

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

SCHOOL OF ELECTRICAL
AND COMPUTER ENGINEERING
DIVISION OF INFORMATION TRANSMISSION
SYSTEMS AND MATERIALS TECHNOLOGY

Ηρώων Πολυτεχνείου 9
157 80 Ζωγράφου

Αθήνα

Τηλ.: 210 772 3549, Φαξ.: 210 772 2281

9, Iroon Polytechniou Str.
157 80 Zografou

Athens, GREECE

Tel.: + 30 210 772 3549, Fax.: + 30 210 772 2281

**Μελέτη Μεθόδων μη Παραμετρικής Φασματικής Ανάλυσης
για την Απεικόνιση Εναέριων Στόχων με την Χρήση
Ραντάρ Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ
ΓΕΩΡΓΙΟΥ Κ. ΚΑΛΟΓΝΩΜΟΥ**

Αθήνα, Φεβρουάριος 2011

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

SCHOOL OF ELECTRICAL
AND COMPUTER ENGINEERING
DIVISION OF INFORMATION TRANSMISSION
SYSTEMS AND MATERIALS TECHNOLOGY

Ηρώων Πολυτεχνείου 9
157 80 Ζωγράφου
Αθήνα

9, Iroon Polytechniou Str.
157 80 Zografou
Athens, GREECE

Τηλ.: 210 772 3549, Φαξ.: 210 772 2281

Tel.: + 30 210 772 3549, Fax.: + 30 210 772 2281

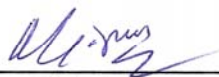
ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

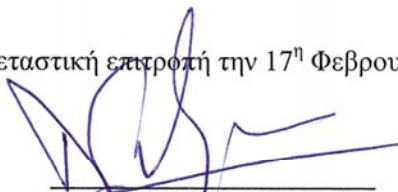
**Μελέτη Μεθόδων μη Παραμετρικής Φασματικής Ανάλυσης για την Απεικόνιση Εναέριων
Στόχων με την Χρήση Ραντάρ Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης**


ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ. ΚΑΛΟΓΝΩΜΟΣ

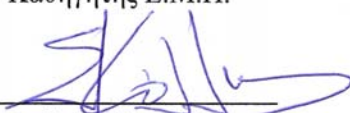
Συμβουλευτική Επιτροπή: Π. Φράγκος (επιβλέπων)
Ν. Ουζούνογλου
Φ. Κωνσταντίνου

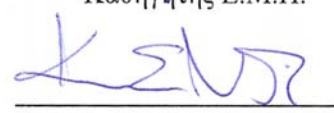
Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 17^η Φεβρουαρίου 2011.



Π. Φράγκος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Ν. Ουζούνογλου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Φ. Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Σ. Κόλλιας
Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Κ. Νικήτα
Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Κ. Παπαοδουσεύς
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.


Ν. Νικητάκος
Καθηγητής Παν. Αιγαίου

Αθήνα, Φεβρουάριος 2011

(Υπογραφή)



Γεώργιος Κ. Καλόγνωμος

Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Γεώργιος Κ. Καλόγνωμος, 2011.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αφιερώνεται

*στην σύζυγό μου Αγγελική,
στην κόρη μου Παρασκευή,
στον υιό μου Κωνσταντίνο
και στους γονείς μου.*

Περίληψη

Αντικείμενο της διατριβής αποτελεί η μελέτη της απεικονιστικής τεχνικής του ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης (Inverse Synthetic Aperture Radar – ISAR) με την χρήση μεθόδων μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης. Οι μέθοδοι που εξετάζονται είναι οι μέθοδοι μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης CAPON και APES, ο αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών C&A, η νέα μέθοδος μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης PAPES και ο νέος αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES. Επιπλέον προτείνεται και γίνεται μελέτη ενός αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης της μεθόδου PAPES. Η απόδοση των προτεινόμενων τεχνικών μελετάται εκτενώς στο πλαίσιο πολύπλοκων προσομοιώσεων με την χρήση 1-D συνθετικών δεδομένων και συγκρίνεται με την απόδοση των υφιστάμενων. Τέλος γίνεται μελέτη της εφαρμογής της μεθόδου PAPES στην απεικόνιση ISAR εναέριων στόχων με την χρήση συνθετικών και πραγματικών 2-D δεδομένων radar και συγκρίνεται η απόδοση της εφαρμογής αυτής με την αντίστοιχη των μεθόδων CAPON και APES. Οι μελέτες αυτές δείχνουν ότι η μέθοδος PAPES παρουσιάζει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα απόδοσης σε σχέση με τις υφιστάμενες μεθόδους CAPON και APES και ότι ο αλγόριθμος CPAPES παρουσιάζει επίσης συγκεκριμένα πλεονεκτήματα απόδοσης σε σχέση με τον υφιστάμενο αλγόριθμο C&A.

Λέξεις-κλειδιά: ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης, αντίστροφη συνθετική απεικόνιση, μη παραμετρική φασματική ανάλυση, μέθοδος CAPON, μέθοδος APES, μέθοδος PAPES, αλγόριθμος C&A, αλγόριθμος CPAPES

Abstract

A comparative study of the use of certain non parametric spectral analysis methods for the Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) imaging of air targets is presented. The methods under study are the non parametric spectral analysis methods CAPON and APES (Amplitude and Phase Estimation of a Sinusoid), the C&A complex spectral lines' estimation algorithm, the recently introduced non parametric spectral analysis method PAPES (Parameterized APES) and the recently introduced spectral lines' estimation algorithm CPAPES. Additionally a study of the performance of the recently introduced efficient implementation of the PAPES method is presented. Extensive numerical simulations were performed using synthetic 1-D data to thoroughly investigate the performance of the recently introduced PAPES method and CPAPES algorithm and to compare it to that of the existing CAPON and APES methods and to that of the existing C&A algorithm. Finally a study is performed for the use of the PAPES method for the ISAR imaging of air targets with the use of synthetic and real 2-D radar data and a corresponding comparison of its performance to that of the CAPON and PAPES method is presented. These studies showed that the PAPES method appears to outperform the CAPON and APES methods in specific performance areas and the CPAPES algorithm appears to outperform the C&A algorithm.

Keywords: inverse synthetic aperture radar, ISAR imaging, non parametric spectral analysis, CAPON method, APES method, PAPES method, C&A algorithm, CPAPES algorithm

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Παναγιώτη Φράγκο για την ανεκτίμητη βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας, για τον πολύτιμο χρόνο που μου διέθεσε όποτε αυτό απαιτήθηκε και για την ιδιαίτερη κατανόηση που έδειξε σε σχέση με τις προσωπικές μου οικογενειακές και επαγγελματικές μου υποχρεώσεις. Όλα αυτά τα χρόνια της συνεργασίας μας, στάθηκε δίπλα μου τόσο σαν δάσκαλος όσο και σαν πνευματικός πατέρας και μου συμπαραστάθηκε με συνέπεια σε όλες τις δύσκολες στιγμές.

Θερμές ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω και στον Δρ. Γεώργιο Μπουλταδάκη για την συνεργασία του και για τον χρόνο του. Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Δρ. Sjoerd Gelsema του TNO της Ολλανδίας, ο οποίος μας διέθεσε, στο πλαίσιο των εργασιών της ομάδας εργασίας SET 112 του RTO του NATO, τα 2-D δεδομένα ραντάρ “ORFEO”, τα οποία αφορούν στην ISAR απεικόνιση πραγματικών πολιτικών αεροσκαφών (αδιαβάθμητα δεδομένα).

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την αγάπη μου σε όλους τους κοντινούς μου ανθρώπους που μου συμπαραστέκονται και με στηρίζουν καθημερινά και ιδιαίτερος στην σύζυγό μου για την αμέριστη κατανόησή της κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διατριβής μου.

Περιεχόμενα

Περίληψη	vii
Abstract	ix
Ευχαριστίες	xi
Περιεχόμενα	xiii
Κατάλογος Σχημάτων	xvii
Κατάλογος Πινάκων	xxiii
1ο Κεφάλαιο Εισαγωγή	1
1.1 Απεικόνιση Στόχων με τη Χρήση ραντάρ	2
1.2 Φασματική Ανάλυση	5
1.3 Δομή Διδακτορικής Διατριβής	8

2ο Κεφάλαιο Ραντάρ Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης	11
2.1 Ευκρίνεια Κάθετης Απόστασης	12
2.2 Ευκρίνεια Απόστασης	14
2.3 Συνθετικό προφίλ απόστασης	16
2.4 Γεωμετρία Απεικόνισης ISAR	17
2.5 Παραγωγή Εικόνας Στόχων	21
2.6 Αντιστάθμιση Μεταφορικής Κίνησης Στόχου	23
2.7 Αντιστάθμιση Περιστροφικής Κίνησης Στόχου	28
2.8 Μέθοδοι Απεικόνισης ISAR	36
3ο Κεφάλαιο Μη Παραμετρική Φασματική Ανάλυση	39
3.1 Κλασικές μη παραμετρικές μέθοδοι	40
3.2 Προσέγγιση Τράπεζας Φίλτρων (FBA)	46
3.3 Προσέγγιση Τράπεζας Φίλτρων για τις κλασικές μη παραμετρικές μεθόδους	49
3.4 Προσέγγιση προσαρμοσμένης τράπεζας φίλτρων (MAFI)	51
3.5 Μέθοδος CAPON	52
3.6 Μέθοδος APES	54
3.7 Σύγκριση των μεθόδων CAPON και APES	56
3.8 Μέθοδος PAPES	61
3.9 Ταχεία Υλοποίηση Μεθόδου PAPES	67
3.10 Μελέτη Απόδοσης I-D Μεθόδου PAPES με μία παράμετρο	71
3.11 Μελέτη Απόδοσης I-D Μεθόδου PAPES με δύο παραμέτρους	78
3.11.1 Μελέτη Απόδοσης Ευκρίνειας Συχνότητας	79
3.11.2 Μελέτη Απόδοσης Εκτίμησης Μιγαδικού Πλάτους	84
3.12 Αλγόριθμος Εκτίμησης Φασματικών Γραμμών CPAPES	88
3.13 Μελέτη Απόδοσης Αλγόριθμου CPAPES	90

4ο Κεφάλαιο Απεικόνιση ISAR με Χρήση των Μεθόδων CAPON, APES και PAPES	95
4.1 Παραγωγή Απεικόνισης ISAR με χρήση κυματομορφής SF	96
4.2 Απεικόνιση με Συνθετικά Δεδομένα	99
4.3 Απεικόνιση με Πραγματικά Δεδομένα	102
5ο Κεφάλαιο Συμπεράσματα-Μελλοντικές Κατευθύνσεις	117
5.1 Συμπεράσματα	117
5.2 Μελλοντικές Κατευθύνσεις	121
Βιβλιογραφία	123
Συντμήσεις	131

Κατάλογος Σχημάτων

Εικόνα 1.1 Spotlight SAR (Wehner, 1995)	4
Εικόνα 1.2 Σύγκριση απεικόνισης ISAR και χαρτογράφησης spotlight SAR (Wehner, 1995)	5
Εικόνα 2.3 Γωνιακή ταχύτητα σκεδαστή περιστρεφόμενου στόχου (Wehner, 1995)....	12
Εικόνα 2.4 Μ ριπές Ν κλιμακούμενης συχνότητας παλμών (Son, 2001).....	15
Εικόνα 2.5 Συνθετικό προφίλ απόστασης (Wehner, 1995)	17
Εικόνα 2.6 Γεωμετρία απεικόνισης ISAR (Wehner, 1995).....	18
Εικόνα 2.7 Αλγόριθμος επεξεργασίας δεδομένων ανακλαστικότητας (Wehner, 1995).	22
Εικόνα 2.8 Απεικόνιση ISAR ενός MIG-25 (Kalognomos, 2003)	23
Εικόνα 2.9 Απόκλιση κελιών απόστασης λόγω μεταφορικής ταχύτητας στόχου (Wehner, 1995).....	26
Εικόνα 2.10 Αντιστάθμιση μεταφορικής κίνησης τριών σημειακών στόχων (Kalognomos, 2002)	27
Εικόνα 2.11 Σκεδαστής περιστρεφόμενου στόχου (Wehner, 1995).....	28
Εικόνα 2.12 Ακτίνα θόλωσης (Wehner, 1995)	31
Εικόνα 2.13 Σύστημα συντεταγμένων λήψης δεδομένων ανάκλασης (Wehner, 1995) .	32
Εικόνα 2.14 Επίδραση της συχνότητας στην εστίαση της εικόνας του στόχου (Wehner, 1995)	33

Εικόνα 2.15 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 1 (Wehner, 1995).....	34
Εικόνα 2.16 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 2 (Wehner, 1995).....	34
Εικόνα 2.17 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 3 (Wehner, 1995).....	34
Εικόνα 2.18 Μέθοδος Πολικής Επαναμορφοποίησης (Kalognomos, 2003)	35
Εικόνα 2.19 Συλλογή δεδομένων ανακλαστικότητας από εκπομπή κυματομορφής SF (Wehner, 1995).....	36
Εικόνα 2.20 Τομογραφική απεικόνιση ISAR (Wehner, 1995)	37
Εικόνα 3.21 DFT παραθύρου Bartlett (πυρήνας Fejer) (Stoica, 1997).....	44
Εικόνα 3.22 DFT παραθύρου Bartlett (πυρήνας Dirichlet) (Stoica, 1997).....	44
Εικόνα 3.23 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο του περιοδογράμματος (Kalognomos, 2003).....	45
Εικόνα 3.24 Φασματική εκτίμηση με την προσέγγιση τράπεζας φίλτρων (Stoica, 1997)	47
Εικόνα 3.25 Συνάρτηση μεταφοράς $N=50$ (Stoica, 1997)	50
Εικόνα 3.26 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο CAPON (Kalognomos, 2003)	54
Εικόνα 3.27 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο APES (Kalognomos, 2003).....	56
Εικόνα 3.28 Πραγματικό φάσμα (Li, 1996)	57
Εικόνα 3.29 Συστηματικό σφάλμα συναρτήσεως του μήκους του φίλτρου M για SNR=20 dB (Li, 1996).....	58
Εικόνα 3.30 Διακύμανση συναρτήσεως του μήκους του φίλτρου M για SNR=20 dB (Li, 1996).....	58
Εικόνα 3.31 Συστηματικό σφάλμα συναρτήσεως του SNR για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996).....	59
Εικόνα 3.32 Διακύμανση συναρτήσεως του SNR για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996) ..	59
Εικόνα 3.33 Εκτιμώμενο φάσμα με τις APES (αριστερά) και CAPON (δεξιά) μεθόδους για φίλτρο μήκους $M=15$ (Li, 1996)	60
Εικόνα 3.34 Εκτιμώμενο φάσμα με τις APES (αριστερά) και CAPON (δεξιά) μεθόδους για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996)	60
Εικόνα 3.35 Χρόνος εκτέλεσης φίλτρο μήκους $M=N/2$ και SNR=14 dB στην περίπτωση τυχαίων ακολουθιών δεδομένων (Kalognomos, 2010b).....	70

Εικόνα 3.36 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0$ (Kalognomos, 2005b)	72
Εικόνα 3.37 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.25$ (Kalognomos, 2005b)	72
Εικόνα 3.38 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.5$ (Kalognomos, 2005b)	73
Εικόνα 3.39 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.75$ (Kalognomos, 2005b)	73
Εικόνα 3.40 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=1$ (Kalognomos, 2005b)	74
Εικόνα 3.41 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=31$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)	74
Εικόνα 3.42 Στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=31$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)	75
Εικόνα 3.43 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=64$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)	75
Εικόνα 3.44 Στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=64$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)	76
Εικόνα 3.45 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=0 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)	76
Εικόνα 3.46 Στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=0 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)	77
Εικόνα 3.47 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=20 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)	77
Εικόνα 3.48 Στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=20 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)	78
Εικόνα 3.49 Ευκρίνεια συχνότητας για $M=32$ και SNR=0,20 dB για την περίπτωση πέντε σει παραμέτρων	81
Εικόνα 3.50 Ευκρίνεια συχνότητας για $M=64$ και SNR=0,20 dB για την περίπτωση πέντε σει παραμέτρων	82

Εικόνα 3.51 Ευκρίνεια συχνότητας για $M=32,64$ και $SNR=0,20$ dB για την περίπτωση δύο φασματικών γραμμών (Kalognomos, 2010b)	84
Εικόνα 3.52 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήση του μήκους φίλτρου M και $SNR=0,20$ dB για την περίπτωση πέντε σετ παραμέτρων.....	86
Εικόνα 3.53 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήση του μήκους φίλτρου M για $SNR=0,20$ dB, όπου με SL (Spectral Line) συμβολίζεται ο αριθμός της φασματικής γραμμής (Kalognomos, 2010b).....	87
Εικόνα 3.54 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήση του SNR για $M=32,64$, όπου με SL (Spectral Line) συμβολίζεται ο αριθμός της φασματικής γραμμής.....	88
Εικόνα 3.55 Φάσμα για $M=32$ και $SNR=14$ dB για την περίπτωση πέντε φασματικών γραμμών, εκ των οποίων απεικονίζονται οι τελευταίες τέσσερις.....	91
Εικόνα 3.56 Συστηματικό σφάλμα του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας συναρτήση του M για $SNR=0,20$ dB και για την τέταρτη από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές (Kalognomos, 2010b).....	92
Εικόνα 3.57 Συστηματικό σφάλμα του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας συναρτήση του SNR για $M=32,64$ και για την τέταρτη από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές.....	93
Εικόνα 3.58 Ποσοστό (%) της αποτυχίας διαχωρισμού των δύο πρώτων από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές με διαχωρισμό συχνότητας $0.5/N$ (Kalognomos, 2010b).....	94
Εικόνα 3.59 Απεικόνιση ISAR της προσομοιωμένης λήψης από ένα αεροσκάφος F-16 για $M=N/2$ και $SNR=0$ dB.....	100
Εικόνα 3.60 Απεικόνιση ISAR της προσομοιωμένης λήψης από ένα αεροσκάφος F-16 για $M=N/2$, $M=N/4$ και $SNR=-10$ dB	100
Εικόνα 3.61 Απεικόνιση ISAR ενός μαχητικού αεροσκάφους F-16 με χρήση μήκους φίλτρου $M=N/2$ και $SNR=8$ dB (Kalognomos, 2010b).....	101
Εικόνα 3.62 Απεικόνιση ISAR πολιτικού αεροσκάφους με την μέθοδο B-PAPES	105
Εικόνα 3.63 Απεικόνιση ISAR πολιτικού αεροσκάφους με την μέθοδο FFT	105
Εικόνα 3.64 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους MD-80 με την μέθοδο B-PAPES	106

Εικόνα 3.65 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους MD-80 με την μέθοδο FFT	106
Εικόνα 3.66 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο B-PAPES	107
Εικόνα 3.67 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο FFT	107
Εικόνα 3.68 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-100 με την μέθοδο B-PAPES	108
Εικόνα 3.69 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-100 με την μέθοδο FFT	108
Εικόνα 3.70 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο B-PAPES	109
Εικόνα 3.71 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο FFT	109
Εικόνα 3.72 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-50 με την μέθοδο B-PAPES	110
Εικόνα 3.73 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-50 με την μέθοδο FFT	110
Εικόνα 3.74 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο B-PAPES	111
Εικόνα 3.75 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο FFT.....	111
Εικόνα 3.76 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B747-400 με την μέθοδο B-PAPES	112
Εικόνα 3.77 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B747-400 με την μέθοδο FFT.....	112
Εικόνα 3.78 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο B-PAPES	113
Εικόνα 3.79 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο FFT.....	113
Εικόνα 3.80 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B767 με την μέθοδο B-PAPES.....	114
Εικόνα 3.81 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B767-300 με την μέθοδο FFT.....	114
Εικόνα 3.82 Χρόνος παραγωγής των απεικονίσεων ISAR των δεδομένων ORFEO με την μέθοδο B-PAPES	116

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3.1 Ομάδες (sets) παραμέτρων k_1, k_2	80
Πίνακας 4.2 Αεροσκάφη μετρήσεων ORFEO	103
Πίνακας 4.3 Επιλεγμένες μετρήσεις ORFEO	104
Πίνακας 4.4 Τιμές κύριων παραμέτρων.....	115

1ο Κεφάλαιο

Εισαγωγή

Το ραντάρ (Radio Detection and Ranging-RADAR) ήταν μία από τις σημαντικότερες εφευρέσεις του 20^{ου} αιώνα. Η ανακάλυψη του έγινε για να χρησιμοποιηθεί ως όπλο για τις ανάγκες της έγκαιρης προειδοποίησης της Βρετανικής Αεράμυνας κατά την διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου. Στην συνέχεια βέβαια η χρήση του επεκτάθηκε σε πολυάριθμους τεχνολογικούς τομείς, τόσο στρατιωτικούς όσο και πολιτικούς. Ενδεικτικά αναφέρεται η χρήση των ραντάρ σε διάφορες στρατιωτικές πλατφόρμες (αεροσκάφη, πλοία, άρματα μάχης, δορυφόροι, υποβρύχια, πύραυλοι, κλπ), η χρήση τους ως αυτόνομα στρατιωτικά συστήματα (ραντάρ έγκαιρης προειδοποίησης, ραντάρ ανίχνευσης και παρακολούθησης πυραύλων, κλπ), η χρήση τους σε διάφορες πλατφόρμες πολιτικής χρήσης (διαστημικό λεωφορείο, επιβατικά αεροσκάφη, επιβατικά και εμπορικά πλοία, αυτοκίνητα, κλπ) και η αυτόνομη χρήση τους για τις ανάγκες πολυάριθμων σημαντικών εφαρμογών (παρακολούθηση κίνησης σε λιμάνια και αεροδρόμια, ραντάρ καιρού, μέτρηση ταχύτητας οχημάτων, χαρτογράφηση, κλπ). Στην ουσία είναι τόσο εκτεταμένη η χρήση τους που η ύπαρξη και η σημασία τους αγνοείται τις περισσότερες φορές από την πλειοψηφία των ανθρώπων που απολαμβάνουν τα οφέλη της λειτουργίας τους.

Επιπλέον η έρευνα στον τομέα των ραντάρ έχει υποβοηθήσει πολυάριθμους άλλους τεχνολογικούς τομείς (Buderl, 1996). Κατά την διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου οι επιστήμονες των Η.Π.Α. και του Ηνωμένου Βασιλείου, μεταξύ των οποίων και πολλοί πυρηνικοί φυσικοί, αναγκάστηκαν να σταματήσουν την έρευνα στους διάφορους τομείς τους και να αφοσιωθούν στην ανάπτυξη της τεχνολογίας του μικροκυματικού ραντάρ, χρησιμοποιώντας γνώσεις κυρίως της φυσικής αλλά και άλλων επιστημών. Ήταν όμως τόσο εκτεταμένη και πλούσια η ενασχόληση αυτή με την τεχνολογία των ραντάρ που είχε ως αποτέλεσμα την ανακάλυψη τεχνικών που αποδείχθηκαν κρίσιμες και για τις επιστήμες αυτές.

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας των ραντάρ έγινε αρχικά κυρίως στο εργαστήριο ραντάρ (Radiation Lab ή Rad Lab εν συντομία) του Ινστιτούτου Τεχνολογίας της Μασαχουσέτης (Massachusetts Institute of Technology-MIT). Από την δουλειά αυτή που έγινε στο Rad Lab την εποχή εκείνη έχουν προκύψει, είτε άμεσα είτε έμμεσα, πολυάριθμες σημαντικές τεχνολογικές καινοτομίες που έχουν κυριολεκτικά αλλάξει την ζωή μας. Ενδεικτικά αναφέρονται τα δύο βραβεία Νόμπελ για τον πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό (το έτος 1946) και για το MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) και το LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) (το έτος 1964), το τρανζίστορ το οποίο προήλθε από τους στερεάς κατάστασης ημιαγώγιμους κρυστάλλους που αποτελούσαν την καρδιά των πρώτων δεκτών ραντάρ που ανέπτυξε το εργαστήριο Bell Labs για λογαριασμό του Rad Lab, οι πρώτοι επιταχυντές σωματιδίων, τα πρώτα τηλεοπτικά δίκτυα, οι οθόνες καθοδικού σωλήνα, κλπ (Buderl, 1996).

1.1 Απεικόνιση Στόχων με τη Χρήση ραντάρ

Η απεικόνιση στόχων με την χρήση ραντάρ είναι ένας σχετικά νέο γνωστικό πεδίο για το οποίο η επιστημονική κοινότητα, ο κυβερνητικός τομέας και ο ιδιωτικός τομέας έχουν επιδείξει πολύ μεγάλο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια λόγω των πολυάριθμων σημαντικών εφαρμογών του. Μία μελέτη των σύγχρονων εξελίξεων στο πεδίο των ραντάρ αποκαλύπτει την μετάβαση του ενδιαφέροντος της καθαρής και εφαρμοσμένης έρευνας από την αποκάλυψη και παρακολούθηση προς τη χωρική ευκρίνεια, με σκοπό την αναγνώριση, την χαρτογράφηση και την απεικόνιση στόχων. Είναι δε εμφανές ότι η νέα τάση είναι η εκμετάλλευση αλγορίθμων υψηλής ευκρίνειας με σκοπό όχι μόνο την απεικόνιση στόχων

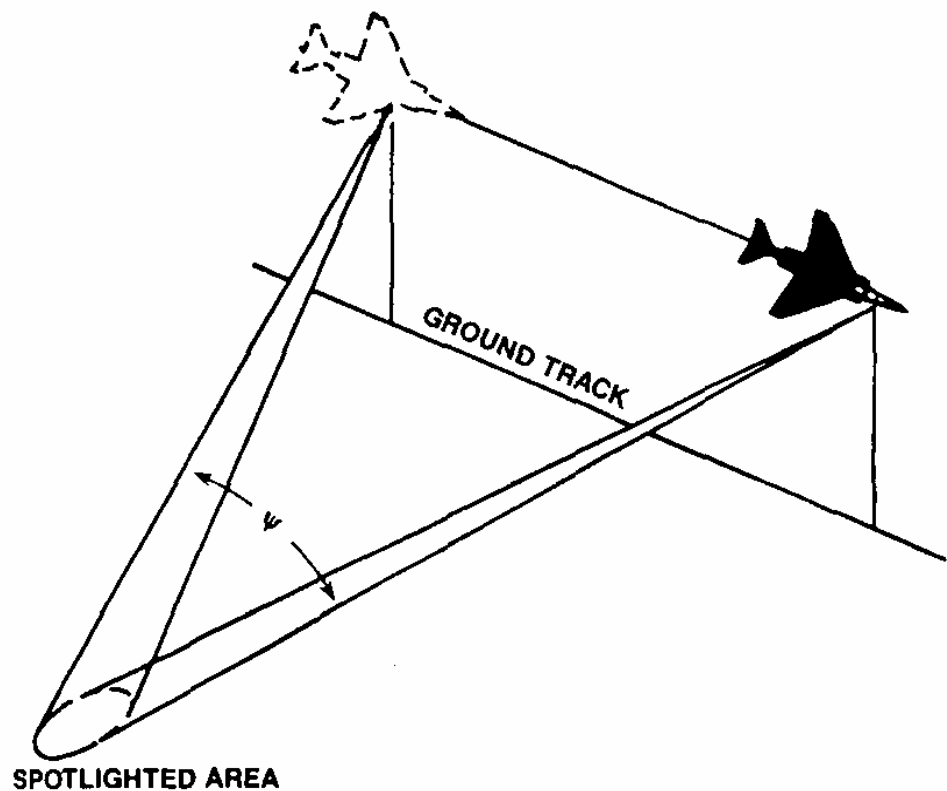
αλλά και την αποκάλυψη σε δύσκολα περιβάλλοντα έρευνας ραντάρ (παρεμβολές, ground clutter, sea clutter, κλπ).

Οι εφαρμογές που βρίσκουν οι τεχνικές υψηλής ευκρίνειας είναι πολλές και σημαντικές. Μία από αυτές είναι η χαρτογράφηση της γης και των ωκεανών από ιπτάμενες πλατφόρμες με σκοπό την συλλογή πληροφοριών για τους πόρους του πλανήτη για τις ανάγκες των επιστημών της γεωλογίας, της σεισμολογίας, της γεωργίας και της περιβαλλοντολογίας. Άλλες εφαρμογές είναι η πλοήγηση αεροσκαφών, πλοίων και επίγειων οχημάτων σε περιβάλλοντα χαμηλής ορατότητας, η άνευ συνεργασίας αναγνώριση στόχων (επίγειων, θαλάσσιων και ιπτάμενων) και η παρακολούθηση της κίνησης των αεροπλάνων στους διαδρόμους των αεροδρομίων.

Σκοπός της απεικόνισης είναι η δημιουργία της εικόνας του στόχου. Σύμφωνα με το IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) με τον όρο “εικόνα” εννοούμε την χωρική κατανομή μίας φυσικής ιδιότητας όπως η ακτινοβολία, το ηλεκτρικό φορτίο, η αγωγιμότητα κλπ. Στην περίπτωση της απεικόνισης με ραντάρ, ο όρος εικόνα του στόχου υποδηλώνει την χωρική κατανομή της ανακλαστικότητας του (Mensa, 1992). Η μέτρηση της ανακλαστικότητας του στόχου ή αλλιώς η μέτρηση των σκεδαζόμενων από τον στόχο πεδίων είναι ένας τρόπος συλλογής πληροφοριών για τον χωρικό διαχωρισμό των επιφανειών του στόχου που προκαλούν την σκέδαση της ακτινοβολίας. Αν και οι ομοιότητες μεταξύ των οπτικών εικόνων και των εικόνων ραντάρ του στόχου μπορεί να δώσει κάποιες χρήσιμες πληροφορίες, η ποιότητα της εικόνας ραντάρ εξαρτάται αποκλειστικά από το πόσο καλά αντιπροσωπεύει την χωρική κατανομή της ανακλαστικότητας του.

Μία από τις κυριότερες απεικονιστικές μεθόδους με την χρήση ραντάρ είναι το ραντάρ συνθετικής απεικόνισης SAR (Synthetic Aperture Radar), η οποία παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στις αρχές τις δεκαετίας του '50. Η χαρτογράφηση συνθετικής απεικόνισης με τη χρήση εναέριου ή διαστημικού ραντάρ, επιτυγχάνεται με την συμμασική επεξεργασία δεδομένων ανάκλασης, τα οποία λαμβάνονται από την επιφάνεια της γης από μεταβαλλόμενες γωνίες θέασης, κατά την διάρκεια του φωτισμού της από το ραντάρ με υψηλού εύρους συχνοτήτων ηλεκτρομαγνητικούς παλμούς. Η πρώτη πειραματική επίδειξη της χαρτογράφησης SAR έγινε το 1953, όταν χαρτογραφήθηκε μία λωρίδα γης των νησιών Key West της Φλόριδας (Η.Π.Α.) με την ανάλυση δεδομένων ανάκλασης σε συχνότητα 10 GHz από ένα αεροσκάφος C-46 (Sherwin, 1962). Μία από τις πιο σημαντικές παραλλαγές της χαρτογράφησης SAR είναι η spotlight SAR, στα πλαίσια της οποίας η κεραία του ιπτάμενου ραντάρ εκτελεί

αζιμουθιακή κίνηση με σκοπό την παρακολούθηση της περιοχής ενδιαφέροντος σε μία αζιμουθιακή γωνία ψ (Εικόνα 1.1). Έχει αποδειχθεί (Munson, 1983) ότι μέσω ενός τομογραφικού μοντέλου για την χαρτογράφηση spotlight SAR ότι με την εκπομπή μίας γραμμικά διαμορφωμένης κατά FM κυματομορφής το λαμβανόμενο σήμα, μετά από quadrature αποδιαμόρφωση, είναι μία τομή του δυσδιάστατου μετασχηματισμού Fourier της ανακλαστικότητας συναρτήσει της γωνίας θέασης.

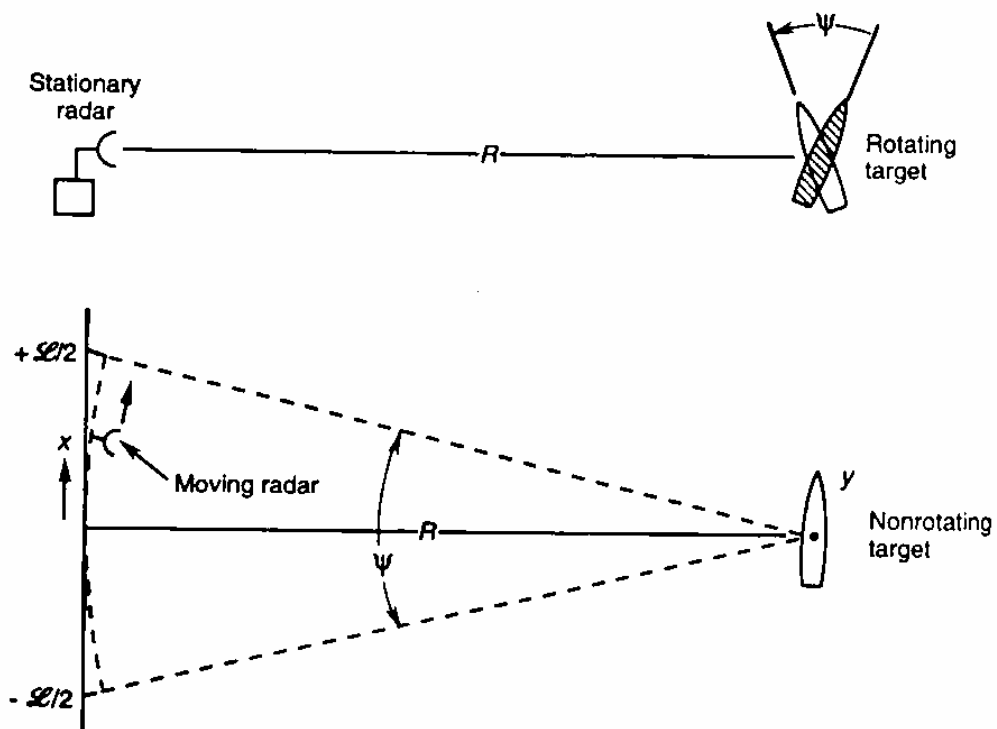


Εικόνα 1.1 Spotlight SAR (Wehner, 1995)

Το ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης ISAR (Inverse Synthetic Aperture Radar) είναι μία σύγχρονη παραλλαγή της χαρτογράφησης spotlight SAR, η οποία επιτυγχάνει την απεικόνιση με την συμφασική επεξεργασία δεδομένων ανάκλασης (I και Q δεδομένα) τα οποία λαμβάνονται από έναν στόχο που περιστρέφεται κατά γωνία ψ ενώ φωτίζεται από το ραντάρ. Όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 1.2, οι δύο τεχνικές απεικόνισης ISAR και spotlight SAR είναι ισοδύναμες (Wehner, 1995) όταν θεωρήσουμε στην περίπτωση του spotlight SAR ότι το ραντάρ κινείται στην κυκλική τροχιά που φαίνεται στο σχήμα με την διακεκομμένη γραμμή. Τα δεδομένα ανάκλασης που συλλέγονται από το

κινούμενο ραντάρ θα ήταν τα ίδια με αυτά που θα συλλέγονταν εάν το ραντάρ έμενε ακίνητο και περιστρεφόταν ο στόχος, το οποίο συμβαίνει στην περίπτωση της απεικόνισης ISAR.

Η απεικόνιση ISAR μπορεί να χρησιμοποιηθεί επιχειρησιακά για την απεικόνιση στόχων όπως αεροσκάφη, πλοία, επίγεια οχήματα, πλανήτες και διαστημικά αντικείμενα (Chen, 1980a), (Steinberg, 1988), (Ausherman, 1984), (Rihaczek, 2000). Επίσης βρίσκει εφαρμογή στα εργαστηριακά (instrumentation) ραντάρ με σκοπό την αξιολόγηση του Radar Cross Section (RCS) τόσο στόχων όσο και μοντέλων στόχων (Chen, 1980b), (Walker, 1980). Γενικά πάντως είναι μία σχετικά νέα τεχνολογία και τα επιχειρησιακά συστήματα που υπάρχουν σήμερα βασισμένα σε αυτήν δεν είναι πολλά (Voles, 1993).



Εικόνα 1.2 Σύγκριση απεικόνισης ISAR και χαρτογράφησης spotlight SAR (Wehner, 1995)

1.2 Φασματική Ανάλυση

Η φασματική ανάλυση (spectral analysis) είναι ένα από τα σπουδαιότερα εργαλεία της θεωρίας επεξεργασίας σήματος. Σκοπός της είναι η εκτίμηση του φάσματος (spectral estimation) μίας πεπερασμένης ακολουθίας δεδομένων ή αλλιώς η εκτίμηση της κατανομής της ισχύος της ακολουθίας αυτής στο πεδίο της συχνότητας (Stoica, 1997).

Η φασματική ανάλυση χρησιμοποιείται σε μία ευρεία κλίμακα εφαρμογών. Στις οικονομικές επιστήμες και στην μετεωρολογία, η φασματική ανάλυση χρησιμοποιείται για την αποκάλυψη ιδιαιτεροτήτων των υπό μελέτη δεδομένων, οι οποίες σχετίζονται με διάφορες επαναλαμβανόμενες διεργασίες. Στην Ιατρική η φασματική ανάλυση διαφόρων μετρήσεων ζωτικών λειτουργιών των ασθενών (ηλεκτροκαρδιογράφημα, υπέρηχος, κλπ), δίνει σημαντικές πληροφορίες που διευκολύνουν την διαγνωστική διαδικασία. Η αποκάλυψη της περιοδικότητας μίας χρονικής σειράς (time-series) μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως πρόβλημα φασματικής ανάλυσης (Scargle, 1997). Η φασματική ανάλυση χρησιμοποιείται στην ανάλυση φωνής με σκοπό την καλύτερη κατανόηση των μηχανισμών παραγωγής της φωνής και την ανάπτυξη αλγορίθμων αυτόματης αναγνώρισης της. Επίσης η φασματική ανάλυση χρησιμοποιείται σε διάφορες εφαρμογές ραντάρ (Jakkowatz, 1996) και σε διάφορες εφαρμογές τομογραφικής απεικόνισης όπως του ραντάρ συνθετικής απεικόνισης (SAR) και του ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης (ISAR), στις οποίες η φασματική ανάλυση των δεδομένων λήψης των ραντάρ αυτών δίνουν πληροφορίες για την χωρική θέση των στόχων. Συγκεκριμένα το πρόβλημα της απεικόνισης στο πλαίσιο των εφαρμογών αυτών μετατρέπεται στο πρόβλημα της εκτίμησης των πλατών (amplitudes) και των συχνοτήτων (frequencies) των ημιτονοειδών συναρτήσεων (sinusoids) που παρουσία θορύβου αποτελούν τις υπό εξέταση ακολουθίες των δεδομένων λήψης (DeGraaf, 1998), (Liu, 1999), (Gini, 2002). Τέλος σημειώνεται ότι η βιβλιογραφία σχετικά με το θέμα της φασματικής ανάλυσης είναι εκτεταμένη και ενδεικτικά αναφέρονται τα βιβλία (Marple, 1987), (Stoica, 2005), (Kay, 1988) και οι βιβλιογραφίες αυτών.

Οι μέθοδοι της φασματικής ανάλυσης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στις παραμετρικές μεθόδους και στις μη παραμετρικές μεθόδους. Οι παραμετρικές μέθοδοι βασίζονται σε ένα μοντέλο το οποίο κατασκευάζεται για να αναπαραστήσει τα υπό εξέταση δεδομένα με σκοπό την αντιστοίχιση τους με ένα πλήθος παραμέτρων. Με την προσέγγιση αυτή το πρόβλημα της εκτίμησης του φάσματος των δεδομένων αυτών μετατρέπεται στο πρόβλημα της εκτίμησης των παραμέτρων του εν λόγω μοντέλου. Οι μη παραμετρικές μέθοδοι, αντί να κάνουν μοντελοποίηση των υπό εξέταση δεδομένων, επιχειρούν να εκτιμήσουν το φασματικό περιεχόμενο των δεδομένων χωρίς να χρησιμοποιούν *a priori* πληροφορίες για αυτά. Συγκεκριμένα οι μη παραμετρικές μέθοδοι φιλτράρουν τα δεδομένα με ένα φίλτρο αποκοπής ζώνης (band-pass filter) για τις συχνότητες ενδιαφέροντος και στην συνέχεια υπολογίζουν την εκτίμηση του φάσματος ως το πηλίκο της ισχύς εξόδου του φίλτρου με το εύρος του (Stoica,

2005). Όπως είναι προφανές η επιτυχία των παραμετρικών μεθόδων εξαρτάται από τον βαθμό επιτυχίας του μοντέλου που υιοθετούν, με αποτέλεσμα να μην είναι το ίδιο εύρωστοι με τις μη παραμετρικές μεθόδους.

Η κλασική προσέγγιση στο πρόβλημα της φασματικής ανάλυσης δεδομένων στα οποία έχει γίνει δειγματοληψία σε ομοιόμορφα χρονικά διαστήματα (uniformly sampled data) είναι η μέθοδος του διακριτού μετασχηματισμού Fourier DFT (Discrete Fourier Transform) και οι διάφορες παραλλαγές της μεθόδου αυτής, στο πλαίσιο των οποίων τα υπό εξέταση δεδομένα είτε φιλτράρονται με ένα κατάλληλο παράθυρο (data windowing) είτε εξομαλύνονται (data smoothing). Άλλες κλασικές μη παραμετρικές μέθοδοι είναι το περιοδόγραμμα (periodogram) (Schuster, 1898), (Schuster, 1900) και ένα πλήθος μεθόδων που σχεδιάστηκαν για να καλύψουν τις βασικές αδυναμίες του περιοδογράμματος, όπως η μέθοδος Blackman-Tukey (BT) (Blackman, 1959), η μέθοδος Bartlett (Bartlett, 1948), (Bartlett, 1950), η μέθοδος Welch (Welch, 1967) και η μέθοδος Daniell (Daniell, 1946). Αυτές οι μέθοδοι δεν κάνουν χρήση *a priori* πληροφοριών για τα δεδομένα που αναλύουν και κατά συνέπεια μπορούν θεωρηθούν εύρωστες, αλλά παράλληλα επιδεικνύουν χαμηλή απόδοση στο τομέα της φασματικής ευκρίνειας (spectral resolution). Ταυτόχρονα έχουν αναπτυχθεί παραμετρικές μέθοδοι υψηλής ευκρίνειας, όπως η μέθοδος MUSIC (Ottersten, 1993) και οι subspace-based μέθοδοι (Schmidt, 1981), οι οποίες αποκαλύπτουν ικανοποιητικά τα φασματικά υψηλά (spectral peaks) αλλά βασίζονται σε πολύ μεγάλο βαθμό στην υπόθεση ότι τα υπό εξέταση δεδομένα αποτελούνται από γνωστό πλήθος ημιτονοειδών συναρτήσεων.

Την τελευταία δεκαετία έχει παρουσιαστεί μία νέα κλάση μεθόδων, γνωστές ως μη παραμετρικές μέθοδοι προσαρμοζόμενης τράπεζας φίλτρων (filter-bank methods), οι οποίες επιχειρούν να βελτιώσουν τη φασματική ευκρίνεια θυσιάζοντας σε κάποιο βαθμό τη στατιστική τους ευστάθεια (statistical stability). Στην κλάση αυτή ανήκει η κλασική μέθοδος CAPON (Capon, 1969), (Lacoss, 1971), (Capon, 1983) και η πιο πρόσφατη μέθοδος APES (Amplitude and Phase Estimation of a Sinusoid) (Li, 1996), (Stoica, 1999). Οι μέθοδοι CAPON και APES, αν και είναι υπό συνθήκες ουσιαστικά ισοδύναμες με τη μέθοδο DFT καθώς το πλήθος των υπό εξέταση δεδομένων τείνει στο άπειρο, επιδεικνύουν αξιόλογη απόδοση για πεπερασμένο πλήθος δεδομένων.

1.3 Δομή Διδακτορικής Διατριβής

Αντικείμενο της διατριβής αποτελεί η μελέτη της απεικονιστικής τεχνικής του ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης ISAR με την χρήση μεθόδων μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης. Οι μέθοδοι που εξετάζονται είναι οι μέθοδοι μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης CAPON και APES, ο αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών C&A (CAPON & APES), η νέα μέθοδος μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης PAPES (Parameterized APES) και ο νέος αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES (Combined PAPES). Επιπλέον γίνεται μελέτη και του νέου αλγόριθμου αποτελεσματικής υλοποίησης της μεθόδου PAPES. Η απόδοση των προτεινόμενων τεχνικών μελετάται εκτενώς στο πλαίσιο πολύπλοκων προσομοιώσεων με την χρήση 1-D συνθετικών δεδομένων και συγκρίνεται με την απόδοση των υφιστάμενων. Τέλος γίνεται μελέτη της εφαρμογής της μεθόδου PAPES στην απεικόνιση ISAR εναέριων στόχων με την χρήση συνθετικών και πραγματικών 2-D δεδομένων ραντάρ και συγκρίνεται η απόδοση της εφαρμογής αυτής με την αντίστοιχη των μεθόδων CAPON και APES.

Η καινοτομία της παρούσας διατριβής είναι η διατύπωση της νέας μεθόδου PAPES και του νέου αλγόριθμου CPAPES, η μελέτη-τεκμηρίωση της βελτιωμένης απόδοσης τους και η μελέτη της εφαρμογής τους στο πεδίο της απεικόνισης ISAR εναέριων στόχων τόσο για συνθετικά όσο και για πραγματικά δεδομένα ραντάρ. Τα ανωτέρω κύρια αντικείμενα της έρευνας αναπτύσσονται λεπτομερώς στα κεφάλαια της διατριβής, το περιεχόμενο των οποίων παρουσιάζεται στις επόμενες παραγράφους.

Στο εισαγωγικό πρώτο κεφάλαιο γίνεται συνοπτική παρουσίαση του θέματος της απεικόνισης στόχων με τη χρήση ραντάρ, ή αλλιώς της δημιουργίας εικόνας των στόχων αυτών. Δίνεται ορισμός του όρου «εικόνας» ενός στόχου και γίνεται συνοπτική αναφορά των δύο κυριότερων απεικονιστικών μεθόδων, οι οποίες κάνουν χρήση του ραντάρ συνθετικής απεικόνισης SAR και του ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης ISAR. Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση του σπουδαίου εργαλείου της θεωρίας επεξεργασίας σήματος που λέγεται φασματική ανάλυση και αναφέρονται συνοπτικά οι κυριότερες εφαρμογές της. Γίνεται αναφορά στις δύο κύριες κατηγορίες των μεθόδων της φασματικής ανάλυσης, οι οποίες είναι οι παραμετρικές και οι μη παραμετρικές μέθοδοι, αναλύονται εν συντομία τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα τους και αναφέρονται οι κυριότερες μη παραμετρικές μέθοδοι φασματικής ανάλυσης. Τέλος γίνεται αναφορά των κύριων αντικειμένων της διατριβής και σύντομη παρουσίαση των περιεχομένων των κεφαλαίων που την αποτελούν.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση της απεικονιστικής τεχνικής του ραντάρ αντίστροφης συνθετικής απεικόνισης ISAR. Αρχικά γίνεται ανάλυση της έννοιας της ευκρίνειας κάθετης απόστασης, περιγράφεται ο τρόπος υπολογισμού της στις περιπτώσεις εστιασμένης απεικόνισης ISAR και μη εστιασμένης απεικόνισης ISAR με μικρή γωνία ολοκλήρωσης και ορίζεται η μέγιστη γωνία ολοκλήρωσης για επίτευξη εστίασης. Στη συνέχεια αναλύεται η έννοια της ευκρίνειας απόστασης και περιγράφεται ο τρόπος υπολογισμού της στην περίπτωση εκπομπής παλμών κλιμακούμενης συχνότητας SF (Stepped Frequency). Ακολούθως παρουσιάζεται η γεωμετρία της απεικόνισης ISAR και αναλύεται ο τρόπος υπολογισμού της συνάρτησης της λήψης του ραντάρ απεικόνισης και του τρόπου επεξεργασίας των δεδομένων λήψης για την παραγωγή της εικόνας του στόχου στην περίπτωση εκπομπής παλμών SF. Τέλος περιγράφονται τα προβλήματα που προκαλεί η μη αντιστάθμιση της ακτινικής και περιστροφικής κίνησης των στόχων στην παραγωγή της εικόνας των στόχων και αναφέρονται οι βασικοί μέθοδοι επίλυσης των προβλημάτων αυτών.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αρχικά μία σύντομη παρουσίαση του προβλήματος της φασματικής ανάλυσης. Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση των κλασικών μη παραμετρικών μεθόδων φασματικής ανάλυσης DFT, περιοδόγραμμα και συσχεσιόγραμμα. Στην συνέχεια γίνεται παρουσίαση της προσέγγισης τράπεζας φίλτρων, γνωστής και ως FBA (Filter Bank Approach) και πως αυτή εφαρμόζεται στις κλασικές μη παραμετρικές μεθόδους. Ακολούθως παρουσιάζεται η προσέγγιση της προσαρμοζόμενης τράπεζας φίλτρων MAFI (Matched Filterbank Interpretations), διατυπώνονται οι μέθοδοι CAPON και APES με βάση την προσέγγιση αυτή και γίνεται σύγκριση της απόδοσης τους. Μετά διατυπώνεται η προτεινόμενη μη παραμετρική μέθοδος φασματικής ανάλυσης PAPES, η οποία προκύπτει από την παραμετροποίηση, με δύο παραμέτρους, της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης του θορύβου (noise covariance matrix) Q των υπό φασματική εκτίμηση δεδομένων. Η προτεινόμενη μέθοδος PAPES διατυπώνεται στο πλαίσιο της προσέγγισης MAFI, τόσο για μονοδιάστατα όσο και για δυσδιάστατα δεδομένα. Στη συνέχεια γίνεται περιγραφή της προσαρμογής υφιστάμενου αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης (efficient implementation) της μεθόδου APES στις ανάγκες της προτεινόμενης μεθόδου PAPES και μελετάται η απόδοση του. Ακολούθως μελετάται η απόδοση της μεθόδου PAPES στην ευκρίνεια συχνότητας και στην εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους σημάτων ημιτονοειδών στην περίπτωση μονοδιάστατων δεδομένων και συγκρίνεται η απόδοση αυτή με την αντίστοιχη απόδοση των μεθόδων CAPON, APES και όλων των γνωστών παραλλαγών τους. Τέλος παρουσιάζεται ο

υφιστάμενος αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών C&A, διατυπώνεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES για την περίπτωση μονοδιάστατων και δυσδιάστατων δεδομένων και συγκρίνεται η απόδοση του σε σχέση με αυτήν του C&A.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση της εφαρμογής των υφιστάμενων μεθόδων CAPON, APES και της προτεινόμενης μεθόδου PAPES στο πεδίο της απεικόνισης ISAR εναέριων στόχων με τη χρήση δυσδιάστατων συνθετικών και πραγματικών δεδομένων λήψης. Τέλος στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται καταγραφή και ανάλυση των συμπερασμάτων της διατριβής και γίνεται πρόταση για τις δυνατές μελλοντικές κατευθύνσεις της έρευνας στο πεδίο της χρήσης μεθόδων μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης στην απεικόνιση ISAR εναέριων στόχων.

2ο Κεφάλαιο

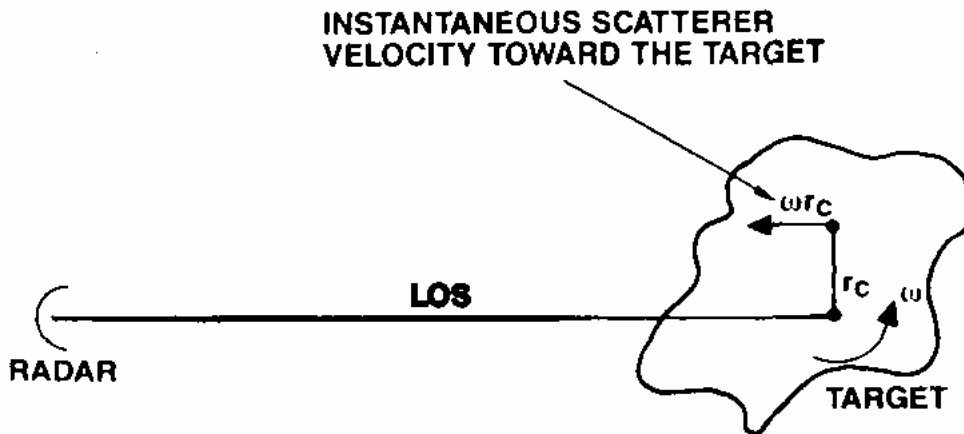
Ραντάρ Αντίστροφης Συνθετικής Απεικόνισης

Η παραγωγή της εικόνας ISAR αφορά σε στόχους που κινούνται σε σχέση με το στατικό ραντάρ ISAR και γίνεται με την χρήση της τεχνικής απεικόνισης γνωστής με το όνομα “Range-Doppler Imaging” (Chen, 1980b), (Walker, 1980). Η βασική αρχή της τεχνικής αυτή είναι η επεξεργασία της λήψης της σκεδαζόμενης από τον στόχο ακτινοβολίας στο μακρινό πεδίο (far field), με σκοπό τον προσδιορισμό της απόστασης (range) και της κάθετης απόστασης (cross-range) των σκεδαστών του στόχου. Η λήψη της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας γίνεται κατά την διάρκεια της περιστροφής του στόχου γύρω από ένα σταθερό άξονα κατά μία μικρή γωνία περιστροφής (Sullivan, 2000). Ο στόχος θεωρείται ότι αποτελείται από ένα τρισδιάστατο πλέγμα σκεδαστών και ότι “φωτίζεται” ομοιόμορφα κατά την διάρκεια της εκπομπής του ραντάρ. Στην περίπτωση που η γωνία περιστροφής είναι μεγαλύτερη από ένα γνωστό από την θεωρία του SAR ορίου, τότε δημιουργείται σφάλμα στις μετρήσεις των θέσεων των σκεδαστών, φαινόμενο γνωστό και ως απώλεια εστίασης (defocusing).

