



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ
ΖΩΓΡΑΦΟΥ 157 73, ΑΘΗΝΑ

Αποκεντρωμένο Πρωτόκολλο Ελέγχου με
Αποφυγή Εμποδίων για Platoon Car-Like
Οχημάτων με Περιορισμένη Αντίληψη Χώρου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΓΙΑΝΝΗ ΔΕΛΗΜΠΑΛΤΑΔΑΚΗ

Επιβλέπων: Χαράλαμπος Ψυλλάκης
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Συνεπιβλέπων: Κωνσταντίνος Κυριακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2017



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής
Ζωγράφου 157 73, Αθήνα

Αποκεντρωμένο Πρωτόκολλο Ελέγχου με Αποφυγή Εμποδίων για Platoon Car-Like Οχημάτων με Περιορισμένη Αντίληψη Χώρου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΓΙΑΝΝΗ ΔΕΛΗΜΠΑΛΤΑΔΑΚΗ

Επιβλέπων: Χαράλαμπος Ψυλλάκης
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 16η Οκτωβρίου, 2017.

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Χαράλαμπος Ψυλλάκης
Λέκτορας
Ε.Μ.Π.

.....
Νικόλαος Μαράτος
Καθηγητής
ΕΜΠ

.....
Κωνσταντίνος Κυριακόπουλος
Καθηγητής
ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2017

(Υπογραφή)

.....
Γιάννης Δεληπαλταδάκης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright ©–All rights reserved Γιάννης Δεληπαλταδάκης, 2017.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Ζωγράφου 157 73, Αθήνα

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Χαράλαμπο Ψυλλάκη για την καλή και παραγωγική μας συνεργασία. Ιδιαίτερος εκφράζω τις ευχαριστίες μου στον συνεπιβλέποντα καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Κυριακόπουλο, που μου επέτρεψε να εκπονήσω τη διπλωματική μου εργασία στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου (Control Systems Lab - CSL) το οποίο διευθύνει, καθώς και για τις συμβουλές που μου έχει δώσει σε ακαδημαϊκό επίπεδο. Επίσης, ευχαριστώ τον καθηγητή κ. Νικόλαο Μαράτο που μου έκανε την τιμή να είναι μέλος της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής μου εργασίας.

Φυσικά θα ήθελα να συμπεριλάβω εδώ όλα τα μέλη του CSL για τη συνεργασία μας και τις βοήθειες που μου έδωσαν σε θέματα που αφορούσαν τη διπλωματική μου εργασία. Ειδικά, όμως, δεν μπορώ να μην αναφέρω τον εξαιρετικό ερευνητή Μπάμπη Μπεχλιούλη, του οποίου η καθοδήγηση ήταν πραγματικά καταλυτική για την εκπόνηση της εργασίας. Πέρα από τις διορατικές του προτάσεις που αφορούσαν διάφορα ζητήματα της διπλωματικής εργασίας, με εισήγαγε με τον καλύτερο τρόπο στον κόσμο των ερευνητών και μου έμαθε πολλά πράγματα που σίγουρα θα αποτελέσουν εφόδιά μου στο μέλλον.

Καθώς, όμως, με την παράδοση της εργασίας αυτής σηματοδοτείται και το τέλος των προπτυχιακών μου σπουδών, θα ήθελα να τονίσω την ευγνωμοσύνη μου προς την οικογένειά μου για την πολύπλευρη στήριξη που μου έχουν δώσει, υλική και ψυχολογική, όλα αυτά τα χρόνια. Ιδιαίτερη αναφορά θέλω να κάνω στους γονείς μου Μηνά και Ντίντα και στην αδελφή μου Ηρώ, οι οποίοι είχαν πάντα τις αντοχές και τη διάθεση να ακούν τους προβληματισμούς και τις ανησυχίες μου και να μου δίνουν πολύτιμες συμβουλές.

Τέλος, ευχαριστώ τους φίλους μου μαζί με τους οποίους έζησα πολλά αυτά τα όμορφα χρόνια, και την κοπέλα μου, η οποία ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας μου έδειξε περίσσια υπομονή, αλλά και ενδιαφέρον για την ίδια την εργασία μου.

Γιάννης Δεληπαλταδάκης,
Ιούλιος 2017

στη γιαγιά μου Στέλλα και τον παππού μου Γιάννη

Περίληψη

Στη διπλωματική εργασία αυτή επιχειρούμε να επιλύσουμε το πρόβλημα ελέγχου ενός platoon αποτελούμενο από car-like οχήματα που κινούνται σε μία επίπεδη επιφάνεια με στατικά κυκλικά εμπόδια. Κάθε όχημα είναι εξοπλισμένο με μία κάμερα περιορισμένου οπτικού πεδίου που εντοπίζει το μπροστινό του όχημα, και με έναν σαρωτή laser που εντοπίζει τα εμπόδια που το περιβάλλουν. Σε αυτό το πλαίσιο, σχεδιάζουμε ένα πλήρως αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου, υπό την έννοια ότι κάθε όχημα υπολογίζει το σήμα ελέγχου του χρησιμοποιώντας μόνο τις τοπικές πληροφορίες που του παρέχονται από την κάμερα και το σαρωτή laser του. Οι συγκρούσεις με τα εμπόδια, οι συγκρούσεις μεταξύ οχημάτων, και οι απώλειες συνδεσιμότητας λόγω του περιορισμένου οπτικού πεδίου των καμερών ή πιθανών παρεμβολών των εμποδίων στο οπτικό πεδίο των καμερών, αποφεύγονται αποδεδειγμένα. Επίσης, η απόκριση του συστήματος καθορίζεται a priori από συγκεκριμένες προκαθορισμένες συναρτήσεις και είναι πλήρως αποζευγμένη από τον αριθμό των οχημάτων στο platoon και την επιλογή των κερδών ελέγχου. Τέλος, παρουσιάζονται προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια του MATLAB και της ρεαλιστικής πλατφόρμας προσομοιώσεων Coppelia Robotics V-REP που αποδεικνύουν την αποδοτικότητα του πρωτοκόλλου ελέγχου.

Λέξεις Κλειδιά

Ρομποτική, Αυτόματος Έλεγχος, Μη Γραμμικός Έλεγχος, Αποκεντρωμένος Έλεγχος, Διανεμημένο Πρωτόκολλο Ελέγχου, Προδιαγεγραμμένη Επίδοση, Συναρτήσεις Επίδοσης, Οχήματα, Αυτοκίνητα, Φάλλαγγες Οχημάτων, Αποφυγή Εμποδίων

Abstract

In this diploma thesis, we consider the predecessor-following control problem for a platoon of car-like vehicles moving on a planar surface with cyclic obstacles. Each vehicle has an on-board camera that detects its preceding vehicle, and a laser scanner that detects the obstacles around it. Within this framework, we design a fully decentralized control scheme, in the sense that each vehicle calculates its own control signal incorporating only local information, acquired by its on-board camera and laser scanner. Collisions with obstacles, collisions between successive vehicles and connectivity breaks owing to the limited field of view of the camera as well as to the visual occlusions created by the static obstacles are provably avoided. Moreover, the response of the system is a priori determined by certain designer-specified functions and is fully decoupled by the number of vehicles in the platoon and the control gains selection. Finally, various simulation studies are carried out in MATLAB and Coppelia Robotics V-REP to prove the control protocol's efficiency.

Keywords

Robotics, Automation, Control, Nonlinear Control, Decentralized Control, Distributed Control Protocol, Prescribed Performance Control, Performance Functions, Car-Like, Vehicles, Platoon, Platooning, Cars, Obstacle Avoidance

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	i
Περίληψη	iii
Abstract	v
Περιεχόμενα	viii
Κατάλογος Σχημάτων	ix
1 Εισαγωγή	1
1.1 Κίνητρα για την Έρευνα στα Car-Like Οχήματα	1
1.2 Κατηγορίες Προβλημάτων και Σχετική Βιβλιογραφία στα Car-Like Οχήματα .	1
1.3 Αντικείμενο και Συνεισφορά της Διπλωματικής Εργασίας	3
1.4 Διάρθρωση του Κειμένου	4
2 Παρουσίαση του Προβλήματος	7
2.1 Κινηματικό Μοντέλο - Σκοπός του Ελέγχου	7
3 Σχεδίαση του Πρωτοκόλλου Ελέγχου	9
3.1 Δυναμική των Σφαλμάτων	9
3.2 Επιλογή των Συναρτήσεων Επίδοσης	9
3.3 Διαδικασία Εξαγωγής του Νόμου Ελέγχου	15
3.3.1 Έλεγχος της Γραμμικής Ταχύτητας	15
3.3.2 Έλεγχος της Γωνίας Στροφής των Τροχών	16
3.4 Το Αποκεντρωμένο Πρωτόκολλο Ελέγχου	17
4 Ανάλυση Ευστάθειας	19
4.1 Μαθηματικός Φορμαλισμός του Προβλήματος	19
4.2 Απόδειξη των Προδιαγραφών του Πρωτοκόλλου Ελέγχου	20
4.2.1 Φάση 1	20
4.2.2 Φάση 2	21
4.2.3 Φάση 3	21

4.2.4 Φάση 4	23
5 Προσομοίωση και Αξιολόγηση του Πρωτοκόλλου Ελέγχου	25
5.1 Πρώτη Μελέτη Προσομοίωσης - Πίστα με Εμπόδια	25
5.2 Δεύτερη Μελέτη Προσομοίωσης - Συγκριτική Μελέτη	30
6 Ανακεφαλαίωση	33
6.1 Συμπεράσματα	33
6.2 Μελλοντική Έρευνα	34
Α' Έλεγχος Προδιαγεγραμμένης Επίδοσης - PPC	35
Β' Τελεστής Προβολής Συνεχής κατά Lipschitz	37
Γ' Μία Συνάρτηση Εναλλαγής	39
Δ' Δυναμικά Συστήματα	41

Κατάλογος Σχημάτων

1.1 Ένα platoon αυτοκινήτων σε λεωφόρο.	2
2.1 Δύο διαδοχικά οχήματα του platoon.	8
3.1 Ο ακόλουθος παρακολουθεί τον οδηγό υπό την παρουσία ενός εμποδίου στο οπτικό του πεδίο. Η πορτοκαλί περιοχή είναι η περιοχή την οποία η κάμερα του ακολούθου δεν μπορεί να δει λόγω του εμποδίου. Η d_{1_i} είναι η ελάχιστη απόσταση που απέχει το εμπόδιο από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα δύο οχήματα.	11
3.2 Ο ακόλουθος παρακολουθεί τον οδηγό υπό την παρουσία δύο εμποδίων στο οπτικό του πεδίο. Οι πορτοκαλί περιοχές είναι οι περιοχές τις οποίες η κάμερα του ακολούθου δεν μπορεί να δει λόγω των εμποδίων. Οι d_{1_i} και d_{2_i} είναι οι ελάχιστες αποστάσεις των εμποδίων από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα δύο οχήματα.	12
5.1 Η κάτοψη της πίστας με τα εμπόδια, στην οποία κινούνται τα οχήματα, και η τροχιά που διαγράφει το όχημα-οδηγός (με κόκκινο).	27
5.2 Το στιγμιότυπο 1 - Snapshot 1. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακολούθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.	27
5.3 Το στιγμιότυπο 2 - Snapshot 2. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακολούθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.	27
5.4 Το στιγμιότυπο 3 - Snapshot 3. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακολούθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.	28
5.5 Η εξέλιξη των σφαλμάτων απόστασης $e_{d_i}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.	28
5.6 Η εξέλιξη των σφαλμάτων γωνίας $e_{\beta_i}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.	29
5.7 Η εξέλιξη των αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών οχημάτων $d_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$. Η αντιστοιχία των χρωμάτων είναι: 1-κόκκινο, 2-μπλε, 3-γαλάζιο, 4-πράσινο, 5-μωβ. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή απεικονίζεται η απόσταση σύγκρουσης d_{col}	29
5.8 Η εξέλιξη του σφάλματος απόστασης $e_{d_1}(t)$ (πάνω διάγραμμα) και γωνίας $e_{\beta_1}(t)$ (κάτω διάγραμμα) με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.	30

5.9	Τα αποτελέσματα της συγκριτικής μελέτης. Οι εικόνες στην αριστερή στήλη απεικονίζουν τα αποτελέσματα του ελεγκτή που προτείνεται στο [13], σε τρία ενδεικτικά στιγμιότυπα για κάθε σενάριο. Παρομοίως, η δεξιά στήλη απεικονίζει τα αποτελέσματα του πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε. Αριστερή στήλη: η συνεχής κόκκινη γραμμή αναπαριστά την τροχιά του ακόλουθου που παράγεται από τον ελεγκτή του [13], ενώ η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή την τροχιά που παράγεται από το δικό μας ελεγκτή. Δεξιά στήλη: Ισχύουν τα αντίστροφα με την αριστερή στήλη. Η μπλε γραμμή αναπαριστά την τροχιά του οχήματος-οδηγού. Τα κυκλικά εμπόδια φαίνονται με μωβ χρώμα.	32
A'.1	Γραφική αναπαράσταση της προδιαγεγραμμένης επίδοσης.	36
Γ'.1	Γραφική παράσταση της συνάρτησης $sw(x, \epsilon, \delta)$	40

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνητρα για την Έρευνα στα Car-Like Οχήματα

Σήμερα, η αυτοματοποίηση διαφόρων λειτουργιών των αυτοκινήτων, και των car-like οχημάτων γενικότερα, είναι μία από τις κύριες κατευθύνσεις στην έρευνα και την ανάπτυξη τεχνολογίας. Παραδείγματα τέτοιων αυτοματοποιημένων λειτουργιών αποτελούν το αυτόματο parking, η αυτόματη οδήγηση και το platooning. Οι λόγοι και τα κίνητρα που έχουν οδηγήσει τους ερευνητές και την αυτοκινητοβιομηχανία στο να επενδύσουν πολλά σε αυτήν την κατεύθυνση είναι αναρίθμητα: αποφυγή αυτοκινητιστικών ατυχημάτων, καλύτερη χρησιμοποίηση των λεωφόρων και αντιμετώπιση κυκλοφοριακών προβλημάτων/μποτιλιαρισμάτων, οικολογική οδήγηση, κτλ. Φυσικά, όταν χρησιμοποιούμε τον όρο car-like οχήματα δεν αναφερόμαστε μόνο στα αυτοκίνητα, αλλά και σε τροχοφόρα ρομπότ που κινούνται ομοίως με τα αυτοκίνητα. Λόγω της συνεχώς αυξανόμενης χρήσης τέτοιου είδους ρομπότ στη βιομηχανία, η ανάγκη για επίλυση ζητημάτων που αφορούν την αυτοματοποιημένη κίνησή τους στο χώρο, είτε μεμονωμένα είτε σε ομάδες, έχει γίνει, αναπόφευκτα, επιτακτική. Δεδομένης, λοιπόν, αυτής της ανάγκης για αυτοματοποίηση, τα car-like οχήματα αποτελούν, πλέον, ένα ερευνητικό πεδίο που απασχολεί μεγάλη μερίδα ερευνητών αυτομάτου ελέγχου και ρομποτικής. Οι κύριες κατηγορίες προβλημάτων με τις οποίες ασχολούνται οι ερευνητές, όσον αφορά τα car-like οχήματα, είναι οι εξής: σχεδίαση μονοπατιού (path planning) [1, 2, 3, 4], παρακολούθηση τροχιάς (trajectory tracking) [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] και platooning [13, 14, 15, 16, 17, 18] (βλ. Σχήμα 1.1).

1.2 Κατηγορίες Προβλημάτων και Σχετική Βιβλιογραφία στα Car-Like Οχήματα

Όσον αφορά το path planning για car-like οχήματα, ένα κύριο πρόβλημα το οποίο έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές είναι η σχεδίαση μονοπατιών συνεχούς καμπυλότητας. Η σχεδίαση τέτοιων μονοπατιών είναι απαραίτητη για την αυτόματη κίνηση ενός car-like οχήματος. Οι Reeds και Shepp έχουν δείξει στο [4] ότι τα ελάχιστα μονοπάτια για ένα car-like όχημα είναι πεπερασμένες ακολουθίες που αποτελούνται από ευθύγραμμα τμήματα και από



Σχήμα 1.1: Ένα platoon αυτοκινήτων σε λεωφόρο.

τόξα κύκλων με την ελάχιστη ακτίνα στροφής (του οχήματος). Ένα τέτοιο μονοπάτι έχει συνεχή καμπυλότητα κατά μήκος των τμημάτων του (ευθυγράμμων τμημάτων και τόξων), αλλά στα σημεία που ενώνονται δύο διαφορετικά τμήματα η καμπυλότητα είναι ασυνεχής (cusp point). Ένα πραγματικό αυτοκίνητο, αν έπρεπε να ακολουθήσει ένα τέτοιο μονοπάτι και συναντούσε ένα cusp point, θα έπρεπε να σταματήσει και να στρίψει τις ρόδες του, για να μπορέσει να συνεχίσει να ακολουθεί το μονοπάτι. Αργότερα, οι Fraichard και Scheuer, για να επιλυθεί το πρόβλημα των cusp points, προτείνουν μία μέθοδο που χρησιμοποιεί κλωθοειδείς καμπύλες (βλ. [3]), ενώ οι Lamiriaux και Laumond συνδύασαν δύο κανονικά μονοπάτια που περνούν από την αρχική και την επιθυμητή θέση του οχήματος, ούτως ώστε να δημιουργήσουν ένα εφικτό μονοπάτι που οδηγεί από τη μία θέση στην άλλη (βλ. [2]).

Ένα ακόμη πρόβλημα, όσον αφορά τα car-like οχήματα, που απολαμβάνει την προσοχή των ερευνητών είναι το trajectory tracking. Δεδομένης μίας εφικτής τροχιάς, το όχημα πρέπει να την ακολουθήσει όσο ακριβέστερα γίνεται, δηλαδή το σφάλμα απόστασης (από την τροχιά) και το σφάλμα γωνίας (η κατεύθυνση του οχήματος σε σχέση με την εφαπτομένη της τροχιάς) πρέπει να οδηγούνται στο 0. Στα [6] και [12] η τεχνική σχεδίασης του πρωτοκόλλου ελέγχου βασίζεται στη θεωρία των αλυσιδωτών συστημάτων (chained systems). Το κινηματικό μοντέλο του οχήματος μετασχηματίζεται σε ένα αλυσιδωτό σύστημα. Ύστερα, σχεδιάζεται ένας γραμμικός νόμος ελέγχου για το αλυσιδωτό σύστημα, και, τελικώς, ο νόμος ελέγχου για το αρχικό σύστημα εξάγεται χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο αντίστροφο μετασχηματισμό. Στο [10] προτείνεται μία άλλη τεχνική σχεδίασης που βασίζεται σε Lie groups και χρησιμοποιεί την Transverse Function Approach. Ακόμα, τα [5] και [11] είναι ενδεικτικά παραδείγματα μιας άλλης μεθοδολογίας που ονομάζεται «προσέγγιση σημείου αναφοράς» (reference point approach). Σύμφωνα με αυτή, χρησιμοποιείται ένα σημείο αναφοράς πάνω στην επιθυμητή

τροχιά, του οποίου η κίνηση εκφράζεται μέσω διαφορικών εξισώσεων που περιέχουν ανάδραση σφάλματος. Όλα τα παραπάνω, όμως, υποθέτουν ότι το όχημα δεν ολισθαίνει. Έχει αξία να σημειώσουμε ότι έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες να μοντελοποιηθεί το car-like όχημα λαμβάνοντας υπόψιν και την ολίσθηση, ώστε να εξαχθεί νόμος ελέγχου που να την αντισταθμίζει. Ενδεικτικά, το [7] προτείνει προσαρμοστικό έλεγχο για την αντιστάθμιση της ολίσθησης, ενώ το [9] χρησιμοποιεί GPS για να μετράει την επίδραση της ολίσθησης και χρησιμοποιεί backstepping τεχνικές για την αντιστάθμισή της.

