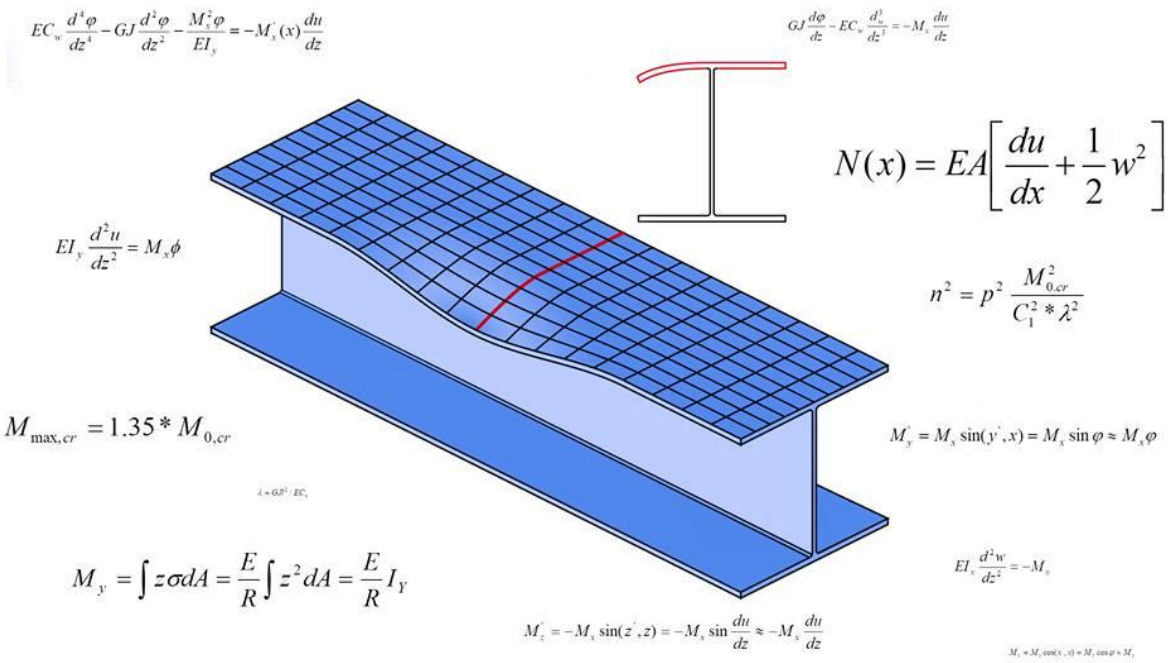
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΥΠΟ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΦΟΡΤΙΑ



Μεταπτυχιακή Εργασία

Στέφανος Κουταλιανός

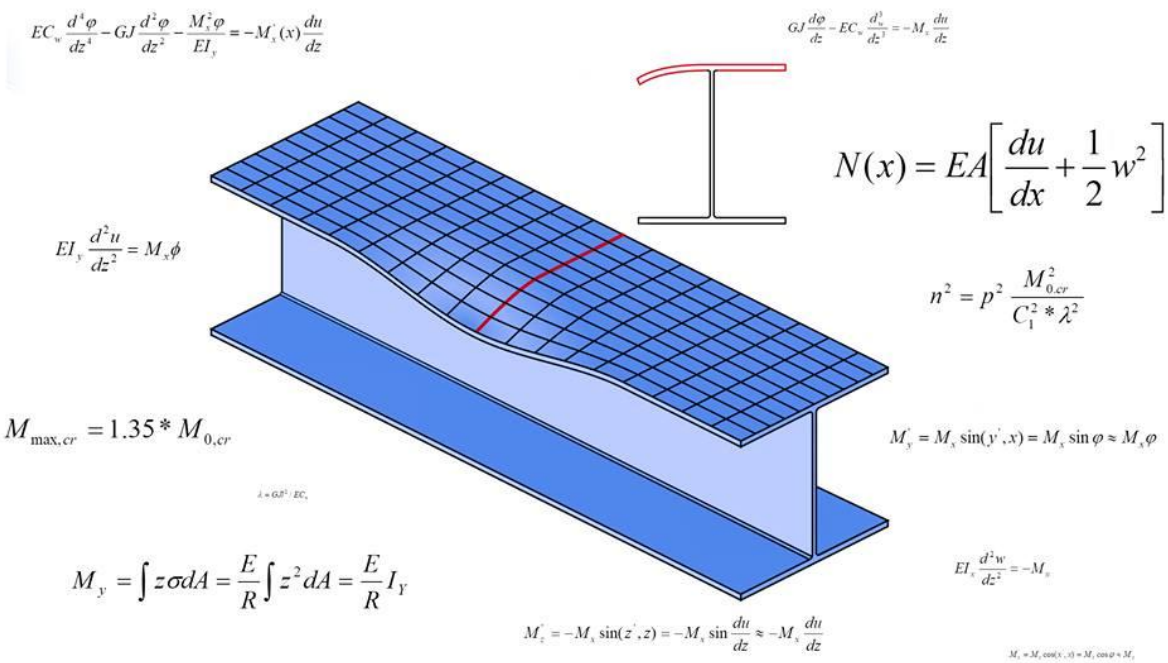
ΕΜΚ ΜΕ 2017/09

Επιβλέπων: Τάσος Αβραάμ, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2017

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΔΟΚΩΝ ΥΠΟ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΦΟΡΤΙΑ



Μεταπτυχιακή Εργασία

Στέφανος Κουταλιανός

ΕΜΚ ΜΕ 2017/09

Επιβλέπων: Τάσος Αβραάμ, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2017

Copyright © Στέφανος Κουταλιανός, 2017
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του συγγραφέα. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της μεταπτυχιακής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Stefanos Koutalianos, 2017
All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this master's thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

Στέφανος Κουταλιανός (2017)

Διερεύνηση προβλημάτων στρεπτοκαμπτικού λυγισμού δοκών υπό εγκάρσια φορτία

Μεταπτυχιακή Εργασία ΕΜΚ ΜΕ 2017/09

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Stefanos Koutalianos (2017)

Master's Thesis EMK ME 2017/09

Research on torsional buckling load of beams under bending loads

Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Αβραάμ Τάσο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την ευκαιρία που μου έδωσε να μπορέσω να συνεργαστώ μαζί του σε ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα για τις μεταλλικές κατασκευές και το οποίο δεν είχα ασχοληθεί ποτέ στο παρελθόν. Επίσης τον ευχαριστώ διότι κατανόησε πλήρως ότι εργαζόμουν παράλληλα με την μεταπτυχιακή αυτή εργασία και στήριξε με τον τρόπο του τις αποφάσεις μου για την συνέχεια της ακαδημαϊκής μου πορείας. Ήταν πάντα πρόθυμος να με καθοδηγήσει, μεταφέροντας σε εμένα την εμπειρία και τη γνώση του πάνω στο συγκεκριμένο αντικείμενο, δίνοντας οπτική και επίπεδο σε αυτή την εργασία. Επιπλέον θέλω να τον ευχαριστήσω διότι ως καθηγητής τα τελευταία δύο χρόνια με ενέπνευσε για να μπορέσω να συλλάβω με τον καλύτερο τρόπο τη γνώση μέσα από τα μαθήματα του, και του εύχομαι να συνεχίσει να παράγει έργο εξίσου υψηλής ποιότητας καθώς και κάθε ακαδημαϊκή και επαγγελματική καταξίωση.

Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για τη στήριξη και την ενθάρρυνση που μου παρείχαν. Τους ευχαριστώ που πάντα με υποστηρίζουν στις επιλογές και τους στόχους μου σε τέτοιες δύσκολες στιγμές που αντιμετωπίζουμε. Τους ευχαριστώ ιδιαίτερα που προσπαθούν συνεχώς και κάνουν ότι μπορούν για να ολοκληρώσω όλα μου τα όνειρα, και επιπλέον με βοηθούν και μου δίνουν δύναμη για να μπορέσω να αντιμετωπίσω όλες τις δυσκολίες.

Τέλος να ευχαριστήσω τους φίλους μου Μαρία, Αντώνη και Ευσταθία για την υπομονή και την αντοχή σε μία περίοδο με μεγάλη πίεση και άγχους για μένα. Ακόμη ένα μεγάλο ευχαριστώ στο φίλο μου Γιώργο για την βοήθεια του στην εικόνα του εξωφύλλου της μεταπτυχιακή εργασίας μου.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΜΕ 2017/09

Διερεύνηση προβλημάτων στρεπτοκαμπτικού λυγισμού δοκών υπό εγκάρσια φορτία

Στέφανος Κουταλιανός

Επιβλέπων: Τάσος Αβραάμ, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ένας μελετητής που σχεδιάζει ένα φορέα και στη συνέχεια καλείται να τον εξετάσει για τυχών προβλήματα πλευρικού λυγισμού βασίζεται σε μία μεθοδολογία βήμα προς βήμα. Στο σχεδιασμό πρέπει να ληφθούν υπόψη σημαντικοί συντελεστές που έχουν να κάνουν με τη γεωμετρία και την εμφάνιση του τελικού αποτελέσματος. Για παράδειγμα, κατά το σχεδιασμό ορίζεται ο τύπος της διατομής, οι συνοριακές συνθήκες, ο τρόπος κατανομής τον φορτίων, ο τρόπος σύνδεσης και άλλοι επιμέρους συντελεστές, ώστε να γίνει σωστά η μοντελοποίηση του φορέα. Ως αποτέλεσμα, η ανάλυση που ακολουθεί να μπορεί να παρουσιάσει τα επακριβείς αποτελέσματα για των φορέα που μελετάτε.

Στην παρούσα εργασία ελέγχεται η απόκριση της δοκού για διάφορες μορφές φόρτωσης, χωρίς να γίνεται η τήρηση των ορίων ασφαλείας που θέτει ο Ευρωκώδικας 1 για στατικά (ανομοιόμορφης κατανομής φόρτισης) φορτία που δρουν στη δοκό. Γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση και εξήγηση των παραμέτρων που αφορούν τη γεωμετρία της δοκού και των σχέσεων που επηρεάζουν το φορτίο του πλευρικού λυγισμού. Στο τέλος, επιλέγονται κατάλληλα οι παράμετροι που είναι απαραίτητοι για τη μελέτη της δοκού.

Μέσω των αναλύσεων παρατηρείται ο βαθμός επιρροής του μέτρου της αρχικής ατέλειας. Επιπλέον διαπιστώνεται ότι καθώς αυξάνεται ο βαθμός υπερστατικότητας της δοκού δημιουργείται ένας πιο δύσκαμπτος φορέας, όπου η δυσκαμψία αυτή απεικονίζεται στα φορτία λυγισμού καθώς είναι αρκετά μεγαλύτερα σε σχέση με τον ισοστατικό τρόπο σύνδεσης. Επίσης, η θέση άσκησης του εγκάρσιου φορτίου καθ' ύψος της διατομής επηρεάζει σημαντικά το κρίσιμο φορτίου λυγισμού. Καθώς το φορτίο ασκείται από το κέντρο βάρους της διατομής και πάνω τότε έχει αρνητική συνεισφορά, ενώ όταν ασκείται από το κέντρο βάρους και κάτω της διατομής, η επιρροή είναι θετική.

Στα πλαίσια της μεταπτυχιακής εργασίας διενεργείται προσπάθεια να διατυπωθούν σε πειραματικό στάδιο μέσο λογισμικού προγράμματος η μαθηματική προσέγγιση της επιρροής του αξονικού φορτίου στην κρίσιμη ροπή του πλευρικού λυγισμού της δοκού. Συγκεκριμένα, συγκρίνονται οι καμπύλες που προέκυψαν από μαθηματικές προσεγγιστικές μεθόδους με τις καμπύλες που προέκυψαν μέσο προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

MASTER'S THESIS
EMK ME 2017/09

Research on torsional buckling load of beams under bending loads
Stefanos Koutalianos

Supervisor: Avraam Tasos, Dr. Civil Engineer, Assistant Professor N.T.U.A.

ABSTRACT

The calculation of a beam and the examination of torsional buckling are based on a step-by-step methodology. In the design process, the geometry and the final aesthetic result should be taken into consideration. For instance, the type of the cross-section, the boundary conditions, the loads distribution, the connection type and other factors are defined in order to model the structure properly, and to be able to present the exact results.

This thesis examines the response of the beam under various loads, without following the safety limits of the Eurocode 1 for static (asymmetric load distribution) loads acting on the beam. Most importantly, the project includes a detailed presentation of the parameters related to the geometry of the structure and affects the torsional buckling of load. In this way, the parameters are appropriately chosen for the analysis.

Through these analyses, the influence of the geometric imperfection can be observed. Moreover, it is clearly stated that the degree of hyperstatic beam increases. In such, a stiffer carrier is created, whereby it is illustrated in the buckling loads as they are much larger than the isostatic coupling. The cross-sectional load position at the height of the cross section significantly influences the critical buckling load.

To sum up, the thesis attempts to formulate the mathematical approach of the influence of axial load on the critical torque of the torsional buckling through a software program. In particular, the curves obtained from mathematical approaches were compared with the finite element program curves.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΒΑΣΙΚΟΙ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ – ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ 1

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 1

1.2 ΔΟΜΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ 1

1.3 ΔΙΑΤΟΜΗ ΜΕΛΟΥΣ 2

1.4 ΜΟΡΦΕΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ 3

1.4.1 Καθολικός λυγισμός 3

1.4.1.1 Καμπτικός λυγισμός 3

1.4.1.2 Στρεμπτικός λυγισμός 4

1.4.1.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός 4

1.4.2 Τοπικός λυγισμός 5

1.4.3 Καθολικός και τοπικός λυγισμός 5

1.5 ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΣ 6

1.5.1 Πλευρικός λυγισμός 6

1.5.2 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών σταθερής διατομής υπό θλίψη και κάμψης 7

1.5.3 Στρεπτικός ή πλευρικός λυγισμός μη προστατευόμενων πλευρικά δοκών σταθερής διατομής υπό κάμψη περί τον ισχυρό άξονα 7

1.5.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός σταθερής διατομής υπό θλίψη 8

1.5.5 Παράγοντες επιρροής του πλευρικού ή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού 8

1.7 ΜΟΡΦΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ 11

1.7.1 Ελαστική ανάλυση 11

1.7.1.1 Ελαστική ανάλυση 1ης τάξεως 12

1.7.1.2 Ελαστική ανάλυση 2ης τάξεως 12

1.7.2 Πλαστική ανάλυση 12

2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ 15

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 15

2.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ 15

2.3 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ 17

2.4 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ 17

2.5.1 Μη γραμμική ανάλυση υλικού – πλαστική ανάλυση – MNA 18

2.5.2 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας – GNA 19

2.5.3 Μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας – GMNA 19

2.5.4 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες – GNIA 19

2.5.5 Μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες – GMNIA 19

2.6 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ 19
2.6.1 Λυγισμός 19
2.6.2 Κρίσιμο φορτίο 20
2.6.3 Μορφές ισορροπίας 20
2.6.3.1 Ασταθής ισορροπία 20
2.6.3.2 Ευσταθής ισσοροπία 21
2.6.3.3 Ουδέτερη ισορροπία 21
2.6.3.4 Συνδυασμός 21
2.6.4 Σημείο διακλαδώσεως ή οριακό σημείο σε ακαριαίο και συνήθη λυγισμό 22

3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ 25

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 25
3.2 ΚΛΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΤΟΥ EULER – ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ 25
3.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ 26
3.4 ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 28

4 ΕΠΙΡΡΟΗ ΜΕΓΕΘΟΥ ΑΡΧΙΚΗΣ ΑΤΕΛΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ 31

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 31
4.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ADINA 32
4.2.1 Χαρακτηριστικά της διατομής 32
4.2.2 Σχεδιασμός της διατομής 33
4.2.3 Σχεδιασμός του φορέα 34
4.3 ΔΙΧΑΛΩΤΕΣ ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ – ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 36
4.3.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού 36
4.3.1.1 Γραμμική ανάλυση λυγισμού – LBA 37
4.3.1.2 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες – GNIA 38
4.3.1.3 Επιρροή μέτρου αρχικής ατέλειας στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες 41
4.3.1.4 Μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες – GMNIA 42
4.3.1.5 Επιρροή μέτρου αρχικής ατέλειας στη μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες 45
4.3.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκούς 46
4.3.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού 47
4.3.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς 49
4.3.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς 51
4.3.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από τα άκρα 52
4.3.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο 54
4.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 56

5 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΡΟΠΟΥ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ 59

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 59
5.2 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥΣ ΜΕ ΑΡΘΡΩΣΗ – ΑΡΘΡΩΣΗ 60
5.2.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού 61
5.2.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκού 62
5.2.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού 62
5.2.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς 63
5.2.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς 64
5.2.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα ... 65
5.2.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο 66
5.2.8 Βαθμός επιρροής τροποποίησης 66
5.3 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΚΥΛΙΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ 67
5.3.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού 68
5.3.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκού 69
5.3.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού 69
5.3.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς 69
5.3.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς 70
5.3.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα ... 71
5.3.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο 71
5.3.8 Βαθμός επιρροής τροποποίησης 72
5.4 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΑΡΘΡΩΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ 73
5.4.1 Φόρτιση με διάφορες περιπτώσεις ροπών στα άκρα 74
5.4.2 Φόρτιση με συγκεντρωμένα ή κατανεμημένα φορτία 75
5.4.3 Βαθμός επιρροής τροποποίησης 75
5.5 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΠΑΚΤΩΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ 76
5.5.1 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς 77
5.5.2 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς 78
5.5.3 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα ... 78
5.5.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο 79
5.5.5 Βαθμός επιρροής τροποποίησης 80
5.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 80

6 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ 83
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 83
6.2 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΤΟ ΜΕΣΟ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ 84
6.3 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ 86
6.4 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΦΟΡΤΙΑ ΣΤΟ L/4 ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΑΠΟ ΤΑ ΑΚΡΑ 87
6.5 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΤΟ L/4 ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΑΠΟ ΤΟ ΑΚΡΟ 89
6.6 ΒΑΘΜΟΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗΣ 90

7 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΗΝ ΚΡΙΣΙΜΗ ΡΟΠΗ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ..93

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 93

7.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ 93

7.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕΣΩ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ 96

7.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 99

8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 101

8.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ 101

8.2 ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 102

8.3 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΕΣ 103

9 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 105

1 ΒΑΣΙΚΟΙ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ – ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά το σχεδιασμό μιας κατασκευής ο βασικός στόχος είναι η διασφάλιση ενός αυξημένου βαθμού ασφαλείας έναντι στην αστοχία. Για το λόγο αυτό ο σχεδιασμός πραγματοποιείται με γνώμονα, η αντοχή να είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την επιβαλλόμενη φόρτιση. Εκτός αυτού, υπάρχουν και περιπτώσεις που ο πιο πάνω βαθμός ασφαλείας ικανοποιείται αλλά ο σχεδιασμός είναι λανθασμένος λόγω προβλημάτων λειτουργικότητας από υπερβολικές παραμορφώσει, κόπωσης σε μέλη που υπόκεινται σε μεγάλο αριθμό διακυμάνσεων τάσεων λόγω επαναλαμβανόμενης φόρτισης και τέλος ακραίων φαινομένων όπως είναι η πυρκαγιά όπου δεν πρέπει να υπάρξει κατάρρευση μέχρι να πραγματοποιηθεί η εκκένωση για ένα χρονικό διάστημα.

Συγκεκριμένα η αντοχή ενός μέλους καθορίζεται από την αντοχής της διατομής του σε περιπτώσεις όπως είναι ο εφελκυσμός και η κάμψη πλευρικά προστατευόμενων δοκών. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που το μέλος χάνει την ευστάθεια του σε φορτία χαμηλότερα από τη στάθμη της φόρτισης, η οποία εξαντλεί την αντοχή της διατομής. Σε αυτή την περίπτωση το μέλος ισορροπεί σε μία άλλη θέση πέραν της αρχικής θέσης ισορροπία (λυγισμός) και πρακτικά το μέλος έχει αστοχήσει.

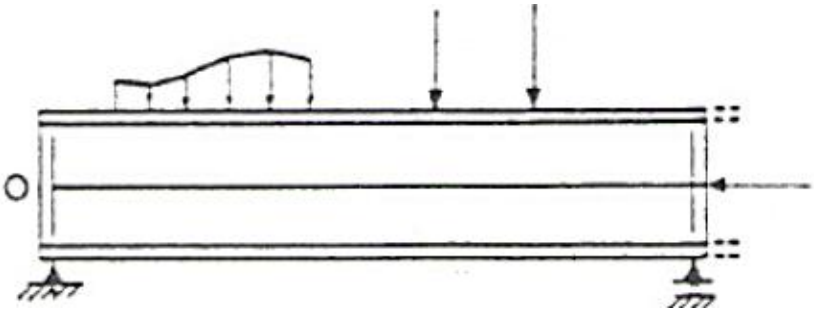
Στη συνέχεια εξετάζονται περιπτώσεις φορτίσεως για τις οποίες η αντοχή των μελών δεν προκύπτει από την αντοχή των διατομών τους, αλλά απαιτείται η θεώρηση ολόκληρου του μέλους ως στοιχείου αναφοράς. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιηθεί η δοκός που θεωρείται το κυριότερο δομικό στοιχείο

1.2 ΔΟΜΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ

Η δοκός αποτελείται από ένα ευθύγραμμο άξονα με μήκος πολύ μεγαλύτερο από τις διαστάσεις της διατομής της. Η χρήση της δοκούς ως δομικό στοιχείο, είναι ότι καθώς φορτίζεται εγκάρσια, προβάλλει καμπτική, διατμητική και σε συγκεκριμένες περιπτώσεις και

στρεπτική αντίσταση. Είναι το πιο απλό και σημαντικό δομικό στοιχείο που αποτελεί την βάση για πάρα πολλούς φορείς.

Η δοκός είναι σχεδιασμένη για να μπορεί να αναλάβει ασφαλή την εγκάρσια φόρτιση η οποία μετουσιώνεται σε καμπτική ένταση για τη διατομή. Εκτός από την καμπτική ένταση, μία δοκός μπορεί να καταπονείται και από θλίψη, διάτμηση και στρέψη ή ένα συνδυασμό και αυτών (Εικόνα 1:1).



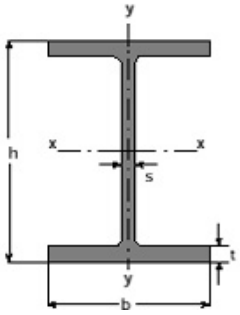
Εικόνα 1:1: Δοκός με διάφορα είδη φόρτισης

Μια δοκός είναι κατά κύριο λόγο στηριγμένη πάνω σε υποστυλώματα με διάφορους τρόπους σύνδεσης. Η σύνδεση αυτή είναι είτε κοχλιωτή είτε συγκολλητή. Ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης στην θέση του κόμβου, μπορεί να χαρακτηριστεί μία σύνδεση σε άρθρωση ή σε πάκτωση. Επιπλέον η δοκός ο δομικός στοιχείο μπορεί να έχει μήκος (άνοιγμα) από πολύ μικρό μέχρι πολύ μεγάλο, όπως συμβαίνει σε βιομηχανικά κυρίως κτίρια. Είναι πολύ ευέλικτο δομικό υλικό που αναλόγως της χρήσης έχει και τον κατάλληλο σχεδιασμό.

1.3 ΔΙΑΤΟΜΗ ΜΕΛΟΥΣ

Όπως είναι γνωστό για την αύξηση της φέρουσας καμπτικής αντοχής μία διατομής πρώτο χρειάζεται να αυξηθεί το συνολικό εμβαδόν της διατομής και δεύτερο και σημαντικότερο να συγκεντρωθεί το μεγαλύτερο μέρος του εμβαδού της διατομής όσο το δυνατό πιο μακριά από τον ουδέτερο άξονα της κάμψης. Αυτός ήταν και ο λόγος της δημιουργίας όλων των υψίκορμων προκατασκευασμένων μεταλλικών διατομών (Εικόνα 1:2).

Το αποτέλεσμα όλων αυτών των υψίκορμων διατομών, είναι να εγκυμονεί ο κίνδυνος να μην μπορέσει να η διατομή να φτάσει να εξαντλήσει την φέρουσα ικανότητα σε κάμψη, εξαιτίας ότι το θλιβόμενο κάτω πέλμα, αν η δοκό φορτίζεται με εξωτερικό κατακόρυφο φορτίο, να χάνει την ευστάθεια του και να εκτρέπεται εκτός του επιπέδου του. Με αποτέλεσμα η δοκός να έχει υποστεί στροφή και συνάμα έχει και την καμπτική παραμόρφωση περί τον κύριο άξονα αδράνειας. Το φαινόμενο αυτό αναλύετε εκτεταμένα στην συνέχεια.



Εικόνα 1:2: Υψίκορμη μεταλλική διατομή

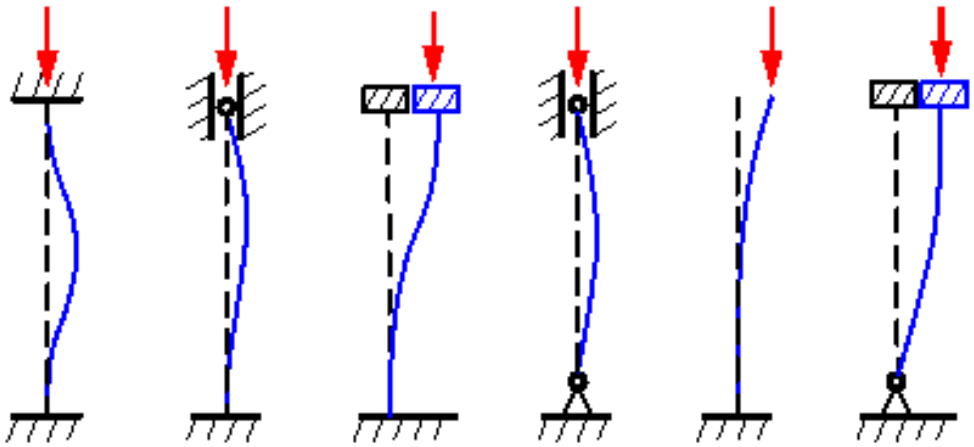
Ο αναλυτικός προσδιορισμός του λυγισμού πραγματοποιείτε με την εξέταση της ισορροπίας του μέλους στην παραμορφωμένη κατάσταση στο σημείο που έχει λυγίσει. Η αντοχή του μέλους ορίζεται με την μικρότερη στάθμη φόρτισης για την οποία η ισορροπία είναι εφικτή και ορίζει την φόρτιση λυγισμού. Το φορτίο αυτό εκτός από αναλυτικά υπολογίζεται και πειραματικά. Η σημαντικότητα πραγματοποίησης μια τέτοιας μελέτης διαφαίνεται στης μεταλλικές κατασκευές, όπου έχει αυξημένη σημασία η αντοχή του μέλους και όχι της διατομής, αφού σε πολλές περιπτώσεις η αντοχή του μέλους είναι σημείο αναφοράς για την αντοχή όλου του φορέα.

1.4 ΜΟΡΦΕΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

Ανάλογα με την έκταση του λυγισμού στο δομικό στοιχείο δημιουργούνται και οι αντίστοιχες μορφές λυγισμού όπου στην συνέχεια αυτές ανάλογα με τον τρόπο που πραγματοποιείται χωρίζονται περαιτέρω σε διάφορες άλλες κατηγορίες. Οι μορφές λυγισμού επηρεάζονται από διάφορους παράγοντες όπως είναι το μήκος λυγισμού, η διατομή, ο τρόπος στήριξης και αν είναι εξασφαλισμένο πλευρικά τα οποία θα αναλυθούν στην συνέχεια.

1.4.1 Καθολικός λυγισμός

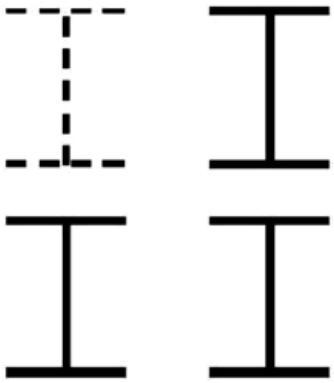
Ο καθολικός λυγισμός εμφανίζεται σε φορείς όπου έχουν μεγάλο μήκος λυγισμού χωρίς να υπάρχουν ενδιάμεσες στηρίξεις (Εικόνα 1:3). Στα μέλη που χαρακτηρίζονται από φαινόμενο καθολικής αστάθειας μειώνεται κατά πολύ η αντοχή τους. Κατά τις αστάθειες αυτές, παρατηρείται το γεγονός ότι κατά την διάρκεια της φόρτισης, η διατομή υπόκεινται σε παραμορφώσεις στερεούς σώματος, ως διαφράγματα, οι οποίες περιλαμβάνουν μετακινήσεις γύρω από τους κύριους άξονες και στροφές. Ο καθολικός λυγισμός είναι αυτός όπου ανάλογα με την παραμορφωμένη κατάσταση διακρίνεται στις περαιτέρω μορφές λυγισμού.



Εικόνα 1:3: Μορφές καθολικού λυγισμού

1.4.1.1 Καμπτικός λυγισμός

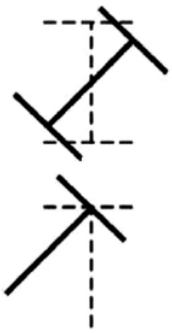
Κατά τον λυγισμό αυτό, η διατομή δεν παρουσιάζει στροφές αλλά υπάρχει μόνο μετατόπιση της διατομής περί τους κύριους άξονες από την αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση. Η παραμορφωμένη κατάσταση σύμφωνα με την Εικόνα 1:4, μετακινείται σε νέα θέση αλλά το σύστημα συντεταγμένων της δεν περιστρέφεται (Πίνακας 1:1).



Εικόνα 1:4: Καμπτικός λυγισμός

1.4.1.2 Στρεμπτικός λυγισμός

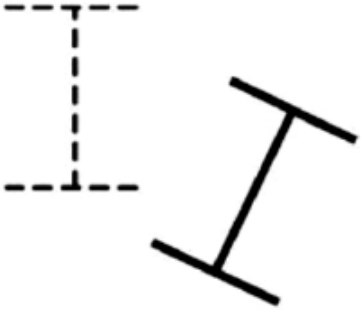
Η συγκεκριμένη μορφή λυγισμού παρουσιάζει τα αντίθετα χαρακτηριστικά του καμπτικού λυγισμού. Δηλαδή, οι διατομές υπόκεινται μόνο στις στροφές χωρίς να εμφανίζονται μετατοπίσεις. Έτσι όπως παρουσιάζει και η Εικόνα 1:5, το σύστημα συντεταγμένων της διατομής περιστρέφεται από την αρχική απαραμόρφωτη θέση (Πίνακας 1:1).



Εικόνα 1:5: Στρεμπτικός Λυγισμός

1.4.1.3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Αποτελεί τον συνδυασμό των δύο πάνω μορφών λυγισμού όπου οι διατομές παρουσιάζουν μετατοπίσεις κατά τους κύριους άξονες αλλά και στροφές. Το νέο σύστημα συντεταγμένων μετατοπίζεται σε νέο σημείο και περιστρέφεται με γωνία θ από την αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση (Εικόνα 1:6, Πίνακας 1:1).



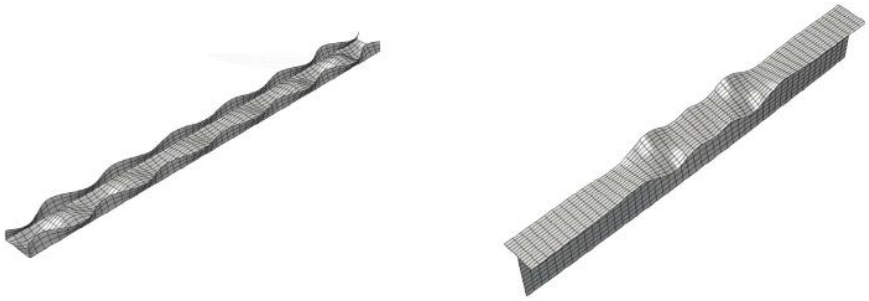
Εικόνα 1:6: Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός

Στην συνέχεια θα αναλυθεί περισσότερο η έννοια του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού όπου είναι η πιο συχνή μορφή καθολικού λυγισμού. Θα παρατηρηθούν επίσης οι υποκατηγορίες που αποτελούν το στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

1.4.2 Τοπικός λυγισμός

Κατά τον τοπικό λυγισμό, η διατομή παραμορφώνεται με αλλαγή του γεωμετρικού σχήματος, ενώ ο κύριος άξονας του μέλους παραμένει σταθερός. Στα μέλη ενός φορέα εγκυμονεί ο κίνδυνο να υποστούν λυγισμό μέλους βάση της ολικής λυγηρότητας. Διατρέχει δηλαδή ο κίνδυνος κάποια επιμέρους μέλη του φορέα να λυγίσουν τοπικά πριν την εμφάνιση καθολικού λυγισμού για μικρότερη μορφή φορτίου. Έτσι, αυτή η μορφή λυγισμού μειώνει την αντοχή του μέλους και σε συνδυασμό με τις ανομοιόμορφες τάσεις της διατομής οδηγούν στην αστοχία.

Ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται κυρίως στις διατομές κατηγορίας 4 όπου η αστοχία προλαμβάνει τις τάσεις διαρροής της διατομής. Οι διατομές αυτές χαρακτηρίζονται κυρίως από μειωμένο πάχος σε σχέση με το πλάτος και τους καθιστά ασταθείς με ιδιαίτερη μη γραμμική συμπεριφορά. Σε μια υψίκορμη διατομή διπλού Τ, ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται στο άνω πέλμα και στο άνω θλιβόμενο τμήμα του κορμού όταν ο λόγος πλάτος πέλματος προς πάχος πέλματος είναι μεγάλος (Εικόνα 1:7). Σε αυτή την περίπτωση, ο λυγισμός είναι αποτέλεσμα των ορθών τάσεων λόγω της κάμψης. Σε υψίκορμες δοκούς με μειωμένο πάχος κορμού, ο τοπικός λυγισμός εμφανίζεται στον κορμό της δοκούς στις θέσεις μέγιστης τέμνουσας όταν υπάρχει διατμητική φόρτιση.

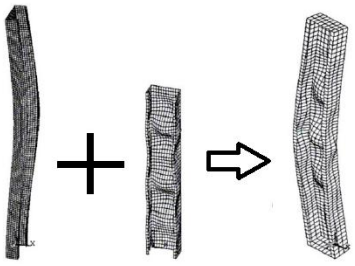


(α) (β)

Εικόνα 1:7: Τοπικός λυγισμός (α) Διατομή διπλού Τ (β) Διατομή Τ

1.4.3 Καθολικός και τοπικός λυγισμός

Ο συνδυασμός των πιο πάνω μορφών λυγισμού αντιπροσωπεύουν αυτή την κατηγορία (Εικόνα 1:8). Εμφανίζεται κυρίως σε μέλη με μεγάλο μήκος που αποτελούνται από λεπτότοιχες διατομές.



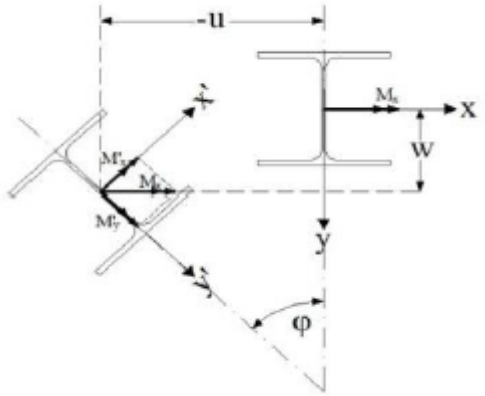
Εικόνα 1:8: Καθολικός και τοπικός λυγισμός

1.5 ΣΤΡΕΠΤΟΚΑΜΠΤΙΚΟΣ ΛΥΓΙΣΜΟΣ

Εξαιτίας της ευρείας χρήσης των προκατασκευασμένων μεταλλικών διατομών διπλού Τ, η συχνότερη μορφή λυγισμού είναι ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός. Η συγκεκριμένη μορφή λυγισμού διακρίνεται σε υποκατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο φόρτισης. Αποτελεί των συνδυασμό καμπτικού και στρεπτικού λυγισμού και ανήκει στην κατηγορία των καθολικών λυγισμών. Συνδυάζει μετακίνηση και στροφή της διατομής κατά την εκδήλωση του, ενώ για την μελέτη του συγκεκριμένου είδους λυγισμού, χρειάζεται να δημιουργηθεί νέο σύστημα συντεταγμένων, για την δημιουργία των διαφορικών εξισώσεων (Πίνακας 1:1).

Πίνακας 1:1: Καθολικός λυγισμός

Είδος καθολικού λυγισμού	**Φόρτιση**	**Είδη διατομών**	**Παραμορφώσεις**
Καμπιτικός λυγισμός	N $N+M_x$ $N+M_y$ $N+M_x+M_y$	Όλες	u w u u, w
Στρεπτικός λυγισμός	N	Ανοικτές	φ
Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός	N M_x $N+M_y$ $N+M_x+M_y$	Ανοικτές	U, w, φ



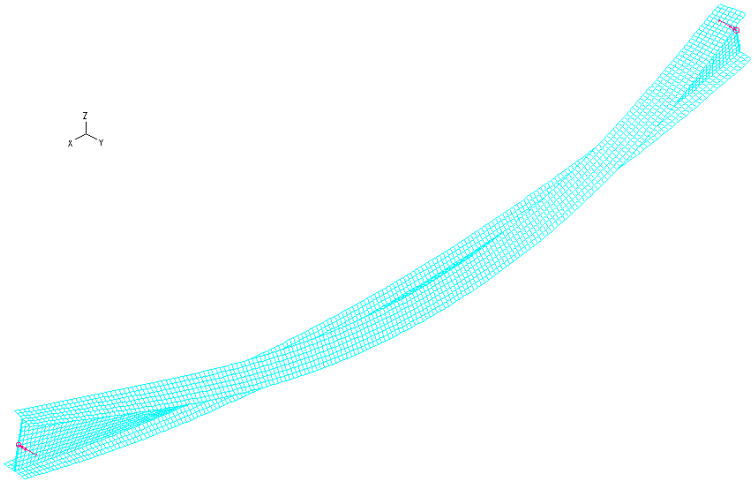
Στην συνέχεια γίνεται αναλυτική παρουσίαση των τριών κατηγοριών που υποδιαιρείται το συγκεκριμένο είδος λυγισμού. Γενικά πάνω σε αυτό το είδος λυγισμού αναφέρεται η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

1.5.1 Πλευρικός λυγισμός

Όταν μια δοκός μη προστατευόμενη έναντι πλευρικής εκτροπής υποβάλλεται σε κάμψη περί τον ισχυρό άξονα της διατομής εξαιτίας ακραίων ροπών ή εγκάρσιων φορτίων, το ένα πέλμα της διατομής θλίβεται και αναπτύσσονται λόγω κάμψης ορθές θλιπτικές τάσεις και είναι ευαίσθητο στον λυγισμό. Η εκδήλωση του λυγισμού είναι σύμφωνα με την Εικόνα 1:9.

Το θλιβόμενο πέλμα έχει την τάση να λυγίσει, όμως το επίπεδο του κορμού λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας του παρεμποδίζει τον λυγισμό, ενώ το άλλο μέρος της διατομής λόγω του ότι εφελκύεται είναι ευσταθές. Ως αποτέλεσμα, το θλιβόμενο πέλμα λυγίζει εκτός του επιπέδου του κορμού, δηλαδή περί του ισχυρού άξονα του θλιβόμενου πέλματος, με ταυτόχρονη στροφή του κύριου άξονα της διατομής σε σχέση με την αρχική τους θέση. Το φορτίο λυγισμού έχει αρκετά μικρότερες τιμές και η παραμόρφωση που παρατηρείται είναι συνδυασμός στρέψης και πλευρικής κάμψης.

Έτσι, ο πλευρικός λυγισμός είναι η μορφή αστάθειας ενός μέλους κατά την οποία οι διατομές μετά τον λυγισμό περιστρέφονται γύρω από το κέντρο διάτμησης ενώ έχουν ταυτόχρονη και πλευρική μετατόπιση από τον κύριο άξονα. Ο κίνδυνος παρουσίασης αυτής της μορφής λυγισμού επαυξάνεται όταν εκτός από εγκάρσια φορτία υπάρχει και αξονική θλίψη και τότε το φαινόμενο αυτό ονομάζεται στρεπτοκαπτικός λυγισμός. Οι διατομές που είναι πιο ευαίσθητες στον πλευρικό λυγισμό είναι οι διατομές διπλού Τ ή U καθώς διατρέχουν μικρή στρεπτική δυσκαμψία και είναι ευαίσθητες στην στρέβλωση. Οι κοίλες διατομές διαθέτουν μεγάλη στρεπτική δυσκαμψία και δεν παρουσιάζουν φαινόμενα πλευρικού λυγισμού.



Εικόνα 1:9: Πλευρικός λυγισμός

1.5.2 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός μελών σταθερής διατομής υπό θλίψη και κάμψης

Μέλη σταθερής διατομής που καταπονούνται ταυτόχρονα από αξονική θλιπτική δύναμη και ροπές κάμψεις περί τον ισχυρό και ασθενή άξονα της διατομής αποτελούν τη γενική περίπτωση καταπόνησης, ιδιαίτερα σε ότι αφορά κατακόρυφα μέλη πλαισιωτών χωρικών φορέων. Η ανάλυση της φέρουσας συμπεριφοράς τους είναι εξαιρετικά δύσκολη ακόμη και για την απλή ελαστική συμπεριφορά καθιστώντας κλειστές μαθηματικές σχέσεις όπου η επίλυση αυτών είναι πολύ δύσκολή και πολλές φορές αδύνατη. Έτσι, καταφεύγουμε στην ανάπτυξη και χρήση διαφόρων προσεγγιστικών μεθόδων ώστε να οδηγηθούμε σε μια αποδεκτή λύση.

1.5.3 Στρεπτικός ή πλευρικός λυγισμός μη προστατευόμενων πλευρικά δοκών σταθερής διατομής υπό κάμψη περί τον ισχυρό άξονα

Όταν μια δοκός μη προστατευόμενη περί πλευρικής εκτροπής υποβάλλεται σε κάμψη λόγω ροπών ή εγκάρσιων φορτίων περί τον ισχυρό άξονα της διατομής της, τότε αναλόγως του προσανατολισμού των δρώντων φορτίων ένα από τα πέλματα της θλίβεται και καθίσταται επομένως επιρρεπές σε λυγισμό. Ο λυγισμός του θλιβόμενου πέλματος στο επίπεδο του κορμού παρεμποδίζεται λόγω της μεγάλης δυσκαμψίας του κορμού στο επίπεδό του. Το υπόλοιπο μισό της διατομής χαρακτηρίζεται ως εφελκυόμενο στοιχείο (ευσταθές). Ως συνέπεια, ο λυγισμός του θλιβόμενου πέλματος εκδηλώνεται εκτός του επιπέδου του κορμού με ταυτόχρονη στροφή των κύριων αξόνων της διατομής. Η παραμόρφωση που προκύπτει είναι συνδυασμός στρέψης και πλευρικής κάμψης. Επιπλέον, εάν εφαρμοστεί και αξονική θλιπτική δύναμη θα εντείνεται περαιτέρω το φαινόμενο αυτό.

1.5.4 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός σταθερής διατομής υπό θλίψη

Η περίπτωση αυτή είναι παρόμοια με τον στρεπτικό λυγισμό καθώς η μορφή αστάθειας του θλιβόμενου μέλους σταθερής διατομής παρουσιάζεται με την στροφή της διατομής περί του άξονα του μέλους, ο οποίος παραμένει ευθύγραμμος και μετά την παραμόρφωση. Ο κίνδυνος αστοχίας λόγω του στρεπτικού λυγισμού όπως και για τις άλλες μορφές παρατηρείται μόνο για ανοιχτές διατομές. Ένας σημαντικός λόγος για αυτήν την περίπτωση έχουν και οι συνοριακές συνθήκες του μέλους σε ευαισθησία στρέβλωσης και στρέψης.

1.5.5 Παράγοντες επιρροής του πλευρικού ή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού

Οι κύριοι παράγοντες που επηρεάζουν το στρεπτοκαμπτικό λυγισμό οι οποίοι είτε αυξάνουν το πρόβλημα του λυγισμού είτε είναι επικερδής προσδίδοντας μεγαλύτερη αντοχή σε μία δοκό είναι οι εξής:

- Ο τρόπος φόρτισης και η θέση των φορτίων που με αυτό τον τρόπο επηρεάζεται η κατανομή της ροπής κατά μήκος της δοκού.
- Το σημείο εφαρμογής των φορτίων καθ' ύψος της διατομής αν ασκείται στο κέντρο βάρους στο άνω ή στο κάτω πέλμα.
- Ο τρόπος στήριξης της δοκού, δηλαδή οι συνοριακές συνθήκες (πάκτωση, άρθρωση, κύλιση κλπ).
- Η μορφή της διατομής και επιπλέον τυχόν ασυνέχεια της διατομής, δηλαδή αλλαγή διατομής και ανοιγμάτων.
- Οι ιδιότητες του υλικού.
- Οι γεωμετρικές ατέλειες και παραμένουσες τάσεις.

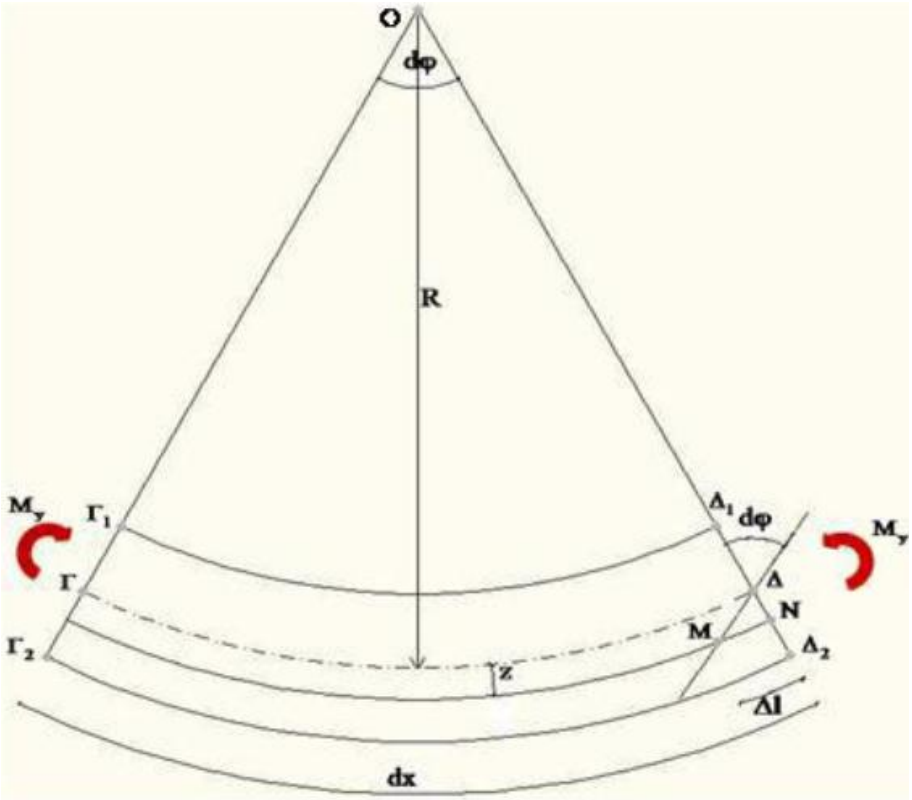
1.6 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

Η θεωρητική προσέγγιση πραγματοποιείται με την χρήση των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν την ισορροπίας της μεταλλικής δοκού στην οποία δρουν εγκάρσια φορτία. Καθώς η δοκός φορτίζεται εγκάρσια, παρατηρείται η κάμψη της. Η κάμψη της δοκού έχει άμεση σχέση με τον πλευρικό λυγισμό. Η δύο διαφορικές εξισώσεις που μορφώνονται βασίζονται στην κάμψη της διατομής περί τους δύο κεντροβαρικούς άξονες.

Η κάμψη είναι η εντατική κατάσταση που υποβάλλεται ένα σώμα σε εγκάρσια φόρτιση. Η παραμόρφωση λόγω της κάμψης έχει την διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου όπως φαίνεται στην Εικόνα 1:10. Κατά την καταπόνηση σε κάμψη αναπτύσσονται καπτικές ροπές οι οποίες προκαλούν την καμπύλωση της δοκού αλλά και τη δημιουργία εσωτερικών τάσεων στο υλικό. Έτσι, η έννοια της κάμψης αναφέρεται στις αναπτυσσόμενες τάσεις και στις προκαλούμενες παραμορφώσεις.

Εικόνα 1:10: Κάμψη δοκού

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η θεωρητική καμπτική ανάλυση ενός μέλους υπό εγκάρσια φόρτιση, για ένα στοιχειώδη τμήμα dx (Εικόνα 1:11) και με βάση την παραδοχή Bernoulli.



Εικόνα 1:11: Στοιχειώδες τμήμα δοκούς

Μετά την παραμόρφωση του κεντροβαρικού άξονα με καμπυλότητα R, οι διατομές $Γ_1Γ_2$ και $Δ_1Δ_2$ έχουν στραφεί κατά dφ/2 και από τα όμοια τρίγωνα ΟΓΔ και ΔΜΝ προκύπτει ότι:

$$\frac{\Delta l}{dx} = \frac{z}{R} \tag{1:1}$$

Όπου σύμφωνα με τον νόμο του Hooke,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{dx} \text{ και } \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma = \frac{E}{R} z \text{ ή } \sigma = Cz \tag{1:2}$$

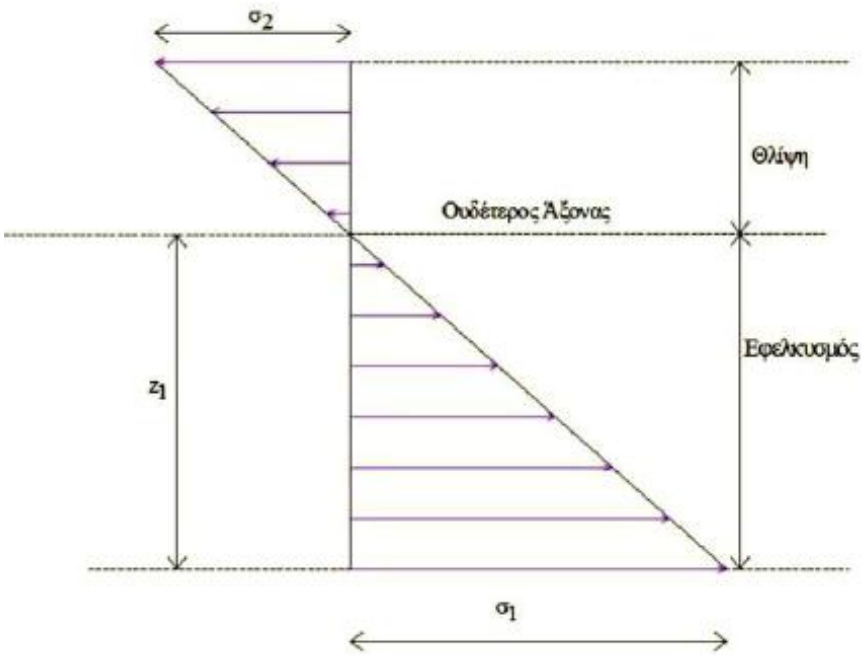
Η ουδέτερη γραμμή που ταυτίζεται με τον κεντροβαρικό άξονα, διαιρεί τη διατομή σε θλιβόμενη και σε εφελκυόμενη ζώνη. Έτσι η καμπτική ροπή M_y είναι το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών δυνάμεων σ·dA, σύμφωνα με την ισορροπία του στοιχειώδους τμήματος.

$$M_y = \int z\sigma dA = \frac{E}{R}\int z^2 dA = \frac{E}{R} I_Y \tag{1:3}$$

Έτσι η κατανομή των τάσεων της, με βάση την Εξ. (1:2) προκύπτει:

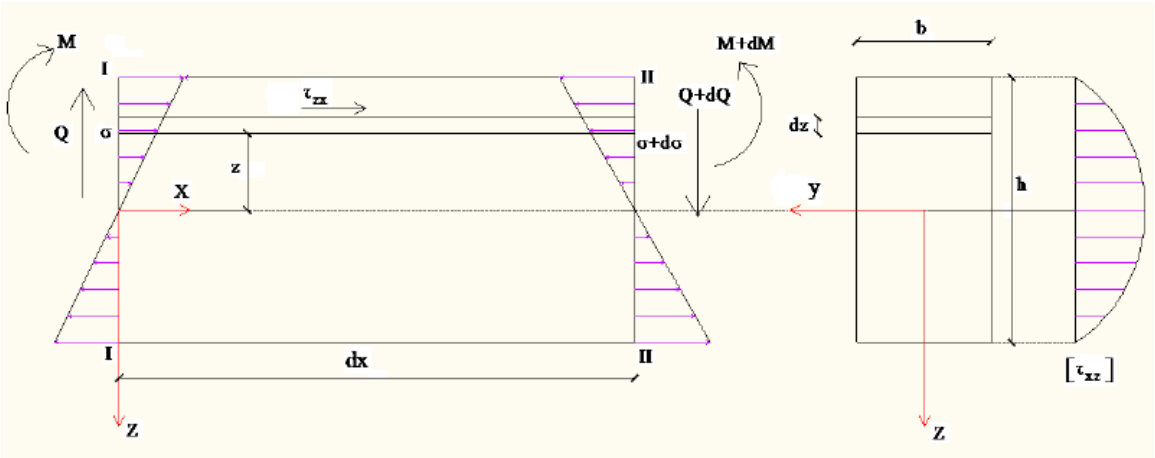
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_Y} z \text{ ή } \sigma_x = \frac{M_y}{Wel}$$

$$Wel_y = \frac{I_y}{y} \text{ και } Wel_z = \frac{I_z}{z} \tag{1:4}$$



Εικόνα 1:12: Κατανομή ορθών τάσεων σε διατομή

Τα εγκάρσια φορτία εμφανίζουν και τέμνουσα δύναμη στην δοκό, έτσι παρουσιάζονται και διατμητικές τάσεις (Εικόνα 1:13). Η παρουσία των διατμητικών τάσεων δεν επηρεάζει την κατανομή των ορθών τάσεων κατά μήκος της διατομής, αφού η συμπεριφορά της δοκού είναι ελαστική και ισχύει ταυτόχρονα η αρχή της ανεξαρτησίας των ελαστικών παραμορφώσεων.



