάθε ζεύγος φόρτισης δίνονται από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης (Σχήμα 1.8a). Όπως διακρίνεται στο Σχήμα 1.8, ο λόγος φόρτισης - "load path" M/Q καθορίζει εν πολλοίς τον μηχανισμό αστοχίας και το βάθος του πόλου περιστροφής κατά την αστοχία. Ωστόσο, ως κυριότερη συμβολή της επιβληθείσας φόρτισης αναγνωρίζεται η συμμετοχή αυτής, μέσω της μη γραμμικότητας του εδάφους, στον καθορισμό των εκάστοτε συντελεστών τέμνουσας δυσκαμψίας, οι οποίοι αποτελούν, ουσιαστικά, και το ζητούμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας (Σχήμα 3.4). Αντίστοιχα, η αξονική φόρτιση και κατ' επέκταση ο συντελεστής ασφαλείας επηρεάζουν, μεταξύ άλλων, την αρχική δυσκαμψία πριν την επιβολή εγκάρσιας φόρτισης (Σχήμα 3.5).

### 3.3 Αδιαστατοποίηση

Με σκοπό την ευρύτερη χρήση των αποτελεσμάτων της εργασίας πραγματοποιήθηκε αδιαστατοποίηση των εισαχθέντων παραμέτρων του προβλήματος. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του φρέατος συνοψίζονται στον λόγο εγκιβωτισμού D/B. Επιπλέον, οι εδαφικές ιδιότητες, δεδομένης της υιοθέτησης σταθερής τιμής για τον λόγο του Poisson  $\nu$ , αντιπροσωπεύονται από τον λόγο δυσκαμψίας E/S<sub>u</sub>. Για λόγους επαλήθευσης των δύο προηγούμενων παραδοχών έγινε σύγκριση αποτελεσμάτων για δύο διαφορετικά ζευγάρια (D,B) και (E,S<sub>u</sub>) για σταθερούς λόγους D/B και E/S<sub>u</sub>, αντίστοιχα. Η απόκλιση που παρατηρήθηκε είναι ικανοποιητικά μικρή για σταθερό D/B και μηδαμινή για σταθερό E/S<sub>u</sub> (Πίνακες 3.1 και 3.2). Ο αντίστροφος συντελεστής ασφαλείας  $\chi$ , όντας ήδη αδιάστατος, έμεινε ως είχε. Τέλος, ο η αδιαστατοποίηση του λόγου φόρτισης έγινε πολλαπλασιάζοντας τον παρονομαστή με το βάθος εγκιβωτισμού (M/QD). Διατηρώντας σταθερό τον λόγο

---

M/QD, για διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού, ενεργοποιείται, ποιοτικά, ο ίδιος μηχανισμός αστοχίας καθώς η τασική όδευση καταλήγει στην ίδια περιοχή του διαγράμματος αλληλεπίδρασης.

## *3.4 Δειγματοληψία*

### *3.4.1 Τιμές παραμέτρων*

Για την καλύτερη δυνατή κάλυψη του φάσματος του προβλήματος επιλέχθηκαν αντιπροσωπευτικές τιμές για τις ανωτέρω παραμέτρους. Συγκεκριμένα: τρεις (3) λόγοι εγκιβωτισμού, τρεις (3) λόγοι δυσκαμψίας, τέσσερις (4) αντίστροφοι συντελεστές ασφαλείας, όπως συνοψίζονται στον *Πίνακα 3.3* και (6) λόγοι φόρτισης (Load Paths a-f) όπως παρουσιάζονται στο *Σχήμα 3.6*. Στους λόγους D/B και E/S<sub>u</sub> δόθηκαν τιμές που απαντώνται συχνά σε προβλήματα γεωτεχνικού μηχανικού, ενώ οι συντελεστές καλύπτουν ένα εύρος από μηδενική κατακόρυφη φόρτιση μέχρι την οριακή αστοχία (FS=1.25). Όσον αφορά τους λόγους φόρτισης, αυτοί επιλέχθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να αντιστοιχούν στους πιο χαρακτηριστικούς μηχανισμούς αστοχίας του διαγράμματος αλληλεπίδρασης (καθαρή ροπή και τέμνουσα, “ανάστροφο εκκρεμές”, “καθαρή ολίσθηση” και “reverse scoop”). Η εργασία, λοιπόν, ανάγεται σε πρόβλημα τεσσάρων (4) παραμέτρων και, ως αποτέλεσμα, για την κάλυψη κάθε πιθανού συνδυασμού θα έπρεπε να πραγματοποιηθούν συνολικά 3x3x4x6=216 αριθμητικές αναλύσεις.

### *3.4.2 Δειγματοληπτική μέθοδος Haltonset*

Αντ’ αυτού, διατηρήθηκαν ως είχαν μονάχα οι 6 λόγοι φόρτισης και οι υπόλοιποι 36 συνδυασμοί παραμετρικών τιμών περιορίστηκαν σε 13. Αυτό έγινε με τη βοήθεια της δειγματοληπτικής μεθόδου Haltonset στο περιβάλλον της γλώσσας προγραμματισμού Matlab. Η μέθοδος Haltonset δημιουργεί ένα n-διάστατο μητρώο ψευδο-τυχαίων αριθμών

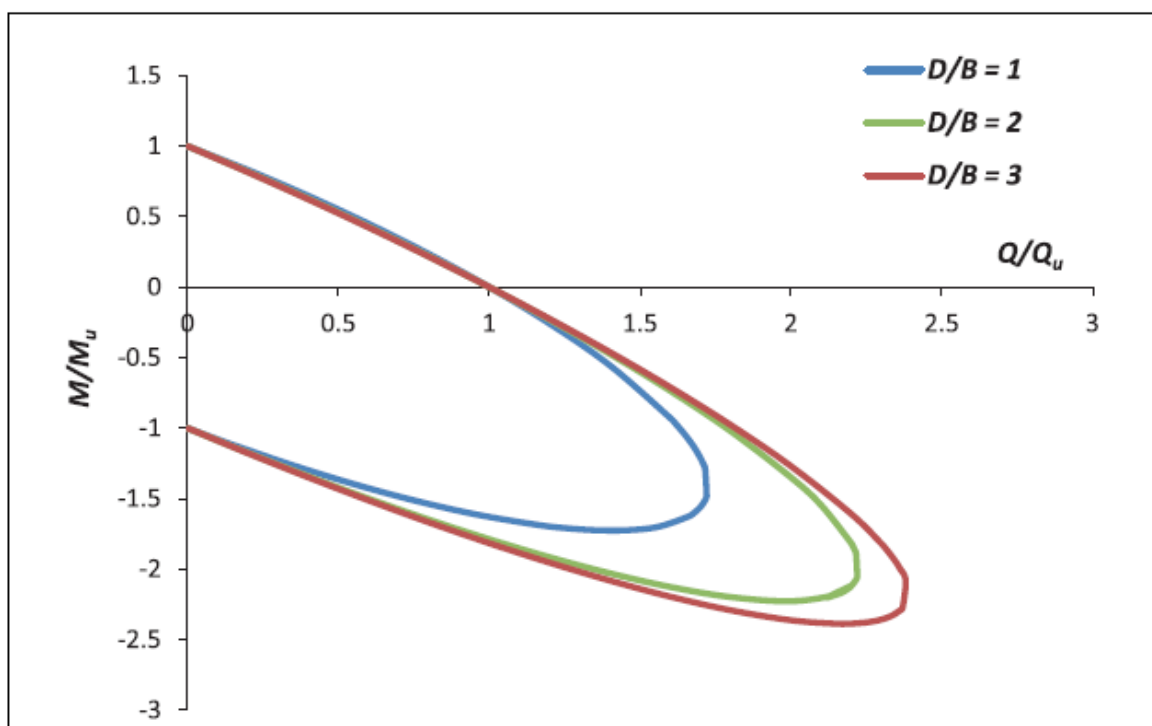
---

με τη βοήθεια της κατανομής Halton τιμών από 0 έως 1 (*Πίνακας 3.4*). Αν έστω  $P$ , το  $n$ -διάστατο μητρώο, τότε αυτό δημιουργείται μέσω της εντολής:  $P=haltonset(3, 'skip', 10)$ . Στη συγκεκριμένη εντολή έχει επιλεχθεί η παράλειψη των 10 πρώτων τιμών ενός 3-διάστατου μητρώου. Στη συνέχεια ορίζεται μεταβλητή του τύπου  $x=net(P, 13)$ . Στην περίπτωση αυτής της εργασίας χρειάστηκαν 13 τιμές του 3-διάστατου μητρώου, όσοι και οι συνδυασμοί των παραμέτρων του προβλήματος. Κατόπιν, η επιλογή γίνεται ως εξής: για παράμετρο τριών (3) τιμών, τα αποτελέσματα της κατανομής από 0.00 έως 0.33 αντιστοιχούν στην μικρότερη εκ των τριών. Αναλόγως, τα αποτελέσματα από 0.34 έως 0.66 αντιστοιχούν στην μεσαία τιμή, κ.ο.κ.. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργήθηκαν 13 αντιπροσωπευτικές ομάδες (Tests 1-13), των 6 αναλύσεων η καθεμία, μία για κάθε λόγο φόρτισης. Συνολικά ο αριθμός των αναλύσεων, ανέρχεται πλέον στις  $13 \times 6 = 78$ , περίπου στο  $1/3$  του αρχικού αριθμού. Ενώ το χρονικό υπολογιστικό κόστος έχει μειωθεί αισθητά, η δεξαμενή των αριθμητικών αναλύσεων με τα στοιχεία του *Πίνακα 3.4* είναι ικανή να παράξει αποτελέσματα ικανά να περιγράψουν με ικανοποιητική ακρίβεια την απόκριση φρέατος σε συνδυασμό εγκάρσιας και αξονικής φόρτισης.

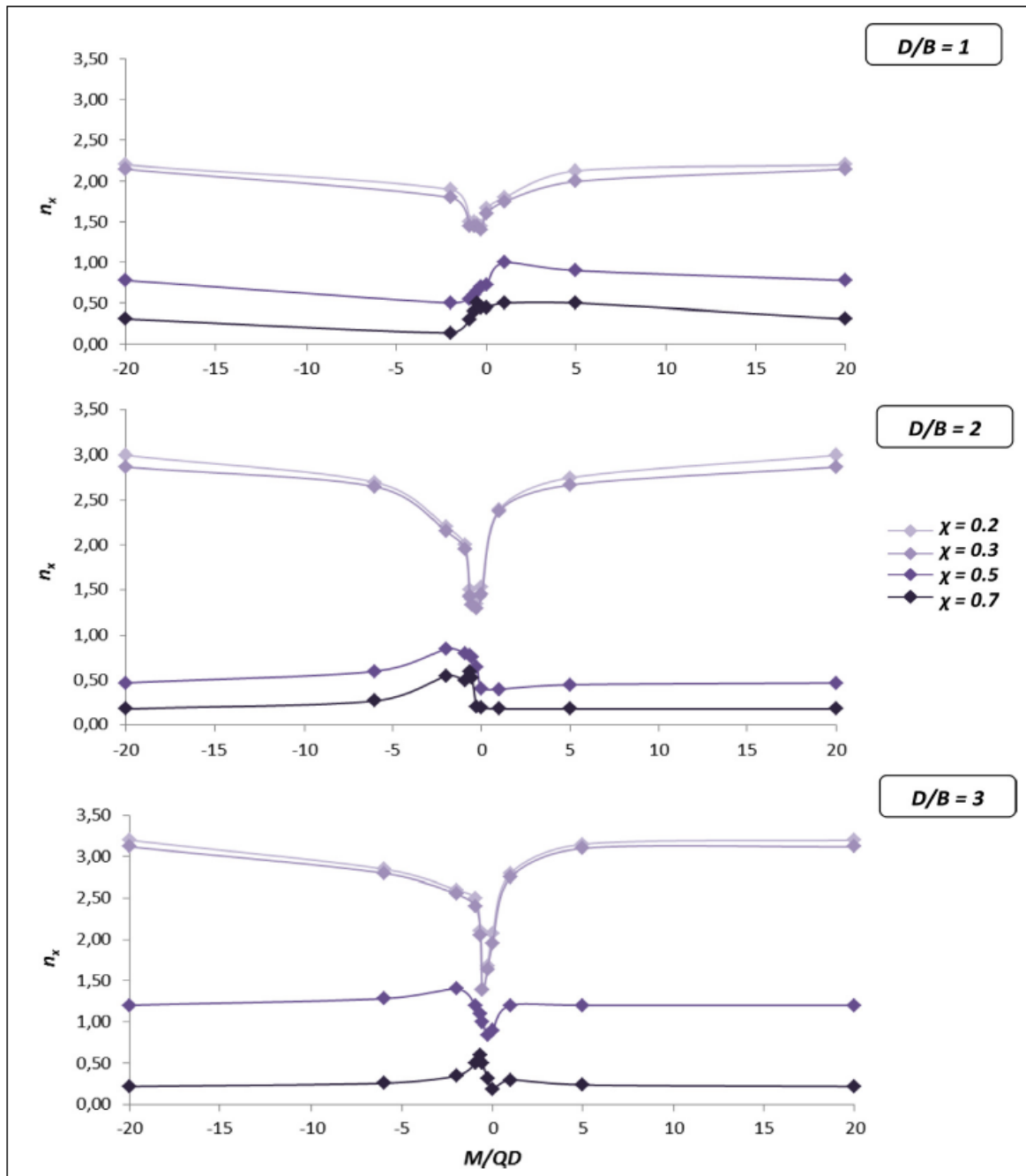


---

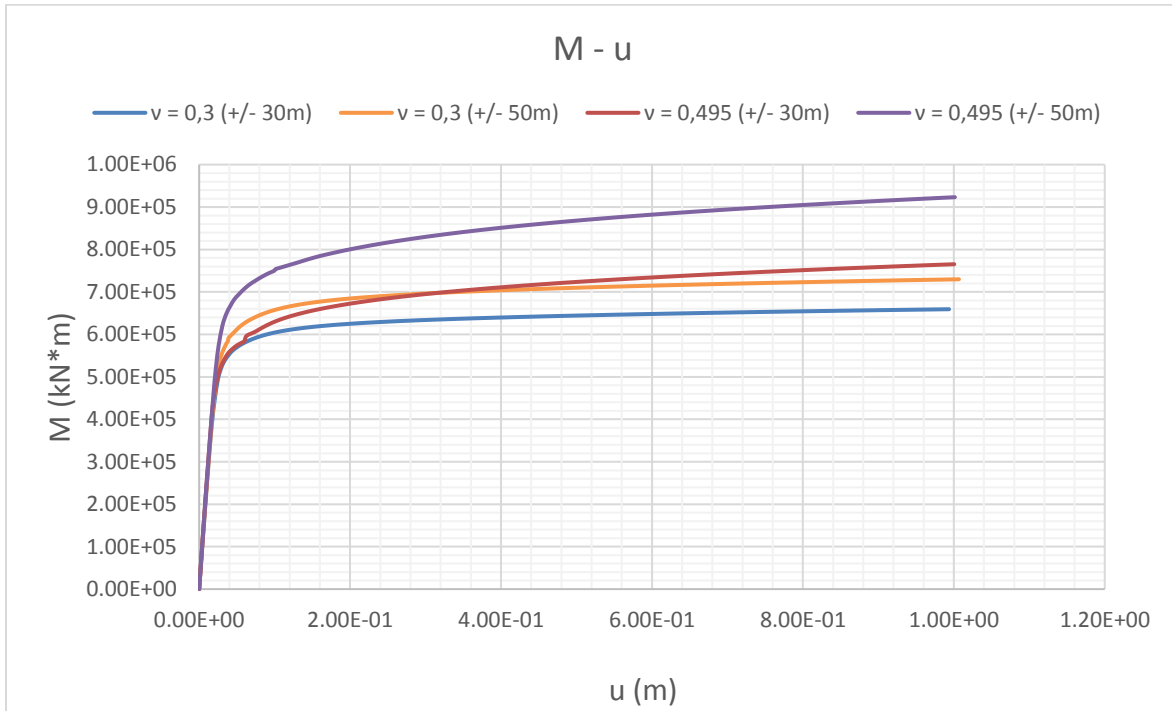
## ***Κεφάλαιο 3 : Σχήματα***



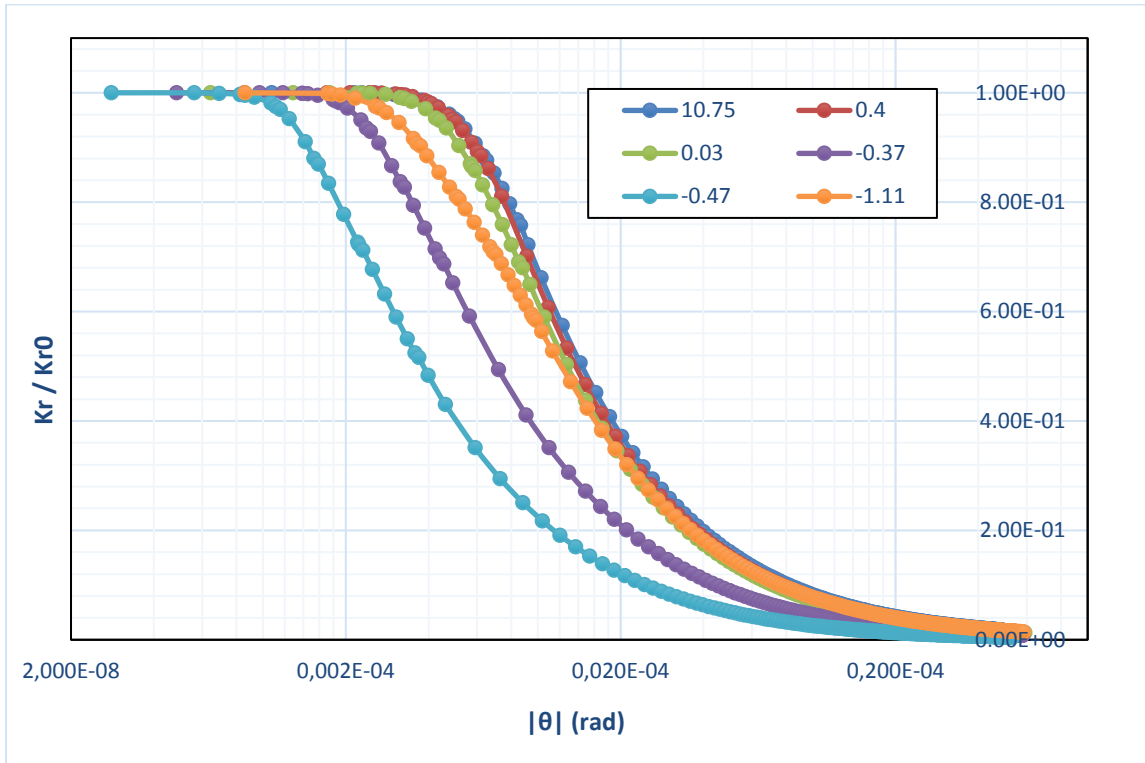
**Σχήμα 3.1.** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης - επιρροή του λόγου  $D/B$  στην ικανότητα παραλαβής ζεύγους ροής και τέμνουσας [Karariperis and Gerolymos 2014].



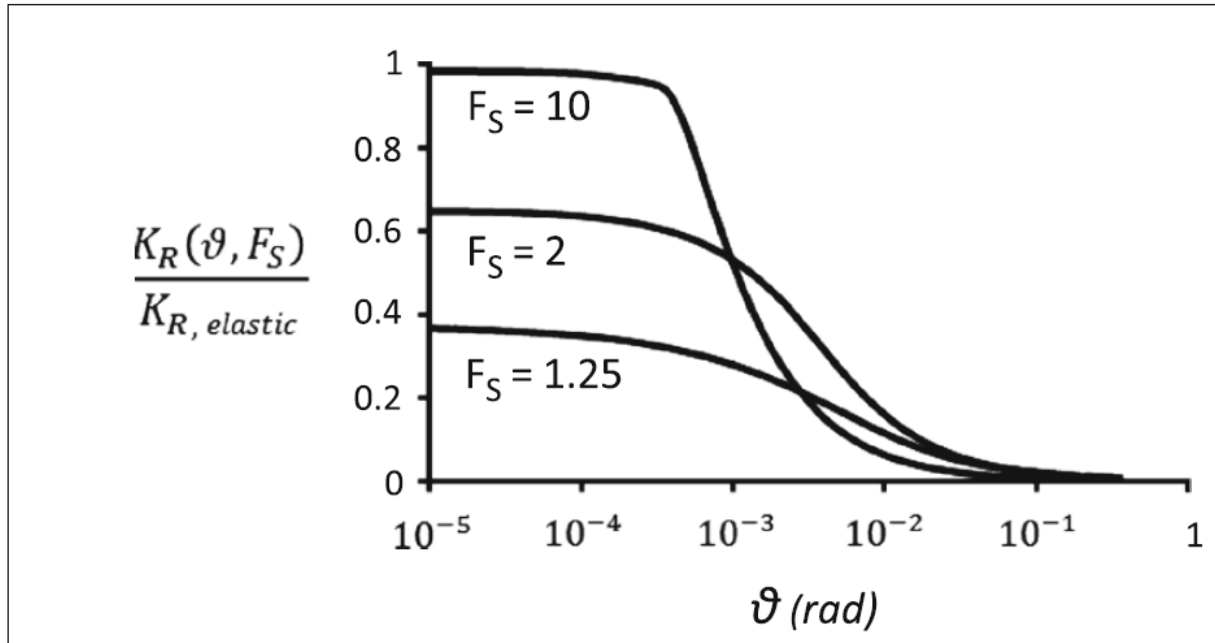
**Σχήμα 3.2.** Μεταβολή της παραμέτρου  $n_x$  για τρεις διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού σε συνάρτηση με τον αντίστροφο συντελεστή ασφαλείας  $\chi$ . Για μεγαλύτερο λόγο  $D/B$  η συμπεριφορά πλησιάζει τη διγραμμική (ελαστοπλαστική). Αντιθέτως, η αύξηση του αξονικού φορτίου προκαλεί εντονότερη σύζευξη μεταξύ ελαστικής και πλαστικής περιοχής [Karapiperis and Gerolymos 2014]



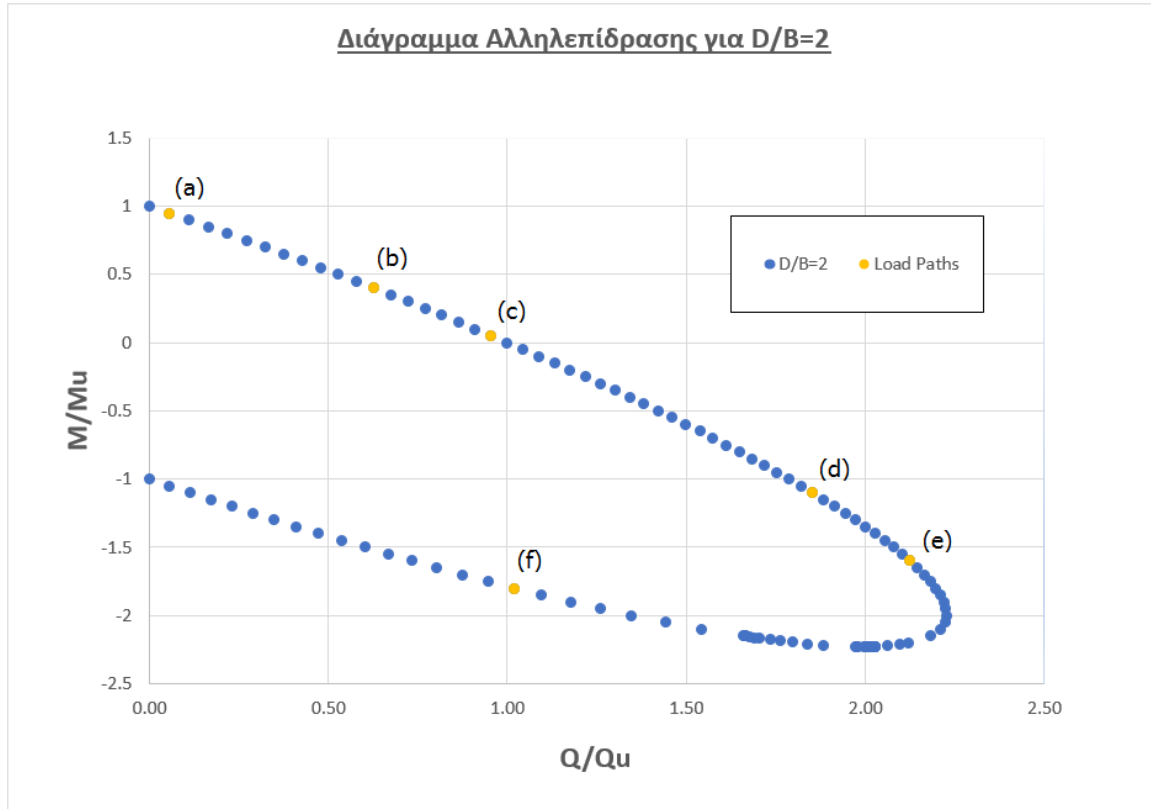
**Σχήμα 3.3.** Επίδραση του λόγου του Poisson στην αντοχή σε καθαρή ροπή αντροπής για δύο διαφορετικές διαστάσεις μοντέλου. Για ίδια χαρακτηριστικά θεμελίωσης η σχέση (3.2) δίνει  $M_u \approx 6.8 \cdot 10^5$  kN\*m, τιμή ασύμβατη με τα αποτελέσματα για  $\nu = 0.495$ .



