

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**



**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΠΕΡΙΟΧΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ**

**«Προσομοίωση της συμπεριφοράς ναυτιλιακών μετοχών και εύρεση  
αποδοτικού μετώπου με χρήση της μεθοδολογίας της Γενικευμένης  
Αυτοπαλίνδρομου Ετεροσκεδαστικότητας Υπό Συνθήκες (GARCH)»**

**Διπλωματική Εργασία**

Στεργίου Στέφανος

Ιούνιος 2011

ΑΘΗΝΑ

Στεργίου Στέφανος

**«Προσομοίωση της συμπεριφοράς ναυτιλιακών μετοχών και εύρεση αποδοτικού μετώπου με χρήση της μεθοδολογίας της Γενικευμένης Αυτοπαλίνδρομου Ετεροσκεδαστικότητας Υπό Συνθήκες (GARCH)»**

Ιούνιος 2011

**Διπλωματική Εργασία**

**Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών**

Συγγραφέας: Στεργίου Στέφανος

Επιβλέπων: Λυρίδης Δημήτριος

Ευχαριστίες:

Η εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας σηµάνει παράλληλα και το τέλος των προπτυχιακών μου σπουδών στη Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών. Σε όλη αυτή την διαδροµή οι εμπειρίες και οι γνώσεις που αποκόμισα είχαν καταλυτικό ρόλο για την διαµόρφωση µου ως άνθρωπο αλλά και ως επιστήµονα. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή µου κύριο Δηµήτρη Λυρίδη, για την ήθικη υποστήριξη του και τον κύριο Παναγιώτη Ζαχαριουδάκη για την µαθηµατική και τεχνικό-υπολογιστική γνώση που µου προσέφερε. Τέλος, το µεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στους γονείς µου για την αµέριστη ηθική, ψυχική και υλική υποστήριξη που µου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια, συµπαραστεκόµενοι δίπλα µου σε όλες µου τις επιλογές.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΣΥΝΟΨΗ</b> .....	9
<b>ΛΕΞΕΙΣ – ΚΛΕΙΔΙΑ</b> .....	10
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1- ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	11
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2- ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ</b>	
2.1 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ.....	14
2.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	16
2.3 ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	
2.3.1 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ.....	17
2.3.2 ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΟ NYSE ΚΑΙ ΤΟ NASDAQ.....	19
2.4 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΣΤΟΥΣ ΚΥΚΛΟΥΣ ΤΟΥ	
ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ.....	19
2.5 ΟΙ ΧΕΙΡΟΤΕΡΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΕΣ.....	22
2.6 ΕΙΔΗ ΜΕΤΟΧΩΝ.....	23
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3- ΘΕΩΡΙΑ ΡΙΣΚΟΥ ΚΑΙ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΠΟ ΤΟΝ ΧΑΡΙ</b>	
<b>ΜΑΡΚΟΒΙΤΣ</b>	
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	26
3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	
3.2.1 ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ.....	28
3.2.2 ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ.....	30
3.2.3 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΜΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΑΠΟ ΔΥΟ	
ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	42
3.2.4 ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ.....	44
3.3 ΡΙΣΚΟ ΚΑΙ ΑΠΟΔΟΣΗ – ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΑΠΟ ΤΟΝ	
ΧΑΡΙ ΜΑΡΚΟΒΙΤΣ.....	45
3.4 ΟΡΙΟ ΑΠΟΔΟΣΗΣ – ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΜΕΤΟΧΩΝ ΣΕ ΕΝΑ	
ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ.....	46

3.5 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ « ΔΑΝΕΙΖΩ ΚΑΙ ΔΑΝΕΙΖΟΜΑΙ ».....	47
--	----

#### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4- ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ**

4.1 ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ.....	49
4.2 ΣΚΟΠΟΙ ΤΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑΣ.....	51
4.3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΞΑΤΟΜΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ.....	52
4.4 ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ.....	53
4.5 ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΕΝΟΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΣΕ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟ.....	55
4.6 ΛΟΓΟΙ ΠΟΥ ΚΑΘΙΣΤΟΥΝ ΤΗΝ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ.....	59

#### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5- ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ( ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ARCH ΚΑΙ GARCH )**

5.1 ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ	
5.1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	61
5.1.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.....	62
5.1.3 ΠΟΤΕ ΕΜΦΑΝΙΖΕΤΑΙ Η ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ.....	63
5.1.4 ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....	64
5.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ARCH ΚΑΙ GARCH	
5.2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	65
5.2.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟΥ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ( ARCH ).....	65
5.2.3 ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΦΑΝΕΙΑΣ.....	67
5.2.4 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗΣ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟΥ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ( GARCH ).....	69
5.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ MONTE CARLO	
5.3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	70
5.3.2 ΕΚΤΙΜΩΝΤΑΣ ΤΟ ΕΥΡΟΣ ΤΙΜΩΝ.....	70

5.3.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	70
5.3.4 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ.....	71
5.3.5 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΩΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.....	71
5.3.6 ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ.....	72
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6- ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ</b>	
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	73
6.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ.....	74
6.3 ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΜΕΤΩΠΟΥ ΜΕ ΤΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΟΧΕΣ.....	80
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ</b>	
7.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	83
7.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	84
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>86</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....</b>	<b>88</b>

## **ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ**

1: Πορεία δείκτη Dow από το 1902 έως το 2010.....	21
2: Χρονικό γράφημα των μηνιαίων αποδόσεων ( Navios Maritime ).....	32
3: Χρονικό γράφημα των μηνιαίων αποδόσεων ( Tsakos Energy ).....	32
4: Η επίδραση της διαφοροποίησης στο ρίσκο.....	35
5: Μοναδικό ρίσκο και ρίσκο της αγοράς.....	36
6: Απεικόνιση των χαρτοφυλακίων.....	40
7: Χαρτοφυλάκια f, g, h, i, j, k, l.....	42
8: Αποδοτικό μέτωπο χαρτοφυλακίων.....	47
9: Διαδικασία Οικονομετρικής Ανάλυσης.....	53
10: Αποτύπωση τιμών της Navios Maritime Holdings Inc.....	75
11: Αποτύπωση αποδόσεων της Navios Maritime Holdings Inc.....	75
12: Αποτελέσματα προσομοίωσης Monte Carlo.....	78

## **ΠΙΝΑΚΕΣ**

1: Αναμενόμενη απόδοση μίας επένδυσης.....	29
2: Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου.....	29
3: Διακύμανση μίας επένδυσης.....	30
4: Μηνιαίες αποδόσεις για μετοχή ( Navios Maritime ) και μετοχή ( Tsakos Energy Nav ).....	31
5: Τυπικές αποκλίσεις μετοχών και των αντιστοίχων αγορών ( χωρών )στις οποίες υπάγονται.....	34
6: Δεδομένα παραδείγματος.....	38
7: Συνδιακύμανση των 1 και 2.....	38
8: Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου.....	38
9: Χαρακτηριστικά στοιχείων 1 και 2.....	39

10: Συνδιακυμάνσεις 1 και 2 .....	40
11: Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου .....	40
12: Διαφορετικά βάρη των στοιχείων 1 και 2 .....	41
13: Τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίων .....	41
14: Χαρακτηριστικά στοιχείων 1, 2 και 3 .....	43
15: Πιθανοφάνεια δείγματος .....	68
16: Δείκτες AIC – BIC για τα υποδείγματά μας ( Navios Maritime Holdings Inc )....	76
17: Παράμετροι υποδείγματος .....	77
18: Βέλτιστα υποδείγματα μετοχών .....	78
19: Παράμετροι υποδειγμάτων .....	79
20: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια .....	81
21: Συντελεστές βέλτιστων χαρτοφυλακίων .....	82



## Σύνοψη

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, δεδομένων κάποιων ναυτιλιακών μετοχών. Επίλυση του προβλήματος πρώτος έδωσε ο Χάρι Μάρκοβιτς το 1952 με την «Μοντέρνα Θεωρία Χαρτοφυλακίου». Στην θεωρία του, ο Μάρκοβιτς, εξέτασε την επίδραση του ρίσκου και των αποδόσεων αξιών, καθώς και των συσχετίσεων μεταξύ αυτών και της διαφοροποίησης στην αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου. Η επίλυση του προς μελέτη προβλήματος θα γίνει με χρήση του υποδείγματος Γενικευμένης Αυτοπαλίνδρομου Ετεροσκεδαστικότητας Υπό Συνθήκες (GARCH – Generalized Conditional Autoregressive Heteroscedasticity). Το μοντέλο αυτό κατασκευάστηκε από τους οικονομολόγους Bollerslev και Engle το 1986 και χρησιμοποιείται ευρέως στην οικονομετρία, κυρίως για προσομοίωση οικονομικών χρονολογικών σειρών εξάγοντας προβλέψεις.

Τα δεδομένα της παρούσας εργασίας, βασίζονται σε πέντε ναυτιλιακές μετοχές, εισηγμένες στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης, με ημερήσια δεδομένα από το Δεκέμβριο του 2006 έως και το Δεκέμβριο του 2010.

Πρώτο βήμα πριν την εφαρμογή της μεθοδολογίας ήταν να μετατρέψουμε τις τιμές σε αποδόσεις έτσι ώστε η χρονοσειρά να γίνει στάσιμη. Εφαρμόζοντας εν συνεχεία την μεθοδολογία, αντιμετωπίσαμε πρόβλημα όσον αφορά την ομοσκεδαστική φύση κάποιων εκ των χρονοσειρών αποδόσεων, κάτι που οφείλεται στον περιορισμένο αριθμό δεδομένων που είχαμε στη διάθεση μας. Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα που δεν πέρασαν με επιτυχία τους ελέγχους ετεροσκεδαστικότητας, προβήκαμε σε κάποιες ενέργειες, με σκοπό την εξάλειψη του προβλήματος. Υπολογίζοντας τη μέση τιμή κι έπειτα αφαιρώντας την από κάθε ημερήσια τιμή, εφαρμόσαμε ξανά τους ελέγχους ετεροσκεδαστικότητας. Στις τιμές που εκ νέου δεν πέρασαν τον έλεγχο, τις υψώσαμε στο τετράγωνο. Έπειτα, εφαρμόσαμε το υπόδειγμα GARCH.

Για να αποφασίσουμε ποιο από τα υποδείγματα ήταν καταλληλότερο κάναμε δοκιμές για διάφορα μοντέλα GARCH. Το κριτήριο επιλογής του υποδείγματος ήταν το AIC-BIC, σύμφωνα με το οποίο το καταλληλότερο υπόδειγμα είναι αυτό με τον μικρότερο αριθμό AIC-BIC.

Εν συνεχεία υπολογίσαμε τις παραμέτρους του υποδείγματος και πραγματοποιήσαμε προσομοίωση Μόντε Κάρλο παίρνοντας 30 παρατηρήσεις για κάθε μια από τις 1000 πραγματοποιήσεις. Τα αποτελέσματα που λάβαμε είναι σε μορφή αποδόσεων οπότε ακολουθώντας την αντίστροφη διαδικασία από πριν μετατρέψαμε τα αποτελέσματα μας σε τιμές μετοχών.

Η διαδικασία που ακολουθήσαμε έχει ως εξής: αρχικά πήραμε μια εκ των πέντε μετοχών, και με βάση τα ιστορικά δεδομένα της, την προσομοιώσαμε και λάβαμε 1000 πραγματοποιήσεις με 30 παρατηρήσεις η καθεμία. Στη συνέχεια, για κάθε μετοχή μας, με βάση την ιστορία της αλλά και με βάση την ιστορία της πρώτης, εφαρμόσαμε μεθοδολογία προβλέψεων των υπολοίπων μετοχών, με δεδομένη καθεμία από τις 1000 πραγματοποιήσεις της πρώτης.

## **Λέξεις Κλειδιά**

Χρηματοοικονομικές Χρονοσειρές, Θεωρία Χαρτοφυλακίου του Χάρι Μαρκοβιτς, Οικονομετρία, Υποδείγματα GARCH, Προσομοίωση Monte Carlo

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Στην σημερινή ζοφερή κατάσταση τόσο της χώρας μας, όσο και όλων των κρατών, κοινή συνισταμένη αποτελεί η οικονομική ύφεση. Στο πρόσφατο παρελθόν, υπήρξε μια αλματώδης, και σε πολλές περιπτώσεις ανεξήγητη, οικονομική άνθηση στους περισσότερους τομείς της οικονομίας, προϊόν της έμφυτης απληστίας ως βασικό στοιχείο του ανθρώπινου είδους. Όμως, όπως ήταν λογικό μια τόσο μεγάλη οικονομική ευμάρεια θα ακολουθούσε μια εξίσου μεγάλη οικονομική ύφεση, επαληθεύοντας για μια ακόμη φορά τους κύκλους της οικονομίας. Η οικονομική αυτή ύφεση είχε αντίκτυπο σε όλους, από τους απλούς πολίτες και τις μικρο-μεσαίες επιχειρήσεις μέχρι τις ανώνυμες εταιρείες και τους μεγαλύτερους χρηματοπιστοτικούς οργανισμούς. Τα σημερινά αυτά δεδομένα στην παγκόσμια οικονομία δημιουργούν ένα αίσθημα αβεβαιότητας και δεν αφήνουν κανένα περιθώριο λανθασμένων στρατηγικών και τεχνικών μεγιστοποίησης του κέρδους.

Εκτιμώντας την κατάσταση και τα νέα δεδομένα που συνεχώς παρουσιάζονται, όλοι οι οργανισμοί στο σύνολο των επαγγελματικών κλάδων προσανατολίζονται στην επιστημονική πρόταση και απόδειξη, προκειμένου να αποφευχθούν λάθη του παρελθόντος. Η επιστημονική τεκμηρίωση των συνισταμένων που παρουσιάζονται, αποκτά πλέον ακόμα μεγαλύτερη αξία, καθώς η επόμενη μέρα δεν επιτρέπει εφησυχασμούς. Νέα λάθη, μπορούν να οδηγήσουν σε ένα επόμενο κραχ που θα αλλάξει οριστικά και αμετάβλητα το υπάρχον οικονομικό καθεστώς.

Κατά συνέπεια των προαναφερθέντων, η ναυτιλία η οποία ήταν σε υψηλότερο επίπεδο επηρεάστηκε σε πολύ μεγάλο βαθμό. Τα παραδείγματα αυξομείωσης των τιμών προ και μετά κρίσης είναι πολλά και τρανταχτά. Χαρακτηριστικότερο, για ένα δεξαμενόπλοιο τύπου VLCC 250.000 τόνων, είχε ναύλο το 2002, 22.700 δολάρια και το ίδιο δεξαμενόπλοιο ναυλωνόταν το 2005 με 96.500 δολάρια. Το ίδιο πάλι πλοίο ναυλώθηκε το 2010 με 14.000 δολάρια. Μόνο από αυτό το παράδειγμα μπορεί κάποιος να συνειδητοποιήσει το περιθώριο κέρδους τα τελευταία χρόνια στο χώρο της ναυτιλίας αλλά και την έλλειψη σταθερότητας. Επόμενο ήταν βέβαια την ανοδική αυτή πορεία των ναύλων να ακολουθήσουν και οι τιμές των μετοχών ναυτιλιακών εταιρειών. Τα έτη 2005-2008 παρατηρείται η κορύφωση των ναύλων και ακολούθως και των τιμών των ναυτιλιακών μετοχών.

Μια τέτοια εποχή αβεβαιότητας και πολύ έντονων διακυμάνσεων στις τιμές των μετοχών, αναζητείται από τους επιχειρηματίες και τους επενδυτές η ανάπτυξη ποσοτικών μεθόδων και μαθηματικών μοντέλων προβλέψεων ώστε να μπορέσει να υπάρξει μια μοντελοποίηση των πιθανών εκβάσεων στις τιμές μιας μετοχής. Αυτός είναι και ο λόγος της ραγδαίας ανάπτυξης μοντέλων από τράπεζες και εταιρείες αφού κατ'αυτόν τον τρόπο υπάρχει πλέον μια μοντελοποιημένη τιμή ως πιθανή έκβαση και όχι μια θεωρητική εκτίμηση σύμφωνα με την κατάσταση της οικονομίας αλλά και της διαίσθησης ενός επενδυτή.

Τα νέα αυτά δεδομένα στην παγκόσμια οικονομία αναγκάζουν πλέον σε επενδύσεις μικρού ρίσκου και βέλτιστης αναλογίας ρίσκου – απόδοσης. Οι επενδυτές ποτέ δεν έχουν υπό την κατοχή τους μόνο μια επένδυση αφού σε αυτή την περίπτωση έχουν πολύ υψηλό ρίσκο για μια απόδοση αλλά επενδύουν σε διάφορες αξίες δημιουργώντας ένα χαρτοφυλάκιο. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου πρώτος απάντησε ο Χαρν Μάρκοβιτς δείχνοντας πως μέσα από την διαδικασία διαφοροποίησης επιτυγχάνεται η δραστική μείωση του ρίσκου και η δημιουργία ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να εκτιμήσουμε προβλέψεις των πέντε μετοχών μας σε ένα χρονικό ορίζοντα ενός μήνα, παίρνοντας ως δεδομένο τις ιστορικές διακυμάνσεις των μετοχών, και να εξετάσουμε έναν εναλλακτικό τρόπο διαμόρφωσης ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου, διαφορετικό από αυτόν του Μάρκοβιτς. Στην προσπάθειά μας αυτή θα χρησιμοποιήσουμε το υπόδειγμα Γενικευμένης Αυτοπαλίνδρομου Ετεροσκεδαστικότητας υπό Συνθήκες (GARCH).

Η διπλωματική εργασία χωρίζεται ουσιαστικά σε τρία κύρια μέρη:

1. Το δεύτερο και το τρίτο κεφάλαιο. Στα κεφάλαια αυτά περιγράφουμε κάποια εισαγωγικά στοιχεία χρηματοοικονομικών εννοιών καθώς και

την ιστορία και την λειτουργία του Χρηματιστηρίου. Επίσης περιγράφουμε αναλυτικά την Θεωρία Ρίσκου και Χαρτοφυλακίου η οποία αναπτύχθηκε από το Χάρι Μάρκοβιτς το 1952.

2. Το τέταρτο και το πέμπτο κεφάλαιο. Στα κεφάλαια αυτά γίνεται μια εισαγωγή στην επιστήμη της Οικονομετρίας. Επίσης γίνεται μια αναλυτική περιγραφή του θεωρητικού υποβάθρου των οικονομετρικών υποδειγμάτων GARCH.
3. Το έκτο και έβδομο κεφάλαιο. Στα κεφάλαια αυτά παρουσιάζεται αναλυτικά η εφαρμογή της μεθοδολογίας GARCH στα δικά μας δεδομένα όπως επίσης τα συμπεράσματα που εξήχθησαν αλλά και τις προτάσεις μας.

## Κεφάλαιο 2

### Χρηματιστήριο<sup>1</sup>

#### 2.1 Ιστορία του Χρηματιστηρίου

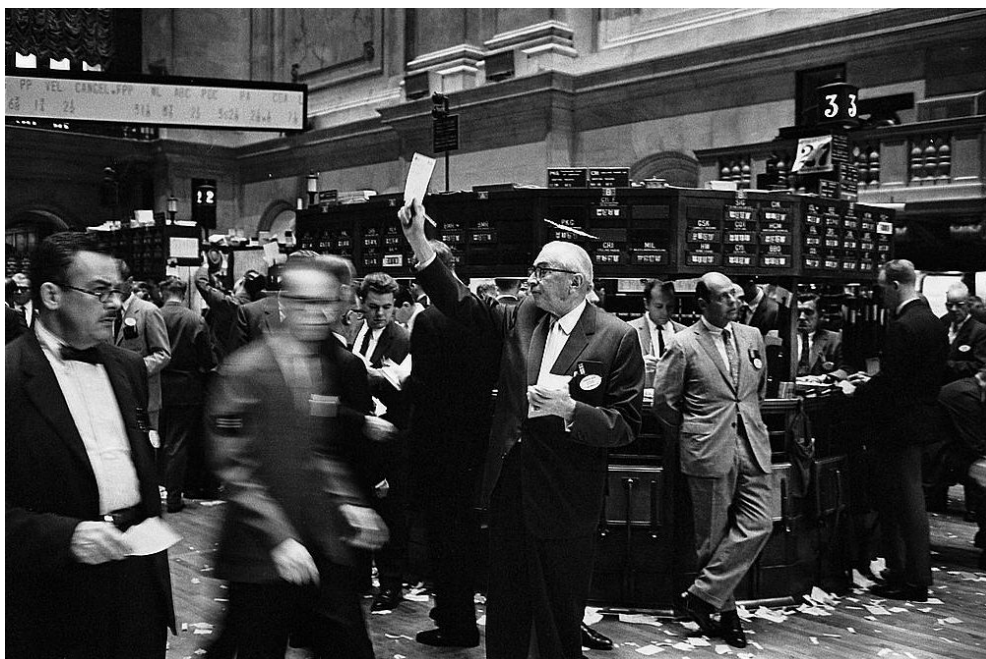
Η ιστορία του χρηματιστηρίου αξιών των ΗΠΑ είναι πάνω από 200 χρόνια. Ιστορικά, η αποικιακή κυβέρνηση αποφάσισε να χρηματοδοτήσει τον πόλεμο πουλώντας κυβερνητικά ομόλογα, υποσχόμενοι πως θα τα ξεχρεώσουν από το μελλοντικό κέρδος κάποια στιγμή στο μέλλον. Την ίδια στιγμή ιδιωτικές τράπεζες άρχισαν να αντλούν κεφάλαια εκδίδοντας στο κοινό ομόλογα ή μετοχές της αντλώντας έτσι κεφάλαια. Αυτή ήταν μια νέα αγορά, ένας νέος τρόπος να επενδυθούν λεφτά, και ένα σπουδαίο σκηνικό ώστε οι πλούσιοι να γίνουν πλουσιότεροι. Λίγο πιο πίσω στη ιστορία, συγκεκριμένα το 1792, μια συνάντηση είκοσι τεσσάρων μεγάλων εμπόρων οδήγησε στην ίδρυση μιας μεγάλης αγοράς, γνωστή ως New York Stock Exchange (NYSE). Στην συνάντηση αυτοί οι έμποροι συμφώνησαν να συναντιούνται καθημερινά και να συναλλάσσουν μετοχές και ομόλογα.

Στα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα οι ΗΠΑ γνώριζαν ραγδαία ανάπτυξη. Οι εταιρείες χρειάζονταν κεφαλαία ώστε να μπορέσουν να αντεπεξέλθουν στις νέες ανάγκες –

---

<sup>1</sup> Robert Sobel, NYSE: A history of the New York Stock Exchange, 1935-1975, Weybright and Talley, 1975

απαιτήσεις της αγοράς. Οι εταιρείες παράλληλα συνειδητοποίησαν πως οι επενδυτές ενδιαφέρονταν να αγοράσουν μετοχές, δηλαδή μερική ιδιοκτησία της εταιρείας. Η ιστορία έδειξε πως οι μετοχές διευκόλυναν πολύ την ανάπτυξη και επέκταση των εταιρειών και οι μεγάλες δυνατότητες της πρόσφατα ιδρυόμενης αγοράς (χρηματιστήριο) ήταν όλο και πιο εμφανής και στους επενδυτές αλλά και στις εταιρείες.



Περί το 1900, μετοχές εκατομμυρίων δολαρίων διαπραγματευόντουσαν καθημερινά στο δρόμο της Wall Street. Το 1921, μετά από είκοσι χρόνια διαπραγμάτευσης στο δρόμο, η αγορά μεταφέρθηκε σε εσωτερικούς χώρους.

Η Βιομηχανική Επανάσταση, όπως ήταν φυσικό διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο στην αλλαγή προσώπου του χρηματιστηρίου. Νέες μορφές επενδύσεων άρχισαν να εμφανίζονται όταν οι άνθρωποι άρχισαν να συνειδητοποιούν πως μπορούν να βγάλουν κέρδος απλά μεταπουλώντας τις μετοχές τους σε υψηλότερες τιμές σε κάποιον ο οποίος βλέπει μέλλον στην εκάστοτε εταιρεία. Αυτή ήταν η αρχή της δευτερογενούς αγοράς, γνωστή και ως αγοράς κερδοσκοπήσεις. Η αγορά πλέον ήταν πολύ πιο ασταθής αφού τροφοδοτείτο από υποκειμενικές εικασίες σχετικά με το μέλλον μιας εταιρείας.

Αυτή η αγορά ήταν το πρόσχημα για την εμφάνιση τέτοιων γιγαντιαίων χρηματιστηρίων όπως το NYSE. Ο λόγος που το NYSE χαιρόταν της πλήρους αναγνώρισης, είναι το γεγονός ότι διαπραγματευόταν μόνο μετοχές πολύ μεγάλων και εδραιωμένων εταιρειών. Λειτουργούσε ως πιο σταθερή επένδυση για όσους ήθελαν να επενδύσουν τα λεφτά τους στο χρηματιστήριο. Οι μικρότερες και λιγότερο αξιόπιστες

εταιρείες σχημάτισαν μια άλλη αγορά η οποία σήμερα είναι γνωστή και ως American Stock Exchange (AMEX). Σε αντίθεση με πριν από 80 χρόνια, σήμερα τα NYSE, AMEX, NASDAQ και εκατοντάδες άλλες αγορές συναλλάγματος συμβάλλουν καθοριστικά στην εγχώρια και παγκόσμια οικονομία.

Ο συνεχώς αυξανόμενος αριθμός των συμμετεχόντων στο χρηματιστήριο οδήγησε την κυβέρνηση στο να θεσπιστούν μέτρα ώστε να προστατεύονται αυτοί που επενδύουν τα λεφτά τους – οι απλοί επενδυτές. Το 1934 γράφτηκε ιστορία, όταν μετά το Κραχ του 1929 το Κογκρέσο ενέκρινε ασφάλιστρα και πράξεις ανταλλαγής (Securities and Exchange Acts). Η πράξη αυτή είχε ως αποτέλεσμα τον σχηματισμό της Securities and Exchange Commission (SEC), μιας επιτροπής, η οποία, μέσω των κανόνων που προβλέπονται, ρυθμίζει το αμερικανικό χρηματιστήριο με την βοήθεια των ανταλλαγών. Περιλαμβάνει επίσης και την εποπτεία της εταιρείας κατά την έκδοση μετοχών στο κοινό όπως επίσης και την εξασφάλιση των απαιτούμενων πληροφοριών στους επενδυτές. Η SEC επίσης επιβλέπει τις καθημερινές ανταλλαγές και τον τρόπο που οι άξιες συναλλάσσονται.

Παρόλο που ιστορικά η επένδυση σε μετοχές ήταν μια συνήθεια των πλούσιων, τα τελευταία χρόνια φαίνεται πως οι περισσότεροι βλέπουν την άξια επένδυσης σε αυτές από ότι στην παραδοσιακή επένδυση σε γη ή κάποιο ακίνητο.

\

## 2.2 Βασικές έννοιες - Ορισμοί<sup>2</sup>

Στο σημείο αυτό πριν προχωρήσουμε σε περαιτέρω ανάλυση, σωστό θα ήταν να δώσουμε τον ορισμό μιας μετοχής. Το κεφάλαιο μιας εισηγμένης εταιρείας στο χρηματιστήριο ισοκατανέμεται σε μερίδια, τα οποία ονομάζονται μετοχές. Με την κατοχή μιας μετοχής κάποιος έχει και κάποια δικαιώματα. Ενδεικτικά δικαιώματα που προκύπτουν από την κατοχή μετοχών είναι το ποσοστό ίσο με τον αριθμό των μετοχών που κατέχει ο μέτοχος προς το σύνολο των μετοχών της εταιρείας, του μερίσματος από τα διανεμόμενα κέρδη της εταιρίας, καθώς και αντίστοιχο ποσοστό από την περιουσία της εταιρίας, σε περίπτωση που αυτή διαλυθεί. Αντίστοιχα, κάποιος ανάλογα με τον αριθμό μετοχών που κατέχει μπορεί να ασκήσει το δικαίωμα ψήφων στην Γενική Συνέλευση. Η διάκριση των μετοχών μπορεί να γίνει σε διάφορα επίπεδα. Υπάρχουν κοινές, προνομιούχες και επικαρπίας μετοχές, υπάρχουν ονομαστικές και ανώνυμες όπως επίσης και μετοχές οι οποίες μπορούν να διαπραγματευτούν στο ανοιχτό κοινό και άλλες που είναι κλειστές σε διαπραγματεύσεις.

---

<sup>2</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/Stock>



## 2.3 Επεξήγηση λειτουργίας Χρηματιστηρίου

### 2.3.1 Λειτουργία Χρηματιστηρίου

Ένας τυπικός ορισμός της έννοιας μετοχής είναι το κεφάλαιο που αντλήθηκε από μια εταιρεία, με την έκδοση των μετοχών, το οποίο επιτρέπει το ιδιοκτησιακό ενδιαφέρον - 'κάποιος κατέχει μερίδιο από τις μετοχές μίας εταιρείας'.

Οι μετοχές εξηγούνται συνήθως ως συλλογή μεριδίων μιας εταιρείας. Μετοχή είναι ένα έγγραφο το οποίο αποδεικνύει πως κάποιος κατέχει ένα μερίδιο της εταιρίας. Για περαιτέρω όμως επεξήγηση σωστό θα ήταν να δούμε γιατί μια εταιρεία θέλει να έκδοση μετοχές. Μια εταιρεία εκδίδει μετοχές έτσι ώστε να πάρει τα λεφτά από τις αγοραζόμενες μετοχές και με αυτά να αγοράσει εξοπλισμό, να προσλάβει προσωπικό, για διαφήμιση όπως επίσης και για να επέκταση των εγκαταστάσεων της. Ουσιαστικά οι μετοχοποίηση βοηθάει στην ανάπτυξη των εταιρειών.

Η αγοροπωλησία μετοχών, βασίζεται κυρίως στην κερδοσκοπία, με βάση τις πληροφορίες της εταιρείας και τους δείκτες απόδοσης της. Υπάρχουν δυο τρόποι ώστε να μάθει κάποιος την αγοραστική αξία μιας μετοχής. Η αξία της μετοχής καθορίζεται από την ρευστότητα της εταιρείας, την περιούσια της εταιρείας και τις πωλήσεις της. Αυτός ο τρόπος εκτίμησης της τιμής της μετοχής βασίζεται σε ιστορικές αναλογίες, σε στατιστικά στοιχεία και αποσκοπεί στο να δώσει αξία σε μια μετοχή με μετρήσιμα στοιχεία. Ένας άλλος, ποιοτικός τρόπος ώστε να δει κάποιος την αξία μιας μετοχής είναι να βρεθούν πόσοι πιθανοί επενδύτες υπάρχουν για την αγορά μιας μετοχής και αντίστοιχα πόσοι είναι αυτοί που κατέχουν μετοχές και είναι διατεθειμένοι να τις πουλήσουν. Με αλλά λόγια, ποια είναι η αναλογία προσφοράς και ζήτησης. Η μορφή αυτή αποτίμησης είναι εξαιρετικά δύσκολο να εκτιμηθεί και να προβλεπτή.

Το 1865 το NYSE άνοιξε τα πρώτα της γραφεία κοντά στην Wall Street, στην Νέα Υόρκη. Η ειρωνεία στην χρηματιστηριακή αγορά είναι πως οι εταιρείες αν και ζουν και πεθαίνουν από την τιμή της μετοχής τους, δεν συμμετέχουν ενεργά στις επενδύσεις και στην εμπορία των μετοχών τους. Οι εταιρείες παίρνουν κάποιο κεφαλαίο από το χρηματιστήριο όταν προσφέρουν τις μετοχές τους στο κοινό. Κατά την δευτερογενή αγορά, όταν πλέον η μετοχή συναλλάσσεται, ο μέσος επενδύτης είναι αυτός ο οποίος βγαίνει κερδισμένος από οποιαδήποτε ανατίμηση της τιμής της μετοχής. Διακύμανση στην τιμή της μετοχής από αλλαγή ιδιοκτησίας, μεταφράζεται ως κέρδος ή χασούρα για τον κάθε επενδύτη. Οι μεμονωμένοι επενδύτες αποκτούν την πλήρη αξία των κερδών ή των ζημιών της μετοχής. Η εταιρία που έχει έκδοση τις μετοχές δεν έχει κανένα μερίδιο πάνω στα κέρδη ή τις ζημίες κατά την συναλλαγή της μετοχής, αφού η εταιρεία η ίδια δεν πρέπει να έχει καμία ανάμιξη στις χρηματιστηριακές συναλλαγές που αφορούν τις μετοχές της.

Δεν είναι ανάγκη να εξηγήσουμε πως κάποιος επενδύτης δεν μπορεί να αγοράσει μετοχές από την ίδια την εταιρεία αλλά μόνο μέσω του χρηματιστηρίου. Οι χρηματιστές είναι αυτοί που διευκολύνουν τους μεμονωμένους επενδύτες ώστε να συναλλάσσονται μετοχές. Οι χρηματιστές λοιπόν είναι αυτοί οι οποίοι εκτελούν συναλλαγές για λογαριασμό των πελατών τους, οι οποίοι είναι είτε ανήμποροι είτε απρόθυμοι να συναλλάξουν για τον εαυτό τους.

Η τεχνολογία και το διαδίκτυο έχουν καταστήσει πολύ προσιτή την επένδυση στο χρηματιστήριο. Η ηλεκτρονική συναλλαγή μετοχών ξεκίνησε από την δεκαετία του 60' ενώ το 1968 ιδρύθηκε το National Association Securities Dealers Automatic Quotation System ή αλλιώς NASDAQ. Το νέο αυτό πεδίο αγοροπωλήσεων έχει γνωρίσει τεραστία εξέλιξη τα τελευταία χρόνια, με την άνθηση της τεχνολογίας, και έχει καταστήσει την συναλλαγή μετοχών κάτι εύκολο. Η νέα τεχνολογία παρέχει τις απαιτούμενες πληροφορίες που χρειάζεται ο κάθε επενδύτης και τον διευκολύνει στις συναλλαγές του.

Η αγορά μπορεί να ανεβαίνει αλλά μπορεί και να πέφτει. Όταν ανεβαίνει αυτό σημαίνει πως οι τιμές των μετοχών συνεχώς μεγαλώνουν, και οι επενδύτες νιώθουν ασφαλής πως αυτή η άνοδος θα συνεχιστεί για κάποιο χρονικό διάστημα. Με αλλά λόγια, όταν η αγορά ανεβαίνει αυτό σημαίνει πως η οικονομία είναι δυνατή και τα επίπεδα εργασίας είναι υψηλά. Η αγορά σε τέτοιες περιόδους ονομάζεται «Bull Market». Από την άλλη μεριά μια αγορά η οποία βρίσκεται σε ύφεση ονομάζεται «Bear Market». Σε μια τέτοια αγορά οι τιμές των μετοχών συνεχώς πέφτουν, οι επενδύτες τρομοκρατούνται και δεν βάζουν κεφαλαίο. Η οικονομία σιγά θα πέσει και η ανεργία θα εκτοξευτεί από την στιγμή που οι εταιρείες για να ελαττώσουν τα λειτουργικά τους έξοδα θα πρέπει να απολύσουν. Σε μια οικονομία ύφεσης, ελαχιστοποιούνται τα κέρδη των εταιριών, αφού οι καταναλωτές δε ξοδεύουν αρκετά, και αυτή η ελάττωση οδηγεί στην υποτίμηση της μετοχής της εταιρείας.

Σε μια «Bull Market» υπάρχει πολύ ζήτηση και μικρή πρόσφορα. Με τον ανταγωνισμό λοιπόν που δημιουργείται οι τιμές των μετοχών ανεβαίνουν και, αφού οι μετοχές των μεγάλων εταιρειών που συνθέτουν την οικονομία είναι αυτές που συναλλάσσονται στο χρηματιστήριο, κατ'επέκταση η οικονομία ισχυροποιείται.

Κάποιος επενδύοντας σε μια αγορά η οποία βρίσκεται σε ακμή έχει μεγάλες πιθανότητες κέρδους. Το πιο ωφέλιμο είναι κάποιος να επένδυση σε μετοχές όταν αυτές αρχίζουν να ανεβαίνουν και να τις πουλήσει όταν αυτές φτάσουν στη μέγιστη τιμή τους. Από την άλλη, σε μια αγορά ύφεσης, το καλύτερο που μπορεί να κάνει κάποιος είναι να μην επενδύσει. Αν τώρα όμως θέλει να επενδύσει σε μια τέτοια περίοδο, το πιο φρόνιμο είναι να βάλει το κεφαλαίο του σε μετοχές οι οποίες είναι σταθερές και δεν επηρεάζονται ούτε από μεγάλες πτώσεις αλλά ούτε και από απότομες εκτοξεύσεις τιμών.

### **2.3.2 Λίγα λόγια για τα το NYSE και το NASDAQ**

#### **NYSE**

Ένα από τα πιο γνωστά και σημαντικά χρηματιστήρια για να επενδύσει κάποιος είναι το NYSE. Το NYSE έχει τα κύρια κτίρια του στην Wall Street στην Νέα Υόρκη. Αποτελεί «σπίτι» για περίπου 2.800 εταιρείες των οποίων συνολικά οι μετοχές τους έχουν αξία 15 τρισεκατομμύρια δολάρια. Επενδύοντας κάποιος τα χρήματα του στο NYSE, σε αντίθεση με κάποια πιο «εικονικά» χρηματιστήρια, πάντα περιλαμβάνει πρόσωπο με πρόσωπο συναντήσεις σε φυσικό περιβάλλον για την επικοινωνία και διαπραγμάτευση της μετοχής. Μέλη του οργανισμού που θέλουν να συναντηθούν ώστε να διαπραγματευτούν την τιμή μιας μετοχής, συναντιούνται σε ένα προκαθορισμένο σημείο, με παρουσία ενός υπάλληλου του οργανισμού, ο οποίος διευκολύνει τις διαπραγματεύσεις μεταξύ πωλητών και αγοραστών.

#### **NASDAQ**

Ένα διαφορετικό είδος χρηματιστηριακής αγοράς είναι το NASDAQ. Η αγορά αυτή αποτελείται από περισσότερες από 3000 εισηγμένες εταιρείες. Οι εταιρείες αυτές έχουν εθνική ή διεθνή μετοχική βάση, πληρούν αυστηρές οικονομικές προδιαγραφές και έχουν συμφωνήσει να ακολουθούν συγκεκριμένα πρότυπα εταιρικής διακυβέρνησης. Η πρώτη συναλλαγή έγινε το 1971 και λειτούργησε ως η πρώτη ηλεκτρονική αγορά μετοχών στον κόσμο. Βοηθούμενη από την συνεχή αύξηση του αριθμού των «ηλεκτρονικών» επενδυτών, το NASDAQ είχε γίνει μέχρι το 1999 η μεγαλύτερη χρηματιστηριακή αγορά.

### **2.4 Ιστορική αναδρομή στους κύκλους του χρηματιστηρίου**

Και κατά περιόδους ύφεσης αλλά και κατά περιόδους έξαρσης των χρηματιστηριακών αγορών παρουσιάζονται ευκαιρίες στους επενδυτές να βγάλουν κέρδος, εάν και εφόσον αυτοί είναι ικανοί να αναγνωρίσουν τους κύκλους αυτούς. Το παρακάτω διάγραμμα παρέχει μια ενδιαφέρουσα εικόνα για το πως η σημερινή ανοδική αγορά μπορεί να συγκριθεί με πιο παλιές καταστάσεις της αγοράς από το 1900. επί του παρόντος,

βιώνουμε την 6<sup>η</sup> μεγαλύτερη και την 5<sup>η</sup> ασθενέστερη πορεία, μετρούμενη από τον Dow. Από το 1900 είχαμε 27 ανοδικές πορείες με ενδιάμεσες πτωτικές πορείες.

Αν και από μόνα τους αυτά τα στοιχεία είναι ενδιαφέροντα, θα ήταν χρησιμότερο να μπορούσαμε να κατανοούσαμε πλήρως τους κύκλους αυτούς της αγοράς. Η αγορά, λοιπόν, έχει την τάση να κινείται σε κύκλους τόσο βραχυπρόθεσμους όσο και μακροπρόθεσμους. Οι βραχυπρόθεσμοι κύκλοι μπορούν να διαρκέσουν 2 - 3 χρόνια ενώ οι μακροπρόθεσμοι 10 – 20 χρόνια κατά μέσο όρο. Σκεφτείτε τον μακροπρόθεσμο κύκλο ως την πρωτεύουσα μακροχρόνια τάση, ενώ τον βραχυπρόθεσμο κύκλο ως έναν πιο σύντομο κύκλο μέσα στην πρωτεύουσα τάση.