Τέλος, ένα μεγάλο κομμάτι της έρευνας στα car-like οχήματα αφιερώνεται στο platooning, πρόβλημα με το οποίο ασχολείται και αυτή εδώ η διπλωματική εργασία. Ένα platoon οχημάτων αποτελείται από ένα όχημα-οδηγό (leader) και ένα ή περισσότερα οχήματα-ακολουθούς (followers), που ακολουθούν το αντίστοιχο προηγούμενο/μπροστινό τους όχημα (βλ. Σχήμα 1.1). Ο οδηγός ακολουθεί μία αυθαίρετη τροχιά, και οι ακόλουθοι πρέπει να διατηρούν μία επιθυμητή απόσταση και γωνία μεταξύ τους, καθώς ακολουθούν την τροχιά του οδηγού. Οι longitudinal ελεγκτές είναι αυτοί που οδηγούν τα οχήματα στο να κρατάνε τη μεταξύ τους απόσταση ίση με μία προκαθορισμένη επιθυμητή τιμή. Με άλλα λόγια, λαμβάνουν το σφάλμα απόστασης ως τη διαφορά μεταξύ της απόστασης των οχημάτων και της επιθυμητής απόστασης, και προσπαθούν να το οδηγήσουν και να το διατηρήσουν στην τιμή 0. Τέτοιοι ελεγκτές έχουν προταθεί στα [16, 17, 18]. Πιο συγκεκριμένα, στο [17] οι συγγραφείς χρησιμοποιούν ως διάνυσμα κατάστασης την κατάσταση όλου του platoon (θέση, κατεύθυνση των οχημάτων στο χώρο κτλ.), υποθέτοντας ότι τα οχήματα επικοινωνούν μέσω WiFi. Μετασχηματίζουν το αρχικό σύστημα σε ένα αλυσιδωτό και εξαγούν δύο νόμους ελέγχου: i) έναν τοπικό νόμο, ο οποίος διατηρεί τις αποστάσεις μεταξύ των διαδοχικών οχημάτων σταθερές, και ii) έναν γενικό νόμο που διατηρεί την απόσταση μεταξύ του οδηγού και κάθε ακόλουθου σταθερή. Επίσης, στο [18] προτείνεται ένας PID ελεγκτής βασισμένος στην προσέγγιση με συνάρτηση Lyapunov. Ακόμα, στο [16] προτείνεται ένας προσαρμοστικός longitudinal ελεγκτής που αντισταθμίζει διάφορες παραμετρικές αβεβαιότητες του οχήματος, όπως η μάζα, η αεροδυναμική αντίσταση, κτλ.

Από την άλλη, οι lateral ελεγκτές επικεντρώνονται στην απόκλιση μεταξύ των τροχιών δύο διαδοχικών οχημάτων, και προσπαθούν να την εκμηδενίσουν. Τέτοιοι ελεγκτές προτείνονται, ενδεικτικά, στα [13, 14, 15] μαζί με τους αντίστοιχους longitudinal. Για παράδειγμα, στο [13] σχεδιάζεται ένας μη γραμμικός ελεγκτής, βασισμένος στην προσέγγιση σημείου αναφοράς, που προσαρμόζεται για εμπρόσθια κίνηση αλλά και για όπισθεν. Επιπλέον, στο [14] σχεδιάζεται ένας lateral PID ελεγκτής στο γεωμετρικό τόπο ριζών, ενώ στο [15] προτείνεται ο αντίστοιχος lateral για τον longitudinal ελεγκτή του [17].

1.3 Αντικείμενο και Συνεισφορά της Διπλωματικής Εργασίας

Στη διπλωματική εργασία αυτή εξετάζουμε το πρόβλημα ελέγχου ενός platoon car-like οχημάτων που κινούνται σε μία επίπεδη επιφάνεια με στατικά κυκλικά (κυλινδρικά, ουσιαστικά) εμπόδια. Υποθέτουμε ότι κάθε όχημα είναι εξοπλισμένο με μία κάμερα με περιορισμένο

οπτικό πεδίο, η οποία του παρέχει την απόσταση και τη σχετική γωνία σε σχέση με το μπροστινό/προηγούμενο όχημα του platoon εντοπίζοντάς το, καθώς και με ένα σαρωτή laser που του παρέχει τις θέσεις των εμποδίων στο χώρο. Σχεδιάζουμε ένα πλήρως αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου, εννοώντας ότι κάθε όχημα/ελεγκτής υπολογίζει το δικό του σήμα ελέγχου βασισμένο μόνο στην τοπική πληροφορία που του παρέχεται από την κάμερα και τον σαρωτή laser του. Το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε αποφεύγει αποδεδειγμένα: τις συγκρούσεις μεταξύ των οχημάτων, τις συγκρούσεις με εμπόδια, καθώς και τις απώλειες συνδεσιμότητας λόγω είτε του περιορισμένου οπτικού πεδίου των καμερών είτε της πιθανής παρεμβολής εμποδίων στο οπτικό πεδίο. Η κύρια συνεισφορά, ερευνητικά, της διπλωματικής εργασίας συνοψίζεται στα παρακάτω, λοιπόν:

- Προτείνουμε μία καινοφανή λύση στο πρόβλημα ελέγχου για platoon car-like οχημάτων, που αποφεύγει συγκρούσεις μεταξύ των οχημάτων και απώλεια συνδεσιμότητας λόγω περιορισμένου οπτικού πεδίου.
- Εξασφαλίζεται η αποφυγή εμποδίων, με την έννοια ότι δεν υπάρχουν ούτε συγκρούσεις των οχημάτων με τα στατικά εμπόδια, ούτε απώλειες συνδεσιμότητας λόγω πιθανής έμφραξης του οπτικού πεδίου από τα τριγύρω εμπόδια.
- Σχεδιάζουμε ένα πλήρως αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου υπό την έννοια ότι κάθε όχημα χρησιμοποιεί μόνο τοπικές σχετικές πληροφορίες αναφορικά με τα γειτονικά του οχήματα και εμπόδια, τις οποίες λαμβάνει με κατάλληλους αισθητήρες, για να υπολογίσει το σήμα ελέγχου του.
- Η απόκριση του συστήματος προκαθορίζεται μέσω κατάλληλα σχεδιασμένων συναρτήσεων επίδοσης (performance functions) και είναι πλήρως αποζευγμένη από τον αριθμό των οχημάτων στο platoon, από το δυναμικό τους μοντέλο και την επιλογή των κερδών ελέγχου, που κάνει πολύ πιο εύκολη τη διαδικασία σχεδιασμού του ελεγκτή.
- Στην πράξη, ο εξοπλισμός που χρειάζεται για την υλοποίηση του ελέγχου που προτείνουμε είναι αρκετά φθηνότερος και απλούστερος από τον εξοπλισμό που χρειάζεται για την υλοποίηση των ελεγκτών που προτείνονται στο μεγαλύτερο μέρος της σχετικής βιβλιογραφίας. Επίσης, δεν εισάγονται δύσκολοι και χρονοβόροι μαθηματικοί υπολογισμοί στον ελεγκτή, πράγμα αρκετά σημαντικό για την υλοποίησή του στην πράξη.

Πρέπει, τέλος, να σημειωθεί ότι λόγω της παρουσίας πολλαπλών και, πιθανώς, αντιθετικών περιορισμών (συνδεσιμότητας και συγκρούσεων) που αυξάνουν σημαντικά την πολυπλοκότητα του προβλήματος, απ' όσο γνωρίζουμε δεν υπάρχουν αντίστοιχα αποτελέσματα στη σχετική βιβλιογραφία, κάτι που καθιστά τη διπλωματική εργασία πραγματικά καινοτόμα.

1.4 Διάρθρωση του Κειμένου

Η δομή του κειμένου της διπλωματικής εργασίας είναι η εξής:

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται το κινηματικό μοντέλο ενός car-like οχήματος και μαθηματικοποιείται το πρόβλημα ελέγχου που επιχειρούμε να λύσουμε.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία της σχεδίασης του πρωτοκόλλου ελέγχου.

Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η απαραίτητη ανάλυση ευστάθειας και εξάγονται οι αναγκαίες μαθηματικές αποδείξεις των προδιαγραφών του πρωτοκόλλου ελέγχου.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται δύο διαφορετικές προσομοιώσεις του πρωτοκόλλου ελέγχου μαζί με τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που εξάγονται από αυτές.

Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται μία ανακεφαλαίωση και τίθενται κατευθυντήριες γραμμές για μελλοντική περαιτέρω έρευνα πάνω στο πρόβλημα ελέγχου που εξετάζουμε.

Στο Παράρτημα Α' παρουσιάζονται οι έννοιες και η λογική του Ελέγχου Προδιαγεγραμμένης Επίδοσης, του οποίου τις τεχνικές υιοθετούμε στο πρωτόκολλο ελέγχου.

Στο Παράρτημα Β' παρουσιάζεται ένας τελεστής προβολής, τον οποίο χρησιμοποιούμε στη διαδικασία σχεδίασης.

Στο Παράρτημα Γ' εισάγεται μία συνάρτηση εναλλαγής (switching function), την οποία χρησιμοποιούμε στη διαδικασία σχεδίασης.

Στο Παράρτημα Δ' γίνεται μία περιληπτική παρουσίαση ορισμών, θεωρημάτων και προτάσεων που αφορούν τα δυναμικά συστήματα, τα οποία επιστρατεύουμε για την ανάλυση ευστάθειας του Κεφαλαίου 4.

Κεφάλαιο 2

Παρουσίαση του Προβλήματος

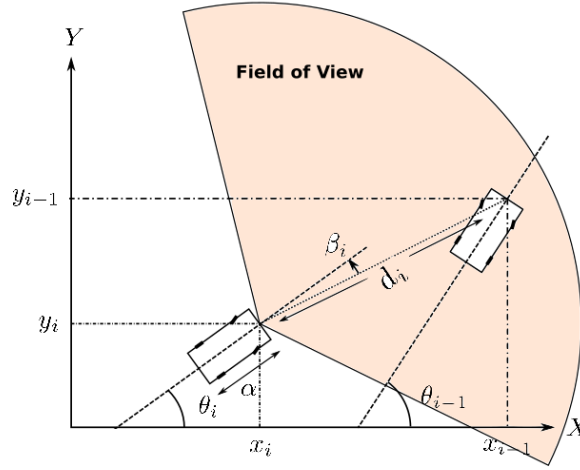
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται και μοντελοποιείται μαθηματικά το πρόβλημα ελέγχου ενός platoon car-like οχημάτων που κινούνται σε μία επίπεδη επιφάνεια με στατικά κυκλικά εμπόδια.

2.1 Κινηματικό Μοντέλο - Σκοπός του Ελέγχου

Θεωρούμε ένα platoon αποτελούμενο από N car-like οχήματα. Το κινηματικό τους μοντέλο δίνεται ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= u_i \cos(\theta_i) \\ \dot{y}_i &= u_i \sin(\theta_i) \\ \dot{\theta}_i &= \frac{1}{\alpha} u_i \tan(\gamma_i) \end{aligned} \right\}, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.1)$$

όπου τα (x_i, y_i) , θ_i αντιστοιχούν στη θέση και τον προσανατολισμό του i -οστού οχήματος του platoon στο χώρο, ενώ τα u_i , γ_i , α είναι η γραμμική του ταχύτητα, η γωνία στροφής των τροχών του και το μήκος του, αντίστοιχα. Επιπλέον, συμβολίζουμε με $d_i(t)$ και $\beta_i(t)$ την απόσταση και τη σχετική γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων (βλ. Σχήμα 2.1). Υποθέτουμε ότι η μόνη διαθέσιμη πληροφορία για ανάδραση για κάθε όχημα i είναι: i) τα $d_i(t)$ και $\beta_i(t)$, τα οποία παρέχονται από μία κάμερα περιορισμένου οπτικού πεδίου προσκολλημένη στο όχημα, η οποία εντοπίζει το μπροστινό του ($i - 1$), και ii) η θέση των εμποδίων σε σχέση με το όχημα, η οποία παρέχεται από έναν σαρωτή laser. Ο σκοπός είναι να σχεδιαστεί ένα πλήρως αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου τέτοιο ώστε κάθε όχημα να ακολουθεί το μπροστινό του, δηλαδή $d_i(t) \rightarrow d_{i,des}$ και $\beta_i(t) \rightarrow 0$, όπου $d_{i,des}$ η επιθυμητή απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων του platoon. Επίσης, συγκρούσεις μεταξύ των οχημάτων και απώλειες συνδεσιμότητας πρέπει να αποφεύγονται. Έτσι, συμβολίζοντας ως d_{con} και β_{con} την απόσταση και τη γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων, αντίστοιχα, στις οποίες συμβαίνει η απώλεια σύνδεσης, καθώς και με d_{col} την ελάχιστη απόσταση ασφαλείας μεταξύ των οχημάτων, ένας επιπλέον στόχος ελέγχου είναι να κρατάμε τα $d_i(t)$ και $\beta_i(t)$ περιορισμένα ως εξής: $d_{col} < d_i(t) < d_{con}$ και $|\beta_i(t)| < \beta_{con}$, $\forall t \geq 0$. Τέλος, κάθε όχημα θα πρέπει να αποφεύγει τα στατικά εμπόδια που παρεμβαίνουν στην τροχιά του, καθώς και να κρατάει πάντα



Σχήμα 2.1: Δύο διαδοχικά οχήματα του platoon.

εντός οπτικού πεδίου το μπροστινό του όχημα, το οποίο ακολουθεί.

Η επιθυμητή τροχιά του platoon διαγράφεται από ένα όχημα οδηγό ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= u_0 \cos(\theta_0) \\ \dot{y}_0 &= u_0 \sin(\theta_0) \\ \dot{\theta}_0 &= \frac{1}{\alpha} u_0 \tan(\gamma_0) \end{aligned}$$

Θεωρούμε ότι αυτή η τροχιά αποτελεί ένα εφικτό και ασφαλές μονοπάτι για ένα car-like όχημα. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι η γραμμική ταχύτητα u_0 και η γωνία στροφής των τροχών γ_0 είναι φραγμένες C^1 συναρτήσεις, και επίσης ότι κανένα εμπόδιο δεν παρεμβάλλεται στην τροχιά. Ιδιαίτερα, η γωνία στροφής των τροχών γ_0 θεωρείται ότι παίρνει πάντα λογικές τιμές, σίγουρα μικρότερες των $\pi/2$ rads κατά απόλυτη τιμή.

Τέλος, για να λύσουμε το πρόβλημα ελέγχου που παρουσιάσαμε, υποθέτουμε ότι αρχικά για $t = 0$ οι θέσεις και οι προσανατολισμοί όλων των οχημάτων είναι τέτοιοι ώστε δε συμβαίνει καμία σύγκρουση και κάθε όχημα i βρίσκεται εντός οπτικού πεδίου του επομένου του $i + 1$:

Υπόθεση 1: $d_{col} < d_i(0) < d_{con}$ και $|\beta_i(0)| < \beta_{con}$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$.

Κεφάλαιο 3

Σχεδίαση του Πρωτοκόλλου Ελέγχου

Στο κεφάλαιο αυτό σχεδιάζουμε το πρωτόκολλο ελέγχου.

3.1 Δυναμική των Σφαλμάτων

Αρχικά, ορίζουμε τα σφάλματα απόστασης και γωνίας:

$$\left. \begin{aligned} e_{d_i}(t) &= d_i(t) - d_{i,des} \\ e_{\beta_i}(t) &= \beta_i(t) \end{aligned} \right\}, i = 1, 2, \dots, N \quad (3.1)$$

όπου $d_i(t) = \sqrt{(x_i(t) - x_{i-1}(t))^2 + (y_i(t) - y_{i-1}(t))^2}$ η απόσταση μεταξύ των διαδοχικών οχημάτων i και $i - 1$ (βλ. Σχήμα 2.1). Παραγωγίζοντας την εξίσωση 3.1 ως προς το χρόνο t , και χρησιμοποιώντας την εξίσωση 2.1 λαμβάνουμε τη δυναμική των σφαλμάτων:

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_{d_i} &= u_{i-1} \cos(\phi_i + \beta_i) - u_i \cos(\beta_i) \\ \dot{e}_{\beta_i} &= -\omega_i - \frac{u_{i-1}}{d_i} \sin(\phi_i + \beta_i) + \frac{u_i}{d_i} \sin(\beta_i) \end{aligned} \right\}, i = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

όπου $\phi_i = \theta_i - \theta_{i-1}$ και $\omega_i = \frac{1}{\alpha} u_i \tan(\gamma_i)$.

3.2 Επιλογή των Συναρτήσεων Επίδοσης

Το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε υιοθετεί τις τεχνικές του ελέγχου προδιαγεγραμμένης επίδοσης (PPC, βλ. Παράρτημα Α), που αρχικά προτάθηκε στο [19], για να πετύχουμε προκαθορισμένη μεταβατική απόκριση και προκαθορισμένη απόκριση μόνιμης κατάστασης, και να εξασφαλίσουμε τις προδιαγραφές ασφαλείας, δηλαδή την αποφυγή εμποδίων, την αποφυγή συγκρούσεων μεταξύ των οχημάτων, καθώς και τη διατήρηση της συνδεσιμότητας. Βάσει όσων αναλύουμε στο Παράρτημα Α', και εξειδικεύοντας στο δικό μας πρόβλημα, η προδιαγεγραμμένη επίδοση, εν προκειμένω, είναι η συμπεριφορά του συστήματος κατά την

οποία τα σφάλματα απόστασης και γωνίας είναι αυστηρά άνω και κάτω φραγμένα από κατάλληλα επιλεγμένες συναρτήσεις επίδοσης για κάθε $t \geq 0$. Αυτό εκφράζεται μαθηματικά ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{d_{L_i}}(t) < e_{d_i}(t) < \rho_{d_{U_i}}(t) \\ \rho_{\beta_{L_i}}(t) < e_{\beta_i}(t) < \rho_{\beta_{U_i}}(t) \end{aligned} \right\}, i = 1, 2, \dots, N \quad (3.3)$$

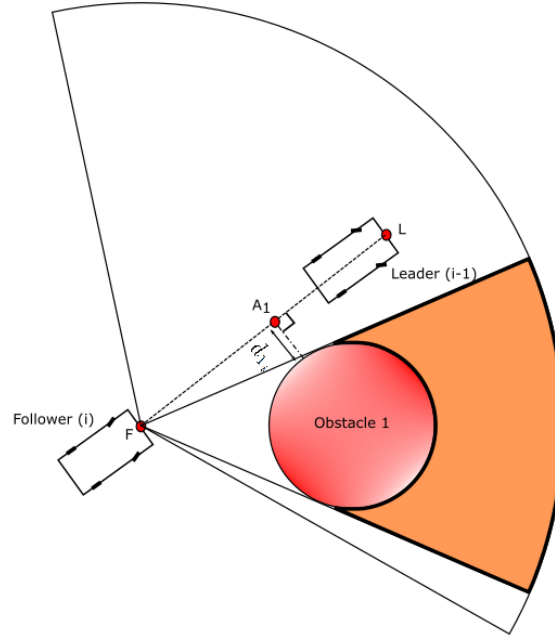
για κάθε $t \geq 0$, όπου $\rho_{d_{L_i}}(t)$, $\rho_{d_{U_i}}(t)$ οι κάτω και άνω συναρτήσεις επίδοσης σφάλματος απόστασης, και $\rho_{\beta_{L_i}}(t)$, $\rho_{\beta_{U_i}}(t)$ οι κάτω και άνω συναρτήσεις επίδοσης σφάλματος γωνίας.

