



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

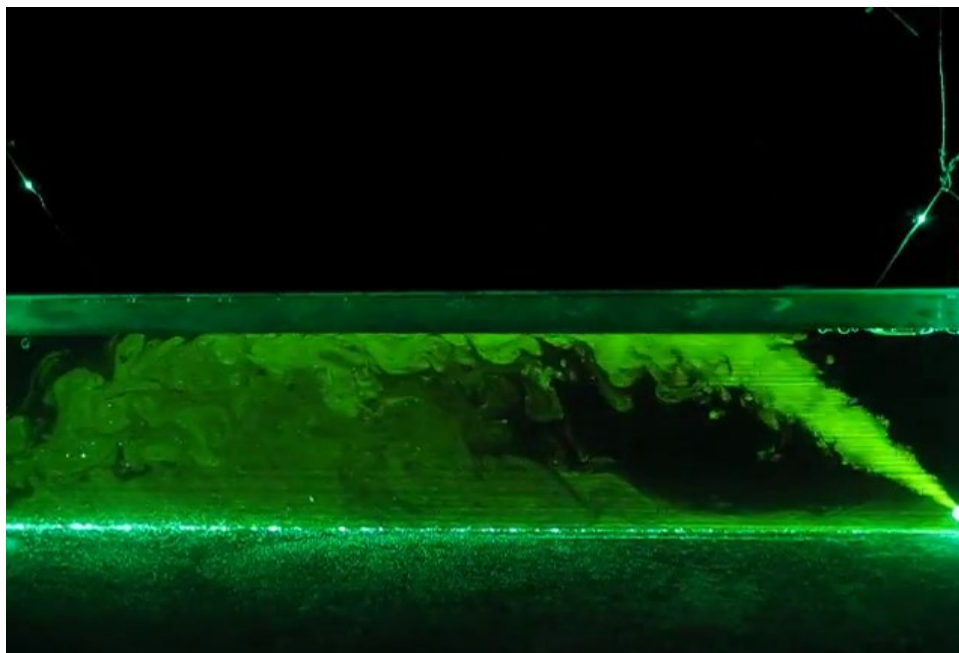
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

DEPARTMENT OF WATER RESOURCES AND
ENVIRONMENTAL ENGINEERING

**ΤΥΡΒΩΔΕΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΦΛΕΒΕΣ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ
ΑΝΩΣΗΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΗ ΗΡΕΜΟ ΑΠΟΔΕΚΤΗ**



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ Κ. ΦΡΑΓΚΟΥ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Ν. ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ

ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2017



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

DEPARTMENT OF WATER RESOURCES AND
ENVIRONMENTAL ENGINEERING

**ΤΥΡΒΩΔΕΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΦΛΕΒΕΣ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ
ΑΝΩΣΗΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΗ ΗΡΕΜΟ ΑΠΟΔΕΚΤΗ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ Κ. ΦΡΑΓΚΟΥ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Ν. ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ
ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2017

Το περιεχόμενο της ανα χείρας διπλωματικής εργασίας αποτελεί προϊόν της δικής μου πνευματικής προσπάθειας. Η ενσωμάτωση σε αυτήν υλικού τρίτων, δημοσιευμένου ή μη, γίνεται με δόκιμη αναφορά στις πηγές, που δεν επιτρέπει ασάφειες ή παρερμηνείες.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Κατ'αρχάς ευχαριστώ τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, κύριο Παναγιώτη Παπανικολάου, Αναπληρωτή Καθηγητή Ε.Μ.Π., για την επιλογή του θέματος της εργασίας, για τη καθοδήγησή του, για την υπομονή που υπέδειξε και για τις ώρες που αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της εργασίας μου.

Ευχαριστώ επίσης και τον κύριο Ηλία Παπακωνσταντή, Λέκτορα Ε.Μ.Π., ο οποίος κατά τη διάρκεια του μαθήματος «Περιβαλλοντική Ρευστομηχανική» με βοήθησε μέσω της διδασκαλίας του να κατανοήσω τις ανωστικές φλέβες, αντικείμενο που εξετάζεται στην παρούσα εργασία.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένειά μου για την αμέριστη ηθική και υλική υποστήριξή τους.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

ΤΥΡΒΩΔΕΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΦΛΕΒΕΣ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΗ ΗΡΕΜΟ ΑΠΟΔΕΚΤΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη ανωστικών φλεβών οι οποίες παροχετεύονται οριζόντια και υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε ήρεμο ομογενή αποδέκτη. Καταστρώθηκε ένα μοντέλο το οποίο προσομοιώνει τη ροή των ανωστικών φλεβών και υπολογίζει τα χαρακτηριστικά της ροής σε κάθε θέση. Το μοντέλο στηρίζεται στην επίλυση ενός συστήματος συνήθων διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης χρησιμοποιώντας την αριθμητική μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης.

Μέσω του μοντέλου προσομοιώθηκαν οι ακόλουθες περιπτώσεις:

- (α) ανωστικές φλέβες θετικής και αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας
- (β) ανωστικές φλέβες θετικής και αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς.

Στην πρώτη περίπτωση διερευνήθηκε η συμπεριφορά των χαρακτηριστικών της ροής συναρτήσει της γωνίας παροχέτευσης, του πυκνομετρικού αριθμού Froude και του βήματος επίλυσης της μεθόδου Runge-Kutta και για τις φλέβες αρνητικής άνωσης υπολογίσθηκαν οι θέσεις εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου/βάθους καθόδου και της επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης.. Στη δεύτερη περίπτωση διερευνήθηκαν επιπλέον τα χαρακτηριστικά της ροής συναρτήσει της θερμοκρασιακής διαφοράς αδιαστατοποιημένης ως προς την αρχική θερμοκρασία της.

Στις φλέβες θετικής άνωσης εξετάσθηκαν οι φλέβες που παροχετεύονται υπό γωνία $\theta=0-80^\circ$, ενώ στις φλέβες αρνητικής άνωσης οι φλέβες με γωνία παροχέτευσης $\theta=30, 45, 60$ και 75° . Επίσης εξετάσθηκε στα αποτελέσματα του μοντέλου η επιρροή του αρχικού πυκνομετρικού αριθμού Froude με εύρος από 10 έως 100 και του βήματος επίλυσης της μεθόδου του μοντέλου. Για τις ανωστικές φλέβες λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ του περιβάλλοντος και της φλέβας διακυμάνθηκε μεταξύ 10 με 50°C .

Τέλος, όπου ήταν δυνατόν, έγινε σύγκριση παλαιότερων πειραματικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα του μοντέλου, τα οποία σε γενικές γραμμές το επαληθεύουν.

ABSTRACT

POSITELY AND NEGATIVELY ROUND TURBULENT BUOYANT JETS INTO HOMOGENEOUS CALM AMBIENT

Buoyant jets which are discharged either horizontally or at an angle to horizontal into a calm homogeneous ambient are investigated in this thesis. More specifically, a mathematical model has been developed in order to determine some of the characteristics of the jet flow. The model consists of a system of first order nonlinear differential equations the solution of which is obtained using a 4th order Runge-Kutta method.

The following cases were simulated using the model:

- (a) positively and negatively buoyant jets due to difference in salinity
- (b) positively and negatively buoyant jets due to temperature difference between jet and ambient.

In the first case, the analysis was conducted regarding the behaviour of the flow characteristics by changing the initial discharge angle, the initial densimetric Froude number and the step size of the Runge-Kutta method. In the second case, the analysis was almost the same as before, except in this case, the influence of the temperature difference between the jet and ambient fluid divided by the temperature of the jet fluid was studied.

In the case of positively buoyant jets the angle to horizontal ranged from 0° to 80°, while in the case of negatively buoyant jets the angle to horizontal was 30, 45, 60 or 75°. The effect of the initial densimetric Froude number F_o , in the range from 10 to 100, as well as of the integration step size of the Runge-Kutta method have been also examined. In the case of buoyant jets due to temperature difference, the temperature of the ambient ranged between 10 to 20°C, while the initial jet temperature between 20 to 60°C.

Experimental data that are available from earlier investigations were compared to the results of the computations showing that the proposed model can provide results that are congruent with experiments.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	iii
ABSTRACT	v
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	vii
Συμβολισμοί	ix
1 Εισαγωγή	1
1.1 Κατανομή του νερού	1
1.2 Κατανάλωση νερού και λειψυδρία	2
1.3 Αφαλάτωση	3
1.4 Διάθεση υγρών αποβλήτων	4
1.5 Βασικοί ορισμοί.....	5
1.6 Σκοπός της έρευνας.....	8
2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	9
2.1 Φλέβες θετικής άνωσης	9
2.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης με κεκλιμένο άξονα.....	10
2.3 Θεωρητικά – μαθηματικά μοντέλα.....	14
2.4 Πειραματικά αποτελέσματα φλεβών αρνητικής άνωσης υπό γωνία.....	15
3 Θεωρητική ανάλυση.....	19
3.1 Το υπό μελέτη πρόβλημα.....	19
3.1.1 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.....	19
3.1.2 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα.....	20
3.1.3 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη.....	21
3.1.4 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας	22
3.1.5 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα	23
3.1.6 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη	24
3.2 Στοιχεία ανωστικών φλεβών	26
3.3 Διαστατική ανάλυση	28
3.4 Ολοκληρωματικό μοντέλο.....	30
3.5 Ο ρόλος της θερμοκρασίας	32
4 Μοντέλο προσομοίωσης ροής ανωστικών φλεβών	35
4.1 Φλέβες θετικής άνωσης	35

4.1.1	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.....	35
4.1.2	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς	37
4.2	Φλέβες αρνητικής άνωσης.....	39
4.2.1	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας	39
4.2.2	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς	40
4.3	Παράμετροι προσομοίωσης.....	42
4.3.1	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.....	42
4.3.2	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα.....	44
4.3.3	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη.....	46
4.3.4	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας	47
4.3.5	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα	47
4.3.6	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη	49
5	Αποτελέσματα μοντέλου προσομοίωσης ροής ανωστικών φλεβών.....	51
5.1	Φλέβες θετικής άνωσης	51
5.1.1	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.....	51
5.1.2	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα.....	65
5.1.3	Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη.....	81
5.1.4	Σύγκριση φλεβών θετικής άνωσης.....	94
5.2	Φλέβες αρνητικής άνωσης.....	98
5.2.1	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας	98
5.2.2	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα	110
5.2.3	Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη	128
5.2.4	Σύγκριση φλεβών αρνητικής άνωσης	141
5.2.5	Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας	144
5.2.6	Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα	148
5.2.7	Αξονικές αραιώσεις φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.....	151
5.2.8	Αξονικές αραιώσεις φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα	154
6	Συμπεράσματα	157
	Βιβλιογραφικές αναφορές	163
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	167

Συμβολισμοί

Λατινικά σύμβολα

- A Εγκάρσια διατομή της φλέβας
- B Ειδική άνωση
- B_o Αρχική ειδική άνωση (στο στόμιο εξόδου)
- C Συγκέντρωση της φλέβας σε μια τυχαία θέση
- C_α Συγκέντρωση του αποδέκτη
- C_c Συγκέντρωση στον άξονα της φλέβας σε μια τυχαία θέση
- C_M Μέση χρονικά συγκέντρωση
- C_{Mc} Μέση χρονικά συγκέντρωση στον άξονα της φλέβας
- C_o Αρχική συγκέντρωση της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)
- C_{RMS} RMS τιμή της συγκέντρωσης
- D Διάμετρος του στομίου παροχέτευσης της φλέβας
- F_o Αρχικός πυκνομετρικός αριθμός Froude (στο στόμιο εξόδου)
- g Επιτάχυνση της βαρύτητας
- g' Φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας σε μια τυχαία θέση
- g_c' Φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας στον άξονα της φλέβας σε μια τυχαία θέση
- g_o' Αρχική φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας (στο στόμιο εξόδου)
- l_M Χαρακτηριστική κλίμακα μήκους

l_0	Χαρακτηριστική κλίμακα μήκους
m	Ορμή (ποσότητα κίνησης) της φλέβας σε μια τυχαία θέση
M	Ειδική ορμή ή ειδική ποσότητα κίνησης
M_0	Αρχική ορμή ή αρχική ποσότητα κίνησης (στο στόμιο εξόδου)
q	Παροχή της φλέβας σε μια τυχαία θέση
Q	Ογκομετρική παροχή
Q_0	Αρχική παροχή της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)
Re	Αριθμός Reynolds
Re_0	Αρχικός αριθμός Reynolds (στο στόμιο εξόδου)
Ri	Αριθμός Richardson
Ri_0	Αρχικός αριθμός Richardson (στο στόμιο εξόδου)
RMS	Τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των διακυμάνσεων (Root Mean Square)
s	Αξονική απόσταση της φλέβας από την πηγή παροχέτευσης
S	Αραίωση ή διάλυση
S_{ave}	Μέση αραίωση ή μέση διάλυση
S_c	Ελάχιστη (ή αξονική) αραίωση/διάλυση
S_m	Αξονική αραίωση στο τερματικό ύψος ανόδου/βάθος καθόδου
S_r	Αξονική αραίωση στο σημείο επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης

S_T	Μέση χρονικά αραιώση
T	Θερμοκρασία
T_α	Θερμοκρασία αποδέκτη
T_M	Μέση χρονικά τιμή της θερμοκρασίας της φλέβας
T_o	Αρχική θερμοκρασία της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)
T_{RMS}	RMS τιμή της θερμοκρασίας
u	Μέση χρονικά ταχύτητα κατά τη διεύθυνση της ροής
U_o	Αρχική ταχύτητα της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)
x	Οριζόντια συντεταγμένη της θέσης μέτρησης
X_{max}	Οριζόντια θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου/βάθους καθόδου της φλέβας
X_r	Οριζόντια απόσταση από την πηγή μέχρι το σημείο επιστροφής του άξονα της φλέβας
X_{re}	Οριζόντια απόσταση από την πηγή μέχρι το σημείο επιστροφής του άνω (εξωτερικού) ορίου της φλέβας
z	Κατακόρυφη συντεταγμένη της θέσης μέτρησης, ύψος ανόδου/βάθος καθόδου
Z_{max}	Τερματικό ύψος ανόδου/βάθος καθόδου στον άξονα της φλέβας
Z_{me}	Τερματικό ύψος ανόδου/βάθος καθόδου στο άνω (εξωτερικό) όριο της φλέβας

Ελληνικά σύμβολα

α	Συντελεστής συμπαράσυρσης
β	Ανωστική δύναμη της φλέβας σε μια τυχαία θέση
Δ	Διαφορά

- θ Γωνία της φλέβας ως προς το οριζόντιο επίπεδο
- θ_0 Αρχική γωνία παροχέτευσης (στο στόμιο εξόδου) ως προς το οριζόντιο επίπεδο
- μ Δυναμική συνεκτικότητα (ιξώδες)
- ν Κινηματική συνεκτικότητα (ιξώδες)
- ρ_c Πυκνότητα στον άξονα της φλέβας σε μια τυχαία θέση
- ρ_w Πυκνότητα του νερού
- ρ_a Πυκνότητα του αποδέκτη
- ρ_0 Αρχική πυκνότητα της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

1 Εισαγωγή

1.1 Κατανομή του νερού

Το νερό αποτελεί ένα από τα πιο βασικά αγαθά, όχι μόνο για τον άνθρωπο, αλλά και για την πανίδα και τη χλωρίδα της γης, καθώς χωρίς αυτό δε θα μπορούσε να υπάρξει ζωή. Εκτιμάται ότι πάνω στη γη υπάρχουν $1,36 \cdot 10^{12} \text{ hm}^3$ νερό, μέγεθος που κανονικά θα ήταν εφησυχαστικό, αν το 97,2% αυτού δεν ήταν αλμυρό. Το 2,8% που απομένει αποτελεί το γλυκό νερό. Από αυτό το 76,8% είναι παγιδευμένο στους παγετώνες, το 22,3% αποτελεί το υπόγειο νερό και το 0,15% αντιστοιχεί στο νερό της βιομάζας. Συνεπώς το νερό που βρίσκεται στα ποτάμια και τις λίμνες αποτελεί μόνο το 0,325% του γλυκού νερού ή αλλιώς το 0,0091% του συνολικού υδάτινου όγκου της γης (Μιμίκου & Μπαλτάς, 2006). Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι η έλλειψη νερού μαστίζει τη γη. Στον πίνακα 1.1 παρουσιάζεται η παγκόσμια κατανομή του νερού.

Πίνακας 1.1 Παγκόσμια κατανομή του νερού (Μιμίκου & Μπαλτάς, 2006)

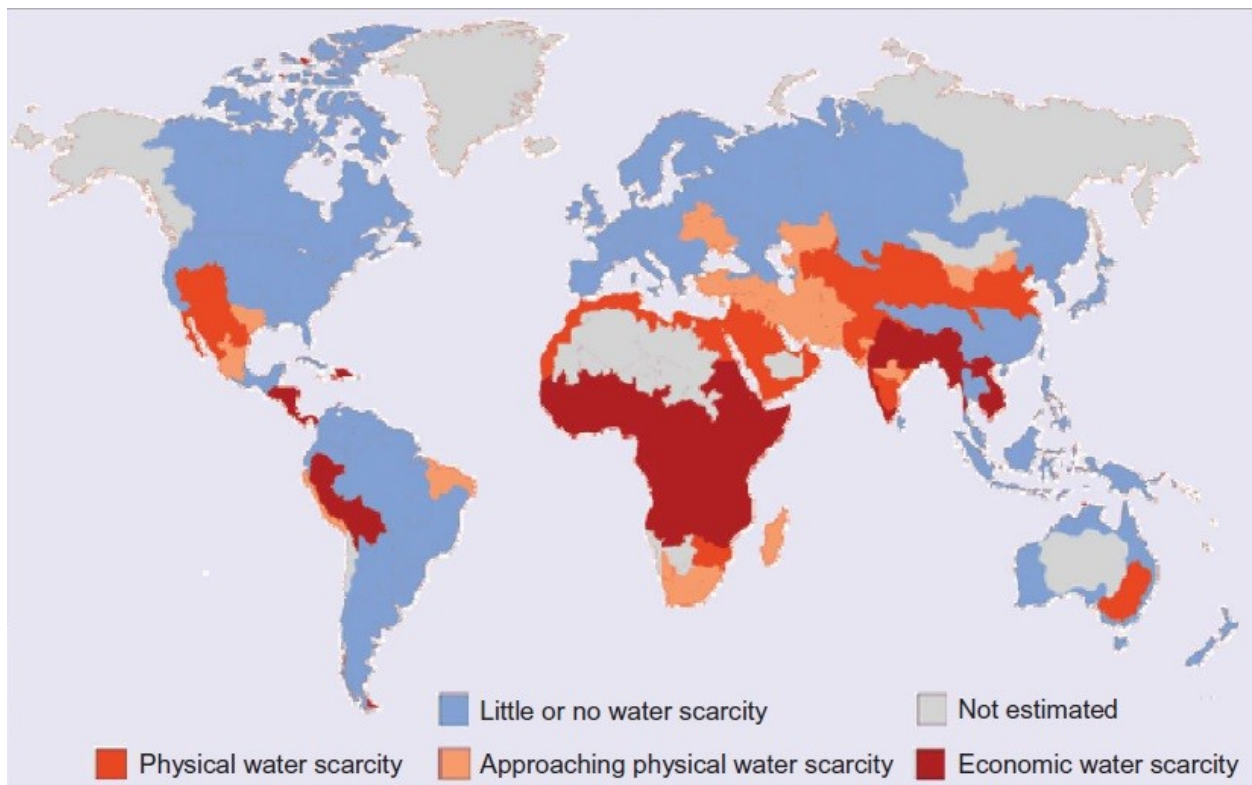
	Όγκος [$\times 10^6 \text{ hm}^3$]	Ποσοστό [%]
(α) Νερό στην ατμόσφαιρα	13	0,001
(β) Επιφανειακά νερά		
(i) Νερό στους ωκεανούς	1 320 000	97,2
(ii) Αλμυρό νερό σε λίμνες	104	0,008
(iii) Γλυκό νερό σε λίμνες	25	0,009
(iv) Γλυκό νερό σε ποταμούς	1,25	0,0001
(v) Παγετώνες	29 000	2,15
(vi) Νερό στη βιομάζα	50	0,004
(γ) Υπόγεια νερά		
(i) Νερό στην ακόρεστη ζώνη	67	0,005
(ii) Υπόγεια νερά σε βάθος 800 m	4 200	0,31
(iii) Υπόγεια νερά σε βάθος από 800-4000 m	4 200	0,31
Σύνολο	1 360 000	100

1.2 Κατανάλωση νερού και λειψυδρία

Η λειψυδρία μαστίζει το κόσμο σήμερα, καθώς πάνω από ένα δισεκατομμύριο άνθρωποι ζουν σε περιοχές που παρουσιάζουν έλλειψη νερού (Koutsoyiannis, 2011) (πρβλ. σχήμα 1.1). Το πρόβλημα αυτό θα ενταθεί στο μέλλον, καθώς εκτιμάται ότι το 2025 τα άτομα που θα ζουν σε περιοχές με λειψυδρία θα ξεπεράσουν τα 1,8 δις, ενώ τα 2/3 του κόσμου δεν θα έχουν επαρκή ποσότητα καθαρού νερού.

Ένας λόγος που συμβάλλει στην παραπάνω κατάσταση είναι η δραματική αύξηση της κατανάλωσης νερού παγκοσμίως, η οποία οφείλεται στην αύξηση του πληθυσμού και την ικανοποίηση των αυξημένων αναγκών του. Συγκεκριμένα, το 1900 η παγκόσμια κατανάλωση του νερού ήταν 579 000 hm³, το 2000 είχε φθάσει τα 3 973 000 hm³, αύξηση που ξεπερνάει το 580%, ενώ αναμένεται ότι θα φθάσει τα 5 235 000 hm³ μέχρι το 2025 (Koutsoyiannis, 2011).

Καθίσταται λοιπόν εμφανές ότι πρέπει να βρεθούν τρόποι, ώστε να αντιμετωπιστεί το παραπάνω πρόβλημα.



Σχήμα 1.1 Παγκόσμια κατανομή έλλειψης νερού (Πηγή: Koutsoyiannis, 2011)

1.3 Αφαλάτωση

Μία νέα πηγή καθαρού γλυκού νερού έρχεται στο προσκήνιο μέσω της αφαλάτωσης. Αφαλάτωση είναι η διεργασία αφαίρεσης αλάτων από μια αλατούχα ουσία και κυρίως από αλατούχα ύδατα. Έτσι κατ' επέκταση είναι μια μέθοδος ανάκτησης πόσιμου νερού από θαλασσινό νερό, υφάλμυρα ποτάμια και λίμνες¹.

Για την υλοποίηση της αφαλάτωσης έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι, από τις οποίες καμία δεν μπορεί να θεωρηθεί ως η βέλτιστη. Το ποια μέθοδος θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως η τοποθεσία, η διαθεσιμότητα της ενέργειας, η προέλευση του νερού κ.λπ (N. E. Ρήγος-Λαλέας, 2015).

Οι μέθοδοι αφαλάτωσης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε 2 κύριες κατηγορίες:

- (α) στις μεθόδους που στηρίζονται στην απόσταξη, όπως
 - (i) η απόσταξη πολλαπλής φάσης (Multi Stage Flash distillation – MSF) (σχήμα 1.2)
 - (ii) η εξάτμιση πολλαπλής επίδρασης (Multi Effect Evaporator – MED/ME)
 - (iii) η συμπίεση ατμού (Vapor Compression – VC)
- (β) στις μεθόδους στις οποίες γίνεται χρήση μεμβρανών, όπως
 - (i) η αντίστροφη ηλεκτροδιάλυση (Electrodialysis Reversal – ER)
 - (ii) η αντίστροφη όσμωση (Reverse Osmosis – RO)
 - (iii) η μέθοδος νανοφιλτραρίσματος (Nanofiltration – NF)
 - (iv) η απόσταξη μέσω μεμβράνης (Membrane Distillation – MD)

Άλλες μέθοδοι αφαλάτωσης, οι οποίες όμως δεν απέδωσαν εμπορικά, είναι:

- (α) η ψύξη
- (β) η απόσταξη με μεμβράνες (I. B. Πασίσης).

Οι μέθοδοι που στηρίζονται στην απόσταξη είναι οικονομικά ακριβείς μέθοδοι αφαλάτωσης και χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στις χώρες της Μέσης Ανατολής, ενώ στις υπόλοιπες χώρες χρησιμοποιούνται οι μεμβράνες ως πιο οικονομικές. Στην παρούσα εργασία, το ενδιαφέρον έγκειται στις μεθόδους απόσταξης, γιατί το αλμόλοιπο, δηλαδή το διάλυμα που μένει μετά την αφαλάτωση του θαλασσινού νερού (Παπακωνσταντής, 2009), που παράγουν και διαθέτουν στη θάλασσα βρίσκεται σε υψηλότερη θερμοκρασία από αυτή του περιβάλλοντος ρευστού και με διπλάσια αλατότητα, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται φλέβες αρνητικής άνωσης.

¹ <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%86%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7>



Σχήμα 1.2 Εγκατάσταση αφαλάτωσης νερού MSF στη Σαουδική Αραβία²

1.4 Διάθεση υγρών αποβλήτων

Εκτός από το αλμόλιπο, υπάρχουν και άλλα υγρά απόβλητα τα οποία διατίθενται σε υδάτινους αποδέκτες, όπως σε ποτάμια, λίμνες, παράκτιες περιοχές κ.λπ. Τα απόβλητα αυτά έχουν διαφορετική πυκνότητα από αυτή του αποδέκτη τις περισσότερες φορές, το οποίο οδηγεί στη δημιουργία ανωστικών ροών, δηλαδή ροών που χαρακτηρίζονται από ανωστικές δυνάμεις. Κάποιες φορές η πυκνότητα των υγρών αποβλήτων είναι μικρότερη της πυκνότητας του αποδέκτη, όπως όταν τα υγρά απόβλητα είναι αστικά λύματα μιας περιοχής, ορισμένα υγρά βιομηχανικά απόβλητα, το νερό ψύξης υδροηλεκτρικών σταθμών κ.λπ., ενώ άλλες φορές μεγαλύτερη, όπως όταν πρόκειται για νερά που παρασύρουν φερτές ύλες, διάφορα βιομηχανικά απόβλητα που λόγω κάποιων προσμίξεων γίνονται βαρύτερα (π.χ. υπολείμματα από εγκαταστάσεις λιπαντικών), το αλμόλιπο κ.λπ.

Ο επικρατέστερος τρόπος διάθεσης των υγρών αποβλήτων είναι η παροχέτευσή τους μέσω διαχυτήρων, προκειμένου να σχηματίζονται τυρβώδεις φλέβες. Ως τυρβώδης φλέβα ορίζεται η εκροή υγρού από σπή ή σχισμή μέσα σε μεγάλο όγκο ρευστού με διαφορετική πυκνότητα. Χαρακτηριστικό των τυρβωδών φλεβών είναι η συμπαράσυρση μεγάλων μαζών νερού από τον αποδέκτη, μηχανισμός που οδηγεί στη μείωση της συγκέντρωσης του δείκτη (ρυπογόνων και μη συστατικών που μεταφέρει η φλέβα) και κατά συνέπεια στην αραίωση (διάλυση) της παροχετευόμενης ποσότητας δείκτη (Παπακωνσταντής, 2009).

² <http://www.sasakura.co.jp/e/products/water/106.html>

Επειδή συνήθως τα υγρά απόβλητα παροχετεύονται μέσω των διαχυτήρων από τον πυθμένα προς την επιφάνεια του αποδέκτη, δημιουργούνται ανωστικές φλέβες. Ως ανωστική φλέβα ορίζεται μία φλέβα της οποίας η πυκνότητα στην εκροή διαφέρει από την πυκνότητα του αποδέκτη, ενώ διατηρεί μερικά από τα χαρακτηριστικά των απλών φλεβών, όπως η εξάρτησή της από την αρχική παροχή και την αρχική ορμή (λόγω της αρχικής ταχύτητας παροχέτευσης), αλλά και μερικά χαρακτηριστικά των πλουμίων, όπως η εξάρτησή της από την αρχική ανωστική δύναμη (Κωτσοβίνος & Αγγελίδης, 2008).

Όταν η ανωστική δύναμη είναι προς την ίδια κατεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ορμής, δηλαδή της αρχικής ταχύτητας, τότε η φλέβα χαρακτηρίζεται ως φλέβα θετικής άνωσης, όπως είναι στην περίπτωση υγρών αποβλήτων με μικρότερη πυκνότητα από αυτή του αποδέκτη που παροχετεύονται από τον πυθμένα προς την επιφάνεια του αποδέκτη. Αντιθέτως, όταν η ανωστική δύναμη είναι προς την αντίθετη κατεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ορμής, δηλαδή της αρχικής ταχύτητας, τότε η φλέβα χαρακτηρίζεται ως φλέβα αρνητικής άνωσης, όπως είναι στην περίπτωση υγρών αποβλήτων με μεγαλύτερη πυκνότητα από αυτή του αποδέκτη που παροχετεύονται από τον πυθμένα προς την επιφάνεια του αποδέκτη (Παπακωνσταντής, 2009).

Μέχρι πρόσφατα, η έρευνα είχε εστιάσει αποκλειστικά στη μελέτη των φλεβών θετικής άνωσης, αμελώντας τις φλέβες αρνητικής άνωσης. Η αύξηση όμως των βιομηχανικών αποβλήτων με πυκνότητα μεγαλύτερη από αυτή του αποδέκτη, όπως και η αύξηση της ποσότητας του αλμόλοιπου που διατίθεται στη θάλασσα, λόγω της αύξησης των εγκαταστάσεων αφαλάτωσης, κατέστησε τη μελέτη των φλεβών αρνητικής άνωσης ένα επίκαιρο θέμα.

Η μελέτη των φλεβών αρνητικής άνωσης θα οδηγήσει στην καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς τους, το οποίο θα βοηθήσει στον περιορισμό των δυσμενών επιπτώσεων που δημιουργούν στον αποδέκτη και ιδιαίτερα στον πυθμένα του, καθώς οι φλέβες αρνητικής άνωσης επιστρέφουν στον πυθμένα. Ο περιορισμός των δυσμενών επιπτώσεων θα καταστεί δυνατός με την επίτευξη της μέγιστης αραιώσης, η οποία προϋποθέτει τον βέλτιστο σχεδιασμό του συστήματος διάθεσης των υγρών αποβλήτων, ο οποίος με τη σειρά του απαιτεί άριστη κατανόηση των φλεβών αρνητικής άνωσης ανάλογα με τα χαρακτηριστικά τους (Βραχιολίδης, 2016)

1.5 Βασικοί ορισμοί

Μία φλέβα ρευστού ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν στην εκροή της κατατάσσεται σε μία από τις ακόλουθες κατηγορίες:

(α) Απλή φλέβα ή jet. Ως απλή φλέβα χαρακτηρίζεται η εκροή ρευστού από ένα στόμιο ή μία σχισμή σε ένα ρευστό ίδιας πυκνότητας (Κωτσοβίνος & Αγγελίδης, 2008).

(β) Πλούμιο ή plume. Πλούμιο είναι η ροή που μοιάζει με την απλή φλέβα, αλλά προκαλείται από τη διαφορά πυκνότητας του εκρέοντος ρευστού από την πυκνότητα του περιβάλλοντος, που προκαλεί θετική ή αρνητική άνωση, ενώ η αρχική ορμή είναι αμελητέα (Κωτσοβίνος & Αγγελίδης, 2008).

(γ) Ανωστική φλέβα ή buoyant jet. Ανωστική φλέβα ονομάζεται η ροή που εκτός από αρχική ορμή, δηλαδή σημαντική αρχική ταχύτητα, έχει και διαφορά πυκνότητας με το περιβάλλον ρευστό. Οι δύο οριακές περιπτώσεις της ανωστικής φλέβας είναι η απλή φλέβα για αρχικό πυκνομετρικό αριθμό Froude $F_o = \infty$ και το πλούμιο για αρχικό αριθμό Froude $F_o \approx 1,5$. Επιπλέον η ανωστική φλέβα υποδιαιρείται στις εξής κατηγορίες:

(i) Φλέβα θετικής άνωσης. Όταν η ανωστική δύναμη είναι προς την ίδια κατεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ορμής, δηλαδή της αρχικής ταχύτητας, τότε η φλέβα χαρακτηρίζεται ως φλέβα θετικής άνωσης.

(ii) Φλέβα αρνητικής άνωσης. Όταν η ανωστική δύναμη είναι προς την αντίθετη κατεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ορμής, δηλαδή της αρχικής ταχύτητας, τότε η φλέβα χαρακτηρίζεται ως φλέβα αρνητικής άνωσης (Παπακωνσταντής, 2009).

Οι παράμετροι που επηρεάζουν τη ροή μιας φλέβας είναι οι εξής:

- (α) τα χαρακτηριστικά της ροής
- (β) οι περιβαλλοντικοί παράγοντες
- (γ) οι γεωμετρικοί παράγοντες

Στα χαρακτηριστικά της ροής υπάγονται η αρχική κατανομή ταχύτητας της φλέβας, το επίπεδο της τύρβης, η πυκνότητα του περιβάλλοντος ρευστού της φλέβας και η ύπαρξη οποιουδήποτε άλλου φυσικού χαρακτηριστικού, όπως είναι η θερμοκρασία και η αλατότητα, που επηρεάζουν την πυκνότητα.

Στους περιβαλλοντικούς παράγοντες ανήκουν τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος ρευστού, όπως η ένταση της τύρβης και η πυκνομετρική στρωμάτωση. Αυτοί οι παράγοντες συνήθως αρχίζουν να επηρεάζουν τη συμπεριφορά της φλέβας σε κάποια απόσταση από το σημείο εκροής του υπό αραίωση ρευστού στο περιβάλλον.

Στους γεωμετρικούς παράγοντες περιλαμβάνονται το σχήμα της φλέβας, ο προσανατολισμός της, η πιθανή αλληλεπίδρασή της με παρακείμενη φλέβα, τα στερεά όρια, αν η φλέβα είναι βυθισμένη, η σχέση της φλέβας με κάθε είδους επιφάνεια κ.λπ. (Κωτσοβίνος, 2008).

Τυρβώδης ροή είναι η ροή στην οποία η κίνηση των ρευστών σωματιδίων είναι ακανόνιστη, οι γραμμές ροής μεταβάλλονται χωρικά και χρονικά και υφίσταται έντονη μίξη μεταξύ γειτονικών στρώσεων. Η ροή χαρακτηρίζεται τυρβώδης, όταν ο αριθμός Reynolds είναι μεγάλος. Πειράματα έχουν δείξει ότι για αριθμό Reynolds μεγαλύτερο του 2000, η ροή είναι τυρβώδης (Νουτσόπουλος & Χριστοδούλου, 1996).

Ο αριθμός Reynolds Re είναι αδιάστατο μέγεθος και εκφράζει το λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας. Ορίζεται ως

$$Re_o = \frac{U_o D}{\nu} \quad (1.1)$$

όπου Re_o : ο αρχικός αριθμός Reynolds της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

U_o : η αρχική ταχύτητα της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

D : η διάμετρος του στομίου παροχέτευσης

ν : η κινηματική συνεκτικότητα.

Ο πυκνομετρικός αριθμός Froude F είναι αδιάστατο μέγεθος και εκφράζει το λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις βαρύτητας. Ορίζεται ως

$$F_o = \frac{U_o}{\sqrt{g \frac{|\rho_\alpha - \rho_o|}{\rho_o} D}} = \frac{U_o}{\sqrt{g'_o D}} \quad (1.2)$$

όπου g : η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

ρ_α : η πυκνότητα του αποδέκτη

ρ_o : η αρχική πυκνότητα της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

$g'_o = g \frac{|\rho_\alpha - \rho_o|}{\rho_o}$: η αρχική φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας (στο στόμιο εξόδου)

Η μέση αραιώση στη διατομή S_{ave} ορίζεται ως ο λόγος της συνολικής παροχής της φλέβας q στην εκάστοτε θέση προς την αρχική παροχή Q_o

$$S_{ave} = \frac{q}{Q_o} \quad (1.3)$$

Η αραιώση S σε μια θέση της φλέβας με πυκνότητα ρ ή με φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας g' μπορεί να οριστεί ως

$$S = \frac{g'_o}{g'} = \frac{\rho_\alpha - \rho_o}{\rho_\alpha - \rho} \quad (1.4)$$

όπου ρ : η πυκνότητα της φλέβας στη θέση που υπολογίζεται η αραιώση

ή ισοδύναμα συναρτήσει της συγκέντρωσης C ουσίας (δείκτη) που μεταφέρει η φλέβα ως:

$$S = \frac{C_o - C_a}{C - C_a} \quad (1.5)$$

όπου C_α : η συγκέντρωση του αποδέκτη

C_o : η αρχική συγκέντρωση του δείκτη (στο στόμιο εξόδου)

C : η συγκέντρωση του δείκτη στη θέση όπου υπολογίζεται η αραιώση.

Συνήθως λαμβάνονται μέσες χρονικές τιμές συγκέντρωσης, οπότε η αραιώση που υπολογίζεται είναι η μέση χρονικά αραιώση.

Συχνά υπολογίζεται η ελάχιστη αραιώση S_c , δηλαδή η αραιώση στον άξονα της φλέβας

$$S_c = \frac{g'_o}{g'_c} = \frac{\rho_o - \rho_a}{\rho_c - \rho_a} = \frac{C_o - C_a}{C_c - C_a} \quad (1.6)$$

όπου g'_c : η φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας στον άξονα της φλέβας για τη θέση που υπολογίζεται η αραίωση

ρ_c : η πυκνότητα στον άξονα της φλέβας στη θέση που υπολογίζεται η αραίωση

C_c : η συγκέντρωση στον άξονα της φλέβας στη θέση όπου υπολογίζεται η αραίωση (Παπακωνσταντής, 2009).

Τερματικό ύψος ανόδου της φλέβας είναι το μέγιστο ύψος που φθάνει η φλέβα σε μόνιμη κατάσταση (Παπακωνσταντής, 2009).

1.6 Σκοπός της έρευνας

Δημιουργήσαμε ένα μοντέλο το οποίο προσομοιώνει τη ροή ανωστικών φλεβών και υπολογίζει τα χαρακτηριστικά τους σε κάθε θέση. Οι ανωστικές φλέβες που εξετάζονται είναι θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας ή θερμοκρασιακής διαφοράς μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη και αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας ή διαφοράς θερμοκρασίας.

Όπου είναι δυνατόν τα αποτελέσματα του μοντέλου συγκρίνονται με υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα, προκειμένου να επαληθευτεί η ορθότητά του. Επίσης μέσω των αποτελεσμάτων του μοντέλου παρατηρείται η συμπεριφορά των χαρακτηριστικών της ροής κατά μήκος της τροχιάς, το οποίο είναι αρκετά δύσκολο να πραγματοποιηθεί μέσω των πειραμάτων. Μέσω του μοντέλου εξετάσαμε την επίδραση διαφόρων παραμέτρων στα χαρακτηριστικά της ροής, όπως του αριθμού Froude F_o και της θερμοκρασιακής διαφοράς.

Το μοντέλο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε πρακτικές εφαρμογές, όσο και για ερευνητικούς σκοπούς. Οι εταιρείες που διαθέτουν υγρά απόβλητα σε κάποιον υδάτινο αποδέκτη μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να σχεδιάσουν ένα καλύτερο σύστημα διάθεσης, ώστε να ελαχιστοποιήσουν τις επιπτώσεις που έχουν τα απόβλητα στον αποδέκτη. Οι ερευνητές μπορούν να το χρησιμοποιήσουν τόσο σε περιπτώσεις που δεν είναι δυνατόν να ελεγχθούν πειραματικά λόγω εργαστηριακών δυσκολιών, όσο και για να αποκτήσουν μια ιδέα για το τι αποτελέσματα θα πρέπει να περιμένουν από τα πειράματά τους.

2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Οι φλέβες, τα πλούμια και γενικότερα οι ανωστικές φλέβες που διατίθενται σε υδάτινο περιβάλλον αποτελούν ένα αντικείμενο μελέτης που έχει εξετασθεί ενδελεχώς τις τελευταίες δεκαετίες. Η μελέτη καλύπτει ένα μεγάλο εύρος συνθηκών, όπως διάθεση σε ομογενές ή στρωματωμένο περιβάλλον ως προς την πυκνότητα, πλευρικά περιορισμένο ή μη πλευρικά περιορισμένο περιβάλλον, στάσιμο ή κινούμενο περιβάλλον κ.λπ (Παπακωνσταντής, 2009). Στην αρχή εξετάστηκαν κυρίως οι φλέβες θετικής άνωσης, τόσο οι κατακόρυφες όσο και οι κεκλιμένες ως προς τον οριζόντιο άξονα, αλλά τα τελευταία χρόνια το ενδιαφέρον έχει στραφεί στις φλέβες αρνητικής άνωσης, λόγω της πρακτικής εφαρμογής των αποτελεσμάτων στις μονάδες αφαλάτωσης. Οι φλέβες αρνητικής άνωσης μπορεί να είναι είτε κατακόρυφες είτε κεκλιμένες ως προς τον οριζόντιο άξονα.

2.1 Φλέβες θετικής άνωσης

Οι Morton et al (1956) παρουσίασαν τις εξής παραδοχές για ένα ολοκληρωματικό μοντέλο, στις οποίες βασίστηκαν όσοι μετέπειτα ανέπτυξαν ολοκληρωματικά μοντέλα:

- (α) ο ρυθμός συμπαράσυρσης είναι ανάλογος της μέσης αξονικής ταχύτητας στην εκάστοτε θέση
- (β) τα προφίλ ταχύτητας και άνωσης είναι όμοια στις διάφορες διατομές της τροχιάς
- (γ) οι μεταβολές της πυκνότητας είναι πολύ μικρές ως προς μια πυκνότητα αναφοράς

Οι List & Imberger (1973) παρουσίασαν αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων μιας ανωστικής φλέβας συναρτήσει του αριθμού Richardson, τις οποίες επαλήθευσαν με πειραματικά αποτελέσματα.

Ο Kotsovinos (1975) μελέτησε τη συμπαράσυρση και την ανάμιξη κατακόρυφων δισδιάστατων θερμαινόμενων ανωστικών φλεβών σε ομογενή και ακίνητο αποδέκτη. Εκτέλεσε ένα πλήθος πειραμάτων για ένα μεγάλο εύρος του αριθμού Richardson στα οποία μετρούσε την ταχύτητα και την θερμοκρασία. Επίσης μελέτησε τις δισδιάστατες κατακόρυφες φλέβες και θεωρητικά.

Ο Kotsovinos (1978) διατύπωσε σχέσεις υπολογισμού της αξονικής συγκέντρωσης σε κυκλικές φλέβες.

Οι Fischer et al (1979) συνόψισαν αρκετές εργασίες, τόσο πειραματικές όσο και θεωρητικές, σχετικές με τις φλέβες και τα πλούμια. Επιπλέον παρουσίασαν ένα μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης κατακόρυφων ανωστικών φλεβών.

Οι Noutsopoulos & Yannopoulos (1987) κατέστρωσαν αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού της αξονικής ταχύτητας και συγκέντρωσης κατά μήκος του άξονα της φλέβας, που επιβεβαίωσαν μέσω πειραμάτων σε κυκλικές ανωστικές φλέβες, στα οποία μετρήθηκε η αξονική ταχύτητα και η κατανομή της συγκέντρωσης.

Οι Papanicolaou & List (1988) έκαναν μια σειρά πειραμάτων χρησιμοποιώντας τις τεχνικές Laser Doppler Anemometry (LDA) και Laser Induced Fluorescence (LIF), Οι τεχνικές αυτές κατέστησαν δυνατή την παρουσίαση αποτελεσμάτων και στην περιοχή όπου η ροή γίνεται πλούμιο. Από τα πειραματικά αποτελέσματα προέκυψαν παρατηρήσεις σχετικά με τα μέσα χαρακτηριστικά της ροής και τις ιδιότητες της τύρβης.

Πολλές επίσης εργασίες ασχολήθηκαν με ανωστικές φλέβες σε στρωματωμένο αποδέκτη, όπως αυτή των Wong & Wright (1988), Νάνου(1989), Konstantinidou & Papanicolaou (2003).

Ο Angelidis (2002) παρουσίασε ολοκληρωματικό μοντέλο για δισδιάστατες φλέβες των οποίων η διαφορά πυκνότητας προέρχεται από τη διαφορά θερμοκρασίας. Το μοντέλο συγκρίνεται ικανοποιητικά με πειραματικά αποτελέσματα ως προς την αραιώση και την τροχιά (Παπακωνσταντής, 2009).

Οι Wang & Law (2002) παρουσίασαν ένα ολοκληρωματικό μοντέλο δεύτερης τάξης για την προσομοίωση της ροής κατακόρυφων ανωστικών φλεβών σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη. Το μοντέλο στηρίζεται στις αρχές της διατήρησης της μάζας και ορμής και λαμβάνει υπόψη του τις τυρβώδεις ροές μάζας και ορμής.

Οι Agrawal & Prasad (2003) παρουσίασαν σχέσεις για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας, των τυρβώδων τάσεων Reynolds και της παραγωγής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

Ο Jirka (2004) παρουσίασε ένα μοντέλο προσομοίωσης της ροής κυκλικών ανωστικών φλεβών σε μη περιορισμένο πλευρικά αποδέκτη, ο οποίος είναι ομογενής ή στρωματωμένος, κινούμενος ή στάσιμος.

Οι Michas & Papanicolaou (2008) μελέτησαν οριζόντιες κυκλικές ανωστικές φλέβες σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη μέσω μιας σειράς πειραμάτων στα οποία μελέτησαν όλο το εύρος των φλεβών, από απλή φλέβα έως πλούμιο. Για την καταγραφή της τροχιάς χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές οπτικής καταγραφής, ενώ τα χαρακτηριστικά της ροής συλλέχθηκαν μέσω θερμίστορων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν με ένα μονοδιάστατο αριθμητικό μοντέλο, το οποίο λαμβάνει υπόψη του την απώλεια της ανωστικής δύναμης.

2.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης με κεκλιμένο άξονα

Οι Zeitoun et al (1970) μελέτησαν φλέβες αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Προσδιόρισαν πειραματικά το τερματικό ύψος ανόδου, καθώς και την αραιώση στη θέση αυτή. Τέλος, παρατήρησαν ότι η μέγιστη σε μήκος τροχιά, άρα και η μέγιστη αραιώση επιτυγχάνεται για γωνία εκτόξευσης 60° .

Οι Roberts & Toms (1987) πραγματοποίησαν μία σειρά πειραμάτων για να μελετήσουν τα χαρακτηριστικά των φλεβών αρνητικής άνωσης υπό γωνία σε οριζόντια ροή. Τα πειράματα έγιναν για γωνία 60° , προσδιορίστηκαν το τερματικό ύψος ανόδου, η αραιώση στο τερματικό

ύψος ανόδου, καθώς και η αραίωση στο σημείο όπου η φλέβα επιστρέφει στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης.

Ο Lindberg (1994) μελέτησε πειραματικά φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε ακίνητο και κινούμενο αποδέκτη. Οι γωνίες που μελετήθηκαν ήταν 30, 45 και 60°. Μέσω μιας τεχνικής, η οποία εξάγει τον μέσο όρο των παρατηρήσεων χρησιμοποιώντας πολλά στιγμιότυπα, προσδιορίστηκαν οι συντεταγμένες του τερματικού ύψους ανόδου και στις τρεις διαστάσεις, το πλάτος της φλέβας σε αυτή τη θέση κατά τη διάσταση y και z .

Οι Roberts et al (1997) μελέτησαν πειραματικά φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία 60° χρησιμοποιώντας την τεχνική Laser-Induced Fluorescence (LIF) και αγωγιμόμετρα. Προσδιόρισαν το τερματικό ύψος ανόδου, την αραίωση στη θέση αυτή και την οριζόντια απόσταση στο σημείο επιστροφής της φλέβας.

Οι Bloomfield & Kerr (2002) παρουσίασαν τα πειραματικά αποτελέσματα από τη μελέτη φλεβών αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο, σε ομογενή και στρωματοποιημένο αποδέκτη. Μέσω των πειραμάτων προσδιόρισαν το αρχικό τερματικό ύψος της φλέβας και το τελικό τερματικό ύψος, το οποίο είναι μικρότερο του αρχικού τερματικού ύψους. Παρατηρείται ότι το αρχικό τερματικό ύψος μειώνεται όσο μειώνεται η γωνία παροχέτευσης, ενώ το τελικό τερματικό ύψος παρουσιάζει το μέγιστο σε γωνία 80°. Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στη μειωμένη αλληλεπίδραση μεταξύ της ανοδικής με την καθοδική ροή, καθώς και στη μείωση της κατακόρυφης ορμής της φλέβας, όσο μειώνεται η γωνία παροχέτευσης.

Οι Cipollina et al (2005) μελέτησαν πειραματικά φλέβες αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία 30, 45 και 60°, για διαφορετικές διαμέτρους στομίου, με διαφορετικές πυκνομετρικές διαφορές και διαφορετικούς αριθμούς Froude. Τα αποτελέσματα ήταν η οριζόντια απόσταση του σημείου επιστροφής της φλέβας στο επίπεδο παροχέτευσης, το ύψος του εξωτερικού ορίου και του άξονα της φλέβας στο τερματικό ύψος της, καθώς και η απόσταση του σημείου αυτού από το σημείο παροχέτευσης.

Οι Kikkert et al (2007) παρουσίασαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από πειράματα για φλέβες αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία που κυμαινόταν από 0 έως 75° και με αρχικούς πυκνομετρικούς αριθμούς Froude που κυμαίνονταν από 14 έως 99. Οι μετρήσεις έγιναν με τη χρήση των τεχνικών Light Attenuation (LA) και LIF. Τα αποτελέσματα αφορούν το τερματικό ύψος ανόδου της φλέβας στο εξωτερικό όριο και τον άξονα, την οριζόντια απόσταση του τερματικού ύψους από την πηγή, την οριζόντια απόσταση στο σημείο επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης, καθώς και την αραίωση στη θέση του τερματικού ύψους και του σημείου επιστροφής της φλέβας.

Οι Parakonstantis et al (2007) παρουσίασαν πειραματικά αποτελέσματα για το τερματικό ύψος ανόδου φλεβών αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνίες 45, 60, 75 και 90° ως προς το οριζόντιο επίπεδο.

Ο Παπακωνσταντής (2009) στο διδακτορικό του μελέτησε τόσο υπολογιστικά όσο και πειραματικά τις φλέβες αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το

οριζόντιο επίπεδο σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη. Το υπολογιστικό κομμάτι της μελέτης περιλαμβάνει τη χρήση δύο ολοκληρωματικών μοντέλων, του μοντέλου GM (κατανομές ταχύτητας και φαινόμενης επιτάχυνσης της βαρύτητας κατά Gauss) και του μοντέλου THM (ομοιόμορφες κατανομές, top-hat), για την προσομοίωση της ροής των φλεβών αρνητικής άνωσης και τη χρήση διαστατικής ανάλυσης για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών των φλεβών συναρτήσει των αρχικών παραμέτρων στην εκροή της φλέβας. Στο πειραματικό μέρος της μελέτης του πραγματοποιήσε ένα μεγάλο αριθμό πειραμάτων, τα οποία χωρίζονται σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος περιλάμβανε 66 πειράματα, τα οποία έγιναν για τη μελέτη της τροχιάς της φλέβας με τη χρήση βιντεοσκόπησης, στα οποία η φλέβα χρωματιζόταν για να είναι ορατή. Οι γωνίες που μελετήθηκαν ήταν οι 45, 60, 75, 80, 85 και 90° ως προς το οριζόντιο επίπεδο, ενώ ο αρχικός αριθμός Froude κυμαινόταν από 10 έως 60. Μέσω αυτών των πειραμάτων προσδιορίστηκαν το αρχικό και τελικό τερματικό ύψος ανόδου της φλέβας, η οριζόντια θέση του τελικού τερματικού ύψους, η οριζόντια απόσταση της θέσης του άνω ορίου και του άξονα της φλέβας στην περιοχή επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης από το στόμιο παροχέτευσης. Το δεύτερο μέρος περιλάμβανε 95 πειράματα για τη μέτρηση της συγκέντρωσης σε χαρακτηριστικές θέσεις της ροής της φλέβας. Μελετήθηκαν οι περιπτώσεις με γωνία παροχέτευσης 45, 60 και 75° και αρχικό αριθμό Froude από 20 έως 50. Προσδιορίστηκε η συγκέντρωση στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου και της περιοχής επιστροφής της φλέβας, η κατανομή της μέσης χρονικά συγκέντρωσης και της έντασης των τυρβωδών διακυμάνσεων της συγκέντρωσης. Υπολογίστηκε η αξονική αραιώση στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου και στην περιοχή επιστροφής της φλέβας. Τέλος, μέσω δύο ολοκληρωματικών μοντέλων, του μοντέλου GM (κατανομές ταχύτητας και φαινόμενης επιτάχυνσης της βαρύτητας κατά Gauss) και του μοντέλου THM (ομοιόμορφες κατανομές), προσομοίωσε τη ροή των φλεβών αρνητικής άνωσης.

Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε είναι τα εξής

(α) Από τα πειράματα

(i) Το αρχικό και τελικό τερματικό ύψος, η οριζόντια θέση του τερματικού ύψους, του άξονα και του άνω ορίου της φλέβας στο επίπεδο παροχέτευσης επαλήθευσαν τη θεωρητική ανάλυση.

(ii) Το αδιάστατο ως προς τη διάμετρο και τον αριθμό Froude F_0 τελικό τερματικό ύψος αυξάνεται με τη γωνία παροχέτευσης μέχρι τη μέγιστη τιμή του, η οποία είναι στις 80°.

(iii) Η αδιάστατη ως προς τη διάμετρο και τον αριθμό Froude F_0 οριζόντια θέση εμφάνισης του τελικού τερματικού ύψους μειώνεται με αύξηση της γωνίας παροχέτευσης.

(iv) Η κατανομή της μέσης συγκέντρωσης ακολουθεί με καλή προσέγγιση την κατανομή Gauss από τη θέση του άξονα της φλέβας μέχρι το άνω όριο, ενώ αποκλίνει σημαντικά από τη θέση του άξονα της φλέβας μέχρι το κάτω όριο.

(γ) Από τα ολοκληρωματικά μοντέλα

(i) Όταν χρησιμοποιείται ο συντελεστής συμπαράσυρσης $a_j=0,055$ που έχει μετρηθεί σε απλές φλέβες χωρίς άνωση, τα μοντέλα υποεκτιμούν σημαντικά τα πειραματικά δεδομένα.

(ii) Όταν εφαρμόζεται μικρότερη τιμή για το συντελεστή συμπαράσυρσης στην αρχή της φλέβας, τότε οι προβλέψεις βελτιώνονται.

Ο Oliver (2012) στο διδακτορικό του ασχολήθηκε με τις φλέβες αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία 15 έως 75° σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη. Για τη συλλογή δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η τεχνική LIF, τεχνικές οπτικής παρατήρησης και καταγραφής, όπως π.χ. κάμερα. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζει αφορούν:

(α) την κατανομή της μέσης συγκέντρωσης αδιαστατοποιημένη ως προς τη μέγιστη συγκέντρωση, για την οποία συμπεραίνει ότι από τον άξονα μέχρι και το άνω όριο της φλέβας ακολουθεί κατανομή Gauss.

(β) την τροχιά των φλεβών αρνητικής άνωσης, η οποία δεν είναι παραβολική.

(γ) το τερματικό ύψος ανόδου, το οποίο αδιαστατοποιημένο ως προς τη διάμετρο και τον αριθμό Froude F_o είναι περίπου σταθερό ανεξάρτητα των αρχικών συνθηκών στην εκροή

(δ) την οριζόντια απόσταση από το στόμιο παροχέτευσης μέχρι το σημείο επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης, η οποία αδιαστατοποιημένη ως προς τη διάμετρο και τον αρχικό αριθμό Froude είναι περίπου σταθερή ανεξάρτητα των αρχικών συνθηκών στην εκροή

(ε) την ελάχιστη αραίωση αδιαστατοποιημένη ως προς τη μέγιστη αραίωση και τον αριθμό Froude F_o κατά μήκος του άξονα.

Επίσης εισάγει ένα καινούριο θεωρητικό μοντέλο το “Forced jet model” το οποίο προβλέπει την αραίωση σε παροχέτευση γωνίας μέχρι 60°. Το μοντέλο αυτό όμως θεωρεί ότι στην περιοχή αναστροφής της ροής οι αστάθειες λόγω της ανωστικής δύναμης επηρεάζουν ελάχιστα τη ροή, για αυτό και η ανωστική δύναμη αντικαθίσταται με μία σταθερή τιμή, η οποία να μην παρουσιάζει τα επιθυμητά αποτελέσματα, δεν έχει όμως καμία φυσική υπόσταση.

Ο Crowe (2013) στο διδακτορικό του μελέτησε την επίδραση του κάτω ορίου στις φλέβες αρνητικής άνωσης. Επικεντρώθηκε στη μελέτη των ταχυτήτων μέσω της μεθόδου μέτρησης σωματιδίων (Particle Tracking Velocimetry – PTV), η οποία δεν επηρεάζει καθόλου τη ροή της φλέβας, καθώς τα σωματίδια γίνονται ορατά μέσω της χρήσης laser, το οποίο επιτρέπει τη βιντεοσκόπηση των σωματιδίων. Αρχικά μελέτησε πειραματικά φλέβες αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία 15 έως 75° χωρίς την επίδραση του αποδέκτη. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που εξήχθησαν από τις ταχύτητες συνάδουν με τα αποτελέσματα της διαστατικής ανάλυσης. Στη συνέχεια πραγματοποίησε πειράματα για να εξετάσει την επιρροή του κάτω ορίου σε φλέβες αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνίες 30, 45 και 60°.

Ο Βραχιολίδης (2016) μελέτησε πειραματικά θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονταν υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο με κατεύθυνση από την

ελεύθερη επιφάνεια προς τον πυθμένα του αποδέκτη. Εξετάσθηκαν δύο γωνίες, οι 45 και οι 60° και για τη συλλογή δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν οκτώ θερμίστορες. Τα αποτελέσματα ήταν σχετικά με τις κατανομές της μέσης θερμοκρασίας και της έντασης τύρβης στο μέγιστο βάθος, το τερματικό βάθος του άξονα και την οριζόντια απόστασή του από την πηγή, την οριζόντια απόσταση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο της πηγής, καθώς και την αραίωση στο τερματικό βάθος και στη θέση επιστροφής.

2.3 Θεωρητικά – μαθηματικά μοντέλα

Ελάχιστοι είναι αυτοί που έχουν ασχοληθεί με θεωρητικά-μαθηματικά μοντέλα που προσομοιώνουν τη ροή φλεβών αρνητικής άνωσης.

Ο Pantokratoras (1999) υπολόγισε το τερματικό βάθος καθόδου μίας θερμαινόμενης φλέβας η οποία παροχετεύεται υπό γωνία προς το οριζόντιο επίπεδο προς τα κάτω χρησιμοποιώντας μία τροποποιημένη έκδοση του ολοκληρωματικού μοντέλου Fan-Brooks, στο οποίο αντικατέστησε τον αρχικό πυκνομετρικό αριθμό Froude με έναν αρχικό “effective Froude number”.

Οι Cipollina et al (2004) πρότειναν ένα μοντέλο το οποίο προβλέπει τη συμπεριφορά φλεβών αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία. Το μοντέλο έχει ως παραμέτρους εισαγωγής την παροχή, την πυκνότητα, τη γωνία παροχέτευσης και τη διάμετρο του στομίου και ως αποτελέσματα δίνει την τροχιά και την αραίωση. Το μοντέλο θεωρεί ότι οι κατανομές ταχύτητας και συγκέντρωσης ακολουθούν την κατανομή Gauss και ότι ο συντελεστής συμπαράσυρσης έχει μία σταθερή τιμή.

Οι Kikkert et al (2007) ανέπτυξαν αναλυτικές λύσεις για την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών φλεβών αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία. Τα αποτελέσματα από τις αναλυτικές λύσεις σχετικά με το τερματικό ύψος του άνω ορίου και του άξονα, την οριζόντια απόσταση από το σημείο παροχέτευσης μέχρι τη θέση του τερματικού ύψους και την οριζόντια απόσταση από το σημείο παροχέτευσης μέχρι το σημείο επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο του σημείου παροχέτευσης συμβαδίζουν με τα πειραματικά αποτελέσματα για γωνίες από 0 έως 75° και αρχικούς πυκνομετρικούς αριθμούς Froude 14 έως 75.

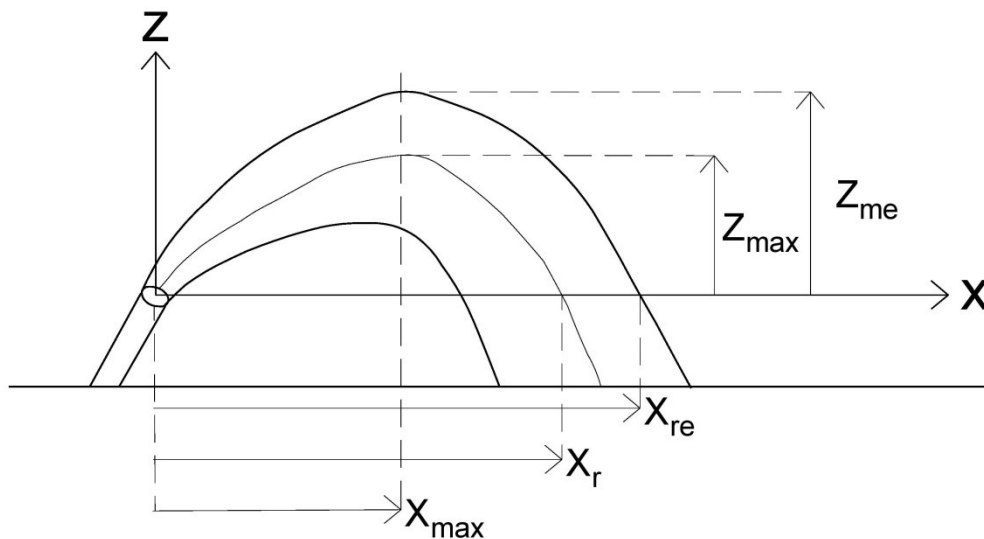
Οι Parakonstantis & Christodoulou (2008) ανέπτυξαν αναλυτικές λύσεις, οι οποίες εκτιμούν ικανοποιητικά το τερματικό ύψος ανόδου της φλέβας για γωνίες μέχρι 60°, αλλά για γωνίες μεγαλύτερες των 60° το υπερεκτιμούν.

Ο Παπακωνσταντής (2009) στο διδακτορικό του μελέτησε τόσο αναλυτικά όσο και πειραματικά τις φλέβες αρνητικής άνωσης οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη. Το αναλυτικό κομμάτι της μελέτης περιλαμβάνει τη χρήση δύο ολοκληρωματικών μοντέλων, του μοντέλου GM (κατανομές

ταχύτητας και φαινόμενης επιτάχυνσης της βαρύτητας κατά Gauss) και του μοντέλου THM (ομοιόμορφες κατανομές), για την προσομοίωση της ροής των φλεβών αρνητικής άνωσης και τη χρήση διαστατικής ανάλυσης για την εκτίμηση των χαρακτηριστικών των φλεβών συναρτήσει των αρχικών παραμέτρων στην εκροή της φλέβας.

2.4 Πειραματικά αποτελέσματα φλεβών αρνητικής άνωσης υπό γωνία

Τα περισσότερα πειράματα που έχουν γίνει για τις φλέβες αρνητικής άνωσης έχουν εξετάσει την περίπτωση που η διαφορά πυκνότητας οφείλεται στη διαφορά αλατότητας και η παροχέτευση γίνεται από τον πυθμένα του αποδέκτη προς τα πάνω. Στο σχήμα 2.1 επεξηγούνται τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται στον πίνακα 2.1, ο οποίος περιέχει τα σημαντικότερα γεωμετρικά πειραματικά αποτελέσματα φλεβών αρνητικής άνωσης.



Σχήμα 2.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά που μετρήθηκαν από πειράματα

όπου Z_{me} : τερματικό ύψος ανόδου στο άνω (εξωτερικό) όριο της φλέβας

Z_{max} : τερματικό ύψος ανόδου στον άξονα της φλέβας

X_{max} : οριζόντια θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου της φλέβας

X_{re} : οριζόντια απόσταση από την πηγή μέχρι το σημείο επιστροφής του άνω ορίου της φλέβας

X_r : οριζόντια απόσταση από την πηγή μέχρι το σημείο επιστροφής του άξονα της φλέβας

Πίνακας 2.1 Κυριότερα γεωμετρικά αποτελέσματα για φλέβες αρνητικής άνωσης

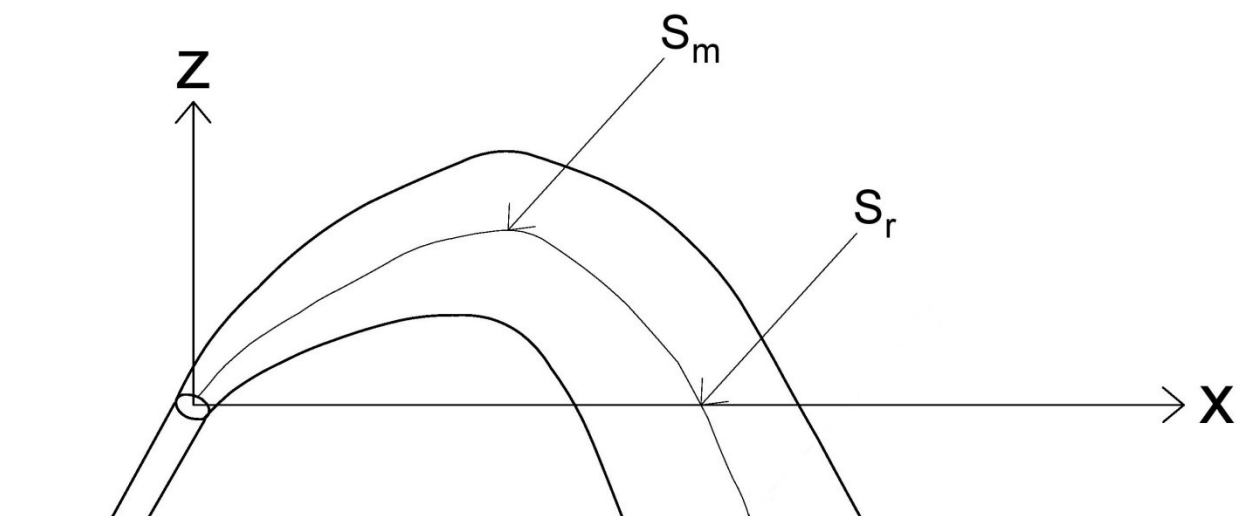
θ_0	$Z_{me}/(DF_0)$				$Z_{max}/(DF_0)$				$X_{max}/(DF_0)$				$X_{re}/(DF_0)$			$X_r/(DF_0)$		
	30°	45°	60°	75°	30°	45°	60°	75°	30°	45°	60°	75°	30°	45°	60°	30°	45°	60°
Zeitoun et al (1970)³	1,04	1,56	2,13	---	---	---	---	---	---	---	---	---	3,48	3,36	3,19	---	---	---
Lindberg (1994)³	1,29	1,58	2,14	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
Bloomfield & Kerr (2002)³	0,89	1,24	1,63	1,89	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
Cipollina et al (2005)³	1,08	1,61	2,32	---	0,79	1,17	1,77	---	1,95	1,80	1,42	---	---	---	---	3,03	2,82	2,25
Kikkert et al LA/LIF (2007)³	1,01/ 1,17	1,60	2,05/ 2,43	2,56	0,56/ 0,68	1,07	1,48/ 1,75	1,84	1,76/ 1,85	1,86	1,61	1,36	---	---	---	3,13/ 3,47	3,27	2,85
Παπακωνσταντής (2009)⁴	---	1,59 ± 0,06	2,15 ± 0,08	2,57 ± 0,06	---	1,17 ± 0,06	1,68 ± 0,06	1,93 ± 0,09	---	<i>2,03</i> ± <i>0,13</i>	<i>1,83</i> ± <i>0,08</i>	<i>1,15</i> ± <i>0,05</i>	---	3,78 ± 0,16	3,57 ± 0,10	---	3,16 ± 0,16	2,75 ± 0,16
Oliver (2012)	1,15	1,65	2,21	2,53	0,66	1,09	1,61	1,89	1,75	1,75	1,53	0,97	4,34	4,29	3,96	3,08	3,13	2,76
Crowe (2013)	1,09 ± 0,06	1,73 ± 0,05	2,23 ± 0,04	2,59 ± 0,03	0,69 ± 0,01	1,22 ± 0,04	1,71 ± 0,02	2,02 ± 0,04	1,87 ± 0,03	1,96 ± 0,07	1,69 ± 0,04	1,10 ± 0,04	4,43 ± 0,10	4,56 ± 0,10	4,11 ± 0,09	3,56 ± 0,05	3,43 ± 0,09	2,93 ± 0,06
Βραχιολίδης⁵(2016)³	---	---	---	---	---	1,20	1,50	---	---	1,76	1,41	---	---	---	---	---	2,84	2,05

³ Τα αποτελέσματα προέρχονται από το διδακτορικό του Παπακωνσταντή (2009, σελ. 44)

⁴ Τα αποτελέσματα γραμμένα με *italics* έχουν προκύψει με οπτική καταγραφή της τροχιάς, ενώ τα υπόλοιπα από τις μετρήσεις συγκέντρωσης (Παπακωνσταντής 2009, σελ.238)

⁵ Τα αποτελέσματα του Βραχιολίδη (2016) αναφέρονται σε θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Στο σχήμα 2.2 επεξηγούνται οι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται στον πίνακα 2.2, ο οποίος περιέχει τα σημαντικότερα πειραματικά αποτελέσματα φλεβών αρνητικής άνωσης σχετικά με την αραίωση.



Σχήμα 2.2 Αραίωση που μετρήθηκε πειραματικά

όπου S_m : αξονική αραίωση στο τερματικό ύψος ανόδου

S_r : αξονική αραίωση στο σημείο επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης

Πίνακας 2.2 Κυριότερα πειραματικά αποτελέσματα για την αραίωση

θ_o	S_m/F_o				S_r/F_o			
	30°	45°	60°	75°	30°	45°	60°	75°
Zeitoun et al (1970)¹	0,36	0,42	0,56	---	---	---	---	---
Kikkert et al LA/LIF (2007)¹	---	---	0,53	---	---	---	---	---
Παπακωνσταντής (2009)²	---	0,52	0,56	0,51	---	1,56	1,70	1,68
		\pm	\pm	\pm	---	\pm	\pm	\pm
		0,05	0,05	0,02		0,14	0,15	0,17
Oliver (2012)	0,34	0,39	0,42	0,39	0,84	1,22	1,55	1,53
Βραχιολίδης (2016)³	---	0,44	0,41	---	---	1,51	1,63	---

1. Τα αποτελέσματα προέρχονται από Παπακωνσταντής(2009, σελ. 44)

2. Τα αποτελέσματα γραμμένα με *italics* έχουν προκύψει με την οπτική καταγραφή της τροχιάς, ενώ τα υπόλοιπα από τις μετρήσεις συγκέντρωσης (Παπακωνσταντής, 2009, σελ.238)

3. Τα αποτελέσματα του Βραχιολίδη αναφέρονται σε θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης.

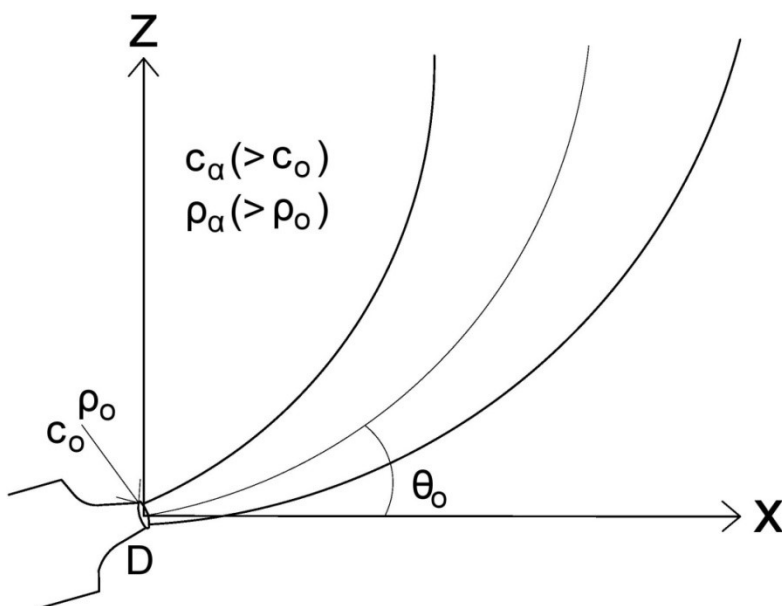
3 Θεωρητική ανάλυση

3.1 Το υπό μελέτη πρόβλημα

Η ανάλυση που ακολουθεί έχει στηριχτεί στη διαστατική ανάλυση του Παπακωνσταντή (2009).

3.1.1 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1 Σχηματική παρουσίαση του προβλήματος και βασικοί συμβολισμοί

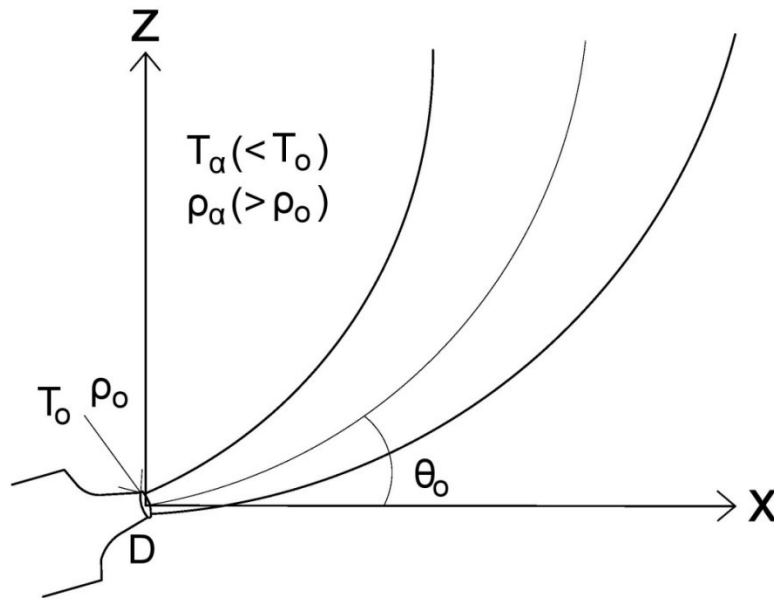
Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή αλατότητας c_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με βαρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή αλατότητας c_α) ($\rho_\alpha > \rho_0$, $c_\alpha > c_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει ανοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) > 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα πάνω, δηλαδή ομόρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής.

3.1.2 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2 Σχηματική παρουσίαση του προβλήματος και βασικοί συμβολισμοί

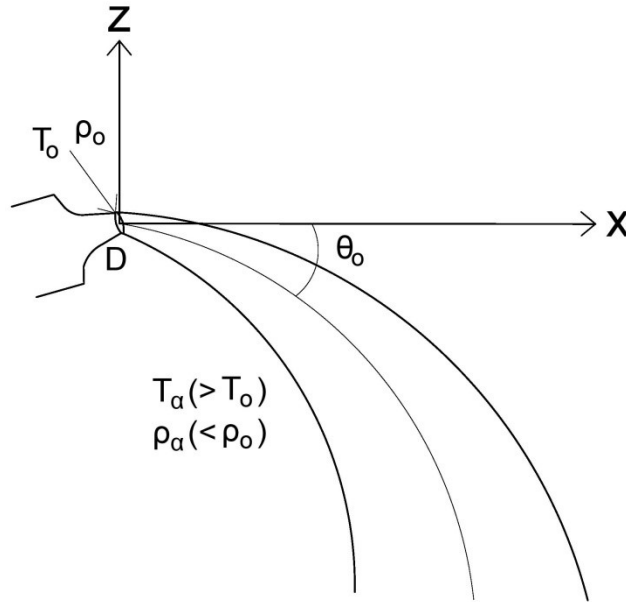
Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή θερμοκρασίας T_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με βαρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή θερμοκρασίας T_α) ($\rho_\alpha > \rho_0$, $T_\alpha < T_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει ανοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) > 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα πάνω, δηλαδή ομόρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής.

3.1.3 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή φλεβών θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς το σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3 Σχηματική παρουσίαση του προβλήματος και βασικοί συμβολισμοί

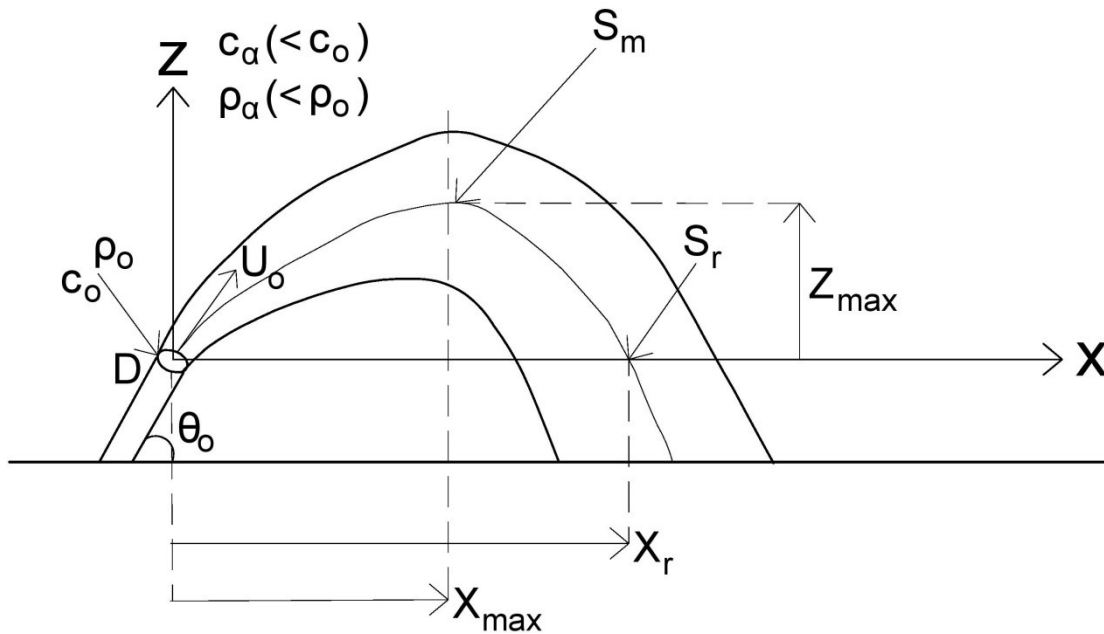
Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή θερμοκρασίας T_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με ελαφρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή θερμοκρασίας T_α) ($\rho_\alpha < \rho_0$, $T_\alpha > T_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει καθοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) < 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα κάτω, δηλαδή ομόρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής.