Ως επενδύτες, πρέπει να γνωρίζουμε που βρισκόμαστε στην τάση αυτή έτσι ώστε να μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την κατάσταση και να βγάλουμε το μέγιστο δυνατό κέρδος από αυτήν. Για παράδειγμα, την περίοδο 1982 – 2000 η αγορά ήταν σε μια μακροπρόθεσμη ανοδική πορεία, όπου ο δείκτης Dow Jones δεκαπλασιάστηκε (από 800 πήγε 10000). Υπήρξε βέβαια, μέσα σε αυτή την περίοδο και ένας βραχυπρόθεσμος αρνητικός κύκλος το 1987, παρόλα αυτά τα κεφαλαία μεγάλωσαν κατά την μακροχρόνια περίοδο.

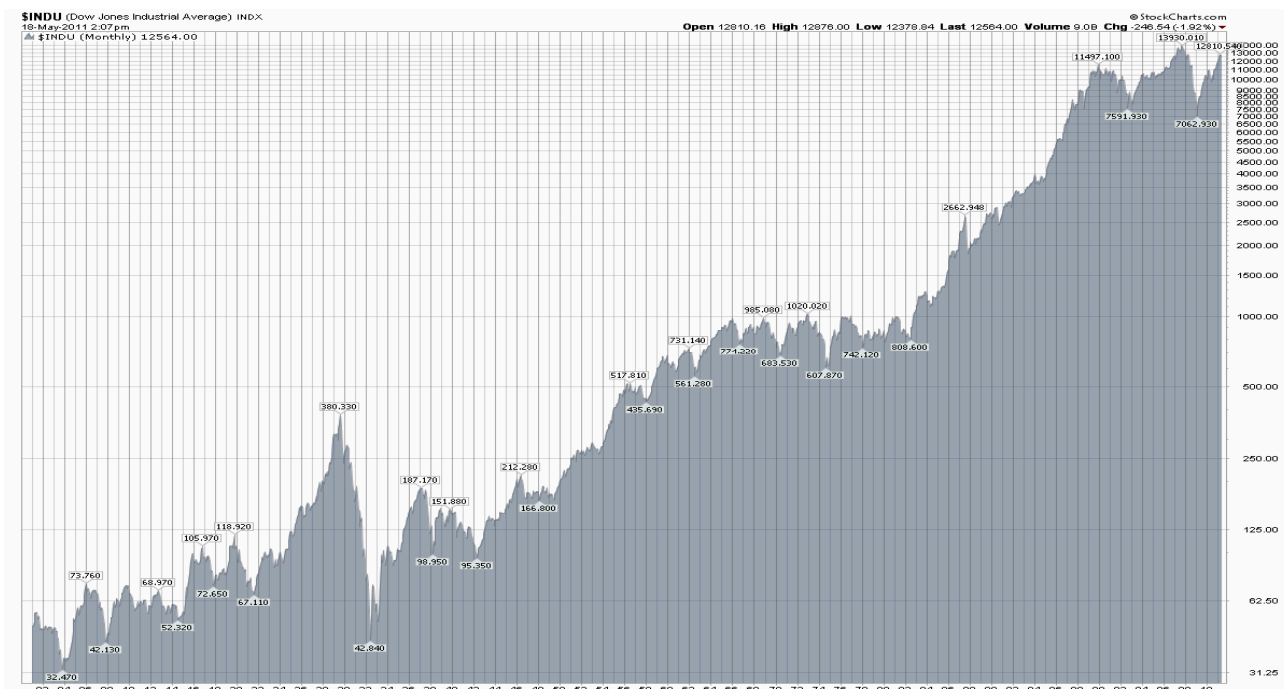
Σε αυτό το σημείο λοιπόν είναι που εμφανίζεται ο κίνδυνος. Οι σημερινοί επενδύτες έχουν βιώσει μόνο μια μακροχρόνια ανοδική τάση. Οι περισσότεροι δεν έχουν βιώσει μια μακροχρόνια καθοδική τάση όπου η πρωτεύουσα τάση είναι ελαφρώς αρνητική. Η τελευταία μεγάλη καθοδική πορεία διήρκεσε 16 χρόνια (1966 - 1982). Απλά για να μπουν κάποια νούμερα σε αυτό που αναφέρουμε ο Dow έφτασε τις 1000 μονάδες το 1966 ενώ το 1982 έπεσε στις 800. Με αλλά λόγια ο δείκτης ήταν ελάχιστα καθοδικά σταθερός κατά την περίοδο αυτή. Κατά την περίοδο αυτή τα κεφαλαία δεν αναπτύχθηκαν ούτε μακροχρόνια ούτε βραχυπρόθεσμα, αλλά απλά αναγνωρίζοντας και επιλέγοντας τις σωστές μετοχές οι οποίες είχαν υποτιμηθεί. Η κατανόηση για το αν βρισκόμαστε σε έναν κύκλο με ανοδική ή καθοδική τάση μας ενισχύει σημαντικά τις πιθανότητες μας για επιτυχία.

Το πρόβλημα είναι πως η μακροχρόνια ανοδική πορεία κράτησε από το 1982 και έληξε το 2000. οι συμβουλές λοιπόν των χρηματιστών προς τους επενδύτες να συνεχίσουν να έχουν στην κατοχή τους τις μετοχές ήταν σωστή. Το θέμα είναι όμως πως η τακτική αυτή, του να κρατήσουν δηλαδή οι επενδύτες τις μετοχές τους, είναι τελείως εσφαλμένη όταν πρόκειται να μπούμε σε μια μακροχρόνια καθοδική περίοδο. Η αγορά εισήλθε το 2000 σε μια περίοδο καθοδικής πορείας η οποία σύμφωνα με τους ειδικούς θα διαρκέσει τουλάχιστον μέχρι το 2010 ή και περισσότερο. Η ανοδική πορεία από το 2003 είναι απλά μια βραχυπρόθεσμη ανοδική πορεία μέσα στην πρωτεύουσα καθοδική που ξεκίνησε το

2000. κρατώντας τις μετοχές δεν θα έχει καλά αποτελέσματα μέσα σε αυτήν την μακροχρόνια καθοδική τάση.

Ας δούμε λοιπόν τώρα την πορεία του δείκτη Dow τα τελευταία 100 χρόνια. Στο διάγραμμα 1 παριστάνεται και γραφικά η πορεία του Δείκτη Dow από 1902 έως και το 2010.

Μακροχρόνια ανοδική τάση(bull market)	:	2002 - 2007
Μακροχρόνια καθοδική τάση(bear market)	:	2000 - 2002
Μακροχρόνια ανοδική τάση (bull market)	:	1982 – 2000
Μακροχρόνια καθοδική τάση (bear market)	:	1966 - 1982
Μακροχρόνια ανοδική τάση (bull market)	:	1949 – 1966
Μακροχρόνια καθοδική τάση (bear market)	:	1929 - 1949
Μακροχρόνια ανοδική τάση (bull market)	:	1921 - 1929
Μακροχρόνια καθοδική τάση (bear market)	:	1905 - 1921



Διάγραμμα 1: Πορεία Δείκτη Dow από το 1902 έως το 2010

## 2.5 Οι χειρότερες οικονομικές καταστροφές

Συνήθως οι χρηματιστηριακές αγορές βαίνουν ομαλά. Οι κερδισμένοι είναι περισσότεροι από τους χαμένους, αυτός είναι και άλλωστε ο λόγος για τον οποίο επενδύουν στο χρηματιστήριο. Έχουν υπάρξει όμως και μερικές τραυματικές στιγμές για τους επενδυτές τις οποίες δεν πρόκειται να ξεχάσουν ποτέ. Έχουν λοιπόν υπάρξει κάποιες καταστροφικές στιγμές στην ιστορία του χρηματιστηρίου όπου μέσα σε ελάχιστο χρονικό διάστημα τιμές μετοχών έχουν πέσει πάνω από 40%. Ενώ μερικές από αυτές τις πτώσεις έλαβαν χώρα σε ένα διάστημα κάποιων μηνών ή χρόνων, οι περισσότεροι θυμούνται τις μέρες όπου οι τιμές των μετοχών έπιασαν πάτο. Αυτές οι μέρες συχνά αναφέρονται ως ‘μαύρες’ μέρες. Είναι επίσης άξιο αναφοράς πως οι μεγάλες αυτές πτώσεις ξεκίνησαν τους μήνες Σεπτέμβριο, Οκτώβριο.

- Μαύρη Τρίτη

Αν όχι η χειρότερη οικονομική συντριβή, η 29<sup>η</sup> Οκτωβρίου, 1929, θεωρείται ως η αφητηρία της Μεγάλης Ύφεσης και αναφέρεται συχνά ως Μαύρη Τρίτη. Την Μαύρη Τρίτη συναλλάχθηκαν 16,4 εκατομμύρια μετοχές, αριθμός ρεκόρ, και μόνο την μέρα εκείνη η αγορά έχασε το 12% της αξίας της. Ο πανικός επιδεινώθηκε όταν, λόγω του τεράστιου όγκου των συναλλαγών, οι μηχανές καταγραφής της πορείας των μετοχών υστερούσαν κατά δυο μίση ώρες.

Συνολικά η κρίση στην χρηματιστηριακή αγορά κράτησε 71 ημέρες και από 381.17 μονάδες στις αρχές Σεπτεμβρίου τερματίστηκε περί τα μέσα Νοέμβριου στις 198.69 μονάδες. Σε περίοδο δυο μηνών οι επενδυτές έχασαν τη μίση τους περιούσια. Θεωρείται μία από τις χειρότερες οικονομικές κρίσεις.

- Η Χειρότερη Όλων Των Εποχών

Η χειρότερη κρίση όλων των εποχών συνέβη την περίοδο 1930-1932 και αποτελείωσε ουσιαστικά ότι είχε απομείνει όρθιο από την κρίση της Μαύρης Τρίτης. Σε αυτή τη περίοδο η αγορά έχασε συνολικά το 86% της αξίας της. Σε συνδυασμό με τις επόμενες δυο κρίσεις του 1937 και 1939, η παγκόσμια οικονομία δεν μπόρεσε να συνέλθει μέχρι και το 1954, 22 χρόνια μετά.

## 2.6 Είδη μετοχών

### Blue Chip Stocks – Μετοχές Μεγάλης Άξιας

Ο όρος ‘Blue chip’ προέρχεται από το πόκερ, οι μπλε μάρκες φέρουν την μεγαλύτερη άξια. Μεγάλες, εδραιωμένες εταιρείες με μεγάλο ιστορικό κερδών, διανομή μερισμάτων και φήμη ποιοτικής διαχειρίσεις, προϊόντων και υπηρεσιών είναι γνωστές ως ‘blue chip companies’. Οι εταιρείες αυτές είναι συνήθως εταιρείες ηγέτες στον κλάδο τους και είναι υποψήφιοι για μακροχρόνια ανάπτυξη. Επειδή οι εταιρείες αυτές είναι τόσο υψηλά σε υπόληψη, αυτές είναι που αποτελούν το κριτήριο με το οποίο συγκρίνονται οι υπόλοιπες εταιρείες του ίδιου κλάδου. Κάποιες γνωστές εταιρείες ‘Blue Chip’ είναι οι Coca Cola, McDonalds, IBM.

Οι μετοχές των εταιρειών αυτών περιλαμβάνονται στο Dow Jones Average Industrial, ένας δείκτης που βγαίνει από 30 εταιρείες Blue Chip οι οποίες είναι ηγέτες στον κλάδο τους. Οι μετοχές αυτές είναι παρά πολύ ‘δημοφιλής’, τόσο σε μεμονωμένους όσο και σε θεσμικούς επενδύτες, και η άξια των μετοχών εισηγμένες στο Dow υπολογίζεται περίπου στο 1/5 της συνολικής άξιας όλων των αμερικανικών μετοχών. Ο τύπος των επενδυτών που οι μετοχές αυτές προσελκύουν, είναι επενδύτες που επιδιώκουν μέτρια απόδοση αλλά και ανάπτυξη της εταιρείας όποτε μακροχρόνια αύξηση της τιμής της μετοχής. Οι μετοχές αυτές έχουν σχετικά υψηλές τιμές, λόγω της μεγάλης ζήτησης, πληρώνουν ένα σταθερό μέρισμα, και έχουν μικρή διακύμανση.

### Penny Stocks

Τέτοιες είναι μετοχές πολύ χαμηλής τιμής με πολύ υψηλό ρίσκο. Οι μετοχές αυτές έχουν συνήθως εκδοθεί από εταιρείες με σύντομο ή προβληματικό ιστορικό εισοδημάτων και περιουσιακών στοιχείων. Έχουν τις χαμηλότερες τιμές σε μια χρηματιστηριακή αγορά και πολλές επιλέγονται να μην συναλλαχθούν. Οι μετοχές αυτές έχουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Πωλούνται κάτω από 5\$
- Πωλούνται ελεύθερα (και όχι από το NASDAQ)
- Οι εταιρείες τους έχουν περιουσιακά στοιχεία άξιας λιγότερο από 2 εκατομμύρια δολάρια

Το ενδιαφέρον σε αυτές τις μετοχές παρουσιάζεται στην πολύ χαμηλή τους τιμή. Αν και οι πιθανότητες είναι κατά τους, αν η εταιρεία που τις εξέδωσε αρχίσει να αναπτύσσεται τότε μπορεί να υπάρξει γρήγορη αύξηση τις τιμής της.

#### Income Stocks – Μετοχές Εισόδημα

Μετοχές εισόδημα είναι οι μετοχές που προσφέρουν μεγαλύτερο από το μέσο όρο μέρισμα για ένα σημαντικό χρονικό διάστημα. Αυτές οι μετοχές έχουν εκδοθεί από μεγάλες εταιρείες με σταθερά κέρδη. Εταιρείες ωφέλειας και εταιρείες τηλεφωνίας είναι συνήθως εταιρείες με τέτοιες μετοχές.

Οι μετοχές αυτές προσελκύουν επενδύτες που επιθυμούν σταθερό εισόδημα χωρίς μεγάλες διακυμάνσεις στην τιμή της μετοχής. Για να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους, οι επενδύτες θα αναζητήσουν εταιρείες που εγείρουν συχνά μερίσματα και δεν επιβαρύνονται με χρέη.

#### Value Stocks – Μετοχές Άξιας

Εταιρείες που έχουν πολλά περιουσιακά στοιχεία και δυνατότητα ανάπτυξης αλλά αυτό δεν αντανακλάται στην τιμή της μετοχής τους ονομάζονται εταιρείες άξιας (Value Companies). Τόσο η χρηματιστηριακή αγορά όσο και αυτοί που επενδύουν σε αυτή αγνοούν τις μετοχές τους. Οι επενδύτες που αγοράζουν τέτοιες μετοχές είναι επειδή πιστεύουν πως είναι προσωρινά υποτιμημένες και πως μελλοντικά θα πάρουν την πραγματική τους άξια. Οτιδήποτε από καινούρια διαχείριση, κάποιο νέο προϊόν ή υπηρεσία μπορεί να συμβάλει στην γρήγορη αύξηση της τιμής τους.

#### Άλλοι Τύποι Μετοχών

Αμυντικές μετοχές (defensive stocks) είναι οι μετοχές αυτές οι οποίες μένουν σε σταθερά επίπεδα όταν η αγορά πέφτει και εκδίδονται από εταιρείες οι οποίες δεν επηρεάζονται από υφέσεις. Εταιρείες φαγητού και κοινής ωφέλειας είναι τέτοιες εταιρείες.



Κυκλικές μετοχές είναι το είδος μετοχών το οποίο κινείται σε αναλογία με τον επιχειρηματικό κύκλο. Εταιρείες που εκδίδουν τέτοιες μετοχές είναι εταιρείες εργοστασιακών μηχανημάτων όπως επίσης και εταιρείες ακίνητων, αφού τέτοιες εταιρείες υπηρετούν τις ανάγκες των υπό ανάπτυξη οικονομιών. Επενδύτες που δεν τους νοιάζει να αγοράσουν ή να πουλήσουν ενώ η αγορά μεταβάλλεται συχνά προτιμούν τέτοιες μετοχές. Μεμονωμένοι επενδύτες προτιμούν πιο σταθερές μετοχές εκτός και αν είναι ικανοί να προβλέψουν скаμπανεβάσματα στις τιμές των μετοχών.

Χρυσές μετοχές είναι οι μετοχές οι οποίες επηρεάζονται άμεσα από την τιμή του χρυσού.

Κρατικές μετοχές (Treasury stock) είναι οι μετοχές αυτές οι οποίες έχουν αγοραστεί πίσω από την εταιρεία που τις εξέδωσε. Οι εταιρείες μπορούν να αγοράσουν πίσω τις μετοχές που έχουν αγοραστεί από επενδύτες όταν αισθανθούν πως έχουν υποτιμηθεί.

## **Κεφάλαιο 3**

### **Θεωρία ρίσκου και χαρτοφυλακίου από τον Χάρι Μάρκοβιτς<sup>3</sup>**

#### **3.1 Εισαγωγή**

Ο Χάρι Μάρκοβιτς γεννήθηκε στις 24 Αυγούστου του 1927 στο Σικάγο, από εβραίους γονείς. Κατά την διάρκεια του σχολείου ο Μάρκοβιτς επέδειξε μεγάλο ενδιαφέρον στη φυσική και την φιλοσοφία, και συγκεκριμένα στις ιδέες του Δαβίδ Ουκ, ένα ενδιαφέρον το οποίο συνέχισε να έχει και καλλιέργησε περαιτέρω κατά τις προπτυχιακές του σπουδές, στο πανεπιστήμιο του Chicago. Αφού έλαβε το πτυχίο του ο Μάρκοβιτς αποφάσισε να συνεχίσει με μεταπτυχιακές σπουδές επιλέγοντας να ειδικευτεί στην επιστήμη των οικονομικών. Σε αυτό το σημείο είχε την τύχη να διδαχθεί και να συνεργαστεί με μεγάλους οικονομολόγους όπως ο Φρίντμαν, ο Κούπμαν, ο Μάρτσακ και ο Σάβατζ. Ενώ ήταν ακόμα φοιτητής του προτάθηκε να γίνει μέλος της «Cowles Commission for Research in economics», μεγάλος ερευνητικός οικονομικός οργανισμός, ο οποίος ήταν τότε στο Chicago, πρώτου μεταφερθεί στο πανεπιστήμιο του Yale το 1955.

---

<sup>3</sup> Brealey-Meyers, Principles of Corporate Finance, The McGraw-Hill companies, 2003

Ο Μάρκοβιτς , με την πλήρη ενθάρρυνση και από τον καθηγητή του αποφάσισε να ασχοληθεί στην πτυχιακή του εργασία με την ανάλυση του χρηματιστηρίου. Ενώ ερευνούσε την τότε αντίληψη για τις τιμές των μετοχών, η οποία τότε αποτελείτο από το μοντέλο παρούσας άξιας του Γουίλιαμ, ο Μάρκοβιτς συνειδητοποίησε πως το μοντέλο αυτό στερείται από ανάλυση της επίδρασης του ρίσκου. Αυτή του η διορατικότητα τον οδήγησε στην ανάπτυξη της καταλυτικής θεωρίας χαρτοφυλακίου του, που εκδόθηκε το 1952. Στα χρηματοοικονομικά , χαρτοφυλάκιο είναι μια κατάλληλη συλλογή από επενδύσεις . Η κατοχή ενός χαρτοφυλακίου είναι μέρος μιας επένδυσης και μιας στρατηγικής ελαχιστοποίησης ρίσκου που ονομάζεται διαφοροποίηση (diversification). Έχοντας κάποιος ορισμένα ενεργητικά στοιχεία κάποιου είδους κίνδυνοι μπορούν να μειωθούν. Τα ενεργητικά αυτά στοιχεία μπορεί να είναι μετοχές, ομόλογα, χρυσά πιστοποιητικά, ακίνητα, μελλοντικά συμβόλαια, παραγωγικές εγκαταστάσεις η οτιδήποτε άλλο μπορεί να διατηρήσει την αξία του. χαρτοφυλάκιο μπορεί να δημιουργήσει είτε ένας χρηματοοικονομικός οργανισμός είτε κάποιος ιδιώτης.

Το 1952 ο Μάρκοβιτς πήγε να δουλέψει για την RAND Corporation, όπου συνάντησε τον Ντάσντζιγκ. Με την βοήθεια αυτού ο Μάρκοβιτς συνέχισε να ερευνά βελτιωτικές τεχνικές, αναπτύσσοντας αλγόριθμους για την αναγνώριση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων (Markowitz frontier). Το 1955 ο Μάρκοβιτς έλαβε το διδακτορικό του από το πανεπιστήμιο του Σικάγο.

Ο Μάρκοβιτς κέρδισε το 1990 το βραβείο Νόμπελ και την επόμενη χρόνια έλαβε το 'John von Neumann theory prize' για την συμβολή του στην θεωρία των τριών τομέων: θεωρία χαρτοφυλακίου, sparse matrix methods και simulation language programming (SIMSCRIPT). Και τα τρία χρησιμοποιούνται ευρέως μέχρι σήμερα για την επίλυση μεγάλων συστημάτων.

## ΠΡΙΝ ΤΟ 1952

Πριν το 1952 οι άνθρωποι δεν διαφοροποιούσαν τις επενδύσεις τους. Αυτό όμως από κείμενα και μαρτυρίες αποδείχθηκε λάθος αφού ο Σαίξπηρ είχε γράψει κάποτε «οι επενδύσεις μου δεν είναι ποτέ σε ένα μέρος, ούτε όλη μου η περιουσία σε παρούσα αξία, όποτε και δεν με κάνουν δυστυχισμένο» ενώ και ο Longjohn είχε πει «πάντα μοιράζω την περιουσία μου όχι για κάποιο άλλο λόγο αλλά και μόνο από υποψία».

Αυτό που έλειπε το 1952 ήταν μια επαρκής θεωρία η οποία κάλυπτε:

- Την σχέση ρίσκου - απόδοσης μέσα στον χωροχρόνο με το χαρτοφυλάκιο ως ένα σύνολο
- Την επίδραση της διαφοροποίησης όταν το ρίσκο συσχετίζεται

Τη δεκαετία του 1960 οι επενδύτες αναφερόντουσαν στο ρίσκο χωρίς όμως να έχουν μια συγκεκριμένη μονάδα ώστε αυτό να προσδιοριστεί ποσοτικά. Για την δημιουργία όμως ενός χαρτοφυλακίου χρειαζόταν να ποσοτικοποιηθεί η έννοια του ρίσκου. Ο Μάρκοβιτς ανέπτυξε πρώτος το βασικό μοντέλο χαρτοφυλακίου. Ο Μάρκοβιτς έδειξε πως η διακύμανση της απόδοσης αποτελούσε ένα χρήσιμο μέτρο του ρίσκου του χαρτοφυλακίου, υπό κάποιο σύνολο υποθέσεων. Πριν προχωρήσουμε αναλυτικότερα στην θεωρία του Μάρκοβιτς καλό θα ήταν να αναφερθούμε σε κάποιες παραδοχές σχετικά με την συμπεριφορά του επενδύτη στις οποίες βασίστηκε ο Μάρκοβιτς. Αρχικά, κάθε επένδυση αντιπροσωπεύεται και από μια πιθανοτική κατανομή προσδοκώμενων αποδόσεων. Οι επενδύτες εκτιμούν το ρίσκο του χαρτοφυλακίου με βάση την διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων. Τρίτον, οι επενδύτες βασίζονται τις αποφάσεις τους μόνο στην βέλτιστη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και ρίσκου, και άρα οι καμπύλες χρησιμότητας είναι συνάρτηση της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης. Τέλος, για ένα συγκεκριμένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης οι επενδύτες επιθυμούν την επένδυση με το λιγότερο ρίσκο και αντιστρόφως.

## **3.2 Βασικές έννοιες**

Πριν περάσουμε στην ανάλυση της θεωρίας που ανέπτυξε ο Χάρη Μάρκοβιτς είναι σημαντικό να καταλάβουμε σαφώς κάποιες βασικές έννοιες οι οποίες είναι απαραίτητες για την πλήρη κατανόηση της θεωρίας αυτής. Η επεξήγηση των εννοιών αυτών θα γίνει με την βοήθεια κάποιων παραδειγμάτων.

### **3.2.1 Αναμενόμενη απόδοση**

Η αναμενόμενη απόδοση για μία συγκεκριμένη απόδοση δίνεται στον πίνακα 1. Πολλαπλασιάζοντας την πιθανότητα μιας έκβασης της επένδυσης επί την αναμενόμενη απόδοση και τέλος αθροίζοντας τα γινόμενα αυτά παίρνουμε την αναμενόμενη απόδοση για την συγκεκριμένη επένδυση.

Πιθανότητα	Πιθανή απόδοση (ποσοστό)	Αναμενόμενη απόδοση (ποσοστό)
0,2	0,09	0,018
0,37	0,1	0,037
0,13	0,13	0,0169
0,3	0,22	0,066
		<b>Total E(R)=0,1379</b>

Πίνακας 1: Αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης

Για ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο περιέχει ένα σύνολο επενδύσεων η αναμενόμενη απόδοση φαίνεται στον πίνακα 2. Στην περίπτωση αυτή η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου προκύπτει από το άθροισμα των γινόμενων του ποσοστού της κάθε μιας επένδυσης στο σύνολο του χαρτοφυλακίου επί την αναμενόμενη απόδοση της κάθε επένδυσης. Θα μπορούσαμε εύκολα να γενικεύσουμε τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου και όποτε θα είχαμε:

$$E(R_{port}) = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

Αναλογία επί χαρτοφυλακίου(w <sub>i</sub> )	Αναμενόμενη απόδοση (R <sub>i</sub> )	Αναμενόμενη απόδοση Χαρτοφυλακίου (w <sub>i</sub> x R <sub>i</sub> )
0,2	0,018	0,0036
0,3	0,037	0,0111
0,3	0,0169	0,00507
0,2	0,066	0,0132
		<b>Total E(Rport)=0,03297</b>

Πίνακας 2: Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου

### 3.2.2 Τυπική απόκλιση

- Για μία επένδυση

Όπως προαναφέραμε, στην παρούσα εργασία, ως μέτρο του ρίσκου μιας επένδυσης θα χρησιμοποιήσουμε την διακύμανση. Άρα λοιπόν στο σημείο αυτό θα δείξουμε πως υπολογίζουμε την διακύμανση της απόδοσης μιας επένδυσης και κατ'επέκταση την τυπική της απόκλιση. Ο τύπος της διακύμανσης δίνεται από:

$$Variance = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n [R_i - E(R_i)]^2 P_i$$

όπου  $P_i$  : η πιθανότητα της πιθανής έκβασης μιας επένδυσης

Η τυπική απόκλιση, τώρα, ισούται με την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης:

$$Standard\ Deviation = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n [R_i - E(R_i)]^2 P_i}$$

Ο αναλυτικός υπολογισμός της διακύμανσης μιας επένδυσης δίνεται στον πίνακα 3.

Πιθανή απόδοση (R <sub>i</sub> )	Αναμενόμενη απόδοση [E(R <sub>i</sub> )]	R <sub>i</sub> - E(R <sub>i</sub> )	[R <sub>i</sub> -E(R <sub>i</sub> )] <sup>2</sup>	P <sub>i</sub>	[R <sub>i</sub> -E(R <sub>i</sub> )] <sup>2</sup> *P <sub>i</sub>
0,09	0,1379	-0,0479	0,002294	0,2	0,000458882
0,1	0,1379	-0,0379	0,001436	0,3	0,000430923
0,13	0,1379	-0,0079	6,24E-05	0,3	0,000018723
0,22	0,1379	0,0821	0,00674	0,2	0,001348082
					<b>0,00225661</b>

Πίνακας 3: Διακύμανση μιας επένδυσης

- Για ένα χαρτοφυλάκιο

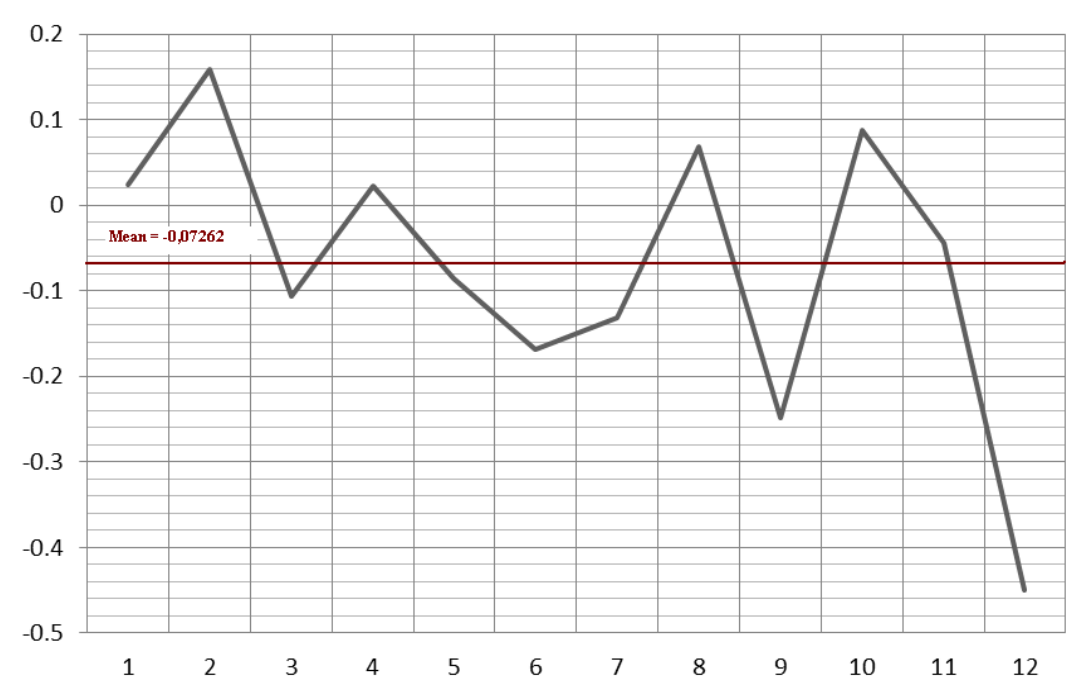
Για τον υπολογισμό της διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου τα πράγματα είναι λίγο πιο περίπλοκα. Στην φάση αυτή καλό θα ήταν να κατανοήσουμε δυο πολύ βασικές έννοιες της στατιστικής: την συνδιακύμανση και την συσχέτιση.

### Συνδιακύμανση

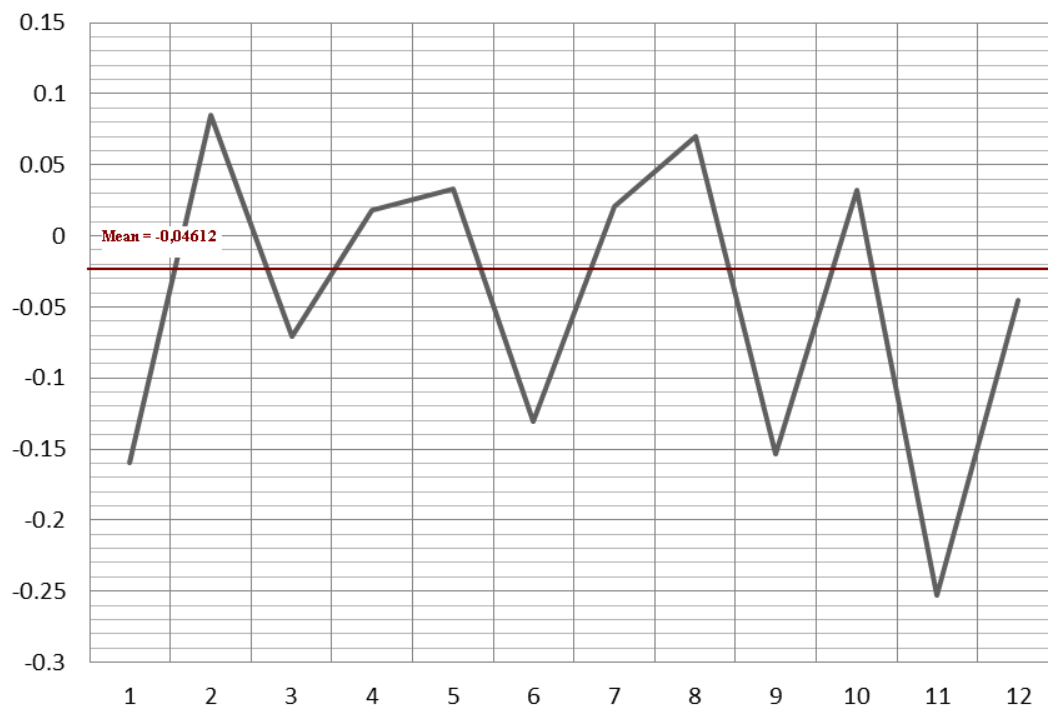
Η συνδιακύμανση αποτελεί ένα μέτρο του βαθμού στον οποίο δυο μεταβλητές κινούνται μαζί μέσα στο χρόνο. Θετική συνδιακύμανση σημαίνει πως οι αποδόσεις δύο επενδύσεων τείνουν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με την πάροδο του χρόνου ενώ αντίστοιχα αρνητική συνδιακύμανση σημαίνει πως οι αποδόσεις δύο επενδύσεων τείνουν να κινηθούν προς αντίθετες κατευθύνσεις με την πάροδο του χρόνου. Το πόσο μεγάλη θα είναι η συνδιακύμανση εξαρτάται από τις επιμέρους διακυμάνσεις των επενδύσεων όπως επίσης και από την σχέση μεταξύ των αποδόσεων. Οι παρακάτω πίνακες δείχνουν:

Date	Navios Maritime HDG	Tsakos Energy Nav.
<b>Jan-10</b>	0,024583	-0,15963
<b>Feb-10</b>	0,159084	0,084908
<b>Mar-10</b>	-0,10645	-0,07085
<b>Apr-10</b>	0,022159	0,018376
<b>May-10</b>	-0,08496	0,033303
<b>Jun-10</b>	-0,16835	-0,13096
<b>Jul-10</b>	-0,132	0,020783
<b>Aug-10</b>	0,067711	0,069778
<b>Sep-10</b>	-0,24777	-0,15384
<b>Oct-10</b>	0,088226	0,032324
<b>Nov-10</b>	-0,04352	-0,25288
<b>Dec-10</b>	-0,45018	-0,04481
	Mean = -0,07262	Mean = -0,04612

Πίνακας 4: Μηνιαίες αποδόσεις για μετοχή (Navios Maritime) και μετοχή (Tsakos Energy Nav.)



Διάγραμμα 2: Χρονικό γράφημα των μηνιαίων αποδόσεων (Navios Maritime)



Διάγραμμα 3: Χρονικό γράφημα των μηνιαίων αποδόσεων (Tsakos Energy)



Η συνδιακύμανση δυο επενδύσεων δίνεται γενικά από την σχέση:

$$Cov_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\}$$

Ειδικότερα τώρα για το παραδειγμα μας η συνδιακύμανση δίνεται από την σχέση:

$$\frac{1}{11} \sum_{i=1}^{12} [R_i - \bar{R}_i][R_j - \bar{R}_j] = 0,036846$$

Αν οι αποδόσεις για μια επένδυση είναι πάνω από την μέση τιμή για ένα συγκεκριμένο διάστημα και αντίστοιχα και για την άλλη επένδυση είναι πάνω από την μέση τιμή της για το ίδιο διάστημα τότε η συνδιακύμανση στο διάστημα αυτό είναι θετική. Αν το φαινόμενο αυτό εξακολουθεί και υπάρχει τότε η συνολική τιμή της συνδιακύμανσης θα είναι υψηλή.

### Συσχετιση

Από τα διαγράμματα 2 και 3 παρατηρούμε πως για κάποιους μήνες η απόδοση των δύο μετοχών κινούνταν μαζί. Σε άλλους κινούνταν προς αντίθετη κατεύθυνση. Η τιμή λοιπόν αυτή της συνδιακύμανσης είναι μεν θετική αλλά όχι τόσο υψηλή στην περίπτωση που οι δείκτες να είναι ασταθείς. Στην περίπτωση που οι δυο δείκτες είναι σταθεροί τότε η τιμή της συνδιακύμανσης θεωρείται ισχυρά θετική. Με τον παρακάτω τύπο εκφράζουμε το μέτρο της συνδιακύμανσης ως μια σταθερά λαμβάνοντας υπόψη τις τυπικές αποκλίσεις των δύο μετοχών.

$$r_{ij} = \frac{Cov_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

όπου

$\Gamma_{ij}$  = συντελεστής συσχέτισης

$\sigma_{ij}$  = τυπική απόκλιση του  $R_i$

$\sigma_{ij}$  = τυπική απόκλιση του  $R_j$

Διαιρώντας την συνδιακύμανση με το γινόμενο των δύο τυπικών αποκλίσεων προκύπτει ο συντελεστής συσχέτισης. Οι τιμές του συντελεστή αυτού κυμαίνονται από +1 έως -1. Η τιμή +1 δηλώνει τέλεια θετική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο ανεξάρτητων στοιχείων ενώ το -1 δηλώνει τέλεια αρνητική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο επενδύσεων.

### Διαφοροποίηση

Διαφοροποίηση ονομάζεται η ομαδοποίηση περιουσιακών στοιχείων (μετοχές, ομόλογα, ακίνητα, παράγωγα κλπ) δημιουργώντας ένα χαρτοφυλάκιο. Έχει παρατηρηθεί όπως θα δούμε και παρακάτω πως η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου έχει ευεργετικά αποτελέσματα στη μείωση του ρίσκου.

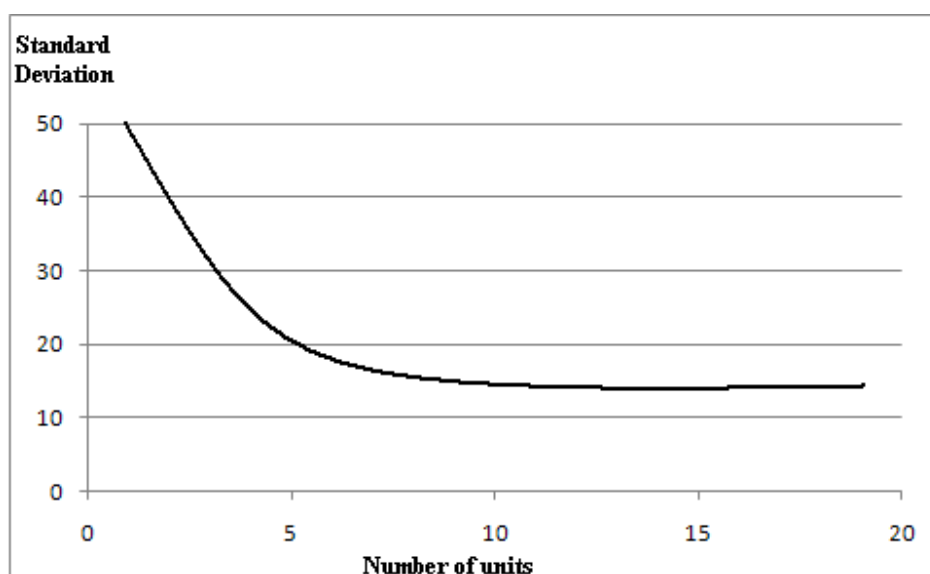
Είδαμε παραπάνω πως μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε την διακύμανση τόσο σε μεμονωμένα αξιόγραφα όσο και σε χαρτοφυλάκια τέτοιων.

Άξιος αναφοράς είναι ο παρακάτω πίνακας ο οποίος δείχνει μερικές τυπικές αποκλίσεις μετοχών από διαφορετικές χώρες. Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως οι μεμονωμένες μετοχές έχουν πολύ υψηλότερη τυπική απόκλιση από τις αντίστοιχες των αγορών στις οποίες βρίσκονται. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς αποτελείται από μεμονωμένες μετοχές οι οποίες όμως έχουν μεγαλύτερη τυπική απόκλιση από αυτή του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως η διαφοροποίηση μειώνει την μεταβλητότητα.