**Σχήμα 3.4.** Μεταβολή του στροφικού συντελεστή δυσκαμψίας ως προς τη γωνία περιστροφής για έξι τιμές του λόγου φόρτισης  $M/(Q \cdot D)$  σε φρέαρ λόγου εγκλιβωτισμού ίσου με 2.



**Σχήμα 3.5.** Επίδραση του συντελεστή ασφαλείας στον αρχικό στρωφικό συντελεστή δυσκαμψίας. Για μικρότερους συντελεστές ασφαλείας παρατηρείται πλαστικοποίηση του συστήματος εδάφους – θεμελίωσης πριν από την επιβολή οποιασδήποτε στρωφής [Adamidis et al. 2013].



**Σχήμα 3.6.** Προβολή επιλεγμένων χαρακτηριστικών λόγων φόρτισης (*Load Paths*) πάνω στο διάγραμμα αλληλεπίδρασης για  $D/B=2$ . Συγκεκριμένα, τα σημεία (a) και (c) αντιστοιχούν στην καθαρή ροπή και τέμνουσα, αντίστοιχα, το σημείο (d) στο "ανάστροφο εκκρεμές", το σημείο (e) βρίσκεται κοντά στην "καθαρή ολίσθηση", ενώ το σημείο (f) βρίσκεται στην περιοχή του μηχανισμού "reverse scoop".

---

## ***Κεφάλαιο 3 : Πίνακες***



	Project 1	Project 3
D (m)	20	40
B (m)	10	20
Mu (kN*m)	6.76E+05	5.04E+06
Qu (kN)	5.13E+04	1.98E+05
Mu/(B <sup>2</sup> *D)	3.38E+02	3.15E+02
Qu/(B*D)	2.56E+02	2.47E+02
Απόκλιση Mu (%)		6.77
Απόκλιση Qu (%)		3.43

**Πίνακας 3.1.** Διατήρηση σταθερού λόγου D/B για διπλάσια τιμή πλάτους και βάθους εγκιβωτισμού. Η απόκλιση για αντοχή σε καθαρή ροπή και τέμνουσα είναι ικανοποιητικά μικρή.

	Project 2	Project 4
E (MPa)	50	100
Su (kPa)	50	100
u (m)	5.93E-02	5.93E-02
M/Su (m <sup>3</sup> )	4.640E+03	4.636E+03
Απόκλιση M/Su (%)		0.02

**Πίνακας 3.2.** Διατήρηση σταθερού λόγου E/S<sub>u</sub> για διπλάσια τιμή μέτρου ελαστικότητας και αστράγγιστης διατμητικής αντοχής. Για κοινή μετακίνηση u η απόκλιση του λόγου M/S<sub>u</sub> είναι αμελητέα.

D/B	E/Su	χ
1	500	0
2	1000	0.2
3	3000	0.5
		0.8

**Πίνακας 3.3.** Χαρακτηριστικές τιμές των αδιαστατοποιημένων παραμέτρων υπολογισμού.

D/B	E/Su	χ	D/B	E/Su	χ	D/B	E/Su	χ	Test
0.1855	0.8176	0.0064	1	3	1	1	3000	0	1
0.6855	0.2620	0.2064	3	1	1	3	500	0	2
0.4355	0.5953	0.4064	2	2	2	2	1000	0.2	3
0.9355	0.9287	0.6064	3	3	3	3	3000	0.5	4
0.1230	0.0768	0.8064	1	1	4	1	500	0.8	5
0.6230	0.4102	0.0464	2	2	1	2	1000	0	6
0.3730	0.7435	0.2464	2	3	1	2	3000	0	7
0.8730	0.1879	0.4464	3	1	2	3	500	0.2	8
0.2480	0.5213	0.6464	1	2	3	1	1000	0.5	9
0.7480	0.8546	0.8464	3	3	4	3	3000	0.8	10
0.4980	0.2990	0.0864	2	1	1	2	500	0	11
0.9980	0.6324	0.2864	3	2	2	3	1000	0.2	12
0.0010	0.9657	0.4864	1	3	2	1	3000	0.2	13

**Πίνακας 3.4.** Δειγματοληπτική επιλογή παραμετρικών τιμών για τις 13 ομάδες αναλύσεων (Tests) μέσω της κατανομής Halton. Για παράμετρο τριών (3) πιθανών τιμών, τα αποτελέσματα της κατανομής από 0.00 έως 0.33 αντιστοιχούν στην μικρότερη τιμή εκ των τριών. Αποτελέσματα από 0.34 έως 0.66 αντιστοιχούν στην μεσαία τιμή, κ.ο.κ.

---

# **Κεφάλαιο 4**

## **Αριθμητικές Αναλύσεις Προσδιορισμός Αντοχής**

---

---

## Κεφάλαιο 4 : Αριθμητικές Αναλύσεις – Προσδιορισμός Αντοχής

### 4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η διαδικασία της προετοιμασίας και ολοκλήρωσης των 78 αριθμητικών αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων με τη χρήση του προγράμματος Plaxis 3D και οι τρόποι διαχείρισης του τεραστίου όγκου πληροφοριών που προέκυψε. Επίσης, περιγράφεται ο τρόπος προσδιορισμού της αντοχής για κάθε λόγο φορτίου που εφαρμόστηκε, και γίνεται σύγκριση των τιμών με αυτές της βιβλιογραφίας και των συμβατικών μεθόδων.

### 4.2 Προετοιμασία των αριθμητικών αναλύσεων

#### 4.2.1 Διαστάσεις προσομοιώματος και κλίμακος πεπερασμένων στοιχείων

Όπως φαίνεται στον *Πίνακα 3.4* οι 13 ομάδες αναλύσεων περιλαμβάνουν 3 λόγους εγκιβωτισμού, για τον καθένα εκ των οποίων μορφώθηκε μοντέλο διαφορετικών διαστάσεων. Βάση του κεφαλαίου 2 το κάθε προσομοίωμα θα έχει +/- 2.5D πλάτος και  $D+2B$  βάθος. Για σταθερό πλάτος φρέατος  $B=10\text{m}$  και βάθος  $D$  ίσο με 10, 20 και 30 m, δημιουργήθηκαν 3 μοντέλα, ένα για κάθε λόγο εγκιβωτισμού: α)  $50 \times 50 \times 30$  m για  $D/B=1$

---

β) 100x100x40 m για  $D/B=2$ , γ) 150x150x50 m για  $D/B=3$ . Το μέσο μήκος πεπερασμένου στοιχείου είχε παρόμοιες τιμές σε όλες τις περιπτώσεις, μεταβάλλοντας αναλόγως τον αριθμό των στοιχείων του κανάβου (*Πίνακας 4.1*). Τα *Σχήματα 4.1 έως 4.3* αποτελούν απεικόνιση των διαστάσεων του μοντέλου σε σχέση με τις διαστάσεις της θεμελίωσης για τους τρεις λόγους εγκιβωτισμού. Οι διαθέσιμες επιλογές του Plaxis για πυκνότητα κανάβου, "fine" και "very fine", δεν έδωσαν επιθυμητά αποτελέσματα, και για αυτό το λόγο πραγματοποιήθηκαν αλληπάλληλες πυκνώσεις, οι οποίες οδήγησαν στην εικόνα του *Σχήματος 4.4* για λόγο  $D/B=2$ . Παρόμοια διαχείριση έγινε και για τους άλλους δύο λόγους εγκιβωτισμού.

#### *4.2.2. Έδαφος και γεωμετρία*

Η χρήση του μηχανισμού στράγγισης "Undrained C" για υπολογισμό ολικών τάσεων, δεν απαιτήσε το σχεδιασμό υδροφόρου ορίζοντα. Οι εδαφικές ιδιότητες δόθηκαν ανάλογα με το λόγο δυσκαμψίας  $E/S_u$  της εκάστοτε ανάλυσης. Η αστράγγιστη διατμητική αντοχή διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 50 kPa, ενώ το μέτρο ελαστικότητας πήρε τιμή ίση με 25, 50 και 150 MPa για λόγους  $E/S_u$  500, 1000 και 3000, αντίστοιχα. Ο λόγος του Poisson πήρε τιμή 0.3, όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 3. Οι υπόλοιπες εδαφικές ιδιότητες, για παράδειγμα το μέτρο διάτμησης, συμπληρώνονται αυτόματα από το Plaxis. Το σώμα του φρέατος χωρίστηκε σε έξι αυτόνομες επιφάνειες, στις οποίες αποδόθηκε η ιδιότητα «πλάκα» (plate), ώστε να γίνει δυνατή από αυτές η παραλαβή φόρτισης. Το πλάτος της κάθε πλάκας ορίστηκε ίσο με 1m και το μέτρο ελαστικότητας ίσο με 200 GPa, με στόχο την εξάλειψη της παραμορφωσιμότητάς τους. Επίσης, προεπιλέχθηκαν 3 σημεία του κανάβου, ένα στο κέντρο της άνω πλευράς του φρέατος και δύο στα άκρα της για την καταγραφή της οριζόντιας μετακίνησης και γωνίας στροφής (μέσω της εφαπτομένης), αντίστοιχα.

---

### 4.2.3. Φορτίσεις

Η εκάστοτε επιβληθείσα φόρτιση εφαρμόστηκε μέσω συνδυασμού κατακόρυφου και οριζόντιου κατανεμημένου φορτίου στην πλάκα της κορυφής του φρέατος. Για τον αποτελεσματικό υπολογισμό των φορτίων  $\sigma_x$  και  $\sigma_z$  συντάχθηκε ο αλγόριθμος του Πίνακα 4.2. Όπως φαίνεται και στον πίνακα η ανάλυση χωρίστηκε σε 9 φάσεις υπολογισμού, μία προκαταρκτική – εφαρμογής γεωστατικών τάσεων, και 8 φάσεις εφαρμογής του λόγου φόρτισης. Οι αντοχή σε ροπή  $M_f$  και τέμνουσα  $Q_f$  δίνεται για κάθε λόγο φόρτισης από την ακόλουθη εξίσωση [Karariperis and Gerolymos 2014]:

$$f = \left(\frac{Q}{Q_u}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_u}\right)^2 + m \left(\frac{Q}{Q_u}\right) \left(\frac{M}{M_u}\right) - 1 = 0 \quad , \quad m = 1.84 - 0.21 \left(\frac{D}{B}\right)^{-1.98} \quad (4.1)$$

Όπου τα  $Q_u$  και  $M_u$  δίνονται από τις εξισώσεις (3.1) και (3.2). Για την καταγραφή, ωστόσο, της απόκλισης του Plaxis από την προκύπτουσα αντοχή της εξίσωσης (4.1), οι αναλύσεις σχεδιάστηκαν με φορτία 10% - 20% μεγαλύτερα αυτής. Οι αρχικές τιμές της αντοχής σε καθαρή ροπή, τέμνουσα και αξονική φόρτιση συνοψίζονται στον Πίνακα 4.3.

Η κατανομή της φόρτισης σε επιμέρους φάσεις αποσκοπεί στην πύκνωση των τιμών των αναλύσεων μέσα ή κοντά στην ελαστική περιοχή, και αυτό διότι κατά την αριθμητική ολοκλήρωση, παρατηρείται συσσώρευση των βημάτων στην περιοχή έντονης μη – γραμμικότητας. Η πύκνωση με άλλα λόγια, στοχεύει στην δημιουργία αντιπροσωπευτικής δεξαμενής σημείων για όλο το φάσμα της απόκρισης μετά το πέρας των υπολογισμών. Η πρώτη φάση των αναλύσεων αφορά την κατανομή των γεωστατικών τάσεων και συμπεριλαμβάνεται αυτόματα από το Plaxis. Οι φάσεις 2-8 παίρνουν αύξουσες τιμές φορτίων από περίπου το 10% της αντοχής για τη φάση 2, μέχρι περίπου το 65% της αντοχής για τη φάση 8. Τέλος, στη φάση 9 εφαρμόζεται το πλήρες ποσοστό του φορτίου, το οποίο και συνήθως δεν επιτυγχάνεται στα 250 διαθέσιμα από το πρόγραμμα βήματα αριθμητικής ολοκλήρωσης.

---

### 4.3 Υπολογισμός αντοχής – εύρεση σημείου διαρροής

Μετά την ολοκλήρωση των 78 αριθμητικών αναλύσεων, σειρά είχε η επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Πρώτο βήμα ήταν ο υπολογισμός της αντοχής και η σύγκρισή της με τις θεωρητικές τιμές. Γι αυτό το λόγο συντάχθηκαν και μελετήθηκαν για κάθε ανάλυση τα διαγράμματα της τέμνουσας και εφαπτομενικής (προσεγγιστικά) στροφικής δυσκαμψίας ως προς τη γωνία περιστροφής. Η τέμνουσα δυσκαμψία ορίστηκε ως  $M_n/\theta_n$  και η εφαπτομενική ως  $(M_n - M_{n-1})/(\theta_n - \theta_{n-1})$  και κανονικοποιήθηκαν ως προς τις αρχικές τους τιμές ώστε να μπορεί να γίνει σύγκριση μεταξύ διαφορετικών λόγων φόρτισης. Ως σημείο αστοχίας ορίστηκε το σημείο τομής των δύο κλάδων της διγραμμικής προσέγγισης στο δεύτερο μισό του λογαριθμικού διαγράμματος της εφαπτομενικής δυσκαμψίας ως προς τη γωνία περιστροφής (Σχήμα 4.5).

Αρχικά έγινε προσπάθεια σύνδεσης της αστοχίας με κάποια τιμή μέγιστης μετακίνησης, για παράδειγμα ίση με το 10% του πλάτους  $B$  ( $\sim 1\text{m}$ ), η οποία, όμως, απέτυχε. Για μεγαλύτερα βάρη εγκιβωτισμού παρατηρήθηκαν μετακινήσεις μεγαλύτερες του 1m ακόμα και πριν την αστοχία, ενώ για μικρότερα βάρη αυτές περιορίστηκαν συχνά κάτω από τα 0.70 του μέτρου ακόμα και μετά την αστοχία και κατά την ενεργοποίηση του μηχανισμού της κράτυνσης. Επίσης, για θεμελίωση σταθερών διαστάσεων, η μέγιστη μετακίνηση παρουσίασε εντονότατη διακύμανση ανάλογα με το λόγο φόρτισης  $M/Q$ . Για θετικές τιμές του λόγου, για ομόρροπα δηλαδή  $M$  και  $Q$ , μετρήθηκαν μετακινήσεις και στροφές αστοχίας κοντά στο μισό από ότι για αρνητικές τιμές του λόγου. Αυτό ίσως οφείλεται στη στιβαρότητα της απόκρισης για αντιμαχόμενους μηχανισμούς τέμνουσας και ροπής.

Εν συνεχεία, εξετάστηκε η ύπαρξη οριακής τιμής του λόγου της τρέχουσας εφαπτομενικής δυσκαμψίας ως προς την αρχική. Ομοίως, για αντίρροπα  $M$  και  $Q$  ο λόγος  $K_{\text{tangent}}/K_{\text{tangent}0}$  έπαιρνε συνήθως τιμές μικρότερες του  $10^{-3}$  κατά την αστοχία, ενώ για θετικό λόγο φόρτισης παρέμενε πάνω από το  $1.1 \cdot 10^{-3}$ . Τέλος, έγινε σύγκριση των τιμών της αντοχής με αυτές που προκύπτουν από την εξίσωση (4.1). Και σε αυτήν την περίπτωση, δεν ήταν εφικτή η εύρεση κάποιου σταθερού μοτίβου συσχέτισης των



---

θεωρητικών τιμών με τα σημεία αστοχίας όπως αυτά εμφανίστηκαν στα λογαριθμικά διαγράμματα. Σε πολλές, μάλιστα, περιπτώσεις παρατηρήθηκε μεγάλη απόκλιση των δύο τιμών.

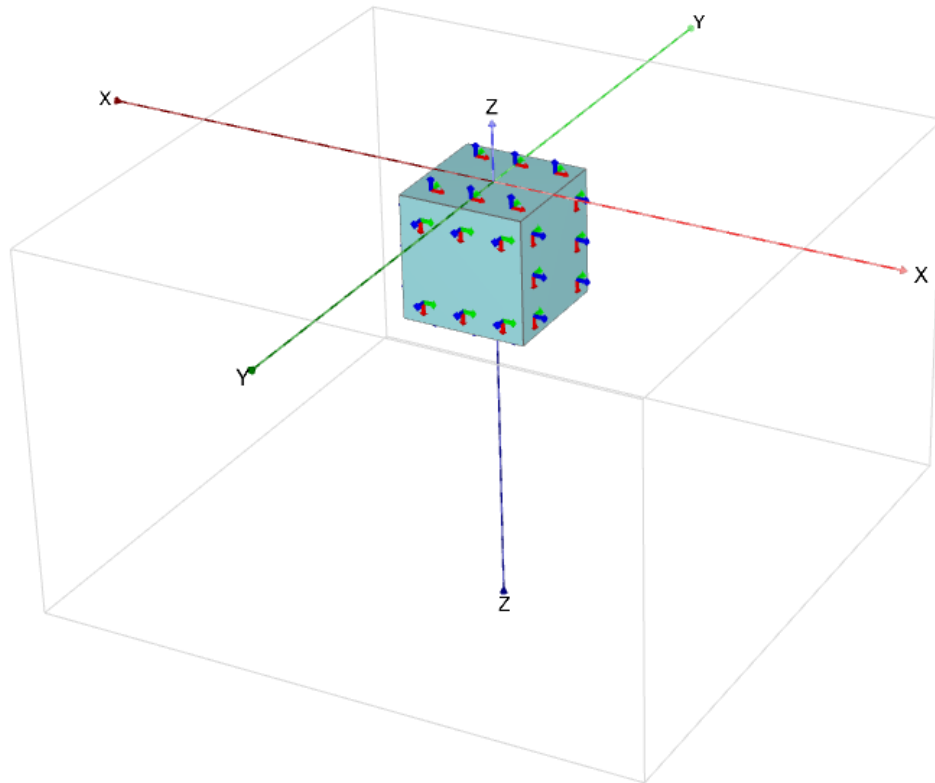
Με βάση τα παραπάνω αποφασίστηκε ο προσδιορισμός των αντοχών  $M_f$  και  $Q_f$  ποιοτικά μέσω των λογαριθμικών διαγραμμάτων εφαπτομενικής δυσκαμψίας για το σύνολο των 78 αναλύσεων.

#### *4.4 Επιλογή αντιπροσωπευτικών τιμών*

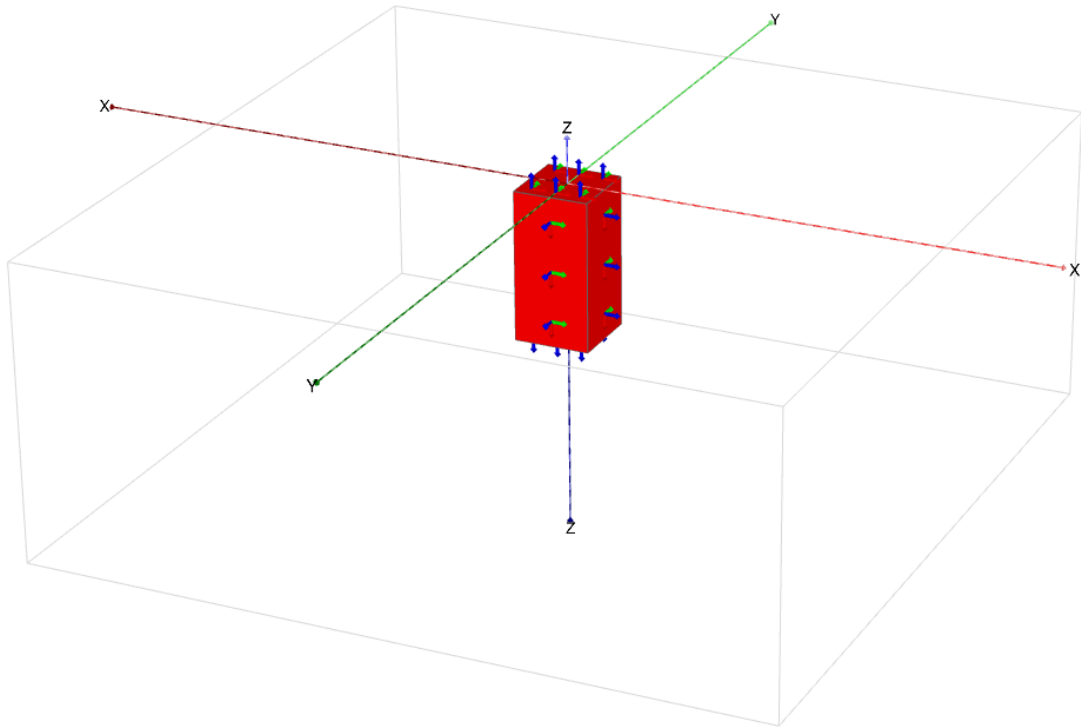
Για την ακριβέστερη κάλυψη του φάσματος της ανελαστικής απόκρισης του φρέατος, από κάθε αριθμητική ανάλυση (78 στο σύνολο) επιλέχθηκαν 10 τιμές καταναμημένες από την ελαστικότητα μέχρι την αστοχία. Η επιλογή έγινε μέσω του διαγράμματος τέμνουσας στροφικής δυσκαμψίας – γωνίας περιστροφής. Για να δοθεί έμφαση στη μετάβαση από την ελαστική περιοχή στη μη-γραμμικότητα, χρησιμοποιήθηκε λογαριθμικός άξονας γωνίας περιστροφής πάνω στον οποίο εντοπίστηκαν τα 10 ισαπέχοντα σημεία, όπως φαίνεται στο *Σχήμα 4.6*. Η κάθε τιμή δυσκαμψίας αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος μετακίνησης – στροφής ( $u$ ,  $\varphi$ ) και σε ένα ζεύγος ροπής – τέμνουσας ( $M$ ,  $Q$ ). Οι  $78 \times 10 = 780$  τιμές των ( $u$ ,  $\varphi$ ,  $M$ ,  $Q$ ) αδιαστατοποιημένες σε ( $u/D$ ,  $\varphi$ ,  $M/M_u$ ,  $Q/Q_u$ ), όπου  $M_u$  και  $Q_u$  αντιστοιχούν στις παραμέτρους της εκάστοτε ανάλυσης, θα χρησιμοποιηθούν παρακάτω για την εύρεση των σχέσεων περιγραφής της απόκρισης φρέατος σε εγκάρσια φόρτιση.