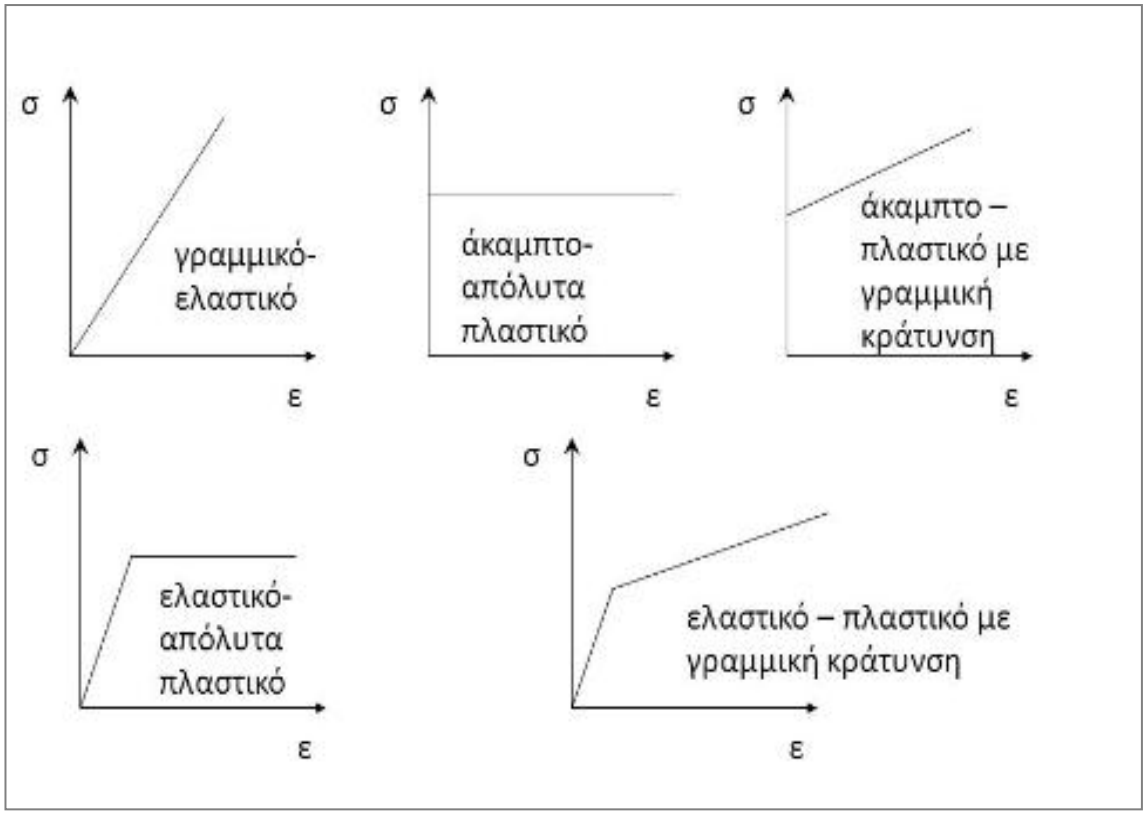
Εικόνα 1:13: Κατανομή διατμητικών τάσεων σε διατομή

Οι σχέσεις που ισχύουν για την άλλη διεύθυνση του κεντροβαρικού άξονα x είναι ανάλογες με αυτές που παρουσιάστηκαν για τον κεντροβαρικό άξονα y. Στην συνέχεια γίνεται αναφορά για της μορφές ανάλυσης του πλευρικού λυγισμού και στις κατηγορίες που έχει η κάθε μορφή ανάλυσης.

1.7 ΜΟΡΦΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ

Η τεχνική θεωρίας κάμψης που αναλύθηκε πιο πάνω βασίζεται στην θεωρία μικρών μετατοπίσεων που προκύπτει από την θεωρία της πρώτης τάξης. Αυτή η μορφή ανάλυσης ονομάζεται ελαστική και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις αναλύσεων ανεξάρτητα αν η αντοχή της διατομής ορίζεται από την πλαστική ή την ελαστική αντοχή.

Σε αντίθεση με την ελαστική ανάλυση, η πλαστική ανάλυση δεν χρησιμοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις και η χρήση της εγκυμονεί ορισμένες προϋποθέσεις. Το Σχήμα 1:1, περιγράφει της περιοχές των τάσεων όπου το υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά ή πλαστικά και σε τι δρόμους κινείται η κάθε ανάλυση.



Σχήμα 1:1: Γραμμικά ελαστική – απολύτως πλαστική συμπεριφορά

1.7.1 Ελαστική ανάλυση

Η ελαστική ανάλυση προϋποθέτει ελαστική συμπεριφορά του φορέα και η σχέση τάσεις - παραμορφώσεις είναι γραμμική σε οποιοδήποτε στάθμη των τάσεων. Η παραμόρφωση δηλαδή είναι καθ' όλη την διάρκεια της φόρτισης ανάλογη των τάσεων. Τα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από τις εξισώσεις ισορροπίας για στατικούς φορείς. Για υπερστατικούς φορείς, τα εντατικά μεγέθη εκτός της ικανοποίησης των συνθηκών ισορροπίας, επιβάλλεται οι μετακινήσεις που θα προκληθούν να είναι συμβατές με την ελαστική συνέχεια και τις συνθήκες στήριξης του φορέα.

Επειδή οι εξισώσεις ισορροπίας είναι λιγότερες από τα άγνωστα μεγέθη συμπληρώνεται με απλές γεωμετρικές σχέσεις που συνδέουν τις μετακινήσεις του φορέα. Οι εξισώσεις συμβιβαστούν των παραμορφώσεων, όπως ονομάζονται, διασφαλίζουν την συμβατότητα των μετακινήσεων στην παραμορφωμένη κατάσταση.

Η ελαστική ανάλυση διακρίνεται σε δύο κατηγορίες, την ελαστική ανάλυση 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως. Η γραμμική συμπεριφορά φορτίου παραμορφώσεων είναι δυνατόν να εφαρμοστεί για 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως ελαστικής ανάλυσης ακόμα και όταν η αντοχή της διατομής βασίζεται στην πλαστική αντοχή.

1.7.1.1 Ελαστική ανάλυση 1^{ης} τάξεως

Οι εξισώσεις ισορροπίας των δυνάμεων και του συμβιβασμού των παραμορφώσεων αναφέρονται στην αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα. Όταν οι μετακινήσεις των διατομών του φορέα και οι παραμορφώσεις είναι μικρές, χρησιμοποιείται αυτή η μορφή ανάλυσης καθώς η συμπεριφορά του φορέα θεωρείται ελαστική. Ισχύει η αρχή της επαλληλίας όπου η συνολική δράση είναι ίση με το άθροισμα των συνόλων των επιμέρους δράσεων. Η περίπτωση αυτή ισχύει όταν το υλικό είναι ελαστικό και η γεωμετρία της κατασκευής είναι γραμμική.

1.7.1.2 Ελαστική ανάλυση 2^{ης} τάξεως

Οι εξισώσεις ισορροπίας αναφέρονται στην παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα. Επομένως, λαμβάνεται υπόψη η επίδραση των παραμορφώσεων του φορέα στα εντατικά μεγέθη. Η αρχή της επαλληλίας δεν εφαρμόζεται σε αυτή την κατηγορία και η επίλυση με θεωρητικές μεθόδους καθίσταται μη πραγματοποιήσιμη. Η χρήση προγραμμάτων σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές είναι σημαντική για την επίλυση μεγάλων αριθμών αναλύσεων. Η 2^{ης} τάξης ανάλυση είναι η διαδοχική επίλυση αναλύσεων 1^{ης} τάξης που η γεωμετρία μεταβάλλεται σε κάθε ανάλυση με βάση την προηγούμενη ιστορία φόρτισης.

1.7.2 Πλαστική ανάλυση

Στην πλαστική ανάλυση λαμβάνεται υπόψη κατά τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων των δράσεων η μη γραμμικότητα του υλικού. Χρησιμοποιείται μόνο όταν τα μέλη της κατασκευής διαθέτουν επαρκής στροφική ικανότητα στις θέσεις όπου δημιουργείται πλαστική άρθρωση. Η πλαστική ανάλυση προϋποθέτει τα εξής:

- Ο χάλυβας να διαθέτει επαρκή ολκιμότητα ώστε να μπορέσει να αναπτυχθεί η πλαστική αντοχή των διατομών.
- Μετά την δημιουργία της πλαστικής άρθρωσης, αυτή πρέπει να έχει την ικανότητα να στραφεί υπό σταθερή ροπή ίση με την πλαστική ροπή της διατομής.
- Η πλαστική άρθρωση πρέπει να διαθέτει στροφική ικανότητα χωρίς να παρατηρηθεί τοπικός ή πλευρικός λυγισμός έτσι ώστε να μπορεί να δημιουργηθεί μηχανισμός κατάρρευσης με ανακατανομή των ροπών.

Το διάγραμμα τάσεως ανοιγμένων παραμορφώσεων για την πραγματοποίηση γραμμικής ανάλυσης είναι απαραίτητο (Σχήμα 1:1). Η καμπύλη αποφόρτισης όταν η τάση μειωθεί σε οποιοδήποτε σημείο της πλαστικής περιοχής είναι μία ευθεία γραμμή παράλληλη με τον ελαστικό κλάδο του διαγράμματος τάσεων παραμορφώσεων.

Υποθέτοντας απόλυτη πλαστικότητα μετά του ορίου διαρροής, αμελούνται τα αποτελέσματα της κράτησης, γεγονός που είναι υπέρ της ασφάλειας. Η πλαστική ανάλυση βασίζεται στην μη

γραμμική συμπεριφορά του υλικού, ακόμα και αν αγνοούνται τα φαινόμενα δευτέρας τάξεως. Η πλαστική ανάλυση είναι μη γραμμική όπου η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει. Για την επίλυση πλαστικών αναλύσεων δευτέρας τάξεως απαιτείται η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Το πιο σημαντικό για τον σχεδιασμό με την μέθοδο της πλαστικής ανάλυσης είναι η οικονομία στην κατασκευή η οποία είναι μεγαλύτερη όσο αυξάνεται η υπερστατικότητα του φορέα.

2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως προαναφέρθηκε, σκοπός του σχεδιασμού των κατασκευών είναι η δημιουργία ασφαλών φορέων. Συνέπεια αυτού είναι τα δρώντα φορτία να είναι μικρότερα των φορτίων αντοχής και επιπλέον, η παραμόρφωση των μελών να είναι εντός αποδεκτών ορίων. Θεωρίες ανάλυσης που χρησιμοποιούνται κάθε φορά, πρέπει να είναι τόσο προσεγγιστικές όσο επιτρέπεται, και τόσο ακριβείς όσο επιβάλλεται. Αυτό ορίζεται από την γεωμετρία του φορέα, καθώς επίσης και από το είδος και την ένταση των φορτίων που επιβάλλονται.

Η θεωρία κάμψης που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρεται στην ελαστική συμπεριφορά του φορέα και βασίζεται στην θεωρία μικρών μετατοπίσεων. Η ελαστική ανάλυση χρησιμοποιείται για οποιεσδήποτε διατομές ανεξαρτήτως αν η αντοχή τους προσδιορίζεται στην ελαστική ή στην πλαστική αντοχή. Σε αντίθετη περίπτωση, η πλαστική ανάλυση δεν εφαρμόζεται για όλες τις περιπτώσεις και η εφαρμογή της πρέπει να πληροί κάποιες προϋποθέσεις.

Στην πλαστική ανάλυση γίνεται αναφορά στην μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού και στην μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας του φορέα. Με την μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού ορίζουμε ότι το υλικό έχει διαρρεύσει, δηλαδή έχει φθάσει σε ανελαστική συμπεριφορά. Με τη γεωμετρική μη γραμμικότητα ορίζουμε την πραγματική γεωμετρία του φορέα που αποκλίνει από την ιδεατή λόγω ατελειών. Οι ατέλειες αυτές που κατά κύριο λόγω προέρχονται από την διαδικασία παραγωγής και ανέγερσης των δομικών μελών έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία παραμενουσών τάσεων στην αρχική αφόρτιστη κατάσταση.

2.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ

Οι γεωμετρικές ατέλειες κατατάσσονται σε καθολική γεωμετρική ατέλεια και στην κύρτωση μέλους. Στην ανάλυση δοκού με διχαλωτές στηρίξεις θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού καθώς έχουν σημαντική επιρροή. Η κατανομή των αρχικών ατελειών που γίνεται στο στάδιο του σχεδιασμού ορίζεται από διάφορους τρόπους:

- Μια παραδοσιακή μέθοδος για την κατανομή πάνω στην επιφάνεια της δοκού είναι να χρησιμοποιηθεί ένας γραμμικός συνδυασμός των διαφόρων τρόπων λυγισμού (ιδιομορφές που λαμβάνεται από την γραμμική ανάλυση λυγισμού). Στην περίπτωση της δοκού λαμβάνεται υπόψη η πρώτη ιδιομορφή και μόνον και ο λόγος είναι ότι το κρίσιμο φορτίο των επόμενων ιδιομορφών είναι αρκετά μεγαλύτερο.
- Μια άλλη εναλλακτική μέθοδος είναι να θεσπιστεί μια κατανομή ανάλογη προς τις μετατοπίσεις που οφείλεται σε ένα φορτίο σχεδιασμού, για παράδειγμα, στο νεκρό φορτίο.
- Ένας άλλος τρόπος είναι να οριστεί η θέση της ατέλειας σε σημείο που υπάρχει κάποιο συγκεντρωμένο φορτίο.

Επιπλέον, το μέγεθος της ατέλειας είναι πολύ σημαντικός παράγοντας και θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ανάλογα με την αιτία που προέρχεται. Οι λόγοι της δημιουργίας της ατέλειας είναι:

- Η κατασκευή της γεωμετρίας σίγουρα περιλαμβάνει αναπόφευκτα γεωμετρικά λάθη. Οι μέθοδοι συναρμολογήσεις μπορεί να προκαλέσουν σημαντικά λάθη.
- Αν η ψηλή θερμοκρασία συγκόλλησης των μεταλλικών διατομών που εφαρμόζεται στο χώρο κατασκευής είναι πολύ πιθανόν να δημιουργήσει πρόσθετες τάσεις και παραμορφώσεις.
- Κατασκευαστικές ατέλειες σε κόμβους στηρίξεων όπως για παράδειγμα εκκεντρώσεις και στρεβλώσεις μελών.
- Η πραγματοποίηση της κατασκευής από μη έμπειρους κατασκευαστές ενισχύει τη δυνατότητα μεγάλου μέτρου των γεωμετρικών ατελειών.
- Επίσης, οι μετατοπίσεις που προκαλούνται χωρίς φόρτιση λόγω του νεκρού φορτίου του μέλους.

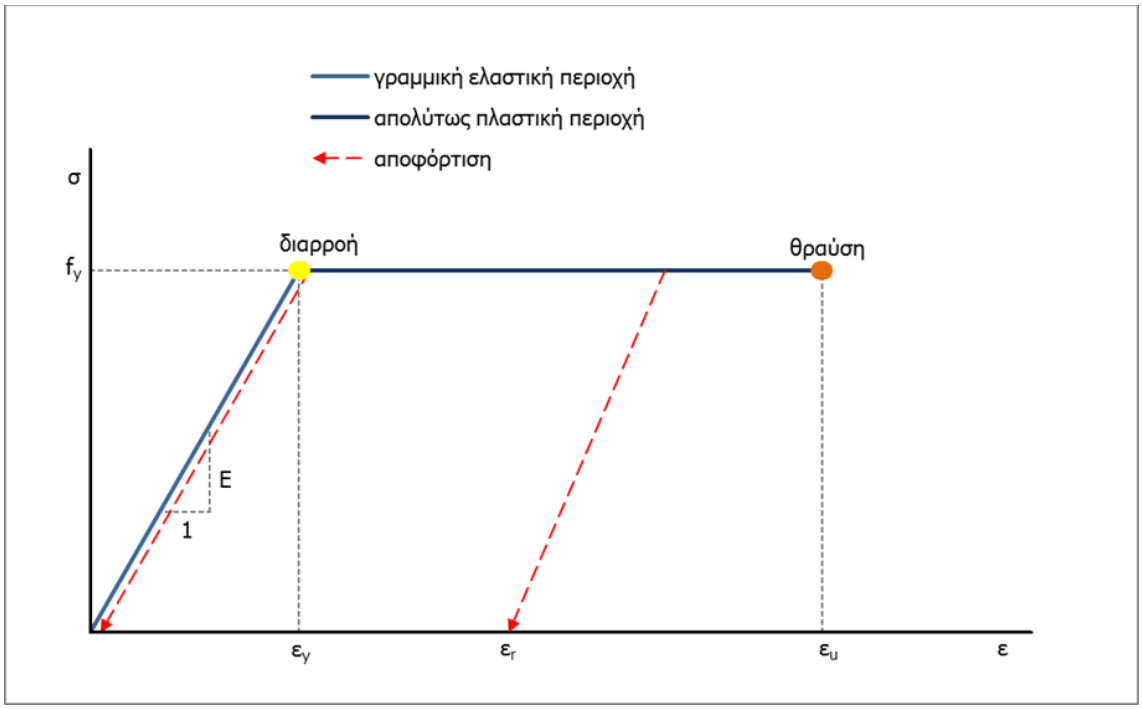
Δεδομένου ότι τα αποτελέσματα πολλών παραγόντων, γνωστών και άγνωστων, επηρεάζουν το σχεδιασμό και την ανάλυση του φορέα πάντα χρησιμοποιείται μια συντηρητική θεώρηση. Το μέγεθος όμως της πραγματικής ατέλειας θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη προκείμενου να αποφευχθεί μια σημαντική μείωση του φορτίου λυγισμού. Στην συνέχεια, θα παρουσιαστεί μία αναλυτική περίπτωση του βαθμού επιρροής του μεγέθους της αρχικής ατέλειας και του τρόπου κατανομής της.

2.3 ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΥΛΙΚΟΥ

Ο δομικός χάλυβας στην περίπτωση της δοκού με διχαλωτές στηρίξεις που αναλύεται είναι στα υλικά που ονομάζονται γραμμικά ελαστικά – απολύτως πλαστικά, εξαιτίας του ότι χαρακτηρίζεται από γραμμική ελαστική συμπεριφορά μέχρι κάποια τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων και ανοιγμένων παραμορφώσεων ο οποίος μπορεί να καταπονηθεί εντονότερα και να υπερβεί το όριο διαρροής μέχρι την θραύση. Η παραμόρφωση από το όριο διαρροής και μετά αυξάνεται, ενώ η τάση παραμένει σταθερή μέχρι να αστοχήσει.

Στην αρχική γραμμική περιοχή, οι κλάδοι φόρτισης και αποφόρτισης συμπίπτουν και μετά από την πλήρη αποφόρτιση, δεν υπάρχουν παραμένουσες παραμορφώσεις στο μέλος. Έτσι, η συμπεριφορά είναι ελαστική. Στην πλαστική περιοχή, η συμπεριφορά είναι ανελαστική και κατά την αποφόρτιση ακολουθείται μία ευθεία γραμμή παράλληλη με τον αρχικό ελαστικό κλάδο. Σε περίπτωση πλήρης αποφόρτισης, παραμένουν στο δοκίμιο οι λεγόμενες πλαστικές,

παραμένουσες ή μόνιμες παραμορφώσεις. Τα προαναφερθέντα παρουσιάζονται ξεκάθαρα στο Σχήμα 2:1.



Σχήμα 2:1: Γραμμικά ελαστική – απολύτως πλαστική συμπεριφορά

2.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ – LA

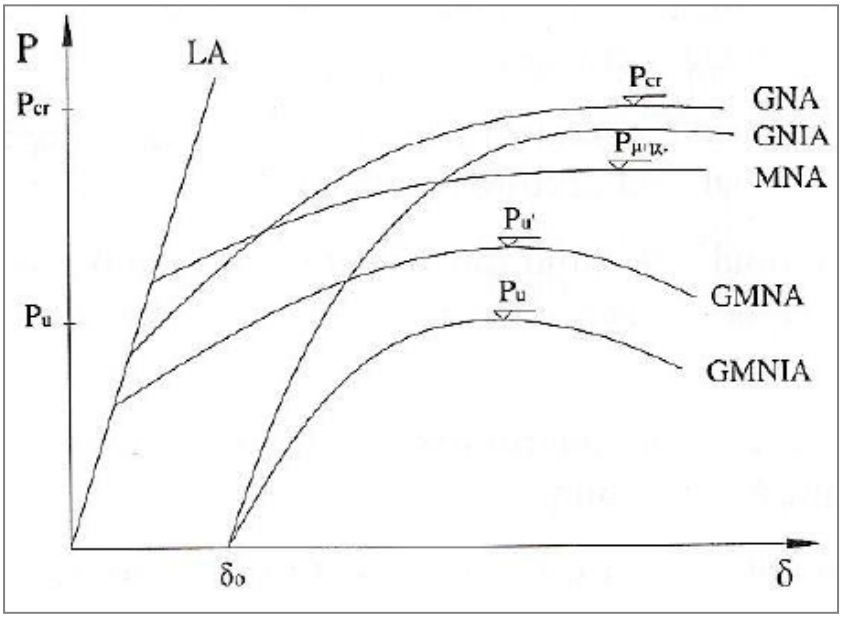
Στην ανάλυση αυτή, οι παραμορφώσεις ή οι ανοιγμένες παραμορφώσεις είναι μικρές με αποτέλεσμα η συμπεριφορά να είναι ελαστική και η επίλυση να γίνεται με βάση την αρχική απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα. Στην βιβλιογραφία συναντάται και ελαστική ανάλυση με βάση της θεωρίας πρώτης τάξεως. Όταν πρέπει να λαμβάνονται φαινόμενα δευτέρας τάξεως (γεωμετρική μη γραμμικότητα) χρησιμοποιείται η θεωρία δευτέρας τάξεως, η οποία απαιτεί επαναληπτικές διαδικασίες επίλυσης.

Η αρχή της επαλληλίας δεν μπορεί να ισχύσει και γίνεται αναφορά σε κάποια συγκεκριμένη κατανομή των φορτίων τα οποία αυξάνονται βήμα προς βήμα χρησιμοποιώντας ένα πολλαπλασιαστή φόρτισης. Για να εξασφαλιστεί η γραμμικότητα κατά την διάρκεια της ανάλυσης, το κάθε βήμα επιλέγεται αρκετά μικρό και η κατάσταση παραμόρφωσης στο τέλος κάθε βήματος χρησιμοποιείται ως η γεωμετρική αναφορά για το επόμενο βήμα. Έτσι, η ελαστική δευτέρας τάξης αποτελείται από την διαδοχή επίλυσης αναλύσεων πρώτης τάξης του φορέα όπου η γεωμετρία σε κάθε βήμα μεταβάλλεται με βάση την προηγούμενη ιστορία φόρτισης.

2.5 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ

Οι μη γραμμικές αναλύσεις, καθώς προβάλλουν τους δρόμους ισορροπίας του λυγισμού, όπως δείχνει και το πιο κάτω Σχήμα 2:2, εκφράζουν δύο είδη λυγισμού με διαφορετική μορφή.

1. Λυγισμός με οριακό σημείο καθώς υπάρχει αύξηση του φορτίου, η δυσκαμψία της κατασκευής μειώνεται. Όταν περάσει το κρίσιμο φορτίο, τότε υπάρχει αστοχία του μέλους ή της κατασκευής.
2. Λυγισμό με σημείο διακλαδώσεως, όταν το φορτίο φθάσει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, τότε οι μετατοπίσεις συνεχίζουν να αυξάνονται ακολουθώντας μια διαφορετική πορεία από το προλυγισμικό στάδιο. Υπάρχει δηλαδή μία μεταλυγισμική συμπεριφορά του φορέα όπου οι μετατοπίσεις συνεχίζουν να αυξάνονται χωρίς να επανέρχεται η κατάρρευση. Σε αυτή την κατηγορία υπάρχει και η περίπτωση όπου υπάρχει μεταλυγισμική αντοχή. Δηλαδή ο φορέας μπορεί να φέρει μεγαλύτερο φορτίο από το φορτίο λυγισμού.



Σχήμα 2:2: Καμπύλες P – δ για όλα τα είδη αναλύσεων

Στην συνέχεια προβάλλονται όλες οι μη γραμμικές αναλύσεις και εκφράζονται όλα τα χαρακτηριστικά και οι παράμετροι του.

2.5.1 Μη γραμμική ανάλυση υλικού – πλαστική ανάλυση – MNA

Οι παραμορφώσεις σε αυτή την ανάλυση είναι μικρές, ενώ οι ανοιγμένες παραμορφώσεις είναι μεγάλες. Όπως και στη γραμμική ανάλυση, η επίλυση γίνεται με βάση την απαραμόρφωτη γεωμετρία του φορέα. Οι μετατοπίσεις w όταν είναι μικρές αλλά οι στροφές φ είναι μεγάλες έχει ως αποτέλεσμα η σχέση των ροπών καμπυλοτήτων να είναι γραμμική και η μη γραμμικότητα αφορά μόνο την ανάλυση στο παραμορφωμένο σύστημα. Αυτή η ανάλυση δίνει λύσεις μόνο το φορτίο λυγισμού. Συναντάται και ως γραμμική θεωρία ευστάθειας ή ανάλυση με θεωρία δευτέρας τάξεως.

Στην περίπτωση που οι μετατοπίσεις είναι μεγάλες, τότε η σχέση ροπών καμπυλοτήτων είναι μη γραμμική. Έτσι, ονομάζεται ανάλυση με την θεωρία τρίτης τάξεως και μπορεί να δώσει λύσεις πέρα του φορτίου λυγισμού. Δεν εφαρμόζεται σε γραμμικούς φορείς για το λόγο ότι οι μετατοπίσεις είναι σχετικά περιορισμένες, όμως σε περίπτωση επιφανειακών φορέων είναι αναγκαία η εφαρμογή της όταν αναζητείται το οριακό φορτίο όπου σημαντικό ρόλο παίζει η μεταλυγισμική συμπεριφορά.

2.5.2 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας – GNA

Σε αυτή την ανάλυση ισχύει ακριβώς το αντίθετο με τη μη γραμμική ανάλυση υλικού. Στην περίπτωση αυτή, οι ανοιγμένες παραμορφώσεις είναι μικρές αλλά οι παραμορφώσεις του φορέα είναι μεγάλες. Η ανάλυση του φορέα γίνεται με βάση την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα ενώ η ανάλυση είναι ελαστική. Εάν οι μετατοπίσεις είναι μικρές και οι στροφές μεγάλες, τότε η σχέση ροπών – καμπυλοτήτων είναι γραμμική και η μη γραμμικότητα αφορά το παραμορφωμένο σύστημα. Δίνει αποτελέσματα μέχρι το φορτίο λυγισμού και ονομάζεται γραμμική θεωρία ευστάθειας ή ανάλυση με θεωρία δευτέρας τάξεως.

Εάν οι μετατοπίσεις είναι μεγάλες, τότε οι σχέσεις ροπών – καμπυλοτήτων, είναι μη γραμμική και τότε ονομάζεται μη γραμμική θεωρία ευστάθειας ή ανάλυση με θεωρίας τρίτης ή ανωτέρας τάξεως και δίνει λύσεις πέρα του φορτίου λυγισμού. Ισχύει όπως και για την μη γραμμική ανάλυση λυγισμού το ότι είναι χρήσιμη για επιφανειακούς και μόνο φορείς και όχι για ραβδόμορφους φορείς.

2.5.3 Μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας – GMNA

Αποτελεί τον συνδυασμό των δύο πιο πάνω αναλύσεων (μη γραμμική ανάλυση υλικού και μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας) όπου σε αυτή την ανάλυση οι παραμορφώσεις και οι ανοιγμένες παραμορφώσεις είναι μεγάλες. Ισχύουν τα ίδια με τις πιο πάνω αναλύσεις και είναι πολύ χρήσιμη για τον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού και του δρόμου ισορροπίας του φορέα.

2.5.4 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες – GNIA

Είναι πανομοιότυπη με την μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας όπου σε αυτή την περίπτωση υπάρχει και παρουσία γεωμετρικών ατελειών. Είναι μία πιο ακριβής μέθοδος για τον υπολογισμό του πραγματικού φορτίου λυγισμού καθώς προσομοιώνει ένα μοντέλο όπου λαμβάνει υπόψη τις γεωμετρικές ατέλειες που μπορεί να έχει ένας φορέας. Είναι κυρίως χρήσιμη σε ισοστατικούς φορείς όπου η μεταλυγισμική φορά του υλικού και η πλαστικοποίησή του έχει ως αποτέλεσμα την κατάρρευση ή την αστοχία του φορέα.

2.5.5 Μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες – GMNIA

Η ανάλυση αυτή αποτελεί τον συνδυασμό όλων των πιο πάνω αναλύσεων και δίνει τα πραγματικά οριακά φορτία του εξεταζόμενου μέλους. Σε αυτή την ανάλυση, είναι πολύ σημαντικός και ο μεταλυγισμικός κλάδος και είναι ευρέως χρησιμοποιούμενη για υπερστατικούς φορείς καθώς χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό οικονομικών κατασκευών.

2.6 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

Για την επεξήγηση βασικών εννοιών θα χρησιμοποιηθεί το Σχήμα 2:3, όπου παρουσιάζεται ένα δοκίμιο στηριζόμενο σε μία άρθρωση και μία κύλιση. Ο φορέας είναι ισοστατικός. Το δοκίμιο αυτό φορτίζεται αξονικά και η τιμή του φορτίου αυξάνεται σταδιακά. Όταν η αξονική φόρτιση είναι μικρή, τότε η λεπτή ευθύγραμμη ράβδος διατηρείται απολύτως ευθύγραμμη. Για να επεξηγηθούν οι όροι που θα χρησιμοποιηθούν πρέπει το φορτίο να είναι σχετικά μεγάλο.

2.6.1 Λυγισμός

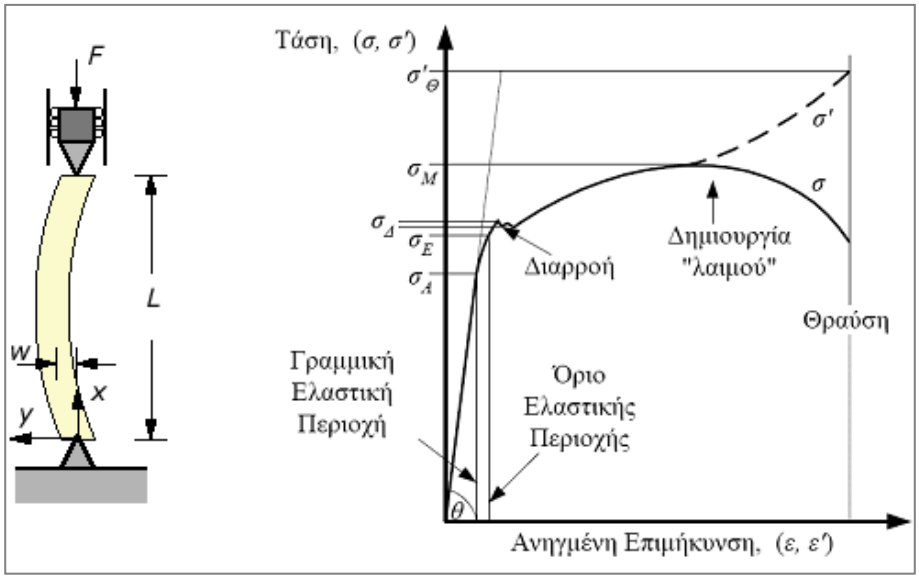
Καθώς αυξάνεται το φορτίο F και φθάνει στην τιμή P_A (σ_A), η ράβδος εγκαταλείπει την ευθύγραμμη ισορροπία της και παίρνει μια απείρως γειτονική μορφή ισορροπίας

σχηματίζοντας βέλος κάμψης. Το φαινόμενο αυτό που η ράβδος από ευθύγραμμη μορφή μετατρέπεται σε κάποια καμπυλωμένη μορφή ονομάζεται λυγισμός. Με τον όρο του λυγισμού, χαρακτηρίζουμε τον τρόπο με τον οποίο ο φορέας χάνει την απαραμόρφωτη μορφή του.

2.6.2 Κρίσιμο φορτίο

Το φορτίο P_A που είναι η μέγιστη τιμή για την οποία η ράβδος διατηρεί την ευθύγραμμη μορφή της ονομάζεται κρίσιμο φορτίο ή φορτίο λυγισμού. Στο κρίσιμο φορτίο αντιστοιχούν δύο σχηματισμοί ισορροπίας που έχουν το ίδιο μήκος, ο ένας είναι η ευθύγραμμη μορφή και η άλλη η καμπυλωμένη. Πέρα από το κρίσιμο φορτίο παρατηρούνται δυσανάλογες παραμορφώσεις σε σχέση με το αυξανόμενο φορτίο που τελικώς θα επέλθει η αστοχία. Μετά από το σημείο Α, η συμπεριφορά του δοκιμίου χαρακτηρίζεται ως μεταλυγισμική. Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα (Σχήμα 2:3), το τμήμα πέρα του Α χάνει τη γραμμικότητά του. Δηλαδή, έχει φθάσει στην ανελαστική περιοχή και η ράβδος δεν κινδυνεύει να αστοχήσει από ελαστικό λυγισμό αλλά λόγω πλαστικής παραμόρφωσης που αναπτύσσεται αμέσως μετά από το σημείο Δ.

Το κρίσιμο φορτίο τις περισσότερες φορές καθορίζει την φέρουσα ικανότητα του φορέα. Ο προσδιορισμός της συμπεριφοράς πέρα από του σημείου Α μπορεί να γίνει με την θεωρία τρίτης τάξεως.



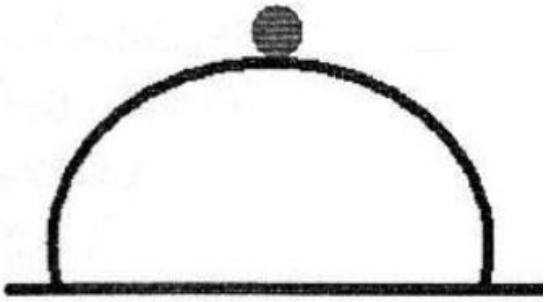
Σχήμα 2:3: Διάγραμμα λυγισμού δοκιμίου

2.6.3 Μορφές ισορροπίας

Για την επεξήγηση των κύριων μορφών ισορροπίας είναι χρήσιμα το πιο κάτω σχήματα όπου παρουσιάζονται οι τρεις μορφές ισορροπίας. Και στις τρεις μορφές ισορροπίας παρατηρείται ότι η άκαμπτη σφαίρα ισορροπεί.

2.6.3.1 Ασταθής ισορροπία

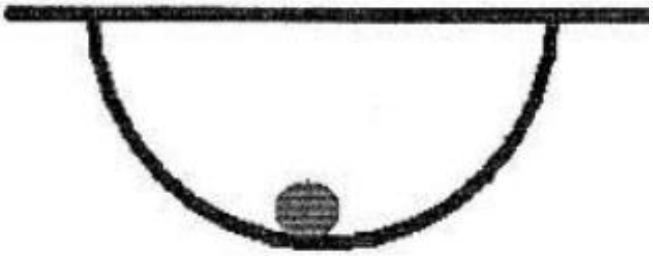
Όπως φαίνεται και από το Εικόνα 2:1, όταν η σφαίρα μετακινηθεί από την θέση ισορροπίας τότε δεν θα επιστρέψει σε αυτή ακόμα και εάν αφαιρεθεί η δύναμη που προκάλεσε την μετακίνηση, αλλά θα συνεχίσει να απομακρύνεται από την θέση ισορροπίας. Αυτή η συμπεριφορά είναι που χαρακτηρίζει την αστάθεια.



Εικόνα 2:1: Ασταθής ισορροπία

2.6.3.2 Ευσταθής ισσοροπία

Σε αυτή την περίπτωση, αν η σφαίρα μετακινηθεί από την θέση ισορροπίας της, θα επιστρέψει σε αυτή μόλις η δύναμη αφαιρεθεί αφού πρώτα εκτελέσει κάποιες παλινδρομήσεις (Εικόνα 2:2).



Εικόνα 2:2: Ευσταθής ισορροπία

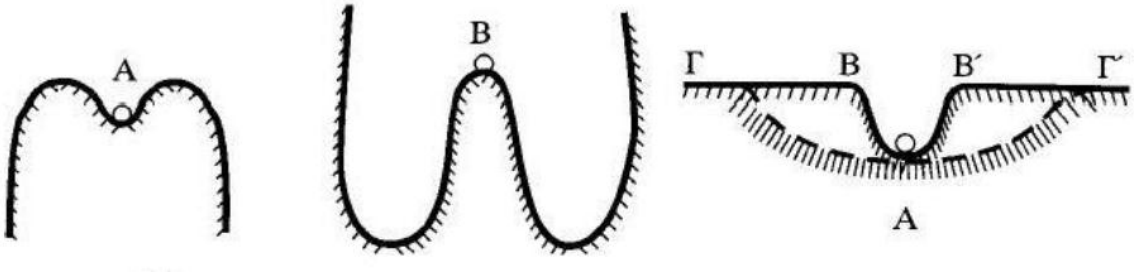
2.6.3.3 Ουδέτερη ισορροπία

Ονομάζεται και αδιάφορη ισορροπία αφού η σφαίρα μόλις αφαιρεθεί η δύναμη που της ασκήθηκε, τότε παραμένει σε μια καινούρια θέση ισορροπίας και δεν θα επιστρέψει στην αρχική της θέση αλλά και ούτε θα συνεχίσει να απομακρύνεται (Εικόνα 2:3).

Εικόνα 2:3: Ουδέτερη ισορροπία

2.6.3.4 Συνδυασμός

Υπάρχουν και περιπτώσεις όπου γίνεται συνδυασμός των πιο πάνω μορφών ισορροπίας, όπου για παράδειγμα εάν υπάρχει μία μικρή μεγέθους διαταραχή τότε υπάρχει ευσταθείς ισορροπία ενώ για μεγάλη διαταραχή υπάρχει ασταθείς ισορροπία (Εικόνα 2:4:α.). Αντίθετα, στην δεύτερη περίπτωση (Εικόνα 2:4:β) υπάρχει ευσταθείς ισορροπία σε μεγάλο μέγεθος διαταραχή και ασταθείς σε μικρού μεγέθους. Στο Εικόνα 2:4:γ, φαίνονται δύο καμπύλες με κοινή ευσταθή θέση στο σημείο Α. Έτσι, το ευσταθές σημείο Α είναι και ευσταθές για την καμπύλη ΒΑΒ’ αλλά και για την καμπύλη ΓΑΓ’. Επιπλέον, όσο τα σημείο Γ και Γ’ απομακρύνονται μεταξύ τους τόσο περισσότερο η θέση Α τείνει περισσότερο στην κατάσταση ουδέτερης ισορροπίας.



(α) (β) (γ)

Εικόνα 2:4: Συνδιασμός θέσεων ισορροπίας (α) 1η περίπτωση (β) 2η περίπτωση (γ) 3η περίπτωση

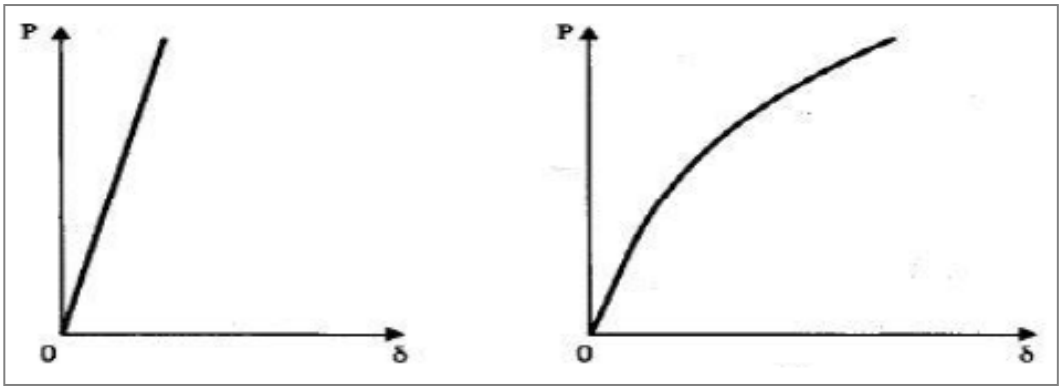
Σε αυτό το σημείο παρατηρείται ότι τα παραπάνω μπορούν να ισχύσουν μετά από εύλογες συμπεριφορές και στα ελαστικά συστήματα είτε συνεχή είτε διακεκριμένα. Ειδικότερα στις περιπτώσεις ευσταθούς ή ασταθούς ισορροπίας σε μικρού ή μεγάλου μεγέθους διαταραχών αντιστοιχεί η ευσταθείς ή ασταθείς ισορροπία με μικρές ή μεγάλες μετατοπίσεις.

2.6.4 Σημείο διακλαδώσεως ή οριακό σημείο σε ακαριαίο και συνήθη λυγισμό

Ο δρόμος ισορροπίας για μια συγκεκριμένη μεταβαλλόμενη φόρτιση αποτελείται από γραμμικά και μη γραμμικά τμήματα. Κάθε σημείο του δρόμο ισορροπίας αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη κατάσταση ισορροπίας για τον φορέα. Στην γραμμική θεωρία, όλοι οι δρόμοι ισορροπίας είναι ευθείες γραμμές. Σημαντικό είναι ότι στη γραμμική θεωρία των δοκών που θα αναλυθεί στην συνέχεια, οι στροφές dw/dx δεν είναι μηδενικές διότι αυτό σημαίνει ότι δεν αναπτύσσονται μέλη κάμψεως, κάτι που δεν ισχύει. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι τα τετράγωνα των στροφών είναι πολύ μικρά σε σχέση με τον όρο du/dx, τότε μπορούν να αμεληθούν στην Εξ. (2:1) για να μην υπάρχει μη γραμμική αλληλεπίδραση γωνίας στροφής και αξονικής φόρτισης. Σε αντίθετη περίπτωση, η αλληλεπίδραση αυτή λαμβάνεται υπόψη και ο δρόμος ισορροπίας μεταξύ φόρτισης και μετατόπισης είναι μη γραμμικός, όπως φαίνεται στο σχήμα Σχήμα 2:4 και στην Εξ. (2:2).

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2, \ \kappa = \frac{d^2 w}{dx^2} \tag{2:1}$$

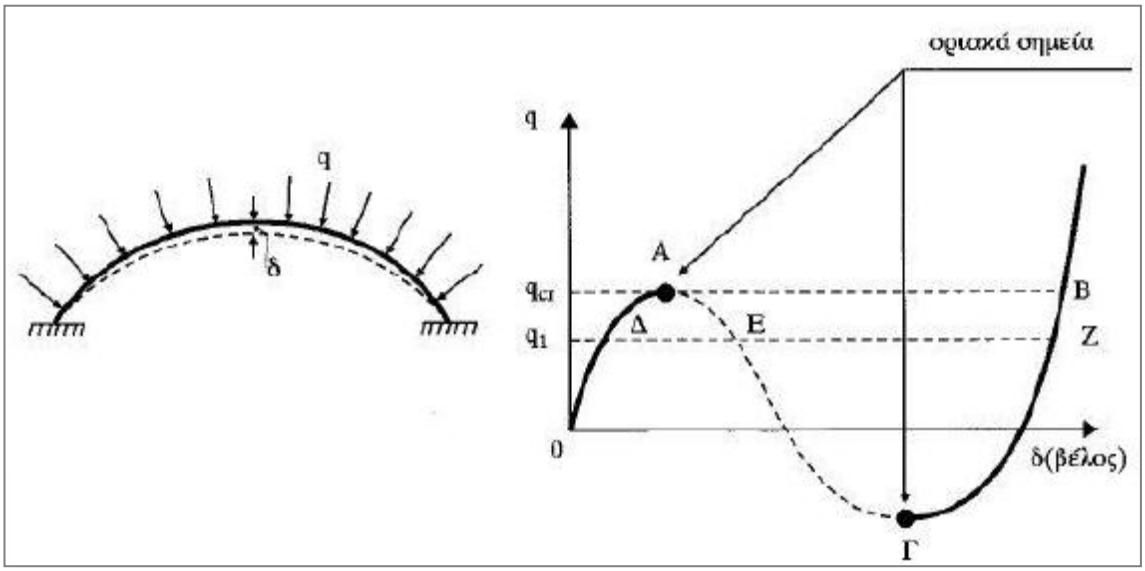
$$N(x) = EA\left[\frac{du}{dx} + \frac{1}{2}w^2\right] \tag{2:2}$$



(α) (β)

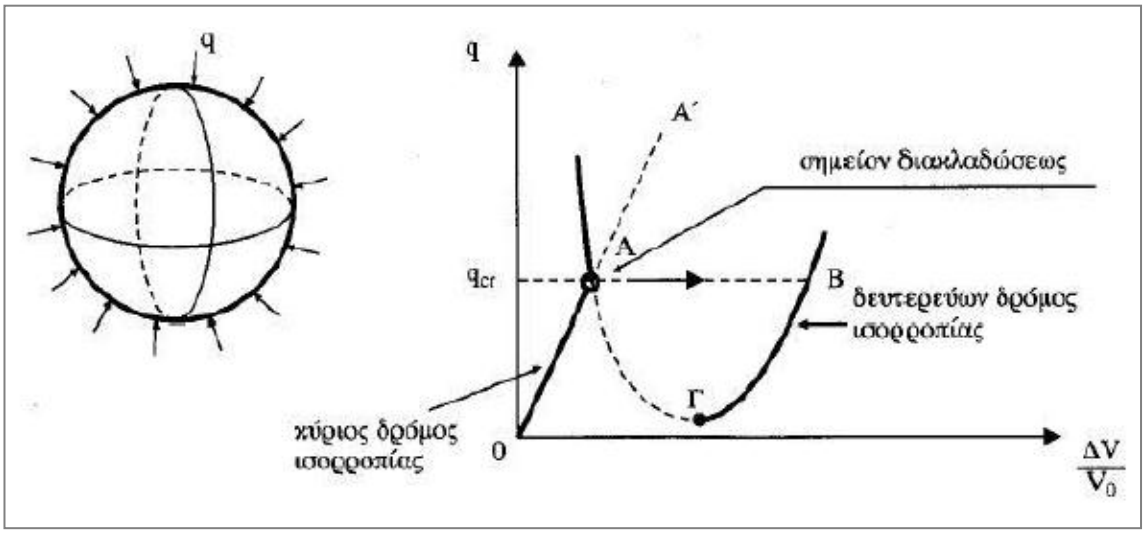
Σχήμα 2:4: Δρόμοι ισορροπίας (α) Ευθύγραμμος (β) Καμπύλος

Η μη γραμμική δρόμοι ισορροπίας εμφανίζονται και στην μη γραμμική θεωρία ευστάθειας. Το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι της δοκού με έκκεντρη θλίψη ή δοκού με κεντρική θλίψη και ταυτόχρονη εγκάρσια φόρτιση ή και στην περίπτωση φορέα με αρχική καμπυλότητα. Ο δρόμος ισορροπίας που αντιστοιχεί στο Σχήμα 2:5, ανήκει στην περίπτωση χαμηλού τόξου υπό ομοιόμορφο εγκάρσιου φορτίου. Το σημείο Α καλείται ως τοπικό μέγιστο και ονομάζεται οριακό σημείο. Αντίστοιχα, το σημείο Γ καλείται και αυτό οριακό σημείο και χαρακτηρίζεται ως τοπικό ελάχιστο.



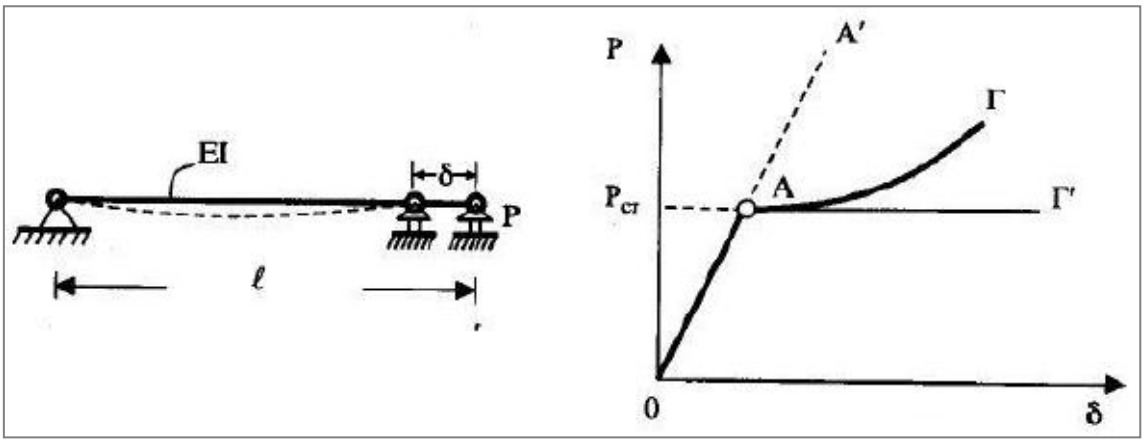
Σχήμα 2:5: Δρόμος ισορροπίας χαμηλού τόξου

Μια δεύτερη μορφή ισορροπίας φαίνεται στο Σχήμα 2:6, όπου σε αυτή την περίπτωση χαρακτηριστικό είναι ότι το διάγραμμα φόρτισης μετατόπισης δεν είναι συνεχές αλλά αποτελείται από δύο κλάδους που τέμνονται στο σημείο Α. Ο πρώτος κλάδος από το 0 μέχρι το σημείο Α καλείται ως θεμελιώδης δρόμος ισορροπίας και ο δεύτερος ως δευτερεύων κλάδος. Ο θεμελιώδης δρόμος που ονομάζεται και κύριος δρόμος ισορροπίας χαρακτηρίζει την προλυγισμική συμπεριφορά του φορέα, ενώ ο δεύτερος κλάδος χαρακτηρίζει τη μεταλυγισμική. Το σημείο Α, σε αυτή την περίπτωση, ονομάζεται σημείο διακλαδώσεως. Και στις δύο περιπτώσεις, ο λυγισμός καλείται βίαιος ή ακαριαίος.



Σχήμα 2:6: Δρόμος ισορροπίας σφαιρικού κελύφους

Μία τρίτη περίπτωση είναι όταν η κατασκευή παρουσιάζει μεταλυγισμική αντοχή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η φέρουσα ικανότητα της κατασκευής να μην εξαντλείται μετά το κρίσιμο φορτίο. Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 2:7, η κατασκευή μπορεί να φέρει φορτίο μεγαλύτερο από το κρίσιμο χωρίς να υπάρχει κίνδυνος αστοχίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της μορφής λυγισμού είναι η περίπτωση του υποστυλώματος Euler υπό την δράση αξονικής θλιπτικής δύναμης. Σε αυτή την περίπτωση εκδηλώνεται η μεταλυγισμική αντοχή μόνο μέσω του σημείου διακλαδώσεων.



Σχήμα 2:7: Δρόμος ισορροπίας υποστυλώματος Euler

3 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την περιγραφή του προβλήματος του πλευρικού λυγισμού και κατ' επέκταση και του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού έχουν αναπτυχθεί πολλές μεθοδολογίες. Οι μεθοδολογίες αυτές για να εφαρμοστούν και να επιλύσουν το πλευρικό λυγισμό που αποτελεί ένα πρόβλημα ευστάθειας, αναλύθηκε προηγουμένως, μπορούν να διαχωριστούν στις εξής κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο επίλυσης:

- Στατική μέθοδος ισορροπίας ή μέθοδος γειτονικής ισορροπίας, ενώ είναι πιο γνωστή ως κλασική μέθοδος ισορροπίας του Euler.
- Ενεργειακή μέθοδος ή μέθοδος δυναμικής ενέργειας.
- Δυναμική ή κινητική μέθοδος.

Η ενεργειακή μέθοδος ή μέθοδος δυναμικής ενέργειας αποτελεί και αυτή μια στατική μέθοδος. Η πιο διαδεδομένη για την προσέγγιση του φαινομένου του πλευρικού λυγισμού αποτελεί η στατική μέθοδος ισορροπίας ή μέθοδος του Euler, όπου στην συνέχεια γίνεται μια αναλυτική περιγραφή της μεθόδου για να γίνει κατανοητή η θεωρητική ανάλυση του προβλήματος.

3.2 ΚΛΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΤΟΥ EULER – ΣΤΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Για να προσδιοριστεί το κρίσιμο φορτίο σε οποιοδήποτε πρόβλημα οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας που περιγράφουν το πρόβλημα, μορφώνονται στην παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα. Επιπλέον η στατική μέθοδο ισορροπίας σκοπό έχει να αποφανθεί αν υπάρχει κάποια τιμή του επιβαλλόμενου φορτίου που ο φορέα παραμορφώνεται εκτός του κύριου δρόμου, αλλά και σε μία παραμορφωμένη κατάσταση που αντιστοιχεί σε κάποιο δευτερεύοντα δρόμο ισορροπίας. Το φορτίο σε αυτή την μέθοδο αυξάνεται στατικά και ο δευτερεύοντας κλάδος είναι ανεξάρτητος του κυρίου κλάδου και συνήθως υπάρχει σε κάποιο γειτονικό σχηματισμό ισορροπίας.

Στην συνέχεια το πρόβλημα που αναλύεται είναι πλευρικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Τον φορέα αποτελεί μια δοκός διατομής διπλού Τ ο οποίο εδράζεται σε διχαλωτές στηρίξεις. Η δοκός φορτίζεται με διάφορα εξωτερικά φορτία όπως ροπές, εγκάρσια σημειακά φορτία ή εγκάρσια κατανεμημένα φορτία διαφόρων μορφών. Ο φορέας αυτός μπορεί να δεχτεί και αξονικό θλιπτικό ή εφελκυστικό φορτίο διαμορφώνοντας το πρόβλημα σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό.

Η προσέγγιση του φαινομένου προδιαγράφει ότι η κάμψη της δοκού γίνεται περί τον ισχυρό άξονα της διατομής. Μετά από θεώρηση συγκεκριμένων προδιαγραφών γίνεται η μόρφωση των συγκεκριμένων εξισώσεων ισορροπίας. Έτσι πλέον το πρόβλημα μετατρέπεται σε πρόβλημα επίλυσης πολύπλοκων συστημάτων διαφορικών εξισώσεων.

Για απλοποίηση των διαφορικών συστημάτων επιλέγεται η εξωτερική φόρτιση να φορτίζει ομοιόμορφα τη δοκό σε όλο τον φορέα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα στον φορέα να ασκούνται δύο ροπές στην θέση των στηρίξεων με αντίθετη φορά. Εξαιτίας του πιο πάνω τεχνάσματος, το σύστημα το διαφορικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί με σχετικά απλό τρόπο. Σε οποιοδήποτε άλλο τρόπο φόρτισης της δοκούς είναι πολύ δύσκολη η επίλυση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων και χρειάζονται διάφορες τεχνικές επίλυσης. Ο λόγος που απλοποιείτε το σύστημα είναι η ομοιόμορφη ροπή σε όλο το μήκος της δοκούς. Το σύστημα δυσχεραίνεται ακόμη περισσότερο όταν ασκούνται και αξονικά φορτία στην δοκό.