Η παραγόμενη απεικόνιση ISAR του στόχου αποτελεί στην ουσία εκτίμηση του πλάτους και της θέσης των σκεδαστών (απόσταση-κάθετη απόσταση). Η απόσταση είναι στην ευθεία οπτικής επαφής του ραντάρ (LOS), ενώ η κάθετη απόσταση είναι στον άξονα που ανήκει στο επίπεδο που ορίζεται από την LOS και τον άξονα περιστροφής του στόχου.

2.1 Ευκρίνεια Κάθετης Απόστασης

Ο προσδιορισμός της συχνότητας Doppler επιτρέπει την μέτρηση της κάθετης απόστασης των σκεδαστών. Θεωρούμε ότι ο στόχος της Εικόνας 2.1. περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω (rad/sec) σε ένα σταθερό άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος και ότι δεν εκτελεί κάποιου άλλου είδους κίνηση.



Εικόνα 2.3 Γωνιακή ταχύτητα σκεδαστή περιστρεφόμενου στόχου (Wehner, 1995)

Η περιστροφή ενός σκεδαστή ο οποίος βρίσκεται σε κάθετη απόσταση r_c από το κέντρο του στόχου και έχει στιγμιαία ταχύτητα ωr_c , θα αποφέρει την ακόλουθη στιγμιαία μετατόπιση συχνότητας Doppler

$$f_D = \frac{2\omega r_c f_o}{c} = \frac{2\omega r_c}{\lambda} \quad (2.1)$$

όπου f_o η κεντρική συχνότητα του ραντάρ, λ το μήκος κύματος και c η ταχύτητα του φωτός. Θεωρούμε ότι η f_D παραμένει σταθερή κατά την αλλαγή θέασης του σκεδαστή από το ραντάρ, η οποία συμβαίνει για ένα μικρό χρόνο ολοκλήρωσης T . Η μεταβολή της

συχνότητας Doppler κατά την διάρκεια της θέασης του σκεδαστή από το ραντάρ αυξάνεται καθώς μεγαλώνει η γωνία θέασης και προκαλεί απώλεια εστίασης.

Εάν δύο σκεδαστές οι οποίοι βρίσκονται στο ίδιο κελί απόστασης (range cell) έχουν διαχωρισμό κάθετης απόστασης δr_c , τότε ο διαχωρισμός των συχνοτήτων Doppler των σημάτων λήψης είναι

$$\delta f_D = \frac{2\omega\delta r_c f_o}{c} = \frac{2\omega\delta r_c}{\lambda} \quad (2.2)$$

οπότε η ευκρίνεια (διακριτική ικανότητα) κάθετης απόστασης Δr_c (cross-range resolution) ενός ραντάρ ISAR με ευκρίνεια συχνότητας Doppler Δf_D , θα είναι ίση με

$$\Delta r_c = \frac{c}{2\omega f_o} \Delta f_D = \frac{\lambda}{2\omega} \Delta f_D \quad (2.3)$$

Η ευκρίνεια συχνότητας Doppler Δf_D , στα πλαίσια της ευκρίνειας Rayleigh (Wehner, 1995), είναι ίση με

$$\Delta f_D = \frac{1}{T} \quad (2.4)$$

Τότε η ευκρίνεια κάθετης απόστασης, η οποία αποκτάται με την συνεκτική ολοκλήρωση των σημάτων λήψης κατά την διάρκεια της αλλαγής γωνίας θέασης κατά ψ σε χρόνο ολοκλήρωσης T , θα είναι

$$\Delta r_c = \frac{c}{2\omega T f_o} = \frac{\lambda}{2\omega T} = \frac{\lambda}{2\psi} \quad (2.5)$$

όπου $\psi = \omega T$ είναι η συνεκτική γωνία στην περίπτωση ομοιόμορφης περιστροφής του στόχου. Ο υπολογισμός του διακριτού φάσματος Doppler γίνεται με την εφαρμογή διακριτού μετασχηματισμού Fourier, συνήθως FFT (Fast Fourier Transform), στα δείγματα (στο πεδίο του χρόνου) που έχουν αποθηκευτεί για κάθε κελί απόστασης κατά την διάρκεια του χρόνου ολοκλήρωσης T . Είναι προφανές ότι ένας μεγάλος χρόνος ολοκλήρωσης T θα έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ευκρίνειας κάθετης απόστασης αλλά παράλληλα έχουμε αύξηση των σφαλμάτων ιχνηλάτισης φάσης (phase tracking) και τελικά θόλωση της παραγόμενης εικόνας του στόχου.

Η ευκρίνεια κάθετης απόστασης της σχέσης (2.5) αποδεικνύεται (Wehner, 1995) ότι ισχύει στις περιπτώσεις της εστιασμένης απεικόνισης ISAR και της μη εστιασμένης απεικόνισης ISAR με μικρή γωνία ολοκλήρωσης. Το κριτήριο που χρησιμοποιείται για τον χαρακτηρισμό της μη εστίασης της απεικόνισης ISAR στον άξονα της κάθετης απόστασης είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση φάσης δύο δρόμων της λήψης μεταξύ ενός σκεδαστή που βρίσκεται στα όρια της γωνίας ολοκλήρωσης και ενός σκεδαστή που βρίσκεται στο μέσο της γωνίας ολοκλήρωσης. Θεωρώντας ότι η μέγιστη αυτή απόκλιση φάσης πρέπει να είναι $\pi/8$ rad (Balanis, 1982), τότε η μέγιστη γωνία ολοκλήρωσης πριν η μη διορθωμένη φάση προκαλέσει απώλεια εστίασης στον άξονα της κάθετης απόστασης, είναι

$$\psi_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{r}} \quad (2.6)$$

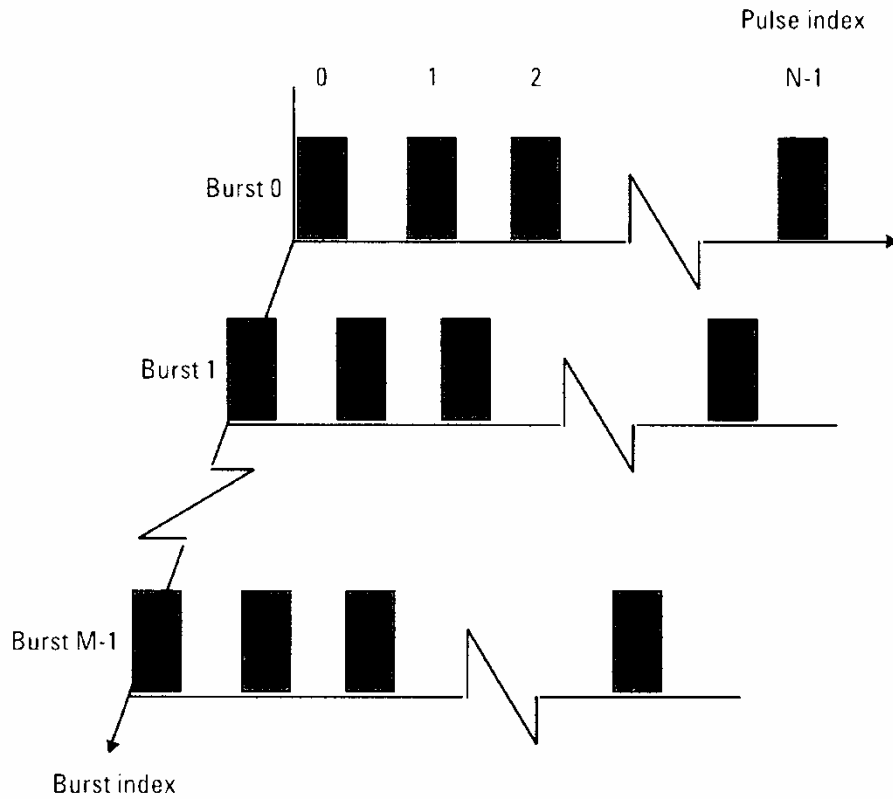
όπου r η ακτίνα περιστροφής ενός σκεδαστή που βρίσκεται στα όρια του στόχου. Από τις σχέσεις (2.5) και (2.6) προκύπτει ότι το μέγιστο μέγεθος του απεικονιζόμενου στόχου (συναρτήσει της ακτίνας r) είναι ίσο με

$$r \leq \frac{(\Delta r_c)^2}{\lambda} \quad (2.7)$$

2.2 Ευκρίνεια Απόστασης

Η ευκρίνεια απόστασης (slant-range resolution) εξασφαλίζεται με την χρήση κυματομορφών εκπομπής ευρείας ζώνης συχνοτήτων (wideband waveforms). Η ευρεία ζώνη συχνοτήτων δίνει την δυνατότητα για την συλλογή μεγαλύτερου πλήθους ανεξάρτητων δεδομένων ανακλαστικότητας. Ένα ραντάρ με μικρό εύρος συχνοτήτων δύναται, μέσω της περιστροφικής κίνησης του στόχου, να συγκεντρώσει δεδομένα ανακλαστικότητας μίας διάστασης, δηλαδή συναρτήσει της γωνίας θέασης του στόχου. Αντίθετα ένα ραντάρ με μεγάλο εύρος συχνοτήτων, μέσω της περιστροφικής κίνησης του στόχου και της αλλαγής της συχνότητας εκπομπής-λήψης του, μπορεί να συγκεντρώσει δεδομένα ανακλαστικότητας δύο διαστάσεων, δηλαδή σε συνάρτηση με την γωνία θέασης και την συχνότητα. Η εξασφάλιση ότι τα δεδομένα αυτά θα είναι ανεξάρτητα και συνεπώς θα προσφέρουν περισσότερες νέες πληροφορίες, εξασφαλίζεται από το γεγονός ότι η μικροκυματική ανακλαστικότητα στόχων όπως αεροσκάφη και πλοία παρουσιάζουν ταχείς διακυμάνσεις συναρτήσει της γωνίας όψεως και της συχνότητας. Δύο κυματομορφές εκπομπής υψηλού εύρους συχνοτήτων είναι ο chirp

παλμός και το πακέτο παλμών κλιμακούμενης συχνότητας (SF). Η πρώτη χρησιμοποιείται κατά κόρον στην χαρτογράφηση SAR ενώ η δεύτερη έχει αποδειχθεί πολύ αποτελεσματική για τις εφαρμογές απεικόνισης ISAR που χρειάζονται μεγάλη ευκρίνεια.



Εικόνα 2.4 M ριπές N κλιμακούμενης συχνότητας παλμών (Son, 2001)

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 2.4., το πακέτο παλμών κλιμακούμενης συχνότητας αποτελείται από M ριπές (bursts) παλμών στενής ζώνης συχνοτήτων (narrowband), όπου η κάθε ριπή είναι μία ακολουθία N παλμών. Η συχνότητα των παλμών της κάθε ριπής αυξάνεται κλιμακωτά από παλμό σε παλμό κατά ένα σταθερό βήμα συχνότητας Δf . Ο i -οστός παλμός μίας ριπής της κυματομορφής SF μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως :

$$x_i(t) = \begin{cases} A_i \cos(2\pi f_i t + \theta_i), & iT_2 \leq t \leq iT_2 + T_1 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2.8)$$

όπου $i = 0, 1, \dots, N-1$, T_1 είναι η χρονική διάρκεια του κάθε παλμού, T_2 είναι η χρονική διάρκεια μεταξύ δύο διαδοχικών παλμών (Pulse Repetition Interval- PRI), A_i είναι το πλάτος του i -οστού παλμού με συχνότητα f_i και θ_i είναι η σχετική φάση.

Η ευκρίνεια απόστασης, για N βήματα συχνότητας των Δf Hz το καθένα, είναι ίση με

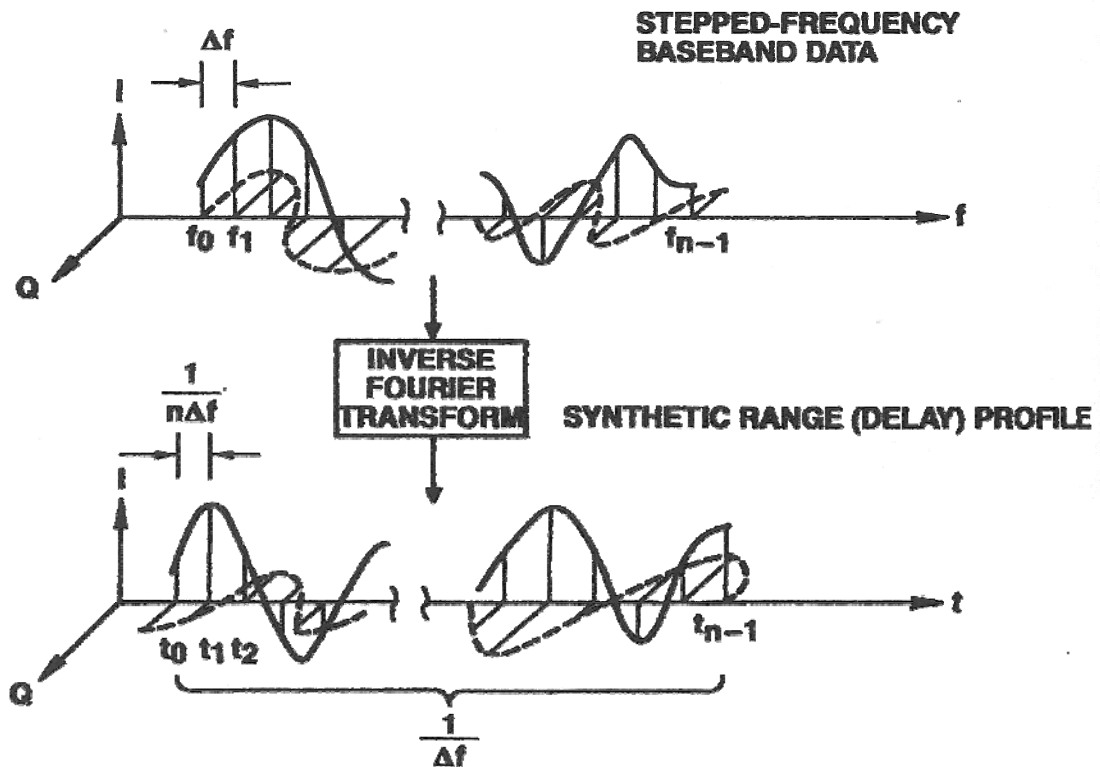
$$\Delta r_s = \frac{c}{2N\Delta f} \quad (2.9)$$

Γενικότερα ισχύει ότι η ευκρίνεια απόστασης είναι αντιστρόφως ανάλογη του εύρους ζώνης (bandwidth) Δ το οποίο στην περίπτωση εκπομπής κυματομορφής SF είναι ίσο με $N\Delta f$.

2.3 Συνθετικό προφίλ απόστασης

Ως συνθετικό προφίλ απόστασης (range profile) ορίζεται η απεικόνιση ενός στόχου κατά μήκος της ευθείας οπτικής επαφής. Η απεικόνιση αυτή είναι δυνατή στην περίπτωση εκπομπής κυματομορφών με υψηλό εύρος ζώνης. Το προφίλ απόστασης είναι ένα οπισθοσκεδαζόμενο σήμα συμπιεσμένο κατά απόσταση (range-compressed back-scattered signal) και μπορεί να θεωρηθεί ότι απεικονίζει τα κέντρα των σκεδαστών του στόχου κατά μήκος της LOS. Παρόμοιος ορισμός μπορεί να δοθεί και στο συνθετικό προφίλ κάθετης απόστασης (cross-range profile), μόνο που στην περίπτωση αυτή η απεικόνιση του γίνεται με υπολογισμό της μετατόπισης της συχνότητας Doppler.

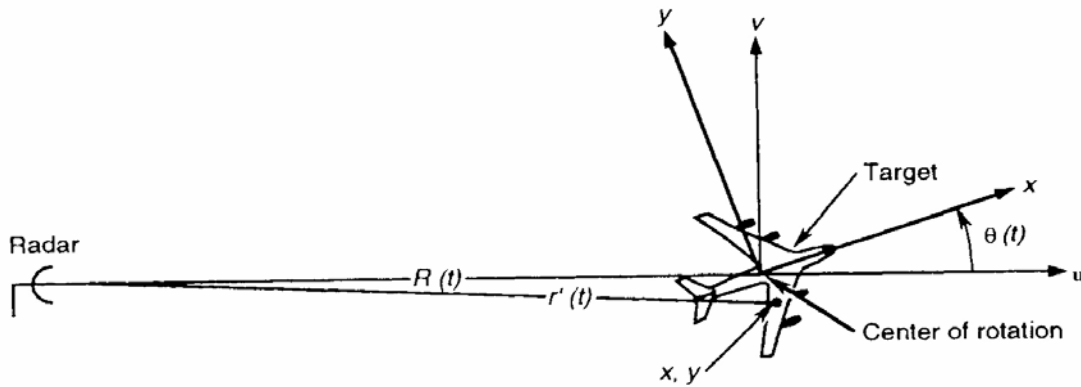
Η δημιουργία των συνθετικών προφίλ απόστασης γίνεται στην περίπτωση των κυματομορφών SF με την συνθετική επεξεργασία των δεδομένων λήψης της κάθε ριπής, τα οποία έχουν αποθηκευτεί στο πεδίο της συχνότητας. Συνοπτικά η σύνθετη αυτή επεξεργασία αφορά στην εφαρμογή αντίστροφων μετασχηματισμών Fourier στα δεδομένα λήψης της κάθε ριπής (ανακλαστικότητα στο πεδίο της συχνότητας), τα οποία έχουν προκύψει από τη δειγματοληψία και ψηφιοποίηση των ζευγαριών δειγμάτων I και Q του δέκτη και τα οποία έχουν υποστεί κατάλληλη στάθμιση συχνότητας (frequency weighting) και κατάλληλη διόρθωση για να ληφθεί υπόψη η ταχύτητα του στόχου, η φάση του συστήματος και διάφορα άλλα σφάλματα της διαδικασίας λήψης. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι η δημιουργία του συνθετικού προφίλ απόστασης της κάθε ριπής (ανακλαστικότητα καθυστέρησης απόστασης) και απεικονίζεται στην Εικόνα 2.5.



Εικόνα 2.5 Συνθετικό προφίλ απόστασης (Wehner, 1995)

2.4 Γεωμετρία Απεικόνισης ISAR

Θεωρούμε τον εναέριο στόχο της Εικόνας 2.6 ο οποίος έχει μεταφορική (translational) και περιστροφική κίνηση σε σχέση με ένα ακίνητο ραντάρ. Ο άξονας u του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (u,v) βρίσκεται στην ευθεία οπτικής επαφής του στόχου από το ραντάρ. Η γωνία $\theta(t)$ ορίζει την στιγμιαία θέση περιστροφής του στόχου στο σύστημα συντεταγμένων (u,v) . Η στιγμιαία απόσταση του κέντρου περιστροφής του στόχου από το ραντάρ συμβολίζεται με $R(t)$ και η στιγμιαία απόσταση ενός σκεδαστή του στόχου με συντεταγμένες $\{x,y\}$ από το ραντάρ συμβολίζεται με $r'(t)$. Το ραντάρ εκπέμπει κυματομορφή SF.



Εικόνα 2.6 Γεωμετρία απεικόνισης ISAR (Wehner, 1995)

Η παραγωγή της εικόνας του στόχου με την χρήση δεδομένων από το πεδίο της συχνότητας (frequency space) είναι στην ουσία η διαδικασία της εκτίμησης της δυσδιάστατης συνάρτησης ανακλαστικότητας $\rho(x, y)$ του στόχου. Θεωρούμε ομοιόμορφη εκπομπή του στόχου με την χρήση παλμού εκπομπής RF πλάτους E , του οποίου η μιγαδική μορφή είναι

$$x(t) = \begin{cases} Ee^{i2\pi ft}, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2.10)$$

όπου f η συχνότητα εκπομπής και τ η χρονική διάρκεια του παλμού. Η συνάρτηση της πυκνότητας ανακλαστικότητας $\rho(x, y)$, σε μέτρα ανά τετραγωνικό μέτρο, για την διαφορική επιφάνεια $dx dy$ στο σύστημα συντεταγμένων (x, y) και για την συχνότητα f είναι ίση με

$$\rho(x, y) = E' e^{i2\pi f(t-2r'/c)} dx dy \quad (2.11)$$

όπου E' το πλάτος της ανακλαστικότητας και r' η απόσταση $r'(t)$ του σκεδαστή (x, y) σε συντομία. Το σήμα λήψης όταν οι διαστάσεις του στόχου είναι πολύ μικρές σε σχέση με το $cT_1/2$ θα είναι ίσο με

$$y(t) = A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{i2\pi f(t-2r'/c)} dx dy, \quad 2R/c \leq t \leq \tau + 2R/c \quad (2.12)$$

όπου το A περιλαμβάνει το πλάτος που συσχετίζεται με το σήμα εκπομπής, το κέρδος της κεραίας, την εξασθένηση της διάδοσης, τον δέκτη, το κέρδος επεξεργασίας και τις απώλειες του ραντάρ. Θεωρούμε ότι το A παραμένει σταθερό κατά την διάρκεια της συλλογής των

δεδομένων ανακλαστικότητας. Η μίξη του σήματος λήψης της (2.12) με το σήμα αναφοράς $e^{i2\pi ft}$ μας δίνει το σήμα λήψης στην μπάντα βάσεως (baseband).

$$m(t) = A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-i4\pi fr'/c} dx dy, \quad 2R/c \leq t \leq \tau + 2R/c \quad (2.13)$$

όπου θεωρούμε ότι η σταθερή διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος αναφοράς και του σήματος εκπομπής είναι ίση με μηδέν. Από την γεωμετρία της απεικόνισης προκύπτει ότι για στόχο με διαστάσεις πολύ μικρότερες από την απόσταση R του στόχου από το ραντάρ, η απόσταση ενός σκεδαστή με συντεταγμένες (x, y) από το ραντάρ θα είναι

$$r' = R + u = \left[R^2 + (x^2 + y^2) + 2R(x \cos \theta - y \sin \theta) \right]^{1/2} \approx R + x \cos \theta - y \sin \theta \quad (2.14)$$

όπου θ η γωνία περιστροφής $\theta(t)$ σε συντομία.

Κάνοντας χρήση της σχέσης (2.13), το σήμα λήψης $m(t)$ μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των συντεταγμένων (x, y) του στόχου και της γωνίας περιστροφής θ ως

$$m(t) = A e^{-i4\pi fR/c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-i2\pi(xf_x - yf_y)} dx dy, \quad 2R/c \leq t \leq \tau + 2R/c \quad (2.15)$$

όπου $f_x = (2f/c) \cos \theta$ και $f_y = (2f/c) \sin \theta$ είναι χωρικές συνιστώσες στο πεδίο της συχνότητας και ορίζονται σε σχέση με την συχνότητα f και την γωνία περιστροφής θ . Οι ποσότητες αυτές θεωρούμε ότι παραμένουν σταθερές κατά την διάρκεια του κάθε παλμού αλλά μεταβάλλονται συνεχώς και απρόβλεπτα κατά την διάρκεια συλλογής των δεδομένων ανακλαστικότητας.

Οι εξισώσεις για την στιγμιαία απόσταση του στόχου από το ραντάρ και για την στιγμιαία γωνία περιστροφής του συναρτήσει του χρόνου, μπορούν να εκφραστούν ως εξής

$$R(t) = R_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad (2.16)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_0' t^2 \quad (2.17)$$

όπου R_0 , v_0 και a_0 είναι οι αρχικές τιμές της απόστασης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του στόχου και θ_0 , ω_0 και α_0' είναι οι αρχικές τιμές της γωνίας περιστροφής, γωνιακής ταχύτητας και γωνιακής επιτάχυνσης του στόχου.

Στα ανακλαστικά δεδομένα που θα δημιουργηθούν με την χρήση κυματομορφής SF και συγκεκριμένα με την χρήση M ριπών αποτελούμενων από N παλμούς εκπομπής συχνότητας από f_0 έως f_{N-1} , θα γίνεται δειγματοληψία για την n συχνότητα της m ριπής την χρονική στιγμή

$$t = S_{n,m} = (n + Nm)T_2 + T_{RX} + 2R/c \quad (2.18)$$

όπου T_2 είναι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών παλμών μίας ριπής (PRI) και T_{RX} η χρονική καθυστέρηση του συστήματος λήψης. Τώρα είναι δυνατόν να εκφράσουμε τις εξισώσεις κίνησης (2.16) και (2.17) συναρτήσει διακριτών χρονικών δειγμάτων ως εξής

$$R_{n,m} = R_0 + v_0 S_{n,m} + \frac{1}{2} a_0 S_{n,m}^2 \quad (2.19)$$

$$\theta_{n,m} = \theta_0 + \omega_0 S_{n,m} + \frac{1}{2} \alpha'_0 S_{n,m}^2 \quad (2.20)$$

Η έξοδος δειγματοληψίας του σήματος λήψης $m(t)$ για την n συχνότητα της m ριπής γίνεται

$$U_{n,m} = A e^{-i4\pi f_n R_{n,m}/c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-i2\pi(xf_x(n,m) - yf_y(n,m))} dx dy = A e^{-i4\pi f_n R_{n,m}/c} J_{n,m} \quad (2.21)$$

όπου $f_x(n, m) = (2f_n/c) \cos \theta_{n,m}$ και $f_y(n, m) = (2f_n/c) \sin \theta_{n,m}$. Η συχνότητα του n παλμού της κάθε ριπής είναι ίση με

$$f_n = f_0 + n\Delta f \quad (2.22)$$

όπου Δf είναι το βήμα της συχνότητας.

Το μέγεθος $J_{n,m}$ της σχέσης (2.21) αντιπροσωπεύει τα δεδομένα ανακλαστικότητας όταν γίνει η αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου μέσω του πολλαπλασιασμού του $U_{n,m}$ με τον διορθωτικό όρο $g_{n,m} = e^{i4\pi f_n \tilde{R}_{n,m}/c}$, όπου $\tilde{R}_{n,m}$ είναι οι ιδανικές εκτιμήσεις της απόστασης. Συνεπώς λοιπόν το $J_{n,m}$ μετά την αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου (Translational Motion Compensation-TMC) και αγνοώντας την σταθερά A , είναι όπως φαίνεται από την σχέση (2.21) ο δυσδιάστατος μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης πυκνότητας της ανακλαστικότητας του στόχου για την n συχνότητα της m

ριπής. Προκειμένου να γίνει αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου απαιτείται να προηγηθεί η διαδικασία της εκτίμησης της κίνησης αυτής, η οποία είναι γνωστή και ως ιχνηλασία απόστασης (range tracking).

Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι η αλλαγή της γωνίας θέασης του στόχου από το ραντάρ δεν προκαλείται μόνο από την περιστροφική κίνηση του στόχου αλλά και από την εφαπτομενική μεταφορική του κίνηση σε σχέση με το ραντάρ. Συγκεκριμένα η μεταφορική κίνηση ενός στόχου αναλύεται σε ακτινική και σε εφαπτομενική (κάθετη στην LOS), όπου η πρώτη δεν προκαλεί αλλαγή της γωνίας θέασης. Στην περίπτωση εναέριων στόχων αναμένεται ότι η μεγαλύτερη επίδραση στην γωνία θέασης προκαλείται από την περιστροφική κίνηση ενώ στην περίπτωση πλοίων η εφαπτομενική μεταφορική κίνηση, η οποία αναλύεται στις τρεις γνωστές συνιστώσες της κλίσης (pitch), της περιστροφής (roll) και της εκτροπής (yaw).

2.5 Παραγωγή Εικόνας Στόχων

Η συνεκτική επεξεργασία της λήψης των παλμών της κάθε ριπής αποτελείται συνοπτικά από τα ακόλουθα βήματα :

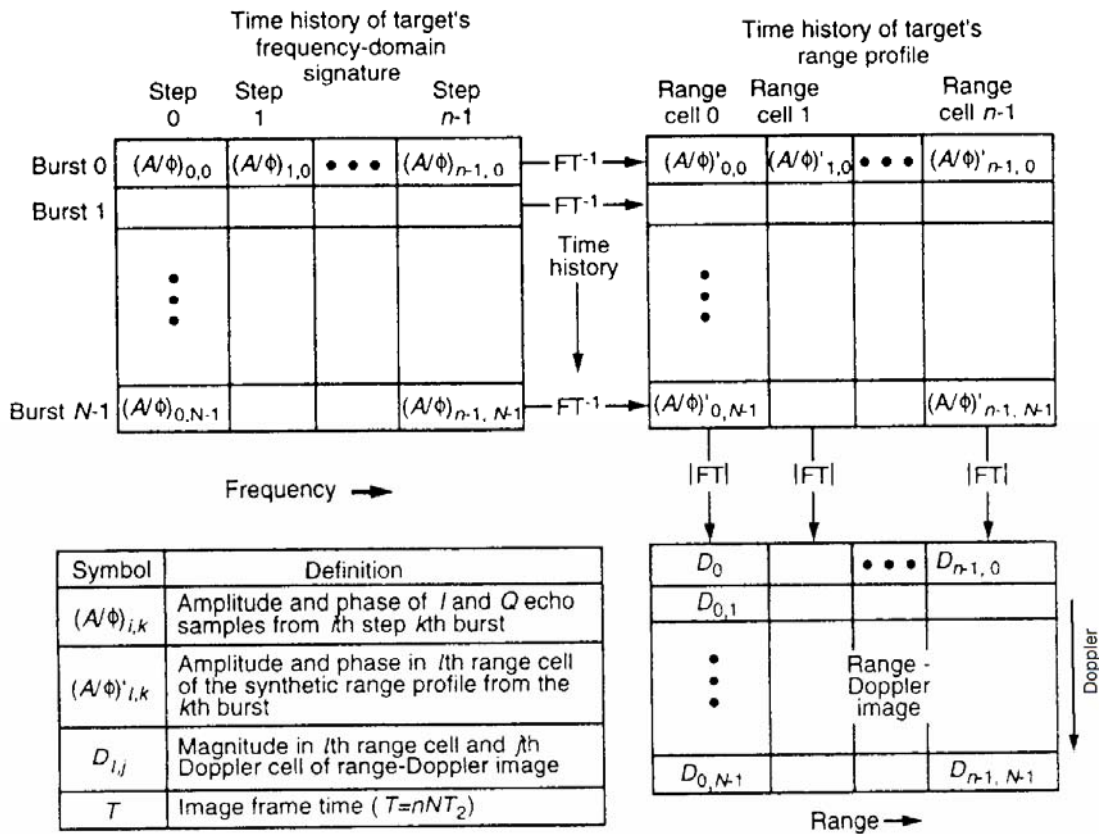
α. Εκπομπή της ομάδας παλμών κλιμακωμένης συχνότητας με σκοπό την συλλογή της χρονικής εξέλιξης της ανακλαστικότητας του στόχου στο πεδίο της συχνότητας.

β. Διόρθωση των φασματικών δειγμάτων για αντιστάθμιση του κυματισμού του πλάτους και της φάσης του ραντάρ.

γ. Διόρθωση των φασματικών δειγμάτων για αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου.

δ. Μετατροπή των διορθωμένων δεδομένων ανακλαστικότητας, (ριπή με ριπή) σε συνθετικά προφίλ απόστασης.

ε. Μετατροπή των συνθετικών προφίλ απόστασης (κελί με κελί) σε εικόνα απόστασης-κάθετης απόστασης.

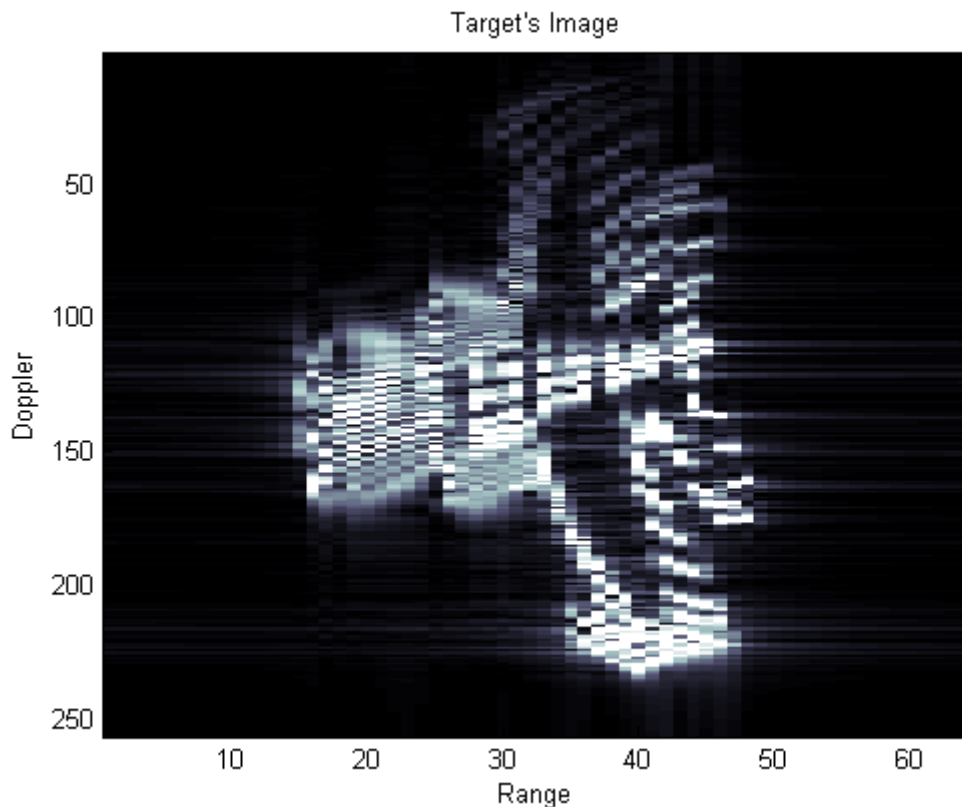


Εικόνα 2.7 Αλγόριθμος επεξεργασίας δεδομένων ανακλαστικότητας (Wehner, 1995)

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.7., η επεξεργασία ξεκινάει με τα δεδομένα λήψης τα οποία έχουν υποστεί τις διορθώσεις (β) και (γ) της προηγούμενης παραγράφου και φαίνονται στο πάνω αριστερά πίνακα. Τα μιγαδικά φασματικά δεδομένα στον πίνακα αυτό είναι με την μορφή (Πλάτος-Α/Φάση-Φ). Από τον κάθε παλμό λήψης αποθηκεύεται ένα μιγαδικό φασματικό δείγμα το οποίο αντιστοιχεί σε μία εκπομπή του ραντάρ. Στην συνέχεια εφαρμόζεται αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier στα N δεδομένα λήψης της κάθε μίας από τις M ριπές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία M συνθετικών προφίλ απόστασης, το καθένα από τα οποία αποτελείται από N συνθετικά κελιά απόστασης. Ο πάνω δεξιά πίνακας που περιλαμβάνει αυτά τα δεδομένα ονομάζεται πίνακας της χρονικής εξέλιξης των προφίλ απόστασης του στόχου. Τελικά εφαρμόζεται μετασχηματισμός Fourier στα M δεδομένα λήψης του κάθε ένα από τα N συνθετικά κελιά απόστασης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία του τελικού κάτω δεξιά πίνακα ο οποίος αποτελεί την εικόνα του στόχου.

Επί της ουσίας ο πάνω αριστερά πίνακας της Εικόνας 2.7. περιλαμβάνει τα δεδομένα τα οποία έχουν αποθηκευτεί στο πεδίο της συχνότητας καθώς μεταβαλλόταν η γωνία θέασης του

στόχου από το ραντάρ και ο πάνω δεξιά πίνακας αποτελεί τον πίνακα των συνθετικών προφίλ απόστασης του στόχου συναρτήσει της γωνίας θέασης. Επισημαίνεται ότι η συνεκτική επεξεργασία της λήψης είναι απαραίτητη για την διατήρηση της σχετικής φάσης των παλμών της κάθε ριπής. Στην Εικόνα 2.8 φαίνεται η απεικόνιση ενός αεροσκάφους Mig-25 με την χρήση συνθετικών δεδομένων ανάκλασης.



Εικόνα 2.8 Απεικόνιση ISAR ενός MIG-25 (Kalognomos, 2003)

Στην συνέχεια θα γίνει σύντομη ανάλυση της θεωρίας της απαραίτητης για την τελική ποιότητα της απεικόνισης του στόχου αντιστάθμισης της μεταφορικής και της περιστροφικής κίνησης του.

2.6 Αντιστάθμιση Μεταφορικής Κίνησης Στόχου

Η μεταφορική κίνηση του στόχου μπορεί να προκαλέσει δύο ανεπιθύμητα φαινόμενα τα οποία έχουν ως αποτέλεσμα την απώλεια εστίασης της εικόνας του στόχου. Το πρώτο είναι ο βηματισμός απόστασης (range walk) και το δεύτερο είναι η απόκλιση απόστασης (range offset).

Έστω σημειακός στόχος κινούμενος με σταθερή ταχύτητα v_t . Η απεικόνιση του στόχου γίνεται με την χρήση σει παλμών κλιμακούμενης συχνότητας και συγκεκριμένα με την χρήση M ριπών αποτελούμενων από N παλμούς εκπομπής συχνότητας από f_0 έως f_{N-1} . Η περίοδος μεταξύ δύο διαδοχικών παλμών της κάθε ριπής είναι T_2 και η δειγματοληψία για την συχνότητα n της ριπής m γίνεται την χρονική στιγμή $t = S_{n,m}$. Η συνολική χρονική καθυστέρηση του στόχου μέσα στο παράθυρο απόστασης σε σχέση με την φάση της λήψης δίδεται από την ακόλουθη σχέση (Wehner, 1995) :

$$\tau = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\psi(f, v_t))}{df} \quad (2.23)$$

Το μέρος της συνολικής αυτής καθυστέρησης που συσχετίζεται με την ταχύτητα του στόχου είναι η συνολική καθυστέρησης της σχέσης (2.23) μείον την καθυστέρηση λόγω της απόστασης R του στόχου από το ραντάρ, δηλαδή

$$\tau_v = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\psi(f, v_t))}{df} - \frac{2R}{c} \quad (2.24)$$

Κάνοντας την θεώρηση ότι κατά την διάρκεια μίας ριπής υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ της φάσης της λήψης και της συχνότητας, υπολογίζουμε ότι η φάση της m ριπής θα είναι

$$\psi(f, v_t) = \frac{\Psi_{N-1,m} - \Psi_{0,m}}{(N-1)\Delta f} f \quad (2.25)$$

Η φάση των δεδομένων ανάκλασης μίας ριπής την χρονική στιγμή δειγματοληψίας

$$S_{n,m} = (n + Nm)T_2 + T_{RX} + \frac{2R}{c} \quad (\text{ύστερα από } m \text{ ριπές) θα είναι}$$

$$\psi_{n,m} = -2\pi f_n \left(\frac{2R}{c} - \frac{2v_t}{c} S_{n,m} \right) = -2\pi f_n \left[\frac{2R}{c} - \frac{2v_t}{c} \left((n + Nm)T_p + \tau_{RX} + \frac{2R}{c} \right) \right] \quad (2.26)$$

όπου T_{RX} η χρονική καθυστέρηση του δέκτη του ραντάρ. Θεωρώντας ότι $m \gg 1$ και παίρνοντας υπόψη ότι $f_n = f_0 + n\Delta f$ έχουμε από τις σχέσεις (2.25) και (2.26) ότι

$$\psi(f, v_t) = 2\pi f_n \left[\frac{2v_t}{c} \frac{f_0 T_p + \Delta f \left(\tau_{RX} + \frac{2R}{c} + NmT_p \right)}{\Delta f} - \frac{2R}{c} \right] \quad (2.27)$$

Από τις σχέσεις (2.24) και (2.27) έχουμε ότι η χρονική καθυστέρηση που σχετίζεται με την ταχύτητα του στόχου θα είναι

$$\tau_v = \frac{2v_t}{c\Delta f} \left[f_0 T_p + \Delta f \left(\tau_{RX} + \frac{2R}{c} + NmT_p \right) \right] \quad (2.28)$$

Για ευκρίνεια χρόνου καθυστέρησης $\Delta t = 1/(N\Delta f)$, η ολίσθηση απόστασης μετρούμενη σε κελιά απόστασης, θα είναι

$$L = \frac{\tau_v}{\Delta t} = N\Delta f \tau_v = \frac{2Nv_t}{c} \left[f_0 T_p + \Delta f \left(\tau_{RX} + \frac{2R}{c} + NmT_p \right) \right] \quad (2.29)$$

Επειδή ενδιαφερόμαστε για την ολίσθηση απόστασης τουλάχιστον ενός συνθετικού προφίλ απόστασης, έχουμε ότι ισχύει

$$NmT_2 \gg T_{RX} + \frac{2R}{c} \quad (2.30)$$

οπότε η σχέση (2.29) γίνεται

$$L \approx -\frac{2NT_p}{c} (f_0 + Nm\Delta f) v_t \quad (2.31)$$

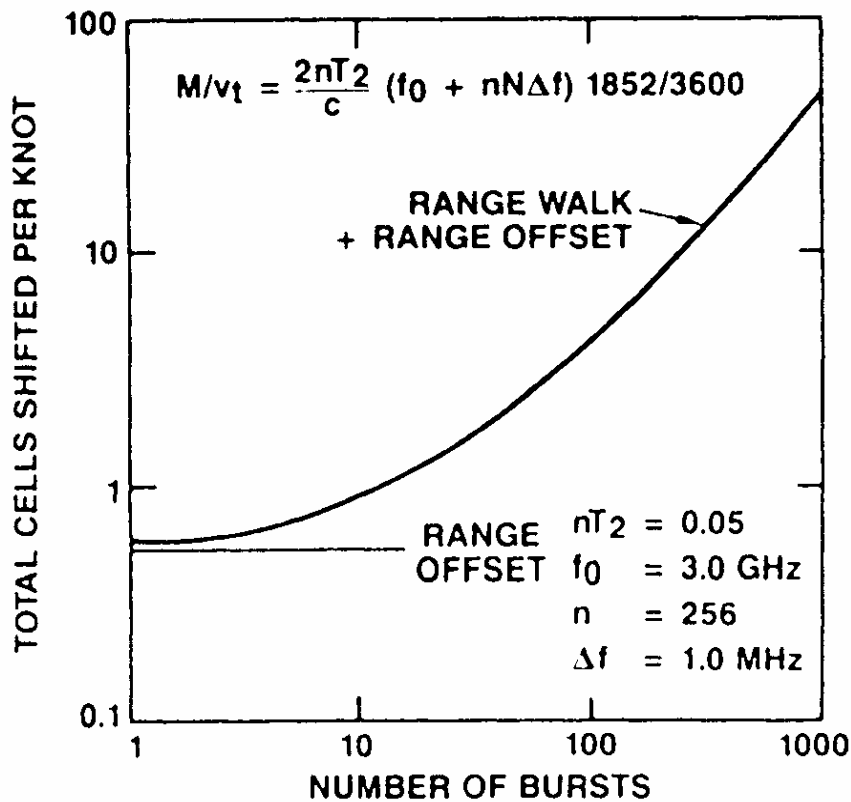
Το πλήθος των κελιών απόστασης που θα ολισθήσουν συγκεντρωτικά λόγω της ταχύτητας του στόχου κατά την συνολική διάρκεια της απεικόνισης θα είναι

$$L \approx -\frac{2NT_p}{c} (f_0 + Nm\Delta f) v_t = -\left[\frac{2(NT_p)}{c} f_0 + \frac{2M(NT_p)N\Delta f}{c} \right] v_t \quad (2.32)$$

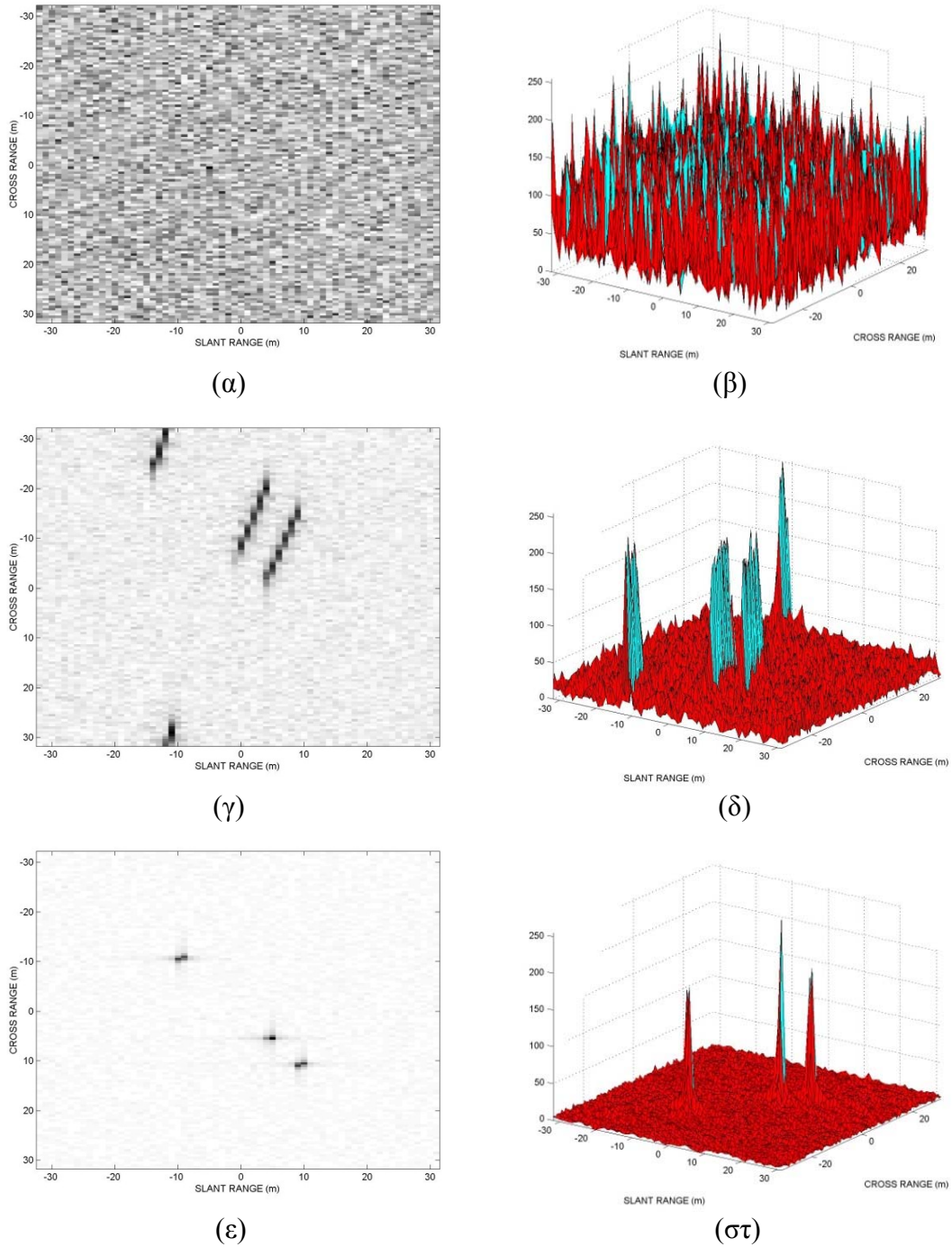
Ο πρώτος όρος του αθροίσματος της σχέσης (2.32) καλείται αντιστάθμισμα απόστασης (range offset) και ο δεύτερος απόκλιση απόστασης (range walk). Είναι προφανές ότι η μη διόρθωση της απόκλισης απόστασης θα προκαλέσει μετατόπιση της λήψης σκεδαστών σε γειτονικά κελιά απόστασης, μείωση της ευκρίνειας της κάθετης απόστασης και τελικά αλλοίωση της εικόνας του στόχου. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, η αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου μπορεί να γίνει μέσω του

πολλαπλασιασμού του δειγμάτων της λήψης $U_{n,m}$ (σχέση (2.21)) με τον διορθωτικό όρο $g_{n,m} = e^{i4\pi f_n \tilde{R}_{n,m}/c}$, όπου $\tilde{R}_{n,m}$ είναι οι ιδανικές εκτιμήσεις της απόστασης. Στην περίπτωση επιχειρησιακών σεναρίων είναι προφανές ότι οι εκτιμήσεις της απόστασης δεν είναι σε καμία περίπτωση ιδανικές και συνεπώς απαιτείται η χρήση εξειδικευμένων μεθόδων προκειμένου να επιτευχθεί η εκτίμηση της απόστασης και της ταχύτητας του στόχου σε σχέση με το ραντάρ και τελικά η αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου. Τέτοιες μέθοδοι είναι η μέθοδος της ελάχιστης εντροπίας της εικόνας του στόχου (Son, 2001), η μέθοδος της παράγωγης ριπής (Burst Derivative Approach) (Bocker, 1992), η μέθοδος διαφοράς φάσης (Phase Difference Method) (Son, 1996), η μέθοδος εκτίμησης παραμέτρων κίνησης ελάχιστων τετραγώνων (Least Squares Motion Parameter Estimation) (Son, 2001), (Bar-Shalom, 1993), συνδυασμένες μέθοδοι στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας όπως η μέθοδος Short Time Fourier Transform-STFT (Son, 2001) και άλλες.

Στην Εικόνα 2.9 φαίνεται μία γραφική παράσταση της σχέσης (2.32), όπου έχουν χρησιμοποιηθεί παράμετροι μίας απεικόνισης ISAR με δεδομένα ανακλαστικότητας πραγματικού στόχου (Wehner, 1995).



Εικόνα 2.9 Απόκλιση κελιών απόστασης λόγω μεταφορικής ταχύτητας στόχου (Wehner, 1995)



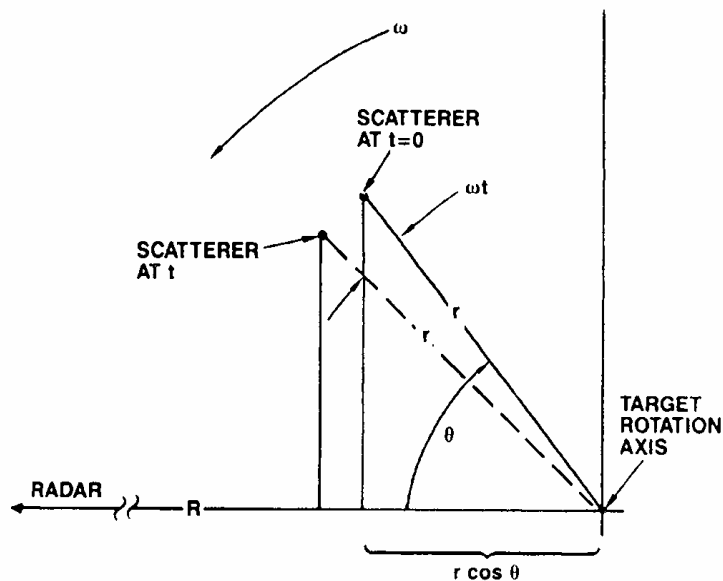
Εικόνα 2.10 Αντιστάθμιση μεταφορικής κίνησης τριών σημειακών στόχων (Kalognomos, 2002)

Στην Εικόνα 2.10 φαίνεται η απεικόνιση τριών σημειακών στόχων, οι οποίοι έχουν μεταφορική ταχύτητα 210 m/sec . Αρχικά απεικονίζεται η εικόνα του στόχου χωρίς αντιστάθμιση μεταφορικής κίνησης, μετά με αντιστάθμιση μεταφορικής κίνησης (μέθοδος

Εντροπίας Εικόνας) και τέλος με πλήρη αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης. Επισημαίνεται ότι η αντιστάθμιση της κίνησης του στόχου στην περίπτωση χρήσης σετ παλμών κλιμακούμενης συχνότητας μπορεί να γίνει μόνο μετά την δειγματοληψία της λήψης του ραντάρ.

2.7 Αντιστάθμιση Περιστροφικής Κίνησης Στόχου

Η παραγόμενη από την απεικόνιση ISAR εικόνα ενός στόχου μπορεί να αλλοιωθεί και από την περιστροφή του στόχου αν και αυτή η περιστροφή του στόχου είναι ο βασικός λόγος που επιτρέπει την απεικόνιση κατά την διάσταση της κάθετης απόστασης. Θεωρητικά η γωνία περιστροφής του στόχου κατά την διάρκεια του χρόνου που απαιτείται για την απεικόνιση, είναι αρκετά μικρή ώστε τόσο η συχνότητα Doppler που παράγεται από τους σκεδαστές του στόχου όσο και η μεταβολή της απόστασης των σκεδαστών κατά την διάρκεια του χρόνου παραγωγής της εικόνας είναι μικρότερες από τις ευκρίνειες κάθετης απόστασης και απόστασης αντίστοιχα. Αυτό όμως είναι μία ιδανική κατάσταση η οποία δεν είναι πάντα εφικτή, κυρίως στην περίπτωση πραγματικών στόχων. Αρχικά θα υπολογίσουμε την μετατόπιση της συχνότητας Doppler που προκαλείται όταν ο σκεδαστής της Εικόνας 2.11 περιστραφεί κατά γωνία ωt , όταν αρχικά βρίσκεται σε γωνία θ σε σχέση με τον άξονα οπτικής επαφής του ραντάρ και σε κάθετη απόσταση r από το κέντρο περιστροφής του στόχου.