---

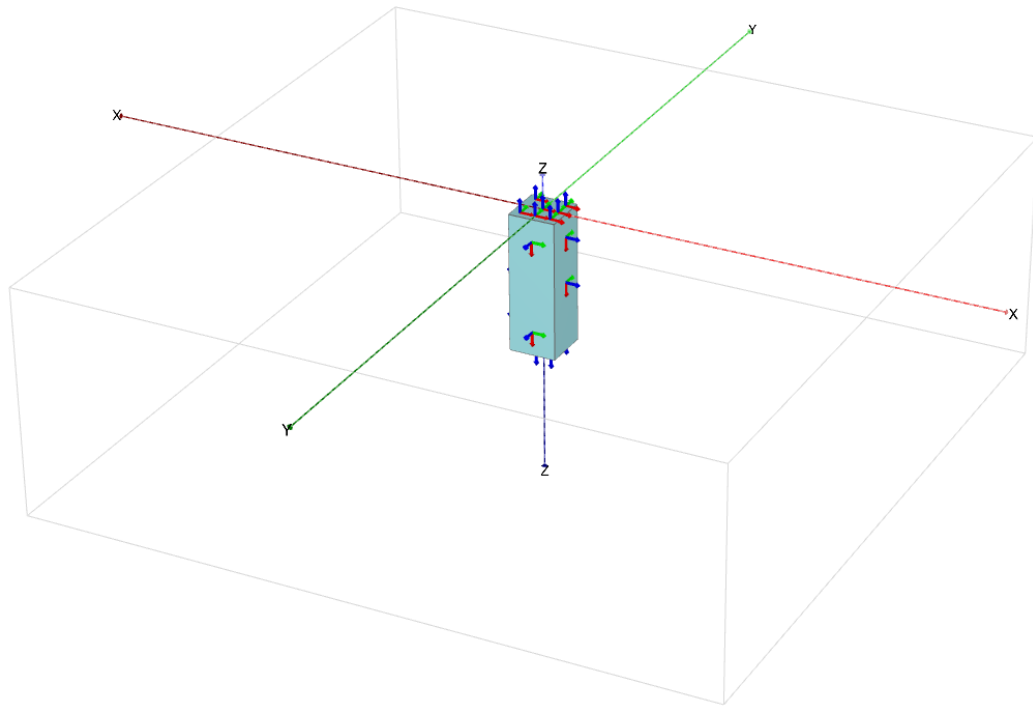
## ***Κεφάλαιο 4 : Σχήματα***



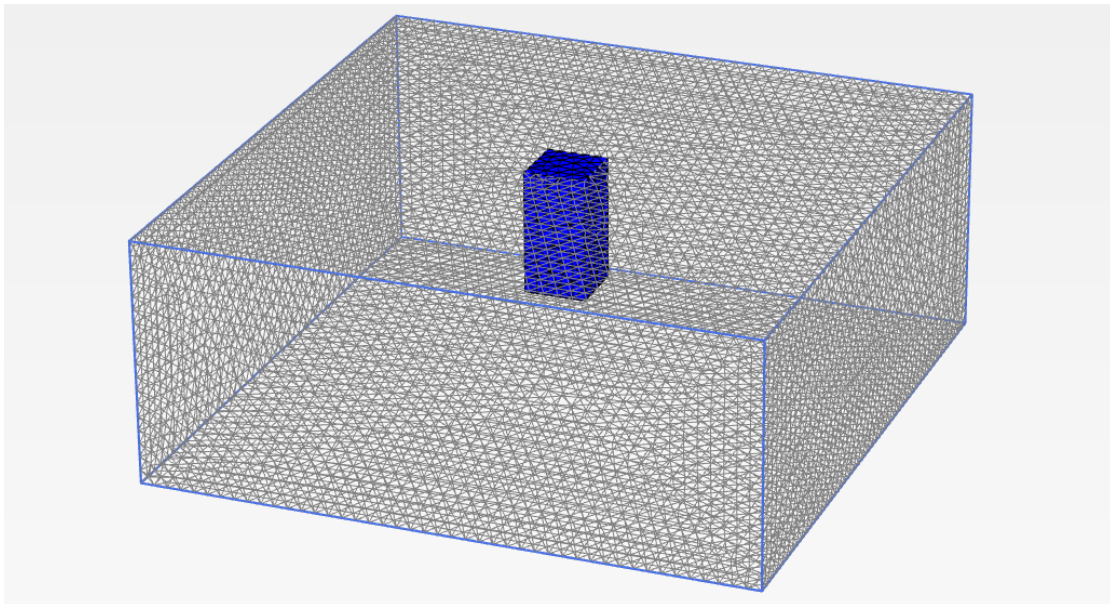
**Σχήμα 4.1.** Μοντέλο προσομοίωσης θεμελίωσης για λόγο εγκιβωτισμού ίσο με 1.



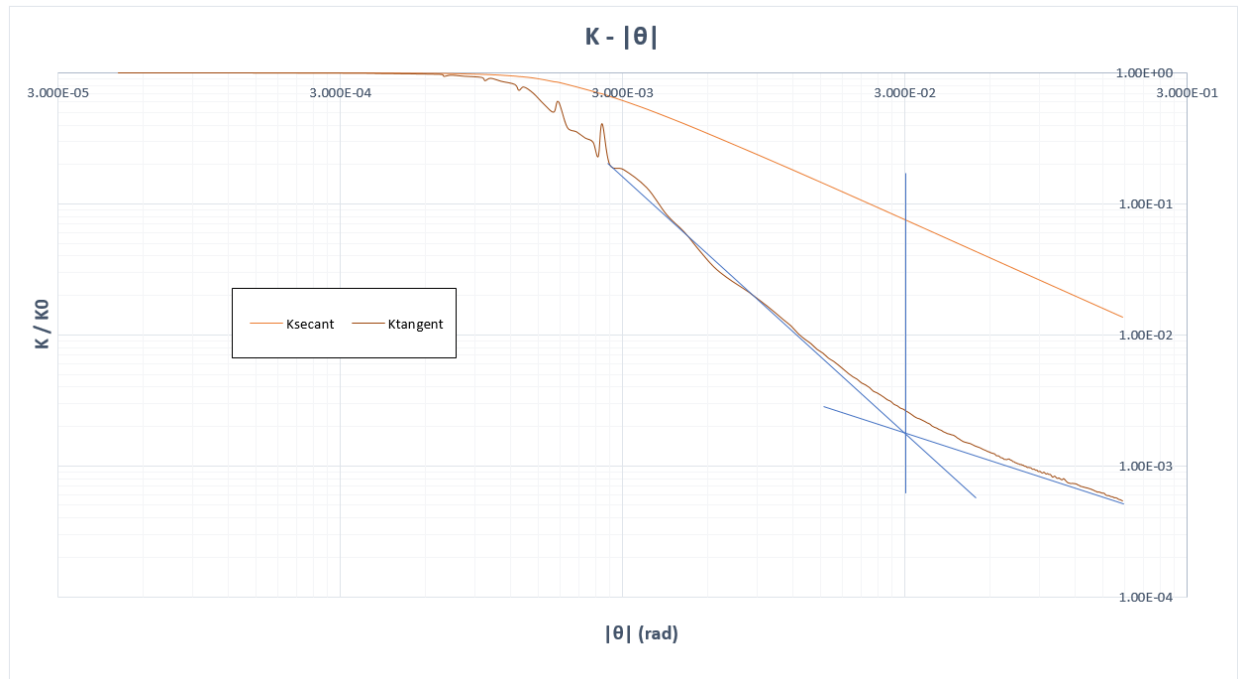
**Σχήμα 4.2.** Μοντέλο προσομοίωσης θεμελίωσης για λόγο εγκιβωτισμού ίσο με 2.



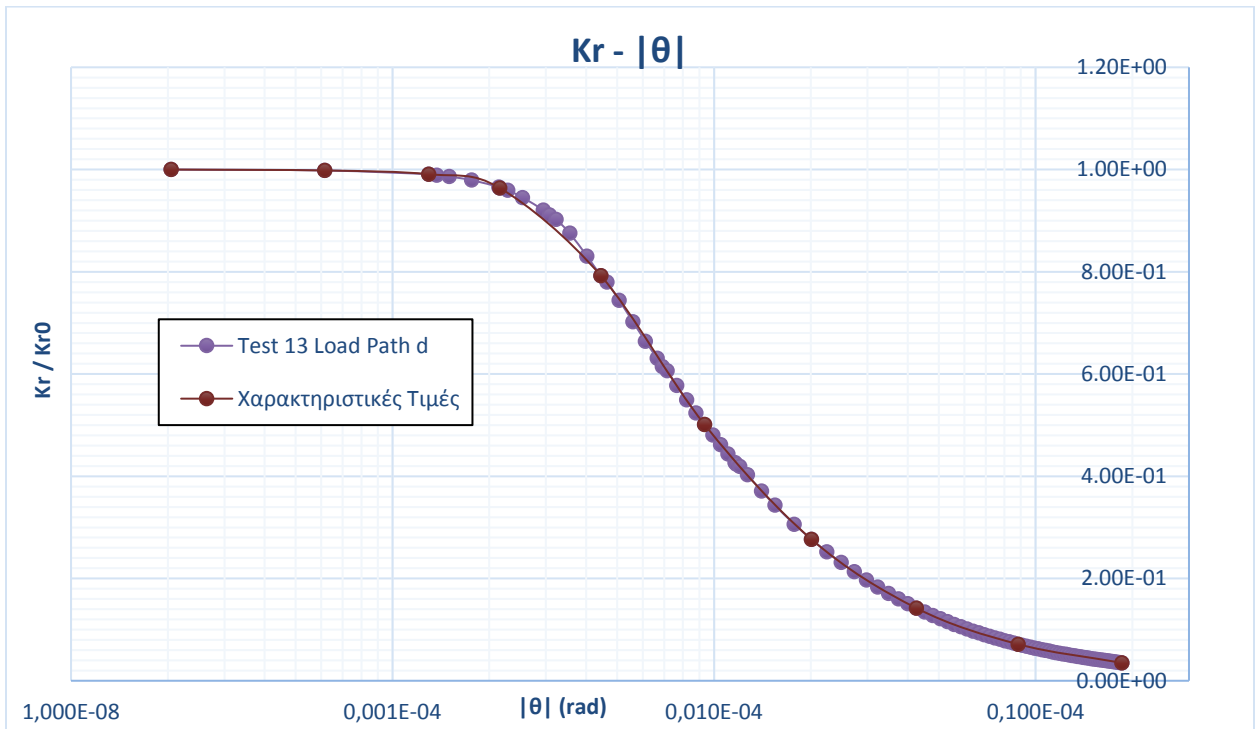
**Σχήμα 4.3.** Μοντέλο προσομοίωσης θεμελίωσης για λόγο εγκιβωτισμού ίσο με 3



**Σχήμα 4.4.** Κάναβος πεπερασμένων στοιχείων για λόγο εγκιβωτισμού ίσο με 2.



**Σχήμα 4.5.** Προσδιορισμός σημείου αστοχίας με διγραμμική θεώρηση στο λογαριθμικό διάγραμμα της εφαπτομενικής δυσκαμψίας και προβολής του στο διάγραμμα της τέμνουσας δυσκαμψίας. Η παραδοχή βασίζεται στην ασυμπτωτική σύγκλιση του διαγράμματος, θεωρώντας ότι μετά το σημείο διαρροής η κλίση του διαγράμματος τείνει προς το 0.



**Σχήμα 4.6.** Επιλογή χαρακτηριστικών σημείων ανάλυσης με βάση το διάγραμμα τέμνουσας δυσκαμψίας – γωνίας στροφής.

---

## ***Κεφάλαιο 4 : Πίνακες***



D/B	Test	Size (m)	Av. Elem. Size (m)	Nr of Soil Elem.
1	1,5,9,13	50x50x30	1.298	44546
2	3,6,7,11	100x100x40	1.340	222837
3	2,4,8,10,12	150x150x50	1.509	494301

**Πίνακας 4.1.** Διαστάσεις μοντέλου και πυκνότητα κανάβου για 3 διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού.

Load Path c								
M=0,05Mu	65572	75000	M	Έναρξη				15:04
Q=0,95Qu	65884	75358	Q	Ολοκλήρωση				18:56
N=0,5Nu	61010	61010	N					
Phase	σz1	σz2	σz	σx	δσz	M	Q	
2	-610.0	0	-610.0	0	0	0	0	
3	-610.0	50	-560.0	83.7	-10	8333	8373	
4	-610.0	100	-510.0	167.5	-20	16667	16747	
5	-610.0	150	-460.0	251.2	-30	25000	25120	
6	-610.0	200	-410.0	334.9	-40	33333	33493	
7	-610.0	250	-360.0	418.7	-50	41667	41867	
8	-610.0	300	-310.0	502.4	-60	50000	50240	
9	-610.0	450	-160.0	753.6	-90	75000	75360	
						8333	8373	

**Πίνακας 4.2.** Αλγόριθμος υπολογισμού κατανεμημένων φορτίων και εντατικών μεγεθών για κάθε φάση της ανάλυσης. Οι τιμές της ροπής  $M$  και της τέμνουσας  $Q$  που εφαρμόζονται παίρνουν τιμές μεγαλύτερες από τις τιμές αντοχής  $M_f$  και  $Q_f$ , όπως αυτές δίνονται από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης των [Karariperis and Gerolymos 2014] με σκοπό την καταγραφή της διαφοροποίησης των αποτελεσμάτων του Plaxis. Επίσης, για λόγους πύκνωσης των τιμών στην ελαστική περιοχή, εισάγονται υπολογιστικές φάσεις με εντατικά μεγέθη κατά πολύ μικρότερα από αυτά της αντοχής.

Μ <sub>u</sub> (kN)					
D/B	0	0.2	0.5	0.8	χ (1/FS <sub>v</sub> )
1	241112	232137	214311	183398	
2	678679	653416	603239	516226	
3	1475441	1420519	1311435	1122269	
Q <sub>u</sub> (kN)					
D/B	0	0.2	0.5	0.8	χ (1/FS <sub>v</sub> )
1	37064	35684	32944	28192	
2	53910	51903	47918	41006	
3	77667	74776	69034	59076	
D/B	N <sub>u</sub> (kN)				
1	76690				
2	100628				
3	122019				

**Πίνακας 4.3.** Σύνοψη θεωρητικών αντοχών σε καθαρή ροπή, τέμνουσα και αξονική δύναμη. Οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στις αναλύσεις ήταν μεγαλύτερες από 10-20 % από αυτές του πίνακα.

---

# **Κεφάλαιο 5**

## **Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα**

---

---

# Κεφάλαιο 5 : Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

## 5.1 Εισαγωγή

Νευρωνικό δίκτυο ονομάζεται ένα κύκλωμα διασυνδεδεμένων νευρώνων. Στην περίπτωση τεχνητών νευρώνων, πρόκειται για ένα αφηρημένο αλγοριθμικό κατασκεύασμα, το οποίο εμπίπτει στον τομέα της υπολογιστικής νοημοσύνης και έχει ως στόχο την επίλυση κάποιου υπολογιστικού προβλήματος, όπως για παράδειγμα, ένα πρόβλημα "προσαρμογής καμπύλης" ("curve fitting"). Οι νευρώνες αποτελούν τα δομικά στοιχεία - κόμβους του δικτύου και επικοινωνούν μεταξύ τους μέσω διόδων που ονομάζονται "συνάψεις". Κάθε νευρώνας δέχεται ένα σύνολο αριθμητικών εισόδων από διάφορες πηγές, είτε από άλλους νευρώνες, είτε από το περιβάλλον, επιτελεί έναν υπολογισμό με βάση αυτές τις εισόδους και παράγει μια έξοδο (Σχήμα 5.1).

Υπάρχουν τρεις τύποι νευρώνων: α) οι νευρώνες εισόδου β) οι νευρώνες εξόδου και γ) οι υπολογιστικοί ή κρυμμένοι νευρώνες. Οι νευρώνες εισόδου δεν επιτελούν κανέναν υπολογισμό, μεσολαβούν απλώς ανάμεσα στις περιβαλλοντικές εισόδους του δικτύου και στους υπολογιστικούς νευρώνες. Οι νευρώνες εξόδου διοχετεύουν στο περιβάλλον τις τελικές αριθμητικές εξόδους του δικτύου. Οι υπολογιστικοί νευρώνες πολλαπλασιάζουν κάθε είσοδό τους με το αντίστοιχο συναπτικό βάρος και υπολογίζουν το ολικό άθροισμα των γινομένων. Το άθροισμα αυτό τροφοδοτείται ως όρισμα στη συνάρτηση ενεργοποίησης, την οποία υλοποιεί εσωτερικά κάθε κόμβος. Η τιμή που λαμβάνει η συνάρτηση για το εν λόγω όρισμα είναι και η έξοδος του νευρώνα για τις τρέχουσες εισόδους και βάρη.

Το ρόλο της συνάρτησης ενεργοποίησης μπορεί να παίξει μια οποιαδήποτε γραμμική συνάρτηση της μορφής  $f(x) = ax$ , είτε μη γραμμικές συναρτήσεις, όπως η λογιστική

---

σιγμοειδής  $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$  και η υπερβολική εφαπτομένη  $f(x) = \tanh x$ . Εάν  $x_{ij}$  είναι η  $i$ -οστή είσοδος του νευρώνα  $j$ ,  $w_{ij}$  το  $i$ -οστό συναπτικό βάρος του νευρώνα  $j$  και  $f$  η συνάρτηση ενεργοποίησης, τότε η έξοδος  $y_j$  του νευρώνα  $j$  δίνεται από την εξίσωση:

$$y_j = f\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} w_{ij} + b_j\right) \quad (5.1)$$

Το συναπτικό βάρος  $b_j$  ονομάζεται "πόλωση" (bias), έχει πάντα τιμή εισόδου ίση με τη μονάδα και ελέγχει την ενεργοποίηση ή μη του νευρώνα. Οι αριθμοί οι οποίοι αποτελούν τα διανύσματα εισόδου και εξόδου περιγράφουν χαρακτηριστικά του προς επίλυση προβλήματος. Το νευρωνικό δίκτυο, ουσιαστικά, υλοποιεί μια συνάρτηση πολλαπλών μεταβλητών, κατά κανόνα περίπλοκης και με άγνωστο ακριβή τύπο.

Το κύριο χαρακτηριστικό των νευρωνικών δικτύων είναι η εγγενής ικανότητα μάθησης. Ως μάθηση μπορεί να οριστεί η σταδιακή βελτίωση της ικανότητας του δικτύου να επιλύει κάποιο πρόβλημα (π.χ. η σταδιακή προσέγγιση μίας συνάρτησης). Η μάθηση επιτυγχάνεται μέσω της εκπαίδευσης, μίας επαναληπτικής διαδικασίας σταδιακής προσαρμογής των παραμέτρων του δικτύου (συνήθως των βαρών και της πόλωσης του) σε τιμές κατάλληλες ώστε να επιλύεται με επαρκή επιτυχία το προς εξέταση πρόβλημα. Αφού ένα δίκτυο εκπαιδευτεί, οι παράμετροί του σταθεροποιούνται στις κατάλληλες τιμές και από εκεί κι έπειτα βρίσκεται σε λειτουργική κατάσταση. Το ζητούμενο είναι το λειτουργικό δίκτυο να χαρακτηρίζεται από μία ικανότητα γενίκευσης. Να έχει τη δυνατότητα, δηλαδή, να δώσει ορθές εξόδους για διαφορετικές εισόδους από αυτές με τις οποίες εκπαιδεύτηκε.

Μια συνήθης συνάρτηση εκπαίδευσης είναι ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης των Levenberg–Marquardt, ο οποίος χρησιμοποιεί μια προσέγγιση του πίνακα του Hesse της μορφής  $\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J}$  και κλίση της μορφής  $\mathbf{g} = \mathbf{J}^T \mathbf{e}$ , όπου  $\mathbf{J}$  είναι η Ιακωβιανή των πρώτων παραγώγων των σφαλμάτων του δικτύου που αφορούν τα βάρη και τις πολώσεις και  $\mathbf{e}$  το διάνυσμα των σφαλμάτων δικτύου. Μιμούμενος αυτόν του Newton, ο αλγόριθμος παίρνει την ακόλουθη μορφή [Mathworks Neural Network Toolbox]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e} \quad (5.2)$$

---

Για  $\mu=0$  η μέθοδος ταυτίζεται με αυτή του Newton. Σκοπός της μεθόδου είναι η σύγκλιση προς τη μέθοδο Newton το συντομότερο δυνατόν. Μετά από κάθε επιτυχημένη επανάληψη η τιμή του  $\mu$  μειώνεται, ενώ αυξάνεται μόνο για αύξηση της συνάρτησης επικύρωσης (validation), η οποία αποτελεί ουσιαστικά και το κριτήριο ολοκλήρωσης της διαδικασίας.

Κατά την μόρφωση του νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιείται ένα ποσοστό της τάξης του 70% των τιμών εισόδου για την εκπαίδευσή του (train). Ένα 15% των τιμών εισόδου χρησιμοποιείται για την επικύρωση (validation) της γενίκευσης των αποτελεσμάτων του δικτύου συγκρίνοντας σε κάθε επανάληψη το σφάλμα ανάμεσα στις αρχικές τιμές εξόδου και σε αυτές που αναπαράγει το δίκτυο για τις εκάστοτε παραμέτρους (βάρη και πολώσεις). Όσο το σφάλμα της συνάρτησης επικύρωσης μειώνεται, η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται. Ο χρήστης έχει δυνατότητα επιλογής του μεγίστου αριθμού διαδοχικών επαναλήψεων κατά τις οποίες δεν παρατηρήθηκε μείωση του σφάλματος σαν κριτήριο ολοκλήρωσης της διαδικασίας. Τέλος, το υπολειπόμενο 15% των τιμών εισόδου χρησιμοποιείται για τη διεξαγωγή ανεξαρτήτου ελέγχου (test) της ακρίβειας του δικτύου, ο οποίος δεν επηρεάζει την εκπαίδευση.

