



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑΣ

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ
ΦΩΤΟΤΡΙΓΩΝΙΣΜΟΥ ΜΕ ΑΥΤΟΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ
ΣΕ ΕΙΚΟΝΕΣ ΑΓΝΩΣΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κακογιάννου Μαρία

Αθήνα, Οκτώβριος 2017

Ευχαριστίες

Για αρχή θα ήθελα ειλικρινά να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γ. Καρρά για τη βοήθεια, καθοδήγηση, την υποστήριξη και τον χρόνο που διέθεσε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας αλλά και τα δύο τελευταία χρόνια στη Σχολή.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ακόμα τον μεταπτυχιακό φοιτητή Βασίλη Τσιρώνη για τις χρήσιμες συμβουλές του και την πολύτιμη βοήθειά του που με μεγάλη προθυμία προσέφερε, την Κατερίνα Αδάμ και Χρήστο Στεντούμη, υποψήφιους διδάκτορες της ΣΑΤΜ/ΕΜΠ, για τις γόνιμες συζητήσεις και συμβουλές τους.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω τον κ. Ανδρέα Γεωργόπουλο, καθηγητή ΣΑΤΜ/ΕΜΠ, και τους κ. Λάζαρο Γραμματικόπουλο, επίκουρο καθηγητή ΤΕΙ Αθήνας, και κ. Ηλία Καλησπεράκη για τα σετ εικόνων που μου διέθεσαν.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αμέριστη στήριξή της και αγάπη όλα αυτά τα χρόνια, καθώς και τα άτομα που βρίσκονταν κοντά μου για την αστείρευτη υπομονή τους.

Περίληψη

Με υπόβαθρο και την ταχέως αναπτυσσόμενη έρευνα στο πεδίο της Όρασης Υπολογιστών, στο πεδίο της Ψηφιακής Φωτογραμμετρίας γίνεται προσπάθεια για την πλήρη αυτοματοποίηση όλο και περισσότερων φωτογραμμετρικών διαδικασιών. Η ιδέα εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας εντάσσεται στο πλαίσιο αξιοποίησης αλγορίθμων, υπολογιστικών τεχνικών και εννοιών που βοηθούν στην ταχύτερη και ευκολότερη υλοποίηση των αυτοματισμών. Η παρούσα εργασία αφορά τον προγραμματισμό και αξιολόγηση μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού σε μπλοκ εικόνων άγνωστης διάταξης με τη μέθοδο της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση (self-calibrating bundle block adjustment of unordered images). Πιο συγκεκριμένα, με μόνα δεδομένα ένα μπλοκ επικαλυπτόμενων εικόνων ζητείται να υπολογιστούν οι παράμετροι προσανατολισμού των εικόνων σε αυθαίρετο σύστημα, μαζί με τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της (κοινής, κατ' αρχήν) μηχανής, καθώς και οι συντεταγμένες των σημείων σύνδεσης στο σύστημα αυτό. Για να υλοποιηθεί επιτυχώς η προαναφερθείσα διαδικασία πραγματοποιείται αρχικά ο πλήρης εντοπισμός ομόλογων χαρακτηριστικών σημείων σε όλες τις εικόνες ανά δυο με τον αλγόριθμο SIFT (Scale Invariant Feature Transform). Στην συνέχεια, ελέγχονται όλες οι εικόνες ώστε να διαπιστωθεί ποιες συνδέονται ανά δυο με αποδεκτό επιπολικό πίνακα. Οι μη έγκυρες ομολογίες απορρίπτονται από τον αλγόριθμο εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων LMS (Least Median of Squares) που συνδυάζεται με τον επιπολικό πίνακα, από τον οποίο εξάγει κανείς κατόπιν προσεγγιστικές τιμές για την σταθερά της μηχανής. Με τη χρήση γραμμικών αλγορίθμων (δεσμευμένος επιπολικός πίνακας) προκύπτουν προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους των ζευγών, που χρειάζονται για την γενική επίλυση της δέσμης, και κατ' αρχάς συνορθώνονται με τη συνθήκη συνεπιπέδτητας. Τέλος, αναζητούνται και μεταφέρονται όλα τα χαρακτηριστικά σημεία που έχουν εντοπιστεί σε όλες τις εικόνες και κατόπιν οι αρχικές προσεγγίσεις των άγνωστων παραμέτρων εκφράζονται σε ενιαίο σύστημα. Οι κώδικες συντάχθηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab, και συνδυάστηκαν με κώδικες που διατίθενται ελεύθερα στο Διαδίκτυο. Η εφαρμογή έγινε σε διαφορετικά μπλοκ εικόνων, ενώ τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με εκείνα από σύγχρονα λογισμικά, και αξιολογήθηκαν.

School of Rural and Surveying Engineering
National Technical University of Athens, Greece

**Development and Evaluation of Automatic Self-Calibrating Bundle Block
Adjustment of Unordered Image Sequences**

Maria Kakogiannou

Diploma Thesis

October 2017

Abstract

Based mainly on the groundbreaking research in the field of Computer Vision, serious efforts have been reported in the field of Digital Photogrammetry towards the full automation of several fundamental photogrammetric processes. In this framework, main idea of this Diploma Thesis is to attempt the development of an approach by utilizing algorithms, computational techniques and concepts which make faster and easier implementations feasible. In particular, main subject of this Thesis is the development and evaluation of fully automatic self-calibrating bundle adjustment for sets of unordered images. Based on sets of adequately overlapping images, the implemented algorithm is capable of automatically estimating (in some arbitrary system) the orientation parameter values for all images, their camera parameters and the coordinates of 3D reconstructed model points. In order to achieve this goal, corresponding interest points are initially detected on every image pair with the SIFT point operator. All images are tested pairwise to establish acceptable Fundamental Matrices. Non-valid correspondences are rejected by the LMS (Least Median of Squares) algorithm in combination with the Fundamental Matrix, from which a camera focal length value is linearly approximated. The program proceeds to a per image pair calculation of approximate orientation and model coordinate values,

required for the final multi-image bundle adjustment. This is achieved first by using linear algorithms (decomposition of the Essential Matrix) and subsequently by using the coplanarity condition. All points common to pairs are then transferred to all images involved. Finally, the initial approximations for all unknown parameters are expressed in a common system. The process concludes with the final bundle adjustment of all images. The described procedures have been programmed in the Matlab environment; of course, codes available on the Internet have also been incorporated. The implemented algorithm has been applied to actual image sequences of various objects and evaluated against results from commercial software. Taking obviously into account certain inherent limitations of the algorithm implemented in this Thesis, its performance may be regarded as quite satisfactory.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες	i
Περίληψη	iii
Abstract.....	v
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Γενικό πλαίσιο και αντικείμενο της εργασίας.....	1
1.2 Αντικείμενο και Στόχος της Διπλωματικής Εργασίας.....	4
1.3 Δομή της Εργασίας.....	6
2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	9
2.1 Συστήματα Αναφοράς.....	9
2.1.1 Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων	9
2.1.2 Το σύστημα της εικόνας	10
2.1.3 Το σύστημα του χώρου.....	12
2.2 Εσωτερικός Προσανατολισμός.....	13
2.3 Συνθήκη Συγγραμμικότητας.....	14
2.4 Πίνακας Στροφής και εξαγωγή γωνιών στροφής.....	16
2.5 Σχετικός Προσανατολισμός.....	18
2.6 Συνθήκη Συνεπιπεδότητας	19
3 ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΑΥΤΙΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΟΣ	23
3.1 Συνταύτιση Χαρακτηριστικών	25
3.2 Ο Αλγόριθμος SIFT	26
3.2.1 Ανίχνευση ακροτάτων σε διαφορετικές κλίμακες.....	26
3.2.2 Ακριβής εντοπισμός σημείων ενδιαφέροντος.....	29

3.2.3	Υπολογισμός προσανατολισμού και κλίμακας των σημείων	31
3.2.4	Δημιουργία περιγραφικών χαρακτηριστικών.....	32
3.2.5	Εύρεση Ομολογιών	34
4	ΕΠΙΠΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ c	35
4.1	Επιπολική Γεωμετρία	36
4.2	Υπολογισμός των πόλων και των επιπολικών γραμμών.....	38
4.3	Επιπολικός Πίνακας (Fundamental Matrix)	40
4.3.1	Ιδιότητες του επιπολικού πίνακα.....	42
4.4	Εντοπισμός Χονδροειδών Σφαλμάτων	44
4.5	Γραμμικοί Αλγόριθμοι Υπολογισμού του c	45
5	ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΖΕΥΓΟΥΣ	47
5.1	Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας	48
5.1.1	Υπολογισμός του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα	49
5.1.2	Εξαγωγή των Στοιχείων του Σχετικού Προσανατολισμού από τον Επιπολικό Πίνακα.....	50
5.2	Επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας.....	51
5.3	Εμπροσθοτομία.....	54
5.4	Επίλυση με Συνόρθωση της Δέσμης.....	55
6	ΠΟΛΥΕΙΚΟΝΙΚΗ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΔΕΣΜΗΣ ΜΕ ΑΥΤΟΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ	57
6.1	Αντιστοίχιση και Κωδικοποίηση Σημείων	58
6.2	Μεταφορά Προσανατολισμών και 3D Σημείων σε Κοινό Σύστημα.....	61
6.3	Μαθηματικό Μοντέλο Συνόρθωσης Δέσμης για N Εικόνες	65
6.4	Συνόρθωση Δέσμης Εικόνων Τυχαίας Διάταξης	69
6.4.1	Αλγόριθμος προσδιορισμού έγκυρου συστήματος αλυσίδων.....	71

7	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ	75
7.1	Ομάδα Εικόνων «Σιντριβάνι».....	76
7.2	Ομάδα Εικόνων «EBe»	87
7.3	Ομάδα Εικόνων «ΤΕΙ».....	94
7.4	Σχολιασμός Αποτελεσμάτων	101
8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	103
8.1	Σχόλια και παρατηρήσεις	103
8.2	Δυνατότητα Επέκτασης του Αλγορίθμου	105
	Βιβλιογραφία.....	109

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικό πλαίσιο και αντικείμενο της εργασίας

Η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας, ειδικά από την δεκαετία του 1980, οδήγησε στη μετάβαση από την αναλυτική φωτογραμμετρία στη ψηφιακή πλέον φάση της. Η εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών από την προαναφερθείσα χρονολογία και έπειτα, διευκόλυνε την επίλυση σύνθετων και συνεπώς απαιτητικών σε χρόνο αλγορίθμων. Επιπλέον, η παράλληλη εξέλιξη των ψηφιακών μηχανών και τεχνικών άλλαξε άρδην το μέχρι τότε σκηνικό, αφού έδωσε τη δυνατότητα για άμεση πρόσβαση στην απόκτηση των ψηφιακών εικόνων, και έτσι η Φωτογραμμετρία ήρθε σταδιακά όλο και πιο κοντά σε άλλα συναφή πεδία, όπως εκείνο της Όρασης Υπολογιστών.

Η εξέλιξη λοιπόν των ψηφιακών (μη μετρητικών μηχανών) οδήγησε στην ευρεία χρήση τους σε προβλήματα και επίγειων εφαρμογών, με αποτέλεσμα να αναπτύσσονται μέθοδοι και τεχνικές σε ένα ολοένα και περισσότερο αναπτυσσόμενο πεδίο τέτοιων εφαρμογών που αφορούν παράλληλα το πεδίο της Όρασης Υπολογιστών και την ρομποτική. Σημαντικά παραδείγματα εφαρμογής αυτοματισμών αποτέλεσαν πχ. η αυτόματη δημιουργία ψηφιακών μοντέλων αναγλύφου και η αυτοματοποίηση της διαδικασίας του αεροτριγωνισμού. Αυτές οι προσπάθειες αυτοματοποίησης, αλλά και εκείνες πολλών άλλων φωτογραμμετρικών διαδικασιών, υπέβαλαν παράλληλα σε επανεξέταση ορισμένες συμβατικά θεμελιωμένες έννοιες της “κλασικής Φωτογραμμετρίας”.

Η συνόρθωση δέσμης, δηλαδή η αλληλοσυσχέτιση στον χώρο πολλών βαθμονομημένων ή μη εικόνων είναι βέβαια εν προκειμένω πολύ βασικό θέμα. Ας αναφερθεί ότι η μέθοδος αυτή διατυπώθηκε την δεκαετία του '50 και έδωσε τη δυνατότητα για ανάπτυξη πολλών αλγορίθμων επίλυσης του αεροτριγωνισμού αλλά και εμπορικών λογισμικών. Πρόκειται για την πιο γενική μέθοδο πολυεικονικής συνόρθωσης, αφού αντιμετωπίζει και διαχειρίζεται αποτελεσματικότερα από τις υπόλοιπες μεθόδους τη γεωμετρία που προκύπτει από πολλές εικόνες.

Η δυνατότητα που παρέχει η μέθοδος της δέσμης για επίλυση αεροτριγωνισμού χωρίς να είναι *a priori* γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής, σε συνδυασμό με την ευρεία χρήση μη μετρητικών μηχανών όπως προαναφέρθηκε, καθιστά τη χρήση της ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα στις επίγειες εφαρμογές αλλά και σε εφαρμογές σήμερα με πλατφόρμες UAV. Ένας ακόμη λόγος είναι ότι σε εφαρμογές σχετικά μικρών αποστάσεων υπάρχει ποικιλία στη γεωμετρία των λήψεων (έντονες κλίσεις, διαφορές κλίμακας μεταξύ των εικόνων, χρήση διαφορετικών φακών και εστιάσεων). Επιπλέον, καθώς οι επίγειες εφαρμογές αφορούν κατά κανόνα τον δομημένο χώρο, η γνώση γεωμετρικών στοιχείων του επιτρέπει κάλλιστα να ενισχυθεί το μοντέλο με δεσμεύσεις, γεγονός που καθιστά την επίλυσή του συνθετότερη μεν αλλά και πιο εύρωστη (Καλησπεράκης & Τζάκος, 2001).

Τα προαναφερθέντα γέννησαν την ανάγκη για αντιμετώπιση κάποιων επιπλέον προβλημάτων ώστε να αυτοματοποιηθεί πλήρως η διαδικασία του φωτοτριγωνισμού επιγείων λήψεων - και γενικά λήψεων "μη συμβατικής" γεωμετρίας - με τη μέθοδο της δέσμης. Το πρώτο βήμα για την ολοκλήρωση του παραπάνω εγχειρήματος είναι η ψηφιακή συνταύτιση εικόνας (Image Matching), δηλαδή εν προκειμένω η ανάπτυξη μεθόδων για τον αυτόματο εντοπισμό ομόλογων σημείων σε δύο ή περισσότερες εικόνες. Αν και για τον άνθρωπο αυτό αποτελεί μια κατ' αρχήν απλή, αν και χρονοβόρα, διαδικασία, δεν ισχύει το ίδιο και στην περίπτωση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Οι αποκρύψεις και οι γεωμετρικές παραμορφώσεις μεταξύ των εικόνων καθιστούν τη συνταύτιση ένα ιδιαίτερα απαιτη-

τικό πρόβλημα. Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι συνταύτισης με ποικίλες δυνατότητες, τα αποτελέσματα των οποίων εξαρτώνται από πολλούς παράγοντες. Ας σημειωθεί ότι, γενικά, η διαδικασία συνταύτισης αξιοποιεί σε μεγάλο βαθμό, με τον ένα ή τον άλλο τρόπο, την επιπολική γεωμετρία του στερεοζεύγους.

Στην διπλωματική αυτή εργασία για την εύρεση ομόλογων σημείων εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος SIFT: Scale Invariant Feature Transform (<http://www.vlfeat.org/>, 2008). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος συνταύτισης εντοπίζει σημεία ενδιαφέροντος και εν συνεχεία τα αντιστοιχίζει μέσω ενός διανύσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών (descriptor) που αποδίδει σε κάθε σημείο. Χαρακτηριστικό πάντως για το ενδιαφέρον που υπάρχει για εύρωστους σημειακούς τελεστές είναι το ότι ο SIFT έχει ήδη επεκταθεί με την εμφάνιση αφινικής εκδοχής του (Morel & Yu, 2009) όσο και σφαιρικής (για ψηφιακά πανοράματα) αλλά ακόμα και παραβολικής (Hansen, Corke, Boles, 2010). Όμως οι ομολογίες σε στερεοζεύγη από σημειακούς τελεστές ενδέχεται να έχουν μεγάλο αριθμό χονδροειδών σφαλμάτων (outliers), γεγονός που κατά πάσα πιθανότητα δεν θα επιτρέψει την σύγκλιση της γενικής συνόρθωσης δέσμης (Μπούρου, 2015).

Προκειμένου λοιπόν να απομακρυνθούν αυτές οι άστοχες ομολογίες εφαρμόζεται εδώ η μέθοδος LMS (Least Median of Squares) στο μοντέλο της επιπολικής γεωμετρίας, δηλαδή στον υπολογισμό του επιπολικού πίνακα (Fundamental Matrix). Ο επιπολικός πίνακας περιγράφει την προβολική σχέση που υπάρχει μεταξύ δύο 2D επιπολικών δεσμών χωρίς να απαιτείται να έχουν οριστεί οι αντίστοιχες 3D δέσμες ακτίνων. Στην περίπτωση όπου η μηχανή είναι βαθμονομημένη (ή η γεωμετρία της είναι δυνατόν να εκτιμηθεί), μπορεί αντί αυτού να υπολογιστεί ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας (Essential Matrix).

Σε αυτό το σημείο τίθεται το θέμα των μη βαθμονομημένων μηχανών. Για πλήρη βαθμονόμησή τους απαιτείται ο υπολογισμός των επιπολικών πινάκων μεταξύ τουλάχιστον τριών επικαλυπτόμενων λήψεων. Συνέπεια του παραπάνω είναι ότι δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί *πλήρης αυτοβαθμονόμηση* σε στερεοζεύγος. Στην τελευταία περίπτωση υπολογίζεται η σταθερά της μηχανής c βάσει παραδοχών για τα υπόλοιπα στοιχεία του εσωτε-

ρικού προσανατολισμού (θέση πρωτεύοντος σημείου και συντελεστές ακτινικής διαστρόφης). Για τον προσδιορισμό της σταθεράς της μηχανής από τον επιπολικό πίνακα έχουν αναπτυχθεί διάφοροι *γραμμικοί* αλγόριθμοι, όπως εκείνοι των Newsam et al. (1996), Bougnoux (1998), Sturm (2001) και Sturm et al. (2005). Εφόσον πρόκειται για λύση γραμμικών αλγορίθμων, οι τιμές που αυτοί δίνουν μπορούν να εισαχθούν ως αξιόπιστες αρχικές τιμές σε αυτόματους μη γραμμικούς αλγορίθμους (μέθοδος της δέσμης).

1.2 Αντικείμενο και Στόχος της Διπλωματικής Εργασίας

Αυτή η περιγραφή ορίζει το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής, που είναι ακριβώς η ανάπτυξη, ο προγραμματισμός και η αξιολόγηση μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού σε μπλοκ εικόνων, οι οποίες βρίσκονται σε άγνωστη διάταξη, με τη μέθοδο της δέσμης και ταυτόχρονη αυτοβαθμονόμηση. Ο παραπάνω στόχος επιτεύχθη με τη μελέτη και υλοποίηση των παραπάνω στοιχείων τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πειραματικό επίπεδο. Δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος, ο οποίος λαμβάνει σαν δεδομένα εισόδου εικόνες από την ίδια μηχανή, οι οποίες δεν βρίσκονται σε γνωστή σειρά η μια προς την άλλη. Επομένως, ο αλγόριθμος αναζητεί αρχικά το ποιες εικόνες επικαλύπτονται επαρκώς με ποιες. Τελικά, και πολύ συνοπτικά, στόχος της εργασίας ήταν να προγραμματίσει τα εξής βασικά βήματα (και κατόπιν να αξιολογήσει τα αποτελέσματα):

1. Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων σε όλα τα ζεύγη εικόνων και αντιστοίχισή τους με τον συντελεστή SIFT, με προϊόν αρχικές ομολογίες σημείων σε όλα τα πιθανά ζεύγη (δηλαδή εφαρμόστηκε σε όλες τις εικόνες ανά δύο).
2. Υπολογισμός – σε όσα ζεύγη εικόνων αυτό είναι δυνατόν – του επιπολικού πίνακα F με αξιοποίηση του αλγορίθμου Least Median of Squares, με αποτέλεσμα ομολογίες σημείων ανά ζεύγη απαλλαγμένες, κατά το δυνατόν, από χονδροειδή σφάλματα.
3. Εξαγωγή από τον F εκτίμησης για την κοινή σταθερά c της μηχανής για κάθε ζεύγος (το πρωτεύον σημείο θεωρείται στο κέντρο της εικόνας).

4. Υπολογίζεται ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας E βάσει της μεσαίας τιμής των εκτιμήσεων για το c από όλα τα ζεύγη.
5. Υπολογισμός από τον E προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό κάθε ζεύγους.
6. Επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας ανά ζεύγος με τις προσεγγιστικές τιμές που προέκυψαν από το βήμα 5.
7. Εμπροσθοτομίες στα ζεύγη με στόχο την απόκτηση προσεγγιστικών τιμών των συντεταγμένων του χώρου.
8. Αναγνώριση, βάσει των εικονοσυντεταγμένων τους, όλων των σημείων που είναι κοινά σε περισσότερες από δύο εικόνες. Αποτέλεσμα είναι η γνώση όλων των ομολογιών σε όλες τις εικόνες.
9. Από τις συντεταγμένες μοντέλου όλων των σημείων που είναι κοινά σε διαδοχικά ζεύγη υπολογίζεται η διαφορά κλίμακας μεταξύ διαδοχικών μοντέλων. Αποτέλεσμα είναι η αποκατάσταση ενιαίας κλίμακας (εκείνης του κύριου μοντέλου) σε όλα τα μοντέλα.
10. Δεδομένης της ενιαίας κλίμακας, από τους σχετικούς προσανατολισμούς των διαδοχικών μοντέλων μπορούν πλέον να εκφραστούν οι προσεγγιστικές τιμές για τους προσανατολισμούς όλων των εικόνων και για τις 3D συντεταγμένες όλων των σημείων σύνδεσης στο σύστημα της εικόνας αναφοράς.
11. Εύρεση έγκυρου συστήματος *αλυσίδων εικόνων*, δηλαδή εικόνων που συνδέονται με αποδεκτό επιπολικό πίνακα, ώστε να συνδεθούν κατά το δυνατό όλες οι εικόνες μεταξύ τους σε ενιαίο σύστημα.
12. Τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας.
13. Αξιολόγηση αποτελεσμάτων έναντι επιλύσεων από άλλα λογισμικά. Η αξιολόγηση πραγματοποιείται κυρίως μέσω 3D μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ σημειοσυνόλων που προκύπτουν από τις διαφορετικές επιλύσεις.

Η παρούσα εργασία επεκτείνει προηγούμενη εργασία (Μπούρου, 2015), η οποία αντιμετώπισε το πρόβλημα της πλήρως αυτόματης συνόρθωσης δέσμης για *λωρίδες εικόνων δεδομένης* διαδοχής. Εδώ η αντιμετώπιση γενικεύεται, αφού αποσκοπεί στον αυτόματο χειρισμό *μπλοκ εικόνων άγνωστης* διαδοχής.

1.3 Δομή της Εργασίας

Η εργασία έχει την εξής διάρθρωση. Στο **Κεφάλαιο 2** αναφέρονται συνοπτικά βασικά στοιχεία της φωτογραμμετρικής θεωρίας, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ως θεωρητικό υπόβαθρο για τη συγγραφή των επόμενων κεφαλαίων (πχ. χρησιμοποιούμενα συστήματα αναφοράς, μέθοδοι επίλυσης του σχετικού προσανατολισμού, εσωτερικός προσανατολισμός κ.λπ.). Στο **Κεφάλαιο 3** περιγράφεται και επεξηγείται συνοπτικά πώς ο αλγόριθμος SIFT εντοπίζει, αντιστοιχίζει και εξάγει σημεία ενδιαφέροντος βάσει του διανύσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών που αποδίδεται σε κάθε σημείο. Το **Κεφάλαιο 4** αναλύει τη διαδικασία ελέγχου των ομολογιών με τη χρήση 2D επιπολικής γεωμετρίας, όπως επίσης και τον προσδιορισμό προσεγγιστικών τιμών για την σταθερά c της μηχανής. Έτσι αναπτύσσονται συνοπτικά οι έννοιες του επιπολικού πίνακα F και οι ιδιότητές του, ενώ αναφέρεται και η επίλυσή του με διαφορετικούς αλγορίθμους ώστε να προκύψουν οι προσεγγιστικές τιμές του c μέσω της επίλυσης των γραμμικών αλγορίθμων. Στο **Κεφάλαιο 5** παρατίθενται οι τρόποι με τους οποίους προσδιορίζονται οι προσεγγιστικές τιμές των άγνωστων στοιχείων που τελικά θα υπολογιστούν μέσω της μεθόδου της δέσμης για κάθε ζεύγος εικόνων. Έτσι εξηγείται ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας E και η μέθοδος επίλυσής του που χρησιμοποιήθηκε (SVD) για να βρεθούν οι προσεγγιστικές τιμές του σχετικού προσανατολισμού, και ακολουθούν οι μη γραμμικοί αλγόριθμοι της συνθήκης συνεπιπεδότητας και η μέθοδος της δέσμης. Οι τελευταίοι χρησιμοποίησαν τις προσεγγιστικές τιμές που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο SVD για την επίλυσή τους. Στο **Κεφάλαιο 6** αναπτύσσονται όλα τα βήματα της διαδικασίας συνόρθωσης δέσμης: αντιστοίχιση και κωδικοποίηση σημείων, μεταφορά προσανατολισμών και 3D σημείων σε κοινό σύστημα, μαθηματικό μοντέλο πολυεικονικής συνόρθωσης δέσμης και, τέλος, συνόρθωση δέσμης

εικόνων άγνωστης διάταξης και κυρίως αλγόριθμος για τον προσδιορισμό έγκυρου συστήματος “αλυσίδων” εικόνων. Το **Κεφάλαιο 7** παρουσιάζει, αναλύει και αξιολογεί τα πειραματικά αποτελέσματα από εφαρμογές του αλγορίθμου, ενώ η εργασία ολοκληρώνεται με τα συμπεράσματα (**Κεφάλαιο 8**) και τη χρησιμοποιηθείσα βιβλιογραφία.

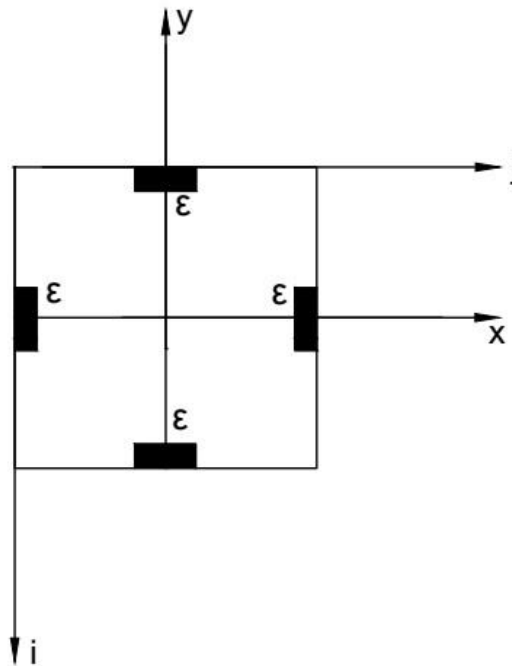
2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

2.1 Συστήματα Αναφοράς

Παρακάτω περιγράφονται για λόγους πληρότητας τα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται στη Φωτογραμμετρία.

2.1.1 Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων

Πρόκειται για ένα 2D δεξιόστροφο σύστημα xy , το οποίο ορίζεται στο επίπεδο της εικόνας με αρχή το κέντρο της M . Στις αναλογικές μετρικές μηχανές το κέντρο οριζόταν στην εικόνα μέσω των “εικονοσημάτων”, στην περίπτωση κοινών φωτογραφικών μηχανών οι δύο άξονες οριζόνταν από άκρα των εικόνων, ενώ στις ψηφιακές μηχανές το κέντρο ορίζεται πλέον άμεσα από τις διαστάσεις του πίνακα της εικόνας. Οι μετρήσεις μπορούν να εκφράζονται σε mm ή pixel, και εφόσον πραγματοποιούνται σε διαφορετικό σύστημα (δηλαδή με διαφορετική αρχή, προσανατολισμό ή κλίμακα), τότε πρέπει να ανάγονται στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων.



Σχήμα 2-1: Σύστημα αναλογικής και ψηφιακής εικόνας

2.1.2 Το σύστημα της εικόνας

Το σύστημα των εικονοσυντεταγμένων είναι στην ουσία ο ενδιαμέσος τρόπος για να οριστεί το σύστημα της εικόνας, στο οποίο αναφέρεται τελικά η κεντρική προβολή. Το σύστημα της εικόνας είναι ένα 3D δεξιόστροφο σύστημα xyz με αρχή το κέντρο προβολής O , δηλαδή το σημείο λήψης. Ο άξονας z είναι κάθετος στο επίπεδο της εικόνας, ενώ οι άξονας x, y είναι παράλληλοι στους αντίστοιχους άξονες του συστήματος εικονοσυντεταγμένων, οι οποίοι υλοποιούνται στο επίπεδο της εικόνας. Έτσι, ως προς το σύστημα εικονοσυντεταγμένων το σύστημα της εικόνας έχει μετάθεση στη διεύθυνση z κατά c (δηλαδή τη σταθερά της μηχανής) και στις διευθύνσεις x, y μεταθέσεις κατά x_0, y_0 , (οι εικονοσυντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου), αντίστοιχα. Δηλαδή:

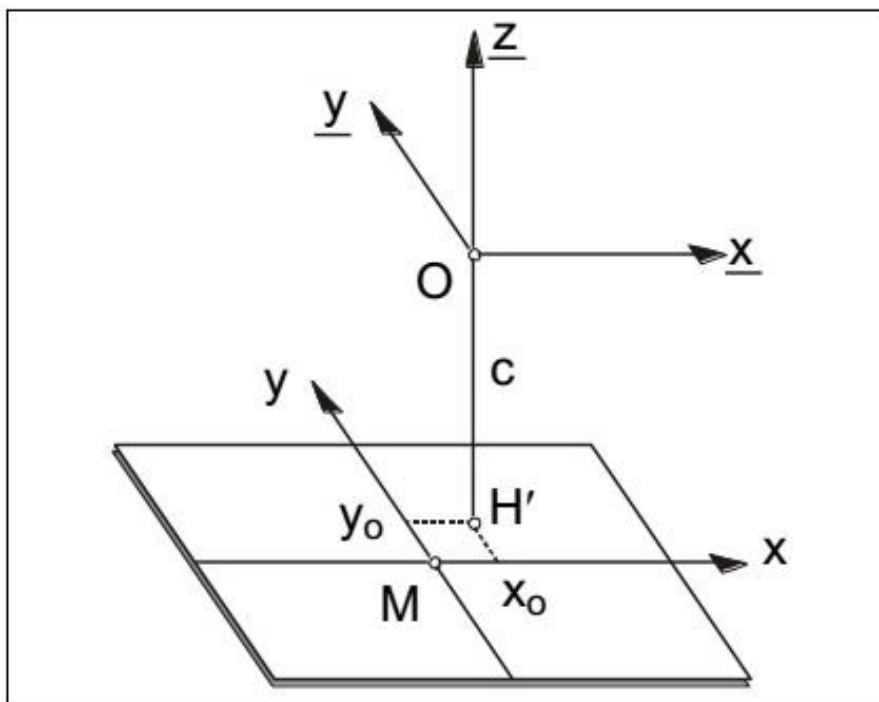
$$\underline{x} = x - x_0 \quad (2-1 \text{ a-c})$$

$$\underline{y} = y - y_0$$

$$z = -c$$

ή

$$\begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{y} \\ \underline{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ c \end{pmatrix}$$



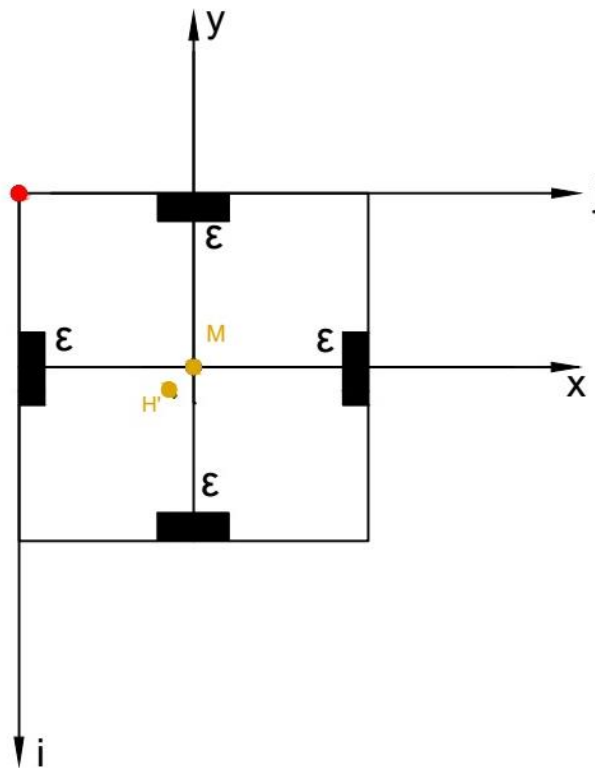
Σχήμα 2-2 Το σύστημα εικονοσυντεταγμένων και το σύστημα της εικόνας (Πέτσα, 2000).

