



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ**

**Διπλωματική εργασία**

**"Διερεύνηση του μόνιμου και μη μόνιμου πεδίου Ροής της αεροτομής NACA 0012"**

**Βασίλειος Χ. Κουμρόγλου**

**Τριμελής Επιτροπή:**

**Καθηγητής : Γεώργιος Τζαμπίρας (επιβλέπων καθηγητής)**

**Καθηγητής : Γεράσιμος Πολίτης**

**Καθηγητής : Γεώργιος Τριανταφύλλου**

**Αφιερώνεται στη μητέρα μου  
και στη μνήμη του πατέρα μου....**

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα έπρεπε να ευχαριστήσω πολλούς ανθρώπους, φίλους και γνωστούς για την υπομονή που είχαν και με βοήθησαν μέχρι να τελειώσω αυτό το πολύ δύσκολο ταξίδι που ξεκίνησα εδώ και 3 χρόνια.

Αρχικά για την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή μου Γεώργιο Τζαμπίρα ο οποίος με εμπιστεύτηκε να συνεργαστούμε και η όλη πορεία προς την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας έγινε με συνεννόηση πραγματικά αξιοζήλευτη. Δάσκαλε σε ευχαριστώ πολύ και ελπίζω να μη σε κούρασα.

Αμέσως μετά θέλω να ευχαριστήσω πολύ τον επί χρόνια επιστήθιο φίλο μου Μηχανολόγο Μηχανικό Δρ. Σταυρό Καραμπελα που χωρίς την καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια, η εκπόνηση αυτής της εργασίας σε τόσο σύντομο χρονικό διάστημα με την πληθώρα και ποιότητα αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται θα ήταν κάτι απλά ακατόρθωτο. Το ακαδημαϊκό του υπόβαθρο και οι γνώσεις του πάνω στην ρευστομηχανική είναι αξιοζήλευτες. Σταυρό σε ευχαριστώ για την υπομονή σου, σε όλες τις ερωτήσεις, που με υπομονή απάνταγες ότι ώρα και να χρειαζόταν και όχι μόνο.

Αυτό όμως το ταξίδι ήταν ένας μαραθώνιος και όχι ένας αγώνας 100m. Έτσι ο αμέσως επόμενος άνθρωπος που με βοήθησε να φτάσω σήμερα εδώ και τον ευχαριστώ θερμά είναι ο συμφοιτητής μου Γεώργιος Κοζαδίνος. Σέ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου ο Γιώργος με υπομονή με βοηθούσε σε ότι απορίες και με σημειώσεις σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου είχα καθώς είχε ένα πολύ βαθύ επίπεδο αντίληψης και ευφυΐας κάτι το οποίο όμως δεν είναι αρκετό, αν δεν είχε το ξεχωριστό χάρισμα (και τη θέληση) να μπορεί να μεταδώσει την γνώση που έχει. Γιώργη σε ευχαριστώ για όλα.

Ακόμα θέλω να ευχαριστήσω τον συμφοιτητή μου Αντώνη Σακελαρίου που γνωριστήκαμε από την πρώτη στιγμή που ξεκίνησε αυτό το ταξίδι περνώντας μαζί στις κατατακτήριες εξετάσεις και από τότε με την εμπειρία του και τις γνώσεις του που είχε ήδη σαν μηχανικός του Π.Ν. με βοήθησε πάρα πολλές φορές. Τέλος θέλω να ευχαριστήσω το Θοδωρή Κουτσούρη απόφοιτο της σχολής που μου παρείχε τις προσωπικές του σημειώσεις οι οποίες ήταν πληρέστατες λόγω του ότι ήταν αδύνατον να παραβρίσκομαι με φυσική παρουσία στη σχολή λόγω υποχρεώσεων που είχα εκτός αυτής.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	3
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	6
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	11
Περίληψη.....	12
Abstact.....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	14
1.1 Εισαγωγικές έννοιες. Στόχοι και συμβολή της παρούσας Διπλωματικής εργασίας.....	14
1.2 Μια σύντομη εισαγωγή στην επιστήμη της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής...	16
1.3 Ροές γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής διδιάστατα σώματα (όπως είναι και οι αεροτομές με μεγάλες γωνίες προσβολής) και φαινόμενα που παρουσιάζονται σε ροές γύρω από αυτά.....	18
1.4 Βιβλιογραφική ανασκόπηση.....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	31
2.1 Θεωρητικά στοιχεία τυρβώδους και στρωτής αποκόλλησης ροών.....	31
2.2 Αριθμητική μοντελοποίηση για τις εξισώσεις του πεδίου ροής.....	33
2.3 Αριθμητική μοντελοποίηση της τύρβης .....	34
2.4 Τα αεροδυναμικά φορτία πάνω στην αεροτομή.....	36
2.5 Τυρβώδεις ροές και αριθμητική αντιμετώπιση τους.....	37
2.5.1 Άμεσες αριθμητικές προσομοιώσεις (D.N.S ή Direct Numerical Simulation).....	38
2.5.2 Προσομοίωση μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation ή L.E.S).....	39

2.5.3	Οι μέθοδοι για τις χρονικά μέσες μορφές των εξισώσεων Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations ή RANS).....	40
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....		41
	Αριθμητική επίλυση των εξισώσεων του πεδίου ροής.....	41
3.1	Αριθμητική επίλυση - Μέθοδος πεπερασμένων όγκων ελέγχου.....	41
3.2	Ο αλγόριθμος SIMPLE και ο SIMPLER.....	47
3.3	Κανόνες αριθμητικής μοντελοποίησης.....	49
3.4	Η μοντελοποίηση της τύρβης.....	50
3.4	Το μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ .....	51
3.5	Το τυρβώδες μοντέλο $k-\omega$ και η παραλλαγή του SST $k-\omega$ .....	52
3.6	Συναρτήσεις τοίχου και θεωρία ενισχυμένης προσέγγισης τοίχου.....	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....		58
4.1	Τα υπολογιστικά πλέγματα και οι συνοριακές συνθήκες.....	58
4.1.1	Διαμόρφωση του υπολογιστικού χωρίου, υπολογιστικό πλέγμα και συνοριακές συνθήκες για την περίπτωση μόνιμης κατάστασης.....	61
4.1.2	Διαμόρφωση του υπολογιστικού χωρίου και υπολογιστικό πλέγμα για την περίπτωση μη μόνιμης κατάστασης.....	66
4.2	Η μεθοδολογία της αριθμητικής επίλυσης.....	67
4.3	Χρόνος επίλυσης και σύγκλιση των μεταβλητών επίλυσης.....	69
4.4	Χρονική εξάρτηση του πεδίου ροής για γωνίες προσβολής $\alpha \leq 16^\circ$ .....	70
4.5	Ανεξαρτησία πλέγματος για το πλέγμα της μόνιμης κατάστασης και ακρίβεια πλέγματος μη μόνιμης κατάστασης.....	73
4.6	Επικύρωση του υπολογιστικού κώδικα.....	77

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	83
Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την μόνιμη ροή.....	83
5.1  Ανάλυση του διδιάστατου πεδίου ροής γύρω από την αεροτομή.....	83
5.2  Ανάλυση της ανάπτυξης της στροβιλότητας στο πεδίο ροής και της κατανομής των αεροδυναμικών φορτίων.....	93
5.3  Το πεδίο του τανυστή Reynolds των τυρβωδών τάσεων και η κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.....	104
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....	 109
Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχολιασμός για την μη μόνιμη ροή.....	109
6.1  Ανάλυση της μη μόνιμης μορφής του πεδίου ροής γύρω από την αεροτομή και των αεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται σε αυτόν.....	109
6.2  Παρουσίαση των μέσων χρονικών μεγεθών της ροής .....	114
6.3  Παρουσίαση στιγμιότυπων μεγεθών της ροής σε μια περίοδο του φαινομένου έκλυσης στροβίλων.....	118
6.4  Γενικά συμπεράσματα - Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	124
 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	 126

## ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

<b>Σχήμα 1.1:</b> Συνοπτική παρουσίαση της υπολογιστικής διαδικασίας επίλυσης των Μ.Δ.Ε.....	17
<b>Σχήμα 1.2:</b> (a) Αεροδυναμικά Σώματα (b) Μη αεροδυναμικά Σώματα.....	18
<b>Σχήμα 1.3:</b> Σύγκριση μεταξύ των κατανομών πιέσεων μίας επίπεδης πλάκας τοποθετημένης κάθετα στο πεδίο ταχύτητας της ροής ( $C_d=2$ ) και ενός κυκλικού κυλίνδρου ( $C_d=2$ ) για $Re < 10^5$ .....	20
<b>Σχήμα 1.4:</b> Τιμές των συντελεστών αντίστασης για «κυλινδρικά» σώματα σε συνάρτηση με τον αριθμό Reynolds.....	21
<b>Σχήμα 1.5:</b> Πειραματική οπτικοποίηση της αποκόλλησης του στρωτού (πάνω φωτογραφία) και του τυρβώδους (κάτω φωτογραφία) οριακού στρώματος σε κυκλικό κύλινδρο.....	22
<b>Σχήμα 1.6:</b> Σύγκριση μεταξύ μιας αεροτομής και ενός κυκλικού κυλίνδρου που έχουν διαφορετικές διαστάσεις αλλά που έχουν την ίδια συνολική αντίσταση.....	23
<b>Σχήμα 1.7:</b> Πεδία ροής γύρω από μια αεροτομή και έναν κυκλικό κύλινδρο.....	23
<b>Σχήμα 1.8:</b> Δρόμος στροβίλων Karman που δημιουργείται πίσω από μη περιστρεφόμενο κύλινδρο για $Re=40$ έως $200$ .....	24
<b>Σχήμα 1.9:</b> Ροή γύρω από «τετραγωνικό» κύλινδρο.....	24
<b>Σχήμα 1.10:</b> Πεδία ταχυτήτων και στροβιλότητας δυο ιδανικών στροβίλων που έχουν την ίδια στροβιλότητα αλλά διαφορετικές ακτίνες.....	25
<b>Σχήμα 1.11:</b> Επίδραση γραμμής διαχωρισμού στη δομή του ομόρρου για έναν κυκλικό κύλινδρο.....	26
<b>Σχήμα 1.12:</b> Τροποποίηση της δομής του ομόρρου από το κομμένο σε οδοντωτή μορφή περίγραμμα του αρχικού τοίχου.....	27
<b>Σχήμα 2.1:</b> Σχηματική αναπαράσταση αποκόλλησης ροής σε τοίχωμα με ανακυκλοφορία και κατανομές ταχυτήτων όπου S: σημείο αποκόλλησης .....	31
<b>Σχήμα 2.2:</b> Σχηματική παράσταση αποκολλημένης ροής γύρω από αεροτομές με κλειστή φυσαλίδα αποκόλλησης (laminar separation bubble).....	32

<b>Σχήμα 2.3:</b> Ροή γύρω από αεροτομή με δημιουργία ομόρρου με έντονους στροβιλισμούς.....	32
<b>Σχήμα 3.1</b> Μετατοπισμένο πλέγμα πεπερασμένων όγκων για δισδιάστατη ροή .....	43
<b>Σχήμα 3.2:</b> Τα τρία στρώματα μοντελοποίησης κοντά στο τοίχωμα.....	55
<b>Σχήμα 4.1:</b> Δομημένα πλέγματα : (a) Τύπου-O γύρω από αεροτομή τύπου NACA (b) Τύπου-C γύρω από αεροτομή τύπου NACA (c) Τετραγωνικού τύπου γύρω από συμμετρική αεροτομή.....	60
<b>Σχήμα 4.2:</b> (a) Παρουσίαση του υπολογιστικού χωρίου και υποχωρίων (subdomains) με την θέση της αεροτομής σε αυτό οι αποστάσεις της από τα εξωτερικά σύνορα καθώς και οι Σ.Σ (b) Διαμόρφωση μη μηδενικού πάχους στο χείλος εκφυγής της αεροτομής (L=Chord Length).....	63
<b>Σχήμα 4.3:</b> Παρουσίαση υπολογιστικού χωρίου (τελικό πλέγμα που προέκυψε από ανεξαρτησία ~160.000 κελία).....	65
<b>Σχήμα 4.4:</b> (a) Παρουσίαση του υπολογιστικού χωρίου και υποχωρίων (subdomains) με την θέση της αεροτομής που χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη του μη μόνιμου προβλήματος (b) Διαμόρφωση κυκλικού υποχωρίου για την κατασκευή δομημένου πλέγματος γύρω από την αεροτομή με ακτίνα $0.7L$ ( $L=Chord Length$ ) και κέντρο $(0.5L,0)$ και του υποχωρίου του μη δομημένου πλέγματος μετά το χείλος εκφυγής σε έκταση $5.26L$ πίσω από την αεροτομή.....	66
<b>Σχήμα 4.5:</b> Παρουσίαση του υπολογιστικού πλέγματος μέσω των υποπλεγμάτων (subdomains) γύρω από την αεροτομή που χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη του μη μόνιμου προβλήματος.....	67
<b>Σχήμα 4.6:</b> Πορεία σύγκλισης των μεταβλητών επίλυσης για $Re = 3 \cdot 10^6$ και $\alpha = 2^\circ$ .....	70
<b>Σχήμα 4.7:</b> Χρονική μεταβολή των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για αριθμό $Re=3 \cdot 10^6$ με (a) $\alpha = 12^\circ$ και (b) $\alpha = 16^\circ$ Η ροή γίνεται μόνιμη κατάστασης μετά από έναν συγκεκριμένο χρόνο. Το πεδίο της ροής αρχικοποιείται (initialization) από την ταχύτητα στην εισροή για το ελεύθερο ρεύμα χωρίς να εφαρμόζεται καμία τεχνητή διαταραχή.....	72



- Σχήμα 4.8:** Η κατανομή των συντελεστών πίεσης και τριβής στην επιφάνεια της αεροτομής για το πλέγμα I (M1) (μπλε γραμμή), το πλέγμα II(M2) (κόκκινη γραμμή) το πλέγμα III(M3) (πράσινη γραμμή) και το πλέγμα IV(M4) (μωβ γραμμή). Η γωνία προσβολής είναι μηδέν και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Στο κάτω δεξιά διάγραμμα εμφανίζουμε μεγεθυμένο το διάγραμμα του  $C_F$  περιοχή από  $0.4 < x/L < 0.6$ .....74
- Σχήμα 4.9:** Η κατανομή του  $y^+$  κατά μήκος της αεροτομής στο άνω τμήμα της για διάφορες γωνίες προσβολής  $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ$  σε  $Re = 3 \cdot 10^6$  για το πλέγμα M3.....75
- Σχήμα 4.10:** Η κατανομή των συντελεστών πίεσης και τριβής στο κάτω τμήμα της επιφάνειας της αεροτομής για το πλέγμα III (M3) (μπλε γραμμή) -πλέγμα ανεξαρτησίας για προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης, και το πλέγμα IV(M5) (κόκκινη γραμμή) για προσομοιώσεις μη μόνιμης κατάστασης. Η γωνία προσβολής είναι  $12^\circ$  και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ .....76
- Σχήμα 4.11:** Συντελεστής άνωσης που απεικονίζεται σε σχέση με τη γωνία προσβολής για  $Re = 3 \cdot 10^6$ , παρόντες υπολογισμοί (μωβ καμπύλη x), Douni et.al [1](κόκκινη καμπύλη για SST k-w και πράσινη για k-e), Abbot et al [8] (πειραματικά δεδομένα-no trip) .....78
- Σχήμα 4.12:** Η μεταβολή του συντελεστή αντίστασης της αεροτομής σε σχέση με την γωνία προσβολής για  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Παρόντες υπολογισμοί (ανοιχτή μπλε καμπύλη), Douni et. Al.[1] (κόκκινη καμπύλη - SST k-w, Μωβ καμπύλη - k-e), Πειραματικά δεδομένα McCroskey-NASA [10] για πλήρως τυρβώδες πεδίο για  $\alpha=0$  (fully turbulent - tripped, Πράσινο ΣΗΜΕΙΟ), Abbot πειραματικά δεδομένα [8] transitional (no trip, μπλε καμπύλη).....79
- Σχήμα 4.13:** Η κατανομή του συντελεστή πίεσης στο κάτω τμήμα της επιφάνειας της αεροτομής για πειραματικά δεδομένα Gregory-NASA [9] (μπλε γραμμή), παρόντες υπολογισμοί (κόκκινη καμπύλη). Η γωνία προσβολής είναι  $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$  και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ .....82
- Σχήμα 5.1:** Γραμμές ροής για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Στις γωνίες 0,4,8,12,16 παρουσιάζεται ταυτόχρονα η δομή του ομόρρου κοντά στο χείλος εκφυγής,.....84-87

<b>Σχήμα 5.2:</b> Κατανομή της x-ταχύτητας κατά μήκος 4 χορδών πίσω από το χείλος εκφυγής για γωνίες προσβολής $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ και $Re=3 \cdot 10^6$ .....	89
<b>Σχήμα 5.3:</b> Ισοϋψείς της x-ταχύτητας για $Re=3 \cdot 10^6$ και γωνίες προσβολής $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι ταχύτητες σε m/s.....	90-91
<b>Σχήμα 5.4:</b> Διανυσματική απεικόνιση του μέτρου της στροβιλότητας για γωνίες προσβολής $\alpha=0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ και για $Re=3 \cdot 10^6$ με κατάλληλο εύρος τιμών. Το πεδίο της στροβιλότητας είναι χρωματισμένο ώστε να φαίνονται οι τιμές της στροβιλότητας σε εύρος 0.5% έως 10% της μέγιστης τιμής. Οι τιμές του μέτρου στροβιλότητας σε 1/s.....	94-95
<b>Σχήμα 5.5:</b> Συντελεστές αντίστασης και άνωσης για $Re = 3 \cdot 10^6$ συναρτήσει με την γωνία προσβολής $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ προσομοιώσεων μόνιμης κατάστασης (κόκκινη καμπύλη), και για $\alpha = 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ (μπλε καμπύλη).....	96
<b>Σχήμα 5.6:</b> Η αεροδυναμική άνωση και αντίσταση που οφείλονται στην επίδραση του ιξωδών δυνάμεων (Viscous Lift και Viscous Drag) και των ορθών τάσεων-πίεσης (Pressure Lift και Pressure Drag) διαιρεμένες προς την συνολική άνωση και αντίσταση αντίστοιχα οι οποίες σχεδιάζονται σε σχέση με τη γωνία προσβολής από $2^\circ$ μέχρι τις $18^\circ$ για $Re=3 \cdot 10^6$ .....	98
<b>Σχήμα 5.7 :</b> Κατανομή Πίεσης στο άνω και κάτω μέρος της επιφάνειας της αεροτομής για γωνίες προσβολής από $0^\circ$ μέχρι τις $18^\circ$ για $Re=3 \cdot 10^6$ για προσομοιώσεις μόνιμου πεδίου ροής.....	99-100
<b>Σχήμα 5.8:</b> Πολικό γράφημα αντίστασης για $Re=3 \cdot 10^6$ .....	101
<b>Σχήμα 5.9:</b> Κατανομή ισοϋψών του πεδίου πίεσης γύρω από την αεροτομή για $Re=3 \cdot 10^6$ και γωνίες προσβολής $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι πιέσεις σε Pascal.....	102-103
<b>Σχήμα 5.10:</b> Ισοϋψείς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για $Re=3 \cdot 10^6$ και γωνίες προσβολής $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι μονάδες σε $m^2/s^2$ .....	106-107

- Σχήμα 6.1:** Μεταβολή των συντελεστών άνωσης, αντίστασης και ροπής σε σχέση με τον χρόνο σε sec για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Στήλη (α): Μεταβολές των συντελεστών από την έναρξη του φαινομένου και χρονική εξέλιξη τους Στήλη (β): Οι μεταβολές για χρονικό διάστημα 4sec μετά τη σταθεροποίηση του μοτίβου ταλάντωσης.....110-112
- Σχήμα 6.2:** Παρουσίαση της μεταβολής του αριθμού Strouhal για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ .....114
- Σχήμα 6.3:** Ισοϋψείς της μέσης τιμής για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha= 17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Στήλη (α): για το μέτρο της ταχύτητας σε m/s Στήλη (β):για την πίεση σε Pa.....115-116
- Σχήμα 6.4:** Ισοϋψείς της μέσης τιμής της ταχύτητας  $U_y$  για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Οι μονάδες σε m/s.....117
- Σχήμα 6.5:** Στιγμιότυπα ισοϋψών σε 4 χρονικές στιγμές για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ$ . Στήλη (α): για το μέτρο της ταχύτητας(σε m/s) Στήλη (β): για την πίεση (σε Pa).....119-121
- Σχήμα 6.6:** Στιγμιότυπα ισοϋψών τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε 4 χρονικές στιγμές για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ$ . Μονάδες σε  $m^2/s^2$  122-123

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

**Πίνακας 4.1:** Οι λεπτομέρειες για κάθε πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη ανεξαρτησίας του πλέγματος. Το  $\mathbf{R}^T(\mathbf{1})/\mathbf{L}$  δείχνει την ελάχιστη ακτινική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων πλέγματος και το  $\mathbf{N}^c$  είναι οι κόμβοι, οι οποίοι διακριτοποιούν την επιφάνεια της αεροτομής. Το  $D/c$  δηλώνει το λόγο του μήκους του υπολογιστικού χωρίου ως προς το μήκος της χορδής της αεροτομής.....73

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία μελετήσαμε με τη χρήση αριθμητικών υπολογισμών τη ροή σε υψηλό αριθμό Re γύρω από μια αεροτομή NACA 0012. Οι θεμελιώδεις χρονικά μέσες μορφές των εξισώσεων Navier - Stokes λύνονται μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων ελέγχου. Ο αριθμητικός κώδικας επαληθεύεται εκτενώς στη μόνιμη και πλήρως τυρβώδη κατάσταση της ροής. Η γωνία προσβολής (συμβ:  $\alpha$  - η γωνία που σχηματίζει η χορδή της αεροτομής με την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος) εξετάζεται σε μεγάλο εύρος τιμών από  $0^\circ$  μέχρι  $18^\circ$  θεωρώντας μόνιμη κατάσταση ροής και από  $17^\circ$  μέχρι  $20^\circ$  για μη μόνιμη κατάσταση. Η ροή εξετάζεται για  $Re = 3 \cdot 10^6$  όπου βάση αποτελεσμάτων στη διεθνή βιβλιογραφία είναι μεταβατική. Η τυρβώδης φύση της ροής προσεγγίζεται πολύ καλά από το τυρβώδες μοντέλο SST k- $\omega$  που προτάθηκε από τον Menter όπου σε συνδυασμό με το υψηλής ποιότητας πλέγμα που κατασκευάσαμε μπορεί να αποδώσει με ακρίβεια το ιξώδες υπόστρωμα. Το μοντέλο αυτό επιλέχτηκε καθώς στην βιβλιογραφία αναφέρεται ότι είναι ακριβές για τη συγκεκριμένη ροή. Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε ώστε να εξακριβωθεί πότε η ροή φτάνει σε μόνιμη κατάσταση ή όχι. Πραγματοποιήθηκαν 6 ξεχωριστές προσομοιώσεις για κατάσταση μη μόνιμης ροής. Οι 2 έγιναν για να ερευνηθούν την χρονική εξάρτηση της ροής ως προς τη γωνία προσβολής όπου τα αποτελέσματα έδειξαν σταθεροποίηση των δυνάμεων που ασκούνται στην αεροτομή, κατά συνέπεια υποδεικνύουν ένα πεδίο ροής όπου καταστέλλεται το φαινόμενο έκλυσης στροβίλων. Και 4 όταν βρισκόμαστε "a priori" σε κατάσταση μη μόνιμης ροής για να διερευνήσουμε τις συνθήκες που επικρατούν σε αυτό το καθεστώς.

Η περιοχή που εντοπίστηκαν οι μεγαλύτερες τιμές της στροβιλότητας στη ροή βρίσκεται στο τυρβώδες οριακό στρώμα και μετά περιορίζεται σε μια περιοχή κοντά στην αεροτομή στην περιοχή της πηγής της έκλυσης στροβίλων. Η άνωση που ασκείται λόγω των διατμητικών τάσεων βρίσκεται να είναι αμελητέα σε σχέση με την άνωση λόγω πίεσης. Αντίθετα η αντίσταση λόγω των διατμητικών τάσεων μπορεί να φτάσει το 80% της συνολικής αντίστασης. Οι τιμές της άνωσης είναι ανάλογες ως προς τη μεταβολή της γωνίας προσβολής ενώ οι τιμές της αντίστασης ακολουθούν παραβολική μορφή μέχρι και τη γωνία των  $16^\circ$  όπου η κατάσταση αλλάζει δραστικά.

Οι τιμές της τυρβώδους κινητικής ενέργειας εξαρτώνται άμεσα από την γωνία προσβολής, καθώς αυτή αυξάνει η μέση τυρβώδης κινητική ενέργεια αυξάνεται επίσης. Οι περιοχές εμφάνισης της ακολουθούν τις περιοχές εμφάνισης που υπάρχει μέγιστη στροβιλότητα.

## ABSTRACT

High Reynolds number flow over a NACA 0012 airfoil in respect with the angle of attack is investigated by two dimensional computations. The fundamental time averaged Navier-Stokes equations are solved via the finite volume method. The numerical code is validated extensively at the steady state condition and fully turbulent flow regime. The angle of attack ( $\alpha$ : A.O.A - the angle that is formed between the chord of the airfoil and the free stream velocity) is examined at a wide range of values that includes from  $0^\circ$  to  $18^\circ$  for the steady state condition and from  $0^\circ$  to  $20^\circ$  for the unsteady one. The flow is examined for Reynolds  $3 \cdot 10^6$  which based on the existing literature we know it is a transitional flow. The turbulent nature of the flow is approached by the well validated SST  $k-\omega$  model introduced by Menter, which when it is combined with the fine meshes we provide for the steady and unsteady simulation it can resolve fully the turbulent boundary layer. This model was chosen based on reports from the literature that it is the most appropriate for this kind of flow. Special attention is focused on whether the flow reaches a steady state or no. In total 6 separate unsteady simulations were conducted. Two of them were used to investigate the time independency of the flow in terms of the angle of attack in which the results have revealed the stabilization of the acting forces, thus indicated a flow field with suppressed vortex shedding activity. While four were conducted at fully unsteady flow regime so we can investigate the conditions that arise on these occasions.

Increased vorticity is found to be confined to a region near the airfoils surface at an area which seems to be the origin of the creation of the vortex street and also within the turbulent boundary layer. Viscous lift is found to be negligible compared to pressure lift. On the contrary the viscous drag could reach 80% of the total drag. The magnitude of the lift and drag coefficients is affected with the change of the angle of attack. It can be clearly seen as expected from experimental data that lift values are directly proportional to the change of the angle of attack while the drag values follow a parabola like change until we reach  $\alpha=16^\circ$  after which the results change drastically.

The magnitude of the turbulent kinetic energy is directly dependent from the angle of attack while as the latter increases also does the first. The regions that are affected by turbulence coincide with the ones that are affected by vorticity.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## *1.1 Εισαγωγικές έννοιες.*

### *Στόχοι και συμβολή της παρούσας διπλωματικής εργασίας*

Η επιστήμη της Υπολογιστικής Ρευστό-Μηχανικής (ή Computational Fluid Dynamics – C.F.D.) είναι πλέον στις μέρες μας ένας πολύ γρήγορα αναπτυσσόμενος κλάδος της επιστήμης του μηχανικού. Παλαιότερα, αλλά και σήμερα ως γνωστόν, για την αεροδυναμική μελέτη αντικειμένων απαιτούνταν η χρήση αεροσήραγγας και τα αντικείμενα που μελετούσαν σε αυτή ήταν πολλές φορές μικρότερα μοντέλα από τα πρωτότυπα της κανονικής κλίμακας. Τα συμπεράσματα που εξαγόntonτουσαν για αυτά επεκτεινόntonτουσαν για τα αντικείμενα της αρχικής κλίμακας με τη μέθοδο της αδιαστατοποίησης. Βέβαια, για να είναι αξιόπιστα τα αποτελέσματα, θα έπρεπε τα μοντέλα αυτά να είναι όσο πιο ακριβή γίνεται ως προς το πρωτότυπα.

Αρα λοιπόν στον τομέα της αεροδυναμικής – και όχι μόνο – η Υπολογιστική Ρευστό-Μηχανική είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στα χέρια των αεροδυναμιστών, διότι τους επιτρέπει να αναλύουν κάθε είδους ροή γύρω από αντικείμενα με απλή ή πολύπλοκη γεωμετρία μόνο με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών χωρίς την βοήθεια αεροδυναμικής σήραγγας της οποίας το κόστος κατασκευής και λειτουργίας είναι τεράστιο σε σχέση με την αγορά και την υπολογιστική ισχύ που μπορεί να χρειάζεται ένας ή και μία συστοιχία υπολογιστών.

Η παρούσα εργασία έχει ως κύριο στόχο να παρουσιάσει και να αναλύσει τα χαρακτηριστικά ροής υψηλού αριθμού Reynolds πλήρως τυρβώδους κατάστασης σε όλο το πεδίο ροής γύρω από αεροτομή NACA 0012 χωρίς την επίδραση του εδάφους, δηλαδή χωρίς την ύπαρξη σταθερών ορίων κοντά στην αεροτομή. Ειδικότερα γίνεται μια προσπάθεια να συσχετίσει την γωνία προσβολής με την αεροδυναμική συμπεριφορά της αεροτομής και την επίδραση που έχει αυτή στη μεταβολή της ροής γύρω από την αεροτομή, θεωρώντας μόνιμη και μη μόνιμη κατάσταση του πεδίου ροής, κάτι που θα παρουσιαστεί αναλυτικά κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε επόμενα κεφάλαια.

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι μέχρι σήμερα η εργασία αυτή είναι πρωτότυπη, διότι δεν έχει γίνει κάποια συγκροτημένη μελέτη ούτε αριθμητική, αλλά ούτε και πειραματική για τον συγκεκριμένο αριθμό Reynolds ειδικά για την μελέτη του μη μόνιμου πεδίου ροής. Ακόμα, για το μόνιμο πεδίο ροής στο συγκεκριμένο αριθμό Re που είναι οριακός και μπορεί να θεωρηθεί ότι συμβαίνει μετάβαση από στρωτό σε τυρβώδες οριακό στρώμα σε κάποιο σημείο κατά μήκος της αεροτομής υπάρχει μόνο μία δημοσιευμένη εργασία [1] στην οποία έγινε μόνο μοντελοποίηση για την μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή σε κάποιο σημείο της αεροτομής και δεν μελετάται καθόλου το πεδίο ροής μετά τις γωνίες προσβολής από όπου παρουσιάζεται απώλεια στήριξης με παράλληλη εμφάνιση μη μόνιμου πεδίου ροής.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παρούσα εργασία συγκρίνονται με άλλα που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία, (προφανώς για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν αριθμητικά ή πειραματικά δεδομένα), με στόχο να επιβεβαιώσουμε ότι ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε παράγει έγκυρα αποτελέσματα ώστε να μπορέσουμε έτσι να συνεχίσουμε με τις πιο απαιτητικές παραλλαγές της ροής. Για τις τελευταίες,

δεν βρέθηκαν δυστυχώς κάποια αντίστοιχα αποτελέσματα για περαιτέρω σύγκριση, αλλά και εδώ είναι η πρωτοτυπία της εργασίας αυτής η οποία τις μελετάει και προσπαθεί να τις αναλύσει.

Πρόκειται για μια διδιάστατη μελέτη που παρουσιάζει πολύ μεγάλο αεροδυναμικό ενδιαφέρον, πράγμα που αποδεικνύεται και από την πλούσια διεθνή βιβλιογραφία, όπου ροές γύρω από αεροτομές έχουν μελετηθεί σε πάρα πολλές παραλλαγές καθώς και τα διάφορα φαινόμενα που έχουν παρατηρηθεί σε αυτές όπως για παράδειγμα το γνωστό φαινόμενο του Stall (dynamic ή static) ή το φαινόμενο καταστροφής στροβίλων (vortex shedding) που παρατηρείται στο απόρρευμα της ροής μετά την αεροτομή σε μεγάλες γωνίες προσβολής.

Η μελέτη των διδιάστατων αεροτομών, είτε αυτές είναι κοντά σε σταθερό σύνορο είτε είναι εκτεθειμένες σε άπειρο πεδίο ροής χωρίς επίδραση εδάφους, είναι πολύ σημαντική, διότι καταλαβαίνουμε ότι μπορεί να επεκταθεί σε τριδιάστατες αεροτομές που έχουν τεράστιο εύρος εφαρμογών στην αεροδιαστημική αλλά και στην ναυπηγική βιομηχανία. Ειδικά για ροές που χαρακτηρίζονται από μεγάλους αριθμούς Reynolds (όπως αυτή που μελετάμε εδώ) που εμφανίζονται κατά κόρον σε πραγματικές συνθήκες. Για παράδειγμα, τέτοιες είναι οι ροές που αναπτύσσονται γύρω από πτερύγια αεροπλάνων ή πηδάλια πλοίων (φυσικά αν τις εξετάσουμε μεμονωμένα χωρίς το υπόλοιπο σώμα του αεροπλάνου ή του πλοίου) και ειδικά σε υψηλές ταχύτητες.

Το υπολογιστικό πακέτο που χρησιμοποιήσαμε εδώ είναι το Fluent (Ver. R15.0) της εταιρίας Ansys και είναι ένα πακέτο λογισμικού του κλάδου της Υπολογιστικής Ρευστό-Μηχανικής (ή Computational Fluid Dynamics – C.F.D.) το οποίο είναι γραμμένο στην γλώσσα C που αυτή τη στιγμή θεωρείται η πιο τεχνολογικά αναπτυγμένη γλώσσα προγραμματισμού στον κόσμο. Χρησιμοποιείται ευρέως για προσομοίωση ροών που έχουν είτε ερευνητικό είτε βιομηχανικό ενδιαφέρον. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα χρησιμοποιεί την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου για να επιλύσει αριθμητικά τις εξισώσεις που διέπουν την κίνηση των ρευστών όπως οι γνωστές εξισώσεις Navier-Stokes που είναι αυτές που περιγράφουν την κίνηση ενός νευτωνικού ρευστού, που είναι και τα ρευστά που συναντάμε με μεγαλύτερη συχνότητα στη φύση (όπως αέρας ή νερό), αλλά μπορούν να επιλυθούν και εξισώσεις που προσομοιώνουν και άλλων ειδών ρευστά που συναντάμε κατά κόρον στη χημική βιομηχανία (ρευστοποιημένα πλαστικά, διάφορα έλαια, αίμα κ.τ.λ.) και όχι μόνο. Γενικά μας παρέχει την δυνατότητα να μοντελοποιήσουμε πολλών ειδών ροές, είτε η φύση αυτών είναι στρωτή είτε είναι τυρβώδης, και χωρίς κανένα περιορισμό για το είδος του ρευστού, είτε δηλαδή αυτό είναι συμπίεστο (αέρας) ή ασυμπίεστο, είτε είναι συνεκτικό ή μη συνεκτικό. Η γεωμετρία του προβλήματος έγινε αρχικά με το πρόγραμμα Rhinoceros (Ver. 5.0) όπου εκτός από την γεωμετρία της αεροτομής καθορίστηκαν και κάποια χαρακτηριστικά γεωμετρικά του υπολογιστικού χωρίου, ενώ το υπολογιστικό πλέγμα δηλαδή η προεπεξεργασία (preprocessing) έχει παραχθεί με ένα άλλο λογισμικό πακέτο που είναι αποκλειστικό για την γένεση αριθμητικών πλεγμάτων το GRIDGEN (Ver. 17) της Pointwise.

Συνοψίζοντας λοιπόν μπορούμε να αναφέρουμε τους κύριους στόχους αυτής της εργασίας οι οποίοι είναι οι εξής:

- 1.) Να παρουσιάσει και να αναλύσει τη βασική θεωρία ροών γύρω από διδιάστατες αεροτομές υπό γωνιές προσβολής όπου πλέον θεωρούνται μη αεροδυναμικά σώματα (Bluff Bodies).



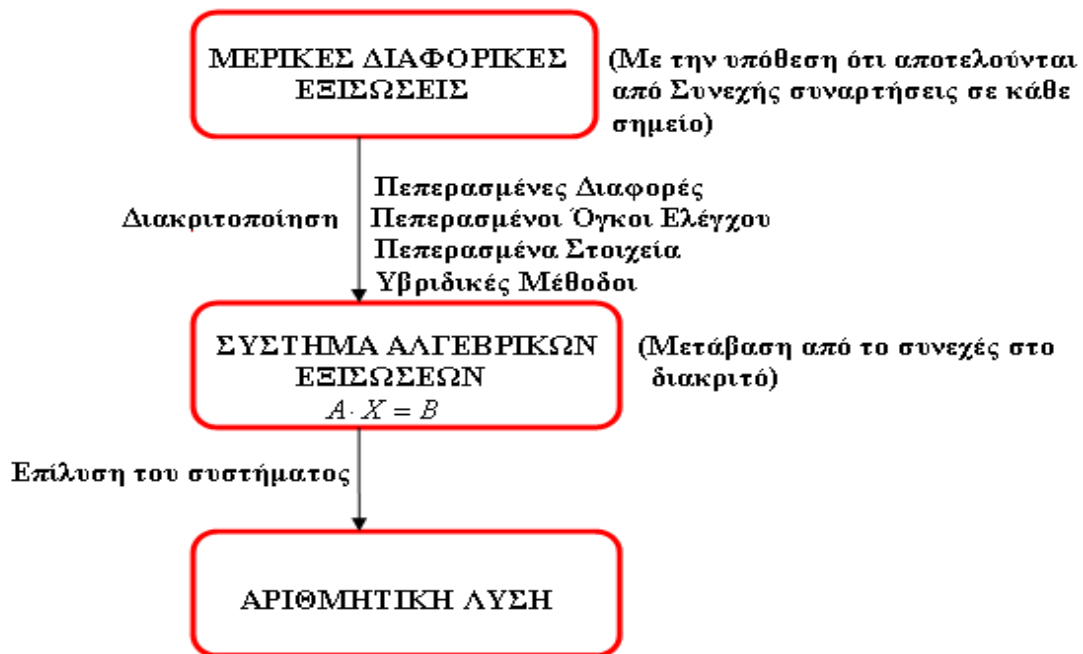
- 2.) Να αναπτύξει μέσω του καταλληλότερου τυρβώδους μοντέλου για υψηλούς αριθμούς  $Re$ , για τη συγκεκριμένη γεωμετρία μιας αεροτομής NACA 0012 τοποθετημένης σε άπειρο πεδίο ροής δυο διαστάσεων σε  $Re=3 \cdot 10^6$ , αποτελέσματα για μόνιμο (σε χαμηλές γωνίες προσβολής) και μη μόνιμο (σε υψηλότερες γωνίες προσβολής) πεδίο ροής, να τα συγκρίνει καθώς και να τα αξιολογήσει.
- 3.) Να μελετήσει την επίδραση της μεταβολής της γωνίας προσβολής στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά της αεροτομής άλλα και στη ροή γύρω από αυτήν όταν η ροή χαρακτηρίζεται από τον συγκεκριμένο αριθμό Reynolds.

Σαφώς και τα παραπάνω αποτελούν το πρωτότυπο κομμάτι της παρούσας εργασίας, αλλά αυτό θα συμπληρωθεί με εκτενή ανάλυση των προγραμμάτων που χρησιμοποιήθηκαν, όπως και των μεθόδων που χρησιμοποιούνται από αυτά. Έτσι ώστε η παρούσα εργασία να αποτελεί ένα αυτοτελές και πλήρες σύγγραμμα το οποίο να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο κατανοητό για οποιονδήποτε αναγνώστη.

## ***1.2 Μια σύντομη εισαγωγή στην επιστήμη της υπολογιστικής ρευστομηχανικής.***

Όλες οι ροές και τα σχετικά φαινόμενα που δημιουργούνται από αυτές μπορούν να περιγραφούν από μερικές διαφορικές εξισώσεις (Μ.Δ.Ε.), οι οποίες δεν μπορούν να λυθούν αναλυτικά εκτός από ειδικές περιπτώσεις. Χρησιμοποιούμε λοιπόν διάφορες μεθόδους διακριτοποίησης που προσεγγίζουν τις διαφορικές εξισώσεις από ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που μπορούν έπειτα να λυθούν σε έναν υπολογιστή. Οι προσεγγίσεις εφαρμόζονται σε μια μικρή περιοχή στο χώρο ή και το χρόνο, έτσι ώστε οι αριθμητικές λύσεις παρέχουν τα αποτελέσματα στις διακριτοποιημένες θέσεις στο χώρο και το χρόνο. Η ακρίβεια των αριθμητικών λύσεων εξαρτάται από την ποιότητα της διακριτοποίησης που χρησιμοποιήσαμε.

Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική καλύπτει ένα ευρύ φάσμα των δραστηριοτήτων στην επιστήμη του σύγχρονου μηχανικού, από την αυτοματοποίηση των καθιερωμένων μεθόδων σχεδίου εφαρμοσμένης μηχανικής (CAD) έως τη λεπτομερή αριθμητική λύση μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν μια ροή όπως οι εξισώσεις Navier-Stokes ως υποκατάστατα της πειραματικής έρευνας για τη μελέτη σύνθετων ροών. Ως εκ τούτου, η Υπολογιστική Ρευστομηχανική συμπληρώνει την πειραματική και θεωρητική κλασική Ρευστό-Δυναμική με την παροχή εναλλακτικών και οικονομικώς αποδοτικών λύσεων, σε σχέση με πειραματικές μελέτες, για την ανάλυση δύσκολων ροών. Το σχήμα 1.1 δίνει μια συνοπτική επισκόπηση της διαδικασίας της Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής, όπου οι μερικές διαφορικές εξισώσεις διακριτοποιούνται σε ένα σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων χρησιμοποιώντας διάφορα σχήματα-μεθόδους διακριτοποίησης. Αυτό το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων μπορεί έπειτα να λυθεί για να παραγάγει τις αριθμητικές λύσεις που μπορούν να ερμηνευθούν και να αναλυθούν για να πάρουμε χρήσιμα αποτελέσματα για την εκάστοτε ροή.



**Σχήμα 1.1:** Συνοπτική παρουσίαση της υπολογιστικής διαδικασίας επίλυσης των Μ.Δ.Ε.

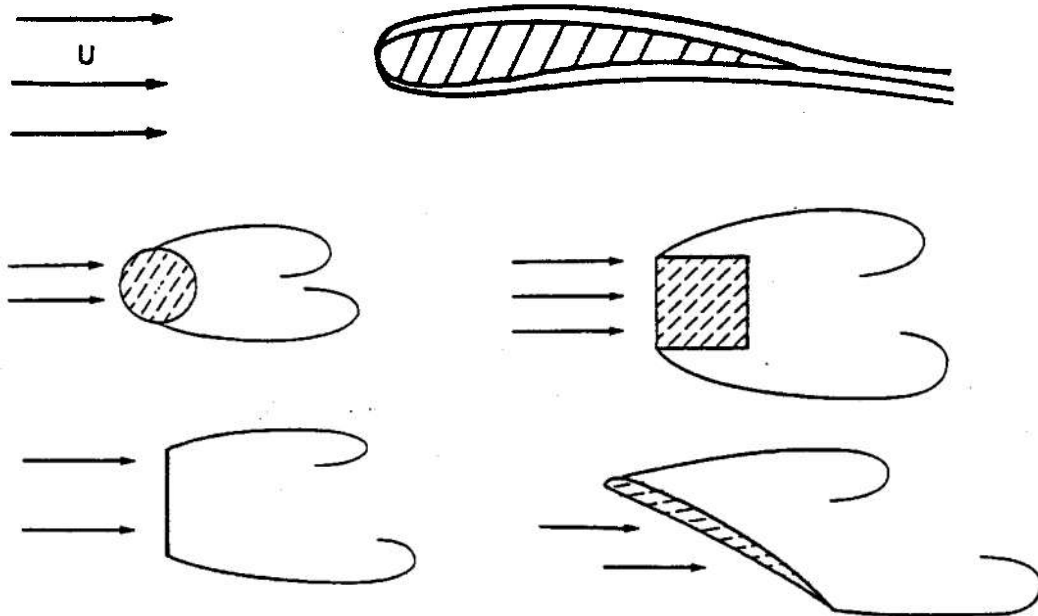
Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική προσφέρει διάφορα πλεονεκτήματα έναντι των πειραματικών μεθόδων καθώς δεν περιορίζεται σε συγκεκριμένο εύρος αριθμών Reynolds και επίσης παρέχει την ευκολία και τη δυνατότητα να μη λαμβάνονται υπόψη κατά την επίλυση συγκεκριμένοι όροι των εξισώσεων για συγκεκριμένου είδους ροές, με αποτέλεσμα να κερδίζουμε υπολογιστικό χρόνο. Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική παρέχει πέντε σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι της πειραματικής Ρευστό-Δυναμικής:

- Η χρονική περίοδος για το σχεδιασμό και την ανάπτυξη μειώνεται σημαντικά.
- Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική μπορεί να προσομοιώσει συνθήκες ροών οι οποίες είναι αδύνατον να αναπαραχθούν με πειραματικές διατάξεις.
- Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική παρέχει πιο λεπτομερείς και εκτενείς πληροφορίες.
- Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική είναι όλο και περισσότερο οικονομικά πιο αποδοτική από ότι πειράματα σε αεροσύραγγες.
- Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική έχει σημαντικά χαμηλότερη κατανάλωση ενέργειας από πειραματικές διατάξεις.

Η Υπολογιστική Ρευστομηχανική, ιδιαίτερα στον τομέα της εφαρμοσμένης μηχανικής, είναι ακόμα στο στάδιο ανάπτυξης, όπου τα προβλήματα που περιλαμβάνουν σύνθετες γεωμετρίες μπορούν να αντιμετωπιστούν με την απλή φυσική και εκείνα που περιλαμβάνουν την απλή γεωμετρία μπορούν να αντιμετωπιστούν με τη σύνθετη φυσική. Με την πρόοδο στο χώρο των ηλεκτρονικών υπολογιστών και στους αριθμητικούς αλγορίθμους, ο αποδεκτός κανόνας για την απλότητα και την πολυπλοκότητα αλλάζει πλέον σχεδόν σε καθημερινή βάση.

### 1.3 Ροές γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής διδιάστατα σώματα (όπως είναι και οι αεροτομές με μεγάλες γωνίες προσβολής) και φαινόμενα που παρουσιάζονται σε ροές γύρω από αυτά.

Σε πολλές καταστάσεις εφαρμοσμένης μηχανικής, ροές γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα παράγουν σύνθετα και πολύπλοκα φαινόμενα όπως πολλαπλές αποκολλήσεις της ροής, οι οποίες συνοδεύονται συχνά από έκλυση στροβίλων, τη δυσπόστατη συμπεριφορά ροής, την τυρβώδη φύση της ροής που συνοδεύεται με μεγάλης κλίμακας τυρβώδεις δομές που συμβάλλουν αρκετά στη μεταφορά ορμής, θερμότητας και μάζας. Σώματα τα οποία μπορούν να χαρακτηριστούν έτσι, είναι αεροτομές που είναι τοποθετημένες με μεγάλη κλίση προς την κατεύθυνση της επερχόμενης ροής, κυλινδρικά ή «τετραγωνισμένα» αντικείμενα, αλλά και πιο σύνθετα γεωμετρικά αντικείμενα όπως αυτοκίνητα. Στο παρακάτω σχήμα 1.2 δίνονται παραδείγματα αεροδυναμικών και μη αεροδυναμικών σωμάτων για να μπορέσει ο αναγνώστης να καταλάβει την διαφορά.



**Σχήμα 1.2: (α) Αεροδυναμικό Σώμα  
(β) Μη Αεροδυναμικά Σώματα (bluff or blunt bodies)**

Μια από τις πιο σημαντικές δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα που κινείται σε ένα πεδίο ρευστού είναι η λεγόμενη οπισθέλκουσα δύναμη ή αεροδυναμική αντίσταση (Drag) η οποία είναι εκείνη η συνιστώσα της αεροδυναμικής δύναμης στην προς τα πάνω κατεύθυνση ροής (ή στην κατεύθυνση της κίνησης του σώματος εάν αυτό κινείται ακόμα σε ρευστό). Μια εντυπωσιακή διαφορά μεταξύ των αεροδυναμικών σωμάτων και των μη αεροδυναμικών σωμάτων είναι ότι τα πρώτα έχουν συντελεστές οπισθέλκουσας ( $C_D$ ) που είναι τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους μικρότερη από τα τελευταία. Αυτό οφείλεται στην αξιοπρόσεκτη αύξηση στην αντίσταση λόγω πίεσης που προέρχεται από την αποκόλληση του οριακού στρώματος.

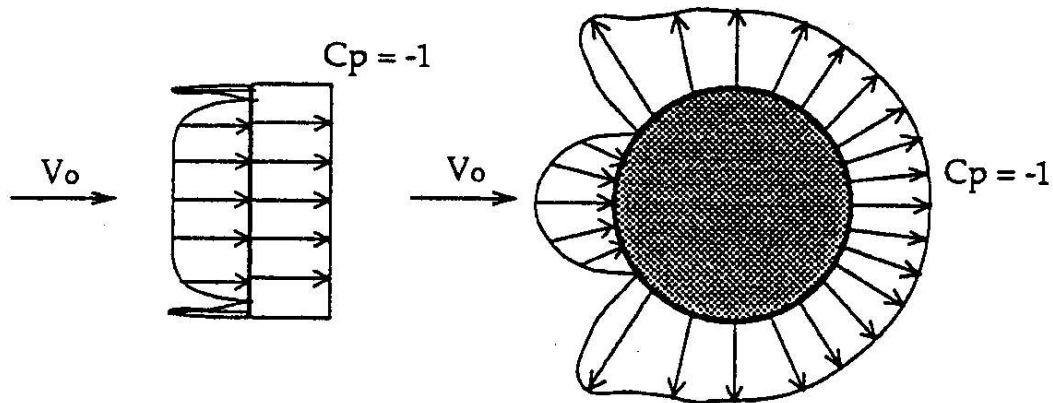
Πράγματι, το πεδίο ροής γύρω από αεροδυναμικά σώματα δεν είναι πολύ διαφορετικό από αυτό που αντιστοιχεί στη μη συνεκτική αστρόβιλη ροή (potential flow), εκτός από την επίδραση της μετατοπίσεως του οριακού στρώματος. Επομένως, η κατανομή πίεσης είναι επίσης μόνο ελαφρά διαφορετική από την ιδανική, που καταλήγει σε μια σχεδόν μηδενική τιμή (παράδοξο D'Alembert: είναι μια αντίφαση που διατυπώθηκε από το γάλλο μαθηματικό Jean le Rond d'Alembert το 1752 ο οποίος χρησιμοποίησε την θεωρία μη συνεκτικού ρευστού σε αστρόβιλη ροή των ασυμπίεστων εξισώσεων Euler, για να αποδείξει ότι η αντίσταση ενός σώματος οποιασδήποτε μορφής που κινείται μέσα σε ένα μη συνεκτικό ρευστό είναι μηδέν).

Αυτό το αποτέλεσμα είναι σε άμεση αντίφαση με άφθονα στοιχεία που προκύπτουν για εμφάνιση σημαντικής αντίστασης που δημιουργείται σε σώματα τοποθετημένα σε ρευστά πολύ μικρού ιξώδους (υψηλοί αριθμοί Reynolds και όχι μόνο) όπως ο αέρας και το νερό). Συνεπώς, η πίεση στο οπίσθιο μέρος των σωμάτων μας δίνει τιμές όχι πολύ μακριά από εκείνες που ενεργούν στο μπροστινό μέρος, και η προκύπτουσα αντίσταση λόγω πίεσης (Pressure Drag) είναι ουσιαστικά μικρή. Εκτός από τις ιδιαίτερες περιπτώσεις, η κύρια συνεισφορά στην αντίσταση ενός αεροδυναμικού σώματος προέρχεται έπειτα από την ολοκλήρωση των εφαπτομενικών ιξωδών τάσεων (τριβή αντίστασης ή Friction Drag).

Η κατάσταση είναι εντελώς διαφορετική για ένα μη αεροδυναμικό σώμα, επειδή η αποκόλληση αποτρέπει την εμφάνιση της επανασυμπίεσης στο οπίσθιο μέρος του σώματος, έτσι ώστε οι τιμές των πιέσεων σε αυτήν την περιοχή είναι αρκετά μικρότερες από εκείνες που ενεργούν στο μπροστινό μέρος (και αντιστοιχούν κανονικά σε αρνητικές τιμές του συντελεστή πίεσης-Pressure Coefficient ή  $C_p$ ). Αυτό προκαλεί μια σημαντική αύξηση της αντίστασης λόγω πίεσης, η οποία είναι κανονικά πολύ υψηλότερη από την αντίσταση λόγω τριβής, έτσι ώστε η τελευταία (που παραμένει της ίδιας τάξης μεγέθους με αυτή που συναντάμε σε ένα αεροδυναμικό σώμα) με αποτέλεσμα συχνά να μη λαμβάνεται υπόψη.

Λεπτομερέστερα, η αντίσταση λόγω πίεσης μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνεισφορές της, που δίνονται αντίστοιχα από το forebody, δηλ. το μπροστινό μέρος του σώματος με το προσκολλημένο σε αυτό οριακό στρώμα, και από την αποκαλούμενη περιοχή βάσης ή afterbody, δηλ. το μέρος της επιφάνειας του σώματος που βρίσκεται μέσα στον αποκολλημένο ομόρρου (Ο ομόρρους είναι η περιοχή της αναταραχής αμέσως μετά το οπίσθιο τμήμα ενός στερεού σώματος που προκαλείται από τη ροή του ρευστού γύρω από το σώμα. Στη Ρευστό-Δυναμική, ο ομόρρους είναι η περιοχή της αναταραχής γύρω από ένα στερεό σώμα που κινείται σχετικά με το ρευστό, που προκαλείται από τη ροή του υγρού γύρω από το σώμα. Ο ομόρρους δημιουργείται από τη συμπίεση του υγρού μέσου από το κινούμενο σώμα. Όπως με όλες τις μορφές κυμάτων, διαδίδεται εξωτερικά από την πηγή έως ότου υπερνικείται η ενέργειά της ή χάνεται, συνήθως από την τριβή ή τη διασπορά).

Ανάλογα με τη μορφή του μπροστινού μέρους του σώματος, η πρώτη συνεισφορά μπορεί να είναι μεγάλη ή μικρή, όπως μπορεί να φανεί με τη σύγκριση των ποιοτικών κατανομών της πίεσης γύρω από μία επίπεδη πλάκα και έναν κυκλικό κύλινδρο κάτι που φαίνεται στο Σχήμα 1.3.

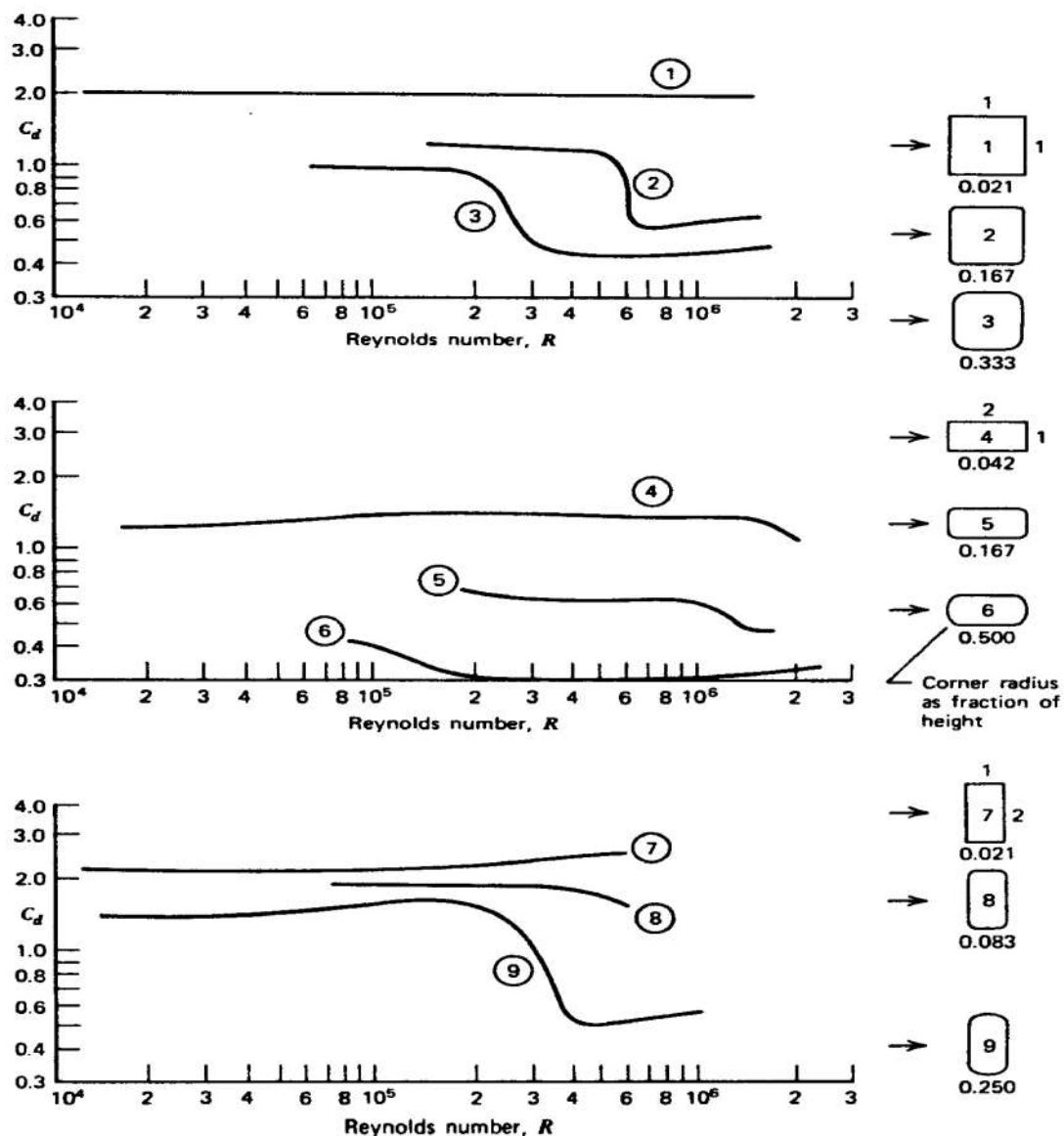


**Σχήμα 1.3:** Σύγκριση μεταξύ των κατανομών πιέσεων μίας επίπεδης πλάκας τοποθετημένης κάθετα στο πεδίο ταχύτητας της ροής ( $C_d=2$ ) και ενός κυκλικού κυλίνδρου ( $C_d=2$ ) για  $Re < 10^3$ .

Η δεύτερη συνεισφορά καθορίζεται από την τιμή των χαμηλών πιέσεων που δρουν στη βάση, δηλαδή των περιοχών αναρρόφησης ή suction (προφανώς οι πιέσεις δρουν πάντα προς την επιφάνεια του σώματος αλλά ο όρος suction χρησιμοποιείται συχνά στην περίπτωση όπου η διαφορά  $p-p_\infty$  είναι αρνητική), και είναι πρωτίστως συνδεδεμένες με την ταχύτητα έξω από το οριακό στρώμα στο σημείο αποκόλλησης ( $V_s$ ). Πράγματι, ιδιαίτερα στην περίπτωση των σωμάτων με περιορισμένη διαμήκη επιμήκυνση, οι πιέσεις στη βάση είναι σχεδόν σταθερές, και ίσες με την πίεση στην εξωτερική ροή στο σημείο αποκοπής. Έτσι, ο συντελεστή πίεσης, με τη χρησιμοποίηση της κλασσικής εξίσωσης Bernoulli (που προκύπτει αρχικά από την ολοκλήρωση των εξισώσεων Euler) και μετά από απλοποιήσεις για διδιάστατες ασυμπίεστες ροές προκύπτει ότι είναι ίσος με  $C_{p(s)} = 1 - (V_s)^2/U^2$ .

Επομένως, όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα έξω από το οριακό στρώμα στα σημεία αποκόλλησης (δηλαδή η  $V_s$ ), τόσο χαμηλότερη είναι η πίεση, και τόσο υψηλότερη η αεροδυναμική αντίσταση.

Ιδιαίτερα σημαντική είναι η εξάρτηση του συντελεστή αεροδυναμικής αντίστασης ενός μη αεροδυναμικού σώματος από τον αριθμό Reynolds. Όπως μπορεί να φανεί από το παρακάτω πολύ ενδιαφέρον διάγραμμα στο Σχήμα 1.4 για διάφορα είδη «κυλίνδρων», ενώ για τα σώματα με αιχμηρές γωνίες αυτή η εξάρτηση είναι αμελητέα και γίνεται όλο και περισσότερο εμφανής με τη στρογγυλοποίηση του σώματος, με την εμφάνιση μιας ξαφνικής μείωσης του συντελεστή αντίστασης.

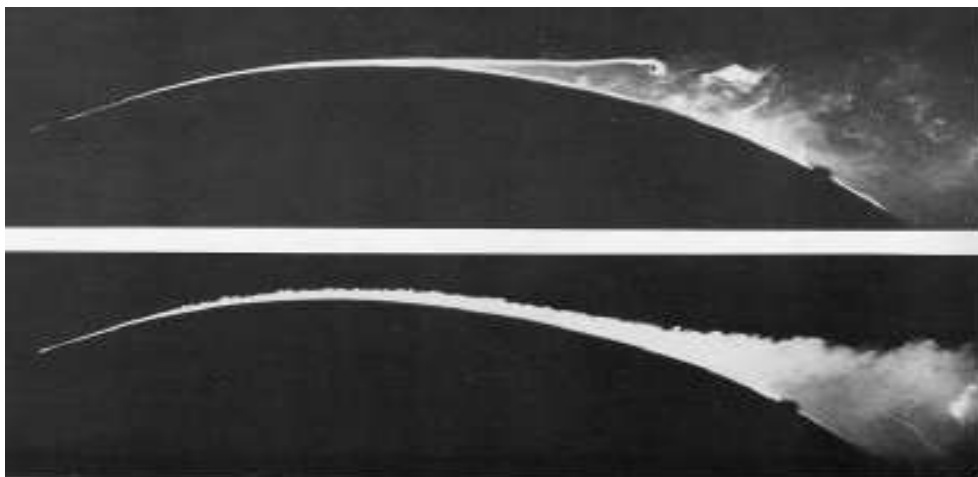


**Σχήμα 1.4** Τιμές των συντελεστών αντίστασης για «κυλινδρικά» σώματα σε συνάρτηση με τον αριθμό Reynolds.

Αυτή η συμπεριφορά συνδέεται με το φαινόμενο της μετάβασης του οριακού στρώματος σε τυρβώδες, το οποίο είναι ανθεκτικότερο στις αποκολλήσεις από το στρωτό. Επομένως, για μη αεροδυναμικής μορφής σώματα χωρίς αιχμηρές γωνίες, υπάρχει μια κρίσιμη τιμή του αριθμού Reynolds που αντιστοιχεί στη μετάβαση που πραγματοποιείται πριν από τη στρωτή αποκόλληση, έτσι ώστε τα σημεία αποκόλλησης να μετακινούνται προς τα πίσω κατά μήκος της ροής δημιουργώντας λεπτότερες μορφές ομόρρου, και προκαλούν μια υψηλότερη επανασυμπίεση της πίεσης προτού να πραγματοποιηθεί η αποκόλληση, και παρατηρείται έτσι μια σημαντική μείωση του συντελεστή αντίστασης.

Προφανώς, όλες οι παράμετροι που μπορούν να επηρεάσουν τη μετάβαση του οριακού στρώματος (όπως το εισερχόμενο επίπεδο τύρβης μέσω της ροής και της τραχύτητας της επιφάνειας του σώματος) έχουν μια σημαντική επιρροή στην καμπύλη του συντελεστή αεροδυναμικής αντίστασης  $C_D$  με τον Reynolds, και παράγουν μια διακύμανση του κρίσιμου αριθμού Reynolds. Αυτό σημαίνει, παραδείγματος χάριν, ότι για τις ροές σε ορισμένο εύρος του αριθμού Reynolds, μια

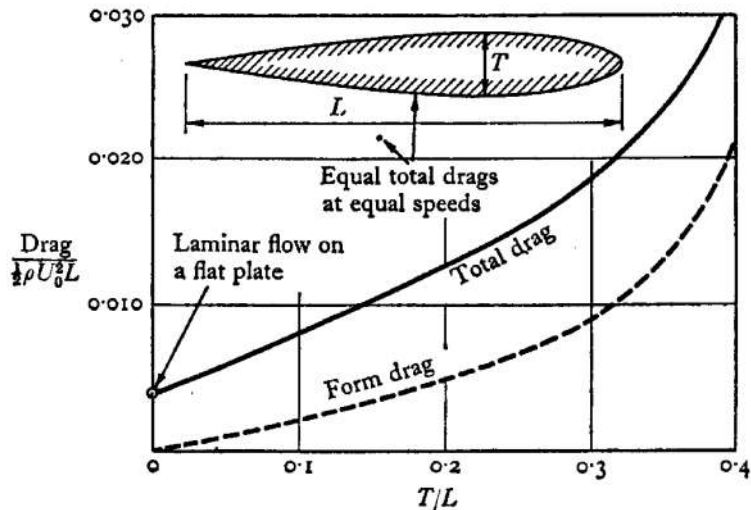
τραχιά επιφάνεια μπορεί να είναι συμφέρουσα να μειώσει την αεροδυναμική αντίσταση που δέχεται το σώμα. Στο παρακάτω Σχήμα 1.5 βλέπουμε την διαφορά της στρωτής αποκόλλησης και της τυρβώδους αποκόλλησης για στρωτό και τυρβώδες οριακό στρώμα αντίστοιχα και καταλαβαίνουμε ότι επιφέρουν εντελώς διαφορετικά αποτελέσματα στα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά.



**Σχήμα 1.5** Πειραματική οπτικοποίηση της αποκόλλησης του στρωτού (πάνω φωτογραφία) και του τυρβώδους (κάτω φωτογραφία) οριακού στρώματος σε κυκλικό κύλινδρο.