Στα επόμενα κεφάλαια γίνεται χρήση του λογισμικού συστήματος ADINA για να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα για διάφορα προβλήματα πλευρικού και στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Πραγματοποιούνται γραμμικές αναλύσεις για εξαγωγή των κρίσιμων φορτίων αλλά και μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλειες για να προσδιοριστούν δρόμοι ισορροπίας για να παρουσιαστεί και η μεταλυγισμική συμπεριφορά των διαφόρων προβλημάτων.

3.3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

Το κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού αποτελεί το μικρότερο φορτίο που αντιστοιχούν στον φορέα δύο διακεκριμένες απείρως γειτονικές θέσεις ισορροπίας. Το φορτίο αυτό εξ' ορισμού ικανοποιεί τα κριτήριο γειτονικής ισορροπίας. Για τον εντοπισμό του κρίσιμο φορτίου της μεταλλικής διατομής διπλού Τ, (διπλή συμμετρία ως προς το κέντρο βάρους) θα γίνει μελέτη της ελαστικής ευστάθειας της επίπεδης μορφής.

Η δοκός στηρίζεται σε διχαλωτές στηρίξεις, όπου δεν επιτρέπουν μόνο τη στροφή κατά το διαμήκη άξονα z, οι άλλες ελευθερίες είναι ίδιες με την άρθρωση και κύλιση αντίστοιχα. Η φόρτιση της δοκός φορτίζεται με τυχαία φορτία κατά το επίπεδο zy. Το επίπεδο αυτό είναι που ορίζεται από τον ισχυρό άξονα της δοκού, με αποτέλεσμα η δοκός να αντιστέκεται με την μέγιστη καμπτική αντίσταση.

Σκοπός της ανάλυσης είναι να εντοπιστεί σε κάποιο βήμα της ανάλυσης το εξωτερικό φορτίο, για το οποίο ο φορέας μπορεί να ισορροπεί σε παραμορφωμένη κατάσταση. Ο πιο πάνω ορισμός εννοεί ότι οι συναρτήσεις παραμόρφωσης w(z), u(z) και φ(z) να αποτελούν μη μηδενικές λύσεις του διαφορικού συστήματος ισορροπίας του φορέα.

Για να μπορεί να πραγματοποιηθεί η επίλυση του προβλήματος του πλευρικού ή του στρεπτοκαμπτικού λυγισμού πρέπει να είτε να εφαρμοστούν είτε να θεωρηθούν κάποιες βασικές παραδοχές:

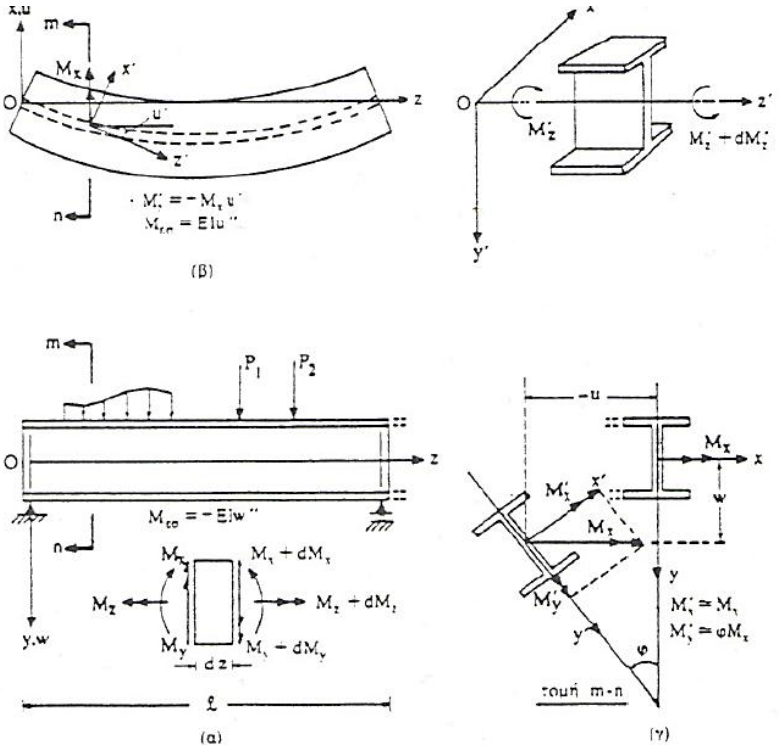
- Η δοκός στην αρχική κατάσταση ισορροπίας είναι τελείως απαραμόρφωτη, δηλαδή δεν υπάρχει αρχικό βέλος ή στροφή.

- Το υλικό που σε αυτή την περίπτωση είναι ο χάλυβας θεωρείται ότι είναι ομογενές, ισότροπο και ακολουθεί το νόμο του Hooke.
- Οι αναπτυσσόμενες τάσεις στη διατομή παραμένουν χαμηλότερες του ορίου αναλογίας, μέχρι το σημείο της στάθμης του λυγισμού.
- Εφαρμόζεται η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων (μετακινήσεις και στροφές), όπου οι μετατοπίσεις θεωρούνται αρκετά μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις τις διατομής. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να ισχύουν οι απλοποιημένοι τύποι καμπυλότητας για την θεωρία της κάμψεως Εξ. (4:1). Επιπλέον για πολύ μικρές γωνίες φ θεωρείτε ότι οι προηγούμενη καμπυλότητα είναι ίδια και για τα αντίστοιχα επίπεδα μετά που ο φορέας έχει παραμορφωθεί.

$$\pm\frac{d^2w}{dz^2} \text{ και } \pm\frac{d^2u}{dz^2} \qquad (3:1)$$

- Η γεωμετρία της διατομής δεν μεταβάλλεται σε καμία περίπτωση και σε οποιαδήποτε φόρτιση, που επιφέρει στρέψης και κάμψης στον φορέα.
- Μία εξίσου σημαντική παραδοχή είναι ότι η φορά του εξωτερικού φορτίου δεν αλλάζει ακόμα και αν τα σημεία εφαρμογής μετακινούνται. Δηλαδή τα εγκάρσια φορτία που δρουν στο επίπεδο με την μέγιστη καμπτική αντίσταση θεωρούνται πάντα παράλληλα με την αρχική τους διεύθυνση.

Στην Εικόνα 3:1, φαίνεται στην τομή m-n η παραμορφωμένη κατάσταση της διατομής διπλού Τ. Οι εξισώσεις ισορροπίας για την διαμόρφωση του διαφορικού συστήματος ισορροπίας προέρχονται τόσο από τον απαραμόρφωτο φορέα, με το σταθερό σύστημα ορθογώνιο συντεταγμένων xyz, όσο και από το παραμορφωμένο (κινητό) σύστημα συντεταγμένων x′y′z′, στην τυχαία θέση m-n. Και τα δύο συστήματα έχουν ως μηδενικό σημείο το κέντρο βάρους της διατομής.



Εικόνα 3:1: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Το σύστημα αξόνων x′y′z′ στην παραμορφωμένη κατάσταση χρησιμοποιεί τους άξονες x′ και y′ σαν κύριους άξονες αδράνειας της διατομής και ο άξονα z′ είναι ο εφαπτόμενος της ελαστικής γραμμής της δοκού μετά την εκδήλωση του πλευρικού λυγισμού. Οι συνιστώσες w και u ορίζουν τη μετατόπιση του κέντρου βάρους της διατομής κατά τις διευθύνσεις των κύριων αξόνων της διατομής y και x αντίστοιχα. Η φορά των μετατοπίσεων αυτών ορίζεται ίδια με των αξόνων που αντιστοιχούν. Επιπλέον η γωνίας στροφής φ της διατομής περί τον άξονα z θεωρείτε θετική αν η στροφή στην παραμορφωμένη κατάσταση είναι δεξιόστροφή σε σχέση με την αρχική θέση ισορροπίας.

Χαρακτηριστικό σημείο είναι και το γεγονός ότι καθώς ο φορέας φορτίζεται εγκάρσια κατά το επίπεδο yz, στο φορέα αναπτύσσονται μόνο ροπές κάμψεως M_x. Στην συνέχεια καθώς το φορτίο αυξάνεται και ο φορέας λυγίζει τότε η διατομή μετακινείται και περιστρέφεται σε σχέση με την αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να αναπτύσσονται και καμπτικές ροπές M_y, αλλά και στρεπτικές ροπές M_z, αφού οι μετατοπίσεις αυτές γίνονται εκτός επιπέδου φόρτισης των εγκάρσιων φορτίων.

3.4 ΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Για απλοποίηση των διαφορικών εξισώσεων επιλέγεται η πιο απλή μορφή όπου η εξωτερική φόρτιση ασκεί ομοιόμορφη ροπή σε όλο τον φορέα. Αυτό για να μπορεί να επιτευχθεί πρέπει να ασκηθούν δύο ροπές στην θέση των στηρίξεων με αντίθετη φορά. Εξαιτίας του πιο πάνω τεχνάσματος, το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί με καθαρά μαθηματική λύση. Σε οποιοδήποτε άλλο τρόπο φόρτισης της δοκούς είναι πολύ δύσκολη η επίλυση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων και χρειάζονται διάφορες τεχνικές επίλυσης. Για σκοπούς ακόμη απλότητας δεν θα ασκείτε αξονική δύναμη γιατί, το σύστημα δυσχεραίνεται ακόμη περισσότερο όταν ασκούνται και αξονικά φορτία στην δοκό. Έτσι στην συνέχεια παρατίθεται αυτό το απλό παράδειγμα για να παρουσιαστεί ο τρόπος που μορφώνονται οι διαφορικές εξισώσει ισορροπίας.

Η διατομή διπλού Τ στην αρχική και στην παραμορφωμένη κατάσταση φαίνεται στη Εικόνα 3:2. Οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας θα διατυπωθούν στην παραμορφωμένη κατάσταση και στο σύστημα αξόνων x′y′z′. Έτσι στην συνέχεια προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις που αντιστοιχούν σε κάθε άξονα σε συνάρτηση με της ροπές M'_x (Εξ. (3:2)), M'_y (Εξ. (3:3)) και M'_z (Εξ. (3:4)).

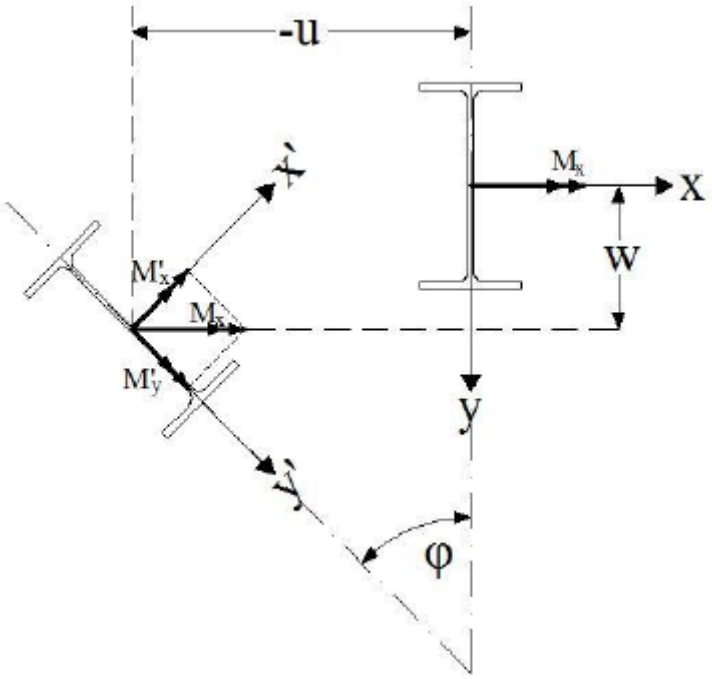
$$EI_x \frac{d^2 w}{dz^2} = -M'_x \tag{3:2}$$

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M'_y \tag{3:3}$$

$$GJ \frac{d\varphi}{dz} - EC_w \frac{d^3_w}{dz^3} = M'_z \tag{3:4}$$

Επίσης, σύμφωνα με την Εικόνα 3:2 το w της μετακίνησης κατά τον κεντροβαρικό άξονα x είναι το βέλος κάμψης της δοκού κατά τον ισχυρό άξονα. Το u αντιπροσωπεύει τη μετακίνηση κατά το κεντροβαρικό άξονα y και είναι το βέλος κάμψης κατά τον ασθενή άξονά της δοκού. Τέλος η στροφή φ είναι η γωνία που σχηματίζει η παραμορφωμένη θέση

ισορροπίας από την αρχική απαραμόρφωτη, περί το κέντρο διάτμησης της μεταλλικής διατομής. Επιπλέον οι I_x και I_y είναι οι κύριες ροπές αδράνειας κατά τους αντίστοιχους άξονες x και y, ενώ το J και C_w αποτελούν την σταθερά στρέψεως και στρεβλώσεως αντίστοιχα.



Εικόνα 3:2: Παραμορφωμένη κατάσταση διατομής

Για κοίλες διατομές ή για διατομές που αποτελούνται από επιμέρους ορθογώνια στοιχεία που τέμνονται μόνο σε ένα σημείο όπως γωνιακά (L, V) ή σχήματος σταυρού + η σταθερά στρέβλωσης λαμβάνεται ίση με μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση η Εξ. (3:4) που ισχύει μόνο για ανοιχτές διατομές τροποποιείται και απαλείφεται ο όρος που πολλαπλασιάζεται με τη σταθερά στρέβλωσης C_w.

Στη συνέχεια οι ροπές M'_x, M'_y και M'_z που υπολογίστηκαν πιο πάνω θα εκφραστούν στις Εξ. (3:5), (3:6) και (3:7) συνάρτηση της ροπής Mx, της απαραμόρφωτης κατάστασης. Όπως εξηγήθηκε και προηγουμένως στην αρχική κατάσταση ισορροπίας όπου τα φορτία είναι μικρά και ο φορέα δεν έχει λυγίσει, δεν υπάρχει άλλη ροπή αφού ο φορέα κάμπτεται μόνο στο επίπεδο το κορμού.

$$M_x^{'} = M_x \cos(x^{'}, x) = M_x \cos\varphi \approx M_x \tag{3:5}$$

$$M_y^{'} = M_x \sin(y^{'}, x) = M_x \sin\varphi \approx M_x \varphi \tag{3:6}$$

$$M_z^{'} = -M_x \sin(z^{'}, z) = -M_x \sin\frac{du}{dz} \approx -M_x \frac{du}{dz} \tag{3:7}$$

Έτσι κάνοντας συνδυασμό των Εξ. (3:5), (3:6) και (3:7) με τις αρχικές Εξ. (3:2), (3:3) και (3:4) που προέκυψαν στην παραμορφωμένη θέση ισορροπίας λαμβάνουμε τις Εξ. (3:8), (3:9) και (3:10) που ακολουθούν. Παρατηρώντας τις καινούργιες εξισώσεις που προέκυψαν φαίνεται ξεκάθαρα ότι η γωνία φ δεν εξαρτάται από το βέλος κάμψεως w στο κύριο επίπεδο zy.

$$EI_x \frac{d^2 w}{dz^2} = -M_x \tag{3:8}$$

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = M_x \phi \tag{3:9}$$

$$GJ \frac{d\varphi}{dz} - EC_w \frac{d_w^3}{dz^3} = -M_x \frac{du}{dz} \tag{3:10}$$

Όταν παραγωγιστεί η Εξ. (3:10) ως προς το z και ακολούθως αντικατασταθεί η έκφραση $\frac{d^2 u}{dz^2}$ από την Εξ. (3:9) τότε η συνάρτηση γίνεται:

$$EC_w \frac{d^4 \varphi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \varphi}{dz^2} - \frac{M_x^2 \varphi}{EI_y} = -M_x^{'}(x) \frac{du}{dz} \tag{3:11}$$

Η Εξ. (3:11) αποτελεί την διαφορική εξίσωση του προβλήματος. Η εξίσωση αυτή είναι ομογενής, αφού η ροπή Mx είναι σταθερή ποσότητα, ανεξάρτητη από το z και μπορεί να επιλυθεί πολύ εύκολα. Αυτό που χρειάζεται είναι να επιλυθεί η διαφορική εξίσωση 4^{ης} τάξεως, όπου αποτελεί ένα απλό μαθηματικό πρόβλημα. Τα πράγματα είναι πολύ διαφορετικά στην περίπτωση όπου η ροπή είναι μεταβλητή και ακόμη χειρότερα στη περίπτωση φόρτισης με αξονικό φορτίο

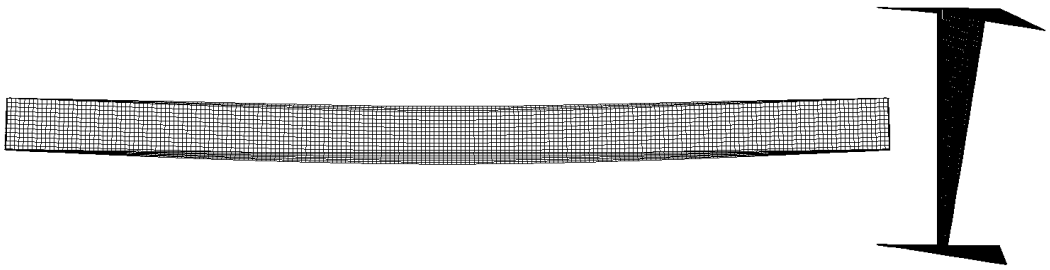
Στα επόμενα κεφάλαια χρησιμοποιώντας το λογισμικό πρόγραμμα ADINA, παρουσιάζονται μία σειρά από αναλύσεις με σκοπό να συγκριθούν τα αποτελέσματα πειρατικά και θεωρητικά. Επιπλέον μέσα από τις αναλύσεις αυτές εκφράζονται και οι διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν τον πλευρικό και στρεπτοκαμπτικό λυγισμό και συνάμα και το φορτίο λυγισμού. Επιπλέον ξεκαθαρίζει ο βαθμός που επιδρά ο τρόπος στήριξης, οι αρχικές ατέλειες όπως επίσης και το αξονικό φορτίο στον κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Ακόμη πραγματοποιούνται αναλύσεις για διάφορες μορφές φόρτισης με εγκάρσια σημειακά ή κατανεμημένα φορτία και με εξωτερικές ροπές κάμψης.

4 ΕΠΙΡΡΟΗ ΜΕΓΕΘΟΥ ΑΡΧΙΚΗΣ ΑΤΕΛΕΙΑΣ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο, η δοκός αφού πρώτα μοντελοποιηθεί στο πρόγραμμα ADINA, στη συνέχεια γίνεται αναλυτική παρουσίαση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Ακολούθως παρουσιάζεται η επιρροή της αρχικής ατέλειας στο φορτίο λυγισμού του φορέα και προβάλλονται οι δρόμοι ισορροπίας για διάφορες τιμές αρχικής ατέλειας. Όλα όσα γίνονται στην περίπτωση της ομοιόμορφης φόρτισης με δύο ροπές, πραγματοποιούνται και για διάφορες φορτίσεις, όπως εγκάρσια σημειακά ή κατανεμημένα φορτία διαφόρων μορφών, ακόμα και για διάφορες φορτίσεις από ροπές. Στο τέλος του κεφαλαίου γίνεται η σύγκριση όλων αυτών των αναλύσεων για την ολοκληρωμένη προβολή του βαθμού επιρροής της αρχικής ατέλειας στο πλευρικό λυγισμό.

Εκ πρώτης όψεως αφού η αρχικής ατέλειας επιλέγεται για να αντικαταστήσει όλα τα προβλήματα που μπορεί να υπάρχουν σε ένα τέλειο φορέα, είναι πολύ πιθανό να επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό το κρίσιμο φορτίο. Σε ένα φορέα που υπάρχουν πολλές ανωμαλίες στον τρόπο κατασκευής είναι φυσικό να οριστεί και μεγάλη αρχική ατέλεια (Εικόνα 4:1). Σε μία δοκό μεγάλου μήκους είναι πολύ πιθανό να υπάρχει αρχική καμπυλότητα. Αυτή η καμπυλότητα για να μπορέσει να ενταχθεί στην ανάλυση θα πρέπει να δοθεί στο σύστημα με την μορφή αρχικής ατέλειας.



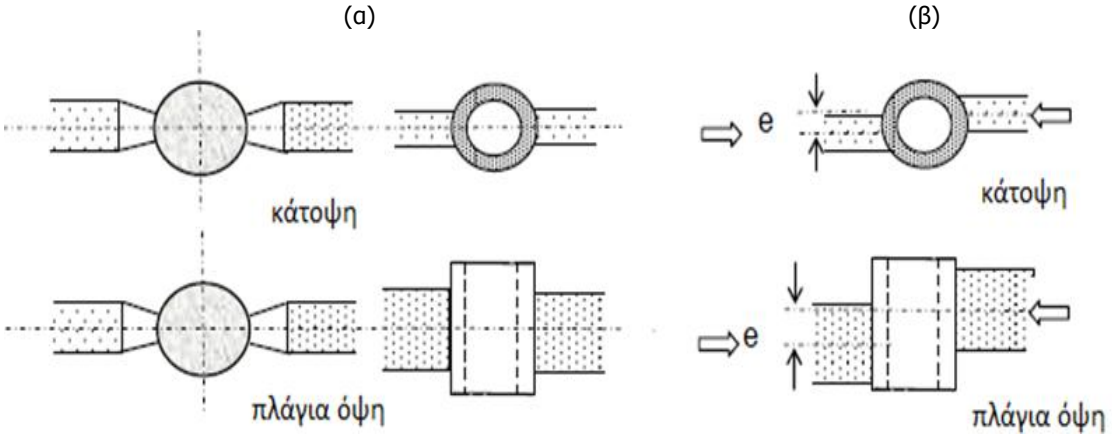
(α) (β)

Εικόνα 4:1: Αρχική ατέλεια (α) Αρχική καμπυλότητα (β) Αρχική στρέβλωση

Υπάρχουν πάρα πολλές αιτίες που μπορεί να υπάρχει αρχική ατέλεια σε ένα φορέα όπου εξετάζεται για πλευρικό λυγισμό. Εκτός από τα πιο πάνω είναι η ατέλεια που μπορεί να έχει και η διατομή του φορέα. Η διατομή του φορέα είτε είναι έτοιμη προκατασκευασμένη (τυποποιημένη) του εμπορίου, είτε είναι κατασκευασμένοι από επιμέρους κομμάτια τα οποία είναι συγκολλητά, πάντα κρύβεται ο κίνδυνος της αβεβαιότητας στην διατομή. Μεγάλο κίνδυνο εγκυμονεί και το ίδιο το υλικό γιατί υπάρχει το ενδεχόμενο ανομοιογένειας με αποτέλεσμα να μην μπορεί να αποδώσει τα προσδοκώμενα που προδιαγράφει.

Μέχρι και ο τρόπος στηρίξεις επηρεάζει σημαντικά το κρίσιμο φορτίο και το δρόμο ισορροπίας σε μία δοκό που ελέγχεται για πλευρικό ή στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Ανάλογα ο βαθμός της εκκεντρότητα των στηρίξεων επηρεάζει σημαντικά ((α) (β)

Εικόνα 4:2). Όπως γίνεται αντιληπτό για ένα φορέα είναι πολλοί οι παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν το κρίσιμο φορτίο και τη συμπεριφορά του. Έτσι για να μπορεί ο σχεδιασμός να γίνεται με ασφάλεια, αλλά και οι αναλύσεις να μπορούν να δίνουν τιμές όσο πιο ακριβείς σε σχέση με τι πραγματικές ορίζεται αρχική ατέλεια. Το μέγεθος της αρχικής ατέλειας εξαρτάται από το βαθμό επιρροής των πιο πάνω παραγόντων.



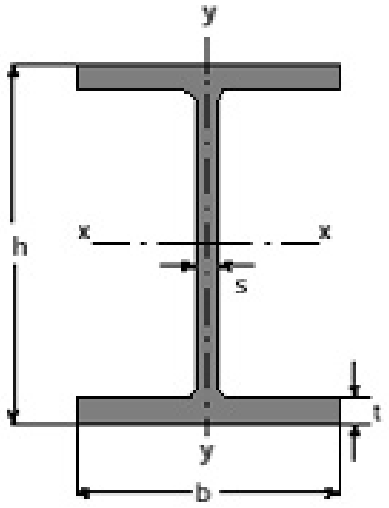
Εικόνα 4:2: Σύνδεση (α) Χωρίς εκκεντρότητα (β) Με εκκεντρότητα

4.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ADINA

4.2.1 Χαρακτηριστικά της διατομής

Η δοκός που αποτελεί των φορέα που εξετάζεται, όπως έχει ξανά ειπωθεί είναι το πιο απλό δομικό στοιχείο, που αποτελεί την βάση για όλες της άλλες κατασκευές. Επιπλέον η δοκός αποτελεί κατεξοχήν το φορέα που αντιμετωπίζει πρόβλημα πλευρικού ή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Ο λόγος είναι ότι καθώς φορτίζεται εγκάρσια με εξωτερικά φορτία λόγω της κάμψης που αναπτύσσεται, το κάτω μέρος της διατομής εφελκύεται και το πάνω μέρος θλίβεται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να υπάρχει μία στροφή στην διατομή και ένα βέλος πλευρικά, τα οποία αποτελούν χαρακτηριστικά του πλευρικού λυγισμού.

Την διατομής της δοκού αποτελεί μια διατομή διπλού Τ. Οι διατομές αυτές είναι ευρέως διαδεδομένες εξαιτίας ότι το σχήμα είναι απολύτως διαμορφωμένο για το βέλτιστο σχεδιασμό των κατασκευών για παραλαβή εγκάρσιων φορτίων. Αυτό γιατί όπως είναι πολύ γνωστό όσο πιο απομακρυσμένη είναι η μάζα μια διατομής από το κέντρο βάρους, τόσο μεγαλύτερη καμπτική αντοχή έχει. Έτσι ο φορέας αποτελείτε από μία πρότυπη διατομή διπλού Τ, IPE 300. Τα κύρια χαρακτηριστικά της πιο κάτω διατομή φαίνονται στην Εικόνα 4:3 και στον Πίνακας 4:1 που ακολουθούν.



Εικόνα 4:3: Διαστάσεις διατομής IPE 300

Πίνακας 4:1: Χαρακτηριστικά πρότυπης διατομής IPE 300

	Διαστάσεις (mm)				**Διατομή (cm^2)**	**Βάρος (kg/m)**	**Ροπή αδράνειας (cm^4)**		**Ροπή αντιστάσεως (cm^3)**	
IPE	**h**	**b**	**s**	**t**	**F**	**G**	I_x	I_y	W_x	W_y
300	300	150	7.1	10.7	53.8	42.2	8360	604	557	80.5

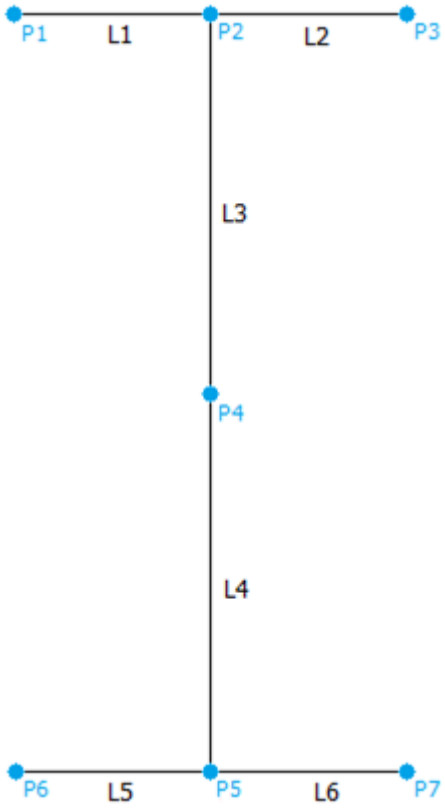
Για την μοντελοποίηση της συγκεκριμένης διατομής στο πρόγραμμα ADINA υπάρχουν μερικές διαφορές που επηρεάζουν τα τελικά χαρακτηριστικά που έχει η διατομή. Ο λόγος είναι ότι στο πρόγραμμα δεν μπορεί να προσομοιωθούν τα κοίλα μέλη που έχουν οι πρότυπες διατομές στα σημεία ένωσης κορμού και πελμάτων. Στο πρόγραμμα η διατομή αποτελείτε από τρία ορθογώνια κομμάτια, όπου το ένα αποτελεί τον κορμό και τα άλλα δύο αποτελούν τα πέλματα. Και τα τρία κομμάτια συνδέονται μεταξύ του με πλήρως άκαμπτο υλικό και έτσι η διατομή είναι ενιαία καθ' όλο το ύψος της. Τελικά η διατομή έχει τα πιο κάτω κύρια χαρακτηριστικά (Πίνακας 4:2).

Πίνακας 4:2: Χαρακτηριστικά διατομής IPE 300 στο πρόγραμμα ADINA

	Διαστάσεις (mm)				**Διατομή (cm^2)**	**Βάρος (kg/m)**	**Ροπή αδράνειας (cm^4)**		**Ροπή αντιστάσεως (cm^3)**	
IPE	**h**	**b**	**s**	**t**	**F**	**G**	I_x	I_y	W_x	W_y
300	300	150	7.1	10.7	51.9	40.7	7998	603.7	533	80.4

4.2.2 Σχεδιασμός της διατομής

Ο σχεδιασμός πραγματοποιείται αρχικά με το να οριστούν μερικά χαρακτηριστικά σημεία όπου αποτελούν της κορυφές της διατομής. Έτσι ορίζονται τα σημεία 1-7 (Εικόνα 4:4), ενώ οι συντεταγμένες των σημείων αυτών φαίνονται στο Πίνακας 4:3. Είναι αρκετά σημαντικό να προϋπολογιστεί μέσα σε αυτές της συντεταγμένες και το πάχος των πελμάτων και του κορμού και τα σημεία αυτά να είναι στο κέντρο των ορθογώνιων αυτών διατομών. Χρειάζεται μεγάλη προσοχή γιατί αποτελούν την βάση για την δημιουργία του φορέα και οποιοδήποτε λάθος θα επιφέρει σημαντικά σφάλματα στις αναλύσεις.



Εικόνα 4:4: Χαρακτηριστικά διατομής

Πίνακας 4:3: Συντεταγμένες χαρακτηριστικών σημείων διατομή

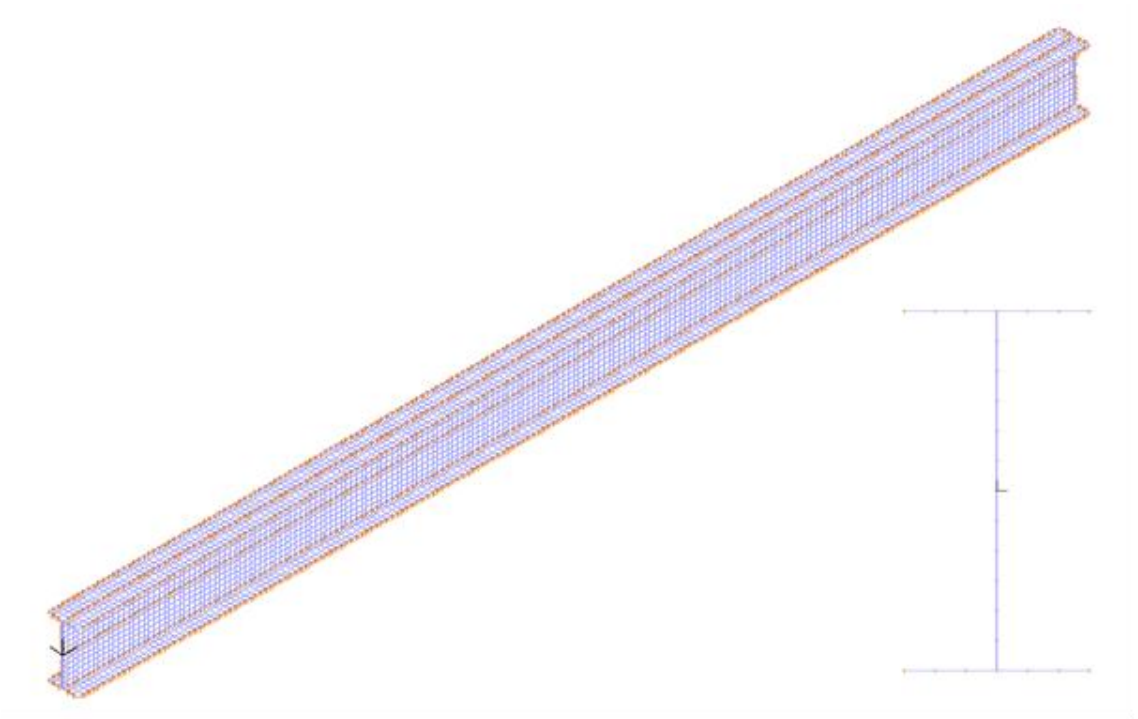
Σημείο	X	Y	Z
P1	0.0	-0.075	0.14465
P2	0.0	0.0	0.14465
P3	0.0	0.075	0.14465
P4	0.0	0.0	0.0
P5	0.0	0.0	-0.14465
P6	0.0	-0.075	-0.14465
P7	0.0	0.075	-0.14465

Στη συνέχεια για να οριστεί πλήρως η διατομή, συνδέονται αυτά τα σημεία με γεωμετρικές γραμμές και σχηματίζεται έτσι η τελική μορφή της διατομής (Εικόνα 4:4). Παράλληλα με αυτά πρέπει να οριστούν και ομάδες πεπερασμένων στοιχείων. Οι ομάδες αυτές αποτελούν της επιμέρους ορθογώνιες διατομές, όπου η μία είναι ο κορμός και η άλλη τα πέλματα. Σε αυτές τις ομάδες ορίζεται το υλικό που αποτελείται η κάθε διατομή (στην συγκεκριμένη περίπτωση και για της δύο ομάδες είναι το ίδιο) και επιπλέον το πάχος. Το πάχος για το κορμό είναι 7.1mm και για τα πέλματα 10.7mm.

4.2.3 Σχεδιασμός του φορέα

Για να οριστεί ο φορέα χρειάζεται να δημιουργηθεί η τρισδιάστατη δοκός, έτσι από της γραμμές που αποτελούν την μοναδική διατομή πρέπει να κτιστούν στην συνέχεια επιφάνειες. Αφού επιλεχθεί ο διαμήκης άξονα που είναι ο x και επιλέγοντας της γενέτειρες γραμμές 1 έως 7 που σχηματίζουν την διατομή, επεκτείνονται σύμφωνα με το μήκος του φορέα όπου σε αυτή την περίπτωση είναι 5.00m και δημιουργούνται επιφάνειες.

Στην συνέχεια πραγματοποιείται διακριτοποίηση του φορέα, με την μέθοδο της διακριτοποίησης των γραμμών που συντάσσουν τις επιφάνειες. Η διακριτοποίηση γίνεται με βάση το μήκος του στοιχείου, το όποιο τίθεται σε 0.01m. Με αυτό τον τρόπο το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων έχει κοινούς κόμβους στις συναρμογές των επιφανειών που έχουν διακριτοποιηθεί. Μετά τη διακριτοποίηση ακολουθεί η δημιουργία του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, όπου θα επιλεγεί η ομάδα πεπερασμένων στοιχείων που ανήκει η κάθε επιφάνεια που έχει δημιουργηθεί. Δηλαδή διαχωρισμός σε πέλμα και κορμού της διατομής, έτσι ο φορέα με πεπερασμένα στοιχεία είναι σύμφωνα με την Εικόνα 4:5.



Εικόνα 4:5: Τελική διακριτομποιημένη μορφή φορέα και διατομής

Το μόνο που έχει απομείνει είναι να δοθούν οι αρχικές συνοριακές συνθήκες για τον φορέα. Ο τρόπος που υπάρχει είναι περίπλοκος και χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή, μια και είναι ο μοναδικός για όλες της περιπτώσεις στηρίξεις εκτός της πάκτωσης. Έτσι θα επιλεγούν δύο σημεία δεξιά και αριστερά του φορέα όπου θα γίνει η εφαρμογή της συνοριακής συνθήκης ανάλογα με την περίπτωση που είναι για εξέταση. Τα σημεία αυτά ενώνονται με την διατομή στήριξης της δοκού μέσω άκαμπτων στοιχείων, άπειρους δυσκαμψίας. Σημειώνεται ότι πολύ πιθανών τα σημεία αυτά να είναι και κάποιο σημείο στην διατομή.

Στην περίπτωση αυτή το σημεία που επιλέχθηκαν είναι τα κέντρα βάρους της διατομής δεξιά και αριστερά του φορέα και με αυτά μέσω των άκαμπτων στοιχείων συνδέθηκε όλα τα πεπερασμένα σημεία της διατομής. Είναι πολύ σημαντικό να οριστούν σωστά αυτά τα άκαμπτα στοιχεία και τι ελευθερίες μπορούν να επιτρέψουν στη διατομή σε σχέση με τη συνοριακή συνθήκη.

Αφού έχει πλήρως υλοποιηθεί ο φορέα το μόνο που απομένει είναι η φόρτιση του που μπορεί να ποικίλει ανάλογα με το παράδειγμα που είναι προς εξέταση. Στην συνέχεια του κεφαλαίου πραγματοποιούνται τρία είδη αναλύσεων για κάθε παράδειγμα φόρτισης:

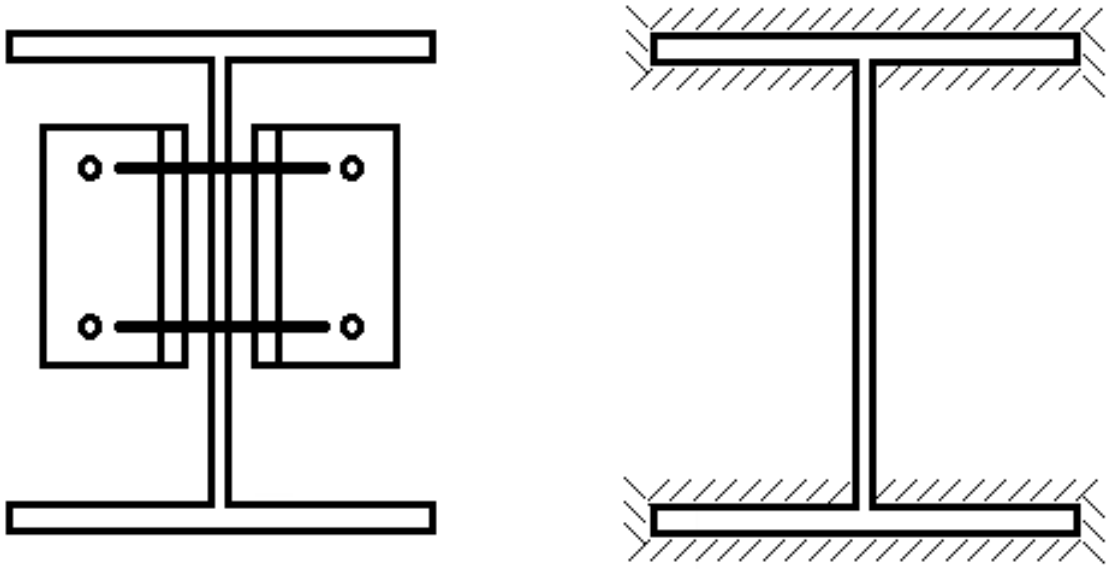
- Η γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) για το γραμμικό φορτίο λυγισμού όπου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος ανάλυσης Linearized Buckling.

- Η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες (GNIA) για το ελαστικό φορτίο λυγισμού όπου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος collapse.
- Η μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες (GMNIA) για το ελαστοπλαστικό φορτίο λυγισμού όπου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος collapse.

Επιπλέον για κάθε παράδειγμα φόρτισης πραγματοποιείται και ένας μεγάλος αριθμός αναλύσεων για διάφορες τιμές αρχικής ατέλειας για να γίνει πλήρως αντιληπτό ο βαθμός επιρροής στο φορτίο λυγισμού, αλλά και στον τρόπο αντίδρασης του φορέα. Αρχικά ο τρόπος στηρίξεις που επιλέγεται είναι αυτός με διχαλωτές στηρίξεις.

4.3 ΔΙΧΑΛΩΤΕΣ ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ – ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Οι διχαλωτές στηρίξεις δεν επιτρέπουν την εγκάρσια μετακίνηση του φορέα. Στις διχαλωτές στηρίξεις δεν επιτρέπεται η στροφή περί των διαμήκη άξονα της δοκού αλλά είναι ελεύθερη περί τους δύο άλλους κύριους άξονες. Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 4:6 που ακολουθεί, η διχαλωτή στήριξη μπορεί να προσομοιωθεί ως μία άρθρωση. Για τις αναλύσεις που θα ακολουθήσουν, ο τρόπος στήριξης είναι η διχαλωτή στήριξη – άρθρωση στην μία πλευρά και η διχαλωτή στήριξη – κύλιση στην άλλη πλευρά όπου επιτρέπεται η διαμήκης μετατόπιση του φορέα. Όπως γίνεται αντιληπτό, το σύστημα γίνεται ισοστατικό. Σε αυτό το σύστημα επιτρέπεται να αναπτυχθεί η κρίσιμη ροπή στο φορέα και στη συνέχεια να υπάρξει αστοχία. Ακολουθεί η ανάλυση για διάφορες μορφές φόρτισης του φορέα και για διάφορες τιμές της αρχικής ατέλειας.



Εικόνα 4:6: Τρόπος στήριξης δοκού

4.3.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού

Σε αυτή την περίπτωση ασκούνται δύο αντίθετες ροπές στη θέση των στηρίξεων. Αυτή η φόρτιση επιτρέπει στην δοκό να αναπτύξει την κρίσιμη ροπή σε όλο το φορέα κατά την περίπτωση του πλευρικού λυγισμού. Ο προσδιορισμός της κρίσιμης ροπής μπορεί να υπολογιστεί και μέσω μαθηματικής Εξ. (3:11) με τις χαρακτηριστικές τιμές της διατομής, που προέκυψαν σύμφωνα με την επίλυση των αντίστοιχων εξισώσεων που δόθηκαν προηγουμένως. Η κρίσιμη ροπή που λαμβάνεται μέσω της εξίσωσης που προέρχεται από την

επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι 107.3kNm.

Για τον προσδιορισμό της κρίσιμης ροπής και των αντίστοιχο ιδιομορφών λυγισμού πραγματοποιούνται οι γραμμικές αναλύσεις λυγισμού στο πρόγραμμα ADINA.

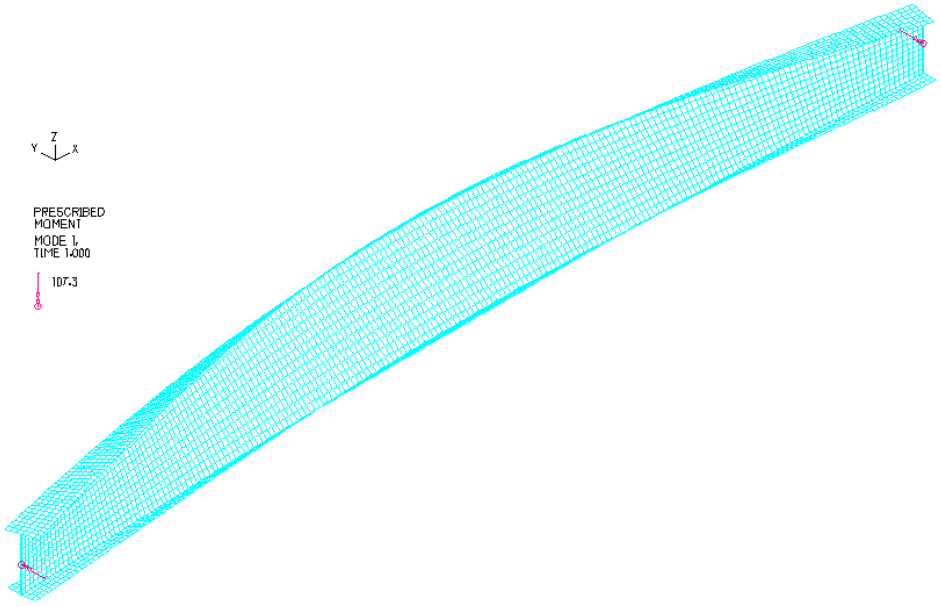
4.3.1.1 Γραμμική ανάλυση λυγισμού – LBA

Η γραμμική ανάλυση λυγισμού είναι στην πραγματικότητα στατική 2^{ας} τάξης όπου οι εξισώσεις ισορροπίας του φορέα μορφώνονται στην παραμορφωμένη θέση, χωρίς οι παραμορφώσεις να είναι πολύ μεγάλες. Όπως ειπώθηκε πιο πάνω, ο σκοπός της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού είναι ο προσδιορισμός των ιδιομορφών λυγισμού του φορέα και των αντίστοιχων φορτίων λυγισμού κάθε ιδιομορφής για να προσδιοριστεί η θέση της αρχικής ατέλειας.

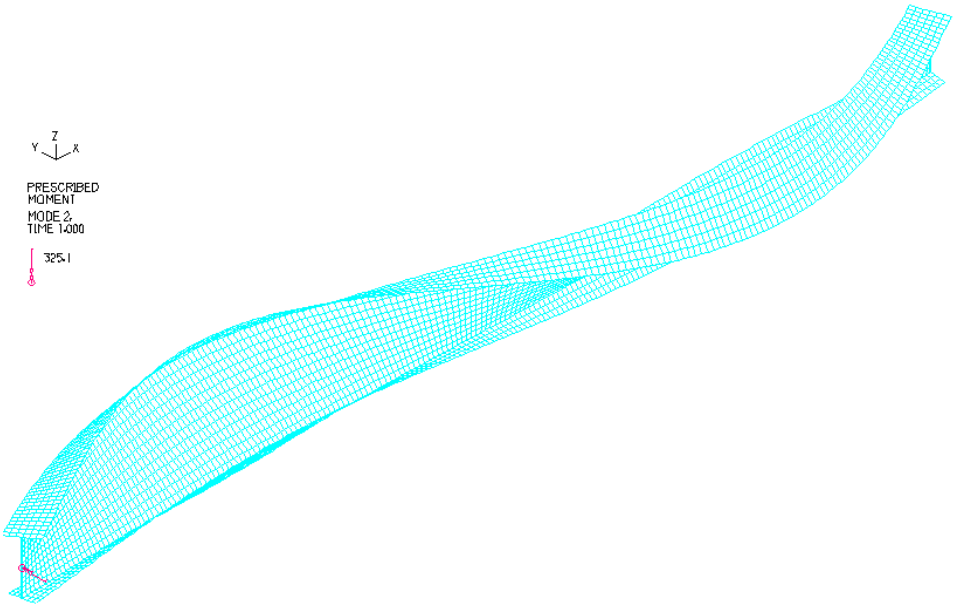
Για την εκτέλεση της παρούσας ανάλυσης στο πρόγραμμα ADINA χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος ανάλυσης Linearized Buckling, και ο τύπος της ανάλυσης ενεργοποιείται για μεγάλες μετακινήσεις. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιείται με την άσκηση εξωτερικού φορτίου σε κάθε κόμβο από μια μικρή τιμή, και αυξάνεται σταδιακά μέχρι ο φορέας να αστοχήσει. Το πρόγραμμα εξάγει όσες ιδιομορφές του ορίσουμε, ξεκινώντας από την 1^{η} ιδιομορφή με το μικρότερο φορτίο, και συνεχίζοντας με τις μεγαλύτερες ιδιομορφές.

Η πρώτη ιδιομορφή του φορέα είναι και η πιο σημαντική για το λόγο ότι είναι ο πιθανότερος τρόπος που ο φορέας θα αστοχήσει. Οι δύο πρώτες ιδιομορφές της δοκού παρατίθενται στις Εικόνα 4:7 και Εικόνα 4:8. Όπως φαίνεται στην πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δοκός μετακινείται πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση το κέντρο κατά μήκος της δοκού. Εκτός από την πλάγια μετακίνηση υπάρχει και η κατακόρυφη μετακίνηση η οποία δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω της πιο πάνω εικόνας.

Στο πρόγραμμα ADINA για την πραγματοποίηση της ανάλυσης χρειάστηκε να γίνει μία σειρά από αναλύσεις ώστε να προσδιοριστεί το αρχικό φορτίο. Οι αναλύσεις αυτές έγιναν ώστε το κρίσιμο φορτίο που θα προκύψει να είναι ίδιο με το αντίστοιχο φορτίο των μαθηματικών εξισώσεων. Έτσι, με αυτή την φόρτιση το αρχικό φορτίο που επιλέχθηκε είναι 5kNm.



Εικόνα 4:7: 1^{η} ιδιομορφή λυγισμού



Εικόνα 4:8: 2η ιδιομορφή λυγισμού

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού που είναι το φορτίο της πρώτης ιδιομορφής είναι 107.3kNm. Δηλαδή, είναι ίδιο με το κρίσιμο φορτίο από τις διαφορετικές εξισώσεις. Στην δεύτερη ιδιομορφή, ο φορέας έχει τις δύο μεγαλύτερες μετακινήσεις στο ¼ κατά μήκος της δοκού και από τις δύο πλευρές με αντίθετη φορά, ενώ το κεντρικό σημείο της δοκού παραμένει ακίνητο. Το φορτίο λυγισμού για αυτή την ιδιομορφή είναι 325.1kNm. Το φορτίο αυτό, είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της πρώτης ιδιομορφής που αποτελεί το κρίσιμο φορτίο.

Με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού, ακολουθεί η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες όπου εξασφαλίζεται περισσότερο ο τρόπος που συμπεριφέρεται ο φορέας (σύμφωνα με την μικρότερη ιδιομορφή) με την αρχική ατέλεια που δίνεται στην πρώτη ιδιομορφή.

Πραγματοποιήθηκαν ακόμη και οι μη γραμμικές αναλύσεις με αρχική ατέλεια με βάση τις ιδιομορφές μεγαλύτερες από την πρώτη, αλλά στα αποτελέσματα αυτά δεν υπήρξε καμιά μεταβολή στην απόκριση του φορέα λόγω του μεγάλου χάσματος μεταξύ των φορτίων λυγισμού της πρώτης με τις υπόλοιπες ιδιομορφές, η επιρροή των μηχανισμών αστοχίας είναι αδύνατη.

4.3.1.2 Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες – GNIA

Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες, οι εξισώσεις ισορροπίας θεωρούνται ξανά στην παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα. Η μόνη διαφορά με την γραμμική ανάλυση είναι ότι διαφέρει έντονα από την απαραμόρφωτη, έτσι ώστε να μην επιτρέπεται στους υπολογισμούς να λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί στο μέγεθος των μετατοπίσεων.

Στο πρόγραμμα ADINA για την εκτέλεση της ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος collapse για την επίλυση έντονων μη γραμμικών προβλημάτων. Η ανάλυση ολοκληρώνεται είτε στην περίπτωση όπου ολοκληρώνονται τα βήματα που έχουν οριστεί, ή όταν φτάσει στην μέγιστη μετακίνηση το σημείο που έχουμε ορίσει στις παραμέτρους της ανάλυσης.

Αυτή η ανάλυση ενεργοποιείται με μια πολύ μικρή αρχική διέγερση, και το εξωτερικό αρχικό φορτίο που ορίστηκε αυξάνεται μέχρι να φτάσει στην κρίσιμη τιμή που ο φορέας αστοχεί.

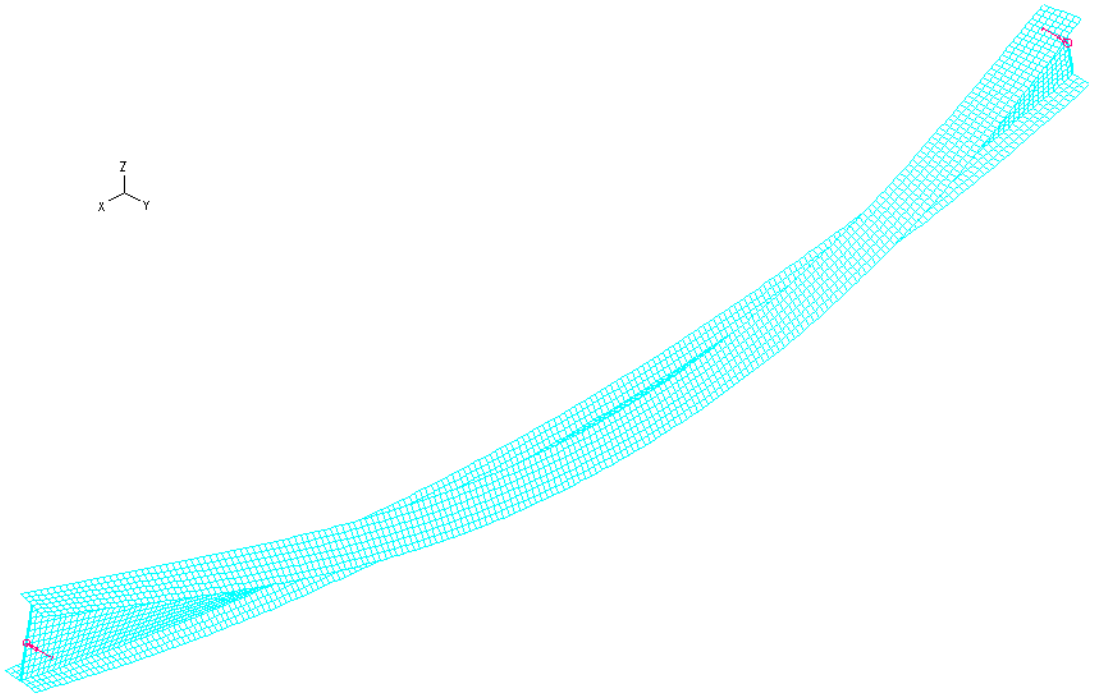
Στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες, οι εξισώσεις ισορροπίας θεωρούνται ξανά στην παραμορφωμένη του κατάσταση του φορέα. Η μόνη διαφορά με τη γραμμική ανάλυση είναι ότι διαφέρει έντονα από την απαραμόρφωτη, έτσι ώστε να μην επιτρέπεται στους υπολογισμούς να λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί στο μέγεθος των μετατοπίσεων.

Στην περίπτωση της δοκού, η αρχική διέγερση ορίστηκε στο κέντρο βάρους της διατομής και στο κέντρο κατά μήκους της δοκού. Η αρχική ατέλεια δόθηκε στην μέγιστη μετατόπιση στην πρώτη ιδιομορφή όπου ήταν και πάλι στο κέντρο κατά μήκος της δοκού με φορά κατά τον άξονα y. Για αυτή την φόρτιση πραγματοποιήθηκαν οκτώ περιπτώσεις αρχικών ατελειών από το L/300 μέχρι το L/1000 (Πίνακας 4:4) για να καλύψει όλους τις πιθανές περιπτώσεις αρχικών ατελειών.