3.1.4 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.4.



Σχήμα 3.4 Σχηματική αναπαράσταση προβλήματος και κυριότεροι συμβολισμοί

Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή αλατότητας c_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με ελαφρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή αλατότητας c_α) ($\rho_\alpha < \rho_0$, $c_\alpha < c_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή αρχικά κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει ανοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

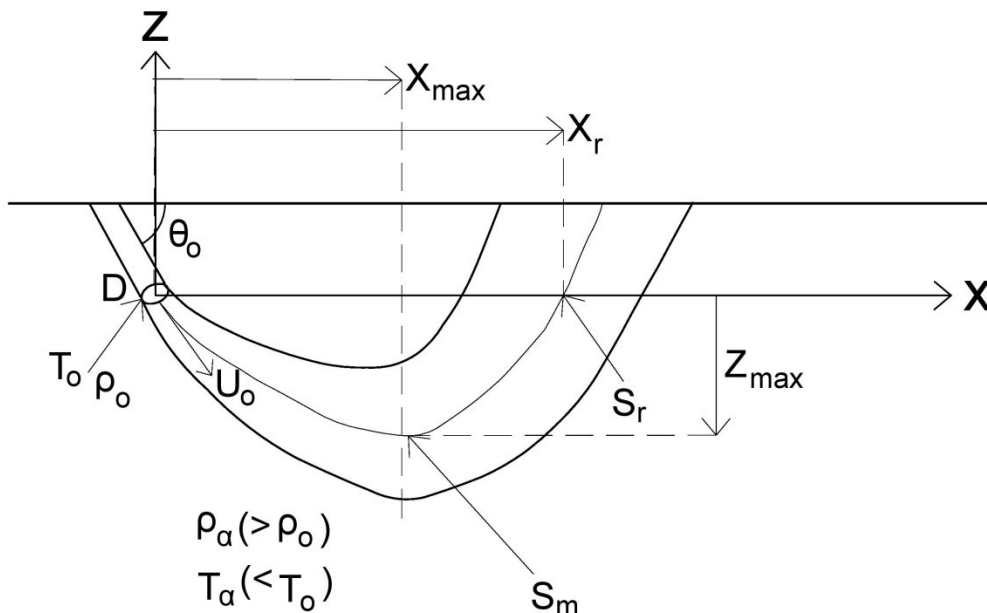
$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) < 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα κάτω, δηλαδή αντίρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής. Ως αποτέλεσμα η κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής μειώνεται συνεχώς μέχρι να μηδενιστεί, οπότε η φλέβα επιτυγχάνει ένα μέγιστο ύψος και δεν μπορεί πλέον να ανέλθει. Το ύψος αυτό ονομάζεται αρχικό ύψος ανόδου. Στη συνέχεια η φορά της ροής αντιστρέφεται και σχηματίζεται η καθοδική ροή, η οποία αλληλεπιδρά συνεχώς με την ανερχόμενη ροή μειώνοντας το αρχικό ύψος ανόδου. Μετά την αποκατάσταση της μόνιμης ροής το ύψος ανόδου σταθεροποιείται και ονομάζεται τερματικό ύψος ανόδου Z_{max} . Μετά το ύψος αυτό η

φλέβα κινείται καθοδικά υπό την επίδραση των ανωστικών δυνάμεων και της οριζόντιας συνιστώσας της ορμής, η οποία είναι σταθερή σε όλες τις θέσεις, και προσκρούει στον πυθμένα της δεξαμενής σε μια απόσταση από τη θέση παροχέτευσης. Η αρχική κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής δεν είναι πλέον σημαντική συγκριτικά με την ορμή που δημιουργείται από τη ροή εξαιτίας της ανωστικής δύναμης. Σημειωτέον είναι ότι η καθοδική πορεία της ροής μοιάζει με πλούμιο, καθώς οι ανωστικές δυνάμεις επιταχύνουν τη ροή.

3.1.5 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.5.



Σχήμα 3.5 Σχηματική αναπαράσταση προβλήματος και κυριότεροι συμβολισμοί

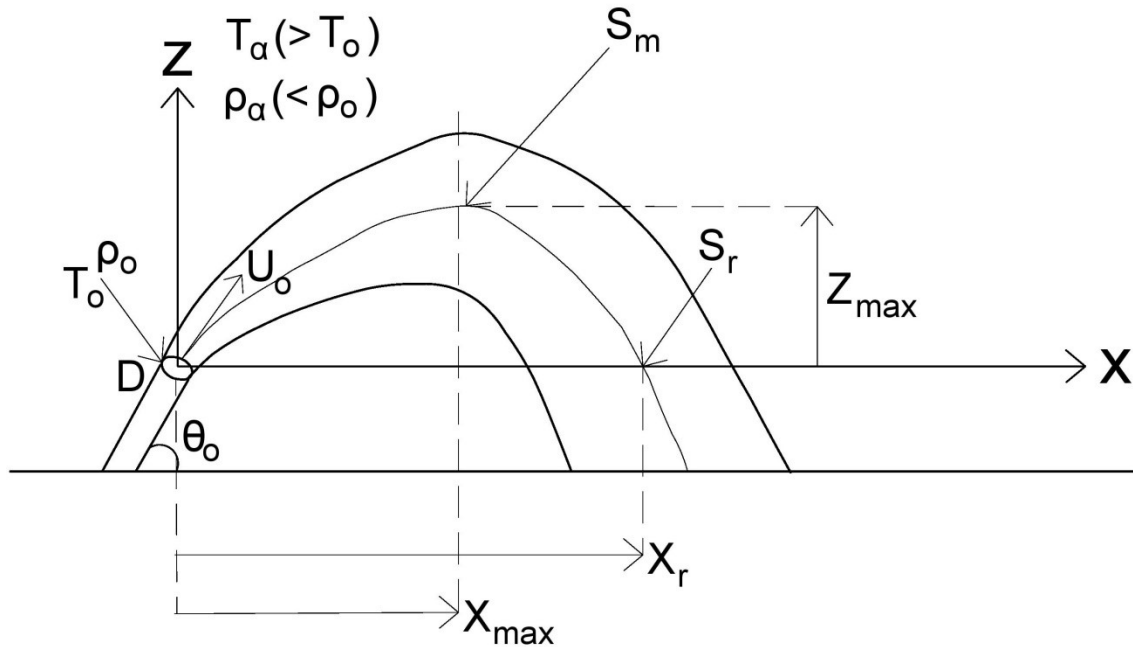
Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή θερμοκρασίας T_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με βαρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή θερμοκρασίας T_α) ($\rho_\alpha > \rho_0$, $T_\alpha < T_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή αρχικά κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει καθοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) > 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα πάνω, δηλαδή αντίρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής. Ως αποτέλεσμα η κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής μειώνεται συνεχώς μέχρι να μηδενιστεί, οπότε η φλέβα επιτυγχάνει ένα μέγιστο βάθος και δεν μπορεί πλέον να κατέλθει. Το βάθος αυτό ονομάζεται αρχικό βάθος καθόδου. Στη συνέχεια η φορά της ροής αντιστρέφεται και σχηματίζεται η ανοδική ροή, η οποία αλληλεπιδρά συνεχώς με την κατερχόμενη ροή μειώνοντας το αρχικό ύψος καθόδου. Μετά την αποκατάσταση της μόνιμης ροής το ύψος καθόδου σταθεροποιείται και ονομάζεται τερματικό ύψος καθόδου Z_{max} . Μετά το ύψος αυτό η φλέβα κινείται ανοδικά υπό την επίδραση των ανωστικών δυνάμεων και της οριζόντιας συνιστώσας της ορμής, η οποία είναι σταθερή σε όλες τις θέσεις, και προσκρούει στη διεπιφάνεια νερού και αέρα σε μια απόσταση από τη θέση παροχέτευσης. Η αρχική κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής δεν είναι πλέον σημαντική συγκριτικά με την ορμή που δημιουργείται από τη ροή εξαιτίας της ανωστικής δύναμης. Σημειωτέον είναι ότι η ανοδική πορεία της ροής μοιάζει με πλούμιο, καθώς οι ανωστικές δυνάμεις επιταχύνουν τη ροή.

3.1.6 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζεται η ροή φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη, οι οποίες παροχετεύονται υπό γωνία ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε στάσιμο και ομογενή αποδέκτη. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες αποστάσεις μετρούνται ως προς σύστημα συντεταγμένων τοποθετημένο στο κέντρο του κυκλικού στομίου. Το υπό μελέτη πρόβλημα και οι κυριότεροι συμβολισμοί δίνονται στο σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6 Σχηματική αναπαράσταση προβλήματος και κυριότεροι συμβολισμοί

Υγρό πυκνότητας ρ_0 (ή θερμοκρασίας T_0) παροχετεύεται συνεχώς με σταθερή παροχή Q_0 (ή με ταχύτητα U_0) από κυκλικό στόμιο διαμέτρου D σε ομογενή αποδέκτη με ελαφρύτερο υγρό πυκνότητας ρ_α (ή θερμοκρασίας T_α) ($\rho_\alpha < \rho_0$, $T_\alpha > T_0$) υπό γωνία θ_0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η ροή αρχικά κυριαρχείται από τις δυνάμεις ορμής και έχει ανοδική πορεία. Η συνολική ανωστική δύναμη F είναι:

$$F = F_b - F_w = \rho_\alpha g V - \rho g V = g V (\rho_\alpha - \rho) = g Q \Delta t (\rho_\alpha - \rho) < 0$$

όπου V : ο όγκος του ρευστού που διέρχεται με ρυθμό Q σε χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς η F έχει φορά προς τα κάτω, δηλαδή αντίρροπη με την κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής. Ως αποτέλεσμα η κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής μειώνεται συνεχώς μέχρι να μηδενιστεί, οπότε η φλέβα επιτυγχάνει ένα μέγιστο ύψος και δεν μπορεί πλέον να ανέλθει. Το ύψος αυτό ονομάζεται αρχικό ύψος ανόδου. Στη συνέχεια η φορά της ροής αντιστρέφεται και σχηματίζεται η καθοδική ροή, η οποία αλληλεπιδρά συνεχώς με την ανερχόμενη ροή μειώνοντας το αρχικό ύψος ανόδου. Μετά την αποκατάσταση της μόνιμης ροής το ύψος ανόδου σταθεροποιείται και ονομάζεται τερματικό ύψος ανόδου Z_{max} . Μετά την αποκατάσταση της μόνιμης ροής το ύψος ανόδου σταθεροποιείται και ονομάζεται τερματικό ύψος ανόδου Z_{max} . Μετά το ύψος αυτό η φλέβα κινείται καθοδικά υπό την επίδραση των ανωστικών δυνάμεων και της οριζόντιας συνιστώσας της ορμής, η οποία είναι σταθερή σε όλες τις θέσεις, και προσκρούει στον πυθμένα της δεξαμενής σε μια απόσταση από τη θέση παροχέτευσης. Η αρχική κατακόρυφη συνιστώσα της ορμής δεν είναι πλέον σημαντική συγκριτικά με την ορμή που δημιουργείται από τη ροή εξαιτίας της ανωστικής δύναμης. Σημειωτέον είναι ότι η καθοδική πορεία της ροής μοιάζει με πλούμιο, καθώς οι ανωστικές δυνάμεις επιταχύνουν τη ροή.

3.2 Στοιχεία ανωστικών φλεβών

Οι ανωστικές φλέβες χαρακτηρίζονται από τρεις παραμέτρους:

(α) την ογκομετρική παροχή, Q

$$Q = \int_A u dA \quad (3.1)$$

(β) την ειδική ορμή ή ειδική ποσότητα κίνησης, M

$$M = \int_A u^2 dA \quad (3.2)$$

(γ) την ειδική άνωση, B

$$B = \int_A g \frac{\Delta\rho}{\rho} dA \quad (3.3)$$

όπου u : η μέση χρονικά ταχύτητα κατά τη διεύθυνση της ροής

A : η εγκάρσια διατομή της φλέβας

$\Delta\rho$: η διαφορά πυκνότητας μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη

Αντί για την επιτάχυνση της βαρύτητας στις ανωστικές φλέβες χρησιμοποιείται η φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας g' , η οποία ορίζεται

$$g' = \frac{|\rho_\alpha - \rho_o|}{\rho_o} g \quad (3.4)$$

Ολοκληρώνοντας τις σχέσεις (3.1), (3.2) και (3.3) οι τρεις παράμετροι που χαρακτηρίζουν τη ροή στο ακροφύσιο της εκροής παίρνουν την εξής μορφή:

$$Q_o = \frac{\pi D^2}{4} U_o \quad (3.5)$$

$$M_o = \frac{\pi D^2}{4} U_o^2 = Q_o U_o \quad (3.6)$$

$$B_o = g \frac{\Delta\rho_o}{\rho_o} \frac{\pi D^2}{4} U_o = g'_o Q_o \quad (3.7)$$

όπου M_o : η αρχική ορμή της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

B_o : η αρχική ανωστική δύναμη της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

$\Delta\rho_o$: η αρχική πυκνομετρική διαφορά μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη (στο στόμιο εξόδου)

Από τις παραμέτρους στις σχέσεις (3.5) έως (3.7) με διαστατική ανάλυση δύο χαρακτηριστικές κλίμακες μήκους (Fischer et al, 1979), οι οποίες είναι οι εξής:

$$l_Q = \frac{Q_o}{M_o^{1/2}} \quad (3.8)$$

$$l_M = \frac{M_o^{3/4}}{B_o^{1/2}} \quad (3.9)$$

Η κλίμακα μήκους l_M βοηθάει στον προσδιορισμό του είδους της ροής για φλέβες θετικής ανώσης και συγκεκριμένα:

(α) εάν $z/l_M < 1$, όπου z η κατακόρυφη απόσταση από την πηγή, τότε η ροή συμπεριφέρεται ως απλή φλέβα

(β) εάν $z/l_M > 5$, τότε η ροή συμπεριφέρεται ως πλούμιο

(γ) εάν $1 < z/l_M < 5$, τότε η ροή συμπεριφέρεται ως ανωστική φλέβα (Papanicolaou & List, 1988).

Σημαντική είναι και η φυσική σημασία των κλιμάκων μήκους:

(α) Σε απόσταση από την πηγή ίση με l_Q , η παροχή από τη συμπαράσυρση περιβάλλοντος ρευστού είναι περίπου ίση με την αρχική παροχή Q_o . Σε αποστάσεις πολύ μεγαλύτερες της l_Q ($z/l_Q \gg 1$) η παροχή από τη συμπαράσυρση είναι πολύ μεγαλύτερη από την αρχική παροχή, η οποία μπορεί να αμεληθεί, ενώ σε αποστάσεις $z/l_Q \ll 1$, δηλαδή πολύ κοντά στην πηγή, η αρχική παροχή και η γεωμετρία του στομίου εκροής παίζουν σημαντικό ρόλο.

(β) Σε απόσταση από την πηγή ίση με l_M , η ορμή που δημιουργείται από την άνωση είναι περίπου ίδια με την αρχική ορμή M_o . Σε αποστάσεις πολύ μεγαλύτερες της l_M ($z/l_M \gg 1$) η ορμή που δημιουργείται από την άνωση είναι πολύ μεγαλύτερη από την αρχική ορμή, η οποία μπορεί να αμεληθεί, ενώ σε αποστάσεις $z/l_M \ll 1$ η αρχική ορμή είναι ιδιαίτερα σημαντική. Βέβαια, στην περίπτωση των φλεβών αρνητικής άνωσης η αρχική ορμή είναι σημαντική σε όλη την τροχιά πριν την αντιστροφή φοράς της ροής, αφού η κατακόρυφη συνιστώσα της αντιτίθεται στην άνωση (Wright 1984, Roberts et al 1997).

Ο λόγος των δύο κλιμάκων μήκους l_Q/l_M εκφράζει το λόγο των ανωστικών δυνάμεων προς τις αδρανειακές και ονομάζεται αριθμός Richardson Ri . Για τις αρχικές συνθήκες στο σημείο εκροής, ο αρχικός αριθμός Richardson Ri_o ορίζεται ως:

$$Ri_o = \frac{l_Q}{l_M} = \frac{Q_o B_o^{1/2}}{M_o^{5/4}} \quad (3.10)$$

Η σχέση (3.10) για κυκλικό στόμιο παροχέτευσης διαμέτρου D με χρήση των σχέσεων (3.5) έως (3.7) γίνεται

$$Ri_o = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} \frac{\sqrt{g_o D}}{U_o} \quad (3.11)$$

Στις ανωστικές φλέβες χρησιμοποιείται και ο πυκνομετρικός αριθμός Froude, ο οποίος στην εκροή της φλέβας από κυκλικό στόμιο ορίζεται ως εξής

$$F_o = \frac{U_o}{\sqrt{g \frac{|\rho_\alpha - \rho_o|}{\rho_o} D}} = \frac{U_o}{\sqrt{g'_o D}} \quad (3.12)$$

Για μία κυκλική φλέβα ο αρχικός αριθμός Richardson και ο αρχικός αριθμός Froude συνδέονται με τη σχέση:

$$Ri_o = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} \frac{1}{F_o} \quad (3.13)$$

Μία ακόμη σημαντική παράμετρος για τις ανωστικές φλέβες είναι η αραίωση (ή διάλυση). Η μέση αραίωση S_{ave} ορίζεται ως:

$$S_{ave} = \frac{q}{Q_o} \quad (3.14)$$

Η αραίωση σε μια θέση της φλέβας με πυκνότητα ρ ή με φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας g' ορίζεται ως (Roberts et al, 1997)

$$S = \frac{g'_o}{g'} = \frac{\rho_\alpha - \rho_o}{\rho_\alpha - \rho} \quad (3.15)$$

ή ισοδύναμα συναρτήσει της συγκέντρωσης C ως

$$S = \frac{C_o - C_a}{C - C_a} \quad (3.16)$$

Συνήθως λαμβάνονται μέσες χρονικά τιμές της συγκέντρωσης ή της θερμοκρασίας, οπότε η αραίωση που υπολογίζεται είναι η μέση χρονικά αραίωση S_T

$$S_T = \frac{|T_o - T_a|}{|T_M - T_a|} \quad (3.17)$$

όπου T_o : η αρχική θερμοκρασία της φλέβας (στο στόμιο εξόδου)

T_a : η θερμοκρασία του αποδέκτη

T_M : η μέση χρονικά τιμή της θερμοκρασίας της φλέβας

3.3 Διαστατική ανάλυση

Στον πίνακα 3.1 φαίνεται το σύνολο των σχέσεων που προκύπτουν με βάση τη διαστατική ανάλυση που πραγματοποίησε στο διδακτορικό του ο Παπακωνσταντής (2009).

Πίνακας 3.1 Σχέσεις προσδιορισμού των κύριων χαρακτηριστικών της ροής με βάση τη διαστατική ανάλυση

Παράμετρος, Σύμβολο	Εξίσωση
Τελικό τερματικό ύψος ανόδου/βάθος καθόδου, Z_{max}	$\frac{Z_{max}}{DF_o} = C_1(\theta_o)$
Μέγιστο ύψος/βάθος άξονα φλέβας, Z_{me}	$\frac{Z_{me}}{DF_o} = C_2(\theta_o)$
Οριζόντια θέση εμφάνισης τερματικού ύψους ανόδου/βάθους καθόδου, X_{max}	$\frac{X_{max}}{DF_o} = C_3(\theta_o)$
Οριζόντια θέση άξονα στο σημείο επιστροφής, X_r	$\frac{X_r}{DF_o} = C_4(\theta_o)$
Αξονική αραίωση στο σημείο (X_{max}, Z_{max}), S_m	$\frac{S_m}{F_o} = C_5(\theta_o)$
Αξονική αραίωση στο σημείο ($X_r, 0$), S_r	$\frac{S_r}{F_o} = C_6(\theta_o)$

Όπως φαίνεται η σταθερά αναλογίας σε κάθε εξίσωση είναι συνάρτηση της γωνίας παροχέτευσης με το οριζόντιο επίπεδο, δηλαδή για κάθε γωνία θ_o θα προκύψει μια συγκεκριμένη τιμή της σταθεράς αναλογίας. Οι προηγούμενες σχέσεις απαιτούν πειραματική επαλήθευση, ενώ και ο προσδιορισμός των σταθερών απαιτεί μετρήσεις που να συσχετίζουν τις παραμέτρους της κάθε σχέσης.

Η ανάλυση που ακολουθεί προέρχεται από τη διπλωματική του Βραχιολίδη (2016):

Η ανάλυση από το διδακτορικό του Παπακωνσταντή (2009) μπορεί να επεκταθεί εύκολα και στην κατανομή της θερμοκρασιακής διαφοράς. Στη σχέση (3.17) ορίσθηκε η αραίωση σε ένα τυχαίο σημείο του πεδίου ροής της φλέβας, ως ο λόγος μεταξύ της αρχικής θερμοκρασιακής διαφοράς ΔT_o και της (μέσης χρονικά) θερμοκρασιακής διαφοράς στο τυχαίο αυτό σημείο. Έτσι για ένα σημείο (x, z) της φλέβας η σχέση (3.32) γράφεται:

$$\frac{S}{F_o} = \frac{\Delta T_o}{\Delta T_M(x, z)} \frac{1}{F_o} = f\left(\frac{x}{DF_o}, \frac{z}{DF_o}\right) \quad (3.18)$$

Στην οριζόντια θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους X_{max} ισχύει $X_{max}/(DF_o) = \text{σταθ.}$ και η σχέση (3.18) γράφεται:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_M} \frac{1}{F_o} = f\left(\frac{z}{DF_o}\right) \quad (3.19)$$

Στο τερματικό ύψος Z_{max} στον άξονα της φλέβας η μέση χρονικά θερμοκρασιακή διαφορά είναι ΔT_{Mc} . Επομένως η αξονική αραιώση γράφεται:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_{Mc}} \frac{1}{F_o} = f\left(\frac{Z_{max}}{DF_o}\right) \quad (3.20)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (3.19) και (3.20) κατά μέλη και για ένα σταθερό σημείο z ($Z/(DF_o)=\text{σταθ.}$), προκύπτει:

$$\frac{\Delta T_M}{\Delta T_{Mc}} = \text{σταθερό} \quad (3.21)$$

Δηλαδή για μια συγκεκριμένη θέση (x, z) της φλέβας, ο λόγος της μέσης χρονικά θερμοκρασιακής διαφοράς σε αυτό το σημείο προς τη μέση χρονικά αξονική θερμοκρασιακή διαφορά είναι σταθερός και ανεξάρτητος του αρχικού πυκνομετρικού αριθμού Froude F_o . Αυτή η διαπίστωση ισχύει για ανωστικές φλέβες, δηλαδή για φλέβες στις οποίες κυριαρχεί η ύπαρξη ορμής στην εκροή τους, δηλαδή για $F_o \geq 15$.

3.4 Ολοκληρωματικό μοντέλο

Σύμφωνα με τον Παπακωνσταντή (2009) οι εξισώσεις κίνησης κυκλικής ανωστικής φλέβας υπό γωνία σε ομογενή αποδέκτη (σχήμα 3.7) μπορούν να γραφούν σαν συνάρτηση της ογκομετρικής παροχής q , της ειδικής ορμής m , της ειδικής άνωσης β και της τροχιάς της φλέβας s ως εξής:

$$\frac{dq}{ds} = 2\sqrt{\pi}\alpha m^{\frac{1}{2}} \quad (3.22)$$

$$\frac{dm}{ds} = \frac{q\beta}{m} \sin \theta \quad (3.23)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q\beta}{m^2} \cos \theta \quad (3.24)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 0 \quad (3.25)$$

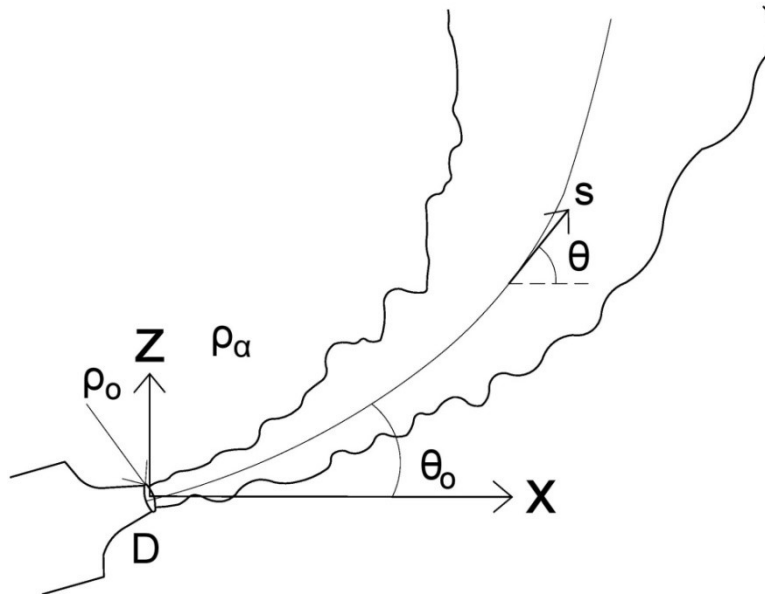
$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (3.26)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (3.27)$$

όπου x, z : οι συντεταγμένες του άξονα της φλέβας σε απόσταση s από την πηγή.

α : ο συντελεστής συμπαράσυρσης

- s : η αξονική απόσταση της φλέβας από την πηγή
- m : η ορμή της φλέβας σε απόσταση s από την πηγή
- β : η ανωστική δύναμη της φλέβας σε απόσταση s από την πηγή
- θ : η γωνία της φλέβας ως προς το οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση s από την πηγή



Σχήμα 3.7 Τυρβώδης ανωστική φλέβα υπό γωνία σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη

Οι παραδοχές με βάση τις οποίες έχουν γραφεί οι παραπάνω εξισώσεις είναι:

- (α) η κατανομή ταχυτήτων και πυκνομετρικών διαφορών μεταξύ φλέβας και περιβάλλοντος ρευστού ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή (Top-Hat)
- (β) η ορμή στην οριζόντια διεύθυνση είναι ίση με την αρχική οριζόντια ορμή
- (γ) το πλάτος της κατανομής μέσης συγκέντρωσης είναι μεγαλύτερο από αυτό της μέσης ταχύτητας
- (δ) ο συντελεστής συμπαράσυρσης α είναι συνάρτηση του τοπικού αριθμού Richardson της φλέβας
- (ε) η ανωστική δύναμη οφείλεται σε διαφορά πυκνότητας μεταξύ του αποδέκτη και της φλέβας

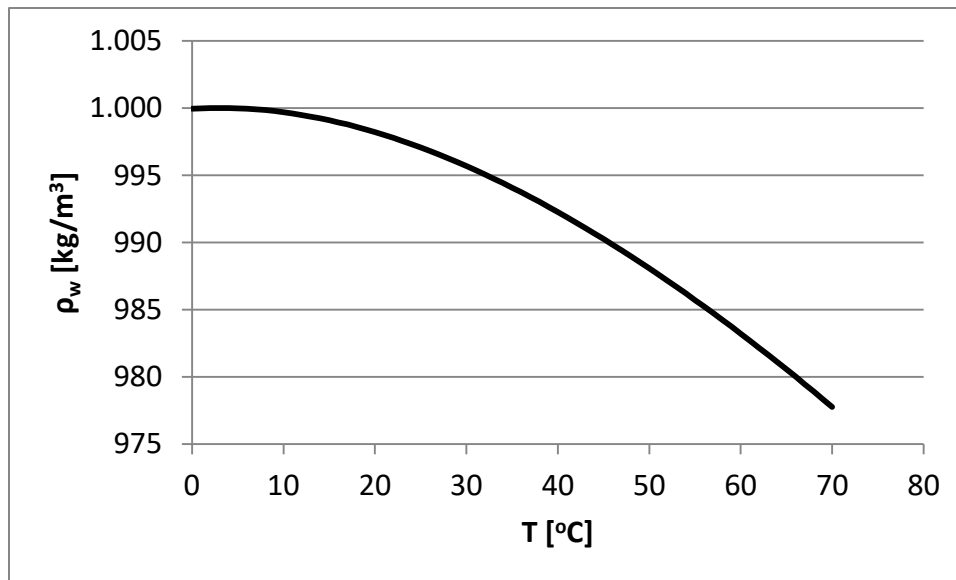
Το παραπάνω σύστημα των έξι εξισώσεων (3.22) έως (3.27) περιέχει έξι αγνώστους, τις παραμέτρους α , β , m , θ , x , z και μπορεί να επιλυθεί χρησιμοποιώντας μια ρουτίνα Runge-Kutta 4ης τάξης, αν οριστούν κάποιες αρχικές τιμές παραμέτρων και καθοριστεί ο συντελεστής συμπαράσυρσης α . Αναλυτικότερη αναφορά θα γίνει στο κεφάλαιο 4, καθώς στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιήθηκε ένα παρόμοιο μοντέλο για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών της ροής φλεβών αρνητικής άνωσης.

3.5 Ο ρόλος της θερμοκρασίας

Η θερμοκρασία επηρεάζει την πυκνότητα του νερού ρ . Η πυκνότητα του νερού ρ_w (kg/m^3) συναρτηθεί της θερμοκρασίας του T ($^{\circ}\text{C}$) υπολογίζεται από τη σχέση (Streeter et al, 1998):

$$\rho_w(T) = 999,9399 + \frac{4,216485}{10^2}T - \frac{7,097451}{10^3}T^2 + \frac{3,509571}{10^5}T^3 - \frac{9,9037785}{10^8}T^4 \quad (3.28)$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης (3.28) παρουσιάζεται στο σχήμα 3.8 για θερμοκρασία T από 0 έως 70 $^{\circ}\text{C}$. Όπως φαίνεται, η πυκνότητα του νερού μειώνεται αυξανομένης της θερμοκρασίας.



Σχήμα 3.8 Μεταβολή της πυκνότητας του νερού σε σχέση με τη θερμοκρασία σύμφωνα με τη σχέση (3.28)

Η θερμοκρασία εκτός από την πυκνότητα του νερού επηρεάζει και τη δυναμική συνεκτικότητα μ. Όπως αναφέρουν οι Γ. Νουτσόπουλος και Γ. Χριστοδούλου (1996) «Ο συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας επηρεάζεται από τις ιδιότητες του ρευστού, κυρίως από τη θερμοκρασία. Στα υγρά η συνεκτικότητα μειώνεται αυξανομένης της θερμοκρασίας. Αυτό οφείλεται στη χαλάρωση της μοριακής δομής των υγρών, όταν αυξάνεται η θερμοκρασία με συνέπεια τη μείωση της αντίστασης στην παραμόρφωσή τους».

Επιπλέον, η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη καθιστά τη σχέση (3.25) μη αληθή. Ένας λόγος που συμβαίνει αυτό είναι γιατί τα ρευστά τείνουν να μεταβάλλουν τον όγκο τους, όταν μεταβάλλεται η θερμοκρασία τους. Η μεταβολή αυτή εκφράζεται μέσω του συντελεστή θερμικής διαστολής. Ο συντελεστής αυτός εκφράζει την κλασματική μεταβολή του όγκου για μεταβολή της θερμοκρασίας κατά μία μονάδα σε συνθήκες σταθερής πίεσης και γράφεται:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (3.29)$$

Στις θερμαινόμενες ανωστικές φλέβες ο συντελεστής αυτός μειώνεται, γιατί λόγω της συμπαράσυρσης, η αρχική θερμοκρασία τις φλέβας μειώνεται, μειώνοντας έτσι και τον όγκο της φλέβας.

Αντιθέτως στις ανωστικές φλέβες που εκρέουν σε θερμότερο αποδέκτη, λόγω της συμπαράσυρσης η αρχική θερμοκρασία αυξάνει, συνεπώς αυξάνει και ο όγκος της φλέβας με αποτέλεσμα να αυξάνει και ο συντελεστής θερμικής διαστολής α .

Επιπλέον πρέπει να τονιστεί ότι αυτό ο συντελεστής δεν αποτελεί γραμμική συνάρτηση της θερμοκρασίας.

Ο άλλος λόγος σχετίζεται με την ανωστική δύναμη. Στην εκροή μιας θερμαινόμενης ανωστικής φλέβας, η αρχική άνωση B_o ισούται με:

$$B_o = Q_o \frac{\Delta \rho_o}{\rho_o} g > 0 \quad (3.30)$$

Όσο η φλέβα απομακρύνεται από την εκροή, η θερμοκρασία της φλέβας μειώνεται λόγω της συμπαράσυρσης με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πυκνότητα της, καθώς η πυκνότητα αυξάνεται μειούμενης της θερμοκρασίας, συνεπώς μειώνεται έτσι και η πυκνομετρική διαφορά μεταξύ αποδέκτη και φλέβας. Επιπλέον ο συντελεστής θερμικής διαστολής α δε μειώνεται γραμμικά επηρεάζοντας σε μεγάλο βαθμό την παροχή $q_{(s)}$. Τα παραπάνω οδηγούν σε μείωση της ειδικής άνωσης:

$$B_{(s)} = q_{(s)} \frac{\Delta \rho_{(s)}}{\rho_o} g < B_o \quad (3.31)$$

Στις ανωστικές φλέβες με θερμότερο αποδέκτη ισχύει στην εκροή:

$$B_o = Q_o \frac{\Delta \rho_o}{\rho_o} g < 0 \quad (3.32)$$

Όσο η φλέβα απομακρύνεται από την εκροή, η θερμοκρασία της φλέβας αυξάνεται λόγω της συμπαράσυρσης με αποτέλεσμα να μειώνεται η πυκνότητα της, καθώς η πυκνότητα μειώνεται αυξανόμενης της θερμοκρασίας, συνεπώς αυξάνεται έτσι και η πυκνομετρική διαφορά μεταξύ αποδέκτη και φλέβας. Επιπλέον ο συντελεστής θερμικής διαστολής α δεν αυξάνεται γραμμικά επηρεάζοντας σε μεγάλο βαθμό την παροχή $q_{(s)}$. Τα παραπάνω οδηγούν σε αύξηση της ειδικής άνωσης:

$$B_{(s)} = q_{(s)} \frac{\Delta \rho_{(s)}}{\rho_o} g > B_o \quad (3.33)$$

Αντιθέτως, στις ανωστικές φλέβες λόγω διαφοράς αλατότητας η θερμοκρασία της φλέβας και του αποδέκτη είναι περίπου ίδια με αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται η ανωστική δύναμη και ο

συντελεστής θερμικής διαστολής. Για αυτό το λόγο στις ανωστικές φλέβες λόγω διαφοράς αλατότητας ισχύει η σχέση (3.25).

4 Μοντέλο προσομοίωσης ροής ανωστικών φλεβών

4.1 Φλέβες θετικής άνωσης

4.1.1 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Για την προσομοίωση της ροής φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη χρησιμοποιήθηκε ως βάση το σύστημα των έξι εξισώσεων (3.22) έως (3.27) με κάποιες επεκτάσεις. Το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε είναι το εξής:

$$\frac{dq}{ds} = 2\sqrt{\pi m} \alpha \quad (4.1)$$

$$\frac{dm}{ds} = \frac{q\beta}{m} \sin \theta \quad (4.2)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q\beta}{m^2} \cos \theta \quad (4.3)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (4.5)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (4.6)$$

όπου ο αριθμός Richardson υψομένος στο τετράγωνο υπολογίζεται από τη σχέση (4.7):

$$Ri^2 = \frac{q^2 \beta}{m^2} \quad (4.7)$$

ενώ ο τοπικός συντελεστής συμπαράσυρσης της ανωστικής φλέβας υπολογίζεται από τη σχέση (Papanicolaou, 2016):

$$\alpha = \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{C_p} \right) \quad (4.8)$$

όπου $C_p = q / (m^{1/2} z)$ είναι η παράμετρος πλάτους μίας κυκλικής φλέβας όπως την όρισαν οι List & Imberger (1973).

Το μοντέλο προσομοίωσης βασίζεται στις ακόλουθες παραδοχές:

- (α) η κατανομή της ταχύτητας και της θερμοκρασίας είναι ομοιόμορφη (Top-Hat)
- (β) η παράμετρος πλάτους κυκλικής ανωστικής φλέβας είναι σταθερή και ίση με $C_p = 0,27$ (Papanicolaou & List, 1988).
- (γ) ως πρώτο σημείο της τροχιάς θεωρείται το virtual origin, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $s = 3,28D$ από την πηγή. Το $s = 3,28D$ προκύπτει μέσω της εξής ανάλυσης (η σχέση

προέρχεται από τους List & Imberger, 1973) και ουσιαστικά εκφράζει την επέκταση των ορίων της φλέβας.

$$C_p = 0,27 \Rightarrow \frac{Q_o}{M_o^{1/2} s_o} = 0,27 \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{4} D^2 U_o}{\left(\frac{\pi}{4} D^2 U_o^2\right)^{1/2} s_o} = 0,27 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/2} \frac{D}{s_o} = 0,27 \Rightarrow s_o = 3,28D$$

Ο συντελεστής συμπαράσυρσης α προκύπτει από τις αναλυτικές σχέσεις προσδιορισμού της ορμής και ογκομετρικής παροχής σε κατακόρυφη φλέβα (Papanicolaou 2016, σχέσεις (4.9) έως (4.11)):

$$\frac{m}{M} = \left[1 + \frac{3}{4} C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^2 \right]^{2/3} \quad (4.9)$$

$$\frac{q}{Q_o} Ri_o = C_p \left(\frac{z}{l_M}\right) \left[1 + \frac{3}{4} C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^2 \right]^{1/3} \quad (4.10)$$

$$\frac{dq}{ds} = 2\alpha\sqrt{\pi m} \quad (4.11)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.9) και (4.10) στη σχέση (4.11), η οποία αποτελεί την εξίσωση συνέχειας, προκύπτει η εξίσωση προσδιορισμού του συντελεστή συμπαράσυρσης (σχέση 12):

$$\frac{dq}{ds} = 2\alpha\sqrt{\pi m} \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2\sqrt{\pi m}} \frac{dq}{ds} = \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^2 \left[1 + \frac{3}{4} C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^2 \right]^{-1} \right\} \quad (4.12)$$

Ο τοπικός αριθμός Richardson κατακόρυφης ανωστικής φλέβας προκύπτει (Papanicolaou, 2016):

$$Ri = C_p \left(\frac{z}{l_M}\right) \left[1 + \frac{3}{4} C_p \left(\frac{z}{l_M}\right)^2 \right]^{-1/2} \quad (4.13)$$

Το σύστημα των εξισώσεων (4.1) έως (4.6) λύθηκε με τη μέθοδο Runge-Kutta 4ης τάξης με αρχικές συνθήκες τις ακόλουθες, όπου οι παράμετροι M_o , B_o , Ri_o και α_o υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.6), (3.7), (4.7) και (4.8) αντίστοιχα:

$$s_{(1)} = 3,28D$$

$$q_{(1)} = Q_o$$

$$m_{(1)} = M_o$$

$$\theta_{(1)} = \theta_o > 0$$

$$\beta_{(1)} = B_o$$

$$x_{(1)} = X_o = s_{(1)} \cos \theta_o$$

$$z_{(1)} = Z_o = s_{(1)} \sin \theta_o$$

$$Ri_{(1)} = Ri_o$$

$$\alpha_{(1)} = \alpha_o$$

Ως πρώτο σημείο της τροχιάς θεωρείται η νοητή πηγή (virtual origin) της φλέβας και βρίσκεται σε απόσταση $s=3,28D$ από το ακροφύσιο. Το βήμα υπολογισμού ήταν $h = 0,01D$. Οι παράμετροι Q_o , D , T_a , T_o , C_a και C_o ορίζονταν από το χρήστη. Η πυκνότητα του αποδέκτη ρ_a και η αρχική πυκνότητα της φλέβας ρ_o υπολογίζονταν μέσω της σχέσης (4.14), η οποία χρησιμοποιεί τη σχέση (3.28).

$$\rho(c, T) = \rho_w(T) + C \left(0,824993 - \frac{4,0899}{10^3} T + \frac{7,6438}{10^5} T^2 - \frac{8,2467}{10^7} T^3 + \frac{5,3875}{10^9} T^4 \right) + C^{3/2} \left(-\frac{5,72466}{10^3} + \frac{1,0227}{10^4} T - \frac{1,6546}{10^6} T^2 \right) + C^2 \frac{4,8314}{10^4} \quad (4.14)$$

Η επίλυση έγινε με το λογισμικό Matlab και τα αποτελέσματα εξάγονταν σε αρχείο Excel για περαιτέρω επεξεργασία.

4.1.2 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς

Για την προσομοίωση της ροής φλεβών θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς χρησιμοποιήθηκε ως βάση το σύστημα των έξι εξισώσεων (3.22) έως (3.27) με κάποιες τροποποιήσεις.

Το σύστημα των εξισώσεων που χρησιμοποιήθηκε είναι το ακόλουθο:

$$\frac{dq}{ds} = 2\sqrt{\pi m \alpha} \quad (4.15)$$

$$\frac{dm}{ds} = \frac{q\beta}{m} \sin \theta \quad (4.16)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q\beta}{m^2} \cos \theta \quad (4.17)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (4.19)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (4.20)$$

όπου:

$$T = \frac{Q_o}{q} (T_o - T_\alpha) + T_\alpha \quad (4.21)$$

$$\rho = 999,9399 + \frac{4,216485}{10^2} T - \frac{7,097451}{10^3} T^2 + \frac{3,509571}{10^5} T^3 - \frac{9,9037785}{10^8} T^4 \quad (4.22)$$

$$Ri^2 = \frac{q^2 \beta}{m^2} \quad (4.23)$$

$$\alpha = \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{C_p} \right) \quad (4.24)$$

όπου $\beta(i+1) \neq \beta(i)$, αφού $\beta(i+1) = q(i+1) \frac{\rho_\alpha - \rho(i+1)}{\rho_o} g$

Το σύστημα των εξισώσεων (4.15) έως (4.20) λύθηκε με τη μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης με τις εξής αρχικές συνθήκες, όπου οι παράμετροι M_o , B_o , Ri_o και α_o υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.6), (3.7), (4.23) και (4.24) αντίστοιχα:

$$s_{(1)} = 3,28D$$

$$q_{(1)} = Q_o$$

$$m_{(1)} = M_o$$

$$\theta_{(1)} = \theta_o$$

$$\beta_{(1)} = B_o$$

$$x_{(1)} = X_o = s_{(1)} \cos \theta_o$$

$$z_{(1)} = Z_o = s_{(1)} \sin \theta_o$$

$$T_{(1)} = T_o$$

$$\rho_{(1)} = \rho_o$$

$$Ri_{(1)} = Ri_o$$

$$\alpha_{(1)} = \alpha_o$$

Ως πρώτο σημείο της τροχιάς θεωρείται η νοητή πηγή (virtual origin) της φλέβας και βρίσκεται σε απόσταση $s=3,28D$ από το ακροφύσιο. Το βήμα υπολογισμού ήταν $h = 0,01D$. Οι παράμετροι Q_o , D , T_α και T_o ορίζονταν από το χρήστη. Η επίλυση έγινε με το λογισμικό Matlab και τα αποτελέσματα εξάγονταν σε αρχείο Excel για περαιτέρω επεξεργασία.

4.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης

4.2.1 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Για την προσομοίωση της ροής φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας μεταξύ της φλέβας και του αποδέκτη χρησιμοποιήθηκε ως βάση το σύστημα των έξι εξισώσεων (3.22) έως (3.27) με κάποιες επεκτάσεις. Το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε είναι το εξής:

$$\frac{dq}{ds} = 2\sqrt{\pi m} \alpha \quad (4.25)$$

$$\frac{dm}{ds} = \frac{q\beta}{m} \sin \theta \quad (4.26)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q\beta}{m^2} \cos \theta \quad (4.27)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 0 \quad (4.28)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (4.29)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (4.30)$$

όπου:

$$Ri^2 = \frac{q^2 \beta}{m^2} \quad (4.31)$$

$$\alpha = \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{C_p} \right) \quad (4.32)$$

Το σύστημα των εξισώσεων (4.25) έως (4.30) λύθηκε με τη μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης με τις εξής αρχικές συνθήκες, όπου οι παράμετροι M_o , B_o , Ri_o και α_o υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.6), (3.7), (4.31) και (4.32) αντίστοιχα:

$$s_{(1)} = 3,28D$$

$$q_{(1)} = Q_o$$

$$m_{(1)} = M_o$$

$$\theta_{(1)} = \theta_o > 0$$

$$\beta_{(1)} = B_o$$

$$x_{(1)} = X_o = s_{(1)} \cos \theta_o$$

$$z_{(1)} = Z_o = s_{(1)} \sin \theta_o$$

$$T_{(1)} = T_o$$

$$\rho_{(1)} = \rho_o$$

$$Ri_{(1)} = Ri_o$$

$$\alpha_{(1)} = \alpha_o$$

Στο μοντέλο υπήρχαν οι εξής συνθήκες:

$$(α) \quad \alpha = \max \left\{ 0, \frac{c_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{c_p} \right) \right\}$$

(β) Εάν $\theta_{(s)} > 0$, τότε λυνόταν το σύστημα (4.25) έως (4.32), αλλιώς λυνόταν το ίδιο σύστημα αλλά η σχέση (4.31) άλλαζε πρόσημο, δηλαδή η σχέση (4.31) είχε και τον τελεστή «-».

Ως πρώτο σημείο της τροχιάς θεωρείται η νοητή πηγή (virtual origin) της φλέβας και βρίσκεται σε απόσταση $s=3,28D$ από το ακροφύσιο. Το βήμα υπολογισμού ήταν $h = 0,01D$. Οι παράμετροι Q_o , D , T_a , T_o , C_a και C_o ορίζονταν από το χρήστη. Η επίλυση έγινε με το λογισμικό Matlab και τα αποτελέσματα εξαγόταν σε αρχείο Excel για περαιτέρω επεξεργασία.

4.2.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς

Για την προσομοίωση της ροής φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς χρησιμοποιήθηκε ως βάση το σύστημα των έξι εξισώσεων (3.22) έως (3.27) με κάποιες τροποποιήσεις.

Το σύστημα των εξισώσεων που χρησιμοποιήθηκε είναι το ακόλουθο:

$$\frac{dq}{ds} = 2\sqrt{\pi m} \alpha \quad (4.33)$$

$$\frac{dm}{ds} = \frac{q\beta}{m} \sin \theta \quad (4.34)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{q\beta}{m^2} \cos \theta \quad (4.35)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = 0 \quad (4.36)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (4.37)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (4.38)$$

όπου:

$$T = \frac{Q_o}{q} (T_o - T_\alpha) + T_\alpha \quad (4.39)$$

$$\rho = 999,9399 + \frac{4,216485}{10^2} T - \frac{7,097451}{10^3} T^2 + \frac{3,509571}{10^5} T^3 - \frac{9,9037785}{10^8} T^4 \quad (4.40)$$

$$Ri^2 = \frac{q^2 \beta}{m^2} \quad (4.41)$$

$$\alpha = \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{C_p} \right) \quad (4.42)$$

όπου $\beta(i+1) \neq \beta(i)$, αφού $\beta(i+1) = q(i+1) \frac{\rho_\alpha - \rho(i+1)}{\rho_o} g$

Το σύστημα των εξισώσεων (4.33) έως (4.38) λύθηκε με τη μέθοδο Runge-Kutta 4^{ης} τάξης με τις εξής αρχικές συνθήκες, όπου οι παράμετροι M_o , B_o , Ri_o και α_o υπολογίζονται σύμφωνα με τις σχέσεις (3.6), (3.7), (4.41) και (4.42) αντίστοιχα:

$$s_{(1)} = 3,28D$$

$$q_{(1)} = Q_o$$

$$m_{(1)} = M_o$$

$$\theta_{(1)} = \theta_o$$

$$\beta_{(1)} = B_o$$

$$x_{(1)} = X_o = s_{(1)} \cos \theta_o$$

$$z_{(1)} = Z_o = s_{(1)} \sin \theta_o$$

$$T_{(1)} = T_o$$

$$\rho_{(1)} = \rho_o$$

$$Ri_{(1)} = Ri_o$$

$$\alpha_{(1)} = \alpha_o$$

Στο μοντέλο υπήρχαν οι εξής συνθήκες:

$$(\alpha) \quad \alpha = \max \left\{ 0, \frac{C_p}{2\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{Ri^2}{C_p} \right) \right\}$$

(β) Εάν $T_o < T_\alpha$

$$(i) \quad \theta_o > 0$$

(ii) $\theta_{(s)} > 0$, τότε λυνόταν το σύστημα (4.34) έως (4.42), αλλιώς λυνόταν το ίδιο σύστημα αλλά η σχέση (4.31) άλλαζε πρόσημο, δηλαδή η σχέση (4.31) είχε και τον τελεστή «-».

(γ) Εάν $T_o > T_\alpha$

(i) $\theta_0 < 0$

(ii) $\theta_{(s)} > 0$, τότε λυνόταν το σύστημα (4.34) έως (4.42) , αλλιώς λυνόταν το ίδιο σύστημα αλλά η σχέση (4.31) άλλαζε πρόσημο, δηλαδή η σχέση (4.31) είχε και τον τελεστή «-».

Ως πρώτο σημείο της τροχιάς θεωρείται η νοητή πηγή (virtual origin) της φλέβας και βρίσκεται σε απόσταση $s=3,28D$ από το ακροφύσιο. Το βήμα υπολογισμού ήταν $h = 0,01D$. Οι παράμετροι Q_0 , D , T_a και T_0 ορίζονταν από το χρήστη. Η επίλυση έγινε με το λογισμικό της Matlab και τα αποτελέσματα εξαγόταν σε αρχείο Excel για περαιτέρω επεξεργασία.

4.3 Παράμετροι προσομοίωσης

Σε κάθε περίπτωση ανωστικής ροής έγινε μια μεγάλη διερεύνηση της συμπεριφοράς των χαρακτηριστικών της. Η διερεύνηση αυτή πραγματοποιήθηκε για διάφορους αριθμούς Froude F_0 , διάφορες αρχικές γωνίες παροχέτευσης θ_0 , διάφορα βήματα επίλυσης της μεθόδου Runge-Kutta και, όπου ήταν εφικτό, διάφορες θερμοκρασιακές διαφορές αδιαστατοποιημένες ως προς την αρχική θερμοκρασία της φλέβας T_0 .

4.3.1 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.

Πίνακας 4.1 Αρχικές παράμετροι προσομοιώσεων για φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	C_0 [kg/m ³]	C_α [kg/m ³]	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	0	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
2	10	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
3	20	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
4	30	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
5	40	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
6	45	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
7	50	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
8	60	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
9	70	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
10	80	99,98	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
11	45	10,03	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
12	45	20,07	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
13	45	40,05	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
14	45	60,02	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
15	45	80,09	0,6	0,006	0	33	998,21	1023,24
16	45	99,98	0,6	0,6	0	33	998,21	1023,24
17	45	99,98	0,6	0,06	0	33	998,21	1023,24

4.3.2 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στον πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις θερμαινόμενες φλέβες θετικής άνωσης.

Πίνακας 4.2 Αρχικές παράμετροι προσομοιώσεων για φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	T_0 [°C]	T_α [°C]	$\Delta T_0/T_0$	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	0	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
2	10	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
3	20	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
4	30	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
5	40	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
6	45	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
7	50	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
8	60	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
9	70	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
10	80	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
11	90	99,99	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
12	0	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
13	10	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
14	20	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
15	30	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
16	40	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21

17	45	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
18	50	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
19	60	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
20	70	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
21	80	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
22	90	100,17	0,6	0,006	30	20	0,33	995,68	998,21
23	45	10,04	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
24	45	20,07	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
25	45	40,02	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
26	45	60,09	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
27	45	80,04	0,6	0,006	60	20	0,67	983,22	998,21
28	45	99,99	0,6	0,6	60	20	0,67	983,22	998,21
29	45	99,99	0,6	0,06	60	20	0,67	983,22	998,21
30	45	100,06	0,6	0,006	20	10	0,50	998,21	999,69
31	45	100,03	0,6	0,006	30	10	0,67	995,68	999,69
32	45	100,12	0,6	0,006	40	10	0,75	992,26	999,69
33	45	100,00	0,6	0,006	40	20	0,50	992,26	998,21
34	45	100,04	0,6	0,006	50	10	0,80	988,07	999,69
35	45	100,03	0,6	0,006	50	20	0,60	988,07	998,21
36	45	100,02	0,6	0,006	60	10	0,83	983,22	999,69

4.3.3 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στον πίνακα 4.3 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη.

Πίνακας 4.3 Αρχικές παράμετροι προσομοιώσεων για φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	T_0 [°C]	T_α [°C]	$\Delta T_0/T_0$	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	0	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
2	-10	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
3	-20	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
4	-30	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
5	-40	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
6	-45	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
7	-50	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
8	-60	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
9	-70	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
10	-80	100,14	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
11	-45	10,06	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
12	-45	20,07	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
13	-45	40,06	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
14	-45	60,04	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
15	-45	80,02	0,5	0,005	20	30	0,33	998,21	995,68
16	-45	100,14	0,5	0,5	20	30	0,33	998,21	995,68
17	-45	100,14	0,5	0,05	20	30	0,33	998,21	995,68

4.3.4 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 4.4 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας.

Πίνακας 4.4 Αρχικές συνθήκες προσομοιώσεων για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	C_0 [kg/m ³]	C_α [kg/m ³]	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	30	99,98	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
2	45	99,98	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
3	60	99,98	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
4	75	99,98	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
5	45	10,00	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
6	45	20,00	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
7	45	39,99	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
8	45	59,99	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
9	45	80,13	0,5	0,005	33	0	1023,24	998,21
10	45	99,98	0,5	0,5	33	0	1023,24	998,21
11	45	99,98	0,5	0,05	33	0	1023,24	998,21

4.3.5 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στον πίνακα 4.5 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης.

Πίνακας 4.5 Αρχικές συνθήκες προσομοιώσεων για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	T_0 [°C]	T_α [°C]	$\Delta T_0/T_0$	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	-30	100,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
2	-45	100,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
3	-60	100,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
4	-75	100,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
5	-45	10,00	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
6	-45	20,00	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
7	-45	40,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
8	-45	60,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
9	-45	80,01	0,5	0,005	30	20	0,33	995,68	998,21
10	-45	100,01	0,5	0,5	30	20	0,33	995,68	998,21
11	-45	100,01	0,5	0,05	30	20	0,33	995,68	998,21
12	-45	100,44	0,5	0,005	20	10	0,50	998,21	999,69
13	-45	100,12	0,5	0,005	30	10	0,67	995,68	999,69
14	-45	99,97	0,5	0,005	40	10	0,75	992,26	999,69
15	-45	100,11	0,5	0,005	40	20	0,50	992,26	998,21
16	-45	100,12	0,5	0,005	50	10	0,80	988,07	999,69
17	-45	100,12	0,5	0,005	50	20	0,60	988,07	998,21
18	-45	100,03	0,5	0,005	60	10	0,83	983,22	999,69
19	-45	100	0,5	0,005	60	20	0,67	983,22	998,21

4.3.6 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στον πίνακα 4.6 παρουσιάζονται οι παράμετροι των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τις φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη.

Πίνακας 4.6 Αρχικές συνθήκες προσομοίωσης για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

α/α	θ_0	F_0	D [cm]	h [cm]	T_0 [°C]	T_α [°C]	$\Delta T_0/T_0$	ρ_0 [kg/m ³]	ρ_α [kg/m ³]
1	30	100,01	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
2	45	100,01	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
3	60	100,01	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
4	75	100,01	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
5	45	10,00	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
6	45	20,00	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
7	45	40,00	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
8	45	60,00	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
9	45	80,01	0,6	0,006	20	30	0,5	998,21	995,68
10	45	100,01	0,6	0,6	20	30	0,5	998,21	995,68
11	45	100,01	0,6	0,06	20	30	0,5	998,21	995,68

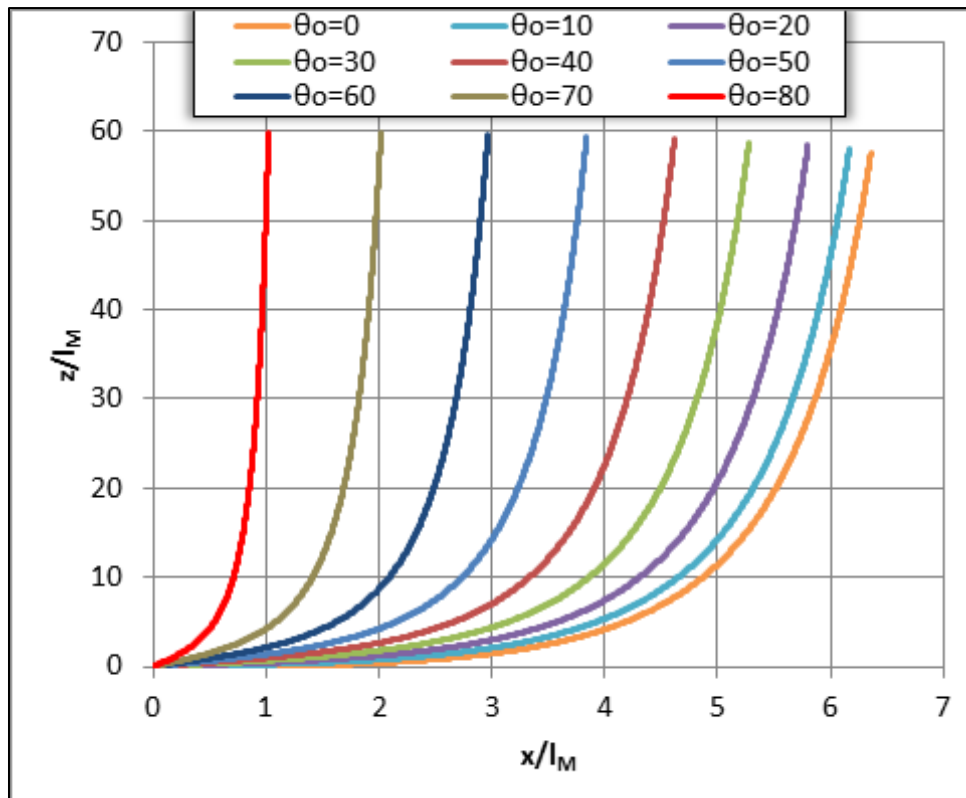
5 Αποτελέσματα μοντέλου προσομοίωσης ροής ανωστικών φλεβών

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το μοντέλο προσομοίωσης ροής ανωστικών φλεβών. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων του μοντέλου έγινε με τη χρήση του λογισμικού Excel. Γίνεται σύγκριση τους με αποτελέσματα από προηγούμενες έρευνες και πειράματα.

5.1 Φλέβες θετικής άνωσης

5.1.1 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από 0 έως 80°, αριθμό Froude $F_o=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$ και διαφορά πυκνότητας 25 kg/m^3 . Όπως φαίνεται, όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_o , τόσο η τροχιά της φλέβας μικραίνει και τείνει να γίνει κατακόρυφη.



Σχήμα 5.1 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$

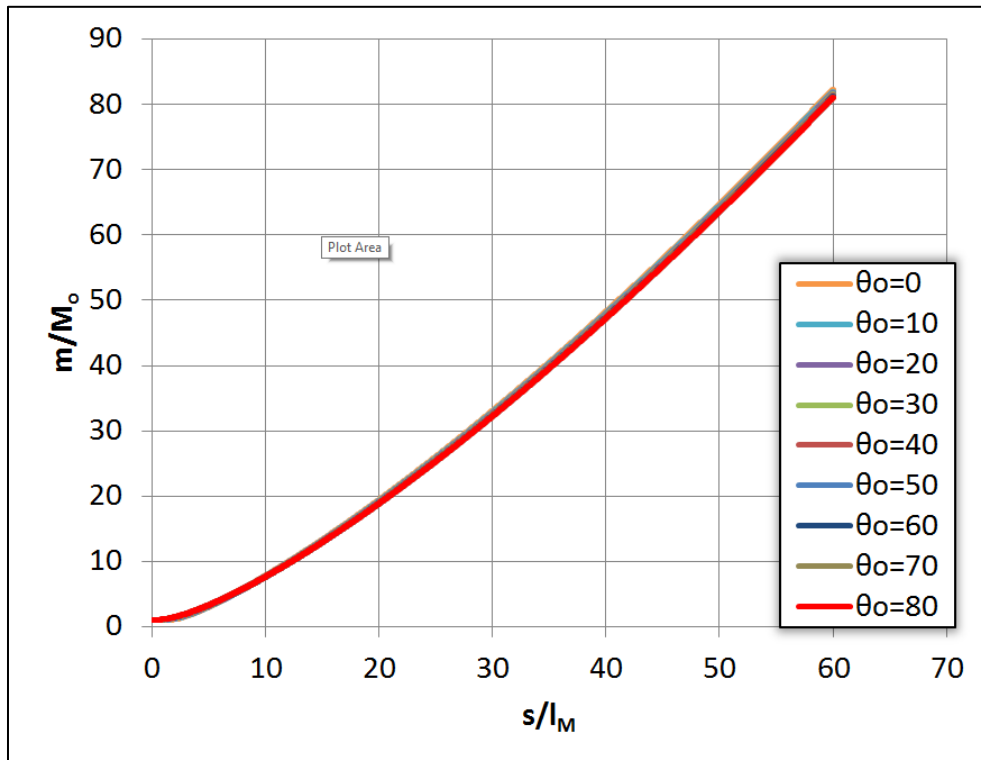
Στο σχήμα 5.2 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_0 . Στο σχήμα 5.3 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης έχουν μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας και ότι η ποσότητα m/M_0 αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_0 για κατακόρυφο πλούμιο.

Στο σχήμα 5.4 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την Q_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_0 . Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι η ποσότητα q/Q_0 αυξάνει με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_0 για κατακόρυφο πλούμιο.

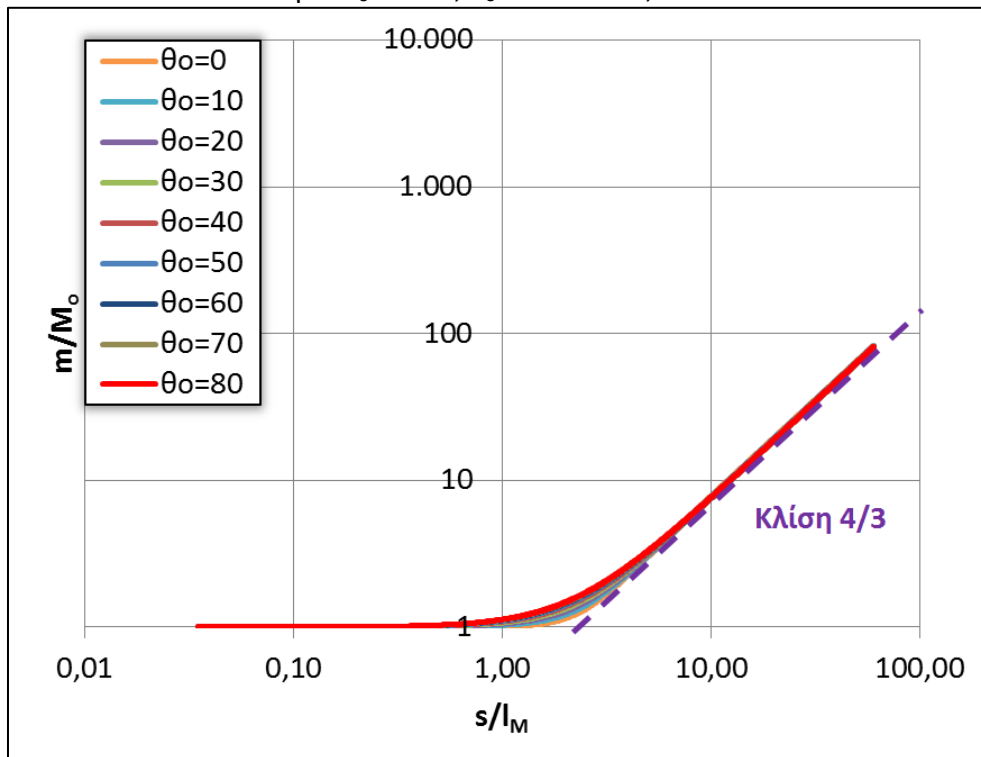
Στο σχήμα 5.6 παρουσιάζεται η μέση αραίωση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_0 .

Στο σχήμα 5.7 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Παρατηρείται ότι για γωνία θ_0 μικρότερη ή ίση των 40° , ο Ri^2 παρουσιάζει μία μέγιστη τιμή στο σημείο καμπής, η οποία μεγαλώνει μειωμένης της θ_0 . Για γωνία θ_0 μεγαλύτερη των 40° ο Ri^2 δε παρουσιάζει κανένα μέγιστο στο σημείο καμπής και μικραίνει όσο μεγαλώνει η θ_0 . Παρόλα αυτά ο Ri^2 σταθεροποιείται στην τιμή $0,36$, η οποία αντιστοιχεί στον αριθμό Richardson Ri^2 του πλουμίου.

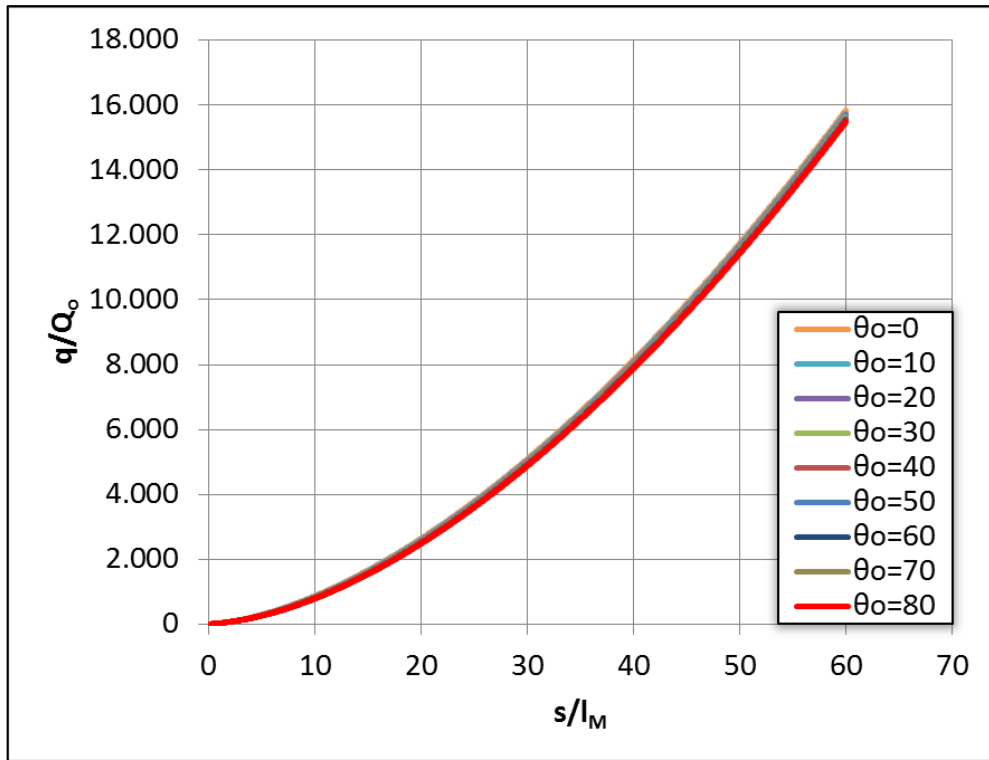
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α (σχήμα 5.8), το οποίο είναι λογικό, αφού είναι συνάρτηση του Ri^2 . Η τιμή στην οποία σταθεροποιείται είναι το $0,127$, αριθμός που αντιστοιχεί στο συντελεστή συμπαράσυρσης του πλουμίου.



