



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

Πολυμενάκου Γεωργίας:

**«ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ
ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΤΗΣ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ ΤΟΥ Ε.Ν.Θ.Υ. ΒΑΣΕΙ
ΟΔΗΓΙΩΝ ΤΗΣ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΝΩΣΗΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ
ΔΕΞΑΜΕΝΩΝ»**

Επιβλέπων Καθηγητής: Τζαμπίρας Γεώργιος

ΑΘΗΝΑ 2017

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διπλωματική εργασία με τίτλο «Ανάλυση Αβεβαιότητας σε Πειράματα Αντίστασης της Δεξαμενής του Ε.Ν.Θ.Υ. βάσει οδηγιών της Διεθνούς Ένωσης Πειραματικών Δεξαμενών» εκπονήθηκε το ακαδημαϊκό έτος 2015-2016 στο πλαίσιο του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θα ήθελα να εκφράσω ολόψυχα τις ευχαριστίες μου στον Ναυπηγό Μηχανολόγο Μηχανικό κ. Γεώργιο Κατσαούνη και στον διευθυντή του Ε.Ν.Θ.Υ. κ. Γεώργιο Τζαμπίρα, για την εμπιστοσύνη που έδειξαν στο πρόσωπό μου αναθέτοντας την παρούσα διπλωματική, αλλά και για την αμέριστη βοήθεια και υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της.

Επιπλέον να ευχαριστήσω θερμά το προσωπικό της πειραματικής δεξαμενής και ιδιαίτερα τους κ. Ιωάννη Τραχανά και κ. Δημήτριο Λιαροκάπη για τη συμβολή τους στη διεξαγωγή των πειραμάτων καθώς και για την υπομονή τους στη διευκρίνηση των αποριών μου.

Να μην παραλείψω να αναφερθώ στους αγαπημένους μου γονείς και στον αδερφό μου οι οποίοι δεν έπαψαν να με στηρίζουν όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

Τέλος θα ήθελα να αφιερώσω ειούτη την εργασία σε όσους υπήρξαν δάσκαλοι μου μέσα σε όλα αυτά τα χρόνια γιατί με έκαναν τον άνθρωπο που είμαι σήμερα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</u>	11
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο: Βασικές Έννοιες</u>	13
1.1 Εισαγωγή, 13	
1.1.1 Πειραματισμός και Ποιότητα των μετρήσεων, 13	
1.1.2 Μετρήσεις και Μετρολογία, 15	
1.1.3 Ιστορικοί σταθμοί ενοποίησης των συστημάτων μέτρησης, 18	
1.2 Τυχαία και Συστηματικά μετρητικά σφάλματα, 18	
1.3 Κυριότερα εργαλεία Στατιστικής: Μέση τιμή και Τυπική απόκλιση, 22	
1.4 Ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας, 25	
1.5 Προέλευση των αβεβαιοτήτων και διαχωρισμός, 30	
1.5.1 Πιθανές πηγές προέλευσης, 30	
1.5.2 Ονοματολογία ITTC, 31	
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο: Μέθοδος Ανάλυσης Αβεβαιότητας</u>	34
2.1 Εισαγωγή, 34	
2.2 Εκτιμώντας την αβεβαιότητα στις μετρούμενες μεταβλητές, 36	
2.2.1 Ορισμοί, 37	
2.2.2 Υπολογίζοντας την ακτίνα ακριβείας, 38	
2.2.3 Υπολογίζοντας τα συστηματικά σφάλματα, 43	
2.3 Εκτιμώντας την αβεβαιότητα στο αποτέλεσμα, 44	
2.3.1 Ορισμοί, 44	

- 2.3.2 Διάδοση τυχαίων σφαλμάτων στο υπολογιζόμενο αποτέλεσμα r , 45
 - 2.3.2.1 Πολλαπλά πειράματα, 45
 - 2.3.2.2 Πείραμα με μονές μετρήσεις, 45
 - 2.3.2.3 Πειράματα με χρήση μέσων τιμών μεταβλητών, 46
- 2.3.3 Διάδοση των συστηματικών σφαλμάτων στο υπολογιζόμενο αποτέλεσμα r , 46
- 2.4 Αξιολόγηση απόμακρων τιμών, 47
 - 2.4.1 Hypothesis t-test, 47
 - 2.4.2 Κριτήριο Chauvenet, 47
- 2.5 Τεχνικές εκθέσεις υπολογισμού και παρουσίασης της αβεβαιότητας, 49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο: Οδηγίες της ITTC για τον περιορισμό της αβεβαιότητας στα πειράματα Αντίστασης σε δεξαμενές **54**

- 3.1. Προτεινόμενη διαδικασία ανάλυσης της αβεβαιότητας στην Αντίσταση, 54
- 3.2 Εξιιώσεις Υδροδυναμικής, 55
- 3.3 Περιγραφή πηγών αβεβαιότητας, 57
 - 3.3.1 Κατηγορία Νο1: Γεωμετρική αβεβαιότητα, 57
 - 3.3.2 Κατηγορία Νο2: Εγκατάσταση μετρητικών συσκευών και τοποθέτηση μοντέλου, 60
 - 3.3.3 Κατηγορία Νο3: Βαθμονόμηση συστημάτων και μετρητικών οργάνων, 61
 - 3.3.4 Κατηγορία Νο4: Δειγματοληψία, 66
 - 3.3.5 Κατηγορία Νο5: Επεξεργασία δεδομένων, 67
- 3.4 Παράδειγμα ανάλυσης (Εφαρμογή του Spreadsheet της ITTC), 68

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: Περιγραφή τρόπου διεξαγωγής πειραμάτων και
ανάλυση βασικών παραμέτρων Αβεβαιότητας στα πειράματα
Αντίστασης** **79**

- 4.1. Τρόπος διεξαγωγής, 79
- 4.2 Ταυτοποίηση πρωταρχικών πηγών αβεβαιότητας, 80
- 4.3 Διαδικασία βαθμονόμησης μετρητικών οργάνων, 88
 - 4.3.1 Ρύθμιση αισθητήρα αντίστασης, 89
 - 4.3.2 Ρύθμιση αισθητήρα διαγωγής, 93
 - 4.3.3 Ρύθμιση αισθητήρα κατακόρυφης κίνησης, 94
- 4.4 Έλεγχος απόμακρων τιμών και εξαγωγή μέσων όρων, 97
- 4.5 Διορθώσεις μετρήσεων αντίστασης, 99
- 4.6 Ανάλυση αξιοπιστίας ταχόμετρου (φωτοηλεκτρικό μετρητικό ταχύτητας), 102
- 4.7 Διαδικασία εύρεσης γεωμετρικής αβεβαιότητας, 108
 - 4.7.1 Αβεβαιότητα λόγω κατασκευής της γάστρας του μοντέλου, 108
 - 4.7.2 Μεταβολή βρεχόμενης επιφάνειας λόγω υπόθεσης κακής πρόσδεσης του προτύπου στο φορείο, 111
- 4.8 Ακρίβεια στη μέτρηση θερμοκρασίας, πυκνότητας και κινηματικής συνεκτικότητας νερού δεξαμενής, 112
- 4.9 Αβεβαιότητα κατά την εγκατάσταση προτύπου και οργάνων, 116
- 4.10 Συντελεστής τριβής, 118
- 4.11 Συντελεστής μορφής k , 119
- 4.12 Συντελεστής υπόλοιπης αντίστασης, 119
- 4.13 Συντελεστής ολικής αντίστασης, 121
- 4.14 Συνδυασμένη αβεβαιότητα – Κατακόρυφη ανύψωση και διαγωγή, 122

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο: Συμπεράσματα

129

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

- A, 132
- B, 135
- C, 139

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της ανά χείρας διπλωματικής εργασίας είναι να συμβάλλει προς τη θέσπιση ενός αρχικού πρακτικού πλαισίου για την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας των μετρήσεων στα πειράματα αντίστασης της δεξαμενής του *Εργαστηρίου Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής* (ΕΝΘΥ), σύμφωνα με τις τελευταίες οδηγίες της 27^{ης} International Towing Tank Conference (ITTC 2014).

Προκειμένου για την επίτευξη αξιοπιστίας των μετρήσεων κρίσιμων μεγεθών, μέσα και έξω από τα τεχνολογικά εργαστήρια, και επακόλουθων αποφάσεων που σχετίζονται με τα αποτελέσματα των μετρήσεων αυτών, η επιστημονική κοινότητα έθεσε τα θεμέλια της ανάλυσης αβεβαιότητας των μετρήσεων περί το 1980.

Ήδη από τη δεκαετία του '70 υπήρχαν αναφορές για την ανάλυση περί αβεβαιότητας, εντούτοις μέχρι και το 1993 δεν υπήρχε κοινή συναίνεση στον τρόπο με τον οποίο θα καθοριζόταν ή θα εκφραζόταν η έννοια της αβεβαιότητας σε ποσοτική μορφή. Η πρώτη προσπάθεια έκδοσης ενός εγγράφου που να περιέχει γενική ορολογία σχετικά με την αβεβαιότητα στις μετρήσεις γίνεται το 1993 από ομάδα μετρολόγων του *Διεθνούς Οργανισμού Προτυποποίησης* (ISO) και φέρει τον τίτλο *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM).

Ο οδηγός GUM, χωρίς να είναι αυστηρά επιστημονικό σύγγραμμα, θέτει το πλαίσιο και δίνει τα βασικά μεθοδολογικά εργαλεία για τον υπολογισμό των αβεβαιοτήτων, δίχως να αναφέρεται σε ειδικότερα προβλήματα (όπως π.χ. τη διάδοση αβεβαιοτήτων σε μη γραμμικά μοντέλα). Βέβαια μέχρι σήμερα, είναι το μόνο προϊόν σύγκλισης απόψεων σε διεθνές επίπεδο, και υιοθετείται από πολλούς οργανισμούς, συμπεριλαμβανομένων των *American National Standards Institute/American Society of Mechanical Engineers* (ANSI/ASME) και *American Institute of Astronautics and Aeronautics* (AIAA). Στον τομέα που σχετίζεται με πειράματα αντίστασης σε δεξαμενές έχουν προταθεί αντίστοιχες πρακτικές διασφάλισης της ποιότητας των μετρήσεων μέσω της *Διεθνούς Ένωσης Πειραματικών Δεξαμενών* (ITTC).

Σε κάθε πείραμα υπάρχει μια αμφιβολία για το αποτέλεσμα της κάθε μέτρησης που διενεργείται, για το λόγο αυτό την κάθε μέτρηση θα πρέπει να συνοδεύουν δυο αριθμοί, ο ένας βέβαια είναι η μέτρηση, ο δε άλλος αντιπροσωπεύει το *περιθώριο λάθους*, αλλιώς καταδεικνύει πόσο «κακή»

είναι η ποιότητα της μέτρησης. Ο δεύτερος συνδέεται με ένα *επίπεδο εμπιστοσύνης*, και εκφράζει πόσο ‘σίγουροι’ είμαστε ότι η πραγματική τιμή του μεγέθους είναι εντός του εκτιμώμενου περιθωρίου λάθους.

Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε τη σκοπιμότητα και τη μεγάλη σημασία μιας ανάλυσης αβεβαιότητας (*uncertainty analysis*), ιδίως όταν πρόκειται για κρίσιμες κατασκευές, ή όταν εμπλέκονται και παράγοντες τεχνοοικονομικής φύσεως. Ένα πείραμα αντίστασης λόγου χάρη, το οποίο θα βοηθούσε να επιλέξουμε μεταξύ δυο διαφορετικών σχεδιάσεων νέου τύπου γάστρας, θα ήταν άσκοπο στην περίπτωση που συνέβαινε τα αποτελέσματα να χαρακτηρίζονται από μεγάλη αβεβαιότητα. Παρομοίως, τα θέματα ενεργειακού οπτιμισμού (EEDI) στον κλάδο της ναυπηγικής, απαιτούν τελευταία την ακριβέστερη μέτρηση υδροδυναμικής αντίστασης, ώστε με γνώμονα μια «βάση» δεδομένων να σχεδιασθούν οι αποδοτικότερες, βέλτιστες σχεδιάσεις.

Στην παρούσα εργασία, στα Κεφάλαια 1 και 2 δίνονται οι βασικές έννοιες που αφορούν τα πειράματα και γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα της ανάλυσης αβεβαιότητας. Περιέχονται οι έννοιες του τυχαίου και συστηματικού σφάλματος, και περιγράφεται πώς η Στατιστική βοηθά να εκτιμήσουμε την ολική αβεβαιότητα σε μια μέτρηση. Οι χαρακτηρισμοί της ITTC για ‘τύπου Α’ και ‘τύπου Β’ αβεβαιότητα επεξηγούνται στο τέλος του Κεφαλαίου 1.

Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται η ταυτοποίηση και αντιμετώπιση των πηγών αβεβαιότητας στα πειράματα Αντίστασης, όπως αναφέρεται στις οδηγίες της ITTC.

Το Κεφάλαιο 4 περιέχει την εφαρμογή παραδείγματος ανάλυσης αβεβαιότητας σε υπολογιστικό φύλλο που αναπτύχθηκε για χρήση στα πειράματα αντίστασης της δεξαμενής του ENΘΥ.

Η εργασία κλείνει με το Κεφάλαιο 5 και το σχολιασμό των αποτελεσμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1° : Βασικές Έννοιες

1.1. Εισαγωγή

1.1.1 Πειραματισμός και Ποιότητα των μετρήσεων

Ιστορικά, πέρασαν πολλά χρόνια έως ότου οι άνθρωποι να αρχίσουν να εκτελούν πειράματα ως τον πλέον κατάλληλο τρόπο για να βρουν απαντήσεις στην πληθώρα ερωτημάτων που τους απασχολούσαν.

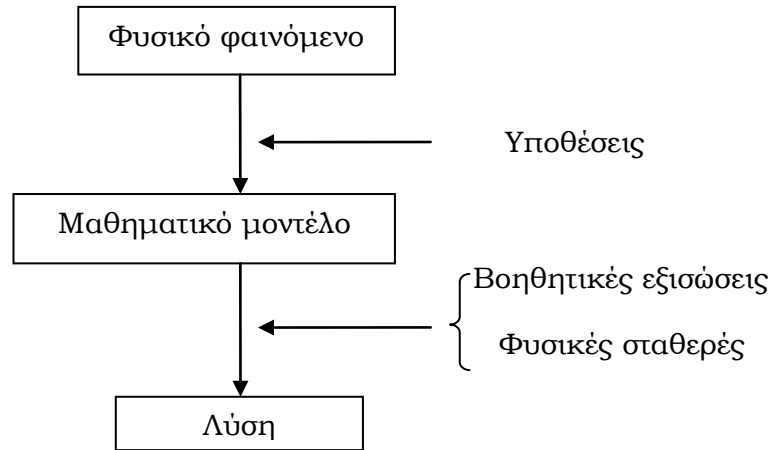
Ο μαθηματικός/επιστημονικός τρόπος σκέψης ορίζει τα βήματα τα οποία οδηγούν στην οργάνωση και εκτέλεση ενός πειράματος, είτε αυτό εκτελείται και μας παρέχει συμπεράσματα με απευθείας μέτρηση του εξεταζόμενου μεγέθους, είτε οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται «έμμεσα», σε ορισμένα υπολογιστικά εργαλεία (π.χ. φυσικοί νόμοι ή εν γένει εξισώσεις συσχέτισης), για την εξαγωγή του τελικού αποτελέσματος όταν αυτό είναι συνάρτηση ενός συνόλου μετρούμενων μεγεθών.