Κανονικά, οδηγούμε τις συναρτήσεις επίδοσης κοντά στο 0, ώστε να οδηγήσουμε και το ανίστοιχο σφάλμα στο 0. Παρόλα αυτά, υπάρχουν κάποιες συγκεκριμένες περιπτώσεις στις οποίες το σφάλμα πρέπει να αποκλίνει από το 0 για να εξασφαλίσουμε τις προδιαγραφές που αναφέραμε παραπάνω:

Περίπτωση Α: Όταν ένα car-like όχημα έχει μηδενική ταχύτητα ($u = 0$), δεν μπορεί να στρίψει λόγω των μη-ολονομικών περιορισμών του κινηματικού του μοντέλου ($\dot{\theta} = \frac{1}{\alpha} u \tan(\gamma) = 0$). Για παράδειγμα, στο δικό μας πρόβλημα, αυτό μπορεί να συμβεί όταν ένα όχημα οδηγός ($i - 1$) διαγράφει κυκλική τροχιά με ακτίνα $d_{i,des}$ γύρω από το όχημα που το ακολουθεί (i). Τότε, ο ακόλουθος, για να κρατήσει την απόσταση από τον οδηγό ίση με την επιθυμητή, σταματάει να κινείται ($u = 0$). Παρά ταύτα, λόγω του γεγονότος ότι δεν μπορεί να στρίψει, δεν μπορεί να ακολουθήσει τον οδηγό. Έτσι, όταν $u \rightarrow 0$ το πρωτόκολλο ελέγχου πρέπει να οδηγήσει το όχημα ώστε να αυξήσει την ταχύτητά του, για να μπορεί να στρίψει. Ο τρόπος με τον οποίο το κάνουμε αυτό είναι να οδηγήσουμε τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης κάτω από το 0, που συνεπάγεται $e_{d_i} < 0 \Rightarrow d_i < d_{i,des}$. Άρα, ο ακόλουθος επιταχύνει και πλησιάζει τον οδηγό, και με αυτόν τον τρόπο τον ακολουθεί.

Περίπτωση Β: Όταν ένα εμπόδιο τείνει να παρεμβληθεί μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων του platooning, υπάρχει κίνδυνος απώλειας συνδεσιμότητας και/ή σύγκρουσης με το εμπόδιο. Έτσι, ο ακόλουθος πρέπει να αποφύγει το εμπόδιο, ενώ ταυτόχρονα πρέπει να ακολουθεί τον οδηγό διατηρώντας τον στο οπτικό του πεδίο. Σε τέτοιες περιπτώσεις, επιλέγουμε να οδηγήσουμε τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος γωνίας μακριά από το 0. Ας το εξηγήσουμε με ένα παράδειγμα: Ας θεωρήσουμε την περίπτωση κατά την οποία ένα εμπόδιο στα δεξιά του οδηγού και του ακόλουθου τείνει να παρεμβληθεί ανάμεσά τους, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.1. Σε τέτοια περίπτωση, η τιμή των συναρτήσεων επίδοσης μειώνεται, το οποίο τελικώς συνεπάγεται $\beta_i < 0$. Τελικά, το όχημα ακόλουθος στρίβει προς τα αριστερά και αποφεύγει το εμπόδιο, ενώ διατηρεί τη συνδεσιμότητα με τον οδηγό. Εναλλακτικά, στην περίπτωση που το εμπόδιο είναι στα αριστερά του ακόλουθου και του οδηγού, επιλέγουμε να αυξήσουμε την τιμή των συναρτήσεων επίδοσης, κι έτσι επιτρέπουμε στον ακόλουθο να κάνει δεξιά στροφή. Το αποτέλεσμα είναι να αποφεύγεται η σύγκρουση με το εμπόδιο και παράλληλα να διατηρείται η συνδεσιμότητα.

Περίπτωση Γ: Η τρίτη περίπτωση στην οποία πρέπει να μεταβάλλουμε την τιμή των συναρτήσεων επίδοσης μπορεί να εμφανιστεί υπό την ταυτόχρονη παρουσία δύο εμποδίων, ενός στα αριστερά και ενός στα δεξιά του ακόλουθου. Για παράδειγμα, μπορεί να χρειάζεται ο ακόλουθος να κάνει μία αριστερή στροφή για να διατηρήσει τη συνδεσιμότητα με τον οδηγό



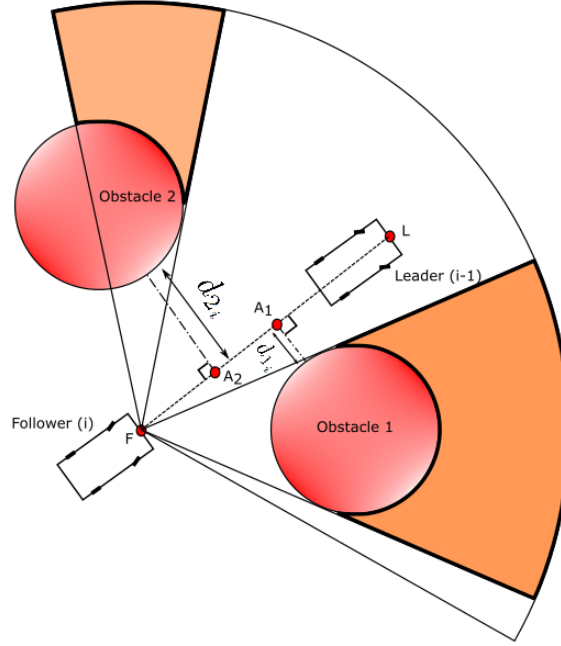
Σχήμα 3.1: Ο ακόλουθος παρακολουθεί τον οδηγό υπό την παρουσία ενός εμποδίου στο οπτικό του πεδίο. Η πορτοκαλί περιοχή είναι η περιοχή την οποία η κάμερα του ακολούθου δεν μπορεί να δει λόγω του εμποδίου. Η d_{1_i} είναι η ελάχιστη απόσταση που απέχει το εμπόδιο από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα δύο οχήματα.

του (λόγω του εμποδίου στα δεξιά), και ταυτόχρονα μία ίση δεξιά στροφή για να αποφύγει τη σύγκρουση με το εμπόδιο στα αριστερά. Αυτή η περίπτωση φαίνεται στο Σχήμα 3.2. Σε αυτό το σενάριο η λύση που προτάθηκε στην **Περίπτωση Β** οδηγεί σε αδιέξοδο. Ουσιαστικά, οι επιδράσεις των δύο εμποδίων στη συμπεριφορά των συναρτήσεων επίδοσης αναιρούνται, διότι το εμπόδιο στα δεξιά τείνει να επιβάλλει στις συναρτήσεις επίδοσης μείωση, σχεδόν, αντίθετη με την αύξηση που τείνει να επιβάλλει το εμπόδιο στα αριστερά. Έτσι, για να επιλύσουμε τέτοιου είδους προβλήματα, επιλέγουμε να κάνουμε κάτι παρόμοιο με αυτό που προτείναμε στην **Περίπτωση Α**. Μειώνουμε την τιμή των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης. Έτσι, ο ακόλουθος πλησιάζει τον οδηγό και απομακρύνεται από το σημείο στο οποίο συμβαίνει αυτό το αντιθετικό σενάριο.

Πέραν των παραπάνω, είναι απαραίτητο οι συναρτήσεις επίδοσης να μην ξεπερνάν συγκεκριμένες τιμές στις οποίες συμβαίνει είτε απώλεια συνδεσιμότητας είτε σύγκρουση μεταξύ των οχημάτων. Βάσει των εξισώσεων 3.1, 3.3 και των περιορισμών ασφαλείας $d_{col} < d_i(t) < d_{con}$ και $|\beta_i(t)| < \beta_{con}$, συμπεραίνουμε ότι πρέπει να κρατάμε τις τιμές των συναρτήσεων επίδοσης φραγμένες ως εξής:

$$\left. \begin{aligned} d_{col} - d_{i,des} &< \rho_{d_{L_i}}(t) < d_{con} - d_{i,des} \\ d_{col} - d_{i,des} &< \rho_{d_{U_i}}(t) < d_{con} - d_{i,des} \\ |\rho_{\beta_{L_i}}(t)| &< \beta_{con}, \quad |\rho_{\beta_{U_i}}(t)| < \beta_{con} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$. Για να κρατάμε φραγμένες τις συναρτήσεις επίδοσης επιστρατεύουμε



Σχήμα 3.2: Ο ακόλουθος παρακολουθεί τον οδηγό υπό την παρουσία δύο εμποδίων στο οπτικό του πεδίο. Οι πορτοκαλί περιοχές είναι οι περιοχές τις οποίες η κάμερα του ακολούθου δεν μπορεί να δει λόγω των εμποδίων. Οι d_{L_i} και d_{U_i} είναι οι ελάχιστες αποστάσεις των εμποδίων από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα δύο οχήματα.

τον κανονικό, συνεχή κατά Lipschitz τελεστή προβολής του [20], τον οποίο εξηγούμε στο Παράρτημα Β'. Στην προκειμένη περίπτωση, ο τελεστής προβολής λειτουργεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_* &= \text{Proj}(\mu_*, \rho_*) = \\ &= \begin{cases} \mu_* & \text{αν } p(\rho_*) \leq 0 \\ \mu_* & \text{αν } p(\rho_*) \geq 0 \quad \& \quad 2\rho_*\mu_* \leq 0 \\ (1 - p(\rho_*))\mu_* & \text{αλλιώς} \end{cases} \end{aligned}$$

για κάθε συνάρτηση επίδοσης όπου:

$$p(\rho_*) = \frac{(\rho_* - \bar{\rho}_*)(\rho_* + \underline{\rho}_*)}{\varepsilon^2 + \varepsilon(\bar{\rho}_* + \underline{\rho}_*)}$$

με το $\star \in \{d_{L_i}, d_{U_i}, \beta_{L_i}, \beta_{U_i}\}$, όπου οι μ_* είναι γνωστές και συνεχώς παραγωγίσιμες συναρτήσεις τις οποίες επιλέγουμε εμείς (όπως θα εξηγηθεί παρακάτω), το ε είναι μία μικρή θετική σταθερά και οι $\bar{\rho}_*$, $\underline{\rho}_*$ είναι παράμετροι τις οποίες τις επιλέγουμε εμείς, με λογική που θα δείξουμε παρακάτω. Ο τελεστής προβολής, λοιπόν, ικανοποιεί την ανισότητα $-\varepsilon - \underline{\rho}_* < \rho_*(t) < \bar{\rho}_* + \varepsilon, \forall t \geq 0$, γεγονός το οποίο δικαιολογεί τη χρήση του για να διατηρούνται φραγμένες οι συναρτήσεις επίδοσης όπως ορίσαμε στις ανισώσεις 3.4 (με την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων $\bar{\rho}_*$, $\underline{\rho}_*$, ε).

Άρα, πρέπει να επιλέξουμε τέτοια $\bar{\rho}_*$, $\underline{\rho}_*$ και ε , ώστε να εξασφαλίζουμε τις ανισότητες 3.4, και παράλληλα να διατηρούμε τις τιμές των άνω συναρτήσεων επίδοσης μεγαλύτερες από

αυτές των αντίστοιχων κάτω συναρτήσεων επίδοσης. Συγκεκριμένα, επιλέγουμε:

Συνάρτηση	$-\underline{\rho}_*$ (κάτω όριο)	$\bar{\rho}_*$ (άνω όριο)
ρ_{d_L}	$d_{col} - d_{i,des} + \varepsilon$	-
ρ_{d_U}	$d_{col} - d_{i,des} + 2\rho_{d_\infty} + \varepsilon$	-
ρ_{β_L}	$-\beta_{con} + \varepsilon$	$\beta_{con} - 2\rho_{\beta_\infty} - \varepsilon$
ρ_{β_U}	$-\beta_{con} + 2\rho_{\beta_\infty} + \varepsilon$	$\beta_{con} - \varepsilon$

ενώ, όσον αφορά το ε , αρκεί να είναι μία μικρή θετική σταθερά. Προσέξτε ότι δεν επιλέγουμε άνω όριο για τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης. Ένα υποτιθέμενο άνω όριο θα υπηρέτούσε τον σκοπό οι συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης να είναι μικρότερες του $d_{con} - d_{i,des}$. Όμως, δεδομένου του γεγονότος ότι για $t = 0$ $|\rho_{d_{L_i}}(0)| \leq d_{con} - d_{i,des}$ και $|\rho_{d_{U_i}}(0)| \leq d_{con} - d_{i,des}$, τότε, λόγω του τρόπου με τον οποίο επιλέγουμε τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης, είναι a priori δεδομένο ότι $|\rho_{d_{L_i}}(t)| \leq d_{con} - d_{i,des}$ και $|\rho_{d_{U_i}}(t)| \leq d_{con} - d_{i,des}$, $\forall t \geq 0$. Έτσι, το να εισάγουμε ένα άνω όριο για τον τελεστή προβολής των συναρτήσεων απόδοσης του σφάλματος απόστασης είναι περιττό. Σε αυτό θα αναφερθούμε και παρακάτω.

Βασιζόμενοι στα παραπάνω συμπεράσματα, επιλέγουμε τη δυναμική των συναρτήσεων επίδοσης ως εξής:

$$\begin{aligned}
\mu_{\rho_{d_{U_i}}} &= -\overline{M_{d_i}} l_d \left(\rho_{d_{U_i}} - \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})} \right) - c_u \frac{1 - sw_u}{u_i} - (1 - sw_{1,2}) \left(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \right) \\
\mu_{\rho_{d_{L_i}}} &= -\underline{M_{d_i}} l_d \left(\rho_{d_{L_i}} + \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})} \right) - c_u \frac{1 - sw_u}{u_i} - (1 - sw_{1,2}) \left(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \right) \\
\mu_{\rho_{\beta_{U_i}}} &= -\beta_{con} l_\beta \left(\rho_{\beta_{U_i}} - \frac{\rho_{\beta_\infty}}{\beta_{con}} \right) - sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \\
\mu_{\rho_{\beta_{L_i}}} &= -\beta_{con} l_\beta \left(\rho_{\beta_{L_i}} + \frac{\rho_{\beta_\infty}}{\beta_{con}} \right) - sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

όπου $\underline{M_{d_i}} = d_{i,des} - d_{col}$, $\overline{M_{d_i}} = d_{con} - d_{i,des}$ και οι c_u , l_d , l_β , ρ_{d_∞} , ρ_{β_∞} είναι προκαθορισμένες θετικές σταθερές. Η παράμετρος c_u καθορίζει τη μείωση στις συναρτήσεις επίδοσης που επιβάλλει ο όρος $\frac{1-sw_u}{u_i}$, και οι l_d , l_β , ρ_{d_∞} , ρ_{β_∞} καθορίζουν την επιθυμητή μεταβατική και μόνιμη απόκριση. Για να ορίσουμε τους όρους sw_i , πρέπει να ανατρέξουμε στο Παράρτημα Γ'. Εκεί ορίζουμε τη συνάρτηση $sw(x, \epsilon, \delta)$, η οποία είναι μία C^1 συνάρτηση εναλλαγής που: i) για $x \in (-\infty, \epsilon]$ είναι 0, ii) για $x \in [\epsilon + \delta, +\infty)$ είναι 1, και iii) για $x \in (\epsilon, \epsilon + \delta)$ είναι μία αύξουσα, λεία, συνεχής και παραγωγίσιμη καμπύλη που παίρνει όλες τις τιμές στο διάστημα $(0, 1)$. Οι όροι, λοιπόν, sw_i των εξισώσεων 3.5 έχουν ως εξής:

$$\begin{aligned}
sw_u &= sw(u_i, 0, \delta_u) \\
sw_1 &= sw(\lambda_1 + \delta_\lambda, 0, \delta_\lambda) - sw(\lambda_1, 1, \delta_\lambda) \\
sw_2 &= sw(\lambda_2 + \delta_\lambda, 0, \delta_\lambda) - sw(\lambda_2, 1, \delta_\lambda) \\
sw_{1,2} &= sw\left(-sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}}, 0, \delta_{1,2}\right)
\end{aligned}$$

όπου οι δ_u , δ_l και $\delta_{1,2}$ είναι μικρές προκαθορισμένες θετικές σταθερές, οι d_{1_i} , d_{2_i} είναι οι ελάχιστες αποστάσεις των εμποδίων, στα δεξιά και αριστερά του ακόλουθου αντίστοιχα, από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τις θέσεις του οδηγού και του ακολούθου, ενώ οι λ_1 , λ_2 είναι οι τιμές της παραμέτρου της ευθείας που συνδέει οδηγό και ακόλουθο που αντιστοιχούν στις προβολές των κοντυνότερων σημείων των εμποδίων από την ευθεία, πάνω στην ευθεία αυτή (κοιτώντας το Σχήμα 3.2, οι προβολές των κοντυνότερων σημείων των εμποδίων είναι τα σημεία A_1 και A_2). Αν το $\lambda_i \in [0, 1]$, τότε το σημείο A_i είναι ανάμεσα στον οδηγό και τον ακόλουθο, δηλαδή το εμπόδιο τίνει να παρεμβληθεί ανάμεσά τους. Έτσι, χρησιμοποιούμε το λ_i για να ‘αποφασίζουμε’ αν ένα εμπόδιο μπορεί να προκαλέσει πιθανή σύγκρουση ή απώλεια συνδεσιμότητας.

Πρέπει να σημειωθεί, ότι οι συναρτήσεις εναλλαγής χρησιμοποιούνται για να τροποποιούν την κανονική εκθετική συμπεριφορά των συναρτήσεων επίδοσης, η οποία εκφράζεται από τον πρώτο όρο κάθε εξίσωσης των εξισώσεων 3.5. Ουσιαστικά, οι συναρτήσεις εναλλαγής αλλάζουν τις συναρτήσεις επίδοσης με τρόπο τέτοιο όπως συζητήσαμε προηγουμένως σε αυτό το κεφάλαιο στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις. Συγκεκριμένα:

- Ο όρος $-c_u \frac{1-sw_u}{u_i}$ είναι ενεργός όταν $u_i < \delta_u$, και όταν $u_i \rightarrow 0$ ο όρος πάει στο $-\infty$. Με άλλα λόγια, όταν μειώνεται η γραμμική ταχύτητα u_i , αυτός ο όρος κάνει τις τιμές των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης να μειωθούν και να πέσουν υπό το 0. Έτσι ο ακόλουθος πλησιάζει τον οδηγό, όπως είχαμε περιγράψει στην **Περίπτωση Α**.
- Ο όρος $-sw_1 \frac{1}{d_{1_i}}$ είναι ενεργός όταν $\lambda_1 \in [0, 1]$ (βλ. Σχήμα 3.1), δηλαδή όταν το εμπόδιο στα δεξιά τίνει να παρεμβληθεί μεταξύ των οχημάτων. Όσο το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τον ακόλουθο με τον οδηγό πλησιάζει το εμπόδιο, υπάρχει αυξανόμενος κίνδυνος σύγκρουσης ή/και απώλειας σύνδεσης. Έτσι, ο όρος αυτός πάει στο $-\infty$ και κάνει τις τιμές των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος γωνίας να μειωθούν και τελικά, όπως εξηγήσαμε στην **Περίπτωση Β**, ο ακόλουθος κάνει αριστερή στροφή. Παρομοίως, ο όρος $sw_2 \frac{1}{d_{2_i}}$ δρα αντίστοιχα για την περίπτωση εμποδίου στα αριστερά του ακολούθου.
- Ο όρος $-(1-sw_{1,2})(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}})$ είναι ενεργός μόνο όταν οι δύο όροι στο παραπάνω bullet είναι, σχεδόν ή απολύτως, αντίθετοι. Αντιστοιχεί στην **Περίπτωση Γ**, κατά την οποία το όχημα ακόλουθος βρίσκεται στη θέση που συμβαίνει το αντιθετικό γεγονός. Σε τέτοιες περιπτώσεις, μειώνει υπό του μηδενός τις τιμές των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης. Έτσι, ο ακόλουθος πλησιάζει τον οδηγό και πετυχαίνουμε αυτό που είχαμε προτείνει παραπάνω.