Πίνακας 4:4: Μήκος αρχικών ατελειών

Αρχική ατέλεια	**Μήκος L (m)**	**Μήκος ατέλειας (m)**
L/300	5	0.0167
L/400		0.0125
L/500		0.0100
L/600		0.0083
L/700		0.0071
L/800		0.0063
L/900		0.0056
L/1000		0.0050

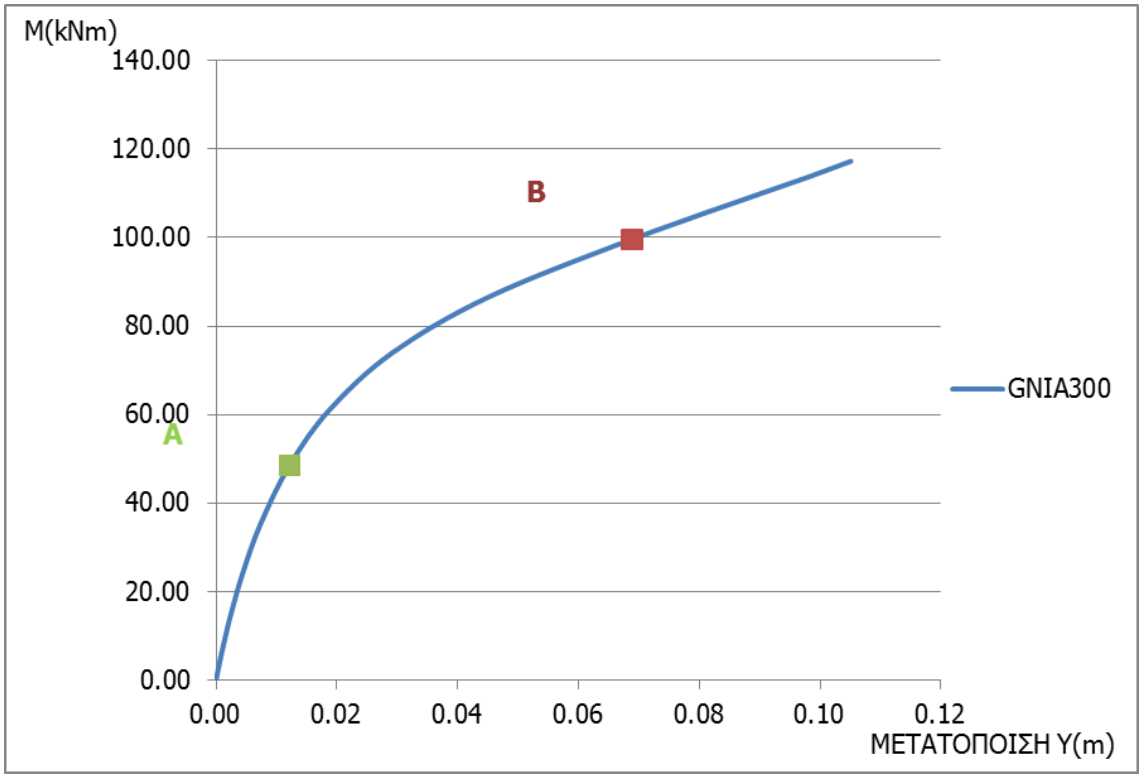
Στην συνέχεια, γίνεται μια περιεκτική παρουσίαση της αρχικής ατέλειας L/300. Μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης, ο φορέας συμπεριφέρεται σύμφωνα με την Εικόνα 4:9. Όπως φαίνεται, ο φορέας έχει την ίδια μορφή με την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, δηλαδή υπάρχει μια μέγιστη μετακίνηση του φορέα στο μέσο της δοκού. Η μορφή αστοχίας αυτή είναι καθολική καθώς ο φορέας μετακινείται ολόκληρος και περιστρέφεται.



Εικόνα 4:9: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Στην ανάλυση αυτή, εξαιτίας του ότι το υλικό που αποτελείται ο φορέας είναι γραμμικό, δεν μπορεί ο φορέας να αστοχήσει. Έτσι καθώς αυξάνεται το φορτίο, ο φορέας παραμορφώνεται χωρίς να μπορεί να αστοχήσει γεωμετρικά. Με αποτέλεσμα, η μορφή αστοχίας να προέλθει στην συνέχεια από την μη γραμμικότητα του υλικού και την πλαστικοποίηση του φορέα.

Αυτό φαίνεται επίσης και από το Σχήμα 4:1 όπου ο δρόμος ισορροπίας του φορέα λειτουργεί με γραμμική συμπεριφορά στην αρχή. Μετά από ένα σημείο, καθώς πλησιάζεται στο οριακό φορτίο, παρατηρείται σημαντική αύξηση των μετατοπίσεων σε σχέση με το φορτίο και έτσι υποδηλώνεται η μείωση της δυσκαμψίας. Αυτή η μείωση της δυσκαμψίας, είναι ο τρόπος που εκδηλώνεται ο πλευρικός λυγισμός. Το οριακό σημείο όπου αλλάζει η κλίση του διαγράμματος θα υποδείξει στην συνέχεια το φορτίο λυγισμού του φορέα.

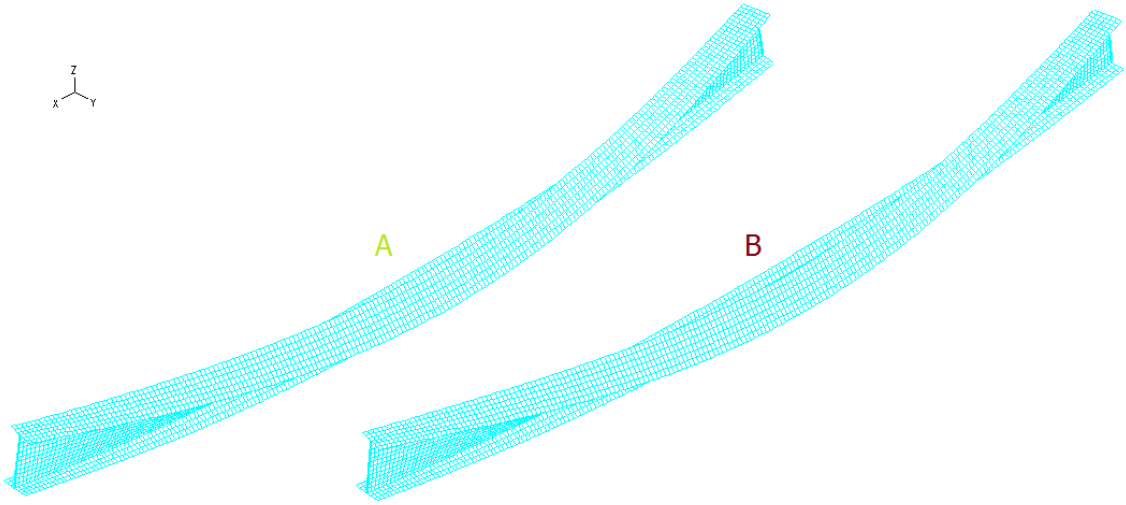


Σχήμα 4:1: Δρόμος ισορροπίας του κεντρικού κόμβου κατά μήκος της δοκού

Ο τρόπος με τον οποίο αποκρίνεται η δοκός στην συγκεκριμένη φόρτιση προβάλλεται στην Εικόνα 4:10. Η συγκεκριμένη εικόνα δείχνει τη δοκό στην παραμορφωμένη της κατάσταση στα δύο σημεία που είναι στο δρόμο ισορροπίας του κεντρικού κόμβου στο Σχήμα 4:1. Όταν το φορτίο είναι 48.56kNm, όλα τα μέλη του φορέα κινούνται προς τα κάτω (κατά τη διεύθυνση Z) με τον κεντρικό κόμβο να μετακινείται περισσότερο. Παράλληλα με την κατακόρυφη μετακίνηση, ο φορέας περιστρέφεται και μετακινείται κατά την διεύθυνση Y. Η μετακίνηση κατά την διεύθυνση Y και η στροφή είναι συνέπεια του πλευρικού λυγισμού που εξηγήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Καθώς η δοκός πλησιάζει το σημείο B, το φαινόμενο του πλευρικού λυγισμού γίνεται εντονότερο και εκδηλώνεται με μεγαλύτερες στροφές και μετακινήσεις. Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται και μετά το σημείο B. Σε αυτή την μορφή ανάλυσης δεν μπορούν να ληφθούν σοβαρά συμπεράσματα λόγω του ότι ο τρόπος αστοχίας που θα προκύψει τελικά στη δοκό είναι εξαιτίας της μη γραμμικότητας του υλικού. Έτσι μέχρι στιγμής, παρουσιάστηκε η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες με αρχική ατέλεια L/300. Στην συνέχεια θα γίνουν

ακόμη 7 αναλύσεις για μικρότερο σε μέτρο αρχικής ατέλειας. Στις επόμενες περιπτώσεις όπως είναι φυσικό, δεν μπορεί να εκδηλωθεί ο πλευρικός λυγισμός και να υπάρξει φορτίο λυγισμού καθώς ο φορέας δεν μπορεί να αστοχήσει. Ακολούθως παρουσιάζονται συγκριτικά όλες οι περιπτώσεις για να διαφανεί η επιρροή του μέτρου της αρχικής ατέλειας.



Εικόνα 4:10: Η δοκός στις αντίστοιχες χρονικές περιπτώσεις του δρόμου ισορροπίας του κεντρικού κόμβου

4.3.1.3 Επιρροή μέτρου αρχικής ατέλειας στη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες

Για την εκτέλεση των υπόλοιπων αναλύσεων χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιο ακριβώς παράμετροι με την προηγούμενη περίπτωση. Η μόνη διαφορά είναι το μέτρο της αρχικής ατέλειας για να διαφανεί η επιρροή της στην απόκριση του φορέα.

Σε όλες τις περιπτώσεις, ο φορέας έχει περίπου ίδια απόκριση με μερικές διαφορές ως προς το μέγεθος των μετατοπίσεων. Δηλαδή, για το ίδιο φορτίο, οι μετακινήσεις είναι διαφορετικές. Έτσι καθώς αυξάνεται η αρχική ατέλεια, υπάρχει μεγαλύτερη παραμόρφωση. Μέσω των δρόμων ισορροπίας για την ίδια εξωτερική φόρτιση λαμβάνεται το μέτρο της παραμόρφωσης του φορέα. Η διαφορά αυτή φαίνεται στο Πίνακας 4:5.

Πίνακας 4:5: Μετατόπιση για το ίδιο φορτίο του κεντρικού κόμβου

Αρχική ατέλεια	**Φόρτιση (kNm)**	**Παραμόρφωση (m)**
L/300	99.61	0.069
L/400		0.061
L/500		0.055
L/600		0.050
L/700		0.045
L/800		0.041
L/900		0.039
L/1000		0.036

Αυτό που φαίνεται μέσα από της παραμορφώσεις είναι ότι το μέτρο της αρχικής ατέλειας επηρεάζει σημαντικά την απόκριση του φορέα. Η επιρροή αυτή είναι σχετικά μεγάλη, οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι στις επόμενες αναλύσεις που ακολουθούν θα υπάρχει μεγάλη επιρροή της ατέλειας με της είσοδο της μη γραμμικότητας του υλικού. Τελειώνοντας με τη μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες, η μελέτη θα συνεχιστεί με τη μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες. Απώτερος σκοπός είναι η διαπίστωση της επιρροής της αρχικής ατέλειας που θα δοθεί στο φορέα με συνδυασμό με το υλικό που είναι κατασκευασμένη η δοκός.

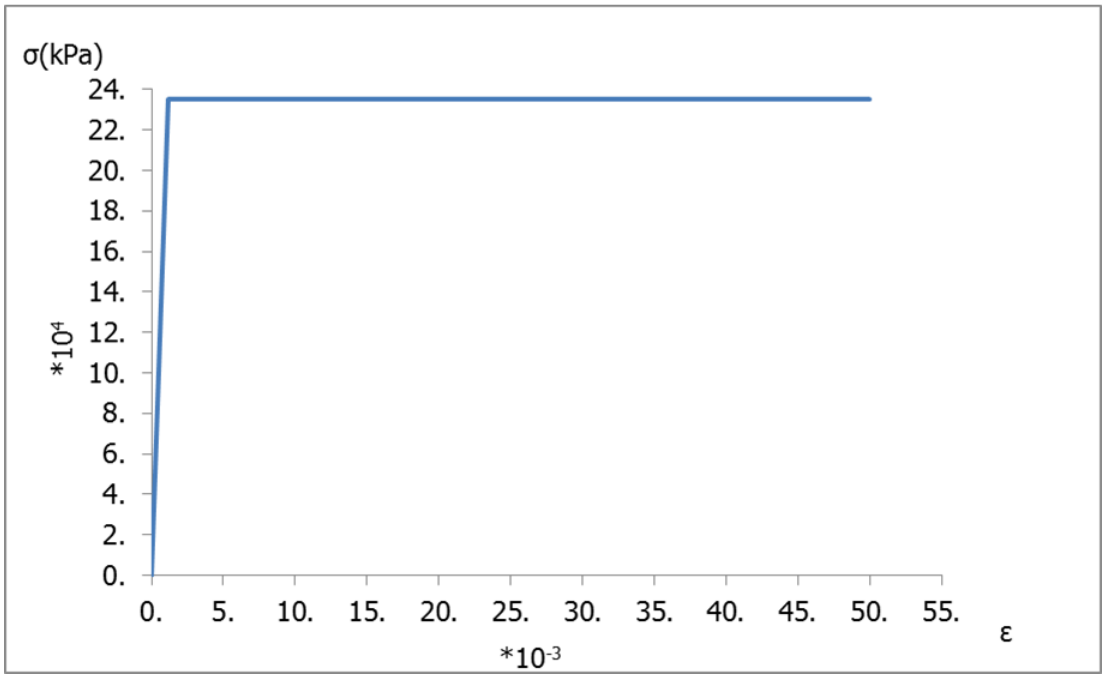
4.3.1.4 Μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες – GMNIA

Συνοψίζοντας, προηγήθηκαν οι ανάλυση για γραμμική και μη γραμμική γεωμετρία του σφαιρικού κελύφους με ελαστικό υλικό. Είναι απαραίτητο να ληφθεί υπόψη και η συμπεριφορά του δομικού υλικού που αποτελεί το φορέας και να γίνει αντιληπτό το πως αυτό επηρεάζει την απόκριση του φορέα, ανάλογα της φόρτισης που υπάρχει. Στη μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες ισχύει επίσης, και η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού.

Αυτή η κατάσταση εξυπακούεται πως το υλικό μπορεί να διαρρεύσει σε κάποια τιμή των τάσεων και να παρουσιάσει μετελαστική συμπεριφορά, διαφορετικά ονομάζεται και μέθοδος συνολικής αντοχής. Πιο αναλυτικά, για ακραίες περιπτώσεις φόρτισης επιτρέπεται η μετελαστική συμπεριφορά των υλικών, σε προκαθορισμένες θέσεις και υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις, με στόχο να επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή οικονομία στις κατασκευές. Αυτή η τοπική υπέρβαση του ορίου διαρροής του δομικού υλικού οδηγεί σε κατάργηση της αναλογίας μεταξύ επιβαλλόμενων φορτίων – αναπτυσσόμενης έντασης και παραμόρφωσης.

Για την εκτέλεση της μη γραμμικής ανάλυσης υλικού γεωμετρίας με ατέλειες στο πρόγραμμα ADINA απαιτείται η χρήση του αλγόριθμου collapse, προκειμένου να προσδιοριστεί ο πλήρης δρόμος ισορροπίας μετά την επίδραση του υλικού. Η ανάλυση ολοκληρώνεται σε μία από τις τρεις περιπτώσεις: (1) όταν ολοκληρωθούν τα βήματα που έχουν οριστεί, (2) όταν φθάσει στη μέγιστη μετακίνηση το σημείο που έχουμε ορίσει στις παραμέτρους της ανάλυσης, και (3) όταν αστοχήσει το μη γραμμικό υλικό. Η ανάλυση ενεργοποιείται με μία πολύ μικρή αρχική διέγερση, και το εξωτερικό αρχικό φορτίο που ορίστηκε αυξάνεται μέχρι να φτάσει στην κρίσιμη τιμή που ο φορέας αστοχεί.

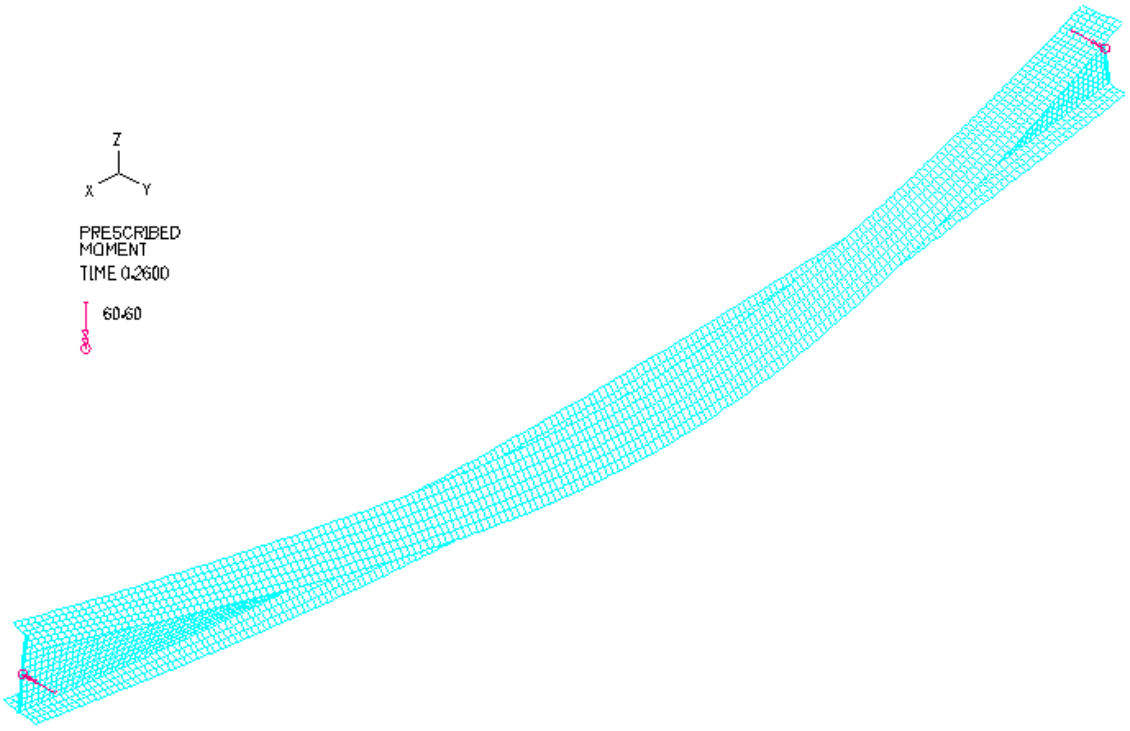
Η μη γραμμικότητα υλικού δε συμπεριλαμβανόταν στις δύο προηγούμενες αναλύσεις, καθώς ήταν γραμμικές για το υλικό, και δόθηκε μόνο το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson (γιατί χρησιμοποιήθηκε μόνο η δυσκαμψία του ελαστικού (γραμμικού) κλάδου του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων του υλικού). Σε αυτή την ανάλυση υλοποιείται η μη γραμμικότητα του υλικού και έτσι δίνεται το όριο διαρροής.



Σχήμα 4:2: Διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων του υλικού

Τα χαρακτηριστικά που δόθηκαν μέχρι στιγμής στο πρόγραμμα είναι κοινά με την παρούσα ανάλυση της δοκού για τις οκτώ περιπτώσεις που θα πραγματοποιηθούν για αρχική ατέλεια στον κεντρικό κόμβο. Επιπλέον, το όριο διαρροής του χάλυβα είναι ίσο με 235000kPa, έτσι στο Σχήμα 4:2 παρατηρείται η συμπεριφορά του δομικού χάλυβα.

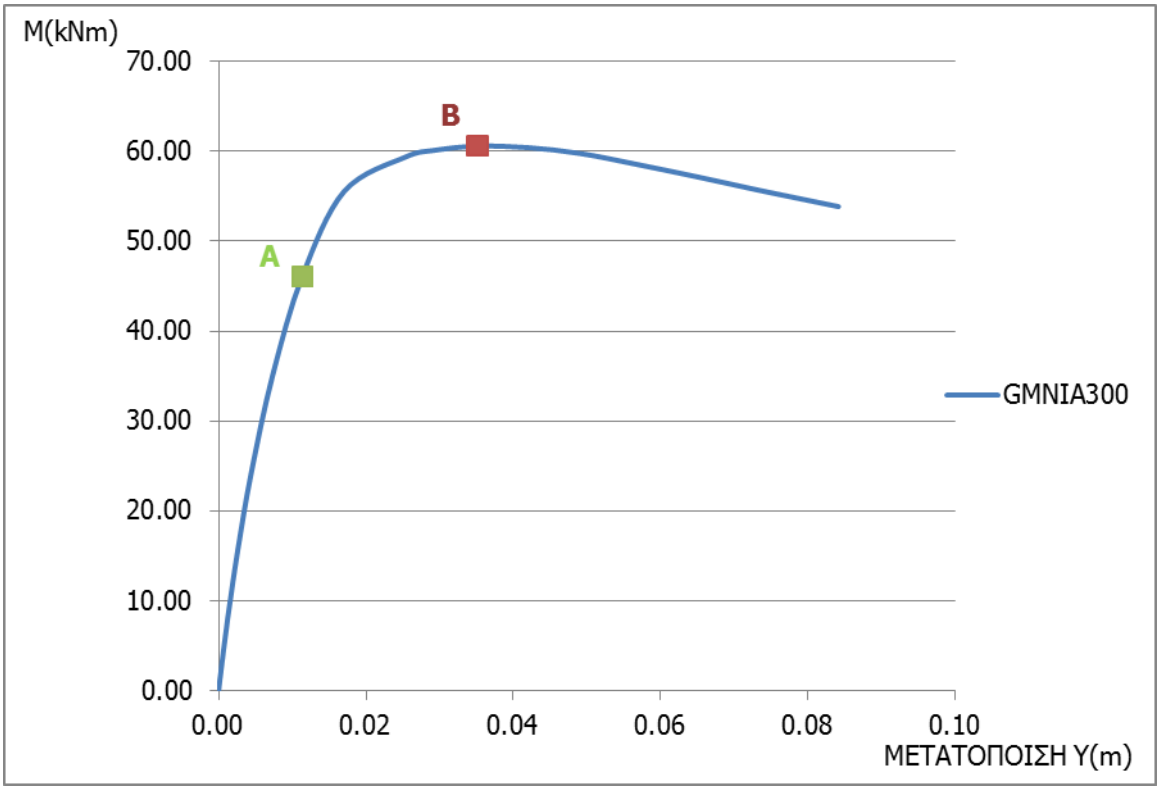
Μετά τον καθορισμό του υλικού πραγματοποιήθηκε η ανάλυση για την πρώτη περίπτωση με ατέλεια L/300, όπου ο φορέας συμπεριφέρεται ως εξής (Εικόνα 4:11). Παρόμοια αντίδραση με την πρώτη ιδιομορφή υπάρχει και σε αυτή την ανάλυση για το φορέα. Όλη η δοκός μετακινείται προς τα κάτω και ταυτόχρονα κινείται προς τα πλάγια με μέγιστη μετακίνηση το κεντρικό σημείο, ενώ ταυτόχρονα παρουσιάζεται και στροφή της δοκού.



Εικόνα 4:11: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού στο οριακό σημείο πριν την αστοχία

Η αστοχία όπως φαίνεται από τα σχήματα και από τις άλλες αναλύσεις είναι εξαιτίας της διαρροής του υλικού καθώς μόνο σε αυτή την ανάλυση ο φορέας αστοχεί. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο φορέας είναι ισοστατικά στηριγμένος, μετά τη διαρροή του υλικού υπάρχει κατάρρευση και αστοχία. Ο δρόμος ισορροπίας του κεντρικού σημείου φαίνεται στο Σχήμα 4:3. Η δοκός στην αρχή και μέχρι το σημείο Α παρουσιάζει μια γραμμική συμπεριφορά. Στη συνέχεια, ο δρόμος ισορροπίας της δοκού εμφανίζει αξιοσημείωτη μείωση της δυσκαμψίας και επομένως, μεγάλη αύξηση μετατοπίσεων. Για περαιτέρω αύξηση του φορτίου, η δυσκαμψία τελικά μηδενίζεται και ο τρόπος ισορροπίας παρουσιάζει ένα μέγιστο (το σημείο Β). Η απότομη μεταβολή της δυσκαμψίας συνάρτηση της εξωτερικής ροπής φόρτισης είναι αποτέλεσμα ότι η διατομή αρχίζει να διαρρέει κοντά στο σημείο Α και ο φορέας γίνεται πιο ευάλωτος καθώς παρουσιάζει τον ακαριαίο πλευρικό λυγισμό.

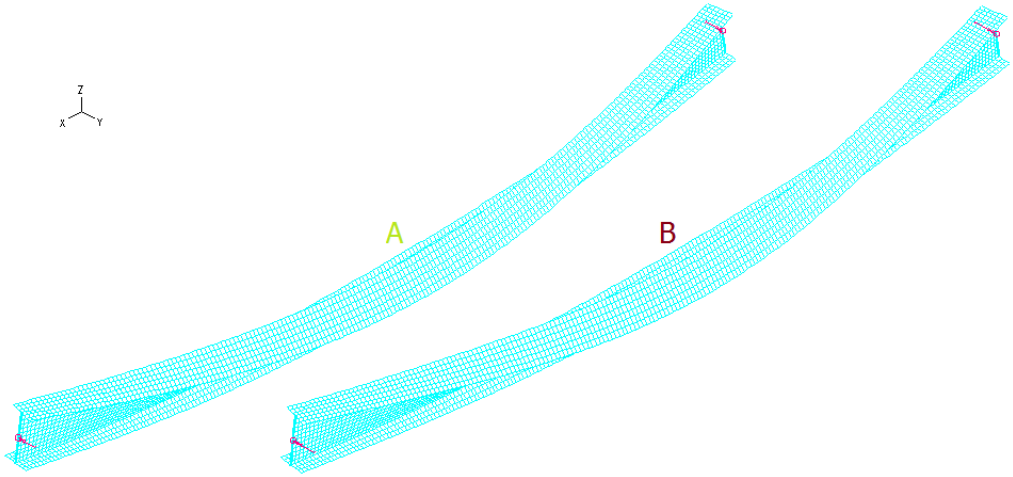
Το οριακό σημείο έχει τιμή 60.60kNm εκφράζοντας την αντοχή της δοκού στο πλευρικό λυγισμό. Μετά από αυτό το φορτίο, ο δρόμος ισορροπίας γίνεται καθοδικός και έτσι η δοκός χαρακτηρίζεται από αστάθεια, με αποτέλεσμα να μην έχει μεταλυγισμική αντοχή. Το φορτίο και οι μετατοπίσεις της δοκού είναι πολύ μικρότερες από την μη γραμμική ανάλυση με ελαστικό υλικό, αποδεικνύοντας την σπουδαιότητα της ποιότητας του χάλυβα που θα επιλεχθεί για την κατασκευή της δοκού.



Σχήμα 4:3: Δρόμος ισορροπίας του κεντρικού κόμβου κατά μήκος της δοκού

Εάν ο χάλυβας είχε μεγαλύτερο όριο διαρροής, τότε η δοκός θα μπορούσε να έχει μεγαλύτερη αντοχή και έτσι θα αστοχούσε σε μεγαλύτερο εξωτερικά φορτία. Ο τρόπος με τον οποίο ανταποκρίνεται η δοκός στην συγκεκριμένη φόρτιση παρουσιάζεται στην Εικόνα 4:12, όπου στα δύο σημεία που δείχνει ο δρόμος ισορροπίας του κεντρικού κόμβου, η δοκός είναι στην παραμορφωμένη της κατάσταση. Όπως απεικονίζεται, όταν το φορτίο είναι 49.09kNm στο σημείο A, η δοκός έχει ήδη μετακινηθεί προς τα κάτω και έχει περιστραφεί περί τον άξονα X. Η μέγιστη μετακίνηση και στροφή παρουσιάζεται στον κεντρικό κόμβο.

Στο οριακό σημείο B, όπως φαίνεται και στο δρόμο ισορροπίας του κεντρικού κόμβου, η οριζόντια μετακίνηση του κόμβου αυξάνεται ακόμα περισσότερο και φθάνει την τιμή 0.035m. Οι μετακινήσεις και στα υπόλοιπα σημεία αυξάνονται. Καθώς η δοκός έχει αστοχήσει η οριζόντια μετακίνηση αυξάνεται ραγδαία χωρίς μεταλυγισμική συμπεριφορά.



Εικόνα 4:12: Η δοκός στις αντίστοιχες χρονικές περιπτώσεις του δρόμου ισορροπίας του κεντρικού κόμβου

Ο τρόπος που προέρχεται η αστοχία είναι από την πλαστικοποίηση της διατομής. Εξαιτίας του γεγονότος ότι η στήριξη είναι ισοστατική, μόλις η διατομή γίνει πλαστική επέρχεται ταυτόχρονη αστοχία του φορέα. Όπως προαναφέρθηκε, η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες για την δοκό θα πραγματοποιηθεί και για μικρότερες ατέλειες.

Οι επόμενες εφτά αναλύσεις που έγιναν θα παρουσιαστούν συγκριτικά με την αρχική ατέλεια L/300. Τα αποτελέσματα που έδωσαν είναι παραπλήσια μεταξύ τους, με πολύ μικρές διαφορές. Η αστοχία για όλες τις περιπτώσεις είναι καθολική διότι όλη η δοκός παρουσιάζει σημαντική παραμόρφωση με πιο έντονη την περιοχή του κέντρου κατά μήκος όπου η παραμόρφωση είναι μεγαλύτερη.

4.3.1.5 Επιρροή μέτρου αρχικής ατέλειας στη μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες

Ο φορέας έχει την ίδια απόκριση σε όλες τις περιπτώσεις με μερικές διαφορές ως προς το μέγεθος των μετατοπίσεων και των στροφών. Η καθολική μετακίνηση προς τα πλάγια και η στροφή προς το διαμήκης άξονα αυξάνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της αρχικής ατέλειας. Αυτό οφείλεται κυρίως στο ότι ο φορέας αστοχεί πιο γρήγορα με την αύξηση της αρχικής ατέλειας. Η αντοχή της δοκού αποτελεί τον πιο σημαντικό παράγοντα για τη διεξαγωγή των αναλύσεων. Για το λόγο αυτό, η υποπαράγραφος αυτή παρουσιάζει κατά πόσο η αντοχή επηρεάζεται από το μέτρο της αρχικής ατέλειας.

Με κάθε αύξηση του μέτρου της αρχικής ατέλειας πραγματοποιείται και μείωση της αντοχής του φορέα. Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να αντέξει η δοκός για τις διάφορες τιμές αρχικής ατέλειας φαίνονται στον πιο κάτω Πίνακας 4:6. Όπως φαίνεται, η αρχική ατέλεια για την συγκεκριμένη δοκό επηρεάζει σε μικρό βαθμό την αντοχή του φορέα.

Η συμπεριφορά της δοκούς που φαίνεται μέσα από τους δρόμους ισορροπίας για όλα τα μέτρα αρχικής ατέλειας είναι η ίδια για όλες τις περιπτώσεις, με τη μόνη διαφορά ότι το οριακό σημείο μειώνεται με την αύξηση της ατέλειας. Οι δρόμοι ισορροπίας φανερώνουν ότι η υπερβολική αύξηση της αρχικής ατέλειας καταργεί την γραμμική συμπεριφορά του φορέα στο αρχικό στάδιο της ανάλυσης. Ως αποτέλεσμα, η γεωμετρική δυσκαμψία του φορέα να επηρεάζεται (μειώνεται) από την υπερβολική αύξηση του μέτρου της αρχικής ατέλειας που δόθηκε στην δοκό.

Πίνακας 4:6: Επιρροή αρχικής ατέλειας

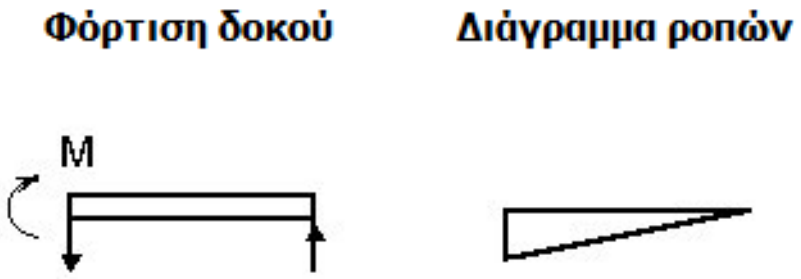
Αρχική ατέλεια	**Οριακό φορτίο (kNm)**	**Παραμόρφωση κεντρικού κόμβου (m)**
L/300	60.595	0.035
L/400	62.069	0.019
L/500	62.117	0.013
L/600	62.120	0.011
L/700	62.131	0.009
L/800	62.136	0.008
L/900	62.140	0.007
L/1000	62.143	0.007

Οι τρεις μορφές αναλύσεων ολοκληρώθηκαν με την πραγματοποίηση των μη γραμμικών αναλύσεων γεωμετρίας με ατέλειες. Όλα τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν και συγκρίθηκαν μεταξύ τους και διαπιστώθηκε η επιρροή της αρχικής ατέλειας. Ακολούθως, θα παρουσιαστούν και άλλες μορφές φόρτισης για να διαφανεί ο βαθμός επιρροής της αρχικής ατέλειας.

4.3.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκούς

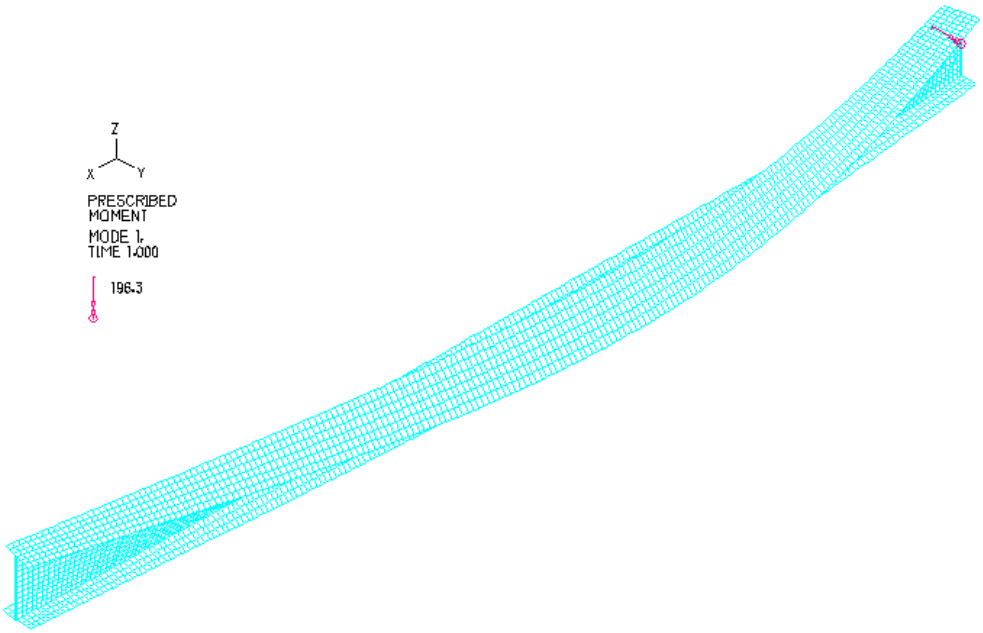
Για αυτή τη φόρτιση, όπως και για τις υπόλοιπες που ακολουθούν, παρουσιάζονται μόνο οι ιδιομορφές λυγισμού κατά την γραμμική ανάλυση λυγισμού και προβάλονται τα αποτελέσματα της μη γραμμικής ανάλυσης γεωμετρίας με ατέλειες. Με αυτό τον τρόπο θα παρουσιαστεί το κρίσιμο φορτίο λυγισμού για την κάθε περίπτωση φόρτισης και το φορτίο λυγισμού μετά τη μη γραμμικότητα του υλικού.

Η φόρτιση είναι η ίδια με την προηγούμενη περίπτωση με την μόνη διαφορά ότι ασκείται μια ροπή στο ένα άκρο. Το αναμενόμενο κρίσιμο φορτίο πρέπει να είναι σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 1.75 του κρίσιμου φορτίου της προηγούμενης περίπτωσης. Η φόρτιση του φορέα είναι σύμφωνα με την Εικόνα 4:13 όπου δίνει μέγιστη ροπή στο ένα άκρο και μηδενικό στο άλλο.



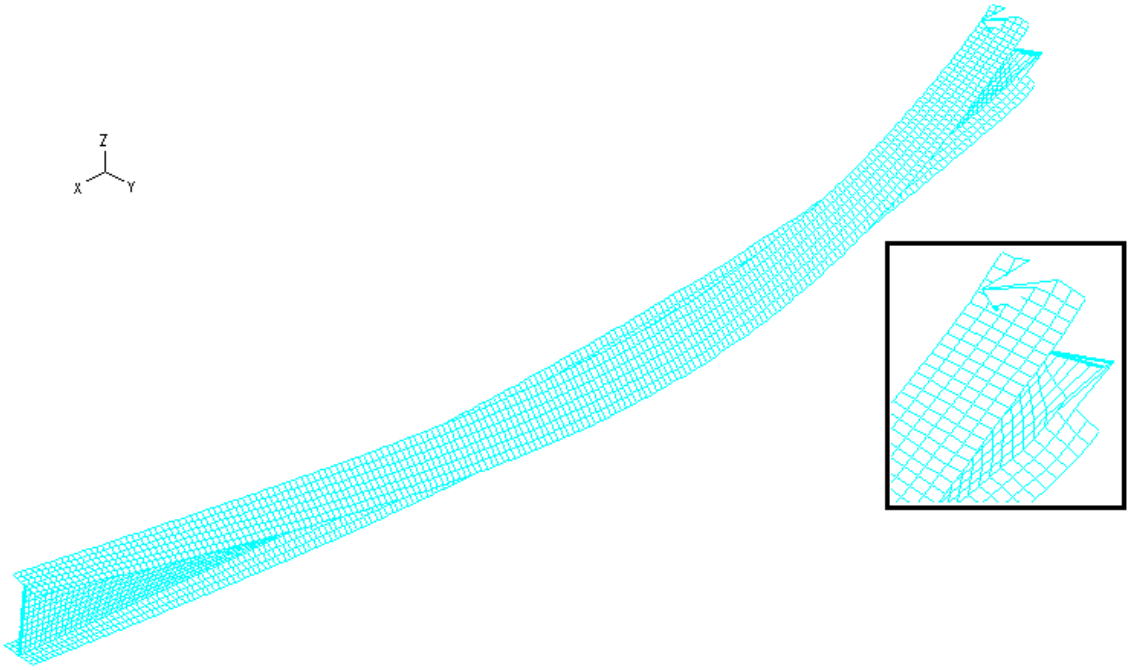
Εικόνα 4:13: Διάγραμμα φόρτισης για άσκηση ροπής στο ένα άκρο

Η πρώτη ιδιομορφή παρουσιάζεται στην Εικόνα 4:14. Η πρώτη ιδιομορφή που είναι και η πιο σημαντική έχει κρίσιμο φορτίο λυγισμού 196.3kNm, δηλαδή 1.83 του κρίσιμου φορτίου. Η παραμόρφωση της πρώτης ιδιομορφής είναι περίπου ίδια με την προηγούμενη περίπτωση με την διαφορά ότι η μέγιστη μετατόπιση δεν παρουσιάζεται στο κέντρο της δοκού αλλά είναι πιο κοντά στη στήριξη όπου ασκείται η δύναμη. Το φορτίο λυγισμού της δεύτερης ιδιομορφής είναι 656.1kNm, άρα πολύ μεγαλύτερο από την πρώτη ιδιομορφή. Για τις επόμενες μη γραμμικές αναλύσεις η αρχικής ατέλειας τοποθετήθηκε σύμφωνα με την πρώτη ιδιομορφή.



Εικόνα 4:14: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Μετά την πραγματοποίηση της μη γραμμικής ανάλυσης υλικού γεωμετρίας με ατέλειες, ο φορέας συμπεριφέρεται όπως πιο κάτω (Εικόνα 4:15). Σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει και πάλι διαρροή του υλικού ενώ η αστοχία οφείλεται σε τοπικό λυγισμό του κορμού. Σε αυτή την ανάλυση, η ατέλεια δόθηκε στην θέση όπου η πρώτη ιδιομορφή είχε την μέγιστη μετακίνηση κατά τον άξονα Y. Το μέγεθος της επιρροής της αρχικής ατέλειας θα διαφανεί στην συνέχεια όπου γίνεται μια λεπτομερής παρουσίαση των φορτίων λυγισμού για όλες τις τιμές της αρχικής ατέλειας.



Εικόνα 4:15: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Η επιρροή της αρχικής ατέλειας είναι πολύ μικρή έως και ασήμαντη καθώς η αύξηση της δεν επέφερε πάντα μείωση της αντοχής. Αυτό αποδεικνύεται από τον Πίνακας 4:7, καθώς παρατηρούνται σκαμπανεβάσματα στην τιμή του οριακού φορτίου. Παρατηρείται επίσης ότι το φορτίο αστοχίας είναι το ίδιο περίπου με της ομοιόμορφης φόρτισης. Αυτό αποδεικνύει ότι η αστοχία είναι λόγο πλαστικοποίησης της διατομής από πλήρη διαρροή υλικού όταν η ροπή σε οποιοδήποτε σημείο της δοκού έχει τιμή περίπου κοντά στο 62kNm.

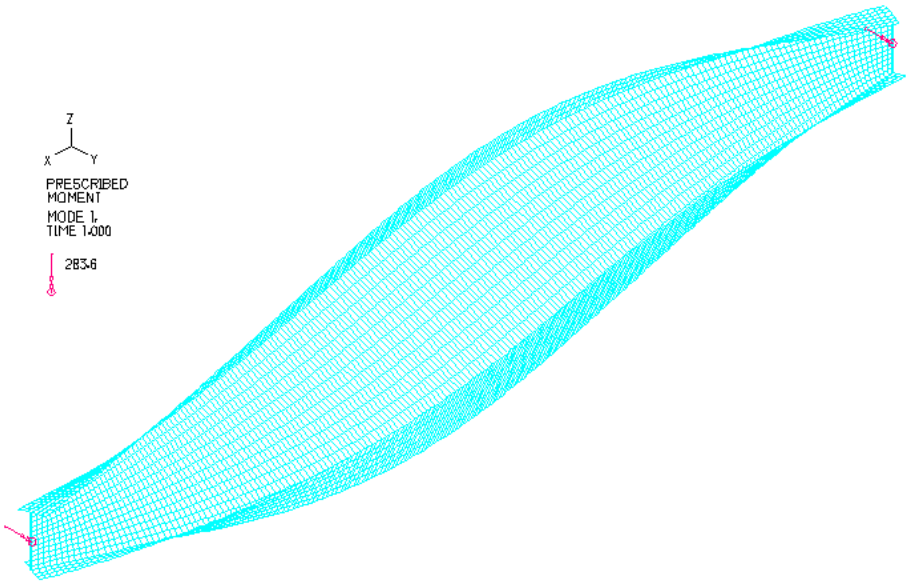
Πίνακας 4:7: Επιρροή αρχικής ατέλειας

Αρχική ατέλεια	**Οριακό φορτίο (kNm)**
L/300	62.497
L/400	62.519
L/500	62.532
L/600	62.524
L/700	62.547
L/800	62.534
L/900	62.514
L/1000	62.542

4.3.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού

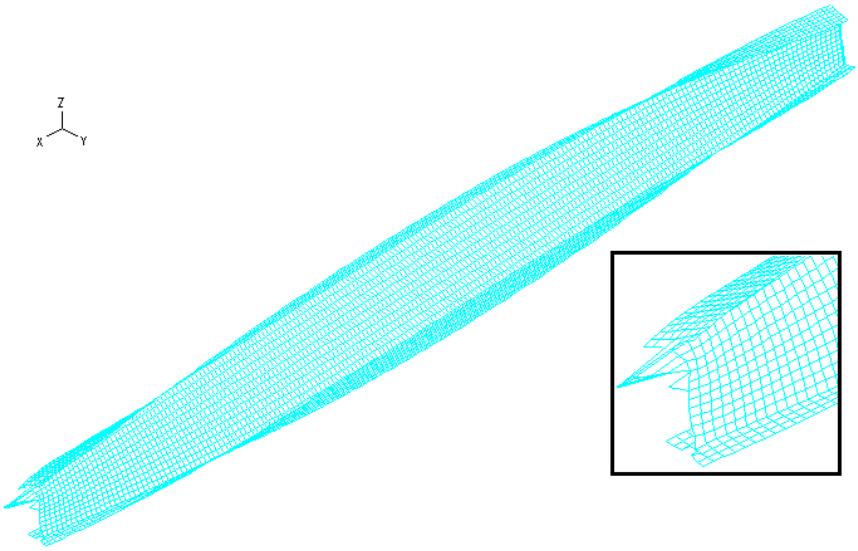
Η φόρτιση με δύο εξωτερικές ροπές με ίδια φορά στα δύο άκρα έχει την πρώτη ιδιομορφή που παρουσιάζεται πιο κάτω. Η πρώτη ιδιομορφή που είναι και η πιο σημαντική έχει ως κρίσιμο φορτίο λυγισμού 283.6kNm που είναι 2.64 φορές μεγαλύτερο από το κρίσιμο φορτίο

της ομοιόμορφης φόρτισης. Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, το κρίσιμο φορτίο είναι 2.3 φορές μεγαλύτερο από την ομοιόμορφη φόρτιση. Η πρώτη ιδιομορφή είναι διαφορετική από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις ως προς την μετακίνηση του κεντρικού σημείου της δοκού. Σε αυτή την περίπτωση, το κεντρικό σημείο μένει αμετακίνητο, ενώ η στροφή σε αυτό το σημείο παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή (Εικόνα 4:16). Η μέγιστη μετακίνηση παρουσιάζεται σε παραπλήσια σημεία δεξιά και αριστερά του κέντρου της δοκού και σε σημείο του άνω πέλματος.



Εικόνα 4:16: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Στην μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες, η μορφή αστοχίας και σε αυτή την περίπτωση είναι ο τοπικός ακαριαίος λυγισμός στο κορμό. Η αστοχία προέρχεται από διαρροή του υλικού στην περιοχή της στήριξης και τη δημιουργία πλαστικής άρθρωσης. Όπως φαίνεται και από την εικόνα, το άκρο το οποίο πραγματοποιείται ο τοπικός λυγισμός είναι αυτό που έχει προσομοιωθεί ως κύλιση. Δηλαδή, στην στήριξη όπου η διαμήκης μετακίνηση είναι ελεύθερη.



Εικόνα 4:17: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Η επιρροή της αρχικής ατέλειας είναι και σε αυτή τη φόρτιση ασήμαντη, επιπλέον η αύξηση της δεν επέφερε πάντα μείωση της αντοχής. Αυτό αποδεικνύεται από τον Πίνακας 4:8, καθώς παρατηρούνται σκαμπανεβάσματα στην τιμή του οριακού φορτίου. Παρατηρείται επίσης ότι το φορτίο αστοχίας είναι το ίδιο περίπου με όλες τις φορτίσεις με εξωτερικές ροπές στα άκρα της δοκού. Αυτό αποδεικνύει ότι η αστοχία είναι λόγο πλαστικοποίησης της διατομής από πλήρης διαρροής υλικού όταν η ροπή σε οποιοδήποτε σημείο της δοκού έχει τιμή περίπου κοντά στο 62kNm.

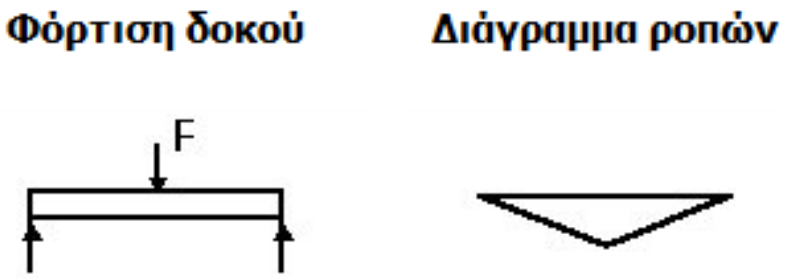
Πίνακας 4:8: Επιρροή αρχικής ατέλειας

Αρχική ατέλεια	**Οριακό φορτίο (kNm)**
L/300	61.915
L/400	62.015
L/500	62.007
L/600	62.014
L/700	62.049
L/800	62.049
L/900	62.059
L/1000	62.059

4.3.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς

Μετά την ολοκλήρωση των φορτίσεων με ασκούμενες ροπές στα άκρα την δοκού, στην συνέχεια λαμβάνουν χώρα οι φορτίσεις με συγκεντρωμένα ή κατανεμημένα φορτία. Δεν προκύπτει οποιαδήποτε διαφορά ως προς τον φορέα και της στηρίξεις πλην του ασκούμενου φορτίου. Η εξωτερική φόρτιση αυτή αποτελείται από ένα συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς.

Το διάγραμμα των ροπών όπως δείχνει και η πιο κάτω Εικόνα 4:18, είναι μία τριγωνική κατανομή με μηδενική ροπή στα άκρα και μέγιστη τιμή στο μέσω όπου ασκείται και το συγκεντρωμένο φορτίο. Η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη φόρτιση είναι σύμφωνα με την Εξ. (4:1), που ακολουθεί. Επιπλέον σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, η κρίσιμη ροπή είναι 1.35 φορές μεγαλύτερο από την ομοιόμορφη φόρτιση. Η πρώτη ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 114.7kN, και σύμφωνα με την Εξ. (4:1), έχει ως κρίσιμη ροπή 143.4kNm, δηλαδή είναι 1.33 φορές μεγαλύτερο από την ομοιόμορφη φόρτιση και αρκετά κοντά στον συντελεστή του Ευρωκώδικα.



Εικόνα 4:18: Διάγραμμα φόρτισης για άσκηση δύναμης στο μέσο

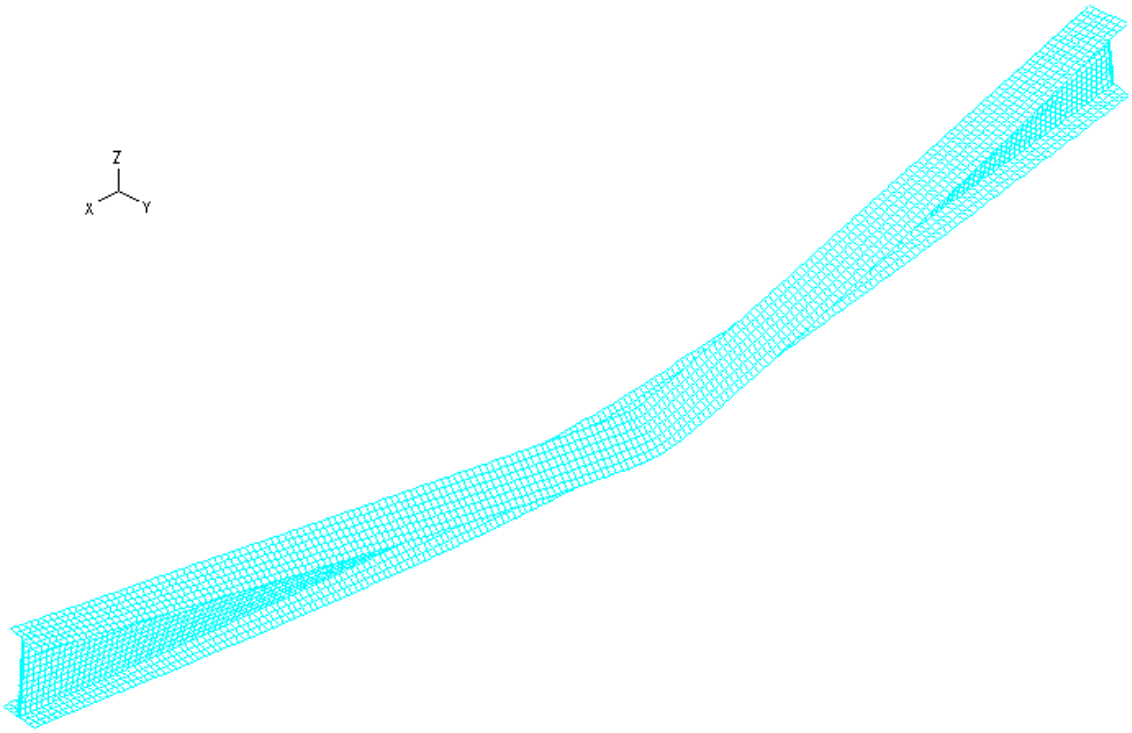
$$M_{cr} = \frac{P_{cr} L}{4} \tag{4:1}$$

Ο τρόπος αντίδρασης του φορέα στην πρώτη ιδιομορφή είναι σύμφωνα με την πρώτη περίπτωση όπου ασκείται δύο αντίθετες ροπές στα δύο άκρα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα

4:7, στην πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δοκός μετακινείται πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση το κέντρο κατά μήκος της δοκού. Εκτός από την πλάγια μετακίνηση υπάρχει και η κατακόρυφη μετακίνηση η οποία δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω της πιο πάνω εικόνας. Το κρίσιμο φορτίο είναι αρκετά κοντά με το κρίσιμο φορτίο βάση των πρότυπων πινάκων του Ευρωκώδικα.

Η αστοχία όπως φαίνεται από την Εικόνα 4:19 αλλά και από τις άλλες αναλύσεις είναι εξαιτίας της διαρροής του υλικού καθώς μόνο σε αυτή την ανάλυση ο φορέας αστοχεί. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο φορέας είναι ισοστατικά στηριγμένος, μετά την πλήρη διαρροή της διατομής υπάρχει κατάρρευση και αστοχία.

Μόλις η διατομή γίνει πλαστική, επέρχεται ταυτόχρονη αστοχία του φορέα. Όπως προαναφέρθηκε, η μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες για την δοκό θα πραγματοποιηθεί και για μικρότερες ατέλειες. Οι επόμενες εφτά αναλύσεις που έγιναν θα παρουσιαστούν συγκριτικά με την αρχική ατέλεια L/300. Τα αποτελέσματα που έδωσαν είναι παραπλήσια μεταξύ τους, εκτός του μέτρου του φορτίου. Η αστοχία για όλες τις περιπτώσεις είναι καθολική διότι όλη η δοκός παρουσιάζει σημαντική παραμόρφωση με πιο έντονη την περιοχή του κέντρου κατά μήκος όπου η παραμόρφωση είναι μεγαλύτερη. Τα πιο πάνω περιγράφονται αναλυτικότερα στην συνέχεια.