Οι μετρήσεις των εικονοσημείων λαμβάνονται, κατά κανόνα, σε μονάδες pixel για στο αριστερόστροφο σύστημα της ψηφιακής εικόνας (Σχήμα 2-3). Εάν i_M, j_M είναι οι εικονοσυντεταγμένες του κέντρου της εικόνας μετρημένες σε pixel, οι εκάστοτε συντεταγμένες των εικονοσημείων στο δεξιόστροφο σύστημα θα είναι:

$$x = j - j_M \quad y = -(i - i_M) \quad (2-2)$$

ενώ εάν i_o, j_o είναι οι συντεταγμένες σε pixel του πρωτεύοντος σημείου της εικόνας, οι συντεταγμένες εικονοσημείων σε pixel είναι:

$$\underline{x} = j - j_o \quad \underline{y} = -(i - i_o) \quad (2-3)$$



Σχήμα 2-3 Το σύστημα της ψηφιακής εικόνας και το σύστημα εικονοσυντεταγμένων.

2.1.3 Το σύστημα του χώρου

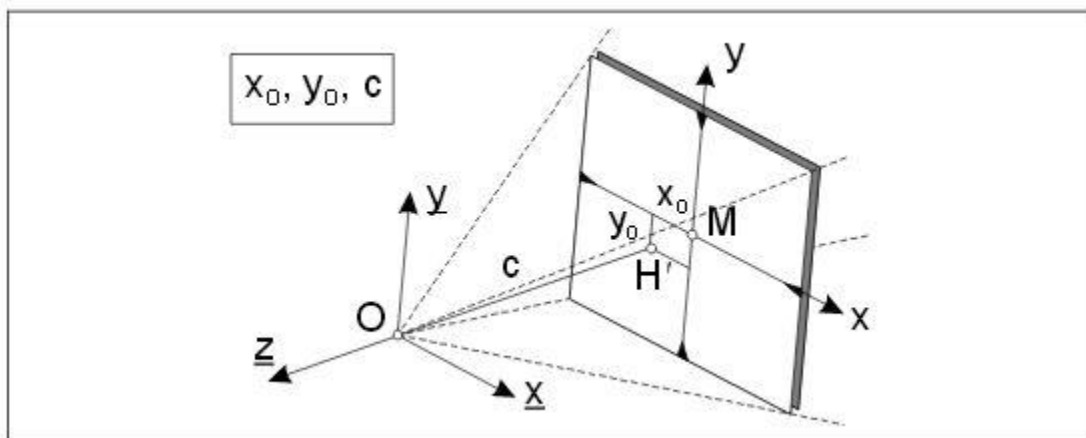
Πρόκειται για ένα δεξιόστροφο τρισσορθογώνιο σύστημα XYZ το οποίο μπορεί είτε να σχετίζεται με το κρατικό σύστημα είτε να είναι τοπικό ή και αυθαίρετο. Στις περιπτώσεις

των αεροφωτογραφιών ο άξονας Z είναι κατά κανόνα κατακόρυφος, ενώ στις περιπτώσεις επιγείων λήψεων είναι βολικότερο να χρησιμοποιείται σύστημα στραμμένο με τον άξονα Z οριζόντιο. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ως σύστημα του χώρου χρησιμοποιείται το αυθαίρετο ως προς κλίμακα, θέση και προσανατολισμό σύστημα μοντέλου, όπως αυτό ορίζεται από τον σχετικό προσανατολισμό των εικόνων.

2.2 Εσωτερικός Προσανατολισμός

Ο εσωτερικός προσανατολισμός της εικόνας αποτελεί τη διαδικασία της μαθηματικής ανάπλασης της γεωμετρίας των φωτεινών ακτίνων, δηλαδή της προβολικής δέσμης ακτίνων όπως αυτή υπήρξε στον χώρο κατά την στιγμή της λήψης. Οι τρεις (προβολικές) παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού είναι:

- Η σταθερά της μηχανής (c) δηλαδή η απόσταση του προβολικού κέντρου O από το επίπεδο εστίασης.
- Οι συντεταγμένες (x_0, y_0) του πρωτεύοντος σημείου H', δηλαδή η θέση της προβολής του προβολικού κέντρου O στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων, δηλαδή στο επίπεδο της φωτοευαίσθητης επιφάνειας.



Σχήμα 2-4 Οι βασικές παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού (Πέτσα,2000).

Τα παραπάνω τρία στοιχεία, που ορίζουν την θέση του κέντρου προβολής στο σύστημα των εικονοσυντεταγμένων, καθορίζουν το μοντέλο εκείνο της Κεντρικής Προβολής που

περιγράφει καλύτερα την εκάστοτε φωτογραφική λήψη. Παρ' όλα αυτά η φυσική διαδικασία της απεικόνισης δεν είναι ίδια με τη γεωμετρία που περιεγράφηκε παραπάνω. Η σημαντικότερη απόκλιση, που γεννά και την ανάγκη να μοντελοποιηθεί η απόκλιση της φυσικής και της τυπικής γεωμετρίας, είναι η συμμετρική ακτινική διαστροφή Δr του φακού, η οποία είναι η αίτια θλάσης των εξερχόμενων ακτίνων από τον φακό. Η ακτινική διαστροφή περιγράφεται με πολυώνυμο των περιπτών δυνάμεων της ακτινικής απόστασης:

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5 \quad (2-4)$$

όπου r είναι η ακτινική απόσταση κάθε σημείου από το πρωτεύον σημείο:

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι, αυστηρά μιλώντας, η ακτινική διαστροφή είναι συμμετρική ως προς "σημείο συμμετρίας" και όχι ως προς το πρωτεύον σημείο, διαφορά που στην πράξη θεωρείται αμελητέα και αγνοείται.

Επιπλέον, ας σημειωθεί ότι ενδέχεται να εισάγονται στο γεωμετρικό μοντέλο και άλλες παράμετροι που επίσης περιγράφουν αποκλίσεις πραγματικών απεικονίσεων από την κεντρική προβολή. Συνηθέστερες είναι οι αφινικές παράμετροι της εικόνας, οι οποίες εκφράζουν άξονες διαφορετικής κλίμακας, καθώς και η έκκεντρη διαστροφή του φακού (Ντούσκος, 2006).

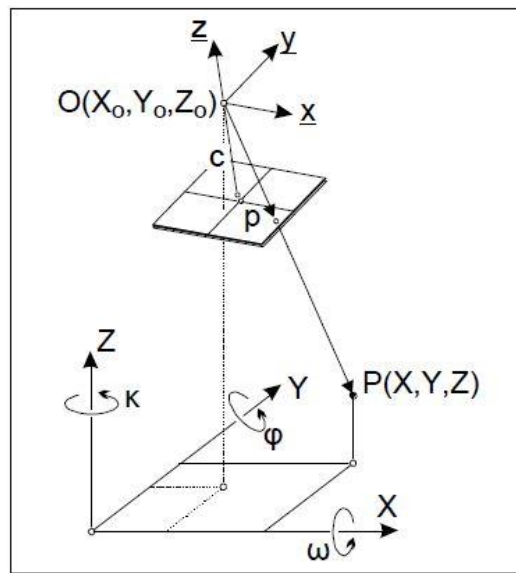
2.3 Συνθήκη Συγγραμμικότητας

Η συνθήκη συγγραμμικότητας είναι η πλέον γνωστή και βασική εξίσωση της φωτογραμμετρίας, η οποία είναι στην πραγματικότητα μια εξίσωση ευθείας στον χώρο. Η συνθήκη αυτή εκφράζει το γεγονός ότι ένα τυχαίο σημείο P , το αντίστοιχο εικονοσημείο p και το σημείο λήψης κείνται επ' ευθείας, περιγράφοντας στην ουσία την κεντρική προβολή. Με

λίγα λόγια, το διάνυσμα που ορίζεται από το κέντρο προβολής και το σημείο P με το εικονοσημείο p πρέπει να είναι συνευθειακά.

Με τη συνθήκη συγγραμμικότητας περιγράφονται οι στροφές και οι μεταθέσεις που πρέπει να υποστεί το ένα σύστημα για να ταυτιστεί με το άλλο, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2-5. Τα δύο 3D συστήματα αναφοράς συνδέονται με 6 βαθμούς ελευθερίας, οι 3 από τους οποίους αναφέρονται στις μεταθέσεις και στις 3 στροφές.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αλλά και στην πλειονότητα των εφαρμογών, οι 6 βαθμοί ελευθερίας του μετασχηματισμού στερεού σώματος εκφράζονται από τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa$ της εικόνας, όπου X_0, Y_0, Z_0 οι συντεταγμένες του σημείου λήψης στον χώρο και ω, φ, κ οι στροφές που έχει η εικόνα στο σύστημα του χώρου.



Σχήμα 2-5 Η συνθήκη συγγραμμικότητας (Πέτσα,2000).

Η σχέση που εκφράζει τη συνθήκη συγγραμμικότητας είναι η:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -c \end{vmatrix} = \frac{1}{k} R \begin{vmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2-5)$$

όπου $\mathbf{R}(\omega\phi\kappa)$ ο πίνακας στροφής της εικόνας.

Ο παράγοντας $\frac{1}{k}$ εκφράζει την σημειακή κλίμακα η οποία ισούται με:

$$\frac{1}{k} = \frac{-c}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

όπου r_{ij} τα στοιχεία του \mathbf{R} .

Αν οι εξισώσεις διαιρεθούν αν δύο, τότε απαλείφεται η σημειακή κλίμακα και η κατάληξη είναι οι γνωστές εξισώσεις συγγραμμικότητας:

$$x - x_o - \Delta x = -c \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} \quad (2-6 a-b)$$

$$y - y_o - \Delta y = -c \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

όπου Δx , Δy οι διορθώσεις των εικονοσυντεταγμένων.

Αυτή η συνθήκη λοιπόν συνδέει τις εικονοσυντεταγμένες x , y κάθε σημείου της εικόνας με τις συντεταγμένες X , Y , Z στον χώρο μέσω των τριών βασικών στοιχείων x_o , y_o , c του εσωτερικού προσανατολισμού και των έξι στοιχείων X_o , Y_o , Z_o , ω , ϕ , κ του εξωτερικού προσανατολισμού της εικόνας.

Αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται στις βασικές διαδικασίες της εμπροσθοτομίας, της οπισθοτομίας, της βαθμονόμησης και της επίλυσης με την μέθοδο της δέσμης.

2.4 Πίνακας Στροφής και εξαγωγή γωνιών στροφής

Δύο τυπικά τρισσορθογώνια συστήματα του χώρου συνδέονται μεταξύ τους με 3 μεταθέσεις και 3 στροφές, όπως προαναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Οι στροφές αυτές στη φωτογραμμετρία συνήθως ονομάζονται ω , ϕ , κ και αναφέρονται σε στροφές περί τους 3 αντίστοιχους άξονες X , Y , Z . Ο πίνακας στροφής \mathbf{R} περιγράφει τη σχέση μεταξύ

των δύο αυτών συστημάτων, δηλαδή εν προκειμένω τις στροφές που πρέπει να υποστεί το σύστημα του χώρου ώστε να γίνει παράλληλο με το σύστημα της εικόνας. Ο $\mathbf{R}_{\omega\phi\kappa}$ αναλύεται σε τρεις υποπίνακες, τους $R_\omega, R_\phi, R_\kappa$. Δεν ισχύει βέβαια εδώ η αντιμεταθετική ιδιότητα, και για τον λόγο αυτό ο \mathbf{R} προκύπτει από πολλαπλασιασμό των επιμέρους πινάκων μεταξύ τους με συγκεκριμένη σειρά, η οποία κατά την συνήθη φωτογραμμετρική σύμβαση είναι:

$$R_{\omega\phi\kappa} = R_\kappa R_\phi R_\omega = \tag{2-7}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos\phi \cos\kappa & \cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa & \sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\phi \cos\kappa \\ -\cos\phi \sin\kappa & \cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa & \sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa \\ \sin\phi & -\sin\omega \sin\phi & \cos\omega \cos\phi \end{vmatrix}$$

Αντίστροφα, από γνωστό πίνακα στροφής μπορούν να υπολογιστούν οι στροφές ω, ϕ, κ . Πολλοί αλγόριθμοι υπολογίζουν απευθείας τον πίνακα στροφής \mathbf{R} και συχνά είναι αναγκαία η εξαγωγή των ίδιων γωνιών, οι οποίες προκύπτουν με κατάλληλο συνδυασμό των στοιχείων του πίνακα. Το πρόβλημα εξαγωγής γωνιών θέλει προσοχή, αφού διαφορετικές γωνίες δίνουν την ίδια τιμή ημιτόνου ή συνημίτονου. Στις συνήθεις περιπτώσεις γίνεται παραδοχή ότι $\cos \phi > 0$ ($90^\circ > \phi > -90^\circ$), οπότε προκύπτουν οι γωνίες ως εξής:

$$\tan \kappa = \frac{-r_{21}}{r_{11}} \rightarrow \kappa = \operatorname{atan} \frac{\sin\kappa}{\cos\kappa} \tag{2-8}$$

Επειδή οι γωνίες κ και $\kappa \pm \pi$ έχουν την ίδια τιμή εφαπτομένης, το πρόσημο της γωνίας κ προκύπτει ανάλογα με το πρόσημο του $\sin\kappa$ και του $\cos\kappa$.

Επιπλέον,

$$\tan \phi = \frac{-r_{31}}{\frac{r_{11}}{\cos\kappa}} \rightarrow \phi = \operatorname{atan} \frac{r_{31} \cos\kappa}{r_{11}} \tag{2-9}$$

$$\tan \omega = \frac{-r_{32}}{r_{33}} \rightarrow \omega = \operatorname{atan} \frac{-r_{32}}{r_{33}} \quad (2-10)$$

Σε περίπτωση που $\cos\phi < 0$, τότε οι γωνίες στροφής που θα προέκυπταν θα ήταν $\pi + \omega$, $\pi - \phi$, $\pi + \kappa$, οι οποίες όμως δίνουν ακριβώς ίδιο πίνακα στροφής με τις ω , ϕ , κ (Μπουτσικάκης, 2003).

2.5 Σχετικός Προσανατολισμός

Η διαδικασία αποκατάστασης του σχετικού προσανατολισμού δύο ομόλογων δεσμών ακτίνων προβολής είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στη Φωτογραμμετρία, διότι έχει ως προϋπόθεση και απόρροια το γεγονός πως οι ομόλογες ακτίνες τέμνονται. Συνεπώς δημιουργείται ένα 3D μοντέλο καλής γεωμετρικής ποιότητας, δηλαδή αποκαθίσταται το σωστό σχήμα του αντικειμένου (και παράλληλα εξασφαλίζεται η δυνατότητα για στερεοσκοπική παρατήρηση). Πρόκειται στην ουσία για το πρόβλημα προσδιορισμού της σχετικής θέσης και σχετικών στροφών μεταξύ δύο επικαλυπτόμενων δεσμών από απλές ομολογίες εικόνων (Καλησπεράκης, 2010).

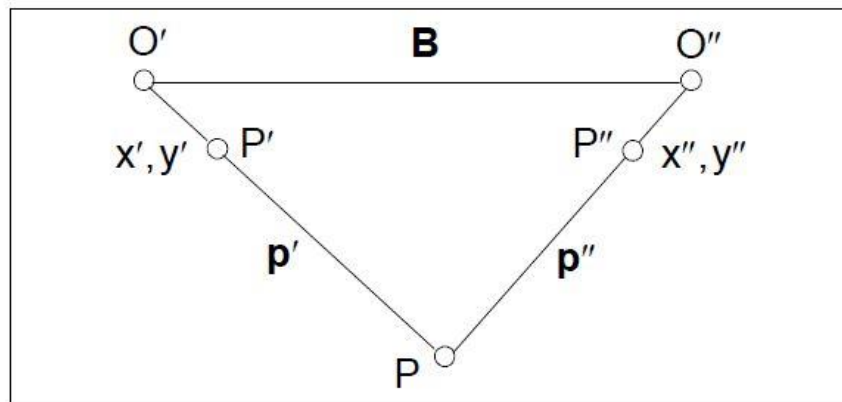
Ο σχετικός προσανατολισμός αποκαθίσταται με τον προσδιορισμό των 5 παραμέτρων που τον χαρακτηρίζουν, οι οποίες συνήθως εκφράζονται από τις σχετικές συνιστώσες β_y , β_z της βάσης Β του ζεύγους και τις τρεις σχετικές στροφές ω , ϕ , κ των δύο εικόνων. Η κατά x συνιστώσα βάσης (B_x) επηρεάζει μόνο την κλίμακα του στερεομοντέλου και για αυτόν τον λόγο δεν συμπεριλαμβάνεται στις ανεξάρτητες παραμέτρους (συνήθως, όπως και στην παρούσα διπλωματική εργασία, θεωρείται ίση με 1). Εναλλακτικά, μπορούν και οι τρεις συνιστώσες της βάσης να είναι άγνωστες με δέσμευση του μήκους της.

Για να επιτευχθεί η αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού είναι απαραίτητο να είναι γνωστές οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού. Επιπλέον, θα πρέπει να έχουν μετρηθεί εικονοσυντεταγμένες τουλάχιστον 5 ομόλογων σημείων σε καλά κατανεμημένες θέσεις της επικαλυπτόμενης περιοχής. Εξυπακούεται πως σε αυτόματες διαδικασίες αυτόματου σχετικού προσανατολισμού συμμετέχουν πολύ περισσότερα σημεία, με

στόχο τη αξιόπιστη εκτίμηση των υπό προσδιορισμού παραμέτρων με τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται ώστε να πραγματοποιηθεί η αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού είναι, γενικά, η συνθήκη συνεπιπεδότητας.

2.6 Συνθήκη Συνεπιπεδότητας

Η συνθήκη συνεπιπεδότητας αποτελεί το βασικό μέσον για τη επίλυση του σχετικού προσανατολισμού. Ορίζει ότι το διάνυσμα \mathbf{B} της βάσης και τα διανύσματα \mathbf{p}' (αριστερή ακτίνα προβολής) και \mathbf{p}'' (δεξιά ακτίνα προβολής) που συνδέουν το P του χώρου με τα κέντρα λήψης είναι συνεπίπεδα, δηλαδή ορίζουν ένα επιπολικό επίπεδο (Σχήμα 2-6).



Σχήμα 2-6 Η συνθήκη συνεπιπεδότητας (Πέτσα, 2000).

Μαθηματικά η συνθήκη συνεπιπεδότητας εκφράζεται από το μικτό γινόμενο:

$$\mathbf{B} (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}'') = \mathbf{Bd} = 0 \quad (2-11)$$

Η σχέση που παρατίθεται παραπάνω δηλώνει ότι το εξωτερικό γινόμενο $\mathbf{p}' \times \mathbf{p}''$ ορίζει ένα διάνυσμα \mathbf{d} κάθετο στο επιπολικό επίπεδο που δημιουργείται από τα δύο ομόλογα διανύσματα \mathbf{p}' και \mathbf{p}'' . Αφού το διάνυσμα \mathbf{B} της βάσης είναι συνεπίπεδο με τα δύο ομόλογα διανύσματα, το \mathbf{d} πρέπει να είναι κάθετο και σε αυτό. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το συνημίτονο της γωνίας που δημιουργεί το διάνυσμα \mathbf{B} της βάσης με το διάνυσμα \mathbf{d}

πρέπει να είναι μηδενικό, επομένως να μηδενίζεται το εσωτερικό γινόμενο των δύο αυτών διανυσμάτων.

Με την ανάλυση των διανυσμάτων \mathbf{B} , \mathbf{p}' , \mathbf{p}'' στις κατά συνιστώσες τους x , y , z , η σχέση (2-11) τελικά παίρνει τη μορφή:

$$\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ p_{x'} & p_{y'} & p_{z'} \\ p_{x''} & p_{y''} & p_{z''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2-12)$$

Εφόσον, όπως προαναφέρθηκε, η συνιστώσα B_x επηρεάζει μόνο την κλίμακα και την οριζουμε αυθαίρετα ίση με τη μονάδα, οι συνιστώσες B_y και B_z ανάγονται στην κατά x συνιστώσα της βάσης, οπότε προκύπτει:

$$\begin{vmatrix} 1 & \beta_y & \beta_z \\ p_{x'} & p_{y'} & p_{z'} \\ p_{x''} & p_{y''} & p_{z''} \end{vmatrix} = 0 \quad (2-13)$$

όπου $\beta_y = B_y/B_x$ και $\beta_z = B_z/B_x$

Αν ο πίνακας στροφής \mathbf{R}_Σ αναφέρεται στη σχετική στροφή της δεξιάς εικόνας ως προς την αριστερή, τότε τα δύο ομόλογα διανύσματα των ακτίνων προβολής εκφράζονται ως εξής, με την προϋπόθεση ότι οι εικονοσυντεταγμένες έχουν αναχθεί στο πρωτεύον σημείο:

$$\mathbf{p}' = k' \mathbf{R}_\Sigma^T \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ -c \end{vmatrix} \quad (2-14)$$

$$\mathbf{p}'' = k \begin{vmatrix} p_x'' \\ p_y'' \\ p_z'' \end{vmatrix} = k'' \mathbf{R}_\Sigma^T \begin{vmatrix} x'' \\ y'' \\ -c \end{vmatrix} = k'' \begin{vmatrix} \bar{x}'' \\ \bar{y}'' \\ -\bar{c}'' \end{vmatrix} \quad (2-15)$$

Η τελική έκφραση της συνθήκης συνεπιπεδότητας που χρησιμοποιείται στην πράξη για να βρεθούν τα 5 στοιχεία του σχετικού προσανατολισμού είναι τελικά η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
 & c(x''r_{12}+y''r_{22} - cr_{32}) + y'(xr_{13}+yr_{23} - cr_{33}) \quad (2-16) \\
 & -\beta_y[x'(xr_{13}+yr_{23} - cr_{33}) + c(xr_{11}+yr_{21} - cr_{31})] + \\
 & +\beta_z[x'(xr_{12}+yr_{22} - cr_{32}) - y'(xr_{11}+yr_{21} - cr_{31})] = 0
 \end{aligned}$$

Αξιίζει πάντως να υπογραμμιστεί ότι η σχέση αυτή δεν είναι γενική, αφού δεν είναι εφαρμόσιμη όταν η συνιστώσα B_x της βάσης είναι, ή σχεδόν είναι, μηδενική. Αυτό συμβαίνει πχ. όταν στην περίπτωση λωρίδων κατά x εξετάζονται εικόνες γειτονικών λωρίδων (μικρό B_x , μεγάλο B_y). Σε περιπτώσεις τέτοιες θα πρέπει κάποια άλλη συνιστώσα (η μεγαλύτερη, κατά προτίμηση) να τεθεί ίση με 1, ή βέβαια απλώς να δεσμευτεί το μήκος βάσης.

3 ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΑΥΤΙΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΟΣ

Ψηφιακή Συνταύτιση εικόνας (Digital Image Matching) ονομάζεται η διαδικασία αυτόματης απόκτησης ομολογιών μεταξύ δύο ή περισσότερων επικαλυπτόμενων εικόνων. Ουσιαστικά πρόκειται για την αντιστοίχιση σημείων ενδιαφέροντος, γραμμών ή περιοχών με συγκεκριμένους τόνους μεταξύ εικόνων ή προτύπων με εικόνες. Όπως προαναφέρθηκε και στην εισαγωγή, η διαδικασία αυτή είναι εύκολη στην αντίληψη για τον άνθρωπο αλλά όχι για έναν υπολογιστή γιατί αντιλαμβάνεται την εικόνα απλώς σαν πίνακες με τιμές χρώματος. Έτσι δημιουργήθηκε ένα πολύ σημαντικό πεδίο έρευνας (κυρίως) στο πεδίο της Όρασης Υπολογιστών.

Γενικά, το πρόβλημα της συνταύτισης εικόνας παρουσιάζει τα παρακάτω χαρακτηριστικά, και έτσι υπάγεται στην κατηγορία των “ελλιπώς ορισμένων”»:

- Είναι πιθανόν να μην παρουσιάζει λύση (αδυναμία λύσης), δηλαδή η οντότητα της οποίας αναζητείται η αντίστοιχη να μην εμφανίζεται και στις δύο εικόνες, πχ. λόγω αποκρύψεων στην εικόνα.
- Είναι πιθανόν να μην έχει μοναδική λύση (πολλαπλές λύσεις), πράγμα που συμβαίνει όταν πχ. στις εικόνες υπάρχουν επαναλαμβανόμενα μοτίβα, δηλαδή μία οντότητα σε μία εικόνα μπορεί να αντιστοιχεί σε περισσότερες από μία οντότητες στην άλλη εικόνα.
- Είναι πιθανόν να μην έχει ισχυρή ή αξιόπιστη λύση (εξάρτηση από τα δεδομένα), για το οποίο μπορεί να ευθύνεται πχ. η ύπαρξη θορύβου ή η φτωχή υφή.

Αξιολογώντας τα παραπάνω, είναι προφανές ότι η αντιμετώπιση του προβλήματος της συνταύτισης εξαρτάται αποκλειστικά από τα υπάρχοντα δεδομένα, δηλαδή κυρίως από το περιεχόμενο των συγκεκριμένων εικόνων. Συνεπώς, ανάλογα με τα δεδομένα της λήψης υπάρχουν πολλοί παράγοντες που επηρεάζουν τα αποτελέσματα της συνταύτισης. Τέτοιοι είναι οι συνθήκες φωτισμού κατά την στιγμή της λήψης, η ποιότητα καταγραφής του ψηφιακού σήματος και η γεωμετρία της λήψης. Οι τελευταίοι επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό από το έντονο ανάγλυφο του αντικειμένου, την έντονη διαφορά μεταξύ των αποστάσεων λήψης των εικόνων και τις έντονες στροφές, κατά κύριο λόγο στις επίγειες λήψεις.

Αυτό που προκύπτει ως συμπέρασμα από τα παραπάνω είναι ότι το πρόβλημα της συνταύτισης δεν είναι εύκολα επιλύσιμο. Τουναντίον πρόκειται για ένα περίπλοκο πρόβλημα, και για να αντιμετωπιστεί απαιτείται η ανάπτυξη σύνθετων αλγορίθμων που θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψιν τους περισσότερους από τους παραπάνω παράγοντες, αν όχι όλους, ώστε να καταλήγουν σε αξιόπιστα αποτελέσματα.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι που στοχεύουν στην επίλυση του προβλήματος της ψηφιακής συνταύτισης, οι οποίες διαφέρουν ανάλογα με το είδος της οντότητας που συνταυτίζεται, το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιεί κ.λπ. Οι πιο βασικές μέθοδοι στη συνταύτιση είναι η συνταύτιση χαρακτηριστικών, η επιφανειακή συνταύτιση και η σχεσιακή συνταύτιση. Συνοπτικά, στην πρώτη πραγματοποιούνται αντιστοιχίσεις σημείων, ακμών, περιοχών και γραμμών που έχουν εξαχθεί στις εικόνες. Στην επόμενη πραγματοποιείται συνταύτιση τιμών χρώματος σε παράθυρα στις δύο εικόνες. Τέλος, η σχεσιακή συνταύτιση στηρίζεται στον συνδυασμό τοπολογικών, γεωμετρικών και ραδιομετρικών σχέσεων μεταξύ οντοτήτων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος SIFT για την ψηφιακή συνταύτιση, δηλαδή για την αυτόματη εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος (interest points) και την αντιστοιχισή τους (συνταύτιση χαρακτηριστικών).

3.1 Συνταύτιση Χαρακτηριστικών

Η ιδέα της συνταύτισης χαρακτηριστικών δημιουργήθηκε στις αρχές της δεκαετίας του '80, όταν έγινε αντιληπτό ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος αντιστοιχίζει τις οντότητες συνολικά βάσει των χαρακτηριστικών τους και όχι απλώς βάσει του τόνου. Με τον τρόπο αυτό η συνταύτιση γίνεται λιγότερο ευαίσθητη στις ραδιομετρικές και γεωμετρικές παραμορφώσεις των εικόνων. Μια άλλη ιδιότητα της συνταύτισης χαρακτηριστικών είναι ότι μπορεί να λαμβάνει υπόψη την πληροφορία της δομής του χώρου, με αποτέλεσμα να εξασφαλίσει πιο ισχυρές και αξιόπιστες λύσεις.

Η συνταύτιση χαρακτηριστικών γίνεται σε δύο στάδια. Το πρώτο περιλαμβάνει σε κάθε εικόνα ξεχωριστά την εξαγωγή οντοτήτων (σημείων, γραμμών, ακμών, επιφανειών), οι οποίες συνδέονται με ορισμένες περιγραφικές ιδιότητες (attributes) σε μορφή περιγραφικών διανυσμάτων (descriptors). Τέτοιες ιδιότητες μπορεί να είναι για τα σημεία η κλίση της συνάρτησης έντασης του τόνου γύρω από αυτά, για τα γραμμικά στοιχεία ο προσανατολισμός ή το μήκος και η καμπυλότητα, και για τα επιφανειακά η μέση φωτεινότητα ή το μέγεθός τους. Το δεύτερο στάδιο αφορά τη συνταύτιση των χαρακτηριστικών αυτών, αφού πρώτα υπολογιστεί ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ των ιδιοτήτων τους. Η αναζήτηση ομολογιών περιορίζεται, έτσι, σε καταλόγους περιγραφικών χαρακτηριστικών και όχι σε ολόκληρη την εικόνα, πράγμα που έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της εξεταζόμενης πληροφορίας και συνεπώς του απαιτούμενου χρόνου.

Τα δύο στάδια σχετίζονται μεταξύ τους υπό την έννοια ότι η επιλογή των χαρακτηριστικών και των ιδιοτήτων τους θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε, στη συνέχεια, η εύρεση ομολογιών να είναι εύκολη, γρήγορη και ακριβής. Συγκεκριμένα όσα περισσότερα περιγραφικά χαρακτηριστικά υπολογίζονται, υπό τον όρο ότι είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους, τόσο ευκολότερη είναι η διεξαγωγή του δεύτερου σταδίου (Baltsavias, 1991).

3.2 Ο Αλγόριθμος SIFT

Ο αλγόριθμος SIFT, που αναπτύχθηκε από τον Lowe (1999) και πήρε την οριστική του μορφή το 2004, χρησιμοποιείται αρχικά για τον εντοπισμό σημείων ενδιαφέροντος σε εικόνες, τα οποία διατηρούνται κατά βάση αναλλοίωτα σε μεταβολές κλίμακας (scale invariance) και στροφές της εικόνας (rotation invariance). Παράλληλα, δεν παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία σε αφινικούς μετασχηματισμούς, μεταβολές της φωτεινότητας και στην ύπαρξη θορύβου στην εικόνα. Στη συνέχεια αναλύονται συνοπτικά τα κυριότερα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος SIFT.

3.2.1 Ανίχνευση ακροτάτων σε διαφορετικές κλίμακες

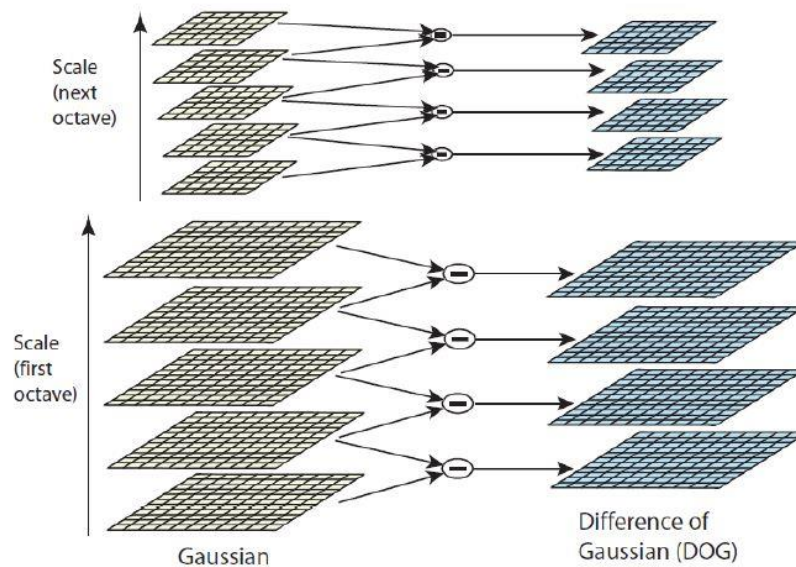
Ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών σημείων πραγματοποιείται ακολουθώντας μία ιεραρχική προσέγγιση. Συνεπώς, το πρώτο στάδιο του SIFT είναι ο εντοπισμός σημείων που διατηρούνται αναλλοίωτα στις μεταβολές κλίμακας. Για να επιτευχθεί αυτό δημιουργείται μια πυραμίδα εικόνων, δηλαδή εικόνες διαφορετικής κλίμακας (scale-space). Σε κάθε επίπεδο πυραμίδας έχουν εφαρμοστεί Γκαουσιανά φίλτρα εξομάλυνσης (συνέλιξη) διαφορετικής τυπικής απόκλισης, με αποτέλεσμα να παράγονται εικόνες με διαφορετική κλίμακα. Έτσι, το σύνολο των νέων εικόνων L προκύπτει ως αποτέλεσμα της συνέλιξης της αρχικής εικόνας I με το εκάστοτε φίλτρο G . Η μαθηματική έκφραση του τελευταίου διατυπώνεται ως εξής:

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) * I(x, y) \quad (3-1)$$

$$\text{όπου, } G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

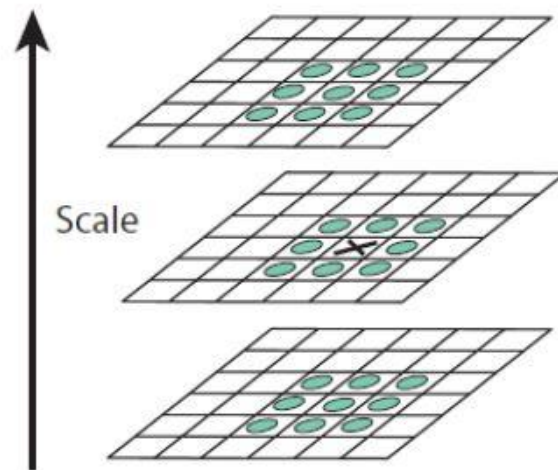
$I(x, y)$ η αρχική εικόνα, και

$L(x, y, \sigma)$ η εικόνα που δημιουργείται μετά από την συνέλιξη.



