



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Δ.Π.Μ.Σ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

***ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΩΝ
ΑΝΕΜΟΓΓΕΝΗΤΡΙΩΝ ΜΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΑ
ΜΕΤΑΠΤΕΡΥΓΙΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΤΡΟΒΙΛΗΣ
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ***



ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΒΑΣΙΛΗΣ ΡΙΖΙΩΤΗΣ, ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

-ΑΘΗΝΑ, 2016-

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως και περισσότερο από όλους τον επιβλέποντά μου, κ. Βασίλη Ριζιώτη. Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε υπό ιδιαίτερα πειστικές συνθήκες χρονικά και επαγγελματικά, και χωρίς τη στήριξή του είναι απολύτως βέβαιο ότι δεν θα είχε διεκπεραιωθεί. Του οφείλω πολλά και παραμένω ειλικρινά και βαθύτατα ευγνώμων.

Ένα μεγάλο 'ευχαριστώ' επίσης οφείλω στην Αντιγόνη, τον άνθρωπο που έμεινε δίπλα μου και με στήριζε όσο κανείς στο όλο εγχείρημα, καθώς επίσης και στην οικογένειά μου για την υπομονή τους και την εμπύχωση που μου παρείχαν σε κάθε στιγμή που τη χρειάστηκα.

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία γίνεται μελέτη της αεροδυναμικής συμπεριφοράς ενός πτερυγίου ανεμογεννήτριας μεταβλητής γεωμετρίας στην ακμή εκφυγής (flap) με την προσθήκη ενός κινούμενου μεταπτερυγίου. Απώτερος σκοπός αποτελεί η σύγκριση των αποτελεσμάτων του υπολογιστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε, το οποίο πραγματοποιεί μια μοντελοποίηση τριδιάστατου χαρακτήρα, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν με χρήση του διδιάστατου κώδικα hGast. Τα εν λόγω αποτελέσματα δίνουν μια εικόνα στην επίδραση που έχει η προσθήκη του μεταπτερυγίου στα φορτία που υφίσταται το πτερύγιο κατά την κίνησή του.

Η αεροδυναμική επίλυση του προβλήματος έγινε μέσω του υπολογιστικού προτύπου General Unsteady Vortex Particle (GENUVP). Ο κώδικας αυτός αποτελεί ένα σύνθετο και ιδιαίτερο ευέλικτο υπολογιστικό εργαλείο με τη δυνατότητα επίλυσης μη-μόνιμης ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής γύρω από περίπλοκες γεωμετρίες σωμάτων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι ικανοποιητικά και αξιόπιστα, ενθαρρύνοντας περαιτέρω έρευνα και βελτιστοποίηση των υπολογιστικών μοντέλων GenUVP και hGast.

Abstract

In the context of the following report, the aerodynamic behaviour of a wind turbine airfoil, with the addition of a moving flap is investigated. The objective of this study is the comparison of the computational results obtained with the use of a 3D simulation model with the respective results obtained through the use of the two-dimensional hGast model. The results in question help illustrate the effect of the addition of the flap on the forces that the airfoil is exposed to during its movement.

The aerodynamic solution of the problem was conducted with the use of the General Unsteady Vortex Particle (GENUVP) model. This code is a complex yet versatile computational tool with the ability of simulating unsteady, non-compressible, inviscid flows around complex body geometries. The results obtained are reliable and satisfactory, encouraging further optimization of both GenUVP and hGast models.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	9
2. Οι Κώδικες hydroGAST και FOILFS	11
2.1 Εισαγωγή	11
2.2 Ο Κώδικας hGast - Το Αεροδυναμικό μοντέλο	11
Το ελαστικό μοντέλο	12
Θεωρία Δίσκου Ορμής.....	13
Θεωρία των Στοιχείων Πτερύγωσης.....	14
Θεωρία Δίσκου Ορμής και Στοιχείων Πτερύγωσης	14
2.3 Ο Κώδικας FOILFS.....	16
3. Μέθοδος Στοιχείων Στροβιλότητας	17
3.1 Εισαγωγή	17
3.2 Η μέθοδος των στοιχείων στροβιλότητας.....	17
3.3 Το αριθμητικό πρότυπο.....	23
3.4 Υπολογισμός των αεροδυναμικών δυνάμεων.....	29
3.5 Περίληψη του μοντέλου ONERA.....	31
3.6 Σύνοψη.....	34
4. Ανεμοπτερύγιο αναφοράς και βάση υπολογιστικών δεδομένων.....	36
5. Αποτελέσματα.....	38
5.1 Αποτελέσματα I_p	38
5.2 Αποτελέσματα – $3p$	43
5.3 Αποτελέσματα – $6p$	49
5.4 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων.....	56
6. Συμπεράσματα.....	59

7. Βιβλιογραφία	60
------------------------------	-----------

1. Εισαγωγή

Στην προσπάθεια αντιμετώπισης των ολοένα και αυξανόμενων ενεργειακών απαιτήσεων του πλανήτη μέσω βιώσιμων λύσεων, η αιολική ενέργεια, προερχόμενη από την αξιοποίηση της κίνησης ανεμογεννητριών κατέχει πρωταρχικό ρόλο. Οι ανεμογεννήτριες αποτελούν, επί της ουσίας, την εξέλιξη των ανεμόμυλων. Ωστόσο, θεμελιώδης διαφορά καθιστά το γεγονός ότι ενώ οι τελευταίοι βασίζουν την κίνησή τους στη δύναμη της αντίστασης (drag) του αέρα, για τις Α/Γ βασικός κινητήριος «μοχλός» είναι η δύναμη της άνωσης (lift).

Οι ανεμογεννήτριες τοποθετούνται μεμονωμένα ή σε συστάδες υπό τη μορφή αιολικών πάρκων, κυρίως όταν στόχος είναι η μαζική ηλεκτροπαραγωγή. Το αιολικό δυναμικό κάθε περιοχής είναι αυτό που υποδεικνύει το αν και που θα ήταν συμφέρον να εγκατασταθούν Α/Γ. Από εκεί και πέρα, συνυπολογίζονται και άλλοι παράγοντες όπως η τοποθεσία και η πρόσβαση ώστε να διευκολύνεται η μεταφορά των εξαρτημάτων ή αν είναι συμφέρουσα η σύνδεση με το κεντρικό δίκτυο μίας χώρας. Έτσι συναντούμε Α/Γ συνήθως σε κορυφές βουνών και στη θάλασσα (πλωτές).

Οι Α/Γ μπορεί να είναι οριζοντίου άξονα, στις οποίες ο δρομέας βρίσκεται συνεχώς κάθετα στην κατεύθυνση του ανέμου και κατακόρυφου άξονα, όπου ο άξονας περιστροφής του δρομέα είναι κάθετος προς την επιφάνεια του εδάφους.

Η απόδοση μιας ανεμογεννήτριας εξαρτάται από το μέγεθος της και την ταχύτητα του ανέμου. Το μέγεθος της είναι συνάρτηση των αναγκών που καλείται να εξυπηρετήσει και ποικίλει από μερικές εκατοντάδες μέχρι μερικά εκατομμύρια Watt.

Μια τυπική ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα αποτελείται από τα εξής μέρη:

- Το δρομέα, ο οποίος αποτελείται από δύο ή τρία πτερύγια. Τα πτερύγια προσδένονται πάνω σε μια πλήμνη είτε σταθερά, είτε με τη δυνατότητα να περιστρέφονται γύρω από το διαμήκη άξονα τους μεταβάλλοντας το βήμα.
- το σύστημα μετάδοσης της κίνησης, αποτελούμενο από τον κύριο άξονα, τα έδρανα του και το κιβώτιο πολλαπλασιασμού στροφών, το οποίο προσαρμόζει την ταχύτητα περιστροφής του δρομέα στη σύγχρονη ταχύτητα της ηλεκτρογεννήτριας.
- την ηλεκτρική γεννήτρια, σύγχρονη ή επαγωγική, η οποία μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική και βρίσκεται συνήθως πάνω στον πύργο της ανεμογεννήτριας. Υπάρχει και το σύστημα πέδης το οποίο είναι ένα συνηθισμένο δισκόφρενο που τοποθετείται στον κύριο άξονα ή στον άξονα της γεννήτριας.
- Το σύστημα προσανατολισμού, αναγκάζει συνεχώς τον άξονα περιστροφής του δρομέα να βρίσκεται παράλληλα με τη διεύθυνση του ανέμου.

- Τον πύργο, ο οποίος στηρίζει όλη την παραπάνω ηλεκτρομηχανολογική εγκατάσταση.
- Τον ηλεκτρονικό πίνακα και τον πίνακα ελέγχου , οι οποίοι είναι τοποθετημένοι στη βάση του πύργου . Το σύστημα ελέγχου παρακολουθεί , συντονίζει και ελέγχει όλες τις λειτουργίες της ανεμογεννήτριας , φροντίζοντας για την ορθή λειτουργία της.

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται η μελέτη της αεροδυναμικής συμπεριφοράς των πτερυγίων Α/Γ με σκοπό τη μείωση των αεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται σε αυτά. Για τον λόγο αυτό εξετάζουμε την συμπεριφορά των πτερυγίων μεταβάλλοντας την γεωμετρία τους. Πιο συγκεκριμένα, αλλάζουμε την γεωμετρία του πτερυγίου, μεταβάλλοντας, σε συγκεκριμένα τμήματα, την ακμή εκφυγή, με την προσθήκη ενός μεταπτερυγίου (flap). Από την μείωση των δυναμικών φορτίων μπορούμε να επωφεληθούμε υλικά και οικονομικά, καθώς επίσης και να μειώσουμε το κόστος του πτερυγίου. Απώτερος στόχος της εργασίας είναι η ανάπτυξη εργαλείων μέτρου υπολογιστικού κόστους που να προλέγουν τα φορτία που προκύπτουν από κινούμενα flap με καλύτερη ακρίβεια από τις μεθόδους που έχουν χρησιμοποιηθεί ως τώρα στις διάφορες εργασίες, οι οποίες στηρίζονται στη Θεωρία στοιχείου Πτερύγωσης (Blade Element Method).

Η διάρθρωση της παρούσας εργασίας έχει ως εξής: Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται μια συνοπτική περιγραφή του μοντέλου hGast, καθώς και του κώδικα FOILFS. Στο Κεφάλαιο 3 ακολουθεί η περιγραφή του θεωρητικού υπόβαθρου του μοντέλου GenUVP, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στους υπολογισμούς φορτίων. Στο Κεφάλαιο 4 παρατίθενται οι υπολογιστικές συνθήκες (input) βάσει των οποίων το μοντέλο GenUVP πραγματοποίησε τους υπολογισμούς του. Τέλος στο Κεφάλαιο 5 παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν και εξάγονται τα ανάλογα συμπεράσματα.

2. Οι Κώδικες hydroGAST και FOILFS

2.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν με την εφαρμογή του μοντέλου GenUVP με αυτών που προέκυψαν μέσω του κώδικα hydroGAST (hGast). Για την καλύτερη κατανόηση των διαφορών που διέπουν τα δύο μοντέλα, κρίνεται απαραίτητη η συνοπτική αναφορά του θεωρητικού υπόβαθρου που αποτελεί τη βάση του hGast. Το παρόν κεφάλαιο εξυπηρετεί αυτό τον σκοπό. Ο κώδικας *hydroGast* είναι ένας αεροελαστικός κώδικας που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π. και εκτελεί την αεροελαστική προσομοίωση υπεράκτιων ανεμογεννητριών υπο διάφορες συνθήκες ροής (κλίση ανέμου, οριακό στρώμα ανέμου, κ.λπ.) (1). Ο κώδικας αποτελείται βασικά από αεροδυναμικό και το ελαστικό μοντέλο, τα οποία εξηγούνται περιληπτικά παρακάτω. (2), (3)

2.2 Ο Κώδικας hGast - Το Αεροδυναμικό μοντέλο

Όσον αφορά την αεροδυναμική ανάλυση, χρησιμοποιείται η Θεωρία του Δίσκου Ορμής (Θ.Δ.Ο.) σε συνδυασμό με την Θεωρία Στοιχείων Πτερυγώσης (Θ.Σ.Π.) (Blade Element Momentum - B.E.M.). Επίσης χρησιμοποιείται η μέθοδος ONERA ώστε να μπορεί να μοντελοποιηθεί και κατάσταση της αποκολλημένης ροής (λ.χ. στην περίπτωση που η ανεμογεννήτρια είναι σταματημένη και η ταχύτητα ανέμου πολύ μεγάλη οπότε έχουμε και μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης). Εφόσον η μέθοδος ONERA μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε δισδιάστατες ροές και η εφαρμογή της Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. απαιτεί την διακριτοποίηση της πτέρυγας σε στοιχεία, οι δύο θεωρίες συνεργάζονται ιδανικά.

Στον κώδικα hydroGast η διακριτοποίηση ακολουθεί γεωμετρική πρόοδο έτσι ώστε όσο πλησιάζουμε στην άκρη του πτερυγίου (όπου και τα φορτία είναι σημαντικότερα) το πλέγμα είναι πυκνότερο, και συνεπώς το μοντέλο ONERA είναι επαρκώς ακριβές στην περιοχή εκείνη. Στην περίπτωση ωστόσο που υπάρχουν μεταπερύγια μεταβλητής καμπυλότητας η τμηματοποίηση δεν γίνεται βάσει προόδου αλλά με κριτήριο να υπάρχει ακέραιος αριθμός στοιχείων στο τμήμα του μεταπερυγίου. Στην συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου γίνεται μια περίληψη της Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. και του μοντέλου ONERA.

Το ελαστικό μοντέλο

Όλα τα ελαστικά σώματα της προσομοιούμενης ανεμογεννήτριας θεωρούνται ως γραμμικές (πρώτης τάξεως) δοκοί. Ο κώδικας στην προκειμένη περίπτωση υλοποιεί την θεωρία δοκών κατά Timoshenko. Όπως και με την κατά Euler θεωρία έτσι και εδώ γίνεται η θεώρηση ότι μια διατομή της δοκού παραμένει επίπεδη μετά την παραμόρφωση. Η διαφορά των δύο θεωριών είναι ότι η κατά Euler δέχεται πως η διατομή αυτή είναι κάθετη στον ελαστικό άξονα της δοκού, ενώ η κατά Timoshenko δέχεται πως μπορεί να έχει κλίση (λαμβάνει λοιπόν υποψιν και τις διατμητικές τάσεις που εμφανίζονται κατά την κάμψη). Παρ' όλο που η κατά Timoshenko θεώρηση είναι πιο γενική, εντούτοις δεν είναι πάντα και πιο ακριβής. Στην πράξη, για λεπτές και μεγάλου μήκους δοκούς, η θεωρία του Euler έχει αποδειχθεί πιο ακριβής καθώς δεν επηρεάζεται από το φαινόμενο του shearlocking. Στο φαινόμενο αυτό τα πεπερασμένα στοιχεία δεν μοντελοποιούν αρκετά καλά την καμπυλότητα της δοκού και εισάγουν διατμητικές τάσεις οι οποίες οδηγούν στην ισορροπία του πεπερασμένου στοιχείου υπο μικρότερες μετατοπίσεις. Εμφανίζονται δηλαδή τα πεπερασμένα στοιχεία με μεγαλύτερη δυσκαμψία από αυτή που τους αντιστοιχεί. Αυτό γίνεται να ξεπεραστεί μόνο χρησιμοποιώντας πιο ακριβή πεπερασμένα στοιχεία (λ.χ. στοιχεία με ενδιάμεσους κόμβους).

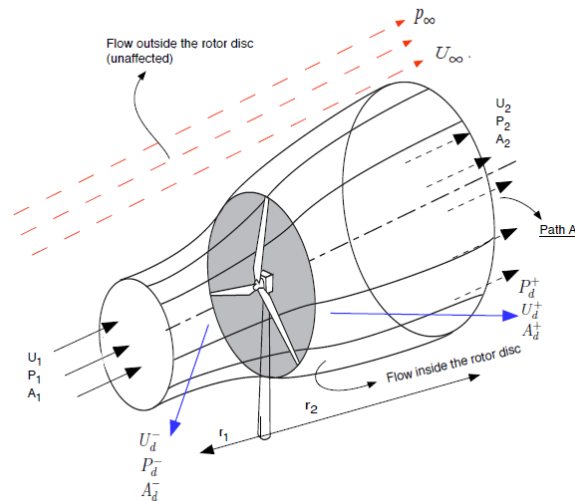
Θεωρία Δίσκου Ορμής

Το κύριο σκεπτικό πάνω στο οποίο βασίζεται η Θ.Δ.Ο. είναι ότι καθώς ο αέρας διέρχεται από την ανεμογεννήτρια, επιβραδύνεται χάνοντας ορισμένη από την κινητική του ενέργεια η οποία εν τέλει παράγει την ηλεκτρική ενέργεια στην ανεμογεννήτρια. Συγκεκριμένα, η μεταβολή της ταχύτητας του αέρα δημιουργεί διαφορά πίεσης μεταξύ των επιφανειών του πτερυγίου, προκαλώντας την περιστροφική κίνηση του δρομέα που μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στην γεννήτρια.

Ξεκινάμε θεωρώντας μια ιδανική διεργασία, δηλαδή πόση ενέργεια θα μπορούσαμε να συλλέξουμε υπο ιδανικές συνθήκες (αν δεν υπήρχαν απώλειες ενέργειας, λ.χ. θερμότητα, παραγωγή θορύβου, συνεκτικά φαινόμενα κ.λπ.). Η κύρια παραδοχή που γίνεται είναι ότι η μάζα αέρα που διέρχεται από τον δίσκο ορμής δεν επηρεάζεται από την μάζα αέρα που βρίσκεται εκτός του δίσκου. Συνεπώς, η μάζα αέρα εκατέρωθεν του δίσκου είναι ίδια, που συνεπάγεται ότι κατάντι του δίσκου η ταχύτητα ελαττώνεται και άρα η επιφάνεια του δίσκου πρέπει να αυξάνεται.

Η μεταβολή της πίεσης και της ταχύτητας καθώς ο αέρας περνάει διαμέσω του δίσκου πρέπει να είναι ομαλή και συνεχής. Επομένως, το ρευστό πρέπει να επιβραδύνεται σταδιακά καθώς απομακρύνεται από την ανεμογεννήτρια. Αυτό φαίνεται και στην Εικόνα 1. Τέλος, μακριά από την ανεμογεννήτρια, το ρευστό ανακάτ τη στατική πίεση και η ταχύτητα επανέρχεται στα επίπεδα της ροής. Αυτό συνεπάγεται ότι μακριά από την ανεμογεννήτρια οι διαταραχές πίεσης και ταχύτητας λόγω αυτής είναι αμελητέες. Οπότε, βάσει της Εικόνας 1 έχουμε:

$$\begin{aligned} \vec{U}_1 = \vec{U}_\infty & \quad \& \quad P_1 = P_\infty & \quad r_1 \rightarrow \infty \\ \vec{U}_2 = \vec{U}_\infty & \quad \& \quad P_2 = P_\infty & \quad r_2 \rightarrow \infty \end{aligned}$$



Εικόνα 1 Μοντέλο Θεωρίας Δίσκου Ορμής.

Εφαρμόζοντας τις αρχές διατήρησης της μάζας, ορμής και στροφορμής είμαστε σε θέση να καταλήξουμε σε σχέσεις υπολογισμών της ώσης και της ροπής. Οι υπολογισμοί αυτοί συγκρίνονται με

τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη Θεωρία Στοιχείων Πτερύγωσης μέχρις ότου να επιτευχθεί σύγκλιση.

Θεωρία των Στοιχείων Πτερύγωσης

Στην θεωρία αυτήν εκφράζουμε τα αεροδυναμικά φορτία που παράγονται στην αεροτομή, όχι μόνο βάσει των συνθηκών ροής, αλλά και συναρτήσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της αεροτομής. Τα χαρακτηριστικά αυτά (κατανομή χορδής, συστροφής, καμπύλες $CL-\alpha$, $CD-\alpha$) θεωρούνται γνωστά. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η θεωρία αυτή αντιμετωπίζει την κάθε αεροτομή (το κάθε στοιχείο) χωριστά από τα υπόλοιπα, συνεπώς δεν λαμβάνει υπ' όψιν την επίδραση του κάθε στοιχείου στα γειτονικά του. Με την εφαρμογή της Θ.Σ.Π., προσδιορίζονται η ροπή και η ώση ως συναρτήσεις της γεωμετρίας του πτερυγίου. Συνδυάζοντάς την με τη Θ.Δ.Ο. προκύπτει η Θεωρία Στοιχείων Ορμής που χρησιμοποιείται από τον κώδικα hydroGast.

Θεωρία Δίσκου Ορμής και Στοιχείων Πτερύγωσης

Η Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για αεροδυναμικούς υπολογισμούς αεροελαστικών προβλημάτων, καθώς είναι αρκετά ακριβής στον προσδιορισμό των αεροδυναμικών φορτίων, με μικρό σχετικά υπολογιστικό κόστος. Το βασικό πρόβλημά της όμως είναι ότι απαιτεί την γνώση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης που συνήθως γίνεται με χρήση καμπύλων από πειραματικά δεδομένα.