## *5.2 Μόρφωση δικτύων και εισαγωγή δεδομένων*

Στο Κεφάλαιο 3 ως αδιαστατοποιημένες παράμετροι του προβλήματος ορίστηκαν ο λόγος εγκιβωτισμού  $D/B$ , ο λόγος δυσκαμψίας  $E/S_u$  και ο αντίστροφος συντελεστής ασφαλείας  $\chi$ . Έχοντας ως δεδομένο τις τιμές  $78 \times 10 = 780$  συνδυασμών  $[u, \varphi, M, Q]$ , το κύριο πρόβλημα εύρεσης των συντελεστών τέμνουσας μη γραμμικής δυσκαμψίας χωρίστηκε σε 4 υποπροβλήματα:

a<sub>1</sub>) Υπολογισμός του  $K_r/K_{r0}$  με γνωστά τα μετακινησιακά μεγέθη  $u/D$  και  $\varphi$

a<sub>2</sub>) Υπολογισμός του  $K_x/K_{x0}$  με γνωστά τα μετακινησιακά μεγέθη  $u/D$  και  $\varphi$

---

b<sub>1</sub>) Υπολογισμός του  $K_r/K_{r0}$  με γνωστά τα εντατικά μεγέθη  $M/M_u$  και  $Q/Q_u$

b<sub>2</sub>) Υπολογισμός του  $K_x/K_{x0}$  με γνωστά τα εντατικά μεγέθη  $M/M_u$  και  $Q/Q_u$

Για την εισαγωγή των δεδομένων στη Matlab, μέσω της οποίας έγινε χρήση των νευρωνικών δικτύων απαιτήθηκε η οργάνωσή τους σε μορφή πινάκων και διανυσμάτων. Οι τιμές εισόδου (input) χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση των δικτύων ώστε να επιτυγχάνονται οι δοσμένες τιμές εξόδου (target). Κατά την διαδικασία επικύρωσης, τα αποτελέσματα υπολογισμού βάση των τρεχόντων βαρών και πολώσεων (output) συγκρίνονται με τις δοσμένες τιμές εξόδου (target) για την εξαγωγή του σφάλματος της εκάστοτε επανάληψης.

Στα υποπροβλήματα (a<sub>1</sub>) και (a<sub>2</sub>) ως τιμή εισόδου (input) ορίστηκε πίνακας διαστάσεων 5x780:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{u}{D}\right)_1 & \dots & \left(\frac{u}{D}\right)_n \\ \phi_1 & \dots & \phi_n \\ \left(\frac{D}{B}\right)_1 & \dots & \left(\frac{D}{B}\right)_n \\ \left(\frac{E}{S_u}\right)_1 & \dots & \left(\frac{E}{S_u}\right)_n \\ \chi_1 & \dots & \chi_n \end{bmatrix} \quad \text{όπου } n = 780$$

Ενώ ως τιμές επιθυμητής εξόδου (target) ορίστηκαν τα διανύσματα:

$$\left[ \left(\frac{K_r}{K_{r0}}\right)_1 \dots \left(\frac{K_r}{K_{r0}}\right)_n \right] (a_1) \quad \text{και} \quad \left[ \left(\frac{K_x}{K_{x0}}\right)_1 \dots \left(\frac{K_x}{K_{x0}}\right)_n \right] (a_2) \quad \text{όπου } n = 780$$

Στα υποπροβλήματα (b<sub>1</sub>) και (b<sub>2</sub>) ως τιμή εισόδου (input) ορίστηκε πίνακας διαστάσεων 5x780:



$$\begin{bmatrix} \left(\frac{M}{M_u}\right)_1 & \dots & \left(\frac{M}{M_u}\right)_n \\ \left(\frac{Q}{Q_u}\right)_1 & \dots & \left(\frac{Q}{Q_u}\right)_n \\ \left(\frac{D}{B}\right)_1 & \dots & \left(\frac{D}{B}\right)_n \\ \left(\frac{E}{S_u}\right)_1 & \dots & \left(\frac{E}{S_u}\right)_n \\ \chi_1 & \dots & \chi_n \end{bmatrix} \quad \text{όπου } n = 780$$

Ενώ ως τιμές επιθυμητής εξόδου (target) ορίστηκαν τα διανύσματα:

$$\left[ \left(\frac{K_r}{K_{r0}}\right)_1 \dots \left(\frac{K_r}{K_{r0}}\right)_n \right] (b_1) \quad \text{και} \quad \left[ \left(\frac{K_x}{K_{x0}}\right)_1 \dots \left(\frac{K_x}{K_{x0}}\right)_n \right] (b_2) \quad \text{όπου } n = 780$$

Και για τα 4 υποπροβλήματα έγιναν δοκιμές σχετικά με τη βέλτιστη αρχιτεκτονική δικτύου. Σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των Levenberg–Marquardt σαν αλγόριθμος εκπαίδευσης (trainlm) και σαν συνάρτηση υπολογισμού σφάλματος η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων (mse). Η matlab φαίνεται να επιβάλλει τη χρήση της συνάρτησης σφάλματος mse για χρήση της trainlm ως συνάρτηση εκπαίδευσης, πράγμα το οποίο φάνηκε να επιδρά αρνητικά ως προς την ακρίβεια των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας, όπως θα περιγραφεί στα τελευταία κεφάλαια. Ως συνάρτηση ενεργοποίησης των κρυφών – ενδιάμεσων νευρώνων επιλέχθηκε η υπερβολική εφαπτομένη (tansig), ενώ μετά από δοκιμές για τους νευρώνες εξόδου έγινε χρήση γραμμικής συνάρτησης (purelin). Η χρήση της tansig και στην έξοδο του δικτύου φάνηκε να το επιβαρύνει υπολογιστικά αναγκάζοντάς το να παρακολουθήσει από κοντά τις αποκλίνουσες τιμές του δείγματος, αποτυγχάνοντας, ωστόσο να αντιληφθεί τη γενικότερη φυσική του προβλήματος. Κατά την ίδια λογική επιλέχθηκε και ο αριθμός των υπολογιστικών νευρώνων για τα δίκτυα των 4 υποπροβλημάτων.

Όπως θα περιγραφεί στο κεφάλαιο 6, μετά τον υπολογισμό των βαρών και πολώσεων για κάθε υποπρόβλημα, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των νευρωνικών δικτύων με

αυτά των αριθμητικών αναλύσεων του Plaxis. Παρατηρήθηκε, λοιπόν, το εξής: για μικρό αριθμό υπολογιστικών νευρωνίων (2-3) δεν ήταν εύκολο να μειωθεί το σφάλμα της συνάρτησης επικύρωσης (validation) κατά την εκπαίδευση των δικτύων. Αντιθέτως, για μεγάλο αριθμό υπολογιστικών νευρωνίων (10-13) επιτεύχθηκε ιδιαίτερα ικανοποιητική σύγκλιση. Ωστόσο, και στις δύο περιπτώσεις η σύγκριση με το Plaxis δεν ήταν ικανοποιητική. Τελικά, χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικοί αριθμοί νευρωνίων στο σύνολο των τεσσάρων υποπροβλημάτων: 5 κρυφά νευρώνια στα δίκτυα  $a_2$  και  $b_1$ , 10 κρυφά νευρώνια στο δίκτυο  $a_1$  και 13 στο  $b_2$ . Η γενική αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζεται στο *Σχήμα 5.2*.

### 5.3 Εξαγωγή αποτελεσμάτων και σχολιασμός σύγκλισης

Μετά τον προσδιορισμό της βέλτιστης αρχιτεκτονικής δικτύων, πραγματοποιήθηκαν πολλαπλές δοκιμές με σκοπό την επίτευξη της μεγαλύτερης δυνατής σύγκλισης και την ελαχιστοποίηση του σφάλματος μεταξύ των targets και outputs. Στα *Σχήματα 5.3 – 5.6* παρουσιάζεται το σφάλμα κατά την εκπαίδευση, την επικύρωση και τον έλεγχο του αποδοτικότερου δικτύου για το εκάστοτε υποπρόβλημα. Η σύγκλιση που επιτεύχθηκε και στις τέσσερις περιπτώσεις ήταν υψηλότερη του 98% και στους τρεις μηχανισμούς ελέγχου του δικτύου. Σύμφωνα με τη διασπορά των διαγραμμάτων σύγκλισης των *Σχημάτων 5.3 – 5.6*, το δίκτυο  $b_2$ , το οποίο έκανε χρήση 13 υπολογιστικών νευρωνίων φαίνεται να επιτυγχάνει το μικρότερο σφάλμα. Η εφαρμογή, ωστόσο, των εξισώσεων που προκύπτουν επιφέρει παρόμοια αποτελέσματα για όλα τα δίκτυα. Στους *Πίνακες 5.1 – 5.5* δίνονται τα βάρη και οι πολώσεις κάθε δικτύου τα οποία συνθέτουν τις αντίστοιχες συναρτήσεις υπολογισμού τεμνουσών δυσκαμψιών. Η τελική συνάρτηση υπολογισμού της τιμής [target]  $T$  δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις για δίκτυο 5 και 10 νευρωνίων, αντίστοιχα:

$$T = \sum_{j=1}^5 [lw_j \tanh(\sum_{i=1}^5 x_i i w_{ij} + b_{1j})] + b_2 \quad (5.3)$$

$$T = \sum_{j=1}^{10} [lw_j \tanh(\sum_{i=1}^5 x_i i w_{ij} + b_{1j})] + b_2 \quad (5.4)$$

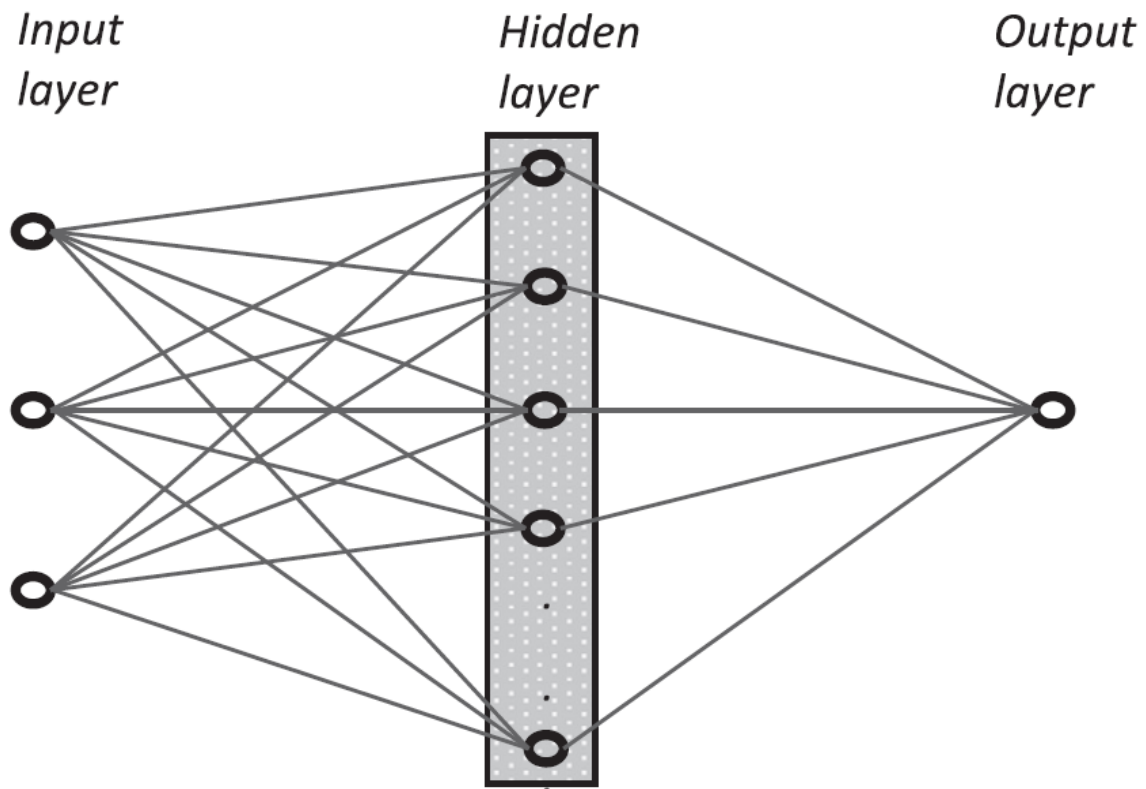
---

$$T = \sum_{j=1}^{13} [lw_j \tanh(\sum_{i=1}^5 x_i iw_{ij} + b_{1j})] + b_2 \quad (5.5)$$

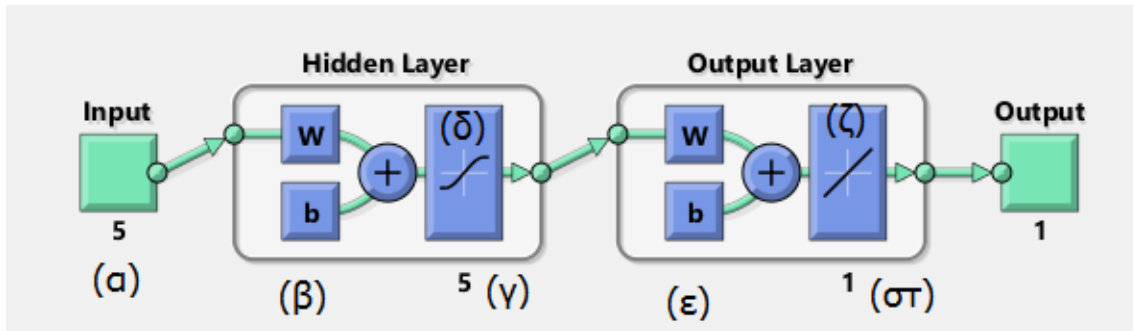
Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι, ενώ οι τιμές των μητρώων input και target που εισάγονται στη Matlab δεν απαιτείται να είναι κανονικοποιημένες, οι τιμές των βαρών και πολώσεων εφαρμόζονται σε μητρώα κανονικοποιημένα από -1 έως 1. Για το λόγο αυτό και οι σχέσεις (5.3) και (5.5) πρέπει να εφαρμόζονται σε αντίστοιχα κανονικοποιημένα μητρώα input. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν πρέπει, με τη σειρά τους, να αποκανονικοποιηθούν για να πάρουν χρησιμοποιήσιμες τιμές. Αυτό γίνεται αντιστοιχίζοντας τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή του εκάστοτε υπολογιστικού μητρώου output με τις αντίστοιχες του αρχικά εισαχθέντος στο νευρωνικό δίκτυο target. Η διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο κατά την κατασκευή του τελικού αλγορίθμου.

---

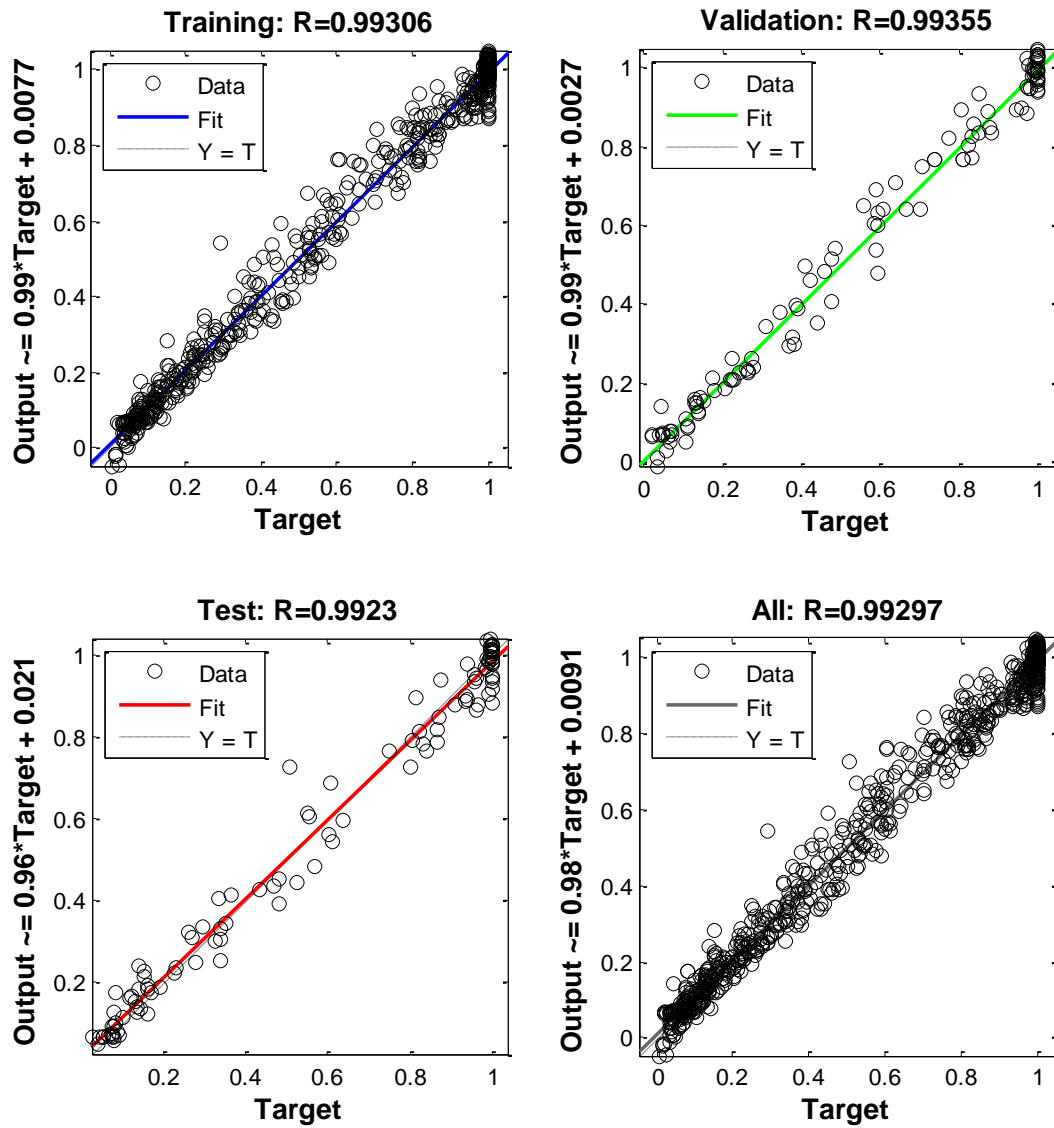
## ***Κεφάλαιο 5 : Σχήματα***



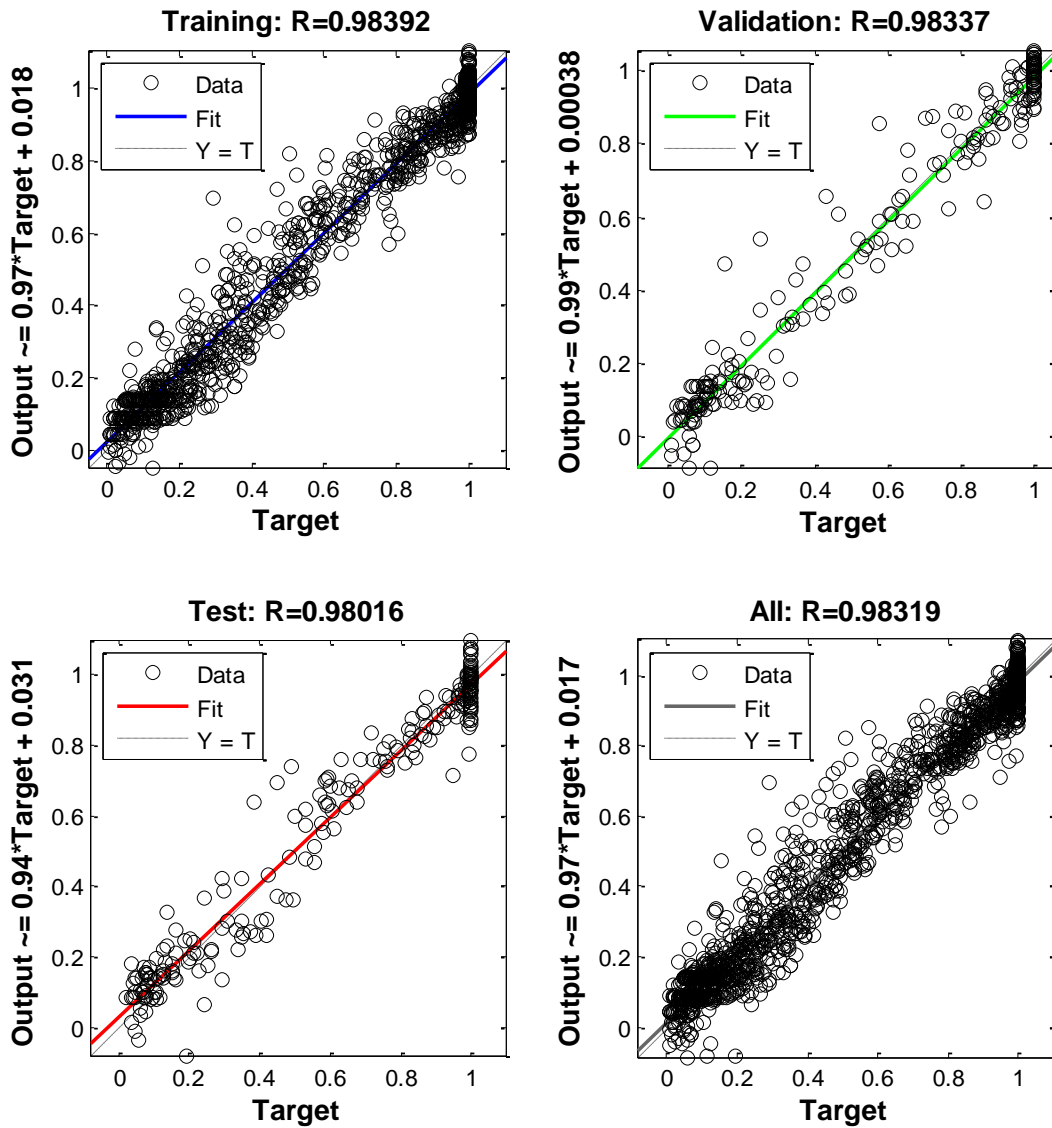
**Σχήμα 5.1.** Αναπαράσταση τεχνητού νευρωνικού δικτύου τριών νευρωνίων εισόδου, πέντε κρυφών και ενός νευρωνίου εξόδου. Κάθε κρυφό νευρώνιο επικοινωνεί μέσω μιας σύναψης με κάθε ένα από τα νευρώνια εξόδου και εισόδου επιτελώντας τη συνάρτηση ενεργοποίησης για τις τιμές εισόδου και αποδίδοντας τα αποτελέσματά της στην έξοδο.



