



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Αλγόριθμος Αποκεντρωμένης Οικονομικής Κατανομής Φορτίου λαμβάνοντας υπόψη Στοχαστική Αιολική Παραγωγή

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΠΑΝΤΕΛΗ ΔΡΑΤΣΑ

Επιβλέπων : Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2017



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Αλγόριθμος Αποκεντρωμένης Οικονομικής Κατανομής Φορτίου λαμβάνοντας υπόψη Στοχαστική Αιολική Παραγωγή

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΠΑΝΤΕΛΗ ΔΡΑΤΣΑ

Επιβλέπων : Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την Πέμπτη, 26 Οκτωβρίου 2017.

(Υπογραφή)

.....

Νικόλαος Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Σταύρος Παπαθανασίου
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....

Πάυλος Γεωργιλιάκης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2017

(Υπογραφή)

.....

ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΔΡΑΤΣΑΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright©Παντελής Δράτσας, 2017

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν και τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Τα ηλεκτρικά δίκτυα αποτελούν σύνθετα και δυναμικά συστήματα τα οποία μεταβάλλονται και εξελίσσονται με γνώμονα την αύξηση της διείσδυσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και της διεσπαρμένης παραγωγής. Η στοχαστική φύση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας και η ανάγκη για ανάπτυξη τεχνολογιών έξυπνων δικτύων, είναι παράγοντες που γεννούν νέα ερωτήματα σχετικά με τη μελέτη των συστημάτων ενέργειας. Σαν συνέπεια, κλασικά ζητήματα ελέγχου και εποπτείας των ηλεκτρικών συστημάτων πρέπει να προσεγγιστούν με διαφορετικό τρόπο. Στα πλαίσια αυτά, καταστρώνεται και μελετάται μία μέθοδος ελέγχου για τη επίλυση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου κατανεμημένα, για συστήματα που αποτελούνται τόσο από συμβατικές μονάδες, όσο και από ανεμογεννήτριες.

Η οικονομική κατανομή φορτίου αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, με στόχο τον υπολογισμό των επιπέδων παραγωγής των μονάδων για την κάλυψη της ζήτησης με το ελάχιστο δυνατό συνολικό κόστος λειτουργίας των μονάδων. Το συνολικό κόστος (άθροισμα του κόστους κάθε μονάδας) αποτελεί την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος που μελετάται και τίθεται προς ελαχιστοποίηση υπό τους περιορισμούς που θέτει το σύστημα. Διαφορίζοντας αυτή τη συνάρτηση, προκύπτει και η συνάρτηση του οριακού κόστους. Αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη λύση για την οικονομική κατανομή του φορτίου επιτυγχάνεται όταν όλες οι μονάδες λειτουργούν υπό το ίδιο οριακό κόστος (κριτήριο οικονομικής κατανομής φορτίου). Το κόστος κάθε συμβατικής μονάδας παραγωγής εκφράζεται ως μια πολυωνυμική συνάρτηση δευτέρας τάξης.

Για τις ανεμογεννήτριες κατασκευάζεται αναλυτικά η συνάρτηση κόστους. Βασική δυσκολία για την διαμόρφωση αυτής, αποτελεί η διαχείριση της στοχαστικής διαθεσιμότητας της αιολικής ισχύος. Για το λόγο αυτό, στο κλασικό κόστος λειτουργίας της ανεμογεννήτριας, που αποτελεί μία απλή γραμμική συνάρτηση, προστίθενται οι όροι της υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης της διαθέσιμης αιολικής ισχύος. Πραγματοποιήθηκε μια στατιστική ανάλυση της στοχαστικής ταχύτητας του ανέμου, θεωρώντας χαρακτηριστική της την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull, και έτσι υπολογίστηκαν πιθανοτικά οι ποσότητες υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης.

Διαμορφώνεται έτσι, το συνολικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με ανεπτυγμένη πλήρως τη συνολική συνάρτηση κόστους και τους περιορισμούς των μονάδων. Αποδεικνύεται ότι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι κυρτή (convex). Κατασκευάζεται η συνάρτηση Lagrange για να συμπεριληφθεί ο περιορισμός του ισοζυγίου ισχύος. Η βασική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος είναι η επαναληπτική μέθοδος Gradient Descent. Χρησιμοποιούνται επίσης συναρτήσεις Barrier για την τήρηση των περιορισμών ανισότητας του προβλήματος, που είναι ουσιαστικά τα τεχνικά όρια λειτουργίας των μονάδων. Αποδεικνύεται τέλος, ότι ο αλγόριθμος μπορεί να λειτουργήσει με κατανεμημένο τρόπο εισάγοντας έναν αλγόριθμο συναίνεσης για τον υπολογισμό της συνολικής παραγόμενης ισχύος σε κάθε επανάληψή του. Με αυτό τον τρόπο η οικονομική κατανομή γίνεται αυτόνομα και αποκεντρωμένα.

Η ανάπτυξη του αλγορίθμου καθώς και η προσομοίωση του έγινε σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε για αρκετές

περιπτώσεις και για διαφορετικά δεδομένα εισόδου κάθε φορά. Μελετήθηκε με αυτό τον τρόπο η αποδοτικότητα του, η εξάρτηση των αποτελεσμάτων της μεθόδου από τις μεταβολές των δεδομένων εισόδου καθώς και ο χρόνος σύγκλισης του. Έγινε επίσης, επαλήθευση των αποτελεσμάτων της μεθόδου με συνάρτηση βελτιστοποίησης του MATLAB για αντίστοιχα προβλήματα (convex optimization), και εξετάστηκε η ακρίβεια της μεθόδου.

Τέλος, μελετήθηκε η συμπεριφορά του αλγορίθμου για μεταβολές του προφίλ της ταχύτητας του ανέμου και των συντελεστών κόστους. Με αυτό τον τρόπο έγινε μία ποιοτική μελέτη του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για την αστοχία της πρόβλεψης. Εξετάστηκε ακόμα η ευστοχία του στοχαστικού μοντέλου μέσω της μεθόδου Monte-Carlo.

Λέξεις Κλειδιά: Οικονομική Κατανομή Φορτίου, Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας, Αποκεντρωμένος Έλεγχος, Ευφυή Δίκτυα, Κατανομή Weibull, Υποεκτίμηση-Υπερεκτίμηση Αιολικής Ισχύος, Συνάρτηση Lagrange, Gradient Descent, Μοντέλο Συναίνεσης, Monte-Carlo

Abstract

Electrical grids are complex and dynamic systems that constantly change and evolve, in order to increase the penetration of renewable energy and distributed generation. The stochastic nature of renewable energy and the continuously developing smart grid technologies constitute a popular research topic on power system. As a consequent, classic problems on the control of power systems have to be treated in a different manner. In this dissertation, a decentralized control method is used to solve the economic dispatch (ED) problem in a distributed manner, considering both conventional generators and wind energy conversion systems (WECS).

The problem of economic dispatch is an optimization problem that aims at calculating the levels of the units' power generation in order to meet the power demand at the lowest operation cost possible. The total cost (the sum of costs of all units) is the objective function of the problem, subject to various system' constraints. By calculating the derivative of this function, the marginal cost function for each unit is expressed. It is proven that the solution for the economic dispatch is reached when all units operate at the same marginal cost (economic dispatch criterion).

The cost function for the WECS is formulated analytically. One of the main difficulties for the formulation of this function is to introduce the prediction of wind power. For this reason, in addition to the classic operation cost of a wind turbine, which is a simple linear function, factors to integrate both overestimation and underestimation of available wind power are included. With the stochastic wind speed characterization based on the Weibull probability density function, the portions of underestimation and overestimation costs are calculated.

The optimization problem is modeled with the total cost function developed and the generator's constraints. It is proved that the objective function of the problem is convex. The Lagrangian function is formulated in order to include the equality constraint. The basic method used for the solution of the problem is the Gradient Descent algorithm. Barrier functions are used to integrate the inequality constraints, which are the technical operation limits of the units. Finally, it is shown that the proposed algorithm is executed in a distributed manner by implementing a consensus algorithm for the calculation of the total power produced, at each iteration of the Gradient Descent. Hence the ED problem is solved in a decentralized manner.

The MATLAB environment is used for the development of the algorithm and the simulation of the various scenarios. The algorithm is demonstrated in several test cases for different input parameters. Thus, the efficiency of the algorithm is evaluated. Likewise, the dependency of the output of the method is investigated in relation to the variations of data inputs. In addition, the convergence time of the method is investigated. Furthermore, the outputs of the method are verified using a MATLAB function for convex optimization, and the accuracy of the algorithm is verified.

To conclude, it is presented how variations in the wind speed profiles and in the different cost coefficients of the model will affect the optimal solution of the proposed ED algorithm. Hence, the formulation of the penalty cost functions is qualitatively examined,

depending on the response to any changes of model's parameters. Moreover, Monte-Carlo simulations were applied in order to assess the effectiveness of the proposed stochastic model.

Keywords: Economic Dispatch, Renewable Energy, Decentralized Control, Smart Grids, Weibull Distribution, Underestimation-Overestimation of Wind Power, Lagrange Function, Gradient Descent Method, Consensus Model, Monte-Carlo

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας έγινε υπό την επίβλεψη του καθηγητή του Ε.Μ.Π. κ. Νικόλαου Χατζηαργυρίου, τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά για την ευκαιρία που μου έδωσε να μελετήσω ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα και να διευρύνω τις γνώσεις μου γύρω από αυτό.

Ευχαριστώ επίσης, ιδιαιτέρως τον ερευνητή κ. Ιάσωνα Κουβελιώτη-Λυσίκατο για την προθυμία του να βοηθήσει σε ό,τι χρειαστώ, χαρίζοντάς μου τις συμβουλές του και τη συνεχή καθοδήγησή του κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράσταση και κατανόηση τους σε οποιαδήποτε προσπάθεια μου.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	3
Abstract	5
Ευχαριστίες.....	7
Περιεχόμενα.....	9
Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή	11
1.1.Σκοπός και Αντικείμενο	12
1.2. Δομή Διπλωματικής Εργασίας.....	13
Κεφάλαιο 2 : Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	14
2.1. Δομή Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	15
2.1.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας	15
2.1.2. Μεταφορά Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	16
2.1.3. Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας	17
2.2. Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας.....	19
2.3. Κεντρική Παραγωγή Ενέργειας	23
2.4. Διεσπαρμένη Παραγωγή Ενέργειας.....	24
2.5. Ευφυή Δίκτυα (Smart Grids).....	27
Κεφάλαιο 3 : Οικονομική Κατανομή Φορτίου	30
3.1. Εισαγωγή στην Οικονομική Κατανομή Φορτίου.....	31
3.2. Κλασικό Μοντέλο Οικονομικής Κατανομής Φορτίου	32
3.3. Μέθοδος Συντελεστή Λάμδα (Lagrange)	37
3.3.1. Μέθοδος Συντελεστή Λάμδα (Lagrange)Αμελώντας τις Απώλειες	37
3.3.2.Επίλυση του Προβλήματος με τη Χρήση της Συνάρτησης quadprog σε MATLAB. 38	
3.4. Μορφή Αντικειμενικής Συνάρτησης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης και Αλγόριθμοι Επίλυσης	41
Κεφάλαιο 4 : Εισαγωγή της Αιολικής Παραγωγής στο Πρόβλημα της Οικονομικής Κατανομής Φορτίου	42
4.1. Εισαγωγή στην Αιολική Ενέργεια.....	43
4.2. Χαρακτηριστικά του Ανέμου	44
4.2.1. Ταχύτητα του Ανέμου	44
4.2.2. Στατιστική Ανάλυση του Ανέμου	45
4.2.3. Μέθοδος Υπολογισμού Παραμέτρων k,c της Κατανομής Weibull	47
4.2.4. Ισχύς και Ενέργεια Ανέμου.....	47
4.3. Αιολική Ισχύς	49

4.3.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ισχύος μέσω της Ανεμογεννήτριας.....	49
4.3.2. Στατιστική Ανάλυση Αιολικής Ισχύος.....	52
4.4. Μοντελοποίηση Κόστους Παραγωγής Ισχύος από Ανεμογεννήτριες	55
4.4.1. Γραμμικό Κόστος	57
4.4.2. Κόστος Υπερεκτίμησης	57
4.4.3. Κόστος Υποεκτίμησης.....	60
4.4.4. Μελέτη Συναρτήσεων Κόστους Υπερεκτίμησης και Υποεκτίμησης.....	61
4.4.5. Συνολικό Κόστος Αιολικής Ισχύος	64
Κεφάλαιο 5 : Βασικός Αλγόριθμος.....	65
5.1. Περιγραφή και Μοντελοποίηση Προβλήματος.....	66
5.2. Κατασκευή και Λειτουργία Αλγορίθμου	69
5.2.1. Συνάρτηση Lagrange	69
5.2.2. Μέθοδος Gradient Descent.....	70
5.2.3. Συνάρτηση Barrier – Περιορισμοί Ανισότητας.....	73
5.2.4. Αποκεντρωμένος Έλεγχος – Αλγόριθμος Consensus	75
5.2.5. Συνολικός Αλγόριθμος.....	83
5.3. Εφαρμογές και Αποτελέσματα.....	85
5.4. Επαλήθευση Βελτιστοποίησης με την Χρήση της Συνάρτησης fmincon σε MATLAB	104
Κεφάλαιο 6 : Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αλγορίθμου και Εξέταση Αξιοπιστίας του Στοχαστικού Μοντέλου	108
6.1. Εισαγωγή	109
6.2. Διερεύνηση Αποτελεσμάτων Αλγορίθμου για Διάφορες Τιμές των Παραμέτρων ...	110
6.2.1. Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου των Μονάδων συναρτήσει της Παραμέτρου Κλίμακας της Weibull c.....	110
6.2.2. Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου των Μονάδων συναρτήσει των Συντελεστών Κόστους Υποεκτίμησης και Υπερεκτίμησης k_p και k_g	112
6.3. Εξέταση Αξιοπιστίας Στοχαστικού Μοντέλου μέσω της Μεθόδου Monte-Carlo.....	115
6.3.1. Περιγραφή Μεθόδου Monte-Carlo και Εφαρμογής της στο Πρόβλημα.....	115
6.3.2. Εξέταση Αξιοπιστίας του Στοχαστικού Μοντέλου για Συγκεκριμένες Εφαρμογές	117
Κεφάλαιο 7 : Συμπεράσματα και Προοπτικές	119
7.1. Συμπεράσματα	120
7.2. Προοπτικές Συνέχισης – Μελλοντική Εργασία	122
Βιβλιογραφία	123

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή

1.1.Σκοπός και Αντικείμενο

Η ηλεκτρική ενέργεια είναι ένα αναπόσπαστο κομμάτι της ζωής μας. Τόσο άρρηκτα συνδεδεμένο με κάθε τομέα της ανθρώπινης δραστηριότητας, που δεν είναι υπερβολή ο ισχυρισμός ότι αποτελεί κινητήριο δύναμη ολόκληρου του κόσμου και είναι ο ουσιαστικότερος φορέας εξέλιξης και προόδου σήμερα. Τα τελευταία χρόνια έρχεται να προστεθεί ένα ακόμα πλεονέκτημα της ηλεκτρικής ενέργειας, η δυνατότητα μετατροπής ανανεώσιμων πηγών ενέργειας σε ηλεκτρική. Το γεγονός αυτό ανοίγει νέους ορίζοντες στην παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας, αλλά παράλληλα θέτει νέα ερωτήματα και προκλήσεις.

Τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας είναι από τα σημαντικότερα δίκτυα για την ανάπτυξη του τεχνολογικού μας πολιτισμού. Αποτελούν το μεγαλύτερο και πιο σύνθετο δυναμικό σύστημα που ανέπτυξε ο άνθρωπος, μέσω του οποίου γίνεται η μεταφορά και διανομή της ενέργειας όπου και όταν αυτή χρειάζεται. Τα ηλεκτρικά δίκτυα καθίστανται σήμερα ένα από τα σημαντικότερα θέματα μελέτης και έρευνας, με σκοπό την βελτιστοποίησή και αναβάθμισή τους σε έξυπνα, αυτόνομα και αξιόπιστα. Αυτό όμως εμφανίζει πολλά προβλήματα λόγω της πολυπλοκότητας και του μεγέθους του. Λαμβάνοντας υπόψη, δε, την ανάπτυξη τους τα τελευταία χρόνια με τεράστιους ρυθμούς, λόγω της αυξημένης ζήτησης ενέργειας, σε συνδυασμό με την ανάγκη για όλο και περισσότερη «καθαρή» ηλεκτρική ενέργεια παραγόμενη από ανανεώσιμες πηγές, γίνεται αντιληπτό πόσο αυξάνεται η πολυπλοκότητα του δικτύου και τα προβλήματα που γεννούνται .[1]

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας έχουν ανοίξει ένα νέο τεράστιο κεφάλαιο στην μελέτη των συστημάτων ενέργειας. Η βέλτιστη αξιοποίηση τους, η σωστή χρήση τους και η συνεχής βελτίωση της απόδοσης τους, αποτελούν μερικά μόνο από τα πεδία μελέτης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Σε επίπεδο δικτύου, η στοχαστική φύση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, όπως ο άνεμος, ο ήλιος και το νερό δημιουργεί νέα ερωτήματα για τη διαμόρφωση ενός αξιόπιστου και αποδοτικού δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας.

Αποτελεί παράλληλα πρόκληση σήμερα, η διαμόρφωση δικτύων που θα αντιδρούν στις τυχούσες αλλαγές γρήγορα σε πραγματικό χρόνο, ώστε να μπορούν να ανταποκρίνονται στη δεδομένη ζήτηση με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Δημιουργείται έτσι η ανάγκη μελέτης των πολύπλοκων δικτύων ως προς τη δυναμική τους συμπεριφορά και τον έλεγχό τους. Η ευστάθεια του δικτύου, η μελέτη της ροής ισχύος, ο συγχρονισμός τους, η ρύθμιση της συχνότητας και της τάσης, ο προγραμματισμός της παραγωγής και η βέλτιστη οικονομική κατανομή είναι από τα βασικά στοιχεία για τον έλεγχο και τη λειτουργία του δικτύου. Κατά συνέπεια, οποιαδήποτε βελτίωση στα δίκτυα ενέργειας είναι ταυτόσημη με την εύρεση πιο αποδοτικών και έξυπνων τρόπων για τη μελέτη αυτών.

Στα παραπάνω, έγκειται και ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Το πρόβλημα που μελετάται είναι αυτό της οικονομικής κατανομής φορτίου, ενός συστήματος που αποτελείται τόσο από συμβατικές όσο και από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, και συγκεκριμένα ανεμογεννήτριες. Αρχικά γίνεται μια εισαγωγή στο βασικό πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Στην συνέχεια, παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο οι αιολικές μονάδες εντάσσονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Ακολουθεί, έπειτα, η διαμόρφωση του τελικού αλγορίθμου επίλυσης του προβλήματος και η εφαρμογή του σε διάφορες περιπτώσεις συστημάτων ενώ τέλος ερευνάται η συμπεριφορά του για μεταβολές των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου.

1.2. Δομή Διπλωματικής Εργασίας

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά τα κεφάλαια και το περιεχόμενό τους.

Κεφάλαιο 1^ο : Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται περιεκτικά το περιεχόμενο της διπλωματικής εργασίας και το πρόβλημα το οποίο καλείται να επιλύσει

Κεφάλαιο 2^ο: Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια ανάλυση των βασικών αρχών που διέπουν τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας και της σύνδεσης των μονάδων παραγωγής σε αυτά. Παράλληλα, αναλύονται όροι, όπως το έξυπνο δίκτυο και η διεσπαρμένη παραγωγή ενέργειας, έννοιες στενά συνδεδεμένες με το κύριο θέμα αυτής της διπλωματικής εργασίας

Κεφάλαιο 3^ο : Οικονομική Κατανομή Φορτίου

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια σε βάθος παρουσίαση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου και των αρχών που διέπουν την επίλυσή του. Επιπλέον, γίνεται ανάλυση των παραδοχών που δεχόμαστε και των περιπτώσεων που εξετάζουμε κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας.

Κεφάλαιο 4^ο: Εισαγωγή της Αιολικής Ενέργειας στο Πρόβλημα της Οικονομικής Κατανομής Φορτίου

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται το προφίλ της ταχύτητας του ανέμου και ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιείται η ταχύτητα του. Ακόμα παρουσιάζονται τα τεχνικά χαρακτηριστικά των ανεμογεννητριών και αναλυτικά ο τρόπος λειτουργίας τους. Τέλος μοντελοποιείται το κόστος λειτουργίας τους συμπεριλαμβανομένων των κοστών υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης της αιολικής ισχύος.

Κεφάλαιο 5^ο: Βασικός Αλγόριθμος

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται η περιγραφή της προτεινόμενης μεθόδου για την επίλυση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου. Εξηγούνται αναλυτικά όλα τα στάδια του αλγορίθμου που θα χρησιμοποιηθεί και συνολικά η λειτουργία του. Παρουσιάζονται επίσης εφαρμογές του αλγορίθμου σε διάφορα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας και μελετώνται τα αποτελέσματά του. Επιπλέον εξετάζονται τα αποτελέσματα αυτά, ως προς την ακρίβεια τους.

Κεφάλαιο 6^ο: Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αλγορίθμου και Εξέταση Αξιοπιστίας του Στοχαστικού Μοντέλου

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται ποιοτική μελέτη του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε, ως προς τις παραμέτρους και η εξάρτηση των τελικών αποτελεσμάτων του αλγορίθμου από αυτές. Διερευνήθηκε τέλος η αποτελεσματικότητα αυτού του μοντέλου.

Κεφάλαιο 2 : Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

2.1. Δομή Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελεί το σύνολο των εγκαταστάσεων και των μέσων που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε εξυπηρετούμενες περιοχές κατανάλωσης. Τα χρησιμοποιούμενα συστήματα είναι τριφασικά εναλλασσόμενου ρεύματος, εκτός ειδικών περιπτώσεων που χρησιμοποιούνται κατ'εξίρεση συστήματα συνεχούς ρεύματος για τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας. Βασικές προϋποθέσεις καλής λειτουργίας ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας είναι η τροφοδοσία ηλεκτρικής ενέργειας οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση με το ελάχιστο δυνατό κόστος και τις ελάχιστες οικολογικές επιπτώσεις, εξασφαλίζοντας παράλληλα σταθερή συχνότητα, σταθερή τάση και υψηλή αξιοπιστία τροφοδότησης. Η τροφοδότηση των καταναλωτών με ηλεκτρική ενέργεια προϋποθέτει τρεις ξεχωριστές λειτουργίες του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας: την παραγωγή, τη μεταφορά και τη διανομή. Η ηλεκτρική ενέργεια από το σημείο που θα παραχθεί μέχρι το σημείο που θα καταναλωθεί, βρίσκεται σε μια συνεχή ροή και επειδή δεν μπορεί εύκολα να αποθηκευτεί, πρέπει να παράγεται τη στιγμή που καταναλώνεται.[1]

2.1.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας

Η διαδικασία που απαιτείται για τη μετατροπή μιας μορφής πρωτογενούς ενέργειας σε ηλεκτρική, ονομάζεται παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζει μεγάλες διαφοροποιήσεις από χώρα σε χώρα, ανάλογα με τους διαθέσιμους εγχώριους Ενεργειακούς Πόρους, την Ενεργειακή Πολιτική της κάθε χώρας, τις γεωλογικές, γεωφυσικές και κλιματολογικές ιδιαιτερότητες της. Οι πηγές παραγωγής ενέργειας διακρίνονται στις συμβατικές που βασίζονται σε ορυκτά στερεά, υγρά ή αέρια καύσιμα, όπως το πετρέλαιο, ο άνθρακας (λιθάνθρακας και λιγνίτης), το φυσικό αέριο, στην πυρηνική ενέργεια στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς και στις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ) που χρησιμοποιούν ανεξάντλητες πηγές (άνεμος, ήλιος κ.λπ.) και δεν καταναλώνουν τα περιορισμένα ενεργειακά ορυκτά αποθέματα.[2]

Η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από την καύση ορυκτών καυσίμων, τη γεωθερμία και τη βιομάζα πραγματοποιείται στους θερμοηλεκτρικούς σταθμούς και ειδικότερα με τη χρησιμοποίηση ατμοηλεκτρικών, ντιζελοηλεκτρικών και αεριοστροβιλικών σταθμών. Οι ατμοηλεκτρικοί σταθμοί χρησιμοποιούν τον ατμό ως μέσο (εξωτερική καύση) για την παραγωγή μηχανικής ενέργειας μέσω αμμοστροβίλων, η οποία στην συνέχεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική μέσω των γεννητριών. Αντίθετα, οι ντιζελοηλεκτρικοί και αεριοστροβιλικοί σταθμοί χρησιμοποιούν μηχανές εσωτερικής καύσης (εμβολοφόρες ντιζελογεννήτριες και αεριοστρόβιλους αντίστοιχα) για την παραγωγή της μηχανικής ενέργειας.

Οι πυρηνικοί σταθμοί είναι και αυτοί ατμοηλεκτρικοί σταθμοί, με τη διαφορά ότι η παραγωγή ατμού γίνεται χρησιμοποιώντας τη θερμική ενέργεια που εκλύεται από έναν πυρηνικό αντιδραστήρα. Ο πυρηνικός αντιδραστήρας είναι ένα σύστημα, το οποίο περιέχει σχάσιμους πυρήνες και το πυρηνικό καύσιμο σε κατάλληλη γεωμετρική διάταξη και συγκέντρωση, στην οποία μπορεί να επιτευχθεί ελεγχόμενη αλυσωτή αντίδραση σχάσεων. Η ενέργεια που εκλύεται κατά τις σχάσεις χρησιμοποιείται για την παραγωγή ατμού είτε απευθείας στον αντιδραστήρα είτε σε βοηθητικά συστήματα, τις γεννήτριες ατμού.

Στους υδροηλεκτρικούς σταθμούς η κινητική και δυναμική ενέργεια του νερού μετατρέπεται σε ηλεκτρική με τη βοήθεια υδροστροβίλων και στη συνέχεια των γεννητριών. Διακρίνονται σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς φυσικής ροής και ρυθμιζόμενης ροής, όπου είναι απαραίτητη η δημιουργία τεχνητών λιμνών. Στους αντλητικούς σταθμούς οι υδροστροβίλοι έχουν τη δυνατότητα να λειτουργήσουν ως αντλίες και οι γεννήτριες ως κινητήρες, προκειμένου να αξιοποιούν χαμηλού κόστους ηλεκτρική ενέργεια κατά τις ώρες χαμηλού φορτίου ή προερχόμενη από ανανεώσιμες πηγές, για να αποταμιεύσουν νερό που θα χρησιμοποιηθεί σε ώρες αιχμής για την παραγωγή ενέργειας με υψηλό εναλλακτικό κόστος παραγωγής από άλλες πηγές. Σημειώνεται ότι ως μικρά υδροηλεκτρικά έργα χαρακτηρίζονται οι σταθμοί με εγκατεστημένη ισχύ μέχρι τα 10MW (οι οποίοι ανήκουν στις ΑΠΕ) και ως υδροηλεκτρικά έργα πολλαπλού σκοπού οι σταθμοί οι οποίοι, παράλληλα, καλύπτουν και άλλες χρήσεις, όπως άρδευση, ύδρευση κτλ.

Όσον αφορά τις ΑΠΕ τα τελευταία χρόνια γίνεται όλο και περισσότερο κοινή συνείδηση η ανάγκη αποδοτικότερης χρησιμοποίησης των πηγών ενέργειας και ιδιαίτερα των μορφών εκμεταλλεύσιμης ενέργειας που προέρχονται από φυσικές διαδικασίες. Ο άνεμος, η ηλιακή ακτινοβολία, η γεωθερμία, η βιομάζα αποτελούν πηγές ενέργειας που διεισδύουν όλο και περισσότερο τις τελευταίες δεκαετίες στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτό επιβάλλεται απ' τη μία λόγω του πεπερασμένου των συμβατικών, μη ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, και απ' την άλλη λόγω της ανάγκης περιορισμού των δυσμενών επιπτώσεων από τη χρήση τους στο περιβάλλον. Ωστόσο, η εξάρτηση της παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω ΑΠΕ από την περιοδικότητα και τη στοχαστικότητα φυσικών φαινομένων καθιστά την παραγωγή αυτή μη εγγυημένη. Αυτός είναι ένας βασικός λόγος που ακόμα η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από ΑΠΕ αποτελεί ένα μικρό κομμάτι της συνολικής παραγωγής και στην Ελλάδα. Οι πιο διαδεδομένες εφαρμογές στα σημερινά συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας είναι τα αιολικά πάρκα και οι φωτοβολταϊκοί σταθμοί. Εκτενέστερη αναφορά στα είδη, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των ΑΠΕ γίνεται στην επόμενη ενότητα.

Στην Ελλάδα η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας προέρχεται κυρίως από θερμοηλεκτρικούς σταθμούς. Στην Περιφέρεια Δυτικής Μακεδονίας παράγεται περίπου το 60% της συνολικής εγχώριας ηλεκτρικής ενέργειας. Στη χώρα μας υπάρχουν τέσσερις περιοχές με σημαντικά αποθέματα λιγνίτη, στη Δράμα, στη Δυτική Μακεδονία, στην Ελασσόνα και στη Μεγαλόπολη. Σύμφωνα με στοιχεία του 2011 για το Διασυνδεδεμένο Σύστημα, το 66,5% της εγκατεστημένης ισχύος των ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων είναι θερμοικοί σταθμοί, εκ των οποίων με λιγνίτη 4930MW, με πετρέλαιο 730MW και με φυσικό αέριο 4579 MW. Το 19,6% είναι μεγάλοι υδροηλεκτρικοί σταθμοί και το 13,9% είναι μονάδες ΑΠΕ, δηλαδή 2140 MW. [2]

2.1.2. Μεταφορά Ηλεκτρικής Ενέργειας

Με τον όρο μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης και απ' όπου ξεκινούν τα δίκτυα διανομής. Επίσης τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης, που κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμού σε μέση τάση και εσωτερικά δίκτυα

μέσης και χαμηλής τάσης, και είναι κυρίως μεγάλες βιομηχανικές εγκαταστάσεις με εγκατεστημένη ισχύ πάνω από τα 10 MW.

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού των διάφορων επιπέδων τάσεως που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Το σύστημα μεταφοράς θα πρέπει να παρέχει σταθερή τάση και οι τάσεις των τριών φάσεων να είναι συμμετρικές. Το κύμα της τάσης πρέπει να έχει ημιτονοειδή μορφή και η συχνότητα να είναι σταθερή. Τέλος η αποδοτικότητα θα πρέπει να πλησιάζει την τιμή η οποία να συνεπάγεται ελάχιστο ετήσιο κόστος μεταφοράς.

Η μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με υψηλή και υπερυψηλή τάση, διότι αυτό συνεπάγεται μικρότερες απώλειες και συνεπώς οικονομικότερη λειτουργία. Διάφορες τάσεις μεταφοράς χρησιμοποιούνται, ανάλογα της απόστασης και της ποσότητας ισχύος που πρέπει να μεταφερθεί. Οι τάσεις μέχρι τα 220kV αποτελούν τη βαθμίδα υψηλών τάσεων, μέχρι και τα 500kV τη βαθμίδα υπερυψηλών τάσεων και απάνω από τα 500kV τη βαθμίδα των εξαιρετικά υψηλών τάσεων. Τα δίκτυα μεταφοράς έχουν κυκλική ή διαμήκη μορφή ανάλογα με τη σχετική θέση των σταθμών παραγωγής ως προς τα κέντρα κατανάλωσης, ενώ η διάταξη τους είναι βροχοειδής. [1]

Στην Ελλάδα αρμόδια επιχείρηση για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας είναι ο Ανεξάρτητος Διαχειριστής Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΑΔΜΗΕ). Τη σπονδυλική στήλη του Διασυνδεδεμένου Συστήματος Μεταφοράς αποτελούν οι τρεις γραμμές διπλού κυκλώματος των 400kV, που μεταφέρουν ηλεκτρισμό, κυρίως από το σπουδαιότερο για την χώρα μας ενεργειακό κέντρο παραγωγής της Δυτικής Μακεδονίας. Στην περιοχή αυτή, παράγεται περίπου το 60% της συνολικής ηλεκτροπαραγωγής της χώρας που στη συνέχεια μεταφέρεται στα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης της Κεντρικής και Νότιας Ελλάδας, όπου καταναλώνεται περίπου το 65% της ηλεκτρικής ενέργειας. Το Διασυνδεδεμένο Σύστημα Μεταφοράς διαθέτει επιπλέον γραμμές των 400kV, καθώς επίσης εναέριες, υπόγειες γραμμές και υποβρύχια καλώδια των 150kV που συνδέουν την Άνδρο και τα νησιά της Δυτικής Ελλάδας, Κέρκυρα, Κεφαλονιά και Ζάκυνθο με το διασυνδεδεμένο σύστημα μεταφοράς, καθώς και μία υποβρύχια διασύνδεση της Κέρκυρας με τη Ηγουμενίτσα στα 66kV. Στο τέλος του 2013 το Διασυνδεδεμένο Σύστημα Μεταφοράς αποτελείτο από 11.232 χιλιόμετρα γραμμών μεταφοράς. [3]

2.1.3. Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας

Με τον όρο διανομή ηλεκτρικής ενέργειας εννοούμε το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου με τις οποίες η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στους καταναλωτές. Τα δίκτυα διανομής περιλαμβάνουν τις γραμμές ηλεκτρικής ενέργειας, μέσω των οποίων αυτή φτάνει στους καταναλωτές και τους υποσταθμούς υποβιβασμού της τάσης, οι οποίοι τις συνδέουν με το σύστημα μεταφοράς.

Τα δίκτυα διανομής φτάνουν μέχρι το μετρητή της παρεχόμενης ενέργειας στον καταναλωτή. Μετά τον μετρητή αρχίζει η εσωτερική ηλεκτρική εγκατάσταση, που περιλαμβάνει το εσωτερικό δίκτυο διανομής και τις συσκευές κατανάλωσης. Τα τελευταία χρόνια, ο όρος σύστημα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας περιλαμβάνει τα δίκτυα διανομής και τις εσωτερικές ηλεκτρικές εγκαταστάσεις, καλύπτει δηλαδή όλο το φάσμα της διανομής και της χρήσης της ηλεκτρικής ενέργειας. Στα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας η αξία των εγκαταστάσεων διανομής κυμαίνεται γύρω στο 30% του συνόλου των

εγκαταστάσεων, ενώ ακόμη μεγαλύτερη είναι η ποσοστιαία συμμετοχή στις δαπάνες εκμετάλλευσης. Ένα άλλο χαρακτηριστικό των δικτύων διανομής είναι το πλήθος των στοιχείων που την αποτελούν. Επιπρόσθετα οι απώλειες στο επίπεδο της διανομής υπολογίζονται περίπου διπλάσιες σε σχέση με αυτές στο επίπεδο της μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας. Η κατασκευαστική διαμόρφωση των δικτύων διανομής συνδέεται άμεσα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά δόμησης των πόλεων και γενικότερα με τον τρόπο χωροταξικής διαμόρφωσης κάθε χώρας. Τα δίκτυα διανομής διακρίνονται, ανάλογα με την τάση, σε δίκτυα υψηλής τάσης που κυμαίνονται στα 60-150kV, σε δίκτυα μέσης τάσης που κυμαίνονται στα 1-60kV και σε δίκτυα χαμηλής τάσης 100-1000V. Επιπλέον, διακρίνονται βάσει της κατασκευής τους σε εναέρια και υπόγεια.

Η μορφή των δικτύων μεταφοράς είναι κατά κανόνα ακτινική και πιο σπάνια βροχοειδής. Στα ακτινικά δίκτυα διανομής όλα τα φορτία του δικτύου τροφοδοτούνται μόνο από το ένα άκρο τους. Έτσι, οι κλάδοι του δικτύου δε συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας βρόχους, αλλά διαδίδονται ακτινικά από την κεντρική τροφοδοσία προς τα φορτία. Αντίθετα, στη βροχοειδή διασύνδεση τα δίκτυα διανομής είναι κλειστά, μέσω βρόχων που σχηματίζουν οι γραμμές. Η βροχοειδής μορφή προσφέρει την εξυπηρέτηση ίδιου αριθμού φορτίων με μικρότερο μήκος γραμμών σε σχέση με την ακτινική, καθώς και εναλλακτική τροφοδοσία σε περίπτωση βλάβης. Απεναντίας απλοποιεί και διευκολύνει ζητήματα προστασίας του δικτύου και της ροής ενέργειας.

Στην Ελλάδα οι γραμμές του δικτύου διανομής υπολογίζονται, με στοιχεία του 2015, σε 236.290 χλμ., από τα οποία τα 111.130 χλμ. ανήκουν στο δίκτυο μέσης τάσης και τα 125.160 στο δίκτυο χαμηλής τάσης. Ακόμα υπάρχουν περίπου 160.000 υποσταθμοί μέσης προς χαμηλή τάση και 945 χλμ. γραμμών στο δίκτυο υψηλής τάσης. Τέλος υπάρχουν 225 υποσταθμοί υψηλής προς μέση τάση, εκ των οποίων 19 είναι κλειστού τύπου, 199 στο Διασυνδεδεμένο Σύστημα και 26 στα μη Διασυνδεδεμένα νησιά. [4]

2.2. Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ), ή ήπιες μορφές ενέργειας, ή νέες πηγές ενέργειας, ή πράσινη ενέργεια είναι μορφές εκμεταλλεύσιμης ενέργειας που προέρχονται από διάφορες φυσικές διαδικασίες. Ο όρος «ήπιες» αναφέρεται σε δύο βασικά χαρακτηριστικά τους. Καταρχάς, για την εκμετάλλευσή τους δεν απαιτείται κάποια ενεργητική παρέμβαση, όπως εξόρυξη, άντληση ή καύση, όπως με τις μέχρι τώρα χρησιμοποιούμενες πηγές ενέργειας, αλλά απλώς η εκμετάλλευση της ήδη υπάρχουσας ροής ενέργειας στη φύση. Δεύτερον, πρόκειται για «καθαρές» μορφές ενέργειας, πολύ «φιλικές» στο περιβάλλον, που δεν αποδεσμεύουν υδρογονάνθρακες, διοξείδιο του άνθρακα ή τοξικά και ραδιενεργά απόβλητα, όπως οι υπόλοιπες πηγές ενέργειας που χρησιμοποιούνται σε μεγάλη κλίμακα. Έτσι θεωρούνται από πολλούς μία αφετηρία για την επίλυση των οικολογικών προβλημάτων που αντιμετωπίζει η Γη. Σύμφωνα με οδηγία του 2009 του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου, ως ενέργεια από ανανεώσιμες μη ορυκτές πηγές θεωρούνται[5]:

- η αιολική ενέργεια,
- η ηλιακή ενέργεια,
- η αεροθερμική ενέργεια,
- η γεωθερμική ενέργεια,
- η υδροθερμική ενέργεια,
- η ενέργεια των ωκεανών,
- η υδροηλεκτρική ενέργεια,
- η ενέργεια από βιομάζα,
- η ενέργεια από τα εκλυόμενα στους χώρους υγειονομικής ταφής αέρια,
- η ενέργεια από τα αέρια που παράγονται σε μονάδες επεξεργασίας,
- η ενέργεια από τα βιοαέρια.

Η αιολική ενέργεια αξιοποιείται μέσω των ανεμογεννητριών, οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική. Τα αιολικά πάρκα αποτελούνται από συστοιχίες ανεμογεννητριών που συνδέονται στον ίδιο ζυγό του συστήματος. Οι ανεμογεννήτριες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε μηχανικό έργο μέσω ενός ανεμοκινητήρα και στη συνέχεια σε ηλεκτρική ενέργεια μέσω των γεννητριών. Οι ανεμογεννήτριες διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

1. τις οριζόντιου άξονα, όπου ο δρομέας είναι τύπου έλικας και ο άξονας μπορεί να περιστρέφεται συνεχώς παράλληλα προς τον άνεμο και
2. τις κατακόρυφου άξονα, όπου ο δρομέας είναι σταθερός.

Η ονομαστική ισχύς μιας ανεμογεννήτριας κυμαίνεται συνήθως από 200 kW μέχρι 2MW, αλλά κατασκευάζονται και ανεμογεννήτριες για υπεράκτια αιολικά πάρκα, με ονομαστική



Εικόνα 2.1: Αιολικό Πάρκο

ισχύ έως και 8MW. Η εγκατεστημένη ισχύς ενός αιολικού πάρκου κυμαίνεται από μερικά MW μέχρι 1-2 GW. Συνήθως τα αιολικά πάρκα εγκαθίστανται σε θέσεις υψηλού αιολικού δυναμικού.

Η ηλιακή ενέργεια αξιοποιείται κατά κύριο λόγο μέσω των φωτοβολταϊκών, τα οποία μετατρέπουν απευθείας την ηλιακή ενέργεια σε ηλεκτρική, μέσω των ηλιακών κυψελών. Η λειτουργία των ηλιακών κυψελών βασίζεται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο,



Εικόνα 2.2: Φωτοβολταϊκό Πάνελ

στο φαινόμενο δηλαδή απόδρασης των ηλεκτρονίων των ατόμων του φωτοβολταϊκού στοιχείου από τις κανονικές τους θέσεις λόγω της απορρόφησης της ενέργειας του φωτός, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ρεύματος. Οι φωτοβολταϊκοί σταθμοί αποτελούνται από ένα σύνολο φωτοβολταϊκών στοιχείων, τα οποία είναι συστοιχίες πάνελ πυριτίου που μετατρέπουν την ηλιακή ενέργεια σε ηλεκτρική υπό συνεχή τάση (DC) και κυκλώματα ισχύος -

αντιστροφείς (inverters) που μετατρέπουν την συνεχή τάση σε εναλλασσόμενη (AC), κατάλληλη για το δίκτυο. Συνήθως, η εγκατεστημένη ισχύ των φωτοβολταϊκών συστημάτων κυμαίνεται συνήθως από μερικά KW έως μερικές εκατοντάδες MW στα πολύ μεγάλα φωτοβολταϊκά πάρκα.

Η ηλιακή ενέργεια μπορεί επίσης να αξιοποιηθεί με τη συγκέντρωση των ηλιακών ακτινών μέσω ηλιακών συλλεκτών ώστε να επιτευχθούν υψηλές θερμοκρασίες και τελικά η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Η αεροθερμική και υδροθερμική ενέργεια αναφέρονται γενικά στην ενέργεια που αποθηκεύεται υπό τη μορφή θερμότητας στον αέρα και τα επιφανειακά ύδατα αντίστοιχα. Η γεωθερμική ενέργεια είναι γενικά η θερμότητα εσωτερικών στρωμάτων της γης, η οποία γίνεται εκμεταλλεύσιμη όταν υπάρχουν οι κατάλληλες γεωλογικές συνθήκες. Η ενέργεια αυτή παράγεται ουσιαστικά από τη ραδιενεργό αποσύνθεση των πετρωμάτων της γης. Είναι εκμεταλλεύσιμη εκεί όπου η θερμότητα αυτή ανεβαίνει με φυσικό τρόπο στην επιφάνεια, για παράδειγμα στους θερμοπίδακες ή στις πηγές ζεστού νερού. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε απευθείας για θερμικές εφαρμογές, είτε για την παραγωγή ηλεκτρισμού.[5]

Η ενέργεια των ωκεανών αποτελεί μια από τις ΑΠΕ του μέλλοντος. Οι ωκεανοί μπορούν να προσφέρουν τεράστια ποσά ενέργειας. Υπάρχουν τρεις βασικοί τρόποι εκμετάλλευσης της ενέργειας των ωκεανών:

1. ενέργεια από παλίρροιες. Εκμεταλλεύεται τη βαρύτητα του Ήλιου και της Σελήνης, που προκαλεί ανύψωση της στάθμης του νερού. Το νερό αποθηκεύεται καθώς ανεβαίνει και για να ξανακατέβει αναγκάζεται να περάσει μέσα από μια τουρμπίνα, παράγοντας ηλεκτρισμό.
2. ενέργεια από κύματα. Εκμεταλλεύεται την κινητική ενέργεια των κυμάτων των ωκεανών
3. ενέργεια από τις θερμοκρασιακές διαφορές του νερού. Εκμεταλλεύεται τη διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στα στρώματα του ωκεανού, κάνοντας χρήση θερμικών κύκλων και βρίσκεται ακόμα στο στάδιο της έρευνας.[6]

Ωστόσο αυτή η μορφή ενέργειας δεν είναι τόσο διαδεδομένη και δεν βρίσκει τόσες εφαρμογές σήμερα, εξαιτίας κυρίως του υψηλού κόστους της εγκατάστασης, αλλά και της μεταφοράς της παραγόμενης ενέργειας.

Η υδροηλεκτρική ενέργεια σε επίπεδο ΑΠΕ, αναφέρεται συνήθως σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς έως και των 10MW, τα λεγόμενα «μικρά υδροηλεκτρικά». Σε αντίθεση με τα μεγάλα υδροηλεκτρικά εργοστάσια, οι μικροί σταθμοί εκμεταλλεύονται τη φυσική ροή και τις φυσικές υδατοπτώσεις του νερού χωρίς την κατασκευή τεχνητών λιμνών και μεγάλων φραγμάτων. Ως εκ τούτου η αποδοτικότητα των σταθμών αυτών συναρτάται άμεσα από τις υπάρχουσες εδαφοϋδρολογικές συνθήκες. Η συμβολή των μικρών υδροηλεκτρικών στις ενεργειακές ανάγκες μιας περιοχής μπορεί να είναι σημαντική.



Εικόνα 2.3: Υδροηλεκτρικό Φράγμα

Με τον όρο βιομάζα αποκαλείται οποιοδήποτε υλικό που παράγεται από ζωντανούς οργανισμούς (όπως είναι το ξύλο και άλλα προϊόντα του δάσους, υπολείμματα καλλιεργειών, κτηνοτροφικά απόβλητα, απόβλητα βιομηχανιών τροφίμων κ.λπ.) και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως καύσιμο για παραγωγή ενέργειας. Η ενέργεια της βιομάζας είναι δευτερογενής ηλιακή ενέργεια, καθώς η ηλιακή ενέργεια μετασχηματίζεται από τα φυτά μέσω της φωτοσύνθεσης. Από τη βιομάζα παράγονται τα βιοκαύσιμα τα οποία έχουν υγρή ή αέρια μορφή. Τα κυριότερα αυτών είναι το βιοντίζελ, προερχόμενο από φυτικά ή ζωικά λίπη και είναι ποιότητας ντίζελ πετρελαίου, η βιοαιθανόλη παραγόμενη μέσω αλκοολικής ζύμωσης βιομάζας πλούσιας σε ζάχαρη και το βιοαέριο, όπως για παράδειγμα το αέριο που παράγεται σε μονάδες βιολογικού καθαρισμού και είναι



Εικόνα 2.4: Βιομάζα

ποιότητας φυσικού αερίου. Πλεονέκτημά τους είναι ότι για την παραγωγή τους διατίθενται άφθονες πρώτες ύλες, με αποδοτική αξιοποίηση πολλών ανεκμετάλλευτων ως τώρα πρώτων υλών για τη δημιουργία ενός καθαρού καυσίμου που μπορεί να αντικαταστήσει τη χρήση συμβατικών καυσίμων.

Οι ΑΠΕ λαμβάνονται σοβαρά υπόψη στη χάραξη της ενεργειακής πολιτικής της κάθε χώρας, και η διεξόδυσή τους αυξάνεται συνεχώς τα τελευταία χρόνια. Γι' αυτό το λόγο καταβάλλεται προσπάθεια ενίσχυσης της περαιτέρω αξιοποίησής τους, ώστε να αυξηθεί το μικρό ποσοστό τους στη συνολική ενεργειακή παραγωγή. Αυτή η προσπάθεια αφορά τόσο τη βελτίωση της αποδοτικότητας κάθε επιμέρους τεχνολογίας ΑΠΕ, όσο και τις μορφές αποθήκευσης της ενέργειας που παράγεται από αυτές.