Θα μπορούσαμε, λοιπόν, να χρησιμοποιήσουμε καμπύλες $CL-\alpha$, $CD-\alpha$ που να αντιστοιχούν σε μεγάλο εύρος γωνιών του μεταπτερυγίου για τις αεροτομές που χρησιμοποιούν τα μεταπτερύγια. Έπειτα, μέσω παρεμβολής θα μπορούσαμε να βρούμε τον συντελεστή άνωσης και αντίστασης για κάθε πιθανή γωνία μεταπτερυγίου θα μπορούσε να απαιτήσει ο ελεγκτής μας (υπο την προϋπόθεση βέβαια ότι αυτή ανήκει εντός του διαστήματος των γωνιών για το οποίο έχουμε δεδομένα $CL-\alpha$, $CD-\alpha$). Είναι δύσκολο όμως να γνωρίζουμε όλα αυτά τα δεδομένα και μάλιστα για πολλά είδη αεροτομών τα οποία ενδέχεται να είναι απαρτίζουν μέρος ακροπτερυγίου. Ωστόσο, μιας και επιθυμούμε με τα μεταπτερύγια να μειώσουμε τα φορτία που ασκούνται στην ανεμογεννήτρια, η πληροφορία αυτή (μεταβολή συντελεστών άνωσης και αντίστασης όχι μόνο λόγω κίνησης του μεταπτερυγίου αλλά και λόγω της μεταβολής της γεωμετρίας της αεροτομής εξαιτίας των ελαστικών παραμορφώσεων) είναι ιδιαίτερα σημαντική. Με άλλα λόγια, επιθυμούμε στα σημεία με μεταπτερύγιο υψηλή ακρίβεια προσδιορισμού των συντελεστών άνωσης και αντίστασης, την οποία δεν γίνεται να λάβουμε από έτοιμες καμπύλες.

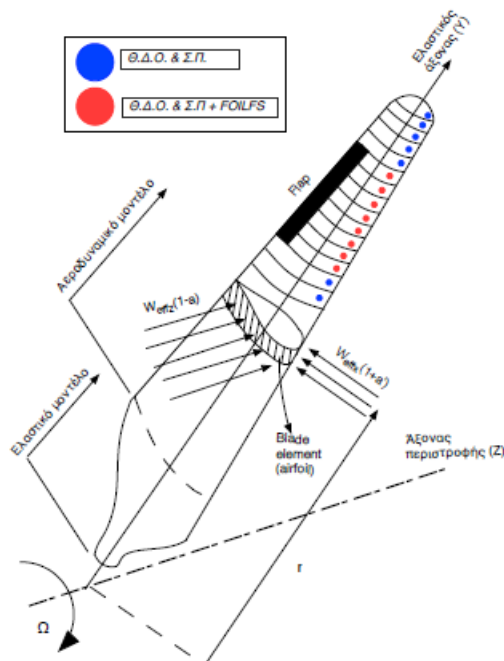
Όταν προσομοιάζουμε κινούμενα μεταπτερύγια, υπάρχουν τέσσερα κύρια σημεία τα οποία πρέπει να ληφθούν υποψιν στην ανάλυσή μας ώστε να έχουμε αποτελέσματα με ικανοποιητική ακρίβεια:

α) Η αλλαγή της γεωμετρίας σε κάθε χρονικό βήμα.

- β) Η επίδραση στην δυναμική που προκύπτει από την κίνηση του μεταπτερυγίου (pitching moment of the trailing edge flap).
- γ) Η κίνηση στις δύο διευθύνσεις της αεροτομής λόγω της ελαστικότητας (plunging and lead-lag motion)
- δ) Η συνεισφορά του ομόρρου λόγω του μη μόνιμου χαρακτήρα του προβλήματος.

Μόνο το πρώτο από τα ανωτέρω κριτήρια ικανοποιείται από την Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, επομένως θα πρέπει αυτή να τροποποιηθεί για τις θέσεις που υπάρχουν μεταπτερύγια. Η τροποποίηση που θα πρέπει να γίνει αφορά το τμήμα της Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. που απαιτεί την γνώση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Μόνο σε εκείνο το σημείο της θεωρίας, θα επέμβουμε για να υπολογίσουμε τους συντελεστές μέσω μιας ημιαναλυτικής θεωρίας, βασισμένη στη γραμμική θεωρία αεροτομών, η οποία λαμβάνει υποψιν τις γενικές αλλαγές στην γεωμετρία μιας αεροτομής (όχι μόνο τις αλλαγές λόγω κίνησης του μεταπτερυγίου). Αναφερόμαστε σε αεροτομή και όχι σε τρισδιάστατο σώμα διότι εκμεταλευόμαστε την παραδοχή που έχουμε ήδη κάνει, ότι δηλαδή μια επαρκώς μεγάλη διακριτοποίηση δημιουργεί στοιχεία που τα θεωρούμε ως αεροτομές. Έτσι, η θεωρία που θα ενσωματώσουμε θα είναι αρκετά φθηνή σε υπολογιστικό κόστος καθώς θα αφορά σώματα δύο διαστάσεων.

Με βάση τους ανωτέρω συλλογισμούς, ο κώδικας FOILFS ενσωματώθηκε στον κώδικα hydroGast και καλείται στις θέσεις που έχουμε μεταπτερύγια εντός της Θ.Σ.Ο., αλλάζοντας το τρόπο που προσδιορίζονται οι συντελεστές άνωσης, αντίστασης και ροπής, ενώ στις υπολοιπες θέσεις οι υπολογισμοί αυτοί γίνονται όπως πριν μέσω καμπυλών δεδομένων (κλασική Θ.Σ.Ο.). Η διαδικασία φαίνεται παραστατικά στην Εικόνα 2.



Εικόνα 2 – Θέσεις συμπλήρωσης της Θ.Δ.Ο. & Σ.Π. με τον κώδικα FOILFS.

2.3 Ο Κώδικας FOILFS

Ο κώδικας *FOILFS* αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π. και εκτελεί την προσομοίωση της επίδρασης της χρονικής μεταβολής της γεωμετρίας της αεροτομής (λόγω διαφόρων παραγόντων) στους συντελεστές άνωσης, αντίστασης και ροπής. Δηλαδή, υπολογίζει τους συντελεστές αυτούς όταν η αεροτομή μεταβάλλει την γεωμετρία της υπό δεδομένες συνθήκες ροής (λ.χ. λόγω ελαστικών παραμορφώσεων, κινήσεως μεταπερυγίου, ή ταλάντωσής της). Τα δεδομένα εισαγωγής του κώδικα είναι οι συνθήκες ροής γύρω από μια αεροτομή που αντιπροσωπεύει μια τυπική τομή ενός πτερυγίου ανεμογεννήτριας (περίπου στο 75% του μήκους της ακτίνας αυτού) καθώς και το είδος της γεωμετρικής παραμόρφωσης που επιδρά πάνω σε αυτήν. Οπότε σε κάθε χρονικόβήμα, υπολογίζει αρχικά το σχήμα που θα έχει η αεροτομή μετά την επίδραση του κάθε είδους κίνησης που εκτελεί και έπειτα προσδιορίζει τους συντελεστές C_L , C_D , C_M .

Και αυτός ο κώδικας αποτελείται από δύο κύρια μέρη, το αεροδυναμικό και το ελαστικό μοντέλο, όπως ακριβώς και ο κώδικας *hydroGast*.

- Το Αεροδυναμικό μοντέλο

Όσον αφορά το αεροδυναμικό μοντέλο του κώδικα, η αεροτομή αντιμετωπίζεται ως ένα λεπτό σώμα και εφαρμόζεται η Θεωρία Λεπτών Αεροτομών (Θ.Λ.Α.) για μη μόνιμες συνθήκες ροής. Η λύση του προβλήματος βάσει της θεωρίας αυτής αποτελείται από την υπέρθεση δύο απλών προβλημάτων: καμπύλη αεροτομή μηδενικού πάχους υπό μηδενική γωνία πρόσπτωσης, και, λεπτή πλάκα μηδενικής καμπυλότητας και μηδενικού πάχους υπό ορισμένη γωνία πρόσπτωσης. Πρέπει να τονίσουμε ότι το πάχος επιδρά μόνο στην κατανομή της πίεσης η οποία δεν μας ενδιαφέρει στην συγκεκριμένη περίπτωση, αφού το μόνο που θέλουμε εμείς είναι ο υπολογισμός των συντελεστών άνωσης, αντίστασης, ροπής και όχι ο τρόπος κατανομής της πίεσης που τους προκαλεί. Αν μας ενδιέφερε και η κατανομή της πίεσης, θα έπρεπε η ανωτέρω λύση να υπερτεθεί με ακόμη μια, που είναι αεροτομή ορισμένου πάχους, μηδενικής καμπυλότητας και μηδενικής γωνίας πρόσπτωσης.

3. Μέθοδος Στοιχείων Στροβιλότητας

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος η οποία χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας για την αεροδυναμική ανάλυση δρομέων Α/Γ. Πρόκειται για τη μέθοδο στοιχείων στροβιλότητας, στην οποία βασίζεται το υπολογιστικό πρότυπο GENUVP, το οποίο με τη σειρά του χρησιμοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Το πρότυπο GENUVP αναπτύχθηκε στον Τομέα Ρευστών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ στο πλαίσιο διπλωματικών εργασιών και διδακτορικών διατριβών (Μπέλεσης (1999), Κατώπης (1995)) (2). Ως μοντέλο έχει αξιολογηθεί εκτενώς σε σχέση με μετρήσεις σε δρομείς Α/Γ, τόσο σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας όσο και για μεταβατικά και ακραία φαινόμενα, στο πλαίσιο των παραπάνω εργασιών και άλλων σχετικών δημοσιεύσεων (Voutsinas, Belessis και Rados (1994), Voutsinas, Riziotis και Chaviaropoulos (1997), Chassaroyiannis et al (1994), Voutsinas 1995, Βουτσινάς κ.α. (1996)). Είναι το μοναδικό πρότυπο βασισμένο σε μια στροβιλή μεθοδολογία το οποίο χρησιμοποιείται σήμερα στο χώρο αυτό καθώς είναι και το μόνο το οποίο έχει κριθεί αξιόπιστο σε ότι αφορά τα αποτελέσματα που παράγει.

3.2 Η μέθοδος των στοιχείων στροβιλότητας

Στις μεθοδολογίες ελεύθερου ομόρρου, επιλύεται το πρόβλημα της ασυμπίεστης μη συνεκτικής ροής γύρω από το δρομέα. Το πεδίο ταχύτητας μέσω του θεωρήματος του Helmholtz διαχωρίζεται σε ένα τμήμα προερχόμενο από δυναμικό, το οποίο αναπαρίσταται, μέσω της δεύτερης ταυτότητας του Green, από διανομές ιδιομόρφων σημείων πάνω στην επιφάνεια των πτερυγίων, και σε ένα στροβιλό τμήμα το οποίο εκφράζει την ταχύτητα που επάγει ο ομόρρος. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από ένα πλήθος ελεύθερα κινουμένων στοιχείων στροβιλότητας, η ένταση και η θέση των οποίων προσδιορίζεται από την επίλυση των δυναμικών και κινηματικών εξισώσεων για την ελεύθερη στροβιλότητα. Τα πτερύγια στους υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν εισάγονται ως λεπτές ανωστικές επιφάνειες, είτε ως πτέρυγες με πάχος.

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται μια μεθοδολογία ελεύθερου ομόρρου στην οποία θεωρούμε ότι τα πτερύγια αποτελούν λεπτές ανωστικές επιφάνειες.

Έστω λοιπόν μη μόνιμη, ασυμπίεστη και μη συνεκτική ροή γύρω από N_B το πλήθος τρισδιάστατα σώματα B_k με σύνορα S_k , $k=1, N_B$, τα οποία διαμορφώνουν την διάταξη του δρομέα μιας Α/Γ. Έστω επίσης $D \subset R^3$ το πεδίο ροής γύρω από το δρομέα, S το σύνορο του και \bar{n} το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στο S (Εικόνα 3). Η παρουσία των ανωστικών σωμάτων B_k στο πεδίο ροής D έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ομόρρου ο οποίος εκφεύγει από τα σώματα αυτά. Η επιφάνεια του ομόρρου λαμβάνεται ως ενεργή στην ανάλυση την οποία πραγματοποιούμε οπότε αν S_{wk} , $k=1, N_B$ οι

επιφάνειες των φύλλων στροβιλότητας που αποβάλλονται από τα N_B σώματα (Εικόνα 3) και \vec{v}_{wk} τα μοναδιαία κάθετα σε αυτές διανύσματα είναι φανερό ότι:

$$\partial D \equiv S = \bigcup_{k=1}^{N_B} S_k + \bigcup_{k=1}^{N_B} S_{wk} \quad (1)$$

Επιπλέον αν υποθέσουμε ότι $\vec{u}(\vec{x};t)$ $\vec{x} \in D$, $t \geq 0$ είναι το διάνυσμα του πεδίου ταχύτητας, σύμφωνα με το θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz (Βουτσινάς (1990)) αυτό γράφεται:

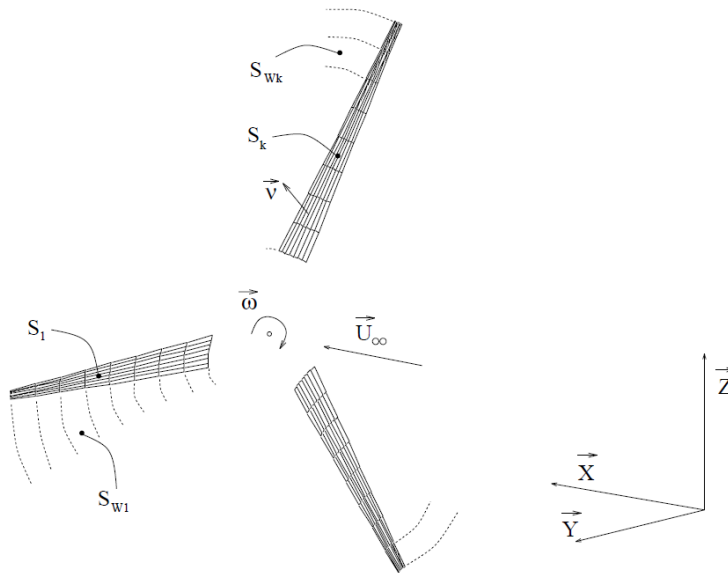
$$\vec{u}(\vec{x};t) = \vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla\phi(\vec{x};t) + \vec{U}_w(\vec{x};t), \quad \vec{x} \in D, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

όπου στην $(\vec{u}(\vec{x};t) = \vec{U}_\infty(\vec{x};t) + \nabla\phi(\vec{x};t) + \vec{U}_w(\vec{x};t), \quad \vec{x} \in D, \quad t \geq 0)$ $\phi(\cdot;t)$ είναι ένα δυναμικό διαταραχής, $\vec{U}_\infty(\cdot;t)$ η ταχύτητα του πεδίου ροής στο άπειρο, $\vec{U}_w(\cdot;t)$ μια επιπλέον επαγόμενη ταχύτητα που αναπαριστά τη συνεισφορά του στροβιλού τμήματος της ροής.

Στο πλαίσιο μιας δυναμικής-μη συνεκτικής θεώρησης της ροής το δυναμικό της ταχύτητας είναι δυνατό να αναπαρασταθεί από μια επιφανειακή διανομή ιδιομορφιών. Στην περίπτωση λεπτών περυγών λαμβάνεται μια διανομή διπόλων τόσο στην επιφάνεια των σωμάτων όσο και στον ομόρρου τους. Με αυτόν τον τρόπο εισάγεται ένα “πήδημα” δυναμικού μεταξύ πάνω και κάτω πλευράς των ενεργών επιφανειών το οποίο επιβάλλεται από την διπολική διανομή. Υπενθυμίζεται ότι μια διανομή διπόλων $\mu(\vec{x})$, $\vec{x} \in \Sigma$ που λαμβάνεται πάνω σε μια επιφάνεια Σ οδηγεί σε ασυνέχεια δυναμικού:

$$\mu(\vec{x}) = -[\varphi](\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Sigma \quad (3)$$

όπου με $[\varphi]$ συμβολίζεται το πήδημα του δυναμικού κατά μήκος της επιφάνειας Σ (Εικόνα 4).



Εικόνα 3- Οι βασικοί συμβολισμοί.

Η τιμή του δυναμικού σε κάποιο σημείο \bar{x}_0 του πεδίου D δίνεται, βάσει του θεωρήματος αναπαράστασης του Green, από τη σχέση:

$$\varphi(\bar{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\mu(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}) \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} d\Sigma(\bar{x}) \quad (4)$$

Από την $\bar{u}(\bar{x}; t) = \bar{U}_{\infty}(\bar{x}; t) + \nabla\phi(\bar{x}; t) + \bar{U}_w(\bar{x}; t)$, $\bar{x} \in D$, $t \geq 0$ (2) το αντίστοιχο πεδίο ταχύτητας σε κάποιο σημείο του πεδίου ροής $D\bar{u}_{\mu}$ προκύπτει απ'ευθείας με παραγωγή της

$$\varphi(\bar{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\mu(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}) \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} d\Sigma(\bar{x}) \quad (4) \text{ και με χρήση του θεωρήματος Stokes (Βουτσινάς (1990)) γράφεται:}$$

$$\bar{u}_{\mu}(\bar{x}_0; t) = \nabla_0\phi(\bar{x}_0; t) = \int_{\Sigma} \frac{\nabla_{\Sigma}\mu(\bar{x}; t) \times \bar{v}(\bar{x}) \times (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} d\Sigma(\bar{x}) + \oint_{\partial\Sigma} \mu(\bar{x}; t) \frac{d\bar{l}(\bar{x}) \times (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} \quad (5)$$

όπου το $\nabla_0(\cdot)$ συμβολίζει παραγωγή ως προς το \bar{x}_0 , $\partial\Sigma$ είναι το σύνορο της επιφάνειας Σ και $d\bar{l}$ στοιχειώδες διάνυσμα εφαπτομενικό ως προς το $\partial\Sigma$ (βλέπε Εικόνα 4).

Καθώς το \bar{x}_0 πλησιάζει την Σ η ταχύτητα γίνεται ασυνεχής. Ειδικότερα αν το $[\bar{u}_{\mu}]$ συμβολίζει το πήδημα της ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια Σ τότε έχουμε (Εικόνα 4):

$$\begin{cases} [\bar{u}_{\mu}](\bar{x}_0; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}_0) = 0, & \bar{x}_0 \in \Sigma \\ \bar{v}(\bar{x}_0) \times [\bar{u}_{\mu}](\bar{x}_0; t) = \nabla_{\Sigma}\mu(\bar{x}_0; t) \times \bar{v}(\bar{x}_0) = \bar{\gamma}(\bar{x}_0; t), & \bar{x}_0 \in \Sigma \end{cases} \quad (6)$$

όπου το $\bar{\gamma}(\cdot; t)$ συμβολίζει την ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας και $\nabla_{\Sigma}(\cdot) = (\nabla(\cdot) \cdot \bar{\tau}_{\Sigma}) \cdot \bar{\tau}_{\Sigma}$ τον επιφανειακό διαφορικό τελεστή. Έτσι από τις (5) και

$$\begin{cases} [\bar{u}_{\mu}](\bar{x}_0; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}_0) = 0, & \bar{x}_0 \in \Sigma \\ \bar{v}(\bar{x}_0) \times [\bar{u}_{\mu}](\bar{x}_0; t) = \nabla_{\Sigma}\mu(\bar{x}_0; t) \times \bar{v}(\bar{x}_0) = \bar{\gamma}(\bar{x}_0; t), & \bar{x}_0 \in \Sigma \end{cases} \quad (6) \text{ προκύπτει ότι η διπολική επιφάνεια στην πραγματικότητα αντιστοιχεί με ένα φύλλο στροβιλότητας, δηλαδή μια επιφάνεια ασυνέχειας της εφαπτομενικής ταχύτητας.}$$

$$\varphi(\bar{x}_0; t) = - \int_{\Sigma} \frac{\mu(\bar{x}; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}) \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} d\Sigma(\bar{x})$$

Εφαρμόζοντας τώρα την αναπαράσταση (4) για το χωρίο D που αποτελεί το πεδίο ροής των N_B σωμάτων παίρνουμε την ακόλουθη σχέση για το δυναμικό διαταραχής $\varphi(\bar{x}_0; t)$, $\bar{x}_0 \in D$:

$$\varphi(\bar{x}_0; t) = - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_k} \mu_k(\bar{x}; t) \frac{\bar{v}(\bar{x}) \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} dS(\bar{x}) \quad (I)$$

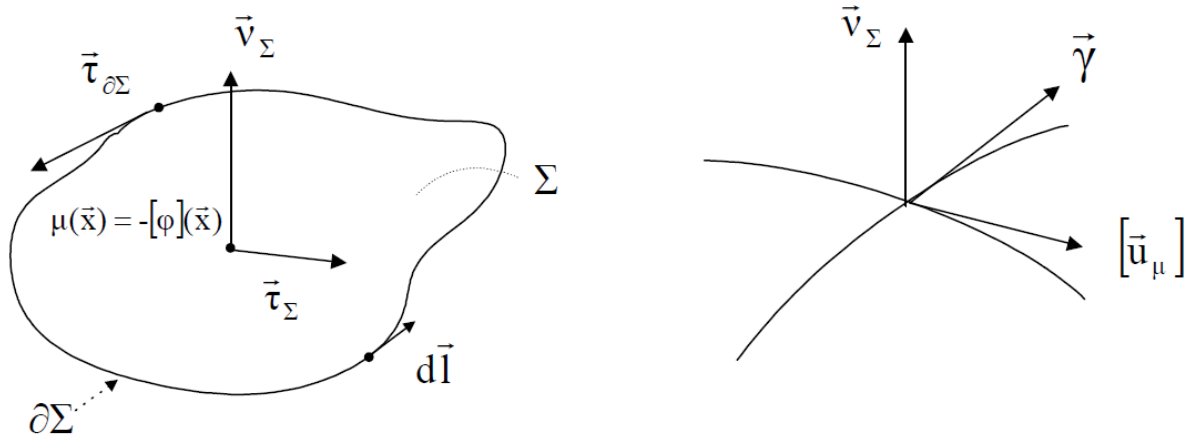
(7)

$$- \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_{wk}} \mu_{wk}(\bar{x}; t) \frac{\bar{v}_w(\bar{x}) \cdot (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} dS_w(\bar{x}) \quad (II)$$

στην οποία

$\mu_k(\cdot; t)$ είναι η διανομή διπόλων πάνω στο k λεπτό ανωστικό σώμα

$\mu_{wk}(\cdot; t)$ είναι η διανομή διπόλων στον ομόρρου του k σώματος.



