



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΕΠΙΣΤΗΜΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

**ΠΕΔΙΟ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ ΛΟΓΩ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ
ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΥΦΑΛΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ**

Μεταλληνός Σ. Αναστάσιος

«ΕΠΙΣΤΗΜΗ &
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ
ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

Επιβλέπων: Κ. Μέμος, Καθηγητής

Αθήνα, Ιούνιος 2011

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσας ερευνητικής προσπάθειας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όσους με βοήθησαν για την εκπόνησή της.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας, καθηγητή ΕΜΠ, Κωνσταντίνο Μέμο, κάτω από τη σταθερή καθοδήγηση και συντονισμό του οποίου ολοκληρώθηκε αυτή η προσπάθεια. Το συνεχές ενδιαφέρον που επέδειξε με ενθάρρυνε να συνεχίσω με σταθερούς ρυθμούς, ενώ οι επισημάνσεις και οι διορθώσεις του ήταν καθοριστικές για την διαμόρφωση της παρούσας έρευνας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Υποψήφιο Διδάκτορα και φίλο Μιχάλη Χονδρό για το συνεχές ενδιαφέρον του για την εξέλιξη της εργασίας αυτής, καθώς επίσης και για τη συρροή πληροφοριών που μου παρείχε, με στόχο την ολοκληρωμένη προσέγγιση του θέματος.

Ευχαριστώ τον Υποψήφιο Διδάκτορα Αθανάσιο Ζήρο και τον συνάδελφό μου Επαμεινώνδα Αργυρόπουλο για την βοήθειά τους στην διαδικασία των πειραματικών μετρήσεων καθώς και τον Κωνσταντίνο Σταθά για τις πολύτιμες συμβουλές του όσο αφορά την κατανόηση από μέρους μου του υπολογιστικού προγράμματος FLOW-3D.

Τέλος, θα ήθελα ιδιαίτερα να ευχαριστήσω τον πολιτικό μηχανικό Ιωάννη Αυγέρη για την παραχώρηση του υπολογιστικού κώδικα σε γλώσσα FORTRAN, η συμβολή του οποίου ήταν καθοριστική για την έκβαση της παρούσας εργασίας.

Αθήνα 2011

Μεταλληνός Αναστάσιος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

➤ Ορισμοί Συμβόλων.....	vii
➤ Ευρετήριο Σχημάτων-Εικόνων-Γραφημάτων.....	xi
➤ Περίληψη.....	xv
➤ Extended Abstract.....	xvii
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Αντικείμενο της Εργασίας.....	3
1.2 Διάρθρωση Μεταπτυχιακής Εργασίας.....	5
2. ΥΦΑΛΟΙ ΚΥΜΑΤΟΘΡΑΥΣΤΕΣ.....	9
2.1 Εισαγωγή στους Ύφαλους Κυματοθραύστες.....	11
2.2 Κυματοθραύστες Χαμηλής Στέψης.....	13
2.3 Φαινόμενα γύρω από Ύφαλο Κυματοθραύστη.....	17
2.4 Οι Ύφαλοι Κυματοθραύστες ως Τεχνητοί Οικότοποι.....	19
3. ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ.....	21
3.1 Θεμελιώδεις Εξισώσεις και Οριακές Συνθήκες.....	23
3.2 Γραμμική Θεωρία Κυματισμών Απειροστού Εύρους (Airy ή Stokes 1 ^{ης} τάξης).....	25
3.3 Μη Γραμμική Θεωρία Κυματισμών.....	29
3.3.1 Θεωρία Stokes 2 ^{ης} τάξης.....	30
3.3.2 Θεωρία Stokes 3 ^{ης} τάξης.....	31
3.3.3 Θεωρία Stokes 5 ^{ης} τάξης.....	32
3.3.4 Θεωρία Cnoidal.....	34
3.3.5 Θεωρία Μοναχικού Κύματος (Solitary Wave).....	36
3.3.6 Θεωρία Ροϊκής Συνάρτησης (Stream Function Theory).....	39
3.4 Περιοχή Ισχύος των Θεωριών.....	42
4. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	45
4.1 Εισαγωγή στα Μοντέλα τύπου Boussinesq.....	47
4.2 Συνοπτική Περιγραφή της Εξέλιξης των Μοντέλων Boussinesq.....	48

4.3 Περιγραφή της Εξέλιξης του Μοντέλου Boussinesq των Avgeris et al.	56
4.3.1 Παραγωγή Εξισώσεων και Οριακές Συνθήκες της Κυματικής Κίνησης σε Πορώδες Πυθμένα	58
4.3.2 Παραγωγή Εξισώσεων Boussinesq για Πορώδες Μέσο	61
4.4 Κατάστρωση εκθετικού Προφίλ Μέγιστων Τροχιακών Ταχυτήτων στο Εσωτερικό του Κυματοθραύστη	66
5. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	71
5.1 Πειραματική Διώρυγα	73
5.1.1 Περιγραφή Διώρυγας	73
5.1.2 Κυματογεννήτρια	76
5.1.3 Παραγόμενοι Κυματισμοί	78
5.2 Διαδικασία Μετρήσεων και Διάταξη Κυματοθραύστη	79
5.3 Θέσεις και Περιγραφή Μετρήσεων	84
5.3.1 Βάθος 50 cm	84
5.3.2 Βάθος 60 cm	87
6. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ FLOW-3D	91
6.1 Κύρια Χαρακτηριστικά Προγράμματος	93
6.2 Προσομοίωση Ροών με Ελεύθερη Επιφάνεια	94
6.2.1 Γενικά	91
6.2.2 Μέθοδος Όγκου του Ρευστού (Volume of Fluid, VOF)	94
6.3 Ορθογωνικά Πλέγματα και Μέθοδος Favor	95
6.3.1 Ορθογωνικά Πλέγματα	95
6.3.2 Γεωμετρία Ροής και Πλέγματος	96
6.3.3 Ακρίβεια Υπολογισμού	96
6.4 Εξισώσεις Ροής	97
6.4.1 Μέθοδος Διαφορικών Όγκων	97
6.4.2 Εξίσωση Συνέχειας	97
6.4.3 Εξίσωση Διατήρησης της Ορμής	97
6.5 Βοηθητικά Μοντέλα	98
6.5.1 Μαθηματικά Μοντέλα Τύρβης	98

6.5.2	Μαθηματικά Μοντέλα Πορώδους Μέσου.....	99
6.6	Οριακές Συνθήκες.....	100
6.7	Μέθοδοι Επίλυσης.....	101
6.7.1	Ρητές και Πεπλεγμένες Μέθοδοι Επίλυσης.....	101
6.7.2	Μέθοδος Επίλυσης των Πίεσεων.....	101
6.7.3	Μέθοδος Επίλυσης των Τάσεων του Ιξώδους.....	102
6.8	Κριτήρια Σύγκλισης και Χαλάρωσης.....	103
7.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ FLOW-3D ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ..	105
7.1	Εισαγωγή.....	107
7.2	Εφαρμογή Παραγόμενου Μοντέλου	108
7.3	Διαγράμματα-Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....	112
7.4	Επιβεβαίωση του Προγράμματος FLOW-3D	123
7.4.1	Σχεδιασμός και Δόμηση Γεωμετρίας Προσομοιωμάτων.....	123
7.4.2	Παράμετροι της Ροής.....	123
7.4.3	Αριθμητικό Πλέγμα.....	124
7.4.4	Οριακές Συνθήκες.....	125
7.4.5	Διαγράμματα-Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....	126
8.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	133
8.1	Γενικά Συμπεράσματα.....	135
8.2	Συμπεράσματα ως προς το Παραγόμενο Μοντέλο	137
8.3	Συμπεράσματα ως προς το Πρόγραμμα FLOW-3D	138
8.4	Προτάσεις Εξέλιξης του Μοντέλου και Περαιτέρω Έρευνα.....	139
9.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	141
10.	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	
	Παράρτημα Α: Πίνακες Μετρήσεων.....	153
	Παράρτημα Β: Πίνακες Συγκρίσεων Μοντέλου και FLOW-3D.....	167
	Παράρτημα Γ: Κώδικας Προγράμματος FORTRAN.....	175

ΟΡΙΣΜΟΙ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

A) Σύμβολα με Ελληνικά Γράμματα

α : εύρος κυματισμών (ισούται με το μισό του ύψους στα γραμμικά κύματα)

α_1 και α_2 : συντελεστές οι οποίοι αναφέρονται σε στρωτή και τυρβώδη ροή αντίστοιχα

α : συντελεστής αντίστασης του πορώδους μέσου ($\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 |U_s|$)

Δx : χωρικό βήμα

Δt : χρονικό βήμα

ε : παράμετρος κλίμακας που εκφράζει τη μη γραμμικότητα $\varepsilon = H/d$

ε : αδιάστατο ύψος κύματος ($= kH/2$)

ζ : ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας μετρούμενη από τη στάθμη ηρεμίας

ν : συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας

ρ : πυκνότητα νερού

σ : παράμετρος κλίμακας που εκφράζει τη διασπορά συχνοτήτων $\sigma = d/L$

φ : γωνία φάσης

ω : γωνιακή συχνότητα ($= 2\pi/T$)

Φ : συνάρτηση δυναμικού

Ψ : ροϊκή συνάρτηση

φ : το πορώδες (λόγος του όγκου κενών προς το συνολικό όγκο)

B) Σύμβολα με λατινικά γράμματα

c : φασική ταχύτητα ή ταχύτητα διάδοσης κύματος, $c = L/T$

c_g : ταχύτητα ομάδας κυματισμών

c_E : η μέση ως προς το χρόνο ταχύτητα του ρευστού (Eulerian time-mean fluid velocity)

c_S : μέση ως προς το βάθος ταχύτητα μεταφοράς μάζας (depth-averaged Stokes mass transport velocity)

cn : ελλειπτική συνημιτονοειδής συνάρτηση

$K(k)$: το ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους

M και N : συναρτήσεις του H/d και απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4

B : Η προκύπτουσα γραμμική διασπορά στο μοντέλο Boussinesq των Abbott et al. (1978)

F : το ποσοστό πλήρωσης κενών με ρευστό (Fluid Volume Fraction) στο πρόγραμμα FLOW-3D

R : θετική σταθερά στην εξίσωση Bernoulli

U_R : αριθμός Ursell

y_i : η απόσταση του πυθμένα μέχρι την κοιλία του κυματισμού

d : βάθος θάλασσας μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας

$d(x,y)$: το μεταβαλλόμενο βάθος μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας

h : βάθος θάλασσας μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας

f : κυκλική συχνότητα ($=1/T$)

g : επιτάχυνση βαρύτητας

H : ύψος κύματος (κατακόρυφη απόσταση κοιλίας κορυφής)

h : συνολικό βάθος $h=d+\zeta$

k : αριθμός κύματος (μέτρο διανύσματος), $k=2\pi/L$

L : μήκος κύματος

L_0 : μήκος κύματος στα βαθειά νερά

p : πίεση

p_s : πίεση στο εσωτερικό του πορώδους μέσου

F_r : η συρτική αντίσταση του πορώδους μέσου

F_i : η αδρανειακή αντίσταση του πορώδους μέσου

T : περίοδος

c_m : συντελεστής πρόσθετης μάζας

c_f : αδρανειακός συντελεστής

n : μοναδιαίο διάνυσμα

u : συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση x

\hat{u} : το διάνυσμα της ταχύτητας $\hat{u}=(u, v, w)$

z_a : τυχαία κατακόρυφη απόσταση a από την Σ.Η.Υ. στις εξισώσεις Boussinesq του Nwogu (1993)

$u_a=(u_a, v_a)$ είναι το διάνυσμα της οριζόντιας ταχύτητας σε ένα τυχαίο βάθος z_a στις εξισώσεις Boussinesq του Nwogu (1993)

$h_s(x,y)$: πάχος του πορώδους μέσου

$h(x,y)$: Το βάθος του νερού πάνω από τον διαπερατό πυθμένα

$h_b(x,y)$: Το βάθος του νερού πάνω από τον αδιαπέρατο πυθμένα

U : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα ρευστών σωματιδίων εκτός του πορώδους μέσου στο υδάτινο σώμα

U_s : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα ρευστών σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου

u_s : μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα Darcy ρευστών σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου

v : συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση y

V: συνιστώσα της μέσης ως προς το βάθος οριζόντιας ταχύτητας κατά y

w: συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση z

B(t): η σταθερά Bernoulli

Γ) Δείκτες

a: μεταβλητή σε βάθος z_a

b: συνιστώσα στον πυθμένα

i: στοιχείο κανάβου στη διεύθυνση x

j: στοιχείο κανάβου στη διεύθυνση y

o: βαθιά νερά

s: συνιστώσα στην ελεύθερη επιφάνεια

t: παράγωγος ως προς το χρόνο

x: χωρική παράγωγος ως προς x

y: χωρική παράγωγος ως προς y

Δ) Συντομεύσεις

Σ.Υ.Η: στάθμη ηρεμούντος ύδατος

Μ.Σ.Υ: μέση στάθμη ύδατος

Υ.Κ: ύφαλοι κυματοθραύστες

BW: Boussinesq Waves

LCS: low crest structures (κυματοθραύστης χαμηλής στέψης)

S.W.L.: still water level

Σχήματα

Σχήμα 2.1: Δυναμικά ευσταθής ύφαλος κυματοθραύστης. (Reef breakwater).....	15
Σχήμα 2.2: Στατικά ευσταθής κυματοθραύστης χαμηλής στέψης. (LCS).....	15
Σχήμα 2.3: Στατικά ευσταθής ύφαλος κυματοθραύστης. (submerged breakwater).....	16
Σχήμα 3.1 Κατεύθυνση ταχυτήτων (u , w) και επιταχύνσεων (a_x , a_z) συναρτήσει της γωνίας θ (CEM II-1).....	26
Σχήμα 3.2: Τροχιακές ταχύτητες ρευστών σωματιδίων στα βαθιά και ρηχά νερά (CEM II-1).....	29
Σχήμα 3.3: Θεωρία Cnoidal. Τιμές του συντελεστή k^2 για τις αδιάστατες παραμέτρους L^2H/d^3 , $T\sqrt{g/d}$ και H/d που προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά του κύματος (Wiegel 1960).....	36
Σχήμα 3.4: Συντελεστές M και N συναρτήσει του λόγου H/d για τον υπολογισμό της οριζόντιας και της κάθετης ταχύτητας των υγρών στοιχείων ενός μοναχικού κυματισμού.....	38
Σχήμα 3.5: Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας για τις θεωρίες διάδοσης κυματισμών.....	39
Σχήμα 3.6: Περιοχές εφαρμογής διάφορων θεωριών διάδοσης κυματισμών. (Le Méhauté, 1976).....	44
Σχήμα 4.1: Ποσοστιαίο λάθος ταχύτητας φάσης $(100(c-c_{STOKES})/c_{STOKES})$ όπου η ταχύτητα c υπολογίζεται από την (4.6) (Madsen et al. 1991).....	52
Σχήμα 4.2: Ορισμοί συμβόλων.....	58
Σχήμα 4.3: Ορισμός μεταβλητών.....	67
Σχήμα 4.4: Κατανομή μέσων ολοκληρωμένων στο βάθος οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων.....	68
Σχήμα 4.5: Κατανομή μέσης ταχύτητας $u_M(z)$	69
Σχήμα 4.6: Τελική κατανομή οριζοντίων ταχυτήτων $u_s(z)$ και $u(z)$	70
Σχήμα 5.1: Κάτοψη και τομή της πειραματικής διάρρυγας.....	74
Σχήμα 5.2: Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 50 cm (Τα μήκη σε cm).....	85

Σχήμα 5.3: Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 60 cm (Τα μήκη σε cm).....	88
Σχήμα 7.1: Διατομές λήψης των μετρήσεων των πειραμάτων.....	111

Εικόνες

Εικόνα 2.1: Τεχνητός ύφαλος τύπου Reef-ball (HSAR).....	17
Εικόνα 5.1: Άποψη της πειραματικής διώρυγας από την πλευρά της κυματογεννήτριας.....	75
Εικόνα 5.2: Άποψη του εσωτερικού της διώρυγας βαρύτητας του εργαστηρίου λιμενικών έργων.....	75
Εικόνα 5.3: Κυματογεννήτρια στο άκρο της διώρυγας τοποθετημένη στο βάθρο.....	76
Εικόνα 5.4: Πτερύγιο κυματιστήρα και διάταξη διάτρητων πλακών ομαλοποίησης του κυματισμού.....	77
Εικόνα 5.5: Το κιβώτιο ταχυτήτων της κυματογεννήτριας το οποίο καθορίζει τις περιόδους παραγόμενου κυματισμού.....	77
Εικόνα 5.6: Nononic StreamFlo – Η επιστημονική συσκευή που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις στο εσωτερικό της κατασκευής.....	80
Εικόνα 5.7: Global Water Flow Probe – Η επιστημονική συσκευή που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις στο εξωτερικό της κατασκευής.....	80
Εικόνα 5.8: Ο μολίσκος που χρησιμοποιήθηκε για τη λήψη των πειραματικών μετρήσεων στο εσωτερικό της κατασκευής.....	81
Εικόνα 5.9: Οριζόντιοι υποδοχείς των ανοξείδωτων σωλήνων και βαθμονομημένος γνόμενος για τις οπτικές παρατηρήσεις.....	82
Εικόνα 7.1: Διατομή κυματοθραύστη και διατομές λήψης των μετρήσεων.....	121
Εικόνα 7.2: Το υπολογιστικό πλέγμα των μοντέλων.....	123
Εικόνα 7.3: Μεταβολή στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας.....	125

Πίνακες

Πίνακας 3.1: Χαρακτηριστικά κύματος θεωρίας Airy ή Stokes 1ης τάξης (CEM II-1-2).....	27
---	----

Πίνακας 4.1 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995).....	66
Πίνακας 5.1: Όρια παραγόμενων κυματισμών.....	78
Πίνακας 5.2: Ταχύτητες κυματιστήρα – περίοδοι παραγόμενων κυματισμών.....	79
Πίνακας 5.3: Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού.....	83
Πίνακας 7.1: Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού.....	108
Πίνακας 7.2 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995).....	110
Πίνακας 7.3: Κυματικά χαρακτηριστικά για τα σενάρια 3 και 6.....	124

Διαγράμματα

Διάγραμμα 7.1: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 1.....	113
Διάγραμμα 7.2: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 2.....	114
Διάγραμμα 7.3: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 3.....	115
Διάγραμμα 7.4: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 4.....	116
Διάγραμμα 7.5: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 5.....	117
Διάγραμμα 7.6: Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 6.....	118
Διάγραμμα 7.7: Κατά μήκος μεταβολή οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων.....	120
Διάγραμμα 7.8: Σύγκριση μοντέλου, FLOW-3D και πειραμάτων για το Σενάριο 3.....	128
Διάγραμμα 7.9: Σύγκριση μοντέλου, FLOW-3D και πειραμάτων για το Σενάριο 6.....	129

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το υδροδυναμικό πεδίο στο εσωτερικό μιας ύφαλης κατασκευής αποτελεί πεδίο έρευνας σε εξέλιξη και σε αυτό συνηγορεί ο περιορισμένος αριθμός σχετικών άρθρων στη διεθνή βιβλιογραφία. Ο έως τώρα σχεδιασμός των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αφορούσε από μηχανικής απόψεως αποκλειστικά την προστασία της ακτής. Στη σύγχρονη εποχή όμως, όπου η ανάγκη για περιβαλλοντική ευαισθητοποίηση καθίσταται ολοένα και πιο επιτακτική, ο ρόλος του μηχανικού στο σχεδιασμό τέτοιων κατασκευών γίνεται πιο σύνθετος. Ζητούμενο των τελευταίων ετών αποτελεί ο σχεδιασμός ύφαλων κατασκευών που θα εξυπηρετούν διπλό σκοπό: α) την προστασία των ακτών και β) την ελάχιστη δυνατή υποβάθμιση του θαλάσσιου περιβάλλοντος αν όχι τον εμπλουτισμό του.

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η σημασία των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αυξάνεται σταθερά λόγω των περιβαλλοντικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των έξαλων κατασκευών. Μια βασική παράμετρος για να αξιολογηθεί κατά πόσο μπορεί να αποτελέσουν τοπικό οικότοπο είναι η ταχύτητα των ρευστών σωματιδίων του νερού στο εσωτερικό της κατασκευής.

Στην παρούσα έρευνα αναπτύσσεται ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό διαπερατής ύφαλης κατασκευής. Το προφίλ ταχύτητας που προκύπτει βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών στο οποίο στη συνέχεια εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα η οποία δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής. Για να επαληθευτεί το αριθμητικό μοντέλο έγιναν πειράματα στο Εργαστήριο Λιμενικών Έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο και έγινε σύγκριση ακόμα με το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D.

Τα πειράματα διεξήχθησαν στη διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κουιάκος» με 27 m μήκος, 0.90 m πλάτος και 1.53 m ύψος εφοδιασμένη με κυματογεννήτρια που παρήγαγε απλούς μονοχρωματικούς κυματισμούς. Το ύψος του κυματοθραύστη ήταν 0.4 m και το πλάτος στέψης 1.0 m. Η κατασκευή διαμορφώθηκε από φυσικούς ογκολίθους με μέση διάμετρο $d_{50}=0.08$ m και κλίση πρανών 1:2. Τα πειραματικά

δεδομένα συλλέχτηκαν σε 3 διατομές κατά μήκος του κυματοθραύστη και με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως των μετρήσεων ίση με 5 cm. Επίσης για την βαθμονόμηση του εκθετικού προφίλ των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων του νερού έγιναν μετρήσεις τόσο ακριβώς στα ανάντη όσο και κατάντη της κατασκευής εκτός του πορώδους μέσου, με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως των μετρήσεων ίση με 10 cm. Χρησιμοποιήθηκαν τρία κυματικά σενάρια και δύο βάθη νερού $h=50$ cm και $h=60$ cm. Το πορώδες της κατασκευής, δηλαδή ο λόγος του όγκου των κενών προς τον συνολικό όγκο, ήταν $\phi=0,52$.

Συμπερασματικά, ένα κυματικό μοντέλο Boussinesq σε συνδυασμό με ένα προφίλ ταχύτητας επέτρεψε την ικανοποιητική εκτίμηση των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων του νερού λόγω κυματισμού, στο εσωτερικό ύψαλης κατασκευής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα που βασίζονται σε ένα μοντέλο Boussinesq ελαφρά μη γραμμικό με βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς των Avgeris and Karambas (2002), σε συνδυασμό με ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία που προτείνεται από τον Dingemans (1997) για μη θραυόμενους κυματισμούς, συγκρίθηκαν με τα πειραματικά δεδομένα και η σύγκριση έδειξε ότι αυτή η απλή μέθοδος είναι σε θέση να προβλέπει με ικανοποιητική ακρίβεια την οριζόντια μέγιστη τροχιακή ταχύτητα στο εσωτερικό του πορώδους μέσου.

Η πρόβλεψη από το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D των οριζόντιων τροχιακών ταχυτήτων του νερού στην περιοχή γύρω από την ύψαλη κατασκευή, δηλαδή στην ανάντη και την κατάντη διατομή, κρίνεται επίσης ικανοποιητική. Ωστόσο τα αποτελέσματα του προγράμματος FLOW-3D για το εσωτερικό της κατασκευής δείχνουν την αδυναμία του μοντέλου αυτού να εκτιμήσει την κατανομή των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων των σωματιδίων του νερού στο εσωτερικό της κατασκευής και υστερεί σημαντικά έναντι του μοντέλου που παράχθηκε σε αυτήν την εργασία, τα αποτελέσματα του οποίου κρίνονται ως αρκετά ικανοποιητικά. Επιπλέον, παρατηρείται αύξηση των τροχιακών ταχυτήτων των ρευστών σωματιδίων στην κατάντη διατομή εντός του πορώδους μέσου σε σχέση με την ανάντη διατομή κάτι που αποδίδεται στην ανάπτυξη στροβίλων στο κατάντη μέρος της κατασκευής.

EXTENDED ABSTRACT

INTRODUCTION

In the last few decades, submerged breakwaters have been used in coastal zones for shoreline protection and to prevent beach erosion. In most of the cases these structures are rubble mound permeable breakwaters whose design is based on empirical rules. In modern times the design of coastal protection projects becomes even more complicated, as other non-physical parameters are taken into account. These parameters can be environmental aspects, such as safeguarding the aesthetic value of the coastal landscape. Study of these new kind of structures of milder intervention than the conventional ones, such as submerged breakwaters, is therefore of paramount importance, especially when trying to combine the structure's technical efficiency with ecological requirements. Thus it is expected that low-crested structures and especially submerged breakwaters (S.B.), a modification of traditional detached breakwaters, to gain momentum among the means of combating coastal erosion.

The protection afforded by S.B. on the leeward side reduces the energy of waves, the movement of sediment and eventually modifies the morphology of the coastal zone. In agreement with the purpose and the role of these structures, many investigations, studies and papers examining in detail the phenomena occurring around S.B have been developed over time. By contrast, the hydrodynamic field inside a porous S.B. is a field of relatively recent research and this is verified by the limited number of relevant publications. As pointed earlier, in the past the purpose of detached breakwaters was to protect the coastline from erosion. In modern times however, where the need for environmental awareness is becoming increasingly urgent, the role of engineering in the design of such structures becomes even more complex. A challenge of recent years is to design S.B. which will serve a double purpose: a) coastal protection and b) the minimal degradation of the marine environment if not its enrichment. It is easy to understand that the importance of permeable submerged structures is steadily increasing due to environmental merits over emerged breakwaters. A key parameter to assess the shelter they provide to the local habitats is the water particle velocity in the interior of the structure. Several researchers have presented a number of models predicting orbital velocities inside porous structures.

Losada et al. (1995) studied experimentally the kinematics and dynamics of oscillatory flow in an idealized porous structure. Garcia et al. (2004a) made measurements as part of a research carried out for the European Research project DELOS both outside and within the porous medium without proposing a specific vertical distribution of the horizontal orbital velocities in the interior of the structure. Lara et al. (2006) examined flow conditions at low-crested rubble-mound breakwaters under regular wave attack, using a combination of measured data of free surface, bottom pressure and fluid velocities from small-scale experiments and numerical results provided by a VOF-type model (COBRAS) based on the Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS) equations. Losada et al. (2003) and Garcia et al. (2004a) used the same numerical model to investigate the influence of the crest width on the near-field flow pattern and showed that the model performs well for another geometric configuration of breakwater. With the aim of demonstrating the model’s validity beyond small-scale setups, Garcia et al. (2004b) presented simulations, using COBRAS, of a laboratory experiment on a submerged rubble-mound multilayered breakwater at near-prototype scale. Avgeris et al. (2004) included the effect of the structure permeability in Boussinesq-type model simulations of irregular wave train propagation over submerged breakwaters. A depth-averaged Darcy equation extended with Forchheimer terms was used to calculate the flow inside the porous structure. Wave generation was achieved using the source function technique described by Wei et al. (1999). The resulting Boussinesq model incorporates additional dispersion terms, extending the applicability of the model into a wider range of depths, as well as extra terms accounting for the interaction between the waves over the structure and the flow within the porous breakwater.

THEORETICAL BACKGROUND

A weakly nonlinear Boussinesq-type model (Madsen and Sørensen, 1992) with improved linear dispersion characteristics was used to describe wave motion in the regions upstream and downstream of the breakwater. In the region of the structure the model incorporates two extra terms accounting for the interaction between the wave motion outside and the flow within the porous structure, one in the continuity equation and one in the momentum equation respectively, following the approach of

Cruz et al. (1997). In one-dimensional form the governing equations are written (Avgeris et al., 2004):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \zeta)U]}{\partial x} + \phi \frac{\partial (h_s \cdot U_s)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} \\ &+ Bh^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \right) \\ &+ 2Bh \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + g \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \\ &+ \phi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

where U is the depth averaged horizontal velocity, ζ is the surface elevation, h is the water depth, B is a dispersion coefficient, U_s is the seepage (fluid) velocity inside the porous medium, h_s is the porous medium thickness and ϕ is the porosity, i.e. the ratio of voids to the total volume. Equations (1) and (2) are solved in the region of the submerged breakwater in conjunction with a depth-averaged Darcy-Forchheimer momentum equation describing the flow inside the porous medium. Assuming that $O[(h_s/L)^2] \ll 1$ the momentum equation written in terms of the fluid velocity U_s ($U_D = \phi U_s$, $U_D =$ Darcy velocity) reduces to (Cruz et al., 1997):

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \phi \alpha_1 U_s + \phi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (3)$$

which is referred as the nonlinear long wave equation for porous medium. The fourth term in equation (3) is the Darcy term, while the fifth one is the Forchheimer term accounting for viscous and inertia forces respectively. The above variables are shown in Fig. 1.

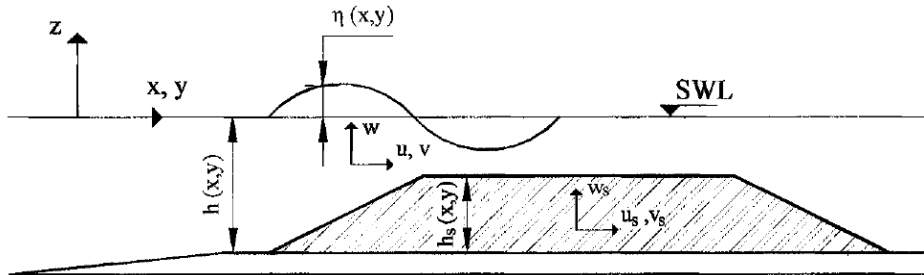


Figure 1. Definition of variables

In equation (3), c_r is inertial coefficient, given by:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1 - \phi}{\phi} \quad (4)$$

where c_m is the added mass coefficient. In this exercise c_r was set equal to unity, as recommended for porous media flow by Sollitt and Cross, 1972.

The porous resistance coefficients α_1 and α_2 , were estimated by the following relations (Ward, 1964, Sollitt and Cross, 1972, Losada et al., 1995, Cruz et al., 1997):

$$a_1 = \frac{\nu}{K}, \quad a_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (5)$$

where ν is the kinematic viscosity, c_f is a dimensionless constant (equal to 0.55 (Ward, 1964)) and K is the intrinsic permeability (m^2). The following empirical formula proposed by van Gent (1995) and Burcharth and Andersen (1995) was used for the calculation of K and c_f :

$$K = \frac{d_{50}^2 \cdot \phi^3}{\alpha (1 - \phi)^2} \quad (6)$$

$$c_f = \beta \frac{1 - \phi}{\phi} \frac{\sqrt{K}}{d_{50}} \quad (7)$$

where α , β are empirical coefficients and d_{50} is the mean diameter of the porous material. In the simulations involving permeable structures, the values of 1100, 1.1 and 0.34 were chosen for the empirical coefficients α , β and γ respectively (Van Gent, 1995). The governing equations were finite-differenced utilizing a high-order predictor-corrector scheme that employs a third-order explicit Adams-Bashforth predictor step and a fourth-order implicit Adams-Moulton corrector step.

The exponential velocity profile used, valid for non-breaking nonlinear waves, is given by (Dingemans, 1997):

$$u(z) = U \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (h \cdot U)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2 (h \cdot U)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right] \quad (8)$$

where U is the depth averaged maximum horizontal velocity, h is the water depth, z is the distance from still water level. Scaling of the above basic profile was effected through equating its integral along the vertical to the corresponding result of the said

Boussinesq model. The final proposed equation for the distribution of the horizontal orbital velocities inside the porous medium (Fig. 3) is written:

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \left(\int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz \right)} \left\{ \begin{array}{l} U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \\ - \left[z \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \end{array} \right\} \quad (9)$$

where U_M , $u_M(z)$ are the depth averaged maximum horizontal velocity and velocity distribution respectively, both accounting for the whole water column inside and outside the structure (Fig. 2), U_s is the seepage (fluid) velocity inside the porous medium, h is the water depth, h_s is the porous edium thickness and z is the distance from still water level. U_M can be deduced from energy conservation considerations through:

$$U_M^2 = \frac{U_s^2 h_s + U^2 d}{h} \quad (10)$$

where U is the depth-integrated water particle velocity and d is the freeboard.

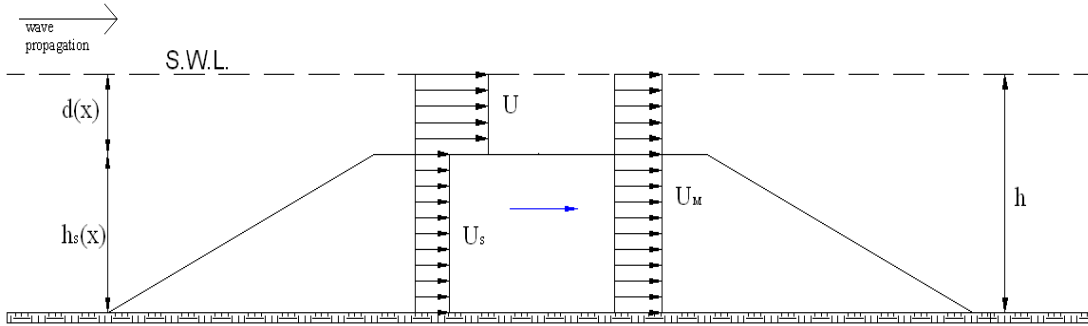


Figure 2. Depth-integrated horizontal velocities

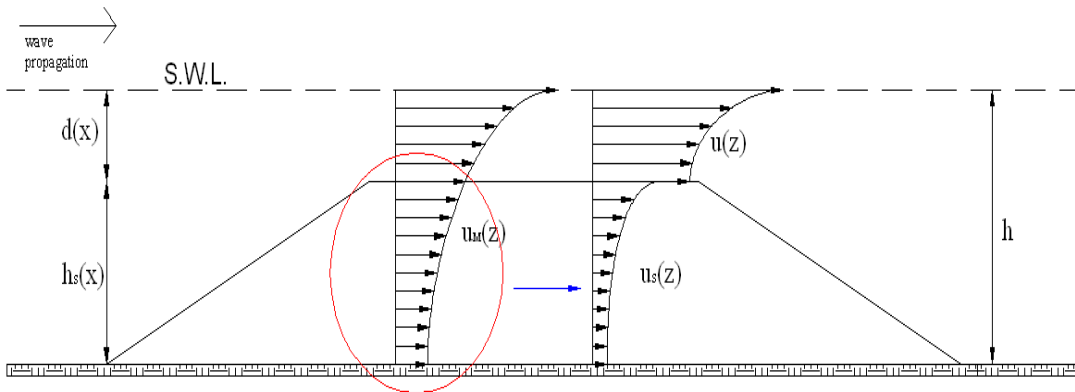


Figure 3. Final distribution $u_s(z)$

A Novonic StreamFlo device was used for the velocity measurements in the interior of the structure. Due to the higher horizontal velocities of the upstream and downstream of the structure as compared to the sections inside the S.B. was used a more appropriate device, namely a Global Water Flow Probe.

MODEL VERIFICATION

Among other tests, the model results were compared against experimental data and the results of the FLOW-3D program. In the sections as shown in Fig. 4, for monochromatic non-breaking waves propagating through a submerged breakwater, proposed model's results converge satisfactorily with experimental measurements at the five sections.

The results of this model and FLOW-3D were compared with experimental data. Below two representative scenarios are shown in a comparison between the results of the proposed model and the results of FLOW-3D with the experimental measurements.

The upstream and the downstream sections lying outside the structure and sections 1, 2 and 3 inside the porous medium are shown in Fig. 4.

Comparison for Scenario 3

The wave characteristics for scenario 3 were $H=0.095$ m, $T=1.58$ s, water depth $h=0.5$ m. In Fig. 5 the distribution of the maximum orbital horizontal velocities inside the structure is shown, derived by the present model. Also shown in the same Fig. 5 are the results of the FLOW-3D program compared with experimental measurements.

Comparison for Scenario 6

Similar to Scenario 3, Scenario 6 has wave characteristics $H=0.12$ m, $T=1.58$ s, water depth $h=0.6$ m. The results are shown in Fig. 6.

From the above results of scenario 3 and scenario 6 (Figs. 5 and 6) and for the upstream and downstream sections satisfactory agreement between the proposed model, the FLOW-3D program and the experimental data is obtained. However, there are significant differences between the results of FLOW-3D and experiments that show its weakness to assess adequately the distribution of the maximum horizontal velocities inside the porous breakwater. The proposed model behaves significantly

better than the previously mentioned program in the interior of the structure for all cases tested.

CONCLUSIONS

A Boussinesq wave model was combined with an assumed velocity profile allowing thus the estimation of velocities inside submerged porous structures. The velocity profile follows an exponential curve and is valid for nonlinear and non breaking waves (Dingemans, 1997). Numerical results were compared with the experimental data; the comparisons showed that this simple model is capable of predicting with reasonable accuracy the horizontal velocities inside submerged porous breakwaters.

The prediction through the FLOW-3D program of the maximum horizontal velocities in the region outside the structure (upstream and downstream sections) is satisfactory as shown in Fig. 5 and 6. However, the results of that program inside the porous medium shows its weakness to assess the distribution of maximum horizontal velocities inside submerged breakwaters. Moreover, an increase of the orbital velocities from section 2 to section 3 inside the structure was observed, that was attributed to the development of turbulence in the vicinity of the downstream slope of the rubble mound.

However, the computed average velocity of both the FLOW-3D program and the present Boussinesq type model are close to the average measured velocity in each section both outside and inside the structure.

This work presents an investigation on how to assess the distribution of the maximum horizontal orbital velocities inside submerged porous breakwaters and can be proven quite useful for further environmental studies.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge I. Avgeris for providing the algorithm of the Boussinesq-type model which was partly used this study.

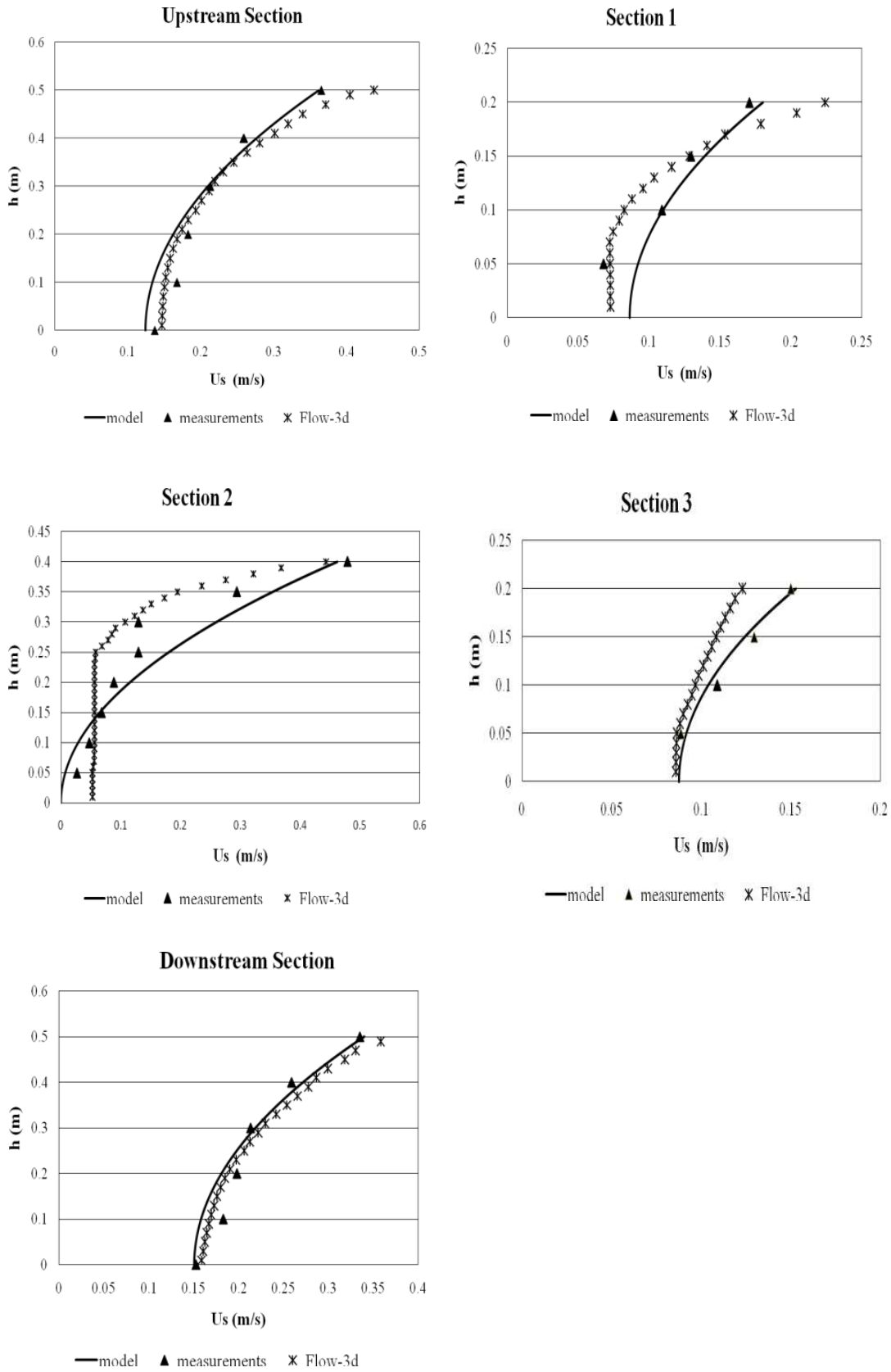


Figure 5. Comparison of proposed horizontal velocity profile and FLOW-3D with measurements for scenario 3

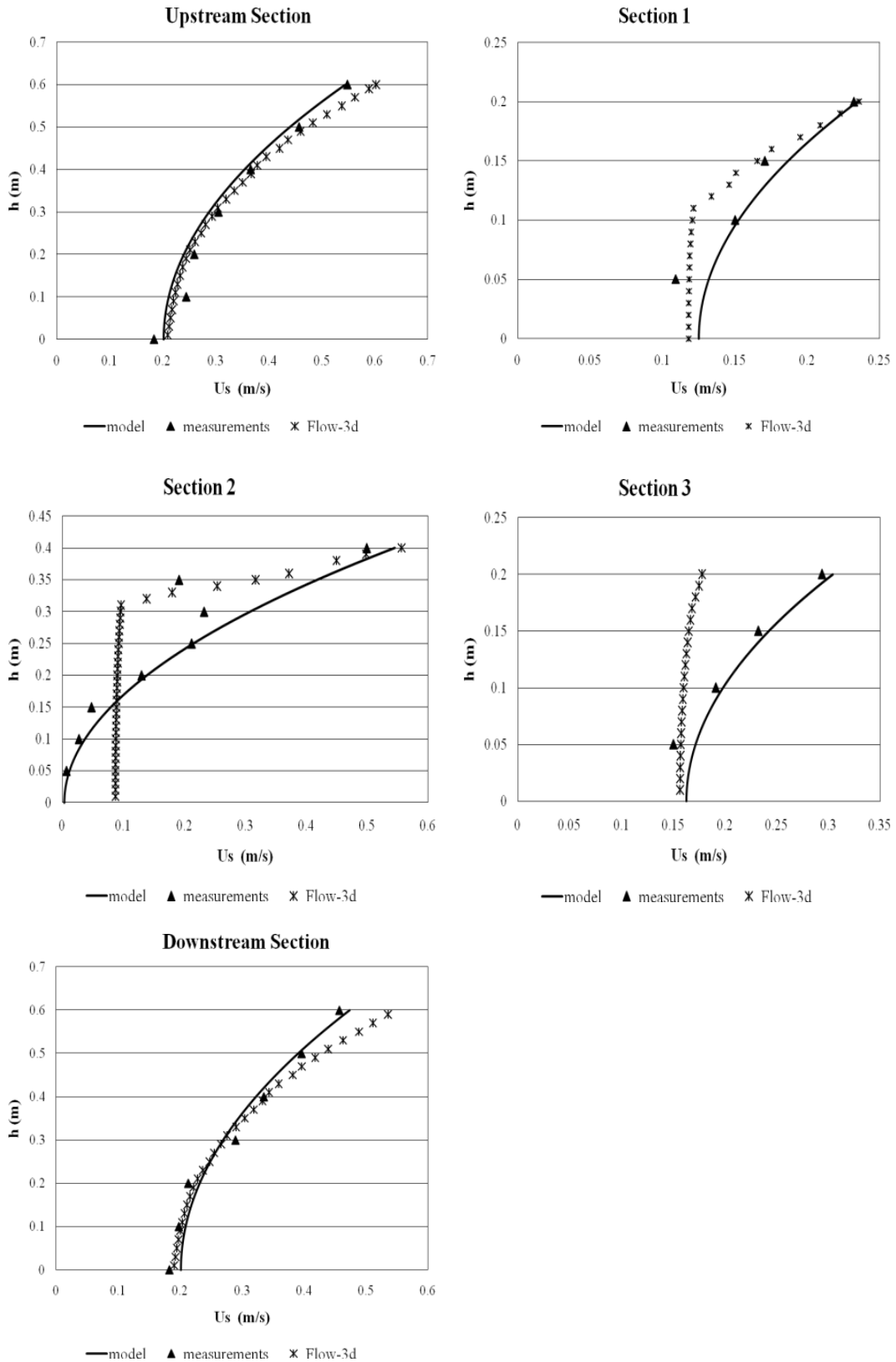


Figure 6. Comparison of proposed horizontal velocity profile and FLOW-3D with measurements for scenario 6

REFERENCES

- Avgeris I, Karambas T.V. Prinos P., 2004. Boussinesq modeling of wave interaction with porous submerged breakwaters. *Coastal Engineering*. ICCE 2004, Lisbon, Portugal.
- Burcharth H.F. Andersen O.H., 1995. On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations, *Coastal Engineering* 24, pp. 233–257.
- Cruz E.C., Isobe M., Watanabe A., 1997. Boussinesq equations for wave transformation on porous beds. *Coastal Engineering*, 24, 233-257.
- Dingemans, M.W., 1997. Water wave propagation over uneven bottoms: 2. Non linear wave propagation. Advanced Series on *Ocean Engineering* 13. World Scientific.
- Garcia N., Lara J.L., Losada I.J., 2004a. 2-D numerical analysis of near-field flow at low-crested permeable breakwaters. *Coastal Engineering* Volume 51, Issue 10, Pages 991-1020.
- Garcia, N., Lara, J.L., Lomonaco, P., Losada, I.J., 2004b. Flow at low-crested breakwaters under breaking conditions. *Proceedings of the 29th International Conference on Coastal Engineering*. World Scientific, pp. 4240–4252.
- Lara J.L., Garcia N., Losada I.J., 2006. RANS modeling applied to random wave interaction with submerged permeable structures. *Coastal Engineering* 53 395–417
- Losada, I. J., Losada, M. A., Martín, A., 1995. Experimental study of wave-induced flow in a porous structure. *Coastal Engineering*, 26, 77-98.
- Losada, I.J., Lara, J.L., Garcia, N., 2003. 2-D experimental and numerical analysis of wave interaction with low-crested breakwaters including breaking and flow recirculation. *Proceedings of Coastal Structures'03*. ASCE, pp. 863–875.
- Madsen, P.A., Sørensen, O.R., 1992. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2: A slowly varying bathymetry. *Coastal Engineering*, 18, 183-204.
- Sollitt, C.K. Cross, R.H. 1972. “Wave Transmission through Permeable Breakwaters”, In: *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 1827-1846.
- Van Gent, M.R.A., 1995. Wave Interaction with Permeable Coastal Structures, *PhD Thesis, Delft University*, Delft, The Netherlands.
- Ward, J. C., 1964. Turbulent flow in porous media. *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, 90 (HY5), 1-12.
- Wei, G., Kirby, J.T. Sinha, A., 1999. Generation of Waves in Boussinesq Models Using a Source Function Method, *Coastal Engineering*, 36, pp. 271-299.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο της Εργασίας

Η προστασία της παράκτιας ζώνης αποτελούσε ανέκαθεν ένα προκλητικό πεδίο έρευνας για τους μηχανικούς λόγω των πολύπλοκων φαινομένων που λαμβάνουν χώρα σε αυτή. Στην σύγχρονη εποχή το ζήτημα του σχεδιασμού παράκτιων έργων προστασίας γίνεται ακόμα πολύπλοκότερο, καθώς άλλες μη φυσικές παράμετροι το επηρεάζουν δραστικά. Τέτοιες εκτιμήσεις μπορεί να είναι περιβαλλοντικού χαρακτήρα, όπως για παράδειγμα η εξασφάλιση της αισθητικής αξίας του παράκτιου τοπίου. Κατά συνέπεια σε αυτήν την κατεύθυνση δοκιμάζεται η χρήση νέων μορφών κατασκευών, οι οποίες παρέχουν νέα προσέγγιση στην παράκτια προστασία καθώς προσδίδουν ήπια μορφή στα παράκτια έργα.

Σε αυτό το πλαίσιο είναι αναμενόμενο να κερδίζουν έδαφος έργα προστασίας χαμηλής στέψης και συγκεκριμένα οι ύφαλοι κυματοθραύστες (Υ.Κ.), οι οποίοι αποτελούν μία τροποποιημένη παραδοχή των παραδοσιακών αποσπασμένων κυματοθραυστών στην προσπάθεια να καταπολεμηθεί πρώτιστα η διάβρωση των ακτών. Η παρεχόμενη προστασία από τους Υ.Κ. στην υπήνεμη πλευρά τους ελέγχει την παράκτια εξέλιξη των κυματισμών, την κίνηση των ιζημάτων και τελικά την μορφολογία της παράκτιας ζώνης.

Σε απόλυτη συμφωνία με το λόγο ύπαρξης και το ρόλο αυτών των κατασκευών, έχουν εκπονηθεί κατά καιρούς πλήθος εργασιών, μελετών και διατριβών που εξετάζουν λεπτομερώς τα φαινόμενα που συμβαίνουν γύρω από τους ύφαλους κυματοθραύστες. Αντιθέτως ο υδροδυναμισμός στο εσωτερικό μιας ύφαλης κατασκευής αποτελεί πεδίο έρευνας σε εξέλιξη και σε αυτό συνηγορεί ο περιορισμένος αριθμός σχετικών άρθρων στη διεθνή βιβλιογραφία.

Επιπροσθέτως, ο έως τώρα σχεδιασμός των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αφορούσε από μηχανικής απόψεως αποκλειστικά την προστασία της ακτής. Στη σύγχρονη εποχή όμως, όπου η ανάγκη για ευαισθητοποίηση και περιβαλλοντική συνείδηση άπαντος καθίστανται ολοένα και πιο επιτακτικές, ο ρόλος του μηχανικού στο σχεδιασμό τέτοιων κατασκευών είναι πιο σύνθετος. Ζητούμενο των τελευταίων ετών αποτελεί ο σχεδιασμός Υ.Κ. που θα εξυπηρετούν διπλό σκοπό: α) την προστασία των ακτών και β) την ελάχιστη δυνατή υποβάθμιση του θαλάσσιου περιβάλλοντος αν όχι τον εμπλουτισμό του.

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό η σημασία των ύφαλων διαπερατών κατασκευών αυξάνεται σταθερά λόγω των περιβαλλοντικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των έξαλων κατασκευών. Μια βασική παράμετρος για να αξιολογηθεί κατά πόσο μπορεί να αποτελέσουν τοπικό οικότοπο και για ποιά είδη είναι η ταχύτητα των ρευστών σωματιδίων του νερού στο εσωτερικό της κατασκευής. Η μεταπτυχιακή εργασία του Καψάλη (2007) μελετά το υδροδυναμικό πεδίο στο εσωτερικό ύφαλής διαπερατής κατασκευής για ρεύματα χρησιμοποιώντας το εμπορικό πρόγραμμα FLOW-3D.

Οι Cruz et al. (1997) παρήγαγαν ένα σετ από δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2D) πάνω από πορώδη πυθμένα αυθαίρετου πάχους και δοκίμασαν την εφαρμογή του στην διάθλαση περίθλαση και ανάκλαση γύρω από έναν ύφαλο κυματοθραύστη με μικρό άνοιγμα. Η μελέτη της συμπεριφοράς των κυματοθραυστών χαμηλής στέψης σε μια διάσταση (1D) έχει μελετηθεί από τους Drei and Lamberti, (1999), Yamashiro et al., (1999), Kriezi et al., (1999) και Gironella and Sanchez-Arcilla (1999). Υπάρχουν λιγότερες έρευνες για πειράματα σε τρισδιάστατη μορφή (3D) όπως αυτές των Chapman et al., (1999), Ilıc et al., (1999). Πρόσφατες πειραματικές μετρήσεις έγιναν στο πρόγραμμα DELOS (DELOS project) που χρησιμοποιήθηκαν για την επιβεβαίωση δύο προσεγγίσεων για την προσομοίωση των κυμάτων και των ρευμάτων στην περιοχή των βυθισμένων κυματοθραυστών. Πρόσφατα οι Hsiao et al. (2002) παρουσίασαν ένα πλήρως μη γραμμικό δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2DH-Boussinesq type model) για διάδοση κυματισμών πάνω από διαπερατό πυθμένα και έγινε σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις για γραμμικούς κυματισμούς πάνω από βυθισμένο κυματοθραύστη. Στην εργασία αυτή η κυματική διάδοση πάνω από τον ύφαλο κυματοθραύστη ερευνήθηκε με το δισδιάστατο μοντέλο Boussinesq (2DH-Boussinesq-type model), ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με τους Cruz et al. (1997).

Επίσης, οι Cox et al., (1995), Cox and Kobayashi (1997) δημιούργησαν ένα ολοκληρωμένο στο βάθος μοντέλο επίλυσης κυματισμών. Οι Ting and Kirby (1994) πραγματοποίησαν πειράματα οριζόντιων και κατακόρυφων τροχιακών ταχυτήτων σωματιδίων του νερού στη ζώνη διαβροχής. Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις τα πειράματα και τα αριθμητικά μοντέλα που έχουν παραχθεί αφορούν σε θέσεις τόσο στην ζώνη διαβροχής για θραυόμενους κυματισμούς όσο και στα κατάντη της κατασκευής (DELOS project, 2003). Επίσης οι Deigaard et al., (1986) και

Christensen et al., (2003) πραγματοποίησαν πειραματικές μετρήσεις τροχιακών ταχυτήτων των υγρών μορίων στη ζώνη θραύση σε ακτή με ομαλή κλίση. Οι Garcia et al. (2004) στα πλαίσια επίσης του ερευνητικού προγράμματος DELOS πραγματοποίησαν μετρήσεις ταχυτήτων στην περιοχή γύρω από βυθισμένο κυματοθραύστη όπως και τελευταία οι Huang et al. (2011).