Ο πειραματισμός δεν είναι απλά συλλογή αποτελεσμάτων, άπαξ και αποφασισθεί ο τρόπος διεξαγωγής των μετρήσεων. Ο χρόνος μάλιστα που δαπανάται για να εξαχθούν τα αποτελέσματα αποτελεί τελικά ένα μικρό μέρος του ολικού χρόνου προετοιμασίας του πειράματος και της μελέτης των παραμέτρων του. Τα βήματα και οι τεχνικές αναπαράστασης και αναπαραγωγής ενός φαινομένου είναι εξίσου σημαντικά ώστε να οδηγηθούμε σε σωστά συμπεράσματα. Μάλιστα η εξασφάλιση καθ' όλα όμοιων συνθηκών για την αναπαραγωγή ενός πειράματος δεν είναι, τις περισσότερες φορές, εφικτή αφού κάποιες από τις παραμέτρους πιθανό να είναι αλληλοεξαρτώμενες, και η αλληλεπίδρασή τους να μη φέρει τα ίδια αποτελέσματα εντός κι εκτός του εργαστηρίου.

Εύλογα αναρωτάται λοιπόν κανείς, ποιό είναι το όφελος στο να επιχειρούμε πειράματα;

Η απάντηση έγκειται στην αναλυτική μέθοδο που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση/λύση ενός φυσικού προβλήματος, όπως φαίνεται και στην *Εικόνα 1.1*.

Σε πολλά συστήματα και διαδικασίες η γεωμετρία, οι οριακές συνθήκες και τα φαινόμενα που εξελίσσονται είναι τόσο περίπλοκα που η μέχρι πρότινος τεχνολογική γνώση δεν επαρκεί για να κατασκευαστούν ικανοποιητικές μέθοδοι μοντελοποίησης τους. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο πειραματισμός είναι απαραίτητο εργαλείο του μηχανικού για να προσδιορίσει τη συμπεριφορά τους και να οδηγηθεί στην επίλυση των προβλημάτων που τον απασχολούν.



Εικόνα 1.1 Αναλυτική προσέγγιση της λύσης ενός φυσικού προβλήματος, μέσω της εύρεσης του μαθηματικού μοντέλου που αναπαριστά το φυσικό φαινόμενο.

Τα πειραματικά δεδομένα πιθανό να είναι απαραίτητα σε ένα ή και σε περισσότερα στάδια της διαδικασίας εύρεσης λύσης, ακόμα κι όταν χρησιμοποιείται ένα αναλυτικό πειραματικό μοντέλο. Ορισμένες φορές είναι σκόπιμο να εξαχθούν αποτελέσματα, προτού να προχωρήσουμε σε υποθέσεις ή εξιδανικεύσεις για την κατασκευή ενός μαθηματικού μοντέλου που θα περιγράφει μια πραγματική διαδικασία.

Τα πειράματα είναι δύσκολο να αναπαράξουν με πλήρη πιστότητα ένα φαινόμενο. Αυτό που λαμβάνουμε κάθε φορά από την εκτέλεση ενός πειράματος είναι μια προσέγγιση της «αληθινής» τιμής μιας μέτρησης. Σε έναν ιδανικό κόσμο ο οποίος θα χαρακτηριζόταν από την απουσία πηγών σφαλμάτων τόσο ως προς τη φύση του φαινομένου, όσο και ως προς το τεχνικά δομημένο «δικό» μας σύστημα μέτρησης/απεικόνισης, θα μπορούσαμε να μιλάμε για μηδενική αβεβαιότητα, όντας σίγουροι στο έπακρον (100%).

Ωστόσο στην πράξη, πολλοί μελετητές αφιερώνουν τη ζωή τους προσπαθώντας να εξαλείψουν παράγοντες που δυσχεραίνουν την κοινή επιστημονική πρακτική, να μειώσουν το χρόνο εκτέλεσης ενός πειράματος, χωρίς όμως αυτό να έχει επιπτώσεις στην ακρίβεια και εγκυρότητα του αποτελέσματος, ήτοι τελικά στην **αξιοπιστία** των μετρήσεων.

Προς αυτή την κατεύθυνση κινείται και η *International Towink Tank Conference* (ITTC) διευρύνοντας το πεδίο έρευνας και δράσης της με οδηγίες για πειραματικές δεξαμενές αντίστασης, προκειμένου να εδραιωθούν μέθοδοι και διαδικασίες ορθής πειραματικής πρακτικής.

1.1.2 Μετρήσεις και Μετρολογία

Η μέτρηση συνιστά θεμελιώδες εργαλείο επιβεβαίωσης της μοντέρνας σκέψης, διαδικασία της εμπειρικής αντιστοίχισης συμβόλων σε αντικείμενα και συμβάντα του πραγματικού κόσμου με σκοπό την κατά το δυνατόν αντικειμενική περιγραφή τους. Το σύνολο των λειτουργιών που έχουν ως αντικείμενο τον προσδιορισμό της τιμής ενός μεγέθους καλείται **μέτρηση**.

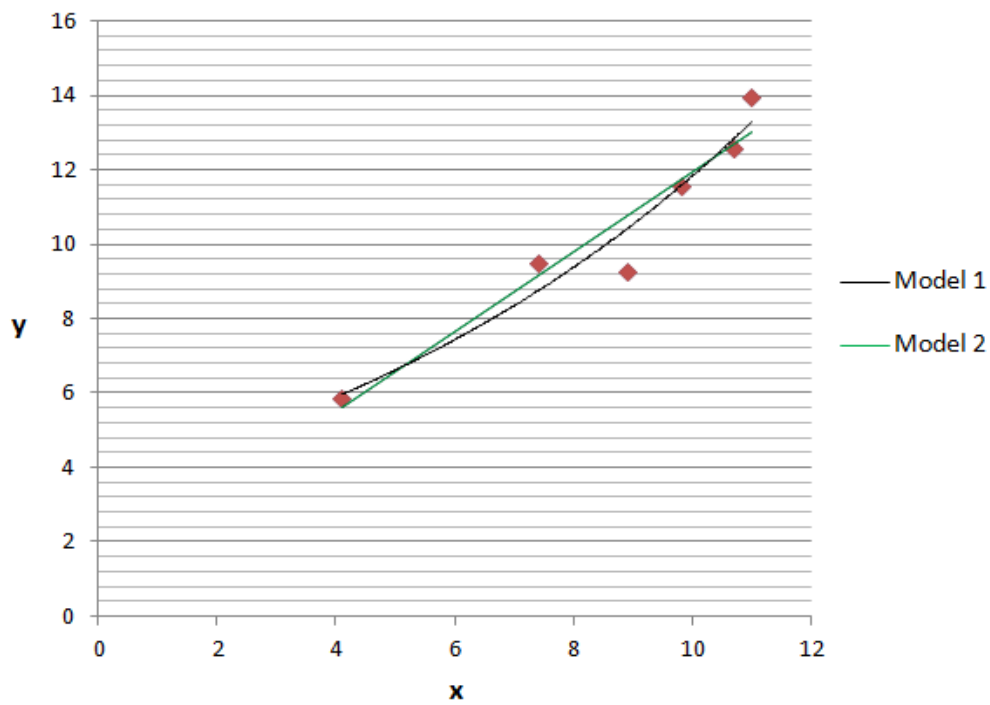
Η μέτρηση δεν περιορίζεται σε φυσικά μεγέθη, που συνήθως εκφράζουμε αριθμητικά αλλά το πεδίο εφαρμογής της έχει σήμερα επεκταθεί, από αυτό των φυσικών επιστημών και της τεχνολογίας σε άλλες γνωστικές περιοχές, όπως οι κοινωνικές επιστήμες και οι επιστήμες της πληροφορίας ή των συμπεριφορών.

Στο παρελθόν η ενασχόληση με τη μέτρηση αφορούσε κατά κανόνα συγκεκριμένες επιστημονικές περιοχές ανάλογα με το κατά περίπτωση εξεταζόμενο φυσικό μέγεθος. Σήμερα αντίθετα η **Μετρολογία** χαρακτηρίζεται από ένα έντονα διεπιστημονικό πνεύμα και ταυτόχρονα από τάσεις αυτονόμησης - εξειδίκευσης σε περιοχές ειδικού ενδιαφέροντος. Η σωστή μέτρηση είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την ανάπτυξη της έρευνας και την υλοποίηση των τεχνολογικών εφαρμογών.

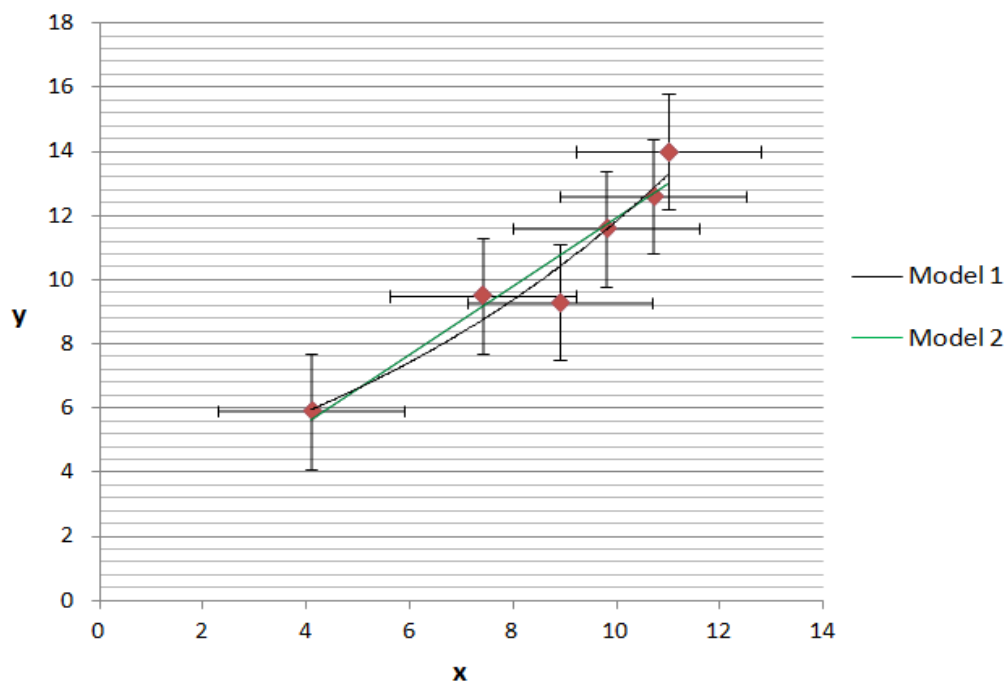
Σε αυτό το σημείο υπεισέρχεται η έννοια της «ποιότητας» των μετρήσεων. Ας χρησιμοποιήσουμε ένα παράδειγμα. Στην *Εικόνα 1.2* παρουσιάζονται δυο μαθηματικά μοντέλα που αντιπροσωπεύουν με διαφορετικό τρόπο το καθένα μια σειρά πειραματικών μετρήσεων, καθώς και οι μεμονωμένες μετρήσεις.

Όταν έρθει η ώρα να εξαχθούν συμπεράσματα σίγουρα κάποιος θα αναρωτηθεί πόσο «καλές» είναι οι μετρήσεις. Ή ακόμη, συγκρίνοντας τα εξαγόμενα ενός μαθηματικού μοντέλου με τις υπάρχουσες μετρήσεις (και πιθανόν εξαγόμενα διαφορετικών μοντέλων μεταξύ τους) θα διαπιστώσει ότι ορισμένες φορές αυτά θα ποικίλουν πολύ ή λίγο.

Οι υποστηρικτές του ενός μοντέλου θα μπορούσαν να διαφωνούν για ώρες με τους υποστηρικτές του δεύτερου, όσον αφορά το ποιο μοντέλο αντιπροσωπεύει καλύτερα τις μετρήσεις. Στη δεύτερη από τις παραπάνω εικόνες, αποτυπώνονται οι ίδιες μετρήσεις περιβαλλόμενες από μια 'ζώνη' που αντιστοιχεί στο επιτρεπόμενο μέγεθος του λάθους στις τιμές X και Y. Καταλαβαίνει κάποιος ότι είναι άκαρπο να διαφωνεί για την εγκυρότητα και την υπεροχή του ενός έναντι του άλλου μοντέλου, όταν λαμβάνονται υπόψιν σχετικές εκτιμήσεις για την ποιότητα των μετρήσεων (π.χ. ζητούμε οι μετρήσεις να απέχουν και στους δυο άξονες το πολύ $\pm 1,8$ κατ' απόλυτη τιμή, από τα αντίστοιχα μαθηματικά μοντέλα, πράγμα



(a)



(b)

Εικόνα 1.2 Αναπαράσταση πειραματικών μετρήσεων με χρήση διαφορετικών μαθηματικών μοντέλων: *a)* χωρίς ζώνη αβεβαιότητας, *b)* με χρήση ζώνης αβεβαιότητας.

που ικανοποιείται ως φαίνεται στην *Εικόνα 1.2b*).

Έτσι, κάθε εμπλεκόμενος σε πειραματικές διαδικασίες ακόμα κι αν οι αποφάσεις που θα ληφθούν βάσει των εξαγόμενων τους δεν είναι μείζονος σημασίας, πρέπει κατ' ελάχιστον να έχει καλή αντίληψη της όλης διαδικασίας αλλά και των παραγόντων που επηρεάζουν την ποιότητα των μετρήσεων.

Η αβεβαιότητα μιας μέτρησης σχετίζεται με την ποιότητα της μέτρησης. Το ότι η αβεβαιότητα αποτελεί *δείκτη ποιότητας* ενός αποτελέσματος δε διασφαλίζει πάντα την ποιότητα αυτή. Για παράδειγμα, μια μικρή αβεβαιότητα είναι δυνατόν να προέρχεται από υποτίμηση συστηματικών σφαλμάτων τα οποία μπορεί κάποιος μετρολόγος να παρέλειψε ή ακόμα να μην ακολουθήσε τη σωστή διαδικασία μέτρησης.

«Δεν έχει λογική να θες να μετρήσεις αντικείμενο μερικών γραμμαρίων χρησιμοποιώντας ζυγαριά με ακρίβεια κιλού».

Κάθε σφάλμα του οποίου η τιμή δεν είναι γνωστή, είναι πηγή αβεβαιότητας.

Είναι σημαντικό να μη συγχέεται ο όρος 'λάθος/σφάλμα/απόκλιση' με τον όρο 'αβεβαιότητα'.