Η χρήση των ΑΠΕ έχει πλήθος πλεονεκτημάτων σε σύγκριση με παραδοσιακές πηγές ενέργειας. Αρχικά οι ΑΠΕ είναι πολύ φιλικές προς το περιβάλλον, έχοντας ουσιαστικά μηδενικά κατάλοιπα και απόβλητα και αποτελούν πηγές ενέργειας ανεξάντλητες, σε αντίθεση με τα ορυκτά καύσιμα. Ακόμα, αποτελούν εγχώριες πηγές ενέργειας και

συνεισφέρουν στην ενίσχυση της ενεργειακής ανεξαρτησίας και της ασφάλειας του ενεργειακού εφοδιασμού σε εθνικό επίπεδο. Είναι γεωγραφικά διεσπαρμένες και οδηγούν στην αποκέντρωση του ενεργειακού συστήματος. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα να καλύπτονται οι ενεργειακές ανάγκες σε τοπικό και περιφερειακό επίπεδο, ανακουφίζοντας τα συστήματα υποδομής ενώ παράλληλα μειώνονται οι απώλειες μεταφοράς ενέργειας. Έχουν συνήθως χαμηλό λειτουργικό κόστος, το οποίο επιπλέον δεν επηρεάζεται από τις διακυμάνσεις της διεθνούς οικονομίας και ειδικότερα των τιμών των συμβατικών καυσίμων.

Παρά ταύτα, οι ΑΠΕ παρουσιάζουν και ορισμένα χαρακτηριστικά που δυσχεραίνουν την ένταξη και την ταχεία ανάπτυξη τους. Βασικό μειονέκτημα αποτελεί ο αρκετά μικρός συντελεστής απόδοσης τους, της τάξης του 30 %. Αυτό έχει σαν συνέπεια το μεγάλο αρχικό κόστος εγκατάστασης και εφαρμογής σε μεγάλες επιφάνειες της γης. Για το λόγο αυτό δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κάλυψη αναγκών μεγάλων φορτίων. Ακόμα οι συχνές διακυμάνσεις στη διαθεσιμότητα τους, που οφείλεται στην εκ φύσεως στοχαστικότητα των φαινομένων που εκμεταλλεύονται οι τεχνολογίες των ΑΠΕ, απαιτεί την εφεδρεία άλλων ενεργειακών πηγών με δαπανηρές μεθόδους αποθήκευσης ή γενικά μεγάλο κόστος. Επιπλέον η διαρκής ένταξη νέων μονάδων ΑΠΕ σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας μπορεί να προκαλέσει προβλήματα ευστάθειας και γενικά προβλήματα ποιότητας της τάσης, όπως βυθίσεις τάσης λόγω χειρισμών ζεύξης, flicker, αρμονικές κλπ., για αυτό απαιτείται ειδική εξέταση και έλεγχος κατά τη διασύνδεση των μονάδων ΑΠΕ, ώστε να προσφέρεται αποδεκτής ποιότητας ενέργεια, να ελαχιστοποιούνται τα σφάλματα και να επιτυγχάνεται υψηλό επίπεδο ασφάλειας.

Στην Ελλάδα η μεγάλη διείσδυση των ΑΠΕ αποτελεί ένα από τους βασικότερους ενεργειακούς στόχους της χώρας. Σύμφωνα με έρευνες, το 2016 η χώρα μας παρήγαγε το 15,4% της συνολικής ηλεκτρικής ενέργειας της από ΑΠΕ. Τέλος, στην προσπάθεια της ανάπτυξης των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας για την αντιμετώπιση της κλιματικής αλλαγής και την εξοικονόμηση φυσικών πόρων, η Ελλάδα έχει θέσει συγκεκριμένα ως στόχο έως το 2020 οι ΑΠΕ να αποτελούν το 20% της παραγόμενης ενέργειας, ενώ αποτελεί ευρωπαϊκή οδηγία η κάλυψη τουλάχιστον του 27% των ενεργειακών αναγκών κάθε χώρας-μέλους της Ευρωπαϊκής Ένωσης μέχρι το 2030.

2.3. Κεντρική Παραγωγή Ενέργειας

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η παραγωγή ενέργειας γίνεται με μαζικό τρόπο από μεγάλες μονάδες παραγωγής που καλύπτουν τις ανάγκες των καταναλωτών σε ηλεκτρική ενέργεια. Αύτη η ροή της ηλεκτρικής ενέργειας από τα μεγάλα κέντρα παραγωγής στους επιμέρους μικρούς ή μεγάλους καταναλωτές αποτελεί ουσιαστικά το μοντέλο της κεντρικής παραγωγής ενέργειας. Με αυτό το μοντέλο επιτυγχάνεται υψηλό επίπεδο ευστάθειας με έναν απλό και εύκολο τρόπο. Οι τρεις βασικοί παράμετροι ευστάθειας είναι το επίπεδο τάσης, η ευστάθεια της γωνίας και η ευστάθεια της συχνότητας στο δίκτυο.[7]

Ο παραδοσιακός αυτός τρόπος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παρουσιάζει ωστόσο κάποιες προβληματικές που χρήζουν αντιμετώπισης. Οι μονάδες παραγωγής πρέπει κάθε χρονική στιγμή να καλύπτουν την ενεργειακή ζήτηση, ωστόσο κάτι τέτοιο απαιτεί συνεχώς επεκτάσεις και αναβαθμίσεις στο δίκτυο παραγωγής, μεταφοράς και διανομής. Συνεπάγεται λοιπόν, ότι τεράστια χρηματικά ποσά και ένας μακροχρόνιος ενεργειακός προγραμματισμός χρειάζονται για τέτοιες μεταβολές στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας.

Επιπλέον, οι μονάδες παραγωγής πρέπει να λειτουργούν σε χαμηλότερα επίπεδα από την ονομαστική τους τάσης, της τάξεως του 90% της ονομαστικής, έτσι ώστε να υπάρχει στρεφόμενη εφεδρεία, σε ενδεχόμενη στιγμιαία αύξηση ζήτησης ή απότομης πτώσης της παραγωγής είτε λόγω βλάβης, είτε κυρίως λόγω της μη εγγυημένης παραγωγής των ΑΠΕ. Το γεγονός αυτό συνιστά μείωση της απόδοσης, καθώς βέλτιστη απόδοση επιτυγχάνεται στα επίπεδα ονομαστικής τάσης κάθε γεννήτριας.

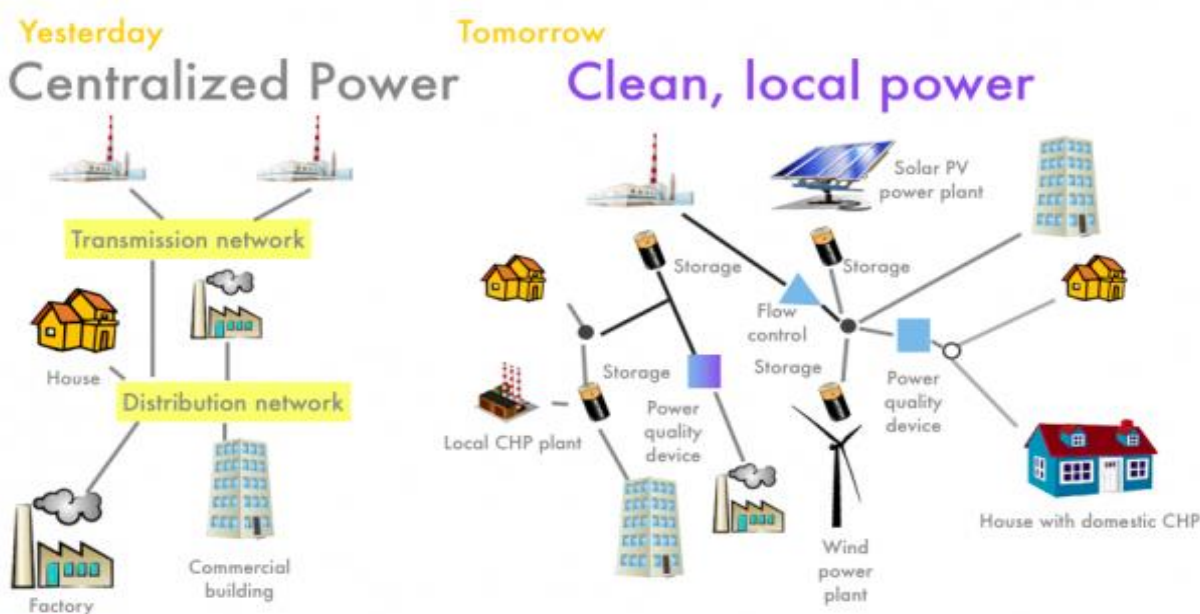
Τέλος, στο συγκεκριμένο μοντέλο απαιτείται ένα ιδιαίτερα εκτεταμένο δίκτυο μεταφοράς και διανομής για την κάλυψη ενεργειακών αναγκών όλων των καταναλωτών. Είναι προφανές λοιπόν, ότι η συντήρηση και η επέκταση ενός τέτοιου συστήματος είναι μία πολύ δαπανηρή και δύσκολη διαδικασία, ενώ η εποπτεία και η επιδιόρθωση βλαβών κρίνεται αρκετά περίπλοκη. Ακόμη, οι μεγάλες αποστάσεις που πρέπει να καλυφθούν από το δίκτυο μεταφοράς, επιφέρουν μεγάλες θερμικές απώλειες, που παρά τη λειτουργία υπό υψηλή και υπερυψηλή τάση είναι αδύνατο να αποφευχθούν.

Το παραδοσιακό αυτό μοντέλο, της κεντρικής παραγωγής ενέργειας, εφαρμόζεται και λειτουργεί σε ολόκληρο τον κόσμο, ωστόσο γίνεται όλο και πιο φανερή η ανάγκη για την υπέρβασή του. Η επιλογή ευέλικτων συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας που δρουν με σχετική ή και πλήρη αυτονομία και μπορούν εύκολα να προσαρμόζονται στις εκάστοτε τοπικές ανάγκες, αλλά και η επιτακτική ανάγκη για χρησιμοποίηση κάθε μορφής ενέργειας, είναι αυτές που δίνουν την κατεύθυνση για ένα νέο μοντέλο διεσπαρμένης παραγωγής.

2.4. Διεσπαρμένη Παραγωγή Ενέργειας

Διεσπαρμένη παραγωγή ορίζεται η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μικρής κλίμακας, με τιμές που κυμαίνονται κατά κανόνα από 1 kW έως τα 100 MW, κοντά στο σημείο της κατανάλωσης. Η βασική διαφορά από την κεντρική παραγωγή συνίσταται στο γεγονός ότι οι μονάδες διεσπαρμένης παραγωγής (Distributed Energy Resources - DERs) συνδέονται είτε στο δίκτυο διανομής, είτε απευθείας στο επίπεδο της χαμηλής τάσης άρα βρίσκονται ακριβώς ή δίπλα στον τελικό καταναλωτή. Μονάδες διεσπαρμένης παραγωγής (DERs) θεωρούνται οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, πλην των υδροηλεκτρικών μεγάλης κλίμακας και των παράκτιων αιολικών πάρκων, αλλά και τεχνολογίες όπως οι τουρμπίνες, οι μικροτουρμπίνες αερίου, οι αεροστρόβιλοι, οι εμβολοφόρες μηχανές και οι κυψέλες καυσίμου.

Η ιδέα της διεσπαρμένης παραγωγής δεν είναι καθόλου καινούργια. Στο πρώτο στάδιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, το μοντέλο της διεσπαρμένης παραγωγής αποτελούσε τον κανόνα, καθώς οι πρώτες εγκαταστάσεις παραγωγής ισχύος κάλυπταν τις ενεργειακές ανάγκες καταναλωτών μόνο της γειτονικής τους περιοχής. Ακόμη τα πρώτα δίκτυα ήταν βασισμένα σε συνεχή τάση και έτσι η παροχή τάσης ήταν περιορισμένη, όπως και η απόσταση ανάμεσα σε παραγωγό και καταναλωτή.



Εικόνα 2.5: Κεντρική και Διεσπαρμένη Παραγωγή[8]

Η επαναφορά αυτού του μοντέλου, με έναν προφανώς σύγχρονο και μοντέρνο τρόπο, έρχεται ως αποτέλεσμα των τεχνολογικών καινοτομιών και των μεταβολών στο οικονομικό περιβάλλον της ηλεκτρικής ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα η ανάπτυξη τεχνολογιών διεσπαρμένης παραγωγής, οι περιορισμοί στην επέκταση του δικτύου μεταφοράς, οι απαιτήσεις για όλο και πιο αξιόπιστη ενέργεια, η απελευθέρωση της αγοράς ενέργειας, αλλά και περιβαλλοντικές επιπτώσεις των συμβατικών μονάδων παραγωγής, είναι οι βασικότεροι λόγοι που οδηγούν στην προσπάθεια για την όσο δυνατότερο μεγαλύτερη εφαρμογή του μοντέλου της διεσπαρμένης παραγωγής.[9]

Η διεσπαρμένη παραγωγή, συνεπώς παρουσιάζει πλεονεκτήματα σε περιβαλλοντικό, οικονομικό αλλά και τεχνικό επίπεδο. Πιο αναλυτικά η ενσωμάτωση των μονάδων διεσπαρμένης παραγωγής έχει ως αποτέλεσμα:

- την αυξημένη χρήση ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, με συνέπεια τη μείωση κατανάλωσης ορυκτού καυσίμου και των εκπομπών των αερίων του θερμοκηπίου και άλλων επιβλαβών αερίων,
- την ελαχιστοποίηση των απωλειών μεταφοράς καθώς και του κόστους μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς και των περιβαλλοντικών επιπτώσεων που προκύπτουν από την κατασκευή, τη συντήρηση και την επέκταση ενός τεράστιου δικτύου μεταφοράς και διανομής,
- τη χρήση φθηνών, τοπικά παραγόμενων καυσίμων και την επί τόπου αξιοποίησή τους,
- τις μικρότερες διακυμάνσεις της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας και τη μείωση της τιμής των καυσίμων λόγω της μικρότερης ζήτησής τους,
- την εξοικονόμηση του αρχικού κεφαλαίου και χρόνου για τη κατασκευή κεντρικού σταθμού παραγωγής,
- τη μείωση του συνολικού φορτίου αιχμής και επακόλουθα την αποσυμφόρηση των ήδη υπαρχόντων γραμμών,
- την ύπαρξη εγκατεστημένης ισχύος για παροχή εφεδρείας σε περίπτωση διακοπής της τροφοδοσίας,
- την αυξημένη αξιοπιστία και βελτίωση της παρεχόμενης ποιότητας ισχύος σε τοπικό επίπεδο.

Ωστόσο η εφαρμογή του μοντέλου της διεσπαρμένης παραγωγής εμφανίζει και κάποια μειονεκτήματα που οδηγούν στην μειωμένη διεύρυσή του. Πιο συγκεκριμένα κάποιες προβληματικές είναι:

- πιθανή πρόκληση προβλημάτων στη λειτουργία του δικτύου, όπως η αντίστροφη ροή ενέργειας στα δίκτυα διανομής, που μπορεί να προκαλέσει αρνητικές συνέπειες στην ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος, στα επίπεδα τάσης και την ποιότητα της τάσης,
- πιθανή πρόκληση αυξημένων ρευμάτων βραχυκύκλωσης, δυσλειτουργία των διατάξεων προστασίας του δικτύου και ασυμμετρία φάσεων,
- συγκεκριμένο ποσοστό ζήτησης που μπορεί να καλυφθεί από τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, λόγω της εκ φύσεως στοχαστικότητάς τους, και απαραίτητη εφεδρεία από συμβατικές μονάδες παραγωγής,
- αδυναμία, προς το παρόν, των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας να ανταγωνιστούν τις μεγάλες μονάδες παραγωγής στο οικονομικό επίπεδο και κατά συνέπεια, ανάγκη για μεγάλες κρατικές επιχορηγήσεις,
- υψηλό οικονομικό κόστος ανά μονάδα εγκατεστημένης ισχύος.

Η αύξηση της διεύρυνσης της διεσπαρμένης παραγωγής προϋποθέτει, πρώτα και κύρια, να υπάρχει καλύτερη εποπτεία και έλεγχος στα δίκτυα, ώστε να καταστεί εφικτή η αποφυγή των προαναφερθέντων προβλημάτων ευστάθειας. Τα δίκτυα ενέργειας, σήμερα, χαρακτηρίζονται από τον παθητικό τρόπο λειτουργίας τους, το χαμηλό επίπεδο

αυτοματισμού και τις μειωμένες δυνατότητες κεντρικής διαχείρισης. Ακόμα, θα πρέπει να υπάρχει ευελιξία στην παραγωγή της ενέργειας, αλλά και κατά το δυνατόν έλεγχος της ζήτησης για το δυναμικό έλεγχο του ισοζυγίου παραγωγής και ζήτησης, που είναι κρίσιμος για την ευστάθεια και την αξιοπιστία του δικτύου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την ενσωμάτωση συστημάτων αποθήκευσης ενέργειας και μικρών μονάδων παραγωγής με ικανότητα παροχής σταθερής ισχύος (π.χ. γεννήτριες ΣΥΘ, βιοκαυσίμων), για άμεση ανταπόκριση στη ζήτηση.

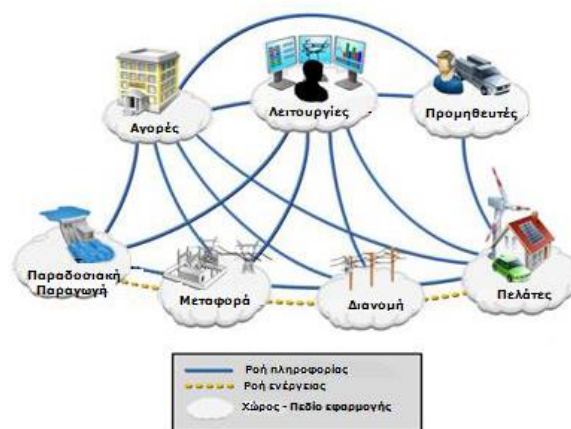
2.5. Ευφυή Δίκτυα (Smart Grids)

Τα ηλεκτρικά δίκτυα βρίσκονται σε φάση μετάβασης στη νέα εποχή των ευφυών δικτύων (smart grids). Παρά το γεγονός ότι τα υφιστάμενα ηλεκτρικά δίκτυα συνεχίζουν να έχουν αξιοπιστία στην παροχή ενέργειας, οι αυξανόμενες απαιτήσεις, η διαχείριση των πλουτοπαραγωγικών πηγών με βέλτιστο περιβαλλοντικό τρόπο και η εμφάνιση νέων εφαρμογών και τεχνολογικών εξελίξεων, έχουν οδηγήσει στην ενσωμάτωση τεχνολογιών πληροφορικής και τηλεπικοινωνιών για την υλοποίηση των ευφυών ηλεκτρικών δικτύων. Με τον όρο ευφυές δίκτυο εννοούμε το σύγχρονο ηλεκτρικό δίκτυο το οποίο χαρακτηρίζεται από την αμφίδρομη ψηφιακή επικοινωνία μεταξύ καταναλωτών και προμηθευτών, καθώς και τη δυνατότητα απομακρυσμένης παρακολούθησης και ελέγχου με τρόπο αυτόματο, ώστε να βελτιστοποιείται η λειτουργία των διασυνδεδεμένων στοιχείων του.

Βασική λειτουργία, λοιπόν, των ευφυών ηλεκτρικών δικτύων, παράλληλα με την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας, είναι η αμφίδρομη μετάδοση πληροφοριών που παρέχουν αποτελεσματική και ελεγχόμενη διαχείριση σε όλα τα στάδια, από την παραγωγή ενέργειας μέχρι τους τελικούς καταναλωτές. Η αμφίδρομη ροή πληροφορίας σε ηλεκτρικά δίκτυα επιτρέπει την ενεργό συμμετοχή των καταναλωτών, με την παροχή δεδομένων σε πραγματικό χρόνο για την κατανάλωση και τη χρήση ηλεκτρικής ενέργειας. Με την ολοκλήρωση τηλεπικοινωνιακών υποδομών σε ηλεκτρικά δίκτυα, αναδεικνύεται η δυνατότητα διαχείρισης, ελέγχου και βελτιστοποίησης διαφορετικών ευφυών λειτουργικών συστημάτων των ηλεκτρικών δικτύων. Ωστόσο, η μετάβαση σε ευφυή ηλεκτρικά δίκτυα απαιτεί την τροποποίηση πολλών συστημάτων και τεχνολογιών που λειτουργούν ήδη αλλά και την ενσωμάτωση νέων τεχνολογιών επικοινωνίας και δικτύωσης στη λειτουργία του ηλεκτρικού δικτύου με ένα διάφανο τρόπο.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να περιγραφεί ένα έξυπνο δίκτυο. Ο τρόπος που χρησιμοποιείται συχνότερα, είναι η απεικόνιση του έξυπνου δικτύου ως ένα σύνολο από οντότητες οι οποίες επικοινωνούν μεταξύ τους. Ο τρόπος αυτός όπως προτάθηκε για πρώτη φορά από τον οργανισμό NIST, προσφέρει μια αφαιρετική απεικόνιση του έξυπνου δικτύου σε υψηλό επίπεδο, χωρίζοντάς το σε επτά συνεργαζόμενους τομείς-δίκτυα

κάθε ένα από τα οποία περιλαμβάνει μια ή περισσότερες οντότητες-συσκευές, συστήματα ή προγράμματα (όπως για παράδειγμα smart meters, συστήματα SCADA κτλ.) τα οποία ανταλλάσσουν πληροφορίες και λαμβάνουν αποφάσεις για την εξασφάλιση της εύρυθμης λειτουργίας του. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 6, οι επτά τομείς στους οποίους μπορούμε να χωρίσουμε ένα έξυπνο δίκτυο είναι οι Πελάτες, οι Αγορές, οι Πάροχοι Υπηρεσιών, οι

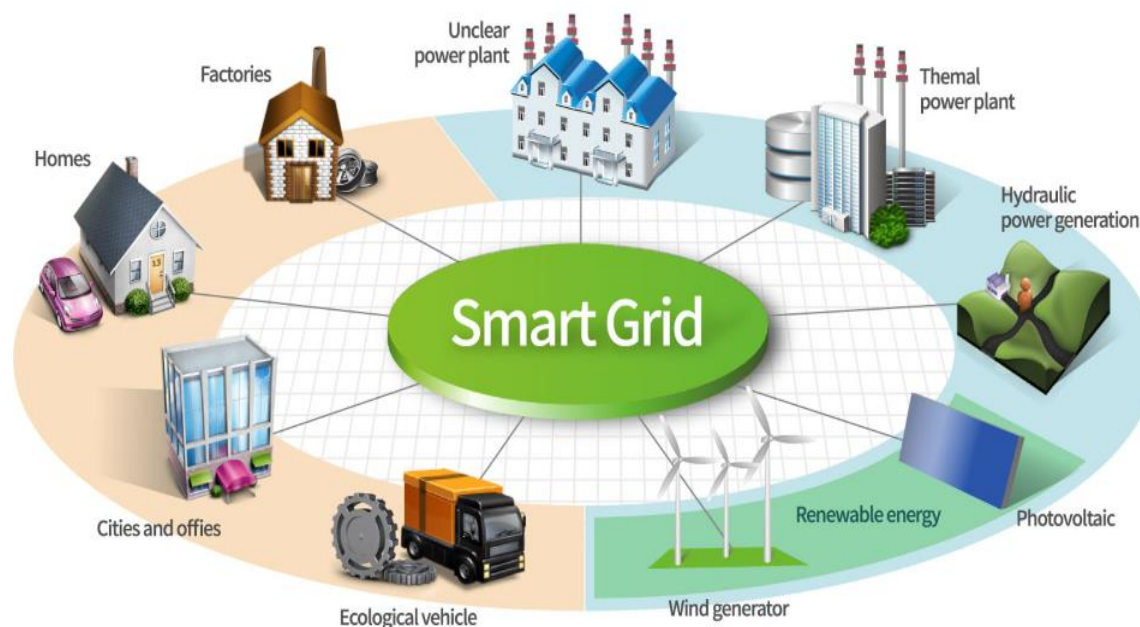


Εικόνα 2.6: Απεικόνιση ροής ενέργειας και ροής πληροφορίας στο αφαιρετικό μοντέλο της NIST [10]

Λειτουργίες, η Παραγωγή, η Μεταφορά και η Διανομή.[10]

Από τους πιο πάνω ορισμούς μπορεί κανείς να καταλάβει πως ένα έξυπνο δίκτυο δεν είναι τίποτα άλλο παρά η μετεξέλιξη του τρέχοντος ηλεκτρικού δικτύου σε ένα δίκτυο στο οποίο η τεχνολογία της πληροφορίας θα έχει τον πρώτιστο ρόλο. Στην ουσία, η τεχνολογία της πληροφορίας θα επιτρέπει πλέον τον απομακρυσμένο έλεγχο όλων των σταδίων από την παραγωγή στην κατανάλωση, την αμφίδρομη επικοινωνία μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης (δίνοντας την ευκαιρία στον καταναλωτή να μετέχει και στην παραγωγή ως prosumer), την εξασφάλιση βιωσιμότητας (sustainability) και ποιότητας υπηρεσιών, την κατανεμημένη (distributed) παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, την επεξεργασία της πληροφορίας σε τοπικό επίπεδο (χωρίς να απαιτείται αποστολή της σε ένα κεντρικό σημείο), την αποθήκευσή της παραγόμενης ενέργειας και την έξυπνη μέτρηση της κατανάλωσής της. Όλα αυτά έχοντας ως κυρίαρχο στόχο την εξασφάλιση αξιοπιστίας, αποδοτικότητας και ασφάλειας. Πιο συγκεκριμένα:

- Αξιοπιστίας μέσω του σχεδιασμού του συστήματος με τέτοιο τρόπο ώστε να λειτουργεί αυτόνομα, ανιχνεύοντας την αιτία των προβλημάτων του και διορθώνοντας τα, βρίσκοντας παράλληλα εναλλακτικούς τρόπους τροφοδότησης σε περιπτώσεις που οι υφιστάμενοι δεν μπορούν να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις.
- Αποδοτικότητας μέσω της αξιοποίησης εναλλακτικών μορφών ενέργειας για τη βελτιστοποίηση της διαδικασίας παραγωγής-μεταφοράς και διάδοσης ενέργειας, αλλά και μέσω της εμπλοκής του πελάτη στη διαδικασία εξοικονόμησης ενέργειας.
- Ασφάλειας μέσω πιο προσεγγμένου ελέγχου και παρακολούθησης της διαδικασίας ηλεκτροδότησης.[11]



Εικόνα 2.7: Ευφυές Δίκτυο (Smart Grid) [12]

Ένα έξυπνο δίκτυο ηλεκτροδότησης συνοπτικά μπορεί να προσφέρει τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Μεγαλύτερη αξιοπιστία και καλύτερη ποιότητα υπηρεσίας.
- Καλύτερη αξιοποίηση της υφιστάμενης υποδομής και των εναλλακτικών μορφών ενέργειας προκειμένου να μη χρειάζεται πλέον η χρήση απαρχαιωμένων ηλεκτροπαραγωγών σταθμών (που είναι επιβλαβείς για το περιβάλλον) για την κάλυψη της ζήτησης.
- Ευέλικτος σχεδιασμός που να επιτρέπει στο σύστημα να λειτουργεί αυτοάνοσα σε περιπτώσεις βλάβης.
- Προστασία του περιβάλλοντος μέσω της αξιοποίησης εναλλακτικών μορφών ενέργειας που έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση εκπομπής ρυπογόνων παραγόντων στην ατμόσφαιρα.
- Ενεργός συμμετοχή του καταναλωτή στην προσπάθεια για εξοικονόμηση ενέργειας (μέσω προγραμμάτων demand-response και δυναμικής χρέωσης kWh αναλόγως της ώρας και της ημέρας).
- Δυνατότητα πιο ακριβούς πρόβλεψης της ζήτησης μέσω επεξεργασίας δεδομένων που λαμβάνονται από έξυπνους μετρητές, γεγονός που συνεπάγεται μειωμένη σπατάλη ενέργειας και μικρότερο ρίσκο για διακοπές παροχής.[13]

Κεφάλαιο 3 : Οικονομική Κατανομή Φορτίου

3.1. Εισαγωγή στην Οικονομική Κατανομή Φορτίου

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, τα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελούνται από πολλές γεννήτριες και φορτία και η πολυπλοκότητα τόσο της τοπολογίας τους όσο και του εξοπλισμού τους συνεχώς αυξάνει. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τη διαχρονική ανάγκη για μείωση του κόστους της ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ένα αρκετά πολύπλοκο και ενδιαφέρον πρόβλημα για τη μελέτη των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να τροφοδοτηθεί ένα ζητούμενο φορτίο. Ωστόσο καλύτερος τρόπος τροφοδότησης είναι αυτός που παρέχει την οικονομικότερη λειτουργία του συστήματος, διατηρώντας παράλληλα την αξιοπιστία του. Η προσπάθεια συνίσταται στην ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής, με τη χρησιμοποίηση του καταλληλότερου καυσίμου και του κόστους μεταφοράς με την ελαχιστοποίηση των απωλειών του δικτύου.

Η βέλτιστη λειτουργία του συστήματος αποτελεί το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου (Economic Dispatch - ED) και προϋποθέτει τα εξής:

1. ακριβή πρόβλεψη φορτίων, σε βραχυπρόθεσμο και μακροπρόθεσμο επίπεδο,
2. οικονομικό προγραμματισμό γεννητριών,
3. οικονομική φόρτιση μονάδων σε λειτουργία.

Όσον αφορά τη πρόβλεψη του φορτίου, αυτή διακρίνεται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη, εννοώντας αντίστοιχα απ' τη μία την πρόβλεψη του φορτίου του συστήματος ώρα με την ώρα και απ' την άλλη τον υπολογισμό και την εκτίμηση των πιθανότερων ετήσιων ή εποχιακών αιχμών φορτίου σε μακροχρόνια κλίμακα. Ο οικονομικός προγραμματισμός των γεννητριών αναφέρεται στην ένταξη των μονάδων στο σύστημα για την εξυπηρέτηση της ωριαίας ζήτησης του φορτίου. Ενώ τέλος, η οικονομική φόρτιση των μονάδων αναφέρεται στη βελτιστοποίηση της φορτίσεως κάθε μονάδας ενός δεδομένου συνδυασμού μονάδων σε λειτουργία.[14]

Γενικά το πρόβλημα της οικονομικής εκμετάλλευσης του συστήματος, όταν αυτό περιλαμβάνει πολλών ειδών μονάδες παραγωγής, και ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια με τη διεύθυνση των ΑΠΕ και της διεσπαρμένης παραγωγής, καθώς και διασυνδέσεις με άλλα συστήματα, κρίνεται ιδιαίτερα σύνθετο και χρίζει εκτενούς μελέτης. Σε ένα αυτόνομο σύστημα ενέργειας, το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου έγκειται στην εξυπηρέτηση της ζήτησης με το ελάχιστο δυνατό κόστος καυσίμου και συνεπώς ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της παραγόμενης ενέργειας. Οι τρεις βασικοί παράγοντες στην ελαχιστοποίηση του κόστους είναι η λειτουργική απόδοση των μονάδων, το κόστος καυσίμου και οι απώλειες του δικτύου μεταφοράς.

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, παρουσιάζεται το κλασικό μοντέλο της οικονομικής κατανομής φορτίου και η επίλυση του προβλήματος με τη μέθοδο του συντελεστή Λάμδα (μέθοδος Lagrange) για διαφορετικές περιπτώσεις, λαμβάνοντας υπόψη κάθε φορά τη συνολική ζήτηση. Ακόμα αναφέρονται διαφορετικές προσεγγίσεις του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου με διάφορα είδη αλγορίθμων, με κύριο σκοπό την αποκεντρωμένη επίλυση του. Τέλος, μελετάται συγκεκριμένος αλγόριθμος για την κατανομημένη επίλυση του προβλήματος. Διευκρινίζεται ότι στο παρόν κεφάλαιο θεωρούμε την ύπαρξη μόνο συμβατικών μονάδων παραγωγής.

3.2. Κλασικό Μοντέλο Οικονομικής Κατανομής Φορτίου

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στόχος της οικονομικής κατανομής φορτίου είναι η ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους του συστήματος ή ισοδύναμα του κόστους κατανάλωσης καυσίμου ικανοποιώντας το φορτίο υπό τους περιορισμούς του συστήματος με δεδομένες μονάδες παραγωγής σε λειτουργία. Ουσιαστικά λοιπόν, επιδιώκεται ο βέλτιστος συνδυασμός λειτουργίας μονάδων παραγωγής ώστε να καλύπτεται μια συγκεκριμένη ζήτηση και χωρίς να γίνεται παραβίαση των δεδομένων τεχνικών ορίων. Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου αποτελεί ένα από τα πιο κομβικά προβλήματα στη μελέτη των συστημάτων ενέργειας. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι που περιέχουν επαναληπτικές διαδικασίες, βασίζονται στον δυναμικό προγραμματισμό, εξελκτικούς αλγορίθμους και άλλες τεχνικές.

Όλα τα παραπάνω απαιτούν τη σωστή μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος. Κατ' αρχήν, πρέπει να εκφραστούν σωστά οι επιμέρους συναρτήσεις κόστους παραγωγής ισχύος της κάθε μονάδας παραγωγής. Το κόστος μιας συμβατικής θερμικής μονάδας περιλαμβάνει κατά βάση το κόστος καυσίμου, το κόστος εργασίας, το κόστος συντήρησης και το κόστος μεταφοράς καυσίμου. Σημειώνεται ότι το κόστος εργασίας, το κόστος συντήρησης και το κόστος μεταφοράς καυσίμου, επειδή συνήθως είναι δύσκολο να εκφραστούν μαθηματικά, θεωρούνται σταθερά και συμπεριλαμβάνονται στην συνάρτηση κόστους μια συμβατικής μονάδας ως ένας σταθερός όρος.[15] Αξίζει ακόμα να τονιστεί ότι το τελικό κόστος λειτουργίας της κάθε μονάδας παραγωγής, εξαρτάται από τον τύπο καυσίμου (πετρέλαιο, φυσικό αέριο, λιγνίτης, άνθρακας κλπ.), τις εθνικές και διεθνείς οικονομικές συνθήκες, την πολιτική κατάσταση και άλλους παράγοντες που καθιστούν τον υπολογισμό του ιδιαίτερα περίπλοκο. Τελικά η συνάρτηση που περιγράφει εμπειρικά το κόστος των θερμικών μονάδων και είναι ευρέως αποδεκτή έχει τη μορφή ενός πολυωνύμου δευτέρου βαθμού. Για τις ανάγκες της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, θα θεωρηθεί ότι οι εξισώσεις που περιγράφουν το κόστος κάθε επιμέρους συμβατικής θερμικής μονάδας έχουν τη μορφή πολυωνύμου δευτέρου βαθμού:

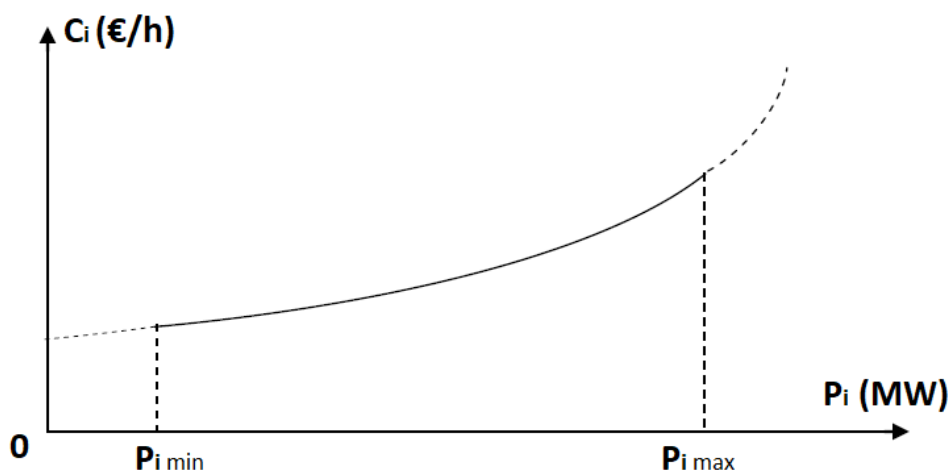
$$C_i(P_i) = a_i + b_i * P_i + c_i * P_i^2 \quad (3.1)$$

όπου C_i το λειτουργικό κόστος της i -οστής μονάδας σε €/h, P_i η συνολική παραγωγή ενεργού ισχύος της i -οστής μονάδας σε MW και a_i , b_i και c_i είναι οι συντελεστές κόστους της i -οστής συμβατικής μονάδας σε €, €/MW και €/MW² αντίστοιχα, και βρίσκονται από τις καμπύλες εισόδου-εξόδου της κάθε μονάδας. Ακόμα, ένας βασικός περιορισμός που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη σχετικά με την κάθε μονάδα παραγωγής, κατά την επίλυση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου, είναι η μέγιστη και η ελάχιστη δυνατή φόρτιση της εκάστοτε γεννήτριας:

$$P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max} \quad (3.2)$$

όπου $P_{i,min}$ το κάτω όριο λειτουργίας της γεννήτριας, που προκαλείται από θερμικούς περιορισμούς στη λειτουργία του λέβητα-ατμοπαραγωγού για τις θερμικές μονάδες και όταν αυτές εντάσσονται στο δίκτυο πρέπει η παραγόμενη ισχύς τους να βρίσκεται πάνω από αυτό, ενώ όπου $P_{i,max}$ το άνω όριο λειτουργίας που σχετίζεται με το όριο του στροβίλου της γεννήτριας, πόση ουσιαστικά ισχύ δύναται να παράγει. Η παραπάνω

ανισότητα αντιστοιχεί σε $2 * N$ (έναν για το ελάχιστο και έναν για το μέγιστο κάθε μονάδας) περιορισμούς, όπου N το πλήθος των μονάδων που περιλαμβάνει το σύστημα που μελετάται. Βάσει όλων των παραπάνω, σχεδιάζεται το διάγραμμα που αποτυπώνει τη σχέση μεταξύ του κόστους λειτουργίας της κάθε μονάδας και της παραγόμενης ισχύος της.

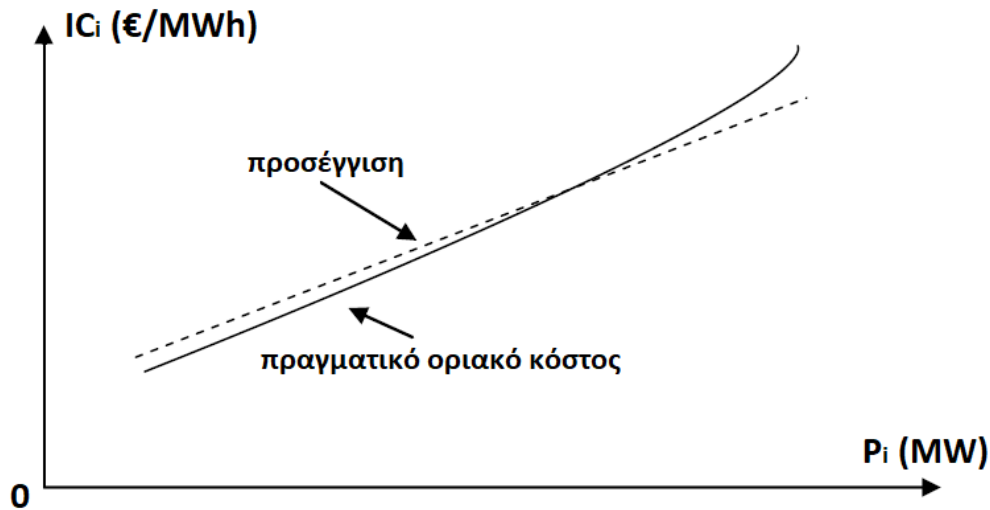


Σχήμα 3.1: Κόστος λειτουργίας της μονάδας παραγωγής συναρτήσει της παραγόμενης ισχύος

Εν συνεχεία, βασικό κριτήριο για την κατανομή του φορτίου μεταξύ των μονάδων παραγωγής, αποτελεί ουσιαστικά το κατά πόσο μια αύξηση του φορτίου σε μια μονάδα και ισόποση μείωση σε άλλη, επιφέρει αύξηση ή μείωση του συνολικού κόστους. Η σύγκριση αυτή επιτυγχάνεται πρακτικά μέσω του διαφορικού-οριακού κόστους της κάθε μονάδας. Με βάση τη σχέση 3.1 που δόθηκε παραπάνω προσδιορίζεται το διαφορικό κόστος της μονάδας, έστω IC_i , το οποίο θα είναι ουσιαστικά η κλίση του παραπάνω διαγράμματος (Σχήμα 3.1):

$$IC_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_i} = 2c_i * P_i + b_i \quad (3.3)$$

Το διαφορικό κόστος λοιπόν εκφράζει το πόσο θα αυξηθεί το κόστος ανά ώρα σε περίπτωση αύξησης του φορτίου κατά 1MW, συνεπώς θα έχει μονάδες €/MWh. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα του οριακού κόστους συναρτήσει της παραγόμενης ισχύος της μονάδας. Ωστόσο, επειδή το οριακό κόστος αποτελεί το βασικό εργαλείο επίλυσης του προβλήματος της οικονομικής κατανομής και όπως ήδη αναφέρθηκε η μαθηματική προσέγγιση του κόστους λειτουργίας είναι εμπειρική, στο διάγραμμα σχεδιάζεται και το πραγματικό οριακό κόστος, ώστε να γίνει μια σύγκριση αξιοπιστίας της προσέγγισης:



Σχήμα 3.2: Οριακό κόστος λειτουργίας της μονάδα παραγωγής συναρτήσει της παραγόμενης ισχύος

Όπως φαίνεται λοιπόν, και στο παραπάνω σχήμα, η γραμμική προσέγγιση δεν διαφέρει πολύ από την καμπύλη του πραγματικού οριακού κόστους, γεγονός που επιτρέπει τη χρήση της για την επίλυση του προβλήματος. Βάσει των παραπάνω, υπάρχει το θεωρητικό υπόβαθρο για την κατανόηση του κλασικού μοντέλου της οικονομικής κατανομής φορτίου και την επίλυση του.

Θεωρώντας, όπως αναφέρθηκε ήδη, ότι το σύστημα που εξετάζουμε αποτελείται από N συμβατικές μονάδες παραγωγής το συνολικό κόστος που επιδιώκεται να ελαχιστοποιηθεί θα είναι το παρακάτω άθροισμα:

$$C_{\text{tot}} = \sum_i^N C_i(P_i) \quad (3.4)$$

Αντίστοιχα, η συνολική παραγωγής ισχύος του συστήματος θα είναι:

$$P_{\text{tot}} = \sum_i^N P_i \quad (3.5)$$

Η συνολική παραγόμενη ισχύς πρέπει να είναι τόση, ώστε να καλύπτεται το σύνολο του απαιτούμενου φορτίου. Για να επιτευχθεί αυτό η παραγόμενη ισχύς θα πρέπει να αντισταθμίζει και τις απώλειες κατά τη μεταφορά. Συνεπώς η συνολική παραγόμενη ισχύς θα πρέπει να ισούται με το συνολικό φορτίο, συμπεριλαμβανομένων όμως και των απωλειών μεταφοράς, έτσι τελικά το ισοζύγιο ισχύος του προβλήματος διαμορφώνεται ως εξής:

$$P_{\text{tot}} = P_D + P_L \quad (3.6)$$

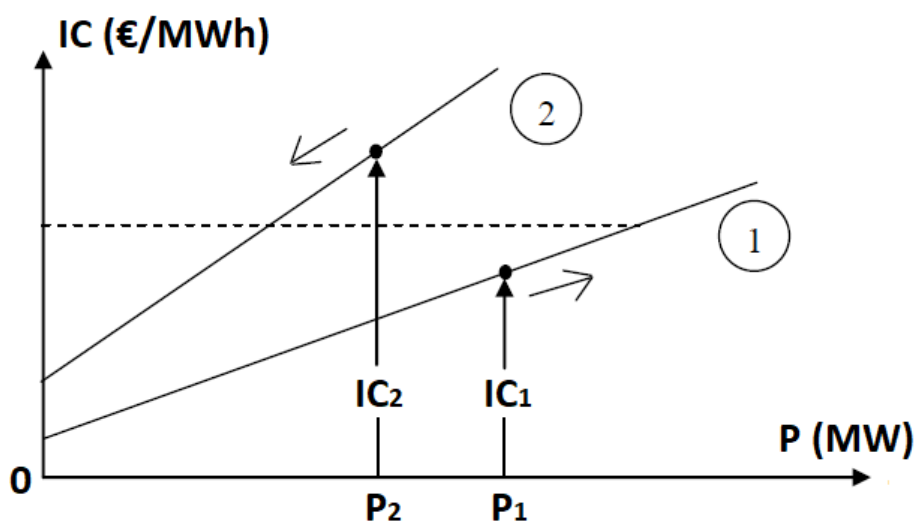
όπου P_D η συνολική ζήτηση, το συνολικό δηλαδή φορτίο και P_L οι συνολικές απώλειες μεταφοράς.

Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου έγκειται λοιπόν, στον υπολογισμό της εξόδου ισχύος της κάθε γεννήτριας με τρόπο ώστε, να τηρούνται οι όποιοι περιορισμοί και να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος:

$$P_i : \min \{C_{\text{tot}}\} \quad (3.7)$$

Διαμορφώνεται δηλαδή ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας αντικειμενικής συνάρτησης με γνώμονα ένα σύνολο μεταβλητών απόφασης, ικανοποιώντας παράλληλα τους περιορισμούς. Στο πρόβλημα αυτό, αντικειμενική συνάρτηση αποτελεί το συνολικό κόστος λειτουργίας όλων των μονάδων παραγωγής, μεταβλητές απόφασης είναι οι εξόδοι ισχύος όλων των μονάδων και περιορισμοί το ισοζύγιο ισχύος και τα όρια των μονάδων. Συγκεκριμένα υπάρχουν N μεταβλητές απόφασης, όσες και οι μονάδες, ένας περιορισμός ισότητας, το ισοζύγιο ισχύος (3.6) ,και N ανισοτικοί περιορισμοί (3.2). Με βάση αυτά εξετάζεται η επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Σε ένα σύστημα υπάρχουν πολλές μονάδες παραγωγής με διαφορετικά χαρακτηριστικά εισόδου- εξόδου. Υποθέτοντας ότι σε ένα σύστημα, το συνολικό φορτίο ικανοποιείται με τη χρήση δύο μονάδων παραγωγής και οι μονάδες αυτές έχουν διαφορετικά οριακά κόστη. Μειώνοντας το φορτίο που καλύπτει η μονάδα με το μεγαλύτερο οριακό κόστος έχει ως αποτέλεσμα την μεγαλύτερη μείωση του κόστους σε σχέση με την αύξηση του κόστους που θα προκληθεί αυξάνοντας την ίδια ποσότητα φορτίου κάλυψης της μονάδας με το μικρότερο οριακό κόστος. Εν ολίγοις, η μεταφορά φορτίου από τη μονάδα με το μεγαλύτερο οριακό κόστος στη μονάδα με το μικρότερο μειώνει συνεχώς το κόστος. Η μείωση αυτή θα συνεχίζεται μέχρις ότου τα οριακά κόστη των δύο μονάδων γίνουν ίσα. Για να γίνει ο παραπάνω συλλογισμός πιο σαφής, στο παρακάτω σχήμα αποτυπώνονται δύο καμπύλες οριακών κοστών δύο μονάδων παραγωγής, με οριακά κόστη IC_1 και IC_2 έτσι ώστε $IC_2 > IC_1$:



Σχήμα 3.3: Οριακά κόστη δύο γεννητριών συναρτήσει της παραγόμενης ισχύος

Αν μειωθεί η ισχύς εξόδου της μονάδας 2 κατά ΔP και αυξηθεί η ισχύς εξόδου της μονάδας κατά ΔP παρατηρείται ότι οι μεταβολές κόστους είναι $\Delta P * IC_1$ και $\Delta P * IC_2$ και προφανώς $(\Delta P * IC_1) < (\Delta P * IC_2)$. Συνεπώς επαληθεύεται ο παραπάνω ισχυρισμός ότι θα υπάρξει μεγαλύτερη μείωση κόστους σε σχέση με την αύξηση. Αυτή η μείωση του κόστους, δίχως να αλλάζει η ποσότητα της παραγόμενης ισχύος, θα συνεχίζεται μέχρις ότου τα οριακά κόστη γίνουν ίσα, όπου θα έχουμε και το βέλτιστο κόστος παραγωγής. Περαιτέρω αύξηση της εξόδου ισχύος P_1 της μονάδας 1 και μείωση της εξόδου ισχύος P_2 της μονάδας 2, οδηγεί σε αύξηση του συνολικού κόστους καθώς τότε θα ισχύει $IC_1 > IC_2$. Συνεπώς το ελάχιστο

κόστος επιτυγχάνεται όταν $IC_1 = IC_2$. Η παραπάνω μεθοδολογία επεκτείνεται και για μεγαλύτερο αριθμό μονάδων με ακριβώς το ίδιο σκεπτικό. Το τελικό συμπέρασμα είναι ότι σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας η ιδανική κατανομή φορτίου μεταξύ των μονάδων γίνεται όταν όλες οι μονάδες λειτουργούν με το ίδιο οριακό κόστος. Στην περίπτωση λόγου χάριν για ένα σύστημα N μονάδων παραγωγής πρέπει:

$$IC_1 = IC_2 = IC_3 = \dots = IC_N = \lambda \quad (3.8)$$

όπου λ το οριακό κόστος συστήματος.

