



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΔΠΜΣ “ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ”

Μεταπτυχιακή Εργασία

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΤΙΡΙΩΝ ΚΑΙ
ΕΥΡΩΣΤΟΣ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Παναγιώτη Ανδρούτσου,

Διπλ. Ηλεκτρολόγου Μηχανικού και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Επιβλέπων : Δρ. Αργύρης Γ. Σολδάτος

ΑΘΗΝΑ 2017

~ Αφιερώνεται στους γονείς μου,

Ανδρέα και Ειρήνη ~

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με το πέρας της μεταπτυχιακής αυτής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω καταρχάς τον επιβλέποντα Δρ. Αργύρη Σολδάτο για την αμέριστη βοήθεια που μου προσέφερε και για την καθοριστική καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια της εργασίας αυτής. Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, τον Τζόι, την Σκάρλετ και την Κατερίνα για την στήριξή τους σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	5
ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	8
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	9
ABSTRACT	11
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	13
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	14
1.1 Επισκόπηση Τεχνολογικών Εξελίξεων.....	14
1.1.1 Παθητικός Έλεγχος	14
1.1.2 Ημι-Ενεργητικά Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου	17
1.1.3 Ενεργητικός Έλεγχος.....	20
1.1.4 Υβριδικά Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου	21
1.2 Εφαρμογή Υβριδικού Συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου.....	24
1.2.1 Περιγραφή.....	24
1.2.2 Υλοποίηση	26
2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΤΙΡΙΟΥ	28
2.1 Γραμμικό Μοντέλο	28
2.2 Μη Γραμμικό Μοντέλο.....	31
3. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΛΕΓΚΤΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΤΙΡΙΟΥ.....	41
3.1 Γραμμικός Ελεγκτής Μη Γραμμικού Μοντέλου	41
3.2 Μη Γραμμικός Ελεγκτής Μη γραμμικού Μοντέλου	48
4. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΕ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΚΟΝΤΑ ΣΤΟ ΕΠΙΚΕΝΤΡΟ	58
4.1 Συμπεριφορά Μη Γραμμικού Ελεγκτή σε Σεισμικές Δονήσεις	58
Κοντά στο Επίκεντρο	58
4.1.1 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Α: ERZ-000.....	58
4.1.2 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Β: JFA-022	62
4.1.3 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Γ: TAB-074.....	66
4.1.4 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Δ: DCZ-270	70
4.2 Συμπεράσματα	74
5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	75
5.1 Bouc-Wen Μοντέλο.....	75
5.2 Εύρωστος Ελεγκτής	79
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	82

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Εικόνα 1 - Διάγραμμα Παθητικού Ελέγχου	14
Εικόνα 2 – Διάταξη με Σεισμικά Μονωμένες Βάσεις	15
Εικόνα 3 – Διατμητική Φόρτιση από την TechStar Incorporated	16
Εικόνα 4 – Ελαστικό Εφέδρανο στη Βάση ενός υπό Ανέγερση Κτιρίου	16
Εικόνα 5 – Εγκατεστημένο Ελαστικό Εφέδρανο	17
Εικόνα 6 – Διάγραμμα Ημι-ενεργητικού Ελέγχου	18
Εικόνα 7 – Αποσβεστήρας Μεταβλητού Στομίου	19
Εικόνα 8 – Διάγραμμα Ενεργητικού Ελέγχου.....	20
Εικόνα 9 – Κτίριο Εφοδιασμένο με AMD	21
Εικόνα 10 – Αποσβεστήρας HMD (Hybrid Mass Damper) σχήματος V	22
Εικόνα 11 – Αποσβεστήρας HMD (Hybrid Mass Damper) σχήματος τόξου	22
Εικόνα 12 – Αποσβεστήρας εκκρεμούς “πολλαπλού βήματος”	23
Εικόνα 13 – Υβριδικό Σύστημα Ελέγχου.....	24
Εικόνα 14 – Διάταξη συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου σε Κτίριο	26
Εικόνα 15 – Μοντέλο Κτιρίου N Ορόφων σε Απόλυτες Συντεταγμένες	28
Εικόνα 16 – Δυνάμεις που Ασκούνται σε Κάθε Όροφο	31
Εικόνα 17 – Μοντέλο Μη Γραμμικού Συστήματος	32
Εικόνα 18 – Μη Γραμμικό Σύστημα Χωρίς Έλεγχο.....	38
Εικόνα 19 - Μη Γραμμικό Σύστημα με Ελεγκτή	51
Εικόνα 20 – Μορφή Βρόχου Υστέρησης για Διάφορες Τιμές	77

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται ένας μη γραμμικός ελεγκτής ο οποίος εγγυάται τον αποτελεσματικό έλεγχο κτιρίου σε άγνωστη αλλά φραγμένη σεισμική διαταραχή. Το μόνο που θεωρείται γνωστό είναι το μέγιστο εύρος της διαταραχής. Αναλυτικότερα, στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται οι τρόποι αντισεισμικού ελέγχου, ξεκινώντας από τον παθητικό έλεγχο και φτάνοντας στον υβριδικό έλεγχο που αποτελεί ουσιαστικά συνδυασμό του παθητικού (χρησιμοποιούμε σεισμικά μονωμένες βάσεις) και του ενεργητικού ελέγχου (μη γραμμικός ελεγκτής). Στο Κεφάλαιο 2 υπολογίζουμε τόσο το γραμμικό, όσο και το μη γραμμικό μοντέλο του κτιρίου, έτσι ώστε να χρησιμοποιήσουμε τα μοντέλα αυτά για τον σχεδιασμό του ελεγκτή. Επειδή η μοντελοποίηση κτιρίων που χρησιμοποιούμε βασίζεται κυρίως σε αποσβεστήρες και ελατήρια, χρησιμοποιούμε το μοντέλο του Bouc-Wen το οποίο ενσωματώνει την μη γραμμική φύση των ελατηρίων. Όπως είναι γνωστό τα μη γραμμικά μοντέλα περιγράφουν με περισσότερη ακρίβεια τα πραγματικά συστήματα. Στο Κεφάλαιο 3, έχοντας ως αναφορά το μη γραμμικό μοντέλο ενός τετραώροφου κτιρίου, αρχικά σχεδιάζουμε έναν απλό γραμμικό ελεγκτή για να διαπιστώσουμε την συμπεριφορά του. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε πληροφορίες από το γραμμικό μοντέλο για να σχεδιάσουμε έναν εύρωστο μη γραμμικό ελεγκτή ο οποίος περιορίζει σε επιθυμητό βαθμό τις σεισμικές δονήσεις. Τέλος, στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για σεισμικές δονήσεις κοντά στο επίκεντρο του σεισμού. Χρησιμοποιούμε τέσσερις σεισμικές δονήσεις, όλες διαφορετικού συχνοτικού περιεχομένου και εύρους, για να διαπιστώσουμε την αποτελεσματικότητα του μη γραμμικού ελεγκτή. Πράγματι, ο συνδυασμός της σεισμικά μονωμένης βάσης με τον μη γραμμικό ελεγκτή επιτυγχάνει τον επιθυμητό στόχο και περιορίζει την κίνηση του κτιρίου κοντά στην αδιατάραχτή του θέση.

ABSTRACT

This thesis proposes the design of a nonlinear controller which guarantees effective control of buildings subject to unknown but bounded disturbances. Only the maximum magnitude of the disturbance is considered to be known. In Chapter 1, different kinds of building control schemes are presented, ranging from passive control to hybrid control which is a combination of passive control (we use base isolation) and active control (nonlinear controller). In Chapter 2, we develop mathematical models for both linear and nonlinear models of buildings in order to apply the proposed controllers. Our models consist of dampers and springs and we use the Bouc-Wen model to represent the nonlinear nature of springs. It is well known, that nonlinear models describe more accurately the real systems. In Chapter 3, we consider a nonlinear four floor building as an example. A linear controller is designed initially in order to investigate its behavior. Subsequently, we use information from the linear model to design a robust nonlinear controller which limits the motion of the structure close to its undisturbed configuration. Finally, in Chapter 4, we present simulation results for earthquake records obtained near the epicenter. Four different earthquake histories are used to determine the efficacy of the proposed control schemes. It is the combination of the base isolation with the nonlinear control that guarantees arbitrarily small motion of the structure from its initial, undisturbed configuration.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

«Η Γη, η προσωποποίηση του σκληρού και ακλόνητου άρχισε να σείεται κάτω από τα πόδια μας σαν φελλός πάνω στο νερό... Σε μια μικρή στιγμή του χρόνου δημιουργήθηκε στο μυαλό η ιδέα της ανασφάλειας, τόσο έντονα, που ώρες συλλογισμού και φαντασίας θα ήταν αδύνατο να την έχουν δημιουργήσει» (Κ. Δαρβίνος, αναλογιζόμενος τον καταστρεπτικό σεισμό της 20ης Φεβρουαρίου 1835 στη Χιλή).

Είναι γνωστό ότι σεισμοί επιφανειακοί, μεγάλου μεγέθους με επίκεντρο τους κοντά σε κατοικημένες περιοχές προκαλούν συχνά σοβαρές εκτεταμένες βλάβες σε κτίρια και τεχνικά έργα. Οι καταστροφές αυτές έχουν ως συνέπεια απώλειες ανθρώπινων ζωών, τραυματισμούς, ψυχολογική πίεση, ανασφάλεια, ανεργία καθώς και οικονομική δυσπραγία. Ο φόβος για το άγνωστο, το αίσθημα του τρόμου, ο πανικός, η αναστάτωση, η νευρική υπερδιέγερση, η ανασφάλεια αλλά και η απογοήτευση, είναι συνήθη συναισθήματα για ανθρώπους που βίωσαν καταστρεπτικό σεισμό, ιδιαίτερα εάν οι ζημιές είναι εκτεταμένες και υπάρχει μεγάλη μετασεισμική ακολουθία. Συναισθήματα και προβληματισμοί που δύσκολα αποβάλλονται ακόμα και μετά την επαναφορά της καθημερινότητας. Συνήθως, περνά μεγάλο χρονικό διάστημα έως ότου τα άτομα αυτά καταφέρουν να επανέλθουν στην προ του σεισμού ψυχική τους κατάσταση.

Σύμφωνα με τα υπάρχοντα στοιχεία, στην Ελλάδα από την αρχή του αιώνα μέχρι σήμερα έχουν χάσει την ζωή τους εξαιτίας των σεισμών περισσότερα από 1500 άτομα. Σε παγκόσμιο επίπεδο τη δεκαετία 1994-2003 έχασαν τη ζωή τους εξαιτίας των σεισμών 94.900 άνθρωποι, ενώ 38.454.000 επηρεάστηκαν από αυτούς. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην Ελλάδα ο σεισμός με τις περισσότερες ανθρώπινες απώλειες (3.550 νεκροί, 7.000 τραυματίες) εκδηλώθηκε στην Χίο το 1881.

Το οικονομικό κόστος για την δημιουργία συστημάτων αντισεισμικής προστασίας κτιρίων είναι αμελητέο σε σχέση με το κόστος καταστροφής κατοικίας σε επικείμενη σεισμική δόνηση. Το κόστος για την δημιουργία ενός άρτια σχεδιασμένου συστήματος αντισεισμικής προστασίας υπολογίζεται περίπου στο 5% του συνολικού κόστους της κατασκευής. Ως εκ τούτου αποτελεί την ενδεδειγμένη λύση στην προφύλαξη των ανθρώπινων ζωών, αλλά και των υλικών αγαθών από ενδεχόμενες καταστροφές εξ αιτίας των σεισμικών διαταραχών.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Επισκόπηση Τεχνολογικών Εξελίξεων

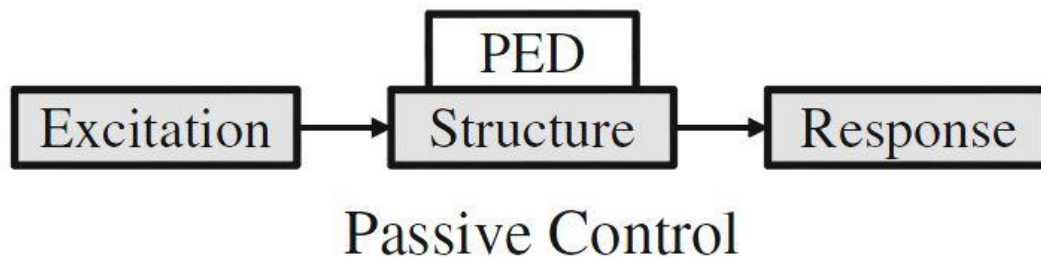
Η αντισεισμική προστασία κτιρίων και άλλων δομημάτων (γέφυρες, δεξαμενές, σιλό κλπ) στηριζόταν μέχρι πρόσφατα στην αντοχή της κατασκευής και τη δυνατότητά της να καταναλώνει τη σεισμικά παραγόμενη ενέργεια, [1]. Αυτή η δυνατότητα απορρόφησης της ενέργειας προέρχεται από τη μη ελαστική λειτουργία του σκελετού της κατασκευής αλλά μπορεί, εάν επιδράσουν πολλοί κύκλοι φόρτισης να οδηγήσει σε ζημιές στο σκελετό του κτιρίου. Επιπλέον, θα μπορούσε να έχει καταστροφική επίδραση και σε μη δομικά τμήματα, εσωτερικά ευαίσθητα όργανα, συσκευές και τον άνθρωπο. Τέτοιες προσεγγίσεις αποτελούν παθητικό έλεγχο για την προστασία κτιρίων.

Σύγχρονοι ερευνητές έχουν προτείνει μια πληθώρα από μεθόδους βελτίωσης της αντισεισμικής συμπεριφοράς των κτιρίων, άλλες περισσότερο και άλλες λιγότερο πρακτικά εφαρμόσιμες. Μερικές από αυτές υιοθετούν τη χρήση αυτοματισμών για το μετριασμό της επίδρασης των διαταραχών. Τις τεχνικές ελέγχου θα μπορούσε κανείς να τις χωρίσει σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: παθητικό έλεγχο, ημι-ενεργητικό έλεγχο και ενεργητικό έλεγχο (passive, semi-active, active control systems).

1.1.1 Παθητικός Έλεγχος

Ο διορθωτικός έλεγχος που χρησιμοποιεί παθητικούς αποσβεστήρες ονομάζεται παθητικός έλεγχος. Μια συσκευή παθητικού ελέγχου δεν απαιτεί εξωτερική τροφοδοσία για την λειτουργία του και χρησιμοποιεί την κίνηση της δομής για να αναπτύξει δυνάμεις ελέγχου. Αυτές οι συσκευές συνήθως καλούνται συσκευές απορρόφησης ενέργειας (Passive Energy Dissipation - PED), οι οποίες εγκαθίστανται στις δομές για να απορροφήσουν ένα σημαντικό ποσοστό της ενέργειας του σεισμού ή του ανέμου. Η ενέργεια απορροφάται από την παθητική συσκευή με την παραγωγή σχετικής κίνησης εντός της διάταξης ελέγχου σε σχέση με την κίνηση δομής, [2].

Στη συνέχεια βλέπουμε το διάγραμμα ενός συστήματος με παθητικό έλεγχο :

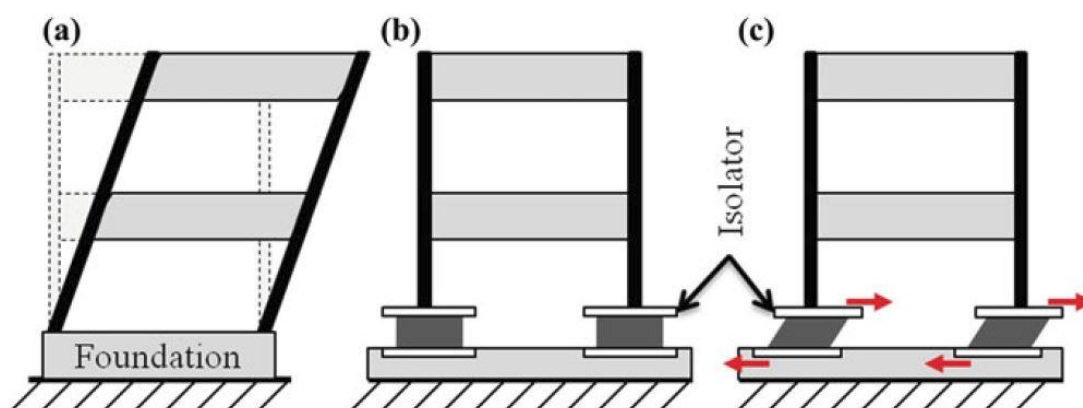


Εικόνα 1 - Διάγραμμα Παθητικού Ελέγχου

Η πιο διαδεδομένη παθητική συσκευή για την απορρόφηση ενέργειας είναι η σεισμικά μονωμένη βάση. Η κατασκευή τοποθετείται σε ένα σύστημα από απομονωτές, το

έργο των οποίων είναι η απόζευξη της κατασκευής από την οριζόντια κίνηση του εδάφους, [3], [4]. Το κτίριο δηλαδή απομονώνεται στη βάση του και έτσι όχι μόνο ελαττώνεται η μεταφερόμενη σεισμική δράση στο σκελετό αλλά προφυλάσσονται οι άνθρωποι και το περιεχόμενο.

Μια διάταξη με σεισμικά μονωμένες βάσεις φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Εικόνα 2 – Διάταξη με Σεισμικά Μονωμένες Βάσεις

Όπως φαίνεται και στο σχήμα η σεισμικά μονωμένη βάση απορροφά μόνο την ενέργεια που προέρχεται από τις οριζόντιες δυνάμεις, οι οποίες είναι και πιο επικίνδυνες κατά την διάρκεια μιας σεισμικής δόνησης.

Η ιδέα της σεισμικά μονωμένης βάσης δεν είναι νέα, αλλά η πρακτική της εφαρμογή έγινε πρόσφατα πραγματικότητα με τη μεγάλη ανάπτυξη της τεχνολογίας των ελαστικών (rubber technology), η οποία εφαρμόστηκε επιτυχώς σε εφέδρανα ή μονωτήρες (bearings). Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι εφεδράνων για σεισμική μόνωση, [5], [6].

Ο τύπος που χρησιμοποιείται ευρύτατα σήμερα σε αντισεισμικά κτίρια είναι οι ελαστομερικοί μονωτήρες οι οποίοι περιέχουν φυσικό ή τεχνητό λάστιχο (νεοπρέν), [7]. Έχουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα να εμφανίζουν πολύ μικρή οριζόντια αντίσταση στη σχετική κίνηση μεταξύ εδάφους και κτιρίου και πολύ μεγαλύτερη κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Με αυτόν τον τρόπο η κατασκευή αποδεσμεύεται από τις οριζόντιες συνιστώσες της δόνησης, την ενέργεια της οποίας απορροφούν σε μεγάλο ποσοστό οι σεισμικοί μονωτήρες. Η κατακόρυφη συνιστώσα της δόνησης μεταδίδεται σχεδόν αμετάβλητη στην κατασκευή. Επομένως μπορούν να απορροφηθούν μικρές κατακόρυφες ταλαντώσεις που προέρχονται από π.χ. υπόγειο σιδηρόδρομο ή την κίνηση των οχημάτων.

Ο δεύτερος βασικός τύπος, που αντιπροσωπεύεται από το σύστημα ολίσθησης, ελαττώνει την μεταφορά οριζοντίων δυνάμεων κατά μήκος της επαπτόμενης επιφάνειας της μόνωσης. Η λειτουργία του στηρίζεται στην ελάττωση της συχνότητας κίνησης της κατασκευής. Προσφάτως έχουν παρουσιασθεί συνδυασμοί των δύο τύπων μονωτήρων.

Σύγχρονοι τύποι ελαστομερικών μονωτήρων περιλαμβάνουν το ελαστικό στο οποίο έχουν προστεθεί ενισχυτικά ελάσματα χάλυβα με βουλκανισμό. Πειράματα που έχουν γίνει κατά καιρούς στη χρήση τέτοιων μονωτήρων έδειξαν ότι η μείωση της επιτάχυνσης του

εδάφους είναι της τάξης του 10, δηλ. πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με τη μείωση που θα επέφεραν οι συμβατικές μέθοδοι προστασίας. Επιπλέον, πρόκειται για το φθηνότερο ως τώρα τρόπο για την απομόνωση ενός κτιρίου. Μακρά πείρα με σεισμικούς μονωτήρες που χρησιμοποιούνται σε γέφυρες εγγυάται τη διάρκεια ζωής τους και την αξιοπιστία τους.



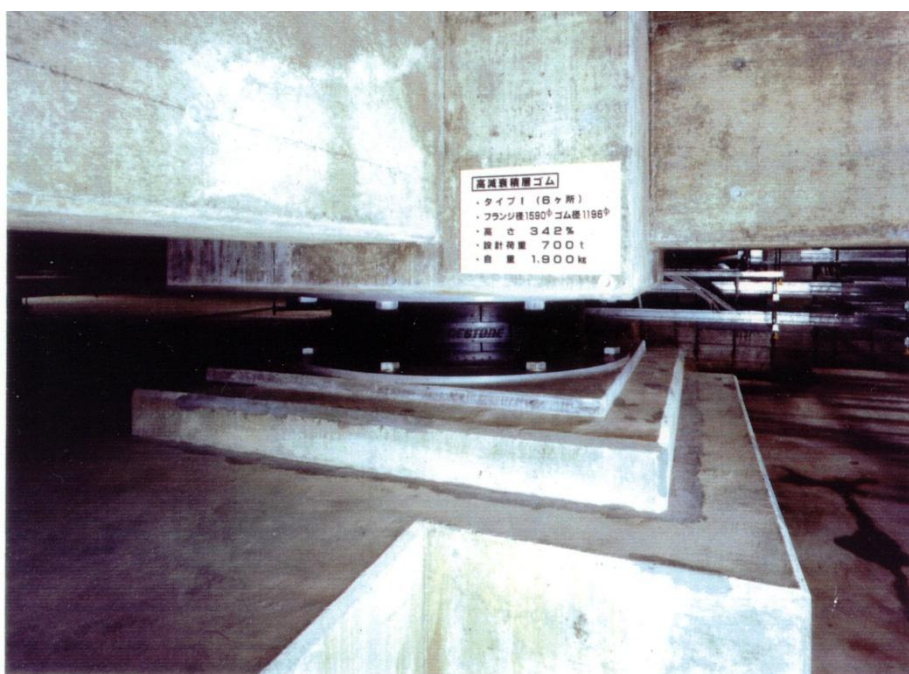
Εικόνα 3 – Διαμητική Φόρτιση από την TechStar Incorporated



Εικόνα 4 – Ελαστικό Εφέδρανο στη Βάση ενός υπό Ανέγερση Κτιρίου

Κτίρια και άλλες κατασκευές με σεισμικά μονωμένη βάση υπάρχουν σε πολλά μέρη όπως στη Γαλλία, Νέα Ζηλανδία, Ηνωμένες Πολιτείες, Ιαπωνία κτλ (Εικόνα 5). Τα εργαστήρια πυρηνικής τεχνολογίας μελετούν τη δυνατότητα εφαρμογής ειδικών τύπων μονωτήρων σε (liquid-metal, fast breeder) αντιδραστήρες στις Ηνωμένες Πολιτείες και την Ιαπωνία, [8]. Σήμερα με τις τεχνικές που υπάρχουν μπορούν να κατασκευαστούν σεισμικοί μονωτήρες με διάμετρο 1.5 m (60"). Ο συνδυασμός του μεγάλου μεγέθους εφεδράνων με τη χρήση ελαστικών νέας γενιάς βελτιώνει την αξιοπιστία και την αποτελεσματικότητα της μόνωσης.

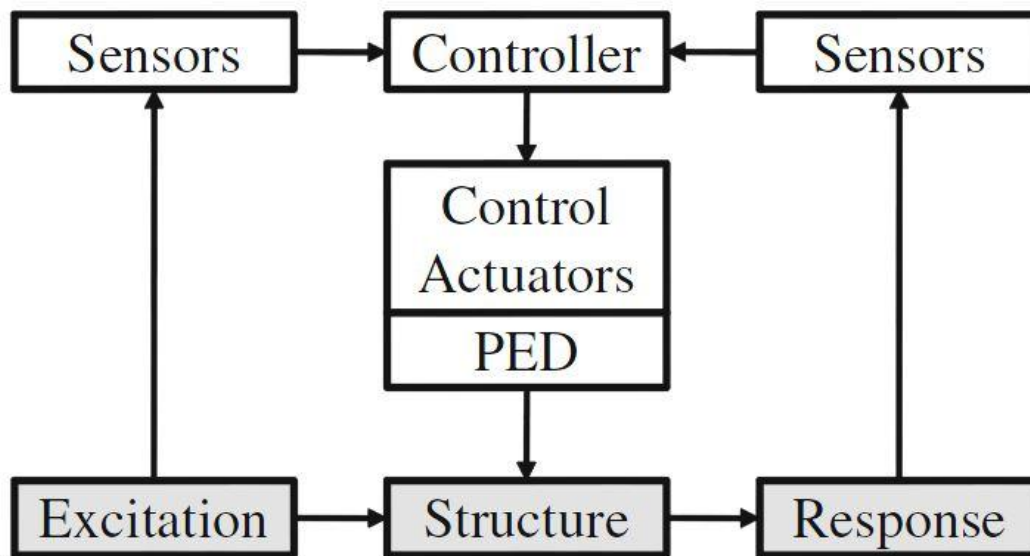
Πρέπει εδώ να αναφέρουμε ότι η εφαρμογή της σεισμικά μονωμένης βάσης προϋποθέτει ότι το κτίριο δεν είναι πολύ υψηλό. Δυνατός άνεμος θα μπορούσε να προκαλέσει επιτάχυνση των ορόφων στην οριζόντια διεύθυνση, με αποτέλεσμα εάν το κτίριο είναι υψηλό να παραχθεί μια ροπή ανατροπής στους γωνιακούς σεισμικούς μονωτήρες. Γι' αυτό η τεχνολογία αυτή εφαρμόζεται σε κτίρια μέχρι 7 ορόφων.



Εικόνα 5 – Εγκατεστημένο Ελαστικό Εφέδρανο

1.1.2 Ημι-Ενεργητικά Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

Τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούν συσκευές οι οποίες απαιτούν συνήθως μικρά ποσά ενέργειας, οπότε σε περίπτωση διακοπής του ηλεκτρικού ρεύματος μπορούν να λειτουργήσουν και με μπαταρίες. Μία τέτοια συσκευή έχει σαν βασικό χαρακτηριστικό ότι δε μεταδίδει ενέργεια στην ελεγχόμενη κατασκευή αλλά έχει ορισμένες ιδιότητες, οι οποίες μπορούν να μεταβάλλονται με έλεγχο ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή απόκριση του συστήματος. Το διάγραμμα του συστήματος με ημι-ενεργητικό έλεγχο φαίνεται παρακάτω :



Semi-Active Control

Εικόνα 6 – Διάγραμμα Ημι-ενεργητικού Ελέγχου

Μελέτες σε τέτοιου είδους συστήματα έδειξαν ότι με κατάλληλο σχεδιασμό μπορούν να οδηγήσουν σε καλύτερη απόκριση των κατασκευών, [9],[10]-[12]. Ο βασικός λόγος της ευρείας διάδοσης αυτών των συστημάτων είναι ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και μόνα τους αλλά και σε συνδυασμό με άλλες κατηγορίες ελέγχου. Όπως βλέπουμε και στο παραπάνω διάγραμμα ο ημι-ενεργητικός έλεγχος μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με συσκευές απορρόφησης ενέργειας όπως σεισμικά μονωμένες βάσεις.

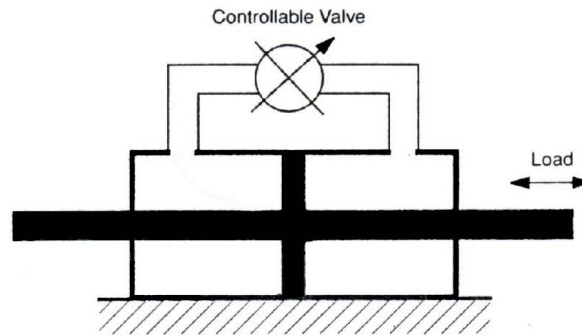
Ακολουθεί σύντομη περιγραφή των ημι-ενεργητικών διατάξεων:

- *Αποσβεστήρες Μεταβλητού Στομίου :*

Ένας τρόπος για την πραγματοποίηση ρυθμιζόμενης απόσβεσης είναι η χρησιμοποίηση ελεγχόμενης ηλεκτρομηχανικής βαλβίδας με μεταβλητό στόμιο, ώστε να μεταβάλλεται η ροή του υδραυλικού ρευστού μέσα σε ένα αποσβεστήρα (Εικόνα 7). Τέτοιοι αποσβεστήρες έχουν βρει πρακτική εφαρμογή κυρίως σε γέφυρες, για την απορρόφηση των διαταραχών από διερχόμενα οχήματα και σεισμικές δονήσεις [13]-[15].

- *Αποσβεστήρες Μεταβαλλόμενης Τριβής :*

Η λειτουργία τους στηρίζεται στην τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ επιφανειών κατά τη διάρκεια του σεισμού. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για παράδειγμα ένας άξονας τριβής (friction shaft) ο οποίος είναι πακτωμένος στην κατασκευή. Η δύναμη τριβής ελέγχεται επιτρέποντας ελεγχόμενη ολίσθηση πάνω στον άξονα [16]-[18].



Εικόνα 7 – Αποσβεστήρας Μεταβλητού Στομίου

- *Αποσβεστήρες Ελεγχόμενου Ρευστού :*

Σε αντίθεση με τους προηγούμενους, οι αποσβεστήρες αυτοί παρουσιάζουν το πλεονέκτημα ότι δεν απαιτούν ηλεκτρικές βαλβίδες και μηχανισμούς. Επίσης δεν περιέχουν κινούμενα μέρη, εκτός από το έμβολο.

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι "ελεγχόμενων" ρευστών: α) Τα "ηλεκτροροεολογικά" (electrorheological – ER) και β) τα "μαγνητοροεολογικά" (magnetorheological – MR). Το κυριότερο χαρακτηριστικό τους είναι η αντιστρεπτή δυνατότητα τους να μεταβάλλουν σε μεγάλο εύρος το ιξώδες τους μέσα σε milliseconds, όταν εκτεθούν σε ηλεκτρικό (για τα ER) ή μαγνητικό (για τα MR) πεδίο. Παρόλο που ανακαλύφθηκαν τη δεκαετία του '40, η χρήση τους σε αποσβεστήρες έγινε πρόσφατα [19]-[24].

Ένα τυπικό ρευστό MR αποτελείται από σωματίδια μαλακού σιδήρου 20-40 % κατ' όγκο, αιωρούμενα σε κατάλληλο υγρό όπως είναι ορυκτέλαιο, συνθετικό πετρέλαιο, νερό ή γλυκόλη. Σε μαγνητικό πεδίο της τάξης 150-250 kA/m εμφανίζουν τάση διαρροής 50 – 100 kPa. Είναι ανεπηρέαστα από ακαθαρσίες ενώ μπορούν άνετα να προστεθούν σε αυτά αντιδιαβρωτικά και πρόσθετα λιπαντικά, χωρίς να επηρεάζεται η αντοχή τους ή οι απαιτήσεις σε ισχύ [3], [25], [26].

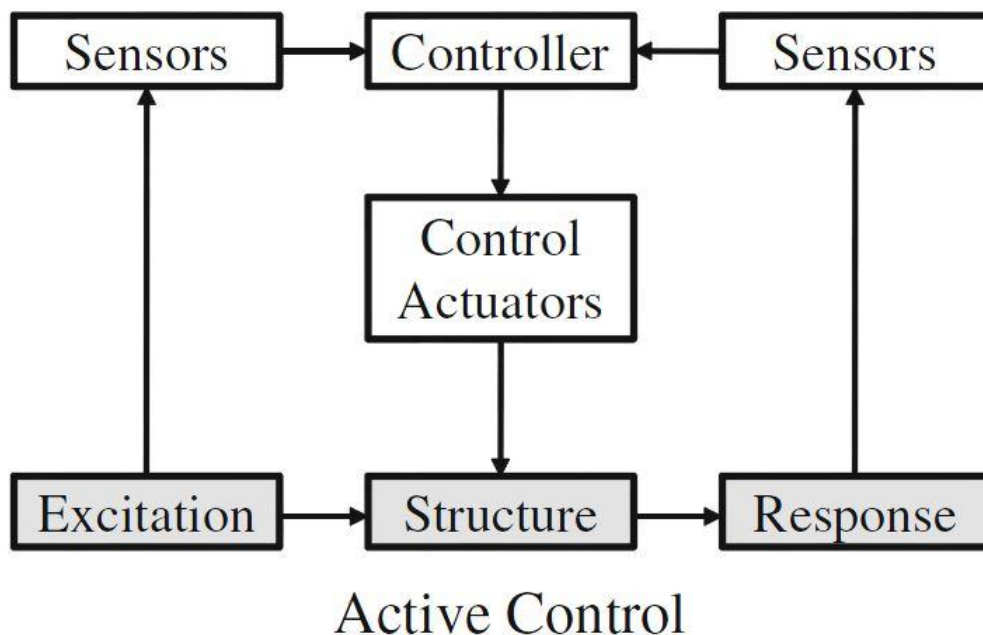
Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα των μαγνητικών ρευστών MR έναντι των ER είναι η μεγάλη (ελεγχόμενη) τάση διαρροής που μπορούν να φτάσουν. Τυπικά, η μέγιστη τάση διαρροής είναι μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη σε σύγκριση με εκείνη του καλύτερου ER ρευστού, ενώ το ιξώδες τους παραμένει στα ίδια επίπεδα. Αυτό έχει άμεση επίδραση στο μέγεθος των απαιτούμενων συσκευών, διότι η ελάχιστη ποσότητα ρευστού που απαιτείται σε έναν αποσβεστήρα είναι ανάλογη του ιξώδους και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της μέγιστης δυνατής τάσης διαρροής [27],[28]. Επομένως, για να πετύχουμε την ίδια μηχανική συμπεριφορά χρειαζόμαστε ποσότητα MR ρευστού δύο τάξεις μεγέθους μικρότερη από εκείνη ενός ER ρευστού. Επιπλέον, τα MR ρευστά μπορούν να ελεγχθούν πιο εύκολα από μηχανικά και ηλεκτρονικά μέσα απ' ότι τα ER ρευστά. Παρόλο που οι απαιτήσεις τους σε ισχύ είναι περίπου η ίδια, μόνο οι συσκευές MR μπορούν να τροφοδοτηθούν από κοινές πηγές χαμηλής ισχύος.