'**Σφάλμα**' είναι η διαφορά μεταξύ μετρηθείσας και «πραγματικής» τιμής της εξεταζόμενης ποσότητας.

'**Αβεβαιότητα**' είναι η ποσοτικοποίηση της αμφιβολίας που έχουμε για το κατά πόσο η πραγματική τιμή περιέχεται σε ένα εύρος τιμών.

Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι η έννοια της αβεβαιότητας, αν και σχετικά πρόσφατη σε σχέση με τους όρους 'σφάλμα' ή 'ανάλυση σφαλμάτων', χρησιμοποιείται για να περιγράψει την ποιότητα των μετρήσεων.

Είναι γενικώς αποδεκτό, ότι ακόμη κι αν όλες οι γνωστές συνιστώσες σφαλμάτων έχουν αναγνωριστεί και οι αντίστοιχες διορθωτικές ενέργειες έχουν γίνει, παραμένει ακόμη ένα ποσό αβεβαιότητας στην ορθότητα του τελικού αποτελέσματος, σχετικά με την αμφιβολία μας για το πόσο 'καλά' η μετρηθείσα τιμή αντιπροσωπεύει την 'αληθινή'.

1.1.3 Ιστορικοί σταθμοί ενοποίησης των συστημάτων μέτρησης [3]

Χάριν κοινής συνεννόησης και ευκολίας των συναλλαγών οι άνθρωποι έθεσαν τα πρώτα βήματα για ένα κοινό σύστημα μονάδων ήδη από την εποχή του Μεσαίωνα:

- Δημιουργία του Μετρικού Συστήματος κατά τη Γαλλική Επανάσταση και η συνεπακόλουθη υιοθέτηση στις 22 Ιουνίου 1799 των προτύπων μήκους (μέτρο) και βάρους (κιλό).
- Εισαγωγή από την British Association for the Advancement of Science (BAAS) το 1874 του τρισδιάστατου συστήματος CGS (cm, gr και sec).
- Υπογραφή της συμφωνίας «Convention du Mètre» το 1875 στο Παρίσι από 17 χώρες, με τη σύσταση τριών διεθνών οργανισμών που μεριμνούν για τη διατήρηση του *Διεθνούς Συστήματος Μονάδων*: a) Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών (Bureau International des Poids et Mesures ή BIPM), b) Γενική Διάσκεψη Μέτρων και Σταθμών (Conférence Générale des Poids et Mesures ή CGPM), c) Διεθνής Επιτροπή Μέτρων και Σταθμών (Committee International des Poids et Mesures ή CIPM).
- Αποδοχή το 1960 του *Διεθνούς Συστήματος Μονάδων* (Système International ή SI) από την 11^η Σύνοδο της CGPM.
- Εισχώρηση στη BIPM 55 χωρών συνολικά μέχρι το 2012, χρηματοδότηση κυρίως από το γαλλικό κράτος. Πληθώρα διεθνών συναντήσεων διακριβώσεων και δημοσιεύσεων μέχρι σήμερα, με κατάλληλα εξοπλισμένα εργαστήρια.



Έμβλημα του BIPM.

1.2. Τυχαία και Συστηματικά μετρητικά σφάλματα

Η καλύτερη και πιο απλή μέθοδος για την εκτίμηση της αξιοπιστίας μιας μέτρησης είναι η πολλαπλή επανάληψή της στο μέτρο βέβαια που

αυτό είναι εφικτό. Μετά από στατιστική επεξεργασία των διαφορετικών αποτελεσμάτων μπορεί να γίνει μια πρώτη εκτίμηση της **μετρητικής αβεβαιότητας**.

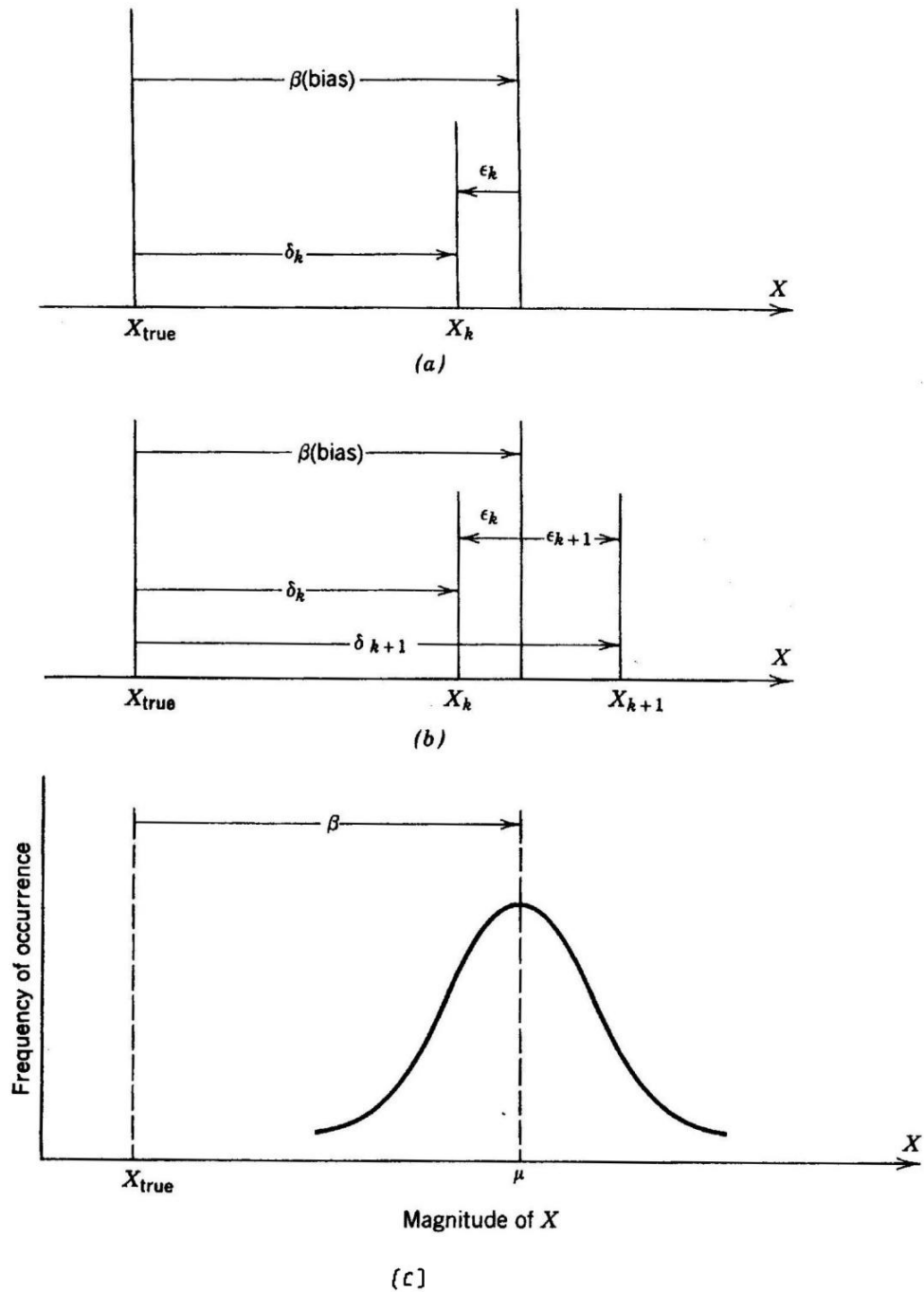
Ως μετρητικό σφάλμα ορίζουμε τη διαφορά μεταξύ της μετρούμενης και της αληθινής τιμής του υπό εξέταση μεγέθους (measurand). **Τυχαία** μετρητικά σφάλματα είναι εκείνα που μπορούν να εκτιμηθούν ποσοτικά μέσω επαναλαμβανόμενων μετρήσεων. Σφάλματα που δε γίνεται να εκτιμηθούν με αυτόν τον τρόπο ονομάζονται **συστηματικά**.

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρουν οι Coleman και Steele [1], ο όρος *ακρίβεια* είναι αυτός που θα προσδιορίζει την εγγύτητα μεταξύ της μετρούμενης και της αληθινής τιμής του μεγέθους. Τότε ο βαθμός ανακρίβειας ή το ολικό σφάλμα της μέτρησης (δ) ισούται με τη διαφορά μετρηθείσας και αληθινής τιμής. Όπως φαίνεται στην *Εικόνα 1.3a*, το *ολικό σφάλμα* είναι το άθροισμα των συστηματικών (systematic/bias error) και των τυχαίων (random/precision error) μετρητικών σφαλμάτων. Το **συστηματικό** σφάλμα (β) είναι το σταθερό (αυτό δηλαδή που είναι ανεξάρτητο των επαναλήψεων) μέρος του ολικού σφάλματος, ενώ το **τυχαίο** μέρος (ε) καλείται αλλιώς και σφάλμα ακρίβειας ή επαναληψιμότητας (precision or repeatability error), είναι αυτό που προκαλεί τη διασπορά των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων. Υποτίθεται ότι κάθε γνωστή συστηματικό σφάλμα έχει διορθωθεί πριν αρχίσει η πειραματική διαδικασία.

Ας υποθέσουμε ότι παίρνουμε ένα πλήθος μετρήσεων, η μία μετά την άλλη, που αφορούν μεταβλητή X σταθερή κατά προσέγγιση. Οι μετρήσεις k και $k+1$ φαίνονται στην *Εικόνα 1.3b*. Λόγω της «σταθερής φύσης» του συστηματικού σφάλματος, αυτό θα είναι ίδιο για κάθε μέτρηση. Αντίθετα, το τυχαίο σφάλμα είναι ισοδυνάμως πιθανό να έχει είτε θετικό είτε αρνητικό πρόσημο. Έτσι συμπεραίνουμε ότι και το *ολικό σφάλμα* κάθε μέτρησης θα ποικίλει ανάλογα αφού

$$\delta_i = \beta \pm \varepsilon_i \quad (1.1)$$

Συνεχίζοντας τις μετρήσεις έως να λάβουμε ένα αρκετά μεγάλο δείγμα N μετρήσεων, είναι περισσότερο από πιθανό να διαπιστώσουμε ότι η τελική κατανομή των μετρήσεων θα έχει τη μορφή της *Εικόνας 1.3c* (κατανομή κατά Gauss). Το συστηματικό σφάλμα θα ισούται τότε με τη διαφορά μεταξύ της μέσης τιμής μ (mean/average) του δείγματος των ''άπειρων'' μετρήσεων και της αληθινής τιμής του μεγέθους, ενώ τα τυχαία σφάλματα είναι αυτά που προκαλούν τη διαφορετική συχνότητα εμφάνισης κάθε μέτρησης γύρω από τη μέση τιμή.



Εικόνα 1.3 Σφάλματα στη μέτρηση μεταβλητής X : α) βάσει μίας παρατήρησης, β) βάσει δύο παρατηρήσεων, γ) βάσει άπειρου αριθμού παρατηρήσεων [1].

Δυστυχώς, η αληθινή τιμή του X , X_{true} μας είναι άγνωστη. Οπότε δε μπορούμε να αποφανθούμε για τα συστηματικά ή τα τυχαία σφάλματα στη μέτρηση του X . Αυτό όμως που μπορούμε να πούμε είναι ότι είμαστε σίγουροι, κατά επίπεδο εμπιστοσύνης $C\%$, ότι η αληθινή τιμή θα πέσει μεταξύ του διαστήματος

$$X_{best} \pm U_X$$

όπου X_{best} είναι η μέση τιμή των N μετρήσεων (εάν πρόκειται για μία μέτρηση $N = 1$), και U_X η αβεβαιότητα που αντιστοιχεί στην εκτίμηση της τιμής του X , για το δεδομένο επίπεδο $C\%$, η οποία περιλαμβάνει το συνδυασμό τυχαίων και συστηματικών σφαλμάτων (όπως θα αναφερθεί στη συνέχεια (Εξ. 1.8), η U_X αντιστοιχεί στη διευρυμένη αβεβαιότητα).

Για την εκτίμηση της μετρητικής αβεβαιότητας, ο χειρισμός των τυχαίων σφαλμάτων διαφέρει από εκείνο των συστηματικών. Μάλιστα, οι παλαιότερες μελέτες θεωρούσαν ότι τα συστηματικά σφάλματα εξαλείφονταν με τη βαθμονόμηση και έτσι δε λαμβάνονταν υπόψιν στην ανάλυση της αβεβαιότητας.

Παρακάτω περιγράφονται ορισμένες μέθοδοι για την επεξεργασία τους. Τα συστηματικά σφάλματα είναι γενικά δύσκολο να προσδιοριστούν ή πολλές φορές να επιβεβαιωθούν. Μόνο ο έμπειρος μετρολόγος μπορεί να τις προβλέψει και να τις περιορίσει σε τέτοιο βαθμό ώστε η συνεισφορά τους να παραμένει αρκετά μικρή. Γενικά η αβεβαιότητα κάθε μέτρησης είναι συνάρτηση της μεθοδολογίας που ακολουθούμε αλλά και των μετρητικών οργάνων/διατάξεων που χρησιμοποιούμε.

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να τονίσουμε τί δεν αποτελεί μετρητική αβεβαιότητα. *Λάθη* που γίνονται κατά τη διαδικασία πειραμάτων και οφείλονται στο *χειριστή-παρατηρητή* (operator's error), δε περιλαμβάνονται στην αβεβαιότητα, γι' αυτό και οι συνθήκες εργασίας/στήσιμο του πειράματος πρέπει να είναι ιδιαίτερα προσεγμένες. Έπειτα, οι *ανοχές* (tolerances) δεν ταυτίζονται με την αβεβαιότητα, είναι προδιαγεγραμμένα όρια αποδοχής σε μια διαδικασία ή για κάποιο προϊόν. Το ίδιο ισχύει και για τις προδιαγραφές (στα διάφορα πιστοποιητικά), οι οποίες δίνουν πληροφορία σχετικά με το τί να περιμένει κάποιος από το αντικείμενο μελέτης του (που μπορεί να είναι ποικίλης φύσεως, όχι απαραίτητως τεχνικής).

Επιπρόσθετα, πρέπει να αναφερθεί ότι η *ακρίβεια* (accuracy) μιας μέτρησης δεν αντιπροσωπεύει την αβεβαιότητα για αυτή. Ο **όρος** **''ακρίβεια'' είναι ποιοτικός**, π.χ. λέμε ότι η μέτρηση είναι **''ακριβής''** ή **''ανακριβής''**. Η αβεβαιότητα έχει ποσοτικό χαρακτήρα, έτσι όταν παρατίθεται ένα σύμβολο \pm μιλάμε για αβεβαιότητα, όχι για ακρίβεια.

Τέλος, οφείλουμε να μην μπερδεύουμε τα **''σφάλματα''** όπως αναφέραμε στον πρόλογο με την **''αβεβαιότητα''**.