Προφανώς ισχύει πάντα ο περιορισμός (3.6), το ισοζύγιο ισχύος, για παράδειγμα δηλαδή στο προηγούμενο απλό παράδειγμα ισχύει πάντα $P_1 + P_2 = P_D + P_L$. Ταυτόχρονα ωστόσο πρέπει να ικανοποιούνται και οι περιορισμοί (3.2), σχετικά με τα όρια των γεννητριών. Κάθε μονάδα παραγωγής έχει τα δικά της χαρακτηριστικά, τόσο όσον αφορά τους συντελεστές κόστους της, όσο και τους τεχνικούς της περιορισμούς. Συνεπώς είναι πιθανό σε κάποιες περιπτώσεις, μία ή και περισσότερες μονάδες να μην μπορούν να λειτουργήσουν στο ιδανικό οριακό κόστος διότι παραβιάζονται τα λειτουργικά τους όρια. Σε αυτές τις περιπτώσεις έξοδος αυτών των μονάδων τίθενται τα κοντινότερα όριά τους και το υπολειπόμενο φορτίο κατανέμεται στις υπόλοιπες μονάδες με τον παραπάνω τρόπο.

Εν κατακλείδι, κατά την επίλυση του προβλήματος οικονομικής κατανομής φορτίου πρέπει να τηρούνται οι παρακάτω συνθήκες:

$$P_{\text{tot}} = \sum_i^N P_i = P_D + P_L$$

$$\lambda = IC_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_i}, \text{ με } P_{i,\text{min}} \leq P_i \leq P_{i,\text{max}} \text{ για } i=1,2,\dots,N$$

(3.9)

$$\text{εάν } \frac{\partial C_i}{\partial P_i} < \lambda : P_i = P_{i,\text{max}}$$

$$\text{εάν } \frac{\partial C_i}{\partial P_i} > \lambda : P_i = P_{i,\text{min}}$$

Το παραπάνω απλοποιημένο μοντέλο, δεν είναι πλήρες καθώς δεν λογίζονται στο κόστος κάθε μονάδας οι απώλειες της επιμέρους γραμμής που την εξυπηρετεί. Για παράδειγμα μια απομακρυσμένη μονάδα έχει πολύ περισσότερες απώλειες από μία μονάδα που βρίσκεται πολύ πιο κοντά στο σημείο κατανάλωσης, λόγω μικρότερου μήκους της γραμμής μεταφοράς. Ωστόσο το ζήτημα των απωλειών δεν εξετάζεται στην παρούσα εργασία, χάριν απλότητας.

3.3. Μέθοδος Συντελεστή Λάμδα (Lagrange)

Υπάρχουν πολλοί τρόποι επίλυσης του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου και συνεχώς αναπτύσσονται και νέοι σύμφωνα πάντα με τις ανάγκες των νέων τεχνολογιών αλλά και με την πάγια ανάγκη για συντομότερο και πιο άμεσο οικονομικό προγραμματισμό των μονάδων του συστήματος. Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστεί σε διάφορες παραλλαγές, η μέθοδος συντελεστή λάμδα, μία από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης και εν προκειμένω του προβλήματος οικονομικής κατανομής φορτίου.

Η μέθοδος συντελεστή λάμδα ή αλλιώς μέθοδος πολλαπλασιαστών Lagrange, αποτελεί μια παραδοσιακή μέθοδο επίλυσης του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου, και μία κλασική μέθοδο επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης με περιορισμούς ισότητας. Θα μελετηθεί παρακάτω στην πιο απλή της περίπτωση αμελώντας τις απώλειες μεταφοράς του συστήματος και θα παρουσιαστούν κάποιες απλές εφαρμογές που επιλύθηκαν σε περιβάλλον MATLAB με τη συνάρτηση `quadprog`.

3.3.1. Μέθοδος Συντελεστή Λάμδα (Lagrange) Αμελώντας τις Απώλειες

Για να επιλυθεί το πρόβλημα πρέπει αρχικά να κατασκευαστεί η συνάρτηση Lagrange. Η μορφή της συνάρτησης αυτής είναι [16]:

$$\mathcal{L} = \sum_i^N a_i + b_i * P_i + c_i * P_i^2 + \lambda \left(P_D - \sum_i^N P_i \right) = \sum_i^N C_i(P_i) + \lambda \left(P_D - \sum_i^N P_i \right) \quad (3.10)$$

Η συνάρτηση Lagrange όπως φαίνεται στην (3.10) είναι μία συνάρτηση πολλών μεταβλητών. Συγκεκριμένα έχει N+1 ανεξάρτητες μεταβλητές τις P_1, P_2, \dots, P_N και το λ . Το ελάχιστο της συνάρτησης Lagrange βρίσκεται στο σημείο μηδενισμού όλων των μερικών παραγώγων της συνάρτησης. Με αυτό τον τρόπο βρίσκεται και το ελάχιστο της συνολικής συνάρτησης κόστους, τηρώντας παράλληλα τον περιορισμό ισότητας, δηλαδή το ισοζύγιο ισχύος. Έτσι λοιπόν πρέπει:

$$\bullet \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_i} = 0 \quad \text{για } i=1,2,\dots,N \text{ και} \quad (3.11)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.12)$$

Οι παραπάνω σχέσεις αναλύονται σύμφωνα με την 3.10 ως εξής:

$$\bullet \quad (3.11) \Rightarrow 2 * c_i p_i + b_i - \lambda = 0 \quad \text{για κάθε } i=1,2,\dots,N \text{ και} \quad (3.13)$$

$$\bullet \quad (3.12) \Rightarrow P_D - \sum_i^N p_i = 0 \quad (3.14)$$

Το παραπάνω αποτελεί ένα σύστημα N+1 εξισώσεων με N+1 αγνώστους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το σύστημα επιλύεται πολύ απλά, λύνοντας τις σχέσεις (3.13) ως προς P_i και αντικαθιστώντας στην (3.14). Συγκεκριμένα:

- (3.13) $\Rightarrow P_i = \frac{\lambda - b_i}{2 * c_i}$ για κάθε $i=1,2,\dots,N$ (3.15)

- (3.14) $\xrightarrow{(3.15)} P_D - \sum_i^N \frac{\lambda - b_i}{2 * c_i} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{P_D - \sum_i^N \frac{b_i}{2 * c_i}}{\sum_i^N \frac{1}{2 * c_i}}$ (3.16)

όπου από την (3.16) δίνεται τελικά η τιμή του λ , που αποτελεί το βέλτιστο οριακό κόστος. Στη συνέχεια με μία απλή αντικατάσταση στην σχέση (3.15) βρίσκονται οι τιμές ισχύος της κάθε μονάδας. Προφανώς, όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, σε περίπτωση που προκύψει ότι σε κάποια μονάδα παραβιάζεται κάποιο όριο, σύμφωνα με την (3.2), στην μονάδα αυτή η ισχύς τίθεται ίση με αυτό το όριο και επαναλαμβάνεται η διαδικασία θεωρώντας την έξοδο αυτής της μονάδας σταθερή και ίση με το συγκεκριμένο όριο.

Το συγκεκριμένο παράδειγμα πρέπει να τονιστεί ότι αποτελεί μία από τις πιο εύκολες περιπτώσεις επίλυσης του προβλήματος, καθώς θεωρείται πάντα δεδομένη η μορφή του κόστους της κάθε μονάδας ως ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού και αγνοούνται οι απώλειες μεταφοράς. Ωστόσο γίνεται αντιληπτό, ότι η βέλτιστη τιμή του συνολικού κόστους βρίσκεται στο σημείο όπου τα οριακά κόστη όλων των μονάδων είναι ίσα. Στη συνέχεια θα φανεί ότι όταν αλλάζει η μορφή του κόστους των επιμέρους μονάδων η επίλυση του προβλήματος γίνεται αρκετά πολύπλοκη.

Τέλος, επιλύοντας αναλυτικά το πρόβλημα ένα σημαντικό στοιχείο, στο οποίο γίνεται εκτενέστερη αναφορά στη συνέχεια της εργασίας, είναι το γεγονός ότι η συνάρτηση Lagrange όπως διαμορφώνεται στην (3.10) είναι μία convex (κυρτή) συνάρτηση, πράγμα που σημαίνει ότι ελαχιστοποιείται στο μηδενισμό της πρώτης παραγώγου της και στο σημείο αυτό έχει ολικό ελάχιστο, καθώς επίσης και ότι αναλυτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση της ελάχιστης τιμής.

3.3.2. Επίλυση του Προβλήματος με τη Χρήση της Συνάρτησης quadprog σε MATLAB

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου, σύμφωνα με την παραδοχή ότι τα επιμέρους κόστη αποτελούν πολυώνυμο δευτέρου βαθμού με θετικούς συντελεστές, είναι μια κυρτή συνάρτηση. Προκύπτει έτσι ένα κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης (convex minimization problem), το οποίο σημαίνει ότι η αντικειμενική συνάρτηση, σε κάθε περιοχή του πεδίου ορισμού της, θα παρουσιάζει ένα και μόνο ολικό ελάχιστο, κάνοντας τη λύση που θα παραχθεί από τη βελτιστοποίηση να είναι και η μοναδική ορθή.

Με τη βοήθεια πινάκων, το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$\min(2 * x^T * H * x + f^T * x) \quad (3.17)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$A_{eq} * x = b_{eq} \quad (3.18)$$

$$l_b \leq x \leq u_b \quad (3.19)$$

όπου:

- x : διάνυσμα στήλης ($N \times 1$) με ανεξάρτητες μεταβλητές απόφασης x_1, x_2, \dots, x_N
- f^T : διάνυσμα σειράς ($1 \times N$)
- l_b, l_u : διανύσματα σειράς ($1 \times N$) σταθερών
- A_{eq} : πίνακας ($M \times N$)
- H : συμμετρικός τετραγωνικός πίνακας ($N \times N$)
- b_{eq} : διάνυσμα στήλης ($M \times 1$)

Αν θέσουμε τώρα:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix}$$

$$f^T = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_N]$$

$$l_b = [P_{1min} \quad P_{2min} \quad \dots \quad P_{Nmin}]$$

$$l_u = [P_{1max} \quad P_{2max} \quad \dots \quad P_{Nmax}]$$

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_N \end{bmatrix}$$

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} P_D \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

με N το πλήθος των μονάδων παραγωγής, τότε διαμορφώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης όπως παρουσιάστηκε νωρίτερα. Το πάγιο κόστος a_i της κάθε μονάδας αμελείται στην βελτιστοποίηση, γιατί όπως αναφέρθηκε και παραπάνω είναι ένα σταθερό κόστος που επιβαρύνει σε κάθε περίπτωση τη λειτουργία της κάθε μονάδας. Ακόμα το πλήθος M εκφράζει το πλήθος των περιορισμών ισότητας του προβλήματος, στη συγκεκριμένη περίπτωση $M=1$.

Το προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB, διαθέτει στις βιβλιοθήκες του, έτοιμη συνάρτηση επίλυσης προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού, την `quadprog`. Η συνάρτηση αυτή επιλύει προβλήματα της παραπάνω μορφής, με τα ακόλουθα ορίσματα:

$$x = \text{quadprog}(H, f, A, b, A_{eq}, b_{eq}, l_b, l_u) \quad (3.20)$$

σημειώνεται ότι για την κανονική μορφή του προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού υπάρχει και η συνθήκη ανισότητας της μορφής:

$$[A] * x \leq b \quad (3.21)$$

Πρακτικά αυτή η σχέση δεν χρειάζεται στο παρόν πρόβλημα για αυτό και οι πίνακες A και b απλά μηδενίστηκαν. Η συνάρτηση επιστρέφει ως αποτέλεσμα το διάνυσμα που περιέχει τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση και όλοι οι περιορισμοί ικανοποιούνται. Αν το πρόβλημα δεν έχει περιορισμούς κάποιου συγκεκριμένου είδους, τότε οι αντίστοιχοι πίνακες είναι κενοί.[17]

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο απλές εφαρμογές της quadprog με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των συμβατικών μονάδων και ζήτηση φορτίου, όπως φαίνονται στους πίνακες.

Παράδειγμα 1:

Δεδομένα: Πλήθος μονάδων $N=3$, Φορτίο $P_D=200$ MW

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Συντελεστής κόστους a (€)	2500	5000	4500
Συντελεστής κόστους b (€/MW)	85	80	90
Συντελεστής κόστους c (€/MW ²)	0,05	0,1	0,08
Κάτω όριο λειτουργίας (MW)	20	10	15
Άνω όριο λειτουργίας (MW)	100	110	90

Πίνακας 3.1: Δεδομένα Μονάδων Παραγωγής (Παράδειγμα 1)

Αποτελέσματα:

Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 1 (MW)	97,0588
Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 2 (MW)	73,5294
Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 3 (MW)	29,4118
Συνολικό κόστος (€)	29860

Πίνακας 3.2: Έξοδοι Ισχύος των Μονάδων Παραγωγής και Συνολικό Κόστος (Παράδειγμα 1)

Παράδειγμα 2:

Δεδομένα: Πλήθος μονάδων $N=4$, Φορτίο $P_D=40$ MW

	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3	Μονάδα 4
Συντελεστής κόστους a (€)	500	600	700	800
Συντελεστής κόστους b (€/MW)	32	32	33	31
Συντελεστής κόστους c (€/MW ²)	0,03	0,04	0,05	0,02
Κάτω όριο λειτουργίας (MW)	2	3	5	5
Άνω όριο λειτουργίας (MW)	15	15	20	25

Πίνακας 3.3: Δεδομένα Μονάδων Παραγωγής (Παράδειγμα 2)

Αποτελέσματα:

Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 1 (MW)	5,7143
Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 2 (MW)	4,2857
Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 3 (MW)	5
Παραγόμενη ισχύς από μονάδα 4 (MW)	25
Συνολικό κόστος (€)	3875,5

Πίνακας 3.4: Έξοδοι Ισχύος των Μονάδων Παραγωγής και Συνολικό Κόστος (Παράδειγμα 2)

Οι παραπάνω αποτελούν δύο πολύ απλές εφαρμογές της quadprog, για μια αρκετά απλοποιημένη μορφή της οικονομικής κατανομής φορτίου. Ωστόσο η quadprog θα είναι αρκετά χρήσιμη στη συνέχεια της εργασίας όπου και θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με την προτεινόμενη μέθοδο οικονομικής κατανομής φορτίου.

3.4. Μορφή Αντικειμενικής Συνάρτησης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης και Αλγόριθμοι Επίλυσης

Στην προηγούμενη ενότητα το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου επιλύθηκε με τη βασική παραδοχή ότι τα κόστη των μονάδων έχουν τετραγωνική μορφή, είναι δηλαδή πολυώνυμα δευτέρου βαθμού. Η παραδοχή αυτή ισχύει στο σύνολο της παρούσας εργασίας. Ωστόσο στη συνέχεια, προσπαθώντας να ενταχθούν και μονάδες αιολικών στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου η συνολική μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος βελτιστοποίησης παύει να είναι τετραγωνική, και η συνάρτηση `quadprog` του MATLAB δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί πλέον. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την τον αποκεντρωμένο έλεγχο του συστήματος επιτάσσει ένα διαφορετικό αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος της οικονομικής κατανομής.

Για την επίλυση της οικονομικής κατανομής φορτίου, έχουν αναπτυχθεί και αρκετές άλλες σύνθετες αριθμητικές μέθοδοι βελτιστοποίησης. Τέτοιες είναι για παράδειγμα ο εξελικτικός προγραμματισμός, οι γενετικοί αλγόριθμοι, η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων ή μέθοδος Monte-Carlo.[18]

Στην παρούσα εργασία, παρ' όλα αυτά θα χρησιμοποιηθεί ως βάση επίλυσης του προβλήματος η μέθοδος Lagrange, όπως θα αναπτυχθεί εκτενέστερα και στο κεφάλαιο 5. Συγκεκριμένα θα αναπτυχθεί καταμετρημένος αλγόριθμος που θα περιλαμβάνει τόσο τα κόστη των συμβατικών μονάδων όσο και τα κόστη των ανεμογεννητριών.

Κεφάλαιο 4 : Εισαγωγή της Αιολικής Παραγωγής στο Πρόβλημα της Οικονομικής Κατανομής Φορτίου

4.1. Εισαγωγή στην Αιολική Ενέργεια

Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 2.2., η αιολική ενέργεια είναι η ενέργεια που παράγεται από την εκμετάλλευση του ανέμου και αποτελεί μία από τις βασικές μορφές ανανεώσιμων πηγών ενέργειας σήμερα. Ο άνεμος αποτελεί ουσιαστικά το φαινόμενο της κίνησης των αερίων μαζών, λόγω των διαφορετικών θερμοκρασιών εντός της ατμόσφαιρας. Υπολογίζεται ότι στο 25% της επιφάνειας της γης επικρατούν άνεμοι μέσης ετήσιας ταχύτητας πάνω από 5,1 m/sec, σε ύψος 10m πάνω από το έδαφος. Εκτιμάται μάλιστα, πως αν υπήρχε η δυνατότητα, με την σημερινή τεχνολογία, να καταστεί εκμεταλλεύσιμο το συνολικό αιολικό δυναμικό της γης, η παραγόμενη σε ένα χρόνο ηλεκτρική ενέργεια θα ήταν υπερδιπλάσια από τις ανάγκες της ανθρωπότητας στο ίδιο διάστημα.

Βασικό εργαλείο εκμετάλλευσης της αιολικής ενέργειας είναι οι ανεμογεννήτριες (Α/Γ), οι μηχανές δηλαδή, οι οποίες μετατρέπουν την κινητική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική ενέργεια. Οι ανεμογεννήτριες τοποθετούνται κατά ομάδες σε περιοχές με υψηλό αιολικό δυναμικό, σχηματίζοντας τα αιολικά πάρκα. Η ισχύς που μπορούν να προσφέρουν τα αιολικά πάρκα κυμαίνεται από μερικά MW έως και, για τα μεγάλα παράκτια πάρκα, τα 1-2 GW. Ωστόσο, κυρίαρχος προβληματισμός σχετικά με την παραγόμενη ισχύ από Α/Γ είναι η αβέβαιη διαθεσιμότητα της. Η στοχαστική φύση του ανέμου καθιστά τις Α/Γ μη «φερέγγυες» μονάδες παραγωγής.

Σήμερα, η συνεχώς αυξανόμενη διείσδυση των ΑΠΕ και συγκεκριμένα των ανεμογεννητριών στο ενεργειακό τοπίο, ανανεώνει τα ήδη υπάρχοντα αντικείμενα μελέτης των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Ζητήματα ευστάθειας, ελέγχου αλλά και οικονομικού προγραμματισμού των συστημάτων πρέπει πλέον, να επαναπροσεγγιστούν, συνυπολογίζοντας τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των Α/Γ. Στο παρόν κεφάλαιο λοιπόν, γίνεται μια προσπάθεια μοντελοποίησης του κόστους της παραγόμενης ενέργειας από ανεμογεννήτριες, με σκοπό την εισαγωγή του στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου.

Κύριος στόχος είναι η μαθηματική μοντελοποίηση του κόστους παραγωγής ισχύος από Α/Γ συμπεριλαμβάνοντας παράλληλα την στοχαστική φύση του ανέμου. Για να επιτευχθεί αυτό, θα μελετηθεί αρχικά ο άνεμος και ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να μοντελοποιηθεί η ταχύτητα του. Στη συνέχεια θα γίνει μια παρουσίαση των τεχνικών χαρακτηριστικών των σύγχρονων Α/Γ και του πυρήνα της λειτουργίας τους, της ακριβούς διαδικασίας δηλαδή μετατροπής της αιολικής ενέργειας σε ηλεκτρική. Ενώ τέλος, συνδυάζοντας τα παραπάνω, θα γίνει η μοντελοποίηση το κόστους παραγωγής των Α/Γ.

4.2. Χαρακτηριστικά του Ανέμου

4.2.1. Ταχύτητα του Ανέμου

Η ταχύτητα του ανέμου $v(t)$, ως προς το χρόνο t , αποτελεί ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο μέγεθος, τόσο ως προς μέτρο του όσο και ως προς την κατεύθυνση του. Το μέγεθος της, εκφράζεται με τη μέση τιμή \bar{v} σε μια ορισμένη χρονική περίοδο T , ως εξής:

$$\bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \quad (4.1)$$

Παρατηρείται ότι η ταχύτητα ανέμου, λαμβανόμενη ως μέση τιμή αυξάνει με το ύψος. Ακόμα υπάρχουν έντονες διακυμάνσεις της ταχύτητας, με τυχαίο χαρακτήρα και ευρύ φάσμα συχνοτήτων (λόγω της τυρβώδους ροής). Συνεπώς στατιστικές μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ορθή ανάλυση τους, όπως θα γίνει σε επόμενη ενότητα.

Η μεταβολή της μέσης ταχύτητας του ανέμου \bar{v} από ένα σημείο με υψόμετρο Z_1 σε ένα σημείο με υψόμετρο Z_2 προσεγγίζεται με τη λογαριθμική σχέση:

$$\frac{\bar{v}(Z_1)}{\bar{v}(Z_2)} = \frac{\ln(Z_1/Z_0)}{\ln(Z_2/Z_0)} \quad \text{ή} \quad \frac{\bar{v}(Z_1)}{\bar{v}(Z_2)} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^a \quad (4.2)$$

με Z_0 την παράμετρο τραχύτητας του εδάφους σε m , όπου μεταξύ των Z_0 και a ισχύει η εμπειρική σχέση:

$$Z_0 = 15,25 * \exp\left(-\frac{1}{a}\right) \quad (4.3)$$

ακριβώς επειδή η παραπάνω σχέση είναι εμπειρική υπάρχουν τυπικές τιμές αυτών των παραμέτρων ανάλογα το είδος του εδάφους (θάλασσα, άμμος, δάσος κλπ.).

Όσον αφορά τώρα τη συνεχή μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου και την αντίστοιχη μεταβολή του ενεργειακού του περιεχομένου, εισάγονται κάποιοι νέοι όροι οι οποίοι όμως, θα παρουσιαστούν απλά αναφορικά και δεν θα αναλυθούν εκτενέστερα.

Αρχικά σημαντικό μέγεθος για την μοντελοποίηση της συνεχούς μεταβολής του ανέμου είναι η τύρβη. Η τύρβη ανέμου ορίζεται ως η απόκλιση της στιγμιαίας τιμής της ταχύτητας του ανέμου από τη μέση τιμή της. Μια ακόμη σημαντική τιμή της ταχύτητας του ανέμου, είναι η μέγιστη μέση τιμή που παρουσιάστηκε σε ένα συγκεκριμένο υψόμετρο (ριπές ανέμου), όπως αυτή μετράται για μια ορισμένη χρονική περίοδο, σχετικά μεγάλη. Τέλος ιδιαίτερης μελέτης χρήζει το φάσμα συχνοτήτων της ταχύτητας του ανέμου. Συνοπτικά, παρατηρείται ότι το φάσμα διακρίνεται σε δύο τμήματα μεταξύ των οποίων υπάρχει ένα φασματικό κενό. Το ένα τμήμα είναι αυτό των μικρών συχνοτήτων, δηλαδή των μεταβολών με μεγάλη περίοδο, άνω της μίας ώρας, και οφείλονται σε μεγάλες μετακινήσεις αερίων μαζών (μακρομετεωρολογικές μεταβολές). Το δεύτερο τμήμα είναι αυτό των μεγάλων συχνοτήτων, δηλαδή μεταβολών ανέμου με περίοδο κάτω των 5 λεπτών (μικρομετεωρολογικές μεταβολές). Η ύπαρξη του φασματικού κενού επηρεάζει τη μέτρηση της μέσης τιμής της ταχύτητας του ανέμου, καθώς αν η μέτρηση γίνει σε μία περίοδο εντός αυτού, για παράδειγμα μιας ώρας, τότε όλες οι μικρομετεωρολογικές μεταβολές θα περιληφθούν στον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας ενώ όλες οι μακρομετεωρολογικές μεταβολές θα εμφανισθούν ως αργές μεταβολές μεταξύ διαδοχικών περιόδων. Για το λόγο αυτό έχει γίνει αποδεκτό οι υπολογισμοί που αποσκοπούν στην εκτίμηση του ενεργειακού περιεχομένου του ανέμου να βασίζονται σε μετρήσεις της μέσης τιμής με περίοδο μίας ώρας.[19]

4.2.2. Στατιστική Ανάλυση του Ανέμου

Ο υπολογισμός του αιολικού δυναμικού σε μια ορισμένη θέση, και τελικά της ενέργειας που μπορεί να παραχθεί με την εγκατάσταση μια ανεμογεννήτριας, βασίζονται συνήθως σε χρονοσειρές μέσων ωριαίων τιμών της ταχύτητας του ανέμου κατά τη διάρκεια ενός έτους. Λόγω της σημαντικής διαφοράς που παρουσιάζουν οι άνεμοι, όχι μόνον μεταξύ εποχών αλλά και ετών, απαιτούνται στοιχεία άνω των 3 ή 5 ετών, ώστε τα αποτελέσματα να είναι αξιόπιστα.

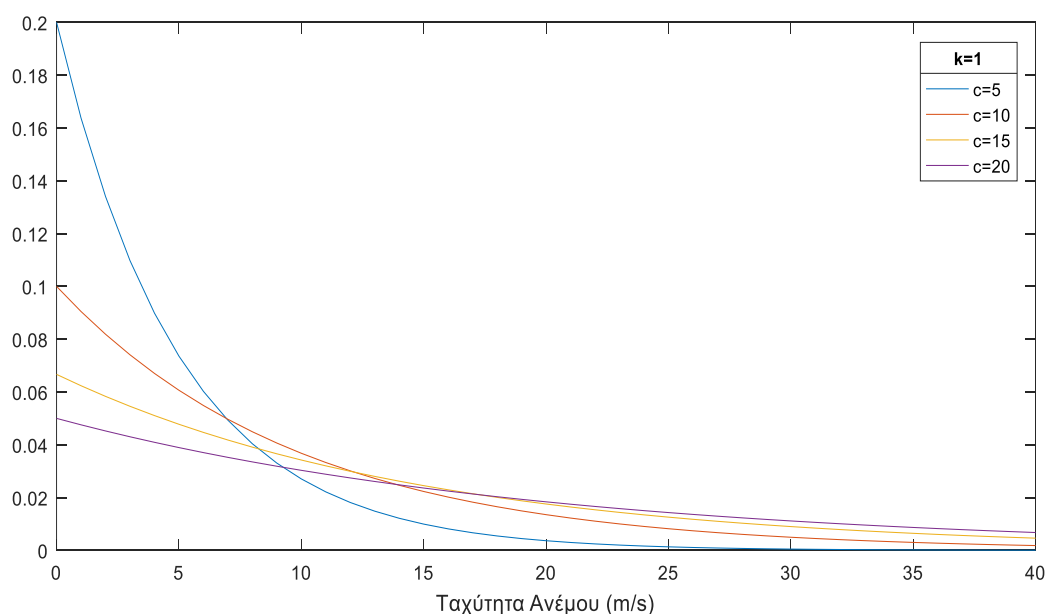
Από μεγάλο αριθμό χρονοσειρών μέσων τιμών της ταχύτητας ανέμου για μεγάλα χρονικά διαστήματα, προέκυψε ότι η συχνότητα (πιθανότητα) εμφάνισης τους ακολουθεί με μεγάλη προσέγγιση την κατανομή Weibull. Στην παρακάτω σχέση δίνεται η εν λόγω [19]:

$$f_V(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{(k-1)} (e)^{-(v/c)^k} \quad (4.4)$$

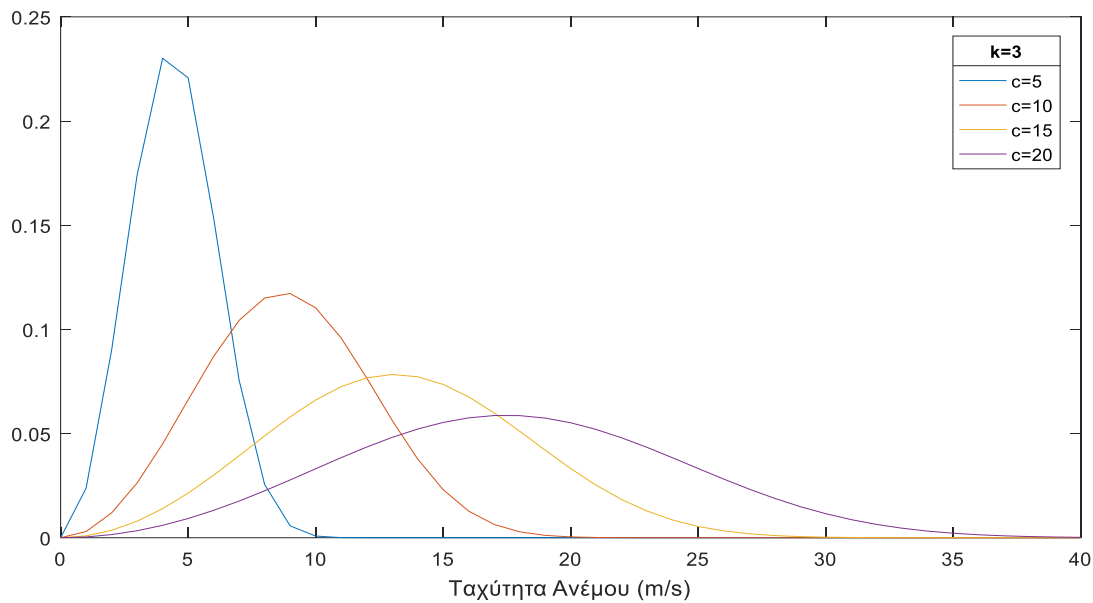
όπου:

- V : τυχαία μεταβλητή ταχύτητας ανέμου
- v : ταχύτητα ανέμου
- c : παράμετρος κλίμακας στη συγκεκριμένη τοποθεσία (μονάδες ταχύτητας ανέμου)
- k : παράμετρος σχήματος στη συγκεκριμένη τοποθεσία (αδιάστατο μέγεθος).

Η παραπάνω σχέση (4.4) αποτελεί τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function - pdf) της ταχύτητας του ανέμου. Παρακάτω ακολουθούν κάποια διαγράμματα της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων κλίμακας και μορφής (c, k), όπως αυτά προέκυψαν μετά από προσομοίωση σε περιβάλλον MATLAB:



Σχήμα 4.1: Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Ταχύτητας Ανέμου για διάφορες τιμές του c και $k=1$

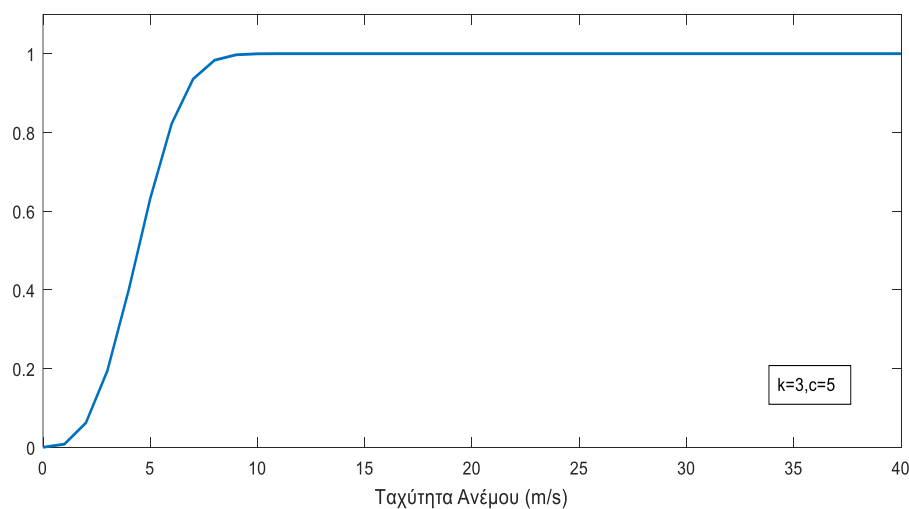


Σχήμα 4.2: Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Ταχύτητας Ανέμου για διάφορες τιμές του c και k=3

Όπως φαίνεται και στα παραπάνω σχήματα οι παράμετροι κλίμακας και μορφής επηρεάζουν καθοριστικά τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (cumulative distribution function – cdf), της κατανομής Weibull:

$$F_V(v) = \int_0^v f_V(\tau) d\tau = 1 - e^{-(v/c)^k} \quad (4.5)$$

και το αντίστοιχο διάγραμμα της για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων k,c, όπως προέκυψε από την προσομοίωση στο MATLAB:



Σχήμα 4.3: Αθροιστική Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Ταχύτητας Ανέμου για k=3, c=5

Η παραπάνω σωρευτική ή αθροιστική κατανομή συχνοτήτων της ταχύτητας ανέμου εκφράζει ουσιαστικά την πιθανότητα να υπάρχει άνεμος ταχύτητας μικρότερης της v, ή με άλλη έκφραση, το ποσοστό του χρόνου κατά τις οποίες η ταχύτητα του ανέμου είναι μικρότερη της v, και ονομάζεται συχνά και καμπύλη διάρκειας ανέμου.

Σημειώνεται ότι η συνάρτηση κατανομής Weibull με παράμετρο μορφής $k=2$ είναι επίσης γνωστή και ως κατανομή Rayleigh. Η κατανομή Weibull έχει αρκετά πλεονεκτήματα που διευκολύνουν τη χρήση της. Αρχικά είναι μια κατανομή δύο παραμέτρων, γεγονός που την καθιστά πιο γενική από την Rayleigh που έχει μία παράμετρο, αλλά και λιγότερο περίπλοκη από διδιάστατες κατανομές κατανομές πέντε παραμέτρων. Επίσης, όπως δείχθηκε και πριν παρέχει μια καλή εικόνα για την παρακολούθηση των δεδομένων της ταχύτητας του ανέμου. Ακόμη αν είναι γνωστές οι παράμετροι k και c , σε ένα συγκεκριμένο ύψος, τότε υπάρχει μεθοδολογία για βρίσκουμε τα αντίστοιχα μεγέθη σε κάθε άλλο ύψος. Τα χαρακτηριστικά του ανέμου βασίζονται σε διάφορους παράγοντες όπως η γεωγραφία, η τοπογραφία κλπ, και μπορούν να υπολογιστούν παρατηρώντας την συχνότητα της ταχύτητας του ανέμου σε μια περιοχή. Υπάρχουν συγκεκριμένες μέθοδοι με τις οποίες υπολογίζονται οι παράμετροι k, c της κατανομής Weibull.[20]

4.2.3. Μέθοδος Υπολογισμού Παραμέτρων k, c της Κατανομής Weibull

Πλήθος μεθοδολογιών έχει αναπτυχθεί για την εύρεση των παραμέτρων σχήματος k και μορφής c της κατανομής Weibull, όταν αυτή προσομοιάζει τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητας του ανέμου. Ένας αρκετά διαδεδομένος αλλά και προσεγγιστικός τρόπος υπολογισμού των παραμέτρων φαίνεται παρακάτω [21]:

$$k = \left(\frac{\sigma_v}{\bar{v}} \right)^{-1,086} \quad (4.6)$$

$$c = \frac{\bar{v}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} \quad (4.7)$$

όπου:

- \bar{v} : η μέση τιμή της ταχύτητας του ανέμου σε m/s
- σ_v : διασπορά της κατανομής Weibull

Με αυτόν τον τρόπο, ορίζοντας την διασπορά ως ένα ποσοστό της μέσης τιμής της ταχύτητας του ανέμου και έχοντας μια δοσμένη μέση ταχύτητα ανέμου μπορούν να υπολογιστούν οι παράμετροι k και c . Συγκεκριμένα στην παρούσα διπλωματική η πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου θα χρησιμοποιηθεί ως είσοδος στην παραπάνω μεθοδολογία για τη διαμόρφωση της κατανομής Weibull και ως εκ τούτου της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητας του ανέμου.

4.2.4. Ισχύς και Ενέργεια Ανέμου

Η ισχύς P_a μιας ποσότητας ανέμου, η οποία κινείται με ταχύτητα v , ισούται με την ανά μονάδα χρόνου κινητική ενέργεια που περιέχεται στην ποσότητα αυτή.[19] Συγκεκριμένα:

$$P_a = \frac{1}{2} * (\rho * A * v) * v^2 \quad (4.8)$$

όπου:

- A : η επιφάνεια της κινούμενης μάζας ανέμου (m^2)

- ρ : η πυκνότητα του ανέμου (kg/m^3), και συνεπώς
- $\rho * A * V$: η μάζα του κινούμενου αέρα (kg)

Η πυκνότητα του αέρα ρ εξαρτάται από την ατμοσφαιρική πίεση και τη θερμοκρασία, και η σχέση που περιγράφει αυτή την εξάρτηση φαίνεται παρακάτω:

$$\rho = 348,8 * 10^3 * \frac{P_a}{\Theta} \quad (4.9)$$

όπου:

- P_a : η ατμοσφαιρική πίεση (mbar)
- Θ : η θερμοκρασία ($^{\circ}\text{C}$)

Από την ισχύ P_a μέρος μετατρέπεται σε μηχανική ισχύ P_m συγκεκριμένα:

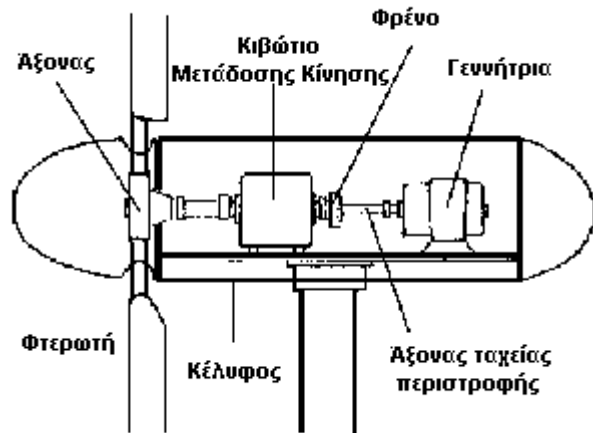
$$P_m = C_p P_a = \frac{1}{2} * \rho * A * v^3 * C_p \quad (4.10)$$

όπου C_p ο αεροδυναμικός συντελεστής, η τιμή του οποίου εξαρτάται από τον τύπο του ανεμοκινητήρα.

4.3. Αιολική Ισχύς

4.3.1. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ισχύος μέσω της Ανεμογεννήτριας

Όπως ήδη αναφέρθηκε η ανεμογεννήτρια είναι η μηχανή που είναι υπεύθυνη για τη μετατροπή της αιολικής ενέργειας σε ηλεκτρική. Συγκεκριμένα ο άνεμος περιστρέφει τα πτερύγια μιας ανεμογεννήτριας, τα οποία είναι συνδεδεμένα με ένα περιστρεφόμενο άξονα. Ο άξονας περνάει μέσα σε ένα κιβώτιο μετάδοσης της κίνησης όπου αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής. Το κιβώτιο συνδέεται με έναν άξονα μεγάλης ταχύτητας περιστροφής ο οποίος κινεί μια γεννήτρια παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Αν η ένταση του ανέμου ενισχυθεί πάρα πολύ, η τουρμπίνα έχει ένα φρένο που περιορίζει την υπερβολική αύξηση περιστροφής των πτερυγίων για να περιοριστεί η φθορά της και να αποφευχθεί η καταστροφή της.



Εικόνα 4.1: Μηχανικά Μέρη της Ανεμογεννήτριας [22]

Το μοντέλο της ανεμογεννήτριας, όπως αναπτύχθηκε παραπάνω, αντιστοιχεί σε ανεμοκινητήρες οριζώντιου άξονα, οι οποίοι χρησιμοποιούνται περισσότερο στην πράξη. Ωστόσο, ανεξάρτητα από τον τύπο του ανεμοκινητήρα, η παραγόμενη στον άξονα του μηχανική ισχύς P_m , για ορισμένη ταχύτητα ανέμου v , είναι ακριβώς αυτή που δόθηκε στην προηγούμενη ενότητα με τη σχέση 4.8. Η ηλεκτρική ισχύς που παράγει η Α/Γ θα είναι:

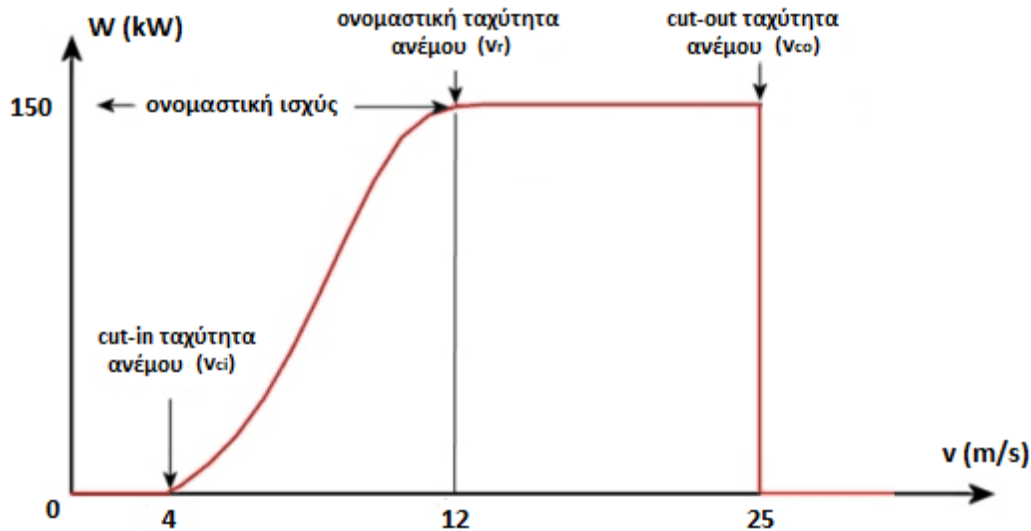
$$w = \eta_t * P_m = \frac{1}{2} * \rho * A * v^3 * C_p * \eta_t \quad (4.11)$$

όπου η_t ο συνολικός βαθμός απόδοσης της Α/Γ. Η ισχύς W που παράγει μια Α/Γ ή αιολική ισχύς, είναι το πιο σημαντικό μέγεθος στη χρήση της.

Η βασική λοιπόν λειτουργία μια Α/Γ περιγράφεται από την χαρακτηριστική ισχύος-ταχύτητας ανέμου, $w(v)$, η οποία δίνεται από τους κατασκευαστές των Α/Γ. Με βάση την χαρακτηριστική αυτή και την καμπύλη διάρκειας ανέμου που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, προκύπτει εύκολα η ενέργεια που μπορεί να παράγει η Α/Γ αν εγκατασταθεί σε μια συγκεκριμένη θέση.

Στη συνέχεια δίνεται μια τυπική καμπύλη ισχύος-ταχύτητας ανέμου (Σχήμα 4.4) μιας Α/Γ και αναλύονται τα χαρακτηριστικά της στοιχεία. Αρχικά, όπως φαίνεται και στο σχήμα, όταν η ταχύτητα του ανέμου υπερβεί την τιμή cut-in ταχύτητα ανέμου (v_{ci}), η Α/Γ μπορεί να αναπτύξει ισχύ, η οποία υπερβαίνει τις μηχανικές απώλειες (τριβές κλπ.) και τίθεται σε λειτουργία. Όσο η ταχύτητα ανέμου είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας ανέμου cut-in ($v > v_{ci}$), η παραγόμενη ισχύς w αυξάνεται σύμφωνα με τη σχέση 4.11, μέχρι η ταχύτητα του ανέμου να γίνει ίση με την ονομαστική ($v = v_r$), για την οποία η Α/Γ παράγει την ονομαστική της ισχύ δηλαδή: $w_r = \frac{1}{2} * \rho * A * v_r^3 * C_p * \eta_t$. Για ταχύτητες μεγαλύτερες της ονομαστικής ($v \geq v_r$), η παραγόμενη ισχύ πρέπει προφανώς να μην αυξηθεί γιατί

αλλιώς θα προκληθεί υπερφόρτιση των επιμέρους στοιχείων της Α/Γ. Τέλος για μία οριακή τιμή της ταχύτητας ανέμου, την cut-out ταχύτητα ανέμου (v_{co}), η λειτουργία της Α/Γ διακόπτεται για να αποφευχθεί υπέρβαση των ορίων αντοχής της σε μηχανικές καταπονήσεις.[19]



Σχήμα 4.4: Τυπική Καμπύλη Ισχύος Ανεμογεννήτριας – Ταχύτητας Ανέμου

Η σχέση λοιπόν μεταξύ της ισχύος που παράγει η ανεμογεννήτρια και της ταχύτητας του ανέμου, σύμφωνα πάντα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά (v_{ci} , v_{co} , v_r , w_r) της κάθε ανεμογεννήτριας, παρουσιάζεται μαθηματικά ως εξής:

$$w = 0, \text{ για } 0 < v < v_{ci}$$

$$w = \frac{1}{2} * \rho * A * v^3 * C_p * \eta_t, \text{ για } v_{ci} \leq v < v_r \quad (4.12)$$

$$w = \frac{1}{2} * \rho * A * v_r^3 * C_p * \eta_t, \text{ για } v_r \leq v \leq v_{co}$$

$$w = 0, \text{ για } v_{co} < v$$

Παρατηρείται, από το Σχήμα 4.4, ότι η συμπεριφορά της καμπύλης ισχύος μεταξύ των τιμών της ταχύτητας ανέμου cut-in και ονομαστικής, προσεγγίζει αρκετά τη γραμμική. Χάρην απλοποίησης λοιπόν, της παραπάνω σχέσης η σχέση μεταξύ παραγόμενης ισχύος της Α/Γ και ταχύτητας ανέμου μπορεί να διαμορφωθεί ως εξής [19]:

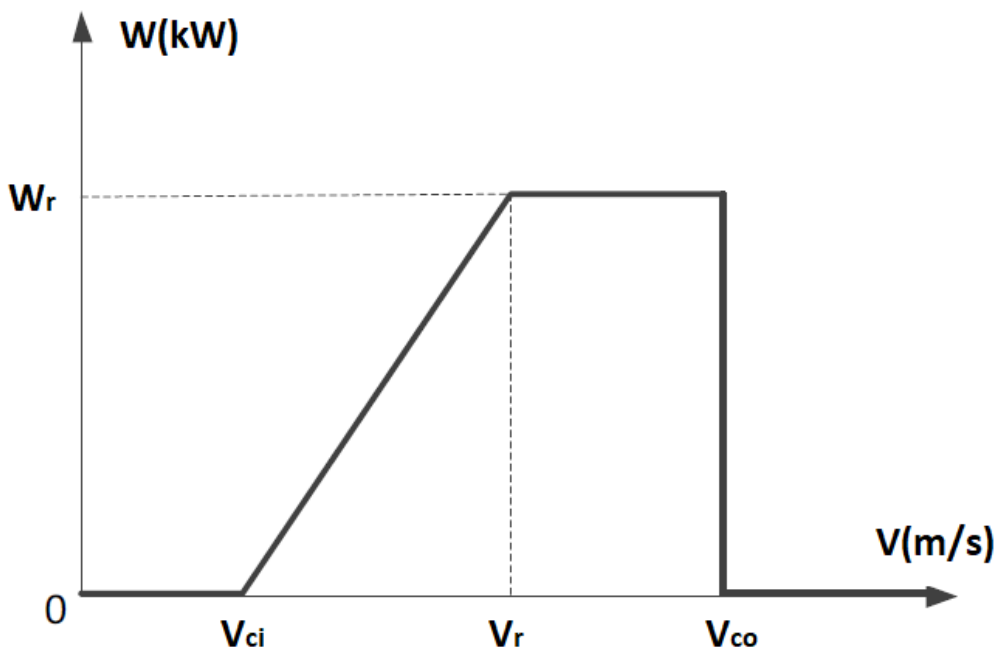
$$w = 0, \text{ για } 0 < v < v_{ci}$$

$$w = w_r * \frac{(v - v_{ci})}{(v_r - v_{ci})}, \text{ για } v_{ci} \leq v < v_r \quad (4.13)$$

$$w = w_r, \text{ για } v_r \leq v \leq v_{co}$$

$$w = 0, \text{ για } v_{co} < v$$

Η παραπάνω σχέση θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια ως βασική σχέση μεταξύ παραγόμενης ισχύος της Α/Γ και της ταχύτητας του ανέμου. Η καμπύλη ισχύος-ταχύτητας ανέμου βάσει της σχέσεως 4.13 παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα όπως προέκυψε σε προσομοίωση στο MATLAB, για $v_{ci} = 4 \frac{m}{s}$, $v_{co} = 25 \frac{m}{s}$, $v_r = 12 \frac{m}{s}$ και $W_r = 150 \text{ kW}$:



Σχήμα 4.5: Τυπική Καμπύλη Ισχύος Ανεμογεννήτριας – Ταχύτητας Ανέμου Βάσει Γραμμικής Προσέγγισης[21]

Συμπερασματικά, φαίνεται ότι οι ανεμογεννήτριες έχουν: 1) καθόλου ισχύ εξόδου μέχρι την cut-in ταχύτητα του ανέμου, 2) γραμμική ισχύ εξόδου μεταξύ cut-in ταχύτητας ανέμου και ονομαστικής ταχύτητας ανέμου, 3) σταθερή και ίση με τη ονομαστική ισχύ εξόδου μεταξύ ονομαστικής και cut-out ταχύτητας ανέμου, 4) και ξανά καθόλου ισχύ πάνω από την cut-out ταχύτητα ανέμου.