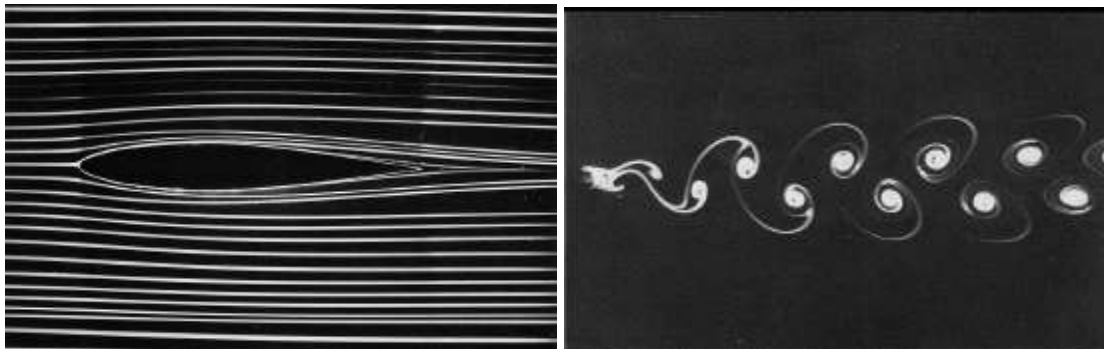
Στην αεροδυναμική δύναμη αντίστασης που επιδρά σε ένα σώμα μπορεί επίσης να δοθεί μια ερμηνεία με ενεργειακούς όρους. Πράγματι, το έργο που παράγεται σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα από τη δύναμη αντίστασης είναι ισοδύναμη με την μεταβολή στη συνολική ενέργεια (δηλ. το ποσό των εσωτερικών και κινητικών ενεργειών) ολόκληρου του ρευστού στο ίδιο χρονικό διάστημα. Αυτή η μεταβολή είναι αυστηρά συνδεδεμένη με το ποσό ενέργειας μιας διαταραχής που υπάρχει σε ένα τμήμα του ομόρρου προς το πίσω μέρος του σώματος. Κατά συνέπεια οι διαφορετικές τιμές στην αντίσταση διαφορετικών σωμάτων μπορούν να συνδέονται με τις διαφορές στο ενεργειακό περιεχόμενο του ομόρρου τους. Αυτού του είδους η προσέγγιση, αν και προφανής μέχρι ένα σημείο, είναι πράγματι εποικοδομητική όχι μόνο στο να αιτιολογήσει τις διαφορετικές τιμές της αντίστασης, αλλά και να δώσει μια λογική για οποιαδήποτε σχεδιαστική δράση και παρέμβαση που στοχεύει στη μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης ενός σώματος.

Το Σχήμα 1.6 (Batchelor 1967 [2]) παρουσιάζει διαφορετικές διαστάσεις μιας αεροτομής (ένα αεροδυναμικό σώμα) και ενός κυκλικού κυλίνδρου (ένα μη αεροδυναμικό σώμα) που δέχονται την ίδια δύναμη αντίστασης όταν τοποθετούνται σε μια αδιατάρακτη ελεύθερη ροή με ίδια ταχύτητα. Η εντυπωσιακή διαφορά στο μέγεθος μεταξύ των δύο σωμάτων οφείλεται στο γεγονός ότι η τιμή του συντελεστή αντίστασης του πρώτου είναι 15 έως 20 φορές μικρότερος από την τιμή του δεύτερου.



**Σχήμα 1.6:** Σύγκριση μεταξύ μιας αεροτομής και ενός κυκλικού κυλίνδρου που έχουν διαφορετικές διαστάσεις αλλά που έχουν την ίδια συνολική έλξη.

Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι σαφής όταν συγκρίνει κανείς τα διαφορετικά πεδία ροής από τις ροϊκές γραμμές που δημιουργούνται γύρω από τα δύο σώματα (σχήμα 1.7).



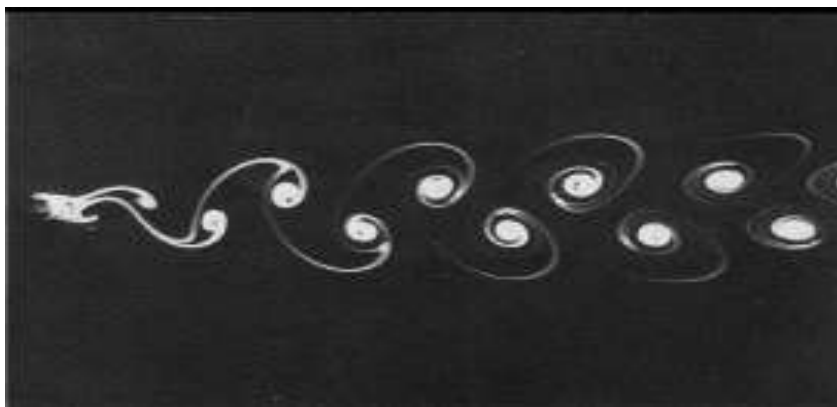
**Σχήμα 1.7:** Πεδία ροής γύρω από μια αεροτομή και έναν κυκλικό κύλινδρο.

Πράγματι, η αεροτομή αφήνει πίσω έναν εξαιρετικά λεπτό ομόρρου που προέρχεται από την ένωση των ανώτερων και χαμηλότερων (από το πάνω και το κάτω μέρος της επιφάνειας της αεροτομής) οριακών στρωμάτων (και λαμβάνοντας υπόψη την απώλεια ορμής λόγω της υστέρησης ροής που προκαλείται από την συνθήκη μη ολίσθησης). Συνεπώς, αυτή η ροή όπως διαμορφώνεται, δημιουργεί πολύ μικρή ενέργεια λόγω διαταραχής. Το αντίθετο όμως ισχύει για τη ροή γύρω από μια αεροτομή υπό μεγάλες γωνίες προσβολής, όπως η περίπτωση μας, που είναι και ένα από τα αντικείμενα μελέτης αυτής της εργασίας, η οποία είναι ένα εξιδανικευμένο πρόβλημα της ροής γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα. Η γεωμετρία είναι απλή, αλλά η ροή είναι σύνθετη με ασταθείς αποκολλήσεις. Στρόβιλοι με περιοδική συχνότητα εμφάνισης, αριστερόστροφοι που εναλλάσσονται με δεξιόστροφους, εκκλίνονται από το πίσω μέρος της αεροτομής και μεταφέρονται προς τα πίσω ακολουθώντας τη ροή ενώ συνεχίζουν να αναπτύσσονται για μια ιδιαίτερη απόσταση,



όπου διατηρούν τα χαρακτηριστικά. Κάτι αντίστοιχο ισχύει για τον τετραγωνικό κύλινδρο όπου παρατηρούμε αποκόλληση και μορφολογία της ροής λόγω της γεωμετρίας του (απότομες γωνίες) σε αντίθεση με την μορφή αποκόλλησης που παρουσιάζει ένας κυκλικός κύλινδρος όπου υπάρχει μια συμμετρία στη μορφή εναλλαγής των στροβίλων. Ας δούμε όμως ποιο προσεκτικά την ειδοποιό διαφορά μεταξύ των δύο αυτών σωμάτων.

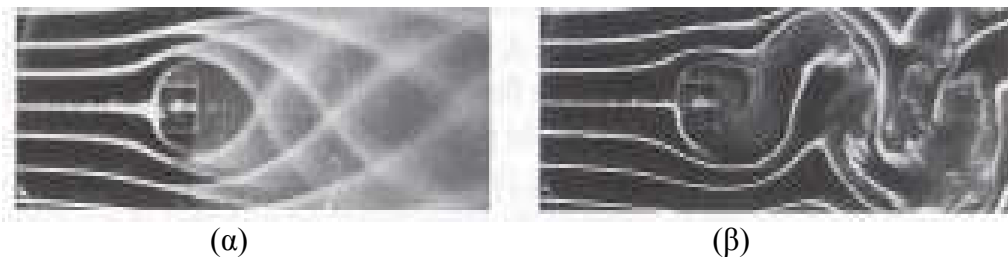
Ο κυκλικός κύλινδρος που παρουσιάζει ένα ιδιαίτερο - από ενεργειακής άποψης - ομόρρου, χαρακτηρισμένος από την παρουσία μιας διπλής σειράς των εναλλασσόμενων συγκεντρωμένων δινών τους δημιουργώντας το φαινόμενο του δρόμου στροβίλων Karman. Αυτοί οι στροβίλοι είναι κυρίως διδιάστατοι, αλλά υπάρχουν και μεγάλης κλίμακας τριδιάστατες δομές που οδηγούν σε μια διαμόρφωση της συχνότητας έκλυσης των στροβίλων. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται καθαρά ο δρόμος στροβίλων του Karman και η περιοδικότητα της εμφάνισης των στροβίλων σε αυτόν.



**Σχήμα 1.8** Δρόμος στροβίλων Karman που δημιουργείται πίσω από μη περιστρεφόμενο κύλινδρο για  $40 < Re < 200$ .

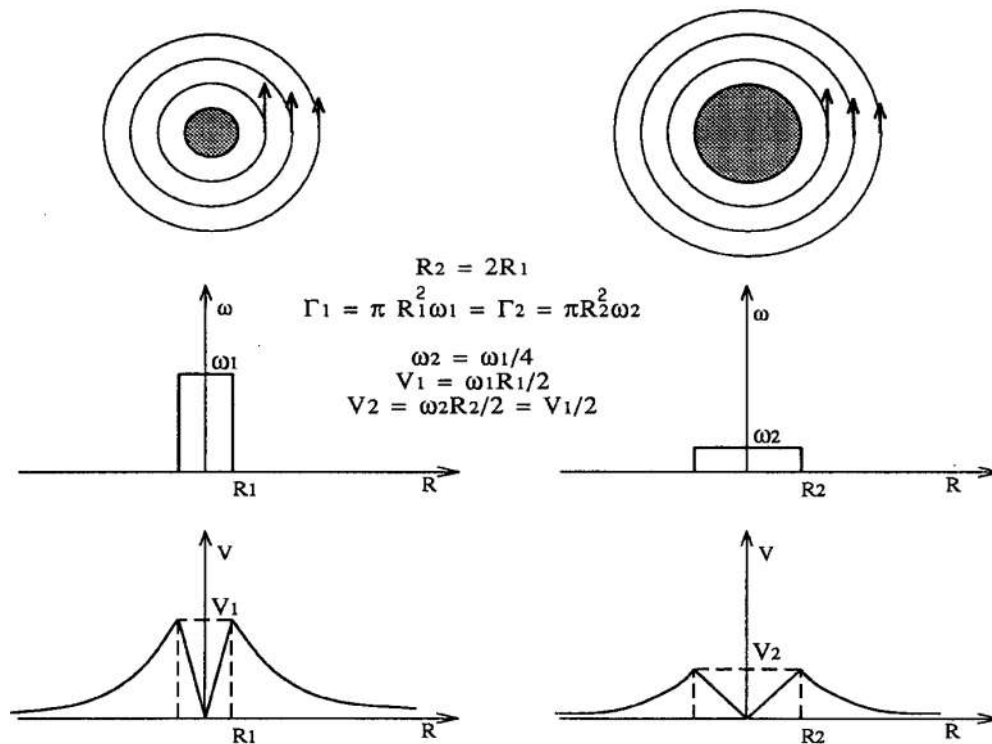
Η ροή πάνω από έναν κυκλικό κύλινδρο είναι φυσικά και γεωμετρικά πιο σύνθετη έναντι του τετραγωνικού αντίστοιχού της (square “cylinder”). Η αποκόλληση για παράδειγμα στην περίπτωση του κυκλικού κυλίνδρου δεν επιβάλλεται από μια γεωμετρική ιδιομορφία όπως στην περίπτωση του τετραγωνικού κυλίνδρου. Εδώ εξαρτάται από την ανάπτυξη του οριακού στρώματος πριν από την αποκόλληση.

Στο παρακάτω σχήμα 1.9 φαίνεται καθαρά η διαφορετική αεροδυναμική συμπεριφορά του τετραγωνικού κυλίνδρου καθώς στο 1.9(α) παρατηρούμε την αποκόλληση της ροής η οποία γίνεται καθαρά λόγω της γεωμετρίας του όπως και στο 1.9(β) παρατηρούμε ότι δεν δημιουργείται ο δρόμος των στροβίλων Karman σε ροή ίδιου αριθμού Reynolds με τον κυκλικό κύλινδρο.



**Σχήμα 1.9** Ροή γύρω από «τετραγωνικό» κύλινδρο.

Το κύριο σημείο που θα πρέπει να τονιστεί εδώ είναι ότι υπάρχει μια ακριβής σύνδεση μεταξύ του ποσού ενέργειας της διαταραχής και της δομής της στροβιλότητας στον ομόρρου. Πράγματι, η αντίσταση ενός μη αεροδυναμικού σώματος είναι αυξανόμενη συναρτήσει με τον βαθμό συγκέντρωσης της έκλυσης των στροβίλων στο χώρο του ομόρρου και της απόστασης μεταξύ των περιοχών όπου περιέχουν θετική και αρνητική στροβιλότητα. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό μπορεί να γίνει κατανοητός από το σχήμα 1.10, στο οποίο συγκρίνονται τα πεδία ταχυτήτων που αντιστοιχούν σε δύο άκαμπτους-περιστρεφόμενους πυρήνες στροβιλότητας, που έχουν την ίδια συνολική αξία στροβιλότητας αλλά διαφορετική ακτίνα. Υπενθυμίζοντας ότι η στροβιλότητα σε κάθε σημείο του πυρήνα είναι ίση με δύο φορές τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του, μπορεί ναδειχθεί ότι η μέγιστη ταχύτητα που προκαλείται από αυτόν τον ιδανικό τύπο δίνης είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την ακτίνα του πυρήνα της.



**Σχήμα 1.10** Πεδία ταχυτήτων και στροβιλότητας δυο ιδανικών στροβίλων που έχουν την ίδια στροβιλότητα αλλά διαφορετικές ακτίνες.

Το γεγονός ότι στην πραγματικότητα η στροβιλότητα δεν είναι ακριβώς σταθερή μέσα σε έναν πραγματικό πυρήνα ενός στροβίλου δεν αλλάζει το ποιοτικό συμπέρασμα που προέρχεται από αυτό το παράδειγμα. Είναι επίσης εύκολο να δει κανείς ότι, εάν θεωρήσει δύο δίνες-στροβίλους του διαφορετικής φοράς (άρα και του προσήμου στην τιμή της στροβιλότητας), η ολική κινητική ενέργεια που συνδέεται με το πεδίο ταχύτητας αυξάνεται σύμφωνα με την απόσταση μεταξύ των δύο δινών.

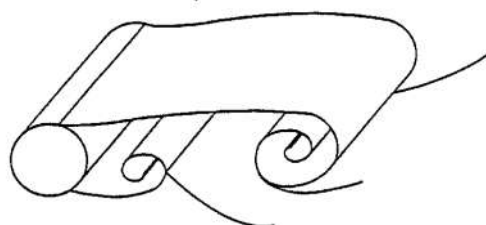
Τα ίδια αποτελέσματα επιτυγχάνονται επίσης από τη γενική θεωρία του Wu (1981 [3]), η οποία συνδέει την αεροδυναμική αντίσταση που δημιουργείται από ένα σώμα με την μεταβολή της αξονικής ορμής της στροβιλότητας που παράγει. Ένα ακόμα σημαντικό αποτέλεσμα αυτής της θεωρίας είναι ότι, εάν ένα σώμα κινείται με σταθερή ευθύγραμμη κίνηση σε ένα ασυμπίεστο συνεκτικό ρευστό, το συνολικό ποσό της στροβιλότητας που παρουσιάζεται γύρω από την επιφάνεια του σώματος

και μέσα στο ρευστό είναι πάντα σταθερό, δηλαδή είναι μηδέν εάν η κίνηση άρχισε από την ακινησία. Αυτό υπονοεί ότι τα στιγμιαία συνολικά ποσά θετικής και αρνητικής στροβιλότητας είναι ίσα.

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω ιδιότητες στα διδιάστατα μη αεροδυναμικά σώματα, ο αναγνώστης καταλαβαίνει γιατί η αντίσταση τους αυξάνεται με το πλάτος του ομόρρου τους (λόγω της μεγαλύτερης απόστασης μεταξύ αντίθετης κατεύθυνσης στροβιλότητας (αντίρροποι στρόβιλοι)) και συνδέεται με την παρουσία τακτικά συγκεντρωμένων δινών.

Ακόμα, μια επιπλέον συνέπεια είναι ότι κάποιος μπορεί να μειώσει την ενέργεια διαταραχής (άρα και την αντίσταση) ενός μη αεροδυναμικού σώματος (χωρίς να αλλάξει σημαντικά το πλάτος του ομόρρου) εμποδίζοντας τη στροβιλότητα στο να συγκεντρωθεί στους συγκεκριμένους περιορισμένους πυρήνες. Αυτό μπορεί να γίνει παρεμβαίνοντας στη διαδικασία της εμφάνισης του φαινομένου του περιοδικού απορρεύματος στροβίλων με στόχο να το καταστείλουμε (suppress Vortex Shedding), για παράδειγμα την αποφυγή στο να εμφανιστεί αποκόλληση του οριακού στρώματος κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής (που μπορεί να φαίνεται να είναι μια απαραίτητη συνθήκη για να πραγματοποιηθεί το φαινόμενο περιοδικού απορρεύματος στροβίλων).

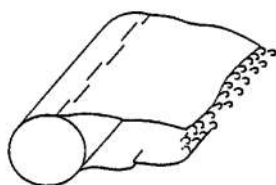
Για αυτόν τον λόγο, διάφοροι τύποι προεξοχών μπορούν να τοποθετηθούν κατά μήκος του σώματος ( Σχήμα 1.11), ή, εάν είναι δυνατόν, μπορεί να χρησιμοποιηθούν πιο δραστικές παραλλαγές του περιγράμματος σωμάτων (Σχήμα 1.12). Με παρόμοιους τρόπους μπορούμε να πετύχουμε μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης μέχρι και 50%. Προφανώς, η παρεμπόδιση του περιοδικού απορρεύματος στροβίλων έχει επίσης θετική επίδραση στην αποφυγή της επακόλουθης διασταυρούμενης ροής και των σχετικών φαινομένων ταλάντωσης που δημιουργούνται σε αυτή.



(a) linear separation parallel to cylinder axis



(b) inhomogeneous separation

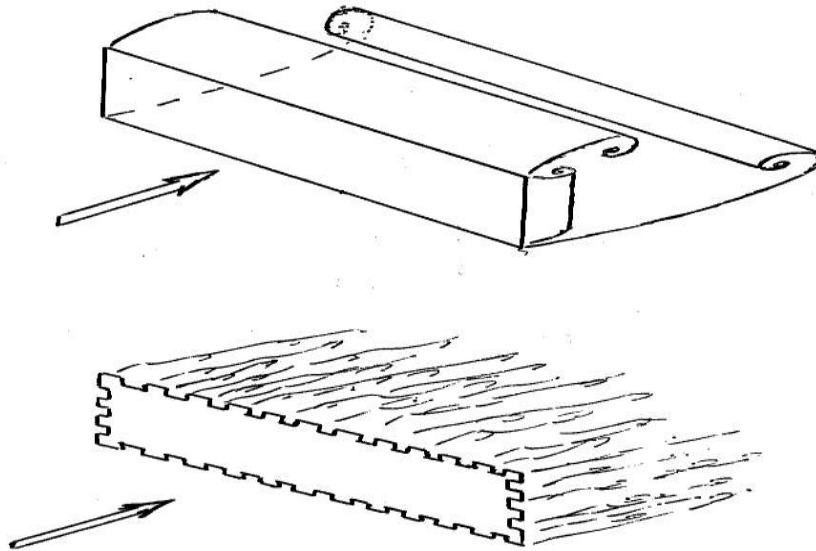


(c) broken separation wires



(d) corrugated separation wire

**Σχήμα 1.11** Επίδραση γραμμής διαχωρισμού στη δομή του ομόρρου για έναν κυκλικό κύλινδρο.



**Σχήμα 1.12:** Τροποποίηση της δομής του ομόρρου από το κομμένο σε οδοντωτή μορφή περίγραμμα του αρχικού τοίχου.

Τα μη αεροδυναμικά σώματα όπως αεροτομές σε μεγάλες γωνίες προσβολής προσβολής προφανώς υποβάλλονται σε δυνάμεις στην κατεύθυνση του αέρα και σε ορμές γύρω από διάφορους άξονες λόγω της μη-συμμετρικής κατανομής πίεσης που εμφανίζεται στην επιφάνειά τους. Επομένως, αυτά τα φορτία εξαρτώνται ουσιαστικά εξ ολοκλήρου από τη μορφή των σωμάτων και από τον προσανατολισμό της εισερχόμενης ελεύθερης ροής.

Είναι ενδιαφέρον να υπενθυμίσουμε εν συντομία τη φυσική προέλευση της ανωστικής δύναμης σε μια αεροτομή, η οποία οφείλεται στην προς τα κάτω εκτροπή που προκαλεί η αεροτομή στη ροή όταν κινείται σε σχετικά μικρές τιμές της γωνίας προσβολής (Angle of Attack) (η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης ελεύθερης ροής και της χορδής της αεροτομής). Αυτή η επίδραση συνδέεται αυστηρά με τη μορφή της αεροτομής (που, όπως φαίνεται ήδη, στον αρχικό ορισμό μας είναι αεροδυναμικό σώμα), και ειδικότερα με το γεγονός ότι χαρακτηρίζεται από μια αιχμηρή επιμηκυμένη άκρη.

Εντούτοις, λόγω της παρουσίας της αιχμηρής γωνίας, το οριακό στρώμα αποκολλάται εκεί, και ένας αρχικός στρόβιλος, που περιέχει στροβιλότητα μοναδικής δεξιόστροφης ή αριστερόστροφης φοράς (άρα σαν τιμή έχει μοναδικό πρόσημο), αφήνεται-δημιουργείται πίσω από την άκρη της αεροτομής μέσα στη ροή. Κατά τη διάρκεια των αρχικών σταδίων της κίνησης, ο αρχικός στρόβιλος μεταφέρεται γρήγορα μακριά πίσω από την αεροτομή, έτσι ώστε οι επιδράσεις του δεν γίνονται πλέον αισθητές και η ροή γύρω από την αεροτομή γίνεται, όπως περιγράψαμε, χαρακτηριστική ενός αεροδυναμικού σώματος με προσκολλημένα οριακά στρώματα σε όλη την επιφάνειά της. Παρόλα αυτά, ένα πλεόνασμα στροβιλότητας αντίθετης φοράς (άρα και προσήμου) του αρχικού στροβίλου, που όμως σε απόλυτη τιμή είναι το ίδιο (μέτρο), παραμένει γύρω από την αεροτομή και αναγκάζει τη ροή που περνούν πέρα από την ανώτερη επιφάνειά της να επιταχύνει και τη ροή που περνά πέρα από τη χαμηλότερη επιφάνειά της να επιβραδυνθεί. Αυτή η διαφορά ταχύτητας παράγει μια διαφορά πίεσης (με τις χαμηλότερες σχετικές πιέσεις να είναι στην πάνω επιφάνεια και τις υψηλότερες σχετικές πιέσεις στην κάτω πλευρά), και άρα μια επακόλουθη ανωστική δύναμη. Κατά συνέπεια ο μηχανισμός

που παράγει την ανωστική δύναμη δεν φαίνεται να εξαρτάται από την συνεισφορά του ιξώδους που είναι πολύ μικρή και από την αποκόλληση του οριακού στρώματος στην αιχμηρή επιμηκυμένη άκρη κατά τη διάρκεια των αρχικών σταδίων της κίνησης.

Επιστρέφοντας τώρα στα μη αεροδυναμικά σώματα, ο μηχανισμός που περιγράψαμε παραπάνω δεν ισχύει με την ίδια ακριβώς μορφή, κυρίως επειδή το οριακό στρώμα δεν μπορεί να παραμείνει συνδεδεμένο με την επιφάνειά τους ακόμα και μετά από τα αρχικά στάδια ανάπτυξης της ροής όπου αυτή τείνει να πάρει πλέον μία σταθερή μορφή. Εντούτοις, εάν το σώμα είναι αρκετά επιμηκυμένο (όπως μια έλλειψη), διαμορφώνεται οπωσδήποτε μια αρχική δίνη (αν και όχι τόσο ισχυρή όσο αυτή μιας αεροτομής), και η ασυμμετρία της τελικά διαμορφωμένης ροής μπορούν να είναι αρκετά για την παραγωγή σημαντικών πλευρικών δυνάμεων (ειδικά σε τριδιάστατα μη αεροδυναμικά σώματα).

Συνήθως, ο αριθμός Reynolds σε αυτές τις ροές είναι υψηλός έτσι ώστε οι τυρβώδεις επιδράσεις είναι σημαντικές και πρέπει να ληφθούν υπόψη στη μοντελοποίηση τέτοιου είδους ροών. Ο ομόρρους που παράγεται γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα εμπλέκει την αλληλεπίδραση ουσιαστικά τριών διατμητικών οριακών στρωμάτων στο ίδιο πρόβλημα. Πιο συγκεκριμένα, ένα προσκολλημένο οριακό στρώμα στην επιφάνεια του σώματος, ένα αποκολλούμενο ελεύθερο οριακό στρώμα, και τέλος αυτό του ομόρρου.

Αυτά τα χαρακτηριστικά της ροής σε αεροτομές που βρίσκονται υπό γωνία προσβολής διάφορης του μηδενός καθιστούν αυτήν την ροή να είναι μια άριστη περίπτωση δοκιμής για τις νέες προσεγγίσεις μέσω της Υπολογιστικής Ρευστο-Μηχανικής για την αεροδυναμική μελέτη τέτοιων σωμάτων. Έτσι και αυτή η εργασία σε συνδυασμό με την διεθνή βιβλιογραφία και αποτελέσματα από πειραματικές και αριθμητικές μελέτες χρησιμοποιεί όλα τα διαθέσιμα δεδομένα και προσπαθεί να συνεισφέρει σε μία αρκετά πολύπλοκη τέτοια ροή, η οποία είναι υψηλού αριθμού Reynolds με την αεροτομή να βρίσκεται σε διάφορες γωνίες προσβολής σε κατάσταση POST-stall και PRE-Stall (πριν και μετά την απώλεια στήριξης) και θα μελετήσει τις επιδράσεις της γωνίας προσβολής στη ροή. Όπως θα δούμε στην αμέσως επόμενη παράγραφο μια τόσο εκτενής μελέτη σε αυτόν τον αριθμό Reynolds δεν έχει γίνει εκτενώς, παρόλο που όπως θα διαπιστώσουμε υπάρχει εκτενή βιβλιογραφία για ροές γενικά γύρω από αεροτομές.

## **1.4 Βιβλιογραφική ανασκόπηση**

Μια αεροτομή που τοποθετείται σε ένα ελεύθερο ρεύμα ροής με τη χορδή της να σχηματίζει διάφορες γωνίες σε σχέση με την εισερχόμενη ροή παράγει μια κίνηση στο ρευστό γύρω από αυτήν, έχει αποτελέσει αντικείμενο πολυάριθμων ερευνών από αριθμητικές προσομοιώσεις, πειραματικές μελέτες, μέχρι και εργασίες που προσπαθούν και εστιάζουν στην θεωρητική ανάλυση αυτής της ροής. Οι περισσότερες από αυτές έχουν πραγματοποιηθεί σε διάφορους αριθμούς Reynolds όπως θα διαπιστώσει ο αναγνώστης από την διεθνή βιβλιογραφία. Σε αυτήν την παράγραφο θα ανατρέξουμε σε μελέτες που έχουν γίνει για την αεροτομή τύπου NACA 0012 σε  $Re = 3 \cdot 10^6$  ή παραπλήσιους (γιατί είναι πολύ λίγες οι μελέτες ακριβώς στο συγκεκριμένο αριθμό  $Re$ ), που αφορούν τη μελέτη του πεδίου ροής που αναπτύσσεται γύρω από αυτή μεταβάλλοντας τη γωνία προσβολής σε καταστάσεις πριν και μετά την απώλεια στήριξης όπου εκεί αποδεικνύουμε ότι το πεδίο ροής είναι

χρονικά εξαρτημένο, ενώ πριν από αυτό το σημείο είναι μόνιμης κατάστασης. Αυτό το πεδίο ροής είναι ισοδύναμο με αυτό που δημιουργείται όταν η αεροτομή μεταφέρεται μέσα σε ένα ρευστό που βρίσκεται σε ηρεμία και εκτείνεται στο άπειρο που το βλέπει κανείς σαν ένα σύστημα αναφοράς που μετακινείται μαζί με το κέντρο της αεροτομής.

Ένα επίσης θέμα της έρευνας αφορά τον έλεγχο του οριακού στρώματος και τη μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης πράγμα που φαίνεται από τις πολυάριθμες μελέτες που έχουν γίνει αποκλειστικά σε αυτούς του τομείς, όπως οι εργασίες των Sundaram et al. (1996) [4].

Η διεθνής βιβλιογραφία μας υποδεικνύει δύο σχετικές παραμέτρους που διευκρινίζονται συνήθως για να περιγράψουν το πρόβλημα μας. Αυτές είναι: ο αριθμός Reynolds (Σμβ. Re) που στο πρόβλημα αυτό ορίζεται  $Re = U_{(free\ stream)} \cdot D / \nu$ , όπου  $U_{(free\ stream)}$  είναι η ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος της ροής, D η διάμετρος του κυλίνδρου,  $\nu$  το κινηματικό ιξώδες, και η γωνία προσβολής (Σμβ.  $\alpha$ ). Από την άποψη των αριθμητικών προσομοιώσεων, η ρύθμιση του κατάλληλου εύρους των τιμών αυτών των παραμέτρων είναι ένα λεπτό θέμα στο οποίο στηρίζεται ένα μεγάλο κομμάτι της επιτυχίας της αριθμητικής μελέτης.

Δύο βασικά φαινόμενα που παρατηρούνται, όσον αφορά τη ροή ενός ρευστού γύρω από μια αεροτομή, έχουν τραβήξει την προσοχή από τους ερευνητές. Το πρώτο είναι η επίδραση της μεταβολής της γωνίας προσβολής ώστε να παραμένει προσκολλημένο το οριακό στρώμα όπως και όταν επιτυγχάνεται μια κρίσιμη τιμή της γωνίας προσβολής (Σμβ.  $\alpha_{crit}$ ) στην καταστολή του φαινομένου της έκλυσης του απορρεύματος στροβίλων στον ομόρρου πέρα από την επιφάνεια της αεροτομής, φθάνοντας έτσι σε ένα αμετάβλητο μόνιμο πεδίο ροής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται στην διεθνή βιβλιογραφία Vortex Shedding. Αυτό το κατώτατο όριο έχει αναφερθεί ότι εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds του ελεύθερου ρεύματος της ροής του ρευστού το οποίο περιβάλλει την αεροτομή άλλα και τη γωνία προσβολής της αεροτομής. Το δεύτερο είναι η αεροδυναμική άνωση που παράγεται στην αεροτομή από το περιβάλλοντα ρευστό, κυρίως λόγω της διαφοράς πίεσης που δημιουργείται στο άνω και στο κάτω τμήμα της αεροτομής καθώς αυτή μεταφέρεται μέσα στο ρευστό.

Μία τρίτη και τελευταία παράμετρος που εμφανίζεται όχι και τόσο συχνά στις διάφορες εργασίες είναι ο αριθμός Strouhal όπου αν f είναι η συχνότητα έκλυσης στροβίλων της ίδιας φοράς περιστροφής, όπου υπολογίζεται εάν μετρηθεί μια περίοδος της ταλάντωσης στον ομόρρου, τότε συνήθως αυτή η συχνότητα δίνεται σε αδιάστατη μορφή ως αριθμός Strouhal:  $St = f \cdot D / U_{(free\ stream)}$ . Η μεταβολή του αριθμού Strouhal (St) και η συσχέτισή του με το φαινόμενο της έκλυσης του περιοδικού απορρεύματος στροβίλων, που οδηγεί άμεσα σε απώλεια στήριξης δηλαδή απότομη πτώση της ανωστικής δύναμης μετά από μια συγκεκριμένη γωνία προσβολής, είναι ένα άλλο σημείο της διαφωνίας μεταξύ των διάφορων αποτελεσμάτων στη διεθνή βιβλιογραφία.

Μια χαρακτηριστική εργασία με URANS μοντέλο επίλυσης για την τύρβη και σε μη μόνιμη κατάσταση είναι αυτή των Mittal et al [5] που μελετάει το φαινόμενο της υστέρησης ροής στην NACA 0012, άλλα για  $Re = 10^6$  και για γωνίες προσβολής  $17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$  όπου έδειξαν ότι ο St μειώνεται με τον  $\alpha$  κάτι το οποίο συμφωνεί και με τα αποτελέσματα μας που θα παρουσιαστούν στο κεφάλαιο 6. Για χαμηλούς  $Re \sim 1000$  ο Kurtulus [6] που μελετάει μεγάλο εύρος γωνιών έχει παρατηρήσει ίδια συμπεριφορά (φυσικά δεν μπορεί να γίνει σύγκριση με τη δική μας ροή που είναι πλήρως τυρβώδης).

Ένα από τα πρώτα πειράματα που έγιναν στη ροή γύρω την αεροτομή NACA 0012 ήταν στην μελέτη των Eastman et al 1935[7] που πραγματοποιήθηκε στην NASA για free transition για  $Re = 1.7 \cdot 10^5$  μέχρι  $Re = 3.07 \cdot 10^6$ . Μεταγενέστερα, οι Abbot et al (1949)[8] στο κλασσικό τους σύγγραμμα Theory of wing sections έχουν συμπεριλάβει πληθώρα πειραματικών αποτελεσμάτων για αεροτομές που έχουν γίνει στη NASA και έχουν αποτελέσματα για διάφορες γωνίες προσβολής και  $Re = 3,6, 9 \cdot 10^6$  αλλά μόνο τα αποτελέσματα για  $Re = 6 \cdot 10^6$  είναι fix transition. Μεταγενέστερα, ο Gregory et al [9] παρουσίασε αποτελέσματα για  $Re = 2.88 \cdot 10^6$  αλλά η αεροτομή είχε τραχύτητα σε όλη την επιφάνεια της με στόχο να προσομοιώσει το φαινόμενο εμφάνισης πάγου πάνω σε αυτή. Το πρώτο πείραμα για fix transition το οποίο είναι κατάλληλο όπως θα αναφέρουμε για σύγκριση με τα δικά μας αποτελέσματα είναι του McCroskey (1987) [10] στη NASA ο οποίος υπολόγισε ακριβώς για  $Re = 3 \cdot 10^6$  τους αεροδυναμικούς συντελεστές αλλά δυστυχώς μόνο για μηδενική γωνία προσβολής. Αμέσως μετά ο Ladson (1988) [11] πάλι στη NASA εκτέλεσε πειράματα για  $Re = 2 \cdot 10^6$  και  $Re = 4 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής με free και fix transition υποδεικνύοντας τις διαφορές που παρουσιάζουν στα μεταξύ τους αποτελέσματα στον συντελεστή αντίστασης αλλά χωρίς να επηρεάζεται σημαντικά ο συντελεστής άνωσης (διαφορές μικρότερες από 2%). Ακόμα σε συνέδριο στο Langley research center - NASA συγκρίνοντας πειραματικά με υπολογιστικά αποτελέσματα υποδεικνύει ότι στο συγκεκριμένο  $Re$  οι συγκρίσεις του συντελεστή αντίστασης των CFD που έχουν γίνει χωρίς μοντέλο μετάβασης (transitional modeling) πρέπει να συγκρίνονται με πειράματα που έχουν γίνει υπό τις συνθήκες fix transition καθώς και προτείνει διάφορες υπολογιστικές μεθόδους όπως το μέγεθος του υπολογιστικού χωρίου άλλα κ.α. για προσομοιώσεις στη συγκεκριμένη NACA.

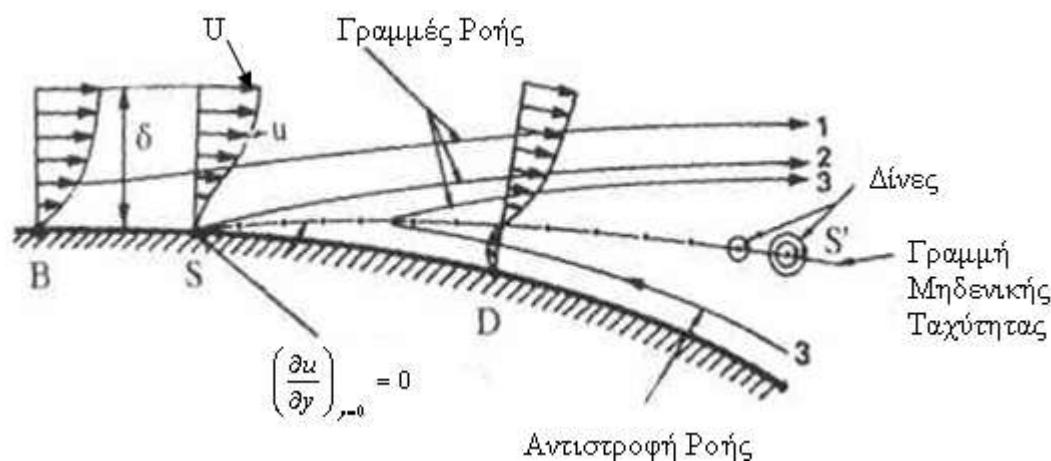
Από αριθμητικές μελέτες RANS αρχικά οι Bacha et al.[12] παρουσίασε ένα μοντέλο μετάβασης που συνδύαζε υπάρχουσες μεθόδους που ήταν συμβατές με το τυρβώδες μοντέλο για να προβλέψει την έναρξη και την έκταση της μετάβασης και έκανε και αυτός τους υπολογισμούς με το Fluent. Τέλος υπάρχει η εργασία της Douni et al [1] με μοντέλο μετάβασης για  $Re = 3 \cdot 10^6$  σε διάφορες γωνίες προσβολής η οποία δεν λαμβάνει όμως υπόψη τη μη μονιμότητα του φαινομένου για γωνίες πάνω από  $16^\circ$ , ενώ εκτελεί υπολογισμούς για 3 μοντέλα τύρβης το k-ε και το SST k-ω όπου δείχνει με τα αποτελέσματα που παρουσιάζει ότι πλησιάζει τη ροή καλύτερα από τα δυο προηγούμενα και έτσι και εμείς οδηγηθήκαμε στη επιλογή αυτού του μοντέλου που και σε εμάς έδωσε καλύτερα αποτελέσματα σε όλες τις περιπτώσεις συγκριτικά με τα αποτελέσματα της Douni.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 Θεωρητικά στοιχεία τυρβώδους και στρωτής αποκόλλησης ροών

Σε αυτήν την πρώτη παράγραφο του δευτέρου κεφαλαίου αρχικά θα αναφέρουμε κάποιες βασικές έννοιες για τις αποκολλήσεις ροών οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ευρέως στη μελέτη μας και θα πρέπει ο αναγνώστης να αποκτήσει μια οικειότητα με αυτές.

Όπως ξέρουμε, σε μεγάλους αριθμούς Reynolds γύρω από σώματα ή σε κλειστούς αγωγούς τα φαινόμενα της συνεκτικότητας περιορίζονται σε ένα λεπτό στρώμα κοντά στο στερεό όριο, που ονομάζεται οριακό στρώμα. Εάν η επιβαλλόμενη πίεση είναι αύξουσα κατά την κατεύθυνση της ροής, το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται, όπως επιβάλλει το θεώρημα της ορμής, με ταχύτερο ρυθμό και σε κάποιο σημείο τα στοιχεία του ρευστού που βρίσκονται κοντά στο στερεό και επομένως έχουν μικρή κινητική ενέργεια, αναγκάζονται να αναστρέψουν την κίνησή τους (Σχήμα 2.1). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μία περιοχή ανακυκλούμενης ροής (περιοχή ανακυκλοφορίας) και αποκόλληση του οριακού στρώματος από το τοίχωμα. Το σημείο στο οποίο το λεπτό οριακό στρώμα αποκολλάται από την επιφάνεια και το οποίο διαχωρίζει την περιοχή του προσκολλημένου οριακού στρώματος, από την περιοχή της ανακυκλούμενης ροής, ονομάζεται σημείο αποκόλλησης.

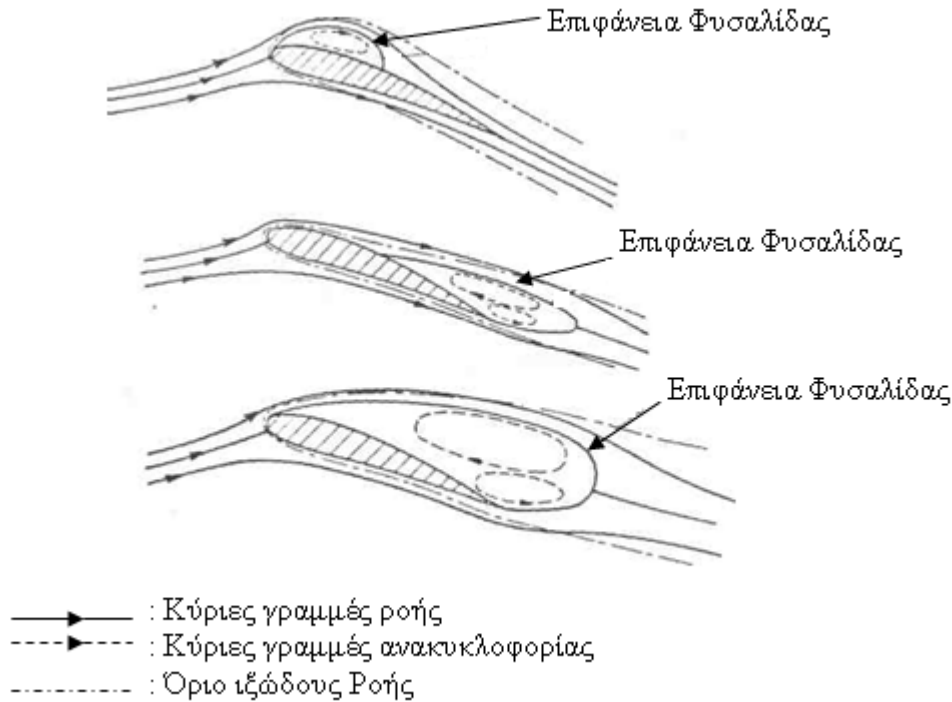


**Σχήμα 2.1** Σχηματική παράσταση αποκόλλησης ροής σε τοίχωμα με ανακυκλοφορία και κατανομές ταχυτήτων όπου S: σημείο αποκόλλησης.

Στην διδιάστατη ροή πάνω από το σημείο αποκόλλησης συμπίπτει με το σημείο μηδενισμού της διατμητικής τάσης. Στη διδιάστατη ροή σε κινούμενη επιφάνεια και στην τριδιάστατη μόνιμη ροή το σημείο ή η γραμμή αποκόλλησης δεν συμπίπτει με το αντίστοιχο σημείο ή τη γραμμή μηδενισμού των διατμητικών τάσεων.

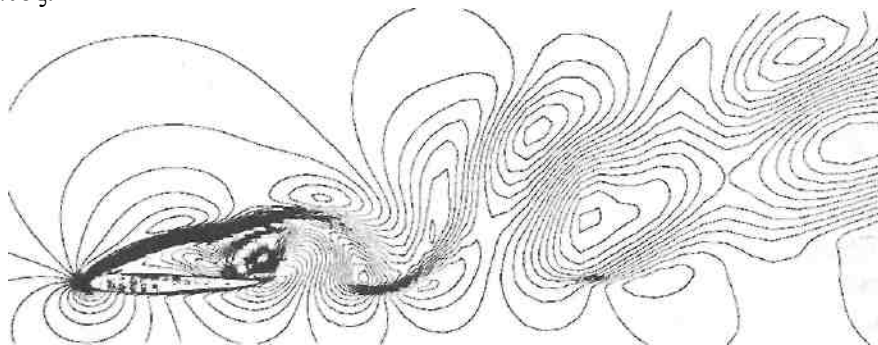


Γενικά είναι γνωστοί δύο διαφορετικοί τύποι συμπεριφοράς της αποκόλλησης. Σε κάποιες περιπτώσεις το αρχικό οριακό στρώμα περνάει πάνω από την περιοχή του ανακυκλούμενου ρευστού και επανακολλάται στο στερεό σε κάποιο σημείο κατάντι, που λέγεται σημείο επανακόλλησης, παγιδεύοντας έτσι μία φυσαλίδα ανακυκλούμενου ρευστού κοντά στο στερεό (Σχήμα 2.2). Στην περίπτωση αυτή το μήκος της φυσαλίδας ανακυκλοφορίας είναι της τάξης μεγέθους ή μερικές φορές το πάχος του οριακού στρώματος ανάντι.



**Σχήμα 2.2** Σχηματική παράσταση αποκολλημένης ροής γύρω από αεροτομές με κλειστή φυσαλίδα αποκόλλησης (laminar separation bubble).

Σε άλλες περιπτώσεις το αρχικό οριακό στρώμα δεν επανακολλάται στο στερεό, αλλά διέρχεται κατάντι αναμιγνυόμενο με το ανακυκλοφορούν ρευστό σχηματίζοντας ομόρρου (Σχήμα 2.3). Σε αυτόν τον τύπο της αποκόλλησης η χαρακτηριστική διάσταση της περιοχής ανακυκλοφορίας είναι της ίδιας τάξεως μεγέθους με το πάχος του σώματος.



**Σχήμα 2.3:** Ροή γύρω από αεροτομή με δημιουργία ομόρρου με έντονους Στροβιλισμούς.

Η αποκόλληση είναι βασικό χαρακτηριστικό πολλών ροών. Η ροή γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώματα παρουσιάζει κατά κανόνα αποκόλληση. Η θέση του σημείου αποκόλλησης καθορίζει την αντίσταση μορφής (πίεσης). Σε αεροτομές, πτέρυγες και πτερυγώσεις σε μεγάλες γωνίες κλίσης, η αποκόλληση ρυθμίζει την κυκλοφορία γύρω από αυτές και επομένως την άνωση. Έτσι έχουμε με την εμφάνιση του δεύτερου τύπου αποκόλλησης το φαινόμενο της απώλειας στήριξης (stall), που δημιουργεί απότομη πτώση της άνωσης. Σε εσωτερικές ροές σε αγωγούς, όπως είναι οι διαχύτες, η αποκόλληση μεταβάλλει πολλές φορές δραστικά το πεδίο ροής και επομένως το βαθμό απόδοσης του στοιχείου ή της συσκευής. Στις περισσότερες πρακτικές μεταβολές η αποκόλληση εάν πρόκειται για στρωτή ροή συνοδεύεται από μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Επίσης η τυρβώδης αποκόλληση παρουσιάζει δυσκολίες ως προς τη μελέτη λόγω της ανεπάρκειας των μοντέλων τύρβης στη σωστή πρόβλεψη της ανακυκλοφορίας. Θα έπρεπε επίσης να αναφέρουμε ότι συχνά στην αποκόλληση τα ρευστομηχανικά φαινόμενα είναι μη μόνιμα. Έτσι συχνά η αποκόλληση συνοδεύεται από περιοδική ή μη περιοδική έκλυση στροβίλων (Σχήμα 2.3).

## 2.2 Αριθμητική μοντελοποίηση για τις εξισώσεις του πεδίου ροής

Οι εξισώσεις, που περιγράφουν την κίνηση ρευστού για την δική μας μελέτη, δηλαδή για την ροή γύρω από έναν περιστρεφόμενο κύλινδρο, στηρίζονται στη αρχή διατήρησης της μάζας και στην αρχή διατήρησης της ορμής. Η ροή γύρω από τον κύλινδρο είναι ασυμπίεστη και θεωρείται ισόθερμη εφόσον η αεροτομή είναι τοποθετημένη μέσα σε ελεύθερο ρεύμα ροής μακριά από τοιχώματα οπότε δεν υπάρχει θέμα τριβής μεταξύ επιφανειών ώστε να έχουμε μεταβολή θερμότητας. Η αρχή διατήρησης της μάζας και της ορμής συγκροτούν το σύστημα εξισώσεων για μόνιμη ροή, που θα πρέπει να επιλυθεί. Για νευτωνικό ρευστό με τις γνωστές εξισώσεις διατηρητικής τάσης ως συνάρτηση του ρυθμού παραμόρφωσης [13] και [14], έχουμε τις διδιάστατες εξισώσεις Navier-Stokes που προκύπτουν από τις γενικές εξισώσεις διατήρησης για ασυμπίεστη ροή:

*Αρχή Διατήρησης της Μάζας:*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{ή σε ταυστική μορφή} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{για } i,j=1,2 \quad (2.2.1)$$

*Αρχή Διατήρησης της Ορμής:*

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.3)$$

$$\text{ή σε ταυστική μορφή:} \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \cdot \nabla^2 u_i \quad \text{για } i,j=1,2 \quad (2.3.4)$$

Οι άγνωστοι σε αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι οι ταχύτητες  $u, v$  ( $u_i$  για  $i=1, 2$ ) και η πίεση  $p$ . Η πυκνότητα  $\rho$  και το μοριακό ιξώδες  $\nu$  θεωρούνται σταθερά για κάθε αριθμό Reynolds.

Η κύρια αδιάστατη παράμετρος που έχουμε στο πρόβλημά μας είναι ο αριθμός Reynolds  $Re = \frac{U_\infty L}{\nu}$  (2.2.5) όπου  $\nu$  είναι το κινηματικό ιξώδες και  $U_\infty$  είναι η ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος της ροής στο άπειρο (μακριά από την αεροτομή όπου η παρουσία της δεν επηρεάζει την ροή).

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο της ομοιότητας, αδιαστατοποιούμε όλες τις μεταβλητές των εξισώσεων· τότε αυτές εκφράζονται σε μια αδιάστατη μορφή, εκλέγοντας ως χαρακτηριστικά μεγέθη τα εξής: χαρακτηριστική κλίμακα μήκους τη χορδή της αεροτομής  $L$  και χαρακτηριστική ταχύτητα την ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος  $U_\infty$ , η οποία είναι πάλι σε ταυστική μορφή:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \cdot \nabla^2 u_i \quad \text{για } i,j=1,2 \quad (2.2.6),$$

όπου εδώ οι συνιστώσες της ταχύτητας και η πίεση είναι σε αδιάστατη μορφή.

### 2.3 Αριθμητική μοντελοποίηση της τύρβης

Επειδή ο αριθμός Reynolds στις παρούσες προσομοιώσεις είναι ίσος με  $3 \cdot 10^6$  αντίστοιχα για κάθε περίπτωση, όπως προαναφέραμε στην παράγραφο της βιβλιογραφικής ανασκόπησης η ροή στην υπό εξέταση αεροτομή είναι μεταβατική αλλά λόγω της δυσκολίας δημιουργίας ενός μοντέλου μετάβασης που είναι εκτός ορίων της παρούσας διπλωματικής, θεωρούμε ότι η ροή είναι πλήρως τυρβώδης, πάνω στην αεροτομή από το χείλος προσβολής και μετά κάτι το οποίο όμως είναι σύμφωνο με τα πειραματικά δεδομένα της NASA που χρησιμοποιήθηκαν για τη συγκεκριμένη αεροτομή και στον συγκεκριμένο αριθμό  $Re$  όταν στο πείραμα χρησιμοποιείται ενεργοποιητής τύρβης (μέσω π.χ. Trip wire ώστε να έχουμε fixed transition) ώστε να καταστεί η ροή πλήρως τυρβώδης. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη, ότι ακόμη και σήμερα μεταβατικές ροές δε μοντελοποιούνται με μεγάλη ακρίβεια διότι τα αριθμητικά μοντέλα προσέγγισης βρίσκονται ακόμη σε ερευνητικό στάδιο και εφαρμόζονται με επιφυλακτικότητα, θεωρούμε τη ροή ως πλήρως τυρβώδης και ότι το οριακό στρώμα που αναπτύσσεται ακολουθεί την κατανομή ταχυτήτων ενός κλασσικού τυρβώδους οριακού στρώματος.

Η μοντελοποίηση της τύρβης στην παρούσα εργασία έγινε με μεθόδους για τις χρονικά μέσες μορφές των εξισώσεων Navier-Stokes RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations).

Ποιο αναλυτικά θεωρώντας  $u = U + u', v = V + v'$  και  $w = W + w'$ , όπου με κεφαλαία γράμματα υποδηλώνονται οι μέσοι χρονικά όροι των ταχυτήτων (και της πίεσης) και οι κυμαινόμενοι από τους τονισμένους όρους. Τότε αντικαθιστώντας στις διδιάστατες εξισώσεις διατήρησης της μάζας και ορμής που διέπουν το πρόβλημα μας γράφονται πιο αναλυτικά (χρησιμοποιώντας και κανόνες σχηματισμού μέσων τιμών), περιλαμβάνοντας και τους όρους των διακυμάνσεων ως εξής:

Αρχή Διατήρησης της Μάζας:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.3.1)$$

Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$U \frac{\partial(U)}{\partial x} + V \frac{\partial(U)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 U}{\partial^2 y} \right) - \left( \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right) \quad (2.3.2)$$

$$U \frac{\partial(U)}{\partial x} + V \frac{\partial(U)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 y} \right) - \left( \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \right) \quad (2.3.3)$$

Και σε αδιάστατη μορφή :  $U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 U_i - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$  για  $i = 1, 2$  (2.3.4)

Οι όροι δεξιά των εξισώσεων 2.3.2 μέχρι και 2.3.4 περιέχουν τις κυμαινόμενες μέσες τιμές των διακυμάνσεων των ταχυτήτων και ονομάζονται τάσεις Reynolds. Σε αυτές, η ένδειξη της μέσης τιμής εμφανίζεται με μια παύλα πάνω από τις αντίστοιχες διακυμάνσεις. Προστίθενται συνεπώς άλλοι τρεις άγνωστοι όροι από τις τυρβώδεις τάσεις (πάντα για το διδιάστατο πρόβλημά μας) και αυτοί οι όροι πρέπει να συσχετισθούν με τις μέσες τιμές. Επομένως προκύπτει το γνωστό πρόβλημα κλεισίματος των εξισώσεων του προβλήματος με στόχο τον υπολογισμό των τάσεων Reynolds κάτι που γίνεται με την υπόθεση Boussinesq, προκειμένου να επιλυθεί το μέσο χρονικά πεδίο ροής.

Η υπόθεση Boussinesq για διδιάστατη τύρβη είναι:

$$\overline{u'_i u'_j} = k \delta_{ij} - \nu_\tau \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{για } i = 1, 2 \quad (2.3.5)$$

Η υπόθεση Boussinesq χρησιμοποιείται στα μοντέλα Spallart- Allmaras,  $K-\epsilon$  άλλα και στο  $K-\omega$  και την παραλλαγή του SST που χρησιμοποιήσαμε εδώ και αναπτύσσεται αναλυτικά παρακάτω. Μειονέκτημα της υπόθεσης Boussinesq είναι ότι υποθέτει ότι ο συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας  $\mu_t$  είναι μια ιστροπική μονόμετρη ποσότητα, κάτι το οποίο δεν ισχύει πάντα.

Μετά από προσεκτική αξιολόγηση διαφόρων μοντέλων τύρβης RANS και σύμφωνα με συγκρίσεις με διαθέσιμα αποτελέσματα στη διεθνή βιβλιογραφία, αποφασίστηκε να υιοθετηθεί το μοντέλο SST  $K-\omega$  που προτάθηκε από τον Menter(1994). Η επιλογή αυτή θα εξηγηθεί αναλυτικά στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο και όλο το συγκεκριμένο μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήθηκε θα αναπτυχθεί στο επόμενο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Παρόλα αυτά η υπόθεση Boussinesq για αυτούς τους τύπους ροών φαίνεται να είναι ρεαλιστική, δεδομένου ότι οι τυρβώδεις τάσεις καθορίζονται από τον τοπικά μέσο ρυθμό των τάσεων που δρουν μέσω του οριακού στρώματος που δημιουργείται γύρω από την αεροτομή. Αντίθετα, όταν η ροή είναι εσωτερική, η υπόθεση Boussinesq δεν ισχύει πάντα. Για περισσότερες λεπτομέρειες και παραδείγματα ο αναγνώστης μπορεί να βρει στην πειραματική εργασία του Warhaft που αναφέρεται στον (Pope)[15].

## 2.4 Τα αεροδυναμικά φορτία πάνω στην αεροτομή

Τα αεροδυναμικά φορτία που ενεργούν σε μια αεροτομή που βυθίζεται σε ένα ελεύθερο ρεύμα ροής παράγονται από τις ορθές και διατμητικές τάσεις πάνω στην επιφάνειά της. Όταν ολοκληρώνονται αυτές οι τάσεις προκύπτουν οι συνιστώσες των αεροδυναμικών φορτίων, οι οποίες εκφράζονται συνήθως σε αδιάστατη μορφή με τη βοήθεια των συντελεστών δύναμης και ορμής, που ορίζονται γενικά ως εξής:

$$C_{Forces} = \frac{F_i}{\frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2 S} \quad (2.4.1)$$

$$\text{και } C_{Moment} = \frac{M_i}{\frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2 S \cdot l} \quad (2.4.2)$$

όπου  $F_i$  και  $M_i$  είναι η συνολική δύναμη και ορμή (Pitching moment) αντίστοιχα που δρουν στην αεροτομή στην διεύθυνση  $x_i$ ,  $U_\infty$  η ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος της ροής στο άπειρο,  $S$  μια επιφάνεια αναφοράς (εδώ της αεροτομής) και  $l$  το χαρακτηριστικό μήκος (εδώ δηλαδή η χορδή της αεροτομής).

Άρα οι συντελεστές των αεροδυναμικών δυνάμεων και ορμής αδιαστατοποιούνται από το μήκος της αεροτομής και τη δυναμική πίεση ( $q=1/2 \cdot \rho \cdot U_\infty^2$ ). Η ολοκλήρωση των πιέσεων και των διατμητικών τάσεων κατά μήκος της επιφάνειας δίνει το συνολικό μέγεθος της αεροδυναμικής άνωσης και αντίστασης. Ο συντελεστής ροπής υπολογίζεται βασισμένος στο μοχλό-βραχίονα κάθε δύναμης ενεργώντας επάνω στην επιφάνεια της αεροτομής, και έτσι ορίζονται αυστηρά μέσω των σχέσεων 2.4.1 και 2.4.2 ως εξής :

$$C_d = \frac{\int_{S_{Airfoil}} (\vec{t}n) \cdot \underline{x} ds}{0.5 \rho U_\infty^2 S} \quad (2.4.3)$$

$$C_l = \frac{\int_{S_{Airfoil}} (\vec{t}n) \cdot \underline{y} ds}{0.5 \rho U_\infty^2 S} \quad (2.4.4)$$

$$C_{m/(0.25 \cdot l, 0)} = \frac{\int_{S_{Airfoil}} \|(\vec{t}n) \times \underline{r}\| ds}{0.5 \rho U_\infty^2 S l} \quad (2.4.5)$$

όπου το  $n$  είναι το κανονικό (κάθετο) διάνυσμα στην επιφάνεια, ο  $\vec{t}$  είναι ο συνολικός τανυστής των τάσεων πίεσης που είναι  $\vec{t} = -pI + \mu(\nabla \underline{u} + (\nabla \underline{u})^T)$  και τα  $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$  και  $\underline{r}$  είναι τα διανύσματα θέσης του σημείου  $x$ ,  $y$  και επιφάνειας αντίστοιχα.

Οι θεωρητικές και πρακτικές αναλύσεις έδειξαν ότι αν το σημείο αναφοράς της δύναμης και της ροπής λαμβάνεται στο 25% της μέσης αεροδυναμικής χορδής (MAC), το μέγεθος της αεροδυναμικής ροπής παραμένει σχεδόν σταθερό όταν αλλάζει η γωνία προσβολής. Αυτή η θέση ονομάζεται Αεροδυναμικό Κέντρο της αεροτομής (AC). Υποτίθεται ότι το κέντρο της περιστροφής βρίσκεται στο  $(0.25 \cdot l, 0)$ .

Τέλος να αναφέρουμε ότι πίεση  $p$  που δρα σε ένα συγκεκριμένο σημείο της επιφάνειας του σώματος εκφράζεται χρησιμοποιώντας τον αδιάστατο συντελεστή

$$\text{πίεσης : } C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2}$$

όπου  $p_\infty$  είναι η πίεση αναφοράς στην απέρατη ροή (far field).

Τα αεροδυναμικά φορτία έχουν γενικά μέσα και χρονικά εξαρτώμενα χαρακτηριστικά (που μπορούν να συνδεθούν, π.χ. από τις τετραγωνικές μέσες τιμές τους και από τη συχνότητα του φάσματος). Τα κυμαινόμενα φορτία μπορούν να είναι σημαντικά όχι μόνο όταν η εισερχόμενη ροή είναι χρονικά μεταβαλλόμενη (παραδείγματος χάριν λόγω της παρουσίας της τύρβης), αλλά και όταν ο ομόρρους που παράγεται από το σώμα έχει ακανόνιστες διακυμάνσεις. Γενικά κάποιος μπορεί να πει ότι, για μόνιμη ροή, τα αεροδυναμικά σώματα χαρακτηρίζονται από σταθερό ομόρρου και σταθερές τιμές στα αεροδυναμικά φορτία, ενώ για μη αεροδυναμικά σώματα όπως και στην αεροτομή υπό μεγάλες γωνίες προσβολής ισχύει το αντίθετο.

## 2.5 Τυρβώδεις ροές και αριθμητική αντιμετώπιση τους

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως όταν μιλάμε για ρευστά, υπάρχουν δύο διαφορετικές κύριες καταστάσεις των ροών και είναι διαχωρισμένες ως εξής: στις στρωτές ροές και στις τυρβώδεις ροές. Οι στρωτές ροές είναι αυτές που το πεδίο ταχύτητας τους μεταβάλλεται «ομαλά» στον χώρο και στον χρόνο στις οποίες μεμονωμένα «κομμάτια» της κίνησης του ρευστού είναι σαφώς διακεκριμένα και διαδέχονται το ένα με το άλλο χωρίς να διασταυρώνονται και να δημιουργούν πολύπλοκα φαινόμενα στη ροή. Αυτός ο τύπος ροών εμφανίζεται όταν η δύναμη του ιξώδους του ρευστού είναι μεγάλη, σε σύγκριση με τις αδρανειακές δυνάμεις, οι οποίες εξομαλύνουν τις διαταραχές που μπορούν να συμβούν λόγω ατελειών και ανωμαλιών στη ροή. Αυτές οι ροές εμφανίζονται γενικά αλλά και σε ροές γύρω από αεροτομές σε χαμηλές τιμές του αριθμού Reynolds.

Από την άλλη μεριά, οι τυρβώδεις ροές χαρακτηρίζονται από τις μεγάλες διακυμάνσεις στην ταχύτητα και την πίεση στο χώρο και το χρόνο, τις περισσότερες φορές σχεδόν τυχαία. Αυτές οι ροές έχουν κυμαινόμενα και ασταθή πεδία ταχύτητας. Οι διακυμάνσεις εμφανίζονται από τις αστάθειες που αυξάνονται, μέχρις ότου μερικές αλληλεπιδράσεις κάνουν τις διακυμάνσεις να σπάνε συνέχεια σε όλο και περισσότερους και μικρότερους στροβίλους που στο τέλος διαλύονται, κάτι που οφείλεται στη δράση του ιξώδους. Αυτές οι ροές πραγματοποιούνται σε υψηλούς αριθμούς Reynolds. Οι διακυμάνσεις μπορούν να είναι μικρού μεγέθους και υψηλής συχνότητας, έτσι ώστε είναι ασύμφορο να γίνουν οι προσομοιώσεις τους άμεσα σε πρακτικές περιπτώσεις. Οι εξισώσεις μετά από αυτές τις τροποποιήσεις είναι ευκολότερες να λυθούν με διάφορα «μοντέλα τύρβης» που χρησιμοποιούνται για να καθορίζουν αυτές τις άγνωστες μεταβλητές.

Οι τρέχουσες επιλογές μεθόδου υπολογισμού και μοντελοποίησης της τύρβης είναι οι D.N.S., L.E.S., R.A.N.S και τέλος οι λεγόμενες υβριδικές μέθοδοι. Κατ' αρχήν, θα συζητήσουμε καθεμία από αυτές ξεχωριστά και στο τέλος θα αναπτύξουμε αναλυτικά το μοντέλο που επιλέξαμε εμείς για την προσομοίωση μας.

### 2.5.1 Άμεσες αριθμητικές προσομοιώσεις (D.N.S. ή Direct Numerical Simulation)

Η μέθοδος του D.N.S. για τις τριδιάστατες εξισώσεις αλλά και διδιάστατες Navier-Stokes μας παρέχει αναλυτικά δεδομένα για τη μελέτη της τύρβης, συμπεριλαμβανομένων και των ποσοτήτων που δεν μπορούν να μετρηθούν ακριβώς πειραματικά. Η άμεση αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes έχει γίνει πλέον εφικτή από την ανάπτυξη και την ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, με την πρώτη προσομοίωση ισοτροπικής τύρβης να εμφανίζεται στη δεκαετία του '70 [16]. Από τότε έχει υπάρξει σημαντική πρόοδος στους αλγόριθμους σχετικά με τις φασματικές μεθόδους (spectral Methods) και τα υψηλής τάξης σχήματα πεπερασμένων διαφορών. Εντούτοις, οι περισσότερες προσομοιώσεις των πιο περίπλοκων ροών έχουν εξαρτηθεί για τη δυνατότητα πραγματοποίησής τους από τις περαιτέρω εξελίξεις στο hardware των υπολογιστών. Με την εμφάνιση της δυνατότητας για παράλληλη σύνδεση υπολογιστών μεταξύ τους, ο αριθμός των ροών που μπορούν να αντιμετωπιστούν πλέον με την χρήση του D.N.S. αυξάνεται. Με το D.N.S. δεν εφαρμόζεται κανένα μοντέλο τύρβης έτσι ώστε οι κινήσεις όλων των μεγεθών πρέπει να επιλυθούν αριθμητικά από ένα πλέγμα που είναι αρκετά πυκνό. Ως εκ τούτου, οι υπολογιστικές απαιτήσεις αυξάνονται για το κάθε πρόβλημα ανάλογα με την αύξηση του αριθμού Re.

Για να κατανοήσει κάποιος τους περιορισμούς του D.N.S. πρέπει να ξέρουμε κάποιες έννοιες για τις ροές που προσπαθούμε να υπολογίσουμε. Η τύρβη είναι ένα ιδιαίτερα μη γραμμικό φαινόμενο με ένα ευρύ φάσμα στις χωρικές και χρονικές κλίμακες. Οι μεγάλες κλίμακες καθορίζονται συνήθως από τη γεωμετρία της ροής, ενώ οι μικρότερες κλίμακες καθορίζονται από την ίδια τη ροή. Οι εκτιμήσεις για το μέγεθος των μικρότερων κλιμάκων είναι διαθέσιμες από απλή διαστατική ανάλυση.

Η μικροκλίμακα του Kolmogorov ( $\eta$ ) ορίζεται ως:  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$  και βασίζεται στην

υπόθεση ότι εξαρτάται μόνο από το ιξώδες του ρευστού  $\nu$  και το ρυθμό του διασκεδασμού της ενέργειας  $\varepsilon$ . Με περαιτέρω υποθέσεις ότι για μια ροή σε ισορροπία η παραγωγή είναι ίση με το διασκεδασμό, μπορούμε να συνδέσουμε τις κλίμακες Kolmogorov με τον αριθμό Reynolds ροής. Η παραγωγή μπορεί να θεωρηθεί στην κλίμακα ως  $U^3/L$  όπου το  $U$  είναι η ταχύτητα αναφοράς και το  $L$  ένα χαρακτηριστικό μήκος κλίμακας του προβλήματος, που καθορίζεται συνήθως από τη γεωμετρία. Το  $U$  και το  $L$  είναι χαρακτηριστικά των μεγαλύτερων κλιμάκων της τύρβης. Κατά

συνέπεια μπορούμε να γράψουμε ότι:  $\frac{\eta}{L} \approx Re^{-\frac{3}{4}}$

όπου  $Re = U \cdot L / \nu$  είναι ο αριθμός Reynolds της ροής. Ο αριθμός των κόμβων του πλέγματος  $N$  που θα απαιτήσουμε για μια δεδομένη προσομοίωση θα είναι ανάλογος προς το  $L/\eta$  και άρα ως προς  $Re^{3/4}$ . Μπορούμε τώρα να επεκτείνουμε την πρόβλεψη για αύξησή του  $N$  με τον χρόνο ότι είναι ανάλογη με την αύξηση του Reynolds προς τον χρόνο. Ένας διπλασιασμός του αριθμού Reynolds θα πολλαπλασιάσει με έναν παράγοντα της τάξης του 2.2 έως 2.5 σε αύξηση τον  $N$ .