Σε αυτό το σημείο, πρέπει να σημειώσουμε ότι κάθε χρονική στιγμή λαμβάνουμε υπόψιν μόνο ένα εμπόδιο στα αριστερά και μόνο ένα στα δεξιά, για κάθε όχημα. Συγκεκριμένα, λαμβάνουμε υπόψιν το εμπόδιο στα δεξιά που παράγει το μεγαλύτερο κατά απόλυτη τιμή όρο $-sw_1 \frac{1}{d_{1_i}}$ ανάμεσα σε όλα τα εμπόδια που βρίσκονται στα δεξιά του οχήματος, καθώς και το εμπόδιο στα αριστερά που παράγει το μεγαλύτερο κατά απόλυτη τιμή όρο $sw_2 \frac{1}{d_{2_i}}$ ανάμεσα σε όλα τα εμπόδια που βρίσκονται στα αριστερά του οχήματος.

Τέλος, παρατηρήστε ότι οι τιμές των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης είτε ισούνται με την τιμή της παράγουσας συνάρτησης του πρώτου όρου (εκθετική) των αντίστοιχων εξισώσεων 3.5 (όταν δεν υπάρχουν εμπόδια), είτε είναι ακόμα μικρότερες λόγω των όρων που δρουν υπό την ύπαρξη εμποδίων. Τα παραπάνω συνεπάγονται το εξής:

$$\rho_{d_{U_i}}(t) \leq \overline{M_{d_i}} \left(\left(1 - \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})} \right) e^{-l_d t} + \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})} \right) \leq \overline{M_{d_i}} = d_{con} - d_{i,des}$$

$$\rho_{d_{L_i}}(t) < \rho_{d_{U_i}}(t) \leq d_{con} - d_{i,des}$$

Αυτό εξηγεί, ακριβώς, γιατί είναι περιττή η επιλογή άνω ορίου για τον τελεστή προβολής των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης.

3.3 Διαδικασία Εξαγωγής του Νόμου Ελέγχου

Έχοντας ορίσει τη δυναμική των συναρτήσεων επίδοσης όπως εξηγήσαμε παραπάνω, το μόνο που μένει να κάνουμε είναι να βρούμε έναν νόμο ελέγχου που να διατηρεί τα σφάλματα απόστασης και γωνίας e_{d_i} και e_{β_i} εντός της περιοχής που ορίζεται από τις αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης, δηλαδή να εγγυάται την εξίσωση 3.3. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τη λογική με την οποία επιλέγουμε το νόμο ελέγχου. Παρά ταύτα, οι αυστηρές μαθηματικές αποδείξεις για την ευστάθειά του παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 4.

3.3.1 Έλεγχος της Γραμμικής Ταχύτητας

Θεωρούμε το επονομαζόμενο μετασχηματισμένο σφάλμα:

$$\varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) = \ln \left(\frac{e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}}}{\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t)} \right)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$. Παρατηρήστε ότι αν καταφέρουμε να διατηρήσουμε το μετασχηματισμένο σφάλμα φραγμένο, τότε αυτό συνεπάγεται ότι $\rho_{d_{L_i}} < e_{d_i} < \rho_{d_{U_i}}$. Παραγωγίζοντας το μετασχηματισμένο σφάλμα ως προς το χρόνο λαμβάνουμε:

$$\dot{\varepsilon}_{d_i}(e_{d_i}) = \frac{\rho_{d_{U_i}} - \rho_{d_{L_i}}}{(e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}})(\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t))} \dot{e}_{d_i} - \frac{\dot{\rho}_{d_{L_i}}}{e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}}} - \frac{\dot{\rho}_{d_{U_i}}}{\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t)}$$

Αντικαθιστώντας σε αυτή τη σχέση τις εξισώσεις 3.2 και 3.5 λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{d_i}(e_{d_i}) = & - \frac{\rho_{d_{U_i}} - \rho_{d_{L_i}}}{(e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}})(\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t))} \left\{ - u_{i-1} \cos(\phi_i + \beta_i) + u_i \cos(\beta_i) \right. \\ & \left. - c_u \frac{1 - sw_u}{u_i} - (1 - sw_{1,2}) \left(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}}} \left(- \underline{M_{d_i}} l_d (\rho_{d_{L_i}} + \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})}) \right) \\ & - \frac{1}{\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t)} \left(- \overline{M_{d_i}} l_d (\rho_{d_{U_i}} - \frac{\rho_{d_\infty}}{\max(\underline{M_{d_i}}, \overline{M_{d_i}})}) \right) \end{aligned}$$

Οι παράγουσες των δύο τελευταίων όρων με την πάροδο του χρόνου τείνουν στην αυθαίρετα μικρή τιμή ρ_{d_∞} , αφού πρόκειται για φθίνουσες εκθετικές. Αυτούς τους όρους τους αμελούμε, όπως επίσης και τον όρο $-u_{i-1} \cos(\phi_i + \beta_i)$ που εμπεριέχει τη γραμμική ταχύτητα του οδηγού $i - 1$. Έτσι, οι όροι που χρειάζονται αντιστάθμιση είναι οι $-c_u \frac{1-sw_u}{u_i} - (1-sw_{1,2}) \left(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \right)$. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, λοιπόν, θεωρούμε ότι $sw_u = 0$. Αμελώντας και το $\cos \beta_i$ που πολλαπλασιάζεται με τη γραμμική ταχύτητα u_i (υπενθυμίζουμε ότι αυτή είναι που θέλουμε να ελέγξουμε) λαμβάνουμε:

$$\dot{e}_{d_i}(e_{d_i}) = -r_{d_i} \left\{ u_i - c_u \frac{1}{u_i} - A_i \right\}$$

όπου:

$$r_{d_i} = \frac{\rho_{d_{U_i}} - \rho_{d_{L_i}}}{(e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}})(\rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t))}$$

$$A_i = (1-sw_{1,2}) \left(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}} \right)$$

Αν, λοιπόν, εξισώσουμε την παράγωγο του μετασχηματισμένου σφάλματος $\varepsilon_{d_i}(e_{d_i})$ με ένα $-K_{d_i} r_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i})$, ουσιαστικά εξασφαλίζουμε ότι το μετασχηματισμένο σφάλμα θα φθίνει εκθετικά ως προς το χρόνο (η απόδειξη ότι το $r_{d_i} > 0$ εξάγεται στο Κεφάλαιο 4). Αυτό συνεπάγεται ότι θα είναι φραγμένο, και έτσι ότι θα ισχύει $\rho_{d_{L_i}} < e_{d_i} < \rho_{d_{U_i}}$. Λύνοντας αυτήν την εξίσωση, λοιπόν, ως προς τη γραμμική ταχύτητα u_i , λαμβάνουμε το control feedback που εξυπηρετεί αυτό το σκοπό:

$$\dot{e}_{d_i}(e_{d_i}) = -K_{d_i} r_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) \Rightarrow$$

$$u_i - c_u \frac{1}{u_i} - A_i = K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) \Rightarrow$$

$$u_i(e_{d_i}, t) = \frac{1}{2} \left(K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i + \sqrt{(K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i)^2 + 4c_u} \right)$$

Αυτός είναι ο νόμος ελέγχου για τη γραμμική ταχύτητα.

3.3.2 Έλεγχος της Γωνίας Στροφής των Τροχών

Θεωρούμε το μετασχηματισμένο σφάλμα:

$$\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) = \ln \left(\frac{e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}}}{\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t)} \right)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$. Και πάλι στόχος είναι να το διατηρήσουμε φραγμένο ώστε να εξασφαλίζουμε ότι $\rho_{\beta_{L_i}}(t) < e_{\beta_i}(t) < \rho_{\beta_{U_i}}(t)$. Παραγωγίζοντάς το λαμβάνουμε:

$$\dot{\varepsilon}_{\beta_i}(e_{\beta_i}) = \frac{\rho_{\beta_{U_i}} - \rho_{\beta_{L_i}}}{(e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t))} \dot{e}_{\beta_i} - \frac{\dot{\rho}_{\beta_{L_i}}}{e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}}} - \frac{\dot{\rho}_{\beta_{U_i}}}{\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t)}$$

Αντικαθιστώντας σε αυτή τη σχέση την εξίσωση 3.2 και αμελώντας τους όρους $-\frac{u_{i-1}}{d_i} \sin(\phi_i + \beta_i) + \frac{u_i}{d_i} \sin(\beta_i)$ λαμβάνουμε:

$$\dot{\varepsilon}_{\beta_i}(e_{\beta_i}) = -\frac{\rho_{\beta_{U_i}} - \rho_{\beta_{L_i}}}{(e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t))} \frac{1}{\alpha} u_i \tan(\gamma_i) - \frac{\dot{\rho}_{\beta_{L_i}}}{e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}}} - \frac{\dot{\rho}_{\beta_{U_i}}}{\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t)}$$

Εδώ η σχεδίαση είναι ευκολότερη διότι οι όροι $-\frac{\dot{\rho}_{\beta_{L_i}}}{e_{\beta_i}(t)-\rho_{\beta_{L_i}}} - \frac{\dot{\rho}_{\beta_{U_i}}}{\rho_{\beta_{U_i}}-e_{\beta_i}(t)}$ δεν περιέχουν την είσοδο ελέγχου γ_i . Ορίζοντας, λοιπόν, ως $r_{\beta_i} = \frac{\rho_{\beta_{U_i}}-\rho_{\beta_{L_i}}}{(e_{\beta_i}(t)-\rho_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}}-e_{\beta_i}(t))}$, εξισώνουμε την παράγωγο $\dot{e}_{\beta_i}(e_{\beta_i})$ με $-K_{\beta_i}r_{\beta_i}\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i})$ και λαμβάνουμε:

$$\dot{e}_{\beta_i}(e_{\beta_i}) = -K_{\beta_i}r_{\beta_i}\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) \Rightarrow$$

$$\gamma_i(e_{\beta_i}, t) = \arctan \left(\frac{\alpha}{u_i} \left(K_{\beta_i}\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) + \frac{(e_{\beta_i} - \rho_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i})}{\rho_{\beta_{U_i}} - \rho_{\beta_{L_i}}} \cdot \left(-\frac{1}{e_{\beta_i} - \rho_{\beta_{L_i}}} \dot{\rho}_{\beta_{L_i}} - \frac{1}{\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}} \dot{\rho}_{\beta_{U_i}} \right) \right) \right)$$

Αυτός είναι ο νόμος ελέγχου για τη γωνία στροφής των τροχών.

Υπενθυμίζουμε ότι οι αναγκαίες μαθηματικές αποδείξεις ευστάθειας του πρωτοκόλλου ελέγχου βρίσκονται στο Κεφάλαιο 4.

3.4 Το Αποκεντρωμένο Πρωτόκολλο Ελέγχου

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε το αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου που επιλύει το πρόβλημα ελέγχου platooning για car-like οχήματα με αποφυγή εμποδίων και συγκρούσεων μεταξύ των οχημάτων, καθώς και διατήρηση της συνδεσιμότητας. Έτσι, δεδομένων των σφαλμάτων απόστασης και γωνίας e_{d_i} , e_{β_i} όπως ορίστηκαν στην εξίσωση 3.1:

Βήμα 1: Θέτουμε τη δυναμική των συναρτήσεων επίδοσης $\rho_{d_{U_i}}(t)$, $\rho_{d_{L_i}}(t)$, $\rho_{\beta_{U_i}}(t)$, $\rho_{\beta_{L_i}}(t)$ όπως ορίσαμε στις εξισώσεις 3.5.

Βήμα 2: Σχεδιάζουμε το πρωτόκολλο ελέγχου ως εξής:

$$u_i(e_{d_i}, t) = \frac{1}{2}(K_{d_i}\varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i + \sqrt{(K_{d_i}\varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i)^2 + 4c_u}) \quad (3.6)$$

$$\gamma_i(e_{\beta_i}, t) = \arctan \left(\frac{\alpha}{u_i} \left(K_{\beta_i}\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) + \frac{(e_{\beta_i} - \rho_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i})}{\rho_{\beta_{U_i}} - \rho_{\beta_{L_i}}} \cdot \left(-\frac{1}{e_{\beta_i} - \rho_{\beta_{L_i}}} \dot{\rho}_{\beta_{L_i}} - \frac{1}{\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}} \dot{\rho}_{\beta_{U_i}} \right) \right) \right) \quad (3.7)$$

για $i = 1, 2, \dots, N$, όπου τα K_{d_i} , K_{β_i} είναι θετικά κέρδη ελέγχου και:

$$A_i = (1 - sw_{1,2})(sw_1 \frac{1}{d_{1_i}} + sw_2 \frac{1}{d_{2_i}}) \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) = \ln\left(\frac{\xi_{d_{L_i}}}{\xi_{d_{U_i}}}\right) \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) = \ln\left(\frac{\xi_{\beta_{L_i}}}{\xi_{\beta_{U_i}}}\right) \quad (3.10)$$

όπου:

$$\xi_{d_{L_i}} = e_{d_i}(t) - \rho_{d_{L_i}} \quad (3.11)$$

$$\xi_{d_{U_i}} = \rho_{d_{U_i}} - e_{d_i}(t) \quad (3.12)$$

$$\xi_{\beta_{L_i}} = e_{\beta_i}(t) - \rho_{\beta_{L_i}} \quad (3.13)$$

$$\xi_{\beta_{U_i}} = \rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i}(t) \quad (3.14)$$

Παρατήρηση: Προσέξτε ότι το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε είναι πλήρως αποκεντρωμένο, υπό την έννοια ότι κάθε όχημα χρησιμοποιεί μόνο τοπικές πληροφορίες που του παρέχονται από τους αισθητήρες του (κάμερα και σαρωτής laser), για να υπολογίσει τα σήματα ελέγχου του 3.6 και 3.7. Επιπλέον, προσέξτε ότι η επιθυμητή μεταβατική και μόνιμη απόκριση του συστήματος, καθώς και οι προδιαγραφές της αποφυγής εμποδίων, συγκρούσεων και απώλειας συνδεσιμότητας καθορίζονται αποκλειστικά από την κατάλληλη επιλογή των συναρτήσεων επίδοσης $\rho_{d_{U_i}}(t)$, $\rho_{d_{L_i}}(t)$, $\rho_{\beta_{U_i}}(t)$, $\rho_{\beta_{L_i}}(t)$, γεγονός το οποίο απλοποιεί την επιλογή των κερδών ελέγχου K_{d_i} , K_{β_i} . Παρά ταύτα, πρέπει να σημειωθεί ότι η επιλογή των κερδών ελέγχου K_{d_i} , K_{β_i} επηρεάζει την εξέλιξη των σφαλμάτων e_{d_i} , e_{β_i} μέσα στην περιοχή που ορίζεται από τις αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης, καθώς και τα χαρακτηριστικά των σημάτων ελέγχου. Δηλαδή, μειώνοντας τις τιμές των κερδών τα σφάλματα ταλαντώνονται περισσότερο μέσα στην περιοχή που ορίζεται από τις συναρτήσεις επίδοσης. Αυτό βελτιώνεται με την αύξηση των τιμών των κερδών, η οποία όμως συνεπάγεται και σήματα ελέγχου μεγαλύτερα κατά απόλυτη τιμή. Έτσι, σε πραγματικές συνθήκες, μπορεί να χρειάζεται κάποιος πειραματισμός, για να διατηρούνται τα σήματα ελέγχου σε μέγεθος που μπορούν να παράξουν οι αντίστοιχοι ενεργοποιητές.

Κεφάλαιο 4

Ανάλυση Ευστάθειας

Στο κεφάλαιο αυτό αποδεικνύουμε ότι το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε εξασφαλίζει την αποφυγή εμποδίων, συγκρούσεων μεταξύ των οχημάτων, καθώς και τη διατήρηση της συνδεσιμότητας, ενώ τα σήματα κλειστού βρόχου παραμένουν φραγμένα για κάθε $t \geq 0$.