**Σχήμα 5.2.** Αρχιτεκτονική των νευρωνικών δικτύων που χρησιμοποιήθηκαν στα 3 εκ των 4 υποπροβλημάτων υπολογισμού της τέμνουσας δυσκαμψίας ( $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ). Διακρίνονται: α) ο αριθμός των νευρώνων εισόδου β) τα βάρη ( $w$ ) και οι πολώσεις ( $b$ ) του κρυφού στρώματος γ) ο αριθμός των κρυφών – υπολογιστικών νευρώνων δ) η συνάρτηση ενεργοποίησης των κρυφών νευρώνων – υπερβολική εφραπτομένη ε) τα βάρη και οι πολώσεις εξόδου στ) ο αριθμός των νευρώνων εξόδου και ζ) η συνάρτηση ενεργοποίησης εξόδου – γραμμική. Η διαφοροποίηση στο υποπρόβλημα  $a_1$  ήταν η χρήση 10 αντί 5 κρυφών νευρώνων.

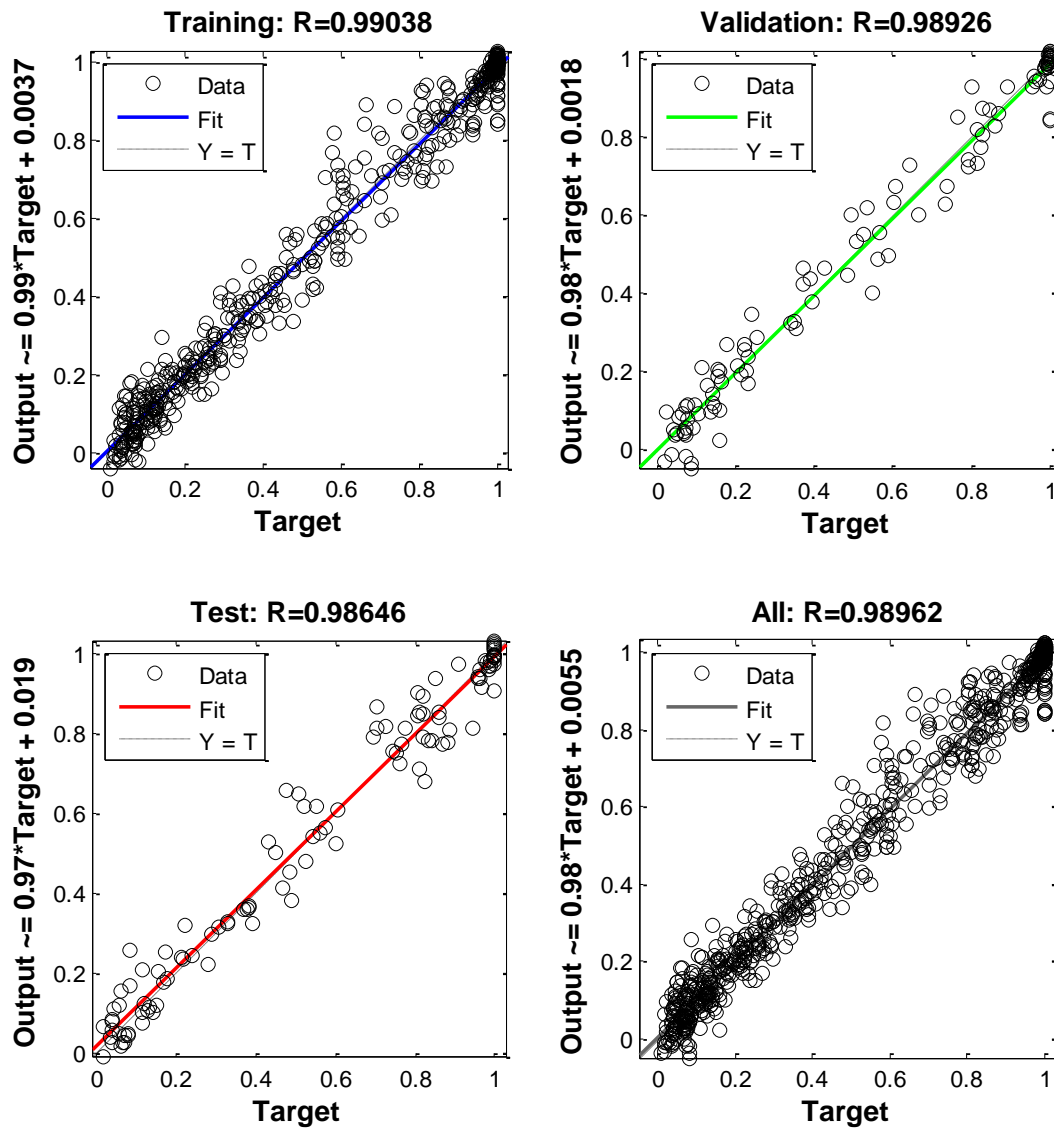


**Σχήμα 5.3.** Υποπρόβλημα  $a_1$ . Η συνάρτηση σύγκλισης των δεδομένων εισόδου με τα αποτελέσματα του νευρωνικού δικτύου, καθώς και η τιμή της παραμέτρου λογιστικής παλινδρόμησης  $R$  κατά την εκπαίδευση, την επικύρωση, τον έλεγχο και καθολικά.

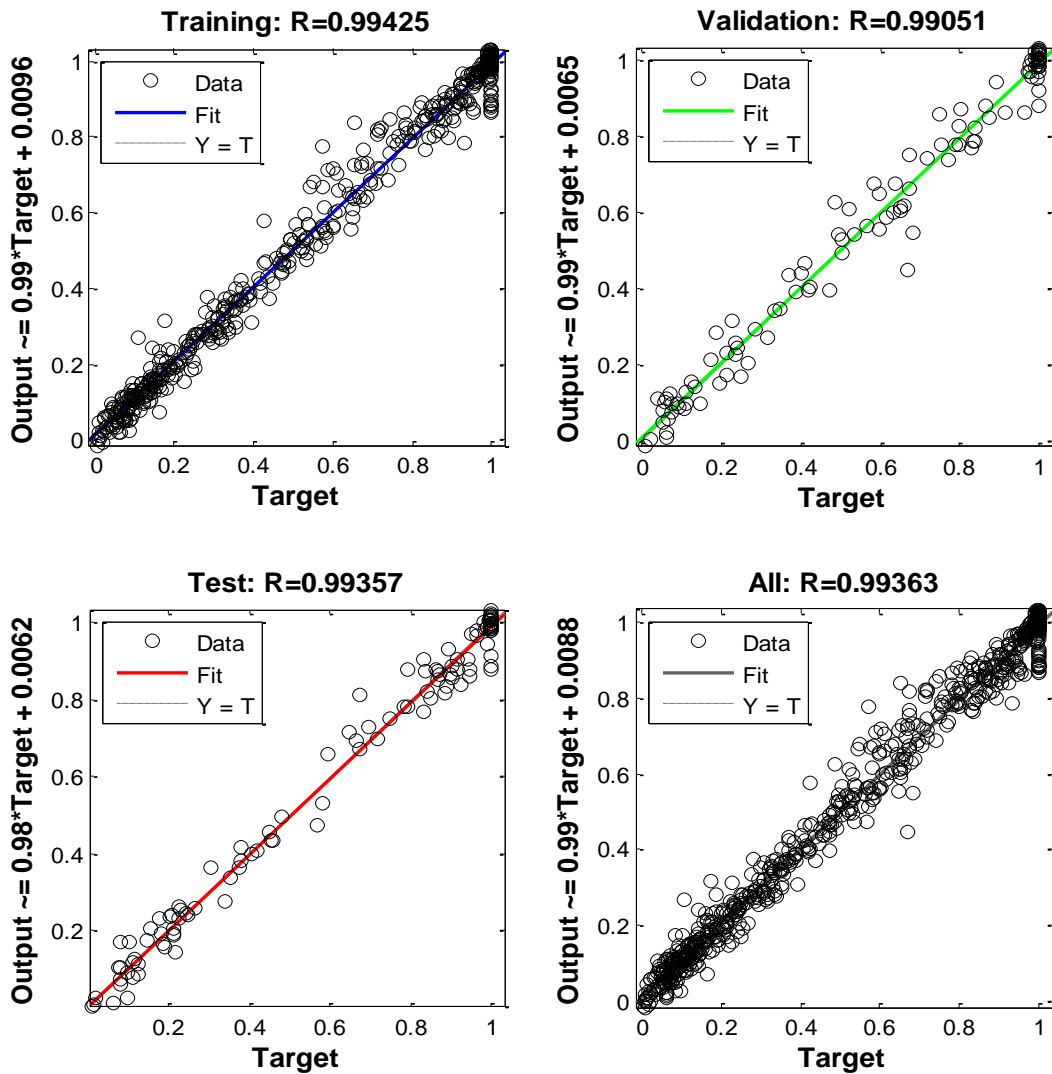


**Σχήμα 5.4.** Υποπρόβλημα  $a_2$ . Η συνάρτηση σύγκλισης των δεδομένων εισόδου με τα αποτελέσματα του νευρωνικού δικτύου, καθώς και η τιμή της παραμέτρου λογιστικής παλινδρόμησης  $R$  κατά την εκπαίδευση, την επικύρωση, τον έλεγχο και καθολικά.





**Σχήμα 5.5.** Υποπρόβλημα  $b_1$ . Η συνάρτηση σύγκλισης των δεδομένων εισόδου με τα αποτελέσματα του νευρωνικού δικτύου, καθώς και η τιμή της παραμέτρου λογιστικής παλινδρόμησης  $R$  κατά την εκπαίδευση, την επικύρωση, τον έλεγχο και καθολικά.



**Σχήμα 5.6.** Υποπρόβλημα  $b_2$ . Η συνάρτηση σύγκλισης των δεδομένων εισόδου με τα αποτελέσματα του νευρωνικού δικτύου, καθώς και η τιμή της παραμέτρου λογιστικής παλινδρόμησης  $R$  κατά την εκπαίδευση, την επικύρωση, τον έλεγχο και καθολικά. Οι πολύ υψηλές τιμές του  $R$  οφείλονται στη χρήση 13 κρυφών νευρώνων.

---

## ***Κεφάλαιο 5 : Πίνακες***

<b>Υποπρόβλημα</b>	$a_1$			
<b>Δοκιμή</b>	10a			
<b>Αρ. Νευρώνων</b>	10			
<b>net.iw{1,1}</b>				
-14.7686	8.0636	1.1812	1.1925	-0.2147
1.1211	9.1566	0.0016	-10.1683	0.5006
54.8735	-1.4175	0.2891	0.209	0.2326
19.0317	17.917	-2.2299	-0.9691	1.1876
4.2539	4.3161	0.1921	0.3614	-0.0698
-63.2016	-63.8339	-0.0335	0.5666	0.0003
-63.035	-62.3464	-0.0388	0.3539	-0.0255
62.2152	65.6268	0.0329	-0.1823	0.0389
28.8818	12.0334	0.0221	0.6817	0.3589
24.3553	-15.8193	-0.9335	-0.592	0.1915
<b>net.lw{2,1}</b>				
-6.0718		<b>net.b{1}</b>		<b>net.b{2}</b>
0.1403		-8.6437		5.3197
1.0412		-7.1984		
0.1393		19.7162		
-0.3942		7.8421		
-13.4266		0.849		
31.6603		-22.1695		
18.3259		-22.1113		
-1.0204		21.8809		
-12.2724		10.0436		
		11.3095		

**Πίνακας 5.1.** Υποπρόβλημα  $a_1$ . Βάρη και πολώσεις. Τα μητρώα  $iw\{1,1\}$  και  $b\{1\}$  αφορούν τη σύναψη των νευρώνων εισόδου με τα υπολογιστικά, ενώ τα μητρώα  $lw\{1,2\}$  και  $b\{2\}$  τη σύναψη των υπολογιστικών νευρώνων με αυτά της εξόδου.

<b>Υποπρόβλημα</b>	$a_2$			
<b>Δοκιμή</b>	5α'			
<b>Αρ. Νευρώνιων</b>	5			
<b>net.iw{1,1}</b>				
-59.5821	-95.7569	-0.1066	0.0584	-0.1113
-61.9427	-25.8663	-16.067	16.0176	-16.4736
1.1379	16.0764	0.0604	0.3258	0.1079
-60.2972	-95.5645	-0.1115	0.1	-0.1099
-0.6805	17.9286	0.0645	0.2901	0.0943
<b>net.lw{2,1}</b>				
		<b>net.b{1}</b>		<b>net.b{2}</b>
-16.5215		-20.9635		-0.8292
-0.0855		-20.5521		
-9.9858		0.8598		
15.9416		-21.1493		
9.4154		0.3424		

**Πίνακας 5.2.** Υποπρόβλημα  $a_2$ . Βάρη και πολώσεις. Τα μητρώα  $iw\{1,1\}$  και  $b\{1\}$  αφορούν τη σύναψη των νευρώνιων εισόδου με τα υπολογιστικά, ενώ τα μητρώα  $lw\{1,2\}$  και  $b\{2\}$  τη σύναψη των υπολογιστικών νευρώνιων με αυτά της εξόδου.

<b>Υποπρόβλημα</b>	$b_1$			
<b>Δοκιμή</b>	5a			
<b>Αρ. Νευρώνιων</b>	5			
<b>net.iw{1,1}</b>				
-0.184	0.0668	0.7854	3.5649	4.0302
-0.0919	0.0115	0.2561	-4.1766	-3.2276
0.1609	-0.0076	0.1107	-0.0906	-1.7369
-0.1196	-0.0491	0.6118	-5.6534	-4.635
0.1322	-0.1148	0.3868	-1.5537	-3.1229
<b>net.iw{2,1}</b>				
<b>net.b{1}</b>		<b>net.b{2}</b>		
-0.8224	0.874	-7.302		
6.4006	2.3564			
0.7833	0.0034			
-0.8557	-4.7645			
-0.5064	-0.6841			

**Πίνακας 5.3.** Υποπρόβλημα  $b_1$ . Βάρη και πολώσεις. Τα μητρώα  $iw\{1,1\}$  και  $b\{1\}$  αφορούν τη σύναψη των νευρώνιων εισόδου με τα υπολογιστικά, ενώ τα μητρώα  $iw\{1,2\}$  και  $b\{2\}$  τη σύναψη των υπολογιστικών νευρώνιων με αυτά της εξόδου.

<b>Υποπρόβλημα</b>	$b_2$			
<b>Δοκιμή</b>	13α			
<b>Αρ. Νευρωνίων</b>	13			
<b>net.iw{1,1}</b>				
-0.360	0.116	-1.123	0.065	-0.837
3.449	-0.581	-0.393	-0.632	1.985
0.130	0.125	-0.869	-3.674	-3.281
1.609	1.115	0.478	1.327	3.370
-2.646	-0.162	4.295	0.348	-2.658
4.333	3.087	-1.166	4.246	-1.623
-2.530	0.557	0.430	-1.051	-4.022
0.268	-0.055	-0.723	5.110	3.241
3.159	-0.086	1.146	-1.613	2.922
-0.378	0.166	-1.424	0.128	-0.822
-0.696	-0.137	-0.018	0.457	2.252
-0.173	-0.063	0.947	-7.493	-5.965
0.876	0.284	-0.331	0.004	-2.865
<b>net.lw{2,1}</b>				
-2.320		<b>net.b{1}</b>		<b>net.b{2}</b>
-0.197		-1.332		-3.635
0.996		-4.249		
-0.245		-0.126		
0.102		-0.566		
0.039		1.438		
-0.185		1.548		
1.026		-1.350		
-0.202		3.265		
1.909		2.906		
-2.906		-1.598		
0.922		-1.558		
-1.473		2.495		
		2.023		

**Πίνακας 5.4.** Υποπρόβλημα  $b_2$ . Βάρη και πολώσεις. Τα μητρώα  $iw\{1,1\}$  και  $b\{1\}$  αφορούν τη σύναψη των νευρωνίων εισόδου με τα υπολογιστικά, ενώ τα μητρώα  $lw\{1,2\}$  και  $b\{2\}$  τη σύναψη των υπολογιστικών νευρωνίων με αυτά της εξόδου.

---



---

## **Κεφάλαιο 6**

# **Δοκιμή Επαλήθευσης Σύσταση Τελικού Αλγορίθμου**

---

---

# Κεφάλαιο 6 : Δοκιμή Επαλήθευσης – Σύσταση Τελικού Αλγορίθμου

## 6.1 Εισαγωγή

Για λόγους επαλήθευσης των συναρτήσεων υπολογισμού των μη-γραμμικών τεμνουσών δυσκαμψιών, όπως αυτές υπολογίστηκαν μέσω των νευρωνικών δικτύων, πραγματοποιήθηκε αριθμητική ανάλυση με τη χρήση του Plaxis, για συνδυασμό των παραμέτρων του προβλήματος, ο οποίος δεν είχε συμπεριληφθεί στη δειγματοληψία. Κατόπιν, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης με αυτά που προκύπτουν έπειτα από χρήση των εξισώσεων (5.3) έως (5.5). Τέλος, συντάχθηκε πλήρης αλγόριθμος απόδοσης τεμνουσών δυσκαμψιών για εγκιβωτισμένη θεμελίωση τυχαίου σχήματος με γνωστά, είτε τα μετακινησιακά μεγέθη ( $u, \varphi$ ), είτε τα εντατικά μεγέθη ( $M, Q$ ).

## 6.2 Δοκιμή επαλήθευσης

Με σκοπό την επαλήθευση της καθολικής εφαρμογής των εξισώσεων (5.3) έως (5.5) για τα υπολογισθέντα από τα νευρωνικά δίκτυα βάρη, επιλέχθηκε συνδυασμός των παραμέτρων διαφορετικός από τους 13 εκείνους του Πίνακα 3.4. Συγκεκριμένα, δόθηκαν οι παρακάτω τιμές:

$$\frac{D}{B} = 2, \quad \frac{E}{S_u} = 1000, \quad \chi = 0,5, \quad \frac{M}{QD} = -0.37$$

---

Η θεμελίωση φορτίστηκε μέχρι την αστοχία και συντάχθηκαν τα διαγράμματα τρέχουσας προς αρχική τέμνουσα δυσκαμψία και εντατικών – μετακινησιακών μεγεθών, ανάλογα με τα εκάστοτε γνωστά και ζητούμενα μεγέθη. Στη συνέχεια, για κάθε υποπρόβλημα ξεχωριστά, έγινε γραφική σύγκριση των αποτελεσμάτων του Plaxis με αυτά της Matlab και ορίστηκε η περιοχή εφαρμοσιμότητας των εξισώσεων με κριτήριο την ικανοποιητική ακρίβεια. Για την αποκανονικοποίηση του συντελεστή δυσκαμψίας χρησιμοποιήθηκαν, για λόγους συμβατότητας στη σύγκριση, οι αρχικές – ελαστικές δυσκαμψίες που προέκυψαν από την αριθμητική ανάλυση του Plaxis.

### *6.2.1 Υποπρόβλημα $a_1$ – υπολογισμός $K_r$ για γνωστά $(u, \varphi)$*

Το υποπρόβλημα  $a_1$  ήταν το μόνο το οποίο επιλύθηκε με χρήση 10 υπολογιστικών νευρωνίων. Αυτό αντικατοπτρίζεται και στο διάγραμμα της κανονικοποιημένης στροφικής δυσκαμψίας ως προς τη γωνία στροφής, όπου οι τιμές του δικτύου είναι πολύ κοντά και στα περισσότερα σημεία ταυτίζονται με αυτές του Plaxis (*Σχήμα 6.1*). Ωστόσο, πλησιάζοντας προς την περιοχή της αστοχίας οι τιμές της κανονικοποιημένης δυσκαμψίας αρχίζουν να αποκλίνουν με αποτέλεσμα στο τέλος του διαγράμματος η τιμή του νευρωνικού δικτύου να είναι ίση με μόλις το 1/3 αυτής του Plaxis. Το αντίκτυπο αυτής της απόκλισης διακρίνεται καλύτερα στο διάγραμμα ροπής ανατροπής – γωνίας στροφής (*Σχήμα 6.2*). Το νευρωνικό δίκτυο φαίνεται να μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια (σφάλμα 3.3%) την απόκριση του φρέατος μέχρι το 73% της ροπής αντοχής για το συγκεκριμένο λόγο φόρτισης, το οποίο μεταφράζεται σε λόγο τρέχουσας προς αρχική δυσκαμψία ίσο με 33%. Εναλλακτικά, για μικρότερες απαιτήσεις ακρίβειας (σφάλμα 4.1%), η απόκριση μπορεί να περιγραφεί μέχρι το 90% της αντοχής ή για δυσκαμψία στο 10% της αρχικής.

Όπως φαίνεται στο *Σχήμα 5.3* η ακρίβεια του συγκεκριμένου νευρωνικού δικτύου κινήθηκε κοντά στο 99%. Αυτό, ωστόσο, δεν ήταν αρκετό για να περιγραφεί ικανοποιητικά η μεταβολή του συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας κοντά στην αστοχία με μεγάλες

---

αποκλίσεις, εικόνα που επαναλαμβάνεται και στα υπόλοιπα τρία υποπροβλήματα, όπως θα σχολιαστεί και παρακάτω.

### 6.2.2 Υποπρόβλημα $a_2$ – υπολογισμός $K_x$ για γνωστά $(u, \varphi)$

Το συγκεκριμένο υποπρόβλημα, όπως και το  $b_1$ , επιλύθηκε με χρήση δικτύου 5 κρυφών νευρώνων, με καθολικό δείκτη λογιστικής παλινδρόμησης (regression) R κοντά στο 98%. Η περιγραφή της μεταβολής του λόγου  $K_x/K_{x0}$  από το νευρωνικό δίκτυο ήταν ικανοποιητική μέχρι το 64% της αντοχής (Σχήμα 6.4) για το συγκεκριμένο λόγο φόρτισης (σφάλμα 3.2%), το οποίο μεταφράζεται σε δυσκαμψία ίση με το 61% της αρχικής (Σχήμα 6.3). Για μεγαλύτερη ανοχή στο σφάλμα (5.6%), το όριο εφαρμοσιμότητας θα μπορούσε να μετατεθεί στο 73% της αντοχής και το 49% της αρχικής δυσκαμψίας.