Μετοχή	Τυπική Απόκλιση	Αγορά	Τυπική Απόκλιση
Deutsche Bank	37,5	Germany	24,1
Fiat	38,1	Italy	26,7
KLM	39,6	Netherlands	20,6
Sony	46,3	Japan	18,2

Πίνακας 5: Τυπικές αποκλίσεις μετοχών και των αντιστοιχών αγορών(χωρών) στις οποίες βρίσκονται

Ακόμα και μικρή διαφοροποίηση μπορεί να προσφέρει σημαντική μείωση της μεταβλητότητας. Ας υποθέσουμε πως υπολογίζουμε και συγκρίνουμε τις τυπικές αποκλίσεις τυχαίων μόνου-χαρτοφυλακίου, διπλού-χαρτοφυλακίου, πενταπλού-χαρτοφυλακίου, Χ-χαρτοφυλακίου. Εύκολα βλέπουμε από το διάγραμμα 4 πως η διαφοροποίηση όσο αυξάνεται τόσο μειώνεται και η τυπική απόκλιση, δηλαδή το ρίσκο. Βλέπουμε επίσης πως η μεταβλητότητα μειώνεται λιγότερο όσο ο αριθμός των στοιχείων που περιέχει αυξάνεται πάνω από 20, 30.

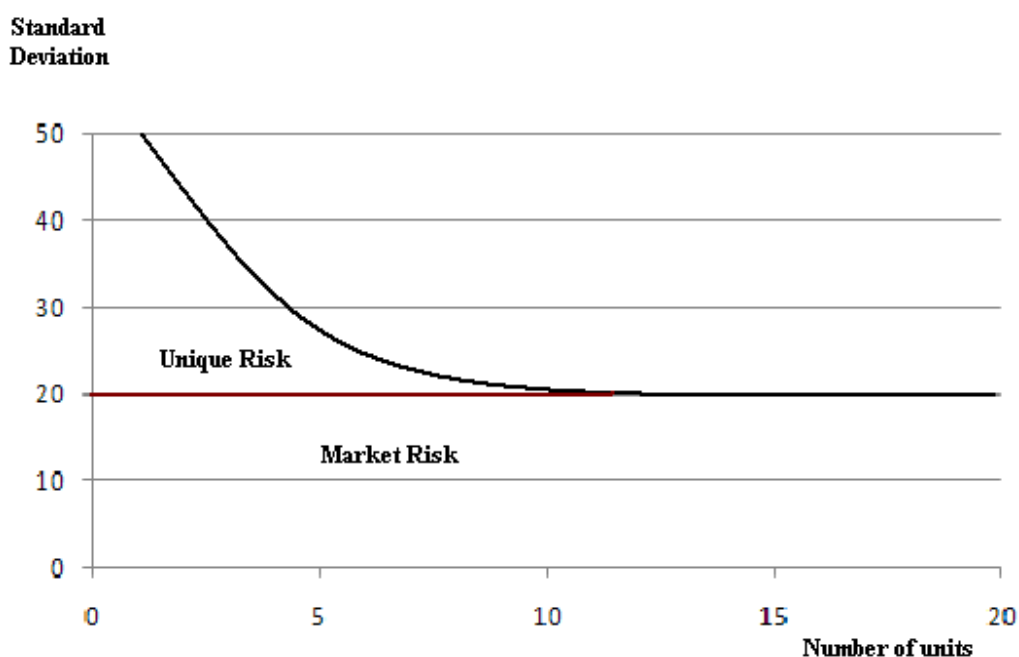


Διάγραμμα 4: Η επίδραση της διαφοροποίησης στο ρίσκο

Ο λόγος που η διαφοροποίηση λειτουργεί είναι επειδή οι τιμές διαφορετικών μετοχών δεν μεταβάλλονται μαζί. Με άλλα λόγια, όπως λένε και οι στατιστικολόγοι, οι αλλαγές στις τιμές των μετοχών δεν είναι απόλυτα συσχετισμένες.

Το ρίσκο το οποίο μπορεί να αποκλεισθεί από την διαφοροποίηση ονομάζεται μοναδικό ρίσκο (unique risk). Το μοναδικό ρίσκο πηγάζει από τους κίνδυνους που μπορεί να περιτριγυρίζουν μια συγκεκριμένη εταιρεία οι οποίοι μπορεί να είναι ιδιόμορφοι για την εταιρεία και τους ανταγωνιστές της. Υπάρχει όμως και ένας κίνδυνος που δεν μπορεί να αποφευχθεί, ανεξάρτητα με το πόσο διαφοροποιεί κάποιος. Αυτό το ρίσκο ονομάζεται κίνδυνος της αγοράς (market risk). Το market risk πηγάζει από το γεγονός πως υπάρχουν άλλοι οικονομικής φύσης κίνδυνοι τους οποίους δεν μπορεί να ελέγξει κάποιος και οι οποίοι απειλούν όλες τις επιχειρήσεις, και άρα τις τιμές των μετοχών τους. Αυτός είναι και ο βασικός λόγος για τον οποίο πολλές τιμές μετοχών έχουν την τάση να μεταβάλλονται

συγχρόνως και ο λόγος για τον οποίο οι επενδύτες, ανεξάρτητα από το πλήθος των μετοχών που κατέχουν, διατρέχουν κίνδυνο. Στο διάγραμμα 5 έχουμε ταξινομήσει το ρίσκο σε δυο μέρη – το unique risk και το market risk. Φαίνεται ξεκάθαρα λοιπόν στο διάγραμμα αυτό πως κάποιος που κατέχει μια μόνο μετοχή έχει σημαντικό unique risk ενώ κάποιος με ένα καλά διαμορφωμένο χαρτοφυλάκιο έχει μόνο το market risk.



Διάγραμμα 5: Μοναδικό ρίσκο και ρίσκο της αγοράς

### Τυπική απόκλιση (ρίσκο) χαρτοφυλακίου

Αφού λοιπόν έγιναν κατανοητές οι έννοιες συνδιακύμανση και συσχέτιση, θα δούμε την σχέση της τυπικής απόκλισης ενός χαρτοφυλακίου από τον Χάρι Μάρκοβιτς. Η σχέση αυτή έχει ως εξής:

$$\sigma_{\text{port}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}_{ij}}$$

- όπου  $\sigma_{\text{port}}$  = η τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου
- $w_i$  = η αναλογία ενός στοιχείου  $i$  στο χαρτοφυλάκιο
- $\sigma_i^2$  = η διακύμανση ενός στοιχείου  $i$
- $\text{cov}_{ij}$  = η συνδιακύμανση μεταξύ δύο στοιχείων του χαρτοφυλακίου  $i$  και  $j$ .

Το εξαιρετικά σημαντικό στη σχέση αυτή είναι πως η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου δεν είναι συνάρτηση μόνο των διακυμάνσεων καθενός στοιχείου ξεχωριστά αλλά και των ζυγισμένων συνδιακυμάνσεων όλων των στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Παρατηρούμε επίσης πως με την αύξηση του αριθμού αξιόγραφων σε ένα χαρτοφυλάκιο στο τελικό αποτέλεσμα της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου, η βαρύτητα του όρου των διακυμάνσεων μειώνεται ενώ ο όρος των συνδιακυμάνσεων έχει μεγαλύτερη βαρύτητα. Υπάρχει βέβαια ένας κρίσιμος αριθμός αξιόγραφων από τον οποίο και έπειτα η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου έχει αμελητέες διαφορές.

Σύμφωνα με τον Μάρκοβιτς λοιπόν, ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να περιγραφεί από δύο και μόνο χαρακτηριστικά:

- την τυπική απόκλισή του
- την αναμενόμενη απόδοση του

Για την καλύτερη κατανόηση των προαναφερθέντων ας πάρουμε ένα παράδειγμα. Για δική μας διευκόλυνση στο παράδειγμα μας θα χρησιμοποιήσουμε ένα χαρτοφυλάκιο με

δύο μόνο στοιχεία. Στην συνέχεια βέβαια θα αναφερθούμε και σε χαρτοφυλάκιο με περισσότερα από δύο στοιχεία. Έστω λοιπόν ένα χαρτοφυλάκιο με δύο στοιχεία το 1 και το 2. Ξεκινάμε με την παραδοχή πως τα δύο αυτά στοιχεία έχουν ίδιες αναμενόμενες αποδόσεις, ίδιες αναμενόμενες τυπικές αποκλίσεις και ίσα βάρη στο χαρτοφυλάκιο μας. Άρα:

Αναμενόμενη απόδοση	Αναμενόμενη τυπική απόκλιση	Βάρη
$E(R_1) = 0,20$	$E(\sigma_1) = 0,10$	$w_1 = 0,5$
$E(R_2) = 0,20$	$E(\sigma_2) = 0,10$	$w_2 = 0,5$

Πίνακας 6: Δεδομένα παραδείγματος

Για να δείξουμε την σημαντικότητα αλλά και την επίδραση της συνδιακύμανσης στο αποτέλεσμα της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου οι συντελεστές συσχετισμού αλλάζουν. Έχουμε λοιπόν ότι:

Συντελεστής συσχέτισης	Συνδιακύμανση
$r_{1,2} = 1,00$	$cov_{1,2} = 0,01$
$r_{1,2} = 0,50$	$cov_{1,2} = 0,005$
$r_{1,2} = 0,00$	$cov_{1,2} = 0,000$
$r_{1,2} = -0,50$	$cov_{1,2} = -0,005$
$r_{1,2} = -1,00$	$cov_{1,2} = -0,01$

Πίνακας 7: Συνδιακύμανση των 1 και 2

Και επομένως η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου από την σχέση 1, για τις πέντε διαφορετικές καταστάσεις συσχετισμού θα είναι:

Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου
$\sigma_{port(a)} = 0,10$
$\sigma_{port(b)} = 0,0866$
$\sigma_{port(c)} = 0,0707$
$\sigma_{port(d)} = 0,05$
$\sigma_{port(e)} = 0,0$

Πίνακας 8: Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου

Στην πρώτη περίπτωση που τα δύο στοιχεία του χαρτοφυλακίου είναι τέλεια συσχετισμένα παρατηρούμε πως ουσιαστικά με την δημιουργία του χαρτοφυλακίου δεν είχαμε απολύτως κανένα όφελος αφού η τιμή της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου ισούται με την τυπική απόκλιση των επιμέρους στοιχείων. Βλέπουμε λοιπόν πως αν δύο στοιχεία είναι τέλεια συσχετισμένα μεταξύ τους δεν υπάρχει κανένας λόγος δημιουργίας χαρτοφυλακίου αφού η τυπική απόκλιση και άρα το ρίσκο μας δεν μειώνεται καθόλου.

Στην δεύτερη περίπτωση, με συντελεστή συσχέτισης ίσο με 0,5 βλέπουμε μείωση της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου μας κατά 13,3%. Στις περιπτώσεις c και d βλέπουμε πως μειώνοντας τον συντελεστή συσχετισμού μειώνεται μαζί με αυτόν και η συνολική τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Στην περίπτωση c είχαμε μια μείωση της τάξεως του 29,9% από το χαρτοφυλάκιο a ενώ στην περίπτωση d σημειώθηκε μείωση 50% της αρχικής τυπικής απόκλισης.

Στην τελευταία περίπτωση, όπου ο συντελεστής συσχέτισης ισούται με -1, φαίνονται τα πλεονεκτήματα της διαφοροποίησης. Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου μας ισούται με μηδέν και άρα ο μόνος κίνδυνος που διατρέχουμε είναι αυτός της αγοράς. Ο τέλειος αρνητικός συσχετισμός ανάμεσα στα δυο στοιχεία του χαρτοφυλακίου δίνει μια μέση συνδυασμένη απόδοση. Οποιαδήποτε διαφορά στις αποδόσεις ισοσταθμίζεται από το άλλο στοιχείο και επομένως το ρίσκο μας είναι μηδενικό.

Αφού λοιπόν κατανοήσαμε πλήρως τι συμβαίνει στο παραπάνω ιδανικό παράδειγμα είναι σημαντικό να δούμε τι συμβαίνει στην πραγματικότητα όταν συνδυάζουμε μετοχές με διαφορετικές αναμενόμενες αποδόσεις, διαφορετικές αναμενόμενες τυπικές αποκλίσεις και διαφορετικά βάρη μέσα στο χαρτοφυλάκιο. Έστω ένα χαρτοφυλάκιο, πάλι με δύο στοιχεία 1 και 2. Τα στοιχεία 1 και 2 έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Αναμενόμενη απόδοση	Τυπική απόκλιση	Διακύμανση	Βάρη
$E(R_1) = 0,10$	$E(\sigma_1) = 0,07$	$\sigma_1^2 = 0,0049$	$w_1 = 0,5$
$E(R_2) = 0,20$	$E(\sigma_2) = 0,10$	$\sigma_2^2 = 0,01$	$w_2 = 0,5$

Πίνακας 9: Χαρακτηριστικά στοιχείων 1 και 2

Ξαναυπολογίζουμε τις συνδιακυμάνσεις για τις ίδιες περιπτώσεις των συντελεστών συσχέτισης οπότε έχουμε:

Case	Συντελεστής συσχέτισης	Συνδιακύμανση
A	$r_{1,2} = 1,00$	$cov_{1,2} = 0,007$
B	$r_{1,2} = 0,50$	$cov_{1,2} = 0,0035$
C	$r_{1,2} = 0,00$	$cov_{1,2} = 0,000$

<b>D</b>	$r_{1,2} = -0,50$	$cov_{1,2} = -0,0035$
<b>E</b>	$r_{1,2} = -1,00$	$cov_{1,2} = -0,007$

Πίνακας 10: Συνδιακυμάνσεις 1 και 2

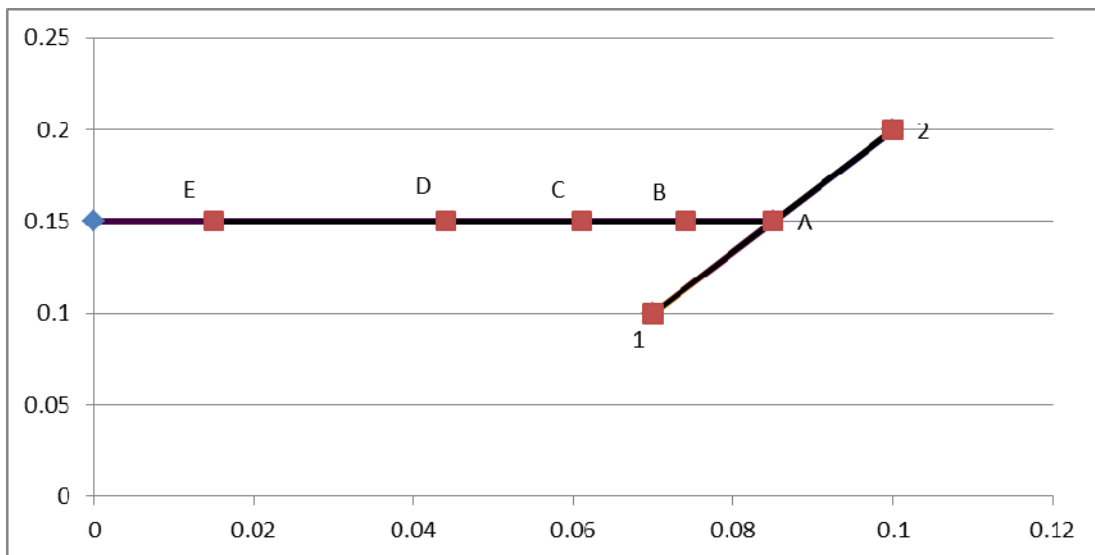
Έχουμε ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι ίση με:

$$E(R_{\text{port}}) = 0,5(0,1) + 0,5(0,2) = 0,15$$

Για κάθε περίπτωση ξεχωριστά οι τυπικές αποκλίσεις του χαρτοφυλακίου θα είναι:

Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου
$\sigma_{\text{port}}(\mathbf{a}) = 0,085$
$\sigma_{\text{port}}(\mathbf{b}) = 0,07399$
$\sigma_{\text{port}}(\mathbf{c}) = 0,0610$
$\sigma_{\text{port}}(\mathbf{d}) = 0,0444$
$\sigma_{\text{port}}(\mathbf{e}) = 0,015$

Πίνακας 11: Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου



Διάγραμμα 6: Απεικόνιση των Χαρτοφυλακίων

Στον παραπάνω διάγραμμα φαίνονται τα δύο στοιχεία του χαρτοφυλακίου ξεχωριστά όπως επίσης και οι πέντε περιπτώσεις του χαρτοφυλακίου αυτών. Η



αναμενόμενη απόδοση των χαρτοφυλακίων είναι ίδια επειδή τα βάρη των στοιχείων είναι 50 – 50 και επομένως βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Τέλος ας πάρουμε την περίπτωση που τα δύο στοιχεία είναι ασυσχέτιστα, δηλαδή  $r_{1,2} = 0$ , αλλά τα επιμέρους βάρη των στοιχείων έχουν αλλάξει. Έχουμε λοιπόν τον ακόλουθο πίνακα για τις διάφορες αναλογίες βαρών:

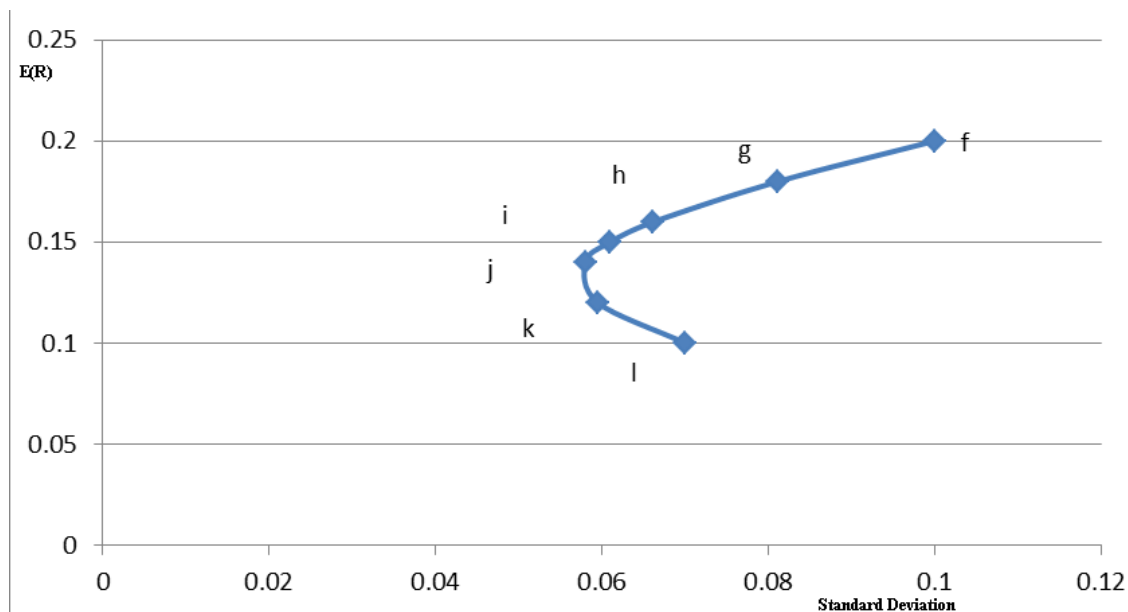
Case	w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	E(R <sub>i</sub> )
<b>f</b>	0	1	0,2
<b>g</b>	0,2	0,8	0,18
<b>h</b>	0,4	0,6	0,16
<b>i</b>	0,5	0,5	0,15
<b>j</b>	0,6	0,4	0,14
<b>k</b>	0,8	0,2	0,12
<b>l</b>	1	0	0,1

*Πίνακας 12: Διαφορετικά βάρη των στοιχείων 1 και 2*

Για  $\text{cov}_{ij} = 0$  έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα τυπικής απόκλισης χαρτοφυλακίου για τις περιπτώσεις αυτές:

Case	Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου
<b>f</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{f}) = 0,1$
<b>g</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{g}) = 0,0812$
<b>h</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{h}) = 0,0662$
<b>i</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{i}) = 0,061$
<b>j</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{j}) = 0,058$
<b>k</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{k}) = 0,0595$
<b>l</b>	$\sigma_{\text{port}}(\text{l}) = 0,07$

*Πίνακας 13: Τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίων*



Διάγραμμα 7: Χαρτοφυλάκια *f, g, h, i, j, k, l*

Το διάγραμμα δείχνει πως στην περίπτωση μηδενικού συσχετισμού ένας συντηρητικός επενδυτής ο οποίος θα διάλεγε να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο *l*, με απόδοση 10% και ρίσκο 7%, θα μπορούσε να αυξήσει την απόδοσή του στο 14% μειώνοντας ταυτόχρονα το ρίσκο του στο 5,8%. Αυτό μπορεί να το επιτύχει ο επενδυτής μόνο επενδύοντας 40% του χαρτοφυλακίου του στο πιο επισφαλές στοιχείο 2.

### 3.2.3 Χαρτοφυλάκιο με περισσότερα από δύο στοιχεία

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να περιγράψουμε πως λειτουργεί ένα χαρτοφυλάκιο με περισσότερα από δύο στοιχεία επειδή μόνον κατ'αυτόν τον τρόπο μπορούμε να δείξουμε εμφανώς την δυναμική των διαδικασιών για την μείωση του ρίσκου ενός χαρτοφυλακίου, όταν σε αυτό προσθέτουμε ένα ή περισσότερα στοιχεία.

Θα υποθέσουμε ότι έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο με τρία ενεργητικά στοιχεία, τα 1, 2 και 3. Τα χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου μας είναι τα εξής:

Asset	E(R <sub>i</sub> )	E(σ <sub>i</sub> )	σ <sub>i</sub> <sup>2</sup>	w <sub>i</sub>
<b>1</b>	0,12	0,2	0,04	0,6
<b>2</b>	0,08	0,1	0,01	0,3
<b>3</b>	0,04	0,03	0,0009	0,1

*Πίνακας 14: Χαρακτηριστικά στοιχείων 1, 2 και 3*

Επίσης υποθέτουμε:

Συντελεστές συσχέτισης	
<b>r<sub>1,2</sub></b>	0,25
<b>r<sub>1,3</sub></b>	-0,08
<b>r<sub>2,3</sub></b>	0,15

Για το παράδειγμά μας έχουμε λοιπόν την ακόλουθη αναμενόμενη απόδοση:

$$E(R_{\text{port}}) = (0,6)(0,12) + (0,3)(0,08) + (0,1)(0,04) = 0,100 = 10\%$$

Εφαρμόζοντας την γενικευμένη σχέση της τυπικής απόκλισης έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{port}}^2 = & [(0,6)2(0,2)^2 + (0,3)2(0,1)^2 + (0,1)2(0,03)^2] \\ & + \{[2(0,6)(0,3)(0,2)(0,1)(0,25)] \\ & + [2(0,6)(0,1)(0,2)(0,03)(-0,08)] \\ & + [2(0,1)(0,3)(0,1)(0,03)(0,15)]\} \end{aligned}$$

$$\sigma_{\text{port}}^2 = 0,0170784$$

$$\text{Άρα } \sigma_{\text{port}} = 0,1306 = 13,06\%$$

Κυρία αρχή των μεγάλων επενδυτών είναι να μην βάζουν ποτέ όλα τους τα αυγά σε ένα καλάθι. Μοιράζουν το κεφαλαίο τους και έτσι και τον κίνδυνο τους. Ενδιαφέρονται λοιπόν όχι για την τιμή μιας μετοχής αλλά για την επίδραση που θα έχει κάθε μετοχή στο ρίσκο του χαρτοφυλακίου τους.

### 3.2.4 Κίνδυνος της Αγοράς

Αν θέλουμε να μάθουμε την συνεισφορά μιας μεμονωμένης άξιας στο ρίσκο ενός καλά διαμορφωμένου χαρτοφυλακίου πρέπει να δούμε πόσο ευαίσθητη είναι η άξια αυτή στις αλλαγές της αγοράς και όχι πόσο επικίνδυνη είναι η άξια αυτή ως μεμονωμένη επένδυση. Η ευαισθησία αυτή ονομάζεται βετα ( $\beta$ ).

Όταν το  $\beta$  είναι ίσο με 1 τότε η τιμή της μετοχής μεταβάλλεται ακριβώς όπως και η αγορά. Για  $\beta$  μεταξύ του 0 και του 1 οι μετοχές τείνουν να μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση με την αγορά αλλά όχι όσο αυτή ενώ για  $\beta$  μεγαλύτερο από 1 οι μετοχές μεταβάλλονται στην ίδια κατεύθυνση με την αγορά αλλά με μεγαλύτερο ρυθμό.

Επεξηγούμε το μέγεθος αυτό με ένα εύκολο παράδειγμα:

Έστω μετοχή X με  $\beta = 1,37$ . Αν η αγορά λοιπόν ανέβει κατά ένα ποσοστό 3% τότε η τιμή της μετοχής X θα αυξηθεί  $3 \cdot 1,37 = 4,11\%$ .

Όπως είδαμε και πριν με την αύξηση του πλήθους των μετοχών το ρίσκο ενός χαρτοφυλακίου μειώνεται τόσο ώστε τελικά να εξαλειφθεί τελείως το μοναδικό ρίσκο και να υπάρχει μόνο το ρίσκο της αγοράς (market risk). Δημιουργούμε ένα χαρτοφυλάκιο A με μέσο  $\beta$  των συμπεριλαμβανόμενων μετοχών  $\beta=1,5$  και ένα χαρτοφυλάκιο B με  $\beta = 1$ . Αν πούμε ότι σε χρονικό διάστημα 10 ετών η αγορά ανέβει 10% τότε το χαρτοφυλάκιο A θα ανέβει 15% ενώ το χαρτοφυλάκιο B θα ανέβει όσο και η αγορά, δηλαδή 10%. Παρατηρούμε λοιπόν πως δυο χαρτοφυλάκια με το ίδιο πλήθος μετοχών έχουν διαφορετική απόδοση και αυτό λόγω του  $\beta$ .

Οι στατιστικολόγοι ορίζουν το  $\beta$  μιας μετοχής  $i$  ως:

$$\beta = \sigma_{im} / \sigma_m^2$$

οπου  $\sigma_{im}$  είναι η συνδιακύμανση μεταξύ μετοχής  $i$  και της αγοράς και  $\sigma_m^2$  η διακύμανση της αγοράς.

### **3.3 Ρίσκο και απόδοση – Θεωρία Χαρτοφυλακίου από τον Χάρι Μάρκοβιτς**

Τα προαναφερθέντα είναι βασισμένα σε ένα άρθρο το Χαρι Μάρκοβιτς που εκδόθηκε το 1952. Ο Μάρκοβιτς έδειξε πως ένας επενδύτης μπορεί να μειώσει το ρίσκο του χαρτοφυλακίου του επιλέγοντας μετοχές οι οποίες δεν μεταβάλλονται με συνέπεια μεταξύ τους. Όμως δεν σταματησε μόνο σε αυτό. Επέκτεινε την θεωρία του και επεξεργάστηκε τις βασικές αρχές κατασκευής χαρτοφυλακίου. Ο Μάρκοβιτς, συμπέρανε πως όταν μετράμε σε ένα μεγάλο χρονικό διάστημα δεδομένα, οι παρελθοντικές αποδόσεις σε κάθε μετοχή ακολουθούν μια κατανομή πολύ κοντά στην κανονική.

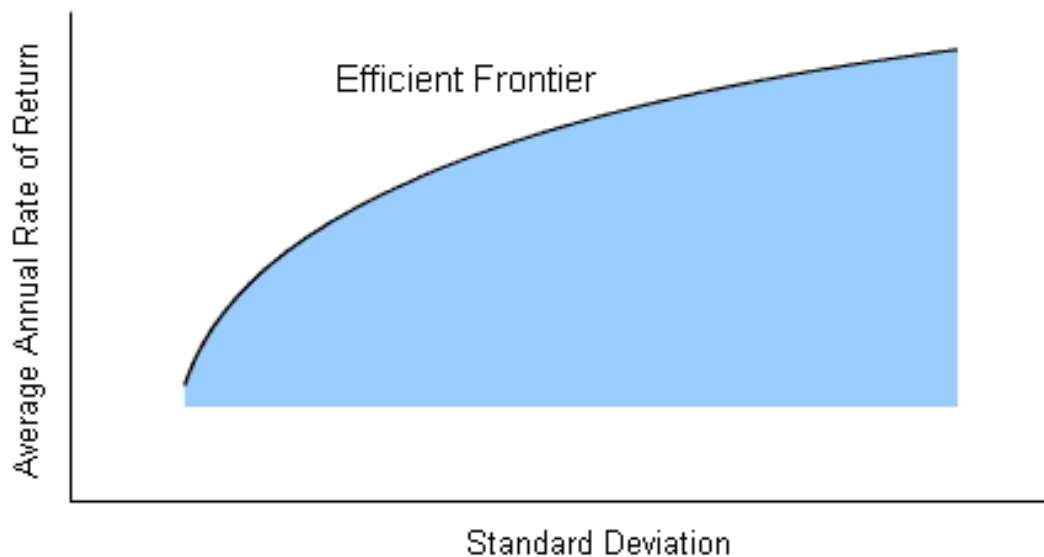
Οι κανονικές κατανομές μπορούν να προσδιοριστούν απόλυτα από δύο αριθμούς. Ο ένας είναι η αναμενομενη απόδοση και ο άλλος είναι η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση. Έτσι λοιπόν αν μια μετοχή γνωρίζουμε ότι ακολουθεί κανονική κατανομή τότε ένας επενδύτης το μόνο που χρειάζεται να ξέρει ούτως ώστε να αποφασίσει αν θα επενδύσει σε μια μετοχή είναι οι δύο αυτοί αριθμοί – αναμενόμενη απόδοση και τυπική απόκλιση.

### 3.4 Όριο απόδοσης – Συνδυασμός μετοχών σε ένα χαρτοφυλάκιο

Έχουμε δύο μετοχές. Την μετοχή 1 και 2. Η πρώτη έχει αναμενόμενη απόδοση 10% και τυπική απόκλιση 17,1% (σύμφωνα με τα παρελθοντικά δεδομένα) ενώ η δεύτερη 20% αναμενόμενη απόδοση και 20,8% τυπική απόκλιση. Η μετοχή των 2 προσφέρει μεγαλύτερη απόδοση αλλά είναι πιο επικίνδυνη από την 1. Αυτό δεν σημαίνει πως πρέπει να αποκλείσουμε μια από τις δυο μετοχές. Από υπολογισμούς έχουμε ότι ένας συνδυασμός χαρτοφυλακίου με 55% με την 1 και με 45% με την 2 τότε η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 14,5% και η τυπική του απόκλιση 14,2%.

Μπορούμε να επιτύχουμε με διαφορετικούς συνδυασμούς των δυο αυτών μετοχών. Ο καλύτερος συνδυασμός των μετοχών αυτών είναι υποκειμενικός. Κάποιος που θέλει να ρισκάρει πολύ αλλά να κερδίσει γρήγορα θα επένδυε όλα του τα λεφτά στην μετοχή 2. Αντίθετα κάποιος που επιθυμεί να ελάττωση το ρίσκο του αλλά και την αναμενόμενη απόδοση του θα επένδυε περισσότερα στην 1 και λιγότερο ποσοστό στην μετοχή 2.

Το πρόβλημα όμως που εμείς θα προσπαθήσουμε να επιλύσουμε δεν περιορίζεται σε χαρτοφυλάκιο 2 μετοχών αλλά σε χαρτοφυλάκια 10, 100 ακόμα και 1000 μετοχών. Θα μελετήσουμε τώρα την περίπτωση του χαρτοφυλακίου με 10 μετοχές. Ανακατεύοντας μετοχές δημιουργώντας χαρτοφυλάκια μπορούμε να πάρουμε ένα ακόμα πιο ευρύ φάσμα πιθανών συνδυασμών ρίσκου – απόδοσης. Σκοπός μας είναι να πάμε (πάνω στο διάγραμμα) όσο πιο πάνω, ώστε να αυξήσουμε την αναμενόμενη απόδοση, και όσο αριστερά μπορούμε, ώστε να μειώσουμε το ρίσκο μας. Πάνω στην καμπύλη που σχηματίζεται, η οποία περικλείει μέσα της όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια, είναι τα χαρτοφυλάκια με τις υψηλότερες αναλογίες απόδοσης – ρίσκου. Τα χαρτοφυλάκια αυτά τα ονόμασε ο Μάρκοβιτς αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια (efficient portfolios).



*Διάγραμμα 8: Αποδοτικό μέτωπο χαρτοφυλακίων*

### **3.5 Εισαγωγή Στο «Δανείζω Και Δανείζομαι»**

Μεγάλοι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί μπορούν να επιλέξουν μεταξύ χιλιάδων συνδυασμών μετοχών και έτσι να επιτύχουν ευρύτερο φάσμα ρίσκου – απόδοσης. Οι επιλογές τους φαίνονται στο διάγραμμα από την γραμμοσκιασμένη περιοχή. Τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια παραμένουν αυτά που βρίσκονται στην παχιά καμπύλη.

Σημαντικό είναι αυτή τη στιγμή να αναφερθεί και το γεγονός ότι αν επενδύσουμε κάποια λεφτά σε Treasury Bills (δανείζουμε) και επενδύσουμε τα υπόλοιπα στο χαρτοφυλάκιο S (φαίνεται στο διάγραμμα) μπορούμε να εξασφαλίσουμε οποιονδήποτε συνδυασμό ρίσκου – απόδοσης κατά μήκος της ευθείας που ορίζεται από τα σημεία rf και S. Μπορεί επίσης ένας επενδύτης να δανειστεί κεφαλαίο με επιτόκιο ίσο με rf και να τα επενδύσει όλα στο χαρτοφυλάκιο S. Ας δούμε δυο γρήγορα παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση. Ας υποθέσουμε ότι το χαρτοφυλάκιο S έχει αναμενόμενη απόδοση 15% και τυπική απόκλιση 16% και τα Treasury Bills αναμενόμενη απόδοση 5% και είναι ακίνδυνη επένδυση. Αν επενδύαμε τα μισά λεφτά μας στο χαρτοφυλάκιο S και τα άλλα μισά στα Treasury Bills τότε θα είχαμε:

$$\text{Return} = (0,5 * \text{αναμενομενη αποδοση του S}) + (0,5 * \text{επιτοκιο}) = 10\%$$

$$\text{Standard Deviation} = (0,5 * \text{τυπικη αποκλιση S}) + (0,5 * \text{τυπικη αποκλιση bills}) = 8\%$$

Αν δανειζόμασταν πόσο ίσο με το αρχικό μας κεφαλαίο με επιτόκιο ίσο με το  $r_f$  και επενδύαμε όλα μας τα λεφτά στο χαρτοφυλάκιο S τότε θα είχαμε:

$$\text{Return} = (2 * \text{αναμενομενη αποδοση S}) - (1 * \text{επιτοκιο}) = 25\%$$

$$\text{Standard Deviation} = (2 * \text{τυπικη αποκλιση S}) - (1 * \text{τυπικη αποκλιση bills}) = 32\%$$

παρατηρούμε ότι όταν δανείζουμε καταλήγουμε κάπου ενδιάμεσα στο  $r_f$  και το S· αν μπορούμε να δανειστούμε με επιτόκιο  $r_f$  τότε μπορούμε να επεκτείνουμε τις δυνατότητες μας πέραν του S. Μπορούμε λοιπόν να επιτύχουμε την μέγιστη αναμενόμενη απόδοση με συνδυασμό του χαρτοφυλακίου S και δανείζοντας ή δανειζόμενοι. Το S είναι το πιο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Ο τρόπος εύρεσης του αποδοτικότερου χαρτοφυλακίου είναι πολύ απλός. Παίρνουμε την εφαπτόμενη στην καμπύλη. Η εφαπτόμενη ορίζεται από το σημείο  $(0, r_f)$  και το σημείο S. Σημειώνουμε πως προσφέρει την βέλτιστη αναλογία απόδοσης-ρίσκου.

Ένας επενδύτης λοιπόν επιλέγει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο (S) για να επενδύσει αλλά η επένδυση αυτή πρέπει να συνοδεύεται και με κάποιο σωστό συνδυασμού δανεισμού(είτε να δανειστεί είτε να δανείσει) ώστε να μεγιστοποιηθεί η αναμενόμενη απόδοση.

Η δημιουργία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου S είναι κάτι πολύ δύσκολο. Μεγάλοι επενδύτες προτιμούν να δημιουργούν χαρτοφυλάκια με μεγάλο πλήθος μετοχών οι οποίες θεωρούνται υποτιμημένες. Σε ένα ανταγωνιστικό περιβάλλον είναι άτοπο να σκεφτεί κάποιος πως μπορεί να έχει το μονοπώλιο των πληροφοριών και των καλών ιδεών όποτε είναι λογικό να κατέχει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.



## Κεφάλαιο 4

### Οικονομετρία<sup>4</sup>

#### 4.1 Οικονομετρία

Συστηματικός έλεγχος της θεωρίας αποτελεί απαραίτητο μέρος κάθε επιστήμης. Επιστημονικοί κλάδοι όπως τα Οικονομικά, η Φυσική, η Βιολογία και η Χημεία θεωρούνται εμπειρικές επιστήμες. Εμπειρική θεωρείται μια επιστήμη η οποία για κάθε θεωρία της είναι απαραίτητο να υπάρξει και Εμπειρικός έλεγχος, δηλαδή αναφορά στα πραγματικά δεδομένα, έτσι ώστε να μπορέσει η θεωρία αυτή να επαληθευτεί, να ποσοτικοποιηθεί και άρα να υφίσταται. Αντίθετα επιστήμες όπως τα Μαθηματικά δεν χρειάζονται Εμπειρικό έλεγχο, αφού είναι επιστήμες οι οποίες λειτουργούν με παραδοχές. Συνεπώς είναι αναγκαίο οι οικονομικές θεωρίες να ελέγχονται με βάση τα πραγματικά δεδομένα της οικονομικής δραστηριότητας.

Η Θεωρητική οικονομική είναι επιστήμη η οποία ασχολείται με την διατύπωση συμπερασμάτων, σχέσεων και αλληλεξαρτήσεων που υπάρχουν μεταξύ των οικονομικών μεγεθών. Είναι λοιπόν υπεύθυνη για την διατύπωση αιτιωδών ποιοτικών σχέσεων οι οποίες, όπως προαναφέραμε δεν μπορούν να υφίστανται ως ορθές από την στιγμή που δεν έχει υπάρξει σε αυτές συστηματικός έλεγχος. Τον συστηματικό αυτό έλεγχο και την ποσοτικοποίηση της Θεωρητικής Οικονομικής την κάνει η Οικονομετρία.

Στο σημείο αυτό για την πλήρη κατανόηση των παραπάνω σωστό θα ήταν να δώσουμε ένα διευκρινιστικό παράδειγμα. Στην Θεωρητική οικονομική, η θεωρία ζήτησης αναφέρει πως μεταξύ της τιμής και της ζήτησης υπάρχει αρνητική συσχέτιση, το οποίο

---

<sup>4</sup> Γεώργιος Κ.Χρήστου, Εισαγωγή στην Οικονομετρία τόμος Α, GUTENBERG, 2005

σημαίνει πως αν η τιμή ενός αγαθού μειωθεί τότε αυτόματα θα αυξηθεί η ζήτηση του. Αυτή η θεωρία ενώ είναι για όλους προφανής και ορθή, η οικονομική θεωρητική αδυνατεί να μας δώσει ποσοτική απάντηση στο ποσό θα αυξηθεί η ζήτηση εάν μειωθεί η τιμή ενός αγαθού 1% ή 50% ή 100%. Η ποσοτική αυτή πληροφορία, την οποία παίρνουμε με την βοήθεια της Οικονομετρίας είναι εξαιρετικά σημαντική. Αυτό συμβαίνει διότι μόνο κατά ποσοτικό τρόπο θα μπορέσει να βγει ένας σαφές συμπέρασμα αναφορικά με το εάν συμφέρει κάποιον επιχειρηματία η μείωση της τιμής του αγαθού που προσφέρει ή όχι.