Εικόνα 4:19: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Σε αυτή την φόρτιση η επιρροή της αρχικής ατέλειας είναι αρκετά σημαντική. Παρατηρείται ότι από L/300 μέχρι L/1000 η αύξηση της ροπής είναι 27% (Πίνακας 4:9). Είναι ένα αξιοσημείωτο ποσοστό καθώς αν αναλογιστείς και της άλλες τρεις περιπτώσεις φόρτισης με εξωτερικές ροπές όπου η επιρροή ήταν μηδαμινή. Το μέτρο της αρχικής ατέλειας επηρεάζει σημαντικά και πρέπει να λαμβάνεται με ιδιαίτερη προσοχή. Η μείωση του ασκούμενου φορτίου από την αύξηση του μέτρου της αρχικής ατέλειας, δίνει το συμπέρασμα ότι ανάλογα με την περίπτωση φόρτισης, πρέπει να επιλέγεται και το μέτρο αρχικής ατέλειας. Επιπλέον

ανάλογα με τα είδος αρχικών παραμορφώσεων επιλέγεται και το μέτρο της ατέλειας όπου θα μειώσει το φορτίο αντοχής της διατομής.

Πίνακας 4:9: Επιρροή αρχικής ατέλειας

Αρχική ατέλεια	Οριακό φορτίο (kN)	Αντίστοιχη ροπή (m)
L/300	59.303	74.129
L/400	63.531	79.414
L/500	66.672	83.340
L/600	68.989	86.236
L/700	70.958	88.698
L/800	72.311	90.389
L/900	73.894	92.368
L/1000	75.338	94.173

4.3.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς

Για την συγκεκριμένη φόρτιση το διάγραμμα των ροπών όπως φαίνεται και στην πιο κάτω Εικόνα 4:20, είναι μία καμπύλη κατανομή με μηδενική ροπή στα άκρα και μέγιστη τιμή στο μέσω της δοκού. Η κρίσιμη ροπή για την φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος της δοκούς είναι σύμφωνα με την Εξ. (4:2) που ακολουθεί. Ακόμη σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, η κρίσιμη ροπή είναι 1.13 φορές μεγαλύτερη από την ομοιόμορφη φόρτιση. Η πρώτη ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 38.8kN/m, και έχει ως κρίσιμη ροπή 121.3kNm.

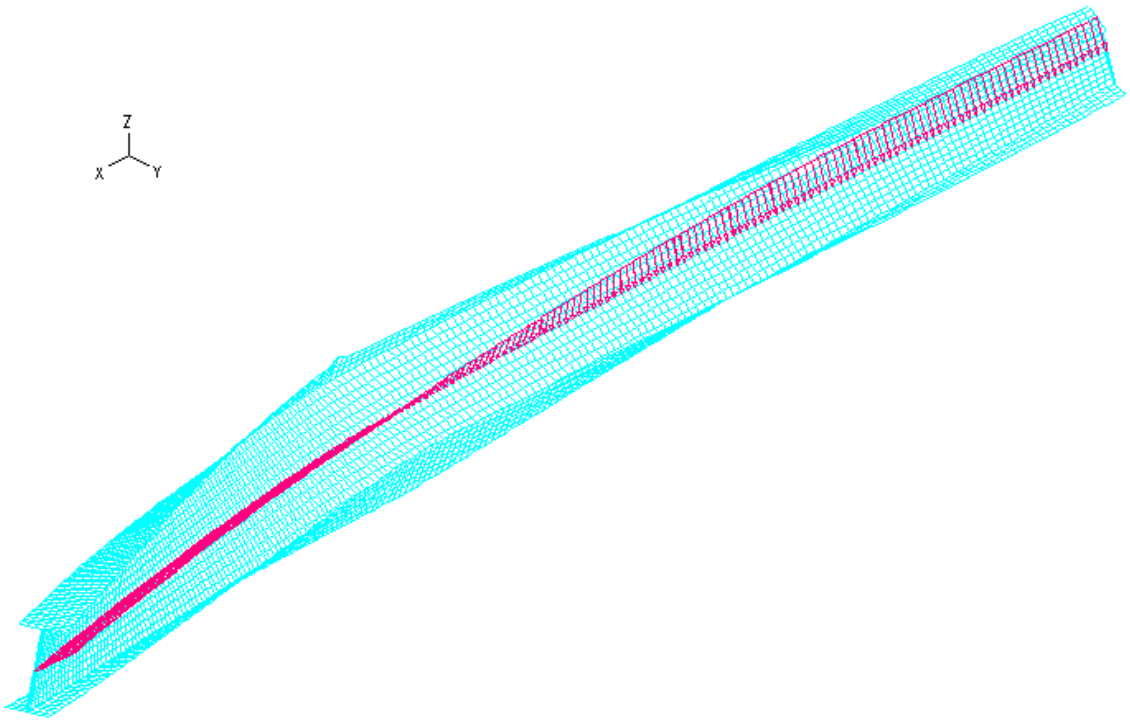
Εικόνα 4:20: Διάγραμμα φόρτισης για άσκηση κατανεμημένου φορτίου

$$M_{cr} = \frac{W_{cr} L^2}{8} \tag{4:2}$$

Ίδια και σε αυτή την μορφή φόρτισης είναι η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, όπου έχει μια καθολική μετακίνηση της δοκούς πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση στο μέσο κατά μήκος της δοκού. Εκτός από την πλάγια μετακίνηση υπάρχει και η κατακόρυφη μετακίνηση η οποία δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω της πιο πάνω Εικόνα 4:7. Σε αυτή την φόρτιση η μετακινήσεις είναι εντονότερες από την φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο, αλλά όχι όσο στην περίπτωση των δύο αντίθετων ροπών στα άκρα. Το κρίσιμο φορτίο είναι αρκετά κοντά με το κρίσιμο φορτίο βάση των πρότυπων πινάκων του Ευρωκώδικα.

Στην μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες, η αστοχία όπως φαίνεται από τα σχήματα και από τις άλλες αναλύσεις είναι εξαιτίας της διαρροής του υλικού καθώς μόνο σε αυτή την ανάλυση ο φορέας αστοχεί. Όπως και για της δύο άλλες περιπτώσει που είχε την ίδια συμπεριφορά ο φορέας η διαρροή γίνεται στο άνω πέλμα της διατομής και σε σημείο κοντά στο μέσο κατά μήκος της δοκούς. Καθώς ο φορέας φορτίζεται και φτάνει το οριακό φορτίο, το υλικό διαρρέει σε αυτό το σημείο και δημιουργείται πλαστική άρθρωση και

επέρχεται η κατάρρευση. Σε αυτήν την ανάλυση και σύμφωνα με την πιο κάτω Εικόνα 4:21, φαίνεται ξεκάθαρα το σημείο όπου πλαστικοποιείται και αποτελεί την αιτία της αστοχίας. Έτσι για αύξηση του οριακού φορτίου, την καταλληλότερη επιλογή αποτελεί η αύξηση της ποιότητας του υλικού.



Εικόνα 4:21: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Η επιρροή της αρχικής ατέλειας στην φόρτιση αυτή δεν μπορεί να θεωρηθεί και πολύ μεγάλη. Παρατηρείται ότι από L/300 μέχρι L/1000 η αύξηση της ροπής είναι 8%, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακας 4:10. Είναι ένα σχετικά μικρό ποσοστό επιρροής σε σχέση με την φόρτιση με ένα συγκεντρωμένο φορτίο στην μέση της δοκού. Μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο μόνο στην περίπτωση όπου ο σχεδιασμός είναι οριακός καθώς όπως φαίνεται η επιλογή της αρχικής ατέλειας μειώνει πολύ λίγο την ροπή της δοκού. Αν και σχετικά η επιρροή του μέτρου είναι μικρή, πρέπει να λαμβάνεται εν μέρει υπόψη, γιατί ίσως κρίνει ένα σχεδιασμό μη ασφαλή.

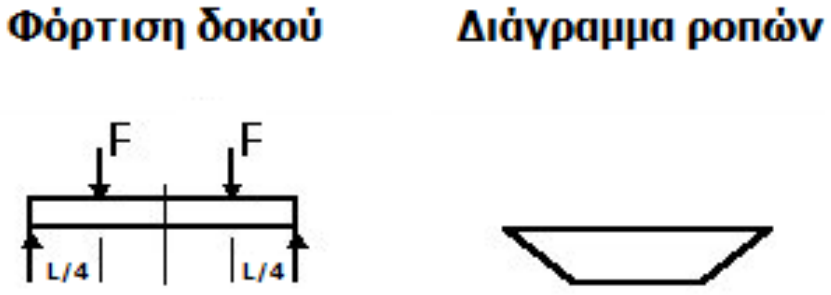
Πίνακας 4:10: Επιρροή αρχικής ατέλειας

Αρχική ατέλεια	Οριακό φορτίο (kN/m)	Αντίστοιχη ροπή (m)
L/300	17.662	55.194
L/400	17.962	56.131
L/500	18.231	56.972
L/600	18.475	57.734
L/700	18.666	58.331
L/800	18.808	58.775
L/900	18.925	59.141
L/1000	19.038	59.494

4.3.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από τα άκρα

Η ανάλυση αυτή έχει κάποιες διαφορές ως προς της δύο προηγούμενες αναλύσεις εξαιτίας του τρόπου φόρτισης. Την φόρτιση αυτή αποτελούν δύο συγκεντρωμένα φορτία που

ασκούνται στο L/4 από το άκρο. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η απόσταση και για τα δύο φορτία είναι 1.25m από τα δύο σημεία στήριξης, ενώ η απόσταση που χωρίζει τα δύο συγκεντρωμένα φορτία είναι 2.50m. Το διάγραμμα των ροπών όπως δείχνει και η πιο κάτω Εικόνα 4:22, είναι μία τραπεζοειδής κατανομή με μηδενική ροπή στα άκρα. Της βάσεις του τραπεζίου αποτελούν ο άξονας της δοκούς και η άλλη είναι το ευθύ τμήμα μεταξύ των δύο συγκεντρωμένων δυνάμεων. Η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη φόρτιση είναι σύμφωνα με την Εξ. (4:3) που ακολουθεί.



Εικόνα 4:22: Διάγραμμα φόρτισης για άσκηση δύο συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4

$$M_{cr} = \frac{P_{cr} L}{4} \tag{4:3}$$

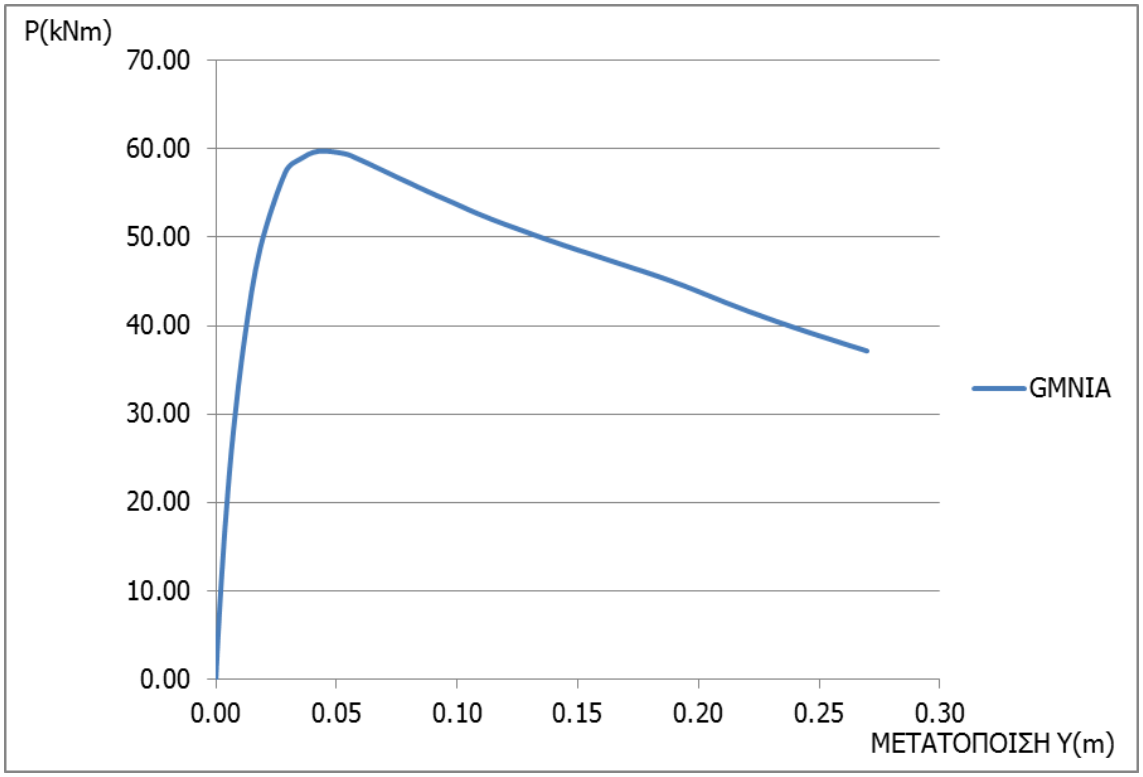
Επιπλέον σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, η κρίσιμη ροπή είναι 1.04 φορές μεγαλύτερο από την ομοιόμορφη φόρτιση. Σε αυτή την περίπτωση είναι η μοναδική που κρίσιμη ροπή είναι τόσο κοντά στην ομοιόμορφή φόρτιση. Η πρώτη ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 89.31kN, και έχει ως κρίσιμη ροπή 111.6kNm, δηλαδή ο συντελεστής είναι ο ίδιος με αυτό του Ευρωκώδικα. Ο τρόπος αντίδρασης του φορέα στην πρώτη ιδιομορφή είναι ίδιος με τις περιπτώσεις φορτίσεις με εξωτερικές δυνάμεις.

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, έχει μια καθολική μετακίνηση της δοκούς πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση στο μέσο κατά μήκος της δοκού. Εκτός από την πλάγια μετακίνηση υπάρχει και η κατακόρυφη μετακίνηση. Στη φόρτιση αυτή με τα δύο συγκεντρωμένα φορτία οι μετακινήσεις είναι εντονότερες από της άλλες περιπτώσει και πλησιάζει πολύ την περίπτωση των δύο αντίθετων ροπών στα άκρα. Το κρίσιμο φορτίο είναι αρκετά κοντά με το κρίσιμο φορτίο βάση των πρότυπων πινάκων του Ευρωκώδικα.

Ο τρόπος που προέρχεται η αστοχία είναι από την πλαστικοποίηση της διατομής, εξαιτίας του γεγονότος ότι η στήριξη είναι ισοστατική. Αυτό επαληθεύεται από τη μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρία με ατέλειες. Η αστοχία όπως φαίνεται από τα σχήματα και από τις άλλες αναλύσεις είναι εξαιτίας της διαρροής του υλικού καθώς μόνο σε αυτή την ανάλυση ο φορέας αστοχεί. Καθώς ο φορέας φορτίζεται και φτάνει το οριακό φορτίο, το υλικό διαρρέει στο άνω πέλμα στο μέσο κατά μήκος της δοκού και δημιουργείται πλαστική άρθρωση και επέρχεται η κατάρρευση. Το διάγραμμα του κεντρικού σημείου που φαίνεται στο Σχήμα 4:4.

Σε αυτή την φόρτιση η επιρροή της αρχικής ατέλειας είναι αρκετά σημαντική. Παρατηρείται ότι από L/300 μέχρι L/1000 η αύξηση της ροπής είναι 22% (Πίνακας 4:11). Το μέτρο της αρχικής ατέλειας επηρεάζει σημαντικά και πρέπει να λαμβάνεται με ιδιαίτερη προσοχή. Η μείωση του ασκούμενου φορτίου από την αύξηση του μέτρου της αρχικής ατέλειας, δίνει το συμπέρασμα ότι αν η φόρτιση είναι με συγκεντρωμένα φορτία, πρέπει να επιλέγεται και το μέτρο αρχικής ατέλειας με ιδιαίτερη προσοχή. Επιπλέον ανάλογα με τα είδος αρχικών

παραμορφώσεων επιλέγεται και το μέτρο της ατέλειας όπου θα μειώσει το φορτίο αντοχής της διατομής.



Σχήμα 4:4: Δρόμος ισορροπίας του κεντρικού κόμβου κατά μήκος της δοκού

Πίνακας 4:11: Επιρροή αρχικής ατέλειας

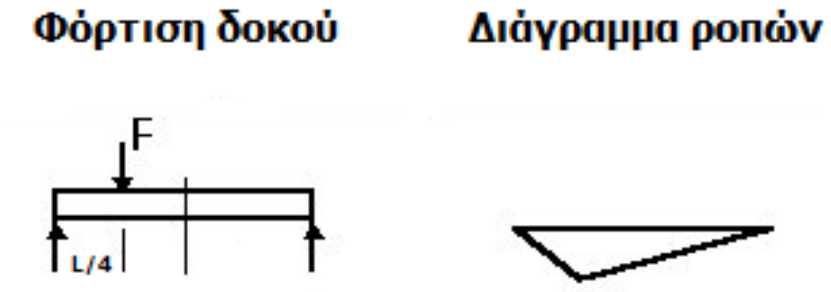
Αρχική ατέλεια	Οριακό φορτίο (kN)	Αντίστοιχη ροπή (m)
L/300	59.748	74.685
L/400	63.030	78.788
L/500	65.467	81.834
L/600	67.657	84.571
L/700	69.406	86.758
L/800	70.812	88.515
L/900	72.103	90.129
L/1000	73.033	91.291

4.3.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο

Την φόρτιση αυτή αποτελεί ένα συγκεντρωμένα φορτία που ασκείται στο L/4 από το άκρο. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η απόσταση για το φορτίο είναι 1.25m από το ένα σημείο στήριξης, ενώ η απόσταση από το άλλο σημείο στήριξης είναι 3.75m. Το διάγραμμα των ροπών όπως δείχνει και η πιο κάτω Εικόνα 4:23, είναι μία τριγωνική κατανομή με μηδενική ροπή στα άκρα και μέγιστη τιμή στο σημείο όπου ασκείται το συγκεντρωμένο φορτίο. Η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη φόρτιση είναι σύμφωνα με την Εξ. (4:4) που ακολουθεί. Επιπλέον σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, η κρίσιμη ροπή είναι 1.44 φορές μεγαλύτερο από την ομοιόμορφη φόρτιση.

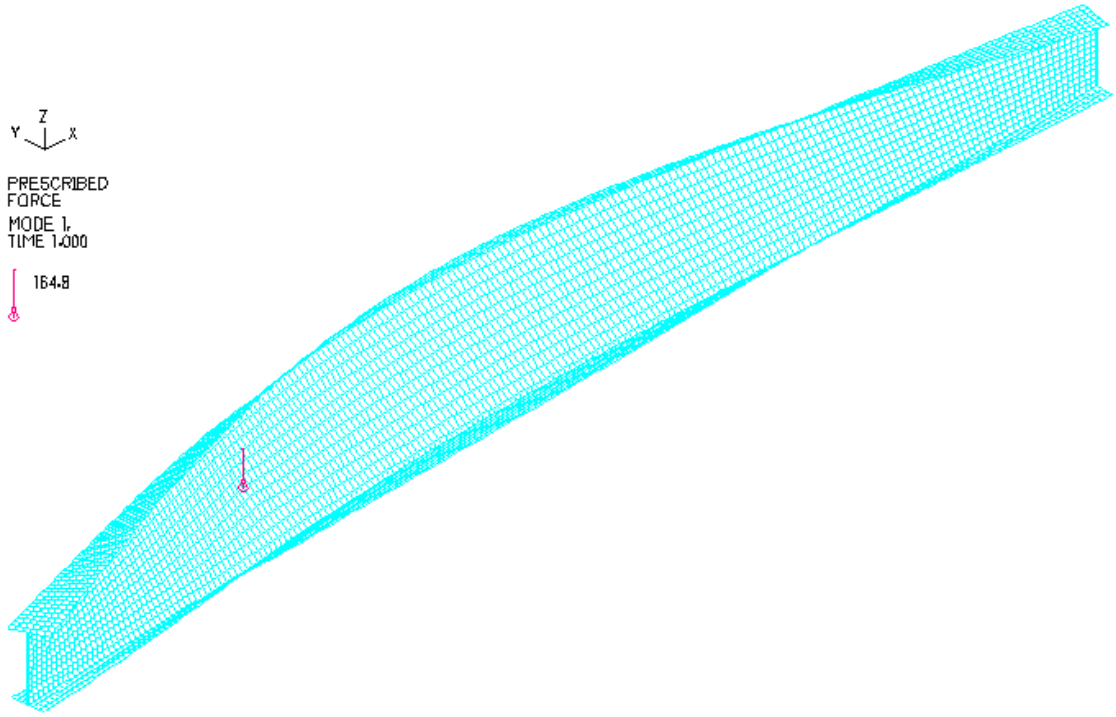
Η πρώτη ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 164.8kN, και σύμφωνα με την Εξ. (4:4) έχει ως κρίσιμη ροπή 154.5kNm. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4:24, στην πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δοκός μετακινείται πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση σε ένα σημείο μεταξύ του μέσου της δοκούς και του συγκεντρωμένου φορτίου. Εκτός από την πλάγια μετακίνηση υπάρχει και η

κατακόρυφη μετακίνηση η οποία δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω της πιο πάνω εικόνας που και αυτή έχει πανομοιότυπη μορφή με την πλευρική. Το κρίσιμο φορτίο είναι αρκετά κοντά με το κρίσιμο φορτίο βάση των πρότυπων πινάκων του Ευρωκώδικα.



Εικόνα 4:23: Διάγραμμα φόρτισης για άσκηση συγκεντρωμένου φορτίου στο L/4

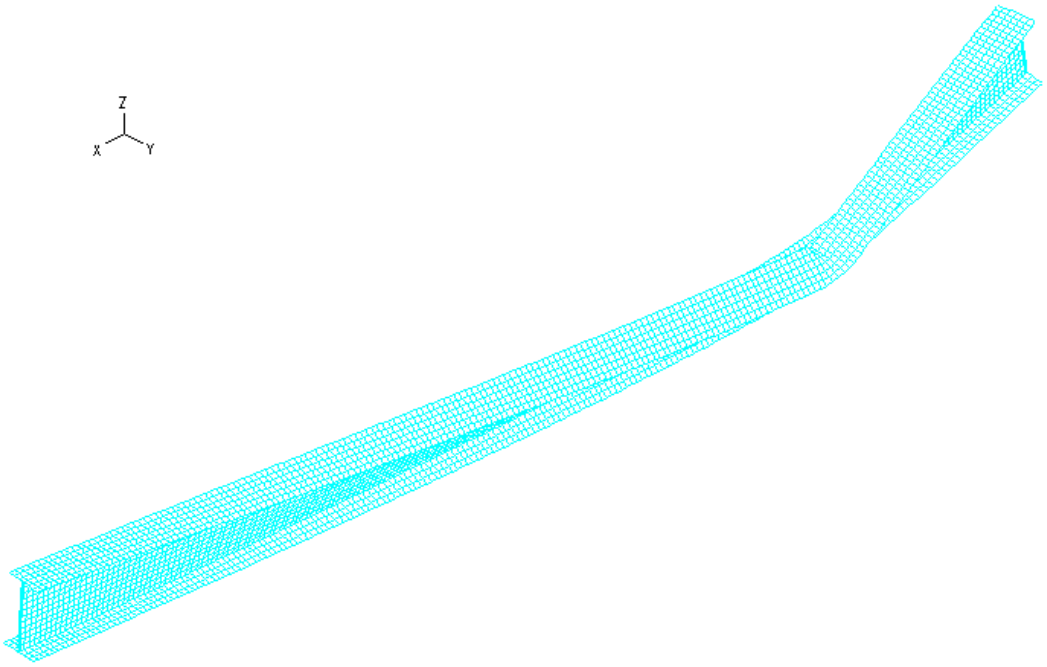
$$M_{cr} = \frac{3P_{cr}L}{16} \tag{4:4}$$



Εικόνα 4:24: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Η αστοχία σύμφωνα και με τις άλλες αναλύσεις, είναι εξαιτίας της διαρροής του υλικού καθώς μόνο σε αυτή την ανάλυση ο φορέας αστοχεί. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο φορέας είναι ισοστατικά στηριγμένος, μετά την διαρροή του υλικού υπάρχει κατάρρευση και αστοχία. Ο τρόπος που προέρχεται η αστοχία είναι από την πλαστικοποίηση της διατομής στο σημείο όπου ασκείται το εξωτερικό φορτίο (Εικόνα 4:25). Εξαιτίας του γεγονότος ότι η στήριξη είναι ισοστατική, μόλις η διατομή γίνει πλαστική επέρχεται ταυτόχρονη αστοχία του φορέα. Όπως προαναφέρθηκε, η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες για τη δοκό θα πραγματοποιηθεί και για μικρότερες ατέλειες. Οι επόμενες εφτά αναλύσεις που έγιναν θα παρουσιαστούν συγκριτικά με την αρχική ατέλεια L/300. Τα αποτελέσματα που έδωσαν είναι παραπλήσια μεταξύ τους, εκτός του μέτρου της αρχικής ατέλειας. Η αστοχία για όλες τις περιπτώσεις είναι καθολική διότι όλη η δοκός παρουσιάζει σημαντική παραμόρφωση με πιο

έντονη την περιοχή του κέντρου κατά μήκος όπου η παραμόρφωση είναι μεγαλύτερη. Τα πιο πάνω παρουσιάζονται αναλυτικότερα στον Πίνακας 4:12.



Εικόνα 4:25: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκού

Πίνακας 4:12: Επιρροή αρχικής ατέλειας

Αρχική ατέλεια	Οριακό φορτίο (kN)	Αντίστοιχη ροπή (m)
L/300	82.599	77.437
L/400	88.357	82.835
L/500	92.365	86.592
L/600	95.495	89.527
L/700	98.229	92.090
L/800	100.281	94.013
L/900	102.214	95.826
L/1000	103.995	97.495

4.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το μέτρο της αρχικής ατέλειας διαδραματίζει πρωταγωνιστικό ρόλο για την μελέτη και ανάλυση του πλευρικού λυγισμού. Αποτελεί τον συντελεστή μείωσης του κρίσιμου φορτίου λυγισμού και το ανάγει σε πραγματικό φορτίο. Σε όλες τις μορφές στήριξης η εισροή της αρχικής ατέλειας μείωνε το φορτίο λυγισμού. Το μέτρο όμως της αρχικής ατέλειας σε μερικές αναλύσεις είχε σημαντικό ρόλο και σε άλλες ασήμαντο. Σε φορτίσεις όπου το εξωτερικό φορτίο αποτελούσαν ροπές στα άκρα της δοκούς η αλλαγή του μέτρου δεν επέφερε καμία ουσιαστική αλλαγή στο οριακό φορτίο.

Σε περιπτώσεις φόρτισης όπου το εξωτερικό φορτίο αποτελούσαν συγκεντρωμένα φορτία η επιρροή του μέτρου της αρχικής ατέλειας από L/300 έως L/1000 ήταν πολύ μεγάλη. Σε αυτές της περιπτώσεις η επιρροή ήταν μεγαλύτερη από 20% και πλησίαζε το 30%. Μέσα από τα νούμερα φαίνεται ξεκάθαρα το πόσο σημαντικό ρόλο διαδραματίζει το μέτρο της αρχικής ατέλειας, σε προβλήματα στρεπτοκαπτικού λυγισμού. Αντίθετη περίπτωση με τα

συγκεντρωμένα φορτία αποτελεί η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο. Αν και η επιρροή δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ασήμαντη, αφού το ποσοστό επιρροή έφτασε το 8%, δεν μπορεί να ειπωθεί ότι αυτό το ποσοστό είναι και αρκετά μεγάλο ώστε να μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην ανάλυση και μελέτη για τέτοιου είδους προβλήματα.

Τέλος με το πέρας όλων των αναλύσεων για όλες της μορφές φόρτισης, ακολουθεί η μελέτη για τον βαθμό επιρροής που μπορεί να διαδραματίζει ο τρόπος στήριξης σε προβλήματα που αφορούν τον πλευρικό λυγισμό. Μέχρι τώρα το μοντέλο αποτελούσαν η δοκός με δύο διχαλωτές στηρίξεις, στην συνέχεια αναλύεται με διάφορες άλλες μορφές στήριξης και παρουσιάζεται ο βαθμός επιρροής για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

5 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΡΟΠΟΥ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μέχρι στιγμής η δοκός ήταν ένα ισοστατικό σύστημα. Σε αυτό το ισοστατικό σύστημα μελετήθηκε το μέγεθος της επιρροής της αρχικής ατέλειας, για διάφορες φορτίσεις, στον πλευρικό λυγισμό. Η επιρροή αυτή δεν αφορούσε το μέγεθος του κρίσιμο φορτίου αλλά είχε και μεγάλη επιρροή ως προς την απόκριση του φορέα στην επιβολή του εξωτερικού φορτίου. Στο ισοστατικό αυτό σύστημα, το ρόλο των στηρίξεων αποτελούσαν μία άρθρωση στο ένα άκρο και μία κύλιση στο άλλο άκρο. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθεί η επιρροή που έχει ο τρόπος στήριξης της δοκού.

Λόγο του μεγάλου μήκους της δοκούς που είναι 5.00m, για την άλλη μορφή ισοστατικής στήριξης κρίθηκε ανώφελο να μελετηθεί. Η άλλη μορφή ισοστατικής στήριξης είναι η πάκτωση στο ένα άκρο και ελεύθερο το άλλο άκρο. Για μία διατομή IPE 300 και για μήκος 5m η ίδια η διατομή θα παρουσιάζει πλευρικό λυγισμό μόνο με το ίδιο βάρος της και έτσι η μελέτη της συγκεκριμένης περίπτωση απορρίφτηκε. Έτσι πραγματοποιήθηκαν οι αναλύσεις για υπερστατικό σύστημα με διάφορους βαθμούς υπερστατικότητας από ένα μέχρι και το τρία ανάλογα με τον τρόπο στήριξης.

Στο σχεδιασμό και την υλοποίηση μια κατασκευή, ως επί το πλείστον είναι υπερστατικοί φορείς. Μόνο πολύ απλοί φορείς μπορεί να μελετηθούν και να κατασκευαστούν ισοστατικά, αλλά είναι φορείς που δεν λαμβάνουν ιδιαίτερα εξωτερικά φορτία. Ακόμη και πολύ απλές κατασκευές σχεδιάζονται υπερστατικά γιατί της περισσότερες φορές αυτοί η φορείς είναι και πιο οικονομικοί. Αυτό αν και ακούγεται οξύμωρο στη πραγματικότητα ένας υπερστατικός φορέας μπορεί να επιτρέψει την πλαστικοποίηση της διατομής του σε κάποιο σημείο χωρίς να οδηγηθεί ο φορέας στην κατάρρευση και την αστοχία. Αυτό δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί και σε ισοστατικούς φορείς αφού αν για οποιοδήποτε λόγο ο φορέας φτάσει στο σημείο όπου μία διατομή πλαστικοποιηθεί, ταυτόχρονα το σύστημα μετατρέπεται σε μηχανισμό, οδηγώντας στην αστοχία.

Έτσι σε ένα ισοστατικό σχεδιασμό η διαστασιολόγιση γίνεται με μεγάλες διατομές μιας και το σύστημα δεν επιτρέπει μεταλυγισμική συμπεριφορά, όπως στις αναλύσεις που έγιναν πιο

πάνω όπου ο φορέας φτάνοντας στο κρίσιμο φορτίο, εξαιτίας ότι το σύστημα αστοχούσε λόγω της διαρροής του υλικού, επερχόταν η κατάρρευση. Σε περιπτώσεις με υπερστατικούς φορείς υπάρχει ο σχεδιασμός με μικρότερε διατομές και σε περίπτωση που ο φορέας φτάσει σε μεγαλύτερα φορτία από τα επιτρεπτά, τότε επιτρέπεται η πλαστικοποίηση μία διατομής, έτσι ο σχεδιασμός αρχικά γίνεται για περισσότερη οικονομία. Ακόμη έχει περιπτώσεις που ο σχεδιασμός, υπολογίζει το σημείο όπου θα δημιουργηθεί η πλαστική άρθρωση, το έχει απομονώσει με τέτοιο τρόπο ώστε στην συνέχεια να είναι πολύ εύκολη η επισκευή του.

Οι στηρίξεις που θα χρησιμοποιηθούν σε αυτό το κεφάλαιο είναι η κύλιση, η άρθρωση και η πάκτωση. Θα πραγματοποιηθεί ένα συνδυασμός των πιο πάνω τρόπων στηρίξεων, με γνώμονα, καθώς πραγματοποιούνται οι αναλύσεις να αυξάνεται ο βαθμός υπερστατικότητας, για να μπορεί να γίνει αντιληπτό αν για κάθε αύξηση υπάρχει και ανάλογο κέρδος ως προς το κρίσιμο φορτίο πλευρικού λυγισμού. Ένας πολύ απλός τρόπος υπολογισμού του βαθμού υπερστατικότητας σε μία δοκό είναι να υπολογίζεις το αριθμό των βαθμών δέσμευσης που είναι αχρείαστοι ώστε ο φορέας να ισορροπεί μετά την επίδραση κάποιου εξωτερικού φορτίου. Σε κάθε ανάλυση θα εξηγείται καλύτερα ο βαθμός υπερστατικότητας, έτσι θα γίνει καλύτερα αντιληπτό αυτό που ειπώθηκε πιο πάνω.

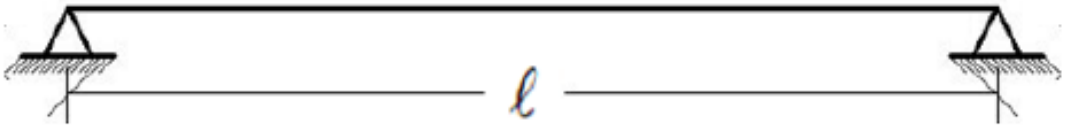
Η ανάλυση που γίνεται για προσδιορισμό του κρίσιμου φορτίου είναι η γραμμική ανάλυση λυγισμού. Η γραμμική ανάλυση λυγισμού είναι στην πραγματικότητα στατική $2^{ας}$ τάξης όπου οι εξισώσεις ισορροπίας του φορέα μορφώνονται στην παραμορφωμένη θέση, χωρίς οι παραμορφώσεις να είναι πολύ μεγάλες. Όπως ειπώθηκε πιο πάνω, ο σκοπός της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού είναι ο προσδιορισμός των ιδιομορφών λυγισμού του φορέα και των αντίστοιχων φορτίων λυγισμού κάθε ιδιομορφής για να προσδιοριστεί η θέση της αρχικής ατέλειας.

Για την εκτέλεση της παρούσας ανάλυσης στο πρόγραμμα ADINA χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος ανάλυσης Linearized Buckling, και ο τύπος της ανάλυσης ενεργοποιείται για μεγάλες μετακινήσεις. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιείται με την άσκηση εξωτερικού φορτίου σε κάθε κόμβο από μια μικρή τιμή, και αυξάνεται σταδιακά μέχρι ο φορέας να αστοχήσει. Το πρόγραμμα εξάγει όσες ιδιομορφές του ορίσουμε, ξεκινώντας από την $1^{η}$ ιδιομορφή με το μικρότερο φορτίο, και συνεχίζοντας με τις μεγαλύτερες ιδιομορφές. Η πρώτη ιδιομορφή του φορέα είναι και η πιο σημαντική για το λόγο ότι είναι ο πιθανότερος τρόπος που ο φορέας θα αστοχήσει.

Αρχικά για να προσδιοριστεί ο βαθμός επιρροής του τρόπου στήριξης, επιλέγεται ώστε ο βαθμός υπερστατικότητας να είναι 1. Ο βαθμός αυτός θα είναι η οριζόντια μετακίνηση η οποία δεν διαδραματίζει και τόσο σημαντικό ρόλο ως προς τον πλευρικό λυγισμό και το κρίσιμο φορτίο. Έτσι επιλέγεται η δοκός να στηρίζεται στα δύο άκρα με αρθρώσεις.

5.2 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥΣ ΜΕ ΑΡΘΡΩΣΗ – ΑΡΘΡΩΣΗ

Στην περίπτωση των αρθρώσεων, εννοούμε την περίπτωση των διχαλωτών στηρίξεων. Όπου στις διχαλωτές στηρίξεις δεν επιτρέπεται η στροφή περί των διαμήκη άξονα της δοκού αλλά είναι ελεύθερη περί τους δύο άλλους κύριους άξονες. Αυτός ο τρόπος στήριξης προσομοιώθηκε και στο πρόγραμμα ADINA. Ο βαθμός υπερστατικότητας σε αυτήν την περίπτωση είναι μόνο η δέσμευση της μίας μετακίνησης της οριζόντιας. Κατά ένα μέρος και η δέσμευση της διαμήκης στροφής θεωρείται υπερστατικότητα για το σύστημα, αλλά παραλείπεται, γιατί είναι πολύ δύσκολα στην πραγματικότητα να υπάρξει κόμβος που να μπορεί τελείως να προσομοιωθεί με άρθρωση. Έτσι μετά την τροποποίησης της στήριξης ο φορέας έχει την μορφή της πιο κάτω εικόνας.

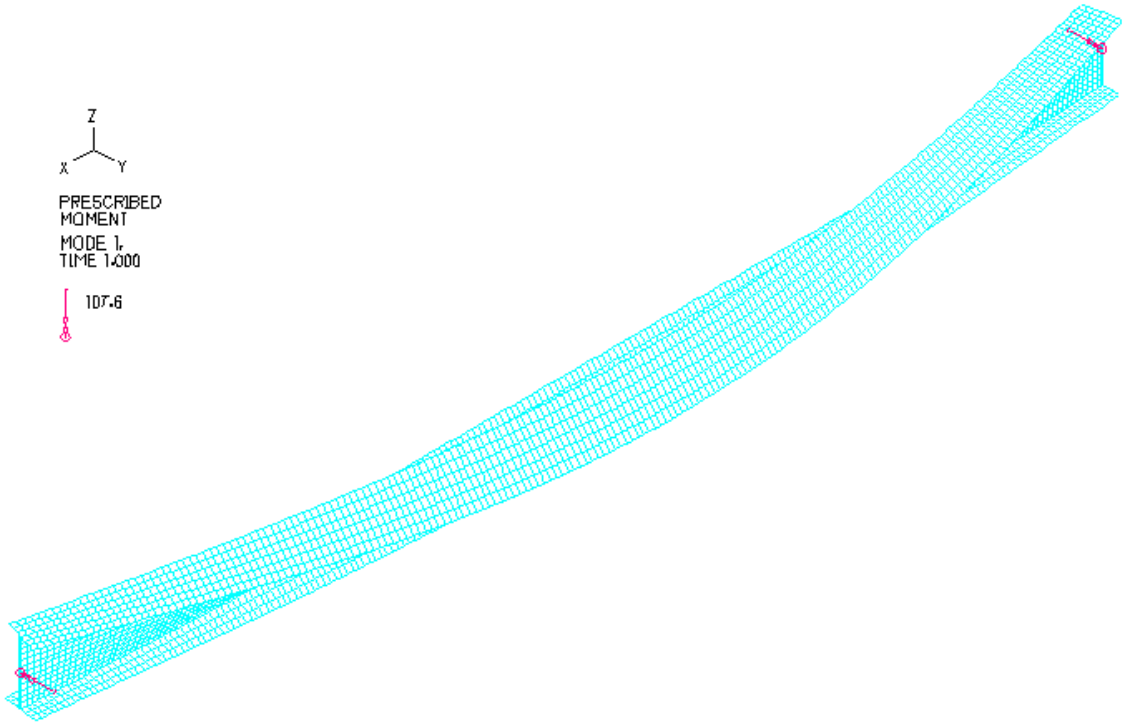


Εικόνα 5:1: Προσομοίωση δοκού με αρθρωτές στηρίξεις

Στην συνέχεια θα πραγματοποιηθούν για όλες της περιπτώσεις φόρτισης που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο οι αναλύσεις για προσδιορισμό του κρίσιμο φορτίου πλευρικού λυγισμού. Το κρίσιμο φορτίο με την σειρά του θα αποδώσουν την κρίσιμη ροπή για τον φορέα στις περιπτώσεις που η εξωτερική φόρτιση γίνεται με συγκεντρωμένα η κατανεμημένα φορτία και όχι με συγκεντρωμένη ροπή στην περιοχή των στηρίξεων. Αρχική φόρτιση γίνεται με την περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής την ροπής σε όλο το φορέα.

5.2.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού

Η περίπτωση αυτής της φόρτισης με την ολοκλήρωση της ανάλυση του φορέα δίνει την 1η ιδιομορφή της Εικόνα 5:2. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού (που είναι και η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη περίπτωση) είναι 107.6kN. Το αντίστοιχο φορτίο στην ισοστατική περίπτωση είναι 107.3kN αυτό δείχνει ότι η επιρροή είναι πολύ μικρή έως και μηδαμινή. Εκτός από το κρίσιμο φορτίο και η απόκριση του φορέα είναι η ίδια, με πάρα πολύ μικρές διαφορές ως προς της μετακινήσεις.



Εικόνα 5:2: 1η ιδιομορφή λυγισμού

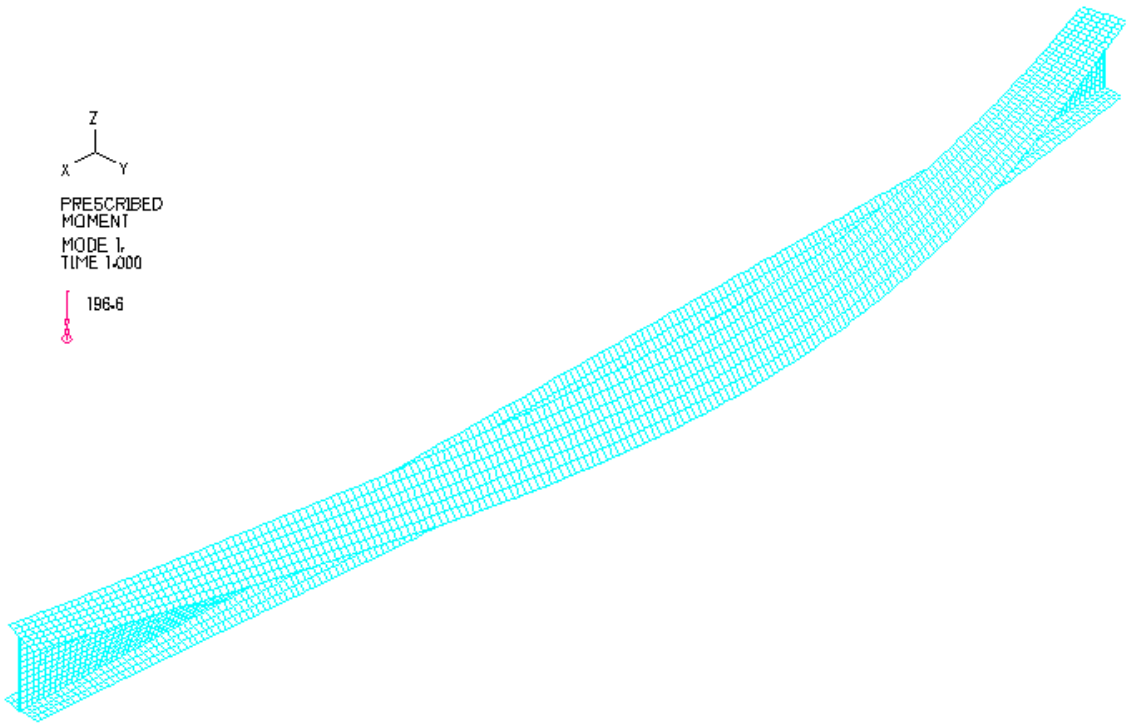
Η επιπλέον οριζόντια δέσμευση της οριζόντιας μετακίνησης δεν επηρέασε σχεδόν καθόλου τον πλευρικό λυγισμό της δοκούς. Το φορτίο αυξήθηκε για πολύ λίγο και η ποσοστιαία αύξηση είναι 0.3%. Το νούμερο αυτό είναι μικρότερο της μονάδας. Άρα αν για οποιοδήποτε λόγο είναι ευκολότερη η χρήση στήριξης που μπορεί να χαρακτηριστεί ως κύλιση ίσως για αυτή την περίπτωση να είναι προτιμότερη έναντι της άρθρωσης.

Φυσικά υπάρχουν περιπτώσεις όπου η χρήση άρθρωση είναι μονόδρομος, γιατί με την προηγούμενη περίπτωση υπάρχει κάποια σχετική μετακίνηση κατά τον οριζόντιο άξονα που μπορεί να μην είναι επιθυμητή.

5.2.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκού

Η φόρτιση που έχει ο φορέας σε αυτή την ανάλυση είναι με τη μία ροπή στο ένα άκρο, στο σημείο όπου βρίσκεται η στήριξη. Η επιλογή του άκρου είναι τυχαία αφού και στα δύο άκρα η στήριξη είναι η ίδια. Έτσι με το πέρα της ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυση στο πρόγραμμα ADINA ο φορέας λυγίζει σύμφωνα με την Εικόνα 5:3. Το φορτίο λυγισμού για την $1^{η}$ ιδιομορφή είναι 196.6kN, ενώ το αντίστοιχο στο προηγούμενο κεφάλαιο ήταν 196.3kN. Κατά περίεργο λόγο η διαφορά και σε αυτή την περίπτωση είναι 0.3kN όσο και στην προηγούμενη φόρτιση με δύο αντίθετες ροπές. Σε αυτή όμως την περίπτωση καθώς το φορτίο είναι μεγαλύτερο το ποσοστό αύξησης είναι 0.2%, ακόμη μικρότερο από όσο πιο πάνω.

Η μορφή αστοχίας και συγκεκριμένα ο πλευρικός λυγισμός είναι ίδιο, όπως ήταν και στην περίπτωση με των ισοστατικό τρόπο στήριξης. Η παραμόρφωση της $1^{ης}$ ιδιομορφής έχει την μέγιστη μετατόπιση σε ένα σημείο μεταξύ του κέντρου κατά μήκος της δοκούς και του άκρου όπου ασκείται η εξωτερική ροπή. Το 0.2% είναι ένα ασήμαντο ποσοστό αύξηση και έτσι μπορεί να ειπωθεί ότι η μετατροπή δεν έχει επιφέρει καμία αλλαγή. Στην συνέχεια ακολουθεί μια ακόμη φόρτιση με ροπές και η τελευταία από τα είδη που μελετούνται στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία για να παρουσιαστεί και σε αυτή η διαφορά που επιφέρει ο τρόπος στήριξης.

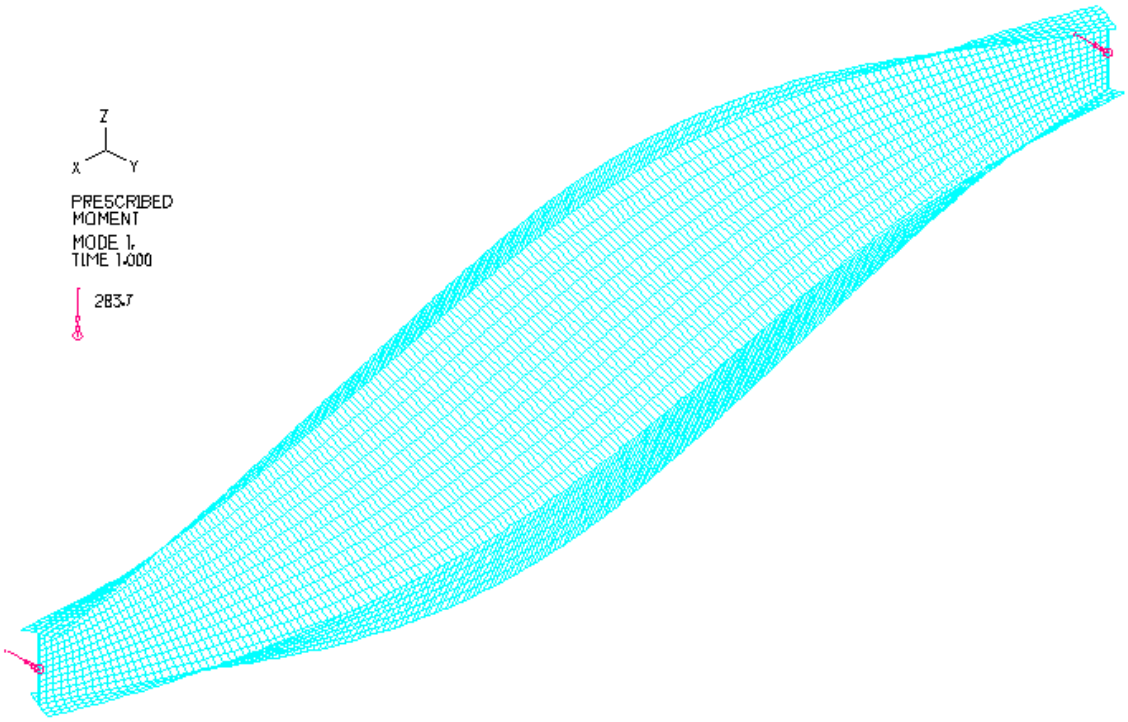


Εικόνα 5:3: $1^{η}$ ιδιομορφή λυγισμού

5.2.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού

Η τελευταία φόρτιση με ροπές, όπως και στις πιο πάνω περιπτώσεις το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι και η κρίσιμη ροπή για την δοκό. Οι δύο ροπές που ασκούνται έχουν την ίδια

φορά. Η περίπτωση αυτής της φόρτισης με την ολοκλήρωση της ανάλυση του φορέα δίνει την 1η ιδιομορφή της Εικόνα 5:4. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού που είναι και η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι 286.7kN. Το αντίστοιχο φορτίο στην ισοστατική περίπτωση είναι 286.6kN αυτό δείχνει ότι η επιρροή είναι μηδαμινή. Εκτός από το κρίσιμο φορτίο και η απόκριση του φορέα είναι η ίδια. Το ποσοστό αύξησης είναι 0.03%, σχεδόν μηδέν.



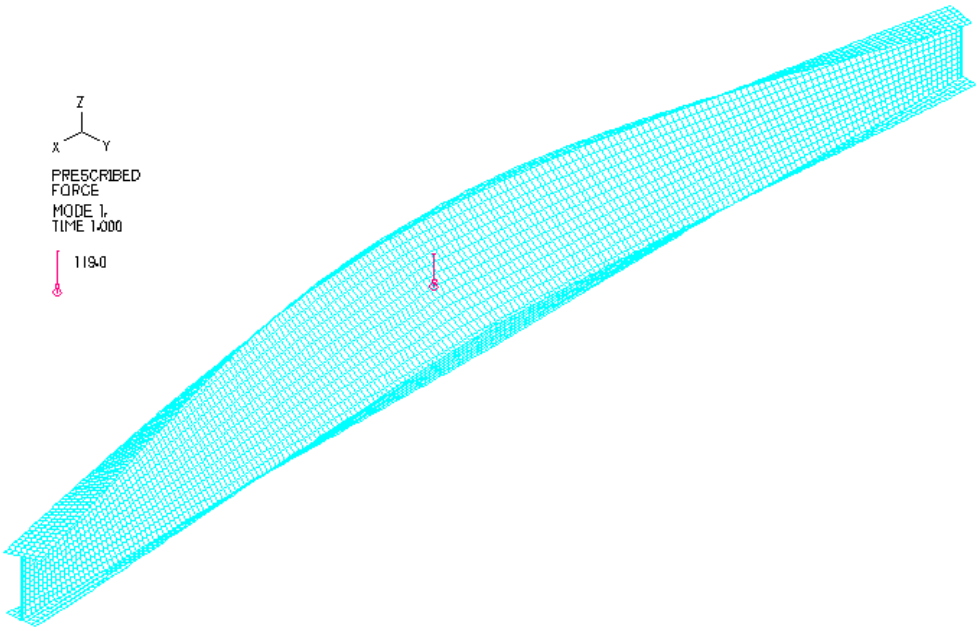
Εικόνα 5:4: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Δεν μπόρεσε η αλλαγή του τρόπου στήριξης με άρθρωση να επιφέρει κάποια αλλαγή, ο φορέας έχει την ίδια απόκριση ως προς της εξωτερικές ροπές. Η συγκεκριμένη τροποποίηση για την περίπτωση με της δύο όμοιες ροπές και με την απουσία αξονικού φορτίου είναι περιττή και ασήμαντη. Αυτή ήταν η τελευταία ανάλυση για φόρτιση με εξωτερικές ροπές, σειρά έχουν η φορτίσεις με εγκάρσιες δυνάμεις.

5.2.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς

Η πρώτη φόρτιση με συγκεντρωμένη δύναμη στο μέσο ακολουθεί τις φορτίσεις με ροπές. Σε αυτή την φόρτιση η κρίσιμη ροπή είναι ίση με το κρίσιμο φορτίο της δύναμης πολλαπλασιασμένο με το μήκος της δοκούς και διαιρεμένο με το 4. Έτσι με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης το πρόγραμμα ADINA, με την βοήθεια της Linearized Buckling, το κρίσιμο φορτίο είναι 119kN έτσι η κρίσιμη ροπή είναι 148.75kNm. Στην αντίστοιχη περίπτωση με κύλιση στην μία στήριξη το κρίσιμο φορτίο ήταν 114.7kN και η κρίσιμη ροπή για αυτή τη φόρτιση 143.4kNm.

Το ποσοστό αύξηση για την ανάλυση αυτή είναι περίπου 3.77% από την προηγούμενη του ισοστατικού φορέα. Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση της συγκεντρωμένης δύναμης είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά σε σχέση με πριν (Εικόνα 5:5). Αυτή η τροποποίηση δεν διαδραματίζει και κάποιο σημαντικό ρόλο γιατί όπως είναι γνωστό ο φορέα στην περίπτωση που ληφθεί ατέλεια θα λυγίσει σύμφωνα με την ατέλεια που θα δοθεί.