Αρκεί λοιπόν να καταλάβουμε ότι με τους υπολογιστές που έχουμε σήμερα και αν υποθέσουμε ότι οι αλγόριθμοι μπορούν να γίνουν για να συνεχίσουν αποτελεσματικά, αυτό οδηγεί ότι σε κάθε πιθανό διπλασιασμό του αριθμού Reynolds αυτό θα έχει υπολογιστικό κόστος που θα χρειάζεται 6 έως 7 έτη αναπροσαρμογής [16].

Σύμφωνα με αυτήν την εκτίμηση μια προσωμοίωση D.N.S. για ροή σε κανάλι με  $Re = 10^6$  παραδείγματος χάριν θα διαρκούσε περίπου εκατό έτη σε έναν υπολογιστή που τρέχει σε Giga-FLOPS. Αυτό δεν είναι προφανώς εφικτό. Επιπλέον, σε μία πλήρη προσωμοίωση της ροής με D.N.S. ο τεράστιος όγκος των πληροφοριών που θα παραγόταν συνήθως δεν απαιτείται από έναν απλό χρήστη-μηχανικό. Ένας απλός χρήστης είναι συνήθως ικανοποιημένος γνωρίζοντας τα μέσα στατιστικά στοιχεία της ροής έστω και με μικρή απόκλιση μερικών ποσοστιαίων μονάδων. Ως εκ τούτου για τις περισσότερες εφαρμογές το D.N.S. που είναι πολύ σημαντικό για θεωρητικές κυρίως μελέτες και για έλεγχο διαφόρων μοντέλων, έχει υπερβολικά υψηλό υπολογιστικό κόστος το οποίο καθιστά αδύνατη την εφαρμογή του.

### 2.5.2 Προσομοίωση μεγάλων δινών (*Large Eddy Simulation ή L.E.S.*)

Η μέθοδος L.E.S. [17] και [18] χρησιμοποιεί ένα πιο αραιό πλέγμα για τις προσομοιώσεις. Το πιο αραιό πλέγμα είναι σε θέση να επιλύσει μόνο τους μεγαλύτερους στροβίλους στη ροή αλλά όχι αυτούς που είναι μικρότεροι από τις μεμονωμένες διαστάσεις των κελιών του υπολογιστικού πλέγματος. Ο άμεσος υπολογισμός των δινών μεγάλων κλιμάκων της ροής, ενώ μοντελοποιούνται μόνο οι μικρότερες και όχι σε ολόκληρο φάσμα είναι ένα πλεονέκτημα της προσέγγισης L.E.S. έναντι των μεθόδων για τις χρονικά μέσες μορφές των εξισώσεων Navier-Stokes R.A.N.S. (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations).

Από φυσική άποψη, ωστόσο, υπάρχει μια αλληλεπίδραση μεταξύ των κινήσεων σε όλες τις κλίμακες έτσι ώστε τα αποτελέσματα για τις μεγάλες κλίμακες θα ήταν γενικά ανακριβή χωρίς να ληφθεί υπόψη η επίδραση των δινών μικρών κλιμάκων στις μεγάλες. Αυτό απαιτεί ένα μοντέλο διαχωρισμού των δινών (Sub Grid-Scale-Model ή S.G.S.). Άρα πρέπει να διατυπωθεί ένα επιπλέον μοντέλο για την κίνηση των δινών μικρότερης κλίμακας πράγμα που δημιουργεί μια περίπλοκη σύζευξη μεταξύ της φυσικής και της αριθμητικής μοντελοποίησης.

Υπάρχουν τέσσερα βασικά στάδια στο L.E.S. :

1) Μια διαδικασία φιλτραρίσματος-διήθησης ορίζεται για την ανάλυση της ταχύτητας  $\mathbf{U}(\mathbf{x},t)$  σε άθροισμα μιας φιλτραρισμένης συνιστώσας  $\bar{\mathbf{U}}(\mathbf{x},t)$  και μιας υπολειμματικής συνιστώσας  $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ . Η φιλτραρισμένη ταχύτητα  $\bar{\mathbf{U}}(\mathbf{x},t)$  – η οποία είναι τριδιάστατη και χρονικά εξαρτημένη-αναπαριστά την κίνηση των μεγάλων δινών (οι σκουρόχρωμες μεταβλητές υποδηλώνουν διανύσματα).

2) Οι εξισώσεις για την φιλτραρισμένη ταχύτητα εξάγονται από τις εξισώσεις Navier-Stokes. Όπου οι εξισώσεις ορμής περιέχουν τον υπολειμματικό τανυστή των τάσεων (*residual stress tensor or SGS stress tensor*), και προέρχονται από τις υπολειμματικές κινήσεις της ταχύτητας  $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ .

3) Το κλείσιμο γίνεται από την μοντελοποίηση του *residual stress tensor*, από ένα μοντέλο τυρβώδους ιξώδους δίνης.

4) Λύνουμε αριθμητικά το μοντέλο ως προς το οποίο και μας παρέχει μια προσέγγιση για κινήσεις μεγάλης κλίμακας.



Επίσης, οι μεθοδολογίες οι οποίες έχουν αναπτυχθεί εξαρτώνται, έως ένα βαθμό, από τον τύπο της εξεταζόμενης ροής και από την αριθμητική μέθοδο που χρησιμοποιούμε. Οπότε μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα χρησιμοποίησης του L.E.S. είναι :

- 1) Ισοτροπική τυρβώδης ροή χρησιμοποιώντας μια ψευδο-φασματική μέθοδο,
- 2) Ισοτροπική τυρβώδης ροή χρησιμοποιώντας μέθοδο πεπερασμένων διαφορών,
- 3) Ελεύθερη ροή χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο καρτεσιανό πλέγμα,
- 4) Πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή σε κανάλι χρησιμοποιώντας μη ομοιόμορφο πλέγμα,
- 5) Ατμοσφαιρικό οριακό στρώμα χρησιμοποιώντας καρτεσιανό πλέγμα,
- 6) Ροή γύρω από μη αεροδυναμικής μορφής σώμα όπως και στη δική μας περίπτωση για ροή γύρω από αεροτομή υπό μεγάλες γωνίες προσβολής χρησιμοποιώντας δομημένο πλέγμα και
- 7) Ροή γύρω από πολύπλοκη γεωμετρία χρησιμοποιώντας μη δομημένο πλέγμα.

Οι ανεπάρκειες και οι περιορισμοί του L.E.S. περιγράφονται λεπτομερώς από τους Jimenez και Moser [19]. Το L.E.S. βρίσκεται μεταξύ του D.N.S. και R.A.N.S. από την άποψη των υπολογιστικών απαιτήσεων. Επομένως θα είναι ακόμα «ακριβό» σε υπολογιστικό χρόνο να χρησιμοποιήσουμε το L.E.S. για ροές υψηλού αριθμού Reynolds. Προκειμένου να μη έχουν μεγάλο υπολογιστικό κόστος οι προσομοιώσεις με το L.E.S. έτσι ώστε να είναι εφαρμόσιμες για ροές υψηλών αριθμών Reynolds, τα μοντέλα S.G.S. είναι λιγότερο περίπλοκα από αυτά του R.A.N.S. Η παρουσία ενός τοιχώματος στην τυρβώδη περιοχή αναγκάζει το L.E.S. να γίνεται εξαιρετικά δαπανηρό λόγω ενός πολύ μικρού ιξώδους υποστρώματος, που πρέπει να επιλυθεί. Επομένως, περιπτώσεις με αποκολλήσεις της ροής που οδηγούν σε ένα λεπτό διατμητικό στρώμα, όπως στο δικό μας πρόβλημα ροής υψηλών αριθμών Reynolds γύρω από αεροτομή σε υψηλές γωνίες προσβολής, καθιστούν το L.E.S. πολύ δαπανηρό για τις ροές αυτές για αυτό και η τελική μας επιλογή ήταν τα μοντέλα R.A.N.S. που όπως επισημάναμε είναι και τα πιο κατάλληλα για την περίπτωσή μας.

### **2.5.3 Οι μέθοδοι για τις χρονικά μέσες μορφές των εξισώσεων Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations ή RANS).**

Η προσέγγιση R.A.N.S. είναι η πιο δημοφιλέστερη σήμερα. Οι λόγοι είναι προφανείς. Το υπολογιστικό κόστος είναι μικρό και οι βιομηχανικές εφαρμογές δεν ενδιαφέρονται για τις διακυμάνσεις των ταχυτήτων και των πιέσεων, αλλά ενδιαφέρονται για μια σωστή χρονική ολοκλήρωση των εξισώσεων, που θα αποδώσει σωστά τις επιπτώσεις της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του διασκεδασμού της τύρβης ανά μονάδα χρόνου. Παρόλα αυτά η μοντελοποίηση της τύρβης δεν μπορεί να αναδειχθεί μόνο από ένα μοντέλο, λόγω των ιδιοτήτων της κάθε περίπτωσης. Για αυτό το λόγο δεν υπάρχει κοινά αποδεκτό μοντέλο, αλλά διάφορα ανάλογα με τα γενικά χαρακτηριστικά της κάθε ροής.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## *Αριθμητική επίλυση των εξισώσεων του πεδίου ροής*

Σε αυτό το κεφάλαιο αρχικά αναφέρουμε την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων και λίγα λόγια για τον αλγόριθμο SIMPLIC που χρησιμοποιήσαμε στο υπολογιστικό πακέτο Fluent για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων που διέπουν τη ροή. Μετά επισημαίνουμε τους βασικούς κανόνες της αριθμητικής μοντελοποίησης που πρέπει να ισχύουν γενικά ώστε αριθμητικό μας σχήμα να είναι συνεπές. Τέλος αναφέρουμε το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήσαμε σε αυτή την προσομοίωση. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε πως καταλήξαμε σε αυτή την επιλογή του μοντέλου SSTK- $\omega$ . Γενικά στις προσομοιώσεις μας χρησιμοποιήθηκε η εξής τεχνική: στην περίπτωση του steady state προβλήματος όπου χρησιμοποιήθηκαν για αρχικοποίηση των μεταβλητών (initialization values) αποτελέσματα μέσω παρεμβολής (interpolate) από το αραιό πλέγμα των 40.000 κελιών- για να επιτύχουμε πιο γρήγορα τη σύγκλιση στο πυκνό πλέγμα-, χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο τύρβης  $k-\omega$  προσαρμοσμένο με το μοντέλο των ενισχυμένων συναρτήσεων τοίχου για την περιοχή κοντά στην αεροτομή όπου έχουμε μεγάλες αλλαγές στις κλίσεις των ταχυτήτων για να προσεγγίσουμε καλύτερα τη συμπεριφορά του οριακού στρώματος (διότι σε αυτό το πλέγμα είχαμε  $y^+ \sim 25$  όπου για αυτό το  $y^+$  οι ενισχυμένες συναρτήσεις τοίχου δίνουν καλύτερα αποτελέσματα). Φυσικά στη περίπτωση των  $0^\circ$  στο πλέγμα των 40κοι υπολογισμοί έγιναν με το SST  $k-\omega$  αφού αυτό το μοντέλο χρησιμοποιήσαμε και στην ανεξαρτησία πλέγματος.

### **3.1 Αριθμητική επίλυση - Μέθοδος πεπερασμένων όγκων ελέγχου**

Στην προσομοίωση του εν λόγω προβλήματος εφαρμόζεται, όπως ήδη αναφέρθηκε, η μέθοδος πεπερασμένων όγκων μέσω του υπολογιστικού πακέτου Fluent.

Η αναλυτική λύση των εξισώσεων ροής είναι δύσκολη και τις περισσότερες φορές αδύνατη. Η αριθμητική λύση απαιτεί την προσέγγιση του συνεχούς χωροχρονικού πεδίου με τη διακριτοποιημένη αναπαράστασή του. Κατά την αριθμητική επίλυση το συνεχές χωροχρονικό πεδίο ορισμού του προβλήματος ροής (μεταβατικό φαινόμενο) ή το συνεχές χωρικό πεδίο σε περίπτωση προβλήματος μόνιμης κατάστασης, καλύπτεται από το πλέγμα επίλυσης και αντικαθίσταται από ένα αριθμό διακριτών σημείων (σημεία του πλέγματος). Η συνεχής συνάρτηση (εξαρτημένη μεταβλητή) αναπαρίσταται με έναν αριθμό διακριτών τιμών στα σημεία του πλέγματος.

Βασικός στόχος των αριθμητικών μεθόδων είναι λοιπόν η αντικατάσταση των διαφορικών εξισώσεων, που επιλύονται με μεγάλη δυσκολία ή δεν είναι εφικτή η αναλυτική επίλυσή τους, από ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που φέρουν ως αγνώστους τις τιμές της  $\phi$  στα πλεγματικά σημεία. Οι αλγεβρικές αυτές εξισώσεις πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικές του φυσικού νοήματος των αρχικών διαφορικών εξισώσεων. Έτσι όσο ο αριθμός των κομβικών σημείων του πλέγματος αυξάνει, τόσο η λύση που δίνουν οι εξισώσεις διακριτοποίησης, δηλαδή οι αλγεβρικές, προσεγγίζουν την πραγματική λύση που θα έδιναν οι διαφορικές. Οι δυνατές

εξισώσεις διακριτοποίησης που μπορούν να εφαρμοσθούν σε μια διαφορική εξίσωση δεν είναι μοναδικές, όμως για ένα πυκνό υπολογιστικό πλέγμα αναμένεται να δώσουν το ίδιο αποτέλεσμα.

Η μέθοδος που εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι αυτή των Πεπερασμένων Όγκων Ελέγχου (finite volume method), η οποία ανήκει στις ολοκληρωτικές μεθόδους (integral methods) αριθμητικής επίλυσης των μερικών διαφορικών εξισώσεων [20] και [32],[33]. Στις ολοκληρωτικές μεθόδους η διακριτοποιημένη εξίσωση, μέσω της οποίας προσδιορίζεται η αριθμητική λύση, προκύπτει από την ολοκλήρωση της εξίσωσης μεταφοράς πάνω σε κάποιο πεπερασμένο όγκο ελέγχου. Κάθε όγκος ελέγχου περικλείει ένα πλεγματοειδές σημείο. Πάνω στον όγκο αυτό χρησιμοποιούνται σχέσεις που εκφράζουν τη μεταβολή των μεταβλητών, έτσι ώστε να εκτιμηθούν τα ολοκληρώματα που προκύπτουν από την ολοκλήρωση της διαφορικής εξίσωσης.

Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν να εκφράζουν την αρχή διατήρησης της μεταβλητής  $\phi$  στον όγκο ελέγχου, όπως ακριβώς εκφράζεται η αρχή αυτή σε απειροστούς όγκους στις διαφορικές εξισώσεις διατήρησης. Ακόμα και στην περίπτωση αραιού πλέγματος οι αλγεβρικές εξισώσεις θα εκφράζουν ακριβώς αυτή την αρχή διατήρησης της εκάστοτε ποσότητας.

Η γενική εξίσωση μεταφοράς είναι η:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}\phi - \Gamma_\phi \text{grad}\phi) = S_\phi \quad (3.1.1)$$

όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού,  $\phi$  η εξαρτημένη μεταβλητή η οποία μπορεί να είναι ανηγμένη ανά μονάδα μάζας ορμή, μάζα και ενέργεια,  $\Gamma_\phi$  ο συντελεστής διάχυσης, και  $S_\phi$  ο παράγοντας πηγή (ή καταβόθρα). Οι όροι που εμφανίζονται από αριστερά προς τα δεξιά είναι ο μεταβατικός όρος, ο όρος συναγωγής, ο όρος διάχυσης και ο όρος πηγής.

Η ανωτέρω γενική εξίσωση μεταφοράς ολοκληρώνεται πάνω στον όγκο ελέγχου  $V$  με σύνορο την επιφάνεια  $A$  :

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)dV + \iiint_V (\text{div}(\rho\vec{u}\phi - \Gamma_\phi \text{grad}\phi)dV = \iiint_V S_\phi dV \quad (3.1.2)$$

Θεωρώντας μόνιμη κατάσταση η παραπάνω εξίσωση παίρνει τη μορφή:

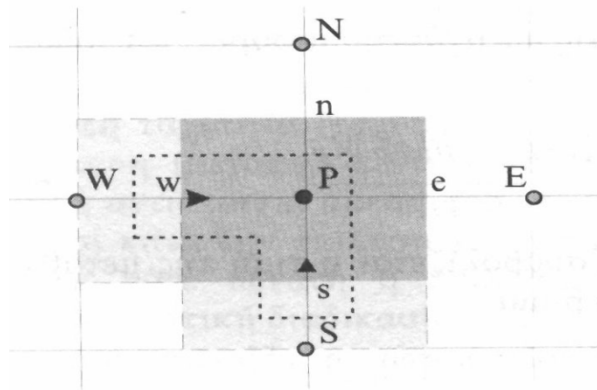
$$\iiint_V \text{div}(\rho\vec{u}\phi - \Gamma_\phi \text{grad}\phi)dV = \iiint_V S_\phi dV$$

Με χρήση των μέσων τιμών των διαφόρων ποσοτήτων στον όγκο ελέγχου,  $V$ , και εφαρμόζοντας το θεώρημα Gauss στο ολοκλήρωμα που περιέχει τους όρους συναγωγής και διάχυσης το ολοκλήρωμα όγκου απόκλισης του ρυθμού ροής της μεταβλητής  $\phi$  μετατρέπεται σε επιφανειακό ολοκλήρωμα ροής οπότε προκύπτει τελικά:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho\phi]\Delta V + \iint_A (\rho\vec{u}\phi - \Gamma_\phi \text{grad}\phi) \cdot \vec{\eta} dA = [S_\phi]\Delta V \quad (3.1.3)$$

όπου οι αγκύλες συμβολίζουν τη μέση τιμή μιας ποσότητας στον όγκο ελέγχου και  $\vec{\eta}$  το μοναδιαίο διάνυσμα, κάθετο στην επιφάνεια  $A$ .

Η ολοκλήρωση του επιφανειακού ολοκληρώματος στην παραπάνω εξίσωση απαιτεί τον ορισμό των όγκων ελέγχου. Για το σκοπό αυτό, το πεδίο χωρίζεται σε πεπερασμένους όγκους τυχαίου μεγέθους αλλά πάντοτε τοπολογικά καρτεσιανού σχήματος. Ο τελευταίος περιορισμός δηλώνει ότι οι όγκοι ελέγχου μπορεί να είναι μη-ορθογώνιου σχήματος αλλά θα έχουν πάντοτε έξι ακμές και έξι πλευρές, στη γενική τριδιάστατη περίπτωση. Αντίστοιχα για διδιάστατο πεδίο έχουμε 4 πλευρές-επιφάνειες σε κάθε όγκο ελέγχου, η δυτική (W), η ανατολική (E), η νότια (S), η βόρεια (N). Στο εσωτερικό κάθε όγκου ελέγχου ορίζεται το σημείο (P στο σχήμα) στο οποίο αποθηκεύονται οι τιμές των βαθμωτών μεγεθών. Για τη δημιουργία του πλέγματος ορίζεται η θέση των κόμβων του πλέγματος (σημεία αποθήκευσης βαθμωτών μεταβλητών). Στη συνέχεια, στη μέση της απόστασης δύο κόμβων και κάθετα στη γραμμή που τους ενώνει, χαράσσονται τα μέτωπα των όγκων ελέγχου στα οποία και αποθηκεύονται οι τιμές των συνιστωσών της ταχύτητας u,v. Οι όγκοι ελέγχου των ταχυτήτων είναι κατά συνέπεια μετατοπισμένοι προς τα πίσω, ως προς τους όγκους ελέγχου των βαθμωτών μεγεθών.



**Σχήμα 3.1:** Μετατοπισμένο πλέγμα πεπερασμένων όγκων για δισδιάστατη ροή.

Η τριάδα των σημείων P, w, s έχουν στη μνήμη του υπολογιστή την ίδια θέση αναφοράς. Τα σημεία W, E, S, N είναι και αυτά κομβικά σημεία και για το συγκεκριμένο όγκο ελέγχου οι βαθμωτές μεταβλητές θα αποθηκευτούν στο σημείο P. Η πρακτική αυτή των μετατοπισμένων όγκων ελέγχου χρησιμοποιήθηκε για την αντιμετώπιση δυσκολιών που προέκυψαν από τη χρησιμοποίηση ομοιόμορφου πλέγματος. Είναι δυνατόν για ένα ισχυρά ανομοιόμορφο πεδίο πίεσης, η διακριτοποιημένη εξίσωση να δίνει ομοιόμορφη λύση.

Τελικώς από την εφαρμογή της ολοκληρωτικής εξίσωσης μεταφοράς στον όγκο ελέγχου προκύπτει η σχέση :

$$\frac{d}{dt}[\rho\phi]V_P + g_e - g_w + g_n - g_s = [S_\phi]V_P \quad (3.1.4)$$

όπου για παράδειγμα, η ροή της  $\phi$  από την ανατολική επιφάνεια του όγκου ελέγχου, θα είναι ίση με :

$$g_e = \iint_{A_e} \left( \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA_e \quad (3.1.5)$$

Για τη διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς γίνονται οι παρακάτω παραδοχές :

1. Ομοιόμορφη κατανομή των διαφορών μεγεθών στον όγκο ελέγχου

$$[S_\phi] \Delta V = S_{\phi,P} V_P,$$

2. Ομοιόμορφη κατανομή των διαφορών ποσοτήτων στα μέτωπα του όγκου ελέγχου. Για παράδειγμα η ροή της  $\phi$  μέσα από την ανατολική επιφάνεια του όγκου ελέγχου θα είναι ίση με:

$$g_e = (\rho u)_e A_e \phi_e - \Gamma_e A_e \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_e = CE + DE$$

3. Για χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο πρώτης τάξης προσέγγιση με ανάντι-διαφορές του όρου της χρονικής παραγωγού.

Με τη βοήθεια των παραδοχών αυτών η εξίσωση μεταφοράς παίρνει τη μορφή:

$$\frac{(\rho_P \phi_P - \rho_P^0 \phi_P^0) V_P}{\Delta t} + (CE + DE) - (CW + DW) + (CN + DN) - (CS + DS) = S_{\phi,P} V_P \quad (3.1.6)$$

όπου για παράδειγμα :

$$\text{Συναγωγή : } CE = (\rho u)_e A_e \phi_e \text{ και διάχυση : } DE = -\Gamma_e A_e \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_e$$

Στον υπολογισμό των ροών μέσω των επιφανειών του όγκου ελέγχου γίνεται προσπάθεια να ικανοποιείται η συντηρητική ιδιότητα, έτσι ώστε το ισοζύγιο της φυσικής ποσότητας να ισχύει γύρω από κάθε πεπερασμένη περιοχή και όχι σε ένα σημείο μόνο.

Οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$  και του συντελεστή εναλλαγής  $\Gamma$  στα μέτωπα των όγκων ελέγχου υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή. Στην περίπτωση που οι συντελεστές εναλλαγής παρουσιάζουν ασυνέχειες στα μέτωπα των όγκων ελέγχου είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ο μέσος αρμονικός των τιμών, δηλαδή:  $\Gamma_e = \frac{2\Gamma_P \Gamma_E}{\Gamma_P + \Gamma_E}$

Για την πλήρη διακριτοποίηση της εξίσωσης μεταφοράς απαιτείται ο υπολογισμός των τιμών της μεταβλητής  $\phi$  και των παραγωγών της στα μέτωπα των όγκων ελέγχου ως συνάρτηση των τιμών της στα κομβικά σημεία.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$ , καθώς και του συντελεστή εναλλαγής  $\Gamma$  στα μέτωπα του όγκου ελέγχου, υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή των κομβικών τιμών. Πάντως σε περιπτώσεις ασυνέχειας των συντελεστών εναλλαγής στα μέτωπα του όγκου ελέγχου είναι προτιμότερο αντί της γραμμικής παρεμβολής να χρησιμοποιηθεί ο μέσος αρμονικός όρος των τιμών.

Έτσι λοιπόν η διαδικασία καταλήγει σε μία γενική εξίσωση όπου αυτό που μένει είναι ο κατάλληλος χειρισμός των όρων συναγωγής και διάχυσης έτσι ώστε να συναρτώνται με τις τιμές στο σημείο P, καθώς και στα γειτονικά W, E, S, N, (τα μέτωπα των όγκων ελέγχου χαράσσονται στη μέση της απόστασης 2 γειτονικών κόμβων και κάθετα σε αυτήν). Για τον υπολογισμό λοιπόν των όρων αυτών θα χρησιμοποιηθεί το λεγόμενο υβριδικό σχήμα.

Εδώ θα ήταν χρήσιμο να οριστεί ο τοπικός αριθμός Peclet ( $Pe_c$ ), ο οποίος για την ανατολική επιφάνεια για παράδειγμα θα είναι:

$$(Pe_c)_e = \frac{\rho u_e \Delta x}{\Gamma_e} = \frac{C_e}{D_e} \quad (3.1.7)$$

Και γενικά για διδιάστατη ροή:  $Pe = C_i/D_i$ , όπου  $i = e, w, n, s$

Ο αριθμός Peclet εκφράζει τη σχετική ένταση της συναγωγής ως προς τη διάχυση. Μεγάλες τιμές συνεπάγονται ότι η μεταφορά της  $\phi$  με συναγωγή είναι πιο σημαντική από εκείνη λόγω διάχυσης (και συνεπώς η πιο πιθανή μεταφερόμενη τιμή της  $\phi$  είναι η ανάντη), ενώ μικρές αντίστοιχα τιμές δηλώνουν ως επικρατούσα τη διάχυση στη μεταφορά της  $\phi$ .

Στις προσομοιώσεις της εργασίας αυτής χρησιμοποιήθηκαν τα εξής σχήματα για την χωρική διακριτοποίηση που προσφέρονται στο πακέτο FLUENT:

- 1.) Για τα gradient το σχήμα Least Squares Cell Based
- 2.) Για την πίεση το σχήμα SecondOrder
- 3.) Για την ορμή το 3rd order MUSCLE
- 4.) Για την τυρβώδη κινητική ενέργεια άλλα και για τον ρυθμό διασκεδασμού της τύρβης  $\omega$  χρησιμοποιήθηκε το σχήμα First Order Upwind
- 5.) Τέλος στη επίλυση του μημόνιμου προβλήματος για τους χρονικά μεταβαλλόμενους όρους χρησιμοποιήθηκε το σχήμα First Order Implicit

Ο μαθηματικός φορμαλισμός αυτών των σχημάτων όπως χρησιμοποιείται στο FLUENT είναι διαθέσιμος για τον αναγνώστη στο εγχειρίδιο του προγράμματος και δεν αναφέρεται αναλυτικά εδώ για εξοικονόμηση χώρου. Παρόλα αυτά αναφέρουμε πώς οδηγηθήκαμε στην τελική επιλογή αυτών των σχημάτων.

Όταν η ροή ευθυγραμμίζεται με το πλέγμα (π.χ., στρωτή ροή σε έναν ορθογώνιο αγωγό που διαμορφώνεται με ένα τετράπλευρο ή εξαεδρικό πλέγμα) το σχήμα 1ης τάξης ανάντι (firstorderupwind) είναι γενικά αποδεκτό. Όταν η ροή δεν ευθυγραμμίζεται με το πλέγμα (δηλ., όταν διασχίζει τις γραμμές πλέγματος υπό κλίση), το σχήμα αυτό αυξάνει το αριθμητικό λάθος διακριτοποίησης (αριθμητική διάχυση). Για τα τριγωνικά και τετραεδρικά πλέγματα, δεδομένου ότι η ροή δεν ευθυγραμμίζεται ποτέ με το πλέγμα, γενικά επιτυγχάνονται ακριβέστερα αποτελέσματα με τη χρησιμοποίηση του σχήματος δεύτερης τάξης διακριτοποίησης. Αλλά και για τα πλέγματα που είναι τετραπλευρικά/εξαεδρικά, επιτυγχάνονται επίσης καλύτερα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας δεύτερης τάξης διακριτοποίηση, ειδικά για τις σύνθετες ροές όπως η ροή που εξετάζουμε.

Συνοψίζοντας έχουμε ότι ενώ η πρώτη τάξης ανάντι διακριτοποίηση παράγει γενικά την καλύτερη σύγκλιση από το σχήμα 2ης τάξης, γενικά θα παραγάγει τα λιγότερο ακριβή αποτελέσματα, ειδικά για τριγωνικά/τετράπλευρα πλέγματα. Για αυτό το λόγο για την πίεση επιλέγουμε σχήμα SecondOrder.

Γενικά αναφέρουμε την παρακάτω τεχνική: Για τις περισσότερες περιπτώσεις, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το σχήμα 2ης τάξης από την έναρξη των υπολογισμών. Σε μερικές περιπτώσεις, ωστόσο, μπορεί να πρέπει να αρχίσουμε με της 1ης τάξης και να μεταπηδήσουμε στο 2ης τάξης μετά από μερικές επαναλήψεις. Παραδείγματος χάριν, εάν (όπως εδώ) κάνουμε υπολογισμό ροής υψηλού αριθμού Reynolds που έχει μια αρχική λύση πολύ διαφορετική από την αναμενόμενη τελική λύση, θα πρέπει συνήθως να εκτελέσουμε μερικές επαναλήψεις με το σχήμα 1ης

τάξης και μετά να χρησιμοποιηθεί της 2ης τάξης για να συνεχιστούν οι υπολογισμοί μέχρι την τελική σύγκλιση.

Φυσικά αν είχαμε μια απλή ροή που ευθυγραμμίζεται με το πλέγμα (π.χ., στρωτή ροή σε έναν ορθογώνιο αγωγό που διαμορφώνεται με ένα τετράπλευρο ή εξαεδρικό πλέγμα), η αριθμητική διάχυση θα είναι φυσικά χαμηλή και έτσι μπορούμε γενικά να χρησιμοποιήσουμε από την αρχή το 1ης τάξεως σχήμα αντί της 2ης τάξης χωρίς οποιαδήποτε σημαντική απώλεια ακρίβειας.

Σε γενικές γραμμές, εάν υπάρχει δυσκολία σύγκλισης με το σχήμα 2ης τάξης, πρέπει να δοκιμαστέιαντ' αυτού το σχήμα 1ης τάξης.

Τέλος το σχήμα διακριτοποίησης 3ης τάξης MUSCL μπορεί να παρέχει ακόμα καλύτερη ακρίβεια από αυτό της 2ης τάξης ειδικά για τις ροές που παρουσιάζουν έντονη στροβιλότητα ενώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλους τους τύπους πλεγμάτων.

Οι διακριτοποιημένες εξισώσεις διατήρησης για τις μη υδροδυναμικές μεταβλητές ( $K$ ,  $\omega$  κ.λ.π.) γραμμένες για όλα τα πλεγματικά σημεία, δημιουργούν ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων το οποίο λύνεται με χρήση αλγόριθμου επίλυσης γραμμικών συστημάτων. Στην περίπτωση των υδροδυναμικών μεταβλητών ( $P$ ,  $u$ ,  $v$ ), χρησιμοποιείται μια πρόσθετη διαδικασία. Ο λόγος είναι ότι οι εξισώσεις ορμής περιέχουν ως άγνωστο και την πίεση,  $P$ . Αν η τελευταία ήταν γνωστή τότε και οι εξισώσεις ορμής θα επιλύονταν με τον ίδιο τρόπο. Όμως η πίεση είναι και αυτή μεταβλητή που πρέπει να υπολογισθεί, γεγονός που δημιουργεί την ανάγκη εισαγωγής ενός αλγορίθμου επίλυσης του υδροδυναμικού πεδίου.

Για την επίλυση μιας ορισμένης  $\phi$  μεταβλητής, απαιτείται μια εξίσωση όπου η  $\phi$  να είναι κυρίαρχη μεταβλητή. Όλες οι μη υδροδυναμικές μεταβλητές ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη. Οι  $u$ ,  $v$  ικανοποιούν αυτή την απαίτηση μέσω των εξισώσεων ορμής. Για την πίεση όμως δεν υπάρχει τέτοια εξίσωση. Υπάρχει μια επιπλέον εξίσωση, η εξίσωση συνέχειας, στην οποία όμως δεν εμφανίζεται καθόλου η πίεση.

Έτσι, όπως ήδη προαναφέρθηκε, το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μετατρέπεται σε σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, από την επίλυση του οποίου λαμβάνονται οι τιμές της  $\phi$  στους κόμβους του πλέγματος.

Για να εξασφαλίζεται ρεαλιστική λύση και κλειστό ολικό ισοζύγιο, οι εξισώσεις διακριτοποίησης πρέπει να υπακούουν στους εξής κανόνες :

- Η ανοιγμένη ροή διαμέσου ενός μετώπου, το οποίο είναι κοινό σε δύο γειτονικούς όγκους ελέγχου, πρέπει να είναι η ίδια και για τους δύο.
- Όλοι οι συντελεστές  $a_p$  και  $a_i$  πρέπει να είναι θετικοί.
- Η κλίση της γραμμικοποιημένης πηγής πρέπει να είναι αρνητική.

Επομένως οι διαφορικές εξισώσεις καταλήγουν στην τελική διακριτοποιημένη μορφή τους, ενώ απομένει η παρουσίαση του αλγόριθμου επίλυσης αυτών. Ο αλγόριθμος αυτός που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα μελέτη είναι ο αλγόριθμος SIMPLEC (SIMPLE - consistent) που αποτελεί μια παραλλαγή του κλασσικού επαναληπτικού αλγόριθμου SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) και παρουσιάζεται στην αμέσως επόμενη παράγραφο.

### Οριακές Συνθήκες

Στα όρια του πεδίου, θα πρέπει να εφαρμοστούν ειδικές τεχνικές έτσι ώστε να εισαχθεί στη διακριτοποιημένη εξίσωση μεταφοράς η πληροφορία που περιέχεται στις οριακές συνθήκες.

Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων οι οριακές συνθήκες εισάγονται στις διακριτοποιημένες εξισώσεις με τη βοήθεια ενός όρου πηγής (ψευδοπηγή). Η τεχνική αυτή, προσφέρει ουσιαστικά πλεονεκτήματα καθώς επιτρέπει μια ακριβέστερη προσομοίωση των οριακών συνθηκών αλλά και την τυποποίηση/ αλγοριθμοποίηση του προβλήματος. Για την ανάλυση που ακολουθεί θεωρείται ότι το πλέγμα κατασκευάζεται έτσι ώστε τα όρια του πεδίου να συμπίπτουν με τα μέτωπα των όγκων ελέγχου .

Η μέθοδος που ακολουθείται για την επίλυση του συστήματος των γραμμικών εξισώσεων είναι η μέθοδος 'Γραμμή προς Γραμμή'. Η μέθοδος, η οποία ανήκει στις επαναληπτικές μεθόδους επίλυσης συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, στηρίζεται σε μια αναδιάταξη των τελευταίων κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η ταυτόχρονη επίλυσή τους κατά μήκος μιας κατακόρυφης ή οριζόντιας γραμμής υπολογιστικών σημείων.

### **3.2 Ο Αλγόριθμος SIMPLE και ο SIMPLEC**

Συνοψίζοντας, τα βήματα του αλγορίθμου SIMPLE είναι :

1. Εκτίμηση του πεδίου πίεσης  $P^*$
2. Επίλυση εξισώσεων ορμής για  $(u^*, v^*)$
3. Επίλυση εξίσωσης διόρθωσης πίεσης
4. Υπολογισμός του καινούργιου πεδίου πίεσης ως άθροισμα του παλιού και της διόρθωσης από  $P = P^* + P'$
5. Διόρθωση ταχυτήτων από τη σχέση :  $u'_w = u^*_w + DU \cdot (P'_w - P'_p)$
6. Επίλυση της εξίσωσης θερμότητας, συγκέντρωσης συστατικού και λοιπών βαθμωτών μεγεθών.
7. Επιστροφή στο Βήμα 1, όπου θέτουμε  $P^* = P$  και επαναλαμβάνουμε μέχρι να πραγματοποιηθεί σύγκλιση, δηλαδή μέχρις ότου οι ταχύτητες που προκύπτουν να ικανοποιούν ταυτόχρονα την εξίσωση συνέχειας και τις εξισώσεις ορμής.

Ο αλγόριθμος SIMPLEC ακολουθεί τα ίδια βήματα όπως ο αλγόριθμος SIMPLE με μικρή παραλλαγή ώστε οι εξισώσεις ορμής να διαμορφώνονται κατάλληλα ώστε να επιτρέπουν στον SIMPLEC στις εξισώσεις διόρθωσης των ταχυτήτων να παραλείπουν όρους λιγότερο σημαντικούς από αυτούς που παραλείπονται στον SIMPLE. Βασικά, προσπαθεί να αποτρέψει τις συνέπειες των όρων διόρθωσης γειτονικών ταχυτήτων.

Για την καλύτερη σύγκλιση και την αποφυγή μεγάλων διακυμάνσεων των μεταβλητών ανάμεσα σε δυο διαδοχικές επαναλήψεις που θα μπορούσαν να προκαλέσουν απόκλιση της λύσης, στα μη γραμμικά προβλήματα χρησιμοποιείται η τεχνική της υποχαλάρωσης. Ο κώδικας χρησιμοποιεί δύο μεθόδους υποχαλάρωσης :



1. Τη γραμμική υποχαλάρωση που χρησιμοποιείται για την πίεση και για τις μεταβλητές που δεν υπολογίζονται από τις διαφορικές εξισώσεις.

Η τεχνική της γραμμικής υποχαλάρωσης (linear relaxation) είναι ο πιο κοινός τρόπος υποχαλάρωσης της λύσης. Με βάση αυτή η νέα τιμή της λύσης,  $\phi^{new}$ , υποχαλαρώνεται και προκύπτει :

$$\phi^{new} = a\phi^{new} + (1-a)\phi^{old} \quad (3.2.1)$$

Ο συντελεστής υποχαλάρωσης  $a$  λαμβάνει τιμές στο διάστημα (0, 1). Η τεχνική της γραμμικής υποχαλάρωσης χρησιμοποιείται για την πίεση και τη θερμοκρασία.

2. Την υποχαλάρωση μέσω ψευδούς χρονικού βήματος, η οποία χρησιμοποιείται για όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές εκτός της πίεσης.

Η τεχνική της υποχαλάρωσης ψευδούς χρονικού βήματος (false time step relaxation) τροποποιεί τις εξισώσεις πεπερασμένων όγκων, εισάγοντας ένα ψευδο-μεταβατικό όρο πηγής :

$$S_\phi = (\rho V)_P \frac{\phi^{old} - \phi^{new}}{dt_f} \quad (3.2.2)$$

Από τη γραμμικοποίηση του όρου αυτού προκύπτουν οι ακόλουθοι όροι :

$$S_u = \frac{(\rho V)_P}{dt_f} \phi^{old} \quad (3.2.3)$$

$$S_p = -\frac{(\rho V)_P}{dt_f} \quad (3.2.4)$$

Ο συντελεστής υποχαλάρωσης  $dt_f$  δηλώνει το ψευδές χρονικό βήμα. Όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής αυτός, τόσο πιο μεγάλη είναι η τιμή των όρων  $S_u$  και  $S_p$ , επομένως τόσο πιο πολύ η νέα λύση τείνει να ταυτίζεται με αυτή της προηγούμενης επανάληψης (ισχυρή υποχαλάρωση). Η τεχνική της υποχαλάρωσης ψευδούς χρονικού βήματος εφαρμόζεται στις εξισώσεις ορμής και συστατικών.

Η διαπίστωση της σύγκλισης της λύσης στο πρόβλημά μας πραγματοποιείται με τα εξής κριτήρια :

1. Η πτώση των υπολοίπων στις εξισώσεις κάτω από μια τιμή που έχει προεπιλεγεί (επίτευξη απαιτούμενης ακρίβειας). Τα υπόλοιπα εκφράζουν τις διαφορές των μεταβλητών μεταξύ δυο διαδοχικών επαναλήψεων. Γενικά θέλουμε επίτευξη της απαιτούμενης ακρίβειας, δηλ. η πτώση των υπολοίπων (residuals) κάτω από μία τιμή που έχει προεπιλεγεί από το χρήστη και εκφράζει την απαιτούμενη ακρίβεια της σύγκλισης. Η τιμή αυτή λαμβάνεται ως το 1/1000 της εισροής για κάθε μεταβλητή που επιλύεται. Τα residuals καθορίζονται για κάθε μεταβλητή που επιλύεται και είναι η άθροιση για όλα τα πλεγματικά σημεία των υπολοίπων διαφορικών εξισώσεων

2. Ικανοποίηση των ισοζυγίων ορμής, μάζας και των επιμέρους συστατικών συνολικά σε όλο το πεδίο της λύσης.
3. Ρεαλιστικότητα λύσης.
4. Επίτευξη της σταθεροποίησης της τιμής της μεταβλητής που επιλύεται, σε συγκεκριμένο σημείο, κατά τη διάρκεια διαδοχικών επαναλήψεων.

Οι συντελεστές υποχαλάρωσης που χρησιμοποιήσαμε στις παρούσες προσομοιώσεις δεν ήταν οι προεπιλογές του Fluent όπου χρησιμοποιήσαμε μικρότερες τιμές για καλύτερη σύγκλιση ήταν :

Για την Πίεση: 0.3

Για την Όρμη: 0.4

Για τη τυρβώδη κινητική ενέργεια: 0.3

Για τον Ειδικό ρυθμό καταστροφής της τύρβης  $\omega$ : 0.3

### 3.3 Κανόνες αριθμητικής μοντελοποίησης

Οι 4 βασικοί κανόνες [14] που θα πρέπει να πληρούνται κατά τη μοντελοποίηση του προβλήματός είναι οι εξής:

1. *Αντιστρεπτότητα.* Η ανηγμένη ροή διαμέσου μίας πλευράς που ανήκει σε δύο γειτονικούς όγκους ελέγχου θα πρέπει να είναι ακριβώς ίδια στις αλγεβρικές εξισώσεις που αφορούν στους δύο αυτούς όγκους ελέγχου. Έτσι λοιπόν θα πρέπει η θερμική ροή για παράδειγμα που εγκαταλείπει έναν όγκο ελέγχου διαμέσου μίας επιφάνειάς του να είναι ίδια με τη ροή που εισέρχεται στον επόμενο όγκο ελέγχου διαμέσου της ίδιας επιφάνειας. Αν κάτι τέτοιο δεν ισχύει, το συνολικό ισοζύγιο δεν θα ικανοποιείται.

2. *Θετικοί συντελεστές.* Τα περισσότερα προβλήματα μοντελοποίησης είναι τέτοια που οι τιμές σε κάποιο πλεγματο σημείο επηρεάζονται από τις τιμές στα γειτονικά πλεγματο σημεία μόνο μέσω συναγωγής και διάχυσης. Είναι λοιπόν αναμενόμενο ότι η αύξηση μιας τιμής σε ένα σημείο θα πρέπει να οδηγήσει και σε αύξηση της τιμής στο γειτονικό σημείο με την προϋπόθεση ότι οι υπόλοιπες συνθήκες παραμένουν σταθερές. Στη γενική αλγεβρική εξίσωση μία αύξηση του  $\Phi_E$  πρέπει να οδηγήσει σε αύξηση και του  $\Phi_P$ . Άρα λοιπόν οι συντελεστές τους  $A_E$  και  $A_P$  πρέπει να είναι ομόσημοι. Οι συντελεστές όλων των γειτονικών σημείων επιλέγονται να είναι θετικοί.

3. *Γραμμικοποίηση πηγών με αρνητική κλίση.* Σύμφωνα με τη γενική εξίσωση (4.20), ακόμα και αν όλοι οι γειτονικοί συντελεστές είναι θετικοί ο κεντρικός συντελεστής  $A_P$  μπορεί να βγει αρνητικός λόγω του όρου  $S_p$ . Αυτό μπορεί να αποφευχθεί ορίζοντας ότι πρέπει πάντα ο συντελεστής αυτός να είναι μικρότερος ή ίσος με το μηδέν. Αυτός ο κανόνας δεν είναι τόσο αυθαίρετος όσο αρχικά φαίνεται. Οι περισσότερες από τις φυσικές διεργασίες παρουσιάζουν σχέση αρνητικής κλίσης μεταξύ της μεταβλητής και του όρου πηγής. Πράγματι αν το  $S_p$  ήταν θετικό, τότε η φυσική διεργασία μπορεί να γινόταν ασταθής. Θετικό  $S_p$  θα σήμαινε ότι με αύξηση της θερμοκρασίας  $T_p$  αυξάνει και ο όρος πηγής κάτι που εκ νέου θα οδηγούσε σε νέα αύξηση της  $T_p$  κ.ο.κ. Έτσι λοιπόν θα παρουσιαζόταν αστάθεια και μπορεί να προέκυπτε μη αποδεκτή φυσικώς λύση.

4. *Άθροισμα των γειτονικών συντελεστών.* Συχνά η Μερική Διαφορική Εξίσωση περιέχει μόνο παραγώγους των μεταβλητών. Τότε  $\Phi$  και  $\Phi+c$  (όπου  $c$  αυθαίρετη σταθερά) ικανοποιούν τη Μ.Δ.Ε. Αυτή η ιδιότητα της Μ.Δ.Ε. πρέπει να αντικατοπτρίζεται και στην αντίστοιχη Εξίσωση Πεπερασμένων Διαφορών (διακριτοποιημένη εξίσωση). Άρα η αλγεβρική εξίσωσή μας πρέπει να ισχύει και όταν αυξηθούν τα  $T_p$  και όλα τα γειτονικά  $T_\Gamma$  κατά μία σταθερά. Αυτό οδηγεί στη σχέση που αποτελεί τον τέταρτο κανόνα:

$$a_p = \sum a_\Gamma$$

Ο κανόνας αυτός υπονοεί ότι η κεντρική τιμή της θερμοκρασίας  $T_p$  είναι ένας μέσος όρος –με συντελεστές βαρύτητας- των γειτονικών τιμών  $T_\Gamma$ . Όταν δεν υπάρχει όρος πηγής και όλοι οι γειτονικοί συντελεστές είναι ίσοι, τότε θα πρέπει και η κεντρική θερμοκρασία να είναι ίση με αυτές.

### 3.4Η μοντελοποίηση της τύρβης

Η μοντελοποίηση της τύρβης, ξεκίνησε να υλοποιείται με το μοντέλο μήκους ανάμειξης του Prandtl, τον κυριότερο εκπρόσωπο μοντέλων μίας εξίσωσης, που στηρίζεται στη παραδοχή ότι μια κλίμακα μήκους και ταχύτητας αρκούν να περιγράψουν τις επιδράσεις της τύρβης. Αυτή η κλίμακα μήκους θα είναι και η χαρακτηριστική διάσταση των μεγάλων δινών, που ανταλλάσσουν ενέργεια με την μέση ροή. Αυτό το μοντέλο, δουλεύει καλά για απλές διδιάστατες τυρβώδεις ροές, όπου κυριαρχούν οι όροι κλίσης της ταχύτητας  $\frac{\partial U}{\partial y}$  και οι τάσεις Reynolds

$\tau_{xy} = -\overline{\rho u' v'}$ . Η διατμητική τάση, μπορεί να περιγραφεί με την ακόλουθη σχέση:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\overline{\rho u' v'} = \rho \cdot l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.4.1)$$

Σε διδιάστατα πεδία ροής, που οι τυρβώδεις ποσότητες έχουν ισότροπο χαρακτήρα χωρίς έντονες αλλαγές της κλίμακας μήκους, το μοντέλο μήκους ανάμειξης είναι ικανοποιητικό. Όταν όμως η μεταφορά και η συναγωγή της τύρβης γίνεται πιο έντονα, με ταχείες αλλαγές της κλίμακας μήκους και ταχύτητας των δινών, όπως συμβαίνει σε ανακυκλοφορίες, τα μοντέλα μίας εξίσωσης και ιδιαίτερα του Prandtl, δεν είναι πλέον αξιόπιστα.

Χρειάζονται μοντέλα, που μοντελοποιούν την δυναμική της τύρβης. Το μοντέλο  $k-\epsilon$  [21] είναι ένα από αυτά, διότι επιλύει σε όλο το πεδίο ροής την μεταφορά κρίσιμων τυρβωδών μεταβλητών, όπως της κινητικής ενέργειας της τύρβης  $k$  και του ρυθμού διασκεδασμού της τύρβης  $\epsilon$ . Βέβαια τα μοντέλα δυο εξισώσεων που στηρίζονται στην υπόθεση Boussinesq για να συνδέσουν τις τάσεις Reynolds με τους μέσους ρυθμούς παραμόρφωσης είναι έγκυρα για ροές με ισότροπη τύρβη, δηλαδή ροές χωρίς έντονους στροβιλισμούς και ακτινικές κλίσεις πιέσεων. Αρχικά θα παρουσιάσουμε το μοντέλο τύρβης  $k-\epsilon$  για λόγους πληρότητας γιατί στα μοντέλα των ενισχυμένων συναρτήσεων τοίχου που χρησιμοποιήσαμε για το  $k-\omega$  στο αραιό πλέγμα  $\sim 40.000$  κελίων εμφανίζονται σταθερές άλλα και ποσότητες που

εμφανίζονται και ορίζονται πρωταρχικά στο κλασσικό μοντέλο  $k-\varepsilon$ . Το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε στις παρούσες προσομοιώσεις μας που είναι το SST  $k-\omega$  (που είναι κατάλληλο για απότομες κλίσεις ταχυτήτων και πίεσης καθώς και για υψηλούς αριθμούς Reynolds αλλά όπως βρίσκουμε και στην διεθνή βιβλιογραφία από πρόσφατη μελέτη (2013) των Douvriat. al. [1], και για τη συγκεκριμένη ροή δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τα άλλα κλασσικά μοντέλα R.A.N.S. όπως το  $k-\varepsilon$  και Spalart-Allmaras).

### 3.4.1 Το μοντέλο τύρβης $k-\varepsilon$

Το  $k-\varepsilon$  έχει αποδείξει σε συγκρίσεις με πειραματικά αποτελέσματα, ότι είναι αρκετά ακριβές και γι' αυτό το λόγο σήμερα είναι το δημοφιλέστερο. Στην κλασσική του μορφή οι δυο εξισώσεις παραγωγής και διασκεδάσμου της τύρβης είναι οι ακόλουθες:

Εξίσωση μεταφοράς για το  $k$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho k V)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (3.4.2)$$

Εξίσωση μεταφοράς για το  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \varepsilon V)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k) - C_{2\varepsilon} \cdot \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.4.3)$$

Ο όρος  $G_k$  αναπαριστά την γένεση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας οφειλόμενη σε κλίσεις της μέσης ταχύτητας. Ο  $G_b$  είναι όρος γένεσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας οφειλόμενης σε ανωστικές δυνάμεις. Ο  $Y_M$  υπολογίζει τη συνεισφορά της θερμικής μεταβολής στην συμπιεστή τύρβη σε σχέση με τον ολικό ρυθμό διασκεδάσμου της. Στην ισόθερμη ροή, που μελετάται σε αυτή τη μελέτη, μόνο ο όρος  $G_k$  από τους παραπάνω είναι μη μηδενικός. Οι  $C_1, C_2, C_3$  είναι σταθερές και οι όροι  $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$  είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για  $k, \varepsilon$  αντίστοιχα. Η εξίσωση του τυρβώδους ιξώδους είναι η παρακάτω:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.4.4) \quad \text{όπου } C_\mu \text{ είναι μια σταθερά.}$$

Σταθερές του μοντέλου:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Οι σταθερές του μοντέλου, έχουν προκύψει από πειραματικά αποτελέσματα σε διατμητικές ροές αέρα και νερού. Τέλος, η βασική μορφή του μοντέλου, όπως περιγράφηκε προϋποθέτει πλήρως τυρβώδη ροή. Η παραγωγή και ο διασκεδάσμος της τύρβης συσχετίζονται μέσω των κλίσεων των ταχυτήτων της μέσης ροής.

### 3.4.2 Το τυρβώδες μοντέλο $k-\omega$ και η παραλλαγή του SST $k-\omega$

Ένα εξίσου σημαντικό μοντέλο είναι το  $k-\omega$ , η ανάπτυξη του οποίου οφείλεται στον Wilcox [22], το οποίο προσομοιώνει κατάλληλα ροές μικρών αριθμών  $Re$ , συμπιεστές ροές και περιπτώσεις διάχυσης διατμητικών ροών (shearflowspreading). Το μοντέλο αυτό υπολογίζει με αρκετή ακρίβεια ροές μεγάλων απορευμάτων, στρωμάτων ανάμειξης, επιπέδων και ακτινικών πιδάκων ροής και γενικά είναι κατάλληλο για ροές με τοιχώματα και ελεύθερες διατμητικές ροές. Μια παραλλαγή του είναι το SST (ShearStressTransport), ένα ευρέως διαδεδομένο μοντέλο χάρη στην ικανότητα του να μετατρέπεται σε  $k-\varepsilon$  μοντέλο στο πυρήνα της ροής και σε  $k-\omega$  κοντά στα τοιχώματα, που όπως θα αναλυθεί παρακάτω, το τελευταίο είναι το καταλληλότερο για προσομοίωση ροής στο τυρβώδες οριακό στρώμα.

Πρόκειται για ένα εμπειρικό μοντέλο, βασισμένο στις εξισώσεις μεταφοράς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του ειδικού ρυθμού διασκεδασμού (ή καταστροφής) της τύρβης  $\omega$ , που είναι ουσιαστικά εδώ ο λόγος  $\varepsilon/k$  [15] (και εκφράζει τη μετατροπή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε θερμική ενέργεια):

Εξίσωση μεταφοράς για το  $k$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho k V)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial y} \right] + G_k - Y_k \quad (3.4.4)$$

Εξίσωση μεταφοράς για το  $\omega$ :

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \omega V)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] + G_\omega - Y_\omega \quad (3.4.5)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις οι όροι  $G_k$ ,  $G_\omega$  αναπαριστούν τη γένεση της τύρβης και του ρυθμού διασκεδασμού της εξαιτίας των μέσων κλίσεων των ταχυτήτων. Οι όροι  $\Gamma_k$ ,  $\Gamma_\omega$  είναι οι αποτελεσματικές διαχυτότητες των  $k$ ,  $\omega$ . Τέλος οι όροι  $Y_k$ ,  $Y_\omega$  είναι ο διασκεδασμός των  $k$  και  $\omega$  λόγω της τύρβης αντίστοιχα. Οι διαχυτότητες

μοντελοποιούνται ως εξής:  $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$ ,  $\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$

Οι όροι  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$  είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για  $k, \omega$  αντίστοιχα. Το τυρβώδες ιξώδες  $\mu_t$ , υπολογίζεται από συνδυασμό των  $k$  και  $\omega$ :

$\mu_t = a^* \rho k / \omega$ , όπου ο συντελεστής  $a^*$  προσαρμόζει το τυρβώδες ιξώδες κάνοντας μια διόρθωση χαμηλού αριθμού  $Re$ .

Το κλασικό μοντέλο  $k-\omega$  ενσωματώνει τροποποιήσεις για τις επιδράσεις που έχουν χαμηλοί αριθμοί Reynolds, η συμπιεστότητα και η διάδοση διατμητικής ροής. Για το λόγο αυτό οι εφαρμογές του εν λόγω μοντέλου, αφορούν κυρίως ροές χαμηλών αριθμών  $Re$  και μικρής έντασης της τύρβης της μέσης ροής και για αυτό είναι ακατάλληλη για την δικιά μας περίπτωση. Για πολύ πυκνά πλέγματα, δεν χρησιμοποιούνται συναρτήσεις τοίχου, αλλά καλύπτεται το φάσμα των τριών υποστρωμάτων του οριακού στρώματος. Μακριά από τον τοίχο ( $y^+ > 30$ ) και κοντά ( $5 < y^+ < 30$ ), χρησιμοποιούνται οι κλασικές συναρτήσεις τοίχου [15] και οι ενισχυμένες συναρτήσεις τοίχου [23] αντίστοιχα.

Η παραλλαγή του μοντέλου που είναι το SST  $k-\omega$  αναπτύχθηκε από τονMenter (1994) για να συνδυάσει αποτελεσματικά τη στιβαρή και ακριβή διατύπωση του μοντέλου  $k-\omega$  στην περιοχή κοντά στο στερεό σύνορο με την ανεξαρτησία της ελεύθερης ροής του μοντέλου  $k-\epsilon$  στο far field. Για να το επιτύχει αυτό, το μοντέλο  $k-\epsilon$  μετατρέπεται σε μια διατύπωση του  $k-\omega$ . Το SST  $k-\omega$  είναι παρόμοιο με το κλασσικό  $k-\omega$ , αλλά περιλαμβάνει μερικές τροποποιήσεις. Οι κυριότερες από αυτές είναι :

- Μια συνάρτηση ανάμιξης πολλαπλασιάστηκε και στο κλασσικό μοντέλο  $k-\omega$  και στο μετασχηματισμένο  $k-\omega$  και προστέθηκε μετά από κοινού. Στην περιοχή κοντά στον τοίχο η συνάρτηση ανάμιξης ενεργοποιεί το κλασσικό  $k-\omega$  ενώ μακριά από την επιφάνεια είναι μηδέν, οπότε ενεργοποιεί το SST $k-\omega$ .
- Ο τροποποιημένος ορισμός του τυρβώδους ιξώδους χρησιμοποιείται για να αποδώσει τη μεταφορά της τυρβώδους διατμητικής τάσης.
- Οι σταθερές του μοντέλου έχουν διαφορετικές τιμές από ότι στο αρχικό.

Αυτά τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα καθιστούν το μοντέλο SST  $k-\omega$  ακριβέστερο και πιο αξιόπιστο για μια ευρύτερη κατηγορία ροών (παραδείγματος χάριν, ροές με μεγάλες κλίσεις πίεσης, αεροτομές, διηχητικά κρουστικά κύματα, κ.τ.λ.) από το κλασσικό  $k-\omega$ . Όπως είπαμε το τυρβώδες μοντέλο SST $k-\omega$ είναι μια συνδυασμένη έκδοση των  $k-\epsilon$  και  $k-\omega$ .

Πιο συγκεκριμένα οι εξισώσεις κλεισίματος που το διέπουν είναι (μέσω χρήσης υλικής παραγώγου):

Εξίσωση μεταφοράς για το  $k$ :

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} + \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k m_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.4.6)$$

Εξίσωση μεταφοράς για το  $\omega$ :

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_i} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega m_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho(1-F_1)\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.4.7)$$

όπου  $\beta^* = \epsilon/k\omega$  και ο τανυστής τυρβωδών τάσεων είναι:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.4.8)$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται από την σχέση:

$$\nu_t = a_1 k / \max(a_1 \omega, \Omega F_2) \quad (3.4.9)$$

όπου το  $\Omega$  είναι η απόλυτη τιμή της στροβιλότητας,  $a_1 = 0.31$  και η συνάρτηση  $F_2$  δίνεται από την σχέση:

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2} \right) \right] \right\}^2, \text{ όπου } y \text{ η απόσταση από το πιο κοντινό σύνορο.}$$

Οι συντελεστές  $\beta, \gamma, \sigma_k$  και  $\sigma_\omega$  ορίζονται σαν συναρτήσεις των συντελεστών των μοντέλων  $k$ - $\epsilon$  και  $k$ - $\omega$  ως εξής:

$$\beta = F_1\beta_1 + (1-F_1)\beta_2, \gamma = F_1\gamma_1 + (1-F_1)\gamma_2, \sigma_k = F_1\sigma_{k1} + (1-F_2)\sigma_{k2}, \sigma_\omega = F_1\sigma_{\omega 1} + (1-F_1)\sigma_{\omega 2}$$

$$\text{όπου η συνάρτηση: } F_2 = \tanh \left\{ \left[ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \right]^4 \right\}$$

$$\text{και ο συντελεστής } CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, 10^{-20} \right)$$

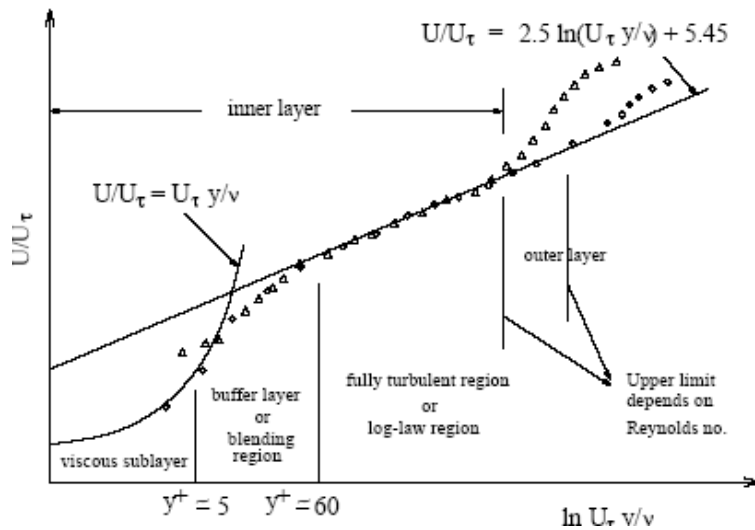
Τέλος οι εμπειρικοί συντελεστές του μοντέλου είναι οι εξής:

$$\beta^* = 0.09, \beta_1 = 0.075, \beta_2 = 0.0828, \gamma_1 = 0.5532, \gamma_2 = 0.4404, \sigma_{k1} = 1.0, \sigma_{\omega 1} = 0.5 \text{ και } \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

### 3.6 Συναρτήσεις τοίχου και θεωρία ενισχυμένης προσέγγισης τοίχου

Οποιοδήποτε τυρβώδες μοντέλο και να χρησιμοποιηθεί, επηρεάζεται άμεσα από την παρουσία τοιχωμάτων. Προφανώς η συνθήκη μη ολίσθησης, που πρέπει να ικανοποιηθεί στον τοίχο, επηρεάζει τη μέση ταχύτητα του πεδίου ροής. Άμεση συνέπεια του τελευταίου είναι να μεταβάλλεται και η τύρβη. Σε πολύ μικρές αποστάσεις από το τοίχωμα, η απόσβεση της ταχύτητας λόγω τριβής, προκαλεί κινηματικό περιορισμό (kinematics blocking) και μειώνει άμεσα την κάθετη συνιστώσα των διακυμαινόμενων ταχυτήτων. Κατά μήκος του εξωτερικού στρώματος η τύρβη επεκτείνεται με ταχύτατους ρυθμούς χάρη στην παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

Η μοντελοποίηση και επίλυση της ροής κοντά στα τοιχώματα επηρεάζει άμεσα την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων, αφού η παρουσία τοιχωμάτων, είναι η πηγή στροβιλότητας και τύρβης. Πειράματα έχουν δείξει ότι η μοντελοποίηση της περιοχής σε εγγύτητα με τα τοιχώματα, χωρίζεται σε τρεις υποπεριοχές: 1. Στρωτό ιξώδες υπόστρωμα (viscoussublayer), όπου οι στρωτές διατμητικές τάσεις κυριαρχούν στη μεταφορά μάζας και ορμής, 2. Μεταβατικό στρώμα (bufferlayer), όπου οι τυρβώδεις και οι στρωτές διατμητικές τάσεις είναι εξίσου σημαντικές και 3. τυρβώδες στρώμα (fully turbulent region), όπου κυριαρχούν οι τυρβώδεις διατμητικές τάσεις. Το παρακάτω διάγραμμα (σχήμα 3.2), δίνει μια εικόνα της κατανομής της ταχύτητας διαιρεμένης με τη ταχύτητα τριβής ως συνάρτηση της απόστασης ( $y^+$ ) από το τοίχωμα.



Σχήμα 3.2: Τα τρία στρώματα μοντελοποίησης κοντά στο τοίχωμα.

Προκειμένου να εξοικονομηθεί χρόνος για ροές υψηλών ταχυτήτων, έχει εφευρεθεί η λύση των συναρτήσεων τοίχου, οι οποίες γεφυρώνουν τη λύση των μεταβλητών μέσα στο οριακό στρώμα με τις τιμές έξω από αυτό. Αυτό μπορεί να γίνει διότι δε χρειάζεται να δημιουργηθεί πλέγμα που να καλύπτει όλη τη ζώνη του τυρβώδους οριακού στρώματος, αλλά μόνο ένα μέρος αυτής. Οι κλασσικές συναρτήσεις τοίχου διατυπώθηκαν από τους Launder και Spalding [21] και καλύπτουν ικανοποιητικά το φάσμα των βιομηχανικών ροών. Ξεκινώντας από την διατύπωση τους για τη μεταφορά ορμής, γράφουμε πρώτα το νόμο του τοίχου για μέση ταχύτητα:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (3.6.1)$$

$$\text{όπου } U^* = \frac{\rho U_P C_\mu^{0.25} k_P^{0.5}}{\tau_w} \text{ και } y^* = \frac{\rho y_P C_\mu^{0.25} k_P^{0.5}}{\mu}$$

Αναλυτικά,  $\kappa$  είναι η σταθερά Von Karman,  $E$  μια εμπειρική σταθερά,  $U_P$  η μέση ταχύτητα στο σημείο  $P$ , το οποίο λαμβάνεται ως το τελευταίο πλεγματοεικό σημείο πριν το τοίχο,  $y_P$  η απόσταση από το τελευταίο σημείο μέχρι το τοίχο και  $k_P$  η τυρβώδης κινητική ενέργεια στο σημείο  $P$ .

Όταν η διακριτοποίηση του πλέγματος δίνει  $y^* < 11.225$ , τότε εφαρμόζεται η στρωτή σχέση τάσης-παραμόρφωσης, η οποία γράφεται ως εξής:

$$U^* = y^* \quad (3.6.2)$$

Για μεγαλύτερες τιμές του  $y^*$  εφαρμόζεται ο λογαριθμικός νόμος μέσης ταχύτητας.

Όταν η μεταφορά τύρβης είναι το ζητούμενο στο τυρβώδες οριακό στρώμα, τότε για τα κλασσικά μοντέλα τύπου  $k$ - $\epsilon$  ή  $k$ - $\omega$  ή η παραλλαγή του SST  $k$ - $\omega$  που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα προσομοίωση, (τα οποία είναι και κλασσικά μοντέλα εφαρμογής των συναρτήσεων τοίχου, αφού είναι σχεδιασμένα για υψηλούς αριθμούς  $Re$ ), η συνοριακή συνθήκη για τη τυρβώδη κινητική ενέργεια στο τοίχωμα



άλλα και για τον ειδικό ρυθμό διασκεδασμού (ή καταστροφής) της, επιβάλλει διατήρηση των τιμών τους, με μηδενισμό της παραγωγού τους:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0 \quad (3.6.3)$$

όπου  $n$  είναι η τοπική διεύθυνση κάθετα στο τοίχωμα.