Εικόνα 4 – Συμβολισμοί για μια επιφάνεια ασυνέχειας της ταχύτητας.

Για τον προσδιορισμό λοιπόν του δυναμικού και επομένως και της ταχύτητας σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου D απαιτείται να γνωρίζουμε τις άγνωστες διανομές $\mu_k(\cdot; t)$ και $\mu_{wk}(\cdot; t)$ καθώς και τη γεωμετρία των ελεύθερα εξελισσόμενων ομόρρων S_{wk} . Για τον προσδιορισμό των παραπάνω αγνώστων χρησιμοποιούμε δύο ειδών συνθήκες:

- (α) *κινηματικές συνθήκες*, όπως τη συνθήκη μη εισχώρησης του ρευστού σε όλες τις στερεές επιφάνειες και τη συνθήκη υλικής κίνησης όλων των ελεύθερων φύλλων στροβιλότητας.
- (β) *δυναμικές συνθήκες*, όπως τη συνθήκη μηδενικής ασυνέχειας της πίεσης κατά μήκος των ελεύθερων φύλλων στροβιλότητας.

Αν τώρα υποθέσουμε ότι $\bar{U}_{Bk}(\cdot; t)$ είναι το διάνυσμα της ταχύτητας κίνησης του κάθε σώματος k τότε η συνθήκη μη εισχώρησης για το σώμα αυτό γράφεται στη μορφή:

$$\bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0;t) \cdot \nabla \varphi(\bar{\mathbf{x}}_0;t) = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0;t) = \bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0;t) \cdot (\bar{\mathbf{U}}_{Bk} - \bar{\mathbf{U}}_{\infty} - \bar{\mathbf{U}}_w), \quad \bar{\mathbf{x}}_0 \in S_k, \quad k=1, N_B \quad (8)$$

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας του πεδίου διαταραχής χρησιμοποιείται η σχέση (5)η οποία καταλήγει σε μια πολύ εύχρηστη μορφή αν υποθέσουμε τμηματικά σταθερή διανομή διπόλων πάνω στην επιφάνεια των στερεών σωμάτων και των ομόρρων τους. Σε αυτήν την περίπτωση ο πρώτος όρος στο δεύτερο μέλος της (5)απαλείφεται και ο δεύτερος όρος που απομένει αντιστοιχεί στην συνεισφορά από έναν κλειστό δινοσωλήνα (δινόπέταλο) που ορίζεται κατά μήκος του $\partial \Sigma$ (συνόρου του Σ).

Έστω τώρα ότι η,

$$\bar{\mathbf{x}}_w \in S_w : \quad \bar{\mathbf{x}}_w = \bar{\mathbf{x}}_w(\xi^1, \xi^2; t), \quad \xi^1 \in [-1,1], \quad \xi^2 \geq 0, \quad t \geq 0 \quad (9)$$

εκφράζει μια παραμετρική αναπαράσταση του κάθε φύλλου στροβιλότητας S_w (Εικόνα 5). Η S_w μπορεί να θεωρηθεί ως μία επιφάνεια η οποία σχηματίζεται από μία ακολουθία υλικών γραμμών που εκφεύγουν από την γραμμή εκφυγής. Θέλοντας να ακολουθήσουμε την ιστορία αποβολής της στροβιλότητας από την ακμή εκφυγής, υποθέτουμε ότι κάθε σημείο $\bar{\mathbf{x}}_w(\xi^1, \xi^2; t)$ πάνω στην S_w λαμβάνεται ως η θέση ενός υλικού στοιχείου στο χρόνο t το οποίο έχει ως χαρακτηριστικό ότι απελευθερώθηκε από την ακμή εκφυγής τη χρονική στιγμή ξ^2 και από ένα σημείο κατά μήκος αυτής που ορίζεται από την παράμετρο ξ^1 . Συνέπεια των παραπάνω είναι ότι το διάνυσμα $\bar{\mathbf{x}}_w(\xi^1, t; t)$ παριστάνει την θέση της γραμμής αποβολής τη χρονική στιγμή t . Επιπλέον οι γραμμές σταθερού ξ^1 σχηματίζονται από τα υλικά εκείνα στοιχεία τα οποία απελευθερώθηκαν στον ομόρρου από την ίδια θέση της ακμής εκφυγής.

Η εξέλιξη του ομόρρου $S_w(t)$ στο χρόνο καθορίζεται από τις ακόλουθες εξισώσεις κίνησης:

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}_w(\xi; t)}{dt} = \bar{\mathbf{U}}_m(\bar{\mathbf{x}}_w; t), \quad \xi = (\xi^1, \xi^2) \quad (10)$$

καθώς και από τη συνθήκη μηδενικού πηδήματος της πίεσης κατά μήκος αυτού.

Αν εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της πάνω και της κάτω πλευράς του $S_w(t)$ για ένα σημείο $\bar{\mathbf{x}}_w$, υποθέτοντας ότι $[p](\bar{\mathbf{x}}_w; t) = 0$ παίρνουμε.

$$\frac{\partial [\varphi]}{\partial t}(\bar{\mathbf{x}}_w; t) + \bar{\mathbf{U}}_m(\bar{\mathbf{x}}_w; t) \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{\mu}](\bar{\mathbf{x}}_w; t) = 0 \quad (11)$$

όπου $\bar{\mathbf{U}}_m(\cdot; t)$ και $[\bar{\mathbf{u}}_{\mu}](\cdot; t)$ είναι η μέση ταχύτητα και το πήδημα της ταχύτητας κατά μήκος της $S_w(t)$.

Με βάση τα όσα έχουμε πει, η $\frac{d\bar{\mathbf{x}}_w(\xi; t)}{dt} = \bar{\mathbf{U}}_m(\bar{\mathbf{x}}_w; t), \quad \xi = (\xi^1, \xi^2)$ (10)γράφεται:

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}_w(\xi; t)}{dt} = \bar{\mathbf{U}}_m(\bar{\mathbf{x}}_w; t) = \bar{\mathbf{U}}_{\infty}(\bar{\mathbf{x}}_w; t) + \nabla \varphi(\bar{\mathbf{x}}_w; t) + \bar{\mathbf{U}}_w(\bar{\mathbf{x}}_w; t) \quad (12)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις $\mu(\bar{\mathbf{x}}) = -[\varphi](\bar{\mathbf{x}}), \quad \bar{\mathbf{x}} \in \Sigma$

$$(3) \text{ και } \begin{cases} [\bar{\mathbf{u}}_{\mu}](\bar{\mathbf{x}}_0; t) \cdot \bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0) = 0, & \bar{\mathbf{x}}_0 \in \Sigma \\ \bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0) \times [\bar{\mathbf{u}}_{\mu}](\bar{\mathbf{x}}_0; t) = \nabla_{\Sigma} \mu(\bar{\mathbf{x}}_0; t) \times \bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{x}}_0) = \bar{\boldsymbol{\gamma}}(\bar{\mathbf{x}}_0; t), & \bar{\mathbf{x}}_0 \in \Sigma \end{cases} \quad (6) \text{ έχουμε:}$$

$$\mu_w(\xi; t) = -[\varphi](\xi; t) \quad , \quad [\bar{u}_\mu](\xi; t) = \nabla_{S_w} \mu_w(\xi; t) \quad (13)$$

επίσης θεωρώντας ότι,

$$\frac{D}{Dt}(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t}(\cdot) + (\bar{U}_m \cdot \nabla_{S_w})(\cdot) \quad (14)$$

όπου $D/Dt(\cdot)$ η υλική παράγωγος, οπότε η $\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\bar{x}_w; t) + \bar{U}_m(\bar{x}_w; t) \cdot [\bar{u}_\mu](\bar{x}_w; t) = 0$ (11) γίνεται:

$$\frac{D\mu_w}{Dt} = 0 \quad (15)$$

Από την $\frac{D\mu_w}{Dt} = 0$ (15) προκύπτει άμεσα ότι η διανομή διπόλων που ορίζεται στο ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας του ομόρρου διατηρείται υλικά. Καταλήγουμε δηλαδή στο συμπέρασμα ότι η συνθήκη αυτή εκφράζει το θεώρημα του Kelvin και χρησιμοποιείται με δύο τρόπους. Πρώτα σε συμφωνία με τη χρονική ακολουθία εξέλιξης του φύλλου στροβιλότητας όπως αυτή ορίζεται μέσω της $\bar{x}_w \in S_w$: $\bar{x}_w = \bar{x}_w(\xi^1, \xi^2; t)$, $\xi^1 \in [-1, 1]$, $\xi^2 \geq 0$, $t \geq 0$ (9) οπότε και παίρνουμε ότι:

$$\mu_w(\bar{x}_w(\xi^1, \xi^2; t); t) = \mu_w(\bar{x}_w(\xi^1, \xi^2; \xi^2); \xi^2) \quad (16)$$

η οποία απλά υποδηλώνει ότι η ένταση της διανομής διπόλων που μεταφέρεται από ένα υλικό στοιχείο $\xi = (\xi^1, \xi^2)$ είναι ίδια με αυτή που το στοιχείο είχε τη στιγμή που απελευθερώθηκε από την

ακμή εκφυγής. Επίσης η $\frac{D\mu_w}{Dt} = 0$ (15) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό της έντασης της αποβαλλόμενης από την ακμή εκφυγής στροβιλότητας. Η συνθήκη επιβάλλει ίσες εντάσεις διπόλων $\mu_k(\cdot; t)$ και $\mu_{wk}(\cdot; t)$ για δύο σημεία, πάνω στο k πτερύγιο και τον ομόρρου του αντίστοιχα, και εκατέρωθεν της γραμμής εκφυγής.

Θεωρητικές μελέτες οι οποίες επιβεβαιώνονται και από πειράματα υποστηρίζουν ότι ένα ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας καθώς εξελίσσεται στο χρόνο χάνει τη λεία γεωμετρικά μορφή του εξαιτίας του ιδιόμορφου χαρακτήρα των ολοκληρωμάτων που περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του $\nabla\varphi(\bar{x}; t)$.

Για να υπερβούμε αυτή τη δυσκολία εισάγεται μια γενίκευση του πεδίου στροβιλότητας. Βασιζόμενοι στις (5) και $\begin{cases} [\bar{u}_\mu](\bar{x}_0; t) \cdot \bar{v}(\bar{x}_0) = 0, & \bar{x}_0 \in \Sigma \\ \bar{v}(\bar{x}_0) \times [\bar{u}_\mu](\bar{x}_0; t) = \nabla_\Sigma \mu(\bar{x}_0; t) \times \bar{v}(\bar{x}_0) = \bar{\gamma}(\bar{x}_0; t), & \bar{x}_0 \in \Sigma \end{cases}$ (6) το γενικευμένο πεδίο στροβιλότητας που σχετίζεται με το φύλλο στροβιλότητας $S_w(t)$ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{S_w}(\bar{x}; t) = \nabla \times \bar{u}_\mu(\bar{x}; t) = & \underbrace{\delta_{S_w}(\bar{x} - \bar{x}_{S_w}) \cdot [\nabla \mu_w(\bar{x}_{S_w}; t) \times \bar{v}(\bar{x}_{S_w}; t)]}_{\text{επιφανειακή διανομή στροβιλότητας}} \\ & + \underbrace{\delta_{\partial S_w}(\bar{x} - \bar{x}_{\partial S_w}) \cdot \bar{\tau}(\bar{x}_{\partial S_w}; t) \cdot \mu_w(\bar{x}_{S_w}; t)}_{\text{γραμμική διανομή στροβιλότητας}} \end{aligned} \quad (17)$$

όπου με δ_{S_w} και $\delta_{\partial S_w}$ συμβολίζουμε την επιφανειακή και γραμμική συνάρτηση Dirac οι οποίες ορίζονται στο εσωτερικό και στο σύνορο της $S_w(t)$ αντίστοιχα και $\bar{\tau}(\cdot; t)$ το μοναδιαίο εφαπτομενικό

διάνυσμα στο σύνορο $\partial S_w(t)$ της $S_w(t)$ (Εικόνα 6). Σημειώνεται ότι αν η ένταση των διπόλων στον ομόρρου ληφθεί τμηματικά σταθερή τότε ο επιφανειακός όρος της

$$\vec{\omega}_{S_w}(\vec{x}; t) = \nabla \times \vec{u}_\mu(\vec{x}; t) = \underbrace{\delta_{S_w}(\vec{x} - \vec{x}_{S_w}) \cdot [\nabla \mu_w(\vec{x}_{S_w}; t) \times \vec{v}(\vec{x}_{S_w}; t)]}_{\text{επιφανειακή διανομή στροβιλότητας}}$$

$$+ \underbrace{\delta_{\partial S_w}(\vec{x} - \vec{x}_{\partial S_w}) \cdot \vec{\tau}(\vec{x}_{\partial S_w}; t) \cdot \mu_w(\vec{x}_{S_w}; t)}_{\text{γραμμική διανομή στροβιλότητας}}$$

(17) απαλείφεται. Η παραπάνω

γενίκευση επιτρέπει την εφαρμογή στον ομόρρου μιας στοιχειακής προσέγγισης με σημειακά στοιχεία στροβιλότητας.

3.3 Το αριθμητικό πρότυπο

Έστω ότι σε κάθε σώμα S_k καθώς και στον ομόρρου του S_{wk} ορίζεται πλέγμα το οποίο διαιρεί το σώμα σε τμήματα S_k^e , $e = 1, E_k$ και τον ομόρρου του σε S_{wk}^e , $e = 1, E_{wk}$ (όπου E_k και E_{wk} το πλήθος των τμημάτων πάνω στο σώμα k και τον ομόρρου του) με σύνορα ∂S_k^e και ∂S_{wk}^e αντίστοιχα (Εικόνα 6). Πάνω σε κάθε τμήμα του σώματος k και του ομόρρου του θεωρούμε χωρικά σταθερή διανομή διπόλων με εντάσεις $\mu_k^e(t)$ και $\mu_{wk}^e(t)$ αντίστοιχα. Κατ' αυτόν τον τρόπο η επαγόμενη ταχύτητα υπολογίζεται ως άθροισμα συνεισφορών από τα δινοπέταλα που ορίζονται σε κάθε ένα από τα τμήματα του πλέγματος. Συνεπώς,

$$\vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \nabla \varphi(\vec{x}_0; t) = \frac{\partial \varphi}{\partial v}(\vec{x}_0; t) = \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot (\vec{U}_{Bk} - \vec{U}_\infty - \vec{U}_w), \quad \vec{x}_0 \in S_k, \quad k = 1, N_B \quad (8)$$

που εκφράζει την

κινηματική συνθήκη μη εισχώρησης γράφεται στην μορφή:

$$\begin{aligned} & \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_k} \mu_k^e(t) \oint_{\partial S_k^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} = \\ & - \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \mu_{wk}^e(t) \oint_{\partial S_{wk}^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} + \\ & + \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot (\vec{U}_{Bk}(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_\infty(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_w(\vec{x}_0; t)) \end{aligned} \quad (18)$$

Η παραπάνω συνθήκη δίνει τις διακριτές εξισώσεις για τον υπολογισμό των αγνώστων εντάσεων των διπόλων $\mu_k^e(t)$, $e = 1, E_k$, $k = 1, N_B$. Αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή της

$$\begin{aligned} & \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_k} \mu_k^e(t) \oint_{\partial S_k^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} = \\ & - \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \mu_{wk}^e(t) \oint_{\partial S_{wk}^e} \frac{d\vec{l}(\vec{x}) \times (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi|\vec{x}_0 - \vec{x}|^3} + \end{aligned}$$

$+ \vec{v}(\vec{x}_0; t) \cdot (\vec{U}_{Bk}(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_\infty(\vec{x}_0; t) - \vec{U}_w(\vec{x}_0; t))$ (18) στο κέντρο \vec{x}_c^e του κάθε τμήματος του S_k , δηλαδή

για $\vec{x}_0 \equiv \vec{x}_c^e$. Όσον αφορά στις εντάσεις των διπόλων του ομόρρου $\mu_{wk}^e(t)$ αυτές υπολογίζονται εφαρμόζοντας την δυναμική συνθήκη μηδενικού πεδίου πίεσης

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\vec{x}_w; t) + \vec{U}_m(\vec{x}_w; t) \cdot [\vec{u}_\mu](\vec{x}_w; t) = 0 \quad (11)$$

που καταλήγει στη συνθήκη

$$\mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; t); t) = \mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; \xi^2); \xi^2) \quad (16)$$

Δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε μια τμηματικά σταθερή προσέγγιση της διανομής διπόλων, η εφαρμογή της $\mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; t); t) = \mu_w(\vec{x}_w(\xi^1, \xi^2; \xi^2); \xi^2)$ (16) σε όλα τα τμήματα του ομόρρου S_{wk}^e έχει ως

αποτέλεσμα την μείωση των εναπομεινάντων αγνώστων βαθμών ελευθερίας στις εντάσεις μ_{wk}^e των διπόλων που μεταφέρονται από τα τμήματα που μόλις αποβλήθηκαν στον ομόρρου και επομένως διανέμονται κατά μήκος της γραμμής εκφυγής. Οι υπόλοιποι βαθμοί ελευθερίας είναι γνωστοί από

προηγούμενους χρόνους. Επίσης η συνθήκη $\frac{D\mu_w}{Dt} = 0$ (15) όπως ήδη ειπώθηκε επιβάλλει ίσες τιμές των εντάσεων $\mu_k^e(t)$ και $\mu_{wk}^e(t)$ για τα τμήματα που βρίσκονται εκατέρωθεν της γραμμής εκφυγής. Με αυτό τον τρόπο συμπληρώνεται το σύστημα των εξισώσεων για τις άγνωστες εντάσεις $\mu_k^e(t)$ και $\mu_{wk}^e(t)$.

Η αριθμητική επίλυση του προβλήματος γίνεται με βηματική ολοκλήρωση στο πεδίο του χρόνου. Ας υποθέσουμε ότι το χρονικό βήμα που χρησιμοποιείται ισούται με Δt . Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση, όλη η πληροφορία που αφορά τα ελεύθερα φύλλα στροβιλότητας τα οποία συνιστούν τον ομόρρου του δρομέα, είναι γνωστή από προηγούμενα χρονικά βήματα. Αυτό δεν ισχύει μόνο για το κοντινό τμήμα, δηλαδή το τμήμα του ομόρρου που παράγεται στο τρέχον χρονικό βήμα. Για την καλύτερη αριθμητική διαχείριση του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα υβριδικό σχήμα στο οποίο χρησιμοποιούνται διαφορετικές προσεγγίσεις για το “κοντινό” και το “μακρινό” τμήμα του ομόρρου. Ειδικότερα μόνο για το κοντινό τμήμα του ομόρρου θεωρούμε ότι συνιστά φύλλο στροβιλότητας ενώ για το υπόλοιπο μακρινό τμήμα του, υποθέτουμε ότι διαμορφώνεται από ελεύθερα στοιχεία στροβιλότητας τα οποία έχουν παραχθεί σε προηγούμενες χρονικές στιγμές.

