

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΟ



ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση Πτήσης Ελικοπτέρου σε Αλληλεπίδραση με Ομόρρου Ανεμογεννήτριας

Επιβλέπων καθηγητής:
Ριζιώτης Βασίλης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Ρίγγας Γεώργιος

Ιούνιος 2017

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον καθηγητή μου, κ. Βασίλειο Ριζιώτη για τη δυνατότητα που μου προσέφερε να ασχοληθώ με το αντικείμενο της αεροδυναμικής και αεροελαστικής υπολογιστικής προσομοίωσης, την εμπιστοσύνη και το αμέριστο ενδιαφέρον που μου έδειξε, καθώς και για την άμεση ανταπόκριση, σε επιστημονικό και γνωστικό επίπεδο, σε κάθε δυσχέρεια που αντιμετώπισα.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Θεολόγο Ανδρόνικο για την πολύτιμη καθοδήγησή του, την πρόθυμη συνεργασία και την έμπρακτη υποστήριξη που μου προσέφερε καθ' όλο το διάστημα εκπόνησης της παρούσας εργασίας. Η συμβολή του στην περάτωση της υπήρξε καθοριστική.

Στις ευχαριστίες μου δεν θα ήθελα να παραλείψω το λοιπό επιστημονικό προσωπικό του Εργαστηρίου Αεροδυναμικής της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου για την φιλοξενία τους και την και την πρόσβαση σε εξαιρετικά χρήσιμο επιστημονικό υλικό που παρείχαν.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη σύζυγό μου Μαριάννα Σοφία και την κόρη μου Όλγα για την ανοχή τους και κυρίως για την ηθική και ψυχολογική τόνωση, σε περιόδους έντονου φόρτου εργασίας.

Σύνοψη

Η πτήση ελικοπτέρου (Ε/Π) σε μεταβλητό ως προς τα ροϊκά του χαρακτηριστικά περιβάλλον αποτελεί μέρος αφενός των προϋποθέσεων σχεδίασης του, αφετέρου δε του φακέλου χρήσης του. Ειδικότερα, λόγω της σταθερά αναπτυσσομένης δυναμικής του τομέα της αιολικής ενέργειας, η απαίτηση χρησιμοποίησης Ε/Π σε αποστολές που σχετίζονται με τη διέλευση διαμέσου αιολικών πάρκων ή την προσέγγιση ανεμογεννητριών (Α/Γ) εν λειτουργία καθίσταται διαρκώς και επιτακτικότερη. Στο πλαίσιο αυτό ως ιδιαίτερα χρήσιμη προβάλλει η ανάλυση της επίδρασης του ομόρρου Α/Γ στα αεροδυναμικά /αεροελαστικά φορτία του δρομέα του Ε/Π που τον διασχίζει και κατ' επέκταση στην ευστάθεια, στα χαρακτηριστικά χειρισμού και τελικά στην ασφάλεια πτήσης του Ε/Π.

Στην παρούσα εργασία η μελέτη-υπολογιστική προσομοίωση της υπόψη αλληλεπίδρασης βασίζεται στην παράλληλη συνεργασία των υπολογιστικών προτύπων General Unsteady Vortex Particle model (GenUVP) για το αεροδυναμικό τμήμα και hGAST για το ελαστοδυναμικό τμήμα της ανάλυσης, τα οποία έχουν αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Καίρια προσθήκη αποτελεί το τμήμα του κώδικα που επιτυγχάνει τον έλεγχο (σχετική σταθεροποίηση) των αεροδυναμικών/αεροελαστικών φορτίων.

Σε πρώτη φάση, αναλύεται η αεροδυναμική επίδραση του ομόρρου της Α/Γ στο δρομέα αναφοράς, θεωρώντας τον ως άκαμπτο σώμα. Εν συνεχεία, πραγματοποιείται εκτίμηση της αξιοπιστίας του κώδικα hGAST σε σχέση με τον παλαιότερο κώδικα GenUVP (version 3) και υφιστάμενα πειραματικά δεδομένα.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	2
Σύνοψη	3
Κατάλογος Σχημάτων	5
Κατάλογος Πινάκων	6
Κεφάλαιο 1	7
Εισαγωγή	7
1.1 Τεχνολογικό πλαίσιο	7
1.2 Σκοπός-Συμβολή της διπλωματικής εργασίας	7
Κεφάλαιο 2	9
Θεωρητικό Υπόβαθρο	9
2.1 Αεροδυναμικό πρότυπο ανάλυσης δρομέα – Μέθοδος στοιχείων στροβιλότητας 9	
2.1.1 Διατύπωση του προβλήματος.....	9
2.1.2 Το αριθμητικό πρότυπο (μοντέλο).....	14
2.1.3 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων	17
2.2 Η τεχνική Particle Mesh.....	19
2.3 Δομική δυναμική.....	20
2.3.1 Μοντελοποίηση πολλών σωμάτων (Multi-Body)	20
2.3.2 Θεωρία δοκού του Timoshenko.....	23
2.3.3 Διακριτή διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων.....	28
2.4 Σύστημα Ελέγχου (TRIM-CONTROLLER).....	32
Κεφάλαιο 3	34
Ανάλυση Υπολογιστικών Αποτελεσμάτων	34
3.1 Ανεμογεννήτρια αναφοράς.....	34
3.2 Προσομοίωση Πεδίου Ταχυτήτων Ομόρρου Α/Γ.....	35
3.3 Περιγραφή Ε/Π – Δρομέα Αναφοράς.....	37
3.4 Προσομοίωση Επίδρασης Ομόρρου Α/Γ σε Δρομέα Αναφοράς.....	39
3.5 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αεροδυναμικού Μοντέλου.....	44
3.5.1 Αλληλεπίδραση χωρίς την εφαρμογή ελέγχου φορτίων	44
3.5.2 Αλληλεπίδραση με εφαρμογή ελέγχου φορτίων (Trim-Controller)	46
3.6 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αεροελαστικού Μοντέλου.....	56
3.6.1 Πιστοποίηση (Validation) Αεροελαστικού Κώδικα	56
Κεφάλαιο 4	65
Επίλογος-Συμπεράσματα	65
Αναφορές	66

Κατάλογος Σχημάτων

Σχ. 2.1 Απεικόνιση των επιφανειών των αντωτικών σωμάτων, του απορρεύματος και των αντίστοιχων κάθετων διανυσμάτων.	11
Σχ. 2.2 Ορισμός ενός επιφανειακού διπόλου.....	12
Σχ. 2.3 Απόρρευμα μιας αντωτικής επιφάνειας.....	134
Σχ. 2.4 Συμβολισμός των στοιχείων του πλέγματος των σωμάτων καθώς και του απορρεύματος αυτών.	145
Σχ. 2.5 Το υβριδικό σχήμα του απορρεύματος	178
Σχ. 2.6 Διατύπωση συστήματος πολλών σωμάτων σε τοπικό και καθολικό σύστημα συντε/νων.....	22
Σχ.2.7 Σχηματική απεικόνιση του τοπικού και καθολικού συστήματος συντε/νων για ένα τυχαίο n -υπο-σώμα ενός k -σώματος.....	234
Σχ. 2.8 Σύστημα συντεταγμένων μίας ακτίνας.....	245
Σχ. 2.9 Ορθή και διατμητικές τάσεις	256
Σχ. 2.10 Ισορροπία δυνάμεων για διαφορικό στοιχείο μιας ακτίνας.	267
Σχ. 2.11 Ορισμός ενός πεπερασμένου στοιχείου με τρεις εσωτερικούς κόμβους	31
Σχ. 2.12 Σχηματικό Διάγραμμα (Block Diagram) συστήματος ελέγχου (P-I Controller) κλειστού βρόχου	32
Σχ. 3.1 Τριδιάστατη απεικόνιση ομόρρου ανεμογεννήτριας NREL 5-MW σε ταχύτητα ανέμου 8 m/s.....	36
Σχ. 3.2 Σχ. 3.2 Χρωματική απεικόνιση μέτρου συνιστωσών ταχύτητας (U/V/W) σε κάθετη τομή του ομόρρου	3717
Σχ. 3.3 Σχέδιο τριών (3) όψεων E/Π Βο105	178
Σχ. 3.4 Σχηματική απεικόνιση πτήσης E/Π διαμέσου του “inflow box”	40
Σχ. 3.5 Τα τρία (3) σενάρια προσομοίωσης αναφορικά με το ύψος πτήσης του E/Π.....	41
Σχ. 3.6 Διαγράμματα U συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	42
Σχ. 3.7 Διαγράμματα V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	42
Σχ. 3.8 Διάγραμμα αδιάστατης V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας [$V_r=(V_\infty-V)/V_\infty$] επί του κέντρου περιστροφής {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	42
Σχ. 3.9 Διαγράμματα W συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	43
Σχ. 3.10 Διαγράμματα U συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	43
Σχ. 3.11 Διαγράμματα V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	43
Σχ. 3.12 Διάγραμμα αδιάστατης V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας [$V_r=(V_\infty-V)/V_\infty$] επί του κέντρου περιστροφής {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	44
Σχ. 3.13 Διαγράμματα W συνιστώσας πεδίου ταχύτητας {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	44
Σχ. 3.14 Συγκριτικά διαγράμματα ανά σενάριο ύψους αδιάστατων V συνιστωσών πεδίου ταχύτητας [$V_r=(V_\infty-V)/V_\infty$] { Yd=2D vs. Yd=5D, Z=60/90/120m}.....	44
Σχ. 3.15 Συγκριτικό διάγραμμα Ωσης (Thrust) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	45
Σχ. 3.16 Συγκριτικό διάγραμμα Ροπής Κλίσης (Roll Moment) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}	46
Σχ. 3.17 Συγκριτικό διάγραμμα Ροπής Πρόνευσης (Pitch Moment) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	46
Σχ. 3.18 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}.....	47
Σχ. 3.19 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}	48
Σχ. 3.20 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=90m, Yd=2D}.....	49

Σχ. 3.21 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=120m, Yd=2D}.....	50
Σχ. 3.22 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=60m, Yd=2D}.....	50
Σχ. 3.23 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=90m, Yd=2D, ανάποδη/ορθή διέλευση}.....	51
Σχ. 3.24 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=90m, Yd=2D, ανάποδη/ορθή διέλευση}.....	52
Σχ. 3.25 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με το χρόνο {Z=90m, Yd=2D, πλάγιες/ορθή διελεύσεις}.....	53
Σχ. 3.26 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με το χρόνο {Z=90m, Yd=2D, πλάγιες/ορθή διελεύσεις}.....	54
Σχ. 3.27 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	55
Σχ. 3.28 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=5D}.....	56
Σχ. 3.29 Ροπή Στρέψης (Torsion Moment) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s).....	57
Σχ. 3.30 Ροπές Πτερύγισης (Flapwise Moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s).....	58
Σχ. 3.31 Ροπές Περιστροφής (Lead-lag Moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s) ..	59
Σχ. 3.32 Συνολική ροπή (Mx) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s).....	59
Σχ. 3.33 Συνολική ροπή (My) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s).....	60
Σχ. 3.34 Συνολική ροπή (Mx) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s).....	60
Σχ. 3.35 Συνολική ροπή (My) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s).....	61
Σχ. 3.36 Ροπή Στρέψης (Torsion Moment) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s).....	61
Σχ. 3.37 Ροπές Πτερύγισης (Flapwise Moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s).....	62
Σχ. 3.38 Ροπές Περιστροφής (Lead-lag Moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s) ..	63
Σχ. 3.39 Συνολική ροπή (Mx) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s).....	63
Σχ. 3.40 Συνολική ροπή (My) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s).....	64
Σχ. 3.41 Συνολική ροπή (Mx) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s).....	64
Σχ. 3.42 Συνολική ροπή (My) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s).....	65

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3.1 Γενικές ιδιότητες της ανεμογεννήτριας αναφοράς NREL 5-MW	35
Πίνακας 3.2 Χαρακτηριστικά κυρίου στροφείου (MR) E/Π Bo105	38

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Τεχνολογικό πλαίσιο

Η αιολική ενέργεια είναι από τις πλέον διαδεδομένες ανανεώσιμες μορφές ενέργειας. Η εγκατάσταση νέων αιολικών πάρκων αυξάνει σε Ευρωπαϊκό επίπεδο με σταθερό ρυθμό, τουλάχιστον 10% ετησίως. Πρόκειται για σημαντικό ποσοστό, το οποίο μάλιστα προβλέπεται να αυξηθεί στο μέλλον τόσο σε παράκτιες όσο και σε υπεράκτιες εγκαταστάσεις. Επιπλέον, το μέγεθος των σύγχρονων ανεμογεννητριών (Α/Γ) ολοένα και μεγαλώνει οπότε μεγαλώνει και η έκταση της επίδρασης από την παρουσία και λειτουργία τους. Οι σημερινές εμπορικές Α/Γ έχουν διαμέτρους που κυμαίνονται μεταξύ 90 -140μ. με συνολικό ύψος πάνω από 200μ.

Τα ελικόπτερα (Ε/Π) από την άλλη, στην πλειοψηφία των αποστολών τους καλούνται να εκτελούν πτήσεις σε μικρό ύψος από το έδαφος ή την επιφάνεια της θάλασσας, όπως συμβαίνει σε επείγουσες περιπτώσεις διάσωσης, παροχής ιατρικής βοήθειας ή σε πτήσεις πυρόσβεσης. Επιπλέον, συχνά χρησιμοποιούνται ελικόπτερα για τη μεταφορά προσωπικού και υλικών σε απομακρυσμένα υπεράκτια αιολικά πάρκα (τέτοια μεγάλα αιολικά πάρκα έχουν εγκατασταθεί μαζικά στη Βόρεια Θάλασσα). Ως εκ τούτου, η πιθανότητα στο μέλλον να απαιτείται Ε/Π να διασχίζουν τον πεδίο διαταραχής της ροής (ομόρρους) κατάντι δρομέα Α/Γ θα μεγαλώνει.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις το ερώτημα είναι κατά πόσο επιβάλλεται να σταματήσουν όλες οι μηχανές του αιολικού πάρκου ή όχι οπότε προκύπτει ως ζητούμενο ο προσδιορισμός της ασφαλούς διαδρομής προσέγγισης ή/και διέλευσης. Το ερώτημα αυτό προέκυψε πρόσφατα από αναφορές χειριστών ελικοπτέρων, κυρίως από επίγειες αποστολές, σύμφωνα με τις οποίες ο ομόρρους ανεμογεννήτριας δημιουργεί επιπλέον ταλαντώσεις και αστάθεια στην πτήση [3]. Η διεθνής ερευνητική κοινότητα έχει ελάχιστα ασχοληθεί με το θέμα παρά την επισήμανση του κενού στους κανονισμούς [3], [4] με αποτέλεσμα να ακολουθούνται οι διαδικασίες που διέπουν τη πρόσβαση σε στατικές πλατφόρμες πετρελαίου. Ως αποτέλεσμα αυτού η GARTEUR (*Η ομάδα Garteur Group αποτελεί έναν Ευρωπαϊκό θεσμό που στόχο έχει την προαγωγή της αεροναυτικής έρευνας και συνεργασίας*) ενέκρινε και ξεκίνησε πριν δύο χρόνια το πρώτο σχετικό διερευνητικό έργο σε Ευρωπαϊκό επίπεδο [5]. Το έργο, στο οποίο συμμετέχει το Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π και το οποίο αναμένεται να ολοκληρωθεί στα μέσα του 2018, έχει ήδη καταγράψει τα δεδομένα και βρίσκεται στη φάση διαμόρφωσης της μελλοντικής ερευνητικής ατζέντας για το θέμα. Ένα από τα σημεία που έχουν προσδιοριστεί είναι η διερεύνηση της αλληλεπίδρασης του δρομέα Ε/Π με το τυρβώδες πεδίο διαταραχής του ομόρρου Α/Γ. Μια τέτοια μελέτη θα δώσει σημαντική πληροφορία σχετικά με τα χαρακτηριστικά χειρισμών (handling qualities) που απαιτούνται στη διάρκεια μιας τέτοιας διέλευσης, τα χαρακτηριστικά ευστάθειας του ελικοπτέρου και εντέλει για την ασφάλεια πτήσης.

1.2 Σκοπός-Συμβολή της διπλωματικής εργασίας

Παρά την ύπαρξη εκτεταμένης βιβλιογραφίας σε αμφότερα τα πεδία της μελέτης - ανάλυσης του ομόρρου Α/Γ και της πτήσης Ε/Π, δεν έχει πραγματοποιηθεί διεθνώς ικανός όγκος έρευνας πάνω στο πρόβλημα της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Μια μελέτη λοιπόν, του ομόρρου Α/Γ και ειδικά της επίδρασής του στην περίπτωση περιστροφικής πτήσης

(στροφέιο Ε/Π), σε σχέση με την ευστάθεια πτήσης, τις απαιτήσεις χειρισμού και τους παράγοντες ασφάλειας θα αποτελούσε καίριο ζητούμενο.

Ως εκ τούτου, στην παρούσα διπλωματική εργασία ως κύριο στόχος τίθεται η δημιουργία και εξέλιξη ενός αεροδυναμικού και αεροελαστικού υπολογιστικού εργαλείου που θα προσομοιώνει υπό παραδοχές την πτήση του δρομέα (κύριου στροφείου) ενός Ε/Π καθώς διέρχεται διαμέσου του ομόρρου Α/Γ. Η εν λόγω προσομοίωση καλείται να περιλαμβάνει τον υπολογισμό διάφορων παραμέτρων, χρήσιμων για τη μελέτη και την αξιολόγηση της επίδρασης του ομόρρου Α/Γ στα αεροδυναμικά/αεροελαστικά φορτία του δρομέα που τον διασχίζει. Ασφαλώς, τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την εν λόγω προσομοίωση θα πρέπει να πιστοποιηθούν σε σύγκριση με τα όποια διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα ανά περίπτωση.

Η μελέτη βασίζεται εξαρχής στα υπολογιστικά πρότυπα General Unsteady Vortex Particle model (**GenUVP**) για την αεροδυναμική και **hgAST** για την ελαστοδυναμική ανάλυση. Τα εν λόγω πρότυπα αποτελούν σύνθετα και ιδιαίτερα ευέλικτα συστήματα υπολογιστικών εργαλείων με την δυνατότητα συνεργασίας μεταξύ τους προς επίλυση μη μόνιμης ασυμπίεστης και μη συνεκτικής ροής γύρω από διάφορες γεωμετρίες σωμάτων, απλές ή πιο περίπλοκες με αεροελαστική σύζευξη. Η μορφή των εργαλείων αυτών σήμερα είναι αποτέλεσμα πάνω από 20 χρόνων εργασίας και εμπειρίας πάνω στο κομμάτι της μοντελοποίησης στρεφόμενων μηχανών εν γένει.

Επιπρόσθετα, στην κατεύθυνση της ανάλυσης-προσδιορισμού των χαρακτηριστικών χειρισμού (handling) που απαιτούνται στη διάρκεια διέλευσης Ε/Π από ομόρρου Α/Γ, δρομολογείται η σχεδίαση και ανάπτυξη υπολογιστικού κώδικα, ως επιπρόσθετης υπορουτίνας, για την προσομοίωση διάταξης ελέγχου (TRIM-CONTROLLER) που επιτυγχάνει τη σταθεροποίηση κατά το δυνατόν των φορτίων του δρομέα που σχετίζονται άμεσα με την ευστάθεια πτήσης του Ε/Π.

Αρχικά απαιτείται η προσομοίωση της λειτουργίας της Α/Γ αναφοράς προκειμένου να καταγραφούν τα χαρακτηριστικά ροϊκά στοιχεία του ομόρρου της και να παραχθεί έτσι η βάση για την προσομοίωση της επίδρασης αυτού ως εξωτερικού πεδίου ταχυτήτων. Έπειτα, η επίδραση του ομόρρου στο δρομέα (κύριο στροφέιο) του Ε/Π αναφοράς θα αναλυθεί μόνο σε αεροδυναμικό επίπεδο, θεωρώντας δηλαδή το δρομέα ως σύστημα αποτελούμενο από άκαμπτα σώματα (εξαρθήματα). Η μελέτη αυτή αναμένεται σε πρώτη φάση να δώσει χρήσιμα συμπεράσματα για την ποιότητα κυρίως της επίδρασης του ομόρρου στα πτητικά χαρακτηριστικά του δρομέα και παράλληλα να οριοθετήσει τα χαρακτηριστικά του συστήματος ελέγχου (TRIM-CONTROLLER).

Σε επόμενη φάση, διεξάγεται πιστοποίηση του κώδικα **hgAST** μέσω συγκριτικής ανάλυσης με τον παλαιότερο κώδικα GenUVP (version 3) και υφιστάμενα πειραματικά δεδομένα.

Κεφάλαιο 2

Θεωρητικό Υπόβαθρο

Το παρόν κεφάλαιο παρέχει το θεωρητικό υπόβαθρο των λογισμικών **GenUVP** και **hGAST**, αντίστοιχα. Το γενικό πρόβλημα έγκειται στην αναγνώριση των διαφόρων φυσικών μηχανισμών που διέπουν το σύστημα κι οι οποίοι αποτελούν τα δομικά μέρη των εν λόγω λογισμικών. Οι μηχανισμοί αυτοί περιλαμβάνουν μοντέλα αεροδυναμικής, αεροελαστικότητας και δυναμικής παραμορφωσίμου σώματος. Αρχικά μελετάται το σύστημα ως ένα ενιαίο σύνολο και στη συνέχεια εξετάζεται κάθε επιμέρους τμήμα του ξεχωριστά.

2.1 Αεροδυναμικό πρότυπο ανάλυσης δρομέα – Μέθοδος στοιχείων στροβιλότητας

Στο υποκεφάλαιο αυτό γίνεται παρουσίαση της μεθόδου στοιχείων στροβιλότητας που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για την αεροδυναμική ανάλυση των υπό μελέτη πτερυγών. Το υπολογιστικό πρότυπο που βασίζεται στην μέθοδο αυτή και ονομάζεται **GenUVP** έχει αναπτυχθεί στον Τομέα Ρευστών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου στο πλαίσιο διπλωματικών εργασιών και διδακτορικών διατριβών. Το πρότυπο έχει αξιολογηθεί εκτενώς σε σχέση με μετρήσεις σε δρομείς Α/Γ, τόσο σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας όσο και για μεταβατικά ακραία φαινόμενα, στο πλαίσιο των παραπάνω εργασιών και άλλων σχετικών δημοσιεύσεων. Τονίζεται ότι το πρότυπο **GenUVP** είναι από τα λίγα που χρησιμοποιούν τα στοιχεία στροβιλότητας και χρησιμοποιούνται σήμερα στο χώρο, καθώς είναι ιδιαίτερα αξιόπιστο σε ότι αφορά τα αποτελέσματα που παράγει. Αυτό οφείλεται κυρίως στο ότι ακολουθεί τη λογική του ελεύθερου ομόρρου και όχι του παγωμένου ή προδιαγεγραμμένου.

Στις μεθοδολογίες ελεύθερου ομόρρου, επιλύεται το πρόβλημα της ασυμπίεστης μη συνεκτικής ροής γύρω από τον πτέρυγα ή τον δρομέα. Το πεδίο ταχύτητας μέσω του **θεωρήματος του Helmholtz** διαχωρίζεται σε ένα τμήμα προερχόμενο από δυναμικό, το οποίο αναπαρίσταται μέσω της **δεύτερης ταυτότητας του Green**, από διανομές ιδιόμορφων σημείων πάνω στην επιφάνεια του πτερυγίου και σε ένα στροβιλό τμήμα το οποίο εκφράζει την ταχύτητα που επάγει ο ομόρρος. Η στροβιλότητα του ομόρρου προσεγγίζεται από ένα πλήθος ελεύθερα κινουμένων στοιχείων στροβιλότητας, η ένταση και η θέση των οποίων προσδιορίζεται από την επίλυση των δυναμικών κινηματικών εξισώσεων για την ελεύθερη στροβιλότητα. Το πτερύγιο στον υπολογισμό εισάγεται είτε ως λεπτή ανωστική επιφάνεια, είτε ως πτέρυγα με πάχος.

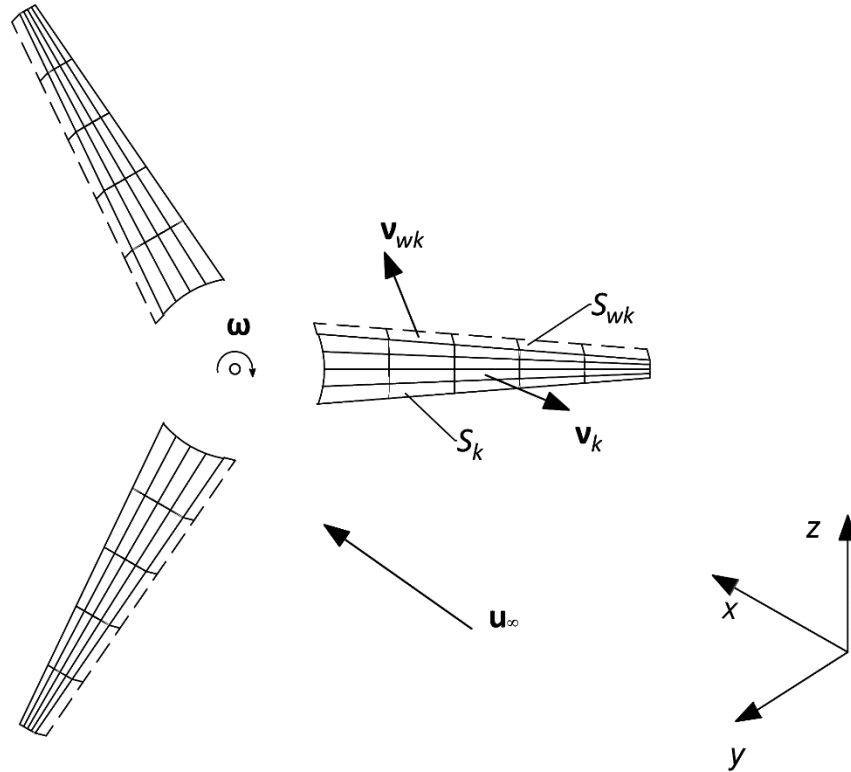
2.1.1 Διατύπωση του προβλήματος

Έστω μία ασταθής ροή ενός ασυμπίεστου, χωρίς ιξώδες, υγρού γύρω από ένα σύνολο N_B τρισδιάστατων σωμάτων B_k (πτερύγια) με σύνορα S_k , $k=1, N_B$ που σχηματίζουν το στροφέιο ενός Ε/Π, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Κάθε πτερύγιο του στροφέιου θεωρείται ένα απείρως λεπτό αντωτικό σώμα. Για να περιγράψουμε τη γεωμετρία της ροής, εισάγουμε ένα σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Επομένως, όλες οι παράμετροι της ροής περιγράφονται βάσει αυτού του συστήματος.

Έστω D το ροϊκό πεδίο, S το σύνορο του πεδίου και \mathbf{v} το προς τα έξω μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S . Η παρουσία των αντωτικών σωμάτων B_k παράγει ομόρρο. Η επιφάνεια του απορρεύματος θεωρείται ως ένα ενεργό σύνορο του προβλήματος. Έτσι αν S_{wk} , $k=1, N_B$ είναι οι επιφάνειες των στρωμάτων των δινών που

παράγονται από τα N_B πτερύγια και \mathbf{v}_{wk} τα μοναδιαία κάθετα διανύσματα στις επιφάνειες S_{wk} , τότε η συνολική επιφάνεια του συνόρου θα είναι:

$$\partial D \equiv S = \bigcup_{k=1}^{N_B} S_k + \bigcup_{k=1}^{N_B} S_{wk} \quad (2.1.1)$$



Σχ. 2.1 Απεικόνιση των επιφανειών των αντωτικών σωμάτων, του απορρευμάτος και των αντίστοιχων κάθετων διανυσμάτων.

Σύμφωνα με το **Θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz (Helmholtz decomposition)**, το πεδίο ταχύτητας $\mathbf{u}(\mathbf{x}; t)$ παίρνει τη μορφή:

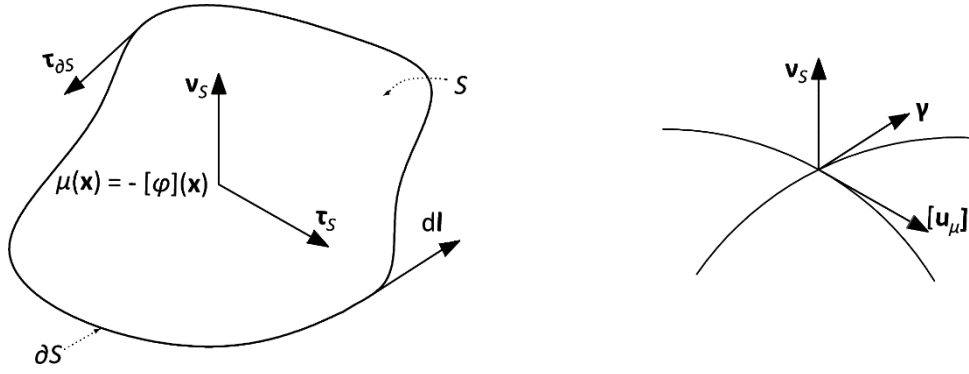
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}; t) = \mathbf{u}_\infty(\mathbf{x}; t) + \nabla \varphi(\mathbf{x}; t) + \mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}; t), \quad \mathbf{x} \in D, \quad t \geq 0 \quad (2.1.2)$$

όπου $\mathbf{u}_\infty(\mathbf{x}; t)$ είναι η ταχύτητα του πεδίου ροής στο άπειρο, $\varphi(\mathbf{x}; t)$ ένα δυναμικό διαταραχής και $\mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}; t)$ η επαγόμενη ταχύτητα από την ελεύθερη στροβιλότητα του ομόρρου.

Στο πλαίσιο μιας δυναμικής-μη συνεκτικής θεώρησης της ροής, το δυναμικό της ταχύτητας μπορεί να αναπαρασταθεί με διανομές επιφανειακών ιδιομορφιών (surface singularity distributions). Στην περίπτωση των λεπτών πτερυγίων (thin blades), διανομές διπόλων ορίζονται στις στερεές επιφάνειες και στο αντίστοιχο απόρρευμα. Η διανομή διπόλων $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in S$ ορισμένη πάνω σε μία επιφάνεια S , εισάγει μία ασυνέχεια στο βαθμωτό δυναμικό:

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}) = -[\varphi](\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S \quad (2.1.3)$$

όπου $[\varphi]$ δείχνει το "άλμα" του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια S (Σχ. 2.2).



Σχ. 2.2 Ορισμός ενός επιφανειακού διπόλου

Το δυναμικό σε ένα τυχαίο σημείο \mathbf{x}_0 του πεδίου D δίνεται από τον τύπο:

$$\varphi(\mathbf{x}_0; t) = - \int_S \frac{\mu(\mathbf{x}; t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} dS(\mathbf{x}) \quad (2.1.4)$$

Παραγωγίζοντας την τελευταία εξίσωση κι έπειτα από εφαρμογή του θεωρήματος του Stokes, προκύπτει το αντίστοιχο πεδίο $\mathbf{u}_\mu(\cdot; t)$ ως εξής:

$$\mathbf{u}_\mu(\mathbf{x}_0; t) = \nabla \varphi(\mathbf{x}_0; t) = \int_S \frac{\nabla_s \mu(\mathbf{x}; t) \times \mathbf{v}(\mathbf{x}) \times (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} dS(\mathbf{x}) + \oint_{\partial S} \mu(\mathbf{x}; t) \frac{d\mathbf{l}(\mathbf{x}) \times (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} \quad (2.1.5)$$

όπου ∂S είναι το σύνορο της επιφάνειας S και $d\mathbf{l}$ το διαφορικό διάνυσμα που εφάπτεται στην επιφάνεια S . Ο τελεστής $\nabla(\cdot)$ σημαίνει παραγωγή ως προς \mathbf{x}_0 ενώ το $\nabla_s(\cdot)$ δηλώνει επιφανειακή παραγωγή.

Καθώς το \mathbf{x}_0 προσεγγίζει την επιφάνεια S , η ταχύτητα γίνεται ασυνεχής. Συγκεκριμένα, εάν $[\mathbf{u}_\mu]$ δηλώνει το "άλμα" της ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια S , τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} [\mathbf{u}_\mu](\mathbf{x}_0; t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_0) &= 0, & \mathbf{x}_0 \in S \\ \mathbf{v}(\mathbf{x}_0) \times [\mathbf{u}_\mu](\mathbf{x}_0; t) &= \nabla_s \mu(\mathbf{x}_0; t) \times \mathbf{v}(\mathbf{x}_0) = \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x}_0; t), & \mathbf{x}_0 \in S \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

όπου $\boldsymbol{\gamma}(\cdot; t)$ δείχνει την ένταση της επιφανειακής στροβιλότητας, $\nabla_s(\cdot) = (\nabla(\cdot) \cdot \boldsymbol{\tau}_s) \cdot \boldsymbol{\tau}_s$ τον τεχνητό διαφορικό τελεστή, $\boldsymbol{\tau}_s$ το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι εφαπτόμενο στην επιφάνεια S και έχει διεύθυνση ίδια με αυτήν της επιφανειακής στροβιλότητας $\boldsymbol{\gamma}$. Από τις εξ. (2.1.5) και (2.1.6) προκύπτει ότι αν σε μία επιφάνεια υπάρχουν δίπολα τότε αυτή αντιστοιχεί σε φύλλο στροβιλότητας δηλαδή μία επιφάνεια ασυνέχειας των εφαπτομενικών ταχυτήτων.

Εφαρμόζοντας την εξ. (2.1.4) για το χωρίο D που αποτελεί το πεδίο ροής των NB σωμάτων, διαπιστώνουμε ότι το δυναμικό της ταχύτητας διαταραχής $\varphi(\cdot; t)$ μπορεί να διαιρεθεί σε δύο τμήματα, ένα των στερεών σωμάτων κι ένα του απορρεύματος ως εξής:

$$\varphi(\mathbf{x}_0; t) = - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_k} \mu_k(\mathbf{x}; t) \frac{\mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} dS(\mathbf{x}) - \sum_{k=1}^{N_B} \int_{S_{wk}} \mu_{wk}(\mathbf{x}; t) \frac{\mathbf{v}_w(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} dS_w(\mathbf{x}) \quad (2.1.7)$$

όπου $\mu_k(\cdot; t)$ η κατανομή διπόλων της k -λεπτής αντωτικής επιφάνειας και $\mu_{wk}(\cdot; t)$ η κατανομή διπόλων του φύλλου στροβιλότητας που οφείλεται στην k -επιφάνεια.

Λόγω της αστάθειας της ροής, τα άγνωστα δίπολα $\mu_k(\cdot; t)$ και $\mu_{wk}(\cdot; t)$ είναι χρονικά εξαρτώμενα. Εκτός απ' αυτό, όσο τα φύλλα στροβιλότητας S_{wk} κινούν ελεύθερα τις υλικές επιφάνειες, η γεωμετρία του προβλήματος είναι επίσης χρονικά μεταβαλλόμενη. Συνεπώς το προς επίλυση πρόβλημα αποτελεί ένα πρόβλημα ελεύθερου συνόρου (free boundary problem) με αγνώστους τις επιφανειακές κατανομές $\mu_k(\cdot; t)$ και $\mu_{wk}(\cdot; t)$, καθώς επίσης και τη γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας S_{wk} . Για να καθορίσουμε τα άγνωστα αυτά πεδία, πρέπει να εισάγουμε δύο διαφορετικές συνθήκες:

α) τις κινηματικές συνθήκες και πιο συγκεκριμένα τη συνθήκη μη εισχώρησης σε όλες τις στερεές επιφάνειες, καθώς και τις συνθήκες που περιγράφουν εξέλιξη των φύλλων στροβιλότητας.