Η Θεωρητική Οικονομική λοιπόν διατυπώνει συναρτησιακές σχέσεις τις οποίες με την οικονομετρική ανάλυση η Οικονομετρία τις χρησιμοποιεί και τις μετατρέπει σε μαθηματικές, και αφού κατασκευάσει ένα υπόδειγμα (μοντέλο), προσπαθεί να τις εκτιμήσει. Σε αυτό το σημείο, της εκτίμησης των συναρτησιακών σχέσεων, η Οικονομετρία χρησιμοποιεί στατιστικές μεθόδους άρτια προσαρμοσμένες σε οικονομικά φαινόμενα.

Η Θεωρητική Οικονομική, λοιπόν, διατυπώνει θεωρίες οι οποίες αποτελούν απλουστεύσεις της πραγματικότητας και συνήθως εκφράζονται ως ποιοτικές – συναρτησιακές σχέσεις διαφόρων μεταβλητών. Οι σχέσεις αυτές είναι ακριβείς μαθηματικές σχέσεις και άρα ντετερμινιστικές (deterministic). Παίρνουμε ως παράδειγμα αυτό της συνάρτησης κατανάλωσης:

$$C = a + \beta Y$$

C = κατανάλωση

Y = εισόδημα

Η σχέση αυτή είναι μια σχέση ντετερμινιστική αλλά και μη μαθηματικά αποδεκτή, υπό την έννοια ότι σε καμία περίπτωση δεν μπορεί για ένα επίπεδο εισοδήματος να αντιστοιχεί ένα και μόνο επίπεδο κατανάλωσης. Προφανώς αυτό δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αυτή η απόκλιση της σχέσης αυτής από την πραγματικότητα καλύπτεται με την προσθήκη μιας τυχαίας μεταβλητής, η οποία ονομάζεται στοχαστική. Με την προσθήκη αυτή η παραπάνω σχέση από ντετερμινιστική μετατρέπεται σε στοχαστική. Έτσι λοιπόν έχουμε:

$$C = a + \beta Y + u$$

C = κατανάλωση

Y = εισόδημα

u = στοχαστική μεταβλητή

Βλέπουμε λοιπόν πως ουσιαστικά πως το κενό ανάμεσα σε μια οικονομική θεωρία και την πραγματικότητα το καλύπτει η Οικονομετρία με την στοχαστική μετατροπή των οικονομικών (ντετερμινιστικών) σχέσεων. Συνειδητοποιούμε πως ο βαθμός που μια θεωρία ερμηνεύει την πραγματικότητα μπορεί να ελέγχει μόνο με αναφορά στα πραγματικά δεδομένα. Για να γίνει η ορθή μαθηματική εξειδίκευση των ποιοτικών σχέσεων, που

συνδέουν τις εξαρτημένες και τις ανεξάρτητες μεταβλητές, σε ποσοτικές είναι απαραίτητη η καλή γνώση της θεωρίας και των μαθηματικών σε συνδυασμό με την κατάλληλη εφαρμογή της στατιστικής.

## 4.2 Σκοποί της Οικονομετρίας

Ένα οικονομικό φαινόμενο υπόκειται σε οικονομετρική ανάλυση για έναν από τους παρακάτω σκοπούς:

### 1. *Εμπειρική επαλήθευση, ποσοτικοποίηση και έλεγχο της θεωρίας.*

Η ποσοτικοποίηση των οικονομικών σχέσεων αποσκοπεί στον έλεγχο των προβλέψεων μιας θεωρίας ή μιας υπόθεσης. Με τον όρο πρόβλεψη δεν αναφερόμαστε μόνο σε κάτι το οποίο μπορεί να λαμβάνει χώρα στο μέλλον αλλά και στο παρελθόν. Η ακρίβεια των προβλέψεων της θεωρίας ελέγχεται μόνο με αναφορά στα πραγματικά δεδομένα. Μια θεωρία θεωρούμε ότι γίνεται δεκτή αν επανειλημμένα αποτυγχάνουμε να αποδείξουμε την μη ορθότητα της.

Η διαδικασία έλεγχου μιας θεωρίας ή πρόβλεψης είναι αρχικά η μοντελοποίηση της θεωρίας με την βοήθεια των μαθηματικών και έπειτα η αντιπαράθεση με τα πραγματικά δεδομένα. Αν μετά από επαναλαμβανόμενους ελέγχους προκύπτει πως το μοντέλο – υπόδειγμα επαληθεύει τις τιμές των πραγματικών δεδομένων τότε λέμε πως η θεωρία ισχύει.

### 2. *Αξιολόγηση εναλλακτικών πολιτικών.*

Ένας εξίσου σημαντικός σκοπός της οικονομετρικής ανάλυσης είναι η αξιολόγηση και επιλογή μεταξύ διαφορετικών οικονομικών πολιτικών. Στην επιλογή της οικονομικής πολιτικής είναι απαραίτητη η γνώση και πλήρης κατανόηση οικονομικών σχέσεων. Η γνώση της αριθμητικής τιμής της ελαστικότητας είναι εξαιρετικά σημαντική για την αξιολόγηση εναλλακτικών πολιτικών. Για παράδειγμα, έχουμε μια επιχείρηση που παράγει ένα αγαθό. Δεν ξέρουμε με ποιο τρόπο μπορούμε να αυξήσουμε τα έσοδα: μειώνοντας την τιμή του αγαθού και άρα αυξάνοντας την κατανάλωση ή αυξάνοντας την τιμή αλλά μειώνοντας την κατανάλωση ; Η τιμή της ελαστικότητας για το συγκεκριμένο αγαθό αποτελεί απαραίτητη γνώση. Αν η τιμή της ελαστικότητας είναι μεγαλύτερη από την μονάδα, συμφέρει η μείωση της τιμής. Σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή η τιμή της ελαστικότητας θα ήταν μικρότερη της μονάδας, τότε μείωση της τιμής θα επέφερε μείωση των συνολικών εσόδων.

### 3. *Πρόβλεψη μελλοντικών τιμών των οικονομικών μεταβλητών*

Η σημασία της διενεργείας προβλέψεων οικονομικών μεταβλητών είναι τουλάχιστον φανερή. Με την εκτίμηση οικονομικών υποδειγμάτων αποβλέπουμε στην πρόβλεψη διαφόρων οικονομικών μεταβλητών. Προβλέψεις μπορούν να γίνουν είτε σε μικροοικονομικό επίπεδο (νοικοκυριό, επιχείρηση) είτε σε μακροοικονομικό επίπεδο (κράτος) και μπορεί να γίνουν είτε βραχυπρόθεσμα είτε μακροπρόθεσμα.

### **4.3 Διαδικασία Οικονομετρικής Ανάλυσης – Αλγεβρική Εξατομίκευση του υποδείγματος**

Σημαντικό θα ήταν σε αυτό το σημείο να αναφέρουμε τα στάδια – βήματα από τα όποια γίνεται η οικονομετρική ανάλυση. Χρησιμοποιώντας πάντοτε ως βάση την οικονομική θεωρία αρχίζουμε με την διαμόρφωση και εξειδίκευση του υποδείγματος. Με την βοήθεια της Οικονομετρίας μετατρέπουμε το οικονομικό υπόδειγμα σε οικονομετρικό. Έπειτα έχουμε το στάδιο εκτίμησης του υποδείγματος και σε τελευταία φάση είναι ο έλεγχος και αξιολόγηση του υποδείγματος.

#### *A. Εξειδίκευση υποδείγματος*

Η εξειδίκευση του οικονομικού υποδείγματος είναι το πιο σημαντικό αλλά παράλληλα και το πιο δύσκολο στάδιο της οικονομετρικής ανάλυσης. Η εξειδίκευση ουσιαστικά του υποδείγματος αναφέρεται στον καθαρισμό των μεταβλητών του υποδείγματος, εξαρτημένων και ανεξάρτητων, καθώς επίσης και στη μαθηματική διατύπωση του.

Το γεγονός που κάνει το στάδιο αυτό να είναι τόσο δύσκολο είναι ότι δεν υπάρχουν συγκεκριμένοι κανόνες που κάποιος πρέπει να ακολουθητέ ούτως ώστε να διαμορφώσει ένα τέτοιο υπόδειγμα. Με αλλά λόγια, η εξειδίκευση του υποδείγματος δεν βασίζεται αποκλειστικά στην οικονομική θεωρία αλλά και σε αλλά δεδομένα. Τα δεδομένα αυτά είναι εμπειρικά, πραγματικά δεδομένα της οικονομικής δραστηριότητας.

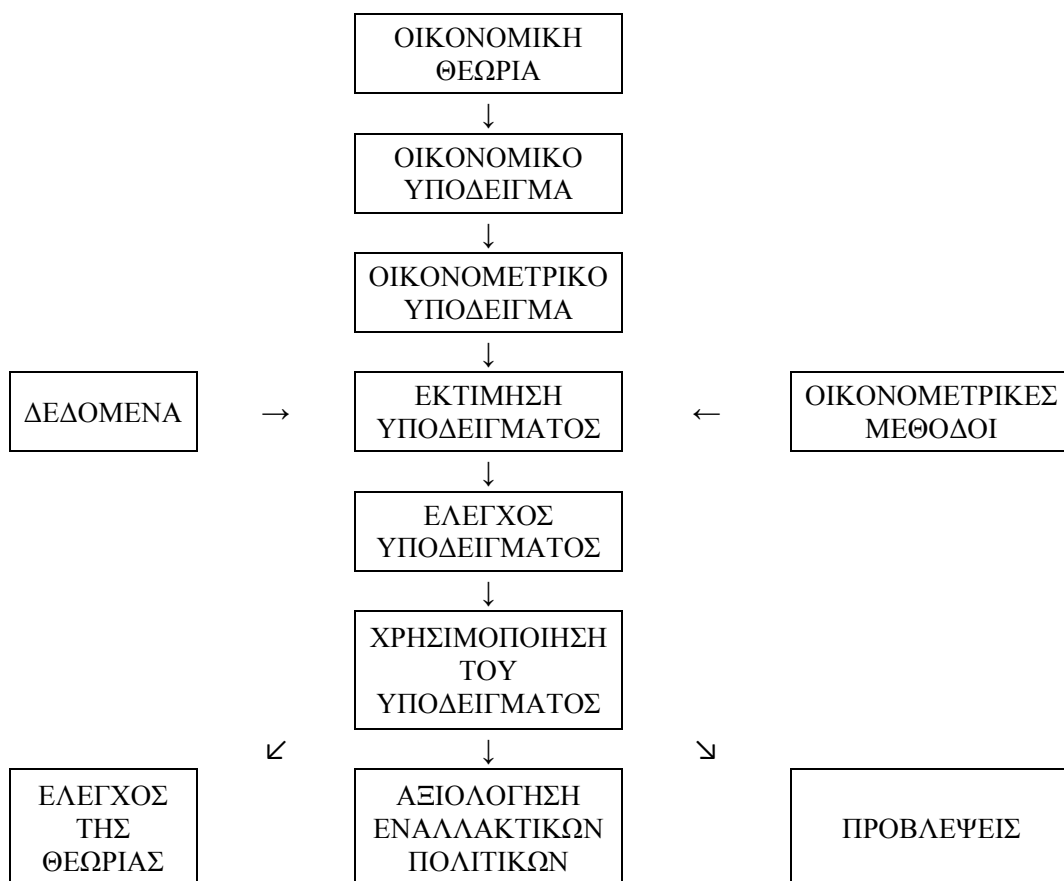
#### *B. Εκτίμηση του υποδείγματος*

Η εκτίμηση του υποδείγματος αναφέρεται στην διαδικασία εκτίμησης των συντελεστών του οικονομικού υποδείγματος.

#### *Γ. Έλεγχος του υποδείγματος*

Ο έλεγχος και αξιολόγηση του υποδείγματος γίνεται ουσιαστικά συγκρίνοντας τις προβλέψεις του με αντιπαραβολή στα πραγματικά δεδομένα. Τα κριτήρια για τον έλεγχο του υποδείγματος μπορεί να είναι οικονομικά, στατιστικά και οικονομετρικά.

Το παρακάτω διάγραμμα μας δείχνει και σχηματικά της διαδικασία της οικονομετρικής ανάλυσης:



Διάγραμμα 9: Διαδικασία Οικονομετρικής Ανάλυσης

#### 4.4 Ντετερμινιστικά και Στοχαστικά υποδείγματα

Στο σημείο αυτό της εργασίας είναι απαραίτητο, πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση μετατροπής ενός οικονομικού υποδείγματος σε οικονομετρικό, να επεξηγήσουμε τη διάκριση μεταξύ της ντετερμινιστικής και της στοχαστικής φύσης των οικονομικών και οικονομετρικών υποδειγμάτων αντίστοιχα. Τα ντετερμινιστικά υποδείγματα είναι οικονομικά μοντέλα τα όποια είναι απόλυτα προσδιοριστικά. Με την έννοια απόλυτα

προσδιοριστικά εννοούμε πως περιλαμβάνει όλους τους παράγοντες που προσδιορίζουν το φαινόμενο και η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής δίνεται όταν δίνονται οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών. Ένα απλό παράδειγμα θα ήταν πλήρως αποπλανητικό. Παίρνουμε την απλή συνάρτηση κατανάλωσης:

$$C = a + \beta Y$$

Όπου  $C$  = κατανάλωση  
 $Y$  = διαθέσιμο εισόδημα

Βλέπουμε ότι δίνοντας μια τιμή στην μεταβλητή  $Y$  παίρνουμε μια ακριβή τιμή της κατανάλωσης  $C$ . Όπως προαναφέραμε είναι προφανές πως η τιμή της κατανάλωσης δεν εξαρτάται μόνο από το εισόδημα. Κάθε λοιπόν επίπεδο εισοδήματος δεν αντικατοπτρίζεται απόλυτα από ένα επίπεδο κατανάλωσης. Εδώ ο οικονομολόγος λειτουργεί ως Φυσικός επιστήμονας, αφού απομονώνει τους υπόλοιπους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η κατανάλωση θεωρώντας τους σταθερούς και μεταβάλλοντας μόνο την τιμή του εισοδήματος. Ακριβώς όπως κάνει ένας Φυσικός επιστήμονας κατά την διάρκεια ενός πειράματος. Στην οικονομική επιστήμη αυτό είναι αδύνατον. Οι οροί που θεωρούνται σταθεροί στα οικονομικά, συνεχώς μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου, σε αντίθεση με ένα καλά σχεδιασμένο πείραμα στις φυσικές επιστήμες όπου με διαφορές προηγμένες μεθόδους μεταβλητές που εμείς επιλεγούμε μπορούν να διατηρηθούν σταθερές. Είναι λοιπόν ανορθόδοξο να θεωρήσουμε πως οι υπόλοιποι παράγοντες που προσδιορίζουν την κατανάλωση πέρα από το εισόδημα παραμένουν αμετάβλητοι. Ωστόσο, κάποιοι παράγοντες από αυτούς μπορούν να πασαλειφθούν, είτε διότι δεν κατέχουμε επαρκή ιστορικά - εμπειρικά στοιχεία για να τους εκτιμήσουμε είτε διότι η μεταβολή που προκαλούν στην τελική τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής (κατανάλωση στην περίπτωση μας) είναι αμελητέα.

Με την βοήθεια λοιπόν της Οικονομετρίας τα παραπάνω σφάλματα διορθώνονται. Αυτό συμβαίνει με την προσθήκη μιας τυχαίας μεταβλητής η οποία ονομάζεται στοχαστική. Έχουμε πάλι την συνάρτηση κατανάλωσης αλλά προσθέτουμε τώρα και τον στοχαστικό όρο  $u$ :

$$C = a + \beta Y + u$$

Όπου  $C$  = κατανάλωση  
 $Y$  = εισόδημα  
 $u$  = στοχαστικός Όρος

Τέτοιου είδους υποδείγματα που αποτελούνται από δυο μέρη, συστηματικό ( $a + \beta Y$ ) και τυχαίο ( $u$ ), ονομάζονται στοχαστικά. Παρακάτω θα δούμε πως προσδιορίζεται και ο όρος  $u$ .

#### 4.5 Μετατροπή ενός οικονομικού υποδείγματος σε οικονομετρικό

Κάθε οικονομική θεωρία βγάζει και ένα δικό της συμπέρασμα. Το συμπέρασμα αυτό δεν εκφράζεται με μια μαθηματική σχέση (ντετερμινιστική) αλλά με μια ποιοτική ή αιτιώδη σχέση. Μια τέτοια σχέση είναι και η παρακάτω:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (4.1)$$

όπου

$Y$  : εξαρτημένη μεταβλητή

$X_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) : ερμηνευτικές μεταβλητές

Για την καλύτερη κατανόηση ας πάρουμε ένα εύκολο παράδειγμα: Έστω ότι η  $Y$  αντιπροσωπεύει τις καλοκαιρινές δαπάνες μιας οικογένειας. Οι  $X_n$  μπορεί να είναι το εισόδημα της οικογένειας, ο αριθμός των παιδιών, τις μέρες διακοπών και οποιαδήποτε άλλη παράμετρος μπορεί να επηρεάζει την μεταβλητή  $Y$ .

Πριν προχωρήσουμε πρέπει να κάνουμε κάποιες υποθέσεις. Υποθέτουμε πως η (4.1) είναι μια συνεχής συνάρτηση και πως οι μερικές της παράγωγοι οποιασδήποτε τάξης είναι επίσης συνεχείς. Επίσης υποθέτουμε πως για κάθε μεταβλητή της (4.1) υπάρχουν  $i$  παρατηρήσεις. Αυτές παριστάνονται ως εξής:

$$Y_i, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Προφανώς κάθε τέτοια παρατήρηση ικανοποιεί την (4.1) Οπότε έχουμε:

$$Y_i = f(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Ni}) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.2)$$

Επειδή αρκετές από τις μεταβλητές  $X$  μένουν σταθερές σε όλο το διάστημα ορισμού της (4.2) μπορούμε να τις αφαιρέσουμε. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε αφού για τις διαφορετικές παρατηρήσεις  $i$  δεν επιδρούν στην τιμή της  $Y$ . Έτσι, έχουμε ότι :

$$Y_i = F(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Mi}), \text{ όπου } M \leq N. \quad (4.3)$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Taylor\* γύρω από το σημείο  $(X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_M)$ , η (4.3) αναπτύσσεται ως εξής:

$$Y_i = Y_0 + \frac{\theta F}{\theta X_1} (X_{1i} - X_1) + \frac{\theta F}{\theta X_2} (X_{2i} - X_2) + \dots + \frac{\theta F}{\theta X_M} (X_{Mi} - X_M) + \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta^2 F}{\theta X_1^2} (X_{1i} - X_1)^2 + \dots \\ + 2 \frac{\theta^2 F}{\theta X_1 \theta X_2} (X_{1i} - X_1)(X_{2i} - X_2) + \dots \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

( $i = 1, 2, \dots, n$ )

όπου  $Y_0 = F(X_1, X_2, \dots, X_M)$ , και  $X_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ji} =$  ο μέσος αριθμητικός των τιμών του  $X_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ).

Ακόμα δεν είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε την μεταβλητή μας. Για να γίνει αυτό πρέπει να γίνουν και περαιτέρω υποθέσεις. Ένα υπόδειγμα μπορεί να εκτιμηθεί σε δύο περιπτώσεις: είτε όταν αυτό είναι γραμμικό στις αρχικές τιμές των μεταβλητών είτε όταν είναι γραμμικό στους λογαρίθμους αυτών. Επομένως η σχέση (4.4) θα είναι γραμμική σε μια τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Εάν οι διάφορες μεταβλητές εισέρχονται στο υπόδειγμα σε μορφή γραμμική. Τότε οι μερικές παράγωγοι τάξης ανώτερης της πρώτης ισούνται με μηδέν και άρα διαγράφονται από την εξίσωση μας.
2. Η πιο περίπλοκη περίπτωση είναι όταν η συνάρτηση (4.3) δεν είναι γραμμική, αλλά οι διαφορές των εκάστοτε παρατηρήσεων από τον αριθμητικό μέσο είναι πολύ μικρές. Τότε τέτοιοι όροι είτε υψωμένοι σε δυνάμεις είτε που βρίσκονται σε γινόμενα, είναι τόσο μικροί που η επίδραση τους είναι ελάχιστη στο τελικό αποτέλεσμα της  $Y$  και επομένως εξαλείφονται.



Σε μια εκ των δύο περιπτώσεων που αναφέρθηκαν, η (4.4) γράφεται:

$$Y_t = Y_0 + \frac{\theta F}{\theta X_1} (X_{1t} - \bar{X}_1) + \frac{\theta F}{\theta X_2} (X_{2t} - \bar{X}_2) + \dots + \frac{\theta F}{\theta X_M} (X_{Mt} - \bar{X}_M) + Z_{1t} \quad (4.5)$$

Παρατηρούμε πως στην θέση των όρων που παραλείφθηκαν μπήκε μια μεταβλητή, η μεταβλητή  $Z_1$ .

Και σε αυτό το σημείο όμως έχουμε την δυνατότητα να παραλείψουμε κάποιους όρους. Οι όροι αυτοί παραλείπονται είτε επειδή δεν εμφανίζουν συστηματικότητα είτε διότι παίρνουν πολύ μικρές τιμές. Παραλείποντας λοιπόν και τις μεταβλητές αυτές, η (4.5) γράφεται:

$$Y_t = Y_0 + \frac{\theta F}{\theta X_1} (X_{1t} - \bar{X}_1) + \frac{\theta F}{\theta X_2} (X_{2t} - \bar{X}_2) + \dots + \frac{\theta F}{\theta X_m} (X_{mt} - \bar{X}_m) + Z_{1t} + Z_{2t} \quad (4.6)$$

,( $m < M$ )

Πάλι οι όροι που παραλείφθηκαν αντικαταστάθηκαν με μια μεταβλητή, την  $Z_2$ .

Επειδή οι μερικές παράγωγοι των  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$  είναι υπολογισμένες στις μέσες τιμές τους μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε πως για κάθε παρατήρηση η μερική αυτή παράγωγος είναι ίδια. Για δική μας διευκόλυνση λοιπόν αντικαθιστούμε τις μερικές παραγωγούς των  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$  με σταθερούς συντελεστές. Επομένως έχουμε ότι:

$$\frac{\theta F}{\theta X_j} = \beta_j \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Η (4.6) γράφεται:

$$Y_t = Y_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_m X_{mt} - \sum_{j=1}^m \beta_j X_j + Z_{1t} + Z_{2t} \quad (4.7)$$

$$(j = 1, 2, \dots, m)$$

Και για απλοποίηση θέτουμε:

$$\beta_0 = Y_0 - \sum_{j=1}^m \beta_j X_j \quad (4.8)$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_m X_{mt} + Z_{1t} + Z_{2t} \quad (4.9) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Τέλος υπάρχουν και οι μεταβλητές εκείνες για τις οποίες δεν υπάρχουν ιστορικά δεδομένα. Οι μεταβλητές αυτές επίσης παραλείπονται και με την νέα μεταβλητή  $Z_3$  παριστάνουμε την επίδραση τους.

Άρα τελικά έχουμε ότι:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_\lambda X_{\lambda t} + Z_t \quad (4.10)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

$$(\text{όπου } Z_i = Z_{1i} + Z_{2i} + Z_{3i} \quad \text{και} \quad \lambda < m)$$

Η  $Z_3$  μετράει την επίδραση των νέων μεταβλητών που παραλείφθηκαν.

Η (4.10) αποτελεί το *πολυμεταβλητό* γραμμικό υπόδειγμα. Ιδιότητα του υποδείγματος αυτού είναι ότι στις αρχικές τιμές των μεταβλητών παρουσιάζει γραμμικότητα. Θέτοντας τους λογαρίθμους των αρχικών τιμών έχουμε ότι:

$$\log Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log X_{1i} + \beta_2 \log X_{2i} + \dots + \beta_\lambda \log X_{\lambda i} + \log Z_i \quad (4.11)$$

$$(Z_i = Z_{1i} \cdot Z_{2i} \cdot Z_{3i})$$

Έχουμε λοιπόν τριών ειδών μεταβλητές:

- Την  $Y$
- Τις  $X_1, X_2, \dots, X_\lambda$
- Τις  $Z_1, Z_2, Z_3$

Για τις δύο πρώτες έχουμε ιστορικές παρατηρήσεις. Για τις  $Z_1, Z_2, Z_3$  είναι πρακτικά αδύνατο να έχουμε παρατηρήσεις. Έτσι λοιπόν είναι αναγκαίο να κάνουμε κάποιες παραδοχές. Η βασική παραδοχή που γίνεται είναι ότι το άθροισμα  $Z_1 + Z_2 + Z_3$  αντικαθίσταται από μια μεταβλητή  $Z$  η τιμή της οποίας είναι μεταξύ μηδέν και μονάδος. Η μεταβλητή αυτή  $Z$  ονομάζεται *στοχαστική μεταβλητή*. Το υπόδειγμα (4.10), ή ο λογάριθμος αυτού (4.11), ονομάζεται *οικονομετρικό*. Είναι στοχαστικό υπόδειγμα αφού περιλαμβάνει στοχαστικές μεταβλητές.

#### 4.6 Λόγοι που καθιστούν την στοχαστική μεταβλητή απαραίτητη

Στο σημείο αυτό σωστό θα ήταν να αναφερθούμε συνοπτικά στην αναγκαιότητα της στοχαστικής μεταβλητής. Οι λόγοι, επομένως, που καθιστούν αναγκαία την παρουσία της στοχαστικής μεταβλητής σε ένα οικονομετρικό υπόδειγμα είναι οι εξής:

- *Ατέλεια των οικονομικών υποδειγμάτων*

Για την κατανόηση και εξήγηση των οικονομικών φαινομένων καταφεύγουμε στην ανάπτυξη μιας θεωρίας και κατ'επέκταση ενός υποδείγματος. Η θεωρία ή το υπόδειγμα αυτό είναι ατελή και αυτό συμβαίνει αφού είναι αδύνατον να συμπεριλήφθουν όλοι οι παράγοντες που επηρεάζουν την έκβαση του οικονομικού φαινομένου. Η ατέλεια αυτή έχει σαν αποτέλεσμα σφάλματα, τα οποία μπορούμε να συμβολίσουμε με  $Z_1$ .

- *Σφάλματα κατά την επιλογή αλγεβρικής μορφής του υποδείγματος*

Όπως προαναφέραμε το στάδιο της οικονομετρικής ανάλυσης, κατά το οποίο διαπράττονται τα περισσότερα σφάλματα, είναι η μαθηματική εξειδίκευση του οικονομετρικού υποδείγματος. Κατά την διάρκεια της επιλογής της αλγεβρικής μορφής του μοντέλου διαπράττονται σφάλματα τα οποία συμβολίζουμε με  $Z_2$ .

- *Σφάλματα κατά την χρησιμοποίηση υποδείγματος μια εξίσωσης*

Πολλές φορές για την εξήγηση ενός οικονομικού φαινομένου χρειάζεται να αναπτυχθεί ένα σύστημα εξισώσεων. Όταν λοιπόν αντί για ένα σύστημα εξισώσεων χρησιμοποιείται μια και μόνο εξίσωση τότε προφανώς το γεγονός αυτό εισάγει σφάλματα στο τελικό αποτέλεσμα. Τα σφάλματα αυτά ας τα συμβολίσουμε με  $Z_3$ .

- *Σφάλματα κατά την χρησιμοποίηση συνολικών μεγεθών*

Όταν δημιουργούμε οικονομικά μοντέλα έχουμε την τάση να αναφερόμαστε σε μεγάλα σύνολα, τα όποια αποτελούνται από επιμέρους μονάδες. Επειδή όμως παραλείπουμε αρκετούς παράγοντες – μονάδες όπως προαναφέραμε τελικά το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι μια κοντινή προσέγγιση στο άθροισμα των τιμών των επιμέρους μονάδων. Το σφάλμα αυτό το συμβολίζουμε με  $Z_4$ .

- *Η παράλειψη μη συστηματικών παραγόντων και ερμηνευτικών μεταβλητών*

Στην διαμόρφωση της τελικής τιμής της προσδιοριστικής μεταβλητής επιδρούν και μη συστηματικοί παράγοντες. Μη συστηματικοί είναι οι παράγοντες εκείνοι για τους οποίους οι τιμές που παίρνουν δεν έχουν καμία συνοχή μεταξύ τους και άρα δεν μπορούμε να τους εκφράσουμε ποσοτικά. Παράλληλα παραλείπουμε και, εκτός από μη συστηματικούς παράγοντες, διαφορές ανεξάρτητες μεταβλητές για τις οποίες δεν έχουμε εμπειρικά δεδομένα και άρα δεν μπορούμε ούτε αυτές να τις εκφράσουμε ποσοτικά. Τα σφάλματα που προκύπτουν από την παράλειψη των μη συστηματικών παραγόντων τα συμβολίζουμε με  $Z_5$  ενώ από τις ανεξάρτητες μεταβλητές με  $Z_6$ .

- *Σφάλματα κατά την μέτρηση των μεταβλητών*

Ο ανθρωπινός παράγοντας τέλος δεν θα μπορούσε να λείπει. Πολλές φορές γίνονται λάθη κατά την μέτρηση των ανεξάρτητων μεταβλητών και επομένως είμαστε αναγκασμένοι να προσθέσουμε επιπλέον μια πηγή σφαλμάτων την όποια θα συμβολίσουμε με  $Z_7$ .

## Κεφάλαιο 5

### Μεθοδολογία (Υποδείγματα ARCH και GARCH)

#### 5.1 Ετεροσκεδαστικότητα<sup>5</sup>

##### 5.1.1 Εισαγωγή

Στη στατιστική, μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών ονομάζεται ετεροσκεδαστική, αν οι μεταβλητές αυτές έχουν διαφορετικές διακυμάνσεις συναρτήσει του χρόνου. Από την άλλη πλευρά μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών με σταθερή διακύμανση ονομάζεται ομοσκεδαστική. Η υπόθεση  $E(u_i u_i) = \sigma_u^2$  (ομοσκεδαστικότητα) δείχνει πως η διακύμανση των τιμών του στοχαστικού όρου για κάθε  $i$  είναι σταθερή και ίση με  $\sigma_u^2$ . Στην περίπτωση αυτή ο στοχαστικός όρος  $u$  εμφανίζει ομοσκεδαστικότητα. Το φαινόμενο της ομοσκεδαστικότητας όμως είναι σχεδόν αδύνατον να εμφανίζεται στα πραγματικά δεδομένα, με τα οποία και θα ασχοληθούμε, αφού στην εφαρμοσμένη ερευνά τα δεδομένα δεν έχουν σταθερή διακύμανση και άρα εμφανίζουν ετεροσκεδαστικότητα.

Ας υποθέσουμε πως υπάρχει το απλό υπόδειγμα:

$$Y_t = a + bX_t + u_t$$

---

<sup>5</sup> Γεώργιος Κ.Χρήστου, Εισαγωγή στην Οικονομετρία τόμος Α, GUTENBERG, 2005

Στην περίπτωση που εμφανίζεται το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας τότε αυτό εκφράζεται:

$$Var(u_i) = E(u_i^2) = \sigma_i^2 = f(X_i)$$

Βλέπουμε λοιπόν πως για κάθε  $i$  η διακύμανση του στοχαστικού όρου διαφέρει. Για να υπάρχει το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας αρκεί να διαφέρουν μεταξύ τους ορισμένα μόνο  $u_i$ .

Παρατηρούμε στα παραπάνω πως παραβιάζεται ένας βασικός κανόνας, της ανεξαρτησίας μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών και του στοχαστικού όρου. Ως εκ τούτου, από την στιγμή που η συνδιακύμανση του στοχαστικού όρου και της ερμηνευτικής μεταβλητής δεν ισούται με το μηδέν, επηρεάζονται και οι ιδιότητες αλλά και η κατανομή των εκτιμητών των παραμέτρων. Στο σημείο αυτό, για να αποφύγουμε την παραβίαση αυτή υποθέτουμε πως η προσδοκώμενη τιμή του στοχαστικού όρου  $u$  ισούται με το μηδέν για κάθε  $i$ , δηλαδή  $E(u_i) = 0$ . Επομένως, όσο η τιμή της μεταβλητής  $X$  μεγαλώνει η προσδοκώμενη τιμή του  $u$  παραμένει μηδέν. Συνεπώς:

$$cov(u_i, X_i) = 0$$

### 5.1.2 Μέθοδος ελάχιστων τετράγωνων (least squares method)

Με την μέθοδο ελάχιστων τετράγωνων εκτιμάμε τις παραμέτρους ενός γραμμικού υποδείγματος παλινδρομήσεως. Η μέθοδος αυτή είναι ευρέως διαδεδομένη για δυο πολύ σημαντικούς λόγους. Πρώτον διότι είναι σχετικά απλή και δεύτερον διότι χρησιμοποιώντας την μέθοδο αυτή οι προκύπτοντες εκτιμητές έχουν πολλές επιθυμητές ιδιότητες.

Οι εκτιμητές για μια άγνωστη παράμετρο του πληθυσμού μπορεί να είναι άπειροι. Στην προκείμενη περίπτωση οι εκτιμητές μας είναι  $\beta_0$  και  $\beta_1$ . Από τις άπειρες λοιπόν γραμμές παλινδρομήσεως που μπορούν να κατασκευαστούν με τους συνδυασμό των εκτιμητών, η μέθοδος ελάχιστων τετράγωνων, ουσιαστικά επιλέγει εκείνη την γραμμή για την οποία το άθροισμα των τετράγωνων των αποκλίσεων από την γραμμή παλινδρομήσεως είναι ελάχιστο. Οι εκτιμητές  $\beta_0$  και  $\beta_1$  είναι οι τιμές για τις οποίες ελαχιστοποιείται η συνάρτηση:

$$\Phi = \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t)^2 = \sum_{t=1}^T u_t^2$$

Ο οικονομέτρης Robert Engle κέρδισε το βραβείο Νόμπελ για τη διατριβή του πάνω στην αυτοπαλίνδρομου ανάλυση παρουσία ετεροσκεδαστικότητας, καταλήγοντας στην ανάπτυξη του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος ετεροσκεδαστικότητας υπό συνθήκες (ARCH).

Όπως προαναφέραμε η μέθοδος ελάχιστων τετράγωνων θεωρεί τον στοχαστικό όρο του υποδείγματος πως έχει σταθερή διακύμανση, δηλαδή  $V(u_i) = \sigma^2$  για όλα τα  $i$ . (ομοσκεδαστικός)

### 5.1.3 Πότε εμφανίζεται η ετεροσκεδαστικότητα

- Τα σφάλματα μπορεί να αυξάνονται όσο η τιμή ενός δεδομένου αυξάνεται. Ας πάρουμε όμως ένα παράδειγμα για να είμαστε πιο σαφείς. Ας υποθέσουμε πως η μεταβλητή ΣΕ είναι το ετήσιο εισόδημα μιας οικογένειας και πως ΕΔ είναι το πόσο που δαπανά κάθε οικογένεια ξεχωριστά για τις διακοπές τους. Οικογένειες με χαμηλά εισοδήματα δαπανούν σχετικά χαμηλά ποσά για τις διακοπές τους, και ως εκ τούτου οι διακυμάνσεις στις δαπάνες των διακοπών θα είναι μικρές. Για τις οικογένειες όμως με υψηλότερα εισοδήματα, τα ξοδευόμενα ποσά για τις ετήσιες διακοπές διαφέρουν μεταξύ τους. Το μέσο πόσο που δαπανάται από αυτές τις οικογένειες θα είναι υψηλότερο, η διακύμανση θα είναι επίσης μεγαλύτερη, με αποτέλεσμα να έχουμε το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας.
- Τα σφάλματα επίσης αυξάνονται όσο οι τιμές μια μεταβλητής εισόδου παίρνουν ακραίες τιμές είτε προς την θετική είτε προς την αρνητική κατεύθυνση. Αν έπρεπε να παραστήσουμε το φαινόμενο αυτό θα λέγαμε πως δημιουργείται μια κατανομή κλεψύδρα.
- Οι λανθασμένες μετρήσεις μπορούν να προκαλέσουν την εμφάνιση ετεροσκεδαστικότητας. Μερικές από τις πηγές μας μπορεί να είναι πιο ακριβείς από άλλες ή ακόμα και μερικές από τις τιμές να μην υπάρχουν. Οι λανθασμένες αυτές τιμές εάν ξεφεύγουν πολύ από κάποιες προηγούμενες συνήθως τις παραλείπουμε.
- Ετεροσκεδαστικότητα μπορεί να εμφανιστεί εάν στο δείγμα μας υπάρχει ένα υποσύνολο ή κάποια άλλη αλληλεπίδραση η οποία επιδρά στο σύνολο του δείγματος μας.

- Τέλος λανθασμένη μορφή του υποδείγματος μπορεί να προκαλέσει ετεροσκεδαστικότητα. Για παράδειγμα, ίσως σε κάποιο υπόδειγμα αντί να χρησιμοποιήσουμε το λογάριθμο του  $Y$  ( $\log Y$ ) χρησιμοποιήσαμε το  $Y$ . Αντί να χρησιμοποιήσουμε το  $X^2$  χρησιμοποιήσαμε το  $X$ . Σε πολλές περιπτώσεις παραλείπονται μεταβλητές οι οποίες αν είχαν οριστεί και τεθεί σωστά θα παρατηρούσαμε πως το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας δεν θα υπήρχε.

#### 5.1.4 Ανίχνευση ετεροσκεδαστικότητας

Για την ανίχνευση της ετεροσκεδαστικότητας μιας χρονοσειράς υπάρχουν πολλές μέθοδοι. Στο σημείο αυτό θα αναφέρουμε επιγραμματικά τις πιο σημαντικές:

- Park test (1966)
- Glejser test (1969)
- White test (1980)
- Breusch – Pagan test
- Goldfield – Quandt test
- Cook – Weisberg test
- Harrison – McCabe test
- Levene test

Οι μέθοδοι αυτές συνίστανται πραγματοποιώντας υποθέσεις. Οι μέθοδοι αποτελούνται από μια μαθηματική σχέση, από μια υπόθεση, η οποία και πρόκειται να διαψευσθεί, μια εναλλακτική υπόθεση, και μια παραδοχή για τα αποτελέσματα που θα ληφθούν.

Σωστό θα ήταν να αναφερθεί πως οι περισσότερες μέθοδοι ανίχνευσης ετεροσκεδαστικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε δεδομένα των οποίων η κατανομή τους δεν είναι κανονική.



## 5.2 Υποδείγματα ARCH και GARCH<sup>6</sup>

### 5.2.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια η μοντελοποίηση οικονομετρικών δεδομένων με την χρήση στοχαστικών υποδειγμάτων είναι διαδεδομένη. Τα στοχαστικά αυτά υποδείγματα χρησιμοποιούνται είτε για την μοντελοποίηση του μέσου όρου είτε της διακύμανσης.

Ένα από τα βασικότερα στάσιμα στοχαστικά μοντέλα είναι το ARMA (Autoregressive moving average – Αυτοπαλίνδρομου κινούμενου μέσου). Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει την προσδοκώμενη τιμή μιας μεταβλητής  $Y_t$ , για την οποία όμως έχουμε ιστορικά δεδομένα – τιμές.

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

Το αρνητικό στο υπόδειγμα αυτό είναι πως το υπόδειγμα αυτό πραγματοποιείται υπό συγκεκριμένες υποθέσεις, οι οποίες όμως δεν ανταποκρίνονται πάντοτε στην πραγματικότητα. Οι τρεις βασικές υποθέσεις που γίνονται είναι ότι η μέση τιμή δεν είναι σταθερή, η συνδιακύμανση μένει σταθερή και τέλος πως η κατανομή είναι κανονική. Προφανώς η δεύτερη βασική υπόθεση πως η συνδιακύμανση δηλαδή παραμένει σταθερή δεν μπορεί να ισχύει.

Βλέπουμε λοιπόν πως για να μοντελοποιήσουμε με την χρήση του υποδείγματος ARMA κάτι τόσο ευμετάβλητο όπως μετοχές τα αποτελέσματα που θα παίρναμε θα ήταν απογοητευτικά.