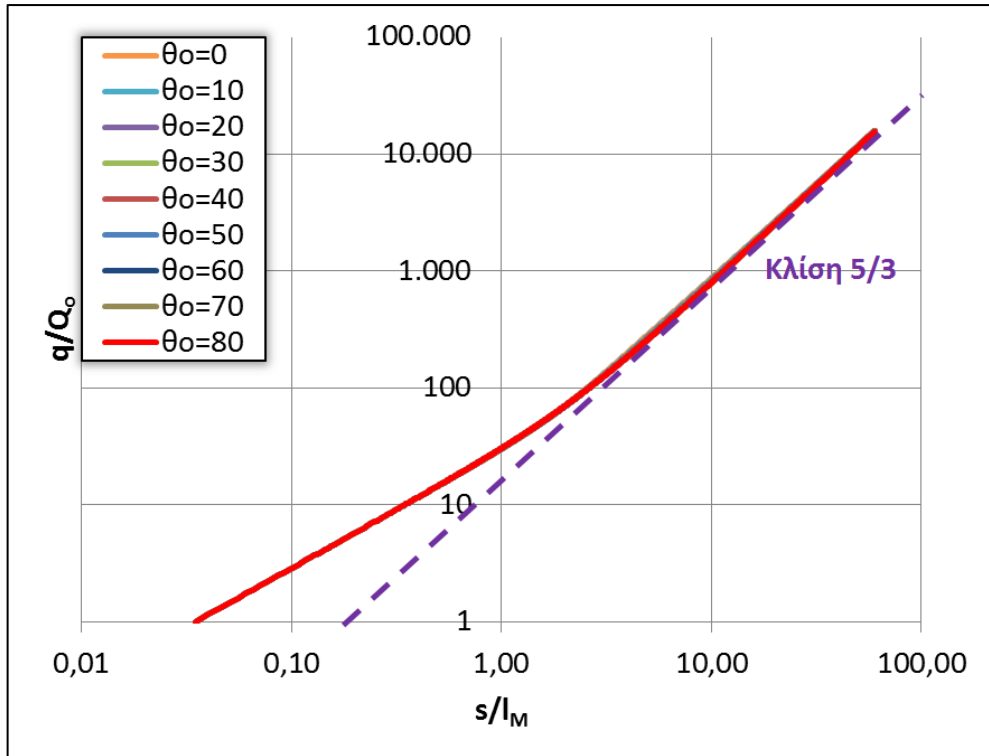
Σχήμα 5.2 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



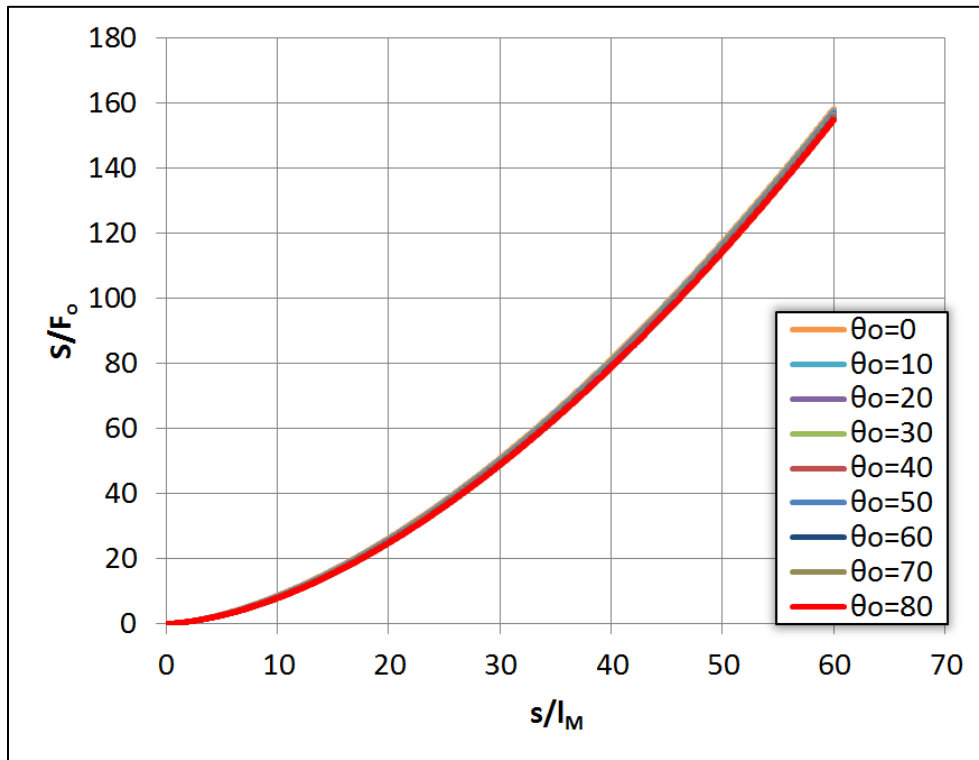
Σχήμα 5.3 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



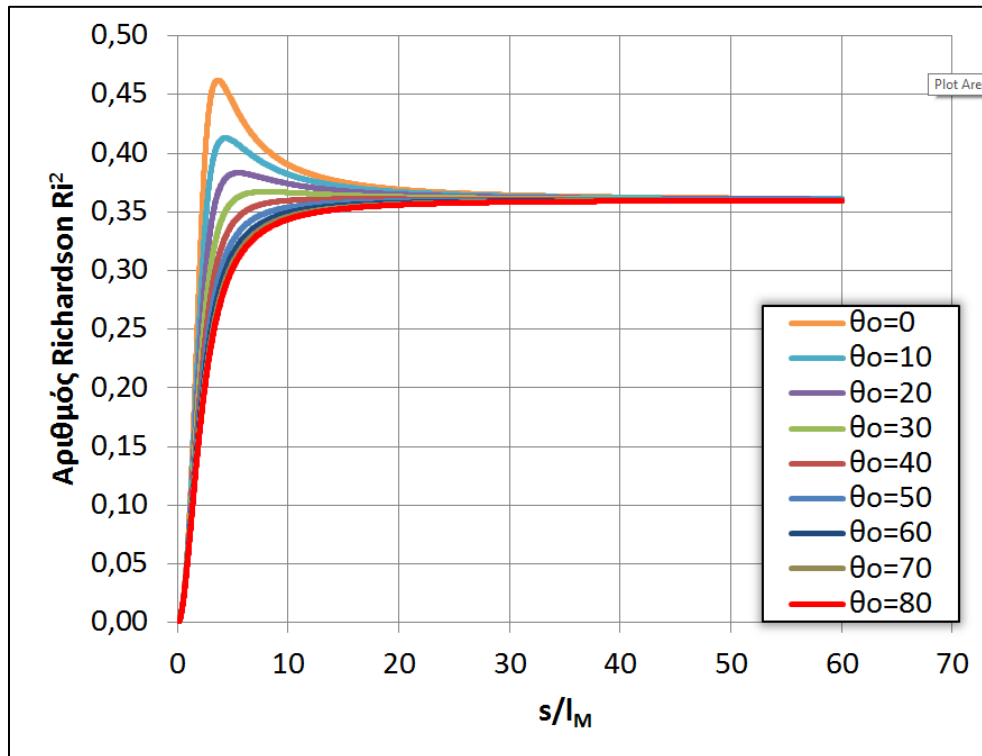
Σχήμα 5.4 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



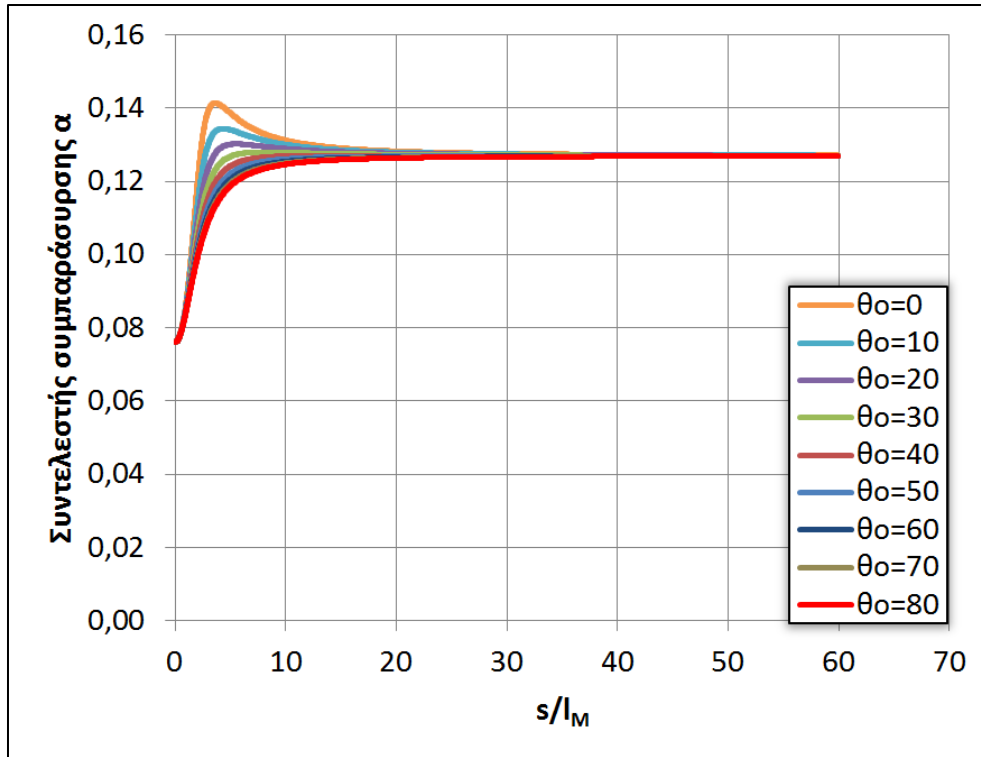
Σχήμα 5.5 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.6 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

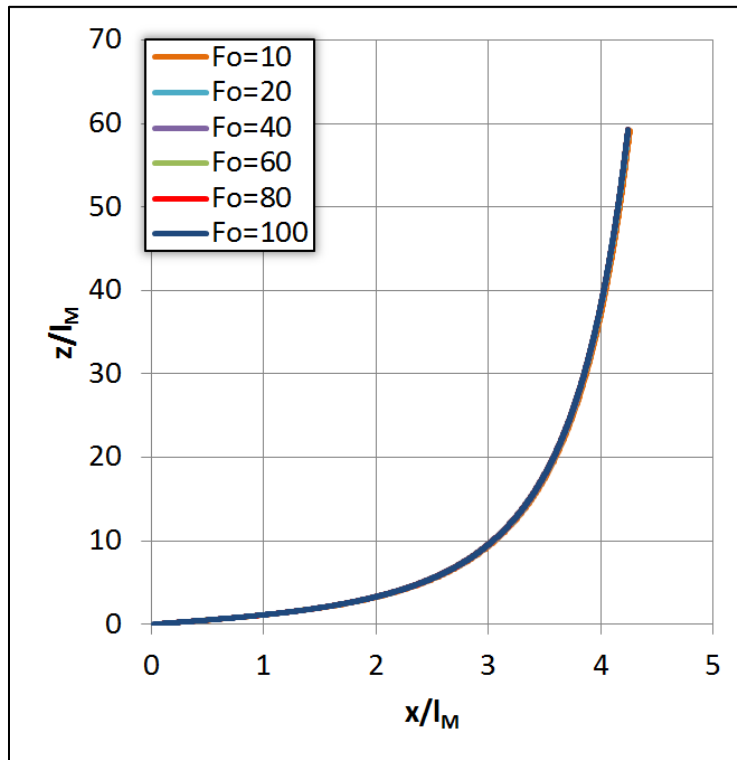


Σχήμα 5.7 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

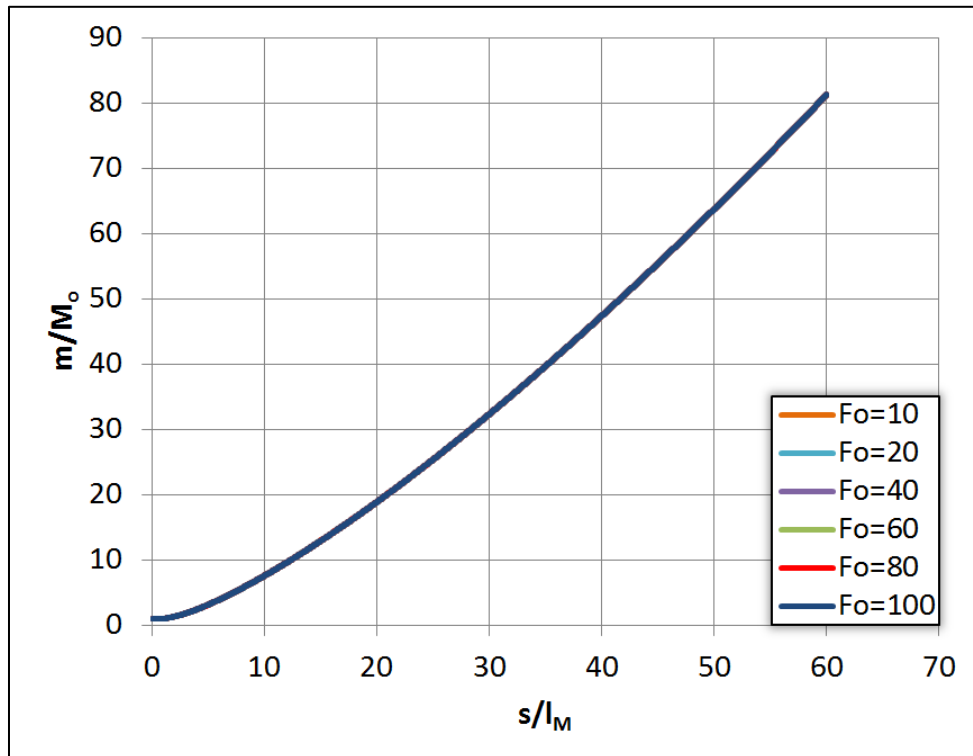


Σχήμα 5.8 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

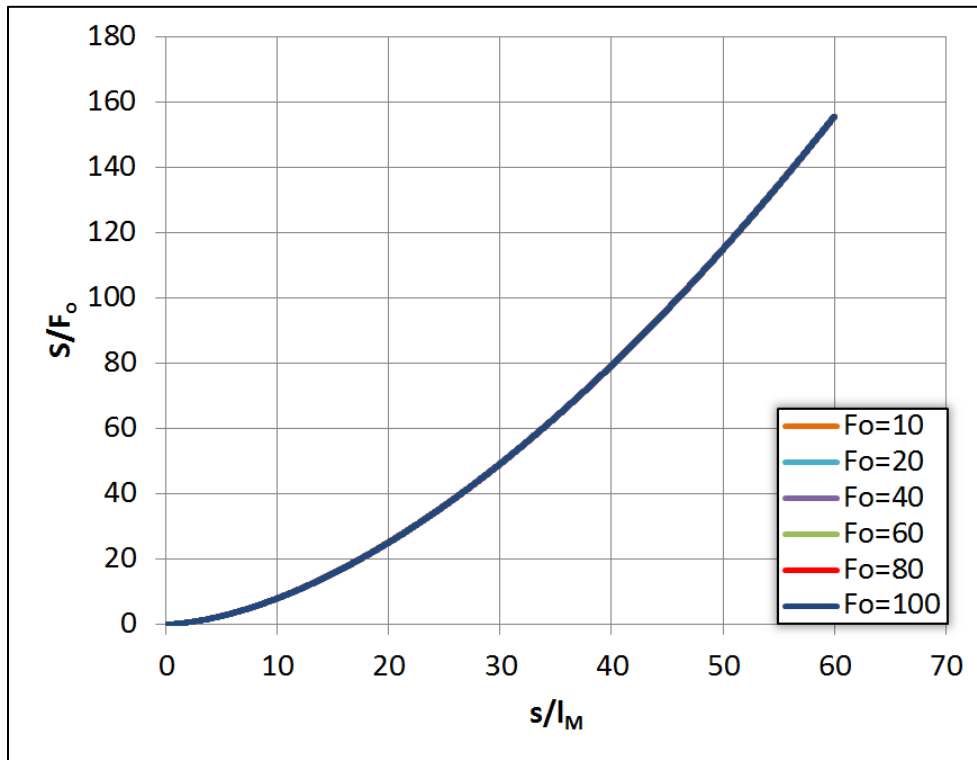
Στη συνέχεια (σχήμα 5.9 έως σχήμα 5.13) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_0 στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_0=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται, ο αριθμός F_0 δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



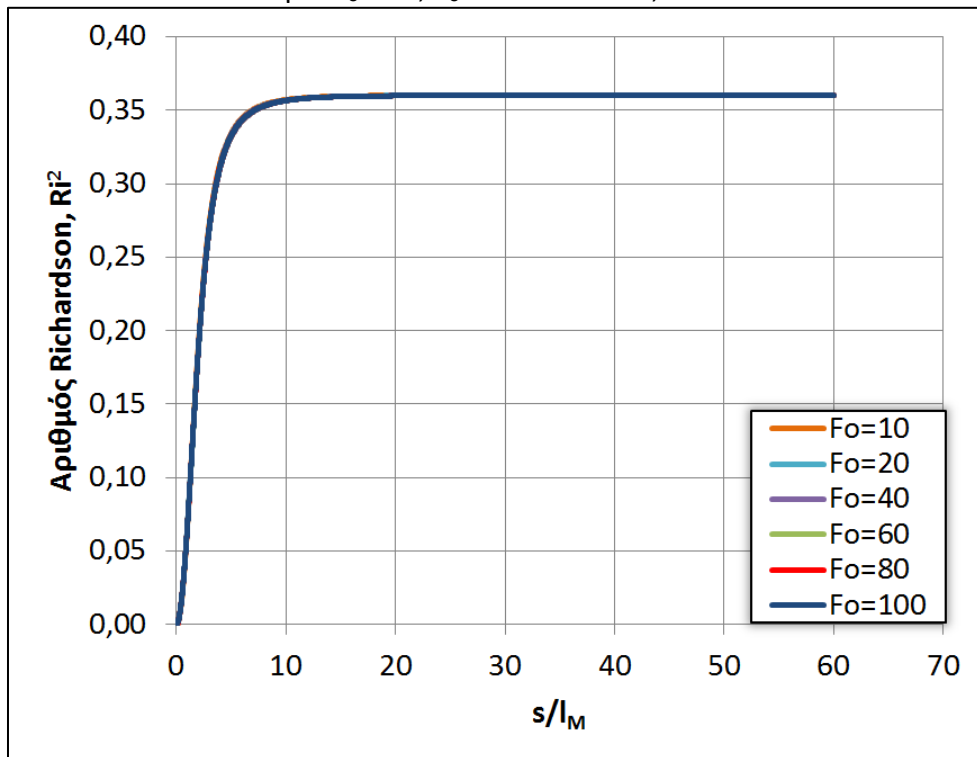
Σχήμα 5.9 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$



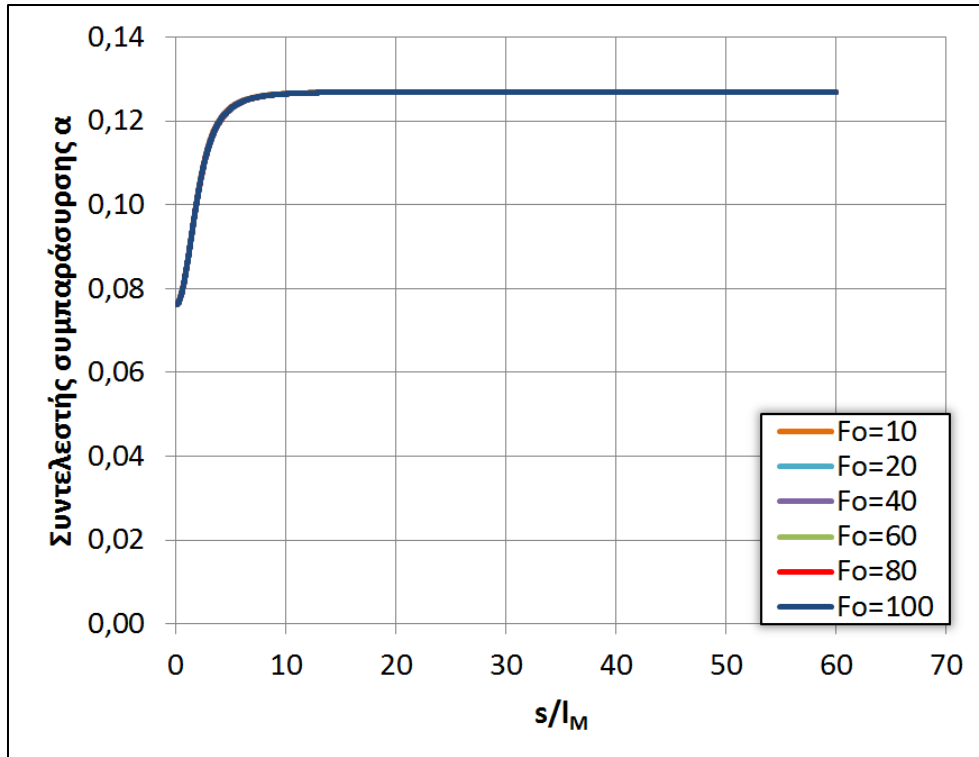
Σχήμα 5.10 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.11 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

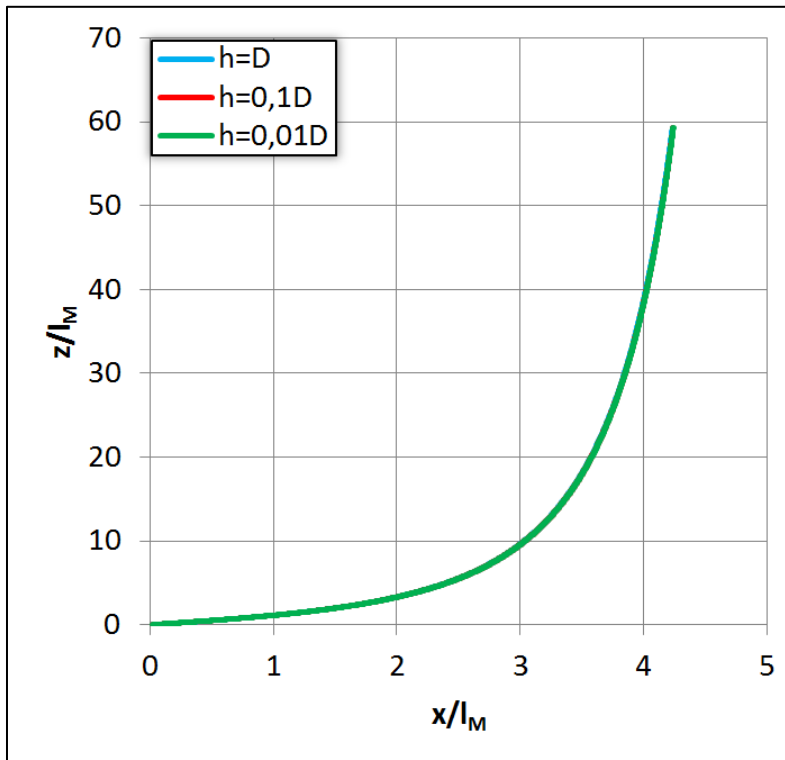


Σχήμα 5.12 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

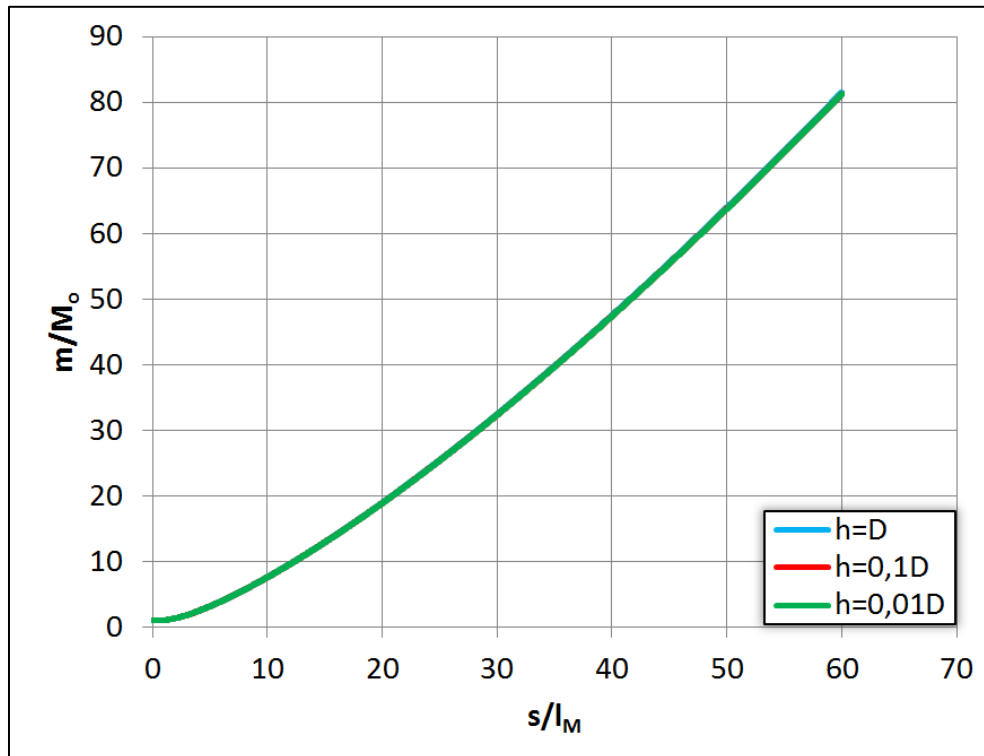


Σχήμα 5.13 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

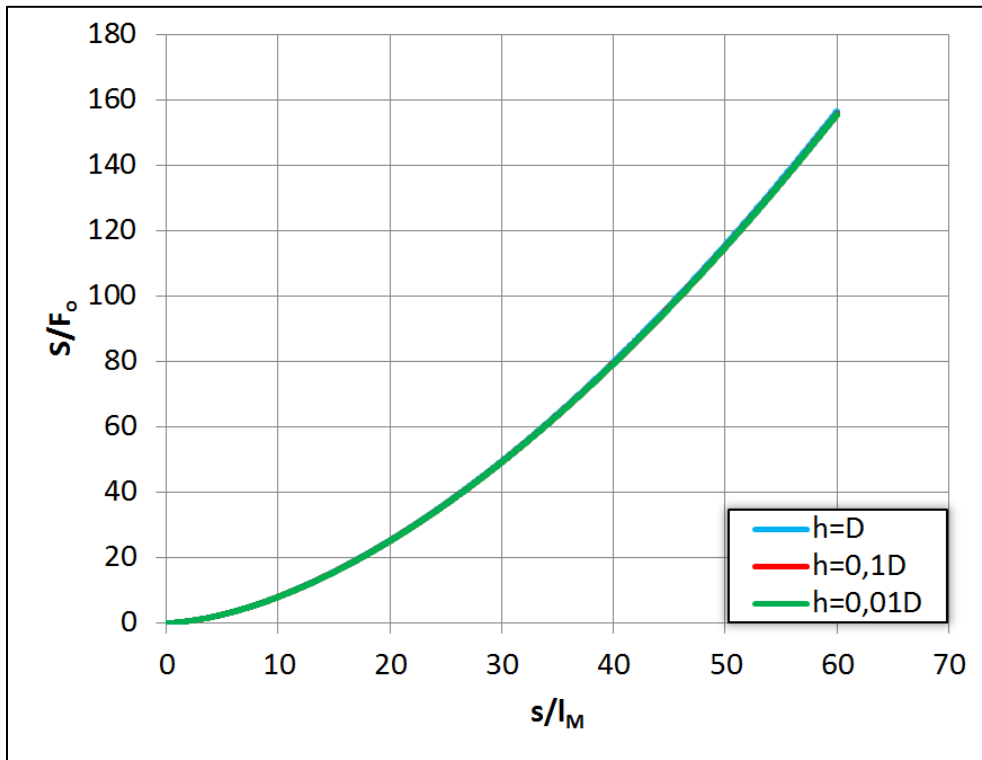
Ακολουθεί (σχήμα 5.14 έως σχήμα 5.18) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



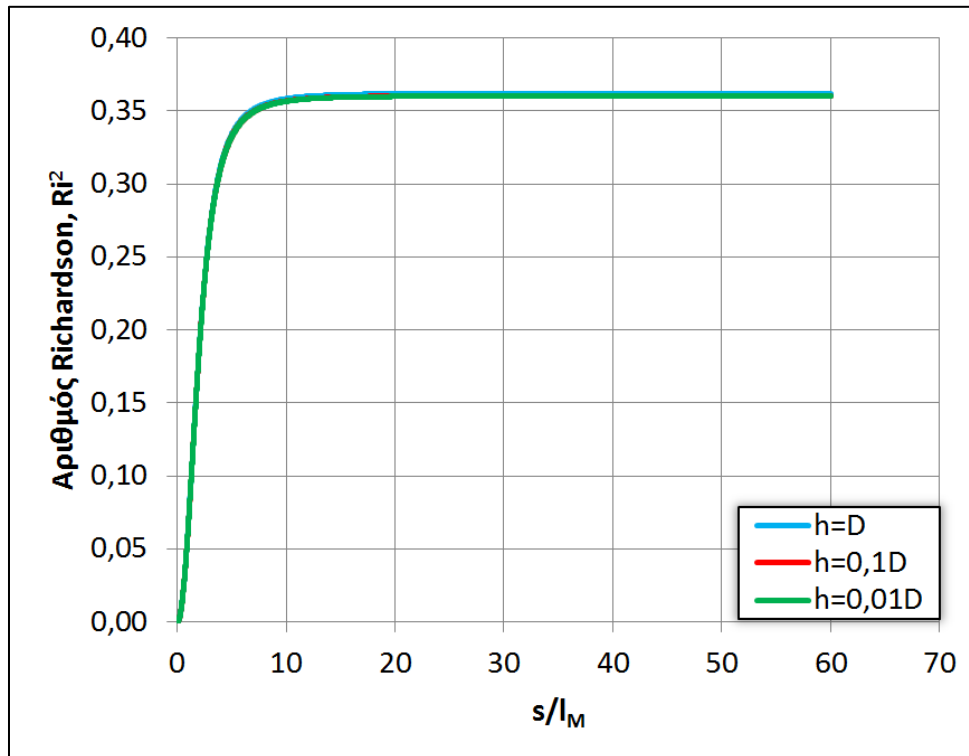
Σχήμα 5.14 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



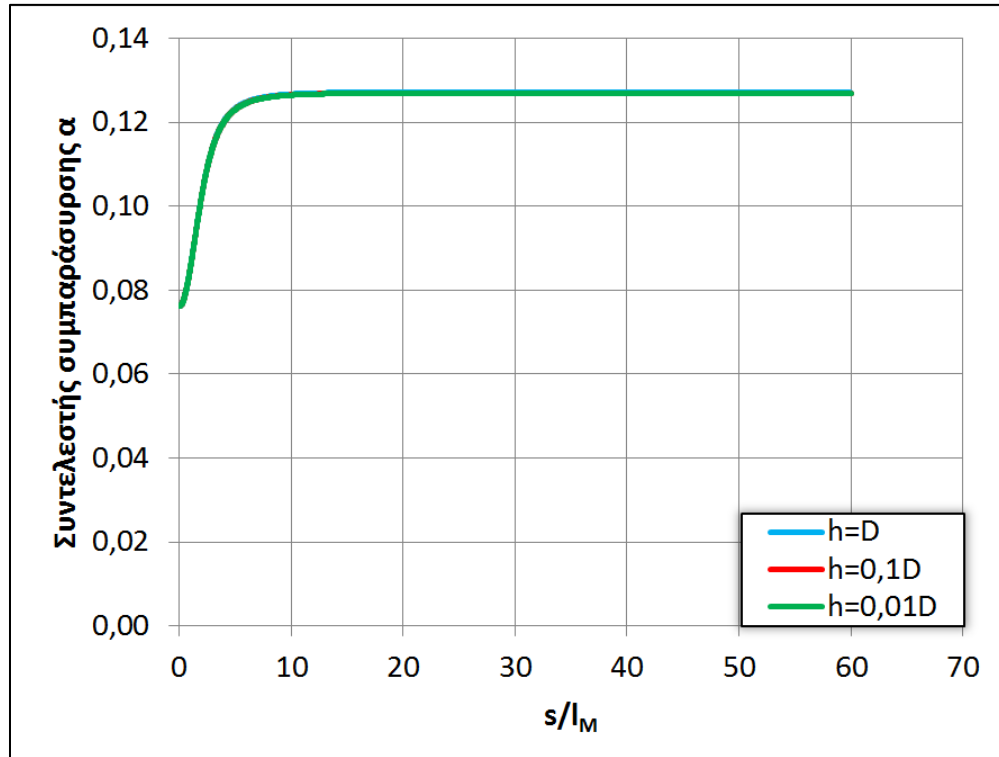
Σχήμα 5.15 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.16 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$

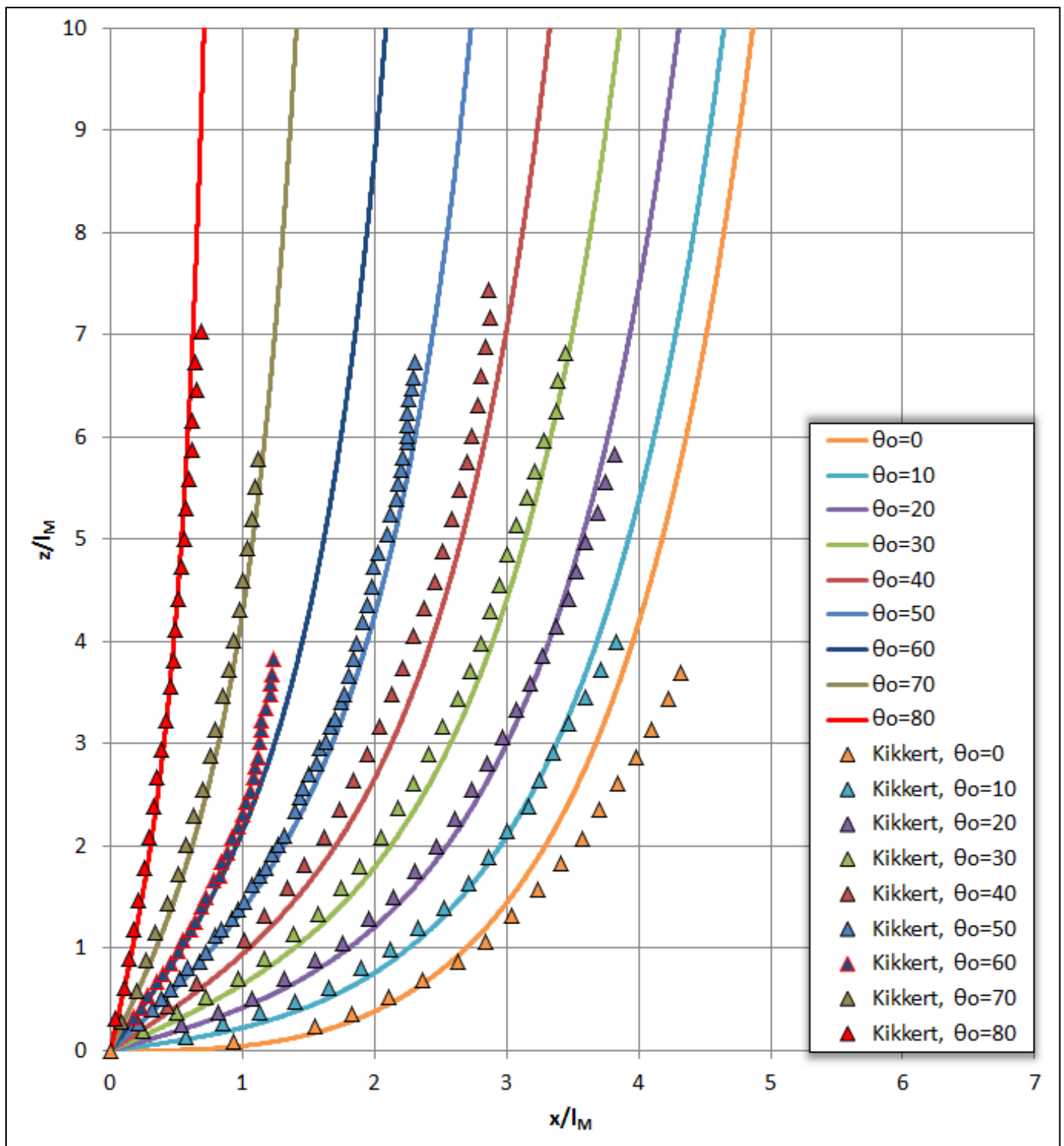


Σχήμα 5.17 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$

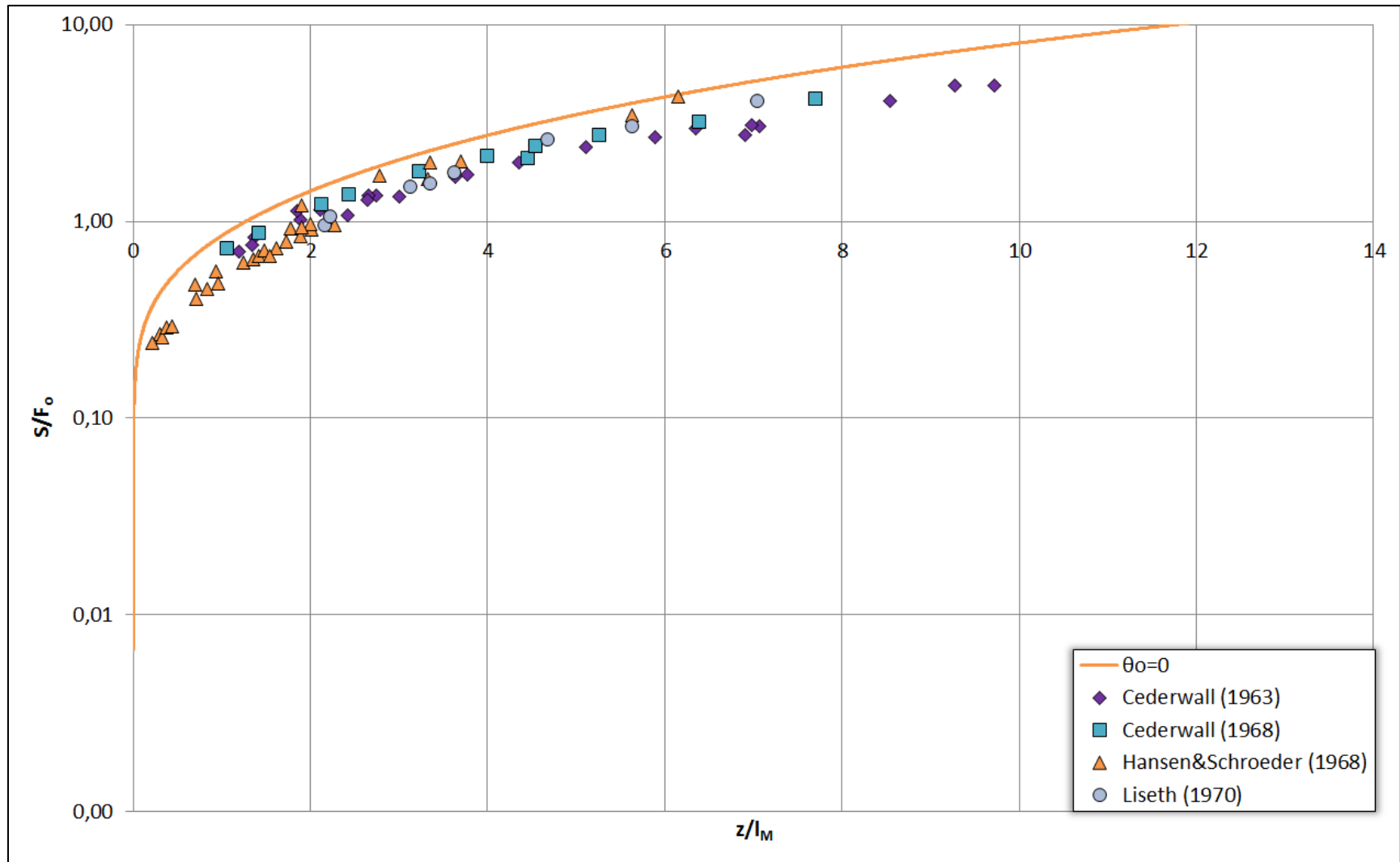


Σχήμα 5.18 Διάγραμμα α – s/l_M φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$ & $h=D-0,01D$

Τέλος, συγκρίνονται παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με την τροχιά και την αραιώση των φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας (σχήμα 5.19 και σχήμα 5.20 αντίστοιχα). Επειδή το μοντέλο υπολογίζει τη μέση αραιώση, η τιμή αυτή διαιρέθηκε με το 1,5, προκειμένου οι μέσες αραιώσεις να μετατραπούν σε αξονικές. Όπως παρατηρείται το μοντέλο επαληθεύεται από τα πειραματικά αποτελέσματα για την περίπτωση των τροχιών, ενώ τείνει να υπερεκτιμά τις αξονικές αραιώσεις.



Σχήμα 5.19 Σύγκριση μοντέλου προσομοίωσης και πειραματικών αποτελεσμάτων για τις τροχιές φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας



Σχήμα 5.20 Σύγκριση μοντέλου προσομοίωσης και πειραματικών αποτελεσμάτων για την αραιώση S/F_0 φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

5.1.2 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στο σχήμα 5.21 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από 0 έως τις 80° , αριθμό Froude $F_o=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$, θερμοκρασία $T_o=60^\circ\text{C}$ και $T_a=20^\circ\text{C}$. Όπως φαίνεται, όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_o , τόσο η τροχιά της φλέβας μικραίνει και τείνει να γίνει κατακόρυφη.

Στο σχήμα 5.22 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_o . Στο σχήμα 5.23 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης έχουν μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας και ότι η ποσότητα m/M_o αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_o για κατακόρυφο πλούμιο.

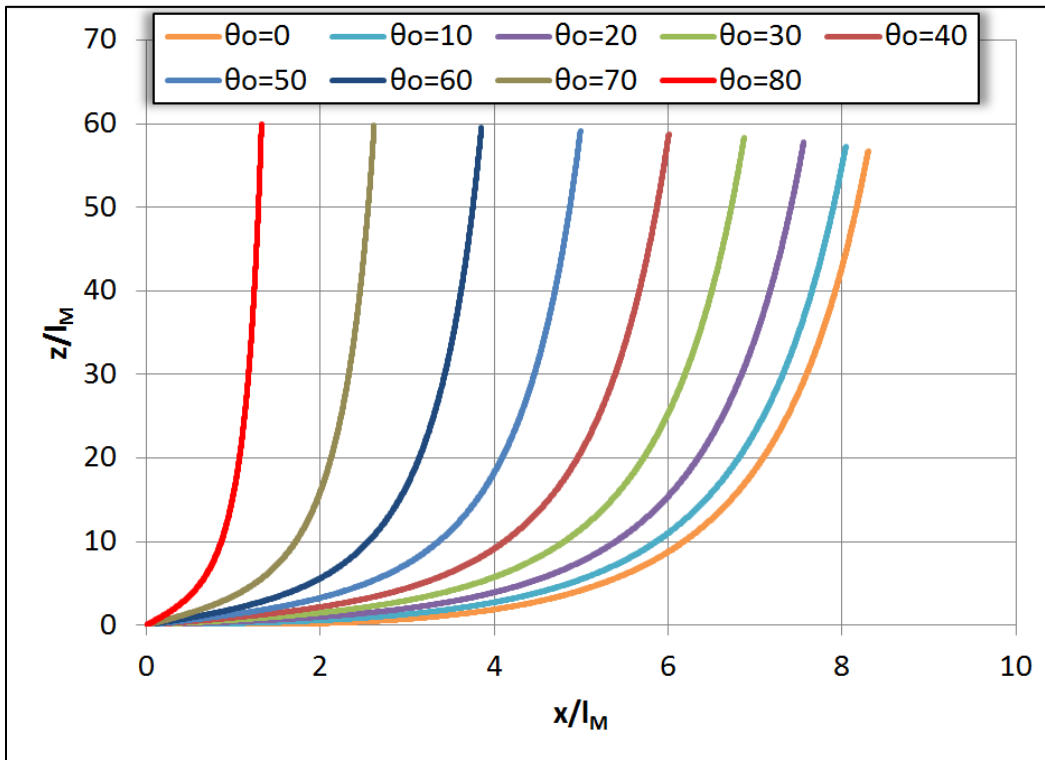
Στο σχήμα 5.24 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την Q_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_o . Στο σχήμα 5.25 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι η ποσότητα q/Q_o αυξάνει με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_o για κατακόρυφο πλούμιο.

Στο σχήμα 5.26 παρουσιάζεται η μέση αραιώση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_o .

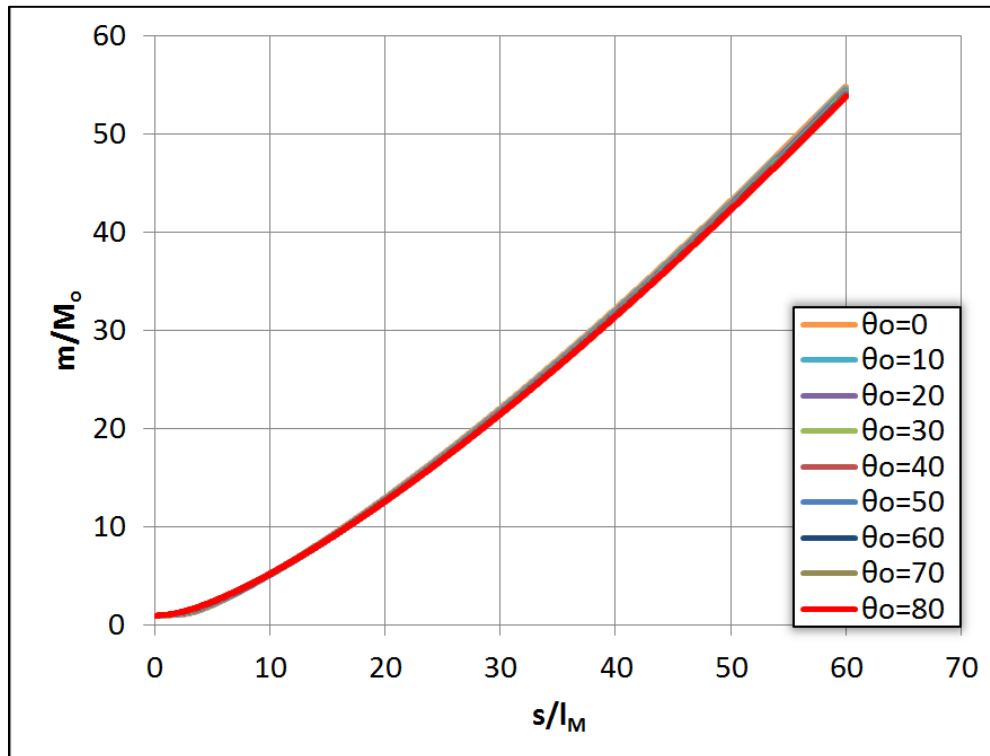
Στο σχήμα 5.27 παρουσιάζεται η ανωστική δύναμη β αδιαστατοποιημένη με την αρχική ανωστική δύναμη B_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Όπως είναι εμφανές, η αρχική γωνία παροχέτευσης δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά της ανωστικής δύναμης, η οποία μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,54.

Στο σχήμα 5.28 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Παρατηρείται ότι για γωνία θ_o μικρότερη ή ίση των 40° , ο Ri^2 παρουσιάζει μία μέγιστη τιμή στο σημείο καμπής, η οποία μεγαλώνει μειωμένης της θ_o . Για γωνία θ_o μεγαλύτερη των 40° ο Ri^2 δε παρουσιάζει κανένα μέγιστο στο σημείο καμπής και μικραίνει όσο μεγαλώνει η θ_o . Παρόλα αυτά ο Ri^2 σταθεροποιείται στην τιμή 0,36, η οποία αντιστοιχεί στον αριθμό Richardson Ri^2 του πλουμίου.

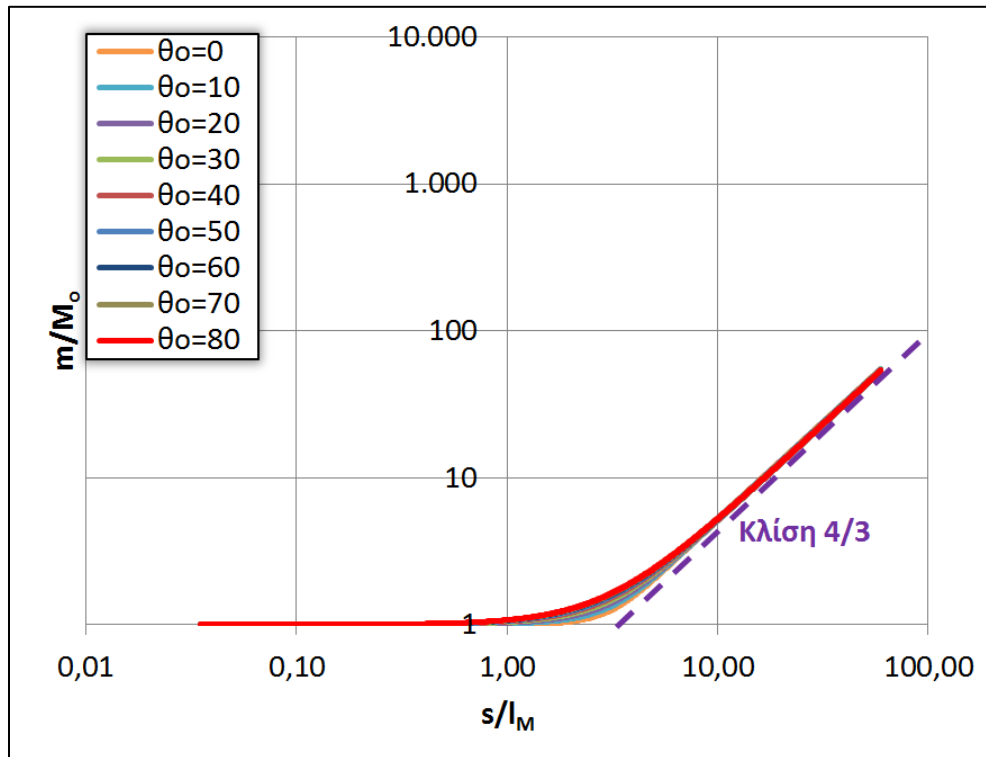
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α (σχήμα 5.29), το οποίο είναι λογικό, αφού είναι συνάρτηση του Ri^2 . Η τιμή στην οποία σταθεροποιείται είναι το 0,127, αριθμός που αντιστοιχεί στο συντελεστή συμπαράσυρσης του πλουμίου.



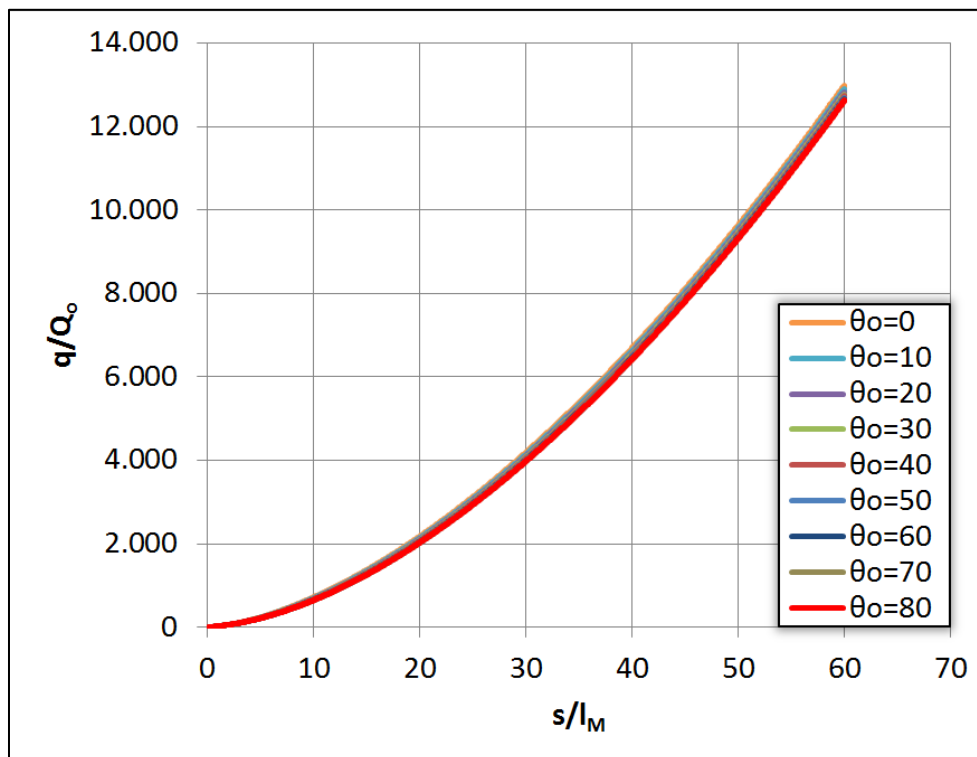
Σχήμα 5.21 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



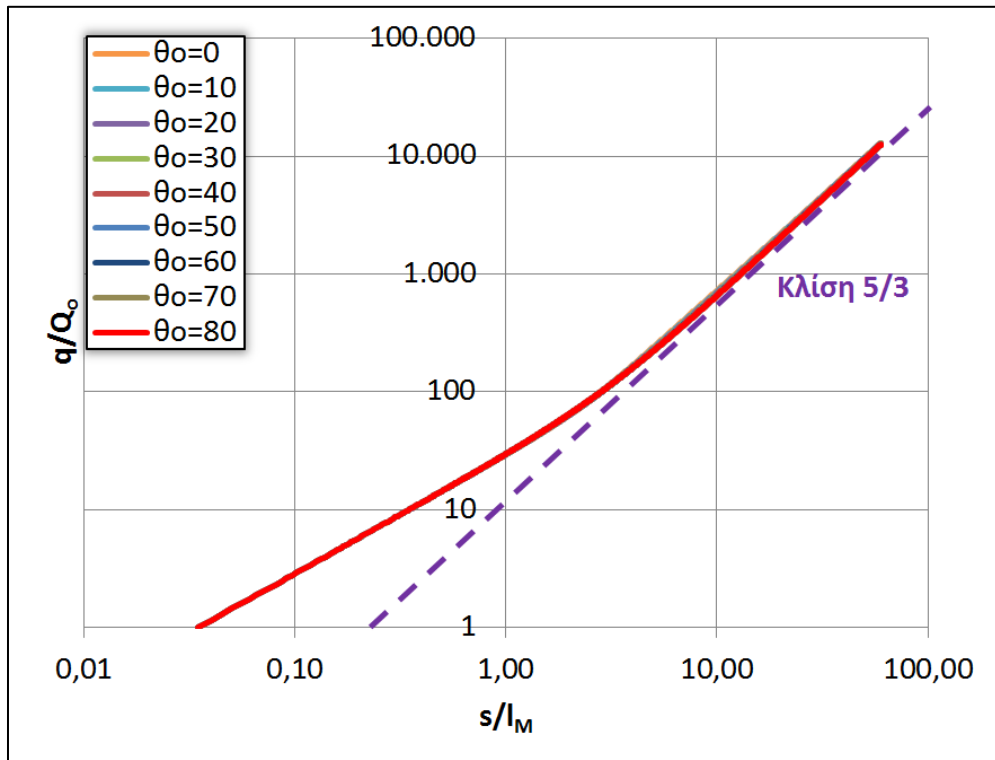
Σχήμα 5.22 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



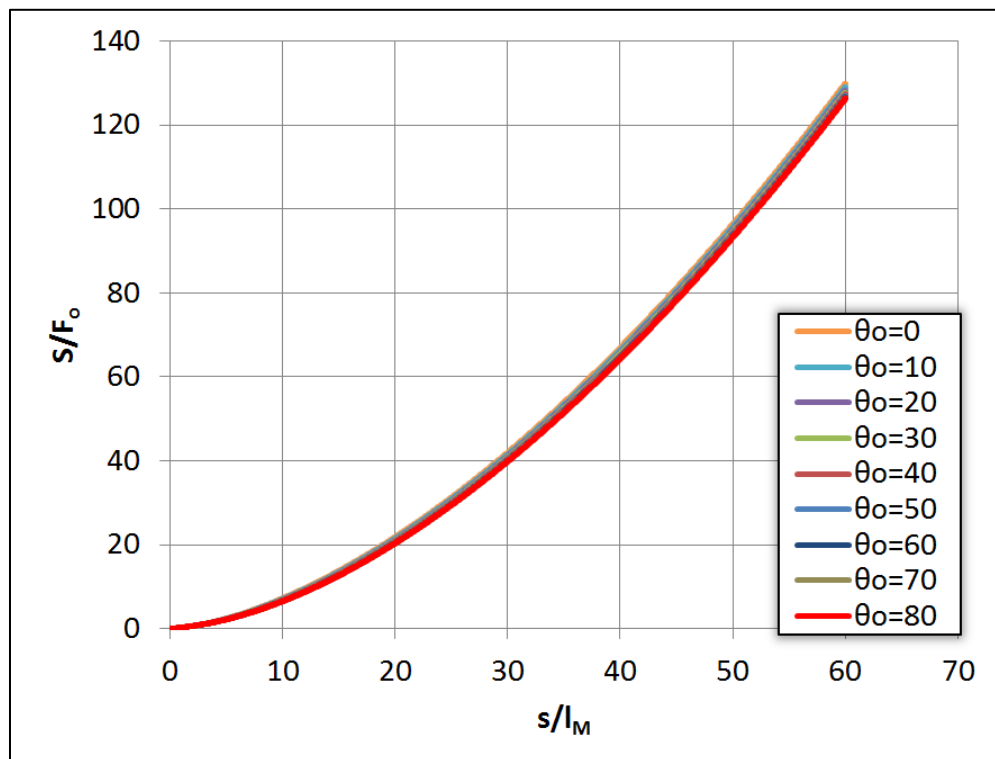
Σχήμα 5.23 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



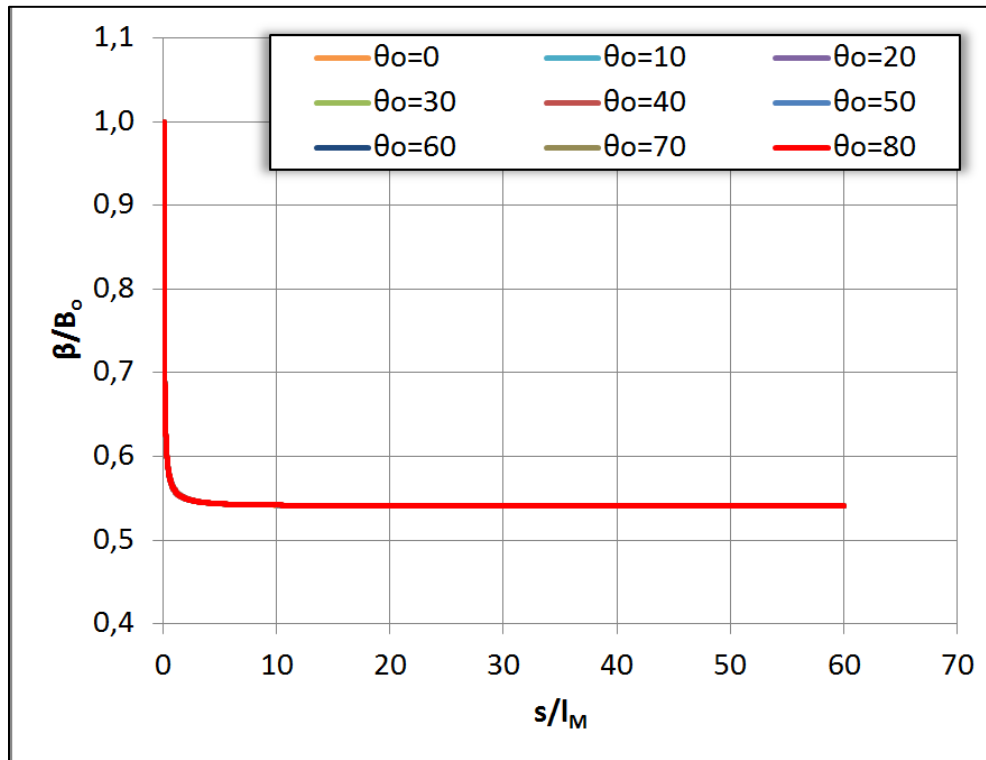
Σχήμα 5.24 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



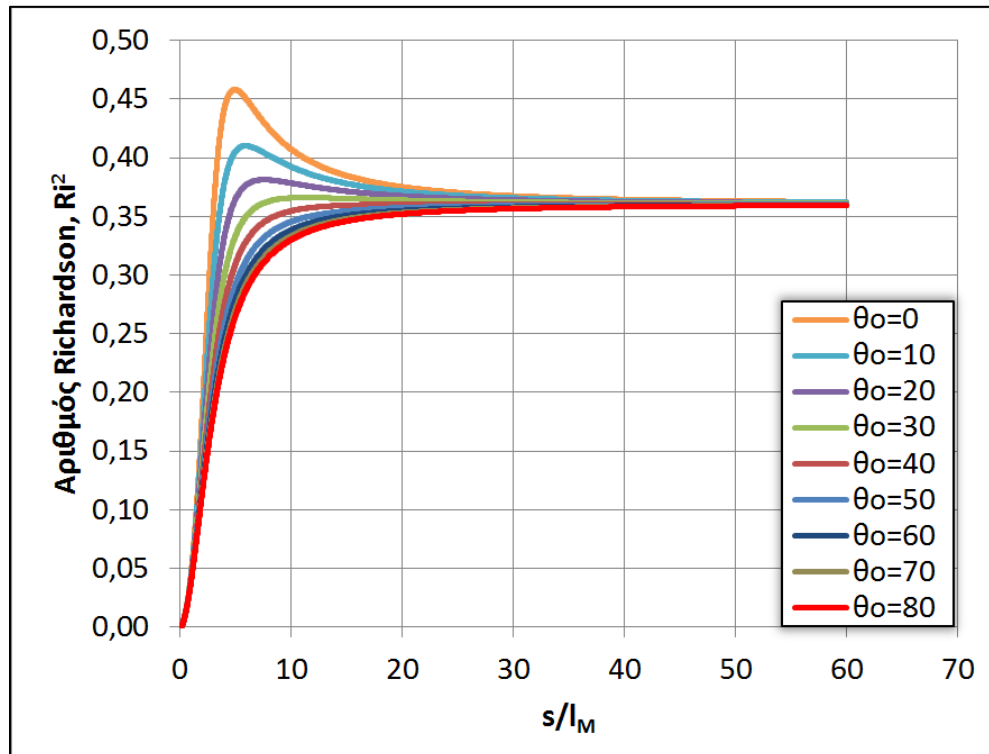
Σχήμα 5.25 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



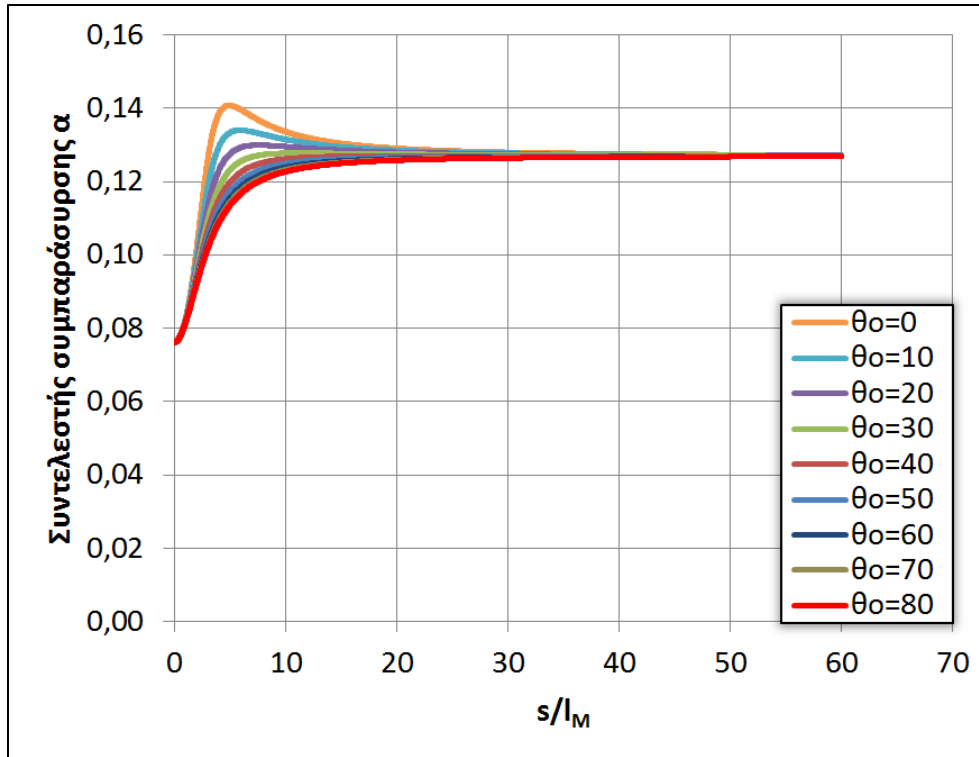
Σχήμα 5.26 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



Σχήμα 5.27 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

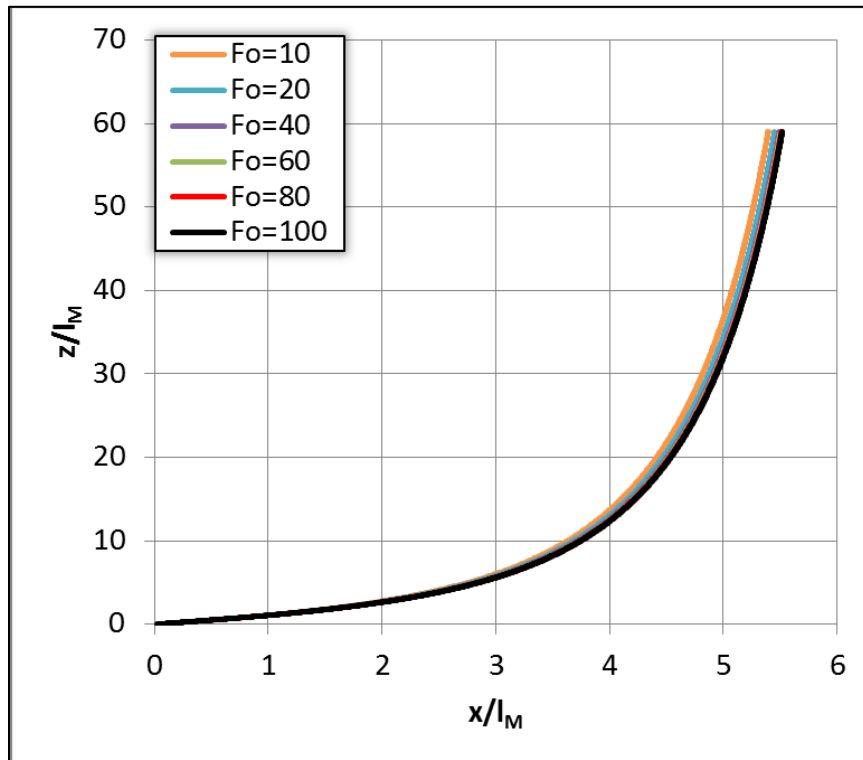


Σχήμα 5.28 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

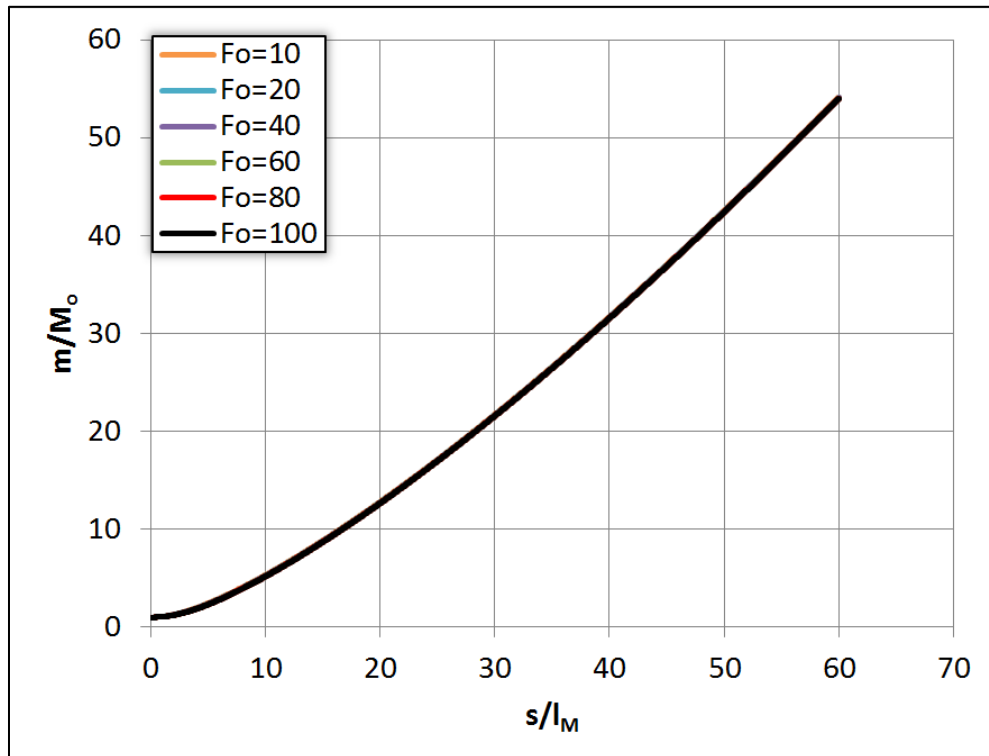


Σχήμα 5.29 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=0-80^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$

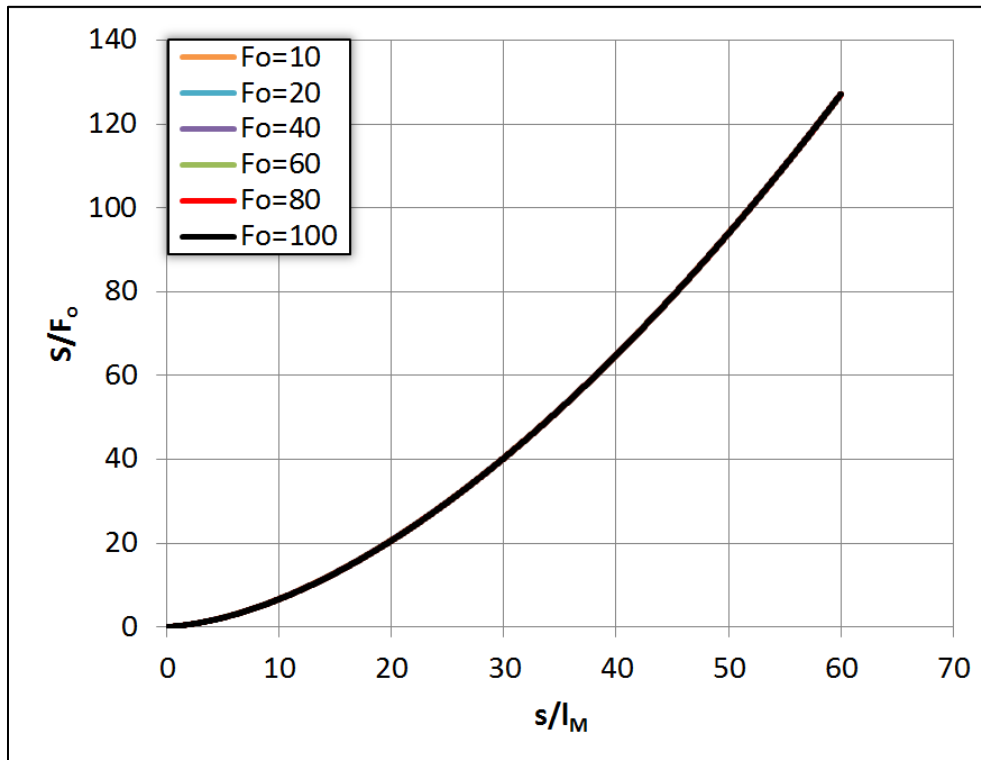
Στη συνέχεια (σχήμα 5.30 έως σχήμα 5.35) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_0 στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_0=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται από το σχήμα 5.31 και σχήμα 5.32 ο αριθμός F_0 δεν επηρεάζει την ορμή m/M_0 ούτε τη μέση αραίωση S/F_0 . Μικρή επιρροή έχει στην τροχιά της φλέβας (σχήμα 5.30), όπου αυξανόμενου του F_0 η τροχιά μεγαλώνει, αλλά σε μικρό βαθμό. Στο σχήμα 5.34 είναι φανερό ότι στο σημείο καμπής όσο μικρότερος είναι ο F_0 , μικραίνει και ο Ri^2 , αλλά η μεταβολή αυτή δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική. Επιπλέον ο Ri^2 σταθεροποιείται στην τιμή 0,36 σε όλες τις περιπτώσεις. Ίδια συμπεριφορά παρουσιάζει και ο συντελεστής α (σχήμα 5.35), το οποίο είναι λογικό δεδομένου ότι είναι συνάρτηση του Ri^2 , με τη διαφορά ότι σταθεροποιείται στην τιμή 0,127. Τέλος, παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η ανωστική δύναμη β/B_0 (σχήμα 5.33), με τη μόνη διαφορά ότι αντί να αυξάνει αυξανόμενου του F_0 αυτή μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,54.



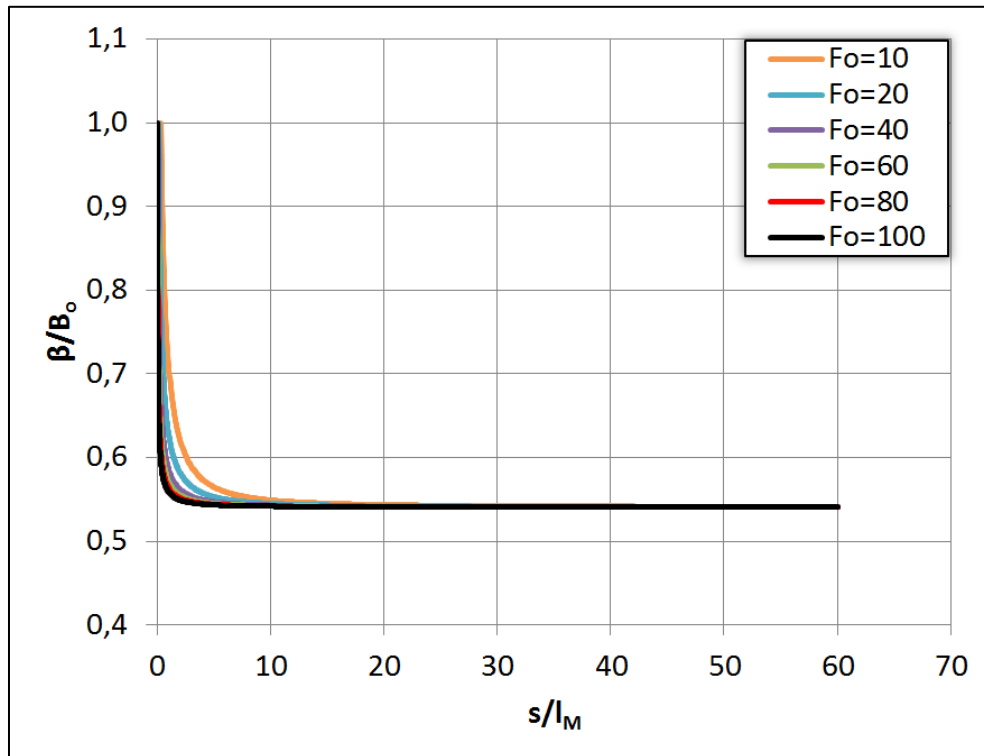
Σχήμα 5.30 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



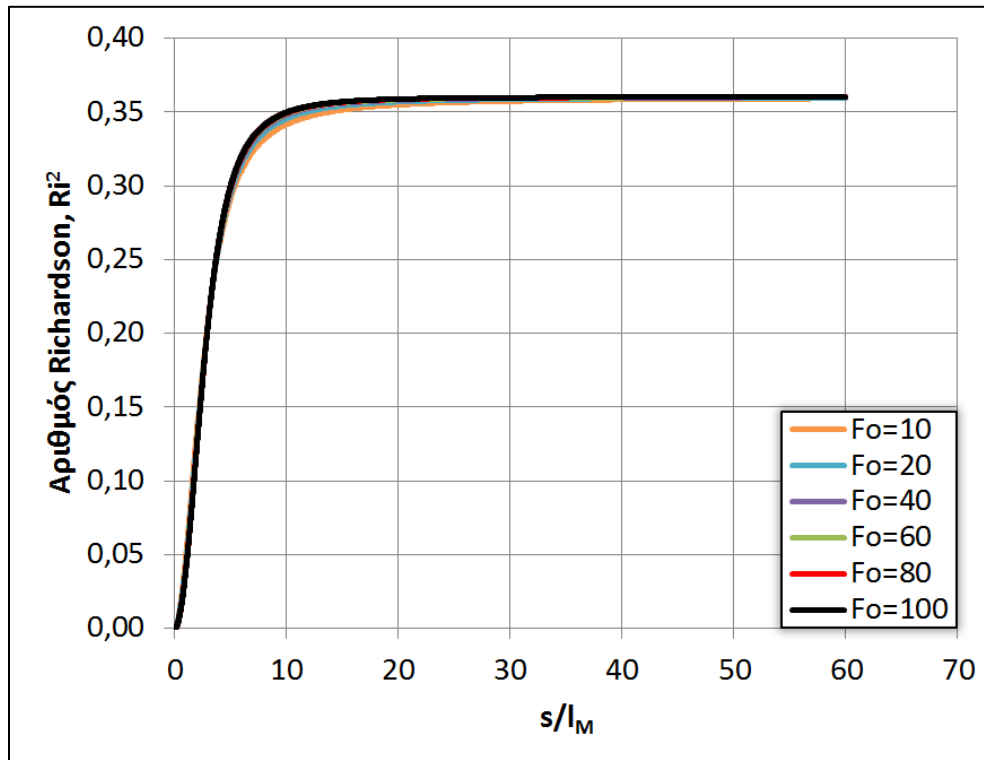
Σχήμα 5.31 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



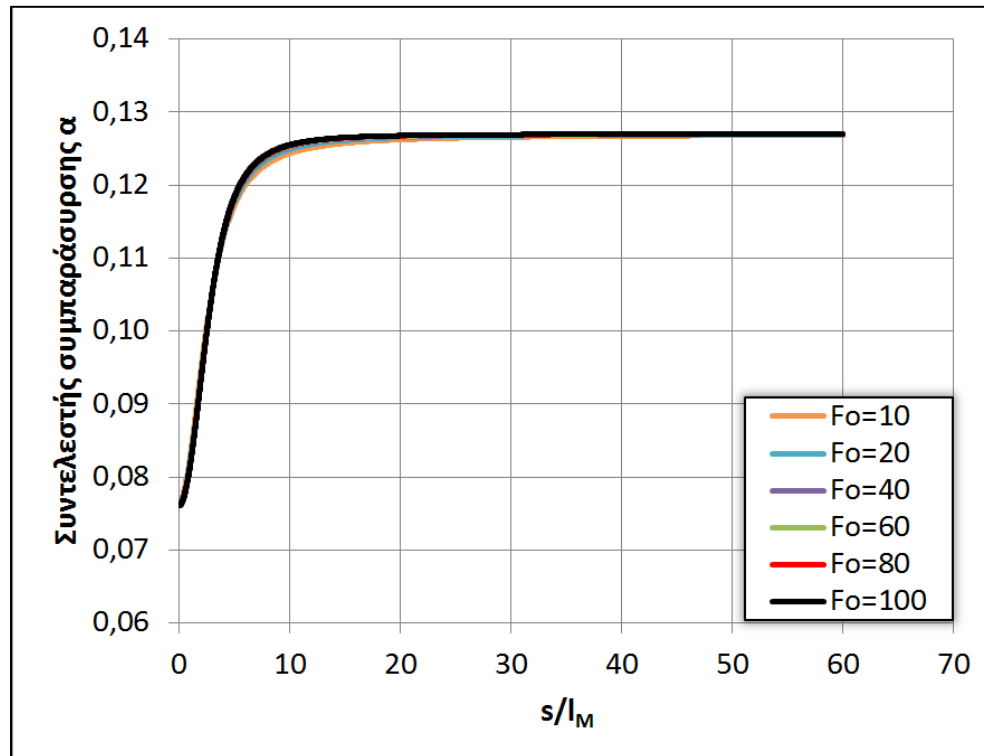
Σχήμα 5.32 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



Σχήμα 5.33 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$

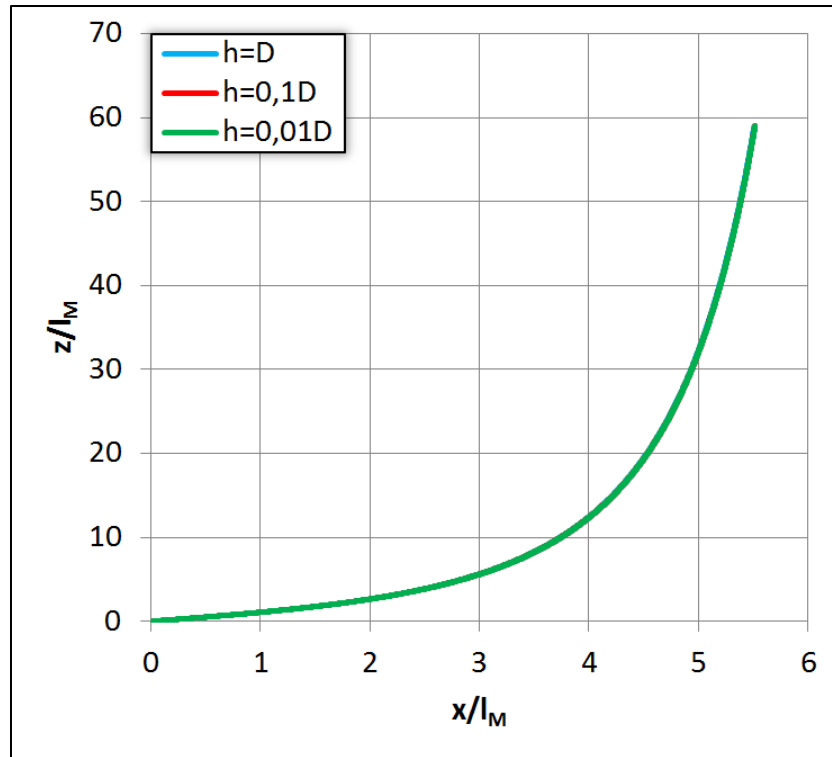


Σχήμα 5.34 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ C$, $T_\alpha=20^\circ C$ & $h=0,01D$

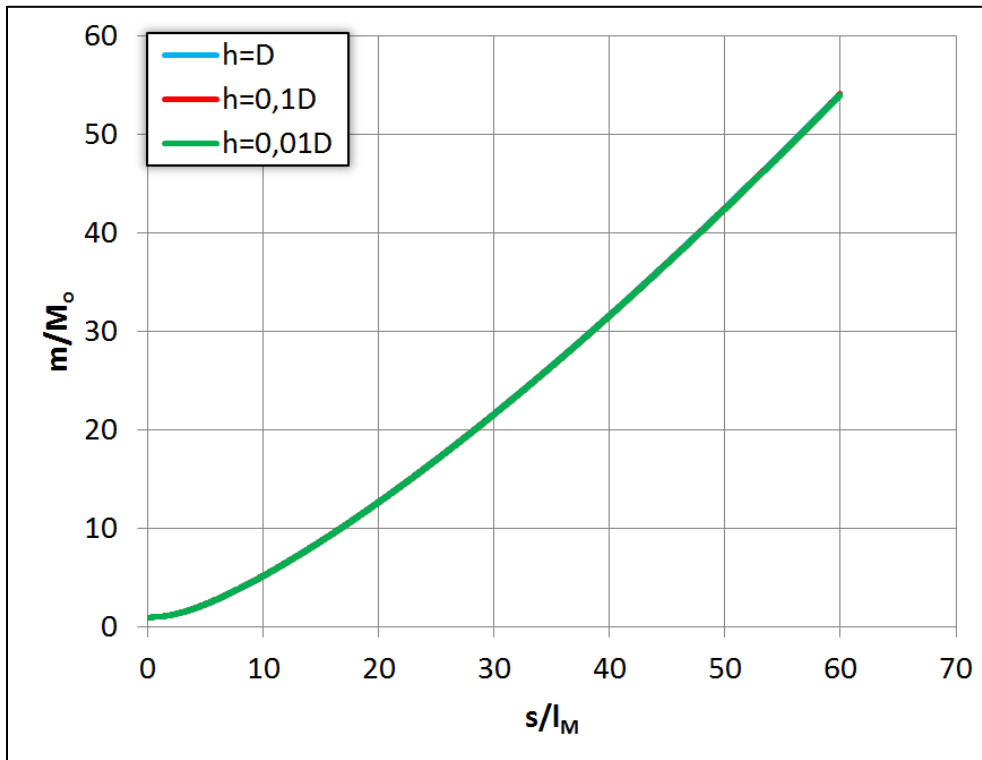


Σχήμα 5.35 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=60^\circ C$, $T_\alpha=20^\circ C$ & $h=0,01D$

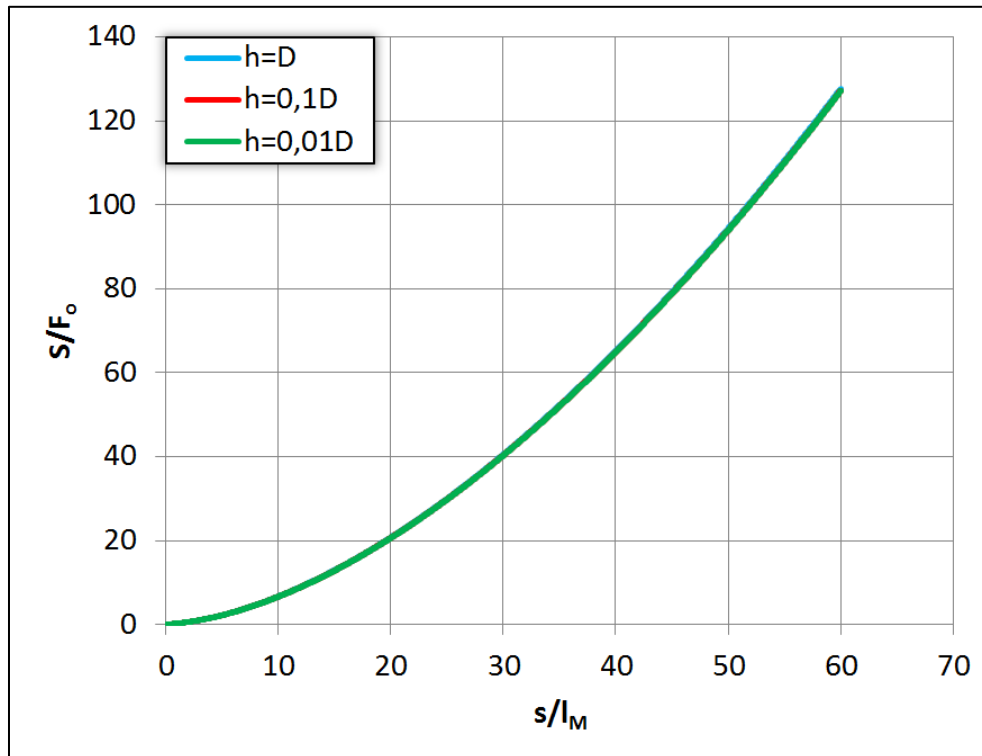
Ακολουθεί (σχήμα 5.36 έως σχήμα 5.41) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



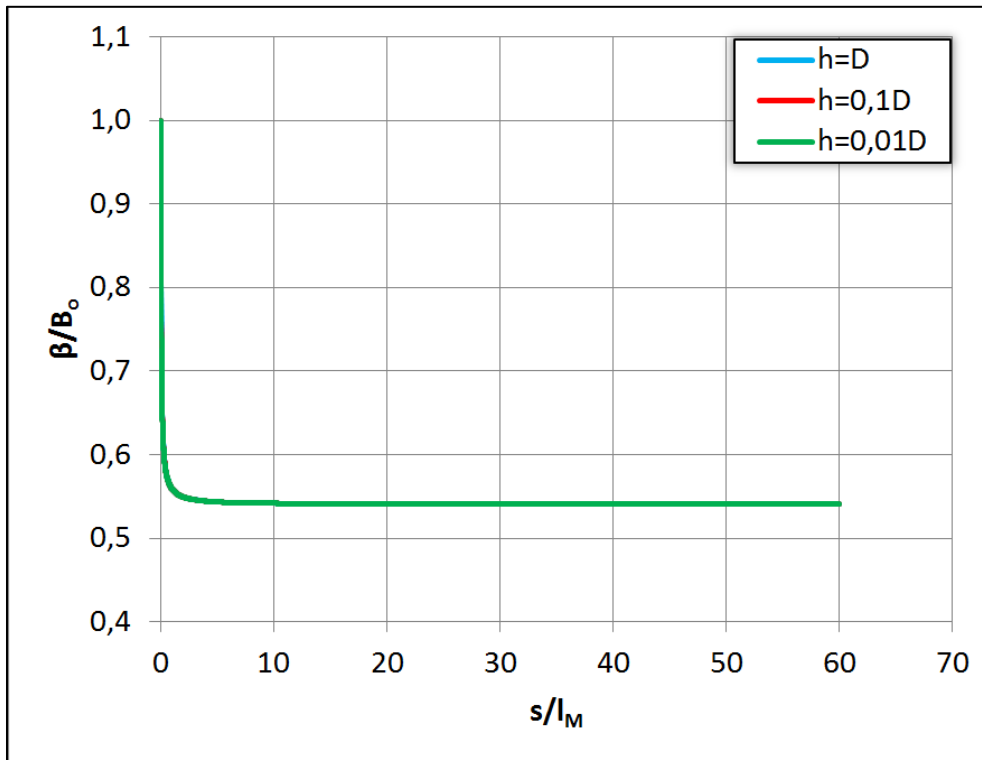
Σχήμα 5.36 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



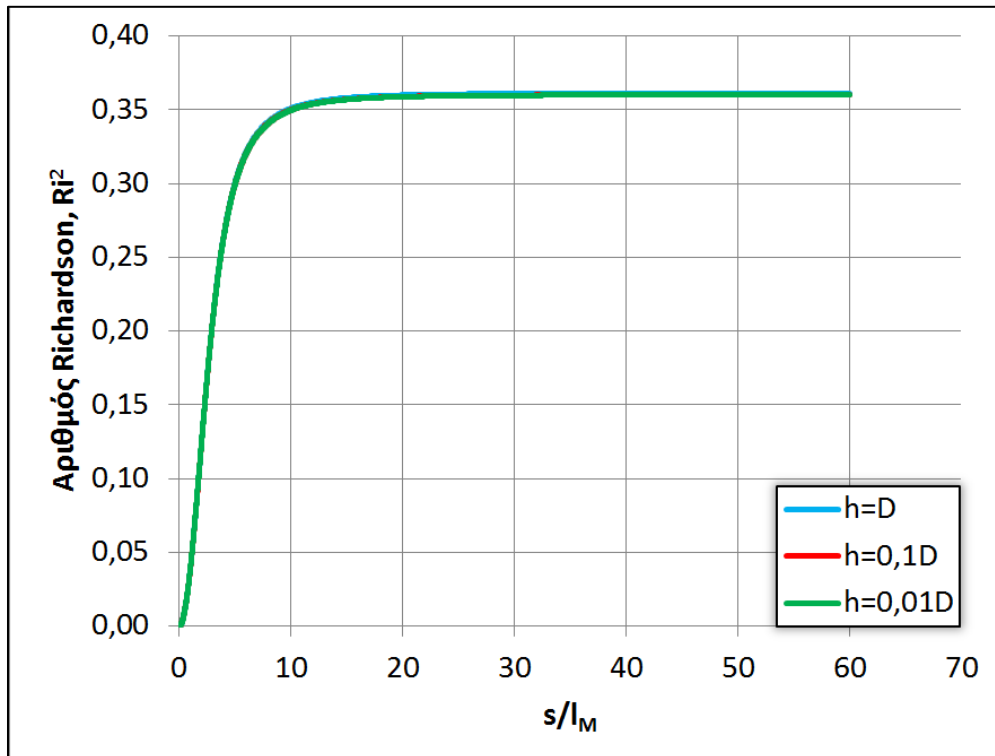
Σχήμα 5.37 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



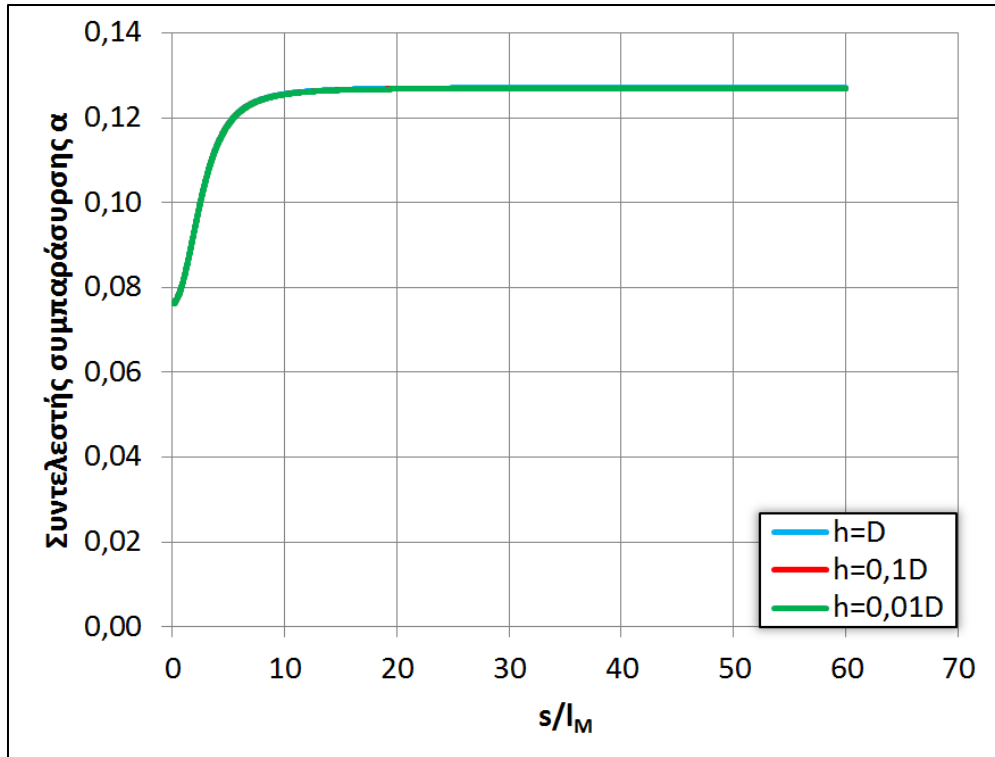
Σχήμα 5.38 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.39 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.40 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



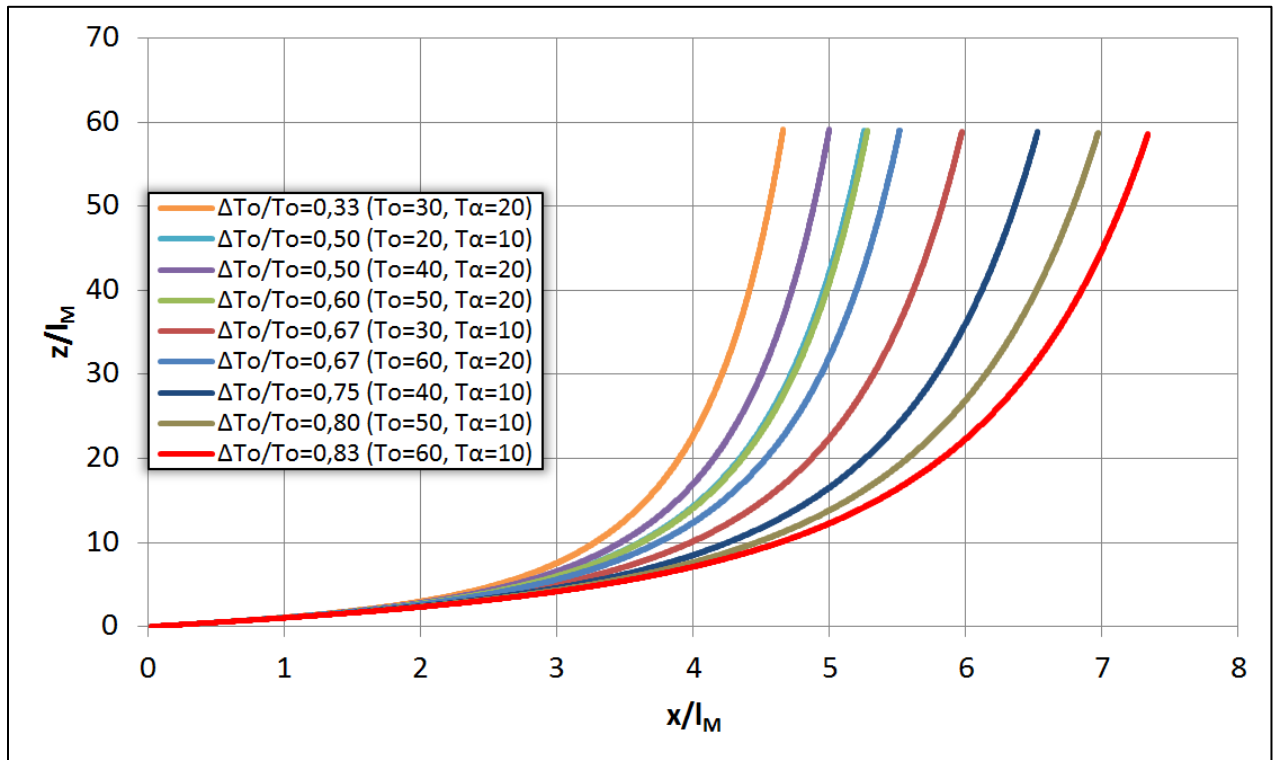
Σχήμα 5.41 Διάγραμμα α – s/l_M θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$

Στη συνέχεια (σχήμα 5.42 έως σχήμα 5.47) παρουσιάζεται η επίδραση της θερμοκρασιακής διαφοράς ΔT_0 αδιαστατοποιημένης με την αρχική θερμοκρασία T_0 στα χαρακτηριστικά της ροής.