Με βάση την παραπάνω λογική έστω ότι τα S_{wk}^Δ , S_{wk}^* , $k=1, N_B$ αποτελούν το κοντινό και μακρινό τμήμα αντίστοιχα του φύλλου στροβιλότητας του k ανωστικού σώματος (Εικόνα 6). Ακολούθως το δυναμικό που συνολικά επάγεται από τον ομόρρου αναλύεται σε δύο όρους: το δυναμικό $\phi_w^\Delta(;\cdot;t)$ που επάγεται από το κοντινό τμήμα και το δυναμικό $\phi_w^*(;\cdot;t)$ που επάγεται από το μακρινό τμήμα. Έτσι το συνολικό δυναμικό διαταραχής γράφεται:

$$\phi(\bar{x};t) = \phi_b(\bar{x};t) + \phi_w^\Delta(\bar{x};t) + \phi_w^*(\bar{x};t) \quad (19)$$

$$\phi_b(\bar{x};t) = \sum_{k=1}^{N_B} \phi_{bk}(\bar{x};t)$$

$$\phi_w^\Delta(\bar{x};t) = \sum_{k=1}^{N_B} \phi_{wk}^\Delta(\bar{x};t)$$

$$\phi_w^*(\bar{x};t) = \sum_{k=1}^{N_B} \phi_{wk}^*(\bar{x};t)$$

όπου $\phi_b(\bar{x};t)$ το δυναμικό που επάγεται από τα σώματα. Όσον αφορά τον υπολογισμό της ταχύτητας,

όπως αυτή εκφράζεται από τη σχέση $\vec{u}(\bar{x};t) = \vec{U}_\infty(\bar{x};t) + \nabla\phi(\bar{x};t) + \vec{U}_w(\bar{x};t)$, $\bar{x} \in D$, $t \geq 0$

(2), το $\nabla\phi_w^*(;\cdot;t)$ λαμβάνεται στο στροβιλό τμήμα της. Η σχέση που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό αυτού του στροβιλού τμήματος $\vec{U}_w(;\cdot;t)$, που στην περίπτωση μας αφορά τον μακρινό ομόρρου, είναι η:

$$\bar{U}_w(\bar{x}_0; t) = \int_{D_w(\bar{x}; t)} \frac{\bar{\omega}_w(\bar{x}; t) \times (\bar{x}_0 - \bar{x})}{4\pi|\bar{x}_0 - \bar{x}|^3} dD(\bar{x}) \quad (20)$$

όπου $D_w(\cdot; t)$ είναι το χωρίο στο οποίο διανέμεται η ελεύθερη στροβιλότητα $\bar{\omega}_w(\cdot; t)$ η οποία

$$\bar{\omega}_{S_w}(\bar{x}; t) = \nabla \times \bar{u}_\mu(\bar{x}; t) = \underbrace{\delta_{S_w}(\bar{x} - \bar{x}_{S_w}) \cdot [\nabla \mu_w(\bar{x}_{S_w}; t) \times \bar{v}(\bar{x}_{S_w}; t)]}_{\text{επιφανειακή διανομή στροβιλότητας}}$$

$$+ \underbrace{\delta_{\partial S_w}(\bar{x} - \bar{x}_{\partial S_w}) \cdot \bar{\tau}(\bar{x}_{\partial S_w}; t) \cdot \mu_w(\bar{x}_{S_w}; t)}_{\text{γραμμική διανομή στροβιλότητας}}$$

σύμφωνα και με την
τη σχέση:

(17) δίνεται από

$$\bar{\omega}_w(\bar{x}; t) = \nabla \times \bar{U}_w(\bar{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \delta_{\partial S_{wk}^e}(\bar{x} - \bar{x}_{wk}) \cdot \mu_{wk}^e(t) \cdot \bar{\tau}_{wk}^e(\bar{x}_w; t) \quad (21)$$

όπου μόνο ο όρος της γραμμικής στροβιλότητας διατηρείται λόγω της τμηματικά σταθερής διανομής του $\mu_{wk}(\bar{x}; t)$.

Το $\bar{\omega}_w(\cdot; t)$ με τη μορφή στοιχείων στροβιλότητας προσεγγίζεται από τη σχέση:

$$\bar{\omega}_w(\bar{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \bar{\Omega}_j(t) \cdot \zeta_\epsilon(\bar{x} - \bar{Z}_j(t)) \quad (22)$$

στην οποία τα $\bar{\Omega}_j(t)$ και $\bar{Z}_j(t)$ συμβολίζουν τις εντάσεις και τις θέσεις των στοιχείων στροβιλότητας και $J(t)$ είναι ένας δείκτης που υποδηλώνει το πλήθος των στοιχείων στροβιλότητας και ο οποίος αυξάνει με το χρόνο καθώς νέα στοιχεία γεννιούνται. Επίσης ζ_ϵ είναι η συνάρτηση αποκοπής (συνάρτηση φίλτρου) των στοιχείων στροβιλότητας (Βουτσινάς (1990)) :

$$\zeta_\epsilon(\bar{r}_j) = \frac{1}{\epsilon^3} e^{\left(\frac{|\bar{r}_j|}{\epsilon}\right)^3}, \quad \bar{r}_j = \bar{x} - \bar{Z}_j(t) \quad (23)$$

και ϵ το μήκος αποκοπής των στοιχείων.

Η σχέση $\varphi(\bar{x}; t) = \varphi_b(\bar{x}; t) + \varphi_w^\Delta(\bar{x}; t) + \varphi_w^*(\bar{x}; t)$ (19) για την ταχύτητα, με τη βοήθεια της

$$\bar{\omega}_w(\bar{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \bar{\Omega}_j(t) \cdot \zeta_\epsilon(\bar{x} - \bar{Z}_j(t))$$

(22) γράφεται στη διακριτή μορφή:

$$\bar{U}_w(\bar{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\bar{\Omega}_j(t) \times (\bar{x} - \bar{Z}_j(t))}{4\pi|\bar{x} - \bar{Z}_j(t)|^3} \cdot \left(1 - e^{-\frac{|\bar{x} - \bar{Z}_j(t)|^3}{\epsilon^3}} \right) \quad (24)$$

Έτσι με τη χρήση της παραπάνω στοιχειακής προσέγγισης για την αναπαράσταση του ομόρρου, αντί να προσδιορίζουμε την γεωμετρία του κάθε φύλλου στροβιλότητας καθώς και τη διανομή διπόλων που αυτό μεταφέρει, παρακολουθούμε την εξέλιξη των ελεύθερων στοιχείων στροβιλότητα στο χώρο και το χρόνο βασιζόμενοι στις παρακάτω κινηματικές και δυναμικές εξισώσεις:

$$\frac{D\bar{Z}_j(t)}{Dt} = \bar{u}(\bar{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (25)$$

$$\frac{D\bar{\Omega}_j(t)}{Dt} = (\bar{\Omega}_j(t) \cdot \nabla) \cdot \bar{u}(\bar{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (26)$$

$$\bar{U}_w(\bar{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\bar{\Omega}_j(t) \times (\bar{x} - \bar{Z}_j(t))}{4\pi|\bar{x} - \bar{Z}_j|^3} \cdot \left(1 - e^{-\frac{|\bar{x} - \bar{Z}_j(t)|^3}{\epsilon^3}} \right) \quad (24) \text{ και } \frac{D\bar{Z}_j(t)}{Dt} = \bar{u}(\bar{Z}_j; t), \quad j \in J(t)$$

Οι εξισώσεις

(25)αφορούν μόνο στο μακρινό τμήμα του ομόρρου. Για το κοντινό τμήμα το οποίο έχουμε υποθέσει ότι αποτελεί φύλλο στροβιλότητας ακολουθούμε διαφορετική προσέγγιση. Αν \bar{U}_{em} είναι η μέση ταχύτητα πάνω και κάτω πλευράς κατά μήκος της ακμής εκφυγής \bar{X}_{em} του κάθε ανωστικού σώματος, τότε η γεωμετρία του κοντινού ομόρρου S_w^Δ καθορίζεται από την ακόλουθη κινηματική συνθήκη:

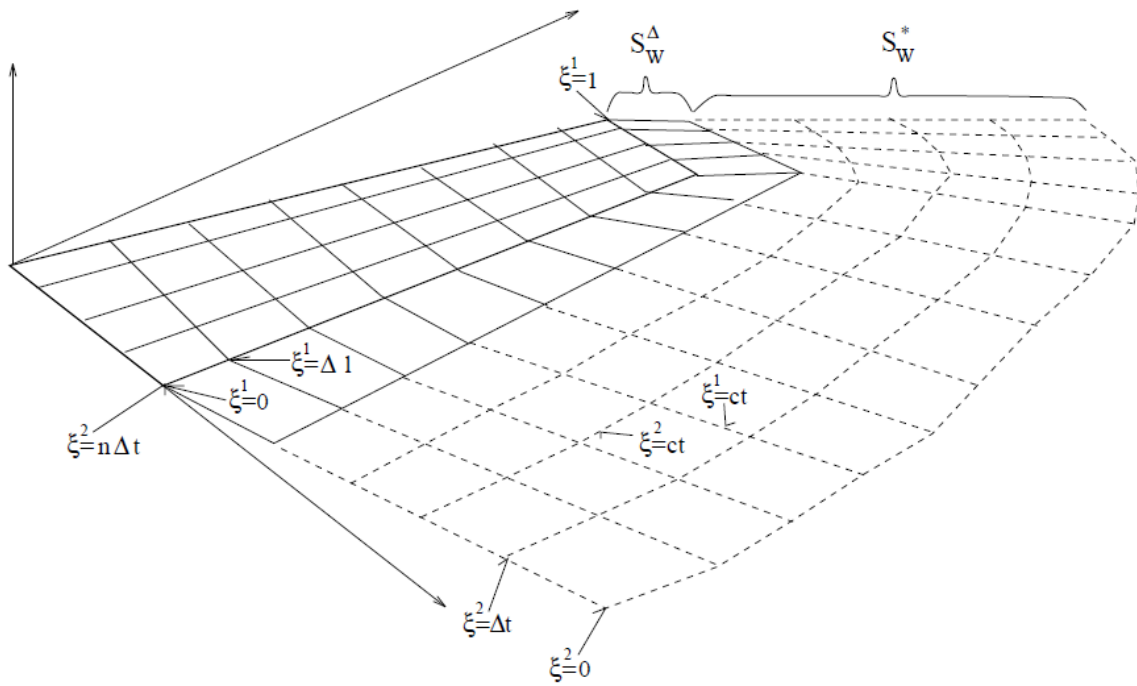
$$\bar{X}^\Delta = \bar{X}_{em} + \Delta t \cdot \bar{U}_{em} \quad (27)$$

όπου το $\bar{X}^\Delta - \bar{X}_{em}$ εκφράζει το εύρος του S_{wk}^Δ σε διανυσματική μορφή (βλέπε Εικόνα 7). Η διανομή διπόλων στα τμήματα του κοντινού ομόρρου καθορίζεται από τη συνθήκη Kelvin η οποία όπως έχουμε πει εκφράζει ότι οι εντάσεις των διπόλων του κοντινού ομόρρου είναι ίσες με τις εντάσεις των διπόλων των παρακείμενων τμημάτων πάνω στο σώμα και κατά μήκος της γραμμής εκφυγής.

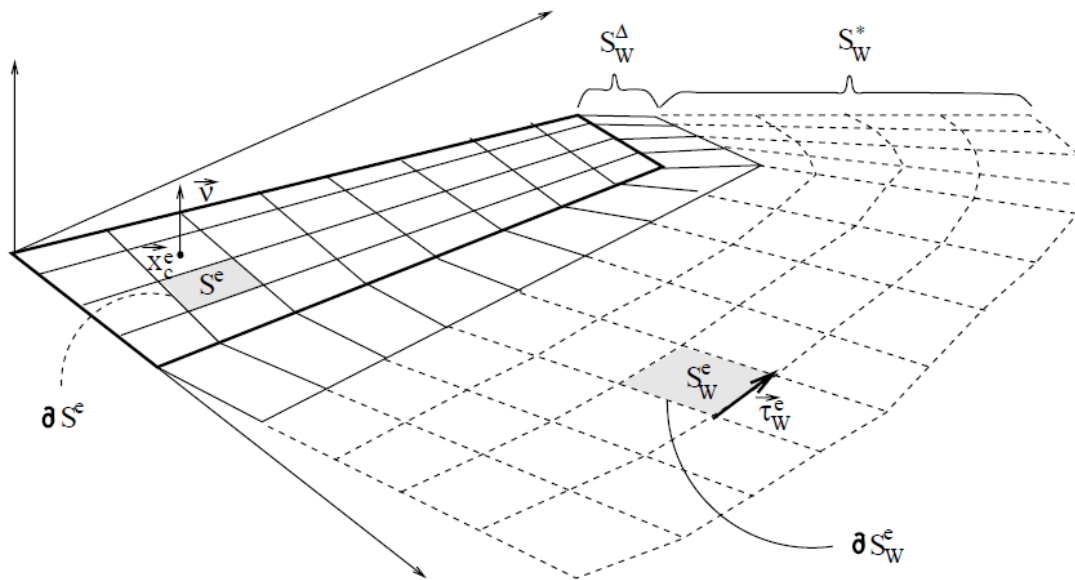
Λόγω του μη μόνιμου χαρακτήρα του προβλήματος, τα ελεύθερα στοιχεία στροβιλότητας του μακρινού ομόρρου δημιουργούνται σταδιακά, σε κάθε χρονικό βήμα, από την ολοκλήρωση της στροβιλότητας που μεταφέρουν τα τμήματα του κοντινού ομόρρου. Για τον προσδιορισμό της έντασης του κάθε στοιχείου στροβιλότητας καθώς και της θέσης του τη στιγμή που αυτό γεννιέται χρησιμοποιούμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\bar{\Omega}_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \bar{\omega}_w dS_w, \quad \bar{\Omega}_j \times \bar{Z}_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \bar{\omega}_w \times \bar{x} dS_w \quad (28)$$

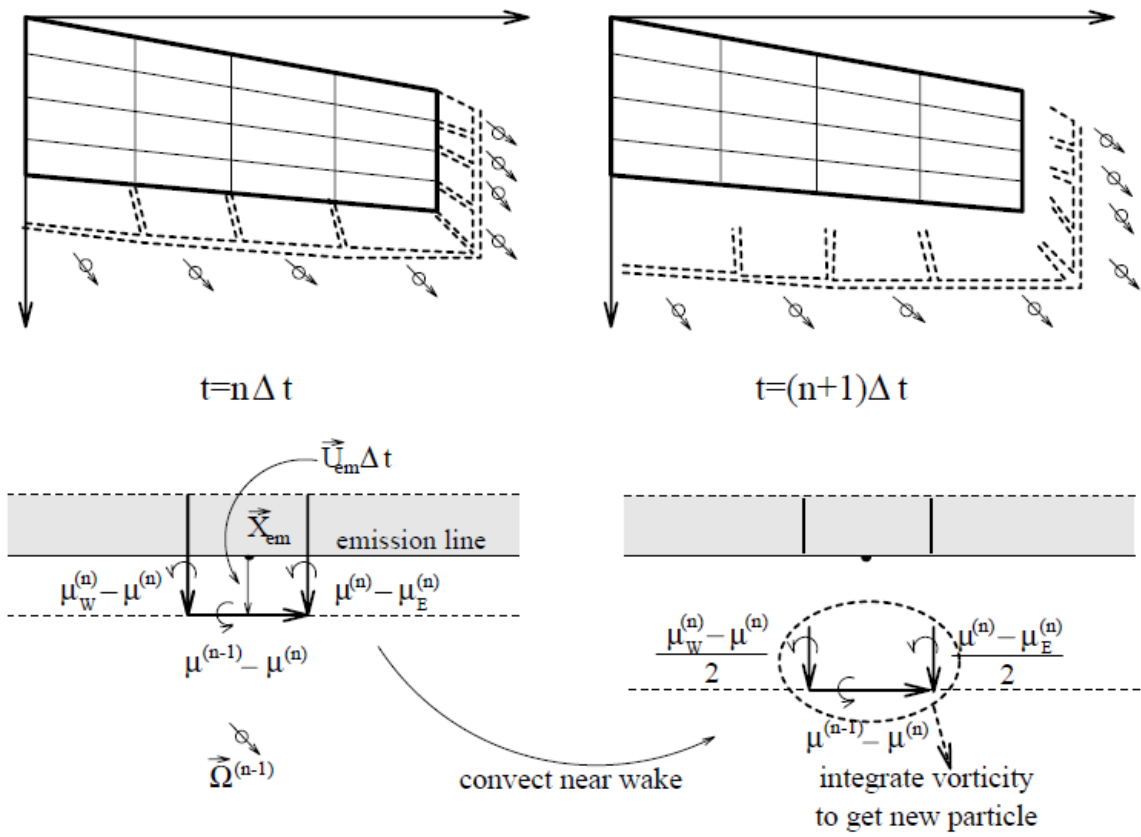
όπου $S_{wk}^{\Delta e} e = 1, E_{wk}^\Delta$ τα τμήματα του κοντινού ομόρρου του k σώματος. Με αυτό τον τρόπο η στροβιλότητα κάθε τμήματος $S_{wk}^{\Delta e}$ ολοκληρώνεται για να δώσει ένα στοιχείο στροβιλότητας.



Εικόνα 5 – Συμβολισμοί για τον ομόρρου ενός ανωστικού σώματος.



Εικόνα 6 – Οι συμβολισμοί για το πλέγμα στο ανώστικό σώμα και τον ομόρρο.



Εικόνα 7 – Το υβριδικό σχήμα για την αναπαράσταση του ομόρρου.

3.4 Υπολογισμός των αεροδυναμικών δυνάμεων

Για τον υπολογισμό των μη μόνιμων αεροδυναμικών φορτίων πάνω σε κάθε ανωστική επιφάνεια του δρομέα δίνονται δύο εναλλακτικές δυνατότητες. Στην πρώτη τα φορτία υπολογίζονται με απ'ευθείας χρήση της εξίσωσης Bernoulli. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της πάνω και της κάτω πλευράς του πτερυγίου στο τυχαίο σημείο $\bar{x} \in S_k$ παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση για το πηδύμα της πίεσης κατά μήκος της επιφάνειας του πτερυγίου:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\bar{x};t) + \bar{U}_m(\bar{x};t) \cdot [\bar{u}](\bar{x};t) = -\frac{[p]}{\rho} \quad (29)$$

όπου $-[\varphi]=\mu$ η διανομή διπόλων πάνω στην πτέρυγα, $\bar{U}_m(\cdot;t)$ η μέση ταχύτητα μεταξύ πάνω και κάτω πλευράς, $[\bar{u}](\cdot;t) = \nabla[\varphi](\cdot;t)$ η τοπική ασυνέχεια της ταχύτητας και $[p]$ το πηδύμα της πίεσης. Για τον υπολογισμό του $[\bar{u}](\cdot;t) = -\nabla\mu(\cdot;t)$ χρησιμοποιείται ένα μηδενικής τάξης σχήμα διαφορών, λόγω της τμηματικά σταθερής διανομής του μ .

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\bar{x};t) + \bar{U}_m(\bar{x};t) \cdot [\bar{u}](\bar{x};t) = -\frac{[p]}{\rho}$$

Στο διακριτό πρόβλημα η ρ (29) λαμβάνεται σε κάθε σημείο ελέγχου (δηλαδή στο κέντρο κάθε τμήματος) του k σώματος. Αν υποθέσουμε ότι $[p]_k^e$, $e=1, E_k$, $k=1, N_B$ είναι το υπολογιζόμενο πηδύμα της πίεσης σε κάθε σημείο ελέγχου του k σώματος, η δύναμη πάνω σε κάθε τμήμα e είναι:

$$\bar{F}_k^e(t) = \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e$$

Η διανομή της δύναμης κατά μήκος του πτερυγίου, προκύπτει από την ολοκλήρωση των δυνάμεων σε κάθε στοιχείο (λωρίδα) του πτερυγίου και δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{F}_{strip}(t) = \sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \quad (30)$$

$$F_{n\ strip} = \left(\sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \right) \cdot \bar{e}_n \quad F_{t\ strip} = \left(\sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \right) \cdot \bar{e}_t$$

όπου \bar{e}_n , \bar{e}_t το μοναδιαίο κάθετο και παράλληλο στο επίπεδο το δρομέα διάνυσμα αντίστοιχα. Στην

$$\bar{F}_{strip}(t) = \sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e$$

δεύτερη των (30) η άθροιση γίνεται πάνω στο πλήθος των τμημάτων που απαρτίζουν το κάθε στοιχείο του πτερυγίου.

Αντίστοιχα η ροπή στρέψης του κάθε στοιχείου του πτερυγίου δίνεται από τη σχέση:

$$M_{strip} = \left(\sum_e (\bar{r}_0^e \times \bar{v}_k^e) \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \right) \cdot \bar{e}_p \quad (31)$$

στην οποία \bar{e}_0^e το διάνυσμα θέσης του εκάστοτε σημείου ελέγχου ως προς τον διαμήκη άξονα του πτερυγίου, γύρω από τον οποίο υπολογίζεται η ροπή στρέψης, και \bar{e}_p το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος αυτού του άξονα.