Τέλος, ένα ακόμα σημαντικό συμπέρασμα βάσει των παραπάνω, είναι το γεγονός, ότι όπως και οι συμβατικές μονάδες, έτσι και οι ανεμογεννήτριες έχουν κάποια συγκεκριμένα όρια λειτουργίας και ως εκ τούτου κάποιες ακραίες τιμές ισχύος εξόδου. Είναι προφανές ότι το εύρος ισχύος εξόδου μια Α/Γ κυμαίνεται από τη μηδενική ισχύ έως την ονομαστική της. Συνεπώς:

$$0 \leq w \leq w_r \quad (4.14)$$

4.3.2. Στατιστική Ανάλυση Αιολικής Ισχύος

Επειδή, η ισχύς των αιολικών έχει μια σταθερή τιμή ίση με το μηδέν κάτω από την cut-in ταχύτητα του ανέμου και πάνω από την cut-out ταχύτητα του ανέμου, και επίσης έχει σταθερή τιμή μεταξύ της χαρακτηριστικής ταχύτητας του ανέμου και της cut-out, η τυχαία μεταβλητή της αιολικής ισχύος θα περιορίζεται σε αυτές τις περιοχές ταχύτητας ανέμου. Η τυχαία μεταβλητή της αιολικής ισχύος είναι μικτή, δηλαδή είναι συνεχής μεταξύ των τιμών μηδέν και της χαρακτηριστικής ισχύος, και διακριτή στις τιμές μηδέν και της χαρακτηριστικής ισχύος.

Αν υποθεθεί ότι η ταχύτητα του ανέμου έχει μια δοσμένη κατανομή, για παράδειγμα τη Weibull όπως περιγράφηκε παραπάνω, είναι απαραίτητο να μετατρέψουμε αυτή την κατανομή σε κατανομή αιολικής ισχύος. Αυτή η μετατροπή μπορεί να επιτευχθεί με τον ακόλουθο τρόπο, όπου V η τυχαία μεταβλητή της ταχύτητας του ανέμου και W την τυχαία μεταβλητή της αιολικής ισχύος. Για ένα γραμμικό μετασχηματισμό, γενικά [20]:

$$W = T(V) = a * V + b \quad (4.15)$$

και

$$f_W(w) = f_V[T^{-1}(w)] * \left[\frac{dT^{-1}(w)}{dw} \right] = f_V \left(\frac{w-b}{a} \right) * \left| \frac{1}{a} \right| \quad (4.16)$$

όπου:

- T : ένας γραμμικός μετασχηματισμός
- W : τυχαία μεταβλητή αιολικής ισχύος
- V : τυχαία μεταβλητή ταχύτητας ανέμου
- w : αιολική ισχύς (μια εφαρμογή της τυχαίας μεταβλητής της αιολικής ισχύος)
- v : ταχύτητα ανέμου (μια εφαρμογή της τυχαίας μεταβλητής της ταχύτητας του ανέμου)

Για την συνάρτηση Weibull, οι διακριτές ποσότητες της τυχαίας μεταβλητής εξόδου της ισχύος των αιολικών θα έχει της ακόλουθες τιμές, που βρίσκονται απευθείας από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Weibull:

$$\Pr\{W = 0\} = F_V(v_{ci}) + (1 - F_V(v_{co})) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right) + \exp\left(-\left(\frac{v_{co}}{c}\right)^k\right) \quad (4.17)$$

και

$$\Pr\{W = w_r\} = F_V(v_{co}) - F_V(v_r) = \exp\left(-\left(\frac{v_r}{c}\right)^k\right) - \exp\left(-\left(\frac{v_{co}}{c}\right)^k\right) \quad (4.18)$$

Για να απλοποιηθεί ο μετασχηματισμός από την τυχαία μεταβλητή της ταχύτητας του ανέμου στην τυχαία μεταβλητή της αιολικής ισχύος στη γραμμική περιοχή της καμπύλης, ορίζονται οι παρακάτω λόγοι:

- $\rho = \frac{w}{w_r}$: λόγος της αιολικής ισχύος εξόδου προς τη ονομαστική ισχύ,
- $h = \frac{(v_r - v_{ci})}{v_i}$: λόγος γραμμικού εύρους προς cut-in ταχύτητα ανέμου.

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω συντελεστές στις σχέσεις για τη συνάρτηση κατανομής της αιολικής ισχύος στην γραμμική περιοχή καταλήγουμε στην εξής νέα σχέση για τη γραμμική περιοχή:

$$f_W(\rho) = \frac{k * h * v_{ci}}{c} * \left(\frac{(1 + \rho * h) * v_{ci}}{c} \right)^{k-1} * \exp \left(- \left(\frac{(1 + \rho * h) * v_{ci}}{c} \right)^k \right) \quad (4.19)$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση στην ανεπτυγμένη της μορφή ως προς w προκύπτει:

$$\varphi_W(w) = 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{\left(1 + \frac{h*w}{w_r} \right) * v_{ci}}{c} \right]^k \right\} \quad (4.20)$$

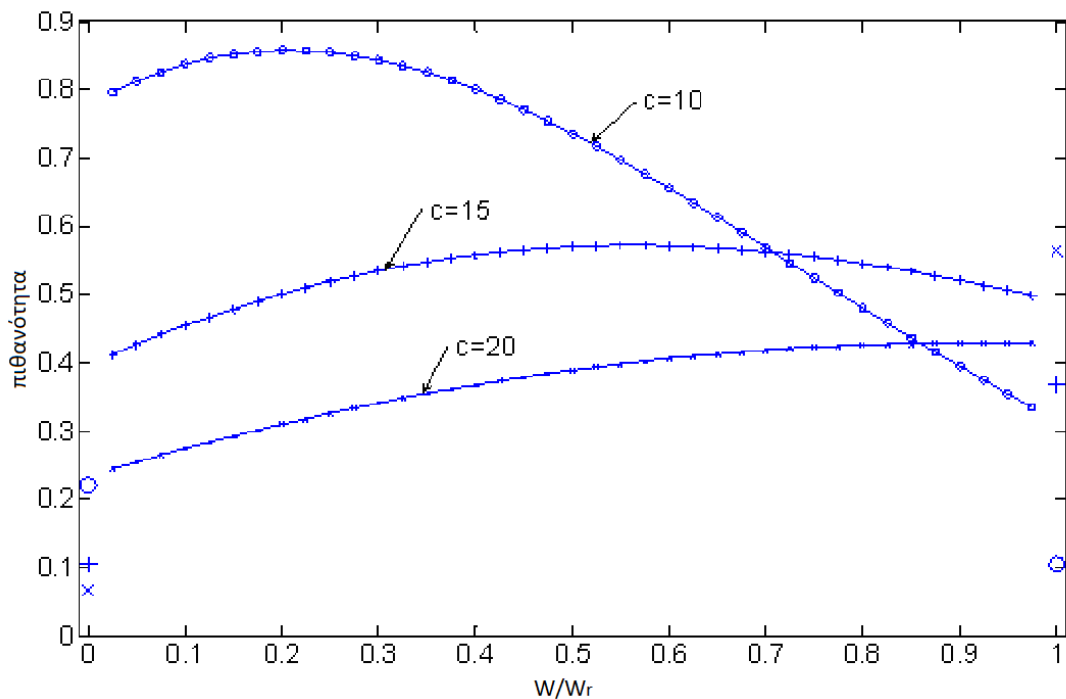
Τέλος προφανώς ισχύει:

$$\Pr\{W > w_r\} = 0 \quad (4.21)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις 4.16, 4.17, 4.19 και 4.20 η αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα είναι:

$$F_W(w) = \begin{cases} 0, & \text{για } (w < 0) \\ 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{\left(1 + \frac{h*w}{w_r} \right) * v_{ci}}{c} \right]^k \right\} + \exp \left(- \left(\frac{v_{co}}{c} \right)^k \right), & \text{για } (0 \leq w < w_r) \\ 1, & \text{για } (w \geq w_r) \end{cases} \quad (4.22)$$

Παρακάτω φαίνεται η πιθανότητα παραγωγής αιολική ισχύς (εκφρασμένη ανά μονάδα (w/w_r)), για κρίσιμες τιμές ταχύτητας του ανέμου, δηλαδή τις cut-in, cut-out ταχύτητες και την χαρακτηριστική, $v_{ci} = 5, v_{co} = 45, v_r = 15$.



Σχήμα 4.6: Μικτή Πιθανότητα Αιολικής Ισχύος Εξόδου για Weibull Κατανομή της Ταχύτητας Ανέμου[20]

Στο Σχήμα 4.6 οι διακριτές και οι συνεχές ποσότητες της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της αιολικής ισχύς εξόδου, βασίζονται στην κατανομή Weibull για την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητας του ανέμου, και σχεδιάζονται για παράμετρο $k = 2$ και για παράμετρο c 10, 15 και 20. Παρατηρείται ότι καθώς η παράμετρος c της κατανομής Weibull αυξάνεται, μια μεγαλύτερη ποσότητα του προφίλ της ταχύτητας του ανέμου υπάρχει σε περιοχές με υψηλότερες τιμές ταχύτητας ανέμου. Αυτό σημαίνει πως η διακριτή πιθανότητα μηδενικής αιολικής ισχύος είναι μικρότερη, η διακριτή πιθανότητα ονομαστικής αιολικής ισχύος είναι μεγαλύτερη, ενώ λιγότερη είναι και η αιολική ισχύς της συνεχούς ποσότητας του διαγράμματος. Προφανώς, όπως και σε κάθε μικτή, διακριτή και συνεχή, συνάρτηση πιθανότητας, το άθροισμα των διακριτών πιθανοτήτων για μηδενική και ονομαστικής αιολική ισχύ και το ολοκλήρωμα της ποσότητας μεταξύ αυτών των δύο, θα ισούται με τη μονάδα.

4.4. Μοντελοποίηση Κόστους Παραγωγής Ισχύος από Ανεμογεννήτριες

Βάσει των παραπάνω λοιπόν, θα μοντελοποιηθεί το κόστος παραγωγής ισχύος μιας ανεμογεννήτριας, με σκοπό την εισαγωγή του στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Όπως ήδη αναφέρθηκε, το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου είναι ένα κλασικό μαθηματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Στόχος είναι να επιτευχθεί η βέλτιστη κατανομή ισχύος εξόδου μεταξύ των διαθέσιμων γεννητριών με δοσμένα όρια. Το άθροισμα των εξόδων από τις διαθέσιμες γεννήτριες πρέπει να είναι ίσο με το φορτίο του συστήματος συν τις απώλειες του συστήματος. Επιπλέον, στο μοντέλο εισάγονται περιορισμοί στις γεννήτριες. Αυτοί οι περιορισμοί τυπικά αντιπροσωπεύουν την ελάχιστη και τη μέγιστη ισχύ εξόδου της γεννήτριας. Οι εξισώσεις του προβλήματος ισχύουν για ένα δοσμένο χρονικό διάστημα, μέσα στο οποίο οι έξοδοι των γεννητριών, τα φορτία και οι απώλειες θεωρούνται σταθερά. Από την οπτική του διαχειριστή του συστήματος, το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου μπορεί να πάρει διαφορετικές μορφές, που εξαρτώνται από την έκταση της ιδιοκτησίας του διαχειριστή στις συμβατικές γεννήτριες και τις ανεμογεννήτριες.

Αν οι ανεμογεννήτριες ανήκουν στον διαχειριστή που εφαρμόζει την οικονομική κατανομή φορτίου, έχουμε μικρό ή καθόλου οριακό κόστος σχετιζόμενο με τις ανεμογεννήτριες. Αυτό το οριακό κόστος αποτελεί τη «βάση» για την οικονομική κατανομή. Στην πραγματικότητα, ο διαχειριστής του δικτύου θέλει να χρησιμοποιήσει όλη τη διαθέσιμη αιολική ενέργεια. Από την άλλη, εξαιτίας της αβεβαιότητας της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας σε οποιαδήποτε στιγμή στο μέλλον, ακόμα και αν ο διαχειριστής του δικτύου είναι και ιδιοκτήτης των Α/Γ, το μοντέλο οικονομικής κατανομής φορτίου πρέπει να ελέγχει την εκτός προγράμματος (overscheduling) αιολική ενέργεια, και αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο πρέπει να υπάρχει ένας παράγοντας στο μοντέλο που να υπολογίζει το αναγκαίο απόθεμα σε περίπτωση που η προγραμματιζόμενη αιολική ενέργεια δεν είναι διαθέσιμη.

Μέσω της θεωρίας των ασαφών συνόλων (fuzzy set theory), αναπτύσσονται διάφορα μοντέλα, για να συμπεριληφθεί η ισχύς που παράγεται από ανεμογεννήτριες στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής. Συγκεκριμένα στις κλασσικές εξισώσεις της οικονομικής κατανομής, προστίθεται συνήθως ένας παράγοντας κόστους αστοχίας για την μη χρησιμοποίηση της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας. Ένα ασαφές όριο ανέμου ορίζεται, με τρόπο ώστε οι τιμές ανέμου κάτω από ένα συγκεκριμένο ελάχιστο να γίνονται πλήρως αποδεκτές βάσει των ορίων ασφαλείας και τιμές ανέμου πάνω από ένα συγκεκριμένο μέγιστο να μην γίνονται αποδεκτές για αντίστοιχους λόγους ασφάλειας του συστήματος. Τιμές ανάμεσα σε αυτά τα δύο όρια σχηματίζουν το ασαφές σύνορο, όπου το σύνολο τιμών κινείται από το 1 για την ελάχιστη τιμή έως το 0 για τη μέγιστη τιμή.[20]

Με παρόμοιο τρόπο με την παραπάνω προσέγγιση, θα προσεγγιστεί το κόστος στην προτεινόμενη μέθοδο. Για την ακρίβεια, θα χρησιμοποιηθούν οι συναρτήσεις πιθανότητας που χαρακτηρίζουν το προφίλ ταχύτητας του ανέμου, και θα προστεθούν οι επιπλέον παράγοντες για την υπερεκτίμηση και την υποεκτίμηση της διαθέσιμης αιολικής ισχύος. Το μοντέλο της οικονομικής κατανομής θα αναπτυχθεί στην πιο γενική περίπτωση, ώστε να προσαρμόζεται σε όλες τις καταστάσεις, ανεξάρτητα από το ποιος είναι ιδιοκτήτης των εγκαταστάσεων παραγωγής. Στην γενικότερη μορφή, ο διαχειριστής του δικτύου θα κατέχει

συγκεκριμένο αριθμό διαθέσιμων συμβατικών γεννητριών και συγκεκριμένο αριθμό διαθέσιμων ανεμογεννητριών. Εξαιτίας της αβεβαιότητας της αιολικής ενέργειας κάθε δοσμένη χρονική στιγμή, παράγοντες υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο.

Ο παράγοντας της υπερεκτίμησης εξηγείται εύκολα, εάν για παράδειγμα προβλεφθεί μία συγκεκριμένη ποσότητα αιολικής ισχύς και αυτή η ισχύς τελικά δεν είναι διαθέσιμη εκείνη την υποτιθέμενη χρονική στιγμή, τότε πρέπει η ισχύς να αγοραστεί από κάποια εναλλακτική πηγή ή κάποια φορτία πρέπει να βγουν εκτός. Στην περίπτωση της αστοχίας υποεκτίμησης, αν η διαθέσιμη αιολική ισχύς είναι περισσότερη από αυτή που υποτέθηκε, αυτή η ισχύς θα σπαταληθεί, και εύλογο ο διαχειριστής του δικτύου να πληρώσει το κόστος στον παραγωγό για την σπατάλη της διαθέσιμης ισχύος. Το πλεόνασμα αυτό συνήθως πωλείται για παρακαείμενες υπηρεσίες, ή με γρήγορη ανατροφοδότηση και αυτόματο έλεγχο κέρδους (AGC), η έξοδος των υπόλοιπων γεννητριών (των μη Α/Γ) μειώνεται αντίστοιχα. Μόνο όταν κάτι τέτοιο δεν μπορεί να επιτευχθεί, αντιστάσεις φορτίου συνδέονται για να καταναλώσουν το πλεόνασμα ενέργειας. Προφανώς, κάτι τέτοιο μπορεί να μοντελοποιηθεί από μία απλή συνάρτηση κόστους για την αστοχία υποτίμησης. Τέλος στο κόστος συμπεριλαμβάνεται βεβαίως και το άμεσο κόστος λειτουργίας της ανεμογεννήτριας, το κόστος δηλαδή ανά μονάδα ισχύος. Ο όρος αυτός είναι γραμμικός και αναπαριστά ουσιαστικά το κόστος ανά μονάδα παραγωγής ισχύος.

Μοντελοποιώντας μαθηματικά λοιπόν το συνολικό κόστος παραγωγής ισχύος μιας ανεμογεννήτριας, προκύπτει η καταληκτική σχέση που φαίνεται παρακάτω για το συνολικό κόστος παραγωγής ισχύος από ένα πλήθος ανεμογεννητριών [20]:

$$C_{WECs} = \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) + \sum_i^M C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) \quad (4.23)$$

όπου:

- C_{WECs} : συνολικό κόστος παραγωγής ισχύος Α/Γ,
- M : πλήθος Α/Γ
- w_i : προγραμματισμένη παραγωγή ισχύος i -οστής Α/Γ
- $W_{i,av}$: διαθέσιμη αιολική ισχύς i -οστής Α/Γ. Αυτή η μεταβλητή είναι τυχαία, με εύρος τιμών $0 \leq W_{i,av} \leq w_{r,i}$ και οι πιθανότητες κυμαίνονται σύμφωνα με τη δοσμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.
- $C_{w,i}$: συνάρτηση γραμμικού κόστους της i -οστής Α/Γ. Αυτός ο παράγον τυπικά παίρνει τη μορφή της πληρωμής στον διαχειριστή του αιολικού πάρκου για την αιολικά παραγόμενη ισχύ που πραγματικά χρησιμοποιείται.
- $C_{p,w,i}$: συνάρτηση κόστους αστοχίας για την μη χρησιμοποίηση όλης της διαθέσιμης ισχύος από την i -οστή ανεμογεννήτρια. Είναι ουσιαστικά η αστοχία που σχετίζεται με την υποεκτίμηση της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας.
- $C_{r,w,i}$: συνάρτηση κόστους απαιτούμενου αποθέματος, σύμφωνα με την αβεβαιότητα της αιολικής ισχύς. Είναι ουσιαστικά η αστοχία που σχετίζεται με την υπερεκτίμηση της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας.

Στη συνέχεια, οι επιμέρους όροι του συνολικού κόστους της Α/Γ θα περιγραφούν αναλυτικά.

4.4.1. Γραμμικό Κόστος

Το γραμμικό κόστος περιγράφει ουσιαστικά το πόσο κοστίζει μία μονάδα ισχύος παραγόμενη από μία ανεμογεννήτρια. Η σχέση που θα θεωρηθεί είναι η εξής [19]:

$$C_{w,i}(w_i) = d_i * w_i \quad (4.24)$$

όπου d_i ο γραμμικός συντελεστής κόστους της i -οστής ανεμογεννήτριας. Η μονάδα μέτρησης του είναι μία χρηματική μονάδα ανά μία μονάδα ισχύος (€/kW ή €/MW). Ο όρος αυτός αποτελεί το άμεσο κόστος για την ισχύ που προέρχεται από τις ανεμογεννήτριες. Η ύπαρξη και το μέγεθος αυτού του όρου εξαρτάται από την ιδιοκτησία των ανεμογεννητριών. Αν οι γεννήτριες ανήκουν στο διαχειριστή του δικτύου, ο όρος αυτός μπορεί ακόμα και να μην υπάρχει αν αντιστοιχεί μόνο στο οριακό κόστος καυσίμου, που είναι μηδενικό για τον άνεμο, ωστόσο, αν ο διαχειριστής του δικτύου πληρώνει για την ισχύ στον ιδιοκτήτη του αιολικού πάρκου, ένα γραμμικό κόστος θα συμπεριληφθεί.

4.4.2. Κόστος Υπερεκτίμησης

Ο όρος της συνάρτησης του κόστους αιολικής ισχύος αυτός, σχετίζεται με την τιμή που πρέπει να πληρωθεί για την υπερεκτίμηση της διαθέσιμης αιολικής ενέργειας. Συγκεκριμένα εκφράζει το κόστος αποθέματος ώστε να καλυφθεί η διαφορά της υπερεκτιμημένης αιολικής ισχύος που προβλέφθηκε, από την διαθέσιμη αιολική ισχύ. Έτσι ο όρος υπερεκτίμησης παίρνει την εξής μορφή:

$$C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) = k_{r,i} * (w_i - W_{i,av}) = k_{r,i} * \int_0^{w_i} (w_i - w) * f_W(w) dw \quad (4.25)$$

όπου:

- $k_{r,i}$: συντελεστής κόστους αποθέματος (υπερεκτίμησης) για την i -οστή Α/Γ,
- $f_W(w)$: συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αιολικής ισχύος ανεμογεννητριών.

Για την απλοποίηση του κόστους υπερεκτίμησης παρακάτω θα εξεταστεί μία συγκεκριμένη ανεμογεννήτρια. Η διαθέσιμη αιολική ισχύς συμβολίζεται με τη μεταβλητή W αντί της $W_{i,av}$. Η προγραμματισμένη αιολική ισχύς σημειώνεται ως w_1 όπου $0 \leq w_1 \leq w_r$ και το κόστος που οφείλεται στην υπερεκτίμηση σημειώνεται ως $Y_{oe}(=w_1 - W)$. Αν υπολογισθεί ο μέσος όρος του Y_{oe} , τότε προκύπτει [23]:

$$E(Y_{oe}) = s_1 + s_2 \quad (4.26)$$

όπου:

$$\begin{aligned} s_1 &= w_1 * \Pr\{W = 0\} = w_1 * \left\{ 1 - \exp\left(-\left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right) + \exp\left(-\left(\frac{v_{co}}{c}\right)^k\right) \right\} \\ s_2 &= \int_0^{w_r} \max(w_1 - w, 0) * f_W(w) dw \\ &= \int_0^{w_1} (w_1 - w) * f_W(w) dw \\ &= w_1 * \int_0^{w_1} f_W(w) dw - \int_0^{w_1} w * f_W(w) dw \\ &= w_1 * [F_W(w_1) - F_W(0)] - H \end{aligned} \quad (4.27)$$

Με την ποσότητα H να δίνεται ως εξής:

$$H = \int_0^{w_1} w * f_W(w) dw$$

$$= \frac{k * h * v_{ci}}{w_r * c} * \int_0^{w_1} w * \left[\frac{\left(1 + \frac{h*w}{w_r}\right) * v_{ci}}{c} \right]^{k-1} * \exp \left\{ - \left[\frac{\left(1 + \frac{h*w}{w_r}\right) * v_{ci}}{c} \right]^k \right\} dw \quad (4.28)$$

Επειδή η παραπάνω σχέση, εμπεριέχει ολοκληρώματα που την καθιστούν δύσκολη στη χρήση, απλοποιούμε τη σχέση ως εξής. Θέτοντας $t = \left(1 + \frac{h * w}{w_r}\right) * v_{ci}$ η 4.28 γίνεται:

$$H = \frac{k * w_r}{h * v_{ci}} * \int_{v_{ci}}^{v_1} \left(\frac{t}{c}\right)^k * \exp\left(-\frac{t^k}{c^k}\right) dt - \frac{k * w_r}{h * c} * \int_{v_{ci}}^{v_1} \left(\frac{t}{c}\right)^{k-1} * \exp\left(-\frac{t^k}{c^k}\right) dt$$

$$= G_1 - G_2 \quad (4.29)$$

όπου:

$$v_1 = v_{ci} + \frac{(v_r - v_{ci}) * w_1}{w_r} \quad (4.30)$$

Ο δεύτερος όρος της 4.29, G_2 , εύκολα υπολογίζεται, ως εξής:

$$G_2 = \frac{k * w_r}{h * c} * \int_{v_{ci}}^{v_1} \left(\frac{t}{c}\right)^{k-1} * \exp\left(-\frac{t^k}{c^k}\right) dt = \frac{w_r}{h} * \left[\exp\left(-\frac{v_{ci}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_1^k}{c^k}\right) \right] \quad (4.31. \alpha)$$

Για τον υπολογισμό του πρώτου όρου της 4.29, θέτοντας $y = (t/c)^k$ προκύπτει:

$$G_1 = \frac{k * w_r}{h * v_{ci}} * \int_{v_{ci}}^{v_1} \left(\frac{t}{c}\right)^k * \exp\left(-\frac{t^k}{c^k}\right) dt = \frac{w_r * c}{h * v_{ci}} * \int_{(v_{ci}/c)^k}^{(v_1/c)^k} y^{1/k} * \exp(-y) dy \quad (4.31. \beta)$$

Χρησιμοποιώντας τώρα τη συνάρτηση γάμμα στην ημιτελή της μορφή (incomplete gamma function), όπως αυτή φαίνεται παρακάτω:

$$\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} y^{a-1} * \exp(-y) dy \quad (4.32)$$

Προκύπτει για τον όρο G_1 :

$$G_1 = \frac{w_r * c}{h * v_{ci}} * \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right] - \frac{w_r * c}{h * v_{ci}} * \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_1}{c}\right)^k\right] \quad (4.33)$$

Μέσω της αθροιστικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της αιολικής ισχύος, όπως αναπτύχθηκε στην ενότητα 4.3.2. , στη σχέση 4.21, προκύπτει:

$$F_W(w_1) - F_W(0) = \exp\left[-\left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right] \exp\left[-\left(\frac{v_1}{c}\right)^k\right] \quad (4.34)$$

Συνδυάζοντας τώρα όλες τις παραπάνω σχέσεις, 4.27-4.34, προκύπτει τελικά η ποσότητα $E(Y_{oe})$ συναρτήσει των χαρακτηριστικών της ανεμογεννήτριας, v_{ci}, v_{co}, v_r της αιολικής ισχύος w_1 και της ταχύτητας του ανέμου v_1 :

$$\begin{aligned}
 E(Y_{oe}) &= \\
 &= w_1 * \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{ci}^k}{c^k}\right) + \exp\left(-\frac{v_{co}^k}{c^k}\right) \right] \\
 &+ \left(\frac{w_r * v_{ci}}{v_r - v_{ci}} + w_1 \right) * \left[\exp\left(-\frac{v_{ci}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_1^k}{c^k}\right) \right] \\
 &+ \frac{w_r * c}{v_r - v_{ci}} * \left\{ \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_1}{c}\right)^k\right] - \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right] \right\} \quad (4.35)
 \end{aligned}$$

Συνεπώς το μέσο κόστος υπερεκτίμησης μια συγκεκριμένης ανεμογεννήτριας θα είναι τελικά:

$$\begin{aligned}
 C_{r,w,1}(w_1 - W) &= \\
 &= k_{r,1} * E(Y_{oe}) \\
 &= k_{r,1} * \left(w_1 * \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{ci}^k}{c^k}\right) + \exp\left(-\frac{v_{co}^k}{c^k}\right) \right] \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{w_r * v_{ci}}{v_r - v_{ci}} + w_1 \right) \left[\exp\left(-\frac{v_{ci}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_1^k}{c^k}\right) \right] \right. \\
 &+ \left. \frac{w_r * c}{v_r - v_{ci}} * \left\{ \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_1}{c}\right)^k\right] - \Gamma\left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{ci}}{c}\right)^k\right] \right\} \right) \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

Παρατηρείται ότι γνωρίζοντας τα χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας και τις παραμέτρους της κατανομής Weibull, οι μόνοι άγνωστοι της συνάρτησης του κόστους υπερεκτίμησης είναι η αιολική ισχύς w_1 και η ταχύτητα του ανέμου v_1 . Εισάγοντας όμως τη σχέση 4.30 η συνάρτηση κόστους υπερεκτίμησης, η μόνη άγνωστος θα είναι η αιολική ισχύς. Με αυτό τον τρόπο η συνάρτηση κόστους υπερεκτίμησης μπορεί να ενταχθεί στο πρόβλημα της οικονομική κατανομής φορτίου με μόνη ανεξάρτητη μεταβλητή την w_1 . Άρα τελικά στη γενικότερη μορφή το κόστος υπερεκτίμησης της *i*-οστής ανεμογεννήτριας ενός συστήματος θα είναι:

$$\begin{aligned}
 C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) &= \\
 &= k_{r,i} * E(Y_{oe}) \\
 &= k_{r,i} * \left(w_i * \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k}\right) + \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) \right] \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r} - v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \right)
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci}}{c} \right)^k \right] \right\} \quad (4.37)$$

4.4.3. Κόστος Υποεκτίμησης

Το κόστος υποεκτίμησης, αντιστοιχεί στο κόστος για τη μη χρησιμοποίηση όλης της διαθέσιμης αιολικής ισχύς. Όπως και ο προηγούμενος όρος τα κόστη που σχετίζονται με αυτό τον όρο θα εξαρτηθούν από το σε ποιόν ανήκουν οι ανεμογεννήτριες. Θα υποτεθεί ότι το κόστος αστοχίας για τη μη χρησιμοποίηση της διαθέσιμης αιολικής ισχύος θα σχετίζεται γραμμικά με τη διαφορά μεταξύ της διαθέσιμης αιολικής ισχύος και της πραγματικής αιολικής ισχύος που χρησιμοποιείται. Η συνάρτηση κόστους αστοχίας της i -οστής A/Γ , θα παίρνει τότε την ακόλουθη μορφή:

$$C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) = k_{p,i} * (W_{i,av} - w_i) = k_{p,i} * \int_{w_i}^{w_{r,i}} (w - w_i) * f_W(w) dw \quad (4.38)$$

όπου:

- $k_{p,i}$: συντελεστής κόστους αστοχίας (υποεκτίμησης) για την i -οστή A/Γ ,
- $f_W(w)$: συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας αιολικής ισχύος ανεμογεννητριών.

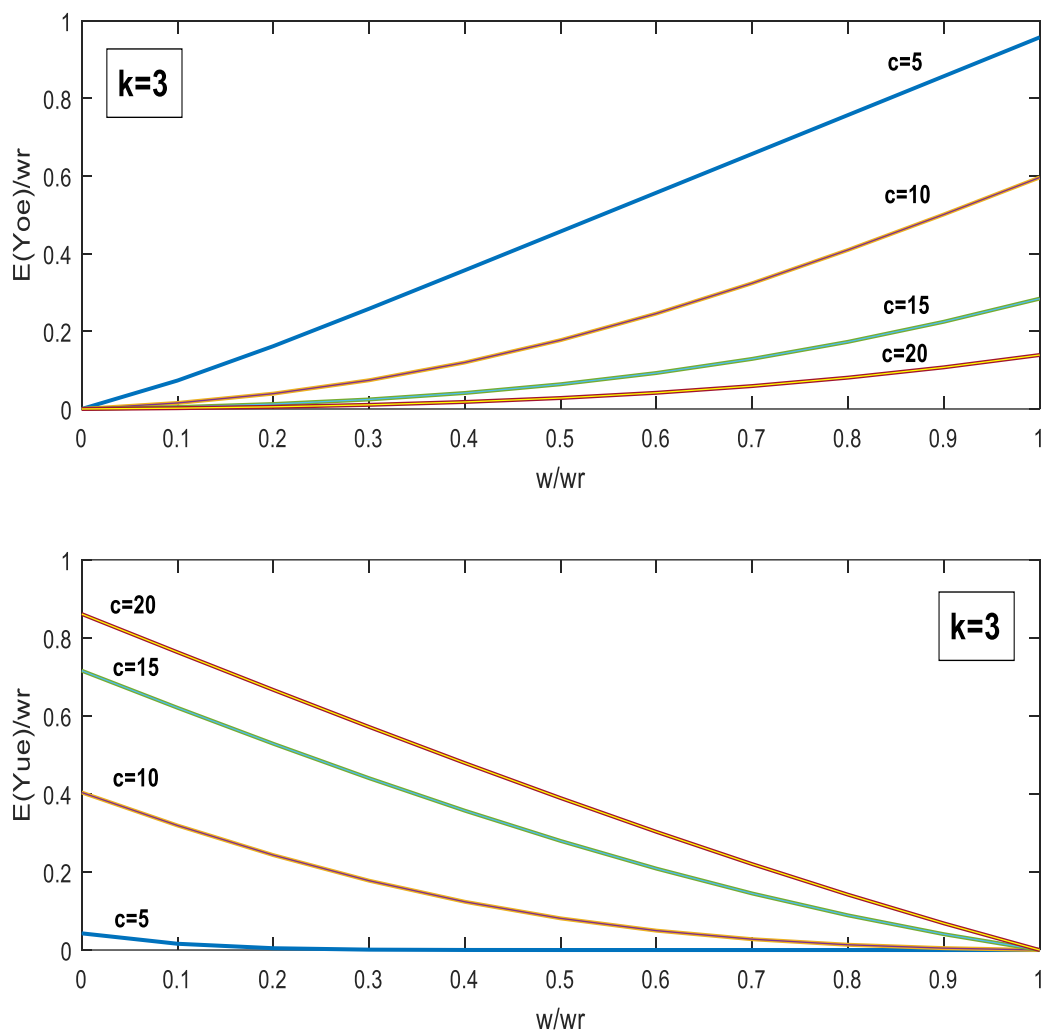
Όπως και στο άμεσο κόστος, εάν ο διαχειριστής του δικτύου κατέχει και τις ανεμογεννήτριες, το κόστος αστοχίας μπορεί να παραλειφθεί.

Με ακριβώς αντίστοιχο τρόπο με το κόστος υπερεκτίμησης υπολογίζεται το μέσο κόστος υποεκτίμησης μίας ανεμογεννήτριας i ενός συστήματος. Ορίζοντας την υποεκτίμηση με $Y_{ue}(= W - w_i)$, η συνάρτηση κόστους υποεκτίμησης διαμορφώνεται ως εξής [23]:

$$\begin{aligned} C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) &= \\ &= k_{p,i} * E(Y_{ue}) \\ &= k_{p,i} * ((w_{i,r} - w_i) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) \right] \\ &+ \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ &+ \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,r}}{c} \right)^k \right] \right\} \quad (4.39) \end{aligned}$$

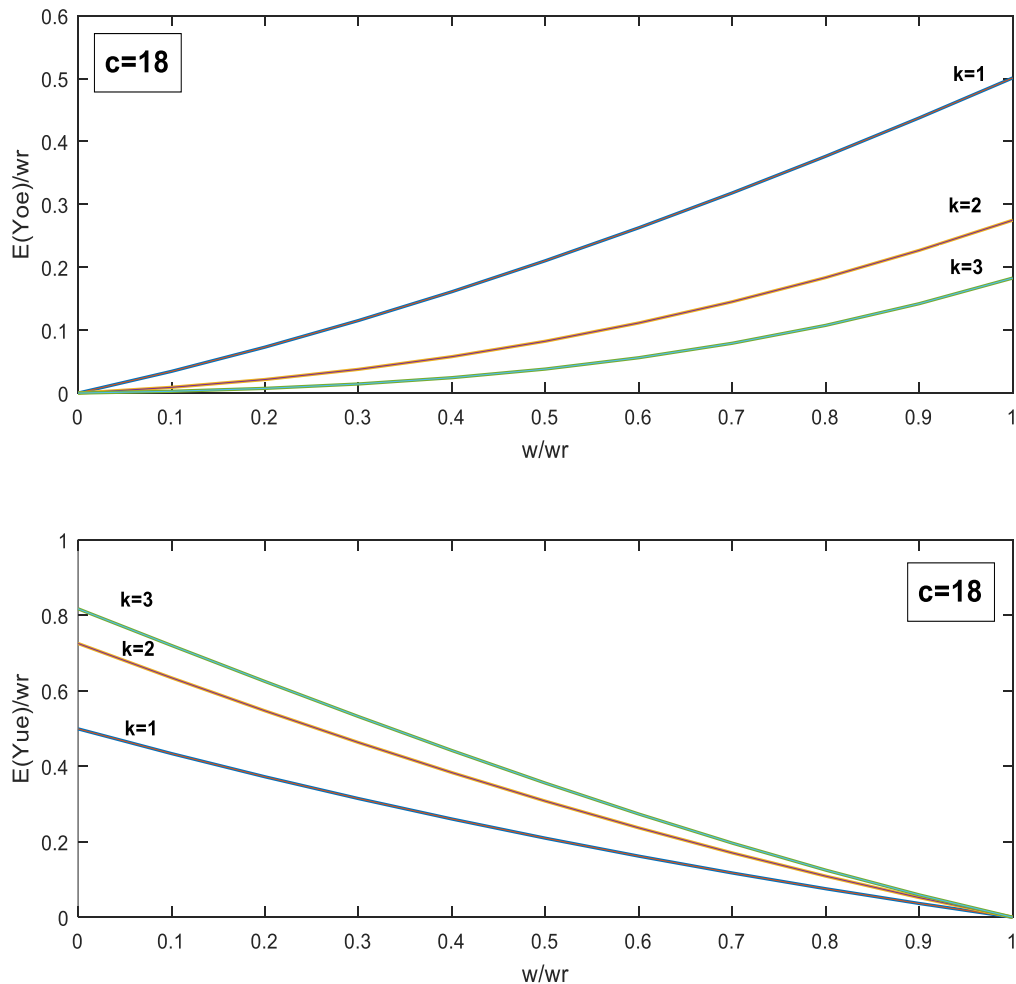
4.4.4. Μελέτη Συναρτήσεων Κόστους Υπερεκτίμησης και Υποεκτίμησης

Ακολουθούν τα διαγράμματα των υπολογιζόμενων, με τον παραπάνω τρόπο, ποσοτήτων υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης ως προς την τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, δηλαδή της προγραμματισμένης αιολικής ισχύος w_i , σε ανά μονάδα σύστημα. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν από την προσομοίωση των σχέσεων που προαναφέρθηκαν σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Αρχικά παρουσιάζονται οι ποσότητες υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης του αιολικού δυναμικού σε ανά μονάδα σύστημα, συναρτήσει της αιολικής παραγωγής, για μία σταθερή τιμή της παραμέτρου σχήματος k ($k=3$) και διαφορετικές τιμές της παραμέτρου κλίμακας c ($c=5, c=10, c=15, c=20$) και εξετάζεται η συμπεριφορά τους.



Σχήμα 4.7: Ποσότητες Υπερεκτίμησης (άνω) και Υποεκτίμησης (κάτω) συναρτήσει της Αιολικής Παραγωγής για σταθερό k και μεταβαλλόμενο c

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα ίδια διαγράμματα αυτή τη φορά για τιμή της παραμέτρου κλίμακας $c=18$ και διαφορετικές τιμές της παραμέτρου σχήματος $k=1, k=2, k=3$ και μελετάται η συμπεριφορά τους.



Σχήμα 4.8 : Ποσότητες Υπερεκτίμησης (άνω) και Υποεκτίμησης (κάτω) συναρτήσει της Αιολικής Παραγωγής για σταθερό c και μεταβαλλόμενο k

Στα δύο σχήματα προκύπτουν επίσης τα εξής βασικά συμπεράσματα. Αρχικά φαίνεται από τα διαγράμματα που αντιστοιχούν στις ποσότητες υπερεκτίμησης (Σχήμα 4.7(άνω) και Σχήμα 4.8 (άνω)) ότι για υψηλές τιμές της προγραμματιζόμενης αιολικής ισχύος η ποσότητα υπερεκτίμησης είναι μεγάλη, ενώ αντίστοιχα από τα διαγράμματα υποεκτίμησης (Σχήμα 4.7(κάτω) και Σχήμα 4.8 (κάτω)) όταν η προγραμματιζόμενη ισχύς μικραίνει τόσο αυξάνει και η ποσότητα υποεκτίμησης. Κάτι τέτοιο είναι απόλυτα λογικό καθώς η υπερεκτίμηση εκφράζει τη διαφορά της διαθέσιμης αιολικής ισχύος από τη προγραμματιζόμενη και αντίστοιχα η υποεκτίμηση εκφράζει την διαφορά της προγραμματιζόμενης αιολικής ισχύος από τη διαθέσιμη. Συνεπώς:

$$\text{Υπερεκτίμηση: } E_{oe} = w_i - W, \text{ συνεπώς } w_i \nearrow \Rightarrow E_{oe} \nearrow$$

$$\text{Υποεκτίμηση: } E_{ue} = W - w_i, \text{ συνεπώς } w_i \nearrow \Rightarrow E_{ue} \searrow$$

Ακόμα φαίνεται στο Σχήμα 4.7, ότι όσο η παράμετρος c αυξάνει, μειώνεται και η ποσότητα υπερεκτίμησης κάτι τέτοιο εξηγείται αν ληφθεί υπόψη η μορφή της κατανομής Weibull (Σχήματα 4.1 και 4.2) στην οποία φαίνεται ότι για μεγάλα c η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κατανέμεται πιο ομαλά σε σχέση με τις μικρές τιμές της c που η πιθανότητα συσσωρεύεται στις μικρές τιμές της ταχύτητας του ανέμου. Συνεπώς μεγαλύτερο c σημαίνει και μεγαλύτερη τιμή της διαθέσιμης αιολικής ισχύος συνεπώς και μικρότερη υπερεκτίμηση για συγκεκριμένη προγραμματιζόμενη αιολική ισχύ (w_i). Απ' την άλλη βέβαια, μεγαλύτερη τιμή της διαθέσιμης αιολικής ισχύος θα σημαίνει και μεγαλύτερη υποεκτίμηση, συνεπώς η αύξηση της c θα συνεπάγεται και αύξηση της ποσότητας υποεκτίμησης, για συγκεκριμένη προγραμματιζόμενη αιολική ισχύ. Συνοπτικά:

$$c \nearrow \Rightarrow W \nearrow \Rightarrow \begin{cases} E_{oe} \searrow & \text{για συγκεκριμένη τιμή της } w_i \text{ διότι } E_{oe} = w_i - W \\ E_{ue} \nearrow & \text{για συγκεκριμένη τιμή της } w_i \text{ διότι } E_{ue} = W - w_i \end{cases}$$

Με αντίστοιχο τρόπο εξηγείται το γεγονός ότι η αύξηση της παραμέτρου k κερδίζει μείωση της ποσότητας υπερεκτίμησης και αύξηση της ποσότητας υποεκτίμησης για συγκεκριμένη προγραμματιζόμενη αιολική ισχύ. Παρατηρώντας τη συμπεριφορά της κατανομής Weibull (Σχήματα 4.1 και 4.2), φαίνεται ότι η αύξηση της k επιφέρει και μία «μετατόπιση» των μεγάλων τιμών της πιθανότητας σε μεγαλύτερες τιμές ταχύτητας ανέμου. Κάτι τέτοιο σημαίνει αυξημένη διαθέσιμη ισχύς. Συνεπώς παρατηρείται μείωση της υπερεκτίμησης και αύξηση της υποεκτίμησης καθώς η k αυξάνει, για συγκεκριμένες πάντα τιμές της προγραμματιζόμενης αιολικής ισχύος. Συνοπτικά:

$$k \nearrow \Rightarrow W \nearrow \Rightarrow \begin{cases} E_{oe} \searrow & \text{για συγκεκριμένη τιμή της } w_i \text{ διότι } E_{oe} = w_i - W \\ E_{ue} \nearrow & \text{για συγκεκριμένη τιμή της } w_i \text{ διότι } E_{ue} = W - w_i \end{cases}$$

Τέλος καθοριστικό συμπέρασμα για την επίλυση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής που πραγματοποιείται στο επόμενο Κεφάλαιο, είναι το γεγονός ότι όπως παρατηρείται από τα Σχήματα 4.7 και 4.8 οι συναρτήσεις των ποσοτήτων υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης είναι κυρτές (convex), συνεπώς και οι συναρτήσεις κόστους υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης θα είναι κυρτές, καθώς αποτελούν το γινόμενο των ποσοτήτων αυτών με μία σταθερά (συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης).

4.4.5. Συνολικό Κόστος Αιολικής Ισχύος

Με βάση την παραπάνω ανάλυση το συνολικό κόστος της παραγωγής ισχύος από μια ανεμογεννήτρια ως άθροισμα όλων των παραπάνω κοστών που περιγράφηκαν διαμορφώνεται ως εξής:

$$C_{WECS} =$$

$$\begin{aligned} & \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) + \sum_i^M C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) = \\ & \sum_i^M [d_i * w_i \\ & + k_{p,i} * ((w_{i,r} - w_i) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) \right] \\ & + \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ & + \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,r}}{c} \right)^k \right] \right\} \\ & + k_{r,i} * (w_i * \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k}\right) + \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) \right] \\ & + \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ & + \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci}}{c} \right)^k \right] \right\} \Big] \quad (4.40) \end{aligned}$$

Το συνολικό αυτό κόστος παραγωγής αιολικής ισχύος θα είναι μία κυρτή συνάρτηση ως άθροισμα κυρτών συναρτήσεων. Συγκεκριμένα οι συναρτήσεις κόστους υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης είναι κυρτές, όπως αποδείχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ενώ η συνάρτηση άμεσου κόστους είναι γραμμική και δεν επηρεάζει την κυρτότητα.