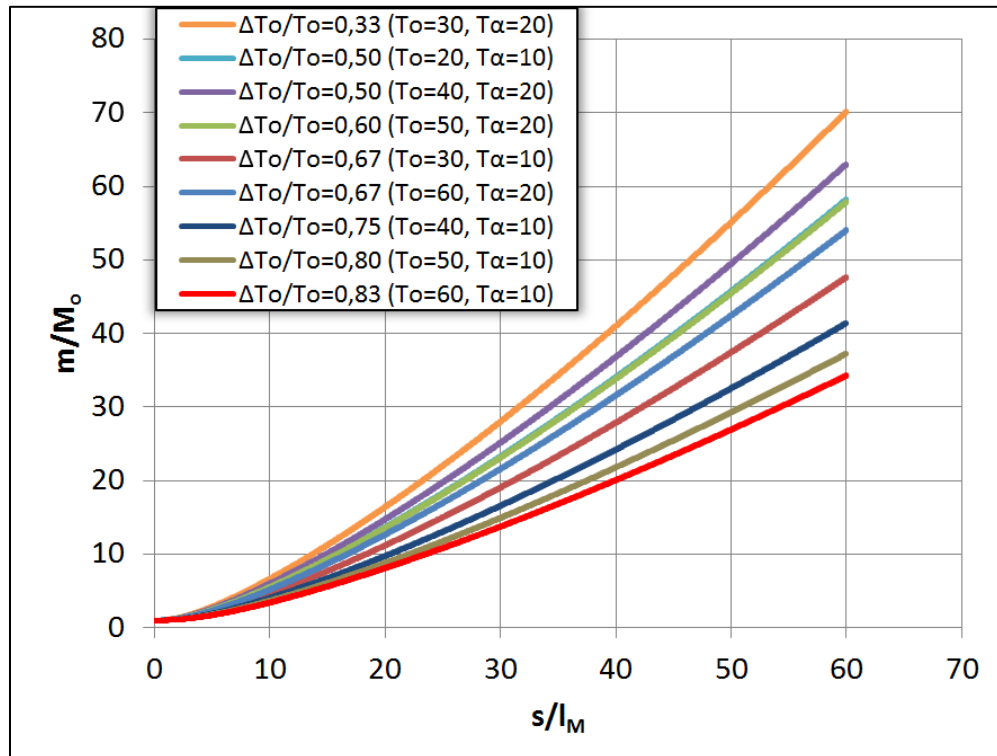
Η τροχιά (σχήμα 5.42) μικραίνει όσο μικραίνει ο λόγος $\Delta T_0/T_0$ και τείνει να προσεγγίζει την κατακόρυφο πιο γρήγορα. Παρατηρείται ότι αν δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$, μικρότερη τροχιά θα έχει αυτή με τις μεγαλύτερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .

Η ορμή m/M_0 (σχήμα 5.43), η μέση αραίωση S/F_0 (σχήμα 5.44) και η ανωστική δύναμη β/B_0 (σχήμα 5.44) παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Αύξηση του λόγου $\Delta T_0/T_0$ συνεπάγεται μείωση του μεγέθους, ενώ για τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$ μείωση του μεγέθους παρουσιάζει η φλέβα με τις μικρότερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .

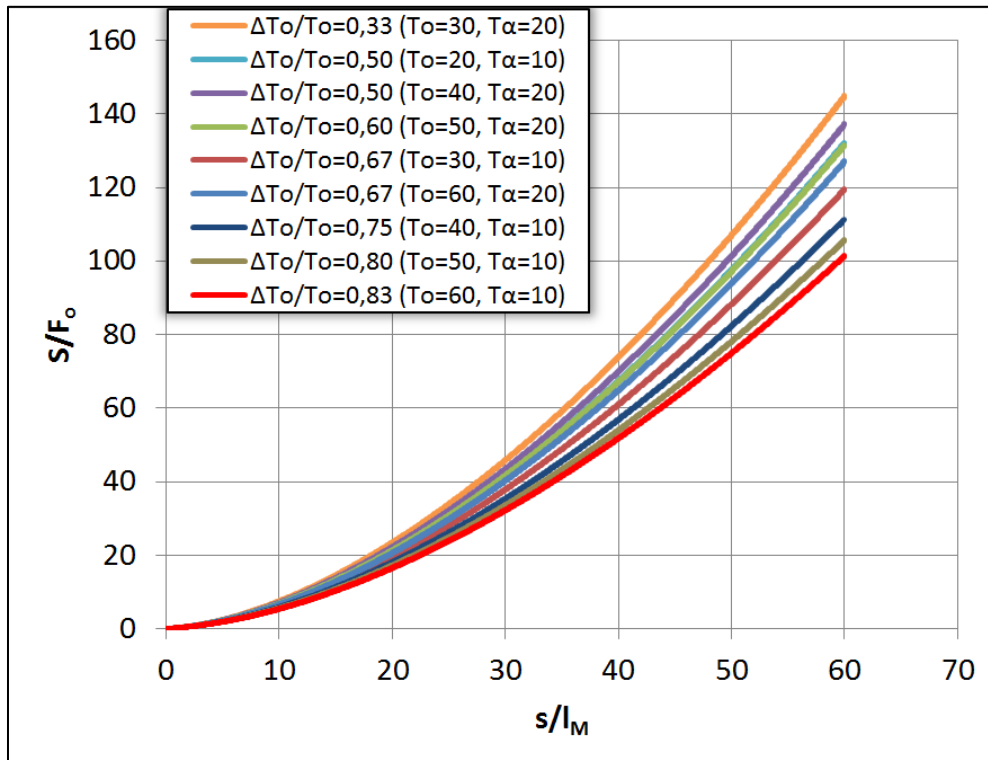
Τέλος, ο αριθμός Ri^2 (σχήμα 5.46) και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α (σχήμα 5.47) παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Όσο αυξάνει ο λόγος $\Delta T_0/T_0$ μειώνεται η τιμή τους στο σημείο καμπής, ενώ για τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$ μεγαλύτερη τιμή λαμβάνουν στις φλέβες με τις μεγαλύτερες θερμοκρασίες T_0 και T_α . Στο τέλος σταθεροποιούνται στην τιμή 0,36 και 0,127 αντίστοιχα, οι οποίες εκφράζουν το πλούμιο.



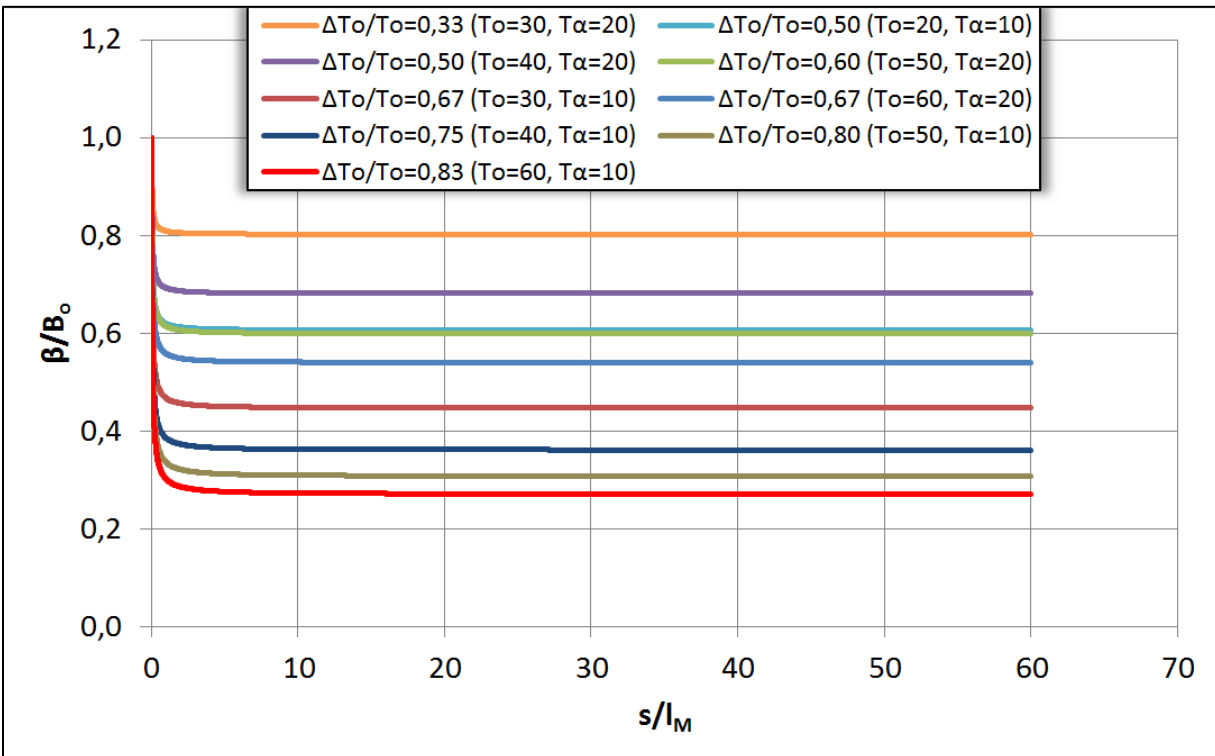
Σχήμα 5.42 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20-60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=10-20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



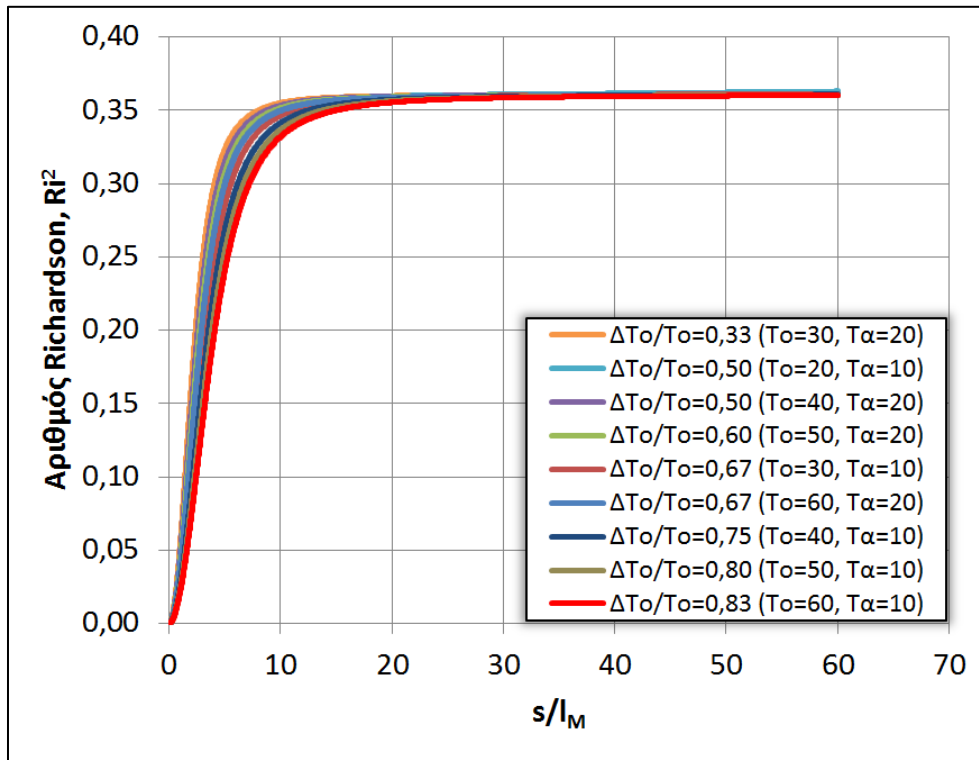
Σχήμα 5.43 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20-60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=10-20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



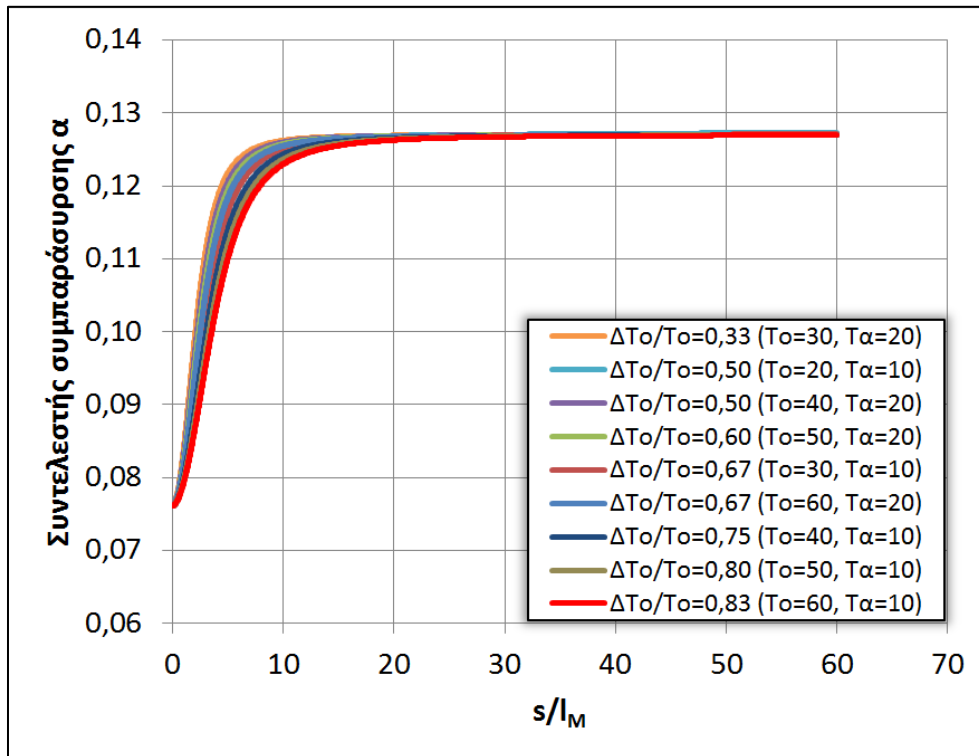
Σχήμα 5.44 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20-60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=10-20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.45 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20-60^\circ\text{C}$, $T_\alpha=10-20^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

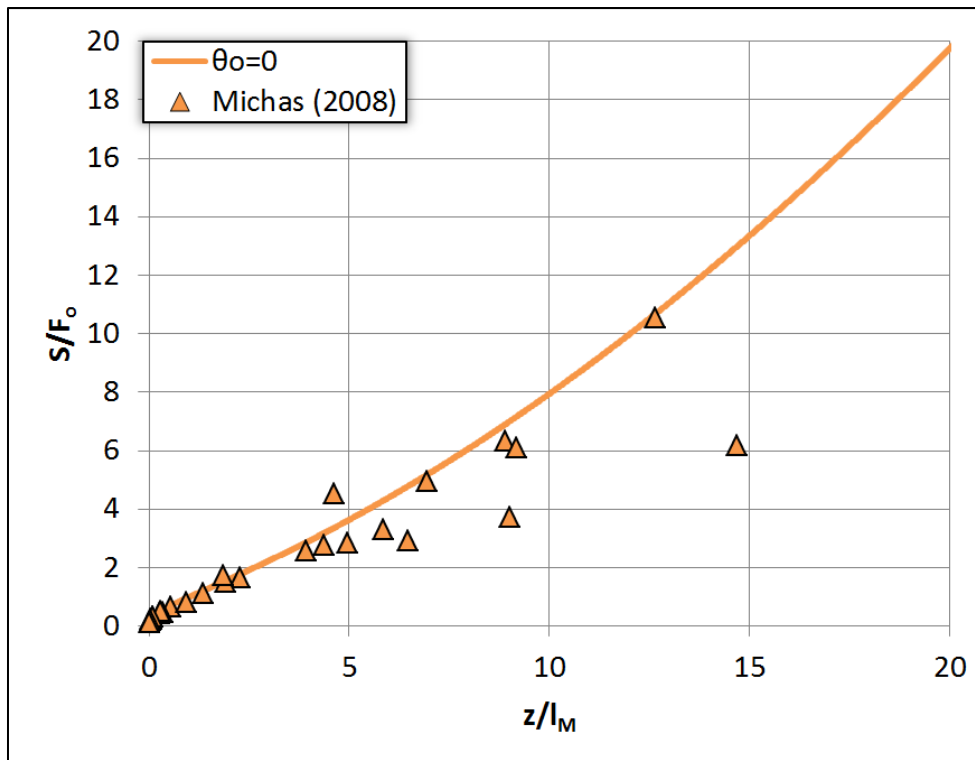


Σχήμα 5.46 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20-60^\circ C$, $T_\alpha=10-20^\circ C$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.47 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20-60^\circ C$, $T_\alpha=10-20^\circ C$ & $h=0,01D$

Τέλος, συγκρίνονται παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με την αραιώση των θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης (σχήμα 5.48). Επειδή το μοντέλο υπολογίζει τη μέση αραιώση και τα πειραματικά αποτελέσματα αναφέρονται σε αξονικές αραιώσεις, τα αποτελέσματα από το μοντέλο προσομοίωσης διαιρούνται με το 1,4, προκειμένου να «μετατραπούν» από μέσες σε αξονικές αραιώσεις. Όπως παρατηρείται το μοντέλο επαληθεύεται από τα πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία αναφέρονται σε γωνία $\theta_0=0^\circ$ και για θερμοκρασίες $T_0=60^\circ\text{C}$ και $T_\alpha=20^\circ\text{C}$.



Σχήμα 5.48 Σύγκριση μοντέλου προσομοίωσης και πειραματικών αποτελεσμάτων για την αραιώση S/F_0 θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης

5.1.3 Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στο σχήμα 5.49 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M θερμαινόμενων φλεβών θετικής άνωσης με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από 0 έως τις 80° , αριθμό Froude $F_0=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$, θερμοκρασία $T_0=20^\circ\text{C}$ και $T_\alpha=30^\circ\text{C}$. Όπως φαίνεται όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_0 , τόσο η τροχιά της φλέβας μικραίνει και τείνει να γίνει κατακόρυφη.

Στο σχήμα 5.50 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_0 . Στο σχήμα 5.51 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης έχουν μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας και ότι η ποσότητα m/M_0 αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_0 για κατακόρυφο πλούμιο.

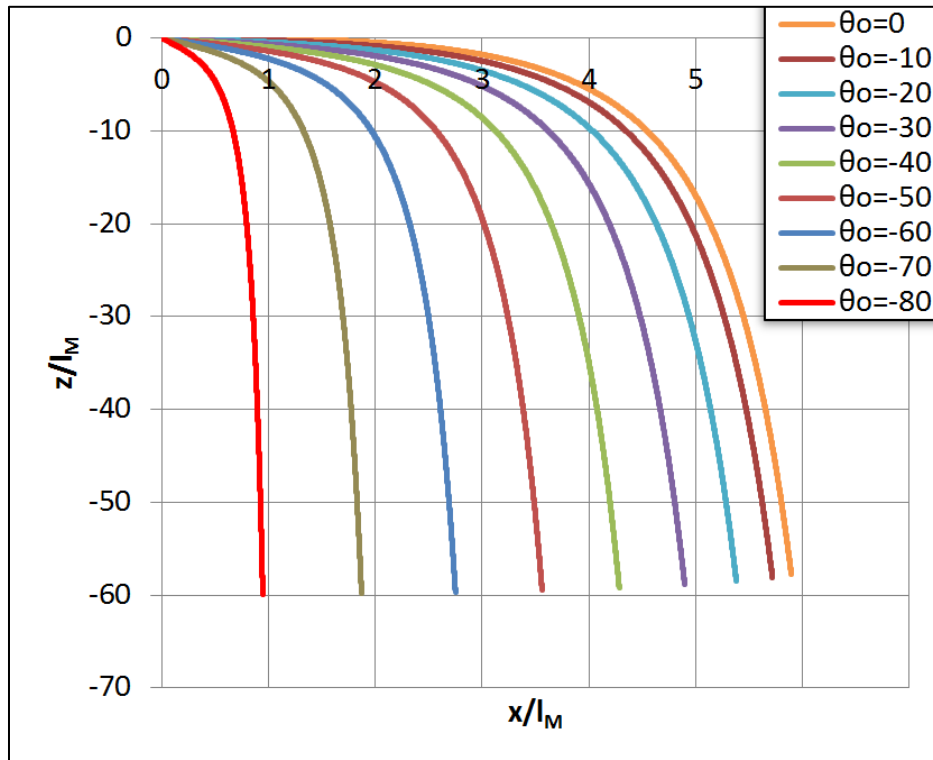
Στο σχήμα 5.52 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την Q_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία όπως φαίνεται αυξάνεται συνεχώς και δεν επηρεάζεται από την αρχική γωνία παροχέτευσης θ_0 . Στο σχήμα 5.53 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι η ποσότητα q/Q_0 αυξάνει με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_0 για κατακόρυφο πλούμιο.

Στο σχήμα 5.54 παρουσιάζεται η μέση αραιώση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_0 .

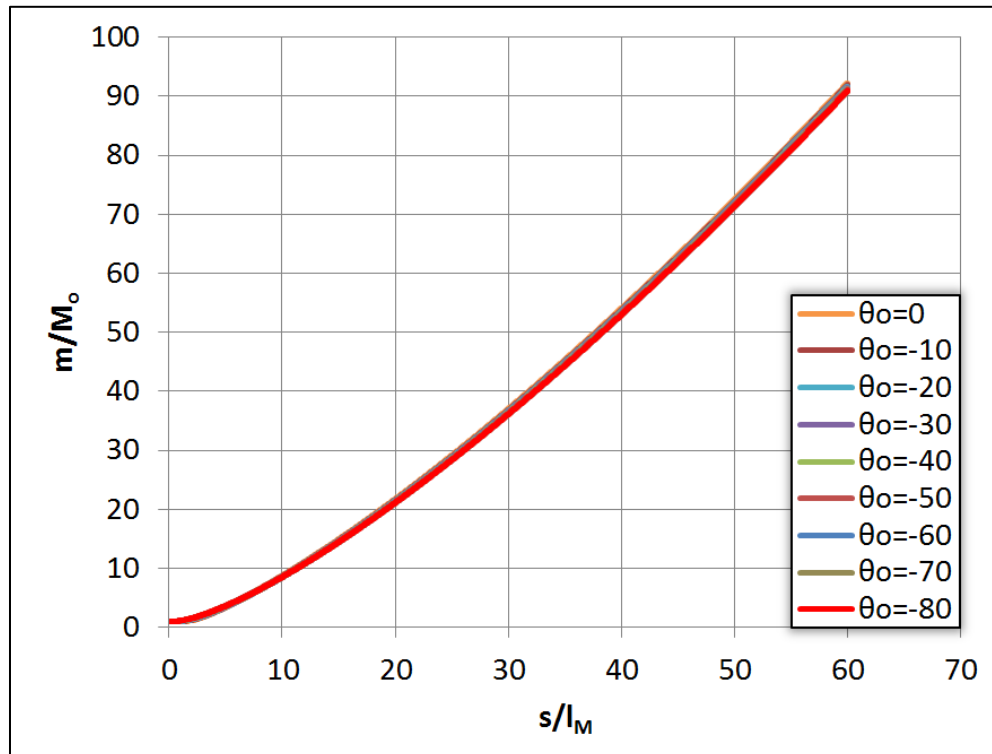
Στο σχήμα 5.55 παρουσιάζεται η ανωστική δύναμη β αδιαστατοποιημένη με την αρχική ανωστική δύναμη B_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Όπως είναι εμφανές, η αρχική γωνία παροχέτευσης δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά της ανωστικής δύναμης, η οποία αυξάνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 1,19.

Στο σχήμα 5.56 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Παρατηρείται ότι για γωνία θ_0 μικρότερη ή ίση των 40° , ο Ri^2 παρουσιάζει μία μέγιστη τιμή στο σημείο καμπής, η οποία μεγαλώνει μειωμένης της θ_0 . Για γωνία θ_0 μεγαλύτερη των 40° ο Ri^2 δεν παρουσιάζει κανένα μέγιστο στο σημείο καμπής και μικραίνει όσο μεγαλώνει η θ_0 . Παρόλα αυτά ο Ri^2 σταθεροποιείται στην τιμή 0,36, η οποία αντιστοιχεί στον αριθμό Richardson Ri^2 του πλουμίου.

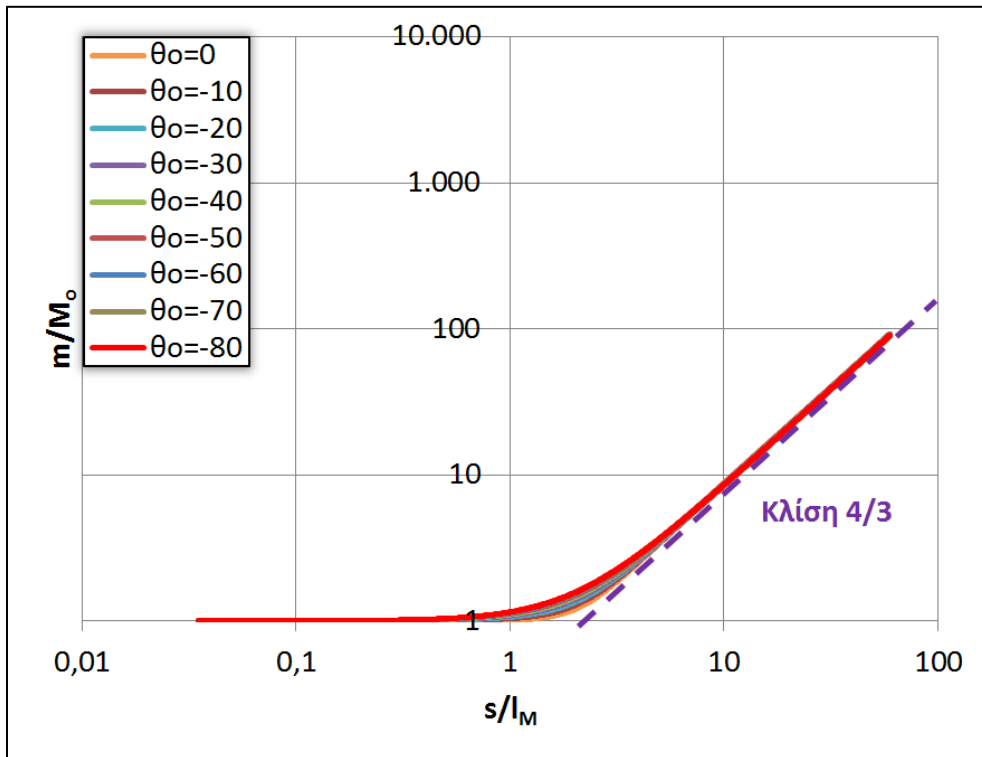
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α (σχήμα 5.57), το οποίο είναι λογικό, αφού είναι συνάρτηση του Ri^2 . Η τιμή στην οποία σταθεροποιείται είναι το 0,127, αριθμός που αντιστοιχεί στο συντελεστή συμπαράσυρσης του πλουμίου.



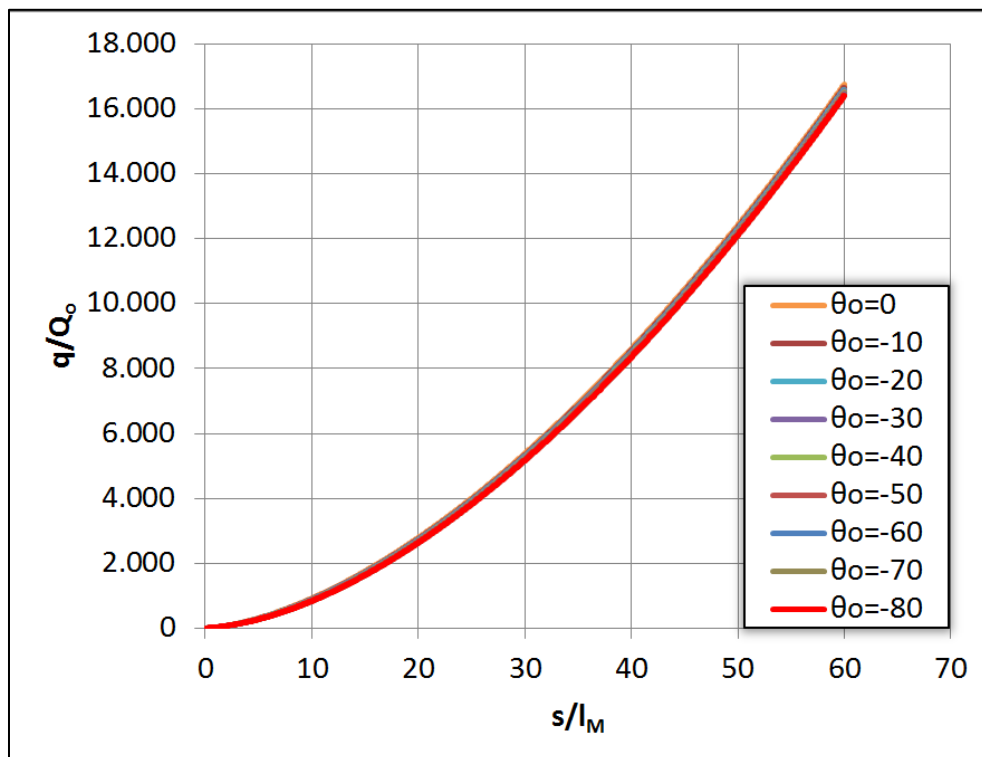
Σχήμα 5.49 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=0(-80^\circ)$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



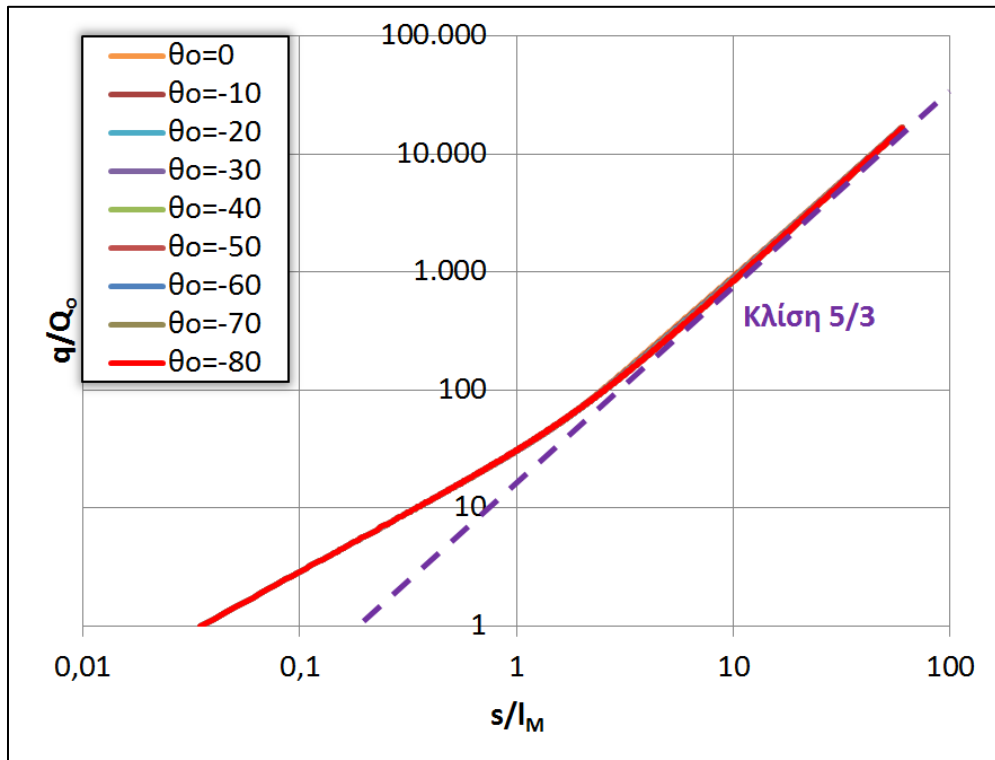
Σχήμα 5.50 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=0(-80^\circ)$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



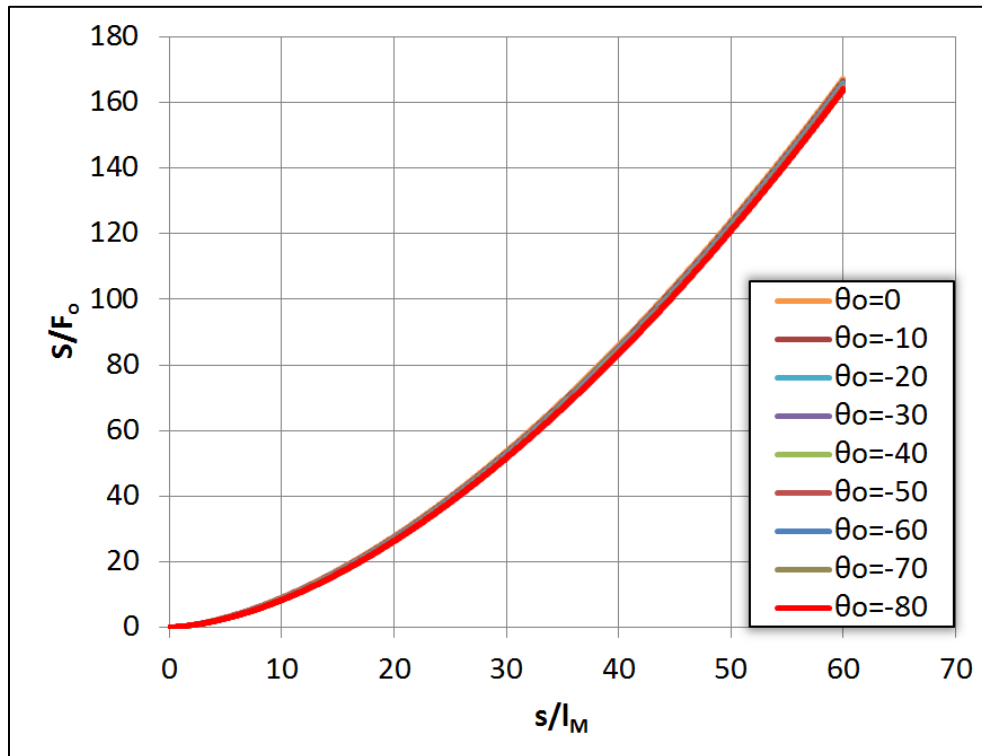
Σχήμα 5.51 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=0-(-80^\circ)$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



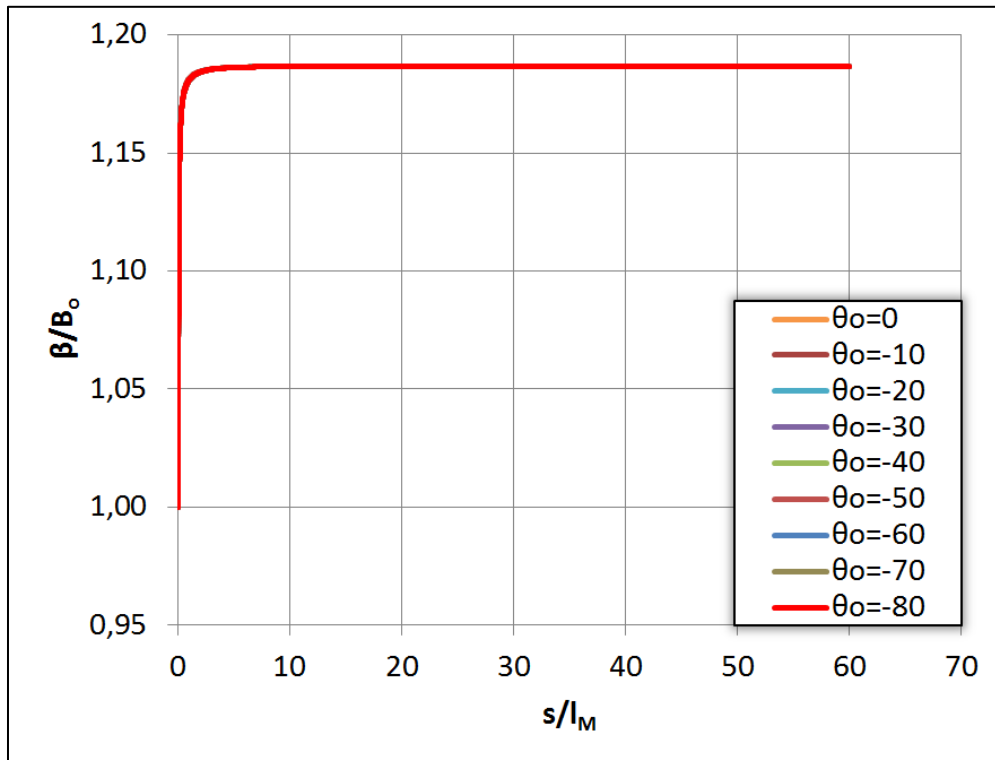
Σχήμα 5.52 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=0-(-80^\circ)$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



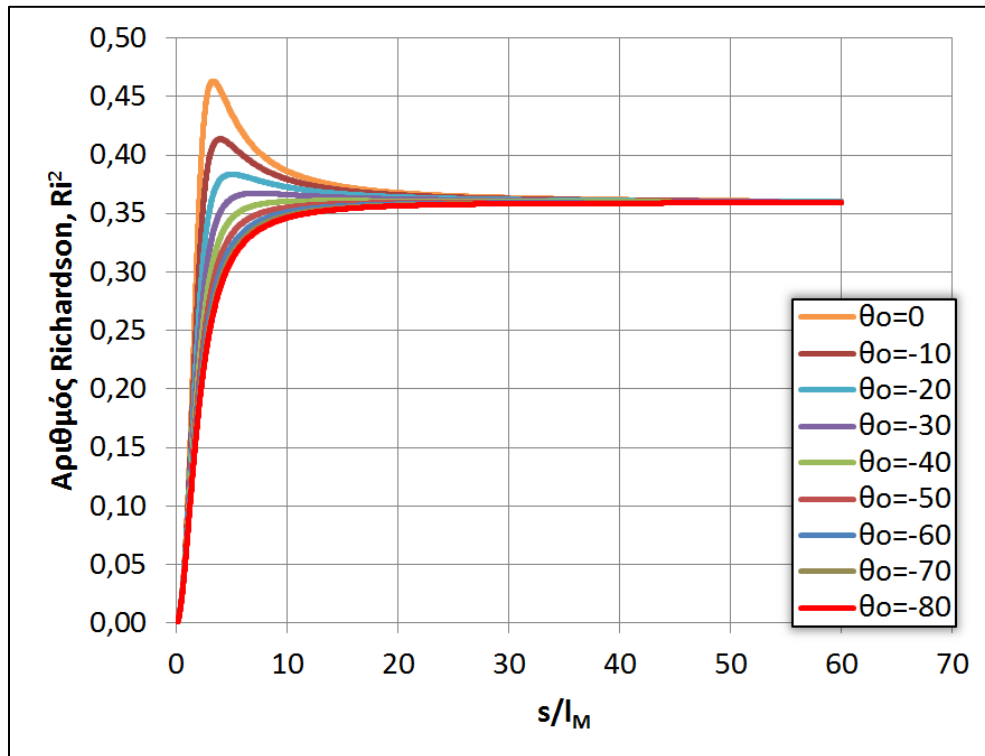
Σχήμα 5.53 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=0-80^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



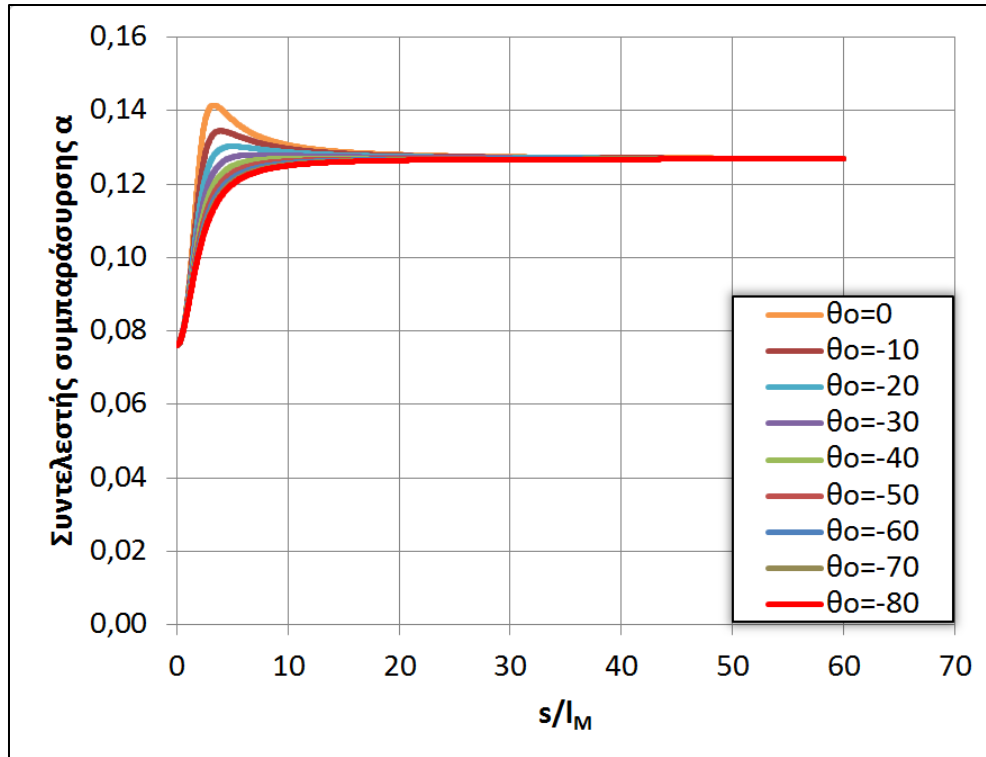
Σχήμα 5.54 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=0-(-80^\circ)$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.55 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=0(-80^\circ)$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$

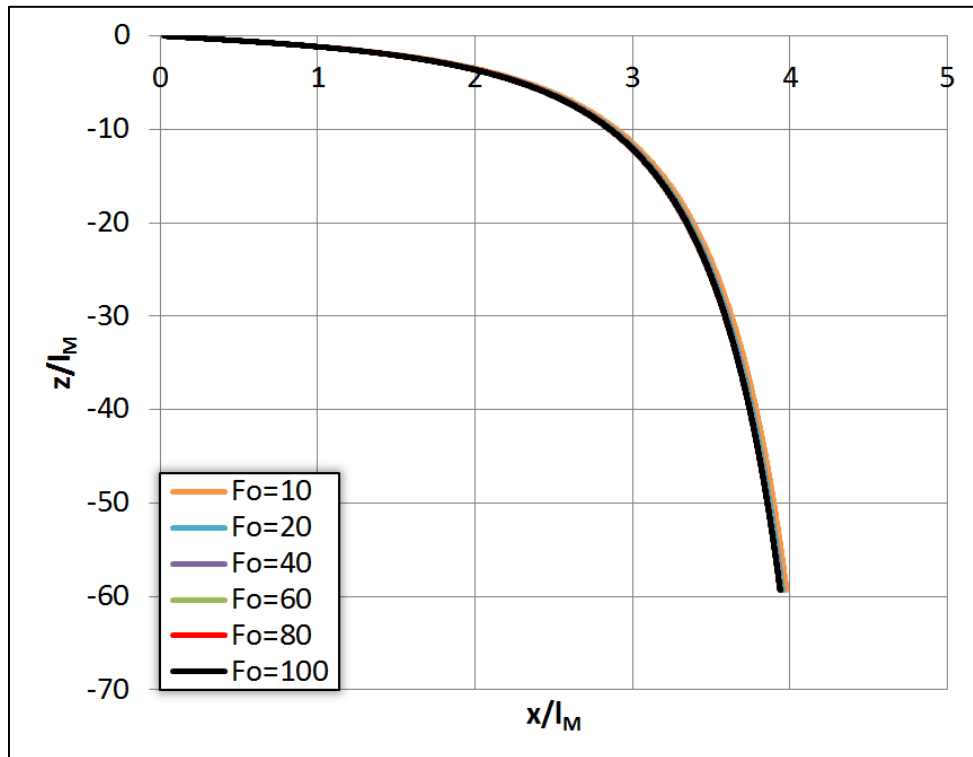


Σχήμα 5.56 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=0(-80^\circ)$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$

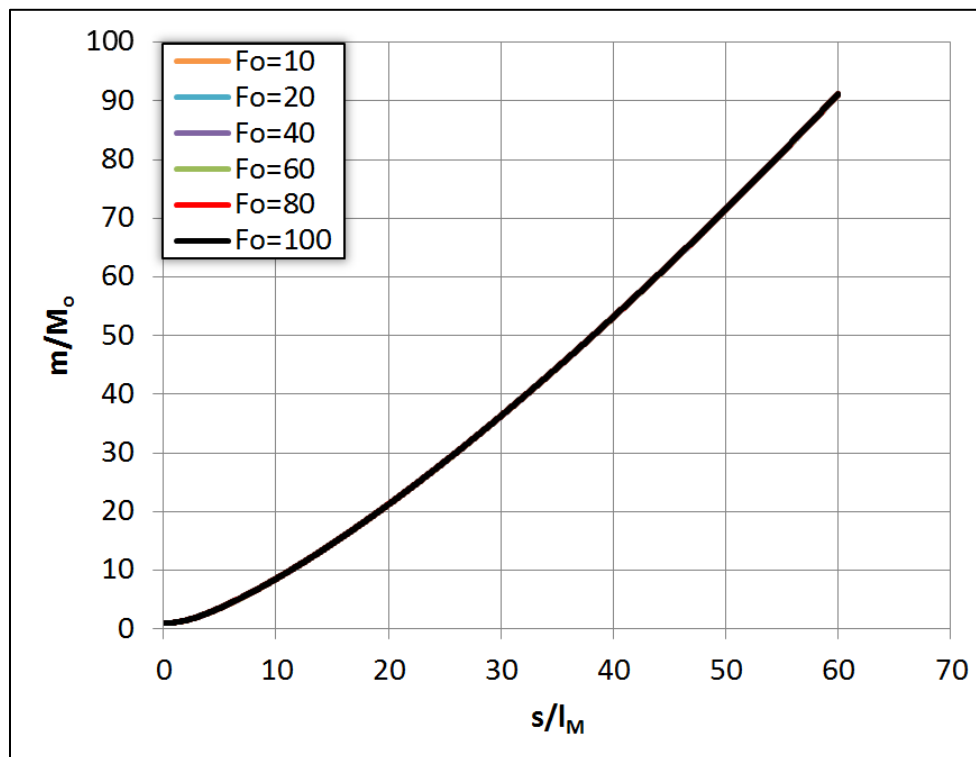


Σχήμα 5.57 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=0-(-80^\circ)$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

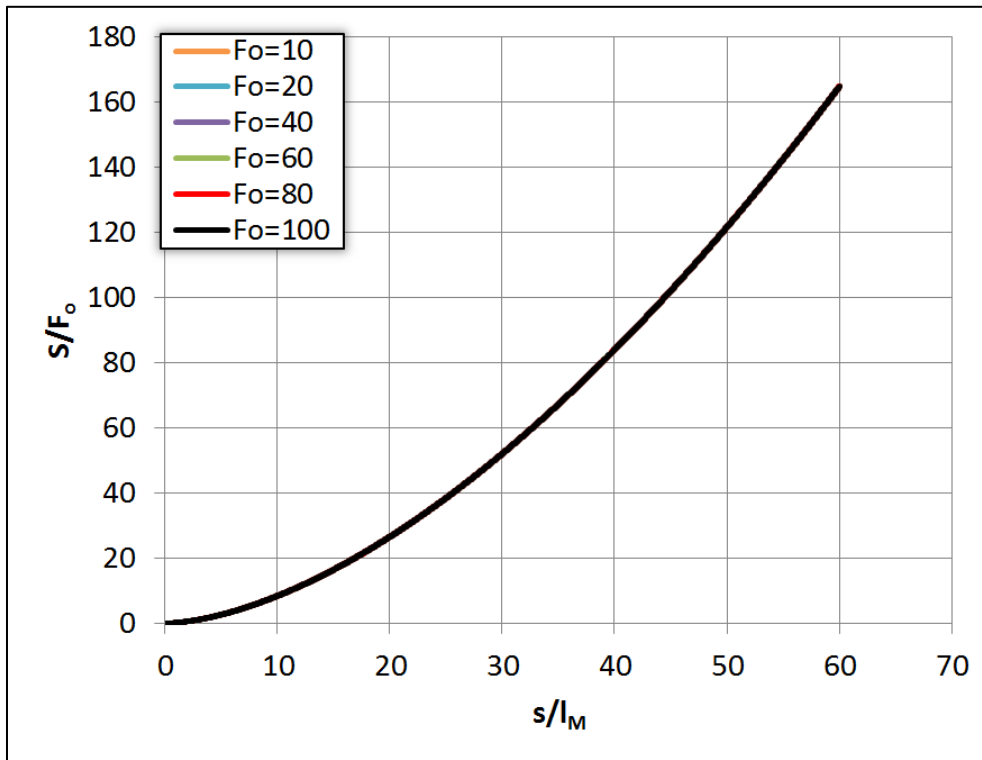
Στη συνέχεια (σχήμα 5.58 έως σχήμα 5.63) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_0 στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_0=-45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται από το σχήμα 5.59 και το σχήμα 5.60 ο αριθμός F_0 δεν επηρεάζει την ορμή m/M_0 ούτε τη μέση αραίωση S/F_0 . Μικρή επιρροή έχει στην τροχιά της φλέβας (σχήμα 5.58), όπου αυξανόμενου του F_0 η τροχιά μικραίνει, αλλά σε μικρό βαθμό. Στο σχήμα 5.61 είναι φανερό ότι στο σημείο καμπής όσο μικρότερος είναι ο F_0 , μικραίνει και η ανωστική δύναμη β/B_0 , αλλά η μεταβολή αυτή δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική, ενώ τελικά σταθεροποιείται στην τιμή 1,19 σε όλες τις περιπτώσεις. Τέλος, ο αριθμός F_0 δεν επηρεάζει τον αριθμό Ri^2 (σχήμα 5.62) και τον συντελεστή α (σχήμα 5.63).



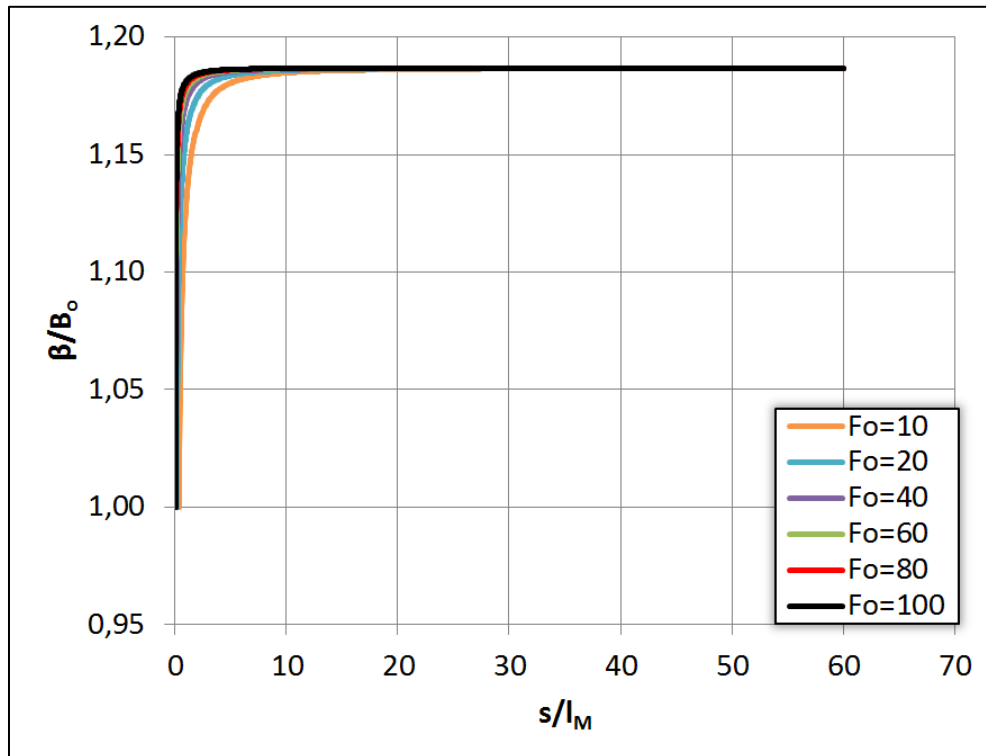
Σχήμα 5.58 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



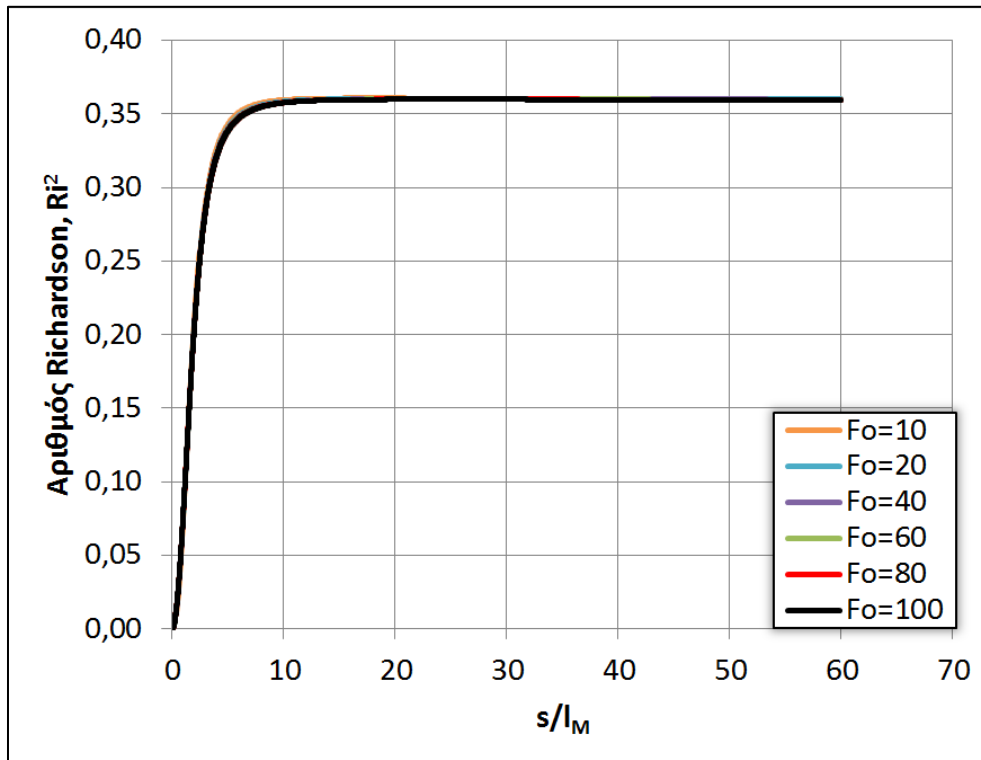
Σχήμα 5.59 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



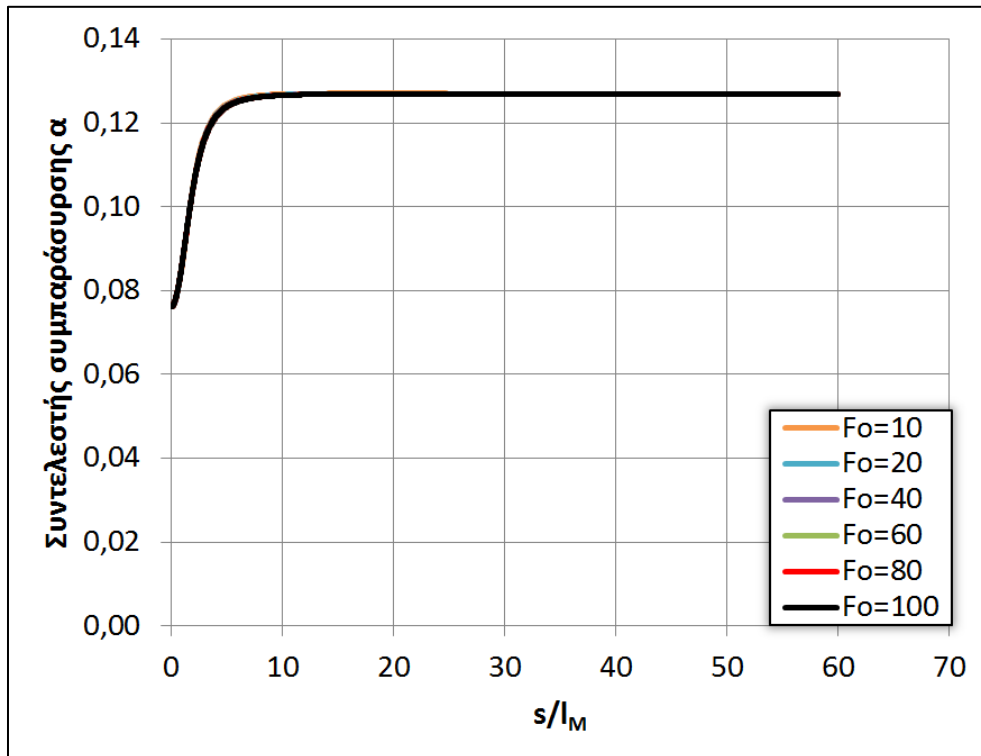
Σχήμα 5.60 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 10-100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



Σχήμα 5.61 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 10-100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$

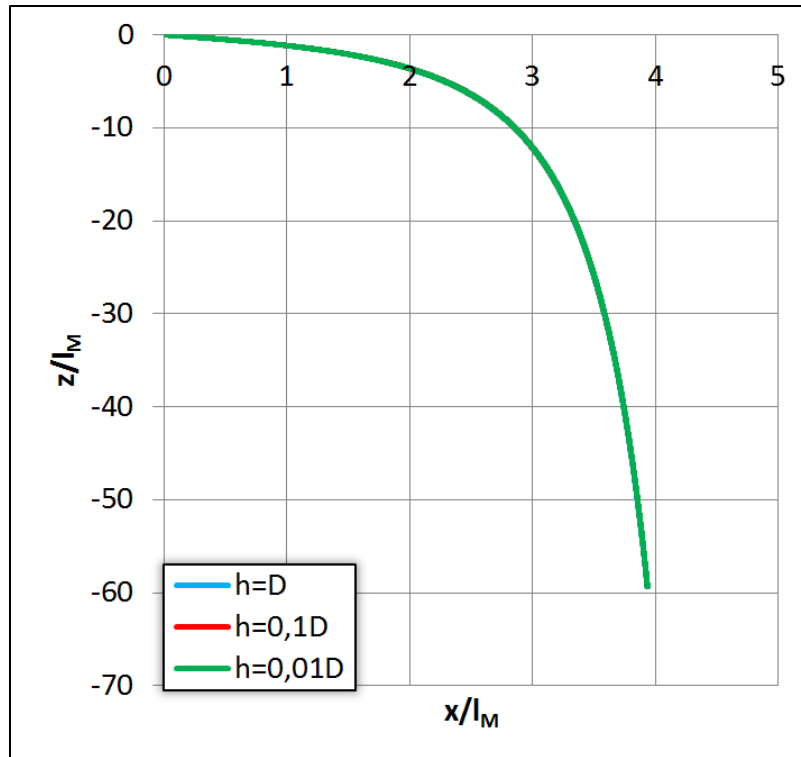


Σχήμα 5.62 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ C$, $T_\alpha=30^\circ C$ & $h=0,01D$

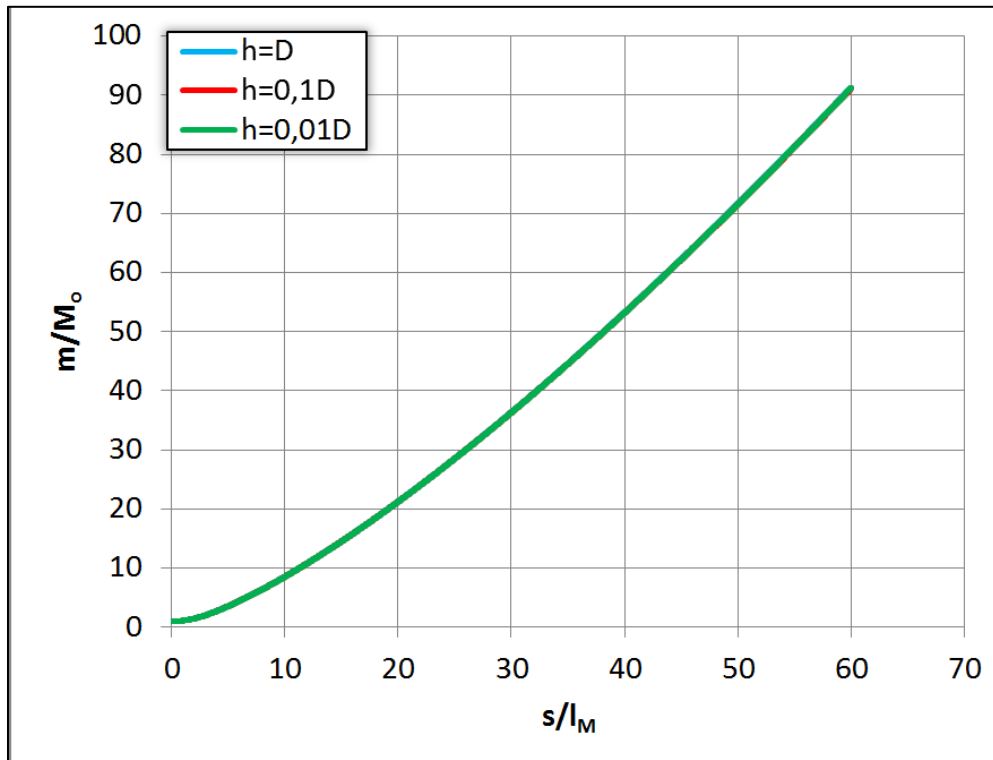


Σχήμα 5.63 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ C$, $T_\alpha=30^\circ C$ & $h=0,01D$

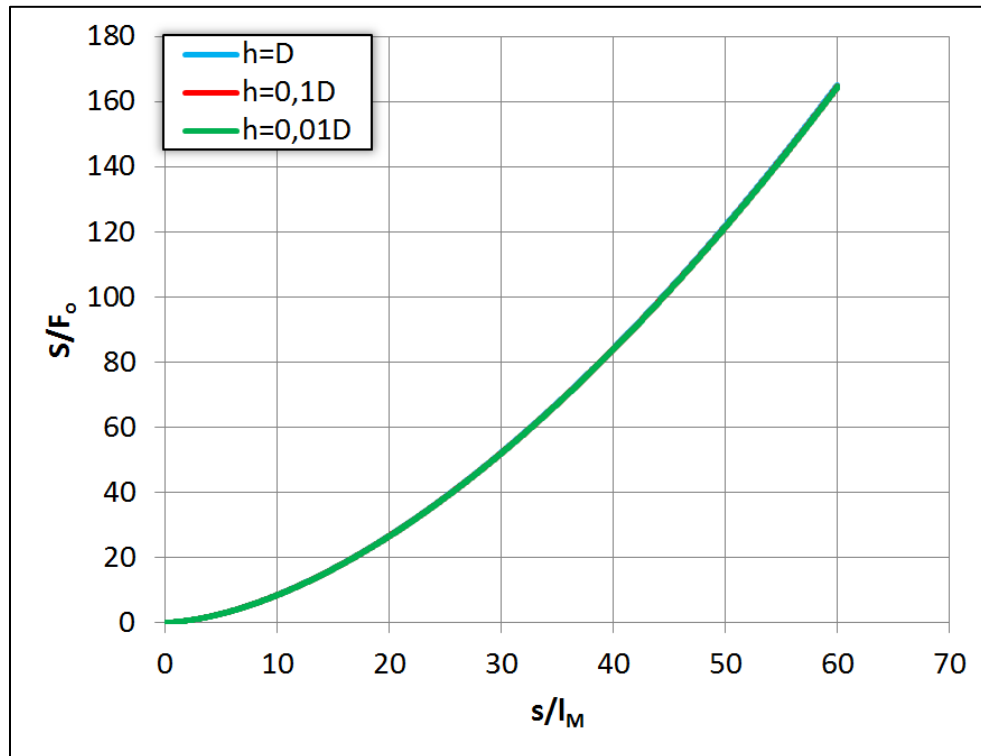
Ακολουθεί (σχήμα 5.64 έως σχήμα 5.69) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_o = -45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



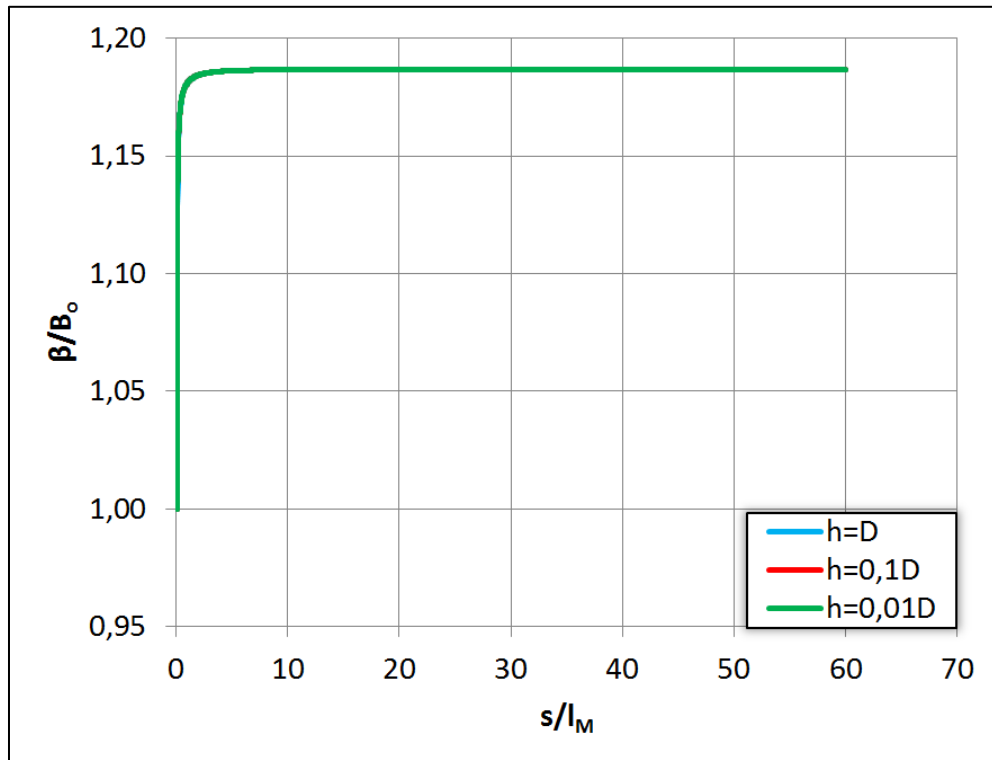
Σχήμα 5.64 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



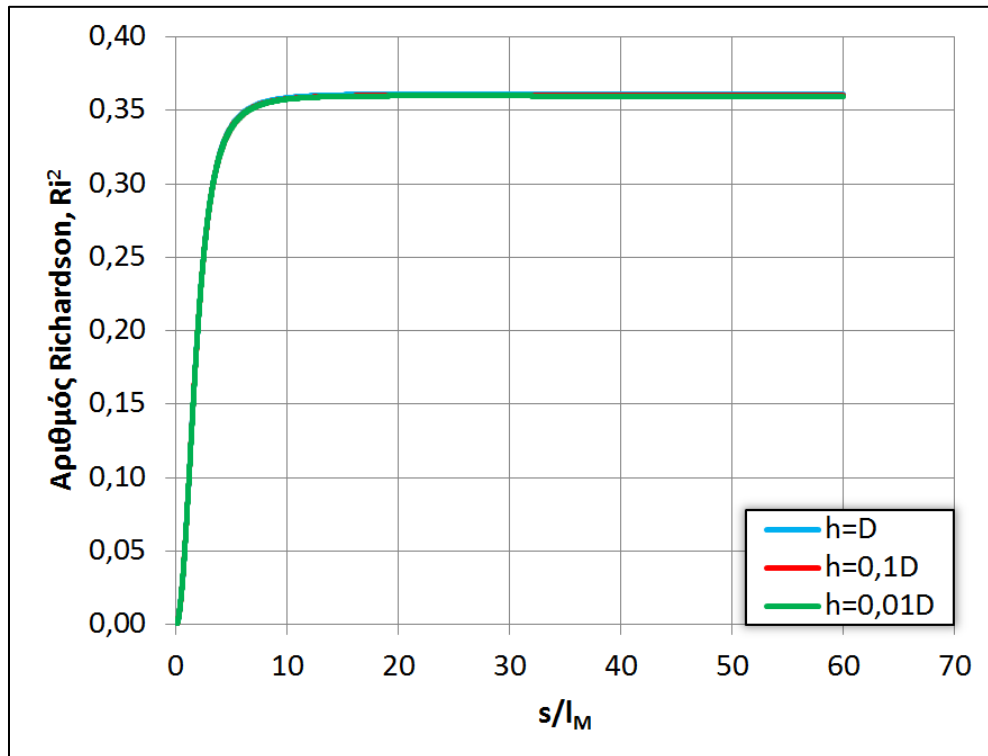
Σχήμα 5.65 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