Ένα ακόμη πλεονέκτημα των MR ρευστών είναι ότι δεν επηρεάζονται οι ιδιότητές τους από τις μεταβολές της θερμοκρασίας. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε θερμοκρασίες από -40 °C έως 150 °C με πολύ μικρές μεταβολές στην τάση διαρροής,

[28]. Αυτό είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι η μαγνητική πόλωση των σωματιδίων δεν εξαρτάται από τις μεταβολές της θερμοκρασίας. Εκτός από τη θερμοκρασία και οι μεταβολές της υγρασίας επηρεάζουν ελάχιστα τις μαγνητικές ιδιότητες του ρευστού.

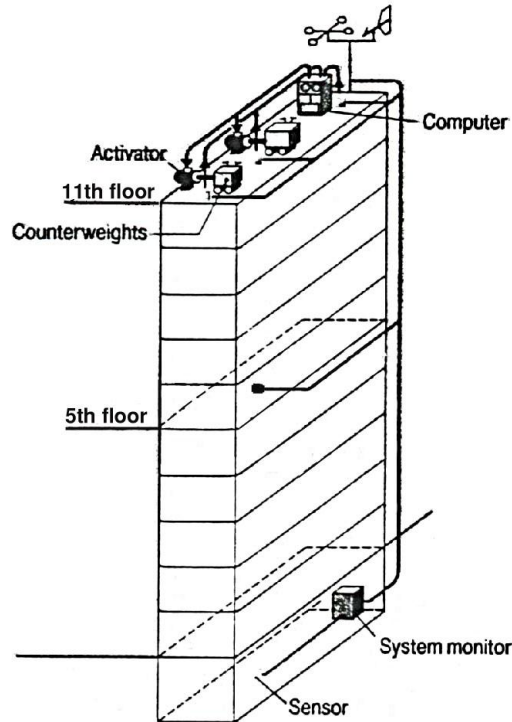
1.1.3 Ενεργητικός Έλεγχος

Μία συνήθης μέθοδος στην κατηγορία του ενεργητικού ελέγχου χρησιμοποιεί "ενεργητικούς αποσβεστήρες" (Active Mass Dampers – AMD). Μικρές βοηθητικές μάζες που δεν υπερβαίνουν το 1% του βάρους της κατασκευής, τοποθετούνται σε έναν από τους τελευταίους ορόφους του κτιρίου. Ένας ενεργοποιητής (actuator) π.χ. έμβολο, συνδέει την κατασκευή με τις μάζες (Εικόνα 9). Στην οροφή και στο μεσαίο όροφο υπάρχουν αισθητήρες, οι οποίοι μετρούν τις αποκρίσεις τροφοδοτώντας τον κεντρικό υπολογιστή ελέγχου. Ο υπολογιστής στη συνέχεια επεξεργάζεται τις μετρήσεις και στέλνει το κατάλληλο σήμα ελέγχου στα έμβολα. Τα έμβολα κινούν τις μάζες σε διεύθυνση αντίθετη με εκείνη της διαταραχής, μειώνοντας έτσι την απόκριση της κατασκευής. Η διάταξη ενεργητικού ελέγχου φαίνεται παρακάτω :



Εικόνα 8 – Διάγραμμα Ενεργητικού Ελέγχου

Η υλοποίηση αυτής της μεθόδου έγινε πρώτα από την εταιρεία Kajima Corporation το 1989 [9],[29], [30], σε ένα κτίριο 11 ορόφων με επιφάνεια 423 m². Χρησιμοποιήθηκαν δύο AMD από ανθρακούχο χάλυβα (Εικόνα 9). Ο πρώτος τοποθετήθηκε στο κέντρο του δαπέδου για την προστασία από τις εγκάρσιες καταπονήσεις και έχει μάζα 4 t, ενώ ο δεύτερος (μάζας 1t) τοποθετήθηκε στην άκρη του δαπέδου για μείωση της στρεπτικής καταπόνησης.



Εικόνα 9 – Κτίριο Εφοδιασμένο με AMD

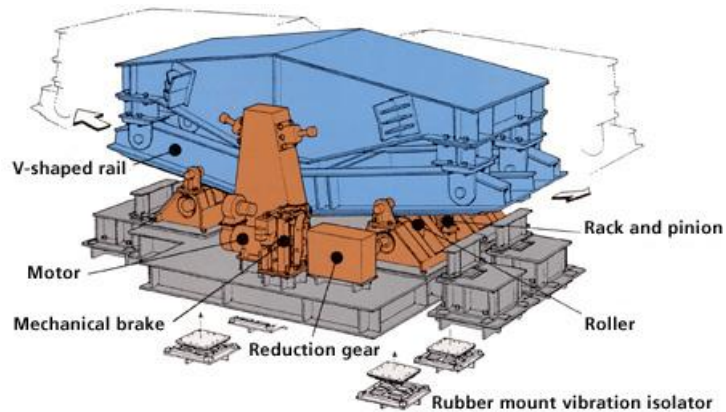
Ο ρόλος του συστήματος είναι να μειώσει την ταλάντωση του κτιρίου υπό την επίδραση ισχυρών ανέμων και μετρίας εντάσεως σεισμών. Η μείωση που επιτυγχάνει ανέρχεται περίπου στο μισό (έως και ένα τρίτο) της αντίστοιχης χωρίς προστασίας ταλάντωση. Σε περίπτωση διακοπής του ηλεκτρικού ρεύματος υπάρχει εφεδρικό σύστημα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με γεννήτρια.

Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δεν έτυχε ευρύτερης αναγνώρισης, επειδή παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι στηρίζεται αποκλειστικά σε εξωτερικές πηγές ενέργειας. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με το αυξημένο κόστος εγκατάστασης και συντήρησης, οδήγησε τους ερευνητές σε συστήματα που συνδυάζουν ενεργητικό και παθητικό έλεγχο, αυξάνοντας έτσι την αξιοπιστία και μειώνοντας τις ενεργειακές απαιτήσεις. Έτσι προέκυψαν τα "υβριδικά" συστήματα ελέγχου.

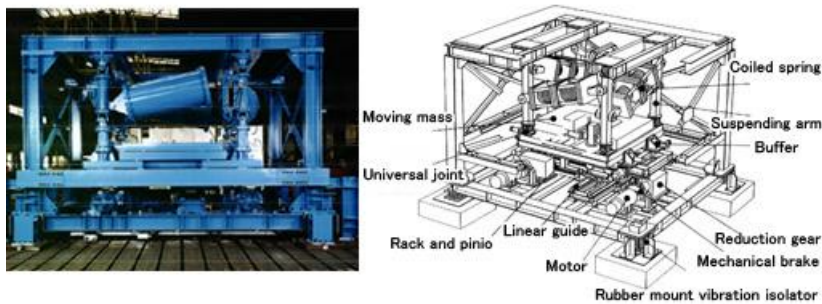
1.1.4 Υβριδικά Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

Υβριδικό σύστημα ελέγχου για μια κατασκευή θεωρείται εκείνο το σύστημα που συνδυάζει συσκευές και μηχανήματα παθητικού και ενεργητικού ελέγχου. Με αυτόν τον τρόπο παρακάμπτονται περιορισμοί από τη χρήση μόνο του ενός από τους δύο ελέγχους. Για παράδειγμα, έχουν προταθεί αποσβεστήρες με κινούμενες μάζες σχήματος τόξου ή V (Εικόνα 10 , Εικόνα 11), τα οποία με τη βοήθεια ενεργητικού ελέγχου μεταβάλλουν την κίνηση των μαζών ώστε να αυξηθεί η απορρόφηση της ενέργειας της διαταραχής [31]-[33]. Η απαιτούμενη ενέργεια και οι δυνάμεις για τη λειτουργία του συστήματος είναι πολύ

μικρότερες από εκείνες που απαιτούνται σε σχέση με ένα αμιγώς ενεργητικό σύστημα ελέγχου.

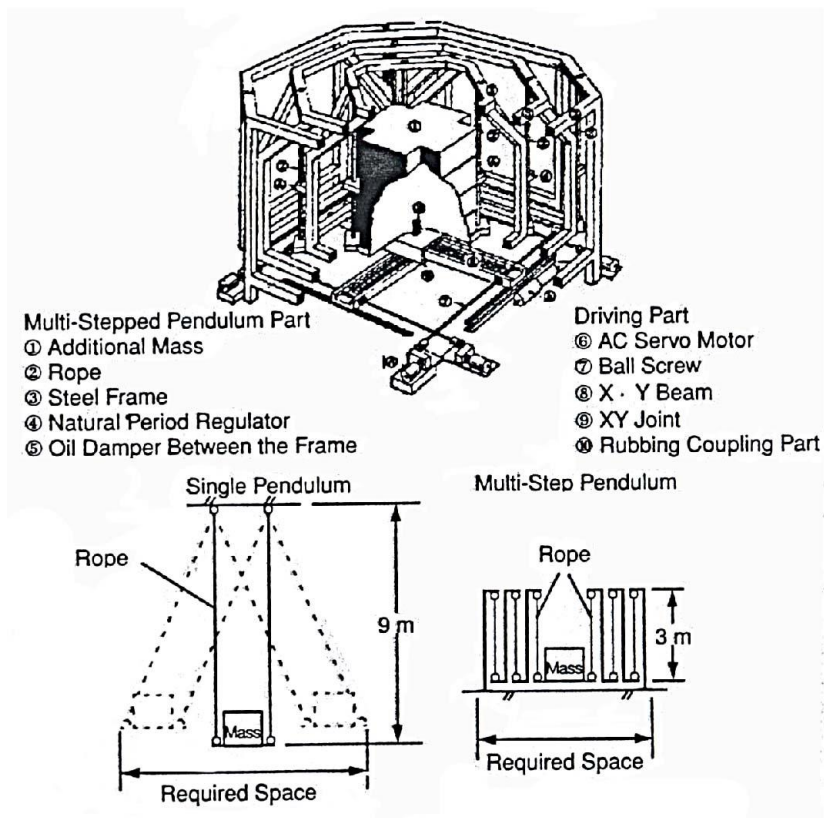


Εικόνα 10 – Αποσβεστήρας HMD (Hybrid Mass Damper) σχήματος V



Εικόνα 11 – Αποσβεστήρας HMD (Hybrid Mass Damper) σχήματος τόξου

Ένα άλλο σύστημα περιλαμβάνει ένα είδος αποσβεστήρα με εκκρεμές "πολλαπλού βήματος" (multi-step pendulum HMD), [34]. Ο έλεγχος επεμβαίνει στην περίπτωση αυτή ρυθμίζοντας την ταλάντωση της βοηθητικής μάζας (Εικόνα 12). Δύο τέτοια συστήματα έχουν τοποθετηθεί στο υψηλότερο κτίριο της Ιαπωνίας (Yokohama Landmark Tower).

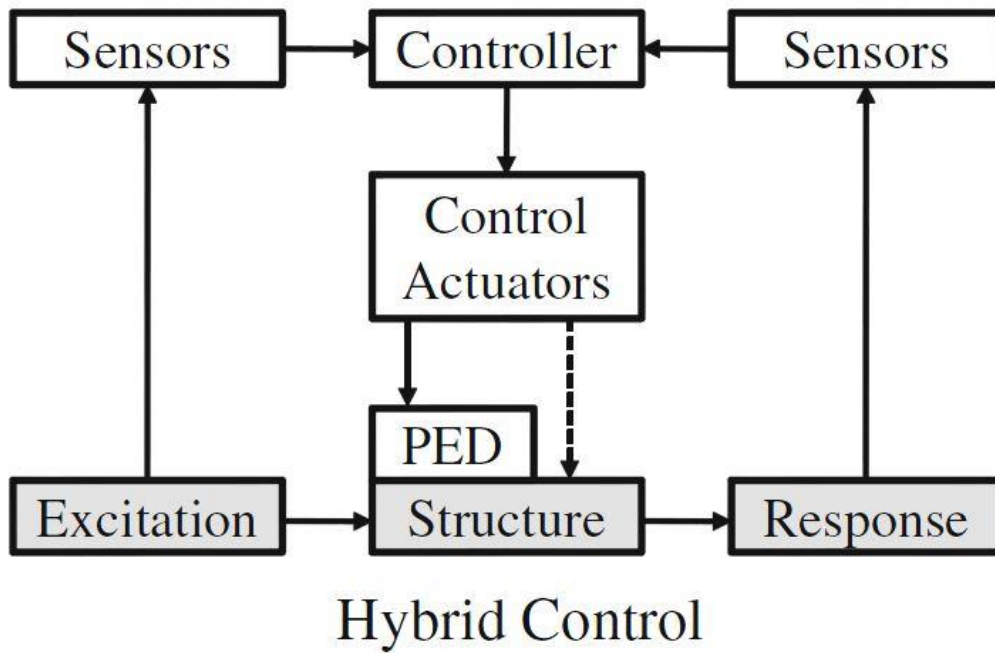


Εικόνα 12 – Αποσβεστήρας εκκρεμούς “πολλαπλού βήματος”

Η απόκριση σε σεισμική διέγερση θα μπορούσε να μειωθεί και χωρίς την προσθήκη μαζών, αλλά με την αλληλεπίδραση που μπορεί να έχει το κτίριο με τα γειτονικά του ή ακόμη και με "υποσυστήματα" του ίδιου, τα οποία παίζουν το ρόλο του αποσβεστήρα [35]-[37]. Η θεώρηση αυτή είναι εφαρμόσιμη σε μεγάλα σύγχρονα κτίρια, τα οποία μπορούν να χωριστούν σε συνδεδεμένες μεταξύ τους υποκατασκευές (substructures).

Τέλος, μία από τις σημαντικότερες υβριδικές μεθόδους αντισεισμικής προστασίας χρησιμοποιεί τη σεισμική μόνωση βάσης οι οποίες εκτός από την απόσβεση των σεισμικών διαταραχών, εμποδίζουν ένα μεγάλο ποσοστό της σεισμικής ενέργειας να μεταδοθεί στο κτίριο, [3], [38]-[40].

Η σεισμική μόνωση βάσης μόνη της αποτελεί ένα παθητικό σύστημα ελέγχου το οποίο όμως δεν μπορεί να προσαρμόζεται στις διαφορετικές κάθε φορά απαιτήσεις σεισμικής συμπεριφοράς. Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα του υβριδικού συστήματος ελέγχου:



Εικόνα 13 – Υβριδικό Σύστημα Ελέγχου

Με την προσθήκη ενός ενεργητικού συστήματος ελέγχου μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά η συμπεριφορά του κτιρίου χωρίς μεγάλη επιβάρυνση στο κόστος. Ο έλεγχος επιδρά στο κομμάτι εκείνο της διαταραχής που διαπερνά τη βάση και εισέρχεται στην κατασκευή, ασκώντας σε αυτή κατάλληλες δυνάμεις. Έτσι περιορίζεται η κίνησή της εντός επιθυμητών ορίων [3], [4], [9], [25], [41]-[43].

1.2 Εφαρμογή Υβριδικού Συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου

1.2.1 Περιγραφή

Η σεισμικά μονωμένη βάση ελαττώνει σημαντικά τις διαταραχές που μεταδίδονται από το έδαφος στη βάση (ισόγειο) των κτιρίων, [38], [39]. Θεωρητικά "τέλεια απομόνωση" μπορεί να επιτευχθεί θέτοντας, για παράδειγμα, τη βάση του κτιρίου σε εφέδρανα κύλισης (roller bearings). Κάτι τέτοιο δεν είναι πρακτικό καθ' όσον η παραμικρή εξωτερική διαταραχή π.χ. ο άνεμος, θα έθετε σε ανεπιθύμητη κίνηση την κατασκευή η οποία θα έφευγε από την θέση της. Είναι επομένως απαραίτητη η χρήση ενός συστήματος που θα απομονώνει το κτίριο από τις διαταραχές αλλά ταυτόχρονα θα περιορίζει την κίνηση του εντός αποδεκτών ορίων. Γι' αυτό το λόγο μπορεί να υιοθετηθεί ένα σύστημα ενεργητικού αυτομάτου ελέγχου (active control), [44]-[56], το οποίο σε συνδυασμό με την ελαστική βάση θα περιορίζει τις ανεπιθύμητες μετατοπίσεις του κτιρίου μέσα σε πολύ μικρά όρια γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας. Το τμήμα δηλ. της διαταραχής που δεν θα απορροφηθεί από την ελαστική βάση, θα αντιμετωπισθεί από το σύστημα ενεργητικού ελέγχου.

Ο ενεργητικός έλεγχος διαφέρει από τον παθητικό έλεγχο (passive control), [47]-[49], στο ότι προϋποθέτει την ύπαρξη εξωτερικής πηγής ενέργειας. Εν τούτοις, με τα συστήματα ενεργητικού ελέγχου επιτυγχάνεται ένα ευρύ φάσμα ειδικών λειτουργιών που διαφορετικά θα ήταν αδύνατον να καλυφθεί.

Ελεγκτές κατασκευών έχουν προταθεί και στο παρελθόν, [47], [48], [52], [55], [57], [58], αλλά αυτές οι προσπάθειες είχαν το μειονέκτημα ότι απαιτούσαν σχετικά μεγάλες δυνάμεις σε κάθε όροφο ενός κτιρίου. Η παραγωγή αυτών των δυνάμεων μπορεί να γίνει με επιτάχυνση μεγάλων μαζών στους ορόφους, πράγμα που δυσκολεύει την υλοποίηση αυτών των μεθόδων. Προφανώς τέτοια συστήματα πολλών δυνάμεων δεν είναι πρακτικά, για λόγους εφαρμοσιμότητας, κόστους κλπ. Γιατί παρουσιάστηκε αυτό το πρόβλημα και πώς η νέα προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να τα αντιμετωπίσει;

Η απάντηση στο πρώτο σκέλος της ερώτησης προκύπτει από την επιθυμία να κρατηθεί η κίνηση κάθε ορόφου σχετικά με το έδαφος μικρή (επομένως και ενός δεδομένου ορόφου σχετικά με τους γειτονικούς του). Εάν οι σχετικές μετατοπίσεις και ταχύτητες είναι μικρές, τέτοιες είναι και οι εσωτερικές τάσεις που αναπτύσσονται και επομένως αποτρέπεται η καταστροφή. Με αυτό τον τρόπο προηγούμενες προσπάθειες χρησιμοποιούσαν ενεργητικό αυτόματο έλεγχο για να πετύχουν το ζητούμενο με το να κινούν όλη την κατασκευή συγχρόνως με το έδαφος. Καθ' όσον η περιγραφή του συστήματος εδίδετο σχετικά προς το έδαφος, η σεισμική επιτάχυνση υπεισέρχεται σαν διαταραχή σε κάθε όροφο, [59]. Επομένως, οι δυνάμεις του αυτομάτου συστήματος πρέπει να εφαρμοσθούν σε κάθε όροφο.

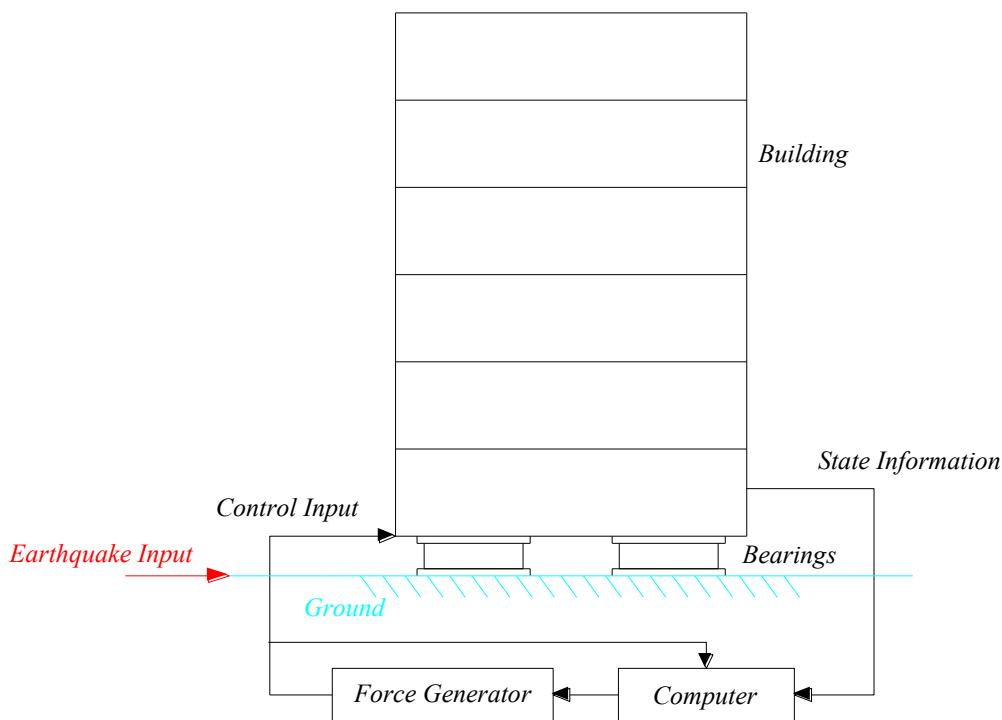
Η απάντηση στο δεύτερο σκέλος προέρχεται από τη φιλοσοφία της σεισμικά μονωμένης βάσης που είναι να διατηρήσει την όλη κατασκευή ακίνητη σε σχέση με την αρχική της, αδιατάραχτη θέση (και όχι σχετικά με το έδαφος). Με άλλα λόγια να τη διατηρήσει ακίνητη ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς και με αυτόν τον τρόπο να αποκόψει την κίνηση του εδάφους.

Επομένως, η καταλληλότερη περιγραφή του συστήματος είναι με απόλυτες συντεταγμένες, δηλαδή ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Τότε, η από εδάφους μεταδιδόμενη διαταραχή, τώρα υπό μορφή εδαφικής μετατόπισης και ταχύτητας, παρουσιάζεται μόνο στο ισόγειο, [7]. Σε αυτή την περίπτωση, μόνον εκεί πρέπει να εφαρμοστεί η δύναμη του αυτομάτου συστήματος με χρήση υδραυλικού εμβόλου. Έχουμε έτσι τη σωστή μαθηματική παρουσίαση για μία ρεαλιστική σύνθεση αυτοματισμού, που οδηγεί στο ζητούμενο: *να παραμείνει το κτίριο κοντά στην αρχική του, αδιατάραχτη θέση κατά τη διάρκεια του σεισμού.*

Με αυτή την τοποθέτηση θα διερευνηθεί το πρόβλημα σε μοντέλα κτιρίων με σεισμικά μονωμένη βάση, περιγραφόμενα σε αδρανειακές συντεταγμένες. Θα αναφερθούμε μόνο σε οριζόντια κίνηση. Οι προκύπτουσες μαθηματικές περιγραφές οι οποίες θα μελετηθούν είναι γραμμικές καθώς και μη γραμμικές. Καθοριστικό ρόλο έχουν οι άγνωστες διεγέρσεις (όπως η σεισμική), οι παράμετροι που δεν μπορεί να προσδιοριστούν ακριβώς και άλλα άγνωστα μεγέθη τα οποία θα περιγραφούν ντετερμινιστικά, [60], [61].

1.2.2 Υλοποίηση

Στην Εικόνα 14 απεικονίζεται ένα σκαρίφημα μιας πιθανής υλοποίησης του συστήματος αυτομάτου ελέγχου που προτείνεται. Η σεισμική διαταραχή σε ένα μοντέλο που περιγράφεται σε αδρανειακό σύστημα αναφοράς εισέρχεται στον πρώτο μόνο όροφο (ισόγειο).



Εικόνα 14 – Διάταξη συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου σε Κτίριο

Κατά την είσοδο της σεισμικής διαταραχής, το σύστημα συλλέγει τις απαραίτητες πληροφορίες για την απόκριση του κτιρίου με αισθητήρες που υπάρχουν στους ορόφους του. Από τις μετρήσεις, με κατάλληλη επεξεργασία προκύπτουν οι μεταβλητές κατάστασης (state variables) του συστήματος, οι οποίες επεξεργάζονται από τον κεντρικό υπολογιστή. Η αναγνώριση των μεταβλητών κατάστασης είναι ιδιαίτερα δύσκολη όταν υπάρχει ανάμιξη θορύβων ή διαταραχών και αβεβαιότητες, [62]. Ο υπολογιστής δίνει στην έξοδό του το σήμα για την εφαρμογή της κατάλληλης δύναμης ελέγχου (control input). Η δύναμη αυτή υλοποιείται μέσω ξεχωριστού αυτομάτου συστήματος.

Ουσιαστικά, οι ζητούμενες ποσότητες είναι η απόλυτη ταχύτητα και η απόλυτη μετατόπιση των ορόφων (ως προς ένα αδρανειακό σύστημα). Η απόλυτη επιτάχυνση μπορεί να μετρηθεί με χρήση επιταχυνσιομέτρων. Η ζητούμενη ταχύτητα και η μετατόπιση

προκύπτουν τότε με ολοκλήρωση, δεδομένου ότι οι αρχικές συνθήκες είναι γνωστές και η επίδραση των θορύβων (από τα όργανα μέτρησης, λανθασμένες εκτιμήσεις, εξωγενείς παράγοντες κτλ.) φιλτράρεται κατάλληλα. Η σωστή εκτίμηση τέτοιων μεταβλητών αποτελεί πεδίο έρευνας, δεδομένου ότι οι ζητούμενες ποσότητες απαιτούνται σε πραγματικό χρόνο. Προς αυτή την κατεύθυνση μπορούν να χρησιμοποιηθούν π.χ. φίλτρα Kalman, όπως παρουσιάζεται σε ανάλογη εργασία πάνω στο ίδιο πρόβλημα, [2].

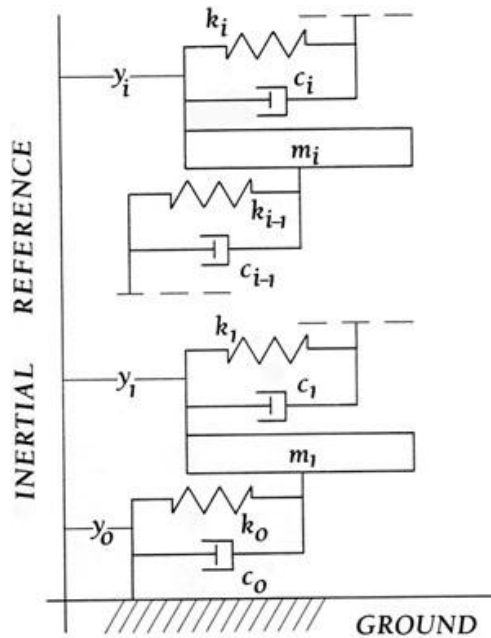
Τις τιμές της ταχύτητας και μετατόπισης τις χρησιμοποιεί ο ελεγκτής κατά τον υπολογισμό της δύναμης ελέγχου που πρέπει να εφαρμοστεί στη βάση του κτιρίου. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται εύρωστος (robust) μη γραμμικός ελεγκτής, η σχεδίαση του οποίου στηρίζεται στη χρήση των συναρτήσεων Lyapunov, [63]. Οι ελεγκτές αυτοί είναι αποδοτικοί από πλευράς υπολογιστικού χρόνου (βασικό πλεονέκτημα σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου) και επιπροσθέτως, επεξεργάζονται και μη γραμμικά συστήματα.

Οι υδραυλικοί ενεργοποιητές είναι τοποθετημένοι στο έδαφος το οποίο κατά τη διάρκεια του σεισμού δεν αποτελεί σταθερό σημείο στήριξης. Με τη βοήθεια ανεξάρτητου αυτόματου συστήματος, οι ενεργοποιητές εξασκούν τις απαιτούμενες δυνάμεις στους κατάλληλους χρόνους. Πρέπει λοιπόν η απαιτούμενη ενέργεια του ρυθμιστή να εξασφαλίζεται σύμφωνα με τις προδιαγραφές ανεξάρτητα από την κίνηση του εδάφους, [68], [69]. Η υλοποίηση ενός τέτοιου συστήματος είναι απλή συγκρινόμενη με άλλα συστήματα που έχουν προταθεί τα οποία απαιτούν σημαντικές εξωτερικές δυνάμεις σε όλους τους ορόφους.

2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΤΙΡΙΟΥ

2.1 Γραμμικό Μοντέλο

Το σύστημα που θα μελετήσουμε στην συνέχεια είναι ένα τετραώροφο κτίριο με σεισμικά μονωμένη βάση. Ο κάθε όροφος παριστάνεται με μια μάζα m_i . Ο όροφος m_i συνδέεται με τον υποκείμενο όροφο με ελατήριο και αποσβεστήρα (k_{i-1}, c_{i-1}) και στην περίπτωση του πρώτου ορόφου με το έδαφος. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το ισοδύναμο μηχανικό σύστημα :



Εικόνα 15 – Μοντέλο Κτιρίου N Ορόφων σε Απόλυτες Συντεταγμένες

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και θεωρώντας τα ελατήρια γραμμικά προκύπτει η γενική μορφή των εξισώσεων χωρίς έλεγχο, [29], [66] :

$$m_1 \ddot{y}_1 = -c_0(\dot{y}_1 - \dot{y}_0) - k_0(y_1 - y_0) + c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_1(y_2 - y_1) \quad (2.1)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = -c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_1(y_2 - y_1) + c_2(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_2(y_3 - y_2) \quad (2.2)$$

⋮

$$m_i \ddot{y}_i = -c_{i-1}(\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1}) - k_{i-1}(y_i - y_{i-1}) + c_i(\dot{y}_{i+1} - \dot{y}_i) + k_i(y_{i+1} - y_i) \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ m_N \ddot{y}_N &= -c_{N-1}(\dot{y}_N - \dot{y}_{N-1}) - k_{N-1}(y_N - y_{N-1}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Όπου $y_i(t_0) = y_i^0$, $\dot{y}_i(t_0) = \dot{y}_i^0$ και $i = 1, 2, \dots, N$ είναι οι αρχικές συνθήκες την χρονική στιγμή $t = t_0$ και

- $\dot{y}_0(t)$ είναι η ταχύτητα του εδάφους
- $y_0(t)$ είναι η μετατόπιση εδάφους
- $\dot{y}_i(t)$ είναι η ταχύτητα του i ορόφου
- $y_i(t)$ είναι η μετατόπιση του i ορόφου

Για καλύτερη αναπαράσταση, μεταφέρουμε το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων στον χώρο κατάστασης.

Έστω $x = [x_1, x_2, \dots, x_{2N}]^T$, όπου $x_i = \dot{y}_i$ και $x_{i+N} = y_i$ για $i = 1, 2, \dots, N$.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Cv(t) \quad (2.5)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (2.6)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ I_{N \times N} & O_{N \times N} \end{bmatrix}$$

με

$$A_{11} = \begin{bmatrix} \frac{(-c_0 - c_1)}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{c_1}{m_2} & \frac{(-c_1 - c_2)}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{c_{i-1}}{m_i} & \frac{(-c_{i-1} - c_i)}{m_i} & \frac{c_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{c_{N-1}}{m_N} & \frac{-c_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} \frac{(-k_0 - k_1)}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{(-k_1 - k_2)}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{k_{i-1}}{m_i} & \frac{(-k_{i-1} - k_i)}{m_i} & \frac{k_i}{m_i} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{k_{N-1}}{m_N} & \frac{-k_{N-1}}{m_N} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{c_0}{m_1} & & & & & & \\ & O_{2 \times (N-1)} & & & & & \\ \frac{k_0}{m_1} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{bmatrix}^T$$

και $v = [\dot{y}_0 \quad y_0]^T$ είναι η διαταραχή του σεισμού.

Στην περίπτωση του τετραώροφου κτιρίου $N = 4$ οπότε το μοντέλο στον Χ.Κ θα είναι :

$$\dot{x}(t) = A_{8 \times 8} x(t) + C_{8 \times 2} v(t) \quad (2.7)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (2.8)$$

Υπολογίζοντας τις παραπάνω μήτρες θα γίνει επίλυση του συστήματος με στόχο τον υπολογισμό της μετατόπισης, της ταχύτητας και την επιτάχυνσης του κτιρίου, [66].