Η παραγωγή της κινητικής ενέργειας  $G_k$  και ο ρυθμός διασκεδασμού της τύρβης στα γειτονικά κελιά των τοιχωμάτων, υπολογίζονται βάσει της τοπικής ενεργειακής ισορροπίας. Σύμφωνα με τη τελευταία η παραγωγή του  $k$  και ο ρυθμός διασκεδασμού του είναι ίσα στο γειτονικό όγκο ελέγχου. Όποτε ο όρος  $G_k$  υπολογίζεται παρακάτω:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_w^2}{\kappa \rho y_p C_\mu^{0.25} k_p^{0.5}} \quad (3.6.4)$$

και οι τιμές τους στο κέντρο του κελίου για τον ρυθμό διασκεδασμού της τύρβης την τυρβώδη κινητική ενέργεια αντίστοιχα είναι:

$$\omega_p = \frac{u_\tau}{\sqrt{C_\mu \kappa y_p}} = \frac{\sqrt{k_p}}{C_\mu^{1/4} \kappa y_p} \quad \text{και} \quad k_p = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu y_p}} \quad (3.6.5)$$

Οι συναρτήσεις τοίχου, που περιγράφηκαν παραπάνω, μοντελοποιούν τη ροή με μεγάλη ακρίβεια, όσο δεν εφαρμόζονται ισχυρές κλίσεις πιέσεων, έντονες αλλαγές διεύθυνσης των ταχυτήτων και η υπόθεση ενεργειακής ισορροπίας της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και του διασκεδασμού είναι έγκυρη. Σε περιπτώσεις έντονων ανακυκλοφοριών ή έντονων μη γραμμικά φαινομένων με αλληλεπιδράσεις αποκολλημένων οριακών στρωμάτων παύουν να εφαρμόζονται.

Στη τελευταία περίπτωση μπορούν να χρησιμοποιηθούν παραλλαγές των συναρτήσεων τοίχου, οι οποίες είναι προσαρμοσμένες για έντονες κλίσεις πιέσεων. Οι συγκεκριμένες δεν θα περιγραφούν αναλυτικά, αλλά ο αναγνώστης αν ενδιαφέρεται μπορεί να ανατρέξει στη βιβλιογραφία [23].

Ολοκληρώνοντας την ενότητα των συναρτήσεων τοίχου, θα αναφέρουμε και τις ενισχυμένες συναρτήσεις τοίχου (Enhanced Wall functions), που μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία σε περιπτώσεις μοντέλων υψηλού  $Re$ , αλλά αυτόματα υπολογίζει με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια και παραμέτρους του πεδίου ροής, που μεταβάλλονται έντονα στις περιοχές χαμηλού αριθμού  $Re$ . Όταν κάποιος ενδιαφέρεται για να μοντελοποιήσει το ιξώδες υπόστρωμα της ροής στον τοίχο (laminar η viscous sublayer), αλλά το πλέγμα δεν παρέχει  $y^+ \approx 1$ , τότε μπορεί να τις εφαρμόσει με ιδιαίτερη επιτυχία, με τη προϋπόθεση ότι το πλέγμα είναι ανάλυσης κοντά στο  $y^+ \approx 30$  (αρχή πλήρως τυρβώδους στρώματος). Στις δικές μας προσομοιώσεις όπως θα δούμε χρησιμοποιήσαμε ένα πλέγμα με  $y^+ \sim 25$  για δύο λόγους: 1.) Να αποδείξουμε την ανεξαρτησία του πλέγματος και 2.) Πραγματοποιήσαμε προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης με αυτό για όλες τις γωνίες προσβολής διότι κάναμε interpolate της λύσης για initialization των αρχικών τιμών των μεταβλητών του πεδίου μας που μας παρήγαγε, στο πλέγμα ανεξαρτησίας που χρησιμοποιήσαμε το οποίο είχε  $y^+ \sim 1$  και δεν χρησιμοποιήσαμε εκεί συναρτήσεις

τοίχου. Αυτό έγινε προφανώς για να επιτύχουμε μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλισης με μικρότερο αριθμό επαναλήψεων στο πυκνό μας πλέγμα.

#### Διζωνικό μοντέλο ενισχυμένων συναρτήσεων τοίχου (Enhanced Wall Functions)

Οι συναρτήσεις τοίχου, προσαρμόζονται σε έναν ενιαίο νόμο τοίχου στο διζωνικό μοντέλο σύμφωνα με τη συνάρτηση που προτείνει ο Kader [23], η οποία καταφέρνει να συζευξει το γραμμικό και λογαριθμικό νόμο τοίχου σε έναν ενιαίο νόμο και χρησιμοποιείται στο μοντέλο SSTk- $\omega$  στο Fluent. Τότε το σφάλμα των παραπάνω πλεγμάτων δεν θα είναι μεγάλο σε σχέση με τα πλέγματα πυκνής διακριτοποίησης, που επιλύουν το στρωτό υπόστρωμα της ροής.

Η συνάρτηση τοίχου του Kader είναι η εξής:  $u^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} u_{turb}^+$  (3.6.6)

για την οποία η συνάρτηση σύζευξης είναι η:  $\Gamma = -\frac{a(y^+)^4}{1+by^+}$  (3.6.7)

όπου  $a=0.01$  και  $b=5$ .

Με παρόμοιο τρόπο η γενική εξίσωση για την παράγωγο  $\frac{du^+}{dy^+}$  είναι:

$$\frac{du^+}{dy^+} = e^\Gamma \frac{du_{lam}^+}{dy^+} + e^{\frac{1}{\Gamma}} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (3.6.8)$$

Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει την εύκολη τροποποίηση του πλήρως τυρβώδους νόμου και επέκταση του ώστε να ληφθούν υπόψη και άλλες επιδράσεις όπως οι διαβαθμίσεις πίεσης ή οι ιδιότητες των μεταβλητών. Ο τύπος αυτός εγγυάται επίσης τη σωστή ασυμπτωτική συμπεριφορά για μεγάλες και μικρές τιμές του  $y^+$  και την εύλογη αναπαράσταση του προφίλ της ταχύτητας στις περιπτώσεις όπου το  $y^+$  πέφτει μέσα στην αρχή της περιοχής του μεταβατικού στρώματος (buffer region) ( $3 < y^+ < 10$ ).

Οι ενισχυμένες συναρτήσεις τοίχου αναπτύχθηκαν με ομαλή σύζευξη ενός ενισχυμένου τυρβώδη νόμου του τοίχου με το νόμο των ελασματοειδών τοίχων. Ο ενισχυμένος τυρβώδης νόμος του τοίχου για συμπιεστή ροή (όπως αυτή που λύνουμε εδώ - πυκνότητα αέρα) με κλίσεις πίεσης (οι όροι για μετατοπίσεις θερμότητας δεν αναφέρονται γιατί δεν μας αφορούν αφού δεν έχουμε και μεταφορά θερμότητας στο πρόβλημα μας) έχει προκύψει συνδυάζοντας τις προσεγγίσεις των White και Cristoph [24] και Huang et al. [25]:

$$\frac{du_{turb}^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+} [S']^{1/2} \quad (3.6.9) \quad \text{όπου } S' = \begin{cases} 1+ay^+, & \text{για } y^+ < y_s^+ \\ 1+ay_s^+, & \text{για } y^+ \geq y_s^+ \end{cases} \quad (3.6.10)$$

και

$$a = \frac{\nu_w}{\tau_w U^*} \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{\rho (U^*)^3} \frac{dp}{dx} \quad (3.6.11)$$

όπου  $y_s^+$  είναι η θέση στην οποία θα παραμείνει σταθερή η κλίση του λογαριθμικού νόμου. Η προεπιλογή είναι  $y_s^+ = 60$ . Ο συντελεστής  $a$  στην εξίσωση (3.6.9)

αντιπροσωπεύει τις επιδράσεις των κλίσεων της πίεσης. Η εξίσωση (3.6.9) είναι μια συνήθης διαφορική εξίσωση και το FLUENT μας παρέχει μια κατάλληλη αναλυτική λύση. Εάν  $a = 0$ , μια αναλυτική λύση θα οδηγούσε στον κλασικό τυρβώδη λογαριθμικό νόμο του τοίχου.

Ο νόμος του τοίχου (laminar wall) προσδιορίζεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\frac{du_{lam}^+}{dy^+} = 1 + ay^+ \quad (3.6.12)$$

Σημειώστε ότι η παραπάνω έκφραση περιλαμβάνει μόνο τις επιδράσεις των κλίσεων πίεσης μέσω του  $a$ , ενώ οι επιδράσεις των ιδιοτήτων των μεταβλητών λόγω της μεταφοράς θερμότητας και της συμπιεστότητας στον νόμο του τοίχου (laminar wall) παραμελούνται. Αυτές οι επιδράσεις δεν λαμβάνονται υπόψη επειδή θεωρούνται ότι είναι δευτερεύουσας σημασίας όταν εμφανίζονται κοντά στον τοίχο. Έτσι η ολοκλήρωση της εξίσωσης (3.6.12) δίνει:

$$u_{lam}^+ = y^+ \left( 1 + \frac{a}{2} y^+ \right) \quad (3.6.13)$$

Η οριακή συνθήκη για την κινητική ενέργεια στροβιλισμού είναι η ίδια με αυτή των κλασικών συναρτήσεων τοίχου (εξίσωση 3.6.3). Εντούτοις, η παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (production of turbulence kinetic energy)  $G_k$  υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις κλίσεις των ταχυτήτων που είναι συνεπής με τον ενισχυμένο νόμο του τοίχου (εξισώσεις 3.6.6 και 3.6.8), εξασφαλίζοντας μια τυποποίηση που ισχύει σε όλη την περιοχή κοντά στον τοίχο.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

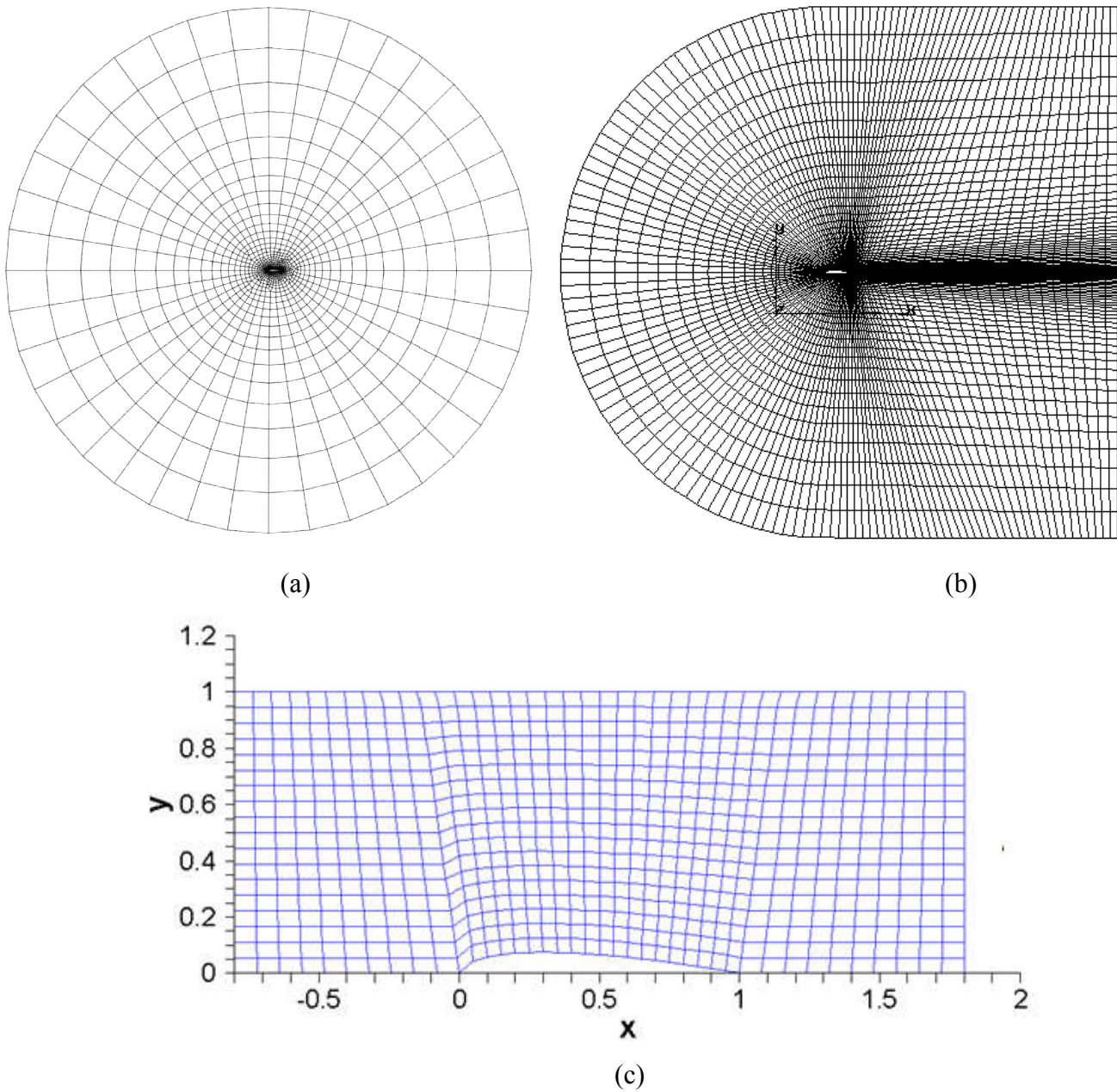
## 4.1 Τα υπολογιστικά πλέγματα και οι συνοριακές συνθήκες

Ένα πολύ σημαντικό και καθοριστικό στάδιο για την ακρίβεια και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων είναι η κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος της προσομοίωσης. Δηλαδή ο χωρικός διαμερισμός του υπολογιστικού πεδίου. Οι κύριες τεχνικές γένεσης αυτών των πλεγμάτων χωρίζονται σε πολλές κατηγορίες, αλλά εδώ θα αναφερθεί αυτή που εφαρμόσαμε στην παρούσα εργασία και η οποία υλοποιήθηκε από τον εμπορικό κώδικα Gridgen της Pointwise. Χρησιμοποιήθηκε δομημένο πλέγμα με τετράπλευρα κελιά, ακολουθώντας την Laplace ή Poisson γένεση πλεγμάτων [14], με πρόσθετες τεχνικές, που υιοθετούνται στο όριο του χωρίου, όπως είναι αυτή του Thomas-Middlecoff. Συνήθως τα πλέγματα αυτά ομαλοποιούνται βελτιώνοντας την ορθογωνικότητα τους βάσει μεθόδων Laplace, που οδηγούν στην επίλυση συνήθων διαφορικών εξισώσεων [26]. Τα πλεονεκτήματα τους είναι η ευθυγράμμιση του πλέγματος με την επερχόμενη ροή, μειώνοντας την αριθμητική διάχυση και η πολύ καλή επίλυση οριακών στρωμάτων, χάρη στην γεωμετρικά καλή πύκνωση που μπορεί να επιτύχει. Κύρια μειονεκτήματα, είναι το ότι η πύκνωση δεν μπορεί να έχει τοπικό χαρακτήρα, διότι επεκτείνεται σε όλο το χωρίο γένεσης του δομημένου πλέγματος και το δεύτερο, το οποίο είναι απότοκο του πρώτου είναι η γένεση κελιών πολύ μεγάλου συντελεστή ύψους-πλάτους, που συνήθως δημιουργεί προβλήματα σύγκλισης και ακρίβειας

Για τη ροή αεροτομής όταν χρησιμοποιούνται Euler μοντέλα περιγραφής και επίλυσης, υπάρχουν τρία διαφορετικά είδη δομημένων πλεγμάτων που κυρίως χρησιμοποιούνται συνήθως και αυτά είναι τα εξής:

- 1.) Δομημένο πλέγμα τύπου-C (C-type mesh),
- 2.) Δομημένο πλέγμα τετραγωνικού τύπου (Square(S) type mesh)
- και 3.) Δομημένο πλέγμα τύπου O (O-type mesh).

Το πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε για αυτές τις προσομοιώσεις είναι βασισμένο στο πλέγμα γεωμετρίας τύπου-C, το οποίο είναι δομημένο πλέγμα με τετράπλευρα. Αυτού του είδους το πλέγμα τύπου-C αποδεικνύεται ότι είναι η καλύτερη επιλογή για να ακολουθήσει την καμπυλότητα της αεροτομής προσφέροντας κελιά με καλή ορθογωνικότητα γύρω από την αεροτομή αλλά και στην περιοχή του απορρεύματος να έχουμε πλήρως ορθογωνικά κελιά. Δηλαδή το πλέγμα τύπου-C εμφανίζεται ως η καλύτερη επιλογή για την διακριτοποίηση του χωρίου καθώς παρουσιάζει και λιγότερα ποσοστά στρεβλότητας (skewness) σε σχέση με τα άλλα δυο πλέγματα. Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζονται οι 3 αυτές κατηγορίες πλεγμάτων γύρω από μία αεροτομή τύπου NACA ενώ το χωρίο τύπου C που χρησιμοποιήσαμε θα παρουσιαστεί στο αμέσως επόμενο σχήμα μαζί με την υπόλοιπη γεωμετρία του προβλήματος .



**Σχήμα 4.1:** Δομημένα πλέγματα : (a) Τύπου-O γύρω από αεροτομή τύπου NACA (b) Τύπου-C γύρω από αεροτομή τύπου NACA (c) Τετραγωνικού τύπου γύρω από συμμετρική αεροτομή.

Για αυτή τη μελέτη που παρουσιάζουμε έχουν χρησιμοποιηθεί 2 ειδών πλεγμάτων και τα 2 τύπου C όπως προαναφέραμε. Αυτό έγινε για τον εξής λόγο: αρχικά έγινε το πλέγμα τύπου C πλήρως δομημένο σε όλη του την έκταση και έγιναν απροβλημάτιστα όλοι οι υπολογισμοί για το μόνιμο πεδίο ροής. Όταν όμως ξεκίνησαν οι υπολογισμοί για γωνίες προσβολής μεγαλύτερες των  $\alpha=17^\circ$  υπήρχαν προβλήματα σύγκλισης καθώς και όταν έγινε αλλαγή με το ίδιο πλέγμα για αυτές τις γωνίες σε μη μόνιμο πεδίο ροής το πλέγμα αδυνατούσε να "πιάσει" το φαινόμενο του shedding. Αυτό είναι πιθανό λόγω της διαμόρφωσης του trailing edge της αεροτομής

όπου υπήρξε μεγάλο aspect ratio στα κελία ακριβώς πίσω από την αεροτομή σε σχέση με αυτά στο πίσω πάνω και κάτω τμήμα της επιφάνειάς της.

Έτσι χρησιμοποιήσαμε την τεχνική του υβριδικού πλέγματος όπου το πλέγμα αποτελείται από 3 τμήματα: Ένα δομημένο γύρω από την αεροτομή για να έχουμε καλό "boundary layer treatment" αλλά και να έχουμε ακρίβεια στους αεροδυναμικούς συντελεστές καθώς διατηρήσαμε το  $y^+ \sim 1$  και μετά πίσω (5 φορές το μήκος της αεροτομής και 2 φορές σε έκταση κατά το εγκάρσιο) ένα αρκετά πυκνό προς το μέρος της αεροτομής μη δομημένο πλέγμα κατά μήκος ουσιαστικά του ομόρρου που αναμένουμε το shedding όπου μας δίνει το πλεονέκτημα να αναιρέσουμε το πρόβλημα με το aspect ratio των ορθογωνικών κελίων που είχαμε πριν καθώς συνδέεται μέσω διεπιφάνειας με το δομημένο πλέγμα γύρω από την αεροτομή καθορίζοντας έτσι μια φυσική συνέχεια του. Και τέλος ένα τρίτο μη δομημένο πλέγμα το οποίο "αγκαλιάζει" τα άλλα 2 υποπλέγματα και εκτείνεται μέχρι τα όρια του υπολογιστικού μας χωρίου.

Με αυτό το πλέγμα καταφέραμε να αποδείξουμε τα εξής (στα οποία θα αναφερθούμε και εκτενώς παρακάτω):

1. Για  $Re=3 \cdot 10^6$  η ροή είναι μόνιμη μέχρι  $\alpha=16^\circ$  ενώ μετά γίνεται μη μόνιμη με αυξανόμενη αταξία στη δομή του ομόρρου καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει.
2. Έγινε επιβεβαίωση της ακρίβειας του κώδικα καθώς συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με τη μόνιμη ροή και το αρχικό υπολογιστικό μας πλέγμα είχαμε απόλυτη ταύτιση σε αυτά και άρα οι υπολογισμοί μας με το αρχικό πλέγμα είναι αξιόπιστοι (πέραν της ανεξαρτησίας πλέγματος που φυσικά πραγματοποιήθηκε στο αρχικό μας πλέγμα).
3. Καταφέραμε να αναδείξουμε όλες της δομές που εμφανίζονται στον ομόρρου για γωνίες προσβολής μεγαλύτερες από τις  $16^\circ$ .

#### ***4.1.1 Διαμόρφωση του υπολογιστικού χωρίου, υπολογιστικό πλέγμα και συνοριακές συνθήκες για την περίπτωση μόνιμης κατάστασης***

Πριν όμως αναφερθούμε αναλυτικά στην δομή του κάθε πλέγματος πρέπει να αναφέρουμε στην θέση των εξωτερικών ορίων αλλά και την διαμόρφωση που έγινε στο χείλος εκφυγής της αεροτομής. Γενικά σε τέτοιους είδους προσομοιώσεις η θέση των εξωτερικών ορίων δεν πρέπει να επηρεάζει την κατανομή της πίεσης πάνω στην επιφάνεια της αεροτομής. Οι Douni et. Al.(2013) [1] έδειξαν ότι όταν η απόσταση μεταξύ του χείλους προσβολής με το κατάντη εξωτερικό όριο είναι μεγαλύτερη ή ίση με  $20L$  και η απόσταση μεταξύ του χείλους εκφυγής με το ανάντη εξωτερικό όριο είναι μεγαλύτερη ή ίση με  $25L$ , τότε οι συντελεστές δυνάμεων και ροπής δεν αλλάζουν (όπου  $L$  είναι η χορδή της αεροτομής) για το πρόβλημα μόνιμης κατάστασης.

Παρόλα αυτά αναφέρουμε ότι η NASA [27] αναφέρει για  $Re=6 \cdot 10^6$  η απόσταση αυτή πρέπει να είναι  $\sim 500L$  εκτός αν χρησιμοποιηθεί σημειακή συνθήκη στροβιλότητας στο εξωτερικό σύνορο, για να ελαχιστοποιηθούν τα προβλήματα που

συνοδεύουν την επίδραση μακρινού πεδίου ροής (far field) που μπορεί να επηρεάσει ιδιαίτερα τα επίπεδα αντίστασης και άνωσης σε υψηλά ανωστικές συνθήκες. Αλλά και πάλι, η προσομοίωση των προδιαγραφών της NASA για αυτό το μεγάλο υπολογιστικό χωρίο απαιτεί πολύ μεγάλη υπολογιστική ισχύ. Ακόμα, τα μακρινά όρια μεγάλου πεδίου συμβάλλουν πολύ λίγο στη διαμόρφωση των αποτελεσμάτων.

Έτσι το υπολογιστικό χωρίο που χρησιμοποιήσαμε είναι πολύ μικρό σε σύγκριση με αυτό που προτείνει η NASA (παρόλα αυτά μεγαλύτερο από αυτό των προσομοιώσεων της Douni) και εμείς χρησιμοποιήσαμε κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Οπότε στη μελέτη που έγινε εδώ χρησιμοποιούνται ασφαλείς αποστάσεις μεταξύ του χείλους προσβολής, του χείλους εκφυγής και των εξωτερικών ορίων του υπολογιστικού μας χωρίου ίσες με 25L (που είναι και η ακτίνα του χωρίου πάνω και κάτω από την αεροτομή) και 35L αντίστοιχα για να εξασφαλιστεί ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ της αεροτομής και των ορίων μακριά από αυτήν.

Ακόμα στο χείλος εκφυγής της αεροτομής δώσαμε ένα πολύ μικρό πάχος για καλύτερη ρεαλιστικότητα στη απόδοση των αποτελεσμάτων αλλά και στη μορφή της ροής αφού δεν είναι δυνατόν να υπάρξει αεροτομή κατασκευαστικά με μηδενικό πάχος στο χείλος εκφυγής. Εκτός αυτού, η διαμόρφωση αυτή στην αεροτομή επιτρέπει ταχύτερη σύγκλιση ενώ υπάρχει περίπτωση αν δεν δοθεί αυτή η διαμόρφωση σε ροές υψηλών αριθμών Re όπως εδώ να μην υπάρχει σύγκλιση. Έτσι το συνολικό πάχος αυτό επιλέχτηκε να είναι 0.003L.

Το αρχικό χωρίο και η διαμόρφωση του ώστε να γίνει η δημιουργία του πλέγματος ώστε το πλέγμα να έχει την καλύτερη δυνατή ποιότητα σε ορθογωνικότητα αλλά και η γεωμετρία της αεροτομής έγιναν στο πρόγραμμα Rhinoceros Ver. 5 και παρουσιάζονται στο σχήμα 4.2. Τέλος για τη δημιουργία της αεροτομής NACA 0012 που ανήκει στην γνωστή κατηγορία 4-ψηφίων της σειράς NACA χρησιμοποιήθηκαν ~ 1000 σημεία συνολικά για το άνω τμήμα -από τα στοιχεία που δίνει η NASA- για την συγκεκριμένη αεροτομή ώστε όταν περάστηκε η spline για να δημιουργηθεί επακριβώς η τελική επιφάνεια της αεροτομής. Ως γνωστόν αυτή η αεροτομή είναι συμμετρική όπου τα ψηφία 00 υποδηλώνουν ότι δεν παρουσιάζει κυρτότητα (camber) ενώ τα ψηφία 12 υποδηλώνουν το λόγο μέγιστου πάχους/μήκος χορδής.

Η αναλυτική συνάρτηση που παράγει το περίγραμμα για τις συμμετρικές (00) 4-ψηφίες NACA δίνεται από τη σχέση:

$$y_i = 5t \left[ 0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4 \right]$$

όπου:

- x είναι η θέση κατά μήκος της χορδής από 0 έως 1.00, (0 έως 100%)
- $y_i$  είναι το μισό πάχος σε δεδομένη τιμή του x (κεντρική γραμμή προς την επιφάνεια), και
- t είναι το μέγιστο πάχος ως κλάσμα ως προς τη χορδή (έτσι το t δίνει τα δύο τελευταία ψηφία στην τετραψήφια ονομασία της NACA διαιρούμενη με 100).

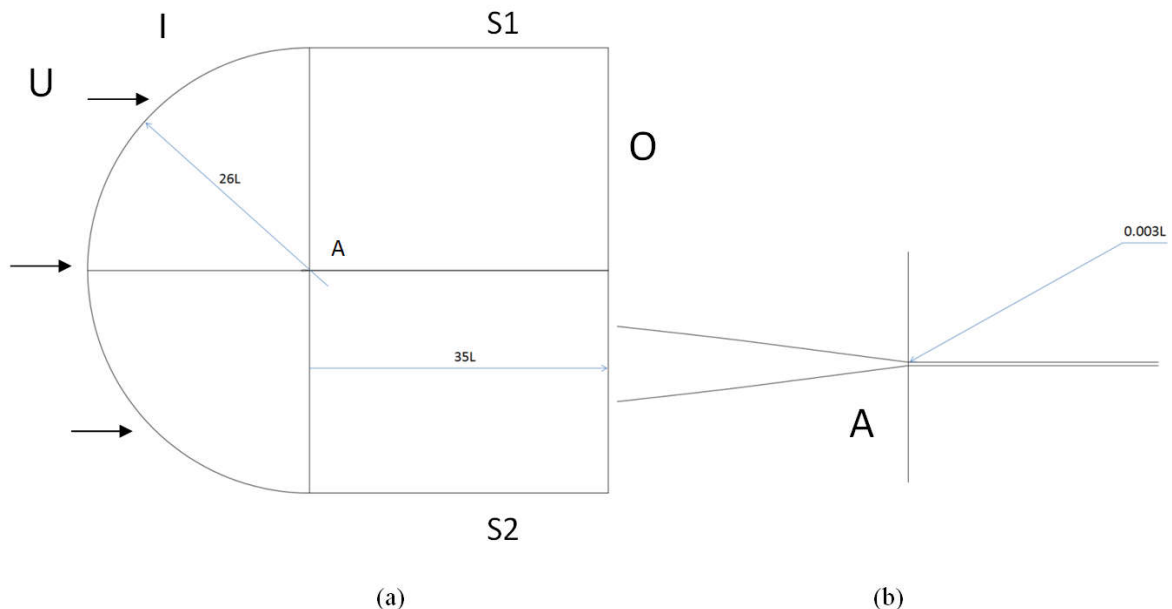
Αναφέρουμε ότι σε αυτή την εξίσωση, στο  $(x / c) = 1$  (το πίσω άκρο της αεροτομής), το πάχος δεν είναι μηδενικό όπως στην αεροτομή που χρησιμοποιήσαμε.

Εάν θέλουμε άκρη μηδενικού πάχους, για παράδειγμα σε υπολογιστική μελέτη που το απαιτεί, ένας από τους συντελεστές πρέπει να τροποποιηθεί έτσι ώστε να αθροίζεται τελικά στο μηδέν. Η τροποποίηση του τελευταίου συντελεστή (π.χ. στο -0.1036) θα έχει ως αποτέλεσμα τη μικρότερη αλλαγή στο συνολικό σχήμα της αεροτομής. Το μπροστινό τμήμα προσεγγίζει έναν κύλινδρο με ακτίνα:  $r = 1.0019t^2c$ , όπου  $c$  το μήκος της χορδής της αεροτομής.

Συνοριακές συνθήκες επιβάλλονται στα αντίστοιχα όρια: στην I - εισροή, στα S1, S2 - συμμετρίας, στο O-εκροή και στο A-στερεό σύνορο (αεροτομή) Στην πανοραμική και μεγεθυμένη άποψη του χωρίου στο σχήμα 4.2 που παρουσιάζεται αριστερά σε αυτό το διάγραμμα δείχνουμε και τα αντίστοιχα σύνορα. συνοριακές συνθήκες του προβλήματος ποιο αναλυτικά είναι δυο και είναι οι εξής:

1.) Μια συνοριακή συνθήκη τύπου εισροής (Velocity inlet) επιβάλλεται μακριά από την αεροτομή σε όλα τα σύνορα δηλαδή μια συνοριακή συνθήκη ταχύτητας εισόδου για το ρευστό όπου εφαρμόζεται σταθερή τιμή για την ταχύτητα μέτρου  $U_\infty$  προς την x-διεύθυνση (της οποίας αλλάζει το μέγεθος κατά την x,y-διεύθυνση αναλύοντας τη ταχύτητα στις συνιστώσες της καθώς εισέρχεται με διαφορετική γωνία αλλάζοντας τη γωνία προσβολής). Το προφίλ της ταχύτητας εισόδου είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα σε όλο το μήκος αυτού του ορίου και υποτίθεται ότι η θέση της αεροτομής δεν ασκεί οποιαδήποτε επίδραση στη συνθήκη εισόδου. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται ότι έχει μέτρο ίσο με  $U_\infty=43.822\text{m/s}$  για αέρα,  $Re=3 \cdot 10^6$  και χαρακτηριστικό μήκος  $c=$ χορδή της αεροτομής $=1\text{m}$ .

2.) Η δεύτερη είναι μια συνθήκη πάνω στην αεροτομή που είναι η κλασική συνθήκη για στερεό σύνορο (no slip condition -συνθήκη Dirichlet) μηδενικού μέτρου ταχύτητας. (Ακόμα η τυρβώδης κινητική ενέργεια πάνω στο τοίχωμα της αεροτομής είναι ίση με το μηδέν και άρα και η κλίση της).



**Σχήμα 4.2:** (a) Παρουσίαση του υπολογιστικού χωρίου και υποχωρίων (subdomains) με την θέση της αεροτομής σε αυτό, οι αποστάσεις της από τα εξωτερικά σύνορα καθώς και οι Σ.Σ. (b) Διαμόρφωση μη μηδενικού πάχους στο χείλος εκφυγής της αεροτομής ( $L=$ ChordLength).



3.) Ταυτόχρονα πρέπει να δώσουμε και στο inlet συνοριακές συνθήκες για το  $k$  και το  $\omega$ . Αυτές ορίζονται μέσω του τυρβώδους κλίμακας μήκους (turbulence length scale) που ορίζεται ως  $l = C_{\mu}^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$  που για την περίπτωση της ροής μας (υψηλού Reynolds) η κατάλληλη τιμή από 5% μέχρι 20% [28]. Εμείς το ορίζουμε 5% και της τυρβώδους έντασης  $I \equiv \frac{u'}{U}$  όπου  $u'$  η RMS τιμή των διακυμάνσεων των τυρβωδών ταχυτήτων και  $U$  η μέση ταχύτητα που ορίζεται από τις συνιστώσες την μέσης ταχύτητας  $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$  και η τιμή που δίνουμε είναι ίση με 1%. Τότε η τυρβώδης κινητική ενέργεια στο inlet υπολογίζεται από τον τύπο:  $k = \frac{3}{2}(UI)^2$  και ο ειδικός ρυθμός διασκεδασμού (καταστροφής) από τον τύπο  $\omega = C_{\mu}^{-1/4} \frac{\sqrt{k}}{l}$ .

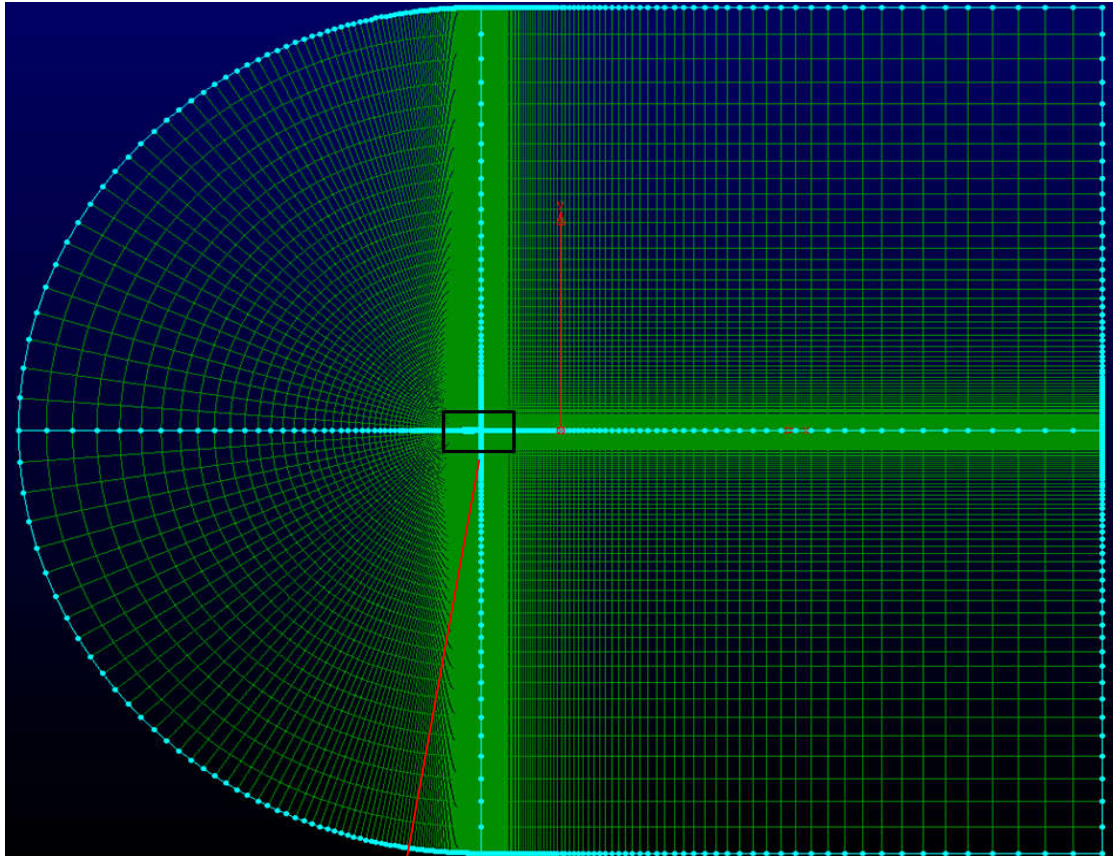
Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε ότι η δημιουργία υποχωρίων μας βοηθά στη δημιουργία υψηλότερης ποιότητας πλέγματος. Χαρακτηριστικά έχουμε :

1. Καλύτερη ορθογωνικότητα στο εμπρόσθιο τμήμα της αεροτομής (μικρό skewness)
2. Πλήρη ορθογωνικότητα σε όλο το χωρίο μετά την αεροτομή.
3. Διαμόρφωση πλέγματος πίσω από το χείλος εκφυγής που εκτείνεται ομοιόμορφα κατά μήκος του χωρίου πίσω από την αεροτομή.

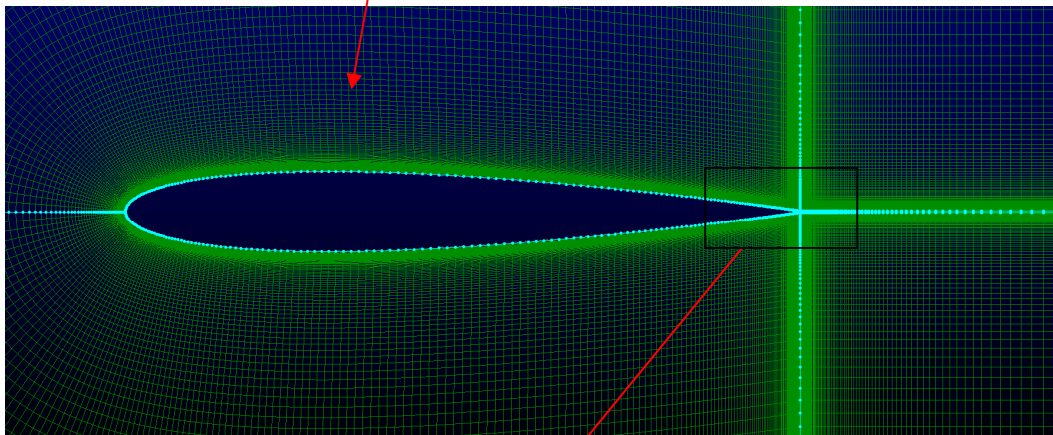
Προφανώς στο τέλος πραγματοποιείται σύζευξη όλων των υποχωρίων με παράλληλη χρήση ειδικών μεθόδων βελτιστοποίησης του πλέγματος όπως ομαλοποίηση κατά Laplace [26] και παίρνουμε το τελικό πλέγμα.

Αρχικά θα αναφερθούμε στο πρώτο πλέγμα που είναι πλήρως δομημένο σε όλη του την έκταση για το οποίο έγινε ανεξαρτησία και χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς μόνιμου πεδίου ροής.

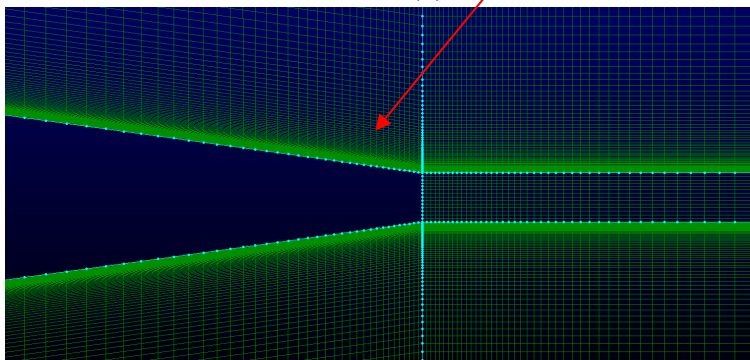
Το πλέγμα αυτής της μελέτης είναι ανομοιόμορφο. Η υπερβολική συνάρτηση εφαπτομένης χρησιμοποιείται για να διακριτοποιηθεί η υπολογιστική περιοχή με στόχο να υπάρχει μια επαρκής πύκνωση κοντά στην επιφάνεια της αεροτομής ώστε να επιλυθεί ικανοποιητικά όλο το οριακό στρώμα άλλα και πύκνωση στο χείλος προσβολής άλλα και στο χείλος εκφυγής διότι εκεί λόγω της γεωμετρίας της αεροτομής θα έχουμε έντονες κλίσεις της ροής. Κοντά στην αεροτομή, τα στρώματα των κελίων είναι πολύ κοντά στην επιφάνεια, και το μέγεθος των κελίων αυξάνει βαθμιαία καθώς η απόσταση από το όριο του κυλίνδρου γίνεται μεγαλύτερη. Όλα τα όρια και οι διαστάσεις της περιοχής είναι διευκρινισμένα στο σχήμα 4.3. Σε αυτό το σχήμα βλέπουμε πάνω το υπολογιστικό μας πλέγμα τύπου-C που χρησιμοποιήσαμε, όπου είναι προφανής η δομή των τετραπλεύρων καθώς στο μεσαίο σχήμα που παρουσιάζεται είναι εμφανής και η πύκνωση που γίνεται στην ακτινική διεύθυνση άλλα και στο χείλος προσβολής και εκφυγής με χρήση της υπερβολικής συνάρτησης εφαπτομένης. Τέλος στο τρίτο τμήμα του σχήματος παρουσιάζεται και η διαμόρφωση του πλέγματος στο χείλος εκφυγής.



(a)



(b)



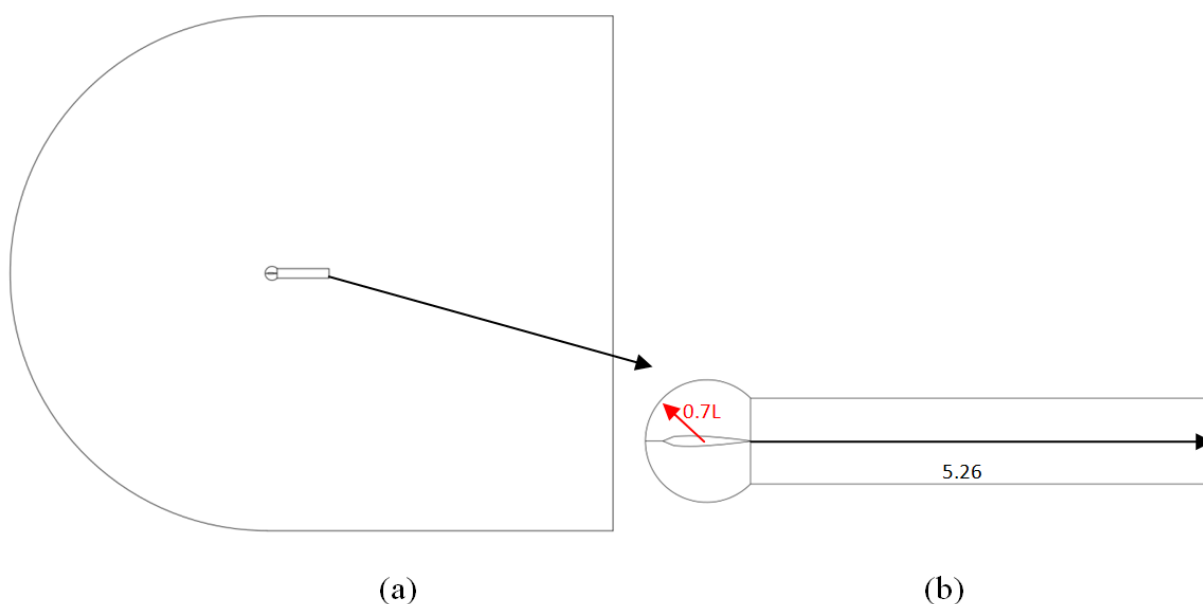
(c)

**Σχήμα 4.3:** Παρουσίαση υπολογιστικού χωρίου (τελικό πλέγμα που προέκυψε από ανεξαρτησία ~160.000 κελία).

#### 4.1.2 Διαμόρφωση του υπολογιστικού χωρίου και υπολογιστικό πλέγμα για την περίπτωση μη μόνιμης κατάστασης.

Οι διαστάσεις του χωρίου μας εδώ είναι πανομοιότυπες με αυτό που χρησιμοποιήσαμε στην περίπτωση της μόνιμης κατάστασης. Το ίδιο ακριβώς ισχύει και για τις συνοριακές συνθήκες και τα εξωτερικά σύνορα. Αυτό όμως που άλλαξε είναι η διαμόρφωση των χωρίων καθώς χρησιμοποιήθηκε τεχνολογία υβριδικού πλέγματος για να μπορέσουμε να αποδώσουμε το μεταβλητό απόρρευμα στον ομόρρου της αεροτομής κάτι που όπως προαναφέραμε το αρχικό πλέγμα παρουσίαζε πρόβλημα.

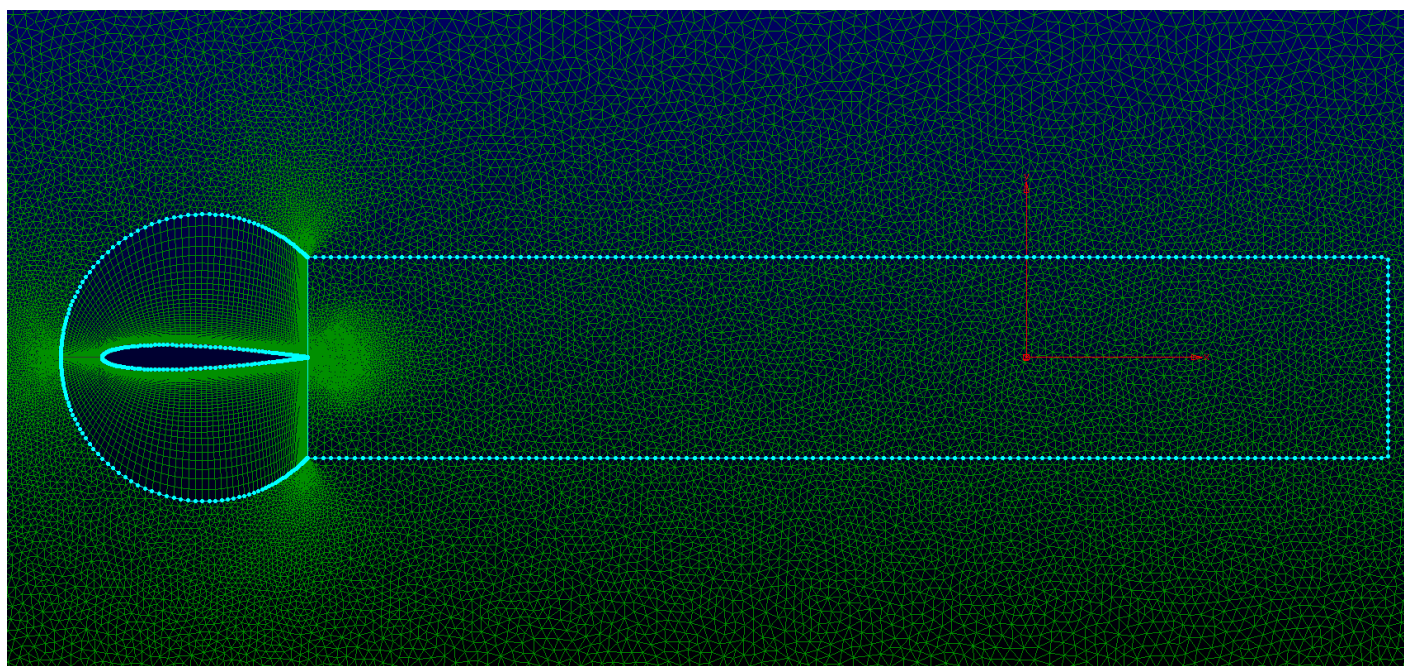
Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται τα σκαρφηματικά 4 υποχωρία που χρησιμοποιούνται καθώς και οι διαστάσεις που υπολείπονται σε σχέση με τα 2 νέα χωρία.



**Σχήμα 4.4:** (a) Παρουσίαση του υπολογιστικού χωρίου και υποχωρίων (subdomains) με την θέση της αεροτομής που χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη του μη μόνιμου προβλήματος. (b) Διαμόρφωση κυκλικού υποχωρίου για την κατασκευή δομημένου πλέγματος γύρω από την αεροτομή με ακτίνα  $0.7L$  ( $L$ =Chord Length) και κέντρο  $(0.5L,0)$  και του υποχωρίου του μη δομημένου πλέγματος μετά το χείλος εκφυγής σε έκταση  $5.26L$  πίσω από την αεροτομή.

Μέσω της τεχνολογίας αυτής (Hybrid Mesh) μπορούμε να αποδώσουμε πλήρως τους αεροδυναμικούς συντελεστές και τα φορτία στην αεροτομή στο μη μόνιμο πρόβλημα (ενώ στη διεθνή βιβλιογραφία σε πολλές περιπτώσεις όπως π.χ.οι Stockdill et al.[29] προσπαθούν μόνο να αναλύσουν την φυσική της ροής με τη δομή του ομόρρου). Ενώ με το μη δομημένο πλέγμα που ακολουθεί την αεροτομή με μεγάλη πύκνωση προς το μέρος της αεροτομής εξαλείφει το πρόβλημα που είχαμε στο προηγούμενο πλήρως δομημένο πλέγμα παρέχοντας κελία "όμοιας" κλίμακας με

αυτά που ενώνονται σαν συνέχεια από το δομημένο πλέγμα με αποτέλεσμα να έχουμε πολύ καλή συμπεριφορά στη περιγραφή του μη μόνιμου απορρεύματος. Τέλος, το εξωτερικό μη δομημένο πλέγμα με πύκνωση από την επιφάνεια των εσωτερικών υποχωρίων προς τα εξωτερικά σύνορα βοηθάει σε μια ομαλή μετάβαση στη διάσταση των κελίων ώστε να επιτυγχάνεται πιο εύκολα η σύγκλιση. Το υπολογιστικό πλέγμα παρουσιάζεται στο σχήμα 4.5. Οι συνοριακές συνθήκες προφανώς παραμένουν ίδιες με αυτές του μόνιμου προβλήματος.



**Σχήμα 4.5:** Παρουσίαση του υπολογιστικού πλέγματος μέσω των υποπλεγμάτων (subdomains) γύρω από την αεροτομή που χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη του μη μόνιμου προβλήματος.

#### **4.2Η μεθοδολογία της αριθμητικής επίλυσης**

Οι αριθμητικές προσομοιώσεις που παρουσιάζονται σε αυτήν την εργασία, έχουν πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια του υπολογιστικού εμπορικού πακέτου υπολογιστικής μηχανικής Fluent VER.15.0 της εταιρίας Ansys. Οι ελλειπτικές μερικές διαφορικές εξισώσεις λύνονται με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων η οποία παρουσιάστηκε διεξοδικά στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο. Η ροή θεωρείται πλήρως ασυμπίεστη, τυρβώδης και μόνιμη (ή μη μόνιμη σε κάποιες προσομοιώσεις που γίνανε με στόχο την περαιτέρω επικύρωση των αποτελεσμάτων αλλά και για μελέτη της περίπτωσης όπου η ροή είναι μη μόνιμη). Οι εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα, περιγράφονται αναλυτικά στις ενότητες 2.2 και 2.3. Το εύρος της ταχύτητας εισόδου είναι αρκετά μεγάλο και ίσο με  $U_{\infty}=43.822\text{m/s}$  και προκύπτει μέσω της χορδής που είναι 1 m για αριθμό  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Η περιοχή μετάβασης στρωτού σε τυρβώδες οριακό στρώμα βρίσκεται στα πρώτα χιλιοστά της αεροτομής. Το τυρβώδες μοντέλο, που χρησιμοποιήθηκε και

προτιμήθηκε για αυτό το τύπο ροών είναι το SST $k$ - $\omega$  του Menter, το οποίο έχει αναλυθεί εκτενώς στην ενότητα 3.4.2.

Το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων που προκύπτει μετά την διάκριτοποίηση των εξισώσεων λύνεται με έναν συζευγμένο επαναληπτικό τρόπο, επομένως, τα πεδία της ταχύτητας και της πίεσης ανανεώνονται μαζί και ταυτόχρονα κατά την επίλυση. Αυτό είναι μια συζευγμένη διαδικασία για την πίεση και την ταχύτητα, η οποία είναι πολύ αποδοτική και συγκλίνει γρηγορότερα από τις κλασικές διαχωριζόμενες προσεγγίσεις για τα καλά-συμπεριφερόμενα προβλήματα σχετικά με τη σύζευξη πίεσης ταχύτητας, έχει εφαρμοστεί ο αλγόριθμος SIMPLEC [30].

Προκειμένου να αυξηθεί η τάξη ακρίβειας μειώνοντας το σφάλμα αποκοπής, χρησιμοποιήθηκε για την διακριτοποίηση των όρων συναγωγής στην εξίσωση της ορμής το σχήμα MUSCLE τρίτης τάξης (third order MUSCLE) που δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες αστάθειες για αυτό τον τύπο ροής [31]. Ενώ το σχήμα δεύτερης τάξης κεντρικών διαφορών (second order central scheme) διακριτοποιεί τους όρους διάχυσης. Ακόμα το σχήμα πρώτης τάξης ανάντη (first order Upwind) χρησιμοποιείται για να διακριτοποιήσει τις εξισώσεις των  $k$  και  $\omega$  του μοντέλου τύρβης. Για την επιτάχυνση όλης της διαδικασίας επίλυσης χρησιμοποιείται η γνωστή πολυπλεγματική μέθοδος με κύκλο συσχέτισης F, συζευγμένη με τη γνωστή στάσιμη επαναληπτική μέθοδο Gauss-Seidel [31]. Η διαδικασία δεν περιλαμβάνει τους ψευδο-χρονικούς όρους και επομένως οι εξισώσεις λύνονται πεπλεγμένα (άμεση διακριτοποίηση και σχηματισμός του αλγεβρικού συστήματος). Όλες οι παραπάνω τεχνικές επίλυσης έχουν εφαρμοσθεί με τη χρήση του εμπορικού πακέτου FLUENT της AnsysInc.

Κατά την επίλυση των εξισώσεων στη μη μόνιμη μορφή τους, χρησιμοποιείται ένα σχήμα διακριτοποίησης πρώτης τάξης για την ολοκλήρωση των εξισώσεων στο χρόνο. Αυτό το σχήμα είναι ρητό (first order implicit) και η διαδικασία επίλυσης παρουσιάζει αριθμητική σταθερότητα. Το χρονικό βήμα για τον συγκεκριμένο  $Re = 3 \cdot 10^6$  επιλέγεται  $dt_0 = 0.005 \text{ sec}$  όπως προτείνουν οι Stockdillet. Al. [29] σε μελέτη τους για  $Re = 10^5$ . Φυσικά με βάση τη συχνότητα που θα παρατηρήσουμε στο shedding μπορούμε να δούμε μεταγενέστερα ότι αυτό το χρονικό βήμα είναι επαρκές ανά περίοδο και αναλύει εκτενώς στο φάσμα του χρόνου το φαινόμενο. Ο ίδιος αδιάστατος χρόνος χρησιμοποιήθηκε και για τα τρεξίματα με γωνίες προσβολής  $\alpha = 12^\circ$  και  $\alpha = 16^\circ$ , όπου είναι ένα βασικό ένα κομμάτι της εργασίας, που χρησιμοποιήθηκε για την επικύρωση των αποτελεσμάτων για την μόνιμη κατάσταση και της ευκρίνειας του πλέγματος για τα τυρβώδη χαρακτηριστικά της ροής.

### 4.3 Χρόνος επίλυσης και σύγκλιση των μεταβλητών επίλυσης

Το κριτήριο του κανονικοποιημένου σφάλματος ορίζεται ως εξής: μετά τη διακριτοποίηση, η εξίσωση διατήρησης μιας μεταβλητής  $f$  σε ένα κελί  $p$  γράφεται ως εξής:

$$a_p f_p = \sum_{m=1, m \neq p}^{m=total} a_m f_m + b$$

όπου  $a_p$  είναι ο συντελεστής του κεντρικού κόμβου και  $a_m$  είναι οι συντελεστές των γειτονικών κόμβων και τέλος  $b$  είναι η συνεισφορά του σταθερού μέρους των πηγών, που είτε υπάρχουν στο φυσικό αεροδυναμικό πεδίο, είτε δημιουργούνται τεχνητά από τις συνοριακές συνθήκες (βλ. Μέθοδο πεπερασμένων όγκων ελέγχου) και αντιπροσωπεύει το σταθερό όρο  $S_C$  της εξίσωσης

$S = S_C + S_p f_p$ , όπου  $S$  είναι ο συνολικός όρος πηγών στις εξισώσεις διατήρησης.

Δηλαδή το  $a_p f_p$  γράφεται και ως εξής:

$$a_p f_p = \sum_{m=1, m \neq p}^{m=total} a_m - S_p$$

Το ολοκληρωτικό υπόλοιπο, που υπολογίζεται στο κώδικα είναι ίσο με τη παρακάτω παράσταση:

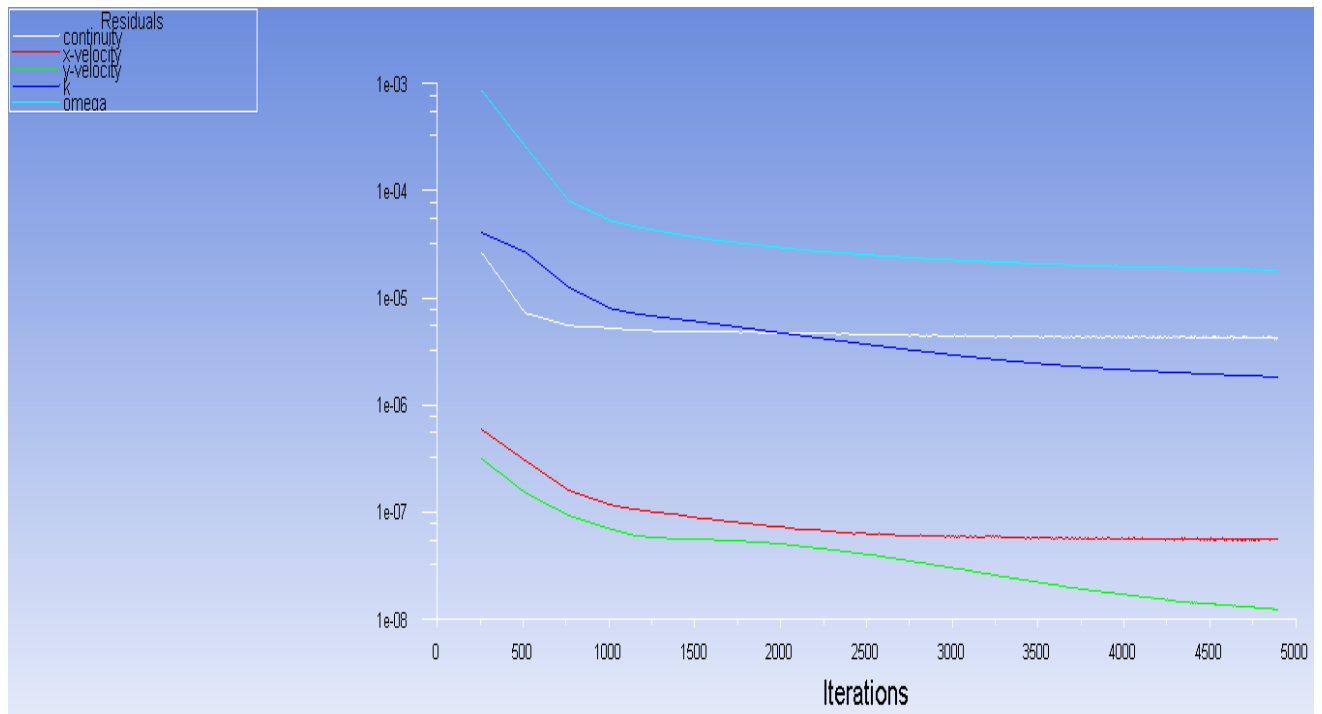
$$R^f = \sum_{n=1}^{m=total} \left| \sum_{m=1, m \neq n}^{m=total} a_m f_m + b - a_p f_p \right|$$

όπου  $total$  είναι ο συνολικός αριθμός των κελιών του υπολογιστικού πλέγματος

Καλύτερα κρίνεται η σύγκλιση από το κανονικοποιημένο ολοκληρωτικό υπόλοιπο (Normalized residual):

$$R^f = \frac{\sum_{n=1}^{m=total} \left| \sum_{m=1, m \neq n}^{m=total} a_m f_m + b - a_p f_p \right|}{\sum_{m=1}^{m=total} |a_p f_p|}$$

Το Σχήμα 4.3, δείχνει ξεκάθαρα τη σύγκλιση της πίεσης (εξίσωση συνέχειας) των ταχυτήτων (εξισώσεις ορμής) της τυρβώδους κινητικής ενέργειας  $k$  (εξίσωση  $k$ ) και της συνάρτησης ρυθμού καταστροφής της τύρβης  $\omega$  (εξίσωση  $\omega$ ) βάσει του κριτηρίου του κανονικοποιημένου σφάλματος για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και γωνία προσβολής  $\alpha = 2$ . Για όλες τις υπόλοιπες προσομοιώσεις η σύγκλιση των μεταβλητών είχε παρόμοια τάξη ακρίβειας με αυτή που παρουσιάζουμε εδώ.



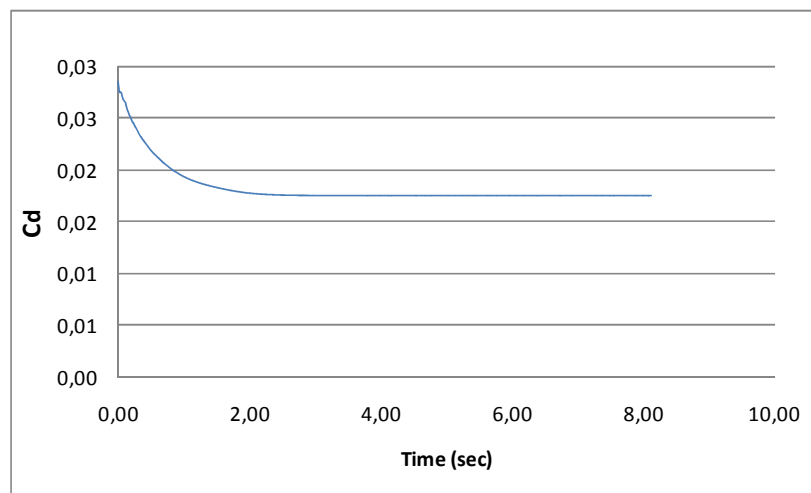
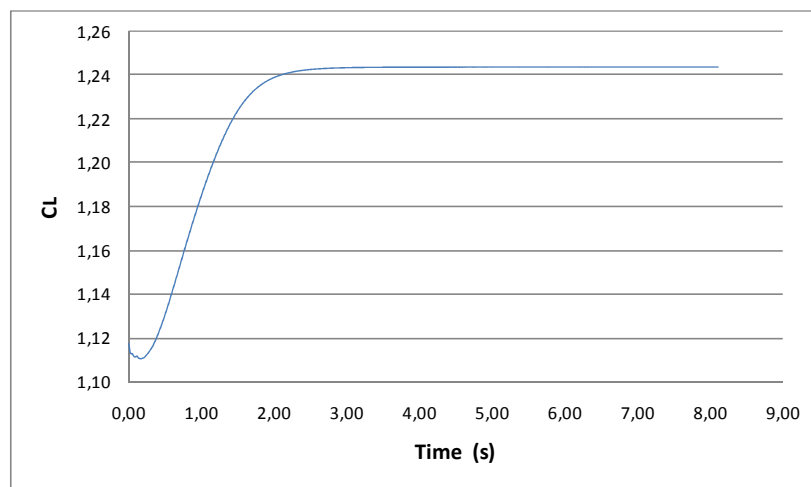
**Σχήμα 4.6:** Πορεία σύγκλισης των μεταβλητών επίλυσης για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και  $\alpha = 2^\circ$ .

#### 4.4 Χρονική εξάρτηση του πεδίου ροής για γωνίες προσβολής $\alpha \leq 16^\circ$

Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα για το μόνιμο πεδίο ροής, πριν όμως συζητήσουμε τα αποτελέσματα αυτά, θα κάνουμε μια λεπτομερή επαλήθευση του αριθμητικού μοντέλου και θα αναλυθούν, τα αριθμητικά αποτελέσματα τους για δυο κρίσιμες γωνίες προσβολής  $\alpha=12^\circ$  και  $\alpha=16^\circ$  (οριακά πριν την απώλεια στήριξης της αεροτομής όπου μετά το πεδίο ροής γύρω από αυτή γίνεται μη μόνιμο) για μη μόνιμη τυρβώδη ροή (με χρήση Unsteady R.A.N.S) στον υπό εξέταση αριθμό  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Ο λόγος για αυτόν τον μη μόνιμο υπολογισμό είναι για να διαπιστωθεί ότι το φαινόμενο του σκορπίσματος (ή έκλυσης) δινών πίσω από την αεροτομή καταστέλλεται στις προσομοιώσεις μας, κατά συνέπεια θα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε υπολογισμούς για ροή μόνιμης κατάστασης και αυτά να παράγουν έγκυρα και αξιόπιστα αποτελέσματα για τη μέση ροή. Με βάση τη βιβλιογραφία, υπάρχει ένα γνωστό όριο της γωνίας προσβολής για τη συγκεκριμένη NACA για τυρβώδεις ροές και γωνία προσβολής  $\alpha \sim 17^\circ$ , όπου πέρα από εκείνη την τιμή το φαινόμενο της έκλυσης δινών εμφανίζεται και δημιουργείται πεδίο ροής μη μόνιμης κατάστασης με παράλληλη απώλεια στήριξης ενώ πριν από αυτή την γωνία η ροή εμφανίζει μόνιμη κατάσταση. Παραδείγματος χάρη, παρατηρήθηκε από τους Mittal & Saxena (2001) [5] ότι για  $Re=10^6$  και γωνία μέχρι  $\alpha=16^\circ$  η ροή εμφανίζει μόνιμη κατάσταση.