Κεφάλαιο 5 : Βασικός Αλγόριθμος

5.1. Περιγραφή και Μοντελοποίηση Προβλήματος

Το πρόβλημα που θα μελετηθεί είναι αυτό της αποκεντρωμένης οικονομικής κατανομής φορτίου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας που περιλαμβάνει τόσο συμβατικές μονάδες παραγωγής όσο και ανεμογεννήτριες. Οι συναρτήσεις κόστους των συμβατικών και των αιολικών μονάδων εισάγονται στο πρόβλημα βάσει της ανάλυσης που έγινε στα Κεφάλαια 3 και 4 αντίστοιχα. Κατασκευάζεται λοιπόν, συνολικός αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος και παρουσιάζονται αναλυτικά τα επιμέρους στάδια του. Επίσης ο αλγόριθμος προσαρμόζεται με τρόπο ώστε να επιτευχθεί η επίλυση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής του φορτίου αποκεντρωμένα, με τη χρήση μόνο τοπικών πληροφοριών σε κάθε μονάδα, κάνοντας χρήση ενός αλγορίθμου συναίνεσης.

Ο αλγόριθμος θα λαμβάνει ως εισόδους τα λειτουργικά και οικονομικά χαρακτηριστικά κάθε συμβατικής και αιολικής μονάδας, την προβλεπόμενη ταχύτητα ανέμου (σε μία περιοδική βάση για παράδειγμα ανά μία ώρα) καθώς και τη συνολική ζήτηση (χρονολογικές καμπύλες φορτίου). Τα τελικά αποτελέσματα που θα δίνει ο αλγόριθμος είναι οι βέλτιστες εξοδοί ισχύος της κάθε μονάδας καθώς και το βέλτιστο κόστος παραγωγής.

Συνολική Ζήτηση	P_D (MW)
Ταχύτητα Ανέμου	v (m/s)
Συμβατικές Μονάδες:	
Όρια λειτουργίας	$p_{i,min}$ (MW) , $p_{i,max}$ (MW)
Οικονομικοί Συντελεστές	a_i (€) , b_i $\left(\frac{\text{€}}{\text{MW}}\right)$, c_i $\left(\frac{\text{€}}{\text{MW}^2}\right)$
Ανεμογεννήτριες:	
Λειτουργικά Χαρακτηριστικά	$v_{i,ci}$ (m/s) , $v_{i,co}$ (m/s) , $v_{i,r}$ (m/s) , $w_{i,r}$ (MW)
Οικονομικοί Συντελεστές	d_i $\left(\frac{\text{€}}{\text{MW}}\right)$, $k_{r,i}$ $\left(\frac{\text{€}}{\text{MW}}\right)$, $k_{p,i}$ $\left(\frac{\text{€}}{\text{MW}}\right)$

Πίνακας 5.1: Είσοδοι Αλγορίθμου, Συμβολισμοί και Μονάδες Μέτρησης

Ισχύς Εξόδου κάθε Συμβατικής Μονάδας	p_i (MW)
Ισχύς Εξόδου κάθε Ανεμογεννήτριας	w_i (MW)
Συνολικό Κόστος	C_{tot} (€)

Πίνακας 5.2: Έξοδοι Αλγορίθμου, Συμβολισμοί και Μονάδες Μέτρησης

Το πρόβλημα ουσιαστικά ανάγεται σε ένα κλασικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Υπάρχει μια αντικειμενική συνάρτηση, η συνολική συνάρτηση κόστους και ορισμένοι περιορισμοί, οι περιορισμοί ανισότητας για τα όρια λειτουργίας κάθε μονάδας και ο περιορισμός ισοζυγίου παραγωγής-ζήτησης. Βάζοντας την προαναφερθείσα συζήτηση σε μία φόρμα ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, το μαθηματικό μοντέλο που διαμορφώνεται φαίνεται παρακάτω. Αυτό το μοντέλο είναι έγκυρο σε οποιοδήποτε δοσμένη χρονική περίοδο οικονομικής κατανομής, ωστόσο για απλοποίηση σε αυτό το σημείο θεωρούμε ότι η χρονική εξάρτηση αγνοείται.

$$\min: \left\{ \sum_i^N C_i(p_i) + \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) + \sum_i^M C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) \right\} \quad (5.1)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$p_{i,\min} \leq p_i \leq p_{i,\max} \quad (5.2)$$

$$0 \leq w_i \leq w_{i,\max} \quad (5.3)$$

$$\sum_i^N p_i + \sum_i^M w_i = P_D \quad (5.4)$$

Στην σχέση 5.1 με N εκφράζεται το πλήθος των συμβατικών μονάδων του συστήματος και με M το πλήθος των ανεμογεννητριών του συστήματος. Όλοι οι υπόλοιποι συμβολισμοί ισχύουν όπως δόθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια.

Η συνολική συνάρτηση κόστους είναι μια συνάρτηση πολλών μεταβλητών. Ανεξάρτητες μεταβλητές της συνάρτησης είναι η ισχύς της κάθε συμβατικής γεννήτριας, καθώς και η ισχύς της κάθε ανεμογεννήτριας. Έχοντας λοιπόν, N συμβατικές γεννήτριες και M ανεμογεννήτριες, η συνάρτηση μας θα έχει N + M ανεξάρτητες μεταβλητές, όπου p_1, p_2, \dots, p_N η ισχύς της κάθε συμβατικής μονάδας και w_1, w_2, \dots, w_M η ισχύς κάθε ανεμογεννήτριας. Η συνολική συνάρτηση κόστους αποτελείται από ένα άθροισμα τεσσάρων όρων, που και αυτοί με τη σειρά τους αποτελούν αθροίσματα επιμέρους κοστών. Η μαθηματική μορφή της συνάρτησης είναι, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η εξής:

$$\sum_i^N C_i(p_i) + \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) + \sum_i^M C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) \quad (5.5)$$

Οι αναλυτικές εκφράσεις των επιμέρους κοστών εισάγονται στην συνάρτηση συνολικού κόστους όπως περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 3 και 4. Η αναλυτική λοιπόν έκφραση της συνάρτησης συνολικού κόστους θα είναι:

$$\begin{aligned} C_{\text{tot}}(p_i, w_i) = & \\ & \sum_i^N (a_i + b_i * p_i + c_i * p_i^2) \\ & \sum_i^M [d_i * w_i \\ & + k_{p,i} * ((w_{i,r} - w_i) * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) \right]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp \left(-\frac{v_{i,r}^k}{c^k} \right) - \exp \left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}} \right)^k}{c^k} \right) \right] \\
& + \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,r}}{c} \right)^k \right] \right\} \\
& + k_{r,i} * (w_i * \left[1 - \exp \left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k} \right) + \exp \left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k} \right) \right]) \\
& + \left(\frac{w_{i,r} * v_{i,ci}}{v_{i,r} - v_{i,ci}} + w_i \right) * \left[\exp \left(-\frac{v_{i,ci}^k}{c^k} \right) - \exp \left(-\frac{\left(v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}} \right)^k}{c^k} \right) \right] \\
& + \frac{w_{i,r} * c}{v_{i,r} - v_{i,ci}} * \left\{ \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci} + \frac{(v_{i,r}-v_{i,ci}) * w_i}{w_{i,r}}}{c} \right)^k \right] - \Gamma \left[1 + \frac{1}{k}, \left(\frac{v_{i,ci}}{c} \right)^k \right] \right\} \quad (5.6)
\end{aligned}$$

Διαπιστώνεται ότι όλοι οι όροι που περιέχονται στην συνάρτηση κόστους δίνονται ως δεδομένα του προβλήματος, πλην των παραμέτρων k και c που εξάγονται από την πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου, βάσει της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 4.2.3. .

Στο σημείο αυτό, και πριν παρουσιαστεί ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος, πρέπει να επισημανθεί ότι το πρόβλημα θα έχει βέλτιστη λύση. Συγκεκριμένα η αντικειμενική συνάρτηση είναι κυρτή (convex), ως άθροισμα κυρτών συναρτήσεων (όπως απεδείχθη στα Κεφάλαια 3 και 4), γεγονός που σημαίνει ότι θα παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο μηδενισμού της πρώτης της παραγώγου και μάλιστα ολικό [24]. Σημειώνεται ότι η παραπάνω επισήμανση είναι βασική για την επαλήθευση του αλγόριθμού μας με συγκεκριμένη συνάρτηση σε περιβάλλον MATLAB που επιλύει ακριβώς τέτοια προβλήματα (convex optimization).

5.2. Κατασκευή και Λειτουργία Αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος πρέπει να λειτουργεί με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση, δηλαδή η συνάρτηση του συνολικού κόστους, τηρουμένων πάντα των περιορισμών ισότητας και ανισότητας. Για να συμπεριληφθεί ο περιορισμός ισότητας, δηλαδή το ισοζύγιο ισχύος, στην ελαχιστοποίηση θα κατασκευαστεί η συνάρτηση Lagrange. Για την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης Lagrange θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Gradient Descent η οποία και θα μελετηθεί παρακάτω. Ακόμα για την τήρηση των περιορισμών ανισότητας, των λειτουργικών ορίων δηλαδή των μονάδων, θα περιγραφεί και θα χρησιμοποιηθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία εισάγοντας τη συνάρτηση Barrier. Τέλος θα γίνει μια αναφορά στους αλγορίθμους συναίνεσης και θα χρησιμοποιηθεί ένας τέτοιος, ώστε ο αλγόριθμος να λειτουργεί καταμετρημένα, σε μία λογική αποκεντρωμένου ελέγχου.

5.2.1. Συνάρτηση Lagrange

Όπως περιγράφηκε και στην Ενότητα 3.3. η μέθοδος πολλαπλασιαστών Lagrange αποτελεί μια κλασική μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης, η οποία παράλληλα συμπεριλαμβάνει περιορισμούς ισότητας. Για το παρόν πρόβλημα με αντικειμενική συνάρτηση τη 5.5 και περιορισμό ισότητας τον 5.4, η συνάρτηση Lagrange θα είναι:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \sum_i^N C_i(p_i) + \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M C_{p,w,i}(W_{i,av} - w_i) + \sum_i^M C_{r,w,i}(w_i - W_{i,av}) \\ + \lambda \left(P_D - \sum_i^N p_i - \sum_i^M w_i \right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Σύμφωνα με την κλασική μεθοδολογία των πολλαπλασιαστών Lagrange η ελαχιστοποίηση επιτυγχάνεται για μηδενισμό όλων των μερικών παραγώγων της συνάρτησης. Συνεπώς πρέπει:

Για κάθε συμβατική μονάδα:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_i} = 0 \\ \Rightarrow 2c_i * p_i + b_i - \lambda = 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Για κάθε ανεμογεννήτρια:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} = 0 \\ \Rightarrow d_i + k_{p,i} * \left[\exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_i^k}{c^k}\right) \right] \\ + k_{r,i} * \left[1 + \exp\left(-\frac{v_{i,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{v_i^k}{c^k}\right) \right] - \lambda = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

οι παράγωγοι του κόστους υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης δίνονται στην [22].

Για τον πολλαπλασιαστή Lagrange:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \\ \Rightarrow P_D - \sum_i^N p_i - \sum_i^M w_i = 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

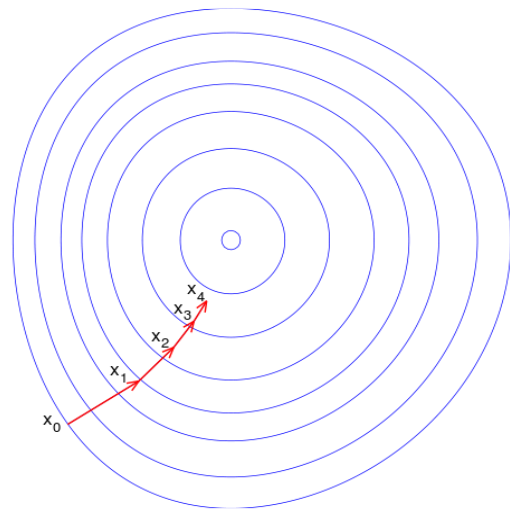
Τελικά πρέπει:

$$\begin{aligned} \nabla \mathcal{L} &= 0 \\ \Rightarrow \\ \sum_i^N \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_i} + \sum_i^M \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} + P_D - \sum_i^N p_i - \sum_i^M w_i &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Όπως γίνεται φανερό, οι μερικές παράγωγοι που αντιστοιχούν στα κόστη των ανεμογεννητριών είναι αρκετά πολύπλοκες για να γίνει απλή επίλυση ως προς τον πολλαπλασιαστή λ όπως έγινε στο Κεφάλαιο 2. Συνεπώς πρέπει να χρησιμοποιηθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία με την οποία θα προσεγγιστεί η λύση του προβλήματος με μηδενισμό των μερικών παραγώγων.

5.2.2. Μέθοδος Gradient Descent

Η μέθοδος Gradient Descent βασίζεται στην παρατήρηση ότι μια συνάρτηση πολλών μεταβλητών $F(x)$ ορισμένη και διαφορίσιμη σε ένα σημείο a , θα μειώνεται γρηγορότερα πηγαίνοντας από το a στην κατεύθυνση του αρνητικού διαφορικού της F στο a , $-\nabla F(a)$. Συνεπάγεται ότι, αν $a^{n+1} = a^n - \gamma * \nabla F(a^n)$ για γ αρκετά μικρό, τότε $F(a^n) \geq F(a^{n+1})$. Με άλλα λόγια, ο όρος $\gamma * \nabla F(a)$ αφαιρείται από το a επειδή θέλουμε να κινηθούμε αντίθετα από το διαφορικό, προς την κατεύθυνση του ελαχίστου. Έχοντας υπόψη αυτή την παρατήρηση, ξεκινάμε υποθέτοντας ένα x_0 για τοπικό ελάχιστο της F , και θεωρούμε την σειρά x_0, x_1, x_2, \dots τέτοια ώστε: $x_{n+1} = x_n - \gamma_n * \nabla F(x_n)$, $n \geq 0$. Προκύπτει λοιπόν, ότι $F(x_0) \geq F(x_1) \geq F(x_2) \geq \dots$, έτσι η σειρά (x_n) συγκλίνει στο επιθυμητό τοπικό ελάχιστο. Σημειώνεται ότι η τιμή του βήματος γ επιτρέπεται να αλλάζει σε κάθε επανάληψη. Αν η συνάρτηση F είναι κυρτή (convex) τότε για συγκεκριμένες επιλογές του γ , η σύγκλιση στο τοπικό ελάχιστο εγγυάται. Όταν η συνάρτηση F είναι κυρτή, όλα τα τοπικά ελάχιστα είναι επίσης ολικά ελάχιστα, έτσι σε αυτή την περίπτωση η Gradient Descent συγκλίνει σε ολική λύση. Αυτή η διαδικασία αναπαρίσταται στην παρακάτω Εικόνα 5.1. Εδώ η συνάρτηση F υποτίθεται ότι είναι ορισμένη σε μία περιοχή, και ότι η γραφική της έχει ένα σχήμα λεκάνης (bowl shape). Οι μπλε καμπύλες είναι περιστροφικές καμπύλες (contour lines), που είναι οι περιοχές που η τιμή της F είναι συνεχής. Ένα κόκκινο βέλος ξεκινά από ένα σημείο και δείχνει την κατεύθυνση του αρνητικού διαφορικού σε αυτό το σημείο. Σημειώνεται ότι το αρνητικό διαφορικό στο σημείο αυτό είναι κάθετο στην καμπύλη περιστροφής διασχίζοντας αυτό το σημείο. Βλέπουμε ότι η Gradient Descent οδηγεί στο «βυθό» της λεκάνης, όπου η τιμή της F είναι ελάχιστη.[24]



Εικόνα 5.1: Αναπαράσταση Λειτουργίας Gradient Descent

Βάσει λοιπόν, της παραπάνω μεθοδολογίας επιχειρείται η προσέγγιση του ολικού ελαχίστου της συνάρτησης συνολικού κόστους. Η συνάρτηση όπως ήδη έχει αποδειχθεί είναι κυρτή, συνεπώς η εύρεση ελαχίστου μέσω της μεθόδου Gradient Descent, θα ταυτίζεται με την εύρεση του ολικού ελαχίστου της συνάρτησης. Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος που εφαρμόστηκε η μέθοδος στο πρόβλημα. Σημειώνεται ότι η μέθοδος εφαρμόστηκε στη συνάρτηση Lagrange του προβλήματος (5.7) ώστε να συμπεριληφθεί απευθείας ο περιορισμός ισότητας.

Αρχικά κατασκευάστηκε το διάνυσμα (\mathbf{x}) των ανεξάρτητων μεταβλητών της συνάρτησης Lagrange, εξαιρουμένου του πολλαπλασιαστή λ .

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N+M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Έπειτα, ορίστηκαν αρχικές τιμές για όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές της συνάρτησης Lagrange(x_0, λ_0). Η ισχύς της κάθε μονάδας, είτε συμβατικής είτε ανεμογεννήτριας, τέθηκε ίση με τη μέγιστη τιμή της (το άνω όριο του περιορισμού ανισότητας). Ενώ η αρχική τιμή του πολλαπλασιαστή λ ορίστηκε αρκετά μεγάλη (π.χ. $\lambda = 100$).

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_{N+M}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^{(0)} \\ p_2^{(0)} \\ \vdots \\ p_N^{(0)} \\ w_1^{(0)} \\ w_2^{(0)} \\ \vdots \\ w_M^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1,max} \\ p_{2,max} \\ \vdots \\ p_{N,max} \\ w_{1,max} \\ w_{2,max} \\ \vdots \\ w_{M,max} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Ο άνω δείκτης εντός παρενθέσεως αντιστοιχεί στις επαναλήψεις της διαδικασίας. Ακολούθως κατασκευάστηκε μήτρα των μερικών παραγώγων χωρίς να συμπεριληφθεί ο λ . Όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\text{grad}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 2c_1x_1 + b_1 \\ 2c_2x_2 + b_2 \\ \vdots \\ 2c_Nx_N + b_N \\ d_1 + k_{p,1} * \left[\exp\left(-\frac{v_{1,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{1,ci} + \frac{(v_{1,r}-v_{1,ci})*x_{N+1}}{w_{1,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ d_2 + k_{p,2} * \left[\exp\left(-\frac{v_{2,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{2,ci} + \frac{(v_{2,r}-v_{2,ci})*x_{N+2}}{w_{2,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ \vdots \\ d_M + k_{p,M} * \left[\exp\left(-\frac{v_{M,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{M,ci} + \frac{(v_{M,r}-v_{M,ci})*x_{N+M}}{w_{M,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Για να υπολογιστούν πλήρως οι μερικές παράγωγοι αφαιρέθηκε και ο λ :

$$d(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 2c_1x_1 + b_1 \\ 2c_2x_2 + b_2 \\ \vdots \\ 2c_Nx_N + b_N \\ d_1 + k_{p,1} * \left[\exp\left(-\frac{v_{1,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{1,ci} + \frac{(v_{1,r}-v_{1,ci})*x_{N+1}}{w_{1,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ d_2 + k_{p,2} * \left[\exp\left(-\frac{v_{2,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{2,ci} + \frac{(v_{2,r}-v_{2,ci})*x_{N+2}}{w_{2,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \\ \vdots \\ d_M + k_{p,M} * \left[\exp\left(-\frac{v_{M,co}^k}{c^k}\right) - \exp\left(-\frac{\left(v_{M,ci} + \frac{(v_{M,r}-v_{M,ci})*x_{N+M}}{w_{M,r}}\right)^k}{c^k}\right) \right] \end{bmatrix} - \lambda \quad (5.15)$$

Έπειτα εισάχθηκαν στη μήτρα παραγώνων οι αρχικές τιμές των ανεξαρτήτων μεταβλητών, ώστε να παρθούν αριθμητικές τιμές για τις μερικές παραγώγους. Ορίζοντας συγκεκριμένη τιμή βήματος γ πραγματοποιήθηκε επανάληψη της μεθόδου Gradient Descent.

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} - \gamma * d(x_i^{(0)}), \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.16)$$

Για την επανάληψη της διαδικασίας πρέπει να αλλάξει και η τιμή του λ με ακριβώς όμοιο τρόπο με τις υπόλοιπες ανεξάρτητες μεταβλητές της συνάρτησης. Εφαρμόστηκε λοιπόν, μια αντίστοιχη επανάληψη της μεθόδου Gradient Descent και για το λ [25]:

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} - \gamma * \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \quad (5.17)$$

Δηλαδή:

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} - \gamma * \left(P_D - \sum_i^N p_i^{(0)} - \sum_i^M w_i^{(0)} \right)$$

ή διαφορετικά:

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} - \gamma * \left(P_D - \sum_i^{N+M} x_i^{(0)} \right) \quad (5.18)$$

Συνεπώς επαναλήφθηκε η ίδια διαδικασία, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$d(x_i^{(1)}) = \text{grad}(x_i^{(1)}) - \lambda^{(1)}, \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.19)$$

$$x_i^{(2)} = x_i^{(1)} - \gamma * d(x_i^{(1)}), \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.20)$$

$$\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} - \gamma * \left(P_D - \sum_i^{N+M} x_i^{(1)} \right) \quad (5.21)$$

Στη γενική της μορφή κάθε επανάληψη είναι:

$$d(x_i^{(n-1)}) = \text{grad}(x_i^{(n-1)}) - \lambda^{(n-1)}, \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.22)$$

$$x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} - \gamma * d(x_i^{(n-1)}), \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.23)$$

$$\lambda^{(n)} = \lambda^{(n-1)} - \gamma * \left(P_D - \sum_i^{N+M} x_i^{(n-1)} \right) \quad (5.24)$$

Η διαδικασία θα επαναληφθεί για n επαναλήψεις, μέχρις ότου η συνολική παραγωγή να καλύπτει τη συνολική ζήτηση και παράλληλα η τιμή των μερικών παραγώγων να μηδενίζεται. Μαθηματικά οι παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται ως εξής:

$$P_D - \sum_i^{N+M} x_i^{(n)} < \varepsilon_1 \quad (5.25)$$

$$\max(d(x_i^{(n)})) < \varepsilon_2, \quad \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.26)$$

όπου $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ πολύ μικρές ποσότητες κοντά στο μηδέν. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται το ισοζύγιο ισχύος με το βέλτιστο τρόπο, καθώς ταυτόχρονα όλες οι μονάδες λειτουργούν στο ίδιο οριακό κόστος.

5.2.3. Συνάρτηση Barrier - Περιορισμοί Ανισότητας

Στην παραπάνω ανάλυση με τη χρήση της μεθόδου Gradient Descent δεν συμπεριλαμβάνονται οι περιορισμοί ανισότητας. Πρέπει λοιπόν να αναπτυχθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία ώστε η παραπάνω βελτιστοποίηση να επιτυγχάνεται ικανοποιώντας τα όρια λειτουργίας των μονάδων. Κάτι τέτοιο θα επιτευχθεί κάνοντας χρήση της συνάρτησης Barrier ή αλλιώς συνάρτησης «φράγματος».

Η μέθοδος αυτή αποτελεί μια κλασική μέθοδο που εφαρμόζεται σε προβλήματα βελτιστοποίησης συνεχών συναρτήσεων. Βασική ιδέα της μεθόδου είναι η αύξηση της τιμής της συνάρτησης στο άπειρο όταν αυτή προσεγγίζει το όριο της εφικτής περιοχής του προβλήματος βελτιστοποίησης, ουσιαστικά δηλαδή τα όρια του πεδίου ορισμού της

συνάρτησης. Μαθηματικά στην απλούστερη της μορφή η μέθοδος εφαρμόζεται στο παρακάτω πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\min: \{f(x)\}, \text{ υπό τον περιορισμό: } x \geq b$$

όπου f συνεχής συνάρτηση και b μία σταθερά (όριο). Για να συμπεριληφθεί ο περιορισμός ανισότητας το πρόβλημα μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\min: \{f(x) + c(x)\}$$

όπου: $c(x) = \infty$, εάν $x < b$ και $c(x) = 0$ σε διαφορετική περίπτωση.

Αυτό το πρόβλημα είναι ισοδύναμο του αρχικού. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται ο περιορισμός ανισότητας και εισάγεται μια νέα συνάρτηση, η συνάρτηση αστοχίας c , και συνεπώς αντικειμενική συνάρτηση γίνεται η $f(x) + c(x)$. Εισάγεται τώρα η συνάρτηση barrier g που αποτελεί μία προσέγγιση της c που τείνει στο άπειρο καθώς το x πλησιάζει στο όριο b . Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση αυτή το πρόβλημα διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min: \{f(x) + \mu * g(x)\}$$

όπου μ μία ελεύθερη παράμετρος. Η τιμή της παραμέτρου γίνεται βάσει της επιλογής της συνάρτησης barrier.[24]

Βάσει λοιπόν της παραπάνω μεθοδολογίας εισάγονται οι περιορισμοί ανισότητας στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Η συνάρτηση barrier εισάγεται στη μερική παράγωγο της κάθε μεταβλητής και ο περιορισμός μεταφέρεται έμμεσα και στην τιμή της κάθε μεταβλητής. Αυτό επιλέχθηκε διότι ουσιαστικά η αλλαγή της κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής, σύμφωνα με την μέθοδο Gradient Descent, εξαρτάται από την τιμή της μερικής της παραγωγού. Έτσι γίνεται ο εξής έλεγχος κάθε φορά προτού πάρει την νέα τιμή της κάθε μεταβλητή:

Υπολογίζονται οι τιμές των μεταβλητών αν δεν υπήρχε έλεγχος όπως δείχθηκε στην 5.23:

$$x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} - \gamma * d(x_i^{(n-1)}), \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M$$

Ελέγχεται αν οι τιμές των μεταβλητών είναι εντός ορίων και για όσες παραβιάζουν κάποιο από τα όρια τους εισάγεται αντίστοιχη συνάρτηση barrier ως εξής:

$$d_i^{\text{new}}(x_i^{(n-1)}) = d(x_{i,\text{max}}) + \mu * (x_i^{(n)} - x_{i,\text{max}}),$$

$$\text{εάν } x_i^{(n)} > x_{i,\text{max}}, \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.27)$$

$$d_i^{\text{new}}(x_i^{(n-1)}) = d(x_{i,\text{min}}) - \mu * (x_{i,\text{min}} - x_i^{(n)}),$$

$$\text{εάν } x_i^{(n)} < x_{i,\text{min}}, \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.28)$$

$$d_i^{\text{new}}(x_i^{(n-1)}) = d(x_i^{(n-1)}),$$

$$\text{εάν } x_{i,\text{min}} \leq x_i^{(n)} \leq x_{i,\text{max}}, \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.29)$$

Η τιμή της μεταβλητής εντός των ορίων θα είναι τελικά:

$$x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} - \gamma * d_i^{\text{new}}(x_i^{(n-1)}), \text{ για } i = 1, 2 \dots, N + M \quad (5.30)$$

Με αυτό τον τρόπο περιορίζονται οι τιμές των παραγώγων που είναι υπεύθυνες για την μεταβολή των τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών. Για την ακρίβεια, σε περίπτωση που μία μεταβλητή πρόκειται στην αμέσως επόμενη επανάληψη να ξεπεράσει το άνω όριο της η τιμή της μερικής παραγώγου αυξάνει απότομα ώστε να υπάρξει μεγάλη μείωση της τιμής της μεταβλητής, καθώς όπως φάνηκε στη μέθοδο Gradient Descent η κάθε νέα τιμή της μεταβλητή υπολογίζεται από την προηγούμενη τιμή της αφαιρώντας τη μερική της παράγωγο. Αντίστοιχα για παραβίαση του κάτω ορίου η τιμή της μερικής παραγώγου μειώνεται απότομα ώστε να προστεθεί μεγαλύτερη ποσότητα στη νέα τιμή της μεταβλητής και να αποφύγει το κάτω όριο. Οι απότομες αυτές μεταβολές στις μερικές παραγώγους επιτυγχάνονται μέσω δύο συναρτήσεων barrier. Συγκεκριμένα για την παραβίαση του άνω ορίου η τιμή της μερικής παραγώγου παίρνει την τιμή που αντιστοιχεί για τη μέγιστη τιμή της μεταβλητής $d(x_{i,max})$ συν μια μεγάλη ποσότητα, η οποία πρέπει να μην αλλοιώνει τη συνέχεια της συνάρτησης της μερικής παραγώγου, για αυτό επιλέχθηκε να είναι μια γραμμική της συνέχεια (συνάρτηση barrier) με αρκετά μεγάλη κλίση $\mu * (x_i^{(n)} - x_{i,max})$. Με ακριβώς αντίστοιχο τρόπο για παραβίαση του κάτω ορίου η τιμή της μερικής παραγώγου παίρνει την τιμή που αντιστοιχεί για την ελάχιστη τιμή της μεταβλητής $d(x_{i,min})$ πλην μιας μεγάλης ποσότητας, η οποία πρέπει να μην αλλοιώνει τη συνέχεια της συνάρτησης της μερικής παραγώγου, για αυτό επιλέχθηκε να είναι μια γραμμική της συνέχεια με αρκετά μεγάλη κλίση $\mu * (x_{i,min} - x_i^{(n)})$. Συνήθως το μ επιλέγεται το ίδιο για την παραβίαση και των δύο ορίων.

5.2.4. Αποκεντρωμένος Έλεγχος – Αλγόριθμος Consensus

Το πρόβλημα όπως αναλύθηκε μέχρι τώρα ο αλγόριθμος, επιλύεται με κεντρικό τρόπο όπου όλες οι μεταβλητές θεωρούνται γνωστές κάθε στιγμή από έναν κεντρικό ελεγκτή. Παρακάτω θα αναλυθεί ο τρόπος με τον οποίο το πρόβλημα της κατανομής φορτίου λύνεται αποκεντρωμένα.

Για την αποκεντρωμένη επίλυση πρέπει να θεωρηθεί σύστημα πολλαπλών πρακτόρων. Πρόκειται ουσιαστικά ένα υπολογιστικό σύστημα στο οποίο οι πράκτορες δουλεύουν, αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και μαζί παίρνουν αποφάσεις για την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων. Οι πράκτορες έχουν ορισμένες χαρακτηριστικές ιδιότητες. Μπορούν να αντιλαμβάνονται το τοπικό τους περιβάλλον, να αλληλεπιδρούν με άλλους πράκτορες, να έχουν συγκεκριμένα καθήκοντα και να αντιδρούν στις αλλαγές όποτε αυτές συμβαίνουν. Οι πράκτορες λειτουργούν αυτόνομα αλλά ταυτόχρονα δημιουργούν ένα σύστημα συνεργασίας προκειμένου να πετύχουν τόσο τους τοπικούς όσο και τους ολικούς στόχους.[26]

Στο παρόν πρόβλημα, το ζητούμενο είναι να μπορούν οι μονάδες από μόνες τους να λύσουν το πρόβλημα βελτιστοποίησης για την οικονομική κατανομή του φορτίου και να καταλήξουν όλες αυτόνομα στην ίδια βέλτιστη λύση. Αυτό γίνεται μέσω ενός αλγορίθμου συναίνεσης (consensus). Τέτοιου είδους αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται για να υπάρξει σύγκλιση μιας μεταβλητής σε μια κοινή τιμή, δηλαδή στο ίδιο οριακό κόστος, για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Έτσι, οι πράκτορες θα ανταλλάσσουν πληροφορίες τοπικά και θα προσαρμόζουν τη συμπεριφορά τους με απώτερο σκοπό να οδηγηθεί το σύστημα στη

βέλτιστη τιμή του οριακού κόστους. Το σύστημα, τελικά, οδηγείται σε συμφωνία με τρόπο αποκεντρωμένο, χωρίς την ανάγκη ιεραρχικής αρχιτεκτονικής και κεντρικού ελέγχου.

Αρχικά το δίκτυο στο οποίο θα γίνει επίλυση του προβλήματος αναπαρίσταται τοπολογικά με τη χρήση ενός απλού μη κατευθυνόμενου γράφου G που ορίζεται ως ένα ζευγάρι (V,E) , όπου V είναι ένα πεπερασμένο σύνολο κόμβων που αποτελούν τα στοιχεία του συστήματος, στην περίπτωση του προβλήματος, τους ζυγούς του συστήματος και E είναι το σύνολο των ακμών που αναπαριστούν τις συνδέσεις μεταξύ των στοιχείων του δικτύου, δηλαδή εδώ τις γραμμές του ηλεκτρικού δικτύου. Ο μη κατευθυνόμενος γράφος εκφράζει τη δυνατότητα των κόμβων του να επικοινωνούν αμφίδρομα και να ανταλλάσσουν πληροφορίες εφόσον υπάρχει μεταξύ τους σύνδεση, δηλαδή ακμή. Για την αναπαράσταση αυτών των διασυνδέσεων χρησιμοποιείται ο πίνακας γειτνίασης A , ο οποίος εκφράζει αν υπάρχει ή όχι ακμή μεταξύ δύο στοιχείων, δηλαδή διασύνδεση μεταξύ δυο ζυγών. τα στοιχεία αυτού του πίνακα ορίζονται ως εξής [27]:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν υπάρχει σύνδεση μεταξύ } i \text{ και } j \\ 1, & \text{αν } i = j \\ 0, & \text{αν δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ } i \text{ και } j \end{cases} \quad (5.31)$$

Αυτός ο πίνακας είναι πολύ σημαντικός για την τοπολογία του δικτύου μιας και εκφράζει με έναν απλό μαθηματικό ορισμό τις διασυνδέσεις του δικτύου. Από αυτόν προκύπτει ένας ακόμα πολύ σημαντικός πίνακας, ο Λαπλασιανός πίνακας L . Τα στοιχεία αυτού ορίζονται ως:

$$l_{ii} = \sum_j a_{ij} \quad (5.32)$$

$$l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$$

Στη συνέχεια θεωρώντας ότι οι μονάδες εξοπλίζονται με αισθητήρες έξυπνους πράκτορες οι οποίοι έχουν πρόσβαση στις τιμές της μονάδας που είναι εγκατεστημένοι και στις τιμές όλων των γειτονικών της, αναπτύσσεται κατανεμημένος αλγόριθμος που πετυχαίνει σύγκλιση σε μία κοινή τιμή. Αυτός ο αλγόριθμος συναίνεσης (consensus) καταφέρνει την ανανέωση μιας μεταβλητής συναίνεσης, καταλήγοντας μετά από μια επαναληπτική διαδικασία, στο ίδιο αποτέλεσμα που θα προέκυπτε και με τη χρήση ενός κεντρικού συστήματος ελέγχου, το οποίο θα έπρεπε να λάβει και να επεξεργαστεί τα στοιχεία από όλες τις μονάδες.

Σύμφωνα με τη μέθοδο Gradient Descent όπως αυτή περιγράφηκε στην παράγραφο 5.2.2. διαπιστώνεται ότι η μεταβλητή x κάθε μονάδας αλλάζει συναρτήσει της αντίστοιχης τιμής της μερικής παραγώγου της συνάρτησης Lagrange, όπως φαίνεται στη σχέση 5.23. Μελετώντας την κάθε μερική παράγωγο (σχέση 5.15) φαίνεται ότι ο μοναδικός άγνωστος για τον οποίο χρειάζεται ολική πληροφορία του δικτύου είναι ο πολλαπλασιαστής λ , καθώς αυτός απαιτεί ως προαπαιτούμενη γνώση το άθροισμα της παραγωγής ισχύος σε κάθε επανάληψη για τη μεταβολή του (σχέση 5.24). Με στόχο λοιπόν, υπολογισμό του αθροίσματος $\sum_i^{N+M} x_i$ ή αλλιώς $\sum_i^Y x_i$ ο αλγόριθμος συναίνεσης λειτουργεί ως εξής:

Έστω ότι ένας κόμβος i του συστήματος βρίσκεται σε μια κατάσταση με τιμή $x_i \in \mathbb{R}$, η οποία τιμή μπορεί να αναπαριστά οποιαδήποτε φυσική ποσότητα του συστήματος, στη συγκεκριμένη περίπτωση θα αναπαριστά την παραγόμενη ισχύ. Υποθέτοντας ότι η επικοινωνία μεταξύ των κόμβων του συστήματος γίνεται σε χρόνο διακριτό και η δειγματοληψία του χρόνου γίνεται μέσω φυσικής μεταβλητής k . Για να φτάσει το σύστημα σε συναίνεση πρέπει όλοι οι κόμβοι του να έχουν φτάσει στην ίδια κατάσταση, δηλαδή:

$$x_i = x_j, \quad \text{για κάθε στοιχείο } i, j \text{ του συστήματος}$$

Κάθε κόμβος έχει τη δυνατότητα να ανταλλάσει πληροφορίες μόνο με τους γειτονικούς του, δηλαδή μόνο με κόμβους που συνδέονται μέσω μιας ακμής. Ο κανόνας που διέπει την ανανέωση της κατάστασης του κάθε κόμβου θα είναι [26]:

$$x_i[k + 1] = x_i[k] + u_i[k] \quad (5.33)$$

$$u_i[k] = \sum_j a_{ij} * (x_j[k] - x_i[k]) \quad (5.34)$$

όπου a_{ij} τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης όπως ορίστηκαν παραπάνω. Διαμορφώνεται λοιπόν η δυναμική σχέση:

$$x_i[k + 1] = \sum_j d_{ij} * x_j[k] \quad (5.35)$$

όπου d_{ij} αποτελούν τα στοιχεία του πίνακα βαρών d που προκύπτει από την τοπολογία του δικτύου ως εξής:

$$d_{ij} = \begin{cases} \omega * a_{ij}, & \text{αν υπάρχει σύνδεση μεταξύ } i \text{ και } j \\ 1 - \omega * l_{ii}, & \text{αν } i = j \\ 0, & \text{αν δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ } i \text{ και } j \end{cases} \quad (5.36)$$

όπου: $\omega = \frac{1}{2 * \max(l_{ii})}$

Με αυτό τον τρόπο, ο κάθε κόμβος καταλήγει τελικά στο μέσο όρο της δικής του παρούσης κατάστασης και της παρούσης κατάστασης των γειτόνων του. Όλο το σύστημα, λοιπόν θα καταφέρει να συγκλίνει στην ίδια τιμή χρησιμοποιώντας μόνο τοπικές πληροφορίες. Αλγοριθμικά η συνθήκη σύγκλισης καταστρώνεται πολύ απλά εισάγοντας μία τιμή «ανοχής» της σύγκλισης t , η οποία εκφράζει τη μέγιστη απόκλιση μεταξύ των δύο πιο απομακρυσμένων μεταβλητών:

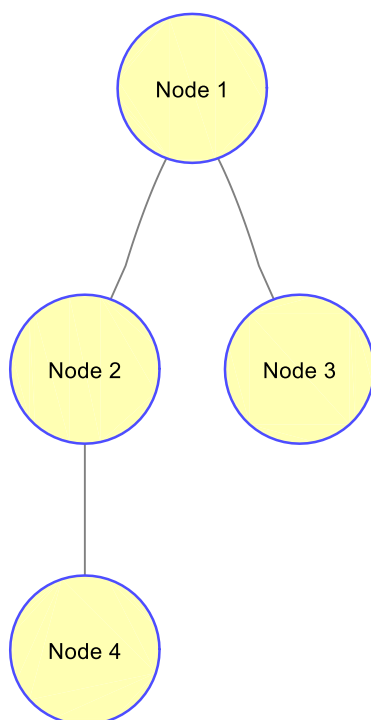
$$\max(x_i[k]) - \min(x_i[k]) < t \quad (5.37)$$

Τέλος το μόνο που θα χρειάζεται για τον υπολογισμό του αθροίσματος της παραγωγής θα είναι ένα πολλαπλασιασμός του πλήθους των μονάδων με την τιμή σύγκλισης.

$$\sum_i^V x_i = V * x_{\text{consensus}} \quad (5.38)$$

όπου: $x_{\text{consensus}}$ η τελική τιμή σύγκλιση μετά από k επαναλήψεις.

Για να γίνει κατανοητότερη η λειτουργία του αλγορίθμου συναίνεσης παρουσιάζεται μια πολύ απλή εφαρμογή του. Υποθέτοντας λοιπόν ένα σύστημα τεσσάρων μονάδων, όπως αναφέρθηκε για την ανανέωση της τιμής του οριακού κόστους λ απαιτείται η γνώση του αθροίσματος της παραγωγής των τεσσάρων αυτών μονάδων. Έστω ότι η μονάδες αυτές έχουν τη σύνδεση που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (όπως σχεδιάστηκε στο MATLAB).



Σχήμα 5.1: Γράφος Δικτύου Τεσσάρων Κόμβων

Παρακάτω φαίνεται πως διαμορφώνονται οι πίνακες A, L και d σύμφωνα με τις σχέσεις 5.30, 5.31 και 5.35 αντίστοιχα:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,25 & 0,25 & 0 \\ 0,25 & 0,5 & 0 & 0,25 \\ 0,25 & 0 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & 0,75 \end{bmatrix}$$

Έστω ότι οι τιμές των μεταβλητών κ κάθε κόμβου (ισχύς εξόδου κάθε μονάδας) για $k=0$ είναι οι εξής:

$$\mathbf{x}[0] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

και τιμή «ανοχής» σύγκλισης: $t=0,1$

Η επαναληπτική διαδικασία της σύγκλισης τρέχει όπως φαίνεται στις παρακάτω επαναλήψεις:

- $\Gamma\alpha$ k=1:

$$\begin{aligned}x_1[1] &= d_{11} * x_1[0] + d_{12} * x_2[0] + d_{13} * x_3[0] + d_{14} * x_4[0] \\ &= 0,5 * 2 + 0,25 * 3 + 0,25 * 5 = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2[1] &= d_{21} * x_1[0] + d_{22} * x_2[0] + d_{23} * x_3[0] + d_{24} * x_4[0] \\ &= 0,25 * 2 + 0,5 * 3 + 0,25 * 4 = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3[1] &= d_{31} * x_1[0] + d_{32} * x_2[0] + d_{33} * x_3[0] + d_{34} * x_4[0] \\ &= 0,25 * 2 + 0,75 * 5 = 4,25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_4[1] &= d_{41} * x_1[0] + d_{42} * x_2[0] + d_{43} * x_3[0] + d_{44} * x_4[0] \\ &= 0,25 * 3 + 0,75 * 4 = 3,75\end{aligned}$$

$$\max(x_i[1]) - \min(x_i[1]) = 4,25 - 3 = 1,25 > t$$

- $\Gamma\alpha$ k=2:

$$\begin{aligned}x_1[2] &= d_{11} * x_1[1] + d_{12} * x_2[1] + d_{13} * x_3[1] + d_{14} * x_4[1] \\ &= 0,5 * 3 + 0,25 * 3 + 0,25 * 4,25 = 3,3125\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2[2] &= d_{21} * x_1[1] + d_{22} * x_2[1] + d_{23} * x_3[1] + d_{24} * x_4[1] \\ &= 0,25 * 3 + 0,5 * 3 + 0,25 * 3,75 = 3,1875\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3[2] &= d_{31} * x_1[1] + d_{32} * x_2[1] + d_{33} * x_3[1] + d_{34} * x_4[1] \\ &= 0,25 * 3 + 0,75 * 4,25 = 3,9375\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_4[2] &= d_{41} * x_1[1] + d_{42} * x_2[1] + d_{43} * x_3[1] + d_{44} * x_4[1] \\ &= 0,25 * 3 + 0,75 * 3,75 = 3,5625\end{aligned}$$

$$\max(x_i[2]) - \min(x_i[2]) = 3,9375 - 3,1875 = 0,75 > t$$

- $\Gamma\alpha$ k=3:

$$\begin{aligned}x_1[3] &= d_{11} * x_1[2] + d_{12} * x_2[2] + d_{13} * x_3[2] + d_{14} * x_4[2] \\ &= 0,5 * 3,3125 + 0,25 * 3,1875 + 0,25 * 3,9375 = 3,4375\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2[3] &= d_{21} * x_1[2] + d_{22} * x_2[2] + d_{23} * x_3[2] + d_{24} * x_4[2] \\ &= 0,25 * 3,3125 + 0,5 * 3,1875 + 0,25 * 3,5625 = 3,3125\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3[3] &= d_{31} * x_1[2] + d_{32} * x_2[2] + d_{33} * x_3[2] + d_{34} * x_4[2] \\ &= 0,25 * 3,3125 + 0,75 * 3,9375 = 3,7813\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_4[3] &= d_{41} * x_1[2] + d_{42} * x_2[2] + d_{43} * x_3[2] + d_{44} * x_4[2] \\ &= +0,25 * 3,1875 + 0,75 * 3,5625 = 3,4688\end{aligned}$$

$$\max(x_i[3]) - \min(x_i[3]) = 3,7813 - 3,3125 = 0,4688 > t$$

- $\Gamma\alpha$ k=4:

$$x_1[4] = \dots = 0,5 * 3,4375 + 0,25 * 3,3125 + 0,25 * 3,7813 = 3,4922$$

$$x_2[4] = \dots = 0,25 * 3,4375 + 0,5 * 3,3125 + 0,25 * 3,4688 = 3,3828$$

$$x_3[4] = \dots = 0,25 * 3,4375 + 0,75 * 3,7813 = 3,6953$$

$$x_4[4] = \dots = 0,25 * 3,3125 + 0,75 * 3,4688 = 3,4297$$

$$\max(x_i[4]) - \min(x_i[4]) = 3,6953 - 3,3828 = 0,3125 > t$$

- Γτα k=5:

$$x_1[5] = \dots = 0,5 * 3,4922 + 0,25 * 3,3828 + 0,25 * 3,6953 = 3,5156$$

$$x_2[5] = \dots = 0,25 * 3,4922 + 0,5 * 3,3828 + 0,25 * 3,4297 = 3,4219$$

$$x_3[5] = \dots = 0,25 * 3,4922 + 0,75 * 3,6953 = 3,6445$$

$$x_4[5] = \dots = 0,25 * 3,3828 + 0,75 * 3,4297 = 3,4180$$

$$\max(x_i[5]) - \min(x_i[5]) = 3,6445 - 3,4180 = 0,2265 > t$$
- Γτα k=6:

$$x_1[6] = \dots = 0,5 * 3,5156 + 0,25 * 3,4219 + 0,25 * 3,6445 = 3,5244$$

$$x_2[6] = \dots = 0,25 * 3,5156 + 0,5 * 3,4219 + 0,25 * 3,4180 = 3,4443$$

$$x_3[6] = \dots = 0,25 * 3,5156 + 0,75 * 3,6445 = 3,6123$$

$$x_4[6] = \dots = 0,25 * 3,4219 + 0,75 * 3,4180 = 3,4189$$

$$\max(x_i[6]) - \min(x_i[6]) = 3,6123 - 3,4189 = 0,1934 > t$$
- Γτα k=7:

$$x_1[7] = \dots = 0,5 * 3,5244 + 0,25 * 3,4443 + 0,25 * 3,6123 = 3,5264$$

$$x_2[7] = \dots = 0,25 * 3,5244 + 0,5 * 3,4443 + 0,25 * 3,4189 = 3,4580$$

$$x_3[7] = \dots = 0,25 * 3,5244 + 0,75 * 3,6123 = 3,5903$$

$$x_4[7] = \dots = 0,25 * 3,4443 + 0,75 * 3,4189 = 3,4253$$

$$\max(x_i[7]) - \min(x_i[7]) = 3,5903 - 3,4253 = 0,1650 > t$$
- Γτα k=8:

$$x_1[8] = \dots = 0,5 * 3,5264 + 0,25 * 3,4580 + 0,25 * 3,5903 = 3,5253$$

$$x_2[8] = \dots = 0,25 * 3,5264 + 0,5 * 3,4580 + 0,25 * 3,4253 = 3,4669$$

$$x_3[8] = \dots = 0,25 * 3,5264 + 0,75 * 3,5903 = 3,5743$$

$$x_4[8] = \dots = 0,25 * 3,4580 + 0,75 * 3,4253 = 3,4335$$

$$\max(x_i[8]) - \min(x_i[8]) = 3,5743 - 3,4335 = 0,1408 > t$$
- Γτα k=9:

$$x_1[9] = \dots = 0,5 * 3,5253 + 0,25 * 3,4669 + 0,25 * 3,5743 = 3,5229$$

$$x_2[9] = \dots = 0,25 * 3,5253 + 0,5 * 3,4669 + 0,25 * 3,4335 = 3,4731$$

$$x_3[9] = \dots = 0,25 * 3,5253 + 0,75 * 3,5743 = 3,5621$$

$$x_4[9] = \dots = 0,25 * 3,4669 + 0,75 * 3,4335 = 3,4418$$

$$\max(x_i[9]) - \min(x_i[9]) = 3,5621 - 3,4418 = 0,1203 > t$$
- Γτα k=10:

$$x_1[10] = \dots = 0,5 * 3,5229 + 0,25 * 3,4731 + 0,25 * 3,5621 = 3,5203$$

$$x_2[10] = \dots = 0,25 * 3,5229 + 0,5 * 3,4731 + 0,25 * 3,4418 = 3,4778$$

$$x_3[10] = \dots = 0,25 * 3,5229 + 0,75 * 3,5621 = 3,5523$$

$$x_4[10] = \dots = 0,25 * 3,4731 + 0,75 * 3,4418 = 3,4497$$

$$\max(x_i[10]) - \min(x_i[10]) = 3,5523 - 3,4497 = 0,1026 > t$$
- Γτα k=11:

$$x_1[11] = \dots = 0,5 * 3,5203 + 0,25 * 3,4778 + 0,25 * 3,5523 = 3,5177$$

$$x_2[11] = \dots = 0,25 * 3,5203 + 0,5 * 3,4778 + 0,25 * 3,4497 = 3,4814$$

$$x_3[11] = \dots = 0,25 * 3,5203 + 0,75 * 3,5523 = 3,5443$$

$$x_4[11] = \dots = 0,25 * 3,4778 + 0,75 * 3,4497 = 3,4567$$

$$\max(x_i[11]) - \min(x_i[11]) = 3,5443 - 3,4567 = 0,0876 < t$$

Η επαναληπτική διαδικασία σταματάει μόλις ικανοποιηθεί η συνθήκη 5.36 . Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τη σχέση 5.37 υπολογίζεται το συνολικό άθροισμα των μονάδων, που είναι απαραίτητο για τον υπολογισμό του νέου λ σε κάθε κόμβος-ζυγό. Έτσι η κάθε μονάδα μπορεί να υπολογίσει αυτόνομα το νέο λ :

$$\text{Για την 1}^{\text{η}} \text{ μονάδα: } \sum_i^V x_i = V * x_1[11] = 4 * 3,5177 = 14,0708$$

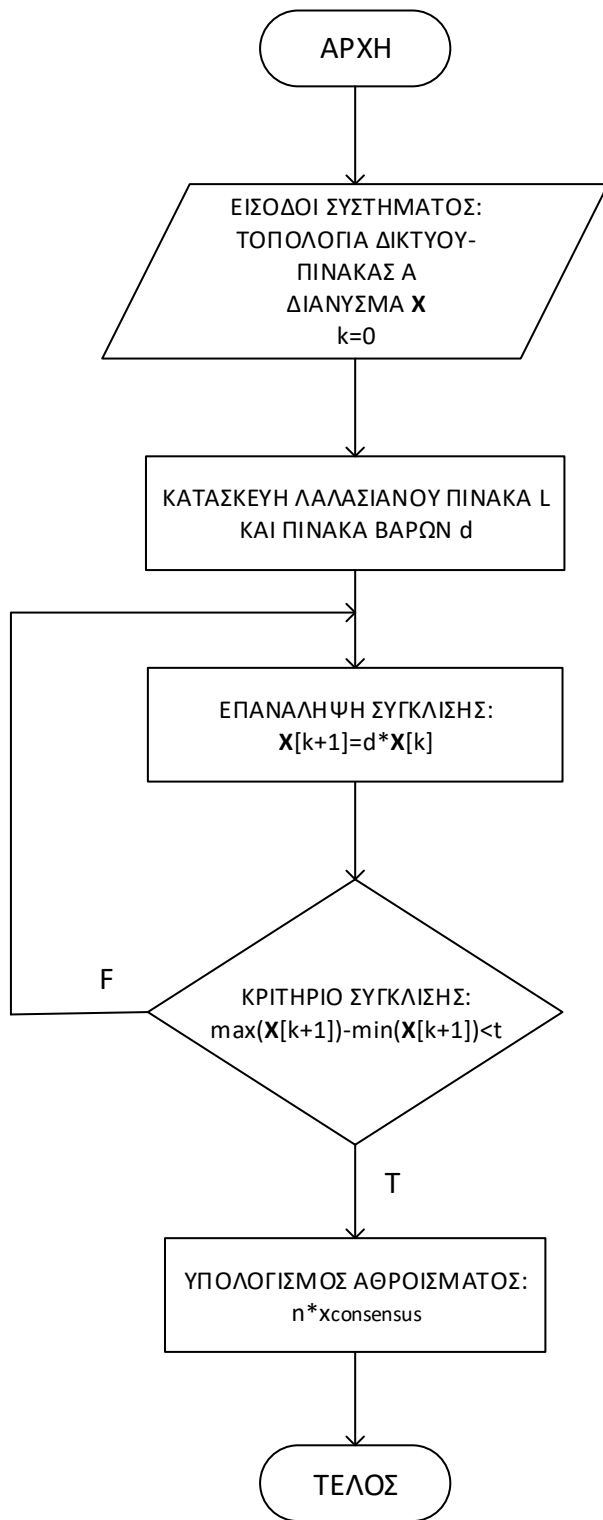
$$\text{Για την 2}^{\text{η}} \text{ μονάδα: } \sum_i^V x_i = V * x_2[11] = 4 * 3,4814 = 13,9256$$

$$\text{Για την 3}^{\text{η}} \text{ μονάδα: } \sum_i^V x_i = V * x_3[11] = 4 * 3,5443 = 14,1772$$

$$\text{Για την 4}^{\text{η}} \text{ μονάδα: } \sum_i^V x_i = V * x_4[11] = 4 * 3,4567 = 13,8268$$

Οι μονάδες λοιπόν προσεγγίζουν το συνολικό άθροισμα παραγωγή ($\text{sum}(\mathbf{x})=14$), ώστε στη συνέχεια να υπολογισθεί η παράγωγος του λ και ακολούθως η νέα του τιμή για μία επανάληψη της Gradient Descent. Η προσέγγιση στο παραπάνω παράδειγμα δεν είναι ακριβής, ωστόσο κάτι τέτοιο οφείλεται στην μεγάλη τιμή του t . Όταν ο αλγόριθμος consensus εφαρμόζεται στο συνολικό αλγόριθμο το επιλέγεται αρκετά μικρότερο για μεγαλύτερη ακρίβεια, γεγονός που επιφέρει αύξηση και στο πλήθος των επαναλήψεων k .

Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου συναίνεσης. Σημειώνεται ότι ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί εσωτερικό κομμάτι του συνολικού αλγορίθμου, που ουσιαστικά επιτρέπει τον αποκεντρωμένο έλεγχο του συστήματος. Στην παρούσα περίπτωση δίνει αποκεντρωμένη λύση στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Όπως θα φανεί και στη συνέχεια καλύτερα, ο αλγόριθμος συναίνεσης είναι υπεύθυνος για τον υπολογισμό του μοναδικού στοιχείου που απαιτείται για την ανανέωση των μεταβλητών απόφασης και δεν είναι γνωστό ήδη στον πράκτορα της κάθε μονάδας, το οριακό κόστος λ . Καλείται ουσιαστικά σε κάθε επανάληψη του βασικού αλγορίθμου για τον υπολογισμό του αθροίσματος των μεταβλητών απόφασης και ως εκ τούτου της νέας τιμής του λ . Στην συνολική επίλυση του προβλήματος που γίνεται παρακάτω θα δοθούν και κάποια στιγμιότυπα της λειτουργίας του αλγορίθμου συναίνεσης. Προς το παρόν, στο σχήμα που ακολουθεί αναπαρίσταται ο αλγόριθμος μέσω ενός διαγράμματος ροής. Η τοπολογία του δικτύου που φαίνεται σαν είσοδος του αλγορίθμου συναίνεσης, θα αποτελεί είσοδο του συνολικού αλγορίθμου. Οπότε η είσοδος που θα ανανεώνεται σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου consensus, θα είναι το διάνυσμα των μεταβλητών \mathbf{x} , όπως θα δίνεται κάθε φορά μετά από μία επανάληψη της Gradient Descent.

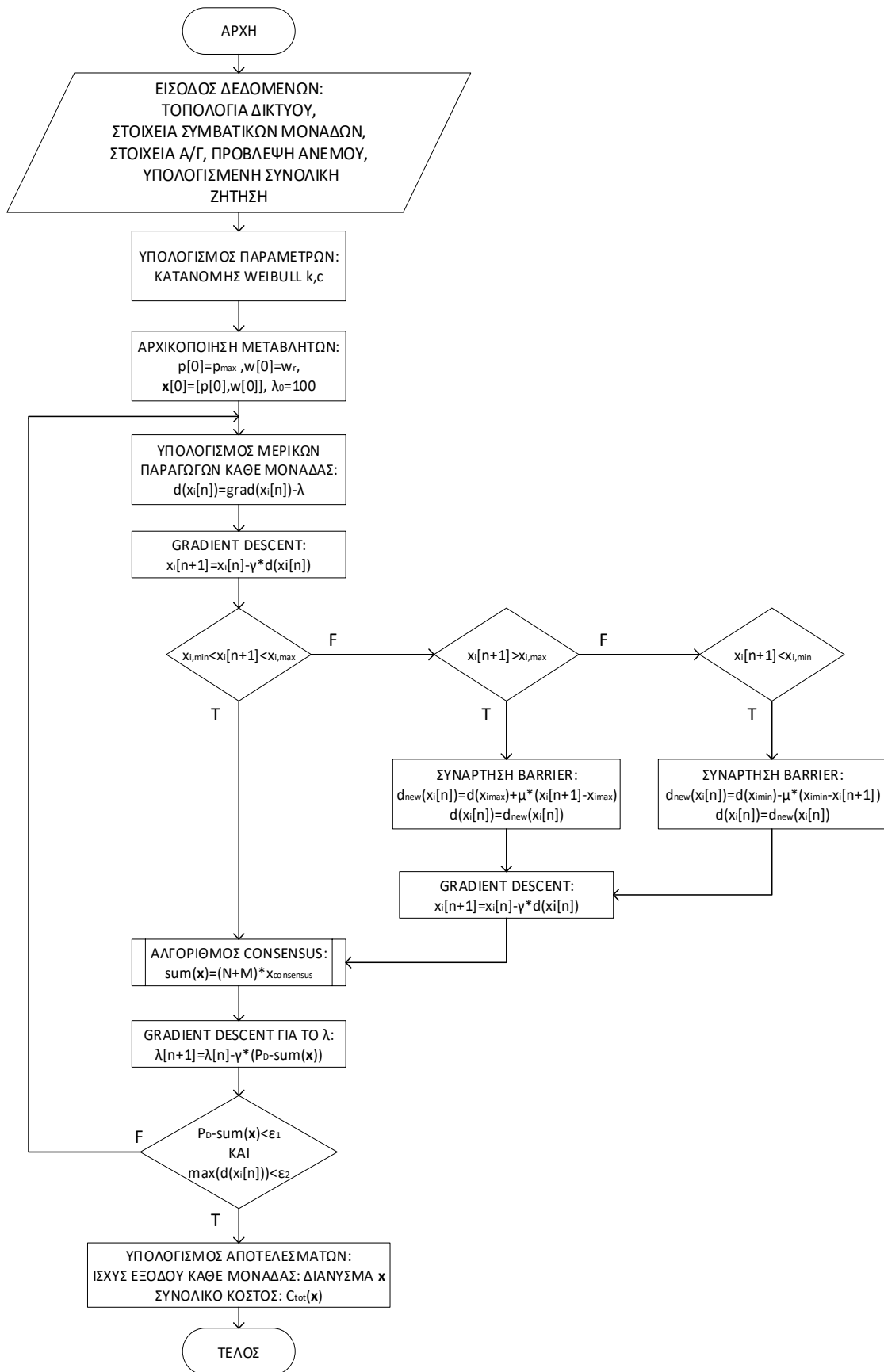


Σχήμα 5.2: Διάγραμμα Ροής Αλγορίθμου Συναίνεσης

5.2.5. Συνολικός Αλγόριθμος

Αφού αναλύθηκε η λειτουργία των επιμέρους σταδίων του αλγορίθμου παρακάτω θα αναλυθεί η συνολική εφαρμογή του αλγορίθμου. Όπως προαναφέρθηκε ο αλγόριθμος θεωρεί γνωστά (δεδομένα εισόδου) τα στοιχεία των γεννητριών και των ανεμογεννητριών, την πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου, την τοπολογία του δικτύου και την συνολική ζήτηση. Στην πράξη όμως, επειδή συνολική ζήτηση δεν δίνεται ενιαία, αλλά αποτελεί ουσιαστικά άθροισμα όλων των επιμέρους φορτίων, πρέπει να υπολογιστεί. Κάτι τέτοιο μπορεί να γίνει με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται η συνολική παραγωγή των μονάδων μέσω του αλγορίθμου Consensus. Μέσω του ίδιου συστήματος πρακτόρων υπολογίζεται η τιμή σύγκλισης των επιμέρους φορτίου και αυτή πολλαπλασιάζεται με το πλήθος τους ώστε να προκύψει η συνολική ζήτηση. Μετά από αυτή τη διαδικασία η συνολική ζήτηση μπορεί να εισαχθεί σαν είσοδος σου συνολικού αλγορίθμου.

Ο αλγόριθμος διαμορφώθηκε στο σύνολό του στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB. Στη συνέχεια καταστρώνεται το διάγραμμα ροής του ώστε να γίνει πιο κατανοητή η λειτουργία του . Η συνολική ζήτηση θεωρείται ήδη υπολογισμένη μέσω του αλγορίθμου συναίνεσης, ενώ ο υπολογισμός του αθροίσματος της παραγωγής, σημειώνεται ως μια διαδικασία εντός του αλγορίθμου:



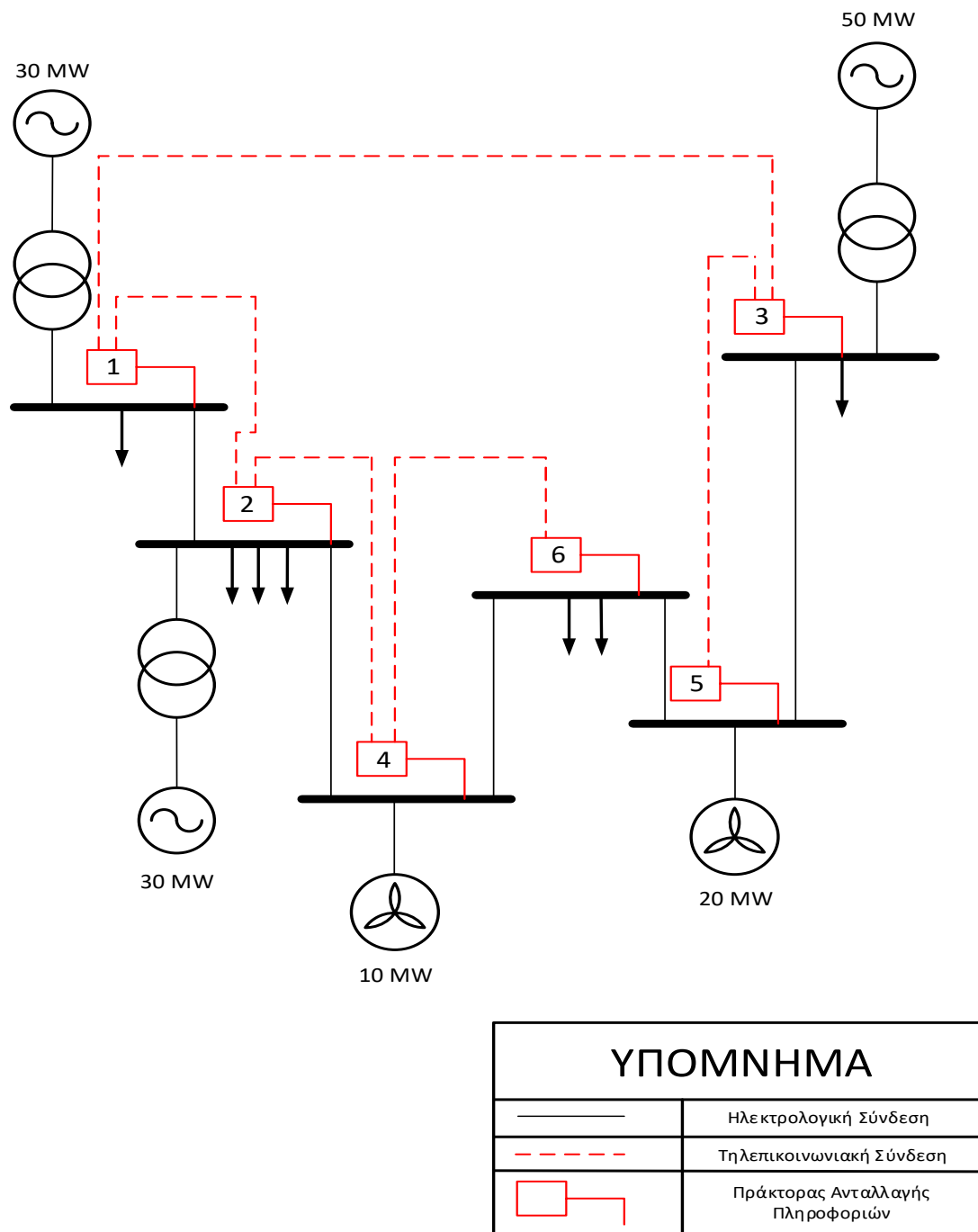
Σχήμα 5.3: Διάγραμμα Ροής Συνολικού Αλγορίθμου

5.3. Εφαρμογές και Αποτελέσματα

Στη συνέχεια παρουσιάζονται εφαρμογές του αλγορίθμου σε συγκεκριμένα δίκτυα ώστε να μελετηθεί αναλυτικότερα η λειτουργία του.

Εφαρμογή 1:

Παρακάτω φαίνεται το μονογραμμικό σχέδιο του συστήματος που θα μελετηθεί. Χαράσσεται σε αυτό και η δυνατότητα επικοινωνίας και ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ των ζυγών:



Σχήμα 5.4: Μονογραμμικό Διάγραμμα Συστήματος (Εφαρμογή 1)

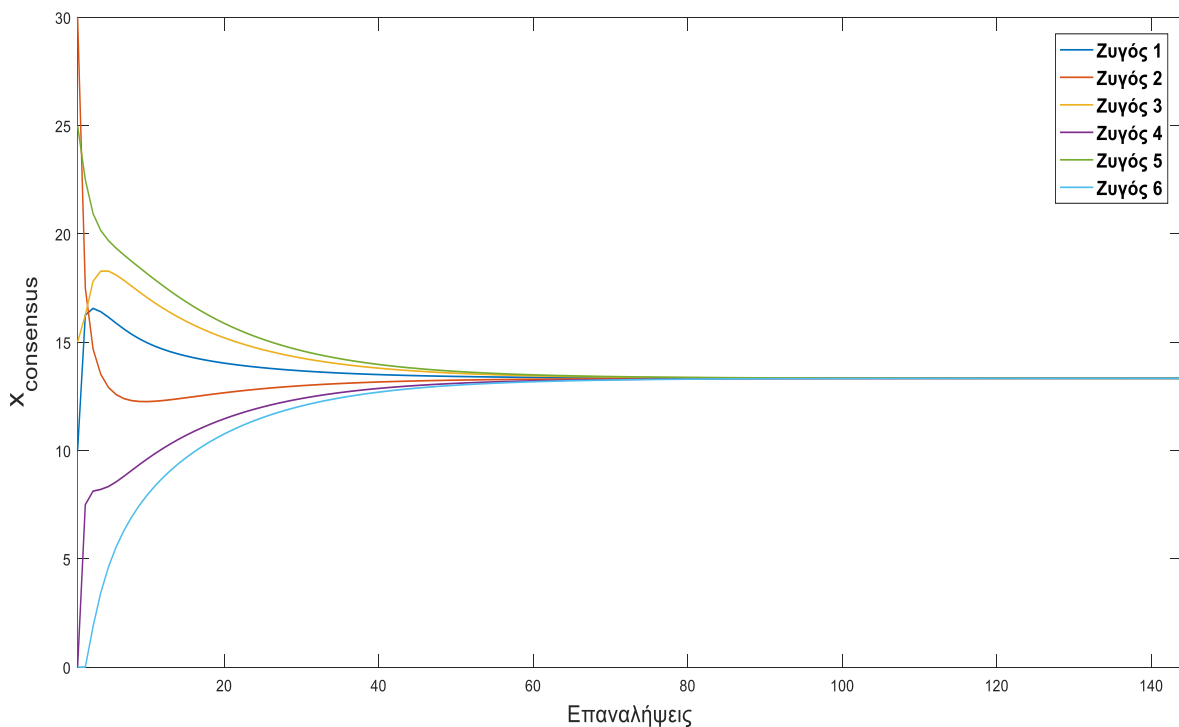
Αρχικά με ένα αλγόριθμο Consensus θα υπολογιστεί η συνολική ζήτηση. Στον κάθε ζυγό j τα φορτία είναι pd_j σε MW, είναι λοιπόν:

$$\begin{bmatrix} pd_1 \\ pd_2 \\ pd_3 \\ pd_4 \\ pd_5 \\ pd_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 30 \\ 15 \\ 0 \\ 25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η δυνατότητα ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ των ζυγών φαίνεται στο Σχήμα 5.4 . Ο πίνακας γειτνίασης για τους ζυγούς θα είναι:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο αλγόριθμος συναίνεσης λοιπόν υπολογίζει το μέσο όρο, σύμφωνα με την τοπολογία του τηλεπικοινωνιακού δικτύου, με την μεθοδολογία που περιγράφηκε στην Παράγραφο 5.2.4 , όπως φαίνεται στο διάγραμμα:



Σχήμα 5.5: Αλγόριθμος Consensus για τον Υπολογισμό της Συνολικής Ζήτησης (Εφαρμογή 1)

Ο αλγόριθμος συγκλίνει στην τιμή $x_{\text{consensus}} = 13,333\text{MW}$,έτσι η συνολική ζήτηση θα είναι $P_D = 79,998\text{MW} \approx 80\text{MW}$. Με αυτό τον τρόπο υπολογίζεται κατανομημένα η συνολική ζήτηση η οποία και εισάγεται ως είσοδος στον αλγόριθμο.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα δεδομένα εισόδου σε αυτή την περίπτωση και ορίζονται οι παράμετροι του αλγορίθμου:

Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	80		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	12,409		
Συντελεστής κόστους a (€)	250	500	400
Συντελεστής κόστους b (€/MW)	83	80	85
Συντελεστής κόστους c (€/MW ²)	0,05	0,1	0,075
Κάτω όριο λειτουργίας p_{min} (MW)	5	7	10
Άνω όριο λειτουργίας p_{max} (MW)	30	50	30
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Ταχύτητα ανέμου cut-in v_{ci} (m/s)	5	5	
Ταχύτητα ανέμου cut-out v_{co} (m/s)	45	45	
Ονομαστική ταχύτητα ανέμου v_r (m/s)	15	17	
Ονομαστική ισχύς εξόδου w_r (MW)	10	20	
Συντελεστής γραμμικού κόστους d (€/MW)	5	4	
Συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης k_r (€/MW)	100	100	
Συντελεστής κόστους υποεκτίμησης k_p (€/MW)	100	100	

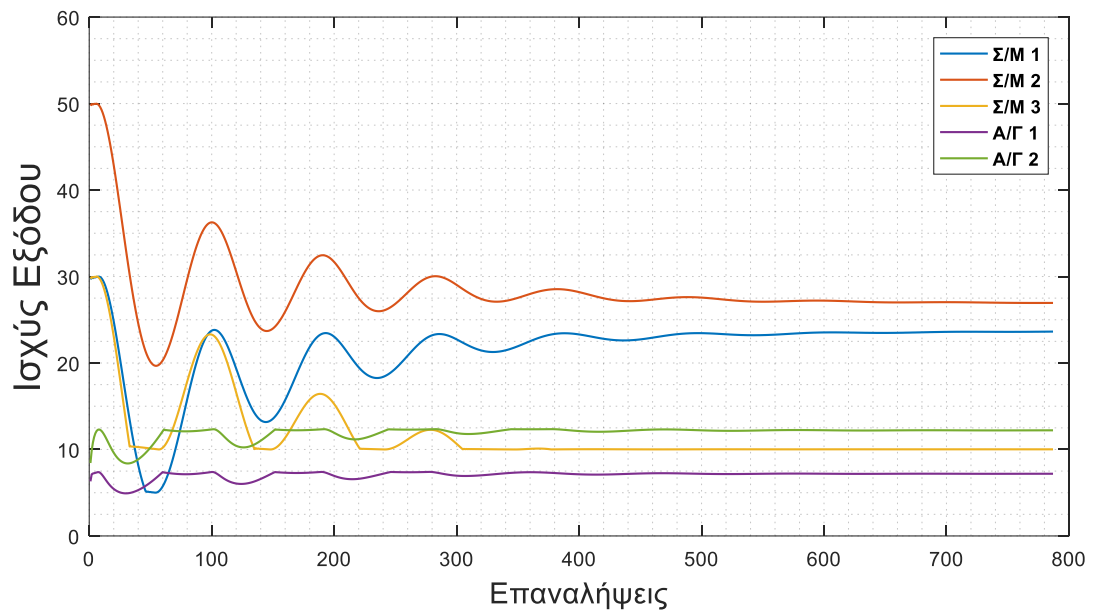
Πίνακας 5.3: Δεδομένα Εισόδου (Εφαρμογή 1)

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	
Βήμα Gradient Descent γ	0.04
Σύγκλιση ισοζυγίου ισχύος ϵ_1	$6 \cdot 10^{-4}$
Σύγκλιση μερικών παραγώγων ϵ_2	$2 \cdot 10^{-5}$
Κλίση συνάρτησης Barrier μ	40
Σύγκλιση αλγορίθμου Consensus t	0,001

Πίνακας 5.4: Ορισμός Παραμέτρων Αλγορίθμου (Εφαρμογή 1)

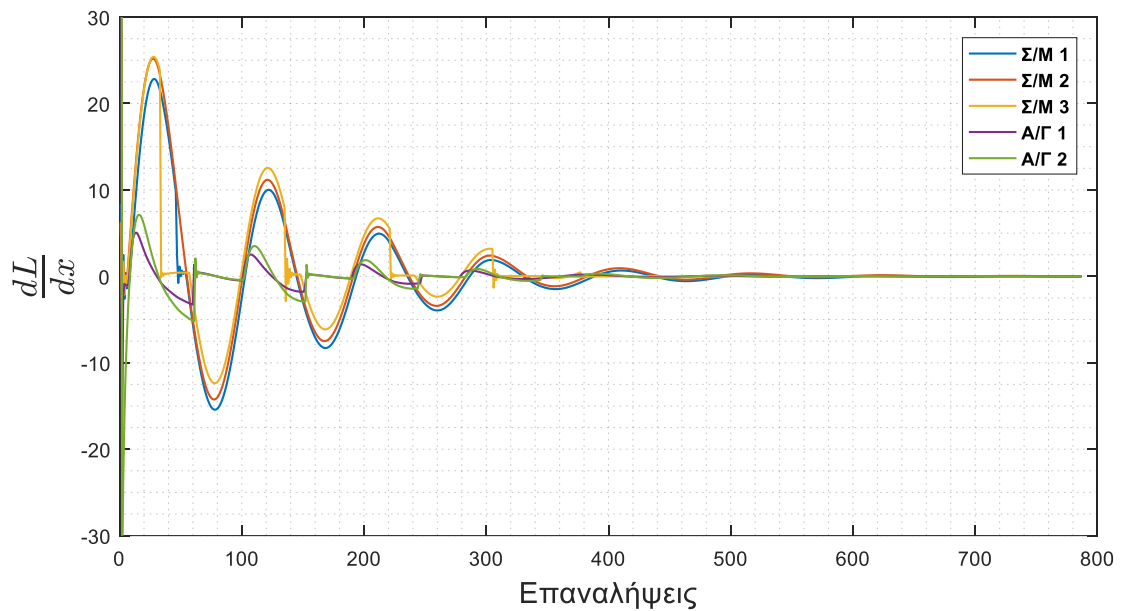
Βάσει των παραπάνω δεδομένων, παρουσιάζεται παρακάτω πως λειτουργεί ο αλγόριθμος μέσω των διαγραμμάτων: 1) της ισχύς εξόδου της κάθε μονάδας , 2) των μερικών παραγώγων της κάθε μεταβλητής της συνάρτησης Lagrange και 3) του βέλτιστου οριακού κόστους, όλα τα παραπάνω ως προς τις επαναλήψεις της μεθόδου Gradient Descent.Ακόμα φαίνονται κάποια στιγμιότυπα της λειτουργίας του αλγόριθμου Consensusγια συγκεκριμένες τιμές του λ .

Στο Σχήμα 5.5 φαίνεται η ισχύς εξόδου της κάθε μονάδας και η τελική σύγκλιση, με το πέρας των επαναλήψεων:



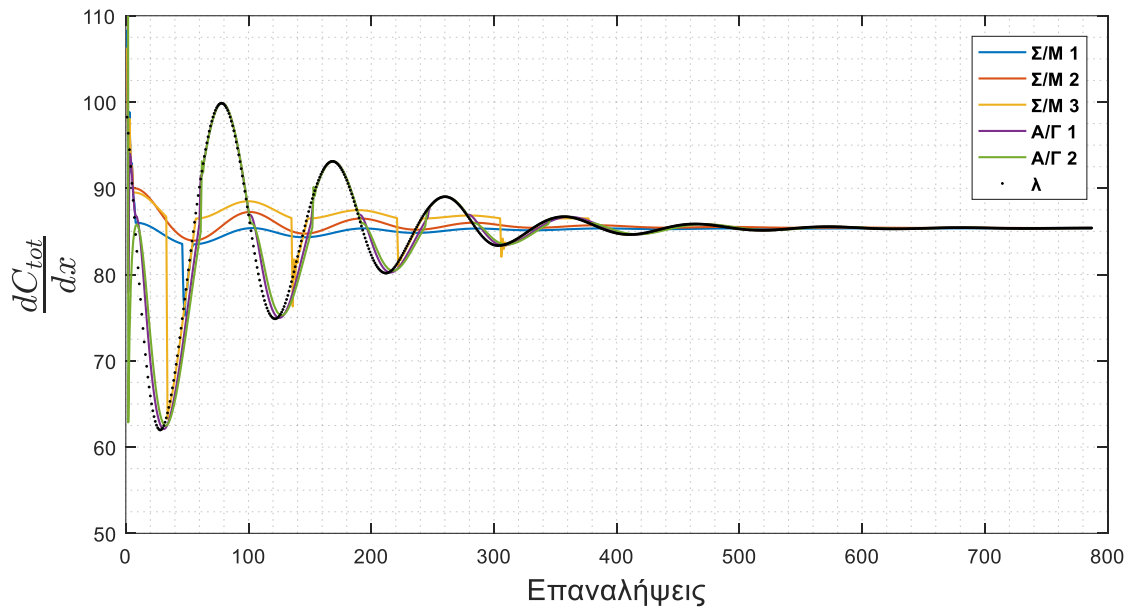
Σχήμα 5.6: Έξοδος Ισχύος της Κάθε Μονάδας (Εφαρμογή 1)

Στο Σχήμα 5.6 φαίνονται οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange για όλες τις μονάδες, όπως αναμένεται από τις σχέσεις 5.8 και 5.9, οι μερικές παράγωγοι αυτές συγκλίνουν στο μηδέν:



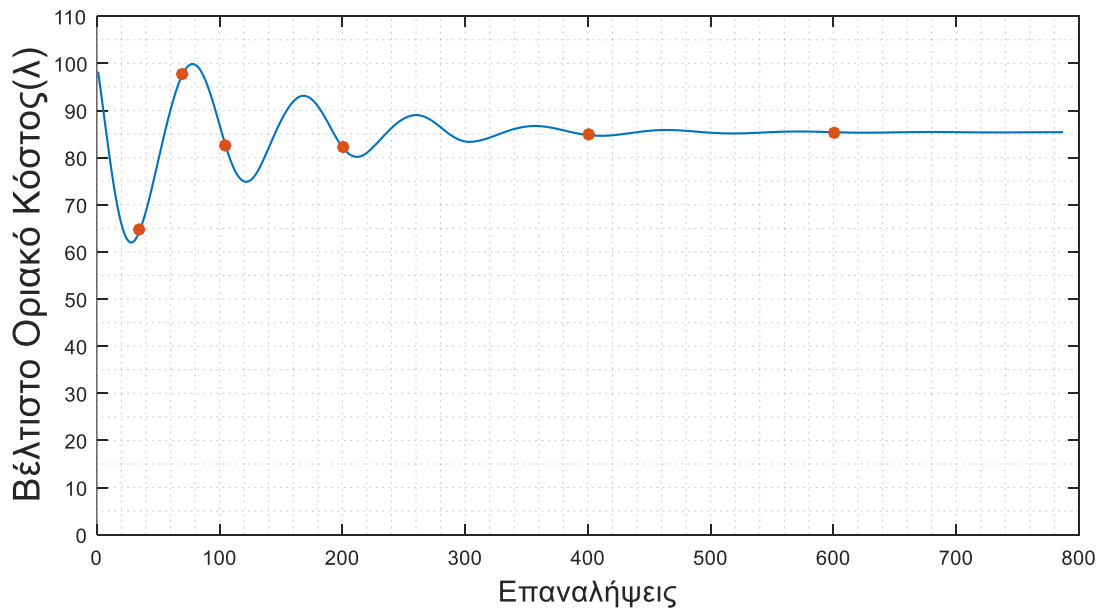
Σχήμα 5.6: Μερικές Παράγωγοι Συνάρτησης Lagrange (Εφαρμογή 1)

Στο Σχήμα 5.7 φαίνονται τα οριακά κόστη των μονάδων καθώς και το λ και η σύγκλιση τους σε κοινή τιμή δηλαδή το βέλτιστο οριακό κόστος:



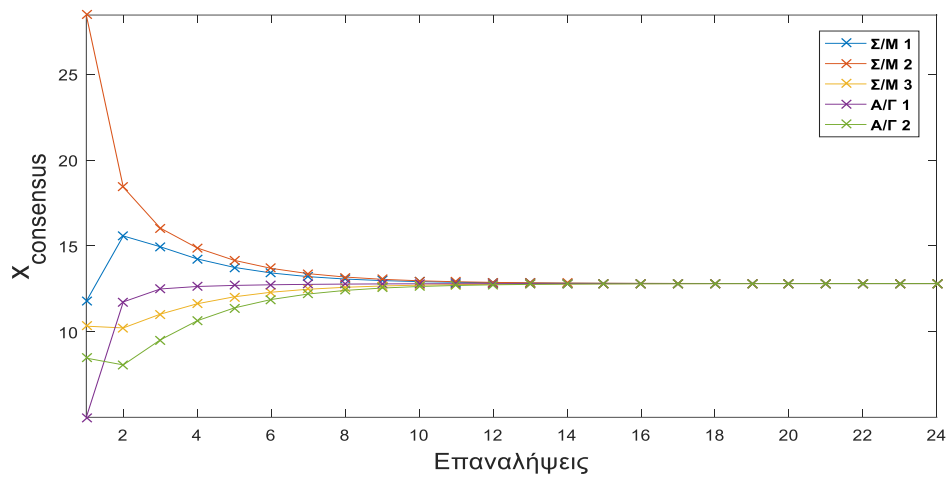
Σχήμα 5.7: Οριακά Κόστη Μονάδων και Πολλαπλασιαστής Lagrange (Εφαρμογή 1)

Στο Σχήμα 5.8 φαίνεται μόνο ο πολλαπλασιαστής λ η σύγκλιση του στο ιδανικό οριακό κόστος και σημειώνονται τα στιγμιότυπα του αλγορίθμου Consensus που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια:

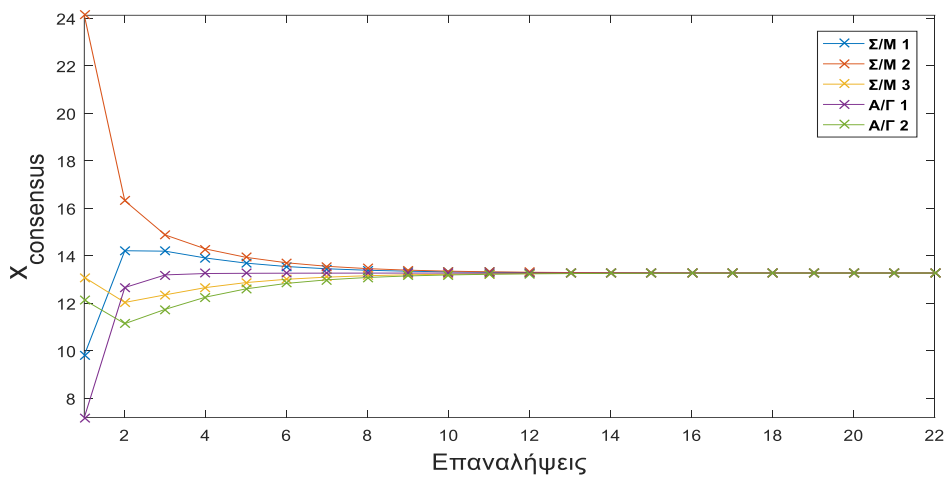


Σχήμα 5.8: Πολλαπλασιαστής Lagrange και Επιλεγμένα Στιγμιότυπα Αλγορίθμου Consensus (Εφαρμογή 1)

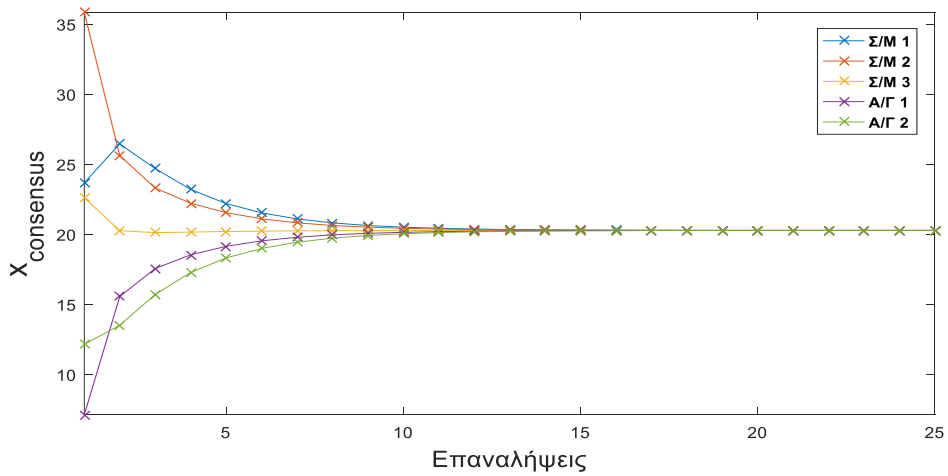
Στα Σχήματα 5.9 φαίνονται τα στιγμιότυπα του αλγόριθμου Consensus όπως αυτά σημειώθηκαν στο προηγούμενο σχήμα.



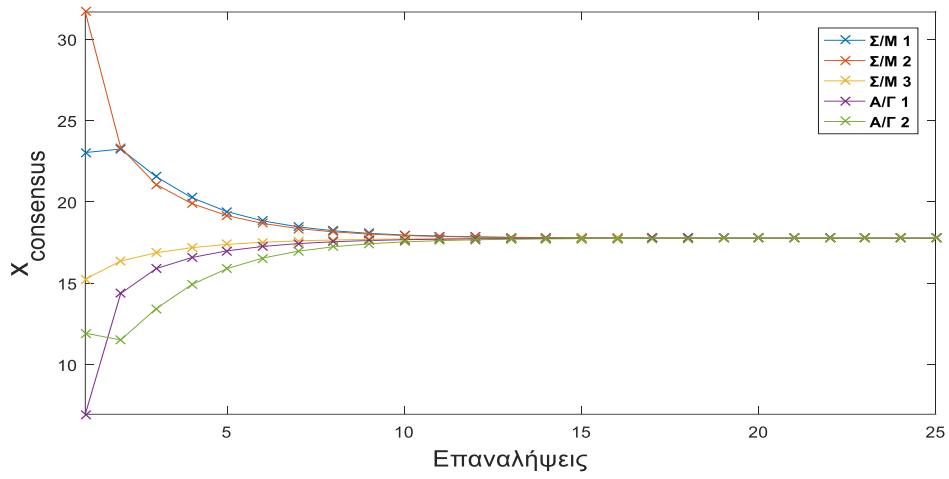
Σχήμα 5.9(α): Αλγόριθμος Consensusγια n=35 (Εφαρμογή 1)



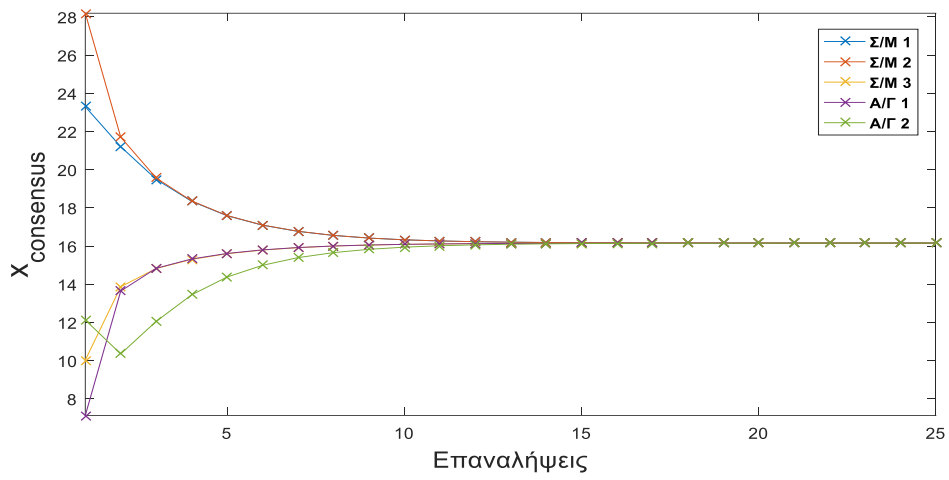
Σχήμα 5.9(β): Αλγόριθμος Consensusγια n=70 (Εφαρμογή 1)



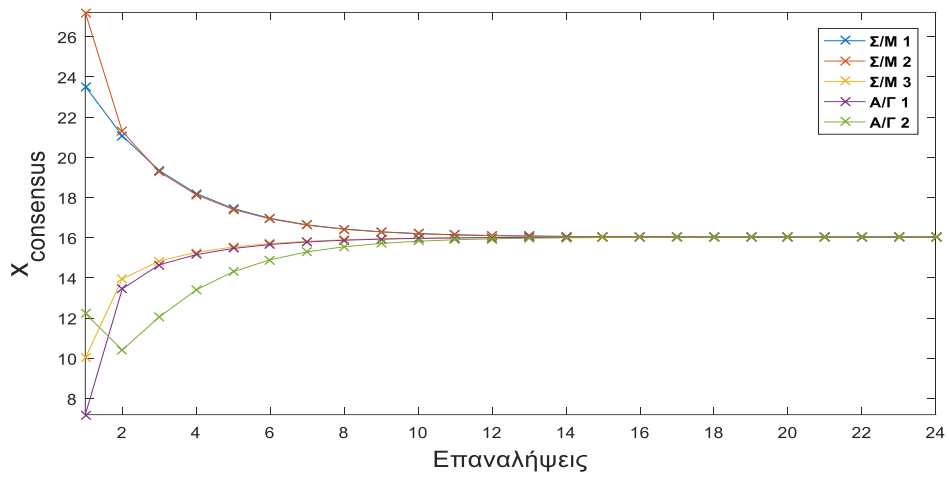
Σχήμα 5.9(γ): Αλγόριθμος Consensusγια n=105 (Εφαρμογή 1)



Σχήμα 5.9(δ): Αλγόριθμος Consensusγια n=200 (Εφαρμογή 1)



Σχήμα 5.9(ε): Αλγόριθμος Consensusγια n=400 (Εφαρμογή 1)



Σχήμα 5.9(στ): Αλγόριθμος Consensusγια n=600 (Εφαρμογή 1)

Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Συνολικό Κόστος (€/h)	7.644,1		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	85,395		
Συνολική Παραγωγή (MW)	79,998		
Mismatch(MW)	0,002		
Παράμετρος Κλίμακας c	8		
Παράμετρος Σχήματος k	2		
Επαναλήψεις Μεθόδου	787		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	23,631	26,945	10,017
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	7,192	12,214	

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα Μεθόδου (Εφαρμογή 1)

Πιο αναλυτικά τα κόστη διαμορφώνονται ως εξής:

Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	6.226,4
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	84,8
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	1.285
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	47,9

Πίνακας 5.6: Αναλυτικά Επιμέρους Κόστη (Εφαρμογή 1)

Διαπιστώνεται ότι η σύγκλιση του αλγορίθμου συμβαίνει μετά από 787 επαναλήψεις και το ισοζύγιο ισχύος ικανοποιείται απόλυτα με mismatch μόλις 0,002 MW. Επίσης φαίνεται ότι όλα τα οριακά κόστη συγκλίνουν σε κοινή ιδανική τιμή, όπως και ο πολλαπλασιαστής Lagrange, που είναι $IC=\lambda=85,395 \text{ €/MWh}$, ενώ οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange μηδενίζονται.

Τα στιγμότυπα του αλγορίθμου συναίνεσης επιλέχθηκαν έτσι ώστε, να φανεί η μεταβολή του μέσου όρου της παραγωγής ισχύος των μονάδων καθώς προσεγγίζεται η τελική λύση. Όσο αυξάνονται οι επαναλήψεις του αλγορίθμου σταθεροποιείται και ο μέσος όρος, καθώς η μέθοδος πλησιάζει στην τελική λύση.

Παρατηρείται ότι η παραγωγή από τα αιολικά είναι αρκετά κοντά στην ονομαστική τους ισχύ, καθώς η προβλεπόμενη τιμή της ταχύτητας του ανέμου είναι κοντά στην ονομαστική τους. Ακόμα φαίνεται ότι το κόστος υπερεκτίμησης είναι αρκετά μεγάλο, ενώ συγκριτικά το κόστος υποεκτίμησης αρκετά μικρό. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, σύμφωνα και με τη μελέτη που έγινε στην Παράγραφο 4.4.4., καθώς η πρόβλεψη για μεγάλη ταχύτητα ανέμου αυξάνει το κίνδυνο υπερεκτίμησης της ποσότητας αιολική ισχύος και μειώνει τον κίνδυνο υποεκτίμησης.