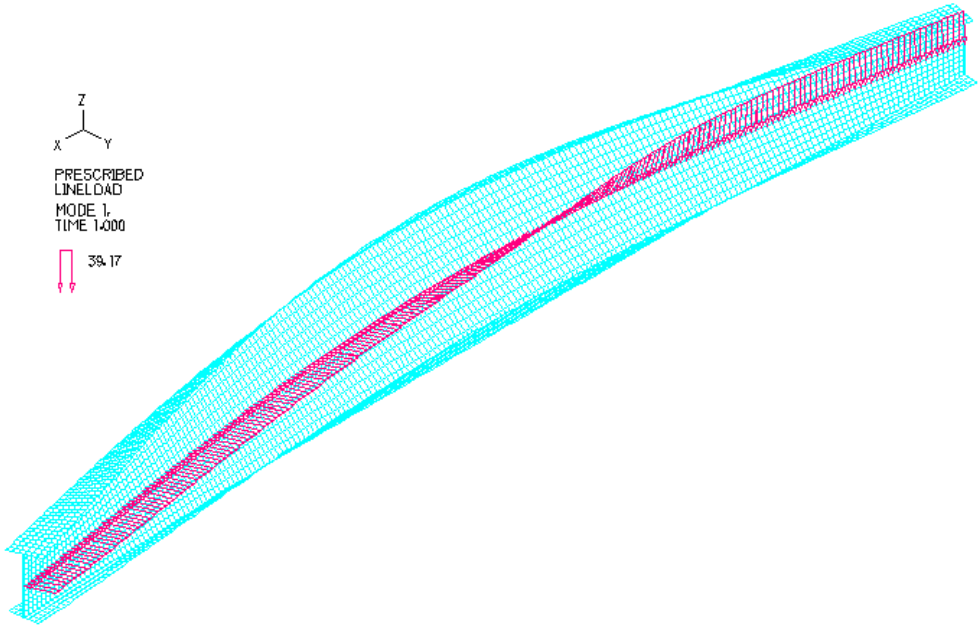


Εικόνα 5:5: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Η αύξηση της κρίσιμης ροπής αν και μικρή είναι σημαντική, γιατί σε ένα σχεδιασμό αυτή η διαφορά μπορεί να διαδραματίσει ρόλο στην αντοχή. Για παράδειγμα το 3.75% μπορεί να κρίνει μια διατομή αν είναι επαρκής ή να χαρακτηρίσει τον φορέα ασφαλή ή μη.

5.2.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς

Στην συνέχεια ακολουθεί η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος της δοκούς. Το εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο για να δώσει τη μέγιστη ροπή στο μέσο της δοκούς πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το τετράγωνο του μήκους της δοκούς και να διαιρεθεί με το 8. Μετά την εκτέλεση της ανάλυση η 1η ιδιομορφή έχει την μορφής της Εικόνα 5:6. Το κατανεμημένο φορτίο που αντιστοιχεί σε αυτή την ιδιομορφή είναι 39.17kN/m, ενώ το αντίστοιχο στην περίπτωση της κύλισης 38.81kN/m. Η αντίστοιχες κρίσιμες ροπές είναι 122.4kNm και 121.3kNm.



Εικόνα 5:6: 1η ιδιομορφή λυγισμού

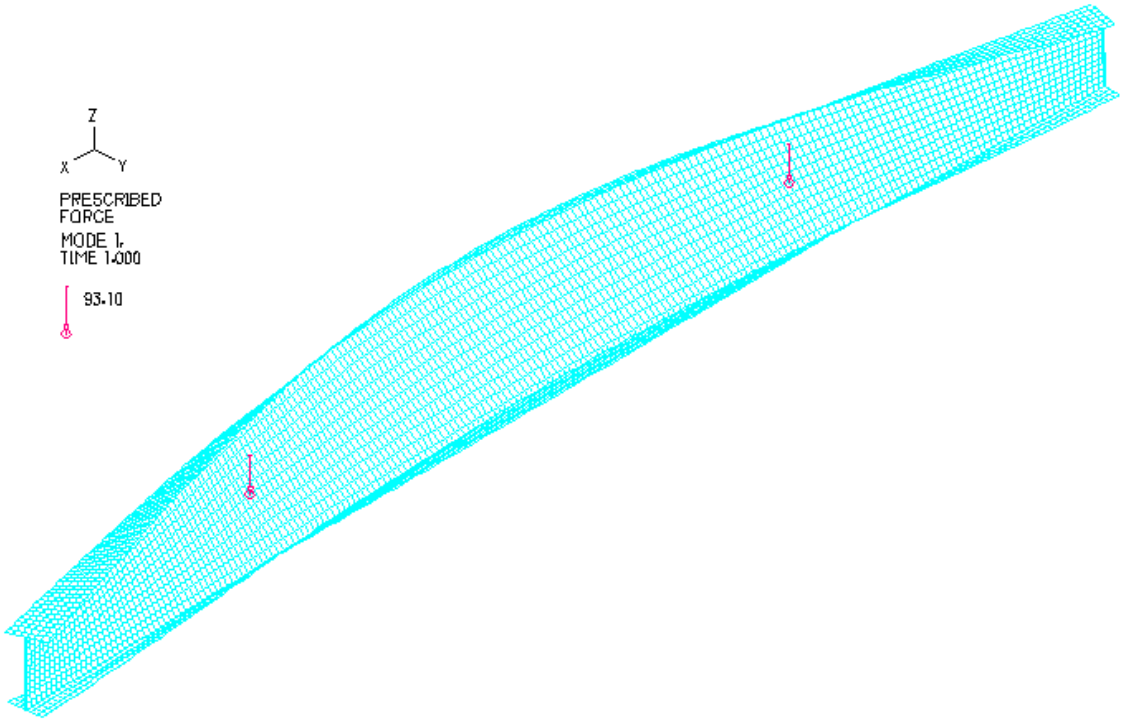
Το ποσοστό αύξησης είναι 0.9% αρκετά μικρό ώστε να θεωρηθεί η μεταβολή σημαντική. Αυτή η αύξηση είναι συνέχεια και με τις περιπτώσει με φορτίσεις με ροπές στα άκρα όπου και εκεί η μεταβολή ήταν πολύ μικρή. Ο τρόπος απόκρισης είναι ο ίδιο, όπως επίσης και οι μετακινήσεις είναι όμοιες μεταξύ τους ως προς το μέγεθος και την φορά. Άρα αν για οποιοδήποτε λόγο είναι ευκολότερη η χρήση στήριξης που μπορεί να χαρακτηριστεί ως κύλιση ίσως για αυτή την περίπτωση να είναι προτιμότερη έναντι της άρθρωσης που είναι ένα δύσκολος τρόπος στήριξης που μπορεί να σχεδιαστεί και να προσομοιωθεί.

5.2.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα

Σε αυτή την περίπτωση είναι η μοναδική που η κρίσιμη ροπή είναι τόσο κοντά στην ομοιόμορφή φόρτιση, καθώς τα αποτελέσματα που δίνουν οι δύο αυτές περιπτώσεις είναι πολύ κοντά. Την εξωτερική φόρτιση αυτή αποτελούν δύο εξωτερικά φορτία και σε αυτή την φόρτιση η κρίσιμη ροπή είναι ίση με το κρίσιμο φορτίο της δύναμης πολλαπλασιασμένο με το μήκος της δοκούς και διαιρεμένο με το 4.

Η περίπτωση αυτής της φόρτισης με την ολοκλήρωση της ανάλυση του φορέα δίνει την 1^{η} ιδιομορφή. Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση των δυνάμεων είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά σε σχέση με πριν (Εικόνα 5:7) Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 93.10kN και η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι 116.4kNm. Το αντίστοιχο φορτίο στην ισοστατική περίπτωση είναι 89.31kN και η αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 111.6kNm.

Εκτός από το κρίσιμο φορτίο που υπάρχει κάποια αξιοσημείωτη διαφορά, η απόκριση του φορέα είναι η ίδια. Το ποσοστό αύξησης είναι 4.3%, όπου είναι ένα αρκετά υπολογίσιμο ποσοστό. Μέχρι στιγμή αυτή η περίπτωση έχει το μεγαλύτερο ποσοστό επιρροής από την τροποποίηση της στήριξης σε άρθρωση από κύλιση. Έτσι μπορεί να χαρακτηριστεί ως επικερδής αυτή η τροποποίηση για την όλη απόκριση του φορέα ως προς το μέγεθος του κρίσιμου φορτίου.

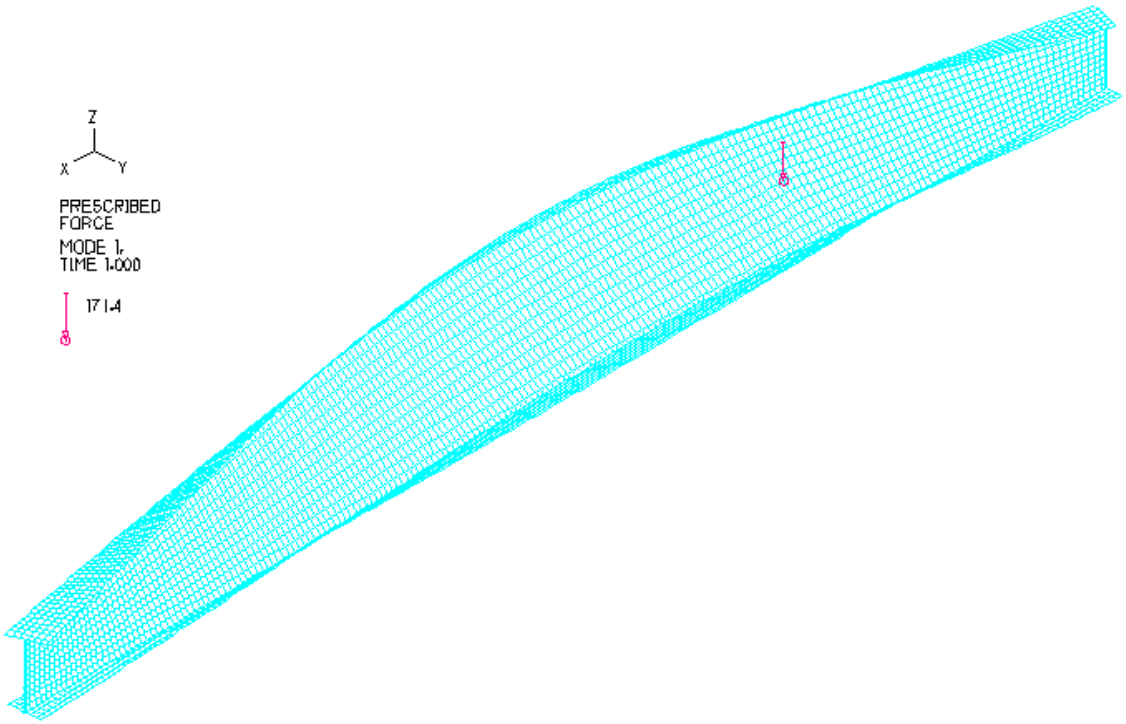


Εικόνα 5:7: 1^{η} ιδιομορφή λυγισμού

5.2.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο

Η τελευταία περίπτωση φόρτιση που διαφέρει από την προηγούμενη περίπτωση ως προς το ένα φορτίο. Σε αυτή την περίπτωση ασκείτε ένα μόνο φορτίο, ανεξάρτητα από το άκρο που θα επιλεγεί να τοποθετηθεί η δύναμη. Έτσι με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης το πρόγραμμα ADINA, με την βοήθεια της Linearized Buckling, το κρίσιμο φορτίο είναι 171.4kN έτσι η κρίσιμη ροπή είναι 160.7kNm. Στην αντίστοιχη περίπτωση με κύλιση στην μία στήριξη το κρίσιμο φορτίο ήταν 164.8kN και η κρίσιμη ροπή για αυτή την φόρτιση 154.5kNm. Το ποσοστό αύξηση για την ανάλυση αυτή είναι 4% από την προηγούμενη με κύλιση στην θέση των στηρίξεων.

Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση της συγκεντρωμένης δύναμης είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά σε σχέση με πριν (Εικόνα 5:8). Αυτή η τροποποίηση δεν διαδραματίζει και κάποιο σημαντικό ρόλο γιατί όπως είναι γνωστό ο φορέα στην περίπτωση που ληφθεί ατέλεια θα λυγίσει σύμφωνα με την ατέλεια που θα δοθεί.



Εικόνα 5:8: 1η ιδιομορφή λυγισμού

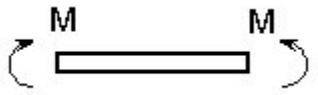
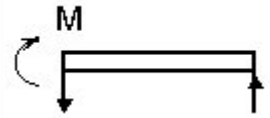
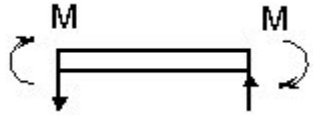
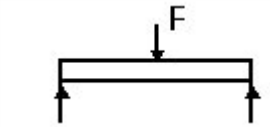
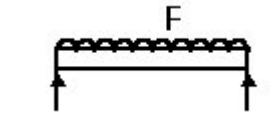
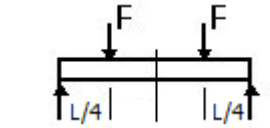
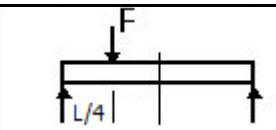
Η αύξηση της κρίσιμης ροπής αν και μικρή είναι σημαντική, γιατί σε ένα σχεδιασμό αυτή η διαφορά μπορεί να διαδραματίσει ρόλο στην αντοχή. Για παράδειγμα το 4% μπορεί να κρίνει μια διατομή αν είναι επαρκής ή να χαρακτηρίσει τον φορέα ασφαλή ή μη. Αφού σε αυτή την περίπτωση υπάρχει η δεύτερη πιο μεγάλη διαφορά ως προ την επιρροή του τρόπου στήριξης.

5.2.8 Βαθμός επιρροής τροποποίησης

Με το πέρα της ολοκλήρωση όλων των αναλύσεων μπορεί με βεβαιότητα να ειπωθεί ότι ο βαθμός επιρροής αυτού του τρόπου στήριξης είναι πολύ μικρός. Αυτό το δηλώνουν ξεκάθαρα τα ποσοστά όπου το πιο μεγάλο είναι το 4.2% στην περίπτωση με την φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία. Ο πιο κάτω πίνακας αποτυπώνει το ποσοστό απόκρισης που έχει επιφέρει η τροποποίηση της στήριξης. Για τόσο μικρή επιρροή αν στον φορέα δεν υπάρχει

ενδεχόμενο να φορτιστεί με κάποιο αξονικό φορτίο κατά την διάρκεια της ζωής του, ίσως ευκολύνει η στήριξη με μορφή κύλισης.

Πίνακας 5:1: Βαθμός επιρροής στήριξης

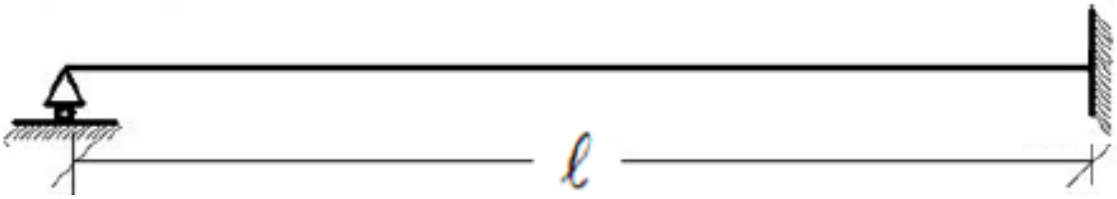
Μορφή φόρτισης δοκού	**Άρθρωση – Κύλιση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Άρθρωση – Άρθρωση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	107.3	107.6	0.28
	193.3	196.6	0.15
	286.6	286.7	0.03
	143.4	148.8	3.77
	121.3	122.4	0.91
	111.6	116.4	4.30
	154.5	160.7	4.01

Στην συνέχεια λαμβάνει χώρα η περίπτωση με όπου ο βαθμός υπερστατικότητας είναι και πάλι 1. Σε αυτήν την περίπτωση θα υπάρξει τροποποίηση όπου η μία από της δύο στηρίξει θα είναι πάκτωση και η άλλη κύλιση. Κατά πρώτης όψεως θα υπάρχει μεγαλύτερη επιρροή αφού δεσμεύεται η στροφή που διαδραματίζει σημαντικό ρόλο για των πλευρικό λυγισμό. Έτσι μένει να παρουσιαστεί ο βαθμός επιρροής σε τι μέγεθος φτάνει σε συνάρτηση με την ανάλυση του ισοστατικού φορέα.

5.3 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΚΥΛΙΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ

Στην περίπτωση αυτή η τροποποίηση που πραγματοποιείται είναι η εναλλαγή της άρθρωσης σε κύλιση και η εναλλαγή της κύλισης σε πάκτωση. Στην κύλιση δεν επιτρέπεται η στροφή περί των διαμήκη άξονα της δοκού αλλά είναι ελεύθερη περί τους δύο άλλους κύριους άξονες. Αυτός ο τρόπος στήριξης προσομοιώθηκε και στο πρόγραμμα ADINA. Ο βαθμός υπερστατικότητας και σε αυτήν την περίπτωση είναι μόνο η δέσμευση της μία κατακόρυφης μετακίνησης. Κατά ένα μέρος και η δέσμευση της διαμήκης στροφής της κύλισης θεωρείται

υπερστατικότητα για το σύστημα, αλλά παραλείπεται, γιατί είναι πολύ δύσκολα στην πραγματικότητα να υπάρξει κόμβος που να μπορεί τελείως να προσομοιωθεί με κύλιση. Έτσι μετά την τροποποίησης της στήριξης ο φορέας έχει την μορφή της πιο κάτω Εικόνα 5:9.

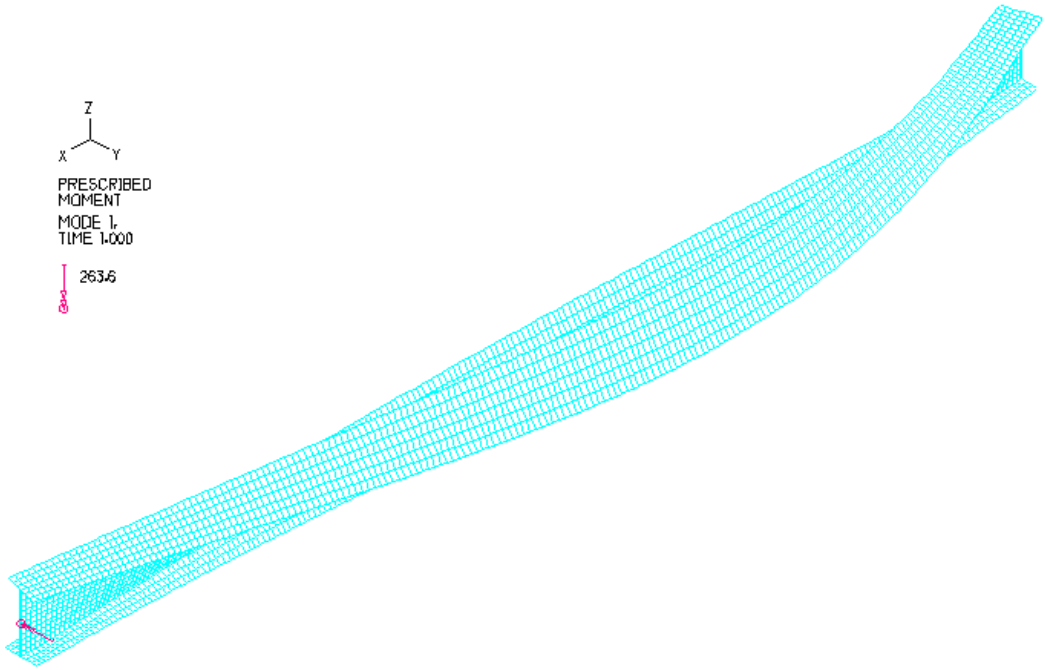


Εικόνα 5:9: Προσομοίωση δοκού με κύλιση – άρθρωση

Η πάκτωση είναι η στήριξη που έχει όλες της ελευθερίες δεσμευμένες. Δηλαδή δεν επιτρέπει την μετακίνηση ούτε την στροφή σε όλες της κατεύθυνσης. Η αλλαγή στον τρόπο στήριξης έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην έχει την θέση της πάκτωσης η φόρτιση με την μία ροπή γιατί σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει φόρτιση στην δοκό, αφού η στροφή στην πάκτωση είναι δεσμευμένη. Στην συνέχεια θα πραγματοποιηθούν για όλες της περιπτώσεις φόρτισης που αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο οι αναλύσεις για προσδιορισμό του κρίσιμο φορτίου πλευρικού λυγισμού. Η πρώτη περίπτωση είναι αυτή με την δύο δυνάμεις που έχουν αντίθετη φορά και ασκούνται στα δύο άκρα της δοκούς.

5.3.1 Φόρτιση με αντίθετες ροπές στα άκρα της δοκού

Μετά την πιο πάνω τροποποίηση και την εκτέλεση της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία από το πρόγραμμα ADINA η απόκριση του φορέα είναι η είναι σύμφωνα με την Εικόνα 5:10. Η 1^{η} ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 263.6kNm. Η ροπή αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη περίπτωση όπου η στήριξη ήταν ισοστατική.



Εικόνα 5:10: 1^{η} ιδιομορφή λυγισμού

Το ποσοστό αύξησης είναι 145.7% από την περίπτωση όπου οι στηρίξει ήταν άρθρωση και κύλιση. Ο βαθμός υπερστατικότητας έχει δώσει πολύ μεγαλύτερο ασκούμενο φορτίο στην

δοκό και συνάμα πολύ μεγαλύτερη ροπή αντοχής. Ως προ τρόπο απόκρισης του φορέα στην 1η ιδιομορφή, ο φορέας αν και στο σχήμα φαίνεται ότι έχει μεγαλύτερες πλευρικές μετακινήσεις στην πραγματικότητα οι μετακινήσεις είναι πιο μικρές. Η διαφορές είναι στην τάξη της μονάδας για την μεγίστη μετατόπιση από πιο πάνω. Ακόμη μια διαφορά είναι και ότι ο τρόπο που λυγίζει πλευρικά δεν είναι συμμετρικός αλλά η μέγιστη μετακίνηση είναι πιο κοντά στο άκρο με την κύλιση.

Στην περιοχή του άκρου όπου υπάρχει η πάκτωση η στροφή είναι περιορισμένη και μικρότερη μιας και η στροφή που ασκείται δεν μπορεί να επηρεάσει την δοκό. Ο φορέα μπορεί να προσομοιωθεί και με μια ροπή στο ένα άκρο που βρίσκεται η κύλιση.

5.3.2 Φόρτιση με μία ροπή στο άκρο της δοκού

Η φόρτιση όπως έχει επεξηγηθεί στην προηγούμενη περίπτωση είναι η ίδια. Η 1η ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 263.6kNm. Όταν ο φορέας είναι ισοστατικός με μια άρθρωση και μία κύλιση τότε το κρίσιμο φορτίο είναι 196.3kNm.

Η απόκριση του φορέα (Εικόνα 5:10) είναι περίπου η ίδια με την μέγιστη μετατόπιση να βρίσκεται σε κάποιο σημείο κατά μήκος της δοκού πιο κοντά στο άκρο που ασκείται η ροπή. Οι μετακινήσεις είναι και εδώ μικρότερες μια και η πάκτωση εμποδίζει το φορέα να λυγίσει πλευρικά. Το ποσοστό αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι 34.3%, ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό, αλλά όχι τόσο μεγάλο όπως στην περίπτωση με δύο ροπές.

5.3.3 Φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα της δοκού

Η τελευταία από της περιπτώσεις με ασκούμενη ροπή είναι η περίπτωση με δύο ίδιες ροπές στα δύο άκρα. Οι δύο ροπές που ασκούνται έχουν την ίδια φορά. Η περίπτωση αυτής της φόρτισης με την ολοκλήρωση της ανάλυση του φορέα δίνει την 1η ιδιομορφή της Εικόνα 5:10. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού που είναι και η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι 263.6kN. Το αντίστοιχο φορτίο στην ισοστατική περίπτωση είναι 286.6kN αυτό δείχνει ότι η επιρροή είναι αρνητική. Είναι η μικρότερη ροπή αντοχής που έχει ο φορέας και στις τρεις περιπτώσεις στήριξης που αναλύθηκαν μέχρι στιγμής. Το ποσοστό μείωσης είναι 8.03% και είναι ένα πολύ αξιοσημείωτο μέγεθος.

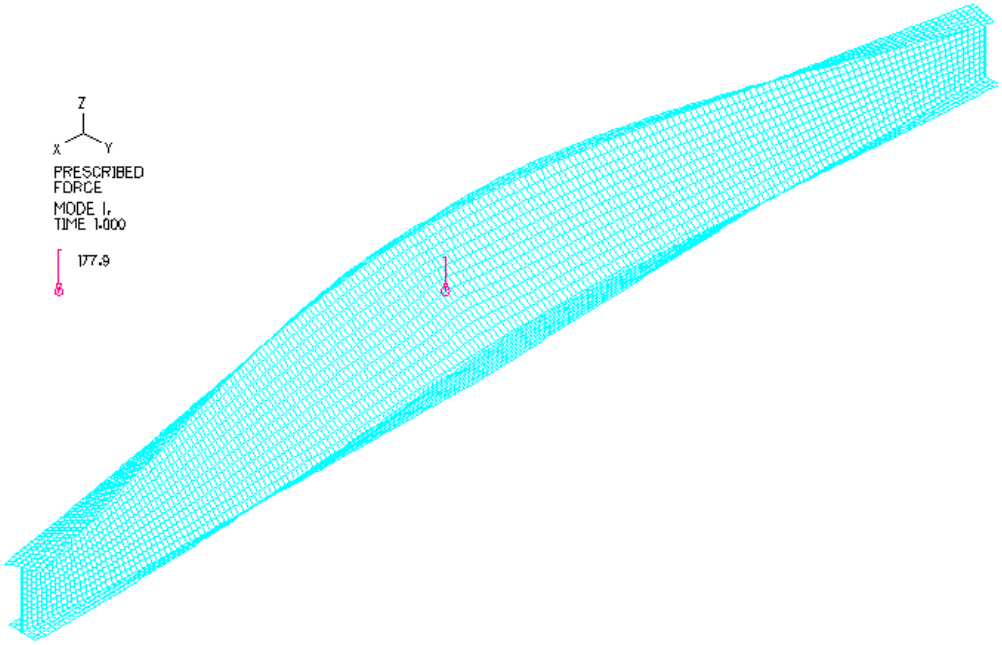
Δεν μπόρεσε η αλλαγή του τρόπου στήριξης με πάκτωση να επιφέρει θετική αλλαγή, ο φορέας συμπεριφέρεται τελείως διαφορετικά. Αυτή η μείωση πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τον σχεδιασμό, γιατί αυτή η περίπτωση είναι επιζήμια για το φορέα. Επιπλέον στην περίπτωση που σχεδιάζεται ένας φορέας για διάφορες φορτίσεις ενδέχεται από την τροποποίηση της στήριξης σε κάποια περίπτωση να έχεις αρνητικά αντί θετικά αποτελέσματα.

5.3.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς

Η περίπτωση αυτής της φόρτισης με την ολοκλήρωση της ανάλυση του φορέα δίνει την 1η ιδιομορφή. Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση των δυνάμεων είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά σε σχέση με πριν (Εικόνα 5:11) Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 177.9kN και η κρίσιμη ροπή για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι 222.4kNm. Το αντίστοιχο φορτίο στην ισοστατική περίπτωση είναι 114.7kN και η αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 143.4kNm. Εκτός από το κρίσιμο φορτίο που υπάρχει αξιοσημείωτη διαφορά, η απόκριση του φορέα είναι η ίδια. Το ποσοστό αύξησης είναι 55.1%, όπου είναι ένα αρκετά υπολογίσιμο ποσοστό.

Μέχρι στιγμή αυτή η περίπτωση έχει ένα μεγάλο ποσοστό επιρροής από την τροποποίηση των στηρίξεων. Έτσι μπορεί να χαρακτηριστεί ως επικερδής αυτή η τροποποίηση για την όλη

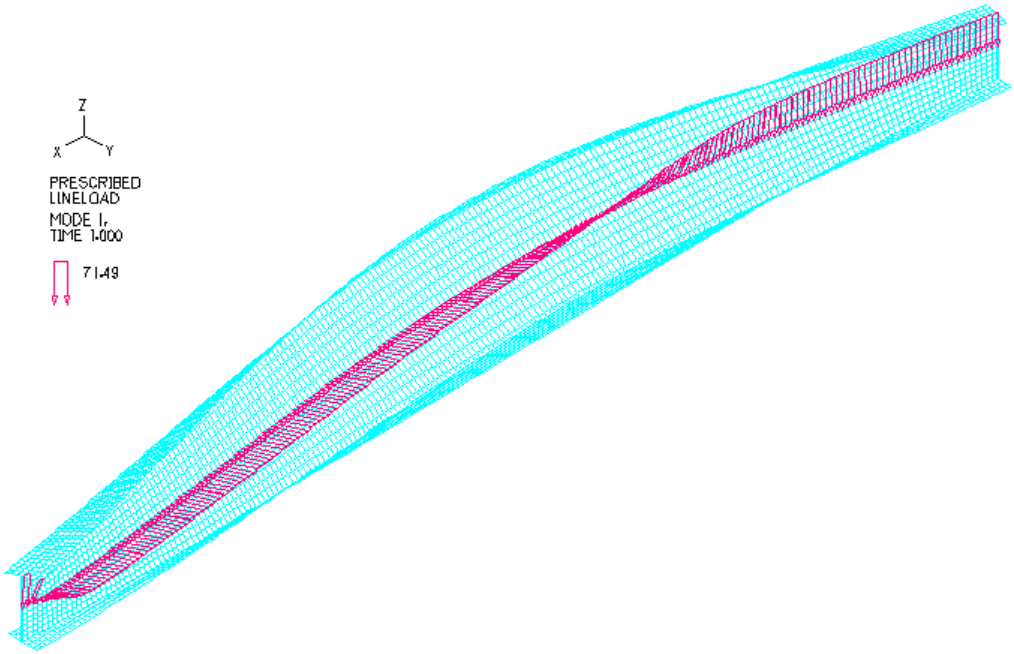
απόκριση του φορέα ως προς το μέγεθος του κρίσιμου φορτίου. Οι μετακινήσεις έχουν πολύ μικρές διαφορές.



Εικόνα 5:11: 1η ιδιομορφή λυγισμού

5.3.5 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς

Το κρίσιμο φορτίο που έχει η γραμμική ανάλυση λυγισμού για αυτή την μορφή φόρτισης είναι 71.49kN/m, ενώ η αντίστοιχη για την ισοστατική μορφή στήριξης είναι 38.81kN/m. Το ποσοστό αύξησης είναι 84.2%. Οι αντίστοιχες κρίσιμες ροπές για αυτά τα δύο φορτία είναι 223.4kNm και 121.28kNm. Η πρώτη ιδιομορφή και στις δύο αναλύσεις έχει την ίδια μορφή με ελάχιστες διαφορές ως προς το μέτρο των μετατοπίσεων.



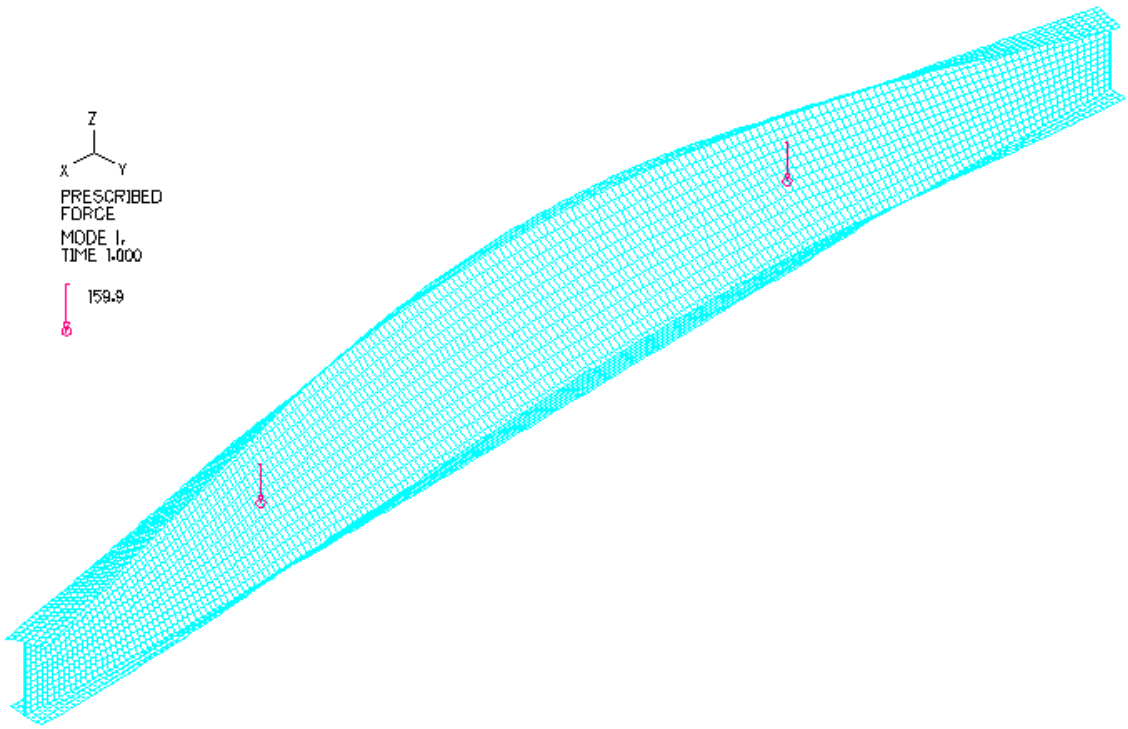
Εικόνα 5:12: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 5:12, ο φορέας λυγίζει πλευρικά με μέγιστη μετακίνηση στο άνω πέλμα και σε σημείο πιο κοντά ως προς την στήριξη που προσομοιώθηκε η κύλιση. Στο σημείο κοντά στην πάκτωση, λόγω της δεσμευμένης της στροφής, ο φορέας έχει μικρότερες μετακινήσεις αλλά μεγαλύτερη εσωτερική φόρτιση (αντίσταση). Η επιρροή του τρόπου στήριξης είναι πολύ μεγάλη και φανερώνεται μέσα από την τροποποίηση του κρίσιμου φορτίου.

5.3.6 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα

Στην φόρτιση με τις δύο δυνάμεις, ο φορέας έχει την ίδια απόκριση όπως και με τον τρόπο στήριξης με άρθρωση και κύλιση. Η 1η ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 159.9kN. Όταν ο φορέας είναι ισοστατικός, τότε το κρίσιμο φορτίο είναι 89.31kN. Οι αντίστοιχες τιμές των κρίσιμων ροπών είναι 199.9kNm και 111.6KNm.

Η απόκριση του φορέα (Εικόνα 5:13) είναι περίπου η ίδια με την μέγιστη μετατόπιση να βρίσκεται σε κάποιο σημείο κατά μήκος της δοκού πιο κοντά στο άκρο που ασκείται η ροπή. Οι μετακινήσεις είναι και εδώ μικρότερες μια και η πάκτωση εμποδίζει το φορέα να λυγίσει πλευρικά. Το ποσοστό αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι 79%, ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό, όπως και στις άλλες περιπτώσεις.

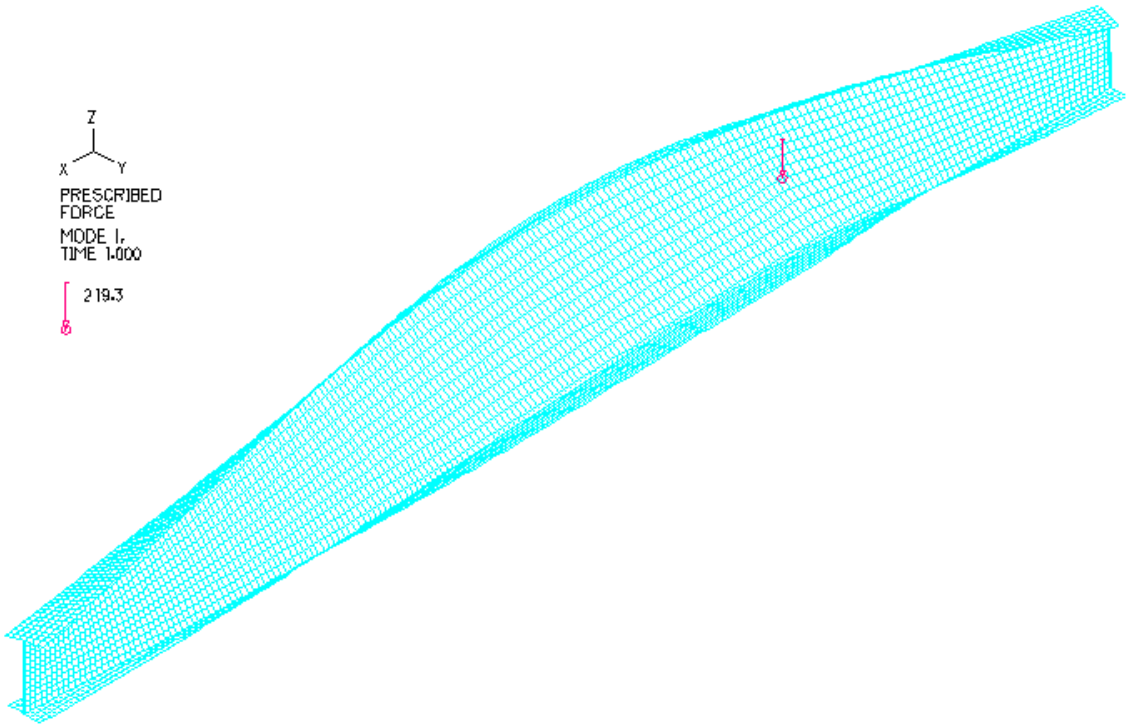


Εικόνα 5:13: 1η ιδιομορφή λυγισμού

5.3.7 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο

Σε αυτή την περίπτωση ασκείτε ένα μόνο φορτίο στο ¼ της δοκού από το άκρο όπου είναι η κύλιση. Έτσι με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης το πρόγραμμα ADINA, με την βοήθεια της Linearized Buckling το κρίσιμο φορτίο είναι 219.3kN, έτσι η κρίσιμη ροπή είναι 205.56kNm. Στην αντίστοιχη περίπτωση με άρθρωση στην μία στήριξη το κρίσιμο φορτίο ήταν 164.8kN και η κρίσιμη ροπή για αυτή την φόρτιση 154.5kNm. Το ποσοστό αύξηση για την ανάλυση αυτή είναι 33.1% από την προηγούμενη με κύλιση στην θέση των στηρίξεων.

Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση της συγκεντρωμένης δύναμης είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά σε σχέση με πριν (Εικόνα 5:14). Αυτή η τροποποίηση δεν διαδραματίζει κάποιο σημαντικό ρόλο γιατί όπως είναι γνωστό ο φορέα στην περίπτωση που ληφθεί ατέλεια θα λυγίσει σύμφωνα με την ατέλεια που θα δοθεί. Η αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι σημαντική, γιατί σε ένα σχεδιασμό αυτή η διαφορά μπορεί να διαδραματίσει ρόλο στην αντοχή.



Εικόνα 5:14: 1η ιδιομορφή λυγισμού

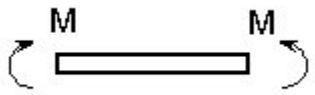
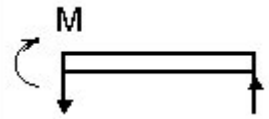
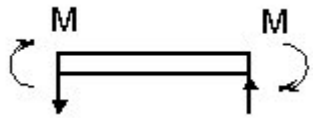
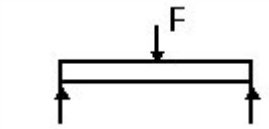
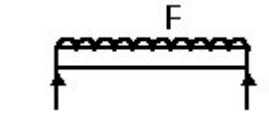
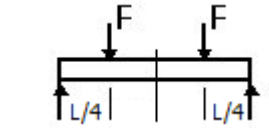
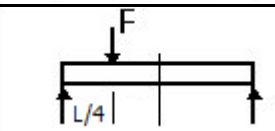
5.3.8 Βαθμός επιρροής τροποποίησης

Με την ολοκλήρωση όλων των διαφόρων μορφών φόρτισης μπορεί ξεκάθαρα να διατυπωθεί ότι ο βαθμός επιρροής είναι πολύ μεγάλος. Η επιρροή στις πλείστες περιπτώσεις διαδραματίζει θετικό ορόσημο, ενώ σε μία εκ των περιπτώσεων έχει αρνητικό συντελεστή. Ο Πίνακας 5:2 που ακολουθεί παρουσιάζει τα ποσοστά μεταβολής των κρίσιμων ροπών μεταξύ του τρόπου στήριξης με άρθρωση και κύλιση και του τρόπου στήριξης με πάκτωση και κύλιση.

Τα ποσοστά επιρροή που έχει η τροποποίηση του τρόπου στήριξης είναι πολύ μεγάλα. Στην ομοιόμορφη φόρτιση το ποσοστό επιρροής έχει την μέγιστη τιμή και φτάνει σχεδόν το 150%. Γενικά σε όλες τι περιπτώσει οι τιμές φτάνουν μεγαλύτερες από 50% κάτι που δείχνει ότι η επιρροή είναι τεράστια. Ιδιαίτερη προσοχή χρήζει η περίπτωση των δύο ροπών με ίδια φορά στα άκρα της δοκού, γιατί εκεί υπάρχει μείωση με ποσοστό 8%. Το ποσοστό αυτό είναι σημαντικό γιατί μπορεί να θέσει ένα σχεδιασμό ασταθή. Η τροποποίηση δεν επέφερα τα επιθυμητά αποτελέσματα σε αυτή την μορφή φόρτισης και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τον σχεδιασμό.

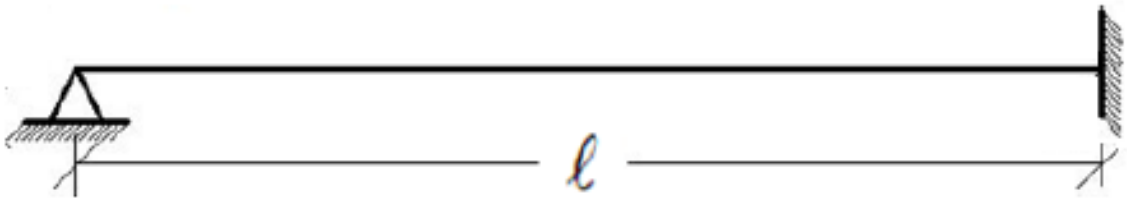
Αφού αναλύθηκε και η δεύτερη περίπτωση με ένα βαθμό υπερστατικότητας για το σύστημα, ακολουθεί η περίπτωση για δύο βαθμούς υπερστατικότητας. Η περίπτωση αυτή είναι για τρόπο στήριξης με άρθρωση και πάκτωση. Θα παρουσιαστεί και σε αυτή την περίπτωση ο βαθμός επιρροής του τρόπου στήριξης και στην συνέχεια θα γίνει μια λεπτομερής παρουσίαση σε συνάρτηση με όλες τις περιπτώσεις στήριξης που θα αναλυθούν.

Πίνακας 5:2: Βαθμός επιρροής στήριξης

Μορφή φόρτισης δοκού	**Άρθρωση – Κύλιση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Κύλιση – Πάκτωση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	107.3	263.6	145.67
	193.3	263.6	34.28
	286.6	263.6	-8.03
	143.4	222.4	55.09
	121.3	223.4	84.17
	111.6	199.9	79.12
	154.5	205.6	33.07

5.4 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΑΡΘΡΩΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ

Η αλλαγή που πραγματοποιήθηκε είναι η τροποποίηση της κύλισης με πάκτωση. Όπως και στον ισοστατικό φορέα, η θέση της άρθρωσης παραμένει η ίδια για την διεξαγωγή καλύτερων συμπερασμάτων ανάμεσα των διαφόρων περιπτώσεων στήριξης (Εικόνα 5:15). Σε αυτή την περίπτωση, ο βαθμός υπερστατικότητας είναι 2. Ο λόγος είναι ότι υπάρχει μια δέσμευση στην μετακίνηση τόσο κατακόρυφα όσο και οριζόντια που είναι περιττές.



Εικόνα 5:15: Προσομοίωση δοκού με άρθρωση – πάκτωση

Καθώς στην προηγούμενη περίπτωση υπήρχε θετική ανταπόκριση για το φορέα είναι λογικό το αποτέλεσμα σε αυτή την περίπτωση να είναι ανάλογο ή ακόμη και πολύ καλύτερο και με

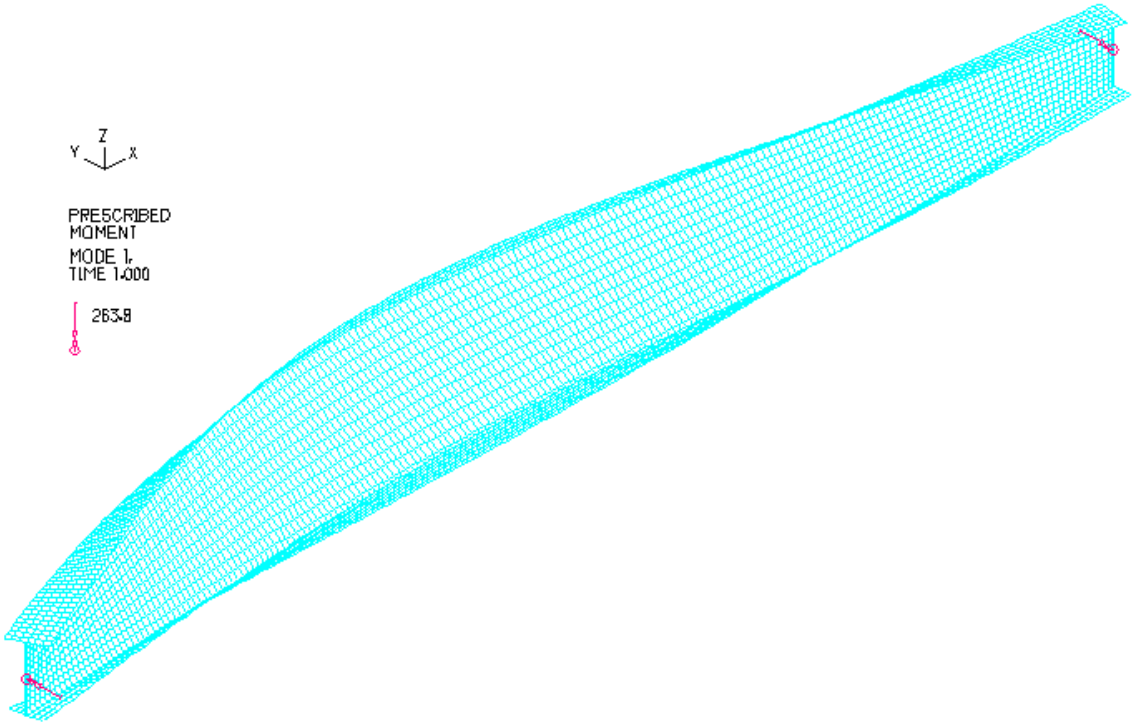
μεγαλύτερα ποσοστά αύξησης του κρίσιμου φορτίου. Η πρώτη περίπτωση που θα παρουσιαστεί είναι η φόρτιση με ροπές στα άκρα της δοκού.

5.4.1 Φόρτιση με διάφορες περιπτώσεις ροπών στα άκρα

Η φόρτιση με δύο ανάποδες ροπές στα άκρα της δοκού, με μία ροπή στο ένα άκρο και με δύο όμοιες ροπές στην περίπτωση όπου ο φορέας έχει την μία εκ των δύο στηρίξεων πακτωμένη αποτελεί την ίδια περίπτωση. Ο λόγος είναι ότι για οποιοδήποτε φορτίο που ασκείται στο σημείο που βρίσκεται η πάκτωση, αυτόματα το φορτίο μηδενίζεται για την δοκό.

Η 1η ιδιομορφή έχει ως κρίσιμη ροπή 263.8kNm. Στην περίπτωση όπου αντί η άρθρωση υπήρχε κύλιση, η αντίστοιχα κρίσιμη ροπή ήταν 263.6kNm. Η συνεισφορά της άρθρωσης σε σχέση με την κύλιση είναι απειροελάχιστη. Όταν όμως ο φορέας είναι ισοστατικός υπάρχει και εδώ μεγάλη επιρροή καθώς τα ποσοστά αύξησης είναι και πολύ μεγάλα, δηλαδή 145.9% για την φόρτιση με δύο ροπές και 34.4% για την φόρτιση με μία ροπή. Στην φόρτιση όπου οι ροπές είναι οι ίδιες υπάρχει μείωση με ποσοστό 8%. Άρα, η τροποποίηση εκτός του ότι δεν έχει επιφέρει κάποιο όφελος στο φορέα, αντιθέτως έχει μειώσει το κρίσιμο φορτίο και μπορεί να επιφέρει προβλήματα ανεπάρκειας της διατομής και έτσι πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή κατά τον σχεδιασμό.

Ως προ τρόπο απόκρισης του φορέα στην 1η ιδιομορφή (Εικόνα 5:16), ο φορέας αν και στο σχήμα φαίνεται ότι έχει μεγαλύτερες πλευρικές μετακινήσεις στην πραγματικότητα οι μετακινήσεις είναι πιο μικρές. Η διαφορά της μέγιστης μετατόπισης είναι στης τάξη της μονάδας πιο μικρή από όταν το σύστημα είναι ισοστατικό. Ακόμη μια διαφορά είναι και ότι ο τρόπο που λυγίζει πλευρικά δεν είναι συμμετρικός αλλά η μέγιστη μετακίνηση είναι πιο κοντά στο άκρο με την άρθρωση και για τις τρεις περιπτώσεις. Στην περιοχή του άκρου όπου υπάρχει η πάκτωση η στροφή είναι περιορισμένη και μικρότερη μιας και η στροφή που ασκείται δεν μπορεί να επηρεάσει την δοκό.



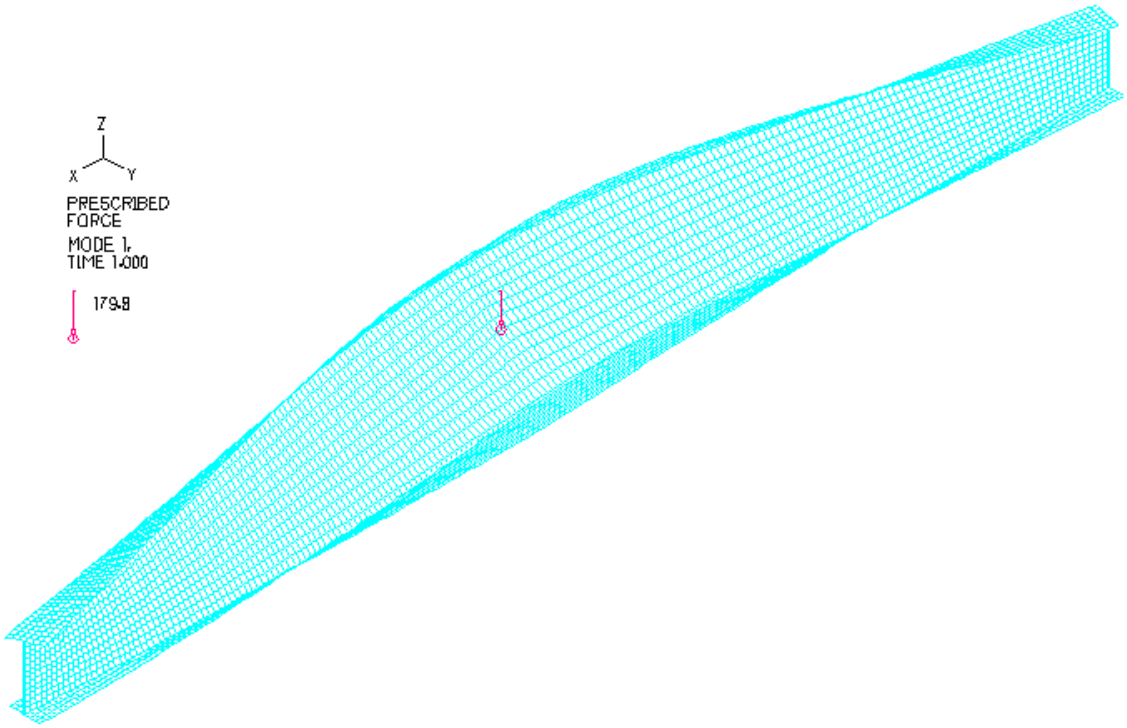
Εικόνα 5:16: 1η ιδιομορφή λυγισμού

5.4.2 Φόρτιση με συγκεντρωμένα ή κατανεμημένα φορτία

Οι διάφορες μορφές φόρτισης με δυνάμεις που αναλύθηκαν στις πιο πάνω μορφές στήριξης είναι οι ίδιες και σε αυτή την μορφή με άρθρωση και πάκτωση. Δεν θα γίνει αναλυτική αναφορά και για τις τέσσερις μορφές φόρτιση και ο λόγος είναι ότι ο φορέας έχει περίπου την ίδια συμπεριφορά με την προηγούμενη μορφή στήριξης με κύλιση (άρθρωση σε αυτή την περίπτωση) και πάκτωση.

Για την φόρτιση με ένα σημειακό σημείο το κρίσιμο φορτίο είναι 179.8kN (κρίσιμη ροπή 224.75kNm), η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο έχει κρίσιμο φορτίο 71.728kN/m (κρίσιμη ροπή 224.13kNm), η φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία έχει ως κρίσιμο φορτίο 161.9kN (κρίσιμη ροπή 202.38kNm) και τέλος στην φόρτιση με ένα συγκεντρωμένο φορτίο στο ¼ του μήκος της δοκούς έχει ως κρίσιμο φορτίο 222.5kN (κρίσιμη ροπή 208.59kNm). Όπως παρατηρείτε τα φορτία είναι πολύ κοντά μεταξύ τους όπως επίσης και τα ποσοστά επιρροής του τρόπου στήριξης. Τα ποσοστά αυτά είναι αντίστοιχα 56.8%, 84.8%, 81.3% και 35%.

Ο τρόπος απόκρισης (Εικόνα 5:11Εικόνα 5:12Εικόνα 5:13Εικόνα 5:14 και Εικόνα 5:17) είναι ο ίδιος όπως και προηγουμένως και αυτό αποδεικνύεται και από τα ποσοστά αύξησης που είναι περίπου τα ίδια. Με το πέρας και αυτών των αναλύσεων, ακολουθεί μια συγκεντρωτική περιγραφή των περιπτώσεων όπου ο βαθμός υπερστατικότητας είναι 2.