Εικόνα 2.11 Σκεδαστής περιστρεφόμενου στόχου (Wehner, 1995)

Η φυσική περιστροφή του στόχου προκαλεί χρονική καθυστέρηση της λήψης από τον σκεδαστή. Η καθυστέρηση απόστασης (range delay) του σκεδαστή θα είναι

$$\tau(t) = \frac{2}{c} [R - v_t - r \cos(\omega t - \theta)] \quad (2.33)$$

Μετά την αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου, η καθυστέρηση απόστασης θα γίνει

$$\tau(t) = \frac{2R}{c} - \frac{2r}{c} \cos(\omega t - \theta) \quad (2.34)$$

Η φάση λόγω της καθυστέρησης $\tau(t)$ σε σχέση με τον στόχο θα είναι

$$\psi(t) = -2\pi f \tau(t) = -2\pi f \left[\frac{2R}{c} - \frac{2r}{c} \cos(\omega t - \theta) \right] \quad (2.35)$$

Η μετατόπιση της συχνότητας Doppler η οποία θα προκληθεί από τον σκεδαστή θα είναι

$$f_D(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (2.36)$$

η οποία με την χρήση της σχέσης (2.34) γίνεται

$$f_D(t) = -f \frac{2\omega r}{c} \sin(\omega t - \theta) \quad (2.37)$$

Όπως βλέπουμε η μετατόπιση συχνότητας Doppler της σχέσης (2.37) είναι διαφορετική από αυτήν της σχέσης (2.2). Η τελευταία προκύπτει από αυτήν της σχέσης (2.37) όταν θεωρήσουμε ότι η αρχική γωνία θ είναι $\pi/2$, ότι η γωνία περιστροφής ωt είναι αρκετά μικρή και ότι ο ρυθμός αλλαγής της γωνίας θέασης ω είναι σταθερός.

Όπως είναι προφανές από τις σχέσεις (2.35) και (2.37), η φάση λήψης από τον σκεδαστή και κατά συνέπεια η μετατόπιση της συχνότητας Doppler εξαρτώνται από τον ρυθμό αλλαγής της γωνίας θέασης ωt μέσω μίας τριγωνομετρικής συνάρτησης. Με άλλα λόγια η κλίση της φάσης δεν είναι γραμμική. Αναπτύσσοντας την σχέση (2.35) γύρω από τον όρο $\omega t - \theta$ για αρχική γωνία θ ίση με μηδέν έχουμε

$$\psi(t) = -2\pi f \left[\frac{2R}{c} - \frac{2r}{c} \left(1 - \frac{(\omega t)^2}{2!} \right) \right] = -\frac{4\pi R}{\lambda} + \frac{4\pi r}{\lambda} - \frac{4\pi}{\lambda} \frac{(\omega r)^2 t^2}{2r} \quad (2.38)$$

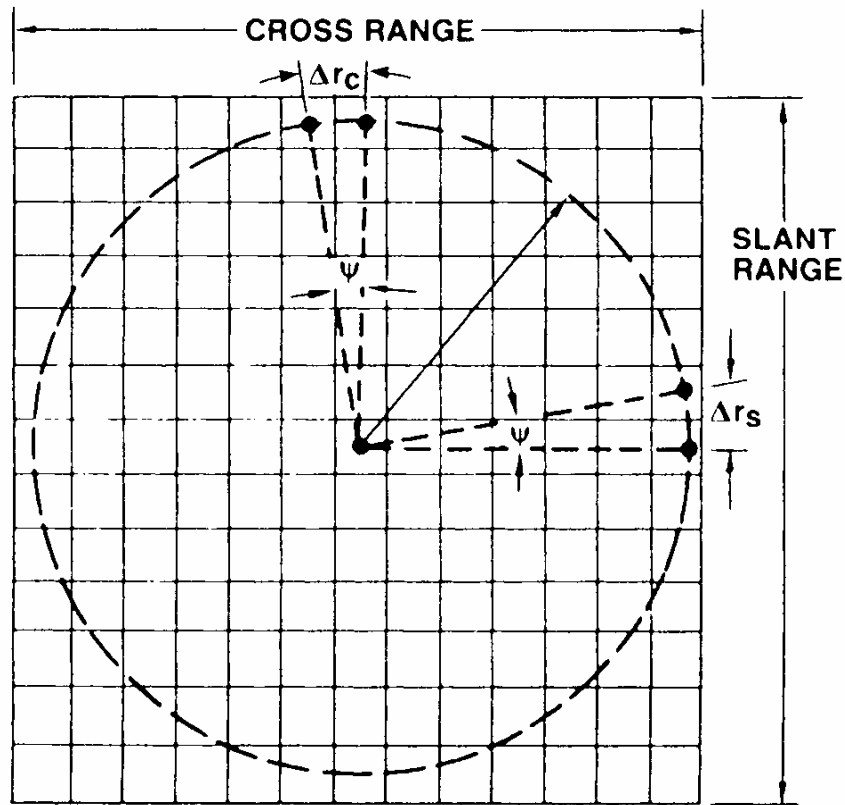
Ο τρίτος όρος του αθροίσματος της σχέσης (2.38) είναι ο όρος που θα προκαλέσει την μείωση της ευκρίνειας κάθετης απόστασης και πρέπει να αντισταθμιστεί για να μη υπάρξει απώλεια εστίασης της τελικής εικόνας του στόχου.

Επίσης η εικόνα του στόχου θα αλλοιωθεί όταν η γωνία ολοκλήρωσης ωt είναι αρκετά μεγάλη με αποτέλεσμα την μετατόπιση σκεδαστών (cell migration) που είναι στα όρια του στόχου κατά τουλάχιστον ένα κελί απόστασης. Η αλλοίωση αυτή θα συμβεί και στις δύο διαστάσεις της απεικόνισης (απόσταση και κάθετη απόσταση). Αποδεικνύεται (Wehner, 1995) ότι οι μετατοπίσεις της θέσης των σκεδαστών του στόχου μετρούμενη σε κελιά απόστασης κατά τις δύο διαστάσεις θα είναι

$$L_s \approx \frac{r}{\Delta r_s} \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\Delta r_c} \quad (2.39)$$

Το αποτέλεσμα του φαινομένου αυτού θα είναι η θόλωση (blurring) της εικόνας στα άκρα της. Η μετατόπιση των σκεδαστών στον άξονα κάθετης απόστασης θολώνει την εικόνα στην διάσταση της κάθετης απόστασης σε όλες τις θέσεις της απόστασης (εκτός από την θέση της απόστασης όπου η μεταφορική ταχύτητα του στόχου είναι μηδέν). Αντίστοιχα η μετατόπιση των σκεδαστών στον άξονα απόστασης θα θολώσει την εικόνα στην διάσταση της απόστασης για όλες τις θέσεις της κάθετης απόστασης (εκτός από την θέση κάθετης απόστασης που η συχνότητα Doppler είναι μηδέν). Το μόνο σημείο στο οποίο η εικόνα δεν θα είναι θολωμένη θα είναι το κέντρο περιστροφής του στόχου ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτό η θόλωση θα αυξάνεται.

Ένας τρόπος μέτρησης της θόλωσης της εικόνας είναι ο ορισμός της ακτίνας θόλωσης (blur radius). Ως ακτίνα θόλωσης ονομάζουμε την ακτινική απόσταση από το κέντρο περιστροφής του στόχου, για την οποία έχουμε μέγιστη μετατόπιση της θέσης των σκεδαστών κατά ένα κελί απόστασης (στην διάσταση της απόστασης ή στην διάσταση της κάθετης απόστασης) κατά την διάρκεια της γωνίας ολοκλήρωσης. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.12, η μετατόπιση θα είναι ίση με ένα κελί απόστασης όταν $r\psi = \Delta r_s$ ή όταν $r\psi = \Delta r_c$.



Εικόνα 2.12 Ακτίνα θόλωσης (Wehner, 1995)

Στην περίπτωση που έχουμε τετραγωνική ευκρίνεια (square resolution), δηλαδή όταν οι ευκρίνειες απόστασης και κάθετης απόστασης είναι ίσες ($\Delta r_s = \Delta r_c = \Delta r$), η γωνία περιστροφής από την σχέση (2.7) θα είναι

$$\psi = \frac{\lambda}{2\Delta r} \quad (2.40)$$

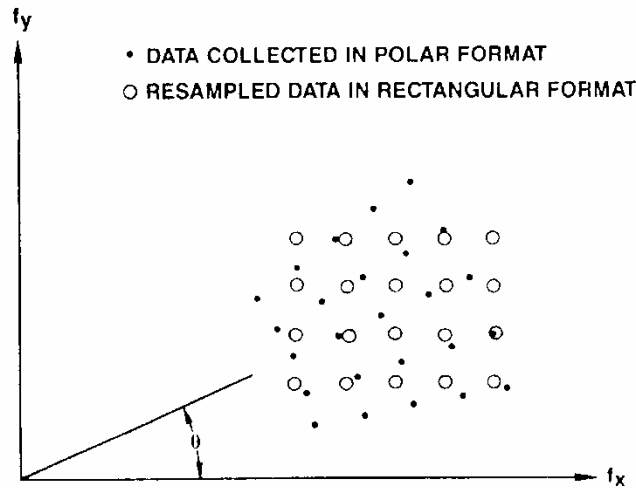
Η ακτίνα θόλωσης για μετατόπιση ενός κελιού απόστασης θα είναι λοιπόν

$$r = \frac{\Delta r}{\psi} = \frac{2(\Delta r)^2}{\lambda} \quad (2.41)$$

η οποία είναι ίδια με αυτήν που υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη το κριτήριο της σχέσης (2.7).

Όπως έχει περιγραφεί στις προηγούμενες ενότητες, η δημιουργία της εικόνας του στόχου επιτυγχάνεται με την συλλογή μιγαδικών δεδομένων ανάκλασης σε ίσης απόστασης διακριτές συχνότητες και γωνίες θέασης. Η απεικόνιση ISAR μπορεί να θεωρηθεί ως ένας

μετασχηματισμός Fourier από το χώρο των δεδομένων ανάκλασης του στόχου στο χώρο της εικόνας του στόχου. Ο χώρος των δεδομένων ανάκλασης ονομάζεται χώρος συχνοτήτων (frequency space) και μπορεί να προσεγγιστεί από το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (f_x, f_y) της Εικόνας 2.13 όταν οι γωνίες θέασης είναι μικρές.



Εικόνα 2.13 Σύστημα συντεταγμένων λήψης δεδομένων ανάκλασης (Wehner, 1995)

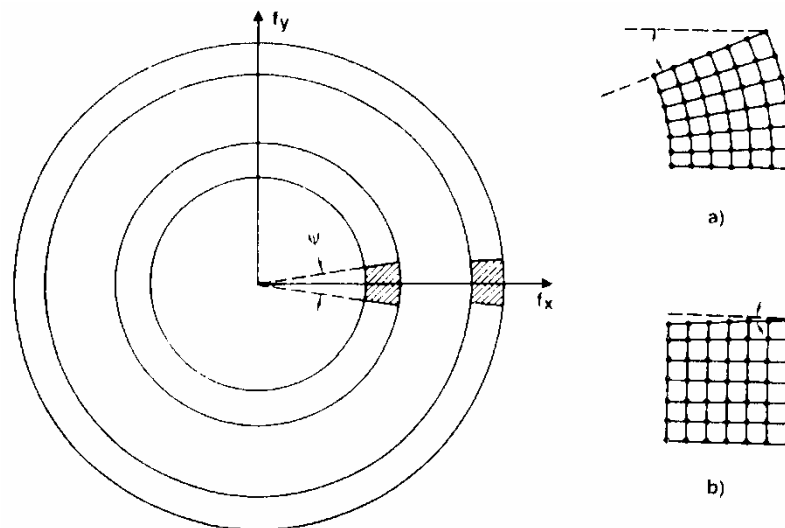
Οι άξονες του συστήματος αυτού ορίζονται από τις λεγόμενες χωρικές συχνότητες f_x και f_y ως εξής

$$f_x = \frac{2f}{c} \cos \theta \quad (2.42)$$

$$f_y = \frac{2f}{c} \sin \theta \quad (2.43)$$

Τα δεδομένα ανάκλασης συμβολίζονται στο σχήμα με τις μαύρες κουκίδες και όπως φαίνεται, η λήψης τους έχει γίνει σε πολικό σύστημα και συνεπώς δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένα σε χωρική συχνότητα. Το γεγονός αυτό δημιουργεί αλλοίωση της εικόνας του στόχου διότι ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT) που πρόκειται να εκτελεστεί στα δεδομένα αυτά, προϋποθέτει ότι θα είναι ομοιόμορφα κατανομημένα σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων και όχι σε πολικό. Αν ο μετασχηματισμός εφαρμοστεί σε αυτά χωρίς διόρθωση, τότε θα έχουμε απώλεια εστίασης της εικόνας του στόχου. Μάλιστα η απώλεια της εστίασης θα είναι μεγαλύτερη καθώς μικραίνει η συχνότητα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.14 και προκύπτει από την σχέση (2.7), η επίτευξη συγκεκριμένης διακριτικής ικανότητας

κάθετης απόστασης απαιτεί μεγαλύτερη γωνία ολοκλήρωσης στις χαμηλότερες συχνότητες (a) από ότι στις υψηλότερες (b) οπότε και μεγαλύτερη απόκλιση των δεδομένων λήψης από το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων του χώρου συχνοτήτων.



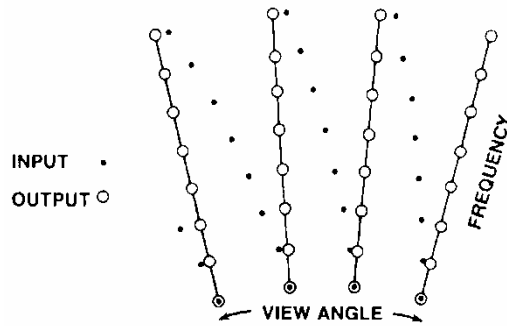
Εικόνα 2.14 Επίδραση της συχνότητας στην εστίαση της εικόνας του στόχου (Wehner, 1995)

Η διαδικασία αντιστάθμισης της περιστροφικής κίνησης του στόχου (Rotational Motion Compensation-RMC) εκτελείται μετά την TMC, ονομάζεται διαδικασία πολικής επαναμορφοποίησης (Polar Reformatting) και αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα (θεωρούμε σταθερό ρυθμό περιστροφής):

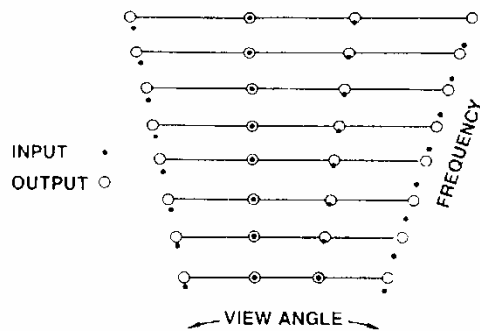
α. Επαναδειγματοληψία όλων των συχνοτήτων των δεδομένων ανάκλασης της κάθε ριπής σε ομοιόμορφα απέχουσες διακριτές γωνίες θέασης (Εικόνα 2.15).

β. Επαναδειγματοληψία με σκοπό την ευθυγράμμιση των δεδομένων ανάκλασης των διαφόρων γωνιών θέασης με τα αντίστοιχα τους σε συχνότητα της κεντρικής γωνίας θέασης (Εικόνα 2.16).

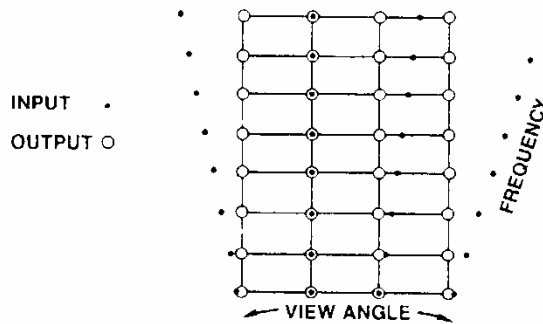
γ. Επαναδειγματοληψία με σκοπό την τοποθέτηση των δεδομένων ανάκλασης σε κατευθύνσεις παράλληλες με αυτήν της κεντρικής γωνίας θέασης (Εικόνα 2.17).



Εικόνα 2.15 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 1 (Wehner, 1995)

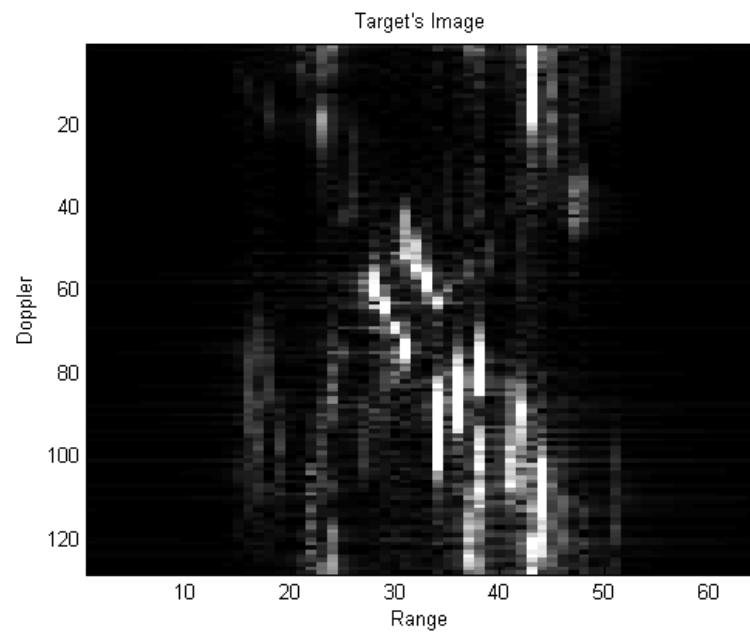


Εικόνα 2.16 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 2 (Wehner, 1995)

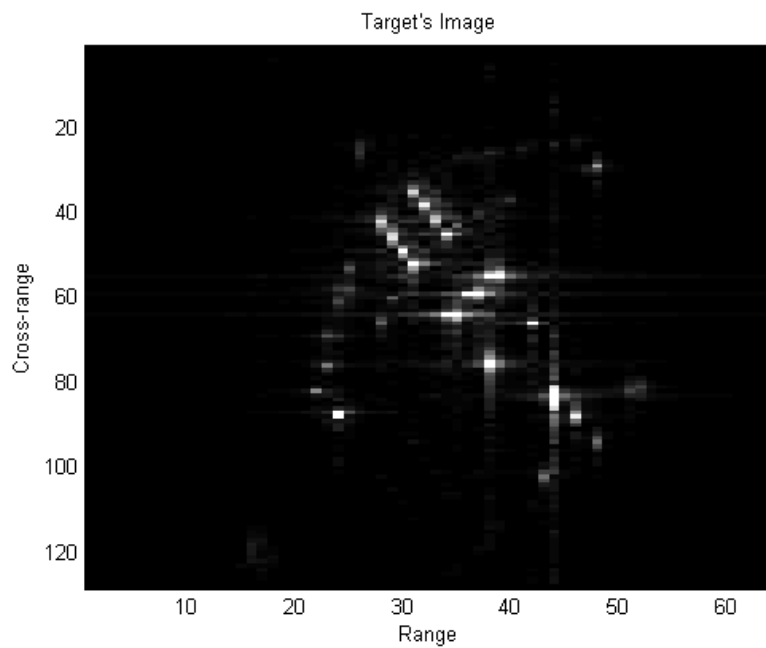


Εικόνα 2.17 Πολική Επαναμορφοποίηση-Βήμα 3 (Wehner, 1995)

Στην Εικόνα 2.18 φαίνεται η εικόνα τριών σημειακών στόχων πριν και μετά την εφαρμογή την διαδικασία της Πολικής Επαναμορφοποίησης. Τόσο η διαδικασία της αντιστάθμισης της μεταφορικής κίνησης του στόχου όσο και η διαδικασία της αντιστάθμισης της περιστροφής του στόχου είναι πολύ σημαντικές για την παραγωγή μίας σωστά εστιασμένης εικόνας ενός στόχου. Στην βιβλιογραφία υπάρχει μεγάλος αριθμός μεθόδων παρεμβολής (interpolation) οι οποίες χρησιμοποιούνται για τις ανάγκες της RMC [Son 2001].



(α)

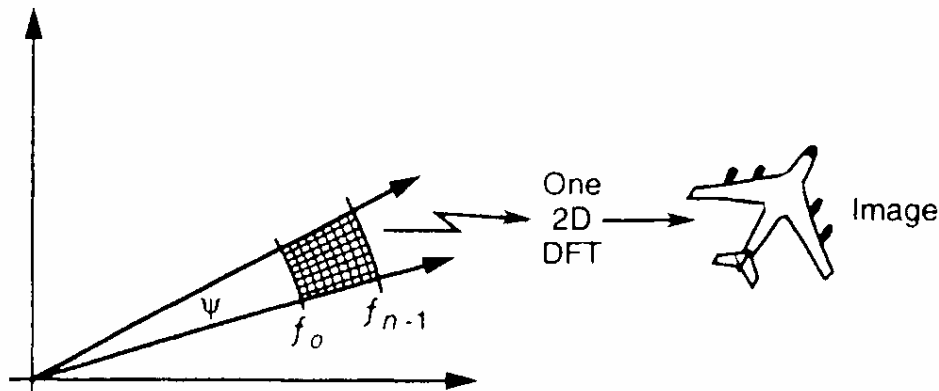


(β)

Εικόνα 2.18 Μέθοδος Πολικής Επαναμορφοποίησης (Kalognomos, 2003)

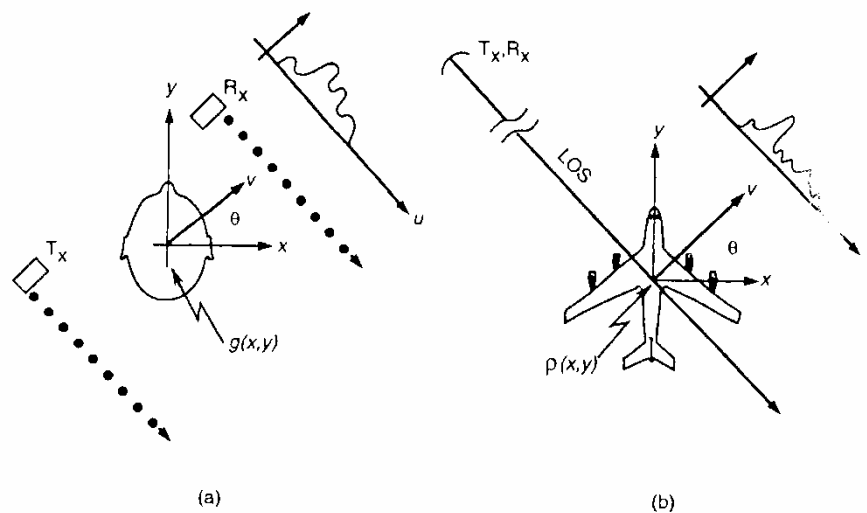
2.8 Μέθοδοι Απεικόνισης ISAR

Η απεικόνιση ISAR, όπως αναλύθηκε στα προηγούμενα κεφαλαία, επιτυγχάνεται στην περίπτωση της εκπομπής πακέτου παλμών κλιμακούμενης συχνότητας με την επεξεργασία των μιγαδικών δεδομένων ανάκλασης του στόχου κάνοντας χρήση μετασχηματισμών Fourier. Τα δεδομένα ανάκλασης έχουν καταγραφεί σε διακριτές συχνότητες και γωνίες θέασης για συγκεκριμένο εύρος κλιμακωμένων συχνοτήτων και έχουν υποστεί την απαραίτητη αντιστάθμιση λόγω της κίνησης του στόχου. Στην Εικόνα 2.19 φαίνεται μία αναπαράσταση της διαδικασίας αυτής.



Εικόνα 2.19 Συλλογή δεδομένων ανακλαστικότητας από εκπομπή κυματομορφής SF (Wehner, 1995)

Η μεθοδολογία αυτή έχει το πλεονέκτημα ότι δεν προϋποθέτει την ύπαρξη *a priori* πληροφοριών για την συνάρτηση ανακλαστικότητας του στόχου. Επίσης έχει επιδείξει ελπιδοφόρα αποτελεσματικότητα στην περίπτωση δεδομένων χαμηλού λόγου σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio-SNR). Ταυτόχρονα έχει γίνει σημαντική έρευνα για την ανάπτυξη και άλλων νέων αλγορίθμων ανάλυσης δεδομένων ανακλαστικότητας με σκοπό την απεικόνιση στόχων, όπως η τομογραφική απεικόνιση ISAR, η Πολαριμετρική απεικόνιση ISAR, η απεικόνιση ISAR υπερύψηλης ευκρίνειας (Super Resolution) κλπ. Οι αλγόριθμοι αυτοί προσπαθούν να αντιμετωπίσουν διάφορα προβλήματα της απεικόνισης, όπως διάφορα φαινόμενα παρεμβολής, περιορισμοί στην κυμάτωση του πλάτους και της φάσης ενός συστήματος ραντάρ κλπ (Karakasiliotis, 2008), (Karakasiliotis, 2009).



Εικόνα 2.20 Τομογραφική απεικόνιση ISAR (Wehner, 1995)

Κάποιοι από αυτούς τους αλγόριθμους βασίζονται στο γεγονός ότι η απεικόνιση ISAR μπορεί να θεωρηθεί ως ένα είδος τομογραφίας, μία τεχνική απεικόνισης η οποία βρίσκει ευρεία εφαρμογή στην ιατρική διαγνωστική και στον μη καταστροφικό έλεγχο. Συγκεκριμένα ένα σύστημα απεικόνισης ISAR το οποίο συλλέγει και επεξεργάζεται δεδομένα ανακλαστικότητας ενός στόχου ο οποίος βρίσκεται σε ένα περιστρεφόμενο έδρανο (turntable), σε μία συχνότητα και σε γωνίες θέασης 360° , μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα τομογραφικής απεικόνισης. Παρόλα αυτά η επιχειρησιακή απεικόνιση ISAR ιπτάμενων θαλάσσιων στόχων διαφέρει πολύ από τις τεχνικές τομογραφικής απεικόνισης λόγω του ότι χρησιμοποιεί δεδομένα ανακλαστικότητας τα οποία είναι αποκλειστικά συμφασικά και επειδή η απεικόνιση γίνεται σε περιορισμένη γωνία θέασης και σε μη ελεγχόμενες συνθήκες. Οι Mensa et al. (Mensa, 1983), Gerlach (Gerlach, 1990) και Mensa (Mensa, 1992) έχουν μελετήσει την τομογραφική επεξεργασία δεδομένων ISAR για εργαστηριακές αποστάσεις.

Επίσης υπάρχουν οι λεγόμενες τεχνικές υπερύψηλης ευκρίνειας οι οποίες προσπαθούν να επιτύχουν μεγαλύτερη ευκρίνεια από την ευκρίνεια Rayleigh, η οποία όπως έχει ήδη αναφερθεί είναι $c/2N\Delta f$ για την απόσταση και $\lambda/2\psi$ για την κάθετη απόσταση. Το πλεονέκτημα των τεχνικών αυτών είναι ότι δίνουν την δυνατότητα να επιτευχθεί η απαιτούμενη ευκρίνεια κάθετης απόστασης με μικρότερη γωνία θέασης από αυτήν που προβλέπεται στην σχέση (1.5), το οποίο είναι πολύ σημαντικό στην περίπτωση της επιχειρησιακής απεικόνισης ISAR (Kalognomos, 2005c). Τέλος υπάρχουν οι μέθοδοι της

εκτίμησης φάσματος (spectral estimation) οι οποίες προσπαθούν να βελτιώσουν την χωρική ακρίβεια της θέσης των σκεδαστών του στόχου. Αυτό το καταφέρνουν όταν χρησιμοποιούνται αντί για τους κλασικούς μετασχηματισμούς Fourier στην τελική διαδικασία παραγωγής της εικόνας, επιτυγχάνοντας καλύτερη στατιστική ακρίβεια (και σε κάποιες περιπτώσεις ευκρίνεια) από αυτούς.

3ο Κεφάλαιο

Μη Παραμετρική Φασματική Ανάλυση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, σκοπός της φασματικής ανάλυσης είναι η εκτίμηση του φάσματος μίας πεπερασμένης ακολουθίας δεδομένων ή αλλιώς η εκτίμηση της κατανομής της ισχύος της ακολουθίας αυτής στο πεδίο της συχνότητας (Stoica, 2005). Διατυπωμένο διαφορετικά, το πρόβλημα της εκτίμησης του φάσματος είναι ο προσδιορισμός μίας εκτίμησης $\hat{\phi}(\omega)$ της φασματικής πυκνότητας ισχύος (Power Spectral Density-PSD) $\phi(\omega)$ μίας πεπερασμένου μήκους παρατήρησης $\{x(1), \dots, x(N)\}$ μίας δεύτερης τάξης στάσιμης τυχαίας διαδικασίας (second-order stationary random process) για $\omega \in [-\pi, \pi]$.

Στην περίπτωση της μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης η εκτίμηση του φάσματος υπολογίζεται ως το πηλίκο της ισχύος εξόδου του φίλτρου με το εύρος του, αφού πρώτα φιλτραριστούν τα δεδομένα με ένα φίλτρο αποκοπής ζώνης (band-pass filter) για τις συχνότητες ενδιαφέροντος. Οι πιο κοινές μη παραμετρικές μέθοδοι είναι το περιοδόγραμμα

(periodogram) και το συσχεσιόγραμμα (correlogram), ενώ πιο πρόσφατα έχει εμφανιστεί στην βιβλιογραφία οι μη παραμετρικές μέθοδοι προσαρμοζόμενης τράπεζας φίλτρων (filter-bank methods) CAPON (Capon, 1969), (Lacoss, 1971), (Capon, 1983) και APES (Li, 1996), (Stoica, 1999).

3.1 Κλασικές μη παραμετρικές μέθοδοι

Η πιο γνωστή μέθοδος ανάλυσης ενός σήματος είναι ο μετασχηματισμός Fourier (Fourier Transform-FT). Ο μετασχηματισμός Fourier ενός σήματος $x(t)$ ορίζεται ως εξής:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (3.1)$$

όπου $\omega = 2\pi f$ είναι η γωνιακή συχνότητα. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier (Inverse Fourier Transform-IFT) προκύπτει από την αρχική συνάρτηση του σήματος με την εφαρμογή του ακόλουθου ανασχηματισμού :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (3.2)$$

Η χρήση του μετασχηματισμού Fourier καθώς και του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier δίνει την δυνατότητα να μελετούμε ένα σήμα στο πεδίο και στο πεδίο της συχνότητας. Η μετάβαση από το ένα πεδίο στο άλλο γίνεται με την χρήση του αντίστοιχου μετασχηματισμού, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι οι πληροφορίες του σήματος είναι γνωστές ταυτόχρονα και για τα δύο πεδία.. Ο μετασχηματισμός Fourier βασίζεται στην υπόθεση ότι κάθε σήμα μπορεί να αναλυθεί σε ένα πλήθος ημιτονοειδών συναρτήσεων διαφορετικών συχνοτήτων (σήμα ημιτονοειδών) και παράγεται από την διαδικασία προβολής του σήματος αυτού σε μια ομάδα βασικών συναρτήσεων, κάθε μια από τις οποίες είναι μια ημιτονοειδής κυματομορφή με μοναδική συχνότητα. Ο μετασχηματισμός Fourier αποτελεί το φάσμα συχνότητας του αρχικού σήματος και το πλάτος του σε μια κάθε συχνότητα είναι ανάλογο της ταύτισης του σήματος με την βασική συνάρτηση της συχνότητας αυτής.

Η εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier δίνει τα επιθυμητά αποτελέσματα κυρίως για σήματα των οποίων το συχνοτικό περιεχόμενο δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια του χρόνου. Στην περίπτωση σημάτων με χρονομεταβλητό συχνοτικό περιεχόμενο οι μετασχηματισμοί χρόνου-συχνότητας είναι πιο αποτελεσματικοί (Chen, 2002), (Qian, 1996),

(Boultadakis, 2009). Σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας ή αλλιώς ανισότητα του Heisenberg η ευκρίνεια στο πεδίο του χρόνου (time resolution) και η ευκρίνεια στο πεδίο της συχνότητας (frequency resolution) δεν μπορούν να είναι αυθαίρετα μικρές (Rioul, 1991) και πιο συγκεκριμένα η αύξηση της μίας οδηγεί σε μείωση της δεύτερης και αντίστροφα.

Οι μη παραμετρικές μέθοδοι εκτίμησης φάσματος βασίζονται στους παρακάτω δύο ορισμούς της πυκνότητα φάσματος ισχύος

$$\phi(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(k) e^{-i\omega k} \quad (3.3)$$

$$\phi(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{-i\omega t} \right|^2 \right\} \quad (3.4)$$

όπου $r(k)$ η συνδιακύμανση (covariance) του χρονικά διακριτού σήματος $\{x(t); t=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ το οποίο θεωρείται ότι είναι μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών με μηδενικό μέσο όρο ($E\{x(t)\} = 0, \quad \forall t$). Οι δύο αυτοί ορισμοί είναι ισοδύναμοι όταν η συνδιακύμανση $r(k)$ φθίνει ταχέως έτσι ώστε να ισχύει

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=-N}^N |k| |r(k)| = 0 \quad (3.5)$$

Όπως φαίνεται από τις σχέσεις (3.3) και (3.4), η φασματική πυκνότητα ισχύος είναι μία περιοδική συνάρτηση με περίοδο 2π , παίρνει πάντοτε πραγματικές τιμές και δεν είναι μικρότερη από το μηδέν. Οι δύο αυτοί ορισμοί αποτελούν τα κλασικά εργαλεία των μη παραμετρικών μεθόδων εκτίμησης φάσματος (Jenkins, 1968).

Το περιοδόγραμμα προκύπτει από τον ορισμό της σχέσης (3.4) αγνοώντας τους τελεστές του ορίου και της προσδοκίας (expectation) οι οποίοι δεν μπορούν να εφαρμοστούν όταν τα διαθέσιμα δεδομένα είναι τα δείγματα $\{x(t)\}_{t=1}^N$ (Schuster, 1898), (Schuster, 1900).

$$\hat{\phi}_p(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{-i\omega t} \right|^2 = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2 \quad (3.6)$$

όπου $X_N(\omega)$ είναι ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier του διακριτού σήματος $x(t)$.

Το συσχεσιόγραμμα προκύπτει από τον ορισμό της σχέσης (3.3) και ορίζεται ως (Blackman, 1959)

$$\hat{\phi}_c(\omega) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}(k) e^{-i\omega k} \quad (3.7)$$

όπου $\hat{r}(k)$ είναι η εκτίμηση της συνδιακύμανσης για διαφορά k . Η εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης μπορεί να γίνει με δύο τρόπους,. Ο πρώτος είναι με την χρήση της άνευ συστηματικού σφάλματος (unbiased) ACS (Auto Correlation Sequence) εκτιμήτριας, δηλαδή

$$\hat{r}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N-k} \sum_{i=k}^{N-1} x(i)x^*(i-k) & , k \geq 0 \\ \hat{r}(-k) & , k < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

όπου το k κυμαίνεται στο διάστημα $-(N-1) \leq k \leq N-1$. Ο δεύτερος είναι με την χρήση της με συστηματικό σφάλμα (biased) ACS εκτιμήτριας, δηλαδή

$$\hat{r}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=k}^{N-1} x(i)x^*(i-k) & , k \geq 0 \\ \hat{r}(-k) & , k < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

όπου το k επίσης κυμαίνεται στο διάστημα $-(N-1) \leq k \leq N-1$.

Η εκτιμήτριας της σχέσης (3.8) δεν έχει συστηματικό σφάλμα και λέγεται unbiased επειδή ισχύει ότι $E\{\hat{r}(k)|r(k)\} - r(k) = 0$. Η εκτιμήτρια της σχέσης (3.9) έχει συστηματικό σφάλμα και λέγεται biased επειδή ισχύει ότι $E\{\hat{r}(k)|r(k)\} - r(k) \neq 0$ αλλά λέγεται και ασυμπτωτικά unbiased επειδή ισχύει ότι $\lim_{N \rightarrow \infty} E\{\hat{r}(k)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N-k}{N} r(k) = r(k)$. Όταν γίνει χρήση της biased ACS εκτιμήτριας η φασματική εκτίμηση που δίνει το περιοδόγραμμα είναι ίδια με αυτήν που δίνει το συσχεσιόγραμμα, δηλαδή $\hat{\phi}_c(\omega) = \hat{\phi}_p(\omega) \geq 0$ για κάθε ω . Τέλος ο πίνακας αυτοσυσχέτισης \hat{R} που προκύπτει από την biased εκτίμηση είναι ο ακόλουθος positive semidefinite πίνακας

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{r}(0) & \hat{r}(0) & \dots & \hat{r}(N-1) \\ \hat{r}(0) & \hat{r}(0) & \dots & \hat{r}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}^*(N-1) & \hat{r}^*(N-2) & \dots & \hat{r}(0) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Η απόδοση του περιοδογράμματος μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της ανάλυσης των στατιστικών ιδιοτήτων των εκτιμήσεων που κάνει το περιοδόγραμμα για την φασματική

πυκνότητα ισχύος. Η ανάλυση αυτή είναι επίσης χρήσιμη επειδή μπορεί να προσφέρει στοιχεία για την περαιτέρω βελτίωση των αλγορίθμων εκτίμησης και αποτελείται από δύο μέρη, την ανάλυση του συστηματικού σφάλματος (bias) και την ανάλυση της διακύμανσης (variance). Ο προσδιορισμός των δύο αυτών στατιστικών ιδιοτήτων επιτρέπει τον υπολογισμό του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Mean Square Error-MSE) της εκτίμησης μέσω των ακόλουθων σχέσεων

$$MSE = E \left\{ |\hat{a}(k) - a|^2 \right\} = \text{var} \{ \hat{a} \} + |bias \{ \hat{a} \}|^2 \quad (3.11)$$

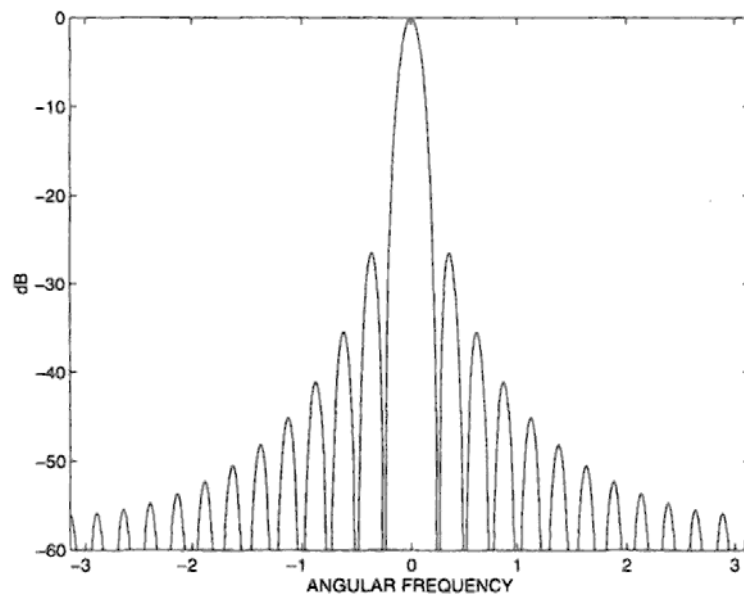
$$\text{var} \{ \hat{a} \} = E \left\{ (\hat{a} - E[\hat{a}])^2 \right\} \quad (3.12)$$

$$bias \{ \hat{a} \} = E \{ \hat{a} \} - a \quad (3.13)$$

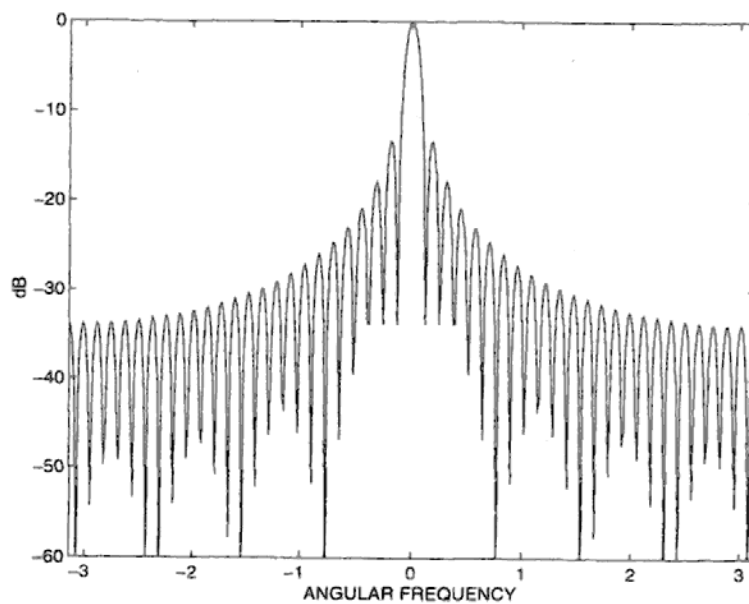
Από την ανάλυση του συστηματικού σφάλματος προκύπτει (Stoica, 1997) ότι η αναμενόμενη τιμή για την εκτίμηση του φάσματος δίνεται από την ακόλουθη σχέση

$$E \{ \hat{\phi}_p(\omega) \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(\psi) W(\omega - \psi) d\psi \quad (3.14)$$

όπου W είναι ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT) του παράθυρου Bartlett. Μελετώντας τις Εικόνες 3.21 και 3.22, στις οποίες φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις του $W(\omega)$ για τις δύο περιπτώσεις των σχέσεων (3.8) και (3.9) αντίστοιχα, προκύπτει ότι το φαινόμενο της εξομάλυνσης (smearing) περιορίζει το όριο φασματικής ανάλυσης των μεθόδων περιοδογράμματος στην τιμή $2\pi/N$ rad ή $1/N$ Hz, όπου N είναι το πλήθος των εκτιμήσεων. Επίσης προκύπτει ότι οι πλευρικοί λοβοί του $W(\omega)$ είναι έντονοι με αποτέλεσμα την ύπαρξη του φαινομένου της διαρροής (leakage) κατά το οποίο έχουμε μεταφορά ισχύος από τις συχνότητες μεγάλης ισχύος σε συχνότητες μικρότερης ή και μηδενικής ισχύος. Το φαινόμενο της διαρροής έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του συστηματικού σφάλματος στην περίπτωση μεγάλου δυναμικού εύρους (dynamic range). Τελικά πάντως το συστηματικό σφάλμα δεν αποτελεί τον κύριο περιορισμό του εκτιμητή αφού είτε είναι μηδενικό (στην περίπτωση της χρήσης της unbiased ACS εκτιμήτριας της σχέσης (3.8)) είτε μπορεί να εξαλειφθεί αυξάνοντας το N (ασυμπτωτικά unbiased εκτίμηση).



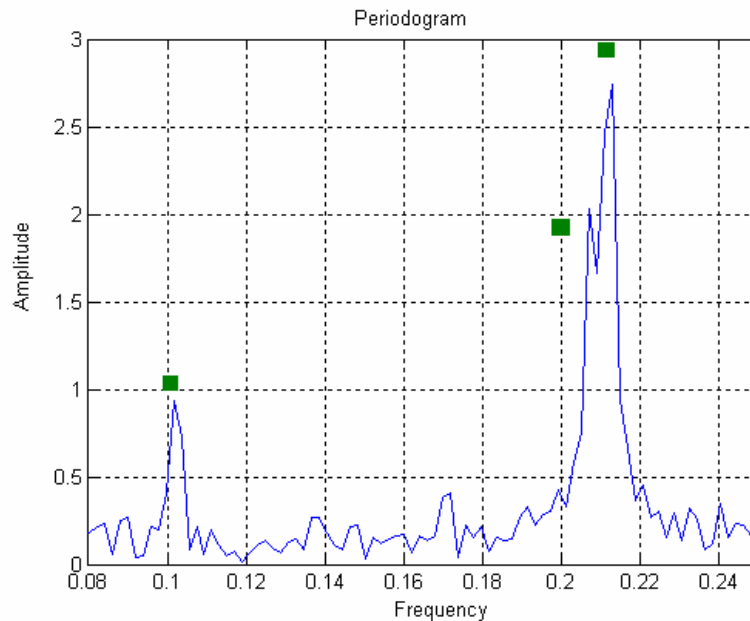
Εικόνα 3.21 DFT παραθύρου Bartlett (πυρήνας Fejer) (Stoica, 1997)



Εικόνα 3.22 DFT παραθύρου Bartlett (πυρήνας Dirichlet) (Stoica, 1997)

Από την ανάλυση της διακύμανσης η οποία αποδεικνύεται υψηλή, προκύπτει (Stoica, 1997) ότι το περιοδόγραμμα δεν είναι συνεπής (consistent) εκτίμηση αφού οι τιμές της εκτίμησης του θα είναι ασυμπτωτικά ασυσχέτιστες τυχαίες μεταβλητές των οποίων η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση θα είναι ίση με τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της φασματικής

πυκνότητας ισχύος. Στην Εικόνα 3.23 φαίνεται η εκτίμηση του φάσματος τριών φασματικών γραμμών με την χρήση της μεθόδου του περιοδογράμματος.



Εικόνα 3.23 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο του περιοδογράμματος (Kalognomos, 2003)

Τελικά λοιπόν προκύπτει το γενικό συμπέρασμα ότι η εκτίμηση φάσματος με το περιοδογράμμο και το συσχεσιόγραμμο είναι καλή εφόσον το μέγεθος της τυχαίας διαδικασίας είναι επαρκώς μεγάλο, κάτι το οποίο δεν ισχύει πάντα, είτε διότι η χρονική διάρκεια του σήματος δεν είναι μεγάλη, είτε διότι γίνεται περιορισμός του σήματος σε μικρό χρονικό διάστημα με σκοπό την διατήρηση σταθερών φασματικών χαρακτηριστικών (όπως επιβάλλει η θεωρία της φασματικής εκτίμησης για να μπορεί να χαρακτηριστεί το σήμα ως στάσιμο δεύτερης τάξης). Το μεγαλύτερο πρόβλημα είναι ότι οι διακυμάνσεις των εκτιμήσεων που δίνουν οι δύο αυτοί αλγόριθμοι είναι υψηλές διότι υπολογίζονται από μία μόνο υλοποίηση μιας τυχαίας διαδικασίας και δεν μειώνονται ακόμα και όσο αυξάνει το πλήθος των δεδομένων.

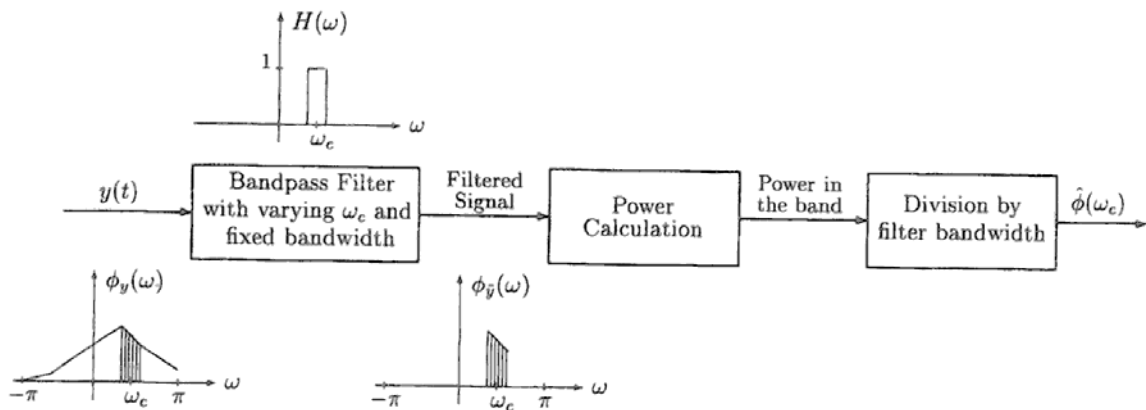
Στην βιβλιογραφία υπάρχει μία σειρά μεθόδων οι οποίες αποσκοπούν στην μείωση του κύριου προβλήματος του περιοδογράμματος, δηλαδή της υψηλής του διακύμανσης. Η επίτευξη βέβαια του σκοπού αυτού γίνεται εις βάρος άλλων παραμέτρων της εκτίμησης και πιο συγκεκριμένα με την αύξηση του συστηματικού σφάλματος και κατά συνέπεια την μείωση της φασματικής ανάλυσης του. Τέτοιες μέθοδοι είναι η μέθοδος Blackman-Tukey (BT) (Blackman, 1959), η μέθοδος Bartlett (Bartlett, 1948), (Bartlett, 1950), η μέθοδος Welch (Welch, 1967) και η μέθοδος Daniell (Daniell, 1946).

3.2 Προσέγγιση Τράπεζας Φίλτρων (FBA)

Το πρόβλημα της εκτίμησης της φασματικής πυκνότητας ισχύος από ένα πεπερασμένο πλήθος παρατηρήσεων είναι ένα *ill-posed* στατιστικό πρόβλημα αφού προσπαθούμε να εκτιμήσουμε ένα μη πεπερασμένο πλήθος ανεξάρτητων τιμών $\{\phi(\omega)\}_{\omega=-\pi}^{\pi}$ με την χρήση πεπερασμένου πλήθους δειγμάτων. Ο ένας τρόπος επίλυσης του προβλήματος αυτού είναι η παραμετροποίηση του $\phi(\omega)$ (παραμετρικές μέθοδοι) και ο άλλος είναι η εξομάλυνση (smoothing) των τιμών $\{\phi(\omega)\}_{\omega=-\pi}^{\pi}$ υποθέτοντας ότι το $\phi(\omega)$ είναι σταθερό (ή σχεδόν σταθερό) μέσα στο διάστημα $[\omega - \beta\pi, \omega + \beta\pi]$ για κάποιο $\beta \ll 1$ (μη παραμετρικές μέθοδοι). Βάση του ορισμού αυτού, το $\phi(\omega)$ περιγράφεται από $2\pi/2\pi\beta = 1/\beta$ τιμές, συνεπώς η εκτίμηση των τιμών αυτών με βάση τα N διαθέσιμα δείγματα απαιτεί να ισχύει η σχέση

$$1/\beta < N \Rightarrow N\beta > 1 \quad (3.15)$$

Από την σχέση (3.15) προκύπτει ότι καθώς αυξάνει το β , θα αυξάνεται και η στατιστική ακρίβεια των εκτιμήσεων των $\{\phi(\omega)\}$ (διότι το πλήθος των εκτιμώμενων από τα N δείγματα PSD τιμών μειώνεται), αλλά ταυτόχρονα θα μειώνεται η ευκρίνεια (resolution) (αφού το $\phi(\omega)$ θα θεωρείται σταθερό για μεγαλύτερο διάστημα). Αυτή ακριβώς η αντίστροφη σχέση μεταξύ της στατιστικής ακρίβειας και της ευκρίνειας είναι το κόστος της γενικότητας των μη παραμετρικών μεθόδων. Όπως προκύπτει από την σχέση (3.15), η ευκρίνεια β μπορεί να μειωθεί μέχρι και την τιμή $1/N$ με συνέπεια όμως την μεγάλη στατιστική διαφοροποίηση (αφού για $\beta = 1/N$ γίνεται εκτίμηση N φασματικών τιμών από N δείγματα). Με βάση τα παραπάνω, το πρόβλημα της εκτίμησης φάσματος μπορεί να διατυπωθεί και ως η εκτίμηση του τρόπου κατανομής της ισχύος σε στενές φασματικές ζώνες κάνοντας χρήση πεπερασμένου πλήθους ακολουθίες δεδομένων. Η εκτίμηση του φάσματος με βάση τον ορισμό αυτό αποτελεί την προσέγγιση τράπεζας φίλτρων (FBA), μία γραφική αναπαράσταση της οποίας φαίνεται στην Εικόνα 3.24.