Στην παρούσα έρευνα λοιπόν, αναπτύσσεται ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό διαπερατής ύφαλης κατασκευής για μη θραυόμενους κυματισμούς. Το προφίλ ταχύτητας που προκύπτει βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997) στο οποίο στη συνέχεια εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα η οποία δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Για να επαληθευτεί το αριθμητικό μοντέλο έγιναν πειράματα στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλιάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

1.2 Διάρθρωση Μεταπτυχιακής Εργασίας

Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια περιγραφή των ύφαλων κυματοθραυστών, της χρήσης τους και των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα γύρω από τέτοιου είδους κατασκευές. Επίσης γίνεται συνοπτική αναφορά στην λειτουργία των ύφαλων κατασκευών ως τεχνητών οικοτόπων και στους παράγοντες που επηρεάζουν τα θαλάσσια οικοσυστήματα.

Στο κεφάλαιο 3 γίνεται εισαγωγή σε θεωρίες και μαθηματικά ομοιώματα διασπειρόμενων κυματισμών. Παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις εξισώσεις και οι οριακές συνθήκες καθώς και μαθηματικές θεωρίες για τους δισδιάστατους προωθούμενους κυματισμούς που αναπτύχθηκαν κατά το παρελθόν. Πιο συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στην γραμμική θεωρία κυματισμών απειροστού εύρους (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης) όπως επίσης και την μη γραμμική θεωρία. Πιο συγκεκριμένα στην θεωρία Stokes 1^{ης} 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, στη θεωρία Cnoidal, στην θεωρία μοναχικού κυματισμού (Solitary Wave) καθώς και στη θεωρία ροϊκής συνάρτησης. Φυσικά παρουσιάζεται και το διάγραμμα που δείχνει τις περιοχές

εφαρμογής των διάφορων αυτών θεωριών διάδοσης κυματισμών. (Le Méhauté, 1976).

Στο κεφάλαιο 4 γίνεται η εισαγωγή στα ομοιώματα τύπου Boussinesq καθώς και η περιγραφή της εξέλιξης του ομοιώματος Boussinesq των Avgeris et al. (2004). Στην συνέχεια ακολουθεί η κατάστρωση του εκθετικού προφίλ των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων που βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997) το οποίο στη συνέχεια εισάγεται στην ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα η οποία δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004).

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη που κατασκευάστηκε στην διώρυγα δοκιμών Δημήτρης Κοιλάκος του εργαστηρίου Λιμενικών Έργων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Καθορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των μοντέλων, ο υπολογισμός του πορώδους της κατασκευής και παρουσιάζονται οι θέσεις και η διαδικασία των πειραματικών μετρήσεων. Παρουσιάζονται τα 3 διαφορετικά κυματικά σενάρια για βάθος νερού $h=50$ cm και τα υπόλοιπα 3 διαφορετικά κυματικά σενάρια για βάθος νερού $h=60$ cm. Να σημειωθεί ότι και τα 6 συνολικά σενάρια αφορούν μη θραυόμενους κυματισμούς πάνω από την στέψη της κατασκευής.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται αναλυτικά το πρόγραμμα FLOW-3D το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία με σκοπό την αξιολόγηση των αριθμητικών προσομοιωμάτων του σε σχέση με το προτεινόμενο τροποποιημένο μαθηματικό μοντέλο πρόβλεψης οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων και με τα πειραματικά αποτελέσματα που διεξήχθησαν. Γίνεται εκτενής ανάλυση των βασικών χαρακτηριστικών του προγράμματος (μέθοδοι VOF και FAVOR), ενώ παράλληλα παρατίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο των μεθόδων επίλυσης που επιλέγονται για να προσεγγιστεί με ακρίβεια η φύση των προβλημάτων που μελετούνται.

Στο κεφάλαιο 7, γίνεται η εφαρμογή του τροποποιημένου μοντέλου Boussinesq, του FLOW-3D και γίνεται σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις που διεξήχθησαν στη διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του εργαστηρίου Λιμενικών Έργων.

Στο κεφάλαιο 8 συνοψίζονται τα γενικότερα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας, συμπεράσματα ως προς το μοντέλο Boussinesq των Avgeris et al. και ως προς το εμπορικό πρόγραμμα FLOW-3D. Τέλος, παρατίθενται προτάσεις εξέλιξης του ομοιώματος Boussinesq για περαιτέρω έρευνα.

Τέλος στα κεφάλαια 9 και 10 παρατίθενται εκτενής βιβλιογραφία και παραρτήματα αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα τα παραρτήματα αφορούν τα εξής. Στο Παράρτημα Α συνοψίζονται αναλυτικά οι πίνακες των αποτελεσμάτων των μετρήσεων στις διάφορες θέσεις λήψεως για τα 6 σενάρια και στο Παράρτημα Β αναλυτικά οι αποκλίσεις των μετρήσεων με το αριθμητικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε καθώς και με τα αριθμητικά αποτελέσματα του εμπορικού προγράμματος FLOW-3D. Στο Παράρτημα Γ ακολουθούν οι αλγόριθμοι σε κώδικα Fortran που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του μονοδιάστατου ομοιώματος (1D) Boussinesq για τα 6 διαφορετικά σενάρια που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5. Ουσιαστική τροποποίηση του παραπάνω υπολογιστικού κώδικα δεν έγινε παρά μόνο εισήχθηκαν επιπλέον βοηθητικές μεταβλητές. Η κατανομή των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων έγινε σε έγγραφο του Microsoft Excel.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΥΦΑΛΟΙ ΚΥΜΑΤΟΘΡΑΥΣΤΕΣ

2.1 Εισαγωγή στους Υφαλους Κυματοθραύστες

Η παράκτια ζώνη είναι μια ευαίσθητη περιβαλλοντικά ζώνη στην οποία αναπτύσσονται έντονα δυναμικά φαινόμενα με αποτέλεσμα να διαμορφώνονται εύθραυστες και ευμετάβλητες ισορροπίες όσο αφορά στο προφίλ και τη γενικότερη μορφολογία της παράκτιας ζώνης. Σε αυτή τη ζώνη το μεγαλύτερο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του υδάτινου σώματος καταστρέφεται μέσα από διεργασίες θραύσης κυματισμών, αναρρίχησης στην ακτή και τριβή στον πυθμένα. Το σημαντικότερο αποτέλεσμα αυτών των διεργασιών είναι η διάβρωση τη παράκτιας ζώνης και η στερεομεταφορά του υλικού (ίζημα) το οποίο τις αποτελεί. Η διατήρηση της ισορροπίας και η προστασία της παράκτιας ζώνης αποτελεί πολύ σημαντικό ζήτημα από περιβαλλοντικής, κοινωνικής και οικονομικής άποψης για τα αναπτυσσόμενα οικοσυστήματα και τους κατοίκους τους (την άγρια ζωή) από την άλλη.

Τα έργα του μηχανικού απέναντι σε αυτά τα φαινόμενα έχουν λάβει πολύμορφες εκφάνσεις στο πρόσφατο παρελθόν άλλοτε με επιτυχία και άλλοτε με προφανή αποτυχία. Τα τελευταία όμως χρόνια παρατηρείται μία τάση ανακάλυψης νέων μορφών επιπτώσεων που δεν θεωρούνταν εύλογη παλιότερα, όπως η επιρροή που έχουν αυτά τα έργα προστασίας στα φυσικά οικοσυστήματα, τους βιοτόπους και τέλος στην αισθητική και ποιοτική αξία της παράκτιας ζώνης.

Οι συμβατικοί έξαλοι κυματοθραύστες (των οποίων δηλαδή η στέψη διαπερνά την θαλάσσια επιφάνεια) κατασκευάζονται τυπικά έτσι ώστε να καταστρέφουν ολοκληρωτικά κατά το δυνατόν την κυματική ενέργεια στην υπήνεμη πλευρά τους για συγκεκριμένες κυματικές συνθήκες σχεδιασμού. Συνήθως αυτά τα έργα είναι ογκώδη και χονδροειδή για να αντέξουν στα ακραία κυματικά φαινόμενα τα οποία υφίστανται, με παράπλευρο αποτέλεσμα όμως να εξαφανίζουν και τα ευεργετικά αποτελέσματα της κυκλοφορίας του νερού την προστατευόμενη περιοχή, αναφορικά με τα ποιοτικά κριτήρια που πρέπει να πληρεί το θαλάσσιο νερό της περιοχής, ειδικά όταν πρόκειται για χώρο αναψυχής.

Στη σύγχρονη εποχή εκδηλώνονται ενίοτε αντιδράσεις ενάντια στην τοποθέτηση σκληρών έργων προστασίας σε απόσταση από και κατά μήκος της ακτής για αισθητικούς και περιβαλλοντικούς κυρίαρχα λόγους. Έτσι τα τελευταία χρόνια πολύ

προσοχή έχει δοθεί στην ανάπτυξη εναλλακτικών έργων προστασίας τα οποία συνολικά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως ύφαλοι κυματοθραύστες. Αυτές οι κατασκευές έχουν τη στέψη τους κάτω από ένα ορισμένο ύψος το οποίο ορίζεται π.χ. από τη Σ.Η.Υ. και προσφέρουν ταυτόχρονα κάποιο ποσοστό προστασίας από την κυματική προσβολή της ακτής και επιτρέπουν την απρόσκοπτη κυκλοφορία του θαλάσσιου ύδατος κατά μήκος της ακτής. Επιπροσθέτως τέτοιες κατασκευές έχουν βρει εφαρμογή και ως προκαταρκτικά αμυντικά μέτρα σε ακραία κυματικά φαινόμενα για την μείωση της κυματικής ενέργειας προτού αυτή προσεγγίσει τα κύρια μέτρα προστασίας (Commett et al. 1994). Σε αυτή την κατεύθυνση οι Υ.Κ. από κοινού π.χ. με τεχνητή επανατροφοδότηση των διαβρωμένων ακτών με ίζημα μπορούν να παρέχουν μια πολύ καλή εναλλακτική λύση στην προστασία παράκτιων ζωνών με μηδαμινές περιβαλλοντικές επιπτώσεις. Ενδεχομένως όμως περιοχές με πολύ ακραίο υδροδυναμικό καθεστώς να αποδεικνύονται ανεπαρκής για προστασία από διάβρωση.

Οι Υ.Κ. είναι μονίμως βυθισμένοι κυματοθραύστες (submerged breakwaters) που κατασκευάζονται συνήθως από λιθορριπή με τεχνητούς ή φυσικούς ογκολίθους. Σε διάφορες περιπτώσεις μπορεί να γίνει χρήση ειδικού σχήματος τεχνητών ογκολίθων ή μονάδων θωράκισης, tripods, tetrapods, dolos, reef-balls, γεωσωλήνων (geotubes), γεωσάκων κ.τ.λ. για την δημιουργία ύφαλων εμπορίων, ως έργων προστασίας ακτής.

Σκοπός της χρήσης ενός Υ.Κ. είναι να μειώσει τις υδραυλικές φορτίσεις κατάντη αυτού λόγω του κυματικού πεδίου σε τέτοιο σημείο ώστε να διατηρείται μια ωφέλιμη δυναμική ισορροπία στην παράκτια ζώνη. Οι Υ.Κ. προσφέρουν ικανοποιητική προστασία στην παράκτια ζώνη, απέναντι στην διάβρωση της ακτής και σταθεροποιούν την ακτογραμμή ενώ ταυτόχρονα επιτρέπουν την απρόσκοπτη κυκλοφορία του νερού αφήνοντας τα παράκτια ρεύματα να περάσουν πάνω από την στέψη τους, μεταξύ υφάλου κυματοθραύστη και ακτογραμμής, εμποδίζοντας τελικά της διαμόρφωση ζωνών λιμναζόντων νερών.

Τα μειονεκτήματα τους είναι τα εξής:

- Οι πολύ χαμηλές στέψεις μπορεί να μη μειώνουν ικανοποιητικά την κυματική ενέργεια συνεπώς να μην αποτελούν επαρκή μέτρο για

προστασία έναντι διάβρωσης, ειδικά σε περιοχές με υψηλό υδροδυναμικό καθεστώς και με μεγάλο εύρος παλίρροιας.

- Οι Υ.Κ. μπορεί να εμποδίζουν την αναμόρφωση (εξυγίανση) της ακτής κατά τη διάρκεια επικράτησης υδροδυναμικών και κυματικών συνθηκών που ευνοούν την τροφοδότηση της ακτής με ίζημα.
- Λόγω συγκεκριμένων υδροδυναμικών συνθηκών ή απότομων αλλαγών τους μπορεί να προκληθούν ρεύματα τέτοια που να προκαλούν τελικά, αντί να αποσοβούν, την παράκτια διάβρωση. Οι αποσπασμένοι Υ.Κ. μπορεί να δημιουργήσουν πεδία υψηλών ταχυτήτων ειδικά στα ακρομώλια ή ανάμεσα σε δύο τέτοιες κατασκευές και έτσι να προκαλέσουν υποσκαφή των έργων ή περεταίρω διάβρωση.
- Μπορεί να αποτελούν δυνητικό κίνδυνο για την ναυσιπλοΐα ή την κυκλοφορία θαλάσσιων οχημάτων λόγω του ότι δεν είναι ιδιαίτερα ορατοί ενώ αναπτύσσονται μεγάλες ταχύτητες πάνω από την στέψη της κατασκευής.
- Η επιθεώρηση της ευστάθειας και στις αρτιότητας της κατασκευής είναι σχετικά δύσκολη αφού ολόκληρο το έργο βρίσκεται κάτω από την στάθμη της θαλάσσιας επιφάνειας.
- Η κατασκευή μπορεί να είναι οικονομικά επαχθής λόγω της αναγκαίας χρήσης φορτηγίδων και πλεούμενων μηχανημάτων κατασκευής.

Παρόλο που η έρευνα σε αυτόν τον τομέα έχει προχωρήσει αρκετά, υπάρχουν πολλά ερωτήματα ακόμα αναφορικά με τις σχεδιαστικές προδιαγραφές και διαδικασίες που αφορούν τέτοιες κατασκευές.

2.2 Κυματοθραύστες Χαμηλής Στέψης

Κατασκευές χαμηλής στέψης (Low-Crested Structures, LCS) ονομάζονται αυτές οι οποίες έχουν τη στέψη τους κοντά (λίγο πάνω, λίγο κάτω ή ακριβώς) στη Μέση Στάθμη Ηρεμίας (ΜΣΗ). Βασικός στόχος των κατασκευών χαμηλής στέψης και των Υ.Κ. είναι να προφέρουν ηρεμία στο κυματικό πεδίο καθορισμένων περιοχών για την προστασία είτε φυσικών ακτογραμμών είτε διαδικασιών φορτοεκφόρτωσης σε λιμενικές εγκαταστάσεις. Οι λειτουργικές απαιτήσεις διαφόρων έργων παρόλα αυτά

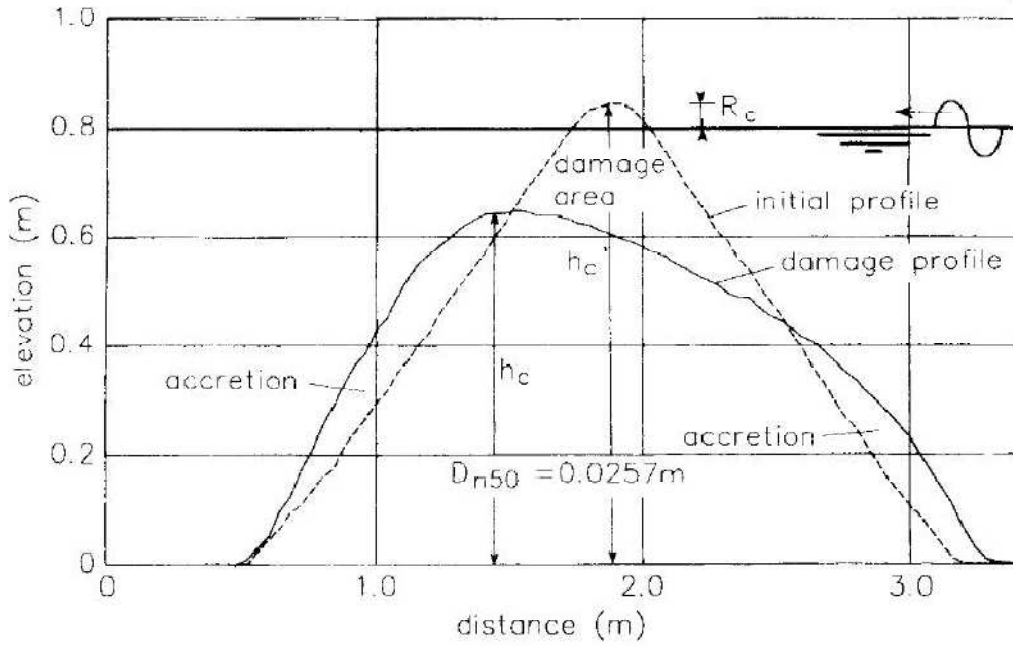
δεν καθιστούν απαραίτητη την πλήρη απόσβεση της κυματικής ενέργειας. Εφόσον δε ο όγκος και το ύψος της κατασκευής είναι ανάλογος τους κόστους της, τότε αξίζει να προσπαθήσει κανείς να βρει το ελάχιστο βέλτιστο ύψος στέψης της κατασκευής (minimum best-fit crest height), ώστε να παρέχει ικανή προστασία στην παράκτια ζώνη.

Οι έξαλοι κυματοθραύστες χαμηλής στέψης (sub-aerial LCS) συνήθως κατασκευάζονται σε ένα ύψος κοντά στην στάθμη ανώτατης πλήμμης και έτσι τείνουν να γίνονται ξεκάθαρα εμφανείς κατά την διάρκεια αμπώτιδας, πολύ δε μάλλον κατά την φάση της κατωτάτης ρηχίας. Διαφέρουν δηλαδή με του ύφαλους κυματοθραύστες (submerged breakwaters) ακριβώς στο ότι οι δεύτεροι είναι μονίμως βυθισμένοι άσχετα από τις παλιρροιακές συνθήκες.

Υπάρχει επίσης ακόμα ένας τύπος ύφαλης κατασκευής, ο τεχνητός ύφαλος (reef breakwater), με τον οποίο εννοούμε μια κατασκευή σε αρκετά μεγαλύτερο βάθος που εξυπηρετεί πρωτίστως περιβαλλοντικούς λόγους και δεν παρουσιάζει ουσιαστική αποτελεσματικότητα αναφορικά με τη μείωση της κυματικής ενέργειας. Σύμφωνα με τα παραπάνω γίνεται κατανοητή η ανάγκη να ξεκαθαριστούν οι διάφορες έννοιες και η ουσία των συναφών ειδών κατασκευών.

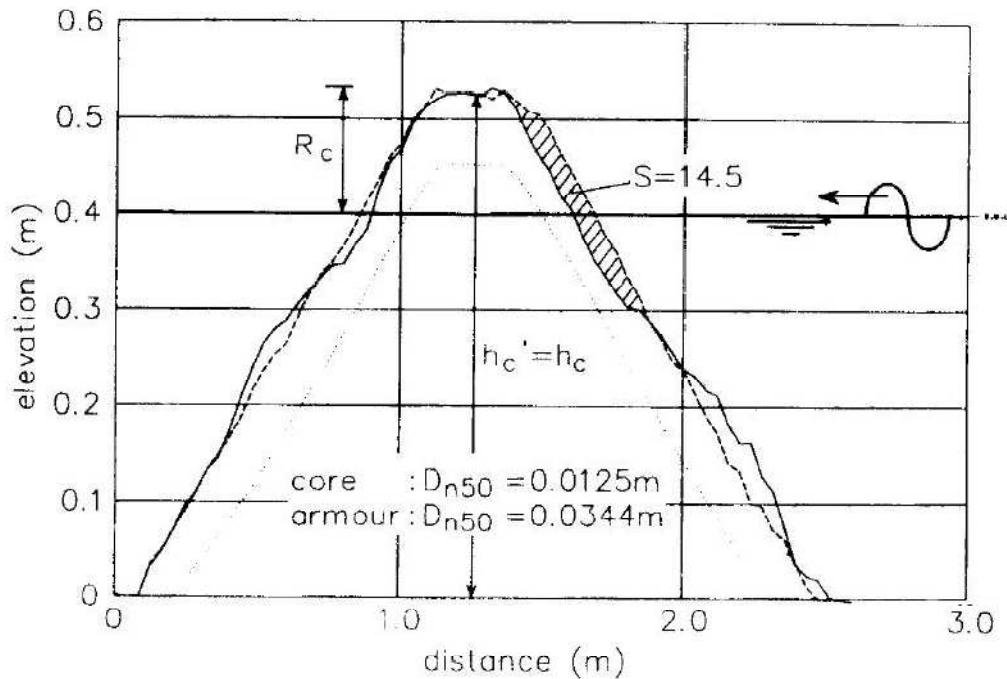
Έτσι οι κυματοθραύστες χαμηλής στέψης μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες:

- Δυναμικά ευσταθείς ύφαλοι κυματοθραύστες (reef breakwaters)
- Στατικά ευσταθείς κυματοθραύστες χαμηλής στέψης με ύψος στέψης πάνω από την ΜΣΗ (LCS)
- Στατικά ευσταθείς ύφαλοι (ή βυθισμένοι) κυματοθραύστες (submerged breakwaters)
 - i. Ονομάζονται και τεχνητοί ύφαλοι καθώς αποτελούν ουσιαστικά έναν χαμηλής στέψης ομογενή σωρό από ογκολίθους χωρίς διαχωρισμένες στρώσεις που να εξασφαλίζουν λειτουργία φίλτρου ή πυρήνα, με αποτέλεσμα να επιτρέπει την αναδιαμόρφωση της γεωμετρίας της κατασκευής κάτω από διάφορες κυματικές συνθήκες (Σχήμα 2.1).



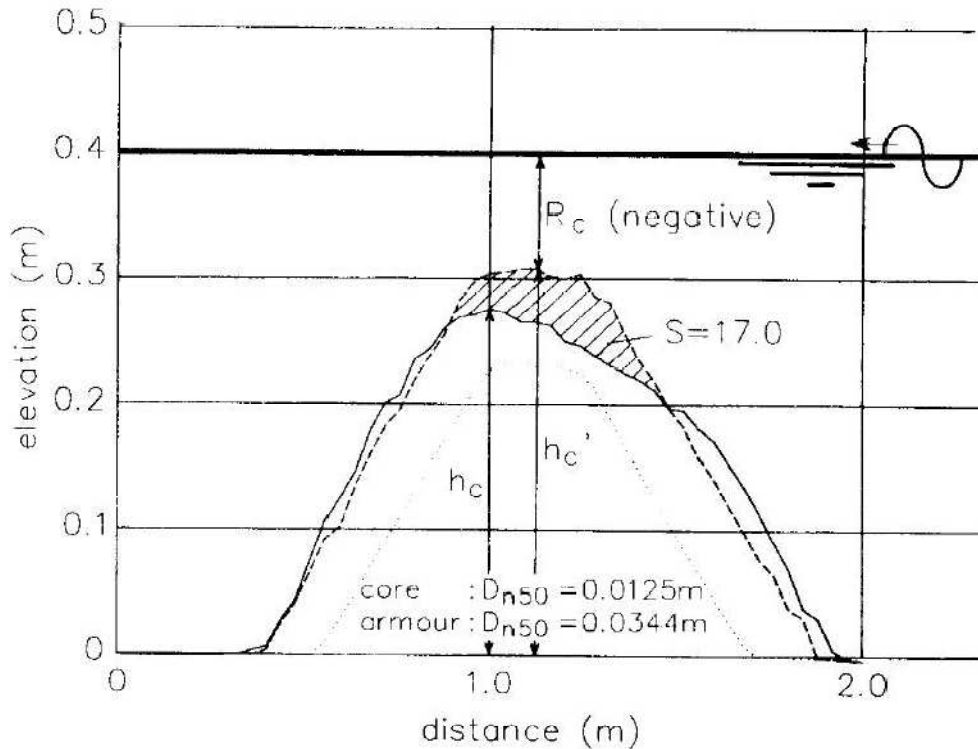
Σχήμα 2.1 Δυναμικά ευσταθής ύφαλος κυματοθραύστης. (Reef breakwater)

- ii. Αποτελούν κατασκευές τις οποίες υπερπηδούν τα επερχόμενα κύματα οριακά ή καθόλου αλλά παρουσιάζουν ευστάθεια λόγω διάταξης των στρώσεων θωράκισης και πυρήνα από τους τεχνητούς υφάλους (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2 Στατικά ευσταθής κυματοθραύστης χαμηλής στέψης. (LCS)

- iii. Αποτελούν κατασκευές οι οποίες βρίσκονται μονίμως κάτω από την ΜΣΗ αλλά και την κατωτάτη ρηχία. Όλα τα κύματα τις υπερπηδούν ή περνούν από πάνω τους. Η ευστάθεια τους αυξάνεται όσο το ύψος της κατασκευής μειώνεται (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3 Στατικά ευσταθής ύφαλος κυματοθραύστης. (Submerged Breakwater)

Ειδικό τύπο τέτοιου είδους κατασκευής αποτελεί ο τύπος Reef-ball (HSAR) προτεινόμενος από τους Armonio and Hall (2002), ο οποίος είναι ένας ειδικά διαμορφωμένος διάτρητος κοίλος ημισφαιρικός τεχνητός ύφαλος χρησιμοποιούμενος από μόνος ή ως μονάδα κατασκευής Υ.Κ. Σκοπός του είναι η ταυτόχρονη προστασία παράκτιων περιοχών από την κυματική όχληση και η δημιουργία κατάλληλου φιλικού χώρου για την ανάπτυξη πρωτότυπων βιοκοινωνιών μέσα στο σώμα του έργου προστασίας, καθώς οι κατασκευές από Reef-ball (Εικόνα 2.1) παρουσιάζουν μεγάλη διαπερατότητα.

Δεν είναι όμως όλες οι χαμηλής στέψης κατασκευές (LCS), τύπου πρισματικής λιθορριπής. Μερικές φορές επιλέγονται κατασκευές με λεία επιφάνεια θωράκισης, στεγανές και αδιαπέρατες, οι οποίες π.χ. καλύπτονται από ασφαλικές στρώσεις πλήρωσης κενών ή στις οποίες η θωράκισή τους γίνεται με έτοιμα μπλόκια από σκυρόδεμα όπως οι κρηπιδότοιχοι σε παράκτια έργα θωράκισης.



Εικόνα 2.1 Τεχνητός ύφαλος τύπου Reef-ball (HSAR)

Πρώτα από όλα η κυματική μετάδοση είναι μεγαλύτερη για το ίδιο ύψος στέγης σε σχέση με τις κατασκευές από λιθορριπή, απλά και μονό καθώς δεν υπάρχει απόσβεση της κυματικής ενεργείας λόγω τριβής και διήθησης μέσω του πορώδους σώματος της κατασκευής. Κατά δεύτερο λόγο προκύπτει μικρότερη ή καθόλου επίδραση του πλάτους στέγης της κατασκευής στην εν λόγω απόσβεση της κυματικής ενέργειας, εκτός ίσως από τις πλήρως βυθισμένες (ύφαλες) κατασκευές με πολύ όμως ευρεία στέγη, ώστε να προκληθεί σίγουρα έντονη θραύση του επερχόμενου κυματισμού πάνω από αυτές. Αυτή όμως η περίπτωση δεν συναντάται συχνά ως σχεδιαστική λύση καθώς τα ασφάλτινα και σκυροδεμάτινα κρηπιδώματα κατασκευάζονται εν ξηρώ και όχι μέσα στην θάλασσα.

2.3 Φαινόμενα γύρω από Ύφαλο Κυματοθραύστη

Όπως έχει προαναφερθεί οι Υ.Κ. χρησιμοποιούνται για να μειώσουν την επερχόμενη κυματική ενέργεια σε μια παράκτια ζώνη και συνεκδοχικά αποσκοπούν στην μείωση

της μεταφοράς ιζήματος και της δυνητικής παράκτιας διάβρωσης στα κατάντη (στην υπήνεμη πλευρά) του κυματοθραύστη. Ταυτόχρονα με τέτοιου τύπου κατασκευές εξασφαλίζεται η διατήρηση της αισθητικής και της περαιτέρω τουριστικής αξίας της παράκτιας ζώνης.

Ο λειτουργικός σχεδιασμός κυματοθραυστών χαμηλής στέψης απαιτεί ακριβείς προβλέψεις της κυματικής μετάδοσης (wave transmission) και της ανύψωσης της μέσης στάθμης ηρεμίας λόγω κυμάτων (wave set-up) στις περιοχές υπό προστασία.

Η μείωση της κυματικής ενεργείας κατάντη ενός Υ.Κ. είναι αποτέλεσμα διαφόρων μηχανισμών όπως η θραύση των κυμάτων, η τριβή στον πυθμένα και η ροή σε πορώδες μέσο. Από αυτούς η θραύση φαίνεται να παίζει το σημαντικότερο ρόλο. Παρόλο όμως που έχουν εξελιχθεί μοντέλα θραύσης για παράκτιες ζώνες (κυρίως με ήπιες κλίσεις), αυτά δεν εφαρμόζονται άμεσα σε προβλήματα με παρουσία Υ.Κ. Ο Johnson (2006) βαθμονομεί ένα τέτοιο μοντέλο από τους Battjes & Janssen (1978) σε σχέση με εργαστηριακές μετρήσεις και συνακόλουθα παρέχει μια απλή σχέση υπολογισμού στα μοντέλα περιγραφής της κυματικής κυκλοφορίας γύρω από Υ.Κ.

Ανάλογα με το ύψος της στέψης του κυματοθραύστη από τον πυθμένα της θάλασσας και αν αυτό βρίσκεται κοντά, άνω ή κάτω από την ΜΣΗ, τέτοιου είδους κατασκευές καθορίζεται αν θα υποστούν υπερπήδηση ή απλά το κύμα θα διαδοθεί στα κατάντη τους. Είναι φανερό ότι αν το ύψος της στέψης είναι χαμηλό, η κυματική ενέργεια διέρχεται πάνω από την ύφαλη κατασκευή. Αυτό το τελευταίο φέρνει στην επιφάνεια δυο ακόμα φαινόμενα.

- Κατά πρώτον η θωράκιση στο προσήνεμο πρηνές μπορεί να γίνει με ελαφρύτερους, αρά και μικρότερους ογκολίθους σε σχέση με κυματοθραύστες που δεν επιτρέπουν ή επιτρέπουν οριακά την υπερπήδηση του κυματισμού, καθώς οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την αναρρίχηση και την κατάκλιση της θαλάσσιας στάθμης είναι μικρότερες.
- Κατά δεύτερον τόσο η στέψη όσο και η υπήνεμη παρειά του κυματοθραύστη πρέπει να θωρακίζεται έναντι των δυνάμεων που αναπτύσσονται λόγω μετάδοσης ή υπερπήδησης του κυματισμού.

Συνήθως εφαρμόζεται η ίδια θωράκιση ανάντη, πάνω και κατάντη της στέψης του Υ.Κ.

Ένα άλλο σημαντικό φαινόμενο όσο αφορά στην απόδοση των αποσπασμένων Υ.Κ είναι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας λόγω κυμάτων (wave set-up) (Diskin et al., 1971 και Loveless et al., 1998). Η παρουσία του ύφαλου εμποδίου μπορεί στην πράξη να δημιουργήσει μια αύξηση του πιεζομετρικού φορτίου κατάντη της κατασκευής και πιθανώς να προκαλέσει ανάπτυξη υπολογίσιμου κατά μήκος της ακτής ρεύματος στην παράκτια ζώνη. Αυτό μπορεί να αυξήσει τελικά την διάβρωση της ακτής αντί να συνδράμει εναντίον της, όπως είναι το ζητούμενο.

2.4 Οι Ύφαλοι Κυματοθραύστες ως Τεχνητοί Οικοτόποι

Η αστικοποίηση της παράκτιας ζώνης έχει ως αποτέλεσμα τις τελευταίες δεκαετίες να πραγματοποιούνται πληθώρα έργων ακτομηχανικής, με κύριο στόχο τον έλεγχο της διάβρωσης των ακτών. Ωστόσο η παρουσία τέτοιων έργων, προκαλεί σε ορισμένες περιπτώσεις υποβάθμιση του θαλάσσιου περιβάλλοντος, καθώς υποβοηθά τη ρύπανση των υδάτων και την καταστροφή των οικοτόπων.

Μια από τις προσπάθειες για την αντιμετώπιση της υποβάθμισης του θαλάσσιου περιβάλλοντος και περαιτέρω της μείωσης της βιοποικιλότητας, συνιστά η κατασκευή και τοποθέτηση στοιχείων (τεχνητοί ύφαλοι) στη θάλασσα προκειμένου να ελκύσουν τους οργανισμούς και να εμπλουτίσουν το θαλάσσιο περιβάλλον. Προς την κατεύθυνση αυτή, αντικείμενο έρευνας των μηχανικών είναι το ενδεχόμενο της χρήσης βυθισμένου κυματοθραύστη ως τεχνητού οικοτόπου για τους οργανισμούς της παράκτιας ζώνης. Η έρευνα θα πρέπει να στοχεύει στην πρόβλεψη στοιχείων των κατασκευών που να συντελέσουν στην ανάπτυξη βιοκοινωνιών σε αυτές, με επιθυμητό αποτέλεσμα τη συμβολή τους στον περιορισμό συγκεκριμένων ανθρωπογενών δραστηριοτήτων που έχουν αρνητικές επιδράσεις στα παράκτια οικοσυστήματα.

Παρότι έχει πραγματοποιηθεί πλήθος μελετών που αφορούν στο σχεδιασμό έργων ακτομηχανικής, λιγιστές είναι αυτές που περιλαμβάνουν και περιβαλλοντικούς όρους. Παρά το γεγονός αυτό, συμπεράσματα έχουν εξαχθεί για τους παράγοντες που

έχουν να κάνουν με τις παράκτιες κατασκευές και επηρεάζουν τα θαλάσσια οικοσυστήματα. Τέτοιοι είναι:

- Ο προσανατολισμός του υποστρώματος. Οι παράκτιες κατασκευές αποτελούνται από κάθετες επιφάνειες με σχετικά μεγάλες κλίσεις σε αντίθεση με τις φυσικές ακτές, μειώνοντας έτσι τη διαθέσιμη επιφάνεια εποίκισης.
- Η διαφορετική υδροδυναμική. Η περισσότερο αντιπροσωπευτική παράμετρος εξ αυτών που διαμορφώνουν τις κατάλληλες συνθήκες για τη διαβίωση θαλάσσιων οργανισμών στις βυθισμένες κατασκευές, θεωρείται η επικρατούσα τιμή της μέγιστης ταχύτητας των ρευστών σωματιδίων
- Η αυξημένη τύρβη. Σε σχετικά υψηλά επίπεδα τύρβης λαμβάνει χώρα παραμόρφωση των μηχανισμών τροφοληψίας με αποτέλεσμα την μείωση της ενεργής επιφάνειας σύλληψης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

***ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΟΙΩΜΑΤΑ
ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ***

3.1 Θεμελιώδεις Εξισώσεις και Οριακές Συνθήκες

Οι κυματισμοί διασποράς (dispersive waves) ονομάζονται έτσι λόγω της μορφής της λύσης και όχι της εξίσωσης που τα περιγράφει, η σχέση διασποράς που χαρακτηρίζει τη λύση των εξισώσεων τους συνδέει τη συχνότητα ω με τον αριθμό κύματος k ($\omega = \omega(k)$). Τα θαλάσσια κύματα είναι κατά κανόνα κυματισμοί διασποράς (υπάρχει και μια κατηγορία κυματισμών που ονομάζονται υπερβολικά λόγω της μαθηματικής έκφρασης τους με διαφορικές εξισώσεις υπερβολικής μορφής $\Phi_{tt} = c_0^2 \Phi$).

Κατά την ανάπτυξη των διάφορων θεωριών κυματισμών διασποράς γίνονται οι παρακάτω παραδοχές:

- Ρευστό ομογενές και ασυμπιεστο
- Ρευστό ιδεατό
- Ροή αστρόβιλη
- Πυθμένας σταθερός, οριζόντιος και αδιαπέρατος

Οι εξισώσεις διατήρησης της ορμής και η εξίσωση της συνέχειας για ένα ασυμπιεστο, ιδεατό ρευστό, χωρίς την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων, εκτός της βαρύτητας, γράφονται αντίστοιχα:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla_3) \hat{\mathbf{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g\mathbf{k} \quad (3.1)$$

$$\nabla_3 \cdot \hat{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.2)$$

Όπου $\hat{\mathbf{u}}$ το διάνυσμα της ταχύτητας $\hat{\mathbf{u}} = (u, v, w)$, με u, v τις οριζόντιες ταχύτητες κατά x και y αντίστοιχα, p η πίεση, $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$ το μοναδιαίο διάνυσμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και $\nabla_3 = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ ο τελεστής βαθμίδας στις τρεις διευθύνσεις. Η εξίσωση της διατήρησης της ορμής (3.1) είναι γνωστή και ως εξίσωση του Euler.

Η συνθήκη αστρόβιλης ροής συνεπάγεται την ύπαρξη συνάρτησης δυναμικού $\Phi(x, y, z, t)$ των ταχυτήτων, η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{u}} = \nabla_3 \Phi \quad (3.3)$$

Έτσι με την αντικατάσταση της \hat{u} από την (3.3), η εξίσωση συνέχειας (3.2) γράφεται ως συνάρτηση της Φ :

$$\nabla_3^2 \Phi = 0 \quad (3.4)$$

που είναι η γνωστή εξίσωση Laplace.

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση (3.1) κατά μήκος μιας γραμμής ροής προκύπτει η εξίσωση Bernoulli η οποία συσχετίζει το πεδίο πιέσεων με το πεδίο των ταχυτήτων:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla_3 \Phi|^2 + g\zeta + \frac{p}{\rho} = B(t) \quad (3.5)$$

όπου $B(t)$ η σταθερά Bernoulli.

Κινηματικοί περιορισμοί στην ελεύθερη επιφάνεια και στον πυθμένα, μας οδηγούν στις κινηματικές οριακές συνθήκες ελεύθερης επιφάνειας και πυθμένα αντίστοιχα οι οποίες γράφονται (στη συνέχεια με \hat{u} συμβολίζεται το διάνυσμα της οριζόντιας ταχύτητας $\hat{u}=(u,v)$):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \zeta = w \quad \text{ή} \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \Phi \cdot \nabla \zeta = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad z=\zeta(x,y,t) \quad (3.6)$$

$$w=0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z=-d \quad (3.7)$$

όπου $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ ο τελεστής βαθμίδας στις διευθύνσεις x,y .

Στην ελεύθερη επιφάνεια η πίεση, αγνοώντας τη δυναμική αλληλεπίδραση με τον αέρα, θεωρείται σταθερή, οπότε:

$$p=0 \quad z= \zeta(x, y, t) \quad (3.8)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (3.5) στην ελεύθερη επιφάνεια και λαμβάνοντας υπόψη τη συνθήκη (3.8) οδηγούμαστε στη δυναμική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla_3 \Phi|^2 + g\zeta = 0 \quad (3.9)$$

με τη σταθερά $B(t)$ να απορροφάται κάνοντας την υπόθεση ότι η ελεύθερη επιφάνεια συμπίπτει με το επίπεδο $z=0$ όταν δεν υφίσταται κυματισμός ή ρεύμα (Kirby, 1997).

3.2 Γραμμική Θεωρία Κυματισμών Απειροστού Εύρους (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης)

Με τον όρο γραμμικοί χαρακτηρίζονται κυματισμοί των οποίων το προφίλ παρουσιάζει συμμετρία και προς τον οριζόντιο (Ox) και προς τον κατακόρυφο (Oz) άξονα, περιγράφεται δε από μία αρμονική (ημιτονοειδή) συνάρτηση.

Για μικρές διαταραχές της ελεύθερης επιφάνειας (μικρό εύρος κύματος $\rightarrow a/L \ll 1$) οι οριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια γραμμικοποιούνται, και μαζί με την εξίσωση Laplace αποτελούν ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων το οποίο επιλύεται με τη μέθοδο των χωριζόμενων μεταβλητών. Η λύση που προκύπτει είναι αρμονική ως προς το χρόνο t και την οριζόντια απόσταση x και δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{Hg}{2\omega} \cdot \frac{\cosh(d+z)}{\cosh kd} \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (3.10)$$

Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι της μορφής:

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (3.11)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (3.10) και (3.11) στην κινηματική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας (3.6), προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (3.12)$$

Η οποία είναι γνωστή σαν εξίσωση διασποράς γιατί σε παράγωγη μορφή:

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh kd \quad (3.13)$$

Η Σχέση 3.13 υποδηλώνει ότι η ταχύτητα φάσης του κυματισμού είναι αύξουσα συνάρτηση της περιόδου του και κατά συνέπεια ένας κυματισμός που συντίθεται από μια σειρά ημιτονοειδών κυματισμών με διαφορετικές περιόδους κατά τη διάδοσή του, διασπείρεται καθώς οι συνιστώσες με τις μεγαλύτερες περιόδους διαδίδονται ταχύτερα (Κουτίτας, 1994).

Από την εξίσωση διασποράς προκύπτει και η έκφραση για το μήκος κύματος L :

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh kd \tag{3.14}$$

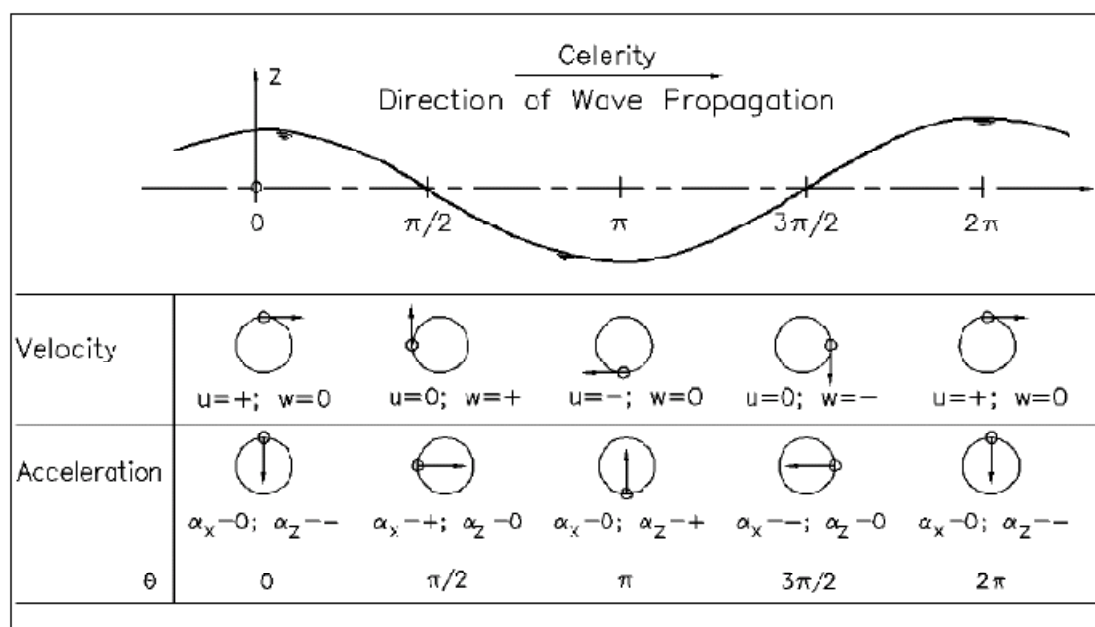
Οι συνιστώσες της ταχύτητας των ρευστών σωματιδίων, u και w κατά τη διεύθυνση x και z αντίστοιχα, προκύπτουν σαν παράγωγα μεγέθη από τη συνάρτηση δυναμικού Φ και είναι:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh kd} \cdot \cos(kx - \omega t) \tag{3.15}$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\sinh k(d+z)}{\sinh kd} \cdot \sin(kx - \omega t) \tag{3.16}$$

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας u έχει την ίδια φάση με την ελεύθερη επιφάνεια ζ . Επομένως, τα στοιχεία νερού κινούνται κατά τη κατεύθυνση διάδοσης του κύματος όταν βρίσκονται κάτω από την κορυφή, ενώ αντίθετα προς αυτήν όταν βρίσκονται κάτω από κοιλία. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας έχει διαφορά φάσης 90° με την ελεύθερη επιφάνεια (Coastal-Engineering-Manual II-1-2).

Στο Σχήμα 3.1 δίνεται η διεύθυνση και η φορά των ταχυτήτων u και w καθώς και των επιταχύνσεων a_x και a_z για διάφορες τιμές της γωνίας $\theta=(kx-\omega t)$.



Σχήμα 3.1 Κατεύθυνση ταχυτήτων (u , w) και επιταχύνσεων (a_x , a_z) συναρτήσει της γωνίας θ (CEM II-1).

Αν θεωρήσουμε τη $\theta=(kx-\omega t)$ σταθερή και θέσουμε

$$u_o = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{1}{\tanh kd} \cdot \cos \theta, \quad w_o = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{1}{\tanh kd} \cdot \sin \theta \quad (3.17)$$

Τότε οι παραπάνω σχέσεις μετασχηματίζονται στις:

$$u = u_o \cdot \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd}, \quad w = w_o \cdot \frac{\sinh k(d+z)}{\cosh kd} \quad (3.18)$$

Από τις σχέσεις αυτές γίνεται φανερό ότι το εύρος των συνιστωσών της ταχύτητας μειώνεται εκθετικά με το βάθος z . Μάλιστα, για βάθη μεγαλύτερα του $L/2$ τα $|u(z)|$ και $|w(z)|$ είναι αμελητέα. Πράγματι:

$$\frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} = \frac{e^{kd+kz} + e^{-kd-kz}}{e^{kd} + e^{-kd}} < \frac{e^{kd} \cdot e^{kz} + e^{-kd} \cdot e^{-kz}}{e^{kd}} = e^{kz} + e^{-2kd} \cdot e^{-kz} = e^{kz} \cdot (1 + e^{-2kd} \cdot e^{-2kz}) \quad (3.19)$$

οπότε για $z=-L/2$ δηλαδή $d \geq L/2$:

$$\frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} < 2e^{-\pi} = 0,086 \quad (3.20)$$

Ειδικότερα η τιμή $|u(z)|$ στην ελεύθερη επιφάνεια είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης τιμής της στο βάθος $L/2$ τουλάχιστον κατά μία τάξη μεγέθους. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε και για την $|w(z)|$ (CEM).

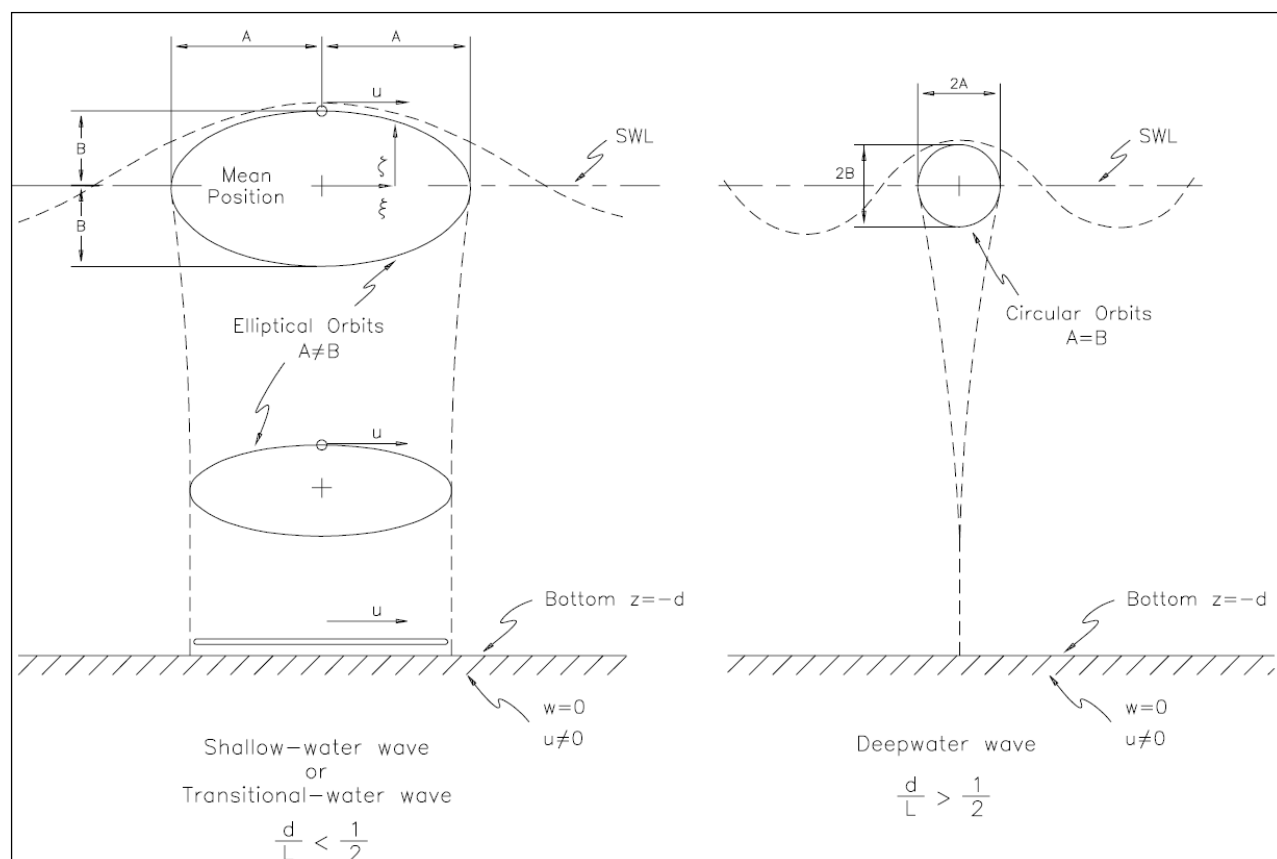
Πίνακας 3.1 Χαρακτηριστικά κύματος θεωρίας Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης (CEM II-1-2).

ΣΧΕΤΙΚΟ ΒΑΘΟΣ ΝΕΡΟΥ d/L	ΡΗΧΑ ΝΕΡΑ $d/L < 1/20$	ΕΝΔΙΑΜΕΣΑ ΝΕΡΑ $1/20 < d/L < 1/2$	ΒΑΘΙΑ ΝΕΡΑ $d/L > 1/2$
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΥΜΑΤΙΣΜ ΩΝ	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$C = C_o = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$
ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΙΣΜ ΩΝ	$L = T\sqrt{gd} = CT$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$L = L_o = \frac{gT^2}{2\pi} = C_o T$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΑΣ	$C_g = C = \sqrt{gd}$	$C_g = nC = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right]$	$C_g = \frac{1}{2} C = \frac{gT}{4\pi}$
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩ N	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \theta$	$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{\left(\frac{2\pi z}{L}\right)} \cos \theta$
ΚΑΘΕΤΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩ N	$w = \frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin$	$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{\left(\frac{2\pi z}{L}\right)} \sin \theta$

Οι πιο πάνω εξισώσεις για τα c , L , u και w ισχύουν γενικά αλλά για τις ακραίες περιπτώσεις βαθιών νερών ($d/L > 0,5$) ή ρηχών νερών ($d/L < 0,05$) η ασυμπτωτική τάση του $\tanh kd$ προς τη μονάδα και το όρισμά του αντίστοιχα, οδηγεί στις εξισώσεις «βαθιών», «ενδιάμεσων» και «ρηχών» νερών που απεικονίζονται στον παραπάνω Πίνακα 1

Τα υγρά σωματίδια διαγράφουν τροχιές σε μία περίοδο κύματος, η εξίσωση των οποίων επιτυγχάνεται με μία ολοκλήρωση σε μία περίοδο T των εξισώσεων των ταχυτήτων u και v . Για το κύμα απειροστού ύψους οι τροχιές είναι κλειστές, που σημαίνει ότι ένα υγρό σωματίδιο διαγράφει μία τροχιά και επανέρχεται στην αρχική του θέση μετά χρόνο T . Κατά συνέπεια, κατά τη θεωρία κύματος απειροστού ύψους δεν υφίσταται μετακίνηση μάζας λόγω κυματικής κινήσεως. Στην περιοχή βαθιών νερών οι τροχιές είναι κυκλικές. Η ακτίνα τους μειώνεται εκθετικά με το βάθος. Στις περιοχές με $d/L < 0.5$ οι τροχιές είναι ελλειπτικές. Σχηματοποίηση των τροχιών των στοιχείων του ρευστού για τις περιπτώσεις, μεγάλου και μικρού βάθους, δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.2 Τροχιακές ταχύτητες ρευστών σωματιδίων στα βαθιά και ρηγά νερά (CEM II-1)

3.3 Μη Γραμμική Θεωρία Κυματισμών

Οι μη γραμμικοί κυματισμοί ονομάζονται οι κυματισμοί οι οποίοι παρουσιάζουν ασυμμετρία ως προς την οριζόντια διεύθυνση (γενικότερα και προς την κατακόρυφη), ενώ το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας δίνεται από μια μη γραμμική εξίσωση.

Οι πρώτες προσεγγίσεις του προβλήματος των μη γραμμικών προωθούμενων κυματισμών σε νερά σταθερού βάθους έγιναν από τον Stokes (1847) και τους Korteweg and De Vries (1895). Με βάση τις εργασίες αυτές, αναπτύχθηκαν οι θεωρίες ανώτερης τάξης Stokes, 2^{ης} έως και 5^{ης} τάξης για βαθιά νερά, Cnoidal και μοναχικού κύματος που είναι μια οριακή περίπτωση Cnoidal. Έπειτα παρουσιάστηκε και μία σειρά από θεωρίες, που βασίζονται στην ανάπτυξη σε πεπερασμένες σειρές Fourier της ροϊκής συνάρτησης Ψ , γνωστές σαν «Θεωρίες της ροϊκής συνάρτησης» (Stream Function Theories). Οι παραπάνω θεωρίες μη γραμμικών κυματισμών

προβλέπουν συμμετρικά ως προς την κατακόρυφο προφίλ ελεύθερης επιφάνειας, όμως γενικότερα στη φύση οι μη γραμμικοί κυματισμοί παρουσιάζουν και κατακόρυφη ασυμμετρία. Σε αυτές τις περιπτώσεις ένα αριθμητικό μοντέλο μη-γραμμικών κυματισμών (τύπου Boussinesq) μπορεί να δώσει ικανοποιητικότερα αποτελέσματα.

3.3.1 Θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης

Οι θεωρίες Stokes ανώτερης τάξης δίνουν μια προσεγγιστική λύση στο μη γραμμικό πρόβλημα βασιζόμενες στην κλασσική μέθοδο των μικρών διαταραχών (perturbation method). Κατά τη μέθοδο αυτή, κάθε εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζεται σαν μία πεπερασμένη σειρά δυνάμεων (δυναμοσειρά) μίας μικρής αδιάστατης παραμέτρου $\epsilon = ka$, η οποία, στην περίπτωση των κυματισμών, σχετίζεται με το ύψος και το μήκος κύματος.

$$\Phi = \epsilon \Phi_1 + \epsilon^2 \Phi_2 + \dots \quad (3.21)$$

Όπου Φ_1 η γραμμική θεωρία, Φ_2 η θεωρία δεύτερης τάξης κ.ο.κ. Οι όροι της σειράς υπολογίζονται από την λύση του συστήματος των εξισώσεων, που προκύπτουν από την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στην ελεύθερη επιφάνεια.

Σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης η συνάρτηση δυναμικού δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi = \frac{Hg}{2\omega} \cdot \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \cdot \sin(kx - \omega t) + \frac{3\pi H^2}{16T} \cdot \frac{\cosh 2k(d+z)}{\sinh^4 kd} \cdot \sin 2(kx - \omega t) \quad (3.22)$$

Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας έχει τη μορφή:

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{\pi H^2}{8L} \cdot \frac{\cosh kd}{\sinh^3 kd} \cdot (\cos 2kd + 2) \cdot \cos 2(kx - \omega t) \quad (3.23)$$

Η σχέση διασποράς της θεωρίας δεύτερης τάξης ταυτίζεται με την αντίστοιχη της πρώτης τάξης, είναι δηλαδή:

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (3.24)$$

Οι συνιστώσες της ταχύτητας ενός ρευστού στοιχείου, σε οποιαδήποτε θέση x, z της μάζας του ρευστού, είναι:

$$u = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh kd} \cdot \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \frac{\pi^2 H^2}{TL} \cdot \frac{\cosh 2k(d+z)}{\sinh^4 kd} \cdot \cos 2(kx - \omega t) \quad (3.25)$$

$$w = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\sinh k(d+z)}{\sinh kd} \cdot \sin(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \frac{\pi^2 H^2}{TL} \cdot \frac{\sinh 2k(d+z)}{\sinh^4 kd} \cdot \sin 2(kx - \omega t) \quad (3.26)$$

3.3.2 Θεωρία Stokes 3^{ης} τάξης

Η έκφραση για τη συνάρτηση δυναμικού αν θέσουμε $\theta = (kx - \omega t)$ είναι:

$$\Phi = \frac{cL}{2\pi} \left[F_1 \cdot \cosh 2k(d+z) \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} F_2 \cdot \cosh 2k(d+z) \cdot \sin 2\theta + \frac{1}{3} F_3 \cdot \cosh 3k(d+z) \cdot \sin 3\theta \right] \quad (3.27)$$

Όπου:

$$F_1 = \frac{2\pi b}{L} \cdot \frac{1}{\sinh kd} - \left(\frac{2\pi b}{L} \right)^2 \cdot \frac{(1 + 5 \cosh^2 kd) \cdot \cosh^2 kd}{8 \sinh^2 kd} \quad (3.28)$$

$$F_2 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2\pi b}{L} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sinh^4 kd} \quad (3.29)$$

$$F_3 = \frac{3}{64} \cdot \left(\frac{2\pi b}{L} \right)^3 \cdot \frac{11 - 2 \cosh 2kd}{\sinh^7 kd} \quad (3.30)$$

Και b μία παράμετρος μήκους συνδεδεμένης με το ύψος του κύματος H με τη σχέση:

$$H = 2b + 2 \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot b^3 \cdot f_3 \quad (3.31)$$

Η παράμετρος f_3 δίνεται από τη σχέση:

$$f_3 = \frac{3}{16} \cdot \frac{1 + 8 \cosh^6 kd}{\sinh^6 kd} \quad (3.32)$$

Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι:

$$\zeta = b \cdot \cos\theta + \frac{\pi b^2}{L} \cdot f_2 \cdot \cos\theta + \frac{\pi^2 b^3}{L^2} \cdot f_3 \cdot \cos 3\theta \quad (3.33)$$

Όπου:

$$f_2 = \frac{2 + \cosh 2kd}{2 \sinh^3 kd} \cosh kd \quad (3.34)$$

Η σχέση διασποράς της θεωρίας τρίτης τάξης είναι διαφορετική από την αντίστοιχη της πρώτης και δεύτερης τάξης και γράφεται:

$$\omega^2 = \frac{g}{k} \cdot \tanh kd \cdot \left[1 + \left(\frac{2\pi b}{L} \right)^2 \cdot \frac{(14 + 4 \cosh^2 2kd)}{16 \sinh^4 kd} \right] \quad (3.35)$$

Τέλος οι συνιστώσες u και w της ταχύτητας δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{u}{c} = F_1 \cdot \cosh k(d+z) \cdot \cos\theta + F_2 \cdot \cosh 2k(d+z) \cdot \cos 2\theta + F_3 \cdot \cosh 3k(d+z) \cdot \cos 3\theta \quad (3.36)$$

$$\frac{w}{c} = F_1 \cdot \sinh k(d+z) \cdot \sin\theta + F_2 \cdot \sinh 2k(d+z) \cdot \sin 2\theta + F_3 \cdot \sinh 3k(d+z) \cdot \sin 3\theta \quad (3.37)$$

3.3.3 Θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης

Η τελευταία θεωρία Stokes είναι η Stokes 5^{ης} τάξης για κυματισμούς σταθερής μορφής που παρουσίασε ο Fenton (1972). Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η λύση δίνεται σαν ένας αριθμός αναπτυγμάτων δυναμοσειρών που παραλείπονται μετά την πέμπτη τάξη. Η λύση παρουσιάζεται σε όρους του αδιάστατου ύψους κύματος $\epsilon = kH/2$ και του αδιάστατου βάρους kd , όπου $k=2\pi/L$ ο αριθμός κύματος.

Η έκφραση για τη συνάρτηση δυναμικού, σε ένα διάστημα αναφοράς κινούμενο με την ταχύτητα προώθησης c είναι:

$$\Phi(x, z) = -ux + C_0 \left(\frac{g}{k^3} \right)^{1/2} \sum_{i=1}^5 \epsilon^i \sum_{j=1}^i A_{ij} \cosh jkz \cdot \sin jkx + O(\epsilon^6) \quad (3.38)$$

Όπου \bar{u} η μέση οριζόντια ταχύτητα του ρευστού (mean horizontal fluid velocity), η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{u}\left(\frac{k}{g}\right)^{1/2} = C_0 + \epsilon^2 C_2 + \epsilon^4 C_4 + O(\epsilon^6) \quad (3.39)$$

Η εξίσωση για το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας είναι:

$$\begin{aligned} k\zeta(x) = kd + \epsilon \cos kx + \epsilon^2 B_{22} \cos 2kx + \epsilon^3 B_{31} (\cos kx - \cos 3kx) + \epsilon^4 (B_{42} \cos 2kx + B_{44} \cos 4kx) \\ + \epsilon^5 [-(B_{53} + B_{55}) \cos kx + B_{53} \cos 3kx + B_{55} \cos 5kx] + O(\epsilon^6) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Η μέση ειδική παροχή κάτω από τον κυματισμό δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} Q\left(\frac{k^3}{g}\right)^{1/2} = C_0 kd + \epsilon^2 (C_2 kd + D_2) + \epsilon^4 (C_4 kd + D_4) + O(\epsilon^6) = \\ \bar{u}\left(\frac{k^3}{g}\right)^{1/2} + \epsilon^2 D_2 + \epsilon^4 D_4 + O(\epsilon^6) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Οι αδιάστατοι συντελεστές A_{ij} , B_{ij} , C_i , D_i , είναι συναρτήσεις μόνο του αδιάστατου βάθους kd (Avgeris 2001).

Η ταχύτητα προώθησης c δίνεται από:

$$c = \bar{u} + c_E = \frac{Q}{d} + c_S \quad (3.42)$$

Όπου c_E είναι η μέση ως προς το χρόνο ταχύτητα του ρευστού (Eulerian time-mean fluid velocity) και c_S η μέση ως προς το βάθος ταχύτητα μεταφοράς μάζας (depth-averaged Stokes mass transport velocity).

Η \bar{u} είναι ίση με την c σε ένα σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο η ταχύτητα του ρεύματος είναι μηδέν, και άρα για τους γραμμικούς κυματισμούς $\bar{u} = Q/d$.

Από τα προηγούμενα είναι φανερό ότι για τον προσδιορισμό της ταχύτητας προώθησης c θα πρέπει να είναι γνωστή η τιμή της c_S ή της c_E . Συνήθως όμως οι τιμές αυτές είναι άγνωστες και γι' αυτό στις πρακτικές εφαρμογές κάνουμε την παραδοχή ότι $c_S = 0$.

Η θεωρία αυτή έχει επιβεβαιωθεί σαν θεωρητικά ορθή, για ακρίβεια 5^{ης} τάξης της δυναμικής οριακής συνθήκης στην επιφάνεια (Fenton 1988), ενώ ταυτόχρονα

βρίσκεται σε ικανοποιητική συμφωνία με πειραματικά δεδομένα, με την παραδοχή $c_s=0$ (Huang 1990, Sobey 1990).

Το πεδίο ισχύος της θεωρίας Stokes 5^{ης} τάξης είναι η περιοχή όπου $d/L > 1/10$. Για μακρύτερους κυματισμούς θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η θεωρία Cnoidal ή Ροϊκής Συνάρτησης που περιγράφονται παρακάτω. Ακόμα όμως και εντός του πεδίου εφαρμογής της, στην περίπτωση μεγάλων κυματισμών η λύση παρουσιάζει στην κοιλία του κυματισμού δευτερεύουσες ταλαντώσεις.

3.3.4 Θεωρία Cnoidal

Οι Korteweg and De Vries (KdV) το 1895 ανέπτυξαν μια θεωρία κυμάτων που ονομάστηκε Cnoidal theory, επειδή περιγράφεται από όρους της *Jacobian* ελλειπτικής συνάρτησης, *cn* (CEM II-1-2). Η θεωρία αυτή είναι εφαρμόσιμη σε πεπερασμένου εύρους μακρούς κυματισμούς σε ρηγά νερά και περιέχει στοιχεία μη γραμμικότητας καθώς και διασποράς, αν και η παρουσία τέτοιων κυματισμών είχε παρατηρηθεί πρώτα από τον Boussinesq η θεωρία αναπτύχθηκε από τους KdV. Οι κυματισμοί είναι περιοδικοί με αιχμηρές κορυφές και ευρείες επίπεδες κοιλίες. Οι περιοχές εφαρμογής της θεωρίας είναι $d/L < 1/8$ (Laitone et al. 1963).

Οι κυματισμοί Cnoidal έχουν μελετηθεί εκτενώς από διάφορους ερευνητές (Keulegan and Patterson 1940, Laitone et al. 1963, Keller 1948) που ανέπτυξαν πρώτης και τρίτης τάξεως προσεγγίσεις στη συγκεκριμένη θεωρία. Το 1979 ο Fenton ανέπτυξε μια γενική σχέση για τη λύση KdV κάθε τάξης. Οι 5^η και η 9^η τάξης λύσεις είναι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες στην πράξη.

Επειδή τα χαρακτηριστικά του κύματος αυτής της θεωρίας είναι δύσκολο να περιγραφούν με μαθηματικούς τύπους, μπορούν να βρεθούν με τη βοήθεια διαγραμμάτων Wiegel (1960, 1964) (Σχήμα 3.3). Περιγράφονται σε παραμετρική μορφή σε όρους του συντελεστή k των ελλειπτικών ολοκληρωμάτων. Ο συντελεστής k δεν έχει φυσική σημασία αλλά χρησιμοποιείται για να εκφράσει τη σχέση μεταξύ πολλών παραμέτρων του κυματισμού. Η συντεταγμένη της ελεύθερης επιφάνειας y_s μετρούμενη από τον πυθμένα δίνεται από τον τύπο:

$$y_s = y_t + Hcn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right] \quad (3.43)$$

Όπου:

- y_t είναι η απόσταση του πυθμένα μέχρι την κοιλία του κυματισμού
- H είναι το ύψος της κοιλίας από την κορυφή του κυματισμού
- cn είναι ελλειπτική συνημιτονοειδής συνάρτηση
- $K(k)$ είναι το ελλειπτικό ολοκλήρωμα πρώτου είδους
- k είναι συντελεστής ελλειπτικού ολοκληρώματος

Το $cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right]$ έχει ένα μέγιστο εύρος ίσο με τη μονάδα. Ο συντελεστής

k παίρνει τιμές από 0 έως και 1. Όταν (ο λόγος ύψους κύματος προς βάθος νερού γίνεται πάρα πολύ μικρός) $k=0$ το κυματικό προφίλ γίνεται ημιτονοειδές όπως περιγράφει η γραμμική θεωρία, ενώ όταν (το μήκος κύματος γίνεται τόσο μεγάλο που πλησιάζει το ∞) $k=1$ το κυματικό προφίλ συμπίπτει με αυτό του μοναχικού κυματισμού (§3.3.5).

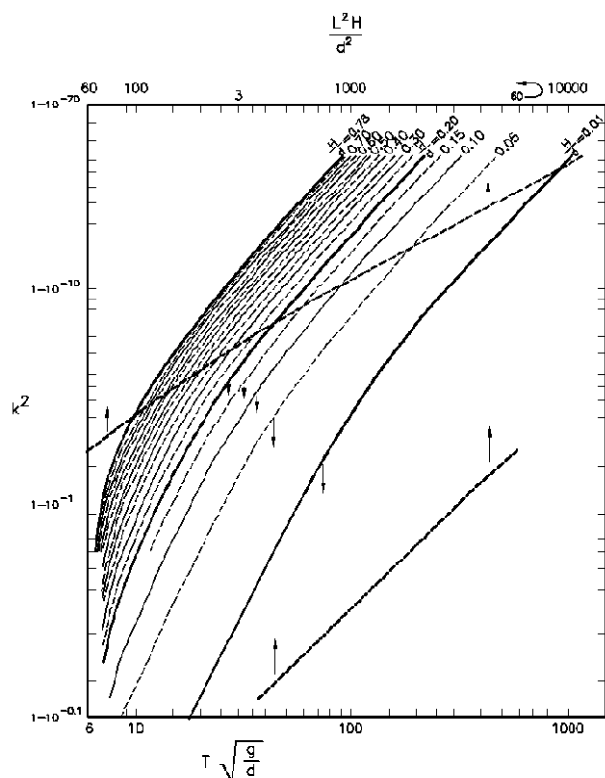
Το μήκος κύματος δίνεται από την σχέση:

$$L = \sqrt{\frac{16d^3}{3H}} kK(k) \quad (3.44)$$

Και η περίοδος:

$$T\sqrt{\frac{g}{d}} = \sqrt{\frac{16y_t}{3H}} \cdot \frac{d}{y_t} \left[\frac{kK(k)}{1 + \frac{H}{y_t k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right)} \right] \quad (3.45)$$

Στο Σχήμα 3.3 παρουσιάζονται οι αδιάστατοι συντελεστές που χαρακτηρίζουν τους κυματισμούς της θεωρίας Cnoidal. Προσοχή πρέπει να δοθεί στην ανάγνωση των συντεταγμένων του διαγράμματος, καθώς οι τιμές του k^2 είναι πάρα πολύ κοντά στη μονάδα.



Σχήμα 3.3 Θεωρία Cnoidal. Τιμές του συντελεστή k^2 για τις αδιάστατες παραμέτρους

L^2H/d^3 , $T\sqrt{g/d}$ και H/d που προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά του κύματος (Wiegel 1960)

3.3.5 Θεωρία Μοναχικού κυματισμού (solitary wave theory)

Οι θεωρίες κυματισμών που αναπτύχθηκαν παραπάνω θεωρούσαν τους κυματισμούς ταλαντευόμενους ή περίπου ταλαντευόμενους. Τα υγρά σωματίδια κινούνται εμπρός και πίσω κατά τη διάδοση κάθε κύματος δημιουργώντας μια κορυφή και μια κοιλία. Αντίθετα ένας ταλαντευόμενος κυματισμός δεν είναι ούτε ταλαντευόμενος ούτε παρουσιάζει κοιλία. Η διατομή του βρίσκεται εξ ολοκλήρου πάνω από τη μέση στάθμη της θάλασσας επιφάνειας.

Η θεωρία αυτή ανακαλύφθηκε από τον Russell (1844), αφού ήταν και ο πρώτος που παρατήρησε την παρουσία αυτού του κυματισμού και έκανε τις πρώτες συστηματικές παρατηρήσεις και τα πρώτα πειράματα. Έπειτα πολλοί ερευνητές (Boussinesq, 1871, Rayleigh (1876), Keller 1948, και Munk 1949, Fenton 1972) μελέτησαν τους μοναχικούς κυματισμούς. Στη φύση είναι δύσκολο να δημιουργηθεί μοναχικός

κυματισμός. Όμως μακροί κυματισμοί (π.χ. Tsunamis) που δημιουργούνται από μετατοπίσεις μεγάλων υδάτινων μαζών, που οφείλεται σε φαινόμενα όπως σεισμούς ή κατολισθήσεις, συμπεριφέρονται σαν μοναχικοί.

Επειδή τόσο το μήκος ενός μοναχικού κύματος όσο και η περίοδος του τείνουν στο άπειρο μόνο μία παράμετρος H/d χρειάζεται για να προσδιορίσει το κύμα. Το μοναχικό κύμα είναι μια οριακή περίπτωση κυματισμού Cnoidal για $k^2=1$, $K(k)=K(1)=\infty$ και έτσι το ελλειπτικό συνημίτονο μετατρέπεται στην υπερβολική εξίσωση και η συντεταγμένη της επιφάνειας του νερού μετρούμενη από τον πυθμένα μειώνεται στην:

$$y_s = d + H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (x - Ct) \right] \quad (3.46)$$

Και η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας ορίζεται από τον τύπο:

$$\zeta = H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (x - Ct) \right] \quad (3.47)$$

Εργαστηριακά πειράματα έχουν αποδείξει ότι η απλή έκφραση:

$$C = \sqrt{g(H + d)} \quad (3.48)$$

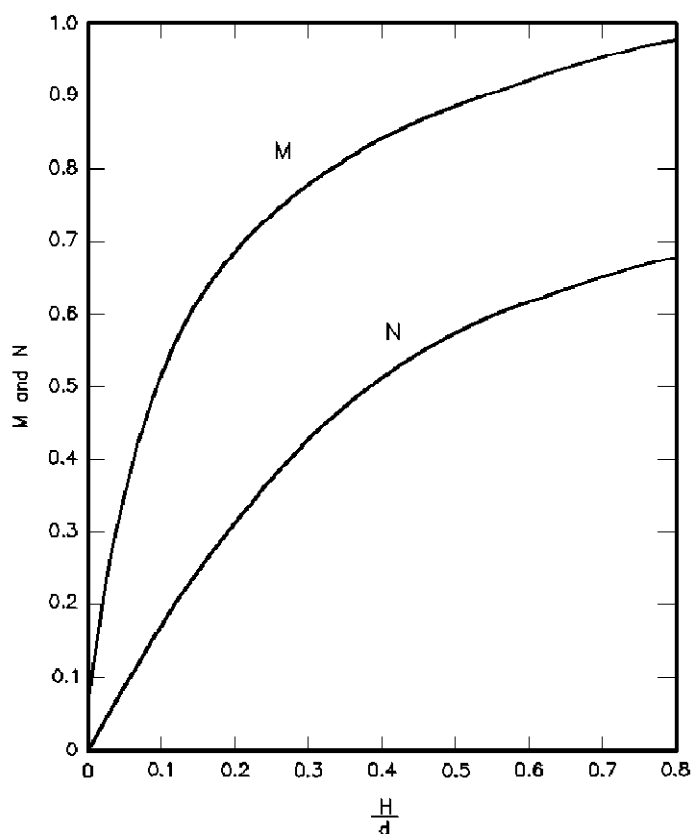
Δίνει πολύ καλά αποτελέσματα στον υπολογισμό της ταχύτητας του μοναχικού κυματισμού.

Οι εξισώσεις της οριζόντιας και της κάθετης ταχύτητας των υγρών σωματιδίων, σύμφωνα με τη μελέτη του Munk το 1949, είναι αντίστοιχα:

$$u = CN \frac{1 + \cos(My/d) \cosh(Mx/d)}{[\cos(My/d) + \cosh(Mx/d)]^2} \quad (3.49)$$

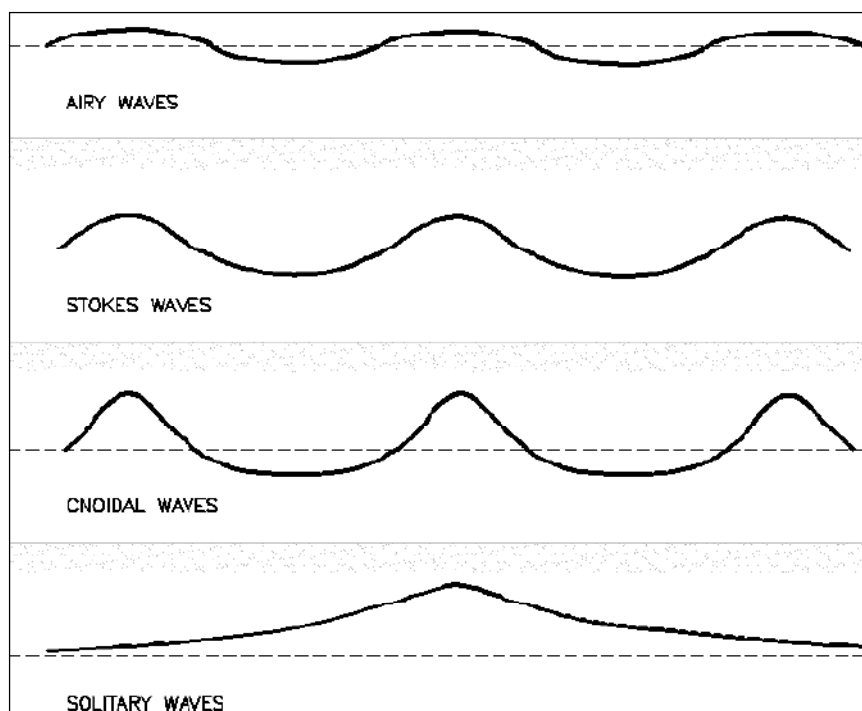
$$w = CN \frac{\sin(My/d) \sinh(Mx/d)}{[\cos(My/d) + \cosh(Mx/d)]^2} \quad (3.50)$$

Όπου M και N είναι συναρτήσεις του H/d και απεικονίζονται στο Σχήμα 3.4 και η συντεταγμένη y μετριέται από τον πυθμένα.



Σχήμα 3.4 Συντελεστές M και N συναρτήσεων του λόγου H/d για τον υπολογισμό της οριζόντιας και της κάθετης ταχύτητας των υγρών στοιχείων ενός μοναχικού κυματισμού.

Στο επόμενο Σχήμα 3.5 απεικονίζονται όλα τα κυματικά προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας των πιο πάνω θεωριών. Όπως φαίνεται η γραμμική θεωρία Airy εκφράζεται από ένα συμμετρικό ημιτονοειδές προφίλ. Στις υψηλότερες τάξεις της θεωρίας Stokes, υπέρ-αρμονικά στοιχεία (υψηλότερης συχνότητας στοιχεία, πολλαπλάσια της αρχικής συχνότητας) εμφανίζονται δημιουργώντας μία επαλληλία με την αρχική συχνότητα. Συνεπώς οι κορυφές των κυματισμών είναι πιο απότομες και οι κοιλίες πιο πλατιές από το ημιτονοειδές προφίλ. Στους κυματισμούς Cnoidal το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας έχει ακόμα πιο απότομες κορυφές και ευρείς επίπεδες κοιλίες. Τέλος στο μοναχικό κυματισμό δεν υπάρχει κοιλία, η ελεύθερη επιφάνεια είναι ολόκληρη πάνω από τη μέση στάθμη ύδατος και το μήκος του τείνει στο άπειρο.



Σχήμα 3.5 Προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας για τις θεωρίες διάδοσης κυματισμών (CEM II-1)

3.3.6 Θεωρία Ροϊκής Συνάρτησης

Η θεωρία της Ροϊκής Συνάρτησης (Dean 1965,1974), βασίζεται στην ανάπτυξη σε πεπερασμένες σειρές Fourier της ροϊκής συνάρτησης Ψ . Υπενθυμίζεται ότι η ροϊκή συνάρτηση Ψ ορίζεται σε δισδιάστατο πεδίο ροής ασυμπύεστου ρευστού από τις σχέσεις:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.51a,b)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.51a,b) στη συνθήκη δισδιάστατης αστρόβιλης ροής

$\left(\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}\right)$ καθώς και την (3.51b) στην (3.7) προκύπτει αντίστοιχα:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \quad z=-d \quad (3.53)$$

Ενώ η δυναμική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια (εξίσωση Bernoulli) γράφεται:

$$\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} \right)^2 \right) + g\zeta = R \quad (3.54)$$

Όπου R μια θετική σταθερά.

Σε ένα κινούμενο σύστημα αναφοράς, με ταχύτητα c, ώστε να είναι σταθερός ο κυματισμός (μόνιμη ροή), η συνάρτηση Ψ μπορεί να προσεγγιστεί:

$$\Psi(x, z) = -cz + \sum_{j=1}^N a_j \sin jkz \cdot \cos jkx \quad (3.55)$$

Όπου το N δηλώνει την τάξη της θεωρίας.

Η (3.55) ικανοποιεί ακριβώς την εξίσωση Laplace (3.52) και την οριακή συνθήκη πυθμένα (3.53), όχι όμως και την δυναμική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια (3.54).

Μετά την αντικατάσταση της (3.55) στην (3.54), με ταυτόχρονη διακριτοποίηση της ελεύθερης επιφάνειας από $x=0$ έως $x=L/2$, το πρόβλημα ανάγεται στον υπολογισμό της Ψ για $z=\zeta$, του R και των συντελεστών a_1, a_2, \dots, a_N . Η κινηματική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια είναι της μορφής:

$$\Psi(x, \zeta(x)) = -Q \quad z = \zeta \quad (3.56)$$

Η ελεύθερη επιφάνεια διακριτοποιείται σε M+1 ίσα μέρη, από την κορυφή ως την κοιλία και έτσι οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται:

$$\Psi(x_m, \zeta_m) = -Q \quad \text{για } m=0, 1, 2, \dots, M \quad (3.57)$$

$$\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}(x_m, \zeta_m) \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}(x_m, \zeta_m) \right)^2 \right) + g\zeta_m = R \quad (3.58)$$

$$H = \zeta_0 - \zeta_m \quad (3.59)$$

$$c = \bar{u} + c_E = \frac{Q}{d} + c_s \quad (3.60)$$

$$d = \frac{1}{M} \left(\frac{1}{2} \zeta_0 + \sum_{m=1}^M \zeta_m + \frac{1}{2} \zeta_m \right) \quad (3.61)$$

Όπου:

$$x_m = (m-1) \frac{L}{2M} \text{ και } \zeta_m = \zeta(x_m) \quad (3.62)$$

Οι σχέσεις (3.56)-(3.62) αποτελούν ένα μη-γραμμικό σύστημα από $2M+1$ εξισώσεις με $M+N+6$ αγνώστους:

- k, \bar{u}, c, Q και R
- $M+1$ τιμές της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας ζ και
- N συντελεστές a_1, a_2, \dots, a_N

Για $M=N$ το σύστημα έχει μοναδικά καθορισμένη λύση, ενώ για $M>N$ είναι υπερκαθορισμένο.

Οι Reinecker και Fenton (1981) προτείνουν για $M=N$ η επίλυση του μη γραμμικού συστήματος των εξισώσεων να γίνεται με την προσεγγιστική μέθοδο Newton. Η πρώτη προσέγγιση είναι συνήθως το γραμμικό ημιτονοειδές κύμα. Οι Dean and Dalrymple (1984) χρησιμοποίησαν την επαναληπτική μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, παρόμοια με εκείνη των Chappellear (1961) και Dean (1965) που πρώτοι ασχολήθηκαν με τη μέθοδο.

Η εκλογή της τάξης της θεωρίας εξαρτάται από την περιοχή εφαρμογής της. Μικρές τιμές του N ($N=5$) μπορεί να δημιουργήσουν στα ρηγά νερά μη ρεαλιστικά μικρού μήκους παρασιτικά κύματα, τα οποία όμως δεν εμφανίζονται για μεγαλύτερες τιμές ($N=18$).

Η αριθμητική λύση, αφού γίνει και εδώ όπως και στη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης η παραδοχή ότι $c_S=0$, δίνει τις τιμές των $\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_M$, των a_1, a_2, \dots, a_N και των k, \bar{u}, c, Q και R , από τις οποίες υπολογίζονται οι μεταβλητές $F(jk), \zeta(x), u(x,z)$ και $w(x,z)$ (για λεπτομέρειες βλ. Καραμπάς, 1991).

3.4 Περιοχή Ισχύος των Θεωριών

Για να είναι εφαρμόσιμες και χρηστικές οι παραπάνω θεωρίες και οι εξισώσεις τους, και να δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, θα πρέπει να εξεταστεί το πεδίο ισχύος τους. Οι μη γραμμικές θεωρίες περιγράφουν αποτελεσματικότερα μαζικές μεταφορές, φαινόμενα όπως θραύση κυματισμών, ρήχωση, ανάκλαση και άλλα μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Γι' αυτό το λόγο, η χρήση γραμμικών θεωριών θα πρέπει να εκτιμάται προσεκτικά πριν την εφαρμογή στις ακτομηχανικές μελέτες.

Οι γραμμικοί κυματισμοί όπως και οι πεπερασμένου εύρους μπορούν να περιγραφούν προσδιορίζοντας δυο αδιάστατες παραμέτρους, το σχετικό βάθος νερού D/L και την κλίση του κύματος H/L . Το σχετικό βάθος D/L νερού προσδιορίζει εάν οι κυματισμοί είναι πλήρους ή μερικής διασποράς και πότε η ταχύτητα, το μήκος κύματος, και το ύψος κυματισμού επηρεάζονται από το βάθος του νερού. Η κλίση του κύματος H/L είναι ένα όρος που προσδιορίζει την εξάρτηση του κυματισμού από το ύψος του και καθορίζει εάν οι παραδοχές της γραμμικής θεωρίας ισχύουν.

Ένας τρίτος όρος που χρησιμοποιείται στη θέση των προηγούμενων δυο είναι ο λόγος τους, δηλαδή:

$$\frac{H}{D} = \frac{H}{L} \cdot \frac{L}{D} \quad (3.63)$$

Και ονομάζεται σχετικό ύψος κύματος. Μεγάλες τιμές της κλίσης και του σχετικού ύψους κύματος δηλώνουν ότι η παραδοχή μικρού εύρους κυματισμών δεν είναι κατάλληλη.

Μια τέταρτη αδιάστατη παράμετρος που χρησιμοποιείται συχνά για την επιλογή θεωρίας διάδοσης κυματισμού, με γνωστό μήκος και ύψος κύματος σε ένα ορισμένο βάθος D , είναι ο αριθμός Ursell ή U_R . Μεγάλες τιμές του συντελεστή U_R προκύπτουν για πεπερασμένου εύρους, μακρούς κυματισμούς σε ρηγά νερά δηλώνοντας ότι η προσέγγιση τους πρέπει να γίνει με μη-γραμμικά χαρακτηριστικά.

Οι επεκτάσεις της θεωρίας του Stokes ισχύουν όταν: $H/D \ll (kd)^2$ για $kd < 1$ και $H/L \ll 1$ (Peregrine 1972). Αυτές οι απαιτήσεις ορίζουν έναν αριθμό Ursell, $U_R < 79$. Και έτσι αυτή η συνθήκη περιορίζει τα ύψη κυματισμών στα ρηγά νερά και περιορίζει την εφαρμογή των θεωριών Stokes (πρέπει $D/L > 1/8$ ή $kd > 0.78$). Συγκεκριμένο

παράδειγμα είναι η μέγιστη τιμή του ύψους κύματος, που μπορεί να περιγραφεί από τη θεωρία Stokes 2^{ης} τάξης, και είναι ίση με το μισό του βάθους του νερού (Fenton 1985). Το πεδίο ισχύος της θεωρίας Cnoidal $D/L < 1/8$ και ο συντελεστής $U_R > 20$.

Ο Dean (1968,1974) παρουσίασε μια ανάλυση, στην οποία όριζε τις περιοχές εφαρμογής κάθε θεωρίας, χρησιμοποιώντας τους όρους H/T^2 και d/T^2 (το T^2 είναι ανάλογο του μήκους κύματος L). Ο Le Méhauté (1976) παρουσίασε μια ελαφρώς διαφορετική ανάλυση για να προσδιορίσει τα όρια καταλληλότητας της κάθε θεωρίας διάδοσης κυματισμών. Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3.6, η 4^{ης} τάξης θεωρία Stokes αντικαθίσταται με αυτή της 5^{ης} τάξης αφού η τελευταία χρησιμοποιείται συχνότερα σε πολλές εφαρμογές. Οι Dean και Le Méhauté προτείνουν και οι δυο τη θεωρία Cnoidal για κυματισμούς σε ρηγά νερά μικρής κλίσης, και τη θεωρία Stokes υψηλότερης τάξης για μεγάλης κλίσης κυματισμούς διαδιδόμενους στα βαθιά νερά. Η γραμμική θεωρία προτείνεται για μικρής κλίσης κύματα και χαμηλές τιμές δείκτη Ursell. Στα «ενδιάμεσα» και «βαθιά» νερά η γραμμική θεωρία είναι επαρκής, ωστόσο και άλλες θεωρίες συμπεριφέρονται ικανοποιητικά. Η θεωρία της ροϊκής συνάρτησης ή και η παρόμοια θεωρία του Fenton(1988) είναι κατάλληλες για μεγάλη περιοχή των κυματικών παραμέτρων. Για γνωστές τιμές των H , D και T το Σχήμα 3.6 χρησιμοποιείται σαν οδηγός για την επιλογή της κατάλληλης θεωρίας.

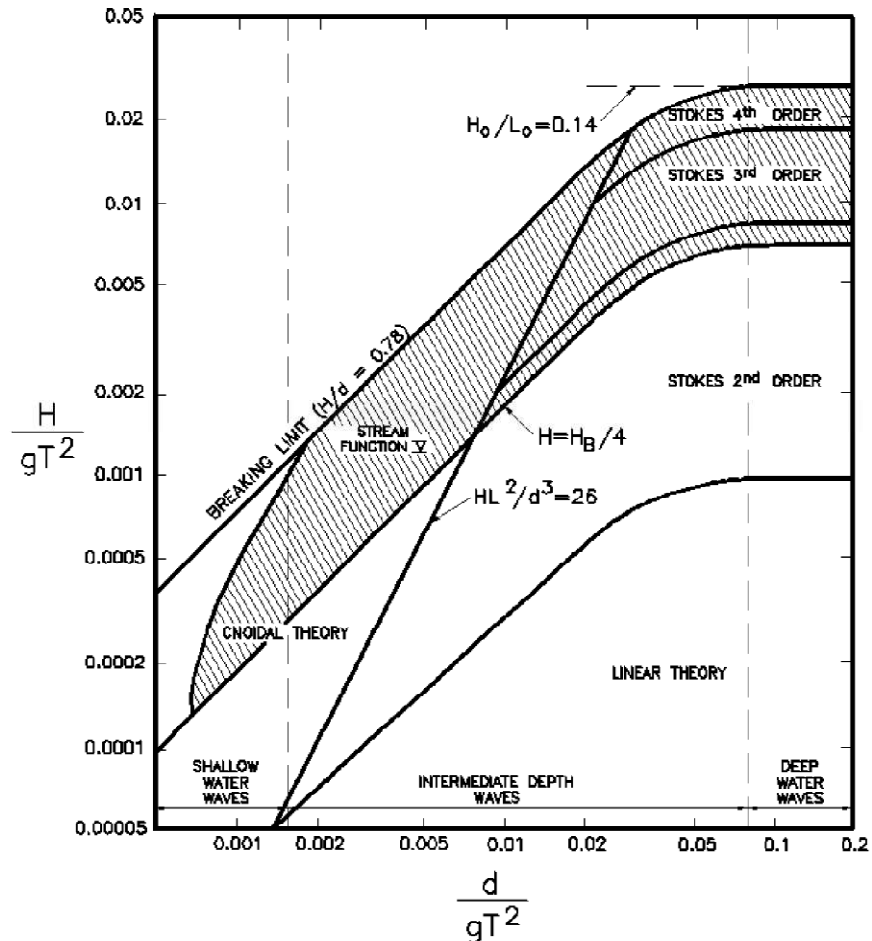
Είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις οριακές τιμές του ύψους και της κλίσης κυματισμών σε διάφορα βάθη νερού, για να καθοριστεί η καταλληλότητα κάθε θεωρίας που χρησιμοποιεί την ανάλυση Stokes. Αυτό επιτυγχάνεται συγκρίνοντας το μέγεθος κάθε διαδοχικού όρου στην ανάλυση Stokes, όπου κάθε όρος πρέπει να είναι μικρότερος από αυτόν που προηγείται. Για παράδειγμα εάν ο δεύτερος όρος είναι μικρότερος από το 1% του πρώτου όρου της θεωρίας Stokes 2^{ης} τάξης, η οριακή κλίση δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{H}{L} \leq \frac{1}{80} \cdot \frac{\sinh^3 kd}{\cosh kd \cdot (3+2\sinh^2 kd)} \quad (3.64)$$

Εάν ο όρος της τρίτης τάξης είναι μικρότερος του 1% του αντίστοιχου δεύτερης τάξης, η οριακή κλίση:

$$\frac{H}{L} \leq \frac{1}{7} \cdot \frac{\sinh^3 kd}{\sqrt{1+8\cosh^3 kd}} \quad (3.65)$$

Ομοίως, χρησιμοποιώντας την 5^η τάξης ανάλυση, οι ασύμπτωτες στη 3^η τάξης θεωρία είναι $H/L_0 < 0.1$ και $H/D < 3/4(kd)^2$ για βαθιά και ρηγά νερά αντίστοιχα. Αυτό επιτρέπει την επέκταση του εύρους της θεωρίας Stokes, προσθέτοντας μικρές διαδοχικές περιοχές στο πεδίο της γραμμικής θεωρίας όπως φαίνεται στο διάγραμμα (Σχήμα 3.6), μέχρι να προσεγγιστεί το όριο θραύσης.



Σχήμα 3.6 Περιοχές εφαρμογής διάφορων θεωριών διάδοσης κυματισμών. (Le Méhauté, 1976)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ***

4.1 Εισαγωγή στα Ομοιώματα Τύπου Boussinesq

Η προσομοίωση της διάδοσης των κυματισμών και η ακριβής περιγραφή των μετασχηματισμών που υφίστανται στις παράκτιες περιοχές είναι απαραίτητη σε σχέση με τον σχεδιασμό των θαλάσσιων κατασκευών καθώς και με την πρόβλεψη της εξέλιξης του προφίλ της ακτογραμμής και του πυθμένα.

Τα τελευταία χρόνια έχει παρουσιαστεί ένας μεγάλος αριθμός ομοιωμάτων διάδοσης κυματισμών που βασίζονται στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων τύπου Boussinesq ή απλά Boussinesq. Οι εξισώσεις Boussinesq προκύπτουν από την ολοκλήρωση των εξισώσεων Euler (ορμής) στο βάθος ροής με την παραδοχή σχετικά μακρών κυματισμών. Οι εξαρτημένες μεταβλητές που υπεισέρχονται στις εξισώσεις αυτές είναι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και η οριζόντια ταχύτητα του ρευστού, υπό μορφή μερικών παραγώγων διαφορών τάξεων. Με τη χρήση των παραπάνω ομοιωμάτων είναι δυνατή η προσομοίωση της διάδοσης μη γραμμικών διασπειρόμενων κυματισμών στα ρηγά νερά και η περιγραφή των κυματικών φαινομένων της παράκτιας ζώνης όπως η ρήχωση, διάθλαση, ανάκλαση και περίθλαση όπως επίσης και η θραύση και αναρρίχηση στην ακτή (Karambas, 1999). Η ανάλυση των θαλάσσιων κυματισμών χαρακτηρίζεται από δυο σημαντικές παραμέτρους κλίμακας. Η πρώτη είναι η παράμετρος ϵ που εκφράζει τη διασπορά εύρους (amplitude dispersion) και κατ' επέκταση τη μη γραμμικότητα (non-linearity) και ορίζεται σαν ο λόγος του ύψους κύματος προς το βάθος, $\epsilon=H/d$, ενώ η δεύτερη η σ^2 είναι το τετράγωνο του λόγου του βάθους προς ένα χαρακτηριστικό οριζόντιο μήκος (λαμβάνεται συνήθως ίσο με το μήκος κύματος), $\sigma^2=(d/L)^2$ και εκφράζει τη διασπορά συχνοτήτων (frequency dispersion) (Karambas, 1999). Λόγω της μαθηματικής τους διατύπωσης οι πρωταρχικές μορφές εξισώσεων Boussinesq αναφέρονται σε κυματισμούς ελαφρά μη γραμμικούς (weakly non-linear) και με ελαφρά διασπορά συχνοτήτων (weak dispersion).

Πρέπει να τονιστεί ότι η μορφή των εξισώσεων Boussinesq δεν είναι συγκεκριμένη, αντιθέτως στην σχετική βιβλιογραφία απαντώνται διαφορετικές εκδοχές των εξισώσεων, οι οποίες συνιστούν το αποτέλεσμα μιας μακρόχρονης εξελικτικής διαδικασίας. Οι διάφορες τους σχετίζονται κυρίως με την διαφορετική-επιλογή θεώρηση της οριζόντιας ταχύτητας και στους διαφορετικούς όρους ανώτερης τάξης που διατηρούνται κατά την κατάστρωση των εξισώσεων.

Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις ως προς την επιλογή της οριζόντιας ταχύτητας.

- Μέση στο βάθος ταχύτητας (depth-averaged velocity)
- Ταχύτητα στη μέση στάθμη ηρεμίας (Μ.Σ.Η.) (velocity at still water level)
- Ταχύτητα σε τυχαίο βάθος (velocity at an arbitrary depth)
- Ταχύτητα στον πυθμένα (bottom velocity)

Στα ομοιώματα Boussinesq η κατακόρυφη (στο βάθος) κατανομή της οριζόντιας ταχύτητας είναι πολυωνυμική δευτέρου βαθμού και η αντίστοιχη κατανομή της κατακόρυφης ταχύτητας γραμμική.

4.2 Συνοπτική Περιγραφή της Εξέλιξης των Μοντέλων Boussinesq

Η διάδοση των κυματισμών σε νερά σταθερού βάθους μελετήθηκε για πρώτη φορά από τον Boussinesq (1872) που παρουσίασε ένα σετ εξισώσεων με ισχύ σε μία οριζόντια διάσταση. Οι Mei και Le Méhauté (1966) επέκτειναν τις εξισώσεις αυτές στην περίπτωση κεκλιμένου πυθμένα. Η σταθερή και αυστηρή μαθηματική λύση που έδωσαν βασίστηκε στην υπόθεση ότι οι χωρικές παράγωγοι του βάθους που αντιστοιχεί στη στάθμη ηρεμίας (Σ.Η.Υ.) είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με το λόγο του βάθους στη Σ.Η.Υ. προς το μήκος κύματος. Οι εξισώσεις αυτές περιγράφουν την ανάπτυξη σχετικά μακρών κυματισμών, ελαφρά μη γραμμικών σε νερά μεταβαλλόμενου βάθους. Παρόμοιο σετ εξισώσεων παρουσιάστηκε από τον Peregrine (1967), ο οποίος ολοκλήρωσε την εξίσωση συνέχειας και τις εξισώσεις Euler σε δύο οριζόντιες διαστάσεις, χρησιμοποιώντας μια τεχνική αναπτυγμάτων η οποία πρώτο-εφαρμόστηκε από τον Keller (1948). Οι εξισώσεις του Peregrine αποτέλεσαν το πρότυπο για μια σειρά από μεταγενέστερες εργασίες και γι' αυτό χαρακτηρίζονται ως «κλασικές».

Ο Peregrine (1967, 1972) παρουσίασε μια επέκταση των εξισώσεων Boussinesq για σχετικά μακρούς κυματισμούς σε νερά μεταβαλλόμενου βάθους, ολοκληρώνοντας την εξίσωση συνέχειας και τις εξισώσεις Euler σε δύο οριζόντιες διαστάσεις, χρησιμοποιώντας μια τεχνική αναπτυγμάτων η οποία πρωτοεμφανίστηκε από τον

Keller (1948). Οι εξισώσεις αυτές είναι για μικρού εύρους κυματισμούς και βασίζονται στην παραδοχή ότι οι παράμετροι ε και σ^2 είναι μικρές ($O(\varepsilon) \ll 1$ και $O(\sigma^2) \ll 1$) και της ίδιας τάξης ($\varepsilon = O(\sigma^2)$).

Το σετ των εξισώσεων τύπου Boussinesq που κατέστρωσε ο Peregrine (1967) έχει τη μορφή:

$$\zeta_t + \nabla \cdot [(h + \zeta)u] = 0 \quad (4.1)$$

$$u_t + (u \cdot \nabla)u + g\nabla\zeta = \frac{d}{2} \nabla[\nabla(\text{du}_t)] - \frac{d^2}{6} \nabla(\nabla \cdot u_t) \quad (4.2)$$

Όπου $u=(U,V)$ είναι το διάνυσμα της μέσης στο βάθος οριζόντιας ταχύτητας, $d=d(x,y)$ είναι το μεταβαλλόμενο βάθος μετρούμενο από τη στάθμη ηρεμίας και $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ είναι ο οριζόντιος τελεστής βαθμίδας.

Οι εξισώσεις αυτές εκφράζουν την εξίσωση συνέχειας (διατήρησης μάζας) και ορμής αντίστοιχα. Οι παραπάνω εξισώσεις σε μια διάσταση (1D) και στην περίπτωση οριζόντιου πυθμένα μετασχηματίζονται στις εξής:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{d^3}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} \quad (4.4)$$

Όπου $h=d+\zeta$.

Η λύση του συστήματος των εξισώσεων αυτών με τη βοήθεια ενός ακριβούς αριθμητικού σχήματος, δίνει καλά αποτελέσματα χωρίς να είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν πρόσθετοι μη γραμμικοί όροι (Karambas and Koutitas, 1992).

Στα βαθιά νερά η παράμετρος σ^2 γίνεται σημαντική και συνεπώς οι εξισώσεις Boussinesq δεν έχουν ισχύ. Στην περίπτωση γραμμικών κυματισμών ($O(\varepsilon)=0$) η σχέση διασποράς που προκύπτει από τις παραπάνω εξισώσεις είναι:

$$\omega^2 = gdk^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{3}(kd)^2} \quad (4.5)$$

Ο σημαντικότερος περιορισμός που τίθεται στην πρακτική εφαρμογή των κλασικών εξισώσεων Boussinesq (Peregrine 1967) σχετίζεται με τα χαρακτηριστικά διασποράς τους σε σύγκριση με αυτά της γραμμικής θεωρίας (Airy). Έτσι, οι κλασικές εξισώσεις περιγράφουν με ικανοποιητική ακρίβεια τη μετάδοση των κυματισμών μόνο στα ρηχά νερά.

Με χρονολογική σειρά αναφέρουμε τις εργασίες των:

- Madsen et al. (1991)
- Madsen & Sørensen (1992)
- Nwogu (1993)
- Beji & Battjes (1994)
- Wei & Kirby (1995)
- Schäffer & Madsen (1995)
- Wei et al. (1995)
- Madsen & Schäffer (1998)
- Karambas (1999)
- Zou (1999)

Η μελέτη των Madsen et al. (1991) παρουσίασε ένα καινούριο μοντέλο εξισώσεων Boussinesq ικανό να προσομοιάσει σύνθετους κυματισμούς σε δύο διαστάσεις, παρόμοιο με εκείνο των Abbott et al. (1978), αλλά παρουσιάζοντας βελτιωμένες ιδιότητες ταχύτητας φάσης και ομάδας (c , c_g) γραμμικών κυματισμών στα βαθιά νερά. Η καινούρια φόρμουλα των εξισώσεων τους ικανοποιεί τις δυο παρακάτω απαιτήσεις:

- a) Οι εξισώσεις εκφράζονται σε δύο οριζόντιες διαστάσεις σε όρους της ελεύθερης επιφάνειας και της μέσης ολοκληρωμένης ταχύτητας.
- b) Η προκύπτουσα γραμμική διασπορά θα πρέπει να ακολουθεί την εξίσωση:

$$\frac{c^2}{gh} = \frac{1 + Bk^2h^2}{1 + \left(B + \frac{1}{3}\right)k^2h^2} \quad (4.6)$$

Όπου η τιμή του συντελεστή B επιλέγεται κατάλληλα για βελτιωθεί η ακρίβεια του μοντέλου στα βαθιά νερά..

Μέχρι τη συγκεκριμένη έρευνα των Madsen et al. (1991) οι τιμές του συντελεστή B είχαν τις τιμές:

$$B = \begin{cases} 1/6 \\ -1/3 \\ 0 \\ 1/15 \end{cases}$$

Όπου $B=1/6$ προέκυπτε εάν η ταχύτητα εκφραζόταν σε όρους ταχύτητας πυθμένα U_b (Svedsen 1974, Witting 1984), $B=-1/3$ εάν η ταχύτητα εκφραστεί σε όρους επιφανειακής ταχύτητας U_s (Svedsen 1974), για $B=0$ προκύπτει η σχέση γραμμικής διασποράς των κλασσικών εξισώσεων Boussinesq για μέση ταχύτητα \bar{U} , και τέλος για τιμή του συντελεστή $B=1/15$ προκύπτει η προσέγγιση Padé του Witting (1984).

Για να περιορίσουμε το λάθος σύγκρισης της ταχύτητας φάσης σε ένα αποδεκτό ποσοστό του 5% οι κλασσικές εξισώσεις Boussinesq είναι ικανοποιητικές για $h/L_o < 0.22$ ενώ με τη προσέγγιση Padé του Witting ο περιορισμός του βάθους γίνεται $h/L_o < 0.5$.

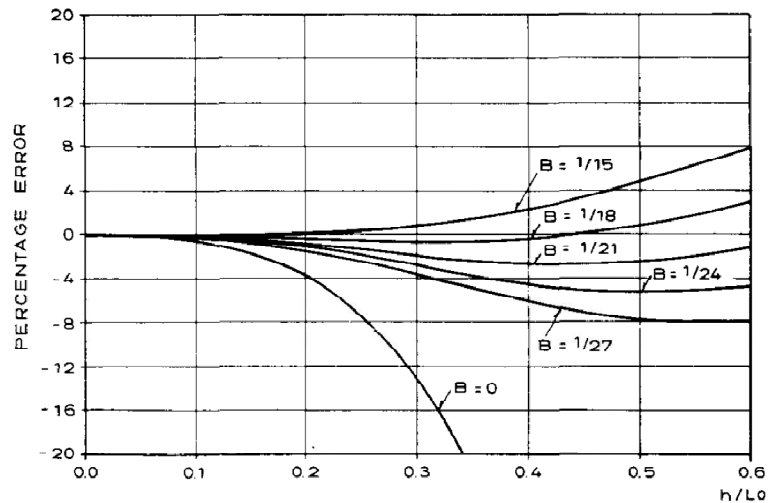
Οι Madsen et al. (1991) προσπάθησαν να επεκτείνουν αυτό το όριο, έχοντας ως βάση την κλασσική μορφή των εξισώσεων Boussinesq που επιλύθηκαν από τους Abbott et al. (1984). Οπότε οι νέες εξισώσεις είναι της μορφής:

$$S_t + P_x + Q_y = 0 \quad (4.7)$$

$$P_t + \left(\frac{P^2}{d}\right)_x + \left(\frac{PQ}{d}\right)_y + gdS_x - \left(B + \frac{1}{3}\right)h^2(P_{xxt} + Q_{xyt}) - Bgh^3(S_{xxx} + S_{xyy}) = 0 \quad (4.8)$$

$$Q_t + \left(\frac{Q^2}{d}\right)_y + \left(\frac{PQ}{d}\right)_x + gdS_y - \left(B + \frac{1}{3}\right)h^2(Q_{yyt} + P_{xyt}) - Bgh^3(S_{yyy} + S_{yxx}) = 0 \quad (4.9)$$

Η τιμή του συντελεστή B δεν περιορίζεται στις προαναφερθείσες και στο διάγραμμα που ακολουθεί (Σχήμα 4.1) φαίνεται ότι επιλέγοντας την τιμή $B=1/21$ με ποσοστό λάθους ταχύτητας φάσης 3%, ο λόγος h/L_o μπορεί να αποδώσει καλύτερα αποτελέσματα μέχρι και $h/L_o < 0.75$.



Σχήμα 4.1 Ποσοστιαίο λάθος ταχύτητας φάσης $(100(c-c_{STOKES})/c_{STOKES})$ όπου η ταχύτητα c υπολογίζεται από την (4.6) (Madsen et al. 1991)

Οι εξισώσεις Boussinesq του Nwogu (1993) προκύπτουν με συνεχή διαφόριση της εξίσωσης συνέχειας και των εξισώσεων κίνησης του Euler. Στην κατάστρωση των εξισώσεων χρησιμοποιείται σαν εξαρτημένη μεταβλητή η οριζόντια ταχύτητα σε ένα τυχαίο βάθος z_α . Το βάθος στο οποίο λαμβάνεται η ταχύτητα, καθορίζεται στη συνέχεια από την προκύπτουσα σχέση διασποράς σε σύγκριση με τη σχέση διασποράς της γραμμικής θεωρίας. Με αυτό τον τρόπο, οι εξισώσεις περιγράφουν καλύτερα τη διάδοση των κυματισμών σε νερά μεγαλύτερου βάθους σε σχέση με τις κλασσικές εξισώσεις Boussinesq. Οι εξισώσεις του Nwogu (1993) γράφονται:

$$\zeta_t + \nabla \cdot [(d + \zeta)u_\alpha] + \nabla \cdot \left\{ \left(\frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{d^2}{6} \right) d \nabla (\nabla \cdot u_\alpha) + \left(z_\alpha + \frac{d}{2} \right) d \nabla [\nabla \cdot (du_\alpha)] \right\} = 0 \quad (4.10 \alpha-\beta)$$

$$u_{\alpha t} + (u_\alpha \cdot \nabla) u_\alpha + g \nabla \zeta + z_\alpha \left\{ \frac{z_\alpha}{2} \nabla (\nabla \cdot u_{\alpha t}) + \nabla [\nabla \cdot (du_{\alpha t})] \right\} = 0$$

Όπου $u_\alpha = (u_\alpha, v_\alpha)$ είναι το διάνυσμα της οριζόντιας ταχύτητας σε ένα τυχαίο βάθος z_α .

Οι παραπάνω εξισώσεις εκφράζουν την εξίσωση συνέχειας (διατήρησης μάζας) και ορμής αντίστοιχα. Σε σχέση με τις κλασσικές εξισώσεις Boussinesq του Peregrine (1967) υπάρχει στην εξίσωση συνέχειας ένας πρόσθετος όρος διασποράς που την καθιστά μη ακριβή, ενώ οι συντελεστές των όρων διασποράς στην εξίσωση ορμής είναι διαφορετικές.