### 5.2.2 Υποδείγματα αυτοπαλίνδρομου ετεροσκεδαστικότητας υπό συνθήκες (ARCH)

#### ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ARCH

Ας υποθέσουμε πως έχουμε ένα υπόδειγμα:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

---

<sup>6</sup> T. Bollerslev et al, Handbook of Econometrics, Elsevier, 1994

Στο υπόδειγμα αυτό υποθέτουμε πως ο στοχαστικός όρος  $u_t$  δεν είναι συνάρτηση καμίας εκ των ερμηνευτικών μεταβλητών  $X_1, X_2, \dots, X_t$ . Επίσης υποθέτουμε πως η τιμή του στοχαστικού όρου εξαρτάται από τις παρελθοντικές τιμές του. Δηλαδή, η τιμή  $u_t$  εξαρτάται από τις τιμές  $u_{t-1}, u_{t-2} \dots$  και ανάλογα με το πόσο ευμετάβλητες είναι οι παρελθοντικές αυτές τιμές μεταβάλλεται και η τιμή του  $u_t$ . Στην προκειμένη περίπτωση, για την καλύτερη κατανόηση του θέματος, θα πάρουμε την πιο απλουστευμένη μορφή ότι δηλαδή η  $u_t$  είναι συνάρτηση της τιμής της την ακριβώς προηγούμενη χρονική περίοδο  $u_{t-1}$ . Έχουμε λοιπόν ότι:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

όπου:

$\sigma_t^2$  : είναι η διακύμανση του στοχαστικού όρου

$\alpha_0$  και  $\alpha_1$  : σταθερές

$u_{t-1}^2$  : είναι η διακύμανση του στοχαστικού όρου της προηγούμενη περίοδο

Υπάρχει λοιπόν ετεροσκεδαστικότητα δοθείσης της τιμής της διακύμανσης της  $u_t$  την προηγούμενη χρονική περίοδο. Η παραπάνω λοιπόν σχέση μας δίνει την υπό συνθήκη διακύμανση του στοχαστικού όρου  $u_t$ . Και άρα ο στοχαστικός όρος θα είναι της μορφής:

$$u_t = \varepsilon_t (\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2)^{1/2}$$

Τέλος υποθέτουμε πως η  $\varepsilon_t$  ακολουθεί κανονική κατανομή και έχει μέσο το μηδέν. Η παραπάνω σχέση αποτελεί το υπόδειγμα ARCH(1) (αυτοπαλίνδρομη υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας πρώτης τάξεως).

Γενικεύοντας την σχέση αυτή λαμβάνοντας υπόψη την τιμή της διακύμανσης και προηγούμενων χρονικών περιόδων παίρνουμε την γενικευμένη σχέση ARCH(p) αυτοπαλίνδρομης υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας p τάξεως:

$$u_t = \varepsilon_t (\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2)^{1/2}$$

και η υπό συνθήκη διακύμανση για ένα ARCH(p) υπόδειγμα είναι:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2$$

Όταν σε ένα υπόδειγμα ο στοχαστικός όρος  $u_t$  ακολουθεί διαδικασία ARCH τότε τα κατάλοιπα εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση. Αυτό που πραγματικά εμφανίζεται είναι το φαινόμενο ή αποτέλεσμα ARCH (ARCH effect).

## ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να αντιμετωπιστεί η ετεροσκεδαστικότητα και να εκτιμηθεί ένα υπόδειγμα ARCH. Ο ένας είναι να υπολογισθούν οι εκτιμήσεις των διακυμάνσεων του στοχαστικού όρου για κάθε μια παρατήρηση και έπειτα αυτές να προστεθούν στην εκτίμηση του υποδείγματος. Το αρνητικό στην περίπτωση αυτή είναι το γεγονός ότι σε κάποιες των περιπτώσεων οι προκύπτουσες διακυμάνσεις μπορεί να έχουν ανεπιθύμητες τιμές.

Η εκτιμητική μέθοδος με τα ορθότερα αποτελέσματα είναι η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας. Στην περίπτωση αυτή η εκτίμηση δεν είναι γραμμική. Για το υπόδειγμα ARCH(1) η λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι:

$$\log L = -T/2 \log 2\pi - 1/2 \sum_{t=1}^T \log \sigma_t^2 - 1/2 \sum_{t=1}^T \sigma_t^2 (Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{1t})^2$$

όπου  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (Y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 X_{1,t-1})^2$

Εύκολα μπορούμε να καταλάβουμε και ποια θα είναι η μορφή της λογαριθμικής συνάρτησης πιθανοφάνειας για το υπόδειγμα ARCH(p). Οι εκτιμητές των παραμέτρων προκύπτουν από την μεγιστοποίηση της συνάρτησης μέγιστης πιθανοφάνειας ως προς τις άγνωστες παραμέτρους  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ .

### 5.2.3 Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας

Με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας αποσκοπούμε στην εύρεση της τιμής της παραμέτρου για την οποία η συνάρτηση πιθανοφάνειας εμφανίζει μέγιστο. Με άλλα λόγια, ψάχνουμε την τιμή εκείνη για την οποία παίρνουμε τη συχνότερη εκτίμηση του δείγματος.

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου θα προσπαθήσουμε να δώσουμε ένα απλούστατο παράδειγμα. Έστω μεταβλητή  $X$  η οποία ακολουθεί κατανομή Bernoulli, παίρνει δηλαδή τιμές μηδέν ή μονάδα. Έστω  $p$ : η επιτυχία ενός γεγονότος και  $1-p$ : η αποτυχία του ίδιου γεγονότος, όπου προφανώς  $0 \leq p \leq 1$ . Παίρνουμε μια τυχαία έκβαση του γεγονότος:  $f(1,0,0)$ . Γενικά η πιθανοφάνεια ενός δείγματος είναι η εξής:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$

Αφού λοιπόν γνωρίζουμε το εύρος τιμών του  $p$  μπορούμε να πάρουμε κάποιες τυχαίες τιμές:

P	Πιθανοφάνεια δείγματος
0	0
0,1	0,081
0,2	0,128
0,3	0,147
0,4	0,144
0,5	0,125
0,6	0,096
0,7	0,063
0,8	0,032
0,9	0,009
1	0

Πίνακας 15: Πιθανοφάνεια δείγματος

Για το δεδομένο δείγμα έχουμε τα εξής:

- Συνάρτηση πιθανοφάνειας

$$L(p) = L(x_1, x_2, \dots, x_n | p)$$

$$L(p) = p^{\sum x_i} (1-p)^{n - \sum x_i}$$

- Λογάριθμος της συνάρτησης πιθανοφάνειας (χρησιμοποιείται για διευκόλυνση στην παραγωγή)

$$\ln L(p) = \sum x_i \ln p + (n - \sum x_i) \ln(1-p)$$

- Παράγωγος του λογαρίθμου της συνάρτησης πιθανοφάνειας

$$\frac{d[\ln L(p)]}{dp} = \frac{\sum x_i}{p} - \frac{(n - \sum x_i)}{1-p} = 0$$

Το μέγιστο είναι εκεί που η παράγωγος μηδενίζεται.

## 5.2.4 Υποδείγματα γενικευμένης αυτοπαλίνδρομης ετεροσκεδαστικότητας υπό συνθήκες (GARCH)

### ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ GARCH(p,q)

Το υπόδειγμα GARCH(p,q) είναι ουσιαστικά η γενικευμένη μορφή του υποδείγματος ARCH(p). Στο υπόδειγμα αυτό η υπό συνθήκη διακύμανση είναι όχι μόνο συνάρτηση της διακύμανσης του στοχαστικού όρου αλλά και συνάρτηση των ίδιων των τιμών της προηγούμενες χρονικές περιόδους. Έχουμε λοιπόν ότι:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \gamma_q \sigma_{t-q}^2$$

η οποία σχέση αποτελεί και την γενικευμένη αυτοπαλίνδρομη υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα (GARCH).

Η απλούστερη μορφή των υποδειγμάτων GARCH είναι για  $p = q = 1$ . Στην περίπτωση αυτή το υπόδειγμα GARCH(1,1) έχει την εξής μορφή:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2$$

Έπειτα από συνεχείς αντικαταστάσεις η παραπάνω σχέση παίρνει την μορφή:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 / 1 - \gamma_1 (u_{t-1}^2 + \gamma_1 u_{t-2}^2 + \gamma_1^2 u_{t-3}^2 + \dots) \\ &= \alpha_0 / 1 - \gamma_1 + \alpha_1 \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_1^{i-1} u_{t-i}^2 \end{aligned}$$

Βλέπουμε λοιπόν πως η τιμή της διακύμανσης τη χρονική στιγμή  $t$  είναι συνάρτηση του τετραγώνου όλων των παρελθοντικών τιμών του στοχαστικού όρου  $u_t$ . Αν συν τοις άλλοις υποθέσουμε και ότι  $0 < \gamma_1 < 1$  τότε όσο ο αριθμός των  $q$  παρατηρήσεων αυξάνεται η βαρύτητα του κάθε όρου τόσο θα μειώνεται αφού οι συντελεστές μειώνονται γεωμετρικά.

### ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Όμοια με τα υποδείγματα ARCH και τα υποδείγματα GARCH εκτιμούνται με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας από την οποία και προκύπτουν εκτιμητές ασυμπτωτικά αποτελεσματικοί.

## 5.3 Προσομοίωση Μόντε Κάρλο (Monte Carlo Simulation)<sup>7</sup>

### 5.3.1 Εισαγωγή

Προσομοίωση Μόντε Κάρλο, ή αλλιώς προσομοίωση πιθανότητας, είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για να κατανοήσουμε την επίπτωση του ρίσκου σε χρηματοοικονομικά και άλλα μοντέλα προβλέψεων. Κατά την κατασκευή ενός μοντέλου προβλέψεων, οποιοδήποτε μοντέλο σχεδιάζεται για να προβλέψει κάτι που θα συμβεί στο μέλλον, γίνονται ορισμένες υποθέσεις. Οι υποθέσεις αυτές μπορεί να αφορούν από την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μέχρι πόσο χρόνο χρειάζεται για να ολοκληρωθεί μια συγκεκριμένη εργασία. Επειδή όμως αυτές είναι απλά υποθέσεις το καλύτερο που μπορούμε να κάνουμε είναι να υπολογίσουμε την προσδοκώμενη τιμή του εκάστοτε προβλήματος. Προφανώς πραγματοποιώντας προσομοιώσεις του πραγματικού προβλήματος και εξάγοντας εκτιμήσεις δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι πως τα αποτελέσματα που θα λάβουμε είναι και αυτά που θα συμβούν. Βασισμένοι όμως σε ιστορικά δεδομένα, στην αρτιότητα των γνώσεων μας και στην πείρα μας μπορούμε να υπολογίσουμε μια εκτίμηση.

### 5.3.2 Εκτιμώντας το εύρος τιμών

Σε κάποιες περιπτώσεις είναι δυνατόν να εκτιμηθεί ένα εύρος προσδοκώμενων τιμών. Σε ένα χρηματοοικονομικό πρόβλημα μπορεί να γνωρίζουμε την κατανομή των πιθανών τιμών μέσω του μέσου όρου και της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων. Σε ένα κατασκευαστικό έργο μπορεί να εκτιμηθεί η χρονική διάρκεια που θα χρειαστεί για την ολοκλήρωση του, βασισμένη σε γνώσεις και πείρα, όπως επίσης μπορούμε να εκτιμήσουμε μια βέλτιστη αλλά και μια χειρίστη περίπτωση.

Χρησιμοποιώντας ένα εύρος πιθανών εκβάσεων παρά μια και μόνο πρόβλεψη, δημιουργείται μια πιο ρεαλιστική εικόνα του τι μέλλει γενέσθαι. Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως όταν ένα μοντέλο βασίζεται σε ένα εύρος πιθανών εκβάσεων το αποτέλεσμα – έξοδος του μοντέλου θα είναι και αυτό ένα εύρος τιμών και όχι μια τιμή.

### 5.3.3 Συμπεράσματα

---

<sup>7</sup> John C. Hull, Options, Futures and other Derivatives(7<sup>th</sup> edition), Prentice Hall, 2008

Όταν έχουμε ένα εύρος τιμών ως αποτέλεσμα, τότε είναι που αρχίζουμε και κατανοούμε το ρίσκο και την αβεβαιότητα του μοντέλου. Το σημαντικό που μπορεί να προσφέρει μια προσομοίωση Μόντε Κάρλο είναι πως μπορεί να δείξει πόσο πιθανά είναι τα αποτελέσματα.

### 5.3.4 Λειτουργία

Στην προσομοίωση Μόντε Κάρλο, επιλέγεται μια τυχαία τιμή, βασισμένη στο εύρος των εκτιμήσεων. Το μοντέλο υπολογίζεται βασισμένο σε αυτήν την τυχαία τιμή. Το αποτέλεσμα καταγράφεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Μια τυπική προσομοίωση Μόντε Κάρλο υπολογίζει το μοντέλο εκατοντάδες ή χιλιάδες φορές, κάθε φορά χρησιμοποιώντας διαφορετική τυχαία επιλεγμένη τιμή.

Όταν η επαναληπτική αυτή διαδικασία ολοκληρωθεί, έχουμε έναν μεγάλο αριθμό αποτελεσμάτων, βασιζόμενα πάντοτε σε τυχαίες τιμές εισόδου. Τα αποτελέσματα αυτά χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την πιθανότητα των διαφόρων αποτελεσμάτων του μοντέλου.

### 5.3.5 Πλεονεκτήματα της διαδικασίας

- Η προσέγγιση των κατανομών των μεταβλητών δεν είναι αναγκαία
- Όλες οι σχέσεις και οι αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των μεταβλητών μοντελοποιούνται με απλό τρόπο
- Η κατανομή των προκυπτουσών αποτελεσμάτων βρίσκεται αυτόματα από τον υπολογιστή
- Το επίπεδο των μαθηματικών για την πραγματοποίηση μιας προσομοίωσης Μόντε Κάρλο είναι βασικό
- Μπορούμε να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια αποτελεσμάτων απλά αυξάνοντας τις επαναλήψεις της διαδικασίας
- Μπορούν να συμπεριληφθούν στις μαθηματικές σχέσεις πολύπλοκα μαθηματικά (δυνάμεις, λογάριθμοι κ.α.)
- Σε περίπτωση τυχών λαθών κατά την διαμόρφωση του μοντέλου, αλλαγές είναι πολύ εύκολο να γίνουν

### **5.3.6 Αξιοπιστία**

Είναι πολύ σημαντικό να θυμόμαστε πως η προσομοίωση αντιπροσωπεύει μόνο την πιθανότητα μιας έκβασης και όχι την βεβαιότητα μιας έκβασης. Παρόλ'αυτά η προσομοίωση Μόντε Κάρλο μπορεί να αποτελέσει ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο όταν θέλουμε να έχουμε μια προσεγγιστική εκτίμηση για κάποια μελλοντική τιμή.



## **Κεφάλαιο 6**

### **Εφαρμογή Μεθοδολογίας**

#### **6.1 Εισαγωγή**

Στο κεφάλαιο αυτό έχοντας επιλέξει τέσσερις ναυτιλιακές μετοχές από το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης θα προσπαθήσουμε, με την βοήθεια των υποδειγμάτων GARCH, να προβλέψουμε τις τιμές των μετοχών αυτών για ένα χρονικό ορίζοντα 30 ημερών και έπειτα να βρούμε ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο με τις τέσσερις μετοχές. Η επιλογή των μετοχών αυτών έγινε με βάση κριτηρίων όπως η κεφαλαιοποίηση τους και η ρευστότητα τους. Επιλέγουμε τέσσερις μετοχές για τις οποίες διαθέτουμε ιστορικά δεδομένα για τη τιμή τους από τον Φεβρουάριο του 2005 μέχρι και τον Δεκέμβριο του 2010. Τα δεδομένα αυτά είναι ημερήσια. Ο λόγος που επιλέγουμε τόσο μεγάλη ποσότητα δεδομένων είναι η βέλτιστη, ακριβέστερη και πιθανότερη λύση – πρόβλεψη που θα εξάγουμε με την βοήθεια των υποδειγμάτων.

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας GARCH θα γίνει με την βοήθεια του GARCH Toolbox του υπολογιστικού πακέτου MATLAB v.7.10.

Τα δεδομένα μας είναι οι εξής ναυτιλιακές μετοχές:

1. Navios Maritime Holdings Inc.
2. Tsakos Energy Navigation Ltd.
3. Dryships Inc.
4. Excel Maritime Carriers Ltd.

Για κάθε μετοχή μας έχουμε 1500 δεδομένα.

Το κεφάλαιο αυτό αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος παίρνουμε κάθε μετοχή ξεχωριστά, τις οποίες αφού μετατρέψουμε σε στάσιμες, επιλέγουμε το βέλτιστο υπόδειγμα για αυτές. Με προσομοίωση το επιλεγθέν υπόδειγμα μας δίνει τις ζητούμενες χρονοσειρές μας. Στο σημείο αυτό λοιπόν έχουμε τις προσομοιώσεις των μετοχών αυτών σε ένα χρονικό ορίζοντα 30 ημερών. Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου αναπτύσσοντας αλγόριθμο στο Matlab, με δεδομένες τις προσομοιώσεις των μετοχών μας, επιχειρούμε να δημιουργήσουμε ένα αποτελεσματικό μέτωπο. Προσπαθούμε δηλαδή να βρούμε ένα σύνολο χαρτοφυλακίων από τις τέσσερις αυτές μετοχές και να δημιουργήσουμε ένα αποδοτικό μέτωπο, έτσι ώστε για δεδομένη τιμή της τυπικής απόκλισης να παίρνουμε το χαρτοφυλάκιο με την βέλτιστη απόδοση.

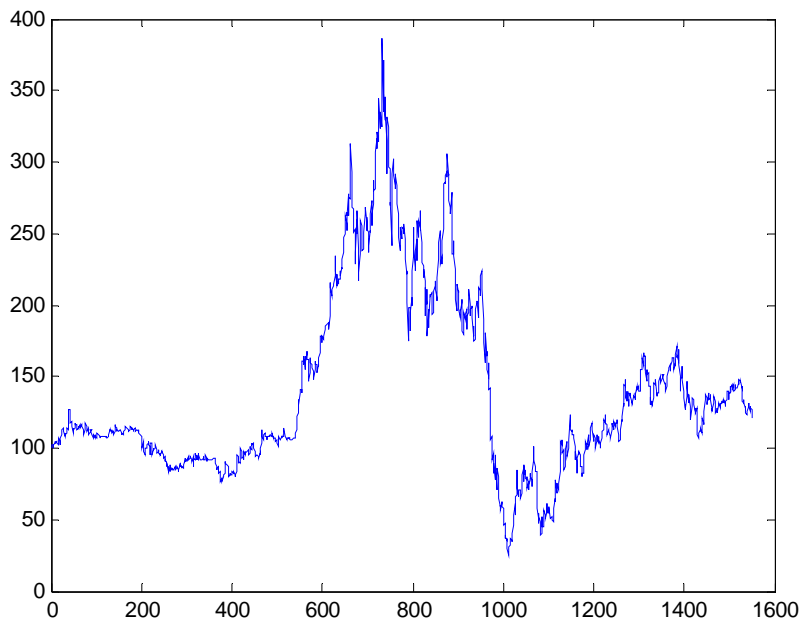
## 6.2 Εφαρμογή μεθοδολογίας

Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί θα είναι όμοια για όλες τις μετοχές μας οπότε θα περιγράψουμε αναλυτικά την διαδικασία για μια εκ των μετοχών μας και έπειτα θα παραθέσουμε επιγραμματικά τα αποτελέσματα ανάλυσης των υπολοίπων μετοχών.

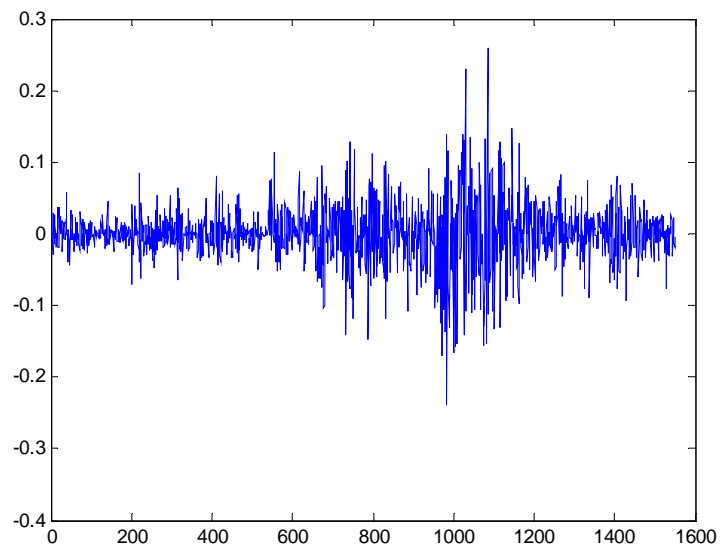
Η μετοχή που διαλέξαμε να αναλύσουμε είναι η Navios Maritime Holdings Inc. Πρώτο βήμα είναι να μετατρέψουμε την χρονοσειρά τιμών της μετοχής μας σε αποδόσεις, με δεδομένα από τον Φεβρουάριο του 2005 έως τον Δεκέμβριο 2010. Η μετατροπή αυτή γίνεται με την εντολή `price2ret`, η οποία λειτουργεί βάσει της σχέσης:

$$r_t = \log \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

Με τον τρόπο αυτό μετατρέπουμε την χρονοσειρά μας σε στάσιμη, έτσι ώστε να μπορεί το πρόγραμμα να την επεξεργαστεί. Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνονται οι τιμές της μετοχής Navios Maritime Holdings Inc και οι αποδόσεις της. Έπειτα με την βοήθεια των ελέγχων Ljung-Box-Pierce Q-test και Engle's ARCH-test ελέγχουμε την στασιμότητα της χρονοσειράς και με βάση τις εντολές `autocorr` και `parcorr` ελέγχουμε τις αυτοσυσχετίσεις που υπάρχουν μέσα σε αυτήν.



*Διάγραμμα 10: Αποτύπωση τιμών της Navios Maritime Holdings Inc*



*Διάγραμμα 11: Αποτύπωση αποδόσεων της Navios maritime Holdings Inc*

Επόμενο στάδιο είναι η επιλογή βέλτιστου υποδείγματος για κάθε μετοχή μας. Η επιλογή του υποδείγματος αυτού γίνεται με το κριτήριο AIC-BIC. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό το υπόδειγμα με τον μικρότερο δείκτη AIC-BIC (όπου AIC είναι το “An” Information Criterion του Akaike και BIC είναι το Bayesian Information Criterion του Schwarz) είναι το καταλληλότερο. Υπάρχουν διάφορα κριτήρια εκτίμησης τάξεως των υποδειγμάτων. Ο έλεγχος AIC ουσιαστικά στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση της σχέσης:

$$AIC(p, q) = T * \log \sigma_e^2 + 2 * (p + q)$$

ενώ ο έλεγχος BIC στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση της σχέσης:

$$BIC(p, q) = T * \log(\sigma_e^2) - (T - p - q) * \log \left[ \frac{1 - (p + q)}{T} \right] + (p + q) * \log T + (p + q) * \log[(p + q)^{-1} - \left( \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} - 1 \right)]$$

όπου:  $\sigma_x^2$  : η διακύμανση της χρονοσειράς μας

$\sigma_e^2$  : η εκτίμηση της διακύμανσης των καταλοίπων

Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα αποτελέσματα για τον δείκτη AIC-BIC μετά το τρέξιμο των διαφόρων υποδειγμάτων για την μετοχή αυτή.

Υποδείγματα	Δείκτες	
	AIC (x10 <sup>3</sup> )	BIC (x10 <sup>3</sup> )
GARCH(1,1)	-6,0924	-6,0905
GARCH(2,1)	-6,0959	-6,0935
GARCH(1,2)	-6,0904	-6,0880
GARCH(2,2)	-6,0939	-6,0910
GARCH(1,1) ARMA(2,1)	-6,0889	-6,0855
GARCH(2,1) ARMA(2,1)	-6,0939	-6,0900
GARCH(1,1) ARMA(2,2)	-6,0900	-6,0861
GARCH(2,1) ARMA(2,2)*	-6,1025	-6,0899

Πίνακας 16: Δείκτες AIC-BIC για τα υποδείγματα μας (Navios Maritime Holdings Inc)

Με αστερίσκο είναι το υπόδειγμα που επιλέχθηκε ως καταλληλότερο. Το υπόδειγμα που τελικά επιλέγουμε είναι το GARCH(2,1)/ARMA(2,2). Για το επιλεγθέν υπόδειγμα, με την βοήθεια του Matlab, βρίσκουμε τις παραμέτρους του. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι παράμετροι του υποδείγματος.

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
C	0.0010676	0.0010874	0.9818
AR(1)	0.043342	0,0060521	7.1614
AR(2)	-0.97971	0,0050331	-194.6517
MA(1)	-0.048552	0,0021497	-22.5859
MA(2)	0.99654	0,0019634	507.5520
K	$2.59 \cdot 10^{-5}$	$4.51 \cdot 10^{-6}$	5.7429
GARCH(1)	0.4106	0.10454	3.9277
GARCH(2)	0.36075	0.092466	3.9277
ARCH(1)	0.22389	0.027546	8.1281

Πίνακας 17: Παράμετροι υποδείγματος

Η αναλυτική λοιπόν μορφή του υποδείγματος, για τον μέσον και για την διακύμανση, είναι η εξής:

Mean :

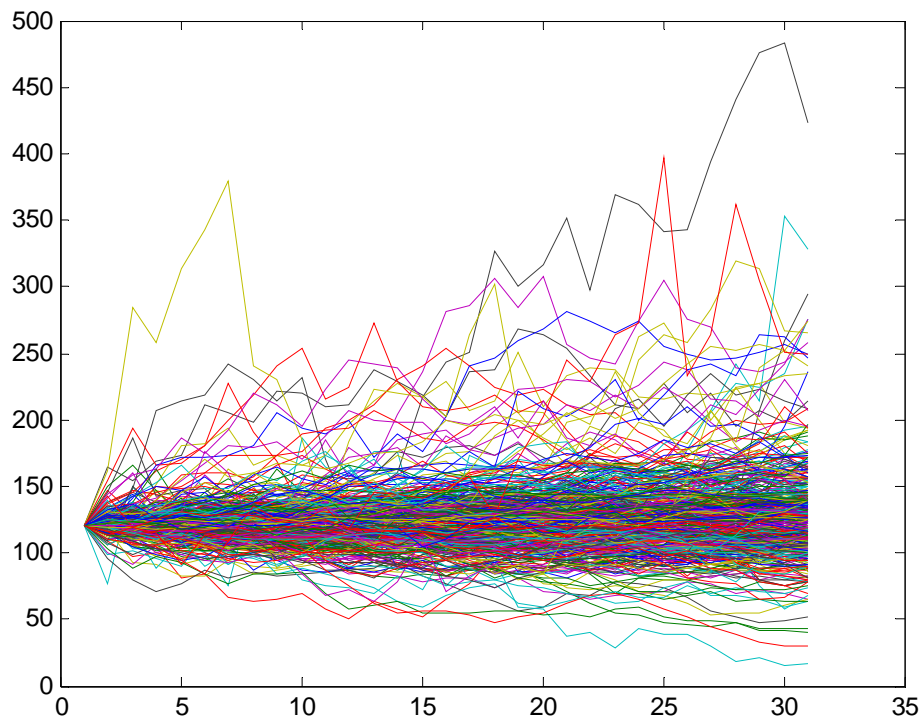
$$y_t = 0.0010676 + 0.043342 \cdot y_{t-1} - 0.97971 \cdot y_{t-2} + \varepsilon_t - 0.048552 \cdot \varepsilon_{t-1} + 0.99654 \cdot \varepsilon_{t-2}$$

Variance :

$$\sigma_t^2 = 2.59 \cdot 10^{-5} + 0.4106 \cdot \sigma_{t-1}^2 + 0.36075 \cdot \sigma_{t-2}^2 + 0,22389 \cdot \varepsilon_{t-1}^2$$

Έχοντας πλέον την τελική μορφή του υποδείγματος μας για την μετοχή Navios με προσομοίωση Monte Carlo παίρνουμε 500 πραγματοποιήσεις με 30 παρατηρήσεις η καθεμία. Παίρνουμε δηλαδή 500 πιθανές εκβάσεις της τιμής της μετοχής μας για τις επόμενες 30 μέρες. Τα αποτελέσματα μας τα λαμβάνουμε σε μορφή αποδόσεων οπότε ακολουθώντας την αντίστροφη διαδικασία με πριν, μετατρέπουμε τις αποδόσεις σε τιμές οι οποίες είναι και οι προκύπτουσες χρονοσειρές μας.

Το παρακάτω γράφημα μας δείχνει τις 500 πιθανές εκβάσεις της τιμής της μετοχής Navios Maritime Holdings Inc.



*Διάγραμμα 12: Αποτελέσματα προσομοίωσης Μόντε Κάρλο*

Την διαδικασία που περιγράψαμε ώστε τελικά να πάρουμε τις 500 πραγματοποιήσεις για κάθε μετοχή μας την επαναλαμβάνουμε. Έχουμε λοιπόν πως, με βάση την εφαρμογή του κριτηρίου AIC-BIC, το καταλληλότερο υπόδειγμα για τις υπόλοιπες μετοχές μας είναι τα εξής:

	<b>Καταλληλότερο υπόδειγμα</b>
<b>Tsakos Energy Navigation Ltd</b>	GARCH(2,1) ARMA(2,2)
<b>Dryships Inc</b>	GARCH(1,1) ARMA(2,2)
<b>Excel Maritime Carriers Ltd</b>	GARCH(1,1) ARMA(2,1)

*Πίνακας 18: Βέλτιστα υποδείγματα μετοχών*

Και κάθε υπόδειγμα έχει τις εξής παραμέτρους:

- Tsakos Energy Navigation Ltd

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
C	0.00037111	0.0011129	0.3335
AR(1)	-0.39623	0.041883	-9.4605
AR(2)	-0.93121	0.034493	-26.9974
MA(1)	0.40684	0.03273	12.4303
MA(2)	0.95581	0.026503	36.0643
K	$1.3649 \cdot 10^{-5}$	$2.7008 \cdot 10^{-6}$	5.0537
GARCH(1)	0.19953	0.054584	3.6554
GARCH(2)	0.61355	0.046122	13.3027
ARCH(1)	0.17282	0.018531	9.3260

- Dryships Inc

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
C	0.0012448	0.0018069	0.6889
AR(1)	-0.53041	0.0034022	-155.9017
AR(2)	-1	0.0033955	-294.5055
MA(1)	-0.53505	0.0062292	-85.8943
MA(2)	0.99705	0.0062819	158.7185
K	$1.3828 \cdot 10^{-5}$	$3.0324 \cdot 10^{-6}$	4.5602
GARCH(1)	0.92034	0.0084118	109.4110
ARCH(1)	0.073742	0.009339	7.8961

- Excel Maritime Carriers Ltd

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
C	0.00023004	0.00034066	0.6753
AR(1)	0.66607	0.28437	2.3423
AR(2)	-0.10037	0.029553	-3.3963
MA(1)	-0.57399	0.28406	-2.0207
K	$7.4582 \cdot 10^{-6}$	$2.5422 \cdot 10^{-6}$	2.9338
GARCH(1)	0.92372	0.0070941	130.2086
ARCH(1)	0.076284	0.0080623	9.4619

Πίνακας 19: Παράμετροι υποδειγμάτων

Μετά από προσομοίωση Monte Carlo παίρνουμε, πάλι, 500 πραγματοποιήσεις και 30 παρατηρήσεις για κάθε μια εκ των μετοχών μας. Τα αναλυτικά διαγράμματα για τις τρεις μετοχές βρίσκονταν στο παράρτημα της εργασίας.

### 6.3 Εύρεση αποδοτικού μετώπου με τις δεδομένες μετοχές

Σε αυτή τη φάση λοιπόν, βρισκόμαστε σε ένα σημείο όπου και για τις τέσσερις μετοχές μας, με την βοήθεια των υποδειγμάτων GARCH, έχουμε λάβει για την καθεμία 500 πραγματοποιήσεις, δηλαδή 500 πιθανές εκβάσεις της τιμής τους. Έχουμε άρα τέσσερις πίνακες 500x30 (500 πραγματοποιήσεις x 30 παρατηρήσεις). Από κάθε τέτοιο πίνακα μπορούμε να δημιουργήσουμε έναν πίνακα 500 x 1, όπου για κάθε πραγματοποίηση υπολογίζουμε την αναμενόμενη απόδοση της, από τον τύπο:

$$r = \frac{Price(30) - Price(1)}{Price(30)}$$

όπου Price (30) : η τιμή της παρατήρησης 30

Price (1) : η τιμή της παρατήρησης 1

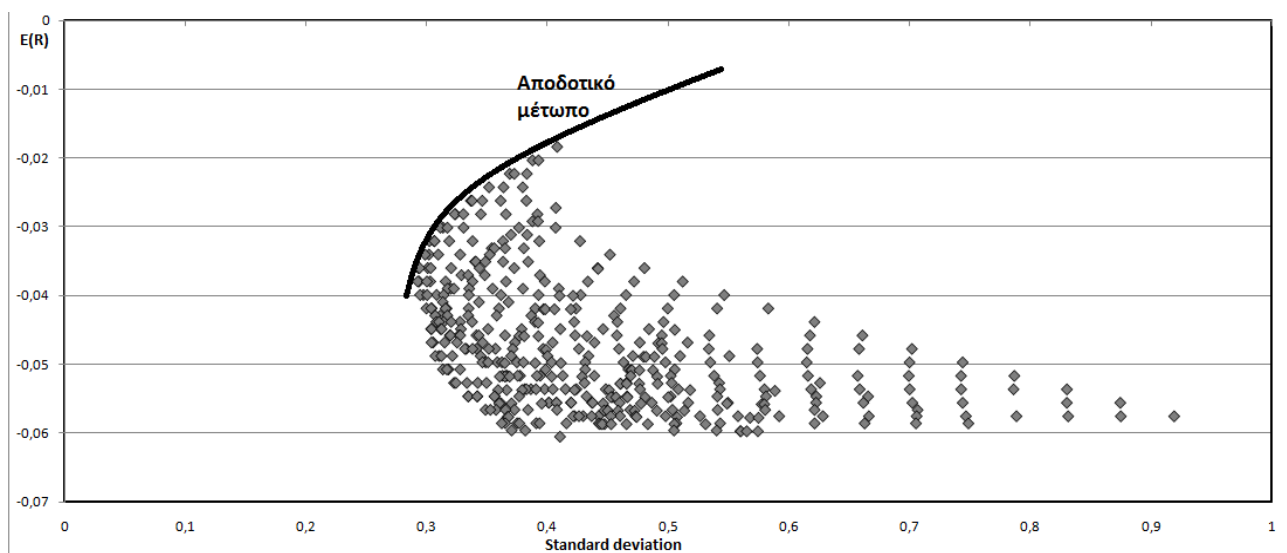
Μετά από αυτή την διαδικασία έχουμε τέσσερις πίνακες 500x1, ένας για κάθε μετοχή μας. Στο σημείο αυτό δημιουργούμε έναν νέο πίνακα 500 x 5, κάθε στήλη του οποίου είναι οι αποδόσεις των τεσσάρων μετοχών μας για τις 500 πραγματοποιήσεις τους. Ουσιαστικά λοιπόν, ο πίνακας αυτός αποτελεί τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας στις 500 πιθανές πραγματοποιήσεις του και σε κάθε στήλη του, δηλαδή σε κάθε μετοχή μας, αντιστοιχεί ένας συντελεστής  $\alpha_i$ , ο οποίος αποτελεί και το βάρος κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Στο σημείο αυτό, το ζητούμενο είναι να βρούμε τον συνδυασμό των συντελεστών  $\alpha_i$  δημιουργώντας σε ένα επίπεδο (x,y) το αποδοτικό μας μέτωπο. Ο άξονας x θα εκπροσωπεί την τυπική απόκλιση και ο άξονας y τις αναμενόμενες αποδόσεις του εκάστοτε χαρτοφυλακίου μας.

Εφαρμόζουμε επαναληπτική διαδικασία για τους συντελεστές  $\alpha_i$ . Κάθε συντελεστής μας παίρνει τιμές από 0 έως 1 με βήμα 0,05 και όσοι είναι οι συνδυασμοί των  $i$  που επαληθεύουν την σχέση  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$ , τόσα είναι και τα χαρτοφυλάκια μας. Μετά την πραγματοποίηση της διαδικασίας τα χαρτοφυλάκια μας είναι 1584.

Ο συντελεστής  $\alpha_1$  αντιστοιχεί στην μετοχή Navios, ο  $\alpha_2$  αντιστοιχεί στην μετοχή Tsakos, ο συντελεστής  $\alpha_3$  στην Dryships και ο  $\alpha_4$  στην Excel.



Στο σημείο αυτό, λοιπόν, έχοντας πραγματοποιήσει επαναληπτική διαδικασία των συντελεστών  $\alpha_i$  κάθε μετοχής μας, έχουμε λάβει έναν πίνακα 500 x 1584 (όσα και τα χαρτοφυλάκια μας) με τις αποδόσεις των 500 πραγματοποιήσεων για κάθε χαρτοφυλάκιο. Μπορούμε σε αυτό τον πίνακα να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε χαρτοφυλακίου, όπως επίσης και τις τυπικές αποκλίσεις τους, δημιουργώντας έτσι δύο νέους πίνακες 1 x 1584. Αν τώρα παραστήσουμε γραφικά τα αποτελέσματα μας σε ένα επίπεδο (x,y), όπως προαναφέραμε, μπορούμε να δούμε πως αυτά δημιουργούν ένα αποδοτικό μέτωπο. Πάνω σε αυτό το αποδοτικό μέτωπο βρίσκονται και τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια μας. Το παρακάτω σχήμα αποδεικνύει τα παραπάνω:



Μπορούμε να αναφέρουμε χαρακτηριστικά κάποια βέλτιστα χαρτοφυλάκια, για κάποιες δεδομένες τιμών τυπικής απόκλισης:

Χαρτοφυλάκια	Τυπική απόκλιση	Αναμενόμενη απόδοση (%)
A	0.408	-1.839
B	0.388	-2.035
C	0.368	-2.23
D	0.301	-3.59

Πίνακας 20: Βέλτιστα χαρτοφυλάκια

Και το κάθε χαρτοφυλάκιο έχει τους παρακάτω συντελεστές για κάθε μετοχή:

<b>Χαρτοφυλάκια</b>	<b><math>\alpha_1</math></b>	<b><math>\alpha_2</math></b>	<b><math>\alpha_3</math></b>	<b><math>\alpha_4</math></b>
<b>A</b>	1	0	0	0
<b>B</b>	0,95	0	0,05	0
<b>C</b>	0,9	0,05	0,05	0
<b>D</b>	0,75	0	0,2	0,05

*Πίνακας 21: Συντελεστές βέλτιστων χαρτοφυλακίων*

## Κεφάλαιο 7

### Συμπεράσματα – Προτάσεις

#### 7.1 Συμπεράσματα

Στόχος της διπλωματικής εργασίας ήταν να αποδείξουμε πως μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα αποδοτικό μέτωπο χαρτοφυλακίων, από μετοχές οι οποίες εμφάνιζαν ετεροσκεδαστικότητα. Πρώτος που ασχολήθηκε με την θεωρία χαρτοφυλακίου ήταν ο Χάρι Μάρκοβιτς. Ο Μάρκοβιτς απέδειξε την ύπαρξη αποδοτικού μετώπου χαρτοφυλακίων σε ένα σύστημα αξόνων ρίσκου – απόδοσης. Πριν φτάσει στην απόδειξη αυτή ο Μάρκοβιτς έκανε κάποιες παραδοχές για την φύση των μετοχών:

1. Πρώτον, οι αποδόσεις των μετοχών σε ένα βάθος χρόνου ακολουθούν κατανομή η οποία είναι πάρα πολύ κοντά στην κανονική κατανομή, δηλαδή στην κατανομή Gauss
2. Δεύτερον, παραδέχθηκε πως αν παρατηρήσουμε τις αποδόσεις μιας μετοχής για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα τότε μπορούμε να υποθέσουμε πως οι αποδόσεις έχουν σταθερή διακύμανση και άρα εμφανίζουν το φαινόμενο της ομοσκεδαστικότητας
3. Τρίτον, για να προσδιοριστεί μια επένδυση χρειάζεται να γνωρίσουμε δύο και μόνο αριθμούς, ο ένας είναι η τυπική απόκλιση, δηλαδή το ρίσκο της, και ο άλλος είναι η αναμενόμενη απόδοση

Ο στόχος μας επετεύχθη αφού με χρήση της μεθοδολογίας Γενικευμένης Αυτοπαλίνδρομου Ετεροσκεδαστικότητας Υπό Συνθήκες(GARCH), κατορθώσαμε να προσομοιώσουμε τις αποδόσεις των τεσσάρων ετεροσκεδαστικών μετοχών μας και να παράγουμε αποδοτικό μέτωπο για χαρτοφυλάκια αυτών, δημιουργώντας έτσι ένα χρήσιμο 'εργαλείο' μοντελοποίησης του ρίσκου και λήψης επενδυτικών αποφάσεων.