Σχήμα 3-1 Πυραμίδες Gaussian και DoG (Lowe, 2004).

Σύμφωνα με πειραματικά δεδομένα, αρκεί η συνέλιξη της αρχικής εικόνας τέσσερις φορές με φίλτρα Gauss διαφορετικών τυπικών αποκλίσεων (Αδάμ, 2011). Έτσι ακολουθεί η επανασύσταση της εικόνας, με επιλογή κάθε δεύτερης εικονοψηφίδας κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση, με υποδιπλασιασμό της ανάλυσής της. Αποτέλεσμα τελικώς είναι μια πυραμίδα εικόνων διαφορετικής ανάλυσης. Στη συνέχεια γίνεται η συνέλιξη κάθε εικόνας με φίλτρα εξομάλυνσης του Gauss διαφορετικών τυπικών αποκλίσεων (αρά δημιουργία ενδιάμεσων κλιμάκων), διαδικασία που αρκεί να επαναληφθεί τρεις φορές, όπως έχει διαπιστωθεί πειραματικά.



Σχήμα 3-2 Σύγκριση εικονοψηφίδων με γειτονικά για εξαγωγή σημείου ενδιαφέροντος (Lowe, 2004).

Εν συνεχεία διαδοχικές εικόνες διαφορετικής κλίμακας κάθε επιπέδου αφαιρούνται μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να δημιουργείται πυραμίδα DoG (Difference of Gaussians), η οποία προσεγγίζει το φίλτρο LoG (Laplacian of Gaussian) και πρακτικά μπορεί να υπολογιστεί από την διαφορά δύο διαδοχικών κλιμάκων. Οι θέσεις των σημείων (keypoints) προκύπτουν ως ακρότατα της συνάρτησης διαφοράς διαδοχικών κλιμάκων, δηλαδή στην πυραμίδα DoG με σύγκριση της τιμής κάθε εικονοψηφίδας με τις 8 γειτονικές τιμές, καθώς και με τις 9 τιμές που αντιστοιχούν στην αμέσως ανώτερη και κατώτερη εικόνα. Τελικά, εάν στο σημείο εμφανίζεται μέγιστο ή ελάχιστο, και ταυτόχρονα η τιμή του είναι μεγαλύτερη από κάποιο καθορισμένο κατώφλι, επιλέγεται ως σημείο ενδιαφέροντος.

$$D(x, y, \sigma) = L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma) \quad (3-2)$$

όπου k : ο συντελεστής μεταβολής κλίμακας

Ο λόγος που χρησιμοποιείται η πυραμίδα DoG για την εύρεση σημείων είναι διότι σε αυτήν την πυραμίδα η ανίχνευσή τους είναι ανεξάρτητη της κλίμακας της εικόνας, το οποίο φαίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma) \approx (k - 1)\sigma^2 \nabla^2 G^2 \quad (3-3)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η διαφορά των δυο εικόνων περιέχει το σ^2 , παράγωγων που απαιτείται για να κανονικοποιηθεί η κλίμακα σε όλα τα επίπεδα της εικόνας.

3.2.2 Ακριβής εντοπισμός σημείων ενδιαφέροντος

Αφού τα σημεία ενδιαφέροντος έχουν εντοπιστεί ύστερα από σύγκριση με τις τιμές των γειτονικών ψηφίδων, επόμενο βήμα είναι η ακριβέστερη προσαρμογή στα κοντινότερα δεδομένα για τον ακριβή εντοπισμό θέσης, της κλίμακας και του λόγου των κύριων καμπυλοτήτων. Με βάση αυτή την πληροφορία κάποια σημεία ενδιαφέροντος μπορούν έτσι να απορριφθούν εάν έχουν χαμηλή αντίθεση και επομένως είναι ευαίσθητα στο θόρυβο, ή εάν βρίσκονται κατά μήκος ακμών.

Τα σημεία που έχουν εντοπιστεί συνήθως βρίσκονται μεταξύ ακέραιων τιμών εικονοψηφίδων, επομένως κρίνεται απαραίτητος ο υπολογισμός της θέσης τους με ακρίβεια καλύτερη του pixel. Για να επιτευχθεί ο ακριβής εντοπισμός της θέσης του σημείου χρησιμοποιείται το πολυώνυμο Taylor. Στη συγκεκριμένη κλίμακα όπου εντοπίστηκε σημείο ενδιαφέροντος χρησιμοποιείται έτσι το πολυώνυμο:

$$D(x) = D + \frac{\partial D^T}{\partial x} x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} x \quad (3-4)$$

Η απόσταση του σημείου από το εγγύτερο ακέραιο pixel προσδιορίζεται από την παράγωγο της παραπάνω παράστασης όταν αυτή τεθεί ίση με μηδέν:

$$\hat{x} = - \frac{\partial^2 D^{-1} \partial D}{\partial x^2 \partial x} \quad (3-5)$$

Εάν το \hat{x} προκύψει μεγαλύτερο από 0.5, αυτό σημαίνει ότι το σημείο ενδιαφέροντος βρίσκεται πιο κοντά σε κάποιο άλλο pixel. Σε αυτήν την περίπτωση επαναλαμβάνεται η διαδικασία ως προς το νέο pixel.

Επιπλέον, η τιμή της συνάρτησης $D(\hat{x})$ είναι χρήσιμη για την απόρριψη ασταθών σημείων που βρίσκονται σε περιοχές με χαμηλή αντίθεση, τα οποία άρα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως σημεία ενδιαφέροντος. Από πειράματα έχει προκύψει ότι απορρίπτονται τα σημεία ενδιαφέροντος για τα οποία ισχύει:

$$D(\hat{x}) < 0.3$$

$$\text{όπου } D(\hat{x}) = D + \frac{1}{2} \frac{\partial D^T}{\partial x} \hat{x}$$

Κατόπιν είναι αναγκαίο να απομακρυνθούν και τα σημεία που βρίσκονται κατά μήκος ακμών, τα οποία συνήθως περνούν τον παραπάνω έλεγχο με αποτέλεσμα να επιλέγονται σαν σημεία ενδιαφέροντος. Αυτό πραγματοποιείται με τη χρήση Εσσιανού πίνακα (Hessian), ο οποίος υπολογίζεται στην θέση και την κλίμακα του σημείου ενδιαφέροντος:

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{xy} & D_{yy} \end{vmatrix}$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{H} εκφράζουν τις κύριες καμπυλότητες του σημείου. Στα σημεία κατά μήκος ακμών παρατηρείται μια μεγάλη και μία μικρή καμπυλότητα. Με την υπόθεση ότι a η μεγάλη ιδιοτιμή του πίνακα \mathbf{H} και b η μικρή ιδιοτιμή, ισχύει ότι $a=rb$ με $r \geq 1$. Τότε το άθροισμα των ιδιοτιμών υπολογίζεται από το ίχνος του \mathbf{H} , ενώ το γινόμενο από την ορίζουσα:

$$Tr(\mathbf{H}) = D_{xx} + D_{yy} = a + b \quad (3-6)$$

$$Det(\mathbf{H}) = D_{xx} D_{yy} - (D_{xy})^2 = a b \quad (3-7)$$

Διαιρώντας το ίχνος του πίνακα με την ορίζουσα παίρνει κανείς:

$$\frac{Tr(\mathbf{H})}{Det(\mathbf{H})} = \frac{(a + b)^2}{ab} = \frac{(rb + b)^2}{rb^2} = \frac{(r + 1)^2}{r} \quad (3-8)$$

Όπως φαίνεται παραπάνω ο λόγος αυτός εξαρτάται αποκλειστικά και μόνο από το r , δηλαδή από την αναλογία των ιδιοτιμών και όχι από τις ίδιες τις τιμές τους. Συνεπώς για να ελεγχθεί ότι ο λόγος των κύριων καμπυλοτήτων βρίσκεται κάτω από ένα όριο r , αρκεί να ελεγχθεί ότι:

$$\frac{Tr(\mathbf{H})^2}{Det(\mathbf{H})} \leq \frac{(r+1)^2}{r}$$

Με δοκιμές σε πειραματικά δεδομένα έχει εκτιμηθεί κατάλληλο όριο $r = 10$, οπότε απορρίπτονται σημεία που έχουν λόγο μεταξύ των κύριων καμπυλοτήτων μεγαλύτερο του 10.

3.2.3 Υπολογισμός προσανατολισμού και κλίμακας των σημείων

Με τον υπολογισμό ενός σταθερού προσανατολισμού για κάθε σημείο βασισμένου σε τοπικά χαρακτηριστικά της εικόνας, ο πίνακας περιγραφικών χαρακτηριστικών του μπορεί να εκφράζεται σε αυτόν τον προσανατολισμό, συνεπώς καθίσταται η περιγραφή αναλλοίωτη στις στροφές της εικόνας.

Αφού εξαχθούν με την παραπάνω διαδικασία τα σημεία ενδιαφέροντος και αποκλειστούν τα σημεία που δεν πληρούν τις κατάλληλες προϋποθέσεις, σειρά έχει ο υπολογισμός της μεταβολής m της έντασης και της γωνίας προσανατολισμού θ για κάθε σημείο στην κλίμακα που αυτό εντοπίστηκε ώστε να μην υπάρχει εξάρτηση από την κλίμακα. Η κλίμακα του σημείου χρησιμοποιείται για να επιλεγεί η αντίστοιχης κλίμακας Γκαουσιανή εικόνα L ώστε όλοι οι υπολογισμοί να γίνουν με τρόπο αμετάβλητο λόγω κλίμακας. Για κάθε δείγμα της εικόνας $L(x,y)$ στην κλίμακα αυτή, το μέτρο $m(x,y)$ της κλίσης και ο προσανατολισμός υπολογίζονται μέσω των διαφορών των εικονοψηφίδων ως:

$$m(x,y) = \sqrt{[L(x+1,y) - L(x-1,y)]^2 + [L(x,y+1) - L(x,y-1)]^2} \quad (3-9)$$

$$\theta(x, y) \quad (3-10)$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{[L(x, y + 1) - L(x, y - 1)]}{[L(x + 1, y) - L(x - 1, y)]} \right\}$$

Από τους προσανατολισμούς των κλίσεων της εικόνας σε μία περιοχή περί το σημείο δημιουργείται ένα ιστόγραμμα προσανατολισμών ανά 10° . Το ιστόγραμμα αυτό αναπαριστά το μέγεθος m της μεταβολής της έντασης και αποτελείται έτσι από τα 36 τμήματα, τα οποία καλύπτουν τα 360° του προσανατολισμού. Το μέγιστο του ιστογράμματος αντιπροσωπεύει τον προσανατολισμό του σημείου.

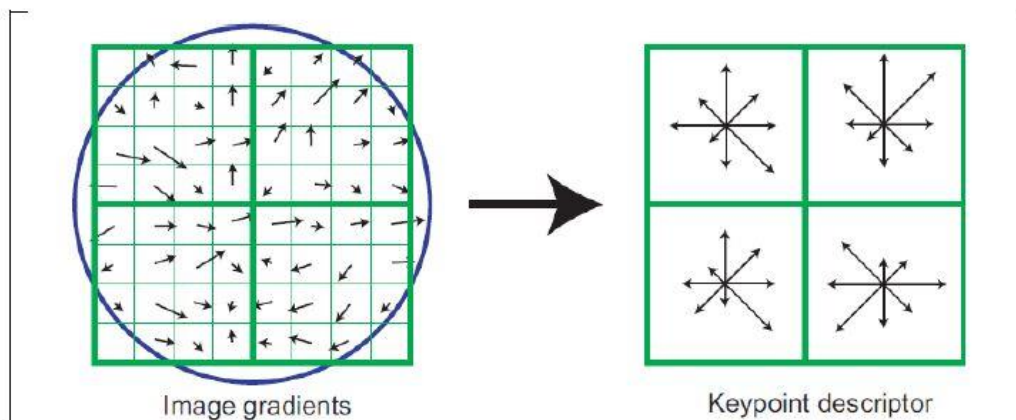
Εάν υπάρχουν περισσότερες της μίας κορυφές μεγαλύτερες του 80% του μέγιστου του ιστογράμματος, τότε δημιουργούνται περισσότερα του ενός σημεία ενδιαφέροντος με κοινή θέση, τα οποία διαφέρουν μόνο κατά προσανατολισμό. Τέλος, πραγματοποιείται παρεμβολή μεταξύ των τριών εγγύτερων τιμών της κορυφής για μεγαλύτερη ακρίβεια στον προσανατολισμό του σημείου.

3.2.4 Δημιουργία περιγραφικών χαρακτηριστικών

Οι προηγούμενες διαδικασίες έχουν αποτέλεσμα τον προσδιορισμό της θέσης, της κλίμακας και του προσανατολισμού για κάθε σημείο ενδιαφέροντος, τα οποία είναι ανεξάρτητα των μεταβολών της κλίμακας. Το επόμενο στάδιο περιλαμβάνει την δημιουργία ενός διάνυσματος περιγραφικών χαρακτηριστικών (descriptor) με τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται αναλλοίωτος ο χαρακτήρας των σημείων ενδιαφέροντος σε μεταβολές ραδιομετρίας και προσανατολισμού της εικόνας. Για να επιτευχθεί η ανεξαρτησία της συνταύτισης από πιθανές στροφές μεταξύ των εικόνων, το διάνυσμα περιγραφικών χαρακτηριστικών στρέφεται κατά την γωνία του προσανατολισμού που έχει υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα.

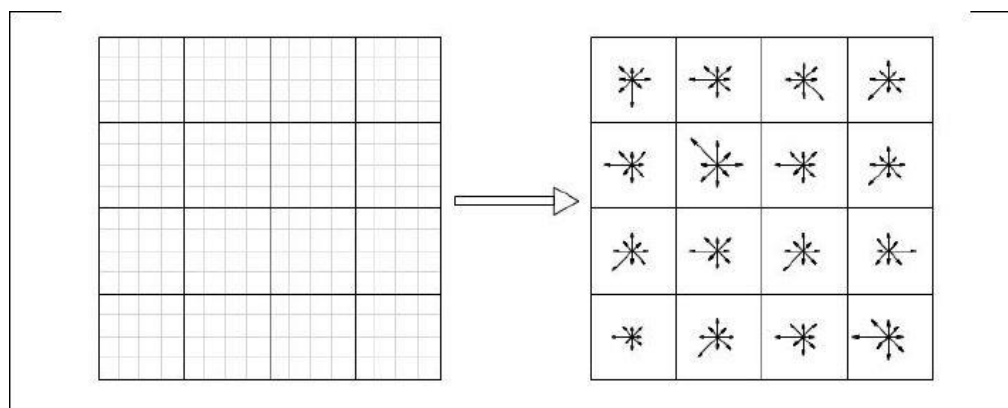
Για να υπολογιστεί το διάνυσμα αυτό επιλέγεται περιοχή διαστάσεων 4×4 περί το σημείο ενδιαφέροντος, στην οποία υπολογίζονται οι μεταβολές της έντασης m σε 8 διευθύνσεις, με αποτέλεσμα διάνυσμα διαστάσεων $4 \times 4 \times 8 = 128$ για κάθε σημείο ενδιαφέροντος. Επειδή

τα σημεία ενδιαφέροντος βρίσκονται μεταξύ pixel ο υπολογισμός των τιμών πραγματοποιείται με παρεμβολή. Είναι σημαντικό να αποφευχθούν οι έντονες αλλαγές στο διάνυσμα των περιγραφικών χαρακτηριστικών λόγω μικρών αλλαγών στην θέση του παραθύρου, οπότε οι τιμές της έντασης συσχετίζονται με βάρη, τα οποία εξαρτώνται από την απόσταση από το σημείο ενδιαφέροντος.



Σχήμα 3-3 Υπολογισμός περιγραφικών χαρακτηριστικών. Εδώ φαίνεται ενδεικτικά περιγραφέας 2x2 υπολογισμένος από 8x8 δείγματα, ενώ στην πραγματικότητα χρησιμοποιούνται περιγραφείς 4x4 υπολογισμένοι από 16x16 δείγματα (Lowe,2004).

Τέλος, οι τιμές των ιδιοτήτων κανονικοποιούνται στο διάστημα $[0,1]$ ώστε να είναι ανεξάρτητες από ενιαίες μεταβολές της ραδιομετρίας της εικόνας. Για να γίνει ο αλγόριθμος ανθεκτικός και στις αλλαγές της φωτεινότητας που προκύπτουν με μη γραμμικό τρόπο, στο νέο διάνυσμα που έχει υπολογιστεί εφαρμόζεται ένα μέγιστο κατώφλι 0.2 και κανονικοποιείται εκ νέου στο διάστημα $[0,1]$.



Σχήμα 3-4 Τα τελικά περιγραφικά χαρακτηριστικά (Καλησπεράκης, 2010).

3.2.5 Εύρεση Ομολογιών

Τελευταίο στάδιο αποτελεί η αντιστοίχιση των διανυσμάτων των περιγραφικών χαρακτηριστικών με την εύρεση του πλησιέστερου γείτονα στην άλλη εικόνα. Αυτό σημαίνει ότι υπολογίζεται η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων, και επιλέγεται εκείνο το σημείο με τη μικρότερη τιμή. Το παραπάνω απαιτεί τον ορισμό της τιμής ενός κατώφλιου, η οποία θα ελέγχει την υπολογισμένη απόσταση. Ένας ακόμη έλεγχος είναι ο υπολογισμός του λόγου της μικρότερης απόστασης προς την αμέσως μεγαλύτερη. Αν η διαφορά αυτή είναι μεγαλύτερη από το προκαθορισμένο κατώφλι τότε αυτή η ομολογία θεωρείται σωστή. Αντιλαμβάνεται κανείς ότι η διαδικασία αυτή είναι αρκετά χρονοβόρα, και έτσι χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος "Best Bin First", ο οποίος επιστρέφει τον κοντινότερο γείτονα με μεγάλη πιθανότητα και σταματά την αναζήτηση ύστερα από έλεγχο στους πρώτους 200 υποψηφίους κάθε σημείου.

Τελικό αποτέλεσμα του αλγορίθμου SIFT είναι η αυτόματη αποκατάσταση ομολογιών σημείων. Θα ήταν κρίσιμο να σημειωθεί ότι οι ομολογίες αυτές περιλαμβάνουν και χονδροειδείς αστοχίες, οπότε αναπόφευκτα πρέπει να ελεγχθούν περαιτέρω με βάση τις γεωμετρικές δεσμεύσεις μεταξύ των εικόνων (πχ. Επιπολικός πίνακας ή σχετικός προσανατολισμός).

4 ΕΠΙΠΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ c

Με την πάροδο των χρόνων επανεμφανίστηκε η ιδέα της διερεύνησης ορισμένων συμβατικών διαδικασιών όταν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού δεν είναι γνωστά. Το παραπάνω αποτελεί ένα μεγάλο βήμα για την απαγκίστρωση της φωτογραμμετρίας από την ανάγκη για ακριβές μετρητικές μηχανές και τις χρονοβόρες διαδικασίες της βαθμονόμησης. Να σημειωθεί εδώ ότι υπάρχει βέβαια, τελικά, υπάρχει πάντοτε η ανάγκη για την γνώση των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού.

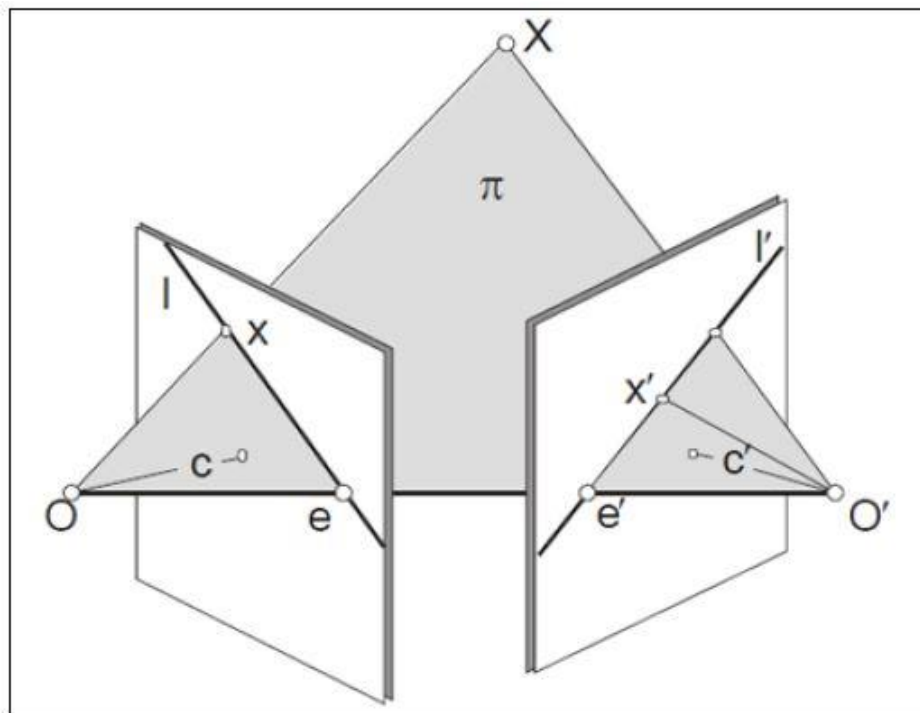
Η γεωμετρία του στερεοζεύγους από μη βαθμονομημένες μηχανές έχει προσεγγιστεί από πλήθος μελετητών και ως πρόβλημα της *2D επιπολικής γεωμετρίας*, καθώς οι δέσμες των ομόλογων 2D επιπολικών ευθειών είναι δυνατόν να οριστούν χωρίς να πρέπει κατ' ανάγκη να οριστούν αντίστοιχες οπτικές ακτίνες στον χώρο (Καλησπεράκης, 2010). Αφού υπολογιστεί ο επιπολικός πίνακας F , έχει αποδειχθεί ότι είναι δυνατόν να υπολογιστούν και οι πόλοι του ζεύγους για μη βαθμονομημένη μηχανή, το οποίο μπορεί υπό όρους να οδηγεί και σε εκτίμηση της σταθεράς c .

Τις επόμενες ενότητες θα απασχολήσει η επιπολική γεωμετρία. Στη συνέχεια θα γίνει επεξήγηση του υπολογισμού του επιπολικού πίνακα F , των πόλων και των επιπολικών γραμμών. Τέλος, θα ακολουθήσει η πρακτική επίλυση του πίνακα F , ο οποίος χρησιμεύει και στην μερική αυτοβαθμονόμηση της μηχανής. Είναι αυτονόητο σε αυτό το σημείο ότι για να υπολογιστεί σωστά η σταθερά της μηχανής είναι απαραίτητος ο ακριβής προσδιορισμός του επιπολικού πίνακα, που συνεπάγεται ότι οι εξαχθείσες ομολογίες σημείων θα

είναι απαλλαγμένες από χονδροειδή σφάλματα με την εφαρμογή πχ. αλγορίθμων τύπου RANSAC ή άλλων εύρωστων εκτιμητριών.

4.1 Επιπολική Γεωμετρία

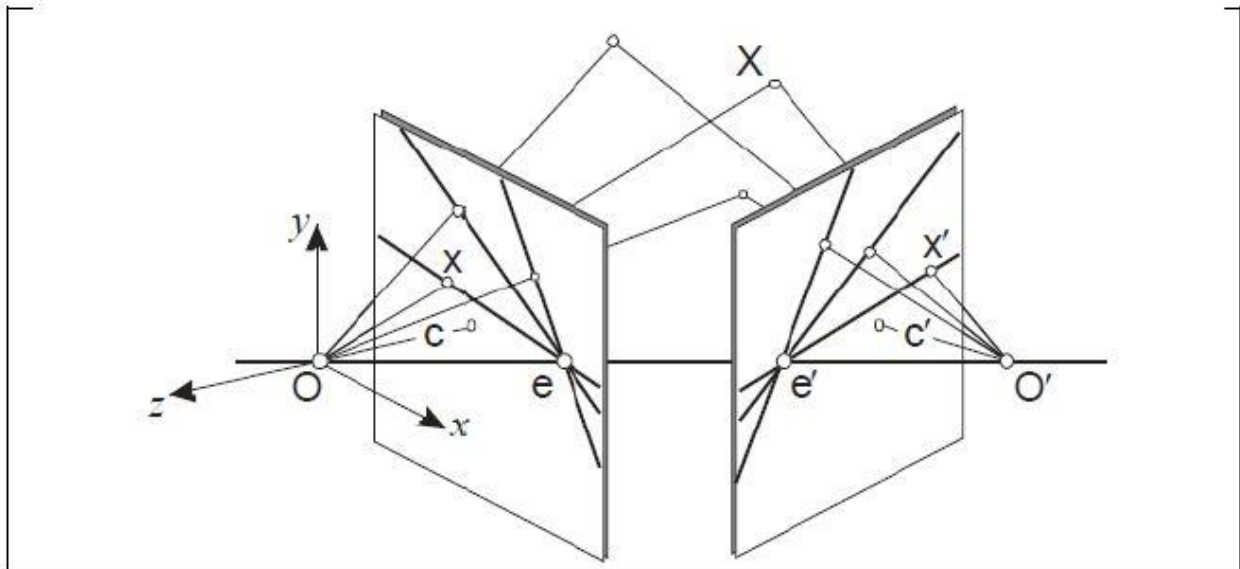
Η επιπολική γεωμετρία αποτελεί ένα καίριο ζήτημα για τη φωτογραμμετρία. Όπως αναφέρουν οι Hartley & Zisserman (2003), η έννοιά της περιγράφει την προβολική γεωμετρική σχέση που ενυπάρχει μεταξύ δύο εικόνων. Αν θεωρηθεί σημείο, έστω X , στον τρισδιάστατο χώρο, έχει ήδη αναφερθεί ότι τα ομόλογα διανύσματα που το συνδέουν με τα κέντρα λήψης και η βάση του στερεοζεύγους, η οποία ορίζεται από τα δύο αυτά κέντρα, είναι συνεπίπεδα. Το επίπεδο αυτό που δημιουργείται ονομάζεται επιπολικό (Σχήμα 4-1/Σχήμα 2-1).



Σχήμα 4-1 Επιπολικό Επίπεδο (Αδάμ, 2010).

Τα ίχνη του επιπολικού επιπέδου στις εικόνες δημιουργούν επιπολικές γραμμές (ή επιπολικές ευθείες) l, l' , ενώ οι τομές της βάσης του στερεοζεύγους με τις εικόνες δημιουργούν

τους πόλους e, e' , από τους οποίους διέρχονται όλες οι επιπολικές ευθείες. Αυτή η δέσμευση ισχύει για όλα τα σημεία που απεικονίζονται στο ζεύγος εικόνων (Σχήμα 4-2).



Σχήμα 4-2 Τα επιπολικά επίπεδα, οι επιπολικές δέσμες και οι πόλοι (Αδάμ, 2011).

Αξιολογώντας τα παραπάνω συμπεραίνει κανείς ότι τα ομόλογα σημεία εξ ορισμού ανήκουν σε ζεύγος ομόλογων επιπολικών γραμμών, αφού κάθε σημείο x της αριστερής εικόνας ανήκει σε μια επιπολική γραμμή l και σε επιπολικό επίπεδο, η τομή του οποίου με την αριστερή εικόνα δημιουργεί την επιπολική γραμμή l' επί της οποίας κείται το ομόλογο σημείο x' . Χάρη σε αυτή τη δέσμευση λοιπόν, η αυτόματη αναζήτηση ομόλογων σημείων περιορίζεται κατά μήκος των επιπολικών γραμμών και όχι σε ολόκληρη την εικόνα. (Ας σημειωθεί, έτσι, ότι όταν πραγματοποιείται επιφανειακή συνταύτιση σε σχετικά προσανατολισμένο ζεύγος το παράθυρο αναζήτησης αποτελείται γενικά από ορισμένες στήλες στην κατά x διεύθυνση και, θεωρητικά, θα μπορούσε να αποτελείται από μόνο μια γραμμή κατά την y διεύθυνση. Αλλά επειδή κατά την αποκατάσταση του σχετικού προσανατολισμού αναπόφευκτα απομένουν κάποια σφάλματα, χρησιμοποιούνται πχ. 2 ή 3 γραμμές προκειμένου να ληφθεί υπόψη η εναπομένουσα παράλλαξη y .) Η επιπολική γεωμετρία, όμως, ενδιαφέρει φυσικά εδώ κυρίως γιατί αποτελεί μια αυστηρή δέσμευση που επιτρέπει να απομονώνονται άστοχες αντιστοιχίσεις σημείων.

4.2 Υπολογισμός των πόλων και των επιπολικών γραμμών

Αναφέρεται ο υπολογισμός των πόλων και των επιπολικών γραμμών (Καλησπεράκης, 2010). Έστω ότι είναι γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Αυτό σημαίνει ότι είναι γνωστός ο πίνακας της μηχανής \mathbf{K} (πίνακας εσωτερικού προσανατολισμού) που γενικά έχει την εξής μορφή:

$$K = \begin{bmatrix} -ca_x & s & x_0 \\ 0 & -ca_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

όπου a_x, a_y οι συντελεστές κλίμακας κατά x, y και s η απόκλιση των αξόνων από την ορθογωνικότητα.

Στην περίπτωση όπου η μηχανή είναι σημειακής οπής:

$$K = \begin{bmatrix} -c & 0 & x_0 \\ 0 & -c & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

αφού για τετραγωνικό σχήμα εικονοψηφίδας ισχύει $s=0$ και $a_x = a_y = 1$.

Εάν ο σχετικός προσανατολισμός μεταξύ δύο εικόνων είναι γνωστός, υπολογίζονται εύκολα οι προβολικοί πίνακες της μηχανής \mathbf{P}, \mathbf{P}' διαστάσεων 3×4 από τον πίνακα \mathbf{K} . Αν θεωρηθεί ότι το σύστημα συντεταγμένων ταυτίζεται με εκείνο της αριστερής εικόνας ισχύει:

$$P = K[I(3 \times 3)|0] \text{ και } P' = K[R|T] \quad (4-3)$$

όπου ο \mathbf{R} είναι ο πίνακας στροφής και \mathbf{T} το διάνυσμα της μετάθεσης μεταξύ δύο εικόνων.

Οι συντεταγμένες x στο σύστημα της εικόνας προκύπτουν ως:

όπου X είναι οι ομογενείς συντεταγμένες σημείου στο σύστημα του χώρου και P ο προβολικός πίνακας.

$$x = PX \quad (4-4)$$

βολικός πίνακας.

Για γνωστούς προβολικούς πίνακες μηχανής, μια μονοπαραμετρική λύση για τον υπολογισμό της θέσης των πόλων και των επιπολικών επιπέδων είναι η εξής (Καλησπεράκης, 2010):

$$X(\lambda) = P^+x + \lambda C \quad (4-5)$$

όπου P^+ είναι ο ψευδοαντίστροφος του προβολικού πίνακα μηχανής, έτσι ώστε να ισχύει $P^+P = I$, ενώ το C αναπαριστά το προβολικό κέντρο, υπολογιζόμενο ως το μηδενικό διάνυσμα του P από την σχέση $PC = 0$.

Πρακτικά δύο σημεία που ικανοποιούν την παραπάνω σχέση είναι τα P^+x και το προβολικό κέντρο C . Αυτά τα δύο σημεία προβάλλονται στη δεξιά εικόνα μέσω του προβολικού πίνακα P' στα σημεία $P'C$ και $P'P^+x$. Η επιπολική γραμμή ενώνει αυτά τα δύο προβολικά σημεία με εξίσωση:

$$l' = (P'C) \times (P'P^+x) \quad (4-6)$$

Το σημείο $(P'C)$ είναι ο πόλος e' της δεξιάς εικόνας, δηλαδή η προβολή του C της αριστερής εικόνας. Οι συντεταγμένες των δύο πόλων ορίζονται ως εξής:

$$e = PC' \text{ και } e' = P'C$$

όπου e ο πόλος της αριστερής και e' ο πόλος της δεξιάς.

Με βάση τα παραπάνω η (4-6) γίνεται:

$$l' = e' \times (P'P^+x) = [e']_{\times}(P'P^+x) \quad (4-7)$$

Με αντιστροφή των εικόνων η εξίσωση της επιπολικής γραμμής είναι τώρα:

$$l = (P'C) \times (PP'^+x') = e \times (PP'^+x') = [e]_x(PP'^+x') \quad (4-8)$$

Με τις παραπάνω εξισώσεις υπολογίζονται οι επιπολικές γραμμές σημείων βάσει των ομογενών συντεταγμένων. Ταυτόχρονα, όπως αναφέρθηκε, επιβάλλονται οι δεσμεύσεις που σχετίζονται με την εύρεση της θέσης σημείου ομόλογου του x , το οποίο οφείλει να κείται επί της επιπολικής ευθείας. Μαθηματικά αυτό εκφράζεται από τη σχέση:

$$x^T l' = 0 \rightarrow x^T [e]_x (P'P^+x) \quad (4-9)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις βγαίνει το συμπέρασμα ότι η θέση των πόλων ζεύγους εικόνων καθώς και οι επιπολικές ευθείες μπορούν να υπολογιστούν βάσει των γνωστών στοιχείων του εσωτερικού και του σχετικού προσανατολισμού.

4.3 Επιπολικός Πίνακας (Fundamental Matrix)

Ο επιπολικός πίνακας εκφράζει την 2D επιπολική γεωμετρία. Την ανάλογη έρευνα στο πεδίο της φωτογραμμετρίας επικαιροποίησε ο Bender το 1971 αναφερόμενος για πρώτη φορά στην έννοια του “γενικευμένου σχετικού προσανατολισμού”, αφού είχαν προηγηθεί ορισμένες σημαντικές θεωρητικές διατυπώσεις από τον S. Finsterwalder στα τέλη του 19^{ου} αιώνα. Η έρευνα ολοκληρώθηκε με τη διατύπωση, θεωρητική θεμελίωση και διερεύνηση του επιπολικού πίνακα, που όμως προήλθε από το πεδίο της όρασης υπολογιστών (Καλησπεράκης, 2010).