2.2 Μη Γραμμικό Μοντέλο

Το σύστημα που θα μελετηθεί στην συνέχεια είναι ένα τετραώροφο κτίριο με σεισμικά μονωμένη βάση. Ο κάθε όροφος παριστάνεται με μια μάζα m_i . Ο όροφος m_i συνδέεται με τον υποκείμενο όροφο με ελατήριο και αποσβεστήρα (k_{i-1}, c_{i-1}) και στην περίπτωση του πρώτου ορόφου με το έδαφος. Παρακάτω περιγράφεται η γενική μορφή των εξισώσεων για το σύστημα χωρίς έλεγχο, [3],[66],[67] :

$$m_1 \ddot{y}_1 = f_0 - f_1 \quad (2.9)$$

$$m_i \ddot{y}_i = f_{i-1} - f_i \quad (2.10)$$

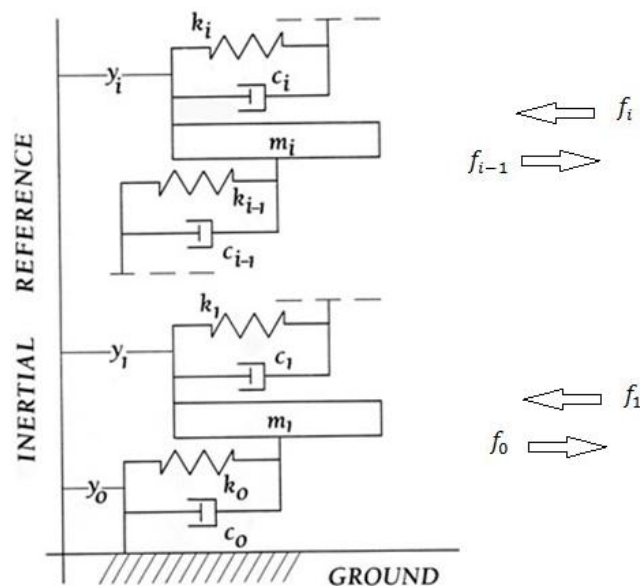
$$\vdots$$

$$m_N \ddot{y}_N = f_{N-1} \quad (2.11)$$

Όπου $y_i(t_0) = y_i^0$, $\dot{y}_i(t_0) = \dot{y}_i^0$ και $i = 1, 2, \dots, N$ είναι οι αρχικές συνθήκες την χρονική στιγμή $t = t_0$ και

- $\dot{y}_0(t)$ είναι η ταχύτητα του εδάφους
- $y_0(t)$ είναι η μετατόπιση εδάφους
- $\dot{y}_i(t)$ είναι η ταχύτητα του i ορόφου
- $y_i(t)$ είναι η μετατόπιση του i ορόφου

Οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε επίπεδο φαίνονται στο παρακάτω σχήμα :



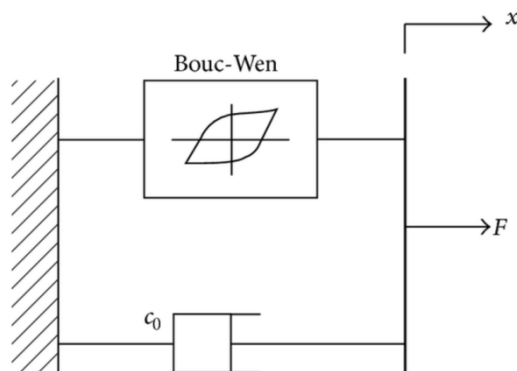
Εικόνα 16 – Δυνάμεις που Ασκούνται σε Κάθε Όροφο

Για το παραπάνω σύστημα θεωρούμε πως η κίνηση λαμβάνει χώρα σε μία οριζόντια διεύθυνση. Η διαφορά σε σχέση με το γραμμικό σύστημα έγκειται στις σταθερές ελατηρίου k όπου από την φύση τους είναι μη γραμμικές και παρουσιάζουν υστέρηση. Για τις ανάγκες του συστήματός χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο υστέρησης του Bouc-Wen.

Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για να περιγράψει μη γραμμικά συστήματα με υστέρηση. Είναι ικανό να καταγράψει ένα εύρος μορφών κύκλων υστέρησης που ταιριάζουν στην συμπεριφορά μιας ευρείας κλάσης συστημάτων υστέρησης. Λόγω της ευελιξίας και της μαθηματικής εφαρμοσιμότητας, το μοντέλο Bouc-Wen έχει κερδίσει δημοτικότητα. Έχει επεκταθεί και εφαρμόζεται σε μια ευρεία ποικιλία μηχανικών προβλημάτων, συμπεριλαμβανομένων των συστημάτων MDOF πολλαπλών βαθμίδων, κτιρίων, πλαισίων, αμφίδρομης και στρεπτικής αντίδρασης των υστερετικών συστημάτων, διδιάστατη και τρισδιάστατη συνέχεια, υγροποίηση του εδάφους και βασικά συστήματα απομόνωσης.

Το μοντέλο Bouc-Wen, οι παραλλαγές και οι επεκτάσεις του έχουν χρησιμοποιηθεί στον δομικό έλεγχο - ειδικότερα, στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των μαγνητο-ρεολογικών αποσβεστήρων, των διατάξεων απομόνωσης των κτιρίων και άλλων ειδών διατάξεων απόσβεσης. Στο παράρτημα δίνονται περισσότερες πληροφορίες για το μοντέλο του Bouc-Wen.

Παρακάτω απεικονίζεται το ισοδύναμο μηχανικό ανάλογο του Bouc-Wen μοντέλου, όπου έχει προστεθεί υστέρηση σε σχέση με το γραμμικό σύστημα:



Εικόνα 17 – Μοντέλο Μη Γραμμικού Συστήματος

Εφαρμόζοντας το μοντέλο στο κτίριο n ορόφων παίρνουμε τις εξής εξισώσεις:

$$f_{i-1} = a_{i-1}k_{i-1}(y_{i-1} - y_i) + (1 - a_{i-1})k_{i-1}d_{i-1}w_{i-1} + c_{i-1}(\dot{y}_{i-1} - \dot{y}_i) \quad (2.12)$$

Όπου

k_{i-1} : η σταθερά ελατηρίου

c_{i-1} : η σταθερά απόσβεσης

a_{i-1} : είναι ο λόγος ελαστικότητας μετά την παραμόρφωση προς την ελαστικότητα πριν την παραμόρφωση

d_{i-1} : είναι μια σταθερά που εκφράζει την παραμόρφωση

w_{i-1} : είναι μια αδιάστατη μεταβλητή που εισάγεται για να περιγράψει την συνιστώσα υστέρησης της παραμόρφωσης με $|w_{i-1}| \leq 1$.

Η αδιάστατη μεταβλητή υπολογίζεται από την δυναμική εξίσωση :

$$d_{i-1}\dot{w}_{i-1} = a_{i-1}(\dot{y}_{i-1} - \dot{y}_i) - \beta_{i-1}|\dot{y}_{i-1} - \dot{y}_i||w_{i-1}|^{n_{i-1}-1}w_{i-1} - \gamma_{i-1}(\dot{y}_{i-1} - \dot{y}_i)|w_{i-1}|^{n_{i-1}} \quad (2.13)$$

Όπου οι παράμετροι $a_{i-1}, \beta_{i-1}, \gamma_{i-1}$ ελέγχουν το εύρος και το γενικό σχήμα του κύκλου υστέρησης, ενώ το σχήμα της καμπύλης δύναμης-παραμόρφωσης καθορίζεται από την παράμετρο n_{i-1} , [66], [67].

Παρακάτω παρουσιάζονται οι εξισώσεις για το τετραώροφο κτίριο για το οποίο θα σχεδιαστεί ο ελεγκτής στη συνέχεια :

$$\ddot{y}_1 = -\frac{1}{m_1} [a_0 k_0 (y_1 - y_0) - (1 - a_0) k_0 d_0 w_0 + c_0 (\dot{y}_1 - \dot{y}_0)] - \frac{1}{m_1} [a_1 k_1 (y_1 - y_2) + (1 - a_1) k_1 d_1 w_1 + c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)] \quad (2.14)$$

$$\ddot{y}_2 = -\frac{1}{m_2} [a_1 k_1 (y_2 - y_1) - (1 - a_1) k_1 d_1 w_1 + c_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)] - \frac{1}{m_2} [a_2 k_2 (y_2 - y_3) + (1 - a_2) k_2 d_2 w_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_3)] \quad (2.15)$$

$$\ddot{y}_3 = -\frac{1}{m_3} [a_2 k_2 (y_3 - y_2) - (1 - a_2) k_2 d_2 w_2 + c_2 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2)] - \frac{1}{m_3} [a_3 k_3 (y_3 - y_4) + (1 - a_3) k_3 d_3 w_3 + c_3 (\dot{y}_3 - \dot{y}_4)] \quad (2.16)$$

$$\ddot{y}_4 = -\frac{1}{m_4} [a_3 k_3 (y_4 - y_3) - (1 - a_3) k_3 d_3 w_3 + c_3 (\dot{y}_4 - \dot{y}_3)] - \frac{1}{m_4} [a_4 k_4 (y_4 - 0) + (1 - a_4) k_4 d_4 w_4 + c_4 (\dot{y}_4 - 0)] \quad (2.17)$$

$$\dot{w}_0 = \frac{1}{d_0} [-a_0 (\dot{y}_1 - \dot{y}_0) + \beta_0 |\dot{y}_1 - \dot{y}_0| |w_0|^{n_0-1} w_0 + \gamma_0 (\dot{y}_1 - \dot{y}_0) |w_0|^{n_0}] \quad (2.18)$$

$$\dot{w}_1 = \frac{1}{d_1} [-a_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \beta_1 |\dot{y}_2 - \dot{y}_1| |w_1|^{n_1-1} w_1 + \gamma_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) |w_1|^{n_1}] \quad (2.19)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{1}{d_2} [-a_2(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + \beta_2|\dot{y}_3 - \dot{y}_2||w_2|^{n_2-1}w_2 + \gamma_2(\dot{y}_3 - \dot{y}_2)|w_2|^{n_2}] \quad (2.20)$$

$$\dot{w}_3 = \frac{1}{d_3} [-a_3(\dot{y}_4 - \dot{y}_3) + \beta_3|\dot{y}_4 - \dot{y}_3||w_3|^{n_3-1}w_3 + \gamma_3(\dot{y}_4 - \dot{y}_3)|w_3|^{n_3}] \quad (2.21)$$

Έστω οι καταστάσεις :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ \dot{y}_3(t) \\ \dot{y}_4(t) \\ y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \\ x_8(t) \end{bmatrix}$$

Το σύστημα στον χώρο κατάστασης θα είναι :

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{m_1} [a_0k_0(x_5 - y_0) - (1 - a_0)k_0d_0w_0 + c_0(x_1 - \dot{y}_0) + a_1k_1(x_5 - x_6) + (1 - a_1)k_1d_1w_1 + c_1(x_1 - x_2)] \quad (2.22)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{m_2} [a_1k_1(x_6 - x_5) - (1 - a_1)k_1d_1w_1 + c_1(x_2 - x_1) + a_2k_2(x_6 - x_7) + (1 - a_2)k_2d_2w_2 + c_2(x_2 - x_3)] \quad (2.23)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{m_3} [a_2k_2(x_7 - x_6) - (1 - a_2)k_2d_2w_2 + c_2(x_3 - x_2) + a_3k_3(x_7 - x_8) + (1 - a_3)k_3d_3w_3 + c_3(x_3 - x_4)] \quad (2.24)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{m_4} [a_3k_3(x_8 - x_7) - (1 - a_3)k_3d_3w_3 + c_3(x_4 - x_3)] \quad (2.25)$$

$$\dot{x}_5 = x_1 \quad (2.26)$$

$$\dot{x}_6 = x_2 \quad (2.27)$$

$$\dot{x}_7 = x_3 \quad (2.28)$$

$$\dot{x}_8 = x_4 \quad (2.29)$$

$$\dot{w}_0 = \frac{1}{d_0} [-a_0(x_1 - \dot{y}_0) + \beta_0|x_1 - \dot{y}_0||w_0|^{n_0-1}w_0 + \gamma_0(x_1 - \dot{y}_0)|w_0|^{n_0}] \quad (2.30)$$

$$\dot{w}_1 = \frac{1}{d_1} [-a_1(x_2 - x_1) + \beta_1|x_2 - x_1||w_1|^{n_1-1}w_1 + \gamma_1(x_2 - x_1)|w_1|^{n_1}] \quad (2.31)$$

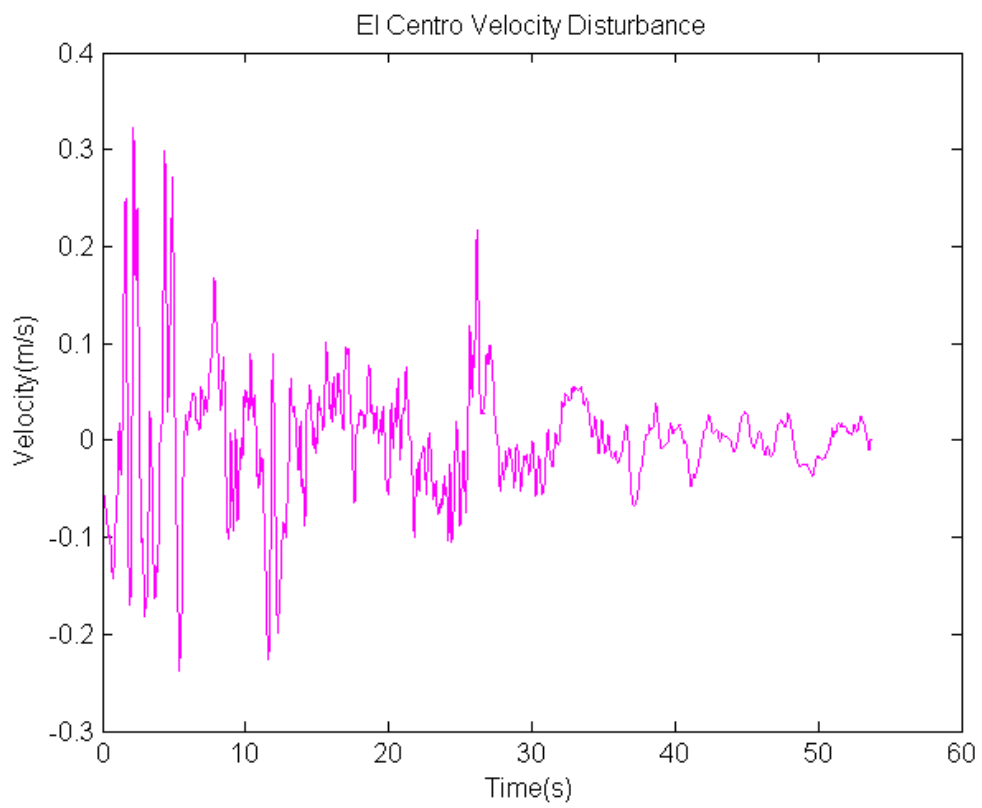
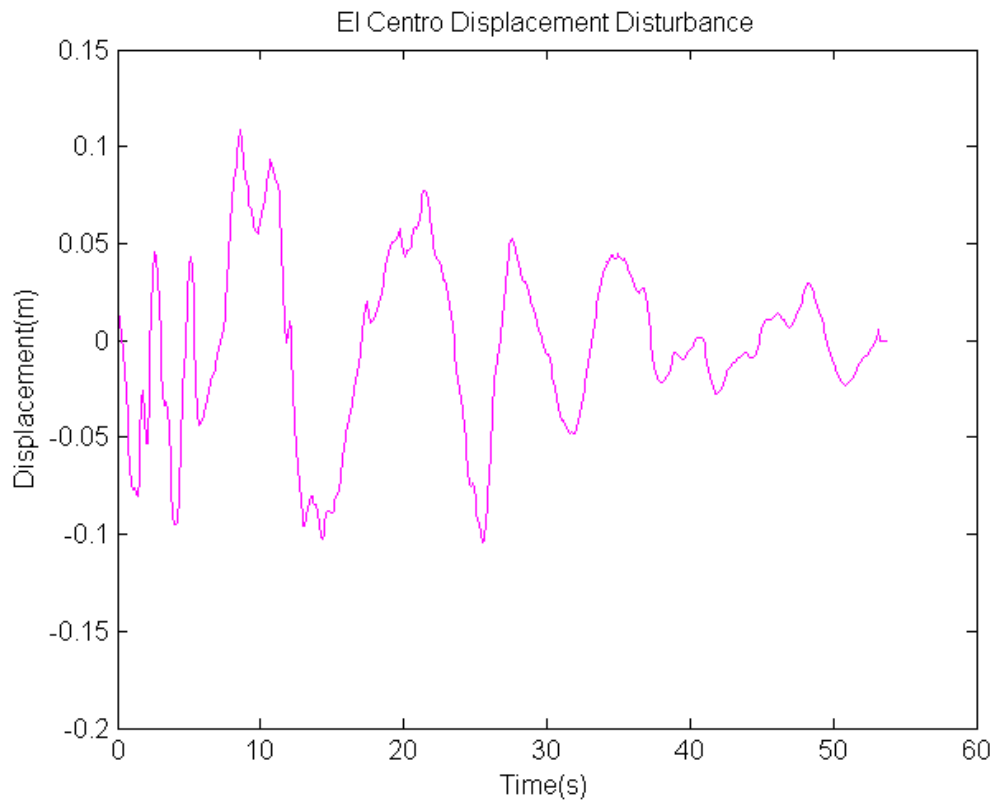
$$\dot{w}_2 = \frac{1}{d_2} [-a_2(x_3 - x_2) + \beta_2|x_3 - x_2||w_2|^{n_2-1}w_2 + \gamma_2(x_3 - x_2)|w_2|^{n_2}] \quad (2.32)$$

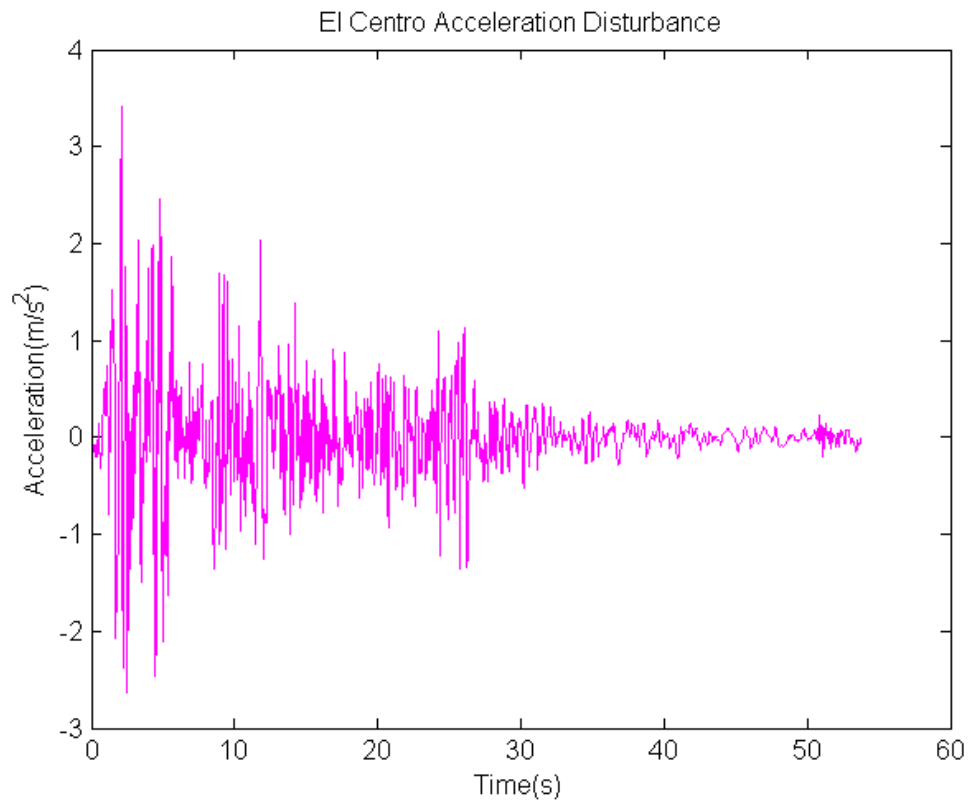
$$\dot{w}_3 = \frac{1}{d_3} [-a_3(x_4 - x_3) + \beta_3|x_4 - x_3||w_3|^{n_3-1}w_3 + \gamma_3(x_4 - x_3)|w_3|^{n_3}] \quad (2.33)$$

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά τις τιμές των διαφόρων παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν :

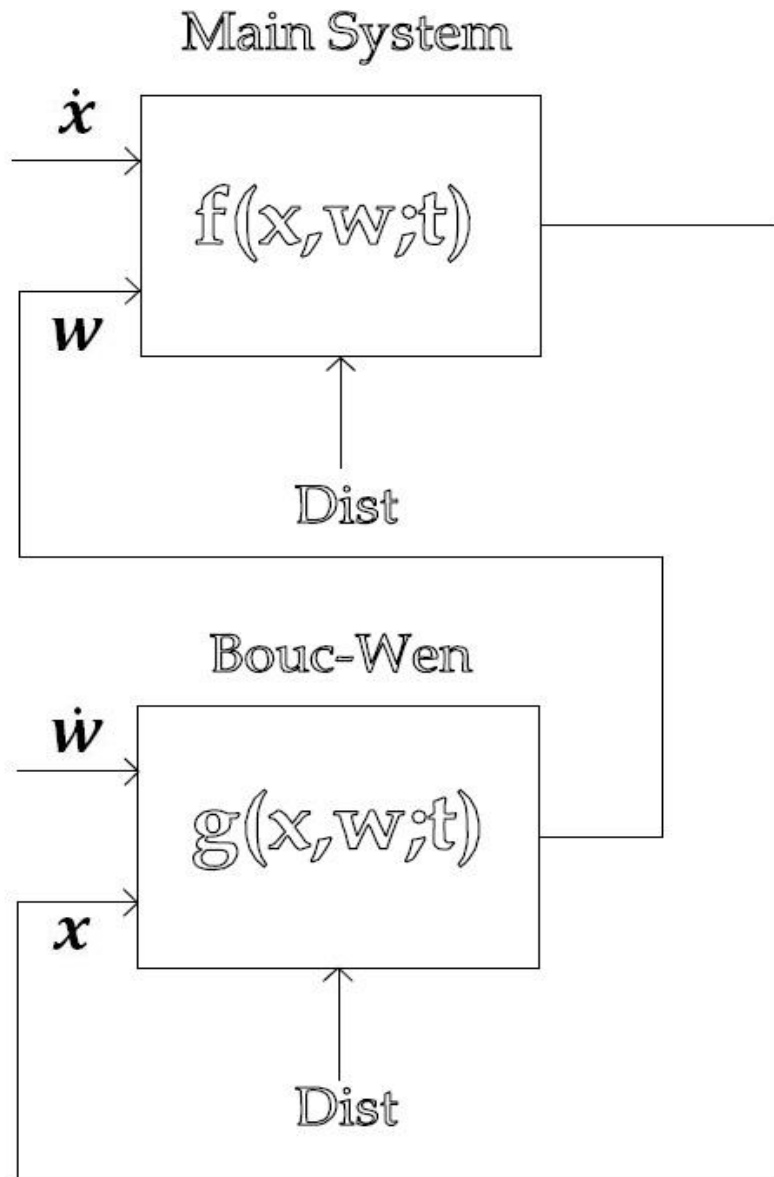
ΠΙΝΑΚΑΣ 1									
	<i>M(kg)</i>	<i>K(N/m)</i>	<i>C(kg/s)</i>	<i>a</i>	<i>n</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>γ</i>	<i>d</i>
0	-	45000	90	0.6	95	1	0.5	0.5	0.04
1	200	4880000	9760	0.1	95	1	0.5	0.5	0.024
2	200	4880000	9760	0.1	95	1	0.5	0.5	0.023
3	200	4880000	9760	0.1	95	1	0.5	0.5	0.022
4	200	-	-	-	-	-	-	-	-

Ως διαταραχή χρησιμοποιήθηκε η σεισμική δόνηση του El Centro (1940). Η διαταραχή αυτή παρουσιάζεται στη συνέχεια :





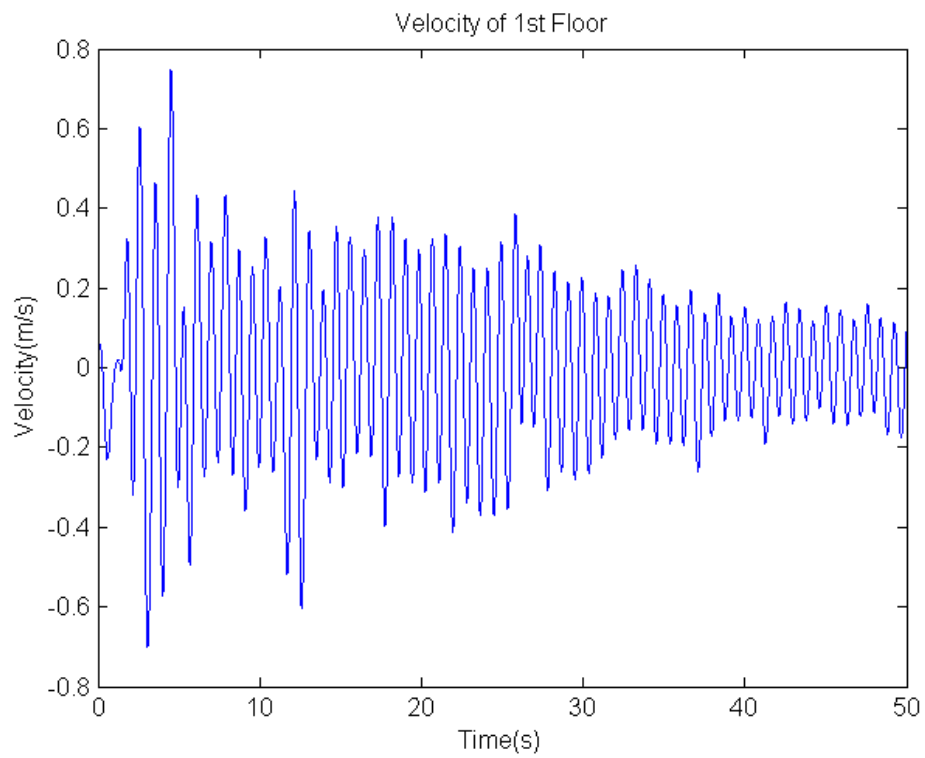
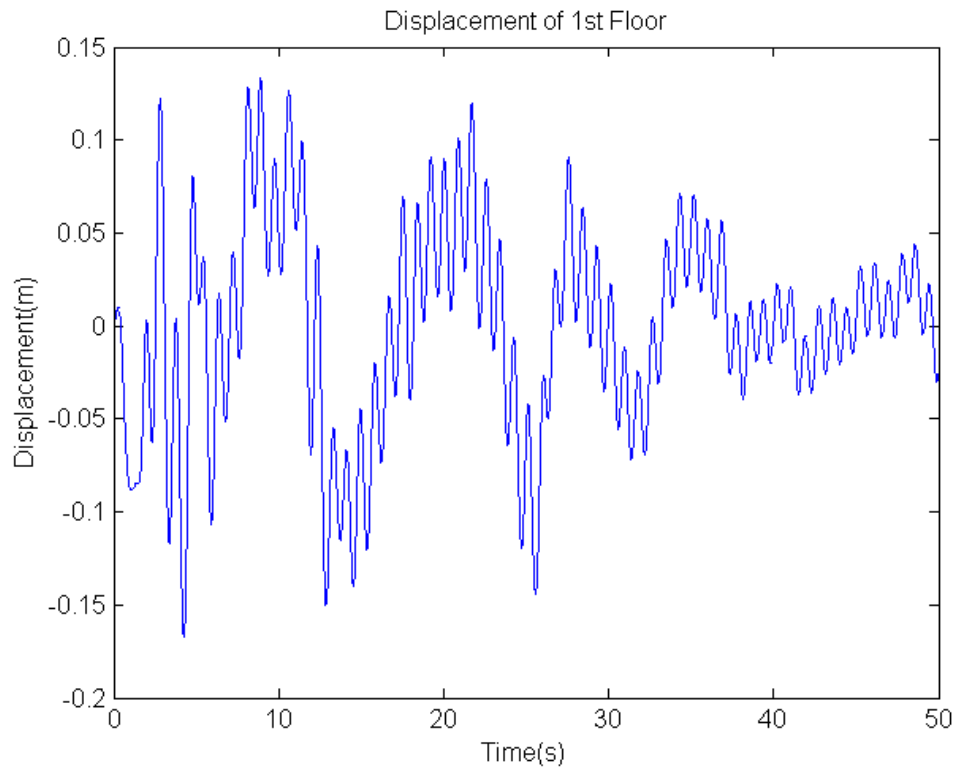
Γνωρίζοντας την ταχύτητα και την μετατόπιση της διαταραχής (\dot{y}_0, y_0) θα επιλυθεί το χωρίς έλεγχο σύστημα με στόχο τον υπολογισμό των καταστάσεων της ταχύτητας και της μετατόπισης του κτιρίου. Το μοντέλο αποτελείται από δύο υποσυστήματα τα οποία είναι αλληλένδετα και επιλύονται εν παραλλήλω.

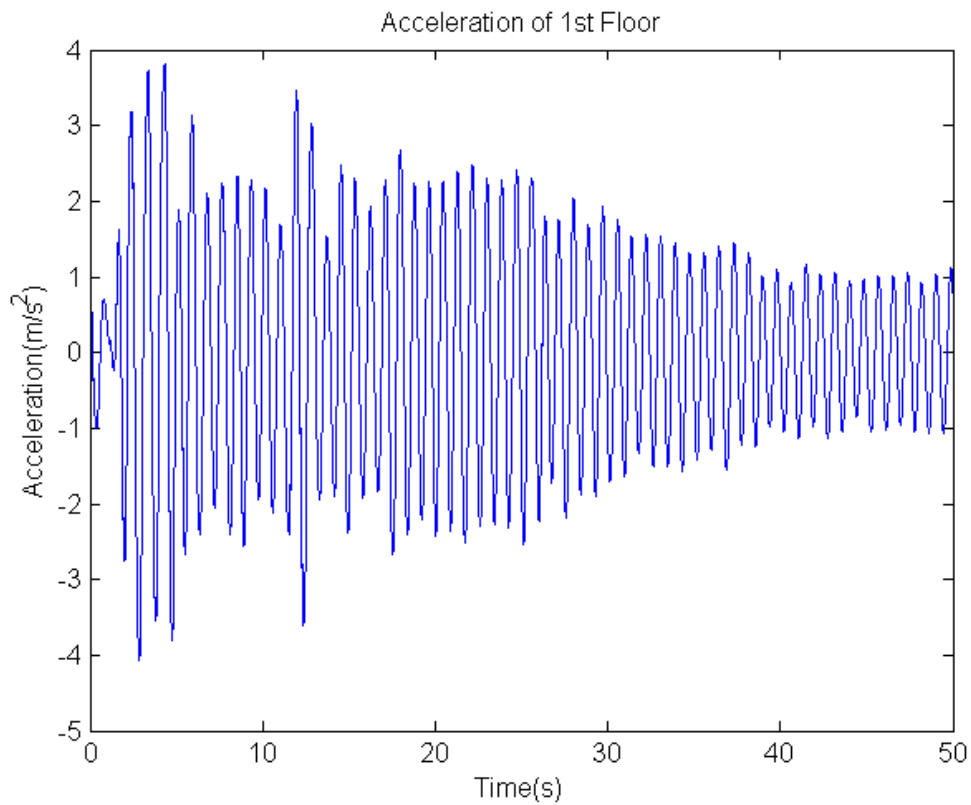


Εικόνα 18 – Μη Γραμμικό Σύστημα Χωρίς Έλεγχο

~ Παράδειγμα 1 - Απόκριση Μη Γραμμικού Μοντέλου Χωρίς Έλεγχο ~

Χρησιμοποιώντας τις τιμές του Πίνακα 1 για την σεισμική δόνηση του El Centro παρουσιάζονται στη συνέχεια οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του πρώτου ορόφου για το μη γραμμικό μοντέλο χωρίς έλεγχο, αλλά με σεισμική μόνωση βάσης :





Όπως είναι εμφανές το κτίριο χωρίς έλεγχο δέχεται μεγάλες μετατοπίσεις και επιταχύνσεις κάτι που δημιουργεί δυσάρεστη αίσθηση στους ανθρώπους που βρίσκονται μέσα στο κτίριο την ώρα της σεισμικής δόνησης. Επίσης, εκτός από την κύρια αποσβεννόμενη ημιτονοειδή απόκριση που παρατηρούμε στην μετατόπιση, συνυπάρχουν και μικρότερες ταλαντώσεις λόγω μη γραμμικότητας, οι οποίες δυσχεραίνουν ακόμα περισσότερο την αίσθηση του σεισμού. Οι επιταχύνσεις που ασκούνται την ώρα της σεισμικής δόνησης είναι αρκετά μεγάλες με αποτέλεσμα να είναι ικανές να δημιουργήσουν προβλήματα στους ανθρώπους που βρίσκονται στο κτίριο και ζημιές στα υλικά αντικείμενα.

3. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΛΕΓΚΤΗ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΤΙΡΙΟΥ

3.1 Γραμμικός Ελεγκτής Μη Γραμμικού Μοντέλου

Το σύστημα που θα μελετηθεί στην συνέχεια είναι ένα τετραώροφο κτίριο με σεισμικά μονωμένη βάση και τοποθετημένους υδραυλικούς επενεργητές στην βάση του κτιρίου που παρέχουν ενεργητική απόσβεση των σεισμικών δονήσεων. Για το μη γραμμικό μοντέλο θα σχεδιαστεί στην συνέχεια ένας γραμμικός ελεγκτής για την διαπίστωση της συμπεριφοράς του κτιρίου στην σεισμική δόνηση, μετά την εφαρμογή του ελέγχου. Το σύστημα με έλεγχο δίνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις :

$$m_1 \ddot{y}_1 = f_0 - f_1 + \mathbf{u} \quad (3.1)$$

$$m_i \ddot{y}_i = f_{i-1} - f_i \quad (3.2)$$

⋮

$$m_N \ddot{y}_N = f_{N-1} \quad (3.3)$$

Όπου $y_i(t_0) = y_i^0$, $\dot{y}_i(t_0) = \dot{y}_i^0$ και $i = 1, 2, \dots, N$ είναι οι αρχικές συνθήκες την χρονική στιγμή $t = t_0$ και

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3.4)$$

είναι ο γραμμικός ελεγκτής, [44], [66]. Χρησιμοποιούμε έλεγχο ανατροφοδότησης κατάστασης με αρκετά μεγάλο κέρδος, έτσι ώστε οι ιδιοτιμές του συστήματος να μετακινηθούν στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο.