β) τις δυναμικές συνθήκες, δηλαδή την απαίτηση για μηδενικό "άλμα"-ασυνέχεια πίεσης καθόλη την επιφάνεια των φύλλων στροβιλότητας.

Έστω ότι $\mathbf{u}_B(\cdot; t)$ συμβολίζει το προφίλ ταχυτήτων πάνω στα πτερύγια που περιλαμβάνει και τις άκαμπτες και τις ελαστικές κίνησης αυτών. Τότε οι εξίσωσεις μη εισχώρησης παίρνουν τη μορφή:

$$\nabla\varphi(\mathbf{x}_0;t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_0;t) = \frac{\partial\varphi}{\partial\nu}(\mathbf{x}_0;t) = (\mathbf{u}_{Bk} - \mathbf{u}_\infty - \mathbf{u}_\omega) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_0;t), \quad \mathbf{x}_0 \in S_k, \quad k=1, N_B \quad (2.1.8)$$

Για τον υπολογισμό του πεδίου της ταχύτητας, χρησιμοποιείται η εξ. (2.1.5), η οποία και παίρνει μία πιο εύχρηστη μορφή, εάν θεωρήσουμε μία τμηματικά σταθερή προσέγγιση της κατανομής των διπόλων πάνω στην επιφάνεια των στερεών σωμάτων και των ομόρρων τους. Σε αυτήν την περίπτωση ο 1^{ος} όρος στο δεξί μέλος της εξ. (2.1.8) θα ισούται με μηδέν. Ο όρος που απομένει είναι η συμβολή μιας γραμμής στροβιλότητας πάνω στο σύνορο ∂S της επιφάνειας S .

Έστω ότι η σχέση:

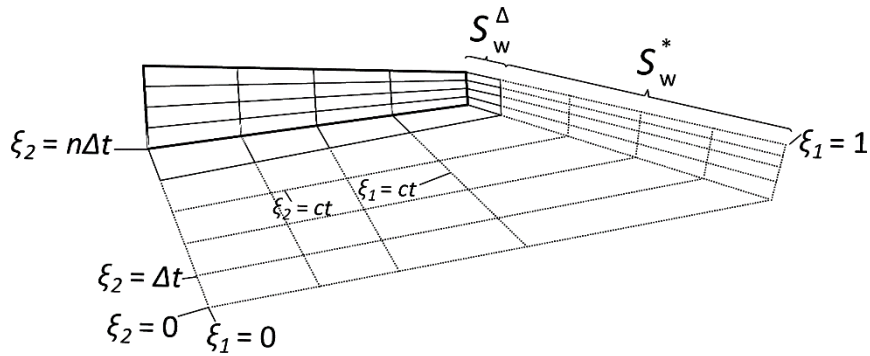
$$\mathbf{x}_w \in S_w : \mathbf{x}_w = \mathbf{x}_w(\xi_1, \xi_2; t), \quad \xi_1 \in [-0, 1], \quad \xi_2 \geq 0, \quad t \geq 0 \quad (2.1.9)$$

εκφράζει μία παραμετρική αναπαράσταση κάθε φύλλου στροβιλότητας S_w που ξεκινάει από ένα αντωτικό σώμα κατά μήκος του χείλους εκφυγής (Σχ. 2.3). Η S_w μπορεί να θεωρηθεί ως μία επιφάνεια που σχηματίζεται από την ακολουθία των υλικών γραμμών ξεκινώντας από τη γραμμή εκπομπής (χείλος εκφυγής, ακροπτερύγια). Για να ανιχνεύσουμε την ιστορία μιας δίνης, ένα σημείο $\mathbf{x}_w(\xi_1, \xi_2; t)$ αναγνωρίζεται ως η θέση σε χρόνο t ενός υλικού σημείου που ξεκίνησε σε χρόνο $\xi_2 \leq t$ από ένα σημείο εκπομπής ξ_1 . Συνεπώς, το $\mathbf{x}_w(\xi_1, t; t)$ αναπαριστά την τρέχουσα θέση της γραμμής εκπομπής. Επιπλέον, οι γραμμές $\xi_1 = ct$ έχουν σχηματιστεί από υλικά στοιχεία που ξεκίνησαν από το ίδιο σημείο πάνω στην γραμμή εκπομπής.

Η εξέλιξη του ομόρρου $S_w(t)$ στο χρόνο καθορίζεται μέσω της ακόλουθης κινηματικής εξίσωσης:

$$\frac{d\mathbf{x}_w(\xi;t)}{dt} = \mathbf{u}_m(\mathbf{x}_w;t) = \mathbf{u}_\infty(\mathbf{x}_w;t) + \nabla\varphi(\mathbf{x}_w;t) + \mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}_w;t), \quad \xi = (\xi^1, \xi^2) \quad (2.1.10)$$

όπου $\mathbf{u}_m(\mathbf{x}_w;t)$ είναι η μέση ταχύτητα του φύλλου ομόρρου.



Σχ. 2.3 Ο ομόρρους μιας αντρωτικής επιφάνειας

Εφαρμόζοντας την εξ. Bernoulli στις δύο επιφάνειες των S_{wk} και συνυπολογίζοντας ότι η δυναμική διαφορά πίεσης είναι μηδέν πάνω στον ομόρρου, δηλαδή $[p](\mathbf{x}_w; t) = 0$, προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t} + \mathbf{u}_m(\mathbf{x}_w; t) \cdot [\mathbf{u}_\mu](\mathbf{x}_w; t) = 0 \quad (2.1.11)$$

όπου $[\mathbf{u}_\mu](\mathbf{x}_w; t)$ είναι η διαφορά/"άλμα" ταχύτητας πάνω στην επιφάνεια του απορεύματος.

Από τις εξ. (2.1.3) και (2.1.6) έπεται ότι:

$$\mu_w(\boldsymbol{\xi}; t) = -[\varphi](\boldsymbol{\xi}; t) \quad , \quad [\mathbf{u}_\mu](\boldsymbol{\xi}; t) = \nabla_{s_w} \mu_w(\boldsymbol{\xi}; t) \quad (2.1.12)$$

Έτσι αν

$$\frac{d_m(\cdot)}{dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + (\mathbf{u}_m \cdot \nabla_{s_w})(\cdot) \quad (2.1.13)$$

είναι η επιφανειακή υλική χρονική παράγωγος, τότε έπεται ότι:

$$\frac{d_m \mu_w(\cdot)}{dt} = 0 \quad (2.1.14)$$

Από την τελευταία εξίσωση, είναι εμφανές ότι η κατανομή διπόλων πάνω σε ένα φύλλο στροβιλότητας διατηρείται υλικά και ότι αυτή η συνθήκη είναι ισοδύναμη με το θεώρημα του Kelvin. Όσον αφορά την περίπτωση ενός φύλλου στροβιλότητας ερχόμενο από αντρωτικό σώμα, η τελευταία εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους.

Πρώτον, με το ιστορικό του χρόνου ως εξής:

$$\mu_w(\mathbf{x}_w(\xi_1, \xi_2; t); t) = \mu_w(\mathbf{x}_w(\xi_1, \xi_2; \xi_2); \xi_2) \quad (2.1.15)$$

Η τελευταία εξίσωση απλά υποδηλώνει ότι η πυκνότητα της κατανομής των διπόλων που φέρει το υλικό στοιχείο ξ είναι η ίδια με αυτή που είχε το στοιχείο προτού ξεκινήσει από την αρχή εκπομπής του στερεού σώματος.

Δεύτερον, η τελευταία συνθήκη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθοριστεί η πυκνότητα της στροβιλότητας που ξεκινάει από την γραμμή εκπομπής οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Στην περίπτωση μίας τμηματικά σταθερής προσέγγισης της κατανομής διπόλων, η εξ. (2.1.14) οδηγεί σε ίσες τιμές των $\mu_k(\cdot; t)$ και $\mu_{wk}(\cdot; t)$ για δύο σημεία του σώματος και του απορεύματος γειτονικά στην γραμμή εκπομπής.

Θεωρητικά αποτελέσματα όπως επίσης πειραματικές και αριθμητικές ενδείξεις υποδεικνύουν ότι κατά την πάροδο του χρόνου, ένα ελεύθερο φύλλο στροβιλότητας χάνει

τη λεία γεωμετρική μορφή του εξαιτίας του ιδιάζοντα (singular) χαρακτήρα των ολοκληρωμάτων που περιέχονται στον υπολογισμό του $\nabla\varphi(\mathbf{x}_w;t)$. Για να παρακάμψουμε αυτή τη δυσκολία εισάγουμε μία γενίκευση της της στροβιλότητας. Βάσει της εξ. (2.1.6), το γενικευμένο πεδίο στροβιλότητας το οποίο συνδέεται με ένα φύλλο στροβιλότητας μπορεί να οριστεί ως εξής:

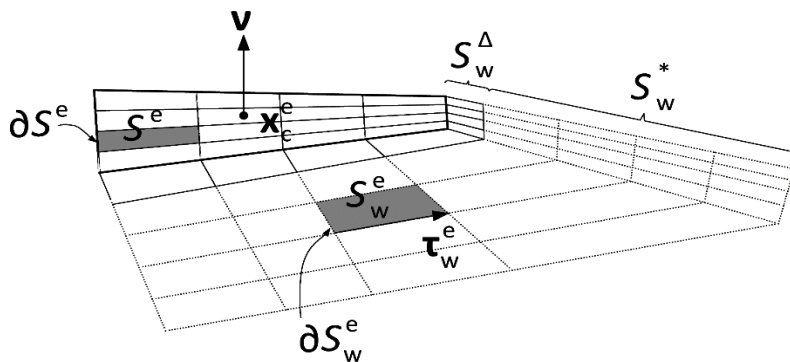
$$\begin{aligned} \omega_{S_w}(\mathbf{x};t) = \nabla \times \mathbf{u}_\mu(\mathbf{x};t) = & \underbrace{\delta_{S_w}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{S_w}) \cdot [\nabla \mu_w(\mathbf{x}_{S_w};t) \times \mathbf{v}(\mathbf{x}_{S_w};t)]}_{\text{surface term}} \\ & + \underbrace{\delta_{\partial S_w}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\partial S_w}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}_{\partial S_w};t) \cdot \boldsymbol{\mu}_w(\mathbf{x}_{S_w};t)}_{\text{line term}} \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

όπου $\delta_{S_w}(\cdot)$ και $\delta_{\partial S_w}(\cdot)$ δείχνουν την επιφανειακή και γραμμική συνάρτηση Dirac ορισμένη στο εσωτερικό και στο σύνορο του $S_w(t)$ αντίστοιχα, ενώ $\boldsymbol{\tau}(\cdot; t)$ το μοναδιαίο διάνυσμα εφαπτομενικό στο $\partial S_w(t)$. Είναι εμφανές ότι αν αν η ένταση των δίπολων στον ομόρρου ληφθεί τμηματικά σταθερή, ο επιφανειακός όρος (surface term) της εξ. (2.1.16) απαλείφεται. Η παραπάνω γενικευμένη μορφή επιτρέπει την εφαρμογή στον ομόρρου μιας στοιχειακής προσέγγισης με σημειακά στοιχεία στροβιλότητας.

2.1.2 Το αριθμητικό πρότυπο (μοντέλο)

Σε κάθε σώμα S_k και στο απόρρευμα του S_{wk} ορίζεται ένα πλέγμα, το οποίο τα χωρίζει σε ένα αριθμό από τμήματα (panels) $S_k^e, e = 1, E_k$ και $S_{wk}^e, e = 1, E_{wk}$, όπου E_k και E_{wk} ο αριθμός των panels στο σώμα και στο απόρρευμα αντίστοιχα, με σύνορα ∂S_k^e και ∂S_{wk}^e (Σχ. 2.4). Σε κάθε τμήμα (panel) σώματος και απορρεύματος ορίζεται σταθερή κατανομή διπόλων. Έτσι, η επαγόμενη ταχύτητα από μία αντωτική επιφάνεια προκύπτει ως το άθροισμα των κατανομών των γραμμών στροβιλότητας που αντιστοιχούν στα στοιχεία του πλέγματος των επιφανειών S_k και S_{wk} . Σύμφωνα λοιπόν με την παραπάνω παρατήρηση, η κινηματική συνθήκη που εκφράζεται με την εξ. (2.1.8) παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{x}_0;t) \cdot \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{e=1}^{E_k} \boldsymbol{\mu}_k^e(t) \iint_{\partial S_k^e} \frac{d\mathbf{l}(\mathbf{x}) \times (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} = & -\mathbf{v}(\mathbf{x}_0;t) \cdot \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \boldsymbol{\mu}_{wk}^e(t) \iint_{\partial S_{wk}^e} \frac{d\mathbf{l}(\mathbf{x}) \times (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}|^3} + \\ & + \mathbf{v}(\mathbf{x}_0;t) \cdot (\mathbf{u}_{Bk}(\mathbf{x}_0;t) - \mathbf{u}_\infty(\mathbf{x}_0;t) - \mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}_0;t)) \end{aligned} \quad (2.1.17)$$



Σχ. 2.4 Συμβολισμός των στοιχείων του πλέγματος των σωμάτων καθώς και του απορρεύματος αυτών.

Η τελευταία συνθήκη προβάλλει τις διακριτές εξισώσεις για τις άγνωστες ποσότητες $\mu_k^e(\cdot; t)$. Αυτό επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας την εξ. (2.1.17) στα κέντρα \mathbf{x}_c^e των στοιχείων που σχηματίζουν τα στερεά σύνορα S_k δηλαδή όταν $\mathbf{x}_o = \mathbf{x}_c^e$. Οι ποσότητες των διπόλων $\mu_{Wk}^e(\cdot; t)$ του απορρέυματος υπολογίζονται από τη δυναμική συνθήκη της εξ. (2.1.10), που όπως είδαμε καταλήγει στην εξ. (2.1.15). Δεδομένης της τμηματικά σταθερής προσέγγισης της διανομής διπόλων, η εφαρμογή της εξ. (2.1.15) στα στοιχεία του απορρέυματος S_{Wk}^e έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση των άγνωστων βαθμών ελευθερίας σε εκείνες μόνο τις ποσότητες διπόλων που έχουν μόλις ξεκινήσει και έχουν κατανεμηθεί κατά μήκος τις γραμμής εκπομπής. Οι τιμές των υπόλοιπων βαθμών ελευθερίας του απορρέυματος θεωρούνται γνωστές από προηγούμενες χρονικές στιγμές. Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εξ. (2.1.14) ορίζει ίσες τιμές διπόλων μ_k^e και μ_{Wk}^e για το σώμα και το απόρρευμα που είναι γειτονικά στη γραμμή εκπομπής. Οι παραπάνω παρατηρήσεις ολοκληρώνουν το σύστημα εξισώσεων για τους αγνώστους μ_k^e και μ_{Wk}^e .

Αφού το πρόβλημα είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, ορίζεται ένα χρονικά μεταβαλλόμενο σχήμα. Έστω Δt είναι το χρονικό βήμα του σχήματος. Σύμφωνα με προηγούμενη ανάλυση, όλες οι πληροφορίες που αφορούν τα φύλλα στροβιλότητας της ροής είναι γνωστά από προηγούμενα χρονικά βήματα εκτός από το κομμάτι που δημιουργήθηκε στο τρέχον χρονικό βήμα. Συνεπώς διάφορες προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το νέο και το παλιό μέρος των φύλλων στροβιλότητας. Οι διάφορες υποθέσεις αυτές έχουν νόημα μόνο στην περιοχή όπου ξεκινάει το απόρρευμα ενώ από εκεί και πέρα το φύλλο στροβιλότητας μετατρέπεται σε μία χωρικά ελεύθερη στροβιλότητα όπου εφαρμόζεται προσέγγιση σωματιδίων στροβιλότητας.

Έτσι, ορίζουμε S_{Wk}^Δ και S_{Wk}^* ως το κοντινό και απόμακρο τμήμα αντίστοιχα του φύλλου στροβιλότητας του k -αντωτικού σώματος. Αντίστοιχα, το δυναμικό του απορρέυματος [2ος όρος της εξ. (2.1.7)] χωρίζεται σε δύο μέρη: το δυναμικό του κοντινού μέρους $\varphi_W^\Delta(\mathbf{x}; t)$ και το δυναμικό $\varphi_W^*(\mathbf{x}; t)$ απόμακρου μέρους των φύλλων στροβιλότητας. Έτσι το συνολικό επαγόμενο δυναμικό ορίζεται ως:

$$\varphi(\mathbf{x}; t) = \varphi_B(\mathbf{x}; t) + \varphi_W^\Delta(\mathbf{x}; t) + \varphi_W^*(\mathbf{x}; t)$$

$$\begin{aligned}\varphi_B(\mathbf{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Bk}(\mathbf{x}; t) \\ \varphi_W^\Delta(\mathbf{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^\Delta(\mathbf{x}; t) \\ \varphi_W^*(\mathbf{x}; t) &= \sum_{k=1}^{N_B} \varphi_{Wk}^*(\mathbf{x}; t)\end{aligned}\quad (2.1.18)$$

όπου $\varphi_B(\mathbf{x}; t)$ είναι τα επαγόμενα από τα σώματα δυναμικά.

Αναφορικά με τον υπολογισμό της ταχύτητας, όπως αυτή εκφράζεται από την εξ. (2.1.2), έπεται ότι το $\nabla\varphi_W^*(\cdot; t)$ μπορεί να ληφθεί ως το στροβιλό κομμάτι της ροής $\mathbf{u}_\omega(\cdot; t)$ και να περιγραφεί από τη σχέση:

$$\mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}_o; t) = \int_{D_\omega(\mathbf{x}; t)} \frac{\boldsymbol{\omega}_\omega(\mathbf{x}; t) \times (\mathbf{x}_o - \mathbf{x})}{4\pi |\mathbf{x}_o - \mathbf{x}|^3} dD(\mathbf{x}) \quad (2.1.19)$$

όπου με $D_\omega(t)$ συμβολίζουμε το χωρίο διανομής της ελεύθερης στροβιλότητας $\boldsymbol{\omega}_\omega(\cdot; t)$, που με βάση την εξίσωση (2.1.16) δίνεται από τη σχέση:

$$\boldsymbol{\omega}_\omega(\mathbf{x}; t) = \nabla \times \mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}; t) = \sum_{k=1}^{N_B} \sum_{e=1}^{E_{wk}} \delta_{\partial S_{wk}^e} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{wk}) \cdot \boldsymbol{\tau}_{wk}^e(\mathbf{x}_w; t) \cdot \mu_{wk}^e(t) \quad (2.1.20)$$

Αξιοσημείωτο είναι ότι στην τελευταία σχέση περιλαμβάνονται μόνο οι όροι της γραμμικής στροβιλότητας εξαιτίας της τμηματικά σταθερής προσέγγισης των κατανομών των διπόλων $\mu_{Wk}^e(\cdot; t)$. Η παραπάνω ερμηνεία του $\nabla\varphi_W^*(\cdot; t)$ οδηγεί σε κάποιες τροποποιήσεις στις εξ. (2.1.7) και (2.1.17). Η κατανομή του ομόρρου πρέπει να περιορίζεται μόνο από τα κοντινά μέρη S_{Wk}^A , ενώ πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα $\varphi_W^*(\cdot, t)$ και $\mathbf{u}_\omega(\cdot; t)$. Στην εξ. (2.1.17) το $\mathbf{u}_\omega(\cdot; t)$ αντιστοιχεί στην κατανομή του μακρινού ομόρρου και βρίσκεται στο δεξί μέλος της εξίσωσης.

Όσον αφορά τη διακριτή προσέγγιση του $\mathbf{u}_\omega(\cdot; t)$ μέσω στοιχείων στροβιλότητας, ισχύει ότι:

$$\mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \mathbf{\Omega}_j(t) \cdot \zeta_\epsilon(\mathbf{x} - \mathbf{Z}_j(t)) \quad (2.1.21)$$

όπου τα $\mathbf{\Omega}_j(t)$ και $\mathbf{Z}_j(t)$ συμβολίζουν τις εντάσεις και τις θέσεις των στοιχείων στροβιλότητας και $J(t)$ ένας δείκτης που υποδηλώνει το πλήθος των στοιχείων στροβιλότητας. Επίσης $\zeta_\epsilon(r)$ είναι η συνάρτηση αποκοπής (cut-off), η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\zeta_\epsilon(r_j) = \frac{1}{\epsilon^3} \exp\left(-\left(\frac{r_j}{\epsilon}\right)^3\right), \quad r_j = |\mathbf{x} - \mathbf{Z}_j(t)| \quad (2.1.22)$$

όπου με ϵ συμβολίζουμε το μήκος αποκοπής των στοιχείων.

Από συνδυασμό των εξ. (2.1.19) και (2.1.21), το $\mathbf{u}_\omega(\cdot; t)$ παίρνει τη μορφή:

$$\mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}; t) = \sum_{j \in J(t)} \frac{\mathbf{\Omega}_j(t) \times (\mathbf{x} - \mathbf{Z}_j(t))}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{Z}_j(t)|^3} \cdot \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{Z}_j(t)|}{\epsilon}\right)^3\right)\right) \quad (2.1.23)$$

Με αυτόν τον τρόπο, αντί να υπολογίσουμε τη γεωμετρία των φύλλων στροβιλότητας και τις κατανομές των διπολών που αυτά φέρουν, η εξέλιξη των ελεύθερων στοιχείων στροβιλότητας στο χώρο και το χρόνο καθορίζεται από τις ακόλουθες δυναμικές εξισώσεις:

$$\frac{d\mathbf{Z}_j(t)}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.1.24)$$

$$\frac{d\mathbf{\Omega}_j(t)}{Dt} = (\mathbf{\Omega}_j(t) \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{Z}_j; t), \quad j \in J(t) \quad (2.1.25)$$

Οι εξ. (2.1.24) και (2.1.25) αφορούν την εξέλιξη των μακρινών μερών του ομόρρου. Όσο τα κοντινά μέρη διατηρούν τη μορφή του φύλλου στροβιλότητας, ο καθορισμός τους είναι διαφορετικός. Έστω \mathbf{u}_{em} δείχνει τη μέση ταχύτητα σε ένα σημείο \mathbf{x}_{em} κατά μήκος της γραμμής εκπομπής της στροβιλότητας ενός αντρωτικού σώματος. Η γεωμετρία του κοντινού μέρους του αντίστοιχου απορρευμάτος S_{Wk}^A καθορίζεται κινηματικά από την σχέση:

$$\mathbf{X}^A = \mathbf{X}_{em} + \Delta t \cdot \mathbf{u}_{em} \quad (2.1.26)$$

όπου $\mathbf{X}^A - \mathbf{X}_{em}$ είναι το πλάτος του S_{Wk}^A σε διανυσματική μορφή. Τελικά, οι τιμές της κατανομής των διπόλων καθορίζεται από τη εξ. (2.1.14), η οποία όπως έχουμε ήδη αναφέρει αποτελεί συνθήκη ισοδύναμη με το θεώρημα του Kelvin και εκφράζει την παραδοχή ότι οι εντάσεις των δίπολων του κοντινού ομόρρου είναι ίσες με τις εντάσεις των δίπολων των παρακείμενων τμημάτων πάνω στο σώμα και κατά μήκος της γραμμής εκφυγής.

Εξαιτίας του χρονικά εξαρτώμενου (μη-μόνιμου) χαρακτήρα του προβλήματος, τα στοιχεία (σωματίδια) της ελεύθερης στροβιλότητας παράγονται σταδιακά σε κάθε χρονικό βήμα, από την ολοκλήρωση της επιφανειακής στροβιλότητας που φέρουν τα στοιχεία του

κοντινού ομόρρου. Για να καθοριστούν αρχικά οι τιμές $\Omega_j(t)$ κι η θέση $\mathbf{Z}_j(t)$ κάθε νέου σωματιδίου στροβιλότητας, χρησιμοποιούνται οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\Omega_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \omega_w dS_w, \quad \Omega_j \times \mathbf{Z}_j = \int_{S_{wk}^{\Delta e}} \omega_w \times \mathbf{x} dS_w \quad (2.1.27)$$

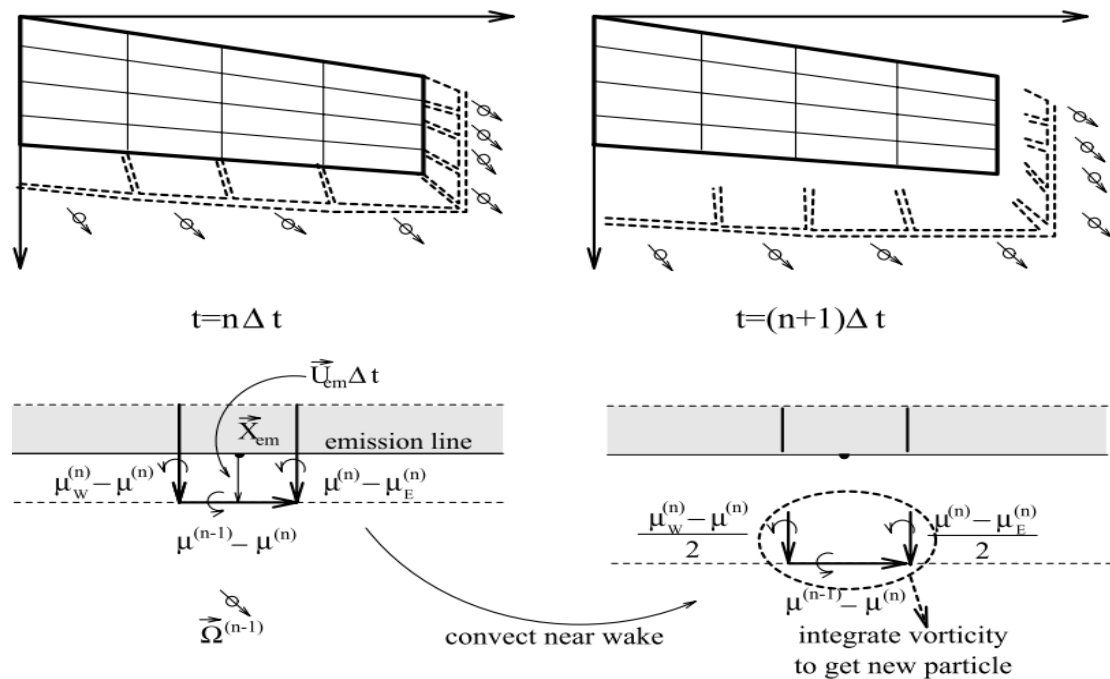
όπου $S_{Wk}^{\Delta e}$, $e = 1, E_{Wk}^{\Delta}$ είναι τα τμήματα που αποτελούν το κοντινό απόρρευμα του k -σώματος. Έτσι, η στροβιλότητα κάθε τμήματος του κοντινού απορρεύματος ολοκληρώνεται για να παραχθεί ένα στοιχείο (σωματίδιο) στροβιλότητας.

2.1.3 Υπολογισμός αεροδυναμικών φορτίων

Τα αεροδυναμικά φορτία σε κάθε αντωτική επιφάνεια υπολογίζονται κατευθείαν μέσω της εξίσωσης Bernoulli για δύο γειτονικά σημεία της επιφάνειας ενός πτερυγίου, το ένα τοποθετημένο στην πάνω και το άλλο στην κάτω πλευρά του λεπτού πτερυγίου. Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνουμε την ακόλουθη έκφραση για τη διαφορά πίεσης $[p](\cdot; t)$ ανάμεσα στα δύο σημεία:

$$\frac{\partial[\varphi]}{\partial t}(\mathbf{x}; t) + \mathbf{u}_m(\mathbf{x}; t) \cdot [\mathbf{u}](\mathbf{x}; t) = -\frac{[\rho]}{\rho} \quad (2.1.28)$$

όπου $\mu = -[\varphi]$ είναι η κατανομή των διπόλων πάνω στο πτερύγιο, ενώ \mathbf{u}_m και $[\mathbf{u}] = \nabla[\varphi] = -\nabla\mu$ η μέση ταχύτητα κι η διαφορά ταχυτήτων στις δύο πλευρές, αντίστοιχα. Έχοντας εφαρμόσει την τμηματικά σταθερή προσέγγιση για τα δίπολα, ο όρος $\nabla\mu$ υπολογίζεται με ένα μηδενικής τάξης σχήμα πεπερασμένων διαφορών κατά μήκος των διευθύνσεων των δύο επιφανειών.



Σχ. 2.5 Το υβριδικό σχήμα του απορρεύματος

Στο διακριτό πρόβλημα της εξ. (2.1.28) εφαρμόζουμε σημεία ελέγχου στα κέντρα των στοιχείων. Έστω $[p]_k^e$, $e = 1, E_k$ και $k = 1, N_B$ είναι η ασυνέχεια της πίεσης στο e -στοιχείο του k -σώματος, τότε η αεροδύναμη του στοιχείου θα υπολογίζεται από τη σχέση $\mathbf{F}_k^e(t) = \mathbf{v}_k^e \cdot [p]_k^e \cdot S_k^e$. Η ολοκλήρωση των στοιχειωδών δυνάμεων πάνω σε κάθε λωρίδα

(strip) του πτερυγίου παρέχει την κατανομή των φορτίων κατά μήκος του εκπετάσματος, δηλαδή:

$$\mathbf{F}_k^{\text{strip}}(t) = \sum_e \mathbf{v}_k^e [\rho]_k^e S_k^e \quad (2.1.29)$$

Αντίστοιχα, η τοπική ροπή πρόνευσης (pitching) ενός τμήματος (strip) του πτερυγίου ως προς το ένα τέταρτο ($\frac{1}{4}$) της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{M}_k^{\text{strip}}(t) = \sum_e (\mathbf{r}_o^e \times \mathbf{v}_k^e) [\rho]_k^e S_k^e \quad (2.1.30)$$

όπου \mathbf{r}_o^e είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου ελέγχου του e-στοιχείου σε σχέση με το $\frac{1}{4}$ της χορδής του πτερυγίου όπου υπολογίζεται κι η ροπή.

Εξαιτίας του εγγενώς μη ιξώδους χαρακτήρα της μεθόδου αυτής, τα υπολογιζόμενα φορτία μέσω της εξίσωσης Bernoulli δεν περιλαμβάνουν τα φαινόμενα λόγω του ιξώδους όπως η τριβή των τοιχωμάτων ή η αποκόλληση της ροής. Ένας τρόπος για να συμπεριλάβουμε αυτά τα φαινόμενα είναι μέσω της εκ των υστέρων εφαρμογής διαφόρων σχημάτων διόρθωσης πάνω στα φορτία, βασισμένα πάνω στους αεροδυναμικούς συντελεστές C_L , C_D και C_m .

2.2 Η τεχνική Particle Mesh

Η τεχνική **Particle Mesh (PM)** είναι σε γενικές γραμμές μια διαδικασία μείωσης του υπολογιστικού κόστους κατά την επίλυση Langrangian προσεγγίσεων των εξισώσεων ροής, όπως είναι η μέθοδος **VPM (Vortex Particle Method)**. Κατά την εφαρμογή της μεθόδου **VPM** το πεδίο ροής είναι διαμορφωμένο με μεγάλο αριθμό σωματιδίων (particles), ο οποίος μάλιστα αυξάνεται προϊόντος του χρόνου (των χρονικών βημάτων επίλυσης). Όταν οι αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων υπολογίζονται απευθείας, το υπολογιστικό κόστος γίνεται απαγορευτικά υψηλό. Η τεχνική **PM** εφαρμόζεται ακριβώς για την παράκαμψη αυτού του προβλήματος.

Υπενθυμίζεται ότι σε Langrangian περιγραφή οι εξισώσεις της ροής επεκτείνονται με βάση το **Θεώρημα διαχωρισμού του Helmholtz**, σύμφωνα με το οποίο το πεδίο ταχύτητας παίρνει τη μορφή: $\mathbf{u} = \mathbf{U}_\infty + \mathbf{u}_\varphi + \mathbf{u}_\omega$, (2.2.1)

όπου $\mathbf{u}_\varphi = \nabla\varphi$ η αστρόβιλη συνιστώσα της ροής, φ ένα δυναμικό διαταραχής και $\mathbf{u}_\omega = \nabla\psi$ η στροβιλή συνιστώσα της ροής, ψ η ροϊκή συνάρτηση-stream function (διανυσματικό δυναμικό)

Παίρνοντας: $\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla^2\varphi$ και $\nabla\psi = -\nabla^2\psi$

Καταλήγουμε στις εξισώσεις Poisson: $\nabla^2\varphi = \theta$, $\nabla^2\psi = -\omega$ (2.2.2)

Η βασική λογική του Particle Mesh είναι η επίλυση των εξισώσεων Poisson σε ένα δομημένο καρτεσιανό πλέγμα, χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς FFT (Fast Fourier Transforms), επιλύτες γνωστοί και ως Fast Poisson solvers.

Στη γενική περίπτωση, για ένα σύνολο σωματιδίων (σε συγκεκριμένο χρονικό βήμα επίλυσης n), τα επιμέρους βήματα του αλγορίθμου επίλυσης (χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος James-Lackner) έχουν ως εξής :

Βήμα 1: Προβάλλονται, μέσω σχημάτων παρεμβολής, οι γνωστές (από το προηγούμενο χρονικό βήμα $n-1$) τιμές των ιδιοτήτων των σωματιδίων (θέση \mathbf{Z}_p^n , μάζα m_p^n , όγκος V_p^n , στροβιλότητα Ω_p^n , διαστολή θ_p^n , ενέργεια Π_p^n) στους κόμβους του Particle Mesh πλέγματος και υπολογίζονται οι αντίστοιχες τιμές πυκνότητας ($\rho_{i,j}^n, \omega_{i,j}^n, \theta_{i,j}^n, \varepsilon_{i,j}^n$).

Για τις τιμές πυκνότητας ισχύουν:

$$m_p = \int_{V_p(t)} \rho(\mathbf{x}, t) dV_p(t) = \rho_p(t) V_p(t)$$

$$\theta_p(t) = \int_{V_p(t)} \theta(\mathbf{x}, t) dV_p(t) = \theta_p(t) V_p(t) = (\nabla \cdot \mathbf{u})_p V_p(t)$$

$$\Omega_p(t) = \int_{V_p(t)} \omega(\mathbf{x}, t) dV_p(t) = \omega_p(t) V_p(t) = (\nabla \psi)_p V_p(t)$$

$$\Pi_p(t) = \int_{V_p(t)} \varepsilon(\mathbf{x}, t) dV_p(t) = \varepsilon_p(t) V_p(t) \quad (2.2.3)$$

Σημειώνεται ότι στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι τα σωματίδια φέρουν μόνο στροβιλότητα, ως εκ τούτου η υπόψη διαδικασία εφαρμόστηκε μόνο για την στροβιλότητα.