Θεωρούμε την περίπτωση διάδοσης του κύματος σε μία διεύθυνση (1D) με σταθερό βάθος. Τότε οι εξισώσεις του Nwogu παίρνουν τη μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + d \frac{\partial u_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial(\zeta u_\alpha)}{\partial x} + \left(\alpha + \frac{1}{3}\right) d^3 \frac{\partial^3 u_\alpha}{\partial x^3} &= 0 \\ \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + u_\alpha \frac{\partial u_\alpha}{\partial x} + \alpha d^2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.11 \alpha-\beta)$$

$$\text{Όπου } \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{z_\alpha}{d} \right)^2 + \frac{z_\alpha}{d}$$

Με σχέση γραμμικής διασποράς:

$$\omega^2 = g d k^2 \frac{1 - \left(\alpha + \frac{1}{3}\right) (k d)^2}{1 - \alpha (k d)^2} \quad (4.12)$$

Ο Ζου στην εργασία του (1999) έχοντας ως βάση τις εξισώσεις του Mei (1983), παρουσίασε ένα καινούριο μοντέλο εξισώσεων Boussinesq τρίτης τάξεως ακρίβειας, εκφράζοντας τις χωρικές παραγώγους τετάρτης τάξεως με παραγώγους δεύτερης τάξης. Οι εξισώσεις ανταποκρίνονται σε οριζόντιο πυθμένα αλλά και σε μεταβαλλόμενο βάθος με την υπόθεση ήπιας κλίσης. Τα χαρακτηριστικά της διασποράς είναι ακριβή μέχρι και $O(\sigma^4)$ και η μη γραμμικότητα ως $O(\varepsilon^2)$, τα οποία δίνουν λάθη ταχύτητας φάσης $< 5\%$ για ένα εύρος του λόγου $0 < h/L_o < 0.5$.

Για την περίπτωση οριζόντιου πυθμένα οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής του Ζου (1999) είναι:

$$\zeta_t + \nabla \cdot [(h + \zeta) \bar{u}] = 0 \quad (4.13)$$

$$\bar{u}_t + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} + g \nabla \zeta + G = \frac{1}{3} (h + \zeta)^2 \nabla (\nabla \cdot \bar{u}_t) + \frac{1}{15} h^2 \nabla [\nabla \cdot (\bar{u}_t + g \nabla \zeta)] \quad (4.14 \alpha)$$

$$G = \frac{1}{3} \nabla \left\{ h^2 \left[(\nabla \cdot \bar{u})^2 - \bar{u} \cdot \nabla^2 \bar{u} - \frac{1}{10} \nabla^2 (\bar{u} \cdot \bar{u}) \right] \right\} - h \nabla \zeta \nabla \cdot \bar{u}_t \quad (4.14 \beta)$$

Όπου h το βάθος νερού και ζ η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας.

Στις παραπάνω παραγράφους τα μοντέλα Boussinesq που παρουσιάστηκαν, αναφέρονταν στην προσομοίωση διάδοσης κυματισμών ελαφρώς μη γραμμικών και μικρής διασποράς. Είχε γίνει η υπόθεση ότι $O(\varepsilon) = O(\sigma^2) \ll 1$. Πιο πρόσφατες μελέτες ανέπτυξαν εξισώσεις με όρους ανώτερων τάξεων μη-γραμμικότητας και διασποράς

και έτσι καταργήθηκε πρακτικά ο περιορισμός του βάθους, μέχρι το οποίο είχαν ικανοποιητική εφαρμογή στα ομοιώματα Boussinesq.

Οι Wei et al. (1995) κατέληξαν σε ένα σετ εξισώσεων πλήρως μη γραμμικών, δηλαδή διατηρήθηκαν όροι όλων των τάξεων της μη γραμμικής παραμέτρου ε , αλλά οι όροι της διασποράς παρέμειναν της τάξης $O(\sigma^2)$. Οι μελέτες όμως που επέκτειναν αποτελεσματικά ή αφαίρεσαν κάθε όριο του σχετικού βάθους, που συμβατικά σχετιζόταν με όλες τις προηγούμενες εξισώσεις Boussinesq, είναι αυτές των (με χρονολογική σειρά):

- Madsen & Schäffer (1998)
- Agnon, Madsen & Schäffer (1999)
- Gobbi, Kirby & Wei (2000)
- Madsen et al. (2002)
- Madsen et al. (2003)
- Schäffer (2003)
- Schäffer (2004)
- Bingham and Agnon (2005)

Οι Wei et al. (1995) ακολουθώντας την προσέγγιση του Nwogu (1993) κατέληξαν στη διατύπωση ενός πλήρως μη γραμμικού ομοιώματος Boussinesq στο οποίο διατηρούνται όροι $O(\sigma^2)$ και όλων των τάξεων της μη γραμμικής παραμέτρου ε . Οι πλήρως μη γραμμικές εξισώσεις έχουν τη μορφή:

$$\zeta_t + \nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (4.15)$$

Όπου

$$\mathbf{M} = (h + \varepsilon \zeta) \left[u_\alpha + \sigma^2 \left\{ \left[\frac{1}{2} z_\alpha^2 - \frac{1}{6} (d^2 - h\varepsilon \zeta + (\varepsilon \zeta)^2) \right] \nabla (\nabla \cdot u_\alpha) + \left[z_\alpha + \frac{1}{2} (h - \varepsilon \zeta) \right] \nabla (\nabla \cdot (h u_\alpha)) \right\} \right] + O(\sigma^4) \quad (4.16)$$

και

$$u_{\alpha t} + \varepsilon(u_{\alpha} \cdot \nabla)u_{\alpha} + \nabla \zeta + \sigma^2 V_1 + \varepsilon \sigma^2 V_2 = O(\sigma^4) \quad (4.17)$$

με

$$V_1 = \frac{1}{2} z_{\alpha}^2 \nabla(\nabla \cdot u_{\alpha t}) + z_{\alpha} \nabla[\nabla \cdot (du_{\alpha t})] - \nabla \left[\frac{1}{2} (\varepsilon \zeta)^2 \nabla \cdot u_{\alpha t} + \varepsilon \zeta \nabla \cdot (du_{\alpha t}) \right]$$

$$V_2 = \nabla \left\{ (z_{\alpha} - \varepsilon \zeta)(u_{\alpha} \cdot \nabla)[\nabla \cdot (du_{\alpha})] + \frac{1}{2} [z_{\alpha}^2 - (\varepsilon \zeta)^2] (u_{\alpha} \cdot \nabla)(\nabla \cdot u_{\alpha}) \right\} + \frac{1}{2} \nabla \{ \nabla \cdot (du_{\alpha}) + \varepsilon \zeta \nabla \cdot u_{\alpha} \} \quad (4.18)$$

Στην εργασία τους οι Madsen, Bingham & Liu (2002) παρουσίασαν μια μέθοδο τύπου Boussinesq για να βελτιώσουν την ακρίβεια της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας καθώς και των γραμμικών και μη γραμμικών ιδιοτήτων, έχοντας ως βάση την προσέγγιση των Agnon, Madsen & Schäffer (1999). Η μέθοδος είναι εφαρμόσιμη σε υψηλής μη γραμμικότητας κυματισμούς σε ρηγά νερά καθώς και σε υψηλής μη γραμμικότητας κυματισμούς πλήρους διασποράς στα βαθιά. Τα βήματα που ακολούθησαν είναι τα εξής:

- Οι δυναμικές και κινηματικές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια εκφράζονται σε όρους ταχυτήτων της ελεύθερης επιφάνειας, το χρονικό βήμα αυτών των εξισώσεων διαφυλάσσει ότι οι ιδιότητες (γραμμικές και μη) είναι εξίσου ακριβείς, σε αντίθεση με τις συμβατικές φόρμουλες Boussinesq.
- Το πεδίο ταχυτήτων βρέθηκε ως μια προσεγγιστική λύση στην εξίσωση Laplace και εκφράζεται σε όρους πεπερασμένων σειρών, περιέχοντας την κάθετη και οριζόντια ταχύτητα σε ένα ακαθόριστο επίπεδο-z, \hat{z} . Αυτό το επίπεδο-z καθορίζεται ελαχιστοποιώντας το ολοκληρωμένο στο βάθος σφάλμα του γραμμικού προφίλ ταχυτήτων, οδηγώντας έτσι στη λύση $\hat{z} = -0.5d$.
- Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας στο \hat{z} κρατήθηκε ως άγνωστη, και δεν εκφράστηκε σε όρους της οριζόντιας (μέσω του tan-operator) στο πυθμένα. Αυτό όπως αναφέρουν, είναι το «κλειδί» για την αποφυγή εισαγωγής διάφορων περιορισμών στο πεδίο σύγκλισης των επεκτάσεων της ταχύτητας.
- Η εισαγωγή μεταβλητών ψευδο-ταχύτητας και ενός επιπλέον operator manipulation των κινηματικών συνθηκών στον πυθμένα, επιφέρει τις

προσεγγίσεις Padé μέσα στη σχέση της γραμμικής διασποράς και βελτιώνει την ακρίβεια του προφίλ της ταχύτητας.

Τέλος αναφέρουμε η συγκεκριμένη φόρμουλα που ανέπτυξαν οι Madsen et al. (2002) περιέχει παραγώγους 5^{ης} τάξης, όμως είναι συχνά πιο πρακτικά εύκολο για τη λύση του συστήματος η τάξη των παραγώγων να περιορίζεται στην 3^η. Σε αυτή την περίπτωση οι υπολογιστικές πράξεις είναι μικρότερες αλλά και με μικρότερη ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

4.3 Περιγραφή της Εξέλιξης του Ομοιώματος Boussinesq των Avgeris et al.

Ένα σύστημα από χρονικά εξαρτώμενες ολοκληρωμένες στο βάθος εξισώσεις έχει παραχθεί προκειμένου να προσομοιωθεί ο διδιάστατος μετασχηματισμός των κυμάτων σε πορώδη πυθμένα. Οι βασικές εξισώσεις οι οποίες ονομάζονται «εξισώσεις Boussinesq σε πορώδη πυθμένα» περιλαμβάνουν βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς και μη γραμμικότητας. Η δυνατότητα εφαρμογής των βασικών εξισώσεων, οι οποίες περιορίζονται από την αδυναμία της διασποράς και της υποτίμησης της πορώδους απόσβεσης στα βαθειά νερά, έχει επεκταθεί εισάγοντας όρους διασποράς στην εξίσωση της ορμής και βαθμονομώντας την σχέση διασποράς που προκύπτει από την γραμμική θεωρία για πορώδη πυθμένα. Χρησιμοποιείται μία αριθμητική μέθοδος βασιζόμενη σε πεπερασμένες διαφορές για να λύσει τις εξισώσεις σε δύο διαστάσεις.

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις κατά τη μελέτη των κυματικών επιπτώσεων για το παράκτιο περιβάλλον το οποίο πρέπει να αντιμετωπιστεί λαμβάνοντας υπόψη το πορώδες του πυθμένα. Ανάμεσα σε πολλές περιπτώσεις, η διάδοση ενός θραυόμενου κύματος σε διαπερατή ακτή και οι μετασχηματισμοί των κυμάτων γύρω από τεχνητούς υφάλους και βυθισμένες πορώδης κατασκευές είναι τα πιο διαδεδομένα. Για την κατανόηση των πολύπλοκων φυσικών διεργασιών που λαμβάνουν χώρα σε αυτές τις συνθήκες, είναι απαραίτητο να δημιουργηθεί ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο να προσομοιάζει τις βασικές ιδιότητες του κυματικού πεδίου πάνω από ένα νοητό εύρος ενός κυματικού πεδίου.

Ακριβής υπολογισμοί του κυματικού πεδίου είναι πλέον εφικτές με την χρησιμοποίηση μαθηματικών μοντέλων εισάγοντας δύο σημαντικές κυματικές παραμέτρους: Τη μη γραμμικότητα και την διασπορά. Η μη γραμμικότητα είναι αναγκαία για την παραγωγή υψηλότερων αρμονικών σε «στενές» περιοχές όπως η απόσταση από την στέψη μέχρι την στάθμη ηρεμίας ύδατος στους βυθισμένους κυματοθραύστες και η διασπορά είναι απαραίτητη για την ταχύτητα διάδοσης του κύματος που εξαρτάται από την κυματική συχνότητα. Ένας αριθμός από μαθηματικά μοντέλα που μελετούν τον κυματικό μετασχηματισμό πάνω από αδιαπέρατους πυθμένες έχουν προταθεί και επαληθευτεί.

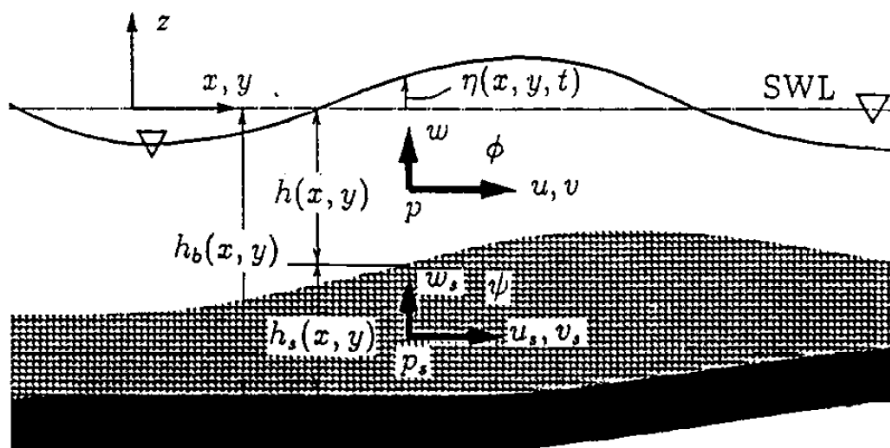
Σε μεταγενέστερες έρευνες έχουν παραχθεί ομοιώματα που αφορούν το κυματικό πεδίο πάνω από πορώδες πυθμένα. Οι Rojanakamthorn et al. (1990) παρήγαγαν ένα ελλειπτικό μοντέλο εξισώσεων για διαπερατούς πυθμένες βασιζόμενο στην εξίσωση ήπιας κλίσης (Mild Slope Equation). Το μοντέλο των Cruz et al. (1997) βασίζεται στην χρησιμοποίηση την γραμμικής θεωρίας. Αν και η διασπορά είναι αυθαίρετη, η απουσία μη γραμμικών χαρακτηριστικών και η εμπλοκή των μονοχρωματικών κυμάτων είναι οι λόγοι για την αδυναμία επαρκούς πρόβλεψης του κυματικού πεδίου πίσω από έναν βυθισμένο κυματοθραύστη.

Οι Isobe et al. (1991) και Cruz et al. (1992) βασιζόμενοι στην κλασσική μέθοδο των μικρών διαταραχών (perturbation method) παρήγαγαν ένα σύστημα από χρονικά εξαρτώμενες μη γραμμικές εξισώσεις σε μονοδιάστατο (1D) κυματικό πεδίο. Δεδομένου ότι τα μοντέλα αυτά περιλαμβάνουν βελτιωμένα χαρακτηριστικά μη γραμμικότητας, είναι σε θέση να προσομοιάσουν την απελευθέρωση υψηλότερων αρμονικών κατάντη ύφαλου εμποδίου σε περιοχές ρηχών υδάτων. Ωστόσο, το μοντέλο έχει χαρακτηριστικά ελαφριάς διασποράς και κατά συνέπεια, το φαινόμενο της κυματικής αποσύνθεσης που είναι εξαρτώμενο από την κυματική συχνότητα πίσω από τον βυθισμένο κυματοθραύστη δεν μπορεί να αναπαραχθεί. Οι Kioka et al. (1994) παρήγαγαν ένα μονοδιάστατο μοντέλο για ρηχά νερά σε πορώδης κατασκευές. Παρόλο που το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας λαμβάνεται αυθαίρετα, ο πυθμένας θεωρείται οριζόντιος και αποτελεί έναν βασικό περιορισμό κατά την προσομοίωση της συνδυασμένης ρήχωσης και πορώδους απόσβεσης των διεργασιών που συμβαίνουν για παράδειγμα σε έναν ύφαλο κυματοθραύστη.

Στην εργασία των Cruz et al. (1997), παράγεται ένα δισδιάστατο (2D) μοντέλο Boussinesq πάνω από πορώδη πυθμένα αυθαίρετου πάχους πάνω από αδιαπέρατο πυθμένα επίσης αυθαίρετου βάθους μετά τον καθορισμό των παραγόμενων εξισώσεων και οριακών συνθηκών. Οι κυρίαρχοι όροι της μη γραμμικότητας έχουν συμπεριληφθεί. Ωστόσο, στα μοντέλα Boussinesq τα χαρακτηριστικά διασποράς δεν αντιπροσωπεύονται επαρκώς. Αυτό διορθώνεται εισάγοντας όρους διασποράς στις βασικές εξισώσεις ορμής και ταυτίζοντας την σχέση διασποράς με μία κατάλληλη θεωρία. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στην ιδέα που χρησιμοποιήθηκε από τους Madsen et al (1991) για διαπερατούς πυθμένες.

4.3.1 Παραγωγή Εξισώσεων και Οριακές Συνθήκες της Κυματικής Κίνησης σε Πορώδη Πυθμένα

Οι μεταβλητές και το πεδίο εφαρμογής τους φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.2 Ορισμοί συμβόλων

Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας μετατοπίζεται $\eta(x,y,t)$ από την μέση στάθμη θάλασσας. Το βάθος του νερού πάνω από τον διαπερατό πυθμένα είναι $h(x,y)$ και το πάχος του πορώδους μέσου είναι $h_s(x,y)$ και βρίσκεται πάνω από τον αδιαπέρατο πυθμένα σε ύψος $z=-h_b(x,y)$. Η ροή θεωρείται ασυμπίεστη και αστρόβιλη και τόσο και στα δύο μέσα. Η εξίσωση της κίνησης μέσα στο πορώδες μέσο είναι:

$$\varphi \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + F_r + F_i = 0 \quad (4.19)$$

όπου ϕ το πορώδες, $U_s=(u_s, v_s, w_s)$ το διάνυσμα των ταχυτήτων στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, p_s η πίεση στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, $\nabla_3 \equiv (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ ο τελεστής βαθμίδας, F_r η συρτική αντίσταση του πορώδους μέσου, F_i η αδρανειακή αντίσταση του πορώδους μέσου και $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + U_s \cdot \nabla_3$ δηλώνει την συνολική παράγωγο. Σε μόνιμες ροές, το F_r εξισορροπεί την πτώση στην πιεζομετρική κορυφή κατά την διεύθυνση της ροής. Το F_r δίνεται από την σχέση:

$$F_r \equiv \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) = \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s \quad (4.20)$$

Όπου α_1 και α_2 είναι συντελεστές οι οποίοι αναφέρονται σε στρωτή και τυρβώδη ροή αντίστοιχα. Το F_i δίνεται από την σχέση:

$$F_i \equiv (1 - \phi)(1 + c_m) \frac{dU_s}{dt} \quad (4.21)$$

Όπου c_m ο συντελεστής πρόσθετης μάζας. Από τις σχέσεις (4.20) και (4.21) και εισάγοντας τις στην σχέση (4.19) η εξίσωση της κίνησης γίνεται:

$$c_r \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p_s + \rho g z) + \alpha_1 U_s + \alpha_2 |U_s| U_s = 0 \quad (4.22)$$

Όπου c_r ο αδρανειακός συντελεστής:

$$c_r \equiv \phi + (1 - \phi)(1 + c_m) \quad (4.23)$$

Η εξίσωση συνέχειας στο πορώδες μέσο είναι:

$$\nabla_3 \cdot (\phi U_s) = 0 \quad (4.24)$$

Και εφόσον το πορώδες θεωρείται ομοιόμορφο έχουμε:

$$\nabla_3 \cdot U_s = 0 \quad (4.25)$$

Στο υπερκείμενο σώμα του νερού οι εξισώσεις ορμής και συνέχειας δίνουν:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_3(p + \rho g z) = 0, \quad (4.26)$$

$$\nabla_3 \cdot U = 0 \quad (4.27)$$

Όπου $U=(u,v,w)$ είναι οι τροχιακές ταχύτητες των τροχιακών σωματιδίων του νερού στη διάσταση x, y και z αντίστοιχα, p είναι η πίεση και $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla_3$

Στην ελεύθερη επιφάνεια, η δυναμική και η κινηματική συνθήκη είναι:

$$p = 0, z=\eta(x,y,t) \quad (4.28)$$

$$\frac{d}{dt}(z - \eta) \equiv w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \nabla \eta = 0, z=\eta(x,y,t) \quad (4.29)$$

Όπου, $\nabla_3 \equiv (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ ο τελεστής βαθμίδας και $u=(u,v)$ το διάνυσμα της ταχύτητας.

Στον αδιαπέρατο πυθμένα η ταχύτητα U_{sn} γράφεται:

$$U_{sn} \equiv U_s \cdot n |\nabla_3(z + h_b)| = u_s \nabla h_b + w_s = 0, z=-h_b(x,y) \quad (4.30)$$

Όπου n το μοναδιαίο διάνυσμα και $u_s=(u_s,v_s)$ η οριζόντια ταχύτητα στις 2 διευθύνσεις. Στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων

$$u \cdot \nabla h + w = \varphi(u_s \cdot \nabla h + w_s), z=-h(x,y) \quad (4.31)$$

Τελικά δεδομένου ότι πρέπει να υπάρχουν ίσες πιέσεις στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων έχουμε:

$$p=p_s, z=-h(x,y) \quad (4.32)$$

Οι Sawaragi and Deguchi (1992) έχουν αποδείξει ότι ακόμα και για υψηλά μη γραμμικά κύματα η διατμητική τάση στην διεπιφάνεια του νερού με το πορώδες μέσο είναι αμελητέα συγκριτικά με τους άλλους όρους των εξισώσεων (4.19) και (4.22). Οι οριακές συνθήκες στην διεπιφάνεια (4.29) και (4.30) δεν εξασφαλίζουν την συνέχεια μεταξύ των ταχυτήτων. Θεωρούμε ότι υπάρχει λοιπόν ένα οριακό στρώμα αρκετά πυκνό ώστε να εξισώσει τις ταχύτητες που εφάπτονται σε αυτό χωρίς να επηρεάζει την ροή πάνω ή κάτω από αυτό.

Οι εξισώσεις (4.22) και (4.25)-(4.27) περιγράφουν τις συνθήκες στο εσωτερικό του πορώδους μαζί με τις οριακές συνθήκες (4.28), (4.29), (4.30), (4.31) και (4.32). Για να μειωθεί ο αριθμός των αγνώστων μεταβλητών εισάγονται τα δυναμικά Φ και Ψ :

$$U_s = \nabla_3 \psi, U = \nabla_3 \Phi \quad (4.33)$$

Με αυτά η εξίσωση συνέχειας οδηγεί στις εξισώσεις Laplace:

$$\nabla^2 \Psi + \psi_{zz} = 0, -h_b < z < -h \quad (4.34)$$

$$\nabla^2 \Phi + \phi_{zz} = 0, -h < z < -\eta \quad (4.35)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.33) στις εξισώσεις (4.22) και (4.26) οι εξισώσεις της κίνησης μπορούν να γραφούν:

$$c_r \left[\Psi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Psi)^2 \right] + \frac{p_s}{\rho} + gz + \alpha \Psi = 0 \quad (4.36)$$

$$\Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Psi)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (4.37)$$

Με αυτά οι οριακές συνθήκες μπορούν να γραφούν σε όρους δυναμικού Φ και Ψ :

$$\Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Phi)^2 + g\eta = 0, z = \eta \quad (4.38)$$

$$\Phi_z = \eta_t + \nabla \Phi \cdot \nabla \eta, z = \eta \quad (4.39)$$

$$\Psi_z = -\nabla \Phi \cdot \mathbf{h}_b, z = -h_b \quad (4.40)$$

$$\Phi_z + \nabla \Phi \cdot \nabla h = \varphi(\psi_z + \nabla \Psi \cdot \nabla h), z = -h \quad (4.41)$$

$$c_r \left[\Psi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Psi)^2 \right] + \alpha \Psi = \Phi_t + \frac{1}{2} (\nabla_3 \Phi)^2, z = -h \quad (4.42)$$

Ο συντελεστής αντίστασης α του πορώδους μέσου ορίζεται ως:

$$\alpha = \alpha + \alpha_2 |U_s| \quad (4.43)$$

4.3.2 Παραγωγή Εξισώσεων Boussinesq για Πορώδες Μέσο

Η κυματική κίνηση χαρακτηρίζεται από 3 μεγέθη: Το βάθος νερού h , το μήκος κύματος l και το κυματικό εύρος α . αδιαστατοποιώντας τις μεταβλητές χρησιμοποιώντας τις 3 παραπάνω μεταβλητές προκύπτει:

$$x' = \frac{x}{l}, y' = \frac{y}{l}, \quad (4.44)$$

$$z' = \frac{z}{h_0}, h' = \frac{h}{h_0}, h_b' = \frac{h_b}{h_0}, \eta' = \frac{\eta}{\alpha}, \quad (4.45)$$

$$t' = \frac{t \sqrt{gh_0}}{l}, (\Psi', \Phi') = \frac{(\Psi, \Phi)}{\alpha \sqrt{gh_0} h_0} \quad (4.46)$$

Η χαρακτηριστική ταχύτητα είναι $\sqrt{gh_0}$ στο χρόνο $\frac{1}{\sqrt{gh_0}}$ για να διανύσει απόσταση 1.

Με την κατάλληλη κανονικοποίηση προκύπτει:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{h_0}, \mu = \frac{h_0}{1}, \quad (4.47)$$

αυτοί ονομάζονται όροι μη γραμμικότητας και διασποράς. Συνεπώς γράφοντας τις γραμμικοποιημένες εξισώσεις προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$\sigma^2 \nabla^2 \Psi + \Psi_{zz} = 0, -h_b < z < -h \quad (4.48)$$

$$\sigma^2 \nabla^2 \Phi + \Psi_{zz} = 0, -h < z < \eta \quad (4.49)$$

$$\sigma^2 (\Phi_t + \eta) + \varepsilon \frac{1}{2} [\sigma^2 (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + \Phi_z^2] = 0, z = \eta \quad (4.50)$$

$$\sigma^2 (\eta_t + \varepsilon \nabla \Phi \cdot \nabla \eta) = \Phi_z, z = \eta \quad (4.51)$$

$$\Psi_z = -\sigma^2 \nabla \Psi \cdot \nabla h_b, z = -h_b \quad (4.52)$$

$$\Phi_z + \sigma^2 \nabla \Phi \cdot \nabla h = \varphi (\Psi_z + \sigma^2 \nabla \Psi \cdot \nabla h), z = -h \quad (4.53)$$

$$\sigma^2 (c_r \Psi_t + a \Psi) + \varepsilon \frac{1}{2} c_r [\sigma^2 (\Psi_x^2 + \Psi_y^2) + \Psi_z^2] = \sigma^2 \Phi_t + \varepsilon \frac{1}{2} [\sigma^2 (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + \Phi_z^2], \quad (4.54)$$

$$z = -h$$

Στην συνέχεια στις εξισώσεις αυτές γίνεται διάκριση στην εμφάνιση των οριζόντιων και κάθετων παραγώγων των δυναμικών. Τα δυναμικά εισάγουν αυθαίρετες κατανομές $\Psi(x, y, t)$, $\Phi(x, y, t)$ στην οριζόντια διάσταση και εκθετική δυναμοσειρά στην κατακόρυφη διάσταση ως:

$$\Psi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [z + h_b(x, y)]^n \Psi_n(x, y, t) \quad (4.55)$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [x + h(x, y)]^n \Phi_n(x, y, t) \quad (4.56)$$

Στα ομοιώματα Boussinesq θεωρούμε $O(\varepsilon) = O(\sigma^2) < 1$. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη μόνο τους κυρίαρχους όρους μη γραμμικότητας και διασποράς και χρησιμοποιώντας τις οριακές συνθήκες (4.48), (4.49), (4.53) και (4.54) οδηγούμαστε αντίστοιχα για τα δυναμικά Ψ και Φ :

$$\Psi = \Psi_0 - \frac{\sigma^2}{2} [2(z + h_b) \nabla h_b \cdot \nabla \Psi_0 + (z + h_b)^2 \nabla^2 \Psi_0] + O(\sigma^4) \quad (4.57)$$

$$\Phi = \Phi_0 - \frac{\sigma^2}{2} \{2(z+h)[\nabla h \cdot \nabla \Phi_0 + \varphi \nabla \cdot (h_s \nabla \Psi_0)] + (z+h)^2 \nabla^2 \Phi_0\} + O(\sigma^4) \quad (4.58)$$

Οι ταχύτητες σε κάθε μέσο μπορούν να ληφθούν λαμβάνοντας υπόψη τις εναπομείναντες 3 οριακές συνθήκες (4.50), (4.51) και (4.52), δηλαδή τις μη γραμμικές εξισώσεις. Πρώτα η εξίσωση της ορμής λαμβάνεται εισάγοντας την δυναμική συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια. Η εξίσωση (4.50) πρώτα εκτιμάται στο ύψος $z=\varepsilon\eta$ και έπειτα το ∇ εισάγεται στην παραγόμενη εξίσωση για την απαλοιφή του Φ_0 :

$$u_{0t} + \varepsilon u_0 \cdot \nabla u_0 + \nabla \eta - \frac{\sigma^2}{2} \nabla [h^2 \nabla \cdot u_{0t} + 2h \nabla h \cdot u_{0t} + \varphi h \nabla (h_s \cdot u_{s0t})] = O(\varepsilon \sigma^2, \sigma^4) \quad (4.59)$$

όπου οι ταχύτητες είναι:

$$u_0 = \nabla \Phi_0 \text{ και } u_{s0} = \nabla \Psi_0 \quad (4.60)$$

Η εξίσωση της ορμής για το πορώδες μέσο λαμβάνεται εισάγοντας την continuity of pressure. Η εξίσωση (4.54) υπολογίζεται σε ύψος $z=-h$ και έπειτα το ∇ εισάγεται στην παραγόμενη εξίσωση για την απαλοιφή του Ψ_0 :

$$c_r(u_{s0t} + \varepsilon u_{s0} \cdot u_{s0}) + \nabla \eta + \alpha u_{s0} - \frac{\sigma^2}{2} \nabla [c_r(2h_s \nabla h_b \cdot u_{s0t} + h_s^2 \nabla u_{s0t}) + \alpha(2h_s \nabla h_b \cdot u_{s0} + h_s^2 \nabla u_{s0}) + h^2 \nabla u_{0t} + 2\varphi \nabla \cdot (h_s u_{s0t})] = O(\varepsilon \sigma^2, \sigma^4) \quad (4.61)$$

Οι ολοκληρωμένες στο βάθος ταχύτητες είναι:

$$u = \frac{1}{h+\varepsilon\eta} \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla \Phi dz \quad (4.62)$$

$$u_s = \frac{1}{h_b-h} \int_{-h_b}^h \nabla \Psi dz \quad (4.63)$$

Εισάγοντας τις εξισώσεις (4.57) και (4.58) στις εξισώσεις (4.63) και (4.62) αντίστοιχα προκύπτουν τα ακόλουθα:

$$u_0 = \bar{u} + \frac{\sigma^2}{2} \left[\frac{h^2}{3} \nabla (\nabla \cdot \bar{u} + h \nabla (\nabla h \cdot \bar{u}) + h \nabla h \nabla \cdot \bar{u} + 2 \nabla h \nabla h \cdot \bar{u}) \right] + \frac{\sigma^2}{2} \varphi \{ h \nabla [\nabla \cdot (h_s u_s)] + 2 \nabla h \nabla h \cdot (h_s \bar{u}_s) \} + O(\sigma^4) \quad (4.64)$$

$$u_{s0} = \bar{u}_s + \frac{\sigma^2}{2} \left[\frac{h_s^2}{3} \nabla (\nabla \cdot \bar{u}_s + h_s \nabla (\nabla h_b \cdot \bar{u}_s) + h_s \nabla h_b \nabla \cdot \bar{u}_s + 2 \nabla h_b \nabla h_b \cdot \bar{u}_s) \right] + O(\sigma^4) \quad (4.65)$$

Στη συνέχεια εισάγοντας τις εξισώσεις (4.64) και (4.65) στις εξισώσεις (4.59) και (4.61) προκύπτει:

$$\bar{u}_t + \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} + \nabla \eta + \frac{\sigma^2}{2} \left\{ \frac{h^2}{3} \nabla (\nabla \bar{u}_t) - h \nabla [\nabla \cdot (h \bar{u}_t)] - \varphi h \nabla [h_s \bar{u}_{st}] \right\} = O(\varepsilon \sigma^2, \sigma^4) \quad (4.65)$$

$$\eta_t + \nabla \cdot [(h + \varepsilon \eta) \bar{u}] + \varphi \nabla \cdot (h_s \bar{u}_s) = 0 \quad (4.66)$$

Οι εξισώσεις (4.65) (διατήρηση της ορμής) και (4.66) (εξίσωση συνέχειας) αποτελούν τις βασικές εξισώσεις Boussinesq σε δισδιάστατο μοντέλο (2D) περιλαμβάνοντας βελτιωμένα χαρακτηριστικά διασποράς και μη γραμμικότητας και λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες μέσο.

Οι αντίστοιχες εξισώσεις σε μονοδιάστατο πεδίο όπως χρησιμοποιήθηκαν και στην παρούσα εργασία γράφονται αναλυτικά:

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial [(h+z)U]}{\partial x} + \varphi \frac{\partial (h_s \cdot U_s)}{\partial x} = 0 \quad (4.67)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + d \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + B h^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \right) + 2 B h \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} g \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) + \varphi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \right. \\ \left. \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (4.68)$$

Όπου U η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα στο σώμα του υγρού, ζ η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, h το βάθος νερού, U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο και h_s το πάχος του πορώδους μέσου.

Με την προσθήκη των όρων διασποράς της μορφής $Bf(u)$ και $Bf(\zeta)$, είναι εφικτή η εφαρμογή του ομοιώματος σε μεγαλύτερο εύρος βαθών. Η παράμετρος B λαμβάνει την τιμή $1/15$, για την οποία σύμφωνα με τους Madsen & Sørensen (1992), η εξίσωση διασποράς προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την αντίστοιχη εξίσωση της γραμμικής θεωρίας.

Οι εξισώσεις (4.67) και (4.68) επιλύονται στην περίπτωση πορώδους κυματοθραύστη σε συνδυασμό με μία ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής Darcy-Forchheimer για την ροή στο εσωτερικό του κυματοθραύστη. Υποθέτοντας ότι $O[(h_s/L)^2] \ll 1$, η διδιάστατη ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής, διατυπωμένη σε όρους ταχύτητας ρευστού U_s ($U_s = \varphi u_s$, $u_s = \text{ταχύτητα Darcy}$) γράφεται:

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varphi \alpha_1 U_s + \varphi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (4.69)$$

Η οποία καλείται μη γραμμική εξίσωση μακρών κυματισμών για πορώδη μέσα. Ο τέταρτος όρος στην εξίσωση (4.69) είναι ο όρος Darcy, ενώ ο πέμπτος όρος είναι όρος Forchheimer.

Στην παραπάνω εξίσωση ο αδρανειακός συντελεστής c_r δίνεται από την σχέση:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\varphi}{\varphi} \quad (4.70)$$

Όπου c_m συντελεστής πρόσθετης μάζας και γ ένας εμπειρικός συντελεστής που σχετίζεται με την πρόσθετη μάζα.

Οι συντελεστές πορώδους αντίστασης α_1 και α_2 υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (Sollitt and Cross, 1972)

$$\alpha_1 = \frac{\nu}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (4.71)$$

Όπου ν το κινηματικό ιξώδες ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), c_f αδιάστατη παράμετρος και K η γεωμετρική διαπερατότητα (m^2) η οποία προκύπτει από την σχέση (Van Gent, 1994, 1995, Burcharth and Andersen, 1995)

$$K = \frac{d_{50}^2 \cdot \varphi^3}{\alpha(1-\varphi)^2} \quad (4.72)$$

Όπου α εμπειρικός συντελεστής και d_{50} η μέση διάμετρος του υλικού.

Ο Van Gent στην διδακτορική του διατριβή πρότεινε την ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό του C_f :

$$c_f = \beta \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\sqrt{K}}{d_{50}} \quad (4.73)$$

Όπου β ένας εμπειρικός συντελεστής.

Σε αρκετές ερευνητικές εργασίες (Madsen 1974, Vidal et al. 1988, Van Gent 1995) προτείνονται τιμές για τους αδιάστατους συντελεστές α , β και γ οι οποίες σχετίζονται με το είδος του υλικού και την κλίμακα μεγέθους των στερεών σωματιδίων. Στον παρακάτω πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι τιμές που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις του Van Gent (1995):

Πίνακας 4.1 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995)

Υλικό	D_{50}	φ	α	β
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0610	0.442	1791	0.55
Ημισφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0487	0.454	0	0.88
Σφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0488	0.393	1066	0.29
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0202	0.449	1662	1.07
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0310	0.388	1007	0.63
Σφαίρες	0.0460	0.476	2070	0.69

Ο Van Gent, (1995) στην διδακτορική του διατριβή προτείνει γενικότερα όταν χρησιμοποιείται η μέση διάμετρος του υλικού d_{50} να λαμβάνουν οι συντελεστές α , β και γ τις τιμές 1000, 1,1 και 0,34 αντίστοιχα.

Οι εφαρμοζόμενες εξισώσεις επιλύονται σε δύο διαδοχικά στάδια με ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών ανώτερης τάξης (Wei and Kirby, 1995). Κατά το πρώτο στάδιο εφαρμόζεται ένα ρητό σχήμα εκτίμησης τρίτης τάξης, Adam-Bashforth και ακολουθεί στη συνέχεια η εφαρμογή ενός πεπλεγμένου σχήματος διόρθωσης τέταρτης τάξης, Adam-Moulton μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

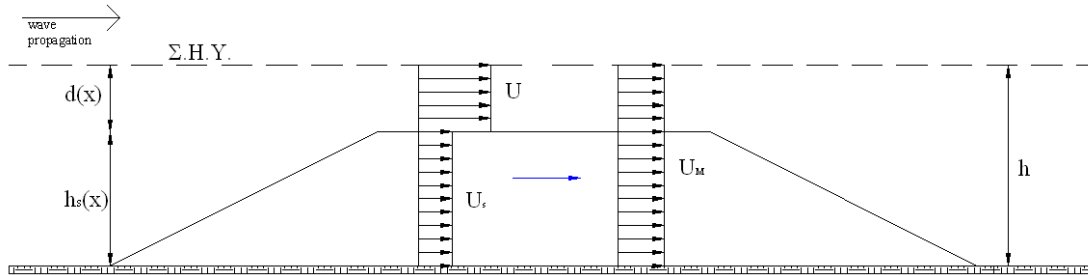
4.4 Κατάστροψη Εκθετικού Προφίλ Μέγιστων Τροχιακών Ταχυτήτων στο Εσωτερικό του Κυματοθραύστη

Παρακάτω παρουσιάζεται η κατάστροψη του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για την κατανομή των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό του πορώδους μέσου. Από το μοντέλο των Avgeris and Karambas (2002) και λύνοντας τις εξισώσεις της συνέχειας, ορμής και Darcy-Forchheimer δηλαδή τις εξισώσεις (4.67), (4.68) και (4.69) αντίστοιχα, προκύπτει η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος τιμή των οριζοντίων

ταχυτήτων τόσο εκτός του πορώδους μέσου (U) όσο και εντός (U_s). Στην συνέχεια με την διαδικασία που παρουσιάζεται παρακάτω βρίσκουμε μία μέση τιμή των U και U_s την U_M ώστε να ισχύει η συνθήκη της ελεύθερης επιφάνειας και να χρησιμοποιηθεί η κατανομή που προτείνει ο Dingemans (1997) για την κατανομή των ταχυτήτων πριν το roller braker.

Να σημειωθεί ότι U είναι η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα των τροχιακών σωματιδίων που προκύπτει από το αριθμητικό μοντέλο για το εκτός της κατασκευής υδάτινο σώμα και U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα των τροχιακών σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου.

Η διαδικασία υπολογισμού της μέσης οριζόντιας ταχύτητας U_M βασίζεται σε ενεργειακή θεώρηση ως εξής (Σχήμα 4.3):



Σχήμα 4.3 Ορισμός μεταβλητών

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2 = \mathcal{J} &\Rightarrow \int_{-h}^{-d} P_D \cdot U(z) dz + \int_{-d}^0 P_D \cdot U(z) dz = \int_{-h}^0 P_D \cdot U(z) dz \Rightarrow \int_{-h}^{-d} P_D \cdot \\
 U(z) dz + \int_{-d}^0 P_D \cdot U(z) dz &= \int_{-h}^0 P_D \cdot U(z) dz \Rightarrow \int_{-h}^{-d} \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} U(z) dz + \\
 \int_{-d}^0 \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k(D+z)}{\cosh kh} U(z) dz &= \int_{-h}^0 \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} U(z) dz \Rightarrow \\
 \int_{-h}^{-d} U(z) \frac{T}{\pi} \frac{\sinh kh \cosh k(h+z)}{\cosh kh \cosh k(h+z)} U(z) dz + \int_{-d}^0 U(z) \frac{T}{\pi} \frac{\sinh kh \cosh k(h+z)}{\cosh kh \cosh k(h+z)} U(z) dz &= \\
 \int_{-h}^0 U(z) \frac{T}{\pi} \frac{\sinh kh \cosh k(h+z)}{\cosh kh \cosh k(h+z)} U(z) dz &\Rightarrow \\
 \int_{-h}^{-d} U^2(z) dz + \int_{-d}^0 U^2(z) dz &= \int_{-h}^0 U^2(z) dz \tag{4.74}
 \end{aligned}$$

Θεωρώ ότι:

$$\int_{-h}^{-d} U^2(z) dz \approx U_s \int_{-h}^{-d} U(z) dz = U_s^2 \cdot h_s \tag{4.75}$$

Ομοίως με την ίδια διαδικασία προκύπτει:

$$U^2 \cdot d \tag{4.76}$$

$$U_M^2 \cdot h \tag{4.77}$$

Συνεπώς προκύπτει εισάγοντας τις σχέσεις (4.75), (4.76) και (4.77) στην εξίσωση (4.74):

$$U_M^2 = \frac{U_s^2 h_s + U^2 d}{h} \tag{4.78}$$

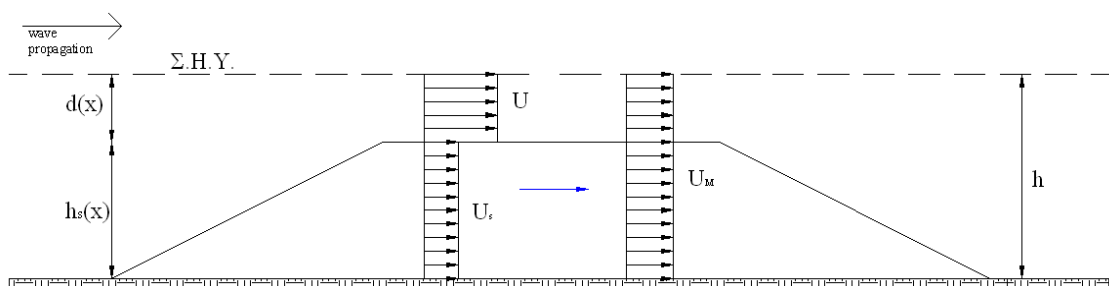
Το εκθετικό προφίλ που χρησιμοποιήθηκε, κατάλληλο για μη θραυόμενα και μη γραμμικά κύματα, δίνεται από (Dingemans, 1997):

$$u_M(z) = U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (h U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2 (h U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \tag{4.79}$$

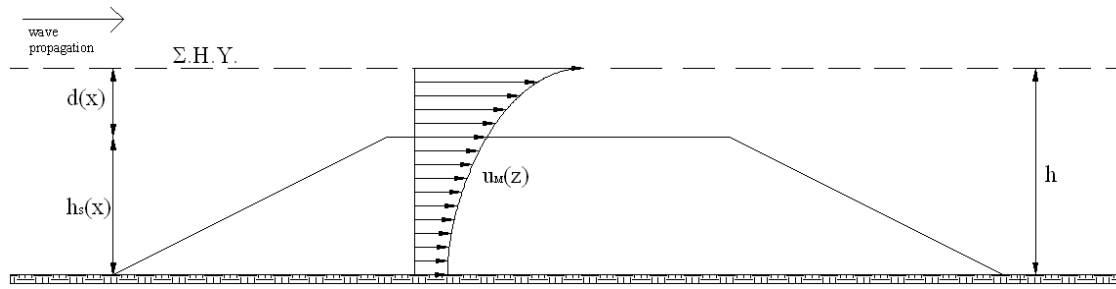
όπου U_M είναι η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα υγρών σωματιδίων που αναφέρεται σε όλο το βάθος της διατομής, h το βάθος ηρεμίας νερού και z η απόσταση από την στάθμη ηρεμίας.

Βήμα 1⁰

Σύμφωνα με τα προηγούμενα από την μέση ταχύτητα U και U_s προκύπτει η κατανομή της μέσης ταχύτητας U_M (Σχήμα 4.4). Στην συνέχεια εισάγοντας την τιμή U_M στην εξίσωση (4.79) προκύπτει η αντίστοιχη κατανομή $u_M(z)$ για το βάθος h η οποία λαμβάνει ως ενιαίο σώμα το πορώδες μέσο και το υδάτινο μέσο (Σχήμα 4.5).



Σχήμα 4.4 Κατανομή μέσων ολοκληρωμένων στο βάθος οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων



Σχήμα 4.5 Κατανομή μέσης ταχύτητας $u_M(z)$

Βήμα 2⁰

Στη συνέχεια λαμβάνοντας υπόψη ξεχωριστά το κομμάτι της κατανομής που αναφέρεται εντός του πορώδους μέσου μέχρι την στέψη του σε ύψος $h_s(x)$ βρίσκουμε μια νέα μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα των τροχιακών σωματιδίων U_{s1} , η οποία εν γένει διαφέρει από την μέση οριζόντια ταχύτητα U_s που δίνεται από το μοντέλο Boussinesq των Avgeris and Karambas (2002). Αντίστοιχα για το κομμάτι από την στέψη μέχρι την Σ.Η.Υ. σε ύψος $d(x)$ βρίσκουμε με την ίδια διαδικασία και μια μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα των τροχιακών σωματιδίων U_{s2} , η οποία επίσης διαφέρει από την μέση οριζόντια ταχύτητα U που δίνεται από το μοντέλο Boussinesq.

Βήμα 3⁰

Υπολογίζουμε τον λόγο $\alpha=U_s/U_{s1}$ και $\beta=U/U_{s2}$ και πολλαπλασιάζουμε την υπάρχουσα κατανομή $u_{s1}(z)$ και $u_{s2}(z)$ έτσι ώστε να προκύψει η τελική κατανομή $u_s(z)$ και $u(z)$ αντίστοιχα (Σχήμα 4.6), της οποίας η μέση τιμή για επαλήθευση δίνει την μέση τιμή U_s και U όπως αυτή παράγεται από το μοντέλο Boussinesq.

Δηλαδή ισχύει:

$$\alpha \cdot U_{s1}(z) = U_s(z) \tag{4.80}$$

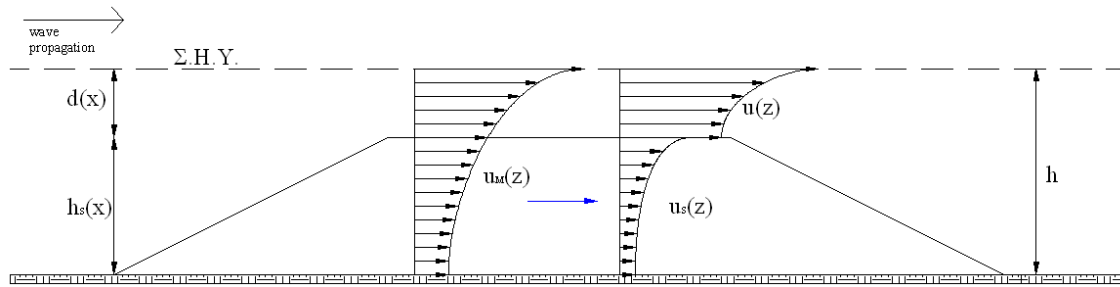
$$\beta \cdot U_{s2}(z) = U(z) \tag{4.81}$$

Και η τελική κατανομή για την οριζόντια τροχιακή ταχύτητα εντός του πορώδους μέσου σε ύψος $h_s(x)$ και εκτός του πορώδους μέσου σε ύψος $d(x)$ είναι αντίστοιχα:

$$u_s(z) = \alpha \cdot \left\{ U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2(hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2(hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \right\} \tag{4.82}$$

$$u(z) = \beta \cdot \left\{ U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2(hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] - \left[z \frac{\partial^2(hU_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \right\} \tag{4.83}$$

Όπου h το βάθος νερού από τον πυθμένα μέχρι την ελεύθερη επιφάνεια.



Σχήμα 4.6 Τελική κατανομή οριζοντίων ταχυτήτων $u_s(z)$ και $u(z)$

Συμπερασματικά λοιπόν αναπτύσσεται ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό διαπερατής ύφαλης κατασκευής. Το προφίλ ταχύτητας που προκύπτει βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997, p.614) στο οποίο εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα που δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq (Avgeris and Karambas, 2002) λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής.

Η γενική σχέση που δίνει την τελική κατανομή των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων για το εσωτερικό του πορώδους μέσου και αποτελεί το αντικείμενο της παρούσας μελέτης, είναι:

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \left(\int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz \right)} \left\{ \begin{array}{l} U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \\ - \left[z \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \end{array} \right\} \quad (4.84)$$

Όπου U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο, U_M είναι η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα υγρών σωματιδίων που αναφέρεται σε όλο το βάθος της διατομής, h_s το πάχος του πορώδους μέσου, h είναι το συνολικό βάθος νερού και z είναι η απόσταση από τη Σ.Η.Υ.

Τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα του παραγόμενου μοντέλου παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

***ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ
ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ***

5.1 Πειραματική Διώρυγα

5.1.1 Διαστάσεις-Περιγραφή

Η διώρυγα κυματισμών βαρύτητας Δημήτρης Κοιλάκος που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση των πειραματικών μετρήσεων βρίσκεται στο Εργαστήριο Λιμενικών Έργων του ΕΜΠ στην Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου. Έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις (Βερναρδάκης, 1990):

- Καθαρό μήκος: 27.00 m
- Καθαρό πλάτος: 0.60 m
- Καθαρό ύψος: 1.53 m
- Πάχος τοιχίου: 0.21 m

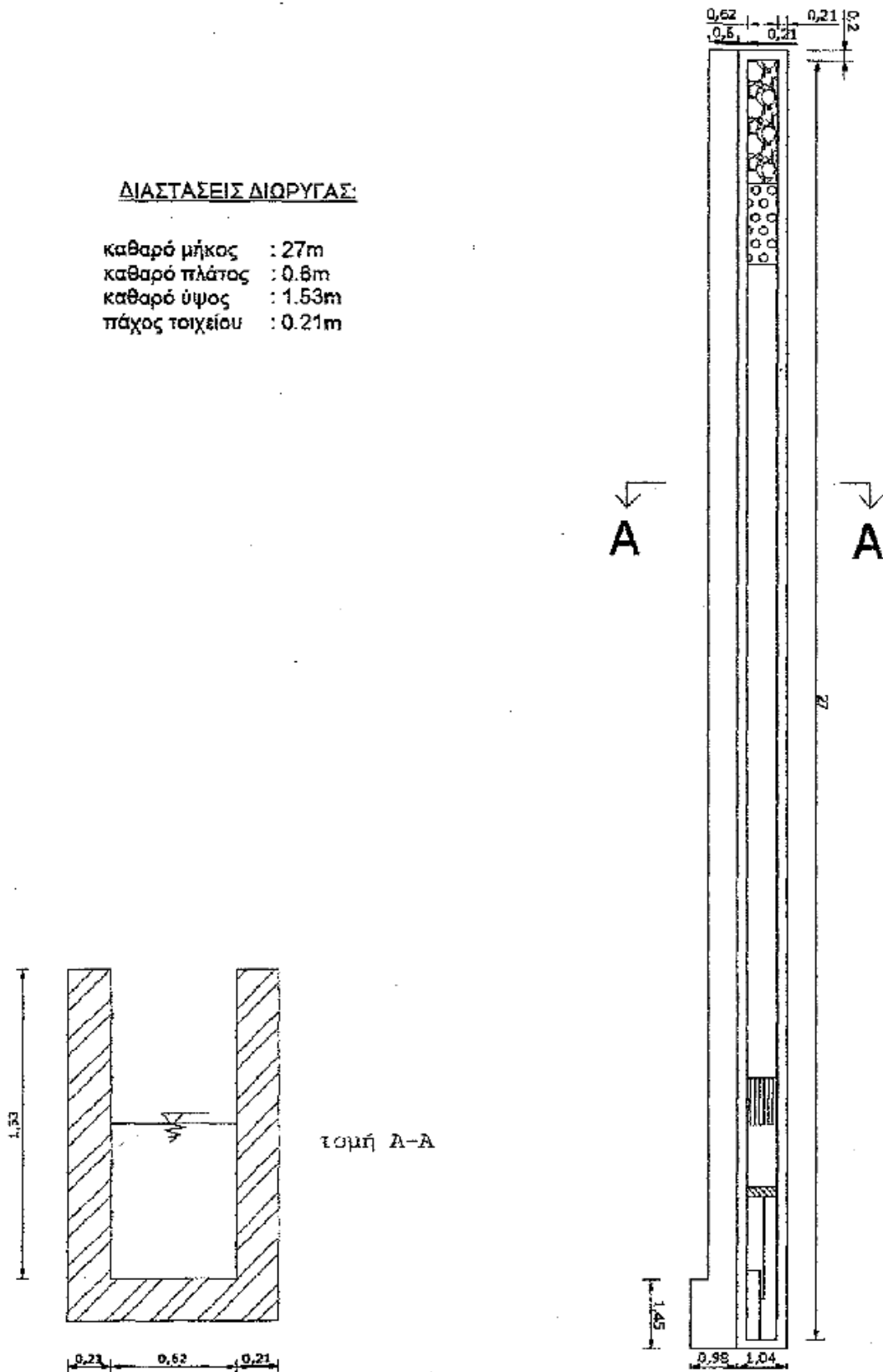
Η διώρυγα είναι κατασκευασμένη από οπλισμένο σκυρόδεμα με διατομή ανεστραμμένου Π και στηρίζεται ως συνεχής δοκός σε βάθρο από οπλισμένο σκυρόδεμα ύψους 0.80m. Στα δύο άκρα της διώρυγας υπάρχει αποσβεστήρας κυμάτων (sponge). Αυτός αποτελείται από πρανές με κροκάλες μέσης διαμέτρου 5 cm που καλύπτεται με ψιλό συρματόπλεγμα για να εμποδίζεται η μετακίνησή τους.