### 6.2.3 Υποπρόβλημα $b_1$ – υπολογισμός $K_r$ για γνωστά $(M, Q)$

Στο υποπρόβλημα  $b_1$  το ζητούμενο αποτελεί η εύρεση του συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας με γνωστά τα εντατικά μεγέθη  $(M, Q)$ , τα οποία εφαρμόζονται στην κορυφή του φρέατος και κατ' επέκταση ο υπολογισμός και των μετακινησιακών μεγεθών. Μια σημαντική διαφορά με τα δύο προηγούμενα υποπροβλήματα αποτελεί ο τρόπος υπολογισμού της ελαστικής – αρχικής δυσκαμψίας, ο οποίος θα περιγραφεί στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου, αλλά και η διαφοροποίηση στη σχέση σφάλματος μεταξύ δυσκαμψίας και εξαγόμενου εξ' αυτής μεγέθους. Συγκεκριμένα, αν  $\sigma_K$  το σφάλμα στον υπολογισμό της δυσκαμψίας και  $\sigma_F$  το σφάλμα στο εκάστοτε εντατικό μέγεθος προς υπολογισμό τότε ισχύει ότι  $\sigma_K = \sigma_F$ . Αντιθέτως, αν  $K_1$  και  $x_1$  είναι οι γνωστές,  $K_2$  και  $x_2$  είναι οι προς υπολογισμό δυσκαμψίες και μετακινήσεις και  $\sigma_x$  το σφάλμα των μετακινήσεων, τότε

$$\sigma_K = \frac{K_1 - K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}}{\frac{1}{x_1}} \neq \sigma_x \quad (6.1)$$

---

Ως αποτέλεσμα, για την επιλογή των περιοχών εφαρμοσιμότητας των εξαγόμενων εξισώσεων, χρησιμοποιήθηκε το μέγιστο εκ των δύο σφαλμάτων, υπέρ της ασφαλείας. Όπως φαίνεται στο *Σχήμα 6.5* υπάρχει υπολογίσιμη διαφοροποίηση μεταξύ των τιμών του νευρωνικού δικτύου και αυτών του Plaxis για το μεγαλύτερο εύρος της απόκρισης με μέγιστο, ωστόσο, σφάλμα κοντά στο 10% μέχρι και για το 7% του αρχικού συντελεστή δυσκαμψίας ή το 95% της αντοχής. Η περιοχή σύγκλισης εξίσου καλής με αυτήν των δύο προηγούμενων υποπροβλημάτων περιορίζεται ανάμεσα στο 65% και 93% της αντοχής. Εκεί φαίνεται το δίκτυο να αντιλαμβάνεται καλύτερα τη φυσική της απόκρισης. Στο τελευταίο κομμάτι της φόρτισης, λίγο πριν την αστοχία, αντίστοιχα και με τα προηγούμενα, το σφάλμα μεγιστοποιείται αγγίζοντας διψήφια νούμερα (*Σχήμα 6.6*). Το μοτίβο αυτό γιγάντωσης του σφάλματος για μικρές τιμές του λόγου  $K/K_0$  πιθανόν να οφείλεται στην αδυναμία της προεπιλεγμένης συνάρτησης σφάλματος των νευρωνικών δικτύων της Matlab (mse) να αντιληφθεί το συγκριτικό σφάλμα μεταξύ μεγάλων και μικρών τιμών. Στα διαγράμματα αυτού του υποπροβλήματος στον οριζόντιο άξονα τοποθετήθηκε η κύρια ανεξάρτητη μεταβλητή  $M$  με σκοπό την καλύτερη εποπτικότητα των αποτελεσμάτων. Στο *Σχήμα 6.6* είναι προφανής η απόκλιση της γωνίας στροφής για την ίδια τιμή ροπής ανατροπής.

#### *6.2.4 Υποπρόβλημα $b_2$ – υπολογισμός $K_x$ για γνωστά $(M, Q)$*

Το υποπρόβλημα  $b_2$  αποτέλεσε το δυσκολότερο στην αντιμετώπιση και απαίτησε το μεγαλύτερο αριθμό δοκιμών για την επίτευξη ικανοποιητικών αποτελεσμάτων. Αρχικά επιλέχθηκε η χρήση 5 κρυφών νευρώνων, στη λογική των  $a_2$  και  $b_1$ . Ωστόσο, κανένα δίκτυο 5 νευρώνων δεν κατάφερε να περιγράψει έστω και προσεγγιστικά την συμπεριφορά του οριζόντιου συντελεστή δυσκαμψίας για γνωστά εντατικά μεγέθη, καθώς το σφάλμα έπαιρνε διψήφιες τιμές ακόμα και στην ελαστική περιοχή. Κατόπιν, έγιναν διαδοχικές δοκιμές για χρήση 8,10,12,13,15 και 20 κρυφών νευρώνων, οι οποίες συνέκλιναν προς τον, τελικά επιλεχθέντα, αριθμό των 13. Η ακρίβεια των δικτύων φάνηκε να μη συνδέεται ευθέως και απόλυτα, αλλά τυχαία και συμπτωματικά με τον ιδανικό αριθμό νευρώνων για

---

το εκάστοτε πρόβλημα. Το *Σχήμα 6.7* παρουσιάζει τον κανονικοποιημένο συντελεστή δυσκαμψίας ως προς τη ροπή  $M$ . Στην ελαστική περιοχή το σφάλμα είναι αμελητέο, αλλά προχωρώντας προς την μεταβατική ζώνη η απόκλιση αυξάνεται και σταθεροποιείται κοντά στο 10% για τιμές ροπής μέχρι το 73% της αντοχής. Έπειτα το σφάλμα αυξάνεται απότομα μέχρι το 20% για ροπή στο 97% της αντοχής συνεχίζοντας εκθετικά μέχρι την αστοχία.

Η άριστη απόδοση της ελαστικής περιοχής αποτέλεσε κοινό χαρακτηριστικό των δικτύων με πολλά κρυφά νευρώνια, τα οποία απέκλιναν μόνο κοντά στην αστοχία. Αντιθέτως, τα δίκτυα 5 νευρώνων φάνηκε να έχουν μια πιο μέση επίδοση σχεδόν σε όλο το φάσμα της απόκρισης.

## *6.3 Τελικός Αλγόριθμος*

Ο τελικός αλγόριθμος υπολογισμού, ουσιαστικά συνοψίζει όλες τις απαραίτητες πράξεις και μετατροπές για την εξαγωγή των ζητούμενων συντελεστών δυσκαμψίας για τα εκάστοτε δεδομένα και χωρίζεται σε 4 μέρη, ένα για κάθε υποπρόβλημα. Τα δύο υποπροβλήματα  $(a_1, a_2)$  που αφορούν γνωστά μετακινησιακά μεγέθη  $(u, \varphi)$  θα αναφέρονται συνολικά ως υποπρόβλημα  $a$ , ενώ τα αντίστοιχα  $(b_1, b_2)$  για γνωστά εντατικά μεγέθη  $(M, Q)$ , ως υποπρόβλημα  $b$ .

### *6.3.1. Καλιμπράρισμα εισαγόμενων και εξαγόμενων τιμών*

Όπως έχει αναφερθεί και στα προηγούμενα κεφάλαια, η συνάρτηση υπολογισμού που παράγουν τα νευρωνικά δίκτυα της Matlab εφαρμόζεται σε κανονικοποιημένες από -1 έως 1 τιμές εισόδου. Κοινό τόπο, λοιπόν, και για τα 4 υποπροβλήματα, αποτελεί η κανονικοποίηση των τιμών από -1 έως 1 κατά την είσοδο και η αποκανονικοποίηση

---

κατά την έξοδο. Επίσης, για το υποπρόβλημα  $b$ , κατά την εισαγωγή των τιμών στον αλγόριθμο απαιτείται αδιαστατοποίηση της ροπής ανατροπής και της τέμνουσας δύναμης στους λόγους  $M/M_u$  και  $Q/Q_u$ , όπου  $M_u$  και  $Q_u$  οι αντοχές σε καθαρή ροπή και τέμνουσα, αντίστοιχα. Ο υπολογισμός αυτός εμπεριέχεται στον αλγόριθμο και γίνεται με βάση τις εξισώσεις (3.1) και (3.2).

Κατά την κανονικοποίηση εισόδου, στην τιμή 1 κάθε στοιχείου του μητρώου εισαγωγής (input), αντιστοιχεί η μέγιστη τιμή του στοιχείου αυτού στο δείγμα των 780 τιμών που χρησιμοποιήθηκε από τα νευρωνικά δίκτυα (target). Παρομοίως, στην τιμή -1 αντιστοιχεί η ελάχιστη τιμή του δείγματος. Ως αποτέλεσμα, οι τιμές κατά την είσοδό τους στον αλγόριθμο συγκρίνονται με το σύνολο των τιμών του δείγματος και βαθμονομούνται βάσει αυτής της σύγκρισης (Πίνακας 6.2).

Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές του μητρώου εξόδου (output), οι οποίες αφορούν το λόγο  $K/K_0$ , αντιστοιχίζονται με τις αντίστοιχες μέγιστες και ελάχιστες του δείγματος (target). Αυτό σημαίνει ότι, ακόμα και αν ο χρήστης επιθυμεί τον υπολογισμό μίας και μόνο τιμής δυσκαμψίας για ένα ζεύγος μετακινήσιμων ή εντατικών μεγεθών, θα πρέπει να εισάγει στον αλγόριθμο και δύο άλλα ζεύγη τιμών, ένα για την πλήρως ελαστική απόκριση (μέγιστος λόγος  $K/K_0$  και ίσος με τη μονάδα), και ένα για την περιοχή της αστοχίας (ελάχιστος λόγος  $K/K_0$ ) (Πίνακας 6.2).

### 6.3.2. Υπολογισμός ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας

Κατά τη δοκιμή επαλήθευσης της *υποενότητας 6.2*, χρησιμοποιήθηκαν οι ελαστικοί συντελεστές δυσκαμψίας, όπως αυτοί προέκυψαν από την αριθμητική ανάλυση του Plaxis με σκοπό να περιοριστεί το σφάλμα στην αποτίμηση της ακρίβειας των νευρωνικών δικτύων. Σε ένα τυχαίο, ωστόσο, πρόβλημα εγκιβωτισμένης θεμελίωσης, σκοπός αυτής της εργασίας είναι η συμβολή στην αποφυγή διεξαγωγής περαιτέρω γεωτεχνικών αναλύσεων. Για το λόγο αυτό, στον τελικό αλγόριθμο συμπεριλαμβάνεται υπολογισμός των συζευγμένων ελαστικών συντελεστών ασφαλείας. Ο έλεγχος της συμβατότητας του



Πλακίς με τις βιβλιογραφικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν στο Κεφάλαιο 2, έδειξε ότι αναμένονται καλύτερα αποτελέσματα στον συντελεστή οριζόντιας δυσκαμψίας και σχετικά αποκλίνοντα στον στροφικό, πράγμα το οποίο, στη συνέχεια θα επιβεβαιωθεί.

Πρώτο βήμα αποτελεί ο υπολογισμός των μη συζευγμένων συντελεστών  $K'_{HH}$ ,  $K'_{RR}$  και  $K'_{RH} = K'_{HR} = \frac{1}{3}DK'_{HH}$ , για εγκιβωτισμένη θεμελίωση με ανυποχώρητο εδαφικό στρώμα σε απόσταση  $H$  από τον πόδα της θεμελίωσης. Ο αλγόριθμος κάνει χρήση των απλοποιημένων μορφών των εξισώσεων του Κεφαλαίου 2, για φρέαρ τετραγωνικής διατομής. Μετά τον αρχικό υπολογισμό, οι μη συζευγμένοι συντελεστές δυσκαμψίας πολλαπλασιάζονται με απομειωτικό συντελεστή επίδρασης της κατακόρυφης φόρτισης, όπως αυτός προκύπτει προσεγγιστικά μέσω γραμμικής παρεμβολής από το διάγραμμα του Σχήματος 3.5 [Adamidis et al. 2013].

Στη συνέχεια υπολογίζεται το μητρώο συζευγμένων ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας για γνωστά μετακινησιακά μεγέθη ( $u, \varphi$ ) - υποπροβλήματα  $a_1$  και  $a_2$  - σύμφωνα με τα παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} \\ K_{RH} & K_{RR} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} K'_{HH} & K'_{HR} - DK'_{HH} \\ K'_{HR} - DK'_{HH} & K'_{RR} - 2DK'_{HR} + D^2K'_{HH} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Τέλος, γίνεται μετατροπή του μητρώου συζευγμένων συντελεστών δυσκαμψίας σε διαγώνιο μητρώο συντελεστών τέμνουσας δυσκαμψίας με βάση τα παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} Q \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} \\ K_{RH} & K_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \varphi \end{bmatrix}, \text{ το οποίο αναλύεται σε:}$$

$$Q = uK_{HH} + \varphi K_{HR} \quad \text{και} \quad M = uK_{HR} + \varphi K_{RR} \quad (6.3)$$

Οι συντελεστές τέμνουσας δυσκαμψίας εξ' ορισμού είναι ίσοι με:

$$K_x = \frac{Q}{u} = K_{HH} + \frac{\varphi}{u} K_{HR} \quad (6.4)$$

$$K_r = \frac{M}{\varphi} = K_{RR} + \frac{u}{\varphi} K_{HR} \quad (6.5)$$

Οι σχέσεις (6.4) και (6.5) ισχύουν, θεωρητικά, μόνο για την ελαστικότητα. Αυτό σημαίνει ότι ο λόγος  $\varphi/u$  που θα χρησιμοποιηθεί πρέπει να είναι κοινός και στην ελαστική

---

περιοχή, κάτι που, μόνο χονδροειδώς μπορεί να θεωρηθεί, μιας και ο λόγος  $\varphi/u$  αλλάζει τιμή κατά τη μετάβαση από την ελαστικότητα στην μη-γραμμικότητα και σταθεροποιείται μόνο κοντά στην αστοχία. Για τυχαία  $(u,\varphi)$  η ταύτιση του λόγου τους με αυτόν της ελαστικότητας για την εξαγωγή της τέμνουσας δυσκαμψίας αποτελεί και την μεγαλύτερη «αυθαιρεσία» της λύσης αυτής (Πίνακας 6.3).

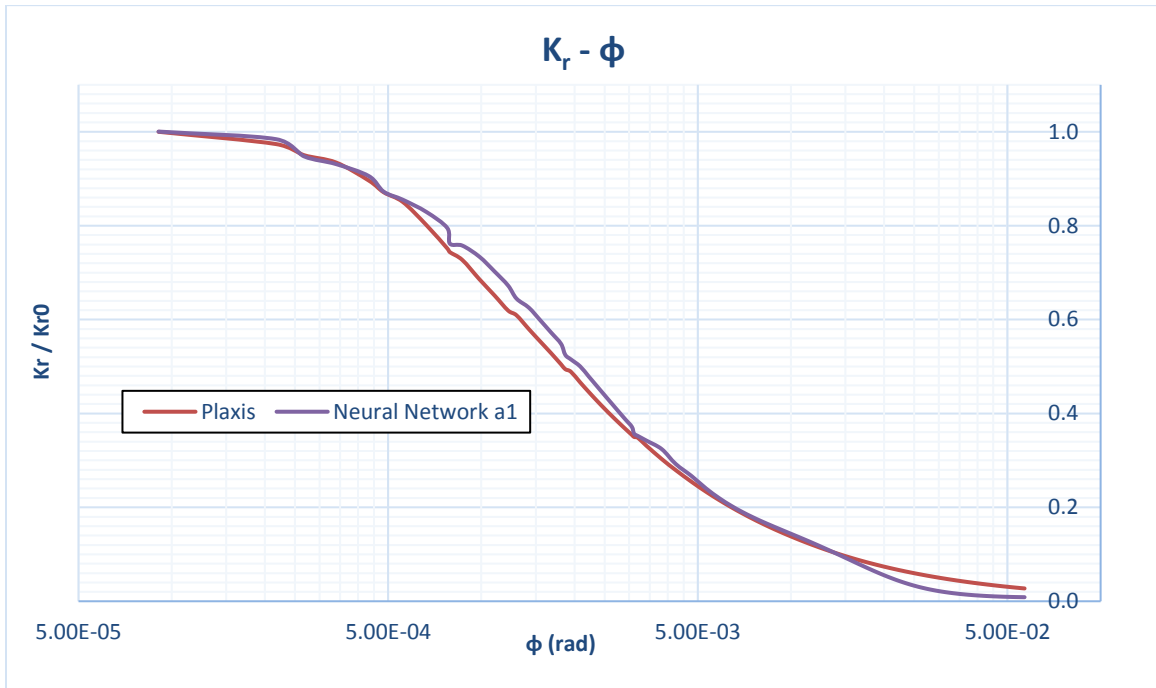
Αντιθέτως, όσον αφορά τα υποπροβλήματα  $b_1$  και  $b_2$ , λύνοντας τις (6.4) και (6.5) με γνωστό το λόγο  $M/Q$ , για πολύ μικρές τιμές των  $M$  και  $Q$ , προκύπτουν οι ελαστικές τιμές των  $(u,\varphi)$ , οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν, κατόπιν, για τον υπολογισμό των τέμνουσών ελαστικών δυσκαμψιών (Πίνακας 6.4).

### *6.3.3 Εφαρμογή του αλγορίθμου και τελικό σφάλμα*

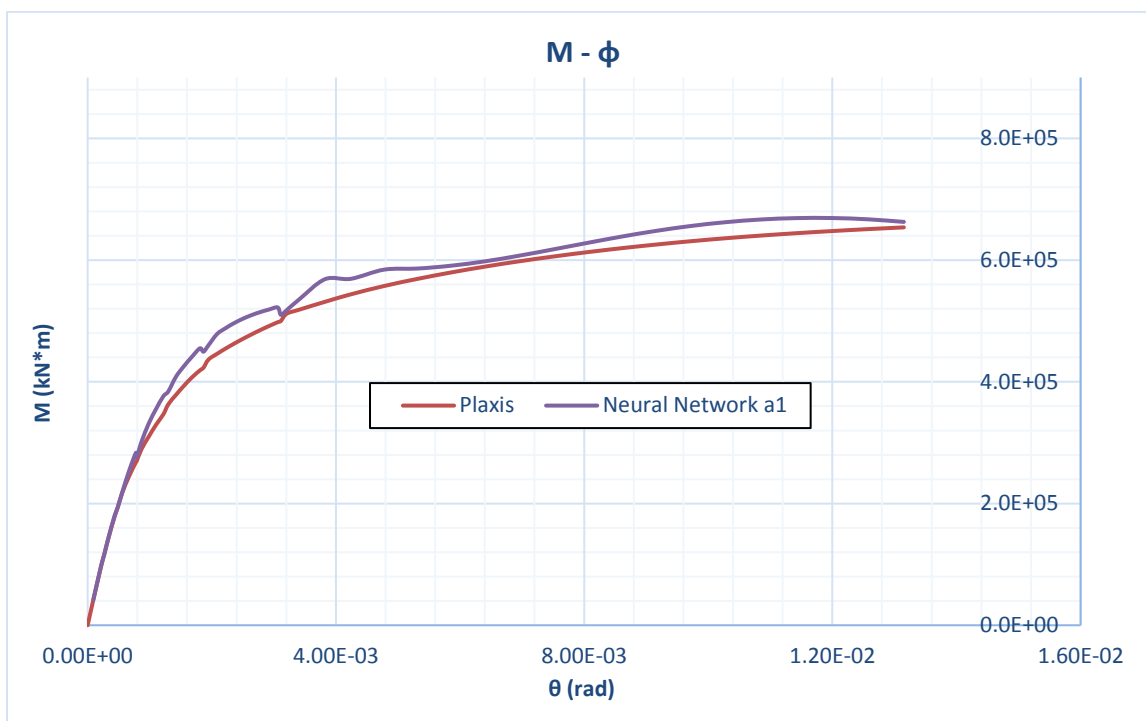
Οι υποδοχές εισόδου, τα αποτελέσματα και το σφάλμα υπολογισμού του αλγορίθμου για τις τέσσερις πρώτες τιμές του ζεύγους γωνίας – μετακίνησης της ανάλυσης του Plaxis κατά την επίλυση του υποπροβλήματος  $a_1$ , δίνονται στον Πίνακα 6.5 με τη μορφή παραδείγματος. Αναλογικά με τις υπόλοιπες τρεις περιπτώσεις, έγινε χρήση της υπολογισθείσας τιμής του ελαστικού συντελεστή για τον υπολογισμό του μη-γραμμικού συντελεστή δυσκαμψίας και κατ' επέκταση, της ροπής ανατροπής και της τέμνουσας δύναμης. Το προκύπτον σφάλμα ήταν και στις τέσσερις υποπεριπτώσεις μεγαλύτερο από αυτό της υποενότητας 6.2, διότι στο υπολογιστικό σφάλμα του νευρωνικού δικτύου, προστέθηκε και η αβεβαιότητα κατά τον υπολογισμό των ελαστικών συντελεστών.

---

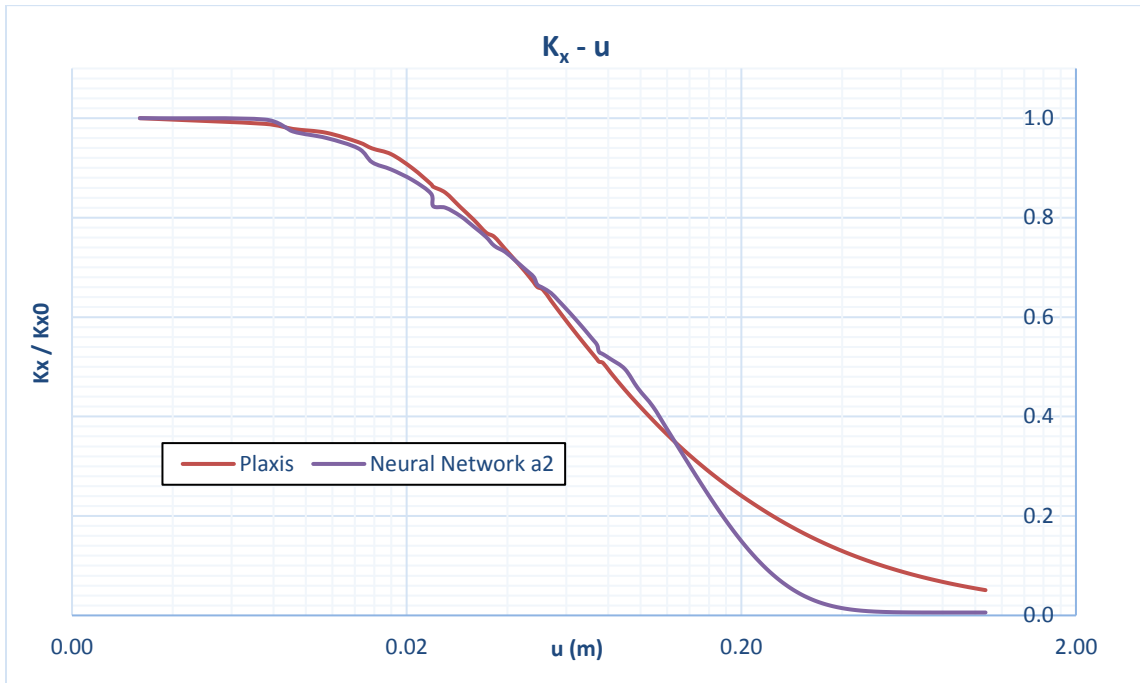
## ***Κεφάλαιο 6: Σχήματα***



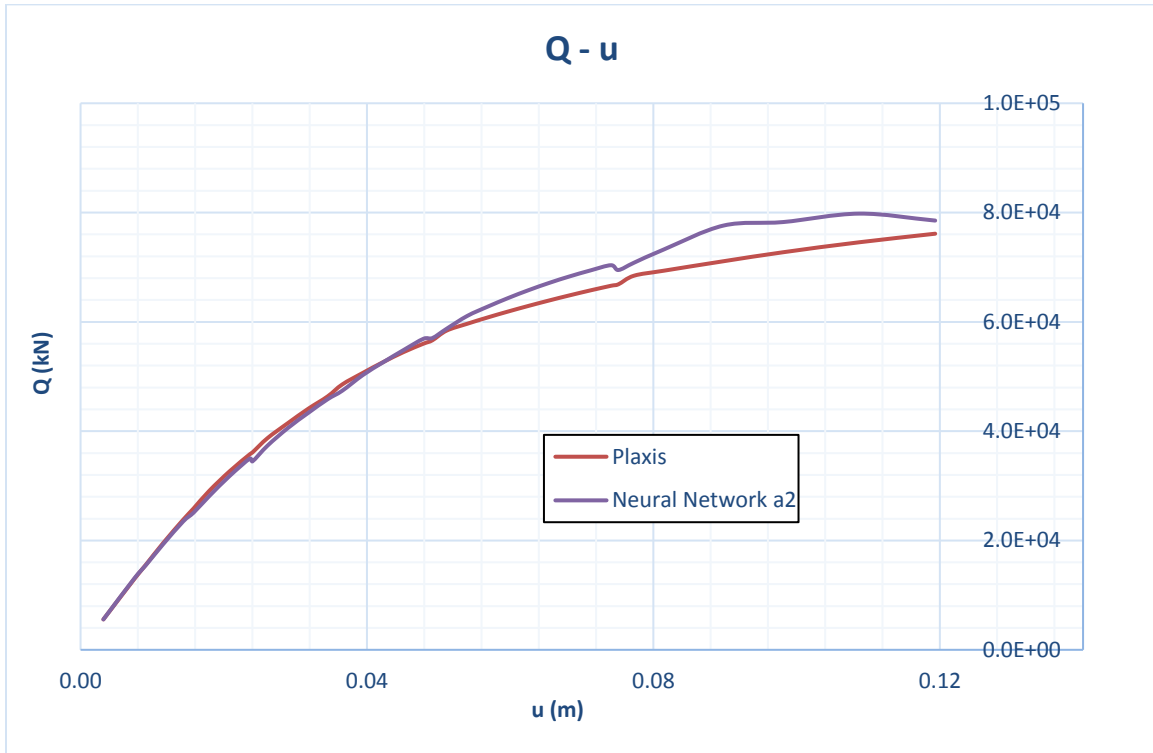
**Σχήμα 6.1.** Υποπρόβλημα  $a_1$ . Σύγκριση κανονικοποιημένης στρωφικής δυσκαμψίας σε λογαριθμικό οριζόντιο άξονα, όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση μέσω του Plaxis σε σχέση με την εξίσωση υπολογισμού του νευρωνικού δικτύου. Ποσοτικά οι τιμές βρίσκονται ικανοποιητικά κοντά, με εξαίρεση την περιοχή κοντά στην αστοχία.