Βήμα 2: Επιλύονται οι εξισώσεις (2.2.2) και λαμβάνονται οι τιμές των $\varphi, \psi, \mathbf{u}, \omega$ πάνω στους κόμβους του πλέγματος.

Βήμα 3: Υπολογίζονται οι αντίστοιχοι όροι των εξισώσεων ροής με σχήματα πεπερασμένων διαφορών πάνω στο πλέγμα.

Βήμα 4: Όλα τα δεδομένα που υπολογίστηκαν στο πλέγμα παρεμβάλλονται ξανά στις θέσεις των σωματιδίων.

Βήμα 5: Επικαιροποιούνται όλες οι τιμές των ιδιοτήτων των σωματιδίων, μεταξύ των οποίων και η θέση τους στο χώρο.

Βήμα 6: Κατασκευάζεται νέο πλέγμα (επαναδιάταξη σωματιδίων), εάν απαιτείται.

2.3 Δομική δυναμική

Στο υποκεφάλαιο αυτό περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο του κώδικα hGAST. Η δομική μελέτη όλου του συστήματος γίνεται μέσω διαφόρων αλγεβρο-διαφορικών μοντέλων και αφορά τη διασύνδεση των δύο επιμέρους βασικών εξαρτημάτων του κύριου στροφείου (Main Rotor):

- Τα πτερύγια (blades)
- Τον άξονα περιστροφής (shaft)

Όλα τα επιμέρους εξαρτήματα θεωρούνται ελαστικά και μοντελοποιούνται ως στοιχεία δοκού οι οποίες μπορούν να καταπονηθούν σε τρεις διευθύνσεις, προκαλώντας τις αντίστοιχες 6 παραμορφώσεις (3 μετατοπίσεις και 3 περιστροφές). Συνεπώς γίνεται μελέτη όλων των επιμέρους μερών ξεχωριστά, το καθένα εκ των οποίων έχει το δικό του σύστημα συντεταγμένων σύμφωνα με το οποίο υπολογίζονται οι τάσεις κι οι παραμορφώσεις. Στα σημεία επαφής των επιμέρους σωμάτων εφαρμόζονται δυναμικές και κινηματικές συνθήκες ώστε να λαμβάνονται υπόψη μη-γραμμικά γεωμετρικά φαινόμενα.

Η ελαστική ανάλυση στον hGAST βασίζεται στο μοντέλο 1ης τάξης ακρίβειας Timoshenko. Τα εξαρτήματα (άξονας, πτερύγια) χωρίζονται σε επιμέρους υποσώματα (sub-bodies), καθένα από τα οποία έχει το δικό του σύστημα συντε/νων και παραμορφώνεται βάσει του προηγούμενου. Η προσέγγιση αυτή είναι σαφώς πιο αξιόπιστη αφού οι παραμορφώσεις μεταδίδονται και περιγράφονται πληρέστερα με χρήση πολλών αλληλένδετων σωμάτων κατά μήκος του εξαρτήματος.

Όσον αφορά το αεροδυναμικό μέρος, ανά υπολογιστικό βήμα λειτουργεί ο κώδικας GenUVP υπολογίζοντας ένα συγκεκριμένο πεδίο αεροδυναμικών φορτίσεων, το οποίο αποτελεί και την αφετηρία για τους υπολογισμούς στον hGAST. Τα αποτελέσματα του hGAST (παραμορφώσεις, φορτία, κτλ.) επικαιροποιούν τα δεδομένα για τον GenUVP (γεωμετρικά, κινηματικά χαρακτηριστικά, κτλ.) οπότε επανυπολογίζονται τα αεροδυναμικά φορτία κ.ο.κ.

2.3.1 Μοντελοποίηση πολλών σωμάτων (Multi-Body)

Σύμφωνα με αυτή τη διατύπωση, η δυναμική συμπεριφορά του δρομέα πραγματοποιείται θεωρώντας ένα σύνολο από αλληλένδετα υπο-σώματα που αφορούν τα δομικά μέρη του. Ένα τοπικό σύστημα συντε/νων (Oxyz) καταχωρείται στην αρχή κάθε υπο-σώματος, σύμφωνα με το οποίο υπολογίζονται οι τοπικές ελαστικές παραμορφώσεις. Κάθε υπο-σώμα έχει 6 βαθμούς ελευθερίας δηλαδή 3 μετατοπίσεις και 3 περιστροφές γύρω από τους αντίστοιχους άξονες.

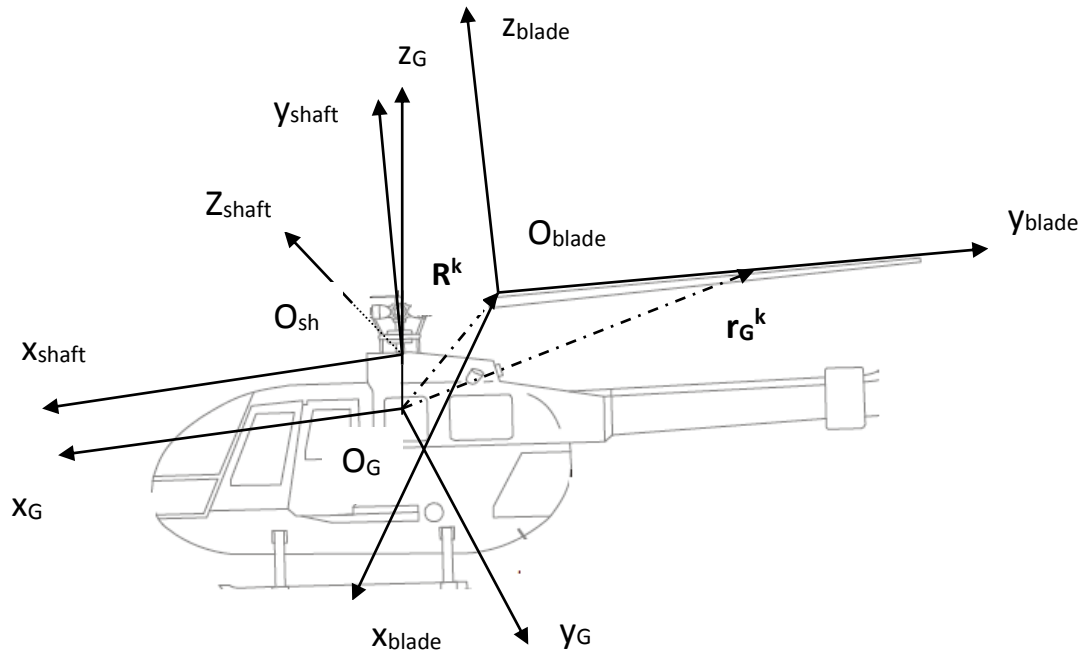
Έστω \mathbf{R}^k το διάνυσμα θέσης του k-στοιχείου στο τοπικό σύστημα συντε/νων (Oxyz) και \mathbf{T}^k το μητρώο περιστροφής από το τοπικό στο καθολικό σύστημα συντε/νων (Σχ. 2.8), τότε η θέση ενός σημείου του k-στοιχείου σε σχέση με το αδρανειακό (καθολικό) σύστημα συντε/νων (O_kx_ky_kz_k) \mathbf{r}_G^k , καθώς και η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος δίνονται αντίστοιχα από τους τύπους:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_G^k &= \mathbf{R}^k + \mathbf{T}^k \cdot \mathbf{r}^k \\ \dot{\mathbf{r}}_G^k &= \dot{\mathbf{R}}^k + \dot{\mathbf{T}}^k \cdot \mathbf{r}^k + \mathbf{T}^k \cdot \dot{\mathbf{r}}^k \\ \ddot{\mathbf{r}}_G^k &= \ddot{\mathbf{R}}^k + \ddot{\mathbf{T}}^k \cdot \mathbf{r}^k + 2 \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \cdot \dot{\mathbf{r}}^k + \mathbf{T}^k \cdot \ddot{\mathbf{r}}^k\end{aligned}\quad (2.3.1)$$

ενώ η επιτάχυνση εκφρασμένη στο τοπικό σύστημα ορίζεται ως:

$$\left(\mathbf{T}^k\right)^T \cdot \ddot{\mathbf{r}}_G^k = \underbrace{\left(\mathbf{T}^k\right)^T \cdot \ddot{\mathbf{R}}^k}_{\text{acceleration of the origin}} + \underbrace{\left(\mathbf{T}^k\right)^T \cdot \ddot{\mathbf{T}}^k \cdot \mathbf{r}^k}_{\text{centrifugal acceleration}} + \underbrace{2 \cdot \left(\mathbf{T}^k\right)^T \cdot \dot{\mathbf{T}}^k \cdot \dot{\mathbf{r}}^k}_{\text{Coriolis acceleration}} + \ddot{\mathbf{r}}^k \quad (2.3.2)$$

Η εξ. (2.3.2) περιέχει τους όρους φυγοκεντρικής και Coriolis επιτάχυνσης που εμφανίζονται μέσω των χρονικών παραγώγων του μητρώου \mathbf{T}^k .



Σχ. 2.6 Διατύπωση συστήματος πολλών σωμάτων σε τοπικό και καθολικό σύστημα συντε/νων.

Ως \mathbf{R}^k και \mathbf{T}^k ορίζονται η ακολουθία των μετατοπίσεων και περιστροφών \mathbf{d}_j και \mathbf{t}_j που συνδέουν το τοπικό σύστημα συντε/νων $[\mathbf{Oxyz}]$ με το καθολικό $[\mathbf{O_Gx_Gy_Gz_G}]$ δηλαδή:

$$\mathbf{r}_G^k = \mathbf{d}_m + \mathbf{t}_m \cdot \left\{ \dots \left[\mathbf{d}_2 + \mathbf{t}_2 \cdot (\mathbf{d}_1 + \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{r}^k) \right] \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{R}^k = \mathbf{d}_m + \mathbf{t}_m \cdot \left\{ \dots \left[\mathbf{d}_2 + \mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{d}_1 \right] \right\}, \quad \mathbf{T}^k = \prod_{j=1}^{J(k)} \mathbf{t}_j \quad (2.3.3)$$

Καθένα από τα \mathbf{d}_j και \mathbf{t}_j είναι συνδεδεμένα είτε με μία απλή μετατόπιση είτε με μία απλή περιστροφή σε μία συγκεκριμένη διεύθυνση. Αθροίζοντας όλες τις μετατοπίσεις και περιστροφές που περιέχονται στα διανύσματα \mathbf{R}^k και \mathbf{T}^k για όλα τα υπο-σώματα, προκύπτει το διάνυσμα των κινηματικών βαθμών ελευθερίας \mathbf{q} . Κάθε στοιχείο του \mathbf{q} συνδέεται με κάποια συγκεκριμένη μετατόπιση ή περιστροφή σε κάποια διεύθυνση και έτσι $\mathbf{d}_j = \mathbf{d}_j(q_n; \text{dir}_n)$ αντιστοιχεί σε μία μετατόπιση q_n στην dir_n διεύθυνση και αντίστοιχα για το \mathbf{t}_j . Γενικά τα στοιχεία του \mathbf{q} είναι χρονικά εξαρτώμενα και συνεπώς $\mathbf{R}^k = \mathbf{R}^k(\mathbf{q}_k; t)$ και $\mathbf{T}^k = \mathbf{T}^k(\mathbf{q}_k; t)$. Εάν η q_n αναφέρεται σε κίνηση άκαμπτου σώματος τότε η αντίστοιχη δυναμική εξίσωση προστίθεται στο σύστημα ελέγχου του όλου συστήματος. Εάν όμως η q_n αναφέρεται σε έναν ήδη υπάρχοντα βαθμό ελευθερίας τότε προστίθεται μία απλή εξίσωση αντιστοίχισης. Για παράδειγμα, τα πτερύγια ακολουθούν την ελαστική κίνηση της πλήμνης (hub) κι έτσι οι αποκλίσεις της πλήμνης περιέχονται στο \mathbf{q} . Επιπλέον τα πτερύγια ακολουθούν την περιστροφή του άξονα και την αλλαγή βήματος (pitch angle), στοιχεία τα οποία περιλαμβάνονται όλα στο \mathbf{q} ως βαθμοί ελευθερίας των αντίστοιχων κινήσεων.

Στα σημεία σύνδεσης των υπο-σωμάτων, εκτός από κινηματικές συνθήκες εφαρμόζονται και δυναμικές συνθήκες. Πιο συγκεκριμένα, επί εκάστου σημείου σύνδεσης, κάθε υπο-σώμα συμβάλλει στις μετατοπίσεις και περιστροφές και των άλλων υπο-σωμάτων, γεγονός το οποίο με τη σειρά του συμβάλλει στα μεταξύ τους φορτία (αντιδράσεις δυνάμεων). Συνεπώς, στο προηγούμενο παράδειγμα τα πτερύγια θα μεταφέρουν φορτία στην πλήμη.

Το πλεονέκτημα της παραπάνω μεθόδου σε σχέση με άλλες multi-body διατυπώσεις που εφαρμόζουν λογική πολλαπλασιαστών Lagrange είναι ότι οι τελικές δυναμικές εξισώσεις κίνησης μπορούν εύκολα να γραμμικοποιηθούν αναλυτικά κι έπειτα να γίνει μία ανάλυση γραμμικής ευστάθειας βασισμένης στην ανάλυση ιδιοτιμών (linear eigenvalue stability analysis) γύρω από μία σταθερή ή περιοδική κατάσταση (steady or periodic state). Η μη-γραμμική κινηματική στην εξ. (2.3.2) καθιστά τις δυναμικές εξισώσεις του συστήματος μη-γραμμικές, ανεξάρτητα αν το μοντέλο δοκού (beam model) είναι γραμμικό ή όχι. Η μη-γραμμικότητα οφείλεται στη εξάρτηση του \mathbf{q} από \mathbf{T}^k , \mathbf{R}^k . Υποθέτοντας μικρές διαταραχές $\delta\mathbf{q}$ σε σχέση με μία κατάσταση αναφοράς \mathbf{q}^0 , το \mathbf{q} κι οι παράγωγοί του προσεγγίζονται ως εξής:

$$\mathbf{q} \cong \mathbf{q}^0 + \delta\mathbf{q}, \quad \dot{\mathbf{q}} \cong \dot{\mathbf{q}}^0 + \delta\dot{\mathbf{q}}, \quad \ddot{\mathbf{q}} \cong \ddot{\mathbf{q}}^0 + \delta\ddot{\mathbf{q}} \quad (2.3.4)$$

κι αντίστοιχα τα \mathbf{T}^k , \mathbf{R}^k γραμμικοποιούνται ως εξής (ο δείκτης k παραλείπεται για λόγους απλότητας):

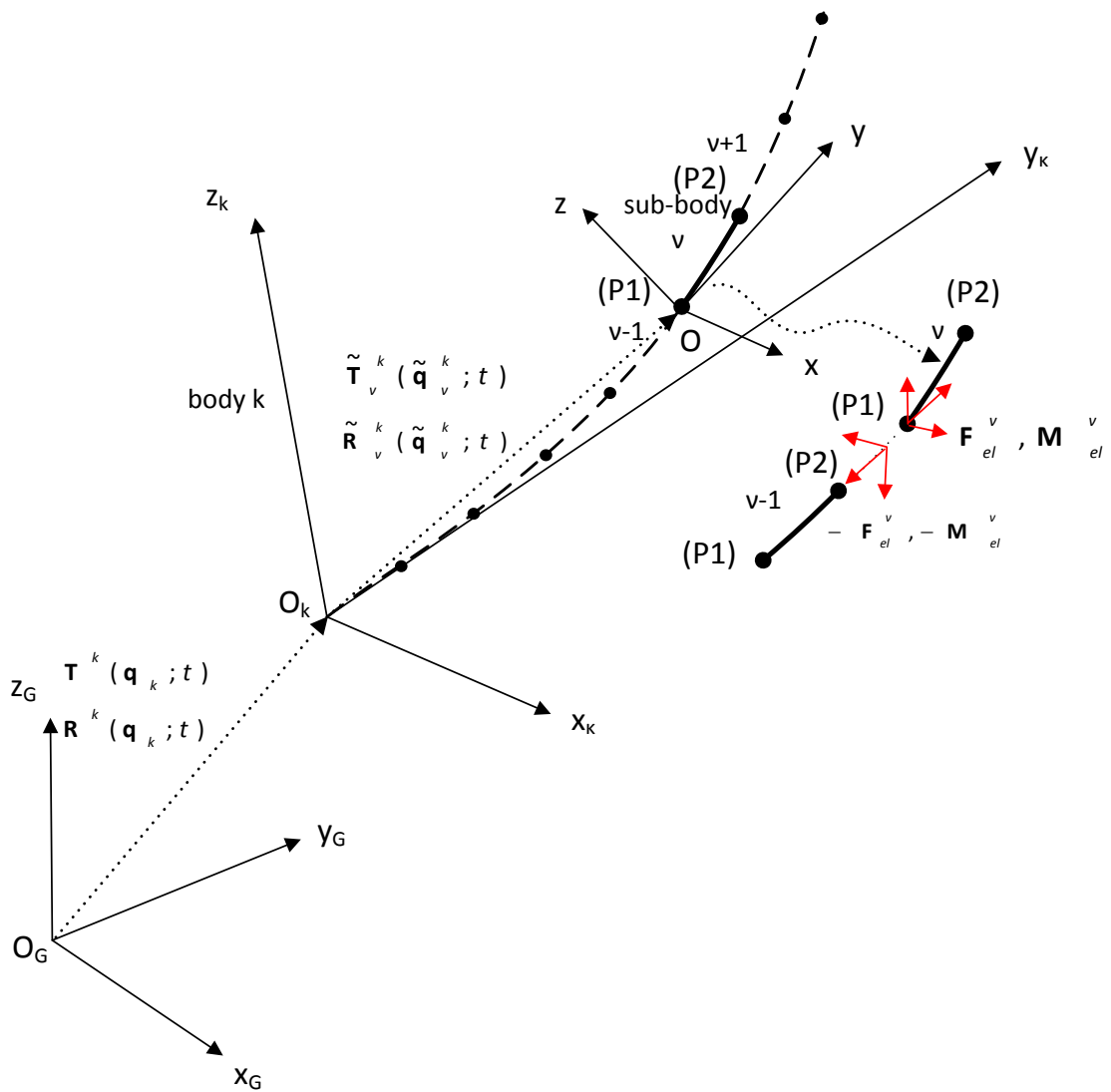
$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\mathbf{q}) &\cong \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) + \partial_j \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \delta q_j \\ \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) &\cong \partial_j \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{q}_j^0 + \partial_{jk} \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{q}_j^0 \cdot \delta q_k + \partial_j \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \delta \dot{q}_j \\ \ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}) &\cong \partial_j \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \ddot{q}_j^0 + \partial_{jk} \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{q}_k^0 \cdot \dot{q}_j^0 + \partial_{jkm} \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{q}_m^0 \cdot \dot{q}_k^0 \cdot \delta q_j + \\ &\quad \partial_{jk} \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \ddot{q}_k^0 \cdot \delta q_j + 2\partial_{jk} \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \dot{q}_k^0 \cdot \delta \dot{q}_j + \partial_j \mathbf{R}(\mathbf{q}^0) \cdot \delta \ddot{q}_j \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Στην τελευταία εξίσωση, οι επαναλαμβανόμενοι δείκτες δηλώνουν άθροιση ενώ τα $\partial_j(\cdot)$, $\partial_{jk}(\cdot)$, $\partial_{jkm}(\cdot)$ δηλώνουν τα διαφορικά 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} τάξης ως προς τις μεταβλητές q. Αντίστοιχα ορίζονται οι εκφράσεις για το \mathbf{T}^k . Έτσι, εισάγοντας τις γραμμικοποιημένες εκφράσεις για τα \mathbf{T}^k , \mathbf{R}^k στην εξ. (2.3.2) και διατηρώντας όρους μέχρι 1^{ης} τάξης αυτή γραμμικοποιείται.

Άλλο πλεονέκτημα είναι ότι αποφεύγονται οι γραμμικοί περιορισμοί. Οι εξισώσεις περιορισμού αυξάνουν την δυσκαμψία του μητρώου του συστήματος και συνεπώς επιβραδύνεται η σύγκλιση. Η ίδια multi-body διατύπωση μπορεί να επεκταθεί και σε επίπεδο μικρότερης κλίμακας, δηλαδή κάθε υπο-σώμα να χωριστεί σε άλλα επιμέρους αλληλένδετα υπο-σώματα, το καθένα ως ξεχωριστό στοιχείο δοκού ή ως μία ομάδα στοιχείων δοκού. Κάθε υπο-σώμα έχει το δικό του σύστημα συντε/νων $[\mathbf{Oxyz}]$ που ακολουθεί τις αποκλίσεις του σώματος. Κάθε υπο-σώμα έχει ένα άκρο (P1) την αρχή των αξόνων O ενώ το άλλο άκρο (P2) θεωρείται ως ελεύθερο άκρο. Το σύστημα συντε/νων $[\mathbf{Oxyz}]$ του v- υπο-σώματος του k-σώματος ορίζεται σε σχέση με το σύστημα συντε/νων $[\mathbf{O}_k\mathbf{x}_k\mathbf{y}_k\mathbf{z}_k]$ μέσω του διανύσματος θέσης $\tilde{\mathbf{R}}_v^k$ και του μητρώου περιστροφής $\tilde{\mathbf{T}}_v^k$. Μεγάλες μετατοπίσεις και περιστροφές χτίζονται σταδιακά και μη-γραμμική δυναμική εφαρμόζεται στα υπο-σώματα τα οποία θεωρούνται γραμμικά στοιχεία δοκού. Έτσι ορίζεται το διάνυσμα αποκλίσεων (μετατοπίσεων και περιστροφών στο ελεύθερο άκρο) $\tilde{\mathbf{q}}_v^k$ του v- υπο-σώματος του k-σώματος και ισχύουν: $\tilde{\mathbf{R}}_v^k = \tilde{\mathbf{R}}_v^k(\tilde{\mathbf{q}}_v^k; t)$ and $\tilde{\mathbf{T}}_v^k = \tilde{\mathbf{T}}_v^k(\tilde{\mathbf{q}}_v^k; t)$. Εάν ένα σώμα διαιρεθεί σε ένα επαρκώς μεγάλο αριθμό υπο-σωμάτων, τότε οι αποκλίσεις θεωρούνται μικρές και μπορούν να περιγραφούν από γραμμικές εξισώσεις δοκού. Το διάνυσμα θέσης ενός τυχαίου σημείου του v-υπο-σώματος του k-σώματος εκφράζεται σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα $[\mathbf{O}_k\mathbf{x}_k\mathbf{y}_k\mathbf{z}_k]$ ως εξής:

$$\mathbf{r}_{G,v}^k = \mathbf{R}^k(\mathbf{q}_k; t) + \mathbf{T}^k(\mathbf{q}_k; t) \cdot \{ \tilde{\mathbf{R}}_v^k(\tilde{\mathbf{q}}_v^k; t) + \tilde{\mathbf{T}}_v^k(\tilde{\mathbf{q}}_v^k; t) \cdot \mathbf{r}_v^k \} \quad (2.3.6)$$

Η δυναμική σύζευξη μεταξύ των υπο-σωμάτων επιτυγχάνεται μέσω μεταφοράς των φορτίων (3 δυνάμεις και 3 ροπές) του πρώτου κόμβου του κάθε υπο-σώματος στον ελεύθερο κόμβο του προηγούμενου υπο-σώματος ως εξωτερικά φορτία (Σχ. 2.9).

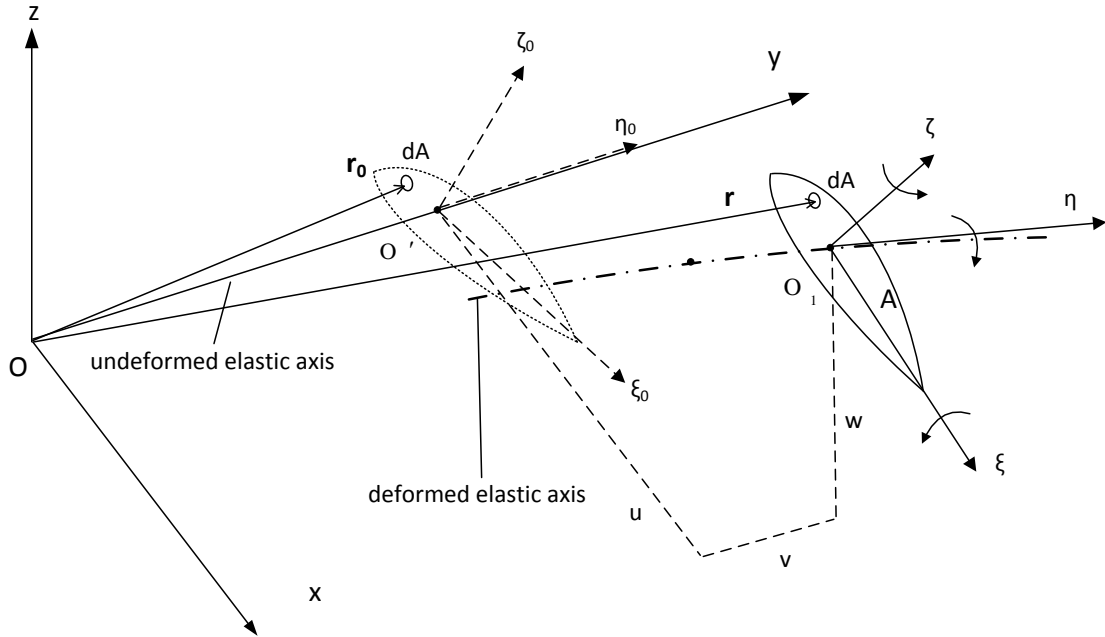


Σχ. 2.7 Σχηματική απεικόνιση του τοπικού και καθολικού συστήματος συντε/νων για ένα τυχαίο v -υπο-σώμα ενός k -σώματος.

2.3.2 Θεωρία δοκού του Timoshenko

Οι εξισώσεις της θεωρίας δοκού βασίζονται στην ισορροπία δυνάμεων του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα αλλά μπορούν να προκύψουν κι από το την Αρχή του Hamilton. Η διαδικασία μπορεί να περιγραφεί από τα εξής βήματα:

- Ορισμός των καταπονήσεων και παραμορφώσεων
- Εισαγωγή σχέσεων τάσης-παραμόρφωσης και υπολογισμός των εσωτερικών φορτίων
- Σχηματισμός των διαφορικών εξισώσεων λόγω ισορροπίας δυνάμεων



Σχ. 2.8 Σύστημα συντεταγμένων μίας ακτίνας

Έστω $[Oxyz]$ το σύστημα συντε/νων, σύμφωνα με το οποίο ο άξονας της δοκού σε απαραμόρφωτη κατάσταση είναι ο y ενώ οι x και z αντιστοιχούν στους δύο άλλους άξονες (Σχ. 2.10). Έστω ότι η δοκός υφίσταται μία συνδιασμένη κάμψη στις διευθύνσεις x και z , μαζί με διάτμηση, στρέψη και εφελκυσμό στην y διεύθυνση. Σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία 1^{ης} τάξης, η θέση \mathbf{r} οποιουδήποτε σημείου $\mathbf{P}(x, y, z)$ στην παραμορφωμένη κατάσταση θα είναι:

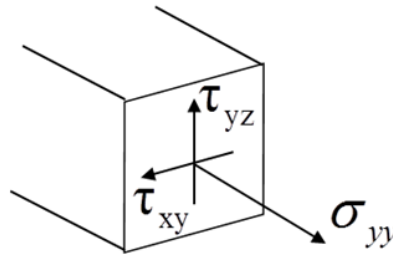
$$\mathbf{r}(\mathbf{r}_0; t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{U}(\mathbf{r}_0; t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{S}(x_0, z_0) \cdot \mathbf{u}(y_0; t) = \mathbf{r}_0 + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -z_0 & 0 & x_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -x_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \vartheta_x \\ \vartheta_y \\ \vartheta_z \end{pmatrix} \quad (2.3.7)$$

όπου $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ συμβολίζει τη θέση του \mathbf{r} στην απαραμόρφωτη κατάσταση και $\mathbf{u}(y_0; t) = (u, v, w, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z)^T$ συμβολίζει τις μετατοπίσεις και περιστροφές στους άξονες x, y, z . Το $\mathbf{U} = (U, V, W)^T$ αποτελεί το πεδίο μετατοπίσεων, σύμφωνα με το οποίο καθορίζονται οι παραμορφώσεις. Το μητρώο \mathbf{S} εξαρτάται μόνο από τα x_0, z_0 ενώ το \mathbf{u} μόνο από το y_0 και το χρόνο. Ολοκληρώνοντας πάνω σε μία εγκάρσια τομή της δοκού, η εξάρτηση των παραμορφώσεων από τα x_0, z_0 θα καθορίσει τελικά τις ιδιότητες της δοκού και έτσι η παραγωγή θα περιέχει μόνο παράγωγους στην y διεύθυνση που συμβολίζονται με ένα τόνο (').

Εφαρμόζοντας το **νόμο παραμορφώσεων του Green** και το **νόμο του Hook** για τη σχέση τάσεων-παραμορφώσεων για ένα ισότροπο υλικό, προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για τις τάσεις:

$$\begin{aligned}\sigma_{yy} &= E \cdot \varepsilon_{yy} = E \cdot \frac{\partial V}{\partial y_0} = E \cdot v' - E \cdot z_0 \cdot \vartheta_x' + E \cdot x_0 \cdot \vartheta_z' \\ \tau_{xy} &= G_x \cdot \gamma_{xy} = G_x \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial y_0} + \frac{\partial V}{\partial x_0} \right) = G_x \cdot u' + G_x \cdot z_0 \cdot \vartheta_y' + G_x \cdot \vartheta_z \\ \tau_{yz} &= G_z \cdot \gamma_{yz} = G_z \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial z y_0} + \frac{\partial W}{\partial y_0} \right) = G_z \cdot w' - G_z \cdot x_0 \cdot \vartheta_y' - G_z \cdot \vartheta_x\end{aligned}\quad (2.3.8)$$

όπου τα ε_{yy} , γ_{xy} , γ_{yz} συμβολίζουν τις παραμορφώσεις και σ_{yy} , τ_{xy} και τ_{yz} τις αντίστοιχες τάσεις (Σχ. 2.11). Με E συμβολίζεται η σταθερά του Young και με G_x , G_z οι συντελεστές διάτμησης στις x και z διευθύνσεις αντίστοιχα.



Σχ. 2.9 Ορθή και διατμητικές τάσεις

Ολοκληρώνοντας τις τάσεις πάνω σε μία εγκάρσια τομή της δοκού, υπολογίζουμε τις εσωτερικές δυνάμεις και ροπές που απαιτούνται στις εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών, ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}F_x &= \int_A \tau_{xy} dA = \int_A (G_x u' + G_x z_0 \vartheta_y' + G_x \vartheta_z) dA \\ F_y &= \int_A \sigma_{yy} dA = \int_A (E v' - E z_0 \vartheta_x' + E x_0 \vartheta_z') dA \\ F_z &= \int_A \tau_{yz} dA = \int_A (G_z w' - G_z x_0 \vartheta_y' - G_z \vartheta_x) dA \\ M_x &= - \int_A \sigma_{yy} z_0 dA = \int_A (E z_0 v' - E z_0^2 \vartheta_x' + E x_0 z_0 \vartheta_z') dA \\ M_y &= \int_A (\tau_{xy} z_0 - \tau_{yz} x_0) dA = \\ &= \int_A \left[(G_x z_0^2 + G_z x_0^2) \vartheta_y' + G_x z_0 u' + G_x z_0 \vartheta_z - G_z x_0 w' + G_z x_0 \vartheta_x \right] dA \\ M_z &= \int_A \sigma_{yy} x_0 dA = \int_A (E x_0 v' - E z_0 x_0 \vartheta_x' + E x_0^2 \vartheta_z') dA\end{aligned}\quad (2.3.9)$$

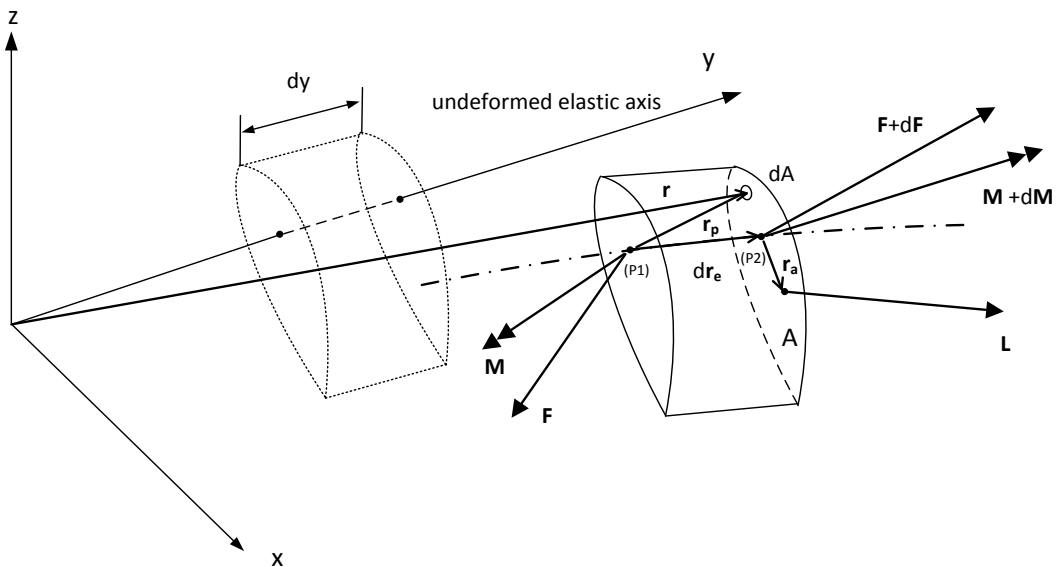
Οι ιδιότητες ακαμψίας μιας τομής της δοκού ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
EA &= \int_A E dA, & EAx &= \int_A E z_0 dA, & EAz &= \int_A E x_0 dA \\
EI_{xx} &= \int_A E z_0^2 dA, & EI_{xz} &= \int_A E x_0 z_0 dA, & EI_{zz} &= \int_A E x_0^2 dA \\
GJ &= \int_A (G_x z_0^2 + G_z x_0^2) dA \\
GxA &= \int_A G_x dA, & GzA &= \int_A G_z dA, \\
GxAx &= \int_A G_x z_0 dA, & GzAz &= \int_A G_z x_0 dA,
\end{aligned}
\tag{2.3.10}$$

Έστω ένα διαφορετικό τμήμα μιας δοκού διατομής A , πάχους dy και με άκρα τα $(P1)$, $(P2)$. Η ισορροπία δυνάμεων και ροπών σε σχέση με το σημείο $(P1)$ στο σύστημα συντε/νων $[Oxyz]$ θα πάρει την ακόλουθη διαφορετική μορφή (Σχ. 2.12):

$$\mathbf{f}^i dy = d\mathbf{F} + \mathbf{f}^e dy: \quad \mathbf{f}^i = \int_A \rho \mathbf{\ddot{r}} dA, \quad \mathbf{f}^e = \int_A \rho \mathbf{g} dA + \mathbf{L}
\tag{2.3.11}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}^i dy = d\mathbf{M} + d\mathbf{r}_e \times (\mathbf{F} + d\mathbf{F}) + \mathbf{m}^e dy: \quad \mathbf{m}^i &= \int_A \rho (\mathbf{r}_p \times \mathbf{\ddot{r}}) dA, \\
\mathbf{m}^e &= \int_A \rho (\mathbf{r}_p \times \mathbf{g}) dA + \mathbf{r}_a \times \mathbf{L}
\end{aligned}$$



Σχ. 2.10 Ισορροπία δυνάμεων για διαφορετικό στοιχείο μιας ακτίνας.