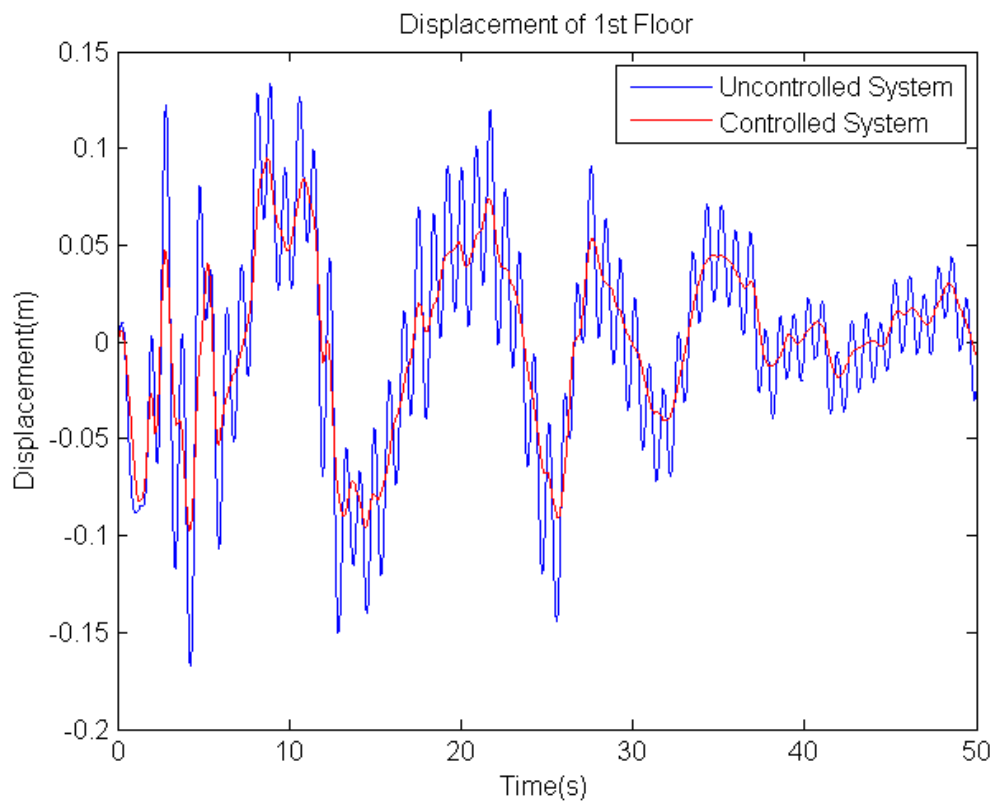
Τονίζεται ότι ο έλεγχος εφαρμόζεται μόνο στον πρώτο όροφο. Ελέγχοντας τον πρώτο όροφο, ελέγχουμε έμμεσα και τους υπόλοιπους. Ο λόγος που εφαρμόζεται μόνο στον πρώτο όροφο είναι ότι οι υδραυλικοί επενεργητές είναι τοποθετημένοι στην βάση του κτιρίου και ως εκ τούτου το σύστημα είναι πολύ απλό να εφαρμοστεί στην πράξη. Για τον λόγο αυτό,

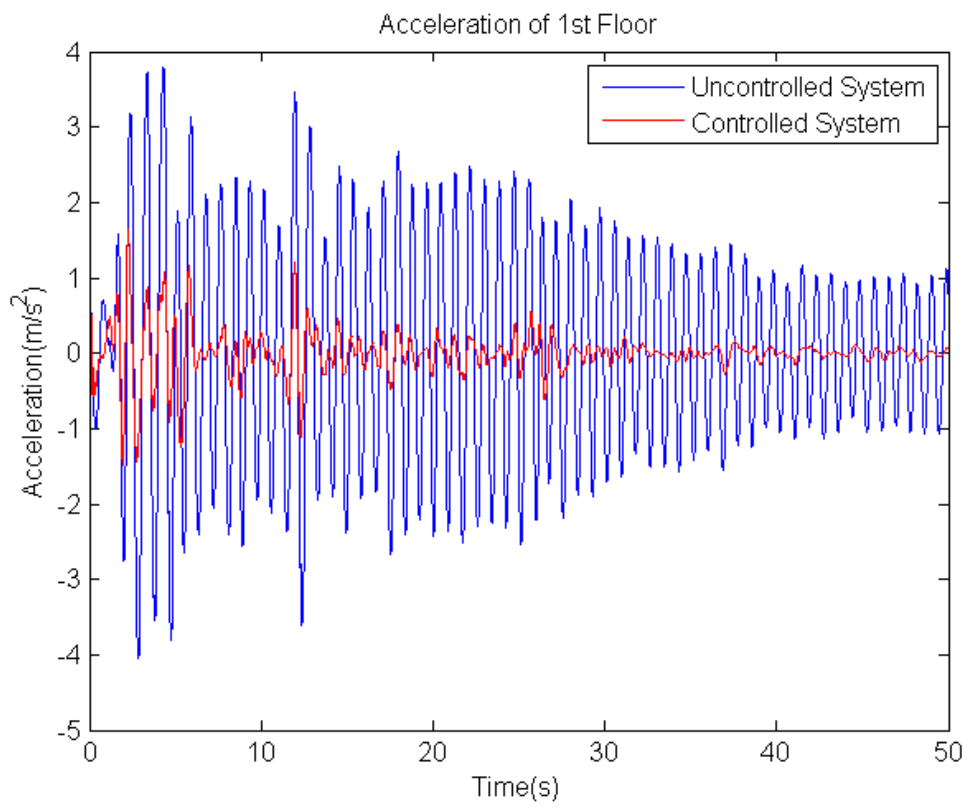
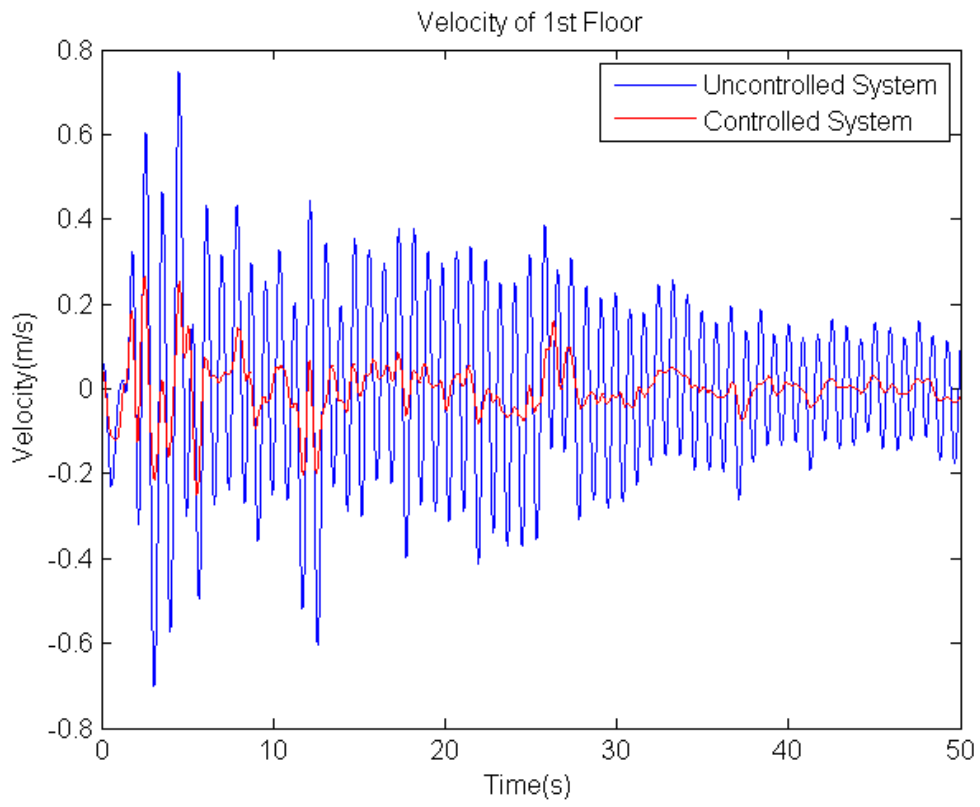
$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Παρόλο που επιλέγουμε πρακτικά μεγάλες τιμές για τον ελεγκτή, έστω $k_1 = 5000$ και $k_5 = 5000$ είναι εμφανές ότι ο γραμμικός ελεγκτής μειώνει μεν κατά ένα πολύ μεγάλο ποσοστό την ταλάντωση, παρόλα αυτά δε όχι στο επιθυμητό ποσοστό, καθώς οι μικρότερου πλάτους υψίσυχρες ταλαντώσεις επιμένουν.

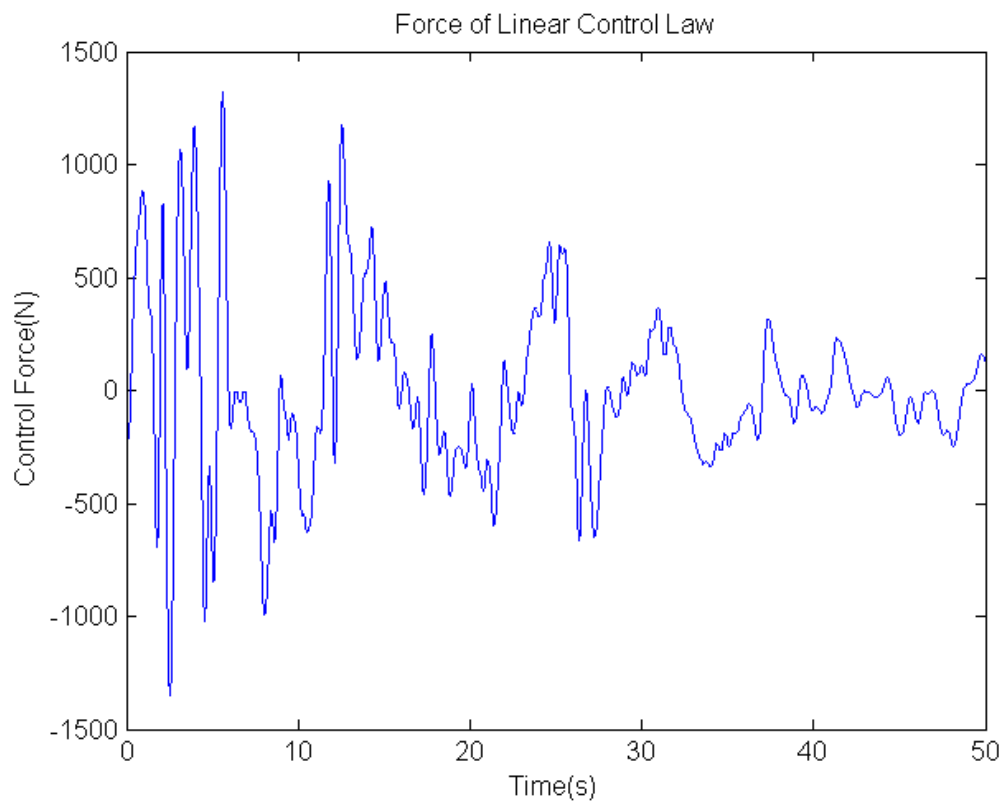
~ Παράδειγμα 2 - Απόκριση Μη Γραμμικού Μοντέλου Με Γραμμικό Ελεγκτή ~

Χρησιμοποιώντας τις τιμές του Πίνακα 1 για την σεισμική δόνηση του El Centro παρουσιάζονται στην συνέχεια οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για τον πρώτο όροφο, τόσο για το σύστημα με έλεγχο, όσο και για το σύστημα χωρίς αυτόν.



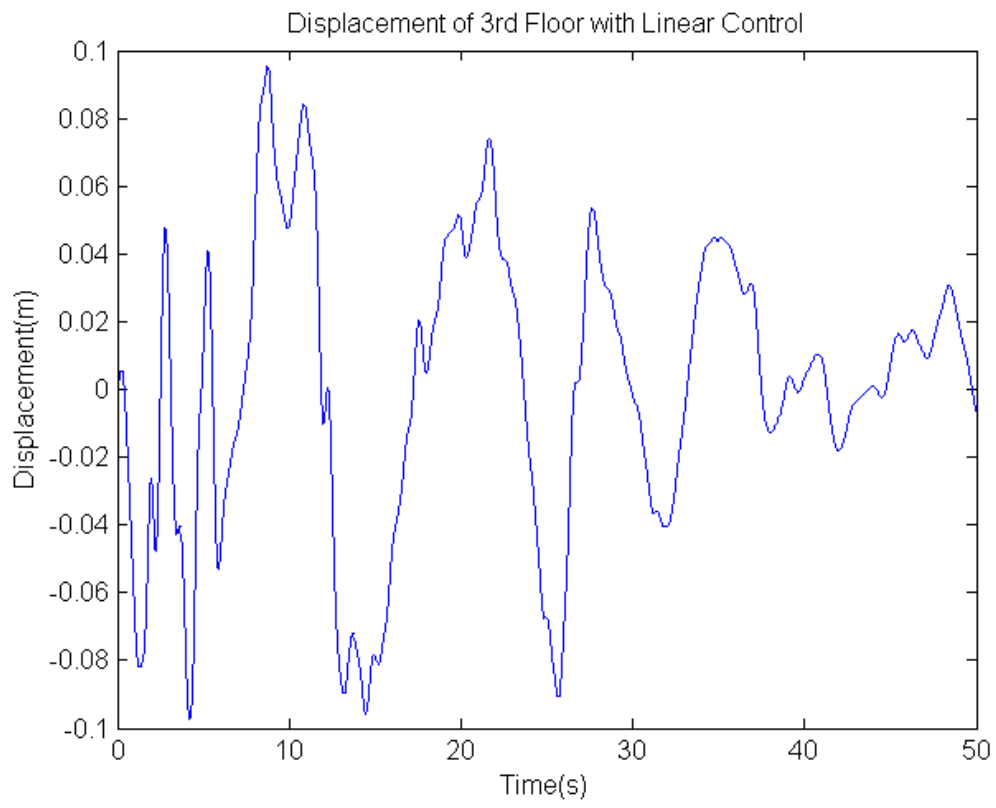
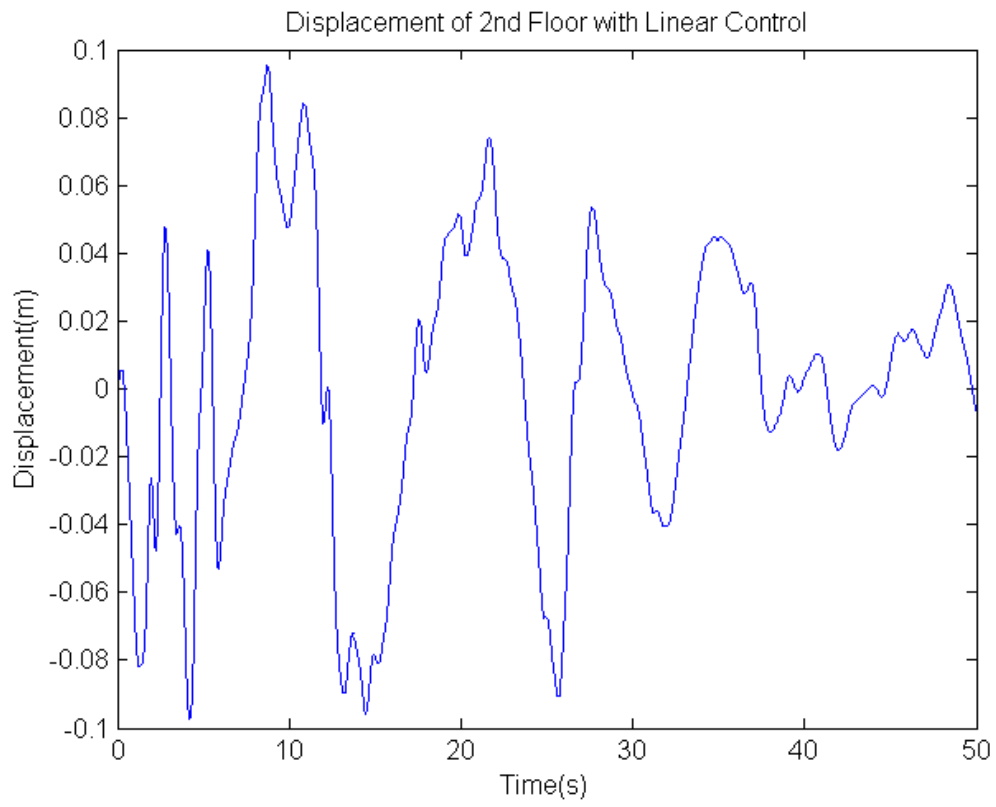


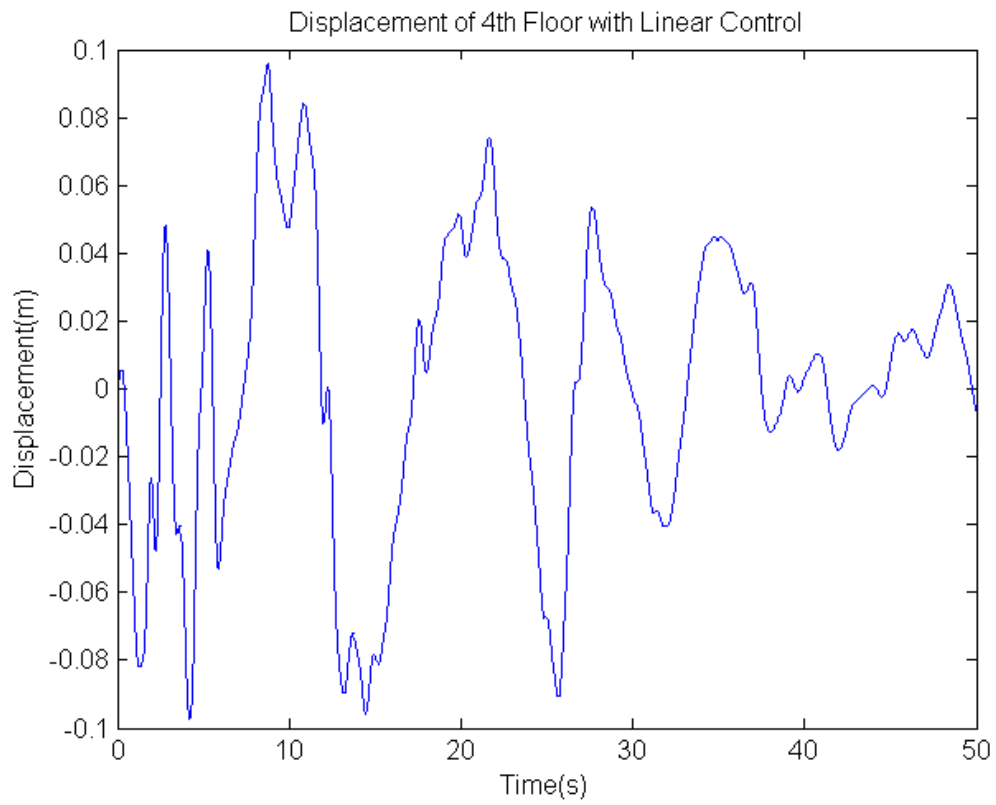
Οι δυνάμεις που ασκούνται από τον γραμμικό ελεγκτή είναι οι εξής :



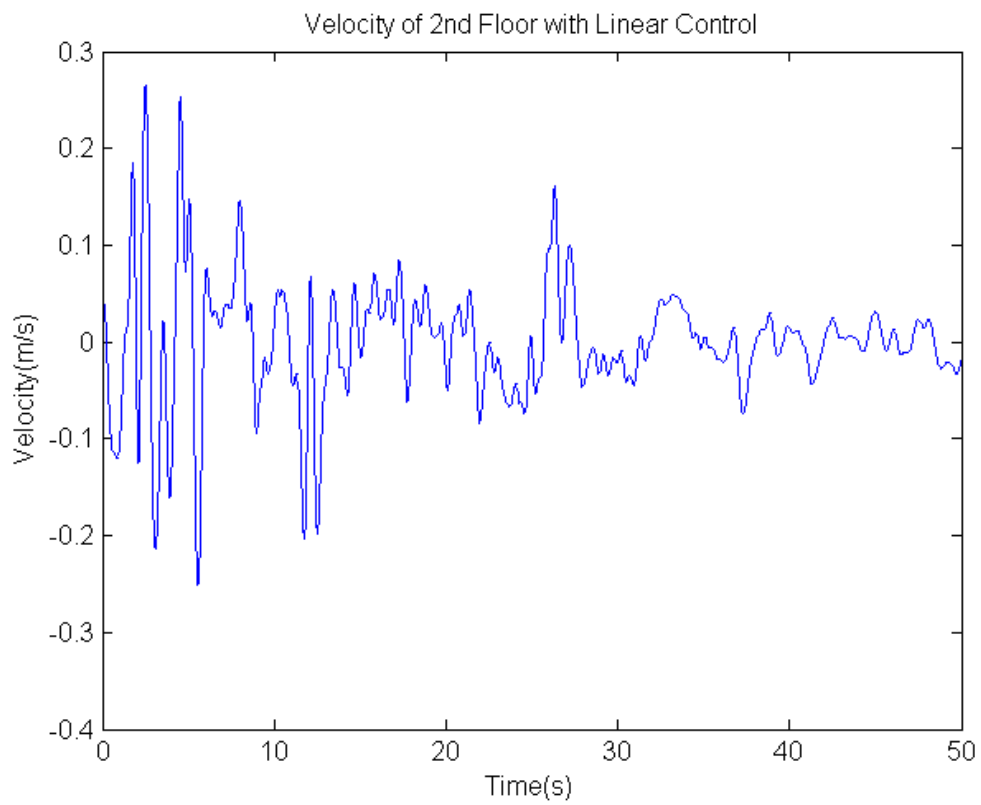
Όπως είναι εμφανές οι δυνάμεις που ασκούνται είναι αρκετά μικρές, κάτι που καθιστά τον έλεγχο πραγματοποιήσιμο. Παρόλα αυτά οι αποκρίσεις της μετατόπισης και της ταχύτητας δεν είναι ικανοποιητικές καθώς βελτιώνουν μεν την αίσθηση του σεισμού, όχι όμως ικανοποιητικό βαθμό.

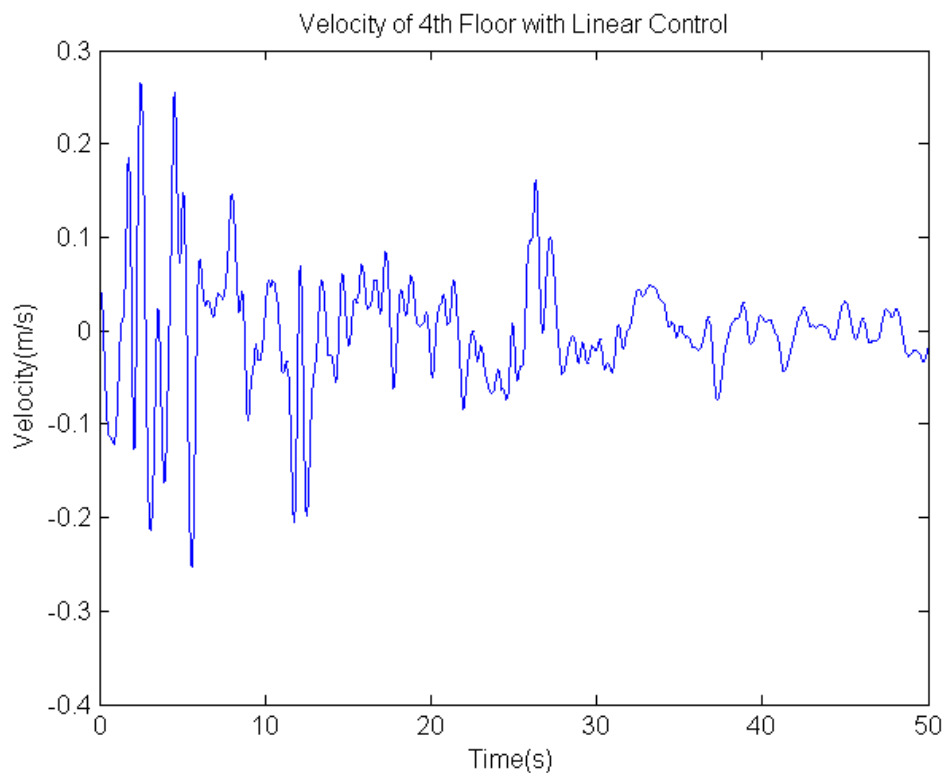
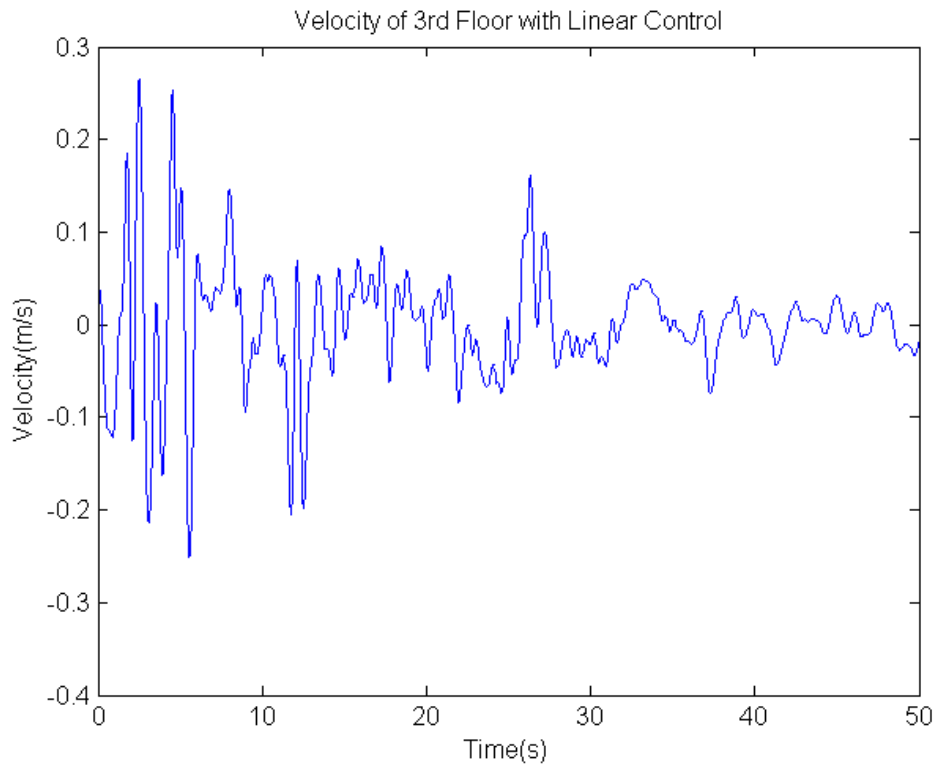
Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μετατοπίσεις των ορόφων δύο έως τέσσερα :





Καθώς επίσης και οι ταχύτητες των ορόφων αυτών :





Τονίζεται ότι ο γραμμικός αυτός ελεγκτής δεν είναι ο βέλτιστος αλλά ένας απλός γραμμικός ελεγκτής ο οποίος περιορίζει την ταχύτητα τουλάχιστον στο ένα τρίτο και από την μετατόπιση αποκόπτει τις υψίσυχνες ταλαντώσεις, αλλά όχι το πλάτος της κύριας ταλάντωσης.

3.2 Μη Γραμμικός Ελεγκτής Μη γραμμικού Μοντέλου

Στη συνέχεια θα σχεδιαστεί ένας μη γραμμικός ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης ο οποίος εγγυάται τον ταχύτατο και αποτελεσματικό έλεγχο του τετραώροφου κτιρίου. Η επιθυμητή συμπεριφορά του ελεγκτή είναι συνήθως ομοιόμορφη ασυμπτωτική ευστάθεια του σημείου ισορροπίας. Το πιο σημαντικό σημείο του προβλήματος είναι το γεγονός ότι από αβέβαιες πληροφορίες όπως είναι η αβεβαιότητα της διαταραχής, ο ελεγκτής μας εγγυάται βέβαιη απόδοση. Το μόνο, πιθανώς, γνωστό δεδομένο είναι το εύρος των διαταραχών. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το σύστημα με έλεγχο το οποίο είναι το ίδιο με την περίπτωση του προηγούμενου κεφαλαίου :

$$m_1 \ddot{y}_1 = f_0 - f_1 + \mathbf{u} \quad (3.5)$$

$$m_i \ddot{y}_i = f_{i-1} - f_i \quad (3.6)$$

⋮

$$m_N \ddot{y}_N = f_{N-1} \quad (3.7)$$

Όπου $y_i(t_0) = y_i^0$, $\dot{y}_i(t_0) = \dot{y}_i^0$ και $i = 1, 2, \dots, N$ είναι οι αρχικές συνθήκες την χρονική στιγμή $t = t_0$. Ομοίως και σε αυτή την περίπτωση ο έλεγχος επιδρά μόνο στον πρώτο όροφο.

Έστω ο μη γραμμικός ελεγκτής

$$\mathbf{u} = \mathbf{p}(\mathbf{x}(t)) \quad (3.8)$$

Η γενική μορφή του ελέγχου που θα χρησιμοποιηθεί δοθέντος $\varepsilon > 0$ είναι η εξής :

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{B^T P x}{\|B^T P x\|} \rho(x), & \|B^T P x\| \geq \varepsilon \\ -\frac{B^T P x}{\varepsilon} \rho(x), & \|B^T P x\| < \varepsilon \end{cases} \quad (3.9)$$

όπου B^T ο ανάστροφος πίνακας της μήτρας ελέγχου του γραμμικού συστήματος, $P \in R^{n \times n}$ συμμετρικός θετικά ορισμένος πίνακας, εύρεση του οποίου προέρχεται από την λύση της εξίσωσης Kalman για το γραμμικό σύστημα :

$$A^T P + P A + Q = 0 \quad (3.10)$$

Για δεδομένο $Q \in R^{n \times n}$ και

$$\rho(x) = [1 - \max_{s \in J} \|E(s)\|]^{-1} [\max_{r \in N} \|D(r)x\| + \max_{s \in J} \|E(s)Kx\| + \max_{v \in R} \|Fv\|] \quad (3.11)$$

Υπολογισμός μήτρας P

Από το κεφάλαιο 2.1 έχοντας υπολογίσει το γραμμικό μοντέλο και προσθέτοντας έλεγχο έχουμε :

$$\dot{x}(t) = A_{8 \times 8}x(t) + C_{8 \times 2}v(t) + B_{1 \times 8}u(t) \quad (3.12)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (3.13)$$

με $B = [1/m_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$.

Για τις μήτρες A,B και C έχουμε :

$$A = 10^4 \begin{bmatrix} -0.0049 & +0.0049 & +0.0000 & +0.0000 & -2.4625 & +2.4400 & +0.0000 & +0.0000 \\ +0.0049 & -0.0098 & +0.0049 & +0.0000 & +2.4400 & -4.8800 & +2.4400 & +0.0000 \\ +0.0000 & +0.0049 & -0.0098 & +0.0049 & +0.0000 & +2.4400 & -4.8800 & +2.4400 \\ +0.0000 & +0.0000 & +0.0049 & -0.0049 & +0.0000 & +0.0000 & +2.4400 & -2.4400 \\ +0.0001 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 \\ +0.0000 & +0.0001 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 \\ +0.0000 & +0.0000 & +0.0001 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 \\ +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0001 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 & +0.0000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0050 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.45 & 225 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Επιλύοντας την εξίσωση Kalman προκύπτει η θετικά ορισμένη μήτρα P του γραμμικού μοντέλου. Η συνάρτηση Lyapunov για το γραμμικό αυτό μοντέλο δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$V(x) = x^T P x \quad (3.14)$$

Για την συνάρτηση αυτή μπορεί να επιβεβαιωθεί ότι :

- $V(x) = 0$ για μόνο για $x = 0$
- $V(x) > 0$ για κάθε $x \in R - \{0\}$
- $\dot{V}(x) < 0$ για κάθε $x \in R - \{0\}$

Δηλαδή το σύστημα με αυτή την συνάρτηση Lyapunov είναι ασυμπτωτικά ευσταθές γύρω από το σημείο ισορροπίας. Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας πληροφορία από το γραμμικό μοντέλο θα σχεδιάσουμε τον μη γραμμικό ελεγκτή [66],[67],[68].

Υπολογισμός Συνάρτησης $\rho(x)$

Σύμφωνα με το Παράρτημα 5.2, υπολογίζουμε την νόρμα της αβεβαιότητας που στο πρόβλημά μας προκύπτει από τα σήματα της ταχύτητας και της μετατόπισης που ασκεί η γη λόγω σεισμικής δόνησης στο κτίριο. Θα χρησιμοποιήσουμε την ευκλείδεια νόρμα:

$$\rho(x) = [1 - \max_{s \in J} \|E(s)\|]^{-1} [\max_{r \in N} \|D(r)x\| + \max_{s \in J} \|E(s)Kx\| + \max_{v \in R} \|Fv\|]$$

Θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν αβεβαιότητες στις μήτρες A, B επομένως ,

$$\Delta A(r) = \Delta B(s) = 0$$

Απ' όπου προκύπτει ότι,

$$D(r) = E(s) = 0$$

Σύμφωνα με την τελευταία συνθήκη του παραρτήματος:

$$C = BF$$

Η συνθήκη αυτή επαληθεύεται εύκολα για $F = [c_0 \quad k_0]$

Άρα τελικά προκύπτει

$$\rho(x) = \max_{v \in R} \|Fv\|$$

Σύμφωνα με το παράρτημα το $v(t) \in V$ είναι γνωστό συμπαγές σύνολο. Οι μέγιστες τιμές της μετατόπισης και της ταχύτητας του εδάφους είναι γνωστές, επομένως

$$\rho(x) = \max_{v \in R} \|Fv\| = \|[c_0 v_{max} \quad k_0 x_{max}]\| = \sqrt{v_{max}^2 + x_{max}^2} = 4950.1$$

Άρα επιλέγουμε $\rho(x) = 4950.1$.