Στην περιοχή όπου γίνονται οι μετρήσεις και σε απόσταση 5.75 m από το αριστερό άκρο, υπάρχουν δύο διαφανή παράθυρα από fiber glass που επιτρέπουν την άμεση παρατήρηση των παραγόμενων κυμάτων και τη φωτογράφιση αυτών. Στο δεξί άκρο της διώρυγας είναι εγκατεστημένη η κυματογεννήτρια που χρησιμοποιείται για την παραγωγή των κυματισμών. Κατά μήκος της διώρυγας, σε απόσταση ένα μέτρο περίπου από το πτερύγιο της κυματογεννήτριας υπάρχει κατασκευή από παράλληλες, διάτρητες, μεταλλικές πλάκες διαστάσεων 1.0 m x 1.0 m. Χρησιμεύει στο να αποσβένει τις πλευρικές διαταραχές, να περιορίζεται το φαινόμενο της περίθλασης και να γίνεται αποκατάσταση της δισδιάστατης ροής.

Η διώρυγα τροφοδοτείται με νερό από ένα σωλήνα που καταλήγει στο αριστερό άκρο της. Η εκκένωσή της γίνεται από δύο φρεάτια που βρίσκονται στα δύο άκρα της διώρυγας.

ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΙΩΡΥΓΑΣ:

καθαρό μήκος : 27m
 καθαρό πλάτος : 0.6m
 καθαρό ύψος : 1.53m
 πάχος τοιχείου : 0.21m



Σχήμα 5.1 Κάτοψη και τομή της πειραματικής διώρυγας



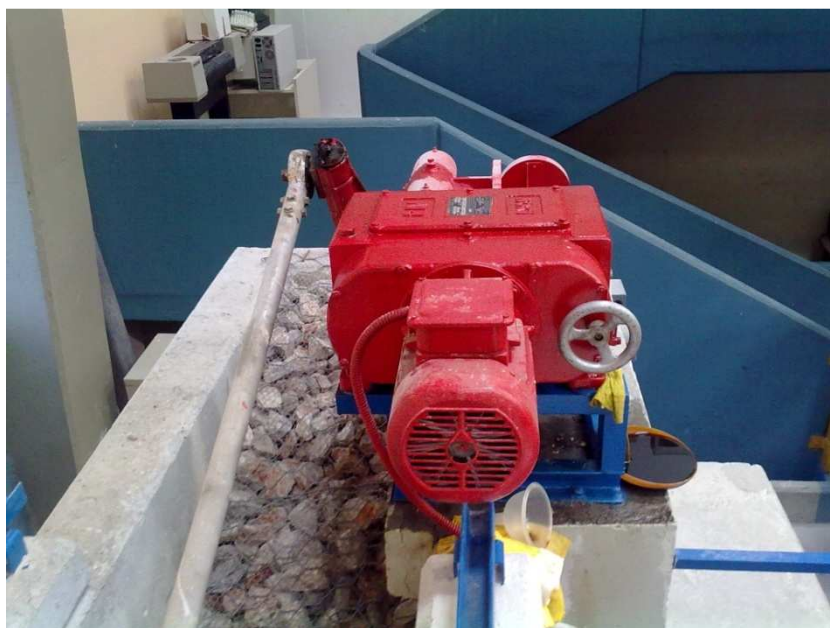
Εικόνα 5.1 Άποψη της πειραματικής διάρυνας από την πλευρά της κυματογεννήτριας.



Εικόνα 5.2 Άποψη του εσωτερικού της διάρυνας βαρύτητας του εργαστηρίου λιμενικών έργων

5.1.2 Κυματογεννήτρια

Η κυματογεννήτρια βρίσκεται στο ένα άκρο της διώρυγας και είναι τοποθετημένη σε βάθρο από οπλισμένο σκυρόδεμα διαστάσεων 1.45 m x 0.56 m και πάχους 0.18 m. Αποτελείται από τον ηλεκτρικό κινητήρα, το κιβώτιο ταχυτήτων, το μετατροπέα της κίνησης και το περύγιο.



Εικόνα 5.3 Κυματογεννήτρια στο άκρο της διώρυγας τοποθετημένη στο βάθρο

Ο ηλεκτρικός κινητήρας έχει ισχύ 2.2 KW και δουλεύει στις 1420 στροφές ανά λεπτό, με τάση 220 V, 8.7 A ή 380 V, 5 A.

Στο μετατροπέα της κίνησης μεταβάλλεται η εκκεντρότητα της ράβδου που μεταφέρει την κίνηση στο περύγιο. Ο λόγος μείωσης της κίνησης είναι 1/10. Η κυκλική ανοξείδωτη μεταλλική ράβδος για την τελική μετάδοση της κίνησης του περυνγίου έχει διάμετρο 5 cm και μήκος 2.70 m.



Εικόνα 5.4 Πτερύγιο κυματιστήρα και διάταξη διάτρητων πλακών ομαλοποίησης του κυματισμού

Το πτερύγιο του κυματιστήρα έχει διαστάσεις 1.35 m x 0.59 m και είναι κατασκευασμένο από ελαφρύ ξύλο πάχους 6 cm. Εκτελεί ταλάντωση και παράγει τους κυματισμούς.



Εικόνα 5.5 Το κιβώτιο ταχυτήτων της κυματογεννήτριας το οποίο καθορίζει τις περιόδους του παραγόμενου κυματισμού

Οι ταχύτητες καθορίζουν τη συχνότητα κίνησης του πτερυγίου της κυματογεννήτριας, η οποία ταυτίζεται με τη συχνότητα των παραγόμενων

κυματισμών. Η εκκεντρότητα της ράβδου καθορίζει το εύρος ταλάντωσης του πτερυγίου της κυματογεννήτριας και δεν επηρεάζει τη συχνότητα των παραγόμενων κυματισμών παρά μόνο το ύψος του.

5.1.3 Παραγόμενοι κυματισμοί

Η βαθμονόμηση της διώρυγας κυματισμών βαρύτητας του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων έδωσε τα εξής συμπεράσματα για τα όρια των παραγόμενων κυματισμών (Βερναρδάκης, 1990):

Πίνακας 5.1 Όρια παραγόμενων κυματισμών

D(βάθος)	H_{min}	H_{max}
(m)	(cm)	(cm)
0.40	1.12	12.20
0.50	1.38	16.20
0.60	2.20	20.00
0.70	1.90	23.70

Η περίοδος T των κυματισμών εξαρτάται από την ταχύτητα V , ενώ δεν εξαρτάται από την εκκεντρότητα του κυματιστήρα και συμπίπτει με μεγάλη ακρίβεια με την περίοδο ταλάντωσης του πτερυγίου του κυματιστήρα. Το εύρος των παραγόμενων κυματισμών για κάθε βάθος νερού d , κυμαίνεται από 0.53 s έως 2.12 s. Σε εύρος περιόδων T , από 2.12 s (αντιστοιχεί σε ταχύτητα κυματιστήρα $V=0$) έως 1.04 s (αντιστοιχεί σε ταχύτητα κυματιστήρα $V=4$), παρατηρούνται σχεδόν πάντα αρμονικοί κυματισμοί.

Για την ταχύτητα $V=4$ ($T=1.04$ s) της κυματογεννήτριας, το ύψος των παραγόμενων κυματισμών αυξάνει όσο αυξάνει η εκκεντρότητα E του κυματιστήρα. Για μεγαλύτερες ταχύτητες ($V>4$) παρατηρείται πτώση του ύψους κύματος, η οποία γίνεται πιο απότομη όσο αυξάνει η εκκεντρότητα. Τα μέγιστα ύψη κυματισμών που μπορούν να παραχθούν στη διώρυγα, παρατηρούνται για εκκεντρότητα $E=3000$ της κυματογεννήτριας (Βερναρδάκης, 1990).

Με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου της γραμμικής παρεμβολής και γνωρίζοντας ότι για $V=0$ είναι $T=2.12$ s και για $V=4$ είναι $T=1.04$ s έχουμε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίας ταχυτήτων κυματιστήρα και περιόδων παραγόμενων κυματισμών :

Πίνακας 5.2 Ταχύτητες κυματιστήρα – περίοδοι παραγόμενων κυματισμών

V	T (s)
0	2.12
1	1.85
2	1.58
3	1.31
4	1.04

Στην παρούσα εργασία ο κυματιστήρας χρησιμοποιήθηκε μόνο για $V=0$, $V=1$ και $V=2$ και για περιόδους κυματισμών $T=2.12$ s, $T=1.85$ s και $T=1.58$ s αντίστοιχα.

5.2 Διαδικασία Μετρήσεων και Διάταξη Κυματοθραύστη

Οι πειραματικές μετρήσεις αποσκοπούν στην καταγραφή της κυματικής ταχύτητας ανάντη, στο εσωτερικό και κατάντη του μοντέλο, στη διώρυγα «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων. Η κυματική ταχύτητα μετράται για δύο διαφορετικά βάθη του ύφαλου κυματοθραύστη καθώς και για διαφορετικά σενάρια εισερχόμενων κυματισμών.

Οι μετρήσεις των υψών κυματισμού έγιναν με ανάγνωση σε κατακόρυφους κατάλληλα βαθμονομημένους χάρακες (Εικόνα 5.9), ενώ για την μέτρηση των ταχυτήτων στο εσωτερικό του πορώδους μέσου χρησιμοποιήθηκε η επιστημονική συσκευή Nononic StreamFlo (Εικόνα 5.6) και για την μέτρηση των ταχυτήτων στο εξωτερικό της κατασκευής δεδομένου των μεγαλύτερων συγκριτικά ταχυτήτων που παρατηρούνται κρίθηκε κατάλληλη η επιστημονική συσκευή Global Water Flow Probe (Εικόνα 5.7). Οι οπτικές μετρήσεις στους γνώμονες θεωρήθηκαν αρκετά ακριβείς καθώς έγινε μεγάλο πλήθος μετρήσεων με την πρέπουσα προσοχή και αρκετές επαναλήψεις.

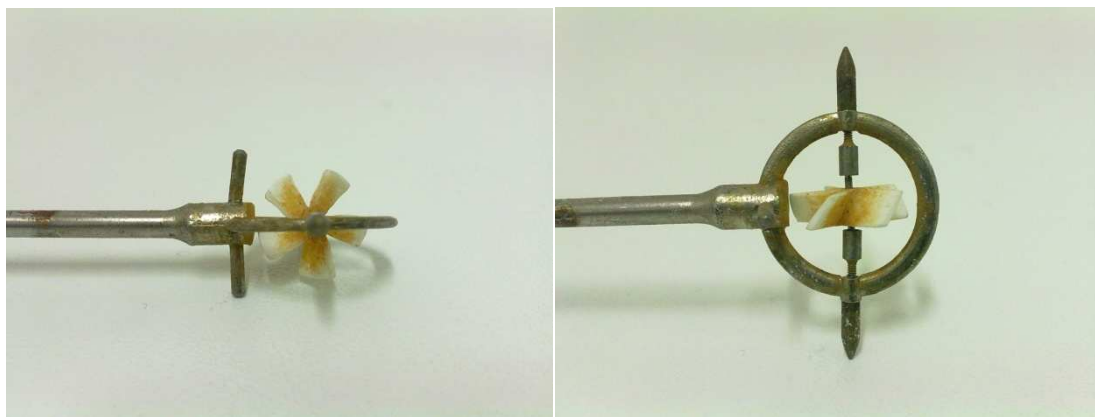


Εικόνα 5.6 Novonic StreamFlo – Η επιστημονική συσκευή που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις στο εσωτερικό της κατασκευής



Εικόνα 5.7 Global Water Flow Probe – Η επιστημονική συσκευή που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις στο εξωτερικό της κατασκευής

Το σύστημα των μετρητών συχνότητας της συσκευής Novonic StreamFlo που χρησιμοποιήθηκε αποτελείται από 2 αισθητήρες-μυλίσκους καθώς και από μία επιπλέον ηλεκτρονική συσκευή. Μέσω της συσκευής οι μυλίσκοι καταγράφουν τις μετρήσεις με συχνότητα 1 s και 10 s. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα αθροιστικών μετρήσεων των συχνοτήτων. Στις παρούσες μετρήσεις χρησιμοποιήθηκαν οι ανά 1 s καταγραφές καθώς και οι αθροιστικές. Με τις αθροιστικές μετρήσεις δίνεται η δυνατότητα ελέγχου της ορθότητας των μετρήσεων που λαμβάνονται ανά 1 s, καθώς υπολογίζεται ένα μέσο όρο συχνοτήτων και λαμβάνεται υπ' όψιν η τάξη μεγέθους στην οποία θα έπρεπε να αντιστοιχεί η μέτρηση. Μετά την ανάγνωση των δεδομένων από την ηλεκτρονική συσκευή έγινε καταγραφή τους και μετέπειτα μεταφορά σε Η/Υ και σε έγγραφο του Microsoft Excel σε κατάλληλους κατατοπιστικούς πίνακες.



Εικόνα 5.8 Ο μολίσκος που χρησιμοποιήθηκε για τη λήψη των πειραματικών μετρήσεων στο εσωτερικό της κατασκευής με το όργανο Nononic StreamFlo

Ο κάθε ένας από τους δύο μετρητές είχε αναρτηθεί σε ανοξείδωτο σωλήνα ώστε να αποφευχθούν ενδεχόμενα προβλήματα από τη βύθισή τους στο νερό (Εικόνα 5.9). Στο πάνω μέρος του εσωτερικού της δώρυγας, ανάντη και πάνω από τον ύφαλο κυματοθραύστη τοποθετήθηκαν κατάλληλα οριζόντιοι υποδοχείς για τους σωλήνες έτσι ώστε οι μετρητές να είναι κατακόρυφοι σε κάθε μία από τις 5 διατομές μετρήσεων.

Η ηλεκτρονική συσκευή Nononic StreamFlo μηδενίζεται με τον ενδεδειγμένο τρόπο και ακολουθούν οι μετρήσεις. Η κυματογεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και παράγεται ο κυματισμός. Οι μετρητές μέσω των μολίσκων που βρίσκονται στο άκρο τους και της ενσύρματης σύνδεσής τους με τη συσκευή δίνουν τα αποτελέσματα στην ηλεκτρονική οθόνη. Αντίστοιχα η επιστημονική συσκευή Global Water Flow Probe έδινε κατευθείαν ταχύτητες τροχιακών σωματιδίων στην κεφαλή του οργάνου σε μονάδες μέτρησης ft/s οι οποίες μετατρέπονταν σε m/s. Η μέτρηση διαρκούσε αποδεκτή διάρκεια και λαμβάνονταν η μέγιστη τιμή της τροχιακής ταχύτητας που κατέγραφε το όργανο.



Εικόνα 5.9 Οριζόντιοι υποδοχείς των ανοξειδωτων σωλήνων και βαθμονομημένος γνόμενος για τις οπτικές παρατηρήσεις

Για την παραγωγή των κυματισμών χρησιμοποιήθηκε η κυματογεννήτρια του εργαστηρίου στη διώρυγα. Ο κυματιστήρας χρησιμοποιήθηκε μόνο για ταχύτητες $V=0$, $V=1$ και $V=2$ που αντιστοιχούν σε περιόδους κυματισμών $T=2.12$ s, $T=1.85$ s και $T=1.58$ s αντίστοιχα προκειμένου να μην υπάρχει θραύση των κυματισμών πάνω από την στέψη του ύφαλου κυματοθραύστη. Τα βάθη νερού που χρησιμοποιήθηκαν ήταν 50 cm και 60 cm αντίστοιχα. Το πλάτος στέψης του ύφαλου κυματοθραύστη ήταν σταθερό στα 100 cm και το πλάτος στον πυθμένα ήταν 260 cm. Το ύψος του κυματοθραύστη ήταν 40 cm και η κλίση των πρανών 1:2. Οι φυσικοί ογκόλιθοι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν μέσης διαμέτρου $d_{50}=8$ cm και το πορώδες (όγκος των κενών προς τον συνολικό όγκο) ήταν $\phi=0.52$. αναλυτικά ο τρόπος υπολογισμού του πορώδες αναλύεται παρακάτω. Οι μεταβολές αυτές στους κυματισμούς και στα βάθη του νερού, σε συνδυασμό με τις 5 διατομές μετρήσεων στα ανάντη, στο εσωτερικό και κατόντη του κυματοθραύστη μας οδηγούν στο σύνολο των 192 μετρήσεων.

Πριν από κάθε μέτρηση γινόταν ανάγνωση του βάθους νερού από τους βαθμονομημένους γνόμενες, ανάγνωση από τους ίδιους γνόμενες της κατακόρυφης απόστασης της κορυφής και της κοιλίας του κύματος από τον πυθμένα της διώρυγας και μηδενισμός της ηλεκτρονικής συσκευής κατά τον ενδεδειγμένο τρόπο. Έπειτα γινόταν η καταγραφή της ανά 1 s ένδειξης της συσκευής και προέκυπτε έτσι η μέγιστη τροχιακή συχνότητα των υγρών σωματιδίων.

Το μοντέλο του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε κατασκευάστηκε από τον ίδιο τον μελετητή στη διώρυγα. Έγινε με τη χρήση κροκάλων μέσου μεγέθους-διαμέτρου περί των 8 cm από τον χώρο του εργαστηρίου. Η τοποθέτησή τους έγινε

χειρονακτικά στο ενδεδειγμένο σημείο για το σχηματισμό του κυματοθραύστη. Το σημείο αυτό επελέγη από τον μελετητή αυθαίρετα έτσι ώστε να είναι δυνατή η καταγραφή των μετρήσεων και κυρίως των οπτικών. Επίσης σημαντικό βήμα αποτέλεσε ο υπολογισμός της κατάλληλης απόστασης από τον κυματιστήρα έτσι ώστε ο προσπίπτων κυματισμός να μην αλλοιώνεται αλλά και στα κατάντη του μοντέλου να μην παρατηρείται το φαινόμενο της ανάκλασης. Φαινόμενο το οποίο ελαχιστοποιείται βέβαια από το απορροφητικό στρώμα που υπάρχει στο αριστερό άκρο της διώρυγας, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις είναι αρκετά έντονο έτσι ώστε να ακυρωθούν και να επαναληφθούν κάποιες μετρήσεις.

Στα σημεία όπου οι μυλίσκοι για τις μετρήσεις έπρεπε να εισέλθουν στο εσωτερικό του κυματοθραύστη τοποθετήθηκε κατάλληλα συρματόπλεγμα με αραιό και ταυτόχρονα ισχυρό πλέγμα σε σχήμα κυλίνδρου, το οποίο προστάτευε το ευαίσθητο άκρο του μετρητή από τυχούσα πτώση κροκάλας ή πιθανή αστοχία του μοντέλου, χωρίς παρόλα αυτά όμως να επηρεάζει την κυματική μετάδοση στο εσωτερικό του κυματοθραύστη.

Τα σενάρια που χρησιμοποιήθηκαν με γνώμονα ώστε να μην πραγματοποιείται θραύση κυματισμών φαίνονται αναλυτικά στον πίνακα 5.3.

Πίνακας 5.3 Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού

Σενάρια	Ύψος Κύματος H (m)	Περίοδος T (s)	Βάθος Νερού h (m)	Μήκος Κύματος L (m)
Σενάριο 1	0.065	2.12	0.50	4.343
Σενάριο 2	0.08	1.85	0.50	3.694
Σενάριο 3	0.095	1.58	0.50	3.03
Σενάριο 4	0.10	2.12	0.60	4.681
Σενάριο 5	0.115	1.85	0.60	3.959
Σενάριο 6	0.12	1.58	0.60	3.216

Αναφορικά με τον υπολογισμό του πορώδους και των πυκνοτήτων του υλικού του μοντέλου, έγινε πλήρωση δοχείου αμελητέου βάρους με νερό και ζυγίστηκε.

Υπολογίστηκε ο όγκος του δοχείου από τη μάζα του νερού:

$$V_{\delta\sigma\chi} = V_w = M_w \cdot \rho_w \quad (5.1)$$

Το δοχείο (άδειο) πληρώθηκε με δείγμα από το υλικό άρα ο ολικός όγκος του πορώδους υλικού $V_{ολ}$ είναι $V_{δοχ}$. Ο ολικός όγκος ισούται με τον όγκο των κενών συν τον όγκο των στερεών:

$$V_{ολ} = V_{κεν} + V_s \quad (5.2)$$

Ζυγίστηκε έτσι η μάζα του υλικού που είναι ίση και με τη μάζα των στερεών:

$$M_{ολ} = M_s + M_a = M_s \quad (5.3)$$

Στο δοχείο μπαίνει νερό που καταλαμβάνει όλο τον όγκο των κενών κι αυτό ζυγίστηκε πάλι $M_{ολw}$. Αφαιρώντας τους λίθους και ζυγίζοντας το νερό που μένει M'_w υπολογίστηκε ο όγκος του δηλαδή ο όγκος των κενών.

$$V_{κεν} = V'_w = M'_w \cdot \rho_w \quad (5.4)$$

Το πορώδες ϕ δηλαδή ο λόγος του όγκου των κενών προς τον ολικό όγκο του υπολογίζεται ως:

$$\phi = \frac{V_{κεν}}{V_{ολ}} \quad (5.5)$$

Η πυκνότητα του συμπαγούς πετρώματος υπολογίζεται ως:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (5.6)$$

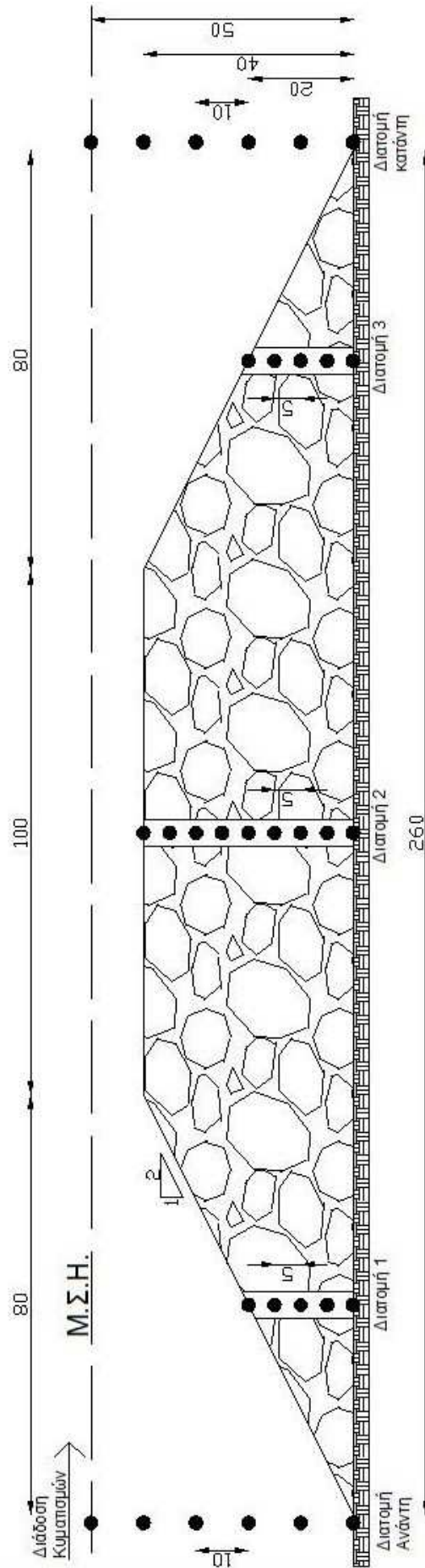
Για το υλικό του κυματοθραύστη μετρήθηκε: $M_w=11,95\text{kg}$, $M_{ολ}=16\text{kg}$, $M_{ολw}=22\text{kg}$ και $M'_w=6\text{kg}$. Με βάση τα παραπάνω η τιμή του πορώδους υπολογίστηκε $\phi=0.52$.

5.3 Θέσεις και Περιγραφή Μετρήσεων

5.3.1 Βάθος Νερού 50 cm

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η διάταξη του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε για πλάτος στέψης $b=100\text{ cm}$ και για βάθος νερού $h=50\text{ cm}$.

Στο σχήμα 5.2 παρουσιάζονται οι διατομές και τα σημεία στα οποία ελήφθησαν οι μετρήσεις.



Σχήμα 5.2 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 50 cm (Τα μήκη σε cm)

- Στο σχήμα 5.2 η διάταξη που απεικονίζεται αφορά τα σενάρια 1, 2 και 3.
- Το μαύρο χρώμα απεικονίζει το κάθε σημείο λήψης της μέτρησης.
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη ελήφθησαν συνολικά 12 μετρήσεις δηλαδή έξι σημεία λήψεων για κάθε διατομή αντίστοιχα και για καθένα από τα σενάρια 1, 2, και 3 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 10 cm.
- Στις διατομές 1, 3 ελήφθησαν 5 μετρήσεις για κάθε διατομή αντίστοιχα και για καθένα από τα σενάρια 1, 2 και 3 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 5 cm.
- Στην διατομή 2 ελήφθησαν συνολικά 9 μετρήσεις για καθένα από τα σενάρια 1, 2 και 3 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 5 cm.
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη λόγω των μεγάλων, συγκριτικά με τις διατομές εντός του πορώδους μέσου, τροχιακών ταχυτήτων του νερού οι μετρήσεις έγιναν με το όργανο Global Water Flow Probe.
- Το όργανο Global Water Flow Probe έδινε τιμές σε ft/s οι οποίες στη συνέχεια μετατρέπονταν σε m/s.
- Στα σημεία λήψεως μέσα στον ύφαλο οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με το όργανο Novonic StreamFlo.
- Το όργανο Novonic StreamFlo έδινε συχνότητες (Hz) οι οποίες σύμφωνα με βαθμονόμηση μετατρέπονταν σε m/s.
- Η βαθμονόμηση δόθηκε από την προπτυχιακή εργασία του φοιτητή Αλεξανδράκη Νικία. Η σχέση που συνδέει την συχνότητα με τις τροχιακές ταχύτητες είναι: $u=2.0538*f-11.6868$, όπου f συχνότητα σε Hz και u η τροχιακή ταχύτητα των υγρών σωματιδίων σε cm/s.
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη τα σημεία που απεικονίζονται στο σχήμα 5.2 και βρίσκονται ακριβώς πάνω στην Σ.Η.Υ. για πρακτικούς λόγους, οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν 5 cm κάτω από την κοιλία του εισερχόμενου κύματος.
- Στις διατομές 1, 2 και 3 που αναφέρονται μέσα στον ύφαλο στα σημεία λήψης των μετρήσεων στον πυθμένα, οι τροχιακές ταχύτητες που μετρήθηκαν ήταν ίσες με μηδέν.
- Για το καθένα από τα 3 πρώτα σενάρια ελήφθησαν 31 μετρήσεις αντίστοιχα.

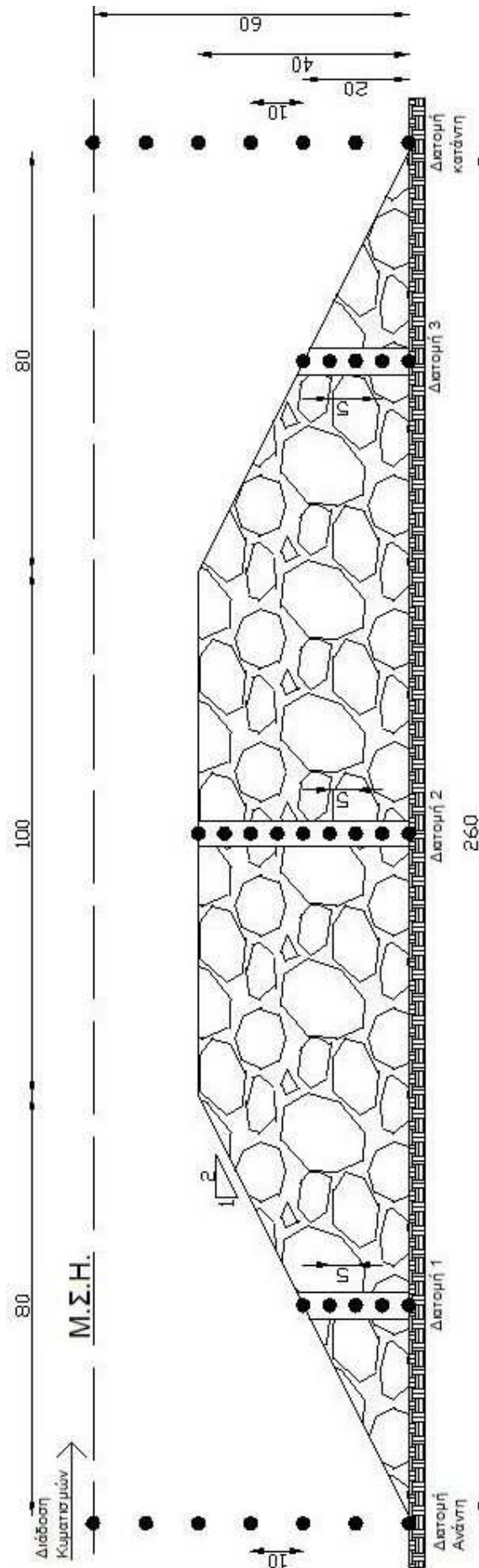
- Συνολικά για τα 3 πρώτα σενάρια ελήφθησαν 93 μετρήσεις.

5.3.2 Βάθος Νερού 60 cm

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η διάταξη του ύφαλου κυματοθραύστη που χρησιμοποιήθηκε για πλάτος στέψης $b=100$ cm και για βάθος νερού $h=60$ cm.

Στο σχήμα 5.3 ομοίως με τα προηγούμενα παρουσιάζονται οι διατομές και τα σημεία στα οποία ελήφθησαν οι μετρήσεις.

Να επισημανθεί ότι εφόσον αυξάνεται το βάθος νερού κατά 10 cm προκύπτει επιπλέον μία μέτρηση τόσο στην ανάντη όσο και στην κατάντη διατομή του ύφαλου κυματοθραύστη για καθένα από τα σενάρια 4, 5 και 6 αντίστοιχα.



Σχήμα 5.3 Διάταξη και σημεία λήψης μετρήσεων για βάθος νερού 60 cm (Τα μήκη σε cm)

- Στο σχήμα 5.3 η διάταξη που απεικονίζεται αφορά τα σενάρια 4, 5 και 6.
- Το μαύρο χρώμα απεικονίζει το κάθε σημείο λήψης της μέτρησης.
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη ελήφθησαν συνολικά 14 μετρήσεις δηλαδή επτά σημεία λήψεων για κάθε διατομή αντίστοιχα και για καθένα από τα σενάρια 1, 2, και 3 με κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων λήψεως ίση με 10 cm.
- Στις διατομές 1, 2 και 3 οι μετρήσεις ελήφθησαν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως παρουσιάζονται στην υποενότητα 5.3.1.
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη ομοίως με την υποενότητα 5.3.1 οι μετρήσεις έγιναν με το όργανο Global Water Flow Probe και στα σημεία λήψεως μέσα στον ύφαλο με το όργανο Nononic StreamFlo.
- Ομοίως με την διάταξη στο σχήμα 5.2 το όργανο Global Water Flow Probe έδινε τροχιακές ταχύτητες υγρών σωματιδίων σε ft/s και το όργανο Nononic StreamFlo σε συχνότητες Hz
- Στις διατομές ανάντη και κατάντη τα σημεία που απεικονίζονται στο σχήμα 5.2 και βρίσκονται ακριβώς πάνω στην Σ.Η.Υ. ομοίως με τα προηγούμενα για πρακτικούς λόγους, οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν 5 cm κάτω από την κοιλία του εισερχόμενου κύματος.
- Στις διατομές 4,5 και 6 που αναφέρονται μέσα στον ύφαλο στα σημεία λήψης των μετρήσεων στον πυθμένα, επίσης με την υποενότητα 5.3.1 οι τροχιακές ταχύτητες που μετρήθηκαν ήταν ίσες με μηδέν.
- Για το καθένα από τα 3 επόμενα σενάρια ελήφθησαν 33 μετρήσεις αντίστοιχα.
- Συνολικά για τα σενάρια 4, 5 και 6 ελήφθησαν 99 μετρήσεις.

Να σημειωθεί ότι αναλυτικά τα αποτελέσματα των πειραμάτων των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ FLOW-3D

6.1 Κύρια Χαρακτηριστικά Προγράμματος

Το πρόγραμμα FLOW-3D είναι ένα εμπορικό πρόγραμμα CFD (Computational Fluid Dynamics) γενικού σκοπού. Ο χρήστης μπορεί με την βοήθεια του να προσομοιώσει ένα ευρύ φάσμα κυρίως ρευστών ροών αλλά και κυματικής διάδοσης.

Στον κώδικα FLOW-3D επιλύονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών σε κατάλληλους διαφορικούς όγκους οι διαφορικές εξισώσεις συνέχειας και ορμής. (Navier-Stokes). Το κυματικό μοντέλο που χρησιμοποιεί βασίζεται στην γραμμική θεωρία κυματισμών (Airy ή Stokes 1^{ης} τάξης).

Ο κώδικας FLOW-3D είναι ένας από τους λίγους εμπορικούς κώδικες ο οποίος φαίνεται ότι έχει την δυνατότητα εφαρμογής με επιτυχία σε προβλήματα σύνθετων τρισδιάστατων ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Για τον σκοπό αυτό επιλέχθηκε για να γίνει σύγκριση μεταξύ αυτού και των πειραματικών αποτελεσμάτων άλλα και των αποτελεσμάτων από το αριθμητικό μοντέλο Boussinesq. Τα βασικά χαρακτηριστικά του κώδικα FLOW-3D είναι:

- Χρησιμοποιεί την μέθοδο Volume-of-Fluid (VOF), σύμφωνα με την οποία σε κάθε διαφορικό όγκο καθορίζεται μία και μόνο τιμή του ποσοστού του υγρού όγκου (fluid volume fraction) σε αντιστοιχία με τις άλλες παραμέτρους (π.χ. πίεση, ταχύτητα κύματος κλπ)
- Εφαρμόζει την μέθοδο γεωμετρικής αποτύπωσης εμποδίων FAVOR (Fractional Area Volume Obstacle Representation)

Ένα αριθμητικό μοντέλο αρχικά περιέχεται σε ένα υπολογιστικό πλέγμα, το οποίο αποτελείται από έναν αριθμό διασυνδεδεμένων κελιών. Τα κελιά υποδιαιρούν το φυσικό χώρο που πρόκειται να προσομοιωθεί σε μικρούς όγκους οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με κόμβους. Οι κόμβοι χρησιμοποιούνται για να καταχωρούνται τιμές σε μεγέθη όπως πίεση, θερμοκρασία, ταχύτητα και άλλα. Ένα πλέγμα σε μικρή απόσταση μεταξύ των κελιών δίνει την δυνατότητα πιο αποτελεσματικής αναπαράστασης της πραγματικότητας ωστόσο αυξάνει τον χρόνο επεξεργασίας και το μέγεθος των παραγόμενων αποτελεσμάτων.

Το πρόγραμμα τρέχει πάνω σε μια εύχρηστη επιφάνεια εργασίας (Graphical User Interface-GUI). Μέσω αυτής γίνεται εισαγωγή των δεδομένων του προβλήματος,

όπως η γεωμετρία της ροής, η δόμηση του υπολογιστικού πλέγματος, τα βοηθητικά μοντέλα επίλυσης, οι οριακές συνθήκες κ.α. θα πρέπει να τονιστεί πως ο χρήστης δεν είναι υποχρεωμένος να εισάγει στον κώδικα τις εξισώσεις που θα επιλυθούν προκειμένου να προσομοιωθεί το πρόβλημα. Αντίθετα, διατίθενται επιλογές βοηθητικών μαθηματικών και φυσικών μοντέλων καθένα από τα όποια αντιπροσωπεύει μια μορφή φυσικής ή μηχανικής ροής.

6.2 Προσομοίωση ροών με ελεύθερη επιφάνεια

6.2.1 Γενικά

Σε προβλήματα τρισδιάστατων ροών με ελεύθερη επιφάνεια αυξάνεται η πολυπλοκότητα των υπολογισμών και απαιτούνται ειδικές τεχνικές προσομοίωσης και μαθηματικές μέθοδοι. Για να είναι αποτελεσματική μια μέθοδος προσομοίωσης πρέπει να διαθέτει τα 3 ακόλουθα στοιχεία:

- Ένα κατάλληλο αριθμητικό σχήμα για την περιγραφή της γεωμετρίας (της μορφής και της θέσης) της ελεύθερης επιφάνειας.
- Έναν αλγόριθμο για την παρακολούθηση της χρονικής εξέλιξης της γεωμετρίας της ελεύθερης επιφάνειας
- Μια οριακή συνθήκη, η οποία εφαρμόζεται στην ελεύθερη επιφάνεια.

6.2.2 Μέθοδος όγκου του ρευστού Volume-of-Fluid (VOF)

Η μέθοδος VOF συνδυάζει το πλεονέκτημα της παρακολούθησης του όγκου της μεθόδου ιχνηθέτησης-διαφορικού όγκο Marker-and-Cell (MAC) Method με την χαμηλή απαίτηση μνήμης και χρόνου επεξεργασίας. Για την μέθοδο VOF ισχύουν τα ακόλουθα:

- Σε κάθε διαφορικό όγκο καθορίζεται μια και μονό τιμή του VOF, F , ποσοστού του υγρού όγκου (Fluid Volume Fraction) σε αντιστοιχία με τις άλλες παραμέτρους (π.χ. πίεση, ταχύτητες ροής). Η τιμή αυτή μπορεί να είναι ίση με $F=1$ για τους όγκους πληρωμένους με υγρό ή $F=0$ για τους κενούς όγκους.

- Γνωρίζοντας την τιμή του F και χρησιμοποιώντας ένα ορθογωνικό πλέγμα μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί η θέση (δηλαδή το ύψος) της ελεύθερης επιφάνειας.
- Η κλίση και η καμπυλότητα προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας τις τιμές του F γειτονικών διαφορικών όγκων. Οι οριακές συνθήκες της ελεύθερης επιφάνειας, ορίζονται θέτοντας την πίεση ίση με την ατμοσφαιρική.
- Για την παρακολούθηση της χρονικής εξέλιξης της γεωμετρίας (μορφής) και της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας χρησιμοποιείται η ακόλουθη εξίσωση μεταφοράς του F

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot F)}{\partial t} + \frac{\partial(v \cdot F)}{\partial t} + \frac{\partial(w \cdot F)}{\partial t} = 0 \quad (6.1)$$

Μια άμεση αριθμητική προσέγγιση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διακριτοποιηθεί η εξίσωση (6.1) επειδή τα αριθμητικά λάθη διάχυσης και διασποράς «καταστρέφουν» την οξεία σε μορφή βήματος κατανομή της F . Σε μονοδιάστατα προβλήματα, είναι εύκολο να διαμορφωθεί με ακρίβεια η λύση της εξίσωσης (6.1) έτσι ώστε, η μεταβλητή F να διατηρεί τις μηδενικές ή μοναδιαίες τιμές της.

Σε δισδιάστατα ή τρισδιάστατα προβλήματα, η αντίστοιχη διαδικασία επίλυσης δεν είναι τόσο ακριβής όσο στην μονοδιάστατη περίπτωση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε περιπτώσεις περισσοτέρων από μια διαστάσεων, δεν μπορεί με ακρίβεια να προσδιοριστεί το σχήμα και η θέση της ελεύθερης επιφάνειας. Παρά ταύτα, κρίνοντας από το μεγάλο αριθμό επιτυχών εφαρμογών οι οποίες χρησιμοποίησαν την μέθοδο VOF, η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα FLOW-3D, μετά από κάποιες τροποποιήσεις εξαιτίας της απλότητας και της στιβαρότητας που διαθέτει.

6.3 Ορθογωνικά πλέγματα και η μέθοδος FAVOR

6.3.1 Ορθογωνικά πλέγματα

Η κατασκευή πλεγμάτων με συντεταγμένες που προσαρμόζονται στη γεωμετρία των εξεταζόμενων ροών είναι ιδιαίτερα επίπονη και δύσκολη. Για τον λόγο αυτό έχει γίνει τεράστια προσπάθεια για την ανάπτυξη αυτόματων κατασκευαστικών πλεγμάτων (“automatic” grid generators). Όμως ακόμα και με τις καλύτερες μεθόδους αυτόματης

κατασκευής πλεγμάτων απαιτείται ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα για την δημιουργία ενός επεξεργάσιμου και σωστά συμπεριφερόμενου πλέγματος.

Για τους παραπάνω λόγους και λαμβάνοντας υπόψη τα αριθμητικά πλεονεκτήματα το πρόγραμμα FLOW-3D χρησιμοποιεί καρτεσιανά πλέγματα συντεταγμένων.

6.3.2 Γεωμετρία ροής και πλέγματος-καθορισμός εμποδίων

Η κατασκευή απλών ορθογωνικών πλεγμάτων τύπου FAVOR (Fraction Areal Volume Obstacle Representation) γίνεται πολύ εύκολα. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, τα υπάρχοντα στερεά «σώματα-εμπόδια» της ροής καθορίζονται και «τοποθετούνται» αυτόματα μέσα στο πλέγμα με τον καθορισμό των τιμών των κλασματικών επιφανειών (Fractional Areas) και των κλασματικών όγκων (Fractional Volumes)

Οι υπολογισμοί γίνονται εξ ολοκλήρου από τον προεπεξεργαστή (preprocessor) και δεν απαιτείται καμία παρέμβαση από τον χρήστη. Η κατασκευή της γεωμετρίας της ροής είναι ανεξάρτητη από αυτή της δόμησης του πλέγματος. Έτσι, μπορούν να γίνουν αλλαγές στο πλέγμα χωρίς να απαιτείται αλλαγή στην γεωμετρία της ροής και αντίστροφα. Η ανεξαρτησία αυτή σημαίνει ότι οι σύνθετες γεωμετρίες που σχεδιάζονται σε πρόγραμμα CAD μπορούν να εισαχθούν σε μορφή αρχείου .stl στο πρόγραμμα και να είναι έτοιμες προς επίλυση σε μερικές ώρες, ακόμα και επιτρέποντας μερικές επαναλήψεις ώστε να επιτευχθεί η ικανοποιητική ανάλυση σε σημεία της γεωμετρίας που απαιτείται.

6.3.3 Ακρίβεια υπολογισμού

Η μέθοδος FAVOR που χρησιμοποιείται στο FLOW-3D δεν παρουσιάζει αριθμητικά προβλήματα λόγω αριθμητικής διάχυσης, καθώς περιορίζει τις zigzag μεταβολές των μεγεθών, «μπλοκάροντας» τις επιφάνειες των διαφορικών όγκων με τη χρήση κατάλληλων αλγορίθμων.

6.4 Εξισώσεις ροής

6.4.1 Μέθοδος διαφορικών όγκων

Το πρόγραμμα FLOW-3D χρησιμοποιεί την μέθοδο των διαφορικών όγκων υποδιαιρώντας την περιοχή σε ένα πλέγμα ορθογωνικών κελιών (διαφορικών όγκων) μεταβλητού μεγέθους. Σε κάθε κελί διατηρούνται οι βασικές ποσότητες ροής (π.χ. ταχύτητα, πίεση, πυκνότητα).

6.4.2 Εξίσωση συνέχειας

Η γενική μορφή της εξίσωσης συνέχειας είναι η ακόλουθη:

$$V_f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \cdot u \cdot A_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \cdot v \cdot A_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \cdot w \cdot A_z) = 0 \quad (6.2)$$

Όπου:

- u, v, w είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας παράλληλες προς τους καρτεσιανούς αξόνες x, y, z αντίστοιχα
- V_f είναι ο ποσοστιαίος όγκος ροής
- A_x, A_y, A_z είναι οι ποσοστιαίες επιφάνειες της ροής κατά τις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα
- ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού

Για τα ασυμπίεστα ρευστά η πυκνότητα είναι σταθερή και η εξίσωση (6.2) λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial x} (u \cdot A_x) + \frac{\partial}{\partial y} (v \cdot A_y) + \frac{\partial}{\partial z} (w \cdot A_z) = 0 \quad (6.3)$$

6.4.3 Εξίσωση ορμής

Οι εξισώσεις ορμής γράφονται με την ακόλουθη μορφή (Νουτσόπουλος, Χριστοδούλου, 1996)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left[u \cdot A_x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot A_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot A_z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + G_x + f_x \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left[u \cdot A_x \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot A_y \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot A_z \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + G_y + f_y \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left[u \cdot A_x \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot A_y \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot A_z \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + G_z + f_z \quad (6.6)$$

Όπου:

- ρ είναι η πίεση
- G_x, G_y, G_z , είναι οι όροι επιτάχυνσης εξαιτίας της βαρύτητας
- f_x, f_y, f_z , είναι οι όροι επιτάχυνσης εξαιτίας της μοριακής και τυρβώδους συνεκτικότητας

6.5 Βοηθητικά μοντέλα

Στην εισαγωγή του παρόντος κεφαλαίου έγινε αναφορά σε μαθηματικά και φυσικά μοντέλα τα όποια διατίθενται από το πρόγραμμα για την καλύτερη προσομοίωση μιας φυσικής ή μηχανικής ροής. Δεδομένου της φύσης των ροών που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία θα παρουσιαστούν τα μοντέλα τύρβης και πορώδους μέσου.

6.5.1 Μαθηματικά μοντέλα τύρβης

Στο πρόγραμμα FLOW-3D παρέχεται η δυνατότητα χρήσης πέντε διαφορετικών μοντέλων τύρβης. Πρόκειται για τα εξής μοντέλα:

- the Prandtl mixing length, πρόκειται για το μοντέλο που βασίζεται στη θεωρία του μήκους ανάμιξης που ανέπτυξε ο Prandtl.
- One-equation, μαθηματικό μοντέλο μιας εξίσωσης που συσχετίζει τα μεγέθη μιας μέσης χρονικά τιμής της κινητικής ενεργείας ανά μονάδα μάζας ϵ_k , με τον συντελεστή τυρβώδους συνεκτικότητας ϵ .
- K- ϵ model, μαθηματικό μοντέλο δυο εξισώσεων μεταφοράς, την τυρβώδη κινητική ενεργεία k και την τυρβώδη διάχυση ϵ .

- RNG (Renormalization Group Analysis) model, μαθηματικό μοντέλο δυο εξισώσεων. Εφαρμόζει στατιστικές μεθόδους για τον σχηματισμό των εξισώσεων των μέσων τιμών των μεγεθών της τύρβης.
- LES (Large Eddy Simulation) model, στηρίζεται στην βασική ιδέα του υπολογισμού όλων των δομών της τυρβώδους ροής και προσέγγιση μόνον εκείνων των χαρακτηριστικών που έχουν αρκετά μικρές τιμές.

Η συνεκτικότητα μ θεωρείται ως το άθροισμα της μοριακής συνεκτικότητας και της τυρβώδους συνεκτικότητας. Η τιμή της τυρβώδους συνεκτικότητας προσδιορίζεται από το μαθηματικό μοντέλο τύρβης που εφαρμόζεται.

Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε το μοντέλο τύρβης k-ε άλλα και το μοντέλο Renormalization Group Analysis (RNG).

6.5.2 Μαθηματικά μοντέλα πορώδους μέσου

Η προσθήκη μιας συρτικής δύναμης ανάλογης της πρώτης ή της δεύτερης δύναμης της ταχύτητας παρουσιάζει πολλές χρήσιμες εφαρμογές. Αυτό γίνεται μέσω της χρήσης ενός όρου πορώδους $-ku$ στο δεξί μέλος της εξίσωσης της ορμής. Η τιμή u αφορά στην μικροσκοπική ταχύτητα ροής και επομένως ο συρτικός συντελεστής K πρέπει να ορισθεί κατάλληλα με βάση την ογκομετρική ταχύτητα ροής όταν χρησιμοποιείται μοντέλο πορώδους μέσου. Θα πρέπει να τονιστεί ότι η φυσική σημασία της υιοθέτησης ενός μοντέλου ροής δια μέσου πορώδους μέσου είναι άνευ ουσίας όταν δεν καθορίζονται οι συντελεστές απωλειών ροής στο εσωτερικό του μέσου.

Στο εσωτερικό ενός πορώδους σώματος, η ροή εμποδίζεται από το ιξώδες του νερού και τις επιδράσεις της γεωμετρίας. Ο νομός του Darcy είναι ο συνηθέστερα χρησιμοποιούμενος και σύμφωνα με αυτόν, η συνοχή της ροής είναι γραμμικά ανάλογη της ταχύτητας.

Όταν βεβαία, ένα πορώδες μέσο αποτελείται από χονδρόκοκκα υλικά οι απώλειες που προκαλεί στην ροή έχει αποδειχθεί ότι είναι ανάλογες του τετραγώνου της ταχύτητας. Η εξάρτηση αυτή είναι συνάρτηση του τοπικού αριθμού Reynolds και προκύπτει

βάση της μέσης διαμέτρου των χονδρόκοκκων υλικών. Οι εξισώσεις ροής μπορούν να συνδυαστούν σε μια απλή έκφραση για τον συρτικό συντελεστή

$$K = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{1-V_f}{V_f^2} \cdot \left[ADRG \cdot (1 - V_f) + BDRG \cdot \frac{Re \cdot V_f}{d} \right] \quad (6.7)$$

Όπου:

- μ , ρ είναι το ιξώδες και η πυκνότητα του νερού αντίστοιχα
- $ADRG$ και $BDRG$ είναι συρτικές παράμετροι με

$$ADRG = \frac{\alpha}{d^2}$$
, όπου α είναι μια σταθερά που έχει τυπικά τιμή ίση με 180 και

$$BDRG = \frac{\beta}{d}$$
, β είναι ο όρος τραχύτητας που κυμαίνεται μεταξύ 1.80 και 4.00 και αντιπροσωπεύει από λείες μέχρι τραχείες επιφάνειες.
- Ο αριθμός Reynolds δίνεται από τον τύπο $Re = \frac{\rho u d}{\mu}$

Η σχέση μεταξύ της διαπερατότητας P και του συρτικού συντελεστή K που χρησιμοποιείται στο FLOW-3D είναι η εξής:

$$DRG = \frac{1}{1+K \cdot \Delta t} \quad (6.8)$$

Όπου Δt είναι το χρονικό βήμα. Η τιμή αυτή κυμαίνεται μεταξύ 0.0 για άπειρη συρτική τάση και 1.0 για μηδενική συρτική τάση ή πλήρης διαπερατότητα.

6.6 Οριακές συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες που μπορούν να εφαρμοστούν στο FLOW-3D είναι οι εξής:

- Συμμετρία (symmetry)
- Τοίχος (wall)
- Συνέχεια (continuative)
- Περιοδική (periodic)
- Καθορισμένη πίεση (specified pressure)
- Καθορισμένη ταχύτητα (specified velocity)
- Επικάλυψη πλέγματος (grid overlay)
- Εκροή (outflow)

Οι συνθήκες αυτές εφαρμόζονται στα όρια του κάθε πλέγματος υπολογισμού.

Στα αδιαπέρατα τοιχώματα η κάθετη και η παράλληλη συνιστώσα του διανύσματος της ταχύτητας μηδενίζεται. Έτσι, οι όροι μεταφοράς μηδενίζονται και η διάχυση παραμένει ο μόνος μηχανισμός μεταφοράς ορμής και ενέργειας. Στο κεφάλαιο 7 περιγράφονται αναλυτικά οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

6.7 Μέθοδοι επίλυσης

6.7.1 Ρητές και πεπλεγμένες μέθοδοι επίλυσης

Στη μηχανική των ρευστών οι κύριες εξισώσεις είναι μη γραμμικές και ο αριθμός των αγνώστων μεταβλητών είναι αρκετά μεγάλος. Έτσι υπό αυτές τις συνθήκες οι πεπλεγμένα διατυπωμένες εξισώσεις σχεδόν πάντοτε επιλύονται με επαναληπτικές τεχνικές. Οι επαναλήψεις χρησιμοποιούνται για να επισπεύσουν την επίλυση, δια μέσου μιας ακολουθίας βημάτων από την αρχική κατάσταση στην τελική σύγκλιση.

Οι συνέπειες της χρήσης μιας πεπλεγμένης μεθόδου επίλυσης έναντι μιας ρητής, επικεντρώνονται στην αριθμητική σταθερότητα της επίλυσης και την αριθμητική ακρίβεια.

Η επιλογή ρητής ή πεπλεγμένης μεθόδου επίλυσης εξαρτάται από τον σκοπό του υπολογισμού. Στην περίπτωση που η χρονική ακρίβεια είναι σημαντική, οι ρητές μέθοδοι παράγουν μεγαλύτερη ακρίβεια με λιγότερο υπολογιστικό φόρτο από τις πεπλεγμένες μεθόδους. Για το λόγο αυτό το πρόγραμμα FLOW-3D χρησιμοποιεί ρητές τεχνικές όποτε καθίσταται δυνατό, αλλά και οι πεπλεγμένες επιλογές είναι επίσης άμεσα διαθέσιμες όποτε χρειαστούν.

6.7.2 Μέθοδος επίλυσης των πιέσεων

Οι περισσότεροι οροί των εξισώσεων που περιγράφονται στην παράγραφο 6.4 αποτιμώνται ρητώς, χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες χρονικά τιμές των τοπικών μεταβλητών. Ως εκ τούτου, δημιουργείται ένα απλό και αποτελεσματικό

υπολογιστικό σχήμα για τους περισσότερους λόγους μεγεθών, αλλά απαιτείται παράλληλα η χρήση χρονικού βήματος περιορισμένου μεγέθους για την διατήρηση της υπολογιστικής σταθερότητας και ακρίβειας των αποτελεσμάτων

Σημαντική εξαίρεση σε αυτόν τον κανόνα της ρητής διατύπωσης αποτελεί η μεταχείριση των δράσεων των πιέσεων. Πιέσεις και ταχύτητες είναι πεπλεγμένες κατά ζεύγη μέσω της χρήσης χρονικά προοδευτικών πιέσεων και ταχυτήτων στις εξισώσεις ορμής και συνέχειας αντίστοιχα. Αυτή η ημι-πεπλεγμένη διατύπωση των εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών επιτρέπει την αποτελεσματική επίλυση προβλημάτων βραδείας και ασυμπίεστης ροής. Ωστόσο, οδηγεί σε σύστημα εξισώσεων που θα πρέπει να επιλυθεί μέσω της τεχνικής των επαναλήψεων. Στο πρόγραμμα FLOW-3D δυο τέτοιες τεχνικές παρέχονται, η απλούστερη των οποίων χρησιμοποιείται στις προκείμενες προσομοιώσεις και είναι η μέθοδος της διαδοχικής υπέρ-χαλάρωσης SOR (successive over-relaxation method).

Η μέθοδος εφαρμόζει μια τυπική ακρίβεια πρώτης τάξης με ευαισθησία στις χωρικές και χρονικές προσαυξήσεις. Ειδικές προφυλάξεις λαμβάνονται για την διατήρηση του βαθμού ακρίβειας ακόμα και όταν το πλέγμα των πεπερασμένων διαφορών δεν είναι ομοιόμορφο. Το πρόγραμμα διαθέτει και επιλογές ακρίβειας δεύτερης τάξης. Σε κάθε περίπτωση, οι οριακές συνθήκες είναι ατεμάχιστο πρώτης τάξης ακρίβειας υπό οποιαδήποτε περίπτωση. Ακρίβεια πρώτης τάξης εφαρμόστηκε και στην παρούσα εργασία.