Εικόνα 3.24 Φασματική εκτίμηση με την προσέγγιση τράπεζας φίλτρων (Stoica, 1997)

Το ζωνοδιαβατό φίλτρο που φαίνεται στην Εικόνα 3.24 σαρώνει τις συχνότητες ενδιαφέροντος και μπορεί να χαρακτηριστεί και ως μία τράπεζα ζωνοδιαβατών φίλτρων. Η ποικιλία των FBA μεθόδων είναι πολύ μεγάλη αφού από κάθε διαφορετική επιλογή του ζωνοδιαβατού φίλτρου αλλά και από κάθε διαφορετική επιλογή της υλοποίησης του αλγόριθμου τους δημιουργεί και μία νέα FBA μέθοδο. Οι απαραίτητες προϋποθέσεις για να αποτελεί η φασματική εκτίμηση με την χρήση της FBA προσέγγισης $\hat{\phi}_{FB}(\omega)$ μία καλή προσέγγιση του πραγματικού φάσματος $\phi(\omega)$ είναι οι ακόλουθες :

- α. Το $\phi(\omega)$ να είναι σχεδόν σταθερό στην ζώνη διάβασης του φίλτρου
- β. Το κέρδος του φίλτρου να είναι σχεδόν μοναδιαίο μέσα στην ζώνη διάβασης του φίλτρου και σχεδόν μηδέν έξω από αυτή
- γ. Η εκτίμηση της ισχύος του φιλτραρισμένου σήματος να είναι συνεπής

Εάν μπορούσαν να ισχύουν και οι τρεις αυτές προϋποθέσεις, οι FBA μέθοδοι θα επιτυγχάνανε εκτίμηση με μεγάλη ευκρίνεια και χαμηλή στατιστική μεταβλητότητα (variability). Το πρόβλημα όμως είναι ότι δεν είναι δυνατό να ισχύουν και οι τρεις ταυτόχρονα λόγω του υποχρεωτικού συμβιβασμού μεταξύ της ευκρίνειας και της στατιστικής μεταβλητότητας. Αυτό το πρόβλημα, όπως επίσης και το γεγονός ότι η ευκρίνεια περιορίζεται από το πλήθος των δειγμάτων, είναι οι δύο περιοριστικοί παράγοντες της αποτελεσματικότητας των μη παραμετρικών μεθόδων.

Έστω $\{x(n); n = 0, 1, \dots, N-1\}$ τα διαθέσιμα δείγματα ενός στάσιμου κύματος για το οποίο θέλουμε να εκτιμήσουμε το φάσμα του. Η FBA προσέγγιση στην ουσία μετατρέπει το

πρόβλημα της εκτίμησης του φάσματος του $x(n)$ στο πρόβλημα της εκτίμησης του πλάτους (ή της ισχύος) ενός σήματος ημιτονοειδών το οποίο περιέχει έγχρωμο θόρυβο (Li, 1996), (Lagunas, 1986). Συγκεκριμένα το $x(n)$ μπορεί να εκφραστεί ως

$$x(n) = a(\omega)e^{i\omega n} + w_\omega(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad \omega \in (0, 2\pi] \quad (3.16)$$

όπου $a(\omega)$ είναι το μιγαδικό πλάτος του σήματος ημιτονοειδών και $w_\omega(n)$ ο όρος του θορύβου με μηδενικό μέσο όρο. Θεωρούμε ότι το φίλτρο της FBA προσέγγισης είναι ένα FIR (Finite Impulse Response) φίλτρο, μήκους M , εξαρτώμενο από την κεντρική συχνότητα ω και έχει την ακόλουθη μορφή

$$h_\omega = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_M]^H \quad (3.17)$$

Ορίζουμε επίσης το διάνυσμα του θορύβου ως

$$q(l) = [w(l) \quad w(l+1) \quad \dots \quad w(l+M-1)], \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3.18)$$

και το διάνυσμα συντελεστών Fourier ως

$$b_M(\omega) = [1 \quad e^{i\omega} \quad \dots \quad e^{i(L-1)\omega}]^T \quad (3.19)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.17), η έξοδος του φίλτρου γράφεται ως εξής

$$z(l) = h_\omega^H y(l) \quad (3.20)$$

όπου

$$y(l) = [x(l) \quad x(l+1) \quad \dots \quad x(l+M-1)], \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3.21)$$

$$L = N - M + 1 \quad (3.22)$$

Το φίλτρο h_ω θα πρέπει να περνάει την συχνότητα ω ανεπηρέαστη, δηλαδή θα πρέπει να ισχύει η σχέση

$$h^H(\omega)b_M(\omega) = 1 \quad (3.23)$$

Τα $y(l)$, τα οποία ονομάζονται και εμπρόσθιο διάνυσμα δεδομένων (forward data vector), είναι υποδιανύσματα του $x(n)$ με μέγιστη επικάλυψη και μπορεί να εκφραστεί ως

$$y(l) = \alpha(\omega) e^{i\omega l} b_M(\omega) + q(l) = |\alpha(\omega) b_M| e^{i\omega l} + q(l) = s(l) + q(l) \quad (3.24)$$

Η έξοδος του φίλτρου $z(l)$, κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.20), (3.23) και (3.24) μπορεί να γραφτεί ως

$$z(l) = h_\omega^H y(l) = \alpha(\omega) [h^H(\omega) b_M(\omega)] e^{i\omega l} + q(l) = \alpha(\omega) e^{i\omega l} + q(l) \quad (3.25)$$

Η μεθοδολογία της FBA προσέγγισης αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα :

α. Τα δεδομένα $x(n)$ φιλτράρονται με την χρήση του ζωνοδιαβατού φίλτρου h_ω το οποίο έχει μεταβλητή κεντρική συχνότητα ω με σκοπό την ενίσχυση του σήματος ημιτονοειδών της σχέσης (3.16)

β. Γίνεται εκτίμηση του $\alpha(\omega)$ κάνοντας χρήση των φιλτραρισμένων δεδομένων.

Το εκτιμώμενο πλάτος (amplitude) συμβολίζεται με $\hat{\alpha}(\omega)$

γ. Θεωρούμε το $\hat{\alpha}(\omega)$ για $\omega \in (0, 2\pi]$ ως την εκτίμηση του μιγαδικού φάσματος του $x(n)$ ή το $|\hat{\alpha}(\omega)|^2$ (με κατάλληλη κανονικοποίηση) ως την εκτίμηση του φάσματος ισχύος.

Η επιλογή του M γίνεται έχοντας υπόψη τον συμβιβασμό μεταξύ ευκρίνειας και στατιστικής σταθερότητας, δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το M τόσο καλύτερη είναι η ευκρίνεια και ταυτόχρονα τόσο χειρότερη είναι η στατιστική σταθερότητα.

3.3 Προσέγγιση Τράπεζας Φίλτρων για τις κλασικές μη παραμετρικές μεθόδους

Το περιοδόγραμμα μπορεί να προκύψει από την FBA προσέγγιση της Εικόνας 3.24 κάνοντας τους ακόλουθους υπολογισμούς. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του περιοδογράμματος για μία συχνότητα $\tilde{\omega}$ (σχέση (3.6)) προκύπτει ότι

$$\hat{\phi}_p(\tilde{\omega}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{-i\tilde{\omega} t} \right|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{i\tilde{\omega}(N-t)} \right|^2 = \frac{1}{\beta} \left| \sum_{k=0}^{N-1} h_k x(N-k) \right|^2 \quad (3.26)$$

όπου $\beta = 1/N$ και

$$h_k = \frac{1}{N} e^{i\tilde{\omega} k} \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.27)$$

Κάνουμε padding με μηδενικά για το h_k , οπότε προκύπτει ότι

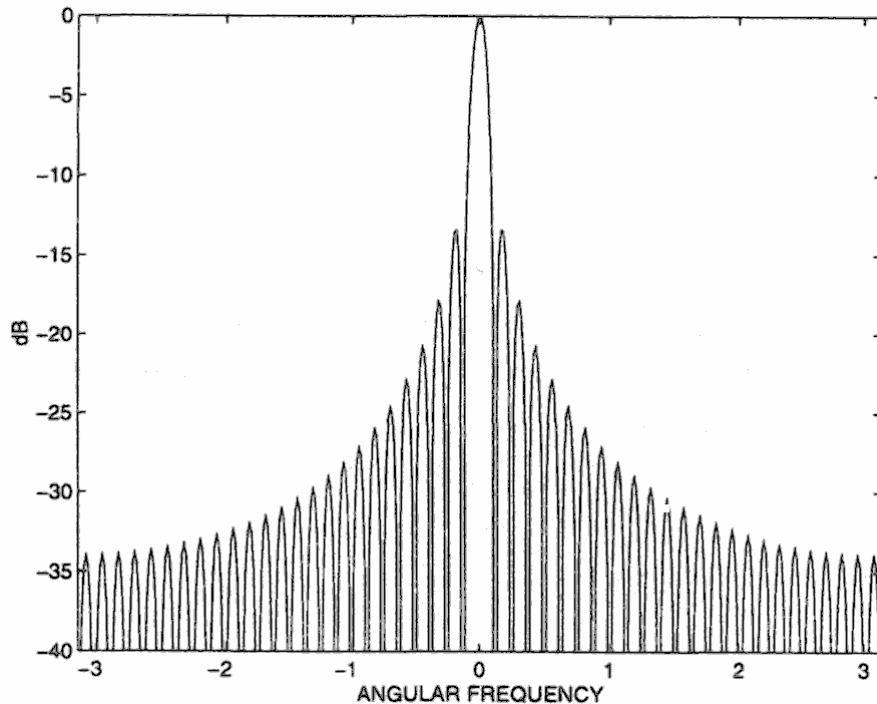
$$x_F(N) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k x(N-k) \quad (3.28)$$

$$h_k = \begin{cases} e^{i\tilde{\omega}k}/N & k = 0, \dots, N-1 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3.29)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου h_k που ορίζεται στην σχέση (3.27) είναι η ακόλουθη

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-i\omega k} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{i(\tilde{\omega}-\omega)k} = \frac{1}{N} \frac{e^{iN(\tilde{\omega}-\omega)} - 1}{e^{i(\tilde{\omega}-\omega)} - 1} = \frac{1}{N} \frac{\sin[N(\tilde{\omega}-\omega)/2]}{\sin[(\tilde{\omega}-\omega)/2]} e^{i(N-1)(\tilde{\omega}-\omega)/2} \quad (3.30)$$

Η Εικόνα 3.25 δείχνει μία γραφική παράσταση του $|H(\omega)|$ συναρτήσει του $\Delta\omega = \tilde{\omega} - \omega$ για $N = 50$, στο οποίο φαίνεται ότι το $H(\omega)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου με κεντρική συχνότητα $\tilde{\omega}$ και 3dB εύρος ζώνης ίσο με $2\pi/N$ rad ή $1/N$ Hz. Συνεπώς αποδείχθηκε ότι το περιοδόγραμμα μπορεί να προκύψει από την FBA προσέγγιση, όπου η συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου του δίνεται από την σχέση (3.20), το εύρος ζώνης του είναι $1/N$ Hz (ανά διάστημα δειγματοληψίας) και ο υπολογισμός της ισχύος γίνεται με ένα μοναδικό πέρασμα του φιλτραρισμένου σήματος.



Εικόνα 3.25 Συνάρτηση μεταφοράς $N=50$ (Stoica, 1997)

Το γεγονός ότι το περιοδόγραμμα θυσιάζει την στατιστική ακρίβεια προς χάρη της ευκρίνειας είναι φανερό και από την έκφραση του μέσω της FBA προσέγγισης αφού χρησιμοποιεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο με το ελάχιστο δυνατό (για N δείγματα) εύρος ζώνης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα από την μία η ευκρίνεια να είναι η μέγιστη δυνατή αλλά από την άλλη υπολογίζει μόνο ένα φιλτραρισμένο δείγμα για τον υπολογισμό της ισχύος.

Οι τροποποιημένες μέθοδοι περιοδογράμματος (Bartlett, Welch και Daniell), οι οποίες θυσιάζουν την ευκρίνεια (αυξάνουν το συστηματικό σφάλμα) για να μειώσουν την μεταβλητότητα, μπορούν επίσης να εκφραστούν με την FBA προσέγγιση. Ο βασικός τους στόχος στα πλαίσια της FBA προσέγγισης είναι να βελτιώσουν το στάδιο υπολογισμού της ισχύος, το οποίο είναι και το αδύνατο σημείο στην περίπτωση του περιοδογράμματος. Οι μέθοδοι Bartlett και Daniell το επιτυγχάνουν με την τμηματοποίηση των διαθέσιμων δεδομένων σε ομάδες οι οποίες φιλτράρονται χωριστά η μία από την άλλη. Όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των ομάδων, τόσο περισσότερα δείγματα αθροίζονται στο στάδιο υπολογισμού της ισχύος και συνεπώς τόσο μικρότερη θα είναι η μεταβλητότητα της εκτίμησης της φασματικής πυκνότητας ισχύος. Από την άλλη μεριά βέβαια η ευκρίνεια μειώνεται λόγω της αδυναμίας να σχεδιαστεί κατάλληλο ζωνοδιαβατό φίλτρο για το μικρό πλήθος δεδομένων της κάθε ομάδας. Η μέθοδος Daniell δεν κάνει τμηματοποίηση των δεδομένων αλλά το επεξεργάζεται εξ ολοκλήρου. Συγκεκριμένα για κάθε εκτιμώμενη τιμή του φάσματος χρησιμοποιείται ένας αριθμός ανεξάρτητων ζωνοδιαβατών φίλτρων. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των φίλτρων που χρησιμοποιούνται, τόσο μειώνεται η μεταβλητότητα της εκτίμησης αλλά ταυτόχρονα μειώνεται η ευκρίνεια.

3.4 Προσέγγιση προσαρμοσμένης τράπεζας φίλτρων (MAFI)

Υποθέτουμε ότι η αρχική φάση του σήματος ημιτονοειδών της σχέσης (3.24) είναι μία τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $(0, 2\pi]$ και ανεξάρτητη του όρου του θορύβου. Τότε ο πίνακας συνδιακύμανσης του όρου $s(l)$ της σχέσης (3.24) θα είναι ίσος με

$$E[s(l)s^H(l)] = |\alpha(\omega)|^2 b_M(\omega)b_M^H(\omega) \quad (3.31)$$

και ο πίνακας συνδιακύμανσης $Q(\omega)$ (θεωρείται αντιστρέψιμος) του όρου $q(l)$ της σχέσης (3.24) θα είναι ίσος με

$$Q(\omega) = E[q(l)q^H(l)] \quad (3.32)$$

Από τις σχέσεις (3.24), (3.31) και (3.32) προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} E\{y(l)y^H(l)\} &= E[s(l)s^H(l)] + E[q(l)q^H(l)] \Rightarrow \\ R &= |\alpha(\omega)|^2 b_M(\omega)b_M^H(\omega) + Q(\omega) \end{aligned} \quad (3.33)$$

όπου ο R είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του εμπρόσθιου διάνυσμα δεδομένων $y(l)$ της σχέσης (3.24), δηλαδή

$$R = E\{y(l)y^H(l)\} \quad (3.34)$$

Εξ ορισμού ένα προσαρμοσμένο φίλτρο (matched filter) σχεδιάζεται έτσι ώστε ο λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR) στην έξοδο του φίλτρου να μεγιστοποιείται, δηλαδή

$$\max_{h_\omega} \frac{|h_\omega^H b_M(\omega)|^2}{h_\omega^H Q(\omega) h_\omega} \quad (3.35)$$

Η λύση του παραπάνω προβλήματος μας δίνει (Stoica, 1997) ότι το φίλτρο θα έχει την ακόλουθη μορφή

$$h_\omega = \frac{Q^{-1}(\omega)b_M(\omega)}{b_M^H(\omega)Q^{-1}(\omega)b_M(\omega)} \quad (3.36)$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης $Q(\omega)$ μπορεί να εκτιμηθεί με διάφορους τρόπους.

3.5 Μέθοδος CAPON

Στο πλαίσιο της μεθόδου CAPON, το φίλτρο h_ω επιλέγεται έτσι ώστε η ισχύς της εξόδου του φίλτρου να ελαχιστοποιείται ενώ ταυτόχρονα η συχνότητα ω παραμένει ανεπηρέαστη (undistorted) ώστε να γίνει το φίλτρο όσο πιο επιλεκτικό γίνεται για ένα εύρος συχνοτήτων γύρω από την συχνότητα ω , δηλαδή

$$\min_{h_\omega} \left(E\{|z(l)|^2\} \right) = \min_{h_\omega} (h_\omega^H R h_\omega) \quad \text{όταν} \quad h^H(\omega)b_M(\omega) = 1 \quad (3.37)$$

όπου ο R είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του εμπρόσθιου διάνυσμα δεδομένων $y(l)$.

Η λύση στο πρόβλημα αυτό σχεδίασης φίλτρου είναι (Capon, 1969), (Lacoss, 1971)

$$h_\omega = \frac{R^{-1}(\omega)b_M(\omega)}{b_M^H(\omega)R^{-1}(\omega)b_M(\omega)} \quad (3.38)$$

όπου γίνεται η υπόθεση ότι ο πίνακας R είναι αντιστρέψιμος. Για την εκτίμηση του R επιλέγεται ο πίνακας συνδιακύμανσης δειγμάτων \hat{R} , οπότε η σχέση (3.38) γίνεται

$$h_{CAPON}(\omega) = \frac{\hat{R}^{-1}(\omega)b_M(\omega)}{b_M^H(\omega)\hat{R}^{-1}(\omega)b_M(\omega)} \quad (3.39)$$

όπου η εκτίμηση \hat{R} είναι ένας Hermitzian Toeplitz πίνακας και δίνεται από την σχέση

$$\hat{R} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} y(l)y^H(l) = \begin{bmatrix} \hat{r}(0) & \hat{r}(1) & \dots & \hat{r}(M-1) \\ \hat{r}^H(1) & \hat{r}(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \hat{r}(1) \\ \hat{r}^H(M-1) & \dots & \hat{r}^H(1) & \hat{r}(0) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Στην συνέχεια θα αποδείξουμε ότι το φίλτρο CAPON είναι ένα φίλτρο που έχει σχεδιαστεί με βάση την MAFI προσέγγιση (Stoica, 1998). Το γεγονός ότι ο πολλαπλασιασμός του h_ω με έναν μιγαδικό αριθμό αφήνει ανεπηρέαστο τον λόγο της σχέσης (3.35) μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης της σχέσης (3.35) είναι ισοδύναμο με το ακόλουθο πρόβλημα

$$\min_{h_\omega} (h_\omega^H Q h_\omega) \quad \text{όταν} \quad h^H(\omega)b_M(\omega) = 1 \quad (3.41)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.33) με βάση τον περιορισμό της σχέσης (3.41) προκύπτει ότι

$$h_\omega^H Q h_\omega = h_\omega^H \left[R - |\alpha(\omega)|^2 b_M(\omega)b_M^H(\omega) \right] h_\omega = h_\omega^H R h_\omega - |\alpha(\omega)|^2 \quad (3.42)$$

Η σχέση (3.42) αποδεικνύει ότι η σχεδίαση του CAPON φίλτρου είναι μία σχεδίαση προσαρμοσμένου φίλτρου.

Κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.23) και (3.24) έχουμε ότι

$$h_\omega^H y(l) = \alpha(\omega)e^{j\omega l} + h_\omega^H q(l) \quad (3.43)$$

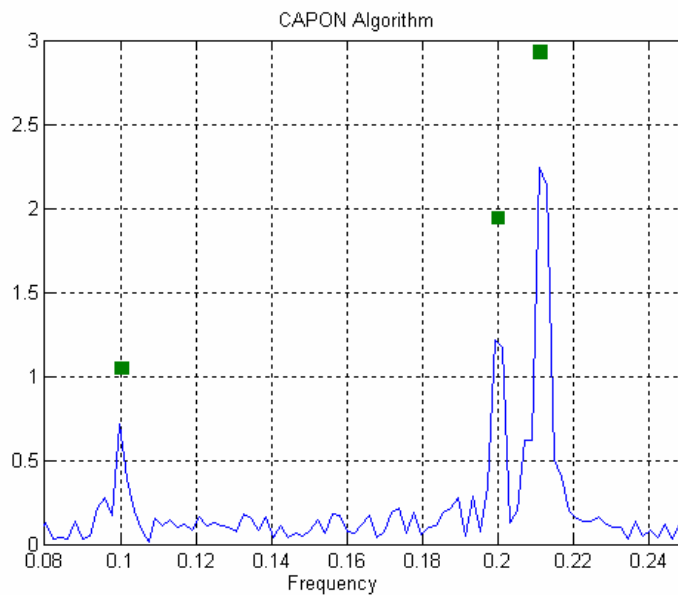
Η εκτίμηση ελάχιστων τετραγώνων (LS) για το διάνυσμα $\alpha(\omega)$ θα δίνεται από την σχέση

$$\hat{\alpha}(\omega) = h_{\omega}^H \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} y(l) e^{i\omega l} \square h_{\omega}^H Y(\omega) \quad (3.44)$$

οπότε η εκτίμηση του φάσματος του $x(n)$ σύμφωνα με την CAPON μέθοδο θα δίνεται από την σχέση

$$\hat{\alpha}_{CAPON}(\omega) = h_{CAPON}^H Y(\omega) \stackrel{(3.38)}{\Rightarrow} \hat{\alpha}_{CAPON}(\omega) = \frac{b_M^H(\omega) \hat{R}^{-1}(\omega) Y(\omega)}{b_M^H(\omega) \hat{R}^{-1}(\omega) b_M(\omega)} \quad (3.45)$$

Το μήκος του φίλτρου $h_{CAPON}(\omega)$ θα πρέπει να είναι μικρότερο από $N/2$ για να μπορεί να υπολογιστεί ο \hat{R}^{-1} (ώστε να μην είναι singular). Όσο πιο κοντά είναι το μήκος του φίλτρου στην τιμή $N/2$, τόσο μεγαλύτερη ευκρίνεια επιτυγχάνεται. Στην Εικόνα 3.26 φαίνεται η εκτίμηση του φάσματος τριών φασματικών γραμμών με την χρήση της μεθόδου CAPON.



Εικόνα 3.26 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο CAPON (Kalognomos, 2003)

3.6 Μέθοδος APES

Από την σχέση (3.33) προκύπτει ότι μπορούμε να εκτιμήσουμε τον πίνακα $Q(\omega)$ ως

$$\hat{Q}(\omega) = \hat{R} - |\hat{\alpha}(\omega)|^2 b_M(\omega) b_M^H(\omega) \quad (3.46)$$

όπου $\hat{\alpha}(\omega)$ είναι μία εκτίμηση του $\alpha(\omega)$. Από την σχέση (3.24) ισχύει ότι

$$y(l) = |\alpha(\omega)b_M(\omega)|e^{i\omega l} + q(l) \quad (3.47)$$

Η εκτίμηση ελάχιστων τετραγώνων (LS) για το διάνυσμα $\alpha(\omega)b_M(\omega)$, η οποία αγνοεί το γεγονός ότι το $b_M(\omega)$ είναι γνωστό, δίνεται από τον κανονικοποιημένο μετασχηματισμό Fourier

$$|\alpha(\omega)b_M(\omega)| = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} y(l)e^{i\omega l} \square Y(\omega) \quad (3.48)$$

Από τις σχέσεις (3.46) και (3.48) προκύπτει ότι

$$\hat{Q}_{APES}(\omega) = \hat{R} - Y(\omega)Y^H(\omega) \quad (3.49)$$

και κάνοντας χρήση του λήμματος αντιστροφής πίνακα (Matrix Inversion Lemma) (Li, 1996) η αντιστροφή του πίνακα $\hat{Q}_{PAPES}(\omega)$ μπορεί να εκφραστεί και ως

$$\hat{Q}_{APES}^{-1}(\omega) = R^{-1} + \frac{R^{-1}Y(\omega)Y^H(\omega)R^{-1}}{1 - Y^H(\omega)R^{-1}Y(\omega)} \quad (3.50)$$

Συνεπώς το APES φίλτρο (Li, 1996), (Stoica, 1999) δίνεται με βάση την MAFI προσέγγιση από την σχέση (3.36) ως

$$h_{APES}(\omega) = \frac{\hat{Q}^{-1}(\omega)b_M(\omega)}{b_M^H(\omega)\hat{Q}^{-1}(\omega)b_M(\omega)} \quad (3.51)$$

όπου η εκτίμηση $\hat{Q}(\omega)$ του πίνακα $Q(\omega)$ δίνεται από την σχέση (3.46).

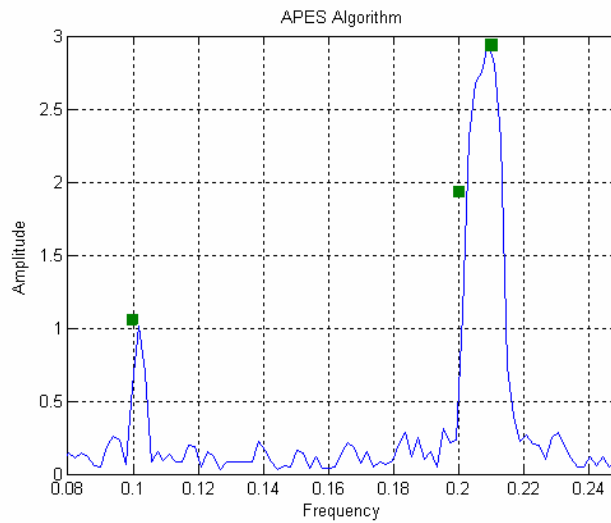
Η εκτίμηση του φάσματος του $x(n)$ σύμφωνα με την APES μέθοδο θα δίνεται με βάση την σχέση (3.44) από την σχέση

$$\hat{\alpha}_{APES}(\omega) = h_{APES}^H Y(\omega) \stackrel{(3.51)}{\Rightarrow} \hat{\alpha}_{APES}(\omega) = \frac{b_M^H \hat{R}^{-1} Y}{b_M^H \hat{R}^{-1} b_M - \left[(b_M^H \hat{R}^{-1} b_M) (Y^H \hat{R}^{-1} Y_M) - |b_M^H \hat{R}^{-1} Y|^2 \right]} \quad (3.52)$$

Σημειώνεται ότι ο μετασχηματισμός Fourier μπορεί να εκφραστεί με βάση την FBA προσέγγιση και το φίλτρο που προκύπτει είναι το

$$h_{FOURIER}(\omega) = \frac{b_M(\omega)}{L} \quad (3.53)$$

Στην Εικόνα 3.27 φαίνεται η εκτίμηση του φάσματος τριών φασματικών γραμμών με την χρήση της μεθόδου APES.



Εικόνα 3.27 Φασματική εκτίμηση με την μέθοδο APES (Kalognomos, 2003)

3.7 Σύγκριση των μεθόδων CAPON και APES

Οι CAPON και APES μέθοδοι αποδεικνύεται (Li, 1998) ότι έχουν την ίδια ασυμπτωτική διακύμανση υπό την συνθήκη ότι το σήμα $x(n)$ μπορεί να γραφτεί με την μορφή της σχέσης (3.16), στην οποία ο όρος θορύβου $w_\omega(n)$ είναι μία μηδενικού όρου στάσιμη τυχαία διαδικασία με πεπερασμένη φασματική πυκνότητα ισχύος στην συχνότητα ω , δηλαδή ισχύει ότι $\phi_{w_\omega}(n) < \infty$. Παρόλα αυτά η ανάλυση με πεπερασμένο πλήθος δειγμάτων (finite-sample analysis) εξάγει διαφορετικά συμπεράσματα για την συμπεριφορά των δύο μεθόδων. Συγκεκριμένα σε σενάρια με πολλαπλές, μικρού διαχωρισμού φασματικές γραμμές έχει αποδειχθεί ότι οι CAPON και APES μέθοδοι δίνουν πιο ακριβή αποτελέσματα αυτά που δίνει ο μετασχηματισμός Fourier (Li, 1996). Επίσης αποδεικνύεται ότι στα πλαίσια μίας δεύτερης τάξης προσέγγισης και υπό την ασθενή υπόθεση ότι οι τρίτης τάξεως ροπές του $w_\omega(n)$ είναι μηδενικές, θα ισχύει ότι η μέθοδος CAPON παρουσιάζει αρνητικό συστηματικό σφάλμα ή αλλιώς είναι biased downwards ενώ η μέθοδος APES είναι unbiased, δηλαδή για επαρκώς μεγάλες τιμές του M θα ισχύει ότι

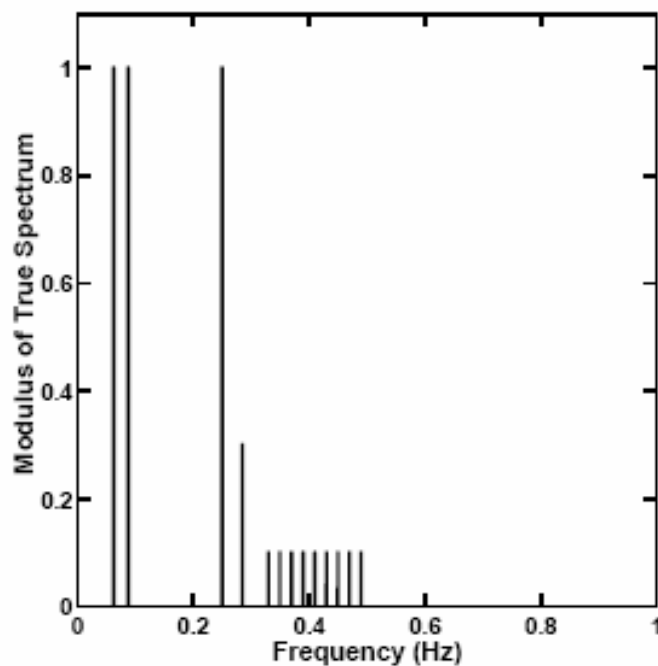
$$\frac{ME[\hat{\alpha}_{CAPON}(\omega) - \alpha(\omega)]}{\alpha(\omega)} < 0 \quad \text{για} \quad \omega \in [-\pi, \pi] \quad (3.54)$$

$$ME[\hat{\alpha}_{APES}(\omega) - \alpha(\omega)] < 0 \quad \text{για } \omega \in [-\pi, \pi] \quad (3.55)$$

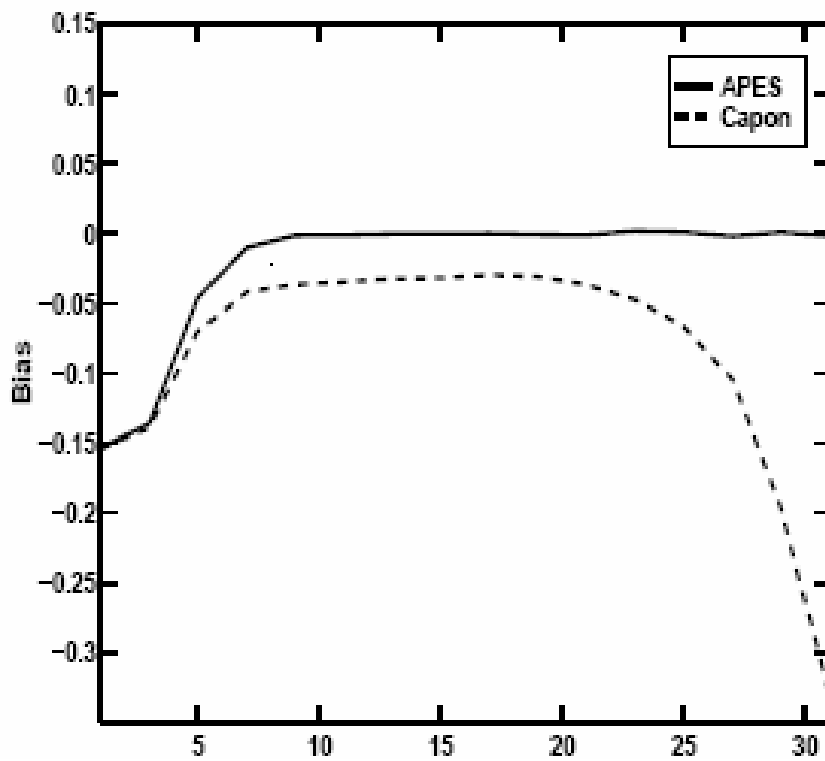
Στα παρακάτω σχήματα βλέπουμε μία σύγκριση των CAPON και APES μεθόδων. Το σήμα ημιτονοειδών του παραδείγματος αποτελείται από 13 φασματικές γραμμές στις συχνότητες (0.0625, 0.0875, 0.25, 0.285, 0.33, 0.35, 0.37, 0.39, 0.41, 0.43, 0.45, 0.47 και 0.49) και απεικονίζεται στο Σχήμα 2.8. Το διάνυσμα των διαθέσιμων δεδομένων έχει μήκος $N = 64$ και περιέχει λευκό Gaussian θόρυβο με μηδενικό μέσο όρο και διακύμανση σ^2 . Ο λόγος σήματος προς θόρυβο για την k -οστή φασματική γραμμή ορίζεται ως

$$SNR_k = 10 \log \frac{|\alpha_k|^2}{\sigma^2} \quad [dB] \quad (3.56)$$

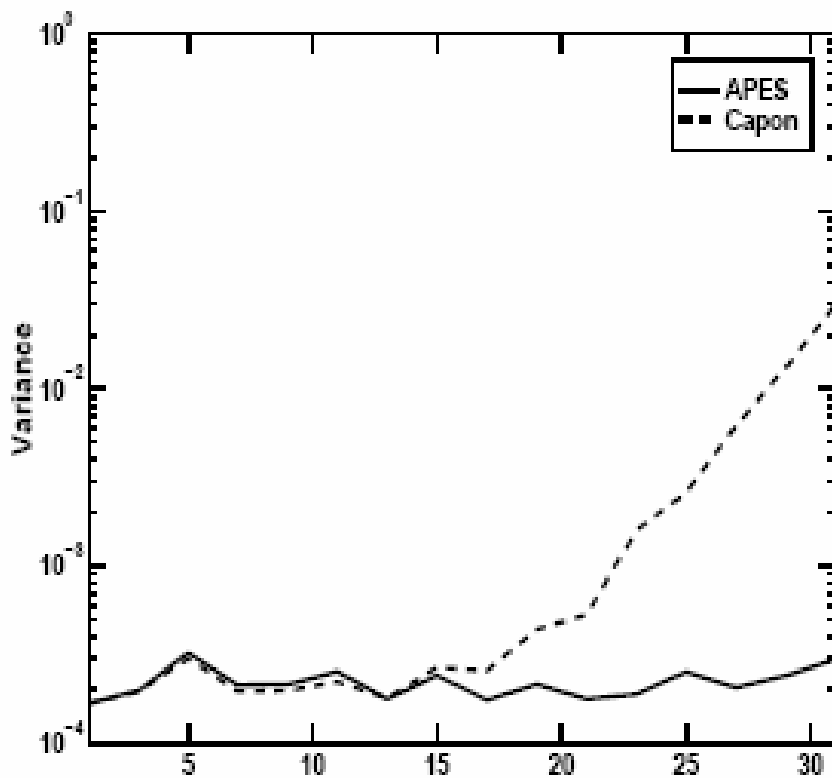
Τα αποτελέσματα των Εικόνων 3.29, 3.30, 3.31 και 3.32 έχουν προκύψει από 100 Monte-Carlo προσομοιώσεις. Στις Εικόνες 3.29 και 3.30 φαίνεται η απόδοση του συστηματικού σφάλματος και της διακύμανσης των δύο μεθόδων συναρτήσει του μήκους M του φίλτρου για λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR) ίσο με 20 dB. Στις Εικόνες 3.31 και 3.32 φαίνεται η απόδοση του συστηματικού σφάλματος και της διακύμανσης των δύο μεθόδων συναρτήσει του λόγου σήματος προς θόρυβο για φίλτρο μήκους $M = 24$. Στις Εικόνες 3.33 και 3.34 φαίνονται τα εκτιμώμενα από τις δύο μεθόδους φάσματα για $M = 15$ και $M = 24$.



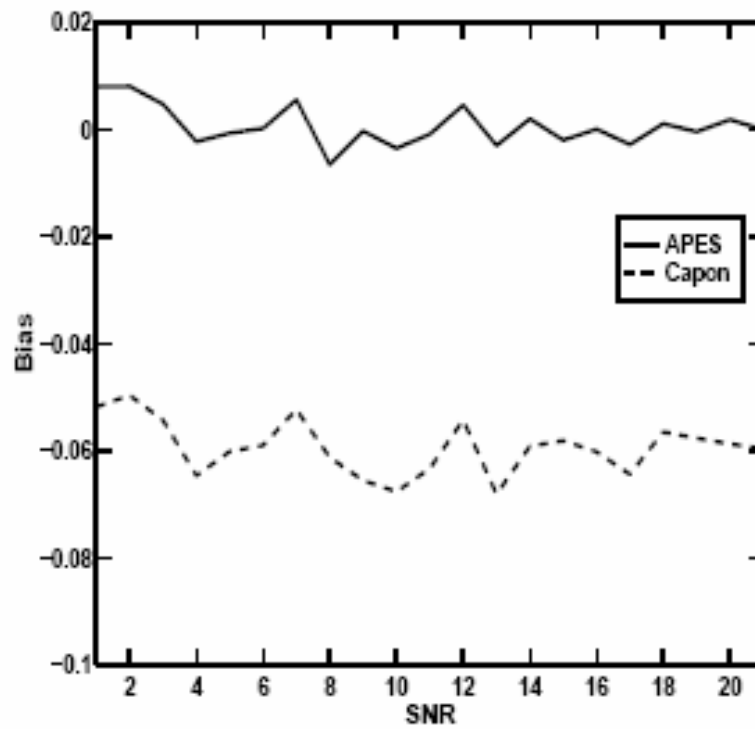
Εικόνα 3.28 Πραγματικό φάσμα (Li, 1996)



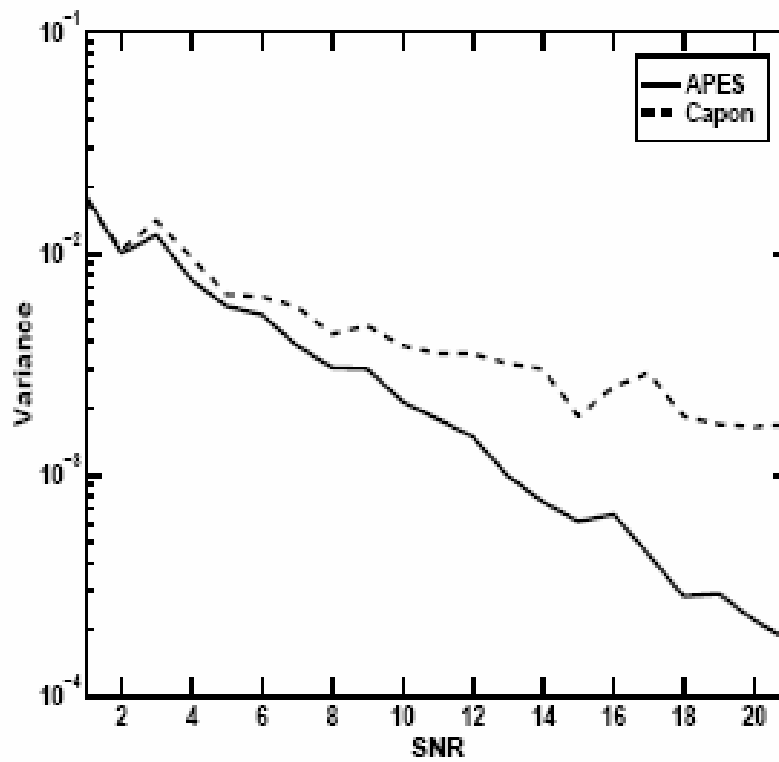
Εικόνα 3.29 Συστηματικό σφάλμα συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για $SNR=20$ dB (Li, 1996)



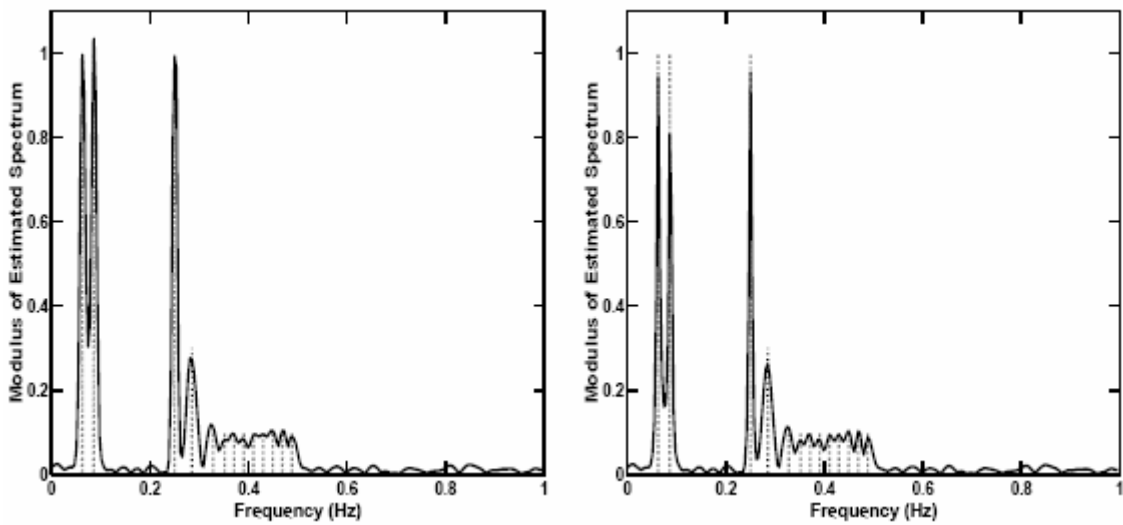
Εικόνα 3.30 Διακύμανση συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για $SNR=20$ dB (Li, 1996)



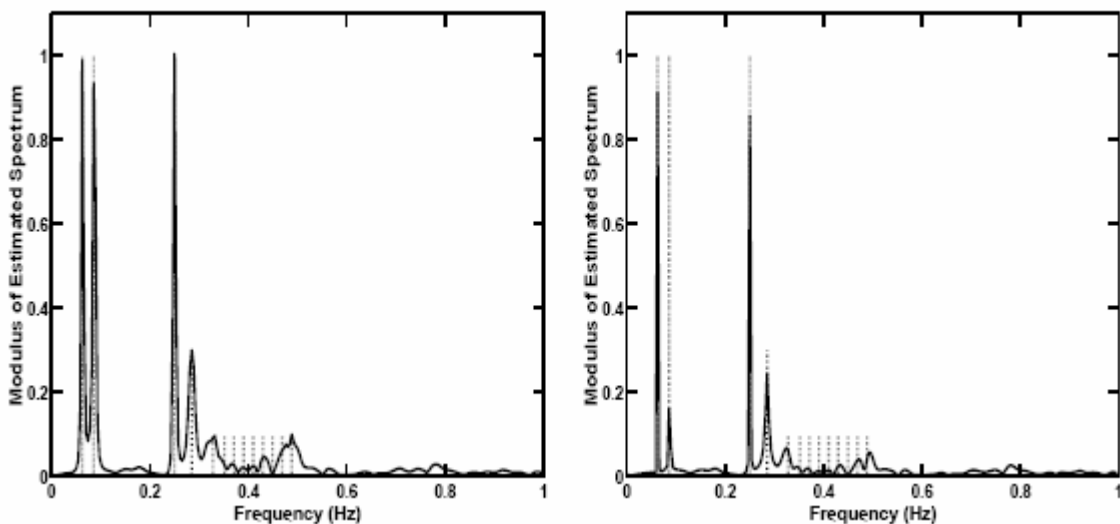
Εικόνα 3.31 Συστηματικό σφάλμα συναρτήσει του SNR για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996)



Εικόνα 3.32 Διακύμανση συναρτήσει του SNR για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996)



Εικόνα 3.33 Εκτιμώμενο φάσμα με τις APES (αριστερά) και CAPON (δεξιά) μεθόδους για φίλτρο μήκους $M=15$ (Li, 1996)



Εικόνα 3.34 Εκτιμώμενο φάσμα με τις APES (αριστερά) και CAPON (δεξιά) μεθόδους για φίλτρο μήκους $M=24$ (Li, 1996)

Στις Εικόνες 3.29 και 3.31 φαίνεται ότι η μέθοδος CAPON είναι biased downwards ενώ η μέθοδος APES είναι unbiased. Στις Εικόνες 3.30 και 3.32 φαίνεται ότι η διακύμανση της μεθόδου APES δεν μεταβάλλεται πολύ ενώ η διακύμανση της μεθόδου CAPON αυξάνει καθώς αυξάνει το μήκος του φίλτρου. Αυτή η συμπεριφορά καθιστά δύσκολη την επιλογή του μήκους του φίλτρου για την μέθοδο CAPON. Στις Εικόνες 3.33 και 3.34 φαίνεται ότι η μέθοδος APES δίνει πιο ακριβείς εκτιμήσεις πλάτους με το τίμημα της κάπως μικρότερης ευκρίνειας. Επίσης φαίνεται ότι αν και η ευκρίνεια και των δύο μεθόδων αυξάνεται καθώς

αυξάνει το μήκος του φίλτρου, η ακρίβεια των εκτιμήσεων πλάτους της μεθόδου CAPON μειώνεται για αυξανόμενο μήκος φίλτρου. Τέλος μία γενική παρατήρηση είναι ότι σε όλες τις περιπτώσεις, οι εκτιμήσεις πλάτους της μεθόδου APES είναι μεγαλύτερες για κάθε υπολογισμένη συχνότητα από αυτές της μεθόδου CAPON.

3.8 Μέθοδος PAPES

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε μία παραμετροποίηση της μεθόδου APES, από την οποία προκύπτει η μέθοδος PAPES με μία (Kalognomos, 2005a), (Kalognomos, 2005b) και με δύο παραμέτρους (Kalognomos, 2008), (Kalognomos, 2010a), (Kalognomos, 2010b). Ξεκινάμε την μελέτη μας με το πρόβλημα της εκτίμησης του φάσματος του αποτελούμενου από μιγαδικές τιμές 2-D διακριτού σήματος $\{x_{n_1, n_2}\}$, όπου $n_1 = 0, 1, \dots, N_1 - 1$ και $n_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1$. Η διαστάσεις του 2-D πίνακα δεδομένων του σήματος είναι $N_1 \times N_2$. Κάνουμε χρήση της προσέγγισης τράπεζας φίλτρων (FBA) και για κάθε ζευγάρι συχνοτήτων ενδιαφέροντος (ω_1, ω_2) μοντελοποιούμε το x_{n_1, n_2} ως (Li, 1998) :

$$\begin{aligned} x_{n_1, n_2} &= a(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} + w_{n_1, n_2}(\omega_1, \omega_2), \\ n_1 &= 0, 1, \dots, N_1 - 1, n_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \omega_1, \omega_2 \in [0, 2\pi) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Ο όρος $a(\omega_1, \omega_2)$ είναι το μιγαδικό πλάτος του 2-D σήματος ημιτονοειδών για το ζευγάρι συχνοτήτων (ω_1, ω_2) και ο όρος $w_{n_1, n_2}(\omega_1, \omega_2)$ είναι ο υπολειμματικός όρος (residual term) που περιλαμβάνει τον θόρυβο και την παρεμβολή για όλα τα ζευγάρια συχνοτήτων εκτός από το (ω_1, ω_2) . Το πρόβλημα της εκτίμησης φάσματος έχει τώρα μετατραπεί στο απλούστερο πρόβλημα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους $a(\omega_1, \omega_2)$ από το 2-D σήμα $\{x_{n_1, n_2}\}$ για όλα τα ζευγάρια συχνοτήτων ενδιαφέροντος.

Η λύση στο πρόβλημα αυτό έχει επιτευχθεί (Li, 1998) με την εφαρμογή ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου μεταβλητής κεντρικής συχνότητας στα δεδομένα του διακριτού σήματος $\{x_{n_1, n_2}\}$, προκειμένου να ενισχυθούν το σήμα ημιτονοειδών της (3.57) και έτσι να υπολογιστούν οι εκτιμήσεις $\hat{a}(\omega_1, \omega_2)$ των φιλτραρισμένων δεδομένων. Ορίζουμε το $(M_1 \times M_2)$ -tap 2-D FIR φίλτρο ως :

$$\mathbf{h}(\omega_1, \omega_2) = \text{vec}\{\mathbf{H}(\omega_1, \omega_2)\} \quad (3.58)$$

όπου ο όρος $\mathbf{H}(\omega_1, \omega_2) \in \mathbb{C}^{M_1 \times M_2}$ είναι η απόκριση συχνότητας του εν λόγω FIR φίλτρου και με την έκφραση $\text{vec}\{\}$ συμβολίζουμε την τοποθέτηση των στηλών ενός πίνακα την μία πάνω στην άλλη. Έστω

$$\bar{\mathbf{y}}_{p_1, p_2} = \{x(n_1, n_2), n_1 = p_1, p_1 + 1, \dots, p_1 + M_1 - 1, n_2 = p_2, p_2 + 1, \dots, p_2 + M_2 - 1\} \quad (3.59)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{p_1, p_2} = \{x^*(n_1, n_2), n_1 = N_1 - p_1 - 1, \dots, N_1 - p_1 - M_1, n_2 = N_2 - p_2 - 1, \dots, N_2 - p_2 - M_2\} \quad (3.60)$$

τα «εμπρόσθια» (forward) και τα «οπίσθια» (backward) αλληλεπικαλυπτόμενα υποδιανύσματα του 2-D διανύσματος δεδομένων, όπου $p_1 = 0, 1, \dots, L_1 - 1$, $p_2 = 0, 1, \dots, L_2 - 1$, $L_1 = N_1 - M_1 + 1$, $L_2 = N_2 - M_2 + 1$ και όπου με τον εκθέτη $(\)^*$ εκφράζουμε τον συζυγή μιγαδικό (complex conjugate). Επιπλέον έστω

$$\bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2} = \text{vec}\{\bar{\mathbf{y}}_{p_1, p_2}\} \quad (3.61)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{p_1, p_2} = \text{vec}\{\hat{\mathbf{y}}_{p_1, p_2}\} \quad (3.62)$$

Μία λύση στο πρόβλημα της σχεδίασης του 2-D φίλτρου $\mathbf{h}(\omega_1, \omega_2)$ δίδεται από την ακόλουθη σχέση (Li, 1998) :

$$\mathbf{h}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\mathbf{Q}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)}{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \mathbf{Q}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.63)$$

όπου

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2) &= \mathbf{b}_{M_2}(\omega_2) \otimes \mathbf{b}_{M_1}(\omega_1) \\ \mathbf{b}_{M_i}(\omega_i) &= [1 \quad e^{j\omega_i} \quad \dots \quad e^{j(M_i-1)\omega_i}]^T, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3.64)$$

Ο εκθέτης $(\)^H$ συμβολίζει την συζυγή μετάθεση (conjugate transpose), ο εκθέτης $(\)^T$ συμβολίζει την μετάθεση (transpose), ο τελεστής \otimes συμβολίζει το γινόμενο του πίνακα Kronecker matrix product και ο πίνακας $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$ είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του $w_{n_1, n_2}(\omega_1, \omega_2)$, γνωστός και ως πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου. Η λύση της σχέσης (3.63) ικανοποιεί την απαίτηση για την δυνατότητα του φίλτρου να φιλτράρει τις συχνότητες χωρίς να τις μεταβάλλει. Η εξασφάλιση της δυνατότητας αυτής είναι μία από τις βασικές

απαιτήσεις της προσέγγισης φίλτρων τράπεζας (FBA) και εκφράζεται με την ακόλουθη σχέση :

$$\mathbf{h}^H(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2) = 1 \quad (3.65)$$

Η εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$ ο οποίος χρησιμοποιεί τόσο τους «εμπρόσθιους» όσο και τους «οπίσθιους» πίνακες δεδομένων συμβολίζεται ως $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}(\omega_1, \omega_2)$ και υπολογίζεται ως ακολούθως :

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}(\omega_1, \omega_2) = \hat{\mathbf{R}} - \frac{1}{L_1 L_2} \left[\bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) + \hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) \right] \quad (3.66)$$

Οι όροι $\bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)$ και $\hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)$ του δεξιού μέρους της σχέσης (3.66) είναι κανονικοποιημένοι μετασχηματισμοί Fourier των προηγουμένως ορισμένων διανυσμάτων $\bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$, $\hat{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$ και ο $\hat{\mathbf{R}}$ είναι η εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης δείγματος. Συγκεκριμένα ισχύει ότι :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{R}} + \hat{\mathbf{R}}) = \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{J} \bar{\mathbf{R}}^T \mathbf{J} \quad (3.67)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = \sum_{p_2=0}^{L_2-1} \sum_{p_1=0}^{L_1-1} \bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2} \bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}^H \quad (3.68)$$

$$\bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) = \sum_{p_2=0}^{L_2-1} \sum_{p_1=0}^{L_1-1} \bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2} e^{-j(p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)} \quad (3.69)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) = \sum_{p_2=0}^{L_2-1} \sum_{p_1=0}^{L_1-1} \hat{\mathbf{P}}_{p_1, p_2} e^{-j(p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)} \quad (3.70)$$

όπου $\bar{\mathbf{R}}$ και $\hat{\mathbf{R}}$ είναι οι πίνακες συνδιακύμανσης δείγματος των διανυσμάτων $\bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$ και $\hat{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$ αντίστοιχα και με \mathbf{J} συμβολίζεται ο πίνακας ανταλλαγής (exchange matrix) του οποίου τα αντιδιαγώνια στοιχεία είναι ίσα με ένα και όλα τα υπόλοιπα ίσα με μηδέν.