4.1 Μαθηματικός Φορμαλισμός του Προβλήματος

Θεωρούμε ένα platoon από car-like οχήματα που στοχεύουν να κινούνται σε σχηματισμό, ο οποίος χαρακτηρίζεται από τις επιθυμητές αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών οχημάτων $d_{i,des}$, όπου $i = 1, 2, \dots, N$, λαμβάνοντας υπόψιν τους περιορισμούς συγκρούσεων και συνδεσιμότητας, η οποίοι εκφράζονται από τα d_{col} και d_{con} , β_{con} αντίστοιχα, με $d_{col} < d_{i,des} < d_{con}$, $i = 1, 2, \dots, N$ και $|\beta_{con}| < \frac{\pi}{2}$. Θα αποδείξουμε ότι δεδομένης της **Υπόθεσης 1** (του Κεφαλαίου 2.1), το αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου **3.6**, **3.7** εξασφαλίζει ότι:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_{d_{L_i}} < e_{d_i}(t) < \rho_{d_{U_i}} \\ \rho_{\beta_{L_i}} < e_{\beta_i}(t) < \rho_{\beta_{U_i}} \end{array} \right\}, i = 1, 2, \dots, N$$

για κάθε χρονική στιγμή $t \geq 0$, όπως επίσης την ασφάλεια των οχημάτων (δηλαδή την αποφυγή εμποδίων), καθώς και το ότι όλα τα σήματα κλειστού βρόχου είναι φραγμένα. Παραγωγίζοντας τις εξισώσεις **3.11-3.14**, και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις **3.1**, **3.2**, **3.6**, **3.7**, **3.8-3.10**, λαμβάνουμε τα εξής:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{d_{L_i}} &= u_{i-1} \cos(\phi_i + \beta_i) \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot \left[K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i + \sqrt{(K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i)^2 + 4 \cdot c_u} \right] \cos(\beta_i) - \dot{\rho}_{d_{L_i}} \\ &= h_{d_{L_i}} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{d_{U_i}} &= -u_{i-1} \cos(\phi_i + \beta_i) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \left[K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i + \sqrt{(K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i}) + A_i)^2 + 4 \cdot c_u} \right] \cos(\beta_i) + \dot{\rho}_{d_{U_i}} \\ &= h_{d_{U_i}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_{\beta_{L_i}} &= -K_{\beta_i} \varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) \\ &+ \frac{(\dot{\rho}_{\beta_{U_i}} - \dot{\rho}_{\beta_{L_i}})(e_{\beta_i} - \rho_{\beta_{L_i}})}{\rho_{d_{U_i}} - \rho_{d_{L_i}}} - \frac{u_{i-1}}{d_i} \sin(\phi_i + \beta_i) + \frac{K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i})}{d_i} \sin(\beta_i) \\ &= h_{\beta_{L_i}}\end{aligned}\quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_{\beta_{U_i}} &= K_{\beta_i} \varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i}) \\ &+ \frac{(\dot{\rho}_{\beta_{U_i}} - \dot{\rho}_{\beta_{L_i}})(\rho_{\beta_{U_i}} - e_{\beta_i})}{\rho_{d_{U_i}} - \rho_{d_{L_i}}} + \frac{u_{i-1}}{d_i} \sin(\phi_i + \beta_i) - \frac{K_{d_i} \varepsilon_{d_i}(e_{d_i})}{d_i} \sin(\beta_i) \\ &= h_{\beta_{U_i}}\end{aligned}\quad (4.4)$$

όπου $i = 1, 2, \dots, N$. Επίσης, ορίζουμε το ανοικτό σύνολο Ω_ξ ως εξής:

$$\Omega_\xi = (0, +\infty) \times (0, +\infty) \times \dots \times (0, +\infty) \quad (N \text{ φορές})$$

Παρακάτω παρουσιάζεται η μαθηματική απόδειξη αυτών που προαναφέραμε, η οποία αποτελείται από τέσσερις φάσεις: 1) Αρχικά, αποδεικνύουμε την ασφάλεια του πρωτοκόλλου ελέγχου, δηλαδή την εξασφάλιση της αποφυγής εμποδίων και της διατήρησης συνδεσιμότητας παρά την πιθανή παρεμβολή εμποδίων στο οπτικό πεδίο των οχημάτων. 2) Αποδεικνύουμε την ύπαρξη μέγιστης λύσης (βλ. Παράρτημα Δ') για κάθε μία από τις εξισώσεις 4.1-4.4 (για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$) στο σύνολο Ω_ξ για ένα χρονικό διάστημα $[0, \tau_{max})$ (δηλ. $\xi(t) \in \Omega_\xi, \forall t \in [0, \tau_{max})$). 3) Μετά, αποδεικνύουμε ότι όλα τα σήματα κλειστού βρόχου είναι φραγμένα $\forall t \in [0, \tau_{max})$. 4) Τέλος, αποδεικνύουμε ότι κάθε $\xi(t)$ παραμένει αυστηρά εντός ενός συμπαγούς υποσυνόλου του Ω_ξ , το οποίο συνεπάγεται, διά της απόπου απαγωγής, ότι $\tau_{max} = +\infty$. Έτσι ολοκληρώνεται η απόδειξη.

Σημειώνουμε ότι τα θεωρήματα και οι προτάσεις που χρησιμοποιούμε από κάτω αναφέρονται στο Παράρτημα Δ', και φυσικά στο βιβλίο [21]. Επίσης, παρακάτω, όποτε γράφουμε μία μεταβλητή ή παράμετρο, που έχει οριστεί προηγουμένως, χωρίς δείκτη i , εννοούμε ότι το αντίστοιχο συμπέρασμα ισχύει για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$.

4.2 Απόδειξη των Προδιαγραφών του Πρωτοκόλλου Ελέγχου

4.2.1 Φάση 1

Σε αυτή τη φάση, αποδεικνύουμε ότι, δεδομένου του γεγονότος ότι το όχημα-οδηγός του platooning διαγράφει μία εφικτή και ασφαλή τροχιά (δηλ. χωρίς να παρεμβάλλονται εμπόδια), τότε η αποφυγή συγκρούσεων των οχημάτων με τα εμπόδια και η αποφυγή απωλειών συνδεσιμότητας λόγω πιθανών παρεμβολών των εμποδίων στο οπτικό πεδίο των οχημάτων είναι εξασφαλισμένες. Για να το αποδείξουμε αυτό, εξετάζουμε δύο ξεχωριστές περιπτώσεις:

- **Περίπτωση 1η:** Κοιτώντας το Σχήμα 3.2, υποθέτουμε ότι $d_{1_i} \rightarrow 0$ και $d_{2_i} \rightarrow 0$. Αυτό συνεπάγεται ότι $\dot{\rho}_{d_{U_i}} \rightarrow -\infty$, $\dot{\rho}_{d_{L_i}} \rightarrow -\infty$ και $u_i \rightarrow +\infty$. Έτσι, το όχημα-ακόλουθος πλησιάζει τόσο πολύ τον οδηγό, ώστε η μεταξύ τους απόσταση γίνεται $d_{col} + \varepsilon$. Άρα,

το σύστημα που αποτελείται από τα δύο οχήματα i και $i - 1$ κινείται σαν ένα τρέιλερ, με τα οχήματα να βρίσκονται πάρα πολύ κοντά και, ουσιαστικά, τον οδηγό να ‘τραβάει’ τον ακόλουθο. Έτσι, ο ακόλουθος τείνει να ακολουθεί ακριβώς την τροχιά του οδηγού, παραμένοντας ακριβώς από πίσω του. Αυτό σημαίνει ότι, δεδομένου ότι ο οδηγός εκτελεί μία ασφαλή και εφικτή τροχιά, ο ακόλουθος δε συγκρούεται με κάποιο εμπόδιο και επίσης δε χάνει ποτέ από το οπτικό του πεδίο τον οδηγό.

- **Περίπτωση 2η:** Ξανά κοιτώντας το Σχήμα 3.2, και χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποθέτουμε ότι μόνο το $d_{1_i} \rightarrow 0$. Σε αυτήν την περίπτωση, αφού το $\frac{1}{d_{1_i}} \rightarrow +\infty$ και το $\frac{1}{d_{2_i}}$ είναι φραγμένο, το πρωτόκολλο λαμβάνει υπόψιν μόνο το εμπόδιο 1, και όχι το εμπόδιο 2. Ουσιαστικά, αντιστοιχεί στο σενάριο κατά το οποίο τείνει να παρεμβληθεί μόνο ένα εμπόδιο. Αφού, λοιπόν, $\frac{1}{d_{1_i}} \rightarrow +\infty$ ο ακόλουθος απομακρύνεται αμέσως από το εμπόδιο λόγω της απότομης μεταβολής των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος γωνίας, ενώ οι συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης τον κρατάνε κοντά στον οδηγό. Έτσι, διατηρεί τη συνδεσιμότητά του με τον οδηγό, ενώ ταυτόχρονα αποφεύγει το εμπόδιο.

Τα ίδια, προφανώς, ισχύουν για οποιοδήποτε ζευγάρι διαδοχικών οχημάτων του platoon.

4.2.2 Φάση 2

Θα αποδείξουμε ότι υπάρχει μέγιστη λύση $\xi(t)$ για κάθε μία από τις εξισώσεις 4.1-4.4 (για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$) με $\xi(t) \in \Omega_\xi, \forall t \in [0, \tau_{max})$. Υπενθυμίζουμε την **Υπόθεση 1** του Κεφαλαίου 2.1: **Υπόθεση 1:** $d_{col} < d_i(0) < d_{con}$ και $|\beta_i(0)| < \beta_{con}$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$.

Η **Υπόθεση 1**, λοιπόν, σημαίνει ότι $\xi_{d_L}(0), \xi_{d_U}(0), \xi_{\beta_L}(0), \xi_{\beta_U}(0) \in \Omega_\xi$. Επιπλέον, προσέξτε ότι οι συναρτήσεις $h_{d_L}, h_{d_U}, h_{\beta_L}$ και h_{β_U} είναι συνεχείς στο πεδίο του χρόνου t και τοπικά Lipschitz στο πεδίο του αντίστοιχού τους ξ στο σύνολο Ω_ξ . Έτσι, οι προϋποθέσεις του Θεωρήματος 4.1 ικανοποιούνται. Άρα, υπάρχει μία μέγιστη λύση $\xi(t)$ για κάθε μία από τις εξισώσεις 4.1-4.4 σε ένα χρονικό διάστημα $[0, \tau_{max})$, τέτοια ώστε $\xi(t) \in \Omega_\xi, \forall t \in [0, \tau_{max})$.

4.2.3 Φάση 3

Σε αυτή τη φάση αποδεικνύουμε ότι όλα τα σήματα κλειστού βρόχου είναι φραγμένα $\forall t \in [0, \tau_{max})$. Η απόδειξη της ασφάλειας που έγινε στη **Φάση 1**, πέρα από την καθεαυτή σημασία της, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι κανένα από τα $A_i, \dot{\rho}_{d_{U_i}}, \dot{\rho}_{d_{L_i}}, \dot{\rho}_{\beta_{U_i}}, \dot{\rho}_{\beta_{L_i}}$ δεν απειρίζεται, διά της απόπου απαγωγής. Αυτό το συμπέρασμα θα μας βοηθήσει στην απόδειξή μας παρακάτω.

Στην προηγούμενη φάση αποδείξαμε ότι ισχύει η εξίσωση 3.3 για κάθε χρονική στιγμή $t \in [0, \tau_{max})$. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$, για το οποίο ισχύει $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{d_{U_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (\rho_{d_{U_k}} - e_{d_k}) = 0$. Αυτό συνεπάγεται ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \varepsilon_{d_k}(e_{d_k}) = +\infty$, που σημαίνει επίσης ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} u_k = +\infty$ (αφού το A_k είναι φραγμένο). Επίσης, προσέξτε ότι το $\varepsilon_{d_k}(e_{d_k})$ είναι καλώς ορισμένο $\forall t \in [0, \tau_{max})$, λόγω αυτών που αποδείξαμε στη **Φάση 2**. Θεωρούμε τη θετικά ορισμένη συνάρτηση $V_{d_k} = \frac{1}{2} \varepsilon_{d_k}^2(e_{d_k})$. Είναι προφανές

ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} V_{d_k} = +\infty$. Παραγωγίζοντας την V_{d_k} ως προς το χρόνο t λαμβάνουμε:

$$\dot{V}_{d_k} = \varepsilon_{d_k}(e_{d_k}) \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_{d_{U_k}} - e_{d_k}} \cdot \left[\frac{\rho_{d_{U_k}} - \rho_{d_{L_k}}}{e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}} \cdot u_{k-1} \cos(\phi_k + \beta_k) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\rho_{d_{U_k}} - \rho_{d_{L_k}}}{e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}} \cdot u_k \cos(\beta_k) - \dot{\rho}_{d_{U_k}} \right] - \frac{1}{e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}} \dot{\rho}_{d_{L_k}} \right\}$$

Προσέξτε ότι τα $\dot{\rho}_{d_{U_i}}$, $\dot{\rho}_{d_{L_i}}$ και $\frac{\rho_{d_{U_k}} - \rho_{d_{L_k}}}{e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}} \cdot u_{k-1} \cos(\phi_k + \beta_k)$ είναι φραγμένα για $t \rightarrow \tau_{max}$. Αφου, λοιπόν, το $\frac{1}{e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}} \dot{\rho}_{d_{L_k}}$ είναι επίσης φραγμένο και το $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} u_k = +\infty$, λαμβάνουμε ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \dot{V}_{d_k} = -\infty$, το οποίο είναι ασύμβατο με την αρχική υπόθεση ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} V_{d_k} = +\infty$. Άρα, τέτοιο $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$ δεν υπάρχει. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι υπάρχουν $\underline{\xi}_{d_{U_i}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi}_{d_{U_i}} \leq \xi_{d_{U_i}}(t)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αποδεικνύουμε ότι υπάρχουν $\underline{\xi}_{d_{L_i}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi}_{d_{L_i}} \leq \xi_{d_{L_i}}(t)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$.

Τώρα, ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$, τέτοιο ώστε $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{d_{U_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (\rho_{d_{U_k}} - e_{d_k}) = +\infty$. Έτσι, αφού η $\rho_{d_{U_k}}$ είναι εξ' ορισμού φραγμένη, τότε συνεπάγεται ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} e_{d_k} = -\infty$. Άρα, και αφού η $\rho_{d_{L_k}}$ είναι επίσης φραγμένη εξ' ορισμού, θα ισχύει ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{d_{L_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (e_{d_k} - \rho_{d_{L_k}}) = -\infty$. Αυτό όμως δεν είναι δυνατό, βάσει αυτών που αποδείξαμε στην **Φάση 2**. Καταλήγουμε, λοιπόν, ότι δεν μπορεί να υπάρχει τέτοιο $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$. Με άλλα λόγια, συμπεραίνουμε ότι για όλα τα $i = 1, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$ υπάρχουν $\overline{\xi}_{d_{U_i}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi}_{d_{U_i}} \leq \xi_{d_{U_i}}(t) \leq \overline{\xi}_{d_{U_i}} < +\infty \quad (4.5)$$

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αποδεικνύουμε ότι για όλα τα $i = 1, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$ υπάρχουν $\overline{\xi}_{d_{L_i}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi}_{d_{L_i}} \leq \xi_{d_{L_i}}(t) \leq \overline{\xi}_{d_{L_i}} < +\infty \quad (4.6)$$

Άρα, από τις ανισώσεις **4.5**, **4.6** αποδεικνύεται ότι όλα τα $\varepsilon_d(e_{d_i})$, και άρα και το σήμα ελέγχου **3.6**, παραμένουν φραγμένα για κάθε χρονική στιγμή $t \in [0, \tau_{max})$.

Τώρα θα αποδείξουμε το ίδιο για όλα τα $\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i})$ και το σήμα ελέγχου **3.7**. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$ τέτοιο ώστε $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{\beta_{U_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (\rho_{\beta_{U_k}} - e_{\beta_k}) = 0$. Έτσι, $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \varepsilon_{\beta_k}(e_{\beta_k}) = +\infty$. Σημειώνουμε ότι, βάσει αυτών που αποδείξαμε στη **Φάση 2** το $\varepsilon_{\beta_k}(e_{\beta_k})$ είναι καλώς ορισμένο για κάθε χρονική στιγμή $t \in [0, \tau_{max})$. Θεωρούμε τη θετικά ορισμένη συνάρτηση $V_{\beta_k} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\beta_k}^2(e_{\beta_k})$. Είναι φανερό ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} V_{\beta_k} =$

$+\infty$. Παραγωγίζοντας την V_{β_k} ως προς το χρόνο t λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\beta_k} = & \varepsilon_{\beta_k}(e_{\beta_k}) \cdot \frac{\rho_{\beta_{U_k}} - \rho_{\beta_{L_k}}}{(e_{\beta_k} - \rho_{\beta_{L_k}})(\rho_{\beta_{U_k}} - e_{\beta_k})} \\ & \cdot \left[-\frac{u_{k-1}}{d_k} \sin(\phi_k + \beta_k) + \frac{u_k}{d_k} \sin(\beta_k) - K_{\beta} \varepsilon_{\beta_k}(e_{\beta_k}) \right] \end{aligned}$$

Αφού το $-\frac{u_{k-1}}{d_k} \sin(\phi_k + \beta_k) + \frac{u_k}{d_k} \sin(\beta_k)$ είναι φργμάενο και $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \frac{\rho_{\beta_{U_k}} - \rho_{\beta_{L_k}}}{(e_{\beta_k} - \rho_{\beta_{L_k}})(\rho_{\beta_{U_k}} - e_{\beta_k})} = +\infty$, λαμβάνουμε ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \dot{V}_{\beta_k} = +\infty \cdot +\infty \cdot [-\infty] = -\infty$, που είναι ασύμβατο με την αρχική μας υπόθεση ότι $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} V_{\beta_k} = +\infty$. Άρα, τέτοιο $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$ δεν υπάρχει. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι υπάρχουν $\underline{\xi_{\beta_{U_i}}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi_{\beta_{U_i}}} \leq \xi_{\beta_{U_i}}(t)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αποδεικνύουμε ότι υπάρχουν $\underline{\xi_{\beta_{L_i}}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi_{\beta_{L_i}}} \leq \xi_{\beta_{L_i}}(t)$$

για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$.

Τώρα, ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα $k \in I = \{1, 2, \dots, N\}$ τέτοιο ώστε $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{\beta_{U_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (\rho_{\beta_{U_k}} - e_{\beta_k}) = +\infty$. Αφού η $\rho_{\beta_{U_k}}$ είναι εξ' ορισμού φραγμένη, τότε $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} e_{\beta_k} = -\infty$. Άρα, και αφού η $\rho_{\beta_{L_k}}$ είναι επίσης εξ' ορισμού φραγμένη, τότε θα ισχύει $\lim_{t \rightarrow \tau_{max}} \xi_{\beta_{L_k}} = \lim_{t \rightarrow \tau_{max}} (e_{\beta_k} - \rho_{\beta_{L_k}}) = -\infty$, το οποίο δεν μπορεί να ισχύει λόγω αυτών που αποδείξαμε στη **Φάση 2**. Έτσι, για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και $\forall t \in [0, \tau_{max})$ υπάρχουν $\overline{\xi_{\beta_{U_i}}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi_{\beta_{U_i}}} \leq \xi_{\beta_{U_i}}(t) \leq \overline{\xi_{\beta_{U_i}}} < +\infty \quad (4.7)$$

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αποδεικνύουμε ότι για όλα τα $i = 1, 2, \dots, N$ και $\forall t \in [0, \tau_{max})$ υπάρχουν $\overline{\xi_{\beta_{L_i}}}$ τέτοια ώστε:

$$0 < \underline{\xi_{\beta_{L_i}}} \leq \xi_{\beta_{L_i}}(t) \leq \overline{\xi_{\beta_{L_i}}} < +\infty \quad (4.8)$$

Έτσι, από τις ανισώσεις 4.7, 4.8 εξάγεται ότι όλα τα $\varepsilon_{\beta_i}(e_{\beta_i})$, και άρα και το σήμα ελέγχου 3.7, παραμένουν φραγμένα για κάθε χρονική στιγμή $t \in [0, \tau_{max})$.

4.2.4 Φάση 4

Αυτό που μένει να αποδείξουμε για να ολοκληρωθεί η απόδειξη ευστάθειας και ασφάλειας είναι ότι το τ_{max} μπορεί να εκταθεί στο $+\infty$. Ας ορίσουμε τα παρακάτω σύνολα:

$$\begin{aligned} \Omega'_{\xi_{d_U}} &= [\underline{\xi_{d_{U_1}}}, \overline{\xi_{d_{U_1}}}] \times \dots \times [\underline{\xi_{d_{U_N}}}, \overline{\xi_{d_{U_N}}}] \\ \Omega'_{\xi_{d_L}} &= [\underline{\xi_{d_{L_1}}}, \overline{\xi_{d_{L_1}}}] \times \dots \times [\underline{\xi_{d_{L_N}}}, \overline{\xi_{d_{L_N}}}] \\ \Omega'_{\xi_{\beta_U}} &= [\underline{\xi_{\beta_{U_1}}}, \overline{\xi_{\beta_{U_1}}}] \times \dots \times [\underline{\xi_{\beta_{U_N}}}, \overline{\xi_{\beta_{U_N}}}] \\ \Omega'_{\xi_{\beta_L}} &= [\underline{\xi_{\beta_{L_1}}}, \overline{\xi_{\beta_{L_1}}}] \times \dots \times [\underline{\xi_{\beta_{L_N}}}, \overline{\xi_{\beta_{L_N}}}] \end{aligned}$$

Τα σύνολα αυτά είναι μη κενά και συμπαγή υποσύνολα του Ω_ξ . Έτσι, υποθέτοντας ότι $\tau_{max} < +\infty$, η Πρόταση 4.1 οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν χρονικές στιγμές t_{d_U} , t_{d_L} , t_{β_U} , t_{β_L} εντός του χρονικού διαστήματος $[0, \tau_{max})$, για τις οποίες ισχύει ότι $\xi_{d_U}(t_{d_U}) \notin \Omega'_{\xi_{d_U}}$, $\xi_{d_L}(t_{d_L}) \notin \Omega'_{\xi_{d_L}}$, $\xi_{\beta_U}(t_{\beta_U}) \notin \Omega'_{\xi_{\beta_U}}$ και $\xi_{\beta_L}(t_{\beta_L}) \notin \Omega'_{\xi_{\beta_L}}$, το οποίο είναι άτοπο. Άρα, $\tau_{max} = +\infty$. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι:

$$\rho_{d_{L_i}} < e_{d_i}(t) < \rho_{d_{U_i}}$$

$$\rho_{\beta_{L_i}} < e_{\beta_i}(t) < \rho_{\beta_{U_i}}$$

για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$ και για κάθε $t \geq 0$. Η απόδειξη ολοκληρώνεται εδώ.