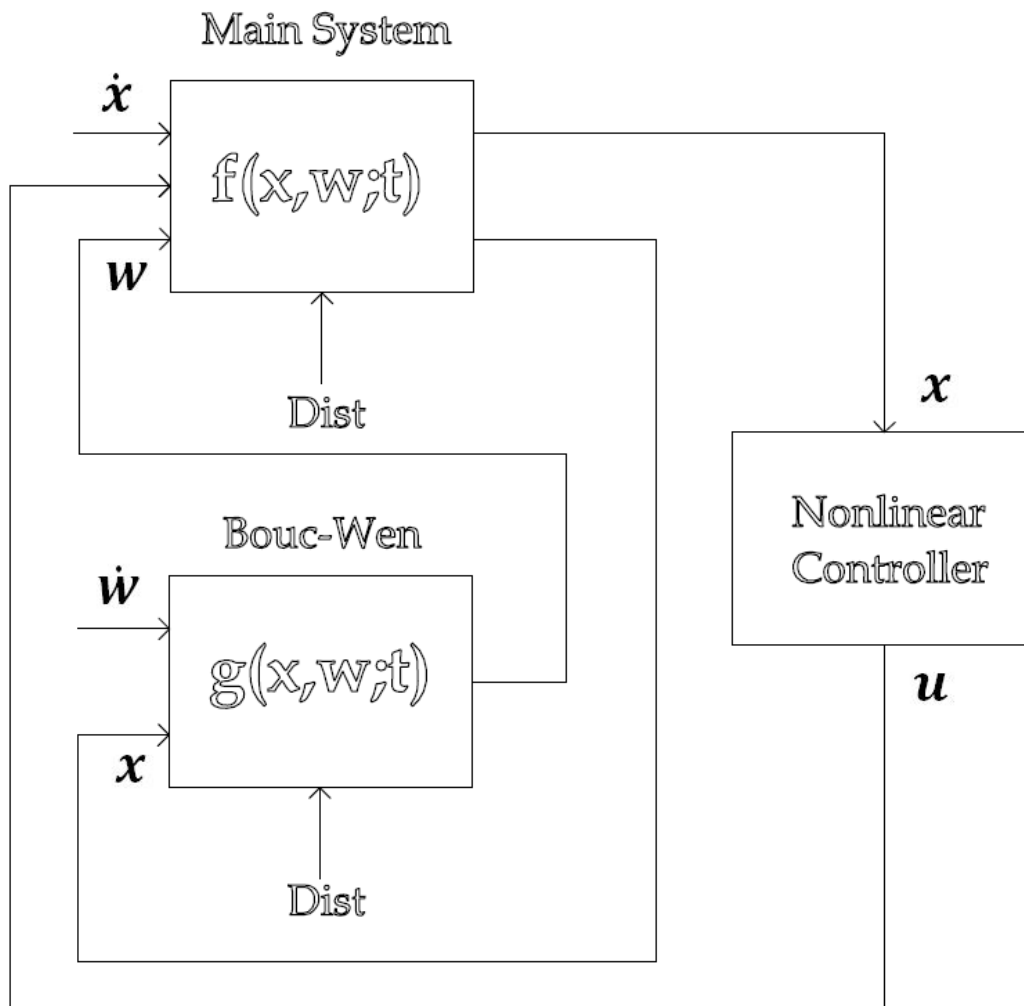
Εφαρμογή Ελέγχου στο Τετραώροφο Κτίριο

Έστω ότι επιλέγεται $\varepsilon = 0.0009$. Το ε επιλέγεται αυθαιρέτως μικρό ώστε $\varepsilon \rightarrow 0$. Όσο μικρότερο επιλέγεται το ε τόσο πιο επιθετικός γίνεται ο έλεγχος. Τότε έχοντας την μήτρα B και υπολογίζοντας την μήτρα P και την συνάρτηση $\rho(x)$ εφαρμόζουμε τον μη γραμμικό έλεγχο (3.6) :

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{B^T P x}{\|B^T P x\|} \rho(x), & \|B^T P x\| \geq \varepsilon \\ -\frac{B^T P x}{\varepsilon} \rho(x), & \|B^T P x\| < \varepsilon \end{cases}$$

στο μη γραμμικό μοντέλο. Σημειώνεται πως η συνάρτηση Lyapunov που υπολογίστηκε και κατ' επέκταση η μήτρα P προέρχονται από το γραμμικό σύστημα. Ο λόγος που χρησιμοποιούμε την Lyapunov του γραμμικού είναι ότι ο υπολογισμός Lyapunov για το μη γραμμικό σύστημα αποτελεί εξαιρετικά πολύπλοκη διαδικασία. Παρόλα αυτά όπως θα δούμε και από τις αποκρίσεις, η Lyapunov του γραμμικού για τον μη γραμμικό ελεγκτή δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα.

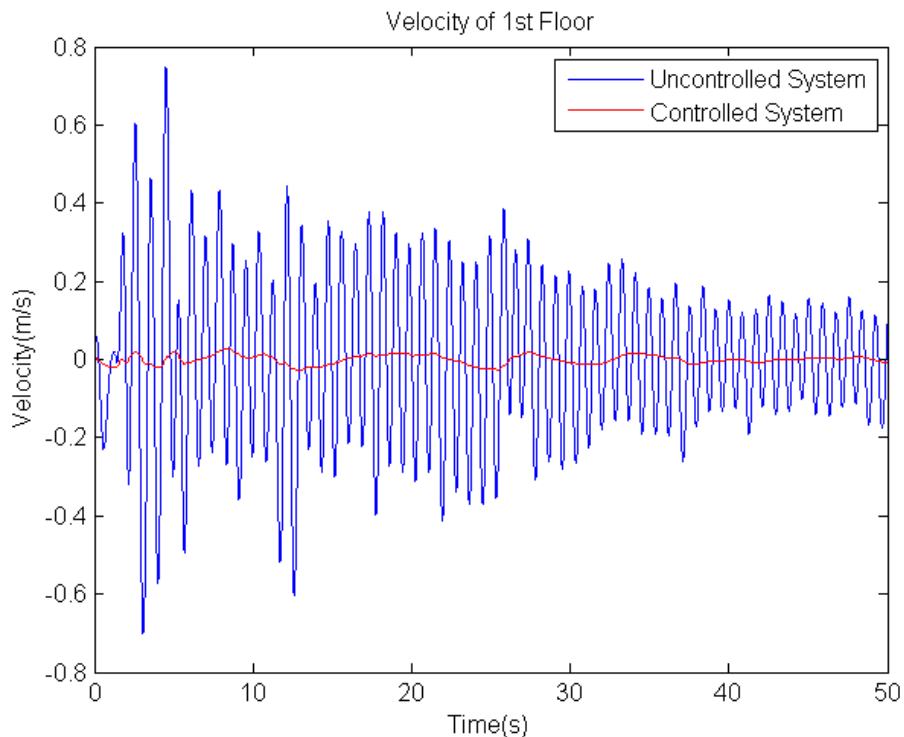
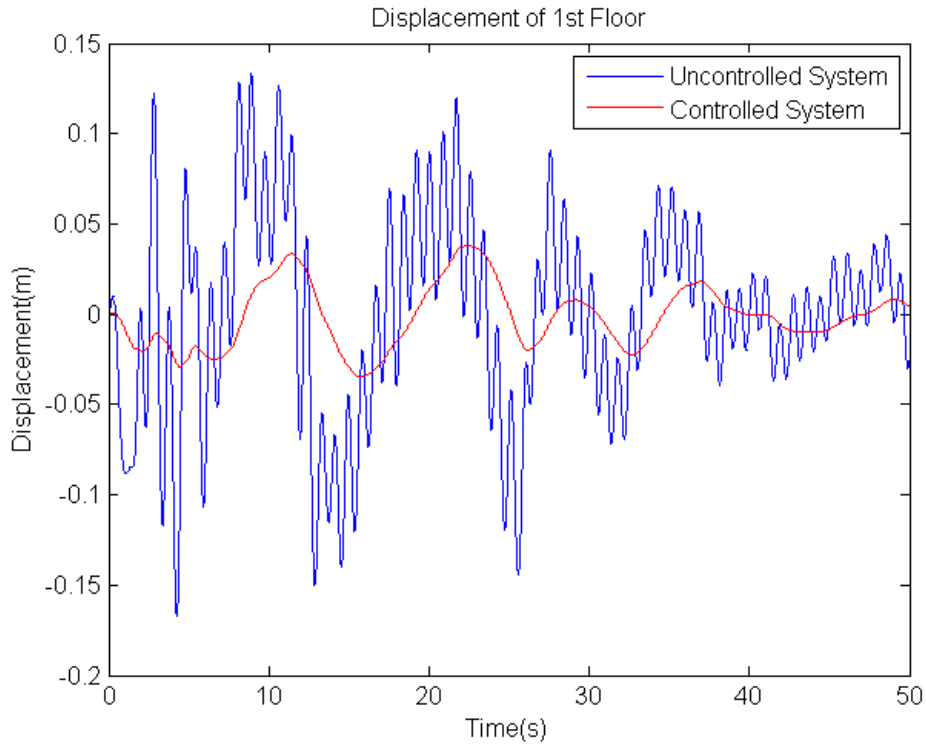
Το σύστημα μετά την εφαρμογή του μη γραμμικού ελέγχου $u = p(x)$ θα έχει την εξής μορφή :

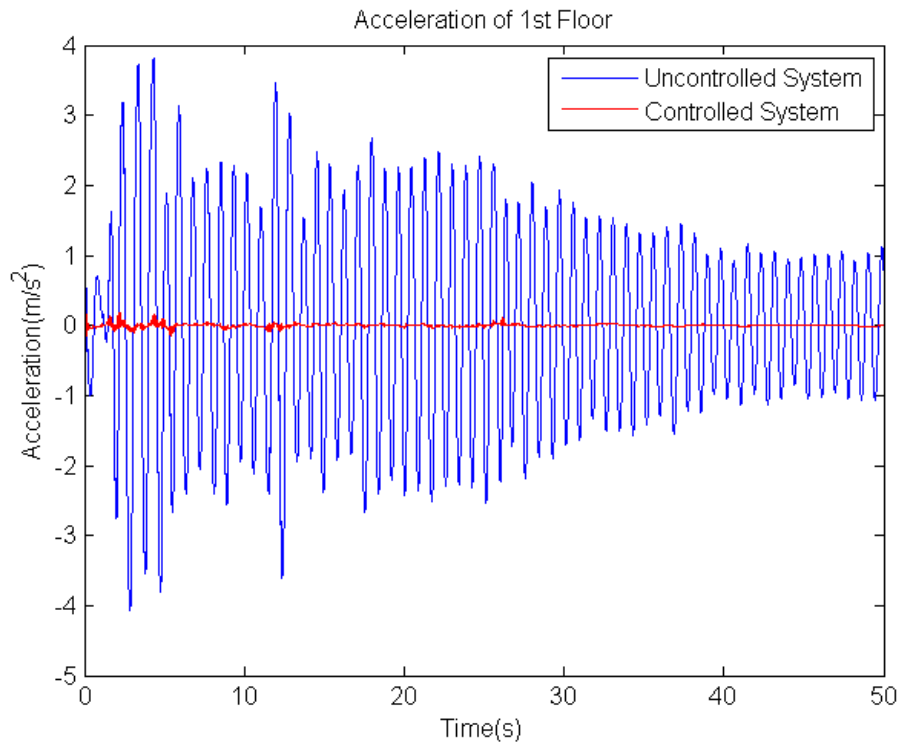


Εικόνα 19 - Μη Γραμμικό Σύστημα με Ελεγκτή

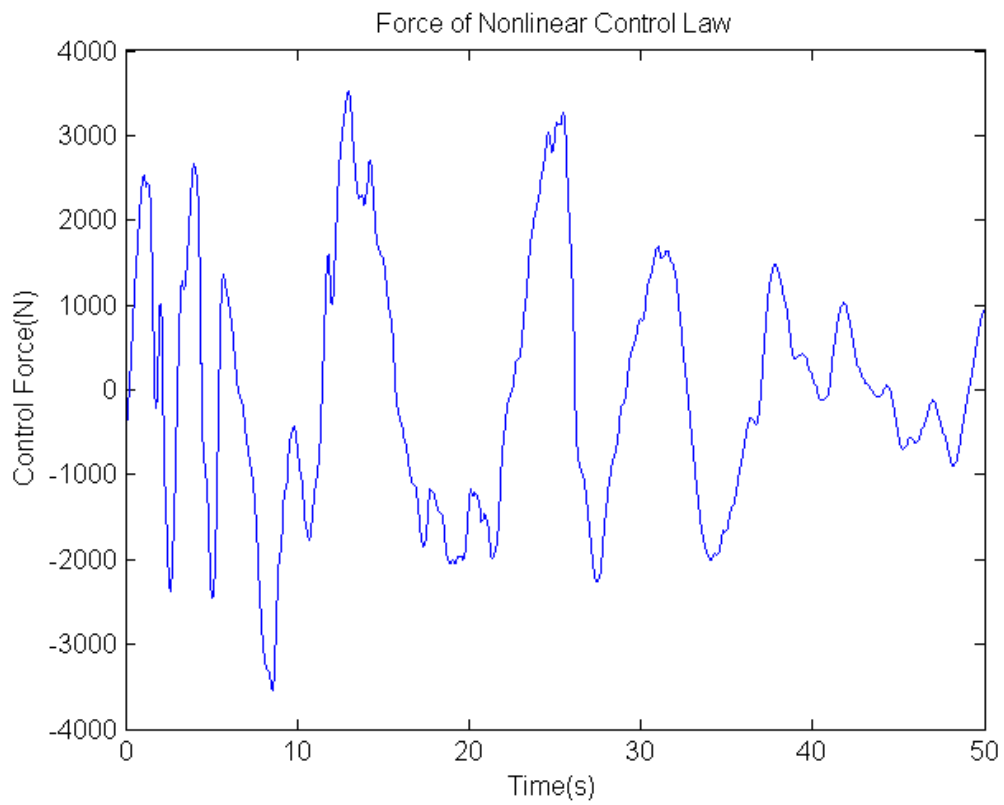
~ Παράδειγμα 3 - Απόκριση Μη Γραμμικού Μοντέλου Με Μη Γραμμικό Ελεγκτή ~

Χρησιμοποιώντας τις τιμές του Πίνακα 1 για το τετραώροφο κτίριο, για την διαταραχή του El Centro, παρουσιάζονται αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του πρώτου ορόφου για το σύστημα χωρίς έλεγχο καθώς και για το σύστημα μετά την εφαρμογή του μη γραμμικού ελεγκτή.





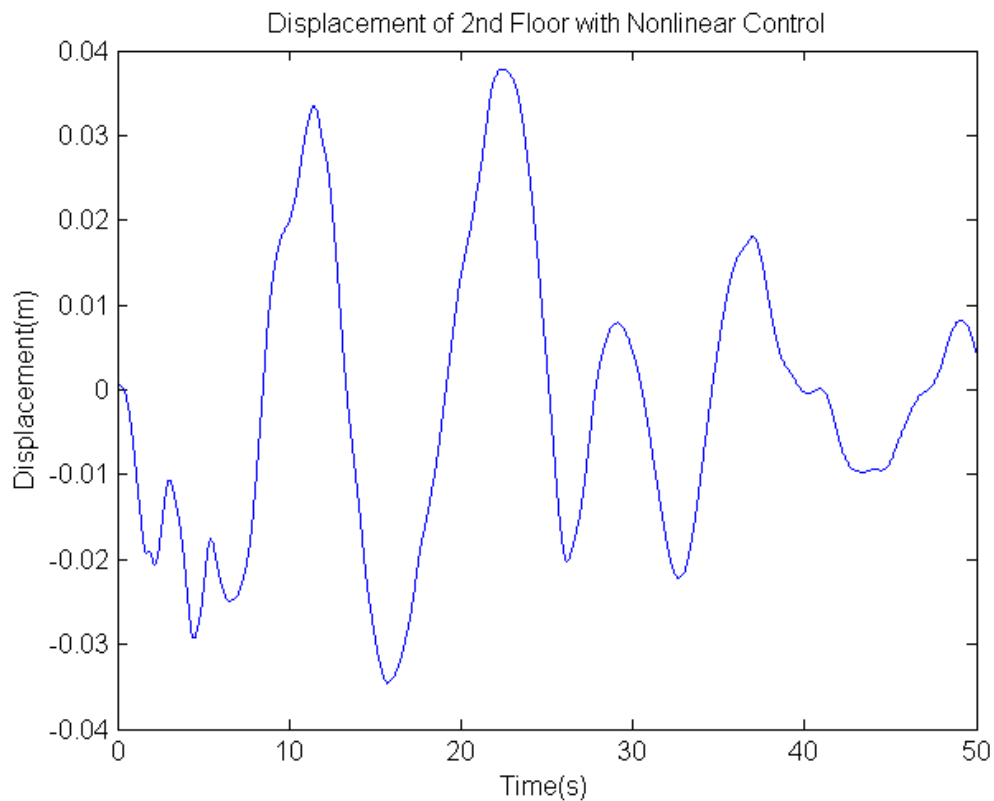
Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι δυνάμεις ελέγχου που ασκούνται από το μη γραμμικό ελεγκτή :

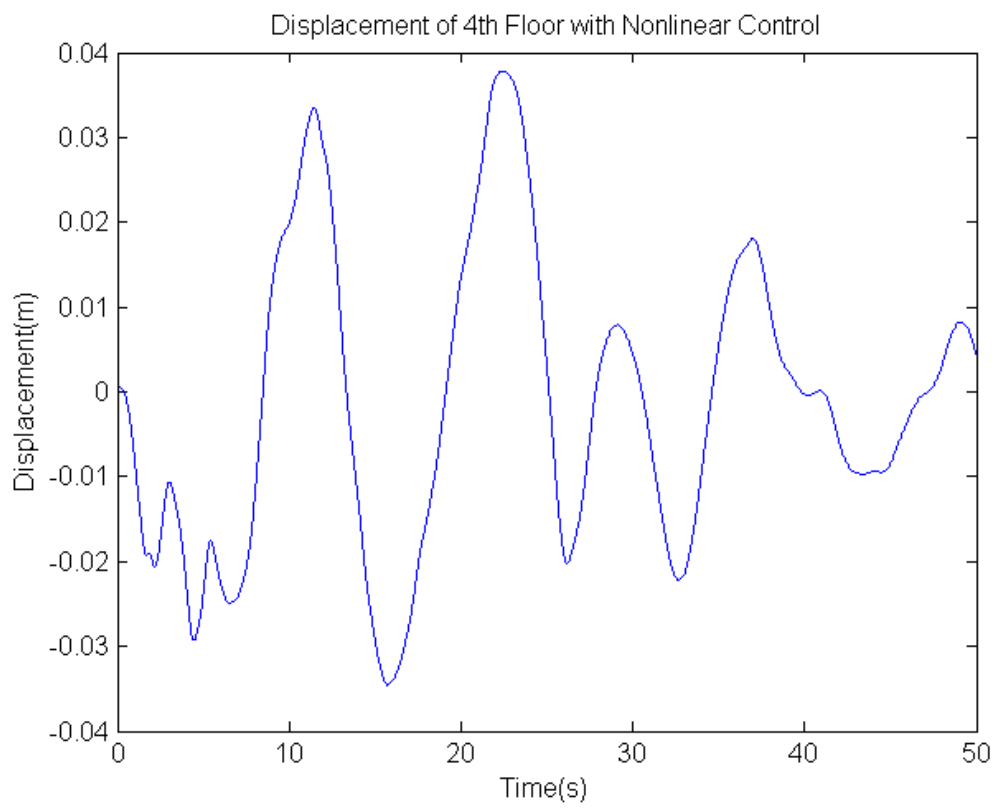
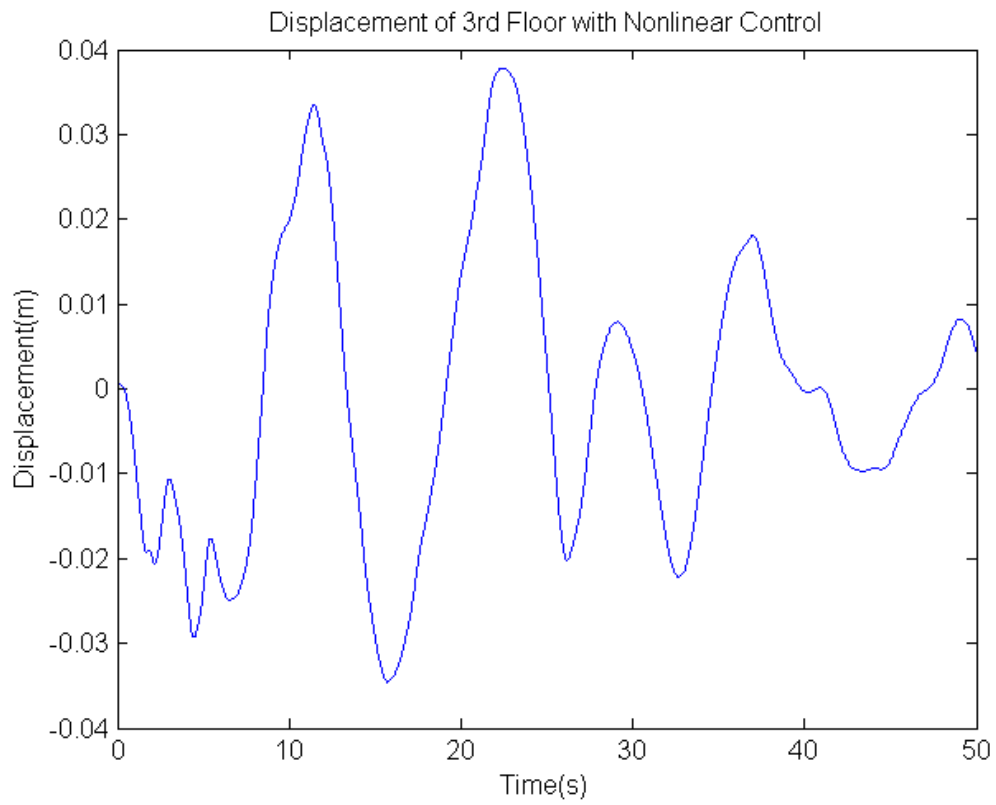


Η δύναμη που ασκείται είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τον γραμμικό ελεγκτή. Στόχος μας είναι το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα με την ελάχιστη δυνατή ενέργεια. Παρόλα αυτά οι τιμές που λαμβάνει η δύναμη ελέγχου είναι εντός λογικών πλαισίων. Η απόκριση του μη γραμμικού ελεγκτή όπως φαίνεται στη συνέχεια για τους ορόφους δύο έως τέσσερα είναι ιδανική καθώς μειώνει την ταχύτητα στο ελάχιστο, αποκόπτει τις υψίσυχνες ταλαντώσεις καθώς επίσης μειώνει και το πλάτος της κύριας ταλάντωσης της μετατόπισης τουλάχιστον στο ένα τρίτο.

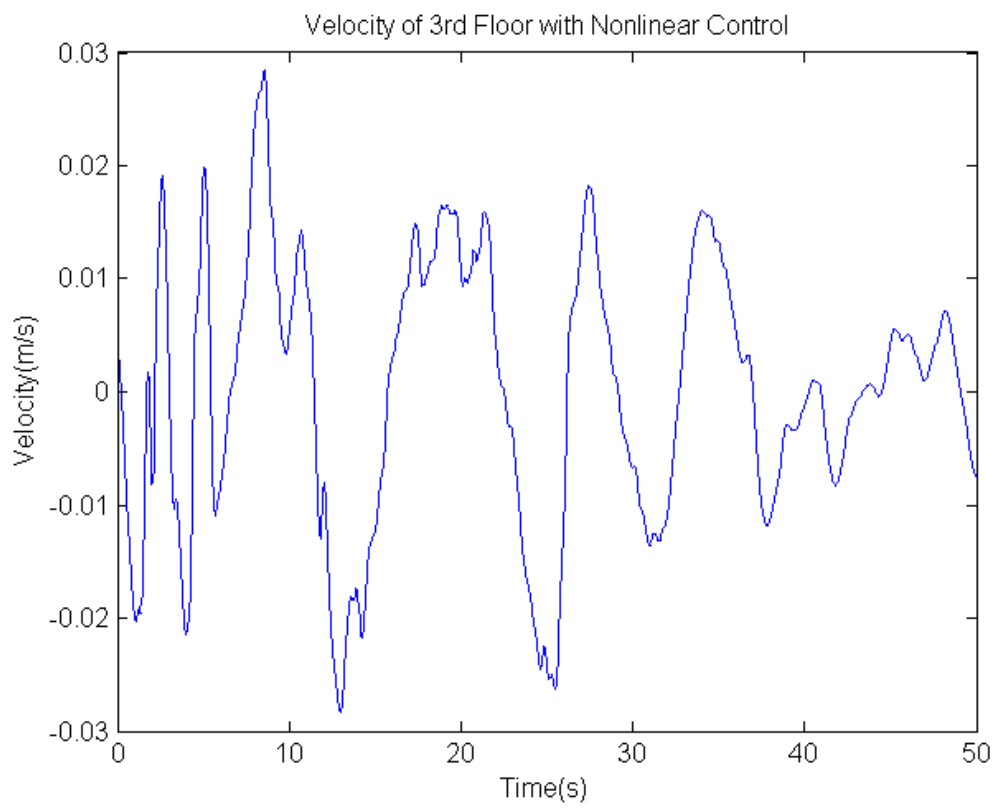
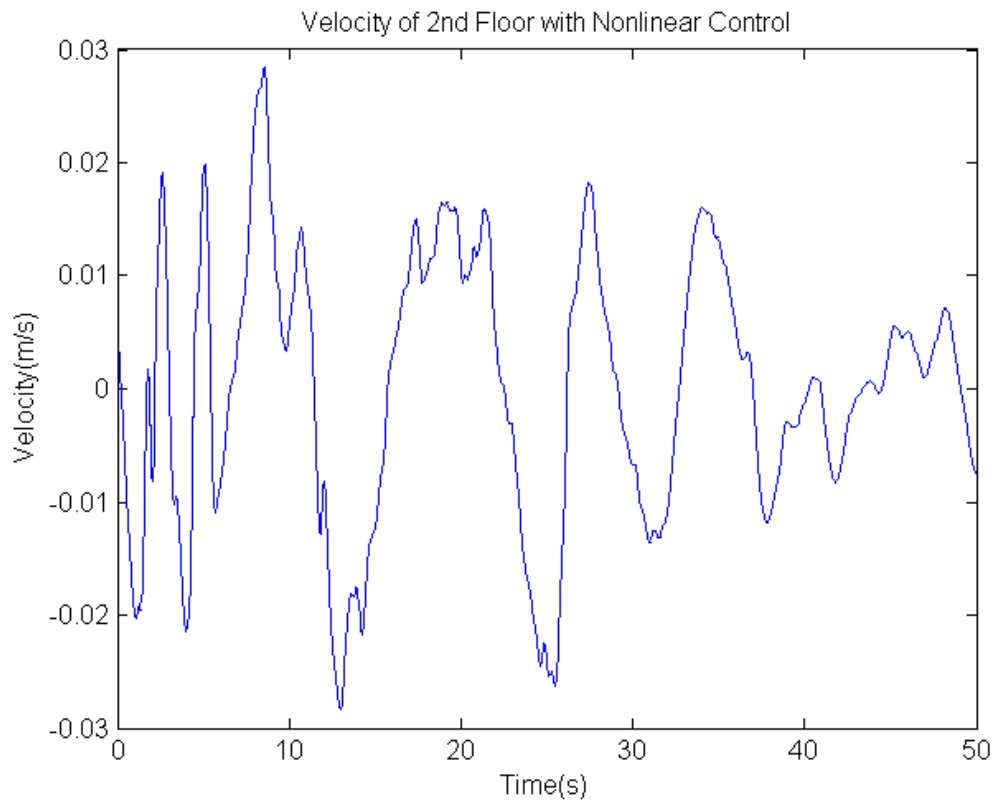
Η αίσθηση του σεισμού για τους ανθρώπους που βρίσκονται μέσα στο κτίριο κατά την διάρκεια της σεισμικής δόνησης είναι αμελητέα για το σύστημα με μη γραμμικό ελεγκτή σε σχέση με την αίσθηση χωρίς καθόλου έλεγχο.