1.3. Κυριότερα εργαλεία Στατιστικής: Μέση τιμή και Τυπική απόκλιση

Η μέση τιμή σχετίζεται με την καλύτερη εκτίμηση που μπορούμε να πάρουμε για την τιμή ενός μεγέθους, επαναλαμβάνοντας πολλές φορές τις μετρήσεις. Είναι φυσικό οι τιμές των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων να διαφέρουν λίγο-πολύ μεταξύ τους, χωρίς να σημαίνει απαραίτητα ότι κάτι κάνουμε εμείς λάθος. Μπορεί οι διαφορές να οφείλονται σε μεταβαλλόμενες συνθήκες του περιβάλλοντος χώρου των μετρήσεων (π.χ. στην περίπτωση που μετρούμε την ταχύτητα του ανέμου σε εξωτερικό χώρο, αναμένεται ότι οι τιμές των μετρήσεων θα είναι διαφορετικές αφού ο άνεμος δε θα έχει μια σταθερή τιμή). Ή ακόμη, μπορεί να οφείλονται στο γεγονός ότι, το όργανο μέτρησης δε συμπεριφέρεται με τελείως σταθερό τρόπο (όπως οι μετροταινίες που είναι δυνατό να αναδιπλώνονται ελαφρώς, προκαλώντας σύγχυση με τις διαφορετικές ενδείξεις).

Κοινή πρακτική είναι λοιπόν να παίρνουμε επαναλαμβανόμενες μετρήσεις και να εξάγουμε τη **μέση τιμή**, η οποία στη διεθνή βιβλιογραφία συμβολίζεται με \bar{x} (x -bar). Το βασικό ερώτημα είναι τώρα, πόσες φορές είναι καλό να πραγματοποιούμε μετρήσεις ώστε να έχουμε όσο το δυνατό καλύτερη εκτίμηση;

Ιδανικά, η απάντηση είναι άπειρες φορές. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι εφικτό, είτε από άποψη χρόνου είτε από άποψη κόπου. Έτσι δημοφιλής αριθμός για τις επαναλήψεις είναι το δέκα (10), μιας και ο υπολογισμός δεν είναι ιδιαίτερα χρονοβόρος. Σε άλλη περίπτωση οι είκοσι (20) επαναλήψεις θα δώσουν μια ελαφρώς καλύτερη εκτίμηση από τις δέκα. Το ίδιο ισχύει και για τις πενήντα (50) επαναλήψεις.

Όταν επαναλαμβανόμενες μετρήσεις δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα καλό είναι να έχουμε μια εικόνα για το εύρος των τιμών. Το εύρος (range), ή αλλιώς η διασπορά (variance, συμβολιζόμενη με σ^2 ή V) τιμών είναι μια παράμετρος που συνδέεται με την **αβεβαιότητα**. Η διασπορά μιας τυχαίας μεταβλητής αποτελεί μέτρο της συγκεντρωτικότητας ή μεταβλητότητας της κατανομής της μεταβλητής. Η ύπαρξη κατανομών οι οποίες έχουν την ίδια μέση τιμή και των οποίων οι παρατηρούμενες τιμές είναι περισσότερο ή λιγότερο διασπαρμένες και απομακρυσμένες από αυτήν, καθιστά αναγκαία την εισαγωγή ενός τέτοιου μέτρου.

Γνωρίζοντας πόσο μεγάλο είναι το εύρος, μπορούμε να εξάγουμε αρχικά συμπεράσματα για την ποιότητα μιας μέτρησης ή ενός πλήθους μετρήσεων.

Πολλές φορές είναι αρκετό να ξέρουμε το εύρος μεταξύ των υψηλότερων και των χαμηλότερων τιμών. Αλλά για ένα μικρό δείγμα τιμών αυτό δε θα μας οδηγήσει σε χρήσιμα συμπεράσματα, αφού για παράδειγμα, μεγάλο εύρος μπορεί να προκύψει και στην περίπτωση που μία μόνο τιμή είναι αρκετά διαφορετική από τις υπόλοιπες (απόμακρη).

Ο συνηθέστερος τρόπος να ποσοτικοποιήσουμε το εύρος τιμών είναι μέσω της **τυπικής απόκλισης σ (standard deviation)**. Η τυπική απόκλιση ενός πλήθους μετρήσεων πληροφορεί για την **εγγύτητα** των διαφορετικών μετρήσεων ως προς τη μέση τιμή.

Κατά κανόνα, περίπου τα $\frac{2}{3}$ του πλήθους των μετρήσεων θα είναι εντός ορίων $\pm\sigma$ από τη μέση τιμή. Το 95% του πλήθους των τιμών θα βρίσκεται εντός $\pm 2\sigma$ από τη μέση τιμή. Ο "κανόνας" αυτός (κατανομή κατά Gauss ή normal distribution, όπως είναι γνωστό από τη βιβλιογραφία), ισχύει επακριβώς για πολλές εφαρμογές χωρίς να είναι απόλυτος.

Πίνακας 1.1 Όρια κανονικής ή κατά Gauss κατανομής.

$\pm \sigma$	1	1,5	2	3	4
P (%)	68,27	86,64	95,5	99,7	99,99

Η "αληθινή" τιμή της τυπικής απόκλισης είναι δυνατό να εξαχθεί μόνο από ένα αρκετά μεγάλο δείγμα (με προσέγγιση το άπειρο). Από ένα μεσαίου μεγέθους δείγμα ($N=50$ παρατηρήσεις) μόνο η προσέγγισή της μπορεί να εξαχθεί. Το σύμβολο που χρησιμοποιείται συχνά στη διεθνή βιβλιογραφία για την εκτιμώμενη τυπική απόκλιση είναι το s .

Προς καλύτερη παρουσίαση των παραπάνω, ακολουθούν δυο αριθμητικά παραδείγματα:

➤ Παράδειγμα 1. Υπολογισμός μέσης τιμής ή μέσου όρου

Έστω ότι έχουμε ένα πλήθος 10 τιμών/μετρήσεων. Για να βρούμε τη μέση τιμή, αθροίζουμε τις τιμές και διαιρούμε με το πλήθος των τιμών (δηλ. με τον αριθμό 10 στο παράδειγμα).

Οι τιμές/μετρήσεις είναι: 13, 18, 19, 16, 17, 18, 20, 14, 17 και 16

Το άθροισμα προκύπτει: 168

Η μέση τιμή είναι: $168/10 = 16,8$

➤ Παράδειγμα 2. Υπολογισμός τυπικής απόκλισης

Ο υπολογισμός της τυπικής απόκλισης δεν είναι πάντα εύκολος, με χαρτί και στυλό. Σε περίπτωση που το δείγμα είναι αρκετά μεγάλο, πιθανόν να καταστεί χρονοβόρος. Γίνεται όμως με τον ακόλουθο τρόπο:

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα δείγμα τιμών n σε αριθμό (ας χρησιμοποιήσουμε το δείγμα από το Παράδειγμα 1). Βρίσκουμε πρώτα τη μέση τιμή:

Για το δείγμα 13, 18, 19, 16, 17, 18, 20, 14, 17 και 16, η μέση τιμή είναι το 16,8.

Έπειτα βρίσκουμε τη διαφορά μεταξύ μέσης τιμής και κάθε ξεχωριστής μέτρησης, δηλ.

+3,8 -1,2 -2,2 +0,8 -0,2 -1,2 -3,2 +2,8 -0,2 +0,8

και τετραγωνίζουμε,

14,44 1,44 4,84 0,64 0,04 1,44 10,24 7,84 0,04 0,64

Μετά βρίσκουμε το σύνολο και διαιρούμε με $n - 1$ (εδώ $n = 10$, $n - 1 = 9$),

Άρα,

$$(14,44 + 1,44 + 4,84 + 0,64 + 0,04 + 1,44 + 10,24 + 7,84 + 0,04 + 0,64) / 9 \\ = 41,60 / 9 = 4,62$$

Η εκτιμώμενη τυπική απόκλιση, s , είναι η τετραγωνική ρίζα του συνόλου,

$$s = \sqrt{4,62} = 2,1$$

όπου η στρογγυλοποίηση έγινε στο πρώτο δεκαδικό.

Μαθηματικά, ο τρόπος υπολογισμού της τυπικής απόκλισης, μπορεί να εκφραστεί με τον ακόλουθο τύπο, για δείγμα n μετρήσεων:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad (1.2)$$

όπου x_i είναι η τιμή της i μέτρησης και \bar{x} η μέση τιμή του δείγματος πλήθους n .

Εν κατακλείδι, όσο το δυνατό περισσότερες οι τιμές του δείγματος που θα χρησιμοποιήσουμε για να εξάγουμε την τυπική απόκλιση, τόσο καλύτερη η εκτίμηση.

1.4. Ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας

Όπως είπαμε παραπάνω, η τυπική απόκλιση s ενός πλήθους παρατηρήσεων δίνει μια εικόνα για τη διασπορά (s^2) των τιμών γύρω από τη μέση τιμή. Χρησιμοποιούμε την τυπική απόκλιση s (standard deviation) για να ορίσουμε την **τυπική αβεβαιότητα** u_Y του μετρούμενου μεγέθους Y (standard uncertainty) ως,

$$u_Y = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (1.3)$$

με n το πλήθος των παρατηρήσεων που διαθέτουμε.

Στην περίπτωση απευθείας μέτρησης μεγέθους, όπου το πείραμα μας περιλαμβάνει μία μόνο μέτρηση ($n = 1$ επανάληψη), είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε τη διακριτική ικανότητα ή ακρίβεια (accuracy) του συγκεκριμένου οργάνου με το οποίο μετρούμε. Αντιθέτως, στις περιπτώσεις όπου το αποτέλεσμα Y εξάγεται βάσει μετρήσεων παραγόντων X_1, X_2, \dots, X_j - υφίσταται σαφής συνάρτηση/μοντέλο $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_j)$ - καθένας από τους οποίους περιέχει μια ποσότητα σφάλματος στη μέτρηση του, το μέγιστο σφάλμα ΔY θα είναι συνάρτηση των σφαλμάτων $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots$ κτλ. Αν θεωρήσουμε τις μεταβολές $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots$ κτλ, αρκετά μικρές μπορούμε να αγνοήσουμε δευτεροτάξιους όρους ή γινόμενα της μορφής $(\Delta X_1 \cdot \Delta X_2), \dots$, κοκ., και έτσι η σχέση που θα συνδέει τα σφάλματα, γνωστή και ως **Νόμος Διάδοσης των Σφαλμάτων**, ορίζεται από την εξίσωση

$$(\Delta Y)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} \cdot \Delta X_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} \cdot \Delta X_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_j} \cdot \Delta X_j\right)^2 \quad (1.4)$$

Με όμοιο τρόπο είναι δυνατό να εκφράσουμε την αβεβαιότητα στο αποτέλεσμα Y , αν γνωρίζουμε τις τυπικές αβεβαιότητες των εμπλεκόμενων μεγεθών, ώστε

$$(u_Y)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} \cdot u_{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} \cdot u_{X_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_j} \cdot u_{X_j}\right)^2 \quad (1.5a)$$

Η παραπάνω σχέση χαρακτηρίζει το **Νόμο Διάδοσης των Αβεβαιότητων**.

Αν ονομάσουμε θ_i τα κλάσματα

$$\theta_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (1.6)$$

τότε αυτά θα εκφράζουν το μέτρο μεταβολής του αποτελέσματος Y για μικρές μεταβολές των παραμέτρων εισόδου, και θα καλούνται ως **συντελεστές ευαισθησίας**. Έτσι, η Εξ. 1.5a ξαναγράφεται (με την υπόθεση ότι δεν υφίστανται αλληλοεξαρτώμενες παράμετροι εισόδου):

$$(u_Y)^2 = \sum_{i=1}^J \theta_i^2 u_{X_i}^2 \quad (1.5b)$$

Στις Εξ. 1.5a και 1.5b, όλες οι τυπικές αβεβαιότητες u_{X_i} οφείλουν να εκφράζονται στο ίδιο επίπεδο αβεβαιότητας (ή εμπιστοσύνης) $C\%$, οπότε και το αποτέλεσμα δίνεται στο αντίστοιχο επίπεδο. Στις περισσότερες των περιπτώσεων χρησιμοποιείται επίπεδο 95%.

Υπάρχει ακόμη μια ενδιαφέρουσα γραφή της Εξ. 1.5a σε αδιάστατη μορφή που είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στα πρώτα στάδια σχεδίασης ενός πειράματος. Αν διαιρέσουμε κάθε όρο της Εξ. 1.5a με Y^2 και έπειτα πολλαπλασιάσουμε κάθε όρο στο δεξί μέλος με $(X_i/X_i)^2$, έχουμε τη μορφή

$$\frac{u_Y^2}{Y^2} = \left(\frac{X_1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)^2 \left(\frac{u_{X_1}}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{X_2}{Y} \frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)^2 \left(\frac{u_{X_2}}{X_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{X_J}{Y} \frac{\partial Y}{\partial X_J}\right)^2 \left(\frac{u_{X_J}}{X_J}\right)^2 \quad (1.5c)$$

στην οποία ο όρος u_Y/Y δηλώνεται ως **σχετική αβεβαιότητα** του αποτελέσματος, και οι παράγοντες u_{X_i}/X_i ως σχετικές αβεβαιότητες των μεταβλητών. Γενικά οι σχετικές αβεβαιότητες θα είναι αριθμοί αρκετά μικρότεροι της μονάδας. Οι ποσότητες εντός των παρενθέσεων της Εξ. 1.5c που πολλαπλασιάζονται με τις σχετικές αβεβαιότητες των μεταβλητών, ορίζονται ως **συντελεστές μεγέθυνσης αβεβαιότητας** (uncertainty magnification factors ή UMF),

$$UMF_i = \frac{X_i}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial X_i} \quad (1.6)$$

και υποδεικνύουν το μέτρο που επηρεάζει η αβεβαιότητα της συγκεκριμένης μεταβλητής X_i την αβεβαιότητα του αποτελέσματος Y . Μια τιμή $|UMF| > 1$ υποδεικνύει ότι η επιρροή της αβεβαιότητας της εν λόγω μεταβλητής μεγεθύνεται όσο αυτή διαδίδεται μέσω μιας *εξίσωσης συσχέτισης* (data reduction equation) στο τελικό αποτέλεσμα.