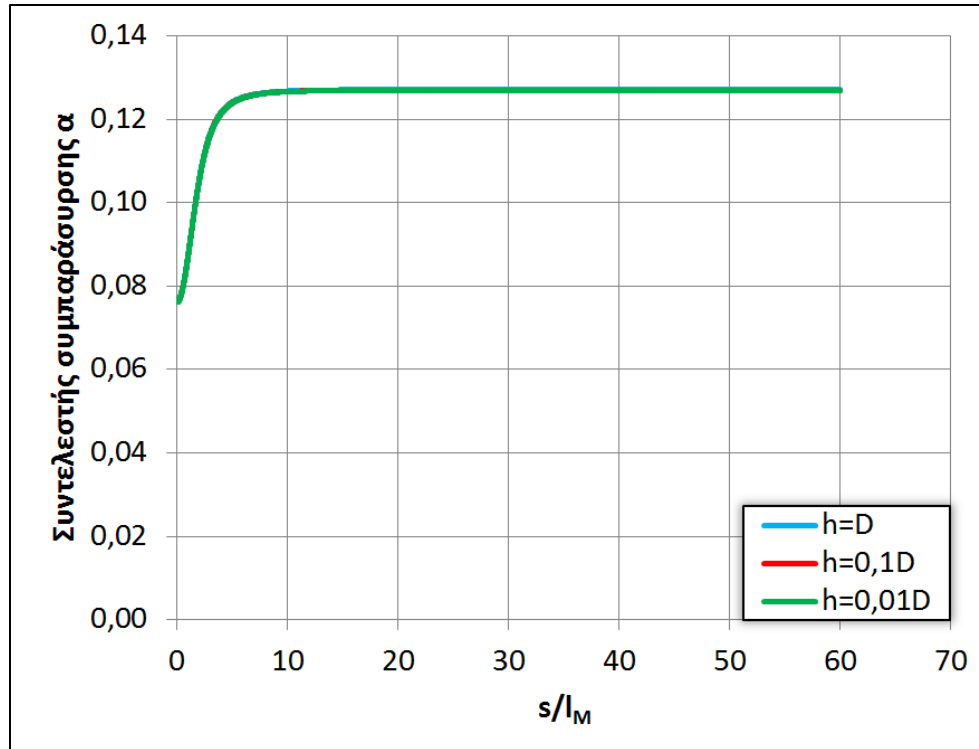
Σχήμα 5.66 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



Σχήμα 5.67 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=-45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



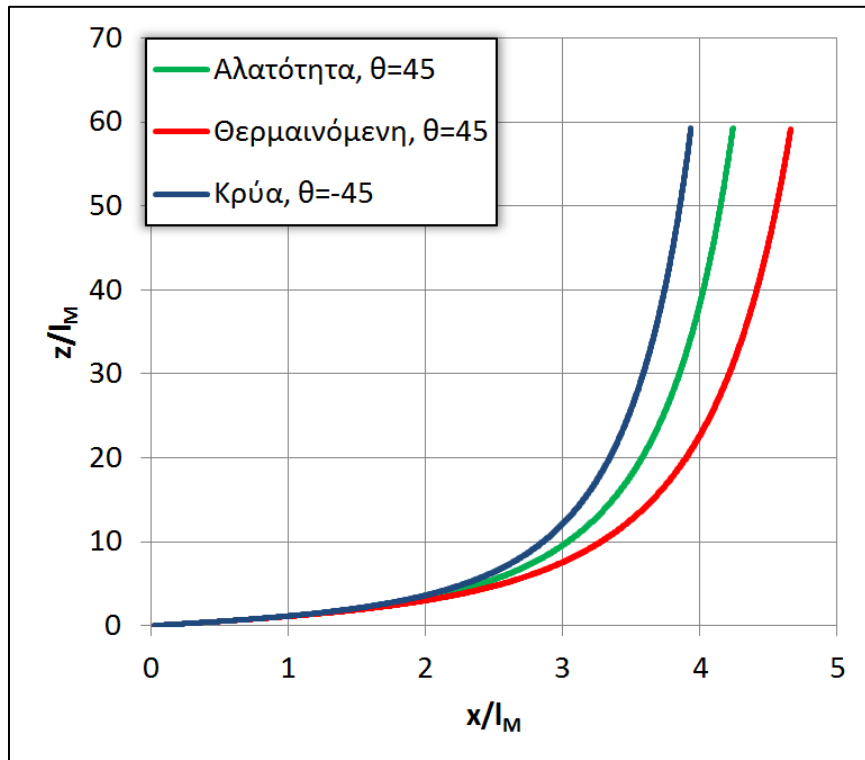
Σχήμα 5.68 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_0=-45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



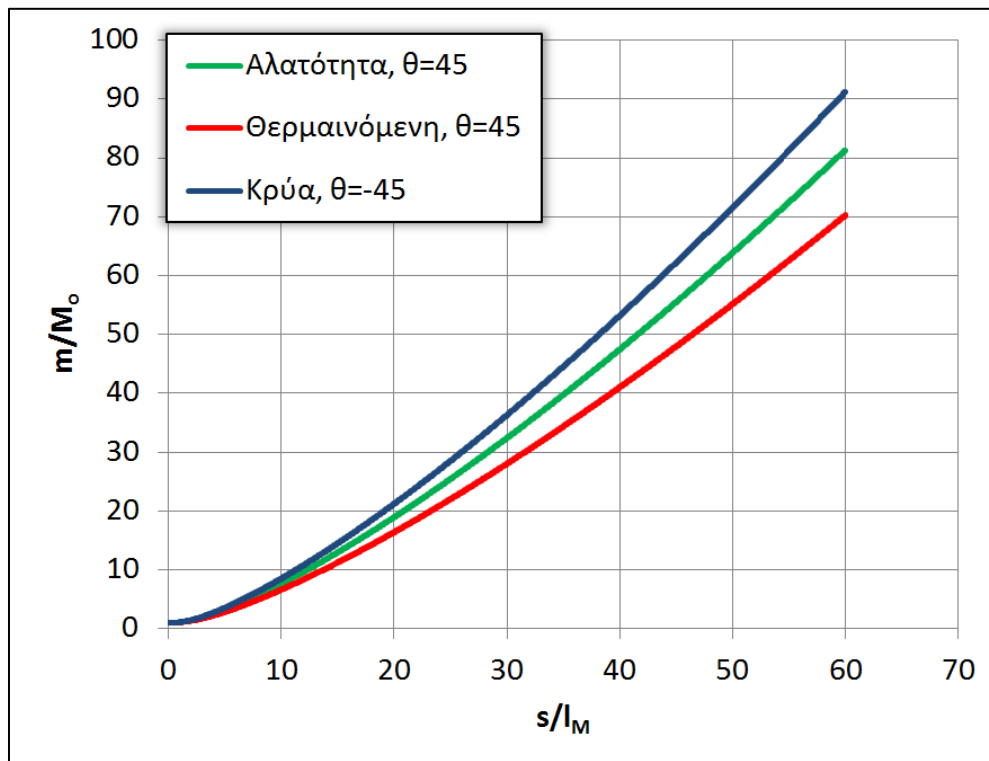
Σχήμα 5.69 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη για $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$

5.1.4 Σύγκριση φλεβών θετικής άνωσης

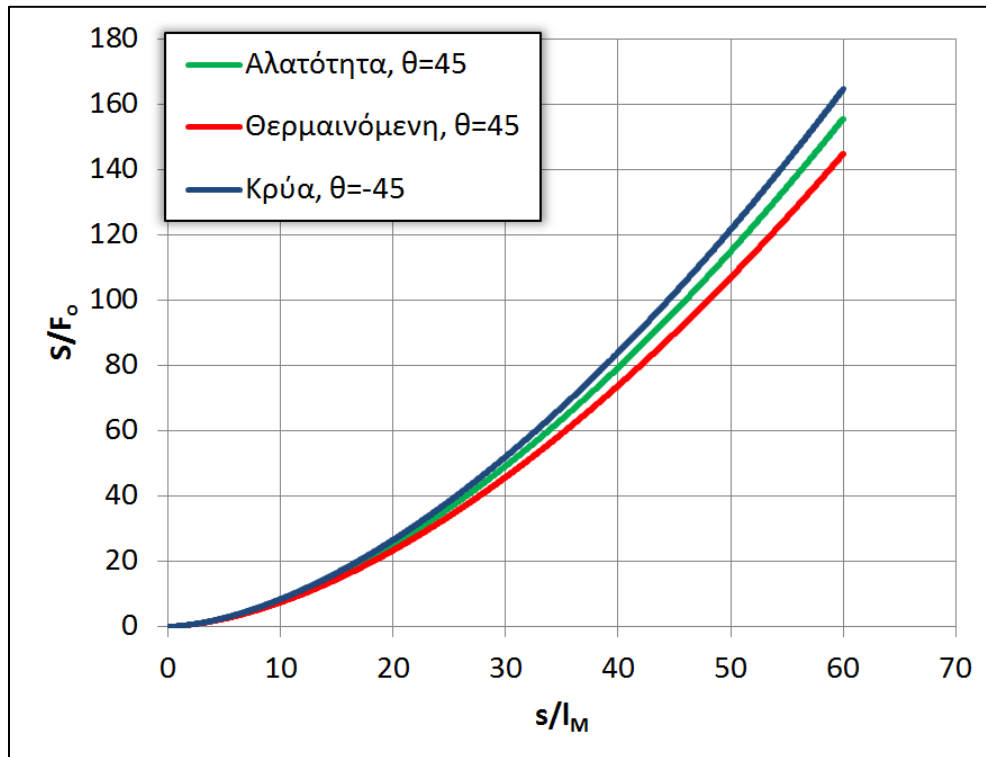
Στη συνέχεια (σχήμα 5.70 έως σχήμα 5.75) συγκρίνονται οι φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας, διαφοράς θερμοκρασίας με θερμότερη τη φλέβα και με θερμότερο τον αποδέκτη. Οι αρχικές συνθήκες της φλέβας λόγω διαφοράς αλατότητας είναι $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $h=0,01D$ & $c_a=33 \text{ kg/m}^3$, της θερμαινόμενης $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $h=0,01D$, $T_o=30^\circ\text{C}$ & $T_\alpha=20^\circ\text{C}$, ενώ της φλέβας με θερμότερο τον αποδέκτη $\theta_o=-45^\circ$ (για εύκολη σύγκριση απεικονίζεται ως θετική), $F_o=100$, $h=0,01D$, $T_o=20^\circ\text{C}$ & $T_\alpha=30^\circ\text{C}$. Όπως είναι φανερό, η αλατότητα πάντα είναι ενδιάμεσα της κρύας και της θερμής φλέβας, ενώ από κάτω της είναι πάντα η θερμαινόμενη. Ειδικά για τις τροχιές (σχήμα 5.70) η κρύα φλέβα έχει μικρότερη τροχιά από τη θερμαινόμενη, παρόλο που έχουν παρόμοιες συνθήκες, γιατί στην κρύα φλέβα η ανωστική δύναμη (σχήμα 5.73) αυξάνει, με αποτέλεσμα η κρύα φλέβα να προσεγγίζει την κατακόρυφο γρηγορότερα από τη θερμαινόμενη, στην οποία η ανωστική δύναμη μειώνεται.



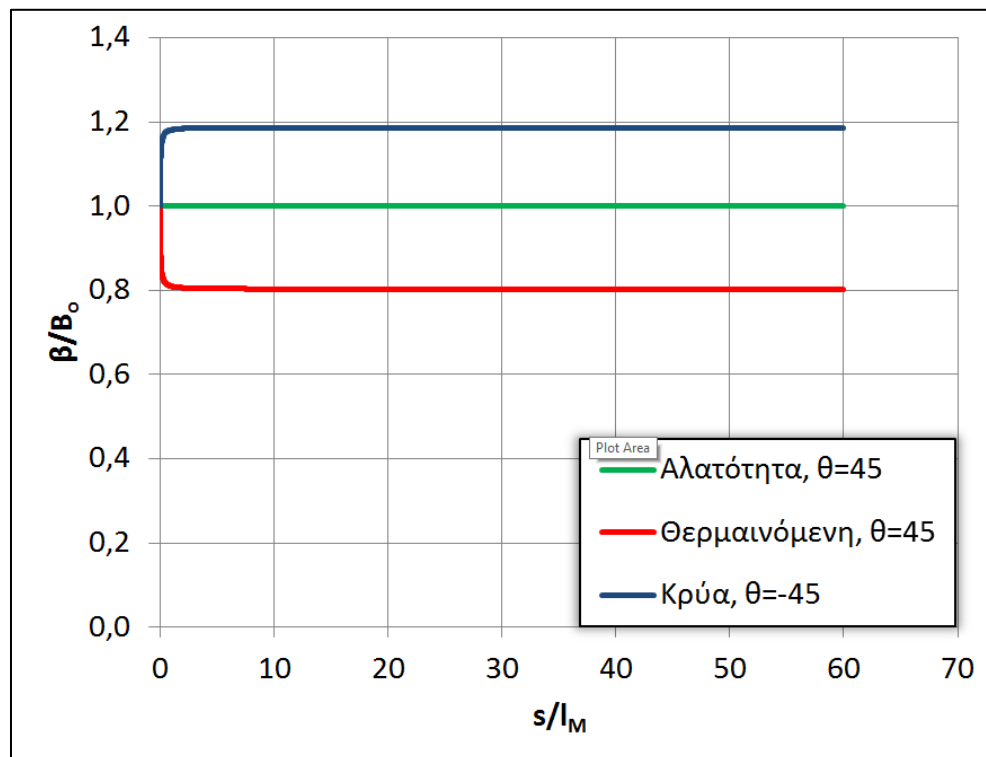
Σχήμα 5.70 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



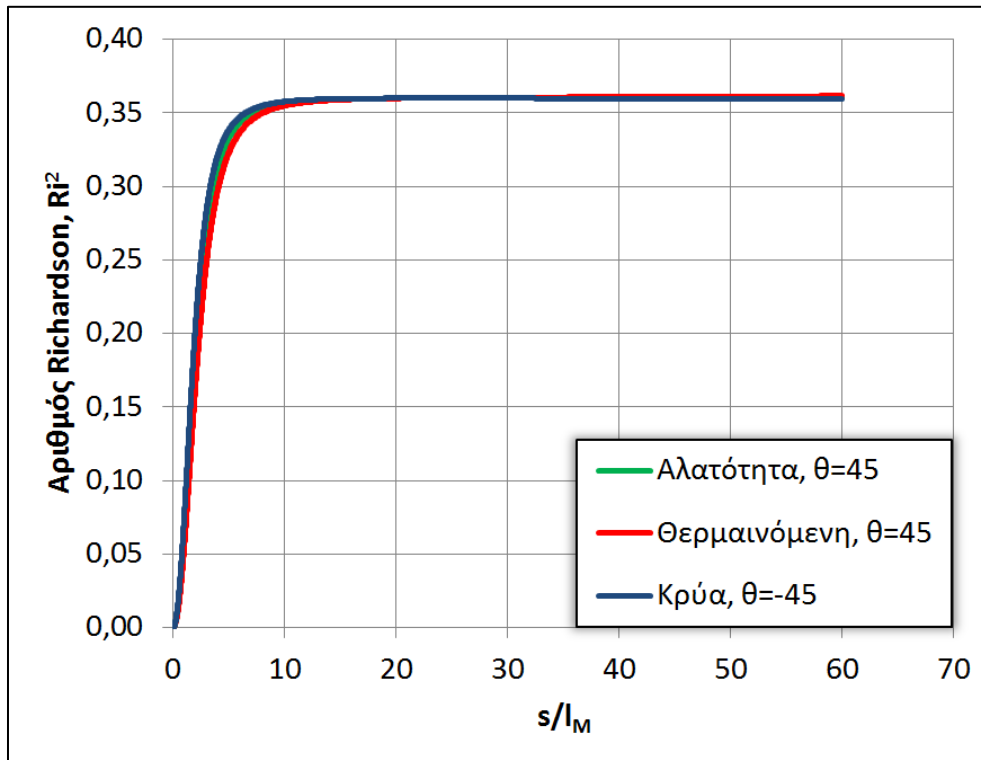
Σχήμα 5.71 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



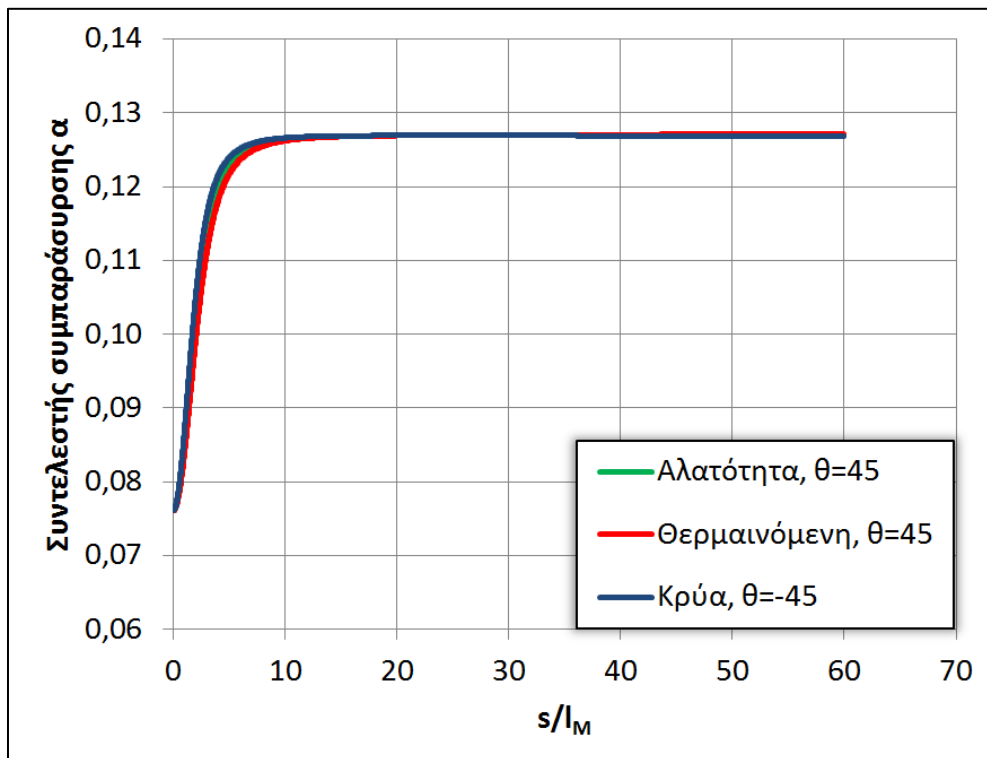
Σχήμα 5.72 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.73 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.74 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης για για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.75 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών θετικής άνωσης για για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

5.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης

5.2.1 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στο σχήμα 5.76 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από 30° έως 75° , αριθμό Froude $F_o=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$ και διαφορά πυκνότητας 25 kg/m^3 . Όπως φαίνεται, όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_o , η φλέβα ανέρχεται σε μεγαλύτερα ύψη και επιστρέφει πλησιέστερα στο στόμιο παροχέτευσης. Στο ίδιο σχήμα το μοντέλο συγκρίνεται με προηγούμενες μετρήσεις (Παπακωνσταντής 2009, Oliver 2012 και Crowe 2013), οι οποίες, επειδή ήταν αδιαστατοποιημένα ως προς DF_o , διαιρέθηκαν με την ποσότητα $(\pi/4)^{1/4}$ για να αδιαστατοποιηθούν ως προς την κλίμακα l_M . Παρατηρείται ότι το μοντέλο ταυτίζεται με τα αποτελέσματα του Oliver τα οποία αναφέρονται στο σημείο εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου, ενώ υποεκτιμά τη θέση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης. Αναφορικά με τα αποτελέσματα του Παπακωνσταντή, το μοντέλο υπολογίζει αρκετά καλά τη θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου, αλλά υποεκτιμά τη θέση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης. Τέλος μεταξύ του Crowe και του μοντέλου υπάρχει μια σχετική συμφωνία για το τελικό ύψος ανόδου, ενώ για την οριζόντια απόσταση του τελικού ύψους ανόδου και της θέσης επιστροφής της φλέβας ο Crowe και το μοντέλο αποκλίνουν, με το τελευταίο να δίνει μικρότερες τιμές. Σχετικά με την απόκλιση του μοντέλου από τα αποτελέσματα του Crowe, ένα ενδεχόμενο, το οποίο πιστεύουμε ότι μπορεί να ισχύει, είναι ότι οι μετρήσεις του Crowe μπορεί να έγιναν σε επίπεδο που δεν διερχόταν από τον άξονα της φλέβας.

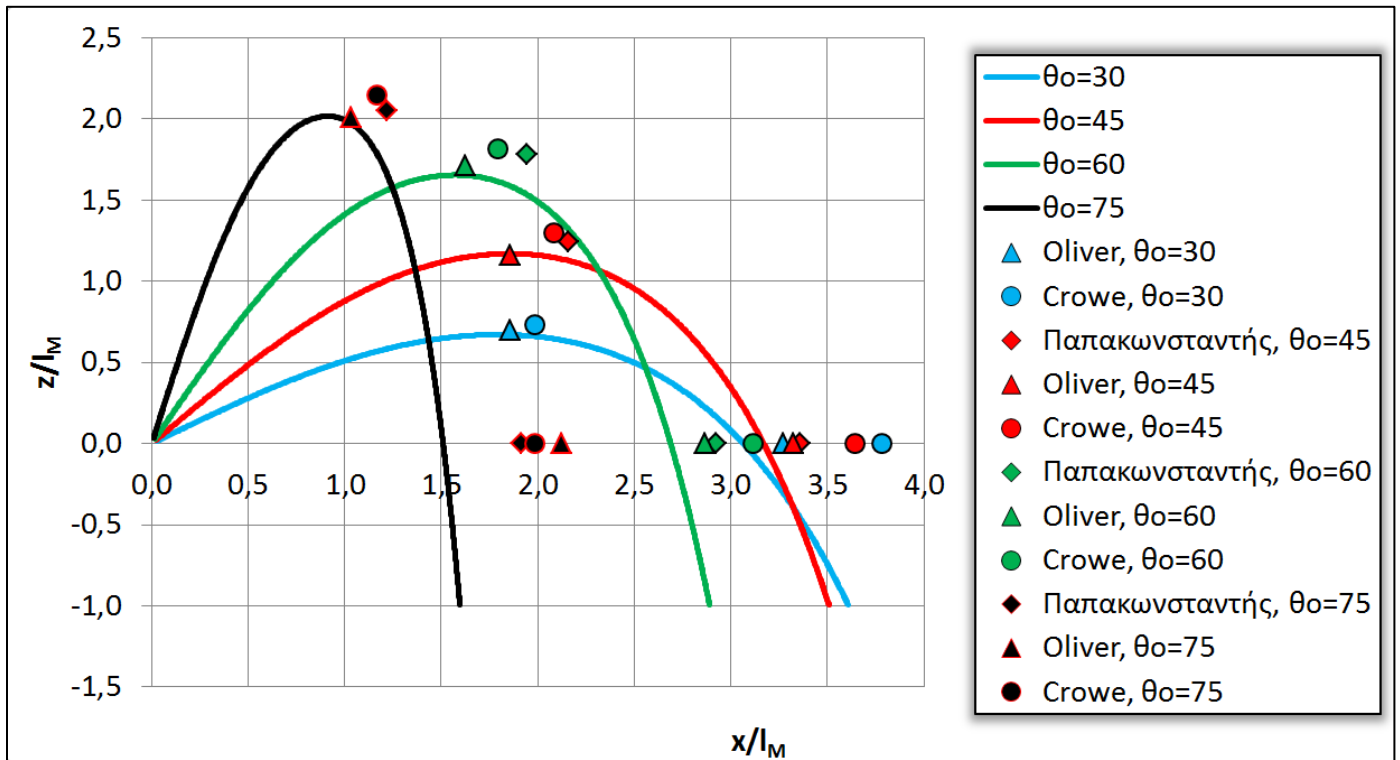
Στο σχήμα 5.77 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία, όπως φαίνεται, μειώνεται στο ανοδικό κομμάτι της ροής, ενώ στη κάθοδο της φλέβας αυξάνεται. Επίσης είναι εμφανές ότι όσο μεγαλώνει η γωνία θ_o , τόσο η ποσότητα m/M_o μειώνεται με εξαίρεση την περίπτωση των 75° στην οποία αυξάνεται στο καθοδικό κλάδο της ροής. Στο σχήμα 5.78 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης έχουν μικρότερη τιμή και ότι στην κάθοδο της φλέβας η ποσότητα m/M_o αρχίζει να αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_o σε κατακόρυφο πλούμιο. Επίσης όσο αυξάνει η γωνία θ_o , τόσο το σημείο καμπής αρχίζει να έχει μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας, σε σημείο όπου για την περίπτωση των 75° το σημείο καμπής μοιάζει με κορυφή τριγώνου.

Στο σχήμα 5.79 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την αρχική παροχή Q_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία στην άνοδο της φλέβας αυξάνεται με μικρό ρυθμό, ενώ στην κάθοδό της ο ρυθμός αύξησης μεγαλώνει και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του για $\theta_o=75^\circ$. Στο σχήμα 5.80 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στον καθοδικό κλάδο της ροής η ποσότητα q/Q_o αυξάνεται ασυμπτωτικά με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_o σε κατακόρυφο πλούμιο.

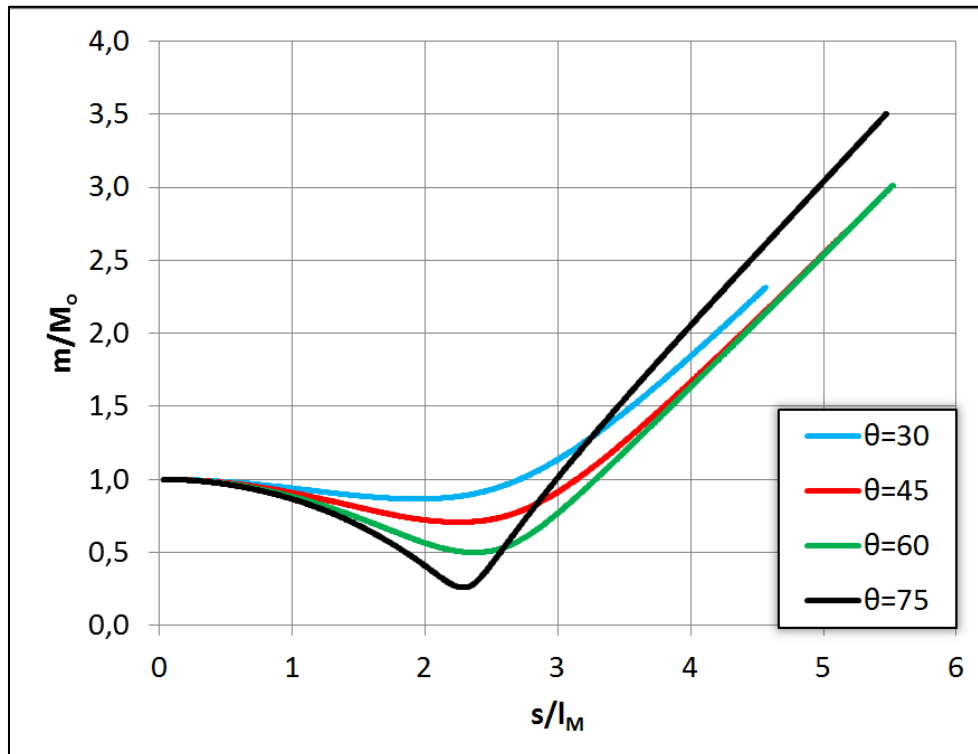
Στο σχήμα 5.81 παρουσιάζεται η μέση αραιώση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_o . Στο σχήμα 5.82 συγκρίνεται το μοντέλο, τα αποτελέσματα του οποίου διαιρέθηκαν με την τιμή 1,4, έτσι ώστε να μετατραπούν οι μέσες αραιώσεις σε αξονικές, με παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα τα οποία αφορούν αξονικές αραιώσεις. Οι μετρήσεις του Oliver (2012) και το μοντέλο συμφωνούν όσον αφορά στην αξονική αραιώση S_m για τις γωνίες $\theta_o=30-60^\circ$, ενώ αποκλίνουν λίγο στην περίπτωση των 75° . Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται μεταξύ των αραιώσεων S_r του Oliver και του μοντέλου, με τη διαφορά ότι για $\theta_o=75^\circ$ το μοντέλο και οι μετρήσεις του Oliver αποκλίνουν. Τέλος συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του Παπακωνσταντή (2009) με αυτά του μοντέλου για την αραιώση S_m , είναι εμφανές ότι το μοντέλο παρουσιάζει μικρότερες τιμές.

Στο σχήμα 5.83 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Το άλμα που εμφανίζεται οφείλεται στην αλλαγή του προσήμου για τον υπολογισμό του Ri^2 , έτσι ώστε το μοντέλο να προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο την πραγματική ροή των φλεβών. Επίσης οι μεγάλες τιμές του αριθμού Ri^2 όσο αυξάνει η θ_o , οφείλονται κατα κύριο λόγο στην αλλαγή του προσήμου, αλλά και στο γεγονός ότι σε εκείνο το σημείο η φλέβα αλλάζει κατεύθυνση, οπότε η ταχύτητά της είναι πολύ μικρή και συμπαρασύρει πολύ μικρές ποσότητες ρευστού. Τέλος ο αριθμός Ri^2 αρχικά είναι αρνητικός λόγω της αρνητικής άνωσης, ενώ μετά την αλλαγή της κατεύθυνσης της ροής γίνεται θετικός.

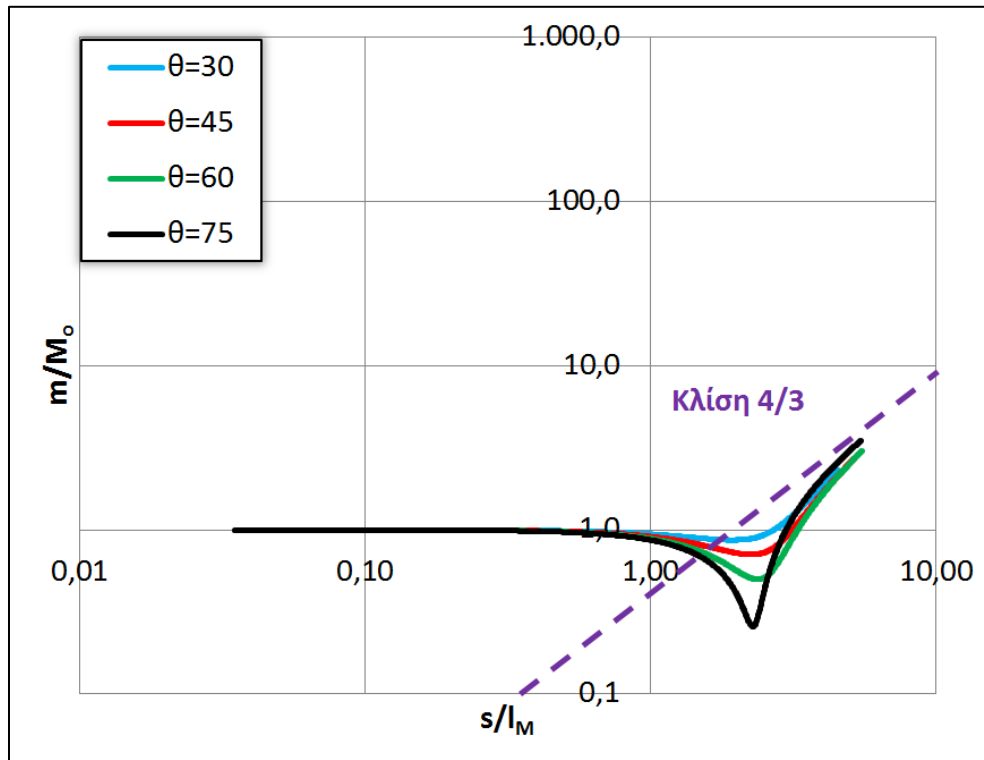
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α (σχήμα 5.84), λογικό αποτέλεσμα δεδομένου ότι είναι συνάρτηση του Ri^2 . Και σε αυτή την περίπτωση εμφανίζεται άλμα στο σημείο όπου η ροή αλλάζει κατεύθυνση, ενώ παράλληλα όσο μεγαλώνει η γωνία θ_o αυξάνει και η τιμή του συντελεστή α μετά το άλμα. Υπάρχει όμως μία διαφορά μεταξύ του αριθμού Ri^2 και του συντελεστή α και αυτή είναι ότι ο συντελεστής α δεν παίρνει ποτέ αρνητικές τιμές. Επομένως ο συντελεστής συμπαράσυρσης είναι πάντα θετικός ή μηδέν, όπως συμβαίνει στις γωνίες $\theta_o=60$ και 75° .



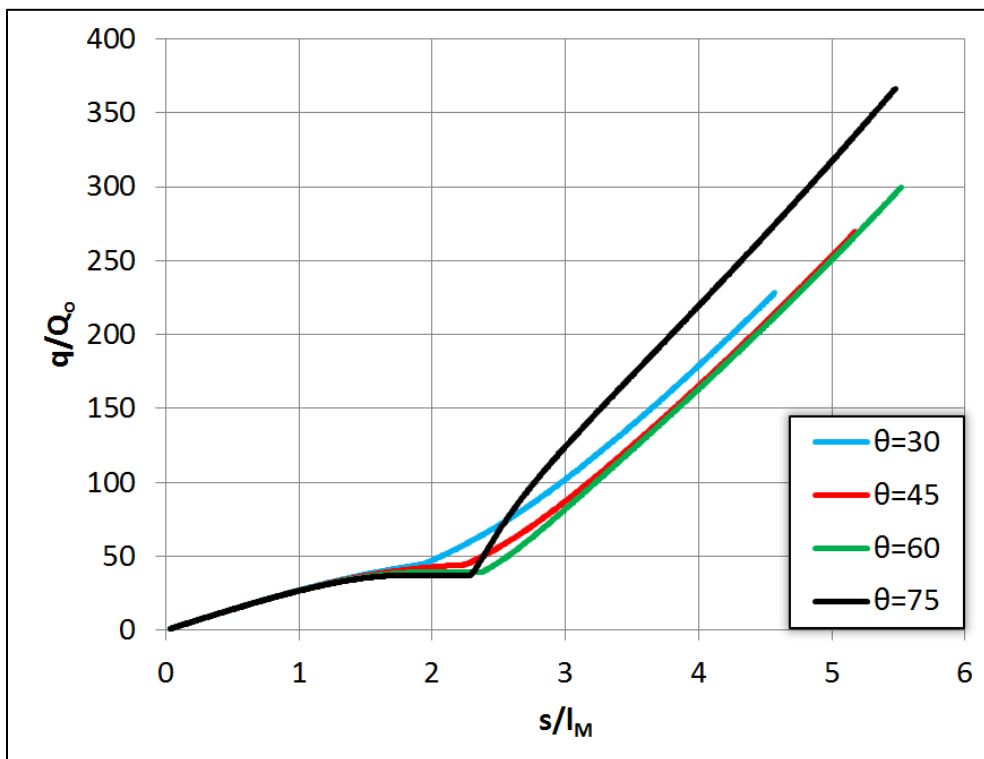
Σχήμα 5.76 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$ (Σύγκριση μοντέλου με πειραματικά αποτελέσματα)



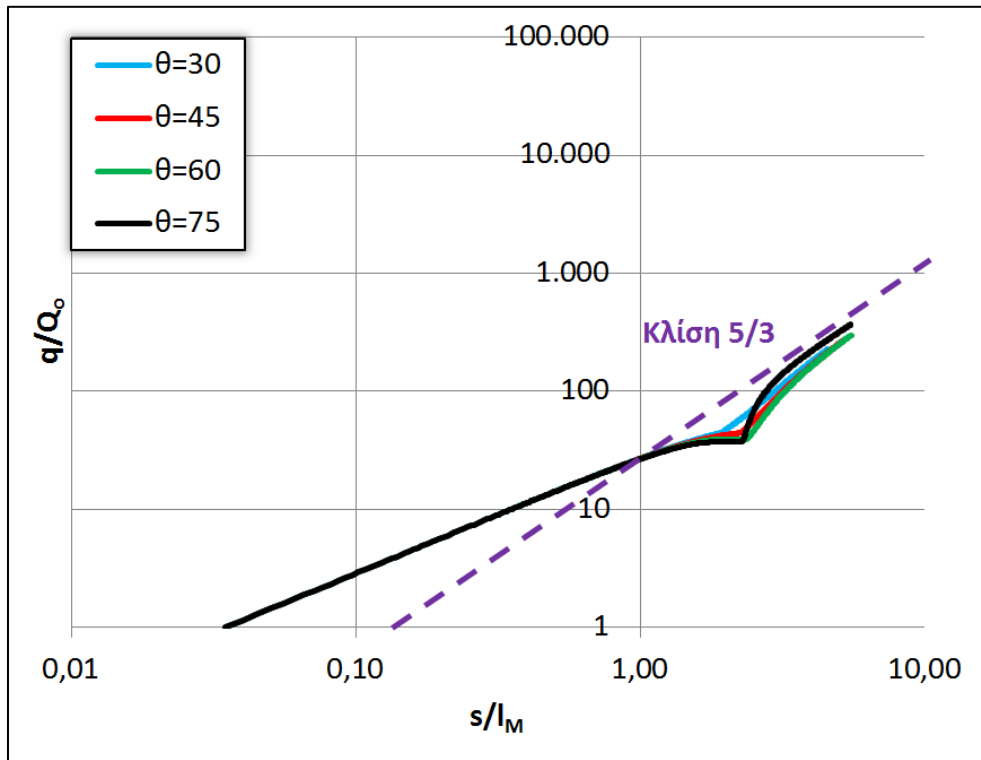
Σχήμα 5.77 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



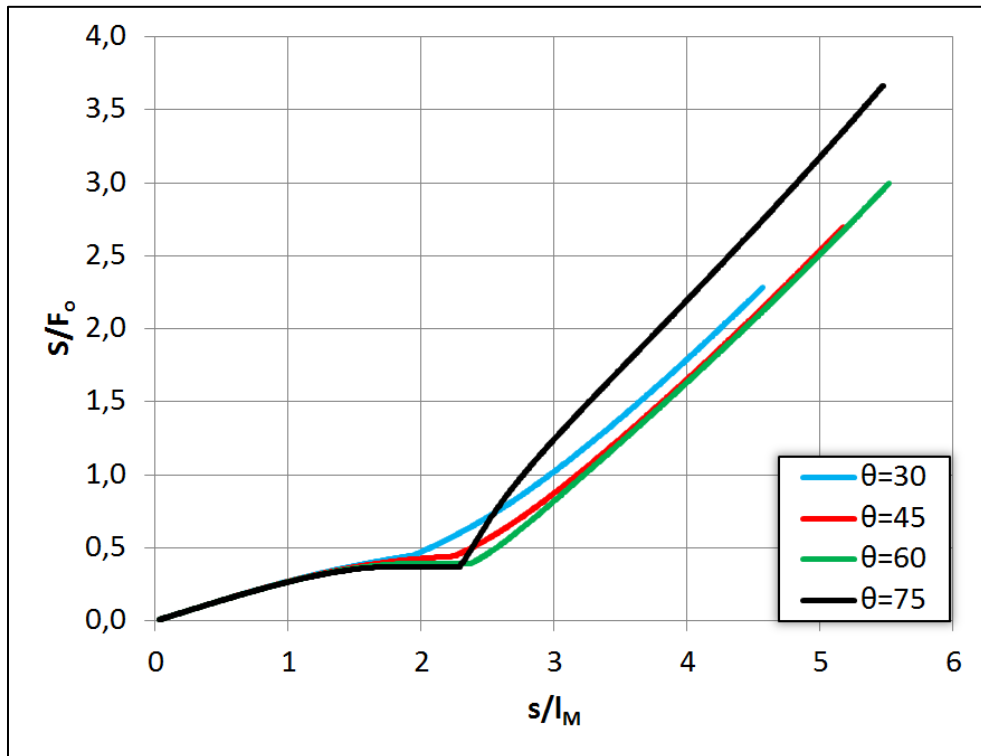
Σχήμα 5.78 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



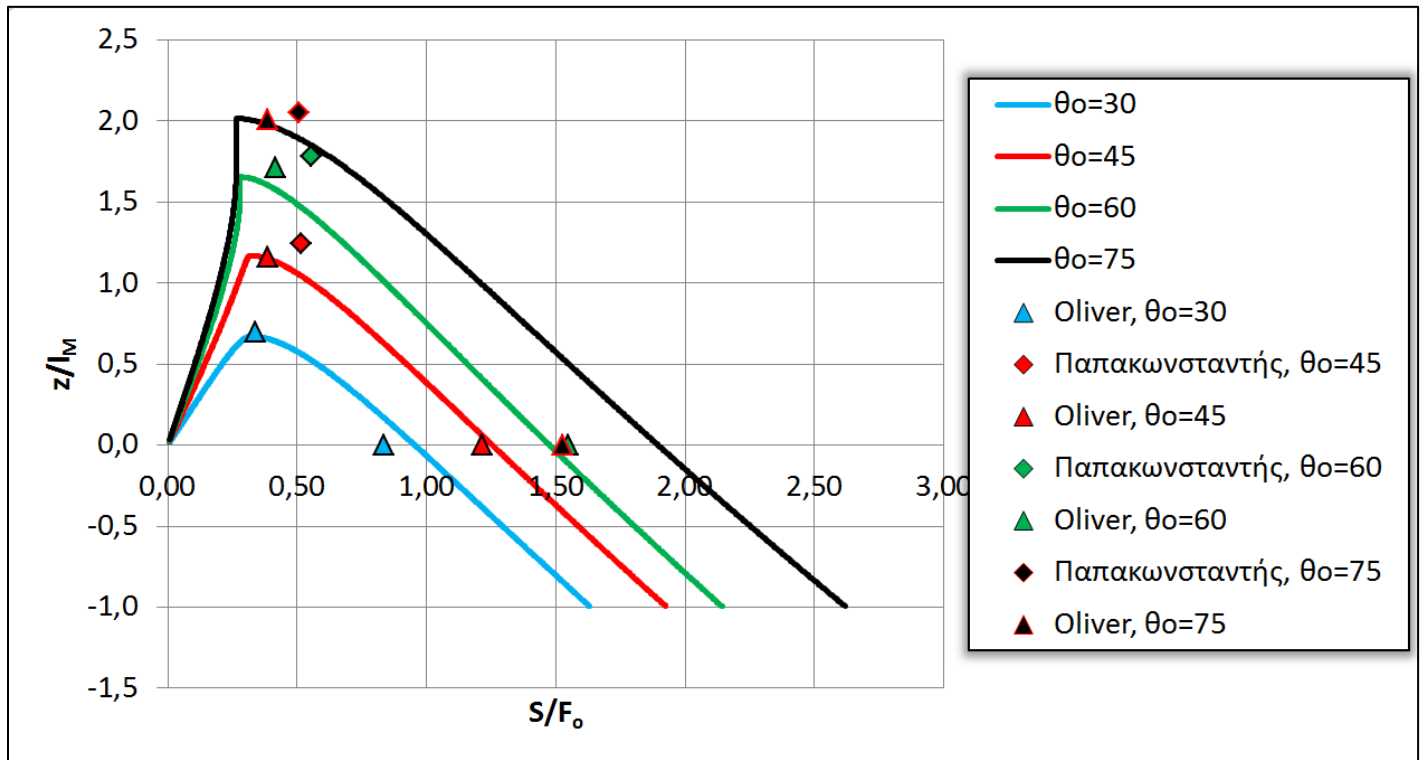
Σχήμα 5.79 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\alpha/Q_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



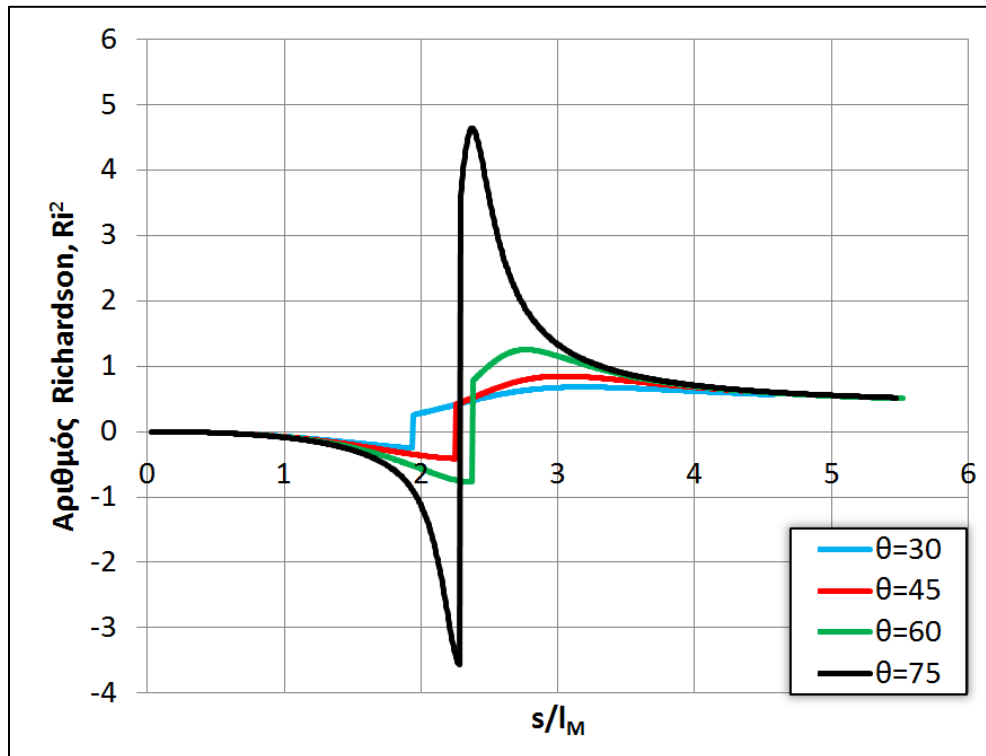
Σχήμα 5.80 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



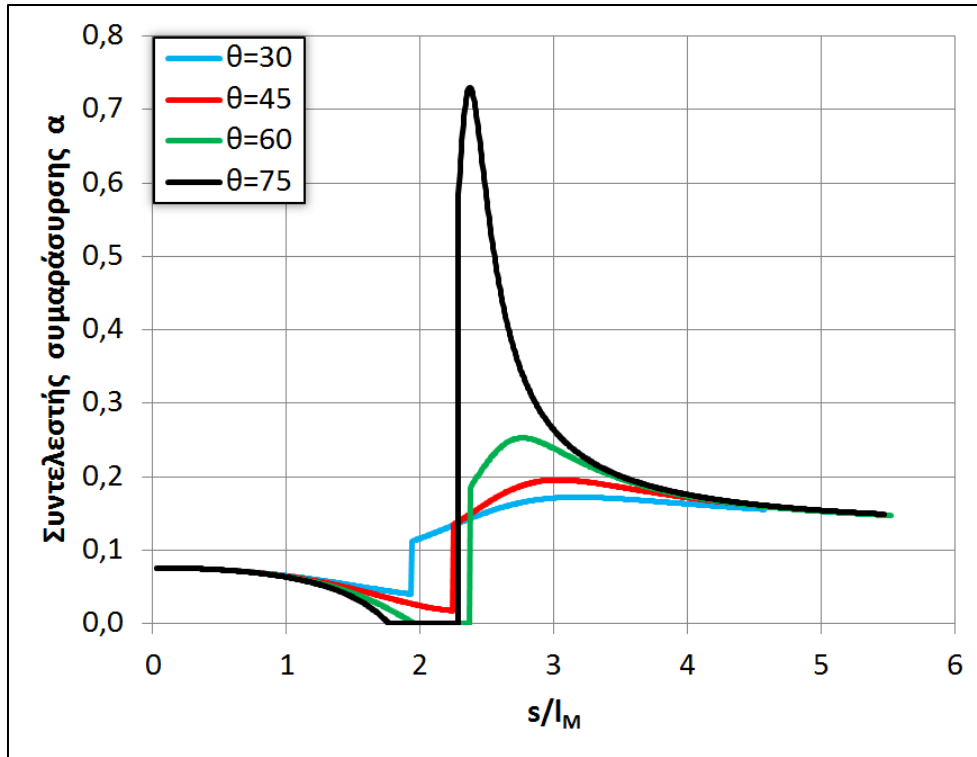
Σχήμα 5.81 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.82 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $z/l_M - S/F_0$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$ (Σύγκριση μοντέλου με πειραματικά αποτελέσματα)

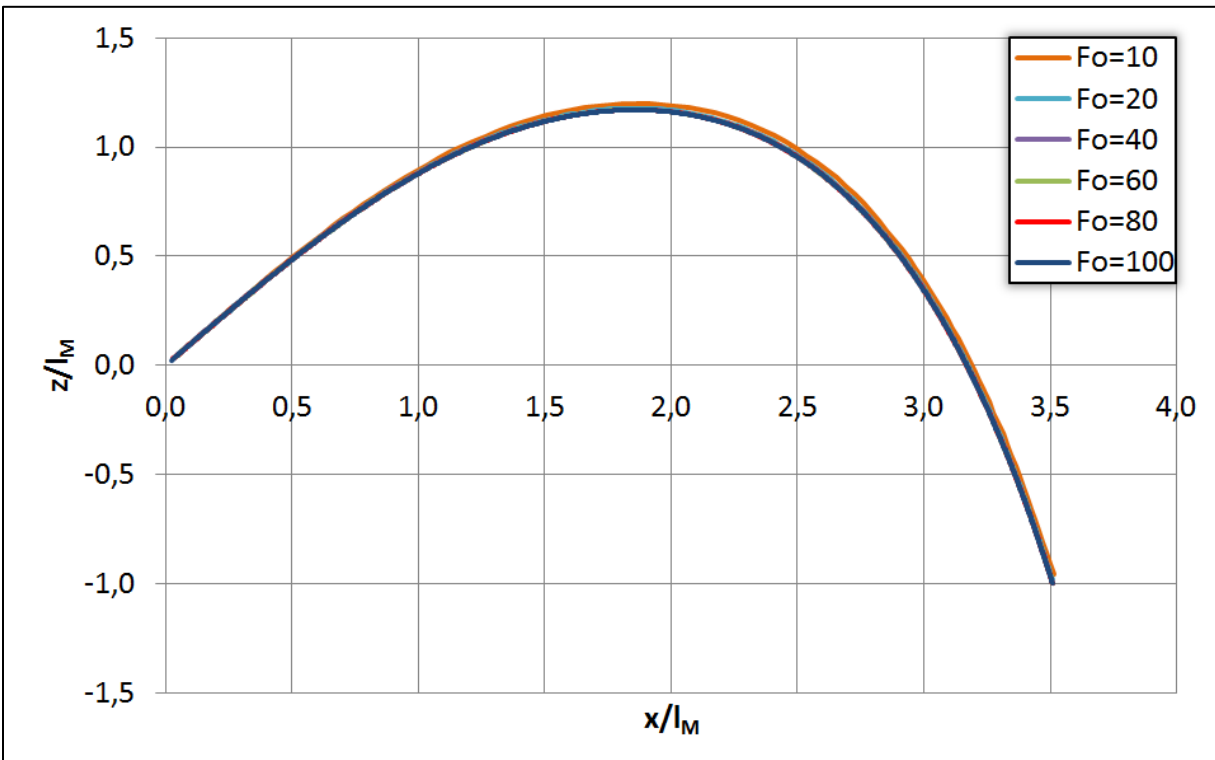


Σχήμα 5.83 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

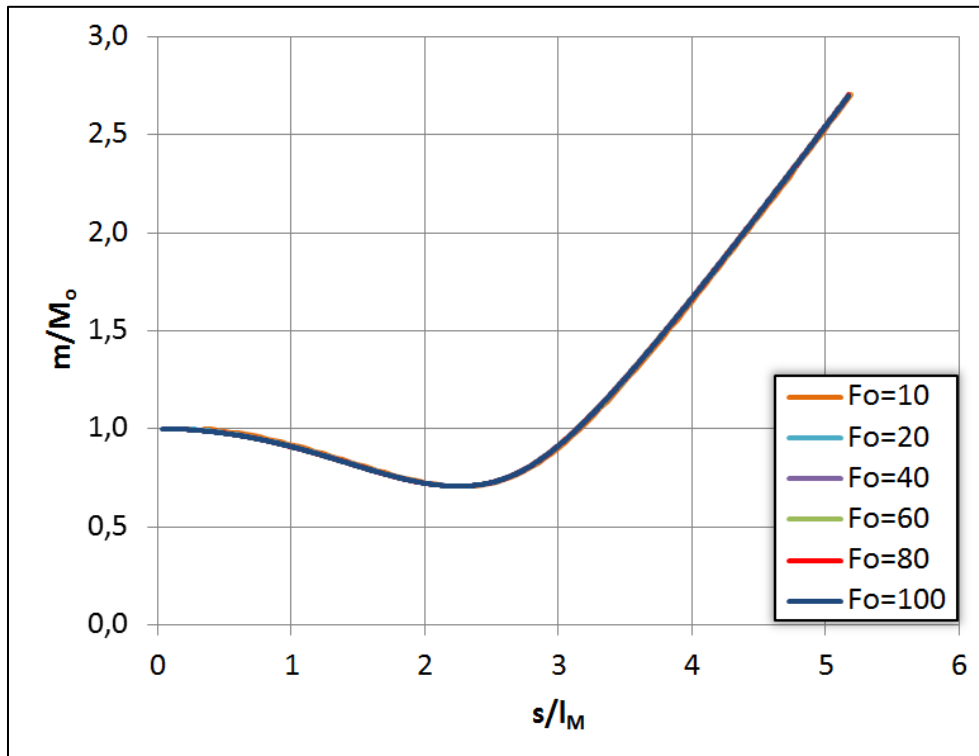


Σχήμα 5.84 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

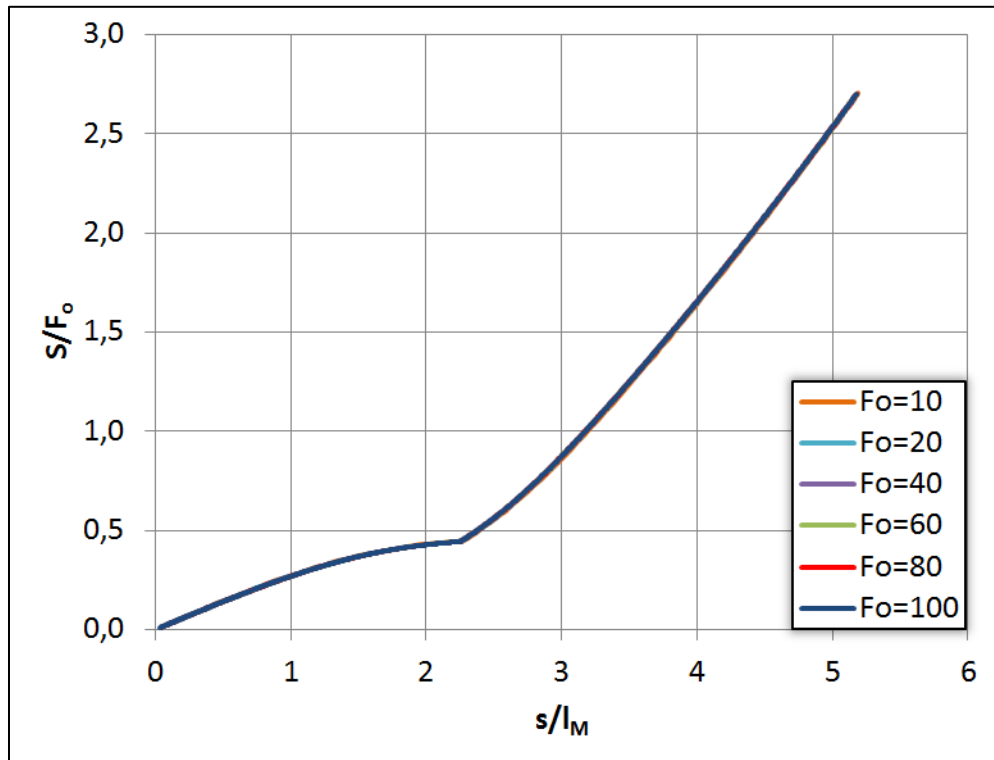
Στη συνέχεια (σχήμα 5.85 έως σχήμα 5.89) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_0 στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_0=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται, ο αριθμός F_0 δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



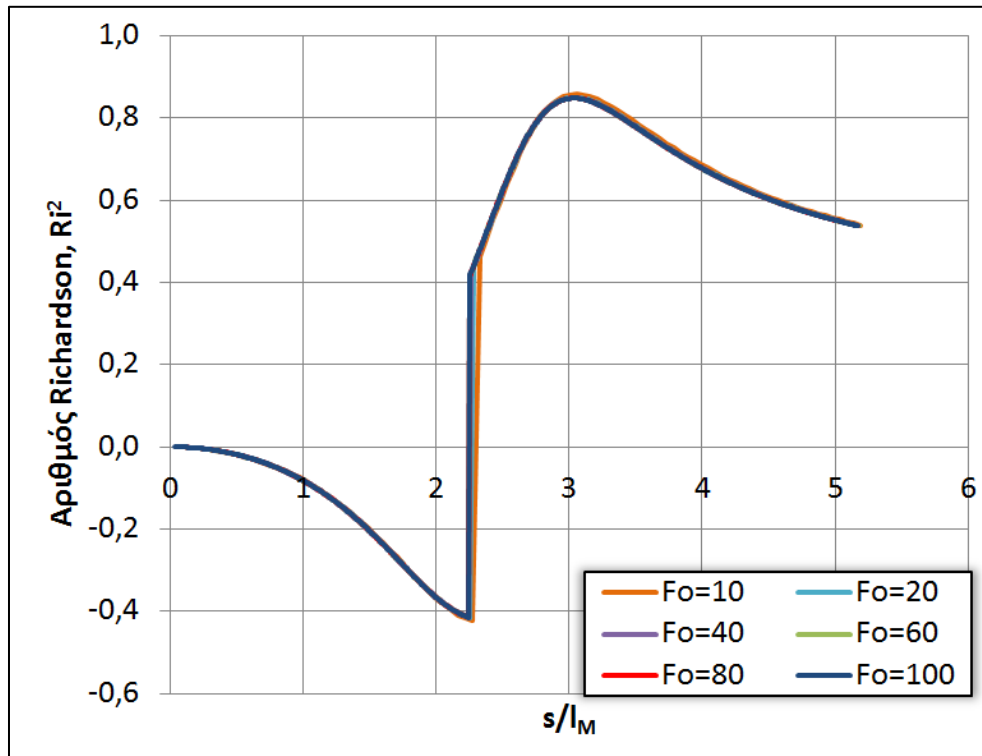
Σχήμα 5.85 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$



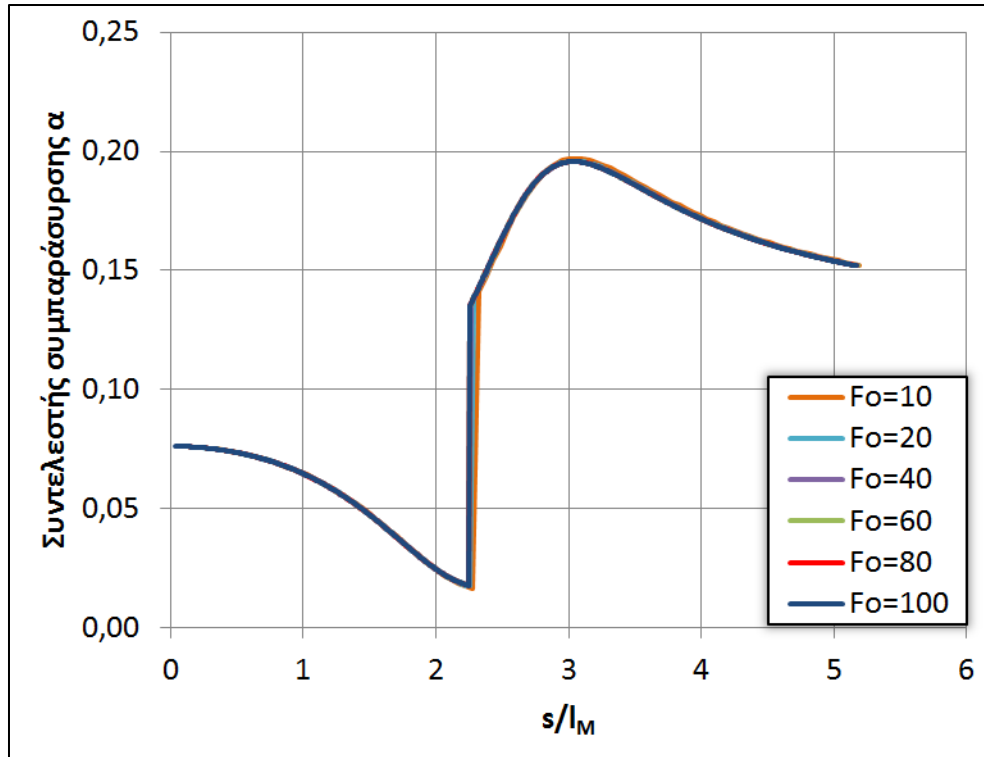
Σχήμα 5.86 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.87 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

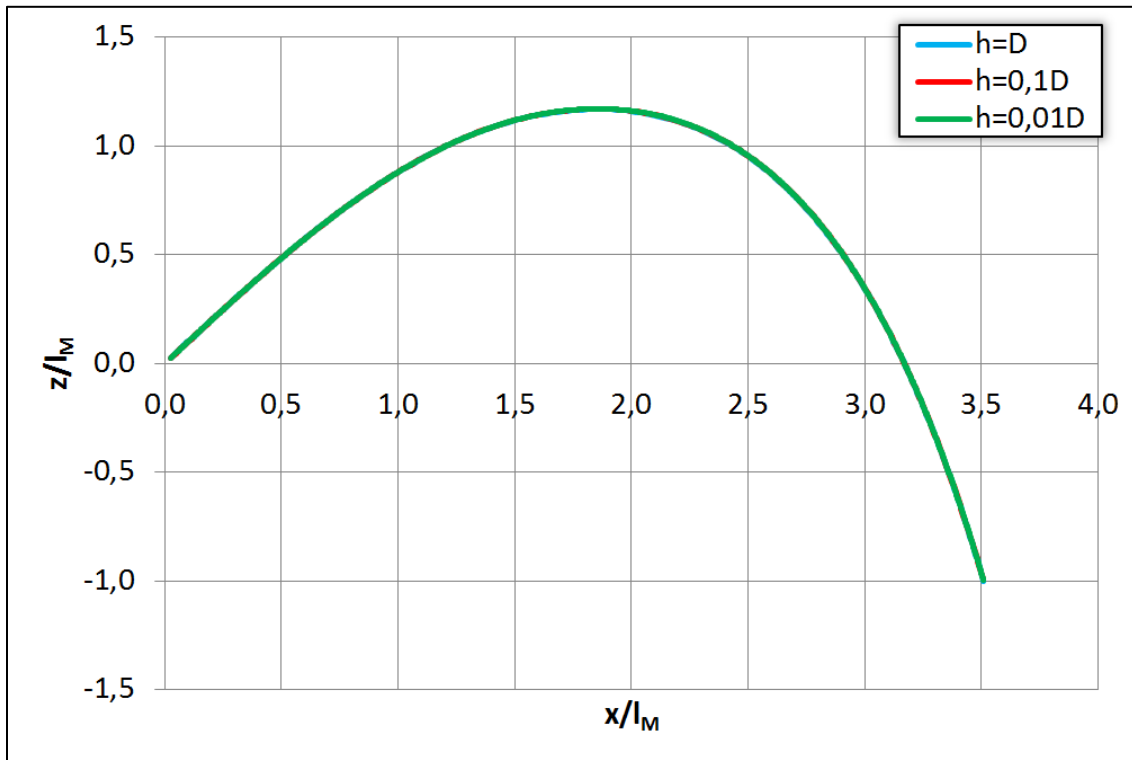


Σχήμα 5.88 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

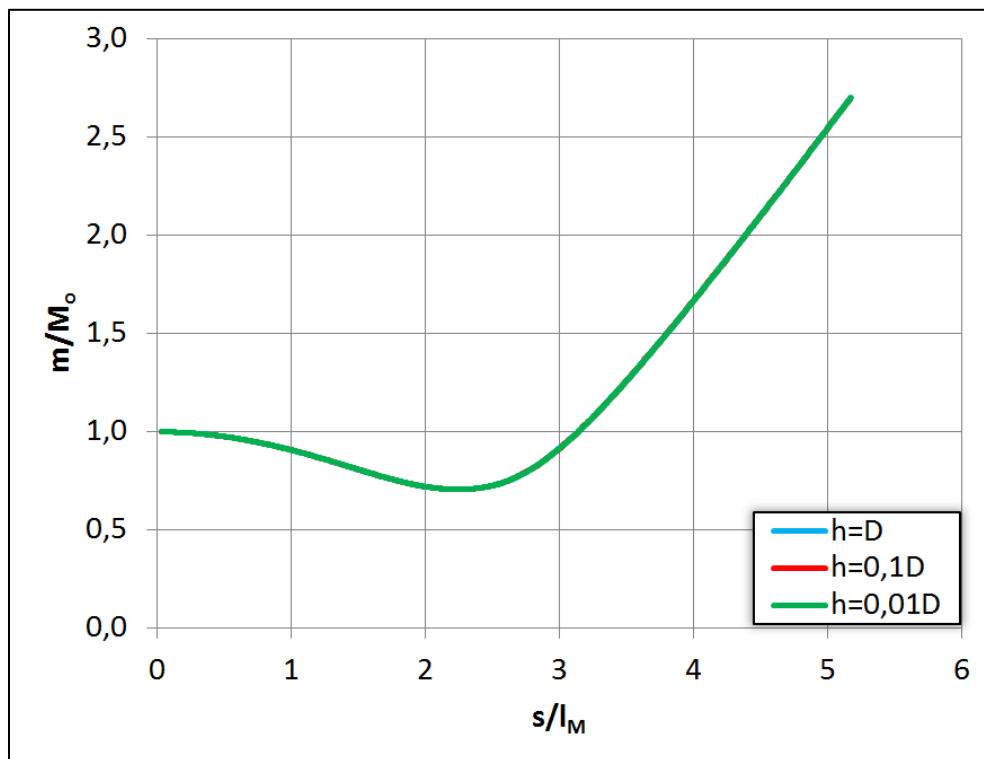


Σχήμα 5.89 Διάγραμμα α – s/l_M φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$ & $h=0,01D$

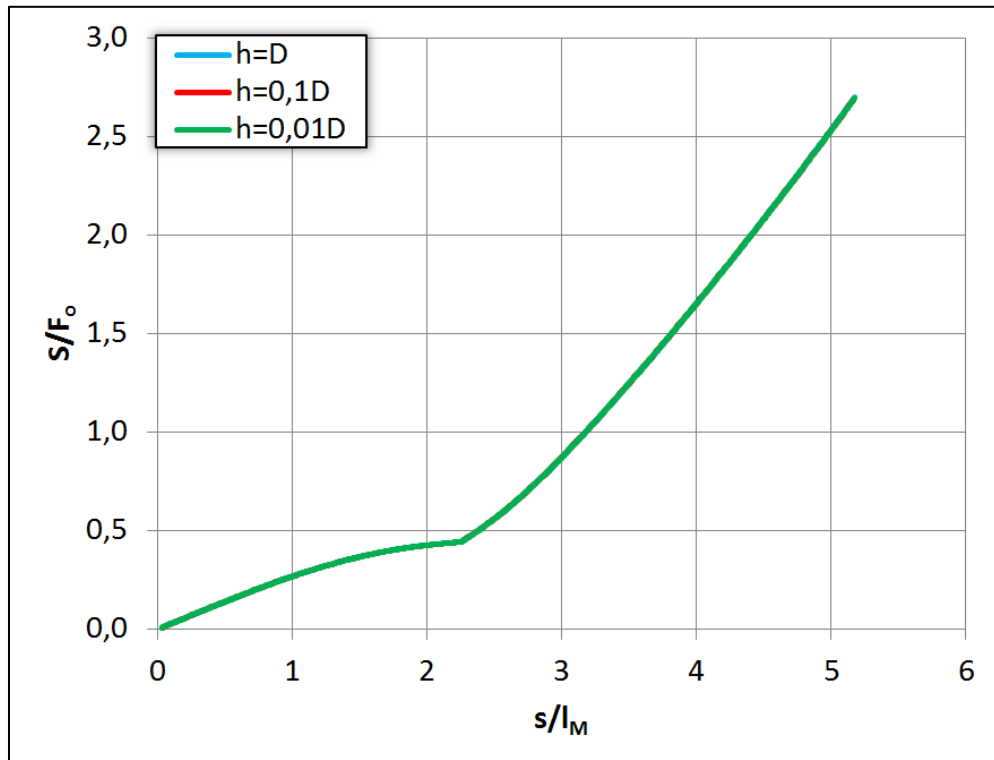
Ακολουθεί (σχήμα 5.90 έως σχήμα 5.94) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



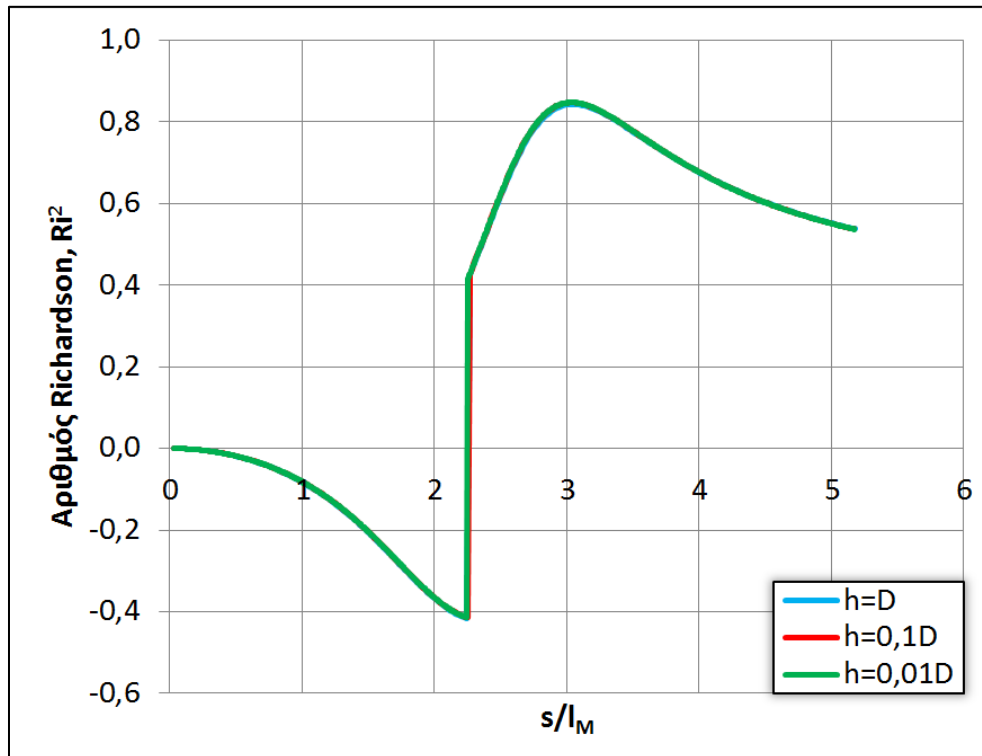
Σχήμα 5.90 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



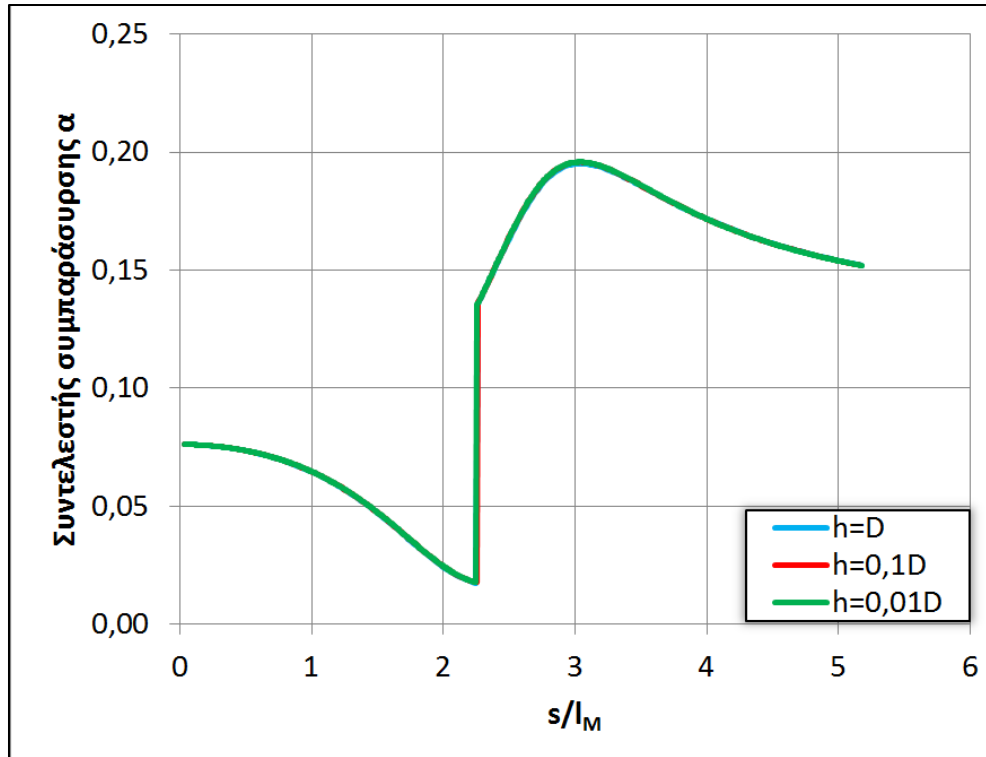
Σχήμα 5.91 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.92 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.93 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.94 Διάγραμμα α – s/l_M φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$ & $h=D-0,01D$

5.2.2 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στο σχήμα 5.95 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από -30° έως τις -75° , αριθμό Froude $F_o=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$, αρχική θερμοκρασία φλέβας $T_o=30^\circ\text{C}$ και θερμοκρασία αποδέκτη $T_a=20^\circ\text{C}$. Όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_o , τόσο η φλέβα πάει βαθύτερα και επιστρέφει πιο κοντά στο στόμιο παροχέτευσης. Επιπλέον στο ίδιο σχήμα παρουσιάζονται και παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα, προκειμένου να συγκριθεί το μοντέλο με αυτά, τα οποία, επειδή ήταν αδιαστατοποιημένα ως προς την ποσότητα (DF_o), διαιρέθηκαν με την ποσότητα $(\pi/4)^{1/4}$ για να αδιαστατοποιηθούν ως προς την κλίμακα l_M . Παρατηρείται ότι το μοντέλο συμφωνεί μόνο με το σημείο εμφάνισης του τελικού βάθους καθόδου της φλέβας για $\theta_o=45^\circ$, ενώ υπερεκτιμά το σημείο εμφάνισης του τελικού βάθους καθόδου της φλέβας για $\theta_o=60^\circ$ και τις οριζόντιες αποστάσεις της θέσης επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης. Οι αποκλίσεις μεταξύ του μοντέλου και των πειραματικών αποτελεσμάτων του Βραχιολίδη (2016) μπορεί να οφείλονται στο γεγονός ότι ο

τελευταίος χρησιμοποιούσε την τεχνική του shadowgraph προκειμένου να προσδιορίσει τις παραπάνω θέσεις.

Στο σχήμα 5.96 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία, όπως φαίνεται, μειώνεται στο καθοδικό κομμάτι της ροής, ενώ κατά την άνοδο της φλέβας αυξάνεται. Επίσης είναι εμφανές ότι όσο μεγαλώνει η γωνία θ_0 , τόσο η ποσότητα m/M_0 μειώνεται με εξαίρεση την περίπτωση των 75° στην οποία αυξάνεται στο ανοδικό τμήμα της ροής. Στο σχήμα 5.97 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης έχουν μικρότερη τιμή και ότι στην κάθοδο της φλέβας η ποσότητα m/M_0 αρχίζει να αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_0 για κατακόρυφο πλούμιο. Επίσης όσο αυξάνει η γωνία θ_0 , τόσο το σημείο καμπής αρχίζει να έχει μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας, σε σημείο όπου για την περίπτωση των -75° το σημείο καμπής μοιάζει με κορυφή τριγώνου.

Στο σχήμα 5.98 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την Q_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία στην κάθοδο της φλέβας αυξάνεται με μικρό ρυθμό, ενώ στην άνοδο της φλέβας ο ρυθμός αύξησης μεγαλώνει και παίρνει τη μέγιστη τιμή του για $\theta_0 = -75^\circ$. Στο σχήμα 5.99 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο ανοδικό τμήμα της ροής η ποσότητα q/Q_0 αρχίζει να αυξάνεται με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_0 για κατακόρυφο πλούμιο.