Το ακρωνύμιο FB-APES (Forward Backward APES) αντιστοιχεί στην παραλλαγή της μεθόδου APES που κάνει χρήση τόσο των «εμπρόσθιων» όσο και των «οπίσθιων» πινάκων δεδομένων για την εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$ και χρησιμοποιείται προκειμένου να διαφοροποιηθεί από τις άλλες δύο παραλλαγές της μεθόδου APES οι οποίες κάνουν χρήση είτε των «εμπρόσθιων» πινάκων δεδομένων (Forward APES ή F-APES) είτε των «οπίσθιων» (Backward APES ή B-APES) για την ίδιο σκοπό. Παρομοίως το ακρωνύμιο FB-CAPON (Forward Backward CAPON) αντιστοιχεί στην παραλλαγή της

μεθόδου APES που κάνει χρήση τόσο των «εμπρόσθιων» όσο και των «οπίσθιων» πινάκων δεδομένων για την εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης δείγματος \mathbf{R} και χρησιμοποιείται προκειμένου να διαφοροποιηθεί από τις άλλες δύο παραλλαγές της μεθόδου CAPON οι οποίες κάνουν χρήση είτε των «εμπρόσθιων» πινάκων δεδομένων (Forward CAPON ή F-CAPON) είτε των «οπίσθιων» (Backward CAPON ή B-CAPON) για την ίδιο σκοπό. Η μέθοδος APES παράγει λίγο πιο μεγάλου εύρους φασματικές κορυφές σε σύγκριση με αυτές της μεθόδου CAPON, δηλαδή η μέθοδος APES έχει χειρότερη απόδοση ευκρίνειας συχνότητας (frequency resolution) από την μέθοδο CAPON αλλά ταυτόχρονα αποδίδει καλύτερα στην εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους (complex amplitude). Από την άλλη η μέθοδος CAPON υλοποιείται πιο εύκολα. Και οι δύο μέθοδοι έχουν καλύτερη απόδοση ευκρίνειας συχνότητας και εκτίμησης μιγαδικού πλάτους από την μέθοδο FFT. Επιπλέον η μέθοδος FB-APES έχει καλύτερη απόδοση εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους από την μέθοδο F-APES (Li, 1996), ενώ η μέθοδος F-CAPON έχει καλύτερη απόδοση ευκρίνειας συχνότητας από την μέθοδο FB-CAPON (Jakobsson, 2000).

Έχει αποδειχθεί (Li, 1998) ότι η εκτίμηση ελάχιστων τετραγώνων του $a(\omega_1, \omega_2)$ που υπολογίζουμε από τα φιλτραρισμένα δεδομένα δίδεται από την σχέση

$$\hat{a}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{h}^H(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \quad (3.71)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.66) μέσα στην σχέση (3.63) παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση για το FB-APES φίλτρο :

$$\mathbf{h}_{\text{FB-APES}}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)}{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.72)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.71) και (3.72) παίρνουμε την εκτίμηση του 2-D μιγαδικού πλάτους $a(\omega_1, \omega_2)$ της μεθόδου FB-APES ως ακολούθως :

$$\hat{a}_{\text{FB-APES}}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)}{L_1 L_2 \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{FB-APES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.73)$$

Η μέθοδος FB-APES γίνεται ίδια με την μέθοδο FB-CAPON όταν αντικαταστήσουμε την εκτίμηση $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{APES}}(\omega_1, \omega_2)$ του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$ με την εκτίμηση $\hat{\mathbf{R}}$, όπου η $\hat{\mathbf{R}}$ υπολογίζεται με την σχέση (3.67) και συνεπώς από την σχέση (3.73) προκύπτει ότι :

$$\hat{a}_{\text{FB-CAPON}}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{R}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)}{L_1 L_2 \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{R}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.74)$$

Η παραμετροποίηση της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$ μελετήθηκε αρχικά για την περίπτωση μίας παραμέτρου k και για 1-D δεδομένα (Kalognomos, 2005a), (Kalognomos, 2005b). Στην περίπτωση αυτή η εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega)$ δίδεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k)}(\omega) = \hat{\mathbf{R}} - \frac{k}{L} \left[\bar{\mathbf{Y}}(\omega) \bar{\mathbf{Y}}^H(\omega) + \hat{\mathbf{Y}}(\omega) \hat{\mathbf{Y}}^H(\omega) \right] \quad (3.75)$$

και η εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους $a(\omega)$ δίδεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\hat{a}_{\text{PAPES}(k)}(\omega) = \frac{\mathbf{b}_M^H(\omega) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k)}^{-1}(\omega) \bar{\mathbf{Y}}(\omega)}{\mathbf{b}_M^H(\omega) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k)}^{-1}(\omega) \mathbf{b}_M(\omega)} \quad (3.76)$$

Η αντίστοιχη παραμετροποίηση στην περίπτωση 2-D δεδομένων μας δίνει την ακόλουθη έκφραση για την εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου, τον οποίο συμβολίζουμε ως $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k)}(\omega_1, \omega_2)$ (Kalognomos, 2008), (Kalognomos, 2010a) :

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k)}(\omega_1, \omega_2) = \hat{\mathbf{R}} - \frac{k}{L_1 L_2} \left[\bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) + \hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) \right] \quad (3.77)$$

Στην συνέχεια κάνουμε μία διαφορετική διαισθητική επιλογή της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου, την οποία συμβολίζουμε με $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}(k_1, k_2)}(\omega_1, \omega_2)$ ή $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2)$ για λόγους συντομίας και απλότητας, με το να εισάγουμε δύο παραμέτρους k_1, k_2 στην (3.66), οπότε (Kalognomos, 2008), (Kalognomos, 2010a) :

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2) = \hat{\mathbf{R}} - \frac{1}{L_1 L_2} \left[k_1 \bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) + k_2 \hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Y}}^H(\omega_1, \omega_2) \right] \quad (3.78)$$

Η παραμετροποίηση αυτή, η οποία παράγει την προτεινόμενη μέθοδο PAPES, υλοποιείται στην ουσία με τον υπολογισμό της συνεισφοράς των κανονικοποιημένων μετασχηματισμών Fourier $\bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)$, $\hat{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)$ των διανυσμάτων $\bar{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$, $\hat{\mathbf{P}}_{p_1, p_2}$ αντίστοιχα, προκειμένου στην συνέχεια να εκτιμηθεί ο πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega_1, \omega_2)$.

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.78) μέσα στην σχέση (3.63) και συνδυάζοντας το αποτέλεσμα με την σχέση (3.71) παίρνουμε την εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους $a(\omega_1, \omega_2)$ της 2-D παραμετροποιημένης μεθόδου APES method (PAPES) ως :

$$\hat{a}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \bar{\mathbf{Y}}(\omega_1, \omega_2)}{L_1 L_2 \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{b}_{M_1, M_2}(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.79)$$

Αποδεικνύεται εύκολα ότι η μέθοδος PAPES γίνεται ίδια με την μέθοδο FB-CAPON όταν $k_1 = k_2 = 0$ και με την μέθοδο FB-APES όταν $k_1 = k_2 = 1$. Επιπρόσθετα συμβολίζουμε ως Backward PAPES ή B-PAPES την μέθοδο PAPES method όπου $(k_1, k_2) = (0, 1)$ και ως Forward PAPES ή F-PAPES την μέθοδο PAPES όπου $(k_1, k_2) = (1, 0)$.

Η παραμετροποίηση της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega)$ με δύο παραμέτρους k_1, k_2 στην απλούστερη περίπτωση 1-D σημάτων μας δίνει την ακόλουθη σχέση:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}(\omega) = \hat{\mathbf{R}} - \frac{1}{L} \left[k_1 \bar{\mathbf{Y}}(\omega) \bar{\mathbf{Y}}^H(\omega) + k_2 \hat{\mathbf{Y}}(\omega) \hat{\mathbf{Y}}^H(\omega) \right] \quad (3.80)$$

και η εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους $a(\omega)$ της 1-D παραμετροποιημένης μεθόδου APES (PAPES) δίδεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\hat{a}_{\text{PAPES}}(\omega) = \frac{\mathbf{b}_M^H(\omega) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega) \bar{\mathbf{Y}}(\omega)}{\mathbf{b}_M^H(\omega) \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega) \mathbf{b}_M(\omega)} \quad (3.81)$$

Σε αναλογία με την 2-D περίπτωση, η παραμετροποίηση υλοποιείται στην ουσία με τον υπολογισμό της συνεισφοράς των κανονικοποιημένων μετασχηματισμών Fourier $\bar{\mathbf{Y}}(\omega)$, $\hat{\mathbf{Y}}(\omega)$ των «εμπρόσθιων» και των «οπίσθιων» αλληλεπικαλυπτομένων υποδιανυσμάτων $\bar{\mathbf{y}}_i$, $\hat{\mathbf{y}}_i$, προκειμένου στην συνέχεια να εκτιμηθεί ο πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega)$.

Επιπλέον επισημαίνεται ότι οι εκφράσεις της 1-D περίπτωσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την εκτίμηση του φάσματος 2-D ακολουθιών δεδομένων. Αρχικά εφαρμόζονται οι 1-D μέθοδοι στις γραμμές του 2-D πίνακα δεδομένων και στην συνέχεια εφαρμόζονται οι 1-D μέθοδοι στις στήλες του νέου πίνακα που προέκυψε από την πρώτη εφαρμογή.

3.9 Ταχεία Υλοποίηση Μεθόδου PAPES

Ο χρόνος υπολογισμού (computation time) που απαιτείται για την εφαρμογή των παραλλαγών των μεθόδων φασματικής εκτίμησης CAPON, APES και PAPES σε 1-D και 2-D εφαρμογές με την χρήση της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες είναι μεγάλος και για το λόγο αυτό απαιτείται η ανάπτυξη ταχέων υλοποιήσεων (efficient implementations). Ο χρόνος υπολογισμού εξαρτάται από τις διαστάσεις της ακολουθίας δεδομένων (N_1, N_2) , από το μήκος του FIR φίλτρου (M_1, M_2) που χρησιμοποιείται και από τον αριθμό των τιμών συχνοτήτων (frequency points) για τις οποίες υπολογίζεται το φάσμα. Δύο από τις πιο αποτελεσματικές ταχείες υλοποιήσεις για τις μεθόδους CAPON και APES έχουν αναπτυχθεί από τους Liu et. al. (Liu, 1998) και από τους Jakobsson et. al. (Jakobsson, 2002). Σε αυτήν την ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε την μεθοδολογία (Liu, 1998) και θα την προσαρμόσουμε προκειμένου να επιτευχθεί η ταχεία υλοποίηση της μεθόδου PAPES. Για λόγους απλότητας δεν θα συμβολίζουμε την εξάρτηση των μεγεθών των σχέσεων που ακολουθούν από την συχνότητα. Από την σχέση (3.78) προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2)$ (Kalognomos 2010b) :

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}} = \hat{\mathbf{R}} - \frac{k_1}{L_1 L_2} \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{Y}}^H - \frac{k_2}{L_1 L_2} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Y}}^H \quad (3.82)$$

Στην συνέχεια ορίζουμε τον πίνακα $\bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2)$ ως ακολούθως

$$\bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}} = \hat{\mathbf{R}} - \frac{k_2}{L_1 L_2} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Y}}^H \quad (3.83)$$

οπότε η σχέση (3.82) γίνεται

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}} = \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}} - \frac{k_1}{L_1 L_2} \bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{Y}}^H \quad (3.84)$$

Εφαρμόζοντας το Matrix Inversion lemma (Stoica, 1997) στην σχέση (3.84) προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον $\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2)$

$$\hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} = \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} + k_1 \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \frac{\bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}}{L_1 L_2 - k_1 \bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}} \quad (3.85)$$

ενώ εφαρμόζοντας το Matrix Inversion lemma στην σχέση (3.83) προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για τον $\bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1}(\omega_1, \omega_2)$

$$\bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} = \hat{\mathbf{R}}^{-1} + k_2 \hat{\mathbf{R}}^{-1} \frac{\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Y}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{L_1 L_2 - k_2 \hat{\mathbf{Y}}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}} \quad (3.86)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.85), οι όροι $\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}$ και $\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2}$ της σχέσης (3.79) μπορούν να γραφτούν ως ακολούθως

$$\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} = \frac{L_1 L_2 \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}}{L_1 L_2 - k_1 \bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}} \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \hat{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2} &= \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2} + \\ &+ \frac{k_1 \left| \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \right|^2}{L_1 L_2 - k_1 \bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}} \end{aligned} \quad (3.88)$$

οπότε προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για το $\hat{a}_{\text{PAPES}}(\omega_1, \omega_2)$ της σχέσης (3.79)

$$\hat{a}_{\text{PAPES}} = \frac{\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}}{\left(L_1 L_2 - k_1 \bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \right) \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2} + k_1 \left| \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \right|^2} \quad (3.89)$$

Αφού ο $\hat{\mathbf{R}}$ είναι πίνακας Hermitian και positive definite, είναι δυνατή η εφαρμογή Cholesky παραγοντοποίησης (factorization) προκειμένου να προκύψει ένας άνω τριγωνικός (upper triangular) πίνακας $\hat{\mathbf{C}}$ για τον οποίο θα ισχύει $\hat{\mathbf{R}}^{-1} = \hat{\mathbf{C}}^{-1} (\hat{\mathbf{C}}^{-1})^H$. Έστω ότι

$$\bar{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{0,0} & \cdots & \bar{\mathbf{P}}_{L_1-1,0} & \cdots & \bar{\mathbf{P}}_{0,L_2-1} & \cdots & \bar{\mathbf{P}}_{L_1-1,L_2-1} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

και $\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{J} \bar{\mathbf{W}}^* \mathbf{J}$. Τότε οι σχέσεις (3.69) και (3.70) είναι δυνατό να επαναδιατυπωθούν ως $\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{W}} \mathbf{b}_{L_1, L_2}^*$ and $\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{W}} \mathbf{b}_{L_1, L_2}^*$ αντίστοιχα και στην συνέχεια κάνουμε τους ακόλουθους ορισμούς :

$$\mathbf{s} = (\hat{\mathbf{C}}^{-1})^H \bar{\mathbf{W}} \quad (3.91)$$

$$\mathbf{T} = (\hat{\mathbf{C}}^{-1})^H \hat{\mathbf{W}} \quad (3.92)$$

$$\mathbf{f}^T(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{b}_{M_1, M_2}^H(\omega_1, \omega_2) \hat{\mathbf{C}}^{-1} \quad (3.93)$$

$$\mathbf{s}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{S}\mathbf{b}_{L_1, L_2}^*(\omega_1, \omega_2) \quad (3.94)$$

$$\mathbf{t}(\omega_1, \omega_2) = \mathbf{T}\mathbf{b}_{L_1, L_2}^*(\omega_1, \omega_2) \quad (3.95)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (3.86) και τις ανωτέρω εκφράσεις για τους $\bar{\mathbf{W}}$, $\hat{\mathbf{W}}$, \mathbf{S} , \mathbf{T} , \mathbf{f}^T , \mathbf{s} και \mathbf{t} προκύπτουν οι ακόλουθες εκφράσεις για τους όρους του δεξιού μέρους της σχέσης (3.89) :

$$\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}^T \mathbf{s} + k_2 \frac{\mathbf{f}^T \mathbf{t} \mathbf{t}^H \mathbf{s}}{L_1 L_2 - k_2 \|\mathbf{t}\|^2} \quad (3.96)$$

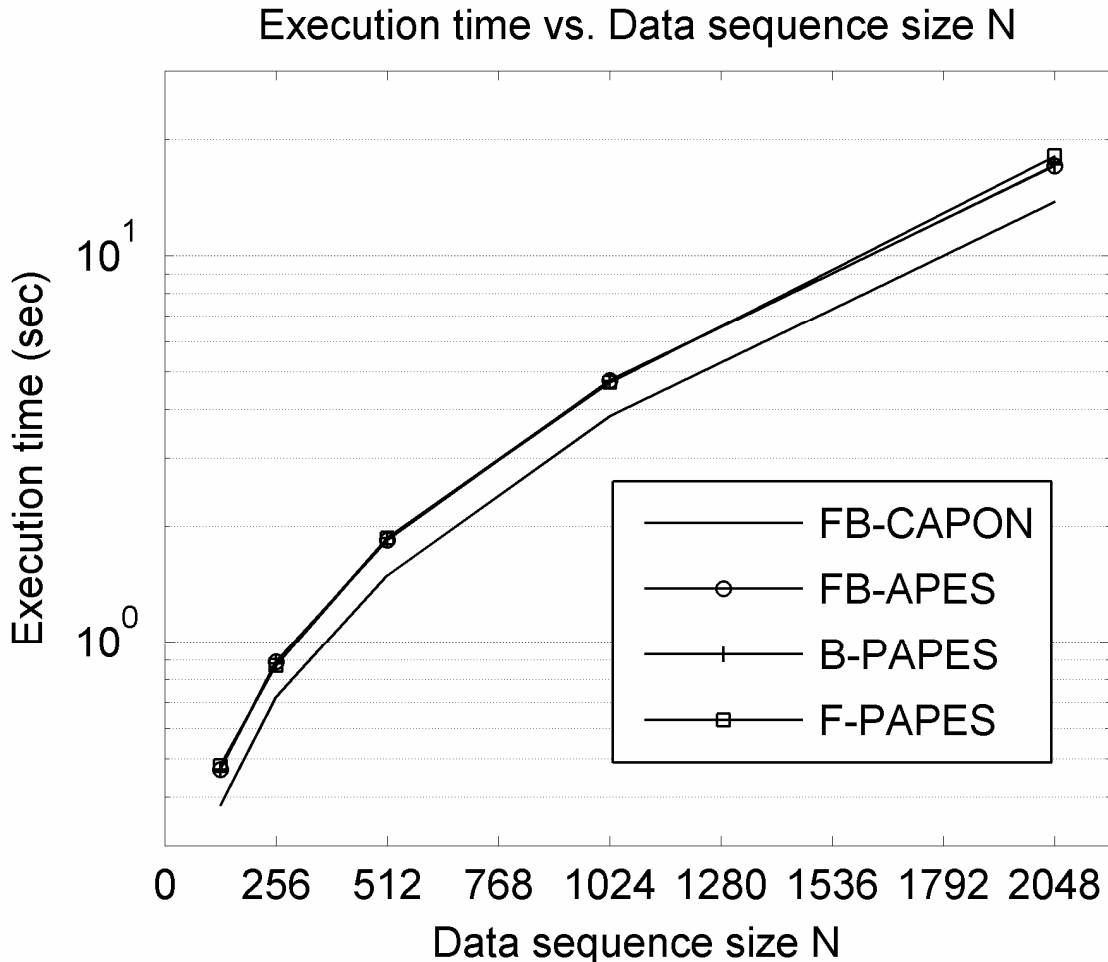
$$\bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} = \|\mathbf{s}\|^2 + k_2 \frac{|\mathbf{s}^H \mathbf{t}|^2}{L_1 L_2 - k_2 \|\mathbf{t}\|^2} \quad (3.97)$$

$$\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2} = \|\mathbf{f}\|^2 + k_2 \frac{|\mathbf{f}^T \mathbf{t}|^2}{L_1 L_2 - k_2 \|\mathbf{t}\|^2} \quad (3.98)$$

Εφαρμόζοντας την μεθοδολογία (Liu, 1998) είναι πλέον δυνατή η ταχεία υλοποίηση της μεθόδου PAPES ακολουθώντας τα ακόλουθα βήματα (Kalognomos 2010b) : (α) Υπολογισμός των $\mathbf{f}(\omega_1, \omega_2)$, $\mathbf{s}(\omega_1, \omega_2)$ και $\mathbf{t}(\omega_1, \omega_2)$ με την χρήση 2-D FFT μετασχηματισμών, (β) Χρήση των σχέσεων (3.96), (3.97) και (3.98) για τον υπολογισμό των όρων $\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}$, $\bar{\mathbf{Y}}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}$ και $\mathbf{b}_{M_1, M_2}^H \bar{\mathbf{Q}}_{\text{PAPES}}^{-1} \mathbf{b}_{M_1, M_2}$ και (γ) Χρήση της σχέσης (3.89) για τον υπολογισμό του μιγαδικού πλάτους . Είναι προφανές ότι ο εν λόγω αλγόριθμος ταχείας υλοποίησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση της εφαρμογής της μεθόδου PAPES για 1-D δεδομένα.

Τέλος στην Εικόνα 3.35 φαίνονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν για να υπολογιστεί ο χρόνος εκτέλεσης των αλγόριθμων ταχείας υλοποίησης των μεθόδων φασματικής εκτίμησης FB-CAPON, FB-APES, B-PAPES και F-PAPES, οι οποίες εφαρμόζονται με την χρήση του εν λόγω αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης. Για τους σκοπούς των προσομοιώσεων αυτών, οι οποίες εκτελέστηκαν σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM, γίνεται χρήση τυχαία παραγόμενων 1-D ακολουθιών συνθετικών δεδομένων μεταβλητού μήκους N και διατηρούμε το μήκος M του φίλτρου ίσο με $N/2$ σε όλες τις περιπτώσεις. Στις εν λόγω ακολουθίες συνθετικών δεδομένων προστίθεται λευκός Gaussian θόρυβος με μηδενικό μέσο όρο και το

μυγαδικό φάσμα υπολογίζεται σε 4096 ισαπέχουσες τιμές συχνότητας. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.35 έχουν παραχθεί με την εκτέλεση 500 ανεξάρτητων εκδοχών του θορύβου (noise realizations).



Εικόνα 3.35 Χρόνος εκτέλεσης φίλτρο μήκους $M=N/2$ και $SNR=14$ dB στην περίπτωση τυχαίων ακολουθιών δεδομένων (Kalognomos, 2010b)

Όπως ήταν αναμενόμενο, ο χρόνος εκτέλεσης είναι πρακτικά ο ίδιος για τις μεθόδους FB-APES, B-PAPES και F-PAPES. Ο χρόνος εκτέλεσης για την μέθοδο FB-CAPON είναι 1.6 φορές μικρότερος σε σύγκριση με τον αντίστοιχο χρόνο για τις άλλες τρεις μεθόδους, το οποίο είναι σύμφωνο με τα ευρήματα στο (Liu, 1998). Ο χρόνος εκτέλεσης για την εφαρμογή των τεσσάρων αυτών μεθόδων με χρήση της μεθοδολογίας της ενότητας 3.8 είναι 28 φορές μεγαλύτερος (για $N=128$ δείγματα) από τον χρόνο που απαιτεί ο αλγόριθμος ταχείας υλοποίησης του (Liu, 1998) και της παρούσας ενότητας, το οποίο είναι πάλι σύμφωνο με τα ευρήματα του (Liu, 1998). Με βάση τα αποτελέσματα αυτά και τα ευρήματα της ανάλυσης πολυπλοκότητας του (Jakobsson, 2002) που αφορούσε στους αλγόριθμους ταχείας

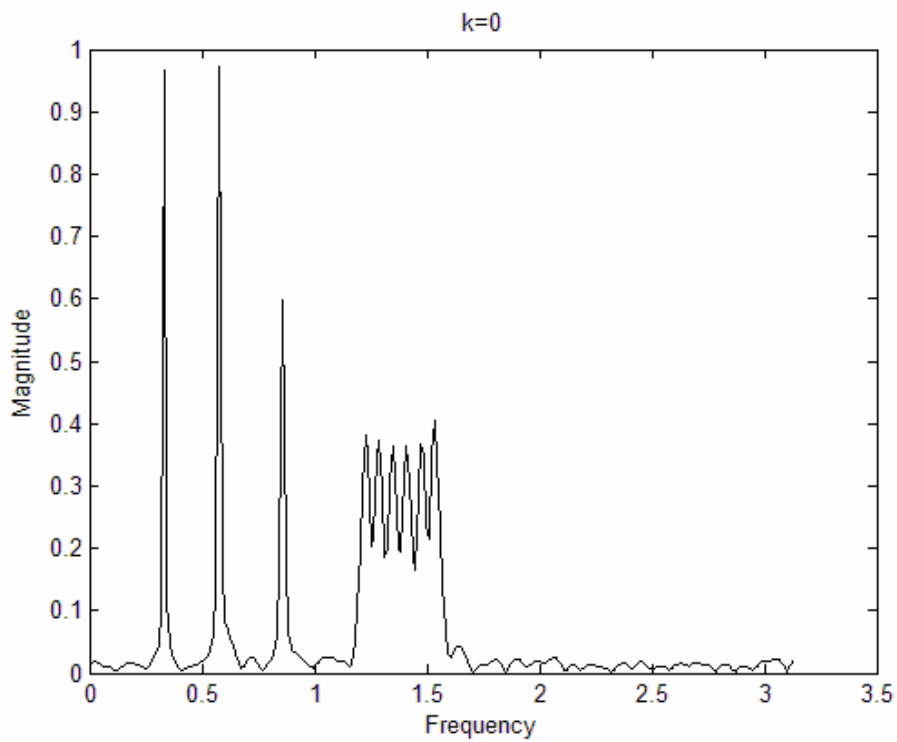
υλοποίησης των (Liu, 1998) και (Jakobsson, 2002), μπορούμε να υποθέσουμε πλέον εκ του ασφαλούς ότι η χρήση του αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης που προτάθηκε στο (Jakobsson, 2002) για την εφαρμογή της μεθόδου PAPES θα δώσει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα από άποψη απόδοσης στον χρόνο εκτέλεσης.

3.10 Μελέτη Απόδοσης 1-D Μεθόδου PAPES με μία παράμετρο

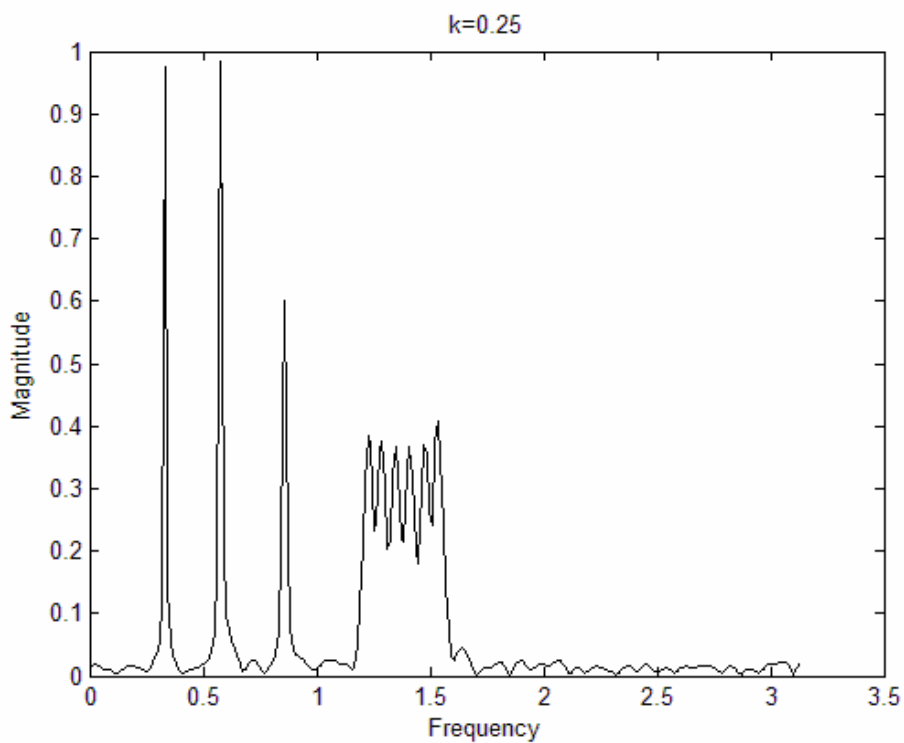
Αρχικά θα μελετήσουμε την περίπτωση της παραμετροποίησης της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega)$ με μία παράμετρο k και για 1-D δεδομένα σύμφωνα με τις σχέσεις (3.75) και (3.76). Στις Εικόνες 3.36 έως 3.48 βλέπουμε τα αποτελέσματα μίας μελέτης (Kalognomos, 2005a), (Kalognomos, 2005b) της μεταβολής της ακρίβειας της παραλλαγής αυτής της μεθόδου PAPES καθώς μεταβάλλεται η παράμετρος k . Το σήμα ημιτονοειδών του παραδείγματος αποτελείται από 9 φασματικές γραμμές στις συχνότητες (0.3312, 0.5765, 0.8586, 1.2266, 1.2879, 1.3492, 1.4105, 1.4719 και 1.5332), οι οποίες έχουν πλάτος 1, 1, 0.6, 0.4, 0.4, 0.4, 0.4, 0.4 και 0.4. Το διάνυσμα των διαθέσιμων δεδομένων έχει μήκος $N = 128$ και περιέχει λευκό Gaussian θόρυβο με μηδενικό μέσο όρο και διακύμανση σ^2 . Το μιγαδικό φάσμα υπολογίζεται σε 256 ισοαπέχοντα σημεία (τιμές συχνοτήτων). Ο λόγος σήματος προς θόρυβο για την k -οστή φασματική γραμμή ορίζεται ως

$$SNR_k = 10 \log \frac{|\alpha_k|^2}{\sigma^2} \quad [dB] \quad (3.99)$$

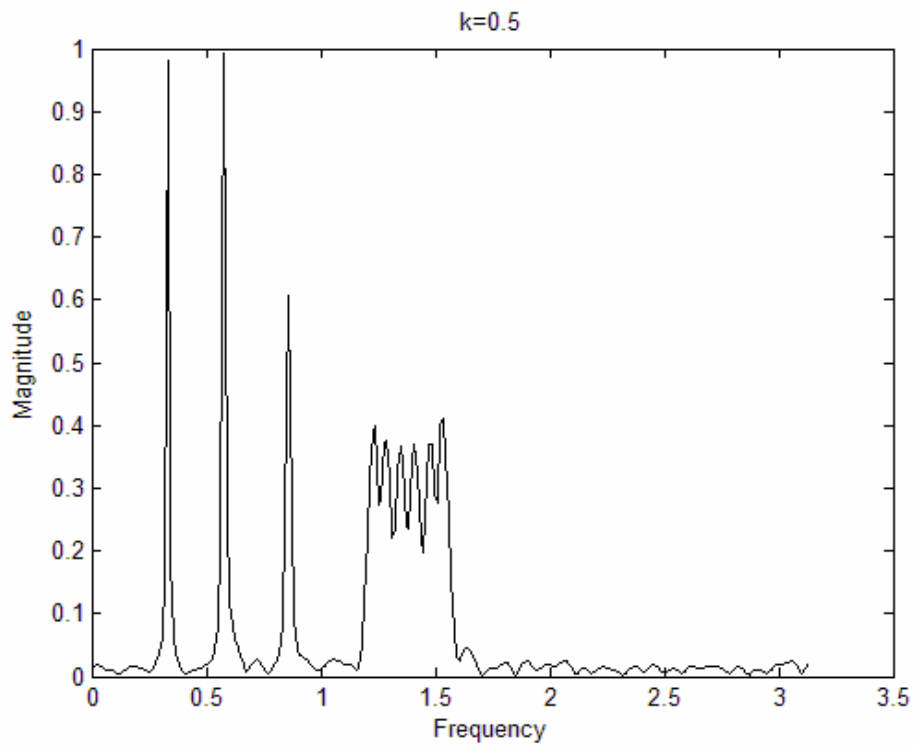
Τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στις Εικόνες 3.36 έως 3.48 έχουν προκύψει από 100 διαφορετικές προσομοιώσεις και αφορούν την πρώτη φασματική γραμμή. Στις Εικόνες 3.36 έως 3.40 φαίνεται το εκτιμώμενο φάσμα για $SNR = 20dB$, $M = 31$ και $k = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$. Στις Εικόνες 3.41 έως 3.44 φαίνεται το συστηματικό σφάλμα και το στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα (RMSE) του εκτιμώμενου πλάτους συναρτήσει του SNR (από 5 dB έως 30 dB) για $M = 31$ και για $M = 64$. Στις Εικόνες 3.45 έως 3.48 φαίνεται το συστηματικό σφάλμα και το στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου πλάτους συναρτήσει του μήκους M του φίλτρου (από 1 έως 64 dB) για $SNR = 0$ dB και για $SNR = 20$ dB.



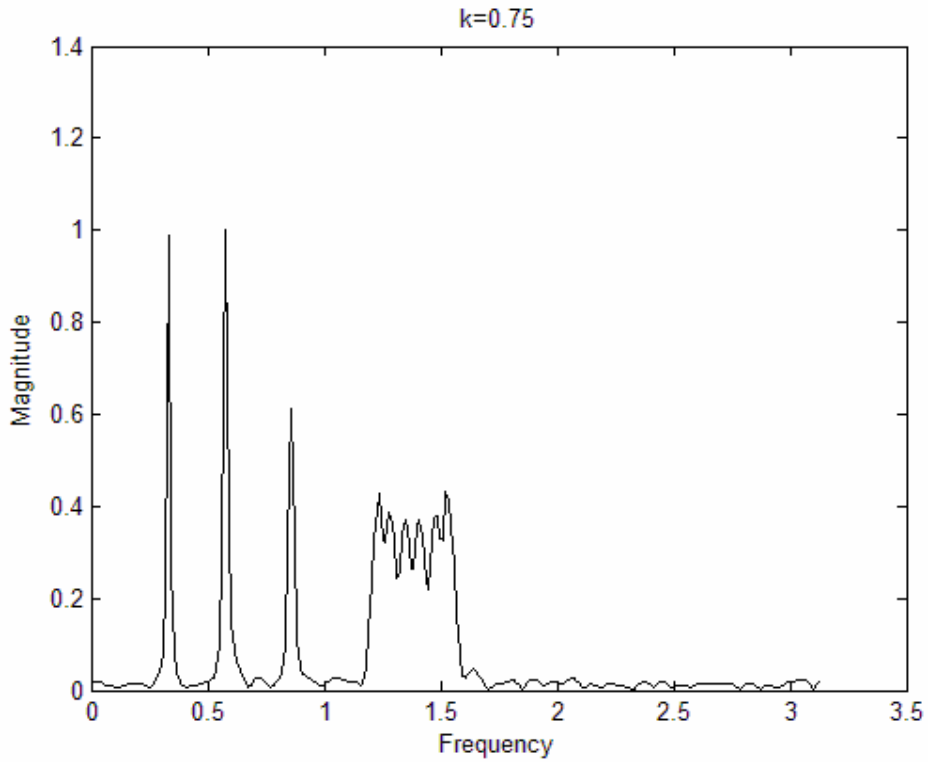
Εικόνα 3.36 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0$ (Kalognomos, 2005b)



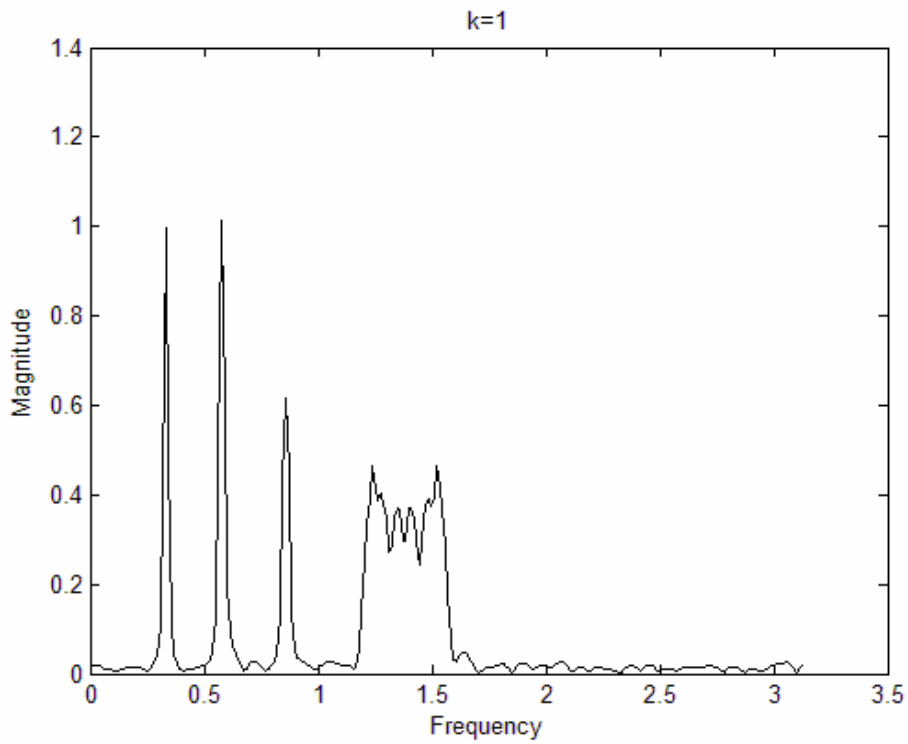
Εικόνα 3.37 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.25$ (Kalognomos, 2005b)



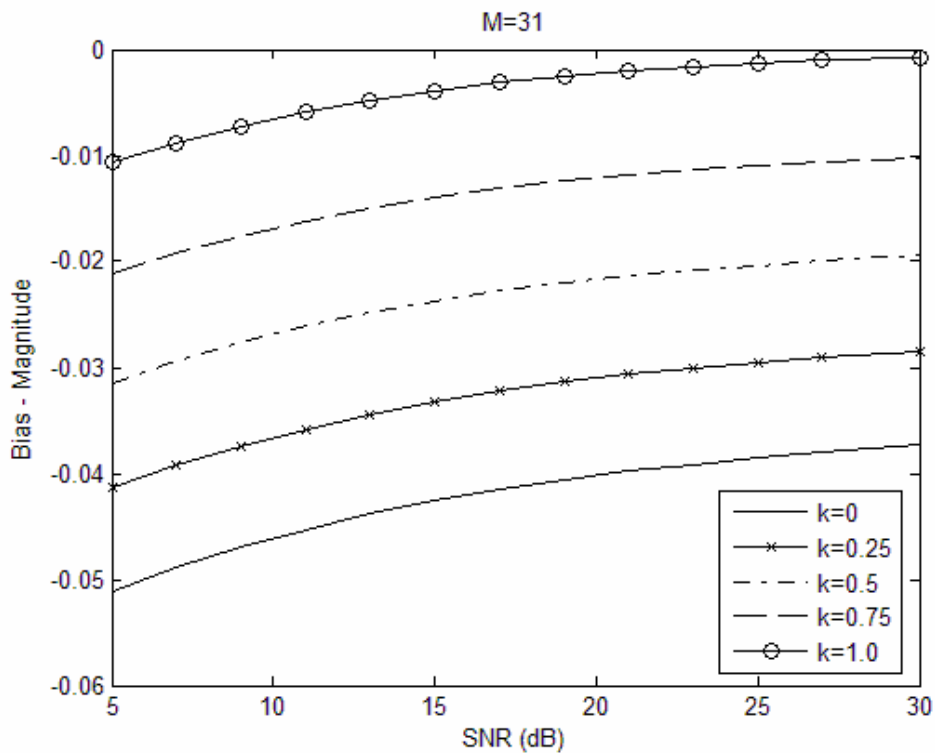
Εικόνα 3.38 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.5$ (Kalognomos, 2005b)



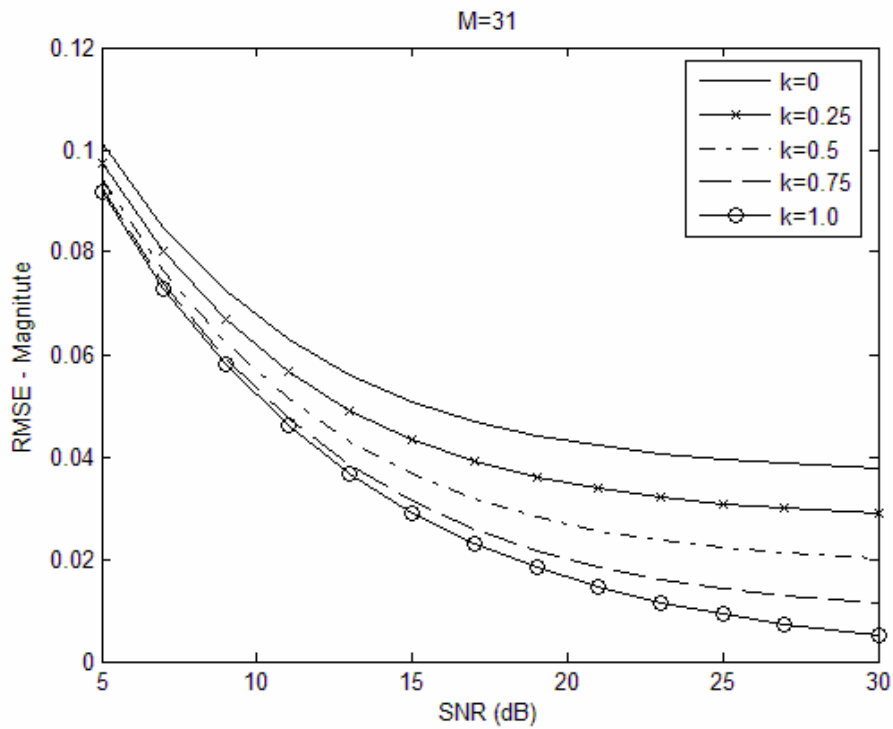
Εικόνα 3.39 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=0.75$ (Kalognomos, 2005b)



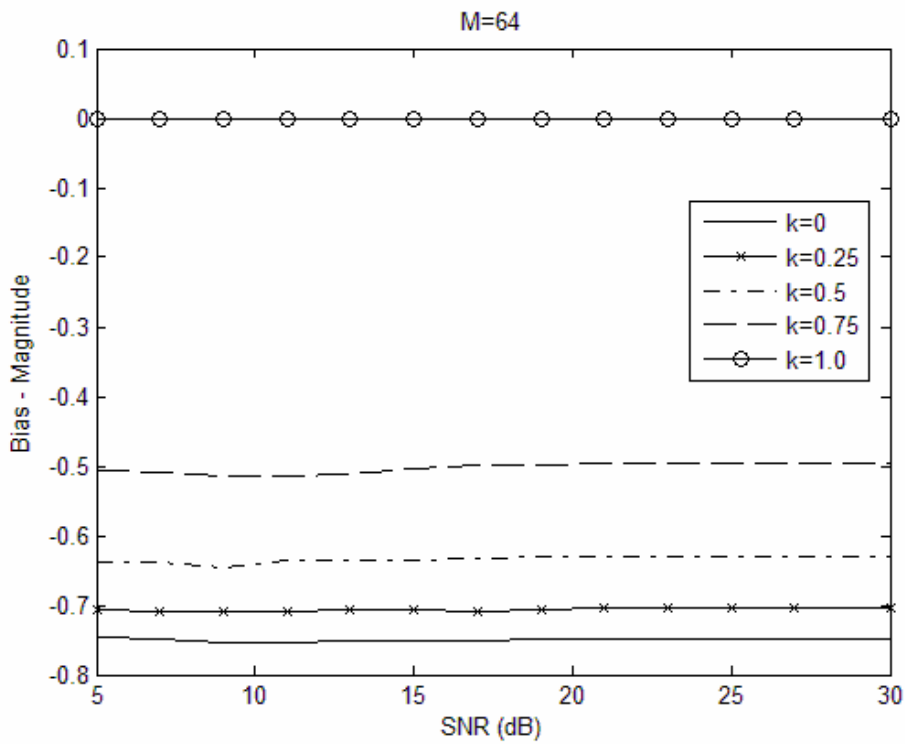
Εικόνα 3.40 Εκτιμώμενο φάσμα για SNR=20 dB, $M=31$ και $k=1$ (Kalognomos, 2005b)



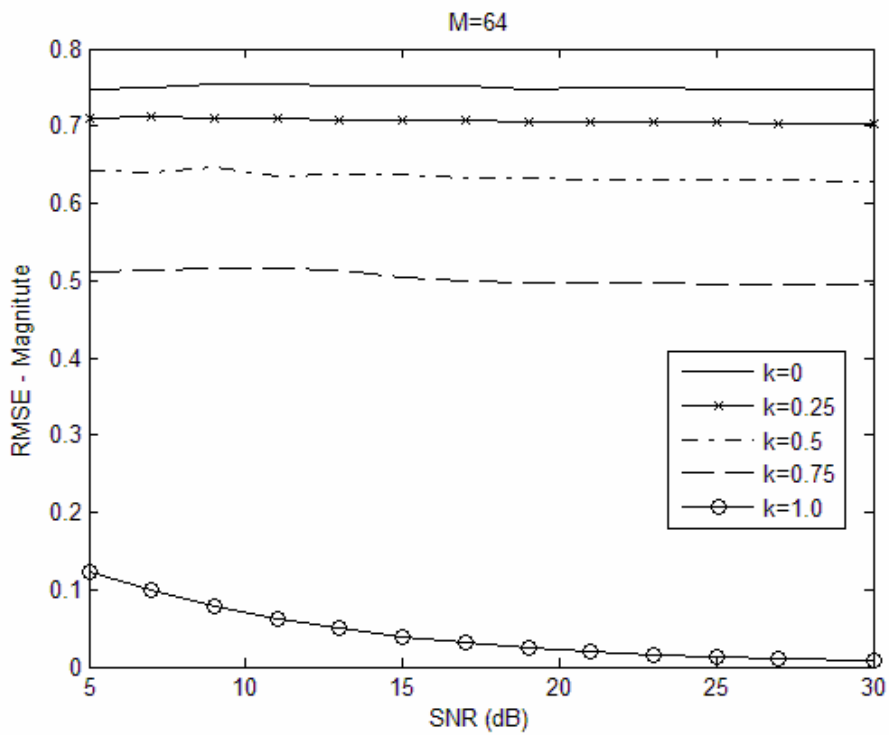
Εικόνα 3.41 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=31$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)



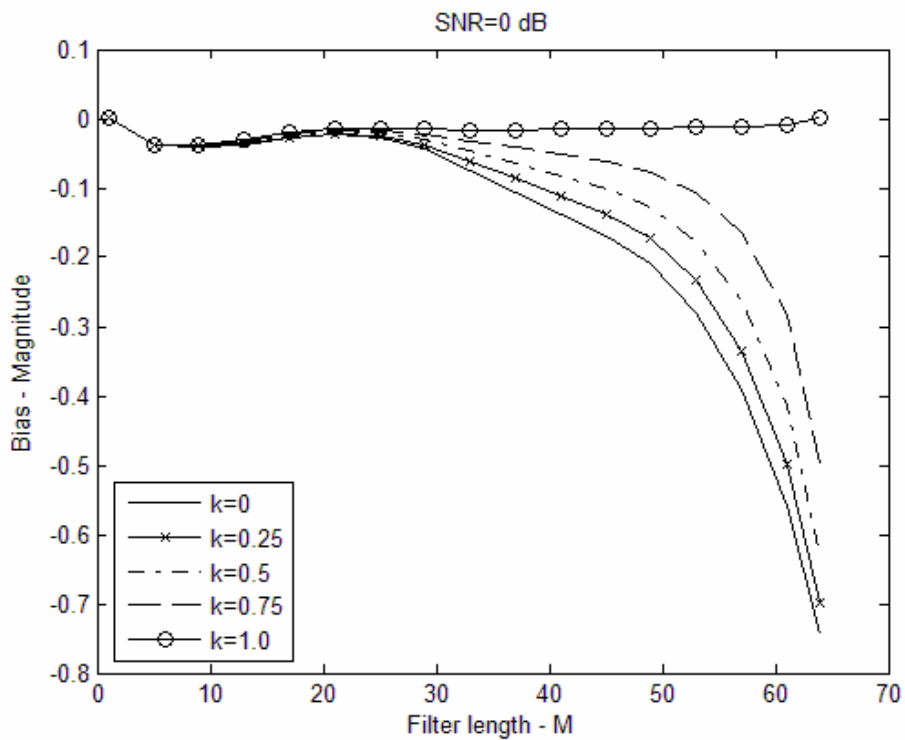
Εικόνα 3.42 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=31$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)



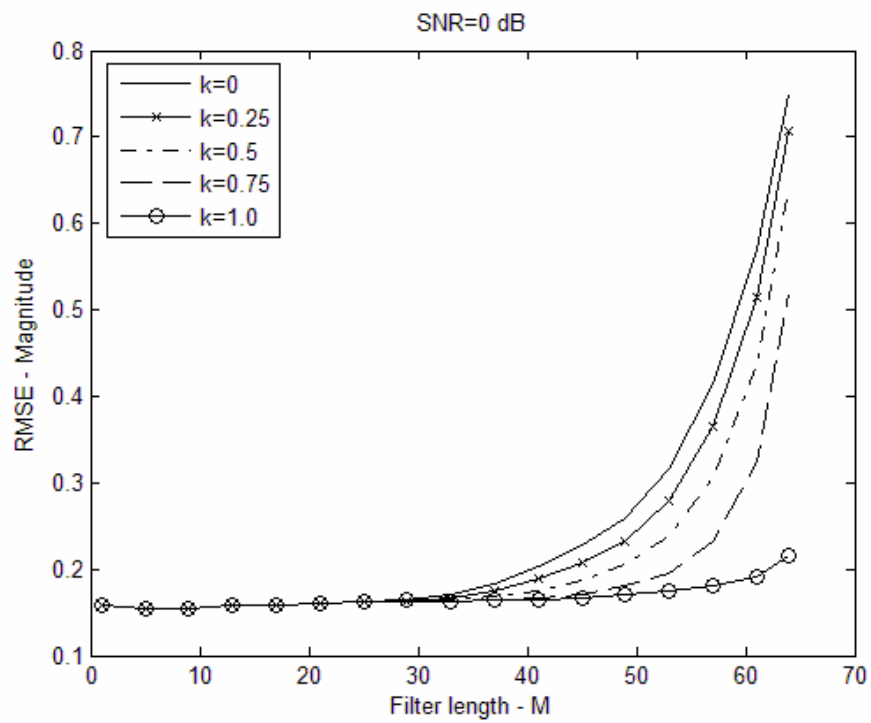
Εικόνα 3.43 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=64$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)



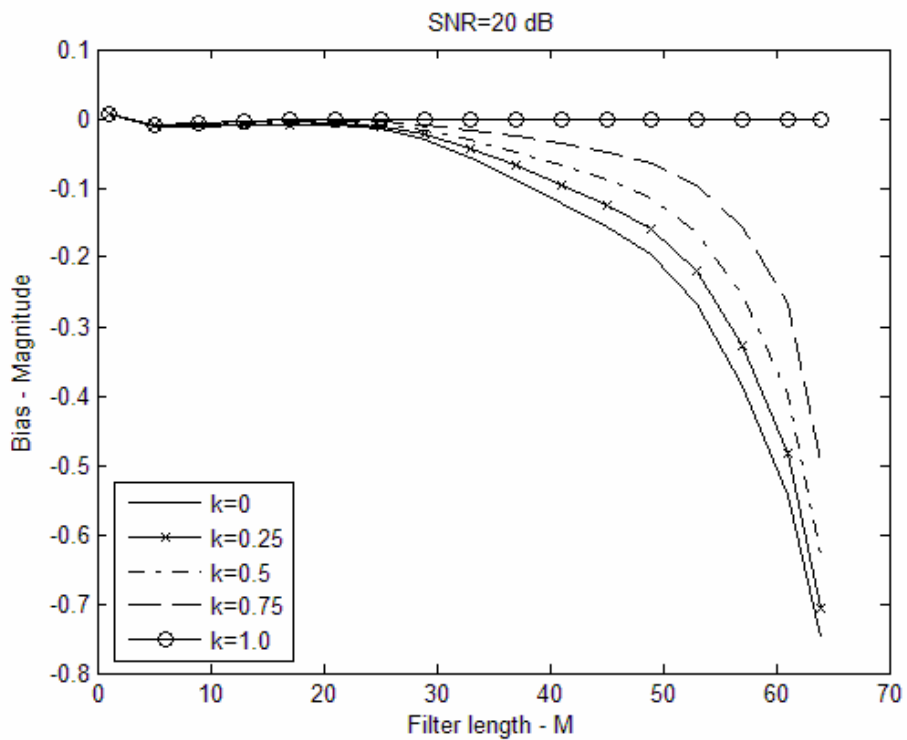
Εικόνα 3.44 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $M=64$ και μεταβλητό SNR (Kalognomos, 2005b)



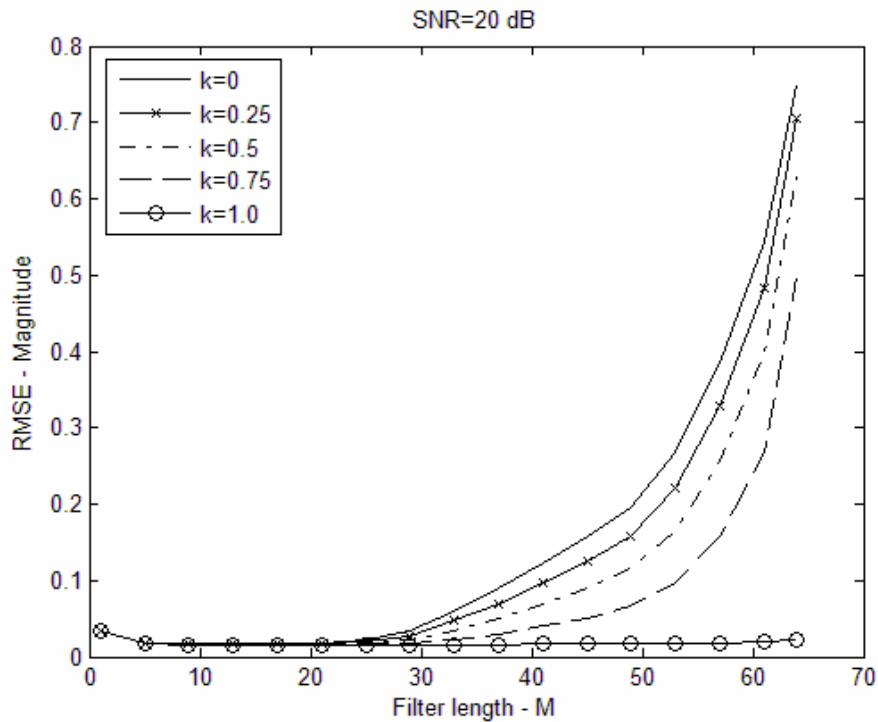
Εικόνα 3.45 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για $SNR=0$ dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)



Εικόνα 3.46 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=0 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)



Εικόνα 3.47 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=20 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)



Εικόνα 3.48 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος για SNR=20 dB και μεταβλητό M (Kalognomos, 2005b)

Όπως φαίνεται από τις εν λόγω εικόνες, η απόδοση της 1-D μεθόδου PAPES με μία παράμετρο k , καθώς αυτή η παράμετρος παίρνει τιμές από 0 έως και 1, κυμαίνεται από την απόδοση της μεθόδου CAPON (για $k = 0$) έως την απόδοση της μεθόδου APES (για $k = 1$). Χαρακτηριστικά μπορούμε εύκολα να δούμε ότι οι η εκτίμηση του πλάτους των τελευταίων 6 φασματικών γραμμών καλυτερεύει καθώς αυξάνει η παράμετρος k ενώ ταυτόχρονα χειροτερεύει η δυνατότητα διαχωρισμού τους. Το συμπέρασμα αυτό είναι σύμφωνο με τις διαφορές της απόδοσης των μεθόδων CAPON και APES που έχουν αναφερθεί σε προηγούμενες ενότητες. Σε κάθε περίπτωση όμως είναι φανερό ότι η χρήση της μεθόδου PAPES με μία παράμετρο δεν φαίνεται να πλεονεκτεί σε κάτι σε σχέση με τις υφιστάμενες μεθόδους CAPON και APES.