Όποιο κι αν είναι το μέγεθος του δείγματος, οποιαδήποτε μορφή και να ακολουθεί η κατανομή των σφαλμάτων, η **συνδυασμένη τυπική αβεβαιότητα** u_c (*combined uncertainty*) δίνεται από την παρακάτω εξίσωση [2],

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^J \left(\theta_i^2 b_i^2 + \sum_{k=1}^J \theta_i \theta_k \rho_{b_{ik}} b_i b_k (1 - \delta_{ik}) \right) + \sum_{i=1}^J \left(\theta_i^2 s_i^2 + \sum_{k=1}^J \theta_i \theta_k \rho_{s_{ik}} s_i s_k (1 - \delta_{ik}) \right) \quad (1.7)$$

Όπου s_i^2 οι διακυμάνσεις των κατανομών τυχαίων σφαλμάτων των μεταβλητών X_i , b_i^2 οι διακυμάνσεις των (υποθετικών) κατανομών συστηματικών σφαλμάτων των X_i , $\rho_{s_{ik}}$ οι συντελεστές συσχέτισης των τυχαίων σφαλμάτων των μεταβλητών X_i και X_k που προκύπτουν από τις ίδιες πηγές και συσχετίζονται, $\rho_{b_{ik}}$ οι συντελεστές συσχέτισης των συστηματικών σφαλμάτων των μεταβλητών X_i και X_k που σχετίζονται αντιστοίχως. Το δέλτα του Kronecker δ_{ik} ισούται με 1 όταν $i=k$ και με 0 όταν $i \neq k$.

Η εξίσωση της u_c έχει εξαχθεί βάσει αναπτύγματος Taylor αμελώντας όλους τους όρους εκτός των πρωτοτάξιων, χωρίς συγκεκριμένη υπόθεση για τη μορφή των κατανομών. Πολλαπλασιάζοντας τη συνδυασμένη (ολική) αβεβαιότητα u_c με το *συντελεστή κάλυψης* K (*coverage factor*), προκύπτει η **διευρυμένη αβεβαιότητα** (*expanded uncertainty*) που συμβολίζεται με U_r :

$$U_r = K \cdot u_c \quad (1.8)$$

Ο συντελεστής κάλυψης εξαρτάται από το είδος της κατανομής πιθανοτήτων f . Για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης $C\%$, μεγαλύτερη τιμή του συντελεστή K σημαίνει μεγαλύτερη διευρυμένη αβεβαιότητα και συνεπώς χαμηλότερης ποιότητας μέτρηση.

Το τελικό αποτέλεσμα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$y - U_r \leq Y \leq y + U_r \quad (1.9)$$

Η κατανομή σφαλμάτων του αποτελέσματος Y συχνά θεωρείται ως κανονική βάσει του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος [2], ακόμη κι αν οι

κατανομές των X_i δεν είναι κανονικές. Τότε η αντιστοιχούσα τιμή για το K είναι αυτή που λαμβάνεται (εκ του Πίνακα A.1 Παράρτημα) από την κατανομή Student, με παράμετρο $K = t$, και σε συνάρτηση με τους βαθμούς ελευθερίας ν της μέσης τιμής, ώστε

$$U_r^2 = t^2 \sum_{i=1}^J \left(\theta_i^2 b_i^2 + \sum_{k=1}^J \theta_i \theta_k \rho_{b_{ik}} b_i b_k (1 - \delta_{ik}) \right) + t^2 \sum_{i=1}^J \left(\theta_i^2 S_i^2 + \sum_{k=1}^J \theta_i \theta_k \rho_{S_{ik}} S_i S_k (1 - \delta_{ik}) \right) \quad (1.10)$$

Για τον προσδιορισμό του t από την κατανομή Student απαιτείται και ο προσδιορισμός των ενεργών βαθμών ελευθερίας.

Ο αριθμός των ενεργών βαθμών ελευθερίας ν_r ευρίσκεται από τον παρακάτω τύπο των *Welch-Satterthwaite*

$$\nu_r = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^J \left\{ \left[(\theta_i S_i)^4 / \nu_{S_i} \right] + \left[(\theta_i b_i)^4 / \nu_{b_i} \right] \right\}} \quad (1.11)$$

όπου η u_c δίνεται από την Εξ. 1.7, στην οποία όλοι οι συντελεστές συσχέτισης έχουν τεθεί ίσοι με μηδέν και

$$\nu_{S_i} = N_i - 1 \quad (1.12)$$

για τους βαθμούς ελευθερίας ν_{S_i} που αντιστοιχούν στις κατανομές των τυχαίων σφαλμάτων S_i (δείγμα μεγέθους N_i).

Για τους βαθμούς ν_{b_i} που σχετίζονται με τις εκτιμήσεις συστηματικών σφαλμάτων b_i , προτείνεται [4] να χρησιμοποιηθεί ο τύπος

$$\nu_{b_i} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta b_i}{b_i} \right)^{-2} \quad (1.13)$$

όπου η ποσότητα εντός παρένθεσης είναι η σχετική αβεβαιότητα του b_i . Για παράδειγμα εάν η εκτίμηση του b_i είναι εντός $\pm 25\%$ τότε,

$$\nu_{b_i} \approx \frac{1}{2} (0,25)^{-2} \approx 8$$

Εάν το b_i επηρεάζεται από M πηγές σφαλμάτων $(b_i)_k$ τότε

$$b_i^2 = \sum_{k=1}^M (b_i)_k^2 \quad (1.14)$$

Υπάρχουν πολλών ειδών κατανομές που αντιπροσωπεύουν την πιθανή μεταβλητότητα του μετρούμενου μεγέθους [3]. Όταν μπορούν να εκτιμηθούν η ανώτερη (α_+) και η κατώτερη τιμή (α_-), αντιπροσωπευτική κατανομή θα μπορούσε να είναι η *ορθογώνια* ή όπως αλλιώς καλείται, *ομοιόμορφη* κατανομή, με την ίδια πιθανότητα να εμπεριέχεται η τιμή κάπου ενδιάμεσα. Η τυπική απόκλιση μιας ομοιόμορφης κατανομής βρίσκεται ως:

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1.15a)$$

όπου a αντιπροσωπεύει το ημι-εύρος (ή ημι-πλάτος) μεταξύ ανώτατου και κατώτατου ορίου,

$$a = \frac{\alpha_+ - \alpha_-}{2} \quad (1.15b)$$

Όταν κανείς μπορεί να υποθέσει ότι για κάποιο μέγεθος η πιθανότητα στο μέσο των ορίων είναι μεγαλύτερη από ότι στα άκρα, τότε η περίπτωση τριγωνικής κατανομής δίνει μία καλύτερη εκτίμηση για την τυπική αβεβαιότητα,

$$u = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (1.16)$$

Στην αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή η κατανομή στα άκρα είναι πιθανότερη από ότι στο μέσο, τότε συνίσταται η κατανομή μορφής U με:

$$u = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (1.17)$$

Αυτή η κατανομή βρίσκει εφαρμογή στις μετρήσεις μηχανικών μεγεθών, όπως στη διακρίβωση αισθητήρων επιτάχυνσης [3].

Ομοιόμορφες κατανομές προκύπτουν αρκετά συχνά. Βέβαια αν υπάρχει ενδιασμός για κάποια άλλη, τότε καλό είναι να επιλεγεί αυτή. Αν για παράδειγμα, υπάρχουν πληροφορίες σχετικές με πιστοποιητικά διακρίβωσης (*calibration certificates*), η κανονική κατανομή είναι η καταλληλότερη.

1.5. Προέλευση των αβεβαιοτήτων και διαχωρισμός

1.5.1 Πιθανές πηγές προέλευσης

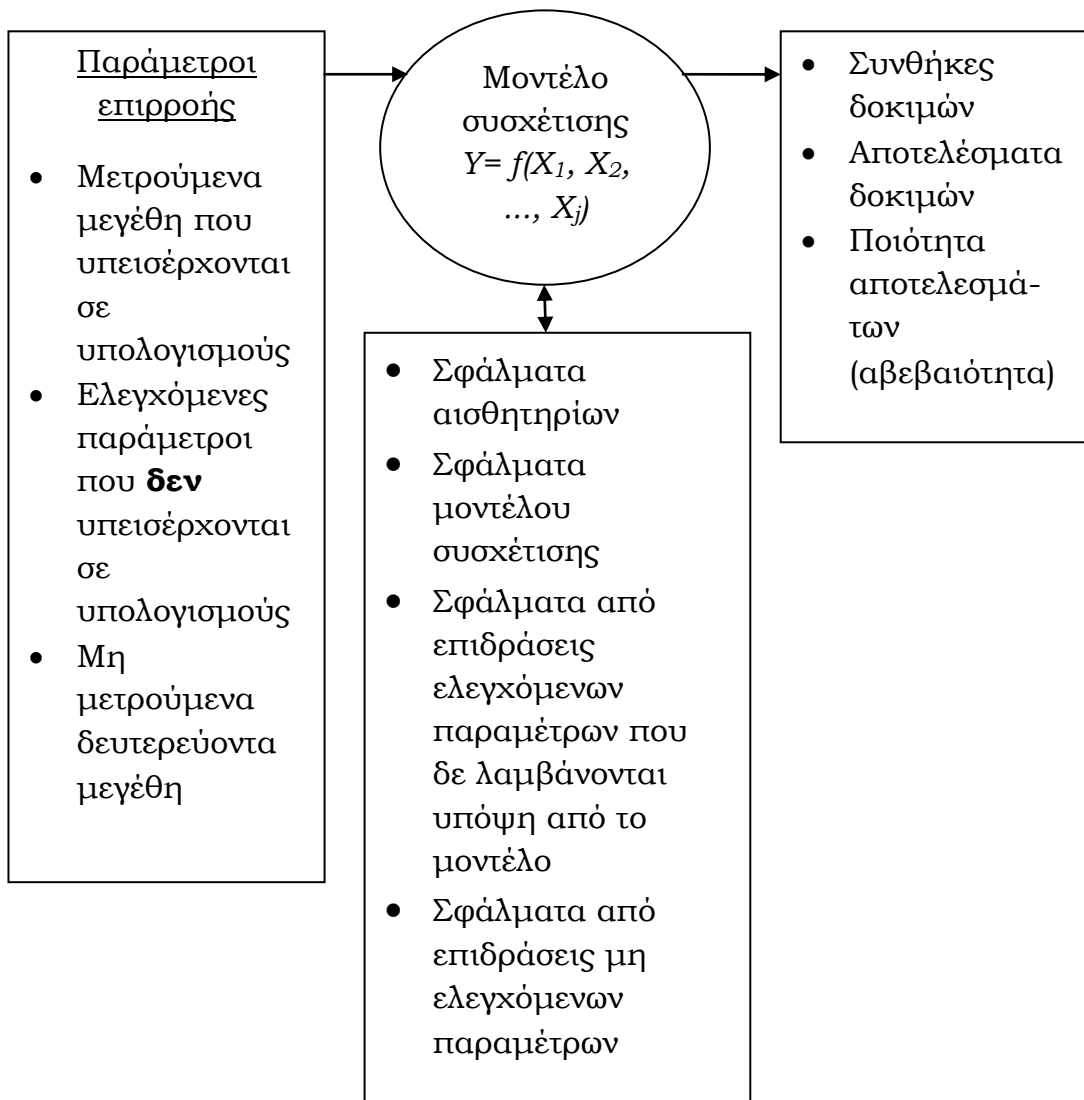
Στην πράξη υπάρχουν πολλές πιθανές πηγές σφαλμάτων που επηρεάζουν τη μετρητική αβεβαιότητα. Αυτές εξαρτώνται από την τεχνική ιδιομορφία της μέτρησης ή της μεθόδου που χρησιμοποιείται. Οι πιο βασικές οι οποίες απαντώνται στους τομείς της διακρίβωσης και των πειραματικών διαδικασιών είναι [3]:

- Η ατελής υλοποίηση του πειράματος, ή και η αδυναμία αναπαράστασης του φαινομένου σε πραγματική κλίμακα
- Η αβεβαιότητα διακρίβωσης των προτύπων (artifacts)
- Η διολίσθηση των προτύπων με το χρόνο (drift)
- Ο μη επαρκής προσδιορισμός των συνθηκών μέτρησης όπως πχ. της υγρασίας ή της βαρομετρικής πίεσης του περιβάλλοντος των μετρήσεων
- Η ανεπαρκής γνώση των αλληλεπιδράσεων των περιβαλλοντικών συνθηκών (existence of possible correlation terms)
- Η ημιτελής πραγματοποίηση της διαδικασίας μέτρησης
- Η μη αντιπροσωπευτική δειγματοληψία, πχ. ακατάλληλο χρονικό πλαίσιο εξέλιξης φαινομένου
- Η διακριτικότητα και η ατελής διαβάθμιση της κλίμακας του οργάνου
- Η μη ακριβής γνώση της τιμής σταθερών και παραμέτρων, όπως για πχ. αυτή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στον συγκεκριμένο τόπο μέτρησης
- Η διακύμανση επαναλαμβανόμενων μετρήσεων κάτω από φαινομενικά όμοιες συνθήκες. Αυτές οφείλονται σε στοχαστικά φαινόμενα όπως πχ. ο ηλεκτρικός θόρυβος των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, η διακύμανση της θερμοκρασίας και της υγρασίας, και περιγράφονται με στατιστικές μεθόδους.

Αυτές οι πηγές δεν είναι απαραίτητα ανεξάρτητες μεταξύ τους και μερικές από αυτές συμπεριέχονται στην τελευταία ταξινόμηση.

Η παρακάτω εικόνα συνοψίζει τον προσδιορισμό πηγών σφαλμάτων και τη διάδοση αβεβαιότητας στο αποτέλεσμα:

Φυσική διεργασία Επεξεργασία δεδομένων Αποτέλεσμα



Εικόνα 1.4 Πηγές σφαλμάτων και διάδοση αβεβαιοτήτων.

1.5.2 Ονοματολογία ITTC

Μετά από πρόταση διεθνών ομάδων εργασίας για τον υπολογισμό της μετρητικής αβεβαιότητας αποφασίστηκε ο διαχωρισμός τους σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με την πηγή τους και τη μέθοδο που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση τους (βλ. και Παρ. 1.2).

Για να χαρακτηρίσει η ITTC τις πηγές σφαλμάτων που επιδρούν με τυχαίο τρόπο στις μετρήσεις, ονομάζει ως **τύπου A** την αβεβαιότητα που προέρχεται από αυτές, ίσως επειδή τα σχετιζόμενα με αυτές τυχαία σφάλματα είναι ευκόλως αναγνωρίσιμα μέσα από πολλές επαναλήψεις

του πειράματος. Το πλήθος των επαναλήψεων της μέτρησης είναι εδώ ιδιαίτερα σημαντικός παράγοντας, αφού όσο περισσότερα δείγματα έχουμε, τόσο πιθανότερο είναι να αποκτήσουμε την πλέον αντιπροσωπευτική κατανομή όλων των πιθανών τιμών της μετρούμενης μεταβλητής. Χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους επεξεργασίας προσδιορίζουμε την αβεβαιότητα τύπου A, βάσει της τυπικής απόκλισης της μέσης τιμής μιας σειράς μετρήσεων (Εξ. 1.3).