Σημείο X στον τρισδιάστατο χώρο απεικονίζεται στην αριστερή εικόνα ως x και στην δεξιά ως x' . Για κάθε σημείο x στην αριστερή εικόνα υπάρχει μία αντίστοιχη επιπολική γραμμή l' στην άλλη εικόνα, η οποία θα περιλαμβάνει το ομόλογο σημείο x' . Αντίστοιχα, εάν οι επιπολικές γραμμές l και l' είναι ομόλογες, κάθε σημείο x' στην δεξιά εικόνα, το

οποίο αντιστοιχεί στο x στην αριστερή, πρέπει να βρίσκεται πάνω στην επιπολική γραμμή l' .

Η επιπολική γραμμή είναι η προβολή στην δεξιά εικόνα της ακτίνας από το σημείο x , μέσω του κέντρου λήψης. Συνεπώς, υπάρχει ο μετασχηματισμός μιας εικόνας στην επιπολική γραμμή της άλλης.

$$x \rightarrow l' \quad (4-10)$$

Η ετερογραφία αυτή δεν είναι αντιστρέψιμη, καθώς συνδέει τα σημεία της μίας εικόνας με γραμμές της άλλης, και περιγράφεται από τον επιπολικό πίνακα F .

Όπως ήδη έχει δειχθεί προηγουμένως, οι επιπολικές ευθείες προκύπτουν από την (4-7):

$$l' = [e']_x(P'P^+x)$$

Με βάση αυτήν, ο επιπολικός πίνακας F ορίζεται ως:

$$F = [e']_x(PP') \quad (4-11)$$

Ο επιπολικός πίνακας είναι διαστάσεων 3×3 , οποίος επειδή αναλύεται σε γινόμενο αντισυμμετρικού πίνακα έχει μηδενική ορίζουσα $\det(F) = 0$, συνεπώς ο βαθμός του είναι ίσος με 2.

Απόρροια των σχέσεων (4-7) και (4-11) είναι ότι η επιπολική ευθεία της δεξιάς εικόνας υπολογίζεται από την σχέση:

$$l' = Fx$$

Εάν σημεία x και x' είναι ομόλογα, τότε το x' οφείλει να κείται επί της επιπολικής ευθείας $l' = Fx$, δηλαδή ο επιπολικός πίνακας πρέπει να ικανοποιεί την δέσμευση της 2D επιπολικότητας, η οποία μαθηματικά ορίζεται από την σχέση:

$$\mathbf{x}'^T \mathbf{l}' = 0 \rightarrow \mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{x} = 0 \quad (4-12)$$

Η σχέση (4-12) είναι μέγιστης σημασίας, γιατί δείχνει ότι ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} της 2D επιπολικότητας μπορεί να υπολογιστεί *αποκλειστικά* από ομόλογα σημεία της εικόνας, χωρίς δηλαδή να είναι γνωστή η γεωμετρία της μηχανής λήψης. Αυτή είναι και η σημαντικότερη διαφορά του επιπολικού πίνακα σε σχέση με τον τυπικό σχετικό προσανατολισμό των προβολικών δεσμών, αφού για την επίλυση του τελευταίου πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη της συνεπιπεδότητας μεταξύ των 3D ομόλογων ακτίνων, ενώ για τον επιπολικό πίνακα αρκεί να ικανοποιείται η δέσμευση της 2D επιπολικότητας.

Επομένως πρόκειται για δύο εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις. Αυτό φαίνεται επίσης και από το γεγονός ότι στην συνθήκη συνεπιπεδότητας χρησιμοποιούνται κανονικοποιημένες συντεταγμένες, ενώ στην εξίσωση (4-12) ομογενείς συντεταγμένες των εικονοσημείων. Ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} μπορεί να υπολογιστεί από τουλάχιστον 7 ομολογίες σημείων, αφού χαρακτηρίζεται από 7 βαθμούς ελευθερίας.

4.3.1 Ιδιότητες του επιπολικού πίνακα

Έστω ότι υπάρχουν δύο επικαλυπτόμενες εικόνες από διαφορετικά σημεία λήψης. Ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} , όπως έχει αναφερθεί στα προηγούμενα, έχει διαστάσεις 3×3 και βαθμό ίσο με 2, ο οποίος ικανοποιεί την σχέση (4-12) για όλες τις ομολογίες σημείων:

$$\mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{x} = 0$$

Ο επιπολικός πίνακας παρουσιάζει επιπροσθέτως τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Αν \mathbf{F} ο επιπολικός πίνακας δύο εικόνων (P, P') , ο επιπολικός πίνακας για το ζεύγος (P', P) θα είναι ο \mathbf{F}^T .
- Για κάθε σημείο x στην αριστερή εικόνα η ομόλογη επιπολική γραμμή είναι $\mathbf{l}' = \mathbf{F} \mathbf{x}$. Παρομοίως, για σημείο x' στη δεξιά εικόνα η επιπολική γραμμή υπολογίζεται με χρήση του ανάστροφου πίνακα \mathbf{F}^T από την σχέση $\mathbf{l} = \mathbf{F}^T \mathbf{x}'$.

- Αν e ο πόλος ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις επιπολικές ευθείες της αριστερής εικόνας, τότε αυτός υπολογίζεται από την σχέση $\mathbf{F}e=0$ και αντίστοιχα ο άλλος πόλος από την $\mathbf{F}^T e=0$.
- Όπως έχει προαναφερθεί, ο \mathbf{F} είναι ένας πίνακας 3×3 και συνεπώς περιέχει 9 στοιχεία. Για να προσδιοριστεί ωστόσο απαιτούνται 8 παράμετροι διότι υπάρχει αδυναμία στον προσδιορισμό της κλίμακας και έτσι μία παράμετρος προσδιορίζεται αυθαίρετα. Ισχύει επίσης ότι ο \mathbf{F} πρέπει να ικανοποιεί παράλληλα και τον περιορισμό της μηδενικής ορίζουσας, γεγονός που αφαιρεί έναν ακόμα βαθμό ελευθερίας, οπότε οι συνολικοί βαθμοί ελευθερίας του \mathbf{F} καταλήγουν να ισούνται με 7.
- Ο πίνακας \mathbf{F} ορίζει μία ετερογραφία. Στην περίπτωση αυτή το σημείο στην αριστερή εικόνα ορίζει γραμμή στην δεύτερη ως $l' = \mathbf{F}x$, η οποία είναι η επιπολική γραμμή του σημείου x . Εάν οι επιπολικές γραμμές l' και l είναι ομόλογες, τότε κάθε σημείο x της l προβάλλεται στην ίδια γραμμή l' . Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει αντίστροφος μετασχηματισμός, δηλαδή ο \mathbf{F} δεν έχει πλήρη βαθμό και επομένως δεν περιγράφει αντιστρέψιμη ετερογραφία.
- Ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} αποτελείται από ένα συμμετρικό F_s και ένα αντισυμμετρικό μέρος F_a , τα οποία συνδέονται ως εξής:

$$F_s = \frac{F + F^T}{2} \quad \text{και} \quad F_a = \frac{F - F^T}{2} \quad (4-13)$$

Ο επιπολικός πίνακας \mathbf{F} ισούται με το άθροισμα των δύο αυτών τμημάτων:

$$F = F_s + F_a \quad (4-14)$$

Η επίλυση του επιπολικού πίνακα μπορεί να πραγματοποιηθεί από ομολογίες σημείων και έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι για τον σκοπό αυτό. Οι αλγόριθμοι αυτοί διαφέρουν στον αριθμό των ομόλογων σημείων που χρησιμοποιούν αλλά και στη συνάρτηση κόστους που ελαχιστοποιείται. Ο πλέον συνήθης αλγόριθμος για τον προσδιορισμό και την επίλυση του επιπολικού πίνακα είναι ο λεγόμενος αλγόριθμος των 8 σημείων (8 point algorithm). Πρόκειται για έναν γραμμικό αλγόριθμο, γρήγορο και εύκολο στην

εφαρμογή. Συνοπτικά, ο αλγόριθμος αυτός κάνει χρήση 8 ομόλογων σημείων στις δύο εικόνες και προσδιορίζει τον Επιπολικό Πίνακα σε συνδυασμό με μια μέθοδο εύρωστης εκτίμησης (robust estimation), όπως ο αλγόριθμος RAN.S.A.C ή όπως η Μέθοδος Least Median of Squares.

4.4 Εντοπισμός Χονδροειδών Σφαλμάτων

Ο επιπολικός πίνακας F μπορεί να υπολογιστεί κατά πλήρως αυτοματοποιημένο τρόπο, με την αυτόματη εξαγωγή ομόλογων σημείων και χρήση των αλγορίθμων που αναλύθηκαν. Άρα ο σωστός υπολογισμός του πίνακα F εξαρτάται από την ακρίβεια με την οποία έχουν προσδιοριστεί τα ομόλογα σημεία. Τα χονδροειδή σφάλματα της συνταύτισης των σημείων, τα οποία αναμένεται να είναι αρκετά σε περιπτώσεις αυτόματης συνταύτισης σημείων, όπως π.χ. με τον SIFT που έχει χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία, είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε λανθασμένο προσδιορισμό του F ή ακόμα και σε αδυναμία σύγκλισης. Για τον λόγο αυτό πριν από τον τελικό προσδιορισμό του επιπολικού πίνακα πρέπει να εντοπισθούν και να διαγραφούν οι λανθασμένες ομολογίες.

Ο αλγόριθμος εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων που έχει χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι ο Least Median of Squares, ο οποίος αρχικά χρησιμοποιεί τον ελάχιστο αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για την λύση του εκάστοτε προβλήματος. Συνοπτικά ο αλγόριθμος αυτός επιλέγει τυχαία, από το σύνολο των ομολογιών που έχουν εντοπιστεί, τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό σημείων που είναι αναγκαία για τον υπολογισμό του επιπολικού πίνακα, δηλαδή 7. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας από τον αλγόριθμο των 7 σημείων. Κατόπιν υπολογίζεται η μέση απόσταση για όλες τις ομολογίες σημείων από τις δύο επιπολικές γραμμές, εκτός βέβαια αυτών των 7 που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό του F . Τέλος, υπολογίζεται μία βάση ενδιάμεσης τοπικής απόκλισης H , η οποία προκύπτει από τον διάμεσο των σφαλμάτων. Αν η τιμή της απόστασης αυτής είναι μεγαλύτερη από την υπολογισμένη βάση, τότε η ομολογία θεωρείται άκυρη (outlier) αλλιώς θεωρείται έγκυρη (inlier).

Η μέθοδος αυτή θεωρείται δειγματοληπτική, και με το σκεπτικό αυτό η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται N φορές, δηλαδή για N τυχαία δείγματα με τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό σημείων.

4.5 Γραμμικοί Αλγόριθμοι Υπολογισμού του c

Ανά τα χρόνια έχουν αναπτυχθεί διάφοροι γραμμικοί αλγόριθμοι με σκοπό τον υπολογισμό των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού από τον επιπολικό πίνακα. Κύριο πλεονέκτημά τους αποτελεί το γεγονός ότι δεν απαιτούν προσεγγιστικές τιμές για τον υπολογισμό των στοιχείων, ωστόσο εμφανίζουν μεγάλη ευαισθησία στον θόρυβο και στη μεταβολή της θέσης του πρωτεύοντος σημείου. Οι Newsam et al. (1996), ο Bougnoux (1998) και ο Sturm (2001) διατύπωσαν τέτοιους αλγορίθμους για μερική αυτοβαθμολογία της μηχανής λήψης. Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής επελέγη ο αλγόριθμος του Newsam.

Αυτός ο αλγόριθμος υπολογισμού της κοινής σταθεράς c ζεύγους εικόνων βασίζεται στις αλγεβρικές ιδιότητες του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα. Θεωρώντας το πρωτεύον σημείο στο κέντρο των εικόνων, μέσω της ανάλυσης των ιδιζουσών τιμών του επιπολικού πίνακα προκύπτει η εξίσωση 2^{ου} βαθμού ως προς την ποσότητα $m=c^2-1$:

$$[(u_1^T i_3)(v_1^T i_3)\lambda_1 - (u_2^T i_3)(v_2^T i_3)\lambda_2]F_{33}m^2 + \{[(u_1^T i_3)^2 + (v_1^T i_3)]\lambda_1^2 - [(u_2^T i_3)^2 + (v_2^T i_3)]\lambda_2^2\}m + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 0 \quad (4-15)$$

όπου i_i η i -οστή στήλη του μοναδιαίου πίνακα $I_{3 \times 3}$.

5 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΖΕΥΓΟΥΣ

Ο συμβατικός σχετικός προσανατολισμός περιγράφει τη 3D επιπολική γεωμετρία ενός στερεοζεύγους με γνωστό εσωτερικό προσανατολισμό. Στόχος του προσανατολισμού αυτού είναι η αποκατάσταση της αλληλοτομίας των ομόλογων ακτίνων στον 3D χώρο. Ως γνωστόν, μπορεί να επιλυθεί με τη συνθήκη συνεπιπεδότητας, αλλά και με τη συνθήκη συγγραμμικότητας (εφαρμογή μεθόδου της δέσμης σε στερεοζεύγος). Η μη γραμμικότητα των σχέσεων δημιουργεί την ανάγκη εύρεσης προσεγγιστικών τιμών για τους αγνώστους του σχετικού προσανατολισμού, που στη συνέχεια θα εισαχθούν σαν αρχικές τιμές.

Αντιλαμβάνεται κάποιος ότι η ο προσδιορισμός αξιόπιστων προσεγγιστικών τιμών είναι πράγματι κύριας σημασίας, αφού σε λήψεις επίγειες ή με UAV η γεωμετρία των εικόνων μπορεί να είναι ιδιαίτερα απαιτητική, αν αναλογιστεί ότι ενδέχεται να έχουν μεγάλες στροφές ή και συνιστώσες βάσεων. Έτσι, αν οι τιμές αυτές απέχουν αρκετά από τις αληθείς, τότε ο αλγόριθμος είτε αδυνατεί να συγκλίνει είτε δίνει εσφαλμένες λύσεις.

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται αρχικά ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας και εν συνεχεία ο τρόπος με τον οποίο “αναλύεται” (decomposition) για να δώσει προσεγγιστικές τιμές των 5 παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού, οι οποίες εισάγονται ως αρχικές τιμές σε μη γραμμικούς αλγορίθμους. Τέλος, εξετάζονται τέτοιοι μη γραμμικοί αλγόριθμοι, δηλαδή οι επιλύσεις με τη συνθήκη συνεπιπεδότητας και τη μέθοδο της δέσμης.

5.1 Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας

Ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας πρωτομελετήθηκε από τον Longuet - Higgins το 1981 και αποτελεί την ειδική περίπτωση του επιπολικού πίνακα \mathbf{F} όταν είναι γνωστός ο εσωτερικός προσανατολισμός της μηχανής. Πρόκειται για έναν πίνακα επίσης 3×3 , ο οποίος περιγράφει την 3D επιπολική γεωμετρία του στερεοζεύγους σε επίπεδο διευθύνσεων του χώρου, όπως αυτές προκύπτουν αναπλάσμενες, μέσω εσωτερικού προσανατολισμού, ως δέσμες ακτίνων. Έτσι, από αυτόν μπορούν να προκύψουν οι σχετικές στροφές και μεταθέσεις ενός στερεοζεύγους (σχετικό διάνυσμα βάσης \mathbf{b} και πίνακας στροφής \mathbf{R}). Ο πίνακας \mathbf{E} αναλύεται ως εξωτερικό γινόμενο των στοιχείων του σχετικού προσανατολισμού:

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \times \mathbf{b} = [\mathbf{b}]_x \mathbf{R} \quad (5-1)$$

Ισχύει ακόμα ότι:

$$\mathbf{y}^T \mathbf{E} \mathbf{y}' = 0 \quad (5-2)$$

όπου $\mathbf{y}^T, \mathbf{y}'$ οι διευθύνσεις στο σύστημα της εικόνας (x, y, z) , οι οποίες αντιστοιχούν στα ομόλογα σημεία x, x' του αντίστοιχου συστήματος εικονοσυντεταγμένων στις δύο εικόνες έπειτα από την αποκατάσταση του εσωτερικού προσανατολισμού (Τσιρώνης, 2015).

Όπως λοιπόν είναι προφανές υπάρχει σχέση μεταξύ του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα και του επιπολικού πίνακα, η οποία περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T \mathbf{F} \mathbf{x}' = 0 &\Leftrightarrow (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{x})^T \mathbf{E} (\mathbf{K}'^{-1} \mathbf{x}') = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x}^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{E} \mathbf{K}'^{-1} \mathbf{x}' = 0 & (5-3) \\ &\Leftrightarrow \mathbf{E} = \mathbf{K} * \mathbf{F} * \mathbf{K}' \end{aligned}$$

όπου \mathbf{K} και \mathbf{K}' οι πίνακες μηχανής για την αριστερή και τη δεξιά εικόνα, αντίστοιχα.

Ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας δεν αποτελεί προβολικό στοιχείο, αντιθέτως εμπεριέχει στοιχεία ευκλείδειας γεωμετρίας και χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα σε κλίμακα, όπως άλλωστε και το γεωμετρικό μοντέλο του σχετικού προσανατολισμού. Το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιεί ο \mathbf{E} είναι αυτό της συνθήκης συνεπιεδότητας (Τσιρώνης, 2015).

5.1.1 Υπολογισμός του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα

Για να υπολογιστεί ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε μία παραλλαγή του αλγορίθμου των 8 σημείων (8-point algorithm) του επιπολικού πίνακα, η οποία είναι και η συνηθέστερη για τον προσδιορισμό του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα.

Όπως προαναφέρθηκε, ο Επιπολικός Πίνακας έχει 9 στοιχεία, όμως λόγω της αβεβαιότητας κλίμακας μόνο 8 αγνώστους και μόλις 5 βαθμούς ελευθερίας. Οι 5 αυτοί βαθμοί ελευθερίας προκύπτουν από τη γεωμετρική φύση του σχετικού προσανατολισμού (2 βαθμοί ελευθερίας για τη διεύθυνση της βάσης και 3 για τις σχετικές στροφές των εικόνων).

Η μορφή του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα είναι η εξής:

$$E = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ e_4 & e_5 & e_6 \\ e_7 & e_8 & e_9 \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

Είναι γνωστό ότι η συνθήκη που πρέπει να τηρείται από όλες τις ομόλογες ακτίνες (διευθύνσεις) είναι: $x^T E x' = 0$

Εκτελώντας τις πράξεις στην τελευταία εξίσωση έχει κανείς ότι $Ae = 0$ (1),

$$\text{όπου } e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_9 \end{bmatrix}$$

Το (1) αποτελεί ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, με A τον πίνακα σχεδιασμού και e το διάνυσμα των αγνώστων. Κάθε ομολογία προσθέτει στο σύστημα 1 εξίσωση παρατήρησης λόγω της συνθήκης συνεπιπεδότητας. Με τη χρήση 8 ομόλογων σημείων ο πίνακας A έχει διαστάσεις 8×9 και η λύση του συστήματος, με την επιβεβλημένη αβεβαιότητα

κλίμακας, δίνεται ως ο δεξιός μηδενικός χώρος (right-null-space) του πίνακα **A**. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι να υπολογιστεί ο δεξιός μηδενικός χώρος ενός πίνακα (Τσιρώνης, 2015). Στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος SVD.

Από τη λύση του συστήματος προσδιορίζεται απευθείας το διάνυσμα των αγνώστων ϵ και κατά συνέπεια μια προσέγγιση του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα.

Ο Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας που προκύπτει δεν ταυτίζεται με τον πραγματικό Δεσμευμένο Επιπολικό Πίνακα του στερεοζεύγους γιατί αυτός πρέπει να έχει 5 βαθμούς ελευθερίας. Για το λόγο αυτό επιβάλλονται οι κατάλληλες δεσμεύσεις με χρήση της SVD και της ιδιότητας του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα ότι οι ιδιάζουσες τιμές του πρέπει να είναι $[1, 1, 0]$:

$$[U, S, V] = SVD(E'), \quad (5-5)$$

$$E = U * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * V$$

όπου E' η προσέγγιση του Δεσμευμένου Επιπολικού Πίνακα που υπολογίστηκε και E ο Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας που προκύπτει μετά την επιβολή των δεσμεύσεων. Στην περίπτωση που η ορίζουσα του Επιπολικού Πίνακα είναι αρνητική, τότε ο σωστός Επιπολικός Πίνακας είναι ο αντίθετός του.

5.1.2 Εξαγωγή των Στοιχείων του Σχετικού Προσανατολισμού από τον Επιπολικό Πίνακα

Αφού υπολογισθεί ο Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας για ένα ζεύγος εικόνων, είναι πλέον δυνατή η εξαγωγή των στοιχείων του σχετικού προσανατολισμού. Ο Δεσμευμένος επιπολικός πίνακας παρέχει 4 δυνατικές λύσεις του σχετικού προσανατολισμού, αλλά μόνο μια από αυτές είναι η σωστή και προσδιορίζεται με τον παρακάτω τρόπο:

$$\text{Έστω } [U, S, V] \text{ η SVD του } E \text{ και } W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

Οι 4 λύσεις προκύπτουν ως το σύνολο συνδυασμών των δύο πιθανών πινάκων στροφής και δύο πιθανών διανυσμάτων βάσης.

Οι δύο πίνακες στροφής και τα διανύσματα βάσης προκύπτουν ως εξής:

$$\begin{aligned} R_1 &= U * W^{-1} * V^T & (5-7) \\ R_2 &= U * W^{-1} * V^T \\ b_1 &= V * W * S * V^T \\ b_2 &= V * W^{-1} * S * V^T \end{aligned}$$

Για την εξαγωγή του συνδυασμού των στοιχείων του σχετικού προσανατολισμού προσδιορίζονται με εμπροσθοτομία από τα ζεύγη των ομόλογων σημείων οι συντεταγμένες στερεομοντέλου. Η σωστή λύση είναι εκείνη της οποίας τα σημεία ορίσθηκαν από τις ημιευθείες που συμπίπτουν με την κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά) που έχουν οι ομόλογες ακτίνες στα τρισδιάστατα συστήματα αναφοράς των δύο εικόνων.

5.2 Επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας

Όπως έχει αναφερθεί, με την συνθήκη συνεπιπεδότητας υπολογίζονται οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού, δηλαδή οι σχετικές συνιστώσες β_y , β_z της βάσης και οι τρεις σχετικές στροφές ω , φ , κ των δύο εικόνων. Για να υπολογιστούν οι παράμετροι αυτές χρειάζονται $N \geq 5$ ομόλογα σημεία x', y' και x'', y'' στις δύο εικόνες. Η ανεπτυγμένη μαθηματική έκφραση της συνθήκης συνεπιπεδότητας είναι, όπως έχει ήδη αναφερθεί:

$$\begin{aligned} c(x''r_{12} + y''r_{22} - cr_{32}) + y'(xr_{13} + yr_{23} - cr_{33}) - \beta_y[x'(xr_{13} + yr_{23} - cr_{33}) + c(xr_{11} + yr_{21} - cr_{31})] & (5-8) \\ + \beta_z[x'(xr_{12} + yr_{22} - cr_{32}) - y'(xr_{11} + yr_{21} - cr_{31})] & = 0 \end{aligned}$$

Η συνθήκη συνεπιπεδότητας είναι μη γραμμική ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, άρα είναι απαραίτητες αρχικές τιμές για τις 5 παραμέτρους. Σνηθέστερος τρόπος επίλυσης

είναι η γενική μέθοδος ελαχιστοτετραγωνικής συνόρθωσης, όπου ως παρατηρήσεις θεωρούνται τα άμεσα μετρημένα μεγέθη, δηλαδή οι τέσσερις εικονοσυντεταγμένες (δύο στην αριστερή και δύο στη δεξιά εικόνα) ανά σημείο. Το μαθηματικό μοντέλο της γενικής μεθόδου είναι:

$$w + Bv + A\Delta = 0$$

όπου w : το διάνυσμα με τα σφάλματα κλεισίματος της συνθήκης

B : ο πίνακας των συντελεστών των παρατηρήσεων

v : το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων

A : ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων

Δ : το διάνυσμα των αγνώστων τιμών

Πιο αναλυτικά, κάθε εξίσωση παρατήρησης περιλαμβάνει τις 4 εικονοσυντεταγμένες του σημείου. Εάν m ο αριθμός των μετρημένων ομόλογων σημείων, τότε ο πίνακας A θα έχει διαστάσεις $m \times 5$ και θα περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους της εξίσωσης παρατήρησης (5-8) ως προς τις αγνώστες παραμέτρους, ο B με διαστάσεις $m \times 4m$ τις μερικές παραγώγους της εξίσωσης παρατήρησης ως προς τις τέσσερις παρατηρήσεις και το διάνυσμα w διαστάσεων $m \times 1$ το σφάλμα κλεισίματος κάθε εξίσωσης. Η επίλυση για εικονοσυντεταγμένες ίσης ακρίβειας δίνει:

$$\Delta = -(A^T * M^{-1} * A)^{-1} * A^T * M^{-1} * w \quad (5-9)$$

όπου $M = B * B^T$.

Το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων είναι:

$$v = B^T * M^{-1} * (w + A * \Delta) \quad (5-10)$$

οι δε βαθμοί ελευθερίας της επίλυσης είναι $r = m - 5$.

Στη συνέχεια απεικονίζεται πως δομούνται οι πίνακες Δ , A , B και w όταν είναι γνωστές 4 ομολογίες σημείων. Προφανώς αυτός ο αριθμός ομολογιών δεν επαρκεί για την επίλυση του σχετικού προσανατολισμού, απλώς εδώ χρησιμοποιείται σαν ενδεικτικό παράδειγμα.

$$\Delta = \begin{bmatrix} b_y \\ b_z \\ \omega \\ \varphi \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

$$A = \begin{bmatrix} \partial F_1 / \partial b_y & \partial F_1 / \partial b_z & \partial F_1 / \partial \omega & \partial F_1 / \partial \varphi & \partial F_1 / \partial \kappa \\ \partial F_2 / \partial b_y & \partial F_2 / \partial b_z & \partial F_2 / \partial \omega & \partial F_2 / \partial \varphi & \partial F_2 / \partial \kappa \\ \partial F_3 / \partial b_y & \partial F_3 / \partial b_z & \partial F_3 / \partial \omega & \partial F_3 / \partial \varphi & \partial F_3 / \partial \kappa \\ \partial F_4 / \partial b_y & \partial F_4 / \partial b_z & \partial F_4 / \partial \omega & \partial F_4 / \partial \varphi & \partial F_4 / \partial \kappa \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

$$B = \begin{bmatrix} \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 & \partial F_1 / \partial x_1 \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 - F_1 \\ 0 - F_2 \\ 0 - F_3 \\ 0 - F_4 \end{bmatrix} \quad (5-14)$$

Εάν τα παρατηρούμενα μεγέθη (εικονοσυντεταγμένες) έχουν μετρηθεί με διαφορετικό τρόπο, τότε μπορούν να θεωρηθούν ως ανισοβαρείς παρατηρήσεις, και σε καθεμία από αυτές να αποδοθεί διαφορετικό βάρος.

5.3 Εμπροσθοτομία

Ως φωτογραμμετρική εμπροσθοτομία ορίζεται εκείνη η διαδικασία κατά την οποία προσδιορίζονται οι τριδιάστατες συντεταγμένες X, Y, Z σημείων στο χώρο από μετρήσεις σε δύο ή περισσότερες εικόνες, εφόσον είναι γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού καθώς και οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες x, y, x', y' .

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, από τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής είναι γνωστή μια προσεγγιστική τιμή της σταθεράς c και έχει γίνει η υπόθεση ότι $x_0 = y_0 = 0$. Επιπλέον είναι γνωστά τα στοιχεία του σχετικού προσανατολισμού που έχουν προσδιορισθεί από τη Συνθήκη Συνεπιπεδότητας.

Η σχέση που χρησιμοποιείται είναι αυτή της συνθήκης συγγραμμικότητας, λυμένη ως προς τις συντεταγμένες του χώρου:

$$X - X_0 = (Z - Z_0) * \frac{r_{11} * x + r_{21} * y - r_{31} * c}{r_{13} * x + r_{23} * y - r_{33} * c} \quad (5-15)$$

$$Y - Y_0 = (Z - Z_0) * \frac{r_{11} * x + r_{21} * y - r_{31} * c}{r_{13} * x + r_{23} * y - r_{33} * c}$$

Οι εξισώσεις συγγραμμικότητας προσφέρουν δύο εξισώσεις για κάθε σημείο που έχει μετρηθεί σε κάθε εικόνα, συνεπώς υπάρχουν τέσσερις εξισώσεις για κάθε σημείο, από τις οποίες βρίσκονται οι τρεις γεωδαιτικές συντεταγμένες. Άρα υπάρχει ένας βαθμός ελευθερίας (εάν το σημείο απεικονίζεται σε περισσότερες από δύο εικόνες τότε εισάγονται δύο ακόμα εξισώσεις για κάθε εικόνα). Το πρόβλημα της φωτογραμμετρικής εμπροσθοτομίας επιλύεται με τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων. Η συνθήκη συγγραμμικότητας δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους, συνεπώς απαιτούνται προσωρινές τιμές. Αυτές υπολογίζονται απευθείας από τις τρεις εκ των τεσσάρων εξισώσεων κάθε σημείου του ζεύγους, γενικά τις δύο κατά X και τη μία κατά Y , οπότε οι αρχικές τιμές προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος αυτού.

5.4 Επίλυση με Συνόρθωση της Δέσμης

Βασικό στοιχείο της μεθόδου αποτελεί η δέσμη ακτίνων της εικόνας και επιδιώκεται να ενταχθούν κατευθείαν οι δύο δέσμες στο σύστημα του χώρου με βάση και τα κοινά εικονοσημεία. Οι εικόνες προσανατολίζονται ταυτόχρονα και μεταξύ τους αλλά και προς το σύστημα του χώρου, το οποίο εξασφαλίζεται με το να συνορθωθούν όλες οι εικονοσυντεταγμένες ομόλογων σημείων (Πέτσα, 2000).

Η συνόρθωση με τη μέθοδο της δέσμης πραγματοποιείται με την μέθοδο των έμμεσων παρατηρήσεων με μαθηματικό μοντέλο τη συνθήκη συνεπιπεδότητας:

$$x = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{12}(Y - Y_0) + r_{13}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (5-16)$$

$$y = y_0 - c \frac{r_{21}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{23}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

Άγνωστες παράμετροι είναι οι συντεταγμένες χώρου των ομόλογων σημείων και οι 6 παράμετροι του εξωτερικού προσανατολισμού για κάθε εικόνα. Στην περίπτωση συνόρθωσης δέσμης με αυτοβαθμονόμηση με περισσότερες από δύο εικόνες, άγνωστοι είναι και οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής (c , x_0 , y_0 , αλλά και οι συντελεστές του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής k_1 , k_2), ενώ στην περίπτωση του ζεύγους μπορεί να προσδιοριστεί μόνο μερικώς (πχ. το c) ο εσωτερικός προσανατολισμός.

Παρατηρούμενα μεγέθη είναι οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες των ομόλογων σημείων και των φωτοσταθερών σε όλες τις εικόνες. Οι βαθμοί ελευθερίας του μπλοκ είναι οι 7 του 3D μετασχηματισμού ομοιότητας (3 μεταθέσεις, 3 στροφές και κλίμακα). Συνεπώς, τα ελάχιστα φωτοσταθερά που απαιτούνται για την επίλυση με τη μέθοδο της δέσμης είναι 3. Στην περίπτωση που δεν χρησιμοποιούνται φωτοσταθερά, τότε οι 7 βαθμοί ελευθερίας δεσμεύονται με άλλον τρόπο, πχ. με ορισμό αυθαίρετου συστήματος αναφοράς.

6 ΠΟΛΥΕΙΚΟΝΙΚΗ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΔΕΣΜΗΣ ΜΕ ΑΥΤΟΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ

Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε αναλυτική αναφορά στις τεχνικές για τον προσδιορισμό ομολογιών καθώς και προσεγγιστικών τιμών για τον προσανατολισμό σε ζεύγη εικόνων. Η αυτόματη πολυεικονική συνόρθωση μπλοκ εικόνων με τη μέθοδο της δέσμης θέτει, προφανώς, επιπλέον ζητήματα.

- Ένα πρώτο ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι: *σε ένα μπλοκ άγνωστης γεωμετρίας ποιες εικόνες έχουν επικάλυψη με ποιες αλλά και σε ποια διεύθυνση της εικόνας (δηλαδή κυρίως κατά x ή κυρίως κατά y) είναι η επικάλυψη*. Αυτό πραγματοποιήθηκε με αφετηρία την αναζήτηση ομολογιών SIFT σε όλες τις εικόνες ανά δύο.
- Είναι σαφές (και φυσικά ευκταίο) ότι πολλά σημεία απεικονίζονται σε περισσότερες από δύο εικόνες. Κρίσιμο θέμα προς επίλυση, λοιπόν, είναι η αναγνώρισή τους σε όσες εικόνες υπάρχουν. Συνεπώς, παρουσιάζεται η ανάγκη απόδοσης ενός μοναδικού κωδικού σε κάθε σημείο του μοντέλου, ώστε η διαχείρισή τους να είναι πιο απλή. Με τη χρήση αυτών των κωδικών πραγματοποιείται η σύνδεση των εικονοσυντεταγμένων με τις συντεταγμένες μοντέλου των σημείων που προκύπτουν από τη συνόρθωση.