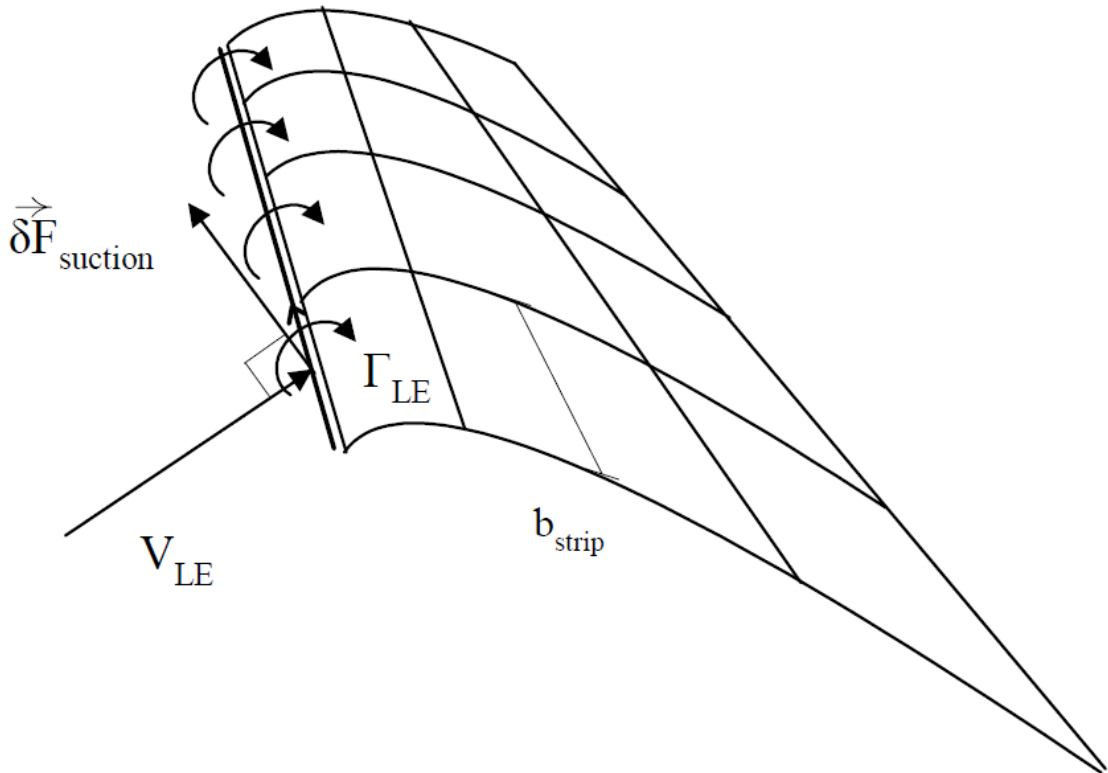
Λόγω του ιδιόμορφου χαρακτήρα της ροής (απειρισμός της ταχύτητας) στην ακμή πρόσπτωσης της πτέρυγας, μία επιπλέον δύναμη “αναρρόφησης” (suction force) προστίθεται στη δύναμη που

$$\bar{F}_{\text{strip}}(t) = \sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e$$

υπολογίζονται μέσω της (30). Η δύναμη αυτή υπολογίζεται με τη βοήθεια του θεωρήματος Joukowski:

$$\delta \bar{F}_{\text{suction}} = \rho \bar{V}_{LE} \times \bar{\Gamma}_{LE} \cdot \mathbf{b}_{\text{strip}} \quad (32)$$

και αναπαριστά την επαγόμενη αντίσταση του πτερυγίου. Στην $\delta \bar{F}_{\text{suction}} = \rho \bar{V}_{LE} \times \bar{\Gamma}_{LE} \cdot \mathbf{b}_{\text{strip}}$ (32) \bar{V}_{LE} συμβολίζει το διάνυσμα της ταχύτητας υπολογισμένο κατά μήκος της ακμής πρόσπτωσης του πτερυγίου και $\bar{\Gamma}_{LE}$ το διάνυσμα του στροβίλου που διέρχεται από την ακμή πρόσπτωσης, ενώ $\mathbf{b}_{\text{strip}}$ είναι το εύρος της κάθε λωρίδας (βλέπε Εικόνα 8).



Εικόνα 8 – Ο Υπολογισμός της δύναμης αναρρόφησης.

Τα φορτία που υπολογίζονται μέσω των παραπάνω σχέσεων δεν συμπεριλαμβάνουν τις επιδράσεις λόγω συνεκτικότητας, όπως και την επίδραση της αποκόλλησης της ροής που γίνεται όλο και ισχυρότερη καθώς οι γωνίες πρόσπτωσης αυξάνουν. Μια εναλλακτική λύση υπολογισμού των

φορτίων, ώστε να λαμβάνονται υπόψη σε αυτά τέτοιου είδους επιδράσεις, στηρίζεται στη χρήση ενός a-posteriori σχήματος, ανάλογου αυτού που ακολουθείται στη μέθοδο στοιχείων περύγωσης. Το σχήμα αυτό βασίζεται στον προσδιορισμό της φαινόμενης γωνίας πρόσπτωσης και ταχύτητας σε κάθε στοιχείο του περυγίου, μέσω των οποίων προσδιορίζονται τελικά οι δυνάμεις. Αρχικά υπολογίζουμε το διάνυσμα της συνολικής “μη συνεκτικής” δύναμης με τη χρήση των σχέσεων

$$\bar{F}_{strip}(t) = \sum_e \bar{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e \quad (30) \text{ και } \delta \bar{F}_{suction} = \rho \bar{V}_{LE} \times \bar{\Gamma}_{LE} \cdot b_{strip} \quad (32).$$

Στη συνέχεια βάσει του θεωρήματος Joukowski, καθορίζεται η κατεύθυνση του διανύσματος της φαινόμενης ταχύτητας σε κάθε “λωρίδα” του περυγίου ως η κάθετη στο διάνυσμα της δύναμης. Με αυτόν τον τρόπο προσδιορίζεται η γωνία πρόσπτωσης της επερχόμενης ροής σε κάθε “λωρίδα” του περυγίου και μέσω αυτής και μετρημένων καμπυλών για τα C_L , C_D και C_m υπολογίζονται οι δυνάμεις, και η ροπή στρέψης από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} F_{n\ strip} &= \frac{\rho}{2} C_n(\alpha) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} = \frac{\rho}{2} \cdot (C_L(\alpha) \cdot \cos\phi + C_D(\alpha) \cdot \sin\phi) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} \\ F_{t\ strip} &= \frac{\rho}{2} C_t(\alpha) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} = \frac{\rho}{2} \cdot (C_L(\alpha) \cdot \sin\phi - C_D(\alpha) \cdot \cos\phi) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} \quad (33) \\ M_{strip} &= \frac{\rho}{2} C_m(\alpha) \cdot W^2 \cdot c^2 \cdot b_{strip} \end{aligned}$$

Σημειώνεται ότι στις

$$\begin{aligned} F_{n\ strip} &= \frac{\rho}{2} C_n(\alpha) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} = \frac{\rho}{2} \cdot (C_L(\alpha) \cdot \cos\phi + C_D(\alpha) \cdot \sin\phi) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} \\ F_{t\ strip} &= \frac{\rho}{2} C_t(\alpha) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} = \frac{\rho}{2} \cdot (C_L(\alpha) \cdot \sin\phi - C_D(\alpha) \cdot \cos\phi) \cdot W^2 \cdot c \cdot b_{strip} \\ M_{strip} &= \frac{\rho}{2} C_m(\alpha) \cdot W^2 \cdot c^2 \cdot b_{strip} \end{aligned} \quad (33) \text{ εκτός από}$$

την κατεύθυνση της φαινόμενης ταχύτητας απαραίτητη είναι και η γνώση του μέτρου της W . Αυτό είναι δυνατό να προσδιοριστεί με διάφορους τρόπους. Στη πράξη η καλύτερη δυνατή συμφωνία με πειραματικά δεδομένα επιτυγχάνεται όταν η W (ως μέτρο μόνο) λαμβάνεται ως η μέση τιμή των μέσων ταχυτήτων \bar{U}_m κατά μήκος της εκάστοτε “λωρίδας”.

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφέρουμε ότι η διόρθωση των φορτίων τόσο την περίπτωση χωρίς flap όσο και με flap γίνεται χρησιμοποιώντας το μοντέλο ONERA, το οποίο χρησιμοποιούμε και στο FOILFS.

3.5 Περίληψη του μοντέλου ONERA

Σε μερικές περιπτώσεις προσομοίωσης ανεμογεννητριών (λ.χ. άεργη ανεμογεννήτρια – idling simulation), χρειαζόμαστε ένα αεροδυναμικό μοντέλο που μπορεί να υπολογίζει τα εξωτερικά φορτία σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπου έχουμε εισέλθει στην περιοχή της αποκόλλησης. Τέτοια

μοντέλα έχουν αναπτυχθεί μόνο για δισδιάστατα σώματα και βασίζονται όλα σε εμπειρικές ή ημί-εμπειρικές σχέσεις.

Το μοντέλο ONERA είναι ένα τέτοιο εργαλείο, βασιζόμενο σε εμπειρικές σχέσεις και ένα μαθηματικό μοντέλο που απαρτίζεται από μερικές διαφορικές εξισώσεις. Το κύριο πλεονέκτημα αυτού του εργαλείου είναι ότι οι διαφορικές εξισώσεις που το περιγράφουν είναι εύκολα γραμμικοποιήσιμες, και συνεπώς είναι εύκολο να φτιαχτεί μια υπορουτίνα που να προσδιορίζει τα αποτελέσματα της δυναμικής αποκόλλησης στα αεροδυναμικά φορτία.

Στην παρακάτω Εικόνα φαίνεται μια τυπική καμπύλη C_L - αεροτομής. Σύμφωνα με το μοντέλο ONERA μπορούμε να υπολογίσουμε την άνωση L ως το άθροισμα δύο όρων: L_{lin} και L_{st} . Ο πρώτος αντιστοιχεί στην γραμμική περιοχή της καμπύλης, ενώ ο δεύτερος στη μη γραμμική περιοχή. Συνεπώς:

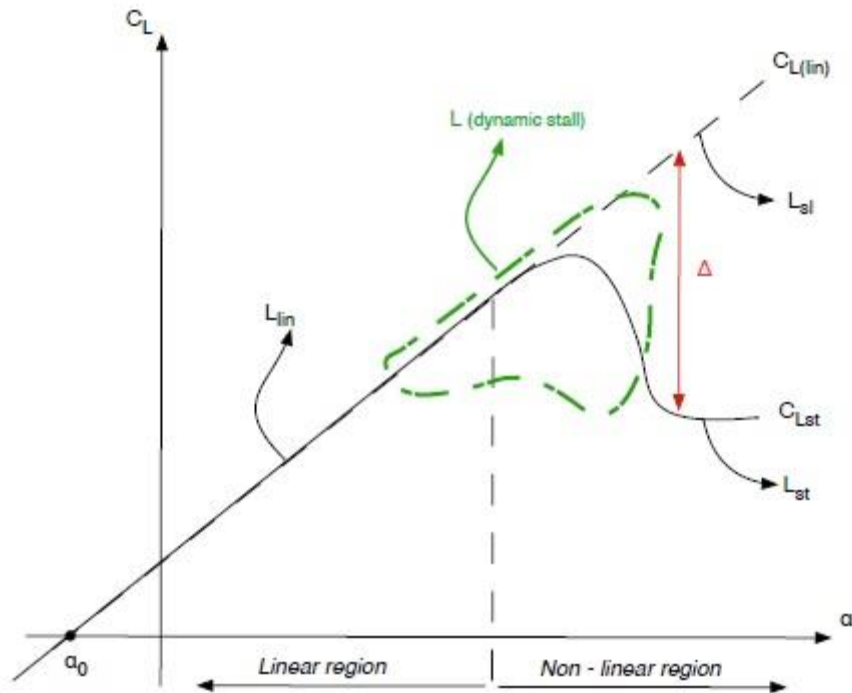
$$L = L_{lin} + L_{st}$$

Όπου:

$$\frac{dL_{lin}}{dt} + \lambda L_{lin} = \lambda L_{sl} + (\lambda s + \sigma) \frac{da}{dt} + s \frac{d^2 a}{dt^2}$$

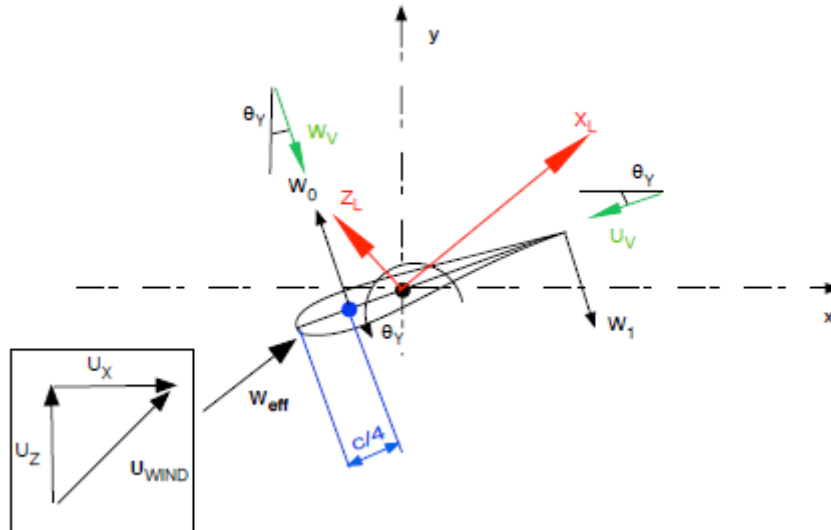
$$\frac{d^2 L_{st}}{dt^2} + a \frac{L_{st}}{f} dt + r L_{st} = -(r \Delta + e \frac{d\Delta}{dt}) \quad (34), (35)$$

και οι παράμετροι λ , σ , s , a , r , e είναι συναρτήσεις της γωνίας πρόσπτωσης, το L_{sl} εκφράζει την κλίση της μόνιμης συνεκτικής καμπύλης $C_L - \alpha$ και Δ είναι η διαφορά της καμπύλης που ορίζεται ως C_{Llin} με την καμπύλη $C_L - \alpha$.



Εικόνα 9 Τυπική καμπύλη C_L – αεροτομής.

Στον κώδικα hydroGast όπως και στον FOILFS υλοποιείται ένα λίγο πιο εξελιγμένο εργαλείο από την κλασική μέθοδο ONERA, το οποίο δεν υπολογίζει τις ποσότητες L_{lin} και L_{st} άμεσα αλλά υπολογίζει τις κυκλοφορίες Γ_{LIFT1} και Γ_{LIFT2} οι οποίες χρησιμοποιούνται έπειτα για τον υπολογισμό της άνωσης στην περιοχή δυναμικής αποκόλλησης. Αντίστοιχα, μεγέθη Γ_{DRAG} και Γ_{TORQUE} υπολογίζονται για τον προσδιορισμό της αντίστασης και της ροπής. Όλοι οι όροι της κυκλοφορίας υπολογίζονται από διαφορικές εξισώσεις και είναι συναρτήσεις της φαινόμενης ταχύτητας W_{eff} , της συνιστώσας της ταχύτητας που είναι κάθετη στην χορδή W_0 , καθώς και της γωνιακής ταχύτητας W_1 , όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Επιπροσθέτως, εξαρτώνται έντονα από την διαφορά Δ , όπως αυτή έχει οριστεί παραπάνω.



Εικόνα 10 Ταχύτητες που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των κυκλοφοριών που απαιτεί το μοντέλο ONERA.

Καθώς το μεταπτερύγιο κινείται, η καμπύλη C_{Ls} αλλάζει θέση όπως έχει εξηγηθεί παραπάνω μέσω της γραμμικής παρεμβολής που εκτελείται. Άρα, και η καμπύλη $C_L = 2\pi(\alpha - \alpha_0(F))$ θα πρέπει να μετακινείται επίσης, για αυτό και στην Εικόνα 9 έχει οριστεί ως συνάρτηση της γωνίας μεταπτερυγίου.

Γενικά, για μια αεροτομή στην οποία εφαρμόζεται η Θ.Λ.Α. η γωνία μηδενικής άνωσης (που εδώ είναι και συνάρτηση της γωνίας μεταπτερυγίου), $\alpha_0(F)$ υπολογίζεται καθαρά γεωμετρικά (εξαρτάται μόνο από την γεωμετρία f της αεροτομής) ανάλογα με την γωνία μεταπτερυγίου που παράγει ο ελεγκτής σε κάθε βήμα. Έτσι, μετακινείται η καμπύλη $C_L = 2\pi(\alpha - \alpha_0(F))$ αντίστοιχα με την μετακίνηση της $C_{Ls} = dC_L/d\alpha(\alpha - \alpha_0)$.

3.6 Σύνοψη

Συνοψίζοντας, η μέθοδος *Στοιχείων Στροβιλότητας*:

- είναι τρισδιάστατη και επομένως εγγενώς συμπεριλαμβάνει τον τρισδιάστατο χαρακτήρα της ροής εκτός από αυτόν που σχετίζεται άμεσα με τα συνεκτικά φαινόμενα (ακτινική ροή λόγω της κλίσης πίεσης κατά μήκος του πτερυγίου).
- είναι μη μόνιμη και επομένως μπορεί και προλέγει με ακρίβεια ροές γύρω από δρομείς όταν το εισερχόμενο πεδίο ανέμου είναι χωρικά και χρονικά μεταβαλλόμενο ή παρουσιάζει ασυμμετρία σε σχέση με τον άξονα του δρομέα,
- το υπολογιστικό της κόστος δεν είναι απαγορευτικά υψηλό γεγονός που επιτρέπει να χρησιμοποιηθεί σε αεροελαστικούς υπολογισμούς με στοχαστικό άνεμο,
- είναι μέθοδος μη συνεκτική.

Το γεγονός ότι η μέθοδος είναι μη συνεκτική καθιστά την χρήση της, τουλάχιστον στη μορφή που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο αυτό, άνευ νοήματος σε περιπτώσεις όπου τα συνεκτικά φαινόμενα είναι ισχυρά. Αυτό κυρίως συμβαίνει όταν η ροή γύρω από το πτερύγιο αποκολλάται, γεγονός που στην περίπτωση δρομέων σταθερής γωνίας βήματος αποτελεί τον κανόνα και όχι την εξαίρεση. Για το λόγο αυτό απαιτείται η συμπλήρωση της μεθόδου με ένα πρότυπο προσομοίωσης της δυναμικής απώλειας στήριξης.

4. Ανεμοπτερύγιο αναφοράς και βάση υπολογιστικών δεδομένων

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι τεχνικές προδιαγραφές της ανεμογεννήτριας που χρησιμοποιήθηκε ως αναφορά στο πλαίσιο της εργασίας αυτής, καθώς και ορισμένες πληροφορίες σχετικά με τη βάση υπολογιστικών δεδομένων με τα οποία συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα από το υπολογιστικό μοντέλο GenUVP.

Οι περιπτώσεις που προσομοιώθηκαν αφορούν σταθερή ροή ανέμου, σταθερή ταχύτητα δρομέα και σταθερό βήμα πτερυγίου (blade pitch angle). Σε ό,τι αφορά το μεταπτερύγιο, η κίνησή του προσομοιώνεται ως ένα ημιτονοειδές σήμα με μέγιστη/ελάχιστη ένταση και συχνότητα κίνησης πολλαπλάσια της συχνότητας περιστροφής του δρομέα (1p, 3p και 6p.) Επιπλέον, οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με την τοποθέτηση ενός μεταπτερυγίου το οποίο καλύπτει το 10% του μήνους ενός πτερυγίου, βασιζόμενοι σε προηγούμενες έρευνες που πραγματοποιήθηκαν στο Danmarks Tekniske Universitet (DTU) (1) . Οι παράμετροι χειρισμού για κάθε προσομοίωση συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Περίπτωση	11,4 m/s $-1p_{\text{sine}}$	11,4 m/s $-3p_{\text{sine}}$	11,4 m/s $-6p_{\text{sine}}$
Ταχύτητα ανέμου	11.4	11.4	11.4
Ταχύτητα δρομέα	9.6	9.6	9.6
Pitch angle	0	0	0
Γωνία Flap (μοίρες)	$\pm 10 * \sin(1 * p * t)$	$\pm 10 * \sin(3 * p * t)$	$\pm 10 * \sin(6 * p * t)$

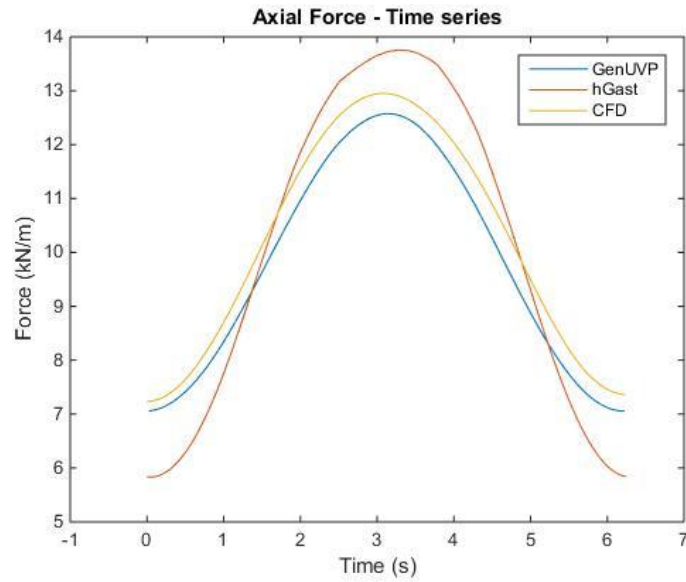
Η ανεμογεννήτρια αναφοράς είναι η Innwind 10 MW Turbine, με διάμετρο δρομέα 178,3 m. Η ανεμογεννήτρια αναφοράς κατέχει βασικό ρόλο καθώς όλες οι συγκρίσεις των αποτελεσμάτων της νέας γεωμετρίας του πτερυγίου πραγματοποιούνται με βάση αυτήν. Έτσι μπορούμε εύκολα να έχουμε εκτίμηση ως προς την βελτίωση ή μη των νέων δοκιμών. Τα κύρια χαρακτηριστικά της παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (2):

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Ισχύς	10 MW
Προσανατολισμός, αριθμός πτερυγίων	Ανάντι, 3
Δρομέας, διάμετρος πλήμνης	178.3m, 5.6m
Ύψος πλήμνης	119m
Rated tip speed	90 m/s
Μάζα Δρομέα	229 tons
Μάζα Κελύφους	446 tons
Μάζα Πύργου	605 tons