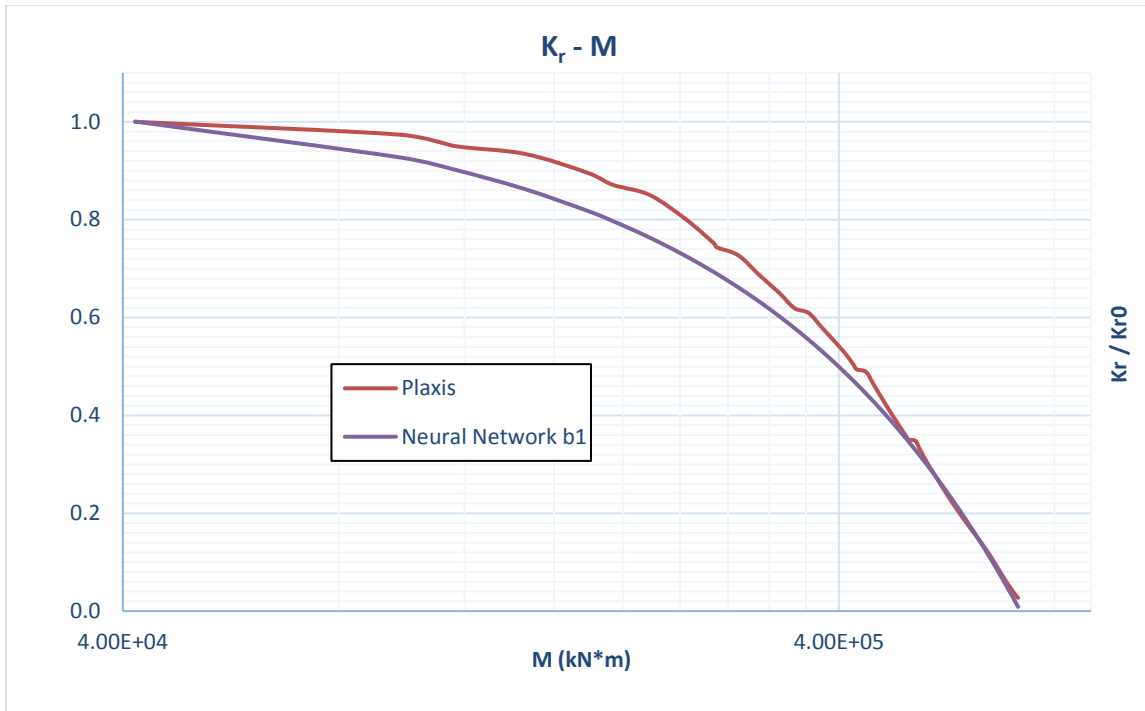
**Σχήμα 6.2.** Υποπρόβλημα  $a_1$ . Σύγκριση ροπής ανατροπής όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση μέσω του Plaxis σε σχέση με την εξίσωση υπολογισμού του νευρωνικού δικτύου. Παρατηρείται σχεδόν πλήρης ταύτιση των δύο διαγραμμάτων μέχρι το 73% της αντοχής, ενώ ικανοποιητική σύγκλιση μέχρι το 90% της αντοχής. Η πτώση του διαγράμματος της υπολογισθείσας δυσκαμψίας στο 1/3 της τιμής του Plaxis οδηγεί στην τεράστια απόκλιση του διαγράμματος ροπής στην περιοχή κοντά στην αστοχία.



**Σχήμα 6.3.** Υποπρόβλημα  $a_2$ . Σύγκριση κανονικοποιημένης οριζόντιας δυσκαμψίας σε λογαριθμικό οριζόντιο άξονα, όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση μέσω του Plaxis σε σχέση με την εξίσωση υπολογισμού του νευρωνικού δικτύου. Το νευρωνικό δίκτυο προσεγγίζει ικανοποιητικά τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης μέχρι το 49% της αρχικής δυσκαμψίας. Αντίστοιχα με το υποπρόβλημα  $a_1$ , για μικρές τιμές του λόγου  $K_x/K_{x0}$ , παρατηρείται έντονη διαφοροποίηση των δύο διαγραμμάτων.

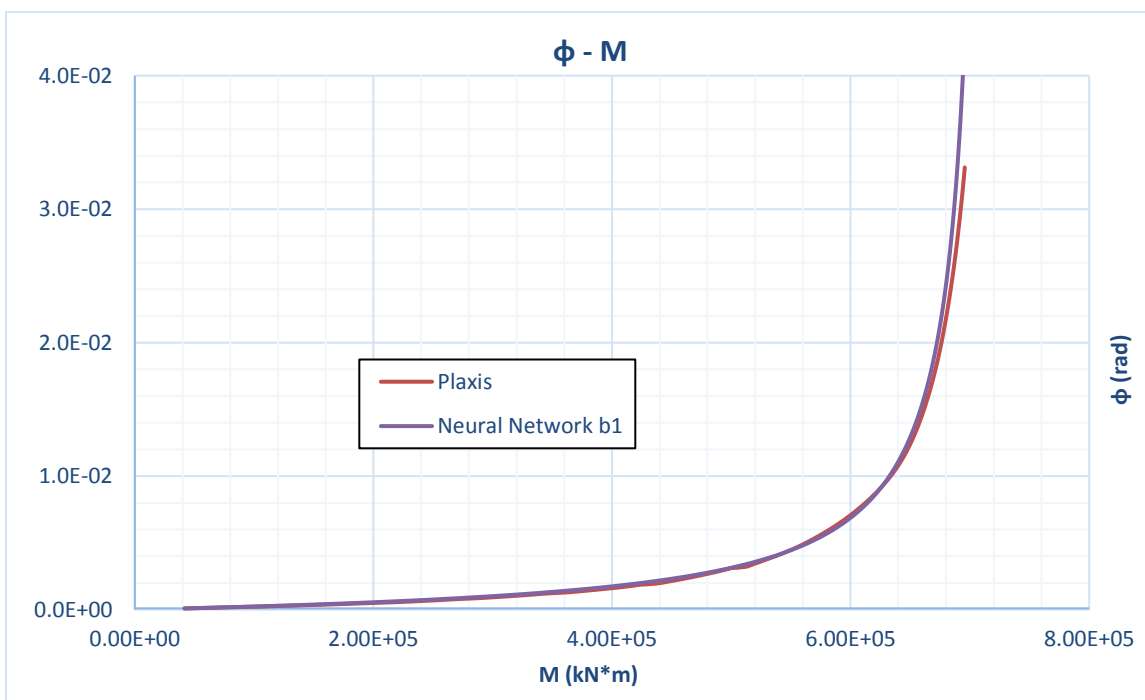


**Σχήμα 6.4.** Υποπρόβλημα  $a_2$ . Σύγκριση τέμνουσας δύναμης όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση μέσω του Plaxis σε σχέση με την εξίσωση υπολογισμού του νευρωνικού δικτύου. Παρατηρείται πολύ καλή απόδοση της απόκρισης για την ελαστική και μεταβατική περιοχή μέχρι το 64% (ή εναλλακτικά το 73%) της αντοχής της θεμελίωσης. Έπειτα, η αδυναμία του δικτύου να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα κανονικοποιημένης δυσκαμψίας οδήγησε στην απότομη και εντονότατη απομάκρυνση των διαγραμμάτων τέμνουσας δύναμης.

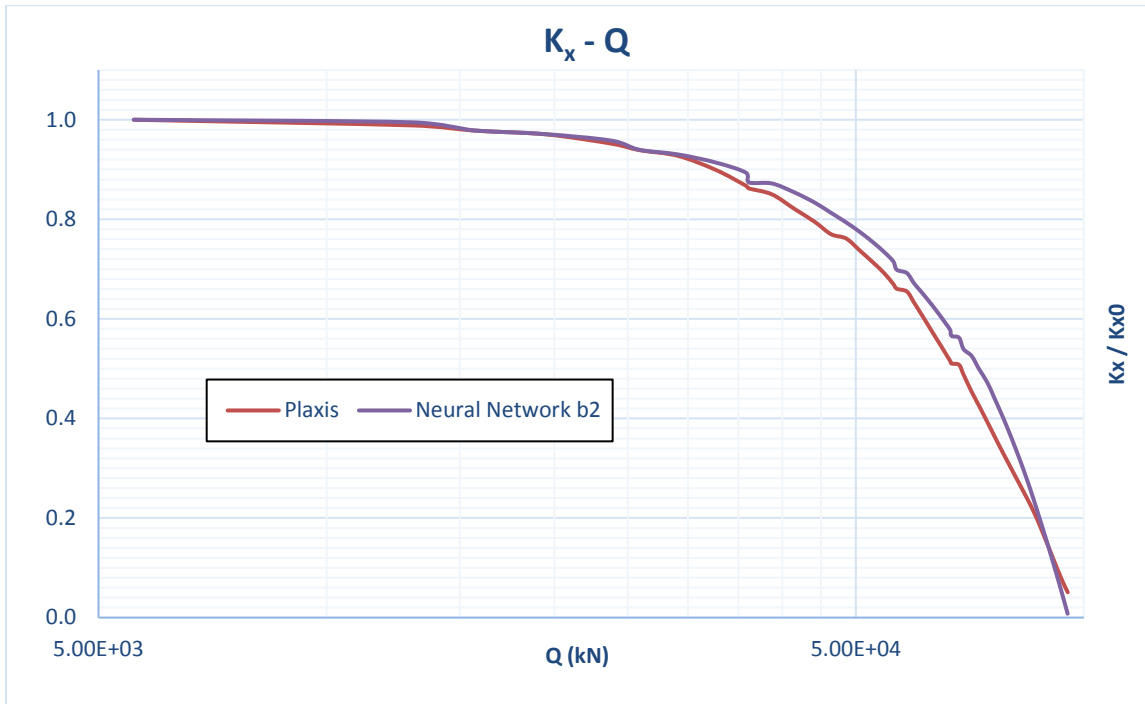


**Σχήμα 6.5.** Υποπρόβλημα  $b_1$ . Διαγράμματα κανονικοποιημένης στρωφικής δυσκαμψίας και ροπής ανατροπής. Το νευρωνικό δίκτυο φαίνεται να υποτιμά την αρχική δυσκαμψία του φρέατος ενεργοποιώντας το μηχανισμό πλαστικοποίησης και για μικρές τιμές των εντατικών μεγεθών με αποτέλεσμα το υπολογιστικό σφάλμα να κινείται κοντά στο ~10% για το σύνολο, σχεδόν, της απόκρισης.

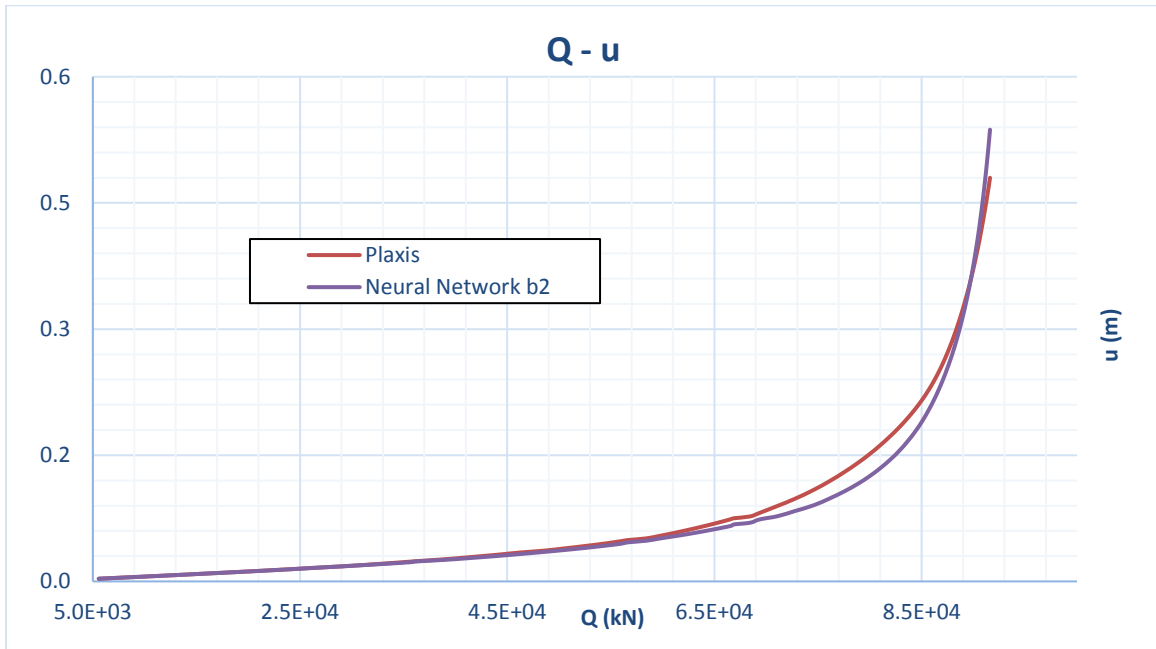




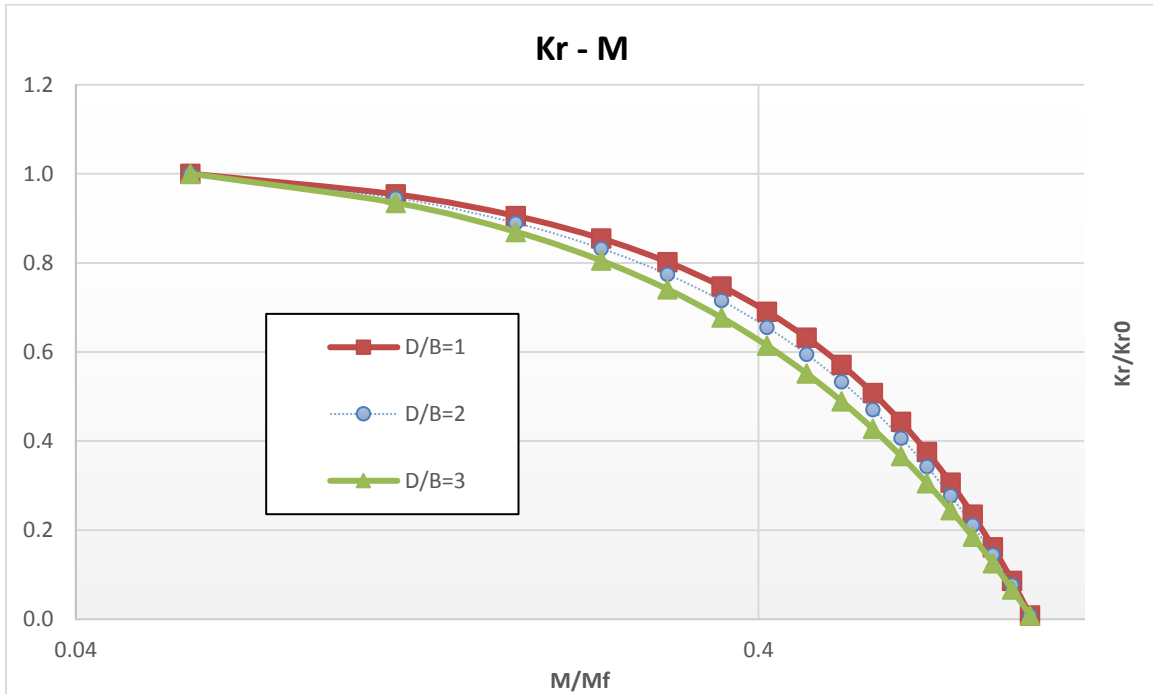
**Σχήμα 6.6.** Υποπρόβλημα  $b_1$ . Διαγράμματα γωνίας στροφής ως προς τη ροπή ανατροπής. Έγινε χρήση λογαριθμικού κατακόρυφου άξονα για λόγους ευκρίνειας. Η απόκλιση μεταξύ Plaxis και νευρωνικού δικτύου διατηρείται κοντά στο 10%, ελαχιστοποιείται μεταξύ του 65% και 93% της αντοχής, για να μεγιστοποιηθεί λίγο πριν την αστοχία.



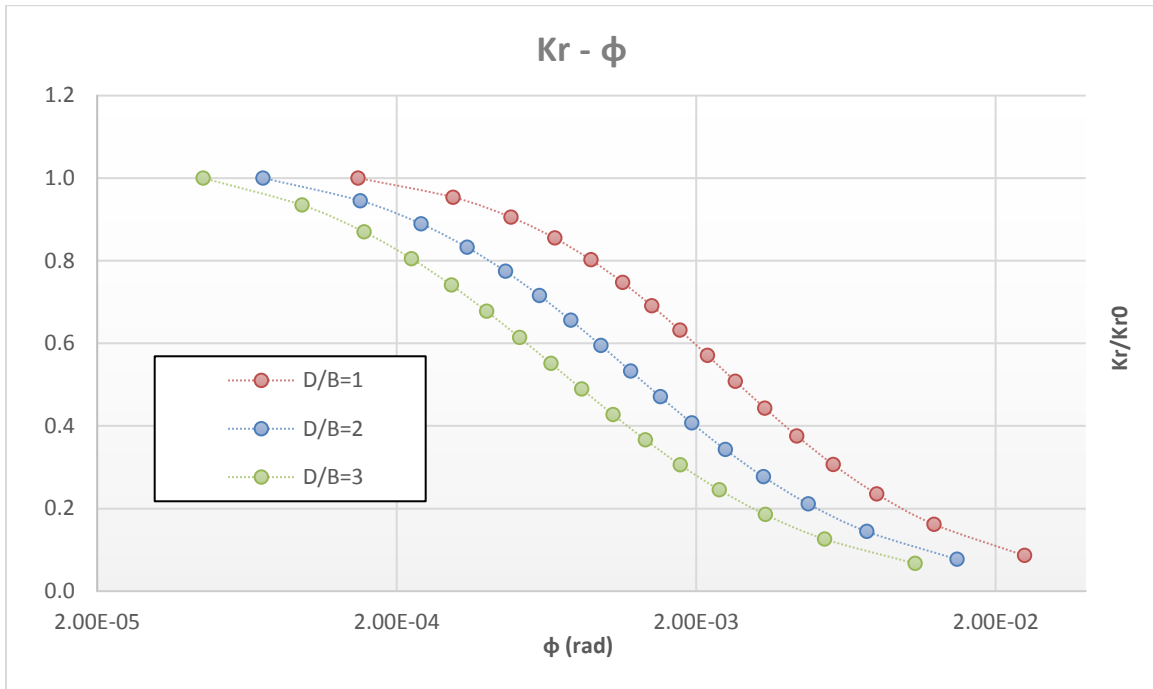
**Σχήμα 6.7.** Υποπρόβλημα  $b_2$ . Κανονικοποιημένος συντελεστής τέμνουσας δυσκαμψίας προς τέμνουσα δύναμη για δίκτυο 13 νευρωνίων. Εξαιρετική ακρίβεια στην ελαστική περιοχή για  $K/K_0$  μεγαλύτερο του 0.9, ικανοποιητική απόδοση της μεταβατικής περιοχής με μέγιστο σφάλμα  $\sim 10\%$  και μεγάλη απόκλιση πριν και κατά την αστοχία.



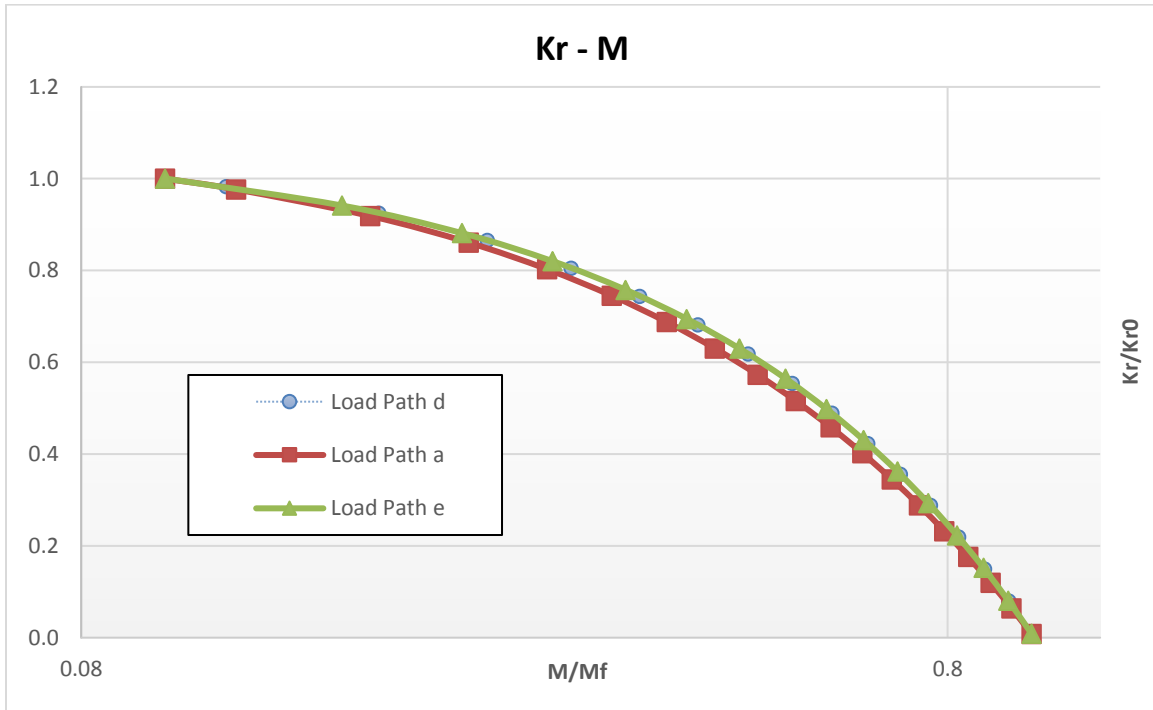
**Σχήμα 6.8.** Υποπρόβλημα  $b_2$ . Οριζόντια μετακίνηση προς τέμνουσα δύναμη. Παρόμοια με τη δυσκαμψία, το δίκτυο απέδωσε καλύτερα στην ελαστική περιοχή και απέτυχε στην έντονη μη-γραμμικότητα. Το διάγραμμα φτάνει περίπου μέχρι το 95% της αντοχής σε τέμνουσα για λόγους επικέντρωσης στην ελαστική και ημι-ελαστική περιοχή. Ήδη το μέγιστο σφάλμα απόκλισης βρίσκεται κοντά στο 20%.