- Για την γενική επίλυση της δέσμης απαιτούνται προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους του προσανατολισμού και των συντεταγμένων μοντέλου *σε κοινό σύστημα*. Ο Δεσμευμένος Επιπολικός Πίνακας και εν συνεχεία η επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας δίνουν τιμές για αυτά τα στοιχεία, αλλά *σε διαφορετικά συστήματα αναφοράς* (στο σύστημα της αριστερής εικόνας του εκάστοτε ζεύγους). Συνεπώς είναι αναγκαίος ο μετασχηματισμός των σχετικών στροφών και μεταθέσεων σε κοινό σύστημα με ενιαία κλίμακα. Ως τέτοιο θεωρήθηκε εκείνο της αριστερής εικόνας με κλίμακα που ορίζεται από την υπόθεση $B_x=1$ για το πρώτο ζεύγος.

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται αρχικά η διαδικασία αντιστοίχισης σημείων σε τα ζεύγη και της κωδικοποίησης των σημείων. Στη συνέχεια οι τρόπος εύρεσης της “σωστής” διάταξης των εικόνων, η μεταφορά των απαραίτητων στοιχείων στο κοινό σύστημα και, τέλος, περιγράφεται η γενική επίλυση με τη μέθοδο της δέσμης με όλες τις εικόνες.

6.1 Αντιστοίχιση και Κωδικοποίηση Σημείων

Με χρήση των αλγορίθμων SIFT, Least Median of Squares και τελικά τη συνθήκη συνεπιπεδότητας έχουν ήδη οριστικοποιηθεί οι τελικές ομολογίες σημείων για κάθε ζεύγος εικόνων. Έτσι, για κάθε ζεύγος εξάγεται ένας πίνακας με εικονοσυντεταγμένες κάθε σημείου στη αριστερή και δεξιά εικόνα. Ενδεικτικά παρατίθενται οι πίνακες για δύο συνεχόμενα ζεύγη, τα οποία δημιουργούνται από κάποιες τρεις εικόνες 1, 2, 3 (Πίνακας 6-1).

Όλα αυτά τα σημεία θα εισαχθούν ως παρατηρήσεις στην συνθήκη συγγραμμικότητας κατά την γενική επίλυση με τη μέθοδο της δέσμης. Εν συνεχεία, αποδίδεται σε κάθε σημείο ένας κωδικός, και με αυτόν τον τρόπο τοποθετείται αυτό στη σωστή θέση για τη δημιουργία του πίνακα σχεδιασμού A . Είναι προφανές ότι σημεία που εμφανίζονται σε περισσότερες από δύο εικόνες οφείλουν να έχουν τον ίδιο κωδικό. Συνεπαγωγή του παραπάνω είναι ότι κάθε κωδικός αντιστοιχεί *σε ένα και μοναδικό σημείο του χώρου*.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, στα σημεία του πρώτου πίνακα, ο οποίος περιλαμβάνει όλα τα σημεία που έχουν βρεθεί στην πρώτη εικόνα και έχουν αντιστοιχιστεί με κάποια

ή κάποιες από όλες τις εικόνες που έχουν εξεταστεί (δηλαδή σημεία που έχουν συμμετάσχει στον υπολογισμό κάποιου επιπολικού πίνακα ή κάποιων επιπολικών πινάκων), αποδίδεται αρχικά αύξων αριθμός με αφετηρία το 1 και κατάληξη τον αριθμό των γραμμών του πίνακα των σημείων.

Κωδικός	x	y
1	9.3513	202.7277
2	154.8397	5.986374
3	-1.34528	-30.9224
4	1.215424	170.6497
5	-30.9052	44.46504
6	-26.2356	197.0242
7	-25.8467	-74.2022
8	-2.72388	24.63075
9	-2.49249	1.032471
10	1.274597	-16.4254
11	-78.5536	-60.3818
12	3.190094	17.21211
13	131.6745	-49.867

Πίνακας 6-1: Τα σημεία ενδιαφέροντος που εμφανίζονται στην πρώτη εικόνα (αναφοράς).

Στη συνέχεια πρέπει να αποδοθούν κωδικοί στα σημεία της επόμενης εικόνας, δηλαδή στα σημεία της που επίσης έχουν συμμετάσχει στον υπολογισμό κάποιου επιπολικού πίνακα (ή κάποιων επιπολικών πινάκων). Συγκρίνονται, έτσι, το σύνολο των εικονοσυντεταγμένων της αμέσως επόμενης εικόνας με τις εικονοσυντεταγμένες της πρώτης εικόνας. Όσα σημεία εμφανίζουν ομολογία παίρνουν τον κωδικό που τους αντιστοιχεί. Εν συνεχεία σε όσα σημεία της υπό εξέταση εικόνας δεν έχουν πάρει κωδικό αποδίδεται ο πρώτος μη χρησιμοποιημένος έως τώρα αύξων κωδικός.

x_1	y_1	x_2	y_2
131.6745	-49.867	167.8762	-47.7681
154.8397	5.986374	223.213	10.95518
-1.34528	-30.9224	4.039154	-24.4732
1.215424	170.6497	14.42786	178.7025
-26.2356	197.0242	-24.7729	203.6538
-25.8467	-74.2022	-30.1522	-66.9276
-2.72388	24.63075	-6.52661	31.56615
-2.49249	1.032471	-57.8577	6.032898

Πίνακας 6-2: Ομολογίες ζεύγους 1-2

x_1	y_1	x_2	y_2
9.351379	202.7277	-26.5742	138.0798
-74.8326	181.5579	-111.607	119.942
-1.34528	-30.9224	-53.8498	-36.6394
-25.8467	-74.2022	-95.401	-76.0458
-30.9052	44.46504	-77.1967	33.04672
1.215424	170.6497	-38.5074	154.9618
-78.5536	-60.3818	-151.75	-53.1983
154.8397	5.986374	230.7897	0.43013
3.190094	17.21211	-35.0713	2.843781

Πίνακας 6-3: Ομολογίες ζεύγους 1-3

Τέλος, εξετάζονται διαδοχικά όλες οι υπόλοιπες εικόνες ως προς την πρώτη (εικόνα αναφοράς) και αποδίδονται κωδικοί μόνο σε εκείνα τα σημεία που σχηματίζουν ομολογίες. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε εικόνα του μπλοκ.

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι με αυτόν τον τρόπο αντιστοιχίζονται τελικά όλα τα κοινά σημεία διαδοχικών μοντέλων και παίρνουν μοναδικό κωδικό, ενώ μοναδικό κοινό κωδικό παίρνουν και όσα σημεία βρίσκονται μόνο σε ένα μοντέλο. Είναι λοιπόν προφανές ότι οι κωδικοί περιγράφουν μοναδικά τα αντίστοιχα σημεία του χώρου. Αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας είναι πίνακες της ακόλουθης μορφής, οι οποίοι εισάγονται στην πολυεικονική συνόρθωση δέσμης.

Ο πρώτος πίνακας (Πίνακας 6-4) είναι κατάλογος σημείων δυαδικής μορφής, ο οποίος απεικονίζει *ποιο σημείο απεικονίζεται σε ποια εικόνα*. Το 1 δηλώνει παρουσία του σημείου ενώ το 0 απουσία του. Ο δεύτερος πίνακας (Πίνακας 6-5) περιλαμβάνει την εικονοσυντεταγμένη x κάθε σημείου που εμφανίζεται σε κάποια εικόνα. Αντίστοιχα σχηματίζεται και ένας τρίτος πίνακας, ο οποίος αποτελεί τον κατάλογο σημείων κατά y .

Κωδικός	Εικ. 1	Εικ. 2	Εικ. 3
1	1	0	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	0
6	1	0	1
7	1	1	0
8	1	1	0
9	1	1	0
10	1	1	0
11	1	0	1
12	1	0	1
13	1	1	1

Πίνακας 6-4: Δυαδικός κατάλογος εμφάνισης σημείων στις εικόνες

Κωδικός	Εικ. 1	Εικ. 2	Εικ. 3
1	9.3513	-	138.0798
2	154.8397	223.213	230.7897
3	-1.34528	4.039154	-53.8498
4	1.215424	14.42786	-38.5074
5	-30.9052	-25.0417	-
6	-26.2356	-24.7729	
7	-25.8467	-30.1522	-
8	-2.72388	-6.52661	-
9	-2.49249	-57.8577	-
10	1.274597	14.75519	-
11	-78.5536	-	-151.75
12	3.190094	-	-35.0713
13	131.6745	167.8762	-61.5543

Πίνακας 6-5: Κατάλογος σημείων με τις εικονοσυντεταγμένες x σε κάθε εικόνα

Να σημειωθεί εδώ ότι, ολοκληρώνοντας τη διαδικασία αντιστοίχισης σημείων με την παραπάνω υλοποίηση, μπορεί φυσικά κανείς να εντοπίσει ως ομόλογα σημεία που φαίνονται σε μη διαδοχικά μοντέλα.

6.2 Μεταφορά Προσανατολισμών και 3D Σημείων σε Κοινό Σύστημα

Από την επίλυση με τη συνθήκη συνεπιπεδότητας για κάθε στερεοζεύγος έχουν προσδιοριστεί οι σχετικοί προσανατολισμοί και από τις εμπροσθοτομίες σε ζεύγη εικόνων οι συντεταγμένες μοντέλου των ομόλογων σημείων στο σύστημα της εκάστοτε αριστερής εικόνας. Είναι αυτονόητο ότι σε κάθε στερεοζεύγος τα στοιχεία προσανατολισμού της εικόνας που ορίζουν το σύστημα αναφοράς (είτε η αριστερή είτε η πάνω εικόνα) έχουν μηδενικές τιμές, ενώ έχει δοθεί αυθαίρετα η τιμή ίση με 1 στη συντεταγμένη X_{02} είτε στην Y_{02} του προβολικού κέντρου αναλόγως με τη θέση της εικόνας.

Το ζητούμενο βέβαια είναι να εκφράσει τελικά κανείς τις παραμέτρους του προσανατολισμού κάθε εικόνας καθώς και όλες οι συντεταγμένες των σημείων όλων των στερεομοντέλων σε κοινό σύστημα, αξιοποιώντας τους προσανατολισμούς των ζευγών. Το κοινό σύστημα στην παρούσα διπλωματική εργασία το ορίζει η εικόνα η οποία σχηματίζει τους περισσότερους επιπολικούς πίνακες με τις υπόλοιπες εικόνες. Αυτά λοιπόν θα είναι τα στοιχεία που θα εισαχθούν στην πολυεικονική μέθοδο της δέσμης, όπου θα παίρνουν μέρος όλες οι εικόνες και θα συνορθώνονται όλες οι παρατηρήσεις. Επομένως, τα στοιχεία αυτά πρέπει να εκφραστούν στο ενιαίο σύστημα (σύστημα της κύριας εικόνας) με τους κατάλληλους μετασχηματισμούς στις γωνίες στροφής, τις βάσεις των ζευγών και τις 3D συντεταγμένες των σημείων που έχουν υπολογιστεί στα διαφορετικά συστήματα μοντέλου. Είναι προφανές ότι τα στοιχεία του σχετικού προσανατολισμού της εικόνας που έπεται της κύριας (αναφοράς) και σχηματίζει το στερεομοντέλο που ορίζει την κλίμακα για τα υπόλοιπα, δεν χρειάζονται περαιτέρω διορθώσεις, αφού ήδη αναφέρονται εξ ορισμού στο επιλεγμένο σύστημα αναφοράς. Το ίδιο ισχύει και για τις συντεταγμένες των σημείων αυτού του μοντέλου.

Έστω λοιπόν μπλοκ αποτελούμενο από k εικόνες και n στερεοζεύγη. Για την επίλυση των σχετικών προσανατολισμών έχει γίνει η παραδοχή ότι $B_x=1$ είτε $B_y=1$, συνεπώς κάθε ζεύγος έχει δική του κλίμακα.

1. Έκφραση γωνιών στροφής σε κοινό σύστημα

Σε μπλοκ με n στερεομοντέλα όπου δεν υπάρχουν φωτοσταθερά, οι στροφές κάθε μιας από τις k εικόνες πρέπει να μετασχηματιστούν κατάλληλα ώστε να εκφραστούν στο σύστημα της εικόνας που ορίζει το σύστημα αναφοράς.

Η εικόνα η οποία έπεται της κύριας εικόνας που ορίζει το σύστημα αναφοράς έχει ήδη, όπως προαναφέρθηκε, σωστά εκφρασμένες στροφές ως προς την κύρια. Κάθε άλλη εικόνα εκτός λοιπόν αυτής πρέπει να στραφεί με βάση τον ακόλουθο πίνακα, όπου R_i οι πίνακες σχετικών στροφών κάθε επόμενης εικόνας των μοντέλων:

$$R_{i \rightarrow 1} = R_2^T * \dots * R_i^T \quad (6-1)$$

όπου το i μπορεί να πάρει τιμές από 3 έως k και αναφέρεται στις εικόνες. Έτσι, $R_{i \rightarrow 1}$ είναι ο πίνακας με τον οποίο μπορεί να στραφεί η εκάστοτε εικόνα i προκειμένου να εκφραστεί στο κοινό σύστημα. Τελικά, οι γωνίες στροφής κάθε εικόνας προκύπτουν από τον ανάστροφο πίνακα (6-1):

$$R_i^T = (R_{i \rightarrow 1}^T) = (R_2^T * \dots * R_i^T)^T \quad (6-2)$$

2. Αποκατάσταση ενιαίας κλίμακας

Όπως προαναφέρθηκε, κάθε στερεοζεύγος έχει διαφορετική κλίμακα και έτσι πρέπει να γίνει μία διόρθωση ώστε οι συντεταγμένες λήψης του μοντέλου να αναφέρονται πλέον σε ενιαία κλίμακα. Σαν πρώτο βήμα υπολογίζονται οι σχετικές κλίμακες των μοντέλων ανά δύο, εκτός του μοντέλου βάσης. Για τον λόγο αυτό εντοπίζονται τα κοινά σημεία μεταξύ δύο μοντέλων και χρησιμοποιώντας τα κοινά σημεία μπορεί να υπολογίσει κανείς την σχετική κλίμακα.

Αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση να υπάρχει *τουλάχιστον ένα κοινό σημείο* μεταξύ των υπό εξέταση μοντέλων. Έτσι, λοιπόν η κλίμακα λ_N ενός μοντέλου N ως προς μοντέλο M προκύπτει από την απαίτηση για ισότητα του μήκους των προβολικών ακτίνων:

$$\lambda_N = \frac{\sqrt{(X_{Ni})^2 + (Y_{Ni})^2 + (Z_{Ni})^2}}{\sqrt{(X_{0M} - X_{Mi})^2 + (Y_{0M} - Y_{Mi})^2 + (Z_{0M} - Z_{Mi})^2}} \quad (6-3)$$

όπου με τους δείκτες $(0M)$ συμβολίζεται το κέντρο λήψης της αριστερής φωτογραφίας, που αποτελεί την δεξιά για το προηγούμενο μοντέλο, ενώ με τους δείκτες (Ni) , (Mi) το σημείο i στα δύο σημειοσύνολα. Με την παραπάνω απλή διαδικασία υπολογίζονται οι κλίμακες μεταξύ των μοντέλων.

3. Έκφραση όλων των σημείων λήψης σε κοινό σύστημα

Τα στοιχεία $X_0(=B_x)$, $Y_0(=B_y)$, $Z_0(=B_z)$ της δευτέρης εικόνας αναφέρονται στο σύστημα της εκάστοτε αριστερής εικόνας, δηλαδή στο σωστό σύστημα αναφοράς και δεν χρειάζονται

περαιτέρω διόρθωση. Όμως κάθε άλλο κέντρο λήψης κάποιας άλλης εικόνας αναφέρεται σε κάποιο άλλο σύστημα που ορίζεται από κάποια τυχαία εικόνα του μπλοκ, με την οποία σχηματίζει μοντέλο. Είναι αναγκαίο, λοιπόν, να μεταφερθούν σε κοινό σύστημα. Η μεταφορά αυτή για την τυχαία εικόνα i , που έστω ότι είναι η δεξιά εικόνα του μοντέλου L , γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_{i-1 \rightarrow 1} + \lambda_L * R_i^T * \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \quad (6-4)$$

όπου $\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1}$: οι συντεταγμένες του σημείου λήψης της εικόνας i στο κοινό σύστημα

$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_{i-1 \rightarrow 1}$: οι συντεταγμένες του σημείου λήψης της εικόνας $i-1$ στο κοινό σύστημα

λ_L : η σχετική κλίμακα του μοντέλου L (αποτελούμενου από τις εικόνες $i-1$ και i) ως προς το προηγούμενο μοντέλο $L-1$ (αποτελούμενο από τις εικόνες $i-2$ και $i-1$)

R_i^T : ο πίνακας με τον οποίο πρέπει να στραφεί η εικόνα i

$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$: η βάση του μοντέλου L .

4. Έκφραση συντεταγμένων μοντέλου σε κοινό σύστημα

Η διαδικασία η οποία ακολουθείται για την έκφραση συντεταγμένων μοντέλου σε κοινό σύστημα είναι παρόμοια με την περιγραφείσα ακριβώς παραπάνω. Τα σημεία του μοντέλου L , το οποίο πχ. αποτελείται από τις εικόνες i και $i+1$, θα γίνουν:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{L \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_{i \rightarrow 1} + \lambda_L * R_i^T * \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_L \quad (6-5)$$

Ολοκληρώνοντας και αυτό το βήμα, έχει υλοποιήσει κανείς όλες οι απαραίτητες διαδικασίες για να αναχθούν όλα τα στοιχεία του μπλοκ στο κοινό σύστημα αναφοράς που έχει επιλεγεί στην αρχή και πλέον μπορούν να εισαχθούν ως προσεγγιστικές τιμές στην γενική επίλυση με συνόρθωση δέσμης.

6.3 Μαθηματικό Μοντέλο Συνόρθωσης Δέσμης για N Εικόνες

Η συνόρθωση δέσμης για N εικόνες υλοποιείται με το μαθηματικό μοντέλο της συνθήκης συγγραμμικότητας ακόμα και αν δεν είναι γνωστά τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται επίλυση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση, πράγμα που εν προκειμένω ισχύει απολύτως, αφού αυστηρά μιλώντας ως αυτοβαθμονόμηση χαρακτηρίζεται η διαδικασία όπου δεν υπάρχει καμία εξωτερική πληροφορία.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν υπάρχουν πράγματι σημεία γνωστών συντεταγμένων του χώρου και όπως έχει προαναφερθεί υπολογίζονται οι σχετικές θέσεις και στροφές των εικόνων ως προς ένα κοινό σύστημα αναφοράς (στην περίπτωση αυτή εκείνης της εικόνας που έχει σχηματίσει τους περισσότερους επιπολικούς πίνακες με τις υπόλοιπες εικόνες του μπλοκ). Με σκοπό, λοιπόν, να δεσμευτούν οι 7 παράμετροι του 3D μετασχηματισμού ομοιότητας, θεωρούνται τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της με μηδενικές τιμές, και δίδεται αυθαίρετα τιμή 1 στην συντεταγμένη X_{02} συνηθέστερα του σημείου λήψης της δεύτερης εικόνας (δηλαδή στην κατά x συνιστώσα της βάσης του πρώτου μοντέλου), ενώ οι υπόλοιπες 5 παράμετροι της ($Y_{02}, Z_{02}, \omega_2, \varphi_2, \kappa_2$) θεωρούνται φυσικά άγνωστες. Άγνωστοι επίσης θεωρούνται τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού κάθε άλλης εικόνας του μπλοκ, οι συντεταγμένες μοντέλου των ομόλογων σημείων και οι 5 παράμετροι c, x_0, y_0, k_1, k_2 του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής. Καταλήγει κανείς ότι για λωρίδα N εικόνων όπου υπάρχουν m άγνωστα σημεία του χώρου, οι άγνωστες παράμετροι θα είναι: $5 + 5 + 6 \times (N - 2) + 3 \times m$.

Ως παρατηρούμενα μεγέθη ορίζονται οι μετρημένες εικονοσυντεταγμένες x, y όλων των ομόλογων σημείων σε όλες τις εικόνες. Για κάθε μετρημένο εικονοσημείο οποιασδήποτε

εικόνας προκύπτουν δύο εξισώσεις παρατήρησης. Αυτό σημαίνει ότι αν ένα σημείο εμφανίζεται σε 3 εικόνες, τότε συμβάλει στο σύστημα με 6 εξισώσεις παρατήρησης (2×3).

Οι έμμεσες παρατηρήσεις είναι εκείνη η μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται για τη συνόρθωση δέσμης σε N εικόνες με αυτοβαθμονόμηση. Στο μαθηματικό μοντέλο (συνθήκη συγγραμμικότητας) γίνεται εισαγωγή των κατά x, y συνιστωσών $\Delta x_r, \Delta y_r$ της ακτινικής διαστροφής Δr .

$$x = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{12}(Y - Y_0) + r_{13}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta x_r \quad (6-6)$$

$$y = y_0 - c \frac{r_{21}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{23}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta y_r \quad (6-7)$$

όπου

$$\Delta x_r = (\tilde{x} - x_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (6-8)$$

$$\Delta y_r = (\tilde{y} - y_0)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (6-9)$$

Οι συντελεστές του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής μπορούν να υπολογιστούν με δύο τρόπους (Ντούσκο, 2006):

1. Με την θεώρηση πως η ακτινική διαστροφή Δr αναφέρεται στην προβολή των σημείων του χώρου μέσω της αυστηρής κεντρικής προβολής, στο επίπεδο της εικόνας, δηλαδή με αναφορά στη δέσμη του χώρου (ground-based):

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5$$

2. Με την θεώρηση πως η ακτινική διαστροφή $\Delta r'$ αναφέρεται στις μετρημένες εικονοσυντεταγμένες, δηλαδή με αναφορά στη δέσμη της εικόνας (image-based):

$$\Delta r = k'_1 r'^3 + k'_2 r'^5$$

Η πρώτη αποτελεί αυστηρή έκφραση της ακτινικής διαστροφής, αφού και ως γνωστόν η ακτινική διαστροφή ορίζεται από την “συνάρτηση της εικόνας”:

$$r' = c \times \tan\tau + \Delta r = r + \Delta r$$

Η σχέση αυτή λέει ότι μια πραγματική ακτινική απόσταση r' στην εικόνα αποτελείται από ένα προβολικό μέρος οφειλόμενο στην καθαρή κεντρική προβολή ($r = c \times \tan\tau$) και από το μη προβολικό σφάλμα Δr της ακτινικής διαστρόφης (Μπούρου, 2015). Όπως φαίνεται και παραπάνω το Δr υπολογίζεται με το γνωστό πολυώνυμο της ακτινικής διαστρόφης που είναι συνάρτηση της ακτινικής απόστασης. Ωστόσο η αληθής ακτινική απόσταση r δεν είναι κατ' αρχήν γνωστή. Για τον λόγο αυτό επιλέγεται συχνά ο δεύτερος τρόπος (image-based) αλλά πολύ συχνά εισάγονται έτσι σφάλματα τα οποία δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα.

Στις περισσότερες περιπτώσεις συνόρθωσης είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει κάποιος την αυστηρή προσέγγιση, με το να προβάλλει σε κάθε επανάληψη τα σημεία του χώρου στην εικόνα με βάση τα δεδομένα κάθε επανάληψης. Έτσι στην παρούσα διπλωματική εργασία έχει επιλεγεί η αυστηρή προσέγγιση της ακτινικής διαστρόφης, δηλαδή οι ποσότητες \tilde{x} , \tilde{y} που εμφανίζονται στις εξισώσεις (6-8) και (6-9) υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tilde{x} = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{12}(Y - Y_0) + r_{13}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (6-10)$$

$$\tilde{y} = y_0 - c \frac{r_{21}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{23}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (6-11)$$

Τα σημεία αυτά υπολογίζονται εκ νέου σε κάθε επανάληψη ως προβολή στην εικόνα, μέσω των τιμών του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού της εκάστοτε προηγούμενης επανάληψης, των ανανεωμένων συντεταγμένων των σημείων του μοντέλου.

Η συνθήκη συγγραμμικότητας, ως γνωστόν, δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους και για τον λόγο αυτό είναι αναγκαία η γραμμικοποίησή της:

$$b_x = x - x^o = \frac{\partial x}{\partial X_o} \delta X_o + \frac{\partial x}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial x}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial x}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial X} \delta X + \frac{\partial x}{\partial Y} \delta Y \\ + \frac{\partial x}{\partial Z} \delta Z + \frac{\partial x}{\partial c} \delta c + \frac{\partial x}{\partial x_o} \delta x_o + \frac{\partial x}{\partial y_o} \delta y_o + \frac{\partial x}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial x}{\partial k_2} \delta k_2 + v_x$$

$$b_y = y - y^o = \frac{\partial y}{\partial X_o} \delta X_o + \frac{\partial y}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial y}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial y}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial X} \delta X + \frac{\partial y}{\partial Y} \delta Y \\ + \frac{\partial y}{\partial Z} \delta Z + \frac{\partial y}{\partial c} \delta c + \frac{\partial y}{\partial x_o} \delta x_o + \frac{\partial y}{\partial y_o} \delta y_o + \frac{\partial y}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial y}{\partial k_2} \delta k_2 + v_y$$

όπου x^o, y^o οι προσεγγιστικές τιμές των παρατηρήσεων.

Επιπλέον, επειδή οι εξισώσεις παρατήρησης έχουν μη γραμμική μορφή απαιτούνται προσεγγιστικές τιμές για τα άγνωστα στοιχεία. Οι προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους του σχετικού προσανατολισμού των εικόνων και τις συντεταγμένες μοντέλου των σημείων σύνδεσης έχουν εξασφαλιστεί με τους τρόπους που έχουν περιγραφεί ήδη. Ως προσεγγιστική τιμή της σταθεράς c χρησιμοποιείται η μεσαία τιμή των εκτιμήσεων που έχει προκύψει κατά τη διαδικασία της μερικής αυτοβαθμονόμησης σε ζεύγη κατά τον Newsam. Οι αρχικές τιμές για τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου καθώς και των παραμέτρων της ακτινικής διαστρόφης θεωρούνται μηδενικές.

Οι εξισώσεις παρατήρησης γράφονται ως εξής:

$$b = A * \Delta x$$

όπου \mathbf{b} : το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων

\mathbf{A} : ο πίνακας σχεδιασμού

$\Delta \mathbf{x}$: το διάνυσμα των διορθώσεων των αρχικών τιμών

όπου το διάνυσμα αυτό των διορθώσεων των προσεγγιστικών τιμών προκύπτει ως:

$$\Delta x = (A^T A)^{-1} A^T b = N^{-1} A^T b$$

Η επαναληπτική διαδικασία συνόρθωσης πραγματοποιείται μέχρις ότου όλες οι τιμές των γραμμικών και γωνιακών στοιχείων του διανύσματος των διορθώσεων Δx να είναι

μικρότερες από κάποια συγκεκριμένα όρια. Οι βαθμοί ελευθερίας που χαρακτηρίζουν τη διαδικασία της συνόρθωσης ισούνται με τη διαφορά του αριθμού παρατηρήσεων από τον αριθμό των αγνώστων. Επιπλέον, το τυπικό σφάλμα των μετρήσεων υπολογίζεται ως:

$$\sigma_o = \pm \sqrt{\frac{[v^T v]}{r}}$$

όπου v το διάνυσμα των εναπομενόντων σφαλμάτων των μετρήσεων που προκύπτει από τη σχέση $v = A * \Delta x - b$ και r οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος. Ακόμα αποτελέσματα της συνόρθωσης είναι και ο πίνακας μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας που ορίζεται ως:

$$V = N^{-1} * \sigma_o^2$$

Για να βελτιωθεί η ακρίβεια επίλυσης εφαρμόστηκε ο απλός έλεγχος απόρριψης χονδροειδών σφαλμάτων. Σε κάθε επανάληψη τα εικονοσημεία με τη μεγαλύτερη τιμή υπολοίπου v με $|v| > 3.5 * \sigma_o$ αφαιρείται από το σύνολο των μετρήσεων και επαναλαμβάνεται η συνόρθωση. Τελικά, όπως θα φανεί στην συνέχεια, δεν χρειάστηκε να απορριφθούν παρά ελάχιστα σημεία.

6.4 Συνόρθωση Δέσμης Εικόνων Τυχαίας Διάταξης

Όπως προαναφέρθηκε, σε πρόσφατη διπλωματική εργασία (Μπούρου, 2015) αντιμετωπίστηκε η περίπτωση αυτόματου φωτοτριγωνισμού από εικόνες δεδομένης διαδοχής. Στόχος εδώ ήταν ακριβώς η διαχείριση ενός μπλοκ εικόνων τυχαίας διάταξης, δηλαδή ενός σετ εικόνων για τις οποίες δεν υπάρχει καμία απολύτως *a priori* πληροφορία για τις σχετικές τους θέσεις. Ενδεικτικά, η παρούσα περίπτωση μπορεί να αφορά πχ. ένα σετ εικόνων, που απεικονίζουν ένα μνημείο ή ένα τοπίο το οποίο έχει φωτογραφηθεί από πολλές γωνίες και θέσεις είτε να αφορά εικόνες που έχουν αποκτηθεί από κάποια βάση δεδομένων και δεν υπάρχει συγκεκριμένη σειρά διαδοχής τους είτε και εικόνες από πλατφόρμες UAV όπου η γεωμετρία των λήψεων δεν είναι πάντοτε ελεγχόμενη. Προφανώς υπάρχουν

σήμερα αρκετοί εμπορικοί, ή και μη, αλγόριθμοι που αντιμετωπίζουν με επάρκεια αυτό το πρόβλημα. Πρόκειται όμως, παρ' όλα αυτά, για ένα ζήτημα διόλου αυτονόητο όσον αφορά τον σχεδιασμό και την υλοποίησή του στο επίπεδο μιας διπλωματικής εργασίας.

Στα μπλοκ εικόνων με συγκεκριμένη διαδοχή (και ειδικά σε λωρίδες) είναι σύνηθες να είναι δεδομένες οι τριπλές επικαλύψεις ανά τριάδα εικόνων, οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο διαδοχικά στερεομοντέλα. Σε μπλοκ εικόνων αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση να υπάρχουν τριπλές επικαλύψεις στις περιοχές εικόνων, αφού μόνο με διαδοχικές τριάδες εικόνων μπορούν να ενταχθούν όλες οι εικόνες σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς. Σε αυτό το σημείο είναι αναγκαίο να οριστεί τι σημαίνει έγκυρη τριάδα εικόνων.

Η έγκυρη τριάδα εικόνων αποτελεί ένα σύνολο εικόνων συγκεκριμένης αλληλουχίας, τέτοιας ώστε η “κεντρική” εικόνα της τριάδας να σχηματίζει “έγκυρο” στερεομοντέλο με τις άλλες δύο εικόνες (“ακριανές”), και τα δύο αυτά στερεομοντέλα να έχουν τουλάχιστον ένα κοινό σημείο. (Η λέξεις κεντρική και ακριανές είναι σε εισαγωγικά γιατί οι εικόνες δεν είναι αναγκαίο να βρίσκονται εν σειρά αλλά μπορεί να αντιπροσωπεύουν και άλλες σχετικές θέσεις.)

Πράγματι αν δύο στερεομοντέλα έχουν έστω ένα κοινό σημείο τότε επιτυγχάνεται το ζητούμενο της σύνδεσης των στερομοντέλων. Γίνεται εύκολα αντιληπτό το γιατί, αφού (όπως προαναφέρθηκε) ένα μόνο σημείο αρκεί για να βρεθεί η σχετική κλίμακα μεταξύ δύο στερεομοντέλων, και με τον τρόπο αυτό να ενταχθούν σε κοινό σύστημα αναφοράς. Αν, λοιπόν, υπάρχει ένα σύνολο εικόνων συγκεκριμένης διαδοχής για το οποίο είναι γνωστό ότι η κάθε “κυλιόμενη” τριάδα εικόνων αποτελεί έγκυρη τριάδα εικόνων, τότε το παραπάνω σύνολο μπορεί να ενταχθεί σε κοινό σύστημα αναφοράς.

Ως αλυσίδα εικόνων ορίζεται μία διαδοχή εικόνων, η οποία εξασφαλίζει τις έγκυρες κυλιόμενες τριάδες εικόνων. Ο ρόλος του πρώτου μοντέλου στην αλυσίδα εικόνων είναι κομβικής σημασίας, εφόσον η μεν κύρια εικόνα (αναφοράς) ορίζει τις στροφές και τις βάσεις που θα πρέπει να πάρουν οι υπόλοιπες εικόνες ώστε να ενταχθούν στο επιλεγμένο σύστημα αναφοράς, η δε δεύτερη εικόνα του πρώτου μοντέλου ορίζει την κλίμακα. Έστω λοιπόν ένα σύνολο εικόνων και έστω δύο αλυσίδες, τέτοιες ώστε καμία από τις δύο να

μην περιλαμβάνει όλες τις εικόνες του σετ, αλλά κάθε εικόνα του συνόλου να εμπεριέχεται σε μια τουλάχιστον αλυσίδα. Τότε όλες εικόνες θα μπορούν να ενταχθούν σε κοινό σύστημα αναφοράς αν το πρώτο μοντέλο είναι κοινό. Κατά προφανή τρόπο το παραπάνω ισχύει για N αλυσίδες.