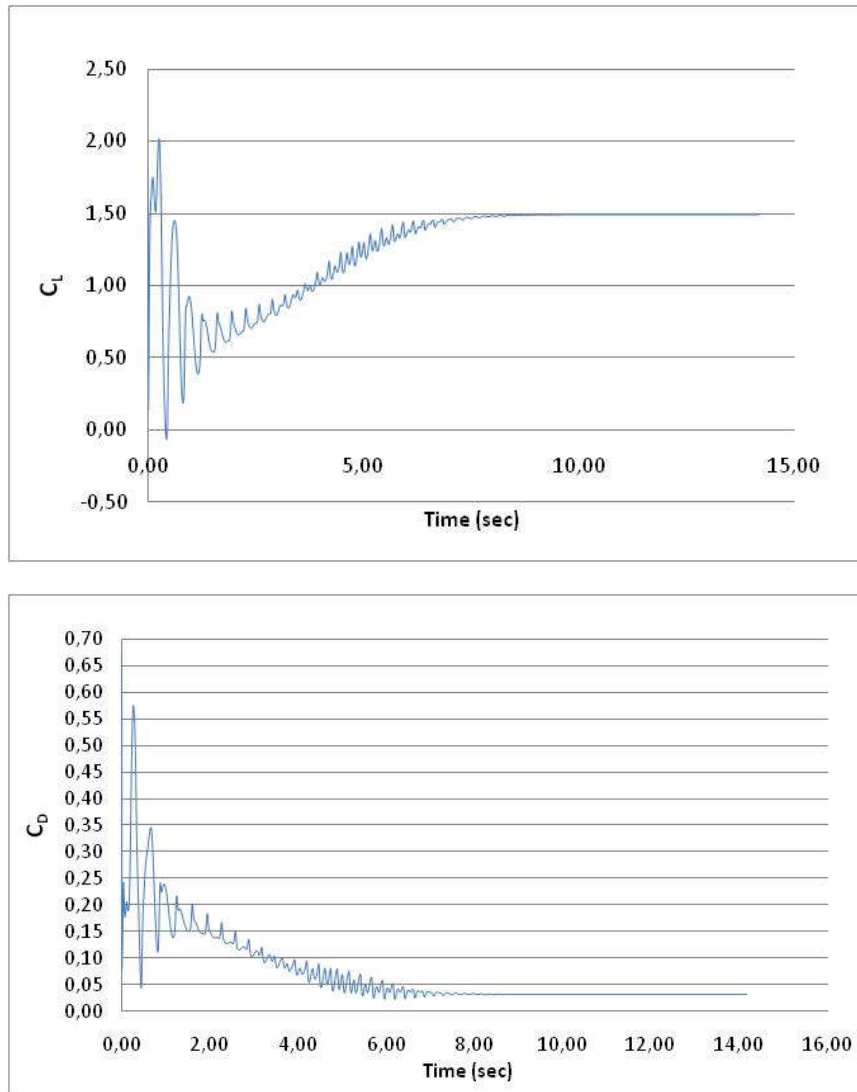
Παρόλα αυτά κρίθηκε απαραίτητο να πραγματοποιηθούν δύο προσομοιώσεις για μη μόνιμη κατάσταση ροής που έγινε για την περισσότερο ευαίσθητη «περίπτωση», για  $\alpha = 16^\circ$  ( οριακή κατάσταση πριν την απώλεια στήριξης για την αεροτομή αυτή για  $Re = 3 \cdot 10^6$ ) άλλα και για μια αρκετά μεγάλη γωνία προσβολής  $\alpha = 12^\circ$  όπου είναι πιθανό να υπήρχε αποκόλληση μη μόνιμης μορφής.

Στο σχήμα 4.7 παρουσιάζεται η μεταβολή για τους συντελεστές αντίστασης και άνωσης που σχεδιάζονται σε σχέση με τον χρόνο. Μετά από έναν σύντομο χρόνο, η ροή παύει να είναι περιοδική και φθάνει σε σταθερή κατάσταση. Στη συνέχεια υποθέτουμε ότι για όλες τις γωνίες προσβολής από  $\alpha=0^\circ$  μέχρι  $\alpha = 16^\circ$ , με πλήρως τυρβώδη χαρακτηριστικά να διέπουν τη ροή, να έχουμε ως αποτέλεσμα ότι προκύπτουν μόνιμα πεδία ταχυτήτων.



(a)





(b)

**Σχήμα 4.7:** Χρονική μεταβολή των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για αριθμό  $Re=3 \cdot 10^6$  με (a)  $\alpha = 12^\circ$  και (b)  $\alpha = 16^\circ$ . Η ροή γίνεται μόνιμη κατάστασης μετά από έναν συγκεκριμένο χρόνο. Το πεδίο της ροής αρχικοποιείται (initialization) από την ταχύτητα στην εισροή για το ελεύθερο ρεύμα χωρίς να εφαρμόζεται καμία τεχνητή διαταραχή.

Παρατηρούμε ότι για την γωνία  $\alpha = 12^\circ$  κατά την πορεία προς την σύγκλιση οι αεροδυναμικοί συντελεστές δεν παρουσιάζουν την ταλάντωση που παρουσιάζουν στην περίπτωση των  $16^\circ$ . Αυτό γίνεται γιατί χρησιμοποιήσαμε κατά τη διάρκεια αυτής της προσομοίωσης την εξής τεχνική: Στην αρχή εκτελέσαμε για έναν αριθμό επαναλήψεων την προσομοίωση θεωρώντας μόνιμη κατάσταση και μετά κάναμε αλλαγή σε μη μόνιμη κατάσταση. Έτσι είχαμε αρχικοποιήσει τις τιμές του πεδίου μας και η σύγκλιση έγινε ομαλά σε αντίθεση με την γωνία των  $16^\circ$  όπου εξ' αρχής η προσομοίωση έγινε θεωρώντας μη μόνιμη κατάσταση από την πρώτη επανάληψη.

#### 4.5 Ανεξαρτησία πλέγματος για το πλέγμα της μόνιμης κατάστασης και ακρίβεια πλέγματος μη μόνιμης κατάστασης

Η ακρίβεια των χρησιμοποιούμενων μεθόδων δεν είναι αρκετή, αν δε συνοδευτεί από τη κατασκευή κατάλληλου πλέγματος, που θα αποτελεί ένα συμβιβασμό μεταξύ ακρίβειας και χαμηλού υπολογιστικού χρόνου και μνήμης. Για αυτό το λόγο έγινε ανεξαρτησία λύσης με τη κατασκευή τεσσάρων πλεγμάτων. Τέσσερα διαφορετικά πλέγματα M1, M2, M3, M4 δομημένη τοπολογία τύπου-C χρησιμοποιήθηκαν για να εξασφαλίσουν την ανεξαρτησία πλέγματος για τα αποτελέσματα που θα παρουσιάσουμε.

Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τις σχετικές λεπτομέρειες για κάθε πλέγμα.

Mesh	Nodes	Cells	D/c	$R^T(1)/L$	$N^c$
M1	41500	40590	61	0.000212	215
M2	92250	90890	61	0.000008	315
M3	163000	161190	61	0.000008	415
M4	253750	251490	61	0.000008	515

**Πίνακας 4.1:** Οι λεπτομέρειες για κάθε πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη ανεξαρτησίας του πλέγματος. Το  $R^T(1)/L$  δείχνει την ελάχιστη ακτινική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων πλέγματος και το  $N^c$  είναι οι κόμβοι, οι οποίοι διακριτοποιούν την επιφάνεια της αεροτομής. Το D/c δηλώνει το λόγο του μήκους του υπολογιστικού χωρίου ως προς το μήκος της χορδής της αεροτομής.

Η έκβαση αυτής της σύγκρισης είναι οι κατανομές των συντελεστών πίεσης και τριβής κατά μήκος της επιφάνειας της αεροτομής (στο πάνω τμήμα) για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και  $\alpha = 0^\circ$ . Σε αυτήν την περίπτωση, η αεροτομή τοποθετείται παράλληλα στο ελεύθερο ρεύμα (μηδενική γωνία προσβολής).

Ο συντελεστής πίεσης σε αυτές τις προσομοιώσεις ορίζεται ως: 
$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2} \quad (4.1)$$

όπως αναφέραμε και στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο, όπου  $p_\infty$ , αντιπροσωπεύει τη μέση πίεση του ελεύθερου ρεύματος στο όριο της εισροής της υπολογιστικής περιοχής.

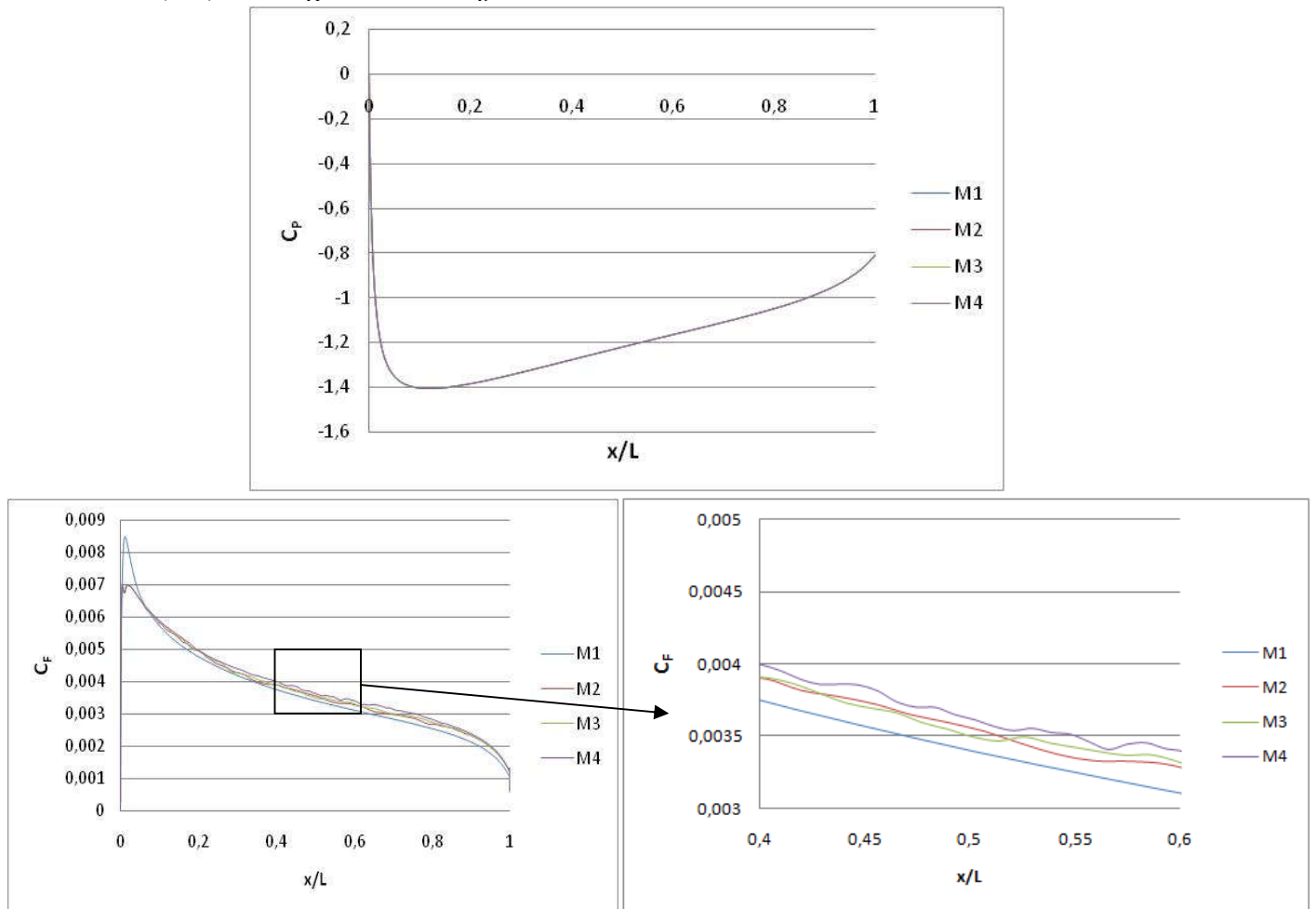
Ακόμα ο συντελεστής τριβής (skin friction coefficient) ορίζεται ως :

$$C_F = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho \cdot U_\infty^2}$$

όπου το  $\tau_w$  είναι η τοπική διατμητική τάση και είναι ίση με  $\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$

οπού το  $\mu$  είναι το μοριακό ιξώδες,  $u$  η ταχύτητα παράλληλη προς το τοίχωμα και  $y$  η απόσταση από το τοίχωμα.

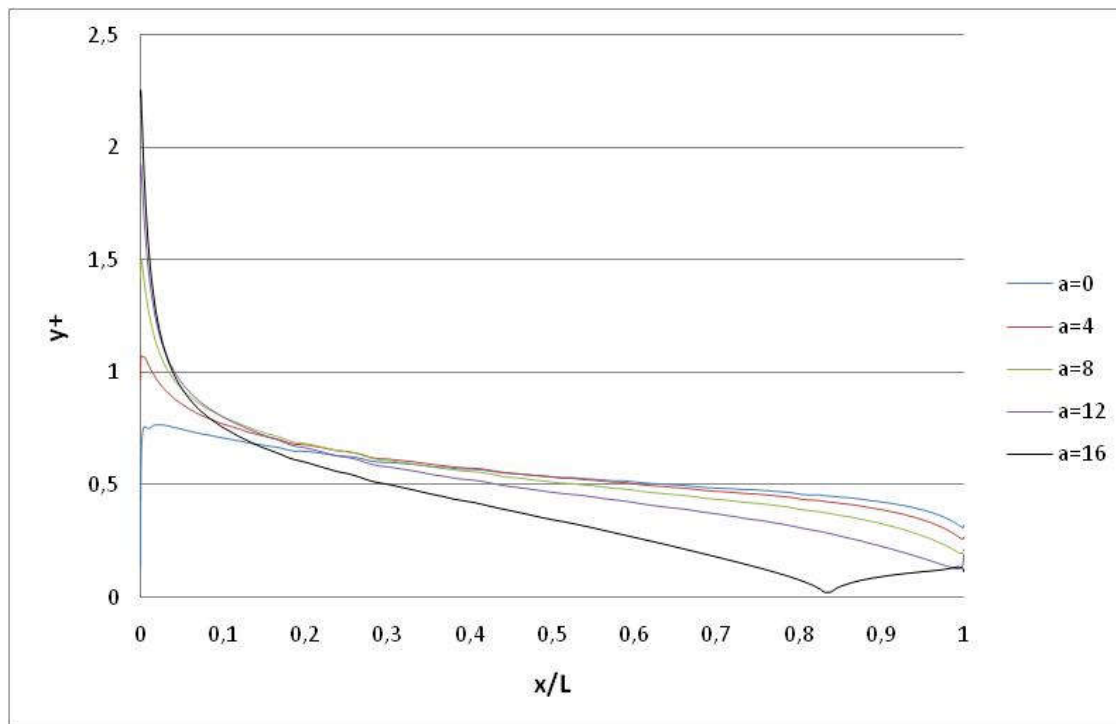
Το σχήμα 4.8 παρουσιάζει τις καμπύλες του συντελεστή πίεσης και τριβής για κάθε ένα από τα τέσσερα πλέγματα. Τα αποτελέσματα του πλέγματος II (M2), III (M3) και IV(M4) είναι σχεδόν ταυτόσημα.



**Σχήμα 4.8:** Η κατανομή των συντελεστών πίεσης και τριβής στην επιφάνεια της αεροτομής για το πλέγμα I (M1) (μπλε γραμμή), το πλέγμα II(M2) (κόκκινη γραμμή) το πλέγμα III(M3) (πράσινη γραμμή) και το πλέγμα IV(M4) (μωβ γραμμή). Η γωνία προσβολής είναι μηδέν και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Στο κάτω δεξιά διάγραμμα εμφανίζουμε μεγεθυμένο το διάγραμμα του  $C_F$  περιοχή από  $0.4 < x/L < 0.6$ .

Από το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε ότι οι καμπύλες του  $C_p$  σχεδόν ταυτίζονται για όλα τα πλέγματα ενώ από τη μορφή του  $C_F$  έχουμε τα πλέγματα M2, M3, M4 είναι αρκετά κοντά ενώ εστιάζοντας στην περιοχή που εμφανίζεται η μεγαλύτερη απόκλιση στο  $0.4 < x/L < 0.6$ , βλέπουμε ότι το M3 πλησιάζει πολύ κοντά στο M4.

Το πλέγμα (M3) επιλέγεται για το σύνολο των αριθμητικών προσομοιώσεων. Τέλος στο παρακάτω σχήμα 4.9 παρουσιάζονται οι καμπύλες του  $y^+$  κατά μήκος του άνω τμήματος της επιφάνειας της αεροτομής για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και το πλέγμα M3.

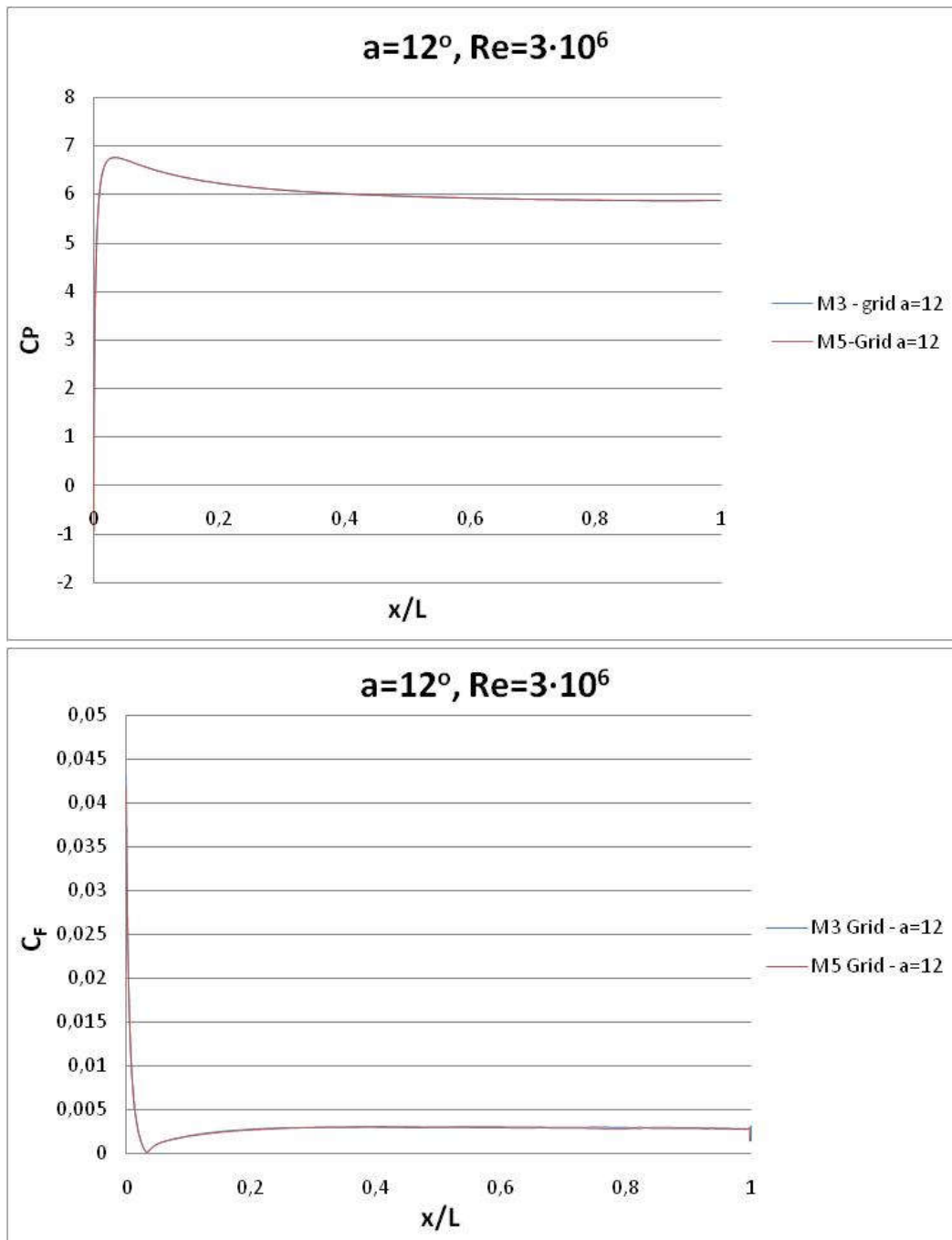


**Σχήμα 4.9:** Η κατανομή του  $y^+$  κατά μήκος της αεροτομής στο άνω τμήμα της για διάφορες γωνίες προσβολής  $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ$  σε  $Re = 3 \cdot 10^6$  για το πλέγμα M3.

Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η γωνία προσβολής της αεροτομής, οι τιμές του  $y^+$  αυξάνονται. Παρόλα αυτά φαίνεται καθαρά ότι το  $y^+$  είναι για όλη την επιφάνεια της αεροτομής συνεχώς μικρότερο από 2 ακόμα και στην πιο απαιτητική και δύσκολη περίπτωση για  $\alpha = 16^\circ$ . Αυτό μας δείχνει ότι το πλέγμα μας είναι αρκετά πυκνό κοντά στην αεροτομή και τα σημεία του πλέγματος είναι αρκετά κοντά στην επιφάνειά της έτσι ώστε το στρωτό οριακό υπόστρωμα να είναι πλήρως επιλύσιμο.

Τέλος παρουσιάζουμε στο σχήμα 4.10 την κατανομή του συντελεστή πίεσης και τριβής στην επιφάνεια της αεροτομής για γωνία προσβολής  $\alpha = 12^\circ$  για το πλέγμα M3 και το πλέγμα M5 το οποίο χρησιμοποιήσαμε για τους μη μόνιμους υπολογισμούς μας για να δείξουμε ότι και αυτό είναι αξιόπιστο παρόλο που αλλάζει η δομή του πλέγματος. Τα στοιχεία του πλέγματος αυτού παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα με την ονοματολογία να ακολουθεί αυτή του πίνακα 4.1 :

Mesh	Nodes	Cells	D/c	$r^+(1)/L$	$N^c$
M5	77244	133456	61	0.000005	215
HYBRID MESH					



**Σχήμα 4.10:** Η κατανομή των συντελεστών πίεσης και τριβής στο κάτω τμήμα της επιφάνειας της αεροτομής για το πλέγμα III (M3) (μπλε γραμμή) -πλέγμα ανεξαρτησίας για προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης, και το πλέγμα IV(M5) (κόκκινη γραμμή) για προσομοιώσεις μη μόνιμης κατάστασης. Η γωνία προσβολής είναι 12 και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ .

Από τα διαγράμματα βλέπουμε ότι υπάρχει απόλυτη σχεδόν ταύτιση για τους δυο αυτούς συντελεστές κατά το μήκος του κάτω τμήματος της αεροτομής κάτι που μας

εξασφαλίζει την ανεξαρτησία και αξιοπιστία ως προς τα αεροδυναμικά φορτία και για το υβριδικό πλέγμα που ο στόχος του ήταν να αποδώσει τα μη μόνιμα χαρακτηριστικά της ροής για γωνίες προσβολής μεγαλύτερες των  $17^\circ$ .

Η επιλογή της κατάλληλης απόστασης για το 1ο κελί για το τοίχωμα ώστε να επιτύχουμε  $y^+ \sim 1$  σε όλα τα παραπάνω πλέγματα δεν έγινε τυχαία, υπολογίστηκε προκαταρκτικά ως εξής:

Αρχικά θεωρούμε ότι το μέσο μας είναι αέρας όποτε έχει πυκνότητα στους  $T=15^\circ\text{C}$  πυκνότητα ίση με  $\rho=1.225 \text{ kg/m}^3$  και σε αυτές τις συνθήκες έχει δυναμικό ιξώδες ίσο με  $\mu=1.7894 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$  άρα μπορούμε να υπολογίσουμε το κινηματικό ιξώδες  $\nu=\mu/\rho$  και από εκεί να υπολογίσουμε μέσω του αριθμού  $\text{Re} = L \cdot U_\infty / \nu$  την ταχύτητα εισόδου του ρευστού (που είναι και το μέτρο της ταχύτητας που χρησιμοποιούμε και σαν Σ.Σ., κάθε φορά απλά αλλάζουμε της κλίσεις με κατάλληλα διανύσματα κατεύθυνσης για να επιτύχουμε την κατάλληλη γωνία προσβολής). Έτσι λοιπόν υπολογίζουμε  $U_\infty=43.822\text{m/s}$ . Τώρα γνωρίζοντας ότι για αυτόν το αριθμό  $\text{Re}$  θέλουμε να επιτύχουμε  $y^+ \sim 1$  και ότι το μήκος του οριακού μας στρώματος είναι  $1\text{m}$ , έχουμε από τον ορισμό του  $y^+ = (\rho \cdot U_T \cdot \Delta y) / \mu \Rightarrow \Delta y = (y^+ \cdot \mu) / (\rho \cdot U_T)$ . Γνωρίζοντας λοιπόν τις ιδιότητες του ρευστού μας και το επιθυμητό  $y^+$  που θέλουμε να επιτύχουμε, αρκεί να

υπολογίσουμε την ταχύτητα τριβής  $U_T$  η οποία ορίζεται ως :  $U_T = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  όπου η

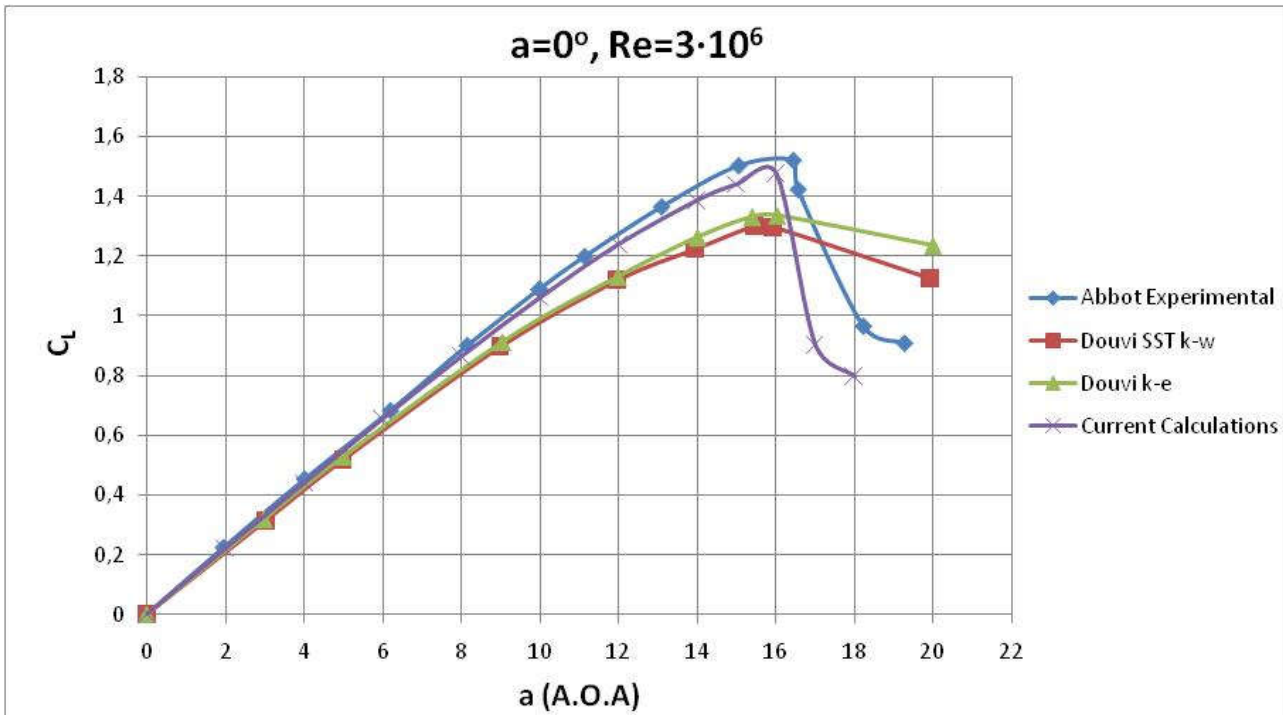
διατμητική τάση στο τοίχωμα μπορεί να υπολογιστεί μέσω του συντελεστή  $C_f$  για τον οποίο εμπειρικά αποτελέσματα έχουν δείξει για εξωτερικές ροές είναι  $C_f = 0.058 \cdot \text{Re}^{-0.2}$  από τον τύπο  $\tau_w = 0.5 \cdot C_f \cdot \rho \cdot U_\infty^2$ .

Έτσι εδώ έχουμε  $C_f = 1.46888 \cdot 10^{-3}$ , άρα και  $U_T = 1.876\text{m/s}$  όποτε τελικά  $\Delta y = 8.67 \cdot 10^{-6}$ .

#### **4.6 Επικύρωση του υπολογιστικού κώδικα.**

Προκειμένου να επαληθευτούν τα παρόντα αποτελέσματα, αποφασίστηκε να συγκριθούν με διαθέσιμα αποτελέσματα που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία. Η διαδικασία επικύρωσης οργανώνεται σε δύο μέρη για την περίπτωση της μόνιμης ροής που αφορούν ουσιαστικά στους 2 βασικούς αεροδυναμικούς συντελεστές  $C_L$  και  $C_D$  για γωνίες προσβολής από  $0^\circ$  μέχρι  $18^\circ$ . Για τη μη μόνιμη κατάσταση δεν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία για αυτόν τον αριθμό  $\text{Re}$  στη διεθνή βιβλιογραφία και δεν μπορούμε να κάνουμε συγκρίσεις, παρόλα αυτά για πρώτη φορά παρουσιάζεται εδώ η συμπεριφορά τους και γίνεται μια προσπάθεια ανάλυσης της περιοδικότητας του φαινομένου για γωνίες προσβολής από  $17^\circ$  μέχρι και  $20^\circ$ .

Αρχίζοντας λοιπόν όπως αναφέραμε με τις προσομοιώσεις για μόνιμο πεδίο ροής, στο σχήμα 4.11 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης με τα υπολογιστικά αυτής των Douviet. Al (2013)[1] και φυσικά με πειραματικά αποτελέσματα της NASA για την μεταβολή στον συντελεστή άνωσης σε σχέση με τη γωνία προσβολής  $\alpha$ .

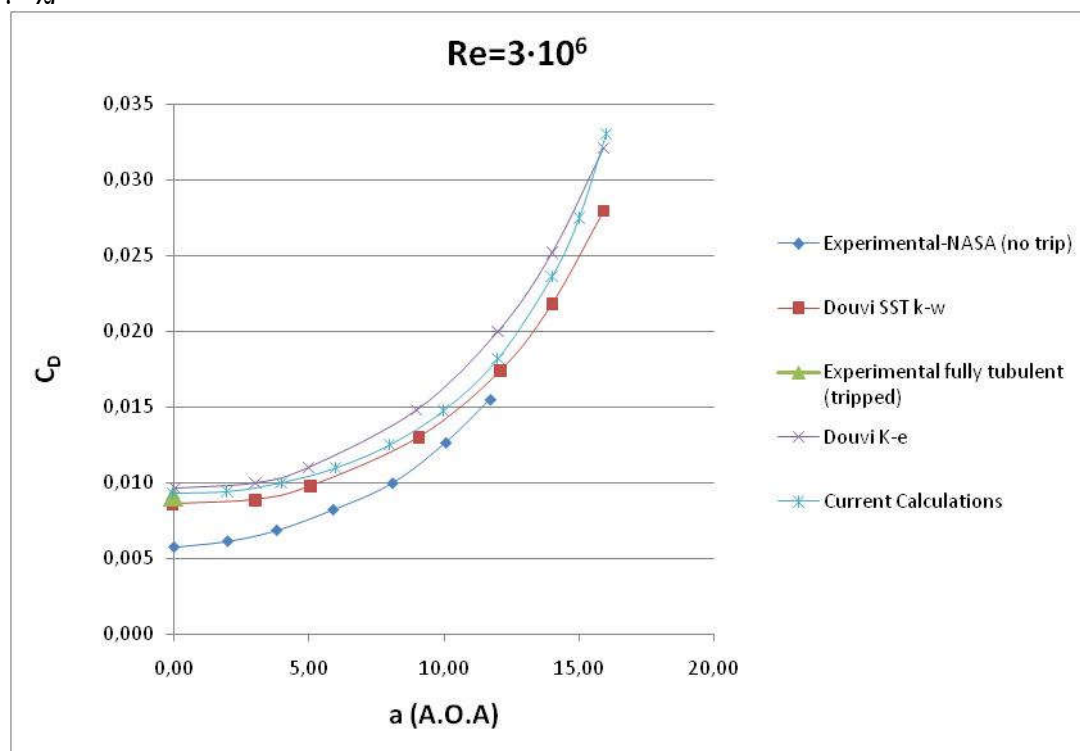


**Σχήμα 4.11:** Συντελεστής άνωσης που απεικονίζεται σε σχέση με τη γωνία προσβολής για  $Re = 3 \cdot 10^6$ , παρόντες υπολογισμοί (μωβ καμπύλη x), Douvi et.al[1](κόκκινη καμπύλη για SSTk-w και πράσινη για k-e), Abbot et al[8] (πειραματικά δεδομένα-no trip)

Τα παρόντα αποτελέσματα δεν είναι απλά σε άριστη συμφωνία με τα πειραματικά των Abbot, αλλά τα προσεγγίζουν και ποιοτικά όπως και ποσοτικά. Προσεγγίζουν δηλαδή την καμπύλη των πειραματικών δεδομένων καλύτερα από τη δημοσιευμένη εργασία των Douviet. Αι η οποία όχι απλά υποεκτιμά την καμπύλη συνολικά και με τα 2 μοντέλα αλλά δεν προσεγγίζει καν την ποιοτική μορφή και συμπεριφορά της καμπύλης. Παρατηρούμε εδώ ότι όντως το μοντέλο SST k-w των Douvi προσεγγίζει καλύτερα από ότι με τη χρήση του μοντέλου k-ε (να αναφέρουμε εδώ ότι και αυτές οι προσομοιώσεις είχαν πλέγμα με  $y^+ \sim 1$  - τουλάχιστον έτσι αναφέρονε). Παρόλα αυτά δεν υπάρχει σύγκριση με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται εδώ. Υπάρχουν πολλοί λόγοι που μπορεί να οφείλεται αυτό και τα δικά μας αποτελέσματα είναι πολύ καλύτερα. Για παράδειγμα, η ανεξαρτησία πλέγματος που παρουσιάζει η Douvi είναι πολύ ασθενής σε σχέση με τη δική μας. Ακόμα, το πλέγμα που χρησιμοποιεί είναι περίπου 80.000 κελία C-type, δομημένο όπως το δικό μας αλλά μπορεί να παρουσιάζει προβλήματα skewness ή να μη έχει αρκετά σημεία πάνω στην αεροτομή (ή ακόμα και η πυκνωση να μην έχει γίνει σε κατάλληλα σημεία). Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, θεωρούμε ότι έχουμε ροές μόνιμης κατάστασης (ακόμα και στις γωνίες 17 και 18 μοιρών που εμείς έχουμε αποδείξει ότι η ροή είναι μη μόνιμη σε αντίθεση με τους άλλους ερευνητές που δεν έχουν κάνει ανάλυση ευαισθησίας). Εδώ αναφέρουμε ότι για τις γωνίες 0,2,4,6,8,10,12,14,16 κάναμε τους υπολογισμούς με το αραιό πλέγμα των 40k όπου εκεί έχουμε  $y^+ \sim 25$  και το SST k-w λειτουργεί με

ενισχυμένες συναρτήσεις τοίχου και μετά κάναμε αρχικοποίηση (interpolate) της λύσης στο κανονικό μας πλέγμα για ταχύτερη και ευκολότερη σύγκλιση του προβλήματος, ενώ για τις γωνίες 17° και 18° επειδή το SST  $k-w$  παρουσίαζε πρόβλημα στη σύγκλιση, χρησιμοποιήθηκε το  $k-e$  με enhanced wall treatment όπου συνέκλινε και μετά χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα πάλι με την τεχνική της αρχικοποίησης μέσω interpolate για το πλέγμα μας M3.

Το σχήμα 4.12 συγκρίνει το συντελεστή αντίστασης για γωνίες προσβολής από 0° μέχρι 18°.



**Σχήμα 4.12:** Η μεταβολή του συντελεστή αντίστασης της αεροτομής σε σχέση με την γωνία προσβολής για  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Παρόντες υπολογισμοί (ανοιχτή μπλε καμπύλη), Douviet. Al.[1](κόκκινη καμπύλη - SST  $k-w$ , μωβ καμπύλη-  $k-e$ ), πειραματικά δεδομένα McCroskey-NASA [10]για πλήρως τυρβώδες πεδίο για  $\alpha=0^\circ$  (fully turbulent - tripped, πράσινο σημείο), Abbot πειραματικά δεδομένα [8] transitional (no trip, μπλε καμπύλη).

Ας σταθούμε λίγο να εξηγήσουμε τι συμβαίνει σε αυτό το διάγραμμα. Με μια γρήγορη ματιά αρχικά παρατηρούμε ότι σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα (καμπύλη Abbot) οι καμπύλες των προσομοιώσεων με R.A.N.S. μοντέλα παρουσιάζουν μια μεγάλη απόκλιση της τάξης του 40% κάτι το οποίο θα ήταν απαράδεκτο. Παρόλα αυτά αν ο αναγνώστης ανατρέξει στην βιβλιογραφία και μάλιστα σε συνέδριο τύρβης της NASA που παρουσιάζονται αποτελέσματα για τη συγκεκριμένη αεροτομή [27] μπορεί να δει ότι εκεί αναφέρεται ότι:



Υπάρχουν πειραματικά στοιχεία διαθέσιμα για την επικύρωση υπολογιστικών προσομοιώσεων, αλλά πρέπει να αναγνωριστεί ότι τα διδιάστατα πειράματα είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιτευχθούν, ιδιαίτερα στις υψηλότερες γωνίες προσβολής που πλησιάζουμε την απώλεια στήριξης ή και μετά από αυτή. Επομένως, τα πειραματικά στοιχεία παρεχόμενα εδώ, πρέπει να χρησιμοποιηθούν έχοντας αυτή την πληροφορία υπόψη. Για τη συγκεκριμένη αεροτομή δεν υπάρχει καμία γνωστή μελέτη διαθέσιμη που να δίνει δεδομένα για τον συντελεστή τριβής (skin friction coefficient) ώστε να μπορεί να γίνει και με αυτή την ποσότητα επικύρωση των αριθμητικών αποτελεσμάτων. Εντούτοις, οι μελέτες CFD που προσδιορίζουν αυτή την ποσότητα παρουσιάζουν ενδιαφέρον. Όπως μπορεί να φανεί, υπάρχουν μερικές διαφορές μεταξύ των πειραματικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων. Ειδικότερα, αυτές οι διαφορές εμφανίζονται κοντά στις γωνίες όπου η αεροτομή παρουσιάζει απώλεια στήριξης όπου η ροή στα πειράματα παρουσιάζει μια έντονη 3-D δομή και τα αποτελέσματα αναμφισβήτητα απέχουν πολύ αν είχαμε κλασσική διάσταση ροή.

Μια χρήσιμη εργασία που αναφέρει πολλά πειραματικά δεδομένα για NACA 0012 όπως έχουμε δει είναι αυτή του McCroskey [10]. Συγκεκριμένα εκεί αναφέρεται και, είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί ότι τα πειραματικά δεδομένα του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  επηρεάζονται πολύ ενεργοποιώντας την τυρβώδη ροή στο οριακό στρώμα σε όλη την αεροτομή (tripping the boundary layer) για αριθμό  $Re = 3 \cdot 10^6$ .

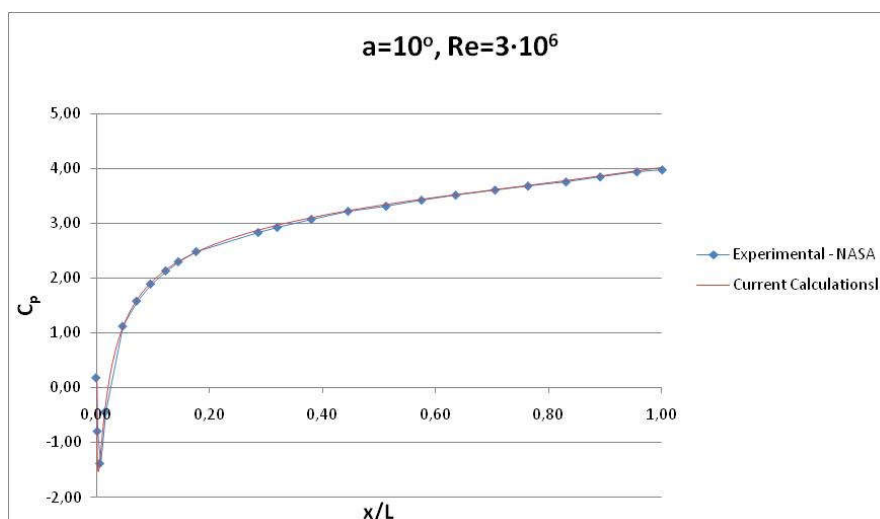
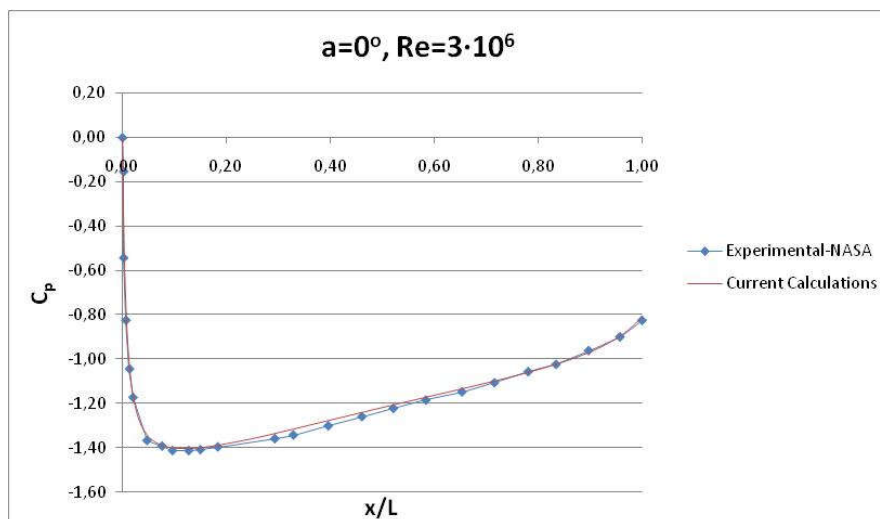
Έτσι λοιπόν για να γίνει η σύγκριση με ροή που μοντελοποιείται ως "πλήρως τυρβώδης" για αποτελέσματα συντελεστή αντίστασης που υπολογίζονται από μελέτες CFD, πρέπει να συγκρίνονται με "tripped" πειραματικά δεδομένα και OXI με "untripped". Τα πειραματικά στοιχεία των Abbott και Von Doenhoff [8] είναι "untripped" και για αυτόν το λόγο παρουσιάζουν μεγάλη απόκλιση με τα αποτελέσματα μας. Αυτά του McCroskey [10], ήταν "tripped" και αυτά είναι τα κατάλληλα αποτελέσματα για σύγκριση. Δυστυχώς δεν έχουν γίνει πειράματα για διάφορες γωνίες προσβολής που να παρουσιάζουν την μεταβολή του  $C_D$  ως προς αυτή παρά μόνο για  $\alpha=0^\circ$ . Για αυτό και στο διάγραμμα μας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα τους ως ένα μεμονωμένο σημείο. Αξίζει να αναφέρουμε ότι και ο Ladson [11] πραγματοποίησε πειράματα "tripped" με μεταβολή της γωνίας προσβολής αλλά για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και  $4 \cdot 10^6$  όπου παρατηρούμε ότι ο συντελεστής  $C_D$  για τις δύο αυτές τιμές του αριθμού  $Re$  παρουσιάζει αποκλίσεις  $\sim 12\%$  όποτε και ένα μέσο όρο των τιμών να παίρναμε και πάλι δεν θα ήταν αξιόπιστη η σύγκριση.

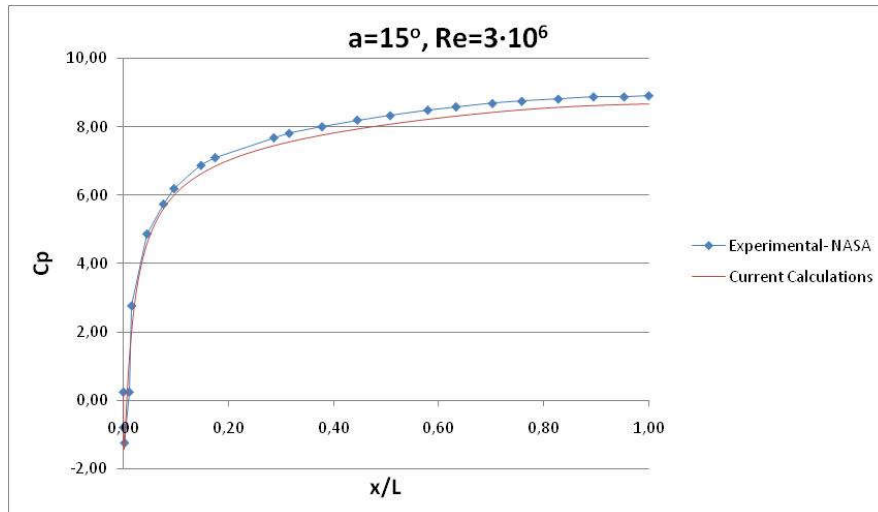
Παρατηρώντας τις καμπύλες και συγκρίνοντας τους υπολογισμούς της Douni [1] με αυτά της παρούσας μελέτης παρατηρούμε ότι η απόκλιση μας είναι μικρότερη από το SST της Douni αλλά φυσικά και από το  $k-\epsilon$  όπου φαίνεται να έχει εμφανή αδυναμία να προσεγγίσει τη ροή σε όλα τα μεγέθη σε σχέση με το SST. Ακόμα αναφέρεται [27] ότι τα αποτελέσματα για τον  $C_L$  δεν μεταβάλλονται πολύ για αριθμούς  $Re$  μεταξύ  $3 \cdot 10^6$  και  $6 \cdot 10^6$ , και η επίδραση του "trip" δεν τα επηρεάζει όπως επηρεάζει σημαντικά τη μεταβολή του  $C_D$ .

Συνοψίζοντας λοιπόν έχουμε ότι τα πειραματικά δεδομένα για το συγκριμένο αριθμό  $Re$  για τη συγκεκριμένη αεροτομή για να συγκριθούν με αυτά που παρέχουν οι προσομοιώσεις πρέπει να λαμβάνονται με πειράματα στα οποία έχει χρησιμοποιηθεί το λεγόμενο "trip wire", το οποίο εξαναγκάζει το οριακό στρώμα να

είναι εντελώς τυρβώδες σε όλη την αεροτομή. Αυτό γιατί έτσι υπάρχει πλέον μια πλήρης αντιστοιχία στις συνθήκες των προσομοιώσεων που θεωρούν πλήρως τυρβώδες πεδίο πάνω σε όλη την αεροτομή. Στα δικά μας αποτελέσματα παρατηρούμε ότι ο υπολογισμένος συντελεστής αντίστασης είναι κάπως υψηλότερος από τον πειραματικό (2%). Αυτό πιθανό να οφείλεται στο ότι, το οριακό στρώμα είναι τυρβώδες από την αρχή κατά τους υπολογισμούς, ενώ στο πείραμα μπορεί το "trip wire" να μην είναι σωστά τοποθετημένο ακριβώς στη αρχή του χείλους πρόσπτωσης της αεροτομής και έτσι να μην μετατρέπει τη ροή σε τυρβώδη ακριβώς σε αυτό το σημείο. Η μοντελοποίηση της NACA 0012 για  $Re = 3 \cdot 10^6$  χωρίς "trip wire" είναι πιο περίπλοκη, καθώς τα τυρβώδη μοντέλα εκ φύσεως δεν είναι σε θέση να προβλέψουν το σημείο κατά μήκος της αεροτομής όπου λαμβάνει χώρα η μετάβαση από στρωτό σε ένα τυρβώδες οριακό στρώμα.

Στο επόμενο σχήμα 4.13 παρουσιάζουμε την μεταβολή του συντελεστή πίεσης που υπολογίσαμε κατά το κάτω τμήμα της αεροτομής με πειραματικά δεδομένα του Gregory κάνοντας μια τελευταία σύγκριση αποτελεσμάτων μας με πειραματικά τα οποία αποδεικνύουν την ακρίβεια των υπολογισμών μας.





**Σχήμα 4.13:** Η κατανομή του συντελεστή πίεσης στο κάτω τμήμα της επιφάνειας της αεροτομής για πειραματικά δεδομένα Gregory-NASA [9] (μπλε γραμμή), παρόντες υπολογισμοί (κόκκινη καμπύλη). Η γωνία προσβολής είναι  $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$  και ο  $Re = 3 \cdot 10^6$ .

Παρατηρούμε ότι, και στις 3 γωνίες προσβολής που γίνεται η σύγκριση με διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα, οι συντελεστές πίεσης κατά το μήκος της χορδής της αεροτομής και στο κάτω τμήμα της ταιριάζουν σχεδόν απόλυτα με όλα τα πειραματικά δεδομένα με αποκλίσεις μικρότερες από 3%. Το εντυπωσιακό είναι ότι και σε σημεία όπου εμφανίζεται η μέγιστη πίεση (σημεία αποκοπής) καθώς και στο χείλος εκφυγής και στο χείλος προσβολής δεν παρατηρούμε αποκλίσεις, ούτε σε αυτά τα σημεία ούτε στην περιοχή τους.

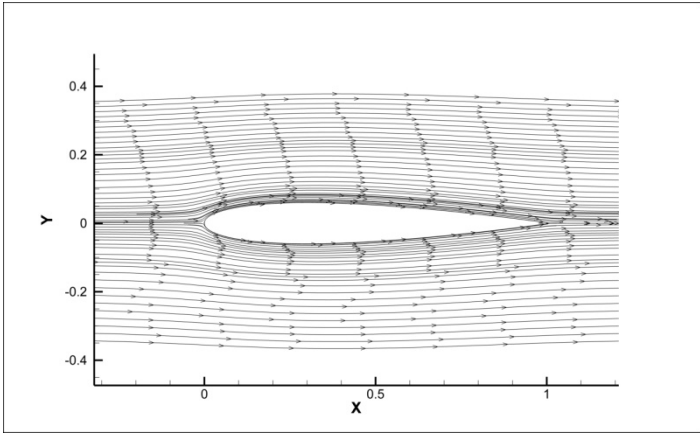
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### *Παρουσίαση αποτελεσμάτων για την μόνιμη ροή.*

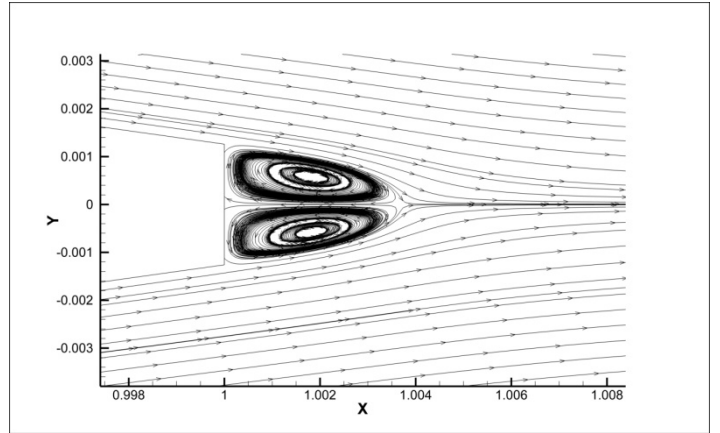
Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια συνολική παρουσίαση για την προεργασία που έγινε πριν τις προσομοιώσεις, αλλά έγινε και μια σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με πειραματικά δεδομένα όπως και με άλλα δημοσιευμένα υπολογιστικά δεδομένα για να κάνουμε επικύρωση της μεθοδολογίας της μοντελοποίησης που ακολουθήσαμε για το πρόβλημα αλλά και της αριθμητικής επίλυσης. Σε αυτό το κεφάλαιο πλέον θα δούμε αναλυτικά τα αποτελέσματα μας για διάφορα μεγέθη που αφορούν τη ροή γύρω από την αεροτομή NACA 0012 σε αριθμό  $Re=3 \cdot 10^6$  για διάφορες γωνίες προσβολής αλλά και τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στην αεροτομή, μερικά από τα οποία παρουσιάζονται για πρώτη φορά στη διεθνή βιβλιογραφία, καθώς και θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε το πως αναπτύσσεται η ροή σε κάθε μια από τις περιπτώσεις που εξετάζουμε.

### *5.1 Ανάλυση του μόνιμου διδιάστατου πεδίου ροής γύρω από την αεροτομή*

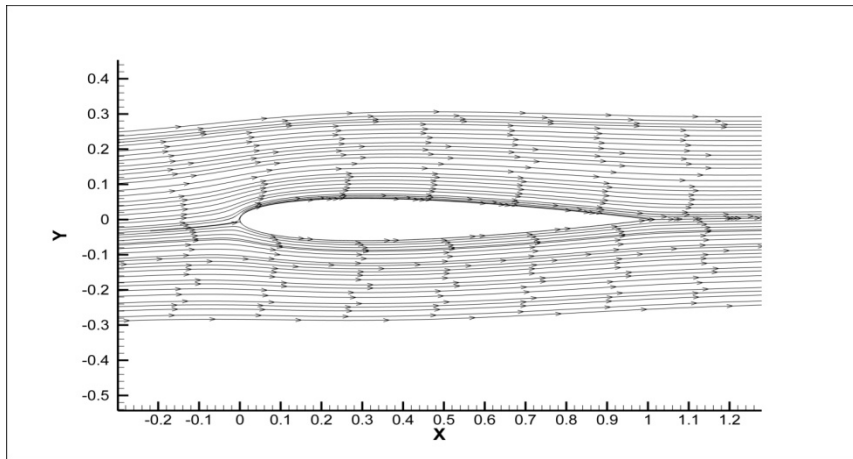
Για τις εξεταζόμενες γωνίες προσβολής στον συγκεκριμένο αριθμό Reynolds η ροή φθάνει σε μόνιμη κατάσταση υπό συγκεκριμένες συνθήκες, δηλαδή όταν η γωνία  $\alpha$  είναι μικρότερη από τις  $16^\circ$ , όπως αποδείξαμε στο κεφάλαιο 4. Η αδράνεια του οριακού στρώματος, που δημιουργείται από την συνοριακή συνθήκη μη ολίσθησης που εφαρμόζεται επάνω στην επιφάνεια της αεροτομής, επιδρά με διαφορετικό τρόπο στη ροή όταν σε αυτή υπάρχει έντονη παράλληλη μετατόπιση του ρευστού προς την αεροτομή. Το σχήμα 5.1 παρουσιάζει τις δομές της ροής μέσω των ροϊκών γραμμών (streamlines) για γωνίες προσβολής  $0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ$  όπου έχουμε μόνιμη κατάσταση του πεδίου ροής αλλά και το πεδίο ροής που εμφανίζεται σε γωνίες προσβολής  $17^\circ$  και  $18^\circ$ . Σε αυτές τις γωνίες ξέρουμε ότι η ροή είναι μη μόνιμη παρόλα αυτά παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που παίρνουμε εκτελώντας αυτούς τους υπολογισμούς θεωρώντας μόνιμο πεδίο, για να γίνει μια προσπάθεια ανάλυσης του πως γίνεται η δημιουργία του μη μόνιμου πεδίου. Εδώ δεν προσπαθούμε να δείξουμε μια "μέση κατάσταση του μη μόνιμου πεδίου", κάτι το οποίο θα κάνουμε παρακάτω απλά θεωρώντας τα αποτελέσματα ως ένα "μέσο στιγμιότυπο" στον ομόρροο κάνουμε μία πρώτη προσέγγιση στη δομή που παρουσιάζεται πίσω από την αεροτομή όταν πλέον η ροή μετατρέπεται σε μη μόνιμη.



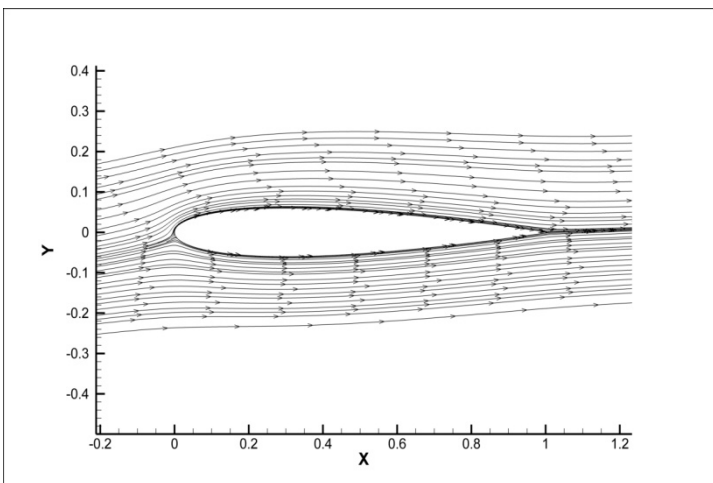
$a=0^\circ$



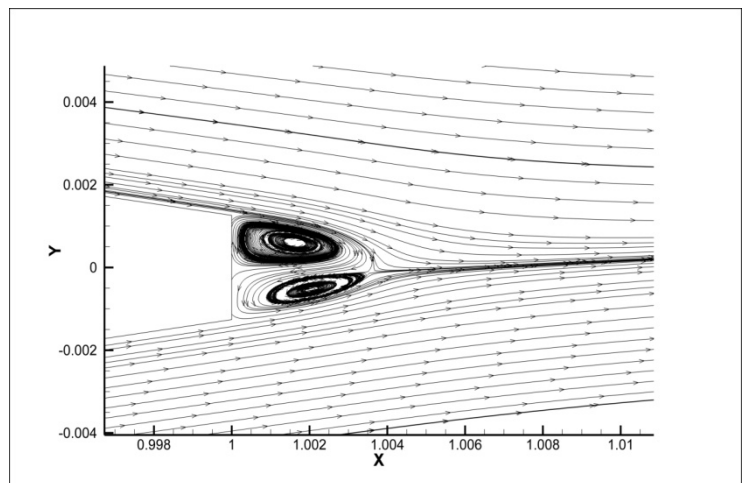
$a=0^\circ$  (T.edge)



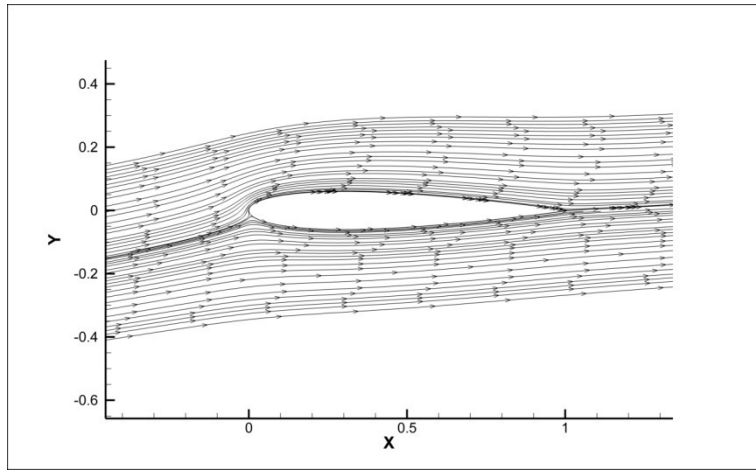
$a=2^\circ$



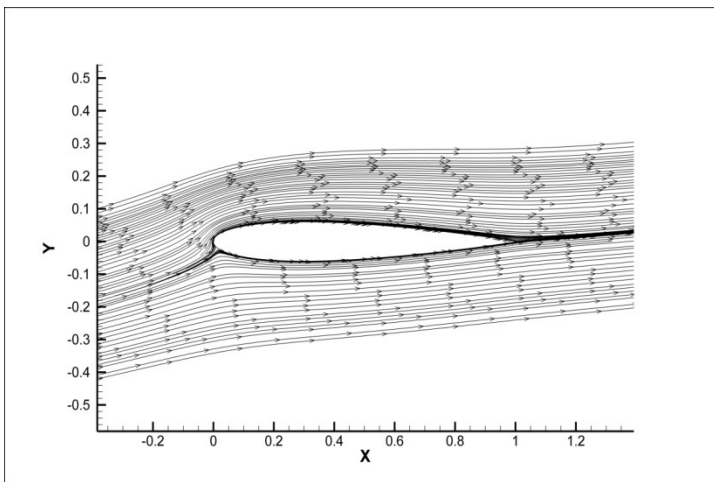
$a=4^\circ$



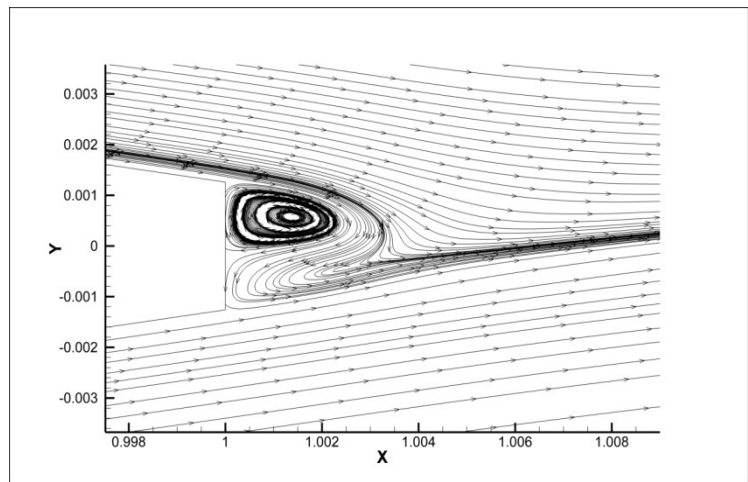
$a=4^\circ$  (T.edge)



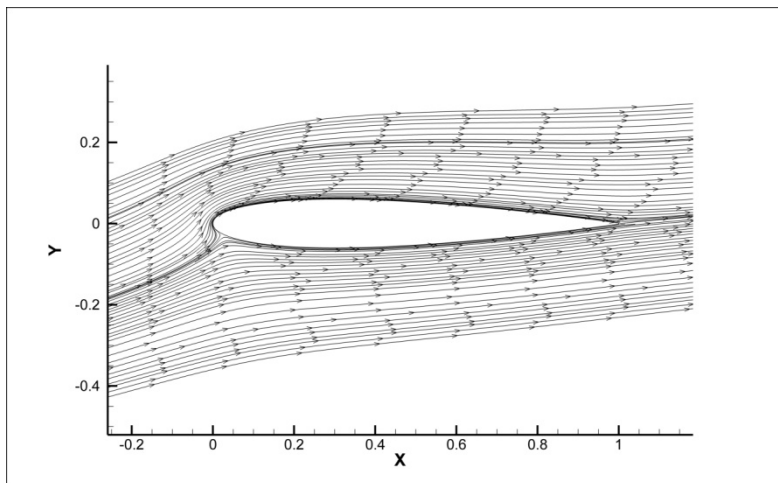
$\alpha=6^\circ$



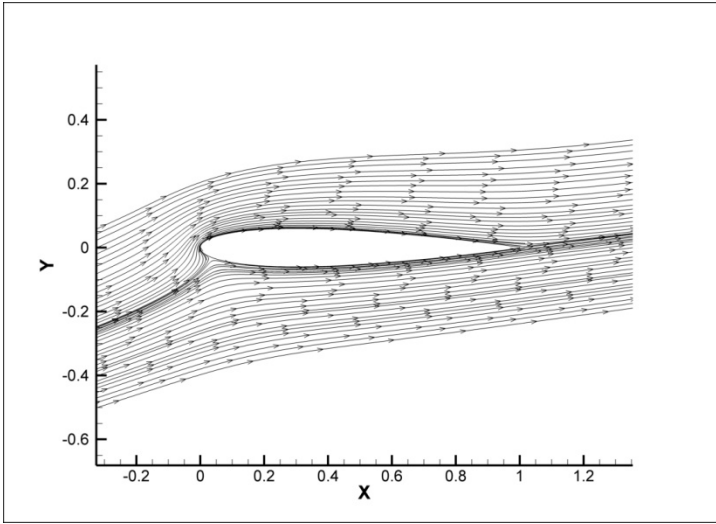
$\alpha=8^\circ$



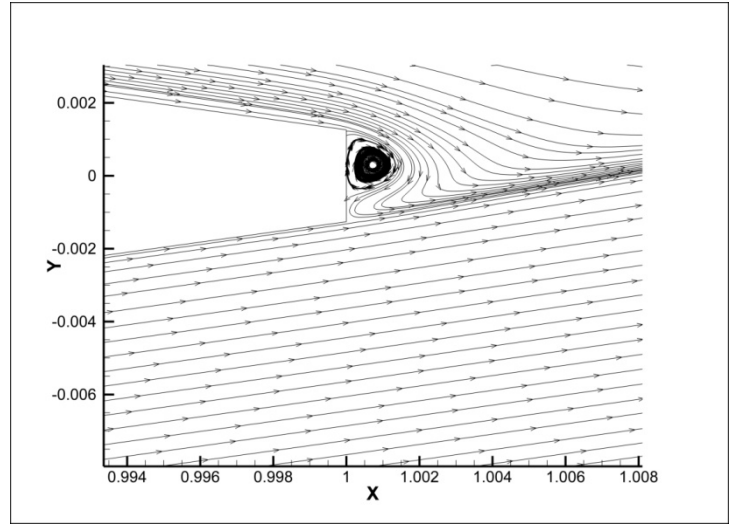
$\alpha=8^\circ$  (T. edge)



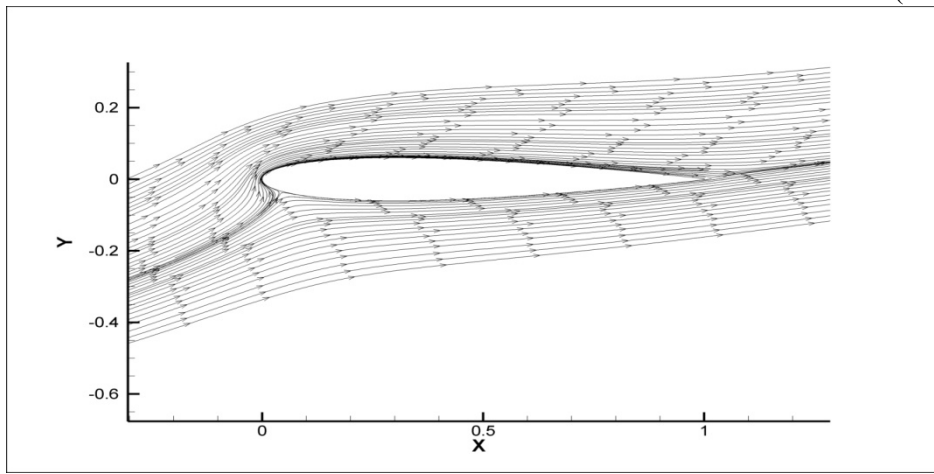
$\alpha=10^\circ$



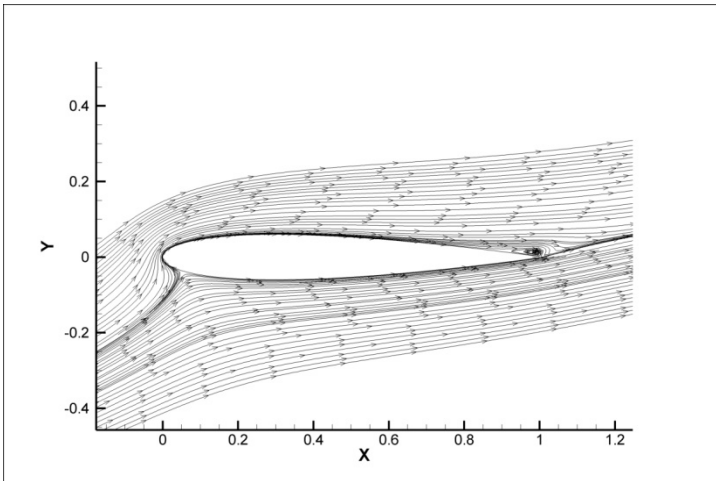
$\alpha=12^\circ$



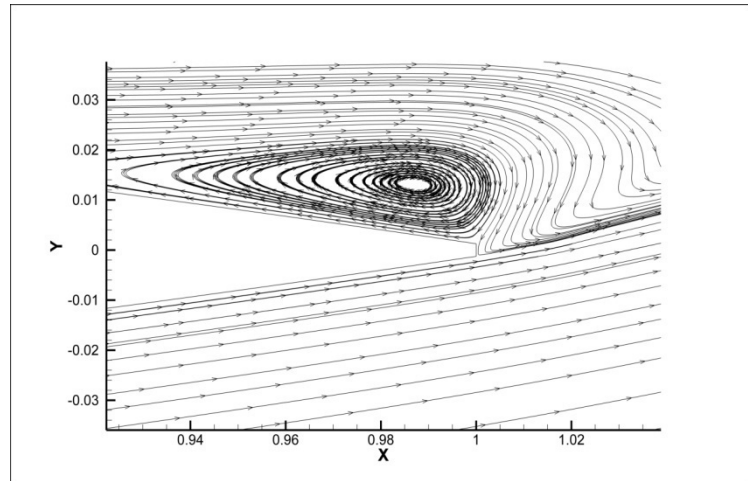
$\alpha=12^\circ$  (t. edge)



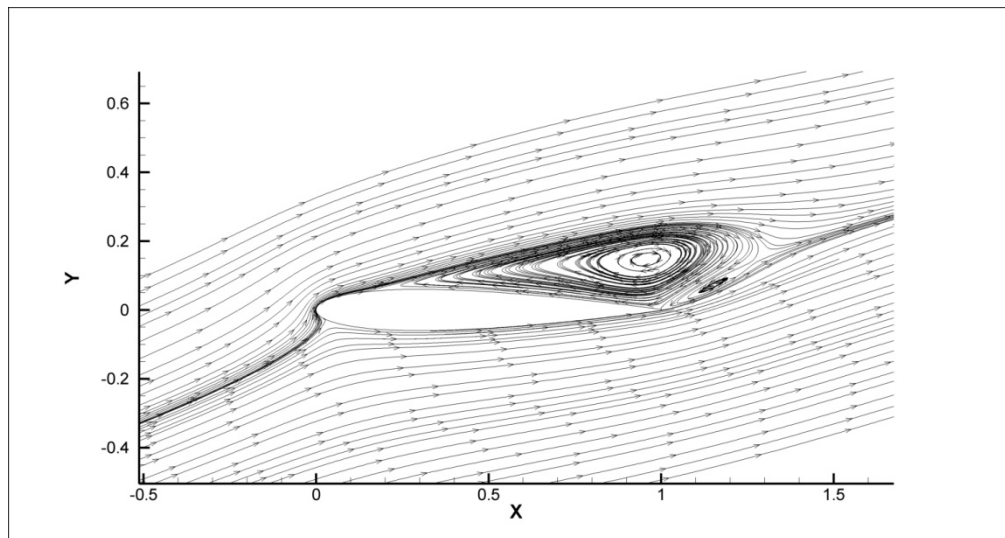
$\alpha=14^\circ$



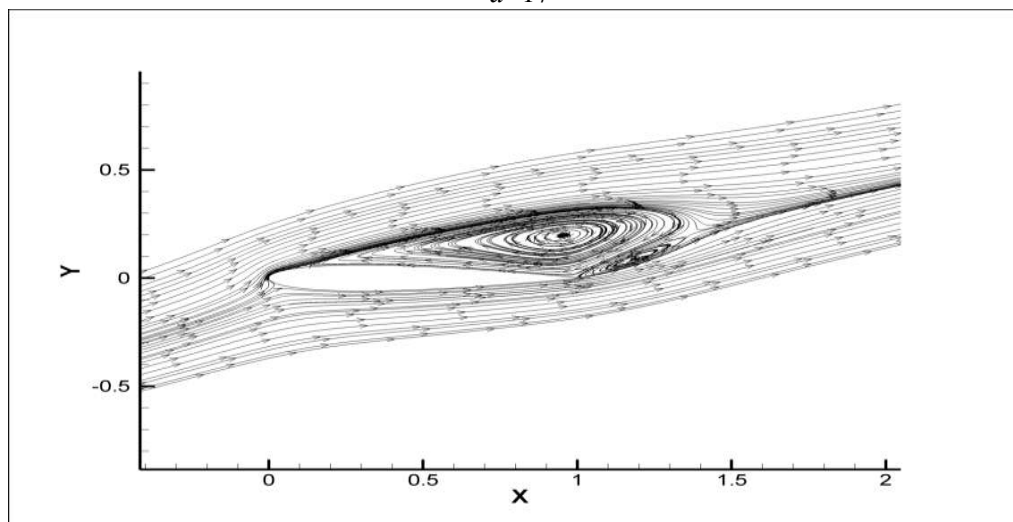
$\alpha=16^\circ$



$\alpha=16^\circ$  (t. edge)



$\alpha=17^\circ$



$\alpha=18^\circ$

**Σχήμα 5.1:** Γραμμές ροής για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Στις γωνίες  $0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ$  παρουσιάζεται ταυτόχρονα η δομή του ομόρρου κοντά στο χείλος εκφυγής,

Από το προηγούμενο σχήμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι για  $\alpha = 0$  η δομή του ομόρρου παρουσιάζει μια πλήρη συμμετρία με τη δημιουργία 2 στροβίλων ίσου μεγέθους που εκτείνονται σε απόσταση 0.004m από το χείλος εκφυγής στην περιοχή της αναρρόφησης του ομόρρου (suction area). Στο τέλος των στροβίλων που έχουν αντίθετη στροβιλότητα αυτοί ενώνονται με την επιταχυνόμενη ροή που έρχεται από το άνω και κάτω μέρος της αεροτομής όπου επιταχύνει (όπως θα δούμε παρακάτω) και την ταχύτητα της ροής που εκλύεται από τους στροβίλους που είναι πιο μικρή σε αυτούς σε σχέση με την εισερχόμενη ροή. Εδώ υπάρχει ένα εμφανές σημείο ανακοπής που βρίσκεται στο  $x/L=0$  και δημιουργείται από την πρόσπτωση του ελεύθερου ρεύματος της εισερχόμενης ροής στο αξονοσυμμετρικό σημείο της αεροτομής.