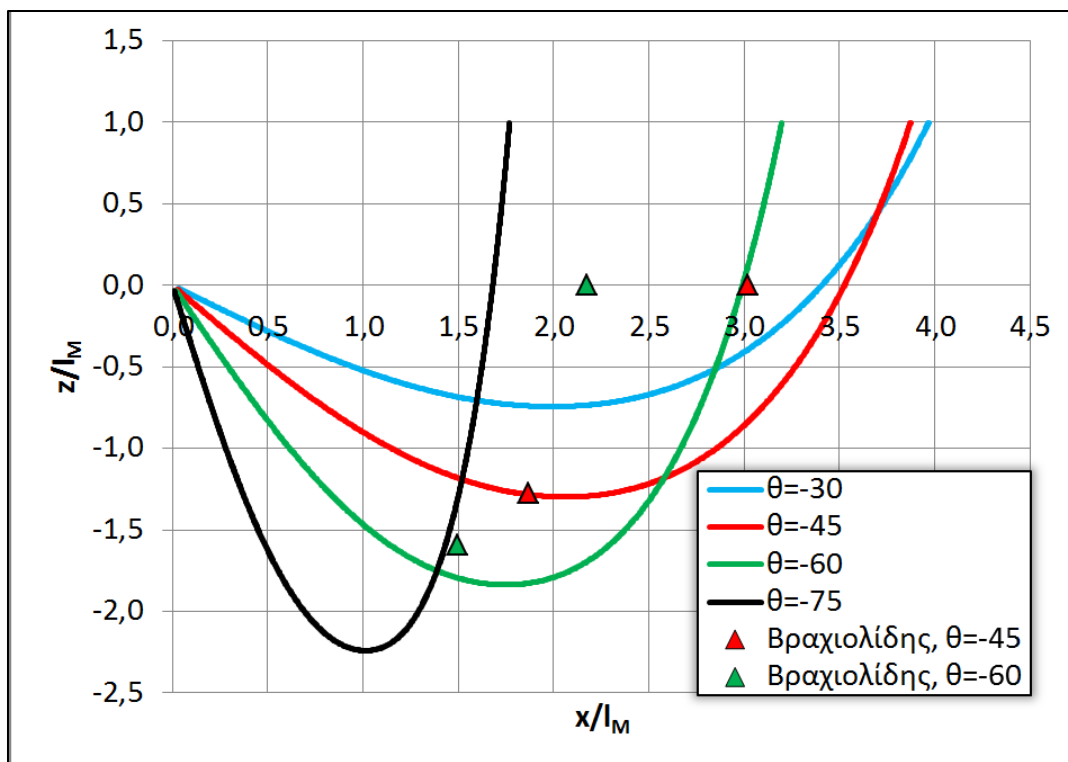
Στο σχήμα 5.100 παρουσιάζεται η μέση αραιώση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_0 . Στο σχήμα 5.101 συγκρίνεται το μοντέλο, τα αποτελέσματα του οποίου διαιρέθηκαν με την τιμή 1,4, έτσι ώστε να μετατραπούν οι μέσες αραιώσεις σε αξονικές, με παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα τα οποία αφορούν αξονικές αραιώσεις. Στην περίπτωση της γωνίας $\theta_0 = -45^\circ$ το μοντέλο και οι μετρήσεις του Βραχιολίδη (2016) παρουσιάζουν παρόμοιες τιμές, όπως και στην περίπτωση των -60° για την αξονική αραιώση στο σημείο επιστροφής. Αντίθετα το μοντέλο υποεκτιμά την αραιώση στη θέση εμφάνισης του τελικού βάθους καθόδου για γωνία $\theta_0 = -60^\circ$. Παρόλα αυτά, όπως ειπώθηκε προηγουμένως, ο προσδιορισμός των θέσεων του ύψους καθόδου και του σημείου επιστροφής έγιναν με βάση το σκιαγράφημα της φλέβας, συνεπώς απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση.

Στο σχήμα 5.102 παρουσιάζεται η ανωστική δύναμη β αδιαστατοποιημένη με την αρχική ανωστική δύναμη B_0 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Όπως είναι εμφανές, η αρχική γωνία παροχέτευσης δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά της ανωστικής δύναμης, η οποία μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,804.

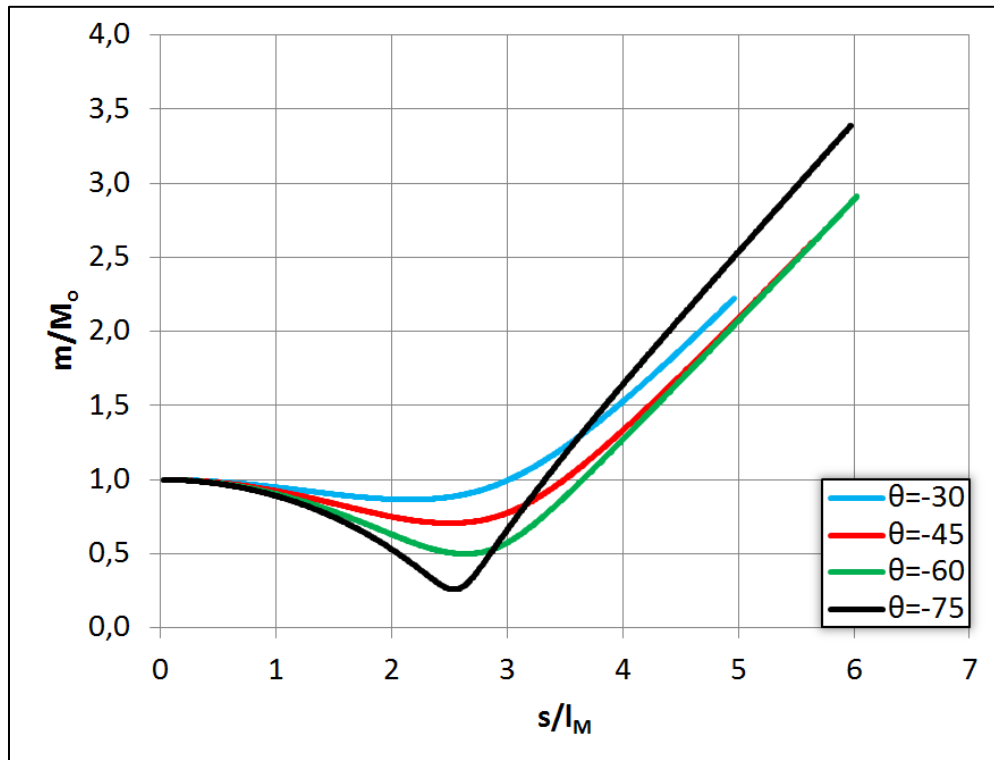
Στο σχήμα 5.103 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Το άλμα που εμφανίζεται οφείλεται στην αλλαγή του προσήμου για τον υπολογισμό του Ri^2 , έτσι ώστε το μοντέλο να προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο την πραγματική ροή των φλεβών. Επίσης οι τόσο μεγάλες τιμές του αριθμού Ri^2 όσο αυξάνεται η θ_0 , οφείλονται κατά κύριο λόγο στην αλλαγή του προσήμου, αλλά και στο

γεγονός ότι στο σημείο εκείνο η φλέβα αλλάζει κατεύθυνση, οπότε η ταχύτητά της είναι πολύ μικρή και συμπαρασύρει πολύ μικρές ποσότητες ρευστού. Τέλος ο αριθμός Ri^2 αρχικά είναι αρνητικός λόγω της αρνητικής άνωσης, ενώ μετά την αλλαγή της κατεύθυνσης της ροής γίνεται θετικός.

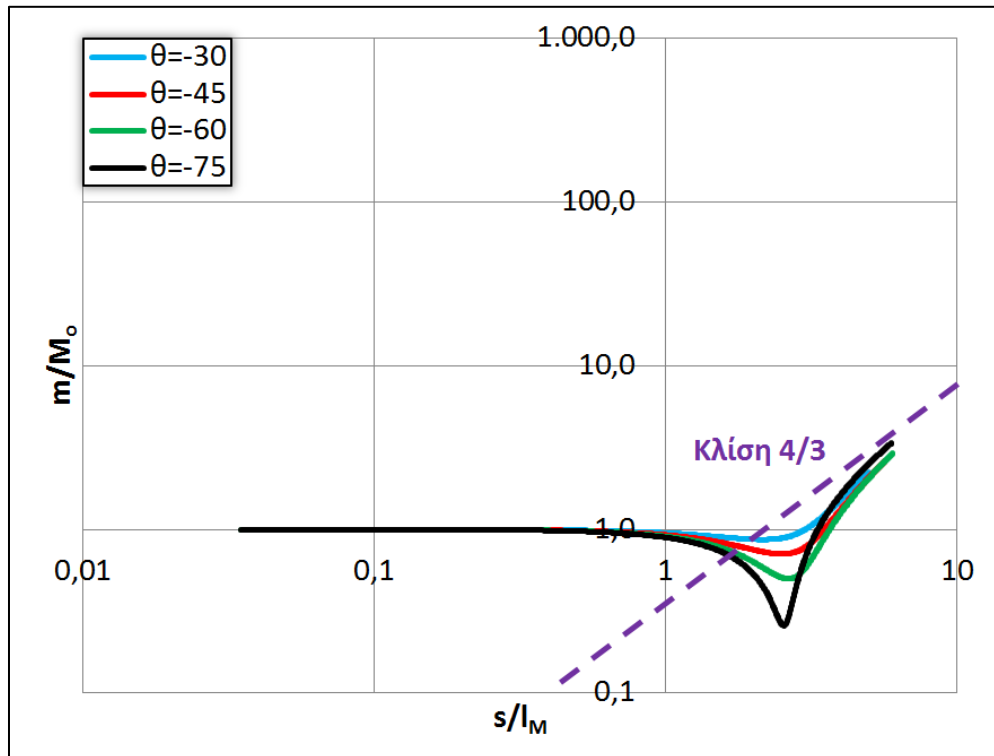
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπάραυσης α (σχήμα 5.104), λογικό αποτέλεσμα δεδομένου ότι είναι συνάρτηση του Ri^2 . Και σε αυτή την περίπτωση εμφανίζεται άλμα στο σημείο όπου η ροή αλλάζει κατεύθυνση, ενώ παράλληλα όσο μεγαλώνει η γωνία θ_0 , η τιμή του συντελεστή α μετά το άλμα αυξάνεται. Υπάρχει όμως μία διαφορά μεταξύ του αριθμού Ri^2 και του συντελεστή α και αυτή είναι ότι ο συντελεστής α δεν παίρνει ποτε αρνητικές τιμές. Επομένως ο συντελεστής συμπάραυσης είναι πάντα θετικός ή μηδέν, όπως συμβαίνει στις γωνίες $\theta_0=60$ και 75° .



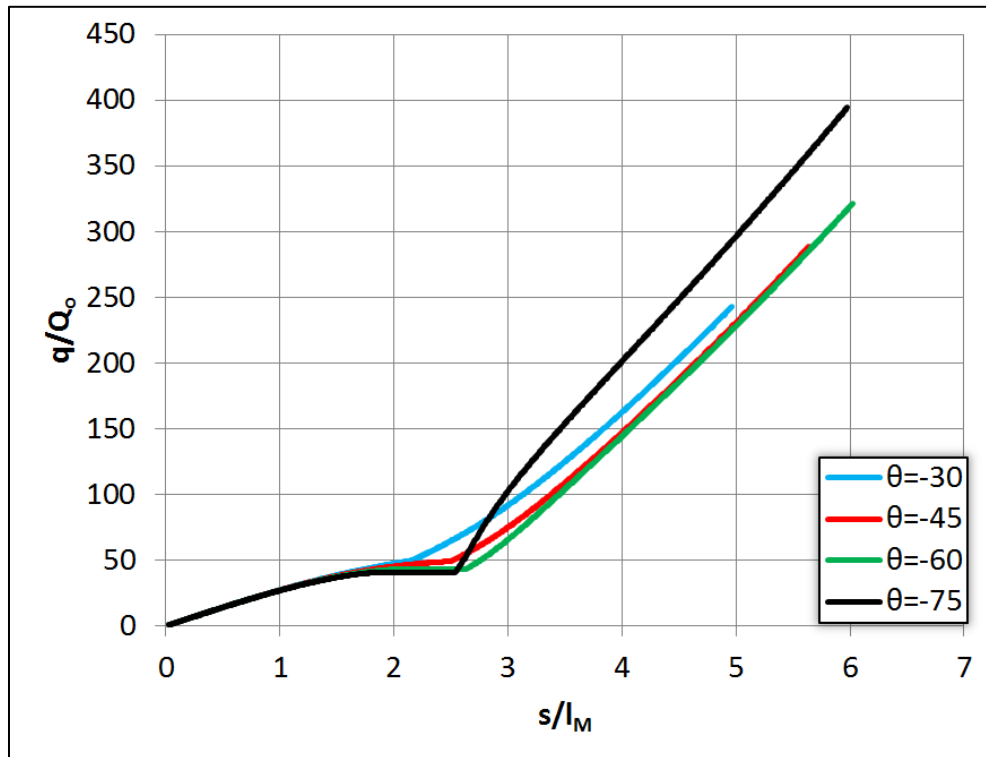
Σχήμα 5.95 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0=-30 - (-75)^\circ$, $F_0=100$, $T_0=30^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



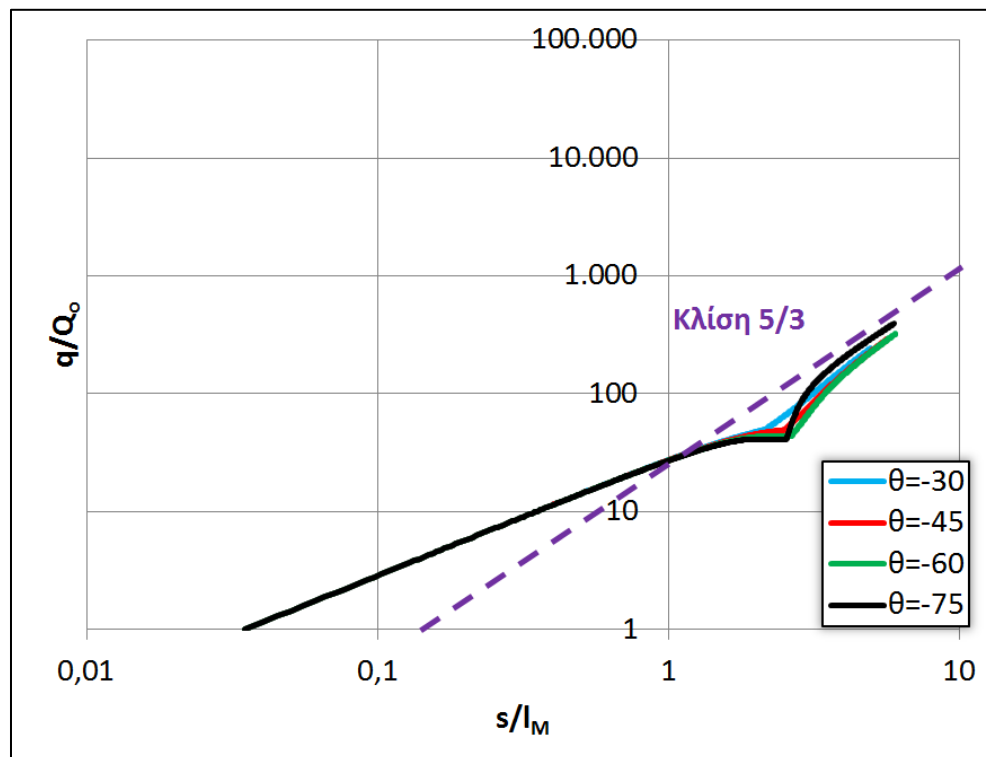
Σχήμα 5.96 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -30 - (-75)^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



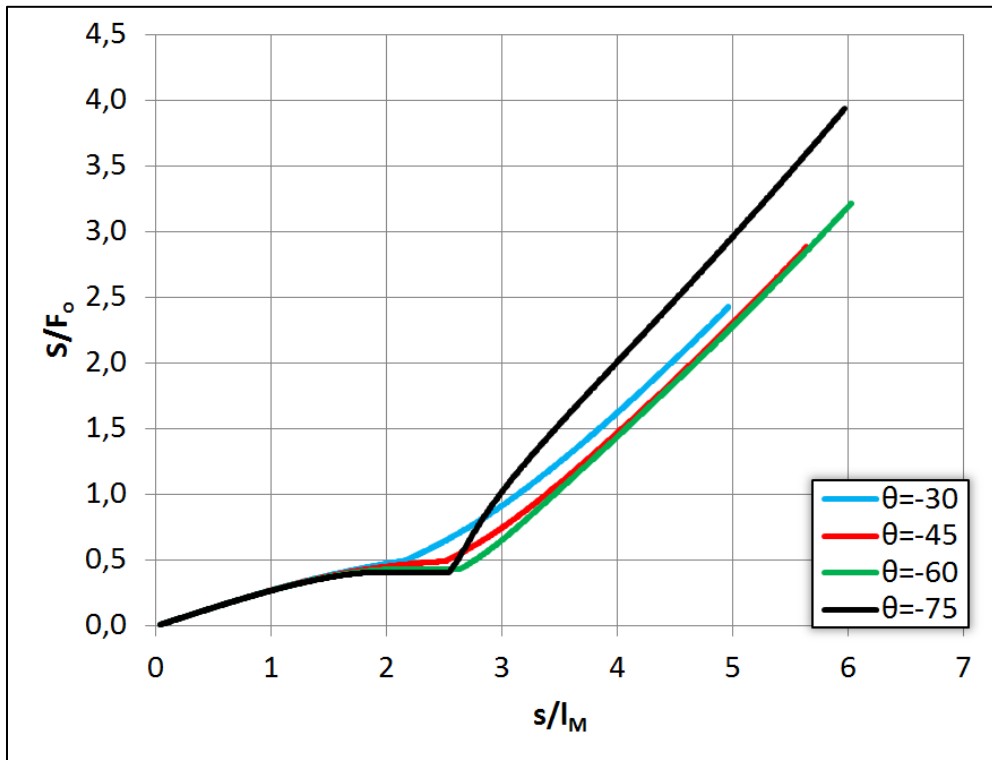
Σχήμα 5.97 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -30 - (-75)^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



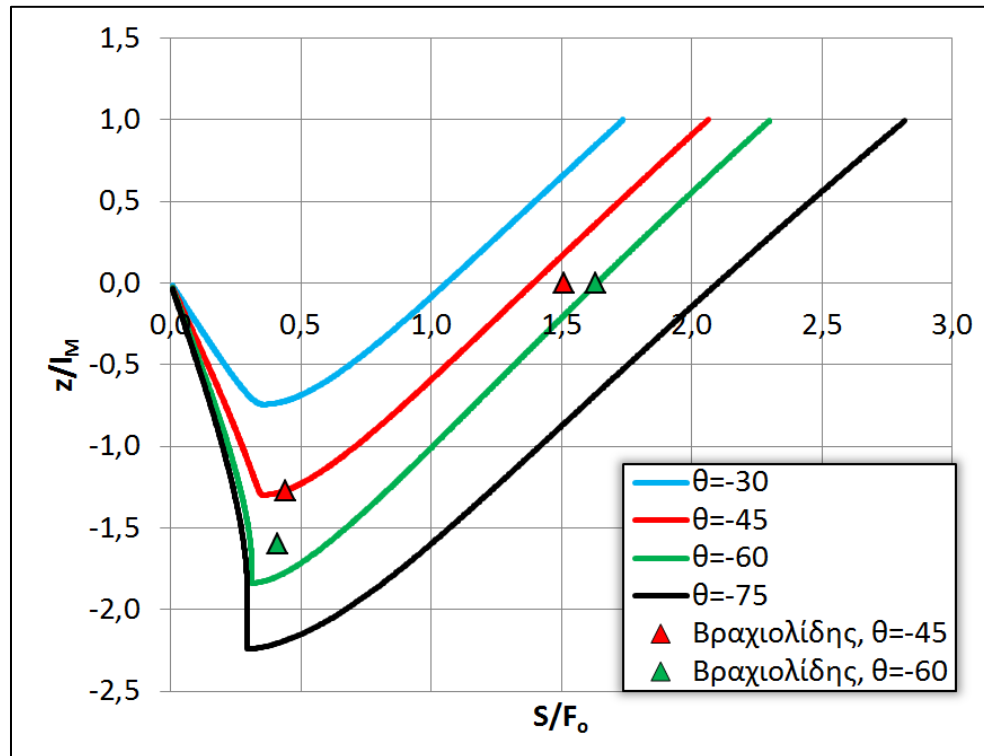
Σχήμα 5.98 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $q/Q_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



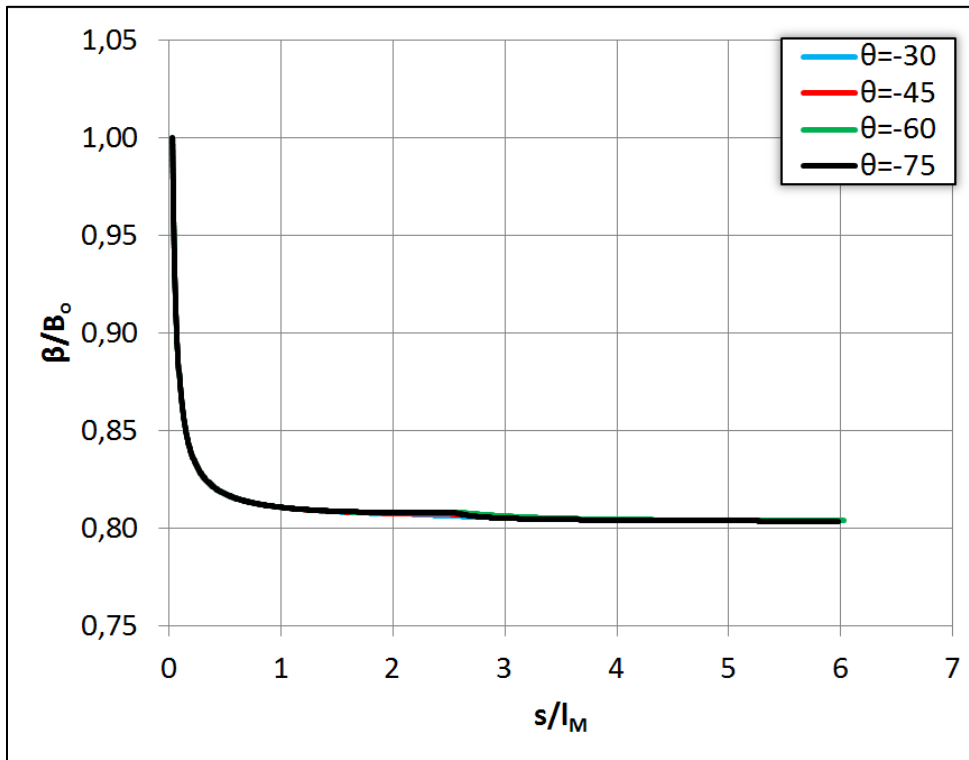
Σχήμα 5.99 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



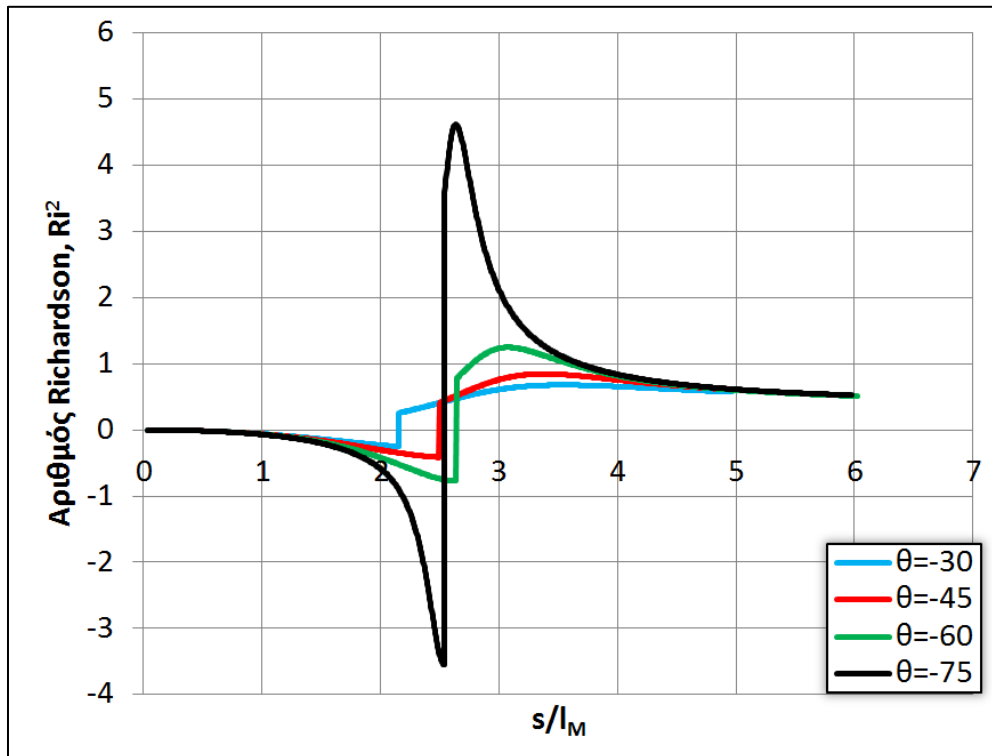
Σχήμα 5.100 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



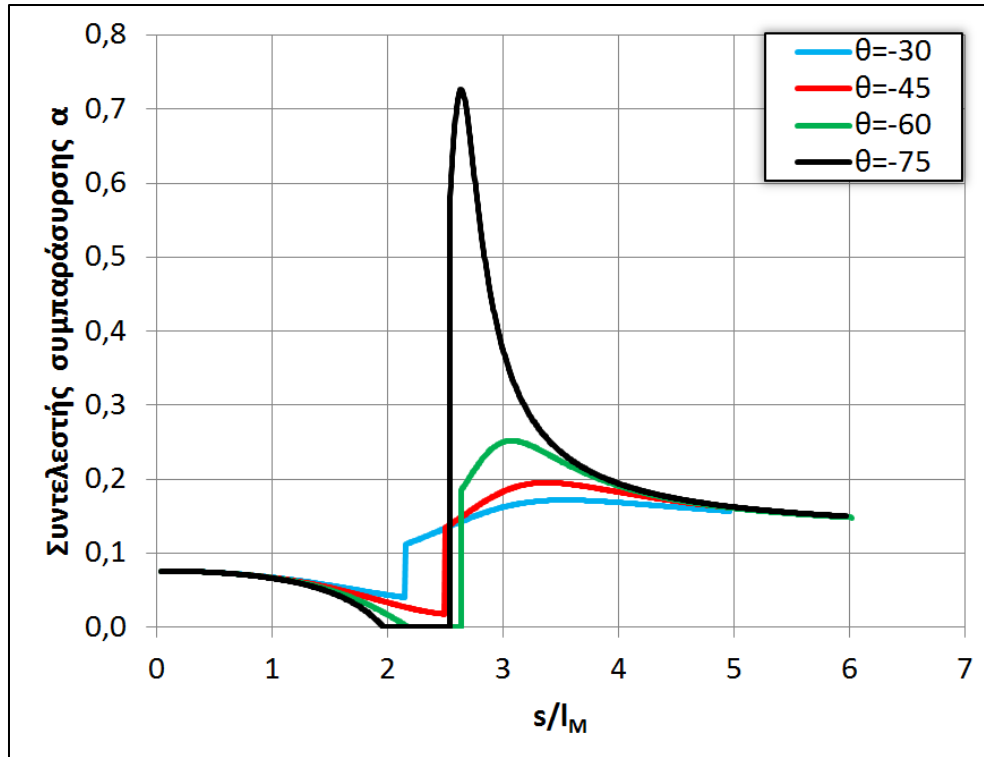
Σχήμα 5.101 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $z/l_M - S/F_0$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



Σχήμα 5.102 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$

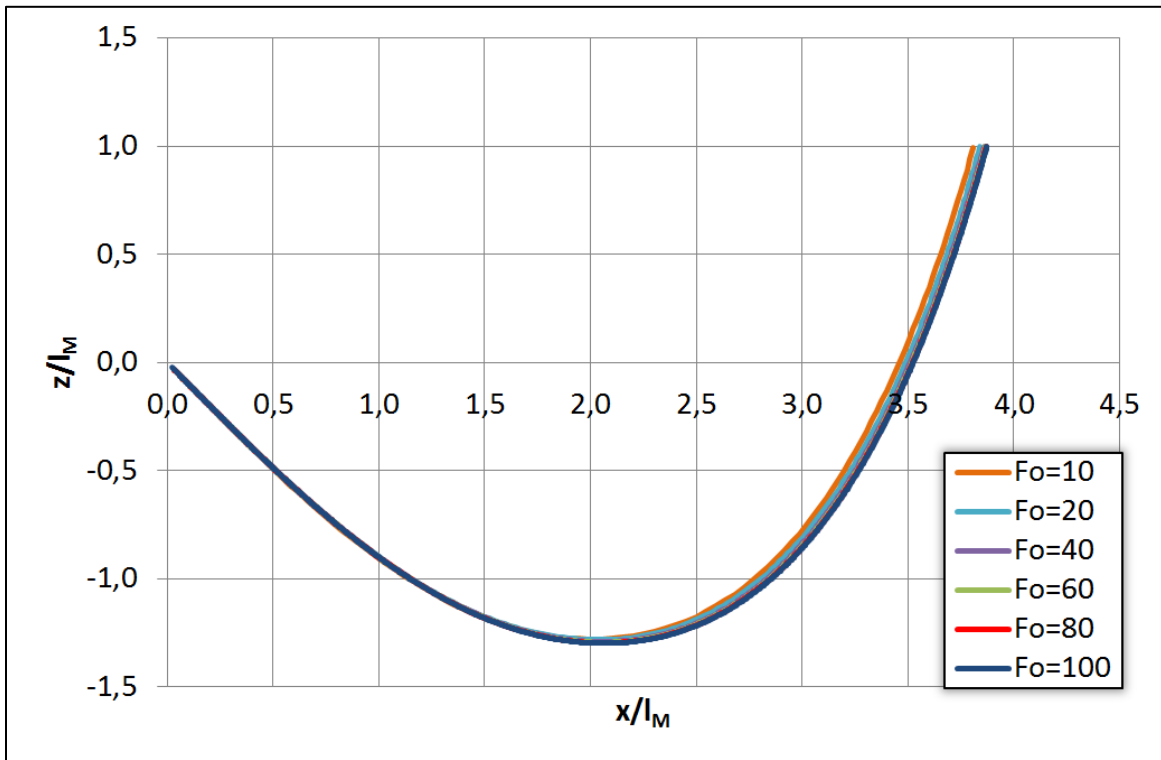


Σχήμα 5.103 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$

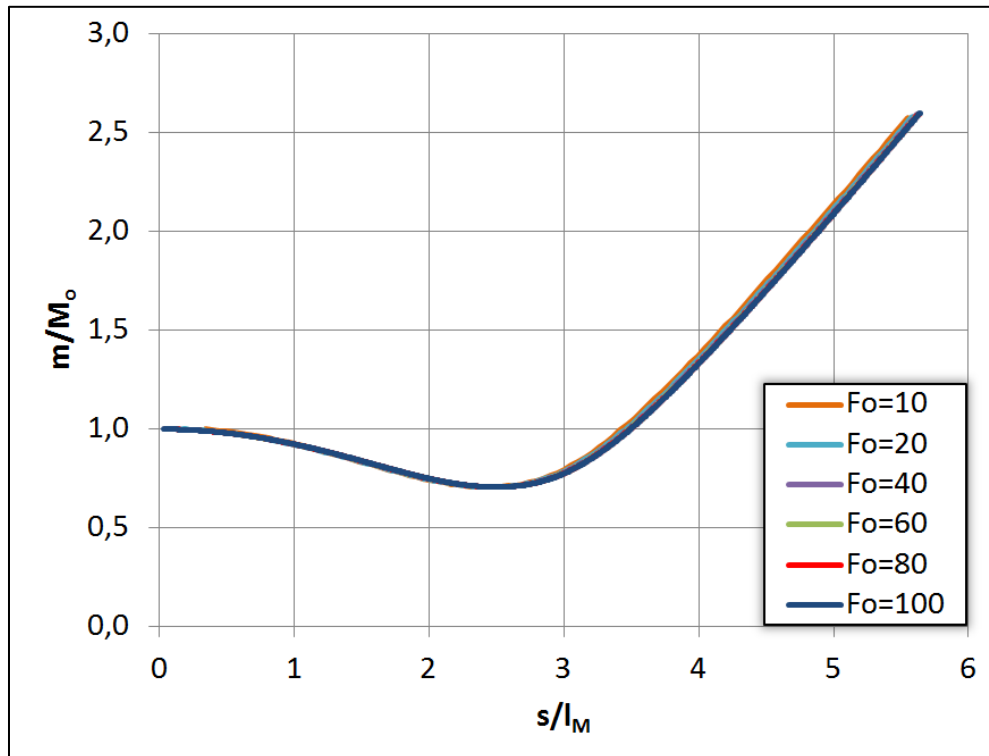


Σχήμα 5.104 Διάγραμμα α – s/l_M θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -30 - (-75)^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$

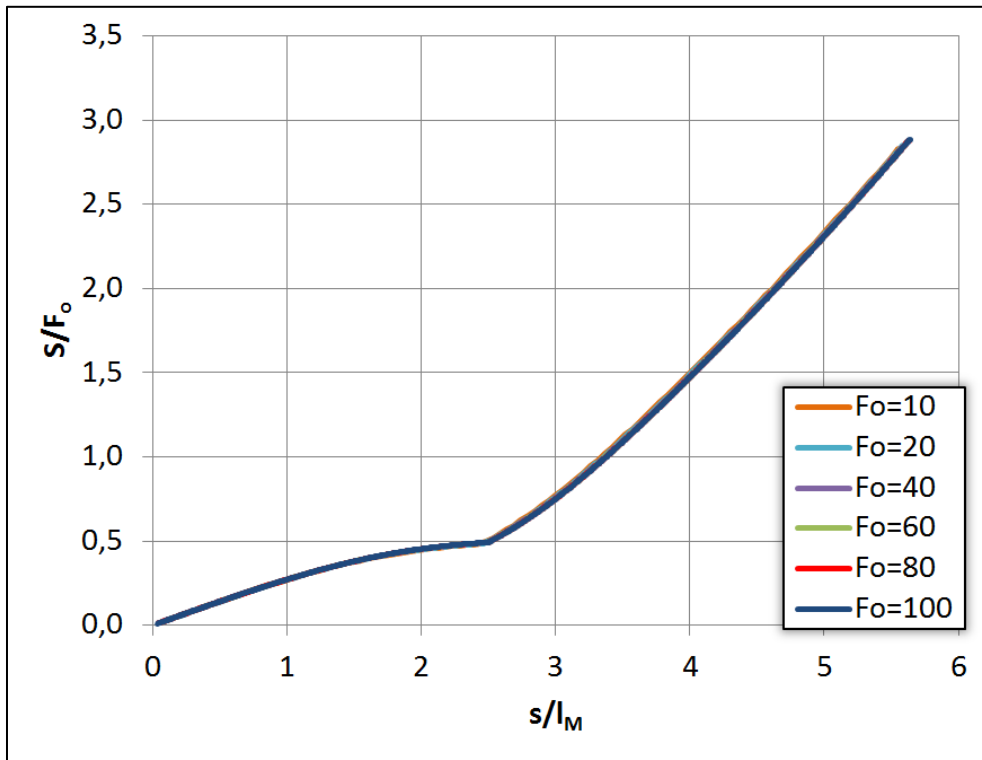
Στη συνέχεια (σχήμα 5.105 έως σχήμα 5.110) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_o στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_0 = 45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται από το σχήμα 5.106, σχήμα 5.107, σχήμα 5.109 και σχήμα 5.110 ο αριθμός F_o δεν επηρεάζει την ορμή m/M_o , τη μέση αραιώση S/F_o , τον αριθμό Ri^2 και το συντελεστή α . Μικρή επιρροή έχει στην τροχιά της φλέβας (σχήμα 5.105), όπου αυξανόμενου του F_o η τροχιά μεγαλώνει, αλλά σε μικρό βαθμό. Τέλος παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζει και η ανωστική δύναμη β/B_o (σχήμα 5.108), με τη μόνη διαφορά ότι αντί να αυξάνει αυξανόμενου του F_o αυτή μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,804.



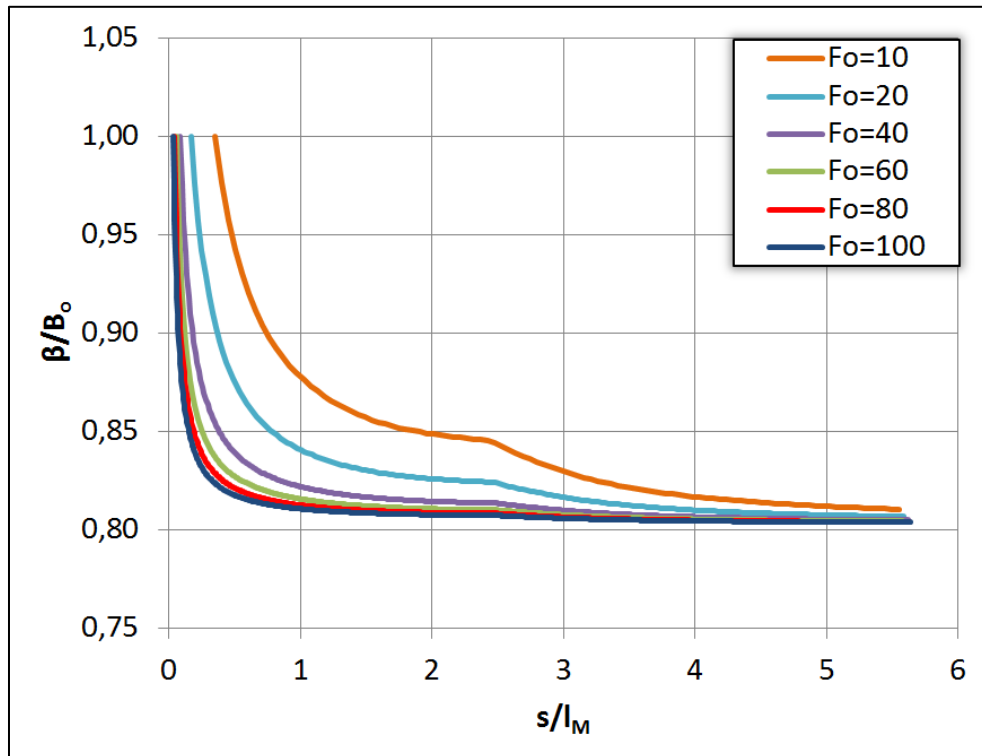
Σχήμα 5.105 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=30^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



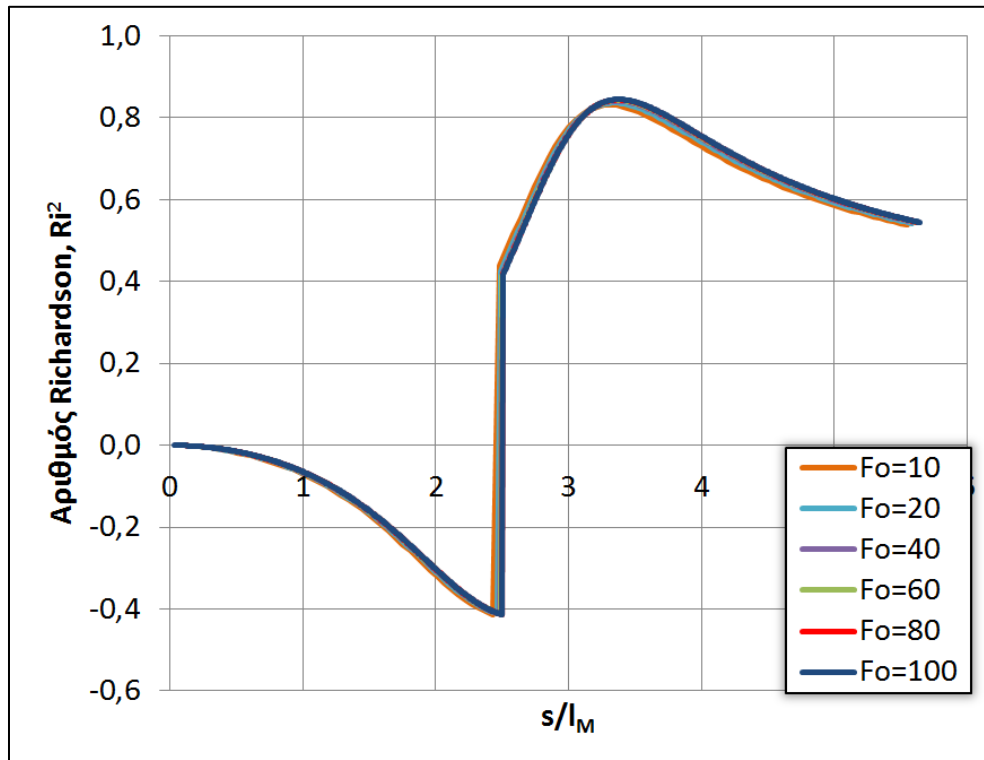
Σχήμα 5.106 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=30^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



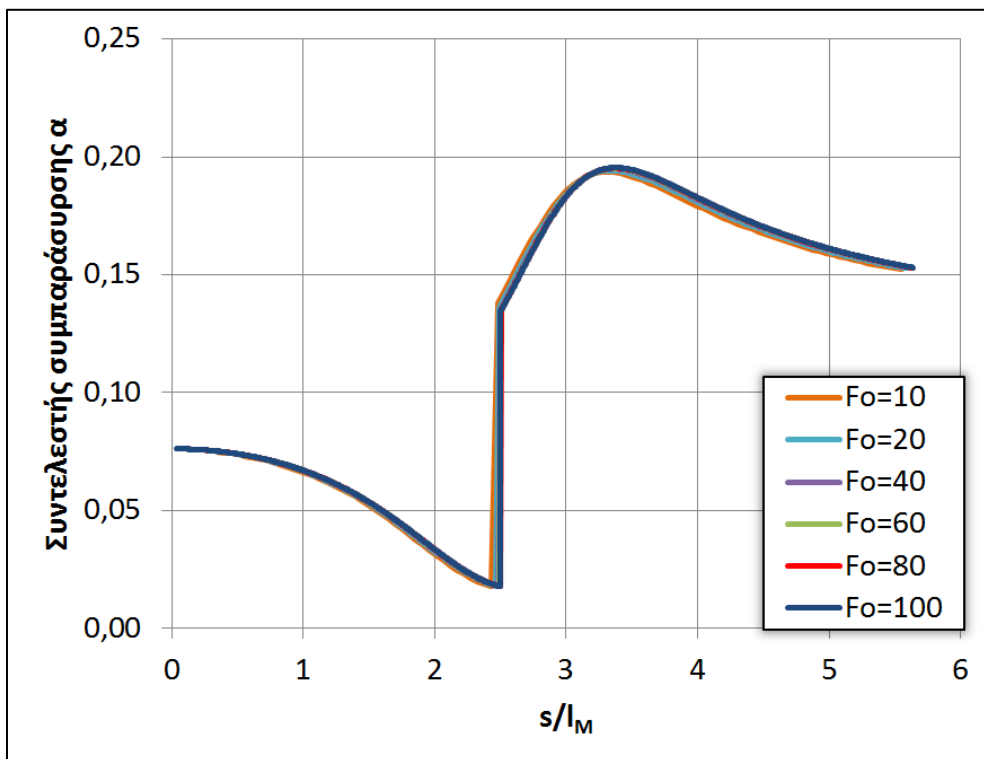
Σχήμα 5.107 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $F_0 = 10-100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01D$



Σχήμα 5.108 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $F_0 = 10-100$, $T_0 = 30^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20^\circ\text{C}$ & $h = 0,01D$

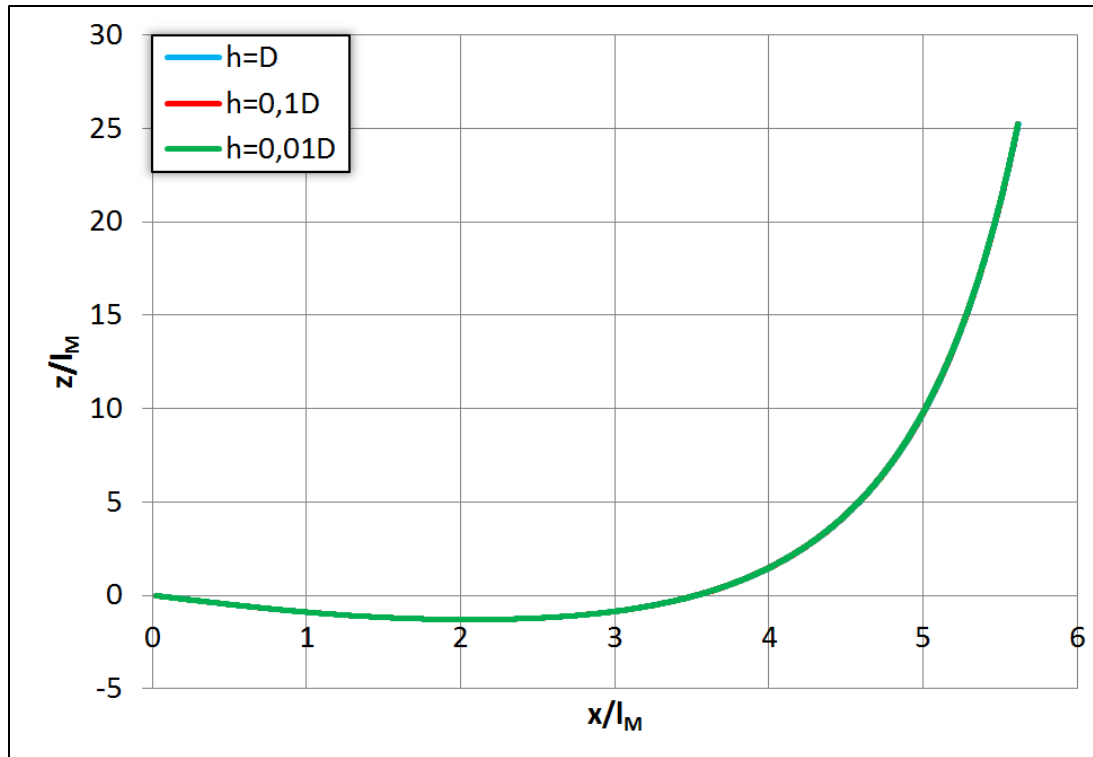


Σχήμα 5.109 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $Fo = 10-100$, $T_o = 30^\circ C$, $T_\alpha = 20^\circ C$ & $h = 0,01D$

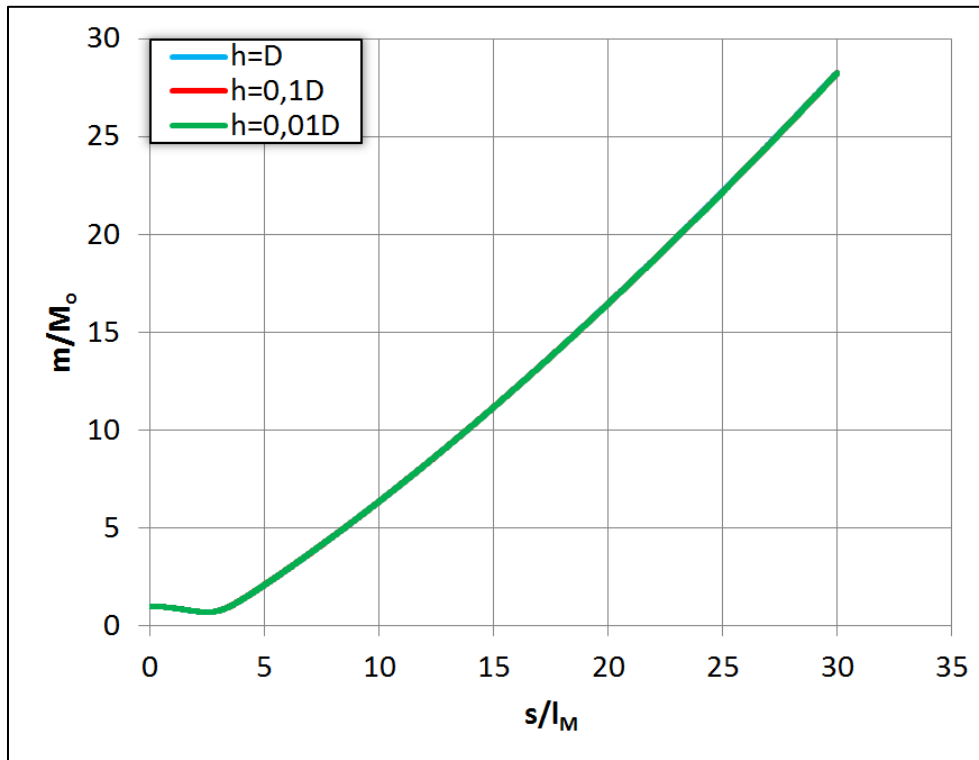


Σχήμα 5.110 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $Fo = 10-100$, $T_o = 30^\circ C$, $T_\alpha = 20^\circ C$ & $h = 0,01D$

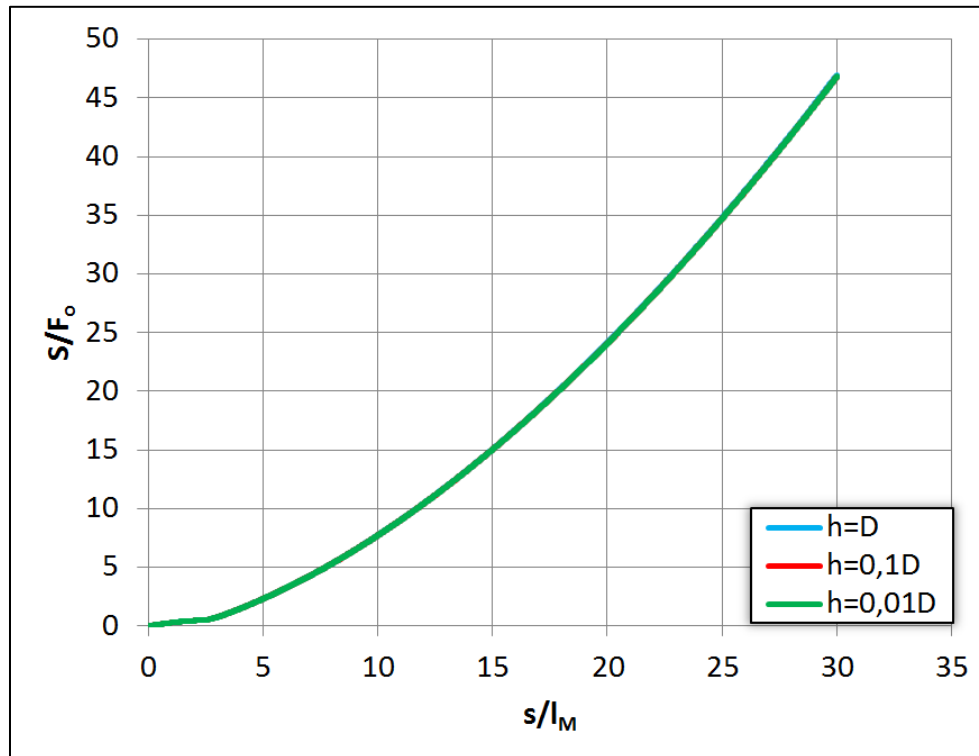
Ακολουθεί (σχήμα 5.111 έως σχήμα 5.116) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_0 = -45^\circ$. Το μοντέλο σε αυτή την περίπτωση έτρεξε μέχρι $30l_M$ αντί να σταματήσει, όταν η κατακόρυφη απόσταση ήταν ίση με $-l_M$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_0 . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



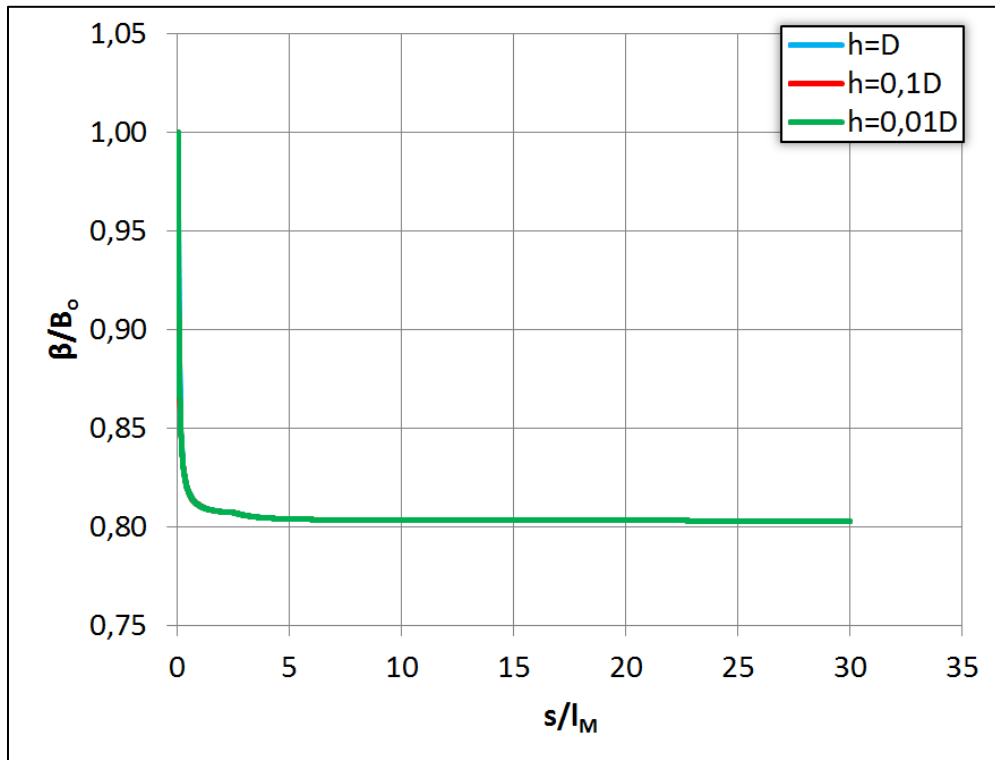
Σχήμα 5.111 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



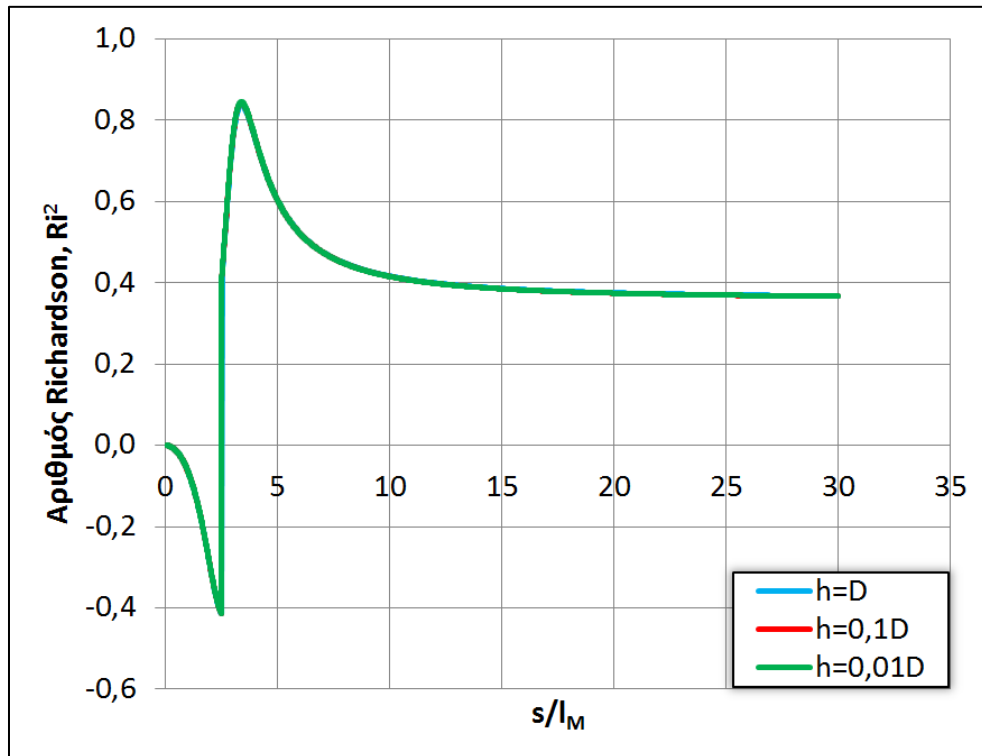
Σχήμα 5.112 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



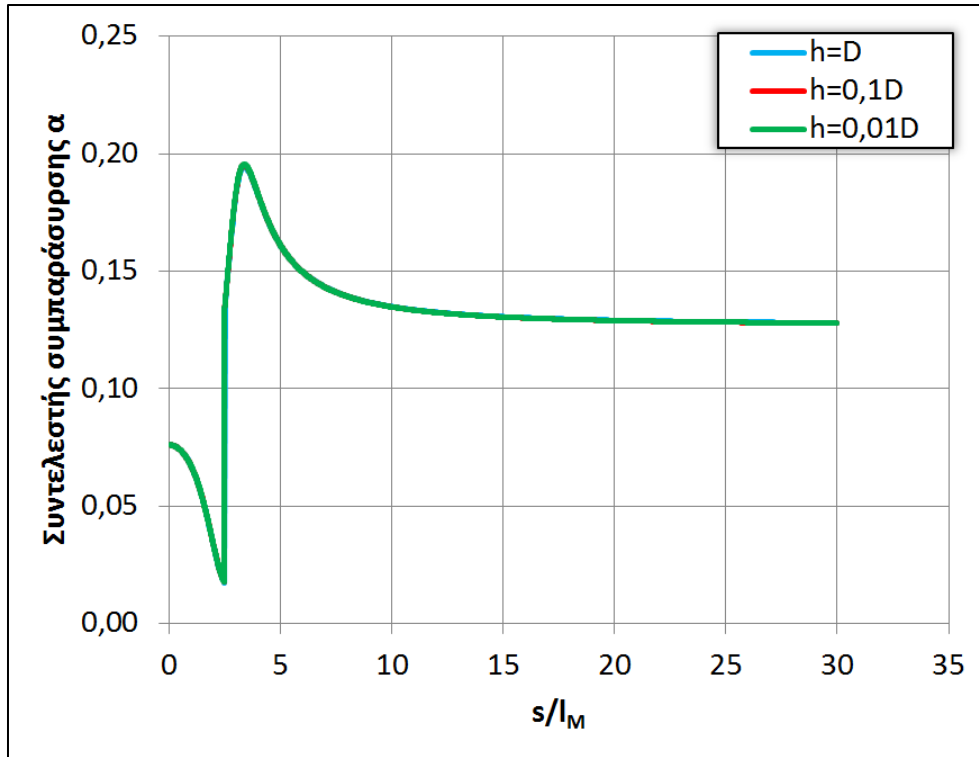
Σχήμα 5.113 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = D - 0,01D$



Σχήμα 5.114 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0=-45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.115 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0=-45^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.116 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_0 = -45^\circ$, $F_0 = 100$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 30^\circ\text{C}$ & $h = 0,1D - 0,01D$

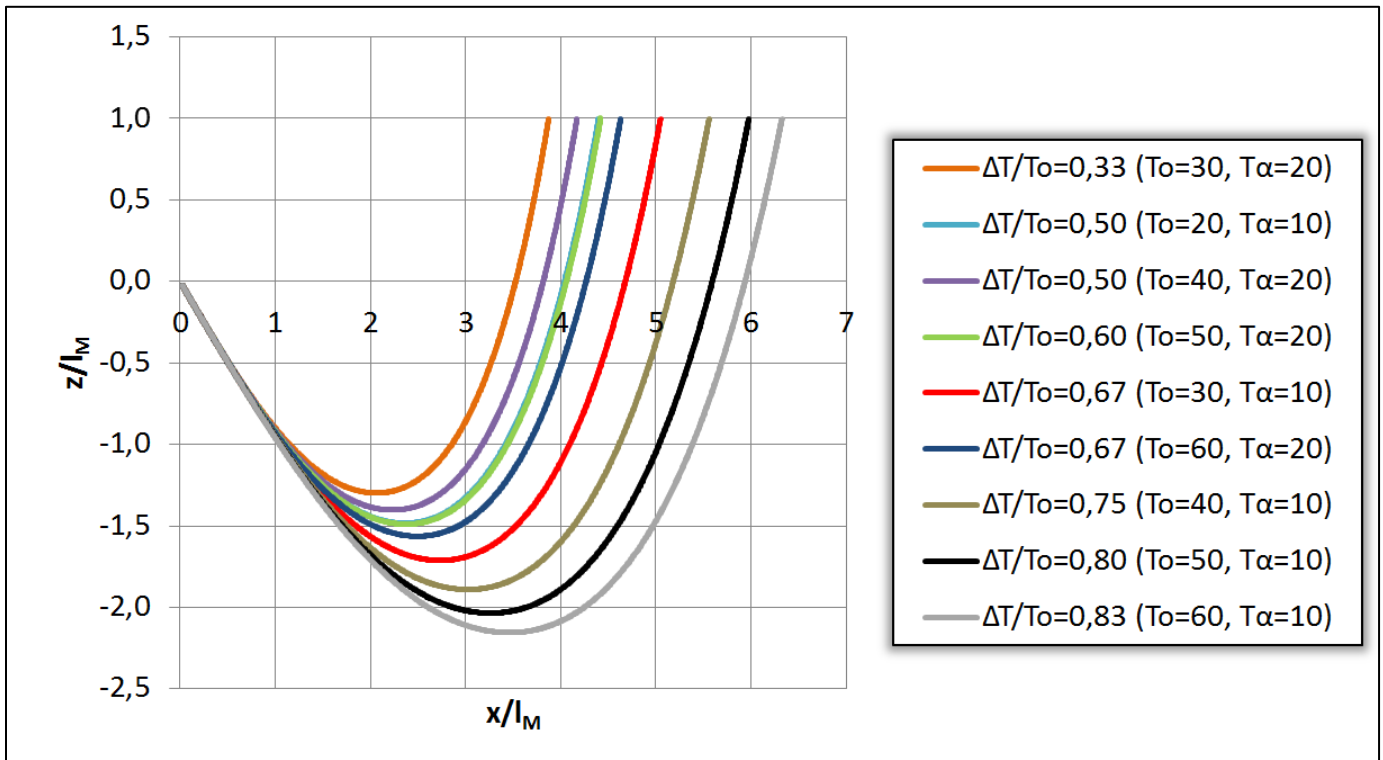
Στη συνέχεια (σχήμα 5.117 έως σχήμα 5.122) παρουσιάζεται η επίδραση στα χαρακτηριστικά της ροής της θερμοκρασιακής διαφοράς ΔT_0 αδιαστατοποιημένη με την αρχική θερμοκρασία T_0 .

Η τροχιά (σχήμα 5.117) μικραίνει όσο μικραίνει ο λόγος $\Delta T_0/T_0$. Παρατηρείται ότι αν δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$, μικρότερη τροχιά θα έχει αυτή με τις μεγαλύτερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .

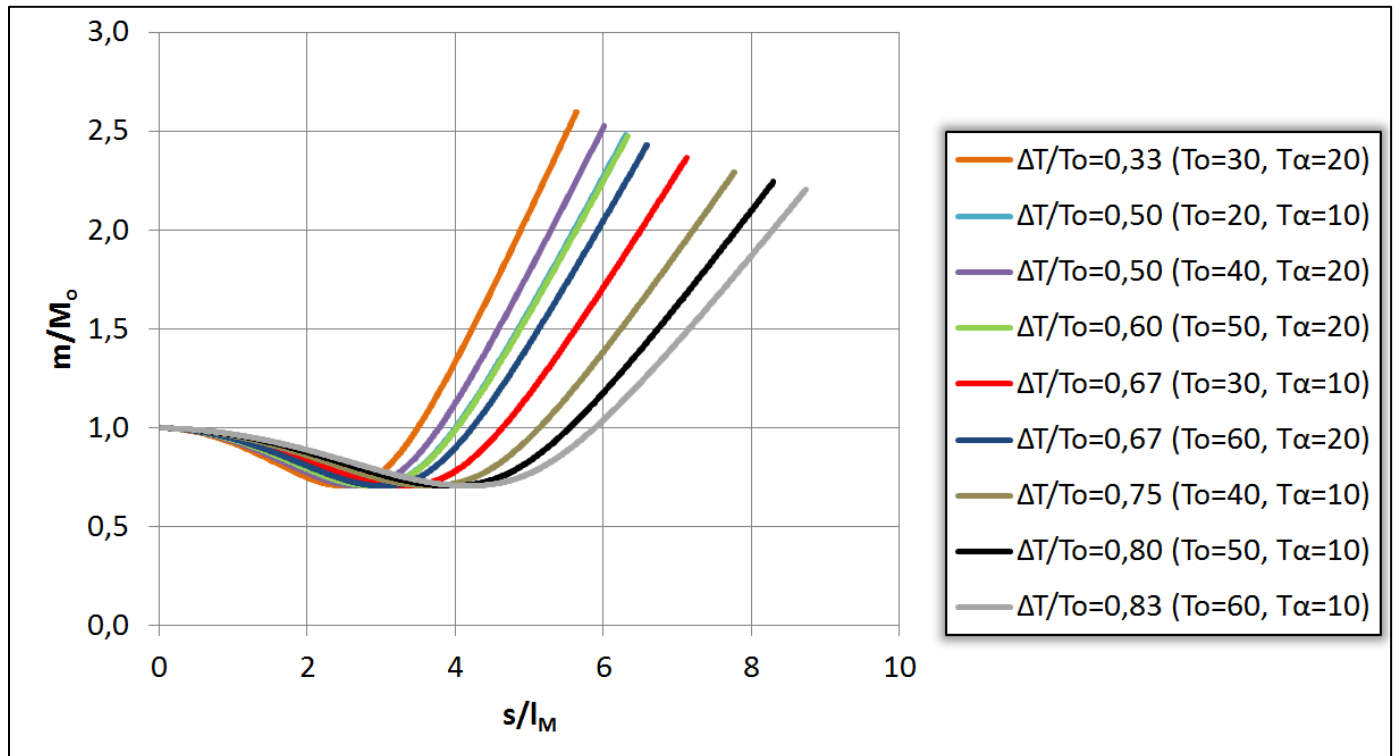
Η ορμή m/M_0 (σχήμα 5.118) και η μέση αραιώση S/F_0 (σχήμα 5.119) παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Στην κάθοδο της ροής μείωση του λόγου $\Delta T_0/T_0$ συνεπάγεται μείωση του μεγέθους, ενώ για τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$ μείωση του μεγέθους παρουσιάζει η τιμή με τις μεγαλύτερες θερμοκρασίες T_0 και T_α . Στην άνοδο της ροής αύξηση του λόγου $\Delta T_0/T_0$ συνεπάγεται μείωση του μεγέθους, ενώ για τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$ μείωση του μεγέθους παρουσιάζει η φλέβα με τις μικρότερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .

Η ανωστική δύναμη β/B_0 (σχήμα 5.120) αυξάνει όσο μικραίνει ο λόγος $\Delta T_0/T_0$. Παρατηρείται ότι αν δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$, μικρότερη τιμή θα έχει αυτή με τις μικρότερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .

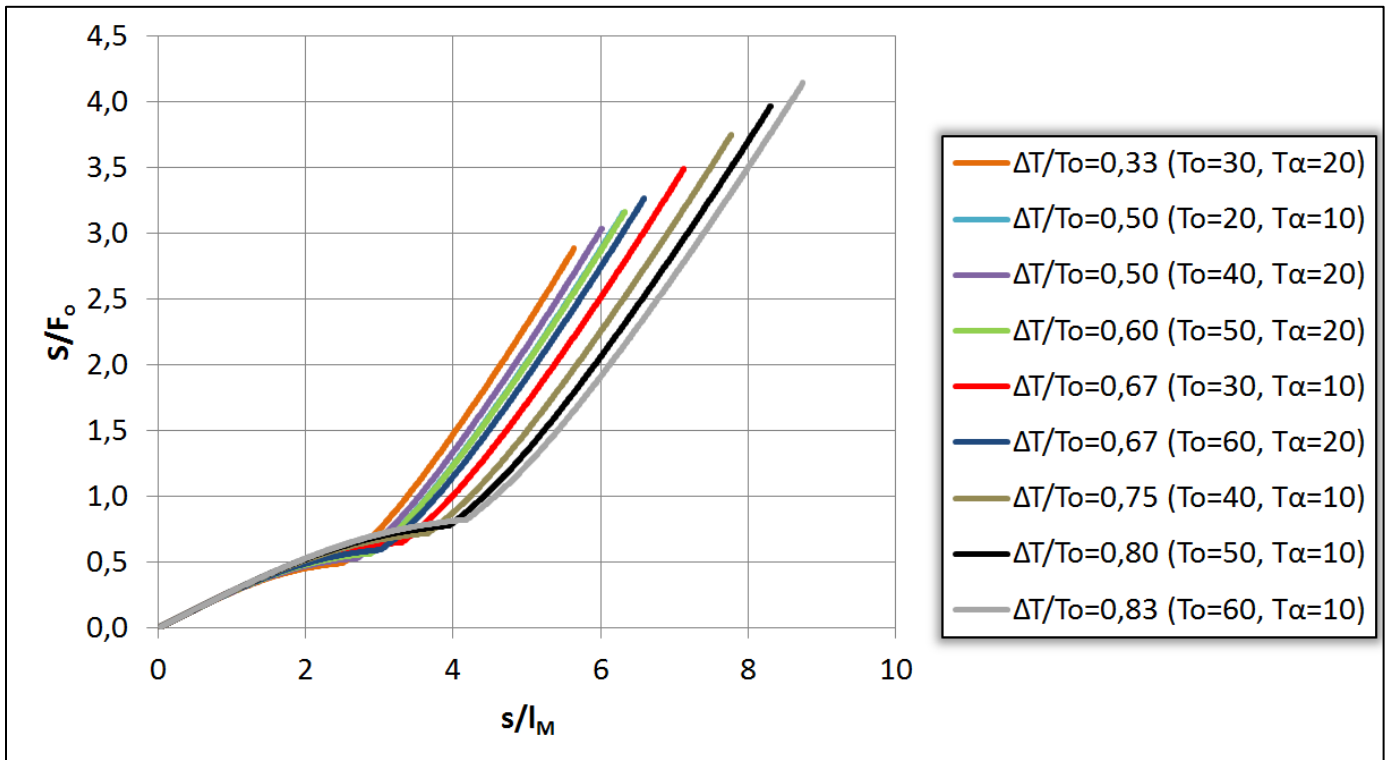
Τέλος ο αριθμός Ri^2 (σχήμα 5.121) και ο συντελεστής α (σχήμα 5.122) παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Όσο αυξάνει ο λόγος $\Delta T_0/T_0$ η καμπύλη μετακινείται προς τα δεξιά, ενώ για τον ίδιο λόγο $\Delta T_0/T_0$ δεξιότερα είναι η φλέβα με τις μικρότερες θερμοκρασίες T_0 και T_α .



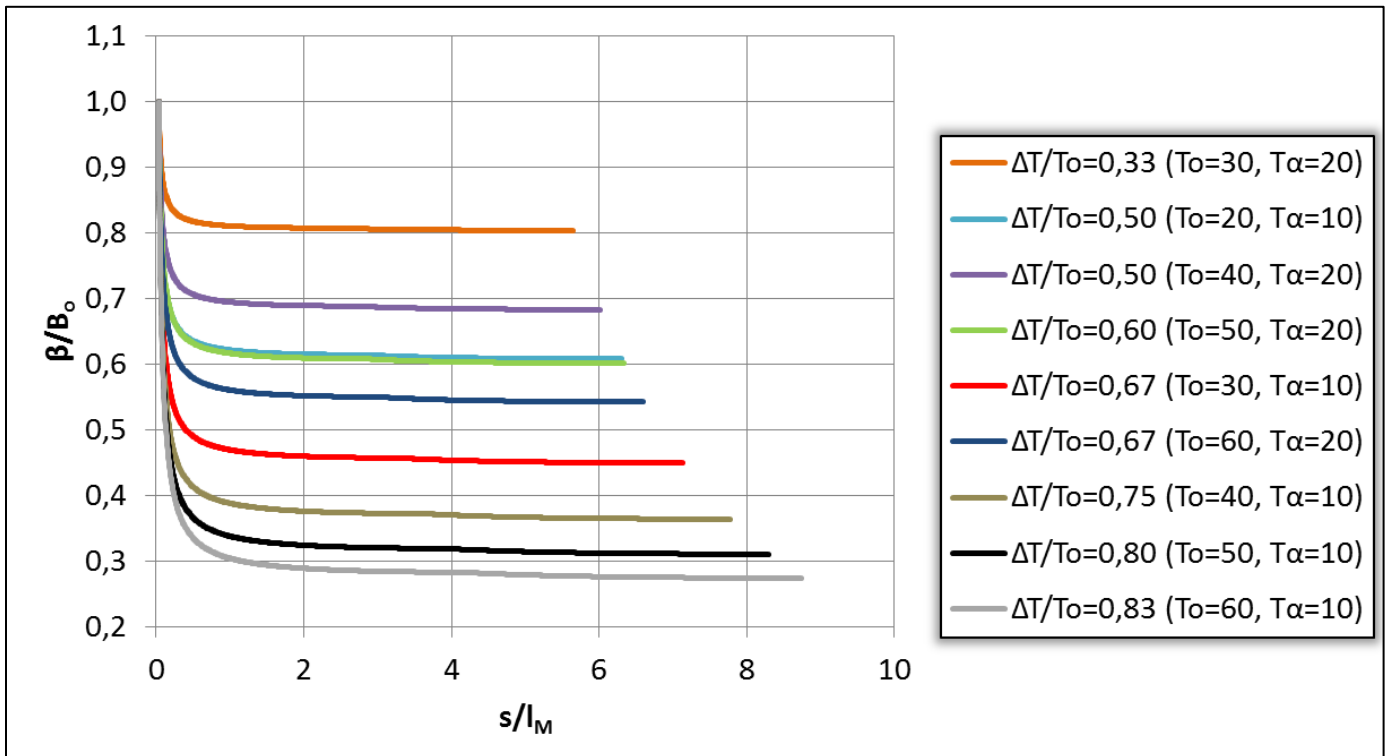
Σχήμα 5.117 Αδιαστατοποιημένες τροχιές θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=10-20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20-60^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



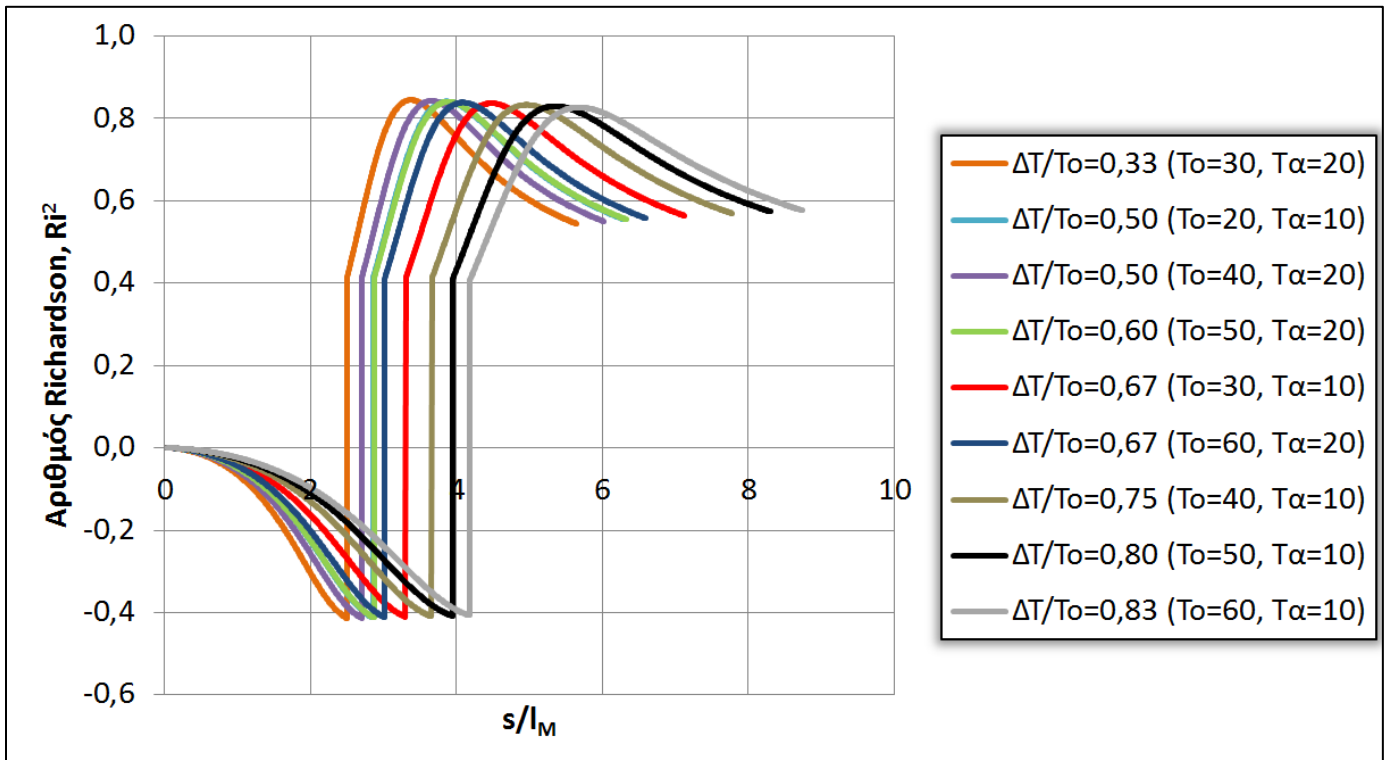
Σχήμα 5.118 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=10-20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=20-60^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



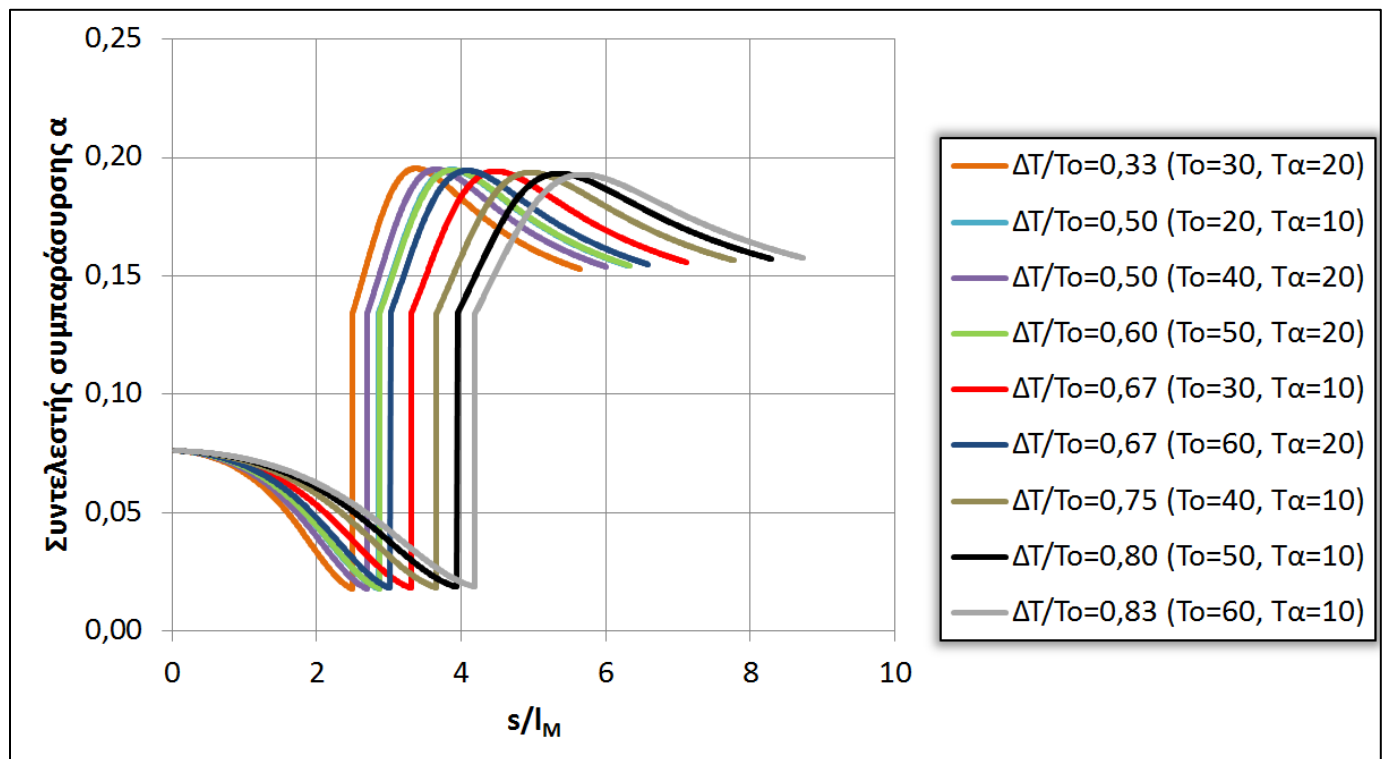
Σχήμα 5.119 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 10-20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20-60^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



Σχήμα 5.120 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_o - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o = -45^\circ$, $F_o = 100$, $T_o = 10-20^\circ\text{C}$, $T_\alpha = 20-60^\circ\text{C}$ & $h = 0,01\text{D}$



Σχήμα 5.121 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=10-20^\circ C$, $T_\alpha=20-60^\circ C$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.122 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ θερμαινόμενων φλεβών αρνητικής άνωσης με $\theta_o=-45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=10-20^\circ C$, $T_\alpha=20-60^\circ C$ & $h=0,01D$

5.2.3 Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

Στο σχήμα 5.123 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη τροχιά ως προς τη κλίμακα μήκους l_M φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με γωνία παροχέτευσης που κυμαίνεται από 30° έως 75° , αριθμό Froude $F_o=100$, βήμα επίλυσης $h=0,01D$, θερμοκρασία φλέβας $T_o=20^\circ\text{C}$ και θερμοκρασία αποδέκτη $T_a=30^\circ\text{C}$. Όπως φαίνεται, όσο μεγαλώνει η γωνία παροχέτευσης θ_o , η φλέβα αναρριχάται σε μεγαλύτερο ύψος ενώ επιστρέφει πλησιέστερα στο στόμιο παροχέτευσης.