Η προσομοίωση Monte Carlo, στην οποία υποβλήθηκαν οι αποδόσεις των μετοχών μας, μας έδειξε πως η ναυτιλιακή αγορά θα κινηθεί σε αρνητικά επίπεδα τον πρώτο μήνα του 2011. Ακόμα και τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια μας είχαν αρνητικές αποδόσεις, πράγμα το οποίο δείχνει πως, δεδομένων αυτών των μετοχών, δεν υπάρχει χαρτοφυλάκιο το οποίο να επιφέρει κέρδη σε κάποιον επενδυτή.

Ορθό θα ήταν βέβαια στο σημείο αυτό, να εξετάσουμε και την περίπτωση που κάποιος επενδυτής ήθελε να επενδύσει σε ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο. Το σωστότερο για έναν επενδυτή θα ήταν να πάρει short θέση απέναντι σε μια τέτοια επένδυση. Ένας επενδυτής με short θέση, είναι ένας επενδυτής ο οποίος πουλά αξιόγραφα τα οποία όμως δεν βρίσκονται στην κατοχή του. Ένας τέτοιος επενδυτής προσδοκά πτώση των τιμών, οπότε και μπορεί να εκπληρώσει την υποχρέωση του με αξιόγραφα που θα τα αγοράσει σε χαμηλότερη τιμή από την σημερινή. Εάν τελικά η πρόβλεψη του επενδυτή πραγματοποιηθεί τότε το κέρδος του είναι η διαφορά, ενώ σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή στην περίπτωση που οι τιμές ανέβουν, τότε η ζημία του είναι η διαφορά των τιμών.

Τέλος, βλέπουμε πως ο τομέας της ναυτιλίας δεν δείχνει θετικά σημάδια για το εγγύς μέλλον, οπότε ένα χαρτοφυλάκιο, αυτήν την εποχή, αποτελούμενο μόνο από ναυτιλιακές μετοχές είναι λάθος. Για αύξηση της αναμενόμενης απόδοσης θα μπορούσαμε να διαμορφώσουμε ένα χαρτοφυλάκιο και με αξιόγραφα από άλλους οικονομικούς κλάδους με θετική αναμενόμενη απόδοση.

## 7.2 Προτάσεις

Τα αποτελέσματα μας είναι σίγουρα ικανοποιητικά, υπάρχει βέβαια αρκετό πρόσφορο έδαφος για περαιτέρω έρευνα και μελέτη στο συγκεκριμένο πεδίο. Σε πρώτο στάδιο, θα ήταν πολύ ενδιαφέρον, με την βοήθεια των οικονομετρικών μοντέλων GARCH, να υπάρξει μια εκτίμηση της πορείας των μετοχών σε ένα πιο μακρινό χρονικό ορίζοντα. Κατ'αυτόν τον τρόπο ένας επενδυτής θα μπορούσε να λάβει σοβαρές αποφάσεις χωρίς να επηρεαστεί από μια μηνιαία πτώση ή άνοδο της τιμής μιας μετοχής, αλλά επενδύοντας μεγαλύτερο κεφάλαιο σε κάποιες μακροπρόθεσμες αξίες.

Αντικείμενο περαιτέρω έρευνας, θα μπορούσε να αποτελέσει και η δημιουργία χαρτοφυλακίου και αντίστοιχα αποδοτικού μετώπου χαρτοφυλακίων, από μετοχές διαφορετικού κλάδου μεταξύ τους. Για παράδειγμα, ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο θα αποτελείτο από μετοχές ναυτιλιακές, τραπεζικές, βιομηχανικές και ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Η συγκεκριμένη πρόταση έχει προοπτικές μεγάλης έρευνας αφού θα μπορούσε να έχει εντυπωσιακά αποτελέσματα.

Σίγουρα, το ‘εργαλείο’ αυτό που κατασκευάσαμε θα είχε αξιοσημείωτα αποτελέσματα και σε άλλους κλάδους της οικονομικής ζωής μεμονωμένα, όπως το εμπόριο, την βιομηχανία και την αγοροπωλησία ακινήτων(Real-Estate).

Σημαντικό θα ήταν επίσης να αναφερθεί, πως αντικείμενο έρευνας θα μπορούσαν να είναι και άλλοι τύποι υποδειγμάτων GARCH (EGARCH, GJRGARCH, SQGARCH) όπως και η διεξοδική μελέτη των συμπερασμάτων αυτών.

Τέλος, θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον να γίνει μια υπολογιστική εφαρμογή εύχρηστη ώστε να μπορούν να τις χρησιμοποιούν εντατικά μεγάλοι χρηματοπιστωτικοί και επενδυτικοί οργανισμοί, για την γρήγορη και συνάμα αποτελεσματική λήψη αποφάσεων.

## **Βιβλιογραφία**

1. Brealey-Meyers, Principles of Corporate Finance, The McGraw-Hill companies, 2003
2. Robert Sobel, NYSE: A history of the New York Stock Exchange, 1935-1975, Weybright and Talley, 1975
3. Stopford, Martin, “*Maritime Economics*”, Second Edition, Routledge, London, 2002.
4. John C. Hull, Options, Futures and other Derivatives (7<sup>th</sup> edition), Prentice Hall, 2008
5. T. Bollerslev et al, Handbook of Econometrics, Elsevier, 1994
6. Γεώργιος Κ.Χρήστου, Εισαγωγή στην Οικονομετρία τόμος Α, GUTENBERG, 2005
7. Robert F. Engle, ARCH Selected Readings, Advanced Texts in Econometrics
8. Κώστας Συριόπουλος, Ανάλυση και Έλεγχοι Μονομεταβλητών Χρηματοοικονομικών Χρονολογικών Σειρών, 1998
9. David Vose, Quantitative Risk Analysis : A Guide to Monte Carlo Simulation Modelling , John Wiley & Sons, 1996
10. Jonathan D.Cryer, Kung Sik Chan, Time Series Analysis (2<sup>nd</sup> Edition), Springer, 1994
11. J.P.Morgan /Reuters , Risk Metrics : Technical Document, Morgan Guaranty Trust Company of New York, 1996
12. James E.Buck, New York Stock Exchange: Another Century, Greenwich Publishing Group, 1998

## **Περιοδικές Εκδόσεις, Δημοσιεύσεις, Εγχειρίδια & Διαδίκτυο**

1. Handbook of Econometrics, Volume IV, (chapter 49), 1994 Elsevier Science B.V.

2. Matlab GARCH Toolbox, Users Guide, The Math Works Inc
3. [http://www.stockmarketinvestinginfo.com/smi\\_history.html](http://www.stockmarketinvestinginfo.com/smi_history.html)
4. <http://en.wikipedia.org/wiki/Stock>
5. Journal of Economic Perspectives, Volume 15, Number 4, GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics, Robert Engle, 2001

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**



## Τα δεδομένα μας

Navios Maritime Holding Inc	Tsakos Energy Navigation Ltd	Dryships Inc	Excel Maritime Carriers Ltd
114,10	319,78	102,48	1277,24
117,14	325,43	103,66	1255,04
116,19	313,98	103,32	1214,95
116,19	326,41	102,48	1200,15
116,19	326,41	102,48	1200,15
113,33	326,93	100,99	1158,83
113,14	319,48	92,08	1082,35
113,14	323,55	95,84	1110,72
115,62	331,53	96,49	1137,86
114,29	336,12	94,51	1118,74
116,19	339,58	91,78	1087,29
114,29	338,15	94,06	1100,86
113,71	339,66	93,78	1110,11
114,29	345,46	94,06	1111,96
116,19	337,32	93,32	1088,52
115,24	336,12	90,69	1055,22
114,67	338,08	88,66	1057,07
114,67	321,44	88,32	1021,3
113,14	304,96	88,12	985,53
110,48	301,8	82,18	986,76
109,52	305,73	79,8	999,1
112,95	314,28	85,4	1011,43
114,29	306,96	86,63	1008,35
116,19	314,58	87,03	1044,12
117,14	313,04	86,63	1029,93
115,24	316,59	86,14	1026,23
115,24	312,89	84,65	1005,26
114,48	304,57	83,27	959,01
112,00	293,33	78,37	906,59
114,29	294,95	78,56	875,75
112,00	299,57	76,73	837,51
109,52	297,18	77,08	854,17
111,43	299,87	77,62	949,76
111,43	308,65	80,99	968,26
111,81	308,65	81,73	963,33
112,38	312,74	83,91	962,71
112,38	312,2	84,55	1073,1

<b>110,48</b>	310,81	83,12	1011,43
<b>108,95</b>	301,11	81,29	941,12
<b>109,52</b>	294,56	80,45	915,84
<b>106,67</b>	288,55	80,1	894,25
<b>108,19</b>	293,95	79,55	945,44
<b>109,14</b>	288,79	79,11	968,88
<b>107,43</b>	293,48	83,66	937,42
<b>109,52</b>	290,63	87,13	923,86
<b>108,57</b>	294,95	90,1	918,92
<b>107,62</b>	297,64	93,22	913,99
<b>107,24</b>	307,27	94,41	971,34
<b>108,57</b>	310,89	92,82	989,84
<b>110,48</b>	313,74	93,21	983,68
<b>110,48</b>	313,74	93,21	983,68
<b>109,90</b>	307,88	91,58	983,68
<b>109,52</b>	302,49	88,86	969,49
<b>109,52</b>	303,03	88,11	1046,58
<b>109,33</b>	302,34	87,87	1074,34
<b>107,24</b>	305,11	87,38	1048,43
<b>107,05</b>	306,19	84,05	1008,35
<b>108,19</b>	305,42	80,99	991,69
<b>108,95</b>	307,65	80,74	983,68
<b>108,57</b>	306,5	79,46	993,54
<b>108,19</b>	303,34	77,03	985,53
<b>107,81</b>	302,72	79,8	1005,26
<b>108,19</b>	303,73	79,8	1002,18
<b>108,19</b>	293,64	80,05	1035,48
<b>108,00</b>	295,49	81,98	1039,8
<b>107,81</b>	295,56	81,34	994,78
<b>107,05</b>	283,32	81,29	965,79
<b>107,62</b>	287,71	85	1028,08
<b>108,38</b>	285,78	85,54	974,43
<b>108,19</b>	284,01	85,4	934,34
<b>107,81</b>	283,01	85,4	925,09
<b>107,05</b>	292,25	86,25	932,49
<b>106,86</b>	297,26	84,59	922,62
<b>108,57</b>	298,57	82,69	922,01
<b>109,14</b>	304,03	83,64	918,92
<b>109,14</b>	304,03	83,64	918,92
<b>109,33</b>	322,9	84,9	909,67
<b>112,38</b>	321,51	81,51	876,37

112,19	317,2	81,44	872,67
112,38	323,13	80,84	867,73
112,38	322,05	79,89	866,5
112,00	323,36	79,64	879,45
112,76	322,28	77,98	854,17
110,48	314,97	80,14	868,35
110,48	309,19	80,84	868,35
111,43	306,11	80,59	860,33
109,52	302,19	78,88	852,93
109,90	306,27	81,54	870,82
111,81	308,5	81,64	922,01
116,95	306,81	80,19	905,35
115,24	304,96	75,33	873,9
114,29	305,88	73,28	844,3
112,95	296,49	72,37	801,13
111,24	299,72	69,87	793,11
112,38	298,03	71,72	793,11
111,43	296,87	70,57	777,07
111,43	296,49	70,32	770,91
111,43	297,33	76,63	820,25
112,19	305,11	79,09	794,34
112,38	285,7	81,24	781,39
112,76	288,79	82,39	746,24
112,38	285,32	83,34	753,64
112,38	290,86	84,14	777,07
109,71	289,63	82,44	802,36
110,10	290,71	83,34	801,74
110,48	291,87	83,14	794,34
109,90	291,79	82,79	763,51
109,52	289,32	85,35	804,83
112,19	286,24	86,1	804,21
111,24	292,71	84,95	823,33
111,24	292,64	83,19	863,42
113,14	288,32	81,79	878,83
115,62	293,79	79,49	902,89
114,29	290,17	78,08	878,22
113,14	283,55	78,83	858,48
112,95	287,94	79,14	891,17
112,76	291,02	77,88	872,67
113,43	298,64	80,04	897,34
112,76	295,33	80,14	896,72

<b>111,43</b>	292,25	79,34	882,53
<b>111,43</b>	292,25	79,34	882,53
<b>111,43</b>	289,94	79,64	937,42
<b>113,33</b>	287,63	80,24	983,68
<b>114,67</b>	286,09	82,64	1000,95
<b>114,10</b>	286,09	82,09	980,59
<b>112,95</b>	286,01	84,24	983,68
<b>112,38</b>	280,7	82,44	957,78
<b>113,71</b>	282,16	81,59	934,34
<b>112,76</b>	281,08	81,74	931,87
<b>111,81</b>	284,16	80,34	915,22
<b>112,38</b>	286,24	81,29	918,3
<b>112,38</b>	282,39	81,64	933,11
<b>114,29</b>	283,01	81,19	932,49
<b>114,29</b>	279,47	80,19	917,07
<b>113,90</b>	273,91	81,14	926,94
<b>111,43</b>	276,31	84,14	974,43
<b>112,57</b>	275,92	85,65	968,26
<b>112,95</b>	279,01	86,4	968,88
<b>112,57</b>	278,39	86,65	988,61
<b>112,19</b>	277,39	87,31	990,46
<b>113,33</b>	279,16	86,96	992,93
<b>112,38</b>	274,54	86,4	965,18
<b>110,48</b>	264,91	83,97	928,17
<b>109,52</b>	264,3	81,84	909,67
<b>109,14</b>	265,53	80,82	921,39
<b>109,90</b>	258,91	78,85	983,06
<b>109,52</b>	265,45	80,82	1026,85
<b>109,52</b>	261,22	80,32	995,4
<b>107,62</b>	261,75	76,52	962,09
<b>100,19</b>	266,45	77,88	986,76
<b>104,38</b>	269,84	80,11	1007,73
<b>101,33</b>	260,14	78,85	987,38
<b>100,19</b>	266,8	77,53	989,84
<b>97,71</b>	255,93	75,81	973,19
<b>95,05</b>	260,46	75,76	959,01
<b>96,95</b>	269,03	77,88	986,15
<b>96,76</b>	268,95	79,05	986,76
<b>100,57</b>	270,69	79,05	980,59
<b>100,57</b>	265,61	77,94	934,34
<b>102,67</b>	272,68	75,76	932,49

<b>102,48</b>	272,44	76,26	938,66
<b>103,81</b>	268,95	75,5	925,09
<b>103,81</b>	270,85	73,98	929,41
<b>104,19</b>	277,44	75,81	903,5
<b>102,86</b>	273,79	74,64	938,66
<b>101,33</b>	276,17	75,4	950,99
<b>99,05</b>	282,76	75,55	946,67
<b>95,24</b>	291,01	75,3	930,64
<b>103,62</b>	292,99	74,44	914,6
<b>103,24</b>	296,01	74,74	909,05
<b>100,95</b>	296,64	71,55	853,55
<b>94,86</b>	292,75	71,55	838,75
<b>99,05</b>	293,55	68,66	801,13
<b>100,38</b>	293,47	68,76	797,43
<b>100,19</b>	294,9	68,05	807,91
<b>99,05</b>	296,96	67,4	798,04
<b>100,57</b>	297,75	67,7	807,91
<b>101,14</b>	297,6	67,4	801,13
<b>101,14</b>	297,6	67,4	801,13
<b>102,29</b>	299,98	67,24	801,74
<b>99,24</b>	294,82	65,62	782,63
<b>98,10</b>	295,93	65,88	793,73
<b>96,76</b>	298,47	66,08	817,16
<b>97,90</b>	306,25	68,41	859,1
<b>99,05</b>	305,61	67,34	848
<b>96,19</b>	309,5	65,82	845,53
<b>96,19</b>	308,23	64,96	845,53
<b>95,62</b>	307,75	65,22	819,01
<b>95,43</b>	309,42	62,78	788,18
<b>96,19</b>	310,77	63,7	769,06
<b>94,86</b>	312,99	62,07	760,42
<b>97,14</b>	312,28	61,62	782,01
<b>96,38</b>	312,04	61,92	782,63
<b>97,33</b>	309,58	63,49	782,01
<b>97,52</b>	296,09	61,67	759,19
<b>95,24</b>	296,01	62,23	728,35
<b>94,86</b>	295,21	62,48	696,9
<b>92,95</b>	294,74	66,08	701,83
<b>94,48</b>	293,63	63,8	712,94
<b>91,05</b>	293,63	63,9	701,83
<b>91,05</b>	293,63	63,9	701,83

<b>91,81</b>	286,48	62,28	698,75
<b>89,52</b>	287,99	61,67	720,34
<b>87,43</b>	289,34	63,04	712,32
<b>88,00</b>	291,01	61,92	706,15
<b>88,00</b>	291,01	61,92	706,15
<b>83,81</b>	296,33	61,92	719,72
<b>86,67</b>	303,47	64,86	740,07
<b>84,19</b>	297,36	67,14	748,09
<b>85,52</b>	294,02	69,17	761,04
<b>84,00</b>	290,61	67,85	746,24
<b>88,57</b>	287,68	66,94	738,22
<b>86,48</b>	287,12	65,01	733,9
<b>85,33</b>	280,22	61,77	715,4
<b>86,29</b>	282,52	61,1	712,32
<b>86,29</b>	282,52	61,1	712,32
<b>85,71</b>	286,33	61,46	724,65
<b>84,76</b>	283,95	59,5	709,85
<b>85,33</b>	285,06	56,72	712,32
<b>84,38</b>	285,06	54,76	683,33
<b>86,67</b>	285,14	53,89	697,52
<b>85,90</b>	291,56	52,09	682,1
<b>86,10</b>	288,79	51,42	687,65
<b>85,14</b>	291,48	52,5	667,91
<b>84,95</b>	290,85	53,73	664,21
<b>84,57</b>	293,07	58,27	693,82
<b>86,10</b>	292,83	57,24	702,45
<b>86,67</b>	291,09	57,29	699,37
<b>85,14</b>	288,55	57,55	698,13
<b>83,81</b>	288,07	59,09	695,05
<b>84,76</b>	288,55	57,91	699,98
<b>87,81</b>	287,2	57,44	686,42
<b>87,24</b>	288,79	56,16	684,57
<b>89,52</b>	288,47	55,59	680,87
<b>88,38</b>	286,72	55,54	677,17
<b>87,24</b>	289,1	55,9	661,13
<b>86,67</b>	289,9	56,46	678,4
<b>85,90</b>	288,47	57,49	685,18
<b>87,62</b>	287,2	57,24	697,52
<b>86,29</b>	284,66	58,11	704,3
<b>86,29</b>	284,66	58,11	704,3
<b>87,81</b>	287,44	60,48	721,57

<b>88,19</b>	287,91	57,6	705,53
<b>93,02</b>	288,63	57,48	703,68
<b>92,11</b>	285,14	57,03	706,15
<b>90,38</b>	286,8	57,39	702,45
<b>91,73</b>	285,29	56,72	683,95
<b>91,84</b>	292,36	57,34	675,31
<b>90,57</b>	301,56	56,05	677,78
<b>91,53</b>	306,48	55,9	680,25
<b>93,66</b>	308,39	55,49	680,87
<b>93,66</b>	303,94	55,59	669,15
<b>92,31</b>	299,98	55,02	650,03
<b>91,73</b>	298,71	54,4	639,54
<b>93,27</b>	301,17	55,28	632,14
<b>93,27</b>	303,94	56,31	677,78
<b>93,66</b>	308,71	57,44	691,35
<b>92,31</b>	311,88	57,19	658,66
<b>91,73</b>	308,86	54,61	668,53
<b>91,92</b>	309,02	54,15	661,75
<b>91,17</b>	307,75	55,54	642,01
<b>94,43</b>	317,99	54,45	635,84
<b>88,44</b>	320,05	57,49	635,23
<b>86,90</b>	319,26	60,43	641,4
<b>92,71</b>	319,02	58,83	641,4
<b>91,53</b>	319,58	56,88	640,78
<b>96,17</b>	318,78	56,57	634,61
<b>95,59</b>	317,91	56,52	637,69
<b>93,66</b>	314,34	54,97	617,34
<b>92,31</b>	310,93	54,51	603,16
<b>94,82</b>	313,23	54,3	591,44
<b>92,50</b>	311,88	54,76	592,06
<b>91,34</b>	313,94	56,16	600,69
<b>93,66</b>	310,69	55,12	592,06
<b>96,36</b>	309,26	54,4	585,89
<b>95,59</b>	315,21	55,28	582,81
<b>92,11</b>	312,99	53,89	564,3
<b>91,73</b>	309,64	53,53	576,02
<b>91,73</b>	306,95	52,95	576,02
<b>91,73</b>	306,95	52,95	576,02
<b>91,53</b>	302,7	51,69	572,32
<b>91,73</b>	309,81	52,69	555,05
<b>91,92</b>	308,17	52,16	543,95

92,69	309,24	52,79	555,05
93,66	310,3	52,69	547,65
91,73	312,99	51,58	531
91,73	311,6	51,64	526,07
91,92	314,3	50,85	528,53
91,73	313,48	49,27	522,98
95,01	313,32	49,85	522,37
92,89	308,26	51,01	525,45
91,15	314,3	49,69	542,72
92,89	311,44	48,85	533,47
92,89	312,09	49,37	530,38
92,89	314,3	52,11	542,72
93,08	313,4	52,74	563,07
92,89	316,75	51,43	578,49
92,11	314,54	52,32	575,41
91,73	314,13	51,16	559,37
92,89	307,77	48,8	551,97
91,73	305,32	48,64	548,26
91,73	304,75	47,8	535,93
91,92	301,48	46,96	529,77
91,92	301,97	47,33	502,63
91,73	295,93	46,54	477,96
91,73	294,13	47,17	498,31
91,73	299,77	45,96	493,38
93,08	299,28	45,05	482,28
92,50	297,89	46,38	482,9
92,69	298,95	48,12	493,38
92,69	298,95	48,12	493,38
89,99	299,28	47,28	490,91
87,09	300,91	47,28	502,63
85,16	300,99	47,28	507,57
86,90	303,28	50,06	517,43
85,55	300,42	50,06	491,53
86,71	295,44	49,38	489,68
85,93	290,05	48,54	484,13
82,84	291,36	48,12	479,81
82,26	285,72	49,22	477,35
83,42	286,7	48,8	472,41
80,65	277,72	46,91	472,41
79,08	284,17	47,59	476,11
76,93	300,99	48,96	486,6



<b>78,50</b>	300,34	48,22	489,06
<b>76,14</b>	296,34	48,33	487,21
<b>76,14</b>	303,36	49,43	489,06
<b>76,53</b>	310,38	52,63	518,67
<b>78,50</b>	314,13	53,74	523,6
<b>80,46</b>	323,44	56,84	555,05
<b>81,44</b>	327,6	57,89	621,66
<b>82,22</b>	337,89	57,84	611,79
<b>85,66</b>	337,64	58,83	628,44
<b>90,07</b>	339,6	58,89	627,83
<b>88,90</b>	340,26	57,71	638,31
<b>88,90</b>	347,6	58,03	651,26
<b>88,90</b>	347,6	58,03	651,26
<b>87,72</b>	343,28	58,35	641,4
<b>87,33</b>	349,4	59,9	663,6
<b>84,58</b>	351,85	60,28	652,5
<b>81,83</b>	351,36	61,39	638,31
<b>80,65</b>	352,26	60,92	623,51
<b>80,65</b>	356,01	60,71	605,63
<b>80,85</b>	349,32	58,78	587,12
<b>82,42</b>	348,18	56,96	564,3
<b>81,05</b>	345,56	56,53	567,39
<b>81,44</b>	344,26	56,53	568,62
<b>81,83</b>	361,48	58,62	600,69
<b>83,40</b>	355,2	59,64	624,74
<b>82,03</b>	355,6	60,38	625,36
<b>83,21</b>	367,6	63,22	645,1
<b>83,79</b>	366,05	62,26	647,56
<b>83,79</b>	366,54	60,81	636,46
<b>81,44</b>	364,01	60,17	631,53
<b>80,65</b>	362,14	58,83	558,14
<b>80,85</b>	364,99	58,67	554,44
<b>81,24</b>	368,42	60,71	585,27
<b>83,21</b>	373,4	68,94	656,81
<b>90,27</b>	376,58	72,04	703,07
<b>95,76</b>	386,79	71,13	703,07
<b>94,19</b>	398,38	69,48	711,7
<b>93,21</b>	404,34	71,67	705,53
<b>89,29</b>	403,36	72,26	714,79
<b>90,86</b>	405,4	71,83	704,3
<b>89,88</b>	394,95	74,61	732,05

94,19	383,69	74,02	718,49
99,69	383,85	74,83	720,95
100,08	382,46	74,88	722,19
97,14	381,32	73,17	711,7
93,41	382,22	67,5	682,1
92,62	383,36	67,23	674,7
94,19	383,85	66,64	680,25
91,84	382,79	66,64	672,23
91,45	379,69	64,13	651,88
97,14	380,5	72,2	684,57
95,18	383,44	74,83	718,49
97,46	380,75	73,97	706,77
96,67	376,34	75,84	706,77
96,47	377,07	75,79	712,94
97,46	377,16	71,67	738,22
97,46	377,16	71,67	738,22
97,86	383,61	70,6	754,87
98,06	367,6	67,93	723,42
99,25	359,11	71,67	726,5
98,66	351,36	72,74	733,9
95,87	336,18	69,8	710,47
96,07	347,36	73,17	743,77
96,47	338,79	75,68	756,11
100,65	335,69	73,92	764,74
99,45	334,38	74,45	751,17
99,06	349,24	77,29	761,04
102,04	348,83	78,19	752,41
103,03	338,05	75,47	752,41
102,44	339,85	75,2	738,22
103,43	336,09	73,38	731,44
103,43	339,85	72,63	714,79
100,05	352,34	74,02	713,55
97,86	359,2	76,38	738,22
94,68	359,03	73,77	730,2
94,88	364,09	72,69	730,82
93,68	366,71	70,84	708
93,88	347,36	71,17	709,85
94,48	351,6	72,15	721,57
94,48	347,52	72,74	728,35
95,28	350,38	74,86	735,14
94,68	349,48	72,58	733,9

94,48	355,11	72,2	732,67
92,49	353,24	71,93	719,1
96,47	359,6	74,8	727,12
97,46	367,44	70,57	741,3
94,88	371,36	71,82	749,32
100,05	367,36	70,57	740,07
103,63	365,73	69,98	745,62
106,22	367,16	71,22	746,86
112,38	364,13	70,84	745,01
108,01	364,13	70,95	736,37
105,62	373,87	71,39	736,99
109,40	383,95	73,72	743,15
109,20	381,68	73,56	740,69
108,80	379	73,01	782,01
110,19	373,54	76,59	821,48
109,40	372,36	75,13	822,1
108,40	369,51	74,8	820,86
107,81	363,63	74,21	818,4
108,01	366,15	76,38	817,78
106,22	365,9	76	824,56
108,01	369,51	75,56	836,9
108,40	370,85	74,75	825,8
109,40	371,86	74,59	841,83
108,40	371,77	73,5	842,45
108,01	372,45	72,96	838,75
108,60	371,1	73,88	832,58
109,20	377,06	73,99	841,83
109,20	376,81	74,59	855,4
107,81	377,65	74,48	844,91
109,40	377,82	75,18	859,72
109,40	377,9	73,56	841,21
110,00	376,64	74,86	855,4
110,00	376,64	74,86	855,4
110,39	379,33	79,25	850,47
108,20	381,26	79,25	851,08
107,41	376,22	82,72	854,17
106,81	378,66	85,54	838,13
105,02	378,66	86,79	841,83
104,62	381,35	86,52	848,61
105,35	382,19	88,64	872,05
104,95	381,35	87,33	872,67

105,76	381,77	87,12	878,22
103,34	381,52	86,03	890,55
100,72	382,61	84,08	889,32
102,73	381,43	83,21	881,92
105,96	383,11	83,32	880,68
108,17	381,77	83,64	885,62
105,76	381,01	86,3	883,77
105,35	383,11	86,79	870,82
105,96	379,25	86,3	871,43
107,77	383,19	88,53	844,91
107,37	383,03	87,04	860,33
107,57	380,34	89,12	864,03
108,17	381,35	90,97	867,12
108,17	381,35	90,97	867,12
107,77	382,44	91,73	865,88
111,19	388,07	95,25	866,5
113,61	388,57	97,69	875,13
108,17	385,46	97,69	901,04
108,17	385,46	97,69	901,04
108,17	385,46	97,69	901,04
105,96	381,18	96,66	917,07
106,96	377,9	96,23	907,82
106,76	377,57	96,83	907,2
107,37	376,81	98,13	912,75
106,36	373,71	99	915,22
106,56	369,84	97,64	908,44
106,56	369,51	99,65	920,77
106,76	372,61	98,62	932,49
106,76	372,61	98,62	932,49
106,76	372,03	97,14	925,09
106,36	372,03	94,78	921,39
106,16	370,93	95,54	932,49
105,95	371,86	94,61	922,01
105,76	371,19	95,11	915,84
106,16	371,02	93,3	922,01
107,17	375,22	94,45	937,42
107,17	377,23	95,44	965,79
106,96	378,07	95,38	961,48
106,76	377,9	95,16	968,26
106,76	379,84	95,82	957,16
107,37	380,93	93,63	946,67

<b>110,99</b>	382,36	93,19	965,18
<b>112,40</b>	385,13	93,95	974,43
<b>121,06</b>	385,97	96,42	984,29
<b>120,86</b>	379,84	96,09	986,15
<b>121,67</b>	379,42	96,64	978,74
<b>124,09</b>	374,13	95,87	986,76
<b>133,96</b>	374,71	95,87	997,25
<b>130,94</b>	370,43	95,44	1006,5
<b>129,93</b>	371,61	95,44	1036,1
<b>138,19</b>	370,77	95,93	1037,33
<b>140,40</b>	372,78	99,22	1068,79
<b>140,81</b>	377,32	99,6	1079,89
<b>140,81</b>	377,32	99,6	1079,89
<b>138,99</b>	381,26	105,75	1127,99
<b>155,71</b>	383,28	108,93	1187,2
<b>161,15</b>	398,31	109,53	1216,18
<b>161,35</b>	396,38	110,79	1243,94
<b>164,58</b>	394,7	111,34	1148,96
<b>158,13</b>	381,26	98,78	1095,31
<b>159,74</b>	390,5	104,21	1100,86
<b>161,55</b>	390,33	112,74	1169,31
<b>163,77</b>	387,06	114,8	1151,43
<b>155,51</b>	380,84	112,73	1152,66
<b>159,14</b>	385,46	113,21	1161,29
<b>165,78</b>	389,66	116,11	1149,58
<b>168,40</b>	390,5	123,85	1152,66
<b>161,96</b>	394,7	120,67	1143,41
<b>161,55</b>	398,81	123,41	1129,84
<b>154,30</b>	400,07	121,87	1109,49
<b>146,85</b>	402,26	117,81	1021,91
<b>147,38</b>	399,49	116,33	989,23
<b>152,47</b>	412,5	118,31	986,15
<b>156,13</b>	411,33	116,5	980,59
<b>162,83</b>	415,53	119,79	1023,76
<b>159,58</b>	414,85	125,99	1048,43
<b>159,38</b>	427,62	128,89	1083,59
<b>157,96</b>	436,1	127,3	1097,16
<b>156,53</b>	431,9	126,09	1084,2
<b>153,48</b>	428,88	124,83	1059,53
<b>150,43</b>	427,7	123,24	1057,68
<b>147,59</b>	432,49	121,71	1041,65

<b>149,01</b>	436,69	123,57	1062,62
<b>155,52</b>	444,84	127,47	1070,64
<b>160,80</b>	451,22	127,63	1118,12
<b>156,13</b>	449,2	133,5	1128,61
<b>158,36</b>	451,72	133,88	1158,83
<b>158,36</b>	451,72	133,88	1158,83
<b>156,53</b>	459,36	138	1144,64
<b>152,06</b>	452,81	138,27	1134,78
<b>157,96</b>	446,01	136,68	1134,16
<b>159,18</b>	447,52	140,14	1190,28
<b>157,35</b>	450,29	143,18	1203,23
<b>162,63</b>	456,94	146,22	1250,1
<b>166,09</b>	451,93	155,45	1244,55
<b>171,17</b>	468,87	158,66	1265,52
<b>172,80</b>	465,5	159,98	1311,16
<b>178,08</b>	462,9	162,64	1371,6
<b>177,88</b>	471,03	168,22	1395,65
<b>173,81</b>	468,95	167,17	1348,16
<b>177,88</b>	481,66	171,65	1356,18
<b>175,85</b>	482,52	181,02	1411,07
<b>177,07</b>	484,33	186,24	1404,9
<b>177,88</b>	493,84	195,58	1396,27
<b>178,08</b>	490,38	188,62	1353,71
<b>182,96</b>	488,65	184,03	1368,51
<b>184,18</b>	490,04	186,07	1365,43
<b>183,57</b>	489,95	190,94	1393,18
<b>185,60</b>	501,01	205,26	1509,75
<b>185,81</b>	501,44	201,77	1576,97
<b>184,99</b>	502,39	217,47	1546,75
<b>186,21</b>	494,01	211,61	1543,67
<b>187,23</b>	499,37	223,83	1631,24
<b>186,82</b>	504,73	220,68	1669,48
<b>185,81</b>	496,26	226,98	1634,94
<b>182,96</b>	501,18	218,3	1630,62
<b>192,11</b>	509,83	215,26	1642,96
<b>209,39</b>	511,03	199,84	1544,28
<b>215,49</b>	509,83	209,4	1562,78
<b>212,03</b>	555,19	206,25	1570,18
<b>206,75</b>	553,55	207,25	1457,94
<b>205,93</b>	544,82	196,52	1389,48
<b>210,61</b>	549,66	202,77	1411,69

<b>210,61</b>	549,66	202,77	1411,69
<b>213,18</b>	555,8	215,37	1477,68
<b>214,00</b>	553,89	223,55	1485,69
<b>214,82</b>	555,45	227,2	1473,25
<b>220,75</b>	555,02	224,99	1491,29
<b>234,25</b>	557,26	223,66	1503,11
<b>231,19</b>	558,65	226,93	1634,95
<b>224,43</b>	550,44	222,12	1608,2
<b>213,18</b>	539,98	207,52	1583,33
<b>216,45</b>	548,45	197,41	1582,09
<b>222,18</b>	552,86	203,21	1598,88
<b>212,98</b>	552,86	193,65	1520,52
<b>217,48</b>	559,34	197,3	1546,02
<b>214,82</b>	573,6	198,68	1541,04
<b>218,30</b>	586,47	204,21	1555,34
<b>218,71</b>	604,45	207,74	1569,03
<b>223,82</b>	604,88	205,92	1544,77
<b>220,34</b>	593,82	210,67	1567,16
<b>220,14</b>	609,46	217,97	1544,77
<b>225,87</b>	601,85	216,75	1498,75
<b>225,46</b>	602,72	218,41	1504,97
<b>227,91</b>	589,84	216,53	1445,27
<b>231,80</b>	595,63	220,79	1463,3
<b>236,30</b>	603,58	227,26	1508,08
<b>247,14</b>	604,1	239,81	1565,92
<b>247,35</b>	611,96	246,39	1621,26
<b>249,39</b>	620,69	245	1608,2
<b>249,39</b>	620,69	245	1608,2
<b>253,89</b>	629,76	244,01	1609,45
<b>262,28</b>	624,49	258,77	1754,97
<b>256,55</b>	630,63	265,01	1748,13
<b>252,46</b>	630,54	260,15	1777,36
<b>265,15</b>	638,06	284,64	1887,43
<b>263,10</b>	639,01	304,48	2139,3
<b>277,22</b>	639,44	301,6	2018,65
<b>263,10</b>	616,8	291,83	1898,63
<b>275,38</b>	624,06	324,85	2119,4
<b>273,94</b>	634,95	321,19	2064,67
<b>296,65</b>	645,92	355,31	2274,87
<b>298,90</b>	637,45	343,93	2327,11
<b>312,61</b>	639,36	357,58	2526,11

<b>292,56</b>	624,15	332,67	2357,58
<b>287,24</b>	640,05	317,02	2355,72
<b>270,06</b>	628,99	298,77	2238,8
<b>268,01</b>	619,39	301,32	2291,66
<b>267,19</b>	621,64	314,14	2354,47
<b>266,99</b>	628,12	318,02	2412,93
<b>250,62</b>	613,52	308,48	2283,58
<b>253,49</b>	634,6	312,53	2256,21
<b>235,28</b>	611,79	312,81	2142,41
<b>229,14</b>	603,15	297,88	1960,82
<b>236,50</b>	587,59	317,52	2009,95
<b>260,24</b>	562,54	335,67	1951,49
<b>249,19</b>	564,96	329,84	1875
<b>255,53</b>	578,95	321,91	1957,71
<b>265,97</b>	612,4	331,67	2082,71
<b>239,57</b>	573,68	319,46	2207,08
<b>216,86</b>	573,6	304,71	1972,63
<b>223,82</b>	548,8	289,39	1834,57
<b>223,00</b>	589,32	287,9	2029,22
<b>235,69</b>	586,99	300,99	2123,75
<b>242,64</b>	587,77	311,48	2207,08
<b>259,21</b>	604,45	351,15	2397,38
<b>255,74</b>	594,51	343,71	2359,45
<b>255,94</b>	595,54	358,41	2448,38
<b>248,37</b>	592,95	367,85	2374,99
<b>238,35</b>	576,79	340,1	2300,99
<b>239,71</b>	587,59	370,18	2345,77
<b>238,68</b>	578,09	376,22	2438,3
<b>251,03</b>	588,2	395,92	2690,25
<b>251,03</b>	588,2	395,92	2690,25
<b>263,78</b>	576,28	391,04	2745,9
<b>267,90</b>	572,56	405,79	2896,57
<b>267,90</b>	564,7	417,89	2997,85
<b>257,82</b>	563,31	426,77	2993,48
<b>251,85</b>	555,71	415,67	2915,95
<b>261,31</b>	575,93	418,17	2958,47
<b>253,49</b>	568,24	400,58	2929,08
<b>251,03</b>	585,18	390,87	2819,67
<b>244,44</b>	580,51	390,7	2860,31
<b>236,62</b>	584,05	382,55	2796,54
<b>241,77</b>	613,43	407,18	2953,46



<b>251,85</b>	620,43	416,84	2944,09
<b>251,44</b>	601,94	421,5	2890,94
<b>263,37</b>	616,2	453,01	3167,91
<b>273,66</b>	626,48	474,09	3449,25
<b>269,95</b>	634,08	486,02	3639,31
<b>255,76</b>	608,16	471,71	3349,22
<b>263,78</b>	629,5	507,1	3511,15
<b>270,37</b>	608,42	504	3488,64
<b>282,71</b>	628,81	534,24	3779,36
<b>287,03</b>	616,72	547,66	3901,9
<b>280,45</b>	622,94	524,41	3682,45
<b>280,86</b>	618,01	518,48	3549,28
<b>294,03</b>	611,36	549,27	3688,7
<b>307,20</b>	617,23	582,5	3948,16
<b>316,46</b>	620,6	640,87	4263,27
<b>308,84</b>	607,38	653,91	4208,87
<b>320,37</b>	614,56	628,83	4071,95
<b>321,19</b>	623,54	677,19	4412,69
<b>314,19</b>	634,95	704,59	4625,26
<b>325,51</b>	632,62	658,62	4543,36
<b>327,57</b>	629,76	676,85	4735,92
<b>344,65</b>	638,75	701,2	5049,77
<b>323,25</b>	615,33	638,78	4790,94
<b>324,07</b>	597,3	664,29	4798,44
<b>334,77</b>	604,9	713,7	5087,91
<b>324,48</b>	604,02	693,08	4999,75
<b>330,65</b>	603,31	689,19	4931,61
<b>353,08</b>	617,89	686,41	4795,31
<b>386,41</b>	620,45	727,93	4996
<b>335,59</b>	613,56	600,26	3995,68
<b>371,81</b>	615,06	655,07	4413,31
<b>347,94</b>	596,94	643,34	4215,75
<b>348,14</b>	583,16	633,56	4223,88
<b>329,21</b>	614,09	588,7	3699,96
<b>345,88</b>	635,66	644,62	3849,38
<b>338,27</b>	626,64	590,26	3382,35
<b>333,12</b>	627,08	562,47	3217,3
<b>314,81</b>	618,07	539,83	3217,92
<b>291,56</b>	606,49	465,82	2803,42
<b>331,68</b>	617,8	547,02	3287,95
<b>324,69</b>	612,59	513,67	2928,46