3.11 Μελέτη Απόδοσης 1-D Μεθόδου PAPES με δύο παραμέτρους

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε την περίπτωση της παραμετροποίησης της εκτίμησης του πίνακα συνδιακύμανσης θορύβου $\mathbf{Q}(\omega)$ με δύο παραμέτρους k_1, k_2 (Kalognomos, 2008), (Kalognomos, 2010a) και για 1-D δεδομένα σύμφωνα με τις σχέσεις (3.80) και (3.81). Στο

πλαίσιο της μελέτης αυτής θα εκτελεστούν προσομοιώσεις προκειμένου να εξεταστεί η απόδοση των διάφορων παραλλαγών της μεθόδου PAPES στην εκτίμηση του φάσματος ενός σήματος ημιτονοειδών. Πιο συγκεκριμένα θα ελεγχθεί η ευκρίνεια συχνότητας και η ακρίβεια εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους των φασματικών γραμμών του χρησιμοποιούμενου σήματος ημιτονοειδών.

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν για τους σκοπούς της μελέτης αυτής σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM και έχουν παραχθεί με την εκτέλεση 500 ανεξάρτητων εκδοχών μιγαδικού λευκού Gaussian θορύβου μηδενικού μέσου όρου προκειμένου να μεγιστοποιηθεί όσο είναι δυνατόν η αξιοπιστία των συμπερασμάτων που θα εξαχθούν με βάση τα ευρήματα των προσομοιώσεων αυτών. Όλες οι μέθοδοι μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη αυτή εφαρμόστηκαν με χρήση του αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης της ενότητας 3.9.

3.11.1 Μελέτη Απόδοσης Ευκρίνειας Συχνότητας

Για τους σκοπούς της μελέτης αυτής θα χρησιμοποιήσουμε μία ακολουθία 1-D συνθετικών δεδομένων η οποία αποτελείται από $N=128$ δείγματα και η οποία αντιπροσωπεύει ένα σήμα ημιτονοειδών του οποίου το φάσμα αποτελείται από δύο κυρίαρχες (dominant) φασματικές γραμμές, το μιγαδικό πλάτος των οποίων είναι ίσο με $(\sqrt{0.5} + \sqrt{0.5}i)$ και η φάση τους ίση με $\pi/4$ (0.7854). Η πρώτη φασματική γραμμή βρίσκεται στην κανονικοποιημένη συχνότητα 0.0781, ενώ η θέση της δεύτερης μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της προσομοίωσης από 0.0781 έως 0.0914 με βήμα ίσο με $0.5/N$. Το μιγαδικό φάσμα υπολογίζεται σε 5120 ισοαπέχοντα σημεία (τιμές συχνοτήτων).

Η μελέτη της ευκρίνειας συχνότητας βασίζεται σε έναν ευρέως χρησιμοποιημένο κανόνα, ο οποίος δίνει μέγεθος στην ικανότητα μίας μεθόδου να διαχωρίζει δύο συνιστώσες ενός σήματος ημιτονοειδών, δηλαδή δύο φασματικές του γραμμές. Ορίζουμε ως $O(\omega)$ μία εκτίμηση μιγαδικού πλάτους στην συχνότητα ω . Τότε σύμφωνα με τον κανόνα αυτό (Zhang, 1998) οι δύο συνιστώσες θα θεωρούνται διαχωρίσιμες όταν ο όρος γ είναι αρνητικός και μη διαχωρίσιμες σε κάθε άλλη περίπτωση, όπου

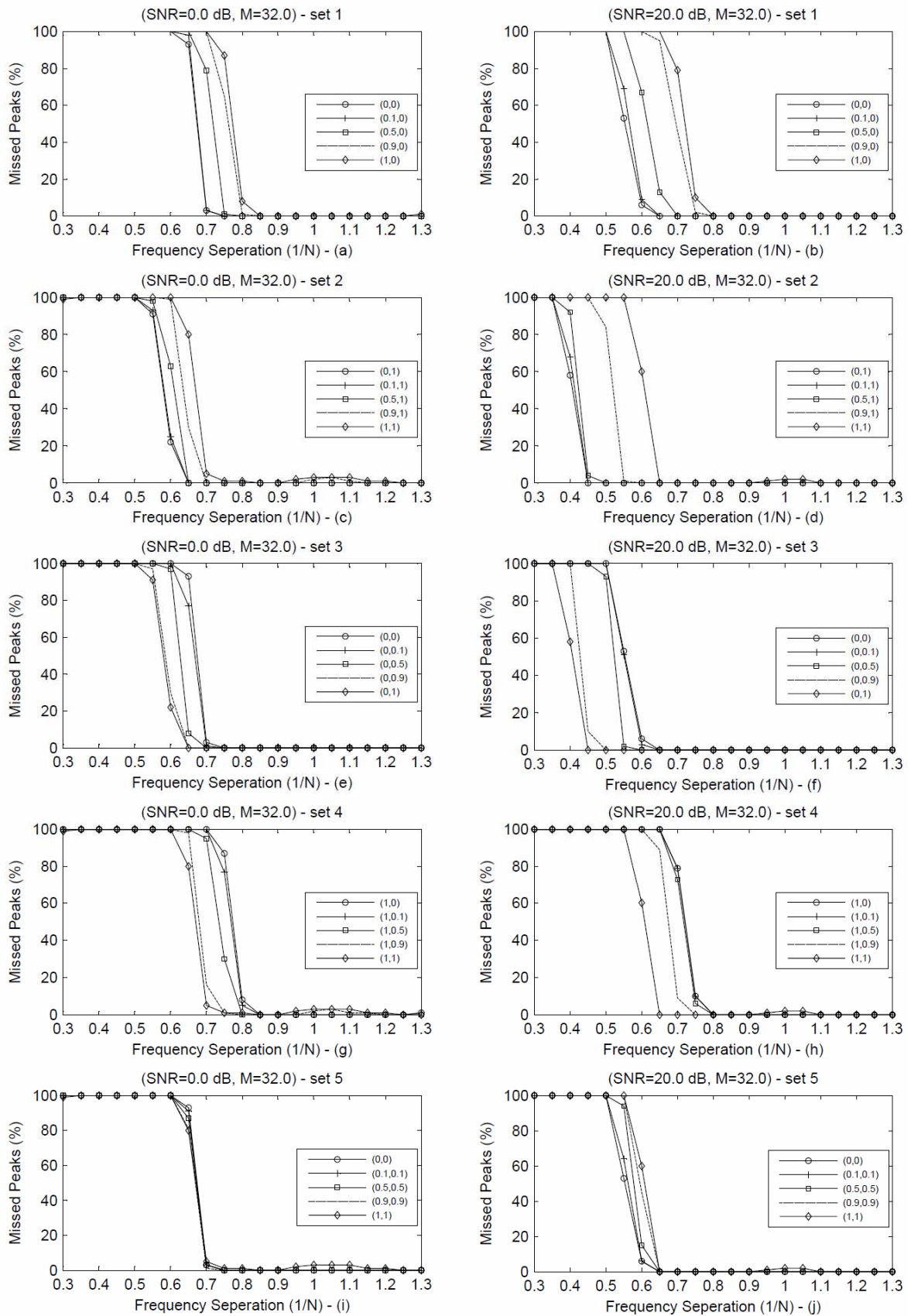
$$\gamma = 2O(\omega_3) - O(\omega_1) - O(\omega_2) \quad (3.100)$$

και ω_3 είναι η ενδιάμεση συχνότητα μεταξύ των συχνοτήτων ω_1 και ω_2 .

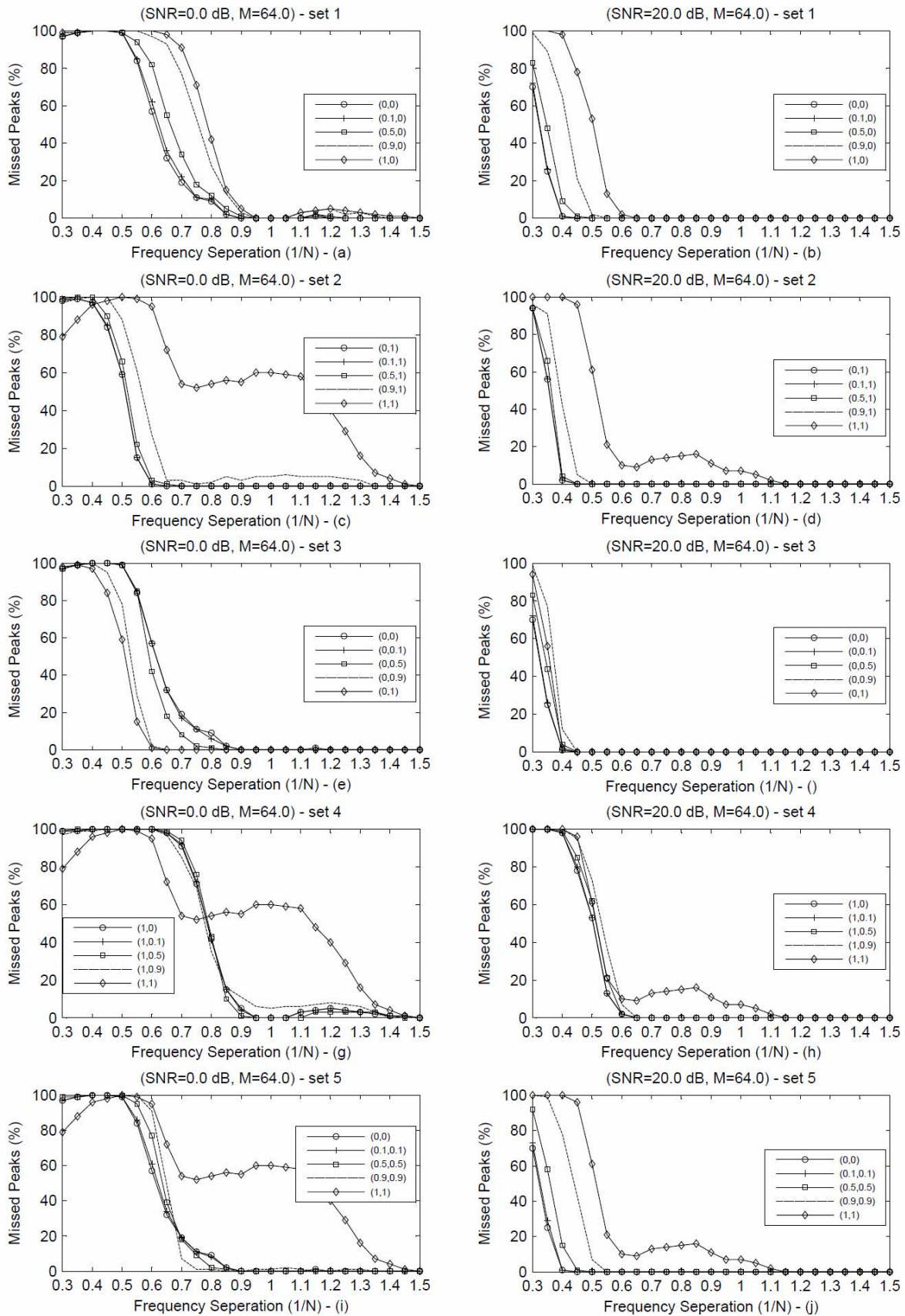
Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στις Εικόνες 3.49 και 3.50 εκτελέστηκαν για την μελέτη της ευκρίνειας συχνότητας με χρήση της μεθόδου PAPES, όταν οι δύο παράμετροι της k_1, k_2 παίρνουν τις τιμές που φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα. Στις Εικόνες 3.49(a), (c), (e), (g), (i) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσεως του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 32$ και SNR=0 dB. Στις Εικόνες 3.49(b), (d), (f), (h), (j) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσεως του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 32$ και SNR=20 dB. Στις Εικόνες 3.50(a), (c), (e), (g), (i) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσεως του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 64$ και SNR=0 dB. Στις Εικόνες 3.50(b), (d), (f), (h), (j) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσεως του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 64$ και SNR=20 dB.

Ομάδα (set)	(k_1, k_2)	(k_1, k_2)	(k_1, k_2)	(k_1, k_2)	(k_1, k_2)
1	(0,0) FB-CAPON	(0.1,0)	(0.5,0)	(0.9,0)	(1,0) F-PAPES
2	(0,1) B-PAPES	(0.1,1)	(0.5,1)	(0.9,1)	(1,1) FB-APES
3	(0,0) FB-CAPON	(0,0.1)	(0,0.5)	(0,0.9)	(0,1) B-PAPES
4	(1,0) F-PAPES	(1,0.1)	(1,0.5)	(1,0.9)	(1,1) FB-APES
5	(0,0) FB-CAPON	(0.1,0.1)	(0.5,0.5)	(0.9,0.9)	(1,1) FB-APES

Πίνακας 3.1 Ομάδες (sets) παραμέτρων k_1, k_2



Εικόνα 3.49 Ευκρίνεια συχνότητας για $M=32$ και $SNR=0,20$ dB για την περίπτωση πέντε σετ παραμέτρων

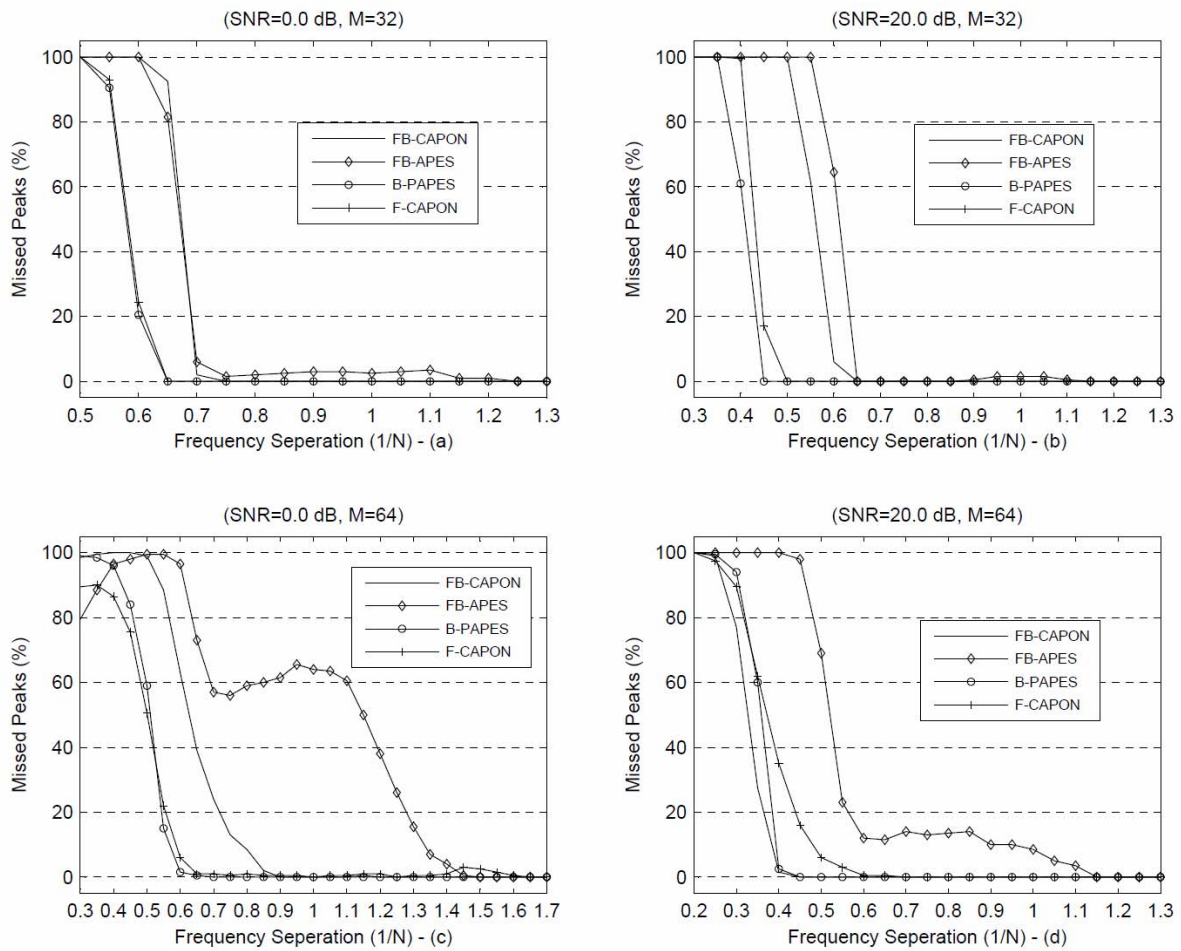


Εικόνα 3.50 Εγκρίνια συχνότητας για $M=64$ και $SNR=0,20$ dB για την περίπτωση πέντε σετ παραμέτρων

Όπως φαίνεται από τις Εικόνες 3.49 και 3.50, η μέθοδος B-PAPES παρουσιάζει την καλύτερη ευκρίνεια συχνότητας σε σχέση με τις υπόλοιπες παραλλαγές της μεθόδου PAPES καθώς μεταβάλλονται οι παράμετροι k_1, k_2 από το 0 έως το 1 αλλά και σε σχέση με τις μεθόδους FB-CAPON και FB-APES. Στην συνέχεια εκτελούμε επιπλέον προσομοιώσεις στο ίδιο σήμα ημιτονοειδών, μόνο που αυτήν την φορά εφαρμόζουμε τις μεθόδους FB-CAPON, FB-APES, B-PAPES και F-CAPON. Ο σκοπός που γίνεται αυτό είναι η σύγκριση της απόδοσης της μεθόδου B-PAPES στην ευκρίνεια συχνότητας με την αντίστοιχη απόδοση της μεθόδου F-CAPON, η οποία όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενη ενότητα υπερέχει στον τομέα αυτό σε σχέση με τις άλλες παραλλαγές των μεθόδων CAPON (Jakobsson, 2000).

Στην Εικόνα 3.51(a) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσει του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 32$ και SNR=0 dB. Στην Εικόνα 3.51(b) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσει του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 32$ και SNR=20 dB. Στην Εικόνα 3.51(c) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσει του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 64$ και SNR=0 dB. Τέλος στην Εικόνα 3.51(d) φαίνεται το ποσοστό (%) των φορών που δεν επιτεύχθηκε ο διαχωρισμός των δύο φασματικών γραμμών (Missed Peaks) του υπό εξέταση σήματος ημιτονοειδών συναρτήσει του διαχωρισμού συχνότητας (Frequency Separation) εκφρασμένου σε μονάδες $1/N$, για $M = 64$ και SNR=20 dB.

Όπως βλέπουμε από τις εικόνες αυτές, η απόδοση της μεθόδου B-PAPES σε σχέση με την ευκρίνεια συχνότητας που επιτυγχάνει φαίνεται ότι είναι καλύτερη από αυτήν όλων των άλλων μεθόδων, συμπεριλαμβανόμενης και της μεθόδου F-CAPON. Μάλιστα βλέπουμε ότι για όλες τις μεθόδους η ευκρίνεια συχνότητας καλυτερεύει καθώς αυξάνει το μήκος του φίλτρου M και καθώς αυξάνει το SNR. Επιπρόσθετες προσομοιώσεις έδειξαν ότι για λόγο σήματος προς θόρυβο μικρότερο από 0 dB η απόδοση ευκρίνειας συχνότητας των μεθόδων B-PAPES και F-CAPON φαίνεται να συγκλίνει, ενώ για τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο μικρότερες από -10 dB φαίνεται να είναι πρακτικά ίδια.



Εικόνα 3.51 Ευκρίνεια συχνότητας για $M=32,64$ και $SNR=0,20$ dB για την περίπτωση δύο φασματικών γραμμών (Kalognomos, 2010b)

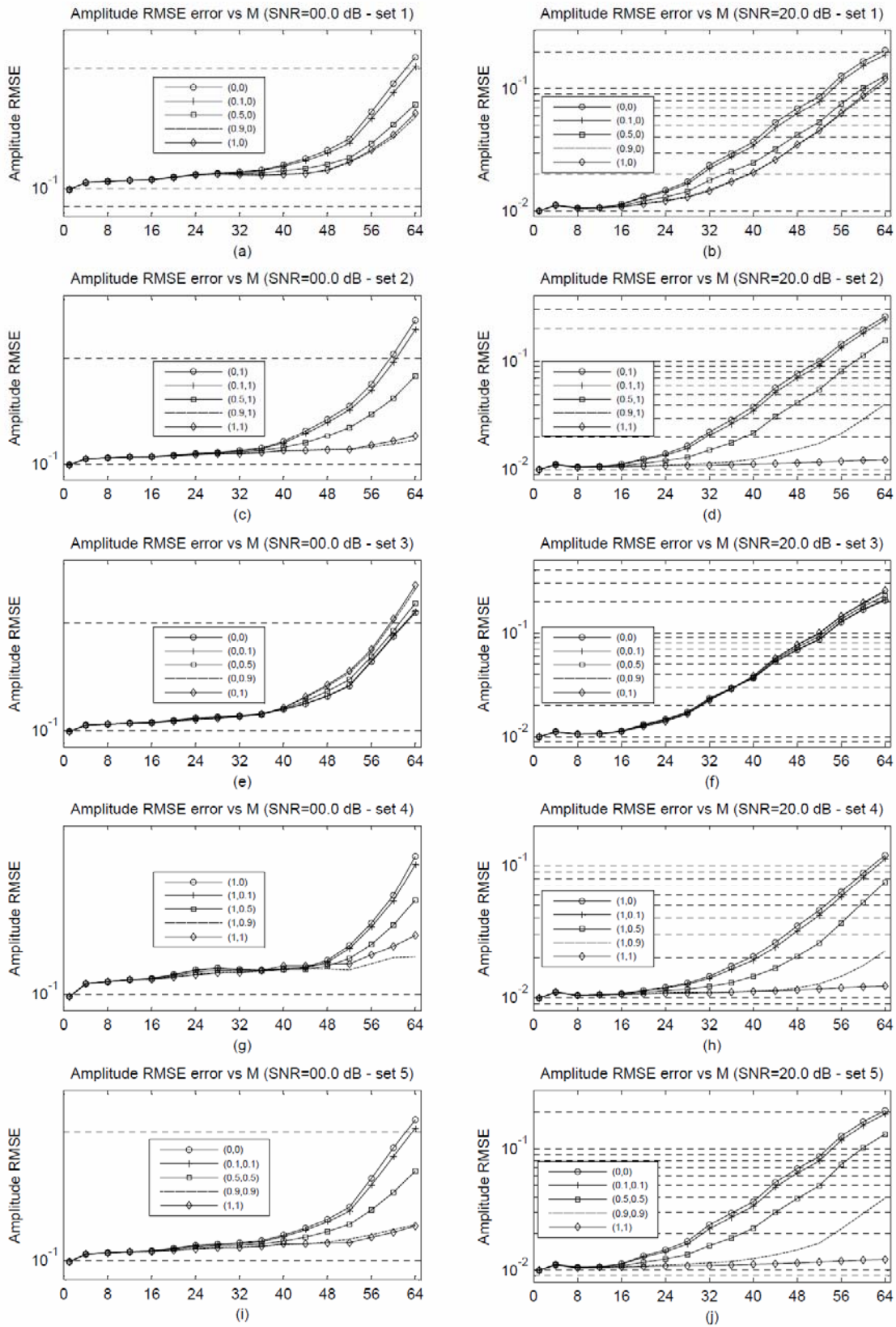
3.11.2 Μελέτη Απόδοσης Εκτίμησης Μιγαδικού Πλάτους

Για τους σκοπούς της μελέτης αυτής θα χρησιμοποιήσουμε μία ακολουθία 1-D συνθετικών δεδομένων η οποία αποτελείται από $N=128$ δείγματα και η οποία αντιπροσωπεύει ένα σήμα ημιτονοειδών του οποίου το φάσμα αποτελείται από πέντε φασματικές γραμμές, το μιγαδικό πλάτος των οποίων είναι ίσο με $(\sqrt{0.5} + \sqrt{0.5}i)$ και η φάση τους ίση με $\pi/4$ (0.7854). Οι φασματικές γραμμές βρίσκονται στις κανονικοποιημένες συχνότητες 0.0781, 0.3125, 0.3438, 0.3906 και 0.3945. Στην ουσία ο διαχωρισμός συχνότητας της δεύτερης και της τρίτης φασματικής γραμμής είναι ίσος με $4/N$ και ο διαχωρισμός συχνότητας της τέταρτης και της πέμπτης φασματικής γραμμής είναι ίσος με $0.5/N$. Το μιγαδικό φάσμα υπολογίζεται σε 1024 ισοαπέχοντα σημεία (τιμές συχνοτήτων).

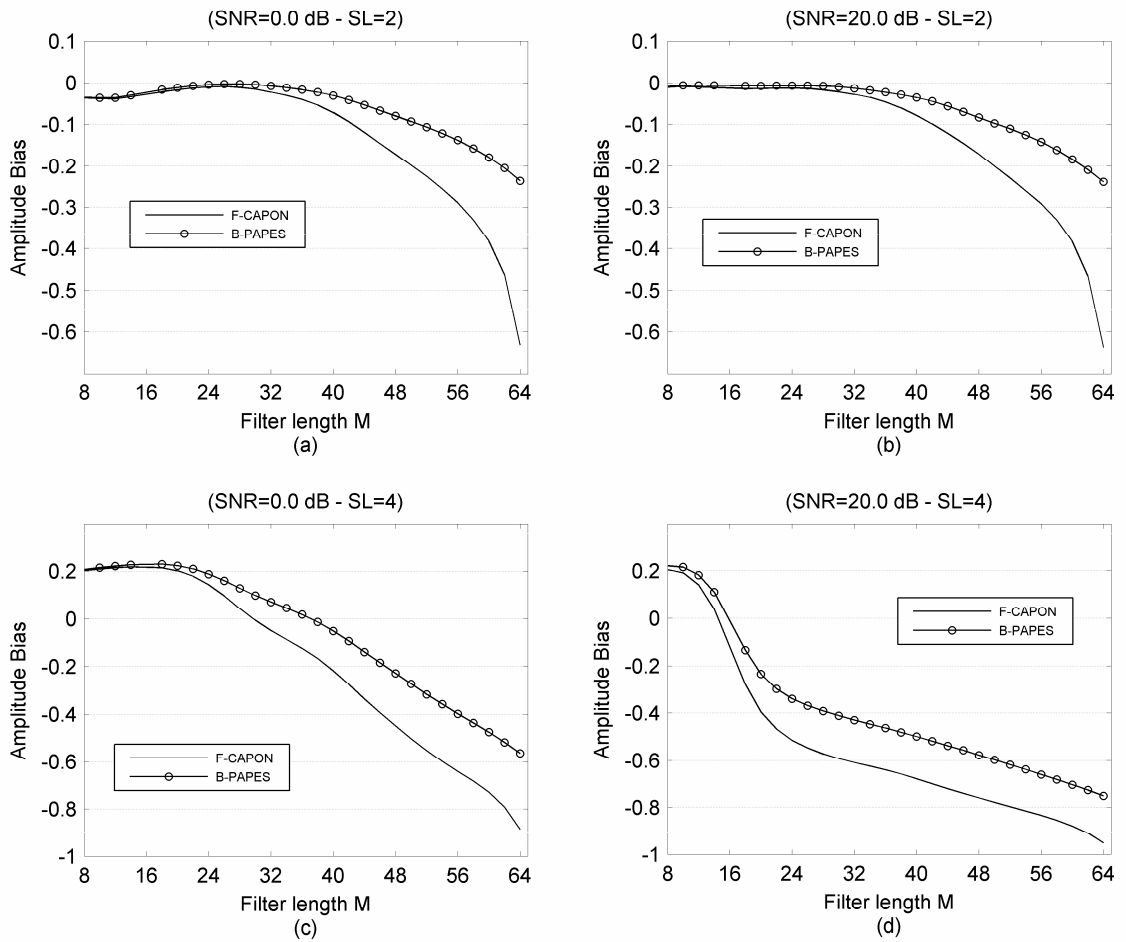
Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στην Εικόνα 3.52 εκτελέστηκαν για την μελέτη της ακρίβειας εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους που επιτυγχάνεται από την μέθοδο PAPES, όταν οι δύο παράμετροι της k_1, k_2 παίρνουν τις τιμές που φαίνονται στον Πίνακα 3.1. Στις Εικόνες 3.52(a), (c), (e), (g), (i) φαίνεται το στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της δεύτερης φασματικής γραμμής με χρήση των πέντε ομάδων παραμέτρων του Πίνακα 3.1 συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=0 dB. Στις Εικόνες 3.52(b), (d), (f), (h), (j) φαίνεται το στρογγυλευμένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της δεύτερης φασματικής γραμμής με χρήση των πέντε ομάδων παραμέτρων του Πίνακα 3.1 συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=20 dB. Όπως φαίνεται από τις εικόνες αυτές η μέθοδος FB-APES υπερέρχει σε κάθε περίπτωση στην ακρίβεια εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους έναντι όλων των παραλλαγών της μεθόδου PAPES καθώς μεταβάλλονται οι παράμετροι k_1, k_2 από το 0 έως το 1.

Στην συνέχεια εκτελούμε επιπλέον προσομοιώσεις στο ίδιο σήμα ημιτονοειδών, μόνο που αυτήν την φορά εφαρμόζουμε μόνο τις μεθόδους F-CAPON και B-PAPES. Στις Εικόνες 3.53(a), (b) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της δεύτερης φασματικής γραμμής συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=0 και 20 dB αντίστοιχα. Στις Εικόνες 3.53(c), (d) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=0 και 20 dB αντίστοιχα. Στις Εικόνες 3.54(a), (b) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του λόγου σήματος προς θόρυβο για μήκος φίλτρο M ίσο με 32 και 64 αντίστοιχα. Στις Εικόνες 3.54(c), (d) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του λόγου σήματος προς θόρυβο για μήκος φίλτρο M ίσο με 32 και 64 αντίστοιχα.

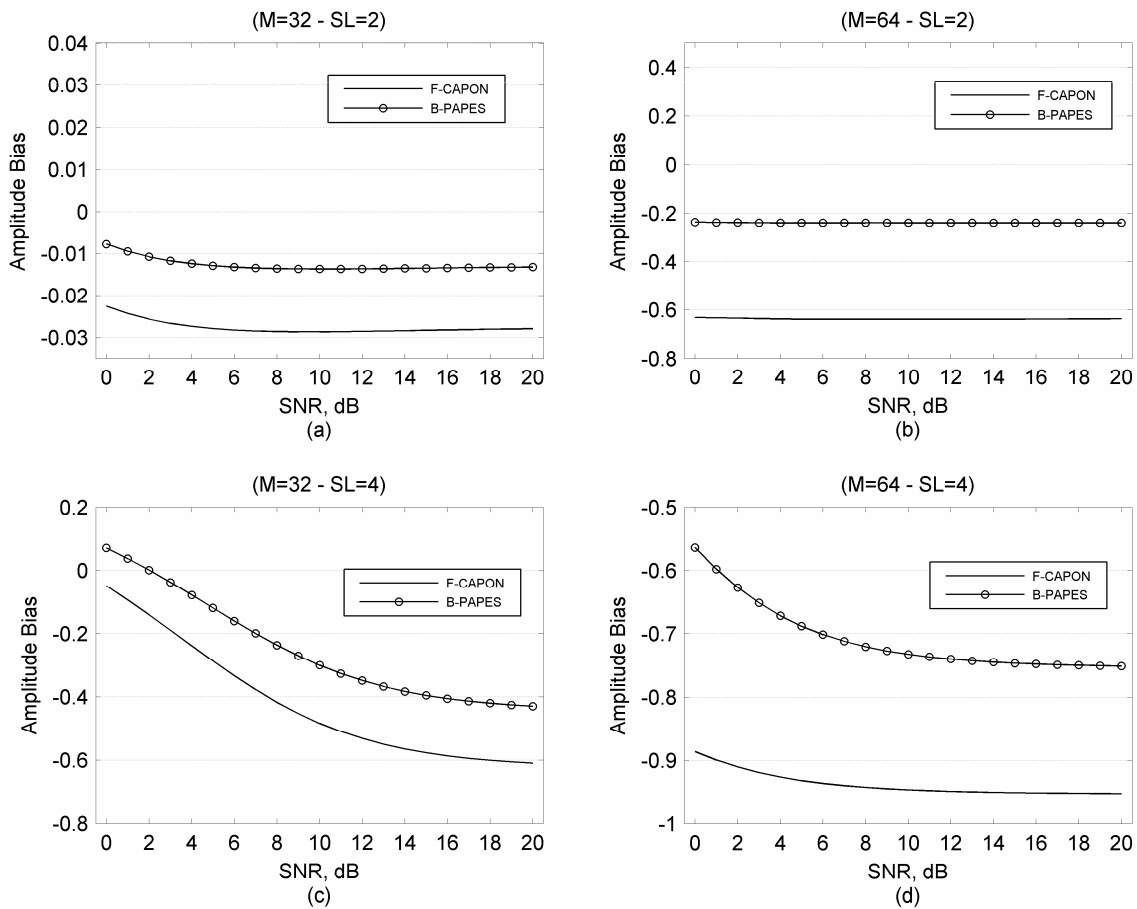
Όπως φαίνεται από τις εικόνες αυτές, η απόδοση της μεθόδου B-PAPES ως προς την ακρίβεια εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους, φαίνεται να είναι καλύτερη από αυτήν της μεθόδου F-CAPON τόσο σε σενάρια μεγάλου διαχωρισμού συχνότητας όσο και σε σενάρια μικρού διαχωρισμού συχνότητας. Μάλιστα η διαφορά αυτής της απόδοσης μεγαλώνει καθώς μεγαλώνει το μήκος του φίλτρου M . Επιπρόσθετες προσομοιώσεις έχουν επιβεβαιώσει ότι οι δύο μέθοδοι έχουν πρακτικά την ίδια απόδοση ως προς την απόδοση εκτίμησης της φάσης σε όλα τα σενάρια διαχωρισμού συχνότητας.



Εικόνα 3.52 Στρογγυλεμένο μέσο τετραγωνικό του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήσει του μήκους φίλτρου M και SNR=0,20 dB για την περίπτωση πέντε σετ παραμέτρων



Εικόνα 3.53 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήσει του μήκους φίλτρου M για $SNR=0,20$ dB, όπου με SL (Spectral Line) συμβολίζεται ο αριθμός της φασματικής γραμμής (Kalognomos, 2010b)



Εικόνα 3.54 Συστηματικό σφάλμα του εκτιμώμενου φάσματος συναρτήσει του SNR για $M=32,64$, όπου με SL (Spectral Line) συμβολίζεται ο αριθμός της φασματικής γραμμής

3.12 Αλγόριθμος Εκτίμησης Φασματικών Γραμμών CPAPES

Ο συνδυασμός των μεθόδων CAPON και APES στο πλαίσιο ενός αλγόριθμου με το όνομα C&A, διατυπώθηκε για πρώτη φορά στο (Jakobsson, 2000) για τους σκοπούς της μιγαδικής εκτίμησης φασματικών γραμμών. Ο αλγόριθμος αυτός επιτυγχάνει την εκτίμηση της μιγαδικής εκτίμησης των φασματικών γραμμών σε δύο βήματα. Αρχικά κάνει εκτίμηση της συχνοτικής θέσης των φασματικών κορυφών κάνοντας χρήση της μεθόδου F-CAPON και στην συνέχεια κάνει εκτίμηση του πλάτους και της φάσης για τις συχνότητες που υπολόγιζε στο πρώτο βήμα κάνοντας χρήση της μεθόδου FB-APES. Έχει αποδειχθεί (Jakobsson, 2000) ότι ο αλγόριθμος C&A αποδίδει καλύτερα από την αποκλειστική χρήση των μεθόδων CAPON και APES για την λύση του προβλήματος της εκτίμησης φασματικών γραμμών. Το

αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο αφού η μέθοδος F-CAPON έχει καλύτερη απόδοση ευκρίνειας συχνότητας από την μέθοδο APES και συνεπώς η χρήση του αλγόριθμου C&A θα δώσει καλύτερες εκτιμήσεις συχνότητας.

Στην συνέχεια προτείνονται τρεις νέοι αλγόριθμοι για την μιγαδική εκτίμηση φασματικών γραμμών (Kalognomos, 2010b). Ο πρώτος αλγόριθμος ονομάζεται CPAPES-1, προτείνεται για την εκτίμηση του πλάτους των φασματικών γραμμών και η εκτέλεση του αποτελείται από δύο βήματα :

α. Εκτίμηση της συχνοτικής θέσης των φασματικών κορυφών με χρήση της μεθόδου B-PAPES, λόγω του γεγονότος ότι αυτή έχει καλύτερη απόδοση ευκρίνειας συχνότητας (όπως αποδείχθηκε στην προηγούμενη ενότητα).

β. Εκτίμηση του πλάτους των φασματικών γραμμών που βρίσκονται στις συχνότητες που υπολογίστηκαν στο πρώτο βήμα με χρήση της μεθόδου FB-APES.

Ο δεύτερος αλγόριθμος ονομάζεται CPAPES-2, προτείνεται για την εκτίμηση της φάσης των φασματικών γραμμών και η εκτέλεση του αποτελείται από δύο βήματα :

α. Εκτίμηση της συχνοτικής θέσης των φασματικών κορυφών με χρήση της μεθόδου F-PAPES.

β. Εκτίμηση της φάσης των φασματικών γραμμών που βρίσκονται στις συχνότητες που υπολογίστηκαν στο πρώτο βήμα με χρήση της μεθόδου F-PAPES.

Τέλος προτείνεται ένα τρίτος αλγόριθμος CPAPES για την μιγαδική εκτίμηση φασματικών γραμμών, ο οποίος είναι στην ουσία συνδυασμός των αλγόριθμων CPAPES-1 και CPAPES-2, προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη απόδοση στην εκτίμηση τόσο του πλάτους όσο και την συχνότητας. Η εκτέλεση του αλγόριθμου αυτού αποτελείται από τα ακόλουθα τέσσερα βήματα :

α. Εκτίμηση της συχνοτικής θέσης των φασματικών κορυφών με χρήση της μεθόδου B-PAPES.

β. Εκτίμηση του πλάτους των φασματικών γραμμών που βρίσκονται στις συχνότητες που υπολογίστηκαν στο βήμα (α) με χρήση της μεθόδου FB-APES.

γ. Εκτίμηση της συχνοτικής θέσης των φασματικών κορυφών με χρήση της μεθόδου F-PAPES.

δ. Εκτίμηση της φάσης των φασματικών γραμμών που βρίσκονται στις συχνότητες που υπολογίστηκαν στο βήμα (γ) με χρήση της μεθόδου F-PAPES.

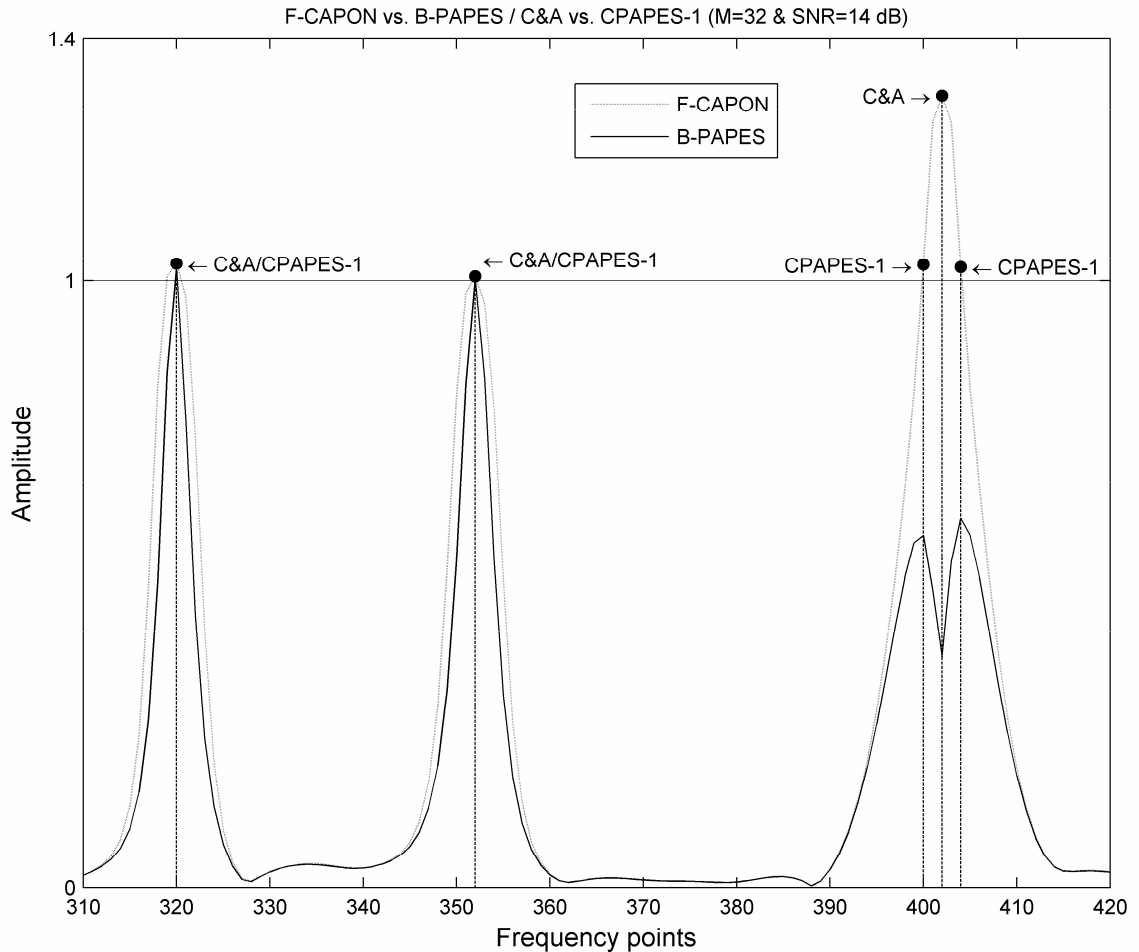
3.13 Μελέτη Απόδοσης Αλγόριθμου CPAPES

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε την απόδοση των προτεινόμενων αλγόριθμων μιγαδικής εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES-1 και CPAPES-2 χρησιμοποιώντας ακολουθίες 1-D συνθετικών δεδομένων και θα την συγκρίνουμε με αυτήν του υφιστάμενου αλγόριθμου C&A (Kalognomos, 2010b). Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που εκτελέστηκαν για τους σκοπούς της μελέτης αυτής σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM και έχουν παραχθεί με την εκτέλεση 500 ανεξάρτητων εκδοχών μιγαδικού λευκού Gaussian θορύβου μηδενικού μέσου όρου προκειμένου να μεγιστοποιηθεί όσο είναι δυνατόν η αξιοπιστία των συμπερασμάτων που θα εξαχθούν με βάση τα ευρήματα των προσομοιώσεων αυτών. Όλες οι μέθοδοι μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη αυτή εφαρμόστηκαν με χρήση του αλγόριθμου ταχείας υλοποίησης της ενότητας 3.9.

Για τους σκοπούς της μελέτης αυτής θα χρησιμοποιήσουμε μία ακολουθία 1-D συνθετικών δεδομένων η οποία αποτελείται από $N=128$ δείγματα και η οποία αντιπροσωπεύει ένα σήμα ημιτονοειδών του οποίου το φάσμα αποτελείται από πέντε φασματικές γραμμές, το μιγαδικό πλάτος των οποίων είναι ίσο με $(\sqrt{0.5} + \sqrt{0.5}i)$ και η φάση ίση με $\pi/4$ (0.7854). Οι φασματικές γραμμές βρίσκονται στις κανονικοποιημένες συχνότητες 0.0781, 0.3125, 0.3438, 0.3906 και 0.3945. Στην ουσία ο διαχωρισμός συχνότητας της δεύτερης και της τρίτης φασματικής γραμμής είναι ίσος με $4/N$ και ο διαχωρισμός συχνότητας της τέταρτης και της πέμπτης φασματικής γραμμής είναι ίσος με $0.5/N$. Το μιγαδικό φάσμα υπολογίζεται σε 1024 ισοαπέχοντα σημεία (τιμές συχνοτήτων).

Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στην Εικόνα 3.55 εκτελέστηκαν για μήκος φίλτρου $M=32$ και λόγο σήματος προς θόρυβο 0 dB με σκοπό την μελέτη της ακρίβειας της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους των φασματικών γραμμών μεταξύ των αλγόριθμων CPAPES-1 και C&A. Συγκεκριμένα στην Εικόνα 3.55 φαίνεται το φάσμα των τεσσάρων τελευταίων φασματικών γραμμών που παράγεται με εφαρμογή των μεθόδων F-CAPON και B-PAPES, όπως επίσης και οι εκτιμήσεις του μιγαδικού πλάτους των γραμμών αυτών με χρήση των αλγόριθμων CPAPES-1 και C&A. Όπως φαίνεται η μέθοδος B-PAPES διαχωρίζει τις τελευταίες δύο φασματικές γραμμές ενώ η μέθοδος F-CAPON αποτυγχάνει πλήρως. Αυτό ήταν αναμενόμενο με βάση σχετικά συμπεράσματα της ενότητας 3.11 και έχει ως αποτέλεσμα και την ακριβή εκτίμηση του μιγαδικού πλάτους των

γραμμών αυτών από τον αλγόριθμο CPAPES-1 αφού αυτός χρησιμοποιεί την μέθοδο B-PAPES για να υπολογίσει την συχνότητα των φασματικών γραμμών. Αντιθέτως ο αλγόριθμος C&A που χρησιμοποιεί για τον ίδιο σκοπό την μέθοδο F-CAPON αποτυγχάνει πλήρως (παράγει μία εκτίμηση μιγαδικού πλάτους με σημαντικό σφάλμα και για τις δύο γραμμές).

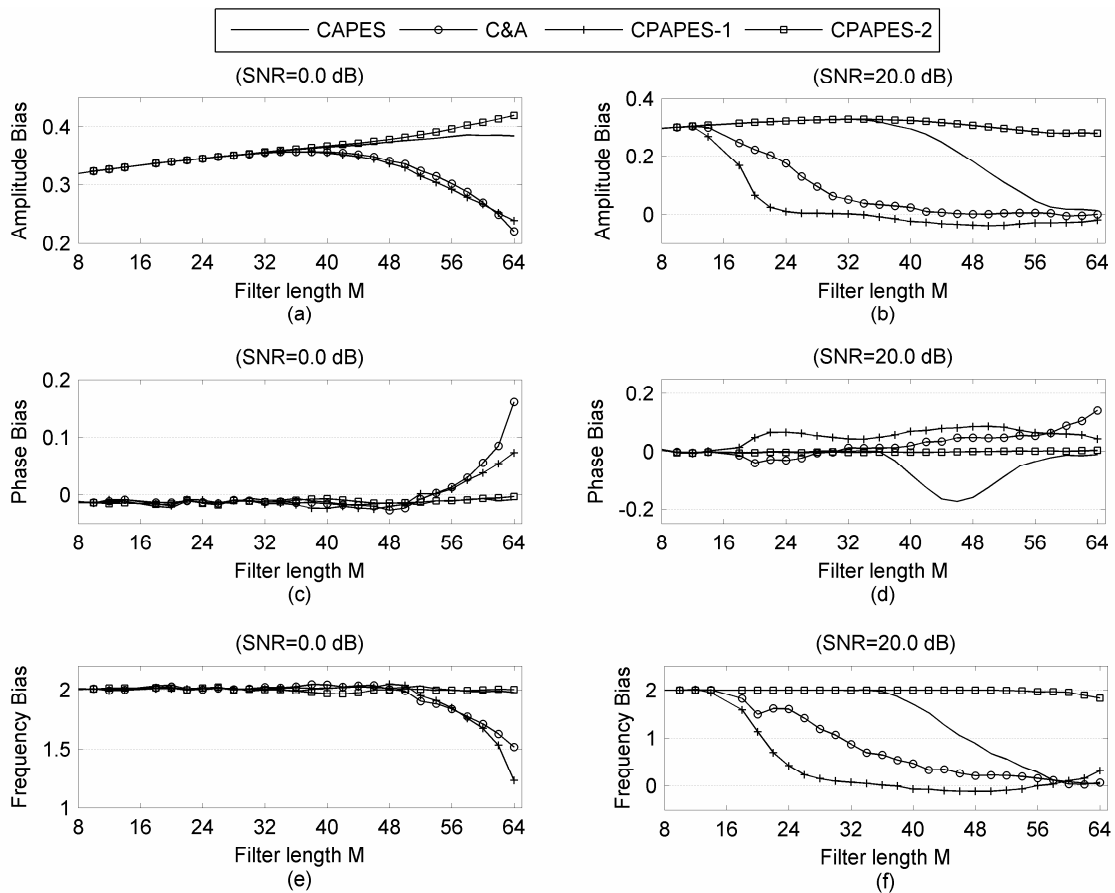


Εικόνα 3.55 Φάσμα για $M=32$ και $SNR=14$ dB για την περίπτωση πέντε φασματικών γραμμών, εκ των οποίων απεικονίζονται οι τελευταίες τέσσερις

Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στις Εικόνες 3.56 και 3.57 εκτελέστηκαν με χρήση της ίδιας ακολουθίας 1-D συνθετικών δεδομένων προκειμένου να μελετηθεί η απόδοση των αλγορίθμων CAPES, C&A, CPAPES-1 και CPAPES-2 στην εκτίμηση του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας φασματικών γραμμών. Με το όνομα CAPES συμβολίζεται ο αλγόριθμος ο οποίος είναι σε όλα ίδιος με τον αλγόριθμο C&A εκτός από γεγονός ότι χρησιμοποιεί την μέθοδο FB-CAPON για την εκτίμηση της θέσης (τιμή συχνότητας) των φασματικών γραμμών και όχι την μέθοδο F-

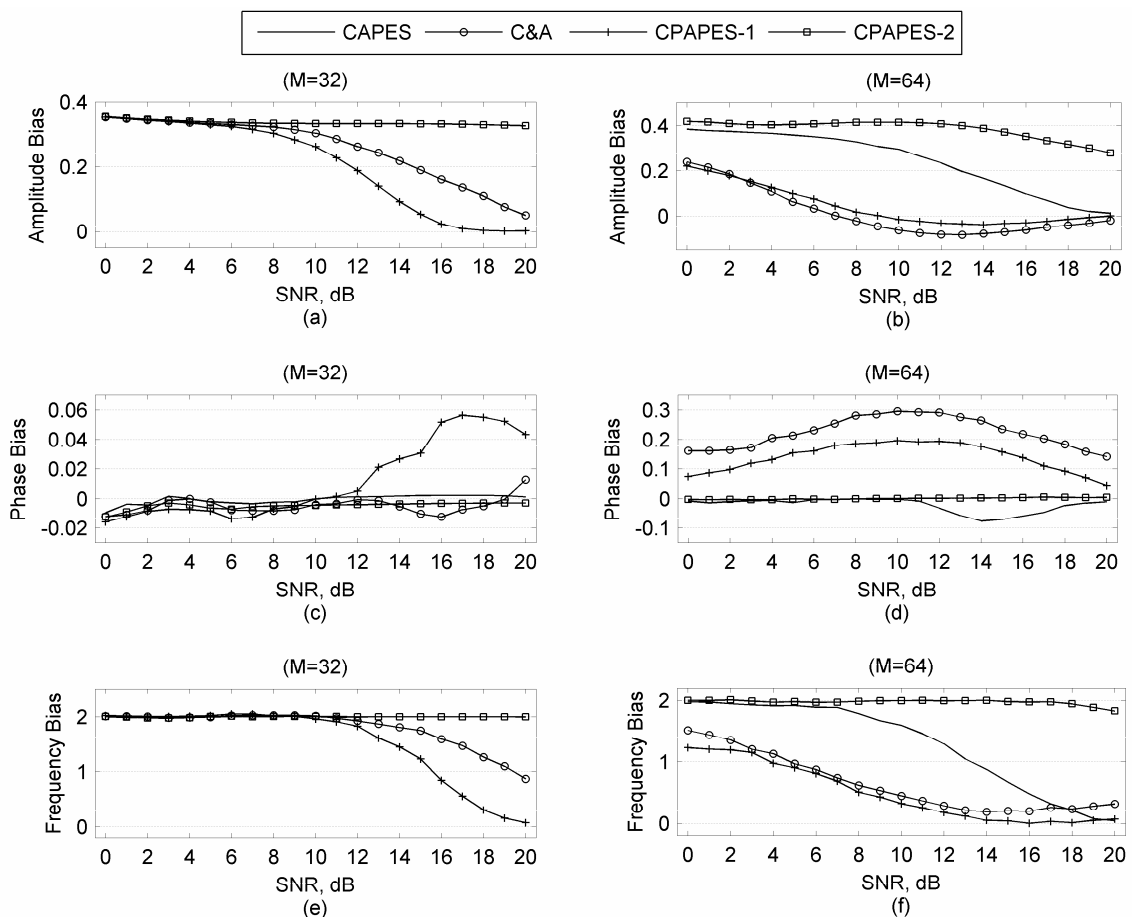
CAPON. Επίσης το συστηματικό σφάλμα της συχνότητας, το οποίο μετρείται σε τιμές συχνότητας, είναι ίσο με την διαφορά της πραγματικής συχνότητας της τέταρτης φασματικής γραμμής και της συχνότητας που υπολογίζεται με την εφαρμογή της μεθόδου φασματικής ανάλυσης του πρώτου βήματος της κάθε μίας από τους τέσσερις αλγόριθμους υπό μελέτη. Η συχνότητα αυτή υπολογίζεται με την εύρεση του τοπικού μέγιστου (σε πλάτος) μέσα σε ένα κατάλληλα καθορισμένου παραθύρου τιμών συχνοτήτων.