Εικόνα 5:17: 1η ιδιομορφή λυγισμού για συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο

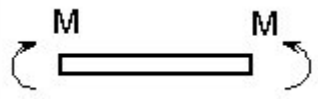
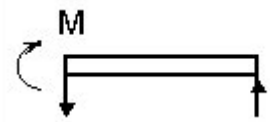
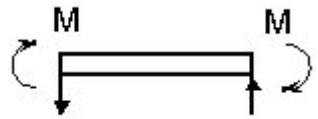
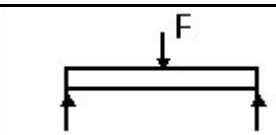
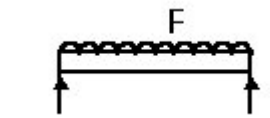
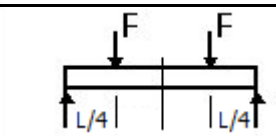
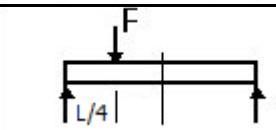
5.4.3 Βαθμός επιρροής τροποποίησης

Με το πέρα της ολοκλήρωση όλων των αναλύσεων μπορεί με βεβαιότητα να ειπωθεί ότι ο βαθμός επιρροής αυτού του τρόπου στήριξης είναι πολύ μεγάλος σε σχέση με το αρχικό ισοστατικό σύστημα. Αυτό το δηλώνουν ξεκάθαρα τα ποσοστά όπου το πιο μικρό είναι το 8% στην περίπτωση με την φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στα άκρα. Ο πιο κάτω Πίνακας 5:3 αποτυπώνει το ποσοστό απόκρισης που έχει επιφέρει η τροποποίηση της στήριξης. Σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση όπου ο βαθμός υπερστατικότητας ήταν 1 και υπήρχε κύλιση

στο ένα άκρο αντί άρθρωση η διαφορές είναι πολύ μικρές. Στην συνέχεια λαμβάνει χώρα η περίπτωση με όπου ο βαθμός υπερστατικότητας είναι 3.

Σε αυτήν την περίπτωση η τροποποίηση είναι να προσομοιωθούν και οι δύο στηρίξεις της δοκού με πακτώσεις. Κατά πρώτης όψεως θα υπάρχει μεγαλύτερη επιρροή αφού δεσμεύεται και για τα δύο άκρα του φορέα η στροφή που διαδραματίζει σημαντικό ρόλο για των πλευρικό λυγισμό. Έτσι μένει να παρουσιαστεί ο βαθμός επιρροής σε τι μέγεθος φτάνει σε σχέση με την ανάλυση του ισοστατικού φορέα ή και με τους υπόλοιπους τρόπους στήριξης της δοκού.

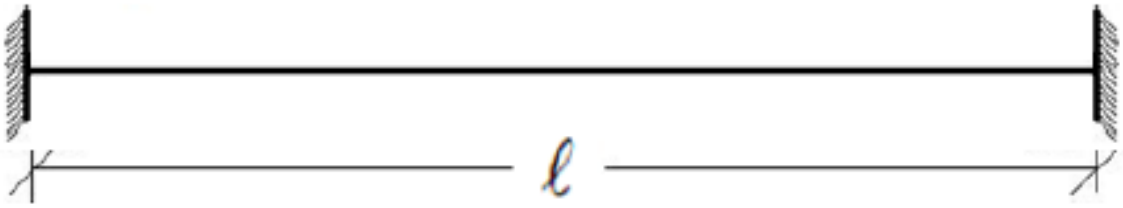
Πίνακας 5:3: Βαθμός επιρροής στήριξης

Μορφή φόρτισης δοκού	**Άρθρωση – Κύλιση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Κύλιση – Πάκτωση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	107.3	263.8	145.85
	193.3	263.8	34.39
	286.6	263.8	-7.96
	143.4	224.8	56.76
	121.3	224.1	84.75
	111.6	202.4	81.36
	154.5	208.6	35.02

5.5 ΣΤΗΡΙΞΗ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΠΑΚΤΩΣΗ – ΠΑΚΤΩΣΗ

Ο βαθμός υπερστατικότητας είναι 3, σύμφωνα και με την Εικόνα 5:18 που ακολουθεί. Αυτό αποδεικνύει ότι η μία στήριξη είναι περιττή. Έτσι, οι δύο μετακινήσεις και η μία στροφή που αποτελούν τους τρείς βαθμούς υπερστατικότητας δεν χρειάζονται. Σε αυτή την μορφή στήριξης θα γίνει ανάλυση μόνο για τις περιπτώσεις των συγκεντρωμένων ή κατανεμημένων δυνάμεων καθώς η φόρτιση με ροπές δεν επιφέρει καμία τροποποίηση στο φορέα. Όλο το φορτίο της ροπής παραλαμβάνεται από τις δύο στηρίξεις.

Όπως παρατηρήθηκε στις περιπτώσεις όπου χρησιμοποιήθηκε η μία εκ των δύο στηρίξεων πάκτωση είχε ως επί το πλείστον θετική απόκριση για το φορέα. Αυτό αναμένεται να παρουσιάσει και η περίπτωση με δύο πακτώσεις στα άκρα της δοκού.



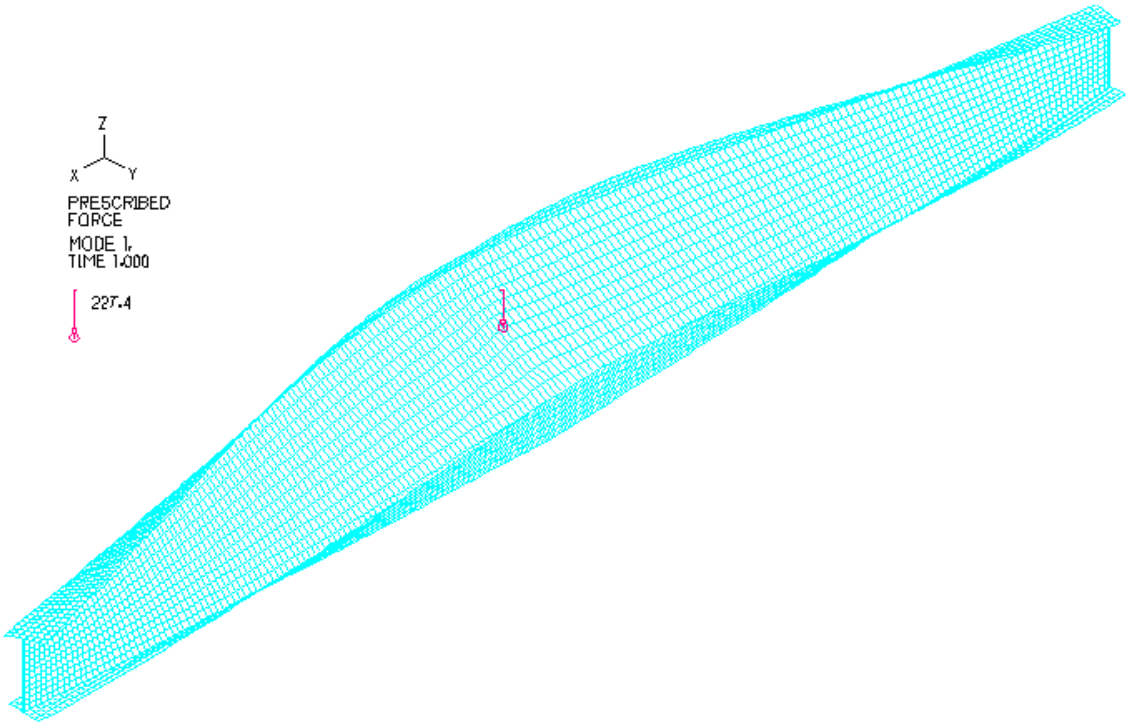
Εικόνα 5:18: Προσομοίωση δοκού με πάκτωση – πάκτωση

5.5.1 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο της δοκούς

Με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης στο πρόγραμμα ADINA, με την βοήθεια της Linearized Buckling, το κρίσιμο φορτίο είναι 227.4kN έτσι η κρίσιμη ροπή είναι 284.25kNm (Εικόνα 5:18). Στην αντίστοιχη περίπτωση με κύλιση στην μία στήριξη και άρθρωση στην άλλη στήριξη το κρίσιμο φορτίο ήταν 114.7kN και η κρίσιμη ροπή για αυτή την φόρτιση 143.4kNm.

Το ποσοστό αύξηση για την ανάλυση αυτή είναι περίπου 98.3% από την περίπτωση του ισοστατικού φορέα. Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση της συγκεντρωμένης δύναμης είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι η στροφή είναι περιορισμένη κοντά στις στηρίξεις εξαιτίας των δύο πακτώσεων.

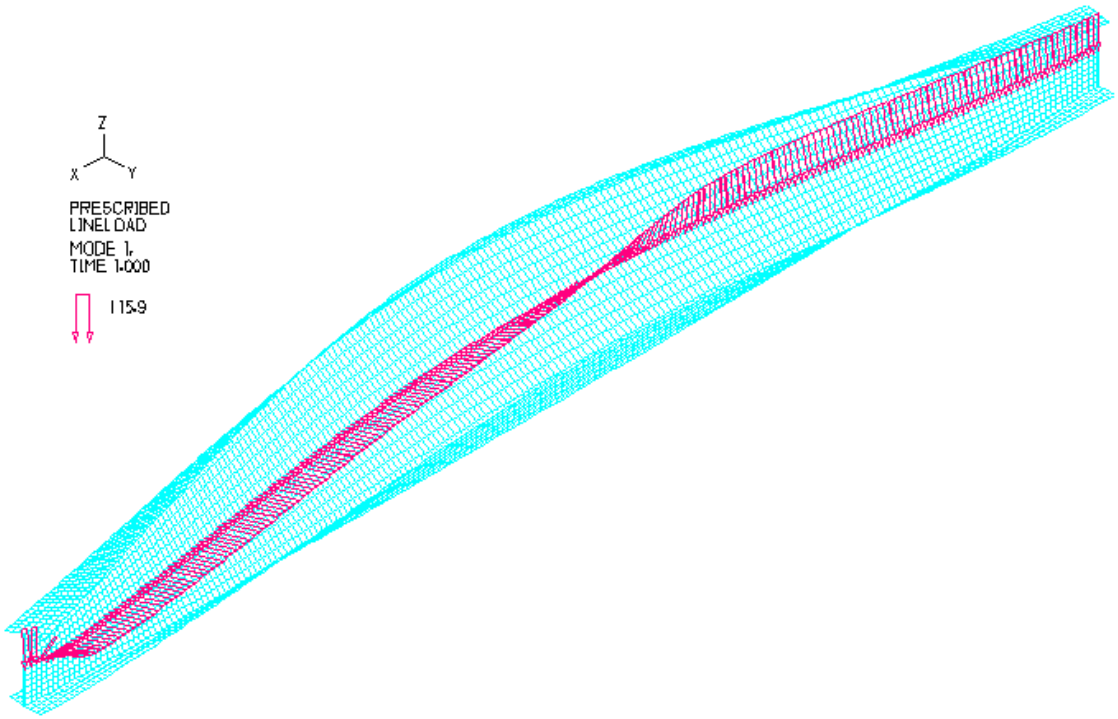
Η αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι πολύ μεγάλη και φθάνει σχεδόν το διπλάσιο απ' όταν το σύστημα ήταν ισοστατικό. Είναι η μεγαλύτερη διαφορά από όλες τις μορφές στήριξης που χρησιμοποιήθηκαν.



Εικόνα 5:19: 1η ιδιομορφή λυγισμού

5.5.2 Φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκούς

Στην συνέχεια ακολουθεί η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος της δοκούς. Το εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο για να δώσει την μέγιστη ροπή στο μέσο της δοκούς πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το τετράγωνο του μήκους της δοκούς και να διαιρεθεί με το 8. Μετά την εκτέλεση της ανάλυση η 1η ιδιομορφή έχει την μορφής της Εικόνα 5:20. Το κατανεμημένο φορτίο που αντιστοιχεί σε αυτή την ιδιομορφή είναι 115.9kN/m, ενώ το αντίστοιχο στην περίπτωση του ισοστατικού φορέα 38.81kN/m. Οι αντίστοιχες κρίσιμες ροπές είναι 362.2kNm και 121.3kNm.



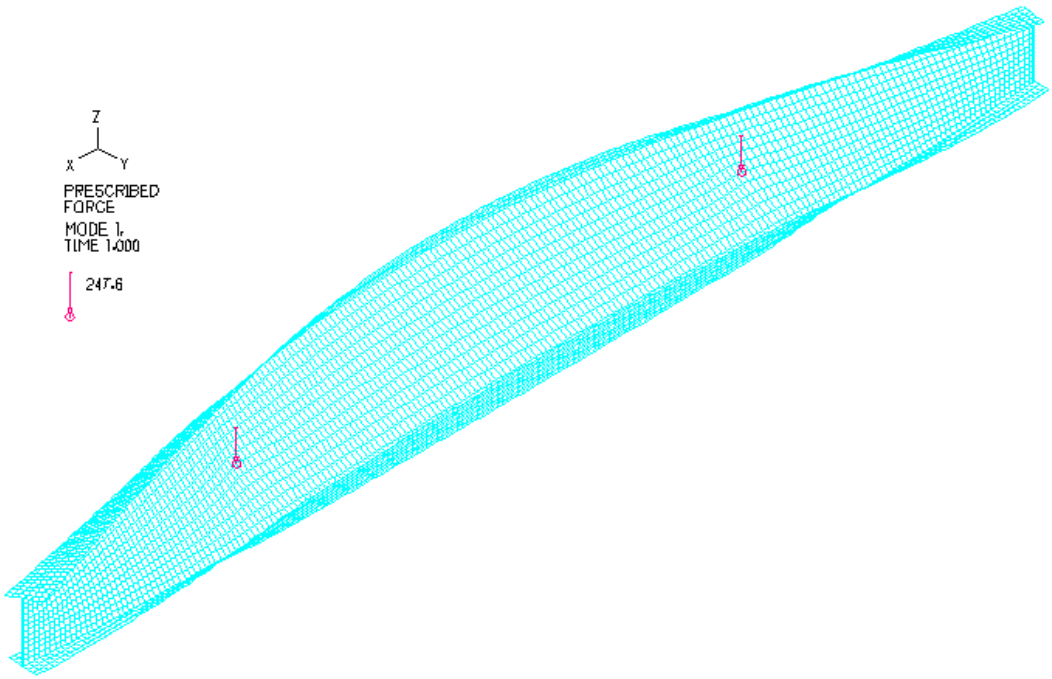
Εικόνα 5:20: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Το ποσοστό αύξησης είναι 198.6%, σχεδόν τριπλάσιο. Αυτή η αύξηση είναι πολύ σημαντική καθώς μια αύξηση της τάξης του 200% τροποποιεί πλήρως το σχεδιασμό μίας κατασκευής. Η πάκτωση μπορεί να θεωρηθεί ως μία πολύ καλή και εύκολη κατασκευαστικά στήριξη, που μπορεί να επιφέρει θετική επιρροή στην κατασκευή.

5.5.3 Φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα

Στην φόρτιση με τις δύο συγκεντρωμένες δυνάμεις στο L/4 της δοκού από τα δύο άκρα, ο φορέας έχει την ίδια απόκριση όπως και με τον τρόπο στήριξης με άρθρωση και πάκτωση με μικρές διαφορές ως προς το μέτρο των μετακινήσεων και των στροφών των διατομών κοντά στις δύο στηρίξεις. Η 1η ιδιομορφή έχει κρίσιμο φορτίο 247.6kNm. Όταν ο φορέας είναι ισοστατικός, τότε το κρίσιμο φορτίο είναι 89.31kNm. Οι αντίστοιχες τιμές των κρίσιμων ροπών είναι 309.5kNm και 111.6KNm.

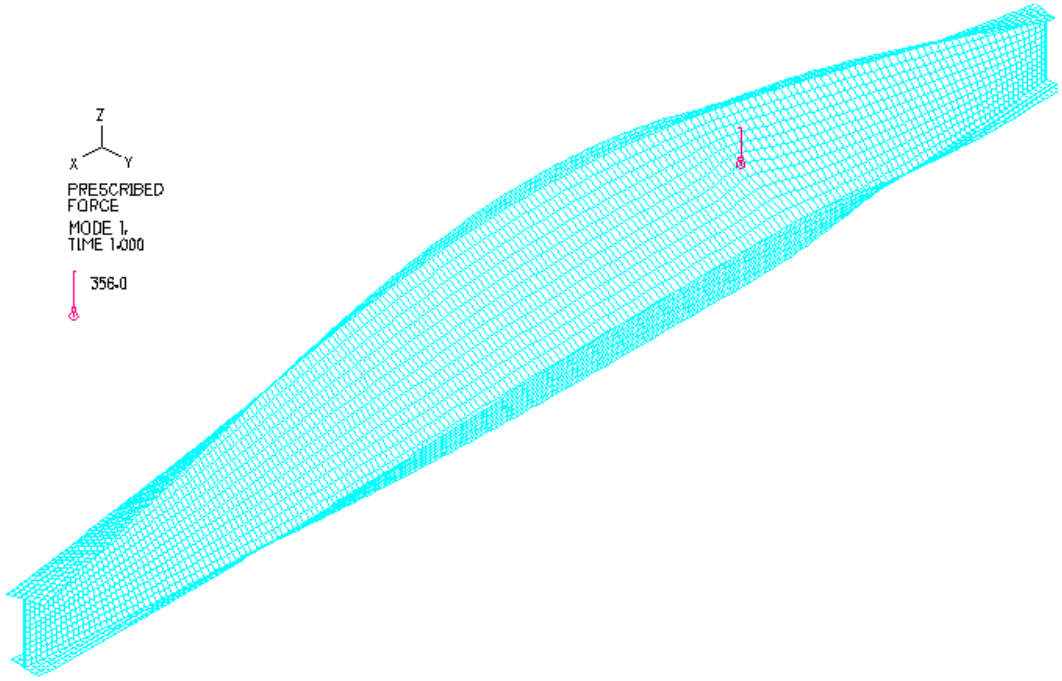
Η απόκριση του φορέα (Εικόνα 5:21) είναι περίπου η ίδια με την μέγιστη μετατόπιση να βρίσκεται στο μέσω της δοκούς. Οι μετακινήσεις είναι και εδώ μικρότερες μια και η πάκτωση εμποδίζει το φορέα να λυγίσει πλευρικά, όπως επίσης και να περιστραφεί κοντά στα άκρα. Το ποσοστό αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι 177.2%, ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό, όπως και στις άλλες περιπτώσεις. Η πάκτωση και για αυτή την μορφή φόρτισης θεωρείτε η καλύτερη μορφή στήριξης η οποία επιτρέπει στον φορέα να αποκτήσει μεγαλύτερα κρίσιμα φορτία.



Εικόνα 5:21: 1η ιδιομορφή λυγισμού

5.5.4 Φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο

Σε αυτή την περίπτωση ασκείτε ένα μόνο φορτίο στο ¼ της δοκού. Έτσι με την ολοκλήρωση της γραμμικής ανάλυσης το πρόγραμμα ADINA, με την βοήθεια της Linearized Buckling, το κρίσιμο φορτίο είναι 356.0kN όπου η κρίσιμη ροπή είναι 333.75kNm. Στην αντίστοιχη περίπτωση με ισοστατικό τρόπο στήριξης στην μία στήριξη το κρίσιμο φορτίο ήταν 164.8kN και η κρίσιμη ροπή για αυτή την φόρτιση 154.5kNm. Το ποσοστό αύξηση για την ανάλυση αυτή είναι 116% από τον ισοστατικό τρόπο στήριξης.



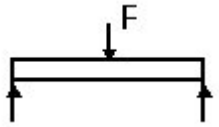
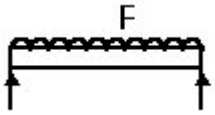
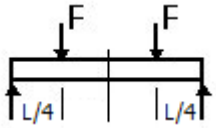
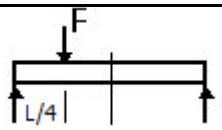
Εικόνα 5:22: 1η ιδιομορφή λυγισμού

Οι μετακινήσεις του φορέα από την άσκηση της συγκεντρωμένης δύναμης είναι σχεδόν ίδιες με την μόνη διαφορά ότι σε αυτή την ανάλυση ο πλευρικός λυγισμός εκδηλώθηκε από την άλλη πλευρά (Εικόνα 5:22), σε σχέση με πριν (Εικόνα 4:24). Αυτή η τροποποίηση δεν διαδραματίζει κάποιο σημαντικό ρόλο γιατί όπως είναι γνωστό ο φορέα στην περίπτωση που ληφθεί ατέλεια θα λυγίσει σύμφωνα με την ατέλεια που θα δοθεί. Η αύξηση της κρίσιμης ροπής είναι σημαντική, γιατί σε ένα σχεδιασμό αυτή η διαφορά μπορεί να διαδραματίσει ρόλο στην αντοχή.

5.5.5 Βαθμός επιρροής τροποποίησης

Στην περίπτωση όπου ο φορέας είναι πακτωμένος και στα δύο άκρα η επιρροή για τις περιπτώσεις που αναλύθηκαν πιο πάνω είναι τεράστια. Όπως φαίνεται και ο Πίνακας 5:4 που ακολουθεί η επιρροή σε όλες στις περιπτώσεις φτάνει να είναι διπλάσια από τον ισοστατικό φορέα. Έτσι η πάκτωση μπορεί να θεωρηθεί ως η πλέον κατάλληλη στήριξη για φορείς όπου έχουν να αντιμετωπίσουν προβλήματα πλευρικού λυγισμού.

Πίνακας 5:4: Βαθμός επιρροής στήριξης

Μορφή φόρτισης δοκού	**Άρθρωση – Κύλιση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Κύλιση – Πάκτωση Κρίσιμο φορτίο (kNm)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	143.4	284.3	98.26
	121.3	362.2	198.60
	111.6	309.5	177.33
	154.5	333.8	116.05

Επιπλέον μπορεί ξεκάθαρα να διατυπωθεί ότι για όλες τις φορτίσει η επίδραση του τρόπου στήριξης με δύο πακτώσεις, αντί με οποιοδήποτε άλλο τρόπο στήριξης επιφέρει τα μεγαλύτερα ποσοστά θετικής επιρροής. Στην πραγματικότητα η πάκτωση μπορεί εύκολα να κατασκευαστεί, με λίγη δυσκολία σε περιπτώσεις πλαισίων και σε σχετικά μεγάλο ύψος από το έδαφος, που μπορεί η δοκός να είναι δύσκολο να πακτωθεί σε υποστυλώματα λόγο της οριζόντιας μετακίνησης ή στροφής του κόμβου όπου πραγματοποιείται η σύνδεση.

5.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο τρόπος που στηρίζεται μία δοκός διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην απόκριση του φορέα. Στον παρόν κεφάλαιο γίνεται μια παρουσίαση του βαθμού επιρροής του τρόπου στήριξης. Παρουσιάζεται η επιρροή που επιφέρει η αύξηση ενός βαθμού υπερστατικότητας για κάθε φορά. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο βαθμός υπερστατικότητας διαδραματίζει μεγάλο (θετικό ή αρνητικό πρόσημο) και υπάρχουν και περιπτώσεις όπου η αύξηση του βαθμού

υπερστατικότητας επιφέρει μηδαμινή τροποποίησης στον φορέα. Ελάχιστη είναι η τροποποίηση που επιφέρει η αλλαγή της κύλισης σε άρθρωση και στις δύο περιπτώσεις ενώ η αλλαγή της στήριξης από άρθρωση σε πάκτωση επηρεάζει σημαντικά τον φορέα.

Με το πέρας και αυτού του κεφαλαίου έχει διαφανεί ότι ο τρόπος στήριξης επιφέρει σημαντικές αλλαγές ως προς την απόκριση του φορέα. Αυτό μετουσιώνεται σε τροποποιήσεις ως προς της μετατοπίσεις αλλά και τις στροφές των διατομών. Μεγάλη επιρροή έχει και το κρίσιμο φορτίο όπου έχει περιπτώσεις που η αύξηση είναι πολύ μεγάλη, αλλά υπάρχουν και περιπτώσεις όπου παρατηρείτε μείωση και πρέπει να λαμβάνεται πολύ σοβαρά αυτό το φαινόμενο κατά τον σχεδιασμό.

Στην συνεχεία ακολουθεί μία λεπτομερής παρουσίαση και του βαθμού επιρροής που έχει ή θέση άσκησης του φορτίου καθ' ύψος της διατομής. Μέχρι στιγμή οι αναλύσεις που έγιναν για όλα τα εγκάρσια φορτία, η άσκηση του φορτίου ήταν στο κέντρο βάρους της διατομής, δηλαδή σε αυτή την διατομή στο κέντρο του κορμού. Στην συνέχεια πραγματοποιούνται αναλύσεις και σε άλλα πιθανά σημεία που είναι δυνατόν να ασκηθούν εξωτερικά φορτία για να προβληθεί η επιρροή.

6 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟΝ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ

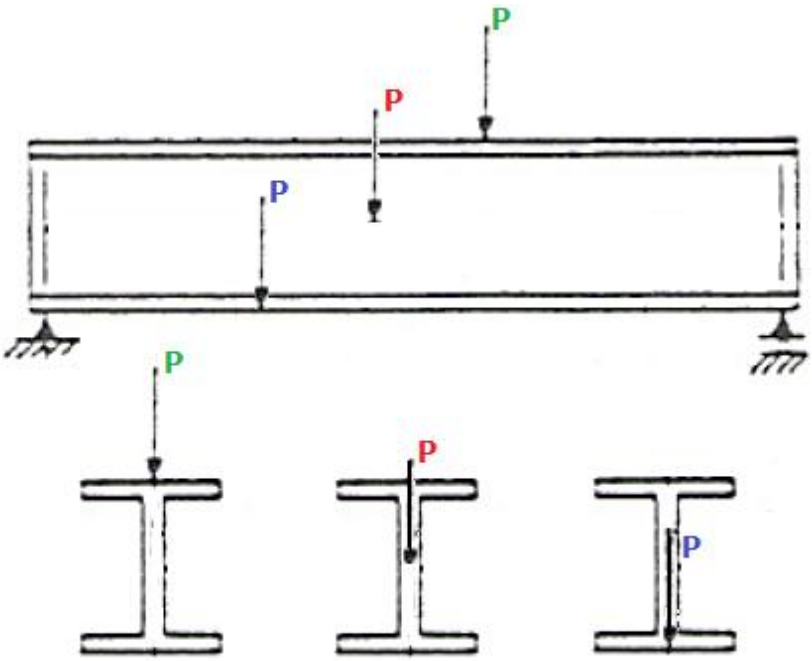
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια εκτενής αναφορά της επιρροής του τρόπου στήριξης της δοκού στο πλευρικό λυγισμό. Μέσα από αυτήν την ανάλυση έχει διαφανεί ότι ο τρόπος που στηρίζετε μια δοκός διαδραματίζει σημαντικό ρόλο ως προς το κρίσιμο φορτίο της δοκού. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί ο βαθμός επιρροής της θέσης καθ' ύψος της διατομής που ασκείται το εξωτερικό φορτίο. Τα φορτία αυτά είναι μόνο τα συγκεντρωμένα ή και κατανεμημένα φορτία δυνάμεων καθώς μόνο σε αυτά μπορεί να υπάρξει τροποποίηση ως προς την θέση φόρτισης. Σε περιπτώσεις ροπών υποτίθεται ότι το εξωτερικό φορτίο ασκείται πάντα στο κέντρο βάρους της διατομής.

Κατά τον σχεδιασμό μίας μεταλλικής δοκού είναι πολύ σημαντικό να είναι γνωστή η θέση φόρτισης του εξωτερικού φορτίου. Για παράδειγμα, σε μια δοκό κύλισης γερανού, τα φορτία δεν ασκούνται στο κέντρο της διατομής (όπως περιγράφτηκε μέχρι τώρα) αλλά ασκείται στο κέντρο βάρους του άνω πέλματος. Ακόμη, υπάρχου περιπτώσεις όπου το φορτίο μπορεί να προσομοιωθεί ότι ασκείται στο κάτω πέλμα όπως σε περιπτώσεις όπου αντικείμενα αναρτώνται από δοκούς. Στην πιο κάτω Εικόνα 6:1 παρουσιάζονται και οι τρεις περιπτώσεις φόρτισης που μπορεί να συναντήσει ένας μελετητής κατά τον σχεδιασμό μιας δοκού και έχει να αντιμετωπίσει προβλήματα πλευρικού λυγισμού. Η τρείς περιπτώσεις αυτές αποτελούν τις ακραίες μορφές φόρτισης, οι οποίες μπορούν να καλύψουν όλες τις άλλες μορφές φορτίσεις που μπορεί να λάβουν χώρα σε μία μελέτη.

Στη συνέχεια γίνεται μια συνοπτική ανάλυση των πιο πάνω μορφών φόρτισης για τις περιπτώσεις όπου στο φορέα ασκούνται μόνο εξωτερικές εγκάρσιες δυνάμεις. Έτσι, μετά το πέρας των αναλύσεων θα προβληθεί ο βαθμός επιρροής της θέσης των φορτίων και θα διαφανεί κατά πόσο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στο σχεδιασμό.

Η πρώτη περίπτωση που θα αναλυθεί είναι η φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσο κατά μήκος της δοκού. Οι άλλες τρεις περιπτώσεις αφορούν την φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκους της δοκού, φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία στο L/4 της δοκούς από τα άκρα και τέλος, φόρτιση με συγκεντρωμένο φορτίο στο L/4 της δοκούς από το άκρο.



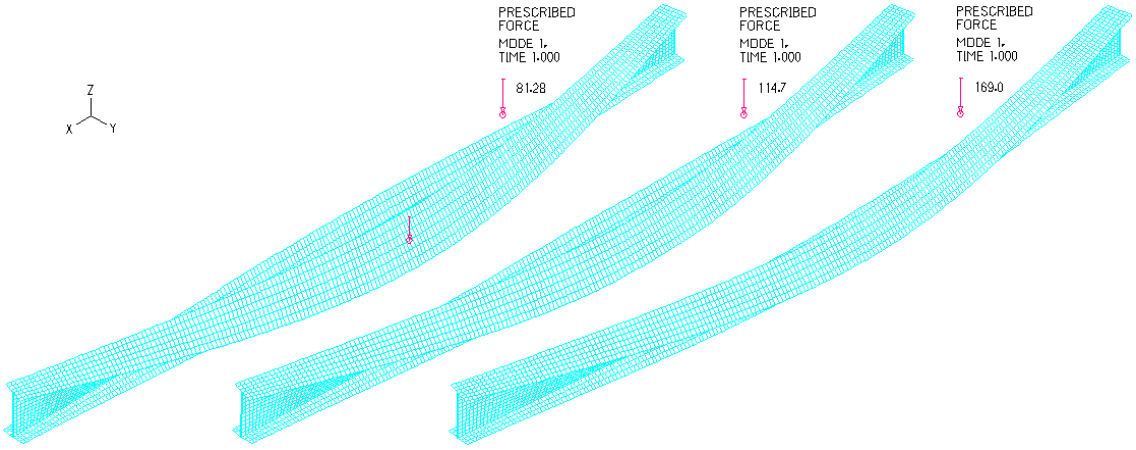
Εικόνα 6:1: Περιπτώσεις φόρτισης από εγκάρσια φορτία

6.2 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΤΟ ΜΕΣΟ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ

Αποτελεί ίσως την πιο κοινή περίπτωση φόρτισης όπου ένα φορτίο ασκείται στο κέντρο της δοκού. Η δοκός σε όλα τα παραδείγματα που θα παρουσιαστούν είναι στηριγμένη με ισοστατικό τρόπο με μία άρθρωση και μία κύλιση στα δύο άκρα. Και οι δύο στηρίξεις αποτελούν την περίπτωση της διχαλωτής στήριξης όπου είναι δεσμευμένη η στροφή κατά τον διαμήκης άξονα. Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στο λογισμικό πρόγραμμα ADINA είναι για τον προσδιορισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Έτσι, οι αναλύσεις που έγιναν είναι η γραμμική ανάλυση λυγισμού με την βοήθεια της Linear Buckling.

Οι πρώτες ιδιομορφές για τις τρεις περιπτώσεις φαίνονται στην Εικόνα 6:2, που ακολουθεί. Το κρίσιμο φορτίο για την περίπτωση άσκησης στο κέντρο βάρους είναι 114.7kN. Η περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο άνω πέλμα είναι 81.28kN και τέλος στην περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα, το κρίσιμο φορτίο είναι 169.0kN. Εκ πρώτης όψεως η επιρροή φαίνεται να είναι πολύ μεγάλη. Στην περίπτωση όπου το κρίσιμο φορτίο ασκείται στο άνω πέλμα παρατηρείται μείωση με ποσοστό 29.1%, δηλαδή η δοκός λυγίζει σε πολύ μικρότερο φορτίο. Ο βαθμός επιρροής είναι αρκετά σημαντικός και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη καθώς είναι ίσως η πιο απλή και διαδεδομένη μορφή φόρτισης. Η περίπτωση αυτή αποτελεί το κύριο τρόπο άσκησης των εξωτερικών φορτίων σε μια δοκό καθώς οι άλλες δύο περιπτώσεις είναι δύσκολο να κατασκευαστούν. Όταν το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα της δοκού τότε το κρίσιμο φορτίο είναι 169.0kN. Η αύξηση σε σχέση με τη φόρτιση στο κέντρο βάρους έχει ποσοστό 47.3%. Το ποσοστό είναι πάρα πολύ μεγάλο και δείχνει την σημαντικότητα του φορτίου από το κέντρο βάρους της διατομής και κάτω.

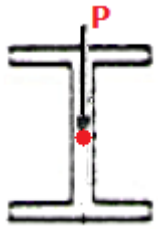
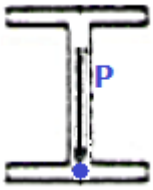
Ο λόγος που τα φορτία που ασκούνται από το κέντρο βάρους της διατομής μέχρι το άνω πέλμα έχουν αρνητικό αντίκτυπο στο πλευρικό λυγισμό είναι εξαιτίας της επιβάρυνσης στην στροφής που δημιουργείται από τον πλευρικό λυγισμό. Τα φορτία που ασκούνται από το κέντρο βάρους της διατομής μέχρι το κάτω πέλμα εξαιτίας ότι αντιστέκονται στη στροφή που δημιουργεί ο πλευρικός λυγισμός έχουν θετικό ορόσημο. Και στις δύο περιπτώσεις, η επιρροή είναι πολύ μεγάλη.



Εικόνα 6:2: 1η ιδιομορφή για τις τρεις θέσης φόρτισης

Στην συνέχεια ακολουθεί ο Πίνακας 6:1, ο οποίος αντικατοπτρίζει τα αποτελέσματα της γραμμικής ανάλυσης για τη συγκεκριμένη φόρτιση στην δοκό. Σε αυτό τον πίνακα παρουσιάζονται τα ποσοστά επιρροής των ακραίων θέσεων φόρτισης της δοκού σε σχέση με την φόρτιση στο κέντρο βάρους. Αν και η μορφή παραμόρφωσης είναι η ίδια, υπάρχει μια διαφορά ως προς τις μετακινήσεις και τις στροφές κατά την εκδήλωση του πλευρικού λυγισμού. Οι μετακινήσεις και οι στροφές αυξάνονται καθώς το φορτίο ασκείται άνωθεν του κέντρου βάρους ενώ σε περίπτωση που ασκούνται από το κέντρο βάρους και κάτω υπάρχει μια πολύ σημαντική μείωση και των δύο.

Πίνακας 6:1: Βαθμός επιρροή θέσης φορτίου

Θέση φόρτισης δοκού	**Κρίσιμο φορτίο (kN)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	81.3	-29.14
	114.7	–
	169.0	47.37

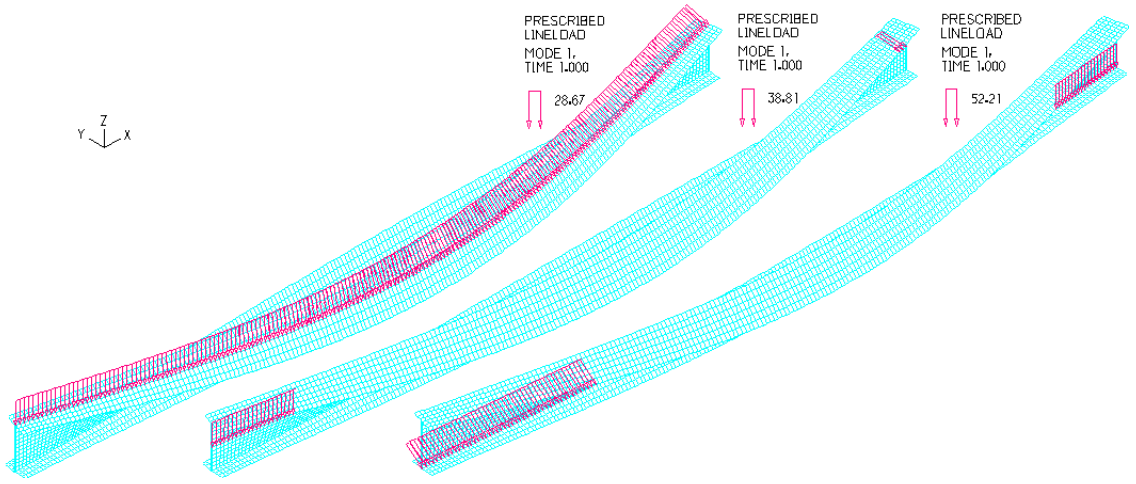
Ακολουθεί η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκος της δοκού. Θα αναλυθεί ο βαθμός επιρροής της θέσης άσκησης του φορτίου σε μία δοκό όπου στηρίζεται ισοστατικά. Παρόλο

που οι περιπτώσεις που αναλύθηκαν είναι ισοστατικές, μεγάλο βαθμό επιρροής παρουσιάζεται και στην περίπτωση υπερστατικών τρόπων στήριξης.

6.3 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ

Η φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος της δοκούς αποτελεί ένα πολύ συνηθισμένο τρόπο φόρτισης. Ο λόγος είναι ότι δύσκολα μπορεί να προσομοιώσεις φορτία ως συγκεντρωμένες δυνάμεις. Σε όλους τους δοκούς κτιρίων, η προσομοίωση της φόρτισης κατά τον σχεδιασμό γίνεται για κατανεμημένα φορτία σε όλο το μήκος της δοκούς. Σημαντικό για αυτή την φόρτιση είναι και η ευρεία χρήση των μεταλλικών κατασκευών. Μεγάλα εργοστασιακά κτίρια, αλλά και κατοικίες αποτελούν ένα διαδεδομένο τρόπο κατασκευής. Σε αυτά όλα τα οικοδομήματα, οι δοκοί που αποτελούν τον συνδετικό κρίκο των υποστυλωμάτων, είναι φτιαγμένες από μεταλλικές διατομές. Όπως για παράδειγμα και η δοκός που γίνεται αναφορά σε όλη την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία.

Η περίπτωση με την φόρτιση στο κάτω πέλμα, φαίνεται στην Εικόνα 6:3 που ακολουθεί. Το κρίσιμο φορτίο για την περίπτωση αυτή είναι 52.21kN/m και αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 163.16kNm. Η περίπτωση όπου ασκείται το φορτίο στο κέντρο βάρους (Εικόνα 6:3) έχει κρίσιμο φορτίο 38.81kN/m και αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 121.3kNm, ενώ στην τρίτη περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο στην άνω πλευρά της δοκού (Εικόνα 6:3), έχει κρίσιμο φορτίο 28.67kN/m και αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 89.59kNm.



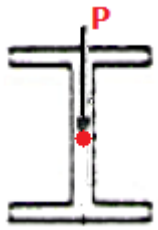
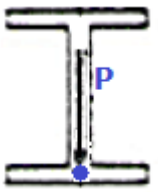
Εικόνα 6:3: 1η ιδιομορφή για τις τρεις θέσης φόρτισης

Όπως σε όλες της φορτίσεις που πραγματοποιήθηκαν, καθώς το φορτία ασκούνται χαμηλά καθ' ύψος της διατομής τότε υπάρχει θετικό αντίκτυπο, με μεγαλύτερη αντοχή για τη διατομή. Ενώ καθώς απομακρυνόμαστε και φτάνουμε προς την άνω πλευρά της διατομής τα φορτία αυτά όλο και περισσότερο μικραίνουν. Η αύξηση του φορτίου καθώς το φορτίο ασκείται στο κέντρο βάρους του κάτω πέλματος είναι 34.53%, ενώ η μείωση καθώς το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα είναι 26.13%.

Στην συνέχεια ακολουθεί ο Πίνακας 6:2, ο οποίος αντικατοπτρίζει τα αποτελέσματα των κρίσιμων φορτίων για την φόρτιση με κατανεμημένο φορτίο κατά μήκος της δοκού. Σε αυτό το πίνακα παρουσιάζονται τα ποσοστά επιρροής όταν το φορτίο ασκείται στο κέντρο βάρους του άνω πέλματος και του κάτω πέλματος, σε σχέση με την φόρτιση στο κέντρο βάρους. Αν και η μορφή παραμόρφωσης είναι η ίδια, υπάρχει μια διαφορά ως προς τις μετακινήσεις και τις στροφές κατά την εκδήλωση του πλευρικού λυγισμού. Οι μετακινήσεις και οι στροφές

αυξάνονται καθώς το φορτίο ασκείται άνωθεν του κέντρου βάρους ενώ σε περίπτωση που ασκούνται από το κέντρο βάρους και κάτω υπάρχει μια πολύ σημαντική μείωση και των δύο.

Πίνακας 6:2: Βαθμός επιρροή θέσης φορτίου

Θέση φόρτισης δοκού	**Κρίσιμο φορτίο (kN/m)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	28.7	-26.13
	38.8	–
	52.2	34.53

Με το πέρα της παρουσίαση αυτού του τρόπου φόρτισης, έχουν απομείνει δύο περιπτώσεις φόρτιση με συγκεντρωμένα φορτία. Στην μία περίπτωση το φορτίο ασκείται στο L/4 και από τα δύο άκρα ενώ στην άλλη μόνο από το ένα άκρο. Ακολουθεί στην συνέχεια η περίπτωση με τα δύο συγκεντρωμένα φορτία.

6.4 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΦΟΡΤΙΑ ΣΤΟ L/4 ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΑΠΟ ΤΑ ΑΚΡΑ

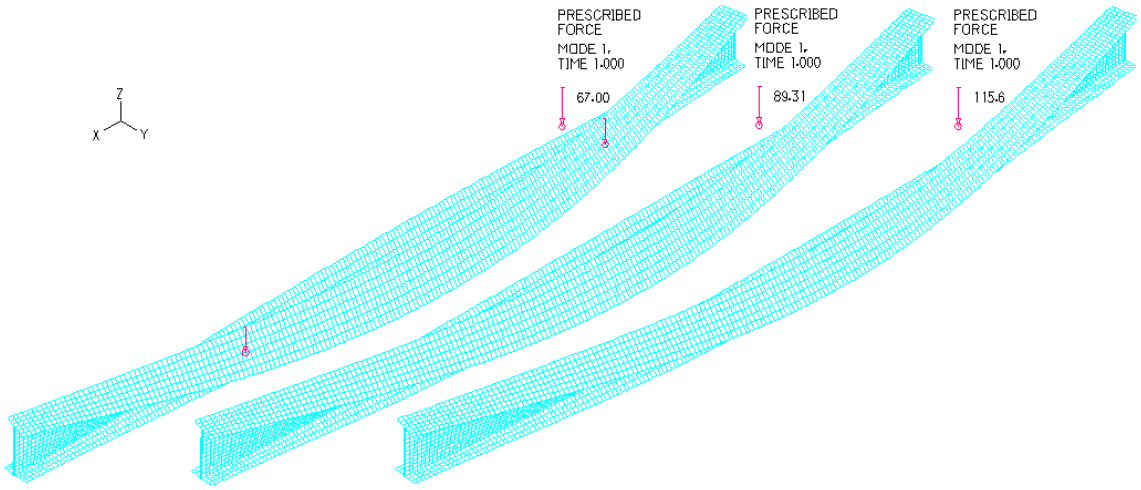
Δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως μια κοινή περίπτωση καθώς πολύ δύσκολα μπορεί να συναντήσεις αυτή τη φόρτιση εκτός από πειραματικά και σε κατασκευαστικά έργα. Όμως η ανάλυση της είναι αναγκαία καθώς πολλές περιπτώσεις υπάρχουν που μπορεί να συναντήσεις φορτίσεις με δύο φορτία με διάφορες αποστάσεις και όχι τόσο ορισμένες όσο το παράδειγμα. Για την δοκό και οι δύο στηρίξεις αποτελούν την περίπτωση της διχαλωτής στήριξης όπου είναι δεσμευμένη η στροφή κατά τον διαμήκης άξονα. Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στο λογισμικό πρόγραμμα ADINA είναι για τον προσδιορισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Έτσι, οι αναλύσεις που έγιναν είναι η γραμμική ανάλυση λυγισμού με την βοήθεια της Linear Buckling.

Οι πρώτες ιδιομορφές για τις τρεις περιπτώσεις φαίνονται στην Εικόνα 6:4, που ακολουθεί. Το κρίσιμο φορτίο για την περίπτωση άσκησης στο κέντρο βάρους είναι 89.31kN με κρίση ροπή 111.64kNm. Η περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο άνω πέλμα είναι 67.00kN, με κρίσιμη ροπή 83.75kNm και τέλος στην περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα,

το κρίσιμο φορτίο είναι 115.6kN με κρίσιμη ροπή 144.5kNm. Εκ πρώτης όψεως η επιρροή φαίνεται να είναι πολύ μεγάλη.

Στην περίπτωση όπου το κρίσιμο φορτίο ασκείται στο άνω πέλμα παρατηρείται μια μείωση με ποσοστό 24.98%, δηλαδή η δοκός λυγίζει σε πολύ μικρότερο φορτίο. Ο βαθμός επιρροής είναι αρκετά σημαντικός και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη καθώς είναι ίσως η πιο απλή και διαδεδομένη μορφή φόρτισης. Η περίπτωση αυτή αποτελεί το κύριο τρόπο άσκησης των εξωτερικών φορτίων σε μια δοκό καθώς οι άλλες δύο περιπτώσεις είναι δύσκολο να κατασκευαστούν. Όταν το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα της δοκού τότε η αύξηση σε σχέση με την φόρτιση στο κέντρο βάρους έχει ποσοστό 29.44%. Το ποσοστό είναι μεγάλο και δείχνει την μεγάλη επιρροή του φορτίου από το κέντρο βάρους της διατομής και κάτω.

Ο λόγος που τα φορτία που ασκούνται από το κέντρο βάρους της διατομής μέχρι το άνω πέλμα έχουν αρνητικό αντίκτυπο στο πλευρικό λυγισμό είναι εξαιτίας της επιβάρυνσης της στροφής που δημιουργείται από τον πλευρικό λυγισμό. Τα φορτία που ασκούνται από το κέντρο βάρους της διατομής μέχρι το κάτω πέλμα, εξαιτίας ότι αντιστέκονται στη στροφή που δημιουργεί ο πλευρικός λυγισμός έχουν θετικό ορόσημο. Και στις δύο περιπτώσεις, η επιρροή είναι πολύ μεγάλη.



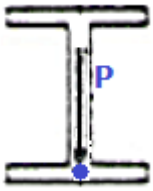
Εικόνα 6:4: 1η ιδιομορφή για τις τρεις θέσης φόρτισης

Στην συνέχεια ακολουθεί ο Πίνακας 6:3, ο οποίος αντικατοπτρίζει τα αποτελέσματα της γραμμικής ανάλυσης για την συγκεκριμένη φόρτιση στην δοκό. Σε αυτό το πίνακα παρουσιάζονται τα ποσοστά επιρροής των ακραίων θέσεων φόρτισης της δοκού σε σχέση με την φόρτιση στο κέντρο βάρους της διατομής. Όπως παρατηρείται είναι ξεκάθαρη η επιρροή της θέση σε αυτή την περίπτωση φόρτισης καθώς τα κρίσιμα φορτία έχουν μεγάλες διαφορές μεταξύ τους.

Αν και η μορφή παραμόρφωσης είναι η ίδια, υπάρχει μια διαφορά ως προς τις μετακινήσεις και τις στροφές κατά την εκδήλωση του πλευρικού λυγισμού. Οι μετακινήσεις και οι στροφές αυξάνονται καθώς το φορτίο ασκείται άνωθεν του κέντρου βάρους ενώ σε περίπτωση που ασκούνται από το κέντρο βάρους και κάτω υπάρχει μια πολύ σημαντική μείωση και των δύο.

Τέλος ακολουθεί η φόρτιση με ένα και μόνο συγκεντρωμένο φορτίο στο ¼ της δοκού από το ένα άκρο όπου βρίσκεται η άρθρωση. Αποτελεί την τελευταία περίπτωση φόρτισης για να ολοκληρωθεί ο κύκλος των αναλύσεων για αυτό το κεφάλαιο. Μέχρι τώρα σε όλες της μορφές φόρτιση υπάρχει σημαντικό ποσοστό επιρροής ως προς την θέση άσκησης του φορτίου, κάτι που ίσως προκύψει και στην τελευταία μορφής φόρτισης.

Πίνακας 6:3: Βαθμός επιρροή θέσης φορτίου

Θέση φόρτισης δοκού	**Κρίσιμο φορτίο (kN)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	67.0	-24.98
	89.3	–
	115.6	29.44

6.5 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΤΟ L/4 ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ ΑΠΟ ΤΟ ΑΚΡΟ

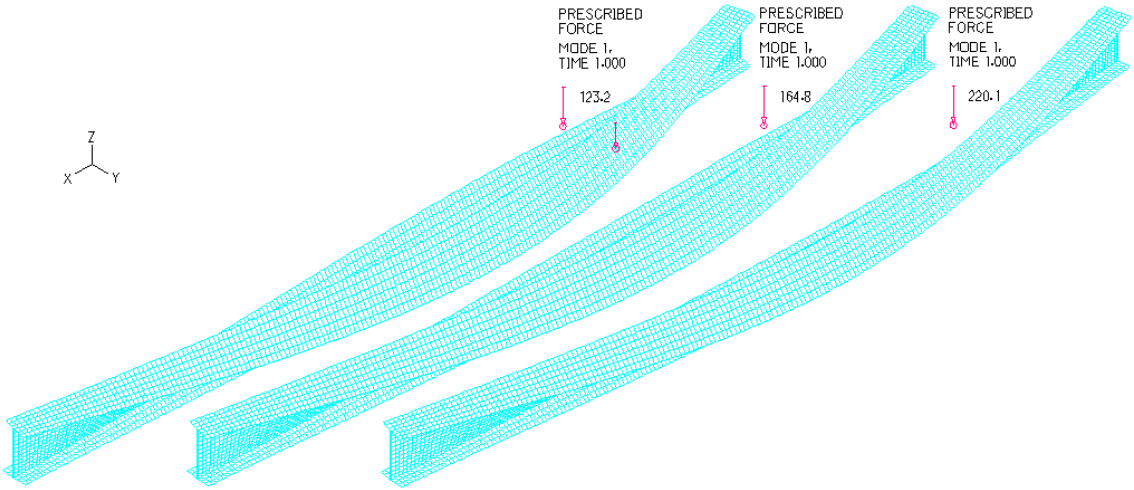
Αν η προηγούμενη περίπτωση είναι αρκετά ασυνήθιστη, αυτή η περίπτωση μπορεί να χαρακτηριστεί έως και σπάνια. Ο λόγος είναι ότι δεν μπορεί εύκολα να συναντήσεις τέτοια περίπτωση, υπάρχουν όμως πολλές περιπτώσεις που πλησιάζουν πολύ σε αυτή. Σε συνδυασμό με την φόρτιση με ένα φορτίο στο μέσο της δοκούς εύκολα μπορεί μια φόρτιση να αποτελεί κάτι ενδιάμεσο αυτών των δύο περιπτώσεων.

Η περίπτωση με την φόρτιση στο κάτω μέρος φαίνεται στην Εικόνα 6:5 που ακολουθεί. Το κρίσιμο φορτίο για την περίπτωση αυτή είναι 220.10kN και η αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 206.34kNm. Η περίπτωση όπου ασκείται το φορτίο στο κέντρο βάρους (Εικόνα 6:5) έχει κρίσιμο φορτίο 164.80kN και αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 154.5kNm, ενώ στην τρίτη περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο στην άνω πλευρά της δοκού (Εικόνα 6:5), έχει κρίσιμο φορτίο 123.20kN/m και αντίστοιχη κρίσιμη ροπή 115.50kNm.

Όπως σε όλες της φορτίσεις που πραγματοποιήθηκαν, καθώς το φορτία ασκούνται χαμηλά καθ' ύψος της διατομής τότε υπάρχει θετικό αντίκτυπο, με μεγαλύτερη αντοχή για την διατομή. Ενώ καθώς απομακρυνόμαστε και φτάνουμε προς την άνω πλευρά της διατομής τα φορτία αυτά όλο και περισσότερο μικραίνουν. Η αύξηση του φορτίου καθώς το φορτίο ασκείται στο κέντρο βάρους του κάτω πέλματος είναι 33.56%, ενώ η μείωση καθώς το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα είναι 25.24%.

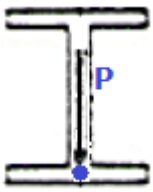
Όπως και στις άλλες περιπτώσει έτσι και σε αυτή τη φόρτιση η επιρροή είναι αρκετά σημαντική ανάλογα με την θέση που ασκείται το φορτίο, έτσι με την ολοκλήρωση και αυτή

της φόρτιση έχει γίνει μια αναλυτική παρουσίαση (Πίνακας 6:4) όλων των περιπτώσεων φόρτιση με αξονικά φορτία. Ακολουθεί στην συνέχεια μια γενική περιγραφή των όσο αναφέρθηκαν σε αυτό το κεφάλαιο.



Εικόνα 6:5: 1η ιδιομορφή για τις τρεις θέσης φόρτισης

Πίνακας 6:4: Βαθμός επιρροή θέσης φορτίου

Θέση φόρτισης δοκού	**Κρίσιμο φορτίο (kN)**	**Ποσοστό επιρροής (%)**
	123.2	-25.24
	164.8	–
	220.1	33.56

6.6 ΒΑΘΜΟΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗΣ

Με το πέρα όλων το φορτίσεων ξεκάθαρα φαίνεται ότι ο βαθμός επιρροής της θέσης άσκηση του εξωτερικού φορτίου καθ' ύψος της διατομή είναι αρκετά σημαντικός. Χρήζει μεγάλης προσοχής η περίπτωση όπου τα φορτία ασκούνται στο άνω πέλμα καθώς σε αυτή την

περίπτωση υπάρχει και η μείωση της αντοχής. Επιπλέον αυτή η περίπτωση είναι και η πιο κοινή αφού τα φορτία ασκούνται στο άνω πέλμα, όπως συμβαίνει και την πραγματικότητα. Η μείωση που είναι αρκετά σημαντική μπορεί να θέσει ένα σχεδιασμό ανεπαρκή ή ακόμη χειρότερα μία κατασκευή μη ασφαλή, λόγο πλευρικού λυγισμού.