Στις εξ. (2.3.11), το $\mathbf{L}=(L_x, L_y, L_z)^T$ αναφέρεται στο διάνυσμα εξωτερικών δυνάμεων ανά μονάδα μήκους που δρουν πάνω στο διαφορετικό στοιχείο (δηλαδή στα αεροδυναμικά φορτία), $\mathbf{F}=(F_x, F_y, F_z)^T$ και $\mathbf{M}=(M_x, M_y, M_z)^T$ είναι οι καθαρές ελαστικές εσωτερικές δυνάμεις και ροπές, $\mathbf{g}=(g_x, g_y, g_z)^T$ η επιτάχυνση της βαρύτητας, $\mathbf{F}+d\mathbf{F}$ το διάνυσμα της δύναμης στο άκρο $(P2)$ και \mathbf{r}_e το διάνυσμα θέσης στον παραμορφωμένο ελαστικό άξονα ως εξής:

$$\mathbf{r}_e = \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (2.3.12)$$

Τα διανύσματα θέσης στα δύο άκρα συμβολίζονται ως $\mathbf{r}_e^{(2)}$, $\mathbf{r}_e^{(1)}$ αντίστοιχα, οπότε η τελική παραμόρφωση ορίζεται ως $d\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_e^{(2)} - \mathbf{r}_e^{(1)}$.

Το διάνυσμα $\mathbf{r}_\alpha = (x_\alpha, 0, z_\alpha)^T$ υποδηλώνει τη θέση στο τοπικό σύστημα του κέντρου εφαρμογής των εξωτερικών δυνάμεων σε σχέση με τον ελαστικό άξονα της δοκού και $\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_e^{(1)}$.

Εισάγωντας τις εξ. (2.3.9) και (2.3.10) στις εξ. (2.3.11), το τελικό σετ εξισώσεων σε συμπυκνόμενη μητρική μορφή με βάση το νόμο του Νεύτωνα θα είναι:

$$\int_A \rho dA \mathbf{H} \mathbf{S} \ddot{\mathbf{r}} = [\mathbf{K}_1 \mathbf{u}'] + [\mathbf{K}_2 \mathbf{u}] + [\mathbf{K}_3 \mathbf{u}'] + [\mathbf{K}_4 \mathbf{u}] + \int_A \rho dA \mathbf{H} \mathbf{T}^T \mathbf{g} + \mathbf{H}_a \mathbf{L} \quad (2.3.13)$$

όπου τα μητρώα καθορίζονται ως ακολούθως:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} G_x A & 0 & 0 & 0 & G_x A_x & 0 \\ 0 & EA & 0 & -EA_x & 0 & EA_z \\ 0 & 0 & G_z A & 0 & -G_z A_z & 0 \\ 0 & -EA_x & 0 & EI_{xx} & 0 & -EI_{xz} \\ G_x A_x & 0 & -G_z A_z & 0 & GJ & 0 \\ 0 & EA_z & 0 & -EI_{xz} & 0 & EI_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_x A \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_z A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_z A_z & GJ & G_x A_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_z A - F_y & 0 & -G_z A_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_y - G_x A & 0 & 0 & 0 & 0 & -G_x A & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_z A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -G_x A \end{bmatrix}$$

(2.3.14)

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_o & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -z_o & 0 & x_o \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -x_o & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$H_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -x_a & 0 \end{bmatrix}^T$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, παρόλο που πρόκειται για μία γραμμική 1^{ης} τάξης δοκό, εμφανίζονται και μη γραμμικοί περιστροφικοί όροι δυσκαμψίας $F_y \cdot w'$ και $F_y \cdot u'$ οι οποίοι δεν μπορούν να αμεληθούν λόγω των σημαντικών τους φορτίων.

Παρόμοια, η ολοκλήρωση των εξ. (2.3.10) πάνω στη διατομή A της δοκού θα δώσει τις ακόλουθες ιδιότητες μάζας-αδράνειας:

$$\begin{aligned} m &= \int_A \rho dA, & mx &= \int_A \rho z_0 dA, & mz &= \int_A \rho x_0 dA \\ mI_{xx} &= \int_A \rho z_0^2 dA, & mI_{xz} &= \int_A \rho x_0 z_0 dA, & mI_{zz} &= \int_A \rho x_0^2 dA \quad (2.3.15) \\ I_p &= \int_A \rho (z_0^2 + x_0^2) dA \end{aligned}$$

Η επέκταση της παραπάνω διατύπωσης στην περίπτωση μίας κινούμενης δοκού είναι άμεση και γίνεται αν εισάγουμε την εξ. (2.3.2) στο αριστερό μέλος της εξ. (2.3.13) που εκφράζει την ισορροπία δυνάμεων και ροπών. Αυτό θα προκαλέσει την παρουσία κάποιων μη-γραμμικών αδρανειακών όρων, οι οποίοι θα δημιουργήσουν επιπλέον βαθμούς ελευθερίας τόσο στο διάνυσμα \mathbf{u} όσο και στο διάνυσμα \mathbf{q} . Όπως έχει ήδη αναφερθεί το \mathbf{q} παρέχει τα στοιχεία για την κινηματική σύζευξη σωμάτων και υπο-σωμάτων σε ενιαίο δυναμικό σύνολο.

2.3.3 Διακριτή διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων

Το σύστημα των δυναμικών εξισώσεων [εξ. (2.3.13)], μετά από εισαγωγή της επιτάχυνσης της εξ. (2.3.2), ανασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \int_A \rho dA \mathbf{I} \mathbf{S} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{r}}_G) dy + \\ & \int_0^L (\delta \mathbf{u}')^T \mathbf{K}_1 \mathbf{u}' dy + \int_0^L (\delta \mathbf{u}')^T \mathbf{K}_2 \mathbf{u} dy - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \mathbf{K}_3 \mathbf{u}' dy - \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \mathbf{K}_4 \mathbf{u} dy = \quad (2.3.16) \\ & \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \int_A \rho dA \mathbf{I} \mathbf{T}^T \mathbf{g} dy + \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \mathbf{I}_a \mathbf{L} dy + \left[(\delta \mathbf{u}')^T [\mathbf{K}_1 \mathbf{u}' + \mathbf{K}_2 \mathbf{u}] \right]_0^L \end{aligned}$$

όπου $\delta \mathbf{u}$ δείχνει την εικονική μετατόπιση κι ο τελευταίος όρος στο δεξί μέρος δείχνει τους συνοριακούς όρους που εμφανίζονται έπειτα από ολοκλήρωση.

Η παραπάνω εξίσωση διακριτοποιείται βάσει προσεγγίσεων πεπερασμένων στοιχείων [2]. Αυτό πραγματοποιείται με το να εκφράσουμε το πεδίο μετατοπίσεων και την εικονική κινηματική μετατόπισή του $\delta \mathbf{u}$ βάσει των ίδιων διακριτών συναρτήσεων. Σε επίπεδο «στοιχείου» (ένδειξη με το σύμβολο "e"), θα ισχύει:

$$\mathbf{u}_e(y, t) = \mathbf{N}(y) \hat{\mathbf{u}}_e(t); \quad \delta \mathbf{u}_e(y, t) = \mathbf{N}(y) \delta \hat{\mathbf{u}}_e(t) \quad (2.3.17)$$

όπου $\mathbf{N}(y)$ το μητρώο των συναρτήσεων σχήματος και $\hat{\mathbf{u}}_e$ το διάνυσμα των διακριτών βαθμών ελευθερίας. Επιλέγοντας ένα πεπερασμένο στοιχείο με 15 βαθμούς ελευθερίας με 3 εσωτερικούς κόμβους (Σχ. 2.13), τα $\hat{\mathbf{u}}_e$ και $\mathbf{N}(y)$ ορίζονται ως εξής:

$$\hat{\mathbf{u}}_e = (u^1, v^1, w^1, \vartheta_x^1, \vartheta_y^1, \vartheta_z^1, v^3, \vartheta_y^5, v^4, u^2, v^2, w^2, \vartheta_x^2, \vartheta_y^2, \vartheta_z^2)^T \quad (2.3.18)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{b0,x}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b1,x}^1 & 0 & 0 & 0 & N_{b0,x}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b1,x}^2 \\ 0 & N_v^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_v^3 & 0 & N_v^4 & 0 & N_v^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{b0,z}^1 & N_{b1,z}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b0,z}^2 & N_{b1,z}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{b0,\vartheta x}^1 & N_{b1,\vartheta x}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b0,\vartheta x}^2 & N_{b1,\vartheta x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_t^1 & 0 & 0 & N_t^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_t^2 & 0 \\ N_{b0,\vartheta z}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b1,\vartheta z}^1 & 0 & 0 & 0 & N_{b0,\vartheta z}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{b1,\vartheta z}^2 \end{bmatrix} \quad (2.3.19)$$

Στην εξ. (2.3.19) χρησιμοποιούνται συναρτήσεις σχήματος:

- 3ης τάξης ακρίβεια για την παραμόρφωση v (εφελκυσμός):

$$\begin{aligned} N_v^1(\xi) &= 0.125(1-\xi)[-10+9((2\xi-1)^2+1)] \\ N_v^3(\xi) &= 4.5(1-\xi)\xi(2-3\xi) \\ N_v^4(\xi) &= 4.5(1-\xi)\xi(-1+3\xi) \\ N_v^2(\xi) &= 0.125\xi[-10+9((2\xi-1)^2+1)] \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

- 3ης τάξης ακρίβεια για την παραμόρφωση ϑ_y (στρέψη):

$$\begin{aligned} N_t^1(\xi) &= -(1-\xi)(2\xi-1) \\ N_t^5(\xi) &= 4(1-\xi)\xi \\ N_t^2(\xi) &= \xi(2\xi-1) \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

- Τροποποιημένες Ερμιτιανές για τις παραμορφώσεις u και w :

$$\begin{aligned} N_{b0,x}^1(\xi) &= 1 - \xi\Phi_{x1} - 3\xi^2\Phi_{x2} + 2\xi^3\Phi_{x2} \\ N_{b0,x}^2 &= 1 - N_{b0,x}^1(\xi) \\ N_{b1,x}^1(\xi) &= L(-\xi + 0.5\xi\Phi_{x1} + 0.5\xi^2\Phi_{x1} + 2\xi^2\Phi_{x2} - \xi^3\Phi_{x2}) \\ N_{b1,x}^2(\xi) &= L(+0.5\xi\Phi_{x1} - 0.5\xi^2\Phi_{x1} + \xi^2\Phi_{x2} - \xi^3\Phi_{x2}) \end{aligned}$$

$$N_{b0,\vartheta z}^1(\xi) = 6\xi L^{-1}\Phi_{x1}(1-\xi) \quad (2.3.22)$$

$$N_{b0,\vartheta z}^2(\xi) = -N_{b0,\vartheta z}^1(\xi)$$

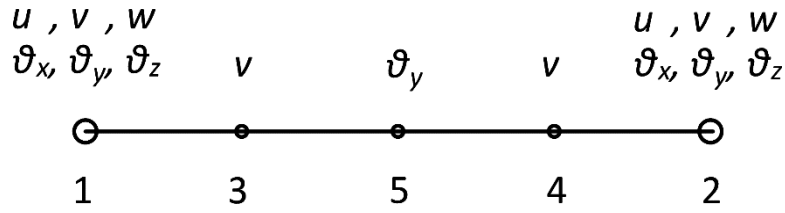
$$N_{b1,\vartheta z}^1(\xi) = 1 + \xi[-\Phi_{x1} + \Phi_{x1}(-4+3\xi)]$$

$$N_{b1,\vartheta z}^2(\xi) = +\xi[-\Phi_{x1} + \Phi_{x1}(-2+3\xi)]$$

$$\varphi_x = \frac{12 \overline{Elzz}}{GxA L^2}, \quad \Phi_{x1} = \frac{\varphi_x}{1+\varphi_x}, \quad \Phi_{x2} = \frac{1}{1+\varphi_x}$$

Οι εξ. (2.3.22) αντιστοιχούν σε κάμψη στην x διεύθυνση. Παρόμοιες εκφράσεις για την z διεύθυνση προκύπτουν με αλλαγή των δεικτών από x σε z . Οι μπάρες στις εκφράσεις \overline{Elzz} , GxA δηλώνουν μέση τιμή στο στοιχείο, ενώ οι τροποποιημένες συναρτήσεις βαρύτητας Φ προλαμβάνουν «κλείδωμα» της διάτμησης.

Οι παραπάνω συναρτήσεις σχήματος ορίζονται βάσει του αδιάστατου μήκους του στοιχείου $\xi \in [0,1]$ και περιλαμβάνουν μέσω των συναρτήσεων βαρύτητας Φ το μήκος του στοιχείου L .



Σχ. 2.11 Ορισμός ενός πεπερασμένου στοιχείου με τρεις εσωτερικούς κόμβους

Αφού εισάγουμε τις εξ. (2.3.2) και εξ. (2.3.17) στην εξ. (2.3.16), απαλοίφοντας τις εικονικές μετατοπίσεις $\delta \hat{\mathbf{u}}_e$ και εφαρμόζοντας γραμμικοποίηση, προκύπτει το σύστημα μη-γραμμικών εξισώσεων σε επίπεδο στοιχείου,

$$\mathbf{M} \delta \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \delta \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \delta \mathbf{u} + \mathbf{M}_q \delta \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q \delta \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q \delta \mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (2.3.23)$$

όπου ο δείκτης e έχει παραληφθεί από τα $\delta \mathbf{u}$, $\delta \dot{\mathbf{u}}$, $\delta \ddot{\mathbf{u}}$ που υποδηλώνουν τη διαταραχή των ελαστικών βαθμών ελευθερίας του στοιχείου, και αντίστοιχα με την εξ. (2.3.4) γραμμικοποιούνται οι βαθμοί ελευθερίας του στοιχείου ως εξής:

$$\mathbf{u} \cong \mathbf{u}^0 + \delta \mathbf{u}, \quad \dot{\mathbf{u}} \cong \dot{\mathbf{u}}^0 + \delta \dot{\mathbf{u}}, \quad \ddot{\mathbf{u}} \cong \ddot{\mathbf{u}}^0 + \delta \ddot{\mathbf{u}} \quad (2.3.24)$$

Έπειτα από αντικατάσταση της εξ. (2.3.7) στην εξ. (2.3.2) προκύπτει η εξίσωση:

$$\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{r}}_G = \mathbf{S} \ddot{\mathbf{u}} + 2 \mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}} \mathbf{S} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}} \mathbf{S} \mathbf{u} + \mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}} \mathbf{r}_0 \quad (2.3.25)$$

η οποία είναι γραμμικοποιημένη βάσει των εξ. (2.3.4), (2.3.5) και (2.3.24). Τα μητρώα της εξ. (2.3.23) προκύπτουν ως εξής:

$$\mathbf{M} = L \int_0^1 \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{I} \mathbf{S} \mathbf{N} dy$$

$$\mathbf{C} = L \int_0^1 \int_A 2 \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{I} (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}})^0 \mathbf{S} \mathbf{N} dy$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = & L \int_0^1 \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{I} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})^0 \mathbf{S} \mathbf{N} dy + L \int_0^1 (\mathbf{N}')^T \mathbf{K}_1 \mathbf{N}' dy \\ & + L \int_0^1 (\mathbf{N}')^T \mathbf{K}_2 \mathbf{N} dy - L \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{K}_3 (\mathbf{N}')^T dy - L \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{K}_4 \mathbf{N} dy \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_q = L \int_0^1 \sum_{i=1}^{nq} \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{I} \left[\partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{S} \mathbf{N} \mathbf{u}^0 + \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{R}})_i + \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{r}_0 \right] dy$$

$$\mathbf{C}_q = L \int_0^1 \sum_{i=1}^{nq} \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{I} \left[2 \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}})_i \mathbf{S} \mathbf{N} \dot{\mathbf{u}}^0 + \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{S} \mathbf{N} \mathbf{u}^0 + \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{R}})_i + \partial_{\dot{q}_i} (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{r}_0 \right] dy$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_q &= L \int_0^1 \sum_{i=1}^{nq} \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{II} \left[2 \partial_q (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}})_i \mathbf{S} \mathbf{N} \dot{\mathbf{u}}^0 + \partial_q (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{S} \mathbf{N} \mathbf{u}^0 + \partial_q (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{R}})_i + \partial_q (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})_i \mathbf{r}_0 \right] dy \\
&\quad - L \int_0^1 \sum_{i=1}^{nq} \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{II} \partial_q (\mathbf{T}^T)_i \mathbf{g} dy \\
\mathbf{Q} &= L \int_0^1 \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{II} \mathbf{T}^T \mathbf{g} dy + L \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{II}_a \mathbf{L} dy \\
&\quad - L \int_0^1 \int_A \rho dA \mathbf{N}^T \mathbf{II} \left[\mathbf{S} \mathbf{N} \ddot{\mathbf{u}}^0 + 2 (\mathbf{T}^T \dot{\mathbf{T}})^0 \mathbf{S} \mathbf{N} \dot{\mathbf{u}}^0 + (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})^0 \mathbf{S} \mathbf{N} \mathbf{u}^0 + (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{R}})^0 + (\mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{T}})^0 \mathbf{r}_0 \right] dy \\
&\quad - L \int_0^1 (\mathbf{N}')^T \mathbf{K}_1 \mathbf{N}' \mathbf{u}^0 dy + L \int_0^1 (\mathbf{N}')^T \mathbf{K}_2 \mathbf{N} \mathbf{u}^0 dy - L \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{K}_3 (\mathbf{N}')^T \mathbf{u}^0 dy - L \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{K}_4 \mathbf{N} \mathbf{u}^0 dy
\end{aligned}
\tag{2.3.26}$$

όπου nq δηλώνει το συνολικό αριθμό των q βαθμών ελευθερίας.

Τα μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} έχουν διαστάσεις (15×15) , τα \mathbf{M}_q , \mathbf{C}_q , \mathbf{K}_q $(15 \times nq)$ και το \mathbf{Q} (15×1) . Οι σταθεροί συνοριακοί όροι, οι οποίοι εμφανίζονται με ολοκλήρωση κατά μέλη, στο τέλος απαλείφονται. Η ολοκλήρωση πάνω στο στοιχείο γίνεται χρησιμοποιώντας την τετραγωνοποίηση (quadrature) κατά Gauss με έξι σημεία, η οποία περιλαμβάνει τις συναρτήσεις σχήματος, καθώς επίσης τις ιδιότητες του υλικού {εξ. (2.3.10)} και τις σχέσεις μάζας-αδράνειας {εξ. (2.3.15)} που δύνανται να εξαρτώνται γραμμικά από το ξ .

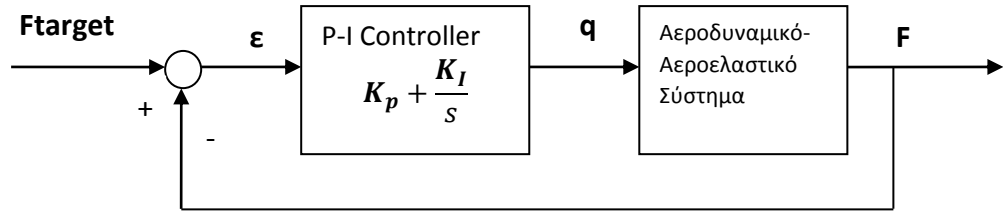
2.4 Σύστημα Ελέγχου (TRIM-CONTROLLER)

Κατ' αρχήν, ως βασική επιδίωξη για την ανάπτυξη ενός συστήματος ελέγχου τέθηκε η ρύθμιση της λειτουργίας του κυρίου στροφείου του Ε/Π αναφοράς ώστε να διατηρούνται κατά το δυνατόν σταθερά τα παραγόμενα αεροδυναμικά φορτία που επηρεάζουν την κίνηματική του Ε/Π. Η λογική λυτόν του συστήματος ελέγχου στηρίζεται στην επίδραση της μεταβολής του βήματος (Pitch Angle) των πτερυγίων του στροφείου στα συνολικά αεροδυναμικά φορτία Όση[Thrust(F_z)], Ροπή Κλίσης[Roll Moment(M_x)], Ροπή Πρόνευσης[Pitch Moment(M_z)], όπως αυτά υπολογίζονται στο κέντρο (hub) του δρομέα.

Θεωρώντας, Γωνιακή Ταχύτητα(Ω), και τις τρεις (3) παραμέτρους μεταβολής του βήματος: Collective Pitch(CON0), Cosine Pitch(CON1), Sine Pitch(CON2), η Pitch Angle (Φ) δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi(t) = CON0 + CON1 \cdot \cos(\Omega \cdot t) + CON2 \cdot \sin(\Omega \cdot t) \quad (2.4.1)$$

Υποθέτουμε αρχικά ότι κάθε παραμέτρος μεταβολής του βήματος επιδρά πρακτικά γραμμικά στο αντίστοιχο συνολικό αεροδυναμικό φορτίο. Με βάση την υπόθεση αυτή, θεωρήθηκε δόκιμη η υιοθέτηση ενός συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου, με ανατροφοδότηση δηλαδή, αναλογικού και ολοκληρωτικού τύπου ελέγχου {linear P-I (Proportional-Integral) Controller}. Μια τυπική μορφή της υπόψη διάταξης ελέγχου παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχ. 2.12 Σχηματικό διάγραμμα (Block Diagram) συστήματος ελέγχου (P-I Controller) κλειστού βρόχου

Με βάση το ανωτέρω σχήμα, θεωρούμε:

- $K_p + \frac{K_I}{s}$ τη συνάρτηση μεταφοράς
- K_p το μητρώο των proportional gain parameters (αναλογικό κέρδος)
- K_I το μητρώο των integral gain parameters (ολοκληρωτικό κέρδος)
- $q(t) = [CON0(t) \quad CON1(t) \quad CON2(t)]$ το διάνυσμα ελέγχου
- $F(t) = [F_z(t) \quad M_x(t) \quad M_y(t)]$ το διάνυσμα κατάστασης
- **Ftarget** το σταθερό διάνυσμα εισόδου, που περιλαμβάνει τις τιμές βάσης (αναφοράς) για το THRUST(F_{z_base}), Roll Moment(M_{x_base}), Pitch Moment(M_{y_base}).
- $\varepsilon(t) = F(t) - F_{target}$ το διάνυσμα του σφάλματος (Error) (2.4.2)

Οπότε έχουμε:

$$\varepsilon = F - F_{target} = \mathbf{0} \Leftrightarrow q = K_p \cdot \varepsilon + \frac{K_I}{s} \cdot \varepsilon \Leftrightarrow s \cdot q = K_p \cdot \varepsilon \cdot s + \frac{K_I}{s} \cdot \varepsilon$$

(Αντίστροφος Μετασχηματισμός Laplace)

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \int \dot{q} = \int (K_p \cdot \dot{\varepsilon} + K_I \cdot \varepsilon) \Leftrightarrow \Delta q = K_p \cdot \Delta \varepsilon + K_I \cdot \varepsilon \cdot \Delta t \quad (2.4.3)$$

Η εξ. (2.4.3) αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση, στην οποία βασίστηκε η κατασκευή του υπολογιστικού εργαλείου (υπορουτίνας) για την εφαρμογή ελέγχου στο αεροδυναμικό ή αεροελαστικό σύστημα, αντίστοιχα. Για τα μητρώα αναλογικού και ολοκληρωτικού κέρδους έχουμε:

$$\mathbf{k}_p = \begin{bmatrix} 10^{-7} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-7} \end{bmatrix} \cdot \text{TRIMC0} \quad (2.4.4)$$

$$\mathbf{k}_I = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 10^{-6} \\ 0 & 10^{-6} & 10^{-5} \end{bmatrix} \cdot [\text{TRIMC1} \quad \text{TRIMC2} \quad \text{TRIMC3}] \quad (2.4.5)$$

Σημειώνεται ότι για τα F_z , M_x , M_y λαμβάνονται οι μέσες τιμές ανά περίοδο ($T=n \cdot \Delta t$) περιστροφής του δρομέα, όπου Δt η διάρκεια κάθε χρονικού βήματος υπολογισμού και n ο αριθμός των χρονικών βημάτων που συμπληρώνουν μία περίοδο (T). Ο έλεγχος δύναται να επιβληθεί είτε μία φορά ανά περίοδο, κάθε n χρονικά βήματα δηλαδή, είτε σε κάθε χρονικό βήμα υπολογίζοντας τις μέσες τιμές των φορτίων για τα προηγούμενα n βήματα κάθε φορά.

Θεωρητικά, η χρησιμοποίηση ενός αναλογικού ελεγκτή (K_p) έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση του χρόνου επαναφοράς και την μείωση, αλλά ποτέ την εξάλειψη, του μόνιμου σφάλματος. Ο ολοκληρωτικός έλεγχος (K_I) συντελεί στην εξάλειψη του μόνιμου σφάλματος, αλλά συνήθως επιδεινώνει την μεταβατική απόκριση (αριθμός των ταλαντώσεων μέχρι την τελική ισορροπία του συστήματος). Όσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των εν λόγω παραμέτρων τόσο γρηγορότερα το σύστημα προσεγγίζει την κατάσταση βάσης. Στην περίπτωση μεγάλου ολοκληρωτικού κέρδους (K_I) είναι δυνατή η πρόκληση υπερβολικής διόρθωσης (overshoot) και η ταλάντωση του συστήματος γύρω από τις τιμές βάσης. Στην ιδάνικη περίπτωση (optimal) το σύστημα πρέπει να φθάνει ομαλά στις τιμές βάσης.

Επομένως, για την κατά το δυνατόν ιδανική επιλογή των παραγόντων TRIMC0 και TRIMC1, TRIMC2, TRIMC3 των μητρώων \mathbf{K}_p και \mathbf{K}_I (βαθμονόμηση), απαιτήθηκε εκτέλεση πληθώρας συγκριτικών δοκιμών, αλλάζοντας την τιμή ενός μόνο παράγοντα κάθε φορά. Κατά τις δοκιμές, διαταρασσόταν η ισορροπία του συστήματος, με επιλογή διαφορετικών αρχικών τιμών των παραμέτρων Pitch Angle και στη συνέχεια εξεταζόντουσαν ποιοτικά τα χαρακτηριστικά (χρόνος επαναφοράς, μεταβατική απόκριση, εξάλειψη σφάλματος) της επαναφοράς του συστήματος στην πρότυπη κατάσταση (κατάσταση τιμών βάσης). Επιπλέον, εκτελέστηκαν δοκιμές και επί του πραγματικού πεδίου μελέτης, της διέλευσης δηλ. του δρομέα μέσα από τον ομόρρου ανεμογεννήτριας, όπου οι διαταραχές από την ισορροπία οφείλονται στην επίδραση του πεδίου ταχυτήτων του ομόρρου. Αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 3 της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 3

Ανάλυση Υπολογιστικών Αποτελεσμάτων

3.1 Ανεμογεννήτρια αναφοράς

Ως ανεμογεννήτρια αναφοράς (Reference (Baseline) Wind Turbine - RWT) ορίζεται μια περιστροφική μηχανή ισχύος 5MW με ακτίνα στροφείου 63 μέτρα, η οποία δημιουργήθηκε από το Εθνικό Εργαστήριο Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής (National Renewable Energy Laboratory – NREL) [14]. Η συγκεκριμένη ανεμογεννήτρια είναι μία συμβατική, με ανάντι δρομέα (upwind) γεννήτρια, με ρότορα (στροφείο) τριών (3) πτερυγίων και έλεγχο μεταβλητής ταχύτητας περιστροφής και μεταβλητού βήματος (pitch-to-feather) πτερυγίων. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται οι βασικές ιδιότητες της υπόψη γεννήτριας

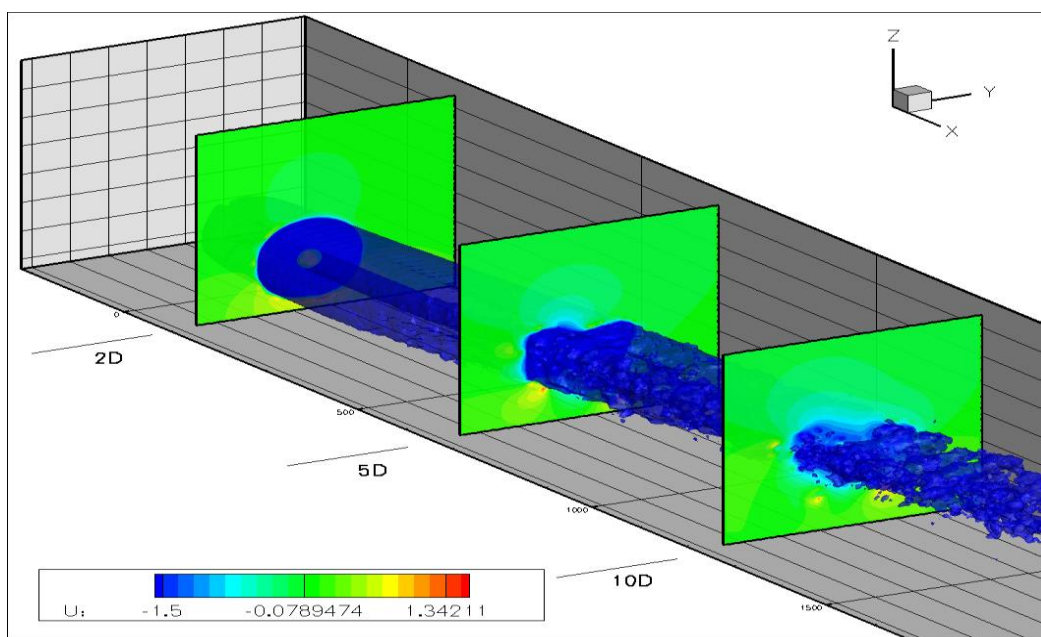
Πίνακας 3.1 Γενικές ιδιότητες της ανεμογεννήτριας αναφοράς NREL 5-MW

Ισχύς	5 MW
Προσανατολισμός Στροφείου	Προσήμεος (Upwind)
Διαμόρφωση	3 Πτερύγια
Διατάξεις Ελέγχου	Μεταβλητής Ταχύτητας, Γωνίας Βήματος (Collective Pitch)
Σύστημα Μετάδοσης	High Speed, Multiple-Stage Gearbox
Διάμετρος Στροφείου (D)	126 m
Διάμετρος Πλήμνης (Hub)	3 m
Ύψος Hub (H)	90 m
Ταχύτητες Ανέμου: Cut-In, Rated, Cut-Out	3 m/s, 11.4 m/s, 25 m/s
Συχνότητες Περιστροφής: Cut-In, Rated	6.9 rpm, 12.1 rpm
Ταχύτητα Ακροπτερυγίου (Rated)	80 m/s
Μήκος Προεξοχής (Overhang)	5 m,
Γωνία Κλίσης Άξονα (Shaft Tilt)	5°
Γωνία Κώνου Πτερυγίων (Precone)	2.5°
Μάζα Στροφείου	110,000 kg
Μάζα Ατρακτιδίου (Nacelle)	240,000 kg
Μάζα Πύργου Στήριξης	347,460 kg
Συντεταγμένες Κέντρου Μάζας (Συνολικά)	-0.2 m, 0.0 m, 64.0 m

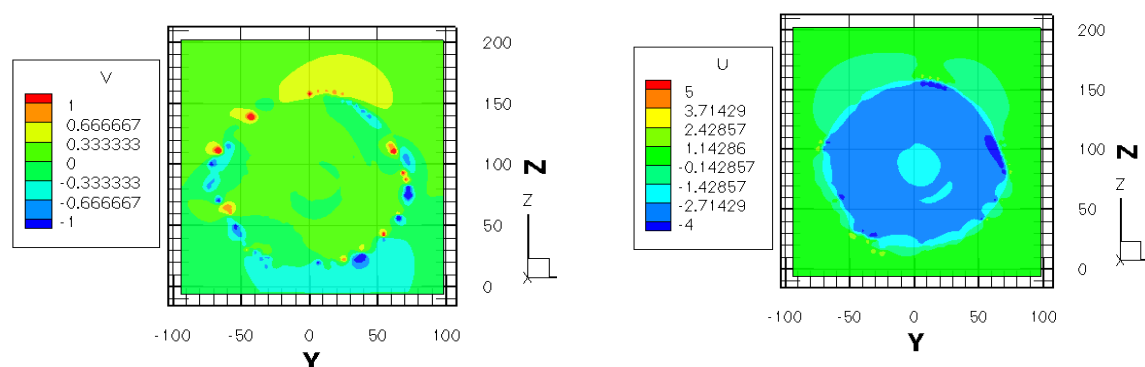
3.2 Προσομοίωση Πεδίου Ταχυτήτων Ομόρρου Α/Γ

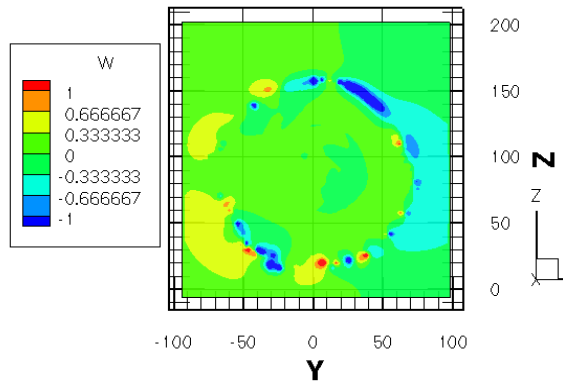
Ο ομόρρος της Α/Γ αναφοράς προσομοιώθηκε με χρήση του λογισμικού GenUVP. Ο υπολογισμός περιλάμβανε υπολογιστικά βήματα σταθερού χρονικού διαστήματος, τα οποία ορίστηκαν σε 72 ανά πλήρη περιστροφή του ρότορα. Οι ταχύτητες της ροής, η οποία θεωρείται ως μη-συνεκτική, καταγράφονται στο χώρο και στο χρόνο (ανά υπολογιστικό βήμα επίλυσης), με δυνατότητα επεξεργασίας ώστε να προκύψουν χρονοσειρές σε συγκεκριμένα σημεία, επίπεδα ή όγκους.

Μια τριδιάστατη απεικόνιση του ομόρρου εμφανίζεται στο Σχ. 3.1, ενώ στα Σχ. 3.2 έως 3.4 παρουσιάζονται χρωματικές απεικονίσεις των μέτρων των ταχυτήτων σε κάθετες τομές (επίπεδα γ - z στο σύστημα συντεταγμένων της Α/Γ). Με U συμβολίζεται η συνιστώσα της ταχύτητας κατά τον τοπικό άξονα x που ταυτίζεται με τη διεύθυνση του ανέμου. Αντίστοιχα, με V συμβολίζεται η συνιστώσα της ταχύτητας κατά τον τοπικό άξονα y και W η συνιστώσα της ταχύτητας κατά τον κατακόρυφο άξονα z .