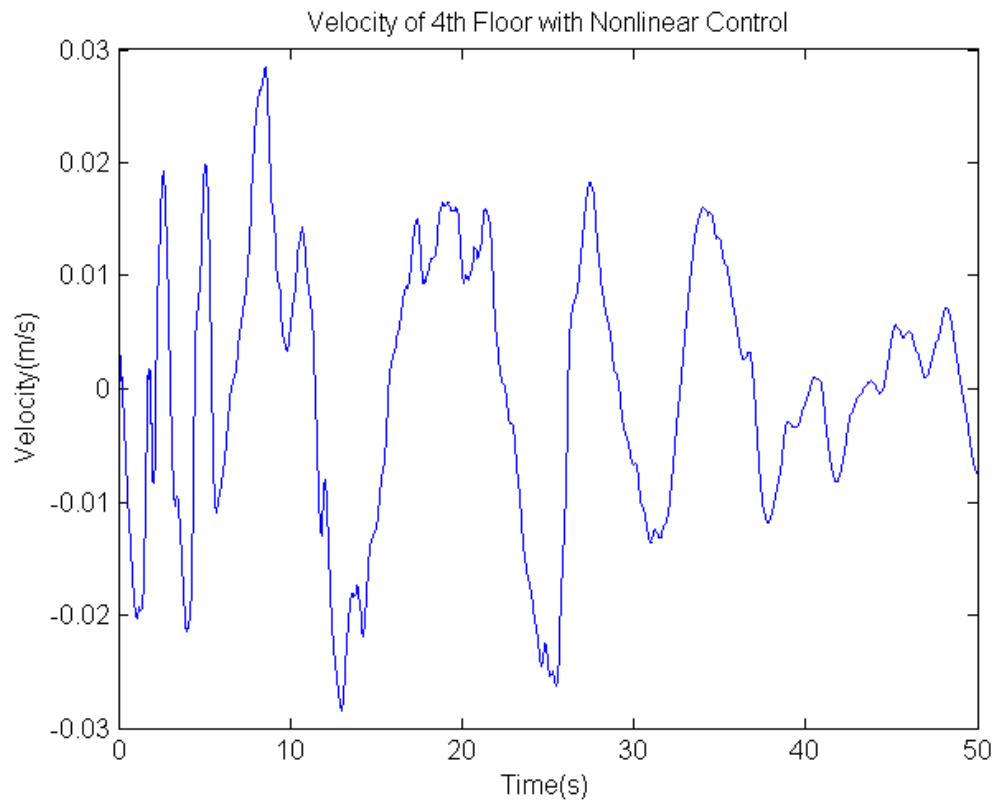
Στη συνέχεια εμφανίζονται οι μετατοπίσεις των ορόφων δύο έως τέσσερα :





Καθώς επίσης και οι ταχύτητες των ορόφων αυτών:





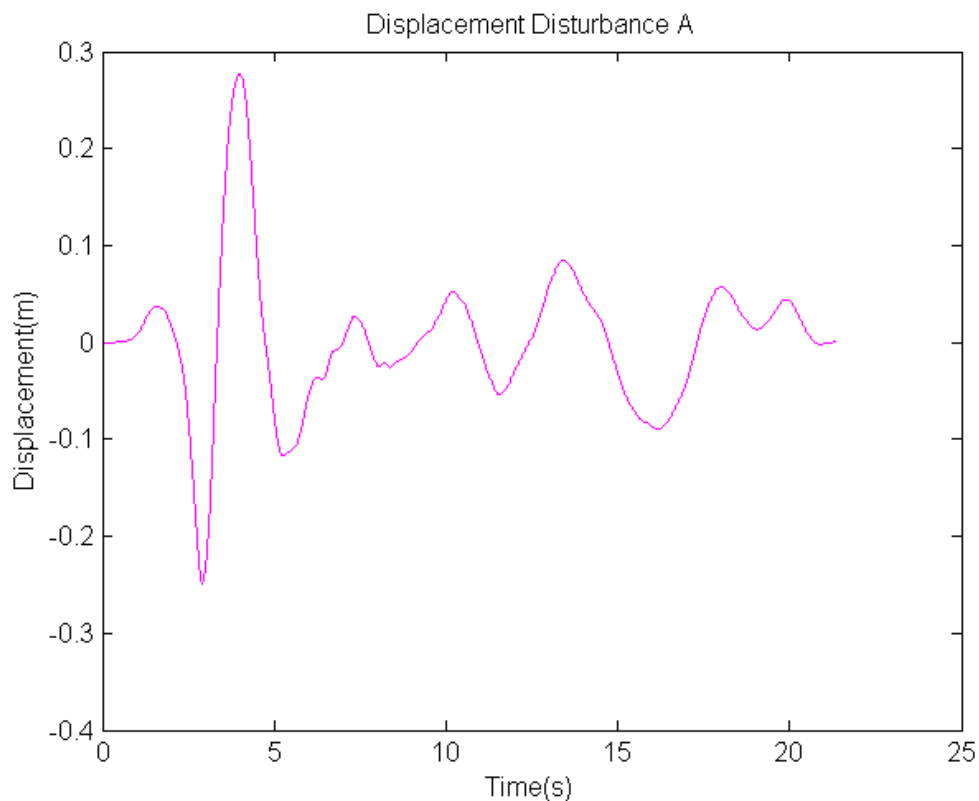
4. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΕΛΕΓΚΤΗ ΣΕ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΚΟΝΤΑ ΣΤΟ ΕΠΙΚΕΝΤΡΟ

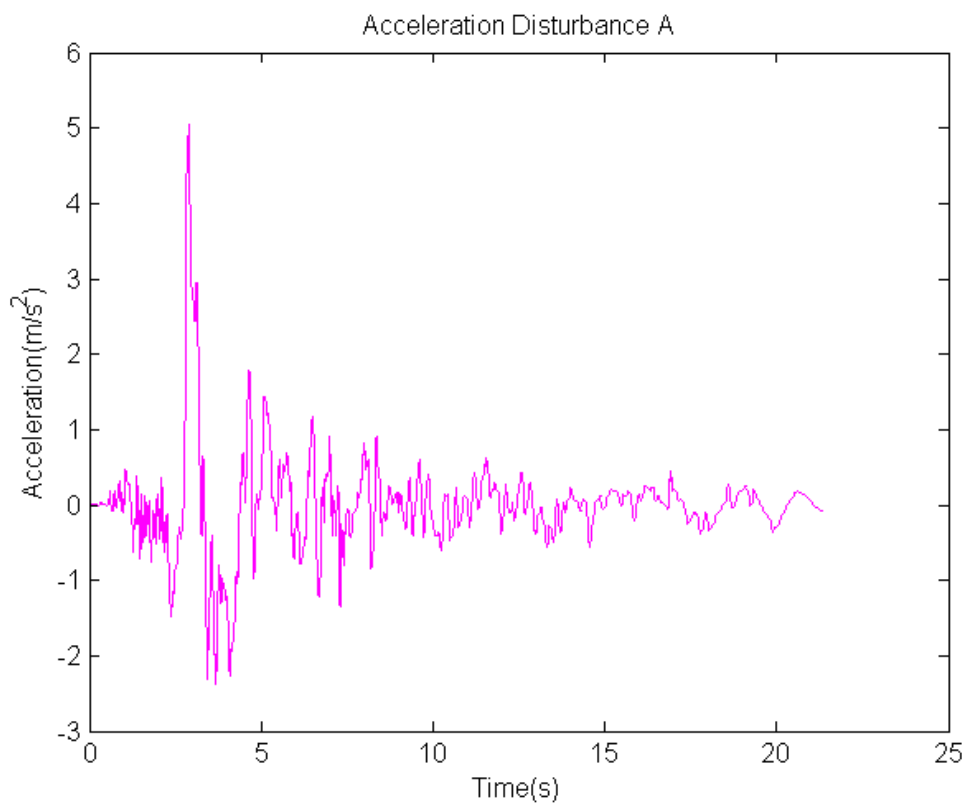
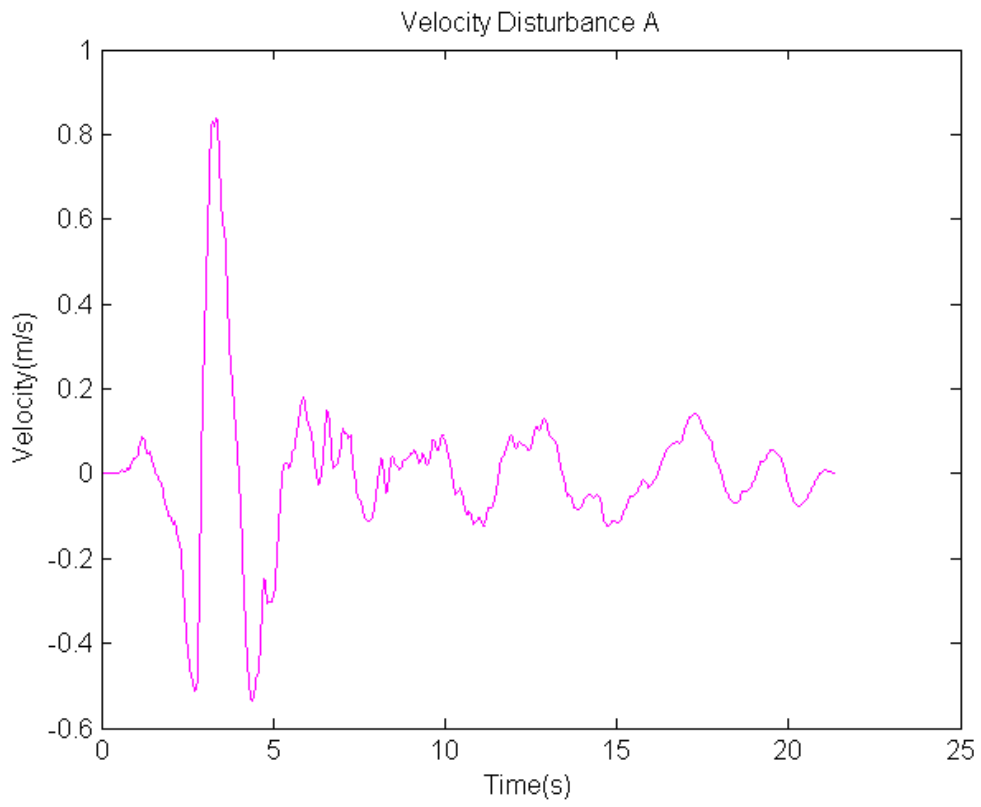
4.1 Συμπεριφορά Μη Γραμμικού Ελεγκτή σε Σεισμικές Δονήσεις Κοντά στο Επίκεντρο

Στη συνέχεια θα μελετηθεί η συμπεριφορά του μη γραμμικού ελεγκτή που σχεδιάστηκε προηγουμένως, σε τέσσερις διαφορετικού πλάτους και συχνότητας σεισμικές διεγέρσεις, για να επιβεβαιώσουμε την ορθή λειτουργία του. Επειδή οι αποκρίσεις όλων των ορόφων είναι όμοιες με κάποιες ελάχιστες επιπλέον ταλαντώσεις στους ορόφους δύο έως τέσσερα, θα μελετηθούν μόνο οι αποκρίσεις του πρώτου ορόφου. Αναλόγως την διαταραχή επηρεάζουμε την τιμή του ε , έτσι ώστε η δύναμη ελέγχου να μην πάρει εξαιρετικά μεγάλες τιμές. Οι σταθερές του κτιρίου που χρησιμοποιήθηκαν είναι αυτές του Πίνακα 1.

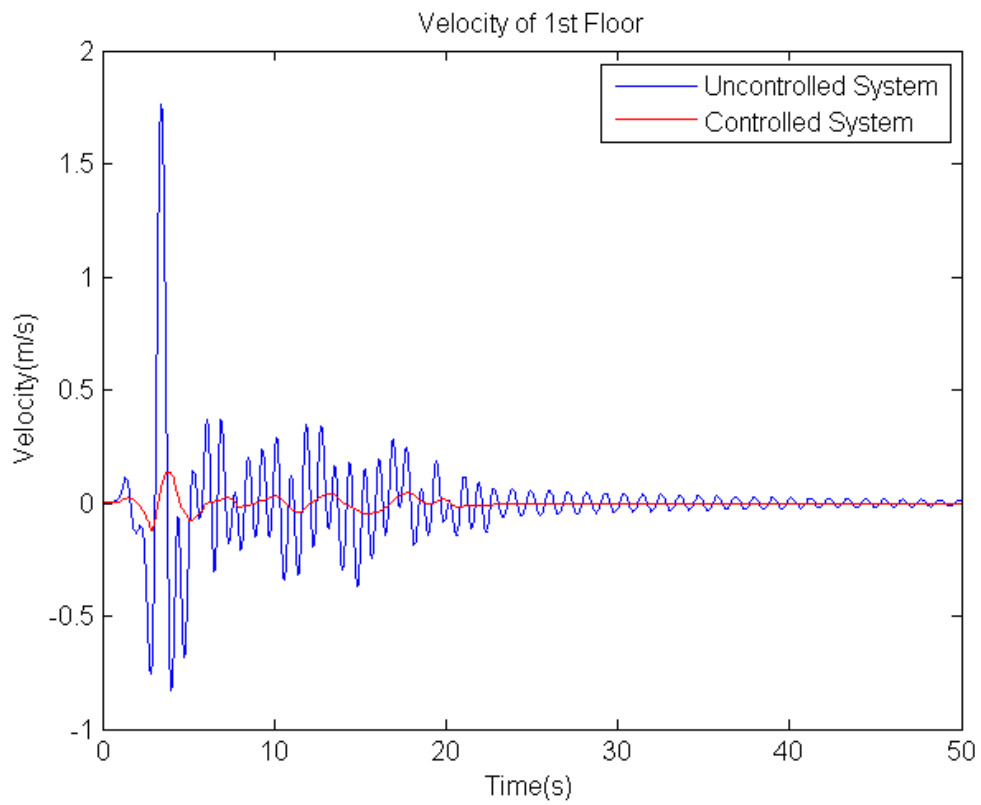
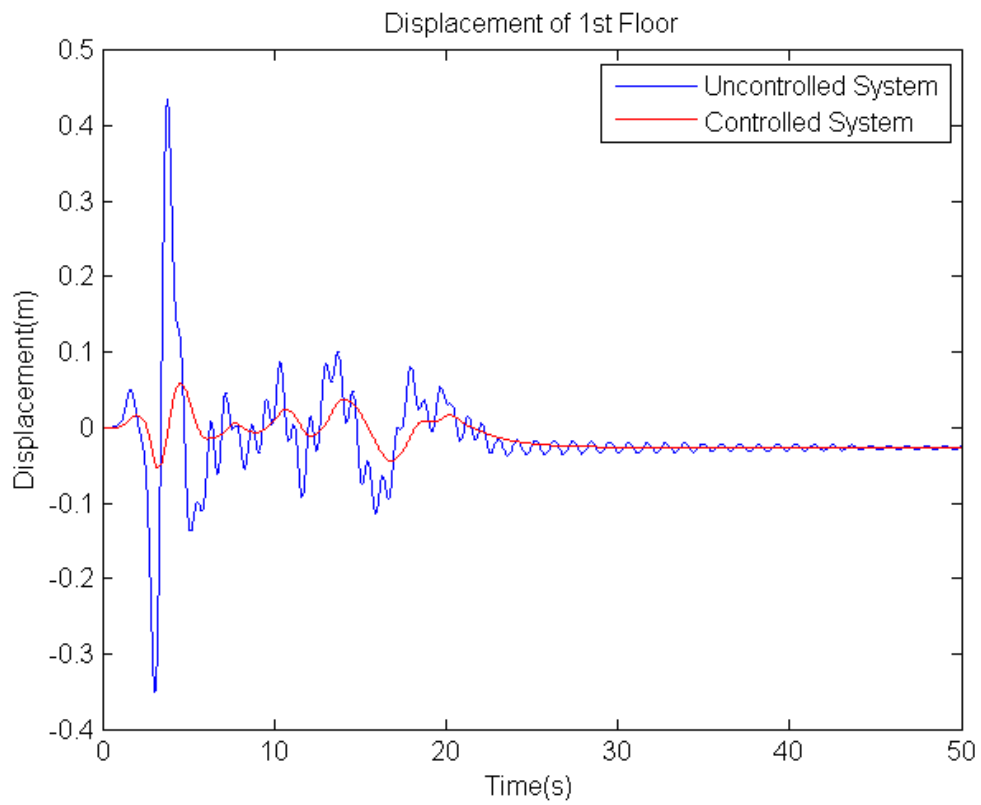
4.1.1 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση A: ERZ-000

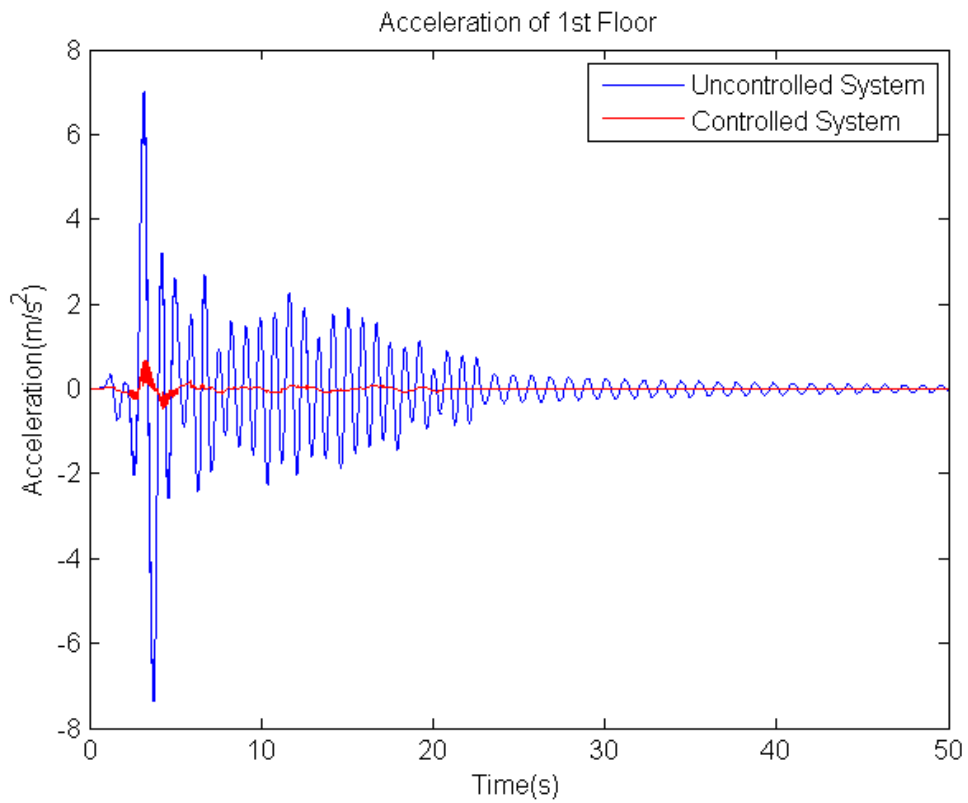
Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σεισμικής διέγερσης A :



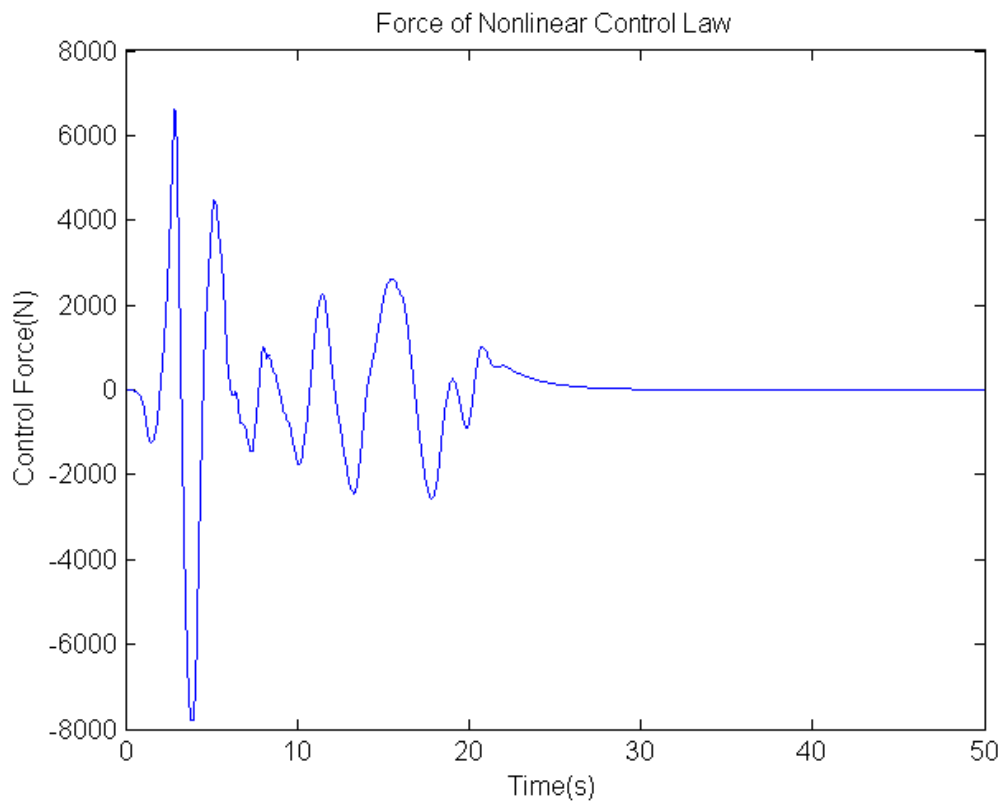


Οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χωρίς έλεγχο σύστημα είναι οι εξής :



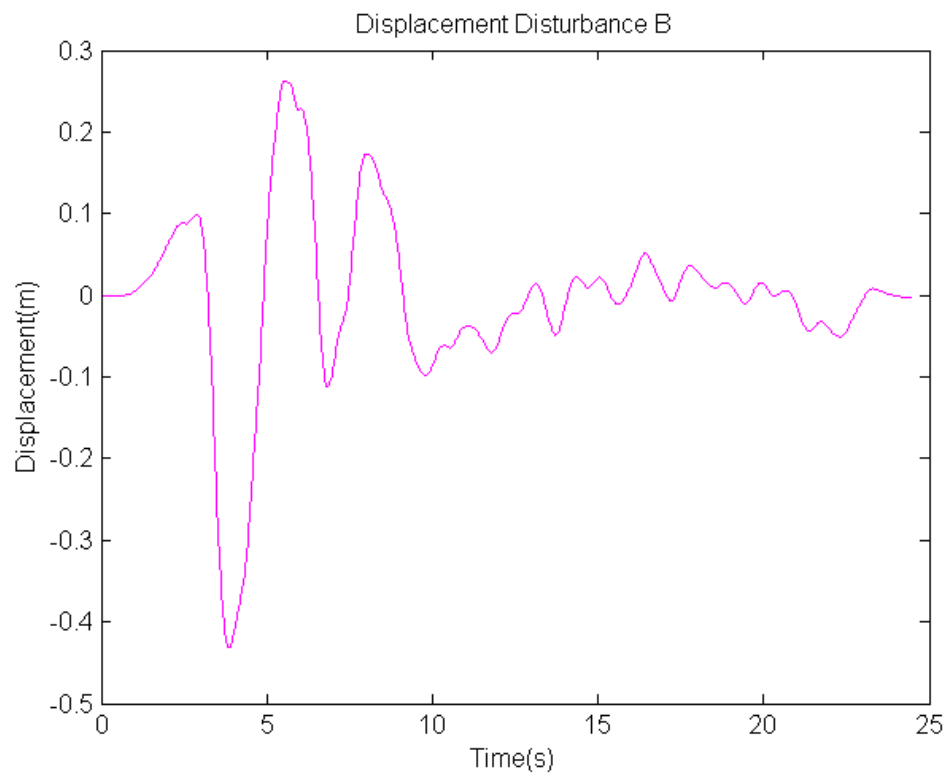


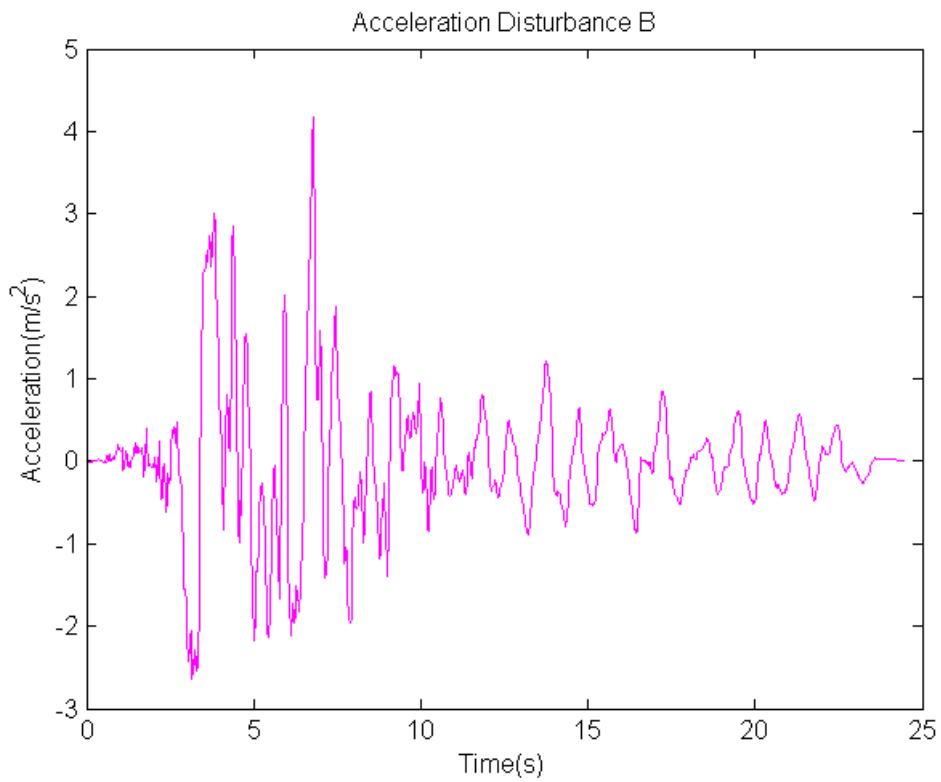
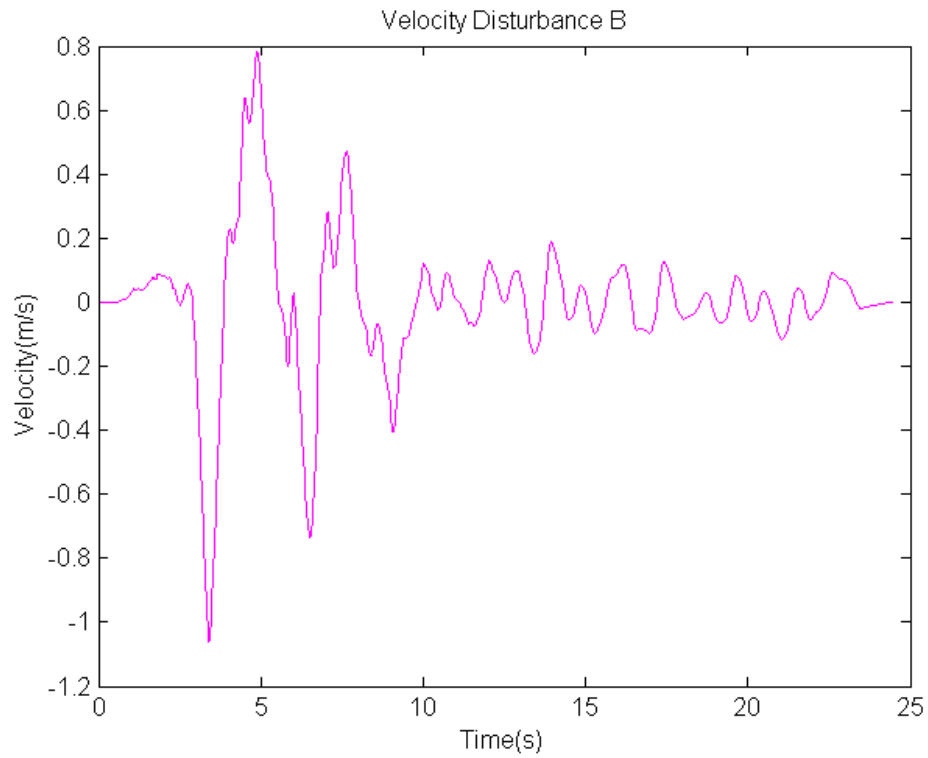
Για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκε $\varepsilon = 0.005$ και η δύναμη ελέγχου που ασκήθηκε από τους επενεργητές είναι η εξής :



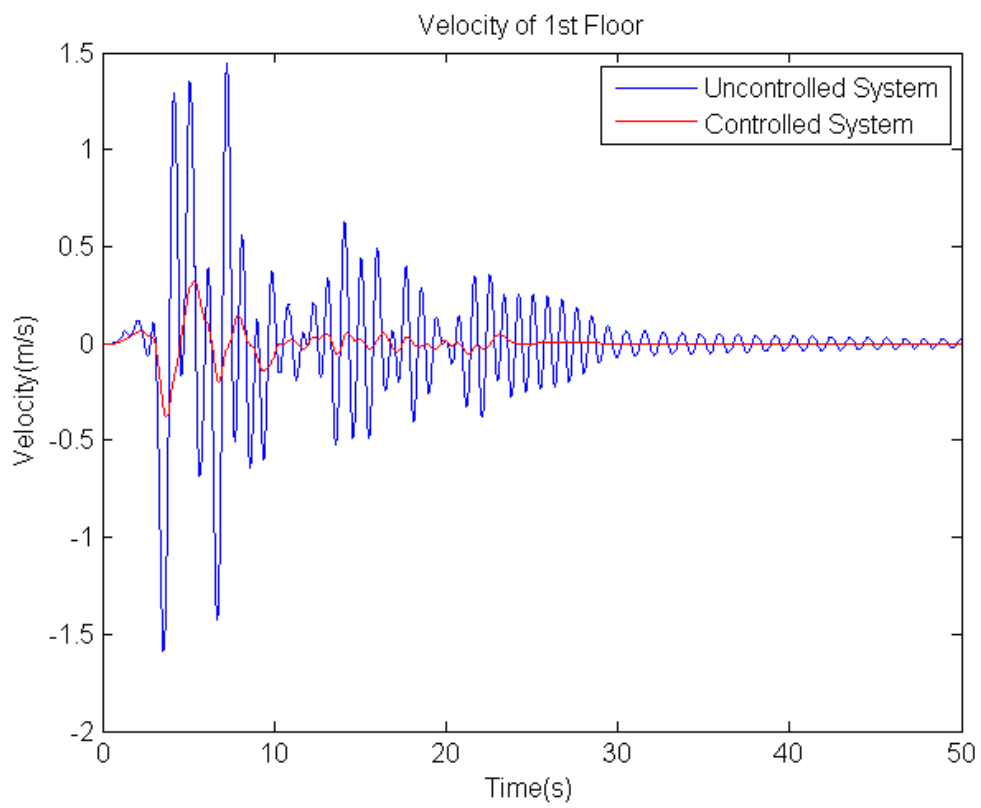
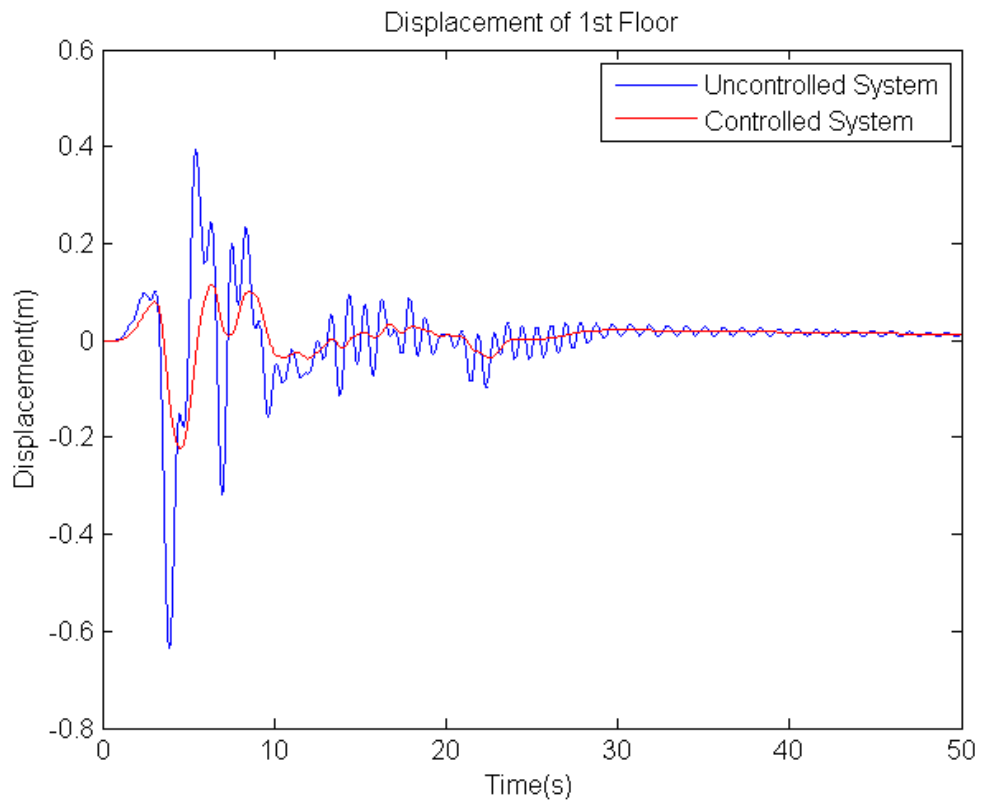
4.1.2 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση B: JFA-022

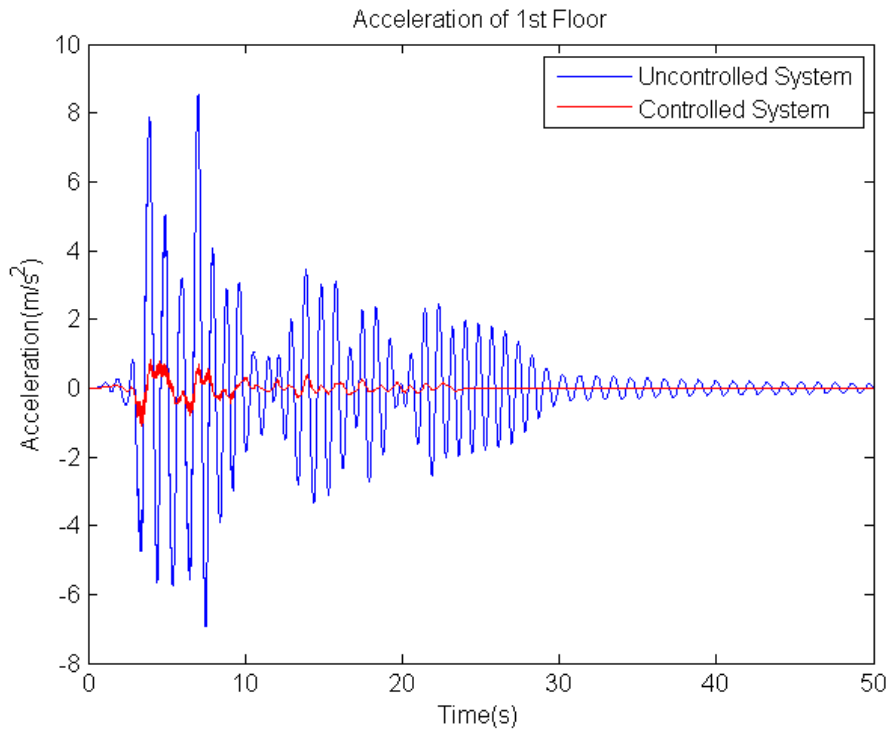
Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σεισμικής διέγερσης B :



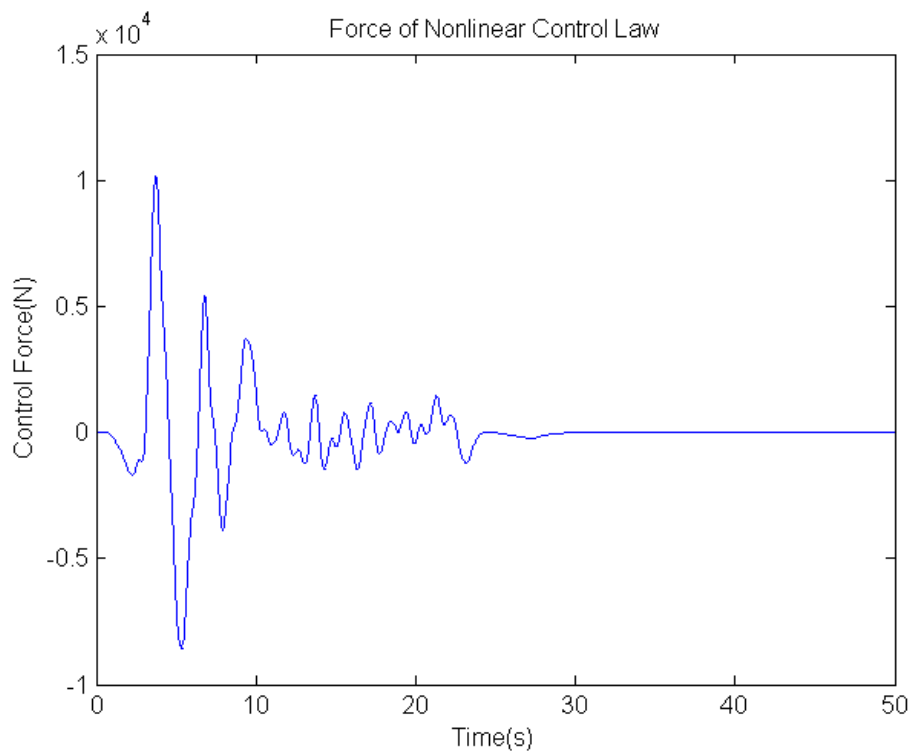


Οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χωρίς έλεγχο σύστημα είναι οι εξής :