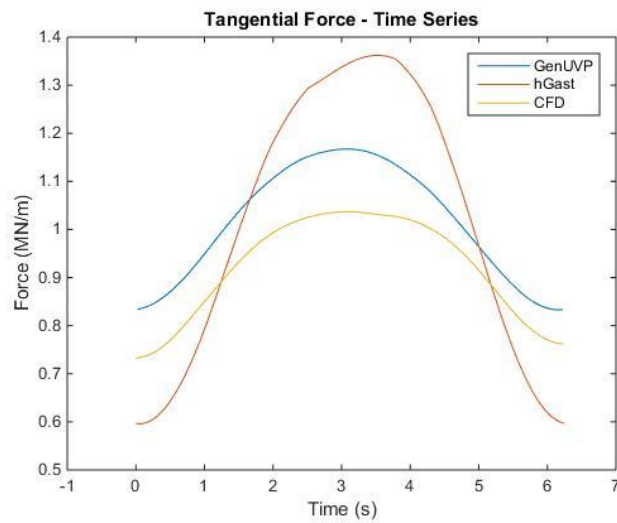
Επιπλέον, τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίνονται, σε δεύτερη φάση, με τα αποτελέσματα ενός τριδιάστατου μοντέλου CFD, του FLOWer. Ο FLOWer είναι ένας κώδικας ο οποίος επιλύει τις τριδιάστατες εξισώσεις Navier – Stokes (προσαρμοσμένες κατά Reynolds) σε ολοκληρωματική μορφή, χρησιμοποιώντας μεθοδολογία πεπερασμένων όγκων. Επιπροσθέτως, έχει τη δυνατότητα να μοντελοποιεί τη σχετική κίνηση σωμάτων μεταξύ τους, με χρονικά ακριβείς υπολογισμούς. (7)

5. Αποτελέσματα

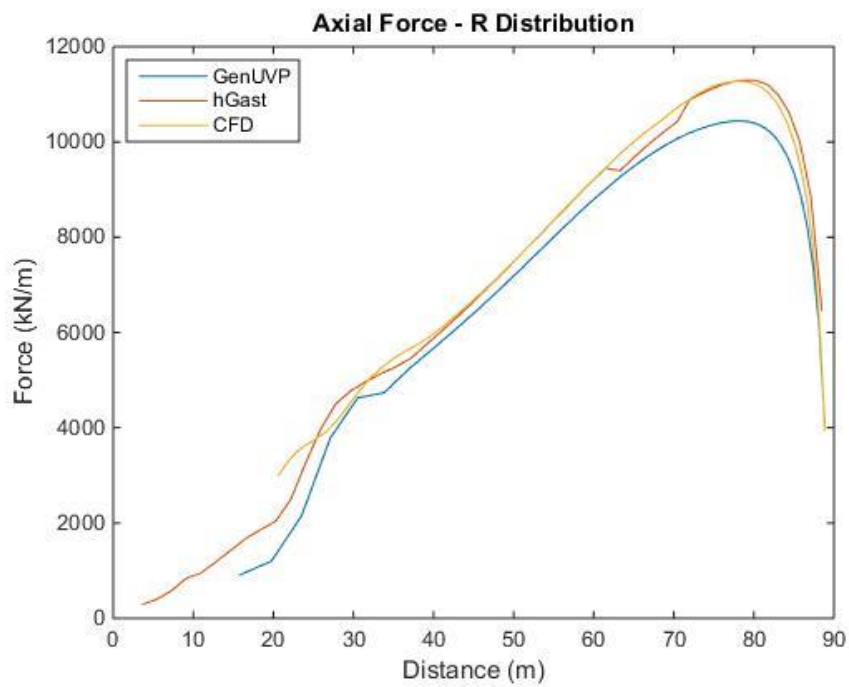
5.1 Αποτελέσματα 1p



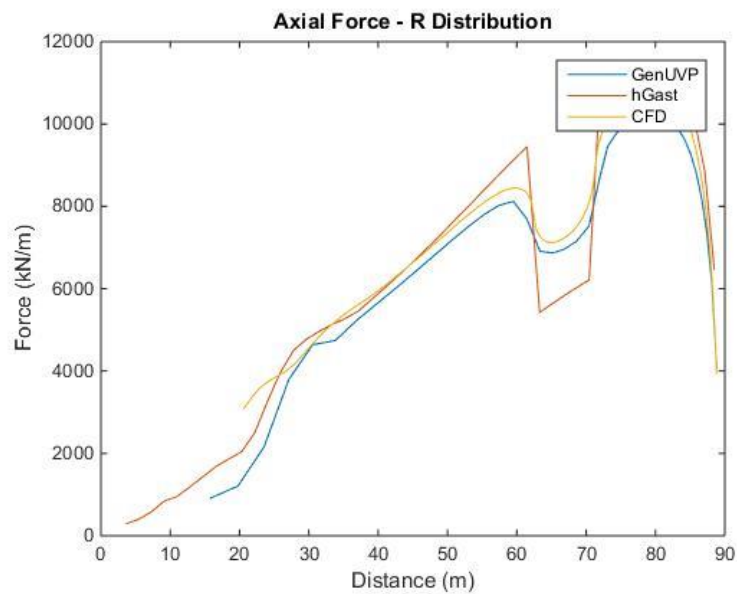
Εικόνα 11 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 1p).



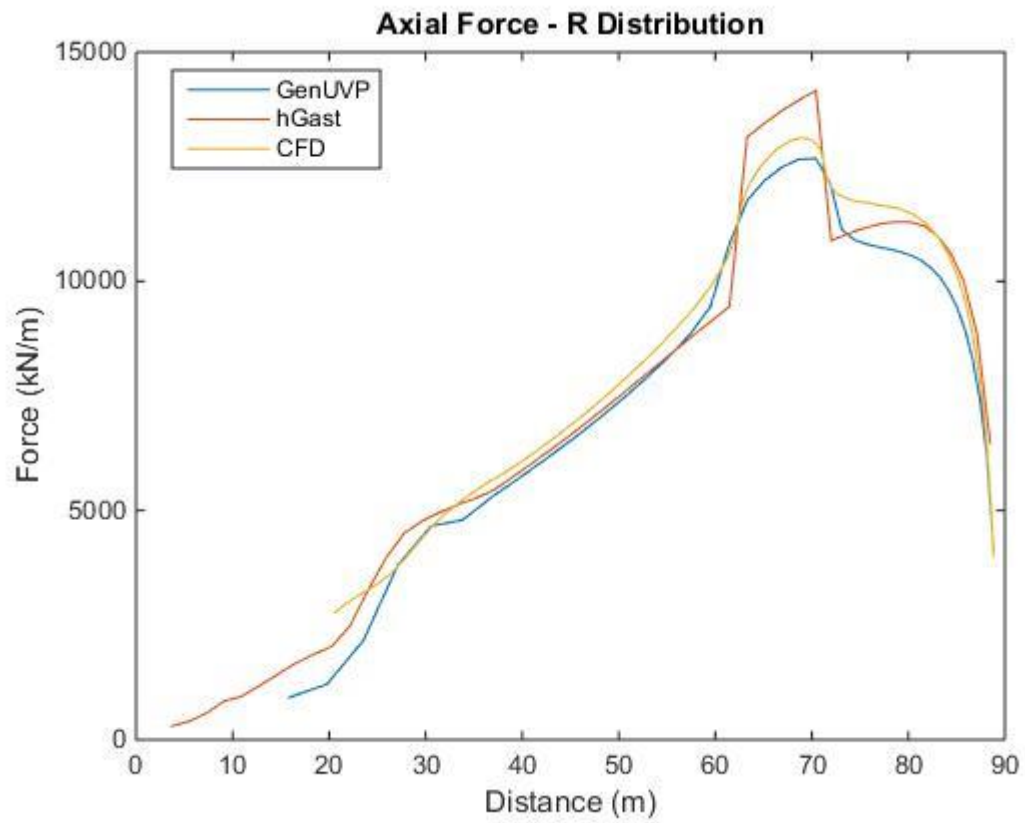
Εικόνα 12 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 1p).



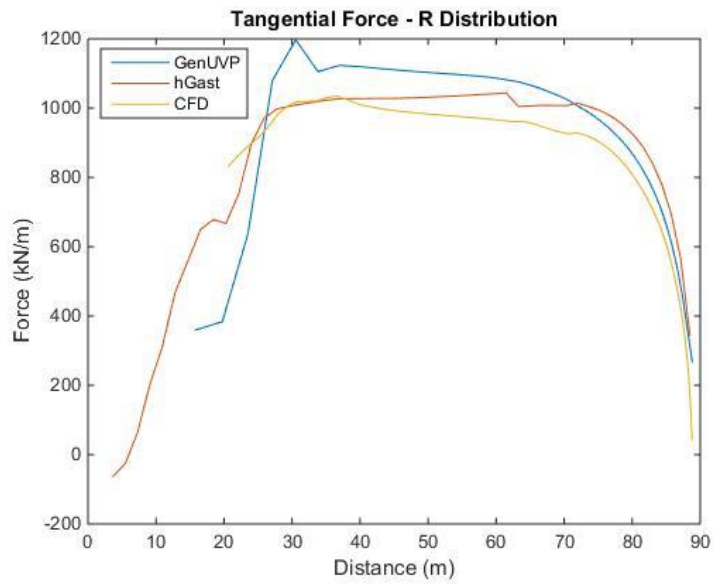
Εικόνα 13 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 1p).



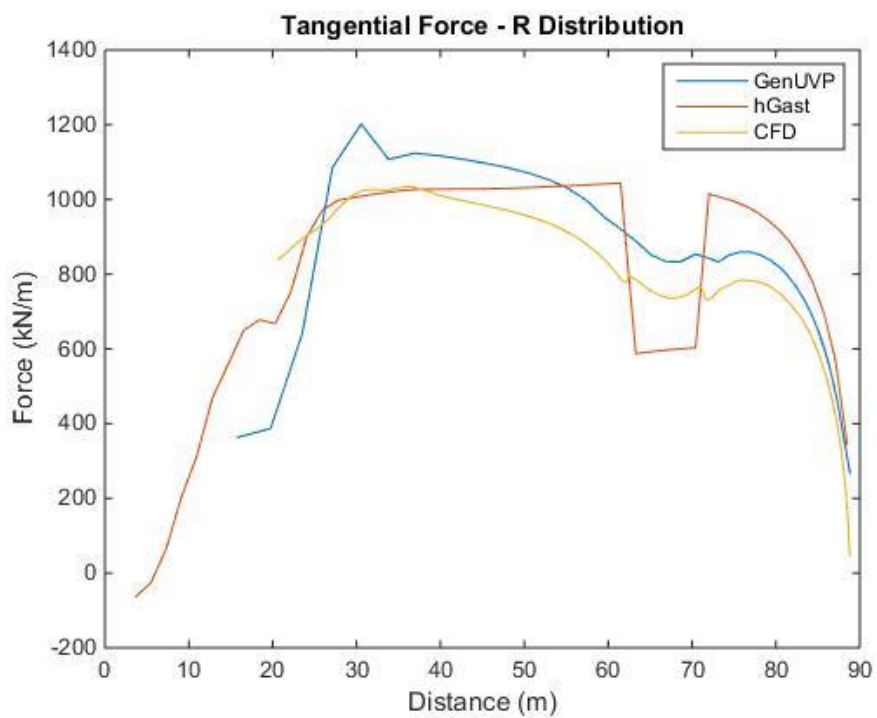
Εικόνα 14 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 1p).



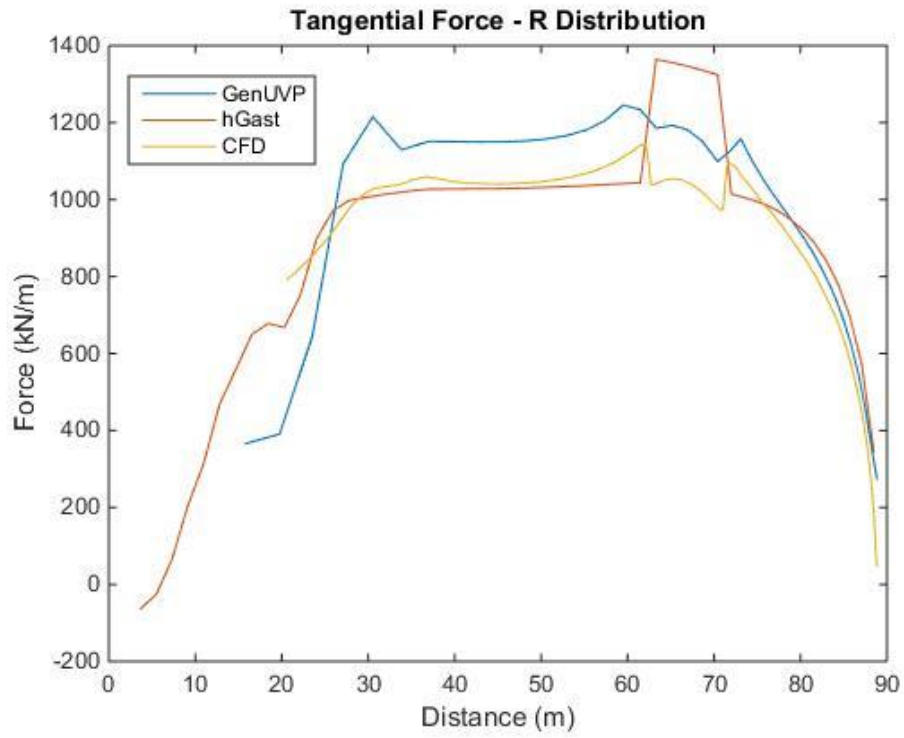
Εικόνα 15 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην μέγιστη θέση (Συχνότητα 1p).



Εικόνα 16 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 1p).

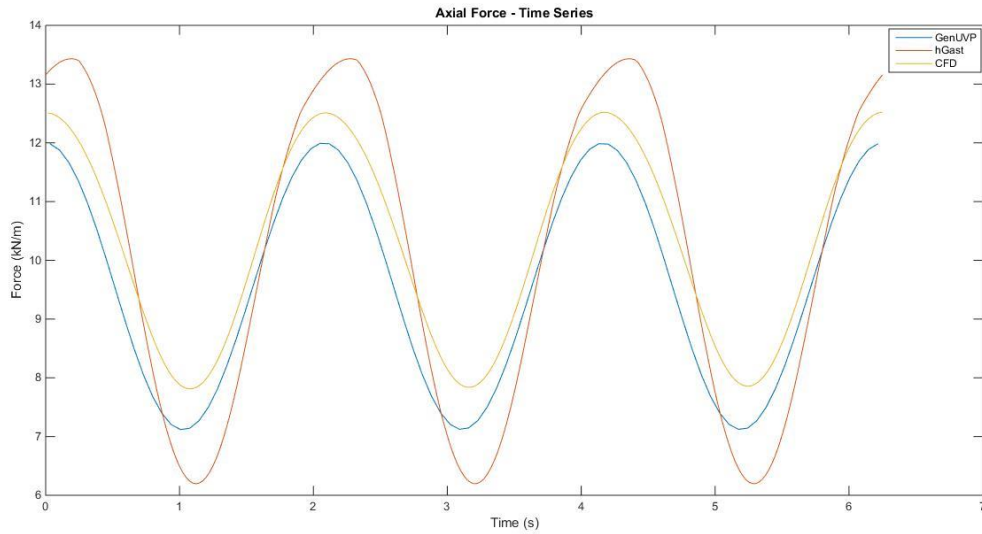


Εικόνα 17 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 1p).

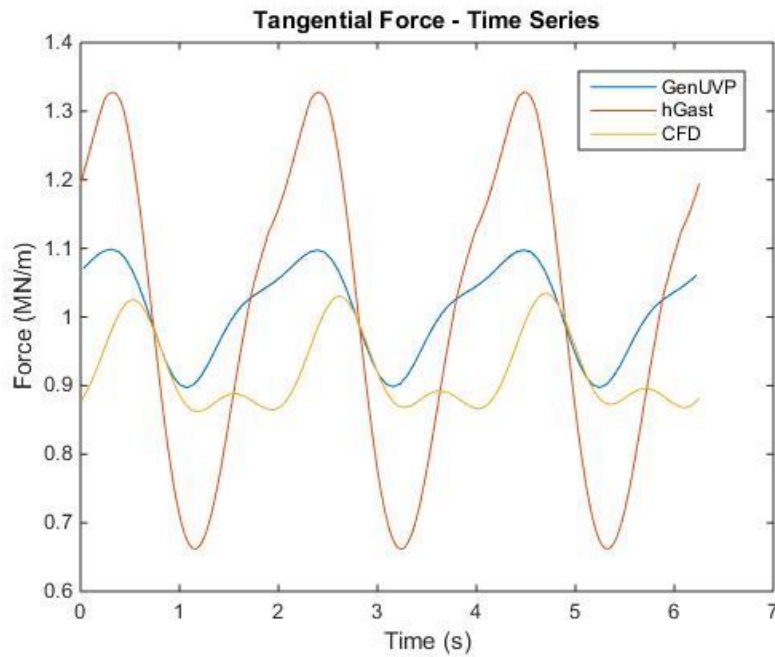


Εικόνα 18 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στη μέγιστη θέση (Συχνότητα 1p).

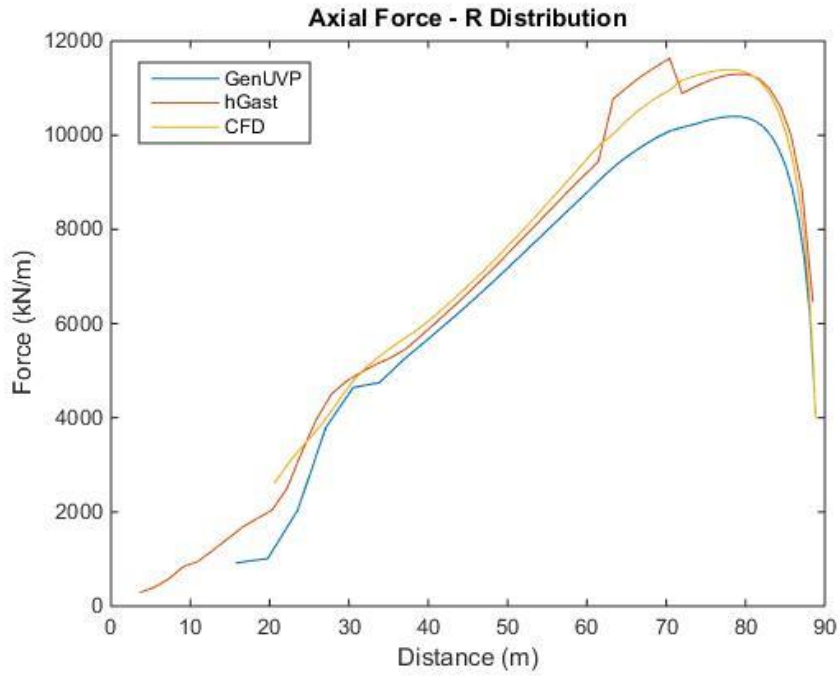
5.2 Αποτελέσματα – 3p



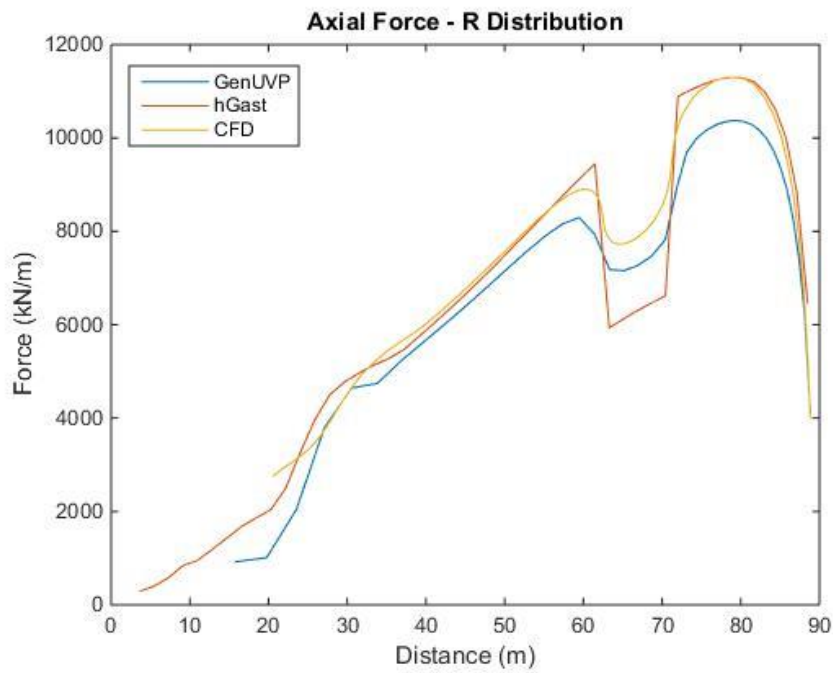
Εικόνα 19 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 3p).



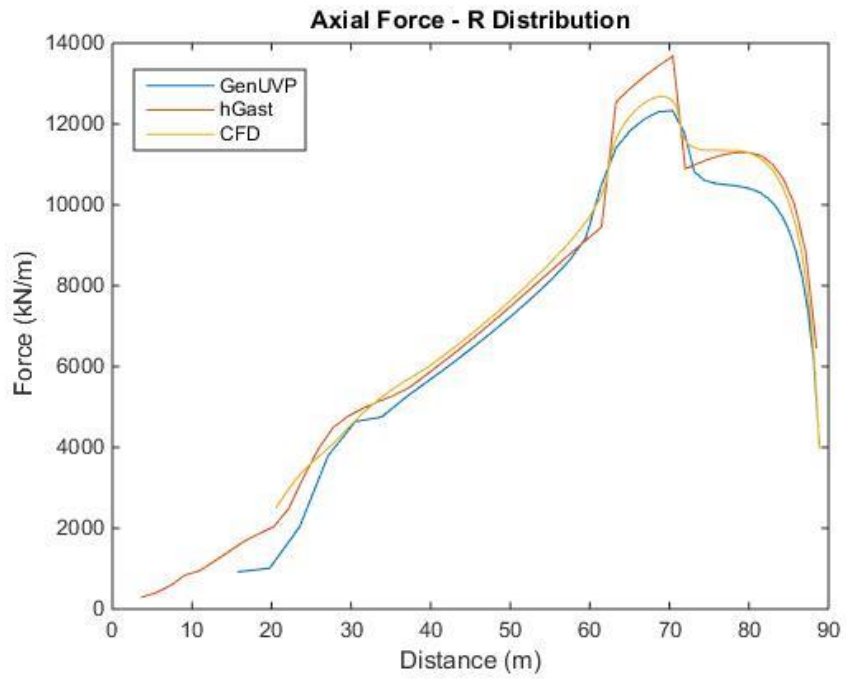
Εικόνα 20 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 3p).