Σχ. 3.1 Τριδιάστατη απεικόνιση ομόρρου ανεμογεννήτριας NREL 5-MW σε ταχύτητα ανέμου 8 m/s



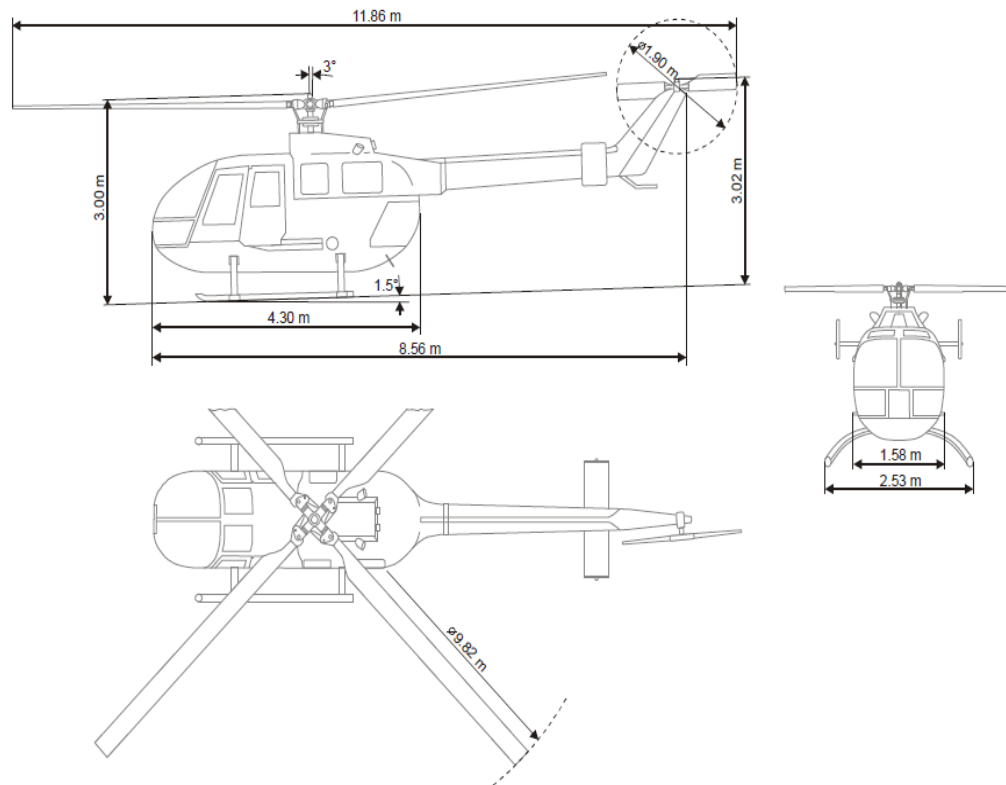


Σχ. 3.2 Χρωματική απεικόνιση μέτρου συνιστωσών ταχύτητας (U/V/W) σε κάθετη τομή του ομόρρου

Λόγω εφαρμογής της μεθόδου **Particle Mesh** κατά την επίλυση, ο ομόρρος της ανεμογεννήτριας για κάθε επιλεγμένο χρονικό βήμα υπολογισμού προκύπτει ως δομημένο (ορθογώνιο) 3-διαστατο πλέγμα, όπου σε κάθε σημείο του πλέγματος αντιστοιχούν τρεις (3) συνιστώσες ταχύτητας (μία για κάθε άξονα). Οι ταχύτητες αυτές λαμβάνονται ως εξωτερικό πεδίο ροής. Προσεγγιστικά το υπόψη πεδίο ταχυτήτων θεωρείται σταθερό, μη-μεταβαλλόμενο χρονικά (παγωμένο στο χρόνο). Για το λόγο αυτό κατασκευάζουμε το inflow-box χρησιμοποιώντας τα στοιχεία από την επίλυση του ομόρρου της ανεμογεννήτριας για ένα και μοναδικό χρονικό βήμα ή εναλλακτικά επιλέγουμε τις μέσες τιμές ταχυτήτων μιας περιόδου περιστροφής της Α/Γ. Η ταχύτητα της ροής σε κάθε υπολογιστικό σημείο του δρομέα λαμβάνεται με εφαρμογή αριθμητικού σχήματος τρι-γραμμικής παρεμβολής. Από την εφαρμογή της εν λόγω μεθόδου προκύπτει το εξωτερικό πεδίο ταχυτήτων σε κάθε σημείο ενδιαφέροντος.

3.3 Περιγραφή Ε/Π – Δρομέα Αναφοράς

Ως Ε/Π αναφοράς επιλέχθηκε το Ε/Π τύπου Bo105 [13], ένα σχετικά μικρό δικινητήριο Ε/Π πολλαπλού σκοπού κατασκευασμένο από την MBB (νυν Airbus Helicopter). Το καθαρό βάρος (άδειο) του Ε/Π είναι περίπου 1200kg, με το μέγιστο μεικτό βάρος να ανέρχεται στα 2300Kg. Το Ε/Π Bo105 φέρει ένα κύριο στροφέιο (MR) τεσσάρων (4) πτερυγίων και ένα ουραίο στροφέιο (TR) δύο (2) πτερυγίων. Μία άποψη των διαστάσεων και των βασικών χαρακτηριστικών του Bo105 παρουσιάζεται στο παρακάτω σχέδιο:



Σχ. 3.3 Σχέδιο τριών (3) όψεων Ε/Π Bo105

Το κύριο στροφέιο αποτελείται, όπως ήδη αναφέρθηκε, από τέσσερα (4) πτερύγια που συνδέονται σε μία άκαμπτη πλήμνη (hub) από τιτάνιο. Κατά τη λειτουργία του περιστρέφεται με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού (counter clockwise), όπως το κοιτάμε από πάνω. Τα κύρια γεωμετρικά, λειτουργικά και δομικά χαρακτηριστικά του στροφέιου, τα οποία χρησιμοποιούνται και στις προσομοιώσεις, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 3.2 Χαρακτηριστικά κυρίου στροφέιου (MR) Ε/Π Bo105

Περιγραφή	Σύμβολο	Τιμή	Μονάδα Μέτρησης
Ακτίνα	R	4.912	m
Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής	Ω	43.9823	rad/s
Περίοδος περιστροφής	T	0.1428	s
Μήκος χορδής πτερυγίου	c	0.27	m

Αριθμός πτερυγίων	N	4	-
Γωνία κώνου (Precone angle)	β_{PC}	2.5	deg
Ροπή αδράνειας στροφείου (γύρω από άξονα περιστροφής)	I_{MR}	950	kgm ²
Κλίση (tilt) άξονα (shaft) στροφείου (γύρω από άξονα γ)	κ	-3.0	deg
Spanwise location of pitch-link lever	r_{PL}	0.169	m
Ιδιοσυχνότητα flapping	ω_{β}	1.117	-
Absolute hinge offset	a_{β}	0.746	m
Απόσταση 1 ^{ης} αεροτομής από κέντρο περιστροφής	r_{AS}	1.1	m
Γωνία συστροφής πτερυγίου (twist) μεταξύ 1 ^{ης} αεροτομής και ακροπτερυγίου	ν_{MR}	-6.2	deg
(Δραστική) μάζα πτερυγίου	m_{BI}	24.2	kg
1 ^η ροπή αδράνειας (flapping) πτερυγίου	S_{BI}	51.1	kgm
2 ^η ροπή αδράνειας (flapping) πτερυγίου	I_{BI}	142	kgm ²
Συντεταγμένες Θέσης Κέντρου Περιστροφής	x_{RC}	0.05	m
	y_{RC}	0.0	m
	z_{RC}	0.96	m

Η αεροτομή των πτερυγίων είναι τύπου NACA 23012.

Όπως προαναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2 ανωτέρω, στην παρούσα μελέτη το πτερύγιο θεωρείται ένα απείρως λεπτό αντωτικό σώμα, χωρίς πάχος (thin blade).

3.4 Προσωμοίωση Επίδρασης Ομόρρου Α/Γ σε Δρομέα Αναφοράς

Ως δρομέα αναφοράς θεωρούμε το κύριο στροφέιο του Ε/Π Βο105 (κανονικό μέγεθος), τα χαρακτηριστικά του οποίου παρατίθενται στην προηγούμενη παράγραφο 3.3.

Στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται το κέντρο περιστροφής (Hub) της Α/Γ έχει συντεταγμένες (0, 0, 90m). Ο άξονας x αντιστοιχεί στη διεύθυνση πτήσης (flight direction), ο άξονας y στη διεύθυνση εξέλιξης του ομόρρου της Α/Γ (inflow direction) και ο άξονας z λαμβάνεται σε όλες τις περιπτώσεις ως ο κατακόρυφος άξονας.

Σε όλες τις περιπτώσεις που θα εξεταστούν, η προσομοίωση αφορά σε Ευθεία Οριζοντία Πτήση με ταχύτητα 29.5 m/s, δηλαδή η ταχύτητα πτήσης θεωρείται σταθερή και η τροχιά ευθύγραμμη με φορά προς τα θετικά του άξονα x .

Κατά την προσομοίωση το Ε/Π διέρχεται διαμέσου του προσομοιωμένου πεδίου ταχυτήτων (inflow-box), το οποίο περιέχει πλεγματικά τις συνιστώσες ταχύτητες του ομόρρου της Α/Γ. Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.2, το πεδίο ταχυτήτων θεωρείται σταθερό, μη-μεταβαλλόμενο χρονικά, άρα δεν υφίσταται αμφίδρομη αλληλεπίδραση με τον παραγόμενο εξελικτικά ομόρρου του δρομέα κατά τη διάρκεια της πτήσης.

Η εισρεόμενη ροή (inflow) αντιστοιχεί σε άνεμο με διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα πτήσης και φορά προς τα αρνητικά του άξονα y , όπως φαίνεται και στο Σχ. 3.4. Το μέτρο της ταχύτητας του ανέμου είναι σε όλες τις περιπτώσεις είναι: $V_{\infty}=8\text{m/s}$. Εξετάστηκαν όμως και εναλλακτικές περιπτώσεις τροχιών του Ε/Π, ως εξής:

1. Ανάποδη διέλευση από το inflow-box, δηλαδή η ταχύτητα του Ε/Π με φορά προς τα αρνητικά του άξονα x .

2. Πλάγια διέλευση από το inflow-box με κλίση 45° (το κουτί στραμμένο αντίθετα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού-counter clockwise), δηλαδή η φορά του ανέμου να σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x και την ευθύγραμμη τροχιά του Ε/Π.

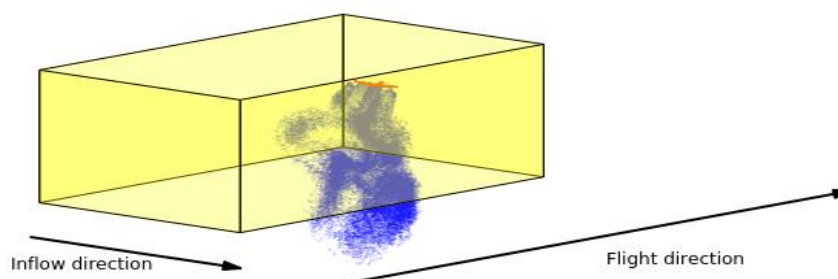
3. Πλάγια διέλευση από το inflow-box με κλίση -45° (το κουτί στραμμένο σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού-clockwise), δηλαδή η φορά του ανέμου να σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα x και την ευθύγραμμη τροχιά του Ε/Π.

Ο ομόρρους του δρομέα παραμορφώνεται κατά τη διάρκεια της διέλευσης (Τα μπλε σημεία στο Σχ. 3.4 απεικονίζουν τις θέσεις των σωματιδίων στροβιλότητας).

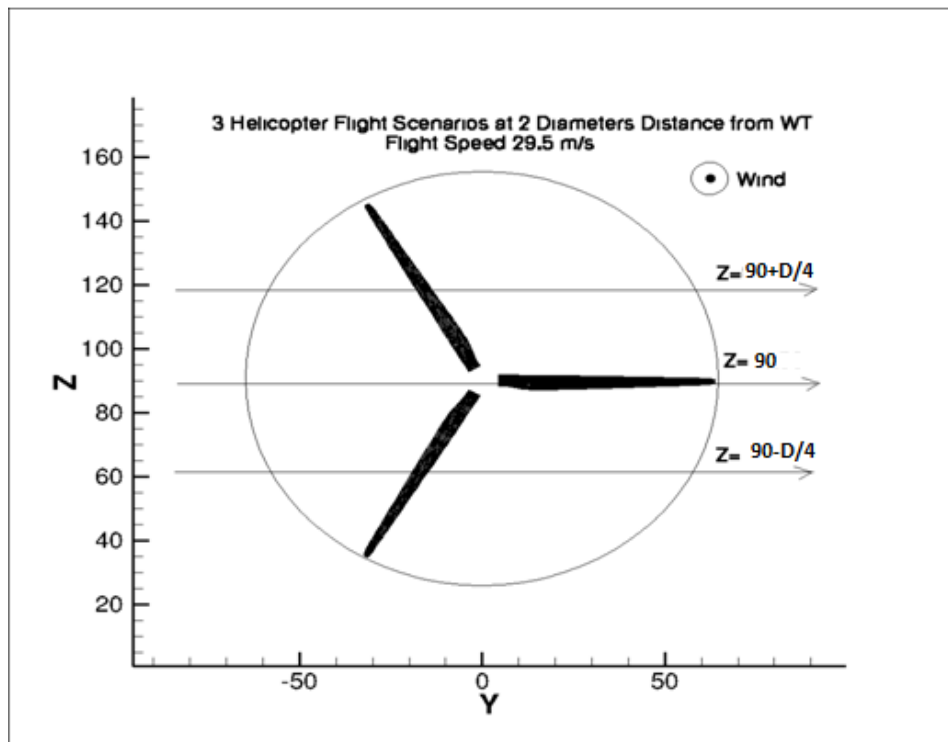
Ειδικότερα, θεωρήθηκε σκόπιμη η προσομοίωση δύο (2) περιπτώσεων αναφορικά με την απόσταση Y_d (κατά τον άξονα y) του δρομέα από την Α/Γ. Η πρώτη (1^η) περίπτωση αφορά σε σχετικά κοντινή διέλευση σε απόσταση $Y_d=2D$, όπου $D=126\text{m}$ η διάμετρος του στροφείου της Α/Γ. Η δεύτερη (2^η) αφορά σε πιο μακρινή διέλευση και απόσταση $Y_d=5D$.

Για κάθε μία εκ των δύο περιπτώσεων, επιλέχθηκαν τρία (3) αντιπροσωπευτικά σενάρια αναφορικά με το ύψος πτήσης (κατά άξονα z), όπως αποτυπώνονται και στο Σχ. 3.5:

- $Z=H\approx 90\text{m}$, όπου H το ύψος του κέντρου περιστροφής της Α/Γ από το έδαφος
- $Z=H+D/4\approx 120\text{m}$
- $Z=H-D/4\approx 60\text{m}$



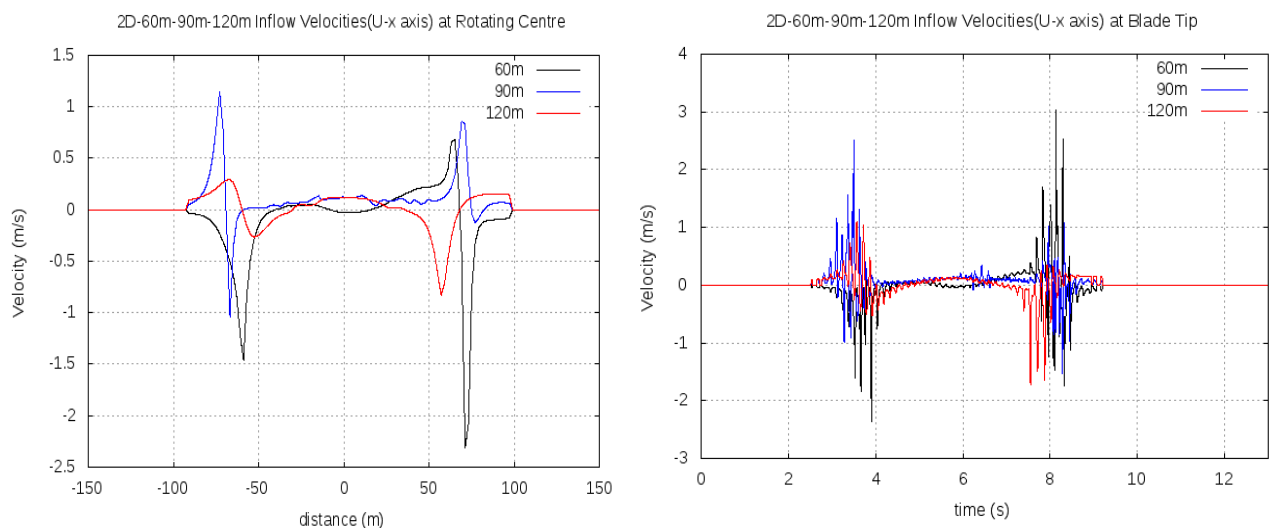
Σχ. 3.4 Σχηματική απεικόνιση πτήσης Ε/Π διαμέσου του "inflow box"



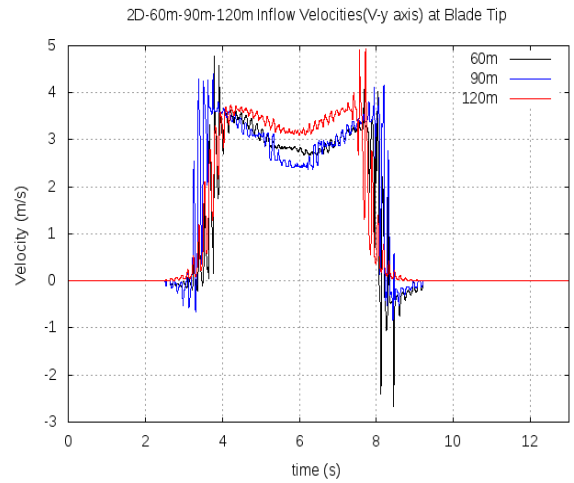
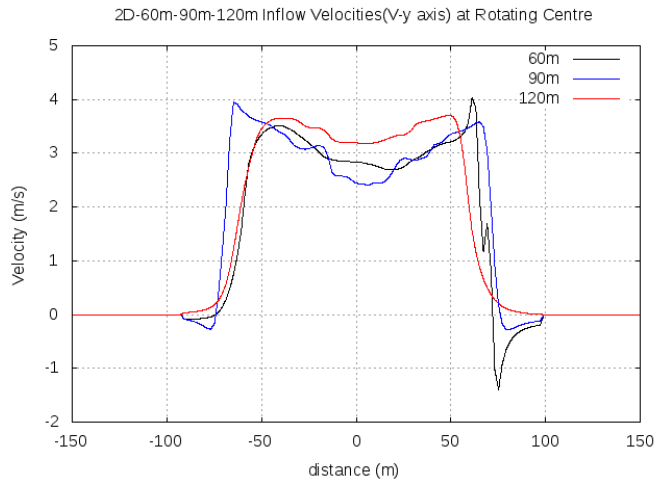
Σχ. 3.5 Τα τρία (3) σενάρια προσομοίωσης αναφορικά με το ύψος πτήσης του Ε/Π

Με βάση τις ανωτέρω παραδοχές, για το κέντρο περιστροφής (Rotating Centre) και ένα εκ των ακροπτερυγίων (Blade Tip) προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα για κάθε σενάριο προσομοίωσης, τα οποία αναπαριστούν το εξωτερικό πεδίο ταχυτήτων στα συγκεκριμένα σημεία κατά την κίνηση του δρομέα (Ευθεία Οριζοντία Πτήση) διαμέσου του inflow-box:

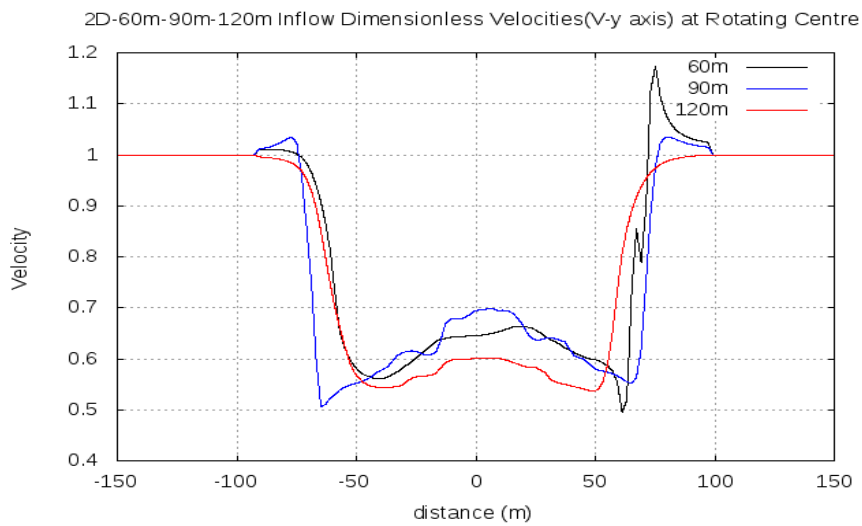
1. Σε απόσταση $Yd=2D$ από την Α/Γ



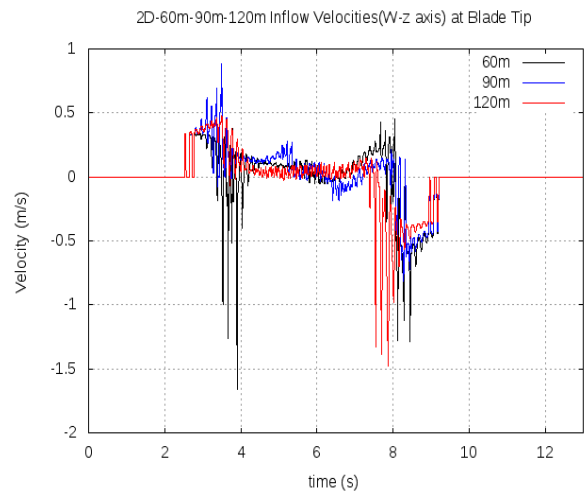
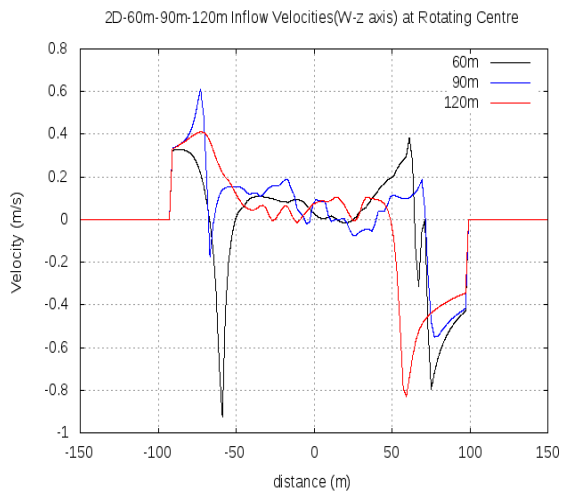
Σχ. 3.6 Διαγράμματα U συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$



Σχ. 3.7 Διαγράμματα V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$

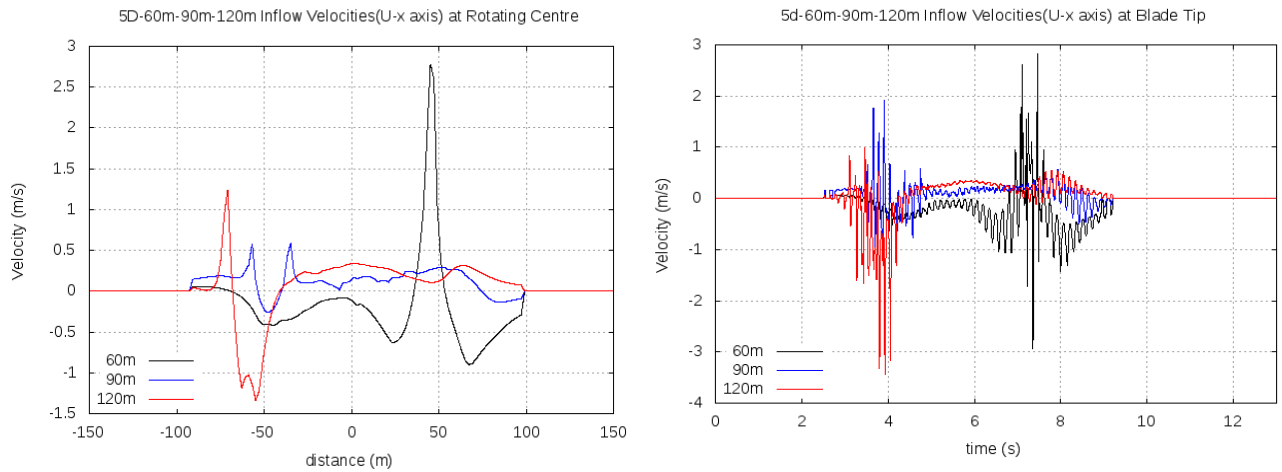


Σχ. 3.8 Διάγραμμα αδιάστατης V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $[Vr=(V\infty-V)/V\infty]$ επί του κέντρου περιστροφής $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$

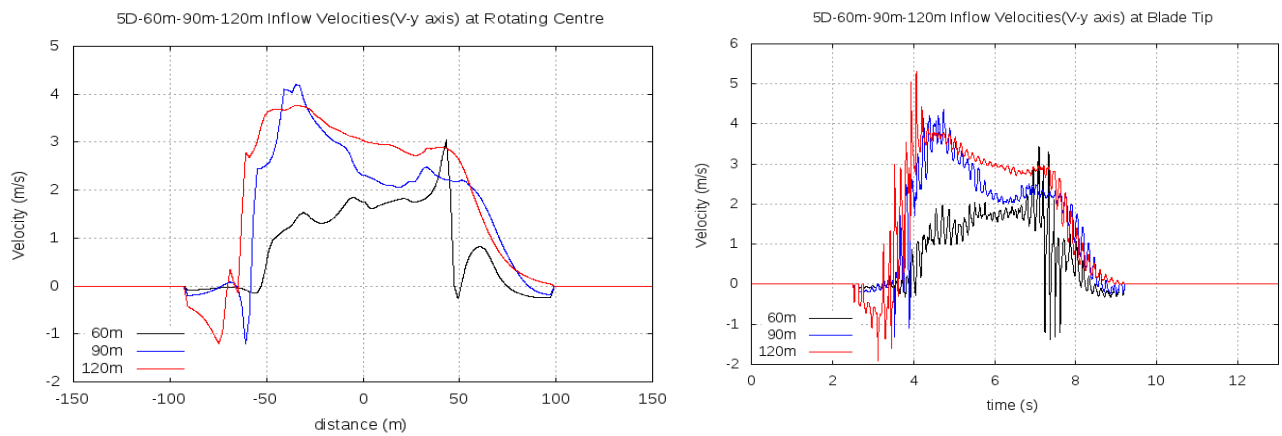


Σχ. 3.9 Διαγράμματα W συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$

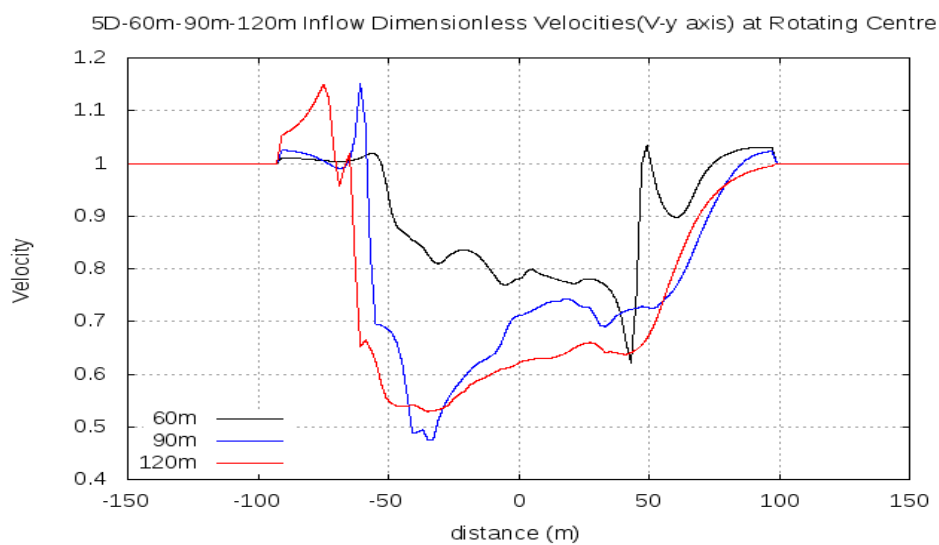
2. Σε απόσταση $Yd=5D$ από την Α/Γ



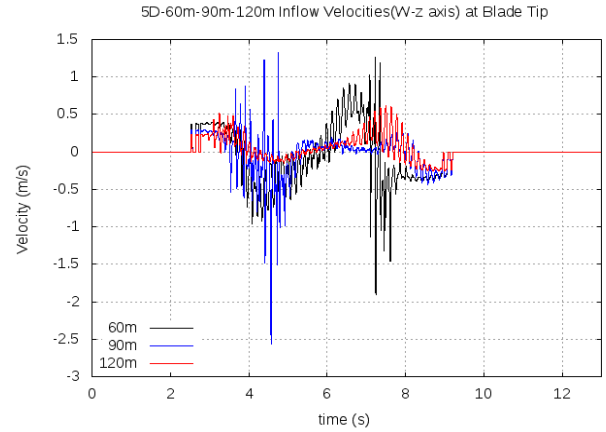
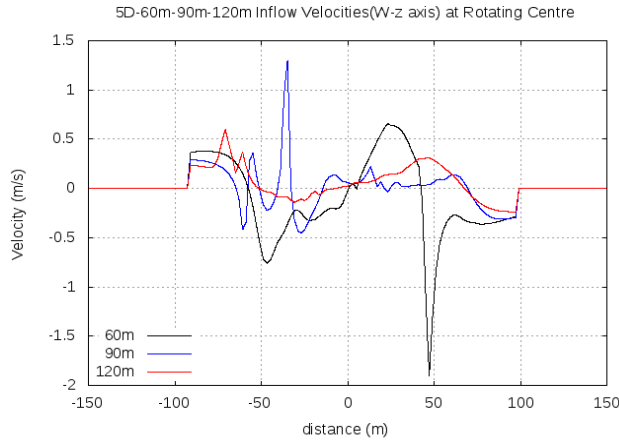
Σχ. 3.10 Διαγράμματα U συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $\{Z=60/90/120m, Yd=5D\}$



Σχ. 3.11 Διαγράμματα V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $\{Z=60/90/120m, Yd=5D\}$

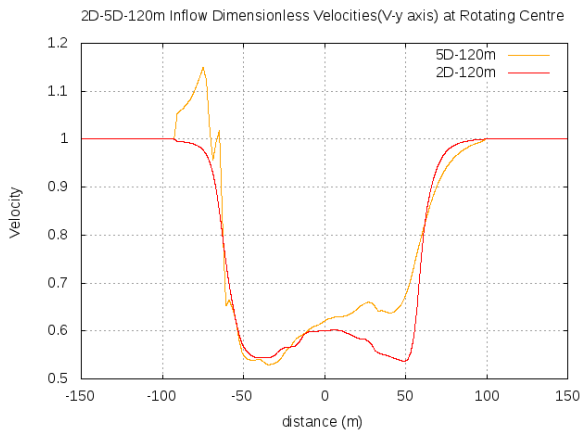
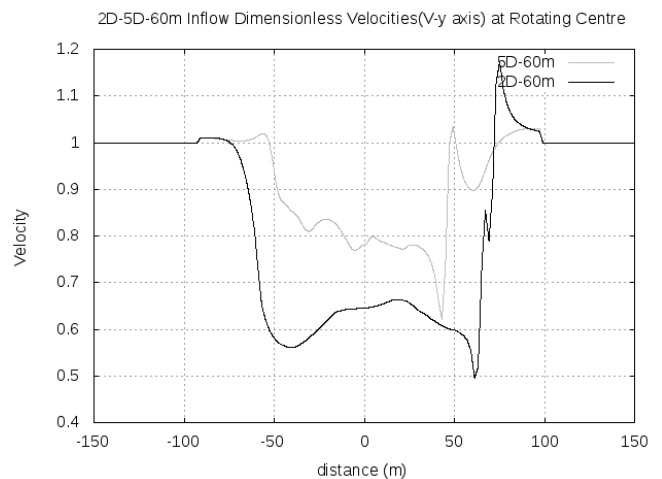
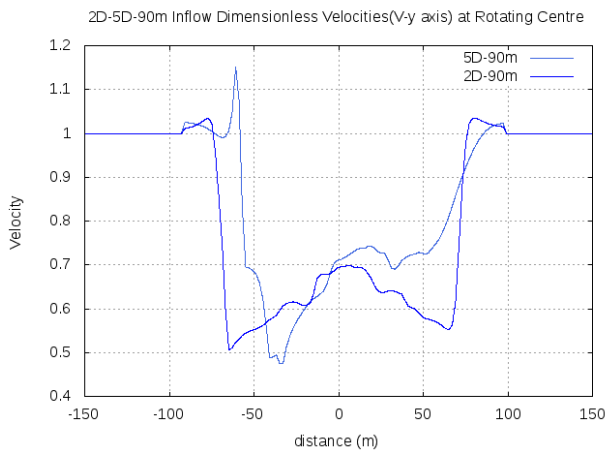


Σχ. 3.12 Διάγραμμα αδιάστατης V συνιστώσας πεδίου ταχύτητας $[Vr=(V\infty-V)/V\infty]$ επί του κέντρου περιστροφής $\{Z=60/90/120m, Yd=5D\}$



Σχ. 3.13 Διαγράμματα W συνιστώσας πεδίου ταχύτητας επί του κέντρου περιστροφής $\{Z=60/90/120m, Yd=5D\}$

Μια βασική παρατήρηση που προκύπτει από τη συγκριτική εξέταση των ανωτέρω διαγραμμάτων είναι ότι στην πιο μακρινή απόσταση $Yd=5D$, αλλοιώνονται τα χαρακτηριστικά του ομόρρου σε σχέση με την πιο κοντινή $Yd=2D$, δημιουργώντας αρκετά διαφορετική εικόνα πεδίου ταχυτήτων. Ακολουθούν συγκριτικά διαγράμματα για τις V συνιστώσες (αδιάστατες) που παρουσιάζουν τις εντονότερες μεταβολές σε σχέση με το σταθερά χαρακτηριστικό προφίλ βύθισης.