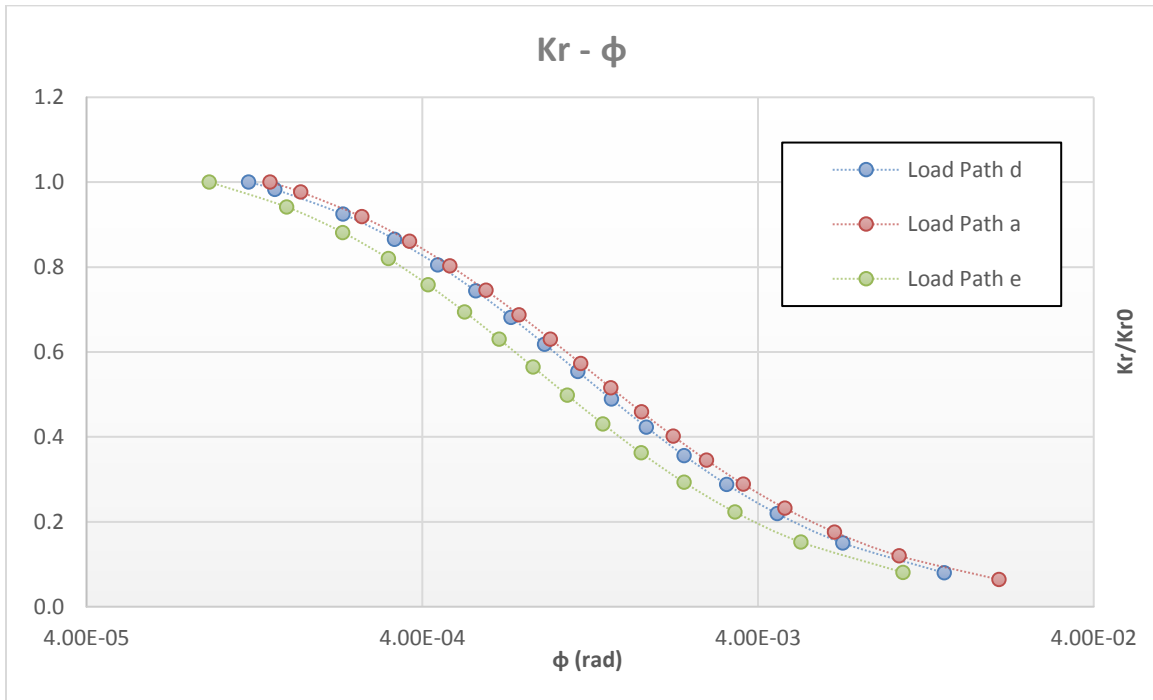
**Σχήμα 6.9.** Εφαρμογή του τελικού αλγορίθμου σε τρεις διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού για σταθερό λόγο φόρτισης με γνωστά τα εντατικά μεγέθη ( $M, Q$ ). Διάγραμμα κανονικοποιημένου συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας προς ροπή ανατροπής.



**Σχήμα 6.10.** Εφαρμογή του τελικού αλγορίθμου σε τρεις διαφορετικούς λόγους εγκιβωτισμού για σταθερό λόγο φόρτισης με γνωστά τα εντατικά μεγέθη ( $M, Q$ ). Διάγραμμα κανονικοποιημένου συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας προς γωνία στροφής.



**Σχήμα 6.11.** Εφαρμογή του τελικού αλγορίθμου σε τρεις διαφορετικούς λόγους φόρτισης για σταθερό λόγο εγκιβωτισμού με γνωστά τα εντατικά μεγέθη ( $M, Q$ ). Διάγραμμα κανονικοποιημένου συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας προς ροπή ανατροπής.



**Σχήμα 6.12.** Εφαρμογή του τελικού αλγορίθμου σε τρεις διαφορετικούς λόγους φόρτισης για σταθερό λόγο εγκιβωτισμού με γνωστά τα εντατικά μεγέθη ( $M, Q$ ). Διάγραμμα κανονικοποιημένου συντελεστή στρωφικής δυσκαμψίας προς γωνία στρωφής.

---

## ***Κεφάλαιο 6 : Πίνακες***



Υποπρόβλημα	F/Ff	Kr/Kr0	Kx/Kx0	Max Error (%)
a	0.64	0.45	0.61	3.3
a	<b>0.73</b>	0.33	0.49	<b>5.6</b>
b	<b>0.73</b>	0.33	0.49	<b>10.5</b>

**Πίνακας 6.1.** Σύνοψη μέγιστων σφαλμάτων για τις ομάδες υποπροβλημάτων a και b. Για γνωστά μετακινησιακά μεγέθη το μέγιστο σφάλμα είναι ίσο με 3.3% για το 64% της αντοχής ή ίσο με 5.6% για το 73% της αντοχής. Για γνωστά εντατικά μεγέθη, οι εξισώσεις των νευρωνικών δικτύων του υποπροβλήματος b υπέπεσαν σε σφάλμα 10.5% σε σχέση με τις αριθμητικές αναλύσεις του Plaxis για το 73% της αντοχής, κοντά στο διπλάσιο σε σύγκριση με αυτό του υποπροβλήματος a.

Nntool Formula Calibration					
Input	u/D	$\phi$	D/B	E/Su	$\chi$
Max	1.44E-01	1.463E-01	3	3000	0.8
Min	-6.94E-02	-1.462E-01	1	500	0
Output Normalized	Krs/Krs 0		Target Denormalized	Krs/Krs 0	
Max	9.48E-01		Max	1.00E+00	
Min	-8.81E-01		Min	8.57E-03	
Max-Min	1.83E+00		Max-Min	9.92E-01	

**Πίνακας 6.2.** Τελικός Αλγόριθμος. Εργαλεία κανονικοποίησης των τιμών εισόδου και αποκανονικοποίησης των τιμών εξόδου.

Ksec elastic value calculation subproblem a			
<b>K<sub>HH'</sub> (kN/m)</b>	2.93E+06	<b>E (kPa)</b>	50000
<b>K<sub>HR'</sub> (kN)</b>	1.95E+07	<b>G (kPa)</b>	19231
<b>K<sub>RR'</sub> (Kn*m/rad)</b>	5.68E+08	<b>v</b>	0.3
		<b>D (m)</b>	20
<b>K<sub>HH</sub> (kN/m)</b>	2.93E+06	<b>B (m)</b>	10
<b>K<sub>HR</sub> (kN)</b>	-3.90E+07	<b>H (m)</b>	20
<b>K<sub>RR</sub> (Kn*m/rad)</b>	9.58E+08	<b>R<sub>1</sub> (m)</b>	17.72
		<b>R<sub>2</sub> (m)</b>	5.71
<b>u (m)</b>	3.19E-03		
<b>φ (rad)</b>	9.068E-05		
<b>K<sub>xsel</sub> (kN/m)</b>	1.82E+06		
<b>K<sub>rsel</sub> (Kn*m/rad)</b>	-4.14E+08	<b>αλγεβρική τιμή*</b>	
<b> K<sub>rsel</sub>  (Kn*m/rad)</b>	4.14E+08		

**Πίνακας 6.3.** Τελικός αλγόριθμος. Εργαλεία υπολογισμού ελαστικής στρωφικής και οριζόντιας τέμνουσας δυσκαμψίας για γνωστή γωνία και μετακίνηση (υποπροβλήματα  $a_1$  και  $a_2$ ).

<b>Ksecant elastic value calculation subproblem b</b>			
<b>K<sub>HH'</sub> (kN/m)</b>	2.93E+06	<b>E (kPa)</b>	50000
<b>K<sub>HR'</sub> (kN)</b>	1.95E+07	<b>G (kPa)</b>	19231
<b>K<sub>RR'</sub> (Kn*m/rad)</b>	5.68E+08	<b>v</b>	0.3
		<b>D (m)</b>	20
<b>K<sub>HH</sub> (kN/m)</b>	2.93E+06	<b>B (m)</b>	10
<b>K<sub>HR</sub> (kN)</b>	-3.90E+07	<b>H (m)</b>	20
<b>K<sub>RR</sub> (Kn*m/rad)</b>	9.58E+08	<b>R<sub>1</sub> (m)</b>	17.72
		<b>R<sub>2</sub> (m)</b>	5.71
<b>u (m)</b>	2.90E-03	<b>Su (kPa)</b>	50
<b>φ (rad)</b>	7.450E-05	<b>Mu (Kn*m)</b>	603239
		<b>Qu (kN)</b>	47917
<b>K<sub>xsel</sub> (kN/m)</b>	1.92E+06		
<b>K<sub>rsel</sub> (Kn*m/rad)</b>	-5.58E+08	<b>αλγεβρική τιμή*</b>	
<b> K<sub>rsel</sub>  (Kn*m/rad)</b>	5.58E+08		

**Πίνακας 6.4.** Τελικός αλγόριθμος. Εργαλεία υπολογισμού ελαστικής στρωφικής και οριζόντιας τέμνουσας δυσκαμψίας για γνωστή ροπή και τέμνουσα (υποπροβλήματα  $b_1$  και  $b_2$ ).

(u/D , φ) - Kr		a1	nntool Kr 10	
<b>Inputs</b>				
<b>Denormalized</b>				
u/D	φ	D/B	E/Su	χ
1.59E-04	9.068E-05	2	1000	0.5
3.77E-04	2.174E-04	2	1000	0.5
4.57E-04	2.676E-04	2	1000	0.5
5.74E-04	3.392E-04	2	1000	0.5
5.37E-02	5.74E-02	2	1000	0.5
<b>Inputs (-1/+1)</b>				
<b>Normalized</b>				
u/D	φ	D/B	E/Su	χ
-3.48E-01	5.35E-04	0.00E+00	-6.00E-01	2.50E-01
-3.46E-01	1.40E-03	0.00E+00	-6.00E-01	2.50E-01
-3.45E-01	1.75E-03	0.00E+00	-6.00E-01	2.50E-01
-3.44E-01	2.23E-03	0.00E+00	-6.00E-01	2.50E-01
1.54E-01	3.93E-01	0.00E+00	-6.00E-01	2.50E-01
<b>Nntool Out</b>				
<b>Normalized</b>		<b>Denormalized</b>		
Krs/Krs0	Krs/Krs0	Kr (kN*m/rad)	M (Kn*m)	Error   (%)
9.48E-01	1.00E+00	-4.15E+08	-3.76E+04	-9.7
8.80E-01	9.63E-01	-3.99E+08	-8.68E+04	-10.7
8.49E-01	9.47E-01	-3.92E+08	-1.05E+05	-10.0
8.01E-01	9.21E-01	-3.81E+08	-1.29E+05	-11.1
-8.81E-01	8.57E-03	-3.55E+06	-2.04E+05	

**Πίνακας 6.5.** Παράδειγμα εφαρμογής του αλγορίθμου για την επίλυση του υποπροβλήματος  $a_1$  και, κατόπιν, υπολογισμός της άγνωστης ροπής ανατροπής με τη βοήθεια του μη-γραμμικού συντελεστή δυσκαμψίας.

---

# **Συμπεράσματα και Προτάσεις**

---

---

# Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα και Προτάσεις

## 7.1 Συμπεράσματα

Στη διπλωματική αυτή εργασία μελετήθηκε η μη γραμμική μεταβολή των στροφικών και οριζόντιων συντελεστών τέμνουσας δυσκαμψίας, αλλά και γενικότερα η ανελαστική απόκριση βαθιά εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων – φρεάτων. Για το σκοπό αυτό, σχεδιάστηκαν, ομαδοποιήθηκαν, μορφώθηκαν και τελικά ολοκληρώθηκαν, 78 αριθμητικές αναλύσεις στο γεωτεχνικό υπολογιστικό πρόγραμμα PLAXIS 3D. Από τα εξαχθέντα αποτελέσματα επιλέχθηκαν κατάλληλα 780 τιμές οριζόντιας μετακίνησης, γωνίας στροφής, τέμνουσας δύναμης και ροπής ανατροπής, 10 από κάθε ανάλυση. Η δεξαμενή αυτή των τιμών χρησιμοποιήθηκε, κατόπιν, για την κατασκευή αλγορίθμου μη γραμμικής σύνδεσης των προαναφερθέντων μετακινήσιων ή εντατικών μεγεθών με τους συντελεστές τέμνουσας δυσκαμψίας κάνοντας χρήση των νευρωνικών δικτύων της γλώσσας προγραμματισμού Matlab. Τέλος, η συνέπεια και η ακρίβεια των τεσσάρων κύριων εξισώσεων του αλγορίθμου, ελέγχθηκαν μέσω της εφαρμογής τους σε φρέαρ τυχαίων διαστάσεων για τυχαία χαρακτηριστικά φόρτισης και περιβάλλοντος εδάφους. Καθ' όλη την εν λόγω διαδικασία εξήχθησαν συμπεράσματα, τα σημαντικότερα των οποίων αναφέρονται παρακάτω:

- Η βιβλιογραφία που καλύπτει τις βαθιά εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις είναι προς το παρόν περιορισμένη σε σύγκριση με αυτήν για ρηχές και επιφανειακές θεμελιώσεις ή θεμελιώσεις με πασσάλους, κυρίως λόγω της πολυπλοκότητας του μηχανισμού απόκρισής τους.

- 
- Οι κύριες αδιαστατοποιημένες παράμετροι οι οποίες επηρεάζουν την απόκριση θεμελίωσης με φρέαρ είναι οι εξής: α) Ο λόγος εγκιβωτισμού  $D/B$ , β) ο λόγος φόρτισης  $M/Q \cdot D$ , γ) ο συντελεστής ασφαλείας έναντι κατακόρυφης – αξονικής φόρτισης  $FS_v$  και δ) ο λόγος δυσκαμψίας  $E/S_u$ .
  
  - Η παρούσα εργασία επιδιώκει να καλύψει, έως ένα βαθμό, το υπαρκτό βιβλιογραφικό κενό του υπολογισμού της μη γραμμικής τέμνουσας δυσκαμψίας βαθιά εγκιβωτισμένης θεμελίωσης. Οι υπάρχουσες σχετικές σπουδές, είτε αφορούν την ανελαστική απόκριση επιφανειακών ή ρηχών θεμελιώσεων για μη συζευγμένη στρωφική και οριζόντια δυσκαμψία [Adamidis et al. 2013], είτε μελετούν την απόκριση σε εγκάρσια φόρτιση εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων, αλλά σε όρους αναπτυσσόμενων τάσεων και δυνάμεων στην παρειά και τη βάση του φρέατος αντίστοιχα, [Gerolymos and Gazetas 2006].
  
  - Η ακρίβεια των αριθμητικών προσομοιωμάτων συνδέεται στενά με τις επιβαλλόμενες συνοριακές συνθήκες στα άκρα του μοντέλου, αλλά και στις διεπιφάνειες θεμελίωσης – εδάφους, κυρίως όμως, όταν πρόκειται για κυκλική φόρτιση. Για μονοτονική στατική φόρτιση μεγαλύτερη επιρροή έχει το μέγεθος του μοντέλου προσομοίωσης και η πυκνότητα του κανάβου πεπερασμένων στοιχείων.
  
  - Η ακρίβεια ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου επηρεάζεται από την επιλογή συνάρτησης ενεργοποίησης, εκπαίδευσης και υπολογισμού σφάλματος, αλλά και από τα αρχιτεκτονικά χαρακτηριστικά του, όπως ο αριθμός των κρυφών στρωμάτων ή ο αριθμός των υπολογιστικών νευρώνων. Για παράδειγμα, στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, η απόκλιση που διαπιστώθηκε στις εξισώσεις των νευρωνικών δικτύων της Matlab από τις τιμές των αναλύσεων του PLAXIS, κοντά στην αστοχία, οφείλεται πιθανότατα στην προκαθορισμένη συνάρτηση σφάλματος



---

mse - mean squared error (μέσα τετράγωνα), η οποία δεν μπορεί να αντιληφθεί τη σχετικότητα του σφάλματος για πολύ μικρές τιμές εξόδου, όπως ο λόγος  $K/K_0$  για έντονη μη γραμμικότητα.

- Το σφάλμα των τεσσάρων χρησιμοποιηθέντων νευρωνικών δικτύων, είναι πολύ μικρότερο – περίπου στο 1/3 - αυτού που προκύπτει λόγω προσεγγιστικού υπολογισμού των συζευγμένων ελαστικών συντελεστών δυσκαμψίας. Αφενός, η παραδοχή ότι ο λόγος  $u/\varphi$  παραμένει σταθερός καθ' όλο το φάσμα της απόκρισης είναι αρκετά χονδροειδής, αφετέρου, ακόμα και για γνωστό λόγο  $u/\varphi$  ελαστικότητας, οι βιβλιογραφικές εξισώσεις δεν είναι κατ' ανάγκη συμβατές με τις πραγματοποιηθείσες αριθμητικές εξισώσεις στο PLAXIS.
- Η χρήση αδιαστατοποιημένων παραμέτρων επιτρέπει τη διεύρυνση του φάσματος εφαρμογής των αποτελεσμάτων σε εγκλιβωτισμένες θεμελιώσεις τυχαίων χαρακτηριστικών και αποφεύγει τη λογική "case study".

## *7.2 Προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση*

- Στο πλαίσιο της συμβατότητας κομβικών σημείων κατά την ανάλυση του προβλήματος της ανελαστικής ανάλυσης θεμελίωσης φρέατος, προτείνεται η διεξαγωγή αντίστοιχης διερεύνησης με αυτήν της παρούσας εργασίας, για τον προσδιορισμό, με χρήση κοινού παρονομαστή παραδοχών και υπολογιστικών εργαλείων (πλατφόρμα προσομοίωσης, κατανομή αστράγγιστης διατμητικής αντοχής, κριτήριο αστοχίας), των αντοχών σε καθαρή ροπή και τέμνουσα  $M_u$  και  $Q_u$  και των συντελεστών συζευγμένης ελαστικής δυσκαμψίας.

- 
- Ενδιαφέρον θα παρουσίαζε μια αντίστοιχη διερεύνηση της ανελαστικής απόκρισης φρεάτων, λαμβάνοντας υπόψιν τις γεωμετρικές μη γραμμικότητες που παρουσιάζονται κατά την τρισδιάστατη ανάλυση με κατάλληλη βαθμονόμηση του συντελεστή τριβής διεπιφανειών, για παράδειγμα ανάλογα με την ενεργό τάση. Η αποκόλληση των διεπιφανειών θεμελίωσης – εδάφους, αλλά και η μεταξύ τους εγκάρσια κίνηση ενεργοποιούν ακόμα συνθετότερους μηχανισμούς ή μεταβάλλουν τους ήδη υπάρχοντες.
  - Τέλος, για λόγους ευρύτερης εφαρμογής των εξισώσεων της παρούσας εργασίας, προτείνεται η διερεύνηση του προβλήματος απόκρισης εγκιβωτισμένης θεμελίωσης για ανομοιογενή συνεκτικά εδάφη. Η παραδοχή σταθερής αστράγγιστης διατμητικής αντοχής σε πολλές περιπτώσεις περιγράφει ικανοποιητικά τις εδαφικές συνθήκες. Ενίοτε, όμως απαιτείται η χρήση γραμμικής ή ακόμα και μη γραμμικής κατανομής της με το βάθος, η οποία προσθέτει μία ακόμη παράμετρο υπολογισμού στο παρόν πρόβλημα.

---

## Βιβλιογραφία

- Adamidis O, Gazetas G, Anastasopoulos I, Argyrou Ch (2013). Equivalent-linear stiffness and damping in rocking of circular and strip foundations. *Bulletin of Earthquake Engineering* (2014): 1177-1200
- Ahmad S, Gazetas G (1990). Torsional Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol 118, No 8, August (1992). Paper No. 610.
- Bransby M. F, Yun G-J (2009). The undrained capacity of skirted strip foundations under combined loading. *Géotechnique* Volume 59 Issue 2, March 2009: 115-125
- Gazetas G, Dobry R, Tassoulas J. L (1985). Vertical Response of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol 111, No 6, June (1985). Paper No. 19789.
- Gazetas G, Tassoulas J. L (1986). Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol 113, No 5, May (1987). Paper No. 21483.

- 
- Gerolymos N, Gazetas G (2005). Winkler model for lateral response of rigid caisson foundations in linear soil. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26 (2006): 347–361
  - Gerolymos N, Gazetas G (2005). Development of Winkler model for static and dynamic response of caisson foundations with soil and interface nonlinearities. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 26 (2006): 363-376
  - Gerolymos N, Zafeirakos A, Karapiperis K (2015). Generalized failure envelope for caisson foundations in cohesive soil: Static and dynamic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 78 (2015): 154–174
  - Hatzikonstantinou E, Tassoulas J. L, Gazetas G, Kotsanopoulos P, Fotopoulou M (1988). Rocking Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol 115, No 4, April (1989). Paper No. 23334.
  - Karapiperis K, Gerolymos N (2013). Combined loading of caisson foundations in cohesive soil: Finite element versus Winkler modeling. *Computers and Geotechnics* 56 (2014): 100-120
  - Matlab R2013a (2017). Mathworks Neural Network Toolbox: Levenberg-Marquardt Training Function.

- 
- PLAXIS 2016. Material Models Manual. Undrained total stress analysis with undrained parameters (Undrained C).
  
  - Γκαζέτας Γ, Αναστασόπουλος Ι, Γαρίνη Ε (2009). Αλληλεπίδραση Εδάφους – Κατασκευής. Εργαστήριο Εδαφομηχανικής Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ (2013).
  
  - Ιωακειμίδης Ι, Καραμπατάκης Δ, Σαρηγιάννης Δ (2006). Προσομοίωση της Συμπεριφοράς Πλευρικά Φορτιζόμενων Φρεάτων Θεμελίωσης σε Πρανή. 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωτεχνικής & Γεωπεριβαλλοντικής Μηχανικής, ΤΕΕ, Ξάνθη