<b>313,51</b>	610,2	485,6	2898,45
<b>324,05</b>	609,67	495,27	2761,53
<b>296,15</b>	606,31	470,65	2588,97
<b>295,11</b>	608,08	440,58	2578,34
<b>269,07</b>	596,77	438,03	2457,05
<b>269,07</b>	596,77	438,03	2457,05
<b>272,17</b>	625,58	427,69	2460,8
<b>241,79</b>	620,28	387,23	2355,77
<b>271,97</b>	626,82	420,69	2608,35
<b>291,60</b>	632,65	483,38	3109,14
<b>302,55</b>	644,5	500	3313,15
<b>301,52</b>	638,13	525,12	3362,74
<b>294,91</b>	633,18	496,55	3245,36
<b>290,77</b>	627,17	471,15	2969,16
<b>283,13</b>	634,95	468,54	3025,65
<b>281,47</b>	646,09	464,93	2979,83
<b>292,22</b>	687,63	499,22	3148,69
<b>290,98</b>	684,98	508,83	3412,96
<b>283,95</b>	665,88	473,93	3147,43
<b>283,54</b>	686,04	490,77	3313,78
<b>270,31</b>	681,79	477,99	3166,89
<b>264,32</b>	678,79	468,37	3025,65
<b>249,23</b>	673,66	401,18	2633,95
<b>254,81</b>	668,89	436,25	2715,55
<b>247,79</b>	658,99	415,41	2648,39
<b>237,66</b>	647,68	398,12	2507,78
<b>250,47</b>	636,72	396,73	2554,23
<b>254,61</b>	632,83	400,45	2525,35
<b>254,61</b>	632,83	400,45	2525,35
<b>246,34</b>	652,27	404,57	2585,61
<b>252,95</b>	650,51	431,25	2681,03
<b>253,99</b>	661,29	451,87	2652,78
<b>253,16</b>	654,57	430,19	2522,84
<b>253,16</b>	654,57	430,19	2522,84
<b>250,27</b>	665	434,14	2502,13
<b>257,09</b>	678,79	442,25	2466,35
<b>246,75</b>	653,69	406,68	2322,6
<b>233,32</b>	640,61	377,17	2097,24
<b>244,89</b>	637,42	374,16	2115,45
<b>232,29</b>	608,08	348,54	2023,17
<b>221,13</b>	576,26	331,42	1923,99

<b>223,61</b>	<b>582,8</b>	<b>340,54</b>	<b>1854,31</b>
<b>202,12</b>	<b>583,33</b>	<b>336,54</b>	<b>1901,39</b>
<b>174,42</b>	<b>571,84</b>	<b>305,08</b>	<b>1762,66</b>
<b>187,03</b>	<b>542,15</b>	<b>292,52</b>	<b>1701,14</b>
<b>183,93</b>	<b>544,27</b>	<b>291,12</b>	<b>1802,84</b>
<b>198,40</b>	<b>535,78</b>	<b>315,17</b>	<b>1875,03</b>
<b>198,40</b>	<b>535,78</b>	<b>315,17</b>	<b>1875,03</b>
<b>184,34</b>	<b>521,82</b>	<b>300,5</b>	<b>1821,04</b>
<b>181,66</b>	<b>537,02</b>	<b>308,19</b>	<b>1956,63</b>
<b>195,30</b>	<b>543,56</b>	<b>323,87</b>	<b>2028,82</b>
<b>204,80</b>	<b>547,98</b>	<b>332,91</b>	<b>1998,69</b>
<b>199,84</b>	<b>568,31</b>	<b>330,79</b>	<b>2071,5</b>
<b>223,61</b>	<b>585,81</b>	<b>348,37</b>	<b>1994,92</b>
<b>234,35</b>	<b>615,33</b>	<b>381,34</b>	<b>2121,09</b>
<b>238,69</b>	<b>606,49</b>	<b>415,26</b>	<b>2389,14</b>
<b>254,61</b>	<b>599,95</b>	<b>414,48</b>	<b>2275,51</b>
<b>239,11</b>	<b>625,93</b>	<b>405,44</b>	<b>2277,4</b>
<b>225,88</b>	<b>611,26</b>	<b>378,83</b>	<b>2058,32</b>
<b>226,09</b>	<b>623,64</b>	<b>364,99</b>	<b>1959,14</b>
<b>223,81</b>	<b>631,77</b>	<b>394,73</b>	<b>1967,93</b>
<b>237,87</b>	<b>623,99</b>	<b>408,84</b>	<b>2124,86</b>
<b>245,72</b>	<b>589,87</b>	<b>433,95</b>	<b>2240,99</b>
<b>231,25</b>	<b>591,82</b>	<b>430,71</b>	<b>2154,36</b>
<b>245,93</b>	<b>595,88</b>	<b>458,61</b>	<b>2325,73</b>
<b>258,95</b>	<b>611,26</b>	<b>470,05</b>	<b>2351,47</b>
<b>247,37</b>	<b>605,43</b>	<b>450,41</b>	<b>2249,15</b>
<b>247,37</b>	<b>605,43</b>	<b>450,41</b>	<b>2249,15</b>
<b>259,57</b>	<b>614,27</b>	<b>467,82</b>	<b>2307,53</b>
<b>253,99</b>	<b>615,15</b>	<b>455,99</b>	<b>2259,82</b>
<b>265,56</b>	<b>608,08</b>	<b>477,86</b>	<b>2273</b>
<b>255,85</b>	<b>589,52</b>	<b>487,9</b>	<b>2300</b>
<b>254,19</b>	<b>600,13</b>	<b>473</b>	<b>2280,54</b>
<b>243,86</b>	<b>606,67</b>	<b>441,93</b>	<b>2184,49</b>
<b>242,62</b>	<b>597,65</b>	<b>450,3</b>	<b>2168,8</b>
<b>234,56</b>	<b>583,33</b>	<b>436,07</b>	<b>2070,88</b>
<b>229,60</b>	<b>578,38</b>	<b>420,11</b>	<b>2000,57</b>
<b>227,74</b>	<b>576,44</b>	<b>411,41</b>	<b>2001,2</b>
<b>219,47</b>	<b>584,22</b>	<b>394</b>	<b>1922,73</b>
<b>225,26</b>	<b>584,39</b>	<b>418,94</b>	<b>1995,55</b>
<b>216,58</b>	<b>576,09</b>	<b>392,39</b>	<b>1873,77</b>
<b>205,12</b>	<b>572,55</b>	<b>377,38</b>	<b>1804,72</b>

<b>192,82</b>	556,64	336,98	1690,47
<b>212,00</b>	559,47	378,38	1835,48
<b>200,95</b>	565,3	349,93	1788,4
<b>210,54</b>	569,72	349,54	1808,49
<b>200,11</b>	555,58	334,81	1718,09
<b>177,81</b>	538,61	312,04	1554,26
<b>196,78</b>	539,32	345,91	1816,02
<b>184,06</b>	520,23	321,47	1680,43
<b>190,32</b>	530,3	319,74	1676,04
<b>190,32</b>	530,3	319,74	1676,04
<b>206,99</b>	558,76	341,73	1790,91
<b>207,83</b>	553,46	350,21	1784
<b>206,37</b>	546,57	356,57	1815,39
<b>208,24</b>	549,22	365,33	2023,17
<b>204,28</b>	538,08	347,64	1952,42
<b>193,44</b>	543,74	334,25	1853,89
<b>193,86</b>	559,65	343,46	1894,94
<b>195,32</b>	557,7	334,64	1771,77
<b>208,66</b>	556,82	357,63	1847,57
<b>209,49</b>	555,93	366,39	1821,04
<b>213,66</b>	555,23	384,24	1936
<b>217,42</b>	552,93	394,51	1888,63
<b>211,58</b>	547,63	383,68	1838,73
<b>210,95</b>	547,98	379,39	1847,57
<b>205,12</b>	536,67	364,94	1839,99
<b>202,62</b>	547,27	374,42	1809,04
<b>213,87</b>	556,82	393,45	1836,2
<b>219,71</b>	564,77	417,62	2194,98
<b>232,42</b>	571,14	412,3	2210,77
<b>234,30</b>	574,14	422,54	2381,31
<b>243,47</b>	573,96	417,45	2497,54
<b>251,60</b>	572,37	464,33	2721,14
<b>238,26</b>	573,1	472,28	2777,99
<b>231,59</b>	562,01	457,17	2704,72
<b>228,88</b>	565,83	469,87	2830,42
<b>233,26</b>	592,19	484,2	2722,4
<b>233,67</b>	577,1	459,47	2544,28
<b>229,09</b>	590,92	461,59	2508,27
<b>244,72</b>	608,92	465,57	2530,38
<b>253,69</b>	614,19	502,77	2723,67
<b>261,19</b>	613,47	509,1	2771,04

<b>280,58</b>	625,47	519,11	2846,21
<b>284,75</b>	615,47	504,23	2714,19
<b>285,79</b>	614,37	514,24	2857,58
<b>284,33</b>	624,56	514,52	2851,89
<b>290,58</b>	636,19	540,71	3191,09
<b>292,46</b>	635,65	549,44	3290,89
<b>289,54</b>	634,92	554,14	3199,93
<b>303,09</b>	646,19	595,88	3381,84
<b>305,80</b>	659,83	619,6	3645,87
<b>290,16</b>	682,01	587,48	3392,58
<b>291,42</b>	668,19	555,31	3475,96
<b>282,45</b>	689,1	572,71	3354,05
<b>272,65</b>	667,65	515,46	3189,82
<b>268,69</b>	649,28	503,84	3023,07
<b>268,69</b>	649,28	503,84	3023,07
<b>264,11</b>	649,1	486,94	3134,24
<b>279,33</b>	654,19	533,71	3318,68
<b>250,56</b>	647,1	511,45	3129,82
<b>250,56</b>	654,56	524,82	3253,49
<b>235,55</b>	650,56	513,96	3341,64
<b>235,13</b>	663,47	505,4	3263,63
<b>240,76</b>	671,65	520,85	3302,96
<b>244,51</b>	677,1	532,82	3346,72
<b>234,09</b>	680,19	503,16	3106,99
<b>225,54</b>	691,65	493,88	3047,37
<b>214,29</b>	666,74	459,64	2756,27
<b>204,07</b>	657,1	433,28	2588,2
<b>195,94</b>	649,47	399,1	2300,91
<b>205,33</b>	660,56	412,58	2385,89
<b>203,45</b>	662,92	424,95	2479,75
<b>214,39</b>	679,1	456	2755
<b>208,92</b>	676,38	450,29	2600,89
<b>209,55</b>	686,38	458,8	2625,62
<b>202,40</b>	680,56	439,21	2543,81
<b>196,93</b>	701,65	431,16	2396,67
<b>191,67</b>	686,38	428,75	2337,06
<b>196,72</b>	691,47	458,63	2505,12
<b>195,66</b>	684,74	463,61	2439,8
<b>201,98</b>	672,74	471,27	2484,83
<b>203,87</b>	674,19	448,61	2489,27
<b>197,77</b>	683,65	430,71	2345,3

<b>181,57</b>	654,74	394,9	2124,6
<b>179,67</b>	636,38	397,03	2091,62
<b>179,67</b>	636,38	397,03	2091,62
<b>188,72</b>	630,01	410,06	2178,5
<b>194,61</b>	624,38	427,58	2306,61
<b>190,62</b>	628,19	429,98	2274,9
<b>190,83</b>	652,01	432,55	2287,59
<b>193,77</b>	658,19	421,08	2207,04
<b>196,93</b>	653,83	416,33	2221,63
<b>182,83</b>	647,28	434,46	2270,46
<b>184,72</b>	640,38	441,34	2368,77
<b>192,72</b>	644,01	435,41	2392,23
<b>194,61</b>	642,38	430,04	2273,64
<b>200,92</b>	654,01	431,83	2315,49
<b>205,76</b>	650,56	417,39	2326,91
<b>210,81</b>	656,01	442,74	2416,33
<b>200,08</b>	636,56	417,78	2247
<b>191,88</b>	634,19	419,18	2250,17
<b>193,14</b>	637,65	409,5	2166,45
<b>197,35</b>	628,92	413,48	2259,05
<b>198,82</b>	647,28	434,18	2361,16
<b>199,03</b>	628,74	431,55	2350,38
<b>190,83</b>	659,1	411,52	2163,92
<b>177,99</b>	610,37	373,64	1858,86
<b>184,09</b>	614,37	370,95	1892,48
<b>185,14</b>	619,1	391,71	2053,57
<b>174,84</b>	610,19	374,65	1959,7
<b>176,31</b>	597,47	380,94	2030,73
<b>177,15</b>	602,01	384,42	2200,07
<b>180,31</b>	602,56	376,79	2233,68
<b>197,35</b>	624,56	413,99	2491,17
<b>201,98</b>	630,74	446,7	2644,65
<b>201,35</b>	619,28	431,89	2479,12
<b>203,03</b>	626,19	430,65	2381,45
<b>191,04</b>	620,37	414,27	2146,79
<b>203,03</b>	623,83	414,16	2095,42
<b>208,29</b>	629,47	411,85	2132,21
<b>211,86</b>	630,01	398,89	2106,2
<b>209,97</b>	627,47	404,28	2084,01
<b>206,82</b>	627,83	400,35	2066,25
<b>218,81</b>	630,56	411,46	2167,09

<b>220,49</b>	636,19	411,18	2185,06
<b>224,31</b>	632,74	412,08	2290,3
<b>224,31</b>	632,74	412,08	2290,3
<b>211,58</b>	618,37	385,93	2026,55
<b>190,57</b>	616,56	364,95	1837,24
<b>182,08</b>	609,28	345,25	1755,1
<b>179,11</b>	601,1	338,69	1729,44
<b>174,02</b>	603,47	322,19	1687,08
<b>159,80</b>	571,46	288,92	1397,02
<b>168,92</b>	579,65	303,39	1513,18
<b>173,38</b>	576,01	309,28	1595,96
<b>180,17</b>	592,01	309,23	1608,15
<b>163,83</b>	575,46	269,5	1348,25
<b>167,86</b>	570,92	274,1	1402,16
<b>155,55</b>	541,65	271,75	1339,91
<b>150,46</b>	546,56	275,95	1317,45
<b>158,31</b>	568,37	309,45	1505,48
<b>159,37</b>	578,74	288,3	1352,75
<b>140,70</b>	559,46	257,83	1225,69
<b>141,55</b>	567,28	254,13	1248,15
<b>142,61</b>	571,46	243,97	1266,11
<b>120,33</b>	562,37	222,17	1051,78
<b>105,47</b>	513,1	186,01	859,91
<b>108,44</b>	539,28	199,14	967,71
<b>101,44</b>	541,28	198,91	917,66
<b>91,25</b>	504,92	188,48	908,68
<b>96,35</b>	511,65	176,75	891,99
<b>87,01</b>	469,64	152,9	731,56
<b>82,55</b>	440,37	122,6	686,64
<b>89,34</b>	442,55	117,16	679,58
<b>77,88</b>	406,01	107,12	641,08
<b>82,98</b>	386,01	101,22	695,62
<b>95,28</b>	435,46	127,55	946,54
<b>89,77</b>	454,92	137,65	930,49
<b>70,67</b>	416,19	115,47	698,19
<b>76,18</b>	428,37	110,64	721,94
<b>76,82</b>	444,74	120,74	782,9
<b>86,37</b>	471,46	140,83	852,85
<b>80,64</b>	466,92	128,74	838,73
<b>70,67</b>	437,71	113,2	759,8
<b>64,94</b>	433	102,7	734,77

<b>59,42</b>	408,13	95,83	712,95
<b>60,27</b>	393,43	83,01	641,72
<b>57,30</b>	411,9	79,72	632,74
<b>56,87</b>	433,38	86,3	679,58
<b>61,33</b>	447,51	97,42	712,31
<b>59,21</b>	466,16	109,22	734,13
<b>62,18</b>	462,96	124,49	791,24
<b>59,00</b>	486,7	120,86	880,44
<b>58,36</b>	470,5	109,51	822,04
<b>49,45</b>	439,03	86,81	721,29
<b>46,69</b>	452,79	78,24	684,72
<b>47,75</b>	459,76	73,93	654,55
<b>40,75</b>	446,19	58,67	606,43
<b>36,71</b>	411,71	52,31	532,63
<b>37,77</b>	420,94	62,92	622,47
<b>35,23</b>	408,51	51,69	554,45
<b>36,71</b>	418,3	51,41	579,47
<b>34,38</b>	411,71	45,45	547,39
<b>29,50</b>	374,59	30,3	443,7
<b>25,68</b>	314,86	21,56	329,91
<b>27,80</b>	338,6	20,09	336,65
<b>30,56</b>	359,14	25,53	354,83
<b>31,62</b>	360,65	25,31	408,69
<b>34,59</b>	379,49	30,87	406,67
<b>34,59</b>	379,49	30,87	406,67
<b>36,93</b>	379,3	30,87	384,45
<b>35,65</b>	343,5	23,55	258,54
<b>35,02</b>	367,62	22,64	243,06
<b>36,93</b>	367,24	21,05	251,81
<b>40,75</b>	346,51	23,77	263,26
<b>45,63</b>	355,18	26,95	249,12
<b>48,81</b>	363,47	40,68	337,32
<b>53,05</b>	365,92	53,62	480,73
<b>60,91</b>	386,65	60,77	515,07
<b>52,84</b>	375,15	50,27	430,91
<b>57,51</b>	378,17	53,17	430,23
<b>65,57</b>	367,43	57,82	494,87
<b>67,48</b>	385,71	63,15	537,29
<b>84,89</b>	396,26	70,53	576,34
<b>80,00</b>	383,26	69,68	513,05
<b>71,74</b>	384,76	63,72	514,4



<b>66,31</b>	358,38	56,51	478,71
<b>68,92</b>	354,05	54,41	457,17
<b>70,66</b>	362,53	53,85	450,43
<b>70,66</b>	362,53	53,85	450,43
<b>70,44</b>	358,95	54,98	460,53
<b>64,79</b>	338,98	51,01	418,79
<b>64,35</b>	336,72	54,58	426,87
<b>68,70</b>	345,19	60,48	474
<b>68,70</b>	345,19	60,48	474
<b>78,70</b>	377,6	70,85	534,59
<b>80,87</b>	394,94	78,58	582,4
<b>85,44</b>	417,17	86,42	607,98
<b>76,53</b>	409,82	73,54	531,9
<b>80,92</b>	418,3	85,85	591,82
<b>88,70</b>	413,22	94,07	599,9
<b>81,53</b>	398,33	86,7	546,04
<b>84,35</b>	404,93	88,17	567,59
<b>79,14</b>	393,81	84,83	546,71
<b>78,05</b>	404,55	82,84	496,89
<b>79,79</b>	392,87	79,44	502,28
<b>79,79</b>	392,87	79,44	502,28
<b>71,74</b>	364,98	73,36	455,15
<b>76,31</b>	378,17	82,27	521,8
<b>75,00</b>	373,65	59,52	484,1
<b>70,66</b>	372,7	60,71	479,38
<b>74,57</b>	363,28	64,68	515,07
<b>77,83</b>	352,54	64,12	506,99
<b>81,96</b>	359,89	69,34	527,19
<b>80,00</b>	366,86	48,57	467,94
<b>77,83</b>	362,91	37,62	444,37
<b>73,48</b>	351,04	27,75	393,88
<b>79,35</b>	353,3	34,55	422,15
<b>83,48</b>	358,38	40,63	537,29
<b>92,18</b>	360,65	36,48	511,7
<b>95,01</b>	365,92	35,07	544,69
<b>101,75</b>	375,91	36,88	588,46
<b>91,53</b>	354,43	32,8	503,62
<b>87,61</b>	351,6	30,02	520,46
<b>86,96</b>	352,73	28,37	504,3
<b>83,48</b>	349,53	27,01	484,77
<b>83,48</b>	349,53	27,01	484,77

74,57	325,22	22,81	421,48
67,40	298,65	21,39	390,51
57,61	302,23	20,37	299,62
50,66	289,42	21,5	281,44
47,61	267,19	22,24	237,67
54,35	274,72	22,87	270,66
52,18	276,98	21,73	260,56
48,92	301,1	20,37	255,18
45,87	315,05	19,69	259,89
39,35	264,17	16,97	213,43
39,78	254	15,83	221,51
51,52	264,74	22,13	292,88
46,09	240,62	20,09	251,14
44,79	240,81	20,82	263,26
44,79	234,21	23,04	272,01
48,70	249,29	25,93	298,27
53,05	251,36	23,72	278,74
56,74	269,64	24,45	288,17
52,96	267,56	23,32	272,68
50,51	270,2	21,56	265,28
50,96	290,93	23,55	286,15
55,63	293,94	23,66	307,69
60,97	295,26	30,19	311,73
54,74	270,58	25,48	267,3
56,07	273,22	27,8	280,09
57,41	268,13	31,32	307,02
54,52	288,86	26,95	300,96
55,63	297,9	28,99	322,51
58,75	286,59	33,26	357,52
51,40	268,69	28,09	299,62
51,18	265,49	28,88	304,33
51,18	271,71	28,65	319,14
51,62	288,86	30,3	358,19
51,62	295,26	29,79	415,42
51,18	292,25	28,99	430,91
49,18	293,75	25,76	385,12
48,95	309,02	25,65	399,94
52,29	330,5	26,95	455,82
52,29	330,5	26,95	455,82
57,63	333,14	28,77	465,92
64,75	328,99	31,72	488,14

<b>62,97</b>	295,45	29,9	456,49
<b>68,31</b>	308,83	31,49	469,96
<b>77,66</b>	308,45	40,68	507,66
<b>68,09</b>	299,03	35,58	437,64
<b>75,66</b>	304,31	39,38	471,31
<b>73,88</b>	303,74	37,73	478,04
<b>71,21</b>	302,15	38,47	470,63
<b>75,43</b>	305,13	38,58	466,59
<b>73,65</b>	290,02	36,2	437,64
<b>75,66</b>	295,39	35,12	434,27
<b>83,22</b>	307,92	37,16	451,11
<b>91,90</b>	311,5	42,1	478,71
<b>95,24</b>	341,14	46,98	538,63
<b>104,14</b>	363,42	53,79	596,54
<b>102,58</b>	363,02	55,21	599,23
<b>106,14</b>	382,91	60,71	639,63
<b>96,57</b>	387,88	56,97	616,06
<b>98,80</b>	404,79	45,39	587,78
<b>94,57</b>	393,05	38,53	601,92
<b>92,35</b>	397,83	39,66	588,46
<b>84,56</b>	376,15	34,9	552,77
<b>87,67</b>	378,14	34,55	610
<b>89,23</b>	394,05	38,81	617,41
<b>93,24</b>	398,82	39,95	644,34
<b>98,58</b>	419,71	40,63	688,11
<b>105,03</b>	415,13	38,53	693,49
<b>99,24</b>	410,36	39,94	651,75
<b>93,68</b>	404,79	37,62	697,53
<b>93,68</b>	404,79	37,62	697,53
<b>98,80</b>	415,93	39,04	683,39
<b>100,36</b>	415,73	38,58	678,68
<b>105,47</b>	426,87	41,42	689,45
<b>122,16</b>	448,35	46,47	720,42
<b>121,50</b>	457,3	44,2	743,32
<b>123,28</b>	447,56	44,65	756,11
<b>112,82</b>	422,09	42,1	683,39
<b>111,26</b>	418,51	40,85	684,74
<b>112,37</b>	413,74	40,17	660,5
<b>108,81</b>	406,98	40,29	628,86
<b>108,81</b>	402,6	41,48	645,69
<b>107,03</b>	413,14	41,08	670,6

109,26	423,49	40,46	670,6
106,59	407,77	39,95	661,17
101,69	377,94	38,13	609,33
97,46	358,24	37,05	585,76
91,82	342,73	35,63	540,65
97,24	338,75	35,63	526,52
90,47	338,75	35,12	518,44
82,12	316,07	31,38	449,76
93,18	316,07	30,92	438,99
96,56	331,79	32,34	441,68
95,43	340,34	32,97	435,62
98,14	341,53	34,38	461,88
97,24	337,16	33,7	453,8
95,43	321,05	32,8	453,13
92,73	331,19	32,23	445,72
87,09	328,21	30,87	427,54
87,09	328,21	30,87	427,54
87,54	312,49	28,48	426,19
82,80	300,16	27,8	401,96
80,54	304,14	29,5	406,67
83,02	304,34	29,85	414,08
83,02	301,55	29,9	407,34
87,99	311,3	29,85	413,4
95,21	306,53	32,68	498,91
99,27	311,1	34,27	533,92
99,27	320,65	33,65	527,86
98,37	317,67	33,02	522,48
104,91	317,07	34,33	595,19
100,85	321,44	34,9	612,7
99,04	317,27	34,67	580,38
103,10	316,87	35,07	593,17
102,20	322,64	35,35	600,58
109,42	337,95	40,17	631,55
106,71	333,78	38,53	611,35
101,52	333,78	37,05	578,36
106,04	347,5	38,13	598,56
107,39	353,87	37,22	607,31
112,35	365,6	37,9	639,63
113,93	366,8	37,45	666,56
117,32	370,58	38,07	587,78
113,71	357,85	36,09	502,95

<b>114,61</b>	358,64	36,26	503,62
<b>112,58</b>	359,24	36,6	517,09
<b>106,04</b>	337,76	34,84	500,26
<b>104,91</b>	335,77	35,69	490,83
<b>109,87</b>	341,34	36,94	515,07
<b>106,94</b>	332,98	35,75	504,97
<b>99,95</b>	313,29	33,14	476,69
<b>103,10</b>	321,84	33,7	470,63
<b>100,40</b>	320,45	33,08	454,47
<b>106,04</b>	320,85	33,48	465,92
<b>109,87</b>	324,23	34,16	469,96
<b>107,62</b>	331,39	33,7	482,75
<b>106,26</b>	328,8	32,97	471,31
<b>104,01</b>	328,61	32,29	466,59
<b>107,62</b>	320,65	35,41	493,52
<b>106,04</b>	322,64	34,72	479,38
<b>102,20</b>	319,85	33,14	456,49
<b>100,40</b>	312,69	32,06	439,66
<b>99,72</b>	307,92	32,57	445,05
<b>103,33</b>	312,29	33,02	459,19
<b>106,94</b>	321,25	33,31	461,21
<b>106,94</b>	321,25	33,31	461,21
<b>109,65</b>	318,06	33,7	476,69
<b>111,68</b>	317,47	36,14	498,24
<b>113,03</b>	320,25	36,48	486,12
<b>114,16</b>	317,47	38,36	488,81
<b>119,57</b>	318,26	40,57	489,48
<b>117,77</b>	326,22	39,77	484,77
<b>123,18</b>	337,36	42,44	506,32
<b>120,67</b>	336,76	41,93	491,5
<b>117,71</b>	343,52	41,25	496,22
<b>115,88</b>	339,74	39,26	484,1
<b>115,43</b>	344,52	41,08	490,83
<b>112,92</b>	342,33	39,43	469,29
<b>108,81</b>	328,21	36,94	443,7
<b>108,81</b>	319,85	36,09	434,27
<b>112,23</b>	320,45	36,2	433,6
<b>112,69</b>	318,26	38,64	446,39
<b>112,01</b>	311,3	37,62	447,74
<b>108,36</b>	302,95	35,35	421,48
<b>108,58</b>	297,18	34,95	414,08

<b>106,76</b>	300,56	35,35	416,77
<b>112,46</b>	311,9	37,39	434,27
<b>116,57</b>	317,27	38,19	478,71
<b>117,48</b>	324,63	40,12	482,08
<b>116,11</b>	319,65	38,64	465,25
<b>114,06</b>	321,44	38,41	454,47
<b>112,92</b>	318,86	40,97	458,51
<b>116,34</b>	324,23	40,85	470,63
<b>118,16</b>	328,21	41,02	471,98
<b>115,20</b>	333,98	39,95	455,15
<b>116,80</b>	340,54	40,12	460,53
<b>117,94</b>	340,14	41,82	478,04
<b>117,48</b>	339,13	40,63	475,34
<b>120,45</b>	335,08	40,97	474,67
<b>115,88</b>	325,97	39,89	456,49
<b>114,74</b>	316,86	39,09	434,27
<b>109,04</b>	310,18	36,14	417,44
<b>104,25</b>	298,84	34,1	388,49
<b>109,04</b>	326,37	35,92	405,32
<b>104,25</b>	314,23	34,27	379,74
<b>105,62</b>	300,66	33,25	370,31
<b>108,58</b>	300,26	34,5	391,86
<b>112,69</b>	302,08	33,7	391,18
<b>120,45</b>	305,52	34,84	410,71
<b>118,62</b>	310,78	35,01	401,28
<b>121,59</b>	315,85	36,31	412,06
<b>121,81</b>	309,77	35,41	396,57
<b>131,17</b>	311,59	38,41	443,7
<b>129,57</b>	308,15	38,07	441,68
<b>132,76</b>	314,63	38,87	444,37
<b>144,17</b>	324,35	39,77	476,69
<b>143,49</b>	327,59	40	494,87
<b>147,59</b>	338,52	40,51	565,57
<b>135,27</b>	345,81	37,05	498,24
<b>137,33</b>	347,23	35,69	496,89
<b>139,61</b>	343,38	35,12	486,79
<b>133,22</b>	344,8	36,03	494,2
<b>134,36</b>	343,58	36,03	486,12
<b>134,36</b>	343,58	36,03	486,12
<b>129,80</b>	336,3	35,12	457,17
<b>131,85</b>	336,9	34,72	465,25

<b>138,70</b>	344,19	35,86	500,93
<b>136,19</b>	343,38	35,75	485,44
<b>138,24</b>	341,96	36,09	480,06
<b>136,41</b>	335,69	35,97	480,06
<b>135,73</b>	333,46	35,52	472,65
<b>132,99</b>	320,71	34,67	445,05
<b>132,31</b>	319,9	34,67	449,09
<b>131,62</b>	320,3	34,38	441,68
<b>132,08</b>	321,31	34,55	429,56
<b>135,50</b>	323,95	34,9	434,27
<b>135,73</b>	311,59	34,67	444,37
<b>136,19</b>	307,75	34,78	449,09
<b>135,26</b>	307,34	34,38	429,56
<b>134,34</b>	304,51	34,16	429,56
<b>139,18</b>	307,14	34,04	454,47
<b>137,57</b>	307,14	33,59	435,62
<b>143,10</b>	303,5	34,67	450,43
<b>141,03</b>	303,29	34,33	443,03
<b>141,03</b>	303,29	34,33	443,03
<b>142,87</b>	302,48	33,99	432,25
<b>141,95</b>	300,86	33,65	430,91
<b>140,56</b>	300,26	33,42	422,83
<b>139,41</b>	296,81	33,02	414,75
<b>139,41</b>	296,81	33,02	414,75
<b>147,02</b>	300,26	34,84	449,09
<b>154,39</b>	309,77	36,48	474,67
<b>154,62</b>	316,45	36,09	483,42
<b>155,08</b>	318,07	36,71	476,02
<b>159,00</b>	335,69	38,41	499,58
<b>162,69</b>	356,95	37,56	492,85
<b>157,62</b>	354,72	36,03	476,02
<b>162,22</b>	357,76	36,37	474
<b>166,37</b>	365,25	36,48	475,34
<b>164,76</b>	363,22	35,63	478,04
<b>164,76</b>	363,22	35,63	478,04
<b>164,07</b>	364,24	35,46	469,96
<b>159,92</b>	364,03	34,72	443,03
<b>152,09</b>	357,35	33,76	428,89
<b>147,02</b>	354,32	33,08	420,81
<b>154,85</b>	365,65	34,33	430,91
<b>151,16</b>	360,79	33,82	417,44

152,09	358,57	33,59	418,79
150,01	329,41	32,97	406,67
144,25	326,58	31,21	388,49
143,79	324,35	32,63	414,08
143,10	333,26	33,02	410,04
141,03	329,41	32,46	402,63
130,66	315,44	30,41	371,66
134,11	307,95	30,41	356,17
129,96	306,33	29,9	350,79
132,96	309,57	30,41	346,07
130,89	308,96	30,3	345,4
135,03	313,62	31,32	353,48
135,03	310,58	30,87	354,83
135,03	310,58	30,87	354,83
145,40	320,3	32	383,78
145,63	313,21	31,89	377,04
144,25	310,38	31,61	373,68
147,25	311,59	31,89	374,35
148,40	310,38	32,06	377,04
135,73	300,26	30,92	356,17
136,19	300,26	30,64	357,52
139,18	302,48	32,46	401,28
138,49	301,88	31,04	396,57
141,03	302,89	30,7	389,16
143,56	300,26	30,53	409,36
146,56	302,28	31,32	422,15
149,78	308,15	31,6	430,23
147,02	318,48	32,11	433,6
147,94	319,9	34,55	432,93
145,63	317,87	33,76	413,4
149,78	319,49	34,84	428,89
150,70	321,92	35,07	433,6
151,86	324,55	35,01	432,25
151,39	327,39	33,59	422,15
150,93	326,58	33,76	416,09
149,53	311,8	33,59	418,11
146,51	305,32	33,31	401,96
144,88	308,76	32,29	402,63
145,34	305,72	32,63	397,24
142,32	306,53	33,48	408,02
139,53	303,09	33,08	402,63



<b>143,48</b>	303,9	32,14	391,18
<b>144,65</b>	299,65	32,63	395,22
<b>145,81</b>	300,46	33,36	410,04
<b>149,76</b>	307,14	33,53	418,79
<b>154,41</b>	298,43	33,14	406
<b>156,51</b>	308,56	34,04	410,71
<b>156,51</b>	308,56	34,04	410,71
<b>157,90</b>	312,81	34,9	418,11
<b>158,60</b>	310,78	36,26	430,23
<b>153,72</b>	309,37	35,52	424,85
<b>157,20</b>	308,15	35,69	410,04
<b>161,16</b>	318,28	37,22	428,21
<b>161,39</b>	315,44	36,99	435,62
<b>160,46</b>	322,33	36,54	434,27
<b>163,02</b>	330,63	37,33	449,09
<b>163,72</b>	334,68	37,85	449,76
<b>158,83</b>	324,15	36,37	441,01
<b>154,41</b>	316,66	35,18	441,01
<b>159,53</b>	313,82	36,82	453,8
<b>157,44</b>	313,82	35,12	449,76
<b>159,06</b>	312,79	34,33	444,37
<b>165,81</b>	317,95	34,9	454,47
<b>171,62</b>	318,57	35,01	458,51
<b>168,13</b>	311,96	33,76	457,84
<b>163,48</b>	308,45	33,65	471,31
<b>163,95</b>	306,18	33,71	476,02
<b>161,39</b>	302,26	32,8	479,38
<b>169,30</b>	319,19	34,5	502,95
<b>157,90</b>	305,98	32,63	467,94
<b>150,46</b>	297,1	31,94	461,88
<b>145,34</b>	285,12	29,56	391,18
<b>139,53</b>	270,47	28,88	379,06
<b>149,53</b>	282,85	30,75	399,94
<b>148,83</b>	283,06	30,58	403,98
<b>156,74</b>	282,65	31,77	419,46
<b>154,65</b>	277,69	30,7	418,79
<b>147,44</b>	275,01	29,5	399,26
<b>139,53</b>	277,28	29,05	385,8
<b>136,27</b>	292,56	28,43	374,35
<b>135,34</b>	284,5	28,2	379,74
<b>126,97</b>	276,25	25,82	355,5

<b>130,69</b>	288,63	26,67	387,82
<b>126,74</b>	286,16	26,44	365,6
<b>128,60</b>	281,61	26,16	367,62
<b>135,81</b>	290,9	26,27	375,7
<b>147,20</b>	299,58	27,46	405,32
<b>142,55</b>	295,03	27,29	386,47
<b>142,55</b>	295,03	27,29	386,47
<b>132,09</b>	282,23	24,91	370,31
<b>137,20</b>	292,76	25,82	396,57
<b>136,04</b>	295,03	25,76	385,8
<b>129,07</b>	285,95	24,8	371,66
<b>122,32</b>	274,39	23,72	350,11
<b>122,09</b>	273,56	22,81	341,36
<b>120,46</b>	277,69	21,96	335,3
<b>129,07</b>	291,32	23,04	350,79
<b>133,02</b>	294,21	23,7	353,48
<b>130,90</b>	297,72	23,26	348,09
<b>135,37</b>	307,63	24,23	360,89
<b>134,43</b>	305,36	24,45	364,25
<b>132,08</b>	307,22	23,21	353,48
<b>132,08</b>	313,41	22,7	341,36
<b>130,20</b>	319,4	22,47	357,52
<b>125,73</b>	312,79	22,3	343,38
<b>127,85</b>	312,17	22,41	360,21
<b>124,56</b>	309,07	21,9	355,5
<b>127,61</b>	313,62	22,3	379,06
<b>123,62</b>	318,98	21,96	364,92
<b>112,57</b>	297,92	20,65	340,01
<b>109,75</b>	292,56	20,26	344,73
<b>106,93</b>	288,22	19,41	337,99
<b>106,46</b>	290,7	19,41	333,28
<b>106,46</b>	290,7	19,41	333,28
<b>110,46</b>	282,85	19,52	317,12
<b>112,81</b>	292,14	20,37	329,24
<b>111,87</b>	295,86	21,11	328,57
<b>114,22</b>	295,65	22,19	342,03
<b>110,22</b>	294,4	21,45	335,97
<b>112,81</b>	299,2	22,19	343,38
<b>119,15</b>	296,69	23,04	350,79
<b>121,03</b>	300,03	22,98	350,11
<b>117,27</b>	297,53	22,19	333,28

<b>116,10</b>	295,65	23,26	337,32
<b>121,50</b>	301,08	23,6	354,15
<b>125,26</b>	298,16	23,38	346,75
<b>134,43</b>	302,75	24,28	363,58
<b>136,31</b>	309	25,93	381,76
<b>137,25</b>	308,8	26,55	389,16
<b>134,66</b>	302,75	25,7	399,26
<b>132,08</b>	301,91	25,53	398,59
<b>130,20</b>	302,33	25,93	413,4
<b>131,84</b>	308,38	25,59	414,75
<b>139,13</b>	309,84	26,1	418,79
<b>134,66</b>	309,21	26,67	405,32
<b>133,72</b>	310,47	26,84	406
<b>134,43</b>	310,26	27,41	403,98
<b>135,13</b>	305,46	27,75	401,96
<b>137,72</b>	297,32	28,2	403,98
<b>134,43</b>	290,64	27,58	392,53
<b>126,67</b>	277,92	25,08	364,92
<b>125,50</b>	273,33	25,41	360,21
<b>127,85</b>	271,45	25,25	364,25
<b>126,44</b>	271,66	25,31	366,94
<b>131,14</b>	274,58	26,1	385,12
<b>133,25</b>	277,92	25,65	387,14
<b>136,07</b>	274,16	25,02	373
<b>136,07</b>	273,53	24,45	370,98
<b>132,55</b>	267,28	24,17	365,6
<b>127,61</b>	266,02	23,15	350,79
<b>125,03</b>	265,81	22,87	342,03
<b>124,32</b>	263,73	22,47	336,65
<b>128,55</b>	271,03	23,21	352,81
<b>127,38</b>	264,98	22,87	347,42
<b>124,56</b>	264,35	22,87	337,99
<b>130,67</b>	268,53	25,08	356,17
<b>130,20</b>	270,82	24,97	357,52
<b>132,08</b>	272,49	25,08	362,9
<b>132,08</b>	272,49	25,08	362,9
<b>127,85</b>	268,32	23,6	348,09
<b>132,08</b>	267,9	23,66	360,89
<b>131,84</b>	270,41	23,72	365,6
<b>130,43</b>	272,28	23,43	355,5
<b>132,78</b>	276,04	23,89	365,6