Σημείωση: Παρατηρήστε ότι το μέγεθος του platoon N δεν παίζει κάποιο ρόλο στη διαδικασία της απόδειξης. Αυτό, όπως είχαμε αναφέρει και στο Κεφάλαιο 1.3, σημαίνει ότι η απόκριση του συστήματος είναι πλήρως αποζευγμένη από τον αριθμό των οχημάτων στο platoon. Άρα, τα σφάλματα e_{d_i} , e_{β_i} δε μεγαλώνονται όσο μεγαλώνει το N , κάτι που είναι πολύ σημαντικό.

Κεφάλαιο 5

Προσομοίωση και Αξιολόγηση του Πρωτοκόλλου Ελέγχου

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που εξαγάγαμε από την προσομοίωση του πρωτοκόλλου ελέγχου. Συγκεκριμένα, εκτελέσαμε δύο ξεχωριστές προσομοιώσεις:

- Η πρώτη πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του MATLAB και της πλατφόρμας προσομοιώσεων Coppelia Robotics V-REP, και προσομοιώνει τη λειτουργία του πρωτοκόλλου ελέγχου για ένα platoon αποτελούμενο από 5 car-like ακολουθούς και έναν car-like οδηγό που κινούνται σε μία πίστα με εμπόδια.
- Η δεύτερη πραγματοποιήθηκε εξ' ολοκλήρου στο MATLAB και συγκρίνει το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε με τον ελεγκτή που προτείνεται από τους M. Pham και D. Wang στο [13], σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

5.1 Πρώτη Μελέτη Προσομοίωσης - Πίστα με Εμπόδια

Για να εξετάσουμε την επίδοση του αποκεντρωμένου πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε, πραγματοποιήσαμε μία προσομοίωσή του με τη βοήθεια του MATLAB και της ρεαλιστικής πλατφόρμας προσομοιώσεων Coppelia Robotics V-REP. Θεωρήσαμε ένα platoon που αποτελείται από 5 car-like ακολουθούς και έναν car-like οδηγό. Το μήκος και το πλάτος των οχημάτων είναι αντίστοιχα: $\alpha = 1\text{m}$ και $w = 0.45\text{m}$. Οι επιθυμητές αποστάσεις μεταξύ των οχημάτων τέθηκαν $d_{i,des} = 4\text{m}$, $i = 1, 2, \dots, 5$, ενώ οι περιορισμοί συνδεσιμότητας και συγκρούσεων μεταξύ των οχημάτων ορίστηκαν ως $d_{con} = 10\text{m}$, $\beta_{con} = 0.36\pi$ rad και $d_{col} = 1.45\text{m}$. Άρα, για τις τιμές των \overline{M}_{d_i} και \underline{M}_{d_i} θα ισχύει: $\overline{M}_{d_i} = 6\text{m}$ και $\underline{M}_{d_i} = 2.55\text{m}$ για όλα τα $i = 1, 2, \dots, 5$. Επίσης, όσον αφορά τις παραμέτρους των συναρτήσεων επίδοσης, επιλέξαμε: $l_d = l_\beta = 1$, $\rho_{d_\infty} = \rho_{\beta_\infty} = 0.1$, $c_u = 0.003$, $\delta_u = 0.2$, $\delta_{1,2} = 1$. Επιπλέον, οι παράμετροι για τους τελεστές προβολής των συναρτήσεων επίδοσης επιλέγονται, όπως είχαμε συζητήσει και

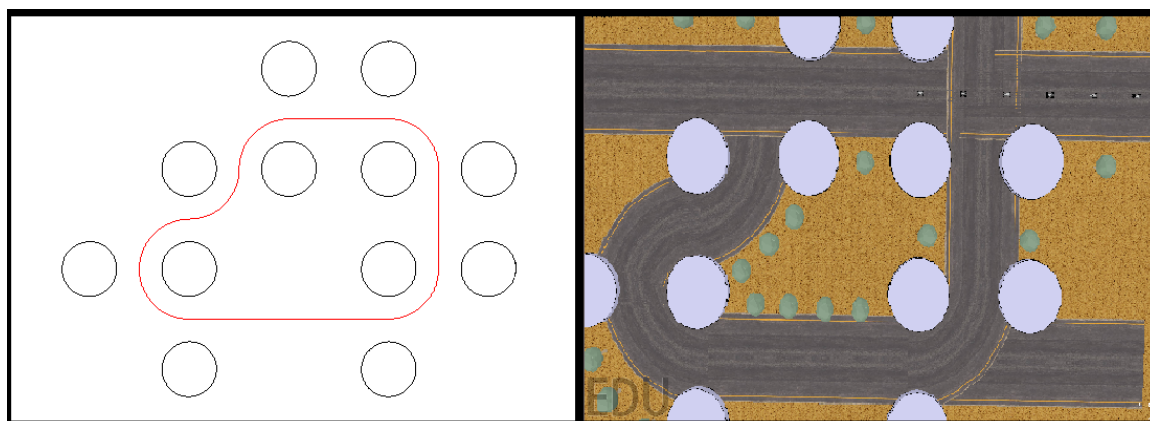
σε προηγούμενο κεφάλαιο, ως εξής:

Function	$-\underline{\rho}_*$ (lower bound)	$\bar{\rho}_*$ (upper bound)	ε
ρ_{d_L}	-2.5	-	0.05
ρ_{d_U}	-2.3	-	0.05
ρ_{β_L}	$-0.36\pi + 0.01$	$0.36\pi - 0.21$	0.01
ρ_{β_U}	$-0.36\pi + 0.21$	$0.36\pi - 0.01$	0.01

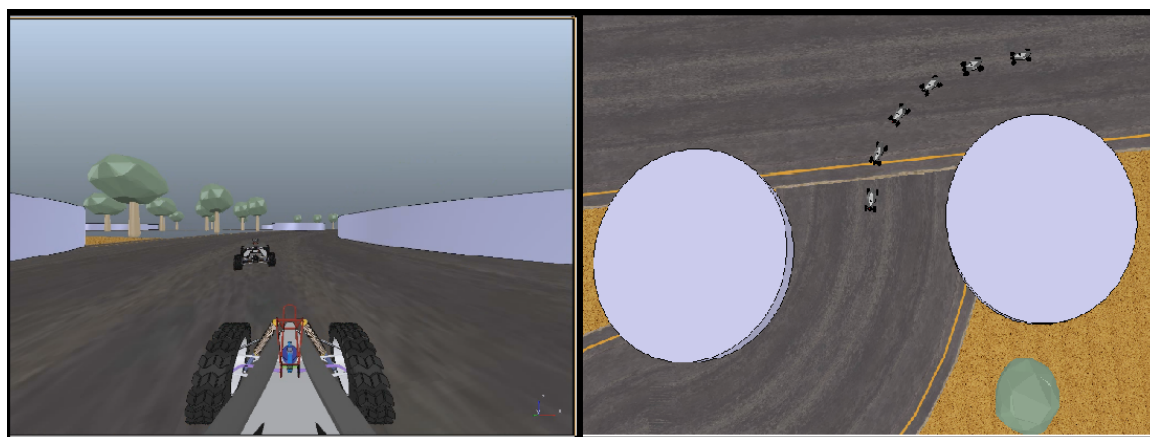
Τέλος, για τα κέρδη ελέγχου επιλέγουμε $K_{d_i} = 10$, $K_{\beta_i} = 10$, $i = 1, 2, \dots, 5$.

Τα οχήματα καλούνται να κινηθούν σε μία πίστα με στατικά κυλινδρικά εμπόδια, ακολουθώντας το όχημα-οδηγό και επιστρατεύοντας το προτεινόμενο πρωτόκολλο ελέγχου. Τα οχήματα ξεκινούν, με τις μεταξύ τους αποστάσεις να είναι $d_i = 5\text{m}$, $i = 1, 2, \dots, 5$.

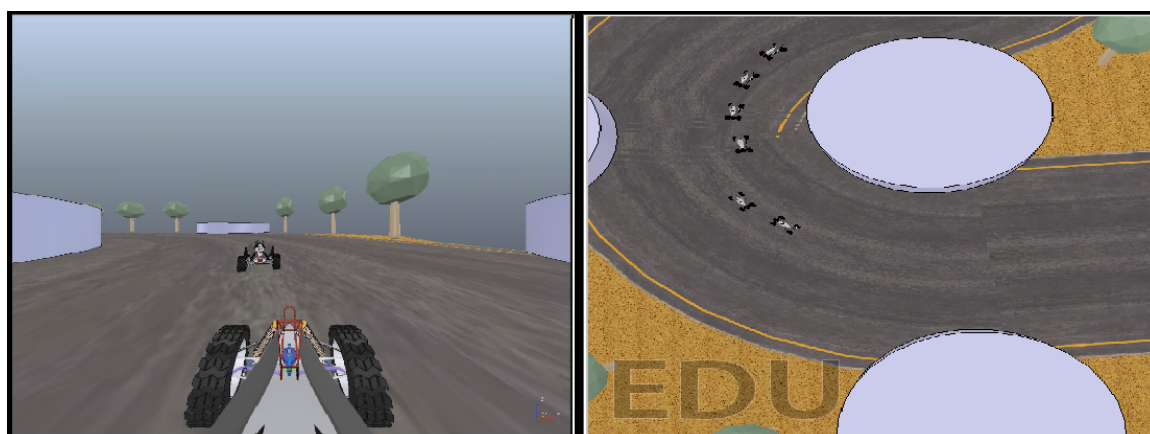
- Η πίστα με τα εμπόδια και η τροχιά που διαγράφει το όχημα-οδηγός φαίνονται στο Σχήμα 5.1.
- Στα Σχήματα 5.2-5.4 απεικονίζονται 3 ενδεικτικά στιγμιότυπα της προσομοίωσης, από τη λήψη της κάμερας του πρώτου ακόλουθου και από πανοραμική λήψη.
- Στο Σχήμα 5.5 απεικονίζεται η εξέλιξη στο χρόνο των σφαλμάτων απόστασης $e_{d_i}(t)$ για όλα τα $i = 1, 2, \dots, 5$, ενώ στο Σχήμα 5.6 απεικονίζεται η εξέλιξη των σφαλμάτων γωνίας $e_{\beta_i}(t)$. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι τα σφάλματα εξελίσσονται αυστηρά εντός της περιοχής που ορίζουν οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης.
- Στο Σχήμα 5.7 φαίνεται η εξέλιξη των αποστάσεων $d_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, μεταξύ των διαδοχικών οχημάτων, στο οποίο η διακεκομμένη μπλε γραμμή αναπαριστά την απόσταση d_{col} στην οποία συμβαίνει σύγκρουση. Παρατηρήστε ότι οι αποστάσεις μεταξύ των οχημάτων είναι πάντα μεγαλύτερες της απόστασης σύγκρουσης, δηλαδή $d_i(t) > d_{col}$, $\forall t \geq 0$ για όλα τα $i = 1, 2, \dots, 5$.
- Στο Σχήμα 5.8 απεικονίζεται η εξέλιξη των σφαλμάτων απόστασης $e_{d_1}(t)$ και γωνίας $e_{\beta_1}(t)$ του ακόλουθου 1. Στο σχήμα αυτό, έχουμε τονίσει τρεις χρονικές στιγμές, οι οποίες αντιστοιχούν στα στιγμιότυπα που απεικονίζονται στα Σχήματα 5.2-5.4. Το πρώτο στιγμιότυπο (Σχήμα 5.2), λοιπόν, αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t \approx 2.2\text{sec}$, κατά την οποία το εμπόδιο στα αριστερά οδηγεί την τιμή των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος γωνίας να αυξηθεί για να διατηρηθεί η συνδεσιμότητα με το όχημα-οδηγό, ενώ σε συνδυασμό με το εμπόδιο στα δεξιά μειώνει την τιμή των συναρτήσεων επίδοσης του σφάλματος απόστασης ώστε ο ακόλουθος να πλησιάσει τον οδηγό και να αποφύγει τη σύγκρουση με τα εμπόδια. Το στιγμιότυπο στο Σχήμα 5.3 αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t \approx 4.2\text{sec}$, και πρόκειται για μία περίπτωση παρόμοια με την προηγούμενη. Τέλος, το στιγμιότυπο στο Σχήμα 5.4 αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t \approx 7.8\text{sec}$, στην οποία δεν παρεμβάλλονται εμπόδια μεταξύ ακόλουθου και οδηγού και έτσι ο ακόλουθος διατηρεί την επιθυμητή απόσταση και γωνία σε σχέση με τον οδηγό.



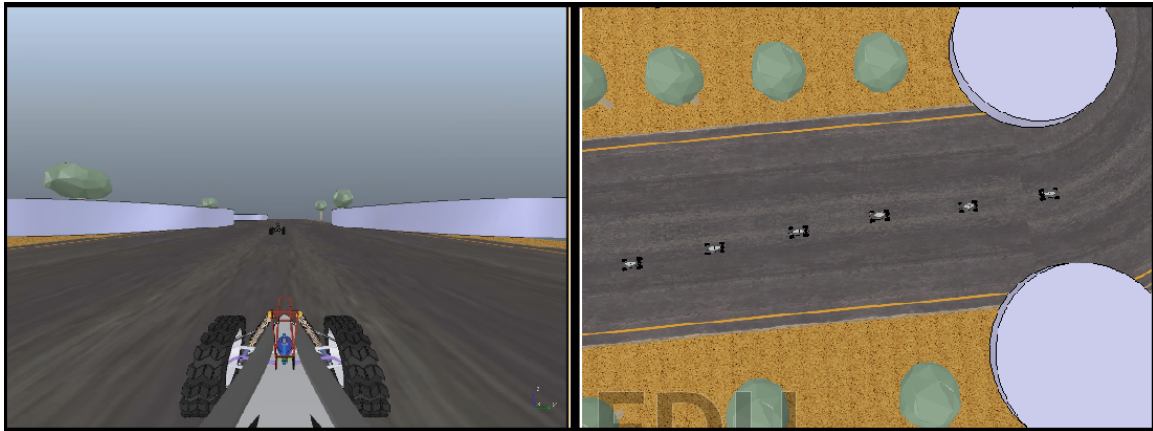
Σχήμα 5.1: Η κάτοψη της πίστας με τα εμπόδια, στην οποία κινούνται τα οχήματα, και η τροχιά που διαγράφει το όχημα-οδηγός (με κόκκινο).



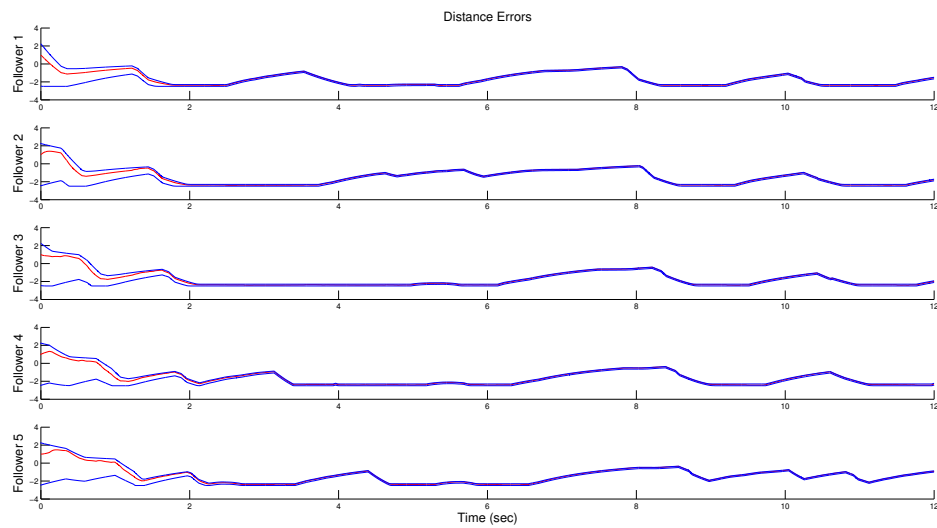
Σχήμα 5.2: Το στιγμιότυπο 1 - Snapshot 1. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακόλουθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.



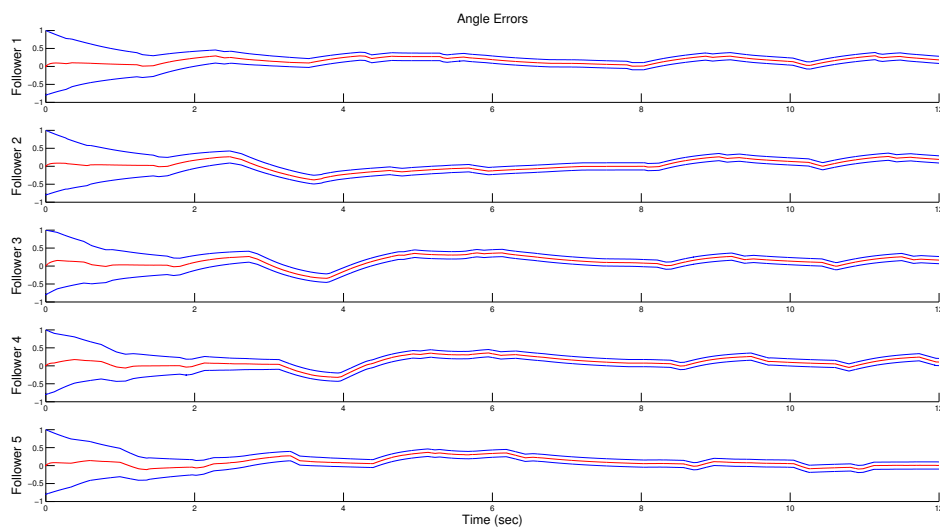
Σχήμα 5.3: Το στιγμιότυπο 2 - Snapshot 2. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακόλουθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.



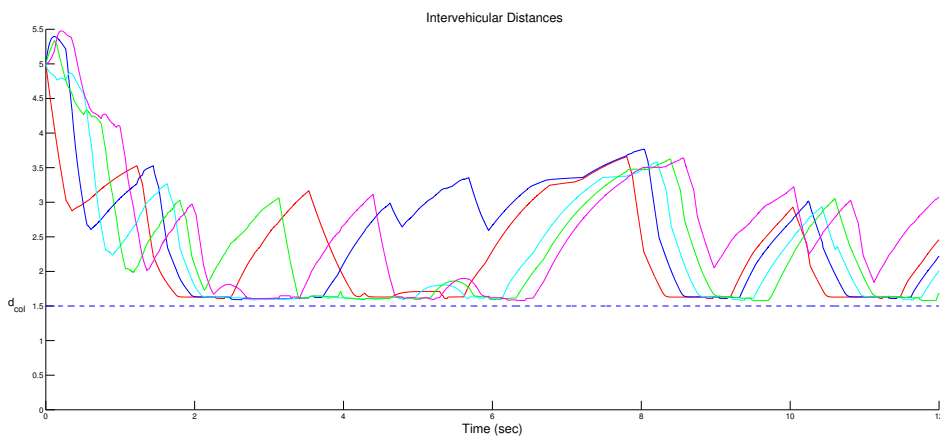
Σχήμα 5.4: Το στιγμιότυπο 3 - Snapshot 3. Αριστερά φαίνεται η λήψη από την κάμερα του ακόλουθου 1, και δεξιά η πανοραμική λήψη.