Υπάρχει όμως στο ολικό σφάλμα και το «συστηματικό μέρος» που δεν πρέπει να αγνοήσουμε. Αυτού του είδους οι πηγές είναι δύσκολα προσδιορίσιμες αφού σε μια σειρά μετρήσεων, «εξαναγκάζουν» την τιμή της μέτρησης να αποκλίνει από την αληθινή τιμή κατά το ίδιο πάντα μέτρο (βλ. *Εικόνα 1.3*). Συστηματικά σφάλματα μπορεί να ενυπάρχουν στα όργανα μέτρησης. Για παράδειγμα, έστω ότι η ζυγαριά του εργαστηρίου μας 'κάνει' 10gr. Για να διορθωθεί αυτό το σφάλμα, πρέπει ο πειραματιστής να προσθέτει κάθε φορά που μετρά το βάρος ενός αντικειμένου 10gr. Αυτή η γνωστή απόκλιση των 10gr αναφέρεται στη βιβλιογραφία σαν «*offset value/no-load reference value*» ή «*τιμή μηδενός*», και αντιπροσωπεύει την κατάσταση του οργάνου υπό συνθήκες *μηδενικού φορτίου*. Εν γένει, η ITTC ονομάζει ως **τύπου B** την αβεβαιότητα που προέρχεται από πηγές, των οποίων οι επιρροές είναι δύσκολο να αποτιμηθούν βάσει στατιστικών μεθόδων στο αποτέλεσμα μιας μέτρησης.

Βέβαια είναι φορές που δεν έχουμε πληροφορίες από σχετικές παρατηρήσεις ή εν γένει δε μπορεί να καταστεί ξεκάθαρο το μέγεθος των συστηματικών σφαλμάτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις η εκτίμηση πρέπει να γίνει από μετρολογικά αιτιολογημένα κριτήρια λαμβάνοντας υπόψιν πληροφορίες από πιστοποιητικά διακρίβωσης του μετρητικού εξοπλισμού, δεδομένα από προηγούμενες μετρήσεις (πχ. ιστορικά διαγράμματα), χαρακτηριστικά οργάνων μέτρησης, εμπειρία του πειραματιστή για τις ιδιότητες των υλικών ή συσκευών, ή ακόμη και υποκειμενικές του κρίσεις. Η ορθολογιστική χρήση αυτών των πληροφοριών προϋποθέτει πολύ καλή γνώση του αντικειμένου και εμπειρία, που αποκτάται στην πράξη. Η εφαρμογή των πλέον κατάλληλων μεθόδων του κλάδου των μαθηματικών διευρύνει τις ικανότητες ακριβέστερου προσδιορισμού αυτών των αβεβαιοτήτων. Ένας πολύ καλά τεκμηριωμένος προσδιορισμός της τυπικής αβεβαιότητας τύπου B, μπορεί να δώσει πιο αξιόπιστες εκτιμήσεις από ένα αντίστοιχο προσδιορισμό αβεβαιότητας τύπου A εξαγόμενο από μικρό αριθμό δειγμάτων.

Βιβλιογραφία κεφαλαίου:

1. Coleman, H.W. and Steele, Jr., W.G., *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*, John Wiley, and Sons, Inc., New York 1999.
2. AIAA Standard, *Assessment of Wind Tunnel Data Uncertainty*, AIAA S-071-1995, Washington D.C. 1995.
3. HellasLab, Επιμορφωτικό σεμινάριο «Μετρολογία – Διαπίστευση Εργαλεία για την Επίτευξη Εργαστηριακής Αξιοπιστίας», Αθήνα 2003.
4. International Organization for Standardization, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Geneva, Switzerland 1995.
5. Γρηγορόπουλος Γ., *Σημειώσεις μαθήματος «Μετρήσεις Φυσικών Μεγεθών με έμφαση στο Θαλάσσιο Περιβάλλον»*, Ε.Μ.Π. 2003.
6. BIPM, *Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement*, JCGM 100:2008.
7. <http://www.cmasc.org>
8. <http://en.wikipedia.org/wiki/Metrology>
9. <http://www.bipm.org>
10. <http://cpm.uncc.edu>

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°: Μέθοδος Ανάλυσης Αβεβαιότητας

2.1 Εισαγωγή

Η μεθοδολογία που θα ακολουθήσει κάποιος για να προσδιορίσει την αβεβαιότητα στις μετρήσεις οφείλει να είναι απλή και εφαρμόσιμη σε όλα τα στάδια ενός πειράματος. Οι περισσότεροι μετρολόγοι συμφωνούν με τις διαδικασίες και την προσέγγιση που περιγράφονται στις αναφορές των *Coleman και Steele* [1] καθώς και σε εκείνα των *AIAA* [2] και *ASME* [3]. Κοινή βάση αναφοράς αποτελεί και το λεξιλόγιο *VIM* [4]. Η μεθοδολογία που περιγράφεται σε αυτό το κεφάλαιο, και ακολουθείται από την *ITTC* βασίζεται στις παραπάνω πηγές.

Σε αρκετές περιπτώσεις δε γίνεται να μετρήσουμε απευθείας την επιθυμητή μεταβλητή κατά την εκτέλεση ενός πειράματος. Αντί αυτού, μετρούμε τις τιμές ποικίλων μεταβλητών και τις συνδυάζουμε με μια **εξίσωση συσχέτισης** (*Data Reduction Equation - DRE*) ώστε να λάβουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Για παράδειγμα, στα πειράματα αντίστασης στη δεξαμενή, η εξίσωση που συνδέει το συντελεστή ολικής αντίστασης, C_T , με την υδροδυναμική αντίσταση R_T είναι [5]:

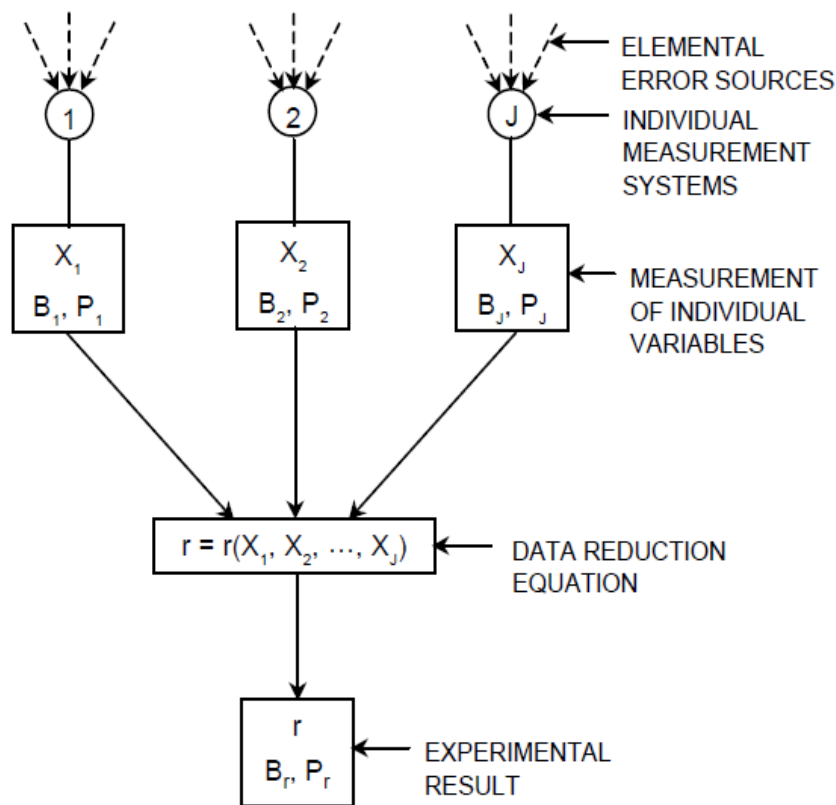
$$C_T = \frac{R_T}{0,5 \cdot \rho \cdot S \cdot V^2} \quad (2.1)$$

όπου η μεταβλητή ρ αντιπροσωπεύει την πυκνότητα νερού της πειραματικής δεξαμενής, η μεταβλητή S τη βρεχόμενη επιφάνεια του μοντέλου και η V αναπαριστά την ταχύτητα δοκιμών. Κανείς καταλαβαίνει ότι σφάλματα στις μετρήσεις των μεγεθών του δεξιά μέλους, θα προκαλέσουν σφάλματα και στην τιμή του C_T (αυτό ορίζεται ως *διάδοση αβεβαιότητας* ή *propagation of uncertainties*).

Γενική μορφή μιας εξίσωσης συσχέτισης είναι η ακόλουθη,

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_J) \quad (2.2)$$

όπου η μεταβλητή r είναι το αποτέλεσμα συνδυασμού J μεταβλητών X_i . Έστω B_i και P_i οι εκτιμήσεις για τα συστηματικά και τα τυχαία σφάλματα αντίστοιχα στη μέτρηση του X_i . Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η διάδοση σφαλμάτων στα διάφορα στάδια ενός πειράματος,



Εικόνα 2.1 Διάδοση σφαλμάτων κατά την πειραματική διαδικασία [2].

Κάθε μετρητικό σύστημα που χρησιμοποιείται στη διαδικασία λήψης μετρήσεων της X_i μεταβλητής συνοδεύεται από τις δικές του στοιχειώδεις πηγές σφαλμάτων. Οι επιρροές των διαφορετικών πηγών σφάλματος συμβολίζονται ως B_i , αν η πηγή χαρακτηρίζεται με συστηματικά σφάλματα (για την οποία η εκτίμηση αβεβαιότητας είναι τύπου B κατά την ITTC), και ως P_i αν η πηγή χαρακτηρίζεται από τυχαία σφάλματα (τύπου A αβεβαιότητα κατά την ITTC). Τα σφάλματα αυτά διαδίδονται μέσω της εξίσωσης συσχέτισης, διαμορφώνοντας τα αντίστοιχα σφάλματα B_r και P_r στο τελικό αποτέλεσμα r .

Διενεργώντας ανάλυση αβεβαιότητας είναι καθ' όλα πρακτικό να σκεφτούμε τις πιθανές πηγές σφαλμάτων ως μεμονωμένα «στοιχεία». Για παράδειγμα, σε πειράματα μέτρησης αντίστασης, αβεβαιότητες θα προκύψουν από τις όχι καθ' όλα σταθερές συνθήκες περιβάλλοντος (θερμοκρασία, υγρασία, κτλ.), τη λειτουργία των αισθητήρων μέτρησης, την πηγή τροφοδοσίας ρεύματος, τον ενισχυτή σήματος, ακόμη και από τη μονάδα καταγραφής των δεδομένων. Είναι λοιπόν πιο αποτελεσματικό να διαχωρίσουμε σε λογικές ομάδες τις μεταβλητές, και να βρούμε για π.χ. τη συμβολή τυχαίων σφαλμάτων στο τελικό αποτέλεσμα r (σύμβολο

P_r για το ολικό τυχαίο σφάλμα του r), παρά να προσπαθήσουμε να συσχετίσουμε/βρούμε π.χ. τυχαία σφάλματα των επιμέρους μεταβλητών (P_1, P_2, \dots, P_j αναφορικά με την *Εικόνα 2.1*), που σίγουρα ορισμένα θα συνεισφέρουν περισσότερο ή λιγότερο στο μέγεθος P_r . Ο καλύτερος τρόπος θα ήταν να υπολογιστεί απευθείας το τυχαίο σφάλμα P_r του αποτελέσματος r - στην περίπτωση που αυτό καθίσταται δυνατό - βάσει πολλών επαναλήψεων του πειράματος, στην ίδια κατάσταση αναφοράς (σταθερές πειραματικές συνθήκες).

Τα συστηματικά σφάλματα αντιθέτως είναι πιο εύκολο να προσδιοριστούν σε πρωτογενές επίπεδο. Είναι στις περισσότερες των περιπτώσεων σφάλματα που αφορούν τα μετρητικά όργανα της πειραματικής διαδικασίας. Για παράδειγμα, συστηματική απόκλιση του ενισχυτή σήματος δεν θα αναγνωριζόταν εύκολα παρατηρώντας ένα πλήθος πειραματικών μετρήσεων του C_T , αλλά από ένα ξεχωριστό αρχείο βαθμονόμησης του ενισχυτή.

Αυτό δε σημαίνει ότι πρέπει να υπολογιστούν τα συστηματικά σφάλματα για κάθε ένα "κομμάτι" του μετρητικού εξοπλισμού χωριστά. Ιδανικά κάθε μετρητικό σύστημα αρκεί να βαθμονομείται ως μεγαλύτερη ακέραια και δυνατή μονάδα του συνολικού συστήματος (*end-to-end system calibration*).

Ακολουθούν οι βασικές τρεις υποθέσεις που σχετίζονται με την παρουσίαση της παρακάτω μεθολογίας:

- ✓ Όπως στις περισσότερες περιπτώσεις πειραματικών εφαρμογών, έτσι και εδώ οι κατανομές σφαλμάτων των μετρήσεων υποτίθενται ότι ακολουθούν την κατά Gauss κατανομή,
- ✓ Με το πλήθος ενεργών βαθμών ελευθερίας να ξεπερνά τους εννέα ($\nu_r \geq 9$) που παραπέμπει σε $t = 2$ (από τον Πίνακα Α.1 Παράρτημα Α), μπορούμε να βασιζόμαστε ότι οι εκτιμήσεις αβεβαιότητας γίνονται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, κάνοντας χρήση της «*υπόθεσης μεγάλων δειγμάτων*» (*large sample-size assumption*), χωρίς μάλιστα την ανάγκη υπολογισμού των $\nu_r, \nu_{S_i}, \nu_{b_i}$ (Εξ. 1.11 έως 1.13).
- ✓ Επιπλέον, οι πηγές τυχαίων σφαλμάτων υποτίθενται μεταξύ τους ανεξάρτητες.

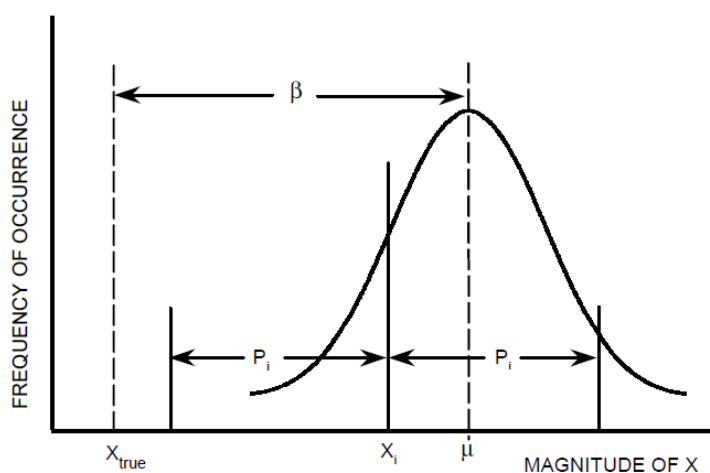
2.2 Εκτιμώντας την αβεβαιότητα στις μετρούμενες μεταβλητές

Παρακάτω περιγράφεται η μεθοδολογία για την εκτίμηση τυχαίων και συστηματικών σφαλμάτων στις X_i μετρούμενες μεταβλητές. Η

μεθοδολογία για την εκτίμηση τυχαίων και συστηματικών σφαλμάτων στο τελικό αποτέλεσμα r , εξαγόμενο βάσει της/των εξισώσεων συσχέτισης, περιγράφεται στην *Παράγραφο 2.3*.