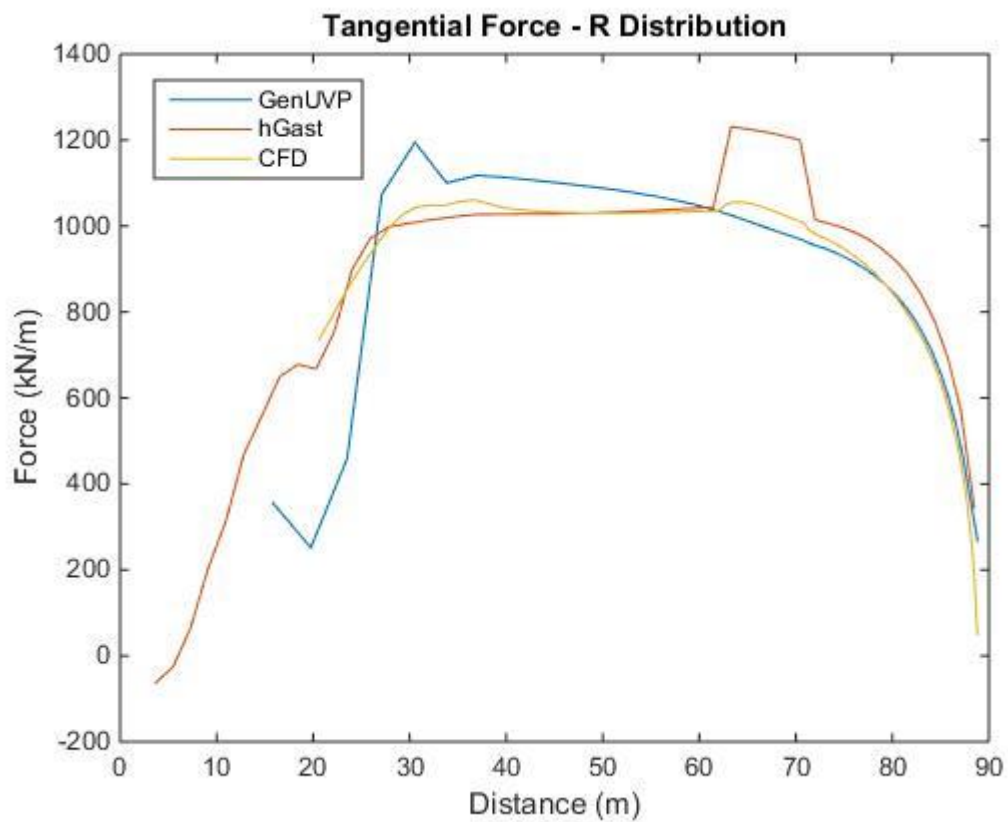
Εικόνα 21 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 3p).



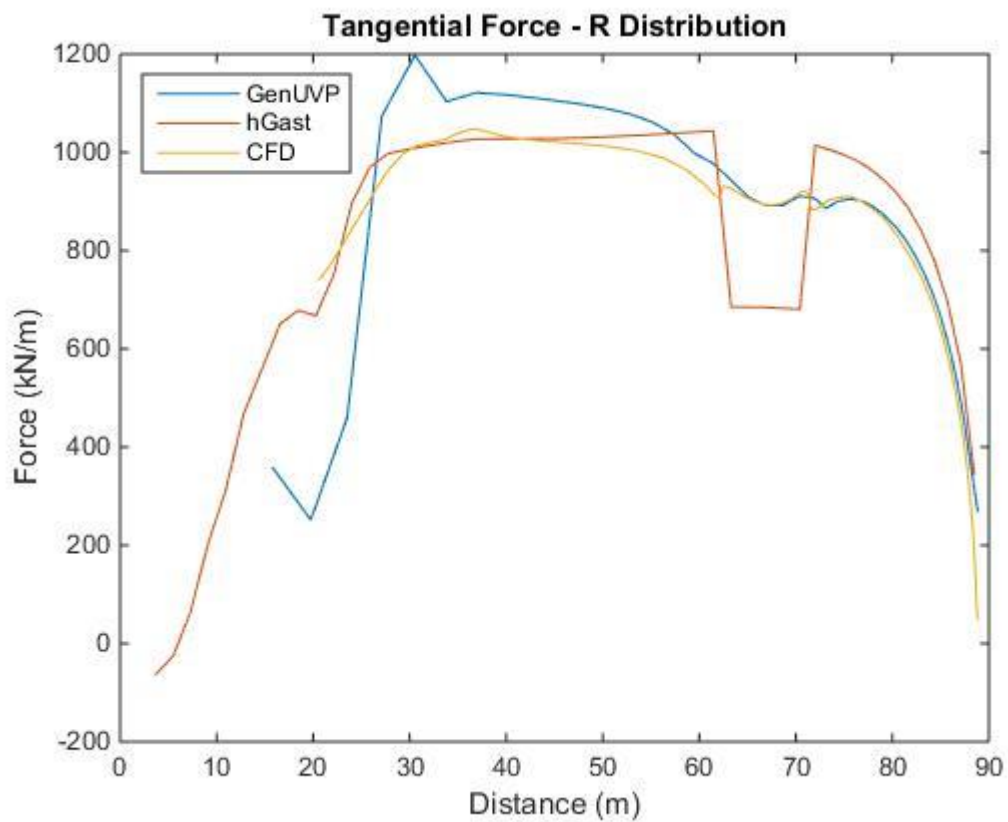
Εικόνα 22 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 3p).



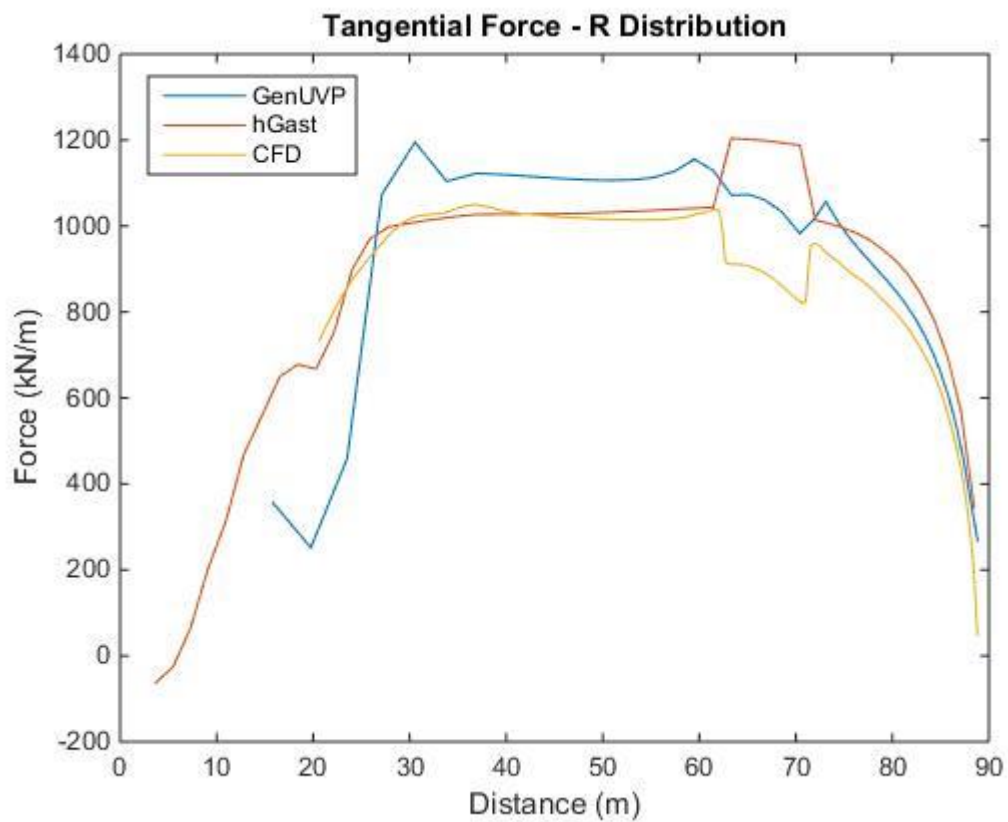
Εικόνα 23 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στη μέγιστη θέση (Συχνότητα 3p).



Εικόνα 24 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 3p).

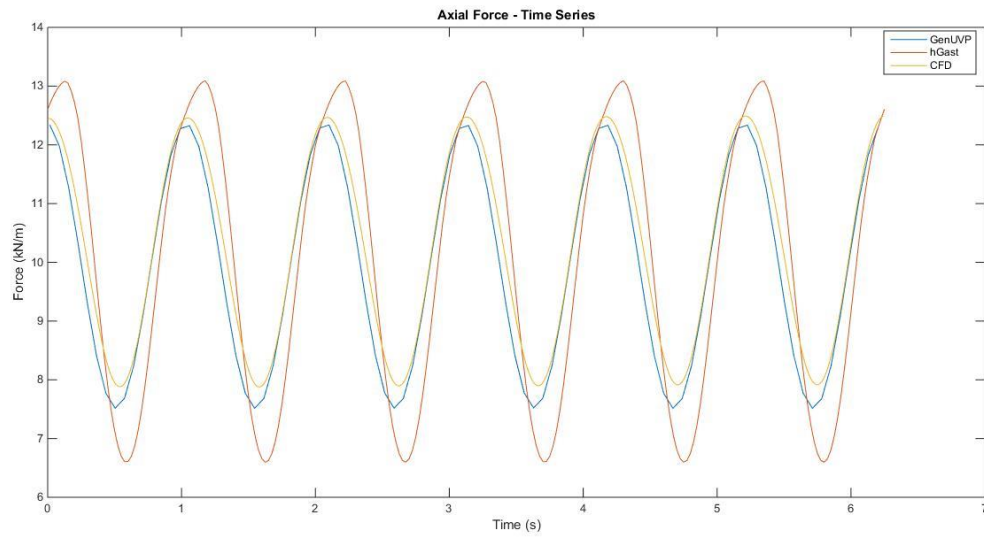


Εικόνα 25 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 3p).

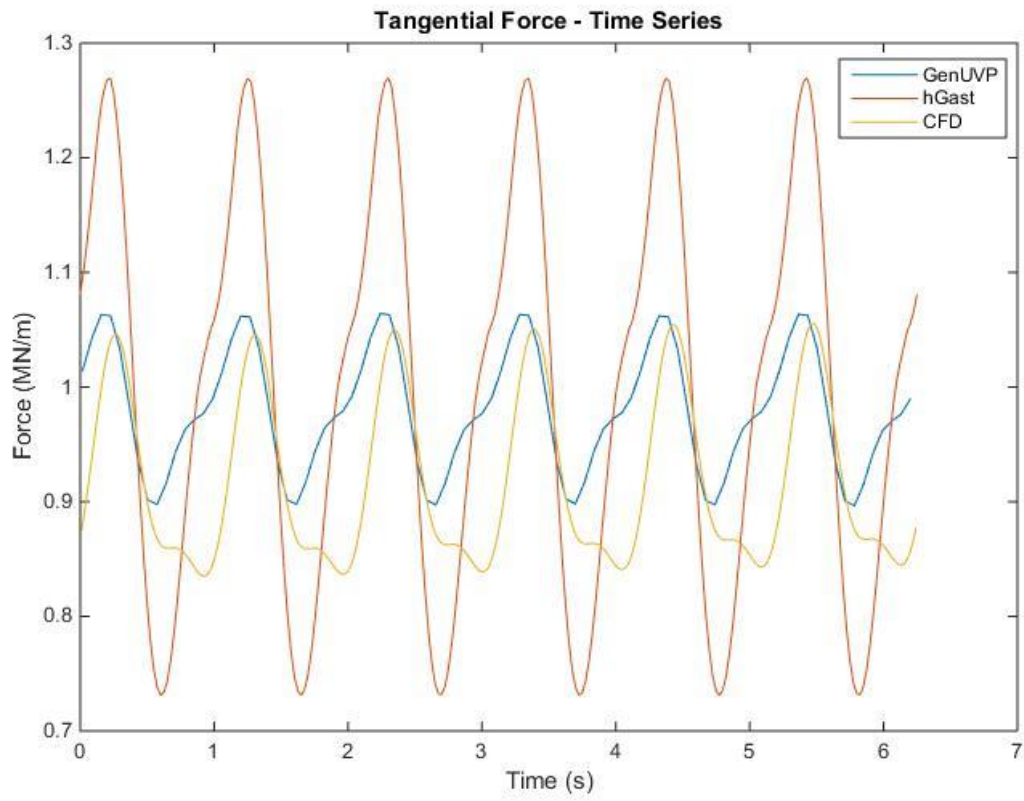


Εικόνα 26 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στη μέγιστη θέση (Συχνότητα 3p).

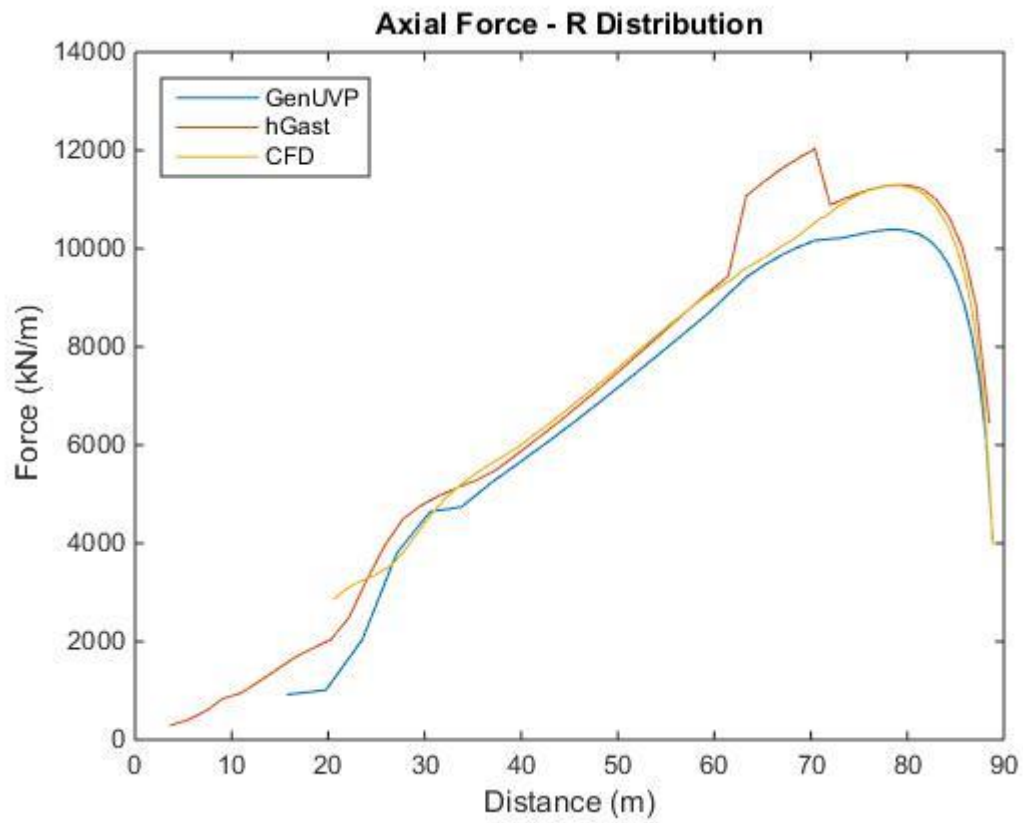
5.3 Αποτελέσματα – 6p



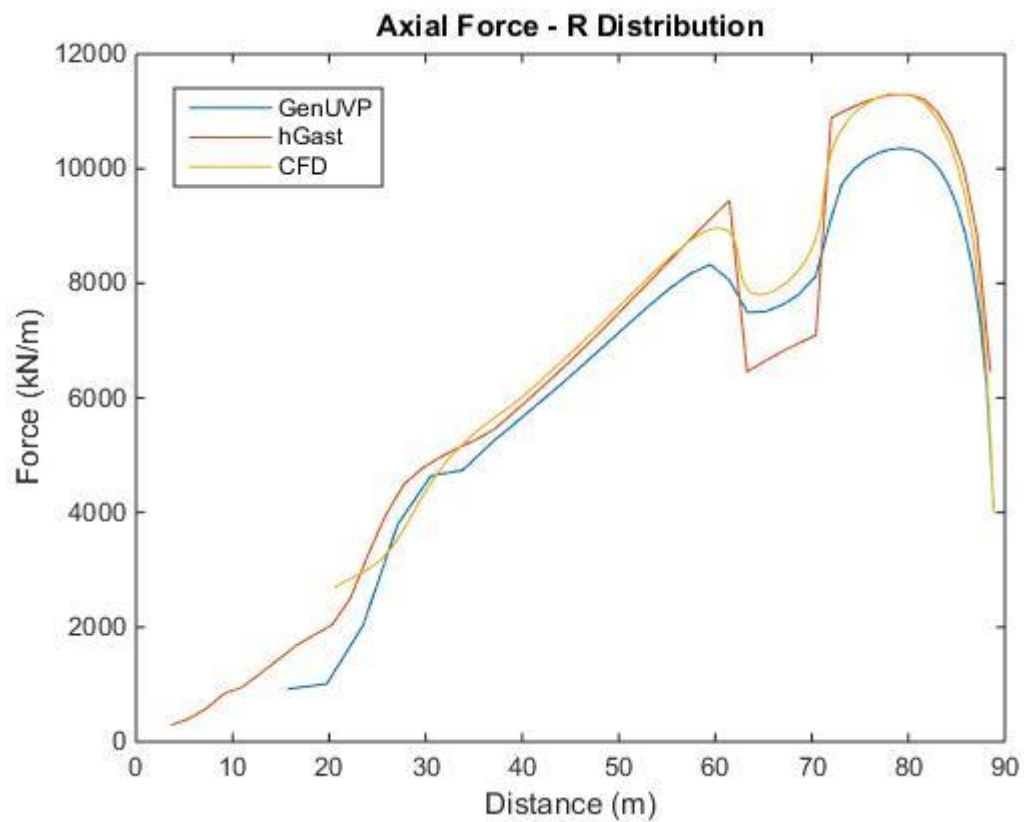
Εικόνα 27 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 6p).



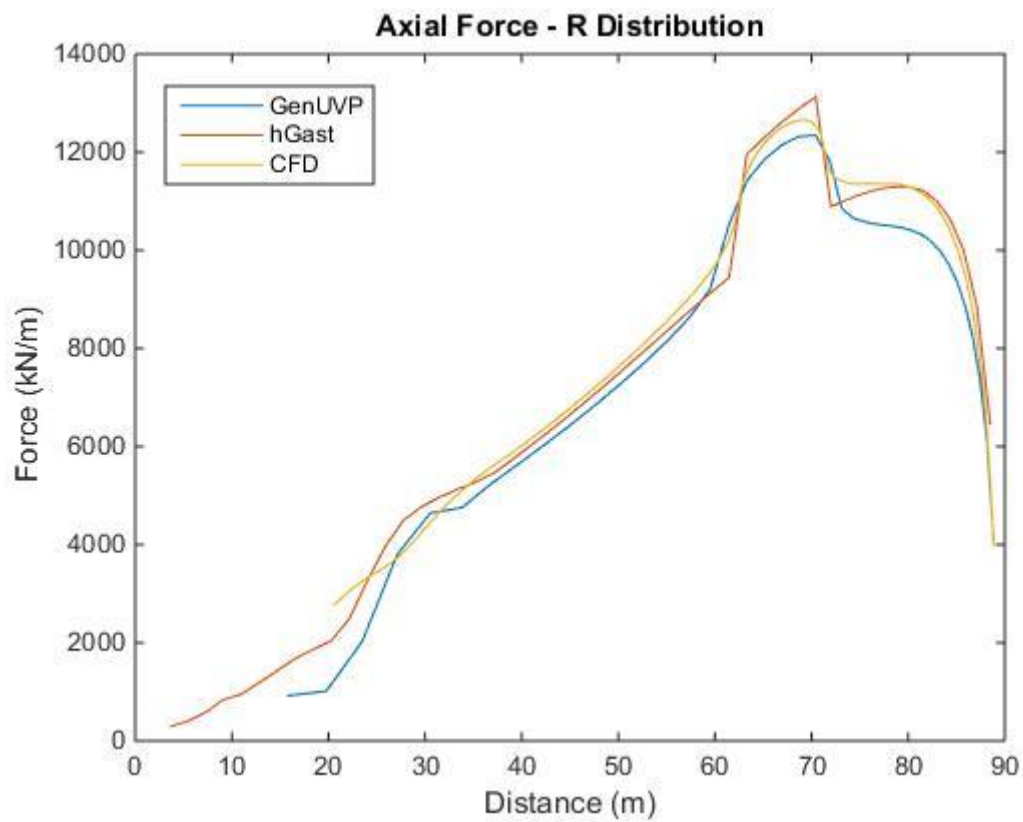
Εικόνα 28 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου (Συχνότητα 6p).