<b>131,84</b>	275,62	22,92	360,21
<b>131,61</b>	281,67	23,38	364,92
<b>132,31</b>	281,67	23,49	364,25
<b>131,14</b>	281,67	23,09	363,58
<b>131,37</b>	279,17	23,38	370,98
<b>134,22</b>	278,96	23,38	364,25
<b>133,75</b>	279,59	23,66	360,89
<b>129,47</b>	269,78	23,15	348,77
<b>130,90</b>	273,95	23,41	365,6
<b>132,80</b>	277,29	25,36	372,33
<b>134,46</b>	276,66	27,52	379,74
<b>136,12</b>	276,25	27,41	373,68
<b>139,45</b>	277,92	27,29	378,39
<b>139,69</b>	277,5	27,12	381,76
<b>134,22</b>	275,41	26,16	367,62
<b>136,84</b>	278,96	26,44	379,74
<b>138,03</b>	279,59	26,27	378,39
<b>138,50</b>	281,05	26,04	379,74
<b>140,40</b>	283,55	26,5	387,14
<b>143,49</b>	286,05	25,93	388,49
<b>141,59</b>	284,59	25,93	385,12
<b>143,96</b>	288,77	26,84	395,9
<b>143,25</b>	277,08	26,1	391,18
<b>141,35</b>	273,33	26,1	385,12
<b>144,91</b>	269,99	25,53	395,9
<b>139,69</b>	266,86	24,06	379,74
<b>142,30</b>	264,15	24	380,41
<b>139,21</b>	264,99	23,94	377,72
<b>141,11</b>	268,37	24,06	385,8
<b>144,20</b>	255,91	24,17	393,2
<b>142,78</b>	260,13	24,11	395,9
<b>142,06</b>	229,31	23,89	401,28
<b>142,54</b>	218,75	23,72	400,61
<b>142,30</b>	218,33	23,35	391,86
<b>141,83</b>	221,49	23,09	388,49
<b>145,63</b>	221,49	23,55	397,24
<b>144,68</b>	209,04	23,83	403,3
<b>144,68</b>	213,26	24,8	402,63
<b>148,24</b>	220,02	26,61	428,21
<b>147,77</b>	220,23	27,52	432,25
<b>146,10</b>	214,1	28,65	416,77

<b>145,87</b>	213,05	29,19	427,54
<b>146,34</b>	217,69	31,94	438,31
<b>142,54</b>	208,4	30,58	423,5
<b>143,49</b>	211,15	31,15	424,85
<b>132,80</b>	207,14	29,79	402,63
<b>131,85</b>	207,98	29,45	398,59
<b>132,09</b>	208,19	31,72	403,3
<b>133,75</b>	206,71	31,15	403,98
<b>131,61</b>	207,77	30,92	398,59
<b>127,81</b>	197,42	29,33	384,45
<b>128,76</b>	196,16	29,5	384,45
<b>128,76</b>	196,16	29,5	384,45
<b>124,72</b>	193,83	29,5	377,04
<b>123,30</b>	198,27	30,07	372,33
<b>124,48</b>	207,35	29,33	373,68
<b>124,48</b>	211,99	29,79	380,41
<b>125,91</b>	212,2	29,68	383,1
<b>129,24</b>	214,53	33,35	393,88
<b>131,61</b>	218,33	35,24	404,65
<b>129,71</b>	217,69	34,16	401,28
<b>125,67</b>	216,85	33,53	396,57
<b>126,15</b>	214,74	34,07	389,16
<b>129,00</b>	214,53	35,92	393,88
<b>128,29</b>	212,2	35,73	401,28
<b>126,62</b>	210,09	35,18	395,22
<b>124,22</b>	211,57	33,87	383,78
<b>123,74</b>	210,73	33,99	373,68
<b>121,34</b>	211,99	33,82	372,33

## Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στην Matlab

```
%-- Chapter 1--> Pre-Estimation Analysis --%
%-- a)Loads the raw data : Weekly stock price of navios --%
clear all
load('J:\matalab excel\navios.mat')
plot(navios)
ylabel('navios prices')
%-- b)Converts the demand to a return series --%
naviosret=price2ret(navios);
plot(naviosret)
ylabel('Return')
%-- c)Checks for correlation --%
autocorr(naviosret)
parcorr(naviosret)
%autocorr(demandret.^2)
%-- d)Quantifies the correlation --%
[lbqtest1, pvalue2, Stat3, CriticalValue4] = lbqtest(naviosret-
mean(naviosret), [ ]', 0.01);
[lbqtest1, pvalue2, Stat3, CriticalValue4];
[archtest5, pValue6, Stat7, CriticalValue8] = archtest(naviosret-
mean(naviosret), [ ]', 0.05);
[archtest5, pValue6, Stat7, CriticalValue8];
%-- Model Selection --%

disp('-----Menu epiloghs montelou-----')
disp('-----GARCH pou tha xrhsimopoihthei----')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(1,1), dwste 1 ')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(2,1), dwste 2 ')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(1,2), dwste 3 ')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(2,2), dwste 4 ')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(1,1), ARMA(2,1), dwste 5
')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(2,1), ARMA(2,1), dwste
6')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(1,1), ARMA(2,2), dwste 7
')
disp('--->Gia na ginei xrhsh tou montelou GARCH(2,1), ARMA(2,2), dwste 8
')

pause
disp('dwste apanthsh')
answer=input('answer')
disp(answer)
disp('Press enter to continue process')
pause
if answer == 1
    %-- GARCH(1,1) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
```

```

    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary]
=garchfit(naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations,
and returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    =lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----%
-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the default model --%
    coeff
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----%
-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)
    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %--Monte Carlo Simulation--%
    [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e,s,y)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    StartSimPrice=input('StartSimPrice')
    disp(StartSimPrice)
    disp('Press ENTER to continue process')

```

```

        pause
        [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        NumParams=garchcount(coeff)
        disp(NumParams)
        disp('Press ENTER to continue process')
        [AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
        disp('Press ENTER to continue process')
        disp([AIC,BIC])
    end

if answer == 2
    %-- GARCH(2,1) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec=garchset;
    spec= garchset('Display', 'off', 'P', 2, 'Q', 1);
    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    [H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    [H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----%
    %-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,1) --%
    coeff
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----%
    %-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%

```



```

    [e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    garchplot(e1,s1,y1)
    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    [e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e,s,y)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    StartSimPrice=input('StartSimPrice')
    disp(StartSimPrice)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    NumParams=garchcount(coeff)
    disp(NumParams)
    disp('Press ENTER to continue process')
    [AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
    disp('Press ENTER to continue process')
    disp([AIC,BIC])
end

if answer == 3
    %-- GARCH(1,2) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec=garchset;
    spec= garchset('Display', 'off', 'P', 1, 'Q', 2);
    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)

```

```

        %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
        %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
        %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
        %-----
-----%
        %-- Contents of the specification structure --%
        %-- For the GARCH(1,2) --%
        coeff
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        %-----
-----%
        %-- Simulation --%
        %-- Simulating Sample paths --%
        %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
        %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
        %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
        %garchplot(e1,s1,y1)
        %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
        %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
        %garchplot(e2,s2,y2)
        %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
        %-- Monte Carlo Simulation --%
        [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
        garchplot(e,s,y)
        disp('Press ENTER to continue process')
        pause
        disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
        StartSimPrice=input('StartSimPrice')
        disp(StartSimPrice)
        disp('Press ENTER to continue process')
        pause
        [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        NumParams=garchcount(coeff)
        disp(NumParams)
        disp('Press ENTER to continue process')
        [AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
        disp('Press ENTER to continue process')
        disp([AIC,BIC])
end

if answer == 4
        %-- GARCH(2,2) --%

```

```

    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec=garchset;
    spec= garchset('Display', 'off', 'P', 2, 'Q', 2);
    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqttest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----
-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,2) --%
    coeff
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----
-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)
    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e,s,y)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause

```

```

disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
StartSimPrice=input('StartSimPrice')
disp(StartSimPrice)
disp('Press ENTER to continue process')
pause
[TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
pause
disp('Press ENTER to continue process')
NumParams=garchcount(coeff)
disp(NumParams)
disp('Press ENTER to continue process')
[AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
disp('Press ENTER to continue process')
disp([AIC,BIC])
end

if answer == 5
%-- GARCH(1,1), ARMA(2,1) --%
%-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
%-- a)Estimates the model parameters --%
spec = garchset;
spec = garchset(spec, 'R', 2, 'M', 1);
spec = garchset(spec, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
spec = garchset(spec, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', [])
[coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
%-- b)Examines the estimated GARCH model --%
garchdisp(coeff, errors)
%-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
%-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
garchplot(innovations, sigma, naviosret)
%-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
plot(innovations./sigma)
ylabel('Innovation')
title('Standardized Innovations')
autocorr((innovations./sigma).^2)
%-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
%[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
%[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
%-----%
%-- Contents of the specification structure --%
%-- For the GARCH(1,1), ARMA(2,1) --%
coeff;
pause
disp('Press ENTER to continue process')

```

```

%-----
-----%
%-- Simulation --%
%-- Simulating Sample paths --%
%-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
%-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
%[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
%garchplot(e1,s1,y1)
%-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
%[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
%garchplot(e2,s2,y2)
%-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
%-- Monte Carlo Simulation --%
[e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
pause
disp('Press ENTER to continue process')
garchplot(e,s,y)
disp('Press ENTER to continue process')
pause
disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
StartSimPrice=input('StartSimPrice');
disp(StartSimPrice)
disp('Press ENTER to continue process')
pause
[TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
pause
disp('Press ENTER to continue process')
NumParams=garchcount(coeff)
disp(NumParams)
disp('Press ENTER to continue process')
[AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
disp('Press ENTER to continue process')
disp([AIC,BIC])

end

if answer == 6
%-- GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
%-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
%-- a)Estimates the model parameters --%
spec= garchset('Display', 'off', 'P', 2, 'Q', 1);
spec = garchset(spec, 'R', 2, 'M', 1);
spec = garchset(spec, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
spec = garchset(spec, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', [])
[coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
%-- b)Examines the estimated GARCH model --%
garchdisp(coeff, errors)

```

```

    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----
-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
    coeff
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----
-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)
    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e,s,y)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    StartSimPrice=input('StartSimPrice')
    disp(StartSimPrice)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
    pause

```

```

disp('Press ENTER to continue process')
NumParams=garchcount(coeff)
disp(NumParams)
disp('Press ENTER to continue process')
[AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12)
disp('Press ENTER to continue process')
disp([AIC,BIC])
end

if answer == 7
    %-- GARCH(1,1), ARMA(2,2) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec = garchset;
    spec = garchset(spec, 'R', 2, 'M', 2);
    spec = garchset(spec, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
    spec = garchset(spec, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', [])
    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    %autocorr((innovations./sigma).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----
    %-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(1,1), ARMA(2,2) --%
    coeff
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----
    %-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)

```

```

    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500);
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e,s,y)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    StartSimPrice=input('StartSimPrice');
    disp(StartSimPrice)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous');
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    NumParams=garchcount(coeff);
    disp(NumParams)
    disp('Press ENTER to continue process')
    [AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,12);
    disp('Press ENTER to continue process')
    disp([AIC,BIC])
end

if answer == 8
    %-- GARCH(2,1), ARMA(2,2) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec= garchset('Display', 'off', 'P', 2, 'Q', 1);
    spec = garchset(spec, 'R', 2, 'M', 2);
    spec = garchset(spec, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
    spec = garchset(spec, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', [])
    [coeff, errors, LLF, innovations, sigma, summary] =garchfit(spec,
naviosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff, errors)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations, sigma, naviosret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations./sigma)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations./sigma).^2)

```



```

        %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
        %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
        %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
        %-----
-----%
        %-- Contents of the specification structure --%
        %-- For the GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
        coeff
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        %-----
-----%
        %-- Simulation --%
        %-- Simulating Sample paths --%
        %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
        %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
        %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
        %garchplot(e1,s1,y1)
        %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
        %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
        %garchplot(e2,s2,y2)
        %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
        %-- Monte Carlo Simulation --%
        [e,s,y] = garchsim(coeff, 30,500)
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        garchplot(e,s,y)
        disp('Press ENTER to continue process')
        pause
        %disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
        %StartSimPrice=input('StartSimPrice')
        StartSimPrice=navios(1500);
        disp(StartSimPrice)
        disp('Press ENTER to continue process')
        pause
        [TickSeries, TickTimes] =
ret2price(y,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
        pause
        disp('Press ENTER to continue process')
        NumParams=garchcount(coeff);
        disp(NumParams)
        disp('Press ENTER to continue process')
        [AIC,BIC]=aicbic(LLF,NumParams,30);
        disp('Press ENTER to continue process')
        disp([AIC,BIC])
end
%trans=(TickSeries);

```

```

%    aicbic=([AIC,BIC]);
%save 'aicbic.dat' aicbic -ascii -double
%save 'trans.dat' trans -ascii -double
%save 'simpaths.dat' simpaths -ascii -double
simnaviosret=y;

%part2
%i=1 then tsakos
%i=2 then excel
%i=3 then diana
%i=4 then dryships

for j=1:3

    if j==1

load('J:\matalab excel\tsakos.mat')
plot(tsakos)
ylabel('tsakos prices')
tsakosret=price2ret(tsakos);
plot(tsakosret)
ylabel('tsakos return')
autocorr(tsakosret)
parcorr(tsakosret)
[lbqtest9, pvalue10, Stat11, CriticalValue12] = lbqtest((tsakosret-
mean(tsakosret)).^2, [ ]', 0.01);
[lbqtest9, pvalue10, Stat11, CriticalValue12];
[archtest13, pValue14, Stat15, CriticalValue16] = archtest(tsakosret-
mean(tsakosret), [ ]', 0.05);
[archtest13, pValue14, Stat15, CriticalValue16];
pause
disp('Press enter to continue')
%-- GARCH(2,1), ARMA(2,2) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec1 = garchset('Display', 'off', 'P', 2, 'Q', 1);
    spec1 = garchset(spec1, 'R', 2, 'M', 2);
    spec1 = garchset(spec1, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
    spec1 = garchset(spec1, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', []);
    [coeff11, errors11, LLF11, innovations11, sigma11, summary11]
=garchfit(spec1, tsakosret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff11, errors11)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations11, sigma11, tsakosret)

```

```

    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations11./sigma11)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations11./sigma11).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ],0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----
-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
    coeff11
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----
-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)
    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e11,s11,y11] = garchsim(coeff11, 30,500)
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e11,s11,y11)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    %disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    %StartSimPrice=input('StartSimPrice')
    StartSimPrice=tsakos(1500);
    disp(StartSimPrice)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    [simtsakos, TickTimes] =
ret2price(y11,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
end

```

```

    if j==2
        load('J:\matalab excel\excel.mat')
    plot(excel)
    ylabel('excel prices')
    excelret=price2ret(excel);
    plot(excelret)
    ylabel('excel return')
    autocorr(excelret)
    parcorr(excelret)
    [lbqtest10, pvalue11, Stat12, CriticalValue13] = lbqtest(excelret-
    mean(excelret), [ ]', 0.01);
    [lbqtest10, pvalue11, Stat12, CriticalValue13];
    [archtest14, pValue15, Stat16, CriticalValue17] = archtest(excelret-
    mean(excelret), [ ]', 0.05);
    [archtest14, pValue15, Stat16, CriticalValue17];

disp('Press enter to continue')
%-- GARCH(2,1), ARMA(2,2) --%
    %-- Chapter 2--> Parameter Estimation --%
    %-- a)Estimates the model parameters --%
    spec2 = garchset('Display', 'off', 'P', 1, 'Q', 1);
    spec2 = garchset(spec2, 'R', 2, 'M', 1);
    spec2 = garchset(spec2, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
    spec2 = garchset(spec2, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', []);
    [coeff12, errors12, LLF12, innovations12, sigma12, summary12]
=garchfit(spec2, excelret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff12, errors12)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations12, sigma12, excelret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations12./sigma12)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations12./sigma12).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations12./sigma12).^2,[ ]',0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----%
-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
    coeff12
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')

```

```

-----
%-----
%
%-- Simulation --%
%-- Simulating Sample paths --%
%-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
%-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
%[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
%garchplot(e1,s1,y1)
%-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
%[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
%garchplot(e2,s2,y2)
%-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
%-- Monte Carlo Simulation --%
[e12,s12,y12] = garchsim(coeff12, 30,500)
pause
disp('Press ENTER to continue process')
garchplot(e12,s12,y12)
disp('Press ENTER to continue process')
pause
%disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
%StartSimPrice=input('StartSimPrice')
StartSimPrice12=excel(1500);
disp(StartSimPrice12)
disp('Press ENTER to continue process')
pause
[simexcel, TickTimes12] =
ret2price(y12,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
end

```

```

if j==3

    load('J:\matalab excel\dryships.mat')
plot(dryships)
ylabel('dryships prices')
dryshipsret=price2ret(dryships);

```

```

plot(dryshipsret)
ylabel('dryships return')
autocorr(dryshipsret)
parcorr(dryshipsret)
[lbqtest12, pvalue13, Stat14, CriticalValue15] = lbqtest(dryshipsret-
mean(dryshipsret), [ ]', 0.01);
[lbqtest12, pvalue13, Stat14, CriticalValue15];
[archtest16, pValue17, Stat18, CriticalValue19] = archtest(dryshipsret-
mean(dryshipsret), [ ]', 0.05);
[archtest16, pValue17, Stat18, CriticalValue19];

disp('Press enter to continue')
spec3= garchset('Display', 'off', 'P', 1, 'Q', 1);
spec3 = garchset(spec3, 'R', 2, 'M', 2);
spec3 = garchset(spec3, 'C', [], 'AR', [], 'MA', []);
spec3 = garchset(spec3, 'K', [], 'GARCH', [], 'ARCH', []);
[coeff13, errors13, LLF13, innovations13, sigma13, summary13]
=garchfit(spec3, dryshipsret);
    %-- b)Examines the estimated GARCH model --%
    garchdisp(coeff13, errors13)
    %-- Chapter 3--> Post-Estimation Analysis--%
    %-- a)Compares the residuals, conditional standard deviations, and
returns --%
    garchplot(innovations13, sigma13, dryshipsret)
    %-- b)Plots and compares correlation of the standardized
innovations --%
    plot(innovations13./sigma13)
    ylabel('Innovation')
    title('Standardized Innovations')
    autocorr((innovations13./sigma13).^2)
    %-- c)Quantifies and compares correlation of the standardized
innovations --%
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
=lbqtest((innovations./sigma).^2,[ ]',0.001);
    %[H3, pValue3, Stat3, CriticalValue3]
    %-----%
    %-----%
    %-- Contents of the specification structure --%
    %-- For the GARCH(2,1), ARMA(2,1) --%
    coeff13
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    %-----%
    %-----%
    %-- Simulation --%
    %-- Simulating Sample paths --%
    %-- e:innovations , s:conditional standard deviations and
y:returns processes --%
    %-- a)Using default inputs (for a single realization of 100
observations) with plot of it --%
    %[e1,s1,y1] = garchsim(coeff);
    %garchplot(e1,s1,y1)

```

```

    %-- b)Simulating a Much Longer Path (for a single realization of
100 observations) with plot of it --%
    %[e2,s2,y2] = garchsim(coeff,100);
    %garchplot(e2,s2,y2)
    %-- c)Simulating Multiple Paths (for 100 realization of 12
observations each) with plot of it --%
    %-- Monte Carlo Simulation --%
    [e13,s13,y13] = garchsim(coeff13, 30,500)
    pause
    disp('Press ENTER to continue process')
    garchplot(e13,s13,y13)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    %disp('Parakalw dwste thn timh apo thn opoia tha xekinhsei h
diadikasia Simulation')
    %StartSimPrice=input('StartSimPrice')
    StartSimPrice13=dryships(1500);
    disp(StartSimPrice13)
    disp('Press ENTER to continue process')
    pause
    [simdryships, TickTimes13] =
ret2price(y13,StartSimPrice,1,1,'Continuous')
    end

```

end

% part 3

```

disp('Press ENTER to continue process')
%i=1 then navios
%i=2 then tsakos
%i=3 then dryships
%i=4 then excel
%i=5 then diana
apodoshnavios=zeros(500,1);
apodoshtsakos=zeros(500,1);
apodoshdryships=zeros(500,1);
apodoshexcel=zeros(500,1);
apodoshdiana=zeros(500,1);
portfolio=zeros(500,5);
for i=1:4
    for j=1:500
        if i==1
            apodoshnavios(j)= (TickSeries(31,j)-
TickSeries(1,j))/TickSeries(31,j);
            portfolio(j,i)=apodoshnavios(j);
        end
        if i==2

```

```

        apodoshtsakos(j)= (simtsakos(31,j)-
simtsakos(1,j))/simtsakos(31,j);
        portfolio(j,i)=apodoshtsakos(j);
    end
    if i==3
        apodoshdryships(j)= (simdryships(31,j)-
simdryships(1,j))/simdryships(31,j);
        portfolio(j,i)=apodoshdryships(j);
    end
    if i==4
        apodoshexcel(j)= (simexcel(31,j)-
simexcel(1,j))/simexcel(31,j);
        portfolio(j,i)=apodoshexcel(j);
    end

end
end
e=0;

disp('Press ENTER to continue process')
for a1=0:0.05:1
    for a2=0:0.05:1
        for a3=0:0.05:1
            for a4=0:0.05:1
                k=a1+a2+a3+a4;
                if k==1
                    e=e+1;
                    sa1(e)=a1;
                    sa2(e)=a2;
                    sa3(e)=a3;
                    sa4(e)=a4;
                    for j=1:500

apodoshxartofylakiou(j,e)=a1*portfolio(j,1)+a2*portfolio(j,2)+a3*portfoli
o(j,3)+a4*portfolio(j,4);
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end

for j=1:e
    sumapxart=0;
    for i=1:500
        sumapxart=sumapxart+apodoshxartofylakiou(i,j);
    end
    meshapodoshxartofylakiou(1,j)=sumapxart/500;

end
for i=1:4
    for j=1:e

```

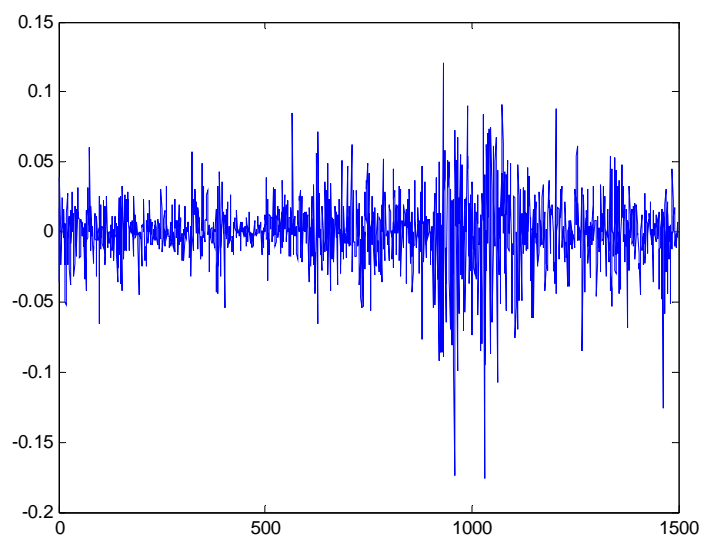
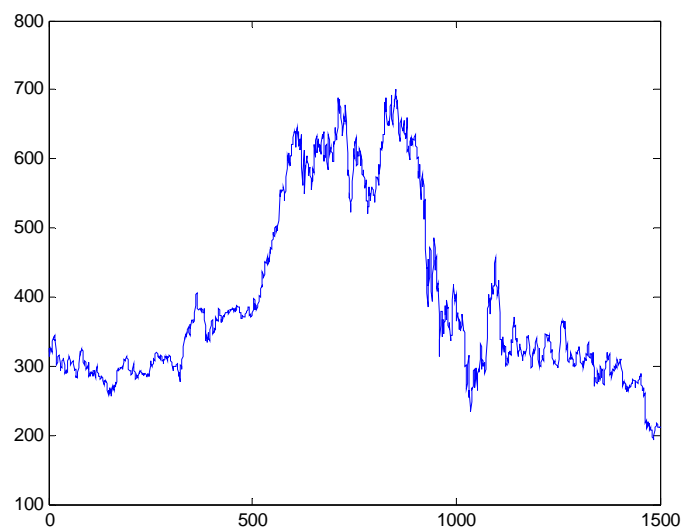


```
    if i==1
        syntelestes(j,i)=sa1(j);
    end
    if i==2
        syntelestes(j,i)=sa2(j);
    end
    if i==3
        syntelestes(j,i)=sa3(j);
    end
    if i==4
        syntelestes(j,i)=sa4(j);
    end
end
end
stdportfolio=std(apodoshxartofylakiou);
```

## Ανάλυση των τριών υπολοίπων μετοχών

### 1. Tsakos Energy Navigation Ltd.

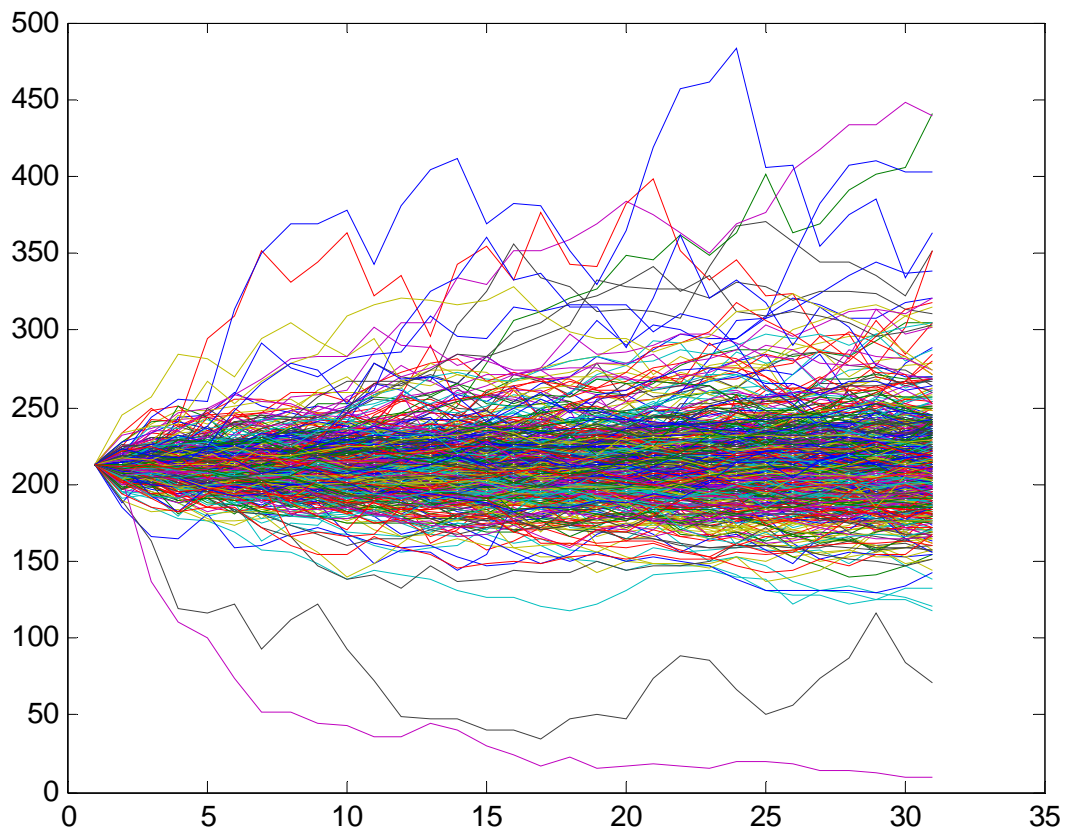
Διαγράμματα τιμών και αποδόσεων:



Επιλογή βέλτιστου υποδείγματος με βάση το κριτήριο AIC-BIC:

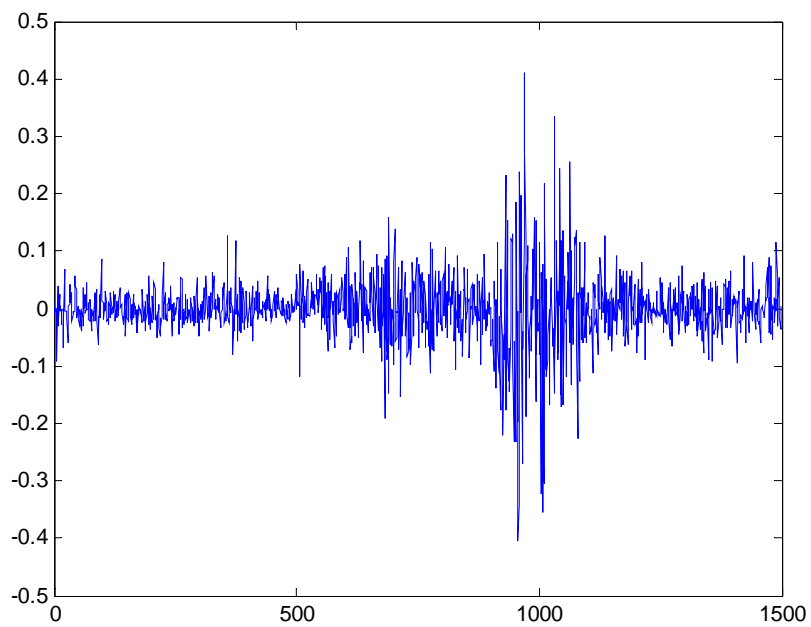
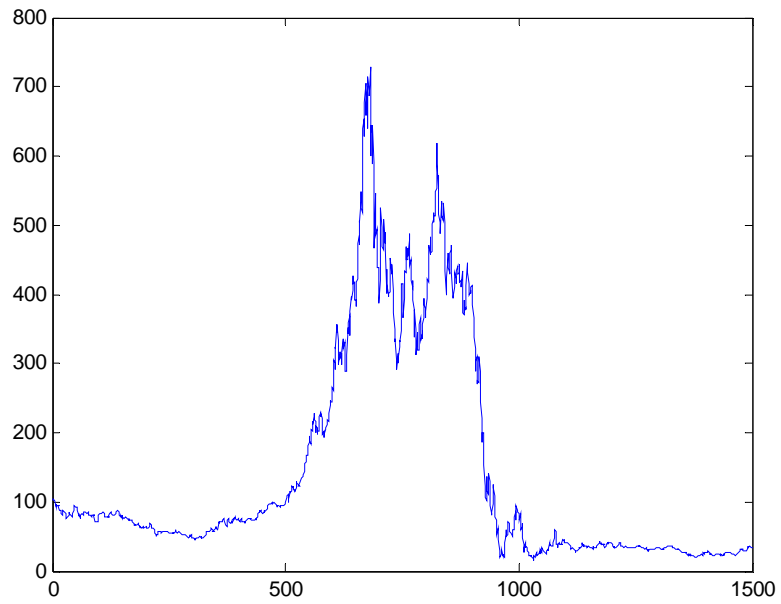
Υποδείγματα	Δείκτες	
	AIC ( $\times 10^3$ )	BIC ( $\times 10^3$ )
GARCH(1,1)	-7,308	-7,3061
GARCH(2,1)	-7,312	-7,3095
GARCH(1,2)	-7,306	-7,3036
GARCH(2,2)	-7,3103	-7,3074
GARCH(1,1) ARMA(2,1)	-7,3037	-7,3003
GARCH(2,1) ARMA(2,1)	-7,3076	-7,3037
GARCH(1,1) ARMA(2,2)	-7,3018	-7,2979
GARCH(2,1) ARMA(2,2)*	-7,3121	-7,2995

Αποτελέσματα προσομοίωσης της Tsakos :



## 2. Dryships Ltd

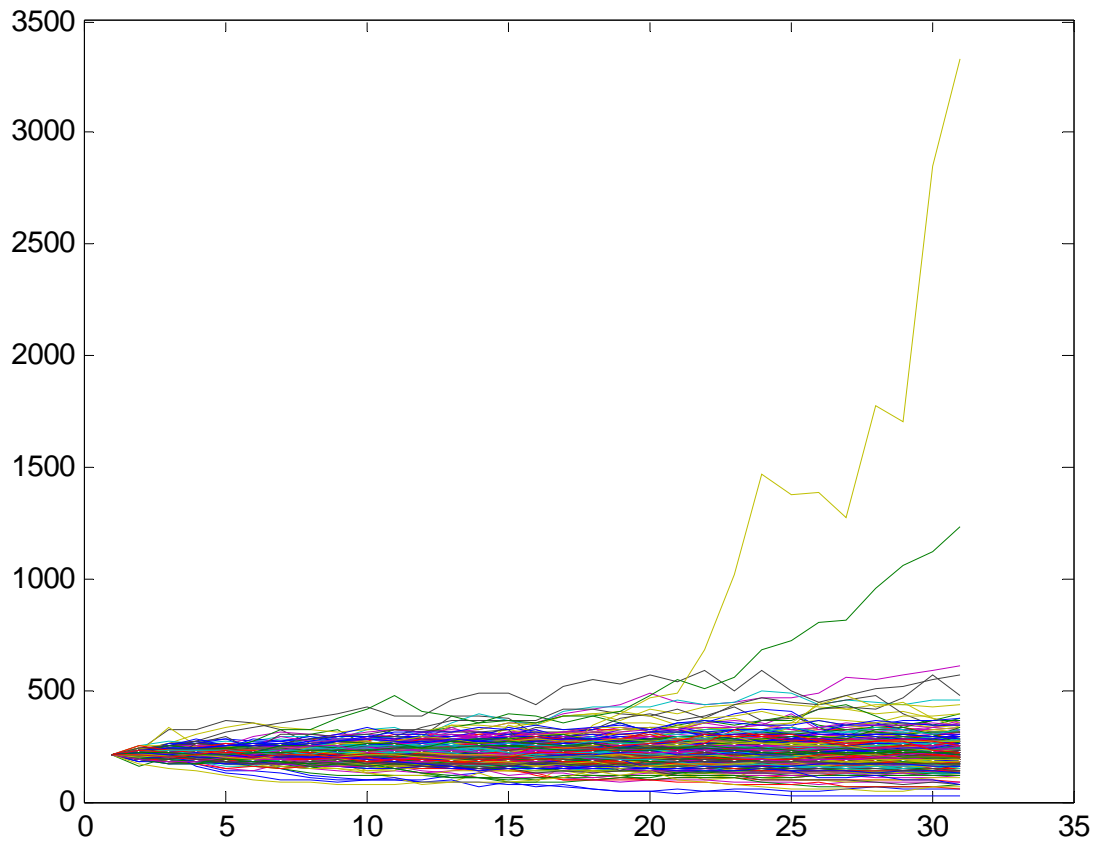
Διαγράμματα τιμών και αποδόσεων:



Επιλογή βέλτιστου υποδείγματος με βάση το κριτήριο AIC-BIC:

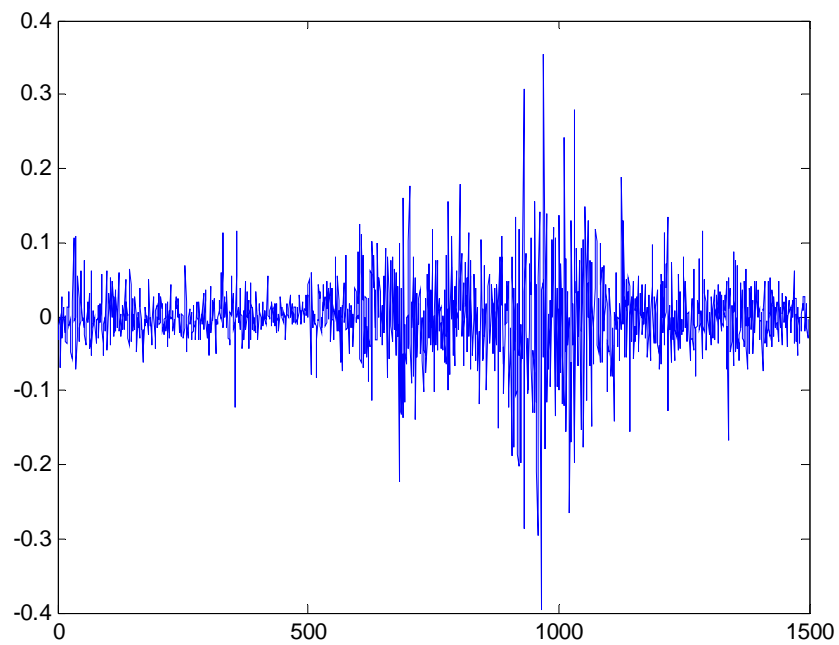
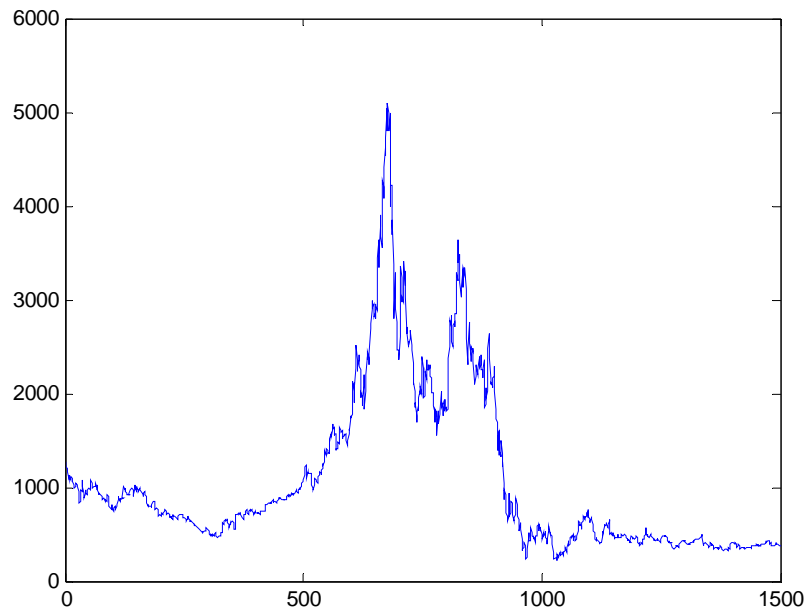
Υποδείγματα	Δείκτες	
	AIC ( $\times 10^3$ )	BIC ( $\times 10^3$ )
<b>GARCH(1,1)</b>	-5,4234	-5,4214
<b>GARCH(2,1)</b>	-5,4257	-5,4233
<b>GARCH(1,2)</b>	-5,4214	-5,4190
<b>GARCH(2,2)</b>	-5,4251	-5,4222
<b>GARCH(1,1) ARMA(2,1)</b>	-5,4248	-5,4214
<b>GARCH(2,1) ARMA(2,1)</b>	-5,4274	-5,4236
<b>GARCH(1,1) ARMA(2,2)</b>	-5,4332	-5,4293
<b>GARCH(2,1) ARMA(2,2)*</b>	-5,4254	-5,4128

Αποτελέσματα προσομοίωσης της Dryships :



### 3. Excel Maritime Carriers Inc.

Διαγράμματα τιμών και αποδόσεων:





Επιλογή βέλτιστου υποδείγματος με βάση το κριτήριο AIC-BIC:

Υποδείγματα	Δείκτες	
	AIC ( $\times 10^3$ )	BIC ( $\times 10^3$ )
GARCH(1,1)	-5,3443	-5,3423
GARCH(2,1)	-5,3434	-5,3409
GARCH(1,2)	-5,3423	-5,3399
GARCH(2,2)	-5,3410	-5,3381
GARCH(1,1) ARMA(2,1)	-5,3534	-5,3500
GARCH(2,1) ARMA(2,1)	-5,3518	-5,3479
GARCH(1,1) ARMA(2,2)	-5,3499	-5,3460
GARCH(2,1) ARMA(2,2)*	-5,3484	-5,3358

Αποτελέσματα προσομοίωσης της Excel :