2.2.1 Ορισμοί

Προκειμένου για την εκτίμηση του εύρους τυχαίων σφαλμάτων στις μετρήσεις πρωτογενών μεταβλητών X_i , ορίζουμε την ακτίνα ακρίβειας P_i (precision limit). Όπως φαίνεται στην *Εικόνα 2.2*, η ακτίνα ακρίβειας $\pm P_i$ οριοθετεί μια ζώνη γύρω από την εκάστοτε μέτρηση X_i στην οποία θα περιέχεται η μέση τιμή μ του μεγέθους, με βεβαιότητα 95%, εάν η μέτρηση επαναληφθεί αρκετές φορές ($N \geq 9$), κάτω από φαινομενικά ίδιες συνθήκες, με τη χρήση του ίδιου μετρητικού συστήματος. Η ακτίνα ακρίβειας υποδεικνύει υπό μια έννοια την αδυναμία επαναληψιμότητας της αυτής μέτρησης, υπό τις ίδιες και καθ' όλα όμοιες συνθήκες όπως την πρώτη φορά (αδυναμία πλήρους ταύτισης των πειραματικών συνθηκών).



Εικόνα 2.2 Ακτίνα ακρίβειας (precision limit) P_i γύρω από την εκάστοτε μέτρηση X_i .

Για να εκτιμηθεί το μέγεθος των συστηματικών σφαλμάτων μεταβλητής X_i , ορίζουμε μια ζώνη B_i που αντιπροσωπεύει την ακτίνα συστηματικών σφαλμάτων (bias limit). Σε αυτή την περίπτωση ο μετρολόγος είναι βέβαιος κατά 95% ότι η πραγματική τιμή συστηματικής απόκλισης, εφόσον είναι γνωστή, δε ξεπερνά την τιμή $|B_i|$.

Συνολικά, η ζώνη ολικής αβεβαιότητας $\pm U_i$ γύρω από τη μετρηθείσα τιμή της X_i είναι αυτή στην οποία ο μετρολόγος εκτιμά ότι θα περιλαμβάνεται και η αληθινή τιμή της X_i , με βεβαιότητα 95%. Η γενική σχέση που ορίζει την U_i ανεξαρτήτως του χρησιμοποιούμενου επιπέδου εμπιστοσύνης C%, είναι

$$U_i = \sqrt{B_i^2 + P_i^2} \quad (2.3)$$

2.2.2 Υπολογίζοντας την ακτίνα ακρίβειας P_i

Η ακτίνα ακρίβειας της μετρηθείσας μεταβλητής X_i δίνεται από τον τύπο,

$$P_i = K \cdot S_i \quad (2.4)$$

όπου ο K αντιστοιχεί στο συντελεστή κάλυψης, ο οποίος είναι ίσος με 2 για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (υπόθεση κατανομής κατά Gauss), και S_i είναι η τυπική απόκλιση δείγματος μεγέθους N παρατηρήσεων της μεταβλητής X_i οριζόμενης εκ του τύπου

$$S_i = \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{[(X_i)_k - \bar{X}_i]^2}{N-1}} \quad (2.5)$$

ενώ η μέση τιμή της μεταβλητής δίνεται ως,

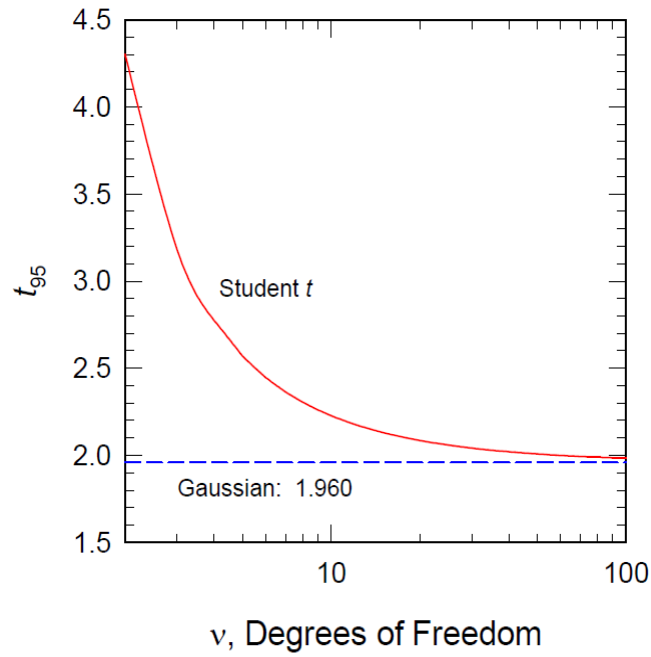
$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_i)_k \quad (2.6)$$

Θεωρητικά, η επιλογή του συντελεστή κάλυψης για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης απαιτεί γνώση της μορφής της κατανομής των παρατηρήσεων. Στα πειράματα που γίνονται σε δεξαμενές, η πιο συχνή αντιμετώπιση για μικρού μεγέθους δείγματα είναι η χρήση της κατανομής Student, όπου ο συντελεστής K λαμβάνεται ίσος με t, σύμφωνα με την *Εικόνα 2.3*.

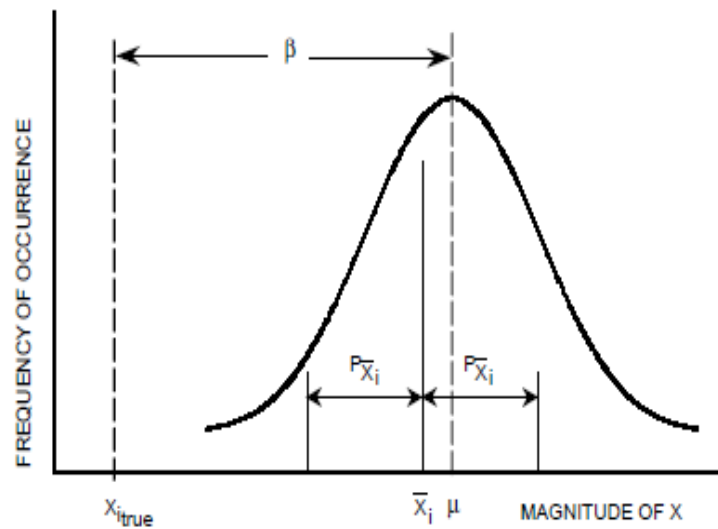
Εάν έχουμε ένα αρκούντως «μεγάλο» δείγμα ($N > 30$), τότε η κατανομή Student τείνει να εξισωθεί με την κατά Gauss κατανομή. Που σημαίνει ότι για $N = 30$, ο συντελεστής κάλυψης $K = t_{95} = 2,042$ σε σύγκριση με την αντίστοιχη τιμή της κατανομής Gauss που ισούται με 1,960.

Όταν χρησιμοποιείται η μέση τιμή της μεταβλητής X_i για τον υπολογισμό του αποτελέσματος r, εκ της *Εξ. 2.2*, η κατάλληλη ακτίνα ακρίβειας είναι αυτή της μέσης τιμής που ορίζεται από την *Εξ. 2.7* και φαίνεται στην *Εικόνα 2.4*:

$$P_{\bar{X}_i} = \frac{P_i}{\sqrt{N}} \quad (2.7)$$



Εικόνα 2.3 Κατανομή Student-t σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.



Εικόνα 2.4 Ακτίνα ακρίβειας γύρω από τη μέση τιμή δείγματος της μεταβλητής X_i .

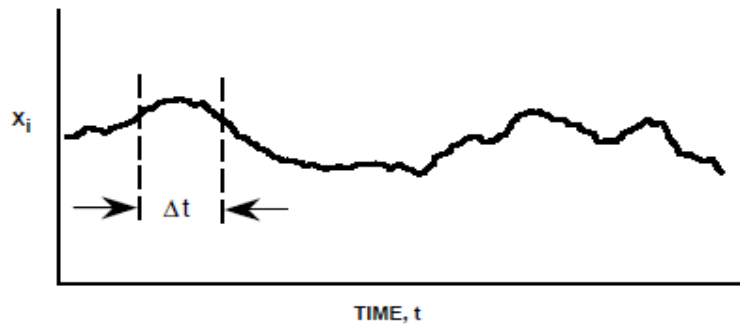
Δυο ερωτήσεις που πιθανόν να μας προβληματίσουν κατά την εκτίμηση της ακτίνας ακρίβειας δεδομένου δείγματος N είναι:

- Τί οφείλουμε να κάνουμε με τις μετρήσεις που πέφτουν αρκετά μακριά από τις υπόλοιπες (απόμακρες τιμές);
- Πώς πρέπει να εκτιμηθούν τυχόν διακυμάνσεις στις τιμές των δεδομένων, που παρουσιάζονται λόγω της αστάθειας του συστήματος παρά σε πηγές που «γεννούν» τα τυχαία σφάλματα;

Μέθοδοι για την εξέταση και τον αποκλεισμό απόμακρων τιμών αναφέρονται στην *Ενότητα 2.4*. Να σημειωθεί ότι φαινομενικά απόμακρες τιμές μπορεί να οφείλονται σε δυο αιτίες: αιτίες που αναπαράγουν λανθάνοντα συμβάντα και δε σχετίζονται με το πείραμα (πχ. ακραίες τιμές μεγεθών λόγω δονήσεων κινητήρα του φορείου), ή φαινόμενες διακυμάνσεις στις τιμές των δεδομένων, που ενώ λογίζονται ως απίθανες να συμβούν, εντέλει παρατηρούνται στις πρώτες N δοκιμές του πειράματος.

Η εκτίμηση του κατάλληλου χρονικού περιθωρίου για τη συλλογή των μετρήσεων N είναι ιδιαίτερα σημαντική όταν ζητείται να εκτιμηθεί η διασπορά των τυχαίων σφαλμάτων εντός ορισμένου χρονικού ορίου. Μικρή μεταβολή του χρονικού ορίου Δt , κατά την κρίση του πειραματιστή, μπορεί πιθανώς να διελυκάνει επιρροές εξωγενών παραγόντων στο σύστημα μέτρησης της μεταβλητής. Αν επιπλέον θέλουμε να παρατηρήσουμε τη διακύμανση της μετρούμενης μεταβλητής ως προς συγκεκριμένο παράγοντα (υποθέτουμε ότι υπάρχει η δυνατότητα αυξομείωσης του), απομονώνουμε το σύστημα μεταβάλλοντας μονάχα την τιμή του συγκεκριμένου παράγοντα.

Ας υποτεθεί ότι σε ένα πείραμα ορισμένες από τις μεταβλητές εξελίσσονται χρονικά όπως στην *Εικόνα 2.5*. Αν η ερώτηση στο πείραμα μας ήταν 'Ποιά είναι η τιμή του αποτελέσματος r για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt ;', τότε M επαναλαμβανόμενα δείγματα μετρήσεων για τις μεταβλητές (X_1, X_2, \dots, X_j) στο διάστημα Δt , αρκούν για να χρησιμοποιηθούν στην *Εξ. 2.2*, ώστε να προσδιοριστούν αντίστοιχες M τιμές του r , και στη συνέχεια να υπολογιστούν η μέση τιμή του r , με την ακτίνα ακρίβειας της, βάσει τεχνικών που περιγράφονται στην *Παράγραφο 2.3.2.1*.



Εικόνα 2.5 Χρονική διακύμανση μεταβλητής X_i υπό 'σταθερές' πειραματικές συνθήκες.

Σε τυπικά πειράματα αντίστασης αποτιμώνται δεδομένα υπό 'σταθερές' συνθήκες, αν και η διακύμανση ορισμένων μεταβλητών είναι παρόμοια με αυτή που φαίνεται στην *Εικόνα 2.5*. Όσο καλύτερα και να θέλουμε να αποτυπώσουμε τέτοιες διακυμάνσεις μεταβλητών, αυτό δεν είναι πάντα εφικτό αφού υπάρχουν μεταβλητές που ο χρόνος επανάληψής τους διαρκεί για ώρες/μέρες/μήνες, ή είναι τελείως απεριοδικός. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η τιμή της X_i καθορίζεται βάσει σχετικά μικρού διαστήματος Δt , θεωρείται ως μονή παρατήρηση και η αντίστοιχη ακτίνα ακρίβειας της υπολογίζεται από την *Εξ. 2.4* κι όχι από την *Εξ. 2.7*. Η παραπάνω σύμβαση ισχύει είτε η τιμή της X_i είναι ο μέσος όρος 10^1 , 10^3 , ή 10^6 παρατηρήσεων στο διάστημα Δt .

Μια καλή εκτίμηση της τυπικής απόκλισης της X_i μπορεί να εξαχθεί από την *Εξ. 2.5* όπου όλες οι πηγές τυχαιών σφαλμάτων που συμβάλλουν στην ολική μέτρηση της ακτίνας ακρίβειας μεταβάλλονται ελεύθερα κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων. Αν για παράδειγμα καταγράψουμε δεδομένα από πολλαπλά δείγματα, ως συνάρτηση μόνο του χρόνου, κρατώντας σταθερές όλες τις υπόλοιπες συνθήκες, δύσκολα θα αναγνωρίσουμε την ακρίβεια που συνδέεται με το μετρητικό σύστημα και την αστάθεια ορισμένων πειραματικών παραγόντων.

Η τιμή της ακτίνας ακρίβειας μιας μεταβλητής που αντιστοιχίζεται σε μία παρατήρηση, οφείλει να βασίζεται σε προηγούμενα πειραματικά δεδομένα που παρήχθησαν σε κατάλληλο χρονικό διάστημα. Εάν τέτοια δεδομένα υπάρχουν από N επαναλήψεις εκτιμήσεως της X_i , η ακτίνα ακρίβειας μπορεί να καθορισθεί με τις *Εξ. 2.4* και *2.5*. Εάν πάλι τέτοια δεδομένα εκλείπουν, τότε ο μετρολόγος θα πρέπει να εκτιμήσει την ακτίνα P_i χρησιμοποιώντας την καλύτερη εκτίμηση που διαθέτει.

Σχολιάζουμε σε αυτό το σημείο, χάριν παραδείγματος, τις τιμές δειγματοληψίας της R_T στις δοκιμές πειράματος που πραγματοποιήθηκαν στην ταχύτητα των 2,761 m/s. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις μέσες τιμές υδροδυναμικής αντίστασης κάθε γύρου (δεύτερη στήλη), όπως αυτές εκλαμβάνονται από N_i διακεκκριμένα σήματα του αισθητήρα μέτρησης (τρίτη στήλη) στην αντίστοιχη χρονική διάρκεια Δt (τέταρτη στήλη). Υπολογίζονται στη συνέχεια:

- Η τυπική απόκλιση S_i (πέμπτη στήλη) των N_i τιμών, βάσει της οποίας εξάγεται η ακτίνα ακρίβειας P_i (Εξ. 2.4) που θα αντιστοιχεί σε έκαστη τιμή δειγματοληψίας του συγκεκριμένου γύρου (έκτη στήλη).