Εφαρμογή 2:

Στην δεύτερη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν ακριβώς τα ίδια στοιχεία εισόδου με την προηγούμενη, αλλά πάρθηκε μία διαφορετική πρόβλεψη ανέμου. Συγκεκριμένα εξετάστηκε η συμπεριφορά του αλγορίθμου για μια αρκετά μικρότερη πρόβλεψη ταχύτητας ανέμου.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα δεδομένα εισόδου σε αυτή την περίπτωση και ορίζονται οι παράμετροι του αλγορίθμου:

Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	80		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	6,744		
Συντελεστής κόστους a (€)	250	500	400
Συντελεστής κόστους b (€/MW)	83	80	85
Συντελεστής κόστους c (€/MW ²)	0,05	0,1	0,075
Κάτω όριο λειτουργίας p_{\min} (MW)	5	7	10
Άνω όριο λειτουργίας p_{\max} (MW)	30	50	30
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Ταχύτητα ανέμου cut-in v_{ci} (m/s)	5	5	
Ταχύτητα ανέμου cut-out v_{co} (m/s)	45	45	
Ονομαστική ταχύτητα ανέμου v_r (m/s)	15	17	
Ονομαστική ισχύς εξόδου w_r (MW)	10	20	
Συντελεστής γραμμικού κόστους d (€/MW)	5	4	
Συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης k_r (€/MW)	100	100	
Συντελεστής κόστους υποεκτίμησης k_p (€/MW)	100	100	

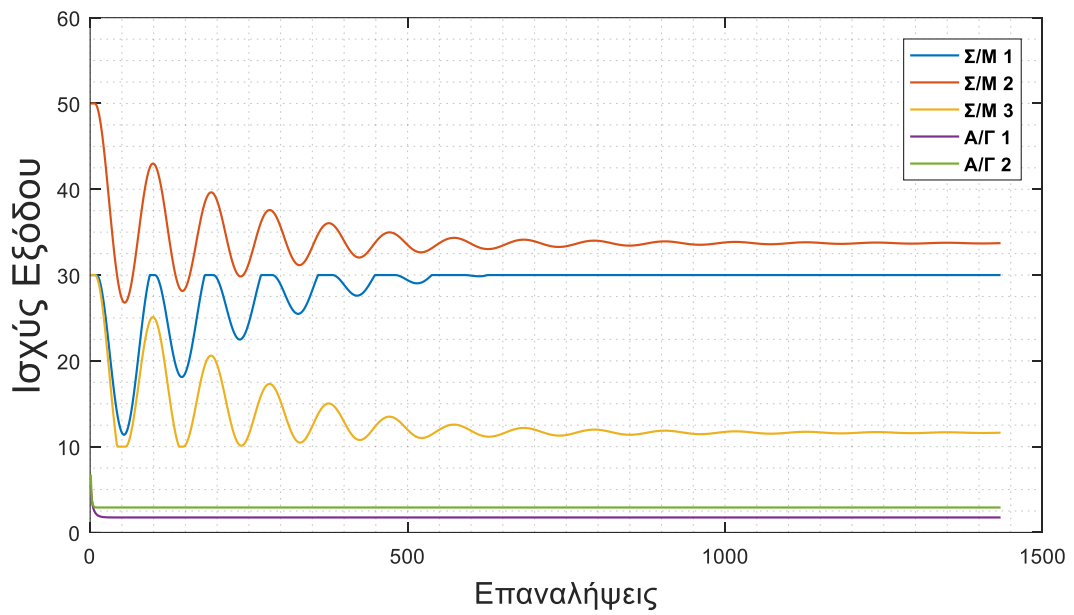
Πίνακας 5.7: Δεδομένα Εισόδου (Εφαρμογή 2)

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	
Βήμα Gradient Descent γ	0.04
Σύγκλιση ισοζυγίου ισχύος ε_1	$6 \cdot 10^{-4}$
Σύγκλιση μερικών παραγώγων ε_2	$2 \cdot 10^{-5}$
Κλίση συνάρτησης Barrier μ	25
Σύγκλιση αλγορίθμου Consensus t	0,001

Πίνακας 5.8: Ορισμός Παραμέτρων Αλγορίθμου (Εφαρμογή 2)

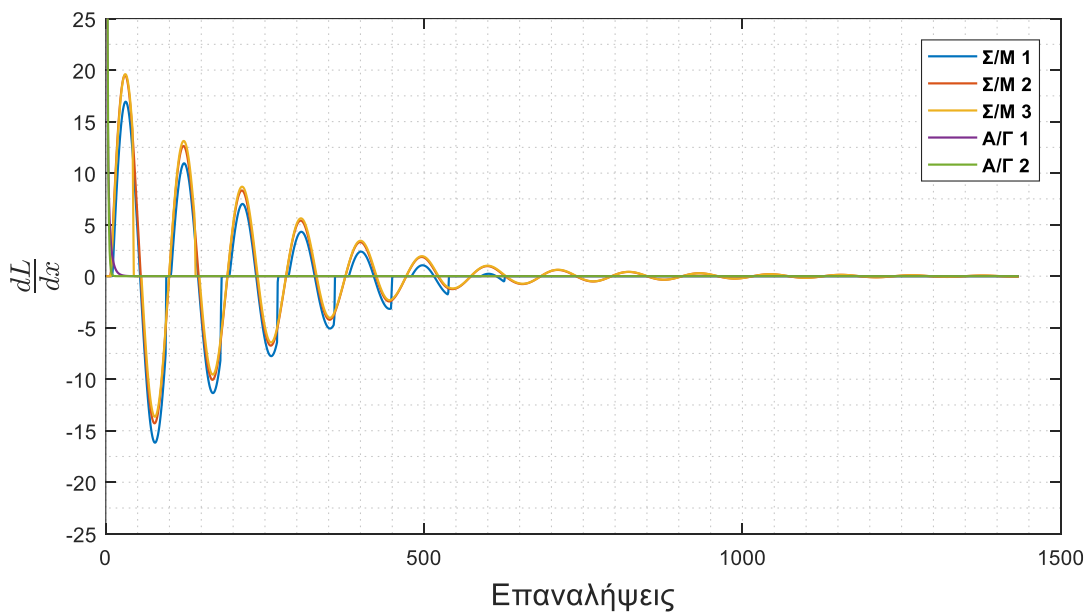
Βάσει των παραπάνω δεδομένων, παρουσιάζεται παρακάτω πως λειτουργεί ο αλγόριθμος μέσω των διαγραμμάτων: 1) της ισχύς εξόδου της κάθε μονάδας, 2) των μερικών παραγώγων της κάθε μεταβλητής της συνάρτησης Lagrange και 3) του βέλτιστου οριακού κόστους, όλα τα παραπάνω ως προς τις επαναλήψεις της μεθόδου Gradient Descent.

Στο Σχήμα 5.10 φαίνεται η ισχύς εξόδου της κάθε μονάδας και η τελική σύγκλιση, με το πέρας των επαναλήψεων:



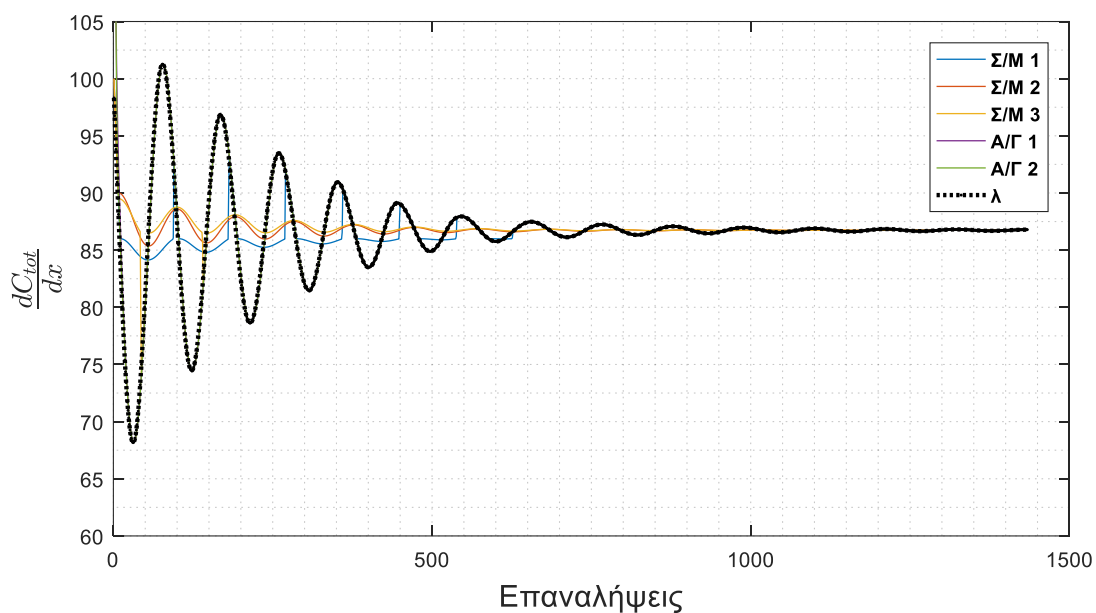
Σχήμα 5.10: Έξοδος Ισχύος της Κάθε Μονάδας (Εφαρμογή 2)

Στο Σχήμα 5.11 φαίνονται οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange για όλες τις μονάδες, όπως αναμένεται από τις σχέσεις 5.8 και 5.9, οι μερικές παράγωγοι αυτές συγκλίνουν στο μηδέν:



Σχήμα 5.11: Μερικές Παράγωγοι Συνάρτησης Lagrange (Εφαρμογή 2)

Στο Σχήμα 5.12 φαίνονται τα οριακά κόστη των μονάδων καθώς και το λ και η σύγκλιση τους σε κοινή τιμή δηλαδή το βέλτιστο οριακό κόστος:



Σχήμα 5.12: Οριακά Κόστη Μονάδων και Πολλαπλασιαστής Lagrange(Εφαρμογή 2)

Συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Συνολικό Κόστος (€/h)	8.140,8		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	86,792		
Συνολική Παραγωγή (MW)	79,998		
Mismatch(MW)	0,002		
Παράμετρος Κλίμακας c	8		
Παράμετρος Σχήματος k	2		
Επαναλήψεις Μεθόδου	1434		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	30	33,721	11,627
Ανεμογεννήτριες:			
	Α/Γ 1	Α/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	1,744	2,907	

Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα Μεθόδου (Εφαρμογή 2)

Πιο αναλυτικά τα κόστη διαμορφώνονται ως εξής:

Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	7.494,8
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	20,345
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	432,07
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	193,62

Πίνακας 5.10: Αναλυτικά Επιμέρους Κόστη (Εφαρμογή 2)

Διαπιστώνεται ότι η σύγκλιση του αλγορίθμου συμβαίνει μετά από 1434 επαναλήψεις και το ισοζύγιο ισχύος ικανοποιείται απόλυτα με mismatch μόλις 0,002 MW. Επίσης φαίνεται ότι όλα τα οριακά κόστη συγκλίνουν στη βέλτιστη τιμή, όπως και ο πολλαπλασιαστής Lagrange, που είναι $IC=\lambda=86,792 \text{ €/MWh}$, ενώ οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange μηδενίζονται.

Παρατηρείται ότι η παραγωγή από τα αιολικά είναι αρκετά μικρή καθώς η προβλεπόμενη τιμή της ταχύτητας του ανέμου είναι επίσης αρκετά μικρή και κοντά στις ταχύτητες cut-in. Επιπλέον το συνολικό κόστος είναι αισθητά αυξημένο λόγω της μειωμένης αιολικής παραγωγής και της συνεπακόλουθης αυξημένης παραγωγής από τις συμβατικές μονάδες. Ακόμα φαίνεται ότι το κόστος υπερεκτίμησης είναι αρκετά μικρότερο, ενώ συγκριτικά το κόστος υποεκτίμησης αρκετά μεγαλύτερο. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, σύμφωνα και με τη μελέτη που έγινε στην Παράγραφο 4.4.4., καθώς η πρόβλεψη για μικρή ταχύτητα ανέμου αυξάνει το κίνδυνο υποεκτίμησης της ποσότητας αιολικής ισχύος και μειώνει τον κίνδυνο υπερεκτίμησης.

Εφαρμογή 3:

Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα που μας έδωσε ο αλγόριθμος για δεδομένα πέντε ωρών στο ίδιο σύστημα. Ο αλγόριθμος δέχεται από την καμπύλη διάρκειας φορτίου πέντε τιμές για τα φορτία, καθώς και πέντε τιμές πρόβλεψης ταχύτητας ανέμου. Παρουσιάζεται στη συνέχεια ο αναλυτικός πίνακας:

Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	76,4		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	11,053		
Συνολικό Κόστος (€/h)	7.353,3		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	85,3932		
Συνολική Παραγωγή (MW)	76,4001		
Mismatch(MW)	0,0001		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	23,505	26,755	10
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	6,0525	10,0875	
Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	6.198,1		
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	70,612		
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	997,59		
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	87,081		

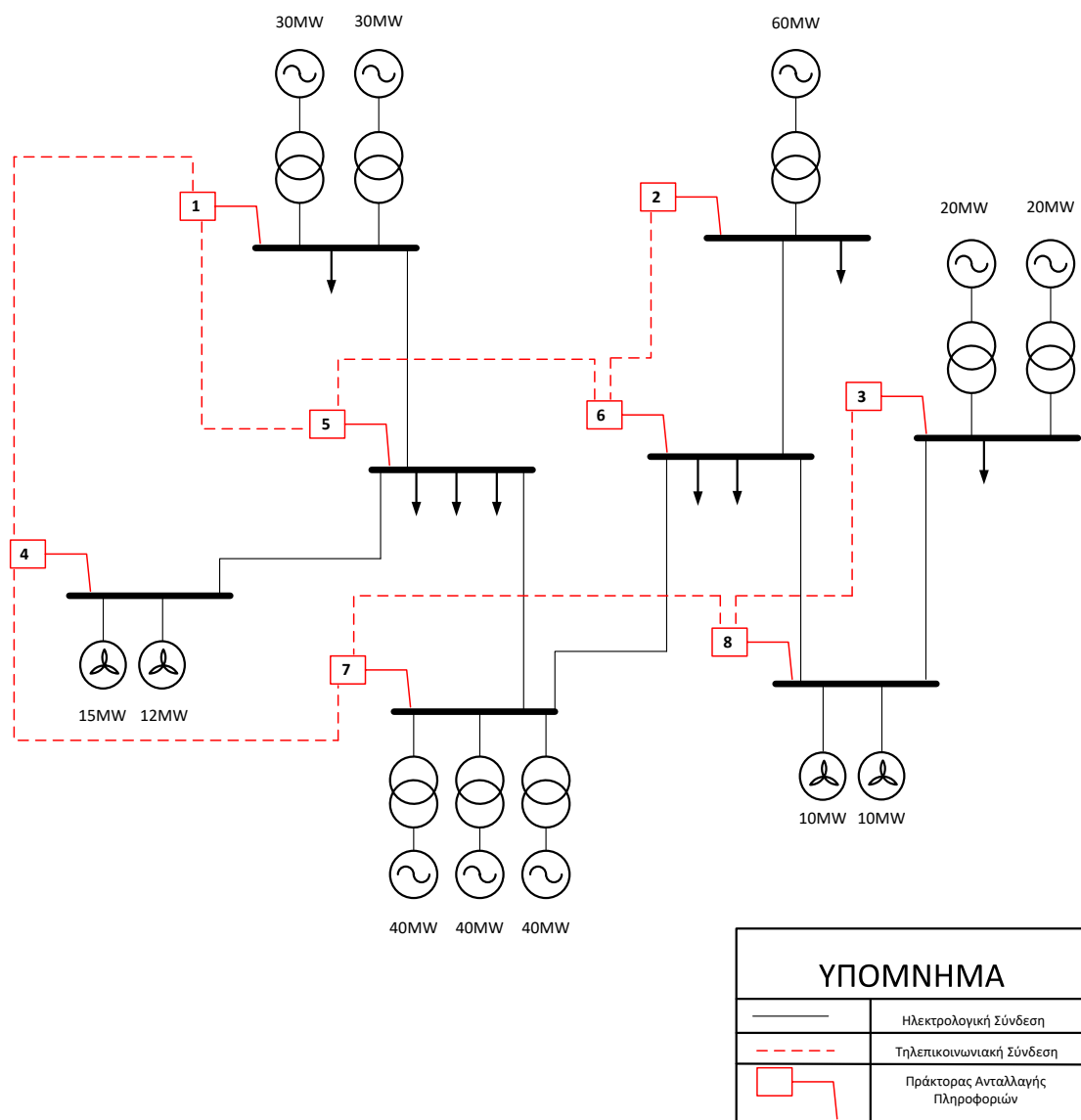
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	72,7		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	7,434		
Συνολικό Κόστος (€/h)	7.377,2		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	85,8668		
Συνολική Παραγωγή (MW)	72,6998		
Mismatch(MW)	0.0002		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	27,4634	28,7456	10
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	2,4339	4,0566	
Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	6.707		
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	28,396		
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	348,13		
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	293,69		
ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 3^{ης} ώρας			
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	65,5		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	10,064		
Συνολικό Κόστος (€/h)	6.467,8		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	84,8337		
Συνολική Παραγωγή (MW)	65,5002		
Mismatch(MW)	0.0002		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	17,996	23,994	10
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	5,0643	8,4405	
Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	5494,9		
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	59,083		
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	780,38		
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	133,39		

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 4 ^{ης} ώρας			
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	73,8		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	12,143		
Συνολικό Κόστος (€/h)	7.116,3		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	84,995		
Συνολική Παραγωγή (MW)	73,8003		
Mismatch(MW)	0,0003		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	19,836	24,920	10
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	7,1387	11,9052	
Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	5729,3		
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	83,314		
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	1252,3		
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	51,395		
ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 5 ^{ης} ώρας			
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	82,9		
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	9,9517		
Συνολικό Κόστος (€/h)	7.960,4		
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας (€/MWh)	86,007		
Συνολική Παραγωγή (MW)	82,9004		
Mismatch(MW)	0,0004		
Συμβατικές Μονάδες:			
	Μονάδα 1	Μονάδα 2	Μονάδα 3
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	29,7964	29,8995	10
Ανεμογεννήτριες:			
	A/Γ 1	A/Γ 2	
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	4,9517	8,2528	
Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	7.000,4		
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	57,769		
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	756,62		
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	139,67		

Πίνακας 5.11: Εφαρμογή του Αλγορίθμου για 5 Ώρες (Εφαρμογή 3)

Εφαρμογή 4:

Στην εφαρμογή αυτή θα εξεταστεί ένα αρκετά πιο μεγάλο σύστημα. Το σύστημα αυτό αποτελείται από τέσσερις αιολικές μονάδες και οχτώ συμβατικές. Ακόμα αλλάζουν οι συνθήκες για την κατανομή Weibull του ανέμου καθώς θεωρούμε ότι το πρόβλημα εφαρμόζεται σε μία περιοχή με διαφορετικές παραμέτρους k και c . Παρακάτω παρουσιάζεται το μονογραμμικό σχέδιο του συστήματος.



Σχήμα 5.13: Μονογραμμικό Διάγραμμα Συστήματος (Εφαρμογή 3)

Η συνολική ζήτηση του συστήματος μπορεί να προκύψει μέσω του αλγορίθμου συναίνεσης όπως ακριβώς στην Εφαρμογή 1.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα δεδομένα εισόδου σε αυτή την περίπτωση και ορίζονται οι παράμετροι του αλγορίθμου:

Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	200							
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	10,397							
Συμβατικές Μονάδες:								
	ΣΜ1	ΣΜ2	ΣΜ3	ΣΜ4	ΣΜ5	ΣΜ6	ΣΜ7	ΣΜ 8
Συντελεστής κόστους a (€)	250	250	100	100	300	300	400	500
Συντελεστής κόστους b (€/MW)	45	50	45	50	55	55	50	45
Συντελεστής κόστους c (€/MW ²)	0,08	0,1	0,075	0,075	0,09	0,1	0,09	0,085
Κάτω όριο λειτουργίας p_{min} (MW)	10	10	5	5	15	15	20	20
Άνω όριο λειτουργίας p_{max} (MW)	30	30	20	20	40	40	40	60
Ανεμογεννήτριες:								
	A/Γ 1	A/Γ 2	A/Γ 3	A/Γ 4				
Ταχύτητα ανέμου cut-in v_{ci} (m/s)	5	4	5	4				
Ταχύτητα ανέμου cut-out v_{co} (m/s)	45	35	45	40				
Ονομαστική ταχύτητα ανέμου v_r (m/s)	15	15	17	15				
Ονομαστική ισχύς εξόδου w_r (MW)	15	12	10	10				
Συντελεστής γραμμικού κόστους d (€/MW)	4	3,5	3	3				
Συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης k_r (€/MW)	10	10	20	20				
Συντελεστής κόστους υποεκτίμησης k_p (€/MW)	10	10	20	20				

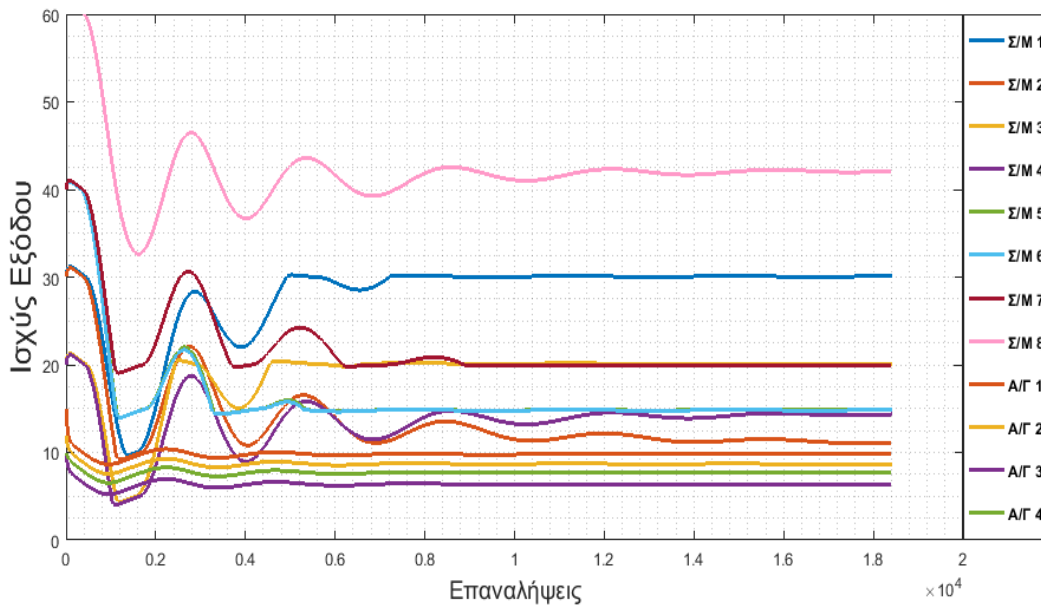
Πίνακας 5.12: Δεδομένα Εισόδου (Εφαρμογή 4)

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	
Βήμα Gradient Descent γ	0,001
Σύγκλιση ισοζυγίου ισχύος ε_1	0,001
Σύγκλιση μερικών παραγώγων ε_2	0,001
Κλίση συνάρτησης Barrier μ	30
Σύγκλιση αλγορίθμου Consensus t	0,001

Πίνακας 5.13: Ορισμός Παραμέτρων αλγορίθμου (Εφαρμογή 4)

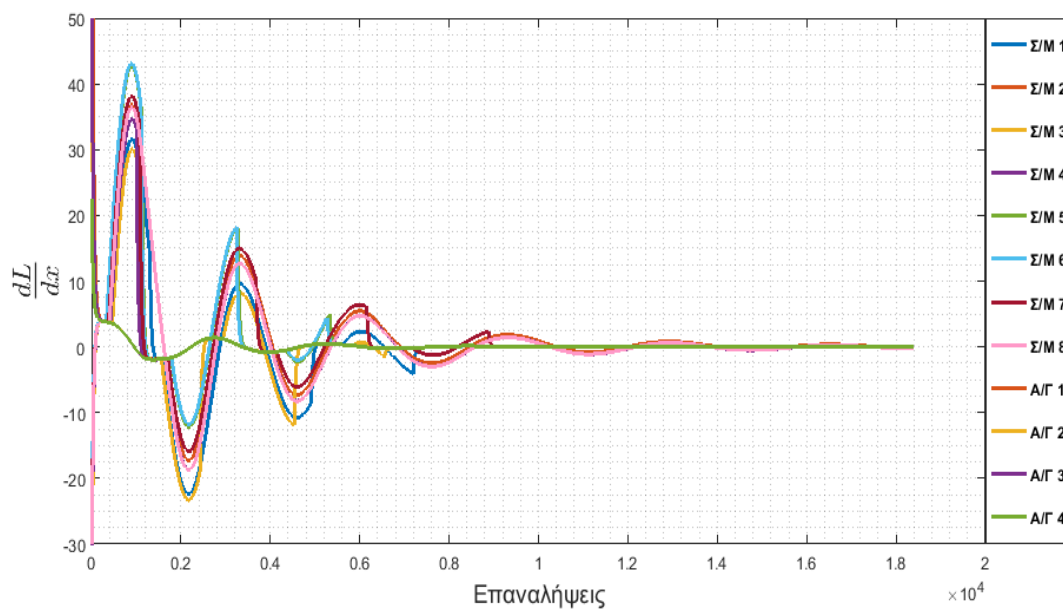
Στη συνέχεια ακολουθούντα χαρακτηριστικά διαγράμματα της μεθόδου επίλυσης.

Στο Σχήμα 5.14 φαίνεται η ισχύς εξόδου της κάθε μονάδας και η τελική σύγκλιση, με το πέρας των επαναλήψεων:



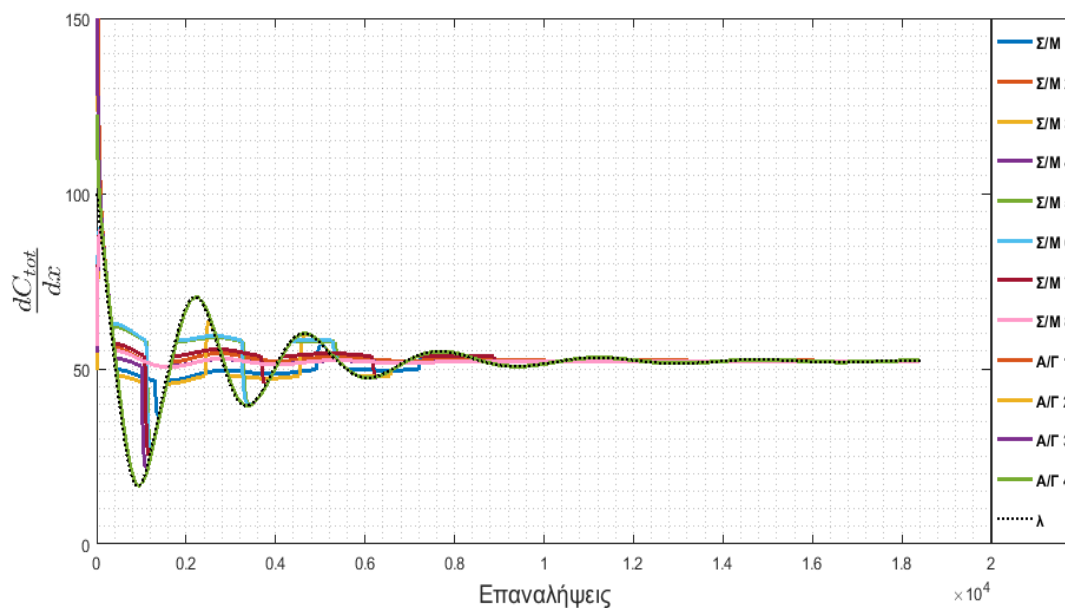
Σχήμα 5.14: Έξοδος Ισχύος της Κάθε Μονάδας (Εφαρμογή 4)

Στο Σχήμα 5.15 φαίνονται οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange για όλες τις μονάδες, όπως αναμένεται, οι μερικές παράγωγοι αυτές συγκλίνουν στο μηδέν:



Σχήμα 5.15: Μερικές Παράγωγοι Συνάρτησης Lagrange (Εφαρμογή 4)

Στο Σχήμα 5.16 φαίνονται τα οριακά κόστη των μονάδων καθώς και το λ και η σύγκλιση τους σε κοινή τιμή δηλαδή το βέλτιστο οριακό κόστος:



Σχήμα 5.16: Οριακά Κόστη Μονάδων και Πολλαπλασιαστής Lagrange (Εφαρμογή 4)

Συγκεντρωτικά τα τελικά αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 5.13:

Συνολικό Κόστος(€/h)	10.904							
Βέλτιστο Οριακό Κόστος Λειτουργίας(€/MWh)	52,368							
Συνολική Παραγωγή (MW)	199,999							
Mismatch(MW)	0,001							
Παράμετρος Κλίμακας c	15							
Παράμετρος Σχήματος k	3							
Επαναλήψεις Μεθόδου	18.408							
Συμβατικές Μονάδες:								
	ΣΜ1	ΣΜ2	ΣΜ3	ΣΜ4	ΣΜ5	ΣΜ6	ΣΜ7	ΣΜ 8
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	30,083	11,127	20,141	14,353	14,828	14,818	19,960	42,107
Ανεμογεννήτριες:								
	A/Γ 1	A/Γ 2	A/Γ 3	A/Γ 4				
Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου(MW)	9,802	8,701	6,381	7,698				

Πίνακας 5.14: Αποτελέσματα Μεθόδου (Εφαρμογή 4)

Πιο αναλυτικά τα κόστη διαμορφώνονται ως εξής:

Κόστος Συμβατικών Μονάδων (€)	10.616
Γραμμικό Κόστος Ανεμογεννητριών (€)	111,9
Κόστος Υπερεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	84,61
Κόστος Υποεκτίμησης Ανεμογεννητριών (€)	91,172

Πίνακας 5.15: Αναλυτικά Επιμέρους Κόστη (Εφαρμογή 3)

Διαπιστώνεται ότι η σύγκλιση του αλγορίθμου συμβαίνει μετά από μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Το γεγονός αυτό εξηγείται από την αύξηση των μεταβλητών απόφασης σε σχέση με τις προηγούμενες μεταβλητές. Το ισοζύγιο ισχύος ικανοποιείται, και σε αυτή την εφαρμογή απόλυτα με mismatch μόλις 0,001MW. Επίσης φαίνεται ότι όλα τα οριακά κόστη συγκλίνουν σε κοινή ιδανική τιμή, όπως και ο πολλαπλασιαστής Lagrange, που είναι $IC=\lambda=52,368 \text{ €/MWh}$, ενώ οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης Lagrange μηδενίζονται.

Παρατηρείται ότι η παραγωγή από τα αιολικά είναι σε μέτρια επίπεδα πράγμα που εξηγείται από το γεγονός ότι η τιμή της πρόβλεψης της ταχύτητας του ανέμου είναι ανάμεσα στην cut-in ταχύτητα των ανεμογεννητριών και την ονομαστική. Επιπλέον το κόστος των συμβατικών είναι αισθητά μεγαλύτερο από αυτό των αιολικών μονάδων, εξαιτίας των οικονομικών χαρακτηριστικών των μονάδων από τη μια αλλά και της μέτριας παραγωγής αιολικής ισχύος. Ακόμα φαίνεται ότι τα κόστη υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης είναι αρκετά κοντά καθώς η πρόβλεψη ταχύτητας του ανέμου δεν είναι ούτε ιδιαίτερα μεγάλη ούτε ιδιαίτερα μικρή. Τέλος το γραμμικό κόστος των ανεμογεννητριών είναι μεγαλύτερο από τα κόστη αστοχίας καθώς οι οικονομικοί τους συντελεστές είναι αισθητά μικρότεροι από τις προηγούμενες εφαρμογές.

5.4. Επαλήθευση Βελτιστοποίησης με την Χρήση της Συνάρτησης `fmincon` σε MATLAB

Όπως ήδη έχει αναφερθεί το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου που διαμορφώθηκε, αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μια κυρτής συνάρτησης (convex optimization). Η μέθοδος που αναπτύχθηκε δίνει αποκεντρωμένη λύση του προβλήματος. Ωστόσο για να διαπιστωθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων τα οποία δίνει ο παραπάνω αλγόριθμος, το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε και με μια έτοιμη συνάρτηση του MATLAB ειδική για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Η συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε είναι η `fmincon` η οποία έχει τη δυνατότητα να επιλύει προβλήματα βελτιστοποίησης συνάρτησης πολλών μεταβλητών με περιορισμούς ισότητας και ανισότητας. Η συνάρτηση αυτή έχει την παρακάτω μορφή με τα ακόλουθα ορίσματα:

$$x = \text{fmincon}(\text{fun}, x_0, A, b, A_{\text{eq}}, b_{\text{eq}}, l_b, u_b) \quad (5.39)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω έκφραση της συνάρτησης το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται στο MATLAB ως εξής:

$$\min_x f(x) \text{ έτσι ώστε } \begin{cases} A * x \leq b \\ A_{\text{eq}} * x = b_{\text{eq}} \\ l_b \leq x \leq u_b \end{cases} \quad (5.40)$$

Το όρισμα `fun` αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος δηλαδή την $f(x)$. Στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής η αντικειμενική μας συνάρτηση θα είναι το συνολικό κόστος C_{tot} , όπως δίνεται στη σχέση 5.6 .

$$\text{fun} = C_{\text{tot}}(x)$$

με το διάνυσμα `x` να αντιστοιχεί στην παραγωγή ισχύος της κάθε μονάδας.

Η σχέση $A_{\text{eq}} * x = b_{\text{eq}}$ χρησιμοποιείται για να συμπεριληφθεί ο περιορισμός ισότητας ορίζοντας:

$$A_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ και } b_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} P_D \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

με πλήθος στηλών του πίνακα A_{eq} και γραμμών του διανύσματος b_{eq} ίσο με το πλήθος των μονάδων.

Ενώ η σχέση $l_b \leq x \leq u_b$ χρησιμοποιείται για να συμπεριληφθούν οι περιορισμοί ανισότητας ορίζοντας:

$$l_b = \begin{bmatrix} P_{1,\text{min}} \\ P_{2,\text{min}} \\ \vdots \\ P_{N,\text{min}} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \text{ και } l_u = \begin{bmatrix} P_{1,\text{max}} \\ P_{2,\text{max}} \\ \vdots \\ P_{N,\text{max}} \\ W_{1,\text{max,new}} \\ W_{2,\text{max,new}} \\ \vdots \\ W_{M,\text{max,new}} \end{bmatrix}$$

Σημειώνεται ότι για την κανονική μορφή του προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού υπάρχει η συνθήκη ανισότητας της μορφής $A * x \leq b$ όπως φαίνεται στην 5.39, ωστόσο πρακτικά αυτή η σχέση δεν χρειάζεται στο παρόν πρόβλημα για αυτό και οι πίνακες A και b απλά μηδενίστηκαν. Η συνάρτηση τελικά επιστρέφει ως αποτέλεσμα το διάνυσμα x που περιέχει τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση και όλοι οι περιορισμοί ικανοποιούνται.

Βάσει της παραπάνω περιγραφής κατασκευάστηκε στο MATLAB η συνάρτηση `fmincon` και επιλύθηκε το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου ώστε να γίνει μία επαλήθευση της μεθόδου που αναπτύχθηκε νωρίτερα και να εξεταστεί η ακρίβεια της. Εξετάστηκαν λοιπόν αντίστοιχες περιπτώσεις και έγινε η σχετική σύγκριση. Υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα της μεθόδου, θεωρώντας πραγματικές τις τιμές εξόδου της συνάρτησης `fmincon`, στη γενική περίπτωση το σφάλμα υπολογίστηκε ως εξής:

$$\text{Σφάλμα(\%)} = \frac{X_{\text{fmincon}} - X_{\text{gradient descent}}}{X_{\text{fmincon}}} * 100 \% \quad (5.41)$$

Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα της επίλυσης του προβλήματος τόσο με τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε όσο και με την χρήση της συνάρτησης `fmincon` του MATLAB. Αρχικά έγινε επαλήθευση των Εφαρμογών 1 και 2. Έτσι με ακριβώς τα ίδια δεδομένα εισόδου προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα από την `fmincon` συγκριτικά με την μέθοδο που αναπτύχθηκε:

Εφαρμογή 1	Βελτιστοποίηση με <code>fmincon</code>	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	23,735	23,631	0,4382
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	26,867	26,945	-0,2903
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10,017	-0,1700
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	7,189	7,192	-0,0417
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	12,209	12,214	-0,0410
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	80	79,998	0.0025
Συνολικό κόστος(€/h)	7644,24	7644,1	0.0018

Πίνακας 5. 16: Σφάλμα Αλγορίθμου σε Σύγκριση με την `fmincon` για την Εφαρμογή 1

Εφαρμογή 2	Βελτιστοποίηση με <code>fmincon</code>	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	30	30	0
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	33.721	33.720	0,0030
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	11.628	11.627	-0,0086
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	1.7439	1.744	-0,0057
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	2.9065	2.907	-0,0172
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	80	79.998	0,0025
Συνολικό κόστος(€/h)	8141	8140.8	0,0025

Πίνακας 5.17: Σφάλμα Αλγορίθμου σε Σύγκριση με την `fmincon` για την Εφαρμογή 2

Φαίνεται ότι η ο αλγόριθμος είναι αρκετά ακριβής, καθώς το σφάλμα σε σχέση με την συνάρτηση f_{mincon} είναι ελάχιστο.

Για καλύτερη επαλήθευση έγινε σύγκριση με την Εφαρμογή 3 και τις μετρήσεις των πέντε ωρών:

1^η ώρα / $v=11,053 \frac{m}{s} / P_D =$ 76,4 MW	Βελτιστοποίηση με f_{mincon}	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	23,507	23,505	0,0085
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	26,753	26,755	-0,0075
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	6,0525	6,0525	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	10,087	10,0875	-0,0050
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	76,4	76,401	-0,0013
Συνολικό κόστος(€/h)	7.353,3	7.353,3	0
2^η ώρα / $v=7,434 \frac{m}{s} / P_D =$ 72,7 MW	Βελτιστοποίηση με f_{mincon}	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	27,473	27,4634	0,0349
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	28,737	28,7456	-0,0299
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	2,4339	2,4339	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	4,0566	4,0566	0
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	72,7	72,6998	0,0003
Συνολικό κόστος(€/h)	7.377,2	7.377,2	0
3^η ώρα / $v= 10,064 \frac{m}{s} / P_D =$ 65,5MW	Βελτιστοποίηση με f_{mincon}	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	17,997	17,996	0,0056
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	23,998	23,994	0,00167
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	5,0643	5,0643	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	8,4405	8,4405	0
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	65,5	65,5002	-0,0003
Συνολικό κόστος(€/h)	6.467,8	6.467,8	0

4^η ώρα / $v=12,143 \frac{m}{s} / P_D = 73,8 \text{ MW}$	Βελτιστοποίηση με fmincon	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	19,838	19,836	0,0101
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	24,919	24,920	-0,0040
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	7,1372	7,1387	-0,0210
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	11,905	11,9052	-0,0017
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	73,8	73,8003	-0,0004
Συνολικό κόστος(€/h)	7.116,3	7.116,3	0
5^η ώρα / $v=9,9517 \frac{m}{s} / P_D = 82,9 \text{ MW}$	Βελτιστοποίηση με fmincon	Αλγόριθμος Gradient Descent	Σφάλμα(%)
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 1(MW)	29,796	29,7964	-0,0013
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 2(MW)	29,899	29,8995	-0,0017
Ισχύς Εξόδου ΣΜ 3(MW)	10	10	0
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 1 (MW)	4,9516	4,9517	-0,0020
Ισχύς Εξόδου Α/Γ 2(MW)	8,2527	8,2528	-0,0012
Συνολική Παραγωγή Ισχύος(MW)	82,9	82,9004	-0,0005
Συνολικό κόστος(€/h)	7.960,4	7.960,4	0

Πίνακας 5.18: Σφάλμα Αλγορίθμου σε Σύγκριση με την fmincon για την Εφαρμογή 3

Όπως φαίνεται λοιπόν, η ακρίβεια της μεθόδου είναι καλή. Ο μέσος όρος του σφάλματος είναι 0,004%, ενώ το μεγαλύτερο σφάλμα είναι της τάξεως του 0,035%. Η καλή ακρίβεια οφείλεται και στην επιλογή πολύ μικρών ορίων σύγκλισης τόσο για το ισοζύγιο ισχύος όσο και το μηδενισμό των μερικών παραγώγων της συνάρτησης Lagrange.

Κεφάλαιο 6 : Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αλγορίθμου και Εξέταση Αξιοπιστίας του Στοχαστικού Μοντέλου

6.1. Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια αναπτύχθηκε, το μοντέλο που συμπεριλαμβάνει συμβατικές μονάδες και ανεμογεννήτριες στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Εξηγήθηκε η χρήση της κατανομής Weibull στο μοντέλο, και πως οι κατανομές ταχύτητας ανέμου μετατράπηκαν σε κατανομές αιολικής ισχύος. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε και εφαρμόστηκε στο Κεφάλαιο 5 θα εξεταστεί τώρα ως προς τις διάφορες παραμέτρους. Συγκεκριμένα θα εξεταστεί πως οι μεταβολές στην κατανομή της ταχύτητας του ανέμου και οι μεταβολές των συντελεστών του κόστους υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης επηρεάζουν τη βέλτιστη λύση του προβλήματος της οικονομικής κατανομής. Γενικά σε κάθε εξέταση μιας παραμέτρου, οι υπόλοιπες διατηρούνται σταθερές, επειδή το πλήθος των μεταβλητών που εισάγονται στο μοντέλο είναι μεγάλο και τα γραφήματα που θα προκύψουν πρέπει να μπορούν να αναλυθούν με απλό τρόπο.

Επειδή πρωταρχικός στόχος είναι η εξέταση της επιρροής των μεταβολών των παραμέτρων στην τελική βέλτιστη λύση του προβλήματος, δεν σημειώνονται συγκεκριμένες μονάδες μέτρησης στα σχήματα που ακολουθούν. Όσον αφορά την ισχύ εξόδου της κάθε μονάδας θεωρείται ότι αναγράφεται σε ανά μονάδα σύστημα. Η διερεύνηση θα γίνει για το παράδειγμα της εφαρμογής 1 του Κεφαλαίου 5, όπου το σύστημα αποτελείται από τρεις συμβατικές μονάδες και δύο ανεμογεννήτριες. Θα θεωρηθεί ένα σταθερό φορτίο ζήτησης και μία προβλεπόμενη ταχύτητα ανέμου. Στη συνέχεια θα εφαρμοστεί ο αλγόριθμος για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου κλίμακας και για διαφορετικές τιμές των συντελεστών κόστους υποεκτίμησης (k_p) και υπερεκτίμησης (k_r).

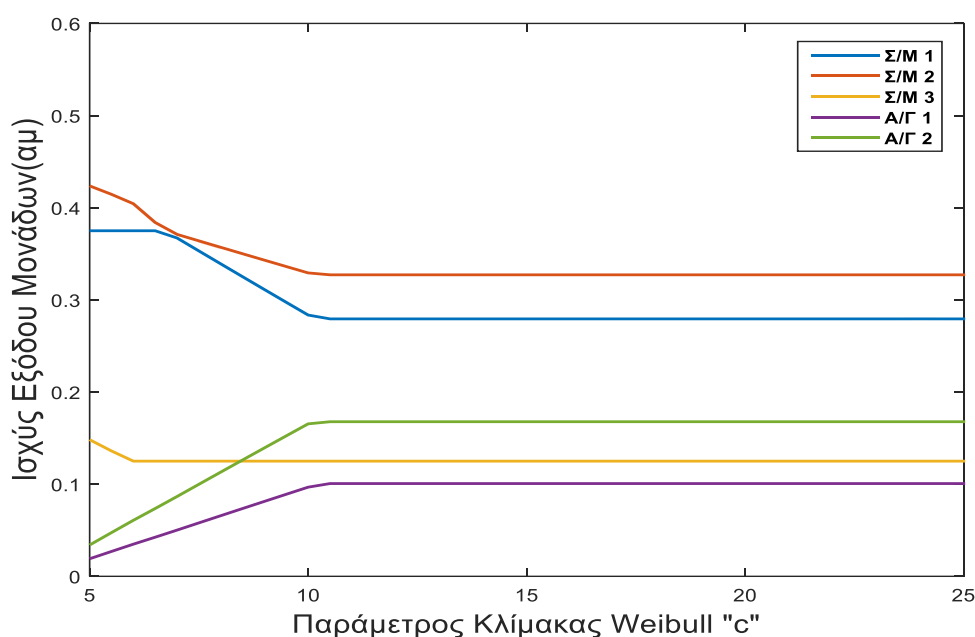
Στο παρόν κεφάλαιο θα εξεταστεί επίσης, η αξιοπιστία πιθανοτικού του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε όσον αφορά τις ποσότητες υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης. Μέσω της μεθόδου Monte-Carlo, η οποία θα περιγραφεί αναλυτικότερα στη συνέχεια, θα προσεγγιστούν οι ποσότητες αυτές και το τελικό κόστος, ώστε να συγκριθεί με το αντίστοιχο που προέκυψε από τον αλγόριθμο.

6.2. Διερεύνηση Αποτελεσμάτων Αλγορίθμου για Διάφορες Τιμές των Παραμέτρων

Η διερεύνηση της μεταβολής των αποτελεσμάτων συναρτήσει των μεταβολών στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου θα γίνει στο σύστημα που περιγράφηκε στην Εφαρμογή 1 της Ενότητας 5.3.. Η ζήτηση θεωρείται σταθερή και ίση με 80 MW ενώ για την ταχύτητα του ανέμου παίρνεται τυχαία μία προβλεπόμενη τιμή ίση με 13m/s. Οι υπόλοιπες παράμετροι θεωρούνται γνωστές σύμφωνα με τον πίνακα δεδομένων (5.3) της εφαρμογής. Οποιαδήποτε αλλαγή των παραμέτρων προς εξέταση περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

6.2.1. Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου των Μονάδων συναρτήσει της Παραμέτρου Κλίμακας της Weibull c

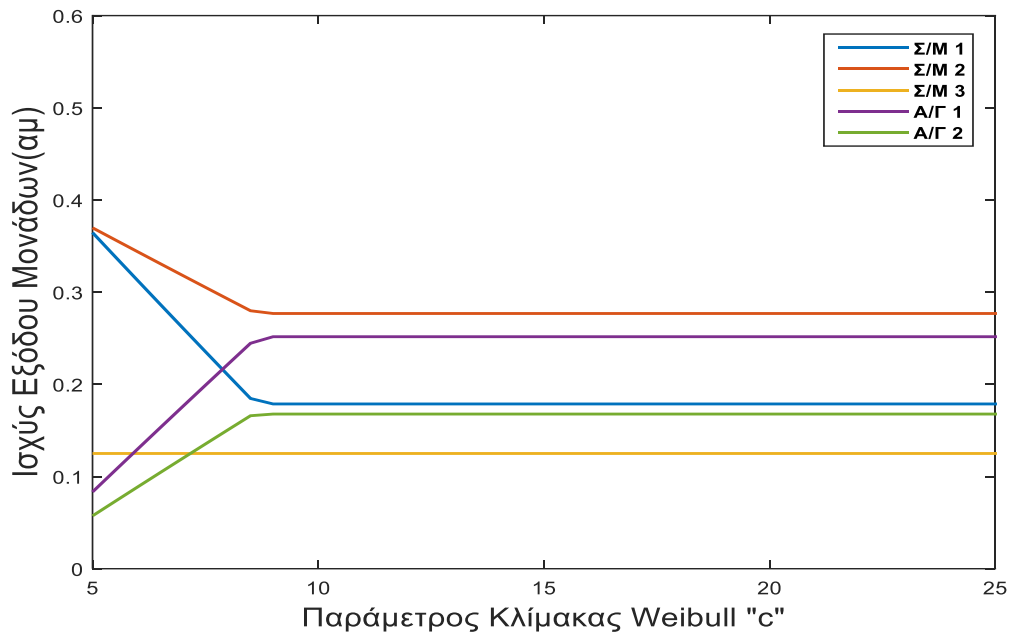
Ξεκινώντας τη μελέτη του μοντέλου, αρχικά θα εξεταστεί η αλλαγή του προφίλ της ταχύτητας του ανέμου σε σχέση με τις εξόδους των μονάδων. Η παράμετρος που μεταβάλλεται είναι η παράμετρος κλίμακας της Weibull που θα κυμαίνεται από 5 έως 25. Στο σχήμα 6.1 φαίνεται η μεταβολή των εξόδων του αλγορίθμου καθώς το c μεγαλώνει.