Στο σχήμα 5.124 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη ορμή m ως προς την αρχική ορμή M_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου ως προς το l_M , η οποία, όπως φαίνεται, μειώνεται στον ανοδικό κλάδο της ροής, ενώ στον καθοδικό αυξάνεται. Επίσης είναι εμφανές ότι όσο μεγαλώνει η γωνία θ_o , τόσο η ποσότητα m/M_o μειώνεται με εξαίρεση την περίπτωση των 75° στην οποία αυξάνεται στον καθοδικό κλάδο της ροής. Στο σχήμα 5.125 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα σε λογαριθμική μορφή. Παρατηρείται ότι στο σημείο καμπής για μικρότερες γωνίες παροχέτευσης λαμβάνουν μικρότερη τιμή και ότι στην κάθοδο της φλέβας η ποσότητα m/M_o αρχίζει να αυξάνει με κλίση $4/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας m/M_o για κατακόρυφο πλούμιο. Επίσης όσο αυξάνει η γωνία θ_o , τόσο το σημείο καμπής αρχίζει να έχει μικρότερη ακτίνα καμπυλότητας, σε σημείο όπου για την περίπτωση των 75° το σημείο καμπής μοιάζει με κορυφή τριγώνου.

Στο σχήμα 5.126 παρουσιάζεται η αδιαστατοποιημένη παροχή q ως προς την Q_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M , η οποία στην άνοδο της φλέβας αυξάνεται με μικρό ρυθμό, ενώ στην κάθοδο της φλέβας ο ρυθμός αύξησης μεγαλώνει και παίρνει τη μέγιστη τιμή του για $\theta_o=75^\circ$. Παρατηρείται (σχήμα 5.127) ότι στον καθοδικό κλάδο της ροής η ποσότητα q/Q_o αυξάνεται ασυμπτωτικά με κλίση $5/3$, η οποία είναι η κλίση της ποσότητας q/Q_o για κατακόρυφο πλούμιο.

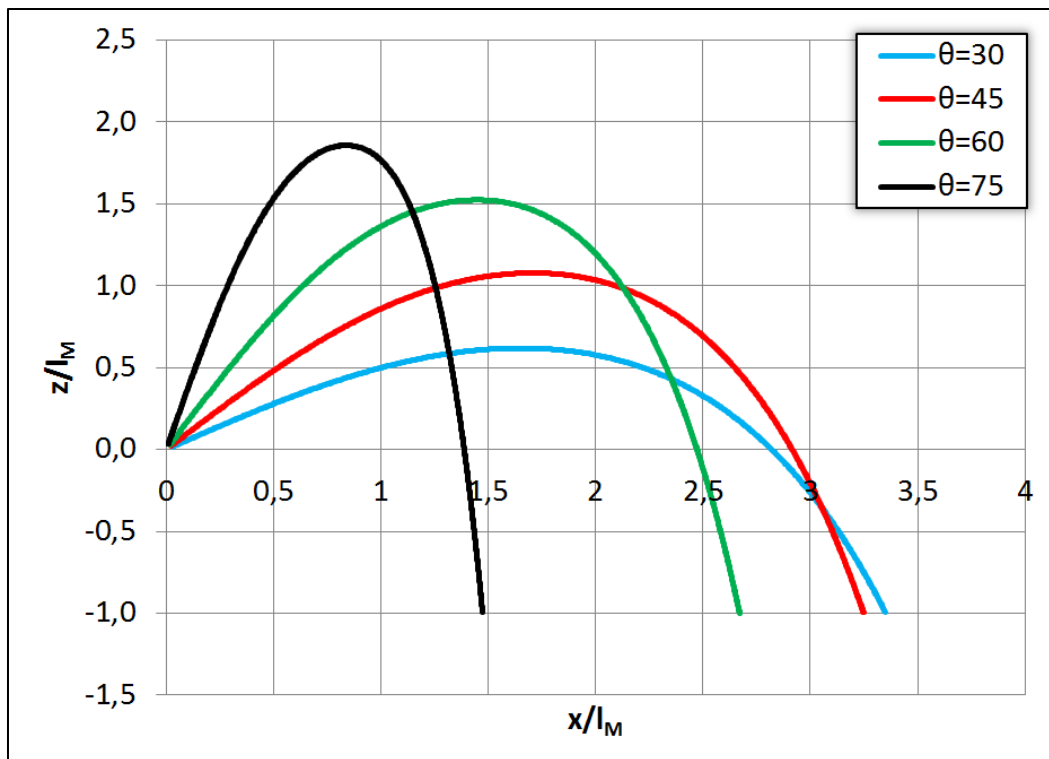
Στο σχήμα 5.128 παρουσιάζεται η μέση αραίωση S αδιαστατοποιημένη με τον αριθμό F_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Είναι εμφανές ότι η συμπεριφορά της είναι παρόμοια με εκείνη της παροχής q/Q_o .

Στο σχήμα 5.129 παρουσιάζεται η ανωστική δύναμη β αδιαστατοποιημένη με την αρχική ανωστική δύναμη B_o κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Όπως είναι εμφανές, η αρχική γωνία παροχέτευσης θ_o δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά της ανωστικής δύναμης, η οποία αυξάνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 1,186.

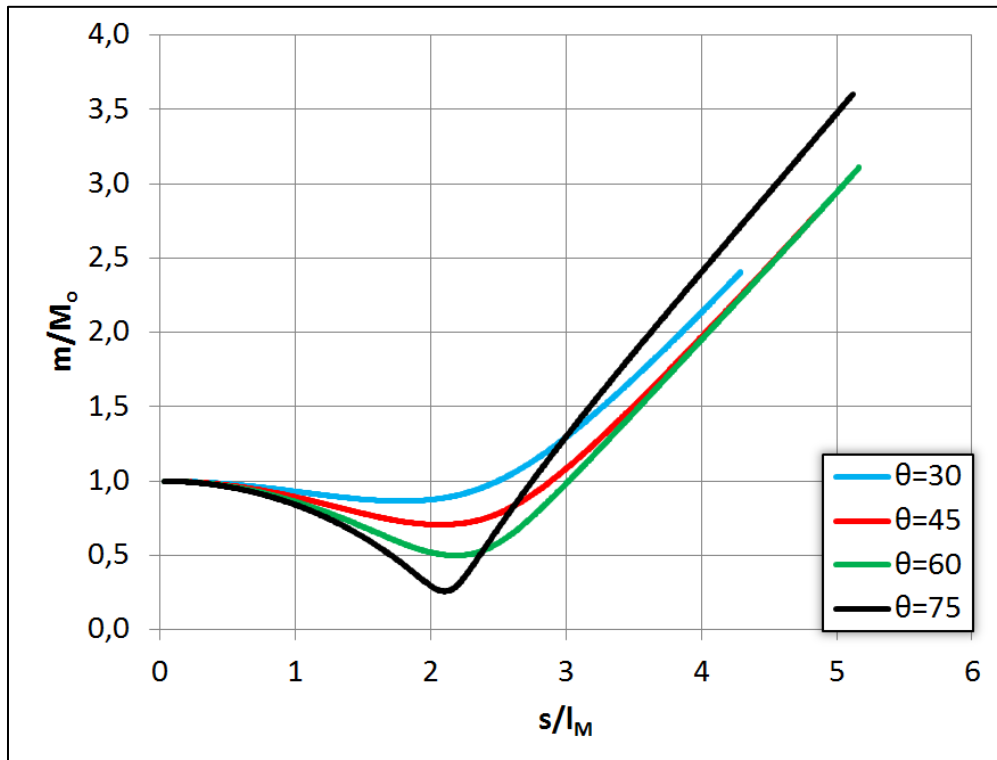
Στο σχήμα 5.130 παρουσιάζεται ο αριθμός Richardson στο τετράγωνο Ri^2 κατά μήκος του άξονα s αδιαστατοποιημένου με το l_M . Το άλμα που εμφανίζεται οφείλεται στην αλλαγή του προσήμου για τον υπολογισμό του Ri^2 , έτσι ώστε το μοντέλο να προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερο την πραγματική ροή των φλεβών. Επίσης οι τόσο μεγάλες τιμές του αριθμού Ri^2 όσο αυξάνει η θ_o , οφείλονται κατα κύριο λόγο στην αλλαγή του προσήμου, αλλά και στο γεγονός ότι σε εκείνο το σημείο η φλέβα αλλάζει κατεύθυνση, οπότε η ταχύτητά της είναι

πολύ μικρή και συμπαράσχει πολύ μικρές ποσότητες ρευστού. Τέλος ο αριθμός Ri^2 αρχικά είναι αρνητικός λόγω της αρνητικής άνωσης, ενώ μετά την αλλαγή της κατεύθυνσης της ροής γίνεται θετικός.

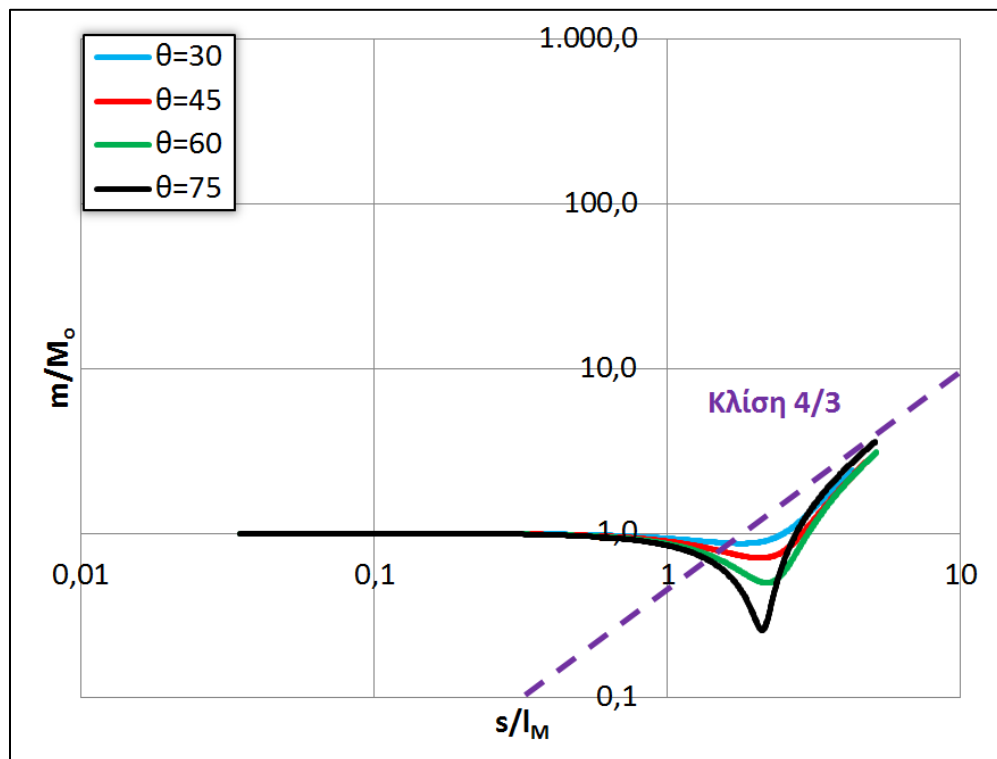
Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Ri^2 παρουσιάζει και ο συντελεστής συμπαράσυσης α (σχήμα 5.131), το οποίο είναι λογικό, αφού είναι συνάρτηση του Ri^2 . Και σε αυτή την περίπτωση εμφανίζεται άλμα στο σημείο όπου η ροή αλλάζει κατεύθυνση, ενώ παράλληλα όσο μεγαλώνει η γωνία θ_0 αυξάνει και η τιμή του συντελεστή α μετά το άλμα. Υπάρχει όμως μία διαφορά μεταξύ του αριθμού Ri^2 και του συντελεστή α και αυτή είναι ότι ο συντελεστής α δεν παίρνει ποτέ αρνητικές τιμές. Επομένως ο συντελεστής συμπαράσυσης είναι πάντα θετικός ή μηδέν, όπως συμβαίνει στις γωνίες $\theta_0=60^\circ$ και 75° .



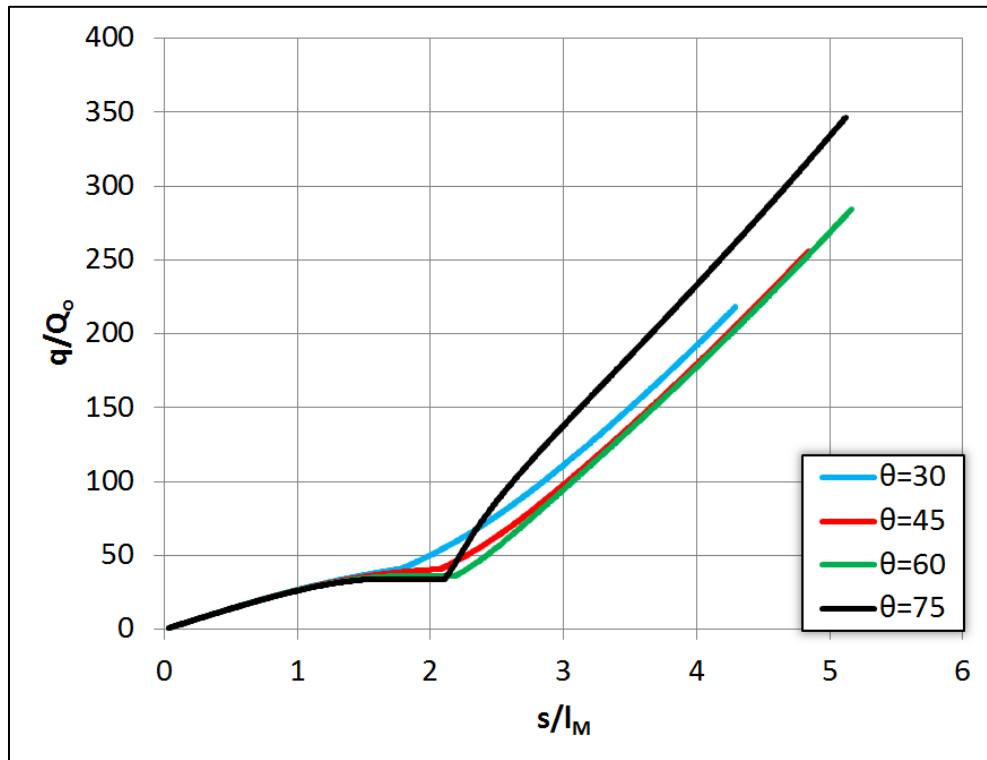
Σχήμα 5.123 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



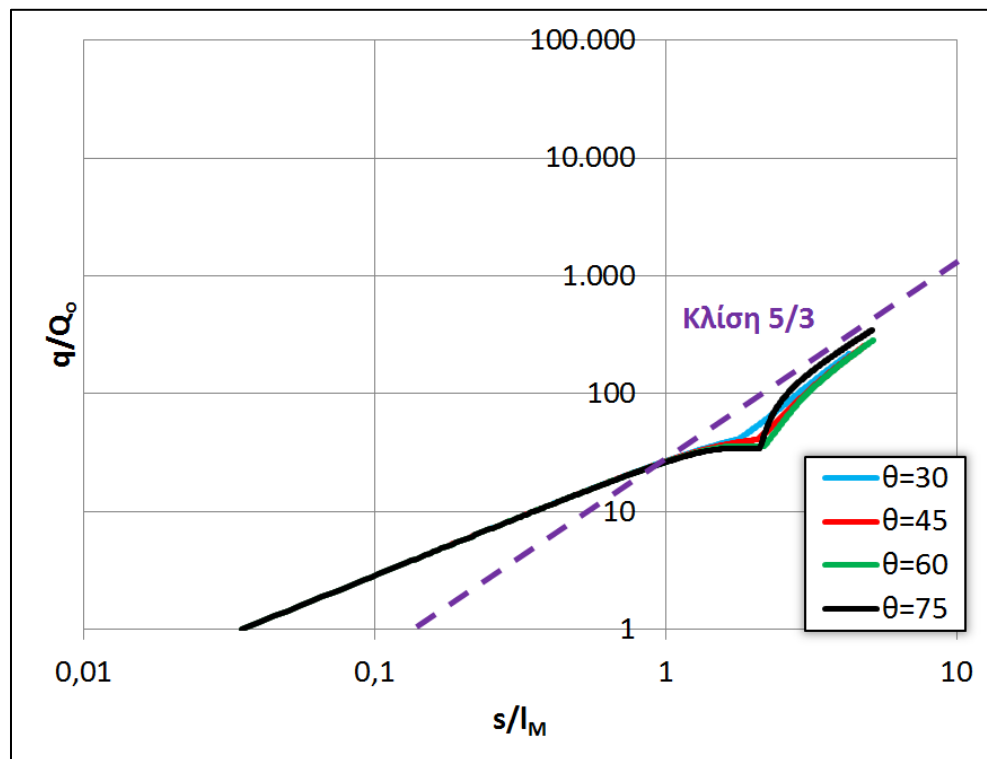
Σχήμα 5.124 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=30-75^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



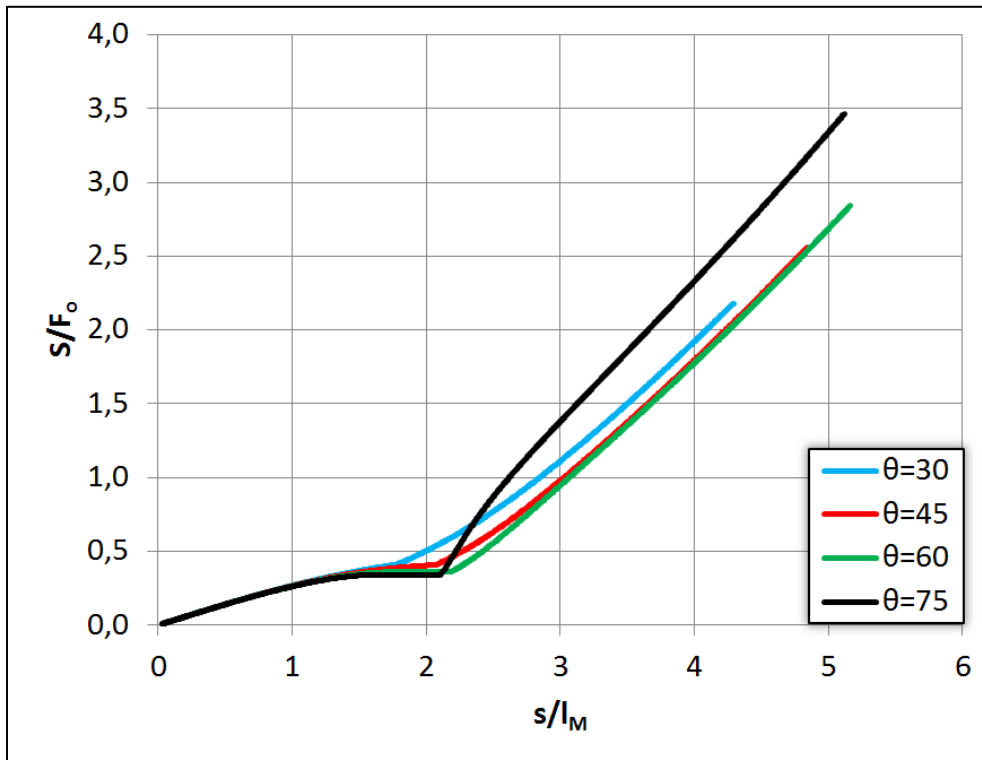
Σχήμα 5.125 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=30-75^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



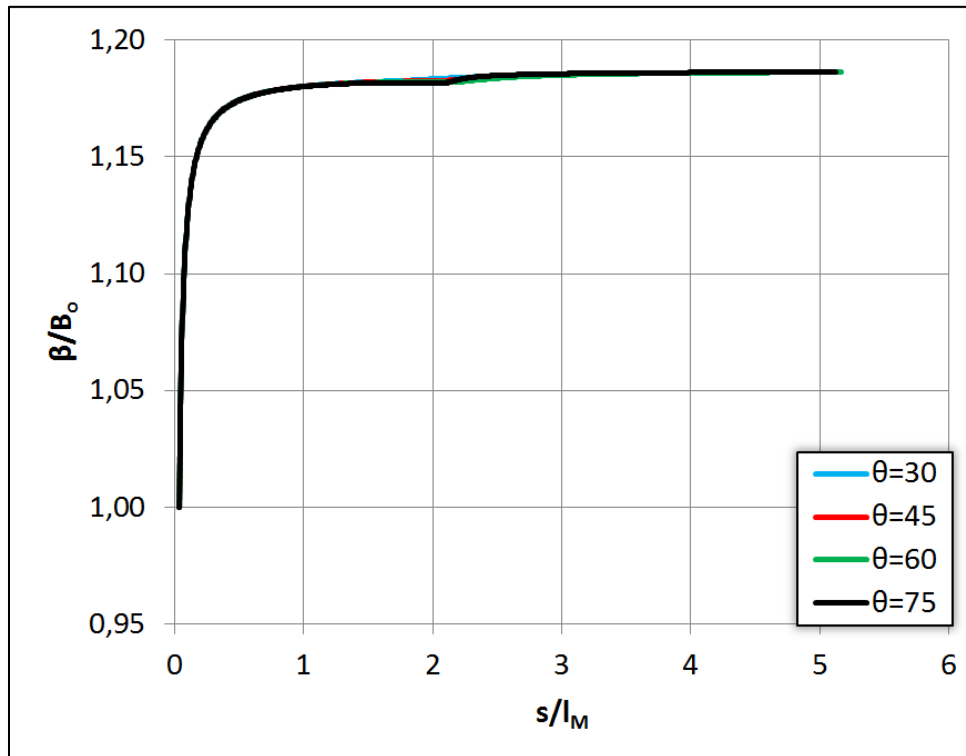
Σχήμα 5.126 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $q/Q_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



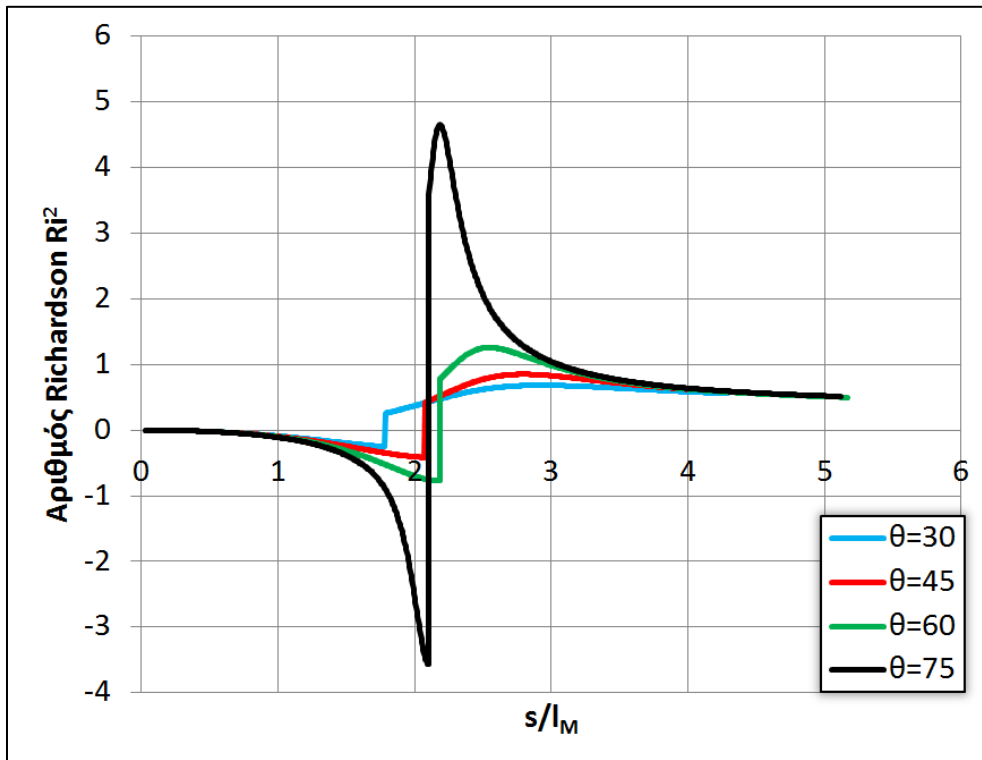
Σχήμα 5.127 Αδιαστατοποιημένο λογαριθμικό διάγραμμα $q/Q_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$



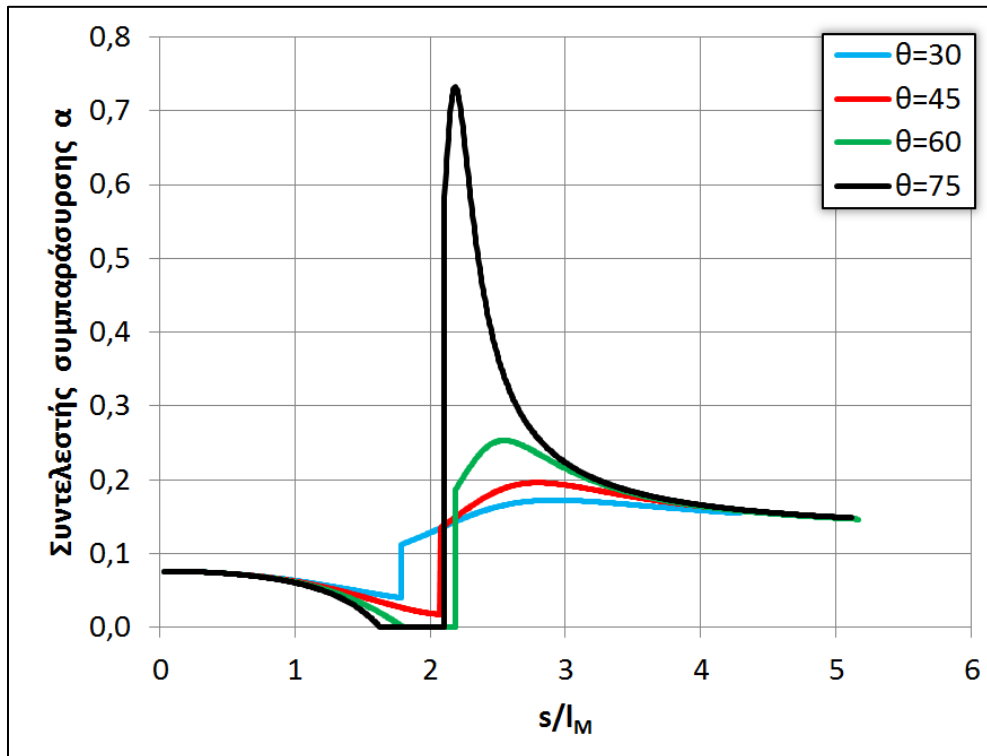
Σχήμα 5.128 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=30-75^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



Σχήμα 5.129 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=30-75^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$

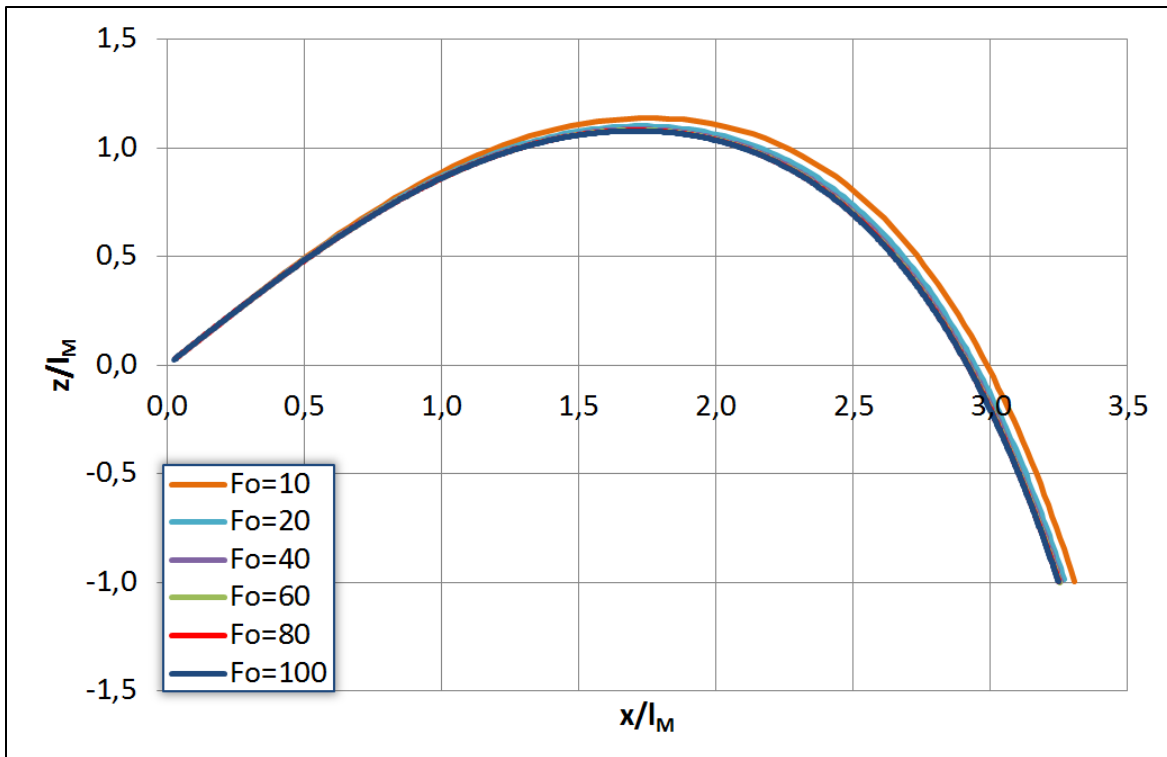


Σχήμα 5.130 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ C$, $T_\alpha=30^\circ C$ & $h=0,01D$

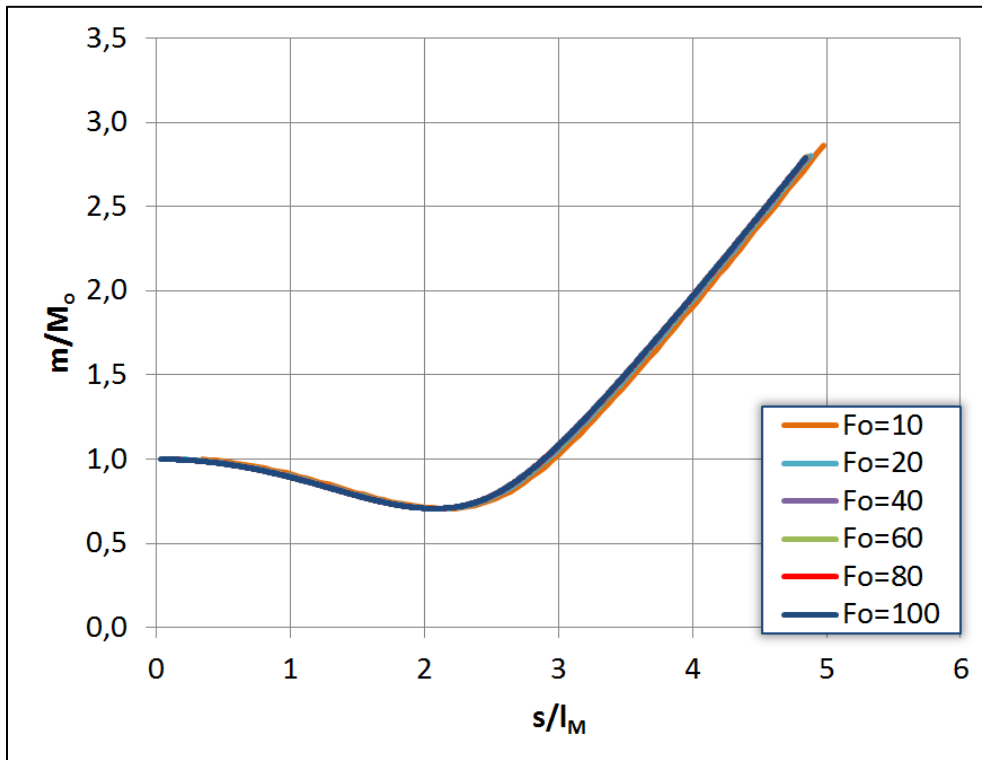


Σχήμα 5.131 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον με $\theta_0=30-75^\circ$, $F_0=100$, $T_0=20^\circ C$, $T_\alpha=30^\circ C$ & $h=0,01D$

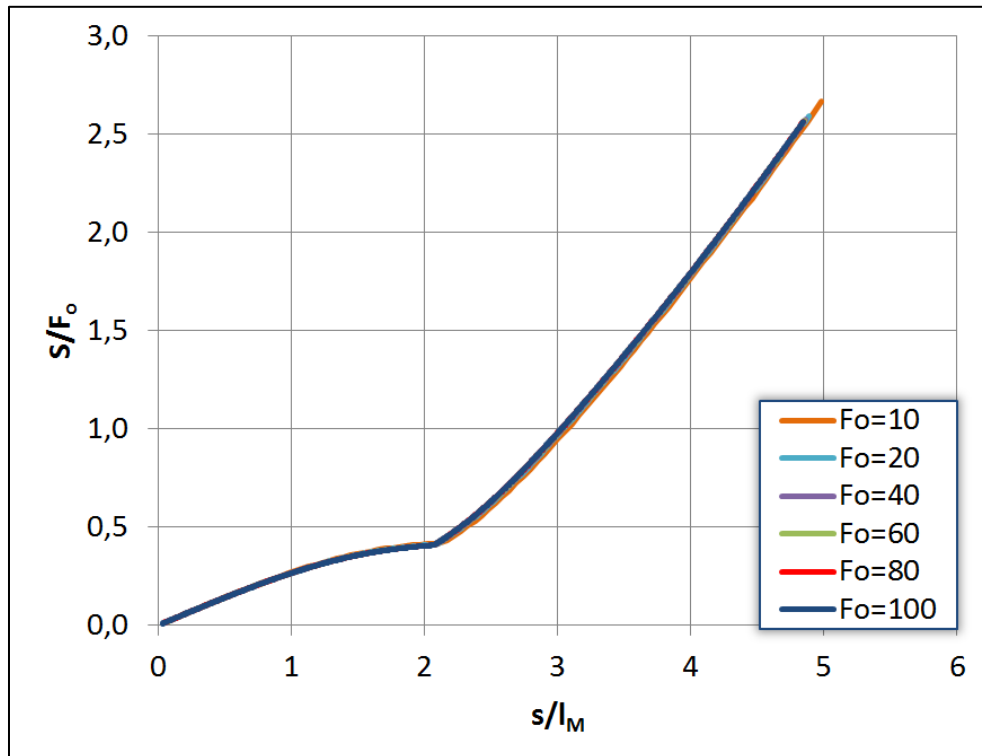
Στη συνέχεια (σχήμα 5.132 έως σχήμα 5.137) παρουσιάζεται η επίδραση του αριθμού F_o στη συμπεριφορά των φλεβών για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=45^\circ$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται από το σχήμα 5.133, σχήμα 5.134, σχήμα 5.136 και σχήμα 5.137 ο αριθμός F_o δεν επηρεάζει την ορμή m/M_o , τη μέση αραίωση S/F_o , τον αριθμό Ri^2 και το συντελεστή α , εξαιρουμένης της περίπτωσης $F_o=10$ για τον οποίο η ροή δεν έχει ακόμα σταθεροποιηθεί. Μικρή επιρροή έχει στην τροχιά της φλέβας (σχήμα 5.132), όπου αυξανόμενου του F_o η τροχιά μικραίνει, αλλά σε μικρό βαθμό. Τέλος η ανωστική δύναμη β/B_o (σχήμα 5.135) αυξάνει αυξανόμενου του F_o και τείνει να σταθεροποιείται στην τιμή 1,186. Επίσης η ασυνέχεια της πρώτης παραγώγου (τσάκισμα) που παρατηρείται στους χαμηλούς F_o , οφείλεται στην αλλαγή του προσήμου Ri^2 .



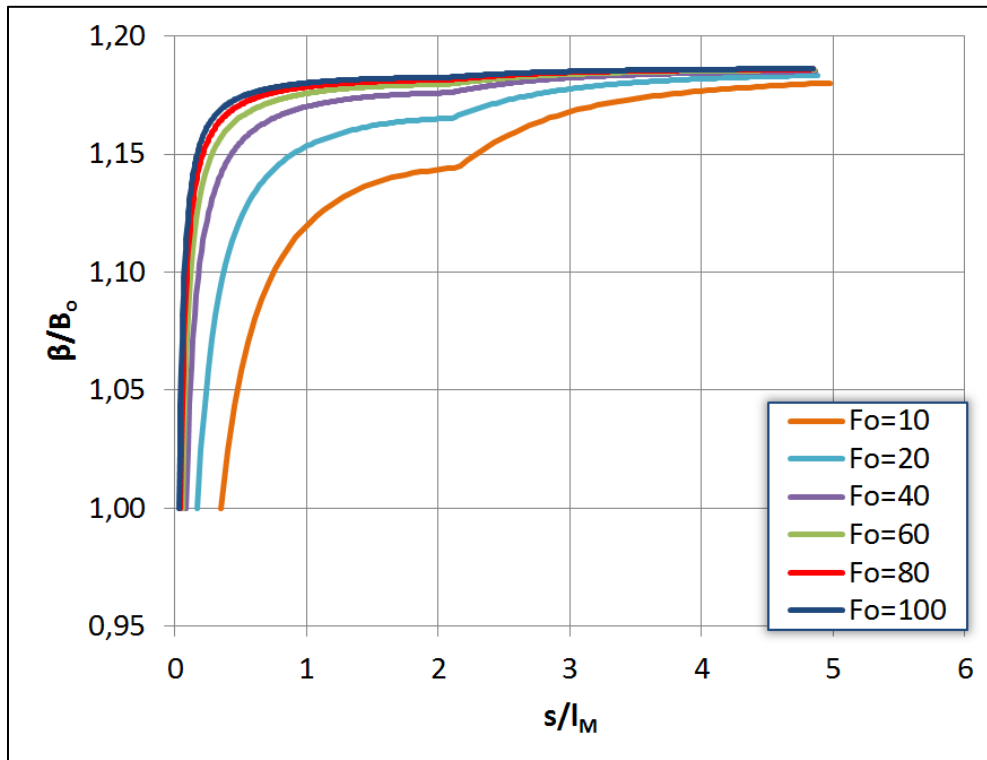
Σχήμα 5.132 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_a=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



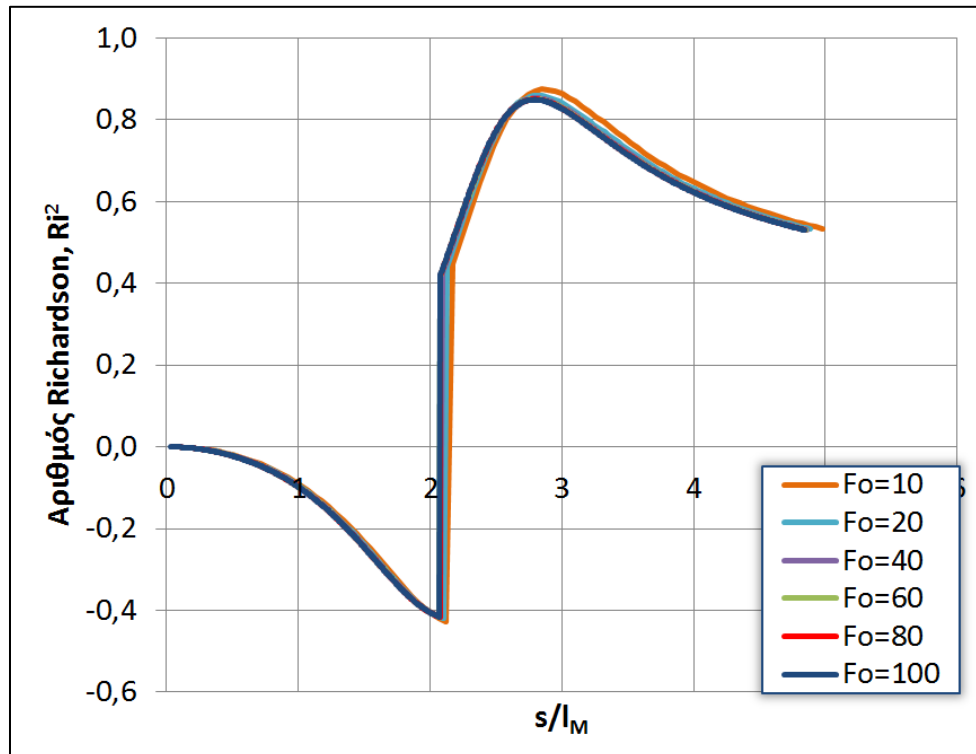
Σχήμα 5.133 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



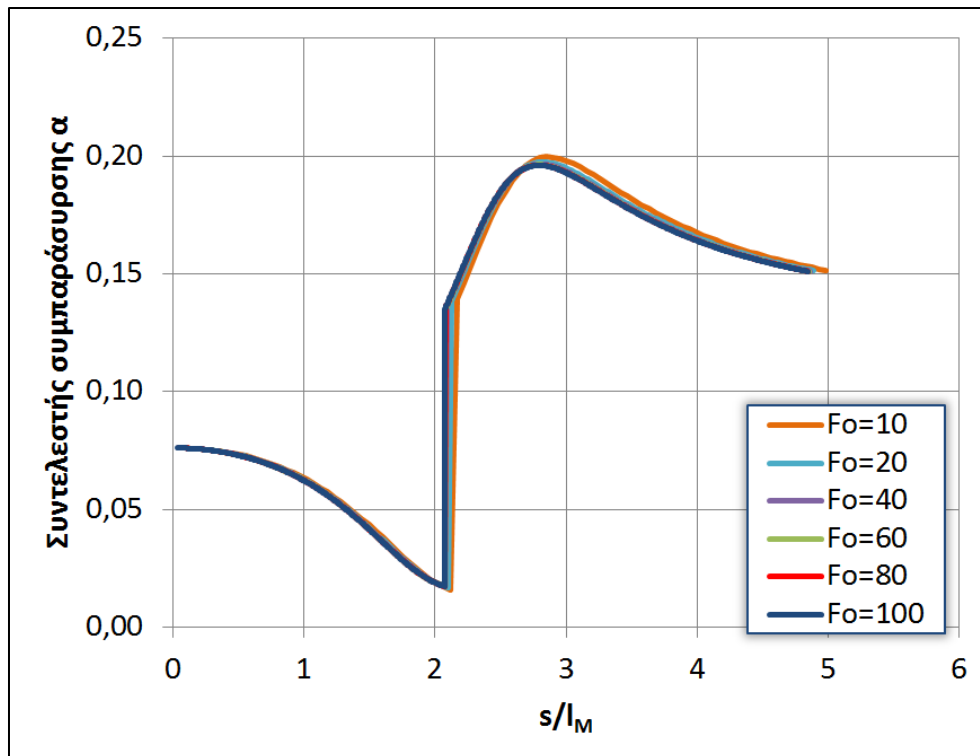
Σχήμα 5.134 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01\text{D}$



Σχήμα 5.135 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=10-100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

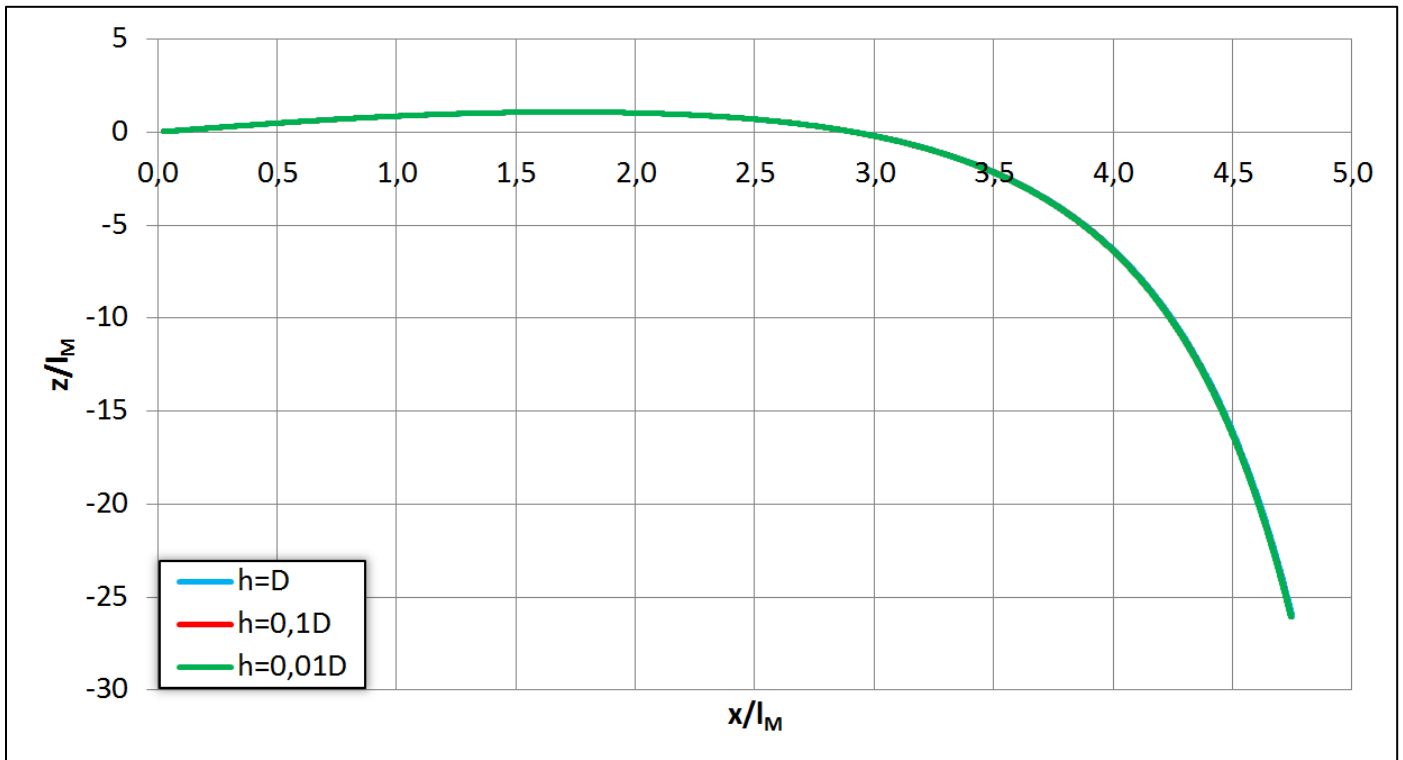


Σχήμα 5.136 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_0=45^\circ$, $F_0=10-100$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

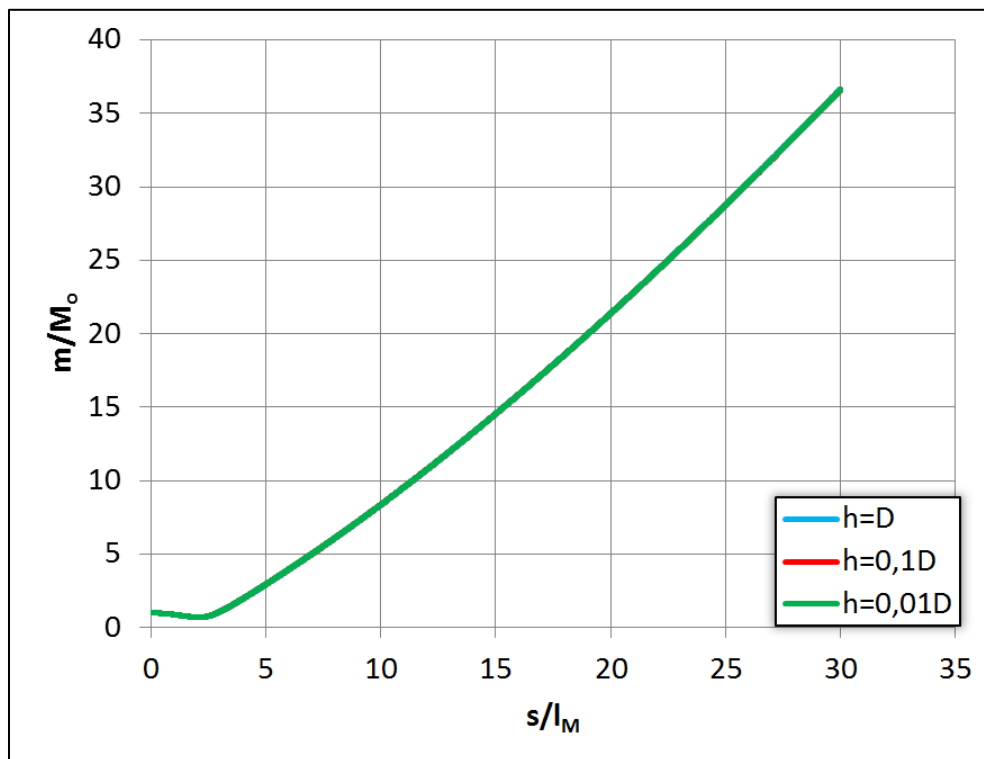


Σχήμα 5.137 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $Fo=10-100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_a=30^\circ\text{C}$ & $h=0,01D$

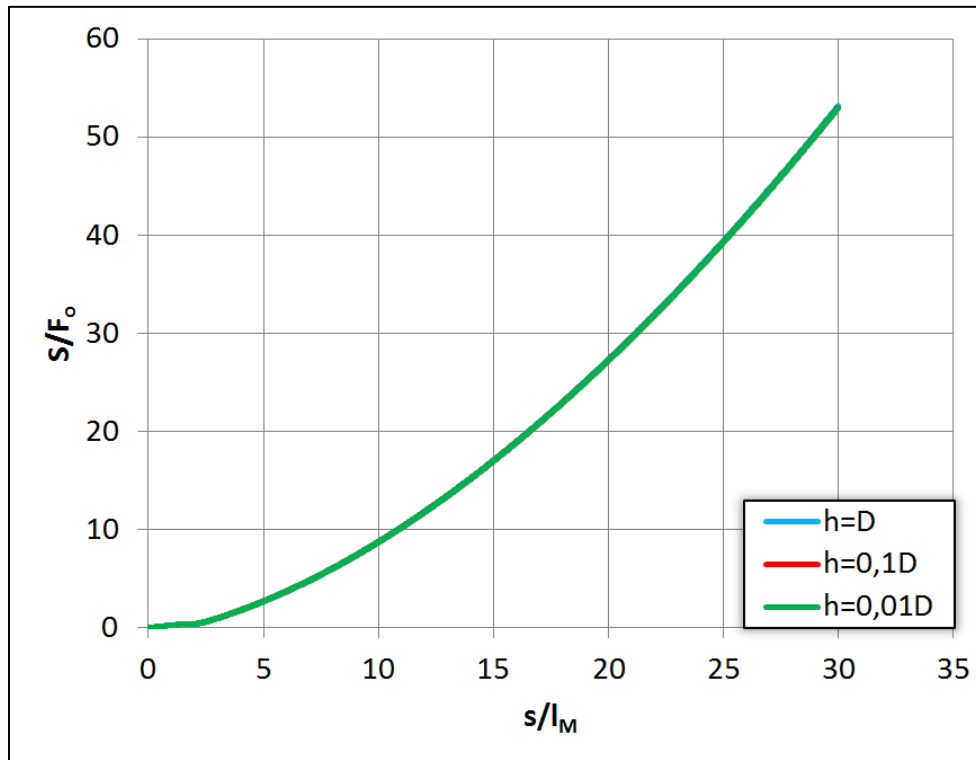
Ακολουθεί (σχήμα 5.138 έως σχήμα 5.143) η επίδραση του βήματος επίλυσης h στα χαρακτηριστικά της ροής για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=45^\circ$. Το μοντέλο σε αυτή την περίπτωση έτρεξε μέχρι $30l_M$ αντί να σταματήσει, όταν η κατακόρυφη απόσταση ήταν ίση με $-l_M$. Οι παρατηρήσεις που γίνονται για αυτή τη γωνία επεκτείνονται και σε οποιαδήποτε άλλη γωνία θ_o . Όπως φαίνεται, το βήμα h δεν επηρεάζει καθόλου τη συμπεριφορά των φλεβών.



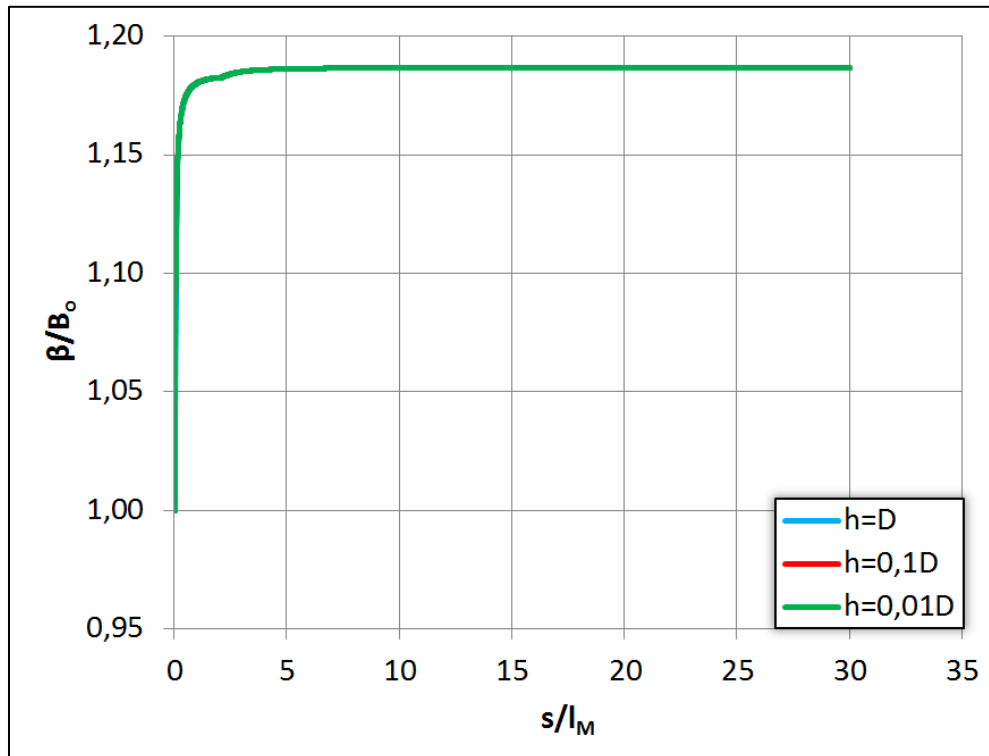
Σχήμα 5.138 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



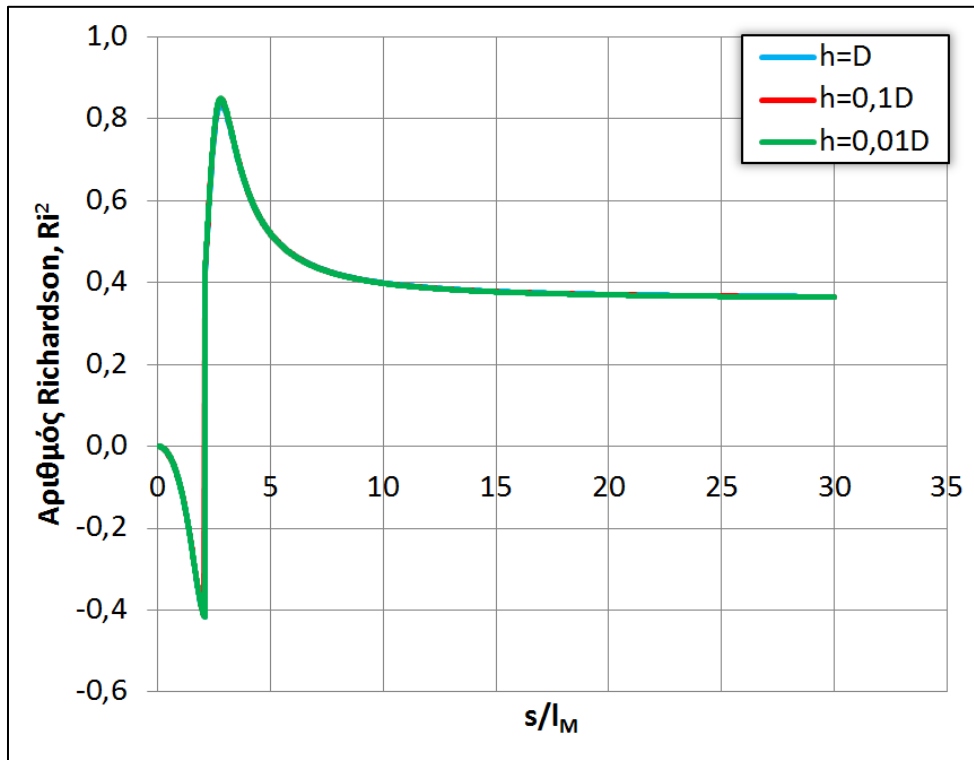
Σχήμα 5.139 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



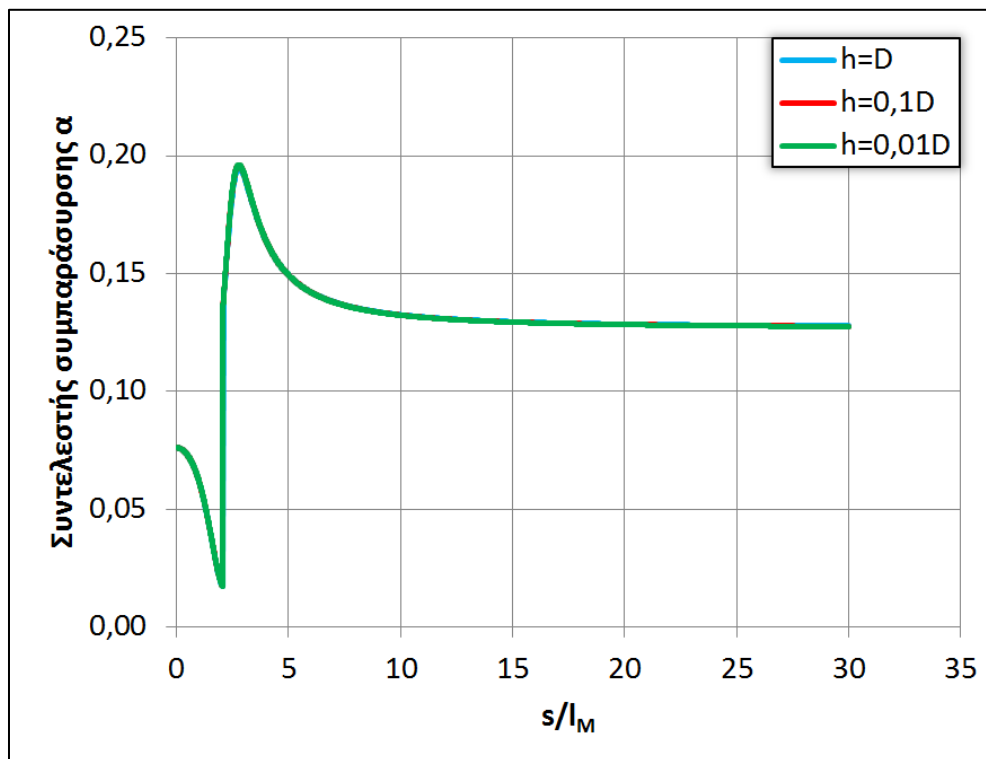
Σχήμα 5.140 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.141 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.142 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$



Σχήμα 5.143 Διάγραμμα $\alpha - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης με θερμότερο τον αποδέκτη με $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $T_o=20^\circ\text{C}$, $T_\alpha=30^\circ\text{C}$ & $h=D-0,01D$

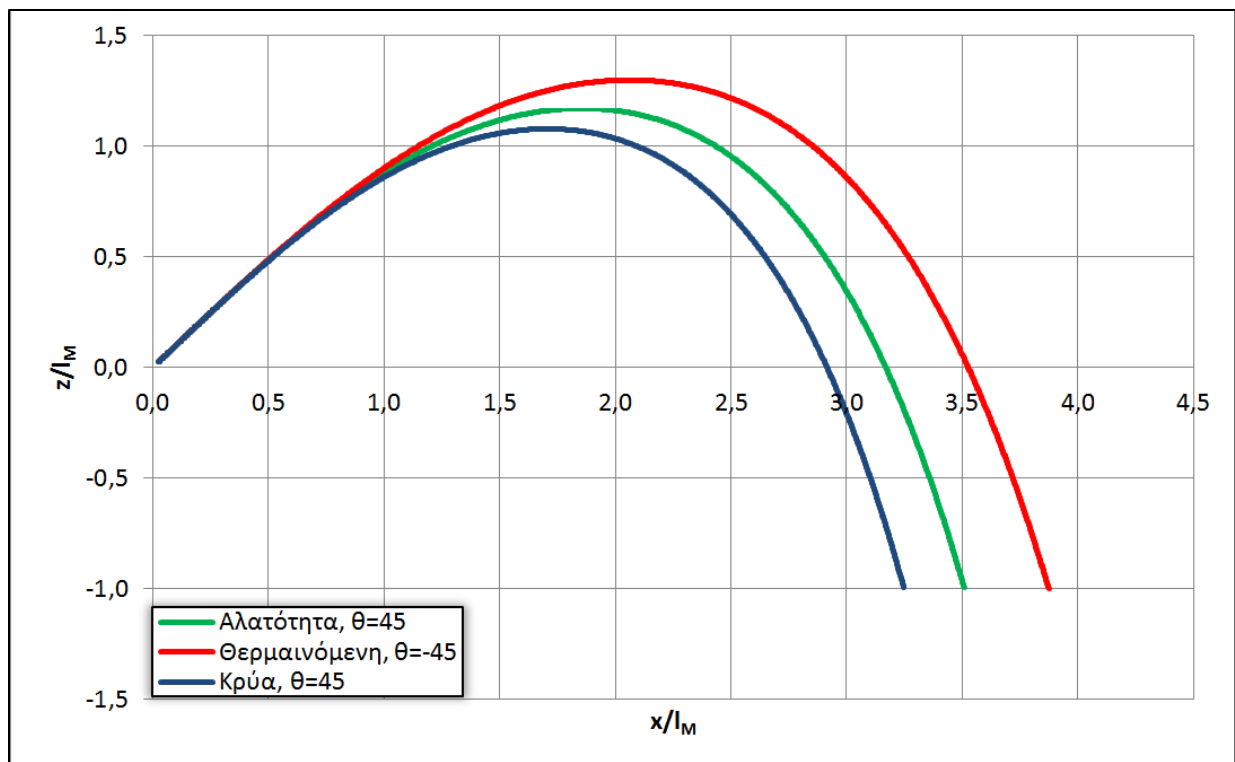
5.2.4 Σύγκριση φλεβών αρνητικής άνωσης

Στη συνέχεια (σχήμα 5.144 έως σχήμα 5.149) συγκρίνονται οι φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας, διαφοράς θερμοκρασίας με θερμότερη τη φλέβα και με θερμότερο τον αποδέκτη. Οι αρχικές συνθήκες της φλέβας λόγω διαφοράς αλατότητας είναι $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $h=0,01D$ & $c_o=33 \text{ kg/m}^3$, της θερμαινόμενης $\theta_o=-45^\circ$ (για εύκολη σύγκριση απεικονίζεται ως θετική), $F_o=100$, $h=0,01D$, $T_o=30^\circ\text{C}$ & $T_a=20^\circ\text{C}$, ενώ της φλέβας με θερμότερο τον αποδέκτη $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$, $h=0,01D$, $T_o=20^\circ\text{C}$ & $T_a=30^\circ\text{C}$.

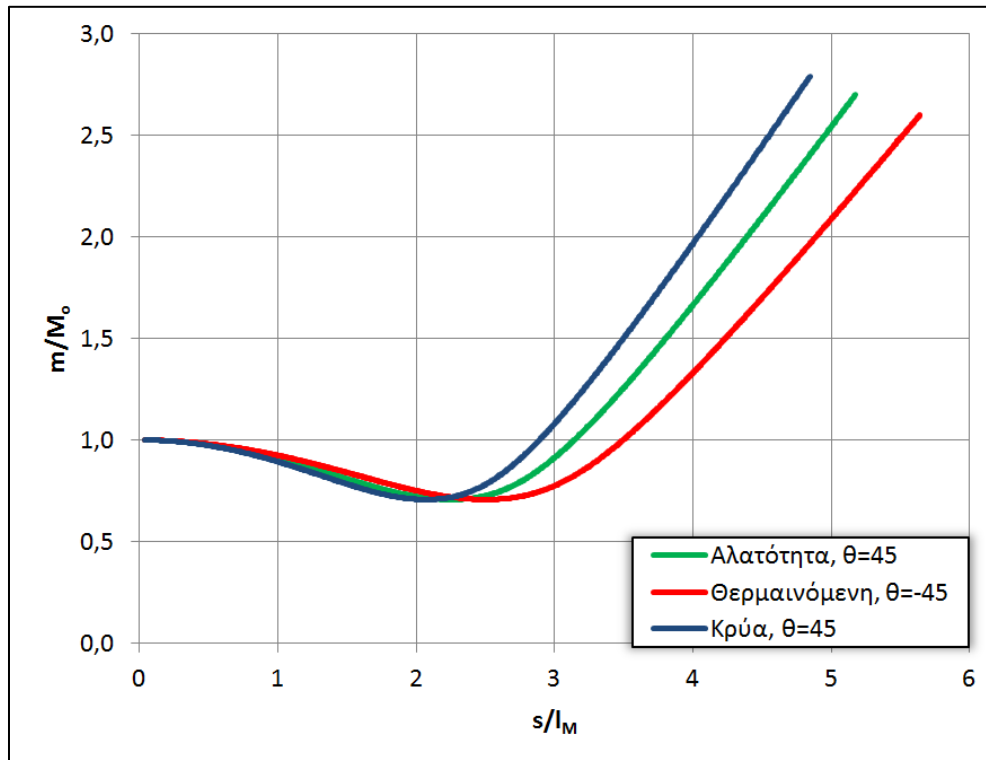
Η κρύα φλέβα έχει μικρότερη τροχιά (σχήμα 5.144) από τη θερμαινόμενη φλέβα, καθώς στην περίπτωση της κρύας φλέβας η ανωστική δύναμη β/B_o (σχήμα 5.147) αυξάνεται, οδηγώντας την κρύα φλέβα πιο γρήγορα στην αλλαγή της κατεύθυνσης από ότι στην περίπτωση της θερμαινόμενης φλέβας, στην οποία η ανωστική δύναμη μειώνεται.

Η ορμή m/M_o (σχήμα 5.145) και η μέση αραιώση S/F_o (σχήμα 5.146) στην «άνοδο» της φλέβας είναι λίγο μικρότερη για την κρύα φλέβα σε σχέση με τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας και τη θερμαινόμενη, ενώ είναι μεγαλύτερη στην «κάθοδό» της.

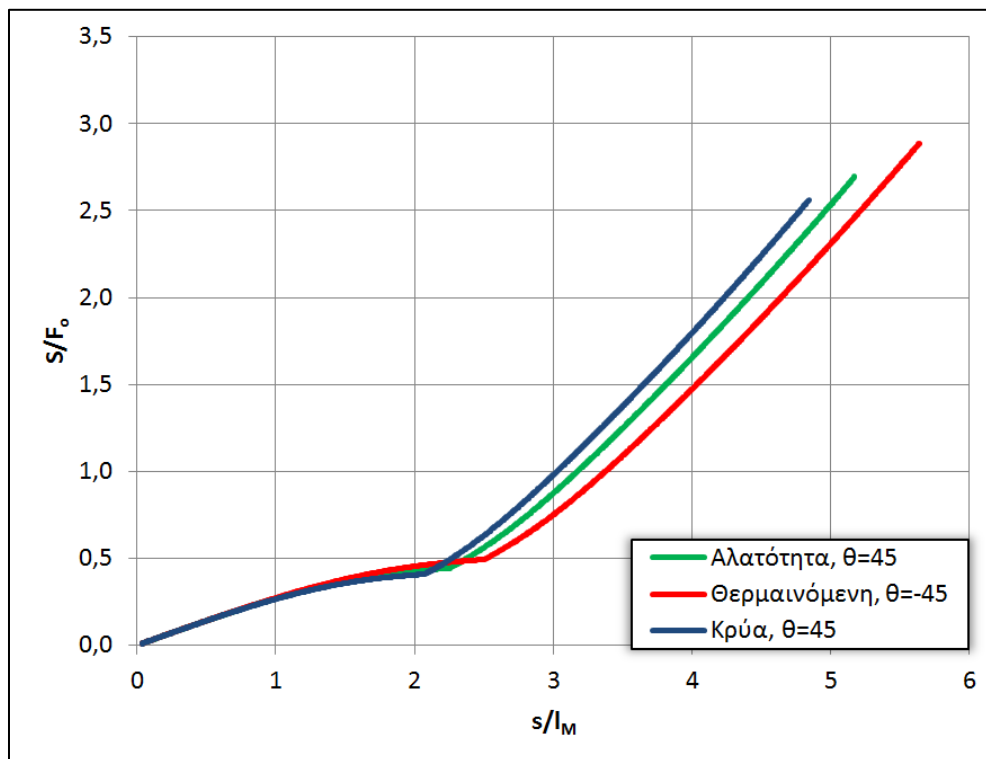
Τέλος ο αριθμός Ri^2 (σχήμα 5.148) και ο συντελεστής α (σχήμα 5.149) παρουσιάζουν μια μετατόπιση του διαγράμματος, με την κρύα φλέβα να βρίσκεται στο αριστερό άκρο και τη θερμαινόμενη φλέβα στο δεξί άκρο.