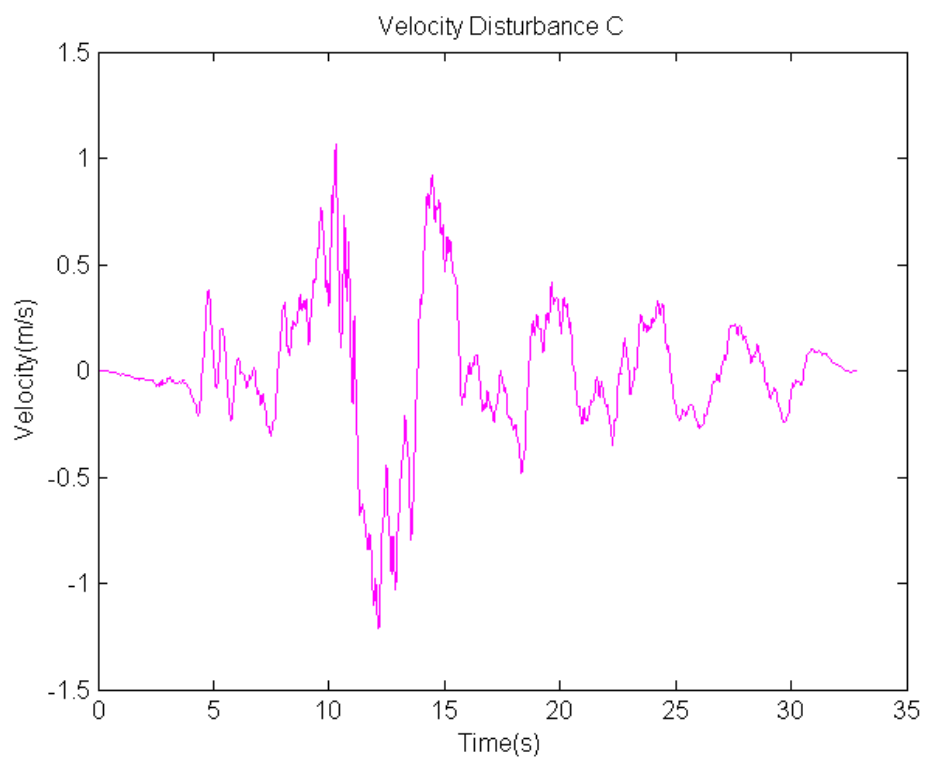
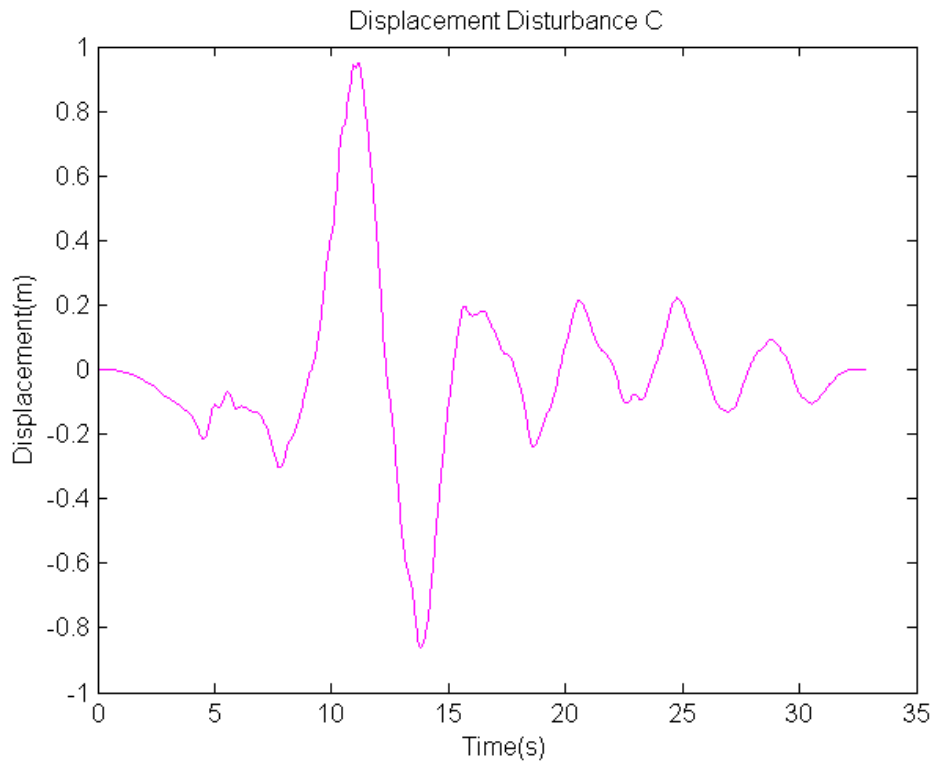


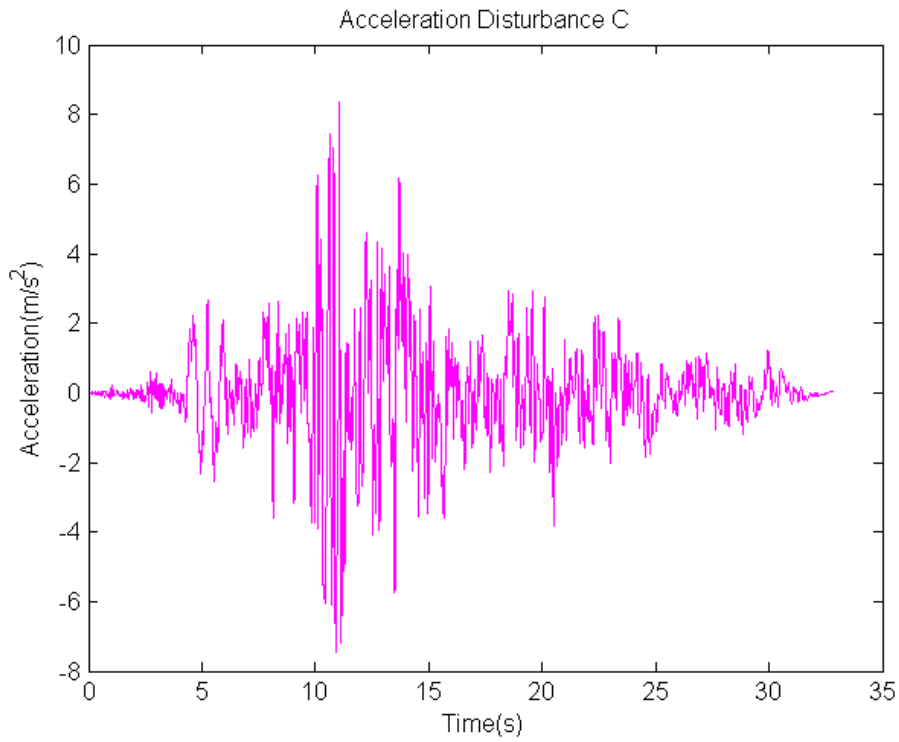
Για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκε $\varepsilon = 0.01$. Σε αυτή την περίπτωση επιλέξαμε έναν όχι τόσο επιθετικό έλεγχο έτσι ώστε η δύναμη ελέγχου να μην πάρει αρκετά μεγάλες τιμές καθώς η απόκριση είναι αποδεκτή και για μικρότερο έλεγχο. Οπότε η δύναμη ελέγχου είναι η εξής :



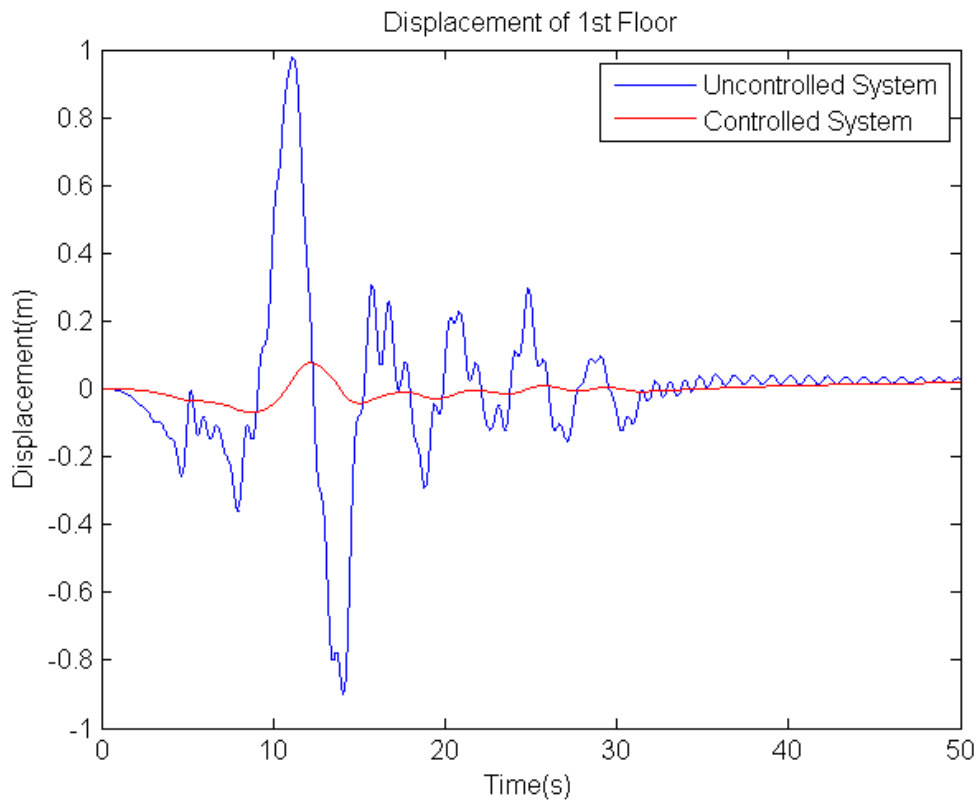
4.1.3 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Γ: TAB-074

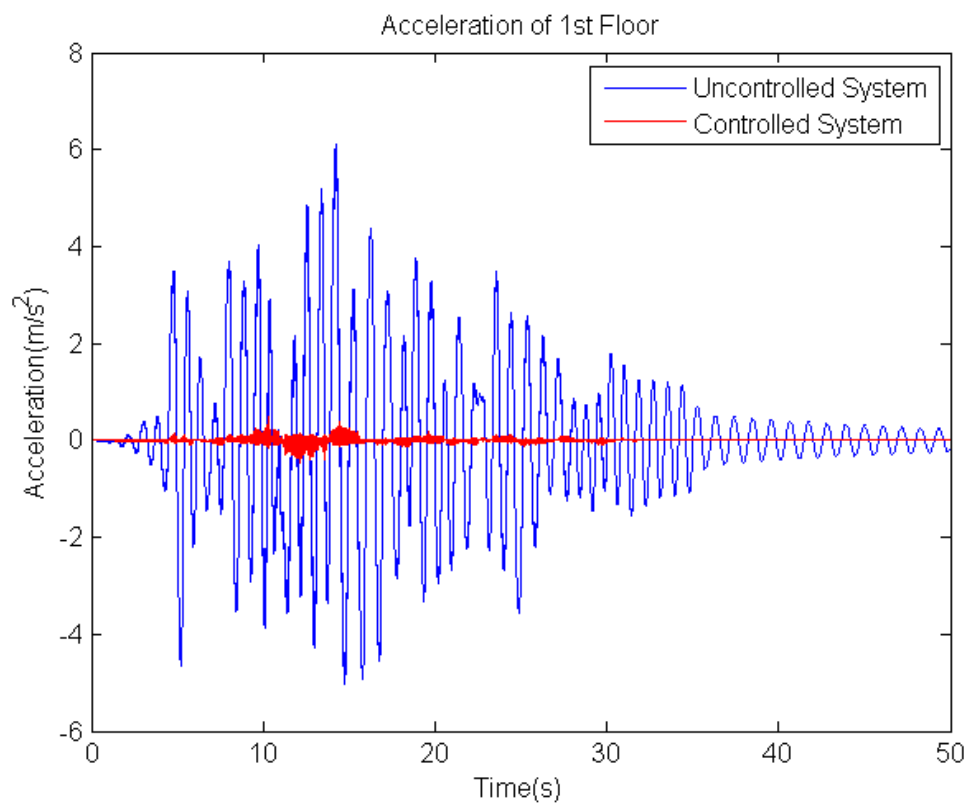
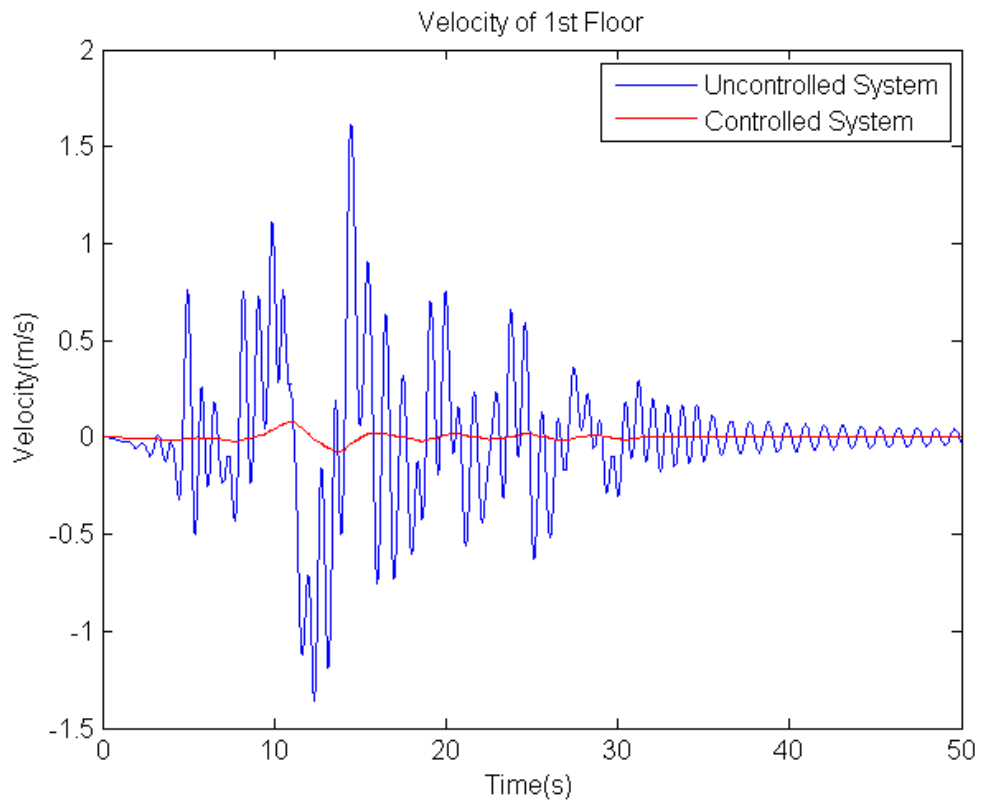
Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σεισμικής διέγερσης Γ :



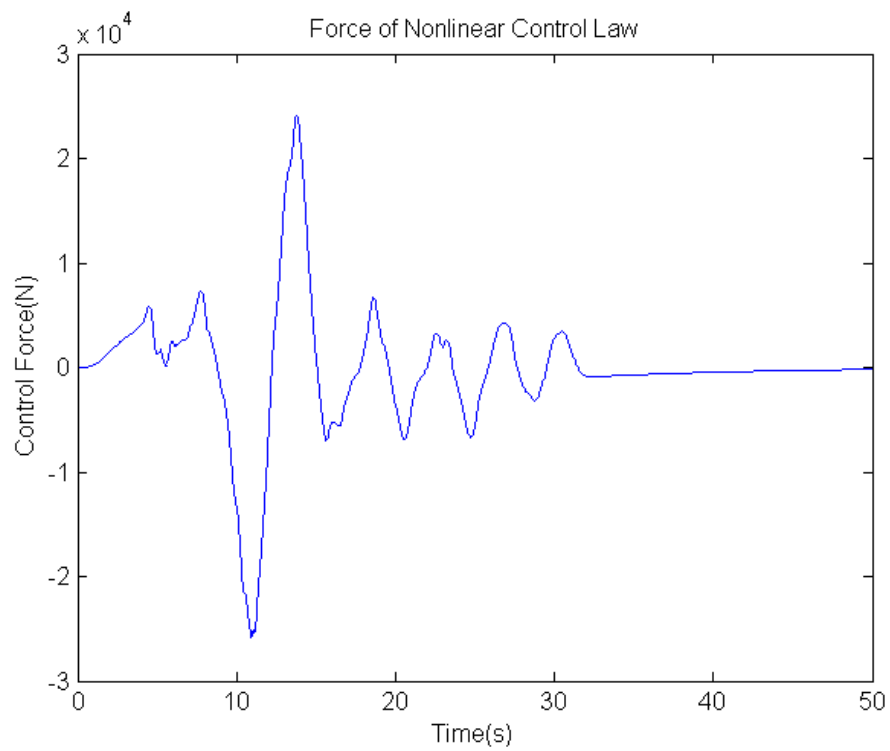


Οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χωρίς έλεγχο σύστημα είναι οι εξής :



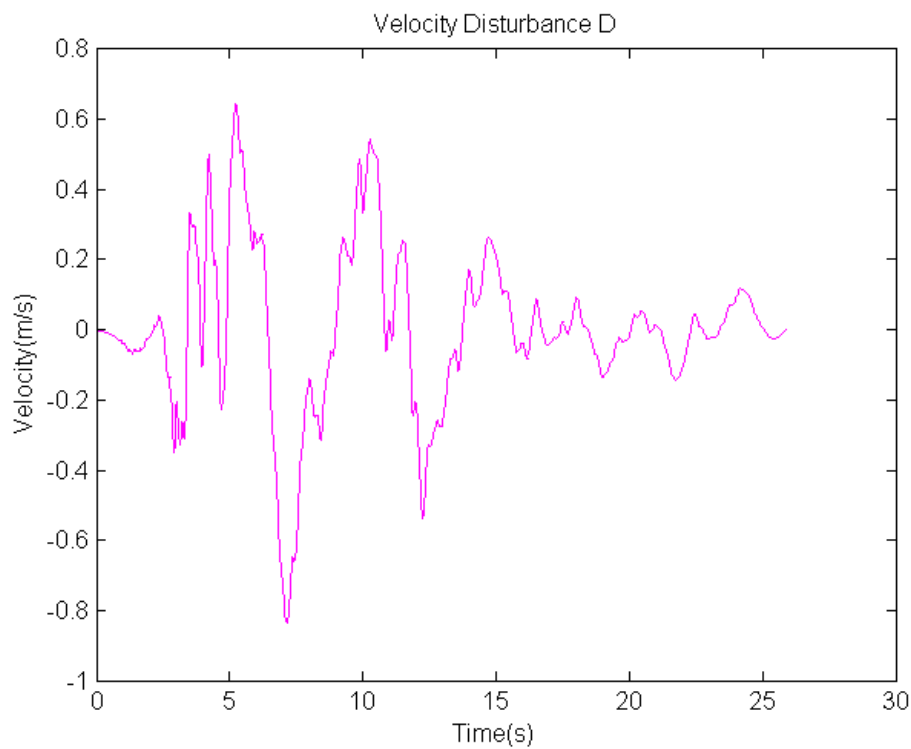
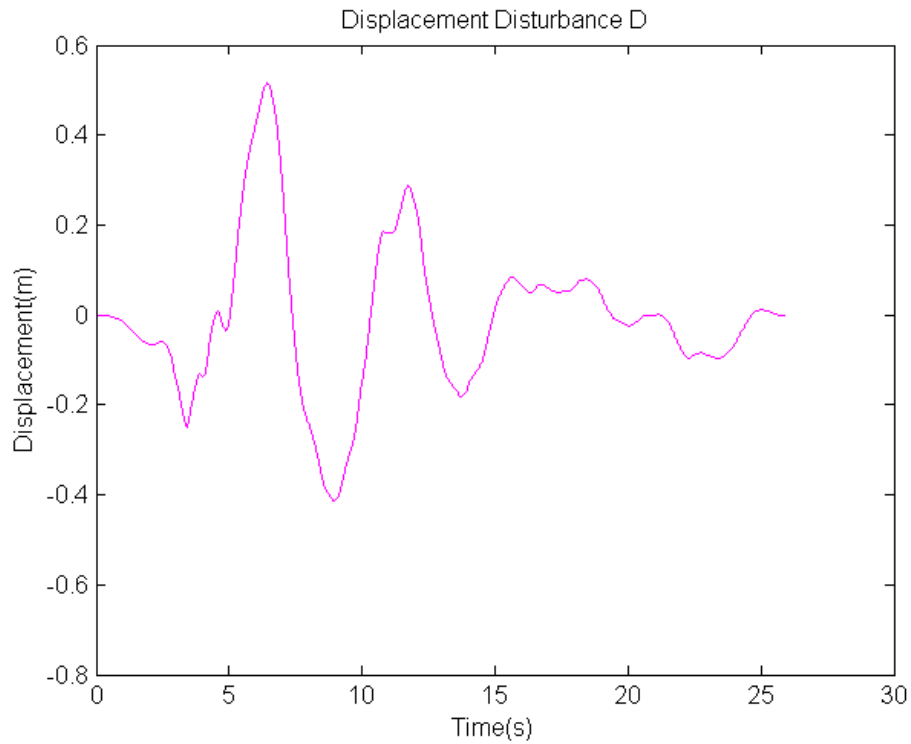


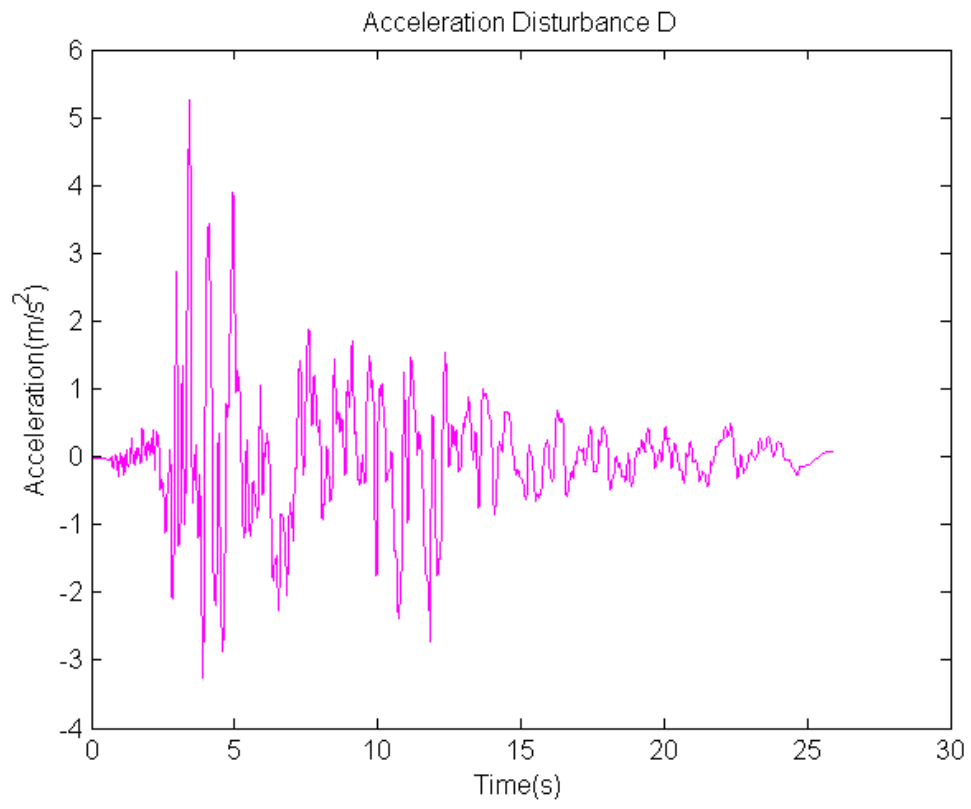
Για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκε $\varepsilon = 0.003$. Στην συγκεκριμένη σεισμική διέγερση, δεν μπορούμε να κρατήσουμε την δύναμη ελέγχου σε χαμηλά επίπεδα, παρόλα αυτά με τον κατάλληλο τεχνολογικό σχεδιασμό, την επιλογή των κατάλληλων ενεργοποιητών και εξωτερικών πηγών ενέργειας είναι δυνατόν να υλοποιηθεί ο ελεγκτής. Η δύναμη ελέγχου είναι η εξής :



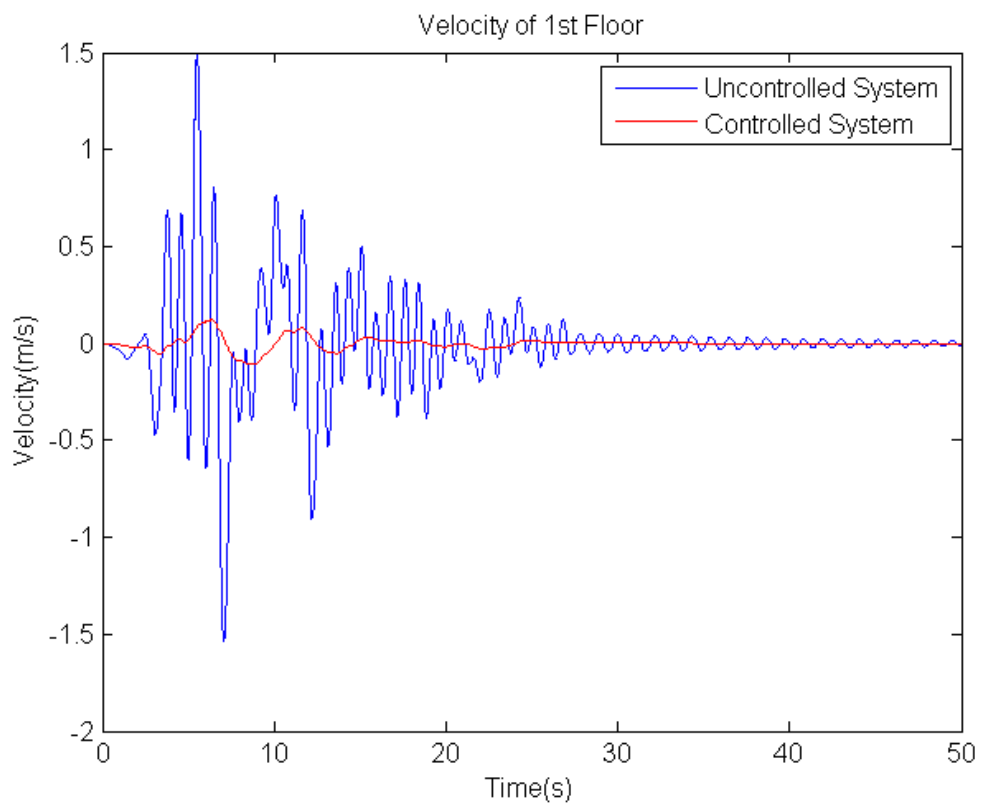
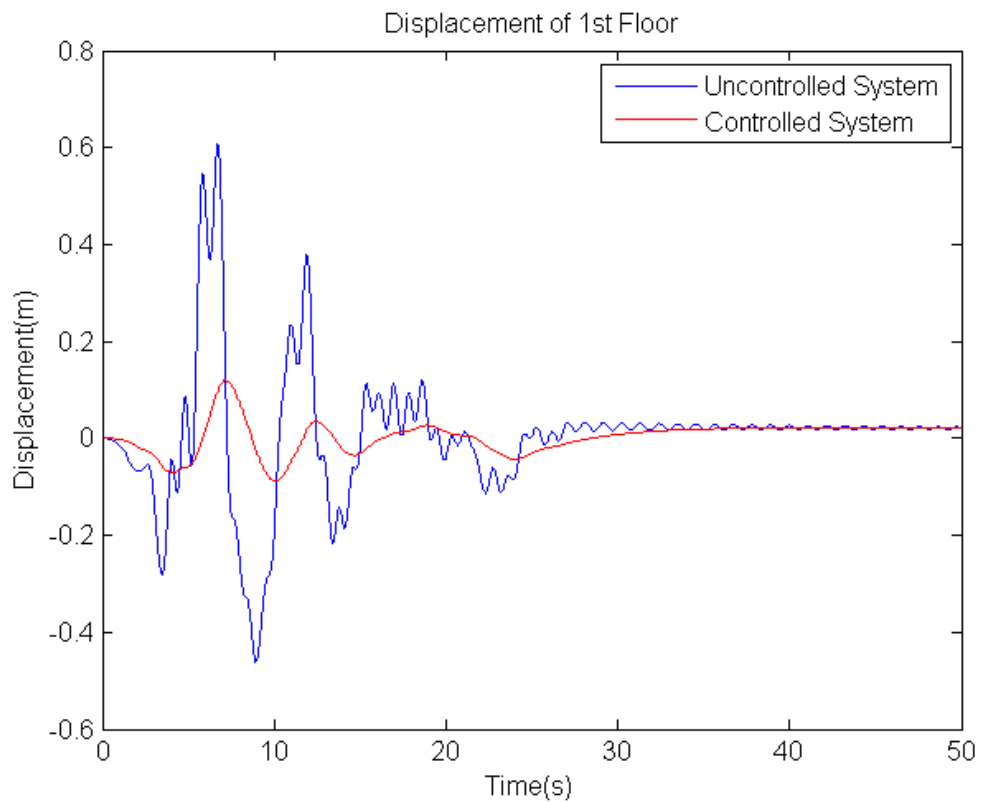
4.1.4 Συμπεριφορά Ελεγκτή Σεισμική Διέγερση Δ: DCZ-270

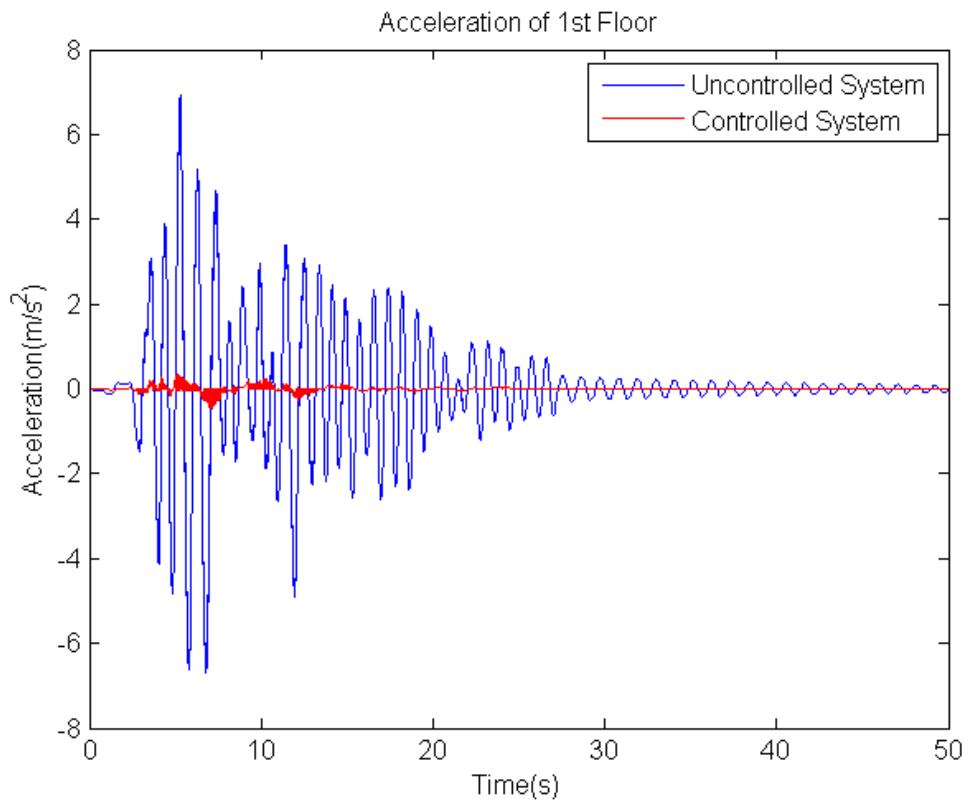
Στην συνέχεια παρουσιάζεται η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση της σεισμικής διέγερσης Δ :



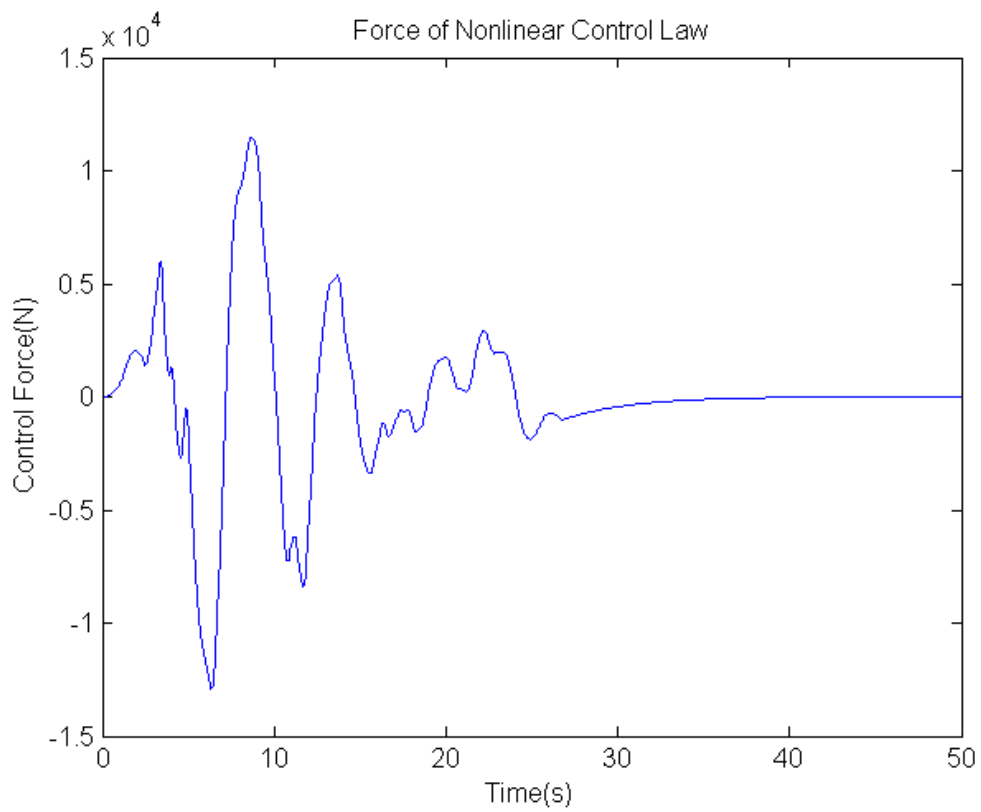


Οι αποκρίσεις της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χωρίς έλεγχο σύστημα είναι οι εξής :





Για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκε $\varepsilon = 0.005$ οπότε η δύναμη ελέγχου είναι η εξής :



4.2 Συμπεράσματα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές των σεισμικών δονήσεων που εξετάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο καθώς και ο έλεγχος που χρησιμοποιήθηκε :

Σεισμός	y_o^{\max}	${}^\circ y_o^{\max}$	ϵ	t
DCZ-270	0.52m	0.64m/s	0.005	50s
TAB-074	0.95m	1.07m/s	0.003	50s
ERZ-000	0.28m	0.84m/s	0.005	50s
JFA-022	0.26m	0.78m/s	0.010	50s

Βλέπουμε συνεπώς ότι ο μη γραμμικός ελεγκτής συμπεριφέρεται πάρα πολύ καλά και αντιμετωπίζει τις σεισμικές διαταραχές με επιτυχία. Η ανάγκη υλοποίησης και εφαρμογής ενός τέτοιου ελεγκτή σε περιοχές με έντονη σεισμική δραστηριότητα είναι επιτακτική καθώς το κόστος του σε σχέση με το κόστος πιθανών υλικών ζημιών η τραυματισμών είναι αμελητέο.