6.4.1 Αλγόριθμος προσδιορισμού έγκυρου συστήματος αλυσίδων

Ξεκινώντας από μια δεδομένη εικόνα, ο αλγόριθμος βρίσκει όλες τις υπόλοιπες με τις οποίες η εν λόγω εικόνα σχηματίζει στερεομοντέλο (= αποδεκτός επιπολικός πίνακας). Για κάθε μια από τις εικόνες αυτές (δηλαδή τις εικόνες που σχηματίζουν στερεομοντέλο με την αρχική) εντοπίζει τις εικόνες με τις οποίες αυτή δημιουργεί στερεομοντέλο, χωρίς να συνυπολογίζεται η κύρια εικόνα. Η παραπάνω διαδικασία δημιουργεί μια μορφή *δενδροδιαγράμματος* μεταξύ των εικόνων. Το *δενδροδιάγραμμα* αυτό έχει ως “ρίζα” (root) την κύρια εικόνα, και ισχύουν οι εξής προϋποθέσεις στο τελικό *δενδροδιάγραμμα*:

1. Κάθε “φύλλο” (leaf) του δένδρου συνδέεται με την κύρια εικόνα με μια μοναδική διαδρομή (εξ του ορισμού του *δενδροδιαγράμματος*). Στη διαδρομή αυτή είναι απαραίτητο οποιοδήποτε κυλιόμενο ζευγάρι εικόνων να ορίζει έγκυρο στερεομοντέλο, και κάθε διαδρομή από φύλλο στη ρίζα να μην περιλαμβάνει την ίδια εικόνα πάνω από μια φορά.
2. Για κάθε φύλλο υπολογίζεται η διαδρομή προς την αρχική εικόνα. Με κατεύθυνση από το φύλλο στη ρίζα, δηλαδή από την υπό εξέταση εικόνα στην κύρια, εξετάζεται διαδοχικά κάθε κυλιόμενη τριάδα εικόνων. Αν σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου η υπό εξέταση τριάδα εικόνων δεν αποτελεί έγκυρη τριάδα εικόνων αφαιρούνται από το *δενδροδιάγραμμα* όλες οι πιθανές διαδρομές από την αρχική εικόνα της τριάδας προς τα αντίστοιχα φύλλα.

Άρα προκύπτει τελικά ένα *δενδροδιάγραμμα* που ικανοποιεί όλες τις προϋποθέσεις του *δενδροδιαγράμματος* του πρώτου σταδίου του αλγορίθμου, και επιπλέον κάθε διαδρομή από τη ρίζα προς τα φύλλα αποτελεί μια έγκυρη αλυσίδα εικόνων.

	Εικ.1	Εικ.2	Εικ.3	Εικ.4	Εικ.5
Εικ.1		1	0	1	1
Εικ.2	1		1	0	1
Εικ.3	0	1		0	1
Εικ.4	1	0	0		1
Εικ.5	1	1	1	1	

Πίνακας 6-6: Διαδικός πίνακας απεικόνισης των εικόνων που σχηματίζουν Επιπολικό Πίνακα.

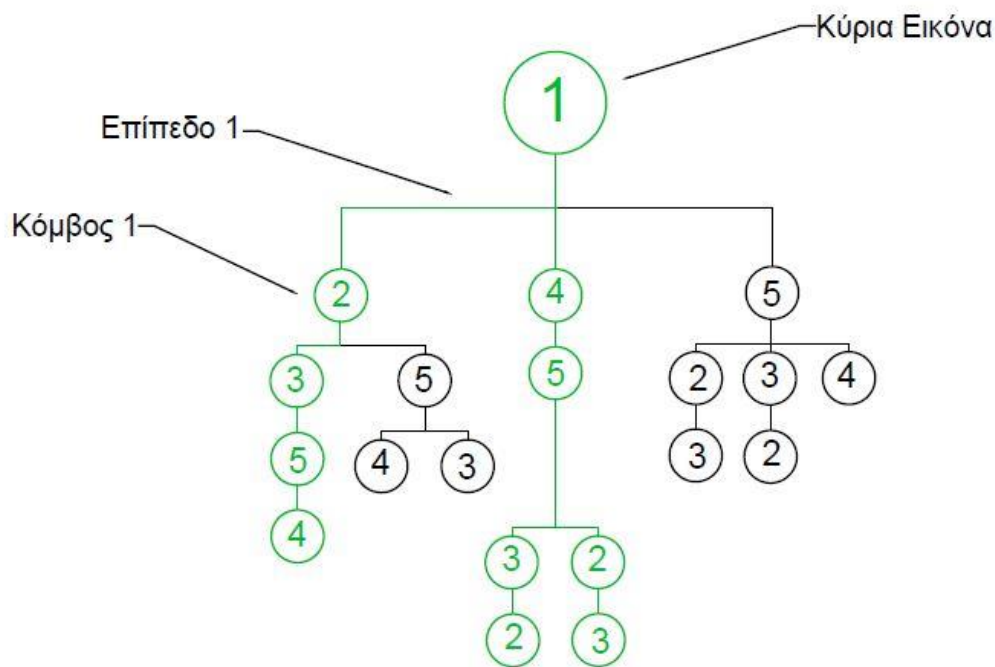
	Εικ.1	Εικ.2	Εικ.3	Εικ.4	Εικ.5
Pt.1	0	1	1	0	1
Pt.2	1	1	1	0	0
Pt.3	0	1	0	1	1
Pt.4	1	1	0	0	1
Pt.5	1	0	1	1	0
Pt.6	1	0	0	1	1
Pt.7	1	1	0	0	1
Pt.8	1	0	1	0	1

Πίνακας 6-7: Διαδικός πίνακας σημείων.

Από τους Πίνακες 6-6 και 6-7, ο πρώτος απεικονίζει τους επιπολικούς πίνακες που δημιουργούνται μετά από τις διαδικασίες του SIFT και του υπολογισμού του F με Least Median of Squares, ο δε δεύτερος απεικονίζει ποια σημεία εμφανίζονται στην εκάστοτε εικόνα. Οι δύο αυτοί πίνακες αποτελούν τα στοιχεία εισόδου στον αλγόριθμο.

Το επόμενο στάδιο του αλγορίθμου είναι η επιλογή του τελικού συνόλου των αλυσίδων που δίνουν μια ικανοποιητική διάταξη του μπλοκ των εικόνων. Ξεκινώντας από το επίπεδο 1 του δενδροδιαγράμματος για κάθε κόμβο του επιπέδου υπολογίζεται το σύνολο των πιθανών αλυσίδων που το εμπεριέχουν. Ελέγχεται αν το σύνολο των αλυσίδων αυτών εμπεριέχει όλες τις εικόνες. Αν ισχύει το παραπάνω ο αλγόριθμος τελειώνει και ως

δόκιμο σύνολο αλυσίδων επιλέγεται το προαναφερθέν. Στην αντίθετη περίπτωση ο αλγόριθμος συνεχίζει στον επόμενο κόμβο του δενδροδιαγράμματος και επαναλαμβάνει τη διαδικασία.



Σχήμα 6-1: Απεικόνιση αλυσίδων σε παράδειγμα με 5 εικόνες

Στο παραπάνω σχήμα (Σχήμα 6-1) εικονογραφείται ένα παράδειγμα δημιουργίας συστήματος αλυσίδων σε μία τυχαία περίπτωση με 5 εικόνες. Όπως φαίνεται, ως κύρια εικόνα έχει επιλεγεί η 1, θεωρούμενη ως εκείνη που σχηματίζει τους περισσότερους επιπολικούς πίνακες. Το επίπεδο 1 αποτελείται από τις εικόνες που σχηματίζουν μοντέλο με την κύρια εικόνα και κάθε μία από αυτές αποτελεί έναν κόμβο. Εν συνεχεία, φαίνεται ο κάθε κόμβος του επιπέδου 1 να σχηματίζει διαδοχικά μοντέλα με άλλες εικόνες του μπλοκ. Με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι αλυσίδες που καταναλώνουν τους λιγότερους υπολογιστικούς πόρους και οποιαδήποτε διαδοχή εικόνων από τις παραπάνω είναι χρησιμοποιήσιμη στην τελική επίλυση.

Αξίζει να σημειωθεί ότι στο τελευταίο βήμα του αλγορίθμου δεν έχει συμπεριληφθεί κάποιο κριτήριο βέλτιστης επιλογής αλυσίδας. Ο λόγος που συνέβη αυτό είναι γιατί στόχος είναι εδώ απλώς να βρεθούν προσεγγιστικές τιμές που ύστερα θα εισαχθούν στη μέθοδο της δέσμης. Σε κάθε περίπτωση θα μπορούσε πάντως να αναπτυχθεί κάποιο κομμάτι κώδικα που να συμπεριλαμβάνει βέλτιστη επιλογή αλυσίδας. Επιπλέον, το αποτέλεσμα του αλγορίθμου είναι ευαίσθητο από την επιλογή της κύριας εικόνας, η οποία και τελικά θα ορίσει το σύστημα αναφοράς. Τέλος, στην περίπτωση που δεν βρεθεί έγκυρο σύστημα αλυσίδων συνάγεται ότι το σύνολο των εικόνων δεν ικανοποιεί τις αρχικές προϋποθέσεις.

7 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας προγραμματίστηκαν οι αλγόριθμοι που υλοποιούν τις διαδικασίες των προηγούμενων κεφαλαίων. Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκαν κώδικες στο προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab, οι οποίοι εκτελούν τις εξής διαδικασίες:

1. Επίλυση της συνθήκης συνεπιεδότητας
2. Αναγνώριση και κωδικοποίηση κοινών σημείων σε περισσότερες από δύο εικόνες, με αποτέλεσμα την αποκατάσταση όλων των ομολογιών σε όλες τις εικόνες (μεταφορά σημείων).
3. Μεταφορά προσανατολισμών και των σημείων μοντέλου σε κοινό σύστημα.
4. Ανίχνευση έγκυρου συστήματος αλυσίδων.
5. Επίλυση με τη μέθοδο της δέσμης N εικόνων άγνωστης διάταξης, με και χωρίς αυτοβαθμονόμηση.

Οι αλγόριθμοι αυτοί συνδυάστηκαν και με ορισμένους αλγόριθμους ελεύθερα διαθέσιμους στο Διαδίκτυο για:

1. Εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος και ψηφιακή συνταύτισή τους με τον τελεστή SIFT (<http://www.vlfeat.org/>, 2008).
2. Επίλυση του επιπολικού πίνακα και αφαίρεση χονδροειδών σφαλμάτων με τον αλγόριθμο Least Median of Squares (έτοιμο plug-in στο περιβάλλον του Matlab).
3. Μερική αυτοβαθμονόμηση στερεοζεύγους κατά Newsam et al. (1996) (<http://www.csse.uwa.edu.au/~du/Software/Welcome.html>)

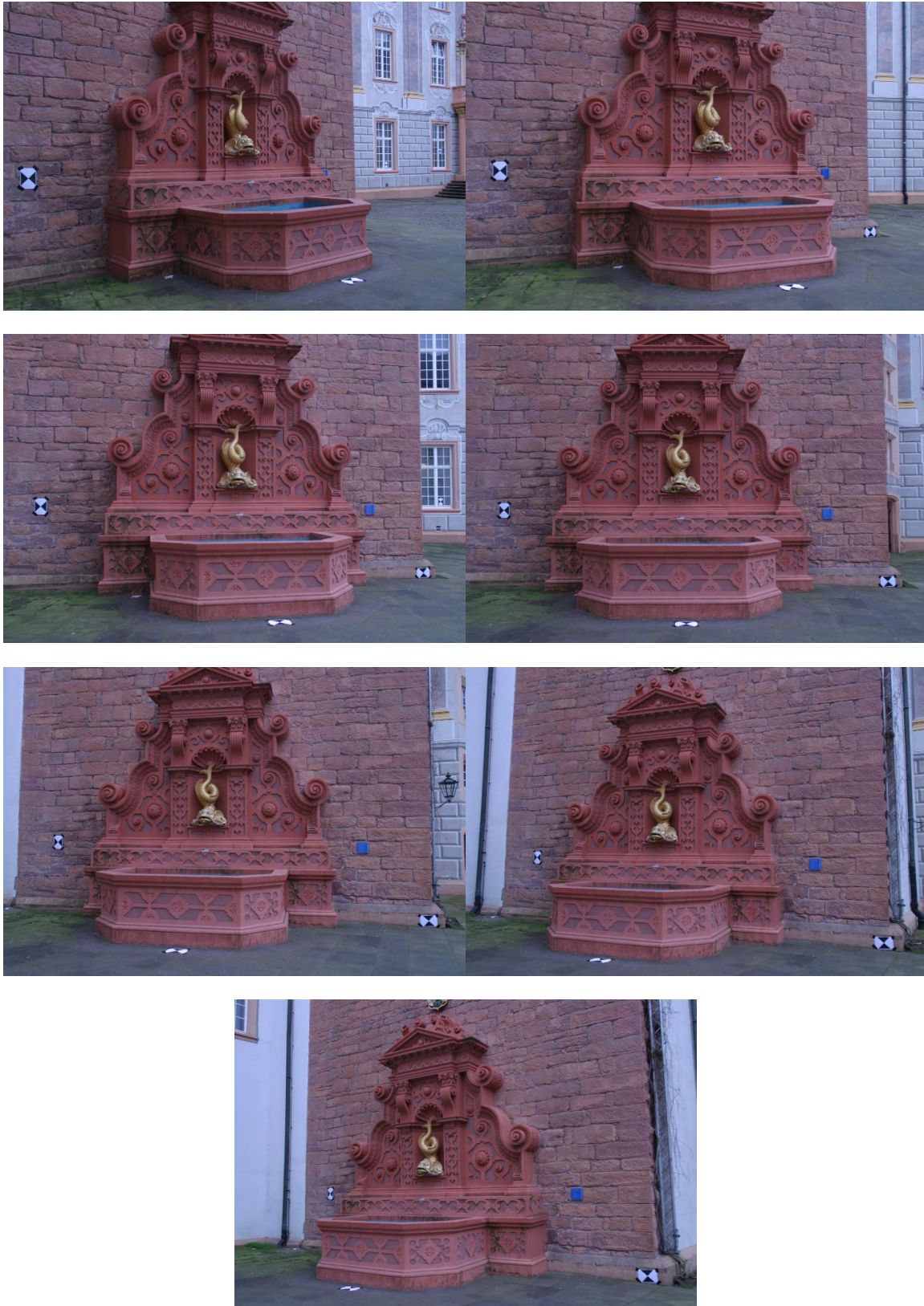
Οι υλοποιημένοι αλγόριθμοι αρχικά εφαρμόστηκαν σε προσομοιωμένα δεδομένα για να ελεγχθούν και κατόπιν εφαρμόστηκαν σε πραγματικές λήψεις με σκοπό τον έλεγχο και την αξιολόγησή τους. Για τη διαδικασία της προσομοίωσης υποτέθηκε πολυεικονική λήψη αντικειμένου κυβικού σχήματος και εικονοσυντεταγμένες με και χωρίς θόρυβο. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης επιβεβαίωσαν τη σωστή λειτουργία των αλγορίθμων.

Τα πραγματικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούνται από σετ εικόνων είτε μιας είτε περισσότερων λωρίδων, οι οποίες έχουν γίνει με ποικιλία ψηφιακών μηχανών και διαφορετικές γεωμετρικές λήψεις. Το πρώτο σετ εικόνων (*Σιντριβάνι*) αποτελείται από λωρίδα εικόνων με σύγκλιση που έχουν ληφθεί κατά μήκος του άξονα x των εικόνων και απεικονίζει σιντριβάνι στην πόλη Ettlingen της Γερμανίας. Διατίθεται ελεύθερα από το Καθολικό Πανεπιστήμιο της Leuven σε βάση δεδομένων ερευνητικής ομάδας υπό τον C. Strecha (<http://cvlab.epfl.ch/~strecha/multiview/denseMVS.html>). Το δεύτερο σετ εικόνων αποτελείται από εναέριες λήψεις με UAV που απεικονίζουν τμήμα ημιαστικής περιοχής και παραχωρήθηκε από το Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας & Γεωπληροφορικής του Τ.Ε.Ι Αθηνών. Το τρίτο σετ εικόνων το αποτελούν εναέριες λήψεις με UAV που απεικονίζουν τμήμα του Τ.Ε.Ι Αθηνών και επίσης παραχωρήθηκε από το προαναφερθέν Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας εκείνου του Ιδρύματος.

Για όλα τα σετ εικόνων έγινε επίλυση με τη συνθήκη συνεπιπεδότητας για να προσδιοριστούν αυτόματα οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού των εικόνων αλλά και συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση για να υπολογιστούν οι παράμετροι των προσανατολισμών σε κοινό σύστημα, οι συντεταγμένες των σημείων σύνδεσης στον χώρο (συντεταγμένες μοντέλου) και τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Τα αποτελέσματα αξιολογήθηκαν συγκρινόμενα με λύσεις από έγκυρο εμπορικό λογισμικό.

7.1 Ομάδα Εικόνων «Σιντριβάνι»

Το πρώτο σετ αποτελείται από 7 εικόνες οι οποίες έχουν άγνωστη διάταξη (Σχήμα 7-1).



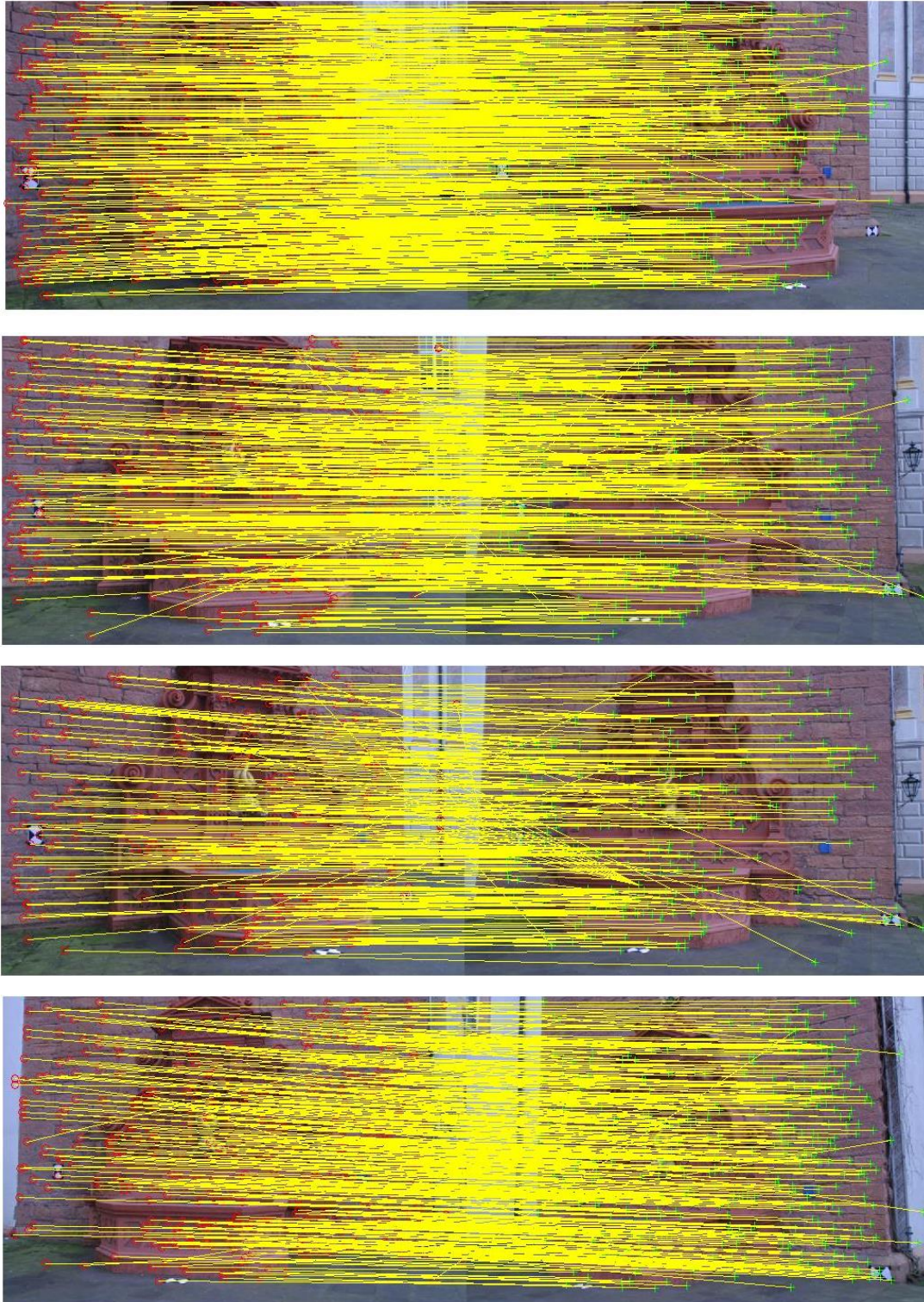
Σχήμα 7-1: Οι εικόνες της λωρίδας "Σιντριβάνι"

Αρχικό στάδιο είναι η εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος με τον τελεστή SIFT σε όλες τις εικόνες ανά δύο. Επειδή πρόκειται για μεγάλες σε όγκο εικόνες, η κλίμακά τους έχει μειωθεί εδώ στο $\frac{1}{4}$ της αρχικής ανάλυσης για ταχύτερο εντοπισμό των σημείων. Η γεωμετρία λήψης φαίνεται στο Σχήμα 7-2. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα υποτέθηκε άγνωστη διάταξη. Ειδικότερα, αν η “σωστή” διάταξη της λωρίδας από την πρώτη εικόνα μέχρι την τελευταία είναι εκείνη του Σχ. 7-1, τότε η σειρά που εισήχθη στον αλγόριθμο είναι η 2-1-3-4-5-7-6.



Σχήμα 7-2: Γεωμετρία λήψης της λωρίδας Σιντριβάνι

Το πλήθος των σημείων ενδιαφέροντος που εντοπίστηκαν σε κάθε εικόνα φαίνονται στον Πίνακα 7-1. Ενδεικτικά παρατίθενται 4 παραδείγματα (Σχήμα 7-3) αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος σε 4 διαφορετικά στερεοζεύγη (ζεύγη 2-5, 3-6, 2-7, 5-7), όπου φαίνονται σαφώς και τα χονδροειδή σφάλματα αρχικής αντιστοίχισης σημείων από τον αλγόριθμο SIFT.



Σχήμα 7-3: Παραδείγματα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος SIFT σε στερεοζεύγη.

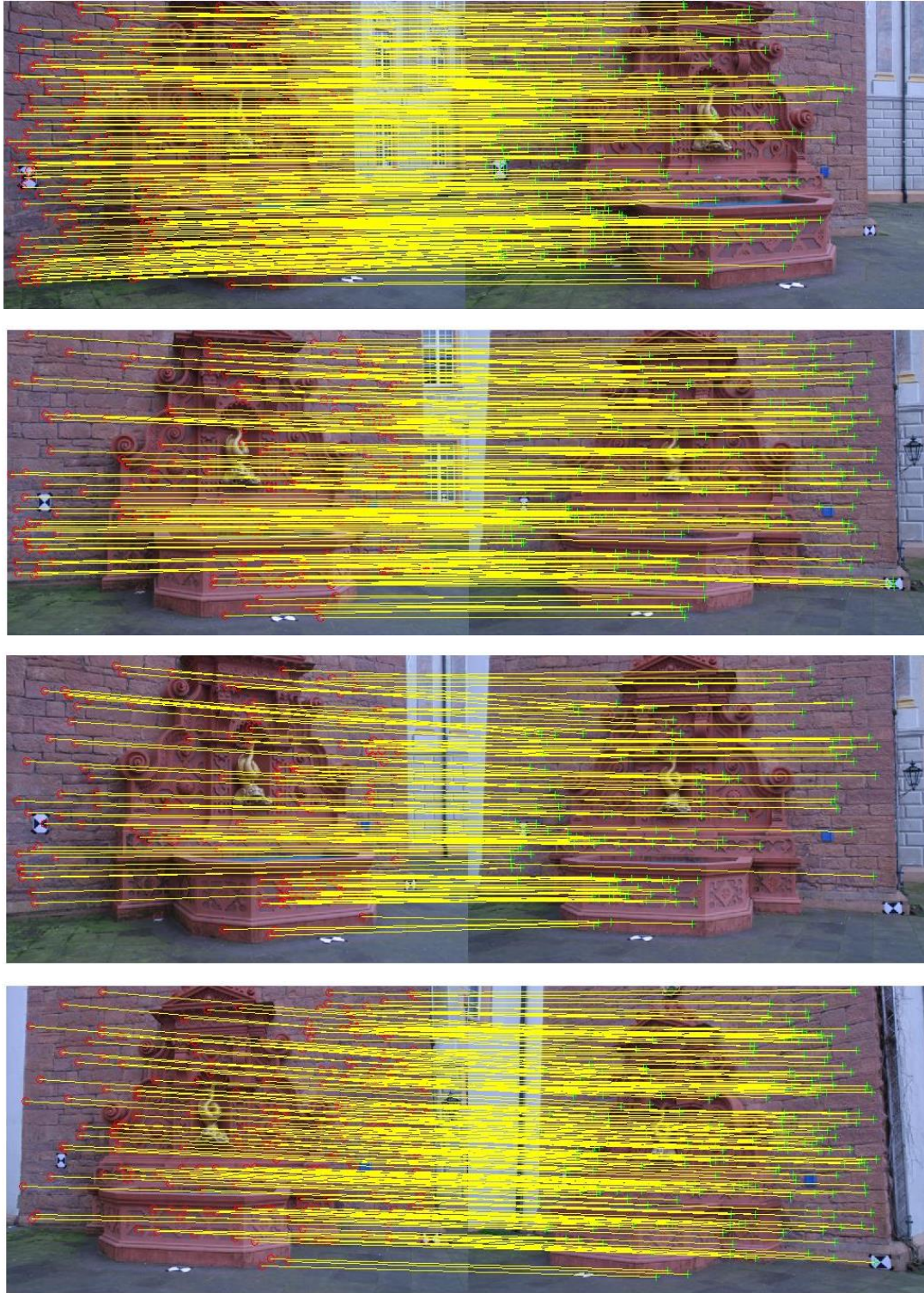
Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος
Εικόνα 1	1113
Εικόνα 2	2101
Εικόνα 3	2592
Εικόνα 4	2654
Εικόνα 5	2511
Εικόνα 6	2298
Εικόνα 7	1585

Πίνακας 7-1: Σημεία ενδιαφέροντος ανά εικόνα

Σε κάθε σημείο ενδιαφέροντος έχει αποδοθεί, όπως προαναφέρθηκε, διάνυσμα περιγραφικών χαρακτηριστικών, μέσω του οποίου γίνεται μία πρώτη αντιστοίχιση ομόλογων σημείων. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας F , ενώ οι ομολογίες ελέγχονται ως προς την συμβατότητά τους με το εκάστοτε μοντέλο του F μέσω του αλγορίθμου ανίχνευσης χονδροειδών σφαλμάτων Least Median of Squares. Για να γίνει αποδεκτή μια ομολογία θα πρέπει η απόσταση του σημείου από την αντίστοιχη επιπολική ευθεία να μην ξεπερνά ένα ορισμένο κατώφλι. Αυτό απαλλάσσει, γενικά, τις ομολογίες των σημείων από χονδροειδή σφάλματα.

Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος μετά από την Εφαρμογή LMS
Εικόνα 1	356
Εικόνα 2	599
Εικόνα 3	653
Εικόνα 4	635
Εικόνα 5	445
Εικόνα 6	633
Εικόνα 7	602

Πίνακας 7-2: Σημεία Ενδιαφέροντος στις εικόνες μετά την εφαρμογή του LMS.



Σχήμα 7-4: Παραδείγματα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος σε στερεοζεύγη μετά την εφαρμογή του LMS.

Στον Πίνακα 7-2 αναφέρονται τα σημεία ενδιαφέροντος σε κάθε εικόνα μετά από την εφαρμογή του αλγορίθμου Least Median of Squares, ενώ στις επόμενες εικόνες (Σχήμα 7-4) απεικονίζονται, ενδεικτικά σε 4 στερεοζεύγη, οι ομολογίες σημείων απαλλαγμένες πλέον από τα χονδροειδή σφάλματα.

Το επόμενο στάδιο είναι η αυτόματη εκτίμηση τιμής για την σταθερά c της μηχανής με τον προαναφερθέντα γραμμικό αλγόριθμο του Newsam. Για να επιλυθεί το πρόβλημα θα πρέπει να είναι γνωστός ο επιπολικός πίνακας καθώς και η θέση του πρωτεύοντος σημείου, το οποίο στην παρούσα διπλωματική (όπως άλλωστε συμβαίνει συνήθως) υποτέθηκε ότι βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας. Για να θεωρηθεί κατά το δυνατόν πιο αξιόπιστος ο προσδιορισμός της σταθεράς της μηχανής, η διαδικασία επαναλήφθηκε 10 φορές για κάθε ζεύγος, με στόχο να χρησιμοποιηθεί η μεσαία εκτίμηση από πολλούς υπολογισμούς. Συνεπώς, προέκυψαν 10 σύνολα ομολογών σημείων για κάθε ζεύγος και 10 αντιστοιχοι επιπολικοί πίνακες. Από αυτές τις τιμές επιλέχθηκε η μεσαία τιμή της σταθεράς c για κάθε ζεύγος, η οποία φαίνεται στον επόμενο πίνακα ενδεικτικά για 7 τυχαία ζεύγη.

Ζεύγος	Εκτίμηση Μεσαίας Τιμής c
Ζεύγος 1	617.2
Ζεύγος 2	658.2
Ζεύγος 3	714.2
Ζεύγος 4	688.8
Ζεύγος 5	676.7
Ζεύγος 6	687.1
Ζεύγος 7	699.4

Πίνακας 7-3: Μεσαία εκτίμηση σταθεράς μηχανής c σε διαφορετικά ζεύγη εικόνων

Στη συνέχεια επιλέχθηκε η μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη. Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται η τελική τιμή για την σταθερά c από τον γραμμικό αλγόριθμο Newsam καθώς και εκείνη που έχει υπολογιστεί από το λογισμικό PhotoScan (στο εξής: *PS*).

C_{Newsam}	C_{PS}
687.67	689.81

Πίνακας 7-4: Αποτελέσματα *Newsam*, *PhotoScan*

Ένα πρώτο συμπέρασμα από αυτά τα αποτελέσματα είναι πως ο γραμμικός αλγόριθμος του *Newsam* συνήθως δεν οδηγεί σε ισχυρή λύση προσδιορισμού της σταθεράς c της μηχανής, αφού είναι γνωστό ότι είναι ευαίσθητος στον θόρυβο, όπως επίσης ότι εξαρτάται και από τον ορισμό του πρωτεύοντος σημείου, το οποίο έχει θεωρηθεί το κέντρο της εικόνας. Ωστόσο, βάσει και της πρότερης εμπειρίας (Μπούρου, 2015), με επανειλημμένη εφαρμογή του και η τελική μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη φαίνεται ότι μπορεί, κατ' αρχήν, κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί ως προσεγγιστική τιμή για τους υπόλοιπους μη γραμμικούς αλγορίθμους προκειμένου να υπολογιστούν τιμές των παραμέτρων προσανατολισμών, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως τιμές εισόδου στην τελική συνόρθωση δέσμης. Στην παρούσα εργασία τέθηκαν κριτήρια ως προς τον υπολογισμό του c . Αρχικά βέβαια αφαιρέθηκαν από την εκτίμηση του c όσα ζεύγη δεν έδιναν ικανοποιητικούς επιπολικούς πίνακες. Επιπλέον, αφαιρέθηκαν ζεύγη που δεν ικανοποιούσαν ένα στατιστικό κριτήριο όσον αφορά την διαφορά του c που δίνουν από την μεσαία τιμή του. Ακόμη, σε ζεύγη με δυσμενή γεωμετρία (ή υπερβολικό θόρυβο) ο γραμμικός αλγόριθμος *Newsam* δεν μπορούσε να υπολογίσει την σταθερά της μηχανής (δίνοντας ως αποτέλεσμα NaN: Not a Number). Συνεπώς, έλειψαν προφανώς και αυτές οι εκτιμήσεις από το σύνολο, οδηγώντας τελικά σε πολύ ικανοποιητική προσεγγιστική τιμή του c .

Για κάθε ζεύγος ακολουθεί ο υπολογισμός του δεσμευμένου επιπολικού πίνακα E , και στη συνέχεια ο υπολογισμός μέσω αυτού των προσεγγιστικών τιμών για τον σχετικό προσανατολισμό με τη μέθοδο SVD, καθώς και η επίλυση της συνθήκης συνεπιπεδότητας με την τιμή c που προέκυψε από τον αλγόριθμο *Newsam* ώστε να βελτιωθούν οι τιμές των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού.

Τελευταίο βήμα αποτελεί η συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων της λωρίδας. Στον Πίνακα 7-5 φαίνονται τα αποτελέσματα για τον εσωτερικό προσανατολισμό που προκύπτουν από τη συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση (στο εξής: *BA*)

των 7 εικόνων, καθώς και τα αντίστοιχα αποτελέσματα που εξάγει το πρόγραμμα PhotoScan (*PS*). Με N συμβολίζεται ο συνολικός αριθμός των σημείων του μοντέλου και με m ο αριθμός των εικόνων.