Η άλλη περίπτωση όπου το φορτίο ασκείται στο κάτω πέλμα, όπου υπάρχει και αύξηση της αντοχής μπορεί να χρησιμοποιηθεί θετικά κατά τον σχεδιασμό με μία μικρή τροποποίηση στον φορέα με την μετακίνηση των φορτίων προς τα κάτω. Με αυτό το τέχνασμα αν το επιτρέπει ο σχεδιασμό, μπορεί να σχεδιαστεί ένας πιο ασφαλής φορέα με της ίδιες διατομές και φορτία. Επιπλέον μπορεί να γίνει και ο σχεδιασμός πιο οικονομικός καθώς σε αυτή την περίπτωση θα χρειαστεί μικρότερή διατομή για τα ίδια φορτία, κάτι που συμβάλει και στην μείωση του κόστους.

Με το πέρα και αυτού του κεφαλαίου έχουν ολοκληρωθεί οι διάφοροι παράμετροι που μπορούν να επηρεάσουν τον πλευρικό λυγισμό. Έχει γίνει αναφορά στην επιρροή του μέτρου της αρχικής ατέλειας, στην επιρροή του τρόπου στήριξης και τέλος στην επιρροή της θέσης άσκησης του φορτίου καθ' ύψος της διατομής. Στο επόμενο κεφάλαιο που ακολουθεί γίνεται αναφορά στην επιρροή του αξονικού φορτίου που μέχρι τώρα απουσίαζες από της φορτίσεις που πραγματοποιήθηκαν.

7 ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΗΝ ΚΡΙΣΙΜΗ ΡΟΠΗ ΤΟΥ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός χαρακτηρίζεται ως η πιο κοινή μορφή αστοχίας για καμπτόμενους δοκούς οι οποίοι δεν είναι πλευρικά εξασφαλισμένοι. Η αξονική θλιπτική δύναμη που ασκείται μειώνει περαιτέρω την αντοχή σε κάμψη. Ενώ σε περίπτωση εφελκυστική αξονικής δύναμης, η παρουσία της είναι ευνοϊκή με αύξηση του φορτίου λυγισμού. Η επιρροή αυτή δε γίνεται αναφορά στην ισχύουσα έκδοση του Ευρωκώδικα, όπως επίσης και στους περισσότερους σύγχρονους κανονισμούς. Έτσι της περισσότερες φορές δεν συνυπολογίζεται κατά την διαστασιολόγηση. Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση της κρίσιμης καμπτικής ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού όταν με τα εγκάρσια φορτία τα οποία προκαλούν την κάμψη, υπάρχει ταυτόχρονα και αξονική δύναμη, εφελκυστική ή θλιπτική.

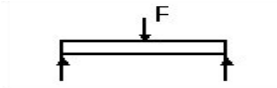
Μέσω της ελαστικής ροπής είναι δυνατόν, κατά τις κανονιστικές διατάξεις, να υπολογιστεί τελικά η αντοχή της δοκούς. Για να υπολογιστεί η κρίσιμη ροπή όπως διατυπώθηκε πιο πάνω, επιλύεται η διαφορική εξίσωση ισορροπίας για την δοκό στην παραμορφωμένη κατάσταση. Η κρίσιμη περίπτωση προσδιορίζεται για όλες της περιπτώσεις φόρτισης που έχουν αναλυθεί και στα προηγούμενα κεφάλαια.

Όπως και προηγουμένως η δοκός που μελετάται έχει πολύ μεγαλύτερη δυσκαμψία ως προς τον κύριο άξονα αδρανείας σε σχέση με τον δευτερεύοντα. Έτσι για της εξεταζόμενες περιπτώσεις φόρτιση με εγκάρσια φορτία, σχηματίζονται οι διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας στην παραμορφωμένη κατάσταση τόσο για την περίπτωση των εφελκυστικών όσο και την περίπτωση των θλιπτικών αξονικών δυνάμεων και χαράσσονται οι καμπύλες αλληλεπίδρασης.

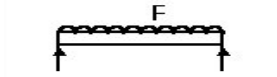
7.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η μαθηματική ανάλυση για την αμφιέρειστη δοκό για τις περιπτώσεις με δύο ανάποδες ροπές στα δύο άκρα (ομοιόμορφη φόρτιση), συγκεντρωμένο φορτίο στο μέσον του ανοίγματος και ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος της δοκούς, έχουν πραγματοποιηθεί από

προηγούμενους ερευνητές [4]. Τα προσεγγιστικά αποτελέσματα που ουσιαστικά ταυτίζονταν με τις αναλυτικές καμπύλες και τις καμπύλες που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου Galerkin, προκύπτουν μέσα από τις Εξ. (7:1) και (7:2), όπου το $M_{0,cr}$ είναι η κρίσιμη ροπή για την ομοιόμορφη φόρτιση.

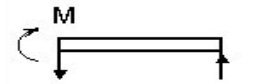
$$M_{\max,cr} = 1.35 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

(7:1)

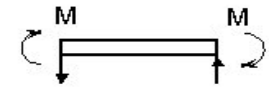
$$M_{\max,cr} = 1.13 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

(7:2)

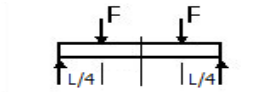
Σε συνέχεια των πιο πάνω, μπορεί να ειπωθεί ότι οι εξισώσεις αυτές μπορούν να εφαρμοστούν και για τις υπόλοιπες περιπτώσεις, αν αντικατασταθεί ο συντελεστής επαύξησης, με αυτόν του Ευρωκώδικα. Έτσι ολοκληρωμένα για τις υπόλοιπες περιπτώσει σχηματίζονται οι προσεγγιστικές καμπύλες αναφοράς μέσω των Εξ. (7:3), (7:4), (7:5) και (7:6).

$$M_{\max,cr} = 1.75 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

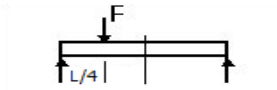
(7:3)

$$M_{\max,cr} = 2.30 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

(7:4)

$$M_{\max,cr} = 1.04 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

(7:5)

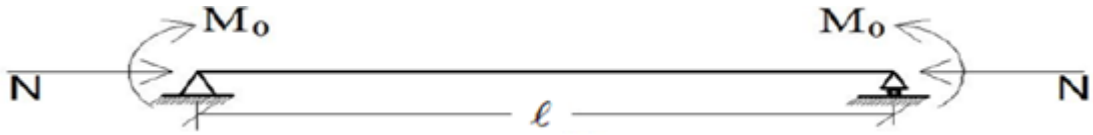
$$M_{\max,cr} = 1.44 * M_{0,cr}$$ για φόρτιση 

(7:6)

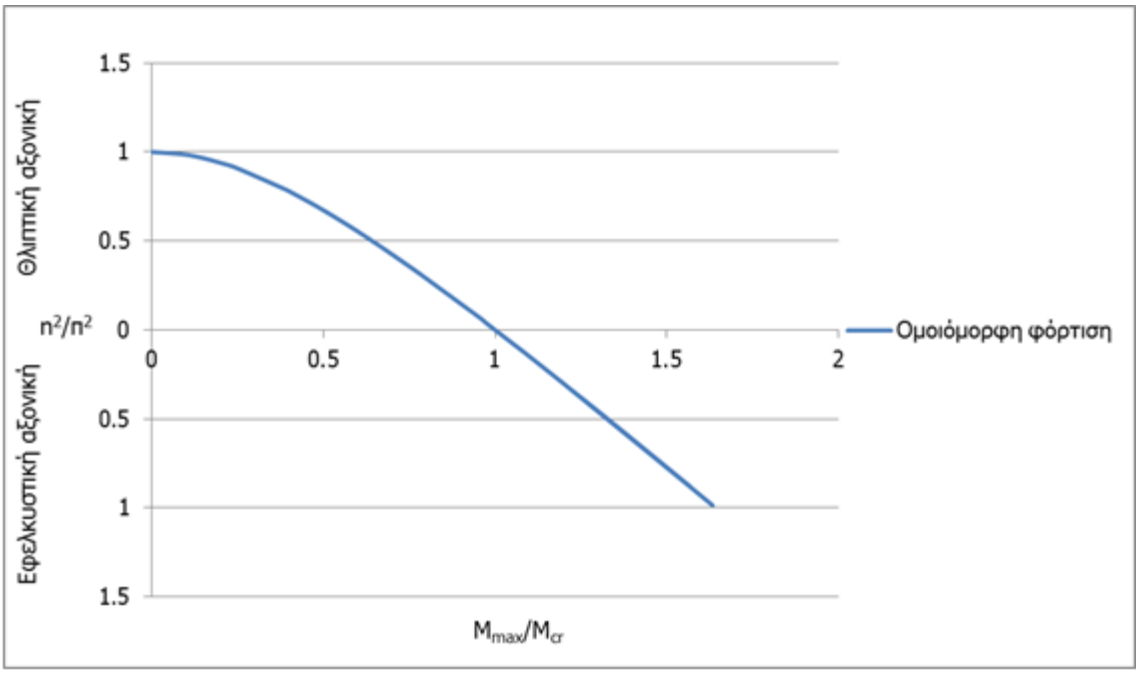
Στη συνέχεια πραγματοποιείται, με την χρήση του λογισμικού προγράμματος ADINA για τον φορέα που χρησιμοποιείτε μέχρι στιγμής, η εξεύρεση της καμπύλης του καμπτικού λυγισμού με τη επίδραση αξονικού φορτίου για την περίπτωση της ομοιόμορφης φόρτισης. Η καμπύλη που δίνουν τα αποτελέσματα για τη φόρτιση που περιγράφεται στην Εικόνα 7:1, φαίνεται στο πιο κάτω διάγραμμα (Σχήμα 7:1). Η ομοιόμορφη φόρτιση όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω αποτελεί την βάση για την εξαγωγή και των προσεγγιστικών καμπύλων $M_{max,\ cr} - n^2$, όπου n^2 αποτελεί την αντίστοιχες τιμές της αξονικής φόρτισης και προκύπτει σύμφωνα με την Εξ. (7:7).

$$n^2 = p^2 \frac{M_{0.cr}^2}{C_1^2 * \lambda^2}$$

$$\lambda = GJl^2 / EC_w \qquad (7:7)$$



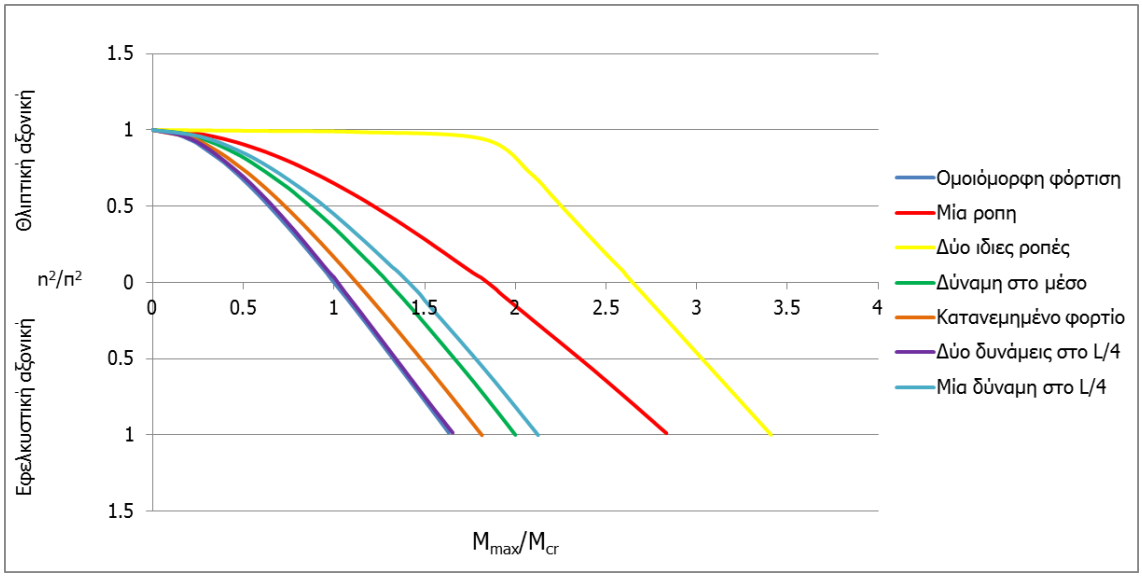
Εικόνα 7:1: Ομοιόμορφη φόρτιση



Σχήμα 7:1: Διάγραμμα προσεγγιστικής καμπύλης ομοιόμορφης φόρτισης

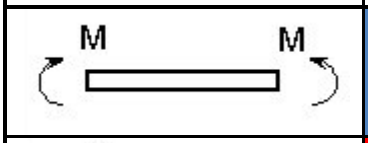
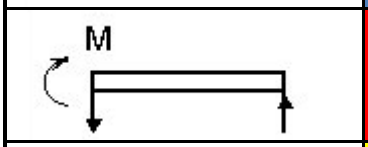
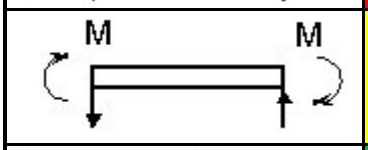
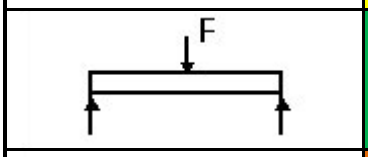
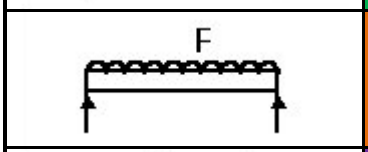
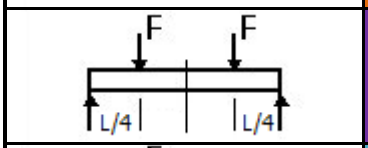
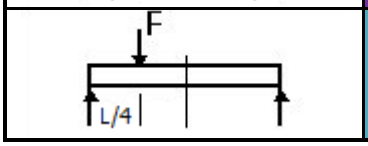
Στην συνέχεια γίνεται χρήση των Εξ. (7:1), (7:2), (7:3), (7:4), (7:5) και (7:6) για να προκύψουν και οι υπόλοιπες καμπύλες για της άλλες μορφές φόρτισης. Δηλαδή έχοντα την κρίσιμη ροπή που έδωσε το πρόγραμμα ADINA για την ομοιόμορφη φόρτιση, και χρησιμοποιώντας αυτές της εξισώσεις παίρνουμε της αντίστοιχες τιμές. Οι προσεγγιστικές καμπύλες φαίνονται στο πιο κάτω Σχήμα 7:2.

Για όλα τα διαγράμματα που θα παρουσιαστούν στο παρόν κεφάλαιο ο χρωματισμός των καμπυλών θα είναι σύμφωνα με το Πίνακας 7:1, όπου περιέχει όλες τις μορφές φόρτισης που θα παρουσιαστούν στην συνέχεια με τα αντίστοιχα χρώματα. Στην συνέχεια στα διαγράμματα για κάθε φόρτιση, η προσεγγιστική λύση παρουσιάζεται με ανοικτό χακί χρώμα για να μπορεί να γίνεται η σύγκριση.



Σχήμα 7:2: Διαγράμματα προσεγγιστικών καμπύλων για όλες τις φορτίσεις

Πίνακας 7:1: Χρωματισμός διαγραμμάτων αναλόγως φόρτισης

Μορφή φόρτισης δοκού	**Χρωματισμός διαγράμματος**
	
	
	
	
	
	
	

7.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕΣΩ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Χρησιμοποιώντας το λογισμικό πρόγραμμα ADINA για την εξαγωγή των καμπύλων για όλες της μορφές φόρτισης, χρειάστηκε η βοήθεια της Linearized Buckling. Μετά από αρκετές δοκιμές για διάφορες αρχικές τιμές είτε για εγκάρσια φορτία είτε για το αξονικό φορτίο λήφθηκαν οι πιο κάτω καμπύλες (Σχήμα 7:3,Σχήμα 7:4,Σχήμα 7:5,Σχήμα 7:6,Σχήμα 7:7 καιΣχήμα 7:8). Όπως φαίνεται ξεκάθαρα υπάρχουν φορτίσεις που οι διαφορές είναι ελάχιστες έως και μηδαμινές (γενικά όλες οι φορτίσεις πλησιάζουν μεταξύ τους), εκτός σε μία περίπτωση όπου διαφέρει σε πολύ μεγάλο βαθμό.

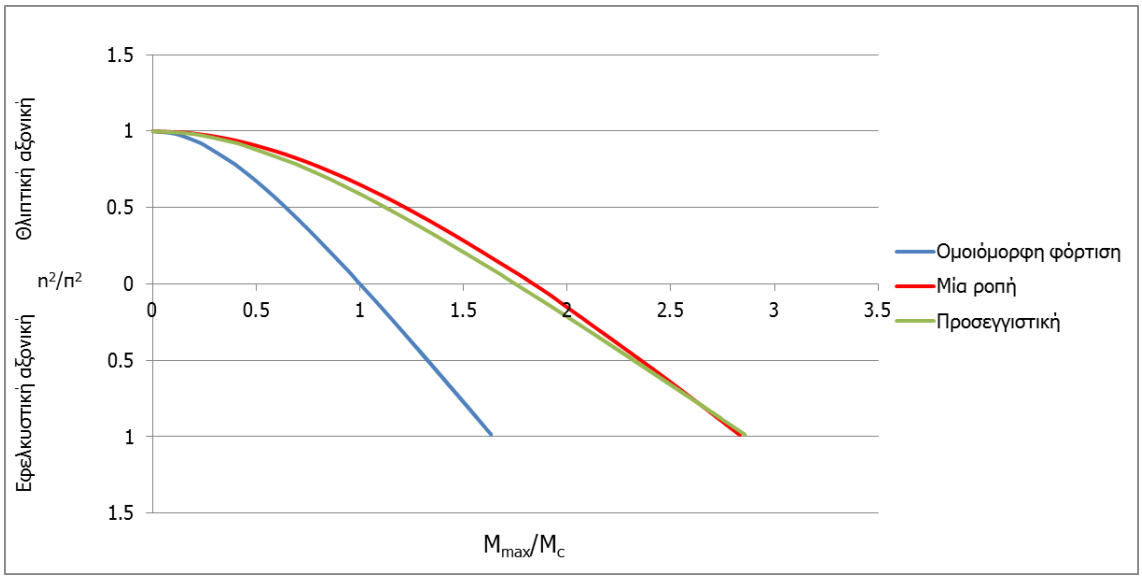
Στην περίπτωση όπου οι φόρτιση είναι με δύο ίδιες ροπές στην άκρη υπάρχει μια πολύ μεγάλη διαφορά, οι οποία πρέπει να ερευνηθεί περισσότερο για το λόγο της μεγάλης αυτής τροποποίησης. Γενικά τα αποτελέσματα είναι αρκετά αισιόδοξα για την περεταίρω μελέτης της μεθόδου με μαθηματική προσέγγιση και για την απλοποιητική χρήση των Εξ. (7:1), (7:2), (7:3), (7:4), (7:5) και (7:6).

Χρειάζεται σίγουρα να γίνει και μια πειραματική ανάλυση μέσω πραγματικών δοκών σε εργαστηριακά πρότυπα για να διαφανεί αν η μαθηματική αυτή προσέγγιση που συμβαδίζει κατά μεγάλο βαθμό με την ανάλυση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων είναι αληθείς. Σίγουρα η ανάλυση μέσω αναλυτικών προγραμμάτων είναι αρκετά ασφαλής για εξαγωγή

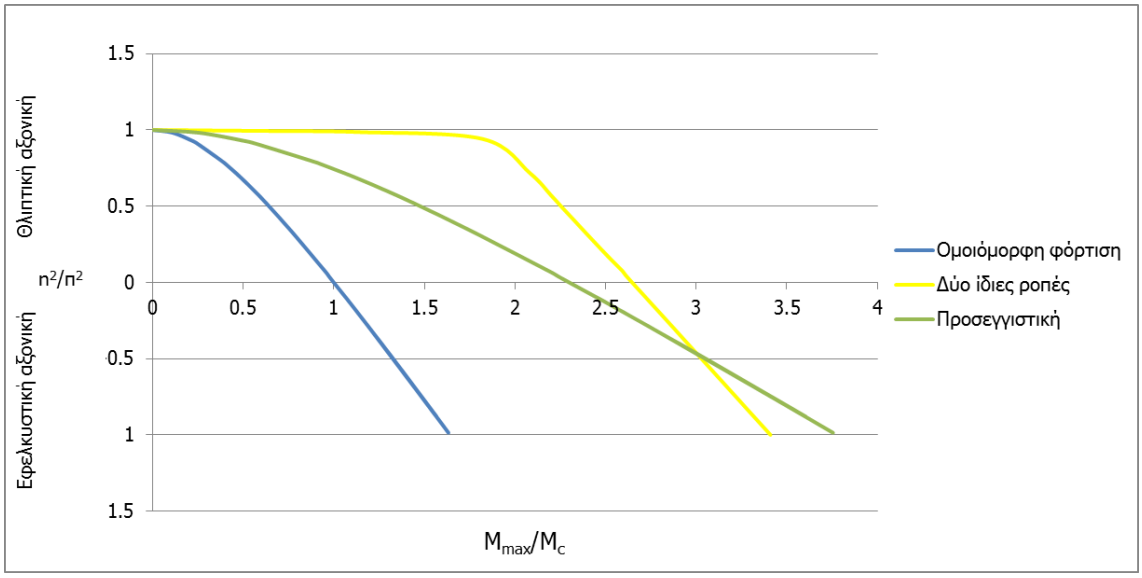
συμπερασμάτων, δεν μπορεί όμως να δώσει με σαφήνεια την λύση σε αυτό το ζήτημα αν οι εξισώσεις που προέκυψαν είναι ορθές για χρήση.

Για την περίπτωση όπου στη δοκό ασκείται μία ροπή στο ένα άκρο τότε, η προσεγγιστική καμπύλη έχει μια πολύ μικρή διαφορά από την καμπύλη που δίνουν τα αποτελέσματα του λογισμικού προγράμματος ADINA. Η διαφορά αυτή είναι πολύ μηδαμινή και μπορεί να θεωρηθεί ότι η μαθηματική Εξ. (7:3), είναι αρκετά κοντά στην πραγματικότητα.

Για την φόρτιση με δύο ροπές στα δύο άκρα, η διαφορά των δύο καμπύλων είναι τεράστια. Ενδέχεται το πρόγραμμα να έχει κάνει λάθος στην συγκεκριμένη περίπτωση, μιας και είναι η μοναδική που υπάρχει τόσο μεγάλη απόκλιση. Υπάρχει όμως και το ενδεχόμενο η συγκεκριμένη περίπτωση, λόγω της ιδιαιτερότητας των φορτίων να μην ισχύει η μαθηματική προσέγγιση, με αποτέλεσμα η Εξ. (7:4), να μην μπορεί να εφαρμοστεί. Η περίπτωση αυτή ίσως χρειάζεται πειραματική απόδειξη για να προσδιοριστεί με περισσότερο ακρίβεια που μπορεί να κρύβεται το σφάλμα.



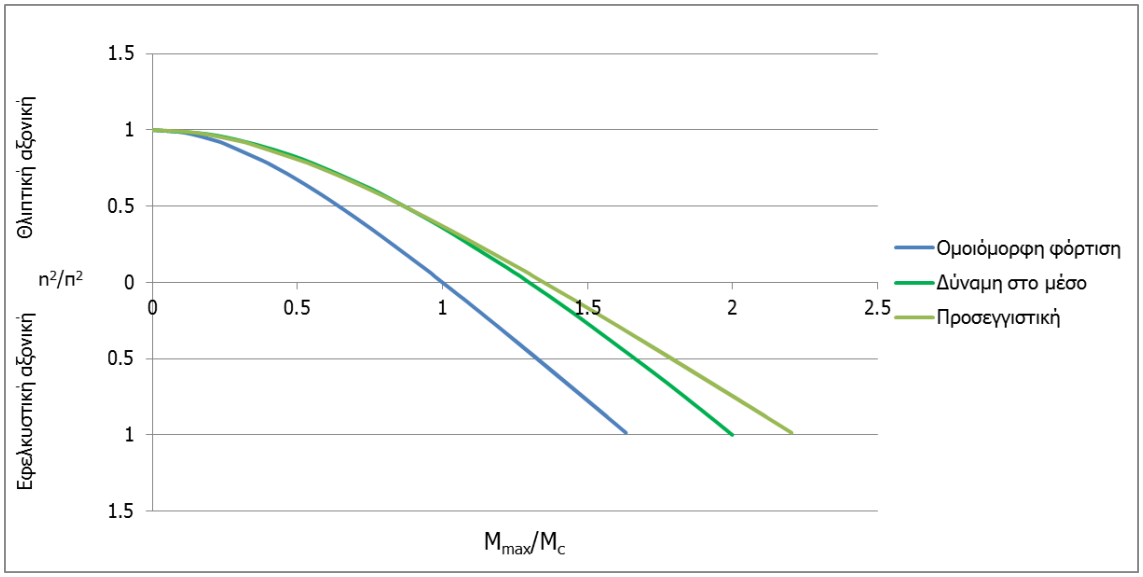
Σχήμα 7:3: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA



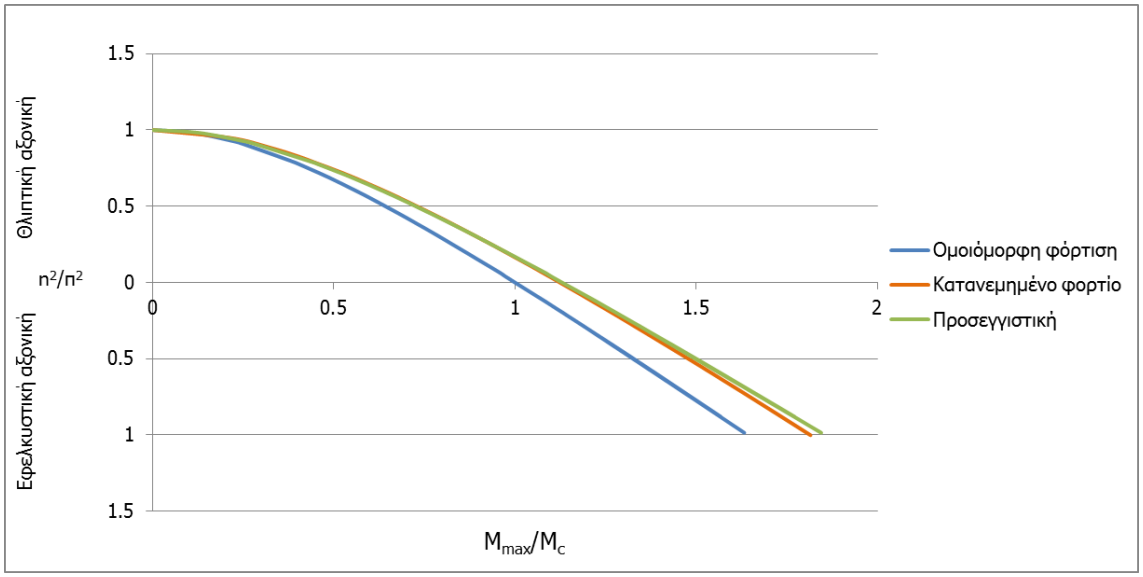
Σχήμα 7:4: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA

Μετά τις φορτίσεις με εξωτερικές ροπές, συνέχεια έχουν οι φορτίσεις με εγκάρσιες δυνάμεις. Αρχικά για την φόρτιση με μια δύναμη στο μέσο της δοκού, όσο το αξονικό φορτίο είναι θλιπτικό οι δύο καμπύλες ταυτίζονται. Όσο το φορτίο μετατρέπεται σε εφελκυστικό υπάρχει μια διαφορά στον συντελεστή της Εξ. (7:5), όπου δεν διατηρείται σταθερός. Όταν η δοκός φορτίζεται με κατανεμημένο φορτίο οι δύο καμπύλες ταυτίζονται σχεδόν, με μια μικρή διαφορά στις εφελκυστικές δυνάμεις.

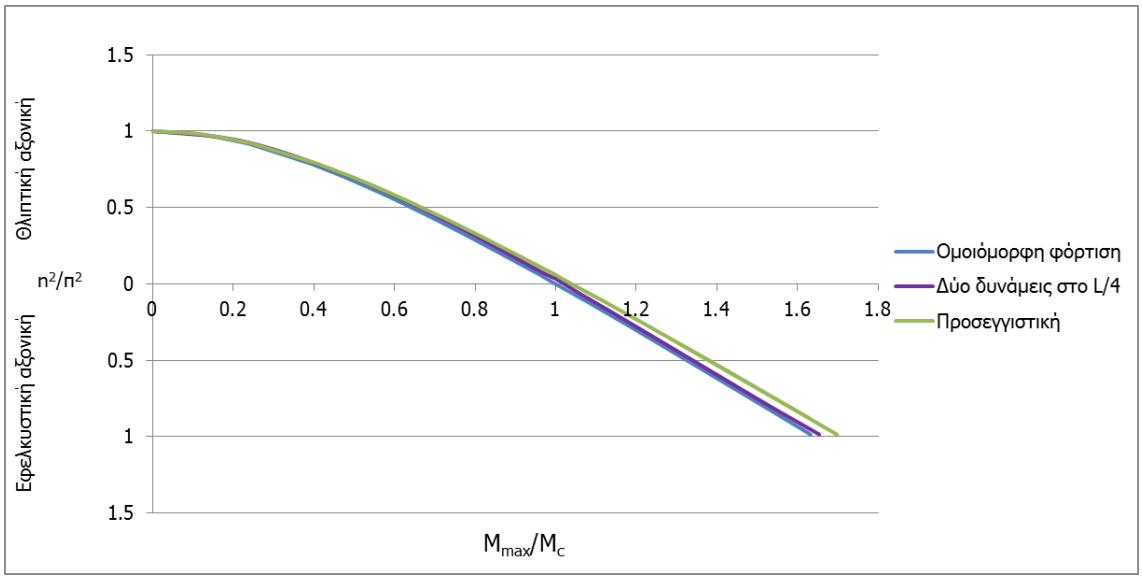
Στην μορφή φόρτισης με δύο δυνάμεις στα L/4 από τα δύο άκρα, πάλι υπάρχει η ίδια συμπεριφορά με τις δύο περιπτώσει των εγκάρσιων φορτίων. Υπάρχει ταύτιση των καμπυλών για θλιπτικά αξονικά φορτία και καθώς τα φορτία γίνονται εφελκυστικά, δημιουργείται μια διαφορά λόγω ότι ο συντελεστή δεν παραμένει σταθερός. Στην τελευταία μορφή φόρτισης με μια δύναμη στο L/4 από το ένα άκρο, η διαφορά όταν ασκούνται εφελκυστικές δυνάμεις είναι μεγάλη, ενώ για θλιπτικό αξονικό φορτίο οι δύο καμπύλες ταυτίζονται με πάρα πολύ μικρές διαφορές. Οι Εξ. (7:6) και (7:7) μπορούν να περιγράψουν εν μέρη την συμπεριφορά της δοκού όταν υπάρχει αξονικό φορτίο.



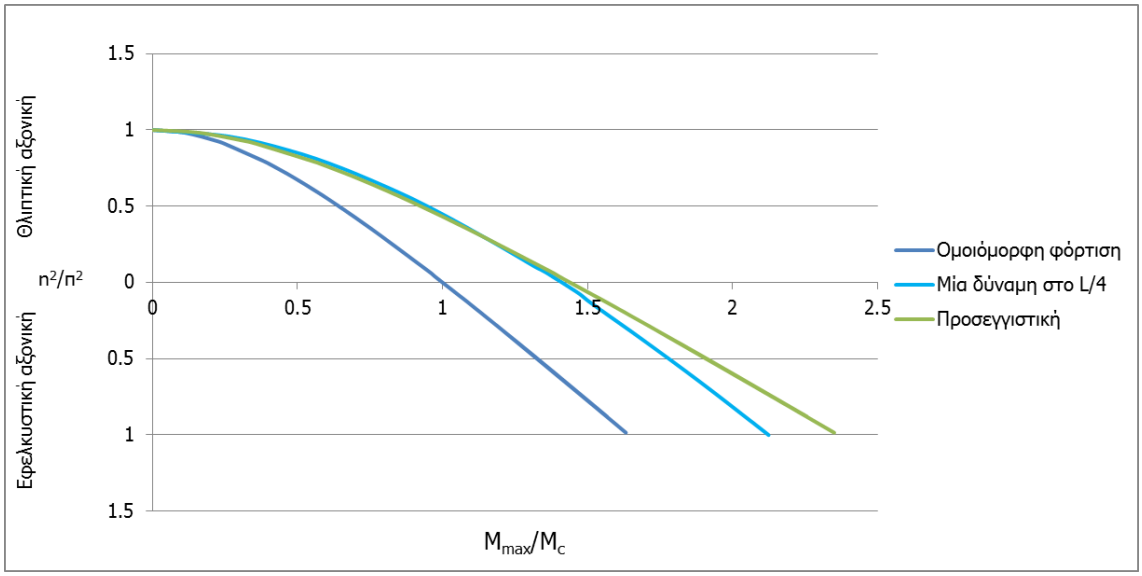
Σχήμα 7:5: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA



Σχήμα 7:6: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA



Σχήμα 7:7: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA



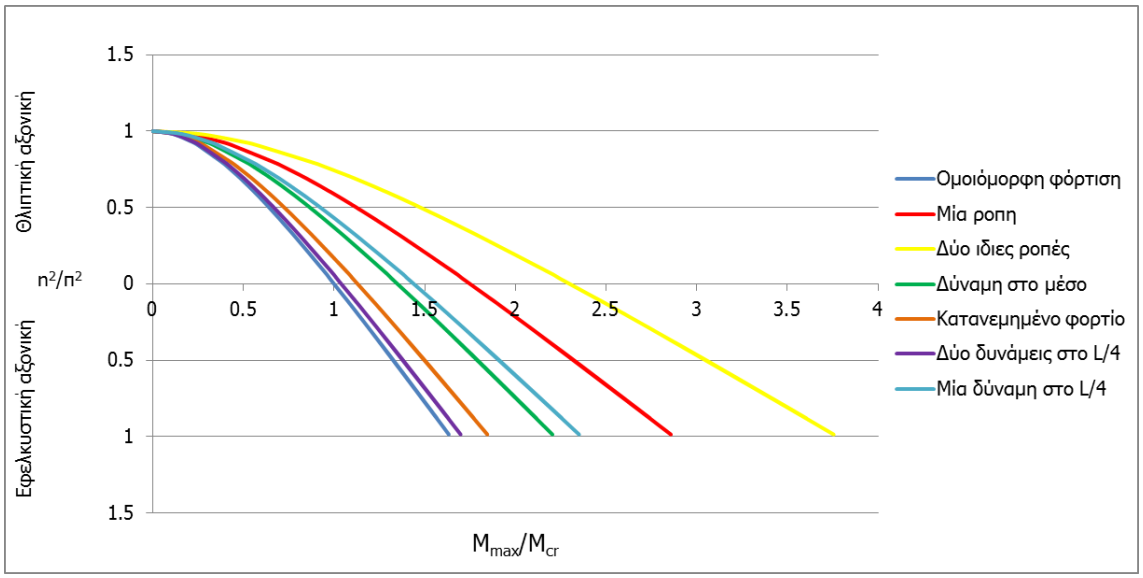
Σχήμα 7:8: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA

7.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σύμφωνα και με τα πιο πάνω αποτελέσματα και με το πέρας όλων των αναλύσεων μπορεί με μερική βεβαιότητα να διατυπωθεί ότι η ροπή πλευρικού λυγισμού μιας δοκούς με αξονική εφελκύστηκε δύναμη και για τυχαίο διάγραμμα ροπών μπορεί να προκύψει από τη ροπή πλευρικού λυγισμού για ομοιόμορφη φόρτιση ροπών πολλαπλασιασμένο με ένα αυξητικό συντελεστή. Ο συντελεστής αυτός είναι ο ίδιος για το αντίστοιχο διάγραμμα ροπών της δοκούς χωρίς αξονική φόρτιση. Σύμφωνα με το πρόγραμμα ADINA ίσως ο συντελεστής αυτός να μην είναι σταθερός για όταν η αξονική δύναμη είναι εφελκυστική (Σχήμα 7:9).

Καθώς ασκείτε εφελκυστική αξονική δύναμη, η αντοχή της δοκούς είναι πολύ μεγαλύτερη. Έτσι σε όρους κρίσιμης ροπής στρεπτοκαμπτικού λυγισμού η επιρροή της εφελκυστικής δύναμης είναι προσδόκιμη. Ενώ αντίθετα η θλιπτική δύναμη περιορίζει κατά πολύ την

καμπτική αντοχή. Τέλος μπορεί να διατυπωθεί το εξής συμπέρασμα ότι η σχέση αλληλεπίδρασης καμπτικής ροπής – αξονικής δύναμης για οριακά ζεύγη των δύο αυτών φορτίσεων, που προκαλούν στρεπτοκαμπτικό λυγισμό μπορεί να αποτυπωθεί ως μια συνεχής καμπύλη καλύπτουσα αμφότερες τις περιοχές θλιπτικού και εφελκυστικού αξονικού φορτίου.



Σχήμα 7:9: Διαγράμματα καμπυλών μέσω προγράμματος ADINA

8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

8.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σχεδιασμός και η ανάλυση ενός φορέα και η εξέταση για τυχών προβλήματα πλευρικού λυγισμού βασίζεται σε μία μεθοδολογία βήμα προς βήμα. Στο σχεδιασμό πρέπει να ληφθούν υπόψη σημαντικοί συντελεστές που έχουν να κάνουν με τη γεωμετρία και την εμφάνιση του τελικού αποτελέσματος. Για παράδειγμα, κατά το σχεδιασμό ορίζεται ο τύπος της διατομής, οι συνοριακές συνθήκες, ο τρόπος κατανομής τον φορτίων, ο τρόπος σύνδεσης και άλλοι επιμέρους συντελεστές, ώστε να γίνει σωστά η μοντελοποίηση του φορέα. Ως αποτέλεσμα, η ανάλυση που ακολουθεί να μπορεί να παρουσιάσει τα επακριβείς αποτελέσματα για τον φορέα που μελετάτε.

Σήμερα και με τη βοήθεια των ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι μηχανικοί μπορούν εύκολα να εκτιμήσουν τα φορτία πλευρικού λυγισμού. Ωστόσο, οι αναλύσεις έχουν συγκεκριμένη πορεία (ακολουθείται μία σειρά αναλύσεων) ώστε να γίνει σωστή αξιολόγηση όλων των παραγόντων που επηρεάζουν την αντοχή. Εντούτοις ακόμη και σήμερα δεν είναι αρκετά σαφής αν τα αποτελέσματα αυτά είναι ορθά ή μπορεί να θεωρηθούν αρκετά για το σχεδιασμό και την μελέτη τέτοιου είδους φορέων.

Στα πλαίσια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας αρχικά γίνεται αναφορά στο θεωρητικό τρόπο επίλυσης του πλευρικού ή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Στη συνέχεια παρατίθεται αναλυτικότερα η διαδικασία υπολογισμού για την περίπτωση ομοιόμορφης φόρτισης δοκού με διχαλωτές στηρίξεις, και παρουσιάζεται μια αναλυτική εφαρμογή της. Η δοκός που μελετήθηκε έχει μήκος 5m και η διατομή της είναι IPE 300. Ο τρόπος σύνδεσης είναι με διχαλωτές στηρίξεις. Η ποιότητα του χάλυβα έχει μέτρο ελαστικότητας 210000000kPa, λόγο Poisson 0.3 και όριο διαρροής 235000kPa.

Πιο συγκεκριμένα, στην παρούσα εργασία ελέγχεται η απόκριση της δοκού για διάφορες μορφές φόρτωσης, χωρίς να γίνεται η τήρηση των ορίων ασφαλείας που θέτει ο Ευρωκώδικας για στατικά (ανομοιόμορφης κατανομής φόρτισης) φορτία που δρουν στην δοκό. Γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση και εξήγηση των παραμέτρων που αφορούν την γεωμετρία της δοκού και των σχέσεων που επηρεάζουν το φορτίο του πλευρικού λυγισμού. Στο τέλος, επιλέγονται κατάλληλα οι παράμετροι που είναι απαραίτητοι για την μελέτη της δοκού. Οι παράμετροι αυτοί αφορούν την αρχική ατέλεια, την κατανομή των φορτίων, των

τρόπων σύνδεσης των μελών και της θέσης φόρτισης καθ' ύψος της διατομής. Γενικά παρατηρείται ότι ο βαθμός επιρροής του μέτρου της αρχικής ατέλειας είναι αρκετά σημαντικός για όλους τους τρόπους στήριξης της δοκού.

Διαπιστώνεται επίσης, ότι καθώς αυξάνεται ο βαθμός υπερστατικότητας της δοκού δημιουργείται ένας πιο δύσκαμπτος φορέας, όπου η δυσκαμψία αυτή απεικονίζεται στα φορτία λυγισμού καθώς είναι αρκετά μεγαλύτερα σε σχέση με τον ισοστατικό τρόπο σύνδεσης. Υπάρχουν ορισμένες περιπτώσεις όμως όπου ο τρόπος σύνδεσης δεν επηρέασε την απόκριση του φορέα και σε μία μεμονωμένη περίπτωση, η αύξηση του βαθμού υπερστατικότητας επέφερε αρνητικά αποτελέσματα.

Επιπλέον, η θέση άσκησης του εγκάρσιου φορτίου καθ' ύψος της διατομής επηρεάζει σημαντικά το κρίσιμο φορτίου λυγισμού. Καθώς το φορτίο ασκείται από το κέντρο βάρους της διατομής και πάνω έχει αρνητική συνεισφορά, ενώ καθώς ασκείται από το κέντρο βάρους και κάτω η επιρροή είναι θετική. Στα πλαίσια της μεταπτυχιακής εργασίας διενεργείται προσπάθεια να διατυπωθούν σε πειραματικό στάδιο μέσο λογισμικού προγράμματος η μαθηματική προσέγγιση της επιρροής του αξονικού φορτίου στην κρίσιμη ροπή του πλευρικού λυγισμού της δοκού. Συγκεκριμένα, συγκρίνονται οι καμπύλες που προέκυψαν από μαθηματικές προσεγγιστικές μεθόδους με τις καμπύλες που προέκυψαν μέσο προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι, με αυτό, προβάλλεται και η επιρροή που έχει το αξονικό φορτίο στο στρεπτοκαπτικό λυγισμό.

Για την υλοποίηση των αναλύσεων για τη διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πρόγραμμα ADINA. Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για να οριστεί το γραμμικό φορτίο είναι η γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA), το ελαστικό φορτίο λυγισμού η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας με ατέλειες (GNIA) και για το ελαστοπλαστικό φορτίο λυγισμού η μη γραμμική ανάλυση υλικού γεωμετρίας με ατέλειες (GMNIA).

8.2 ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα σημαντικότερα αποτελέσματα που προέκυψαν μέσω της μελέτης και ανάλυσης της δοκού τα οποία μπορούν να ληφθούν υπόψη για τον σχεδιασμό του πλευρικού ή στρεπτοκαπτικού λυγισμού είναι:

- Το μέτρο της αρχικής ατέλειας που κατανέμεται πάνω στην επιφάνεια της διατομής της δοκού σύμφωνα με την γραμμική ανάλυση λυγισμού επηρεάζει σημαντικά την αντοχή της δοκού μόνο στην περίπτωση συγκεντρωμένων ή κατανεμημένων δυνάμεων. Η επιρροή αυτή, καθώς αυξάνεται το μέτρο της αρχικής ατέλειας από L/1000 – L/300 γίνεται ακόμα εντονότερη καθώς παρουσιαζόταν αυξημένη μείωση του φορτίου λυγισμού της δοκού.

- Η αλλαγή του τρόπου στήριξης από διχαλωτές στηρίξεις σε στηρίξεις με μεγαλύτερο βαθμό υπερστατικότητας επηρέασε σημαντικά την αντοχή της δοκού. Η επιρροή αυτή ήταν επικερδής καθώς αύξανε κατά πολύ το φορτίο λυγισμού της δοκού.

- Η περίπτωση στήριξης με διχαλωτές στηρίξεις όπου στη μια περίπτωση η οριζόντια μετακίνηση και για τα δύο άκρα είναι δεσμευμένη ενώ στην άλλη όχι, δεν επέφερε καμία μεταβολή στον πλευρικό λυγισμό.

- Η ποιότητα του χάλυβα είχε καθοριστικό ρόλο στην απόκριση της δοκού αφού αποτελούσε το μηχανισμό αστοχίας. Σε όλες τις αναλύσεις, το υλικό έφθανε στο όριο διαρροής του (δημιουργία πλαστικής άρθρωσης) και ο φορέας αστοχούσε. Στην

περίπτωση όπου ο φορέας είναι υπερστατικός, ο φορέας παρουσίαζε μεταλυγισμική αντοχή καθώς μετά την διαρροή του υλικού επιτρεπόταν η περαιτέρω αντοχή της δοκού.

- Η επιρροή της θέσης αύξησης του εγκάρσιου φορτίου ήταν σημαντική, με αποτέλεσμα καθώς το φορτίο δρούσε στο κέντρο βάρους του άνω πέλματος να έχει αρνητική επιρροή και ο φορέας να αστοχεί σε μικρότερα φορτία. Στην περίπτωση όπου το φορτίο ασκείτε στο κέντρο βάρους του κάτω πέλματος, η επιρροή ήταν θετική σε μεγαλύτερα φορτία λυγισμού.
- Η πειραματική μελέτη του αξονικού φορτίου σε συνάρτηση με τις διάφορες μορφές των εγκάρσιων φορτίων είχε επιφέρει καμπύλες αποτελεσμάτων, πολύ κοντά με την μαθηματική προσέγγιση. Οι διαφορές αυτών των δύο καμπυλών ήταν για όλες σχεδόν τις περιπτώσεις πολύ μικρές, με μοναδική διαφορά την φόρτιση με δύο όμοιες ροπές στην θέση των στηρίξεων.
- Οι διαφορές που παρουσίαζαν οι δύο καμπύλες είναι ότι σε όλες τις περιπτώσεις ο συντελεστής αύξησης της κρίσιμης ροπής, καθώς ασκείται εφελκυστικό φορτίο δεν διατηρείτο σταθερός.

8.3 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΕΣ

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν να διατυπωθεί ο βαθμός επιρροής του μέτρου της αρχικής ατέλειας στο πλευρικό λυγισμό. Επίσης, ήταν σημαντικό να διατυπωθεί η επιρροή του τρόπου στήριξης και της θέσης άσκησης του φορτίου. Μέσα από αυτή την έρευνα δημιουργήθηκαν καινούρια ερωτήματα σχετικά με την απόκριση της δοκού και τις διαφορές που θα παρουσίαζε από τις αναλύσεις που ήδη πραγματοποιήθηκαν εάν κάτι άλλο μεταβαλλόταν από το φορέα.

Για μελλοντικές έρευνες προτείνονται μερικές αναλύσεις που θα έχουν σίγουρα ενδιαφέρον για εξεύρεση απαντήσεων και ίσως βοηθήσουν και για την εξαγωγή καλύτερων συμπερασμάτων για την υφιστάμενη έρευνα. Σε αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία, σε όλες τις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε ίδια διατομή, ενώ και το μήκος της διατομής ήταν σε όλες το ίδιο. Μια ενδιαφέρουσα κατάσταση θα ήταν να αναλυθεί ο φορέας για διάφορες τιμές αυτών των δύο παραμέτρων, με μικρότερες ή και με μεγαλύτερες διατομές αλλά και με διαφορετικά μήκη δοκών. Με αυτό τον τρόπο θα μπορούσε να ερευνηθεί καλύτερα ο βαθμός επιρροής των παραμέτρων που αναλύθηκαν στη παρούσα διπλωματική εργασία.

Μπορεί να γίνει συνδυασμός των παραμέτρων όπως του τρόπου στήριξης με τη θέση φόρτισης του φορτίου καθ' ύψος της διατομής και να παρουσιαστεί ο βαθμός επιρροής του συνδυασμού αυτών των παραμέτρων. Αυτοί οι δύο παράμετροι μπορούν να συνδυαστούν και με το μέτρο της αρχικής ατέλειας διατυπώνοντας έτσι ακόμη περισσότερο την επιρροή της στο πλευρικό λυγισμό.

Η επιρροή του αξονικού φορτίου στην κρίσιμη ροπή του πλευρικού λυγισμού της δοκού όπως παρουσιάστηκε στη σύγκριση των καμπύλων είχε μια μεγάλη διαφορά στην φόρτιση όπου οι ασκούμενες ροπές στα άκρα ήταν ίδιες. Η διαφορά αυτή ίσως χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση για να διαπιστωθεί ο λόγος ύπαρξής της. Τέλος αφού η μαθηματική προσέγγιση με την πειραματική ανάλυση μέσω λογισμικού προγράμματος δίνουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα, θα πρέπει να πραγματοποιηθούν και πειραματικές δοκιμές σε εργαστηριακά πρότυπα για επαλήθευση των αποτελεσμάτων.

9 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Ι. Ερμόπουλος, "Ευρωκώδικας 1: Βασικές αρχές σχεδιασμού και δράσεις επί των κατασκευών", Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα, Ελλάδα, 2005.

[2] Ι. Βάγιας, Ι. Ερμόπουλος και Γ. Ιωαννίδης, "Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα με παραδείγματα εφαρμογής", Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα, Ελλάδα, 2014.

[3] Α. Κουνάδη, "Γραμμική Θεωρία Ελαστικής Ευστάθειας", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, Ελλάδα, 1997.

[4] Τ. Αβραάμ, Ζ. Φασουλάκης, Γ. Ιωαννίδης, "Η επιρροή αξονικού εφελκυσμού στην κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού", 8^{ο} Συνέδριο Μεταλλικών Κατασκευών, Τρίπολη, Ελλάδα, Οκτώβριος 2014

[5] Σ. Κουταλιανός, Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2015 40, "Διερεύνηση προβλημάτων λυγισμού μονόστρωτων δικτυωτών θόλων", ΕΜΠ, Αθήνα, Ελλάδα, Οκτώβριος 2015.

[6] Ν. Βαονάκης, Μεταπτυχιακή Εργασία ΕΜΚ 2015 06, "Γραμμική και μη γραμμική ανάλυση πλευρικά μη εξασφαλισμένων δοκών υπό κάμψη και αξονικό Φορτίο", ΕΜΠ, Αθήνα, Ελλάδα, Ιούνιος 2015.

[7] Μ. Παπαδρακάκης, "Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων", Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, Ελλάδα, 2001.

[8] S. Timoshenko, J. Gere, "Theory of elastic stability", McGraw – HillBook Company, Second Edition, 1961

[9] Α. Κουνάδη, "Μη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας με στοιχεία από τη θεωρία καταστροφών", Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, Ελλάδα, 2004.

[10] G. Ioannides, T. Avraam, "Laterar – Torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force", Archive of Applied Mechanics, Special Issue, Vol. 82, 2012, pp.1393-1402.

[11] Π. Κωμοδρόμος, "Ανάλυση κατασκευών: Σύγχρωνες μέθοδοι με χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών", Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, Ελλάδα, 2009.

[12] Ι. Βαρδουλάκης, Α. Γιαννακόπουλος, "Τεχνική μηχανική Ι", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, Ελλάδα, 2008.

[13] Ι. Βαρδουλάκης, "Τεχνική μηχανική ΙΙ", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, Ελλάδα, 1999

[14] A. Kounadis, "An efficient and simple approximate technique for solving nonlinear initial and boundary – value problems", Computational Mechanics, Vol. 9, 1992, pp.221-231.

[15] Ι. Βάγιας, "Σιδηρές κατασκεύες: Ανάλυση και διαστασιολόγηση", Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα, Ελλάδα, 2003.

[16] N. Trahain, "The behavior and design of steel stuctures", Chapman and Hall, London, England, 1977.

[17] Μ. Παπαδρακάκης, "Μαθήματα στατική V – Πλαστική ανάλυση ραβδοτών φορέων: Σύγχρονες μέθοδοι", Εκδόσεις Τσότρας, Αθήνα, Ελλάδα, 2013.

[18] A. Kounadis, G. Ioannides, "Lateral postbuckling analysiw od beam columns", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 4, 1994, 695-706.

[19] Ι. Βαρδουλάκης, "Τεχνική μηχανική ΙΙ", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, Ελλάδα, 1999

[20] Y. Wang, M. El-Khentas, D. Nethercost, "Lateral – torsional buckling of end – restraints beam", J. Constr. Steel Res., Vol. 7, No. 5, 1987, pp.335-362

[21] W. Boyce, R. Diprima, "Στοιχειώδεις διαφορικές εξισώσεις και προβλήματα συνοριακών τιμών", Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, Ελλάδα, 1999.

[22] W. Chen, E. Lui, "Structural stability theory and implementation", Elsevier Science Publishing co., 1987

[23] G. Jian-Xim, C. Siu-Lai, "A refined finite element formulation for flexural and torsional buckling of beam – columns with finite rotations", J. Engineering Structures, Vol. 27, 2005, pp. 749-759.

[24] J. Dourakopoulos, E. Sapountzakis, "Post – Buckling analysis of deam of arbitraty cross section using BEM", Engineering Structures, Vol. 32, 2010, pp. 3713-3724.

[25] G. Ioannidis, D. Polyzois. A. Kounadis, "Elastic limit state flexural – torsional postbuckling analysis of bars with open thin walled cross – sections under axial thrust", August 1998, Engineering Structures, 22 (2000) pp. 472 – 479.

[26] WF. Chen, T. Atsutra, "Theory of beam – columns", McGraw-Hill, NY. 1977

[27] M. Massound El Sa' adawy, F.F.F. El. Dib, "Inelastic strength of laterally unsupported top – loaded built – up slender beams", World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 7, pp. 422-430.

[28] Joao Tomas Mello e Silva, "I – Steel beams under tension: Lateral torsional Buckling, behavior and desing", Tecnico Lisboa, October 2013.

[29] Trahair Ns. Flexural – Torsional Buckling of structures, E.N. Spon, London, 1993.

[30] A. Lopez, I. Puente and M. A. Serna, "Buckling Loads of Semi-Rigidly Jointed Single Layer Latticed Domes", Proceedings of IASS-APCS 2003, pp.132-133, 2003.

[31] IASS, "Guide to buckling loads evaluations of metal reticulated roof structures", Editors: S. Kato and co-editors, 2013.

[33] A. Kounadis, G. Ioannides, "Lateral postbuckling analysiw od beam columns", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 4, 1994, 695-706.

[34] G. Jian-Xim, C. Siu-Lai, "A refined finite element formulation for flexural and torsional buckling of beam – columns with finite rotations", J. Engineering Structures, Vol. 27, 2005, pp. 749-759.

[35] WF. Chen, T. Atsutra, "Theory of beam – columns", McGraw-Hill, NY. 1977

[36] Adina Systems 8.5 Online Manuals, Adina R&D, Inc (February 2008).

[37] http://www.wikipedia.org

[38] http://www.efunda.com

[39] http://www.mitcal.com

[40] http://www.researchgate.net