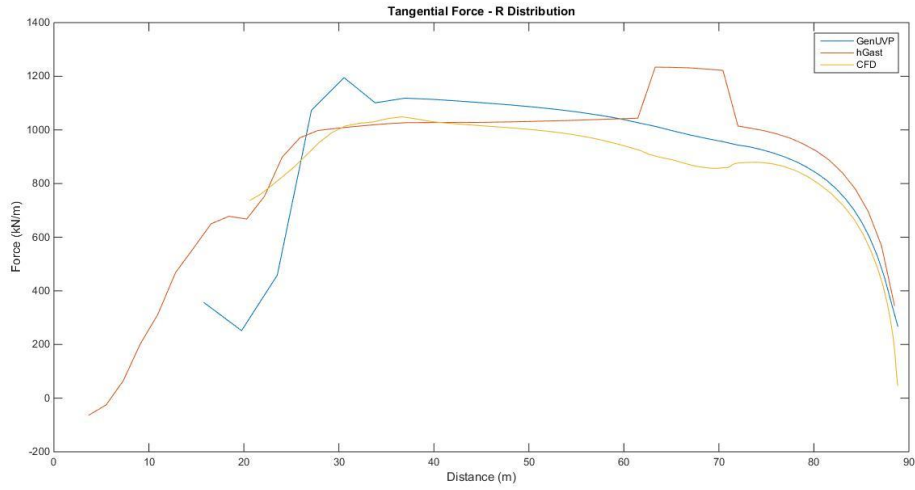
Εικόνα 29 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 6p).



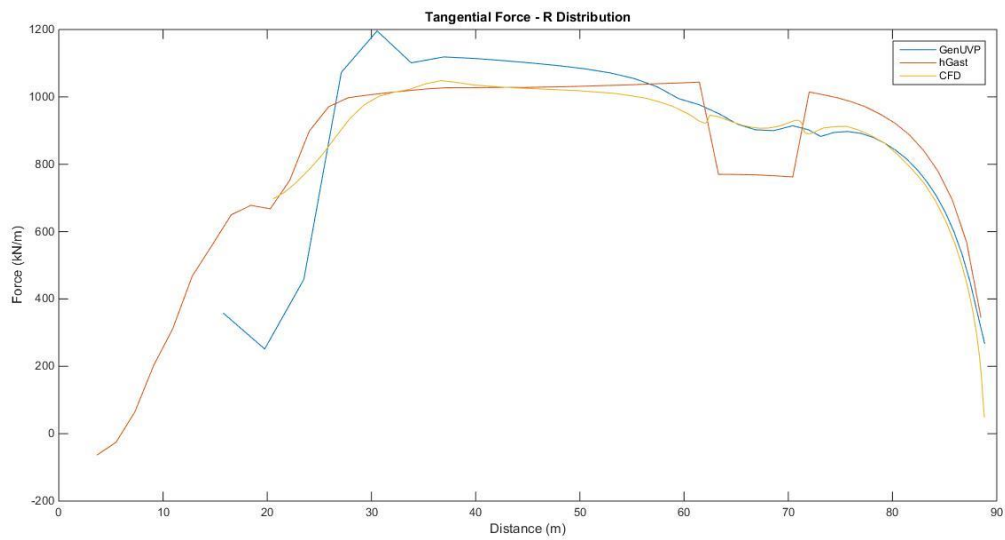
Εικόνα 30 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 6p).



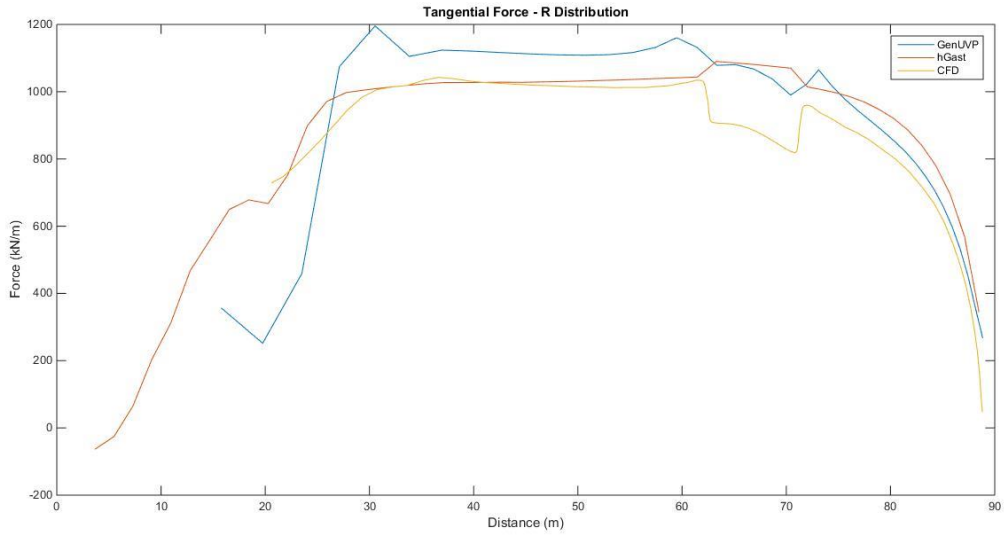
Εικόνα 31 – Μεταβολή αξονικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στη μέγιστη θέση (Συχνότητα 6p).



Εικόνα 32 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ουδέτερη θέση (Συχνότητα 6p).



Εικόνα 33 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στην ελάχιστη θέση (Συχνότητα 6p).

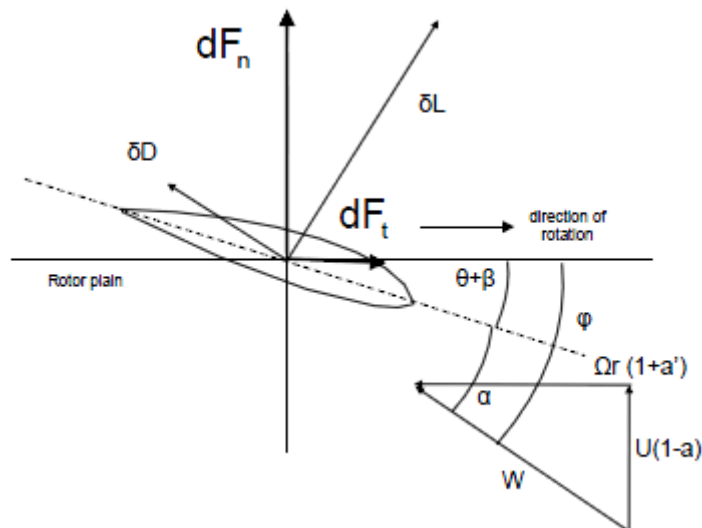


Εικόνα 34 – Μεταβολή εφαπτομενικής δύναμης κατά μήκος του ανεμοπτερυγίου με το flap στη μέγιστη θέση (Συχνότητα 6p).

5.4 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Σε ό,τι αφορά τα συγκριτικά διαγράμματα κάθετης και εφαπτομενικής δύναμης κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, παρατηρούμε ότι ο κώδικας GenUVP είναι σε θέση να προβλέψει με ακρίβεια την εξέλιξη των φορτίων, ωστόσο αποδίδοντας τους συνολικά μικρότερες τιμές από τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον κώδικα hGast. Αυτό μπορεί να αιτιολογηθεί λαμβάνοντας υπ' όψιν τη διδιάστατη φύση του υπολογιστικού μοντέλου του κώδικα hGast, εν αντιθέσει με τον τρισδιάστατο χαρακτήρα του μοντέλου GenUVP. Η διαφορετική λογική με βάση την οποία το κάθε μοντέλο υπολογίζει τα φορτία των δυνάμεων είναι καθοριστικής σημασίας και περιγράφεται συνοπτικά και για τα δύο μοντέλα στη συνέχεια (5).

Στο πλαίσιο της διδιάστατης θεώρησης, με μια σταθερή ταχύτητα ανέμου U και σταθερή γωνιακή ταχύτητα Ω , η φαινόμενη ταχύτητα W καθώς και η γωνία πρόσπτωσης α παραμένουν σταθερές (βλέπε Εικόνα 35).



Εικόνα 35 – Διδιάστατη άποψη πτερυγίου και απεικόνιση ορισμού της φαινόμενης ταχύτητας W .

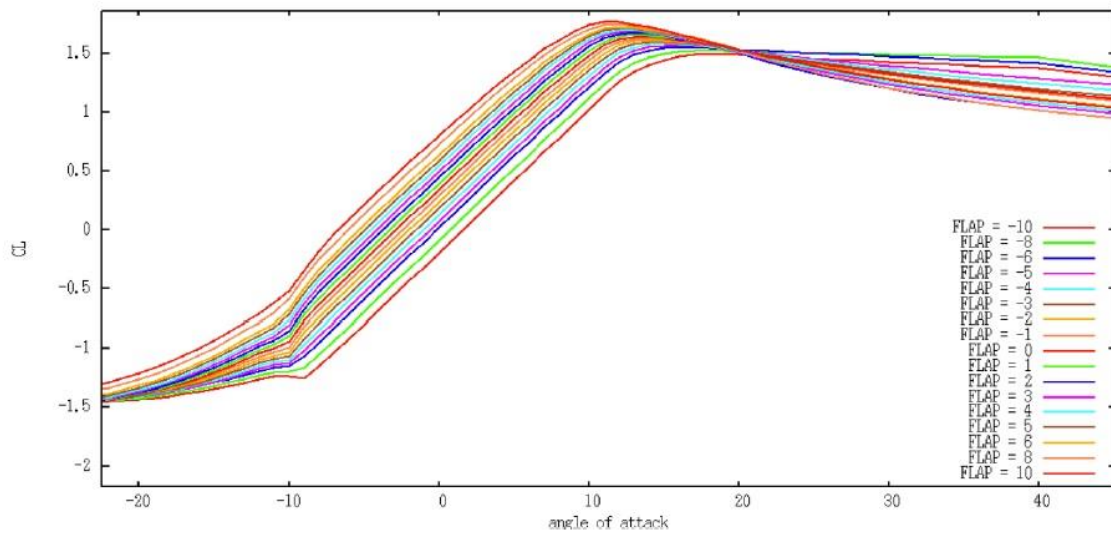
Ταυτόχρονα, η μεταβολή των φορτίων της κάθετης και εφαπτομενικής ταχύτητας ορίζεται ως εξής:

$$dF_n = (C_l * \cos\varphi + C_d * \sin\varphi) * \frac{\rho}{2} * W^2 * c * dr \quad (36)$$

$$dF_t = (C_l * \cos\varphi - C_d * \sin\varphi) * \frac{\rho}{2} * W^2 * c * dr \quad (37)$$

Οι δυνάμεις αυτές, με σταθερές συνθήκες ροής και χωρίς καμία μεταβολή στην αεροτομή κατά τη διάρκεια της κίνησης, παραμένουν σταθερές. Ωστόσο, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 36, με την

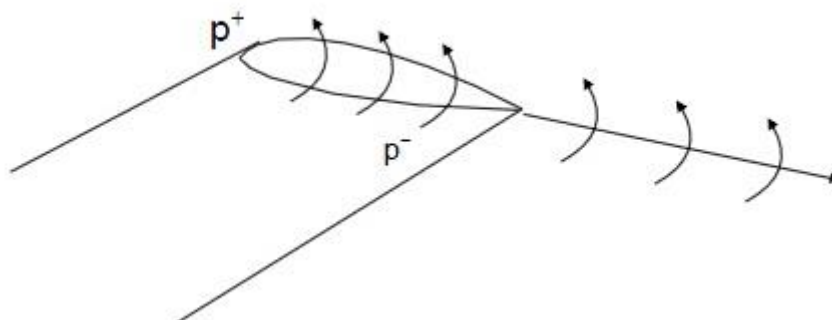
κίνηση του flap, για δεδομένη και σταθερή γωνία πρόσπτωσης, ο συντελεστής άνωσης C_L μεταβάλλεται (αυξάνεται όταν το flap κινείται προς τα κάτω, και το αντίστροφο).



Εικόνα 36 – Μεταβολή συντελεστή άνωσης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης (angle of attack), για διάφορες θέσεις (γωνίες) του flap.

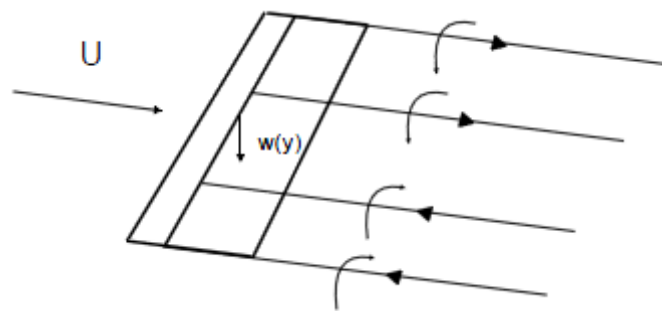
Κατ’αυτόν τον τρόπο, και λαμβάνοντας υπ’ όψιν τις εξισώσεις $dF_n = (C_l * \cos\varphi + C_d * \sin\varphi) * \frac{\rho}{2} * W^2 * c * dr$ (36) και $dF_t = C_l * \cos\varphi - C_d * \sin\varphi * \rho^2 * W^2 * c * dr$ (37) δικαιολογείται η μεταβολή των φορτίων στην περιοχή του flap κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, όπως απεικονίζεται στα σχετικά διαγράμματα, καθώς η τιμή τους σχετίζεται με την τιμή του C_L και την αντίστοιχη μεταβολή του στο ίδιο χρονικό πλαίσιο.

Στο πλαίσιο της τριδιάστατης θεώρησης του προβλήματος που ακολουθεί το μοντέλο GenUVP, η ειδοποιός διαφορά είναι ο υπολογισμός της δημιουργίας στροβίλων κατά μήκος της πτέρυγας. Πιο αναλυτικά, όντας πλέον σε ένα πλάνο τριών διαστάσεων, σε αντίθεση με τη διδιάστατη ροή, το υπολογιστικό μοντέλο λαμβάνει υπ’όψιν τη δημιουργία στροβίλων που οφείλεται στη διαφορά πίεσης εκατέρωθεν της πτέρυγας, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 37.



Εικόνα 37– Δημιουργία στροβίλων λόγω διαφοράς πίεσης κατά μήκος μιας αεροτομής.

Επιπλέον, σύμφωνα με τη θεωρία γραμμής άνωσης του Prandtl, όπως φαίνεται στην Εικόνα 36, οι γραμμές στροβιλότητας κατά μήκος του πτερυγίου έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ταχύτητας κατωρεύματος ($w(y)$), γεγονός το οποίο επηρεάζει και μεταβάλλει τη φαινόμενη ταχύτητα W . Το φαινόμενο αυτό ενισχύεται ακόμα περισσότερο με την κίνηση του flap, η οποία προκαλεί τη δημιουργία επιπλέον στροβίλων, οι οποίοι με τη σειρά τους συνεισφέρουν στην ταχύτητα κατωρεύματος. Το φαινόμενο αυτό συνεπάγεται περαιτέρω μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης και τον υπολογισμό μιας νέας (φαινόμενης) γωνίας πρόσπτωσης (α_{eff}), η οποία είναι μικρότερη σε σχέση με τη γωνία πρόσπτωσης που υπολογίζεται σε ένα διδιάστατο μοντέλο, όπως του hGast. Τέλος, η μείωση της γωνίας πρόσπτωσης συνεπάγεται μείωση του συντελεστή άνωσης (ή μείωση του ρυθμού αύξησής του), γεγονός που εν τέλει έχει ως αποτέλεσμα τον υπολογισμό μικρότερων τιμών κάθετης και εφαπτομενικής δύναμης σε σχέση με τα αντίστοιχα μεγέθη του διδιάστατου μοντέλου.



Εικόνα 38– Δημιουργία ταχύτητας κατωρεύματος λόγω των εκφρευουσών γραμμών στροβιλότητας.

Ερχόμενοι στα αποτελέσματα της κατανομής δυνάμεων κατά μήκος του πτερυγίου, παρατηρείται αξιοσημείωτη διαφορά στη μορφή των αποτελεσμάτων του hGast, σε σχέση με το μοντέλο GenUVP, στην περιοχή του flap. Στην περίπτωση του τριδιάστατου μοντέλου, παρατηρείται πολύ πιο ομαλή μεταβολή των δυνάμεων στην αρχή και το τέλος του flap, ενώ το διδιάστατο μοντέλο αποδίδει μια απότομη μεταβολή στην περιοχή αυτή. Αυτό οφείλεται στη μεταβολή της φαινόμενης γωνίας πρόσπτωσης στην περιοχή του flap, γεγονός το οποίο έχει ως αποτέλεσμα να υπολογίζεται η μεταβολή του C_L και ως εκ τούτου της τιμής της δύναμης (αξονικής ή εφαπτομενικής), το οποίο και απεικονίζεται. Αντιθέτως, ο κώδικας hGast, λόγω του διδιάστατου χαρακτήρα του δε λαμβάνει υπ'όψιν τη δημιουργία κατωρεύματος και όλες τις παραπάνω συνεπαγόμενες μεταβολές, εξ'ού και παρατηρείται απλώς μια απότομη αλλαγή στην τιμή των δυνάμεων, κατά τη μετάβαση από το πτερύγιο στην περιοχή του flap.

Τέλος, παρατηρείται παρόμοια αξιοπιστία αποτελεσμάτων και στις περιπτώσεις των συχνοτήτων 3π και 6π . Η επίδραση του κατωρεύματος στη διαμόρφωση των δυνάμεων απεικονίζεται καθαρά σε όλα

τα διαγράμματα, ιδιαιτέρως σε αυτά της εφαπτομενικής δύναμης. Με βάση όλα όσα αναφέρθηκαν, τα αποτελέσματα στο σύνολό τους θεωρούνται ικανοποιητικά και αξιόπιστα.

6. Συμπεράσματα

Στο πλαίσιο της εργασίας αυτής πραγματοποιήθηκε σύγκριση των αποτελεσμάτων του κώδικα GenUVP με τα αντίστοιχα του διδιάστατου κώδικα hGast και του CFD μοντέλου FLOWer, στο πλαίσιο των υπολογισμών των φορτίων που υφίστανται τα πτερύγια ανεμογεννήτριας με την προσθήκη ενός μεταπτερυγίου σε συγκεκριμένα τμήματά της γεωμετρίας τους. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι ικανοποιητικά και ακριβή, γεγονός που επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι το τριδιάστατο μοντέλο GenUVP είναι πράγματι σε θέση να προσομοιώσει την επίδραση της ύπαρξης στροβίλων και της δημιουργίας καταρρεύματος στη διαμόρφωση των αξονικών και εφαπτομενικών δυνάμεων που υφίσταται το πτερύγιο. Το συμπέρασμα αυτό προέκυψε με τη σύγκριση του τριδιάστατου αυτού μοντέλου τόσο με το διδιάστατο hGast μοντέλο, όσο και το μοντέλο FLOWer.

Επιπλέον, με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν θα είχε ενδιαφέρον η περαιτέρω επεξεργασία και βελτιστοποίηση του διδιάστατου μοντέλου hGast, ώστε να είναι σε θέση να λάβει υπ' όψιν του τις επιδράσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω κατά τον υπολογισμό των δυνάμεων. Σε κάθε περίπτωση, ο κώδικας GenUVP αποδεικνύεται ως ένα χρήσιμο υπολογιστικό εργαλείο το οποίο είναι σε θέση να αποδώσει ακριβή αποτελέσματα, με παράλληλα μέτριο υπολογιστικό κόστος.

7. Βιβλιογραφία

1. **Tsiantas, T.** *Μείωση φορτίων περύγωσης δε δρομείς ανεμογεννητριών με χρήση μεταπτερυγίων μεταβλητής καμπυλότητας.* s.l. : ΕΜΠ, 2015.
2. **Katz Joseph, Plotkin Allen.** *Low-Speed Aerodynamics.* Cambridge : s.n., 2010.
3. **Dimosthenis, Mihalakeas.** *ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΤΕΡΥΓΙΟΥ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ ΜΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ FLAP ΚΑΙ SLAT.* Αθήνα : s.n., 2015.
4. **Vasilis, Riziotis.** *Αεροδυναμικά Πρότυπα Ανάλυσης Δρομέων ΑΓΟΑ.*
5. **Bergami, L.** *Adaptive Trailing Edge Flaps for Active Load Alleviation in a Smart Rotor Configuration.* s.l. : DTU, Wind Energy, 2013.
6. **al, Bak C et.** *Description of the DTU 10 MW Reference Wind Turbine.* s.l. : DTU, 2013.
7. **Thanasis Barlas, Eva Jost, Georg Pirrung, Theofanis Tsiantas, Vasilis Riziotis, Sachin T. Navalkar, Thorsten Lutz, Jan-Willem van Wingerden.** *Benchmarking aerodynamic prediction of unsteady rotor aerodynamics of active flaps on wind turbine blades using ranging fidelity tools.*
8. **Eva Jost, Athanasios Barlas, Vasilis Riziotis, Sachin T. Navalkar.** *Validation of New Control Concepts by Advanced Fluid-Structure Interaction Tools.* s.l. : DTU, 2012.