Σχ. 3.14 Συγκριτικά διαγράμματα ανά σενάριο ύψους αδιάστατων V συνιστωσών πεδίου ταχύτητας $[Vr=(V\infty-V)/V\infty] \{Yd=2D \text{ vs. } Yd=5D, Z=60/90/120m\}$

3.5 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αεροδυναμικού Μοντέλου

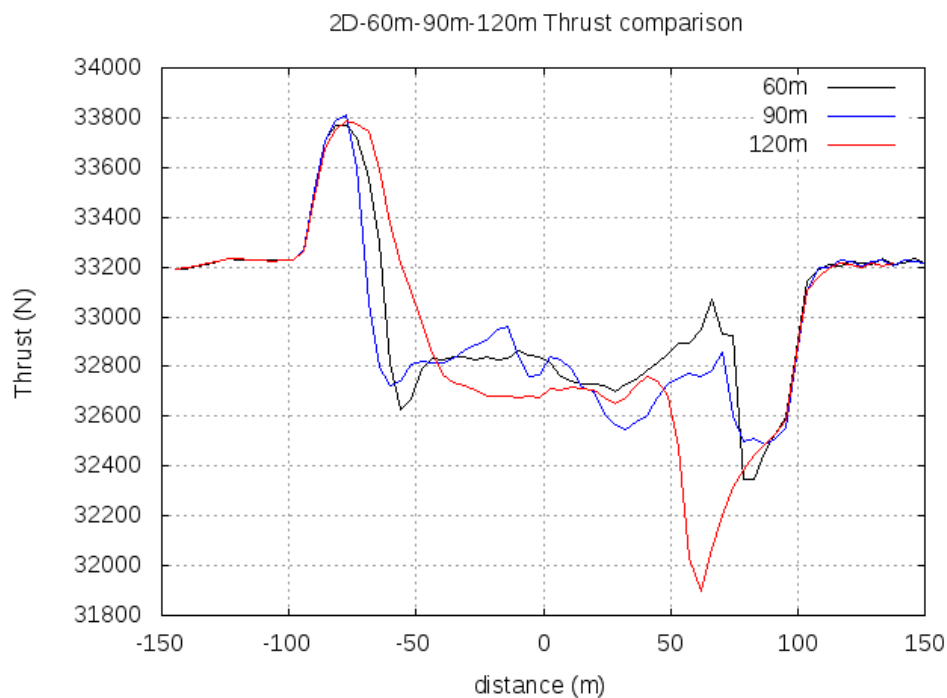
Στην τρέχουσα υποπαράγραφο, παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα των διαφόρων προσομοιώσεων ανά περίπτωση, με χρήση του κώδικα GenUVP. Σημειώνεται ότι στα διαγράμματα θα παρουσιάζονται οι μέσες τιμές των συνολικών φορτίων ανά περίοδο και όχι οι πλήρεις χρονοσειρές.

3.5.1 Αλληλεπίδραση χωρίς την εφαρμογή ελέγχου φορτίων

Πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις για τα τρία (3) σενάρια αναφορικά με το ύψος (κατά τον άξονα z) κίνησης του δρομέα και μόνο για την περίπτωση $Yd=2D$ αναφορικά με την απόσταση (κατά τον άξονα γ) από την Α/Γ. Κάθε τρέξιμο του κώδικα περιελάμβανε υπολογιστικά βήματα σταθερού χρονικού διαστήματος, τα οποία ορίστηκαν σε 72 ανά περίοδο T (χρόνος πλήρους περιστροφής του κυρίου στροφείου).

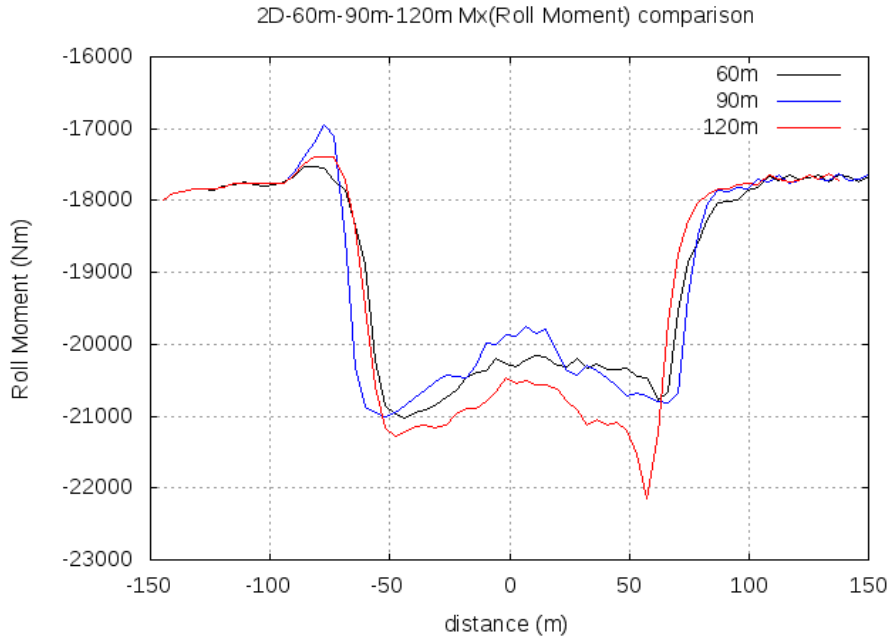
Ακολουθούν συγκριτικά διαγράμματα για την Ωση (F_z), τη Ροπή Κλίσης (M_x) και τη Ροπή Πρόνευσης (M_y), αεροδυναμικά φορτία υπολογισμένα στο κέντρο περιστροφής του δρομέα, τα οποία επηρεάζουν άμεσα την ευστάθεια πτήσης του Ε/Π.

Σημειώνεται ότι για ταχύτητα διέλευσης 29.5 m/s οι τιμές των τριών (3) παραμέτρων μεταβολής του Pitch Angle παραμένουν σταθερές ως εξής: $CON0=5.8$, $CON1=2.0$, $CON2=-1.0$



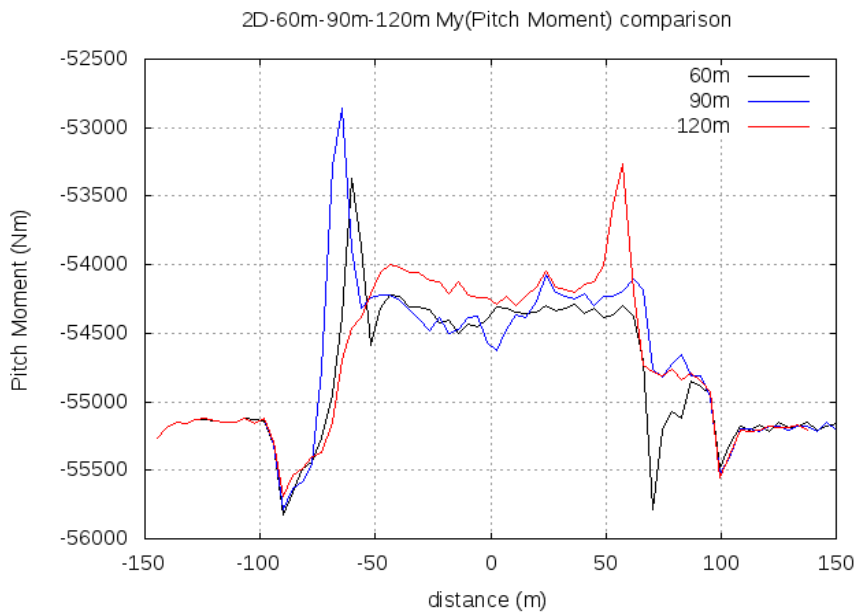
Σχ. 3.15 Συγκριτικό διάγραμμα Ωσης (Thrust) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Yd=2D}

Η ώση και στα τρία σενάρια δεν παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις (έως 3-4%) και φαίνεται να επηρεάζεται κυρίως από τη W συνιστώσα του εξωτερικού πεδίου ταχυτήτων (Σχ. 3.9). Πέραν των ορίων του inflow-box (-100m έως +100m), το πεδίο πιο έντονης επίδρασης της Α/Γ κατά την κίνηση του δρομέα στον άξονα x περιορίζεται προσεγγιστικά μεταξύ των θέσεων -60m (σημείο εισόδου) και +60m (σημείο εξόδου), απόσταση που αντιστοιχεί στη διάμετρο του στροφείου της Α/Γ.



Σχ. 3.16 Συγκριτικό διάγραμμα Ροπής Κλίσης (Roll Moment) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$

Η ροπή κλίσης εμφανίζει αρκετά μεγάλες διακυμάνσεις (μεγαλύτερες στο σενάριο $Z \approx 120m$) της τάξης του 20%. Συγκεκριμένα, για το διάστημα που το Ε/Π βρίσκεται εντός της διαμέτρου του στροφείου της Α/Γ (-60m έως +60m) οι τιμές των ροπών παρουσιάζουν χαρακτηριστική βύθιση (και στα τρία σενάρια), με τα διαγράμματα να έχουν εξαιρετικά όμοια εικόνα με τα διαγράμματα της V συνιστώσας του inflow-box (Σχ. 3.7 & 3.8). Είναι προφανές λοιπόν ότι η ροπή κλίσης επηρεάζεται κυρίως από τη V συνιστώσα του εξωτερικού πεδίου ταχυτήτων. Και εδώ το πεδίο ισχυρής επίδρασης της Α/Γ περιορίζεται μεταξύ των θέσεων -60m και +60m.



Σχ. 3.17 Συγκριτικό διάγραμμα Ροπής Πρόνευσης (Pitch Moment) σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x $\{Z=60/90/120m, Yd=2D\}$

Όπως η ώση, έτσι και η ροπή πρόνευσης δεν παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις (έως 3-4%) σε κανένα από τα τρία (3) σενάρια. Φαίνεται να επηρεάζεται κυρίως από τη W, αλλά και τη U συνιστώσα του εξωτερικού πεδίου ταχυτήτων (Σχ. 3.6 & 3.9). Ομοίως, το πεδίο πιο έντονης επίδρασης της Α/Γ περιορίζεται μεταξύ των θέσεων -60m και +60m.

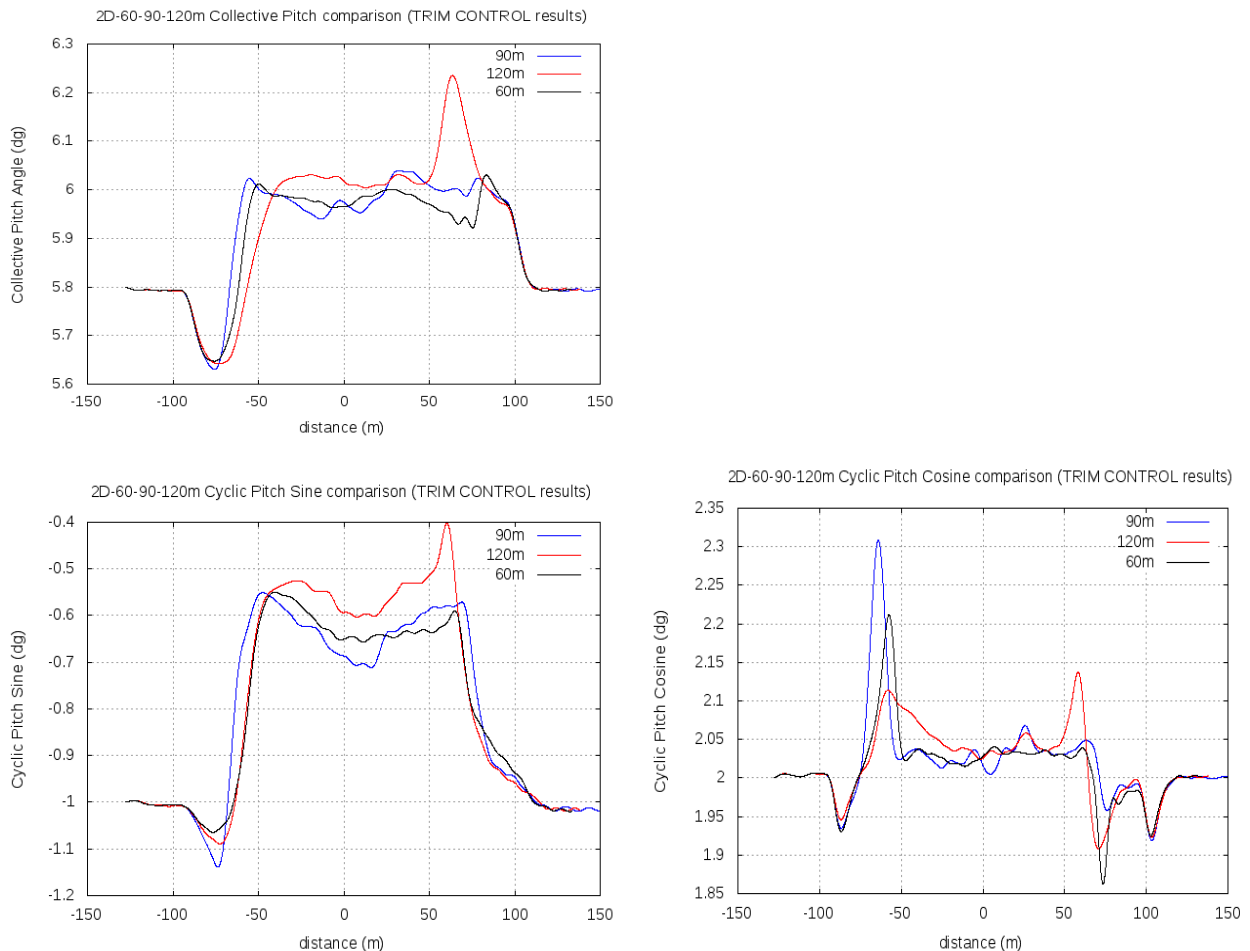
3.5.2 Αλληλεπίδραση με εφαρμογή ελέγχου φορτίων (Trim-Controller)

Πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις για τα τρία (3) σενάρια αναφορικά με το ύψος (κατά τον άξονα z) κίνησης του δρομέα και για τις δύο (2) περιπτώσεις αναφορικά με την απόσταση από την Α/Γ ($Y_d=2D$ & $Y_d=5D$). Επιπλέον, για $Y_d=2D$ και ύψος πτήσης $Z=90m$ προσομοιώθηκαν οι εναλλακτικές περιπτώσεις της ανάποδης διέλευσης και των πλάγιων διελεύσεων (κλίση 45° και -45° , αντίστοιχα).

Πλέον, οι τιμές των τριών (3) παραμέτρων μεταβολής του Pitch Angle μεταβάλλονται κατά τρόπο ώστε να επιτευχθεί ο απαιτούμενος έλεγχος στα αεροδυναμικά φορτία. Οι τιμές βάσης για τα αεροδυναμικά φορτία ορίστηκαν με βάση τις προηγούμενες προσομοιώσεις, ως εξής:

THRUST: ($F_{z_base} = 33200N$), Roll Moment: ($M_{x_base} = -17800Nm$), Pitch Moment: ($M_{y_base} = -55170Nm$).

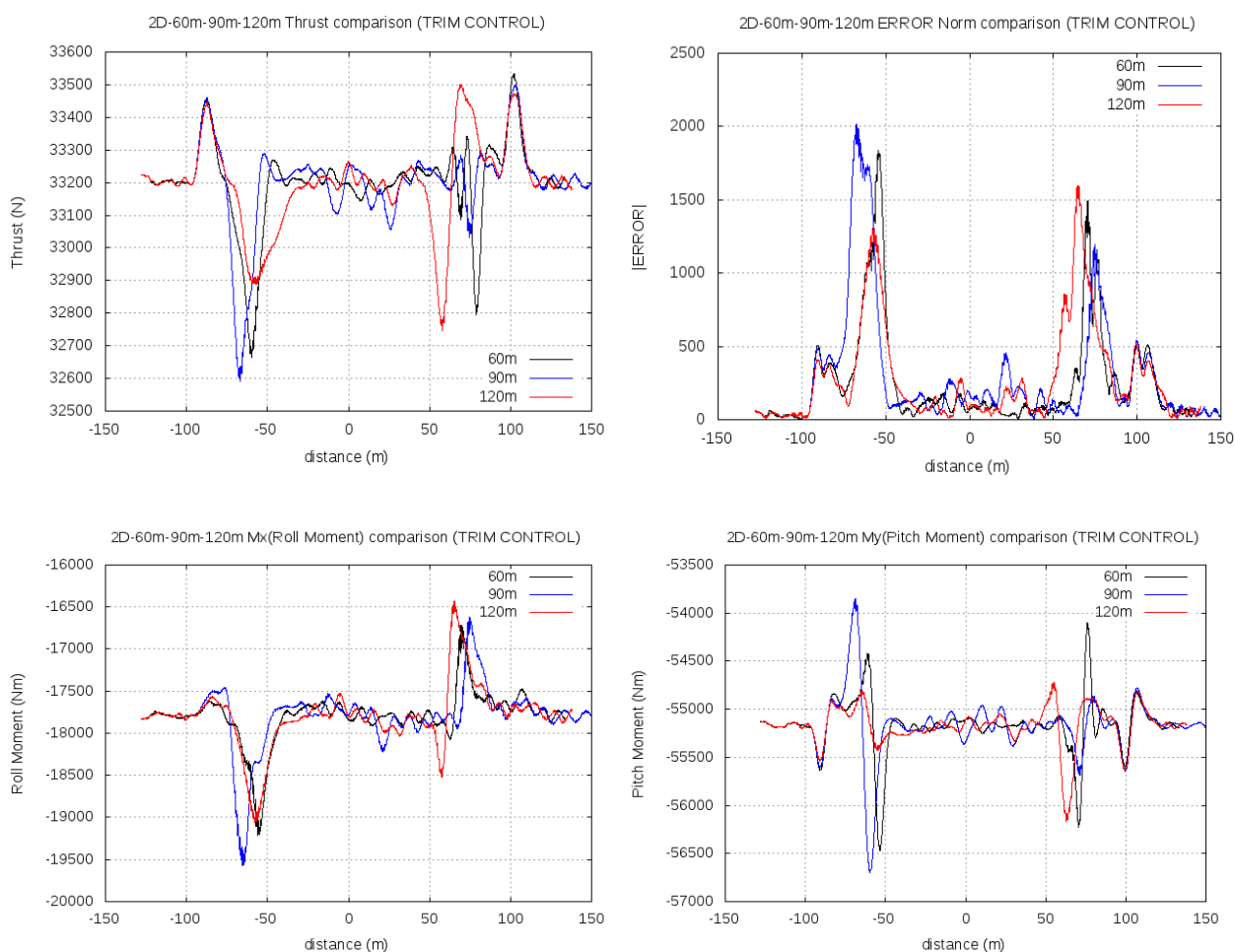
1. Σε απόσταση $Y_d=2D$ από την Α/Γ



Σχ. 3.18 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, $Y_d=2D$ }

Από τα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνονται οι θεωρητικές υποθέσεις της παραγράφου 2.4 για τη γραμμική επίδραση των παραμέτρων μεταβολής του βήματος (Pitch Angle) στα αντίστοιχα αεροδυναμικά φορτία. Πράγματι, οι παράμετροι του Pitch μεταβάλλονται με τρόπο παρόμοιο με τα αντίστοιχα αεροδυναμικά φορτία στην περίπτωση μη εφαρμογής διάταξης ελέγχου (Trim-Controller). Συγκεκριμένα, η μεταβολή του Collective Pitch (CON0) αντιστοιχεί στη μεταβολή της Ώσης (Thrust) (βλ. Σχ. 3.20). Ομοίως, η μεταβολή του Cyclic Pitch Sine (CON2) αντιστοιχεί στη μεταβολή της Ροπής Κλίσης (Roll Moment) (βλ. Σχ. 3.21), ενώ η μεταβολή του Cyclic Pitch Cosine (CON1) αντιστοιχεί στη μεταβολή της Ροπής Πρόνευσης (Pitch Moment) (βλ. Σχ. 3.22).

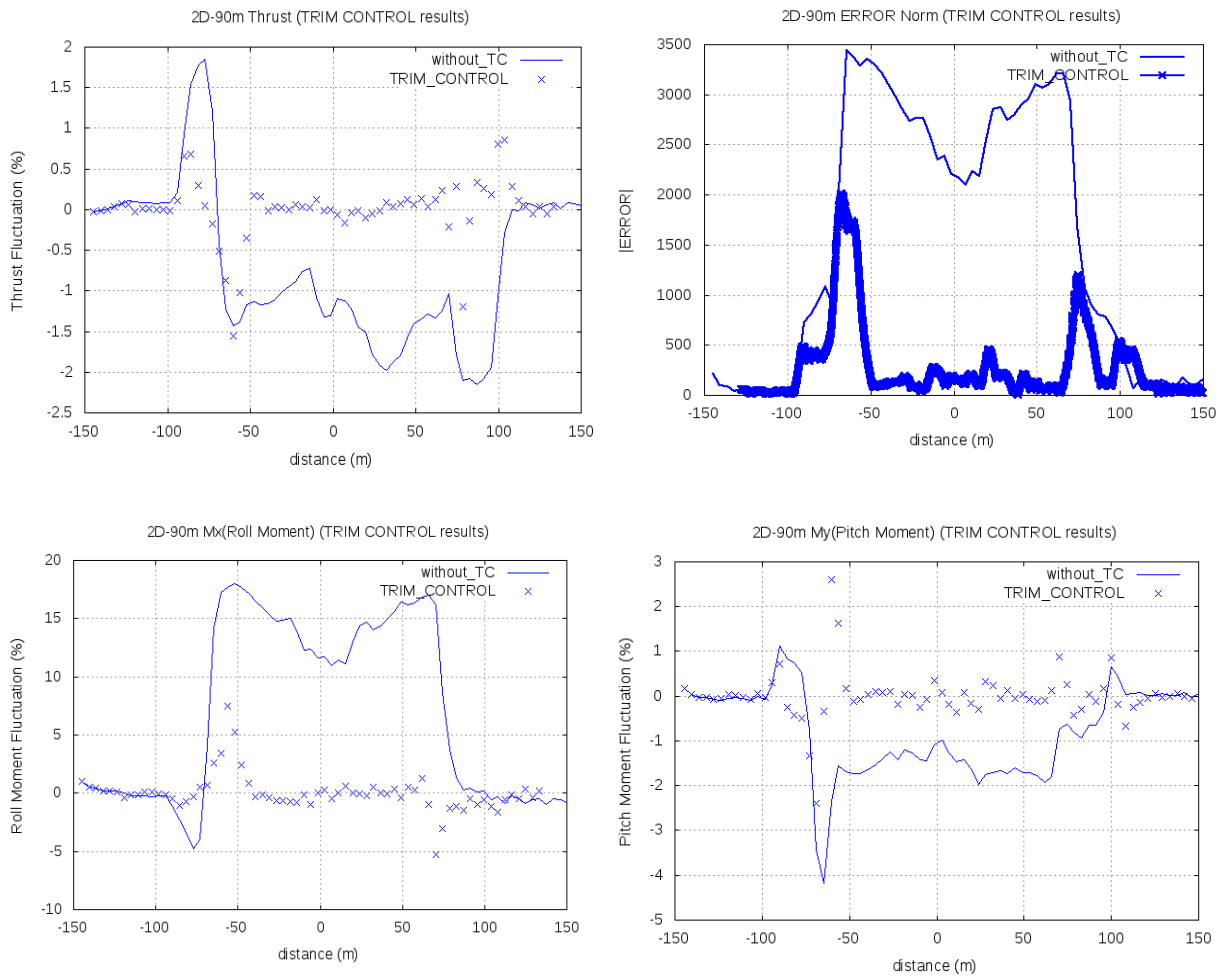
Η απαιτούμενη προσαρμογή των παραμέτρων Pitch, δεν είναι αμελητέα. Ειδικά στην περίπτωση του Cyclic Pitch Sine (CON2), η απαιτούμενη μεταβολή υπερβαίνει τις $0,5^\circ$ (της τάξης του 50% σε σχέση με την αρχική τιμή). Για όλες τις παραμέτρους όμως, οι αυξομειώσεις πρέπει να επιτυγχάνονται σε μικρό χρονικό διάστημα ώστε ο έλεγχος να καθίσταται αποτελεσματικός, κάτι που ενδεχομένως να δυσχεράνει την πρακτική εφαρμογή της διάταξης ελέγχου σε πραγματικές συνθήκες.



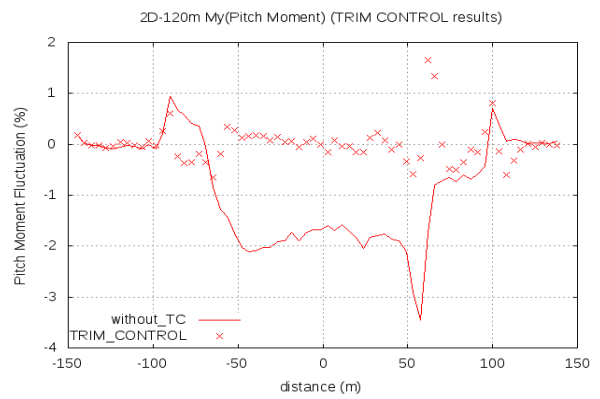
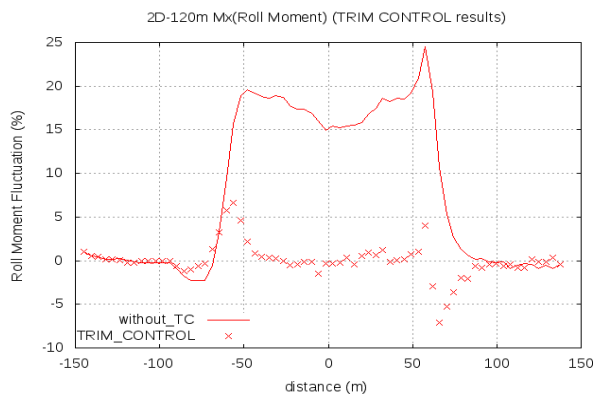
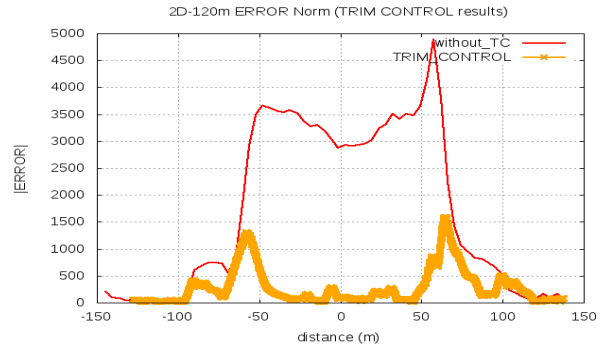
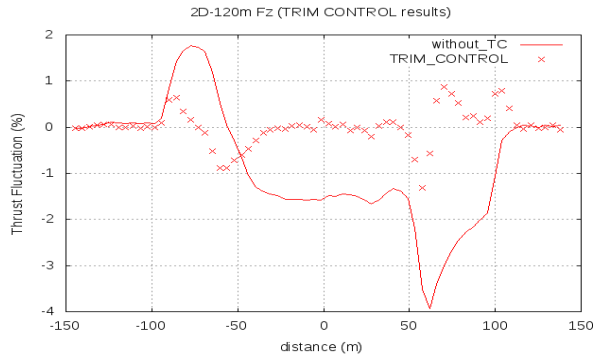
Σχ. 3.19 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, γd=2D}

Από τα διαγράμματα ανωτέρω είναι φανερό ότι το σύστημα ελέγχου καταφέρνει πρακτικά να διατηρεί τα αεροδυναμικά φορτία στα επιθυμητά επίπεδα (τιμές αναφοράς),

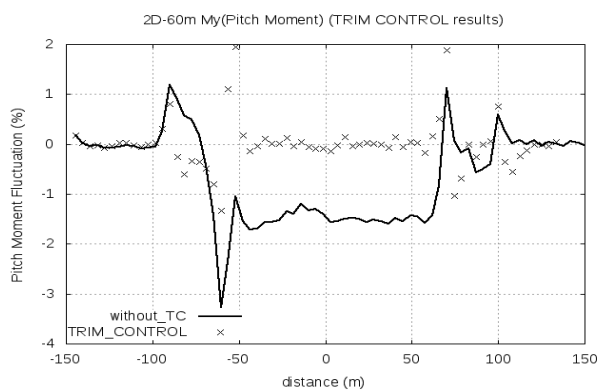
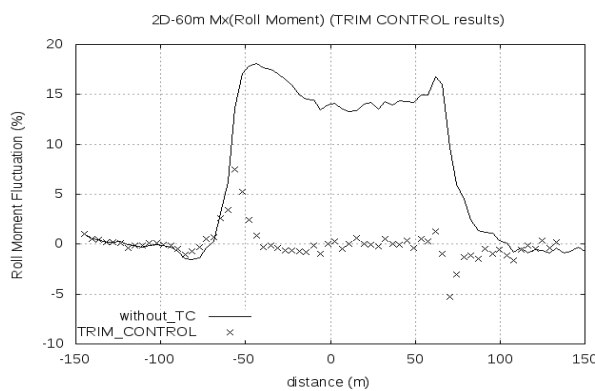
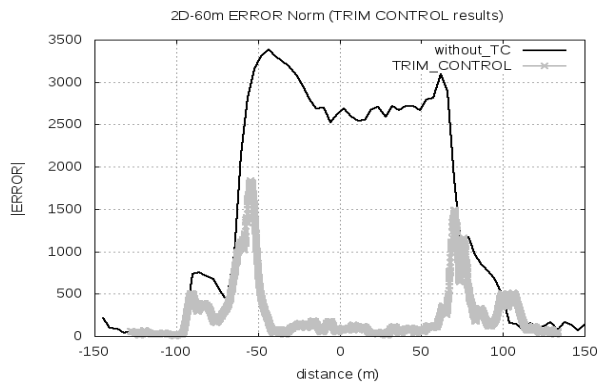
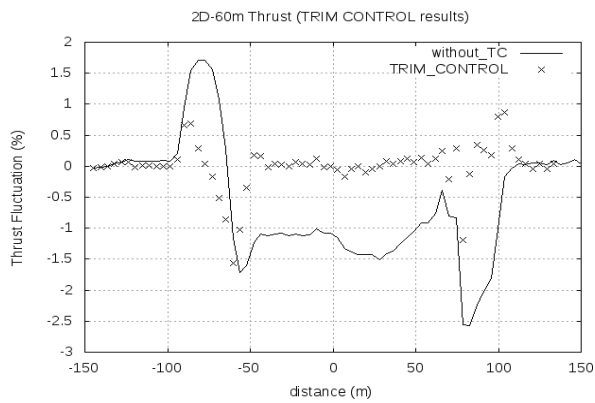
με εξαίρεση τις συγκεκριμένες θέσεις εισόδου-εξόδου κατά την κίνηση του δρομέα (-60m και +60m) όπου η επίδραση του ομόρρου της Α/Γ είναι εξαιρετικά έντονη και οι μεταβολές των φορτίων απότομες (μεγάλες μεταβολές σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα). Ειδικά για τις Ροπές Πρόνευσης τα διαγράμματα εμφανίζουν στα συγκεκριμένα σημεία δείγματα υπερβολικής διόρθωσης (overshoot). Τα υπόψη συμπεράσματα, σημαντικά για το ζήτημα της ευστάθειας πτήσης του Ε/Π επιβεβαιώνονται και από τα ακόλουθα διαγράμματα, στα οποία ανά σενάριο ύψους πτήσης προβάλλονται συγκριτικά οι διακυμάνσεις των αεροδυναμικών φορτίων, καθώς και της 2^{ης} Νόρμας του Σφάλματος (ERROR) σε αμφότερες τις καταστάσεις (Με και χωρίς εφαρμογή ελέγχου- Trim).



Σχ. 3.20 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=90m, Yd=2D}



Σχ. 3.21 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=120m, Yd=2D}



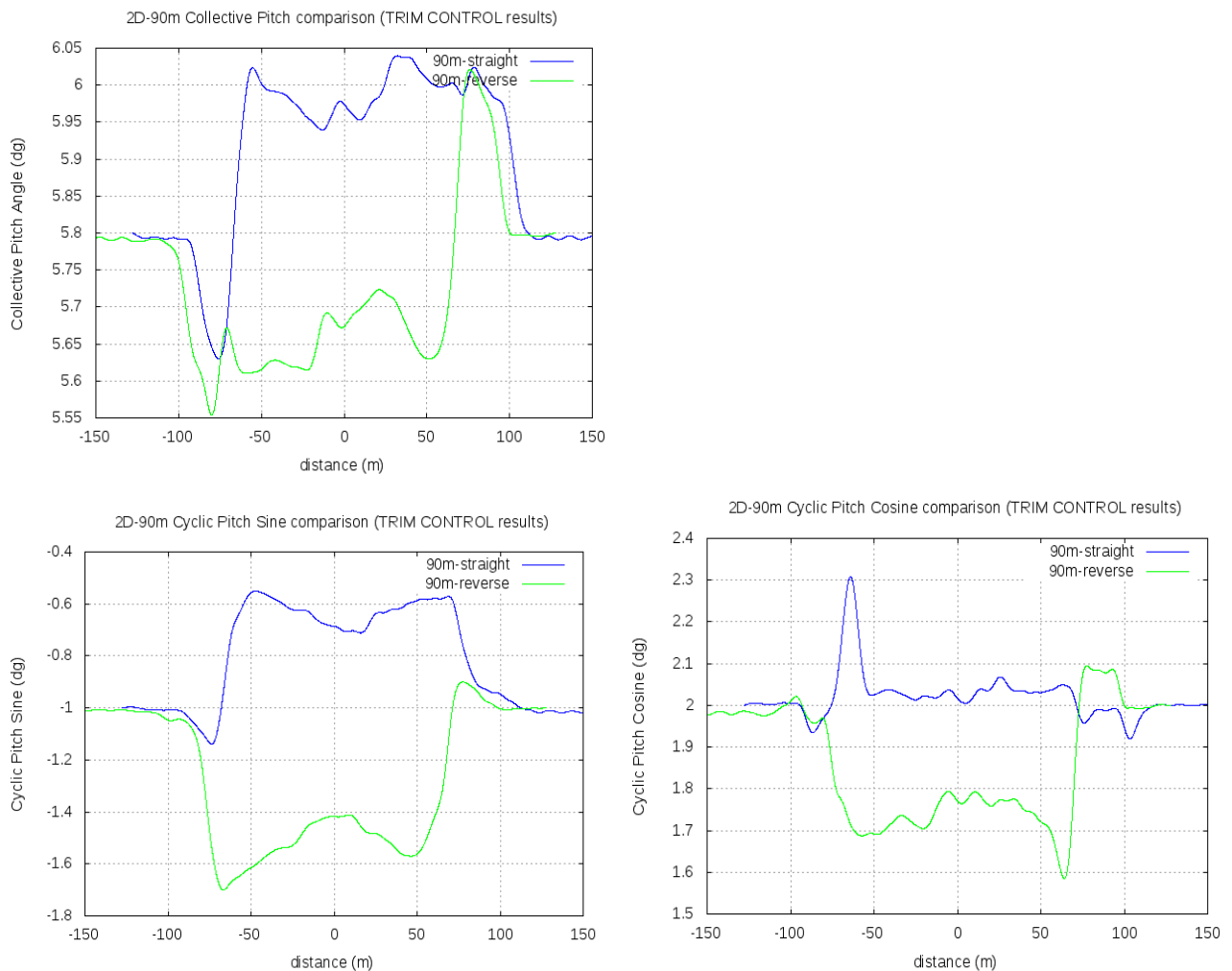
Σχ. 3.22 Συγκριτικά διαγράμματα (Με και χωρίς εφαρμογή Trim) διακύμανσης Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος {Z=60m, Yd=2D}

α. Περίπτωση ανάποδης (reverse) διέλευσης από το inflow-box, δηλαδή η ταχύτητα Ε/Π με φορά προς τα αρνητικά του άξονα x {Yd=2D, Z=90m}

Σε αυτή την περίπτωση οι τιμές βάσης για τα αεροδυναμικά φορτία (κυρίως για τις ροπές) διαφοροποιήθηκαν όπως είναι φυσικό, ως εξής:

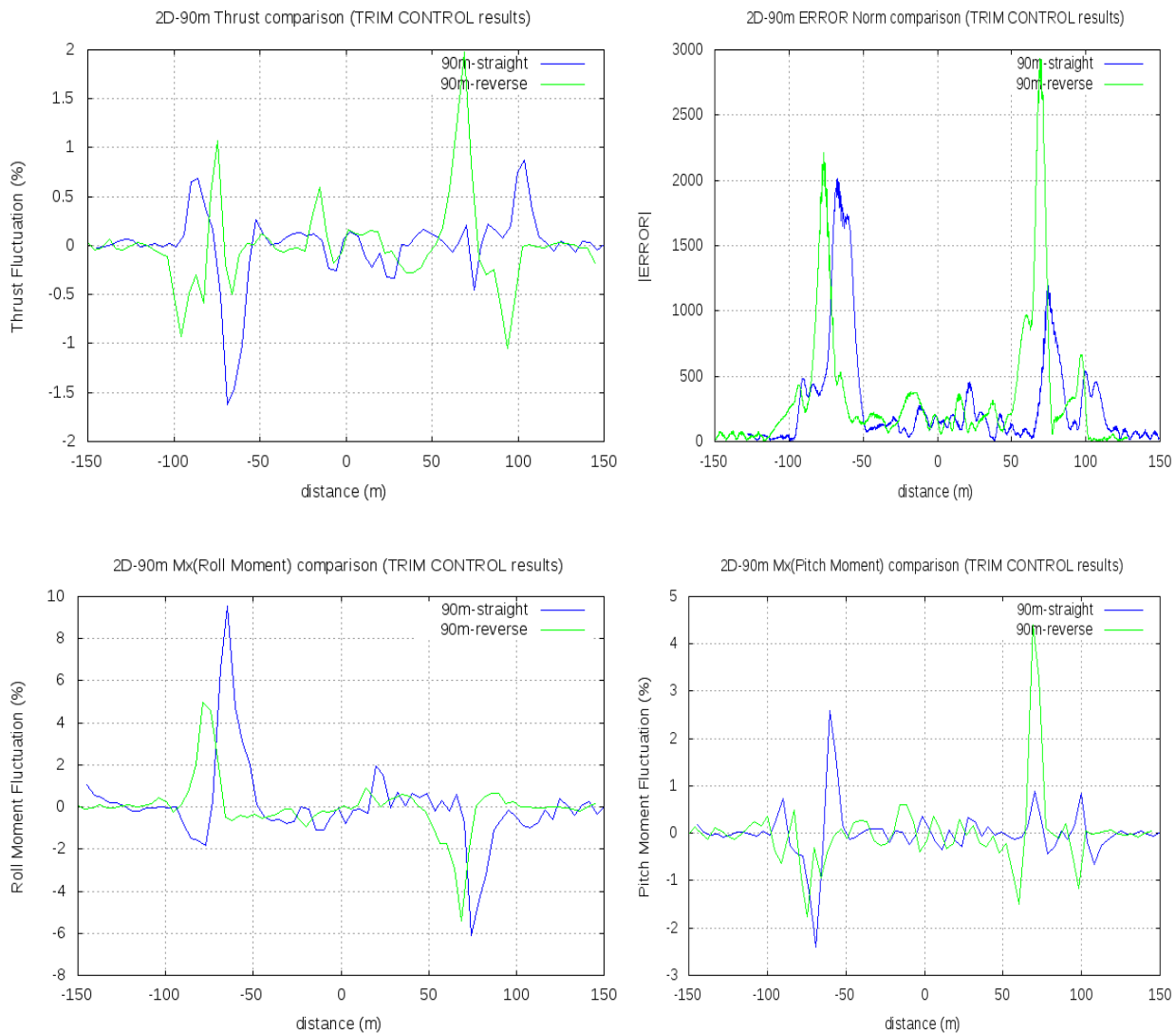
THRUST: ($F_{z_base} = 32150N$), Roll Moment: ($M_{x_base} = 36300Nm$), Pitch Moment: ($M_{y_base} = 46550Nm$).