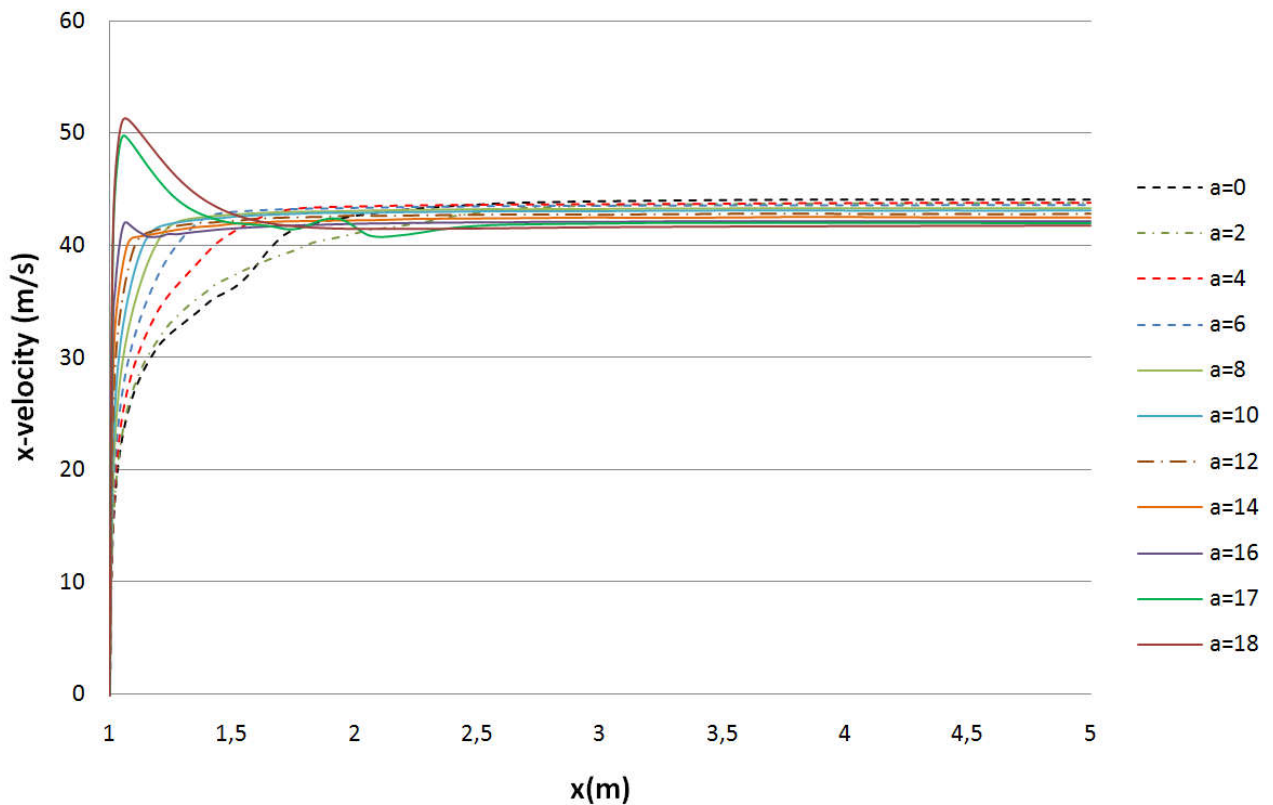
Καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει, το σημείο αποκοπής που βρίσκεται ανάντη της αεροτομής αρχικά μετατοπίζεται κατάντη (προς τα πίσω). Ταυτόχρονα ο κάτω στρόβιλος στο πίσω μέρος της αεροτομής αποσβάνει καθώς παρατηρείται μετατόπιση της εισερχόμενης ροής στο πίσω μέρος από την κάτω πλευρά προς τα πάνω η οποία λόγω της επιταχυνόμενης φύσης της παρασύρει τη δομή του στροβίλου με αποτέλεσμα αυτός να συρρικνώνεται μέχρι και την γωνία  $\sim 14^\circ$  όπου έχει εξαφανιστεί εντελώς. Για χαμηλές γωνίες προσβολής οι δομές της ροής είναι σχεδόν παρόμοιες.

Στη γωνία των  $16^\circ$  παρατηρούμε ότι ο πάνω στρόβιλος έχει μετατοπιστεί ολόκληρος στο πάνω μέρος της αεροτομής και η διάστασή του έχει διπλασιαστεί με έκταση περίπου στα 10mm. Πλέον υπάρχουν 3 εμφανή σημεία αποκοπής στην αεροτομή: το πρώτο που δημιουργείται από την πρόσπτωση του ελεύθερου ρεύματος της εισερχόμενης ροής το οποίο έχει μετατοπιστεί από το  $x/L=0$  στην περίπτωση για  $\alpha=0^\circ$  στο  $x/L=0.05$  όταν  $\alpha=16^\circ$  και προς το κάτω μέρος της αεροτομής, το δεύτερο που είναι και σημείο αποκόλλησης οφείλεται στη δημιουργία μιας ισχυρής δίνης προς το πάνω και πίσω μέρος της αεροτομής η οποία διαμορφώνεται λόγω της ισχυρής κλίσης στροβιλότητας μεταξύ του ελεύθερου ρεύματος της ροής και του στροβιλιζόμενου ρευστού το οποίο κατευθύνεται προς τα πάνω στο χείλος εκφυγής και το τρίτο στο χείλος εκφυγής καθώς η εισερχόμενη ροή από το κάτω μέρος ενώνεται με το πίσω μέρος του στροβίλου.

Καθώς η γωνία προσβολής αυξάνεται για  $\alpha=17^\circ$  και εισερχόμαστε στην περιοχή όπου πλέον η αεροτομή έχει εισέρθει σε κατάσταση απώλειας στήριξης, ο στρόβιλος που είχε σχηματιστεί στο πάνω και πίσω του κυλίνδρου αρχίζει να μεγαλώνει σημαντικά καλύπτοντας πάνω από το 70% του πάνω μέρους της αεροτομής και το σημείο ανακοπής στο άνω τμήμα μεταφέρεται προς το χείλος προσβολής περίπου στο  $x/L=0.25$ . Ενώ στο τρίτο σημείο ανακοπής στο χείλος εκφυγής παρατηρούμε ότι έχει αρχίσει να διαμορφώνεται πάλι ένας δεύτερος στρόβιλος σημαντικά μεγαλύτερος από τους δυο αρχικούς μέχρι  $\alpha=12^\circ$  κάτι που είναι λογικό αφού οι κλίσεις της στροβιλότητας είναι πολύ πιο μεγάλες, λόγω της αλληλεπίδρασης του μικρού και του μεγάλου στροβίλου.

Για  $\alpha=18^\circ$  είναι προφανές ότι αυτός ο λεπτός στρόβιλος μεγαλώνει εις βάρος του μεγάλου και η αλληλεπίδραση μεταξύ τους μεγαλώνει με ταυτόχρονη εναλλαγή στην ενεργειακή κατάσταση του κάθε στροβίλου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την σταδιακή αποκόλληση των δινών από την επιφάνεια της αεροτομής παρουσιάζοντας μορφή δρόμου στροβίλων παρόμοια με αυτή πίσω από έναν κύλινδρο όπως θα αναμέναμε θεωρητικά και θα το επιβεβαιώσουμε μέσω της προσομοίωσής μας στη επόμενη παράγραφο που ακολουθεί για την περίπτωση της μη μόνιμης ροής.

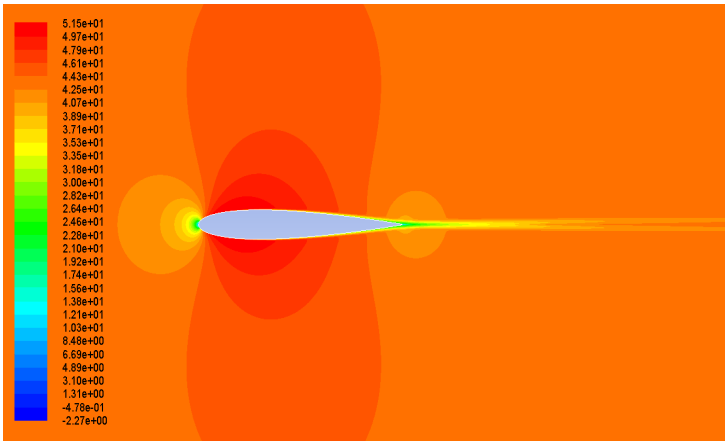
Τέλος μπορούμε να σημειώσουμε ότι παρατηρείται, καθώς μεγαλώνει η γωνία προσβολής, ότι υπάρχει μετατόπιση του ομόρρου από χείλος εκφυγής προς το άνω μέρος της αεροτομής η οποία τείνει πάντα προς την κατεύθυνση της εισερχόμενης ροής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το μήκος του ομόρρου αξονικά πίσω από το χείλος εκφυγής να μειώνεται σημαντικά. Αυτό παρουσιάζεται και στο σχήμα 5.2 που ακολουθεί και δείχνει την μεταβολή της  $x$ -συνιστώσας της ταχύτητας σε μία απόσταση από το χείλος εκφυγής μέχρι 4 μήκη χορδών της αεροτομής πίσω από αυτό.



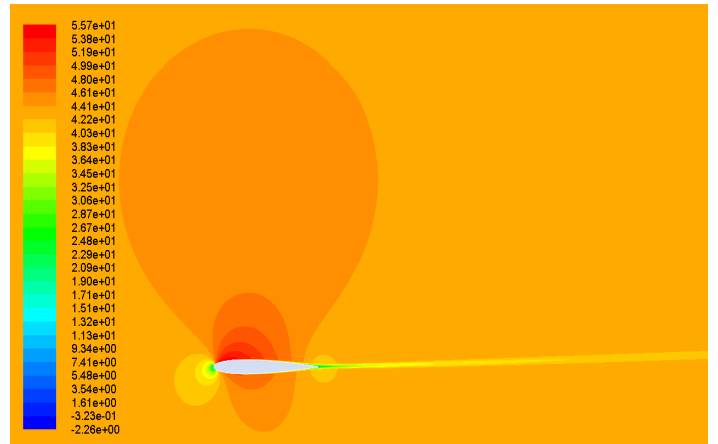
**Σχήμα 5.2:** Κατανομή της x-ταχύτητας κατά μήκος 4 χορδών πίσω από το χείλος εκφυγής για γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$  και  $Re=3 \cdot 10^6$ .

Εδώ είναι προφανές ότι η περιοχή του ομόρρου, ενώ αρχικά για γωνίες μέχρι  $2^\circ$  εκτείνεται περίπου 2 φορές τη μήκος της χορδής ( $\sim 2.20m$ ), κατάντη του χείλους εκφυγής της αεροτομής με ταχύτητες χαμηλότερες της εισερχόμενης ροής του ελεύθερου ρεύματος (υπενθυμίζουμε  $U_\infty=43.822m/sec$ ) καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει, το μήκος του ομόρρου μικραίνει μέχρι που αποκτάει την ελάχιστη τιμή του για  $\alpha=16^\circ$  περίπου στα  $0.4m$ . Μετά από εκείνη την γωνία και έχοντας εμφανιστεί ο δεύτερος στρόβιλος στο πάνω τμήμα της αεροτομής επιταχύνει την ροή στον ομόρρου πέρα από την ταχύτητα της εισερχόμενης ροής από τα πρώτα χιλιοστά μετά το χείλος εκφυγής και αυξάνοντας πάλι την έκταση του ομόρρου πίσω από αυτό  $\sim 1.5$  του μήκους της χορδής. Παρατηρούμε ακόμα ότι για  $\alpha=18^\circ$  το μήκος του ομόρρου αυξάνει (σε αντίθεση με την κατάσταση που επικρατούσε πριν την απώλεια στήριξης) κάτι που οφείλεται στην μεγέθυνση του φαινομένου που καθιστά τη ροή μη μόνιμη και η εμφάνιση του γίνεται στο χείλος εκφυγής με τον μηχανισμό που εξηγήσαμε.

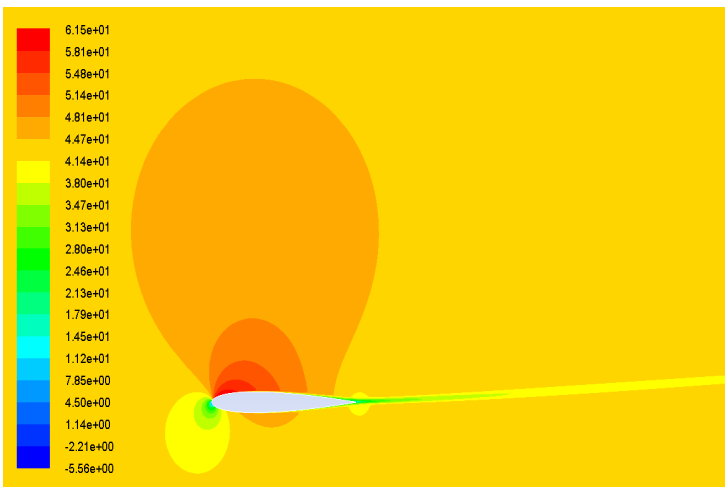
Για να γίνει και ποσοτικά κατανοητή η ανάπτυξη του πεδίου ροής παρουσιάζουμε στην συνέχεια στο σχήμα 5.3 τα αποτελέσματα που πήραμε για την ανάπτυξη του πεδίου της x-συνιστώσας της ταχύτητας μέσω των ισοϋψών της.



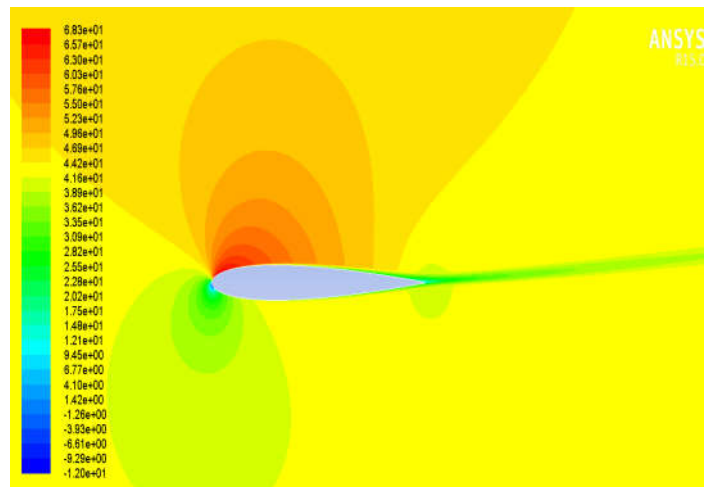
$\alpha=0^\circ$



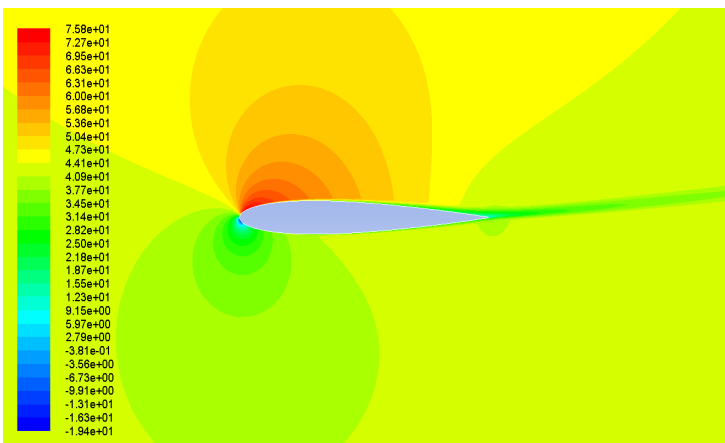
$\alpha=2^\circ$



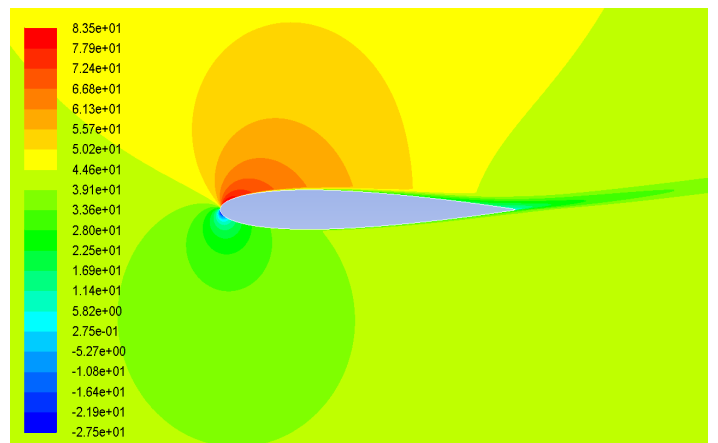
$\alpha=4^\circ$



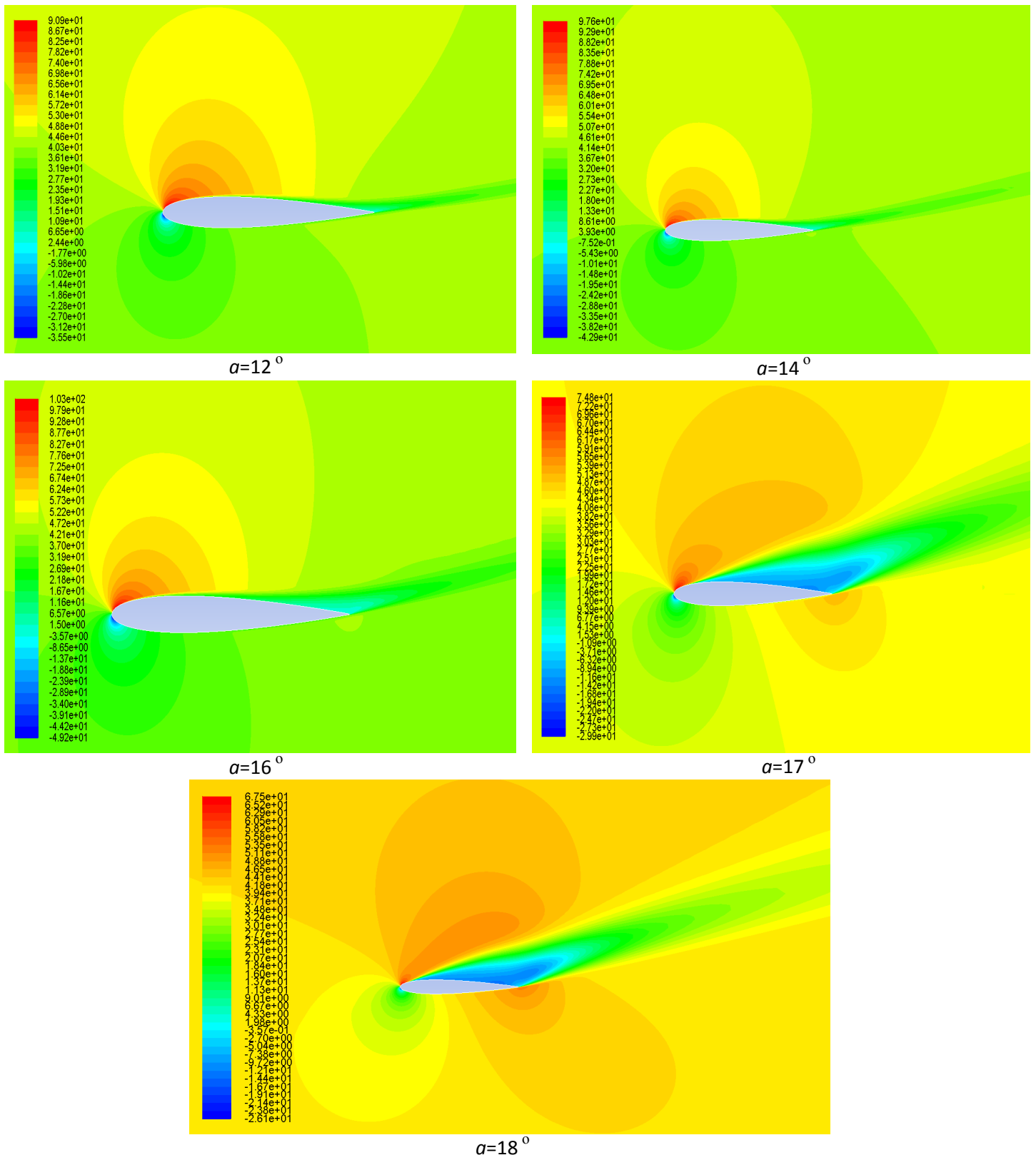
$\alpha=6^\circ$



$\alpha=8^\circ$



$\alpha=10^\circ$



**Σχήμα 5.3:** Ισοϋψείς της x-ταχύτητας για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι ταχύτητες σε m/s.

Αρχικά εδώ παρατηρούμε από τις τιμές των ταχυτήτων ότι καθώς αυξάνει η γωνία προσβολής από τις  $0^\circ$  μέχρι τις  $16^\circ$ , οι μέγιστες τιμές των ταχυτήτων αυξάνουν, κάτι

που προφανώς αναμέναμε να συμβεί καθώς βρισκόμαστε στην περιοχή που η αεροτομή παρουσιάζει σταθερή συμπεριφορά χωρίς να έχει εμφανιστεί η κρίσιμη κατάσταση της απώλειας στήριξης. Αντίθετα, με το που εμφανίζεται η απώλεια στήριξης και μέσω της αποκόλλησης της ροής, έχουμε μια πτώση της μέγιστης τιμής της  $x$ -ταχύτητας  $\sim 25\%$  κατά την μετάβαση από τις  $16^\circ$  στις  $17^\circ$ . Ακόμα παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχουν και αρνητικές τιμές της  $x$ -ταχύτητας κάτι που δηλώνει αντιστροφή της ροής και άρα ανακυκλοφορία και στροβιλισμό. Αυτές οι περιοχές μέχρι την γωνία των  $14^\circ$  είναι μικρές σε έκταση και βρίσκονται στα δύο σημεία ανακοπής όπως τα έχουμε εντοπίσει παραπάνω. Στην κρίσιμη γωνία των  $16^\circ$  βλέπουμε ότι η περιοχή αυτή στο πάνω και πίσω μέρος της αεροτομής έχει σημαντική αύξηση λόγω του ενιαίου πλέον στροβίλου που έχει σχηματιστεί ενώ στις γωνίες των  $17^\circ$  και  $18^\circ$  η περιοχή αυτή εκτείνεται  $\sim$  στο 70% του άνω μέρους της αεροτομής λόγω της ύπαρξης του μεγάλου στροβίλου που παρατηρήσαμε από τη μελέτη των ροϊκών γραμμών και του λεπτού δευτέρου που έχει σχηματιστεί πίσω του. Οι ταχύτητες σε αυτές τις περιοχές είναι μειωμένες λόγω ανακυκλοφορίας και ύπαρξης μεγάλης στροβιλότητας (όπως θα δούμε και παρακάτω).

Η μέγιστη τιμή της  $x$ -ταχύτητας σε όλες τις γωνίες παρατηρείται στο άνω μέρος της αεροτομής σε σχεδόν συμμετρική θέση από το σημείο ανακοπής που βρίσκεται κατά το ίδιο  $x$  αλλά από το κάτω τμήμα της (εκτός φυσικά από την περίπτωση όπου  $\alpha=0^\circ$  όπου έχουμε συμμετρία στη ροή). Η περιοχή αυτή για μικρές γωνίες "επεκτείνεται" σε όλο σχεδόν το άνω μέρος της αεροτομής, ενώ όσο η γωνία αυξάνει, αυτή η περιοχή συρρικνώνεται γύρω από το σημείο της εμφάνισης της μέγιστης τιμής της. Παρόλα αυτά είναι πολύ ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι μια περιοχή αυξημένης ταχύτητας εμφανίζεται πίσω από το χείλος εκφυγής για τις γωνίες  $17^\circ$  και  $18^\circ$  κάτι που μας επιβεβαιώνει τις παρατηρήσεις που κάναμε πριν, δηλαδή ότι σε αυτές τις περιπτώσεις η ροή επιταχύνει σε εκείνο το σημείο όπου ο "λεπτός" στρόβιλος συνεισφέρει στην επιτάχυνση της εισερχόμενης ροής.

## 5.2 Ανάλυση της ανάπτυξης της στροβιλότητας στο πεδίο ροής και της κατανομής των αεροδυναμικών φορτίων.

Η ροή γύρω από μια συμμετρική αεροτομή όταν αυτή βρίσκεται κεκλιμένη υπό γωνία σε σχέση με την εισερχόμενη ροή του ελεύθερου ρεύματος ασκεί σε αυτήν σημαντικές δυνάμεις με διαφορετικό μέγεθος και κατεύθυνση. Ένα από τα σημαντικότερα θέματα που αναλύονται στην αεροδυναμική είναι η παραγωγή της ανωστικής δύναμης αλλά και της οπισθέλκουσας που ασκούνται σε μια αεροτομή. Γενικά η κλίση αυτή της αεροτομής ως προς τη εισερχόμενη ροή παράγει επίσης ροπή, η οποία ενεργεί ενάντια στην κίνηση του ρευστού. Αυτή η ροπή είναι κυρίως το αποτέλεσμα κυρίως της συνεισφοράς της συνιστώσας της πίεσης τόσο στην ανωστική όσο και στην οπισθέλκουσα δύναμη (pressure lift, drag) παρά της συνεισφοράς της συνιστώσας των διατμητικών δυνάμεων (viscous lift, drag) που ενεργούν στην επιφάνεια της αεροτομής, όπως θα δειχτεί σε αυτή την παράγραφο. Παρόλα αυτά στην παρούσα εργασία δεν μελετάμε πως μεταβάλλεται αυτή η ροπή και προτείνουμε να γίνει μελλοντική μελέτη της κυρίως στην κατάσταση όπου υπάρχει απώλεια στήριξης. Σε καταστάσεις όπου η τύρβη και οι επιδράσεις της δεν μπορούν πλέον να αγνοηθούν, παρατηρείται η εμφάνιση όλο και περισσότερων περιοχών όπου συγκεντρώνεται έντονη στροβιλότητα, λόγω της εμφάνισης των τυρβώδων διατμητικών τάσεων μέσα στο οριακό στρώμα. Η ένταση της στροβιλότητας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον  $Re$ , δεδομένου ότι το ίδιο το πάχος του οριακού στρώματος ( $\delta$ ), εκφράζεται συναρτήσει του  $Re$  αφού  $\delta \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}$ .

Στις υπερκρίσιμες ροές όπως η ροή που μελετάμε, η περιοχή μεγάλης στροβιλότητας είναι περιορισμένη κοντά στην επιφάνεια της αεροτομής και η υπόλοιπη περιοχή εμφανίζει πολύ χαμηλότερης έντασης στροβιλότητα. Στο σχήμα 5.4 παρουσιάζονται οι καμπύλες με την κατανομή του μέτρου στροβιλότητας το οποίο ορίζεται μέσω της στροβιλότητας για 2-Dροές. Γενικά η στροβιλότητα στην τρισδιάστατη περίπτωση ορίζεται ως:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (v_x, v_y, v_z) = \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

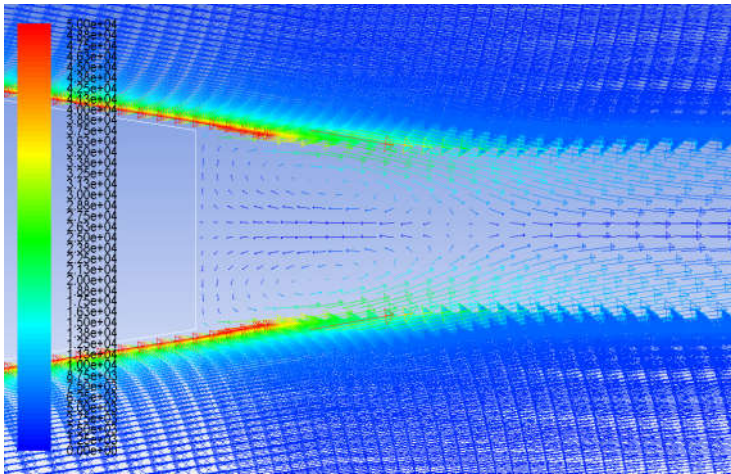
και άρα στην περίπτωση των 2 διαστάσεων αντίστοιχα ως:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (v_x, v_y, 0) = \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \vec{z}$$

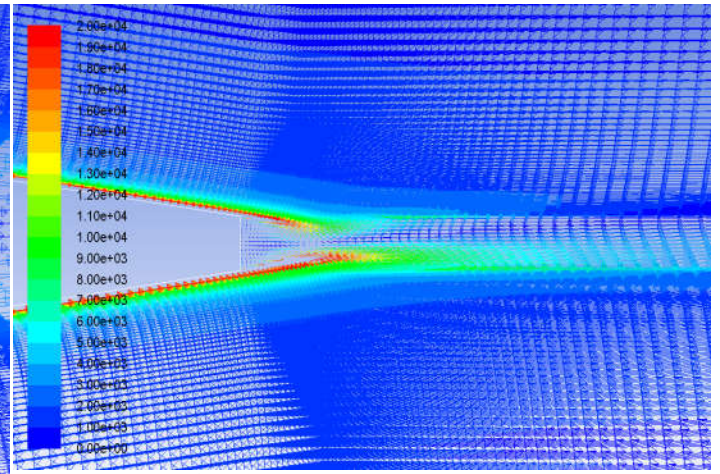
$$\text{Άρα το μέτρο της είναι: } \|\vec{\omega}\| = \left\| \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \vec{z} \right\| = \sqrt{\left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2} = \left| \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|$$

όπου  $\| \cdot \|$ : Ευκλείδεια νόρμα

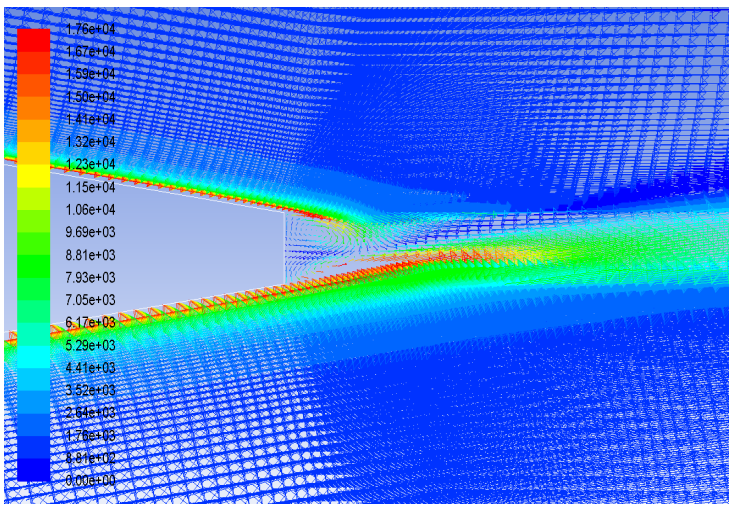
Στο διάγραμμα, χρωματίζονται οι περιοχές χαμηλής στροβιλότητας (για λόγους οπτικοποίησης οι τιμές της στροβιλότητας που είναι μικρότερες από 0,1% της μέγιστης τιμής είναι χρωματισμένες).



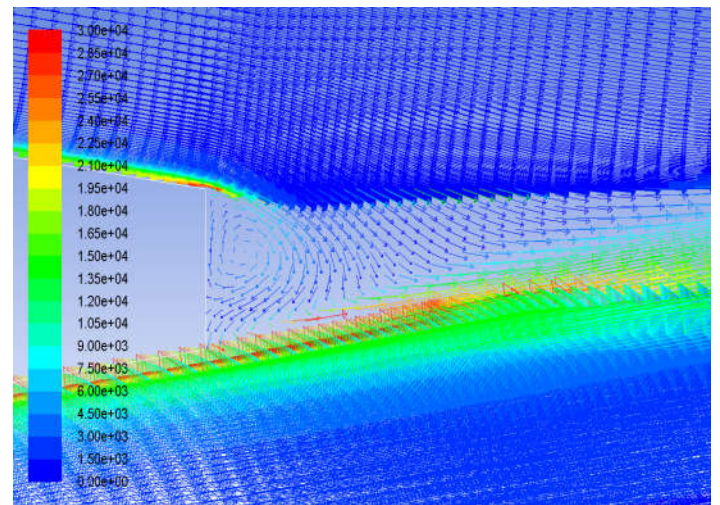
$\alpha=0^\circ$  (10% of max vort.magnitude)



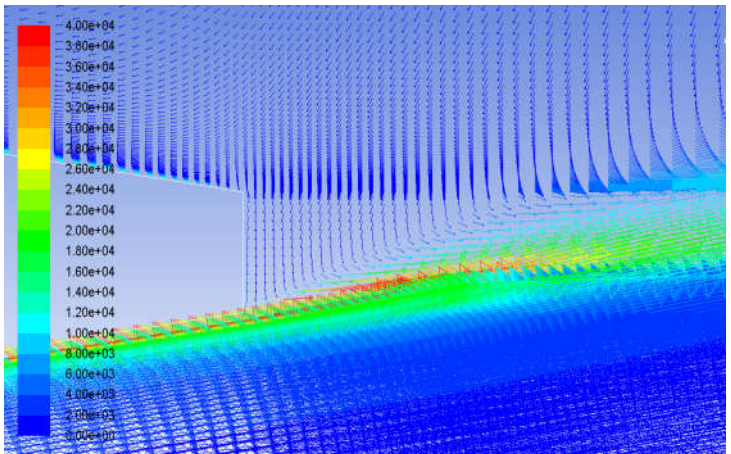
$\alpha=4^\circ$  (2% of max vort.magnitude)



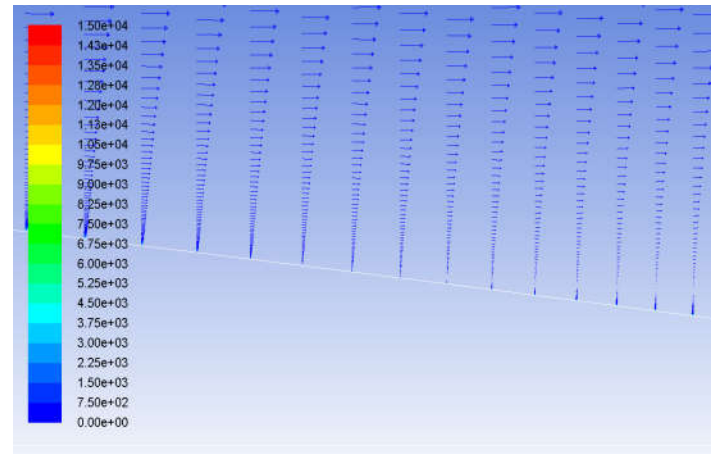
$\alpha=8^\circ$  (1% of max vort.magnitude)



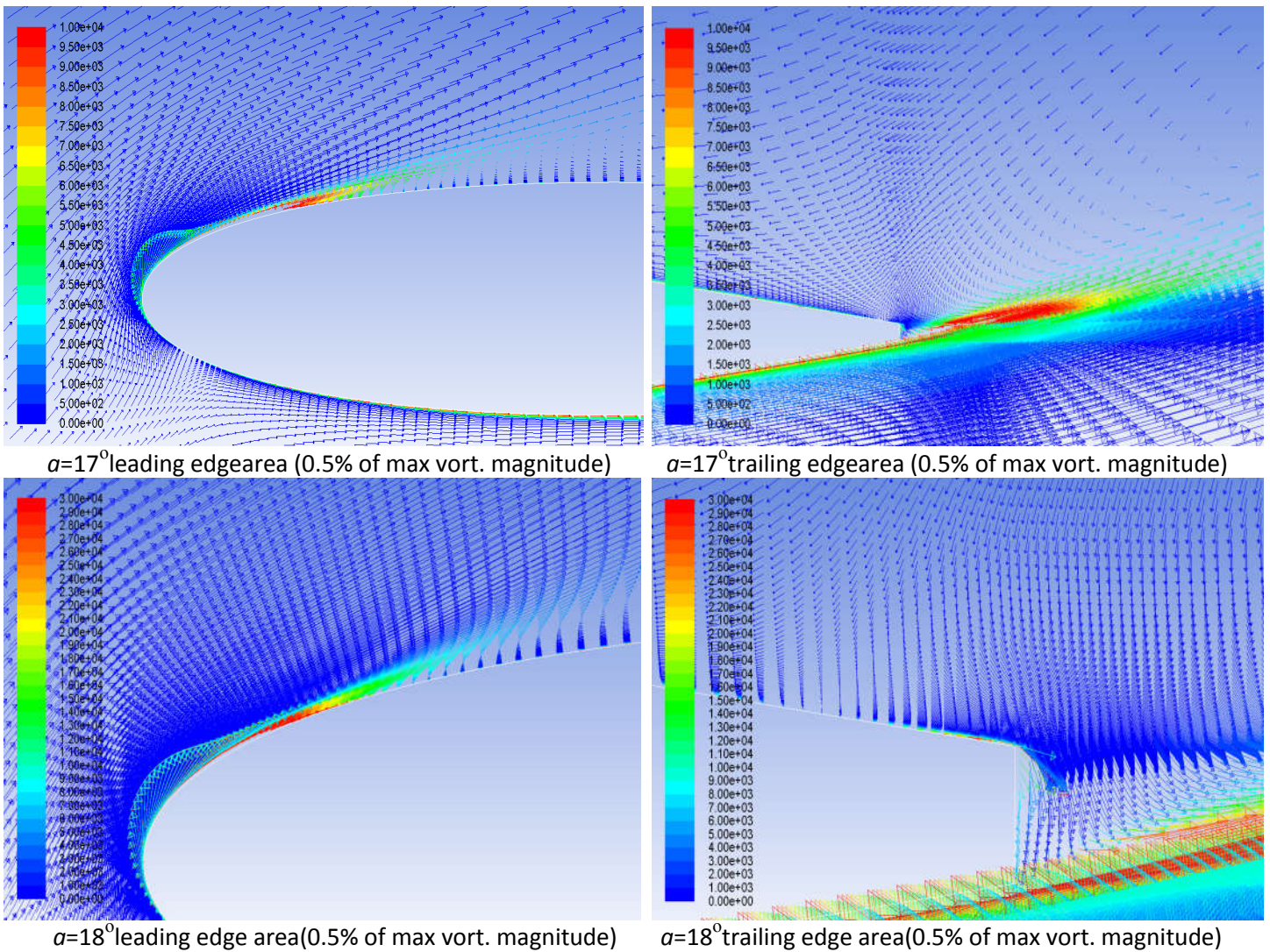
$\alpha=12^\circ$  (0.5% of max vort.magnitude)



$\alpha=16^\circ$  (0.2% of max vort.magnitude)



$\alpha=16^\circ$   $x/L=0.85$  (0.6% of max vort.magnitude)



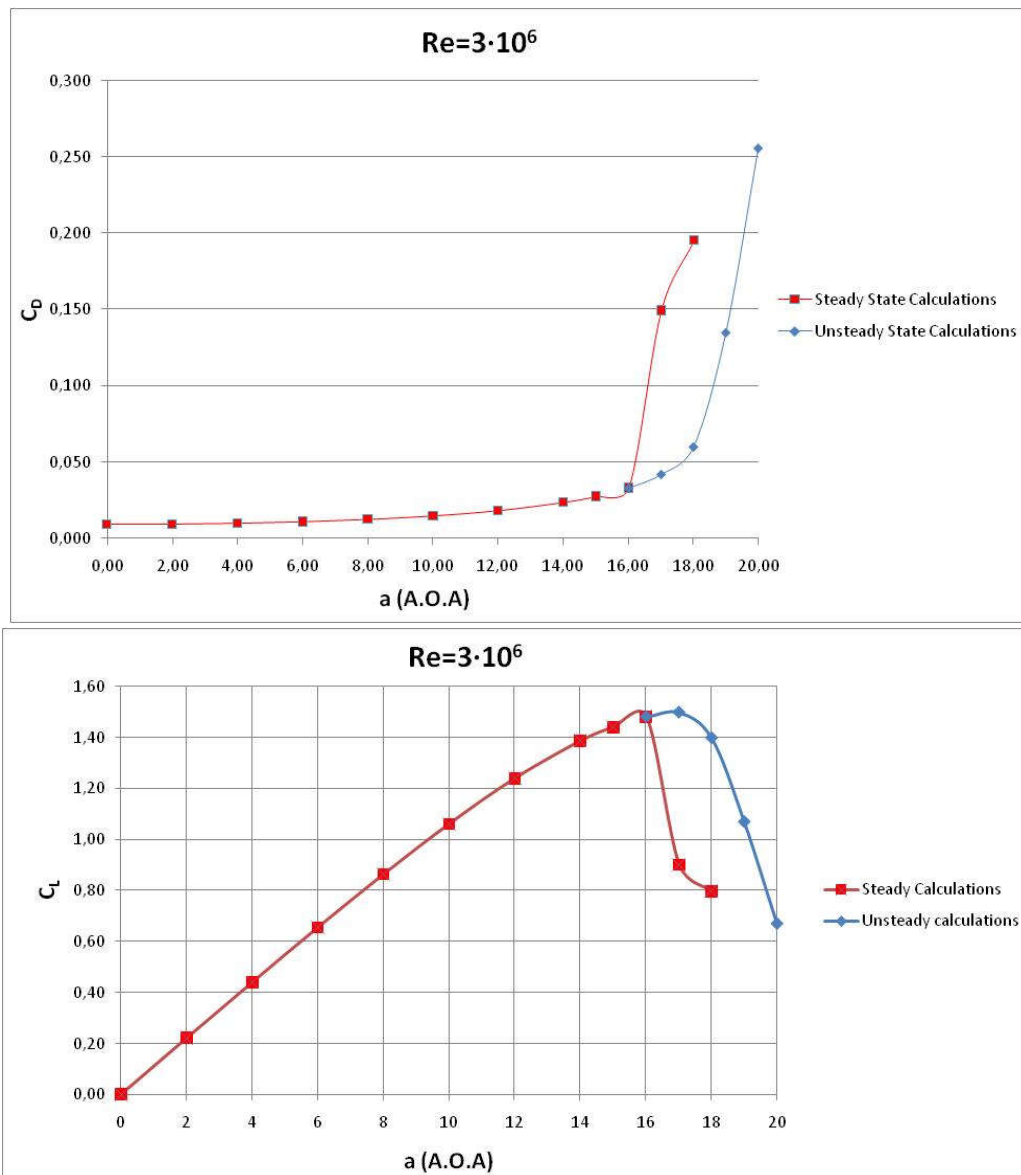
**Σχήμα 5.4:** Διανυσματική απεικόνιση του μέτρου της στροβιλότητας για γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$  και για  $Re=3 \cdot 10^6$  με κατάλληλο εύρος τιμών. Το πεδίο της στροβιλότητας είναι χρωματισμένο ώστε να φαίνονται οι τιμές της στροβιλότητας σε εύρος 0.5% έως 10% της μέγιστης τιμής. Οι τιμές του μέτρου στροβιλότητας σε 1/s.

Παρατηρούμε ότι τα σημεία μέγιστης στροβιλότητας για γωνίες μέχρι  $16^\circ$  εμφανίζονται πάνω στην αεροτομή μετά το σημείο ανακοπής που βρίσκεται πάνω στην αεροτομή και προς τα πίσω της σε όλο το εύρος του οριακού στρώματος αεροτομής όπου επεκτείνεται και μετά το χείλος εκφυγής μέχρι που τα στροβιλιζόμενα σωματίδια εισέρχονται στους στροβίλους ανακυκλοφορίας πίσω από αυτή. Στην κατάσταση των  $16^\circ, 17^\circ$  και  $18^\circ$  παρατηρούμε ότι η δημιουργία του μεγάλου στροβίλου στο πάνω και πίσω μέρος της αεροτομής σκεδάζει την στροβιλότητα από το σημείο αποκόλλησης και προς τα πίσω με αποτέλεσμα να απορροφάει μεγάλο μέρος αυτής και να ελαττώνεται η στροβιλότητα στο οριακό στρώμα και κοντά στην επιφάνεια της αεροτομής. Στο κάτω τμήμα της, η



στροβιλότητα εξακολουθεί να διατηρεί τις μέγιστες τιμές της μετά το κάτω σημείο αποκοπής μέχρι τον ομόρρου όπου συναντά πλέον τον μεγάλο πλέον στρόβιλο και έτσι συνεισφέρει στη δημιουργία του μικρού 2ου λεπτού στρόβιλου πίσω από αυτόν.

Η κύρια δύναμη, που ενδιαφέρει την αεροδυναμική αεροτομών είναι η αεροδυναμική αντίσταση ή οπισθέλκουσα, και περιλαμβάνει τις εξής επιμέρους δυνάμεις: την αντίσταση λόγω των διατμητικών τάσεων ή αντίσταση τριβής και την αντίσταση λόγω των στατικών πιέσεων. Επίσης πολύ σημαντική δύναμη που έχει μελετηθεί από την παγκόσμια βιβλιογραφία είναι και η άνωση που ασκείται στην αεροτομή καθώς αυτή αλλάζει γωνία προσβολής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα για τους συνολικούς συντελεστές άνωσης, αντίστασης παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα 5.5.



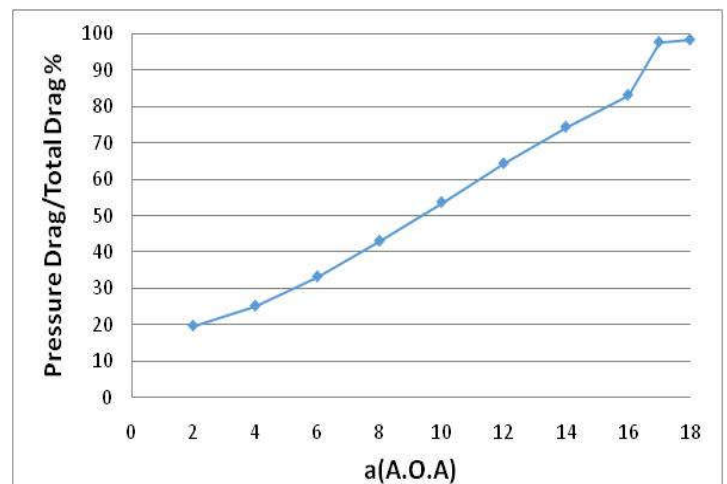
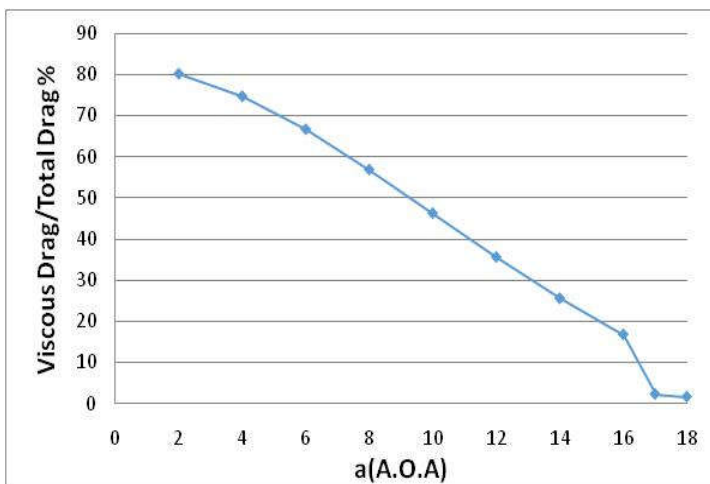
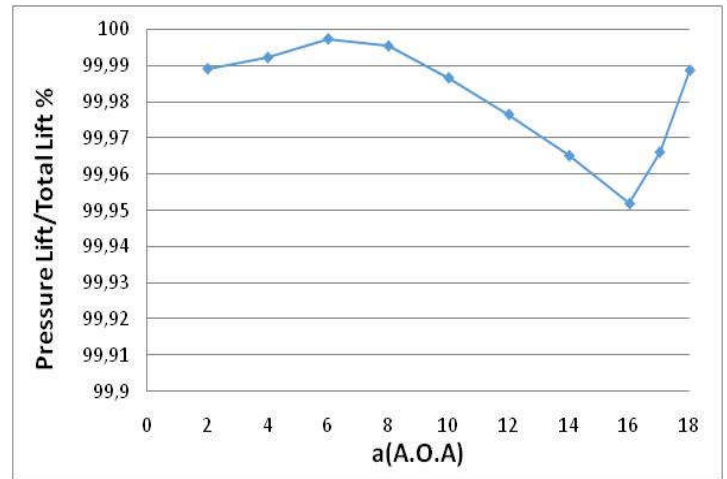
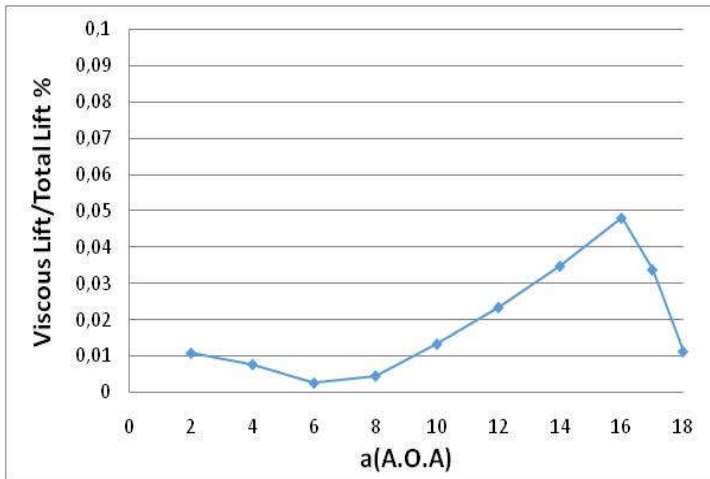
**Σχήμα 5.5:** Συντελεστές αντίστασης και άνωσης για  $Re = 3 \cdot 10^6$  συναρτήσει με την γωνία προσβολής  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$  προσομοιώσεων μόνιμης κατάστασης (κόκκινη καμπύλη), και για  $\alpha = 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$  (μπλε καμπύλη).

Σε αυτό το σχήμα για λόγους πληρότητας και σύγκρισης παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που έγιναν θεωρώντας μόνιμη ροή για γωνίες προσβολής  $17^\circ$  και  $18^\circ$  αλλά και τα αποτελέσματα της μη μόνιμης ροής θεωρώντας μέσο όρο για τις διακυμάνσεις των  $C_L$  και  $C_D$  με χρονική δειγματοληψία στα 5 τελευταία δευτερόλεπτα σε κάθε μια από τις γωνίες  $17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$  όπου πλέον η κυματοειδής τους μορφή είχε καθοριστεί πλήρως χωρίς να υπάρχουν χαοτικές-τυχαίες διαταραχές (η πλήρης μορφή των διαγραμμάτων αυτών από όπου έγινε η εξαγωγή του M.O. θα παρουσιαστεί στα μη μόνιμα αποτελέσματα). Για τη γωνία  $16^\circ$  τα αποτελέσματα των δύο προσομοιώσεων όπως βλέπουμε ταυτίζονται.

Τα διαγράμματα στο σχήμα 5.5 αναδεικνύουν επίσης τις μεταβολές των αεροδυναμικών φορτίων για το σύνολο των εξεταζόμενων γωνιών προσβολής για  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Παρατηρείται μια απότομη και μεγάλη αύξηση στη κάθετη δύναμη στην διεύθυνση του ελεύθερου ρεύματος, που ασκεί το ρευστό στην αεροτομή (η δύναμη άνωσης), που από  $2^\circ$  μέχρι  $16^\circ$  μοίρες παρουσιάζει μια αύξηση της τάξης 700% κάτι που ήταν γνωστό και από τα πειραματικά δεδομένα. Προφανώς λόγω συμμετρίας και λόγω της μορφής της αεροτομής για  $0^\circ$  δεν έχουμε καθόλου άνωση. Ακόμα παρατηρούμε ότι εκτελώντας προσομοίωση μη μόνιμης ροής, η μετάβαση στην περιοχή απώλειας στήριξης γίνεται πιο ομαλά από τις  $16^\circ$  μέχρι τις  $18^\circ$  και μια απότομη μεταβολή από  $18^\circ$  μέχρι  $20^\circ$ . Προφανώς υπάρχει μεγάλη διαφορά στις τιμές που προκύπτουν από τη μόνιμη και μη μόνιμη προσομοίωση αφού ξέρουμε ότι πλέον το πεδίο είναι μη μόνιμο· απλά παραθέτουμε τα αποτελέσματα της μόνιμης ροής για ποιοτική σύγκριση. Κοιτώντας την μεταβολή του συντελεστή άνωσης παρατηρούμε ότι ο συντελεστής αυξάνεται σχεδόν γραμμικά μέχρι τις  $16-17^\circ$  και από εκεί και ύστερα μειώνεται με αυξημένη κλίση σε σχέση με την αρχική.

Εξετάζοντας τώρα την μεταβολή της αεροδυναμικής αντίστασης παρατηρείται μια πολύ μικρή ποσοστιαία μεταβολή της από τις  $2^\circ$  μέχρι  $16^\circ$  της τάξης ~200% σε αντίθεση με την μεταβολή της άνωσης σε αυτό το εύρος, ενώ οι τιμές της αντίστασης είναι περίπου 2 τάξεις μεγέθους μικρότερες από αυτές της άνωσης. Έτσι για αυτές τις γωνίες έχουμε σημαντικό κέρδος σε άνωση με πολύ μικρή σχετικά αντίσταση. Μετά τις  $16^\circ$  παρατηρούμε μία απότομη αύξηση της αντίστασης καθώς η αεροτομή εισέρχεται σε καθεστώς απώλειας στήριξης. Η κλίση της μεταβολής της αντίστασης από τις  $16^\circ$  μέχρι τις  $20^\circ$  είναι πολλαπλάσια από αυτή που είχαμε για τις  $0^\circ$  μέχρι τις  $16^\circ$ .

Στο σχήμα 5.6 γίνεται διαχωρισμός των συνιστωσών που συνεισφέρουν στην αεροδυναμική άνωση και αντίσταση για γωνίες προσβολής από  $2^\circ$  μέχρι τις  $18^\circ$  και προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης. Έτσι παρουσιάζεται η συνεισφορά στην συνολική άνωση που οφείλεται στις ιξώδεις δυνάμεις (viscous lift) ταυτόχρονα με τη συνεισφορά λόγω της διαφοράς πίεσης που δημιουργείται εκατέρωθεν των τμημάτων της αεροτομής (pressure lift) στην συνολική άνωση και αντίστοιχα η συνεισφορά στην συνολική αντίσταση που οφείλεται στις ιξώδεις δυνάμεις (viscous drag) ταυτόχρονα με τη συνεισφορά λόγω της πίεσης (pressure drag) στην συνολική αντίσταση.



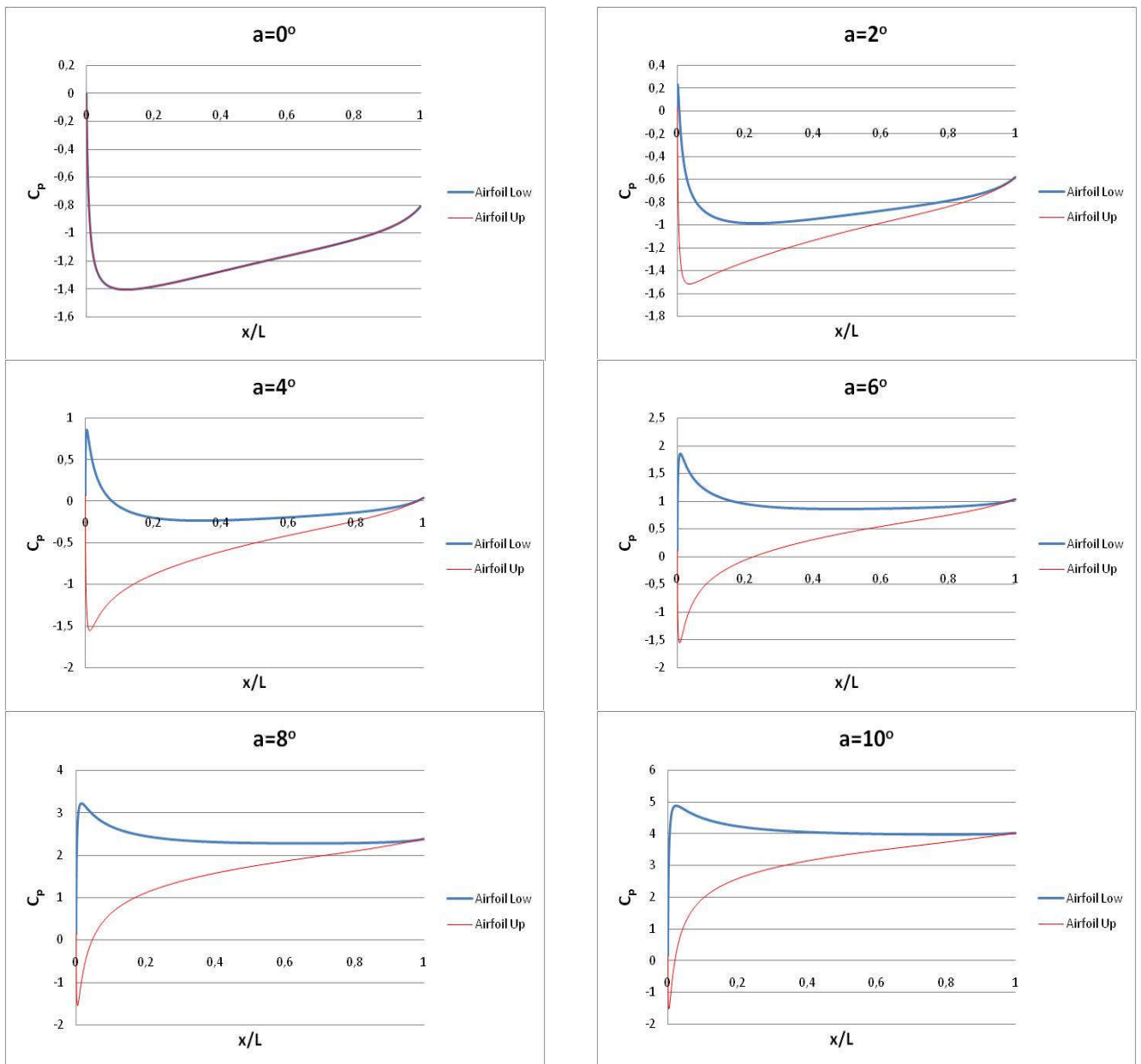
**Σχήμα 5.6:** Η αεροδυναμική άνωση και αντίσταση που οφείλονται στην επίδραση των ιξώδων δυνάμεων (Viscous Lift και Viscous Drag) και των ορθών τάσεων-πίεσης (Pressure Lift και Pressure Drag) διαιρεμένες προς την συνολική άνωση και αντίσταση αντίστοιχα οι οποίες σχεδιάζονται σε σχέση με τη γωνία προσβολής από  $2^\circ$  μέχρι τις  $18^\circ$  για  $Re=3 \cdot 10^6$

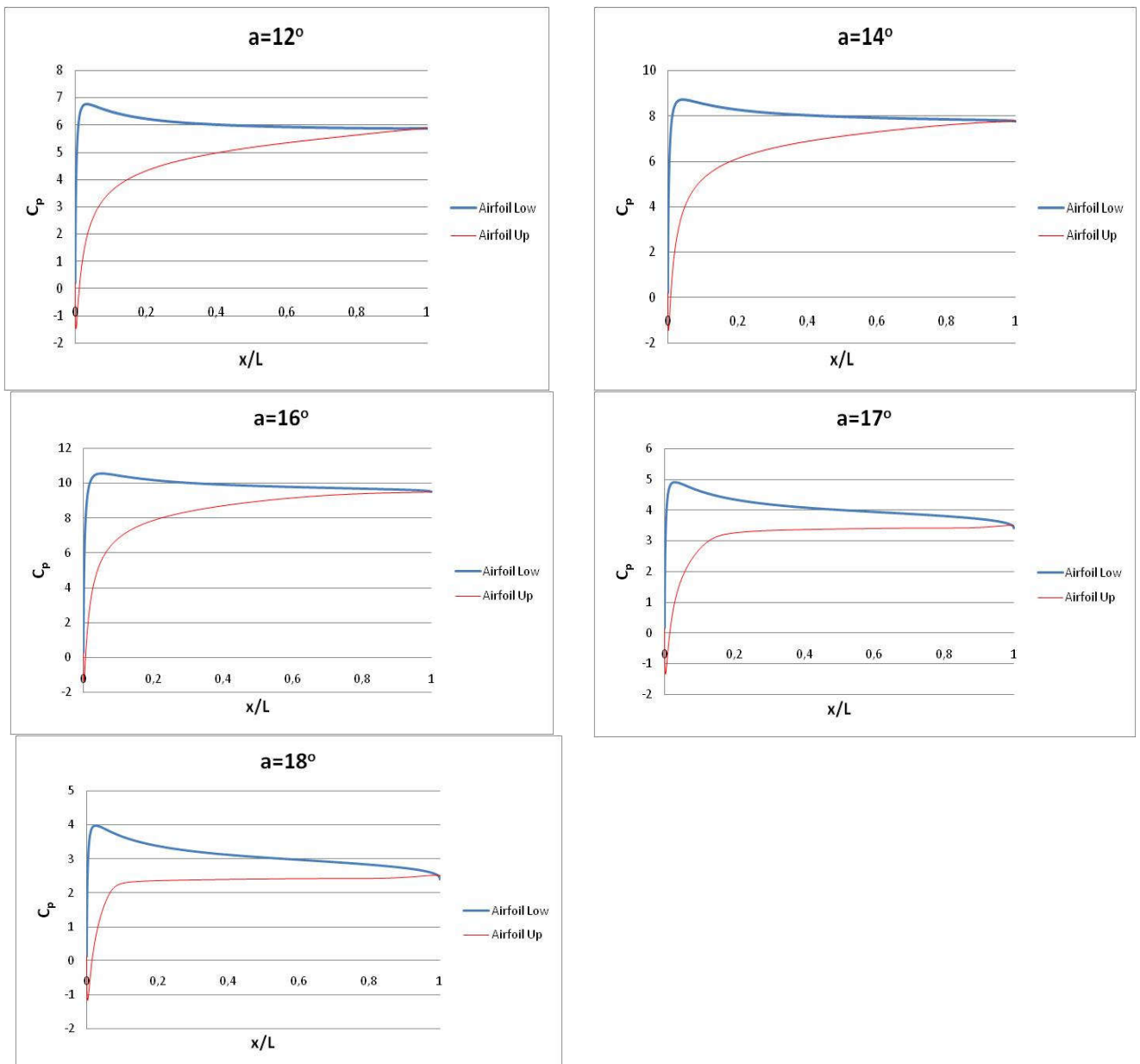
Η συνεισφορά της άνωσης που οφείλεται στο ιξώδες, δηλαδή στις διατμητικές τάσεις, σε σχέση με την συνολική άνωση δεν ξεπερνάει το 0,05%, επομένως μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν αμελητέα και άρα σχεδόν εξολοκλήρου η άνωση προκαλείται λόγω της διαφοράς πίεσης. Για  $a = 6^\circ$  η επίδραση της συνεκτικότητας στην άνωση είναι ελάχιστη, ενώ μετά αυξάνει για να πάρει τη μέγιστη τιμή της ως προς τη συνολική άνωση για  $a = 16^\circ$ . Μετά από εκεί παρατηρείται πάλι μια πτώση στη συνεισφορά λόγω συνεκτικότητας.