Για τον καλύτερο σχεδιασμό του ελεγκτή απαιτείται, αναλόγως την περιοχή, μελέτη των παρελθόντων σεισμικών δραστηριοτήτων καθώς και μοντελοποίηση με προβλεπτικά μοντέλα των νέων, έτσι ώστε να γίνει εκτίμηση του εύρους των πιθανών μελλοντικών διεγέρσεων.

Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να επιλεγεί το κατάλληλο ϵ και συνεπώς ο κατάλληλος σχεδιασμός του ελεγκτή, έτσι ώστε να μην χρησιμοποιηθεί τεχνολογία αυξημένου κόστους για την παραγωγή δυνάμεων μεγάλης τάξης σε περιοχές όπου δεν απαιτείται. Επίσης, χρησιμοποιώντας πληροφορίες παρελθόντων σεισμών, είναι δυνατός ο σχεδιασμός ενός συστήματος, το οποίο θα είναι σε θέση να καταναλώσει ενέργεια τόση όση απαιτείται και συνεπώς θα εφαρμοστεί η κατάλληλη τεχνολογία (πχ. εξωτερική πηγή ενέργειας ή επενεργητές), έτσι ώστε να αποφευχθεί αστοχία του ελέγχου.

5. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

5.1 Bouc-Wen Μοντέλο

Στη δομική μηχανική, το μοντέλο υστερήσεως Bouc-Wen χρησιμοποιείται για την περιγραφή μη γραμμικών υστερετικών συστημάτων. Εισήχθη από τον Bouc και επεκτάθηκε από τον Wen, ο οποίος απέδειξε την ευελιξία του παράγοντας μια ποικιλία υστερετικών μοτίβων. Το μοντέλο αυτό είναι σε θέση να καταγράψει, σε αναλυτική μορφή, μια σειρά μορφών κύκλου υστέρησης που ταιριάζουν με τη συμπεριφορά μιας ευρείας κλάσης συστημάτων υστέρησης. Λόγω της ευελιξίας και της μαθηματικής ορατότητας, το μοντέλο Bouc-Wen έχει κερδίσει δημοτικότητα. Έχει επεκταθεί και εφαρμόζεται σε μια ευρεία ποικιλία μηχανικών προβλημάτων, συμπεριλαμβανομένων των συστημάτων MDOF (Multi Degree of Freedom), κτιρίων, πλαισίων, αμφίδρομης και στρεπτικής αντίδρασης των συστημάτων υστέρησης, διδιάστατη και τρισδιάστατη συνέχεια, υγροποίηση του εδάφους και βασικά συστήματα απομόνωσης. Το μοντέλο Bouc-Wen, οι παραλλαγές και οι επεκτάσεις του έχουν χρησιμοποιηθεί στον δομικό έλεγχο - ειδικότερα, στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των μαγνητο-ρεολογικών αποσβεστήρων, των συσκευών απομόνωσης των κτιρίων και άλλων συσκευών απόσβεσης. Έχει επίσης χρησιμοποιηθεί στη μοντελοποίηση και ανάλυση κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα, χάλυβα, τοιχοποιία και ξυλεία.

Διατύπωση Μοντέλου

Θεωρούμε την εξίσωση κίνησης για το ενός βαθμού ελευθερίας σύστημα :

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + F(t) = f(t) \quad (5.1)$$

όπου m αντιπροσωπεύει την μάζα, $u(t)$ την μετατόπιση, c την γραμμική σταθερά απόσβεσης, $F(t)$ την δύναμη επαναφοράς και $f(t)$ η δύναμη διέγερσης.

Σύμφωνα με το μοντέλο Bouc-Wen η δύναμη επαναφοράς εκφράζεται ως εξής :

$$F(t) = \alpha k_i u(t) + (1 - \alpha) k_i z(t) \quad (5.2)$$

όπου $\alpha = \frac{k_f}{k_i}$ είναι ο λόγος της σταθεράς απόδοσης μετά την ακαμψία k_f προς την σταθερά απόσβεσης πριν την ακαμψία $k_i = \frac{F_y}{u_y}$ όπου F_y η δύναμη απόδοσης, u_y η μετατόπιση και $z(t)$ η μη παρατηρήσιμη παράμετρος υστέρησης (συνήθως καλείται μετατόπιση υστέρησης) και υπακούει στην ακόλουθη μη γραμμική διαφορική εξίσωση με μηδενικές αρχικές συνθήκες $z(0) = 0$ και έχει διαστάσεις μεγέθους :

$$\dot{z}(t) = A\dot{u}(t) - \beta|\dot{u}(t)||z(t)|^{n-1}z(t) - \gamma\dot{u}(t)|z(t)|^n \quad (5.3)$$

ή

$$\dot{z}(t) = \dot{u}(t)\{A - [\beta \text{sign}(z(t)\dot{u}(t)) + \gamma]|z(t)|^n\} \quad (5.4)$$

όπου $\text{sign}(x)$ είναι η συνάρτηση προσήμου, $A, \beta > 0$ γ και n είναι αδιάστατες ποσότητες που ελέγχουν την συμπεριφορά του μοντέλου ($n \rightarrow \infty$ εκφυλίζεται σε ελαστοπλαστική υστέρηση). Η δύναμη επαναφοράς $F(t)$ μπορεί να διαχωριστεί σε ελαστική και δύναμη υστέρησης ως εξής :

$$F^{el}(t) = ak_i u(t) \quad (5.5)$$

$$F^h(t) = (1 - a)k_i z(t) \quad (5.6)$$

Επομένως η δύναμη επαναφοράς μπορεί να απεικονιστεί ως δύο χωριστά ελατήρια συνδεδεμένα παράλληλα.

Για μικρές τιμές της θετικής εκθετικής παραμέτρου n η μετάβαση από τον ελαστικό στον μετά-ελαστικό κλάδο είναι ομαλή, ενώ για μεγάλες τιμές η μετάβαση είναι απότομη. Οι παράμετροι A, β, γ ελέγχουν το μέγεθος και την μορφή του βρόχου υστέρησης. Έχει βρεθεί ότι ορισμένες παράμετροι του μοντέλου Bouc-Wen είναι λειτουργικά περιττές. Η κατάργηση αυτού του πλεονασμού επιτυγχάνεται καλύτερα με τη ρύθμιση $A = 1$.

Σύμφωνα με την αρχική υπόθεση του Wen, το n λαμβάνει μόνο ακέραιες τιμές. Αντιθέτως, όλες οι πραγματικές του n είναι αποδεκτές. Σύμφωνα με την υπόθεση, η παράμετρος β είναι θετική, ενώ οι αποδεκτές τιμές για την παράμετρο γ είναι $\gamma \in [-\beta, \beta]$ όπως μπορεί να προκύψει από θερμοδυναμική ανάλυση.

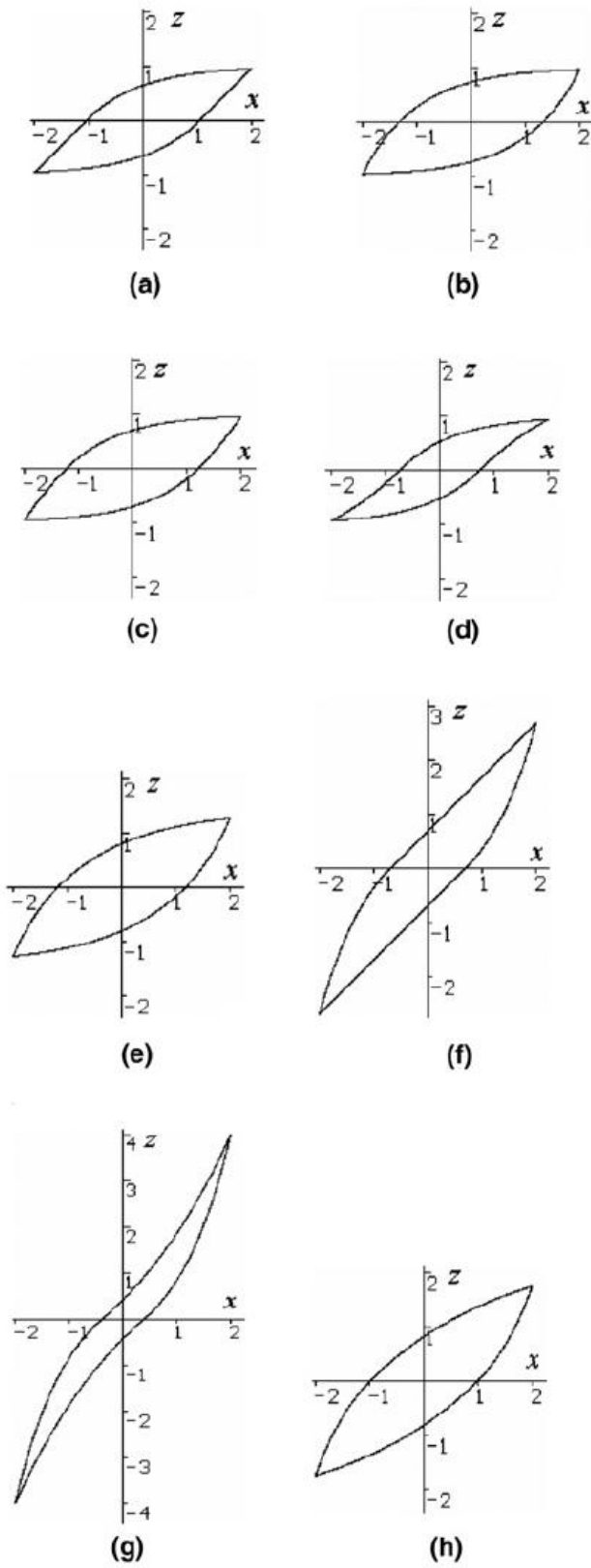
Λαμβάνουμε υπόψη ότι στο πραγματικό paper του Wen (1976) το β καλείται α και το γ καλείται β . Στις μέρες μας ο συμβολισμός ποικίλει από paper σε paper και πολύ συχνά το β και το γ εναλλάσσονται, [67], [69].

Ας θεωρήσουμε τώρα το εξής μοντέλο :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \gamma k_i x + (1 - \gamma)k_i z = f \quad (5.7)$$

$$\dot{z}(t) = A\dot{x} - a|\dot{x}|z|z(t)|^{n-1} - \beta\dot{x}|z(t)|^n \quad (5.8)$$

Τότε για διάφορες τιμές των παραμέτρων, ο βρόχος υστέρησης λαμβάνει την εξής μορφή :



Εικόνα 20 – Μορφή Βρόχου Υστέρησης για Διάφορες Τιμές

(a) $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$; (b) $\alpha = 1.0, \beta = 0.0$; (c) $\alpha = 0.75, \beta = 0.25$; (d) $\alpha = 0.25, \beta = 0.75$;
 (e) $\alpha = 0.85, \beta = -0.15$; (f) $\alpha = 0.5, \beta = -0.5$; (g) $\alpha = 0.3, \beta = -0.7$; (h) $\alpha = 0.7, \beta = -0.3$.

Απορροφούμενη Ενέργεια Υστέρησης

Η απορροφούμενη ενέργεια υστέρησης αντιπροσωπεύει την ενέργεια που διαχέεται από το υστερετικό σύστημα και ποσοτικοποιείται ως η περιοχή της δύναμης υστέρησης υπό ολική μετατόπιση. Ως εκ τούτου, η απορροφούμενη υστερετική ενέργεια (ανά μονάδα μάζας) μπορεί να ποσοτικοποιηθεί ως :

$$\varepsilon(t) = \int_{u(0)}^{u(t)} \frac{F^h(u)}{m} du = (1 - a) \frac{k_i}{m} \int_0^t z(\tau) \dot{u}(\tau) d\tau \quad (5.9)$$

Δηλαδή,

$$\varepsilon(t) = (1 - a) \omega^2 \int_0^t z(\tau) \dot{u}(\tau) d\tau \quad (5.10)$$

όπου $\omega^2 = \frac{k_i}{m}$ είναι η τετραγωνική ψευδο-φυσική συχνότητα του μη γραμμικού συστήματος. Οι μονάδες αυτής της ενέργειας είναι J/kg .

Η απορρόφηση ενέργειας είναι ένα καλό μέτρο αθροιστικής βλάβης σε περίπτωση καταπονήσεων. Αντικατοπτρίζει το ιστορικό φόρτωσης και παραλληλίζει τη διαδικασία της εξέλιξης ζημιών, [3], [67], [69].

5.2 Εύρωστος Ελεγκτής

Ας θεωρήσουμε το παρακάτω γενικευμένο δυναμικό σύστημα:

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A(r(t))]x(t) + [B + \Delta B(s(t))]u(t) + Cv(t) \quad (5.11)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (5.12)$$

όπου

$$x \in R^n, u \in R^m, v \in R^l, r \in R^p, s \in R^q$$

και

$A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{n \times l}$ είναι γνωστοί σταθεροί πίνακες και

$\Delta A(\cdot): R^p \rightarrow R^{n \times n}$, $\Delta B(\cdot): R^q \rightarrow R^{n \times m}$ είναι γνωστές συνεχείς συναρτήσεις.

Οι αβεβαιότητες στον πίνακα του συστήματος, στον πίνακα εισόδου και στην είσοδο αντίστοιχα, μοντελοποιούνται με τις άγνωστες μετρήσιμες συναρτήσεις Lebesgue:

$$r(\cdot): R \rightarrow \mathfrak{R}, \quad s(\cdot): R \rightarrow \mathfrak{S}, \quad v(\cdot): R \rightarrow \mathfrak{N}$$

όπου \mathfrak{R} , \mathfrak{S} , \mathfrak{N} είναι γνωστά υποσύνολα των κατάλληλων χώρων.

Για το σύστημα (A1) – (A2) υποθέτουμε ότι οι αβεβαιότητες ανήκουν στο χώρο που παράγουν οι στήλες του B , δηλαδή υποθέτουμε ότι υπάρχουν συνεχείς συναρτήσεις:

$D(\cdot): R^p \rightarrow R^{n \times n}$, $E(\cdot): R^q \rightarrow R^{n \times n}$ και ο σταθερός πίνακας $F \in R^{m \times l}$ έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες (matching conditions):

$$\Delta A(r) = BD(r), \quad \forall r \in R \quad (5.13)$$

$$\Delta B(s) = BE(s), \quad \forall s \in \mathfrak{S} \quad (5.14)$$

$$C = BF, \quad (5.15)$$

με

$$\max_{s \in \mathfrak{S}} \|E(s)\| < 1 \quad (5.16)$$

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι το ζεύγος πινάκων (A, B) είναι σταθεροποιήσιμο (stabilizable). Υπάρχει δηλαδή ένας σταθερός πίνακας $K \in R^{m \times n}$ ώστε ο πίνακας $\bar{A} = A + BK$ να είναι ευσταθής. Βέβαια, το ζεύγος (A, B) είναι σταθεροποιήσιμο εάν είναι ελέγξιμο.

Είναι επιθυμητό να βρεθεί έλεγχος $u(t)$ που επιτυγχάνει τις παρακάτω δύο βασικές ιδιότητες:

I1: Ιδιότητα του Ομοιόμορφα Φραγμένου (Uniform Boundedness):

Δοθέντος $x_0 \in R^n$, υπάρχει θετικός αριθμός $d(x_0) < \infty$ τέτοιος ώστε για όλες τις

λύσεις: $x(\cdot): [t_0, t_1] \rightarrow R^n$, $x(t_0) = x_0$

$$\|x(t)\| < d(x_0), \quad \forall t \in [t_0, t_1]$$

I2: Ιδιότητα του Ομοιόμορφα Τελικά Φραγμένου (Uniform Ultimate Boundedness):

Δοθέντος $x_0 \in R_n$ και $S = \{x \in R^n \mid \|x\| \leq \delta > 0\}$, υπάρχει μη αρνητικός

$T(x_0, S) < \infty$ τέτοιος ώστε για όλες τις λύσεις $x(\cdot): [t_0, \infty) \rightarrow R^n$, $x(t_0) = x_0$,

$$x(t) \in S, \quad \forall t \geq t_0 + T(x_0, S)$$

Ομοιόμορφα φραγμένη λύση σημαίνει ότι κάθε λύση με αρχική συνθήκη x_0 παραμένει εντός μιας φραγμένης περιοχής, η ακτίνα της οποίας μπορεί να εξαρτάται από το x_0 .

Ομοιόμορφα τελικά φραγμένη λύση σημαίνει ότι κάθε λύση με αρχική συνθήκη x_0 θα εισέλθει και θα παραμείνει εντός μιας περιοχής με προκαθορισμένη ακτίνα, δ , μετά από μία πεπερασμένη χρονική στιγμή, η οποία μπορεί να εξαρτάται από το x_0 και το δ . Οι δύο αυτές ιδιότητες αποτελούν τα κύρια χαρακτηριστικά της *πρακτικής ευστάθειας*.

Ας θεωρήσουμε τώρα τον έλεγχο

$$u = Kx + p_e x \quad (5.17)$$

έτσι ώστε για δεδομένο $\varepsilon > 0$ να ισχύει:

$$p_\varepsilon(x) = \begin{cases} \frac{-B^T P x}{\|B^T P x\|} \times \rho(x) , & \text{εάν } \|B^T P x\| < \varepsilon \\ \frac{-B^T P x}{\varepsilon} \times \rho(x) , & \text{εάν } \|B^T P x\| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (5.18)$$

όπου ο συμμετρικός θετικά ορισμένος πίνακας $P \in R^{n \times n}$ αποτελεί λύση της εξίσωσης:

$$P\bar{A} + \bar{A}^T P + Q = 0 \quad (5.19)$$

για δεδομένο $Q \in R^{n \times n}$ και

$$\rho(x) = \left[1 - \max_{s \in \mathfrak{S}} \|E(s)\| \right]^{-1} \left[\max_{r \in R} \|D(r)x\| + \max_{s \in \mathfrak{S}} \|E(s)Kx\| + \max_{v \in \mathfrak{N}} \|Fv\| \right] \quad (5.20)$$

Με τις παραπάνω υποθέσεις, ο έλεγχος (A5) εξασφαλίζει πρακτική ευστάθεια για το αβέβαιο σύστημα A(1) και ειδικότερα τις ιδιότητες **I1** και **I2** για κάθε δυνατό συνδυασμό αβεβαιοτήτων $r(\cdot)$, $s(\cdot)$, $v(\cdot)$.

Πρέπει εδώ να σημειώσουμε ότι το $\delta = \delta(\varepsilon)$ και μπορεί να γίνει αυθαίρετα μικρό με κατάλληλη εκλογή του ε . Μειώνοντας δηλαδή το ε , μειώνεται η ακτίνα της φραγμένης περιοχής στην οποία θα εισέλθει τελικά το διάνυσμα κατάστασης x , [68].

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] D. Benedetti, P.G. Carydis and P. Pezzoni, P, Shaking Table Tests on 24 Simple Masonry Buildings Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, 67-90, 1998.
- [2] Βλάχος Κων/νος, Μεταπτυχιακή Εργασία στα Συστήματα Αυτοματισμού, "Προστασία κτιρίων με σεισμική μόνωση χρησιμοποιώντας έρωστο και προσαρμοστικό έλεγχο", Οκτώβριος 2000.
- [3] Bouc, R., *Forced Vibration of Mechanical Systems with Hysteresis*, Proc. of the 4th Conf. Of Nonlinear Vibration, Prague, 1967.
- [4] G.W. Housner et all., *Structural Control: Past, Present and Future*, J. Engrg. Mech., ASCE, September 1997.
- [5] W. Yu and S. Thenozhi, Active Structural Control with Stable Fuzzy PID Techniques, SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology, DOI 10.1007/978-3-319-28025-7_2
- [6] S. Gutman and G. Leitmann, *Stabilizing Feedback Control for Dynamical Systems with Bounded Uncertainty*, Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Gainesville, Florida 1976.
- [7] J.M. Kelly, *Aseismic Base Isolation*, Shock and Vibration Digest, Vol.17, No.8, 1985.
- [8] W.N. Patten, Q. He, C.C. Kuo, L. Liu, and R.L. Sack, *Suppression of Vehicle-Induced Bridge Vibration Via a Semiactive Structural Controller*, Proc. 1st World Conf. on Struct. Control, Los Angeles, CA, pp. FA1:30-38, August 1994.
- [9] Soong, T. T., and B. F. Spencer. "Active, semi-active and hybrid control of structures." *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering* 33.3 (2000): 387-402.
- [10] M. Corless and G. Leitmann, *Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-26, pp.1139-1144, 1981.
- [11] S.J. Dyke, B.F. Spencer Jr., M.K. Sain, and J.D. Carlson, *Experimental Verification of Semi-Active Structural Control Strategies Using Acceleration Feedback*, Proc. 3rd Int. Conf. on Motion and Vib. Control, Chiba, Japan, vol. III, pp. 291-296, 1996.
- [12] S.J. Dyke, B.F. Spencer Jr., M.K. Sain, and J.D. Carlson, *Seismic Response Reduction Using Magnetorheological Dampers*, Proc. IFAC World Congress, San Francisco, CA, June 30 – July 5, 1996.
- [13] A. Mita and M. Q. Feng, *Response Control Strategy for Tall Buildings Using Interaction Between Mega and Sub-Structures*, Proc. Int. Workshop on Civil Infrastructural Systems, Taipei, Taiwan, Republic of China, pp. 329 – 341, 1994.
- [14] A. Mita and M. Kaneko, *Vibration Control of Tall Buildings Utilizing Energy Transfer into Sub-Structural Systems*, Proc. 1st World Conf. on Structural Control, Los Angeles, CA, pp. TA2:31-40, August 1994.
- [15] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Εισαγωγή στον Αυτόματο Έλεγχο*, Αθήνα, 1991.

- [16] Z. Akbay and H.M. Aktan, *Intelligent Energy Dissipation Devices*, Proc. 4th U.S. National Conf. on Earthquake Engrg., vol. 3, no. 4, pp. 427-435, 1990.
- [17] Z. Akbay and H.M. Aktan, *Actively Regulated Friction Slip Devices*, Proc. 6th Canadian Conf. on Earthquake Engrg., pp 367-374, 1991.
- [18] . F. Jabbari, W.E. Schmitendorf and J.N. Yang, *H Control for Seismic-Excited Buildings with Acceleration Feedback*, J. Engrg. Mech., ASCE, vol. 21, no. 9, pp. 994 - 1002, 1995.
- [19] I. G. Buckle and R. L. Mayes, *Seismic Isolation History, Application and Performance – A World View*, Earthquake Spectra, vol. 6, no. 2, pp. 161 – 201, 1990.
- [20] A. Chopra, *Dynamics Of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, 1995.
- [21] S.J. Dyke, B.F. Spencer Jr., M.K. Sain, and J.D. Carlson, *Experimental Verification of Semi-Active Structural Control Strategies Using Acceleration Feedback*, Proc. 3rd Int. Conf. on Motion and Vib. Control, Chiba, Japan, vol. III, pp. 291-296, 1996.
- [22] R.C. Ehrsgrott and S.F. Masri, *Structural Control Applications of an Electrorheological Device*, Proc. Int. Workshop on Struct. Control, USC Publication Number CE-9311, pp. 115-129, 1994.
- [23] H.P. Gavin, R.D. Hanson, and F.E. Filisko, *Electrorheological Dampers, Part I: Analysis and Design*, J. Appl. Mech., ASME, vol. 63, no. 3, pp. 669-675, 1996.
- [24] H.P. Gavin, R.D. Hanson, and F.E. Filisko, *Electrorheological Dampers, Part II: Testing and Modeling*, J. Appl. Mech., ASME, vol. 63, no. 3, pp. 676-682, 1996.
- [25] N. Krikelis, *Eigenstructure Assignment for Descriptor Systems via State Variable Feedback*, International Journal of Systems Science, Vol.23, No.1, 1992.
- [26] B.F. Spencer Jr. and Michael K. Sain, *Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback*, p.19 IEEE, December 1997.
- [27] S.A. Burton, N. Makris, I. Konstantopoulos, and P.J. Antsaklis, *Modeling the Response of ER Damper: Phenomenology and Emulation*, J. Appl. Mech., ASCE, vol. 122, no. 9, pp. 897-906, 1996.
- [28] J.D. Carlson and K.D. Weiss, *A Growing Attraction To Magnetic Fluids*, Machine Design, pp. 61-64, August 1994
- [29] J.M. Kelly, G. Leitmann and A.G. Soldatos, *Seismic Protection of Structures Using Base Isolation and Active Control*, Proceedings of the American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, pp. 1885-1889, 1987.
- [30] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Έλεγχος συστημάτων με Υπολογιστές*, Αθήνα, 1991.
- [31] T.T. Soong and M.C. Constantinou, Eds. , *Passive and Active Struct. Vibr. Control in Civil Engineering*, Springer – Verlag, Wien and New York, 1994.

- [32] B. F. Spencer Jr., J. Suhardjo and M.K. Sain, *Frequency Domain Optimal Control Strategies for Aseismic Protection*, J. Engrg. Mech., ASCE, Vol.120, No. 1, pp.135-159, 1994.
- [33] Khalil, H., *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [34] J. Suhardjo, B.F. Spencer and M.K. Sain, *Feedback - Feedforward Control of Seismic Structures*, Proc. 4th U.S. natl. conf. earthquake eng., Palm Springs, CA, 3, pp. 437-446, 1990.
- [35] G. Leitmann, *Feedback and Adaptive Control for Uncertain Dynamical Systems*, New Mathematical Advances in Economic Dynamics, Edited by D.F. Batten and P.F. Lesse, Croom Helm, London, England, 1985.
- [36] G. Leitmann, *Deterministic control of uncertain systems*, Acta Astronautica, vol. 7, pp. 1457, 1980.
- [37] J.D. Carlson, and B.F. Spencer Jr., *Magnetorheological Fluid Dampers for Semi-Active Seismic Control*, Proc. 3rd Int. Conf. on Motion and Vib. Control, Chiba, Japan, vol. III, pp. 35-40, 1996.
- [38] H. Irschik, K. Schlacher, A. Kugi, *Control of earthquake excited nonlinear structures using Liapunov's theory*, Computers and Structures 67 (1998), 83-90.
- [39] S. Kannan, H.M. Uras, and H.M. Aktan, *Active Control of Building Seismic Response by Energy Dissipation*, Earthquake Engrg. and Struct. Dyn., vol. 24, no. 5, pp 747-759, 1995.
- [40] A.G. Soldatos, *Output Feedback Control of Seismically Excited Structures*, under review.
- [41] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Αναγνώριση Συστημάτων και Προσαρμοστικός Έλεγχος*, Αθήνα, 1992.
- [42] J.N. Yang, *Control of Tall Buildings under Earthquake Excitation*, Journal of the Engineering Mechanics Division of the ASCE, Vol.108, pp. 833-849, 1982.
- [43] J.N. Yang, *Application of Optimal Control Theory to Civil Engineering Structures*, Journal of the Engineering Mechanics Division of the ASCE, Vol. 101, pp. 819-838, 1975.
- [44] J.M. Kelly, G. Leitmann and A.G. Soldatos, *Robust Control of Base - Isolated Structures under Earthquake Excitation*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.53, No.2, pp. 159-180, 1987.
- [45] W.E. Schmitendorf, F. Jabbari, and J.N. Yang, *Robust Techniques for Buildings Under Earthquake Excitation*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 23, pp. 539 – 552, 1994.
- [46] *Seismic Isolation and Response Control for Nuclear and Non-Nuclear Systems Structures*, Special issue for the Exhibition of the 11th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT II), Tokyo, Japan, August 1991.

- [47] Slotine, J. -J. E., Li, W., *Applied Non-Linear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [48] A.G. Soldatos, *An Investigation on Antiseismic Base Isolation and Control*, Proceedings of the Fourth Workshop on Control Mechanics, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer Verlag, pp. 232-247, 1992.
- [49] A.G. Soldatos, C. Chung and D. Auslander, *A New Tool for Robust Control*, Proceedings of the 5th Workshop on Control Mechanics, Mechanics and Control, Plenum Press, New York, pp. 63-79, 1994.
- [50] T.T. Soong, *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, Wiley, New York, 1990.
- [51] Y. Takashi, Rabins, M.J., and Auslander, D. M., *Control and Dynamics Systems*, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1970.
- [52] K. Tanida, Y. Koike, K. Mutaguchi, and N. Uno, *Development of Hybrid Active - Passive Damper*, Active and Passive Damping, ASME, PVP – vol. 211, pp.21 – 26, 1991.
- [53] K. Tanida, *Active Control of Bridge Towers During Erection*, Proc. 3rd Colloquium on Vib. Control of Structures, JSCE, part A, pp. 173 – 184, 1995 (in Japanese).
- [54] J. Tsinias, *The concept of exponential ISS for stochastic systems and applications to feedback stabilization*, Systems and Control Lett.1999.
- [55] K.D. Weiss, T.G. Duclos, J.D. Carlson, M.J. Chrzan, and A.J. Margida, *High Strength Magneto- and Electrorheological Fluids*, Society of Automotive Engineers, SAE Paper #932451, 1993.
- [56] S. Yamazaki, N. Nagata, and H. Abiru, *Tuned Active Dampers Installed in the Minato Mirai (MM) 21 Landmark Tower in Yokohama*, J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 43, pp. 1937-1948, 1992.
- [57] N. Krikelis, *Constrained Regulation Design of Linear Discrete - Time Descriptor Systems*, Control Theory and Advanced Technology, Vol.8, No. 2, pp.257-268, 1992.
- [58] A. Mita and M. Kaneko, *Vibration Control of Tall Buildings Utilizing Energy Transfer into Sub-Structural Systems*, Proc. 1st World Conf. on Structural Control, Los Angeles, CA, pp. TA2:31-40, August 1994.
- [59] N.H. Mc Clamroch and H.P. Gavin, *Closed Loop Structural Control Using Electrorheological Dampers*, Proc. American Control Conf., Seattle, Washington, pp. 4173-4177, 1995.
- [60] R.W. Clough and J. Penzien, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [61] F. Gordaninejad and R. Bindu, *The Effect of Scale Factor on the Performance of ERF Dampers*, Proc. 5th Int. Conf. on ERF, MR Suspensions and Associated Tech., Sheffield, England, pp. 318 – 326, 1995.

- [62] B.F. Spencer Jr., J.D. Carlson, M.K. Sain, and G. Yang, *On the Current Status of Magnetorheological Dampers: Seismic Protection of Full-Scale Structures*, Proc. American Control Conf., Albuquerque, NM, pp. 458-462, 1997.
- [63] C.R. Martin and T.T. Soong, *Modal Control of Multistory Structures*, Journal of the Engineering Mechanics Division of the ASCE, Vol. 102, pp. 613-623, 1976.
- [64] T. Kobori and S. Kamagata, *Dynamic Intelligent Buildings-Active Seismic Response Control*, in Y.K. Wen (ed.) *Intelligent Structures Vol.2*, Elsevier Applied Sciences, New York, N.Y., pp. 279-282, 1991.
- [65] T. Kobori, *Future Direction on Research and Development of Seismic-Response-Controlled Structures*, Proc. 1st World Conference on Structural Control, Los Angeles, CA, Panel: 19-31, August 1994.
- [66] Μάκιος, Κ. (2001). *Σύγχρονες τεχνικές αυτομάτου ελέγχου για την αντισεισμική προστασία κτιρίων*. (Μεταπτυχιακή εργασία). Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- [67] Wikipedia contributors. "Bouc-Wen model of hysteresis." *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Wikipedia, The Free Encyclopedia, 8 Dec. 2012. Web. 17 Jun. 2017
- [68] Soldatos, A., Arvanitis, K. & Zacharenakis, E. *Archive of Applied Mechanics* (2002) 72: 147. doi:10.1007/s00419-001-0192-7
- [69] Hong-Guang Li, Meng Guang, *Nonlinear dynamics of a SDOF oscillator with Bouc-Wen hysteresis*, *Chaos, Solitons and Fractals*, 34, pp. 337-343, 2007.