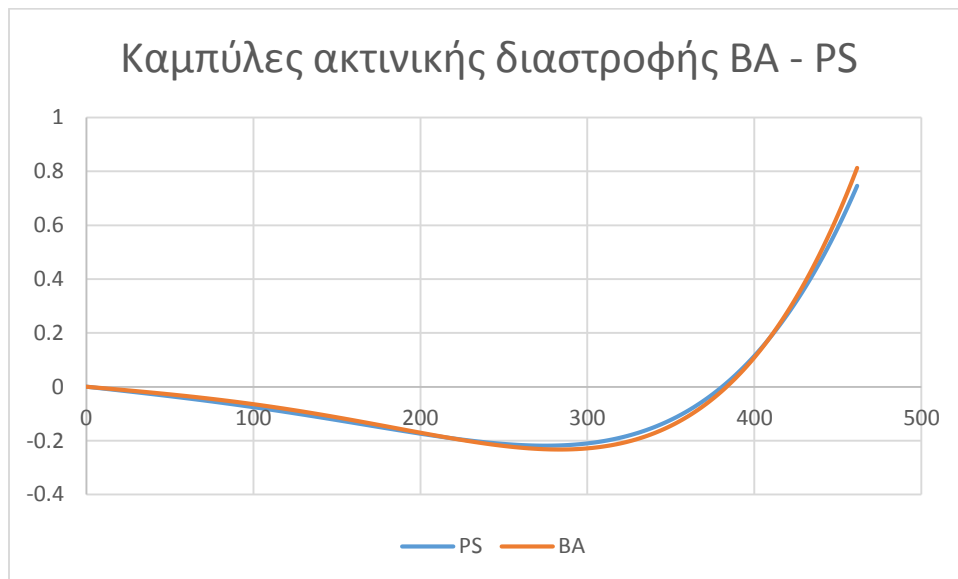
	BA	PS
Αριθμός σημείων N	1526 (5*)	6732
Αριθμός εικόνων m	7	9
c (pixel)	688.19 ± 0.95	689.81
x_0 (pixel)	-5.58 ± 1.13	-3.70
y_0 (pixel)	-0.40 ± 2.81	-4.85
k_1 ($\times 10^{-8}$)	-1.23 ± 0.09	-0.82
k_2 ($\times 10^{-13}$)	1.08 ± 0.05	0.89
k_3 ($\times 10^{-25}$)	-	5.60
σ_0 (pixel)	0.25	-

Πίνακας 7-5: Συνόρθωση δέσμης "Σιντριβάνι" (* αριθμός σημείων που απορρίφθηκαν στην συνόρθωση)

Η τιμή του τυπικού σφάλματος σ_0 της συνόρθωσης όσο και τα τυπικά σφάλματα των παραμέτρων είναι, γενικά μιλώντας, ικανοποιητικά (πχ. η αβεβαιότητα σ_c είναι 1.4%). Αισθητές διαφορές εμφανίζονται μόνο στην θέση του πρωτεύοντος σημείου, πράγμα αναμενόμενο όχι μόνο επειδή το λογισμικό PhotoScan έκανε επίλυση με περισσότερες εικόνες, αλλά και λόγω του ότι οι δύο αυτές παράμετροι αυτές είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες κατά τον προσδιορισμό τους (βλ. αναλυτικότερα στην ενότητα 7-4).

Γενικά, πάντως, είναι δύσκολο να αξιολογήσει κανείς με άμεση σύγκριση τα αποτελέσματα διαφορετικών βαθμονομήσεων. Ένα πρώτο βήμα είναι να βαθμονομήσει τις καμπύλες της ακτινικής διαστροφής ώστε να είναι άμεσα συγκρίσιμες. Εδώ η βαθμονόμηση έγινε με ελαχιστοποίηση των διαφορών ανάμεσα στις επιφάνειες που περικλείονται από την καμπύλη της διαστροφής στα αρνητικά και τα θετικά της (Ντούσκος, 2006) για δεδομένη μέγιστη ακτινική απόσταση r_{max} . Αυτό έχει προφανώς ως αποτέλεσμα και τον ταυτόχρονο υπολογισμό μιας αντίστοιχης μεταβολής δc της σταθεράς c . Οι μετασχηματισμοί αυτοί έδωσαν τις νέες βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής που φαίνονται

στο Σχήμα 7-5 (με μπλε χρώμα απεικονίζεται η καμπύλη της ακτινικής διαστρόφης από την επίλυση BA, ενώ με κόκκινο είναι εκείνη που προέκυψε με τις τιμές του εσωτερικού προσανατολισμού από το λογισμικό PhotoScan). Οι καμπύλες ουσιαστικά συμπίπτουν. Οι διαφορές Δc μεταξύ των τιμών του c από τις δύο συνροθώσεις ήταν αρχικά 1.6 pixel (βλ. Πίνακα 7-5), ενώ τώρα έγιναν 2.2. Πρέπει να σημειωθεί, πάντως, ότι τα αποτελέσματα από τους δύο αλγορίθμους δεν είναι απολύτως συγκρίσιμα αφού κατά την βαθμονόμηση της καμπύλης από το PhotoScan δεν ελήφθη υπόψη ο συντελεστής k_3 του πολυωνύμου.



Σχήμα 7-5: Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστρόφης BA - PS

Ένας δεύτερος, πιο σωστός ίσως, τρόπος προκειμένου να αξιολογηθούν αποτελέσματα διαφορετικών βαθμονομήσεων είναι, θα έλεγε κανείς, “εκ του αποτελέσματος”. Αυτό εδώ σημαίνει την σύγκριση των δύο σημειοσυνόλων XYZ που προκύπτουν από τις δύο διαφορετικές επιλύσεις. Έτσι, συγκρίθηκαν για τα ίδια εικονοσημεία οι συντεταγμένες μοντέλου που προκύπτουν από τη συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας (BA) με εκείνες από επιλύσεις δέσμης χωρίς αυτοβαθμονόμηση, δηλαδή με την χρήση στοιχείων εσωτερικού προσανατολισμού που δίνει το PhotoScan ως σταθερών (PS). Με τον τρόπο αυτό συγκρίνονται 3D σημειοσύνολα αποτελούμενα από ομόλογα σημεία. Η διαδικασία πραγματοποιήθηκε με 3D μετασχηματισμό ομοιότητας. Αν

X, Y, Z και X', Y', Z' οι συντεταγμένες ομόλογων σημείων των δύο μοντέλων, αυτές συνδέονται μέσω ενιαίας κλίμακας μ , μεταθέσεων $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ και πίνακα τριών στροφών \mathbf{R} :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mu \mathbf{R} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

Ο εν λόγω μετασχηματισμός δίνει ένα τυπικό σφάλμα σ_o , το οποίο περιγράφει την ομοιότητα των σημειοσυνόλων στον χώρο του μοντέλου. Θεωρείται ότι οι διαφορές οφείλονται εξίσου και στα δύο μοντέλα, επομένως το σφάλμα του ενός μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$\sigma_{oM} = \frac{\sigma_o}{\sqrt{2}}$$

Προφανώς, η ομοιότητα των σημειοσυνόλων στον χώρο ενός μοντέλου άγνωστης κλίμακας δεν λέει και πολλά πράγματα. Μια λύση θα ήταν να εκφραστεί το μέτρο ανομοιοτητας σ_{oM} σε πραγματική κλίμακα. Και πάλι όμως, αυτό το αποτέλεσμα θα έπρεπε να αξιολογηθεί βάσει της κλίμακας της εικόνας και της ανάλυσής της. Έτσι θεωρήθηκε ότι συνιστά αντικειμενικότερη αξιολόγηση η έκφραση του μέτρου σ_{oM} στον χώρο της εικόνας.

Για τον σκοπό αυτό υπολογίζεται ενδεικτικά το κέντρο βάρους X_k, Y_k, Z_k του ενός εκ των δύο σημειοσυνόλων και η κλίμακα λ της εικόνας αναφοράς στο σημείο αυτό μοντέλου:

$$\lambda = \frac{-c}{(X_k - X_o) * r_{31} + (Y_k - Y_o) * r_{32} + (Z_k - Z_o) * r_{33}}$$

Το σφάλμα σ_{oM} μπορεί πλέον να αναχθεί στο επίπεδο της εικόνας ως:

$$\sigma = \lambda * \sigma_{oM}$$

το οποίο αντιπροσωπεύει μια επαρκή μέση εκτίμηση για το σφάλμα ανομοιοτητας των δύο σημειοσυνόλων (βλ. Πίνακα 7-6).

	BA-PS
σ_{oM}	0.0076
σ (pixel)	1.0

Πίνακας 7-6: Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας

Συνολικά, η τιμή αυτή θεωρείται ικανοποιητική, αφού είναι κοντά στην τιμή του 1 pixel στο επίπεδο της εικόνας (υπενθυμίζεται ότι στον αλγόριθμο της παρούσας εργασίας έχουν χρησιμοποιηθεί 2 και όχι 3 συντελεστές του πολυωνύμου της διαστροφής).

7.2 Ομάδα Εικόνων «EBee»

Το σετ αυτό αποτελείται από 9 εικόνες που ανήκουν σε 2 λωρίδες (5 και 4) και αφορούν εναέρια φωτογράφιση περιοχής με UAV, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 7-7. Στο Σχήμα 7-6 **Error! Reference source not found.** παρουσιάζεται η γεωμετρία λήψης του μπλοκ. Είναι σαφές ότι η λήψη έχει γίνει με αντίθετη φορά στις δύο λωρίδες (διαφορά στροφών κατά π), ενώ επιπλέον οι γραμμές πτήσης έχουν, λόγω ανέμου (drift), διεύθυνση αρκετά διαφορετική από εκείνη του άξονα x των εικόνων. Υπό την έννοια αυτή, η γεωμετρία εδώ θεωρείται αρκετά “δύσκολη”.



Σχήμα 7-6: Γεωμετρία λήψης του μπλοκ "Ebee"

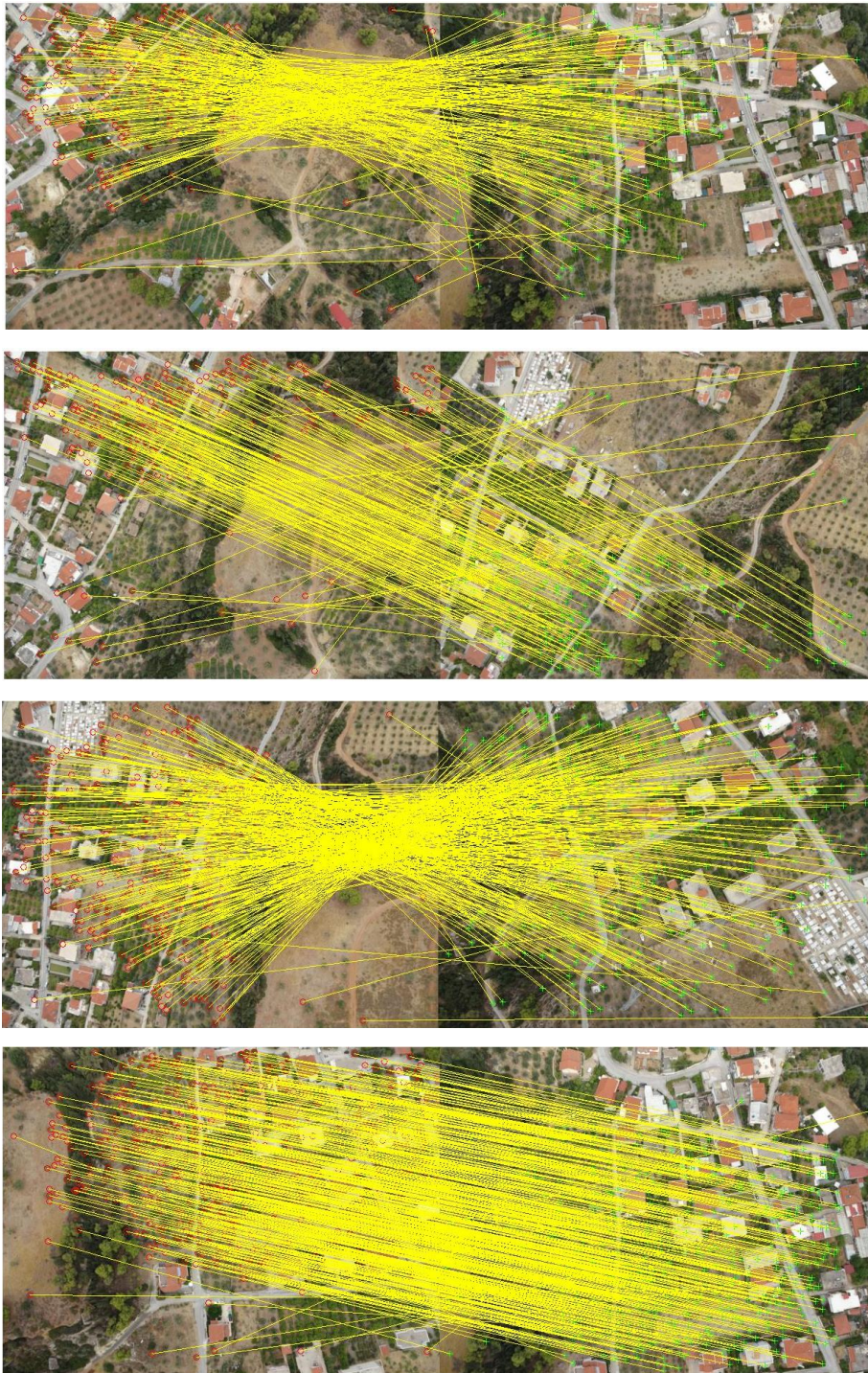


Σχήμα 7-7: Οι εικόνες του μπλοκ "Ebee" και οι άξονες πτήσης του UAV

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, εξάγονται αρχικά για όλα τα ζεύγη ανά δύο τα σημεία ενδιαφέροντος με τον αλγόριθμο SIFT. Στον Πίνακα 7-7 παρατίθεται το πλήθος των σημείων ενδιαφέροντος που εξήχθησαν καθώς και 4 ενδεικτικά παραδείγματα αντιστοίχισης σημείων σε στερεοζεύγη (Σχήμα 7-8) [ζεύγη 1-4, 2-3, 3-6, 6-8]. Είναι σαφές ότι οι ομολογίες μεταξύ εικόνων διαφορετικών λωρίδων εμφανίζουν συνδέσεις "χιαστί", θα έλεγε κανείς, λόγω ακριβώς της διαφορετικής φοράς πτήσης των λωρίδων.

Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος
Εικόνα 1	1234
Εικόνα 2	2127
Εικόνα 3	2476
Εικόνα 4	2063
Εικόνα 5	853
Εικόνα 6	1567
Εικόνα 7	2498
Εικόνα 8	2255
Εικόνα 9	1490

Πίνακας 7-7: Σημεία ενδιαφέροντος ανά εικόνα



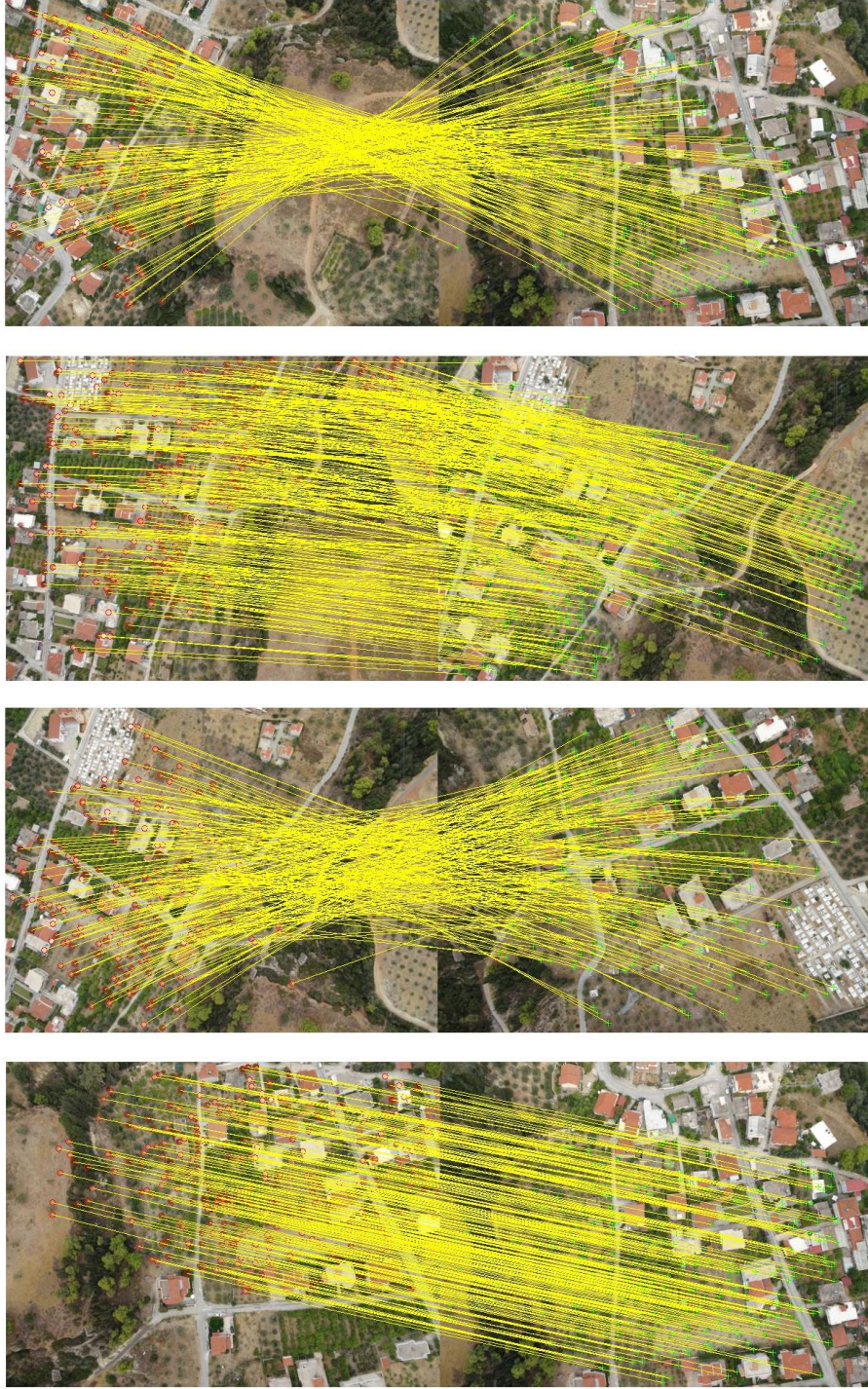
Σχήμα 7-8: Παραδείγματα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος σε στερεοζεύγη

Κατόπιν έγινε χρήση του αλγορίθμου LMS ώστε να απαλλαγούν οι ομολογίες από χονδροειδή σφάλματα. Παρατίθενται στην συνέχεια για τα ίδια 4 ζεύγη οι ομολογίες σημείων μετά από την εφαρμογή του LMS, ενώ στον Πίνακα 7-8 **Error! Reference source not found.** παρουσιάζεται ο αριθμός των εξαχθέντων σημείων σε κάθε εικόνα. Είναι και αυτό ένα καλό παράδειγμα για το ότι ο τελεστής SIFT είναι όντως ανθεκτικός στην στροφή (rotation invariant)

Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος μετά από την Εφαρμογή LMS
Εικόνα 1	665
Εικόνα 2	1173
Εικόνα 3	1318
Εικόνα 4	1040
Εικόνα 5	446
Εικόνα 6	839
Εικόνα 7	1134
Εικόνα 8	1129
Εικόνα 9	686

Πίνακας 7-8: Σημεία Ενδιαφέροντος στις εικόνες μετά την εφαρμογή του LMS

Ενδεικτικά παρατίθεται η μεσαία τιμή της σταθεράς c για 7 στερεοζεύγη (Πίνακας 7-9), αφού ο αριθμός των στερεοζευγών που τελικά σχηματίστηκαν εδώ ήταν αρκετά μεγάλος (23 στερεοζεύγη).



Σχήμα 7-9: Παράδειγμα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος μετά την εφαρμογή του LMS

Ζεύγος	Εκτίμηση Μεσαίας Τιμής c
Ζεύγος 1	458.5
Ζεύγος 2	543.9
Ζεύγος 3	453.1
Ζεύγος 4	455.8
Ζεύγος 5	447.0
Ζεύγος 6	461.6
Ζεύγος 7	532.1

Πίνακας 7-9: Μεσαία εκτίμηση σταθεράς μηχανής c σε διαφορετικά ζεύγη

Στη συνέχεια επιλέγη η μεσαία τιμή από όλα τα ζεύγη. Στον Πίνακα 7-10 φαίνονται οι τιμές για την σταθερά μηχανής c που προέκυψαν από τον αλγόριθμο του Newsam και το λογισμικό PhotoScan (PS).

CNewsam	CPS
446.2	460.2

Πίνακας 7-10: Εκτίμηση σταθεράς μηχανής από Newsam και PhotoScan

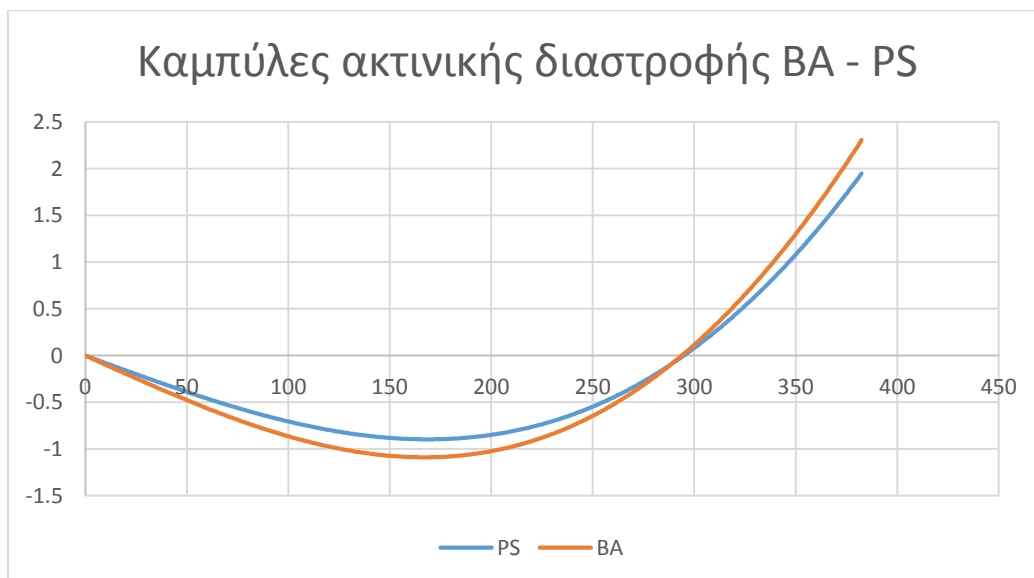
Εδώ παρατηρείται, από πρώτη ματιά, κάποια απόκλιση του γραμμικού αλγόριθμου Newsam από την υπολογισθείσα τιμή του c από το PhotoScan. Τέτοια αποτελέσματα είναι γενικά αναμενόμενα εφόσον ο αλγόριθμος του Newsam δίνει απλώς προσεγγιστική τιμή της σταθεράς της μηχανής, η οποία θα χρησιμοποιηθεί ως τιμή εισόδου στη συνόρθωση της δέσμης. Γενικά, άλλωστε, τέτοιου μεγέθους αποκλίσεις των τιμών του c δεν δυσχεραίνουν την σύγκλιση της συνόρθωσης (πλην ακραίων ίσως περιπτώσεων).

Έπεται ο υπολογισμός από τον E των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού των στερεοζευγών και η επίλυση με τη συνθήκη συνεπιπεδότητας. Στη συνέχεια εκτιμώνται στα ζεύγη μέσω εμπροσθοτομίας προσεγγιστικές τιμές των συντεταγμένων των σημείων του χώρου, οι οποίες μεταφέρονται σε κοινό σύστημα. Τελευταίο βήμα αποτελεί η συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση όλων των εικόνων του μπλοκ, η οποία δίνει τα αποτελέσματα του Πίνακα 7-11.

	BA	PS
N	2171 (9*)	11430
m	9	9
c (pixel)	469.53 ± 2.53	460.17
x _o (pixel)	3.08 ± 0.30	2.92
y _o (pixel)	1.76 ± 0.33	1.22
k ₁ (10 ⁻⁸)	12.08 ± 0.06	9.50
k ₂ (10 ⁻¹⁴)	-9.12 ± 0.18	-4.23
σ _o (pixel)	0.39	-

Πίνακας 7-11: Συνόρθωση δέσμης "Ebee" (* αριθμός σημείων που απορρίφθηκαν στην συνόρθωση)

Και στην περίπτωση αυτή το τυπικό σφάλμα σ_o της συνόρθωσης είναι σε ανεκτά επίπεδα, ενώ η αβεβαιότητα υπολογισμού σ_c είναι σχετικά μεγάλη (5.4%). Το τελευταίο μπορεί να αποδοθεί, εν μέρει τουλάχιστον, στο σχετικά μικρό ανάγλυφο του αντικειμένου. Η εικόνα μεταβάλλεται όμως όταν κοιτάζει κανείς τις βαθμονομημένες καμπύλες της ακτινικής διαστροφής, όπου οι διαφορές είναι λίγα δέκατα του pixel (Σχήμα 7-10), αλλά και τις αντίστοιχες τιμές του c (BA: c = 464.2 pixel, PS: c = 463.8 pixel), οι οποίες είναι πλέον πολύ κοντά. (Επισημαίνεται ότι εδώ δεν είχε χρησιμοποιηθεί ο συντελεστής k_3 στη επίλυση PS.)



Σχήμα 7-10: Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής BA-PS

Τέλος, δίνεται η σύγκριση των δύο 3D σημειοσυνόλων, που έγινε όπως περιεγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα (Πίνακας 7-12).

	BA-PS
σ_{DM}	0.0041
σ (pixel)	0.5

Πίνακας 7-12: Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας

Η ομοιότητα των δύο σημειοσυνόλων, άρα και των παραμέτρων του σχετικού προσανατολισμού, θεωρείται ικανοποιητική, αφού κινείται περί ήμιου του pixel στο επίπεδο της εικόνας.

7.3 Ομάδα Εικόνων «ΤΕΙ»

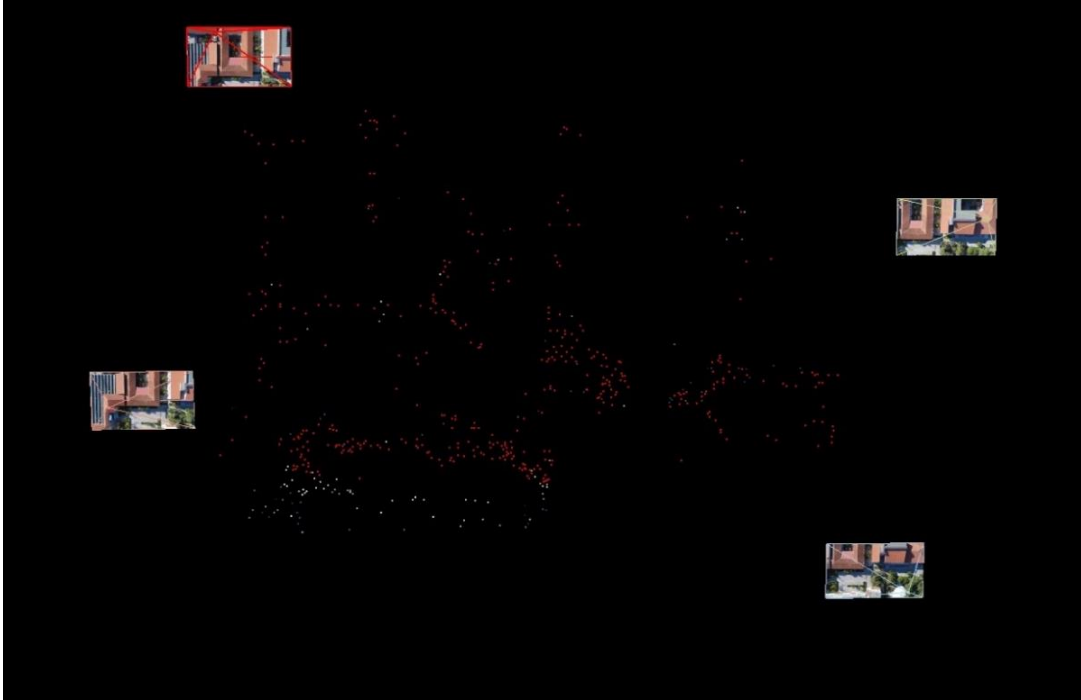
Το τελευταίο σετ εικόνων απαρτίζεται από 4 εικόνες οι οποίες απεικονίζουν τμήμα του Ιδρύματος Τ.Ε.Ι Αθηνών. Στο Σχήμα 7-11 φαίνεται η γεωμετρία λήψης του σετ αυτού, ενώ στο επόμενο παρουσιάζονται οι εικόνες του σετ καθώς και οι άξονες πτήσης. Η ομάδα αυτή εικόνων επελέγη επειδή παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία, υπό την έννοια ότι συγκροτείται από 4 μόλις εικόνες (3 εικόνες είναι εν προκειμένω το ελάχιστο), ενώ παράλληλα εμφανίζει πολλά επαναλαμβανόμενα πρότυπα στην περιοχή των σκεπών.

Ακολουθούν 4 παραδείγματα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος σε στερεοζεύγη (ζεύγη 1-2, 2-3, 1-3, 2-4) και ο πίνακας με τα εξαχθέντα σημεία ενδιαφέροντος σε κάθε εικόνα (Πίνακας 7-13).

Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος
Εικόνα 1	1648
Εικόνα 2	1932
Εικόνα 3	1976
Εικόνα 4	2044

Πίνακας 7-13: Σημεία Ενδιαφέροντος στις εικόνες

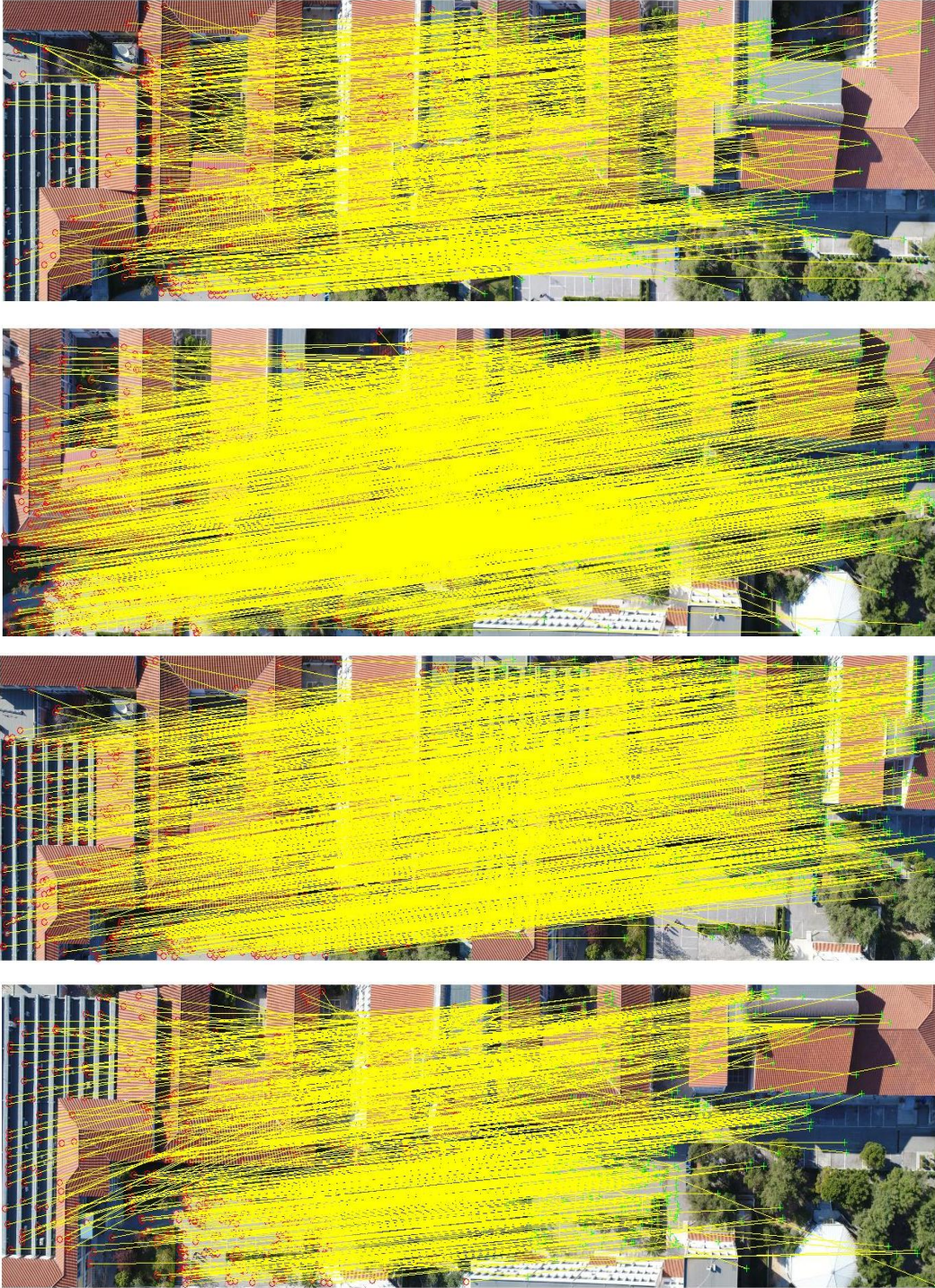
Στο Σχήμα 7-13 εμφανίζονται οι ομολογίες στα αντίστοιχα ζεύγη μετά από την εφαρμογή αλγορίθμου LMS. Στον Πίνακα 7-14 φαίνονται το πλήθος των σημείων σε κάθε εικόνα μετά από την απαλλαγή από τα χονδροειδή σφάλματα.