Στις Εικόνες 3.56(a), (c), (e) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=0 dB. Στις Εικόνες 3.56(b), (d), (f) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του μήκους του φίλτρου M για SNR=20 dB.



Εικόνα 3.56 Συστηματικό σφάλμα του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας συναρτήσει του M για SNR=0,20 dB και για την τέταρτη από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές (Kalognomos, 2010b)

Στις Εικόνες 3.57(a), (c), (e) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του SNR για μήκος φίλτρου M ίσο με 32. Στις Εικόνες 3.57(b), (d), (f) φαίνεται το συστηματικό σφάλμα της εκτίμησης του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας της τέταρτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του λόγου σήματος προς θόρυβο για μήκος φίλτρου M ίσο με 64.

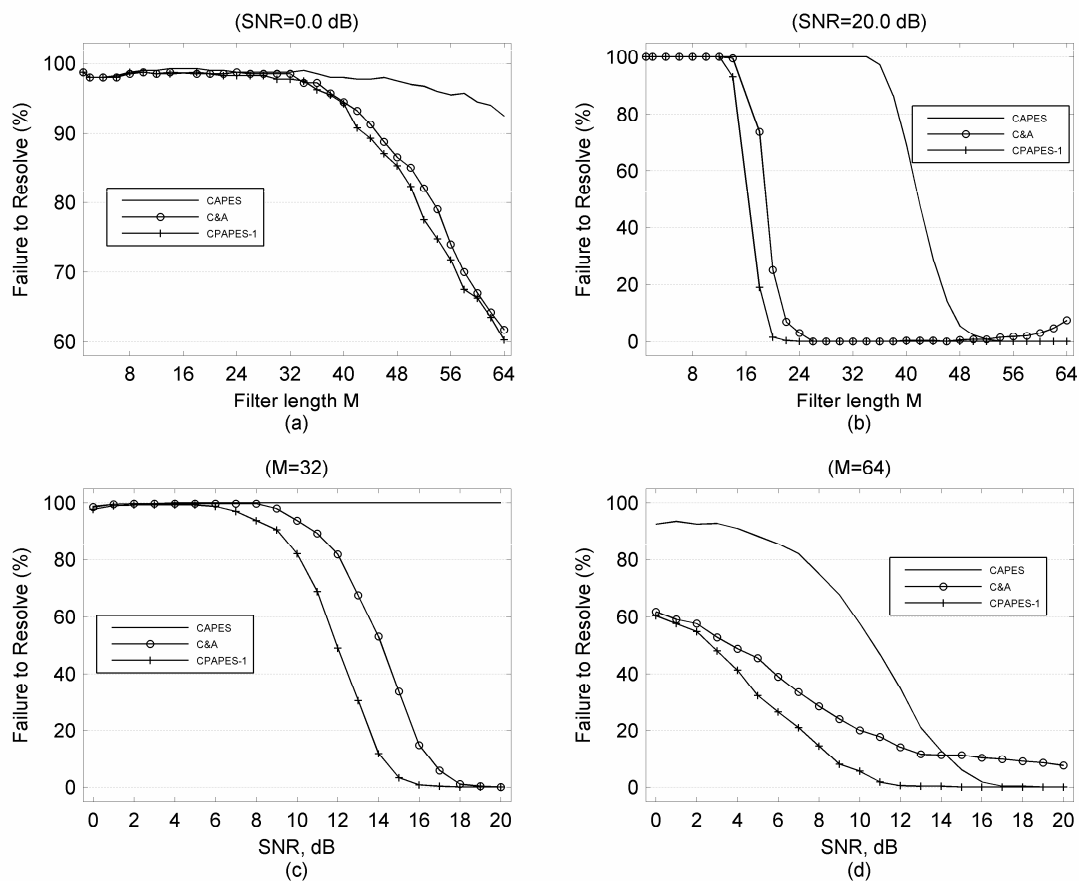


Εικόνα 3.57 Συστηματικό σφάλμα του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας συναρτήσει του SNR για $M=32,64$ και για την τέταρτη από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές

Όπως βλέπουμε ο αλγόριθμος CPAPES-1 φαίνεται να έχει καλύτερη απόδοση από τους άλλους αλγόριθμους στην εκτίμηση του πλάτους και της συχνότητας όταν ο διαχωρισμός συχνότητας των φασματικών γραμμών είναι μικρός ($\leq 0.5/N$). Η διαφορά αυτή της απόδοσης του CPAPES-1 γίνεται πιο εμφανής για μεγαλύτερες τιμές του μήκους φίλτρου M (για σχετικά υψηλό SNR). Επιπλέον φαίνεται ότι ο αλγόριθμος CPAPES-2 έχει καλύτερη απόδοση από τους άλλους αλγόριθμους στην εκτίμηση φάσης, όταν ο διαχωρισμός συχνότητας των φασματικών γραμμών είναι μικρός (μικρότερος ή ίσος από $0.5/N$). Τέλος

επιβεβαιώθηκε με επιπρόσθετες προσομοιώσεις ότι η απόδοση των τεσσάρων αλγορίθμων στην εκτίμηση του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας είναι πρακτικά η ίδια όταν ο διαχωρισμός συχνότητας των φασματικών γραμμών είναι μεγάλος.

Τέλος εκτελέστηκαν προσομοιώσεις με χρήση της ίδιας ακολουθίας 1-D συνθετικών δεδομένων προκειμένου να μελετηθεί η απόδοση των αλγορίθμων CAPES, C&A και CPAPES-1 στην εκτίμηση της συχνότητας φασματικών γραμμών. Στις Εικόνες 3.58(a), (b) φαίνεται το ποσοστό (%) αποτυχίας διαχωρισμού της τέταρτης και της πέμπτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του μήκους φίλτρου M για SNR ίσο με 0 dB και 20 dB αντίστοιχα. Στις Εικόνες 3.58(c), (d) φαίνεται το ποσοστό (%) αποτυχίας διαχωρισμού της τέταρτης και της πέμπτης φασματικής γραμμής συναρτήσει του SNR για μήκος φίλτρου M ίσο με 32 και 64 αντίστοιχα. Είναι ξεκάθαρο από τα αποτελέσματα ότι ο αλγόριθμος CPAPES-1 εμφανίζεται να ξεπερνάει σε απόδοση τους άλλους δύο αλγόριθμους σε κάθε περίπτωση.



Εικόνα 3.58 Ποσοστό (%) της αποτυχίας διαχωρισμού των δύο πρώτων από τις συνολικά πέντε φασματικές γραμμές με διαχωρισμό συχνότητας $0.5/N$ (Kalognomos, 2010b)

4ο Κεφάλαιο

Απεικόνιση ISAR με Χρήση των Μεθόδων CAPON, APES και PAPES

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, γίνεται παρουσίαση της εφαρμογής των υφιστάμενων μεθόδων CAPON, APES και της προτεινόμενης μεθόδου PAPES στο πεδίο της απεικόνισης ISAR εναέριων στόχων με τη χρήση 2-D ακολουθιών συνθετικών και πραγματικών δεδομένων λήψης. Όπως είδαμε στην Ενότητα 2.4, η παραγωγή της εικόνας του στόχου με την χρήση δεδομένων από το πεδίο της συχνότητας (frequency space) είναι στην ουσία η διαδικασία της εκτίμησης της δυσδιάστατης συνάρτησης ανακλαστικότητας $\rho(x, y)$ του στόχου (Ausherman, 1984), (Chen, 1980). Τα δεδομένα ανακλαστικότητας στην περίπτωση της απεικόνισης ISAR συλλέγονται καθώς ο στόχος περιστρέφεται ενώ βρίσκεται μέσα στον λοβό εκπομπής του ραντάρ. Η συζήτηση που ακολουθεί επικεντρώνεται στην μελέτη της απεικόνισης ISAR στόχων με διαστάσεις πολύ μικρότερες από την απόσταση R του στόχου από το ραντάρ και από την έκταση της κάθετης απόστασης λοβού του ραντάρ και σε συλλογή των δεδομένων ανακλαστικότητας ανά μικρά τμήματα της γωνίας θέασης.

4.1 Παραγωγή Απεικόνισης ISAR με χρήση κυματομορφής SF

Ο υπολογισμός της εκτίμησης της ανακλαστικότητας περιγράφεται κυρίως στην ενότητα 2.4. Συγκεκριμένα, το σήμα λήψης στην μπάντα βάσεως (baseband) δίνεται από την σχέση (2.13) ή από την σχέση (2.15) όταν αυτό εκφραστεί συναρτήσει των συντεταγμένων (x,y) του στόχου και της γωνίας περιστροφής θ . Η έξοδος δειγματοληψίας $U_{n,m}$ του σήματος λήψης $m(t)$ για την n συχνότητα της m ριπής, στην περίπτωση που τα ανακλαστικά δεδομένα θα δημιουργηθούν με την χρήση κυματομορφής SF (M ριπών αποτελούμενων από N παλμούς εκπομπής συχνότητας από f_0 έως f_{N-1}), δίνεται από την σχέση (2.21), η οποία φαίνεται και παρακάτω ως σχέση (4.1) :

$$U_{n,m} = Ae^{-i4\pi f_n R_{n,m}/c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y) e^{-i2\pi(xf_x(n,m)-yf_y(n,m))} dx dy = Ae^{-i4\pi f_n R_{n,m}/c} J_{n,m} \quad (4.1)$$

όπου $f_x(n,m) = (2f_n/c) \cos \theta_{n,m}$ και $f_y(n,m) = (2f_n/c) \sin \theta_{n,m}$. Η συχνότητα του n παλμού της κάθε ριπής είναι ίση με

$$f_n = f_0 + n\Delta f \quad (4.2)$$

όπου Δf είναι το βήμα της συχνότητας.

Από την σχέση (4.1) προκύπτει ότι το μέγεθος $J_{n,m}$ αντιπροσωπεύει τα δεδομένα ανακλαστικότητας όταν γίνει η αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου μέσω του πολλαπλασιασμού του $U_{n,m}$ με τον διορθωτικό όρο $g_{n,m} = e^{i4\pi f_n \tilde{R}_{n,m}/c}$, όπου $\tilde{R}_{n,m}$ είναι οι ιδανικές εκτιμήσεις της απόστασης. Συνεπώς όπως φαίνεται καθαρά στην σχέση (4.1), το $J_{n,m}$ μετά την αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου (με την διαδικασία της εκτίμησης της κίνησης αυτής, η οποία είναι γνωστή και ως ιχνηλασία απόστασης) και αγνοώντας την σταθερά A , είναι ίσο με τον δυσδιάστατο μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης πυκνότητας της ανακλαστικότητας του στόχου για την n συχνότητα της m ριπής.

Συνοπτικά λοιπόν η διαδικασία λοιπόν της παραγωγής της απεικόνισης ISAR αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα επεξεργασίας των δεδομένων λήψης του ραντάρ, τα οποία είναι αποτέλεσμα της εκπομπής της κυματομορφής σει παλμών κλιμακούμενης συχνότητας (SF) :

α. Συλλογή των δεδομένων λήψης, (φασματικά δείγματα) τα οποία στην ουσία αποτελούν την χρονική εξέλιξη (time history) της ανακλαστικότητας του στόχου στο πεδίο της συχνότητας και διόρθωση τους για αντιστάθμιση του κυματισμού του πλάτους και της φάσης του ραντάρ.

β. Διόρθωση των φασματικών δειγμάτων για αντιστάθμιση της μεταφορικής κίνησης του στόχου (βλέπε ενότητα 2.6).

γ. Διόρθωση των φασματικών δειγμάτων για αντιστάθμιση της περιστροφικής κίνησης του στόχου (βλέπε ενότητα 2.7).

δ. Υπολογισμός της συνάρτησης ανακλαστικότητας $\rho(x, y)$ του στόχου με την εφαρμογή αντίστροφου 2-D διακριτού μετασχηματισμού Fourier σε δύο βήματα (βλέπε ενότητα 2.5) :

(1) Μετατροπή (ριπή ανά ριπή) της χρονικής εξέλιξης των διορθωμένων φασματικών δειγμάτων (δεδομένα ανακλαστικότητας στο πεδίο της συχνότητας) στην χρονική εξέλιξη των συνθετικών προφίλ απόστασης του στόχου με την εφαρμογή διακριτού αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier.

(2) Μετατροπή (κελί απόστασης ανά κελί απόστασης) της χρονικής εξέλιξης των συνθετικών προφίλ απόστασης του στόχου σε μία απεικόνιση απόστασης-κάθετης απόστασης του στόχου με την εφαρμογή διακριτού μετασχηματισμού Fourier και με την μετατροπή των μιγαδικών τιμών στα αντίστοιχα πλάτη.

Τα δεδομένα λήψης (φασματικά δείγματα) του βήματος (α) αποτελούν την χρονική εξέλιξη της δειγματοληπτούμενης ανακλαστικότητας του στόχου, όταν η δειγματοληψία αυτή γίνεται στο RF πεδίο καθώς μεταβάλλεται η γωνία θέασης του στόχου λόγω της περιστροφικής του κίνησης. Στην ουσία πρόκειται για μιγαδικά δείγματα των οποίων η συλλογή έχει γίνει στο πεδίο της συχνότητας και στο πεδίο της γωνίας θέασης και αναπαράσονται ως ζευγάρια πλάτους/φάσης στην Εικόνα 2.59 της ενότητας 2.5, στην οποία φαίνεται συνοπτικά η διαδικασία του βήματος (δ). Το αποτέλεσμα της διαδικασίας του

βήματος (δ)(1) αποτελεί στην ουσία έναν πίνακα μιγαδικών δειγμάτων που αντιπροσωπεύει τα συνθετικά προφίλ του στόχου συναρτήσει της γωνίας θέασης.

Όπως είναι προφανές, οι μετασχηματισμοί Fourier του βήματος (δ) μπορούν να αντικατασταθούν από τις διάφορες παραλλαγές των μη παραμετρικών μεθόδων φασματικής ανάλυσης CAPON, APES και PAPES, προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη ευκρίνεια συχνότητας ή καλύτερη εκτίμηση πλάτους και φάσης, αναλόγως της παραλλαγής της μεθόδου που θα επιλεγθεί, σύμφωνα με τα συμπεράσματα της ανάλυσης της ενότητας 3.

Οι μέθοδοι αυτοί, όπως αναλύθηκε εκτενώς στην ενότητα 3, βασίζονται στην προσέγγιση τράπεζας φίλτρων (FBA), βάση της οποίας το πρόβλημα της εκτίμησης φάσματος μπορεί να διατυπωθεί και ως η εκτίμηση του τρόπου κατανομής της ισχύος σε στενές φασματικές ζώνες κάνοντας χρήση πεπερασμένου πλήθους ακολουθίες δεδομένων. Συγκεκριμένα η προσέγγιση FBA προκειμένου να κάνει την εκτίμηση του φάσματος του αποτελούμενου από μιγαδικές τιμές 2-D διακριτού σήματος $\{x_{n_1, n_2}\}$, όπου $n_1 = 0, 1, \dots, N_1 - 1$ και $n_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1$, μοντελοποιεί το x_{n_1, n_2} για κάθε ζευγάρι συχνοτήτων ενδιαφέροντος (ω_1, ω_2) ως ακολούθως (βλέπε σχέση (3.57)) :

$$\begin{aligned} x_{n_1, n_2} &= a(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} + w_{n_1, n_2}(\omega_1, \omega_2), \\ n_1 &= 0, 1, \dots, N_1 - 1, n_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \omega_1, \omega_2 \in [0, 2\pi) \end{aligned} \quad (4.3)$$

όπου ο όρος $a(\omega_1, \omega_2)$ είναι το μιγαδικό πλάτος του 2-D σήματος ημιτονοειδών για το ζευγάρι συχνοτήτων (ω_1, ω_2) και ο όρος $w_{n_1, n_2}(\omega_1, \omega_2)$ είναι ο υπολειμματικός όρος (residual term) που περιλαμβάνει τον θόρυβο και την παρεμβολή για όλα τα ζευγάρια συχνοτήτων εκτός από το (ω_1, ω_2) .

Το πρόβλημα της εκτίμησης φάσματος έχει τώρα μετατραπεί στο απλούστερο πρόβλημα της εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους $a(\omega_1, \omega_2)$ από το 2-D σήμα $\{x_{n_1, n_2}\}$ για όλα τα ζευγάρια συχνοτήτων ενδιαφέροντος. Αυτό επιτυγχάνεται στο πλαίσιο της μεθοδολογίας της FBA προσέγγισης με την εφαρμογή ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου μεταβλητής κεντρικής συχνότητας στα δεδομένα του διακριτού σήματος $\{x_{n_1, n_2}\}$, προκειμένου να ενισχυθεί το σήμα ημιτονοειδών της (4.3) και έτσι να υπολογιστούν οι εκτιμήσεις $\hat{a}(\omega_1, \omega_2)$ των πλατών $a(\omega_1, \omega_2)$. Τα εκτιμώμενα αυτά πλάτη $\hat{a}(\omega_1, \omega_2)$ θεωρούνται οι εκτιμήσεις του μιγαδικού

φάσματος του $\{x_{n_1, n_2}\}$ (ή το $|\hat{\alpha}(\omega_1, \omega_2)|^2$ με κατάλληλη κανονικοποίηση ως η εκτίμηση του φάσματος ισχύος).

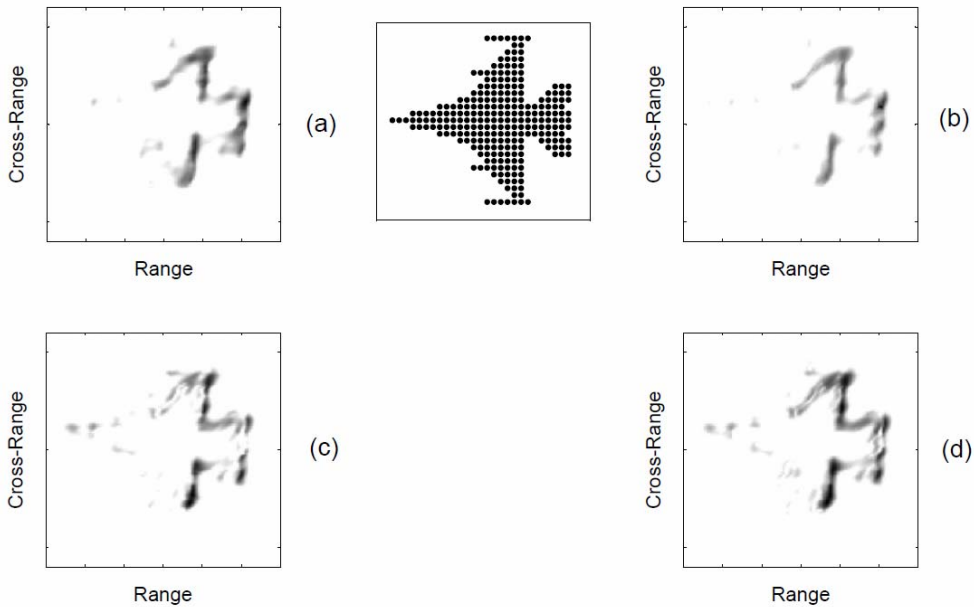
4.2 Απεικόνιση με Συνθετικά Δεδομένα

Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στις Εικόνες 3.59 και 3.60 εκτελέστηκαν σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM με χρήση συνθετικών 2-D δεδομένων προσομοιωμένης λήψης από το μοντέλο ενός αεροσκάφους F-16. Το μοντέλο του αεροσκάφους F-16 αποτελείται από 257 σκεδαστές ενός 30x30 πλέγματος και για η προσομοιωμένη κυματομορφή εκπομπής είναι το πακέτο παλμών κλιμακούμενης συχνότητας (SF). Η ανακατασκευή της απεικόνισης ISAR από τα 2-D συνθετικά δεδομένα λήψης γίνεται αφού πρώτα εφαρμοστεί η διαδικασία της πολικής επαναμορφοποίησης προκειμένου να αντισταθμιστεί η περιστροφική κίνηση του στόχου. Τα μήκη των ακολουθιών των συνθετικών 2-D δεδομένων λήψης είναι $N_1 = 90$ (κάθετη απόσταση-cross range) και $N_2 = 84$ (απόσταση-range), ενώ το φάσμα υπολογίζεται σε $4N_1 = 360$ και $4N_2 = 336$ τιμές συχνότητας. Η φέρουσα συχνότητα της κυματομορφής εκπομπής είναι ίση με 10 GHz, το εύρος συχνοτήτων είναι ίσο με 600 MHz, το διάστημα επανάληψης παλμών PRI είναι ίσο με 28 msec και ο χρόνος ολοκλήρωσης είναι ίσος με 211,68 msec. Το αεροσκάφος κινείται με ταχύτητα 1440 km/h, η απόσταση του από το ραντάρ είναι 6000 m και η ευκρίνεια απόστασης είναι 0.25 m.

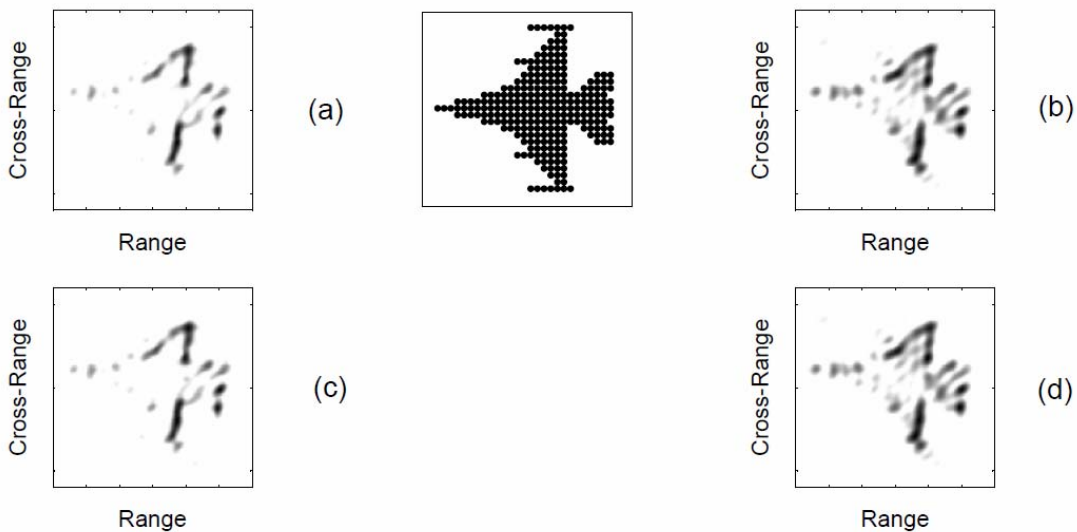
Στις Εικόνες 3.59(a), (b), (c), (d) φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους F-16 με χρήση των μεθόδων FB-CAPON, FB-APES, B-PAPES και F-CAPON αντίστοιχα για μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 2 = 45$ και $M_2 = N_2 / 2 = 42$ και για λόγο σήματος προς θόρυβο ίσο με 0 dB. Από τις απεικονίσεις αυτές είναι εμφανώς φανερή η αναμενόμενη υπεροχή της μεθόδου B-PAPES έναντι των άλλων μεθόδων λόγω της καλύτερης ευκρίνειας συχνότητας που μπορεί να πετύχει.

Στις Εικόνες 3.60(a), (c) φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους F-16 με χρήση των μεθόδων FB-CAPON και B-PAPES αντίστοιχα για μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 2 = 45$ και $M_2 = N_2 / 2 = 42$ και για λόγο σήματος προς θόρυβο ίσο με -10 dB. Στις Εικόνες 3.60(b), (d) φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους F-16 με χρήση των μεθόδων FB-CAPON και B-PAPES αντίστοιχα για μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 22$ και $M_2 = N_2 / 4 = 21$ και για λόγο

σήματος προς θόρυβο ίσο με -10 dB. Από τις απεικονίσεις αυτές είναι εμφανές το γεγονός ότι οι δύο μέθοδοι επιτυγχάνουν πρακτικά την ίδια ευκρίνεια συχνότητας για χαμηλές τιμές του λόγου σήματος προς θόρυβο (<10 dB). Επίσης είναι εμφανής η αναμενόμενη βελτίωση της απεικόνισης τους όταν τα μήκη του φίλτρου M_1 και M_2 μειώνονται κατά το μισό.

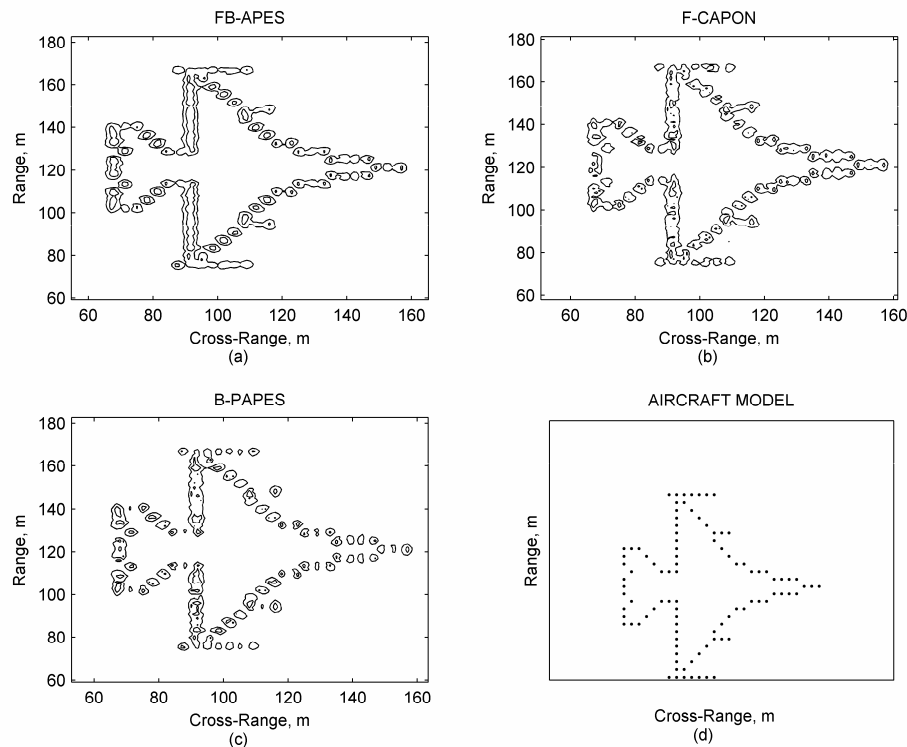


Εικόνα 3.59 Απεικόνιση ISAR της προσομοιωμένης λήψης από ένα αεροσκάφος F-16 για $M=N/2$ και $SNR=0$ dB



Εικόνα 3.60 Απεικόνιση ISAR της προσομοιωμένης λήψης από ένα αεροσκάφος F-16 για $M=N/2$, $M=N/4$ και $SNR= -10$ dB

Οι προσομοιώσεις που έδωσαν τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στην Εικόνα 3.61 εκτελέστηκαν σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM με χρήση συνθετικών 2-D δεδομένων προσομοιωμένης λήψης από το μοντέλο ενός αεροσκάφους F-16 (Kalognomos, 2010b). Το μοντέλο του αεροσκάφους F-16 αποτελείται από 257 σκεδαστές ενός 30x30 πλέγματος και για η προσομοιωμένη κυματομορφή εκπομπής είναι το πακέτο παλμών κλιμακούμενης συχνότητας (SF). Η ανακατασκευή της απεικόνισης ISAR από τα 2-D συνθετικά δεδομένα λήψης γίνεται αφού πρώτα εφαρμοστεί η διαδικασία της πολικής επαναμορφοποίησης προκειμένου να αντισταθμιστεί η περιστροφική κίνηση του στόχου. Τα μήκη των ακολουθιών των συνθετικών 2-D δεδομένων λήψης είναι $N_1 = 124$ (κάθετη απόσταση-cross range) και $N_2 = 112$ (απόσταση-range), ενώ το φάσμα υπολογίζεται σε $2N_1 = 248$ και $2N_2 = 224$ τιμές συχνότητας. Η φέρουσα συχνότητα της κυματομορφής εκπομπής είναι 10 GHz, το εύρος συχνοτήτων είναι ίσο με 800 MHz, η συχνότητα επανάληψης παλμών ((Pulse Repetition Frequency-PRF) είναι 9,384 kHz και ο χρόνος ολοκλήρωσης είναι 1.48 sec. Το αεροσκάφος περιστρέφεται με ρυθμό 8 deg/sec, η απόσταση του από το ραντάρ είναι 4 km και η ευκρίνεια απόστασης είναι 0.1875 m.



Εικόνα 3.61 Απεικόνιση ISAR ενός μαχητικού αεροσκάφους F-16 με χρήση μήκους φίλτρου $M=N/2$ και $SNR=8$ dB (Kalognomos, 2010b)

Στις Εικόνες 3.61(a), (b), (c) φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους F-16 (περίγραμμα 2 επιπέδων-2 level contour plot) με χρήση των μεθόδων FB-APES, F-CAPON και B-PAPES αντίστοιχα, ενώ στην Εικόνα 3.61(d) φαίνεται το μοντέλο του αεροσκάφους. Η εφαρμογή των μεθόδων έγινε για μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 2 = 62$ και $M_2 = N_2 / 2 = 56$ και για λόγο σήματος προς θόρυβο ίσο με 8 dB. Από τις απεικονίσεις αυτές είναι εμφανώς φανερό η αναμενόμενη υπεροχή της μεθόδου B-PAPES έναντι των άλλων μεθόδων λόγω της καλύτερης ευκρίνειας συχνότητας που μπορεί να πετύχει, η οποία της επιτρέπει να διαχωρίσει το μεγαλύτερο πλήθος σκεδαστών σε σχέση με τις υπόλοιπες.

4.3 Απεικόνιση με Πραγματικά Δεδομένα

Το εργαστήριο φυσικής και ηλεκτρονικών TNO-FEL του Ολλανδικού οργανισμού TNO (Netherlands Organization for Applied Scientific Research) δημιούργησε μία βάση δεδομένων στόχων πολιτικών αεροσκαφών κάνοντας χρήση του ραντάρ FELSTAR, το οποίο λειτουργεί στην S-Band. Η εκστρατεία μετρήσεων που έγινε για τον σκοπό αυτό ονομάστηκε ORFEO (Orbouw van een Rangeprofiel bestand met de FELstar ten behoeve van het Onderzoek naar NCTR) και απέδωσε περίπου 30.000 προφίλ στόχων από 17 διαφορετικούς στόχους ευκαιρίας (πολιτικά αεροσκάφη). Η ονομασία ORFEO αποδίδεται στα Ελληνικά ως “απόκτηση προφίλ απόστασης με χρήση του ραντάρ FELSTAR για έρευνα στον τομέα της μη συνεργάσιμης αναγνώρισης στόχων (NCTR)”. Τα ευρήματα της εκστρατείας αυτής έχουν τεκμηριωθεί στην σχετική αναφορά (Heiden, 1996) του εργαστηρίου TNO-FEL. Η επιλογή του εργαστηρίου να συλλέξει δεδομένα ραντάρ για πολιτικά αεροσκάφη έγινε για διάφορους λόγους, ένας εκ των οποίων είναι ότι στην αγορά υπάρχουν διαθέσιμα προς πώληση συρματόμορφα μοντέλα πολιτικών αεροσκαφών, τα οποία στην συνέχεια μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των προφίλ απόστασης των στόχων αυτών και την σύγκριση τους με αυτά που προκύπτουν από τις πραγματικές μετρήσεις.

Το ραντάρ FELSTAR βρίσκεται στις εγκαταστάσεις του εργαστηρίου TNO-FEL, απέχει 27 χιλιόμετρα από το αεροδρόμιο του Άμστερνταμ (Schiphol airport) και τα βασικά τεχνικά του χαρακτηριστικά αναφέρονται στο (Heiden, 1996). Συνοπτικά αναφέρεται ότι λειτουργεί στην S-Band (3000-3600 MHz) και έχει εύρος ζώνης της τάξης των 600 MHz. Εκπέμπει μέγιστη ισχύ 10 kW και το χρονικό διάστημα επανάληψης των παλμών εκπομπής (PRI) μπορεί να κυμανθεί μεταξύ 100 μ s και 1000 μ s σε βήματα του 0.1 μ sec (420 μ s στην περίπτωση της εκστρατείας ORFEO). Η χρονική διάρκεια του εκπεμπόμενου παλμού

Ξεκινάει από τα 100 ns και εξαρτάται από την επιλεγμένη συχνότητα επανάληψης παλμών (PRF). Η μέγιστη μέση ισχύς εκπομπής είναι 250 W και ο μέγιστος κύκλος φόρτου (duty cycle) είναι 2,4%. Ο δέκτης κάνει μονοπαλμική επεξεργασία της τριών καναλιών λήψης και η έξοδος του είναι διαθέσιμη σε I και Q κανάλια με ρυθμό 10 Msamples/sec στα 8 bits. Το ραντάρ έχει κεραία παραβολικού ανακλαστήρα διαμέτρου 4,5 μέτρων με κάθετη πόλωση, με λοβό σχήματος μολυβιού (pencil beam). Τέλος το ραντάρ έχει την δυνατότητα να εκπέμψει τον λοβό σε οποιοδήποτε αζιμούθιο και σε γωνίες ύψους από -5 έως 85 μοίρες.

Η κυματομορφή εκπομπής που χρησιμοποιήθηκε στην εκστρατεία ORFEO αποτελούνται από 324 παλμούς χρονικής διάρκειας 1,5 μ s. Το ελάχιστο PRI ήταν 420 μ s, η πρώτη συχνότητα εκπομπής ήταν 3073,8 MHz, το βήμα συχνότητας ήταν 1,4 MHz, η διάρκεια της κυματομορφής ήταν 156 ms και η μέγιστη απόσταση των στόχων από το ραντάρ ήταν 60 km.

Κωδικός	Αριθμός στόχου	Κατασκευαστής	Μοντέλο
B73S	115	Boeing	737-300/500 series
B737	113	Boeing	737-100/200 series
B73F	114	Boeing	737-400
FK50	458	Fokker	50
FK10	454	Fokker	100
SF34	964	Saab	SF340
MD80	686	McDonnell-Douglas	MD80-/81/82/83/87/88
B747	116	Boeing	747-100/200/300 series
EA32	401	Airbus	320
B757	120	Boeing	757, all series
EA31	400	Airbus	A310
B767	121	Boeing	767, all series
FK28	457	Fokker	Fellowship F28
E120	378	Embraer	Brasilia EMB-120/HH/RT
B74F	117	Boeing	747-200
BA46	126	British Aerospace	BAe 146-100/200/300
L101	628	Lockheed	Tri-Star, all series

Πίνακας 4.2 Αεροσκάφη μετρήσεων ORFEO

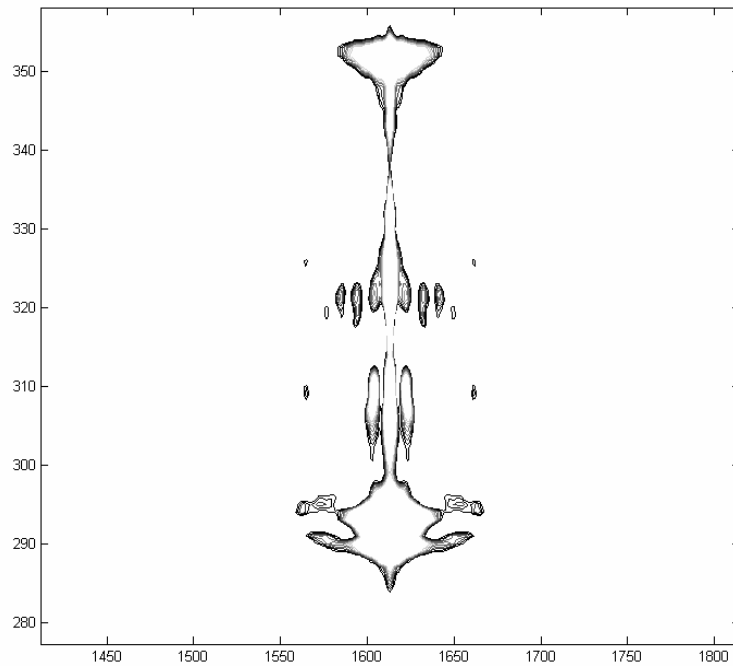
Συνολικά έγιναν 77 καταγραφές των 17 αεροσκαφών του Πίνακα 4.2., τα δεδομένα των οποίων καταγράφηκαν σε 77 αρχεία MATLAB. Ο τρόπος με τον οποίο έγινε η επεξεργασία των δεδομένων των αρχείων αυτών προκειμένου να δημιουργηθούν τα προφίλ απόστασης των στόχων αναλύεται στο (Heiden, 1996). Τα πολιτικά αεροσκάφη που βρέθηκαν στην εμβέλεια του ραντάρ κατά την διάρκεια της εκστρατείας μετρήσεων ORFEO και για τα οποία έγιναν καταγραφές φαίνονται στον Πίνακα 4.2. Για τους σκοπούς της παρούσας διατριβής έγινε επιλογή των 10 από τις 77 αυτές καταγραφές, τα βασικά στοιχεία των οποίων φαίνονται στον Πίνακα 4.3.

Ημερομηνία	Αρχείο	Στόχος	Πλήθος συνθετικών προφίλ (N_2)
13 Νοεμβρίου 1995	O003.mat	ΑΓΝΩΣΤΟ	806
14 Νοεμβρίου 1995	O006.mat	MD80	706
14 Νοεμβρίου 1995	O007.mat	FK28	511
14 Νοεμβρίου 1995	O008.mat	FK10	771
14 Νοεμβρίου 1995	O014.mat	FK28	488
15 Νοεμβρίου 1995	O019.mat	FK50	1143
16 Νοεμβρίου 1995	O030.mat	B73s	536
22 Νοεμβρίου 1995	O036.mat	B74F	361
22 Νοεμβρίου 1995	O040.mat	B73s	229
30 Νοεμβρίου 1995	O068.mat	B767	346

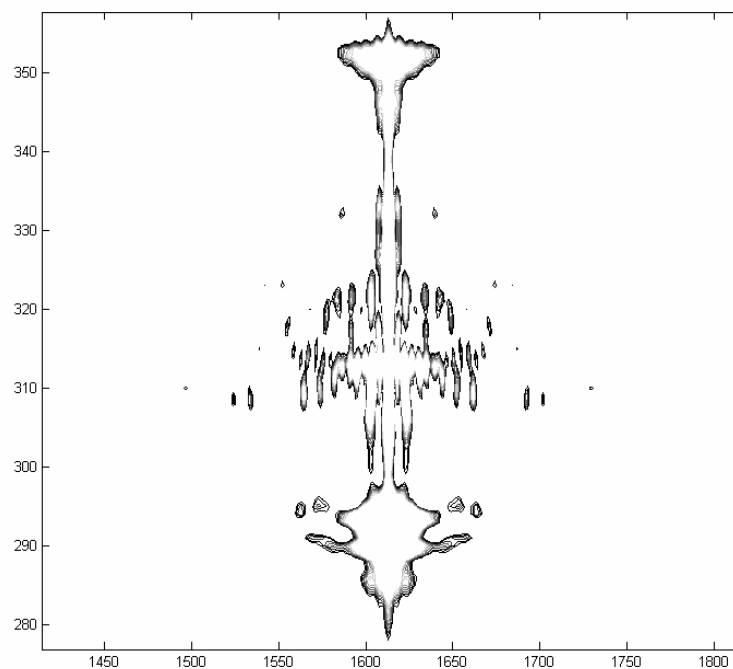
Πίνακας 4.3 Επιλεγμένες μετρήσεις ORFEO

Συγκεκριμένα έγινε επεξεργασία των προφίλ απόστασης των 10 αυτών στόχων με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT προκειμένου να δημιουργηθεί και να απεικονιστεί στα ακόλουθα σχήματα η απεικόνιση ISAR των στόχων αυτών. Τα συνθετικά προφίλ των στόχων των υπό μελέτη καταγραφών αποτελούνται από $N_1 = 648$ δείγματα (κελιά απόστασης), ενώ το πλήθος των συνθετικών προφίλ της κάθε καταγραφής N_2 φαίνεται στον Πίνακα 4.3. Η εφαρμογή των μεθόδων έγινε για μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4$, το φάσμα υπολογίζεται τελικά σε $K_1 = 4N_1 = 2592$ και $K_2 = 4N_2$ τιμές συχνότητας και για την παραγωγή της εικόνας χρησιμοποιήθηκε περίγραμμα 100 διαβαθμίσεων – 100 level contour).

Στις Εικόνες 3.62 και 3.63 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους της καταγραφής του αρχείου 0003.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 200$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

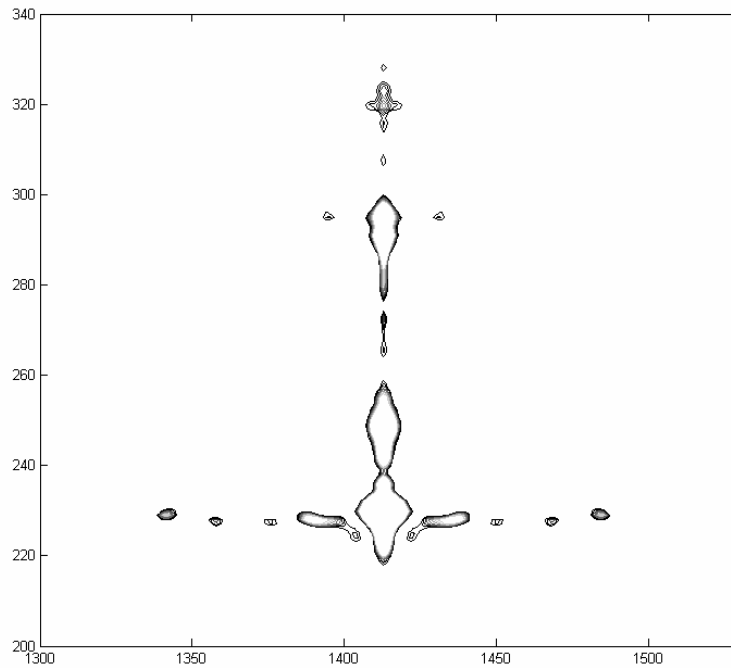


Εικόνα 3.62 Απεικόνιση ISAR πολιτικού αεροσκάφους με την μέθοδο B-PAPES

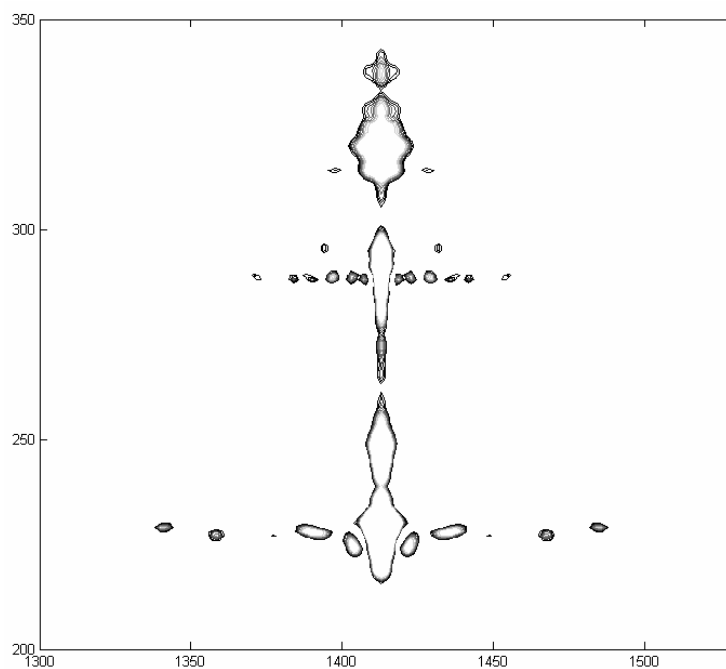


Εικόνα 3.63 Απεικόνιση ISAR πολιτικού αεροσκάφους με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.64 και 3.65 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους MD-80 της καταγραφής του αρχείου O006.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 175$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

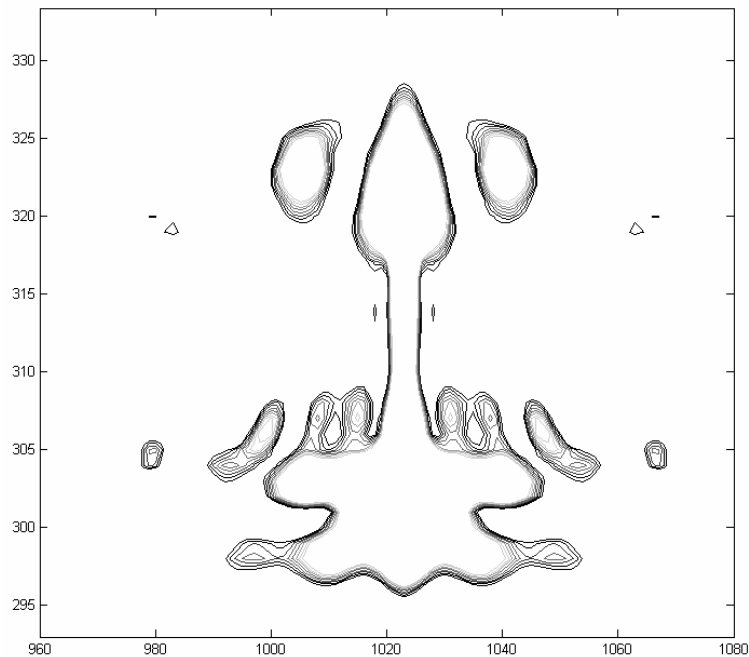


Εικόνα 3.64 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους MD-80 με την μέθοδο B-PAPES

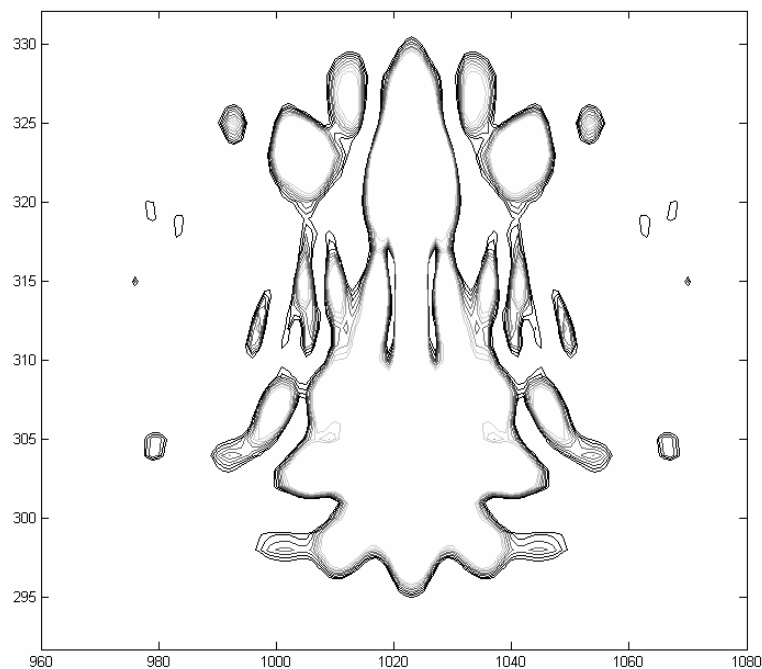


Εικόνα 3.65 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους MD-80 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.66 και 3.67 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους FK-28 της καταγραφής του αρχείου O007.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 126$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

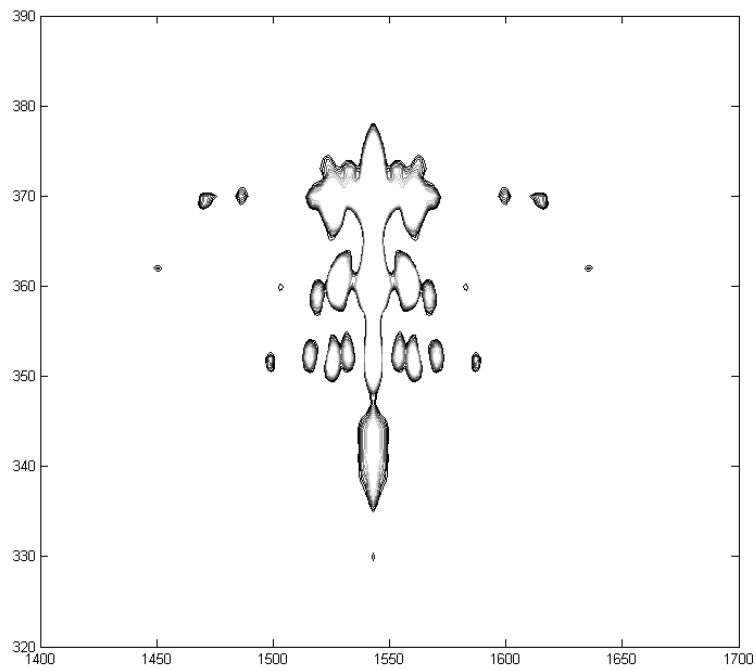


Εικόνα 3.66 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο B-PAPES

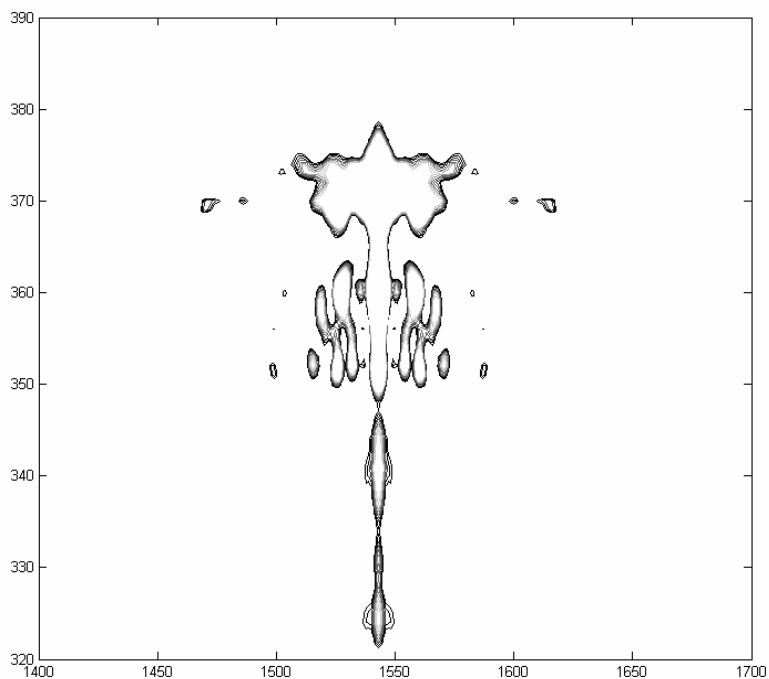


Εικόνα 3.67 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.68 και 3.69 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους FK-100 της καταγραφής του αρχείου O008.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 191$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