6.7.3 Μέθοδος επίλυσης των τάσεων του ιξώδους

Οι τάσεις του ιξώδους στο ρευστό προκαθορίζονται από το πρόγραμμα και προσεγγίζονται ρητά. Έτσι, παράγεται ένας απλός και αποτελεσματικός αλγόριθμος ο οποίος ωστόσο, απαιτεί τον περιορισμό του μεγίστου χρονικού βήματος ώστε να διατηρηθεί η σταθερότητα της επίλυσης.

Από την άλλη, διατίθεται και πεπλεγμένος αλγόριθμος υπολογισμού των τάσεων του ιξώδους. Μάλιστα, η πεπλεγμένη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί με στόχο την απαλοιφή του περιορισμού του χρονικού βήματος που συνδέεται με τη ρητή προσέγγιση. Η σημαντικότητα στη χρήση της έγκειται στη βελτίωση της

αποδοτικότητας της προσομοίωσης, όταν το ιξώδες όριο σταθερότητας είναι ουσιαστικά μικρότερο από τα άλλα όρια σταθερότητας της προσομοίωσης.

Παρόλα αυτά, δεν συνίσταται η χρήση πεπλεγμένου μοντέλου ιξώδους παράλληλα με το μοντέλο τύρβης, διότι το τελευταίο περιλαμβάνει την επίλυση πρόσθετης εξίσωσης μεταφοράς και ως γνωστόν οι όροι της τυρβώδους διάχυσης στην εξίσωση μεταφοράς της τύρβης προσεγγίζονται πάντοτε ρητά.

6.8 Κριτήρια Σύγκλισης και Χαλάρωσης

Οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην επίλυση των εξισώσεων ροής ρευστού συνήθως απασχολούν μια ή και περισσότερες επαναληπτικές διαδικασίες. Από την φύση τους οι επαναληπτικές μέθοδοι επίλυσης απαιτούν ένα κριτήριο σύγκλισης μέσω του οποίου μπορεί να αποφασιστεί πότε μπορούν να τερματιστούν οι επαναλήψεις.

Σε πολλές περιπτώσεις, οι επαναληπτικές μέθοδοι συμπληρώνονται από τεχνικές χαλάρωσης. Για παράδειγμα, η υπέρ-χαλάρωση χρησιμοποιείται συχνά για να επιταχύνει την σύγκλιση των επαναληπτικών μεθόδων υπολογισμού πιέσεων και ταχυτήτων, οι οποίες είναι απαραίτητες για την ικανοποίηση της συνθήκης για ασυμπιεστή ροή. Η υπό-χαλάρωση χρησιμοποιείται ορισμένες φορές για να επιτευχθούν σταθερά αριθμητικά αποτελέσματα όταν όλες οι εξισώσεις ροής είναι πεπλεγμένες μεταξύ τους.

Το ποσοστό της επιβαλλόμενης υπέρ- ή υπό-χαλάρωσης είναι ένας κρίσιμος παράγοντας. Η υπερβολή οδηγεί σε αριθμητικές αστάθειες, ενώ η ανάσχεση οδηγεί σε σημαντική καθυστέρηση της σύγκλισης.

Η επιλογή ενός κριτηρίου σύγκλισης και χαλάρωσης για ένα χρήστη λογισμικού CFD ίσως αποβεί δύσκολη και απογοητευτική. Το κριτήριο εξαρτάται άμεσα από τις λεπτομέρειες του προς επίλυση προβλήματος, οι οποίες μάλιστα ενδέχεται να μεταβληθούν κατά την εξέλιξη του. Δυστυχώς, δεν υφίστανται κατευθυντήριες γραμμές για την επιλογή του κριτηρίου. Αρκετά CFD προγράμματα διαθέτουν μια καθορισμένη σειρά προτεινόμενων κριτηρίων, αλλά οι χρήστες συχνότερα

καταφεύγουν σε ρυθμίσεις «δοκιμής και σφάλματος» για να επιτύχουν τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Οι χρήστες του FLOW-3D απαλλάσσονται από παρόμοιες δυσκολίες καθώς τα κριτήρια σύγκλισης και χαλάρωσης επιλέγονται αυτόματα από το πρόγραμμα. Όλες οι επιλογές είναι δυναμικά ρυθμισμένες για να ακολουθήσουν την ανάπτυξη του προβλήματος. Βέβαια, οι χρήστες έχουν την δυνατότητα να παρακάμψουν τα προκαθορισμένα κριτήρια όταν πρόκειται για ειδικές περιπτώσεις. Μια τέτοια ειδική περίπτωση, θα ήταν χρήση ενός κριτηρίου ευρείας σύγκλισης και μηδενικής υπέρ-χαλάρωσης ως μεθοδολογία για την επίτευξη συνθηκών με μικρότερη απαίτηση για υπολογιστική μνήμη.

Τέλος, το πρόγραμμα χρησιμοποιεί τη διαδικασία αυτοδιόρθωσης η οποία ελαχιστοποιεί την συγκέντρωση σφαλμάτων σύγκλισης που προέρχονται από προηγούμενα χρονικά βήματα. Ξεχωριστό πλεονέκτημα του συγκεκριμένου χαρακτηριστικού αποτελεί η «αδιαφορία» απέναντι στις αρχικές συνθήκες, οι οποίες σε ορισμένες περιπτώσεις για να ικανοποιηθούν απαιτούν την επίλυση ενός ξεχωριστού προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

***ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ
ΚΑΙ FLOW-3D ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ***

7.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η δυνατότητα του ομοιώματος που παράχθηκε σε αυτήν την εργασία και βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997) στο οποίο εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα που δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004) καθώς και του υπολογιστικού προγράμματος FLOW-3D. Ουσιαστική τροποποίηση του παραπάνω υπολογιστικού κώδικα σε γλώσσα FORTRAN δεν έγινε παρά μόνο εισήχθησαν επιπλέον βοηθητικές μεταβλητές. Η κατανομή των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων έγινε σε έγγραφο του Microsoft Excel. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή τους, συγκρίνονται με πειραματικές μετρήσεις που διεξήχθησαν στην διώρυγα «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων όπως αυτά περιγράφονται στο Κεφάλαιο 5.

Πιο συγκεκριμένα στην επόμενη ενότητα §7.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του παραγόμενου μοντέλου για τα σενάρια 1 έως 6 (model verification) και στην ενότητα §7.3 γίνεται σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου και του υπολογιστικού προγράμματος FLOW-3D για τα σενάρια 3 και 6. Για τον λόγο αυτό το παραγόμενο μοντέλο και το πρόγραμμα FLOW-3D συγκρίνονται με πειραματικές μετρήσεις για απλούς μη θραυόμενους μονοχρωματικούς κυματισμούς που πραγματοποιήθηκαν επίσης στην παρούσα εργασία στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο στόχος της μελέτης αυτής είναι να παραχθεί ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό διαπερατής ύφαλης κατασκευής για μη θραυόμενους κυματισμούς.

Στη συνέχεια δίνεται ακριβής περιγραφή των κυματικών σεναρίων που χρησιμοποιήθηκαν για βάθη νερού $h=50$ cm και $h=60$ cm, της εφαρμογής και της επίλυσης του αριθμητικού σχήματος του μοντέλου Boussinesq και του FLOW-3D και παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα για την σύγκριση τους με τις πειραματικές μετρήσεις.

7.2 Εφαρμογή Παραγόμενου Μοντέλου

Τα ακριβή ύψη κύματος, περίοδος, βάθος νερού και μήκος κύματος για καθένα από τα σενάρια 1 έως 6 παρουσιάζονται αναλυτικά στο §5 Πίνακα 5.3. Ωστόσο για λόγους διευκόλυνσης παρουσιάζεται ο ίδιος πίνακας παρακάτω (Πίνακας 7.1):

Πίνακας 7.1 Σενάρια κυματισμών και βάθους νερού

Σενάρια	Ύψος Κύματος H (m)	Περίοδος T (s)	Βάθος Νερού h (m)	Μήκος Κύματος L (m)
Σενάριο 1	0.065	2.12	0.50	4.343
Σενάριο 2	0.08	1.85	0.50	3.694
Σενάριο 3	0.095	1.58	0.50	3.03
Σενάριο 4	0.10	2.12	0.60	4.681
Σενάριο 5	0.115	1.85	0.60	3.959
Σενάριο 6	0.12	1.58	0.60	3.216

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί οι κύριες εξισώσεις του μοντέλου Boussinesq που λαμβάνει υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004) είναι:

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial[(h+z)U]}{\partial x} + \varphi \frac{\partial(h_s \cdot U_s)}{\partial x} = 0 \quad (7.1)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + d \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + Bh^2 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} + g \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \right) + 2Bh \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + g \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) + \varphi h \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \frac{\partial^2 U_s}{\partial x \partial t} + \right. \\ \left. \frac{1}{2} h_s \frac{\partial^3 U_s}{\partial x^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (7.2)$$

Όπου U η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα στο σώμα του υγρού, ζ η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, h το βάθος νερού, U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα ρευστού στο πορώδες μέσο και h_s το πάχος του πορώδους μέσου.

Με την προσθήκη των όρων διασποράς της μορφής Bf(u) και Bf(ζ), είναι εφικτή η εφαρμογή του ομοιώματος σε μεγαλύτερο εύρος βαθών. Η παράμετρος B λαμβάνει

την τιμή 1/15, για την οποία σύμφωνα με τους Madsen & Sørensen (1992), η εξίσωση διασποράς προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την αντίστοιχη εξίσωση της γραμμικής θεωρίας.

Οι εξισώσεις (7.1) και (7.2) επιλύονται στην περίπτωση πορώδους κυματοθραύστη σε συνδυασμό με μία ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής Darcy-Forchheimer για την ροή στο εσωτερικό του κυματοθραύστη. Υποθέτοντας ότι $O[(h_s/L)^2] \ll 1$, η δισδιάστατη, ολοκληρωμένη στο βάθος εξίσωση ορμής, διατυπωμένη σε όρους ταχύτητας ρευστού U_s ($U_s = \varphi u_s$, $u_s = \text{ταχύτητα Darcy}$) γράφεται:

$$c_r \left(\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \varphi \alpha_1 U_s + \varphi^2 \alpha_2 U_s |U_s| = 0 \quad (7.3)$$

Η οποία καλείται μη γραμμική εξίσωση μακρών κυματισμών για πορώδη μέσα. Ο τέταρτος όρος στην εξίσωση (7.4) είναι ο όρος Darcy, ενώ ο πέμπτος όρος είναι όρος Forchheimer.

Στην παραπάνω εξίσωση ο αδρανειακός συντελεστής c_r δίνεται από την σχέση:

$$c_r = 1 + c_m = 1 + \gamma \frac{1-\varphi}{\varphi} \quad (7.4)$$

Όπου c_m συντελεστής πρόσθετης μάζας και γ ένας εμπειρικός συντελεστής που σχετίζεται με την πρόσθετη μάζα. Το πορώδες φ (λόγος του όγκου κενών προς τον συνολικό όγκο) λαμβάνει την τιμή 0,52 όπως αυτή προέκυψε από την αναλυτική διαδικασία που παρουσιάζεται στο §5.2.

Οι συντελεστές πορώδους αντίστασης α_1 και α_2 υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις (Sollitt and Cross, 1972)

$$\alpha_1 = \frac{\nu}{K}, \quad \alpha_2 = \frac{c_f}{\sqrt{K}} \quad (7.5)$$

Όπου ν το κινηματικό ιξώδες ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), c_f αδιάστατη παράμετρος και K η γεωμετρική διαπερατότητα (m^2) η οποία προκύπτει από την σχέση (Van Gent, 1994, 1995, Burcharth and Andersen, 1995)

$$K = \frac{d_{50}^2 \cdot \varphi^3}{\alpha(1-\varphi)^2} \quad (7.6)$$

Όπου α εμπειρικός συντελεστής και d_{50} η μέση διάμετρος του υλικού με $d_{50} = 0,08 \text{ m}$.

Ο Van Gent στην διδακτορική του διατριβή πρότεινε την ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό του C_f :

$$c_f = \beta \frac{1-\varphi \sqrt{K}}{\varphi d_{50}} \quad (7.7)$$

Όπου β ένας εμπειρικός συντελεστής.

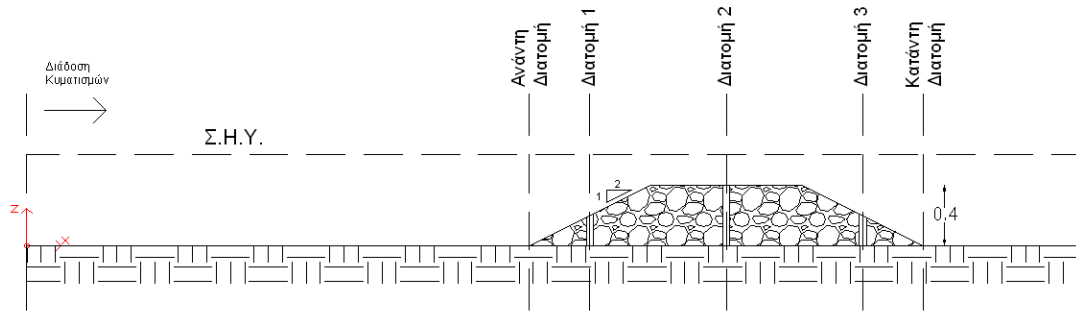
Σε αρκετές ερευνητικές εργασίες (Madsen 1974, Vidal et al. 1988, Van Gent 1995) προτείνονται τιμές για τους αδιάστατους συντελεστές α , β και γ οι οποίες σχετίζονται με το είδος του υλικού και την κλίμακα μεγέθους των στερεών σωματιδίων. Στον παρακάτω πίνακα 7.1 παρουσιάζονται οι τιμές που προέκυψαν από τις πειραματικές μετρήσεις του Van Gent (1995):

Πίνακας 7.2 Προτεινόμενοι συντελεστές σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του υλικού (Van Gent, 1995)

Υλικό	D_{50}	φ	α	β
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0610	0.442	1791	0.55
Ημισφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0487	0.454	0	0.88
Σφαιρικό λιθοσύντριμμα	0.0488	0.393	1066	0.29
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0202	0.449	1662	1.07
Ακανόνιστο λιθοσύντριμμα	0.0310	0.388	1007	0.63
Σφαίρες	0.0460	0.476	2070	0.69

Ο Van Gent, (1995) στην διδακτορική του διατριβή προτείνει γενικότερα όταν χρησιμοποιείται η μέση διάμετρος του υλικού d_{50} να λαμβάνουν οι συντελεστές α , β και γ τις τιμές 1000, 1,1 και 0,34 αντίστοιχα κάτι το οποίο έγινε και στην παρούσα εφαρμογή του ομοιώματος Boussinesq για την εξίσωση 7.3.

Παρακάτω δίνεται ένα ποιοτικό σκαρίφημα όπου φαίνονται οι διατομές στις οποίες ελήφθησαν οι μετρήσεις και αναφέρονται τα διαγράμματα με τις κατανομές των μέγιστων οριζόντιων τροχιακών ταχυτήτων. Να σημειωθεί ότι οι διατομές ανάντη και κατάντη αναφέρονται έξω από το σώμα του κυματοθραύστη μέχρι την Σ.Η.Υ. και οι διατομές 1, 2 και 3 εντός του πορώδους μέσου όπως φαίνονται στο σκαρίφημα που ακολουθεί (Σχήμα 7.1):



Σχήμα 7.1 Διατομές λήψης των μετρήσεων των πειραμάτων

Για την προσομοίωση της διάδοσης χρησιμοποιείται ένας κάρναβος χωρικού και χρονικού βήματος $\Delta x=0,05m$ και $\Delta t=0,025s$ αντίστοιχα. Μετά την επιλογή των χωρικών και χρονικών βημάτων θα πρέπει να ικανοποιείται ένα σημαντικό κριτήριο για την αριθμητική σταθερότητα του ρητού σχήματος, το κριτήριο του αριθμού Courant το οποίο είναι (Beji and Battjes 1994):

$$c < \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ ή } c \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (7.8)$$

Όπου c είναι η ταχύτητα του εισερχόμενου κυματισμού και Δx και Δt το χωρικό και χρονικό βήμα διακριτοποίησης αντίστοιχα. Το κριτήριο Courant ουσιαστικά διασφαλίζει ότι η ταχύτητα του κυματισμού είναι μικρότερη από την ταχύτητα διακριτοποίησης του μοντέλου, αποτρέποντας έτσι αριθμητικές αστάθειες.

Να σημειωθεί ότι οι μέσες, ολοκληρωμένες στο βάθος μέγιστες μέσες τροχιακές ταχύτητες προκύπτουν από τον κώδικα Boussinesq ο οποίος παράχθηκε από τους Avgeris & Karambas (2002). Στον κώδικα αυτό, η παραγωγή της κυματικής διαταραχής στο υπολογιστικό πεδίο πραγματοποιείται στο εσωτερικό του, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της συνάρτησης πηγής των Wei et al. (1999), όπως αυτή τροποποιήθηκε από τους Memos et al. (2005) ώστε να είναι συμβατή με τις εξισώσεις που εφαρμόζονται στο παρόν μοντέλο. Η μέθοδος αυτή συνδυάζεται με την τοποθέτηση στιβάδας απορρόφησης στο ανάντη όριο του πεδίου.

Η συνάρτηση πηγής γράφεται:

$$f_s(x, t) = F(t)\exp [-\beta_s(x - x_s)]^2 \quad (7.9)$$

Όπου x_s είναι η θέση του κέντρου της πηγής στο άξονα x και β_s ο συντελεστής σχήματος της πηγής.

Η τιμή του β_s υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\beta_s = 80/(\delta L)^2 \quad (7.10)$$

Όπου $\delta=0,3$ και L =μήκος κύματος.

Έκφραση της συνάρτησης πηγής είναι της μορφής:

$$F(t) = \sum_{i=1}^N D_{s_i} [\cos(\omega_i t) + \sin(\omega_i t)] \quad (7.11)$$

Όπου N το πλήθος των διαμερισμάτων του φάσματος στην περιοχή συχνοτήτων, D_s το εύρος της συνάρτησης πηγής και ω η γωνιακή συχνότητα.

Το εύρος της συνάρτησης πηγής D_s δίνεται από την σχέση:

$$D_s = \frac{2\zeta_0(1+B(k_i d)^2)(\omega^2 + Bgk_i^4 d^3)}{\omega k I_1 [1 + (B + \frac{1}{3})(k_i d)^2]} \quad (7.12)$$

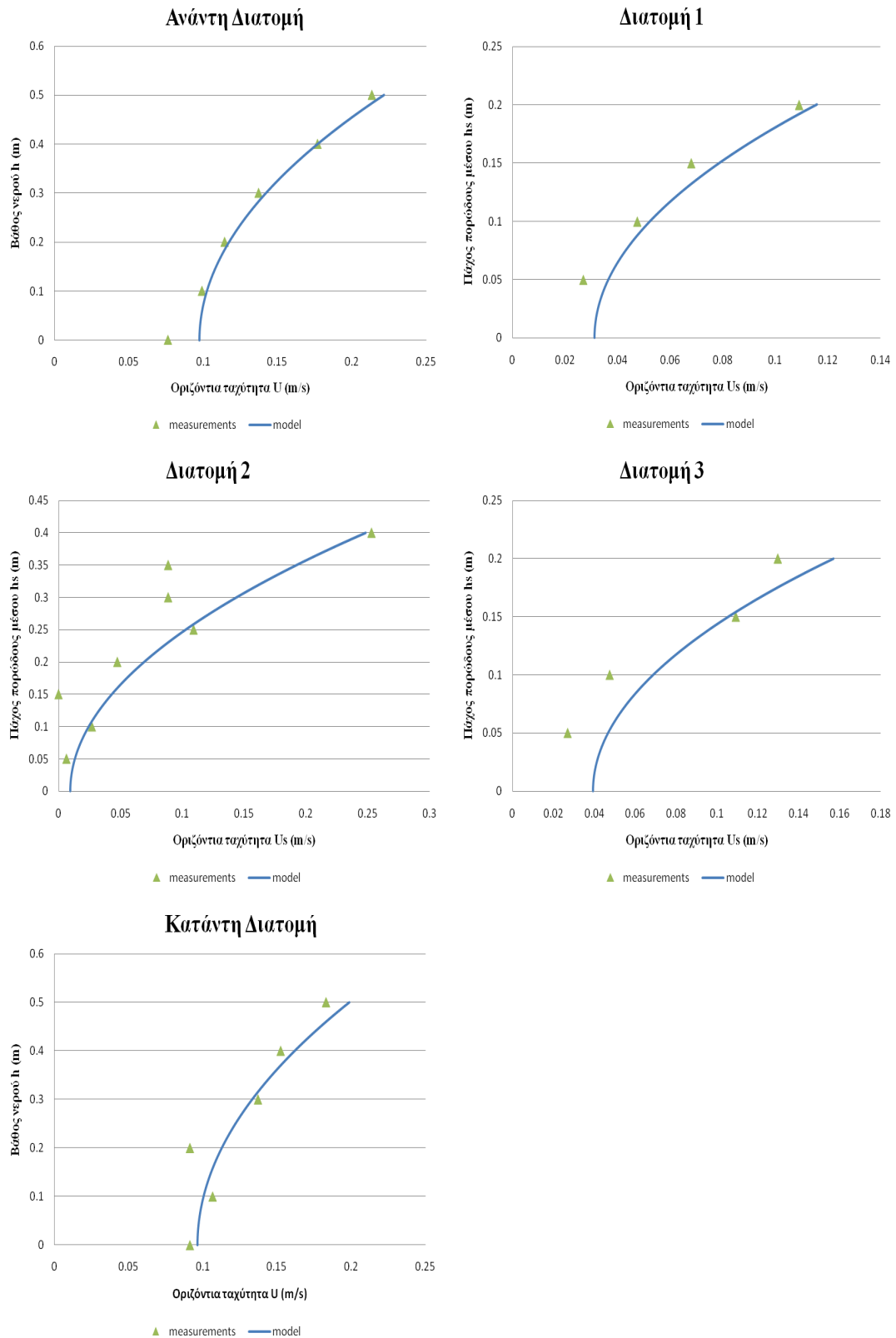
Όπου $\zeta_0=H/2$ το εύρος κύματος και k ο αριθμός κύματος. Το I_1 προκύπτει από τη σχέση:

$$I_1 = \sqrt{\frac{\pi}{\beta_s}} \exp\left[\frac{-k_i^2}{4\beta_s}\right] \quad (7.13)$$

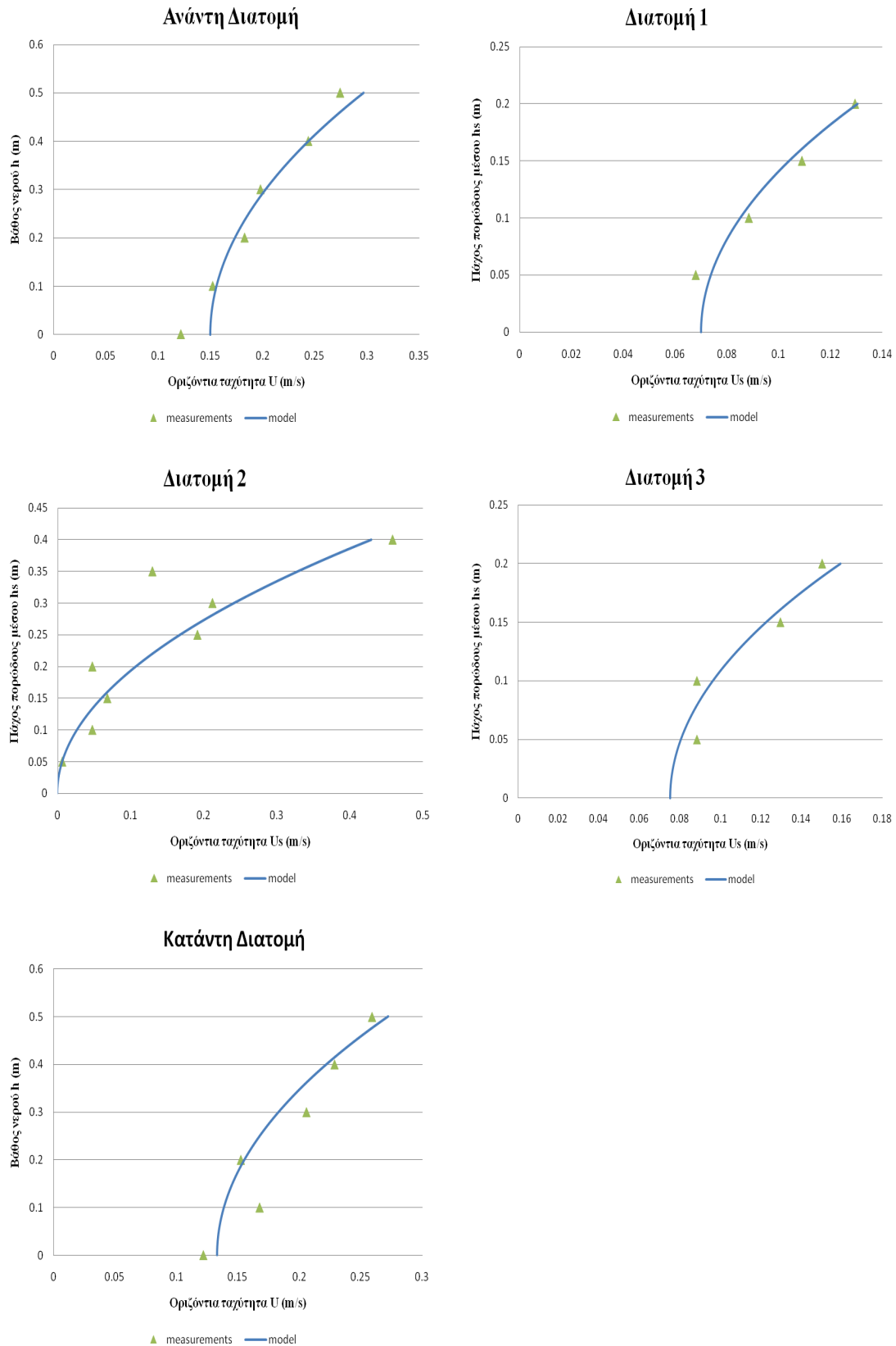
Ειδικά για την περίπτωση μονοχρωματικών κυματισμών (solitary waves) η εισαγωγή της διαταραχής γίνεται εφαρμόζοντας τις αναλυτικές σχέσεις που προτείνονται στην εργασία των Wei and Kirby (1995).

7.3 Διαγράμματα-Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

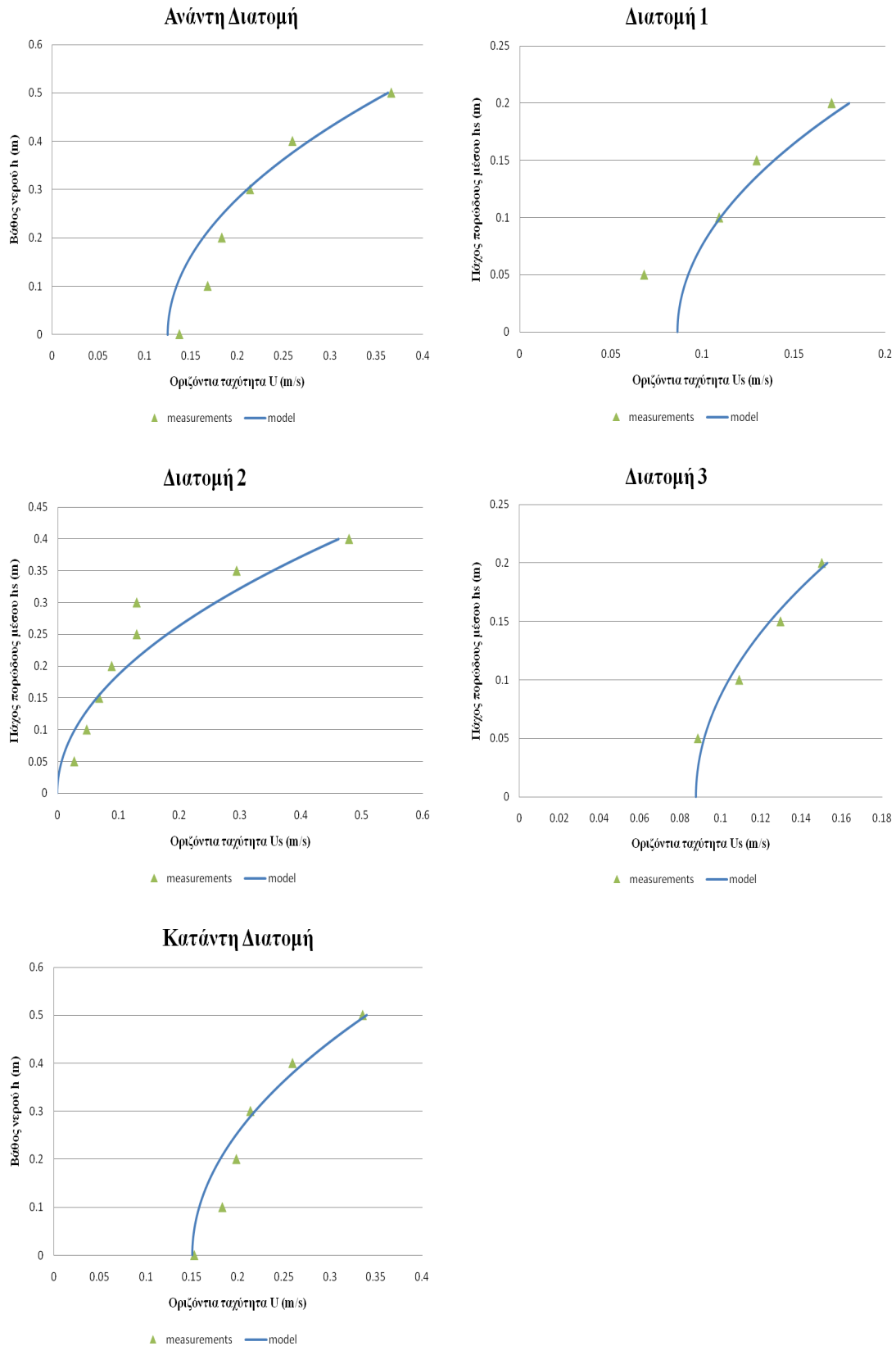
Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται οι κατανομές των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων τόσο εκτός (ανάντη και κατάντη διατομή) όσο και εντός του πορώδους μέσου (διατομή 1, 2 και 3) και γίνεται η σύγκρισή τους με τα πειραματικά δεδομένα. (Διαγράμματα 7.1 έως 7.6).



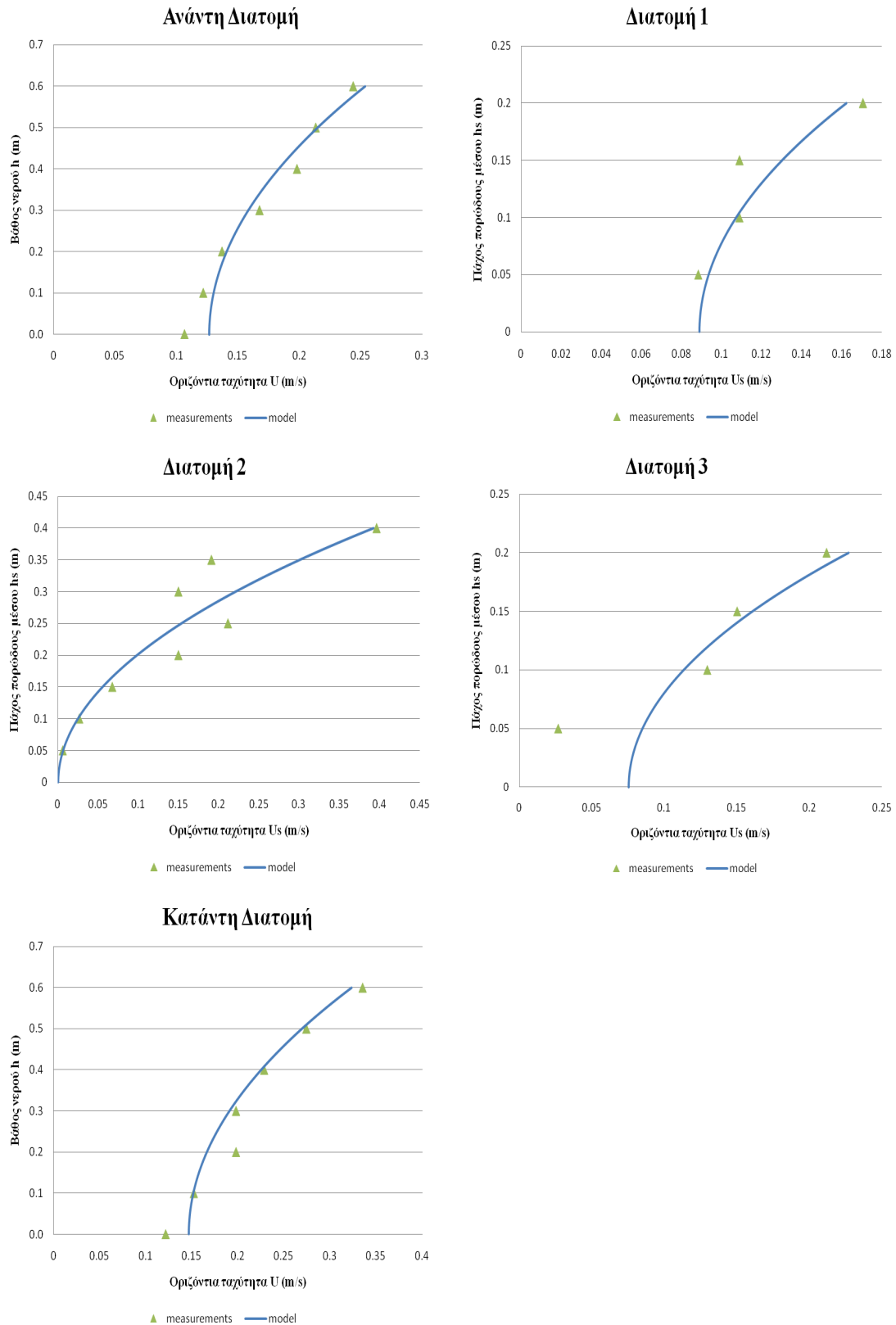
Διάγραμμα 7.1 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 1



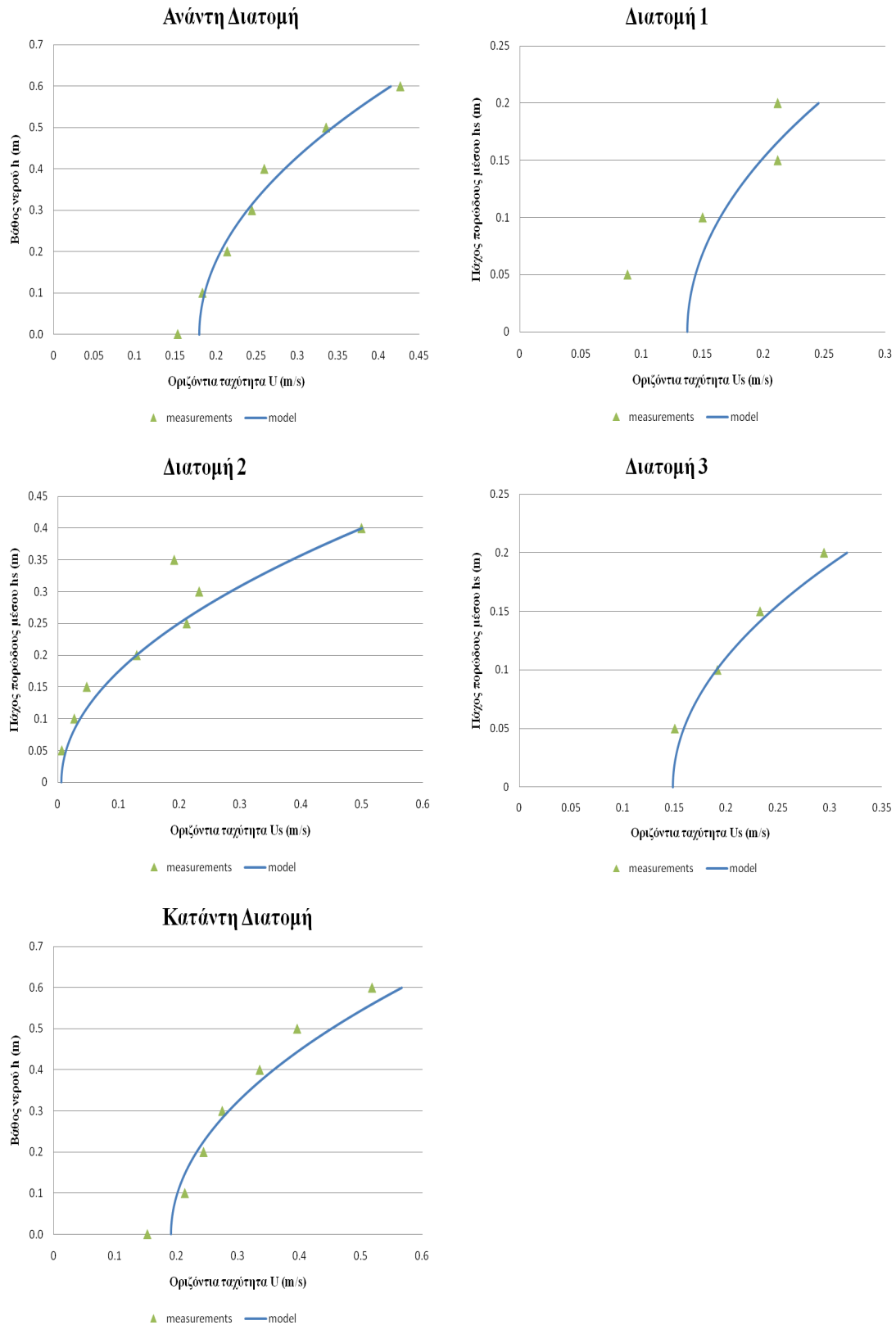
Διάγραμμα 7.2 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 2



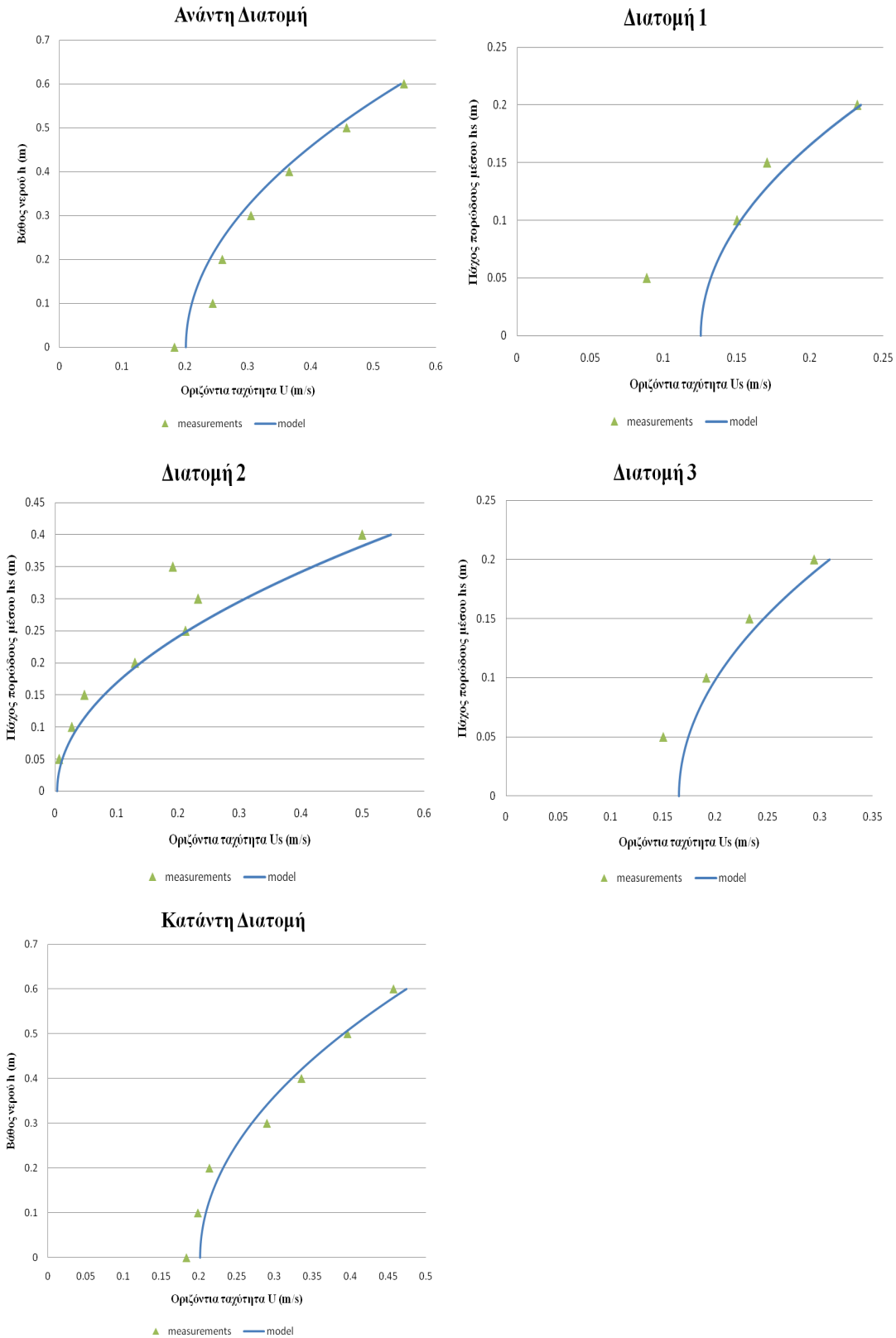
Διάγραμμα 7.3 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 3



Διάγραμμα 7.4 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 4



Διάγραμμα 7.5 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 5



Διάγραμμα 7.6 Κατανομή μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων για το Σενάριο 6

Σε πρώτο στάδιο, η σύγκριση των αποτελεσμάτων εστιάζεται στην προσέγγιση των κατανομών των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων εκτός του πορώδους μέσου και σε δεύτερο στάδιο εστιάζεται εντός αυτού. Γενικότερα, όπως προκύπτει από τα παραπάνω διαγράμματα, υπάρχει γενικά καλή συμφωνία ανάμεσα στο εν λόγω μοντέλο και τις πειραματικές μετρήσεις.

Αν και απώτερος στόχος του παραγόμενου μοντέλου είναι το πεδίο ταχυτήτων κυρίως στο εσωτερικό του πορώδους μέσου, η επιδίωξη και συνάμα η πιστοποίηση της εγκυρότητας του ομοιώματος στην περιγραφή του πεδίου των ταχυτήτων γύρω από την κατασκευή, προσδίδει την ικανοποιητική πρόβλεψη των φαινομένων και στο εσωτερικό της κατασκευής

Πιο συγκεκριμένα στο πεδίο ανάντη και κατάντη της κατασκευής (διατομές ανάντη και κατάντη), για όλα τα σενάρια που χρησιμοποιήθηκαν, οι κατανομές των προσομοιωμάτων ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης και υπάρχει πλήρης ταύτιση με τις πειραματικές μετρήσεις, ενώ οι ακρότατες τιμές των ταχυτήτων σχεδόν ταυτίζονται.

Στο πεδίο εντός του πορώδους μέσου, δηλαδή στις διατομές 1,2 και 3 υπάρχει επίσης αποδεκτή σύγκλιση της κατανομής των ταχυτήτων με τις πειραματικές μετρήσεις. Οι κατανομές των προσομοιωμάτων, ομοίως με την ανάντη και κατάντη διατομή, ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης κάτι το οποίο μας επιτρέπει να θεωρήσουμε αποδεκτά τα αποτελέσματα του ομοιώματος σε συνδυασμό φυσικά με την ικανοποιητική σύγκλισή τους με τις πειραματικές μετρήσεις, στις περισσότερες των περιπτώσεων.

Αξίζει επιπλέον να διατυπωθεί ότι παρατηρείται αύξηση των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων σε κάθε σενάριο. Δηλαδή παρατηρείται αύξηση των ταχυτήτων καθώς αυξάνεται το ύψος κύματος και μειώνεται η περίοδος των κυματισμών για βάθος νερού $h=50$ cm. Ομοίως μεγαλύτερες ταχύτητες παρατηρούνται και με την αύξηση του βάθους του νερού στα $h=60$ cm.

Ορισμένες περιπτώσεις με μεγάλη απόκλιση από τις πειραματικές μετρήσεις οφείλονται ενδεχομένως στην διάταξη των λιθορριπών και για να βγουν ακριβέστερα συμπεράσματα ενδεχομένως θα πρέπει να μελετηθεί η μικροκλίμακα της κατασκευής. Πιο συγκεκριμένα σε όλα τα σενάρια στην διατομή 2 στην θέση $z=0,35$ m η τιμή της

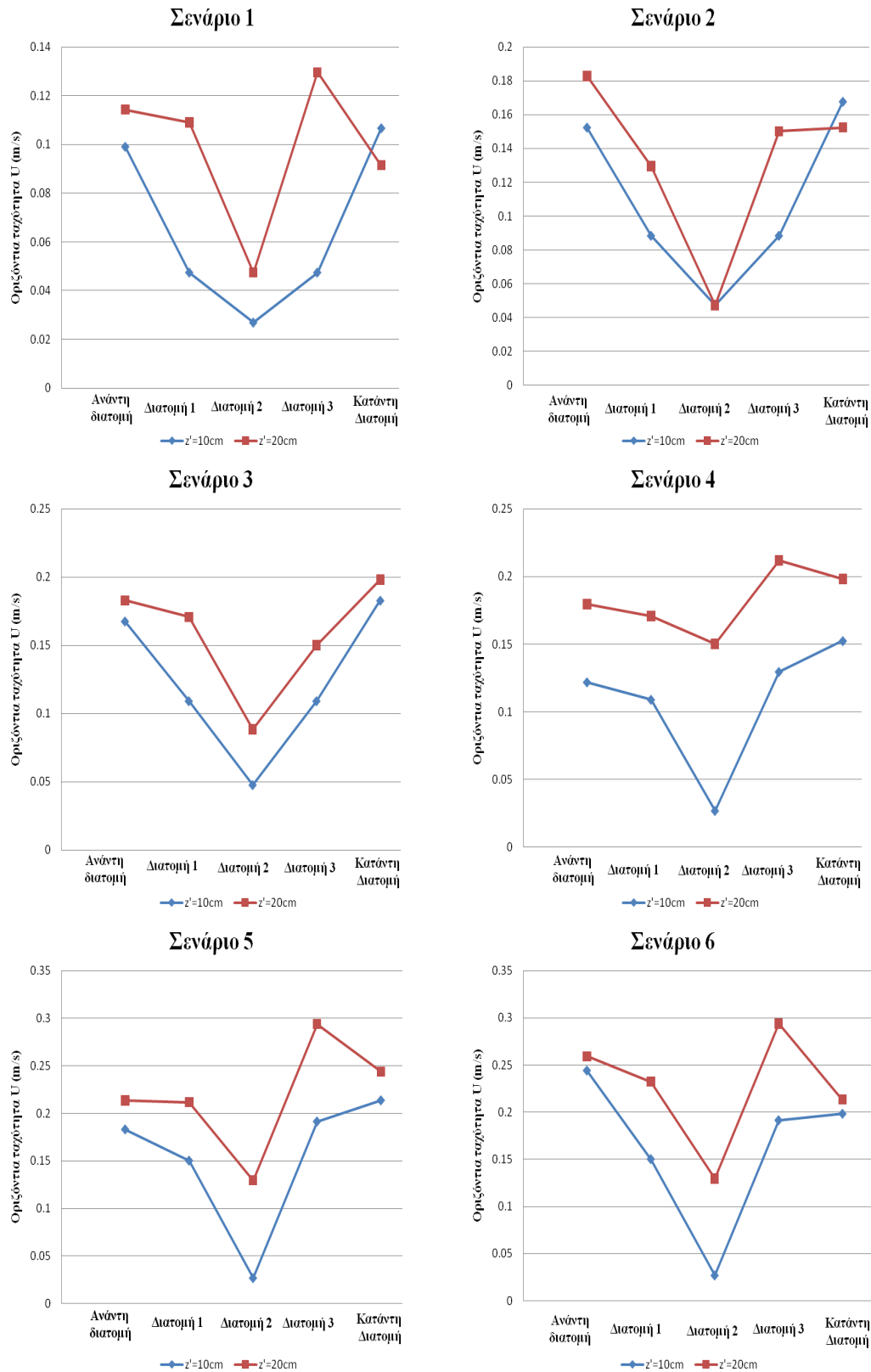
πειραματικής μέτρησης απέχει αρκετά από την κατανομή του μοντέλου. Το αίτιο για αυτή την απόκλιση οφείλεται στην διάταξη της κατασκευής και στην παρουσία λίθων πολύ κοντά στο σημείο που πραγματοποιούνταν η μέτρηση με αποτέλεσμα την υποεκτίμηση της πραγματικής μέγιστης οριζόντιας τροχιακής ταχύτητας, λόγω της «σκιάς» που δημιουργούνταν από τους λίθους αυτούς.

Επιπλέον ορισμένες μικρές αποκλίσεις για τις διατομές 1,2 και 3 αλλά σε όλα τα σενάρια οφείλονται στην βαθμονόμηση της επιστημονικής συσκευής Nononic StreamFlo που χρησιμοποιήθηκε για τις πειραματικές μετρήσεις στο εσωτερικό της κατασκευής η οποία έδινε αποτελέσματα σε συχνότητες (Hz) και οι οποίες στην συνέχεια μετατρέπονταν σε ταχύτητες (§5). Τέτοιες αποκλίσεις δεν παρουσιάζονται στις ανάντη και κατόντη διατομές καθότι η επιστημονική συσκευή Global Water Flow Probe που χρησιμοποιήθηκε έδινε κατευθείαν τις οριζόντιες τροχιακές ταχύτητες που μετρούσε.

Γενικότερα, οι κατανομές παρουσιάζουν ιδιαίτερα ικανοποιητική προσέγγιση με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα. Στο πεδίο μάλιστα εκατέρωθεν της κατασκευής η ταύτιση είναι εκπληκτική. Η σύγκλιση των διαγραμμάτων, τόσο για τις εκτός όσο και για τις εντός του πορώδους μέσου διατομές, δεν αφορά μόνον την μορφή τους αλλά και τις ποσότητες που περιγράφονται σε αυτά.

Επίσης, παρατηρείται αύξηση των τροχιακών ταχυτήτων εντός του πορώδους μέσου στην διατομή 3 σε σχέση με την διατομή 2 κάτι το οποίο φαίνεται και από τα πειραματικά αποτελέσματα που το αποδεικνύουν για όλα τα σενάρια, καθώς και από το μοντέλο που παράχθηκε. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ανάπτυξη στροβίλων στο κατόντη μέρος του βυθισμένου κυματοθραύστη, με συνέπεια την επανακυκλοφορία του ρευστού εντός του πορώδους μέσου δηλαδή την αντιστροφή της κατεύθυνσης της ροής. Σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις μάλιστα (σενάρια 1, 2, 4, 5, 6) είναι τόσο έντονη που οι τροχιακές ταχύτητες είναι μεγαλύτερες ακόμα και από αυτές της πρώτης διατομής.

Στο επόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η κατά μήκος μεταβολή των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων για τα 6 συνολικά σενάρια και για απόσταση από τον πυθμένα $z'=10$ cm και $z'=20$ cm.



Διάγραμμα 7.7 Κατά μήκος μεταβολή μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων

Το παραπάνω διάγραμμα 7.7 βασίζεται αποκλειστικά στα πειράματα που εκτελέστηκαν στην διώρυγα δοκιμών του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων.

Σε όλες τις περιπτώσεις οι ταχύτητες που αντιστοιχούν σε απόσταση από τον πυθμένα ίση με $z'=20$ cm είναι μεγαλύτερες από αυτές που αντιστοιχούν σε απόσταση ίση με $z'=10$ cm.

Λόγω της ανάπτυξης έντονων στροβιλισμών στο κατάντη μέρους της ύφαλης κατασκευής παρατηρείται το φαινόμενο να αναπτύσσονται μεγαλύτερες τροχιακές ταχύτητες σε απόσταση από τον πυθμένα $z'=10$ cm παρότι σε απόσταση $z'=20$ cm. Κάτι τέτοιο συμβαίνει στα σενάρια 1 και 2 στην κατάντη διατομή.

Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η μεσαία διατομή του ύφαλου κυματοθραύστη (Διατομή 2) έχει την μικρότερη οριζόντια τροχιακή ταχύτητα συγκριτικά με τις άλλες διατομές. Αναμενόμενο λόγω του ότι το κύμα έχει υποστεί σημαντική μείωση της ενέργειας του λόγω της παρουσίας του υφάλου.

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενα διαγράμματα (Διαγράμματα 7.1 έως 7.6) παρατηρείται αύξηση των τροχιακών ταχυτήτων στις διατομές 3 και κατάντη διατομές λόγω της επανακυκλοφορίας του νερού.

Στην διατομή 2 δηλαδή την μεσαία διατομή του κυματοθραύστη παρατηρείται η χαμηλότερη τροχιακή ταχύτητα. Αναμενόμενο άλλωστε λόγω της μείωσης ενέργειας που έχει υποστεί το κύμα από την παρουσία του υφάλου.

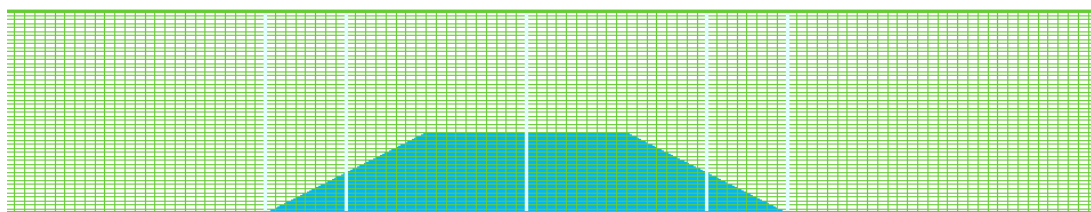
Επιπλέον σε ορισμένες περιπτώσεις και σε απόσταση από τον πυθμένα ίση με $z'=20$ cm (Σενάριο 1, 4, και 6) η διατομή 3 έχει μεγαλύτερες ταχύτητες από την αντίστοιχη κάθε φορά κατάντη διατομή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για απόσταση $z'=20$ cm αντιστοιχεί στην παρειά της κατασκευής και όχι μέσα στο σώμα της κατασκευής. Συνεπώς λόγω της έντονης τύρβης που αναπτύσσεται ενδέχεται να δημιουργηθούν μεγαλύτερες ταχύτητες στην διεπιφάνεια κατασκευής-νερού απ ότι στην κατάντη διατομή που αναφέρεται σε όλο το σώμα του νερού.