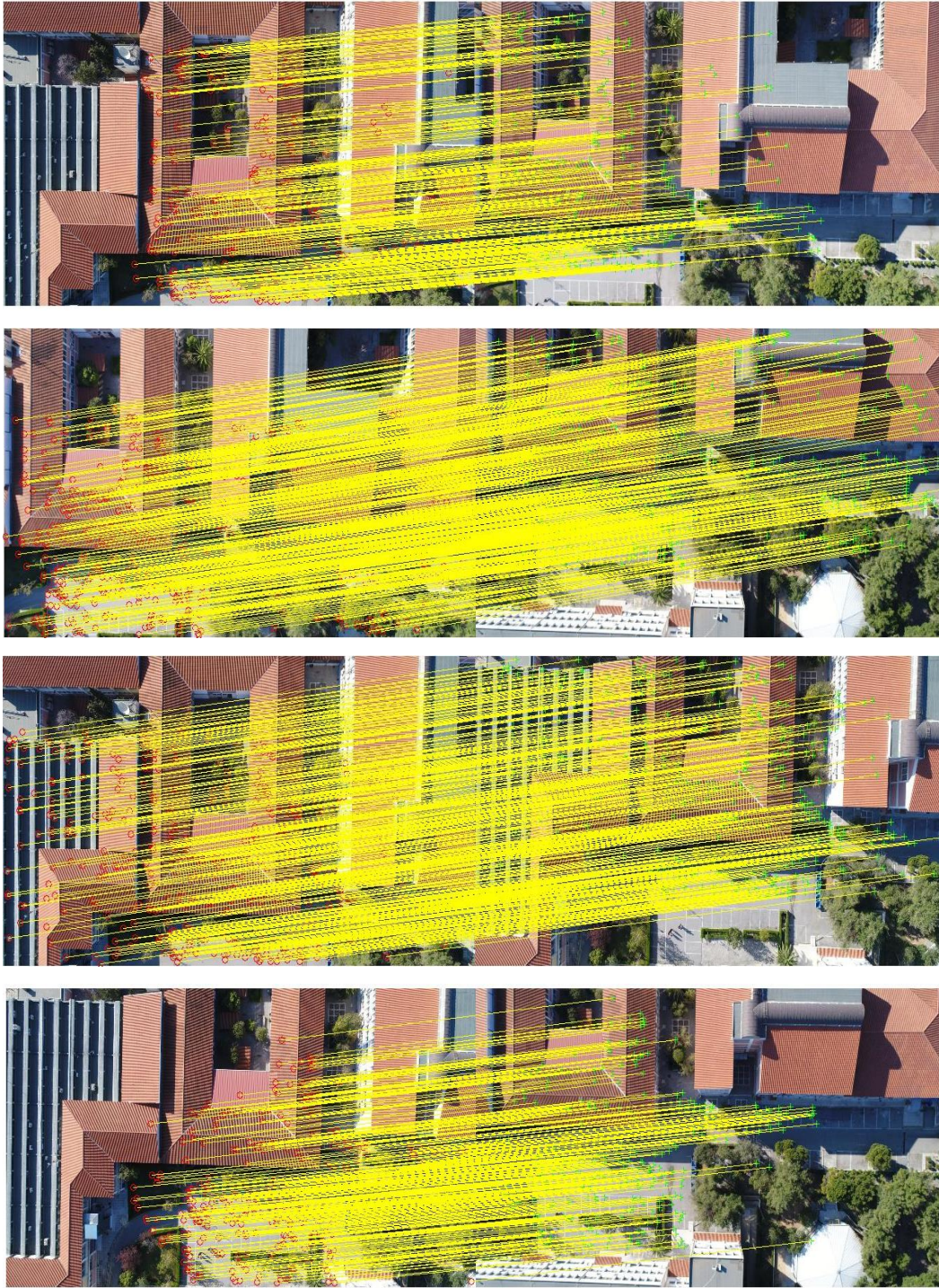
Σχήμα 7-11: Γεωμετρία λήψης του σετ "TEI"



Σχήμα 7-12: Οι εικόνες του σετ "TEI" και οι άξονες πτήσης



Σχήμα 7-13: Αντιστοίχιση σημείων ενδιαφέροντος σε στερεοζεύγη



Σχήμα 7-14: Παράδειγμα αντιστοίχισης σημείων ενδιαφέροντος μετά την εφαρμογή του LMS

Εικόνα	Σημεία Ενδιαφέροντος μετά από την Εφαρμογή LMS
Εικόνα 1	924
Εικόνα 2	1066
Εικόνα 3	1023
Εικόνα 4	1053

Πίνακας 7-14: Σημεία ενδιαφέροντος στις εικόνες μετά την εφαρμογή του LMS

Οι μεσαίες τιμές της σταθεράς c για κάθε ζεύγος από τον γραμμικό αλγόριθμο του Newsam απεικονίζονται στον Πίνακα 7-15.

Ζεύγος	Εκτίμηση Μεσαίας Τιμής c
Ζεύγος 1	1089.0
Ζεύγος 2	1183.2
Ζεύγος 3	813.7
Ζεύγος 4	569.2
Ζεύγος 5	1001.0
Ζεύγος 6	586.3

Πίνακας 7-15: Μεσαία εκτίμηση σταθεράς μηχανής c σε ζεύγη

Είναι σαφές εδώ ότι ο γραμμικός αλγόριθμος δίνει πολύ διαφορετικές τιμές, γεγονός που δείχνει την ευαισθησία του στον θόρυβο. Κατόπιν τούτου, το γεγονός ότι η τελική μεσαία τιμή (μέσος όρος των κατά σειρά μεγέθους 3^{ης} και 4^{ης} τιμής του c) είναι πολύ κοντά στην “αληθή” τιμή, όπως φαίνεται στον Πίνακα 7-16, μοιάζει ίσως να είναι τυχαίο. Υπογραμμίζει όμως, ταυτόχρονα, την χρησιμότητα του επανειλημμένου υπολογισμού c και την χρήση της μεσαίας τιμής του.

C_{Newsam}	C_{PS}
907.36	911.35

Πίνακας 7-16: Εκτίμηση σταθεράς μηχανής Newsam, PhotoScan

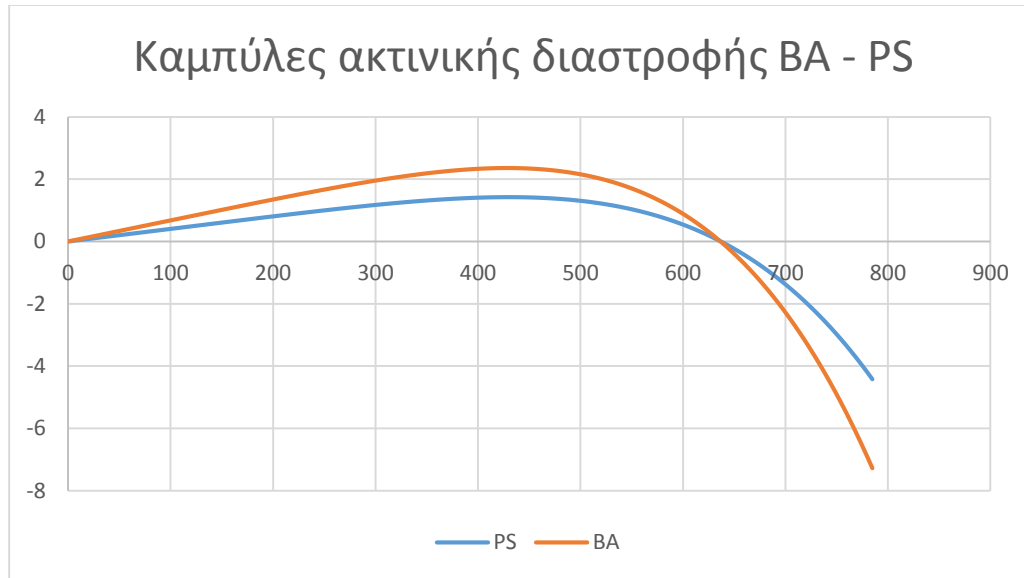
Όπως και στις προηγούμενες εφαρμογές, υπολογίζονται από τον δεσμευμένο επιπολικό πίνακα E οι προσεγγιστικές τιμές για τον σχετικό προσανατολισμό, επιλύεται η συνθήκη

συνεπιπεδότητας και πραγματοποιούνται εμπροσθοτομίες. Εν συνεχεία μεταφέρονται όλες οι συντεταγμένες μοντέλου σε κοινό σύστημα. Ακολουθεί η τελική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση. Ο Πίνακας 7-17 συγκεντρώνει τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη συνόρθωση των 4 εικόνων, όπως επίσης και τα αποτελέσματα που έδωσε το λογισμικό PhotoScan. Η εικόνα (7-15) απεικονίζει τις καμπύλες της ακτινικής διαστροφής.

	BA	PS
N	1221 (7*)	34021
m	4	53
c (pixel)	914.61 ± 2.53	911.35
x_0 (pixel)	2.61 ± 0.57	3.15
y_0 (pixel)	-3.41 ± 3.58	-6.18
$k_1(10^{-9})$	1.37 ± 0.07	1.22
$k_2(10^{-14})$	-4.47 ± 0.88	-2.75
$k_3(10^{-22})$	-	8.10
σ_0 (pixel)	0.31	-

Πίνακας 7-17: Συνόρθωση δέσμης "TEI" (* αριθμός σημείων που απορρίφθηκαν στην συνόρθωση)

Και εδώ το τυπικό σφάλμα σ_0 της συνόρθωσης είναι ικανοποιητικό, ενώ και η αβεβαιότητα σ_c (2.8%) είναι, τηρουμένων των αναλογιών λόγω της δυσκολίας που παρουσιάζει το σετ εικόνων, ανεκτή. Πάντως οι βαθμονομημένες τιμές του c είναι πολύ κοντά (BA: c = 908.4 pixel, PS: c = 907.8 pixel), όμως οι βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής (Σχήμα 7-15) εμφανίζουν στα άκρα διαφορές 2 pixel. Σημειώνεται όμως ότι στη επίλυση PS είχε χρησιμοποιηθεί πολυώνυμο διαστροφής με 3 συντελεστές.



Σχήμα 7-15: Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστρόφης BA-PS

Τέλος, έγινε και εδώ σύγκριση των 3D σημειοσυνόλων που προκύπτουν από τις διαφορετικές επιλύσεις (επίλυση BA με συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση και επίλυση δέσμης όπου χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένες οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού όπως αυτές είχαν προκύψει από το PhotoScan). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακας 7-18.

	BA-PS
σ_{0M}	0.0071
σ (pixel)	1.3

Πίνακας 7-18: Αποτελέσματα μετασχηματισμού ομοιότητας

Αυτά τα αποτελέσματα είναι, όπως άλλωστε αναμενόταν, τα λιγότερα ακριβή. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στην προαναφερθείσα δυσκολία του συγκεκριμένου σετ εικόνων, αλλά και στο γεγονός ότι η εκτίμηση του PhotoScan έγινε από πολύ περισσότερες εικόνες (53 έναντι 4) και σχεδόν 30πλάσιο αριθμό σημείων. Υπό αυτό το πρίσμα, η ανομοιότητα των παραγόμενων 3D σημειοσυνόλων μπορεί να θεωρηθεί στο πλαίσιο του φυσιολογικού.

7.4 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Η απόδοση του υλοποιημένου αυτόματου αλγορίθμου κρίνεται γενικά ικανοποιητική. Οι έλεγχοι έγιναν σε σετ εικόνων διαφορετικής γεωμετρίας και αναγλύφου. Ο αλγόριθμος SIFT οδήγησε σε ικανοποιητικά αποτελέσματα με αποδεκτή κατανομή σημείων, αλλά και αντιμετώπιση μεγάλων στροφών, επιτρέποντας την επιτυχή λειτουργία του γραμμικού αλγορίθμου Newsam. Ο τελευταίος έδωσε ικανοποιητικές προσεγγιστικές τιμές για την σταθερά της μηχανής c , επέδειξε όμως αστάθεια στην τρίτη εφαρμογή, όπως αναφέρθηκε. Γενικά, πάντως, δεν υπήρξε πρόβλημα αρχικών τιμών σε καμία από τις πολυεικονικές συνορθώσεις. Το τυπικό σφάλμα των συνορθώσεων δέσμης κυμάνθηκε περί τα 0.3-0.4 pixel, δηλαδή σε αποδεκτά επίπεδα.

Τα αποτελέσματα του εσωτερικού προσανατολισμού συγκρίθηκαν με το λογισμικό PhotoScan, του οποίου τα αποτελέσματα προήλθαν από κατά πολύ μεγαλύτερο αριθμό σημείων, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις και εικόνων. Παρατηρήθηκαν αποκλίσεις στις εικονοσυντεταγμένες x_0, y_0 του πρωτεύοντος σημείου που υπολογίστηκαν από τον υλοποιημένο αλγόριθμο και το PhotoScan. Οι αποκλίσεις αυτές είναι αναμενόμενες (και μάλιστα εν προκειμένω δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες), άλλωστε πρόκειται γενικά για το στοιχείο της μηχανής με τη μεγαλύτερη ευαισθησία (Ruiz et al., 2002). Εν πολλοίς αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση δίνει έναν *συγκεκριμένο συνδυασμό παραμέτρων μηχανής και εξωτερικών προσανατολισμών* που είναι βέλτιστα προσαρμοσμένος στην συγκεκριμένη γεωμετρία των εικόνων και του απεικονιζόμενου χώρου. Υπό την έννοια αυτή, η αυτοβαθμονόμηση με συνόρθωση δέσμης δεν αποτελεί αυστηρή βαθμονόμηση της μηχανής, αφού στην ουσία σημαίνει αυτοβαθμονόμηση *του δεδομένου μπλοκ εικόνων και όχι της μηχανής*. Αξιόπιστη βαθμονόμηση μπορεί να εξασφαλιστεί με προσεκτικά σχεδιασμένη διάταξη εικόνων που αποσκοπεί στην αποδυνάμωση των συσχετίσεων των στοιχείων (ιδίως της θέσης του πρωτεύοντος σημείου με τις παραμέτρους των εξωτερικών προσανατολισμών). Σε αυτές τις περιπτώσεις θα πρέπει να εξασφαλίζονται πολλές ευνοϊκές αλληλοτομίες ακτίνων, αλλά απαραίτητως και η συμμετοχή εικόνων με στροφές 90° μοιρών περί τον άξονα της μηχανής για πιο αξιόπιστο προσδιορισμό

της θέσης του πρωτεύοντος σημείου (Remondino & Fraser, 2006; Luhmann et al., 2014). Εξαιρέση αποτελεί εν μέρει η ακτινική διαστροφή, η οποία δεν είναι προβολικό σφάλμα. Οι τιμές της δεν είναι έντονα συσχετισμένες με τις υπόλοιπες παραμέτρους αν και είναι έντονα συσχετισμένες μεταξύ τους.

Σε αυτό το πνεύμα, η συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση δίνει πολύ καλά αποτελέσματα για την περαιτέρω αξιοποίηση των εικόνων, όπως πχ. για παραγωγή επιπολικών εικόνων ή 3D ανακατασκευή, όπως επισημαίνεται στη σχετική βιβλιογραφία (Luhmann et al., 2014).

Σημειώνεται ότι η σύγκριση μεταξύ μεθόδων διευκολύνεται από την βαθμονόμηση των προκυπτουσών καμπυλών ακτινικής διαστροφής. Φάνηκε στα παραδείγματα που δόθηκαν ότι με τον τρόπο αυτό μπορεί να υπάρξει και εγκυρότερη σύγκριση μεταξύ των τιμών του c , οι οποίες γενικά αναμένεται να πλησιάσουν μεταξύ τους μετά από την βαθμονόμηση του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής. Τελικά όμως, λόγω ακριβώς των συσχετίσεων ανάμεσα στις τιμές των παραμέτρων, για να συγκριθούν αποτελέσματα από διαφορετικές μεθόδους για τα ίδια δεδομένα εικόνων δεν αρκεί να συγκριθούν οι τιμές των παραμέτρων. Πρέπει καλύτερα τα δεδομένα να μεταφερθούν στον 3D χώρο και εκεί να αξιολογηθούν συγκριτικά τα αποτελέσματα, όπως έγινε και εδώ. Έτσι λοιπόν ως κριτήριο αξιολόγησης χρησιμοποιήθηκε η διαφορά των σημειοσυνόλων που δημιουργεί ο παρών αλγόριθμος από εκείνα που δημιουργούν (με τα ίδια εικονοσημεία) συνορθώσεις δέσμης με εισαγωγή ως σταθερών των στοιχείων εσωτερικού προσανατολισμού που προέκυψαν από το λογισμικό του PhotoScan. Με τον τρόπο αυτό αξιολογείται η εκτίμηση της γεωμετρίας της μηχανής από τις διαφορετικές μεθόδους.

Τα αποτελέσματα για τις δύο πρώτες εφαρμογές («Συντριβάνι», «Ebee»), στις οποίες το μέτρο της διαφοράς των 3D σημειοσυνόλων δεν υπερέβη το ένα pixel στο επίπεδο της εικόνας, κρίνονται ικανοποιητικά. Το κοινό στοιχείο τους ήταν η καλή γεωμετρία. Το τρίτο σετ απαρτίστηκε από σχεδόν οριακά επαρκή αριθμό εικόνων, και μάλιστα με πλήθος επαναλαμβανόμενα μοτίβα, πράγμα που κατέστησε την εύρεση των ομολογιών δυσχερή και το αποτέλεσμα σχετικά αβέβαιο.

8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η μελέτη και υλοποίηση μιας πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας φωτοτριγωνισμού εικόνων άγνωστης διάταξης λήψεων με την μέθοδο της δέσμης με ταυτόχρονη βαθμονόμηση της μηχανής χωρίς καμία εξωτερική πληροφορία. Σε αυτό το κεφάλαιο συνοψίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας και κατατίθενται ορισμένες ιδέες και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

8.1 Σχόλια και παρατηρήσεις

Η μέθοδος της δέσμης θεωρείται η αποτελεσματικότερη μέθοδος διαχείρισης και αντιμετώπισης της γεωμετρίας που προκύπτει από μπλοκ εικόνων και αποτελεί την πιο γενική μέθοδο πολυεικονικής συνόρθωσης. Τα βήματα του αλγορίθμου που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι συνοπτικά τα παρακάτω.

Αρχικά πραγματοποιείται διαδικασία ψηφιακής συνταύτισης, που έγινε σε όλα τα πιθανώς σχηματιζόμενα μοντέλα του μπλοκ (εφαρμοζόμενη ακόμα και σε ζεύγη τα οποία είχαν είτε δυσμενή γεωμετρία είτε επαναλαμβανόμενο μοτίβο) με αντιστοίχισή τους μέσω του τελεστή SIFT, με προϊόν αρχικές ομολογίες σημείων σε ζεύγη εικόνων. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο επιπολικός πίνακας F των ζευγών με αξιοποίηση του αλγορίθμου LMS, έχοντας ως αποτέλεσμα ομολογίες σημείων ανά ζεύγη απαλλαγμένα από χονδροειδή σφάλματα. Σε αυτό το σημείο παρατηρήθηκε, ως ήταν αναμενόμενο, ότι όταν οι εικόνες έχουν συνεχή επαναλαμβανόμενα μοτίβα (όπως στην περίπτωση εικόνων αρχαιολογικού χώρου με πέτρες) ο αλγόριθμος αδυνατεί να δώσει επαρκείς σωστές ομολογίες.

Επιπλέον, για κάθε ζεύγος με άγνωστο εσωτερικό προσανατολισμό είναι δυνατή η εύρεση προσεγγιστικής τιμής της σταθεράς της μηχανής c από τον γραμμικό αλγόριθμο του Newsam. Βέβαια, όπως έχει προαναφερθεί παρόμοιους γραμμικούς αλγόριθμους έχουν αναπτύξει και οι Bougnoux (Bougnoux, 1998) και Sturm (Sturm, 2001). Γίνεται υπόθεση ότι το πρωτεύον σημείο είναι στο κέντρο της εικόνας και παράλληλα το πολυώνυμο της ακτινικής διαστροφής αγνοείται.

Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο δεσμευμένος επιπολικός πίνακας E και από αυτόν με τη μέθοδο SVD εκτιμώνται οι παράμετροι του σχετικού προσανατολισμού των ζευγών. Οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται ως τιμές εισόδου στη συνθήκη συνεπιπεδότητας με στόχο να βελτιωθεί η ορθότητα και η ακρίβεια τους.

Παρατηρήθηκε ότι η δυνατότητα συνόρθωσης πολλών εικόνων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη γεωμετρία του μπλοκ. Το αντικείμενο πρέπει να καλύπτεται με το όσο δυνατόν περισσότερες εικόνες, που εξασφαλίζουν αλληλοτομίες υπό ευνοϊκές γωνίες. Πιο συγκεκριμένα, σε όσες περισσότερες εικόνες φαίνεται ένα σημείο τόσο ισχυρότερος είναι ο προσδιορισμός του. Στην παρούσα διπλωματική εργασία η αναζήτηση και αντιστοίχιση σημείων δεν περιορίστηκε στα ζεύγη αλλά σε ολόκληρο το εύρος του μπλοκ. Αυτό υλοποιήθηκε αφενός για να ισχυροποιηθεί η λύση της συνόρθωσης, αφετέρου δε σημαντικότερος λόγος είναι η άγνωστη διάταξη των εικόνων. Το τελευταίο καθιστά αναγκαία την εύρεση έγκυρων τριπλών ομολογιών σε όλα τα σχηματιζόμενα μοντέλα έτσι ώστε να καταστεί υλοποιήσιμο το επόμενο βήμα της εργασίας, αυτό της εύρεσης αλυσίδας εικόνων. Όπως αναλύθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο της εργασίας, είναι απαραίτητη η γνώση των τριπλών ομολογιών (σημεία που εμφανίζονται σε τουλάχιστον τρεις εικόνες) έτσι ώστε να εντοπιστούν οι έγκυρες τριάδες εικόνων (τρεις εικόνες οι οποίες ανά δύο σχηματίζουν έγκυρο στερεομοντέλο) με στόχο την εύρεση μιας έγκυρης αλληλουχίας εικόνων.

Για να επιλυθεί η συνόρθωση της δέσμης σε μπλοκ N εικόνων χωρίς φωτοσταθερά, τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της κύριας εικόνας (η εικόνα που σχηματίζει τους περισσότερους επιπολικούς πίνακες) έχουν μηδενικές τιμές, ενώ στη δεύτερη εικόνα

του πρώτου μοντέλου αποδίδεται συμβατικά τιμή ίση με 1 στη συντεταγμένη X_{O_2} είτε Y_{O_2} του σημείου λήψης, αναλόγως με τη θέση της στο μπλοκ των εικόνων (πράγμα που αναγνωρίζεται από το αποτέλεσμα της ανάλυσης του πίνακα **E**), και οι υπόλοιπες 5 παράμετροι (X_{O_2} ή Y_{O_2} , Z_{O_2} , ω_2 , φ_2 , κ_2) θεωρούνται άγνωστες.

Όπως αναφέρεται, ιδίως στην περίπτωση συνόρθωσης δέσμης χωρίς την ύπαρξη γνωστών φωτοσταθερών εμφανίζονται ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων, οι οποίες είναι αρκετά σύνθετες και δύσκολες να αναλυθούν (Maas, 1999). Όπως προαναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι συσχετίσεις αυτές μπορούν κατ' αρχήν να αγνοηθούν αν πρόκειται για μια 3D ανακατασκευή. Όμως μια βαθμονόμηση με σκοπό την πλήρη αυστηρή αυτοβαθμονόμηση, με στόχο αυτή να χρησιμοποιηθεί αυτή ως δεδομένη στο μέλλον, απαιτεί ειδικό σχεδιασμό λήψης.

Συμπερασματικά, λαμβάνοντας υπόψη τις παρατηρήσεις που έγιναν μέχρι τώρα, ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας λειτούργησε πολύ ικανοποιητικά. Παρ' όλα αυτά, θα μπορούσαν προφανώς να υλοποιηθούν σημαντικά βήματα που θα βελτίωναν την απόδοσή του τόσο σε χρόνο όσο και στα ίδια τα αποτελέσματα.

8.2 Δυνατότητα Επέκτασης του Αλγορίθμου

Στην ενότητα αυτή διατυπώνονται ορισμένες σκέψεις και επισημαίνονται ανοιχτά ζητήματα για περαιτέρω ενασχόληση.

Αρχικά, θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η επίλυση συννορθώσεων με ομολογίες που προκύπτουν από εφαρμογή άλλων σημειακών τελεστών, όπως Moravec ή Harris, που θεωρούνται πιο ακριβείς αφού τα όρια της ακρίβειας που δίνει ο SIFT είναι δεδομένα και σχετικά περιορισμένα. Βέβαια οι σημειακοί τελεστές του Moravec και του Harris αποδίδουν απευθείας σημεία και όχι ομολογίες. Ωστόσο αυτό θα ήταν δυνατό να γίνει με μια πρώτη επίλυση με τον SIFT και εκμετάλλευση των αποτελεσμάτων για αντιστοίχιση βάσει των υπόλοιπων τελεστών.

Από την άλλη μεριά, και οι δυνατότητες του SIFT δεν εξαντλήθηκαν στην παρούσα εργασία, αφού γενικά κρατήθηκαν οι τυπικές (default) τιμές που έχει η χρησιμοποιηθείσα υλοποίηση. Μια διαφορετική διαχείριση των μεταβλητών του θα μπορούσε να επιτρέψει πχ. την αύξηση του αριθμού σημείων εκεί όπου σπανίζουν ή τον περιορισμό του πλήθους τους εκεί που υπεραφθονούν.

Ένα άλλο πολύ σημαντικό στοιχείο έχει να κάνει με τον επιπολικό πίνακα F . Στην παρούσα εργασία ως *έγκυρος* επιπολικός πίνακας F θεωρήθηκε εκείνος για τον οποίο: α) τουλάχιστον το 50% των ομολογιών που είχε δώσει ο SIFT γίνονταν αποδεκτές από την εύρωστη εκτιμήτρια LMS, και β) οι αποδεκτές ομολογίες ήταν τουλάχιστον 85. Προφανώς τα εμπειρικά αυτά κατώφλια είναι μάλλον αυθαίρετα και έτσι, πιθανότατα, σημαντικός αριθμός έγκυρων ομολογιών αποκλείεται. Επομένως, θα μπορούσε κανείς να αναζητήσει τέτοια “καλά” σημεία εκ των υστέρων. Για παράδειγμα, μετά από την επίλυση του φωτοτριγωνισμού θα ήταν δυνατόν να προβληθούν όλα τα σημεία του μοντέλου σε όλες τις εικόνες προκειμένου να διαπιστωθεί εάν οι θέσεις αυτές στην εικόνα αντιστοιχούν σε κάποιο αρχικά αντιστοιχισμένο σημείο SIFT. Με τον τρόπο αυτό θα μπορούσε να εμπλουτιστεί η συνόρθωση με επιπλέον ομολογίες μεταξύ σημείων σε εικόνες που δεν έχουν κατ’ανάγκη υπολογισμένο επιπολικό πίνακα. Έτσι, η συνόρθωση θα συνέδεε πλέον περισσότερες εικόνες και θα αύξανε την ισχύ ορισμένων αλληλοτομιών, ενισχύοντας την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων

Μία ακόμα επέκταση της παρούσας εργασίας θα μπορούσε να είναι η αποδοχή του ότι οι εικόνες έχουν προέλθει από διαφορετική μηχανή (διαφορετικές σταθερές c) και να γίνει επίλυση σε ενιαία συνόρθωση δέσμης για όλες τις εικόνες (Pollefeys, Koch, van Gool, 1999).

Επιπλέον, θα μπορούσαν να ενταχθούν περισσότερες παράμετροι στη συνθήκη συγγραμμικότητας, όπως πχ. c_x, c_y (αφινική κλίμακα), μη ορθογωνικότητα των αξόνων (skewness), συντελεστές έκκεντρης διαστροφής p_1, p_2 ώστε να περιγραφεί πιο ρεαλιστικά η πραγματικότητα της λήψης.

Τέλος, μία ακόμα ενδιαφέρουσα προοπτική είναι η πολυεικονική συνόρθωση εικόνων σε μεγαλύτερα μπλοκ εικόνων από αυτά της παρούσας διπλωματικής εργασίας, το οποίο βέβαια προϋποθέτει διαθεσιμότητα μεγάλης υπολογιστικής ισχύος (λόγω αυτού άλλωστε χρειάστηκε σε όλες της περιπτώσεις να μειωθεί η αρχική ανάλυση των εικόνων). Σε αυτό θα μπορούσε να ενταχθεί και η εισαγωγή πιο αποτελεσματικών στατιστικών ελέγχων ώστε να βελτιώνεται η αξιοπιστία αποτελεσμάτων. Ένα τέτοιο παράδειγμα ελέγχου είναι οι τεχνικές εντοπισμού χονδροειδών σφαλμάτων με “σάρωση δεδομένων” (data snooping) κατά Baarda. Στην παρούσα διπλωματική εργασία απορρίπτεται απευθείας η παρατήρηση, η οποία έχει μεγαλύτερο εναπομένον σφάλμα από $3.5\sigma_0$. Θα ήταν προτιμότερο ένα κριτήριο το οποίο θα αξιολογούσε κατά πόσο μια τέτοια παρατήρηση δεν πλεονάζει αλλά συνεισφέρει σημαντικά στη βελτίωση ή το αντίθετο.

Βιβλιογραφία

Barandiaran I., Goenetxea J., Congote J., Graña M., Ruiz O. (2012). Evaluation of interest point detectors for image information extraction. *Advances in Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, vol.243*, pp. 2170-2179.

Bay H., Tuytelaars T., van Goo, L. (2006). URF: Speeded up robust features. *European Conference on Computer Vision*, 404-417.

Bougnoux, S. (1998). From projective to Euclidean space under any practical situation, a criticism of self-calibration. *International Conference of Computer Vision*, (σσ. 790-796).

Gruen A., Baltsavias E. (2001). Geometrically constrained multiphoto matching. *Photogrammetric engineering and remote sensing* 54 (5), 633-641.

Hansen P., Corke P., Boles W. (2010). Wide-angle visual feature matching for outdoor. *International Journal of Robotics Research*, 29(2-3), 267-297.

Heipke, C. (1999). Automatic aerial triangulation: results of the OEEPE-ISPRS test and current developments. *Photogrammetric Week '99, Wichmann Verlag, Heidelberg*, 177-191.

<http://www.vlfeat.org/>. (2008). Ανάκτηση από <http://www.vlfeat.org/>

Kersten, T. (1999). Results of digital aerial triangulation using different software packages. *OEEPE Workshop on Automation in Digital Photogrammetric Production*, Paris, June 21-24.

Kraus, K. (2003). *Φωτογραμμετρία. Τόμος 1*. Εκδόσεις ΤΕΕ.

Lowe, D. (2004). Distinctive image features from scale invariant keypoints. *International Journal of Computer Vision*, 2(60), 91-110.

- Luhmann T, Robson S., Kyle S., Boehm J. (2014). *Close-Range Photogrammetry and 3D*. Walter de Gruyter, Berlin.
- Maas, H.-G. (1999). Image sequence based automatic multi-camera system calibration techniques. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54, 352-359.
- Mikolajczyk K., Schmid C. (2004). Scale and affine invariant interest point detectors. *International Journal of Computer Vision*, 60(1), 63-86.
- Morel J.-M., Yu G. (2009). ASIFT: a new framework for fully affine invariant image comparison. *SIAM Journal of Imaging Sciences*, 2(2), 438-469.
- Newsam G.N., Huynh D.Q., Brooks M.J. Pan H.P. (1996). Recovering unknown focal lengths in self-calibration: an essentially linear algorithm and degenerate configurations. *International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing*, 31(3), 575-580.
- Newsam G.N., Huynh D.Q., Brooks M.J. Pan H.P. (1996). Recovering unknown focal lengths in self-calibration: an essentially linear algorithm and degenerate configurations. *International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing*, 31(3), 575-580.
- Pollefeys M., Koch R., van Gool L. (1999). Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters. *International Journal of Computer Vision*, 32(1), 7-25.
- Remondino F. , Fraser C. (2006). Digital camera calibration methods: considerations and comparisons. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and the Spatial*, 266-272.
- Ruiz A., López-de-Teruel P.E., García-Mateos G. (2002). A note on principal point estimability. *Proc. 16th International Conference Pattern Recognition (ICPR '02)*, 11-15 August, Quebec, vol. 2, 304- 307.
- Scaramuzza D., Fraundorfer F. (2011). *Visual Odometry Tutorial, part I*. Zurich: ETH.

- Sturm P., Cheng Z.L., Chen P.C.Y., Poo A.N. (2005). Focal length calibration from two views: method and analysis of singular cases. *Computer Vision and Image Understanding*, 99(1), 58-95.
- Sturm, P. (2001). On focal length calibration from two views. *International Conference on Computer Vision*, 145-150.
- Tang, L., Braun, J., Debitsch, R.,. (1997). Automatic aerotriangulation - concept, realization and results. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 52, 122-131.
- Zisserman A., Hartley R. (2005). *Multiple View in Geometry in Computer Vision*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Αδάμ, Α. (2011). *Γεωμετρία του στερεοζεύγους από βαθμονομημένες και από μη βαθμονομημένες μηχανές*, Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Καλησπεράκης Η., Τζάκος Α. (2001). *Πολυεικονική Συνόρθωση με Αυτοβαθμονόμηση: Σύνταξη Προγράμματος*. Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Καλησπεράκης, Η. (2010). *Η Επιπολική Γεωμετρία στον Προβολικό και τον Ευκλείδειο Χώρο*. Διαδακτορική Διατριβή. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Μπούρου, Σ. (2013). *Προγραμματισμός και Αξιολόγηση Αυτόματου Φωτοτριγωνισμού ε Αυτοβαθμονόμηση σε Λωρίδες Επίγειων Λήψεων*. Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Μπουτσικάκης, Δ. (2003). *Προγραμματισμός και Έλεγχος Γραμμικού Αλγορίθμου Σχετικού Προσανατολισμού (RLT) με Εφαρμογή του στην Αυτόματη Εύρεση Προσεγγιστικών Τιμών σε Πολυεικονικές Συνορθώσεις*. Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Ντούσκος, Β. (2006). *Αυτόματη βαθμονόμηση ψηφιακών μηχανών από εικόνες επίπεδου κανάβου*. Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

- Πέτσα, Ε. (2000). *Θεμελιώσεις Έννοιες και Θεμελιώδη Προβλήματα της Φωτογραμμετρίας*. Σπουδαστικές Σημειώσεις. Τμήμα Τοπογραφίας ΤΕΙ Αθήνας.
- Τσιρώνης, Β. (2015). *Μελέτη της Γεωμετρίας των Σφαιρικών Πανοραμάτων*. Διπλωματική Εργασία. Αθήνα: ΣΑΤΜ ΕΜΠ.