Οι συνεισφορές στον συντελεστή αντίστασης παρουσιάζονται επίσης στο σχήμα 5.6 και μπορεί να παρατηρηθεί από το αντίστοιχο διάγραμμα, ότι η αεροδυναμική αντίσταση λόγω διατμητικών τάσεων μεταβάλλεται πτωτικά με παρόμοιο τρόπο για όλες τις εξετασμένες περιπτώσεις, μόνο που εδώ βλέπουμε πόσο σημαντική συνεισφορά έχει στην συνολική αντίσταση από τις  $2^\circ$  μέχρι τις  $16^\circ$ . Έτσι παρατηρούμε

ότι από τις  $2^\circ$  μέχρι τις  $8^\circ$  είναι η κυρίαρχη συνιστώσα στην αντίσταση με ποσοστό που ξεκινάει από 80% για  $\alpha=2^\circ$  και φτάνει το 58% της συνολικής για  $\alpha=8^\circ$ . Παρόλα αυτά ακόμα και στην περίπτωση των  $16^\circ$  έχει σημαντική συνεισφορά της τάξης του 20%. Η αντίσταση λόγω διαφοράς πίεσης και η αντίσταση που οφείλεται στη συνεκτικότητα έχουν την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή προς την κατεύθυνση των θετικών  $x$  (ή την κατεύθυνση του ελεύθερου ρεύματος).

Ολοκληρώνοντας την κατανομή των δυνάμεων στην αεροτομή, εξετάστηκε και η κατανομή του συντελεστή πίεσης  $C_p$  πάνω στην επιφάνεια της αεροτομής για  $Re = 3 \cdot 10^6$  και τις διάφορες τιμές της γωνίας προσβολής και παρουσιάζεται στο σχήμα 5.7.





**Σχήμα 5.7 :** Κατανομή Πίεσης στο άνω και κάτω μέρος της επιφάνειας της αεροτομής για γωνίες προσβολής από  $0^\circ$  μέχρι τις  $18^\circ$  για  $Re=3 \cdot 10^6$  για προσομοιώσεις μόνιμου πεδίου ροής.

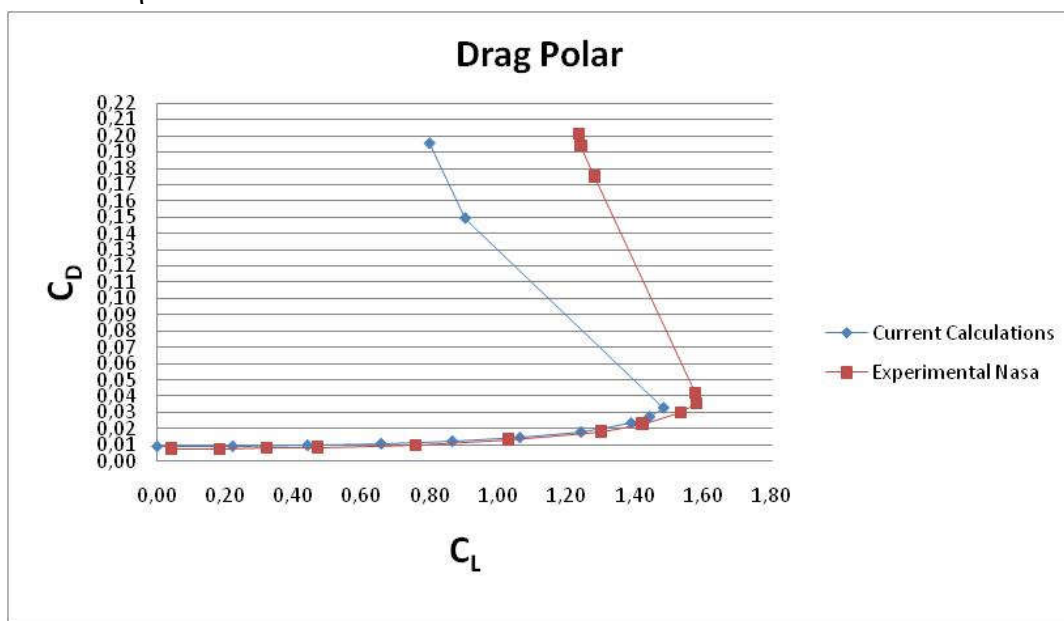
Βλέπουμε λοιπόν ότι για τη γωνία  $0^\circ$  οι πιέσεις στο άνω και κάτω μέρος της αεροτομής έχουν ίδιο μέτρο κατά το μήκος της χορδής της κάτι που αναμέναμε αφού έχουμε μηδενική άνωση σε αυτή την περίπτωση. Από τις  $0^\circ$  μέχρι τις  $18^\circ$  υπάρχει μια ξεκάθαρη κατάσταση υπερπίεσης στο κάτω μέρος της αεροτομής σε σχέση με το πάνω μέρος της όπου αυτή η διάφορα πίεσης εξηγεί τον μηχανισμό της άνωσης. Παρατηρούμε ότι αυτή η διάφορα πίεσης αυξάνει μέχρι τις  $16^\circ$  όπου και εκεί έχουμε την μέγιστη τιμή του  $C_L$ .

Για  $\alpha=2^\circ$  για το άνω τμήμα έχουμε μια απότομη αύξησή της για τα πρώτα χιλιοστά όπου πιάνει τη μέγιστη πίεση στο σημείο ανακοπής και αμέσως μετά μειώνεται μέχρι το 0.2 της χορδής και μετά παρουσιάζει πάλι αυξητική τάση έχοντας έτσι μια

παραβολική μορφή κατανομής της πίεσης με τα κοίλα άνω από το σημείο ανακοπής και μετά. Και στις επόμενες γωνίες προσβολής η κατανομή πίεσης στο άνω τμήμα έχει την ίδια μορφή με αυτή που περιγράψαμε μόνο που τα κοίλα της παραβολικής κατανομής της πίεσης μικραίνουν μέχρι τη γωνία των  $18^\circ$  που τείνει η κατανομή να γίνει ευθεία με μικρή αρνητική κλίση (πάντα μετά το σημείο ανακοπής). Αξίζει να αναφέρουμε ότι από τα παραπάνω διαγράμματα ο αναγνώστης είναι πλέον σε θέση να γνωρίζει και το κέντρο πίεσης της αεροτομής καθώς μεταβάλλεται η γωνία προσβολής.

Ένα ακόμη πολύ ενδιαφέρον αποτέλεσμα που μπορούμε να παρουσιάσουμε είναι η παρουσίαση του πολικού γραφήματος αντίστασης που συνδέει το  $C_L$  με το  $C_D$ , από το οποίο μπορούμε να προσδιορίσουμε τον λόγο άνωσης προς την αντίσταση καθώς η αεροτομή κινείται στο πεδίο ροής (Lift to drag ratio ή L/D). Το να πετύχουμε όσο το δυνατόν πιο μεγάλη τιμή του λόγου  $L / D$  είναι συνήθως ένας από τους κύριους στόχους στον σχεδιασμό αεροτομών, δεδομένου ότι η απαιτούμενη άνωση της εκάστοτε αεροτομής καθορίζεται από το βάρος της όταν παράγει αυτή την άνωση με όσο το δυνατόν γίνεται μικρότερη οπισθέλκουσα τότε πετυχαίνει κανείς καλύτερη εξοικονόμηση καυσίμου σε αεροσκάφη, καλύτερη απόδοση ανόδου και λόγο ολίσθησης (glide ratio).

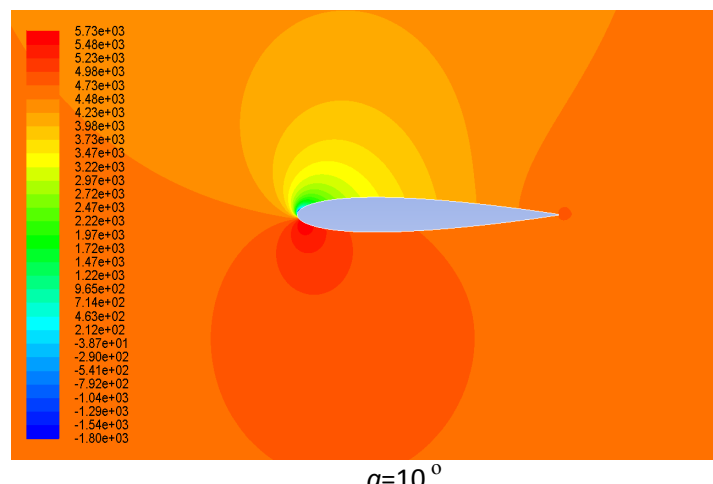
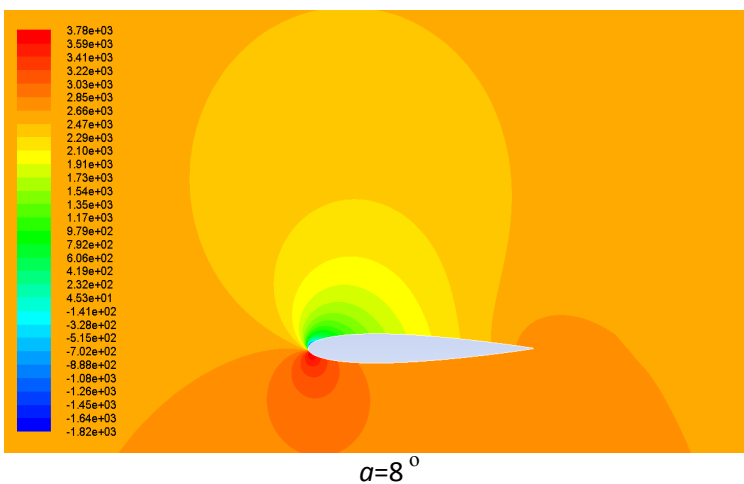
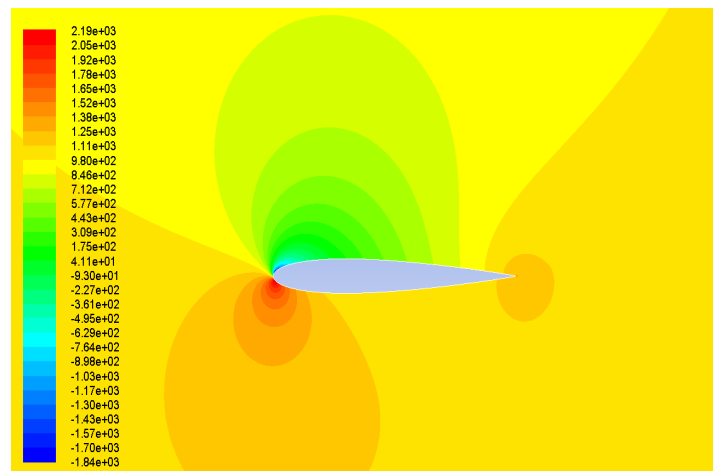
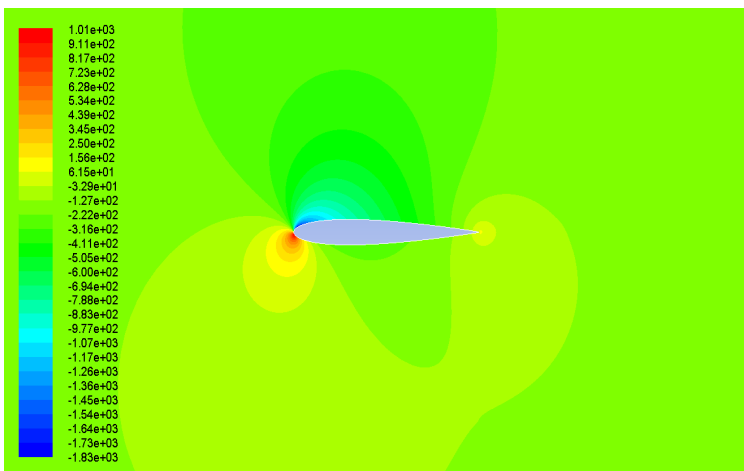
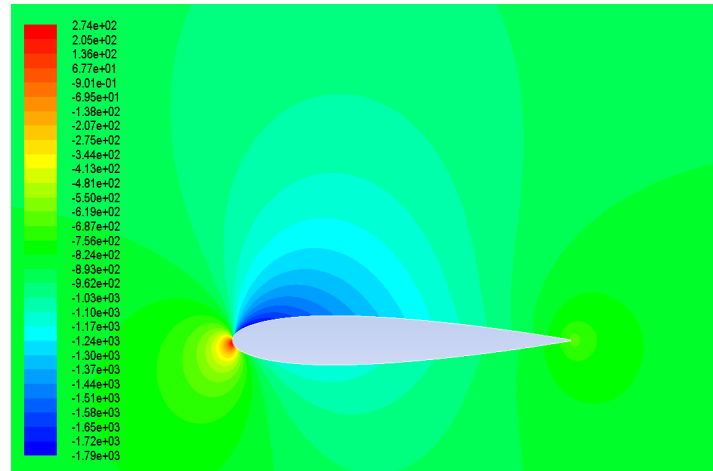
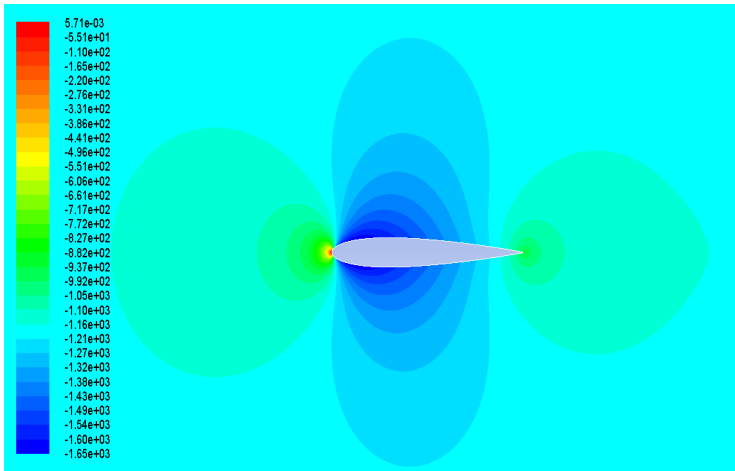
Ο λόγος ολίσθησης ως γνωστό ορίζεται ως ο λόγος (οριζόντια απόσταση που διανύει το αεροσκάφος) / (κατακόρυφη απόσταση που έχει υποχωρήσει κατά το διάστημα αυτό) όταν το αεροσκάφος κινείται χωρίς την υποβοήθηση κινητήρα στον αέρα και αυτός ο λόγος είναι αριθμητικά ίσος με το λόγο  $L / D$ . Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζουμε το πολικό διάγραμμα για την αεροτομή και το συγκρίνουμε με τα πειραματικά δεδομένα της NASA [7] που υπάρχουν διαθέσιμα για  $Re=3.18 \cdot 10^6$ , όπου και αυτό το πείραμα έχει γίνει χωρίς διάταξη trip wire για να είχαμε καλύτερη σύγκριση. Επισημαίνουμε ότι εδώ για τις τιμές  $C_L$  και  $C_D$  που προκύπτουν από τις γωνίες  $17^\circ - 20^\circ$  έχουν παρθεί από τους Μ.Ο. των προσομοιώσεων για μη μόνιμη κατάσταση.

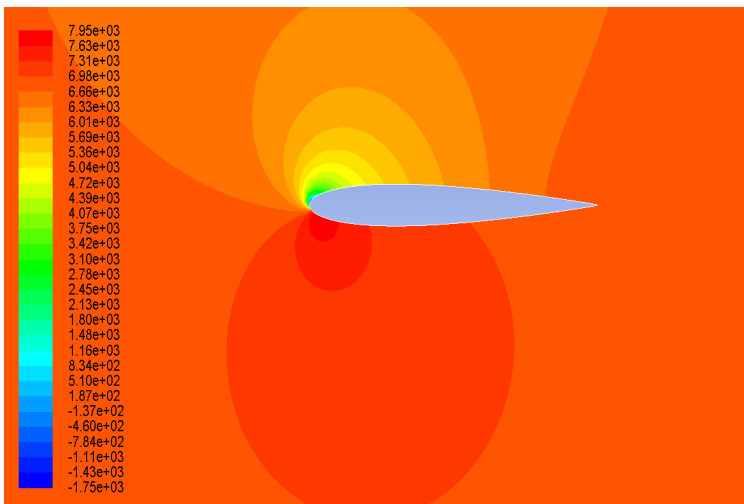


Σχήμα 5.8: Πολικό γράφημα αντίστασης για  $Re=3 \cdot 10^6$

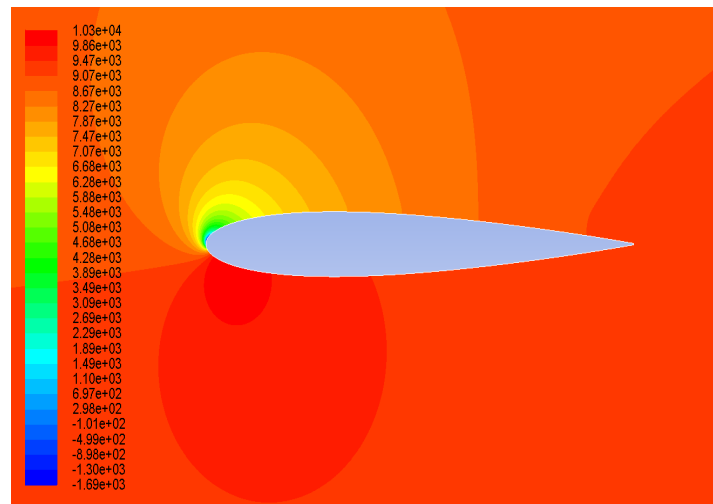
Στο παραπάνω σχήμα μπορούμε να προσδιορίσουμε τον βέλτιστο λόγο  $L/D$  που προκύπτει από την κλίση της ευθείας που εφάπτεται στην καμπύλη και διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Έτσι προκύπτει ότι για  $C_L \sim 1.3$  και  $C_D \sim 0.2$  η βέλτιστη τιμή του λόγου  $L/D \sim 1.08$

Τέλος παρουσιάζουμε και τα αποτελέσματα για το πώς διαμορφώνεται ολόκληρο το πεδίο της πίεσης γύρω από την αεροτομή στο σχήμα 5.9 που ακολουθεί.

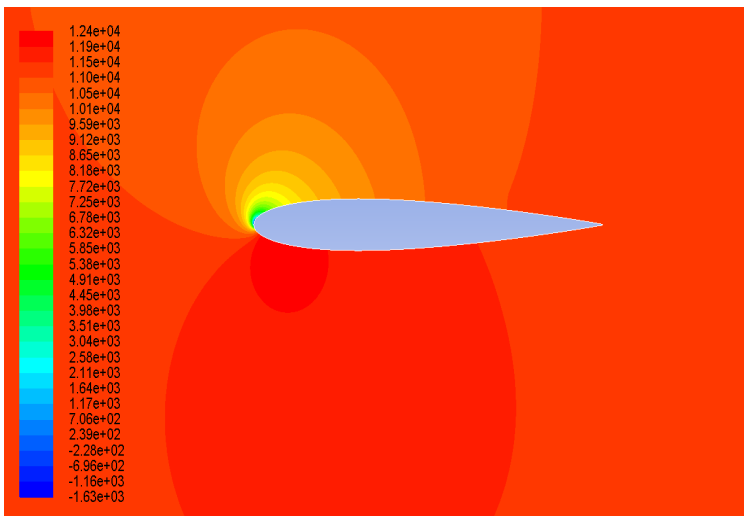




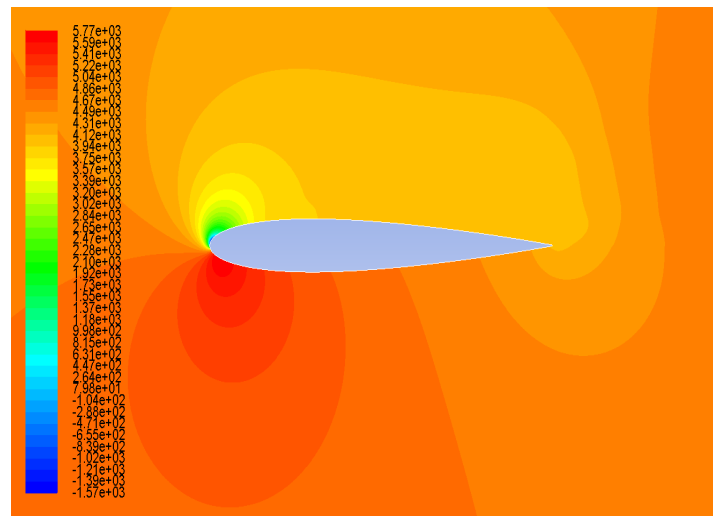
$\alpha=12^\circ$



$\alpha=14^\circ$



$\alpha=16^\circ$



$\alpha=17^\circ$



$\alpha=18^\circ$

**Σχήμα 5.9:** Κατανομή ισοϋψών του πεδίου πίεσης γύρω από την αεροτομή για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι μονάδες σε Pascal.



Όπως είναι αναμενόμενο για  $\alpha=0^\circ$  δεν έχουμε διαφορά στην κατανομή στο πεδίο πίεσης μεταξύ του άνω τμήματος και του κάτω τμήματος της αεροτομής κάτι που επιβεβαιώνει ακόμα μια φορά την μηδενική άνωση για αυτή την κατάσταση καθώς είναι και εμφανής η θέση της μέγιστης πίεσης στο χείλος προσβολής της αεροτομής όπου βρίσκεται το σημείο ανακοπής. Καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει, παρατηρούμε μετατόπιση της μέγιστης πίεσης στο κάτω μέρος της αεροτομής ακολουθώντας κάθε φορά το σημείο ανακοπής που προκαλείται από το εισερχόμενο ρεύμα της ροής όταν προσκρούει στην αεροτομή μηδενίζοντας εκεί και την ταχύτητα όπως βλέπουμε και στο πεδίο των ταχυτήτων από το σχήμα 5.3. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι μια περιοχή ελάχιστης πίεσης που ξεκινάει από το οριακό στρώμα στην πάνω πλευρά της αεροτομής και εκτείνεται κατά το  $y$  σχεδόν συνορεύει με την περιοχή της μέγιστης πίεσης και αυτές οι περιοχές βρίσκονται συμμετρικά σχεδόν, εκατέρωθεν της αεροτομής. Τέλος έχουμε τις περιοχές της μέγιστης και της μειωμένης πίεσης που αρχικά καταλαμβάνουν περιοχή μικρής έκτασης γύρω από την αεροτομή, αλλά καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει, αυτές οι περιοχές μεγαλώνουν και "αγκαλιάζουν" αντίστοιχα το κάτω και το πάνω τμήμα αυτής.

### 5.3 Το πεδίο του τανυστή Reynolds των τυρβωδών τάσεων και η κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

Για μια εμπειριστατωμένη μελέτη της τύρβης, είναι απαραίτητη η κατανόηση της συμβολής όλων των στοιχείων του τανυστή τάσεων του Reynolds στα ισοζύγια της ορμής και της ενέργειας. Υπάρχουν πολλές μελέτες στη βιβλιογραφία, που αναλύουν το χωρικό κομμάτι για τη μέση τυρβώδη κινητική ενέργεια (το ημιάθροισμα του ίχνους του τανυστή Reynolds), κατά συνέπεια την ενεργειακή κατανομή στις διαφορετικές κλίμακες μήκους. Εντούτοις, φαίνεται από τη βιβλιογραφία ότι δεν υπάρχει καμία οργανωμένη ερευνητική εργασία που να μελετάει θεωρητικά την τυρβώδη φύση ροών γύρω από αεροτομές για υψηλούς αριθμούς  $Re$  υπό μεγάλες γωνίες προσβολής και αυτό είναι κάτι το οποίο ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας προπτυχιακής διπλωματικής εργασίας.

Παρόλα αυτά, στη παρούσα εργασία, διοργανώνουμε μια προκαταρκτική μελέτη της τύρβης που οργανώνεται σε δύο μέρη και παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα για τη κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργεια για τη μόνιμη και τη μη μόνιμη περίπτωση (βλέπε επόμενο κεφάλαιο). Με αυτόν το τρόπο εξετάζονται, επίσης, οι έντονες και πιο ήπιες τυρβώδεις περιοχές και η συμπεριφορά στη διεπαφή τους.

Στη διδιάστατη τυρβώδη ροή ο τανυστής τάσεων έχει την ακόλουθη μορφή:

$$R = \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} \end{pmatrix} \quad (5.3.1)$$

Οι ορθές τάσεις Reynolds ορίζουν τη μέση τυρβώδη κινητική ενέργεια, η οποία είναι ίση με το ημίαθροισμα του ίχνους, δηλαδή  $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2 + v'^2})$ . Οι ορθές αυτές τάσεις στις απλές διατμητικές ροές αποσβένουν καθώς η απόσταση από τον τοίχο αυξάνεται. Αυτό όμως δεν συμβαίνει στην περίπτωση της αεροτομής όταν αυτή βρίσκεται υπό μεγάλες γωνίες προσβολής δεδομένου ότι αναπτύσσονται έντονες τυρβώδης περιοχές μακριά από τον πυρήνα του τυρβώδους οριακού στρώματος. Η διατμητική τάση Reynolds  $\overline{u'v'}$ , αποκτάει υψηλές τιμές μέσα στο τυρβώδες οριακό στρώμα ορίου, όπου ο όρος παραγωγής (Production term) δεν είναι αμελητέος. Ωστόσο, μακριά από το τοίχωμα της αεροτομής η διατμητική αυτή τάση θα πρέπει επίσης να λαμβάνεται υπόψη. Υπενθυμίζουμε την εξίσωση (3.4.2), που περιγράφει την μεταφορά της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, η οποία θα μπορούσε να αναδιατυπωθεί στην ακόλουθη μορφή:

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = -\nabla \cdot G + P - \varepsilon \quad (5.3.2)$$

όπου G είναι ο όρος μεταφοράς της τυρβώδους ροής (turbulent flux transport term), ο

$$\text{οποίος είναι ίσος με } G = -\left(\frac{\nu + \nu_\tau}{\sigma_k}\right) \nabla k,$$

γραμμένος σύμφωνα με την υπόθεση κλίσης διάχυσης (gradient diffusion hypothesis - Pope 2000 [15]). Ο όρος P είναι ο όρος παραγωγής, που εκφράζει το ρυθμό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται από τη μέση ροή στον διακυμαινόμενο πεδίο ταχυτήτων, λόγω του έργου που παράγεται από τις κλίσεις των μέσων τιμών των ταχυτήτων έναντι στη δράση τάσεων Reynolds. Αυτός μπορεί να γραφτεί με χρήση της σύμβασης του τανυστικού αθροίσματος ως:

$$P = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \text{ για } i, j = 1, 2 \text{ και σύμφωνα με την υπόθεση τυρβώδους ιξώδους}$$

(turbulent-viscosity hypothesis) απλοποιείται στη μορφή:  $P = \nu_\tau \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)^2$  όπου το n

συμβολίζει την κάθετη κατεύθυνση στην επιφάνεια του ορίου.

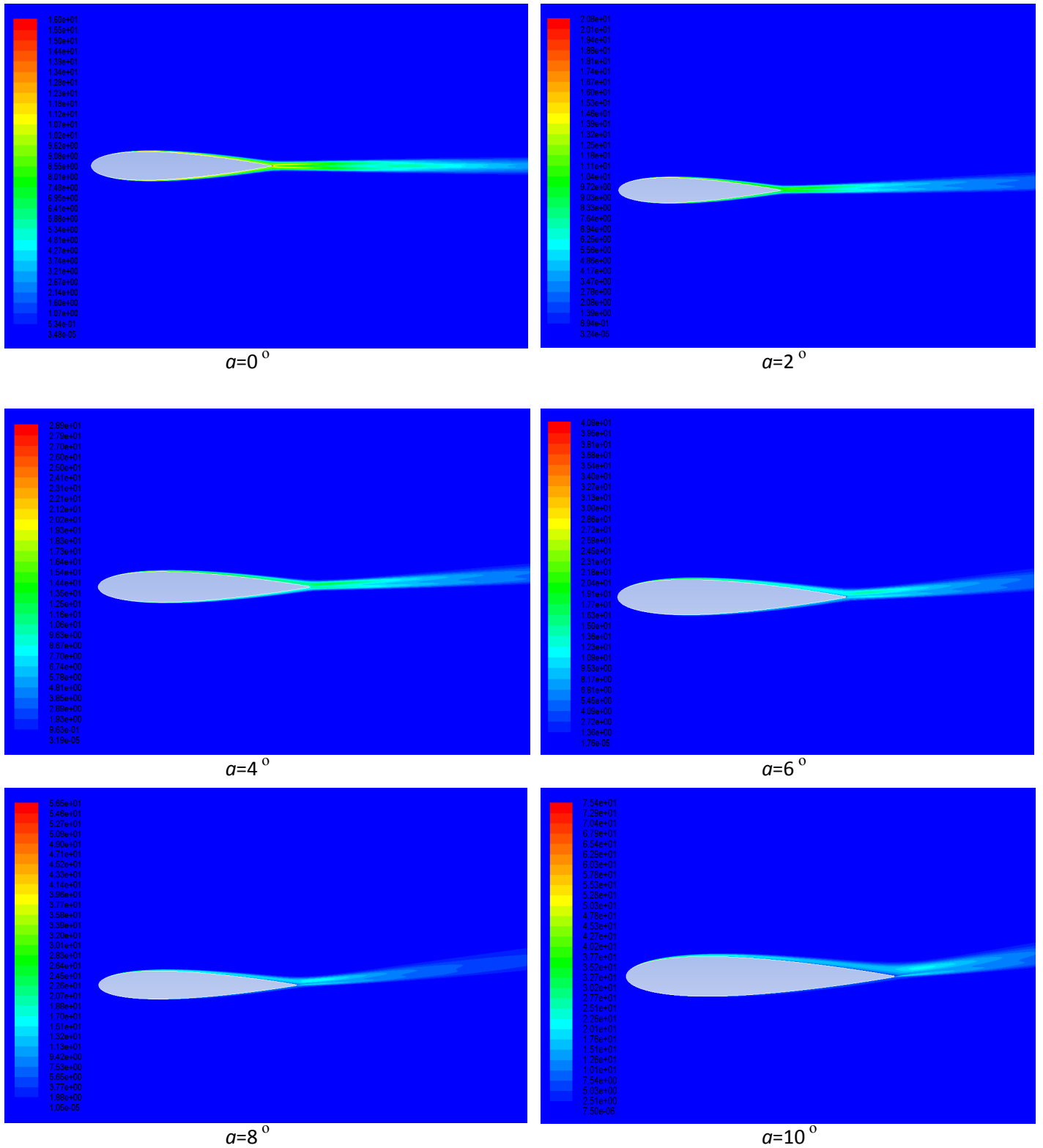
Το αριστερό μέρος της εξίσωσης (5.3.2) εκφράζει το ενεργειακό ποσοστό που παράγεται από τη μέση συναγωγή της ροής και είναι ευαίσθητο ως προς τις αλλαγές της κλίσης της μέσης τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

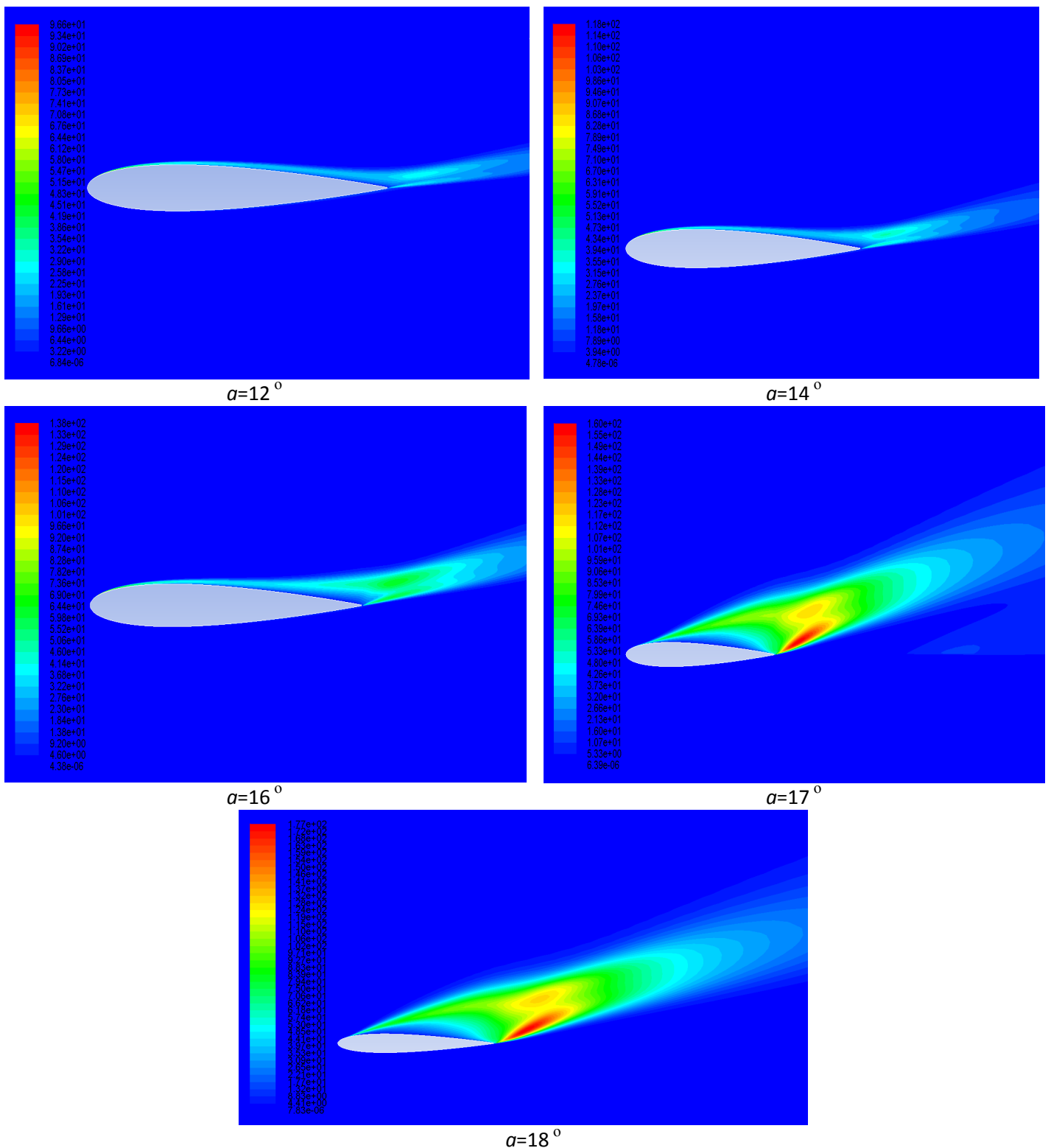
Ο όρος του ρυθμού του διασκεδασμού της τύρβης ε (ή συνάρτηση καταστροφής - turbulence dissipation) εκφράζει τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε εσωτερική ενέργεια, κάτι που αποδίδεται στο έργο που παράγεται από τις κλίσεις των διακυμαινόμενων ταχυτήτων έναντι στις κλίσεις των τάσεων Reynolds, και είναι ίσος

$$\text{με } \varepsilon = \frac{1}{2} \nu \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2 \text{ για } i, j = 1, 2 \quad (5.3.3)$$

Τέλος το ν είναι το στρωτό κινηματικό ιξώδες και το ν<sub>τ</sub> τυρβώδες κινηματικό ιξώδες.

Στο παρακάτω σχήμα 5.10 παρουσιάζουμε την κατανομή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας όπως αυτή προέκυψε από τις προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης.





**Σχήμα 5.10:** Ισοϋψείς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 17^\circ, 18^\circ$ . Οι μονάδες σε  $m^2/s^2$

Από το σχήμα 5.8 είναι προφανές ότι σε χαμηλές γωνίες προσβολής, οι μεγαλύτερες τιμές τις τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι στο οριακό στρώμα και εκτείνονται σε μικρή απόσταση από αυτό. Ταυτόχρονα μετά το χείλος εκφυγής κατά μήκος του

ομόρρου περίπου 2 με 3 φορές του μήκους της χορδής της αεροτομής παρατηρείται μια περιοχή με ενδιάμεσες τιμές της κινητικής ενέργειας που εκτείνονται μετά το χείλος εκφυγής σε απόσταση 3 φορές το μήκος της χορδής της αεροτομής. Μέχρι την περίπτωση που έχουμε γωνίες προσβολής μέχρι  $14^\circ$  η περιοχή αυτή στον ομόρρου της αεροτομής έχει πάχος περίπου ίσο με το  $1/3$  του μέγιστου πάχους της αεροτομής και παρατηρούμε ότι στην περιοχή του άνω μέρους της αεροτομής που πάει να αποκολληθεί η ροή στην ενδιάμεση περιοχή μεταξύ του τοιχώματος της αεροτομής μέχρι την περιοχή του ομόρρου παρουσιάζεται πτώση στην τιμή της κινητικής ενέργειας της τύρβης η οποία αυξάνει όπως προαναφέραμε μόλις εισερχόμαστε στην περιοχή του ομόρρου.

Όταν η γωνία προσβολής γίνεται  $16^\circ$  η κατάσταση αρχίζει να αλλάζει δραματικά. Η περιοχή μειωμένης τυρβώδους κινητικής ενέργειας που είχε εντοπιστεί μεταξύ ομόρρου και αεροτομής μεγαλώνει κατά το  $y$  και καλύπτει την αεροτομή από το αρχικό σημείο ανακοπής μέχρι το χείλος εκφυγής. Ταυτόχρονα με την εμφάνιση των στροβιλισμών στον ομόρρου η τυρβώδης κινητική ενέργεια μεγιστοποιείται σε αυτούς και συγκεκριμένα στον μικρό και λεπτό κατάντη στρόβιλο που έρχεται σε επαφή με τον μεγάλο στρόβιλο μπροστά του και με την επιταχυνόμενη τυρβώδη ροή όπως αυτή εξέρχεται από το κάτω μέρος της αεροτομής προς το χείλος εκφυγής. Στις γωνίες  $17^\circ$  και  $18^\circ$  το πάχος της τυρβώδους περιοχής στον ομόρρου είναι περίπου 2.5 φορές του μέγιστου πάχους της αεροτομής που το μέγεθός της υποδηλώνει ξεκάθαρα την τυρβώδη αποκόλληση της ροής και την έναρξή του φαινομένου του shedding.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### *Παρουσίαση αποτελεσμάτων και σχολιασμός για την μη μόνιμη ροή.*

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια εκτενής αναφορά των προσομοιώσεων που αφορούσαν τη μόνιμη ροή, δηλαδή μέχρι γωνίες προσβολής  $16^\circ$  με ταυτόχρονη παρουσίαση των αποτελεσμάτων που πήραμε θεωρώντας μόνιμη ροή για  $17^\circ$  και  $18^\circ$  για να κάνουμε μια ποιοτική σύγκριση με τα αποτελέσματα που θα παρουσιάσουμε εδώ για την περίπτωση της μη μόνιμης ροής σε αυτές τις γωνίες. Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν έγιναν όπως πάντα για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες  $17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ .

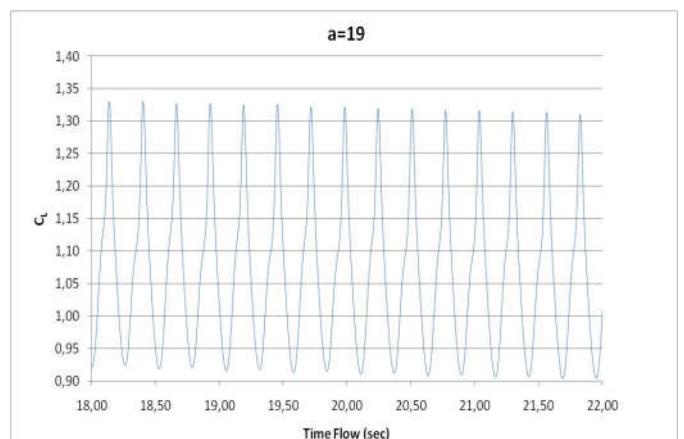
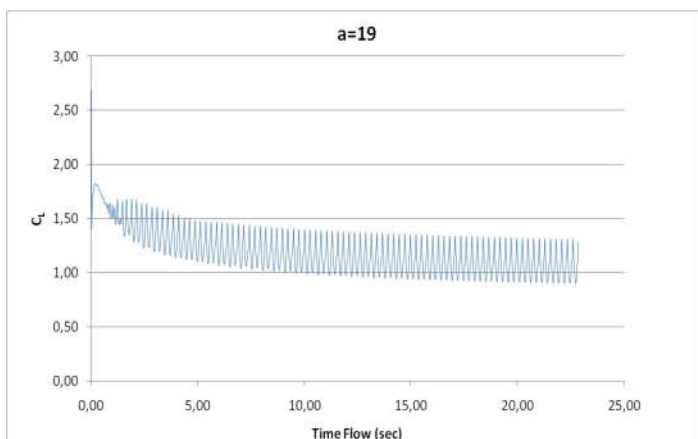
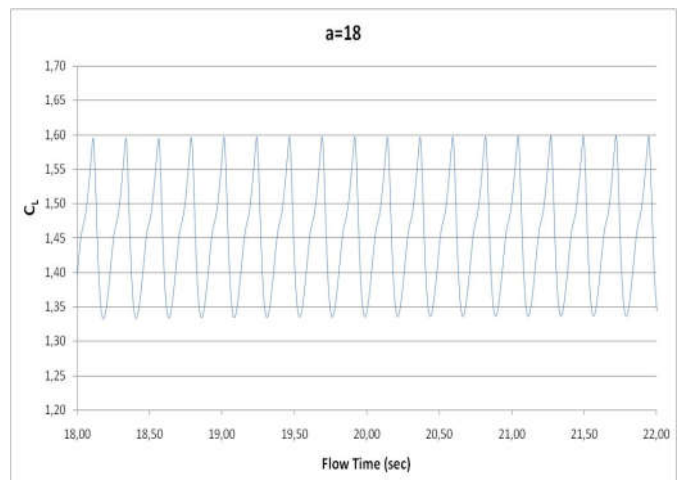
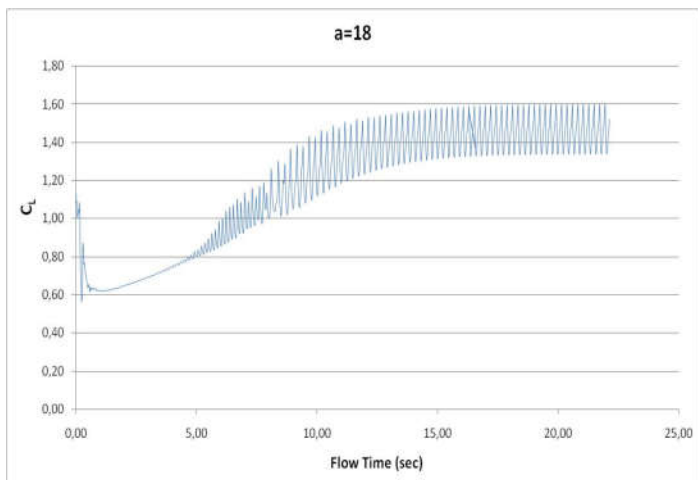
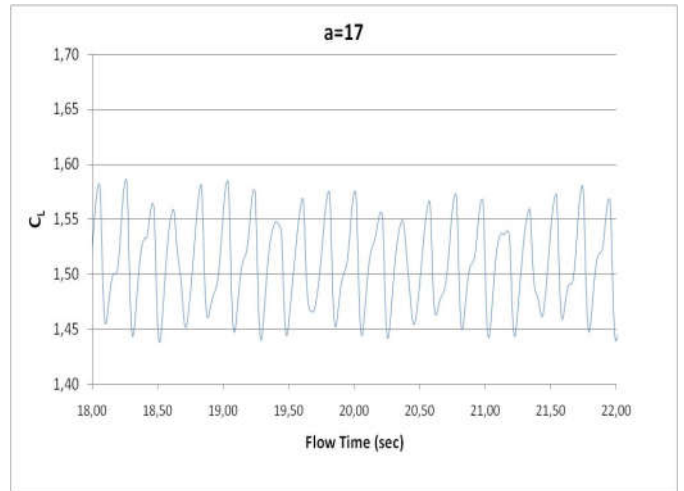
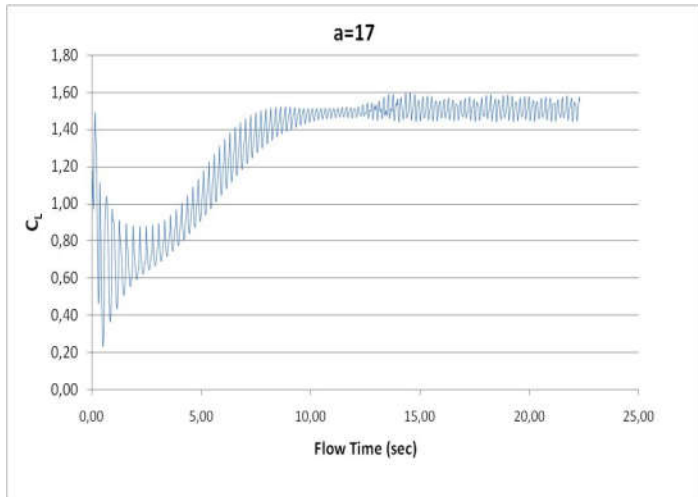
Σύγκριση με πειραματικά δεδομένα δεν μπορούμε να κάνουμε γιατί δεν υπάρχουν στη μελέτες στη διεθνή βιβλιογραφίες που να ερευνούν τη μη μόνιμη φύση της ροής για την αεροτομή NACA 0012 στο συγκεκριμένο αριθμό  $Re$ . Θα παρουσιάσουμε τα αεροδυναμικά φορτία που αναπτύσσονται στην αεροτομή, στιγμιότυπα βασικών μεγεθών στο χρόνο που χαρακτηρίζουν τη ροή σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές της περιόδου του φαινομένου και τέλος θα κάνουμε μια προσπάθεια να αναλύσουμε τη τυρβώδη δομή του φαινομένου.

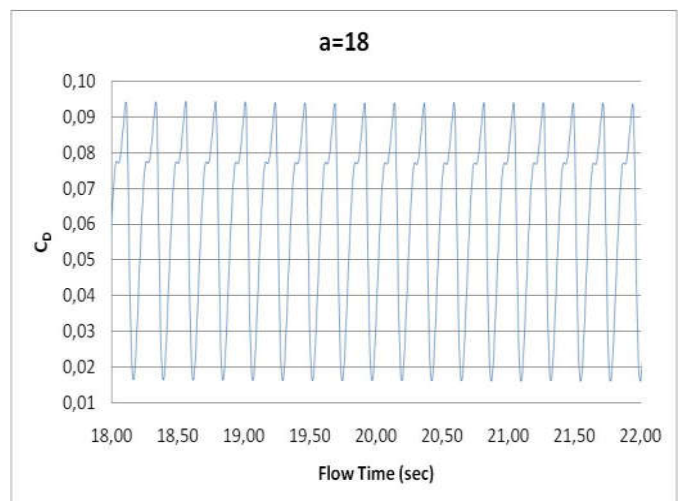
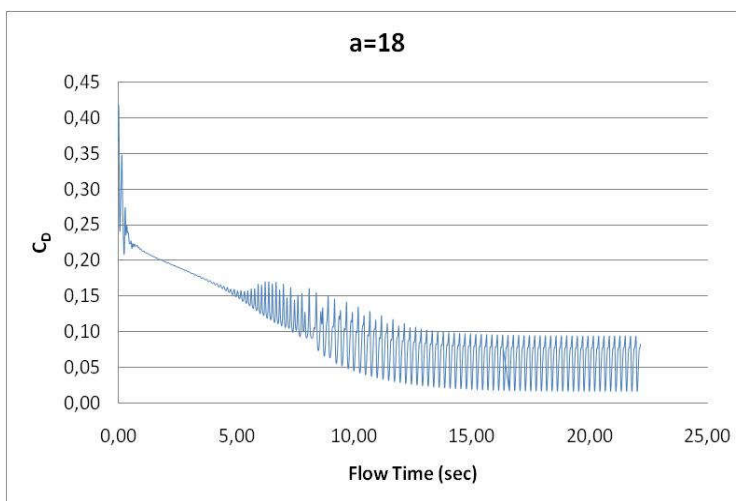
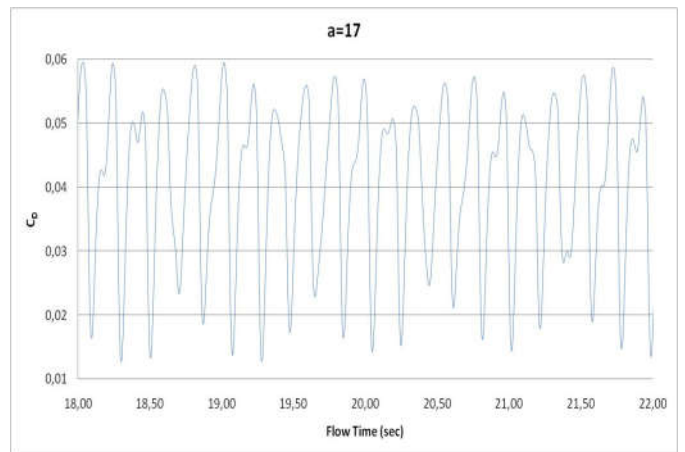
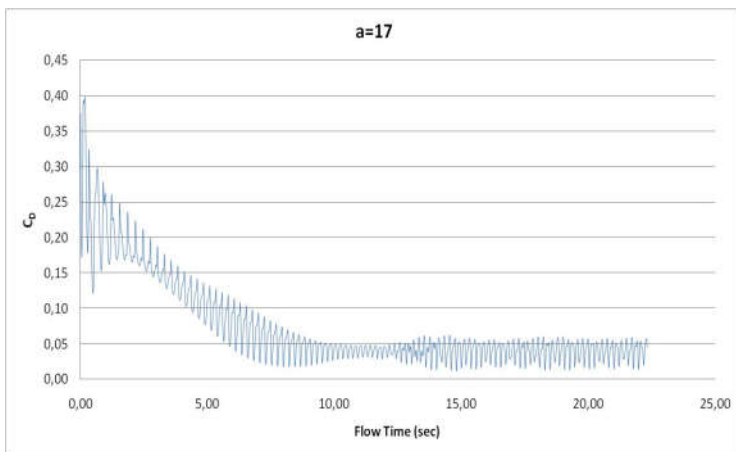
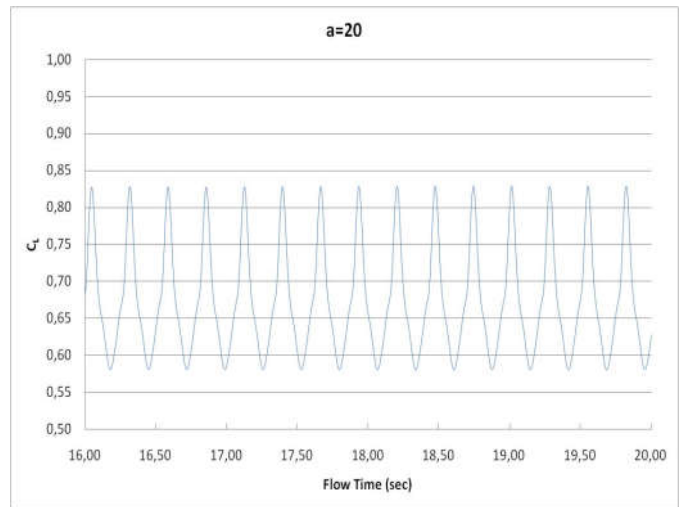
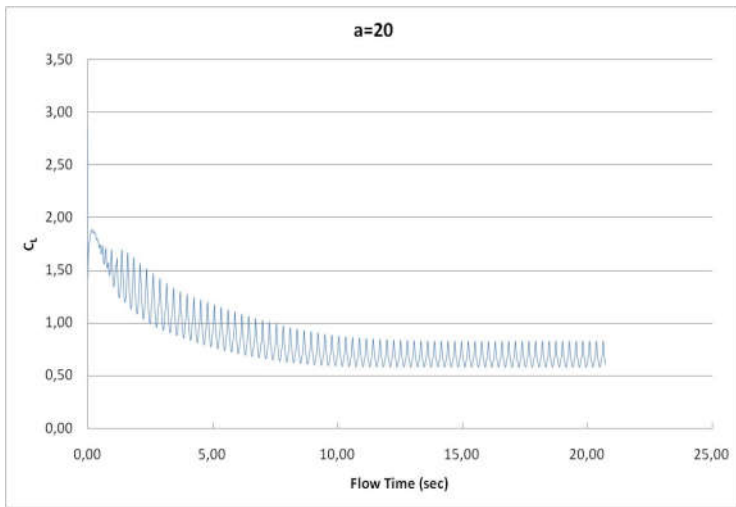
### *6.1 Ανάλυση της μη μόνιμης μορφής του πεδίου ροής γύρω από την αεροτομή και των αεροδυναμικών φορτίων που ασκούνται σε αυτόν.*

Όπως αναφέραμε και πιο πάνω στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε κάποια αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις μη μόνιμης ροής που κάναμε για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Η προσομοίωση αυτή έγινε για να επικυρώσουμε την επάρκεια του μοντέλου για το πόσο καλά μπορεί να αποδώσει τα τυρβώδη χαρακτηριστικά της ροής. Αρχικά, όπως παρουσιάσαμε στην παράγραφο 4.4, εκτελέσαμε μη μόνιμες προσομοιώσεις στις γωνίες προσβολής  $\alpha=12^\circ$  και  $16^\circ$  και αποδείξαμε ότι η ροή είναι ανεξάρτητη του χρόνου μέχρι την γωνία προσβολής των  $16^\circ$ .

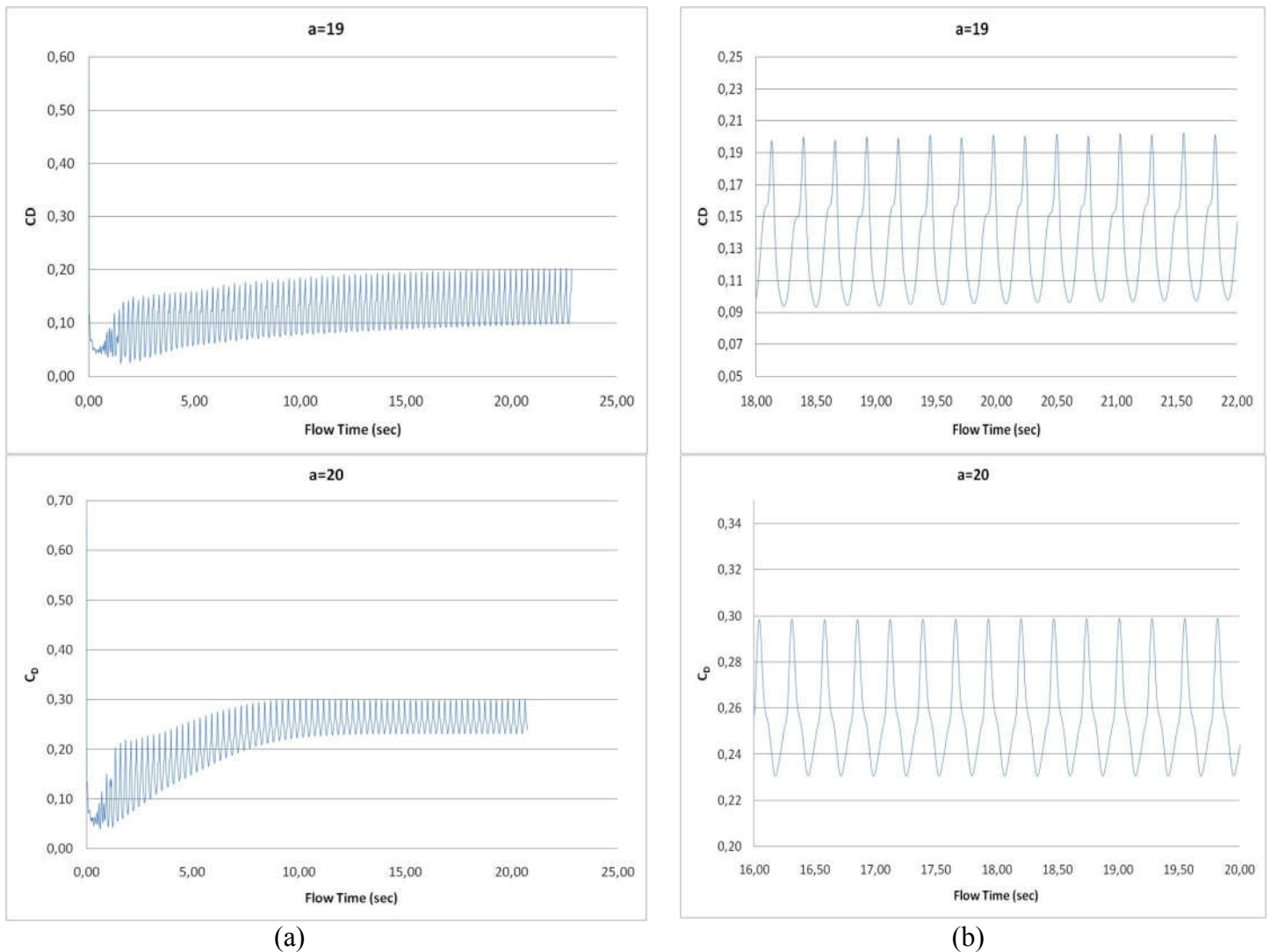
Τώρα πλέον μπορούμε να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα για την συγκεκριμένη προσομοίωση για τις γωνίες  $17^\circ - 20^\circ$ . Στο σχήμα 6.1 της επόμενης σελίδας, παρουσιάζουμε τις μεταβολές των συντελεστών: άνωσης και αντίστασης σε σχέση με τον χρόνο σε sec για κάθε γωνία προσβολής από  $17^\circ - 20^\circ$ . Μια πρώτη παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε είναι ότι βλέπουμε και στις τρεις περιπτώσεις την ταλάντωση που εμφανίζεται. Αυτό υποδεικνύει ότι η ροή παρουσιάζει μια περιοδική και μεταβαλλόμενη συμπεριφορά σε σχέση με τον χρόνο, δηλαδή έχουμε ροή μη

μόνιμης κατάσταση και δεν θα φτάσει ποτέ σε μόνιμη κατάσταση για την συγκεκριμένη περίπτωση. Ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε στο σχήμα 4.7 για την περίπτωση με  $a = 12^\circ$  όπου παρατηρείται ότι μετά από σύντομο πεπερασμένο χρόνο οι τιμές καταλήγουν σε μία σταθερή τιμή - ένδειξη ότι το πεδίο ροής καταλήγει σε μόνιμη κατάσταση, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται εδώ.









**Σχήμα 6.1:** Μεταβολή των συντελεστών άνωσης, αντίστασης και ροπής σε σχέση με τον χρόνο σε sec για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Στήλη(a): Μεταβολές των συντελεστών από την έναρξη του φαινομένου και χρονική εξέλιξη τους. Στήλη (b): Οι μεταβολές για χρονικό διάστημα 4 sec μετά τη σταθεροποίηση του μοτίβου ταλάντωσης.

Αρχικά αναφέρουμε ότι στο διάγραμμα χρησιμοποιούμε για το ίδιο διάγραμμα δυο μορφές του για τους εξής λόγους: στην αριστερή στήλη φαίνεται ξεκάθαρα ότι έχουμε εκτελέσει τις προσομοιώσεις για αρκετό χρονικό διάστημα ώστε το μοτίβο της ταλάντωσης σταθεροποιείται ενώ στην δεξιά στήλη φαίνεται καθαρά το μέγιστο πλάτος και η περίοδος για την κάθε ταλάντωση.

Γενικά παρατηρούμε ότι οι διακυμάνσεις του συντελεστή άνωσης εμφανίζουν πολύ μεγαλύτερο πλάτος, περίπου από 0.18 για  $\alpha=17^\circ$  μέχρι 0.40  $\alpha=20^\circ$  στην ταλάντωση του σε σχέση με τον συντελεστή αντίστασης όπου έχει ελάχιστο πλάτος 0.04  $\alpha=17^\circ$  μέχρι 0.01 για  $\alpha=20^\circ$  κάτι που οφείλεται στην περιοδική εναλλαγή των στροβίλων στο άνω εμπρόσθιο και στο άνω πίσω μέρος της αεροτομής ασκώντας του δύναμη. Ακόμα, την μεγαλύτερη τιμή την παρουσιάζει ο συντελεστής άνωσης, πράγμα

αναμενόμενο αφού πρόκειται για αεροδυναμικής μορφής συμμετρικό σώμα υψηλού lift τα οποία ως γνωστόν εμφανίζουν μεγάλη αεροδυναμική αντίσταση μόνο σε μεγάλες γωνίες προσβολής κάτι που αναφέραμε στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο και φυσικά επιβεβαιώσαμε με τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Η τιμή του συντελεστή αυτού οφείλεται κυρίως στην άνωση λόγω διαφοράς πίεσης και πολύ λιγότερο στις συνολικές διατμητικές τάσεις της ροής που ασκούνται στην αεροτομή από το εισερχόμενο ρεύμα ρευστού. Και οι δύο λοιπόν συμβάλουν στη δημιουργία της συνολικής δύναμης άνωσης στην αεροτομή αλλά αφού έχουμε τον ίδιο (υψηλό) Re όπως και στις καταστάσεις μόνιμης κατάστασης για μικρότερες γωνίες προσβολής που μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, έτσι και εδώ το μεγαλύτερο ποσοστό της θα οφείλεται στη συνιστώσα της πίεσης και ένα πολύ μικρό μόνο στην παρουσία των ιξωδών δυνάμεων.

Ακόμα βλέπουμε ότι μπορούμε να εξάγουμε τις μέσες τιμές και για τον  $C_L$  και για τον  $C_D$  που έχουμε χρησιμοποιήσει στα διαγράμματα του κεφαλαίου 4. Αυτές είναι (με δειγματοληψία peak to peak για χρονικό διάστημα 4sec μετά τη σταθεροποίηση του μοτίβου της ταλάντωσης):

$$C_L: \text{ Για } \alpha=17^\circ \Rightarrow C_{L\text{mean}} = 1.49$$

$$\text{ Για } \alpha=18^\circ \Rightarrow C_{L\text{mean}} = 1.40$$

$$\text{ Για } \alpha=19^\circ \Rightarrow C_{L\text{mean}} = 1.07$$

$$\text{ Για } \alpha=20^\circ \Rightarrow C_{L\text{mean}} = 0.67$$

$$C_D: \text{ Για } \alpha=17^\circ \Rightarrow C_{D\text{mean}} = 0.042$$

$$\text{ Για } \alpha=18^\circ \Rightarrow C_{D\text{mean}} = 0.060$$

$$\text{ Για } \alpha=19^\circ \Rightarrow C_{D\text{mean}} = 0.135$$

$$\text{ Για } \alpha=20^\circ \Rightarrow C_{D\text{mean}} = 0.265$$

Τέλος εξάγουμε την περίοδο για την κάθε περίπτωση (υπενθυμίζουμε ότι το χρονικό βήμα που χρησιμοποιήσαμε ήταν  $dt=0.005\text{sec}$ ):

$$\text{ Για } \alpha=17^\circ \Rightarrow T=0.205\text{sec}$$

$$\text{ Για } \alpha=18^\circ \Rightarrow T=0.255\text{sec}$$

$$\text{ Για } \alpha=19^\circ \Rightarrow T=0.265\text{sec}$$

$$\text{ Για } \alpha=20^\circ \Rightarrow T=0.270\text{sec}$$

Παρατηρούμε ότι καθώς η γωνία προσβολής αυξάνει και η περίοδος αυξάνει που σημαίνει μεγαλύτερη έκταση του φαινομένου διάχυσης στροβίλων στον χρόνο. Ακόμα μπορούμε να εξάγουμε τον αριθμό Strouhal που είναι ο χαρακτηριστικός αδιάστατος αριθμός που περιγράφει ροές με μηχανισμούς ταλάντωσης όπως στην περίπτωση μας, κάτι που δεν έχει παρουσιαστεί μέχρι στιγμής στη διεθνή βιβλιογραφία. Αρχικά από την περίοδο υπολογίζουμε τη συχνότητα  $f = 1/T$  του εκάστοτε κύκλου έκλυσης στροβίλων:

Για  $\alpha=17^\circ \Rightarrow f=4.878\text{Hz}$

Για  $\alpha=18^\circ \Rightarrow f=3.922\text{Hz}$

Για  $\alpha=19^\circ \Rightarrow f=3.777\text{Hz}$

Για  $\alpha=20^\circ \Rightarrow f=3.703\text{Hz}$

Έτσι από τον ορισμό του αριθμού Strouhal:  $St=f \cdot L / U_\infty$  όπου εδώ  $L=1\text{m}$  και  $U_\infty=43.822\text{m/s}$  έχουμε :

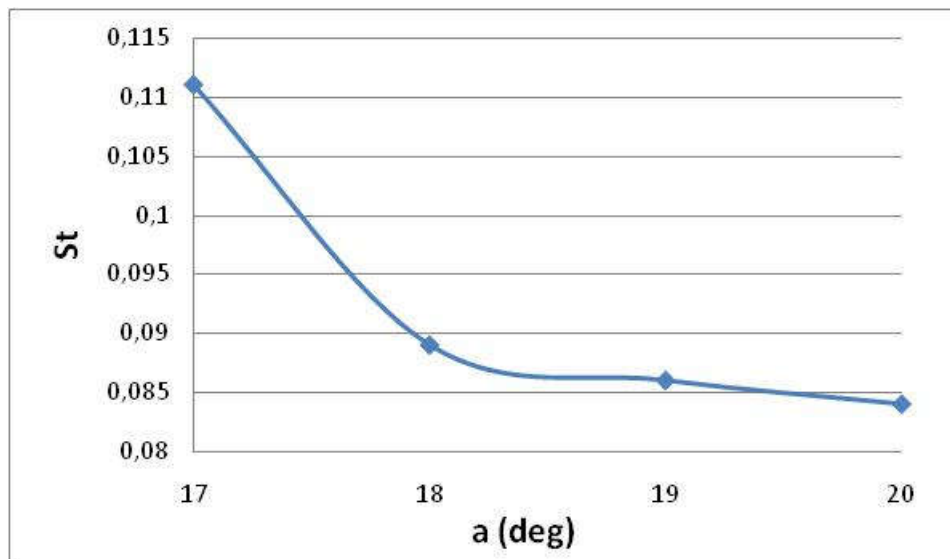
Για  $\alpha=17^\circ \Rightarrow St=0.111$

Για  $\alpha=18^\circ \Rightarrow St=0.089$

Για  $\alpha=19^\circ \Rightarrow St=0.086$

Για  $\alpha=20^\circ \Rightarrow St=0.084$

όποτε παίρνουμε το σχήμα 6.2 που δείχνει την μεταβολή του αριθμού Strouhal για την NACA 0012 σε ροή με αριθμό  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$



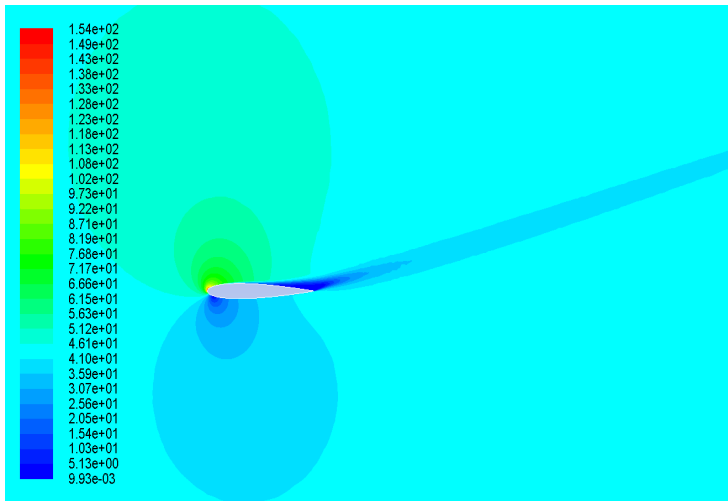
**Σχήμα 6.2:** Παρουσίαση της μεταβολής του αριθμού Strouhal για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$

Η πτωτική τάση του αριθμού Strouhal με την αύξηση της γωνίας προσβολής, αλλά και το εύρος των τιμών του, είναι σε απόλυτη συμφωνία με τα αποτελέσματα του Mittal [5] σε αυτές τις γωνίες προσβολής αλλά για  $Re = 10^6$  όπως αναφέραμε στην παράγραφο 1.4.