7.4 Επιβεβαίωση του Προγράμματος FLOW-3D

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται τα βήματα εισαγωγής των βασικών παραμέτρων στο πρόγραμμα FLOW-3D και η σύγκριση των αποτελεσμάτων του με το μοντέλο που παράχθηκε σε αυτήν την εργασία και με τα πειραματικά δεδομένα.

7.4.1 Σχεδιασμός και Δόμηση Γεωμετρίας Προσομοιωμάτων

Ο σχεδιασμός της βυθισμένης κατασκευής έγινε μέσω του σχεδιαστικού προγράμματος AutoCAD. Σχεδιάστηκαν τρισδιάστατα γεωμετρικά στοιχεία, τα οποία στη συνέχεια τροποποιήθηκαν σε αρχεία μορφής STL (stereo lithography) και εισήχθησαν υπό την μορφή αυτή στο πρόγραμμα FLOW-3D (Εικόνα 7.1).



Εικόνα 7.1 Διατομή κυματοθραύστη και διατομές λήψης των μετρήσεων

Κατά την εισαγωγή του στο πρόγραμμα, το στερεό αποκτά χαρακτηριστικά πορώδους μέσου. Η εξωτερική τραχύτητα της κατασκευής με πορώδες (λόγος του όγκου κενών προς τον συνολικό όγκο) $\phi=0,52$ ορίστηκε στα 0,00125 σε απόλυτη συμφωνία με τη θεωρία που περιγράφεται στο §6.

7.4.2 Παράμετροι της Ροής

Η επίτευξη μιας προσομοίωσης γενικά προϋποθέτει πριν απ όλα την ακριβή κατανόηση των συνθηκών του προβλήματος από το πρόγραμμα επίλυσης. Το πρώτο στάδιο προς την κατεύθυνση αυτή είναι η εισαγωγή στο πρόγραμμα δεδομένων που σχετίζονται με την φύση της ροής.

Επιλέχθηκε, καταρχήν, ασυμπίεστη ροή με ελεύθερη επιφάνεια, η πυκνότητα του νερού καθορίστηκε στα 1000 kg/m^3 και το ιξώδες $0,001 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$. Η εξέλιξη της ροής εντός του υπολογιστικού πεδίου καθορίζεται από τα μαθηματικά μοντέλα βαρύτητας, τύρβης και πορώδους μέσου.

Για την ρεαλιστικότερη περιγραφή του καθεστώτος της τυρβώδους ροής εφαρμόστηκε το δοκιμασμένο μοντέλο τύρβης k-ε, το οποίο μάλιστα χρησιμοποιείται και στις αριθμητικές δοκιμές των μοντέλων του άρθρου. Το μοντέλο πορώδους που ενεργοποιείται είναι κατάλληλο για την περιγραφή της ροής διαμέσου χονδρόκοκκου υλικού μεγάλου πορώδους που συνεπάγεται μεγαλύτερες ταχύτητες και μικρότερες απώλειες ροής.

7.4.3 Αριθμητικό Πλέγμα

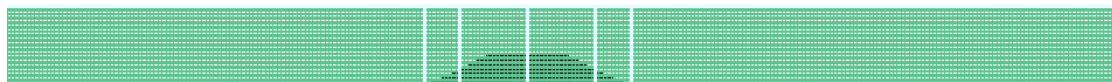
Η επιλογή της πυκνότητας του πλέγματος καθορίστηκε από τρεις παράγοντες:

- Την ικανοποιητική περιγραφή των γεωμετρικών λεπτομερειών των γεωμετρικών στοιχείων.
- Την εξασφάλιση ικανοποιητικού βαθμού ανεξαρτητοποίησης των αποτελεσμάτων από τις διαστάσεις του πλέγματος.
- Την επίτευξη αποδεκτού ποσοστού σύγκλισης των αποτελεσμάτων.

Με βάση τα παραπάνω και έπειτα από διεξαγωγή σειράς δοκιμών, αποφασίστηκε η χρήση πλέγματος υπολογισμού με τυπικές διαστάσεις διαφορικών όγκων $\Delta_x \cdot \Delta_y \cdot \Delta_z = 5 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}$. Τόσο το μήκος όσο και το πλάτος του πλέγματος προσαρμόζονται στις διαστάσεις του καναλιού (δηλαδή συνολικό μήκος 27 m και συνολικό πλάτος 0,60 m). Αντίθετα το ύψος του πλέγματος είναι 1 m ώστε να εξοικονομείται υπολογιστικός όγκος και παράλληλα να διασφαλίζεται η αξιόπιστη αποτύπωση της διακύμανσης της ελεύθερης επιφάνειας. Η συγκεκριμένη διακριτοποίηση συνεπάγεται την περιγραφή του πεδίου ροής από 30000 διαφορικούς όγκους. Η επιλογή των διαστάσεων του πλέγματος ανά διεύθυνση έγινε ως εξής:

- Κατά την διεύθυνση x απαιτείται μεγάλη ακρίβεια ($\Delta x = 5 \text{ cm}$).
- Κατά την διεύθυνση y δεν εξετάζεται κάποιο χαρακτηριστικό της ροής, συνεπώς δεν απαιτείται ακρίβεια και για λόγους υπολογιστικού φόρτου επιλέχθηκε ένα μόνο κελί ($\Delta y = 60 \text{ cm}$).
- Κατά την διεύθυνση z απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια ($\Delta z = 1 \text{ cm}$) αφού σε αυτήν την περίπτωση υπολογίζεται η κατακόρυφη κατανομή των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων.

Επίσης καθορίζονται 5 επίπεδα $y-z$, κάθετα στον κύριο άξονα της ροής (x), τα οποία ταυτίζονται με τις διατομές στις οποίες ελήφθησαν οι πειραματικές μετρήσεις. Τα επίπεδα αυτά εμφανίζονται ως άσπρες γραμμές στην Εικόνα 7.2.



Εικόνα 7.2 Το υπολογιστικό πλέγμα των μοντέλων

7.4.4 Οριακές Συνθήκες

Εισροή

Η είσοδος του νερού στις πειραματικές δοκιμές πραγματοποιείται από το ανάντη τμήμα του καναλιού. Κατ' αντιστοιχία, στο $y-z$ που εντοπίζεται στη θέση του ελαχίστου x (x_{\min}), εφαρμόζεται οριακή συνθήκη εισροής (Wave Definition) μέσω των χαρακτηριστικών του κύματος (ύψος κύματος H και περίοδος T)

Εκροή

Το ρευστό που εισέρχεται στο υπολογιστικό πλέγμα τα πρέπει να βρίσκει ανεμπόδιση διέξοδο διαφυγής, ώστε να διατηρείται σταθερός ο όγκος του ρευστού που κατακλύζει το υπολογιστικό πεδίο, όπως ακριβώς συμβαίνει και στο κανάλι δοκιμών του πειράματος. Η οριακή συνθήκη εκροής (Outflow) εφαρμόζεται στο επίπεδο $y-z$ του μέγιστου x (x_{\max}) του πλέγματος.

Στερεά τοιχώματα

Καθορίστηκε η μορφή αδιαπέρατου τοίχου (Wall) ώστε τόσο η παράλληλη όσο και η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας να μηδενιστούν. Πλήρης περιγραφή του τρόπου με τον οποίο λειτουργούν οι συγκεκριμένες οριακές συνθήκες παρουσιάζεται στο § 6.

Ελεύθερη επιφάνεια

Η παρουσία της ελεύθερης επιφάνειας προϋποθέτει την ύπαρξη κάποιων κενών κελιών πάνω από το σώμα του πλέγματος που κατακλύζεται από το ρευστό. Το πλέγμα των μοντέλων έχει σχεδιαστεί ώστε να παρέχει επαρκή αριθμό κενών κελιών. Η οριακή συνθήκη που εφαρμόζεται στην κορυφή του πλέγματος επομένως δεν καθορίζει την συμπεριφορά της ροής και ορίστηκε ότι ασκείται ατμοσφαιρική πίεση (Specified Pressure) $P=101325$ Pa.

Επιπλέον για τον υπολογισμό των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων επιλέγεται η προκαθορισμένη από το πρόγραμμα μέθοδος SOR, τα βασικά στοιχεία της οποίας περιγράφονται στο §6.

7.4.5 Διαγράμματα-Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

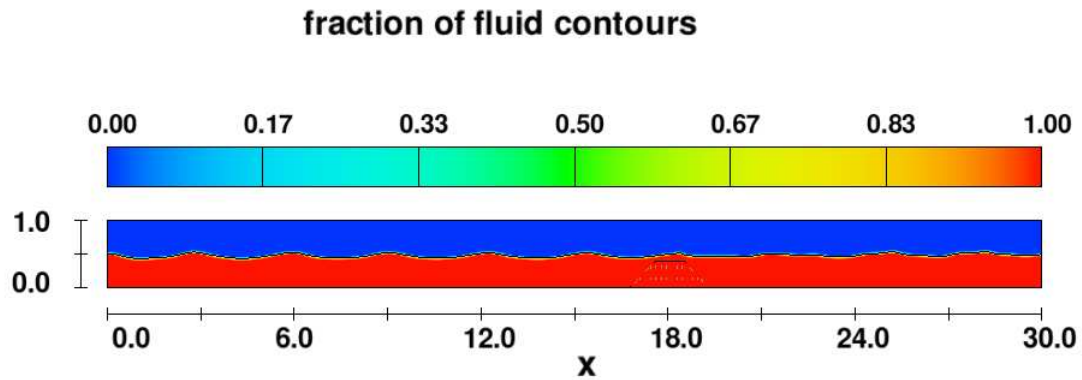
Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται σε κοινούς άξονες η καθ' ύψος κατανομή των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων, όπως αυτή προκύπτει από το μοντέλο που παράχθηκε στην παρούσα εργασία, του προγράμματος FLOW-3D και σύγκρισή τους με πειραματικές μετρήσεις. Να σημειωθεί ότι η σύγκριση αυτή αφορά τα σενάρια 3 και 6 με τα αντίστοιχα κυματικά δεδομένα όπως αυτά περιγράφονται στο §5 και πίνακα 5.3. Ωστόσο για μεγαλύτερη διευκόλυνση στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά τα κυματικά χαρακτηριστικά για τα δύο αυτά σενάρια.

Πίνακας 7.3 Κυματικά χαρακτηριστικά για τα σενάρια 3 και 6

Σενάρια	Ύψος Κύματος H (m)	Περίοδος T (s)	Βάθος Νερού h (m)	Μήκος Κύματος L (m)
Σενάριο 3	0.095	1.58	0.50	3.03
Σενάριο 6	0.12	1.58	0.60	3.216

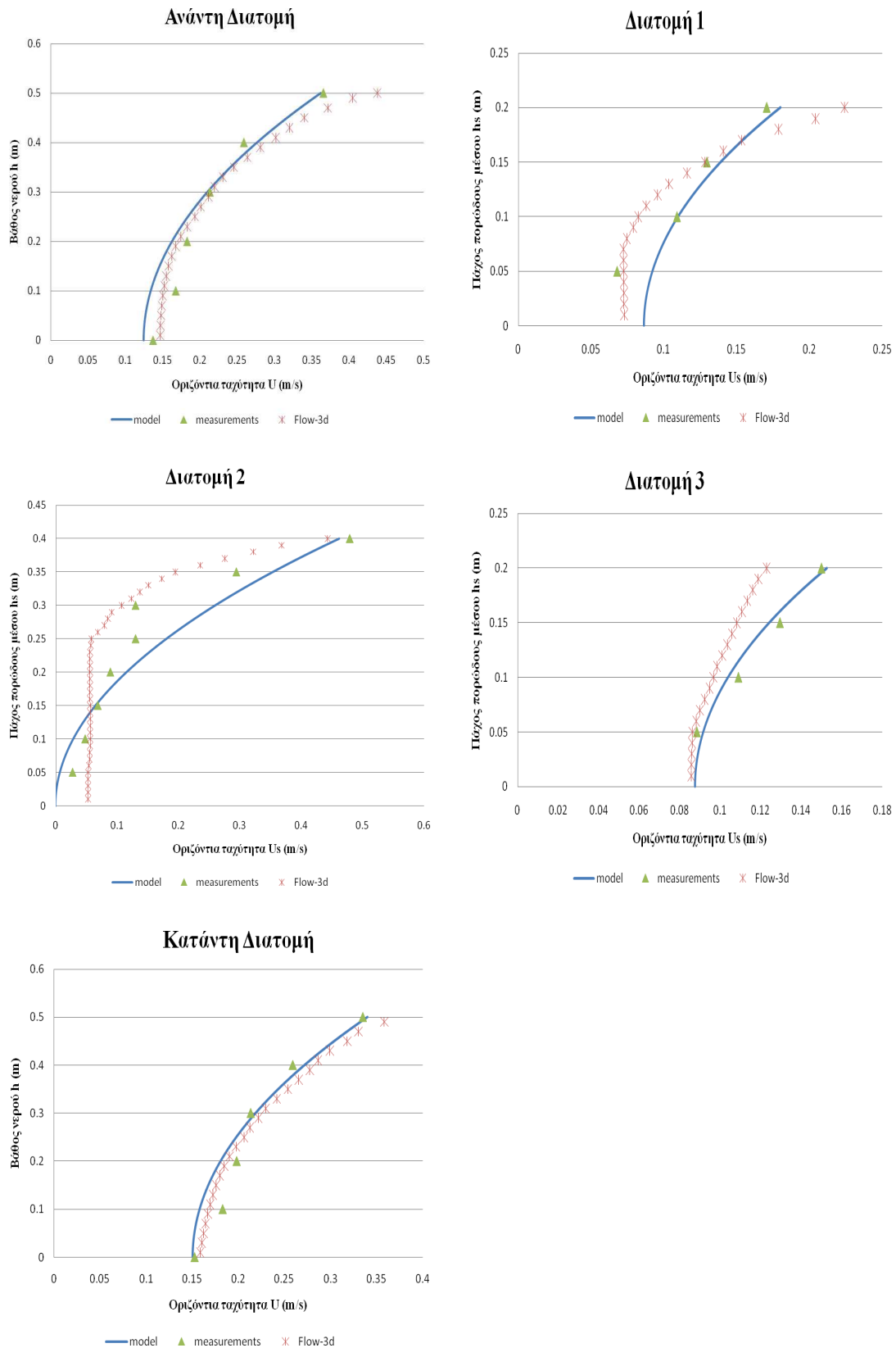
Η διάρκεια της εξέλιξης και παρακολούθησης της ροής και στα 2 σενάρια, ορίστηκε στα 60 sec, το χωρικό βήμα $\Delta x=0,05$ m και το χρονικό βήμα $\Delta t=0,025$ s κατά πλήρη αντιστοιχία δηλαδή με το συνολικό χρόνο επίλυσης, το χωρικό και το χρονικό βήμα που επιλέχθηκε για την επίλυση του ομοιώματος Boussinesq. Να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα FLOW-3D μεταβάλλει σε κάθε χωρικό βήμα το χρονικό βήμα προκειμένου να ελαχιστοποιούνται όσο το δυνατό κάθε φορά οι αριθμητικές

διαχύσεις. Στόχος ήταν η επίτευξη ικανοποιητικού βαθμού σύγκλισης των εξαγόμενων αποτελεσμάτων. Ενδεικτικά, στο επόμενο σχήμα φαίνεται την χρονική στιγμή $t=25,53$ s η μεταβολή στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας (Σχήμα 7.2).

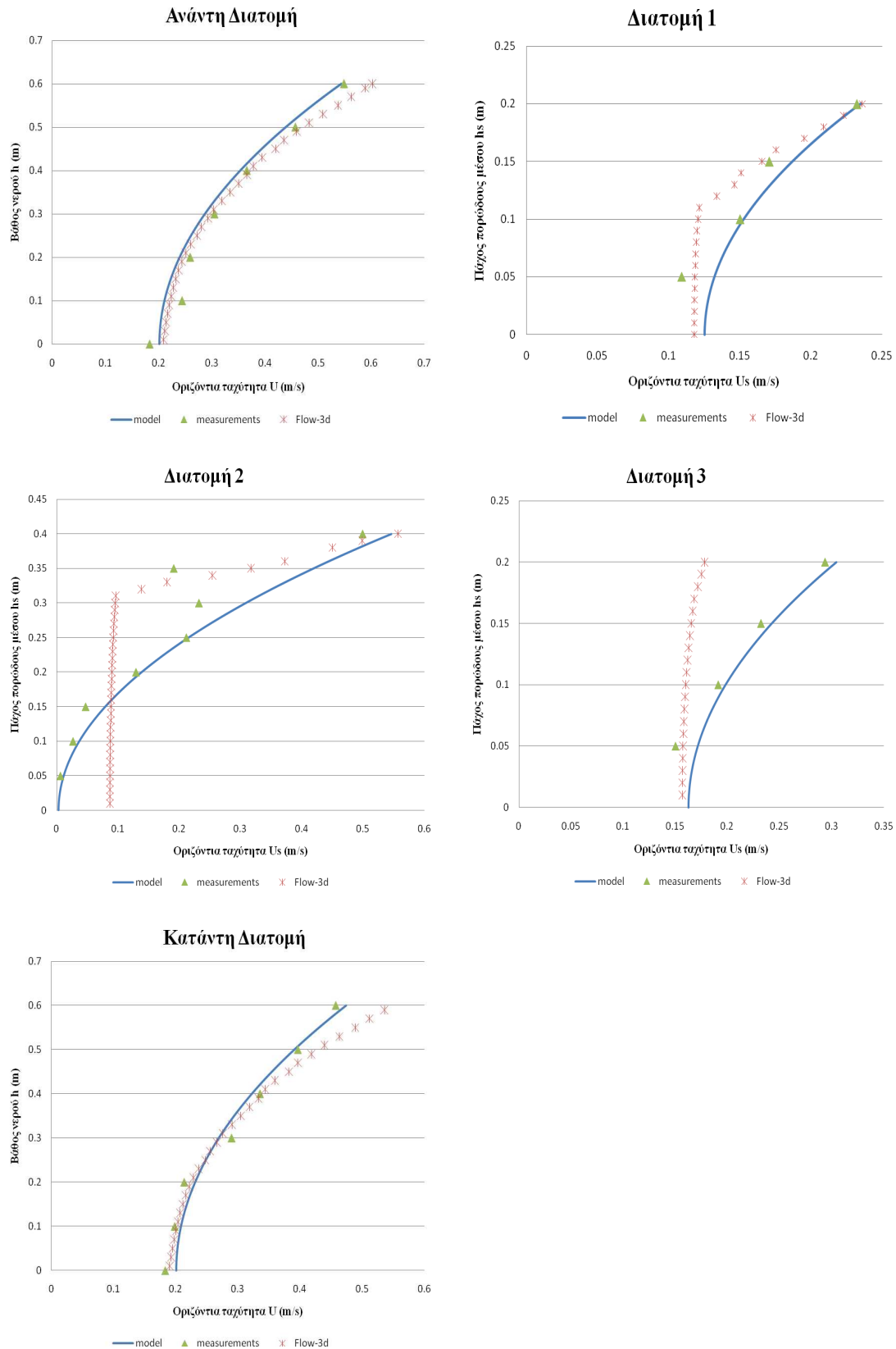


Εικόνα 7.3 Μεταβολή στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας

Αναλυτικά τα διαγράμματα με τα αποτελέσματα του παραγόμενου μοντέλου, του FLOW-3D και των πειραματικών μετρήσεων φαίνονται αναλυτικά παρακάτω (Διαγράμματα 7.7 και 7.8).



Διάγραμμα 7.8 Σύγκριση μοντέλου, FLOW-3D και πειραμάτων για το Σενάριο 3



Διάγραμμα 7.9 Σύγκριση μοντέλου, FLOW-3D και πειραμάτων για το Σενάριο 6

Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα το πρόγραμμα FLOW-3D αξιολογείται ως προς την ικανότητα του να περιγράψει με αποδεκτή ακρίβεια το πεδίο των οριζόντιων τροχιακών ταχυτήτων διαμέσου χονδρόκοκκου πορώδους μέσου. Η αξιολόγηση έγινε με την προσομοίωση του σεναρίου 3 και 6 που αναφέρονται σε βάθη νερού $h=50$ cm και $h=60$ cm αντίστοιχα.

Οι κατανομές των ταχυτήτων που προβλέπονται από το πρόγραμμα FLOW-3D για την περιοχή εκτός του πορώδους μέσου κρίνονται ιδιαίτερα ικανοποιητικές, ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης και υπάρχει πλήρης ταύτιση τόσο με το παραγόμενο μοντέλο όσο και με τις πειραματικές μετρήσεις.

Ωστόσο, στο πεδίο εντός του πορώδους μέσου (διατομές 1, 2 και 3) οι κατανομές του προγράμματος FLOW-3D απέχουν σημαντικά τόσο από τις αντίστοιχες του παραγόμενου μοντέλου όσο και από τα πειραματικά δεδομένα. Ιδιαίτερα η διατομή 2 στα σενάρια 3 και 6 απέχει χαρακτηριστικά πολύ από την μορφή της κλίσης των αποτελεσμάτων, παρουσιάζοντας μία σχεδόν κατακόρυφη κατανομή. Ωστόσο η μορφή της κλίσης της κατανομής στις διατομές 1 και 2 πλησιάζει αρκετά την μορφή της καμπύλης του παραγόμενου μοντέλου και των πειραματικών αποτελεσμάτων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι με βάση τα αποτελέσματα του προγράμματος του FLOW-3D η μέση τιμή των αποτελεσμάτων σε όλες τις περιπτώσεις είναι ιδιαίτερα κοντά με την μέση ολοκληρωμένη στο βάθος μέγιστη οριζόντια τροχιακή ταχύτητα τόσο του προτεινόμενου μοντέλου όσο και με την μέση τιμή των πειραματικών δεδομένων.

Συμπερασματικά οι κατανομές των οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων που προβλέπονται από το πρόγραμμα FLOW-3D παρουσιάζουν ιδιαίτερα ικανοποιητική προσέγγιση για την περιοχή γύρω από το πορώδες μέσο (αμέσως ανάντη και κατόντη). Ωστόσο, στις διατομές εντός της κατασκευής οι σημαντικές αποκλίσεις που παρατηρούνται στις κατανομές των ταχυτήτων, τόσο ως προς την μορφή τους όσο και προς τις ποσότητες που περιγράφονται σε αυτό, δεν το καθιστά ικανό μοντέλο πρόβλεψης εντός του πορώδους μέσου. Παρόλ' αυτά η μέση τιμή των αποτελεσμάτων είναι πολύ κοντά με την μέση τιμή των αποτελεσμάτων των πειραμάτων καθ' ύψος σε κάθε διατομή το οποίο φαίνεται αναλυτικά στο Παράρτημα

B που παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές που δίνουν το παραγόμενο μοντέλο, το πρόγραμμα FLOW-3D και οι πειραματικές μετρήσεις.

Συμπερασματικά λοιπόν, λόγω της σχετικά σύνθετης διαδικασίας κατανομής των ταχυτήτων παρατίθεται μία συνοπτική κατευθυντήρια γραμμή για την κατανομή των μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων:

Ο αλγόριθμος σε γλώσσα FORTRAN των Avgeris and Karambas (2002) έχει τροποποιηθεί εισάγοντας τις επιπλέον βοηθητικές μεταβλητές U_M και UU_M που αναφέρονται στην μέση καθ' ύψος οριζόντια ταχύτητα για όλο το ύψος της διατομής τόσο εντός όσο και εκτός του πορώδους μέσου και στον όρο $\frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2}$ αντίστοιχα. Ο όρος $\frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2}$ ουσιαστικά καθορίζει την μορφή και την κλίση της εκθετικής καμπύλης. Ο ίδιος κώδικας παρέχει και την μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα τροχιακών ταχυτήτων εντός του πορώδους μέσου U_s .

Η ζητούμενη κατανομή προκύπτει εφαρμόζοντας την παρακάτω σχέση:

$$u_s(z) = \frac{U_s}{\frac{1}{h_s} \left(\int_{-(h_s+d)}^{-d} u_M(z) dz \right)} \left\{ \begin{array}{l} U_M - \left[\frac{1}{2} h \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \\ - \left[z \frac{\partial^2 (h \cdot U_M)}{\partial x^2} - \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 U_M}{\partial x^2} \right] \end{array} \right\} \quad (7.14)$$

Όπου U_s η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια τροχιακή ταχύτητα των υγρών σωματιδίων εντός του πορώδους μέσου, U_M η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος μέγιστη τροχιακή ταχύτητα υγρών σωματιδίων που αναφέρεται τόσο εντός όσο και εκτός του ποώδους μέσου, h το συνολικό βάθος νερού από τον πυθμένα μέχρι την Σ.Η.Υ. h_s το πάχος του πορώδους μέσου και z η απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

8.1 Γενικά Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε το πεδίο των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό ύφαλής διαπερατής κατασκευής. Αναπτύσσεται λοιπόν, ένα απλό μοντέλο για την πρόβλεψη της κατακόρυφης κατανομής των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων στο εσωτερικό διαπερατής ύφαλής κατασκευής για μη θραυόμενους κυματισμούς. Το προφίλ ταχύτητας που προκύπτει βασίζεται σε ένα εκθετικό προφίλ από τη μη γραμμική θεωρία κυματισμών (Dingemans, 1997) στο οποίο στη συνέχεια εισάγεται η μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος οριζόντια ταχύτητα η οποία δίνεται από ένα τροποποιημένο μοντέλο Boussinesq λαμβάνοντας υπόψη και το πορώδες της κατασκευής (Avgeris et al., 2004). Για να επαληθευτεί το αριθμητικό μοντέλο έγιναν πειράματα στην διώρυγα δοκιμών «Δημήτρης Κοιλιάκος» του Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο και ταυτόχρονα αξιολογήθηκε η εγκυρότητα του προγράμματος FLOW-3D και συγκρίθηκε με το τροποποιημένο μοντέλο ως προς την ικανότητά του να προβλέπει την ροή εντός του πορώδους μέσου. Τα γενικότερα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι τα εξής:

- Η πρόβλεψη της κατανομής των οριζοντίων ταχυτήτων στην έξω από το σώμα του πορώδους μέσου, τόσο από το μοντέλο που παράχθηκε σε αυτήν την εργασία όσο και από το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D κρίνεται πολύ αξιόπιστη.
- Η πρόβλεψη της κατανομής εντός του πορώδους μέσου από το παρόν μοντέλο κρίνεται επίσης αρκετά ικανοποιητική δεδομένου του ιδιαίτερα σύνθετου υδροδυναμικού καθεστώτος στο εσωτερικό του.
- Οι κατανομές των προσομοιωμάτων του παρόντος μοντέλου ακολουθούν τον ίδιο ρυθμό αλλαγής της κλίσης κάτι το οποίο μας επιτρέπει να θεωρήσουμε αποδεκτά τα αποτελέσματα του ομοιώματος σε συνδυασμό φυσικά με την ικανοποιητική σύγκλιση στις περισσότερες των περιπτώσεων.
- Παρατηρούνται κάποιες αποκλίσεις των πειραματικών δεδομένων από το μοντέλο πρόβλεψης και οφείλονται στην ύπαρξη λιθοσυντρίμματος στην περιοχή της μέτρησης. Για ασφαλέστερα συμπεράσματα ενδεχομένως να πρέπει να μελετηθεί η μικροκλίμακα της κατασκευής.

- Παρατηρείται αδυναμία πρόβλεψης του προφίλ των οριζοντίων ταχυτήτων στο εσωτερικό του κυματοθραύστη από το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D και υστερεί σημαντικά μπροστά στο μοντέλο που παράχθηκε σε αυτή την εργασία.
- Η μέση τιμή των ταχυτήτων που προβλέπει το FLOW-3D καθ' ύψος του έργου βρίσκεται πολύ κοντά ως προς την μέση τιμή των πειραματικών μετρήσεων. Ωστόσο διαφέρει αρκετά η μορφή του προφίλ τόσο από τα πειράματα όσο και από το παραγόμενο μοντέλο.
- Παρατηρείται αύξηση των μέγιστων οριζοντίων τροχιακών ταχυτήτων σε κάθε σενάριο. Δηλαδή παρατηρείται αύξηση των ταχυτήτων καθώς αυξάνεται το ύψος κύματος και μειώνεται η περίοδος των κυματισμών για βάθος νερού $h=50$ cm. Ομοίως μεγαλύτερες ταχύτητες παρατηρούνται και με την αύξηση του βάθους του νερού στα $h=60$ cm. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο και αποδίδεται στο γεγονός ότι η οριζόντια τροχιακή ταχύτητα εξ' ορισμού είναι ανάλογη του ύψους κύματος (H) και αντιστρόφως ανάλογη της περιόδου (T).
- Παρατηρείται αύξηση των τροχιακών ταχυτήτων εντός του πορώδους μέσου στην διατομή 3 σε σχέση με την διατομή 2 κάτι το οποίο φαίνεται και από τα πειραματικά αποτελέσματα που το αποδεικνύουν για όλα τα σενάρια, καθώς και από το μοντέλο που παράχθηκε. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ανάπτυξη στροβίλων στο κατάντη μέρος του βυθισμένου κυματοθραύστη, με συνέπεια την επανακυκλοφορία του ρευστού εντός του πορώδους μέσου (ταχύτητες με αρνητικά πρόσημα), δηλαδή την αντιστροφή της κατεύθυνσης της ροής. Επιπλέον παρατηρείται η μικρότερη τροχιακή ταχύτητα στην διατομή 2 σε σύγκριση τόσο με τις άλλες διατομές εντός όσο και εκτός του πορώδους μέσου κάτι επίσης αναμενόμενο λόγω της μείωσης της ενέργειας του κύματος από την παρουσία του πορώδους.
- Η ροή διαμέσου ύφαλου πορώδους κυματοθραύστη δεν έχει κατανοηθεί πλήρως με αποτέλεσμα η «μοντελοποίηση» της να καθίσταται δύσκολη. Από το μοντέλο δεν είναι εφικτό να υιοθετηθούν κάποιες σταθερές τιμές των μεταβλητών στο αριθμητικό πεδίο, για τις οποίες οι εμπειρικοί συντελεστές α , β και γ της εξίσωσης Darcy-Forchheimer για μέση διάμετρο κόκκων d_{50} , να

μπορούν προσομοιωθούν σε κάθε περίπτωση κυματοθραύστη ανεξάρτητα από την διάταξή του και την μέση διάμετρο (d_{50}) των υλικών.

- Λόγω της ανάπτυξης έντονων στροβιλισμών στο κατάντη μέρους της ύφαλης κατασκευής παρατηρείται το φαινόμενο να αναπτύσσονται μεγαλύτερες τροχιακές ταχύτητες σε απόσταση από τον πυθμένα $z'=10$ cm παρότι σε απόσταση $z'=20$ cm στην κατάντη διατομή του κυματοθραύστη.
- Εξαιτίας των έντονων στροβιλισμών που δημιουργούνται στο κατάντη τμήμα του κυματοθραύστη και της συνακόλουθης αύξησης των τροχιακών ταχυτήτων, κρίνεται απαραίτητη η θωράκιση του κυματοθραύστη στην υπήνεμη πλευρά του μέχρι τον πόδα της κατασκευής προκειμένου να αποφευχθεί η διάβρωση και η υποσκαφή του.

8.2 Συμπεράσματα ως προς το Παραγόμενο Μοντέλο

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του μοντέλου και τη σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις και το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D, προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Το μοντέλο μπορεί να προσομοιώσει επιτυχώς τη διάδοση μονοχρωματικών μη θραυόμενων κυματισμών διαμέσου πορώδους μέσου.
- Το μοντέλο αυτό αν και απλό στην κατάστρωση του αποτελεί ουσιαστικά την μοναδική προσπάθεια που έχει γίνει για την πρόβλεψη του κατακόρυφου προφίλ των οριζόντιων τροχιακών ταχυτήτων εντός του πορώδους μέσου με αποδεκτή μάλιστα ακρίβεια.
- Προβλέπει ακριβώς την κατανομή των οριζοντίων μέγιστων τροχιακών ταχυτήτων στο ακριβώς ανάντη και κατάντη μέρος του κυματοθραύστη.
- Είναι ικανό να αντιλαμβάνεται την αύξηση των ταχυτήτων κατά μήκος του υφάλου και να δίνει μεγαλύτερες τιμές ταχυτήτων στο εσωτερικό της υπήνεμης πλευράς του εσωτερικού του κυματοθραύστη σε απόλυτη συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα.

- Είναι ικανό σε όλες τις περιπτώσεις να ακολουθεί τον ρυθμό αλλαγής της κλίσης της καθ' ύψος μεταβολής των ταχυτήτων όπως αυτά προκύπτουν από τα πειράματα τόσο για τις διατομές εκτός του υφάλου όσο για τις διατομές εντός αυτού.
- Έρχεται σε απόλυτη συμφωνία για την κατανομή των οριζοντίων ταχυτήτων στις διατομές που αναφέρονται εκτός του πορώδους μέσου με το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D.

8.3 Συμπεράσματα ως προς το Πρόγραμμα FLOW-3D

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του μοντέλου και τη σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις και το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Η πρόβλεψη από το πρόγραμμα FLOW-3D της κατανομής ταχυτήτων που αναπτύσσονται γύρω από μια ύφαλη διαπερατή κατασκευή κρίνεται αξιόπιστη. Η σύγκλιση στις διατομές ανάντη και κατόντη με το παρόν μοντέλο και τα πειραματικά αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική.
- Τα προσομοιώματα κατασκευών, με ιδιότητες χονδρόκοκκου πορώδους μέσου, δεν πραγματοποιούν επιτυχή απόδοση της κατακόρυφης κατανομής στο εσωτερικό της κατασκευής ιδιαίτερα στην διατομή 2 (μεσαία διατομή). Το προφίλ που δίνεται από το πρόγραμμα απέχει πολύ τόσο ως προς τον ρυθμό αλλαγής της κλίσης όσο και σε αποτελέσματα από το παραγόμενο μοντέλο και τις πειραματικές μετρήσεις.
- Η μέση τιμή των ταχυτήτων όμως που δίνονται από το υπολογιστικό πρόγραμμα FLOW-3D είναι αρκετά κοντά στην μέση, ολοκληρωμένη στο βάθος τιμή που δίνεται από το παρόν μοντέλο αλλά και από τις μέσες τιμές των μετρήσεων σε κάθε διατομή.

8.4 Προτάσεις Εξέλιξης του Ομοιώματος και Έρευνα

Τα τελευταία χρόνια τα ομοιώματα τύπου Boussinesq έχουν αποτελέσει το αντικείμενο πολλών ερευνητικών εργασιών με σκοπό τη βελτίωση της εφαρμοσιμότητάς τους. Με βάση τις εργασίες αυτές, το παρόν μοντέλο που παράχθηκε σε αυτήν την εργασία αλλά και τα αποτελέσματα των συγκρίσεων της παρούσας μελέτης, κρίνουμε ότι η διερεύνηση του υδροδυναμικού πεδίου στο εσωτερικό του πορώδους μέσου πρέπει να κινηθεί στις παρακάτω κατευθύνσεις:

- Στον υπάρχοντα κώδικα Boussinesq των Avgeris and Karambas (2002) να εισαχθεί συνάρτηση πηγής για σύνθετους κυματισμούς και αντίστοιχα πειράματα σε μονοδιάστατη δεξαμενή για ροή εντός πορώδους μέσου.
- Επέκταση του υπάρχοντος μοντέλου ώστε να περιλαμβάνει και θραυόμενους κυματισμούς πάνω από την στέψη της κατασκευής και συγκρισή του με αντίστοιχα πειράματα.
- Σύγκριση του μοντέλου αυτού με πειράματα για διάφορες διατάξεις κυματοθραύστη για μη θραυόμενους κυματισμούς και διερεύνηση των συντελεστών α , β και γ της εξίσωσης Darcy-Forchheimer για διάδοση κυματισμών εντός της διαπερατής κατασκευής.
- Εφαρμογή του υπάρχοντος μοντέλου που παράχθηκε σε αυτή την εργασία με μετρήσεις πεδίου και έλεγχος της εφαρμοσιμότητάς τους σε πραγματικό πρόβλημα.
- Περαιτέρω πειράματα σε μονοδιάστατη δεξαμενή για διάφορες διατάξεις του κυματοθραύστη, για διάφορα πορώδη και για διάφορα κυματικά σενάρια, ώστε να επαληθευτεί το υπάρχον μοντέλο.
- Εφαρμογή σε μονοδιάστατο μοντέλο ώστε να υπολογιστεί και η κατανομή των κατακόρυφων τροχιακών ταχυτήτων.
- Σε ήδη υπάρχοντα μοντέλα Boussinesq να εισαχθεί η τρίτη εξίσωση Darcy-Forchheimer και να μελετηθεί το υδροδυναμικό πεδίο στην μικροκλίμακα της κατασκευής και όχι προσεγγιστικά για ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια και ασφαλέστερα αποτελέσματα.

- Επιθυμητή θα ήταν η περαιτέρω επεξεργασία των δεδομένων των προσομοιώσεων ώστε να υπολογιστούν αναλυτικά και με ακρίβεια οι υδροδυναμικές πιέσεις στο εσωτερικό των κατασκευών. Το παρόν μοντέλο μπορεί να τροποποιηθεί περαιτέρω εισάγοντας αλληλοεξαρτώμενες σχέσεις ταχυτήτων και πιέσεων. Το πρόγραμμα FLOW-3D επίσης παρέχει αυτή την δυνατότητα.
- Αξιοποίηση της υπάρχουσας γνώσης και του παρόντος ομοιώματος για περιβαλλοντικούς λόγους. (π.χ. κατά πόσο μπορεί να αναπτυχθεί ζωή εντός του υφάλου βασιζόμενη στο υδροδυναμικό πεδίο που αναπτύσσεται εντός αυτού).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Παρακάτω δίνεται μια καταγραφή των δημοσιεύσεων, συγγραμμάτων, εργασιών και βιβλίων, στα οποία βασίστηκε η ανάπτυξη της παρούσας εργασίας, κυρίως της διεθνούς βιβλιογραφίας. Οι αναφορές ταξινομούνται αλφαβητικά.

- Abbott, M.B., Petersen, H.M., Skovgaard, O., 1978. “On the numerical modeling of short waves in shallow water”. In: *J. Hydr. Res.* 16 (3), 173-203.
- Agnon, Y., Madsen, P.A., Schäffer, H.A., 1999. “A new approach to high order Boussinesq models”. In: *J. Fluid Mech.* 399, 319.
- Armono HD. and Hall KR., (2002). “Wave Transmission on Submerged Breakwaters made of Hollow Hemispherical Shape Artificial Reefs”. *Proc Canadian Coastal Conference.*
- Avgeris, I., 2001. “Wave propagation in coastal zone”. In: *National Technical University of Athens, library.*
- Avgeris, I., Prinos, P. and Karambas, Th., 2002. “Effects of porous submerged breakwaters on wave evolution in shallow waters”, *Proc. of 5th Int. Conf. on Hydroscience and Engineering*, Poland.
- Avgeris I, Karambas T.V. and Prinos P., 2004. “Boussinesq modeling of wave interaction with porous submerged breakwaters”. *Coastal Engineering. ICCE*, Lisbon, Portugal.
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P., 2004. “Boussinesq Modeling of Wave interaction with Porous Submerged Breakwaters”, In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 604-616.
- Avgeris, I., Karambas, Th., Prinos, P., Koutitas, Ch., Belloti, G., Briganti, R., Brocchini, M., 2004. *DELOS Internal Report*, “Flow Description (WP 2.1), Final Phase-Resolving Boussinesq- Type Models (D42)” (August 2004).
- Avgeris, I., Karambas, Th.V. and Prinos, P. (2004). “Boussinesq Modeling of Wave Interaction with Porous Submerged Breakwaters”, In: *Proceedings of 29th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 604-616.
- Avgeris, I., Karambas, Th., Prinos, P., Koutitas, Ch., Belloti, G., Briganti, R., Brocchini, M., 2004. *DELOS Internal Report*, Flow Description (WP 2.1), Final Phase-Resolving Boussinesq-Type Models (D42)T (August 2004).

- Battjes Ja. and Janssen JPFM., (1978). “Energy Loss and Setup due to Breaking of Random Waves”, *Proc 16th Int Conf on Coastal Engineering*, Hamburg, Germany, pp 569-587.
- Beji S, Battjes J.A., 1994. “Numerical simulation of nonlinear wave propagation over a bar”. In: *Coastal Engineering*. 23, 1–16.
- Βερναρδάκης, Σ., 1990. “Βαθμονόμηση διώρυγας κυματισμών βαρύτητας Εργαστηρίου Λιμενικών Έργων Ε.Μ.Π.” Διπλωματική εργασία, *Εργαστήριο Λιμενικών Έργων Ε.Μ.Π.*, Αθήνα
- Bingham, H. B., Agnon, Y., 2005. “A Fourier–Boussinesq method for nonlinear water waves”. In: *European Journal of Mechanics B/Fluids* 24 pp. 255–274.
- Boussinesq, J., 1872. “Theory des ondes et des remous qui se propagent le long d’un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquid contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond”. In: *Journal de Mathematiques Pures et Appliques Serie*. 17, 55-108.
- Burcharth, H.F., Andersen, O.H. 1995. “On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations.” *Coastal Engineering*, Vol. 24, 233-257, Elsevier.
- CEM, Coastal Engineering Manual, 2008, In: <http://chl.erdc.usace.army.mil/cem> Last access: June 2010
- Chapman, B., Ilic, S., Simmonds, D., Chadwick, A., 1999. “Physical model evaluation of the hydrodynamics produced around a permeable breakwater scheme”. *Proceedings of the International Conference on Coastal Structures*, pp. 803–812.
- Chondros, M. “Διάδοση και θραύση κυματισμών στην παράκτια ζώνη”, Μεταπτυχιακή Εργασία. *Βιβλιοθήκη Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου*.
- Chappellear, J. E., 1961. “Direct Numerical Calculation of Wave Properties”. In: *Journal of Geophysical Research*, Vol 66, pp 501-508
- Christensen E.D., Walstra D-J, Emerat N., 2002. “Vertical variation of the flow across the surf zone”. *Coastal Engineering* 45, 169–198.
- Christensen, E.D., Zanuttigh, B., Zyserman, J.A., 2003. “Validation of numerical models against laboratory measurements of waves and currents

- around low crested structures”. *Proc. Coastal Structures 2003*, Portland, Oregon, USA.
- Comett, A., Mansard, E. and Funke, E (1994). “Wave Transformation and Load Reduction Using a Small Tandem Reef Breakwater-Physical Model Tests”, *Ocean Wave Measurement and Analysis*, ASCE, New York, 1994, pp.1008-1023.
 - Cox, D.T., Kobayashi, N., Okayasu, A., 1995. “Experimental and numerical modeling of surf zone hydrodynamics”. *Technical Report CACR-95-07*, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
 - Cox, D.T., Kobayashi, N., Okayasu, A., 1996. “Bottom shear stress on the surf zone”. *J. Geophys. Res.* 101 (C6), 14337– 14348.
 - Cox, D.T. and Kobayashi, N. (1997) “Kinematic Undertow Model with Logarithmic Boundary Layer,” *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, 123 (6), 354-360.
 - Cruz E.C., Isobe M., and Watanabe A., 1997. “Boussinesq equations for wave transformation on porous beds”. *Coastal Engineering*, 24, 233-257.
 - Cruz, E.C., Isobe, M. and Watanabe, A., 1992. “Nonlinear wave transformation over a submerged permeable breakwater”. In: *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.. Venice*. ASCE, pp. 1101-1114.
 - Dean, R.G., 1965. “Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waves”. In: *Journal of Geophysical Research*, Vol 70, pp 4561-4572.
 - Dean, R.G., 1968. “Relative Validity of Water Wave Theories”. In: *Proc. Civil Engr. in Ocean*, ASCE, Vol 1, pp1-30.
 - Dean, R.G., 1974. “Evaluation and Development of Water Wave Theories for Engineering Applications”. In: *Coastal Engineering Research Center, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station*, Special Report No.1.
 - Dean, R.G., Dalrymple, R.A., 1991. “Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists”. In: *World Scientific Pub. Co.*, Teaneck, NJ.
 - Deigaard, R., Fredsøe, J. and Brøker Hedegaard, I. 1986. “Suspended sediment in the surf zone”. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 112 (1), ASCE, 115-128.

- Dingemans, M.W., 1997. “Water wave propagation over uneven bottoms: 2. Non linear wave propagation”. Advanced Series on *Ocean Engineering* 13. World Scientific.
- Diskin MH., Vajda ML. and Amir I., 1970. “Pilling-up behind Low and Submerged Permeable Breakwaters”, *J. Waterways and Harbours Div*, 96 (WW2), pp 359-372.
- Drei and Lamberti, 1999. “Wave pumping effect of a submerged barrier”, *Proc., International Conference on Coastal Structures* (1999), pp. 667–674.
- Fenton, J.D., 1972. “A Ninth-Order Solution for Solitary Waves”. In: *Jour. Fluid Mech.*, Vol 53, pp 257-271.
- Fenton, J.D., 1988. “The Numerical solution of Steady Water Wave Problem”. In: *Jour. Comp. and Geo.*, Vol 14, pp 357-368.
- FLOW-3D User’s Manual, 2005. Flow Science Inc. www.flow3d.com.
- Garcia N., Lara J.L., Losada I.J., 2004. “2-D numerical analysis of near-field flow at low-crested permeable breakwaters”. *Coastal Engineering* Volume 51, Issue 10, Pages 991-1020.
- Gironella, X., Sanchez-Arcilla, A., 1999. “Hydrodynamic behavior of submerged breakwater. Some remarks based on experimental results”. *Proc., International Conference on Coastal*, pp. 891–896.
- Gobbi M.F., Kirby J.T., 1999. “Wave evolution over submerged sills: tests of a high-order Boussinesq model”. In: *Coastal Engineering* 37, 1999. 57–96.
- Hsiao, S.-C., Liu, P.L.-F., Chen, Y., 2002. “Nonlinear water waves over a permeable bed”. *Proceedings of the Royal Society of London*. Series A 458, 1291– 1322.
- Huang, M.C., 1990. “Kinematics prediction by Stokes and Fourier Wave Theories”. In: *J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Engr.* 116(1), 137-148.
- Huang C-J, Chen C-H and Chang H-H., 2011. “Propagation of water waves over permeable rippled beds”. *Ocean Engineering*, Volume 38, Issue 4, Pages 579-591.
- Ilic, S., Pan, S., Chapman, B., Chadwick, A.J., O’Connor, B.A., MacDonald, N.J., 1999. “Laboratory measurements of flow around a detached breakwater scheme”. *Proc. International Conference on Coastal Structures*, pp. 813–822.

- Johnson HK. (2006). “Wave Modelling in the Vicinity of Submerged Breakwaters”, *Coastal Engineering*, Vol 53, pp 39-48.
- Losada I.J, Lara J.L., Christensen E.D., Garcia N., 2007. “Modeling of velocity and turbulence fields around and within low-crested rubble-mound breakwaters”. *Coastal Engineering* 52, 887-913.
- Isobe, M., Shiba, K., Ctuz, E.C. and Watanabe, A., 1991. “On the nonlinear deformation of waves due to submerged permeable breakwaters (in Japanese)”. *Proc. Coastal Eng. JSCE*, 38(1): 551-555.
- Kapsalis A. and Memos C., 2008. “Hydrodynamic field inside a permeable submerged breakwater”. *4th National Conference of Management and Improvement of Coastal Zone*, Lesvos, Greece.
- Karambas, T.V., Koutitas, C., 1992. “A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations”. In: *Coastal eng.* 18, 1-19.
- Karambas, T.V., Koutitas, C., 2002. “Surf and swash zone morphology evolution induced by nonlinear waves”. In: *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering* 128, no 3, 102-113.
- Karambas, T.V., 1999. “A unified model for periodic non linear dispersive wave in intermediate and shallow water”. In: *Journal of Coastal Research*, Vol 15, No 1, pp. 128-139.
- Keller, J.B., 1948. “The Solitary Wave and Periodic Waves in Shallow Water”. In: *Commun. Appl. Math.*, Vol 1, pp 323-339
- Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (2000). “Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. I: 1D.”, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 126, No. 1, pp. 39-47.
- Kioka, W., Kai, H. and Hiraoka, S., 1994. “Nonlinear shallow water waves over a porous structure (in Japanese)”. *Proc. Coastal Eng. JSCE*, 41(1): 71 1-715.
- Kirby, J.T., 1997. “Nonlinear, dispersive long waves in water of variable depth”. In: *Gravity waves in water of finite depth*, Hunt, J.N., ed., 55-125.
- Kontaxi C. and Memos C., 2005. “Submerged breakwaters as artificial habitats”, *XXXI IAHR Congress*.

- Korteweg, D.J., De Vries, G., 1895. “On the Change of Form of Long Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Stationary Waves”. In: *Phil. Mag., 5th Series*, Vol 39, pp 422-443.
- Koutitas, C., 1994. “Εισαγωγή στην παράκτια τεχνική και τα λιμενικά έργα”. In: *Βιβλιοθήκη Α.Π.Θ.*, Θεσσαλονίκη.
- Kriezis E.E, Th.V. Karambas, P. Prinos, A. Tilegrafos, X. Gironella and C. Mösso, 1999. “Reflection and transmission for submerged and rubble-mound breakwater”. *Proceedings of the International Conference on Coastal Structures*, pp. 689–696.
- Le Méhauté, B., 1976. “Introduction to Hydrodynamics and Water Waves”. In: *Springer-Verlag*, New York.
- Lynett, P.J., Wu, T.-R. and Liu, P.L.-F., 2002. “Modeling Wave Runup with Depth-Integrated Equations”, *Coastal Engineering*, 46, pp. 89-107.
- Losada I. J., Silva R. and Losada M. A., 1996. “3-D non-breaking regular wave interaction with submerged breakwaters”, *Coastal Engineering* Volume 28, Issues 1-4, Pages 229-248.
- Loveless JH., Debski D. and Macleod AB., 1998. “Sea Level Set-up Behind Detached Breakwaters”, *Proc 26th International Conference on Coastal Engineering*, 2, pp. 1665-1678.
- Madsen P.A., Bingham, H.B., Liu, H., 2002. “A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water”. In: *J. Fluid Mech.* (2002), vol. 462, pp. 1-30.
- Madsen, P.A., Bingham, H.B., Schäffer, H.A., 2003. “Boussinesq type formulations for fully nonlinear and extremely dispersive water waves: derivation and analysis”. In: *Proc. R. Soc. Lond.*, A. 459, 1075–1104.
- Madsen, P.A, Murray, R., Sorensen, O.R., 1991. “A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics”. In: *Coastal Engineering*, 15: 371-388.
- Madsen, P.A., Schäffer, H.A., 1998. “Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis”. In: *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 356, 3123-3184.

- Madsen, P.A., Sørensen, O.R., 1992. “A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2: A slowly-varying Bathymetry”. In: *Coastal Eng.*, 18, 183-204.
- Makris, Ch. and Memos, C., 2007. “Wave Transmission over Submerged Breakwaters: Performance of Formulae and Models”, Proceedings 17th ISOPE Conference, *International Society of Offshore (Ocean) and Polar Engineering (ISOPE)*, Lisbon, Portugal, , pp. 2613-2620.
- Mei, C.C., LeMéhauté, B., 1966. “Note on the equations of long waves over an uneven bottom”. In: *J. Geophys. Res.* 71 (2), 393-400
- Mei, C.C., 1992. “The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves”. In: 2nd edn. *World Scientific*.
- Memos, C.D., 2005. “Notes on sea-hydrodynamics”. In: *NTUA, library*.
- Memos, C.D., Karambas, Th.V. and Avgeris, I. (2005). “Irregular Wave Transformation in the Nearshore Zone: Experimental Investigations and Comparison with a Higher Order Boussinesq Model”, *Ocean Engineering*, 32, pp. 1465-148.
- Munk, W.H., 1949. “The Solitary Wave Theory and Its Application to Surf Problems”. In: *Annals New York Acad. Sci.*, Vol 51, pp 376-423.
- Nwogu, O., 1993. “Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation”. In: *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, vol 119, no. 6. pp. 618-638.
- Peregrine, D.H., 1967. “Long waves on a beach”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 27, pp. 815-827.
- Rayleigh, L., 1876. On Waves. In: *Phil. Mag.*, Vol 1, pp 257-279
- Rienecker, M.M., Fenton, J.D., 1981. “A Fourier Representation Method for Steady Water Waves”. In: *Jour. Fluid Mech.*, Vol 104, pp 119-137.
- Rojanakamthom, S., Isobe, M. and Watanabe, A., 1990. “Modeling of wave transformation on submerged breakwater”. In: *Proc. 22nd Int. Conf. Coastal Eng.*, Delft, 1990. ASCB, pp. 1060-1073.
- Russell, J.S., 1844. “Report on Waves”. In: *14th Meeting Brit. Assoc. Adv. Sci.*, pp 311-390.

- Sawaragi, T. and Deguchi, I., 1992. “Waves on permeable layers”. In: *Proc. 23rd Int. Conf. Coastal Eng.*, Venice. ASCE, pp. 1531-1544.
- Schäffer, H.A., 2003. “Accurate determination of internal kinematics from numerical wave model results”. In: *Coastal Engineering* 50, pp. 199-211.
- Schäffer, H.A., 2004. “Another step towards a post-Boussinesq wave model”. In: 29th Int. Conf. on *Coastal Engineering, ASCE*.
- Schäffer, H.A., Madsen, P.A., 1995. “Further enhancements of Boussinesq-type equations”. In: *Coastal Engineering*, Vol. 26, Issues 1-2, Pages 1-14.
- Sobey, R.J., 1990. “Wave Theory Predictions of Crest Kinematics”. In: *Water Wave Kinematics*, A. Torum and O. T. Gudmestad, eds., Kluwer Acad. Pub, The Netherlands, pp 215-231.
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). “Wave Transmission through Permeable Breakwaters”, In: *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering, ASCE*, pp. 1827-1846.
- Svendsen, I.A., 1974. “Cnoidal waves over a gently sloping bottom”. In: *Tech. University Denmark, Lyngby, ISVA, Ser, Pap. 6*.
- Stokes, G.G., 1847. “On the Theory of Oscillatory Waves”. In: *Trans. Camb. Phil. Soc.*, Vol 8, pp 441-455.
- Ting F.C.K and Kirby J.T., 1994. “Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone”. *Coastal Eng.* 24 (1994), pp. 51–80.
- Yamashiro et al., 1999. “Experimental study on wave field behind a submerged breakwater”. *Proc. International Conference on Coastal Structures*, pp. 675–682.
- van Gent, M.R.A. (1995). “Wave Interaction with Permeable Coastal Structures”. PhD Thesis, *Delft University*, Delft, The Netherlands.
- van Gent, M. R. A., 1994. “The modelling of wave action on and in coastal structures”. *Coastal Engineering*, 22, 311-339.
- Vidal, C., Lomonaco, P., Migoya, L., Archetti, R., Turchetti, M., Sorci, M. and Sassi, G. (2002). “Laboratory Experiments on Flow Around and Inside LCS Structures. Description of Tests and Data Base”. *DELOS EU Project*, Internal Report, pp. 19.