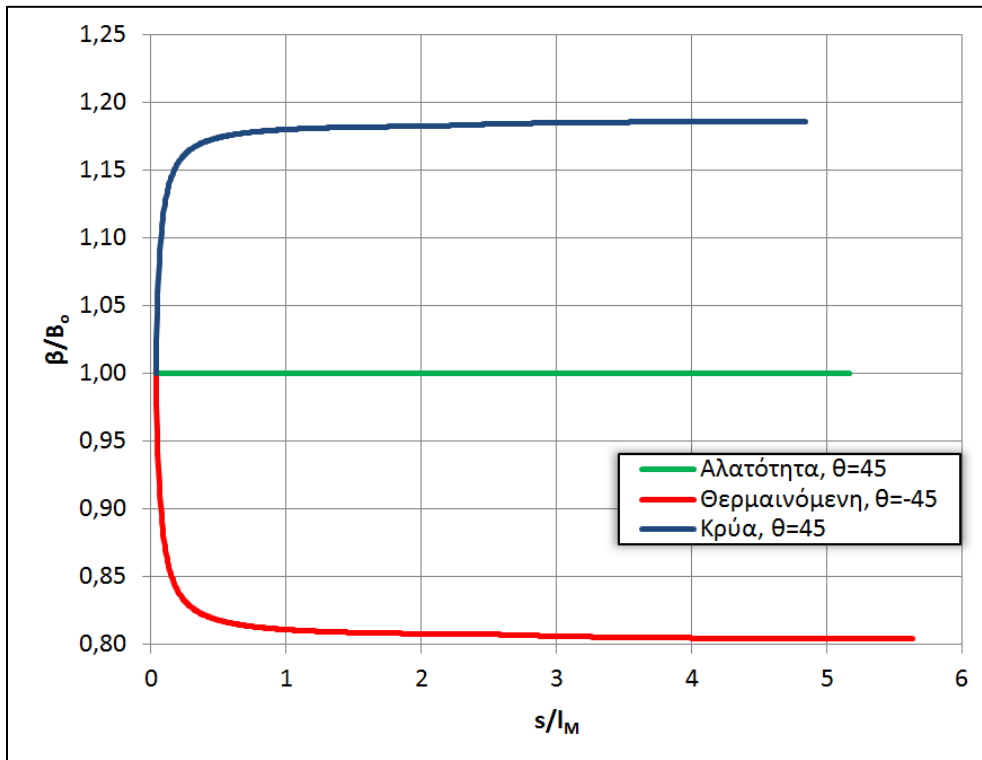
Σχήμα 5.144 Αδιαστατοποιημένες τροχιές φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



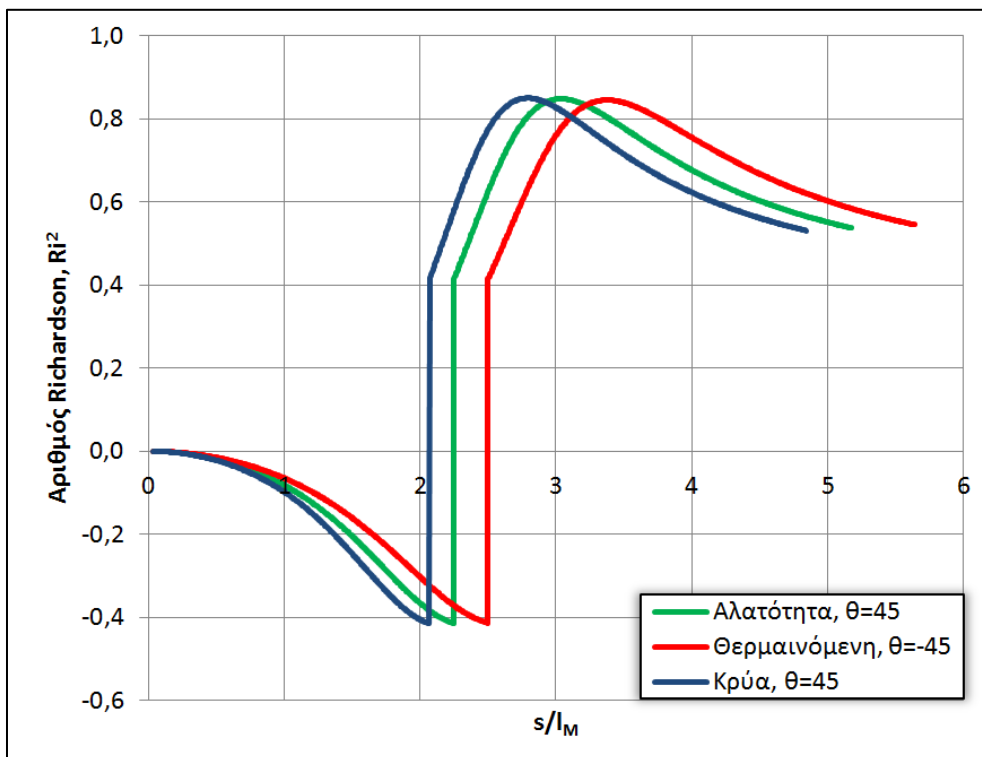
Σχήμα 5.145 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $m/M_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



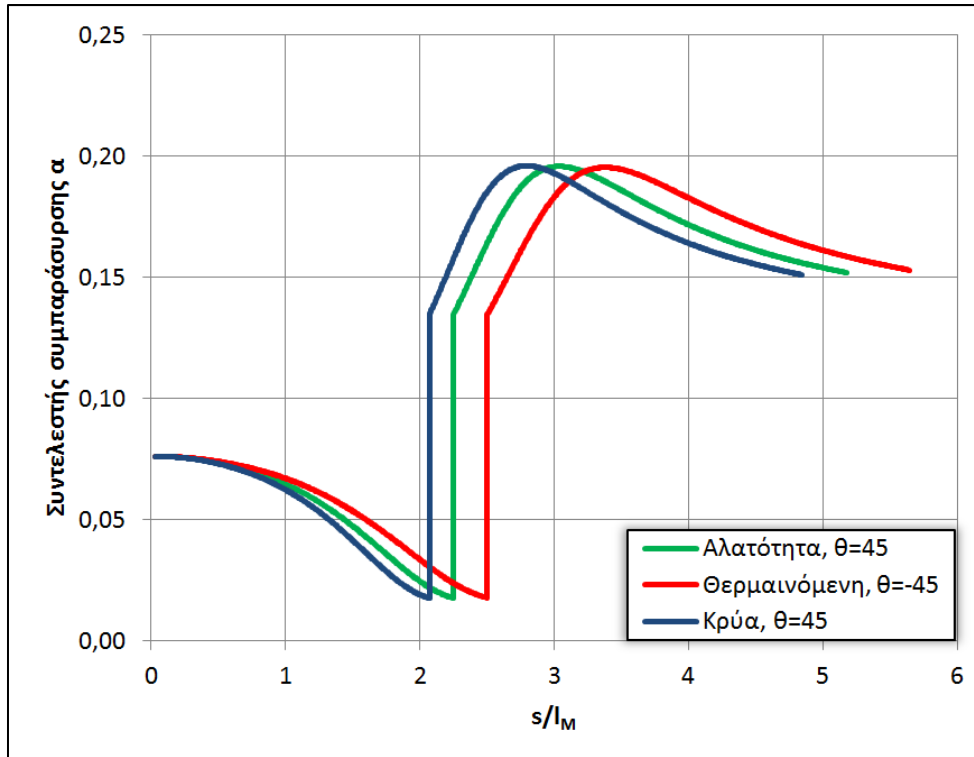
Σχήμα 5.146 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $S/F_o - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_o=45^\circ$, $F_o=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.147 Αδιαστατοποιημένο διάγραμμα $\beta/B_0 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



Σχήμα 5.148 Διάγραμμα $Ri^2 - s/l_M$ φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$



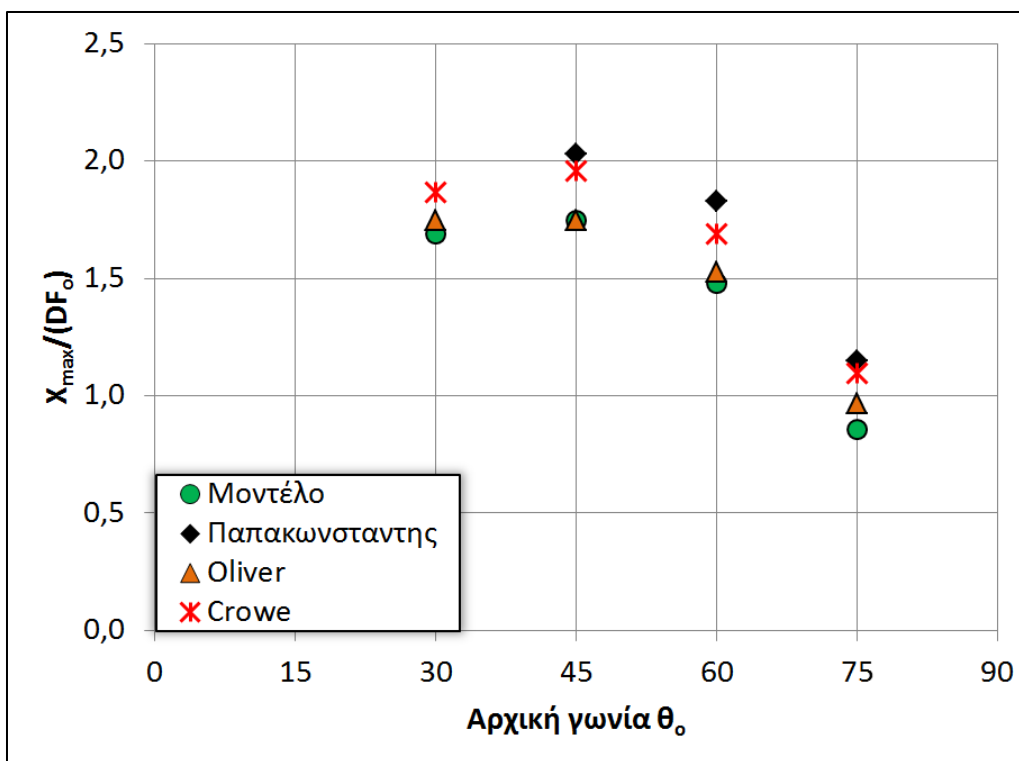
Σχήμα 5.149 Διάγραμμα α – s/l_M φλεβών αρνητικής άνωσης για $\theta_0=45^\circ$, $F_0=100$ & $h=0,01D$

5.2.5 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 5.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $\chi_{max}/(DF_0)$ για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.150 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.1 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο και οι μετρήσεις του Oliver (2012) συμφωνούν, ενώ το μοντέλο σε σύγκριση με τις μετρήσεις των Παπακωνσταντή (2009) και Crowe (2013) δίνει μικρότερες τιμές, οι οποίες όμως δεν διαφέρουν περισσότερο από 30%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται ότι είναι αποδεκτό για αυτού του είδους τις ροές, έτσι ώστε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί γενικά με τα πειραματικά δεδομένα από προηγούμενες ερευνητικές εργασίες.

Πίνακας 5.1 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης εμφάνισης τερματικού ύψους ανόδου στις φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	1,69	1,75	1,48	0,86
Παπακωνσταντής (2009)	---	2,03	1,83	1,15
Oliver (2012)	1,75	1,75	1,53	0,97
Crowe (2013)	1,87	1,96	1,69	1,10



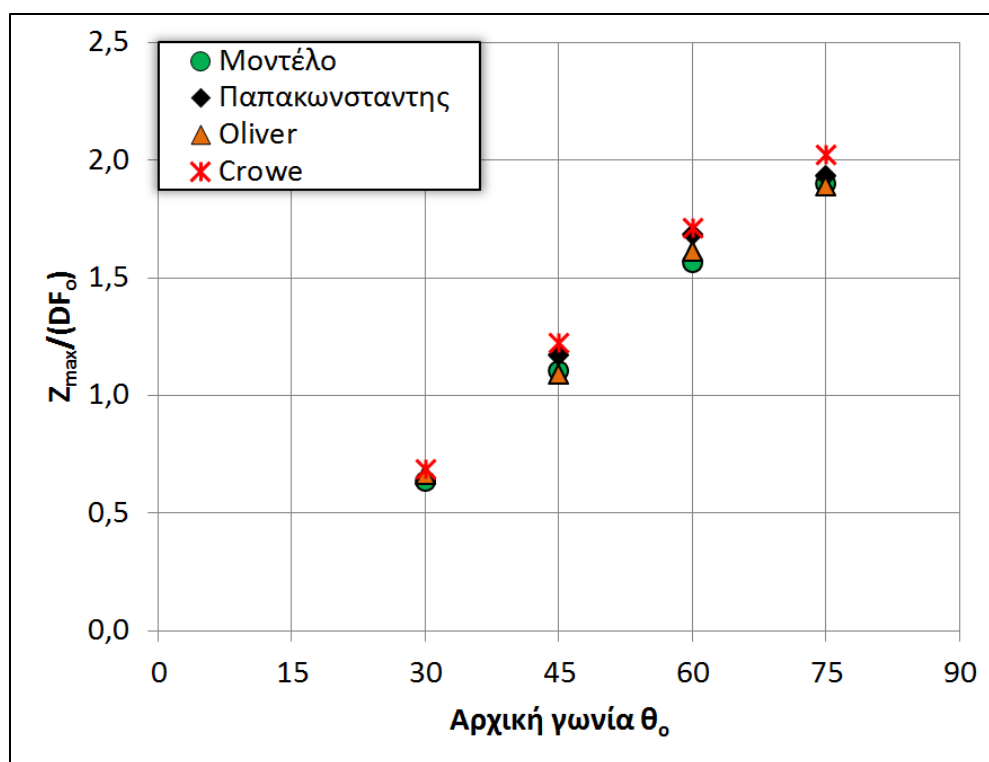
Σχήμα 5.150 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης εμφάνισης τερματικού ύψους ανόδου στις φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 5.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $Z_{\max}/(DF_0)$ για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.151 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.2 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα του Oliver (2012), ενώ παρουσιάζει μικρότερες τιμές σε σύγκριση με τους

Παπακωνσταντή (2009) και Crowe (2013), οι οποίες όμως δε διαφέρουν περισσότερο του 10%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται ότι είναι αποδεκτό, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί με όλα τα πειραματικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.2 Αποτελέσματα τερματικού ύψους ανόδου στις αρνητικές ανωστικές φλέβες λόγω διαφοράς αλατότητας

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	0,63	1,10	1,56	1,90
Παπακωνσταντής (2009)	---	1,17	1,68	1,93
Oliver (2012)	0,66	1,09	1,61	1,89
Crowe (2013)	0,69	1,22	1,71	2,02



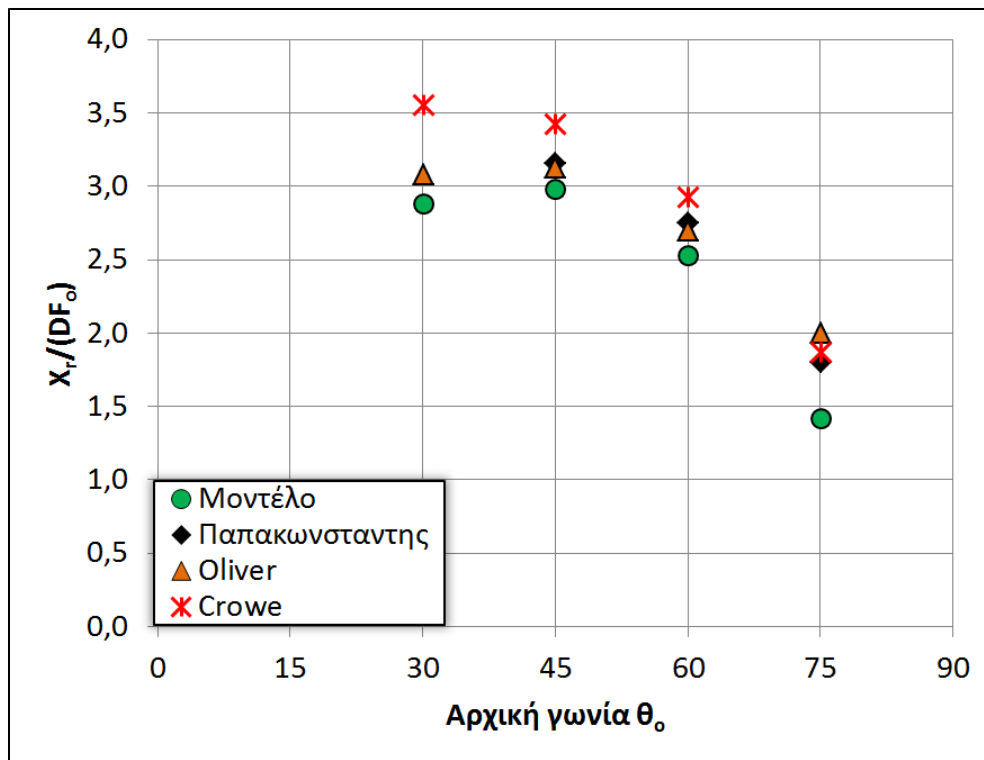
Σχήμα 5.151 Αποτελέσματα τερματικού ύψους ανόδου στις αρνητικές ανωστικές φλέβες λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 5.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $X_r/(DF_0)$ για αρνητικές ανωστικές φλέβες λόγω διαφοράς αλατότητας σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.152 παρουσιάζεται ο πίνακας

5.3 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο υποεκτιμά τη θέση εμφάνισης $X_r/(DF_0)$. Για γωνίες παροχέτευση $\theta_0=30, 45$ και 60° οι αποκλίσεις του μοντέλου δε ξεπερνούν το 23%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται ότι είναι αποδεκτό, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για τις παραπάνω γωνίες θ_0 . Αντιθέτως για τη γωνία παροχέτευσης $\theta_0=75^\circ$ το ποσοστό απόκλισης είναι 41%, οπότε το μοντέλο όντως υποεκτιμά την οριζόντια θέση επιστροφής της φλέβας στο επίπεδο παροχέτευσης.

Πίνακας 5.3 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης στις φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	2,89	2,98	2,53	1,42
Παπακωνσταντής (2009)	---	3,16	2,75	1,80
Oliver (2012)	3,08	3,13	2,70	2,00
Crowe (2013)	3,56	3,43	2,93	1,87



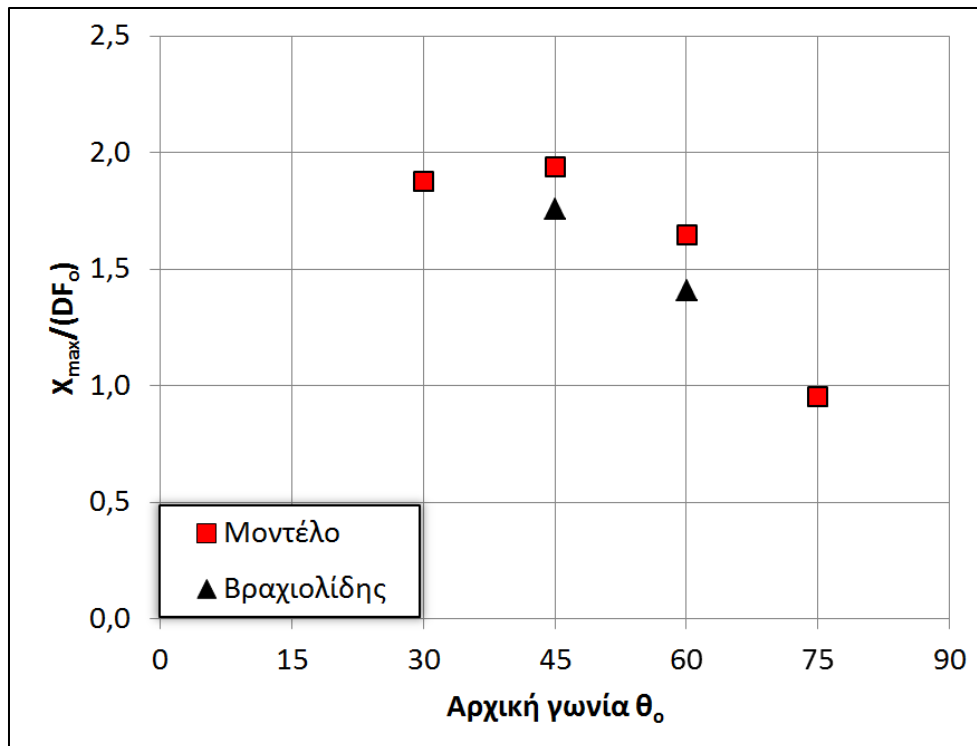
Σχήμα 5.152 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης

5.2.6 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στον πίνακα 5.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $\chi_{\max}/(DF_0)$ για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.153 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.4 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο υπερεκτιμά το μέγεθος $\chi_{\max}/(DF_0)$ με μέγιστο ποσοστό απόκλισης 15%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται αποδεκτό, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί με προηγούμενα πειραματικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.4 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης εμφάνισης τερματικού βάθους καθόδου στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	1,88	1,94	1,65	0,95
Βραχιολίδης (2016)	---	1,76	1,41	---

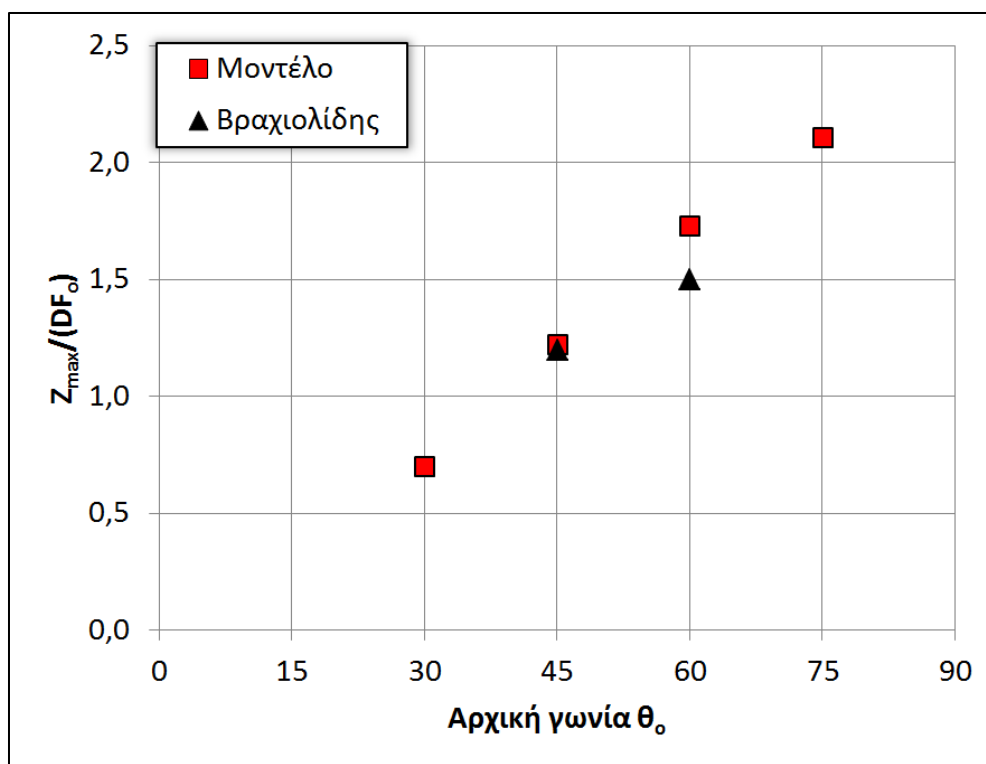


Σχήμα 5.153 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης εμφάνισης τερματικού βάθους καθόδου στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Στον πίνακα 5.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $Z_{\max}/(DF_0)$ για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.154 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.5 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο συμφωνεί με τα πειράματα για τη γωνία των 45° , αλλά υπερκετιμά το βάθος στις 60° με ποσοστό απόκλισης 14%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται αποδεκτό, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.5 Αποτελέσματα τερματικού βάθους καθόδου στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	0,70	1,22	1,73	2,11
Βραχιολίδης (2016)	---	1,20	1,50	---



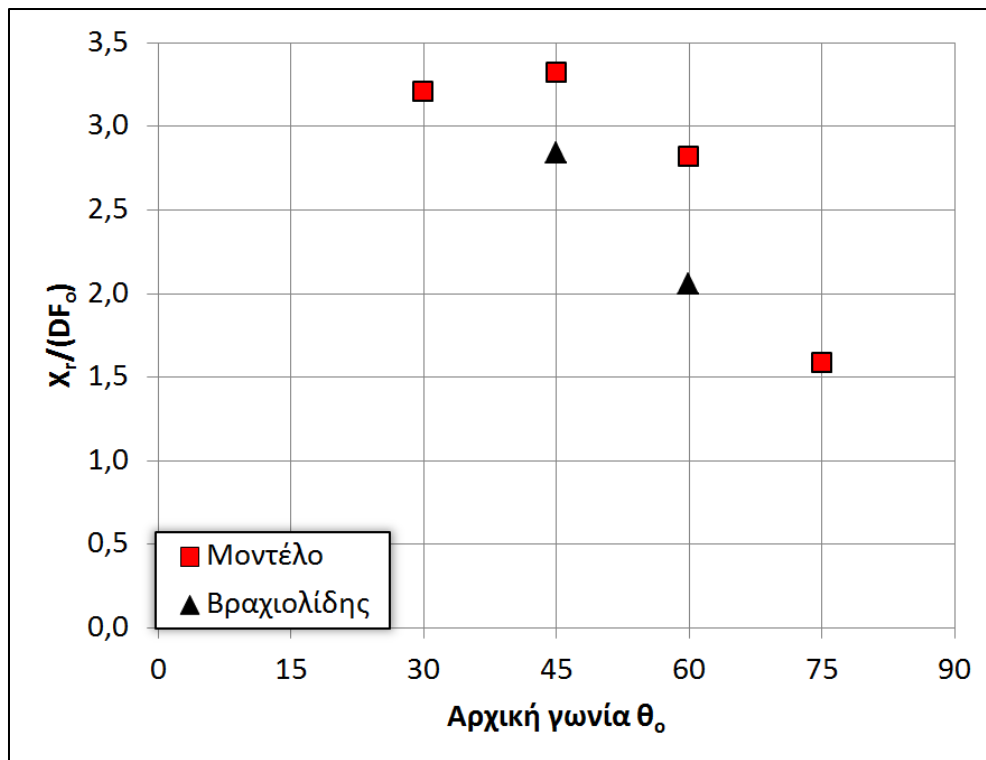
Σχήμα 5.154 Αποτελέσματα τερματικού βάθους καθόδου στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Στον πίνακα 5.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο $X_r/(DF_0)$ για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.155 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.6 σε μορφή

διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο υπερεκτιμά τη θέση εμφάνισης $X_r/(DF_0)$ με μέγιστο ποσοστό απόκλισης 27%. Το ποσοστό αυτό θεωρείται ότι είναι αποδεκτό, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.6 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	3,21	3,32	2,82	1,58
Βραχιολίδης (2016)	---	2,84	2,05	---



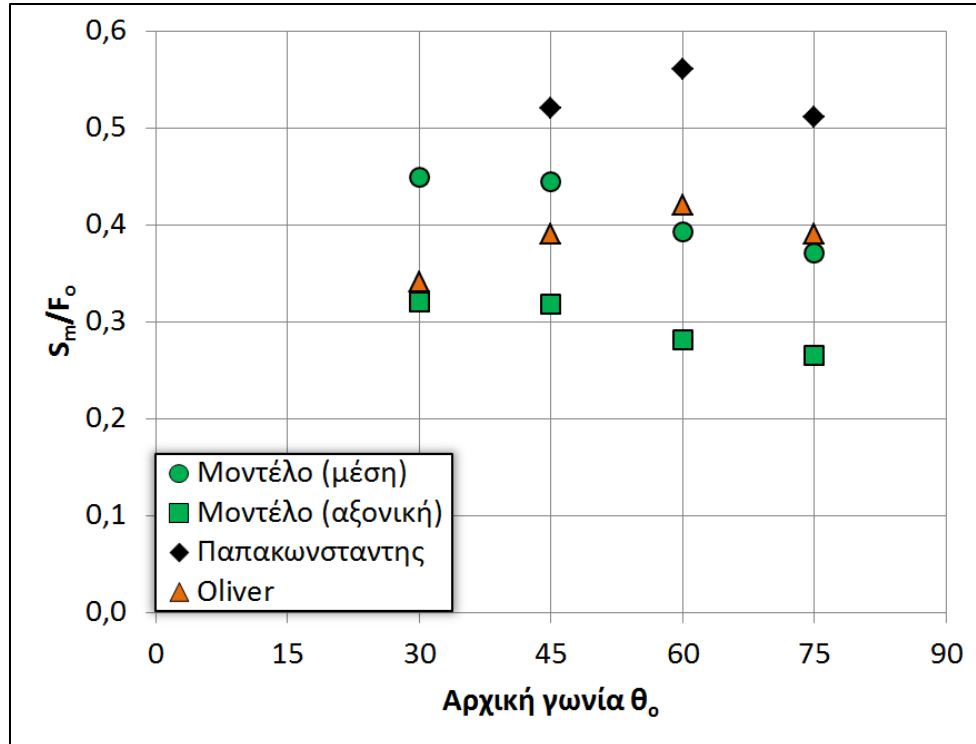
Σχήμα 5.155 Αποτελέσματα οριζόντιας θέσης επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης στις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

5.2.7 Αξονικές αραιώσεις φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 5.7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο S_m/F_o για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.156 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.7 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, οι μέσες αραιώσεις συμφωνούν με τα πειραματικά αποτελέσματα του Oliver (2012), ενώ συνεχίζουν να εμφανίζουν μικρότερες τιμές συγκριτικά με τα πειραματικά αποτελέσματα του Παπακωνσταντή (2009). Αντιθέτως, οι αξονικές αραιώσεις, οι οποίες προέκυψαν διαιρώντας τις αξονικές αραιώσεις με την τιμή 1,4, αποκλίνουν από τα πειραματικά δεδομένα. Ο Παπακωνσταντής (2009) στο διδακτορικό του είχε δείξει ότι στο σημείο του τερματικού ύψους ανόδου η εγκάρσια κατανομή της μέσης συγκέντρωσης της φλέβας ακολουθεί την κατανομή Gauss, το οποίο έρχεται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα του μοντέλου, το οποίο παρουσιάζει ότι σε εκείνη τη θέση η κατανομή της συγκέντρωσης είναι ομοιόμορφη.

Πίνακας 5.7 Αποτελέσματα αξονικής αραιώσης στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Γωνία θ_o	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία (μέση)	0,45	0,44	0,39	0,37
Παρούσα εργασία (αξονική)	0,32	0,32	0,28	0,26
Παπακωνσταντής (2009)	---	0,52	0,56	0,51
Oliver (2012)	0,34	0,39	0,42	0,39

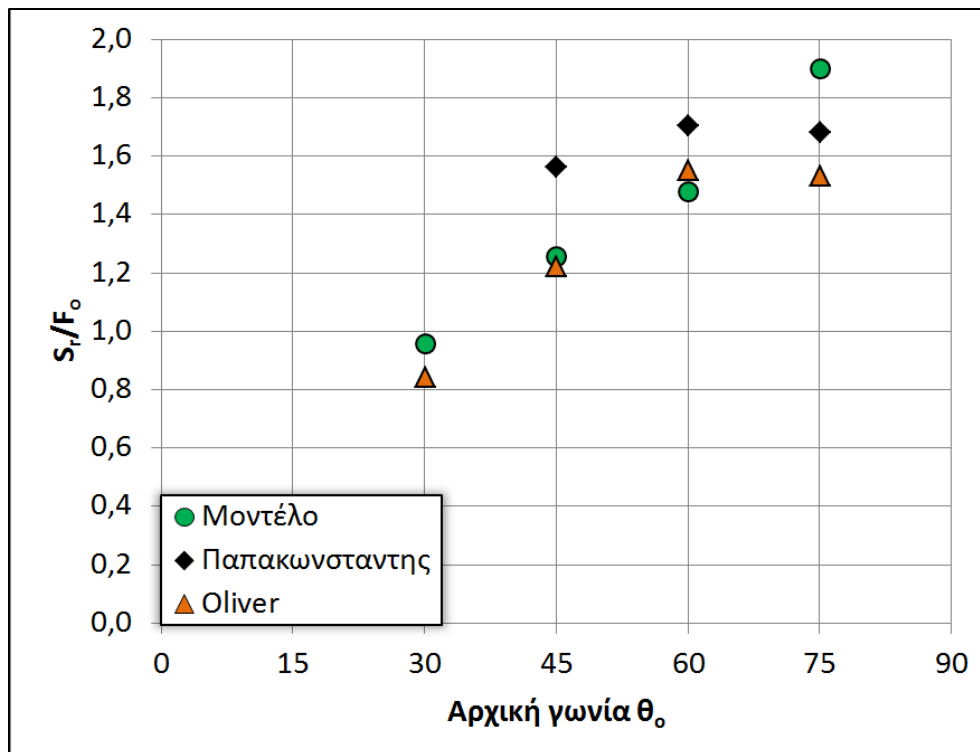


Σχήμα 5.156 Αποτελέσματα αραίωσης στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Στον πίνακα 5.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο S_r/F_0 για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.157 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.8 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο συμφωνεί με τα πειράματα του Oliver (2012) για τις γωνίες $\theta_0=45$ και 60° , ενώ υπερεκτιμά την ποσότητα S_r/F_0 για $\theta_0=30$ και 75° με μέγιστο ποσοστό απόκλισης 20%. Σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα του Παπακωνσταντή (2009), είναι εμφανές ότι υπάρχει μία υποεκτίμηση της ποσότητας S_r/F_0 για τις γωνίες $\theta_0=45$ και 60° , ενώ για γωνία $\theta_0=75^\circ$ το μοντέλο υπερεκτιμά το λόγο S_r/F_0 . Σε καμία περίπτωση όμως το ποσοστό απόκλισης δεν υπερβαίνει το 25%. Τα ποσοστά αυτά θεωρούνται ότι είναι αποδεκτά, έτσι ώστε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο συμφωνεί γενικά με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Πίνακας 5.8 Αποτελέσματα αξονικής αραίωσης στη θέση επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	0,95	1,25	1,48	1,90
Παπακωνσταντής (2009)	---	1,56	1,70	1,68
Oliver (2012)	0,84	1,22	1,55	1,53



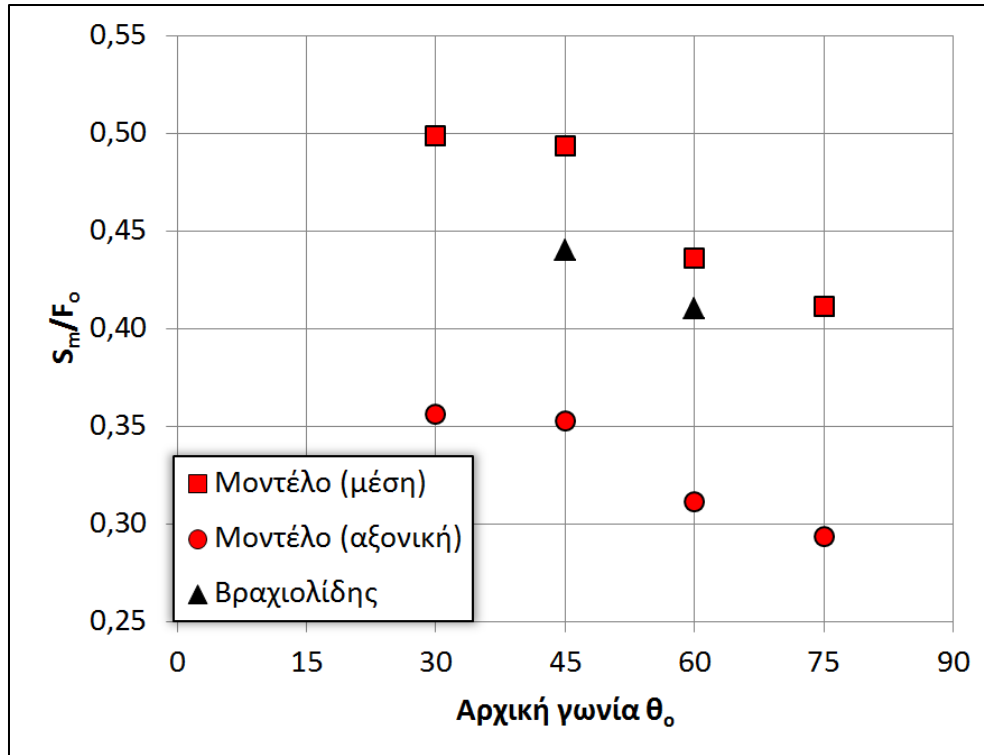
Σχήμα 5.157 Αποτελέσματα αξονικής αραίωσης στη θέση επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης για φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

5.2.8 Αξονικές αραιώσεις φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα

Στον πίνακα 5.9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο S_m/F_o για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.158 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.9 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, οι μέσες αραιώσεις συμφωνούν με τα πειραματικά αποτελέσματα, ενώ στην περίπτωση των αξονικών αραιώσεων, οι οποίες προέκυψαν από τις μέσες αραιώσεις διαιρεμένες με την τιμή 1,4, μοντέλο και πειραματικά αποτελέσματα αποκλίνουν.

Πίνακας 5.9 Αποτελέσματα αξονικής αραιώσης στη θέση του τερματικού βάθους καθόδου για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Γωνία θ_o	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία (μέση)	0,50	0,49	0,44	0,41
Παρούσα εργασία (αξονική)	0,36	0,35	0,31	0,29
Βραχιολίδης (2016)	---	0,44	0,41	---

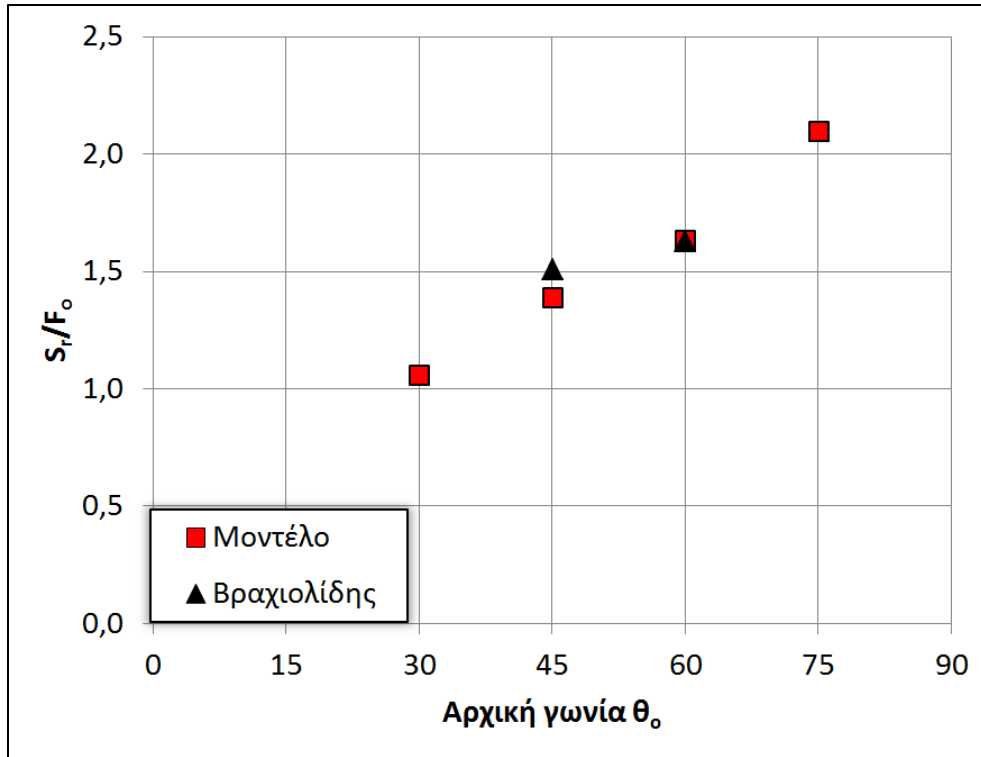


Σχήμα 5.158 Αποτελέσματα αραίωσης στη θέση του τερματικού βάθους καθόδου για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Στον πίνακα 5.10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας σχετικά με το λόγο S_r/F_0 για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης σε σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα άλλων ερευνητών, ενώ στο σχήμα 5.159 παρουσιάζεται ο πίνακας 5.10 σε μορφή διαγράμματος. Όπως είναι εμφανές, το μοντέλο συμφωνεί με τον Βραχιολίδη.

Πίνακας 5.10 Αποτελέσματα αξονικής αραίωσης στη θέση επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

Γωνία θ_0	30°	45°	60°	75°
Παρούσα εργασία	1,06	1,39	1,64	2,10
Βραχιολίδης (2016)	---	1,51	1,63	---



Σχήμα 5.159 Αποτελέσματα αξονικής αραίωσης στη θέση επιστροφής στο επίπεδο παροχέτευσης για θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης

6 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκαν κυκλικές φλέβες υπό γωνία, θετικής και αρνητικής άνωσης οι οποίες προέρχονται είτε από διαφορά αλατότητας είτε από θετική ή αρνητική θερμοκρασιακή διαφορά. Τα σπουδαιότερα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτή την εργασία είναι τα εξής:

(α) Φλέβες θετικής άνωσης

(i) Όσο αυξάνεται η γωνία παροχέτευσης θ_0 , τόσο η αδιαστατοποιημένη τροχιά της φλέβας μικραίνει και προσεγγίζει γρηγορότερα την κατακόρυφο.

(ii) Η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_0 αυξάνει συνεχώς κατά μήκος του αδιαστατοποιημένου άξονα s/l_M και είναι ανεξάρτητη της αρχικής γωνίας παροχέτευσης θ_0 . Επίσης η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_0 συναρτήσει του s/l_M σε λογαριθμικό διάγραμμα αυξάνεται ασυμπτωτικά με κλίση $4/3$, δηλαδή συμπεριφέρεται πλέον ως κατακόρυφη φλέβα, ενώ στο σημείο καμπής οι μικρότερες γωνίες παροχέτευσης αντιστοιχούν σε μικρότερες ακτίνες καμπυλότητας.

(iii) Η αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 αυξάνεται συνεχώς κατά μήκος του αδιαστατοποιημένου άξονα s/l_M και είναι ανεξάρτητη της αρχικής γωνίας παροχέτευσης θ_0 . Επίσης η αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 συναρτήσει του s/l_M σε λογαριθμικό διάγραμμα αυξάνεται ασυμπτωτικά με κλίση $5/3$, δηλαδή συμπεριφέρεται ως κατακόρυφη φλέβα, και είναι ανεξάρτητη της γωνίας παροχέτευσης.

(iv) Η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_0 παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με την αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 .

(v) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_0 συναρτήσει του αδιαστατοποιημένου άξονα s/l_M είναι ανεξάρτητη της αρχικής γωνίας θ_0 .

(vi) Ο αριθμός Richardson Ri^2 για γωνίες παροχέτευσης θ_0 έως 40° παρουσιάζει μία μέγιστη τιμή στο σημείο καμπής, η οποία μικραίνει αυξανόμενης της γωνίας θ_0 . Το μέγιστο αυτό δεν εμφανίζεται για γωνίες μεγαλύτερες των 40° , αλλά ο Ri^2 συνεχίζει να μειώνεται αυξανόμενης της γωνίας θ_0 . Ανεξαρτήτως της γωνίας παροχέτευσης θ_0 ο αριθμός Ri^2 σταθεροποιείται στην οριακή τιμή του Ri^2 του κατακόρυφου πλουμίου, η οποία είναι το 0,36.

(vii) Παρόμοια συμπεριφορά με τον αριθμό Richardson Ri^2 παρουσιάζει ο συντελεστής συμπαράσυρσης α , ο οποίος σταθεροποιείται στην τιμή του συντελεστή του πλουμίου $\alpha_p=0,127$ ανεξάρτητα από την γωνία παροχέτευσης θ_0 .

(viii) Η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_0 , η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_0 , ο αριθμός Richardson Ri^2 και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α είναι μεγέθη ανεξάρτητα του αρχικού αριθμού Froude F_0 .

(ix) Τα χαρακτηριστικά των φλεβών θετικής άνωσης είναι ανεξάρτητα του βήματος επίλυσης h της μεθόδου Runge-Kutta 4ης τάξης όταν $h \leq 0,01D$.

- (x) Η φλέβα με θερμότερο τον αποδέκτη παρουσιάζει βραχύτερη τροχιά από τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας, η οποία με τη σειρά της έχει βραχύτερη τροχιά από τη θερμαινόμενη φλέβα.
- (xi) Η φλέβα με θερμότερο τον αποδέκτη εμφανίζει μεγαλύτερες τιμές στην αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_o , στην αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_o , στην αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o , στον αριθμό Richardson Ri^2 και στο συντελεστή συμπαράσυρσης α από τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας, η οποία εμφανίζει παρόμοια συμπεριφορά σε σχέση με τη θερμαινόμενη φλέβα.
- (xii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o στην περίπτωση της φλέβας με θερμότερο τον αποδέκτη αυξάνεται, στην περίπτωση της φλέβας λόγω διαφοράς αλατότητας παραμένει σταθερή, ενώ στην περίπτωση της θερμαινόμενης φλέβας μειώνεται.
- (β) Φλέβες θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας
- (i) Τα χαρακτηριστικά των φλεβών θετικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας είναι ανεξάρτητα του αρχικού πυκνομετρικού αριθμού Froude F_o .
- (ii) Το μοντέλο προσομοίωσης και παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με τις αδιαστατοποιημένες τροχιές συμφωνούν επαληθεύοντας το μοντέλο.
- (iii) Το μοντέλο υπερεκτιμά την αδιαστατοποιημένη αξονική αραίωση για γωνία παροχέτευσης $\theta_o=0^\circ$.
- (γ) Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα
- (i) Η αδιαστατοποιημένη ποσότητα β/B_o μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,54 ανεξάρτητα από τη γωνία παροχέτευσης θ_o .
- (ii) Ο αρχικός αριθμός Froude F_o έχει μικρή επιρροή στην αδιαστατοποιημένη τροχιά, καθώς αυξανόμενου του F_o αυξάνεται σε μικρό βαθμό η τροχιά.
- (iii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o μειώνεται αυξανόμενου του αρχικού αριθμού Froude F_o , αλλά σταθεροποιείται στην τιμή 0,54 ανεξάρτητα από τον αριθμό F_o .
- (iv) Η αδιαστατοποιημένη τροχιά μειώνεται όταν η αδιαστατοποιημένη θερμοκρασιακή διαφορά $\Delta T_o/T_o$ μειώνεται. Στην περίπτωση που δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μικρότερη τροχιά έχει η φλέβα με τη μεγαλύτερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (v) Η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_o , η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_o και η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o αυξάνονται μειωμένης της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση που δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μεγαλύτερες τιμές παρουσιάζει η φλέβα με τη μεγαλύτερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (vi) Ο αριθμός Richardson Ri^2 και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α αυξάνονται μειωμένης της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μεγαλύτερες τιμές παρουσιάζει η φλέβα με τη

μεγαλύτερη αρχική θερμοκρασία T_0 και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_α . Παρόλα αυτά ανεξαρτήτως του αριθμού $\Delta T_0/T_0$ ο αριθμός Ri^2 σταθεροποιείται στην τιμή 0,36, ενώ ο συντελεστής α στην τιμή 0,127.

(vii) Το μοντέλο προσομοίωσης και παλαιότερα πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με την αδιαστατοποιημένη αξονική αραίωση συμφωνούν επαληθεύοντας το μοντέλο.

(δ) Φλέβες θετικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη

(i) Η αδιαστατοποιημένη ποσότητα β/B_0 αυξάνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 1,19 ανεξάρτητα από τη γωνία παροχέτευσης θ_0 .

(ii) Ο αρχικός αριθμός Froude F_0 έχει μικρή επιρροή στην αδιαστατοποιημένη τροχιά, καθώς αυξανόμενου του F_0 μειώνεται σε μικρό βαθμό η τροχιά.

(iii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_0 αυξάνεται αυξανόμενου του αρχικού αριθμού Froude F_0 , αλλά σταθεροποιείται στην τιμή 1,19 ανεξάρτητα από τον αριθμό F_0 .

(ε) Φλέβες αρνητικής άνωσης

(i) Αύξηση της γωνίας παροχέτευσης θ_0 αυξάνει την αδιαστατοποιημένη τροχιά της φλέβας σε ύψος, ενώ η φλέβα επιστρέφει πλησιέστερα στο στόμιο παροχέτευσης.

(ii) Η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_0 μειώνεται στην άνοδο της φλέβας και αυξάνεται στην κάθοδό της. Αυξανόμενης της γωνίας θ_0 η ποσότητα m/M_0 μειώνεται με εξαίρεση την περίπτωση $\theta_0=75^\circ$ στην οποία αυξάνεται στο καθοδικό τμήμα της ροής. Επίσης η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_0 συναρτήσει του s/l_M σε λογαριθμικό διάγραμμα παρουσιάζει μείωση στο σημείο καμπής αυξανόμενης της γωνίας θ_0 , ενώ ανεξάρτητα της γωνίας θ_0 αρχίζει να προσεγγίζει την κλίση 4/3 στην κάθοδο της ροής, δηλαδή αρχίζει να συμπεριφέρεται ως κατακόρυφη φλέβα.

(iii) Η αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 παρουσιάζει μικρό ρυθμό αύξησης στο ανοδικό τμήμα της ροής, ο οποίος αυξάνεται στο καθοδικό της τμήμα. Αυξανόμενης της γωνίας θ_0 η ποσότητα q/Q_0 μειώνεται, με εξαίρεση την περίπτωση $\theta_0=75^\circ$ στην οποία αυξάνεται στο καθοδικό τμήμα της ροής. Επίσης η αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 συναρτήσει του s/l_M σε λογαριθμικό διάγραμμα ανεξάρτητα της γωνίας θ_0 αρχίζει να προσεγγίζει την κλίση 5/3 στην κάθοδο της ροής, δηλαδή αρχίζει να συμπεριφέρεται ως κατακόρυφο πλούμιο.

(iv) Η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_0 παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με την αδιαστατοποιημένη παροχή q/Q_0 .

(v) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_0 συναρτήσει του αδιαστατοποιημένου άξονα s/l_M είναι ανεξάρτητη της αρχικής γωνίας θ_0 .

(vi) Ο αριθμός Richardson Ri^2 είναι αρνητικός και μειώνεται στην άνοδο της ροής, παρουσιάζει άλμα στο σημείο όπου η ροή αλλάζει κατεύθυνση και γίνεται θετικός. Στην κάθοδο της ροής αρχικά αυξάνεται παρουσιάζοντας μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται. Η συμπεριφορά του αυτή εντείνεται αυξανόμενης της γωνίας παροχέτευσης θ_0 .

(vii) Ο συντελεστής συμπαράσυρσης α μειώνεται στην άνοδο της ροής, παρουσιάζει άλμα στο σημείο αλλαγής της κατεύθυνσης της φλέβας, όπου αυξάνεται. Στην κάθοδο της ροής αρχικά αυξάνεται παρουσιάζοντας μία μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται. Η συμπεριφορά αυτή εντείνεται αυξανόμενης της γωνίας θ_0 .

(viii) Η αδιαστατοποιημένη ποσότητα κίνησης m/M_0 , η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_0 , ο αριθμός Richardson Ri^2 και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α είναι μεγέθη ανεξάρτητα του αρχικού αριθμού Froude F_0 .

(ix) Τα χαρακτηριστικά των φλεβών αρνητικής άνωσης είναι ανεξάρτητα του βήματος επίλυσης h της μεθόδου Runge-Kutta 4ης τάξης.

(x) Η φλέβα σε θερμότερο αποδέκτη παρουσιάζει βραχύτερη τροχιά από τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας, η οποία με τη σειρά της παρουσιάζει βραχύτερη τροχιά από τη θερμαινόμενη φλέβα.

(xi) Η φλέβα σε θερμότερο αποδέκτη εμφανίζει μικρότερες τιμές αδιαστατοποιημένης ποσότητας κίνησης m/M_0 και αδιαστατοποιημένης μέσης αραίωσης S/F_0 στην άνοδό της από τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας, η οποία εμφανίζει την ίδια συμπεριφορά σε σχέση με τη θερμαινόμενη φλέβα. Στην κάθοδό της όμως η φλέβα με θερμότερο τον αποδέκτη εμφανίζει μεγαλύτερες τιμές από τη φλέβα λόγω διαφοράς αλατότητας, η οποία με τη σειρά της έχει μεγαλύτερες τιμές από τη θερμαινόμενη φλέβα.

(xii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_0 στην περίπτωση της φλέβας με θερμότερο τον αποδέκτη αυξάνεται, στην περίπτωση της φλέβας λόγω διαφοράς αλατότητας παραμένει σταθερή, ενώ στην περίπτωση της θερμαινόμενης φλέβας μειώνεται.

(xiii) Ο αριθμός Richardson Ri^2 και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α παρουσιάζουν μία μετατόπιση σαν συνάρτηση της ασιάστασης απόστασης s/l_M . Στο δεξί άκρο βρίσκεται η θερμαινόμενη φλέβα, ενώ στο αριστερό άκρο η φλέβα με θερμότερο τον αποδέκτη.

(στ) Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας

(i) Τα χαρακτηριστικά των φλεβών αρνητικής άνωσης λόγω διαφοράς αλατότητας είναι ανεξάρτητα του αρχικού πυκνομετρικού αριθμού Froude F_0 .

(ii) Το μοντέλο προσομοίωσης συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για την αδιαστατοποιημένη οριζόντια θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου $X_{max}/(DF_0)$ και για το αδιαστατοποιημένο τερματικό ύψος ανόδου $Z_{max}/(DF_0)$.

(iii) Το μοντέλο προσομοίωσης συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για την αδιαστατοποιημένη θέση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης $X_r/(DF_0)$ για γωνίες παροχέτευσης $\theta_0=30-60^\circ$, ενώ την υποεκτιμά στην περίπτωση των 75° .

(iv) Στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου (X_{max} , Z_{max}) οι πειραματικές αξονικές αραιώσεις προσεγγίζονται καλύτερα από την αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S_m/F_0 του μοντέλου.

- (v) Το μοντέλο προσομοίωσης συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για την αδιαστατοποιημένη αξονική αραίωση S_r/F_o , αφού πρώτα οι μέσες τιμές της αραίωσης διαιρεθούν με την τιμή 1,4.
- (ζ) Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερη τη φλέβα
- (i) Η αδιαστατοποιημένη ποσότητα β/B_o μειώνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 0,804 ανεξάρτητα από τη γωνία παροχέτευσης θ_o .
- (ii) Ο αρχικός αριθμός Froude F_o έχει μικρή επιρροή στην αδιαστατοποιημένη τροχιά, καθώς αυξανόμενου του F_o αυξάνεται σε μικρό βαθμό η τροχιά.
- (iii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o μειώνεται αυξανόμενου του αρχικού αριθμού Froude F_o , αλλά σταθεροποιείται στην τιμή 0,804 ανεξάρτητα από τον αριθμό F_o .
- (iv) Η αδιαστατοποιημένη τροχιά μειώνεται όταν μειώνεται η αδιαστατοποιημένη θερμοκρασιακή διαφορά $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε βραχύτερη τροχιά έχει η φλέβα με τη μεγαλύτερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (v) Η αδιαστατοποιημένη ορμή m/M_o και η αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S/F_o στην κάθοδο της ροής μειώνονται μειωμένης της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μικρότερη τιμή παρουσιάζει η φλέβα με τη μεγαλύτερη αρχική T_o και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a . Στην άνοδο της ροής τα μεγέθη αυτά αυξάνονται μειωμένης της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μεγαλύτερη τιμή παρουσιάζει η φλέβα με τη μεγαλύτερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μεγαλύτερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (vi) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o αυξάνεται για μείωση της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε μικρότερη τιμή εμφανίζει η φλέβα με τη μικρότερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μικρότερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (vii) Ο αριθμός Richardson Ri^2 και ο συντελεστής συμπαράσυρσης α μετακινούνται προς τα δεξιά σαν συνάρτηση της αδιάστατης απόστασης s/l_M αυξανόμενης της αδιαστατοποιημένης θερμοκρασιακής διαφοράς $\Delta T_o/T_o$. Στην περίπτωση όπου δύο φλέβες έχουν τον ίδιο λόγο $\Delta T_o/T_o$, τότε δεξιότερα είναι η φλέβα με τη μικρότερη αρχική θερμοκρασία T_o και τη μικρότερη θερμοκρασία του αποδέκτη T_a .
- (viii) Το μοντέλο προσομοίωσης συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα για την αδιαστατοποιημένη οριζόντια θέση εμφάνισης του τερματικού ύψους ανόδου $X_{max}/(DF_o)$, για το αδιαστατοποιημένο τερματικό ύψος ανόδου $Z_{max}/(DF_o)$ και για την αδιαστατοποιημένη θέση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης $X_r/(DF_o)$.
- (ix) Στη θέση του τερματικού ύψους ανόδου (X_{max} , Z_{max}) οι πειραματικές αξονικές αραιώσεις προσεγγίζονται καλύτερα από την αδιαστατοποιημένη μέση αραίωση S_m/F_o του μοντέλου.

- (x) Το μοντέλο προσομοίωσης συμφωνεί με τα αποτελέσματα για την αδιαστατοποιημένη αξονική αραίωση S_r/F_o στη θέση επιστροφής της φλέβας στο οριζόντιο επίπεδο παροχέτευσης, αφού πρώτα οι μέσες τιμές της αραίωσης διαιρεθούν με την τιμή 1,4.
- (η) Φλέβες αρνητικής άνωσης λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς με θερμότερο τον αποδέκτη
- (i) Η αδιαστατοποιημένη ποσότητα β/B_o αυξάνεται και σταθεροποιείται στην τιμή 1,19 ανεξάρτητα από τη γωνία παροχέτευσης θ_o .
- (ii) Ο αρχικός αριθμός Froude F_o έχει μικρή επιρροή στην αδιαστατοποιημένη τροχιά, καθώς αυξανόμενου του F_o μειώνεται σε μικρό βαθμό η τροχιά.
- (iii) Η αδιαστατοποιημένη ανωστική δύναμη β/B_o αυξάνεται αυξανόμενου του αρχικού αριθμού Froude F_o , αλλά σταθεροποιείται στην τιμή 1,19 ανεξάρτητα από τον αριθμό F_o .

Βιβλιογραφικές αναφορές

Ελληνικές βιβλιογραφικές αναφορές

- Βραχιολίδης Α., *Τυρβώδεις θερμαινόμενες φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία*, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2016
- Κωτσοβίνος Ν. Ε., Αγγελίδης Π. Β., *Υδραυλική περιβάλλοντος – Τόμος Ι*, Εκδόσεις ΣΠΑΝΙΔΗ, Ξάνθη, 2008
- Μιμίκου Μ. Α., Μπαλτάς Ε. Α., *Τεχνική υδρολογία*, 5^η Έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2012
- Μίχας Σ. Ν., *Πειραματική διερεύνηση οριζόντιων κυκλικών και μη αξονοσυμμετρικών ανωστικών φλεβών σε ομογενή ακίνητο αποδέκτη*, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 2008
- Νουτσόπουλος Γ., Χριστοδούλου Γ., *Μαθήματα μηχανικής των ρευστών για πολιτικούς μηχανικούς*, Ανατύπωση 2010, Εκδόσεις Fountas, Αθήνα, 1996
- Παπακωνσταντής Η. Γ., *Τυρβώδεις κυκλικές φλέβες αρνητικής άνωσης υπό γωνία σε ακίνητο ομογενή αποδέκτη*, Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2009
- Πασίσης Β. Ι., *Αφαλάτωση νερού με χρήση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας*, Μεταπτυχιακή Εργασία, Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 2011
- Ρήγος-Λαλέας Ν. Ε., *Μελέτη συστημάτων αφαλάτωσης και υπολογιστική προσέγγιση ελαχιστοποίησης παραγωγής εντροπίας σε μονάδα συμπύκνωσης-αφύγρανσης*, Διπλωματική Εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Διεθνής βιβλιογραφικές αναφορές

- Agrawal A., Prasad A. K., 2003, Integral solution for the mean flow profiles of turbulent jets, plumes and waked, *Trans. ASME: J. Fluids Eng.* 125, 813-822
- Bloomfield L. J., Kerr R. C., 2002, Inclined turbulent fountains, *J. Fluid Mech.* 451, 283-294
- Cederwall K., *The initial mixing on jet disposal into a recipient*, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 1963 (in Swedish)
- Cederwall K., *Hydraulics of marine waste water disposal*, Hydraulic Division Rep. No. 42, Chalmers Institute of Technology, Sweden, 1968
- Cipollina A., Bonfiglio A., Mcale G., Brucato A, 2004, Dense jet modeling applied to the design of dense effluent diffusers, *Desalination* 167, 459-468

- Cipollina A., Brucato A., Grisafi F., Nicosia S., 2005, Bench-scale investigation of inclined dense jets, *J. Hydraul. Eng. ASCE* 131(11), 1017-1022
- Crowe A. T., *Inclined negatively buoyant jets and boundary interaction*, PhD Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2013
- Davidson M. J., Gaskin S., Wood I. R., 2002, A study of a buoyant axisymmetric jet in a small co-flow, *J. Hydraul. Res.* 40(4), 477-489
- Fischer H. B., List E. J., Koh R. C. Y., Imberger J., Brooks N. H., *Mixing in inland and coastal waters*, Academic, 1979
- Hansen J., Schroder H., *Horizontal jet dilution studies by use of radioactive isotopes*, Acta Polytechnica Scandinavia, Civil Engineering and Building Construction Series 49, Copenhagen, Denmark, 1968
- Jirka G. H., 2004, Integral model for turbulent buoyant jets in unbounded stratified flows. Part I: Single round jet., *Envir. Fluid Mech.* 4, 1-56
- Kikkert G. A., Davidson M. J., Nokes R. I., 2007, Inclined negatively buoyant discharges, *J. Hydraul. Eng. ASCE* 133(5), 545-554
- Kotsovinos N. E., *A study of the entrainment and turbulence in a plane buoyant jet*, PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1975, p. ii-iii
- Kotsovinos N. E., 1979, Waste disposal from a two-dimensional diffuser, *J. Hydraul. ASCE*, pp. 559-581
- Koutsoyiannis D., 2011, Scale of water resources development and sustainability: small is beautiful, large is great, *Hydrol. Sci. J.* 56(4), 553-575
- Lindberg W. R., 1994, Experiments on negatively buoyant jets, with or without cross-flow, *Recent Research Advances in the Fluid Mechanics of Turbulent Jets and Plumes* (ed. P. A. Davies & M. J. Valente Neves), pp. 131-145. Kluwer
- List E. J., Imberger J., 1973, Turbulent entrainment in buoyant jets and plumes, *J. Hydraul. Div. ASCE* 99, 1461-1474
- Morton B. R., Taylor G. I., Turner J. S., 1956, Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, *Proc. E. Soc. Lond. A* 234, 1-23
- Noutsopoulos G., Yannopoulos P., 1987, The round vertical turbulent buoyant jet, *J. Hydraul. Res.* 25(4), 481-502
- Oliver C. J., *Near field mixing of negatively buoyant jets*, PhD Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2012
- Pantokratoras A., 1999, Vertical penetration of inclined heated water jets discharged downward, *J. Envir. Eng. ASCE* 125(4), pp. 389-393

- Papanicolaou P. N., 2016, Analytical solutions in vertical buoyant jets, 11th HSTAM International Congress on Mechanics, Athens
- Papanicolaou P. N., List J. E., 1988, Investigations of round vertical turbulent buoyant jets, *J. Fluid Mech.* 195, 341-391
- Papakonstantis I. G., Christodoulou G. C., 2008, Discussion of “Inclined negatively buoyant discharges” by G. A. Kikkert, M. J. Davidson, R. I. Nokes, *J. Hydraul. Eng. ASCE*, December 2008, p. 1782-1784
- Roberts P. J. W., Ferrier A., Daviero G., 1997, Mixing in inclined dense jets, *J. Hydraul. Eng. ASCE* 123(8), 693-699
- Roberts P. J. W., Toms G., 1987, Inclined dense jets in flowing current, *J. Hydraul. Eng. ASCE* 113(3), 323-341
- Wang H., Law A. W.-K., 2002, Second-order integral model for a round turbulent buoyant jet, *J. Fluid Mech.* 459, 397-428
- Zeitoun M. A., McIlhenny W. F., Reid R. O., 1970, Conceptual designs of outfall systems for desalting plants, *Res. and Devel. Progress Report No 550*, Office of Saline Water, US Dept. of Interior, Washington, DC, USA, p.139

Πηγές από τον ιστότοπο

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%86%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CF%84%CF%89%CF%83%CE%B7>

<http://www.sasakura.co.jp/e/products/water/106.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=ItGhSpvaEQ4> (Εικόνα εξωφύλλου)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Μοντέλο για την προσομοίωση ανωστικών φλεβών λόγω διαφοράς αλατότητας

```
clc;
clear all;
Q = 0.000068;      %αρχική παροχή σε m³/s
D = 0.005;        %διάμετρος σωλήνα σε m
Frw = @(Tw) 999.9399+4.216485/10^2*Tw-7.097451/10^3*Tw^2+3.509571/10^5*Tw^3-9.9037785/10^8*Tw^4;
Frc = @(Tl, cl) cl*(0.824493-4.0899/10^3*Tl+7.6438/10^5*Tl^2-8.2467/10^7*Tl^3+5.3875/10^9*Tl^4)+cl^(3/2)*(-
5.72466/10^3+1.0227/10^4*Tl-1.6546/10^6*Tl^2)+cl^2*4.8314/10^4;
Ta = 20;          %Θερμοκρασία περιβάλλοντος ρευστού σε °C
To = 20;          %Αρχική θερμοκρασία φλέβας °C
co = 0;           %Αρχική αλατότητα φλέβας σε kg/m³ ή ppt
ca = 33;          %Αλατότητα περιβάλλοντος ρευστού kg/m³ ή ppt
ra = Frw(Ta)+Frc(Ta, ca);      %Πυκνότητα αποδέκτη σε kg/m³
ro = Frw(To)+Frc(To, co);      %Αρχική πυκνότητα φλέβας σε kg/m³
TH = 45*pi()/180;              %Αρχική γωνία σε rad
Dr = ra-ro;                    %Διαφορά πυκνότητας
g = 9.81;                      %Επιτάχυνση της βαρύτητας σε m/s²
go = (ra-ro)/ro*g;             %Αρχική φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας σε m/s²
W = 4*Q/(pi*D^2);              %Αρχική ταχύτητα σε m/s
M = Q*W;                       %Αρχική ορμή σε m⁴/s²
B = go*Q;                      %Αρχική ανωστική δύναμη σε m⁴/s³
lM = M^(3/4)/abs(B)^(1/2);      %Κλίμακα μήκους σε m
F = W/sqrt(abs(go)*D);          %Αριθμός Froude (10 με 100)
Cp = 0.27;                     %Συντελεστής
S = 3.28*D;                    %Αρχική τιμή σε m
X = S*cos(TH);                 %Αρχική τιμή σε m
Z = S*sin(TH);                 %Αρχική τιμή σε m
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
    Rio = Q^2*abs(B)/M^(5/2);    %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri²
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0))
        Rio = Q^2*B/M^(5/2);    %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri²
    else
        Rio = -Q^2*B/M^(5/2);   %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri²
    end
end
ao = Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Rio/Cp); %Αρχική τιμή συντελεστή συμπαράσυρσης
Stel = 30*lM;                  %Τελική τιμή S
h = 0.01*D;                    %Βήμα της μεθόδου Runge-Kutta 4th order
s = S:h:Stel;
q = zeros(length(s), 1);
```

```

m = zeros(length(s), 1);
th = zeros(length(s), 1);
b = zeros(length(s), 1);
x = zeros(length(s), 1);
z = zeros(length(s), 1);
a = zeros(length(s), 1);
Ri = zeros(length(s), 1);
q(1) = Q;
m(1) = M;
th(1) = TH;
b(1) = B;
x(1) = X;
z(1) = Z;
a(1) = ao;
Ri(1) = Rio;
Fq = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) 2*sqrt(pi)*a*sqrt(m);
Fm = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) q*b/m*sin(th);
Fth = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) q*b/m^2*cos(th);
Fb = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) 0;
Fx = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) cos(th);
Fz = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) sin(th);
Fa = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Ri/Cp);
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
    FRi = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) q^2*abs(b)/m^(5/2);
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0)) || (ro < ra) & ge(0, TH)
        FRi = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) -q^2*b/m^(5/2);
        FRith = @(s, q, m, th, b, x, z, a, Ri) q^2*b/m^(5/2);
    end
end
end
T=zeros(length(s)+24, 9);
T(1, 1) = Q;
T(2, 1) = D;
T(3, 1) = ca;
T(4, 1) = co;
T(5, 1) = ra;
T(6, 1) = ro;
T(7, 1) = TH;
T(9, 1) = g;
T(10, 1) = Cp;
T(11, 1) = h;

```

```

T(13, 1) = go;
T(14, 1) = W;
T(15, 1) = M;
T(16, 1) = B;
T(17, 1) = lM;
T(18, 1) = F;
T(19, 1) = S;
T(20, 1) = Stel;
T(21, 1) = X;
T(22, 1) = Z;
T(25, 1) = s(1);
T(25, 2) = q(1);
T(25, 3) = m(1);
T(25, 4) = th(1);
T(25, 5) = b(1);
T(25, 6) = x(1);
T(25, 7) = z(1);
T(25, 8) = a(1);
T(25, 9) = Ri(1);

```

```

for i=1:(length(s)-1)
    if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH)) || ((ro > ra) & ge(TH, 0) & (th(i)<0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & (th(i)<0))
        kq_1 = Fq(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        km_1 = Fm(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kth_1 = Fth(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kb_1 = Fb(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kx_1 = Fx(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kz_1 = Fz(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        ka_1 = Fa(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kRi_1 = FRi(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));
        kq_2 = Fq(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        km_2 = Fm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kth_2 = Fth(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kb_2 = Fb(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kx_2 = Fx(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);

```

```

    kz_2 = Fz(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
    ka_2 = Fa(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
    kRi_2 = FRi(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
    kq_3 = Fq(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    km_3 = Fm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kth_3 = Fth(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kb_3 = Fb(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kx_3 = Fx(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kz_3 = Fz(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    ka_3 = Fa(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kRi_3 = FRi(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2, x(i)+0.5*h*kx_2,
z(i)+0.5*h*kz_2, a(i)+0.5*h*ka_2, Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kq_4 = Fq(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    km_4 = Fm(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    kth_4 = Fth(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kb_4 = Fb(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    kx_4 = Fx(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    kz_4 = Fz(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    ka_4 = Fa(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3, a(i)+h*ka_3,
Ri(i)+h*kRi_3);
    kRi_4 = FRi(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & ge(th(i),0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & ge(th(i),0))
        kq_1 = Fq(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), a(i), Ri(i));

```



```

        kq_4 = Fq(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        km_4 = Fm(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        kth_4 = Fth(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        kb_4 = Fb(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        kx_4 = Fx(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        kz_4 = Fz(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        ka_4 = Fa(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
        kRi_4 = FRiTh(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    end
end
q(i+1) = q(i)+1/6*(kq_1+2*kq_2+2*kq_3+kq_4)*h;
m(i+1) = m(i)+1/6*(km_1+2*km_2+2*km_3+km_4)*h;
th(i+1) = th(i)+1/6*(kth_1+2*kth_2+2*kth_3+kth_4)*h;
b(i+1) = b(i)+1/6*(kb_1+2*kb_2+2*kb_3+kb_4)*h;
x(i+1) = x(i)+1/6*(kx_1+2*kx_2+2*kx_3+kx_4)*h;
z(i+1) = z(i)+1/6*(kz_1+2*kz_2+2*kz_3+kz_4)*h;
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
    Ri(i+1) = q(i+1)^2*abs(b(i+1))/m(i+1)^(5/2);
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & (th(i)<0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & (th(i)<0))
        Ri(i+1) = -(q(i+1))^2*b(i+1)/(m(i+1))^(5/2);
    else
        if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & ge(th(i),0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & ge(th(i),0))
            Ri(i+1) = (q(i+1))^2*b(i+1)/(m(i+1))^(5/2);
        end
    end
end
end
a(i+1) = max(0, Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Ri(i+1)/Cp));
T(i+25, 1) = s(i+1);
T(i+25, 2) = q(i+1);
T(i+25, 3) = m(i+1);
T(i+25, 4) = th(i+1);
T(i+25, 5) = b(i+1);

```

```

T(i+25, 6) = x(i+1);
T(i+25, 7) = z(i+1);
T(i+25, 8) = a(i+1);
T(i+25, 9) = Ri(i+1);
end
filename = 'apotelesmata.xlsx';
xlswrite(filename, T);

```

Μοντέλο για την προσομοίωση ανωστικών φλεβών λόγω θερμοκρασιακών διαφορών

```

clc;
clear all;
Q = 0.0000264; %Αρχική παροχή σε m³/s
D = 0.006; %Διάμετρος σωλήνα m
Frw = @(Tw) 999.9399+4.216485/10^2*Tw-7.097451/10^3*Tw^2+3.509571/10^5*Tw^3-9.9037785/10^8*Tw^4;
Frc = @(Tl, cl) cl*(0.824493-4.0899/10^3*Tl+7.6438/10^5*Tl^2-8.2467/10^7*Tl^3+5.3875/10^9*Tl^4)+cl^(3/2)*(-
5.72466/10^3+1.0227/10^4*Tl-1.6546/10^6*Tl^2)+cl^2*4.8314/10^4;
Ta = 20; %Θερμοκρασία περιβάλλοντος ρευστού σε °C
To = 30; %Αρχική θερμοκρασία φλέβας σε °C
ca = 0; %Αλατότητα περιβάλλοντος ρευστού σε kg/m³ ή ppt
co = 0; %Αρχική αλατότητα φλέβας σε kg/m³ ή ppt
ra = Frw(Ta)+Frc(Ta, ca); %Πυκνότητα περιβάλλοντος ρευστού σε kg/m³
ro = Frw(To)+Frc(To, co); %Αρχική πυκνότητα φλέβας σε kg/m³
TH = -45*pi()/180; %Αρχική γωνία σε rad
Dr = ra-ro; %Διαφορά πυκνότητας
g = 9.81; %Επιτάχυνση της βαρύτητας σε m/s²
go = (ra-ro)/ro*g; %Αρχική φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας σε m/s²
W = 4*Q/(pi*D^2); %Αρχική ταχύτητα σε m/s
M = Q*W; %Αρχική ορμή σε m⁴/s²
B = go*Q; %Αρχική ανωστική δύναμη σε m⁴/s³
lM = M^(3/4)/abs(B)^(1/2); %Κλίμακα μήκους σε m
F = W/sqrt(abs(go)*D); %Αριθμός Froude (10 με 100)
S = 3.28*D; %Αρχική τιμή σε m
X = S*cos(TH); %Αρχική τιμή σε m
Z = S*sin(TH); %Αρχική τιμή σε m
Cp = 0.27; %Συντελεστής
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
Rio = Q^2*abs(B)/M^(5/2); %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri²
else

```

```

if ((ro > ra) & ge(TH, 0))
    Rio = Q^2*B/M^(5/2);           %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri2
else
    Rio = -Q^2*B/M^(5/2);        %Αρχική τιμή αριθμού Richardson Ri2
end
end
ao = Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Rio/Cp); %Αρχική τιμή συντελεστή συμπαράσυρσης
Stel = 30*lm;                    %Τελική τιμή S
h = 0.01*D;                      %Βήμα της μεθόδου Runge-Kutta 4th order
s = S:h:Stel;
q = zeros(length(s), 1);
m = zeros(length(s), 1);
th = zeros(length(s), 1);
b = zeros(length(s), 1);
x = zeros(length(s), 1);
z = zeros(length(s), 1);
Therm = zeros(length(s), 1);
r = zeros(length(s), 1);
c = zeros(length(s), 1);
a = zeros(length(s), 1);
Ri = zeros(length(s), 1);
q(1) = Q;
m(1) = M;
th(1) = TH;
b(1) = B;
x(1) = X;
z(1) = Z;
Therm(1) = To;
r(1) = ro;
c(1) = co;
a(1) = ao;
Ri(1) = Rio;
Fq = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) 2*sqrt(pi)*a*sqrt(m);
Fm = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) q*b/m*sin(th);
Fth = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) q*b/m^2*cos(th);
Fb = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) 0;
Fx = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) cos(th);
Fz = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) sin(th);
FTherm = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) Q/q*(To-Ta)+Ta;
Fr = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) Frw(Therm)+Frc(Therm, co);
Fc = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) Q/q*co;

```



```

Fa = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Ri/Cp);
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
    FRi = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) q^2*abs(b)/m^(5/2);
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0)) || (ro < ra) & ge(0, TH)
        FRi = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) -q^2*b/m^(5/2);
        FRith = @(s, q, m, th, b, x, z, Therm, r, c, a, Ri) q^2*b/m^(5/2);
    end
end
end
T=zeros(length(s)+26, 12);
T(1, 1) = Q;
T(2, 1) = D;
T(3, 1) = Ta;
T(4, 1) = To;
T(5, 1) = ca;
T(6, 1) = co;
T(7, 1) = ra;
T(8, 1) = ro;
T(9, 1) = TH;
T(11, 1) = g;
T(12, 1) = h;
T(13, 1) = Cp;
T(15, 1) = go;
T(16, 1) = W;
T(17, 1) = M;
T(18, 1) = B;
T(19, 1) = lM;
T(20, 1) = F;
T(21, 1) = S;
T(22, 1) = Stel;
T(23, 1) = X;
T(24, 1) = Z;
T(27, 1) = s(1);
T(27, 2) = q(1);
T(27, 3) = m(1);
T(27, 4) = th(1);
T(27, 5) = b(1);
T(27, 6) = x(1);
T(27, 7) = z(1);
T(27, 8) = Therm(1);
T(27, 9) = r(1);

```

```

T(27, 10) = c(1);
T(27, 11) = a(1);
T(27, 12) = Ri(1);
for i=1:(length(s)-1)
    if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH)) || ((ro > ra) & ge(TH, 0) & (th(i)<0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & (th(i)<0))
        kq_1 = Fq(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        km_1 = Fm(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kth_1 = Fth(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kb_1 = Fb(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kx_1 = Fx(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kz_1 = Fz(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kTherm_1 = FTherm(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kr_1 = Fr(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kc_1 = Fc(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        ka_1 = Fa(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kRi_1 = FRi(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
        kq_2 = Fq(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        km_2 = Fm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kth_2 = Fth(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kb_2 = Fb(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kx_2 = Fx(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kz_2 = Fz(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kTherm_2 = FTherm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kr_2 = Fr(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kc_2 = Fc(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        ka_2 = Fa(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
        kRi_2 = FRi(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1, x(i)+0.5*h*kx_1,
z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1, Ri(i)+0.5*h*kRi_1);

```



```

ka_4 = Fa(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
kRi_4 = FRi(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
else
if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & ge(th(i),0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & ge(th(i),0))
kq_1 = Fq(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
km_1 = Fm(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kth_1 = Fth(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kb_1 = Fb(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kx_1 = Fx(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kz_1 = Fz(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kTherm_1 = FTherm(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kr_1 = Fr(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kc_1 = Fc(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
ka_1 = Fa(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kRi_1 = FRi(s(i), q(i), m(i), th(i), b(i), x(i), z(i), Therm(i), r(i), c(i), a(i), Ri(i));
kq_2 = Fq(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
km_2 = Fm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kth_2 = Fth(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kb_2 = Fb(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kx_2 = Fx(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kz_2 = Fz(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kTherm_2 = FTherm(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);
kr_2 = Fr(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_1, m(i)+0.5*h*km_1, th(i)+0.5*h*kth_1, b(i)+0.5*h*kb_1,
x(i)+0.5*h*kx_1, z(i)+0.5*h*kz_1, Therm(i)+0.5*h*kTherm_1, r(i)+0.5*h*kr_1, c(i)+0.5*h*kc_1, a(i)+0.5*h*ka_1,
Ri(i)+0.5*h*kRi_1);

```



```

    kRi_3 = FRith(s(i)+0.5*h, q(i)+0.5*h*kq_2, m(i)+0.5*h*km_2, th(i)+0.5*h*kth_2, b(i)+0.5*h*kb_2,
x(i)+0.5*h*kx_2, z(i)+0.5*h*kz_2, Therm(i)+0.5*h*kTherm_2, r(i)+0.5*h*kr_2, c(i)+0.5*h*kc_2, a(i)+0.5*h*ka_2,
Ri(i)+0.5*h*kRi_2);
    kq_4 = Fq(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    km_4 = Fm(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kth_4 = Fth(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kb_4 = Fb(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kx_4 = Fx(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kz_4 = Fz(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kTherm_4 = FTherm(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kr_4 = Fr(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kc_4 = Fc(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    ka_4 = Fa(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
    kRi_4 = FRith(s(i)+h, q(i)+h*kq_3, m(i)+h*km_3, th(i)+h*kth_3, b(i)+h*kb_3, x(i)+h*kx_3, z(i)+h*kz_3,
Therm(i)+h*kTherm_3, r(i)+h*kr_3, c(i)+h*kc_3, a(i)+h*ka_3, Ri(i)+h*kRi_3);
end
end
q(i+1) = q(i)+1/6*(kq_1+2*kq_2+2*kq_3+kq_4)*h;
m(i+1) = m(i)+1/6*(km_1+2*km_2+2*km_3+km_4)*h;
th(i+1) = th(i)+1/6*(kth_1+2*kth_2+2*kth_3+kth_4)*h;
b(i+1) = q(i)*(ra-r(i))/ro*g;
x(i+1) = x(i)+1/6*(kx_1+2*kx_2+2*kx_3+kx_4)*h;
z(i+1) = z(i)+1/6*(kz_1+2*kz_2+2*kz_3+kz_4)*h;
Therm(i+1) = Q/q(i+1)*(To-Ta)+Ta;
c(i+1) = Q/q(i+1)*co;
r(i+1) = Frw(Therm(i+1))+Frc(Therm(i+1), c(i+1));
if ((ro < ra) & ge(TH, 0)) || ((ro > ra) & ge(0, TH))
    Ri(i+1) = q(i+1)^2*abs(b(i+1))/m(i+1)^(5/2);
else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & (th(i)<0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & (th(i)<0))
        Ri(i+1) = -(q(i+1))^2*b(i+1)/(m(i+1))^(5/2);
    end
end

```

```

else
    if ((ro > ra) & ge(TH, 0) & ge(th(i),0)) || ((ro < ra) & ge(0, TH) & ge(th(i),0))
        Ri(i+1) = (q(i+1))^2*b(i+1)/(m(i+1))^(5/2);
    end
end
end
a(i+1) = max(0, Cp/(2*sqrt(pi))*(1+1/2*Ri(i+1)/Cp));
T(i+27, 1) = s(i+1);
T(i+27, 2) = q(i+1);
T(i+27, 3) = m(i+1);
T(i+27, 4) = th(i+1);
T(i+27, 5) = b(i+1);
T(i+27, 6) = x(i+1);
T(i+27, 7) = z(i+1);
T(i+27, 8) = Therm(i+1);
T(i+27, 9) = r(i+1);
T(i+27, 10) = c(i+1);
T(i+27, 11) = a(i+1);
T(i+27, 12) = Ri(i+1);
end
filename = 'apotelesmata.xlsx';
xlswrite(filename, T);

```