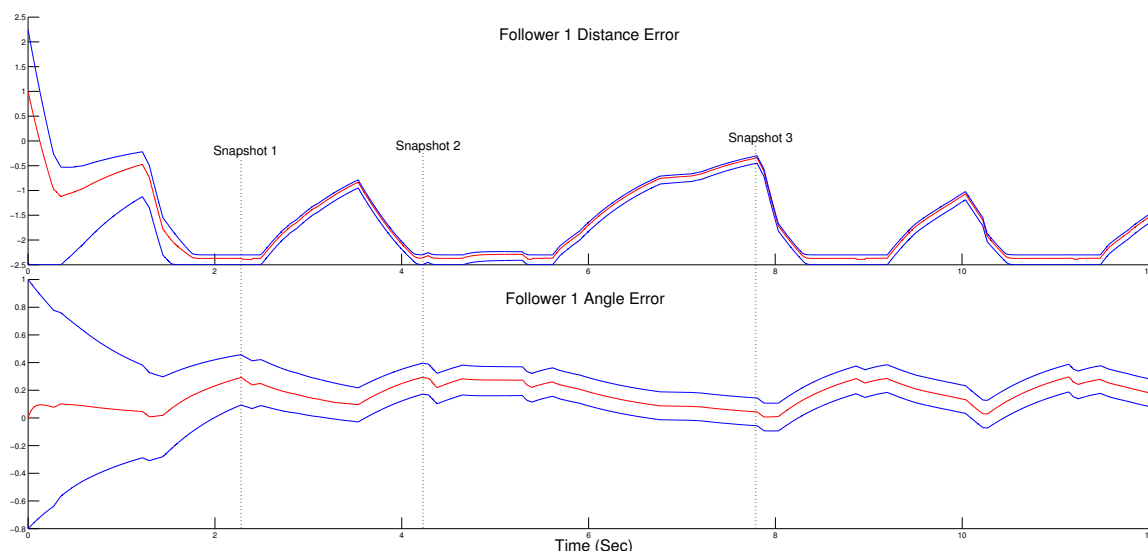
Σχήμα 5.5: Η εξέλιξη των σφαλμάτων απόστασης $e_{d_i}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.



Σχήμα 5.6: Η εξέλιξη των σφαλμάτων γωνίας $e_{\beta_i}(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.



Σχήμα 5.7: Η εξέλιξη των αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών οχημάτων $d_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$. Η αντιστοιχία των χρωμάτων είναι: 1-κόκκινο, 2-μπλε, 3-γαλάζιο, 4-πράσινο, 5-μωβ. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή απεικονίζεται η απόσταση σύγκρουσης d_{col} .



Σχήμα 5.8: Η εξέλιξη του σφάλματος απόστασης $e_{d_1}(t)$ (πάνω διάγραμμα) και γωνίας $e_{\beta_1}(t)$ (κάτω διάγραμμα) με κόκκινο, και οι αντίστοιχες συναρτήσεις επίδοσης με μπλε.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτής αποδεικνύουν ότι το αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε λειτουργεί όπως αναμέναμε και από τη θεωρητική ανάλυση που έγινε παραπάνω. Τα οχήματα αποφεύγουν τα εμπόδια, ενώ διατηρούν τη συνδεσιμότητα μεταξύ τους και αποφεύγουν τις μεταξύ τους συγκρούσεις. Επίσης, όταν δε βρίσκονται εμπόδια τριγύρω, διατηρούν τις μεταξύ τους αποστάσεις ίσες με την επιθυμητή, και τις μεταξύ τους γωνίες μηδενικές.

5.2 Δεύτερη Μελέτη Προσομοίωσης - Συγκριτική Μελέτη

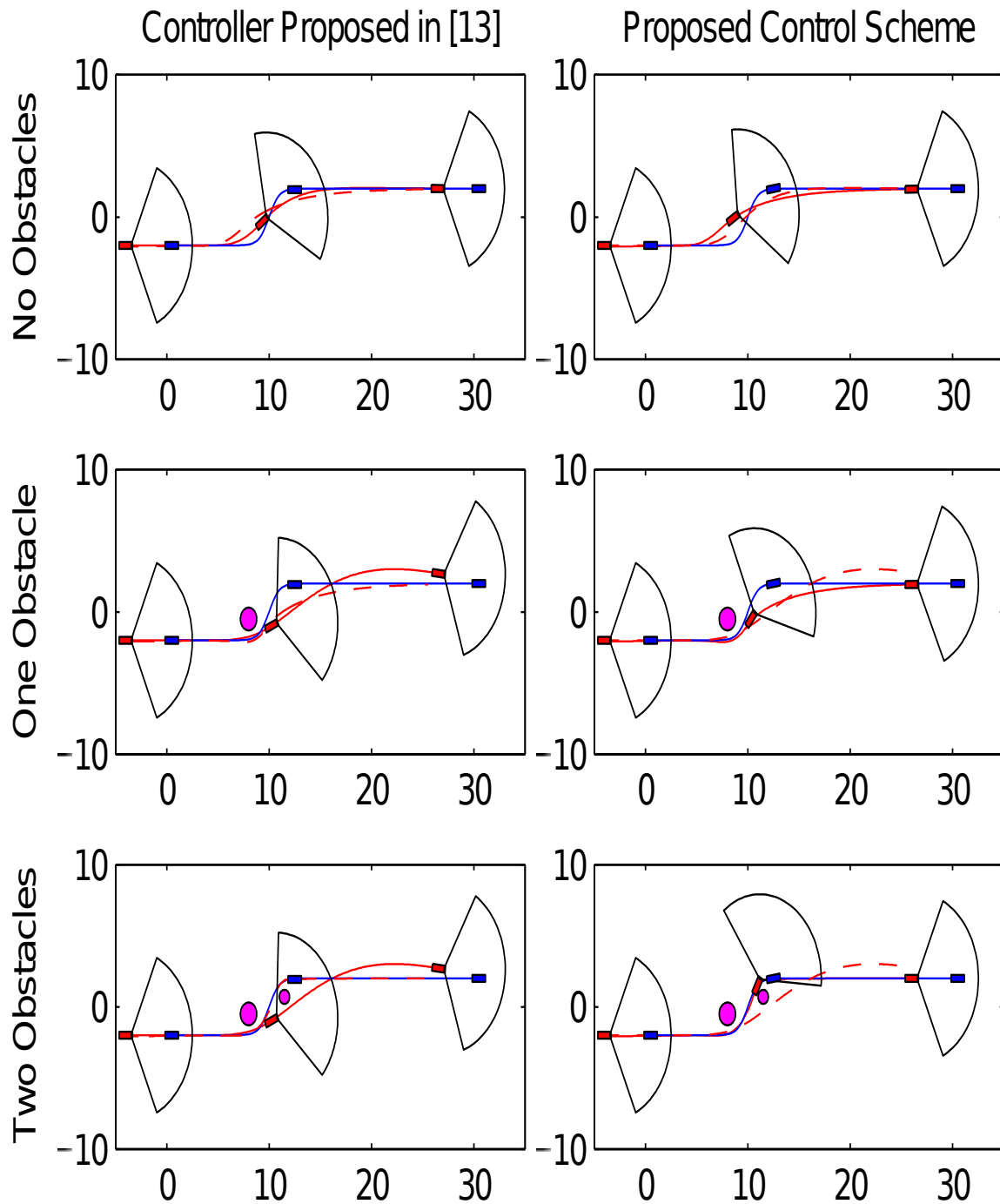
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε μία μελέτη προσομοίωσης, η οποία συγκρίνει το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε με τον ελεγκτή που προτείνεται στο [13]. Συγκεκριμένα, στο [13] προτείνεται ένας μη-γραμμικός ελεγκτής για ένα car-like όχημα, το οποίο μοντελοποιείται με κινηματικό μοντέλο ίδιο με αυτό που χρησιμοποιούμε και εμείς, που καλείται να ακολουθήσει ένα άλλο όχημα είτε σε εμπρόσθια κίνηση είτε σε όπισθεν. Προσομοιώνουμε τρία διαφορετικά σενάρια με ένα όχημα-ακόλουθο και ένα όχημα-οδηγό: 1) Μία απλή τροχιά χωρίς εμπόδια, 2) Τροχιά με ένα εμπόδιο και 3) Τροχιά με δύο εμπόδια. Τα αποτελέσματα της συγκριτικής προσομοίωσης απεικονίζονται στο Σχήμα 5.9.

- Στην πρώτη περίπτωση τα οχήματα καλούνται να ακολουθήσουν μία τροχιά χωρίς εμπόδια. Οι δύο ελεγκτές συμπεριφέρονται παρόμοια. Διατηρούν τον ακόλουθο σε σταθερή απόσταση από τον οδηγό. Επίσης, ο οδηγός βρίσκεται πάντα εντός οπτικού πεδίου της κάμερας του ακόλουθου.
- Στη δεύτερη περίπτωση η τροχιά που καλούνται να ακολουθήσουν τα οχήματα έχει κοντά

της ένα εμπόδιο. Για να μη συγκρουστεί το όχημα που χρησιμοποιεί τον ελεγκτή του [13] με το εμπόδιο, αλλάξαμε την τιμή μίας παραμέτρου του ελεγκτή και τη θέσαμε $p = 2$. Αντιθέτως, το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείναμε το εφαρμόσαμε μη αλλαγμένο. Και οι δύο ελεγκτές παρουσιάζουν ικανοποιητική συμπεριφορά, αφού έχουν τον οδηγό πάντα εντός οπτικού πεδίου και ταυτόχρονα αποφεύγουν το εμπόδιο. Συγκεκριμένα, το δικό μας πρωτόκολλο ελέγχου καταφέρνει να αποφύγει το εμπόδιο αυτόνομα, τροποποιώντας τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος γωνίας όπως εξηγήσαμε παραπάνω. Έτσι, το γεγονός ότι ο ελεγκτής του [13] χρειάζεται τροποποίηση παραμέτρων πριν από το πείραμα, που σημαίνει ότι η τροχιά και το περιβάλλον κίνησης (δηλαδή η θέση των εμποδίων) πρέπει να είναι a priori γνωστά, αποτελεί ένα μεγάλο μειονέκτημα απέναντι στο πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε, το οποίο αυτοπροσαρμόζεται online υπό την παρουσία εμποδίων.

- Στην τρίτη περίπτωση η τροχιά που καλούνται να ακολουθήσουν τα οχήματα έχει κοντά της δύο εμπόδια. Ο ελεγκτής που προτείνουμε καταφέρνει να αποφύγει και τα δύο εμπόδια, τροποποιώντας και τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος απόστασης και τις συναρτήσεις επίδοσης του σφάλματος γωνίας, όπως είχαμε εξηγήσει παραπάνω. Ο ακόλουθος πλησιάζει τον οδηγό και τον διατηρεί πάντα εντός οπτικού πεδίου, ενώ ταυτόχρονα αποφεύγει τα δύο εμπόδια. Αντιθέτως, ο ελεγκτής που προτείνεται στο [13] παρότι καταφέρνει να αποφύγει και τα δύο εμπόδια με την τροποποίηση της παραμέτρου που αναφέραμε παραπάνω, δεν μπορεί να αποφύγει την απώλεια συνδεσιμότητας που δημιουργείται λόγω του δεύτερου εμποδίου και χάνει τον οδηγό από το οπτικό του πεδίο (βλ. Σχήμα 5.9). Συγκεκριμένα, καμία τιμή της παραμέτρου p δεν ήταν ικανή να κάνει τον ακόλουθο να αποφύγει τα δύο εμπόδια και ταυτόχρονα να διατηρεί τον οδηγό εντός οπτικού πεδίου. Άρα, το γεγονός ότι ο ελεγκτής που προτείνεται στο [13] οδηγεί σε απώλεια συνδεσιμότητας αποτελεί ένα ακόμα μειονέκτημα απέναντι στο πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε.

Συμπεραίνοντας, η συγκριτική μελέτη αποδεικνύει ότι το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε έχει δύο σοβαρά πλεονεκτήματα έναντι του ελεγκτή του [13]: 1) δε χρειάζεται πρότερη γνώση της τροχιάς που θα ακολουθήσουν τα οχήματα και του περιβάλλοντος στο οποίο θα κινηθούν, και 2) εξασφαλίζει τη διατήρηση της συνδεσιμότητας. Επίσης, ο ελεγκτής που προτείνεται στο [13] εμπλέκει και την ταχύτητα του οχήματος-οδηγού (δηλαδή πρέπει να είναι γνωστή στον ακόλουθο), το οποίο στην πράξη συνεπάγεται πιο ακριβό εξοπλισμό και πιο περίπλοκη και σταθερή επικοινωνία μεταξύ των οχημάτων.



Σχήμα 5.9: Τα αποτελέσματα της συγκριτικής μελέτης. Οι εικόνες στην αριστερή στήλη απεικονίζουν τα αποτελέσματα του ελεγκτή που προτείνεται στο [13], σε τρία ενδεικτικά στιγμιότυπα για κάθε σενάριο. Παρομοίως, η δεξιά στήλη απεικονίζει τα αποτελέσματα του πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε. Αριστερή στήλη: η συνεχής κόκκινη γραμμή αναπαριστά την τροχιά του ακλόνητου που παράγεται από τον ελεγκτή του [13], ενώ η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή την τροχιά που παράγεται από το δικό μας ελεγκτή. Δεξιά στήλη: Ισχύουν τα αντίστροφα με την αριστερή στήλη. Η μπλε γραμμή αναπαριστά την τροχιά του οχήματος-οδηγού. Τα κυκλικά εμπόδια φαίνονται με μωβ χρώμα.

Κεφάλαιο 6

Ανακεφαλαίωση

6.1 Συμπεράσματα

Στη διπλωματική εργασία αυτή ασχοληθήκαμε με το πρόβλημα ελέγχου ενός platoon από car-like οχήματα με περιορισμένη αντίληψη κατάστασης του platoon και του περιβάλλοντα χώρου, που κινούνται σε ένα περιβάλλον με εμπόδια (βλ. Κεφάλαιο 2). Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας τις τεχνικές του ελέγχου προδιαγεγραμμένης επίδοσης (βλ. Παράρτημα Α' και [19]), κατασκευάσαμε ένα πλήρως αποκεντρωμένο πρωτόκολλο ελέγχου (που παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3) το οποίο εξασφαλίζει την αποφυγή συγκρούσεων με εμπόδια ή μεταξύ των οχημάτων, καθώς και την αποφυγή απωλειών συνδεσιμότητας είτε λόγω του περιορισμένου οπτικού πεδίου της κάμερας των οχημάτων είτε λόγω πιθανής παρεμβολής εμποδίων στο οπτικό πεδίο της κάμερας.

Η τήρηση των προδιαγραφών αυτών αφενός αποδεικνύεται μέσω της θεωρητικής μαθηματικής ανάλυσης στο Κεφάλαιο 4, και αφετέρου επιβεβαιώνεται μέσω των προσομοιώσεων που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 5. Συγκεκριμένα, η πρώτη προσομοίωση έδειξε ότι το πρωτόκολλο ελέγχου λειτουργεί άψογα σε ένα περιβάλλον με πολλούς περιορισμούς που επιβάλλονται από τα πολλαπλά εμπόδια και το περιορισμένο οπτικό πεδίο των καμερών. Επίσης, η δεύτερη προσομοίωση, που συγκρίνει το πρωτόκολλο ελέγχου που προτείνουμε με τον ελεγκτή που προτείνεται στο [13], αποδεικνύει ότι το γεγονός ότι καταφέραμε να κατασκευάσουμε έναν ελεγκτή που να λειτουργεί υπό ένα τόσο ασφυκτικό πλαίσιο περιορισμών και προδιαγραφών αποτελεί πραγματική καινοτομία από μόνο του.

Παρά ταύτα, δεν μπορούμε να παραβλέψουμε και προτερήματα του πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε, τα οποία μπορεί να φαίνονται δευτερεύοντα, αλλά δεν παύουν να είναι σημαντικά. Αρχικά, αποδεικνύεται στο Κεφάλαιο 4 ότι η απόκριση του συστήματος καθορίζεται πλήρως από την κατάλληλη επιλογή της δυναμικής των συναρτήσεων επίδοσης, και είναι πλήρως αποξευγμένη από τον αριθμό των οχημάτων που απαρτίζουν το platoon, από το δυναμικό τους μοντέλο, και από την επιλογή των κερδών ελέγχου. Επιπλέον, το γεγονός ότι τα οχήματα καταφέρνουν να κινηθούν άριστα εντός ενός περιβάλλοντος με πολλαπλά εμπόδια, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο σχήμα ελέγχου και επιστρατεύοντας απλά μία κάμερα και έναν απλό σαρωτή laser, δεν είναι ήσσονος σημασίας, αφού αναδεικνύει ότι ο ακριβός εξοπλι-

σμός δεν είναι πάντα αναγκαίος για να αντιμετωπιστούν τέτοιου είδους προβλήματα.