- Vidal, C., Losada, M. A., Medina, R., Rubio, J., (1988). “Solitary wave transmission through porous breakwaters”. In: *Proceedings of 21st International Conference on Coastal Engineering, ASCE, New York*, 1073-1083.
- Wei, G. and Kirby, J.T. (1995). “Time-Dependent Numerical Code for Extended Boussinesq Equations”, *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T, Subramanya, R., 1995. “A fully non-linear Boussinesq model for surface waves: Part I. Highly non-linear unsteady waves”. In: *J. Fluid Mechanics*, vol. 294, pp. 71-92.
- Wei, G., Kirby, J.T. and Sinha, A. (1999). “Generation of Waves in Boussinesq Models Using a Source Function Method”, *Coastal Engineering*, 36, pp. 271-299.
- Wiegel, R.L., 1960. “A Presentation of Cnoidal Wave Theory for Practical Application”. In: *Jour. Fluid Mech.*, Vol 7, pp 273-286.
- Wiegel, R.L., 1964. “Oceanographical Engineering”. In: *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ*.
- Witting, J.M., 1984. “A unified model for the evolution of nonlinear water waves”. In: *J. Comp. Phys.*, 203-236.
- Zou, Z.L., 1999. “Higher order Boussinesq equations”. In: *Ocean Engineering*, 26, pp. 767-792.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Πίνακες Μετρήσεων

Σενάριο	1
Ύψος Κύματος H (m)	0.065
Περίοδος T (s)	2.12
Βάθος h (m)	0.5
Μήκος Κύματος L (m)	4.34336

Ανάντη διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.138861 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.136144 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.25	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.0762	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.325	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.09906	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.375	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.1143	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.45	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.13716	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.58	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.176784	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.21336	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.059485 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.06284 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.10905	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.088818 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.077448 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	6	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.00636	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	4	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	18	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.252816	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.078613 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.078243 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.129588	m/s

Κατάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.130376 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.127 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.3	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.09144	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.35	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.10668	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.3	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.09144	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.45	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.13716	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.18288	m/s

Σενάριο	2
Ύψος Κύματος H (m)	0.08
Περίοδος T (s)	1.85
Βάθος h (m)	0.5
Μήκος Κύματος L (m)	3.694074

Ανάτη Διατομή

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.198637 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.19558 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m})=$	0.4	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m})=$	0.12192	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.24384	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m})=$	0.9	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m})=$	0.27432	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.090233 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.098781 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.129588	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.14293 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.144992 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	6	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	0.00636	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m})=$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m})=$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.21174	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m})=$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m})=$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	28	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.458196	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.103343 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.114185 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.150126	m/s

Κατάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.179463 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.18923 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.4	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.12192	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.55	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.16764	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.675	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.20574	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.75	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.2286	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.85	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.25908	m/s

Σενάριο	3
Ύψος Κύματος H (m)	0.095
Περίοδος T (s)	1.58
Βάθος h (m)	0.5
Μήκος Κύματος L (m)	3.0281

Ανάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.203769 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.22098 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.45	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.13716	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.55	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.16764	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.85	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.25908	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.2	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.36576	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.117598 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.119319 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	14	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.170664	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.153685 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.157828 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	20	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	0.293892	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	29	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.478734	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.10934 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.119319 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.150126	m/s

Κατάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.213621 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.22352 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.85	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.25908	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.33528	m/s

Σενάριο	4
Ύψος Κύματος H (m)	0.095
Περίοδος T (s)	2.12
Βάθος h (m)	0.6
Μήκος Κύματος L (m)	4.680731

Ανάπτυξη Διατομή

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.169002 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.169817 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m})=$	0.35	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m})=$	0.10668	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.4	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.12192	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.45	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.13716	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.55	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.16764	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m})=$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m})=$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m})=$	0.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m})=$	0.24384	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.113457 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.119319 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	11	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	0.10905	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	14	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.170664	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.131326 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.150126 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	6	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m})=$	0.00636	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m})=$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	9	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m})=$	0.067974	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m})=$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m})=$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m})=$	0.21174	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m})=$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m})=$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m})=$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	25	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m})=$	0.396582	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.126086 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.129588 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.21174	m/s

Κατάντη διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.205721 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.215537 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.4	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.12192	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.75	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.2286	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.9	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.27432	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m}) =$	1.1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.33528	m/s

Σενάριο	5
Ύψος Κύματος H (m)	0.115
Περίοδος T (s)	1.85
Βάθος h (m)	0.6
Μήκος Κύματος L (m)	3.958706

Ανάπτυξη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.257722 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.25908 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.24384	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.85	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.25908	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.33528	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m}) =$	1.4	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.42672	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.17358 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.16553 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.21174	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.21174	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.170823 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.168097 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	6	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.00636	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	0.21174	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	17	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.232278	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	30	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.499272	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.20444 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.216875 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	17	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.232278	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	20	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.293892	m/s

Κατάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.316688 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.3048 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.1524	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.24384	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.9	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.27432	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	1.1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.33528	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.3	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.39624	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m}) =$	1.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.51816	m/s

Σενάριο	6
Ύψος Κύματος H (m)	0.12
Περίοδος T (s)	1.58
Βάθος h (m)	0.6
Μήκος Κύματος L (m)	3.215645

Ανάπτυξη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.315881 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.337457 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.24384	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.85	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.25908	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.3048	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	1.2	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.36576	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.4572	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m}) =$	1.8	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.54864	m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.1619 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.160395 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	10	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.088512	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	14	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.170664	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	17	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.232278	m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.18413 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.168097 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	6	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.00636	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	7	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.026898	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	8	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.047436	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	12	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.129588	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	16	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	0.21174	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	17	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.232278	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	30	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.499272	m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.21303 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.216875 \text{ m/s}$$

$f^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	13	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.150126	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	15	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.191202	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	17	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.232278	m/s
$f^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	20	Hz	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.293892	m/s

Κατάντη Διατομή

$$U_s^{\text{average}}_{\text{boussinesq}} = 0.291978 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}}_{\text{measurement}} = 0.296091 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.6	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.18288	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.65	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.19812	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.7	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.21336	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.95	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.28956	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	1.1	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.33528	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	1.3	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.39624	m/s
$U_s^{\text{measurement}}(0.60\text{m}) =$	1.5	ft/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.50\text{m}) =$	0.4572	m/s

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Πίνακες Συγκρίσεων Μοντέλου & FLOW-3D

Σενάριο	3
Ύψος Κόματος H(m)	0.095
Περίοδος T(sec)	1.58
Βάθος h(m)	0.5
Μήκος Κόματος L(m)	3.028

Ανάπτυξη διατομή

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.2038 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.2210 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.2329 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.00m)=	0.1245 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.00m)=	0.1372 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.00m)=	0.1468 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.1340 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.1676 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.1512 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.1626 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.1829 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.1710 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.30m)=	0.2101 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.30m)=	0.2134 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.30m)=	0.2156 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.40m)=	0.2767 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.40m)=	0.2591 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.40m)=	0.2912 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.50m)=	0.3622 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.50m)=	0.3658 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.50m)=	0.4214 m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.1303 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.1193 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.1268 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.05m)=	0.0921 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.05m)=	0.0680 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.05m)=	0.0724 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.1097 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.1091 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.0825 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.15m)=	0.1391 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.15m)=	0.1296 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.15m)=	0.1283 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.1802 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.1707 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.2242 m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.1836 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.1578 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.1278 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.05m)=	0.0066 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.05m)=	0.0269 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.05m)=	0.0525 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.0283 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.0474 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.0558 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.15m)=	0.0644 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.15m)=	0.0680 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.15m)=	0.0558 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.1150 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.0885 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.0558 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.25m)=	0.1800 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.25m)=	0.1296 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.25m)=	0.0579 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.30m)=	0.2594 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.30m)=	0.1296 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.30m)=	0.1070 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.35m)=	0.3533 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.35m)=	0.2939 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.35m)=	0.1948 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.40m)=	0.4617 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.40m)=	0.4787 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.40m)=	0.4429 m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.1181 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.1193 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.0692 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.05m)=	0.0917 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.05m)=	0.0885 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.05m)=	0.0860 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.1039 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.1091 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.0000 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.15m)=	0.1242 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.15m)=	0.1296 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.15m)=	0.0924 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.1526 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.1501 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.0985 m/s

**Κατάντη
διατομή**

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.2136 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.2235 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.2325 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.00m)=	0.1505 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.00m)=	0.1524 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.00m)=	0.1586 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.1580 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.1829 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.1683 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.1808 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.1981 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.1876 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.30m)=	0.2187 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.30m)=	0.2134 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.30m)=	0.2259 m/s

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.40m)=	0.2717 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.40m)=	0.2591 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.40m)=	0.2820 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.50m)=	0.3399 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.50m)=	0.3353 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.50m)=	0.3725 m/s

Σενάριο	6
Ύψος Κόματος H(m)	0.12
Περίοδος T(sec)	1.58
Βάθος h(m)	0.6
Μήκος Κόματος L(m)	3.216

Ανάπτυξη διατομή

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.3254 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.3375 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.3462 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.00m)=	0.2018 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.00m)=	0.1829 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.00m)=	0.2094 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.2113 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.2438 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.2221 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.2398 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.2591 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.2476 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.30m)=	0.2874 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.30m)=	0.3048 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.30m)=	0.2981 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.40m)=	0.3539 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.40m)=	0.3658 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.40m)=	0.3723 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.50m)=	0.4395 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.50m)=	0.4572 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.50m)=	0.4714 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.60m)=	0.5441 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.60m)=	0.5486 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.60m)=	0.6022 m/s

Διατομή 1

$$U_s^{\text{average}_{\text{boussinesq}}} = 0.1619 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{measurement}}} = 0.1604 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average}_{\text{Flow-3d}}} = 0.1602 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.05m)=	0.1321 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.05m)=	0.0885 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.05m)=	0.1185 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.10m)=	0.1527 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.10m)=	0.1501 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.10m)=	0.1207 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.15m)=	0.1869 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.15m)=	0.1707 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.15m)=	0.1655 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.20m)=	0.2349 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.20m)=	0.2323 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.20m)=	0.2360 m/s

Διατομή 2

$$U_s^{\text{average boussinesq}} = 0.1841 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average measurement}} = 0.1681 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average Flow-3d}} = 0.1770 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}(0.05\text{m}) =$	0.0114 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.0064 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.05\text{m}) =$	0.0872 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.10\text{m}) =$	0.0369 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.0269 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.10\text{m}) =$	0.0878 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.15\text{m}) =$	0.0793 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.0474 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.15\text{m}) =$	0.0887 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.20\text{m}) =$	0.1387 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.1296 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.20\text{m}) =$	0.0902 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.25\text{m}) =$	0.2150 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.25\text{m}) =$	0.2117 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.25\text{m}) =$	0.0924 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.30\text{m}) =$	0.3083 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.2323 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.30\text{m}) =$	0.0956 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.35\text{m}) =$	0.4186 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.35\text{m}) =$	0.1912 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.35\text{m}) =$	0.3171 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.40\text{m}) =$	0.5458 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.40\text{m}) =$	0.4993 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.40\text{m}) =$	0.5568 m/s

Διατομή 3

$$U_s^{\text{average boussinesq}} = 0.2130 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average measurement}} = 0.2169 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average Flow-3d}} = 0.1652 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}(0.05\text{m}) =$	0.1740 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.05\text{m}) =$	0.1501 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.05\text{m}) =$	0.1574 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.10\text{m}) =$	0.2009 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.1912 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.10\text{m}) =$	0.1601 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.15\text{m}) =$	0.2458 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.15\text{m}) =$	0.2323 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.15\text{m}) =$	0.1652 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.20\text{m}) =$	0.3087 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.2939 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.20\text{m}) =$	0.1781 m/s

**Κατάνη
διατομή**

$$U_s^{\text{average boussinesq}} = 0.2996 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average measurement}} = 0.2961 \text{ m/s} \quad U_s^{\text{average Flow-3d}} = 0.3147 \text{ m/s}$$

$U_s^{\text{boussinesq}}(0.00\text{m}) =$	0.2010 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.00\text{m}) =$	0.1829 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.00\text{m}) =$	0.1904 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.10\text{m}) =$	0.2086 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.10\text{m}) =$	0.1981 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.10\text{m}) =$	0.2019 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.20\text{m}) =$	0.2313 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.20\text{m}) =$	0.2134 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.20\text{m}) =$	0.2251 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}(0.30\text{m}) =$	0.2692 m/s	$U_s^{\text{measurement}}(0.30\text{m}) =$	0.2896 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}(0.30\text{m}) =$	0.2710 m/s

$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.40m)=	0.3223 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.40m)=	0.3353 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.40m)=	0.3384 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.50m)=	0.3905 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.50m)=	0.3962 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.50m)=	0.4286 m/s
$U_s^{\text{boussinesq}}$ (0.60m)=	0.4739 m/s	$U_s^{\text{measurement}}$ (0.60m)=	0.4572 m/s	$U_s^{\text{Flow-3d}}$ (0.60m)=	0.5475 m/s

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Κώδικας Προγράμματος FORTRAN


```

!
*****
*****

!  1D_BOUSSINESQ MODELING OF WAVE INTERACTION WITH A
POROUS SUBMERGED STRUCTURE

!  Code written by Giannis AVGERIS & Theofanis KARAMBAS, AUTH

!  December, 2002

!
*****
*****

      IMPLICIT REAL*8 (a-h,o-z)

      IMPLICIT INTEGER*4 (i-n)

      PARAMETER (iim=4550)

      PARAMETER (iit=50000)

      DIMENSION H(iim),d(iim),Z(iim),U(iim),dn(iim)

      DIMENSION
ZB(iim),UNP(iim),UN(iim),ZN(iim),DK(iim),ZNP(IIM),UB(IIM),ZZ(IIM),UU(IIM),
dks(iim),usnp(iim),
He(iim),itb(iim),zt(iim),us1(iim),x1(iim),x2(iim),x3(iim),UUSB(iim),UM(iim),UUM(
iim)

      DIMENSION hpr(iim),usb(iim),usn(iim),us(iim),uso(iim),ctb(iim),uuu(iim)

      DIMENSION A(iim),B(iim),C(iim),G(iim),H11(iim),DD(iim)

      DIMENSION DDPT(IIM),zs(iim)

      DIMENSION sf(iit)

!  *****

!  Data definitions

!  *****

```

```

! HO is the wave height (m), PER is the period (sec)
! entm is total computational time (sec)
! DT is the time step (m), DX is the spatial step (m)
! IM is the total lenth/dx, d0 is the initial depth (m)
! IMS1 is the constant depth length/dx
! IMS2 & IMS3 are the limits of structure's slopes
! isbr1 & isbr2 are the limits of structure's crest
! slope1=bottom slope, slop2=structure's slope

```

```
DATA H0,PER/0.12,1.58/
```

```
DATA DT,DX,entm/.0025,.05,60./
```

```
DATA IM,IMS2/600,335/
```

```
DATA IMS3/387/
```

```
DATA d0,slop2/0.6,2/
```

```
DATA isbr1,isbr2/351,371/
```

```
! DATA nm/24000/
```

```
DATA ga,pi/9.81,3.141592654/
```

```
nm=INT(entm/dt) !+1
```

```
WRITE(*,*) nm
```

```
! *****
```

```
! Porous medium parameters
```

```
! *****
```

```
DATA por,cm/0.52,0./
```



```

DATA agamma/0.34/
DATA diam/0.0710/
DATA ani,ao,bo/0.000001,1000,1.1/
DATA cf/0.55/

aka=diam**2*por**3/(ao*(1-por)**2)
!   cf=bo*(1-por)*sqrt(aka)/(por*diam)
adr1=ani/aka
!   adr2=bo*(1-por)/(por**3*diam)
adr2=cf/SQRT(aka)
!   cr=por+(1-por)*(1+cm)
cr=(1+agamma*(1-por)/por)/por
WRITE(*,*) adr1,adr2,aka

!   por=.0

!   *****

!   Breaking parameters
!   *****

et1=0.35
et2=0.15
coeft=5.0
cbrk=1.2
ddx=dx*0.001

DO i=1,im
itb(i)=FLOAT(nm)
ctb(i)=et1

```

```
END DO
```

```
OPEN (unit=30,file='us1.dat')
```

```
    OPEN (unit=31,file='u1.dat')
```

```
    OPEN (unit=32,file='um1.dat')
```

```
    OPEN (unit=33,file='uum1.dat')
```

```
OPEN (unit=40,file='us2.dat')
```

```
    OPEN (unit=41,file='u2.dat')
```

```
    OPEN (unit=42,file='um2.dat')
```

```
    OPEN (unit=43,file='uum2.dat')
```

```
OPEN (unit=65,file='us3.dat')
```

```
    OPEN (unit=67,file='u3.dat')
```

```
    OPEN (unit=70,file='um3.dat')
```

```
    OPEN (unit=71,file='uum3.dat')
```

```
    OPEN (unit=72,file='uuA.dat')
```

```
    OPEN (unit=73,file='uuB.dat')
```

```
    OPEN (unit=74,file='uA.dat')
```

```
    OPEN (unit=75,file='uB.dat')
```

```
OPEN (unit=45,file='213-el.dat')
```

```
OPEN (unit=95,file='depth.dat')
```

```
!
```

```
*****  
*****
```

```
! Source Function computation for regular waves (Wei & Kirby, 1999, Memos et  
al., 2005)
```

```

!
*****
*****

      pi2=2.*pi

      aleno=ga*per**2/pi2

      alen=aleno

81    alenp=alen

      akap=pi2/alenp

      akd=akap*d0

      alen=aleno*TANH(akd)

      dl=ABS(alen-alenp)

      IF (DL .GT. 0.0001) GOTO 81

      WRITE(*,*) alen

          WRITE(*,*) aleno

      ak=pi2/alen

      delta=0.3

      ist=200

      bta=80./(delta**2*alen**2)

      AB=1./15.

!    zah=-0.53

!    a0=zah*(0.5*zah+1)

!    a1=a0+1./3.

      amp=h0/2.

      w=pi2/per

      AI1=SQRT(pi/bta)*EXP(-ak**2/(4*bta))

!    adk=2*amp*(w**2-a1*ga*ak**4*d0**3)/(w*AI1*ak*(1-a0*(ak*d0)**2))

```

```
adk=2*amp*(1+AB*(ak*d0)**2)*(W**2+AB*ga*ak**4*d0**3)/(W*AI1*ak*(1+(A  
B+1./3.)*(ak*d0)**2))
```

```
abt=dt
```

```
DO ni=1, nm
```

```
sf(ni)=adk*SIN(w*abt)
```

```
abt=abt+dt
```

```
END DO
```

```
! *****
```

```
! Depth computation
```

```
! *****
```

```
DO i=1,im
```

```
d(i)=d0
```

```
hpr(i)=.0
```

```
END DO
```

```
DO i=ims2+1,isbr1
```

```
d(i)=d(i-1)-dx/slop2
```

```
END DO
```

```
DO i=isbr1+1,isbr2
```

```
d(i)= d(i-1)
```

```
END DO
```

```
DO i=isbr2+1,ims3
```

```
d(i)=d(i-1)+dx/slop2
```

```
END DO

DO i=ims3+1,im
  d(i)=d(i-1)
END DO

DO i=1,im
  dn(i)=d(i)
!  write(*,*) dn(i)
END DO

! *****
!  Depth smoothing in the area of the structure (steep slopes)
!  *****

sm1=0.8
sm2=(1.-sm1)/2.

DO i=ims2, ims3
  d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
END DO

DO i=ims2,ims3
  d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
END DO

DO i=ims2,ims3
  d(i)=sm1*d(i)+sm2*d(i-1)+sm2*d(i+1)
```

```
END DO

DO i=ims2,ims3
  hpr(i)=d0-d(i)
END DO

DO i=1,im
  WRITE(95,49) i*dx, d0-dn(i), d(i), hpr(i)
END DO
49  FORMAT(4F7.4)
  CLOSE(95)

! *****
!  Boussinesq equations coefficients - Madsen & Sorensen (1992)
!  *****

alfa=-1./3.

bita=0.

gamma=1./15.

DO I=1,IM
  ZS(I)=0.
  UU(I)=0
  ZZ(I)=0.
  DDPT(I)=0.
END DO
```

```
ian=0
100 ian=ian+1

ITER=0
ITER1=0
T=ian*DT

ZNP(1)=0.
UNP(1)=0.
ZN(1)=ZNP(1)
ZN(IM)=ZNP(IM)
UN(1)=UNP(1)
UN(IM)=UNP(IM)

! *****
! FIRST APPROXIMATION
! *****

DO I=2,IM-1

IF (I.EQ.2) THEN
  Uxxx=(-3*UB(5)+14.*UB(4)-24.*UB(3)+18.*UB(2)-5*UB(1))/2./DX**3
  GOTO 167
ELSE
```

END IF

IF (I.EQ.(IM-1)) THEN

$$U_{xxx}=(5.*UB(IM)-18.*UB(IM-1)+24.*UB(IM-2)-14.*UB(IM-3)+3.*UB(IM-4))/2./DX**3$$

GOTO 167

ELSE

END IF

$$Ub_{xxx}=(UB(I+2)-2.*UB(I+1)+2.*UB(I-1)-UB(I-2))/2./DX**3$$

$$U1_{xxx}=(U(I+2)-2.*U(I+1)+2.*U(I-1)-U(I-2))/2./DX**3$$

$$Uu_{xxx}=(UU(I+2)-2.*UU(I+1)+2.*UU(I-1)-UU(I-2))/2./DX**3$$

$$U_{xxx}=(23*Ub_{xxx}-16*U1_{xxx}+5*Uu_{xxx})/12.$$

167 CONTINUE

IF (I.GE.3.AND. I.LE.IM-2) THEN

$$UNX=(-UN(I+2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/12./DX$$

$$UBX=(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/12./DX$$

$$UX=(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/12./DX$$

$$UUX=(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/12./DX$$

$$ZNX=(-ZN(I+2)+8*ZN(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))/12./DX$$

$$ZBX=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))/12./DX$$

$$ZX=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))/12./DX$$

$$ZZX=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))/12./DX$$

$$DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/12./DX$$

$$UU0=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$$

$$ZZ0=(23*ZB(I)-16*Z(I)+5*ZZ(I))/12.$$

$$UU1X=(23*UBX-16*UX+5*UUX)/12.$$

$$ZZ1X=(23*ZBX-16*ZX+5*ZZX)/12.$$

$$ANLU=-DT*(DEX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

ELSE

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)$$

$$UX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$$

$$UUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZBX=(ZB(I+1)-ZB(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZX=(Z(I+1)-Z(I-1))/(2.*DX)$$

$$ZZX=(ZZ(I+1)-ZZ(I-1))/(2.*DX)$$

$$DDX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$$

$$UU0=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$$

$$ZZ0=(23*ZB(I)-16*Z(I)+5*ZZ(I))/12.$$

$$UU1X=(23*UBX-16*UX+5*UUX)/12.$$

$$ZZ1X=(23*ZBX-16*ZX+5*ZZX)/12.$$

```
ANLU=-DT*(DDX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)
```

```
END IF
```

```
!
```

```
*****
```

```
***
```

```
! Porous flow equation - Non-linear long wave equation for porous media
```

```
!
```

```
*****
```

```
***
```

```
us1(i)=(23*usb(i)-16*us(i)+5*uso(i))/12.
```

```
usbx=(-usb(i+2)+8*usb(i+1)-8*usb(i-1)+usb(i-2))/(12.*DX)
```

```
usx=(-us(i+2)+8*us(i+1)-8*us(i-1)+us(i-2))/(12.*DX)
```

```
usox=(-uso(i+2)+8*uso(i+1)-8*uso(i-1)+uso(i-2))/(12.*DX)
```

```
hprx=(-hpr(i+2)+8*hpr(i+1)-8*hpr(i-1)+hpr(i-2))/(12.*DX)
```

```
alph=adr1*por+adr2*por**2*ABS(us1(i))
```

```
us1x=(23*usbx-16*usx+5*usox)/12.
```

```
IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN
```

```
usn(i)=usb(i)-dt/cr*us1(i)*us1x-dt/cr*(ga*ZZ1X+alph*us1(i))
```

```
ELSE
```

```
usn(i)=0
```

```
END IF
```

```
husx=hprx*us1(i)+hpr(i)*us1x
```

```
chi=i*dx
```

```
chis=ist*dx
fsource=EXP(-bta*(chi-chis)**2)
zin=sf(ian)*fsource

AET=ANLU+dt*zin-dt*por*husx

ZN(I)=ZB(I)+AET

END DO

DO I=2,IM-1
H(I)=D(I)+ZNP(I)
HH=H(I)

CTM=(alfa-gamma)*D(I)**2
DD3X=CTM/dx**2.
A(I)=DD3X
B(I)=1.-2.*DD3X
C(I)=DD3X

IF (I.EQ.2) THEN
Zxxx=(-3*ZB(5)+14.*ZB(4)-24.*ZB(3)+18.*ZB(2)-5*ZB(1))/2./DX**3
GOTO 266
ELSE
END IF
```

```
IF (I.EQ.(IM-1)) THEN
```

```
  Zxxx=(5.*ZB(IM)-18.*ZB(IM-1)+24.*ZB(IM-2)-14.*ZB(IM-3)+3.*ZB(IM-4))/2./DX**3
```

```
  GOTO 266
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
Zbxxx=(ZB(I+2)-2.*ZB(I+1)+2.*ZB(I-1)-ZB(I-2))/2./DX**3
```

```
Z1xxx=(Z(I+2)-2.*Z(I+1)+2.*Z(I-1)-Z(I-2))/2./DX**3
```

```
Zzxxx=(ZZ(I+2)-2.*ZZ(I+1)+2.*ZZ(I-1)-ZZ(I-2))/2./DX**3
```

```
Zxxx=(23*Zbxxx-16*Z1xxx+5.*Zzxxx)/12.
```

```
266 CONTINUE
```

```
IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN
```

```
  UBXP=UB(I)*(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))
```

```
  UXP=U(I)*(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))
```

```
  UUXP=UU(I)*(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))
```

```
  UUX=(DT/(12*DX))*(23*UBXP-16*UXP+5*UUXP)/12.
```

```
  ZBXP=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))
```

```
  ZXP=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))
```

```

ZZXP=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))
VAR2=ga*DT/(12*DX)*ZBXP
VAR3=ga*DT/(12*DX)*ZXP
VAR4=ga*DT/(12*DX)*ZZXP
VAR=(23*VAR2-16*VAR3+5*VAR4)/12.
ELSE
UBXP=UB(I)*(UB(I+1)-UB(I-1))
UXP=U(I)*(U(I+1)-U(I-1))
UUXP=UU(I)*(UU(I+1)-UU(I-1))
UUX=(DT/(2*DX))*(23*UBXP-16*UXP+5*UUXP)/12.
ZBXP=ZB(I+1)-ZB(I-1)
ZXP=Z(I+1)-Z(I-1)
ZZXP=ZZ(I+1)-ZZ(I-1)
VAR2=ga*DT/(2*DX)*ZBXP
VAR3=ga*DT/(2*DX)*ZXP
VAR4=ga*DT/(2*DX)*ZZXP
VAR=(23*VAR2-16*VAR3+5*VAR4)/12.
END IF

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN
UBX=(-UB(I-2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/(12.*DX)
UPX=(-U(I-2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/(12.*DX)
UUUX=(-UU(I-2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/(12.*DX)
DNX=(-DK(I+2)+8*DK(I+1)-8*DK(I-1)+DK(I-2))/(12.*DX)
DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/(12.*DX)
ELSE
UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)

```

$$UPX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$$

$$UUUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$$

$$DNX=(DK(I+1)-DK(I-1))/(2.*DX)$$

$$DEX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$$

END IF

$$UX=(23*UBX-16*UPX+5*UUUX)/12.$$

$$U1=(23*UB(I)-16*U(I)+5*UU(I))/12.$$

$$HX=(23*ZBXP-16*ZXP+5*ZZXP)/12.$$

$$DKX=DNX*HX*U1/HH+2*DK(I)*HX*UX/HH+DNX*UX$$

$$DUX=DT*(U(I+1)-2*U(I)+U(I-1))/(DX**2)$$

$$DUBX=DT*(UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1))/(DX**2)$$

$$DUUX=DT*(UU(I+1)-2*UU(I)+UU(I-1))/(DX**2)$$

$$DISP1=DK(I)*(23*DUBX-16*DUX+5*DUUX)/12.$$

$$DISP2=DT*DKX$$

$$DISPX=DISP1+DISP2$$

! DISPX=0.

$$ZKBX=(ZB(I+1)-2*ZB(I)+ZB(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPX=(Z(I+1)-2*Z(I)+Z(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPXX=(ZZ(I+1)-2*ZZ(I)+ZZ(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKXX=(23*ZKBX-16*ZKPX+5*ZKPXX)/12.$$

$$DPO=UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1)$$

$$UXXT=CTM*DPO/(DX*DX)$$

$$Z3x=DT*gamma*ga*D(I)**2*(Zxxx)$$

$$UXT=(UBX-UPX)$$

$$SLP=DEX*D(I)*UXT+2*gamma*D(I)*DEX*UXT$$

$$FTR=DT*2*gamma*ga*D(I)*DEX*ZKXX$$

$$USBX=(-USB(I+2)+8*USB(I+1)-8*USB(I-1)+USB(I-2))/(12.*DX)$$

$$USPX=(-US(I+2)+8*US(I+1)-8*US(I-1)+US(I-2))/(12.*DX)$$

$$USXT=USBX-USPX$$

$$HPRX=(-HPR(I+2)+8*HPR(I+1)-8*HPR(I-1)+HPR(I-2))/(12.*DX)$$

$$HPRXX=(HPR(I+1)-2*HPR(I)+HPR(I-1))/(DX**2)$$

$$USBXX=(USB(I+1)-2*USB(I)+USB(I-1))/(DX**2)$$

$$USPXX=(US(I+1)-2*US(I)+US(I-1))/(DX**2)$$

$$USXXT=USBXX-USPXX$$

IF (I .GT. IMS2 .AND. I .LT. IMS3) THEN

$$port1=por*D(I)*hprx*USXT$$

$$port2=0.5*por*D(I)*hpr(i)*USXXT$$

ELSE

$$port1=0.$$

$$port2=0.$$

END IF

```
DD(I)=UB(I)-UUX-VAR+UXXT+DISPX+Z3x+SLP+FTR+port1+port2
```

```
END DO
```

```
B(1)=1.
```

```
C(1)=0.
```

```
DD(1)=UN(1)
```

```
A(IM)=0.
```

```
B(IM)=1.0
```

```
DD(IM)=0.
```

```
G(1)=C(1)/B(1)
```

```
DO I=2,IM-1
```

```
  G(I)=C(I)/(B(I)-A(I)*G(I-1))
```

```
END DO
```

```
H11(1)=DD(1)/B(1)
```

```
DO I=2,im
```

```
  H11(I)=(DD(I)-A(I)*H11(I-1))/(B(I)-A(I)*G(I-1))
```

```
END DO
```

```
UN(IM)=H11(IM)
```

```
DO I=IM-1,1,-1
```



```
UN(I)=H11(I)-G(I)*UN(I+1)

END DO

! *****
! FINAL APPROXIMATION
! *****

430 CONTINUE

DO I=2,IM-1

H(I)=D(I)+ZB(I)

HH=H(I)

IF (I.EQ.2) THEN

Uxxx=(-3*UB(5)+14.*UB(4)-24.*UB(3)+18.*UB(2)-5*UB(1))/2./DX**3

GOTO 466

ELSE

END IF

IF (I.EQ.(IM-1)) THEN

Uxxx=(5.*UB(im)-18.*UB(im-1)+24.*UB(im-2)-14.*UB(im-3)+3.*UB(im-
4))/2./DX**3

GOTO 466

ELSE

END IF
```

$$Ub_{xxx}=(UB(I+2)-2.*UB(I+1)+2.*UB(I-1)-UB(I-2))/2./DX**3$$

$$Un_{xxx}=(UN(I+2)-2.*UN(I+1)+2.*UN(I-1)-UN(I-2))/2./DX**3$$

$$U1_{xxx}=(U(I+2)-2.*U(I+1)+2.*U(I-1)-U(I-2))/2./DX**3$$

$$Uu_{xxx}=(UU(I+2)-2.*UU(I+1)+2.*UU(I-1)-UU(I-2))/2./DX**3$$

$$U_{xxx}=(19*Ub_{xxx}+9*Un_{xxx}-5*U1_{xxx}+Uu_{xxx})/24.$$

466 CONTINUE

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN

$$UNX=(-UN(I+2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/12./DX$$

$$UBX=(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/12./DX$$

$$UX=(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/12./DX$$

$$UUX=(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/12./DX$$

$$ZNX=(-ZN(I+2)+8*ZN(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))/12./DX$$

$$ZBX=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))/12./DX$$

$$ZX=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))/12./DX$$

$$ZZX=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))/12./DX$$

$$DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/12./DX$$

$$UU0=(19*UB(I)+9*UNP(I)-5*U(I)+UU(I))/24.$$

$$ZZ0=(19*ZB(I)+9*ZNP(I)-5*Z(I)+ZZ(I))/24.$$

$$UU1X=(19*UBX+9*UNX-5*UX+UUX)/24.$$

$$ZZ1X=(19*ZBX+9*ZNX-5*ZX+ZZX)/24.$$

$$ANLU=-DT*(DEX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

ELSE

$$UNX=(UN(I+1)-UNP(I-1))/2./DX$$

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/2./DX$$

$$UX=(U(I+1)-U(I-1))/2./DX$$

$$UUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/2./DX$$

$$ZNX=(ZN(I+1)-ZNP(I-1))/2./DX$$

$$ZBX=(ZB(I+1)-ZB(I-1))/2./DX$$

$$ZX=(Z(I+1)-Z(I-1))/2./DX$$

$$ZZX=(ZZ(I+1)-ZZ(I-1))/2./DX$$

$$DDX=(D(I+1)-D(I-1))/2./DX$$

$$UU0=(19*UB(I)+9*UNP(I)-5*U(I)+UU(I))/24.$$

$$ZZ0=(19*ZB(I)+9*ZNP(I)-5*Z(I)+ZZ(I))/24.$$

$$UU1X=(19*UBX+9*UNX-5*UX+UUX)/24.$$

$$ZZ1X=(19*ZBX+9*ZNX-5*ZX+ZZX)/24.$$

$$ANLU=-DT*(DDX*UU0+D(I)*UU1X+ZZ1X*UU0+UU1X*ZZ0)$$

END IF

```

!
*****
***

! Porous flow equation - Non-linear long wave equation for porous media

!
*****
***

```

```

us1(i)=(19*usb(i)+9*usn(i)-5*us(i)+uso(i))/24.

usnx=(-usn(i+2)+8*usn(i+1)-8*usnp(i-1)+usnp(i-2))/(12.*DX)

usbx=(-usb(i+2)+8*usb(i+1)-8*usb(i-1)+usb(i-2))/(12.*DX)

usx=(-us(i+2)+8*us(i+1)-8*us(i-1)+us(i-2))/(12.*DX)

usox=(-uso(i+2)+8*uso(i+1)-8*uso(i-1)+uso(i-2))/(12.*DX)

hprx=(-hpr(i+2)+8*hpr(i+1)-8*hpr(i-1)+hpr(i-2))/(12.*DX)

alph=adr1*por+adr2*por**2*ABS(us1(i))

us1x=(19*usbx+9*usnx-5*usx+usox)/24.

IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN

usnp(i)=usb(i)-dt/cr*us1(i)*us1x-dt/cr*(ga*ZZ1X+alph*us1(i))

ELSE

usnp(i)=0

END IF

husx=hprx*us1(i)+hpr(i)*us1x

chi=i*dx

chis=ist*dx

fsource=EXP(-bta*(chi-chis)**2)

```

```
zin=sf(ian)*fsource
```

```
AET=ANLU+dt*zin-dt*por*husx
```

```
ZNP(I)=ZB(I)+AET
```

```
END DO
```

```
DO I=2,IM-1
```

```
H(I)=D(I)+ZNP(I)
```

```
HH=H(I)
```

```
IF (I.EQ.2) THEN
```

```
Zxxx=(-3.*ZB(5)+14.*ZB(4)-24.*ZB(3)+18.*ZB(2)-5.*ZB(1))/2./DX**3
```

```
GOTO 766
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
IF (I.EQ.(IM-1)) THEN
```

```
Zxxx=(5.*ZB(im)-18.*ZB(im-1)+24.*ZB(im-2)-14.*ZB(im-3)+3.*ZB(im-4))/2./DX**3
```

```
GOTO 766
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
Zbxxx=(ZB(I+2)-2.*ZB(I+1)+2.*ZB(I-1)-ZB(I-2))/2./DX**3
```

$$Znxxx=(ZN(I+2)-2.*ZN(I+1)+2.*ZN(I-1)-ZN(I-2))/2./DX**3$$

$$Z1xxx=(Z(I+2)-2.*Z(I+1)+2.*Z(I-1)-Z(I-2))/2./DX**3$$

$$Zzxxx=(ZZ(I+2)-2.*ZZ(I+1)+2.*ZZ(I-1)-ZZ(I-2))/2./DX**3$$

$$Zxxx=(19*Zbxxx+9*ZNxxx-5*Z1xxx+Zzxxx)/24.$$

766 CONTINUE

$$CTM=(alfa-gamma)*D(I)**2$$

$$ORMX=1.-2*CTM/(DX**2)$$

IF (i.ge.3.and.i.le.im-2) THEN

$$UNXP=UNP(I)*(-UN(I+2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))$$

$$UBXP=UB(I)*(-UB(I+2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))$$

$$UXP=U(I)*(-U(I+2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))$$

$$UUXP=UU(I)*(-UU(I+2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))$$

$$UUX=(DT/(12*DX))*(9*UNXP+19*UBXP-5*UXP+UUXP)/24.$$

$$ZBXP=(-ZB(I+2)+8*ZB(I+1)-8*ZB(I-1)+ZB(I-2))$$

$$ZXP=(-Z(I+2)+8*Z(I+1)-8*Z(I-1)+Z(I-2))$$

$$ZZXP=(-ZZ(I+2)+8*ZZ(I+1)-8*ZZ(I-1)+ZZ(I-2))$$

$$ZNXp=(-ZNP(I+2)+8*ZNP(I+1)-8*ZNP(I-1)+ZNP(I-2))$$

$$VAR2=ga*DT/(12*DX)*ZBXP$$

$$VAR3=ga*DT/(12*DX)*ZXP$$

$$VAR4=ga*DT/(12*DX)*ZZXP$$

```

VAR1=ga*DT/(12*DX)*ZNXP
VAR=(9*VAR1+19*VAR2-5*VAR3+VAR4)/24.
ELSE
UNXP=UN(I)*(UN(I+1)-UNP(I-1))
UBXP=UB(I)*(UB(I+1)-UB(I-1))
UXP=U(I)*(U(I+1)-U(I-1))
UUXP=UU(I)*(UU(I+1)-UU(I-1))
UUX=(DT/(2*DX))*(9*UNXP+19*UBXP-5*UXP+UUXP)/24.
ZBXP=ZB(I+1)-ZB(I-1)
ZXP=Z(I+1)-Z(I-1)
ZZXP=ZZ(I+1)-ZZ(I-1)
ZNXP=ZN(I+1)-ZNP(I-1)
VAR2=ga*DT/(2*DX)*ZBXP
VAR3=ga*DT/(2*DX)*ZXP
VAR4=ga*DT/(2*DX)*ZZXP
VAR1=ga*DT/(2*DX)*ZNXP
VAR=(9*VAR1+19*VAR2-5*VAR3+VAR4)/24.
END IF

IF (I.GE.3.AND.I.LE.IM-2) THEN
UNX=(-UN(I-2)+8*UN(I+1)-8*UNP(I-1)+UNP(I-2))/(12.*DX)
UBX=(-UB(I-2)+8*UB(I+1)-8*UB(I-1)+UB(I-2))/(12.*DX)
UPX=(-U(I-2)+8*U(I+1)-8*U(I-1)+U(I-2))/(12.*DX)
UUUX=(-UU(I-2)+8*UU(I+1)-8*UU(I-1)+UU(I-2))/(12.*DX)
DNX=(-DK(I+2)+8*DK(I+1)-8*DK(I-1)+DK(I-2))/(12.*DX)
DEX=(-D(I+2)+8*D(I+1)-8*D(I-1)+D(I-2))/(12.*DX)

```

ELSE

$$UNX=(UN(I+1)-UNP(I-1))/(2.*DX)$$

$$UBX=(UB(I+1)-UB(I-1))/(2.*DX)$$

$$UPX=(U(I+1)-U(I-1))/(2.*DX)$$

$$UUUX=(UU(I+1)-UU(I-1))/(2.*DX)$$

$$DNX=(DK(I+1)-DK(I-1))/(2.*DX)$$

$$DEX=(D(I+1)-D(I-1))/(2.*DX)$$

END IF

$$U1=(9*UN(I)+19*UB(I)-5*U(I)+UU(I))/24.$$

$$UX=(9*UNX+19*UBX-5*UPX+UUUX)/24.$$

$$HX=(9*ZNX+19*ZBX-5*ZXP+ZZXP)/24.$$

$$DKX=DNX*HX*U1/HH+2*DK(I)*HX*UX/HH+DNX*UX$$

$$DUNX=DT*(UN(I+1)-2*UN(I)+UNP(I-1))/(DX**2)$$

$$DUX=DT*(U(I+1)-2*U(I)+U(I-1))/(DX**2)$$

$$DUBX=DT*(UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1))/(DX**2)$$

$$DUUX=DT*(UU(I+1)-2*UU(I)+UU(I-1))/(DX**2)$$

$$DISP1=DK(I)*(9*DUNX+19*DUBX-5*DUX+DUUX)/24.$$

$$DISP2=DT*DKX$$

$$DISPX=DISP1+DISP2$$

! DISPX=0.

$$DPO=UN(I+1)+UNP(I-1)-UB(I+1)+2*UB(I)-UB(I-1)$$

$$UXXT=CTM*DPO/(DX**2)$$

$$ZKNX=(ZNP(I+1)-2*ZN(I)+ZNP(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKBX=(ZB(I+1)-2*ZB(I)+ZB(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPX=(Z(I+1)-2*Z(I)+Z(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKPXX=(ZZ(I+1)-2*ZZ(I)+ZZ(I-1))/(DX**2)$$

$$ZKXX=(9*ZKNX+19*ZKBX-5*ZKPX+ZKPXX)/24.$$

$$Z3x=DT*gamma*ga*D(I)**2*(Zxxx)$$

$$UXT=(UNX-UBX)$$

$$SLP=DEX*D(I)*UXT+2*gamma*D(I)*DEX*UXT$$

$$FTR=DT*2*gamma*ga*D(I)*DEX*ZKXX$$

$$frs=dt*(2.*3.14/per)*dks(i)*ub(i)$$

$$USBX=(-USB(I+2)+8*USB(I+1)-8*USB(I-1)+USB(I-2))/(12.*DX)$$

$$USNX=(-USN(I+2)+8*USN(I+1)-8*USNP(I-1)+USNP(I-2))/(12.*DX)$$

$$USXT=USNX-USBX$$

$$HPRX=(-HPR(i+2)+8*HPR(i+1)-8*HPR(i-1)+HPR(i-2))/(12.*DX)$$

$$HPRXX=(HPR(I+1)-2*HPR(I)+HPR(I-1))/(DX**2)$$

$$USBXX=(USB(I+1)-2*USB(I)+USB(I-1))/(DX**2)$$

$$USNXX=(USN(I+1)-2*USN(I)+USNP(I-1))/(DX**2)$$

$$USXXT=USNXX-USBXX$$

```
IF (I .GT. IMS2 .AND. I .LT. IMS3) THEN
```

```
port1=por*d(i)*hprx*USXT
```

```
port2=0.5*por*d(i)*hpr(i)*USXXT
```

```
ELSE
```

```
port1=0.
```

```
port2=0.
```

```
END IF
```

```
UNP(I)=(UB(I)-UUX-VAR-UXXT+DISPX+Z3x+SLP-  
frs+FTR+port1+port2)/ORMX
```

```
END DO
```

```
un(im)=0.
```

```
unp(im)=0
```

```
zn(im)=zn(im-1)
```

```
znp(im)=znp(im-1)
```

```
DU=0.
```

```
DZ=0.
```

```
DZZ=0.
```

```
DUU=0.
```

```
DUS=0.
```

```
DUSS=0.
```

```
DO I=2,IM-1
```

```
DU=DU+ABS(UN(I)-UNP(I))
```

```
DZ=DZ+ABS(ZN(I)-ZNP(I))
```

```

      DUS=DUS+ABS(USN(I)-USNP(I))
      DUU=DUU+ABS(UNP(I))
      DZZ=DZZ+ABS(ZNP(I))
      DUSS=DUSS+ABS(USNP(I))
      END DO

      DUL=DU/DUU
      DZL=DZ/DZZ

      IF (i .gt. ims2 .AND. i .lt. ims3) THEN
      DUSL=DUS/DUSS
      ELSE
      DUSL=0.
      END IF

      IF (DUL.GE.0.0001.OR.DZL.GE.0.0001.OR.DUSL.GE.0.0001) THEN
      ITER=ITER+1

      !
      *****

      !   Wave breaking - Eddy viscosity formulation (Kennedy et al., 2000)
      !
      *****

      IF (iter .eq. 1 .or. ian .eq. 1) THEN
      DO i=2, im-1
      !   HH=d(i)+znp(i)
      iage=MIN(itb(i+1), itb(i-1))
      iage=MIN(iage, itb(i))

```

```
IF (itb(i) .lt. nm) THEN
  dp=max(ddx,d(i))
  trnt=coef*sqrt(dp/ga)
  et_tc=et1-(et1-et2)*float(ian-iage)*dt/trnt
  ctb(i)=max(et_tc,et2)
ELSE
  ctb(i)=et1
END IF
END DO
END IF

! Eddy viscosity coefficient calculation

DO i=2, im-1
! HH=d(i)+znp(i)
zt(i)=(znp(i)-z(i))/2./dt
dp=MAX(ddx,d(i))
et_tc=ctb(i)*SQRT(ga*dp)
tmp=zt(i)
IF (tmp .le. et_tc) THEN
  cbr=0.0
  itb(i)=nm
ELSE
  cbr=MIN(1.0,(tmp/et_tc-1.0))
  itb(i)=MIN(itb(i), ian)
END IF

dk(i)=cbr*cbrk**2*dp*abs(zt(i))
```

```
END DO
GOTO 300
ELSE
GOTO 350
ENDIF

300 CONTINUE

DO I=1,IM
UN(I)=UNP(I)
ZN(I)=ZNP(I)
USN(I)=USNP(I)
END DO
GOTO 430

350 CONTINUE

IF ((ian/200.).eq.INT(ian/200)) THEN
WRITE (*,132) t,iter
132 FORMAT(F7.2,I3)
ELSE
END IF

! Eddy viscosity coefficient calculation

DO i=2, im-1
```

```

      HH=d(i)+znp(i)
      zt(i)=(znp(i)-z(i))/2./dt
      dp=MAX(ddx,HH)
      et_tc=ctb(i)*SQRT(ga*dp)
      tmp=zt(i)
      IF (tmp .le. et_tc) THEN
        cbr=0.
        itb(i)=nm
      ELSE
        cbr=min(1.0,(tmp/et_tc-1.0))
        itb(i)=min(itb(i), ian)
      END IF
      dk(i)=cbr*cbrk**2*dp*abs(zt(i))
    END DO

! *****
!  Sponge layers
! *****

idump1=30
idump2=im-30
DO i=1,idump1-1
  xmxs=i*dx-idump1*dx
  xlmxs=idump1*dx
  parx=(xmxs/xlmxs)**2
  fdxp=EXP(parx)-1
  ena=1.
  fdx=fdxp/(exp(ena)-1)

```

```

dks(i)=.2*fdx
rm=dks(i)+1.
dks(i)=0.
znp(i)=znp(i)/rm
unp(i)=unp(i)/rm
END DO

```

```

DO i=idump2,im
xmxs=i*dx-idump2*dx
xlmxs=im*dx-idump2*dx
parx=(xmxs/xlmxs)**2
fdxp=EXP(parx)-1
ena=1.
fdx=fdxp/(EXP(ena)-1)
dks(i)=.2*fdx
rm=dks(i)+1.
dks(i)=0.
znp(i)=znp(i)/rm
unp(i)=unp(i)/rm
END DO

```

```

! *****
! Z,U & Us smoothing in the area of the structure (steep slopes)
! *****
! DO i=ims2-30,ims3+30
!   znp(i)=.988*znp(i)+.006*znp(i+1)+.006*znp(i-1)
!   unp(i)=.988*unp(i)+.006*unp(i+1)+.006*unp(i-1)
!   usnp(i)=.99*usnp(i)+.005*usnp(i+1)+.005*usnp(i-1)

```

```
!   END DO
```

```
    m1=im-1
```

```
    m2=im-2
```

```
    m3=im-3
```

```
    m4=im-4
```

```
    DATA cf11,cf12,cf13,cf14/2.,1.,0.,0./
```

```
    DATA cf21,cf22,cf23,cf24/10.,4.,-1.,0./
```

```
    DATA cf31,cf32,cf33,cf34/44.,15.,-6.,1./
```

```
    DATA cf41,cf42,cf43,cf44,cf45/186.,56.,-28.,8.,-1./
```

```
    DO i=5,m4
```

```
      x1(i)=(cf41*znp(i)+cf42*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf43*(znp(i+2)+znp(i-2))+cf44*(znp(i+3)+znp(i-3))+cf45*(znp(i+4)+znp(i-4)))/256.
```

```
    END DO
```

```
    DO i=2,m1,m1-2
```

```
      x1(i)=(cf11*znp(i)+cf12*(znp(i+1)+znp(i-1)))/4.
```

```
    END DO
```

```
    do i=3,m2,m2-3
```

```
      x2(i)=(cf21*znp(i)+cf22*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf23*(znp(i+2)+znp(i-2)))/16.
```

```
    END DO
```

```
    DO i=4,m3,m3-4
```

```
      x1(i)=(cf31*znp(i)+cf32*(znp(i+1)+znp(i-1))+cf33*(znp(i+2)+znp(i-2))+cf34*(znp(i+3)+znp(i-3)))/64.
```

```
    END DO
```

```
    DO i=2,m1
```



```
znp(i)=x1(i)
```

```
END DO
```

```
DO i=5,m4
```

```
x2(i)=(cf41*unp(i)+cf42*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf43*(unp(i+2)+unp(i-2))+cf44*(unp(i+3)+unp(i-3))+cf45*(unp(i+4)+unp(i-4)))/256.
```

```
END DO
```

```
do i=2,m1,m1-2
```

```
x2(i)=(cf11*unp(i)+cf12*(unp(i+1)+unp(i-1)))/4.
```

```
END DO
```

```
DO i=3,m2,m2-3
```

```
x2(i)=(cf21*unp(i)+cf22*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf23*(unp(i+2)+unp(i-2)))/16.
```

```
END DO
```

```
DO i=4,m3,m3-4
```

```
x2(i)=(cf31*unp(i)+cf32*(unp(i+1)+unp(i-1))+cf33*(unp(i+2)+unp(i-2))+cf34*(unp(i+3)+unp(i-3)))/64.
```

```
END DO
```

```
DO i=2,m1
```

```
unp(i)=x2(i)
```

```
END DO
```

```
DO i=5,m4
```

```
x3(i)=(cf41*usnp(i)+cf42*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf43*(usnp(i+2)+usnp(i-2))+cf44*(usnp(i+3)+usnp(i-3))+cf45*(usnp(i+4)+usnp(i-4)))/256.
```

```
END DO
```

```

DO i=2,m1,m1-2
x3(i)=(cf11*usnp(i)+cf12*(usnp(i+1)+usnp(i-1)))/4.
END DO

DO i=3,m2,m2-3
x3(i)=(cf21*usnp(i)+cf22*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf23*(usnp(i+2)+usnp(i-2)))/16.
END DO

DO i=4,m3,m3-4
x3(i)=(cf31*usnp(i)+cf32*(usnp(i+1)+usnp(i-1))+cf33*(usnp(i+2)+usnp(i-2))+cf34*(usnp(i+3)+usnp(i-3)))/64.
END DO

DO i=2,m1
usnp(i)=x3(i)
END DO

DO 410 I=1,IM
ZZ(I)=Z(I)
Z(I)=ZB(I)
ZB(I)=ZNP(I)
UU(I)=U(I)
U(I)=UB(I)
UB(I)=UNP(I)
USO(I)=US(I)
US(I)=USB(I)
USB(I)=USNP(I)

UM(I)=SQRT((UNP(I)**2*D(I)+USNP(I)**2*HPR(I))/D0)
UUM(I)=(UM(I+1)-2*UM(I)+UM(I-1))/DX**2

```

$$UUU(I)=(UB(I+1)-2*UB(I)+UB(I-1))/DX**2$$

410 CONTINUE

IF ((ian/8000.).eq.INT(ian/8000)) THEN

WRITE (*,*) ian

WRITE(45,74) ian*dt

74 FORMAT(F6.3)

DO i = 1, im

WRITE(45,345) i*dx, zb(i)

END DO

345 FORMAT(2F12.6)

ELSE

END IF

WRITE(74,555) t,ub(330)

WRITE(75,555) t,ub(390)

WRITE(72,555) t,uuu(315)

WRITE(73,555) t,uuu(398)

WRITE(30,555) t,usb(343)

WRITE(31,555) t,ub(343)

WRITE(32,555) t,um(343)

WRITE(33,555) t,uum(343)

WRITE(40,555) t,usb(361)

WRITE(41,555) t,ub(361)

WRITE(42,555) t,um(361)

```
WRITE(43,555) t,uum(361)
WRITE(65,555) t,usb(379)
WRITE(67,555) t,ub(379)
WRITE(70,555) t,um(379)
WRITE(71,555) t,uum(379)
```

```
555 FORMAT (2F12.6)
```

```
DO I=1,IM
```

```
DDPT(I)=0.
```

```
END DO
```

```
nint=2
```

```
anerc=(entm-nint*PER)/dt
```

```
IF (ian.GE.anerc) THEN
```

```
DO I=2,IM
```

```
zzz=zb(i)
```

```
IF (d(i).lt.0) zzz=zb(i)+d(i)
```

```
zs(i)=zs(i)+zzz**2
```

```
END DO
```

```
ELSE
```

```
END IF
```

```
IF (ian*dt.lt.entm) GOTO 100
```

```
    NPER=INT(PER/DT)
    DO I=2,IM
      zs(i)=SQRT(zs(i)/(nint*NPER))
    END DO

    DO i=1,im
      He(i)=2.*SQRT(2.)*zs(i)
    END DO

    zn(im)=zn(im-1)

    STOP

    END
```