Σχήμα 6.1: Ισχύς Εξόδου Μονάδων συναρτήσει της Παραμέτρου c

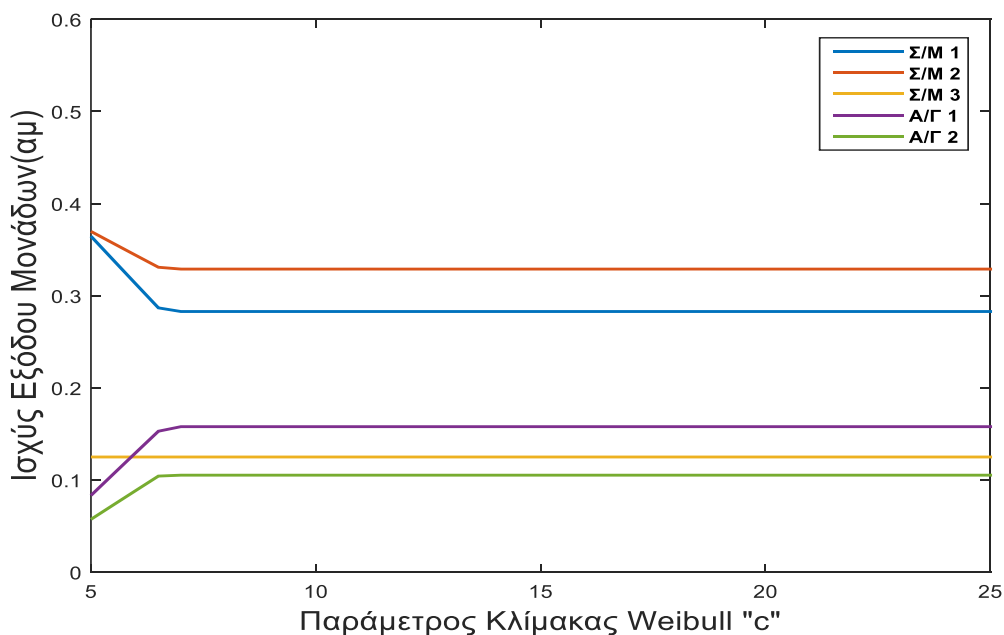
Όπως αναμένεται από τους συντελεστές κόστους η συμβατική μονάδα 2 παράγει την περισσότερη ποσότητα ισχύος σε σχέση με τις άλλες δύο συμβατικές. Η συμβατική μονάδα 3 παράγει σχεδόν για όλες τις τιμές του c την ελάχιστη ισχύ της (κάτω όριο λειτουργίας) καθώς είναι η ακριβότερη και η ζήτηση μπορεί να καλυφθεί σε κάθε περίπτωση από τις υπόλοιπες μονάδες. Όσον αφορά τις αιολικές μονάδες, όπως είναι αναμενόμενο από όσα αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 4 και λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή της κατανομής Weibull, καθώς η παράμετρος c αυξάνει, μια μεγαλύτερη ποσότητα αιολικής ισχύος αναμένεται. Ακόμα παρατηρείται ότι και οι δύο ανεμογεννήτριες παράγουν ισχύ κοντά στην ονομαστική τους για μεγάλες τιμές του c καθώς η πρόβλεψη της ταχύτητας του

ανέμου είναι κοντά στην ονομαστική ταχύτητα ανέμου των ανεμογεννητριών. Αν αυξήσουμε την ονομαστική ισχύ της ανεμογεννήτριας 1 και γίνει μεγαλύτερη από αυτή της 2, όπως είναι λογικό η παραγωγή της αυξάνει σε σχέση με αυτή της 2 και γίνεται μεγαλύτερη.



Σχήμα 6.2: Ισχύς Εξόδου Μονάδων συναρτήσει του c για Ανεμογεννήτρια Μεγαλύτερης Ισχύος

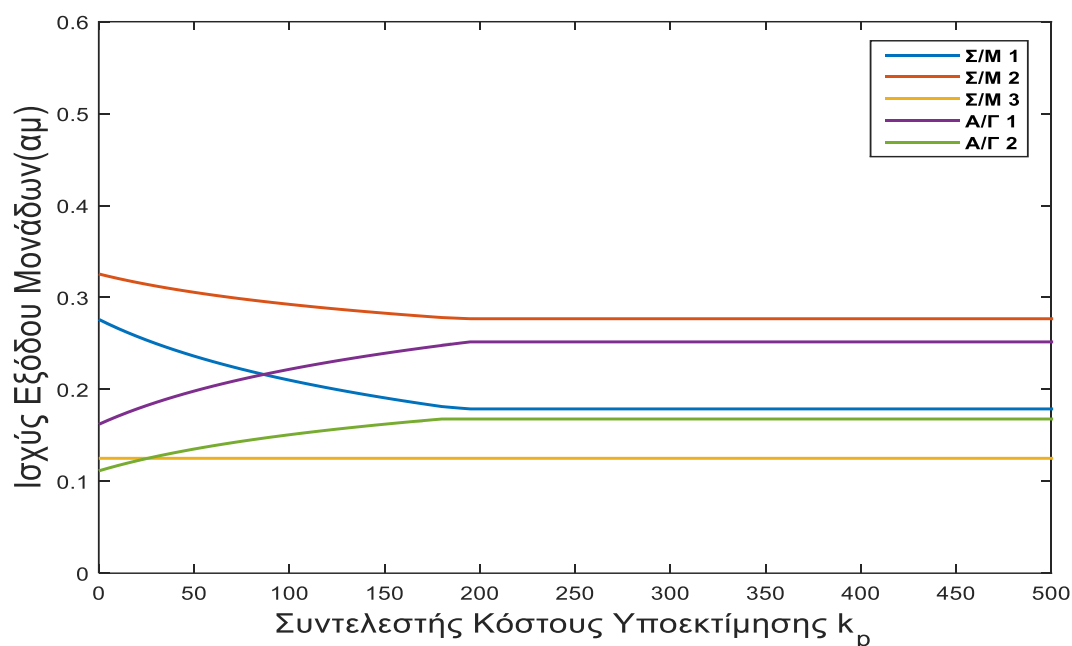
Αν τέλος η πρόβλεψη του ανέμου είναι μικρότερη τότε φυσιολογικά η αναμενόμενη αιολική ισχύς θα μειωθεί. Για παράδειγμα αν η πρόβλεψή πέσει από τα 13m/s στα 10m/s οι αντίστοιχες έξοδοι ισχύος θα είναι όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 6.3: Ισχύς Εξόδου Μονάδων συναρτήσει του c για Μικρότερη Πρόβλεψη Ανέμου

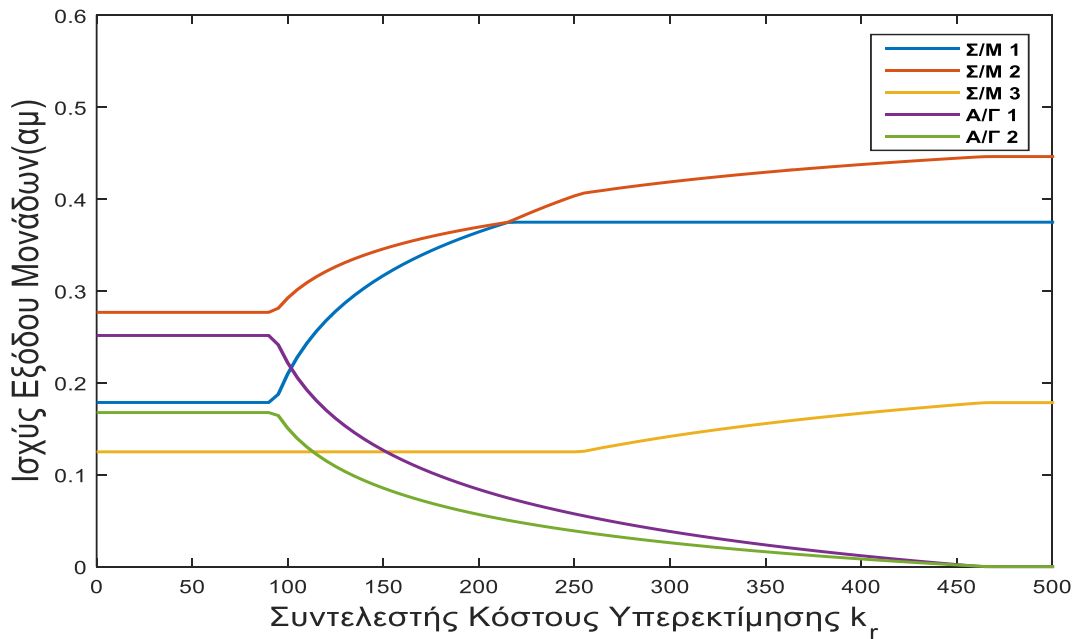
6.2.2. Βέλτιστη Ισχύς Εξόδου των Μονάδων συναρτήσει των Συντελεστών Κόστους Υποεκτίμησης και Υπερεκτίμησης k_p και k_r

Έχοντας εξετάσει την επιρροή της παραμέτρου κλίμακας στις τιμές εξόδου ισχύος των μονάδων για μεταβολή της ταχύτητας ανέμου και της ονομαστικής ισχύος των ανεμογεννητριών, θα εξεταστεί τώρα η συμπεριφορά του αλγορίθμου για διάφορες τιμές των συντελεστών κόστους αστοχίας. Αρχικά θα θεωρηθεί σταθερή η τιμή του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης και θα μεταβάλλεται ο συντελεστής κόστους υποεκτίμησης. Η τιμή της παραμέτρου c θα θεωρηθεί επίσης σταθερή και ίση με 8. Η μεταβολή της ισχύος της κάθε μονάδας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 6.4: Ισχύς Εξόδου Μονάδων συναρτήσει Συντελεστή Κόστους Υποεκτίμησης k_p

Παρατηρείται ότι καθώς ο συντελεστής υποεκτίμησης αυξάνει, αυξάνει και η προγραμματιζόμενη αιολική ισχύς. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο υποδεικνύει μεγαλύτερη αιολική ισχύ για αυξημένο συντελεστή κόστους υποεκτίμησης. Με άλλα λόγια με την αύξηση του συντελεστή κόστους υποεκτίμησης το μοντέλο λέει στο διαχειριστή του συστήματος να προγραμματίσει περισσότερη παραγωγή ισχύος από τις ανεμογεννήτριες. Έπειτα, θεωρώντας σταθερή την τιμή του συντελεστή κόστους υποεκτίμησης θα μελετηθεί η συμπεριφορά των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου για διαφορετικές τιμές του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης. Φαίνεται λοιπόν η εξάρτηση της ισχύος εξόδου της κάθε μονάδας από τον συντελεστή αυτόν στο παρακάτω σχήμα:

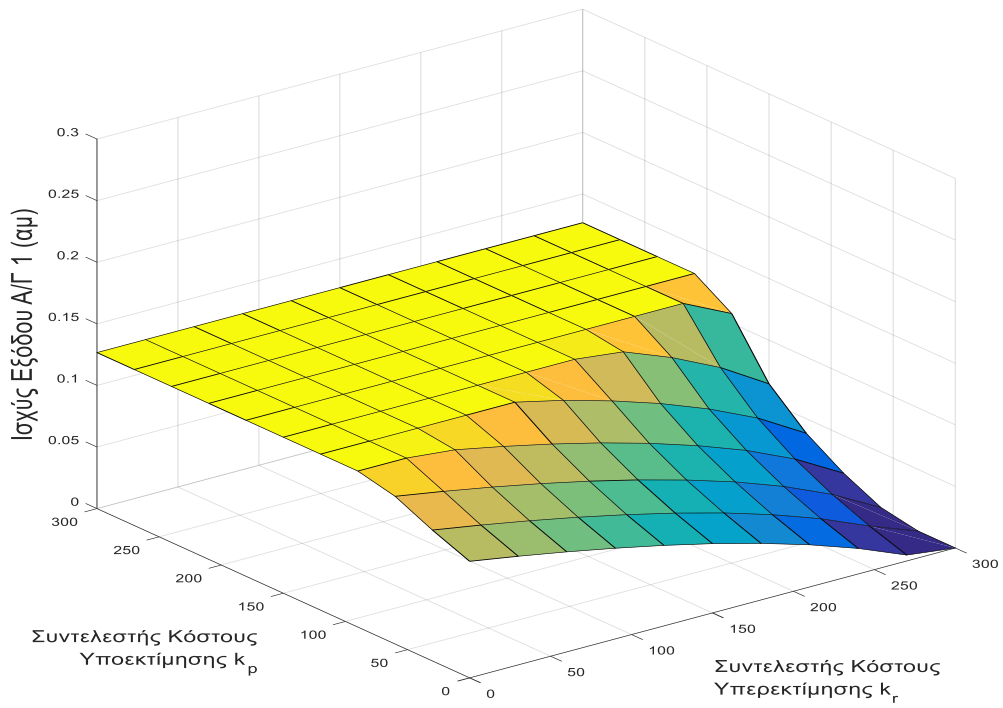


Σχήμα 6.5: Ισχύς Εξόδου Μονάδων συναρτήσει Συντελεστή Κόστους Υπερεκτίμησης κ_r

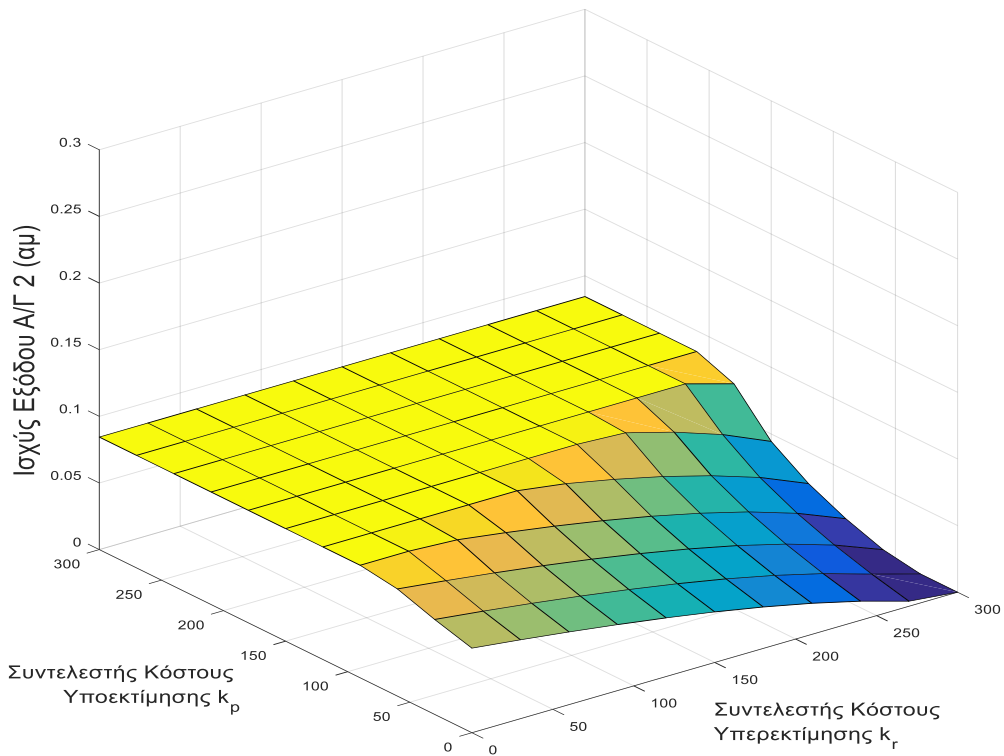
Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα η αύξηση του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης έχει ως αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να δίνει όλο και μικρότερη προγραμματιζόμενη αιολική ισχύ. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι όταν αυξάνεται ο συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης ο αλγόριθμος υποδεικνύει στο διαχειριστή να μειώσει την παραγωγή ισχύος από αιολικά μειώνοντας έτσι και το ρίσκο αστοχίας.

Σημειώνεται ότι η μεγάλη διαφορά μεταβολή της ισχύος εξόδου μεταξύ των σχημάτων 6.4 και 6.5 οφείλεται στο γεγονός ότι η πρόβλεψη του ανέμου είναι αρκετά μεγάλη και κοντά στην ονομαστική των ανεμογεννητριών. Ακόμα τονίζεται ότι όλες οι τιμές που χρησιμοποιούνται για τους συντελεστές κόστους αστοχίας είναι ενδεικτικοί ώστε να καταδειχθεί η συμπεριφορά του αλγορίθμου βάσει των μεταβολών τους.

Στη συνέχεια φαίνεται η μεταβολή της ισχύος των ανεμογεννητριών συναρτήσει και των δύο συντελεστών αστοχίας, σε τρισδιάστατα διαγράμματα, για προβλεπόμενη ταχύτητα ανέμου 9 m/s. Στα σχήματα 6.6 και 6.7 γίνεται σαφές ότι για μεγάλες τιμές του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης ο αλγόριθμος υποδεικνύει μικρότερη αιολική παραγωγή και για μικρότερες αυξάνει η προγραμματιζόμενη αιολική παραγωγή. Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με το συντελεστή κόστους υποεκτίμησης. Στο σημείο μάλιστα, που η ο συντελεστής κόστους υπερεκτίμησης παίρνει πολύ μεγάλη τιμή και ο συντελεστής κόστους υποεκτίμησης μηδενίζεται η προγραμματιζόμενη αιολική ισχύς ελαχιστοποιείται, συγκεκριμένα μηδενίζεται.



Σχήμα 6.6: Ισχύς Εξόδου A/G 1 συναρτήσει των Συντελεστών Κόστους Υποεκτίμησης και Υπερεκτίμησης



Σχήμα 6.7: Ισχύς Εξόδου A/G 2 συναρτήσει των Συντελεστών Κόστους Υποεκτίμησης και Υπερεκτίμησης

6.3. Εξέταση Αξιοπιστίας Στοχαστικού Μοντέλου μέσω της Μεθόδου Monte-Carlo

Αφού μελετήθηκε η συμπεριφορά του αλγορίθμου για διάφορες μεταβολές των παραμέτρων του, θα εξεταστεί τώρα η αξιοπιστία του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε. Οι ποσότητες της υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 4, υπολογίζονται στατιστικά μέσω της κατανομής Weibull. Ωστόσο για να προσομοιαστεί πρακτικά η αστοχία της πρόβλεψης της ταχύτητας του ανέμου, θα παραχθούν πολλά τυχαία σενάρια ταχύτητας ανέμου από μια δεδομένη κατανομή Weibull για δεδομένα k και c . Θα υπολογιστεί η προγραμματιζόμενη αιολική ισχύς μέσω του αλγορίθμου. Αστοχία θα θεωρείται, σε κάθε περίπτωση, η διαφορά αυτής της ισχύος από την αιολική ισχύ που θα προκύπτει για κάθε τιμή της ταχύτητας του ανέμου που παράγεται από τη Weibull.

6.3.1. Περιγραφή Μεθόδου Monte-Carlo και Εφαρμογής της στο Πρόβλημα

Η παραγωγή αυτή πολλών σεναρίων για την προσέγγιση της λύσης είναι ο πυρήνας της μεθόδου Monte-Carlo. Η μέθοδος Monte-Carlo αποτελεί μία κλασική τεχνική επίλυσης προβλημάτων στοχαστικών μεταβλητών. Συγκεκριμένα, είναι μια αριθμητική τεχνική επίλυσης μαθηματικών, φυσικών, οικονομικών και λοιπών προβλημάτων που χρησιμοποιεί τυχαίες μεταβλητές, όταν είναι αδύνατο να λυθεί το πρόβλημα με κάποιο ντετερμινιστικό αλγόριθμο. Βρίσκει πολλές εφαρμογές στο επιστημονικό πεδίο των βελτιστοποιήσεων. Στους αλγορίθμους Monte-Carlo επιλέγεται ως είσοδος μια τυχαία τιμή βασισμένη στο εύρος των εκτιμήσεων ή την πιθανοτική κατανομή, αν είναι διαθέσιμη. Το μοντέλο υπολογίζεται βασισμένο σε αυτήν την τυχαία τιμή. Το αποτέλεσμα καταγράφεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Μια τυπική προσομοίωση Monte-Carlo υπολογίζει το μοντέλο εκατοντάδες ή χιλιάδες φορές, χρησιμοποιώντας κάθε φορά διαφορετική τυχαία επιλεγμένη τιμή, οπότε εμφανίζει αρκετά μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Όταν η επαναληπτική αυτή διαδικασία ολοκληρωθεί, έχουμε έναν μεγάλο αριθμό αποτελεσμάτων, βασιζόμενο πάντοτε σε τυχαίες τιμές εισόδου.

Η μέθοδος Monte-Carlo παρέχει προσεγγιστικές λύσεις σε μεγάλο εύρος μαθηματικών προβλημάτων. Για τη χρήση αυτής της μεθόδου απαιτείται να εκφράσουμε το υπό μελέτη σύστημα με τη χρήση πιθανοτικών συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (probability density functions). [28] Αυτή η τεχνική, περιλαμβάνει μια επαναλαμβανόμενη επιλογή της τιμής των μεταβλητών εισόδου από την κατανομή πιθανότητάς τους, και στη συνέχεια για μια επιλεγμένη τιμή αυτών των μεταβλητών εισόδου, λαμβάνονται τα διανύσματα κατάστασης, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, όπως στην ντετερμινιστική ανάλυση. Το τελικό βήμα είναι να λάβουμε την πιθανοτική περιγραφή του διανύσματος κατάστασης από τα αποτελέσματα των επαναλαμβανόμενων προσομοιώσεων.

Η χρήση αυτής της μεθόδου στην οικονομική κατανομή φορτίου γίνεται γνωρίζοντας την έκφραση των αντικειμενικών συναρτήσεων και των περιορισμών του συστήματος ως πιθανοτικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας.[29] Έτσι λοιπόν θεωρώντας γνωστή την κατανομή Weibull, θα παρθούν πολλά δείγματα ταχύτητας του ανέμου για συγκεκριμένες εφαρμογές, θα εξαχθούν αντίστοιχα αποτελέσματα συνολικών κοστών από τα οποία θα υπολογιστεί ο μέσος όρος τους και αυτός θα συγκριθεί με το

αντίστοιχο συνολικό κόστος της μεθόδου που εμπεριέχει τα κόστη υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης στην επίλυση της οικονομικής κατανομής φορτίου.

Αντί λοιπόν των σχέσεων που περιγράφηκαν στην Ενότητα 4.4. για τις ποσότητες υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, εδώ η διαθέσιμη αιολική ισχύς ($W_{i,av}$) παράγεται άμεσα από την παραγόμενη από την προσομοίωση Monte-Carlo ταχύτητα του ανέμου, μέσω της σχέσης 4.13 . Αφού εφαρμοστεί ο αλγόριθμος και προκύψει η παραγωγή ισχύος των ανεμογεννητριών (w_i) η υποεκτίμηση ή υπερεκτίμηση θα προκύπτει κάθε φορά ως η διαφορά της από τη διαθέσιμη αιολική ισχύ. Το κόστος της αστοχίας θα υπολογίζεται ως το γινόμενο της αστοχίας αυτή με τον αντίστοιχο συντελεστή κόστους. Δηλαδή:

Για την υποεκτίμηση:

$$k_{p,i} * (W_{i,av} - w_i) \quad (6.1)$$

Για την υπερεκτίμηση:

$$k_{w,i} * (w_i - W_{i,av}) \quad (6.2)$$

Έτσι λοιπόν ο τύπος που εφαρμόζεται για τον υπολογισμό του κόστους μετά από κάθε επανάληψη της Monte-Carlo είναι συνολικά:

$$C_{tot} = \sum_i^N C_i(p_i) + \sum_i^M C_{w,i}(w_i) + \sum_i^M [k_{p,i} * (W_{i,av} - w_i)] + \sum_i^M [k_{w,i} * (w_i - W_{i,av})] \quad (6.3)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος των κοστών που προκύπτουν από κάθε επανάληψη της Monte-Carlo και συγκρίνεται με το συνολικό κόστος που προέκυψε από τον αλγόριθμο.

6.3.2. Εξέταση Αξιοπιστίας του Στοχαστικού Μοντέλου για Συγκεκριμένες Εφαρμογές

Ακολούθως η παραπάνω μεθοδολογία για την εξέταση της αξιοπιστίας του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε, θα εφαρμοστεί στις ήδη υλοποιημένες εφαρμογές ώστε να μπορεί να γίνει μία σύγκριση.

Εφαρμόζοντας την παραπάνω μέθοδο για την εξέταση στην εφαρμογή 1 της ενότητας 5.3 προκύπτει. Αρχικά υπενθυμίζονται τα βασικά δεδομένα εισόδου και εξόδου του αλγορίθμου της εφαρμογής 1.

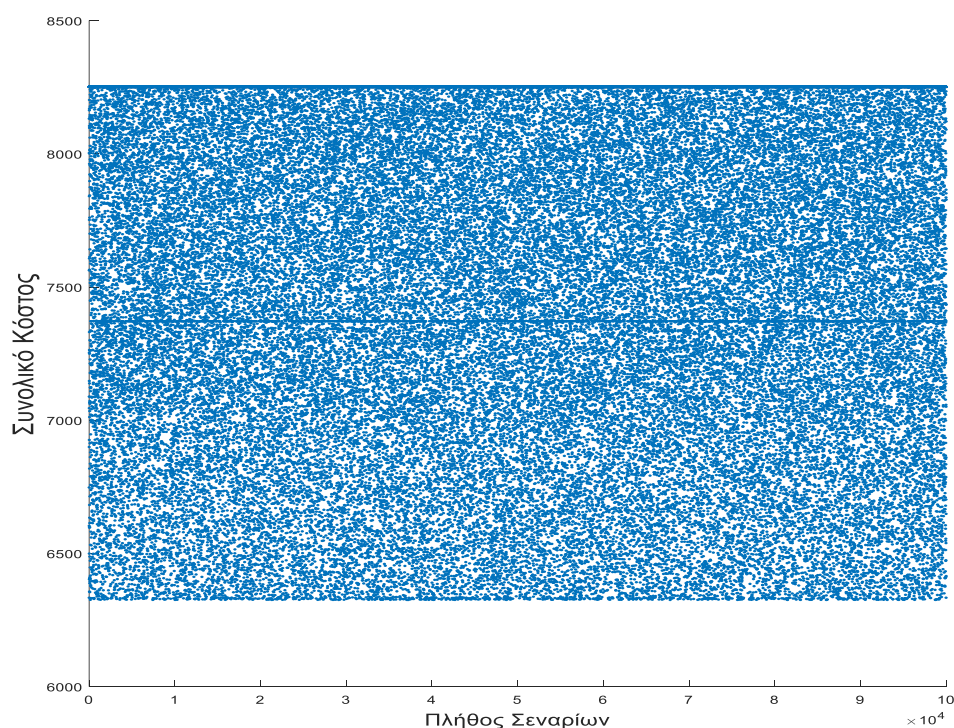
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	80
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	12,409

Πίνακας 6.1: Βασικά Δεδομένα Εισόδου Εφαρμογής 1

Συνολικό Κόστος (€/h)	7.644,1
Παράμετρος Κλίμακας c	8
Παράμετρος Σχήματος k	2

Πίνακας 6.2: Βασικά Αποτελέσματα Εφαρμογής 1

Παράγεται λοιπόν, η κατανομή Weibull, και από αυτή προκύπτουν πολλά σενάρια για την τιμή της ταχύτητας του ανέμου. Φαίνεται παρακάτω το διάγραμμα που αποτυπώνει με σημεία το κόστος που προκύπτει κάθε φορά για μία τυχαία παραγόμενη τιμή ταχύτητας ανέμου από τη Weibull:



Σχήμα 6.8: Προσομοίωση Monte-Carlo για την Εφαρμογή 1

Ο μέσος όρος όπως προέκυψε μετά την εφαρμογή 100.000 σεναρίων του συνολικού κόστους είναι $C_{tot} = 7.644,8 \text{ €}$. Αυτό το κόστος όπως φαίνεται είναι πολύ κοντά στο κόστος που προέκυψε μέσω του αλγορίθμου γεγονός που επιβεβαιώνει την ορθότητα του στοχαστικού μοντέλου που εφαρμόστηκε για την περιγραφή της αστοχίας αιολικής ισχύος.

Η ίδια μεθοδολογία θα εφαρμοστεί και στην εφαρμογή 2 της Ενότητας 5.3. Τα βασικά δεδομένα εισόδου και αποτελέσματα του αλγορίθμου φαίνονται στους παρακάτω πίνακες:

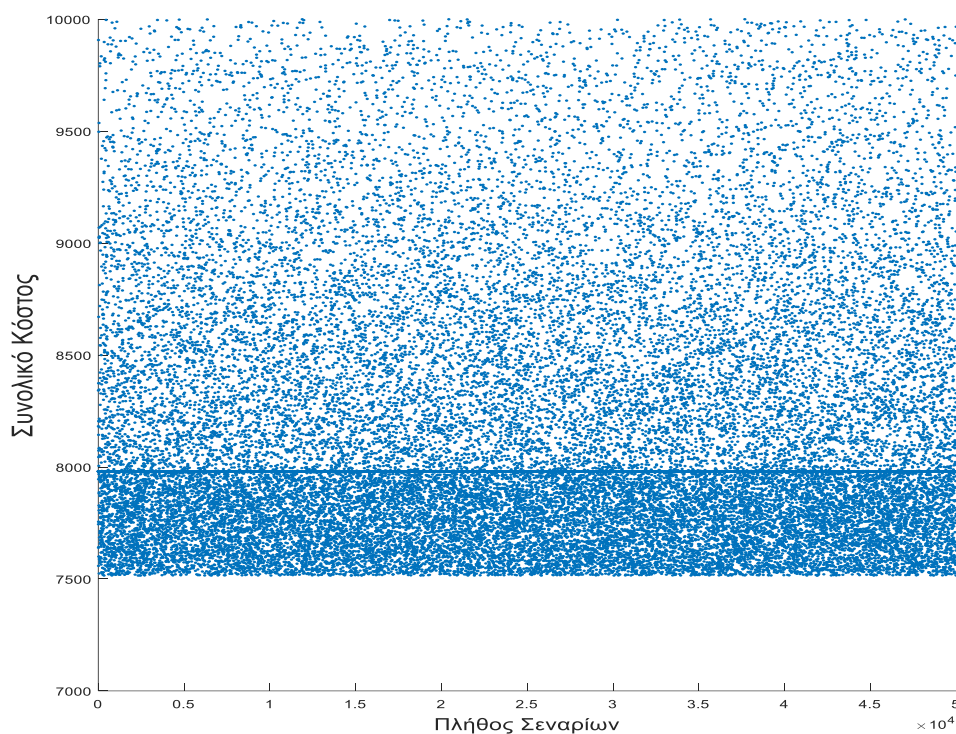
Συνολική Ζήτηση P_D (MW)	80
Ταχύτητα Ανέμου v (m/s)	6,744

Πίνακας 6.3: Βασικά Δεδομένα Εισόδου Εφαρμογής 2

Συνολικό Κόστος (€/h)	8.140,8
Παράμετρος Κλίμακας c	8
Παράμετρος Σχήματος k	2

Πίνακας 6.4: Βασικά Αποτελέσματα Εφαρμογής 2

Το διάγραμμα που αποτυπώνει με σημεία το κόστος που προκύπτει κάθε φορά για μία τυχαία παραγόμενη τιμή ταχύτητας ανέμου από τη Weibull, φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 6.9: Προσομοίωση Monte-Carlo για την Εφαρμογή 2

Για 50.000 σεσάρια ο μέσος όρος των συνολικών κοστών υπολογίστηκε $C_{tot} = 8.140 \text{ €}$, τιμή πολύ κοντά σε αυτή που προέκυψε μέσω του αλγορίθμου. Το γεγονός αυτό, αποδεικνύει ξανά την πολύ καλή ακρίβεια του στοχαστικού μοντέλου.

Κεφάλαιο 7 : Συμπεράσματα και Προοπτικές

7.1. Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε μια αποκεντρωμένη επίλυση του προβλήματος οικονομικής κατανομής φορτίου για συστήματα που αποτελούνται από συμβατικές μονάδες και ανεμογεννήτριες. Βασικός σκοπός αποτέλεσε η εισαγωγή της στοχαστικής φύσης του ανέμου στο πρόβλημα. Αναπτύχθηκε σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB αλγόριθμος για την αντιμετώπιση του προβλήματος και εξηγήθηκε αναλυτικά η λειτουργία του σε όλα τα στάδια του. Διερευνήθηκε τέλος, η συμπεριφορά των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου για διαφορετικές παραμέτρους εισόδου καθώς και η αποτελεσματικότητα του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε.

Αρχικά, έγινε μια εκτενής ανάλυση για την εισαγωγή του κόστους παραγωγής ισχύος από ανεμογεννήτριες στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου. Θεωρώντας την κατανομή Weibull αντιπροσωπευτική της κατανομής της ταχύτητας του ανέμου για μία περιοχή, αναπτύχθηκε μέθοδος για το συνυπολογισμό της στοχαστικής φύσης του ανέμου. Σε αντίθεση με την συμβατική αντιμετώπιση του προβλήματος που δεν λαμβάνει υπόψη τις πιθανές αστοχίες της πρόβλεψης της ταχύτητας του ανέμου, εισήχθησαν στη συνάρτηση κόστους παραγωγής αιολικής ισχύος οι όροι υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης της αιολικής παραγωγής ώστε να συμπεριληφθεί η στοχαστικότητα της ταχύτητας του ανέμου, κατά τη διάρκεια επίλυσης του προβλήματος της οικονομικής κατανομής φορτίου. Οι ποσότητες της υπερεκτίμησης και της υποεκτίμησης καταστρώθηκαν μαθηματικά, ορίζοντάς την απόκλιση της προγραμματιζόμενης από τη διαθέσιμη ισχύ, η οποία αποτελεί τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Weibull. Η συμπεριφορά των όρων αυτών μελετήθηκε για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων της κατανομής Weibull, συναρτήσεως της προγραμματιζόμενης αιολικής ισχύος. Προέκυψε λοιπόν, ότι η αύξηση των τιμών των παραμέτρων της κατανομής Weibull προκαλεί αύξηση στην ποσότητα υποεκτίμησης και μείωση στην ποσότητα υπερεκτίμησης για μία συγκεκριμένη προγραμματιζόμενη ισχύ. Ακόμα παρατηρήθηκε ότι καθώς αυξάνεται η προγραμματιζόμενη αιολική ισχύς, μειώνεται η ποσότητα υποεκτίμησης και αυξάνεται η ποσότητα υπερεκτίμησης. Τέλος, διαπιστώθηκε ότι οι συναρτήσεις αυτών των ποσοτήτων είναι κυρτές και συνεπώς και η συνολική συνάρτηση κόστους των αιολικών μονάδων είναι κυρτή, γεγονός καθοριστικό για την επίλυση του προβλήματος.

Διαμορφώθηκε στη συνέχεια ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με έναν εξισωτικό περιορισμό, το ισοζύγιο ισχύος και ανισωτικούς περιορισμούς, τα λειτουργικά όρια των μονάδων. Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος είναι η συνολική συνάρτηση κόστους, η οποία αποδεικνύεται ότι είναι κυρτή, ως άθροισμα κυρτών συναρτήσεων. Καταστρώθηκε η συνάρτηση Lagrange για να συμπεριληφθεί ο περιορισμός ισότητας και χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Gradient Descent για την εύρεση του βέλτιστου σημείου λειτουργίας του συστήματος. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιήθηκαν συναρτήσεις Barrier για να συμπεριληφθούν και οι ανισωτικοί περιορισμοί (λειτουργικά όρια των μονάδων). Διαπιστώθηκε πως μέσω της μεθόδου των συναρτήσεων Barrier ικανοποιούνται σε πολύ καλό βαθμό οι περιορισμοί αυτοί. Εισήχθη επίσης, αλγόριθμος συναίνεσης, προκειμένου να δοθεί μία κατανομημένη μη ιεραρχική επίλυση του προβλήματος, αφού οι μεταβλητές κάθε κόμβου προσαρμόζουν την κατάσταση τους ανταλλάσσοντας και αναλύοντας μόνο τοπικές πληροφορίες. Συγκεκριμένα η πληροφορία που χρειάστηκε κάθε μονάδα για την εύρεση της βέλτιστης εξόδου ισχύος της και δεν διέθετε, ήταν η συνολική παραγόμενη

ισχύς σε κάθε επανάληψη της μεθόδου Gradient Descent, η οποία βρισκόταν κάθε φορά μέσω του αλγόριθμου συναίνεσης.

Στη συνέχεια, παρουσιάστηκαν εφαρμογές του αλγορίθμου σε συστήματα αποτελούμενα από συμβατικές και αιολικές μονάδες, ώστε να μελετηθεί ο αλγόριθμος ως προς την ταχύτητα και την ακρίβεια του, αλλά και την μεταβολή των βασικών του δεδομένων εισόδου. Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε τόσο σε ένα απλό σύστημα όπου εξετάστηκε η συμπεριφορά του για διαφορετικές τιμές εισόδου της πρόβλεψης της ταχύτητας ανέμου και της ζήτησης, όσο και σε ένα πιο μεγάλο σύστημα για να εξεταστεί η αποδοτικότητα του για περισσότερα δεδομένα εισόδου. Σε κάθε περίπτωση φάνηκε ότι το ισοζύγιο ισχύος ικανοποιείται σε πολύ καλό επίπεδο με mismatch της τάξεως των 0,002 MW. Πραγματοποιήθηκε επίσης επαλήθευση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκε, μέσω έτοιμης συνάρτησης του MATLAB για την επίλυση αντίστοιχων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων προέκυψε εξαιρετικά καλή με σφάλμα της τάξεως μόλις του 0,004%.

Ακολούθως μελετήθηκε η συμπεριφορά του αλγορίθμου για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε και εξετάστηκε η αποτελεσματικότητά του μέσω της μεθόδου Monte-Carlo. Αρχικά εξετάστηκε η μεταβολή στην παραγωγή ισχύος των μονάδων μεταβάλλοντας, την παράμετρο κλίμακας c της κατανομής Weibull. Συγκεκριμένα παρατηρήθηκε αύξηση της προγραμματιζόμενης αιολικής παραγωγής από τον αλγόριθμο για μεγάλες τιμές του c . Ακόμα διερευνήθηκε η παραγωγή ισχύος των μονάδων για διαφορετικές τιμές των συντελεστών των κοστών αστοχίας. Προέκυψε λοιπόν, αύξηση της προγραμματιζόμενης αιολικής παραγωγής για μεγάλες τιμές του συντελεστή κόστους υποεκτίμησης και μείωσή της για μεγάλες τιμές του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης. Μια ποιοτική ερμηνεία που προκύπτει επομένως είναι ότι ο αλγόριθμος υποδεικνύει στο διαχειριστή του συστήματος να προγραμματίσει περισσότερη παραγόμενη ισχύ από τις ανεμογεννήτριες για μεγάλες τιμές του συντελεστή κόστους υποεκτίμησης καθώς σε περίπτωση αστοχίας-υποεκτίμησης θα είναι μεγάλο το κόστος και το ακριβώς αντίθετο για μεγάλες τιμές του συντελεστή κόστους υπερεκτίμησης, όπου και υποδεικνύει στο διαχειριστή μικρότερη παραγόμενη ισχύ από τις ανεμογεννήτριες. Το στοχαστικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την μοντελοποίηση της αστοχίας της πρόβλεψης της ταχύτητας του ανέμου, παρήγαγε λογικά αποτελέσματα σύμφωνα με τη μελέτη που έγινε για τα κόστη υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης. Ωστόσο, για να επιβεβαιωθεί η εγκυρότητα της μοντελοποίησης των ποσοτήτων υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης μέσω των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, χρησιμοποιήθηκε για την προσέγγιση αυτών των στοχαστικών ποσοτήτων η μέθοδος Monte-Carlo, και υπολογίστηκε το συνολικό κόστος ως ο μέσος όρος όλων των κοστών από κάθε προσομοίωση της Monte-Carlo. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου με αυτά που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις Monte-Carlo, έδειξαν μια πολύ καλή ακρίβεια της μοντελοποίησης των πιθανοτικών ποσοτήτων.

7.2. Προοπτικές Συνέχισης – Μελλοντική Εργασία

Η εισαγωγή των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στα σύγχρονα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας αλλάζει την ντετερμινιστική φύση των κλασικών προβλημάτων των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, σε στοχαστική. Η αντιμετώπιση λοιπόν, της στοχαστικής φύσης των ΑΠΕ καθώς και των υπολοίπων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους, όπως ο χαμηλός βαθμός απόδοσης τους ή η αργή εξοικονόμηση της επένδυσής τους, αποτελούν ενδιαφέροντα θέματα για περαιτέρω μελέτη. Στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής φορτίου που εξετάστηκε στην παρούσα εργασία μπορούν να συμπεριληφθούν εκτός από τις ανεμογεννήτριες και άλλες μονάδες ΑΠΕ (π.χ. φωτοβολταϊκά) και να εξεταστεί ο συνδυασμός λειτουργίας τους και οι αλλαγές που επιφέρει στο συνολικό κόστος.

Ένα ακόμα στοιχείο που χρήζει περαιτέρω μελέτης είναι φυσικά, η βελτίωση της πολυπλοκότητας του προτεινόμενου αλγορίθμου. Παρότι εφαρμόστηκε κατανεμημένος αλγόριθμος για την επίλυση του προβλήματος, διαπιστώθηκε ότι εξαιτίας των μεγάλων και περίπλοκων εξισώσεων του κόστους της αιολικής παραγωγής, η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου ήταν αρκετά μεγάλη. Πρέπει για αυτό το λόγο και θεωρώντας δεδομένη την είσοδο νέων μαθηματικών μοντέλων στα κλασικά προβλήματα των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας, να υλοποιηθούν έξυπνοι και ενιαίοι αλγόριθμοι επίλυσης τέτοιων προβλημάτων.

Εξαιρετικό ενδιαφέρον έχει επίσης, η περαιτέρω μελέτη των κοστών αστοχίας των αιολικών μονάδων, αλλά και γενικότερα κάθε μονάδας ΑΠΕ. Στην παρούσα μελέτη θεωρήθηκε ένας δοσμένος συντελεστής κόστους για την σπατάλη ή την αγορά ενέργειας. Ωστόσο αξίζει να μελετηθούν τόσο ο τρόπος που «δαπανάται» ποσότητα ενέργειας σε περίπτωση υποεκτίμησης, καθώς και οι πηγές τροφοδοσίας σε περίπτωση υπερεκτίμησης. Η μελέτη αυτή οδηγεί και σε θέματα αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας από ΑΠΕ, κομμάτι ιδιαίτερα σημαντικό για την μελλοντική ανάπτυξη τους.

Στα πλαίσια της μελέτης αυτής της εργασίας μπορούν να υπάρξουν βελτιώσεις, λαμβάνοντας υπόψη περισσότερους περιορισμούς του δικτύου. Στην παρούσα επίλυση έγιναν αρκετές συμβάσεις σχετικά με το δίκτυο εφαρμογής του αλγορίθμου. Αμελήθηκαν οι απώλειες, καθώς και επιπλέον κόστη όπως το κόστος εκκίνησης και σβέσης των σταθμών παραγωγής. Θα είχε λοιπόν, σημασία η μελέτη των επιπτώσεων και αυτών των παραμέτρων στον αλγόριθμο.

Βιβλιογραφία

- [1] Βουρνάς Κ., Κονταξής Γ. (2010). *Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας*
- [2] Rae.gr (2017). *ΡΥΘΜΙΣΤΙΚΗ ΑΡΧΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ* [online] Available at: http://www.rae.gr/site/categories_new/consumers/know_about/electricity/production.csp
- [3] Admie.gr (2017). *ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΤΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ* [online] Available at: <http://www.admie.gr/to-systima-metaforas/dedomena-stoicheia-systimatos/perigrifi-systimatos-metaforas/>
- [4] Deddie.gr. (2017). *ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΤΗΣ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ* [online] Available at: <https://www.deddie.gr/el/to-diktuo-ilektrismou/vasika-megethi-tou-diktuou-ilektrismou>
- [5] Υπεκα.gr. *ΕΠΙΣΗΜΗΦΗΜΕΡΙΔΑΤΗΣΕΥΡΩΠΑΪΚΗΣΕΝΩΣΗΣ.ΟΔΗΓΙΑ 2009/28/ΕΚ ΤΟΥ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΟΙΝΟΒΟΥΛΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ ΤΗΣ 23^{ης} ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2009* . Available at: <http://www.ypeka.gr/LinkClick.aspx?fileticket=flZekDiD%2Brg%3D&tabid=446&language=el-GR>
- [6] Web.tee.gr. (2017) *ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΠΙΜΕΛΗΤΗΡΙΟ ΕΛΛΑΔΑΣ*. Available at: http://portal.tee.gr/portal/page/portal/teetkm/DRASTHRIOTHTES/OMADES_ERGASIAS_2010-12/OI_PROOPTIKES_TWN_APE_STHN_ELLADA/59-73.pdf
- [7] Kundur P. (1994). *Power System Stability and Control*
- [8] Ilsr.org (2011). *INSTITUTE FOR LOCAL SELF-RELIANCE: The challenge of Reconciling a Centralized v. Decentralized Electricity System*. Available at: <https://ilsr.org/challenge-reconciling-centralized-v-decentralized-electricity-system/>
- [9] El-Khattan W. (2004). *Electric Power System Research*
- [10] U.S. Department of Commerce (2010). *NIST Special Publication 1108 NIST Framework and Roadmap for Smart Grid Interoperability Standards, Release 1.0*
- [11] X. Li and I. Lille. (2012). *Securing Smart Grid : Cyber Attacks ,Countermeasures , and Challenges, no. August, pp. 38–45*
- [12] Naonworks.com (2014). *NAONWORKS. Smart Grid*. Available at: http://www.naonworks.com/old/inc_html/sub2_3.html

- [13] CEN CENELE ETSI (2011). *Final Report Standards of Smart Grids*. Available at: <ftp://ftp.cen.eu/CEN/Sectors/List/Energy/SmartGrids/SmartGridFinalReport.pdf>
- [14] Παπαδίας Β., Κονταξής Γ. (2003). *ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ*
- [15] Γεωργιλιάκης Π. (2015). *Σύγχρονα Συστήματα Μεταφοράς και Διανομής Ηλεκτρικής Ενέργειας*
- [16] Grainger J., Stevenson W. (1994). *Power System Analysis*
- [17] Αποστολόπουλος Σ. (2016). *Αποκεντρωμένη Ρύθμιση Τάσης σε Δίκτυα Διανομής*. Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, ΗΜΜΥ.
- [18] R. Mudumbai , S. Dasgupta and B. B. Cho. (2011). *Distributed control for optimal economic dispatch of power generators: The heterogenous case*. 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, FL, 2011, pp. 7123-7128.
- [19] Παπαδόπουλος Μ. (1997). *ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΕΣ ΠΗΓΕΣ*
- [20] Heltzer J. , Yu D.C., Bhattarai K. (2008). *An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power*. IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, VOL.23, NO.2, JUNE 2008
- [21] Ορφανός Γ. (2013). *Συμβολή στο Σχεδιασμό Επέκτασης και στην Κατανομή του Κόστους Συστημάτων Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας*. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, ΗΜΜΥ.
- [22] Available at: <http://kpe-kastor.kas.sch.gr/energy1/alternative/generator.htm>
- [23] Xian Liu ,Wilsun Xu. (2010). *Minimum Emission Dispatch Constrained by Stochastic Wind Power Availability and Cost*. IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL.25, NO.3, AUGUST 2008
- [24] Boyd St. , Vandenberghe L. (2009). *Convex Optimization*
- [25] Sandhu A. , Saini O. , Shalini (2015). *Steepest Descent Method for Economic Load Dispatch Using Matlab*. Journal of Engineering Computers & Applied Sciences (JECAS), VOL.4, NO.6 June 2015
- [26] Ferber, J. (1999). *Multi-agent systems*. Harlow [etc.]: Addison-Wesley.
- [27] Καγιάλη Ολγ. (2016). *Ανάπτυξη Κατανεμημένων Αλγορίθμων για Κατανεμημένη Οικονομική Κατανομή Φορτίου*. Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, ΗΜΜΥ.

- [28] Wen F. , David A. (2001). *Optimal bidding strategies for competitive generators and large consumers*. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,23(1), pp.37-43.
- [29] Indulkar C.S. , Ramalingam K. (2008). *Monte Carlo analysis applied to economic power dispatch*. XXXII National Systems Conference, NSC