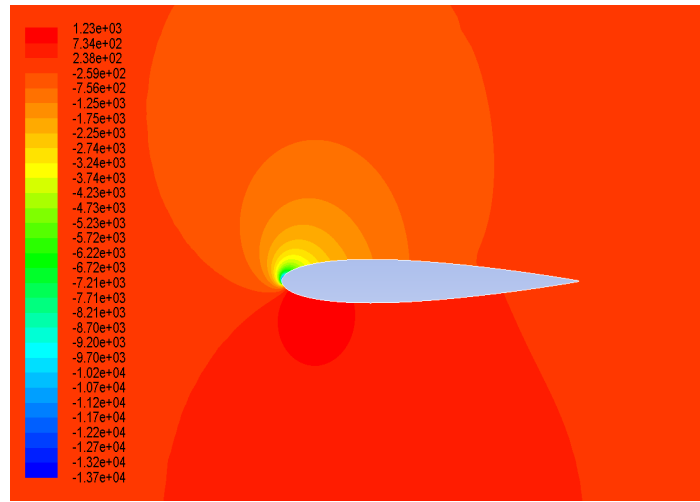
## 6.2 Παρουσίαση των μέσων χρονικών μεγεθών της ροής

Το Fluent μας παρέχει τη δυνατότητα να κάνει ιστορική καταγραφή των μεγεθών του πεδίου ροής ανά κάθε χρονικό βήμα (ή όσα χρονικά βήματα επιθυμούμε) αλλά και να υπολογίζει μέσες τιμές και RMS τιμές για το κάθε ένα από αυτά. Έτσι λοιπόν

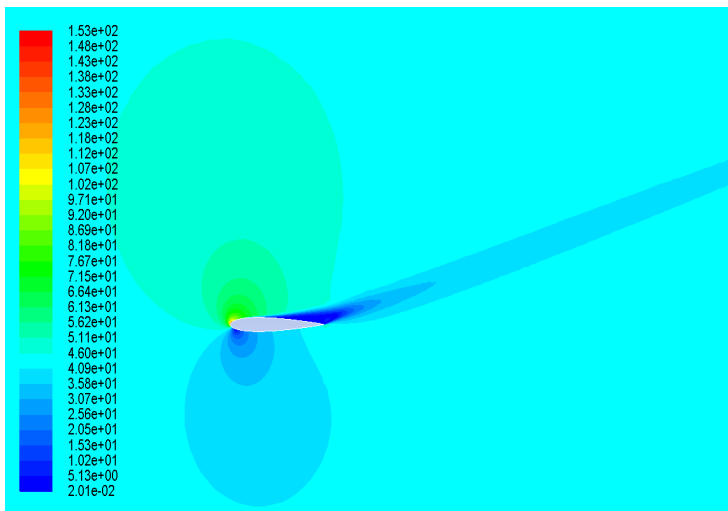
καταγράφοντας κάθε χρονικό βήμα για συνολικό χρονικό διάστημα 4σεκάναμε averagingγια το πεδίο του μέτρου της ταχύτητας και της κατανομής της πίεσης γύρω από την αεροτομή και τα παρουσιάζουμε στο σχήμα 6.3 που ακολουθεί.



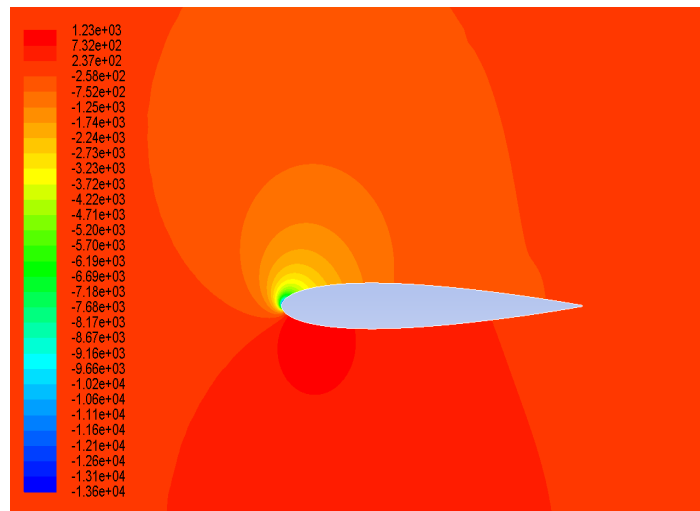
$\alpha=17^\circ$



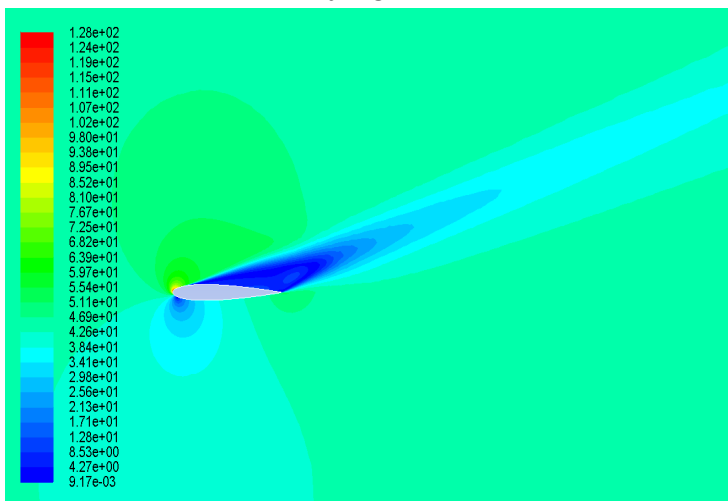
$\alpha=17^\circ$



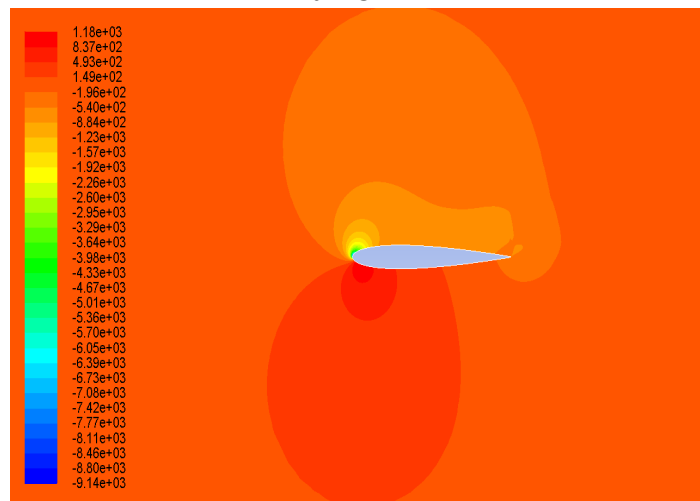
$\alpha=18^\circ$



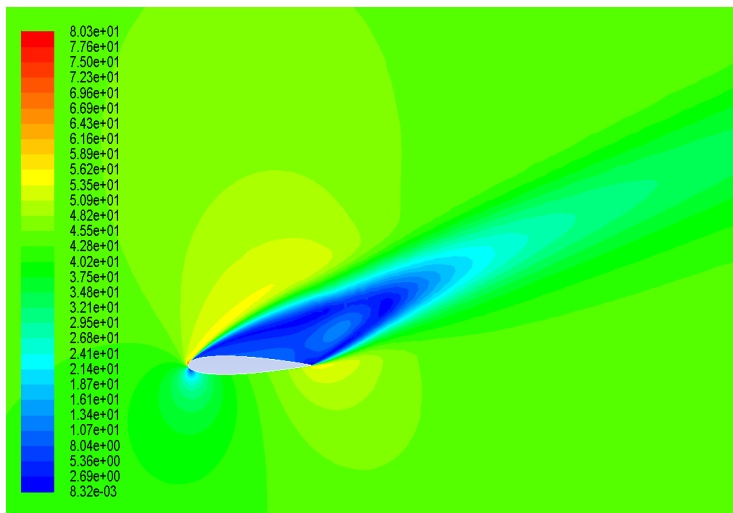
$\alpha=18^\circ$



$\alpha=19^\circ$

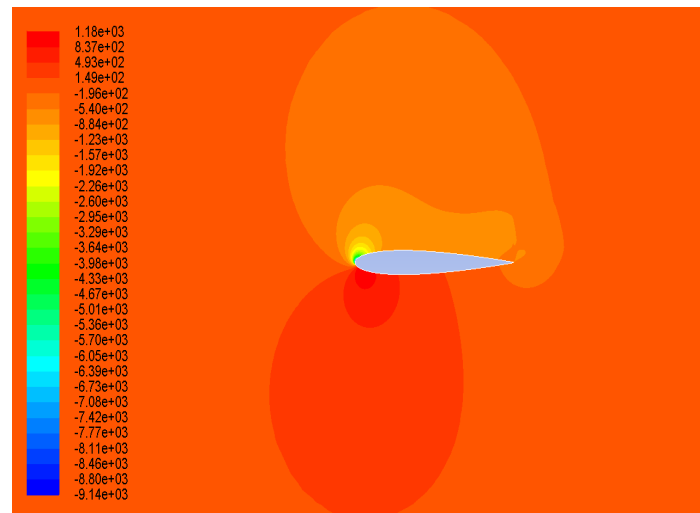


$\alpha=19^\circ$



$\alpha=20^\circ$

(a)



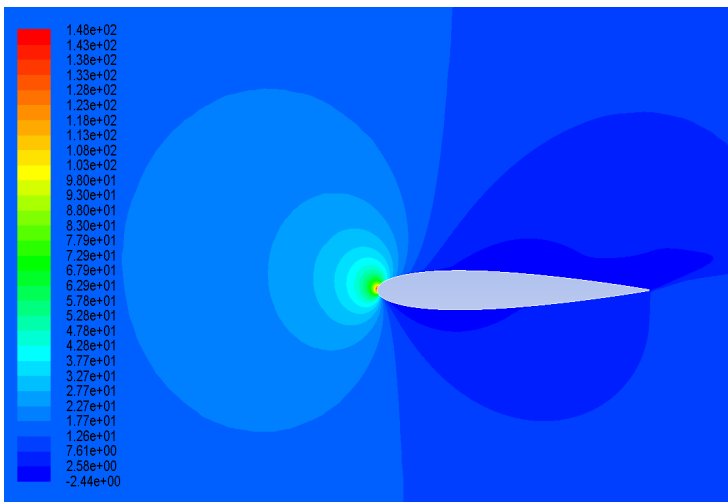
$\alpha=20^\circ$

(b)

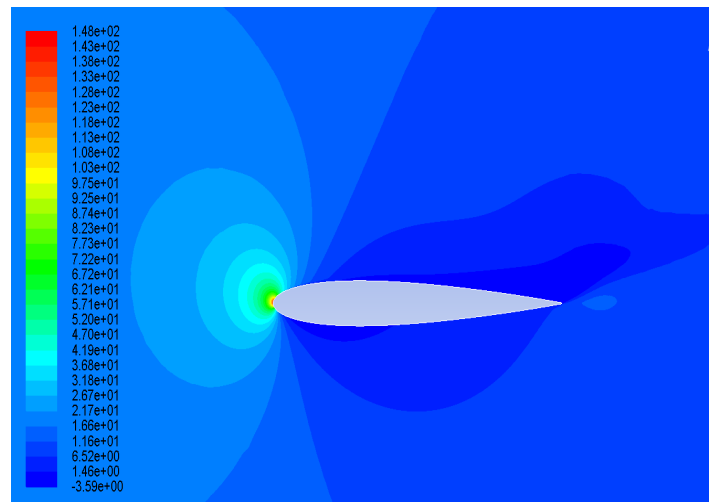
**Σχήμα 6.3:** Ισοϋψείς της μέσης τιμής για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Στήλη (a): για το μέτρο της ταχύτητας σε m/s. Στήλη (b): για την πίεση σε Pa.

Παρατηρώντας τη μέση τιμή του μέτρου της ταχύτητας σε αυτές τις γωνίες αν τις συγκρίνουμε στις  $17^\circ$  και  $18^\circ$  μοίρες με τις x-ταχύτητες του σχήματος 5.3 για μόνιμη κατάσταση ροής βλέπουμε ότι οι ταχύτητές μας είναι σαφώς μεγαλύτερες, όπως και το ίδιο συμβαίνει για τις τιμές του συντελεστή άνωσης όπου εδώ είναι πολύ μεγαλύτερος όπως δείξαμε και στο διάγραμμα 5.5. Αυτό συμβαίνει για τον εξής απλό λόγο. Η κατάσταση μετά τις  $16^\circ$  είναι οριακή για την απώλεια στήριξης και στην πραγματικότητα αυτή δεν έχει κάνει την εμφάνισή της με το που έχουμε φτάσει τις  $17^\circ$  αλλά λίγο πιο μετά, όμως οι προσομοιώσεις μόνιμης ροής δεν μπορούν να προβλέψουν επαρκώς αυτή τη μετάβαση. Το ότι υπάρχει αυτή η ευαισθησία στην απώλεια στήριξης φαίνεται και στα στοιχεία που υπάρχουν στην έκθεση του Ladson (NASA) [11] που παρουσιάζουν τους συντελεστές αντίστασης και άνωσης από  $0^\circ$  μέχρι  $17^\circ$  για  $Re = 2 \cdot 10^6$  και από  $0^\circ$  μέχρι  $19^\circ$  για  $Re = 4 \cdot 10^6$  όπου φαίνεται ξεκάθαρα ότι στην πρώτη περίπτωση η απώλεια στήριξης επέρχεται μεταξύ  $15^\circ$  και  $16^\circ$  ενώ στην δεύτερη μεταξύ  $17^\circ$  και  $18^\circ$ . Ταυτόχρονα έχουμε ότι οι τιμές των ταχυτήτων πέφτουν μέσα στο πεδίο της έκλυσης στροβίλων

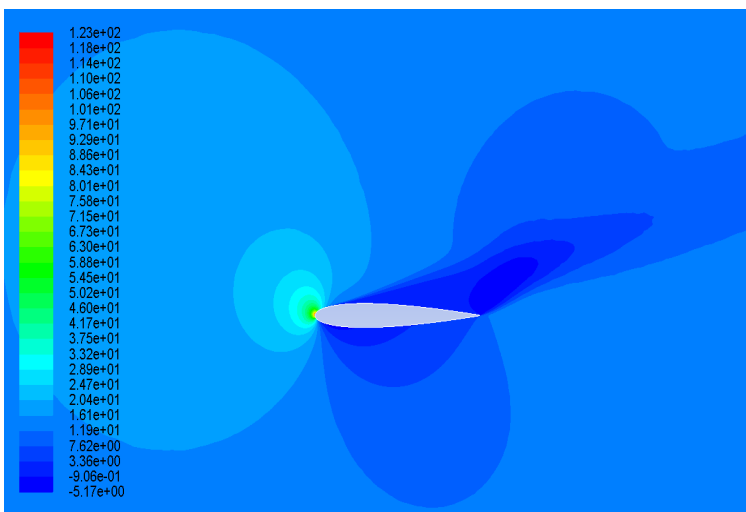
Τέλος σε όλες τις γωνίες οι μέγιστες πιέσεις εξακολουθούν να βρίσκονται στο κάτω μέρος της αεροτομής ενώ οι ελάχιστες στο σημείο αποκόλλησης στο άνω μέρος. Στο σχήμα 6.4 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ισοϋψείς της y-συνιστώσας της ταχύτητας γύρω από την αεροτομή



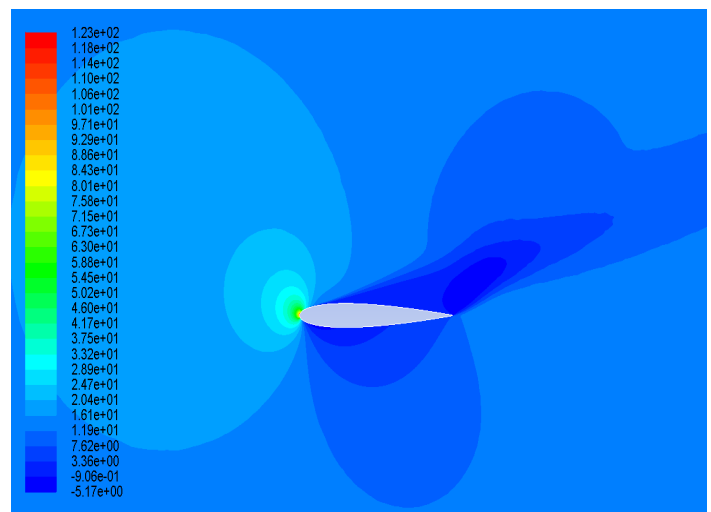
$\alpha=17^\circ$



$\alpha=18^\circ$



$\alpha=19^\circ$



$\alpha=20^\circ$

**Σχήμα 6.4:** Ισοϋνείς της μέσης τιμής της ταχύτητας  $U_y$  για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ$ . Οι μονάδες σε m/s.

Οι κατανομές των  $U_y$  φαίνεται να μην εμφανίζουν τόσο μεγάλη πτώση στην ένταση αυτής της συνιστώσας, όση το συνολικό μέτρο της ταχύτητας. Εδώ πλέον στις  $19^\circ$  και  $20^\circ$  είναι εμφανής η έντονη διαταραχή στον αποκολλημένο ομόρρου και ταυτόχρονα σε αυτές τις γωνίες ότι έχουμε πολύ μικρή πτώση στο μέτρο της  $y$ -ταχύτητας σε αντίθεση με το μέτρο της συνολικής ταχύτητας που εμφανίζεται στο πεδίο μας για αυτές τις 2 γωνίες όπως παρατηρούμε στο σχήμα 6.3 όπου το μέτρο της ταχύτητας από τα  $128\text{m/s}$  στις  $19^\circ$  πέφτει στα  $80\text{m/s}$  όταν έχουμε  $20^\circ$

### 6.3 Παρουσίαση στιγμιότυπων μεγεθών της ροής σε μια περίοδο του φαινομένου έκλυσης στροβίλων

Στην τελευταία παράγραφο αυτού του κεφαλαίου παρουσιάζουμε αποτελέσματα για στιγμιότυπα της ροής σε συγκεκριμένα στιγμιότυπα ανά περίοδο του φαινομένου του shedding για κάθε γωνία προσβολής. Δηλαδή αφού έχουμε βρει την περίοδο για τον κάθε κύκλο του φαινομένου σε κάθε γωνία ήδη από την παράγραφο 6.1, και με κατάλληλο setup στο Fluent παίρνουμε μετρήσεις για χρονικές στιγμές  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$ ,  $T$ . Προφανώς όπως έχουμε δείξει για κάθε γωνία έχουμε και διαφορετική περίοδο οπότε κάνουμε τους υπολογισμούς μας ξεχωριστά για την κάθε περίπτωση στην κατάλληλη χρονική στιγμή. Έτσι έχουμε:

Για  $\alpha=17^\circ \Rightarrow T=0.205\text{sec}$  άρα  $T/4=0.051\text{s}$ ,  $T/2=0.105\text{s}$ ,  $3T/4=0.1537\text{s}$ ,  $T=0.205\text{s}$

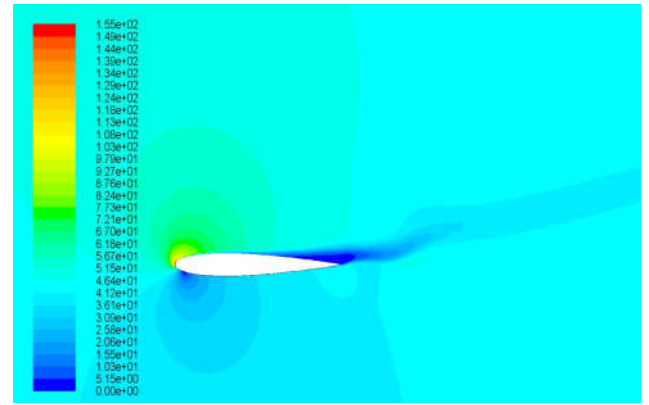
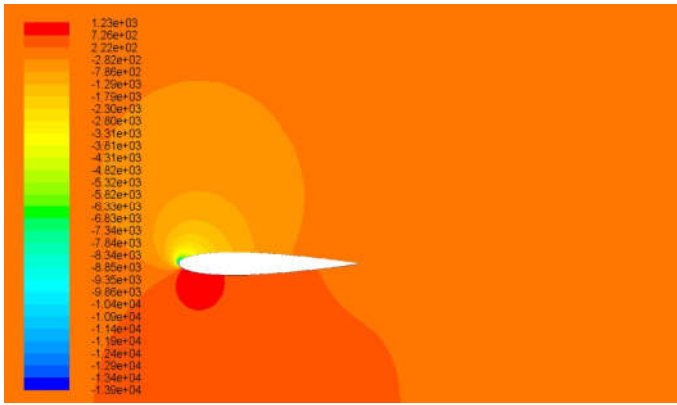
Για  $\alpha=18^\circ \Rightarrow T=0.255\text{sec}$  άρα  $T/4=0.063\text{sec}$ ,  $T/2=0.126\text{sec}$ ,  $3T/4=0.189\text{s}$ ,  $T=0.255\text{s}$

Για  $\alpha=19^\circ \Rightarrow T=0.265\text{sec}$  άρα  $T/4=0.066\text{sec}$ ,  $T/2=0.132\text{sec}$ ,  $3T/4=0.198\text{s}$ ,  $T=0.265\text{sec}$

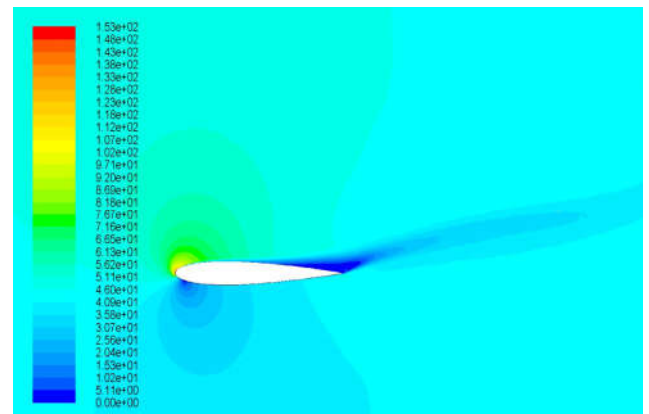
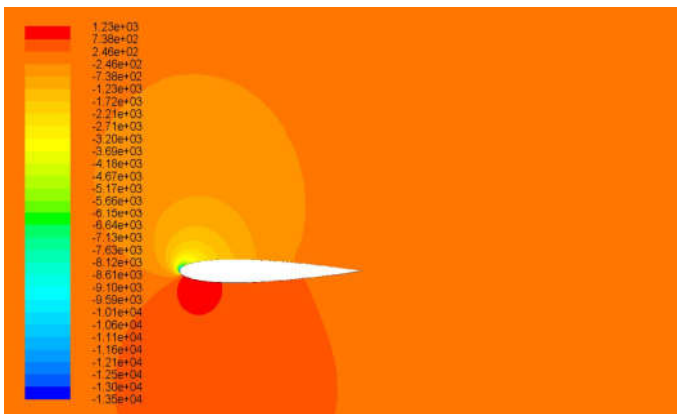
Για  $\alpha=20^\circ \Rightarrow T=0.270\text{sec}$  άρα  $T/4=0.067\text{sec}$ ,  $T/2=0.134\text{sec}$ ,  $3T/4=0.201\text{s}$ ,  $T=0.270\text{sec}$

Αρχικά παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για τις ισοϋψείς του μέτρου της ταχύτητας μαζί με την πίεση σε κάθε γωνία. Οι τιμές που παρουσιάζονται είναι όταν το CL παίρνει τη μέγιστη τιμή στην στιγμή  $T$  και μετά με βάση αυτή τη χρονική στιγμή τις στιγμές  $3T/4$ ,  $T/2$  και  $T/4$ . Για οικονομία χώρου παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για τις  $17^\circ$ ,  $18^\circ$ ,  $19^\circ$  και παραλείπουμε αυτά των  $20^\circ$ . Η επιλογή αυτή γίνεται γιατί θέλουμε να δείξουμε την μικρή αποκόλληση που υπάρχει στις  $17^\circ$  και πώς αυτή εξελίσσεται μέχρι τις  $19^\circ$  όπου τότε έχουμε πλήρη εξέλιξη του φαινομένου ενώ στις  $20^\circ$  η έκταση του φαινομένου είναι παρόμοια με αυτή στις  $19^\circ$ .

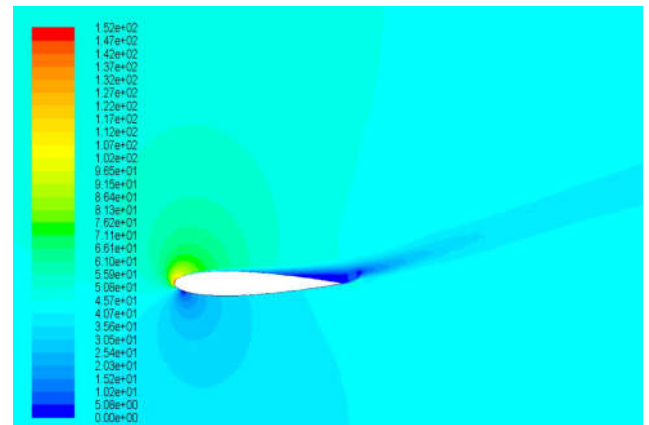
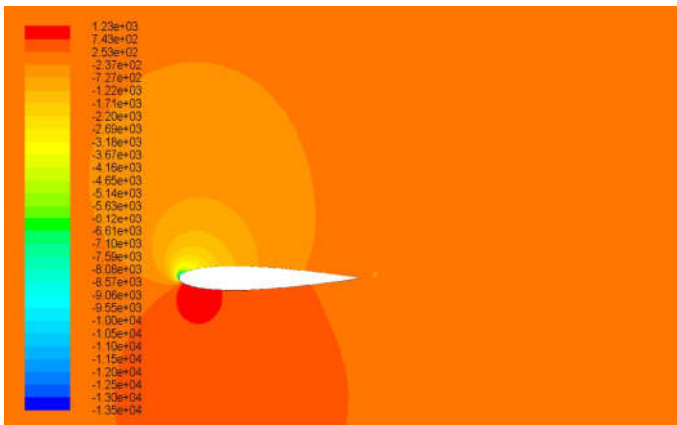
Όπως θα δούμε είναι εμφανής και η επάρκεια του πλέγματος που χρησιμοποιήσαμε άλλα και για την επιλογή του μοντέλου τύρβης που επιλέξαμε δηλαδή το *SST k- $\omega$*  στο να μπορεί να προσεγγίσει πολύ ικανοποιητικά όχι μόνο το πεδίο ροής γύρω από την αεροτομή αποδίδονται και σε πολύ καλό βαθμό τα αεροδυναμικά φορτία που δέχεται η αεροτομή από την ταλαντευόμενη ροή άλλα και μακριά από αυτή σε όλη την περιοχή της έκτασης των στροβίλων. Αυτή η περιοχή έχει έκταση κατά το  $x$  περίπου 4 φορές το μήκος της αεροτομής και μετά αποσβαίνει .



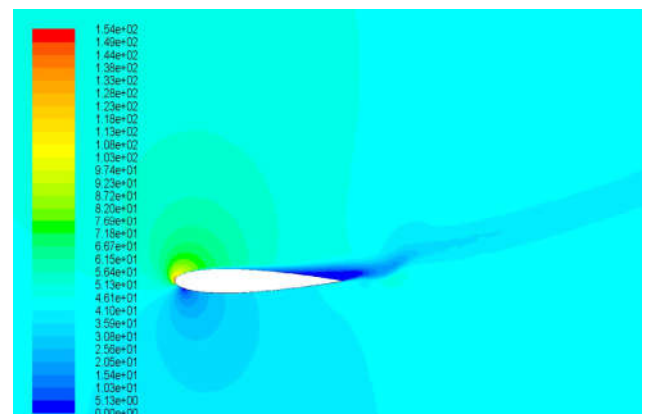
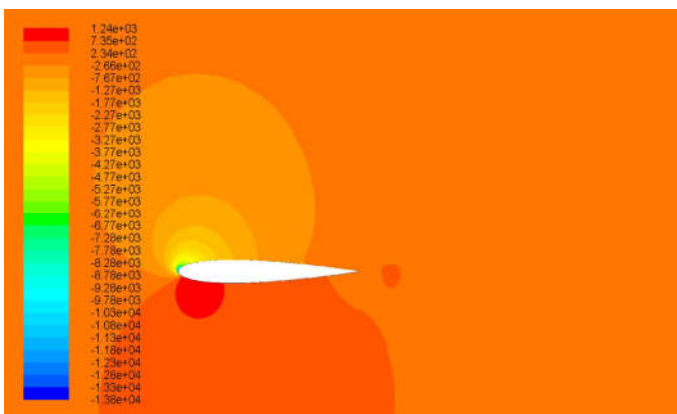
: T/4



: T/2



: 3T/4



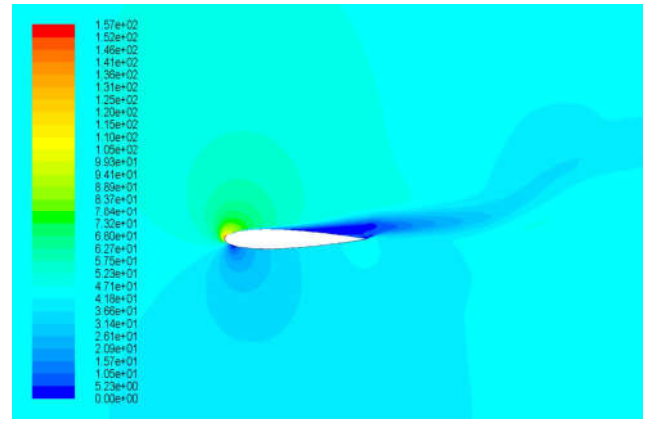
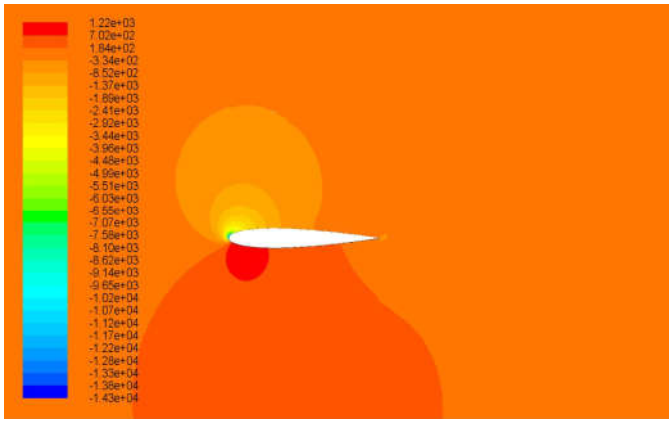
: T

(a)

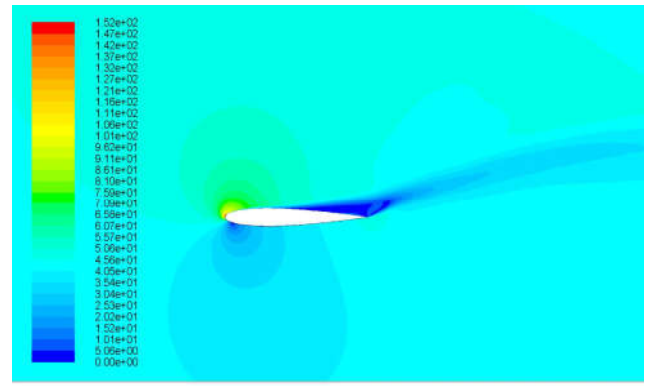
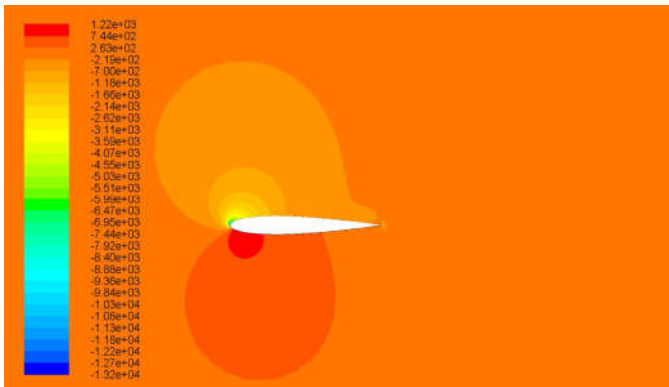
$\alpha=17^\circ$

(b)

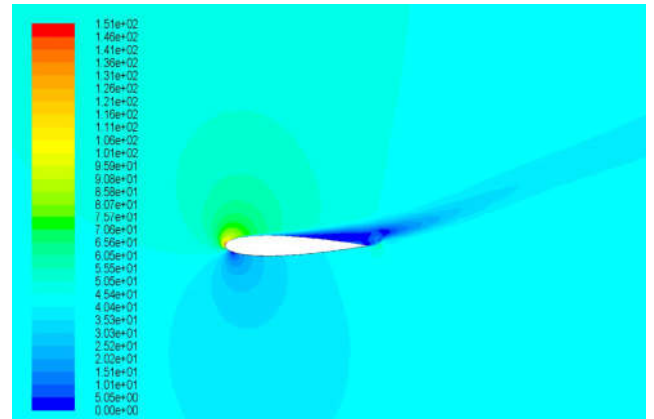
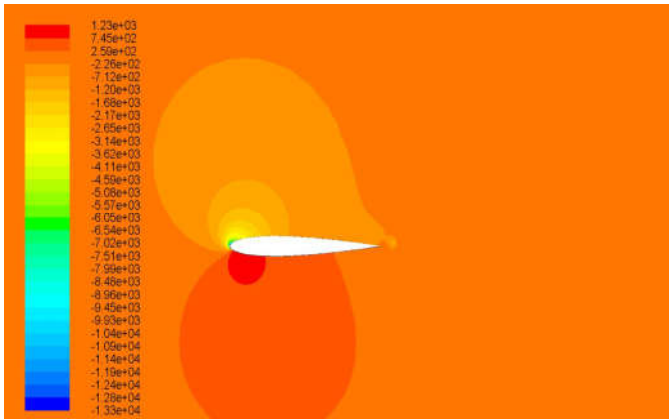




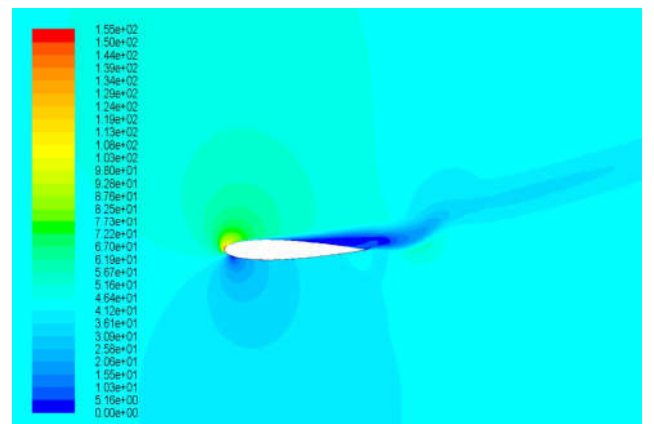
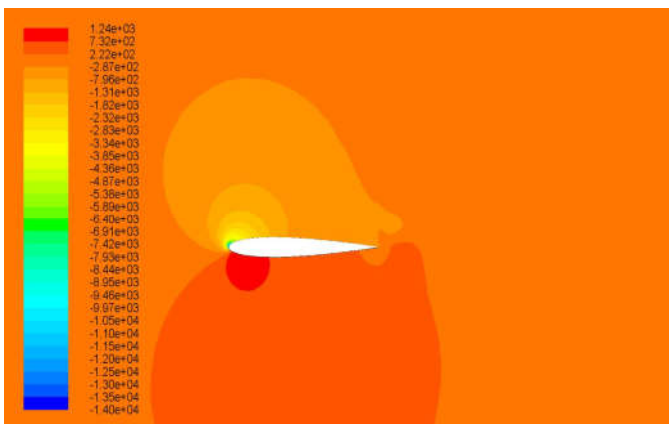
: T/4



: T/2



: 3T/4

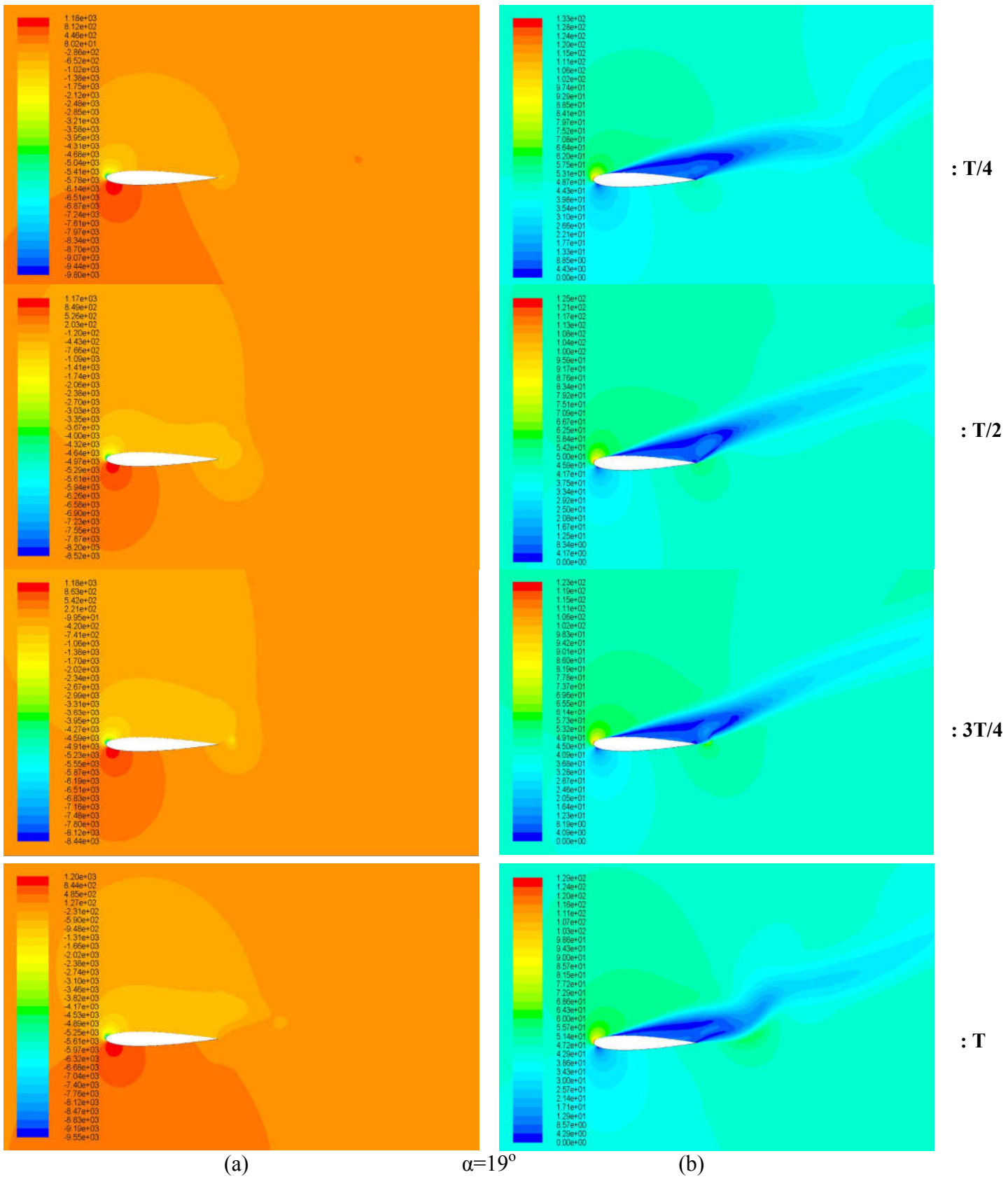


: T

(a)

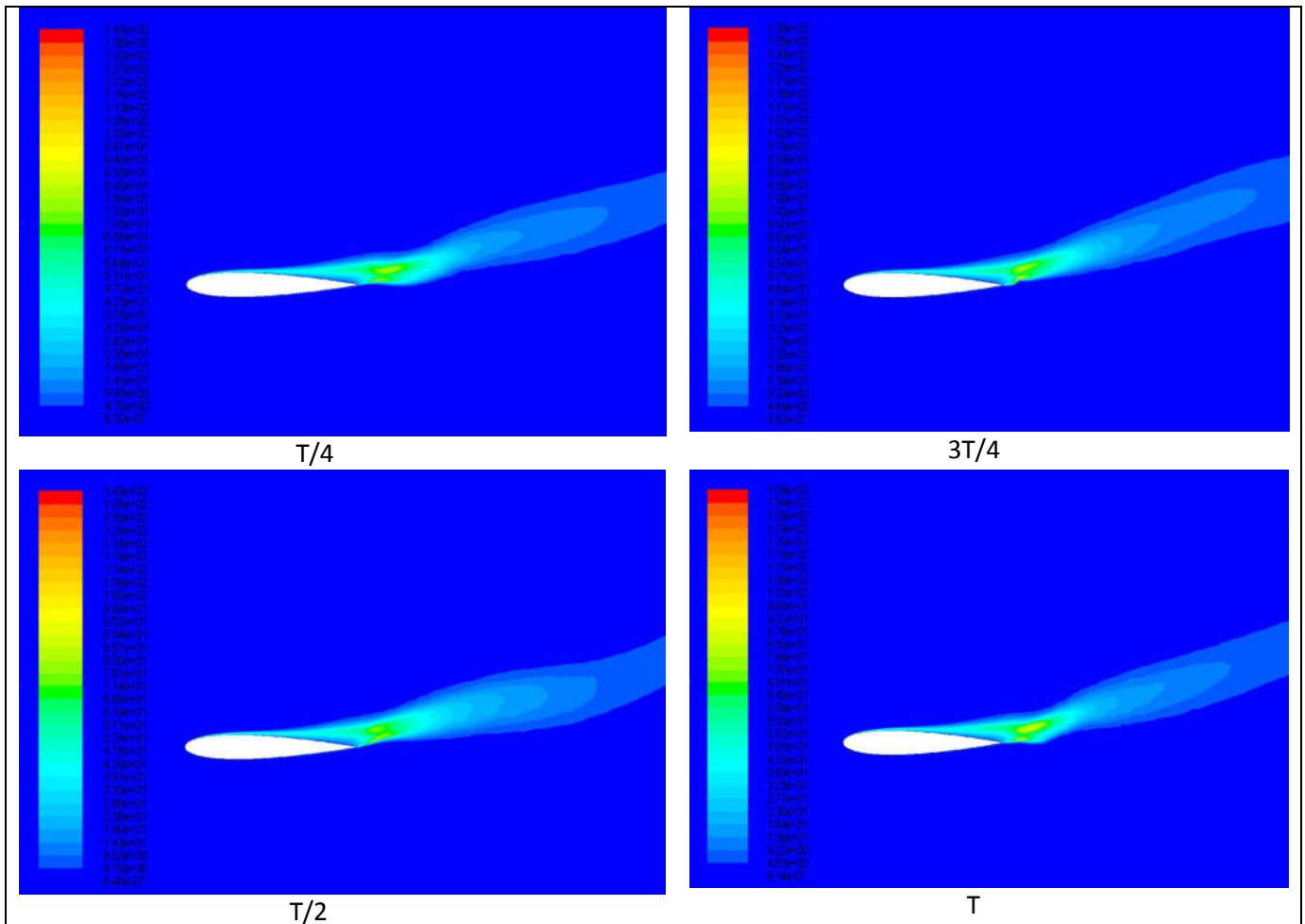
$\alpha=18^\circ$

(b)

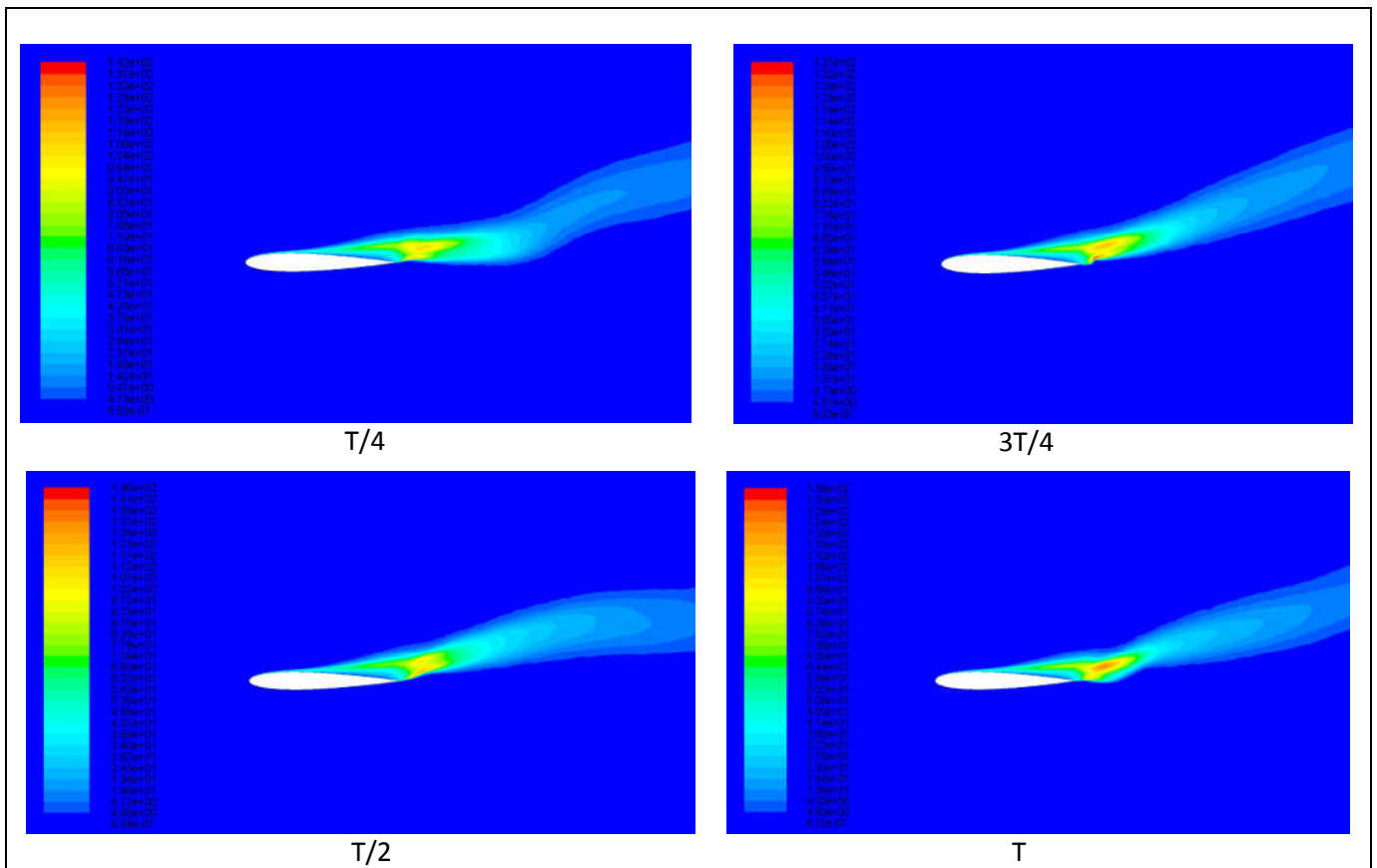


**Σχήμα 6.5:** Στιγμιότυπα ισοϋψών σε 4 χρονικές στιγμές για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ$ . Στήλη (a): για το μέτρο της ταχύτητας (σε m/s) Στήλη (b): για την πίεση (σε Pa)

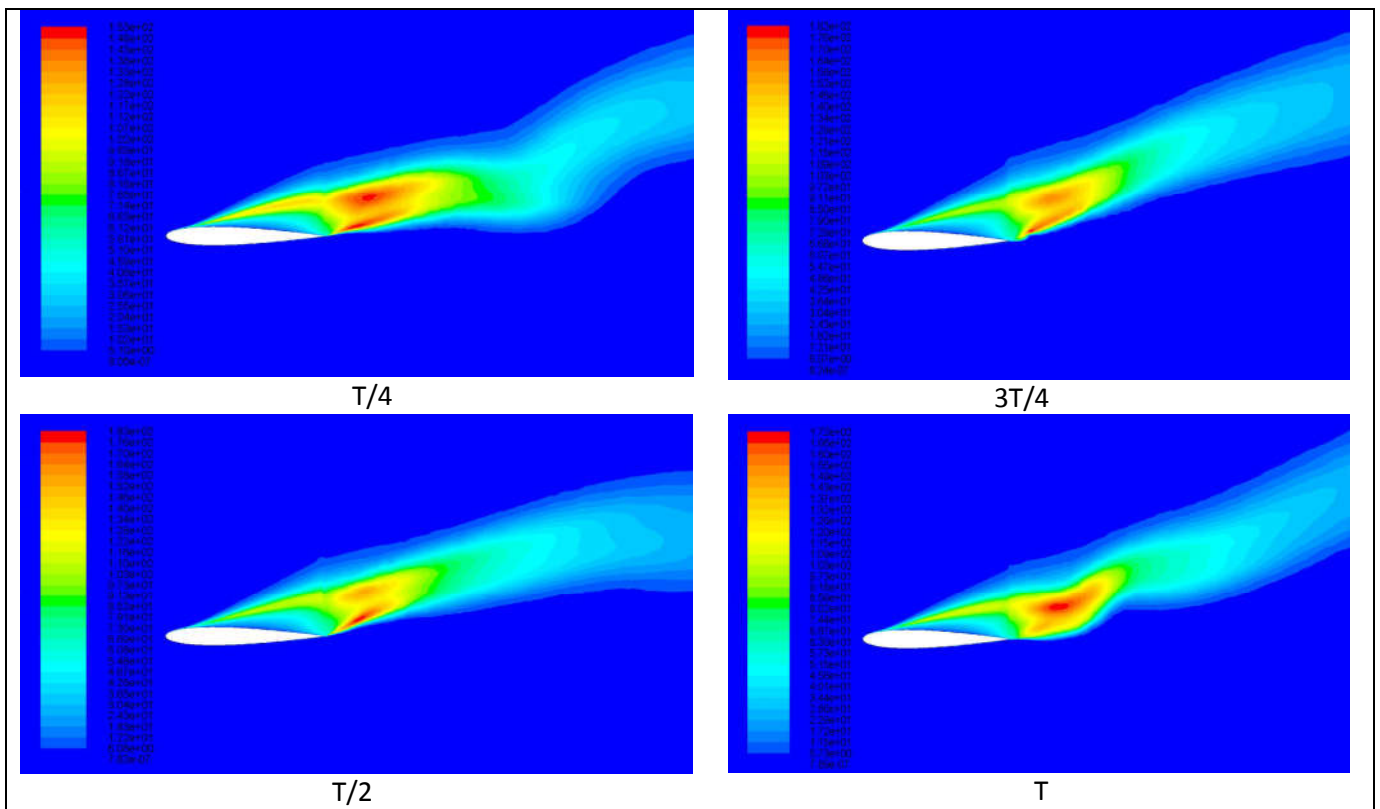
Παρατηρώντας τις μεταβολές του μέτρου της ταχύτητας σε όλες τις γωνίες όπως αυτές διαμορφώνονται στον ομόρου έχουμε ότι η δομή του στις  $17^\circ$  έχει πολύ μικρή έκταση και είναι ακόμα "σχεδόν" προσκολλημένη στη αεροτομή. Παρόλα αυτά βλέπουμε στο χείλος εκφυγής έναν ισχύο στροβιλισμό ο οποίος στις γωνίες  $18^\circ$  και  $19^\circ$  μεγαλώνει με συνέπεια να δημιουργείται ένας στρόβιλος ο οποίος εναλλάσσει ενέργεια με την εισερχόμενη ροή από το κάτω τμήμα αρχικά και από την αποκολλημένη ροή από το άνω μέρος της αεροτομής. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο στρόβιλος να αυξάνεται σε μέγεθος αλλά ταυτόχρονα να είναι ασταθής και να παρουσιάζει την τάση να αποκολληθεί από την επιφάνεια της αεροτομής. Κάτι το οποίο συμβαίνει σε πλήρη έκταση στις  $19^\circ$ . Ταυτόχρονα το πεδίο της πίεσης στο πάνω μέρος της αεροτομής αρχίζει να εξαπλώνεται από το σημείο αποκοπής προς το χείλος εκφυγής μέσα στον αποκολλούμενο ομόρου και στις  $19^\circ$  είναι πλέον εμφανές ότι λόγω της ταλάντωσης των δινών στο πίσω μέρος έχει επεκταθεί στο πίσω και κάτω τμήμα της αεροτομής "αγκαλιάζοντας" το χείλος εκφυγής. Τέλος στο επόμενο σχήμα μέσω της ανάπτυξης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας στο πεδίο ροής θα προσπαθήσουμε να εμβαθύνουμε ακόμα περισσότερο στη δημιουργία αυτού του μηχανισμού διάχυσης στροβίλων



$\alpha=17^\circ$



$\alpha=19^\circ$



$\alpha=20^\circ$

**Σχήμα 6.6:** Στιγμιότυπα ισοϋψών τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε 4 χρονικές στιγμές για  $Re=3 \cdot 10^6$  και γωνίες προσβολής  $\alpha=17^\circ, 18^\circ, 19^\circ$ . Μονάδες σε  $m^2/s^2$

Τα επίπεδα της τυρβώδους κινητικής ενέργειας για τις γωνίες  $17^\circ$  και  $18^\circ$  είναι σχεδόν παρόμοια και βλέπουμε ότι συσσωρεύονται σε ένα σημείο όπου είναι το σημείο όπου παρατηρείται ο έντονος στροβιλισμός με την δημιουργία μιας δίνης στο χείλος εκφυγής που παρατηρήθηκε και από το πεδίο ταχυτήτων. Πίσω από αυτήν τη δίνη οι περιοχές έντονης στροβιλότητας απορροφώνται και διαχέονται στο πεδίο ροής χάνοντας μέρος της ενέργειας τους με αποτέλεσμα σε απόσταση περίπου 4-5 φορές το μήκος της χορδής να εξαφανίζονται εντελώς. Στις  $19^\circ$  ο πυρήνας της τυρβώδους κινητικής ενέργειας έχει τριπλάσια έκταση και πλέον δημιουργεί πολύ πιο έντονες αναταράξεις στη ροή. Σε αυτό το σημείο το τυρβώδες οριακό στρώμα συνεχίζει να υφίσταται και κοντά στην επιφάνεια της αεροτομής χωρίς να φαίνεται να έχει ενεργειακή απόσβεση και να παροχετεύει μεγάλο μέρος της ενέργειας του στη δημιουργία των δινών. Η εισερχόμενη τύρβη μέσω της ροής του ελεύθερου ρεύματος αλλάζει τη μεταβατική συμπεριφορά επίσης. Οι μεγάλες και οι μικρές κλίμακες αλληλεπιδρούν τοπικά με το τυρβώδες οριακό στρώμα και τον ομόρρο.

#### **6.4 Γενικά συμπεράσματα - Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.**

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μια έχει πραγματοποιηθεί μια αριθμητική προσομοίωση με την χρήση του εμπορικού λογισμικού Fluent της Ansys για να επιλύσει τη ροή γύρω από μια αεροτομή σε υπερκρίσιμο αριθμό Reynolds  $Re=3 \cdot 10^6$  με τη χρήση της μεθόδου R.A.N.S. και την επιλογή του μοντέλου SST k- $\omega$  καθώς η βιβλιογραφία μας υποδεικνύει ότι είναι το πλέον κατάλληλο για τη συγκεκριμένη ροή. Μελετήσαμε ομοιόμορφα εισερχόμενη ροή για διάφορες γωνίες προσβολής ( $\alpha = 0^\circ$  μέχρι  $\alpha = 20^\circ$ ).

Εφαρμόστηκε η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων ελέγχου για να λύσει τις ασυμπύεστες εξισώσεις Navier-Stokes. Η μέση ροή αποδεικνύεται ότι φθάνει σε μόνιμη κατάσταση για γωνία προσβολής  $\alpha = 16^\circ$  και αυτή την κατάσταση υιοθετήσαμε στο σύνολο των εξεταζόμενων περιπτώσεων για γωνίες προσβολής μέχρι αυτές τις μοίρες. Μετα η αεροτομή υπόκειται σε απώλεια στήριξης κάτι που κάνει τη ροή να αποκτάει μη μόνιμο χαρακτήρα με έντονες αποκολλήσεις στροβίλων και έτσι αναγκαστικά χρησιμοποιούμε προσομοιώσεις για μη μόνιμη κατάσταση.

Ακόμα, έπρεπε να στρέψουμε την προσοχή μας στην κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος της προσομοίωσης για να πετύχουμε υψηλή ανάλυση στην περιοχή γύρω από την αεροτομή αλλά και στον μόνιμο ομόρρο και μη μόνιμο ομμόρο. Το πιο πυκνό πλέγμα που χρησιμοποιήσαμε παράλληλα με την χρήση της υπερβολικής συνάρτησης εφαπτομένης (για να επιτύχουμε μεγάλη πυκνωση τοπικά κοντά τον κύλινδρο), εμφανίζεται να είναι πολύ ικανοποιητικό από αυτήν την άποψη για όλους τους Re που εξετάσαμε, ενώ το  $y^+$  ήταν πολύ μικρό για όλες τις περιπτώσεις. Γενικά τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται για την επάρκεια του πλέγματος αλλά και την επικύρωση του αριθμητικού σχήματός είναι σε πολύ καλή συμφωνία με αυτά που

υπάρχουν στην διεθνή βιβλιογραφία. Ακόμα προσοχή έπρεπε να δοθεί και στον ορισμό των φυσικών συνοριακών συνθηκών που επιβάλαμε.

Η μορφή της ροής λόγω του υψηλού αριθμού  $Re$  και τυρβώδη κατάσταση επηρεάζεται από το  $\alpha$  με διαφορετικό τρόπο απ' ότι στις στρωτές ροές. Οι συγκρίσεις για μόνιμη κατάσταση της ροής έδειξαν ποιοτικές διαφορές σχετικά με την μορφή της ροής. Η εμφάνιση σταθερών δινών είναι μικρής έκτασης και έντασης για χαμηλές γωνίες προσβολής. Οι δίνες ενισχύονται για μεγαλύτερες γωνίες προσβολής ( $\alpha > 15^\circ$ ) κοντά στην αεροτομή και αποβαίνουν πιο μακριά λόγω της δράσης ισχυρών δυνάμεων ιξώδους.

Η αύξηση της γωνίας προσβολής αυξάνει την άνωση και την αντίσταση αλλά με το πολύ χαμηλότερο ρυθμό πολύ πιθανό λόγω του ομόρου μόνιμης κατάστασης και του σχήματος της αεροτομής. Σε μικρές γωνίες προσβολής ο  $C_D$  είναι σχεδόν σταθερός. Όσον αφορά το συντελεστή άνωσης αυτός δείχνει να έχει μια γραμμική εξάρτηση σε σχέση με το  $\alpha$  μέχρι τις  $16^\circ$ . Από τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε μπορεί να φανεί ότι η φύση της ροής συμβάλλει περισσότερο στην αύξηση της άνωσης που ασκείται στον κύλινδρο από ότι στην αύξηση της αντίστασης καθώς η αύξηση της τελευταίας γίνεται με πιο αργό ρυθμό. Οι διατημητικές τάσεις έχουν σημαντική συνεισφορά μόνο στην αντίσταση, όπου φτάνουν το 80% της συνολικής αντίστασης.

Για μελλοντική ερεύνα, μπορούμε να προτείνουμε να πραγματοποιηθούν αριθμητικές προσομοιώσεις με το μοντέλο LES όπου αυτό θα μπορούσε να παραγάγει ρεαλιστικότερες εικόνες για τις δίνες που διασκορπίζονται στον ομόρροο καθώς επίσης πρέπει να βρεθεί και ένα ικανοποιητικό μοντέλο μετάβασης. Ακόμα πολύ χρήσιμο θα ήταν να πραγματοποιηθούν και πειραματικές μετρήσεις στο συγκεκριμένο  $Re$  γιατί τα πειραματικά δεδομένα που υπάρχουν δεν επαρκούν.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Eleni, Douvi C., Tsavalos I. Athanasios, and Margaris P. Dionissios. "Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil." *Journal of Mechanical Engineering Research* 4.3 (2012): 100-111.
- [2] Batchelor G. K. 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press
- [3] Wu, J. C. 1981 Theory for aerodynamic force and moment in viscous flows. *AIAA J.* 19, 432–441.
- [4] S. Sundaram, P. R. Viswanath, and S. Rudrakumar. "Viscous drag reduction using riblets on NACA 0012 airfoil to moderate incidence", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 4 (1996), pp. 676-682.
- [5] Mittal. S., Priyank Saxena, "Hysteresis in flow past a naca 0012 airfoil", *Computer methods in applied mechanics and engineering* (2002) 191, 2179-2189
- [6] Dilek Funda Kurtulus "On the wake pattern of symmetric airfoils for different incidence angles at  $Re=1000$ ", *International Journal of Micro Air Vehicles* 2016, Vol. 8(2) 109–139
- [7] Eastman Jacobs, Albert Sherman "Airfoil section characteristics as affected by variations of the Reynolds number" *Report No. 586 NASA*
- [8] Abbott IH, Von Doenhoff AE (1959). *Theory of Wing Sections*. Dover Publishing, New York.
- [9] N. Gregory and C. L. O'Reilly "Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Section, including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulating Hoar Frost"
- [10] McCroskey WJ (1987). A Critical Assessment of Wind Tunnel Results for the NACA 0012 Airfoil. *U.S. Army Aviation Research and Technology Activity, Nasa Technical Memorandum*, 42: 285-330.

- [11] Charles L. Ladson " Effects of independent variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section" 1988, *NASA technical memorandum 4074*
- [12] Bacha WA, Ghaly WS (2006). Drag Prediction in Transitional Flow over Two-Dimensional Airfoils, *Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV*
- [13] Eckert E. R. G., R. M. Drake, Journal of Analysis of Heat and Mass Transfer, Chapters 20, 22, *McGraw-Hill, New York, 1972.*
- [14] Tannehill, Pletcher and Anderson., 1997. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, *Taylor & Francis Inc.*
- [15] Pope, S. B. 2000 Turbulent flows. *Cambridge University Press, U.K*
- [16] Launder, B.E. and Sandham, N.D., Closure strategies for turbulent and transitional flows. *Cambridge University Press: Cambridge (2002)*
- [17] Leonard. B. P. and S. Mokhtari. ULTRA-SHARP Nonoscillatory Convection Schemes for High-Speed Steady Multidimensional Flow. *NASA TM 1-2568 (ICOMP- 90-12), NASA Lewis Research Center, 1990.*
- [18] Metais O. and M. Lesieur Spectral large-eddy simulations of isotropic and stably-stratified turbulence. *J. FluidMech, 239:157-194, 1992.*
- [19] Jimenez, J., and Moser, D. R., LES: Where are we and what can we expect. *29th AIAA fluid dyn. conference Albuquerque, New Mexico 98-2891 (1998)*
- [20] Versteeg H. K. and W. Malalasekera, An introduction to Computational Fluid dynamics, The finite volume method. *Longman Group 1995.*
- [21] Launder B. E. , D. B. Spalding, 1974. The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.*
- [22] Wilcox D. C., 1998. Turbulence modeling for CFD, *DCW Industries, Inc., La Canada, California.*
- [23] Kader B. Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers. *Int. J. Heat Mass Transfer, 24(9):1541-1544, 1981.*
- [24] F. White and G. Christoph. A Simple New Analysis of Compressible Turbulent Skin Friction Under Arbitrary Conditions. *Technical Report AFFDL-TR-70-133, February 1971*



- [25] P. Huang, P. Bradshaw, and T. Coakley. Skin Friction and Velocity Profile Family for Compressible Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journal*, 31(9):1600-1604, September 1993
- [26] Hansbo P., Generalized Laplacian smoothing of unstructured grids. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Volume 11, Issue 5, Pages 455 - 464, 2005.
- [27] 2D NACA 0012 Airfoil Validation Cases available at:  
[http://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012\\_val.html](http://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val.html).
- [28] [https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence\\_intensity](https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_intensity)
- [29] B. Stockdill, G. Pedro , A. Suleman, F. Maganato , N. Djilali "Simulation of unsteady flow over a stalled airfoil", (2006) *Computational Fluid Dynamics Journal* p.369-378
- [30] J. P. Vandoormaal and G. D. Raithby. Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. *Numer. Heat Transfer*, 7:147-163, 1984.
- [31] Fluent 2015 Theory Guide

## ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [32] Τσαγγάρη Σωκράτη (1995), Μηχανική των Ρευστών, *Εκδόσεις Συμμεών*.
- [33] Τζαμπίρας Γεώργιος (1998), Αριθμητικές προσομοιώσεις υδροδυναμικών ροών, *Πανεπιστημιακές εκδόσεις Ε.Μ.Π*