Ακολουθώς, παρουσιάζονται διαγράμματα μεταβολής των παραμέτρων Pitch, καθώς και διακυμάνσεων των αεροδυναμικών φορτίων και της 2^{ης} Νόρμας του Σφάλματος (ERROR), σε σύγκριση με την αντίστοιχη περίπτωση ορθής (straight) διέλευσης.



Σχ. 3.23 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=90m, Yd=2D, ανάποδη/ορθή διέλευση}

Όπως ήταν αναμενόμενο, και στη διέλευση διαμέσου του ομόρρου (inflow-box) με αντίθετη φορά οι μεταβολές των παραμέτρων του Pitch ακολουθούν αντίστοιχο προφίλ με την πρότυπη (ορθή) διέλευση, με αντίθετο όμως πρόσημο. Διαφορά στο εύρος μεταβολής παρατηρείται στην περίπτωση του Cyclic Cosine Pitch (CON1), αφού στην περίπτωση της ανάποδης διέλευσης υπέστη εντονότερη προσαρμογή της τάξης των 0,3° μεσοσταθμικά.



Σχ. 3.24 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=90m, Yd=2D, ανάποδη/ορθή διέλευση}

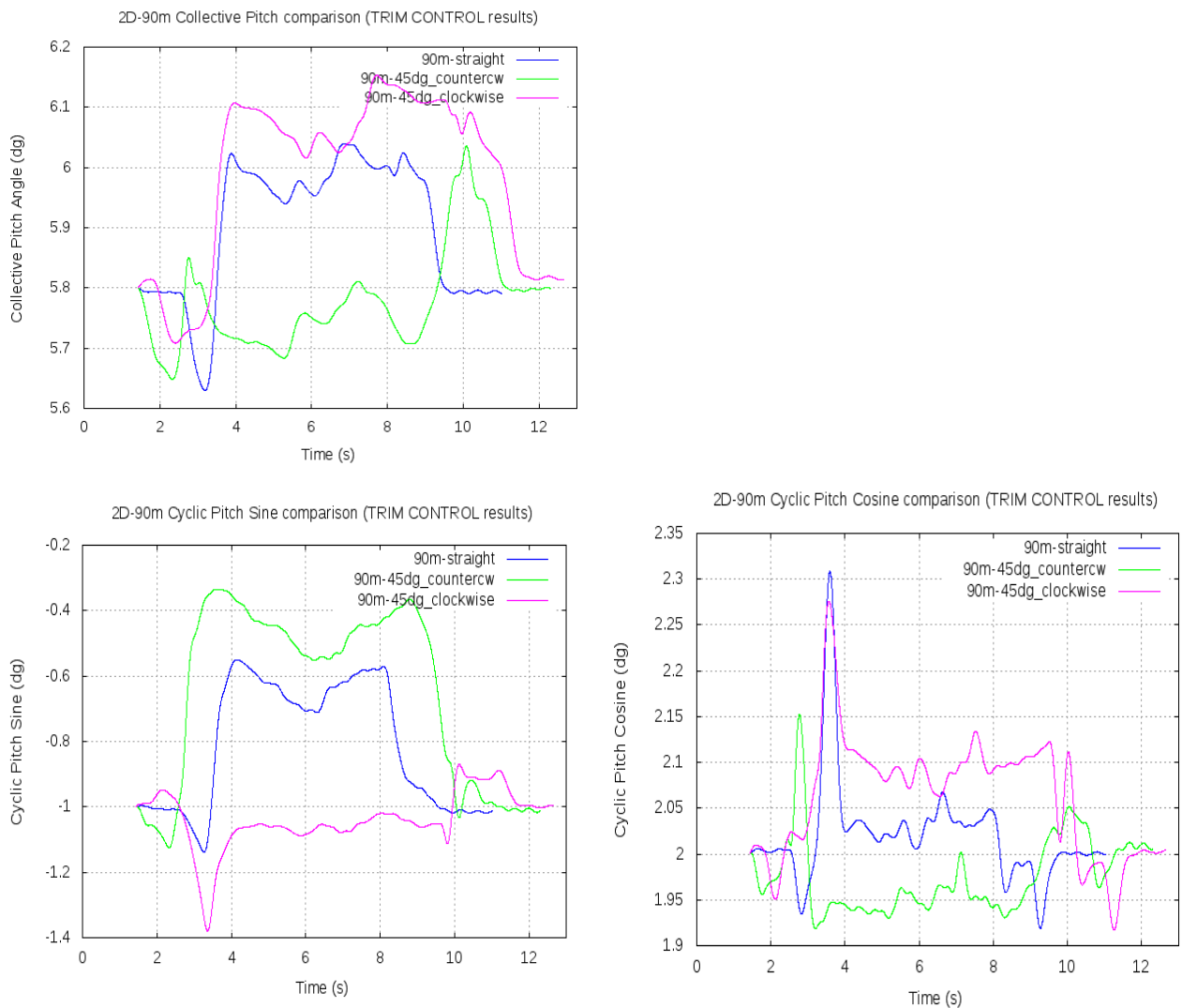
Αντίστοιχη εικόνα, σχεδόν κατοπτρική, έχουμε και για τη διακύμανση των αεροδυναμικών φορτίων, με εξαίρεση τις ροπές πρόνευσης (Pitch Moments) όπου κατά την ανάποδη διέλευση έχουμε εντονότερη αυξομείωση (άνω του 4%) στο στη θέση εισόδου στο πεδίο επίδρασης της Α/Γ (+60m). Αυτό αποτυπώνεται και στο διάγραμμα διακύμανσης του σφάλματος (Error).

β. Περιπτώσεις πλάγιων διελεύσεων, με κλίση 45° (box στραμμένο counter clockwise) και κλίση -45° (box στραμμένο clockwise), {Yd=2D, Z=90m}

Οι τιμές βάσης για τα αεροδυναμικά φορτία διαφοροποιούνται, ως εξής:
Κλίση 45° (box counter-clockwise): THRUST: ($F_{z_base} = 30100N$), Roll Moment: ($M_{x_base} = -13500Nm$), Pitch Moment: ($M_{y_base} = -52500Nm$).
Κλίση -45° (box clockwise): THRUST: ($F_{z_base} = 35500N$), Roll Moment: ($M_{x_base} = -27400Nm$), Pitch Moment: ($M_{y_base} = -55770Nm$).

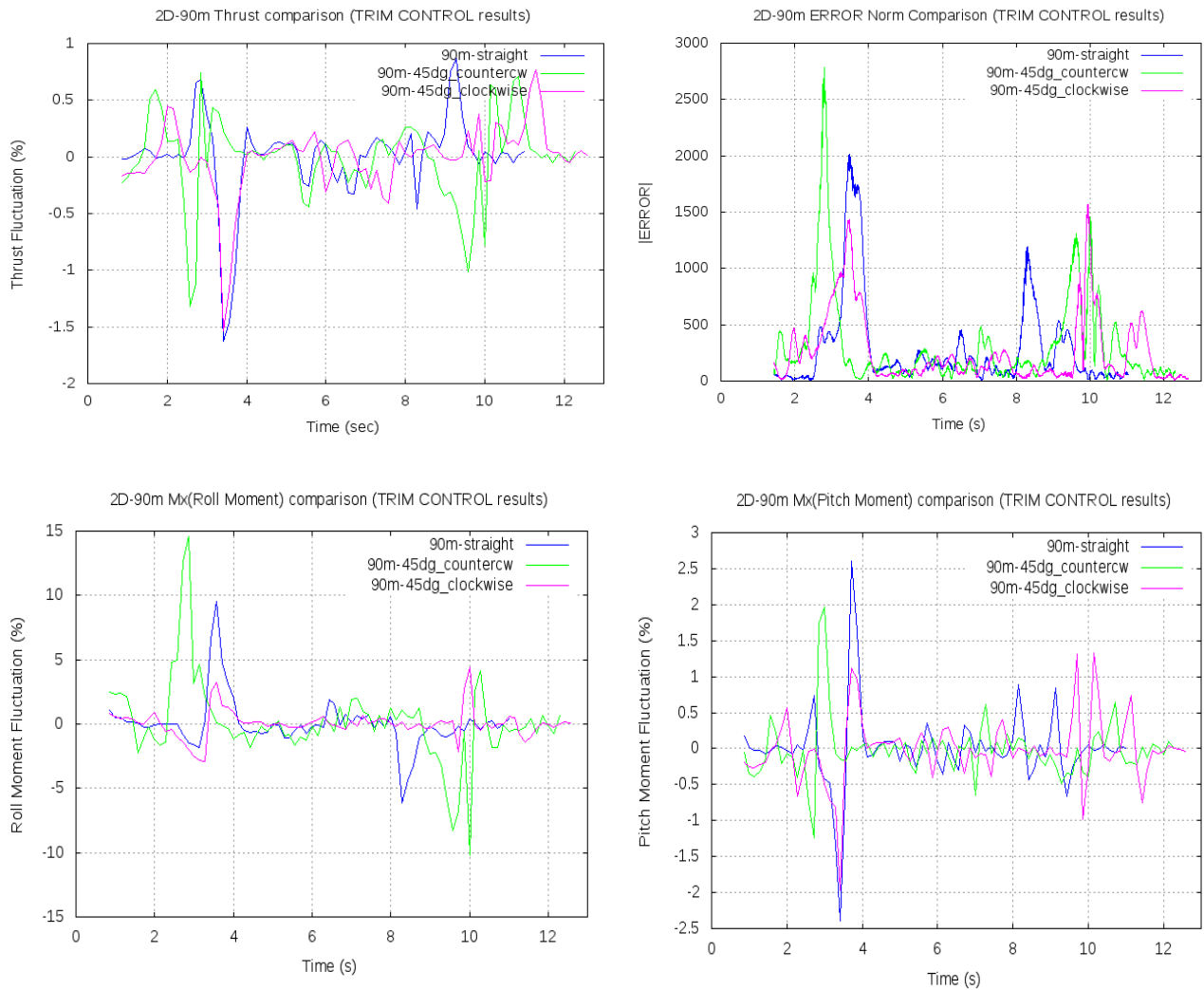
Παρουσιάζονται ακολούθως συγκριτικά διαγράμματα με την αντίστοιχη περίπτωση ορθής (straight) διέλευσης. Η απόσταση που διανύει ο δρομέας εντός του πεδίου του

ομόρρου κατά τις διελεύσεις με κλίση $\pm 45^\circ$ είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερη, οπότε και διευρύνονται τα όρια επίδρασης, καθώς και το χρονικό διάστημα επίδρασης.



Σχ. 3.25 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch σε συνάρτηση με το χρόνο $\{Z=90m, Yd=2D,$ πλάγιες/ορθή διελεύσεις}

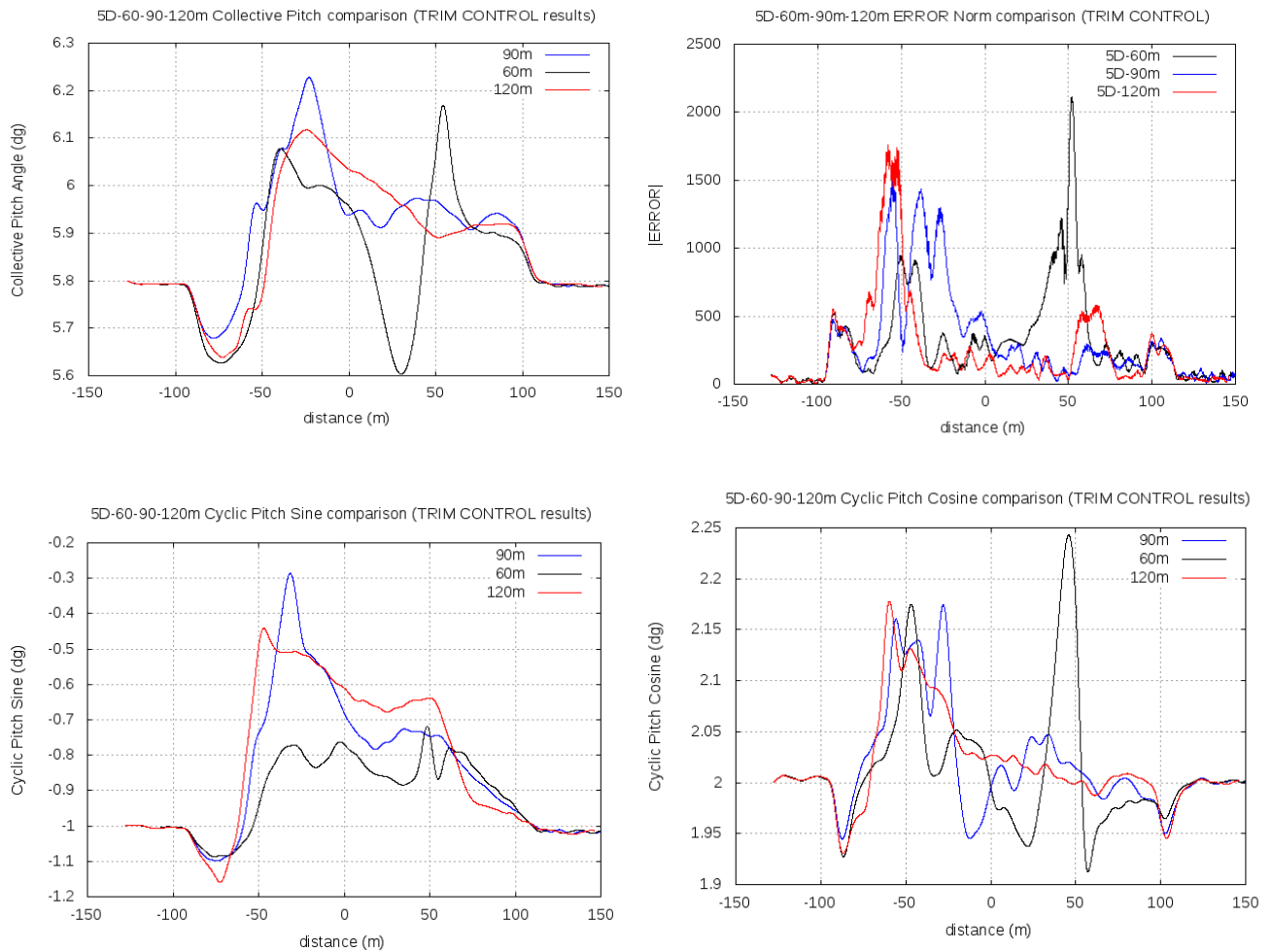
Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση διέλευσης με κλίση 45° (box counter-clockwise) απαιτούνται αρκούντως μεγαλύτερες προσαρμογές στις παραμέτρους, τόσο στο Collective Pitch (CON0) της τάξης των $0,3^\circ$, όσο και στο Cyclic Sine Pitch (CON2) της τάξης των $0,6^\circ$. Για το Cyclic Cosine Pitch (CON1) η εικόνα για τις δύο περιπτώσεις πλάγιων διελεύσεων είναι σχεδόν αντίθετη. Θετική προσαρμογή απαιτείται για τη διέλευση με κλίση -45° (box clockwise), ενώ ισόποσα σχεδόν αρνητική προσαρμογή απαιτείται για την άλλη περίπτωση.



Σχ. 3.26 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με το χρόνο {Z=90m, Yd=2D, πλάγιες/ορθή διελεύσεις }

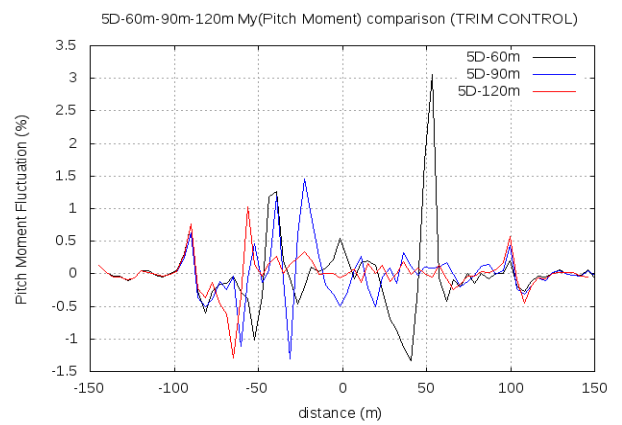
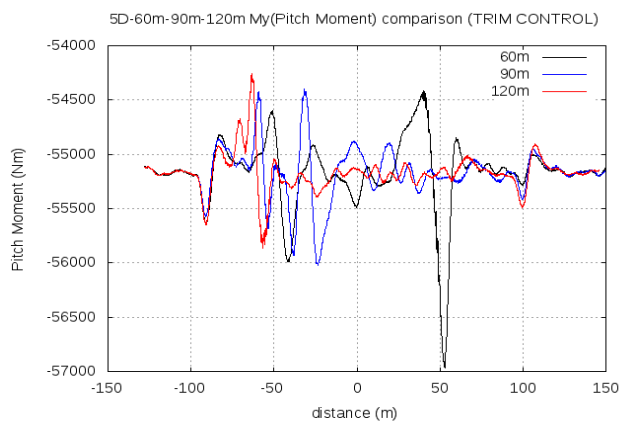
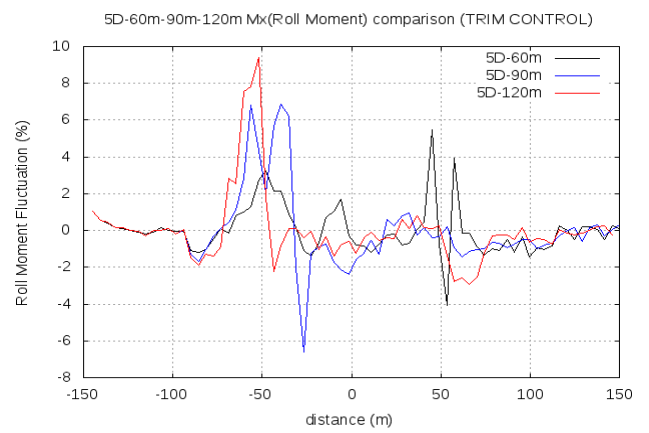
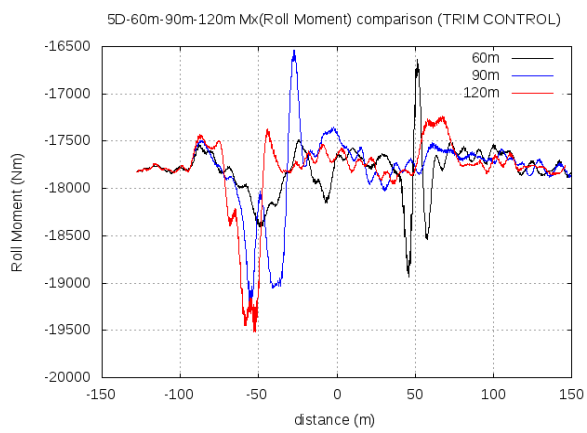
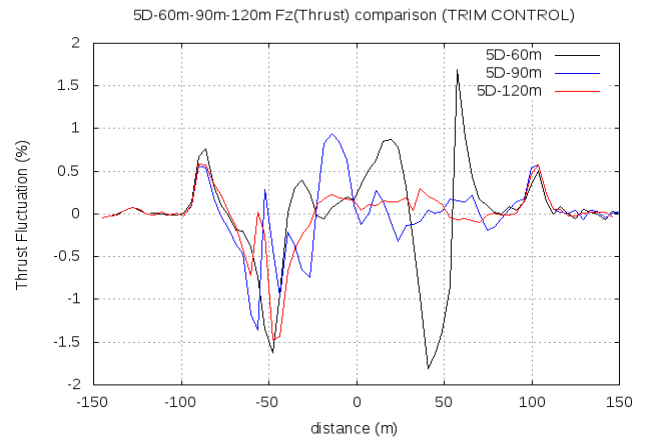
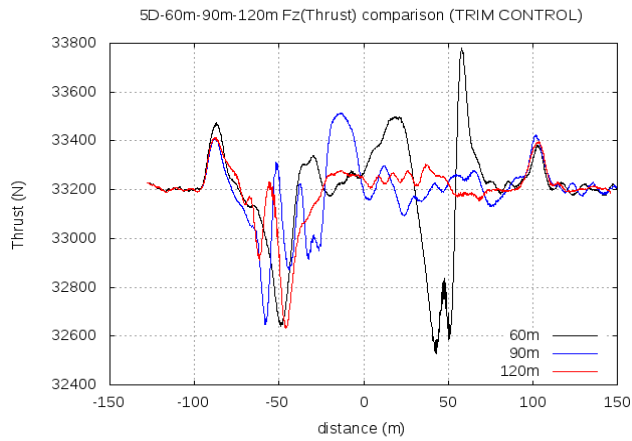
Αναμφίβολα, το σύστημα ελέγχου επιτυγχάνει και σε αυτές τις περιπτώσεις να διατηρεί πρακτικά τα αεροδυναμικά φορτία στα επιθυμητά επίπεδα (τιμές αναφοράς), με εξαίρεση συγκεκριμένες θέσεις πάνω στον άξονα x (σημεία εισόδου/εξόδου στο πεδίο ισχυρής επίδρασης του ομόρρου), οι οποίες για τις πλάγιες διελεύσεις είναι περίπου στα -85m/+85m.

2. Σε απόσταση $Yd=5D$ από την Α/Γ



Σχ. 3.27 Συγκριτικά διαγράμματα μεταβολής παραμέτρων Pitch και Νόρμας Σφάλματος σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, $Yd=5D$ }

Παρατηρούνται εντονότερες μεταβολές Collective Pitch και Cyclic Pitch Cosine στο σενάριο $Z=60m$. Προφανώς οφείλεται σε αντίστοιχη τάση αυξομείωσης της ώσης (Thrust) και της ροπής πρόνευσης (Pitch Moment) λόγω της μορφής του πεδίου ταχύτητας αναφορικά με τις U και W συνιστώσες (βλ. Σχ. 3.10 και 3.13). Η εν λόγω παρατήρηση ενισχύεται από την ανύψωση που παρατηρείται στο διάγραμμα του ERROR (στη θέση εξόδου: +60m), καθώς και από τα παρακάτω διαγράμματα διακύμανσης των αεροδυναμικών φορτίων:



Σχ. 3.28 Συγκριτικά διαγράμματα Αεροδυναμικών Φορτίων σε συνάρτηση με τη θέση στον άξονα x {Z=60/90/120m, Υd=5D}

3.6 Ανάλυση Αποτελεσμάτων Αεροελαστικού Μοντέλου

Στην τρέχουσα παράγραφο, παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων με χρήση του κώδικα hGAST, ο οποίος συνεργάζεται με τον GenUVP για να λαμβάνει ως είσοδο τα αεροδυναμικά δεδομένα.

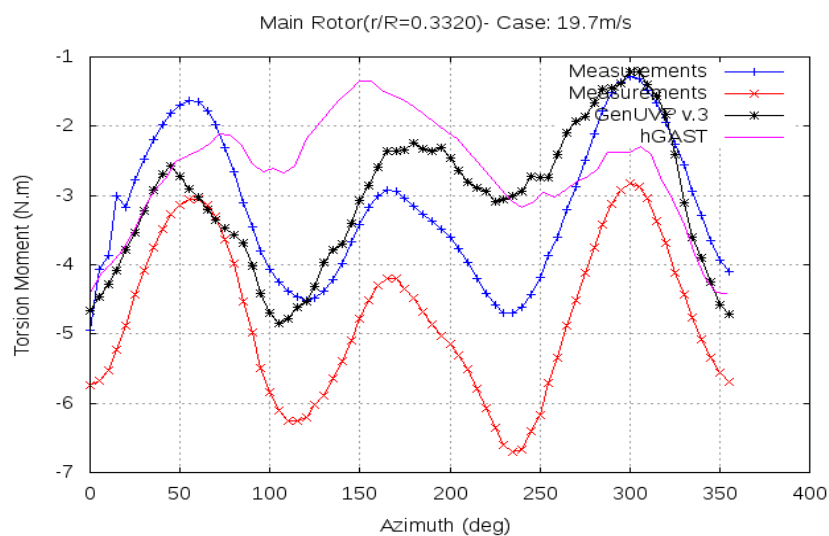
3.6.1 Πιστοποίηση (Validation) Αεροελαστικού Κώδικα

Σημαντική παράμετρο στην αξιολόγηση και μελέτη ενός ελαστικού μοντέλου αποτελεί η ανάλυση των ελαστικών φορτίων. Ως μέτρο σύγκρισης των φορτίων λαμβάνονται οι ροπές κατά τους τρεις άξονες, δηλαδή η ροπή πτερύγισσης (flapwise moment), η ροπή περιστροφής (lead-lag moment) και η ροπή στρέψης των πτερυγίων (torsion moment). Για τις ανάγκες της τρέχουσας αξιολόγησης, παρουσιάζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων με χρήση του κώδικα hGAST σε σύγκριση με αντίστοιχα αποτελέσματα του παλαιότερου κώδικα GenUVP (version 3), καθώς και με πειραματικά δεδομένα.

Η παραμετρική μελέτη των φορτίων σε σχέση με τη γωνία περιστροφής των πτερυγίων (αζιμούθιο) γίνεται σε διάφορες θέσεις (κοντά στη ρίζα των πτερυγίων, διότι εκεί τα φορτία παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους), όπου υφίστανται και οι αντίστοιχες πειραματικές μετρήσεις. Συγκεκριμένα, στις σχετικές θέσεις $r/R=0.0300$, $r/R=0.1465$, $r/R=0.1665$ και $r/R=0.1865$ για τις flapwise ροπές, στις σχετικές θέσεις $r/R=0.0300$, $r/R=0.1440$ και $r/R=0.1740$ για τις lead-lag ροπές και στη σχετική θέση $r/R=0.3320$ για τις torsion ροπές. Επίσης, παρουσιάζεται συγκριτική ανάλυση των συνολικών ροπών (M_x και M_y) επί του άξονα περιστροφής (Hub) στο ακίνητο (Μη-στρεφόμενο) σύστημα συντεταγμένων, καθώς και με αναγωγή στο στρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων.

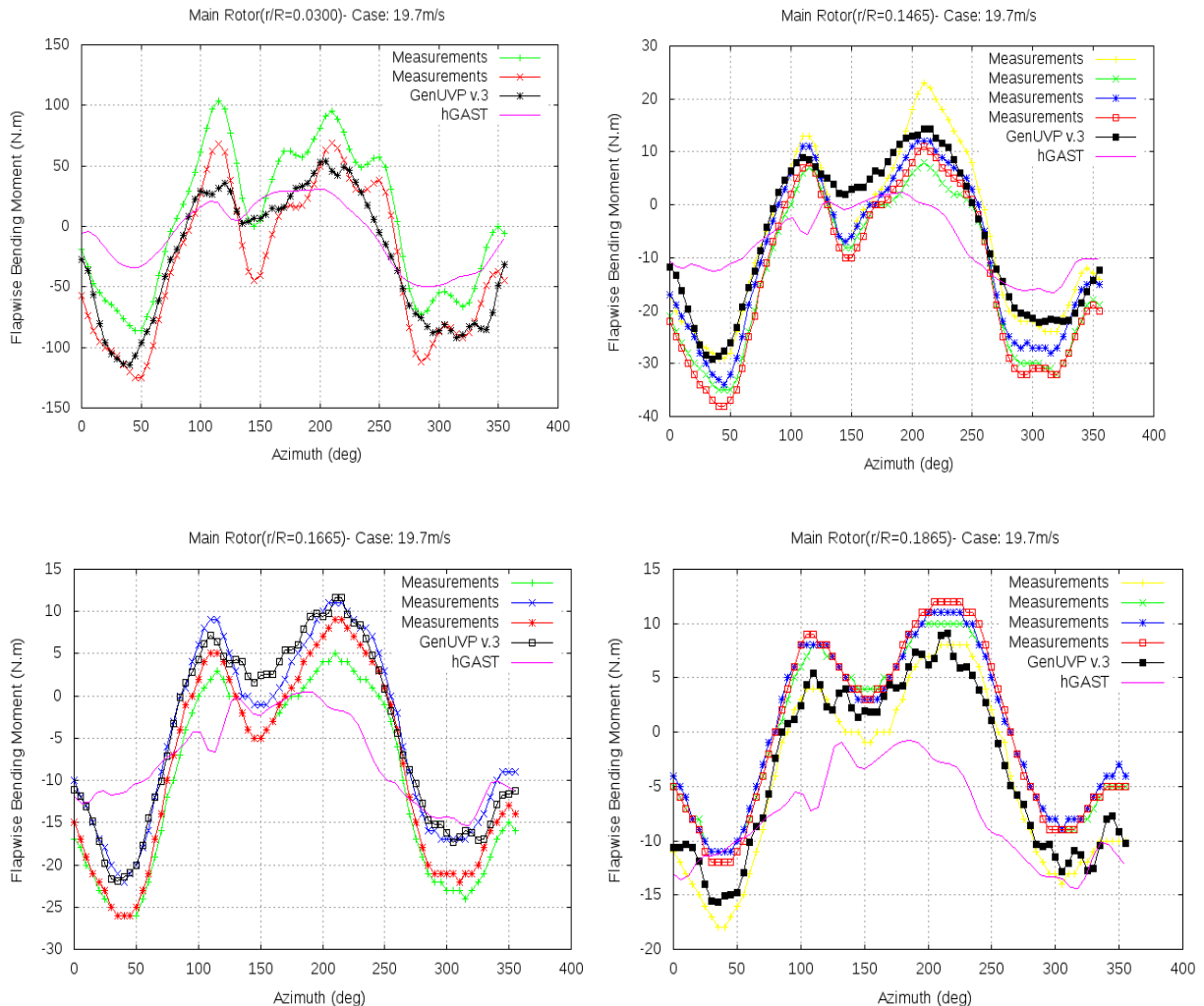
Τα πειραματικά δεδομένα προέκυψαν από μια εκδοχή του Ε/Π Βο105 σε σμίκρυνση (κλίμακα 1:2.5), οπότε η υπό σμίκρυνση γεωμετρία χρησιμοποιήθηκε και στην υπολογιστική προσομοίωση. Στα ακόλουθα διαγράμματα παρουσιάζεται η ανάλυση των φορτίσεων για δύο (2) διαφορετικές ταχύτητες πτήσης, δηλαδή στα 19.7m/s και 29.5m/s, ώστε να επιβεβαιωθεί η αξιοπιστία του μοντέλου. Με μαύρη διαγράμμιση αποτυπώνονται πάντα τα αποτελέσματα του παλαιότερου κώδικα GenUVP (version 3), ενώ με magenta τα αντίστοιχα αποτελέσματα του κώδικα hGAST. Με διαφορετικά χρώματα παριστάνονται οι τιμές των πειραματικών μετρήσεων.