6.2 Μελλοντική Έρευνα

Παρά το γεγονός ότι τις τελευταίες δεκαετίες έχει γίνει μεγάλη πρόοδος και ερευνητικά, αλλά και στην πράξη, στα car-like οχήματα, υπάρχει ακόμα μεγάλο πεδίο βελτίωσης, τόσο όσον αφορά την εφαρμοσιμότητα των ήδη υπάρχουσων μεθόδων, όσο και στην εύρεση νέων μεθόδων. Έτσι και στην προκειμένη περίπτωση, παρότι το πρωτόκολλο ελέγχου που παρουσιάσαμε μπορεί να λειτουργεί πολύ καλά υπό τις συνθήκες που έχουμε υποθέσει, μπορεί να γίνει περαιτέρω έρευνα η οποία θα βελτιώσει την εφαρμοσιμότητά του στην πράξη. Η έρευνα αυτή θα μπορούσε να επικεντρωθεί στα παρακάτω ζητήματα:

- **Περιορισμός στα σήματα ελέγχου.** Όπως γνωρίζουμε, οι ελεγκτές και οι ενεργοποιητές στην πραγματικότητα δεν μπορούν να παράγουν αυθαίρετα μεγάλα σήματα ελέγχου. Για παράδειγμα, ένας κινητήρας αυτοκινήτου πάντα έχει κάποιο άνω όριο στη ροπή που μπορεί να παράξει. Αναφέραμε παραπάνω, ότι τα κέρδη ελέγχου K_{d_i} και K_{β_i} μπορούν να προσαρμοστούν σε τιμές τέτοιες ώστε να αντιστοιχούν στην ισχύ ενός πραγματικού κινητήρα, χωρίς να αλλάζει τραγικά η απόκριση του συστήματος. Όμως, τονίσαμε επίσης ότι χαμηλές τιμές των κερδών οδηγούν σε αυξανόμενη ταλαντωτική συμπεριφορά των σφαλμάτων εντός της περιοχής των συναρτήσεων επίδοσης. Θα μπορούσε, λοιπόν, να ερευνηθεί περαιτέρω αυτό το φαινόμενο, ούτως ώστε να αντιμετωπιστεί.
- **Πολύπλοκα σχήματα εμποδίων.** Στη διπλωματική εργασία αυτή, θεωρήσαμε ότι τα εμπόδια είναι κυκλικού σχήματος (ή κυλινδρικά στον τρισδιάστατο χώρο). Ακόμα και στην πραγματικότητα, ένα εμπόδιο πιο περίπλοκου σχήματος (π.χ. εξάγωνο) θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι είναι εγγεγραμμένο σε έναν κύκλο, και ο κύκλος αυτός να αντιμετωπιστεί ως εμπόδιο από το πρωτόκολλο ελέγχου. Αυτό όμως αποτελεί μία υποβέλτιστη λύση. Για παράδειγμα, με αυτόν τον τρόπο κάποιος χώρος στο περιβάλλον στο οποίο κινούνται τα οχήματα μπορεί να εκλαμβάνεται ως εμπόδιο, ενώ στην πραγματικότητα να είναι ελεύθερος για κίνηση και ελιγμούς. Άρα, απαιτείται έρευνα πάνω σε εμπόδια πιο σύνθετων σχημάτων.
- **Σύνθετοι σχηματισμοί του platoon.** Ο κύριος όγκος της σχετικής βιβλιογραφίας, όπως και η διπλωματική εργασία αυτή, θεωρεί ως επιθυμητό σχηματισμό του platoon αυτόν της χορδής, όπου τα οχήματα κινούνται σε σειρά το ένα πίσω από το άλλο. Παρόλα αυτά, η αλήθεια είναι ότι σε κάποιες περιπτώσεις ένας πιο σύνθετος σχηματισμός του platoon (π.χ. βέλος, κύκλος, κτλ.) θα αύξανε την ευελιξία των οχημάτων στο χώρο. Έτσι, η έρευνα σε πιο σύνθετους σχηματισμούς θα ήταν κάτι περισσότερο από χρήσιμη.

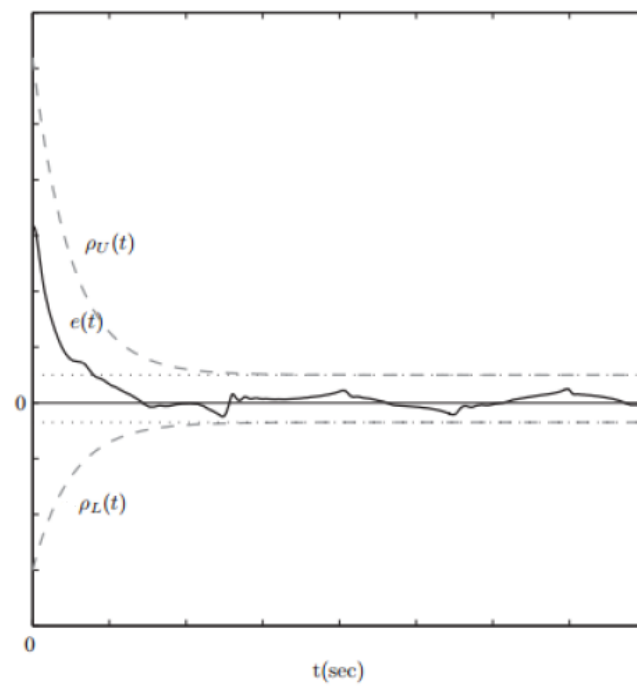
Παράρτημα Α΄

Έλεγχος Προδιαγεγραμμένης Επίδοσης - PPC

Η τεχνική ελέγχου προδιαγεγραμμένης επίδοσης (Prescribed Performance Control, ή αλλιώς PPC) αρχικά προτάθηκε στο [19] για τη σχεδίαση εύρωστων ελεγκτών ανάδρασης κατάστασης για διάφορες κατηγορίες μη γραμμικών συστημάτων, ικανών να εξασφαλίζουν παρακολούθηση εξόδου με προδιαγεγραμμένη επίδοση. Χονδρικά, η ουσία του PPC είναι ότι το σφάλμα εξόδου παραμένει αυστηρά άνω και κάτω φραγμένο από δύο συναρτήσεις: την άνω συνάρτηση επίδοσης και την κάτω συνάρτηση επίδοσης. Για να το εκφράσουμε μαθηματικά: Θεωρούμε ένα βαθμωτό σφάλμα παρακολούθησης $e(t)$, την άνω συνάρτηση επίδοσης $\rho_U(t)$ και την κάτω συνάρτηση επίδοσης $\rho_L(t)$. Προδιαγεγραμμένη επίδοση επιτυγχάνεται όταν το σφάλμα $e(t)$ εξελίσσεται αυστηρά μέσα σε μία προκαθορισμένη περιοχή που φράσσεται από τις δύο αυτές συναρτήσεις επίδοσης:

$$\rho_L(t) < e(t) < \rho_U(t), \forall t \geq 0$$

όπου οι $\rho_L(t)$, $\rho_U(t)$ είναι λείες και φραγμένες χρονικές συναρτήσεις με $\rho_U(t) > \rho_L(t)$, $\forall t \geq 0$, οι επονομαζόμενες συναρτήσεις επίδοσης. Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται στο Σχήμα Α΄.1, για εκθετικές συναρτήσεις επίδοσης $\rho_U(t) = (\rho_U(0) - \rho_{U\infty})e^{-l_U t} + \rho_{U\infty}$ και $\rho_L(t) = -(\rho_L(0) - \rho_{L\infty})e^{-l_L t} - \rho_{L\infty}$. Οι σταθερές $\rho_U(0)$, $\rho_L(0)$ επιλέγονται έτσι ώστε $\rho_L(0) < e(0) < \rho_U(0)$, και οι σταθερές $\rho_{U\infty}$, $\rho_{L\infty}$ αναπαριστούν τη μέγιστη επιτρεπτή απόκλιση του σφάλματος $e(t)$ από το 0 στη σταθερή κατάσταση, η οποία μπορεί να καθοριστεί αυθαίρετα μικρή, το οποίο συνεπάγεται, πρακτικά, σύγκλιση στο 0. Επιπλέον, ο ρυθμός μείωσης των $\rho_L(t)$, $\rho_U(t)$, που σε αυτήν την περίπτωση επηρεάζεται από τις σταθερές l_L , l_U , εισάγει ένα κάτω όριο στην επιθυμητή ταχύτητα σύγκλισης του $e(t)$. Τελικώς, η κατάλληλη επιλογή των συναρτήσεων επίδοσης $\rho_{U\infty}$, $\rho_{L\infty}$ δίνει χαρακτηριστικά προδιαγεγραμμένης επίδοσης στο σφάλμα παρακολούθησης $e(t)$.



Σχήμα Α'.1: Γραφική αναπαράσταση της προδιαγεγραμμένης επίδοσης.

Παράρτημα Β'

Τελεστής Προβολής Συνεχής κατά Lipschitz

Στο παράρτημα αυτό θα εισάγουμε την έννοια του τελεστή προβολής. Συγκεκριμένα, παρουσιάζουμε τον κανονικό, συνεχή κατά Lipschitz τελεστή προβολής του [20]. Έστω θ μία βαθμωτή παράμετρος που ανήκει σε ένα συμπαγές και κυρτό σύνολο $\Omega := \{\theta : |\theta| \leq \theta_0\}$, όπου θ_0 είναι μία γνωστή θετική σταθερά, και έστω $\hat{\theta}$ η εκτιμήτρια της θ . Ο κανονικός, συνεχής κατά Lipschitz τελεστής προβολής ορίζεται ως εξής:

$$\hat{\theta} = \text{Proj}_I(\mu, \hat{\theta}) = \begin{cases} \mu(t) & \text{αν } p_I(\hat{\theta}) \leq 0 \\ \mu(t) & \text{αν } p_I(\hat{\theta}) \geq 0 \quad \& \quad 2 \cdot \theta \cdot \mu \leq 0 \\ (1 - p_I(\hat{\theta}))\mu & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

όπου $\mu(t)$ είναι μία γνωστή και συνεχώς παραγωγίσιμη συνάρτηση και

$$p_I(\hat{\theta}) = \frac{\hat{\theta}^2 - \theta_0^2}{\varepsilon^2 + 2\varepsilon\theta_0}$$

με το ε να είναι μία μικρή θετική σταθερά. Οι δύο βασικές ιδιότητες του τελεστή, για τις οποίες τον χρησιμοποιούμε και στον δυναμικό ορισμό των συναρτήσεων επίδοσης του πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε είναι οι εξής:

- P1) $|\hat{\theta}| \leq \theta_0 + \varepsilon$.
- P2) Ο $\text{Proj}_I(\mu, \hat{\theta})$ είναι συνεχής κατά Lipschitz.

Αυτό, λοιπόν, που πρέπει να κρατήσουμε είναι ότι η εκτιμήτρια $\hat{\theta}$ είναι φραγμένη από μία γνωστή σταθερά και ότι η παράγωγός της είναι συνεχής κατά Lipschitz.

Παράρτημα Γ'

Μία Συνάρτηση Εναλλαγής

Σκοπός του παραρτήματος αυτού είναι να εισάγουμε μία συνάρτηση εναλλαγής (switching function), την οποία ονομάζουμε switch. Ουσιαστικά, πρόκειται για μία συνάρτηση που μεταβαίνει από το 0 στο 1 συνεχώς και ομαλά.

Αρχικά, θεωρούμε τη συνάρτηση:

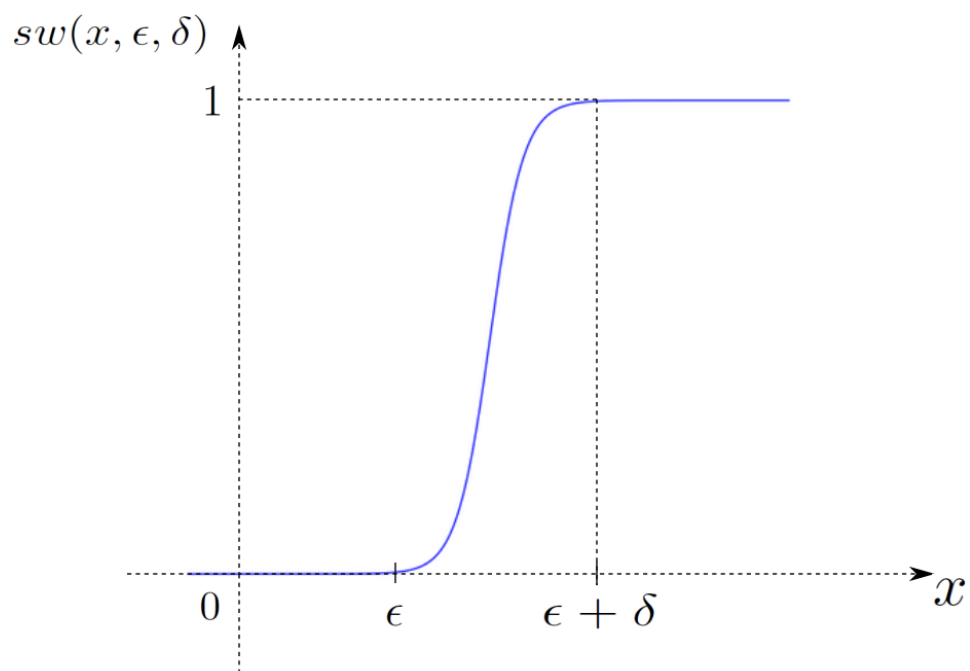
$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{αν } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Η συνάρτηση εναλλαγής switch ορίζεται ως εξής:

$$sw(x, \epsilon, \delta) = \frac{g(x - \epsilon)}{g(x - \epsilon) + g(\delta - x + \epsilon)} \quad (\Gamma'.1)$$

όπου ϵ και δ θετικές σταθερές.

Έτσι, η συνάρτηση $sw(x, \epsilon, \delta)$ είναι μία C^1 συνάρτηση εναλλαγής, η οποία: i) για $x \in (-\infty, \epsilon]$ είναι 0, ii) για $x \in [\epsilon + \delta, +\infty)$ είναι 1, και iii) για $x \in (\epsilon, \epsilon + \delta)$ είναι μία αύξουσα, λεία, συνεχής και παραγωγίσιμη καμπύλη που παίρνει όλες τις τιμές στο διάστημα $(0, 1)$. Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο Σχήμα **Γ'.1**.



Σχήμα Γ'.1: Γραφική παράσταση της συνάρτησης $sw(x, \epsilon, \delta)$.

Παράρτημα Δ'

Δυναμικά Συστήματα

Το παράρτημα αυτό εισάγει κάποια εργαλεία των δυναμικών συστημάτων, που χρησιμοποιούνται στις μαθηματικές αποδείξεις και την ανάλυση ευστάθειας του πρωτοκόλλου ελέγχου που προτείνουμε. Όλα τα παρακάτω αναφέρονται στο [21].

Θεωρείστε το πρόβλημα αρχικής τιμής:

$$\dot{\psi} = H(t, \psi), \quad \psi(0) = \psi^0 \in \Omega_\psi \quad (\Delta'.1)$$

με $H : \mathbb{R}_+ \times \Omega_\psi \rightarrow \mathbb{R}^n$, όπου το $\Omega_\psi \subset \mathbb{R}^n$ είναι ένα μη κενό ανοικτό σύνολο.

Ορισμός 4.1. Μία λύση $\psi(t)$ του προβλήματος αρχικής τιμής $\Delta'.1$ λέγεται μέγιστη (*maximal*) αν δεν μπορεί να εκταθεί περαιτέρω προς τα δεξιά στο πεδίο της μεταβλητής t και, ταυτόχρονα, να παραμένει λύση του $\Delta'.1$.

Για παράδειγμα, θεωρείστε το πρόβλημα αρχικής τιμής $\dot{\psi} = \psi^2$, $\psi(0) = 1$, του οποίου λύση είναι η $\psi(t) = \frac{1}{1-t}$, $\forall t \in [0, 1)$. Η λύση είναι μέγιστη, αφού δεν μπορεί να οριστεί για $t > 1$. Με άλλα λόγια, δεν υπάρχει κατάλληλη προέκταση του $\psi(t)$ στα δεξιά του $t = 1$ που να είναι επίσης λύση του προβλήματος αρχικής τιμής.

Θεώρημα 4.1. Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικής τιμής $\Delta'.1$. Υποθέτουμε ότι η $H(t, \psi)$ είναι: α) τοπικά *Lipschitz* ως προς ψ για, σχεδόν, κάθε $t \in \mathbb{R}_+$, β) τμηματικά συνεχής ως προς t για κάθε σταθερό $\psi \in \Omega_\psi$, και γ) τοπικά ολοκληρώσιμη ως προς t για κάθε σταθερό $\psi \in \Omega_\psi$. Τότε, υπάρχει μία μέγιστη λύση $\psi(t)$ του $\Delta'.1$ στο χρονικό διάστημα $[0, \tau_{max})$ με $\tau_{max} > 0$, τέτοια ώστε $\psi(t) \in \Omega_\psi$, $\forall t \in [0, \tau_{max})$.

Πρόταση 4.1. Υποθέτουμε ότι ισχύουν οι υποθέσεις του Θεωρήματος 4.1. Για μία μέγιστη λύση $\psi(t)$ στο χρονικό διάστημα $[0, \tau_{max})$ με $\tau_{max} < +\infty$ και για κάθε συμπαγές σύνολο $\Omega'_\psi \subset \Omega_\psi$ υπάρχει μία χρονική στιγμή $t' \in [0, \tau_{max})$ τέτοια ώστε $\psi(t') \notin \Omega'_\psi$.

Bibliography

- [1] J.-P. Laumond, P. E. Jacobs, M. Taix, and R. M. Murray. «A motion planner for nonholonomic mobile robots». In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 10.5 (1994), pp. 577–593.
- [2] F. Lamiroux and J.-P. Lammond. «Smooth motion planning for car-like vehicles». In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 17.4 (2001), pp. 498–501.
- [3] T. Fraichard and A. Scheuer. «From Reeds and Shepp’s to continuous-curvature paths». In: *IEEE Transactions on Robotics* 20.6 (2004), pp. 1025–1035.
- [4] J. Reeds and L. Shepp. «Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards». In: *Pacific journal of mathematics* 145.2 (1990), pp. 367–393.
- [5] D. Wang, G. Xu, and M. Pham. «Look-ahead/behind control of a car-like vehicle». In: *Proc. Robotics and Mechatronics Congress*. 2001, pp. 101–106.
- [6] B. Thuilot, C. Cariou, P. Martinet, and M. Berducat. «Automatic guidance of a farm tractor relying on a single CP-DGPS». In: *Autonomous Robots* 13.1 (2002), pp. 53–71.
- [7] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou, and P. Martinet. «Adaptive control for car like vehicles guidance relying on RTK GPS: Rejection of sliding effects in agricultural applications». In: *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 1. 2003, pp. 115–120.
- [8] K. Lee, D. Kim, W. Chung, H. Chang, and P. Yoon. «Car parking control using a trajectory tracking controller». In: *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*. 2006, pp. 2058–2063.
- [9] C. Low and D. Wang. «GPS-based path following control for a car-like wheeled mobile robot with skidding and slipping». In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16.2 (2008), pp. 340–347.
- [10] P. Morin and C. Samson. «Control of nonholonomic mobile robots based on the transverse function approach». In: *IEEE Transactions on Robotics* 25.5 (2009), pp. 1058–1073.
- [11] M. Egerstedt, X. Hu, and A. Stotsky. «Control of mobile platforms using a virtual vehicle approach». In: *IEEE transactions on automatic control* 46.11 (2001), pp. 1777–1782.

-
- [12] A. Astolfi. «Exponential stabilization of a car-like vehicle». In: *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 2. 1995, pp. 1391–1396.
- [13] M. Pham and D. Wang. «A unified nonlinear controller for a platoon of car-like vehicles». In: *Proceedings of the American Control Conference*. Vol. 3. 2004, pp. 2350–2355.
- [14] P. Daviet and M. Parent. «Longitudinal and lateral servoing of vehicles in a platoon». In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Proceedings*. 1996, pp. 41–46.
- [15] B. Thuilot, J. Bom, F. Marmouton, and P. Martinet. «Accurate automatic guidance of an urban electric vehicle relying on a kinematic GPS sensor». In: *IFAC Proceedings Volumes 37.8 (2004)*, pp. 155–160.
- [16] D. Swaroop, J. Karl Hedrick, and S. Choi. «Direct adaptive longitudinal control of vehicle platoons». In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 50.1 (2001), pp. 150–161.
- [17] J. Bom, B. Thuilot, F. Marmouton, and P. Martinet. «A global control strategy for urban vehicles platooning relying on nonlinear decoupling laws». In: *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS*. 2005, pp. 1995–2000.
- [18] T. S. No, K.-T. Chong, and D.-H. Roh. «Lyapunov function approach to longitudinal control of vehicles in a platoon». In: *IEEE Vehicular Technology Conference*. Vol. 1. 2000, pp. 336–340.
- [19] C. Bechlioulis and G. Rovithakis. «A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems». In: *Automatica* 50.4 (2014), pp. 1217–1226.
- [20] Z. Cai, M. de Queiroz, and D. Dawson. «A sufficiently smooth projection operator». In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 51.1 (2006), pp. 135–139.
- [21] E. D. Sontag. *Mathematical Control Theory*. Springer, 1998.