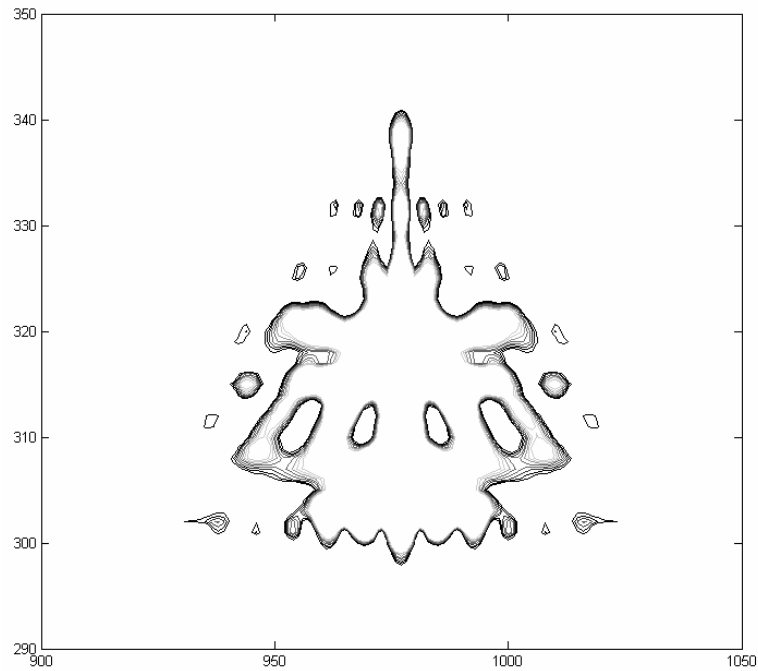


Εικόνα 3.68 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-100 με την μέθοδο B-PAPES

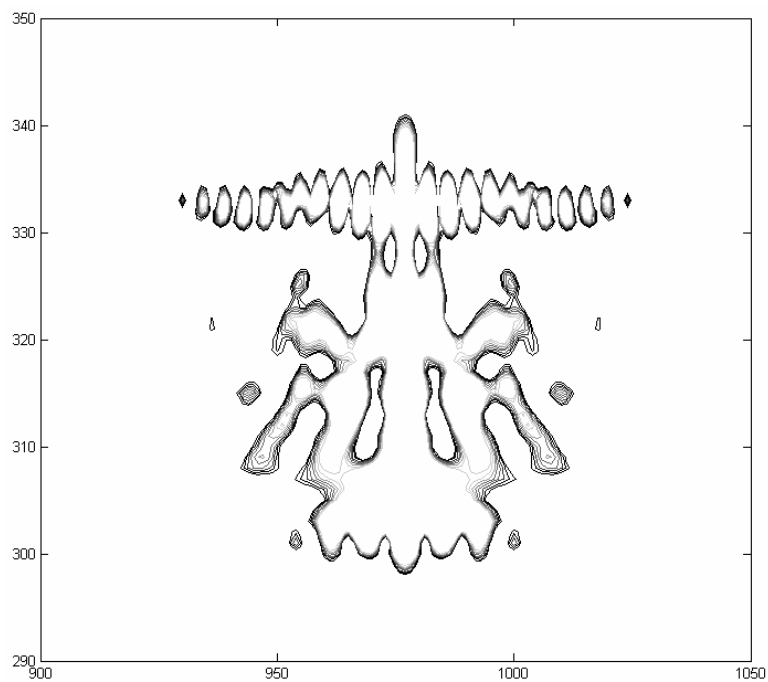


Εικόνα 3.69 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-100 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.70 και 3.71 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους FK-28 της καταγραφής του αρχείου O014.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 121$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

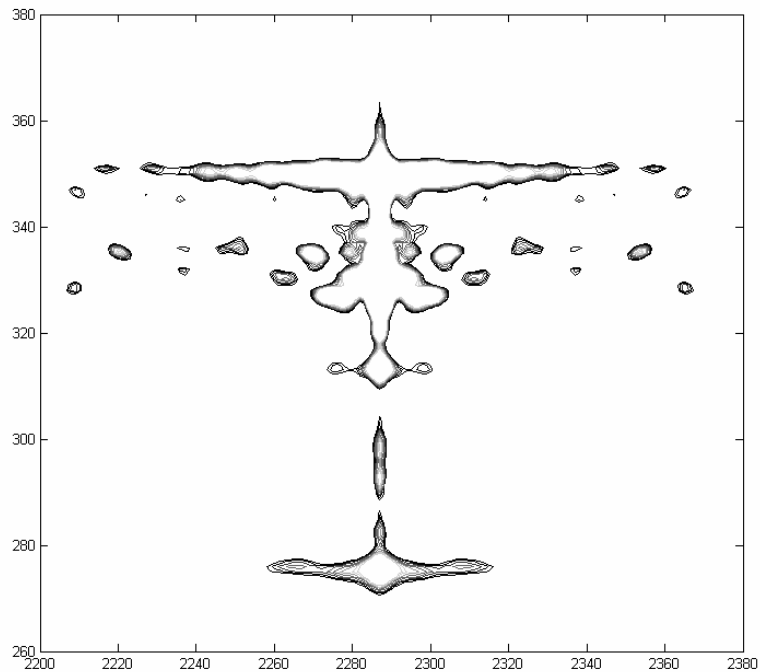


Εικόνα 3.70 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο B-PAPES

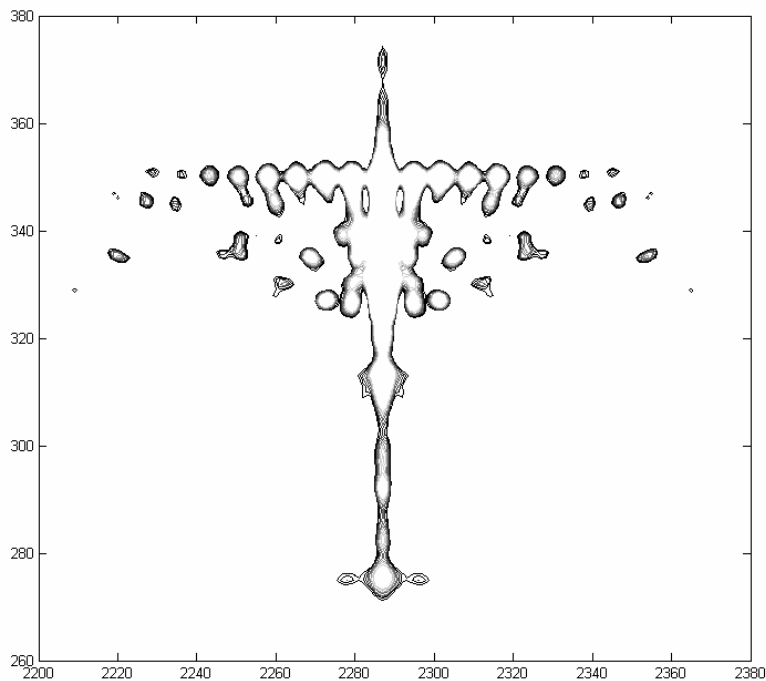


Εικόνα 3.71 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-28 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.72 και 3.73 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους FK-50 της καταγραφής του αρχείου O019.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 284$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

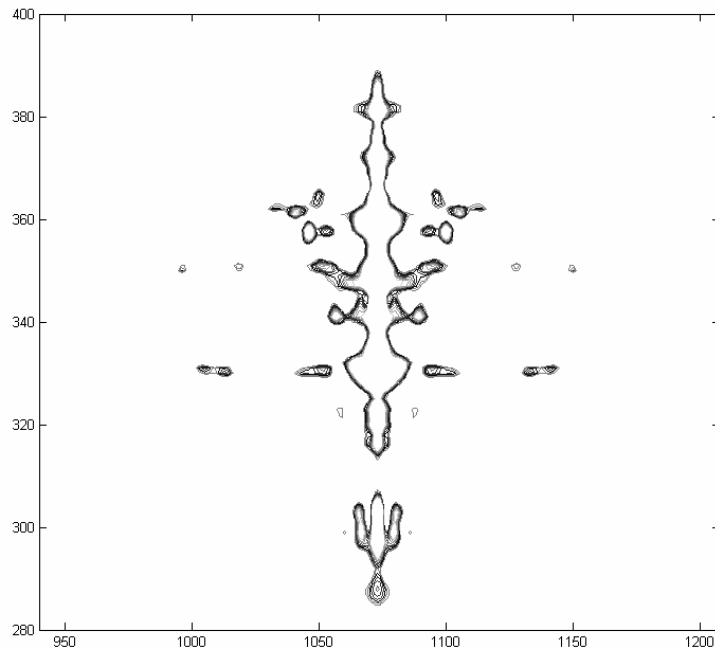


Εικόνα 3.72 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-50 με την μέθοδο B-PAPES

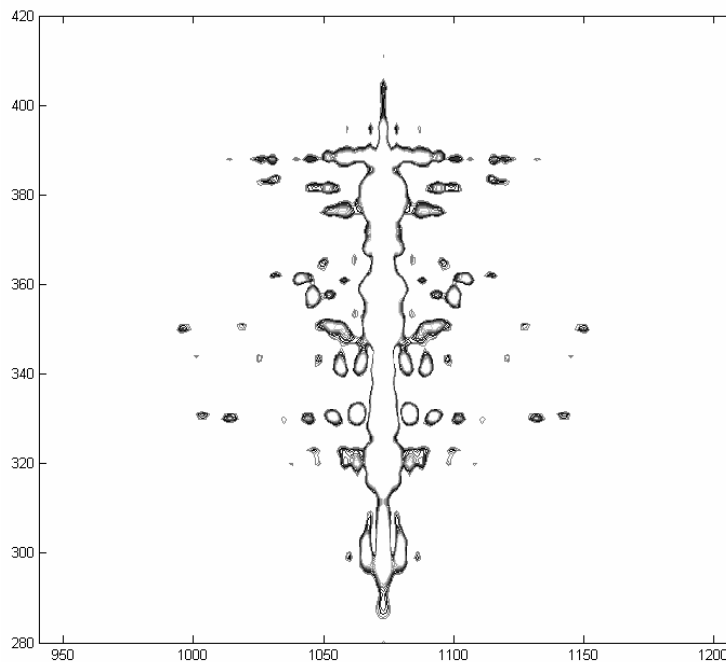


Εικόνα 3.73 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους FK-50 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.74 και 3.75 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους B737-300 της καταγραφής του αρχείου O030.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 133$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

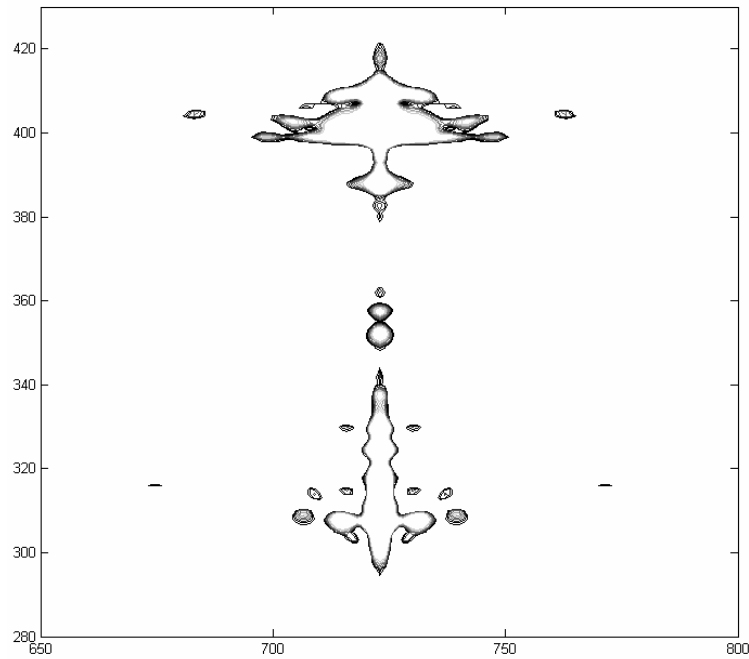


Εικόνα 3.74 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο B-PAPES

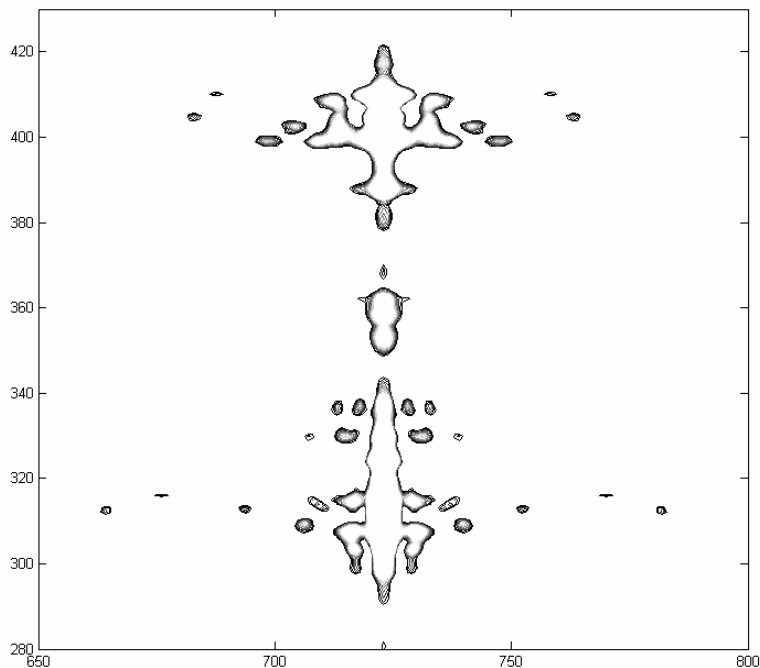


Εικόνα 3.75 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.76 και 3.77 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους B747-400 της καταγραφής του αρχείου O036.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 89$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

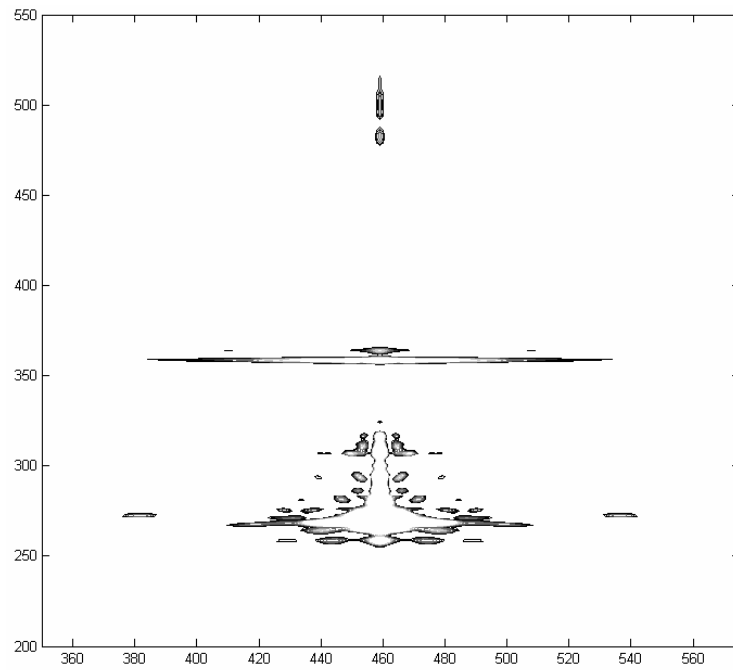


Εικόνα 3.76 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B747-400 με την μέθοδο B-PAPES

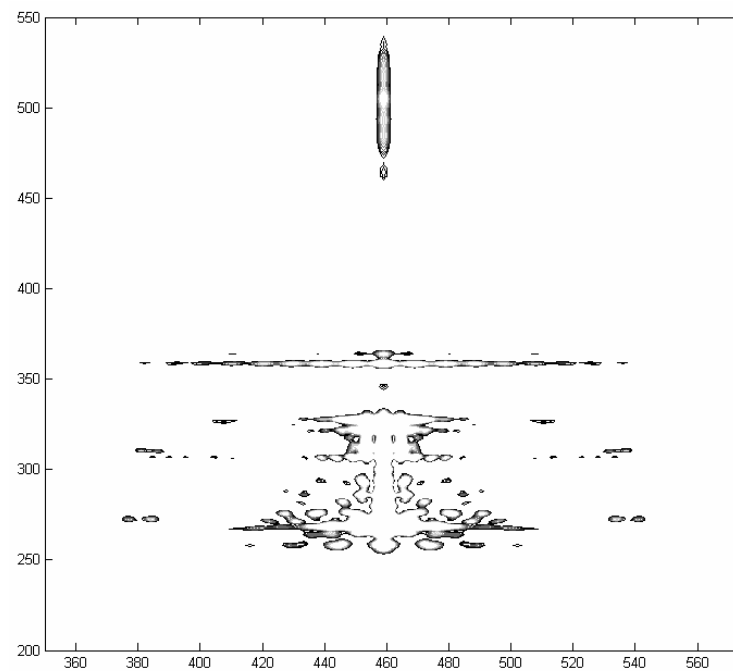


Εικόνα 3.77 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B747-400 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.78 και 3.79 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους B737-300 της καταγραφής του αρχείου O040.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 56$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.

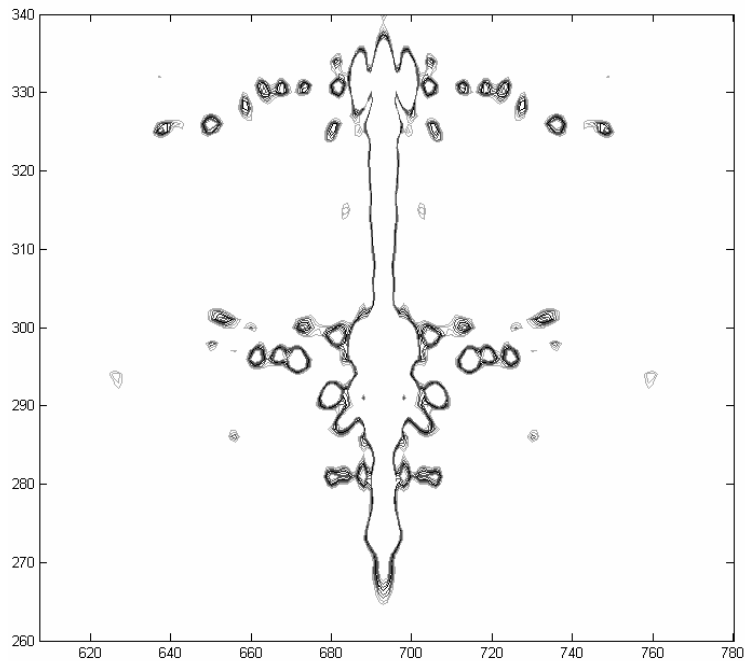


Εικόνα 3.78 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο B-PAPES

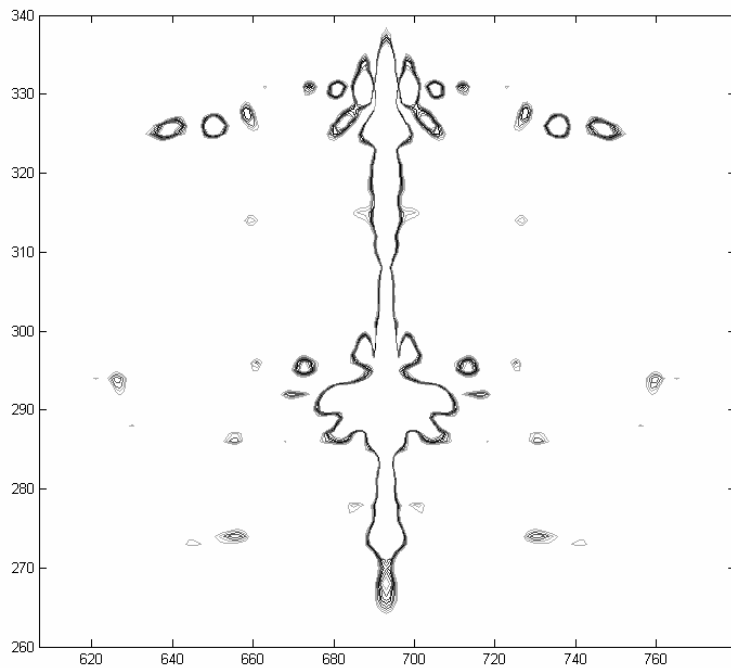


Εικόνα 3.79 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B737-300 με την μέθοδο FFT

Στις Εικόνες 3.80 και 3.81 φαίνεται η απεικόνιση ISAR του αεροσκάφους B767 της καταγραφής του αρχείου O068.mat, η οποία έγινε με χρήση των μεθόδων B-PAPES και FFT αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μήκη φίλτρου $M_1 = N_1 / 4 = 161$ και $M_2 = N_2 / 4 = 85$. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας της κάθετης απόστασης και ο κάθετος της απόστασης.



Εικόνα 3.80 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B767 με την μέθοδο B-PAPES



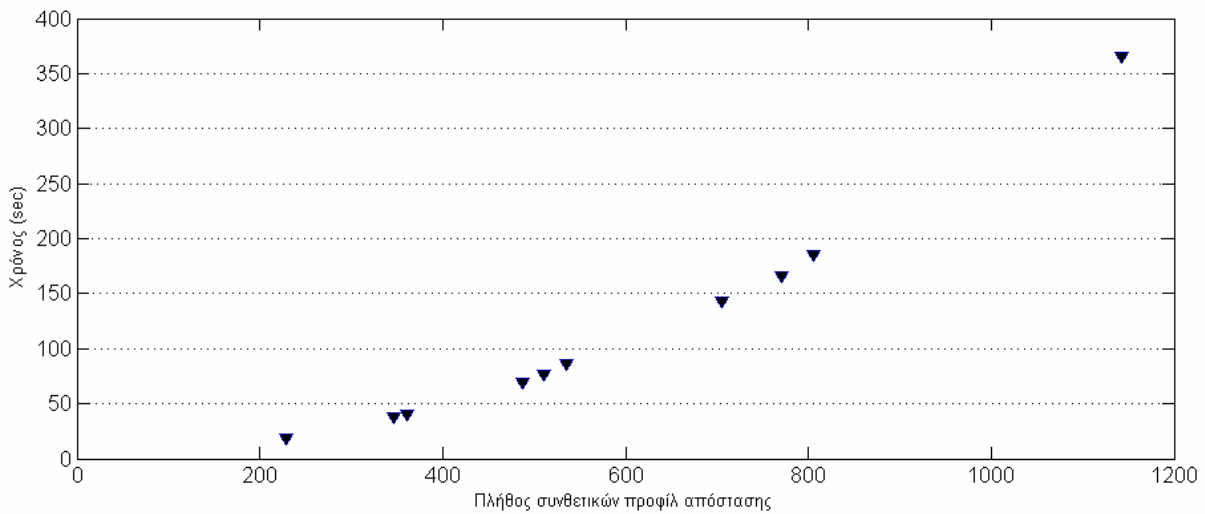
Εικόνα 3.81 Απεικόνιση ISAR αεροσκάφους B767-300 με την μέθοδο FFT

Οι απεικονίσεις ISAR των Εικόνων 3.62 έως 3.81 παράχθηκαν σε προσωπικό υπολογιστή εφοδιασμένο με επεξεργαστή τεσσάρων πυρήνων και 4 Gb RAM και οι τιμές των κύριων παραμέτρων τους φαίνονται στον ακόλουθο Πίνακα 4.4.

Αρχείο	N_1	N_2	M_1	M_2	K_1	K_2	Χρόνος (sec)
O003.mat	648	806	161	200	2592	3224	185
O006.mat	648	706	161	175	2592	2824	143
O007.mat	648	511	161	126	2592	2044	77
O008.mat	648	771	161	191	2592	3084	166
O014.mat	648	488	161	121	2592	1952	69
O019.mat	648	1143	161	284	2592	4572	366
O030.mat	648	536	161	133	2592	2144	87
O036.mat	648	361	161	89	2592	1444	40
O040.mat	648	229	161	56	2592	916	19
O068.mat	648	346	161	85	2592	1384	38

Πίνακας 4.4 Τιμές κύριων παραμέτρων

Στον ίδιο πίνακα φαίνεται και ο χρόνος που χρειάστηκε για την παραγωγή των απεικονίσεων αυτών με χρήση της μεθόδου B-PAPES, η οποία υλοποιείται με τον αλγόριθμο ταχείας υλοποίησης της ενότητας 3.9. Ο χρόνος αυτός απεικονίζεται στην Εικόνα 3.82 συναρτήσει του πλήθους των συνθετικών προφίλ απόστασης (N_2) της κάθε απεικόνισης. Η παραγωγή των απεικονίσεων ISAR με χρήση της μεθόδου B-PAPES σύμφωνα με την μεθοδολογία της ενότητας 3.8 απαίτησε υπολογιστικό χρόνο πολλαπλάσιο από αυτόν που απαιτείται όταν γίνεται χρήση του αλγόριθμου της ενότητας 3.9 (από 30 έως 340 φορές μεγαλύτερο). Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο, επιβεβαιώνει για μία ακόμα φορά τα ευρήματα της ενότητας 3.9 και τονίζει με τον πιο έντονο τρόπο την απαίτηση για δημιουργία και χρήση αλγόριθμων ταχείας υλοποίησης των μεθόδων φασματικής ανάλυσης που είναι υπό μελέτη στην παρούσα διατριβή. Η απαίτηση αυτή μάλιστα γίνεται ακόμα πιο μεγάλη στην περίπτωση πραγματικών εφαρμογών ISAR όπου το μέγεθος των πινάκων των πραγματικών δεδομένων λήψης είναι μεγάλο.



Εικόνα 3.82 Χρόνος παραγωγής των απεικονίσεων ISAR των δεδομένων ORFEO με την μέθοδο B-PAPES

Η επιτυχία της εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου PAPES, αλλά και οποιασδήποτε άλλης μεθόδου μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης, στην περίπτωση της απεικόνισης ISAR των εν λόγω δεδομένων ORFEO δεν είναι δυνατό να γίνει οπτικά, αν και με μία πρώτη ματιά διαφαίνεται μία σχετική βελτίωση της αποκάλυψης των σκεδαστών των στόχων, η οποία όμως είναι περισσότερο έντονη σε κάποιους από αυτούς και λιγότερο ή καθόλου σε άλλους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε αντίθεση με την περίπτωση των απεικονίσεων ISAR της ενότητας 4.2 όπου η αναμενόμενη απεικόνιση ISAR ήταν γνωστή, στην περίπτωση των πραγματικών δεδομένων λήψης ORFEO αυτή είναι άγνωστη και πολύ δύσκολο να υπολογιστεί έστω και κατά προσέγγιση (απαιτείται η χρήση εξειδικευμένου λογισμικού, γνώση της γωνίας με την οποία έγινε η θέαση του στόχου από το ραντάρ κατά την διάρκεια της απεικόνισης, κλπ).

Ένας πιο έμμεσος αλλά τελικά πιο αντικειμενικός τρόπος αξιολόγησης της αποτελεσματικότητας της χρήσης οποιασδήποτε μεθόδου φασματικής ανάλυσης για την απεικόνιση ISAR πραγματικών στόχων (αλλά και συνθετικών) είναι η εφαρμογή στην συνέχεια κάποιου αλγόριθμου κατηγοριοποίησης του στόχου (target classification) και αξιολόγηση του αποτελέσματος της διαδικασίας αυτής. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να γίνει αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των μεθόδων με βάση το πιο διαδεδομένο επιθυμητό αποτέλεσμα της απεικόνισης ISAR εναέριων στόχων (και όχι μόνο), που δεν είναι άλλο από την αναγνώριση των στόχων αυτών.

5ο Κεφάλαιο

Συμπεράσματα-Μελλοντικές Κατευθύνσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει αναφορά και ανάλυση των συμπερασμάτων της παρούσας διατριβής και θα διατυπωθούν προτάσεις για τις δυνατές μελλοντικές κατευθύνσεις της έρευνας στο πεδίο της χρήσης της μεθόδου μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης PAPES και του αλγόριθμου εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES για τις ανάγκες εφαρμογών απεικόνισης ISAR εναέριων στόχων.

5.1 Συμπεράσματα

Στην δεύτερη ενότητα της παρούσας διατριβής έγινε παρουσίαση της θεωρίας της απεικόνισης ISAR για την περίπτωση στόχων με διαστάσεις πολύ μικρότερες από την απόσταση τους από το ραντάρ, διατυπώθηκαν οι βασικές εξισώσεις της γεωμετρίας της απεικόνισης αυτής, παρουσιάστηκε η μέθοδος υλοποίησης της και αναλύθηκαν οι

βασικότερες προκλήσεις της (αντιστάθμισης μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης του στόχου) και οι κύριοι τρόποι αντιμετώπισης των προκλήσεων αυτών.

Στην τρίτη ενότητα παρουσιάστηκε το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο της μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης, έγινε λεπτομερής παρουσίαση των υφιστάμενων μεθόδων μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης CAPON και APES με ταυτόχρονη σύγκριση της απόδοσης τους, προτάθηκε η νέα μέθοδος μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης PAPES, προτάθηκε τρόπος ταχείας υλοποίησης της, έγινε παρουσίαση του υφιστάμενου αλγόριθμου εκτίμησης φασματικών γραμμών C&A, προτάθηκε ο νέος αλγόριθμος εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES και έγινε λεπτομερής μελέτη της απόδοσης των προτεινόμενων μεθόδων και αλγορίθμων με χρήση ακολουθιών 1-D συνθετικών δεδομένων.

Τέλος στην τέταρτη ενότητα έγινε παρουσίαση της εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου PAPES στην απεικόνιση ISAR εναέριων στόχων με την χρήση 2-D συνθετικών και πραγματικών δεδομένων λήψης ραντάρ.

Για τις ανάγκες της μελέτης της απόδοσης των προτεινόμενων μεθόδων και αλγορίθμων αλλά και για τις ανάγκες της παρουσίασης της χρήσης τους σε εφαρμογές απεικόνισης ISAR, δημιουργήθηκε κατάλληλος κώδικας με χρήση του λογισμικού MATLAB και εκτελέστηκαν πλήθος κατάλληλων προσομοιώσεων. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν οι ρουτίνες υλοποίησης των προτεινόμενων μεθόδων και αλγορίθμων (για 1-D και για 2-D ακολουθίες δεδομένων) τόσο με την κλασικό τρόπο όσο και με τον προτεινόμενο τρόπο ταχείας υλοποίησης τους. Επίσης δημιουργήθηκαν προγράμματα αξιολόγησης της απόδοσης της εκτίμησης του φάσματος από τις προτεινόμενες μεθόδους και αλγορίθμους για την περίπτωση 1-D συνθετικών δεδομένων, προγράμματα παραγωγής 2-D συνθετικών δεδομένων λήψης ραντάρ για την περίπτωση απεικόνισης μοντέλων αεροσκαφών και τέλος πρόγραμμα εφαρμογής των προτεινόμενων μεθόδων στην απεικόνιση ISAR των πραγματικών 2-D δεδομένων λήψης ραντάρ ORFEO.

Τα κύρια συμπεράσματα της παρούσας διατριβής είναι τα ακόλουθα :

α. Η εφαρμογή της μεθόδου PAPES με μία παράμετρο δεν φαίνεται να παρουσιάζει κάποιο πλεονέκτημα απόδοσης σε σχέση με τις υφιστάμενες μεθόδους CAPON και APES.

β. Η μέθοδος B-PAPES φαίνεται να παρουσιάζει την καλύτερη ευκρίνεια συχνότητας σε σχέση με τις υπόλοιπες παραλλαγές της μεθόδου PAPES καθώς μεταβάλλονται οι παράμετροι k_1, k_2 από το 0 έως το 1 (Εικόνες 3.49 και 3.50) και σε σχέση με την μέθοδο F-CAPON (Εικόνα 3.51), η οποία υπερέχει σε αυτόν τον τομέα έναντι των άλλων παραλλαγών της μεθόδου CAPON (Jakobsson, 2000). Η υπεροχή της μεθόδου B-PAPES έναντι της μεθόδου F-CAPON στον τομέα αυτό φαίνεται να αρχίζει να μειώνεται όταν ο λόγος σήματος προς θόρυβο πέφτει κάτω από τα 0 dB, ενώ οι δύο μέθοδοι αποδίδουν πρακτικά το ίδιο για SNR κάτω από -10 dB. Τέλος φαίνεται να ισχύει γενικά ότι η ευκρίνεια συχνότητας καλυτερεύει καθώς αυξάνει το μήκος φίλτρου M και το SNR.

γ. Η απόδοση της μεθόδου B-PAPES ως προς την ακρίβεια εκτίμησης του μιγαδικού πλάτους, φαίνεται να είναι καλύτερη από αυτήν της μεθόδου F-CAPON, τόσο σε σενάρια μεγάλου διαχωρισμού συχνότητας όσο και σε σενάρια μικρού διαχωρισμού συχνότητας (Εικόνες 3.53 και 3.54). Μάλιστα η διαφορά αυτής της απόδοσης μεγαλώνει καθώς μεγαλώνει το μήκος του φίλτρου M . Επιπλέον φαίνεται να επιβεβαιώνεται ότι οι δύο μέθοδοι έχουν πρακτικά την ίδια απόδοση ως προς την απόδοση εκτίμησης της φάσης σε όλα τα σενάρια διαχωρισμού συχνότητας.

δ. Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ανωτέρω παραγράφων (β) και (γ) φαίνεται ότι η μέθοδος B-PAPES είναι η καλύτερη υποψήφια από πλευράς απόδοσης μέθοδος μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης, έναντι οποιοδήποτε άλλων παραλλαγών των μεθόδων CAPON, APES και PAPES, για χρήση σε εφαρμογές μιγαδικής φασματικής εκτίμησης όπως είναι η απεικόνιση ISAR στις οποίες απαιτείται η μέγιστη δυνατή ευκρίνεια συχνότητας ακόμα και για μικρές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο.

ε. Η υλοποίηση της μεθόδου PAPES με την προτεινόμενη μέθοδο ταχείας υλοποίησης είναι 28 φορές ταχύτερη (για $N=128$ δείγματα) από την κλασική της υλοποίηση (Εικόνα 3.35).

στ. Ο αλγόριθμος CPAPES-1 φαίνεται να έχει καλύτερη απόδοση σε σχέση με τον αλγόριθμο C&A στην εκτίμηση του πλάτους και της συχνότητας φασματικών γραμμών των οποίων ο διαχωρισμός συχνότητας τους είναι μικρός ($\leq 0.5/N$) και πρακτικά των ίδια

απόδοση εκτίμησης του πλάτους, της φάσης και της συχνότητας των φασματικών γραμμών όταν ο διαχωρισμός συχνότητας τους είναι μεγάλος (Εικόνες 3.55, 3.56, 3.57 και 3.58). Μάλιστα η διαφορά αυτή της απόδοσης του CPAPES-1 για σενάρια μικρού διαχωρισμού συχνότητας γίνεται πιο εμφανής για μεγαλύτερες τιμές του μήκους φίλτρου M (για σχετικά υψηλό SNR).

ζ. Ο αλγόριθμος CPAPES-2 φαίνεται να έχει καλύτερη απόδοση από τους αλγόριθμους CPAPES-1 και C&A στην εκτίμηση της φάσης των φασματικών γραμμών (Εικόνες 3.56 και 3.57) όταν ο διαχωρισμός συχνότητας των φασματικών γραμμών είναι μικρός (μικρότερος ή ίσος από $0.5/N$). Η υπεροχή αυτή εξαφανίζεται και η απόδοση και των τριών μεθόδων στην εκτίμηση της φάσης γίνεται πρακτικά η ίδια όταν ο διαχωρισμός συχνότητας των φασματικών γραμμών είναι μεγάλος.

η. Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ανωτέρω παραγράφων (στ) και (ζ) φαίνεται ότι ο αλγόριθμος CPAPES, που στην ουσία αποτελεί συνδυασμό των προτεινόμενων αλγόριθμων CPAPES-1 και CPAPES-2, φαίνεται να υπερέχει έναντι των υπολοίπων αλγορίθμων στην εκτίμηση του πλάτους, της συχνότητας και της φάσης φασματικών γραμμών, ανεξάρτητα από τον διαχωρισμό των συχνοτήτων τους.

θ. Η επιτυχία της εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου PAPES, αλλά και οποιασδήποτε άλλης μεθόδου μη παραμετρικής φασματικής ανάλυσης, στην απεικόνιση ISAR εναέριων στόχων δεν είναι δυνατό να τεκμηριωθεί από τον οπτικό έλεγχο των παραγόμενων εικόνων των στόχων (οι εικόνες αυτές δεν είναι οπτικές). Η οποιαδήποτε αξιολόγηση της επιτυχίας της εφαρμογής αυτής μπορεί να γίνει είτε άμεσα με την ταυτόχρονη παραγωγή προβλέψεων (με χρήση κατάλληλου λογισμικού) της αναμενόμενης θεωρητικής εικόνας, είτε έμμεσα με την εφαρμογή κάποιου αλγόριθμου κατηγοριοποίησης του στόχου (target classification) και αξιολόγηση του αποτελέσματος της διαδικασίας αυτής.

5.2 Μελλοντικές Κατευθύνσεις

Όσον αφορά στην κατεύθυνση που μπορεί να πάρει η έρευνα στον τομέα ενασχόλησης της παρούσας διατριβής, κρίνεται σκόπιμη αρχικά η περαιτέρω ανάπτυξη του λογισμικού παραγωγής των συνθετικών δεδομένων λήψης ραντάρ, προκειμένου αυτό να μπορεί να λάβει υπ' όψη του διάφορα μοντέλα σκέδασης για την μοντελοποίηση του στόχου, να μπορεί να λάβει υπ' όψη του πιο πολύπλοκους τρόπους κίνησης του στόχου, και να υιοθετήσει επιπρόσθετες τεχνικές αντιστάθμισης της μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης του στόχου.

Επιπλέον θα είναι χρήσιμη η διερεύνηση της δυνατότητας προσαρμογής της μεθόδου ταχείας υλοποίησης (Jakobsson, 2002) στις απαιτήσεις υλοποίησης της μεθόδου PAPES, αλλά και η ανάπτυξη κάποιας ακόμα πιο αποδοτικής μεθόδου, αφού είναι δεδομένη η απαίτηση για την όσο το δυνατό ταχύτερη εκτέλεση των αλγορίθμων υπολογισμού της κάθε προτεινόμενης μεθόδου.

Πολύ σημαντική θα είναι επίσης η μελέτη της απόδοσης της μεθόδου PAPES για ένα ευρύτερο πεδίο τιμών των δύο παραμέτρων της με σκοπό την αναζήτηση νέων παραλλαγών της, με ακόμα καλύτερη απόδοση, αλλά και για την θεωρητική τεκμηρίωση των περιορισμών της απόδοσης που μπορεί να έχει ανάλογα με την επιλογή των παραμέτρων της.

Τέλος, προτείνεται η υλοποίηση αλγορίθμων κατηγοριοποίησης στόχων, είτε αυτοί είναι υφιστάμενοι είτε προτεινόμενοι, προκειμένου να μπορεί να γίνεται και μία πιο τεκμηριωμένη αξιολόγηση της απόδοσης οποιοσδήποτε υπό μελέτη βελτίωσης της διαδικασίας παραγωγής 2-D απεικονίσεων ISAR εναέριων στόχων. Μάλιστα προτείνεται και η διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης του προτεινόμενου αλγόριθμου εκτίμησης φασματικών γραμμών CPAPES στην προσπάθεια είτε δημιουργίας ενός νέου τέτοιου αλγόριθμου κατηγοριοποίησης στόχων, είτε βελτίωσης ενός υφιστάμενου.

Βιβλιογραφία

Ausherman, D. A., et al. "Developments in Radar Imaging," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-20, No. 4, July 1984, pp. 363-400.

Balanis, C. A., *Antenna Theory Analysis and Design*, New York: John Willey & Sons, 1982.

Bartlett, M. S., "Smoothing periodograms for time series with continuous spectra," *Nature* 161, pp. 686-687, 1948.

Bartlett, M. S., "Periodogram analysis and continuous spectra," *Biometrika* 37, pp. 1-16, 1950.

Bar-Shalom, Y., and Wheatley P. O., *Estimation and Tracking: Principles, Techniques and Software*, Norwood, MA, Artech House, 1993.

Blackman, R. B. and J. W. Tukey, *The Measurements of Power Spectra from the Point of View of Communication Engineering*. New York, NY: Dover, 1959.

Bocker, R. P., and Jones, S. A., "ISAR Motion Compensation Using the Burst Derivative Measure as a Focal Quality Indicator," *Internat. J. of Imaging and Technology*, vol. 4, pp. 285-297, 1992.

Boultadakis, G. E., **Kalognomos, G. K.**, Stergioulas L. K., Karakasiliotis A. V., and Frangos P.V., ‘A Comparative Study of Bilinear Time–Frequency Transforms of ISAR Signals for Air Target Imaging’, 73rd meeting of SET 112 International Working Group on ISAR Signal Processing Techniques, Bonn, Germany, 16 – 18/6/2009 (presentation by P. Frangos).

Boultadakis, G. E., **Kalognomos, G. K.**, Stergioulas L. K., Karakasiliotis A. V., and Frangos P.V., ‘A Comparative Study of Bilinear Time–Frequency Transforms of ISAR Signals for Air Target Imaging’, ‘Electronics and Electrical Engineering’ Journal, No 4(92), pp. 87 – 92, 2009.

Buderi, R., *The Invention that changed the world*, New York: Touchstone, 1996.

Capon, J., “High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis,” *Proc. IEEE*, vol. 57, pp. 1408-1418, Aug. 1969.

Capon, J., “Maximum-likelihood spectral estimation,” in *Nonlinear Methods of Spectral Analysis* (S. Haykin, ed.), New York:Springer-Verlag, 1983.

Chen, C., and Andrews, H. C., “Target-Motion-Induced Radar Imaging,” *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-16, No. 1, pp. 2-14, Jan. 1980.

Chen, C., and Andrews, H. C., “Multifrequency Imaging of Radar Turntable Data,” *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-16, No. 1, pp. 15-22, Jan. 1980.

Chen, V. and Ling, H., *Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis*, Norwood, MA, Artech House, 2002.

Daniell, P. J., “Discussion of “On the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time-series”,” *J. Royal Statistical Society* 8, pp. 88-90, 1946.

DeGraaf, S. R., “SAR imaging via modern 2-D spectral estimation methods,” *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 7, pp. 729-761, May 1998.

Gerlach, D., "Radar Cross Section (RCS) Measurements Using a Tomographic Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) Algorithm," *Radarcon 90*, Aelaide, Australia, pp. 445-451, 18-20 April 1990.

Gini, F., and Lombardini, F., "Multilook APES for multibaseline SAR interferometry," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, no. 7, pp. 1800-1803, 2002.

Heiden Van Der, R., de Vries J.: 'The ORFEO measurement campaign', TNO report FEL-96-1073, NL, (www.tno.nl), 25 July 1996.

Jakobsson A., Stoica P.: 'Combining Capon and APES for estimation of spectral lines', *Circ. Systems and Sign. Process.*, **19**, (2), pp. 159-168, 2000.

Jakowatz, C. V., Wahl, Jr., D. E., Eichel, P. H., Ghiglia, D. C., and Thompson, P. A., *Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar: A Signal Processing Approach*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1996.

Jenkins, G. M. and Watts, D. G., *Spectral Analysis and its Applications*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1968.

Kalognomos, G. K., and Frangos, P. V., 'Imaging of point scatterers using the 2D – ISAR method and 2D – FFT processing', 52th International meeting on 'Non – Cooperative Air Target Identification by Radar', Salon – de – Provence, France, 5-8 Feb. 2002.

Kalognomos, G. K., and Frangos, P. V., 'Non – parametric Spectral Estimation for ISAR Processing', 57th meeting on 'Non – Cooperative Air Target Identification by Radar', Rome, Italy, 28 – 30 Oct.2003.

Kalognomos, G. K., and Frangos, P. V., 'Combining CAPON and APES noise covariance estimates for spectral estimation for ISAR applications', 62nd meeting on 'Non – Cooperative Air Target Identification by Radar', Malvern, United Kingdom, 7-9 June 2005.

Kalognomos, G. K., and Frangos, P. V., “Combining Capon and APES Noise Covariance Estimates for Spectral Estimation for ISAR Applications”, 2nd International Conference on Recent Advances in Space Technologies, Proceeding of, Istanbul, Turkey, 9-11 June 2005.

Kalognomos, G. K., Karakasiliotis, A. V., Boultadakis, G. E., Skrapas, K., Tseremoglou, I., and Frangos, P. V., ‘Some super – resolution spectrum estimation techniques for Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) signal processing’, presentations in the framework of the Socrates – Erasmus Programme, V. Turnovo, Bulgaria (15/11/05), Plovdiv, Bulgaria (17/11/05), Burgas, Bulgaria (14/12/05).

Kalognomos, G. K., and Frangos, P. V., ‘Performance analysis of a Parameterized APES (PAPES) method for ISAR Applications’, 70th meeting of SET 112 International Working Group on ISAR Signal Processing Techniques, Rome, Italy, 24-26 June 2008.

Kalognomos, G. K., Boultadakis, G. E., Karakasiliotis, A. V., and Frangos, P. V., ‘Performance Analysis of a Parameterized APES (PAPES) Spectrum Estimation Method for ISAR Applications’, ‘Electronics and Electrical Engineering’ Journal, No. 3 (99), March 2010.

Kalognomos, G. K., Frangos, P. V., and Kostis T., “Performance Analysis of the PAPES Spectrum Estimation Method and its Application to the ISAR Imaging of Air Targets”, RSY SET-160 Symposium on “NCI/ATR in Air Ground and Maritime Applications Based on Radar and Acoustics”, Proceeding of, Athens, Greece, 11-12 October 2010.

Karakasiliotis, A. V., Lazarov, A. D., Frangos, P. V., Boultadakis G. E., and **Kalognomos, G. K.**, ‘Two-dimensional ISAR Model and Image Reconstruction with Stepped Frequency Modulated Signal’, IET (IEE) Signal Processing Journal, Special Issue on ‘ISAR Signal Processing Techniques and Feature Extraction’, Vol. 2, Issue 3, pp. 277 – 290, Sep. 2008.

Karakasiliotis, A. V., Lazarov, A. D., **Kalognomos, G. K.**, Boultradakis, G. E., Stergioulas, L., Frangos, P. V., 'Recent and Current Research on ISAR Imaging at the National Technical University of Athens', 72nd meeting of SET 112 International Working Group on ISAR Signal Processing Techniques, DSTL, Salisbury, United Kingdom, 17 – 19/2/2009.

Karakasiliotis, A. V., Boultradakis, G. E., **Kalognomos, G. K.**, Lazarov, A. D., Stergioulas L., and Frangos, P. V., 'Recent and Current Research on ISAR Imaging at the National Technical University of Athens', Presentation by : P. Frangos, 13th International Conference 'Electronics', Kaunas, Lithuania, 12 – 14 May 2009 (invited talk).

Karakasiliotis, A. V., Boultradakis, G. E., **Kalognomos, G. K.**, Massinas, V., Lazarov, A. D., Stergioulas, L., and Frangos, P. V., 'Recent and Current Research on ISAR Imaging at the National Technical University of Athens', Presentation by P. Frangos, International Workshop on 'GNSS Satellite Tracking using Laser Techniques', Metsovo, Greece, September 2009.

Kay, S. M., *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1988.

Lacoss, R. T., "Data adaptive spectral analysis methods," *Geophys.*, vol. 36, pp. 661-675, Aug. 1971.

Lagunas, M. A., Santamaria, M. E., Gasull, A., and Moreno, A., "Maximum likelihood filters in spectral estimation problems," *Signal Processing*, 10(1), pp. 19-34, 1986.

Larsson E., Stoica P.: 'Fast implementation of two-dimensional Capon and APES spectral estimators', *Multidimensional Systems and Signal Processing.*, **13**, (1), pp. 33-53, 2002.

Li, J., and Stoica, P., "An adaptive filtering approach to spectral estimation and SAR imaging," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, No 6, pp. 1469-1484, June 1996.

Li, H., Li, J., and Stoica, P., "Performance Analysis of Forward-Backward Matched-Filterbank Spectral Estimators," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 46, No. 7, pp. 1954-1966, July 1998.

Liu Z., Li H., and Li J.: 'Efficient implementation of Capon and APES for spectral estimation', *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, **34**, (4), pp. 1314-1319, 1998.

Liu, Z-S., Wu, R., and Li, J., "Complex ISAR Imaging of Manoeuvring Targets via the Capon Estimator," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, No. 5, pp. 1262-1271, May 1999.

Marple, Jr., S. L., *Digital Spectral Analysis with Applications*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987.

Mensa, D. L., Halevy, S., and Wade, G., "Coherent Doppler Tomography for Microwave Imaging," *Proc. IEEE*, Vol. 71, No. 2, pp. 254-261, February 1983.

Mensa, D. L., *High Resolution Cross-Section Imaging*, Norwood, MA, Artech House, 1992.

Munson, D. C., O'Brien, J. D., and Jenkins, W. K., "A Tomographic Formulation of Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar," *Proc. IEEE*, Vol. 71, No. 8, pp. 917-925, August 1983.

Ottersten, B., Viberg, M., Stoica, P., and Nehorai, A., "Exact and Large Sample ML Techniques for Parameter Estimation and Detection in Array Processing." In *Radar Array Processing*, S. Haykin *et. al.* (eds.), Chapter 4. New York: Springer-Verlag, 1993.

Qian, S., Chen, D., *Joint Time-Frequency Analysis-Methods and Applications*, Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 1996.

Rihaczek, A. W., *Theory and Practice of Radar Target Identification*, Norwood, MA, Artech House, 2000.

Rioul, O., and Vetterli, M., "Wavelets and Signal Processing," *IEEE Signal Processing Magazines*, vol. 8, pp. 14-38, Oct. 1991.

Scargle, J. D., *Astronomical Time Series*, ch. "Astronomical Time Series Analysis". Kluwer Academic Publishers, 1997. Eds.: D. Maoz et al.

Schmidt, R. O., "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, CA, USA, 1981.

Schuster, A., "On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed twenty-sixiday period of meteorological phenomena," *Teor. Mag.*3(1), pp. 13-41, 1898.

Schuster, A., "The Periodogram of magnetic declination as obtained from the records of the Greenwich Observatory during the years 1871-1895," *Trans. Cambridge Philos. Soc* 18, pp. 107-135, 1900.

Sherwin, C. W., Ruina, J. P., and Rawcliffe, R. D., "Some Early Developments in Synthetic Aperture Radar Systems," *IRE Trans. Military Electronics*, Vol. MIL-6, No. 2, pp. 111-115, April 1962.

Son, J. S., Tarik S., and Flores, B. C., "Phase Difference Method for Target Motion Compensation of Stepped-Frequency ISAR Signature," *Proc. SPIE Radar Processing, Technology and Applications*, vol. 2845, pp. 163-174, 1996.

Son, J. S., Thomas, G., Flores, B. C., *Range-Doppler Radar Imaging and Motion Compensation*, Norwood, MA, Artech House, 2001.

Steinberg, B. D., "Microwave Imaging of Aircraft," *Proc. IEEE*, Vol. 76, No. 12, December 1988, pp. 1578-1592.

Stoica P., and Moses, R., *Introduction to Spectral Analysis*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.

Stoica, P., Jakobsson, A., and Li, J., "Matched-filter bank interpretation of some spectral estimators," *Signal Process.*, vol. 66, no. 1, pp. 45-59, 1998.

Stoica, P., Li, H., and Li, J., "A new derivation of the APES filter," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, pp. 205-206, Aug. 1999.

Stoica P., and Moses, R., *Spectral Analysis of Signals*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2005.

Sullivan, R. J., *Microwave Radar Imaging and Advanced Concepts*, Norwood, MA, Artech House, 2000.

Voles, R., "Resolving revolutions: Imaging and mapping by modern radar," *Proc. Inst. Elect. Eng. F.*, vol. 140, No. 1, pp. 1-11, Feb. 1993.

Walker, J. L., "Range-Doppler Imaging of Rotating Objects," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-16, No. 1, pp. 23-52, Jan. 1980.

Wehner, D. R., *High Resolution Radar*, 2nd edition, Artech House, Artech House Inc., Norwood, MA 02062, USA, 1995.

Welch, P. D., "The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms," *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics AU-15(2)*, pp. 70-76, 1967.

Zhang, Q., "A statistical resolution theory of the AR method of spectral analysis", *IEEE Trans. Signal Process.*, **46**, (10), pp. 2757-2766, 1998.

Συντμήσεις

ACS	: Auto Correlation Sequence
APES	: Amplitude and Phase Estimation of a Sinusoid
B-APES	: Backward APES
B-CAPON	: Backward CAPON
B-PAPES	: Backward PAPES
C&A	: Capon & APES
CPAPES	: Combined PAPES
DFT	: Discrete Fourier Transform
F-APES	: Forward APES
F-CAPON	: Forward CAPON
F-PAPES	: Forward PAPES
FB-APES	: Forward Backward APES
FB-CAPON	: Forward Backward CAPON
FB-PAPES	: Forward Backward PAPES
FBA	: Filter Bank Approach
FIR	: Finite Impulse Response
FT	: Fourier Transform
FFT	: Fast Fourier Transform
IEEE	: Institute of Electrical and Electronics Engineers

IFT	: Inverse Fourier Transform
ISAR	: Inverse Synthetic Aperture Radar
LASER	: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
LOS	: Line of Sight
LS	: Least Squares
MAFI	: Matched Filterbank Interpretations
MASER	: Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation
MIT	: Massachusetts Institute of Technology
MSE	: Mean Square Error
PAPES	: Parameterized APES
PRI	: Pulse Repetition Interval
PRF	: Pulse Repetition Frequency
PSD	: Power Spectral Density
RADAR	: Radio Detection and Ranging
RMC	: Rotational Motion Compensation
RCS	: Radar Cross Section
SAR	: Synthetic Aperture Radar
SF	: Stepped Frequency
SNR	: Signal to Noise Ratio
STFT	: Short Time Fourier Transform
TMC	: Translational Motion Compensation