α. Ταχύτητα πτήσης 19.7m/s



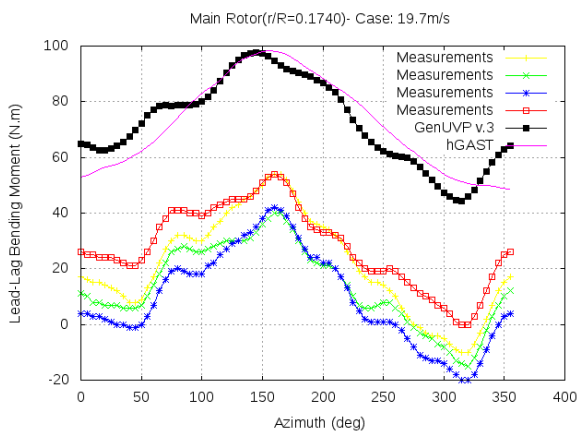
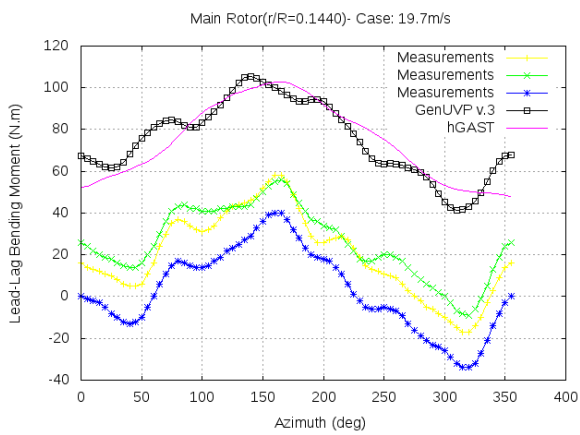
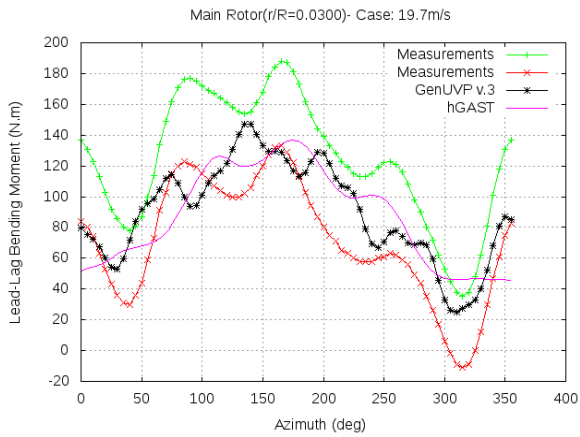
Σχ. 3.29 Ροπή Στρέψης (Torsion Moment) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s)

Στις ροπές στρέψης ο hGAST δίνει αποτελέσματα που συμφωνούν σε γενικές γραμμές με τον παλιό GenUVP (στο διάγραμμα εμφανίζουν μια διαφορά φάσης), ελαφρώς υπερτιμημένα σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, ειδικά με αυτά της κόκκινης διαγράμμισης.



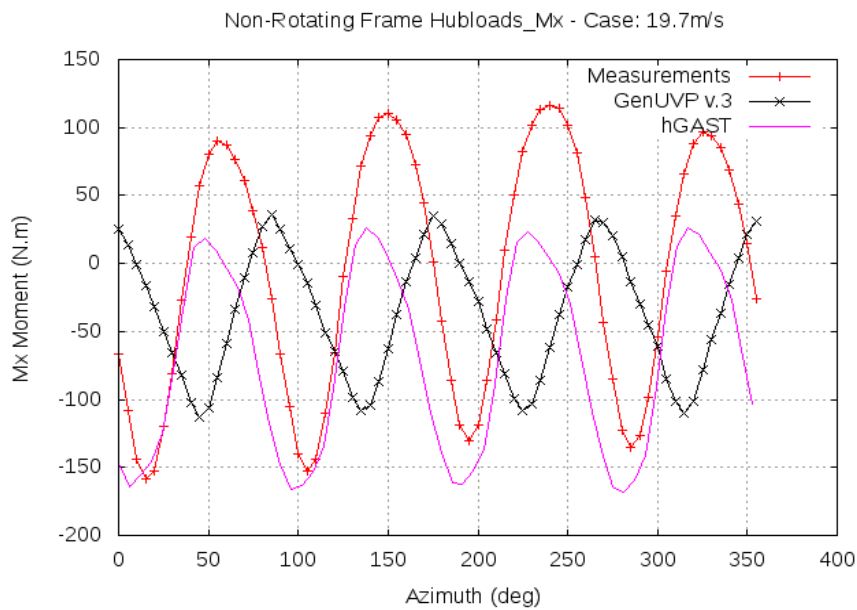
Σχ. 3.30 Ροπές πτερώγισης (flapwise moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s)

Ο hGAST (εκτός από τη θέση $r/R=0.0300$ κοντά στη ρίζα του πτερυγίου) προβλέπει κάπως υποτιμημένες τις ροπές πτερώγισης (μέγιστο πλάτος), σε αντίθεση με τον παλιό GenUVP. Επιπλέον, η ταλάντωση μοιάζει να στερείται αρμονικές με συχνότητες πολλαπλάσιες της συχνότητας περιστροφής, συχνότητες που εμφανίζονται εντόνως τόσο στα πειραματικά δεδομένα, όσο και στα αποτελέσματα του GenUVP. Αυτό πιθανότατα οφείλεται στην επιβαλλόμενη απόσβεση και παράλληλα στη συμβολή του Particle Mesh.



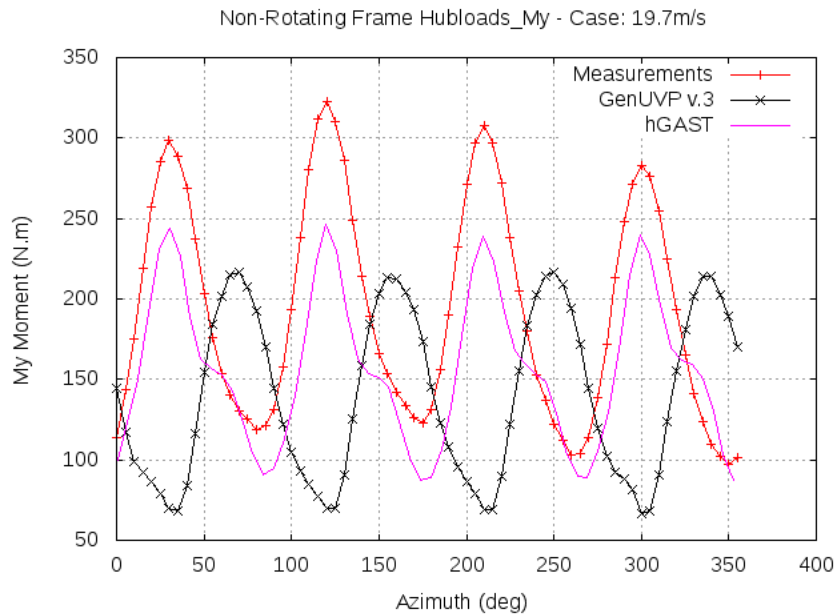
Σχ. 3.31 Ροές περιστροφής (lead-lag moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (19.7m/s)

Ο hGAST (εκτός από τη θέση $r/R=0.0300$ κοντά στη ρίζα του περυγίου) προβλέπει υπερτιμημένες τις ροές περιστροφής (μέγιστο πλάτος), σχεδόν σε ταύτιση με τον παλιό GenUVP.



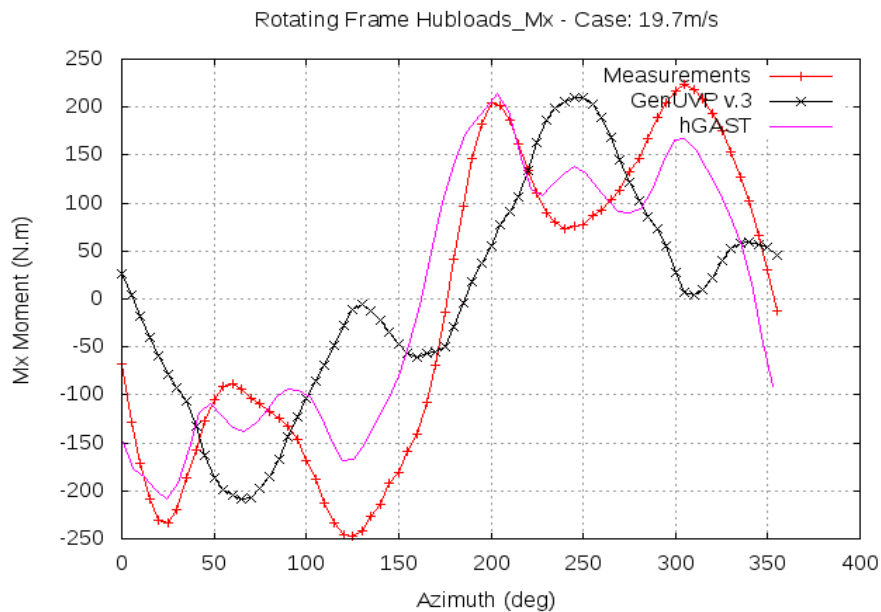
Σχ. 3.32 Συνολική ροπή (Mx) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s)

Τα αποτελέσματα του hGAST για τις ροπές M_x προβλέπουν επακριβώς τη συχνότητα και τη φάση σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, εμφανίζουν όμως υποτιμημένο το πλάτος ταλάντωσης. Τα εν λόγω αποτελέσματα συμφωνούν σε γενικές γραμμές με τις προβλέψεις του GenUVP, αν εξαιρέσουμε τη διαφορά φάσης.

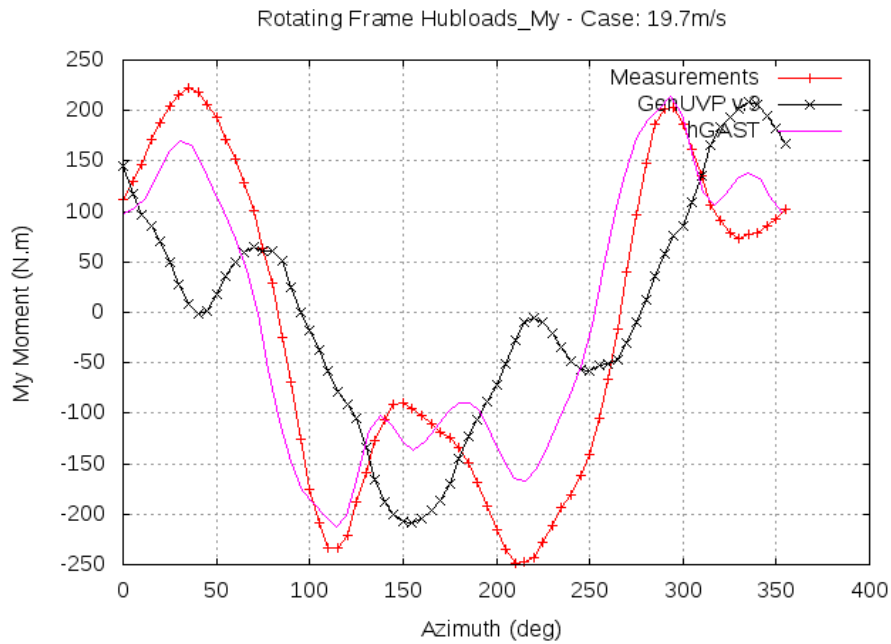


Σχ. 3.33 Συνολική ροπή (M_y) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s)

Αντίστοιχη εικόνα και για τις M_y ροπές. Τα αποτελέσματα του hGAST προβλέπουν επακριβώς τη συχνότητα και τη φάση σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, εμφανίζεται όμως και εδώ υποτιμημένο το πλάτος ταλάντωσης.



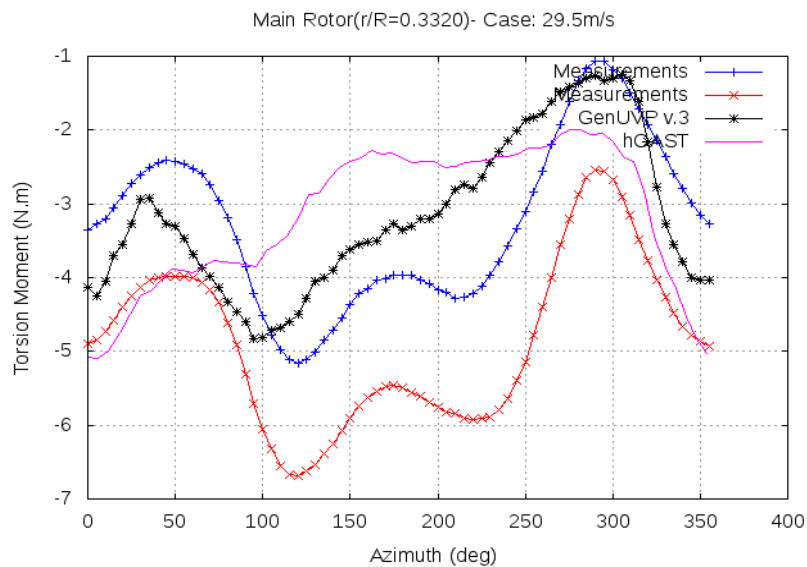
Σχ. 3.34 Συνολική ροπή (M_x) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s)



Σχ. 3.35 Συνολική ροπή (M_y) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (19.7m/s)

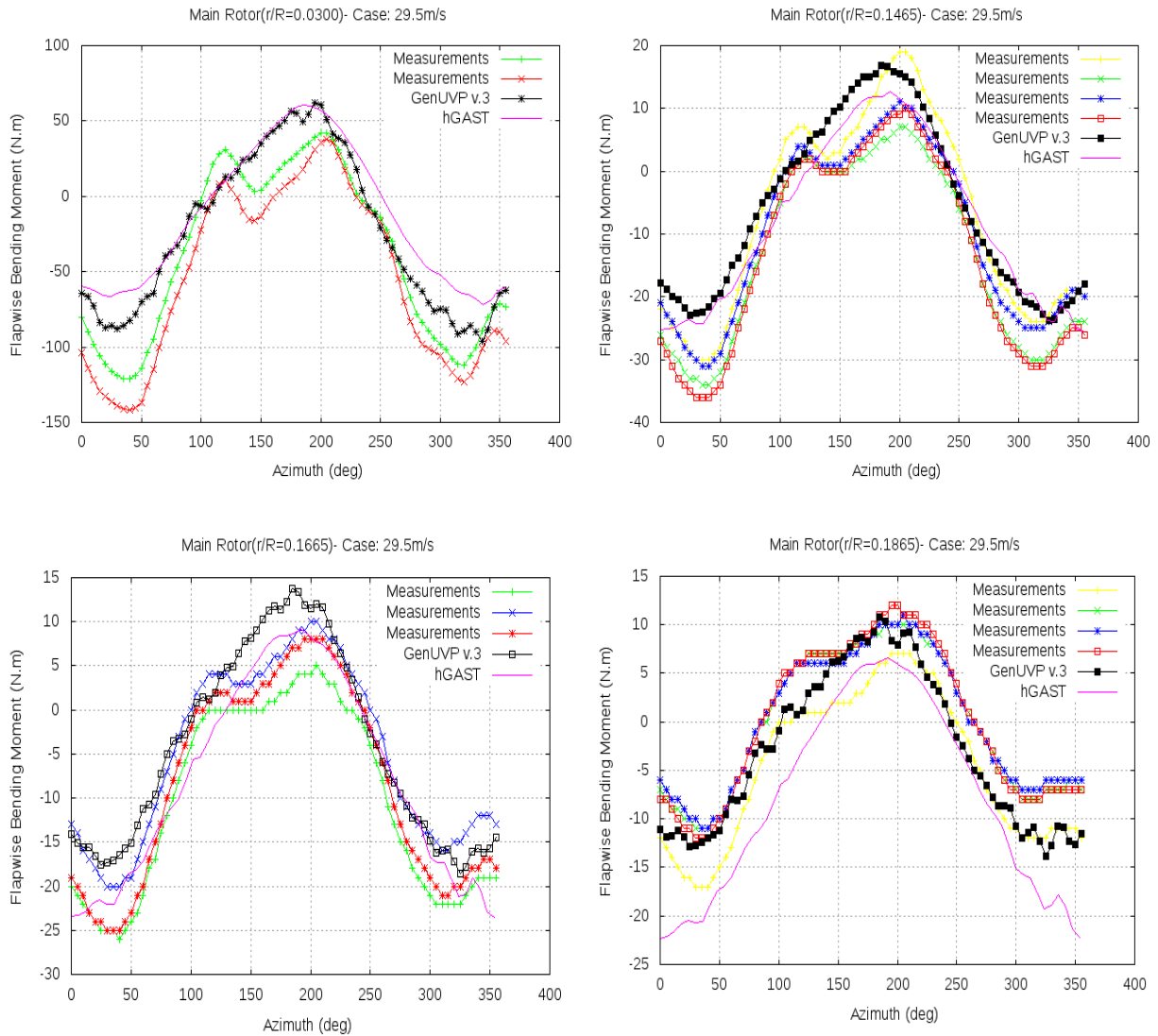
Στο Στρεφόμενο σύστημα, τα ανηγμένα αποτελέσματα του hGAST συμφωνούν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό με τα πειραματικά δεδομένα και τις προβλέψεις του GenUVP για αμφότερες τις καμπτικές ροπές (M_x και M_y).

β. Ταχύτητα πτήσης 29.5m/s



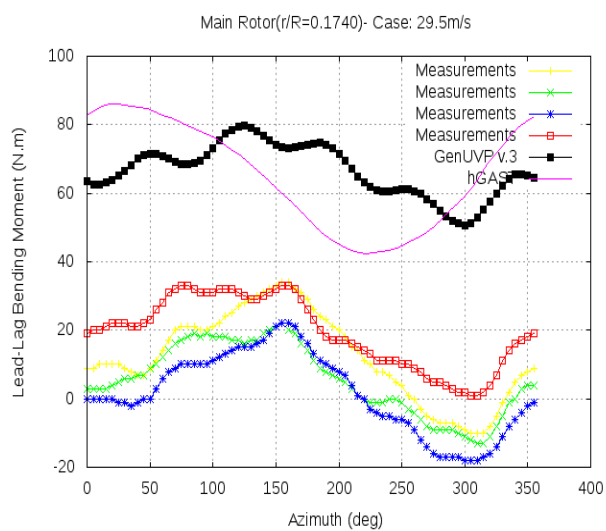
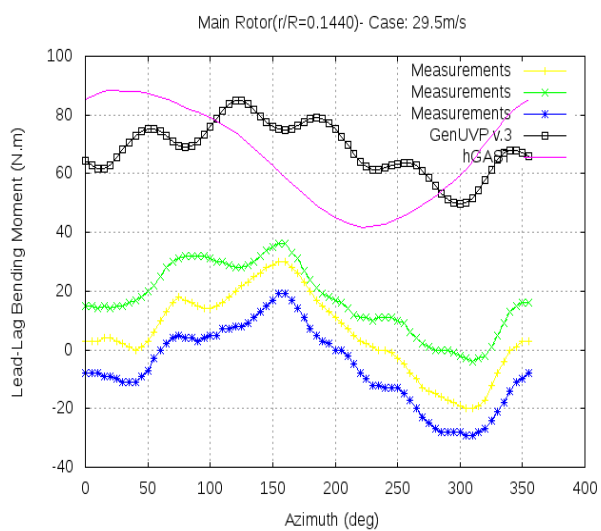
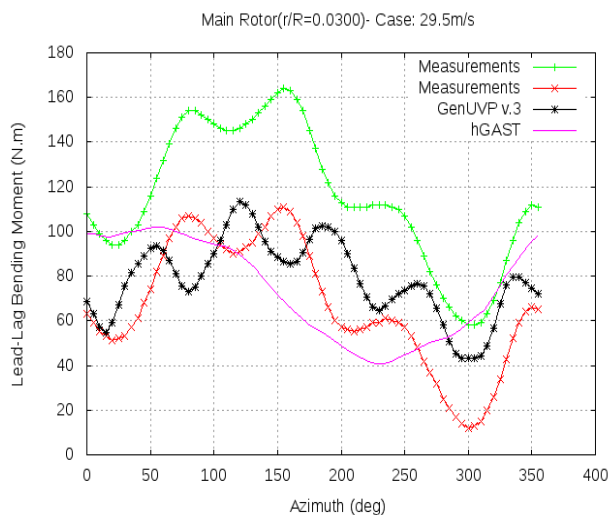
Σχ. 3.36 Ροπή Στρέψης (Torsion Moment) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s)

Στις ροπές στρέψης ο hGAST δίνει αποτελέσματα που συμφωνούν ως ένα βαθμό με τον παλιό GenUVP και τα πειραματικά δεδομένα. Εμφανίζονται διαφορές σε σχέση με το πλάτος ταλάντωσης και δεν φαίνεται να υπάρχουν αρμονικές με διαφορετική συχνότητα (π.χ. διπλάσια της συχνότητας περιστροφής), όπως στις καμπύλες του GenUVP και των πειραματικών μετρήσεων.



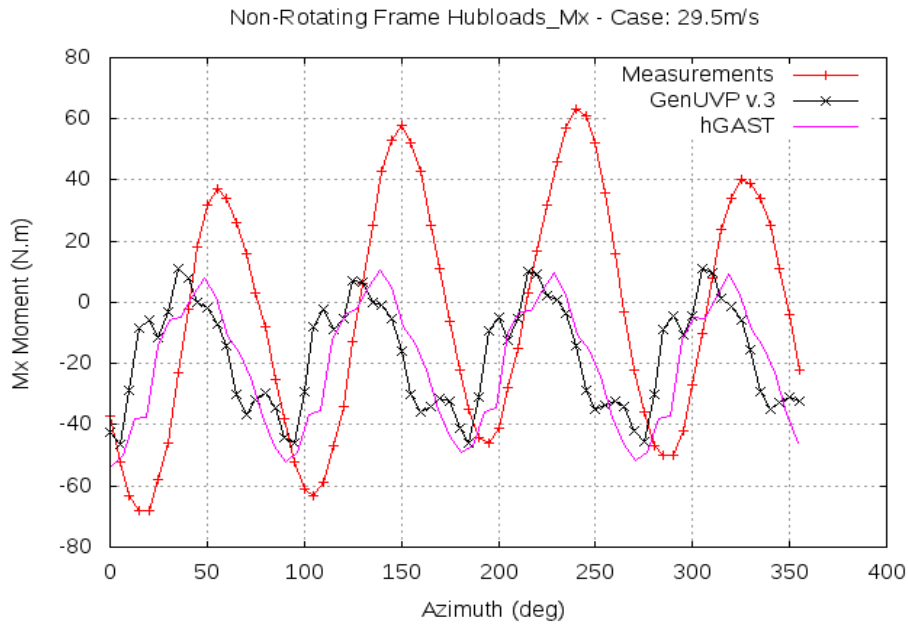
Σχ. 3.37 Ροπές περύγισης (flapwise moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s)

Στη συγκεκριμένη περίπτωση (ταχύτητα 29.5m/s) ο hGAST προβλέπει σε πιο ικανοποιητικό επίπεδο τις ροπές περύγισης, σε σχέση με την περίπτωση των 19.7m/s. Ελαφρώς υποτιμημένες είναι οι προβλέψεις στη θέση $r/R=0.1865$. Και σε αυτή την περίπτωση η ταλάντωση μοιάζει να στερείται αρμονικές με συχνότητες πολλαπλάσιες της συχνότητας περιστροφής.



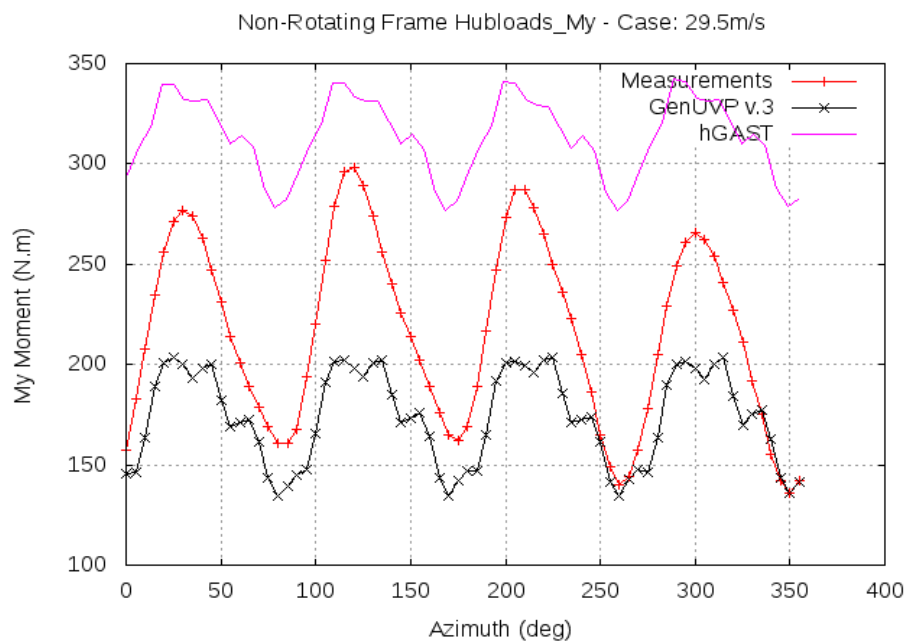
Σχ. 3.38 Ροπές περιστροφής (lead-lag moments) σε συνάρτηση με αζιμούθιο (29.5m/s)

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση (ταχύτητα 19.7m/s) και εκτός από τη θέση $r/R=0.0300$ κοντά στη ρίζα του περυγίου, ο hGAST προβλέπει υπερτιμημένες τις ροπές περιστροφής(μέγιστο πλάτος), σχεδόν σε ταύτιση με τον παλιό GenUVP. Η διαφορά και εδώ είναι ότι στην ταλάντωση δεν εμφανίζονται συχνότητες πολλαπλάσιες της συχνότητας περιστροφής, συχνότητες που εμφανίζονται χαρακτηριστικά στην καμπύλη του GenUVP.



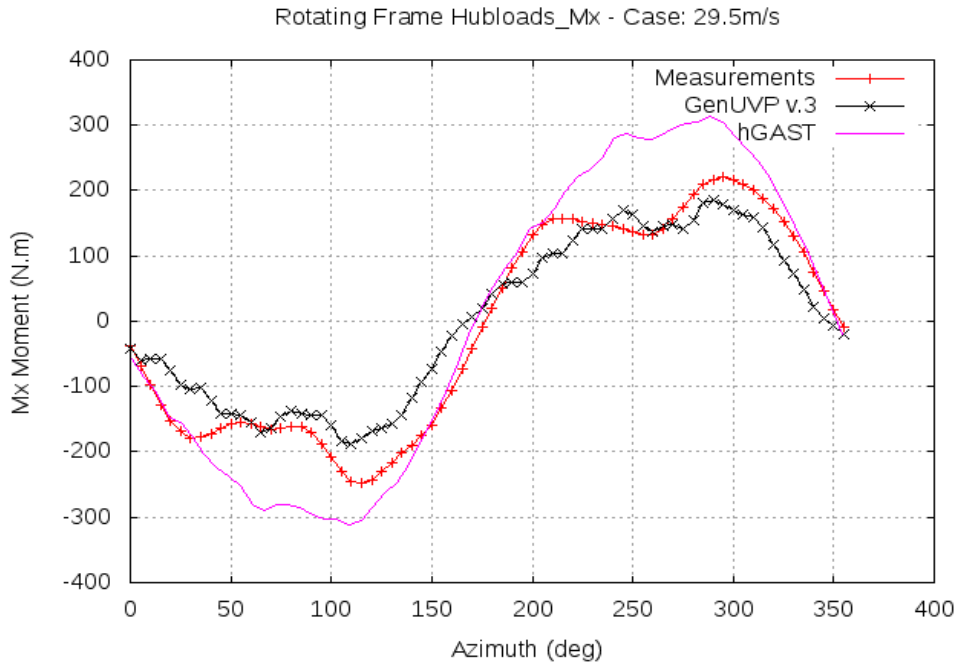
Σχ. 3.39 Συνολική ροπή (M_x) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s)

Στην περίπτωση αυτή τα αποτελέσματα του hGAST για τις ροπές M_x ταυτίζονται σχεδόν με τις προβλέψεις του GenUVP, εμφανίζουν όμως και πάλι υποτιμημένο το πλάτος ταλάντωσης σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα.

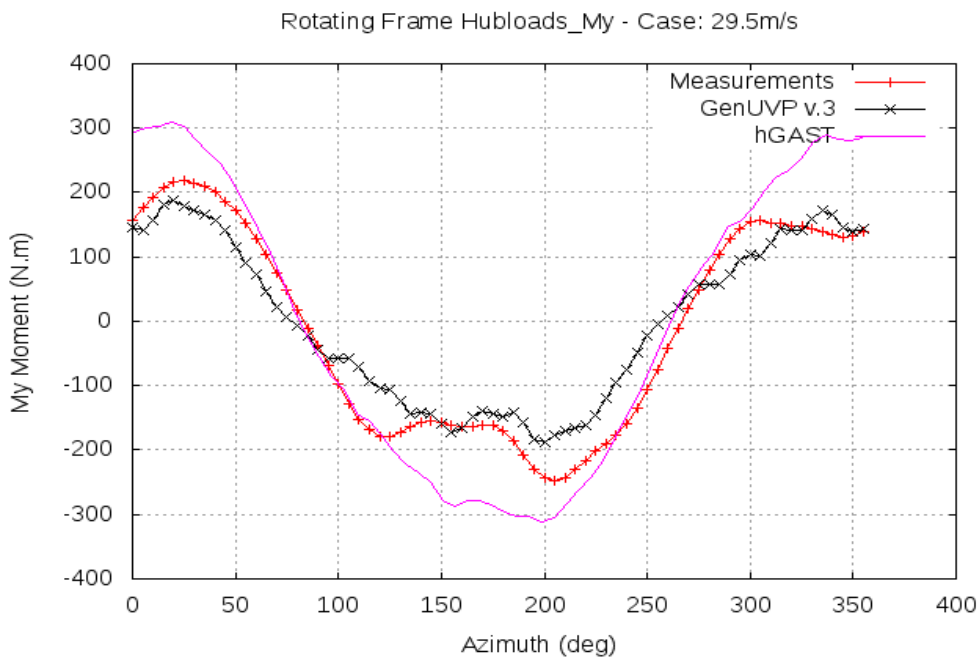


Σχ. 3.40 Συνολική ροπή (M_y) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Μη στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s)

Παρόμοια εικόνα με τις M_x και για τις ροπές M_y , με εξαίρεση τη διαφορετική κατά 150Nm θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στη διαφορετική θεώρηση για τη δυσκαμψία του άξονα περιστροφής, κατάσταση η οποία εντείνεται σε μεγαλύτερη ταχύτητα (29.5 m/s).



Σχ. 3.41 Συνολική ροπή (M_x) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s)



Σχ. 3.42 Συνολική ροπή (M_y) σε κέντρο περιστροφής σε συνάρτηση με αζιμούθιο-Στρεφόμενο σύστημα συντ/μενων (29.5m/s)

Στο Στρεφόμενο σύστημα και για αμφότερες τις καμπτικές ροπές (M_x και M_y), τα ανηγμένα αποτελέσματα του hGAST ταυτίζονται μεν με τα πειραματικά δεδομένα και τις προβλέψεις του GenUVP αναφορικά με τη συχνότητα και τη φάση της ταλάντωσης, υπερεκτιμούν δε το πλάτος της ταλάντωσης.

Κεφάλαιο 4

Επίλογος-Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας και με βάση τις παραδοχές και τις απλουστεύσεις στις οποίες βασίστηκε η παρούσα μελέτη, η ανάλυση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων κατέδειξε καταρχάς τη σημαντικότητα της επίδρασης του ομόρρου της Α/Γ στα αεροδυναμικά/αεροελαστικά φορτία του δρομέα του Ε/Π που τον διασχίζει και κατ' επέκταση στην ευστάθεια πτήσης του Ε/Π. Στο αεροδυναμικό τμήμα της ανάλυσης, η μεγαλύτερη επίδραση αφορούσε σαφέστατα τις ροπές κλίσης (Roll Moments) με την αυξομείωση να ανέρχεται μέχρι και στο 20%, αποτέλεσμα που καταδεικνύει την αναγκαιότητα εφαρμογής συστήματος ελέγχου (TRIM-CONTROLLER) για τη σταθεροποίηση των φορτίων στις τιμές βάσης.

Η εφαρμογή του CONTROLLER θεωρείται επιτυχής, αφού επιτεύχθηκε σε μεγάλο βαθμό η διατήρηση των αεροδυναμικών φορτίων στα επιθυμητά επίπεδα, με εξαίρεση τα σημεία όπου η τάση μεταβολής των φορτίων ήταν ιδιαίτερα έντονη. Βέβαια, η πρακτική εφαρμογή της διάταξης ελέγχου σε πραγματικές συνθήκες ενδεχομένως να παρουσιάσει δυσκολίες μηχανολογικής φύσης ή να απαιτηθούν σχεδιαστικές τροποποιήσεις των διατάξεων μεταβλητού βήματος των ελίκων, ζητούμενα που εκφεύγουν του αντικειμένου της παρούσας εργασίας.

Σε επόμενη φάση και για την εξαγωγή ακριβέστερων αριθμητικά αποτελεσμάτων εκτιμάται ότι θα απαιτηθεί η ανάλυση της πλήρους (αμφίδρομης) αλληλεπίδρασης μεταξύ του ομόρρου της Α/Γ και του δρομέα του Ε/Π. Θα πρέπει δηλαδή το εξωτερικό (inflow) πεδίο ταχυτήτων να μη θεωρείται μόνιμο (στατικό), αλλά τα στοιχεία του ομόρρου να συμμετέχουν δυναμικά στην αλληλεπίδραση ως στοιχεία στροβιλότητας που παράγουν δυναμικό, επηρεαζόμενα ταυτόχρονα από την κίνηση του δρομέα.

Αναφορικά με το αεροελαστικό τμήμα της ανάλυσης, πιστοποιήθηκε σε ικανοποιητικό βαθμό η δυνατότητα του κώδικα hGAST να προσομοιώνει με σχετική ακρίβεια την αεροελαστική συμπεριφορά του δρομέα αναφοράς.

Αναφορές

- [1] Katz, J, Plotkin, A., *Low-speed aerodynamics*. New York: McGraw-Hil, 1991
- [2] Bathe, K.-J., *Finite element procedures*, 2006
- [3] Cap764 CAA Policy and Guidelines on Wind Turbines (Civil Aviation Authorities, UK)
- [4] Dong Energy Wind Power, Helicopter Safety Management Committee, Gatwick, November 2012
- [5] HC/AG-23 Wind turbine wake and helicopter operations (Garteur)
- [6] Voutsinas, S. G. Vortex methods in aeronautics: how to make things work. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 20(1), 3-18,2006
- [7] Riziotis, V., Voutsinas, S., *HeliNOVI-WP2: Validation of vibration excitation sources, NTUA activities*, NTUA, Athens, 2006
- [8] Voutsinas, S., *Manual of GenUVP 7*, NTUA, Athens, 2011
- [9] Manolas, D., *Development of simulation tools for the integrated analysis of offshore wind turbines, NTUA*, Athens, 2011
- [10] Papadakis, G., *Development of a hybrid compressible vortex particle method and application to external problems including helicopter flows (Doctoral dissertation, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (ΕΜΠ). Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών. Τομέας Ρευστών)*, 2014
- [11] Manolas, D. I., Riziotis, V. A., & Voutsinas, S. G. Assessing the importance of geometric nonlinear effects in the prediction of wind turbine blade loads. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 10(4), 041008, 2015
- [12] U.S. Department Of Transportation, Federal Aviation Administration, *Rotorcraft flying handbook*, FAA publications, 2000
- [13] Lehmann, P., *Bo105: Configuration Data*, Institute of Flight Systems, Braunschweig, Germany
- [14] Jonkman, J.M., S. Butterfield, W. Musial, and G. Scott, *Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development*, National Renewable Energy Laboratory Golden, CO., 2009