Ας παρατηρήσουμε ότι στον τελικό υπολογισμό της μέσης τιμής της R_T στην ταχύτητα των $V = 2,761 \text{ m/s}$, οι τιμές της δεύτερης στήλης χρησιμοποιούνται ως μονές μετρήσεις, και η ακτίνα ακρίβειας της μέσης τιμής θα υπολογιστεί από την Εξ. 2.7. Όστε η μέση τιμή αντιστοιχεί σε $\bar{R}_T = 212,650 \text{ N}$ και η ακτίνα ακρίβειας των 10 δοκιμών σε $P_{\bar{R}_T} = 0,746 \text{ N}$.

Πίνακας 2.1 Τιμές δειγματοληψίας R_T και αντίστοιχες ακτίνες ακρίβειας ($V = 2,761 \text{ m/s}$).

# γύρου	R_T average (N)	N_i διακεκ. τιμές (-)	διάρκεια δειγμ. (sec)	S_i των N_i τιμών (N)	P_i έκαστης τιμής-Εξ.2.4 (N)
1	211,629	330	14	7,786	15,573
2	210,786	410	14	9,718	19,435
3	214,149	380	14	8,136	16,271
4	213,286	340	13	8,227	16,453
5	213,688	300	13	7,601	15,202
6	212,080	330	14	9,166	18,332
7	212,119	390	14	9,498	18,997
8	214,345	290	14	9,645	19,290
9	212,668	350	14	8,172	16,344
10	211,747	380	14	9,540	19,080

M.O. 10 δοκιμών (N)	212,650
St.Dev. 10 δοκιμών (N)	1,180
P_{R_T} 10 δοκιμών - Εξ.2.7 (N)	0,746

Η ιδέα της ακτίνας ακρίβειας P_i είναι ιδιαίτερος χρήσιμη σε όλες τις φάσεις ενός πειράματος. Στη φάση σχεδίασης ενός πειράματος, η διακύμανση μιας μεταβλητής που αναμένεται ότι θα παρατηρηθεί, με βεβαιότητα 95%, ίσως είναι η μόνη διαθέσιμη πληροφορία βάσει εμπειρίας του παρελθόντος. Σε μετέπειτα φάση εντοπισμού των σφαλμάτων, η σύγκριση της ακτίνας P_i μεταξύ του πρώιμου σταδίου σχεδίασης του πειράματος και του σταδίου επεξεργασίας των δεδομένων, θα αναδείξει στο μετρολόγο τυχόν παράγοντες που υπεισέρχονταν στο πείραμα, και οι οποίοι πιθανόν να αμελήθηκαν.

2.2.3 Υπολογίζοντας τα συστηματικά σφάλματα

Συνήθως τα συστηματικά σφάλματα που επηρεάζουν τη μέτρηση μιας μεταβλητής χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, όπως:

- *Σφάλματα βαθμονόμησης (calibration errors)*. Ορισμένα σφάλματα αυτής της κατηγορίας ενυπάρχουν στη μέτρηση, καθώς κανένα πρότυπο μετρητικό όργανο δεν είναι τέλειο, όπως και καμία διαδικασία βαθμονόμησης δεν είναι ιδανική.
- *Σφάλματα ανάκτησης/συλλογής δεδομένων (data acquisition errors)*. Κατά την πειραματική συλλογή των δεδομένων/μετρήσεων είναι πιθανό να υπάρχουν εξωγενή σφάλματα που σχετίζονται με τις περιβαλλοντικές συνθήκες ή και το στήσιμο του εξοπλισμού, καθώς και σφάλματα που αφορούν στον τρόπο επεξεργασίας των συστημάτων καταγραφής, ενίσχυσης (προαιρετικά) και αποθήκευσης των δεδομένων.
- *Σφάλματα αναγωγής (data reduction errors)*. Συστηματικά σφάλματα που παρουσιάζονται στην περίπτωση αντικατάστασης των πειραματικών μετρήσεων με κάποιο κατάλληλο μοντέλο συμπεριφοράς (curve fit), ή με τιμές ανάλογης υπολογιστικής ακρίβειας (computational resolution), κτλ.
- *Σφάλματα “αντίληψης” (conceptual errors)*. Σφάλματα που προκύπτουν αν, για παράδειγμα, σε μια εξίσωση συσχέτισης που αφορά μεγέθη μέσων όρων αντικαταστήσουμε ένα από αυτά με σημειακή τιμή (point measured value).

Σε κάθε κατηγορία πιθανόν να υπεισέρχονται πολλές στοιχειώδεις πηγές σφαλμάτων, όπως φαίνεται στην *Εικόνα 2.1*. Αν υποθέσουμε ότι για τη J μεταβλητή, X_J , οι διαφορετικές πηγές στοιχειωδών συστηματικών σφαλμάτων είναι M το πλήθος και οι εκτιμήσεις αυτών δηλώνονται ως

$$(B_J)_1, (B_J)_2, \dots, (B_J)_M$$

τότε το συστηματικό σφάλμα της X_j υπολογίζεται ως η ρίζα του αθροίσματος (*Root Sum Square* ή *RSS*) των επιμέρους σφαλμάτων,

$$B_j = \left[\sum_{k=1}^M (B_j)_k^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

Τα στοιχειώδη σφάλματα $(B_i)_k$, εκτιμούνται για κάθε μεταβλητή X_i χρησιμοποιώντας τις καλύτερες εκτιμήσεις που έχουμε διαθέσιμες. Στο στάδιο σχεδίασης ενός πειράματος αυτές είναι οδηγίες εκ του κατασκευαστή των οργάνων μέτρησης, αναλυτικοί υπολογισμοί και βάσεις δεδομένων. Όσο το πείραμα προχωράει, και έχουμε πλέον ουσιαστική εικόνα του απαραίτητου εξοπλισμού, οι βαθμονομήσεις επαναλαμβάνονται και συγκεντρώνονται νέες εκτιμήσεις μεγαλύτερης ακρίβειας.

2.3 Εκτιμώντας την αβεβαιότητα στο αποτέλεσμα

2.3.1 Ορισμοί

Για να εκτιμηθεί η συνεισφορά των τυχαίων σφαλμάτων στο υπολογιζόμενο αποτέλεσμα r , ορίζεται η ακτίνα ακρίβειας P_r . Η ακτίνα ακρίβειας $\pm P_r$ οριοθετεί μια ζώνη γύρω από το εκάστοτε αποτέλεσμα r στην οποία θα πέσει η μέση τιμή, μ_r , με βεβαιότητα 95%, εάν το πείραμα επαναληφθεί πολλές φορές κάτω από φαινομενικά ίδιες συνθήκες, με τη χρήση του ίδιου μετρητικού εξοπλισμού.

Αντίστοιχα, η συνεισφορά των συστηματικών σφαλμάτων στο αποτέλεσμα καθορίζεται από την ακτίνα B_r . Ο μετρολόγος είναι βέβαιος κατά 95% ότι η πραγματική τιμή συστηματικής απόκλισης, εφόσον είναι γνωστή, δε ξεπερνά την τιμή $|B_r|$.

Η ολική αβεβαιότητα $\pm U_r$ στο αποτέλεσμα δίνεται από την *Εξ. 2.9*, και αντιπροσωπεύει τη ζώνη γύρω από το r , εντός της οποίας βρίσκεται η πραγματική τιμή του, με βεβαιότητα 95%,

$$U_r = \sqrt{B_r^2 + P_r^2} \quad (2.9)$$

2.3.2 Διάδοση τυχαίων σφαλμάτων στο υπολογιζόμενο αποτέλεσμα r

2.3.2.1 Πολλαπλά πειράματα

Εάν ένα πείραμα επαναληφθεί αρκετές φορές, στην ίδια κατάσταση αναφοράς, ώστε να έχουμε πολλές διαφορετικές πειραματικές τιμές r , τότε η καλύτερη εκτίμηση είναι η

$$\bar{r} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M r_k \quad (2.10)$$

όπου M ο αριθμός των διαφορετικών τιμών του αποτελέσματος. Η ακτίνα ακρίβειας θα ισούται με

$$P_{\bar{r}} = \frac{K \cdot S_r}{\sqrt{M}} \quad (2.11)$$

με $K = 2$, για τους λόγους που έχουμε αναφέρει και παραπάνω. Αντίστοιχα η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι

$$S_r = \left(\sum_{k=1}^M \frac{[r_k - \bar{r}]^2}{M-1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

η οποία προφανώς και δε μπορεί να υπολογιστεί εάν δεν έχουμε αρκετές τιμές του r .

Να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που ο εξοπλισμός δεν αποσυναρμολογείται κατά τα πειράματα, η ακτίνα ακρίβειας θα περιλαμβάνει αιτίες τυχαίων σφαλμάτων που οφείλονται κυρίως σε διακυμάνσεις των μετρούμενων μεταβλητών του πειράματος. Εάν κατά τις δοκιμές η διάταξη αποσυναρμολογείται και επανασυναρμολογείται, πιθανόν να υπάρξουν τυχαία σφάλματα οφειλόμενα στην επανασυναρμολόγηση του εξοπλισμού (ανθρώπινος παράγοντας), τα οποία είναι δύσκολο να καθοριστούν, με αποτέλεσμα να τείνουν να αυξήσουν το ολικό τυχαίο σφάλμα $P_{\bar{r}}$.

2.3.2.2 Πείραμα με μονές μετρήσεις

Αναφέραμε στην *Ενότητα 2.2.2*, ότι σε ορισμένα πειράματα το χρονικό περιθώριο εκτέλεσης του πειράματος είναι μικρότερο σε σχέση με το χρονικό όριο μεταβολής/διακύμανσης κάποιων μεταβλητών. Για αυτό το λόγο δε γίνεται να γνωρίζουμε επακριβώς την ακτίνα ακρίβειας τους. Τότε θεωρούμε τις μετρήσεις των μεταβλητών X_i ως μονές μετρήσεις, και εκτιμούμε τις ακτίνες ακρίβειας τους από σχετικές πληροφορίες (δεδομένα βαθμονομήσεων, αντίστοιχα πειράματα που έγιναν στο

παρελθόν, κτλ). Όταν συγκεντρωθούν οι απαραίτητες εκτιμήσεις P_i όλων των μεταβλητών, η ακτίνα ακρίβειας του r υπολογίζεται ως

$$P_r = \left[\sum_{i=1}^J (\theta_i P_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

όπου

$$\theta_i = \frac{\partial r}{\partial X_i} \quad (2.14)$$

Οι εκτιμήσεις αφορούν μεγάλου μεγέθους δείγματα.

2.3.2.3 Πειράματα με χρήση μέσων τιμών μεταβλητών

Αν ένα πείραμα διεξάγεται με τρόπο όπου κάποιες, αλλά όχι όλες από τις μεταβλητές X_i της Εξ. 2.2 λαμβάνονται ως μέσοι όροι - υπό κατάλληλες χρονικές περιόδους - τότε η Εξ. 2.13 θα χρησιμοποιηθεί με τις αντίστοιχες ακτίνες ακρίβειας να υπολογίζονται εκ της Εξ. 2.7.

Αν ένα πείραμα διεξάγεται με τρόπο όπου όλες οι μεταβλητές X_i λαμβάνονται ως μέσοι όροι, τότε πολλαπλές διακεκκριμένες τιμές του r συγκεντρώνονται και χρησιμοποιείται η μέθοδος που περιγράφεται στην Ενότητα 2.3.2.1.

2.3.3 Διάδοση των συστηματικών σφαλμάτων στο υπολογιζόμενο αποτέλεσμα r

Όταν η τιμή ενός αποτελέσματος δίνεται βάσει της εξίσωσης

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_J) \quad (2.15)$$

η συνεισφορά των συστηματικών σφαλμάτων B_i στο τελικό αποτέλεσμα, ορίζεται μέσω της εξίσωσης

$$B_r^2 = \left(\sum_{i=1}^J (\theta_i B_i)^2 \right) + 2\theta_m \theta_n B_m' B_n' \quad (2.16)$$

Όπου οι ποσότητες B_m' και B_n' είναι οι αναλογίες των συστηματικών σφαλμάτων των μεταβλητών X_m και X_n που προκύπτουν από τις ίδιες πηγές και συσχετίζονται, ενώ οι ζώνες B_i είναι οι θεωρούμενες ακτίνες συστηματικών σφαλμάτων των μεταβλητών X_i .

2.4 Αξιολόγηση απόμακρων τιμών

Κάποιες φορές οι τιμές των εξαγόμενων μετρήσεων φαίνεται να διαφέρουν σημαντικά από τις υπόλοιπες παρουσιάζοντας εμφανώς μεγαλύτερη απόκλιση. Αυτές οι τιμές καλό είναι να εξαιρεθούν από τη διαδικασία υπολογισμού μέσης τιμής και αβεβαιότητας, αφού ως γνωστόν αποτελούν «απόμακρες» τιμές.

Εάν ανιχνευθεί μια «απόμακρη» τιμή στο δείγμα, ο έμπειρος μετρολόγος θα πρέπει πρώτα να εξετάσει και να προσδιορίσει την αιτία ύπαρξης της, πριν αποφασίσει για τον αποκλεισμό της. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι για την επαλήθευση τέτοιων τιμών. Περισσότερες πληροφορίες σχετιζόμενες με τη βαθμονόμηση μετρητικών οργάνων μπορεί κανείς να αναζητήσει στην οδηγία, *Instrument Calibration in ITTC* [6].

2.4.1 Hypothesis t-test

Η συνήθης μέθοδος προσδιορισμού «απόμακρων» τιμών Hypothesis t-test, σύμφωνα με την ITTC είναι η ακόλουθη [8]:

Υποθέτουμε μεταβλητή T ώστε:

$$T = (q_i - \bar{q})/s \quad (2.17)$$

Δεκτή όταν: $T \leq t_{95,n-1}$

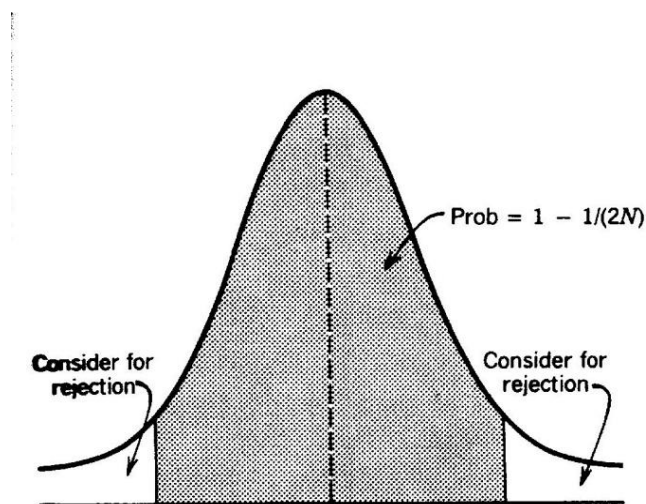
Απορρίπτεται σαν απόμακρη όταν: $T > t_{95,n-1}$

Η q_i είναι απόμακρη, όπου $t_{95,n-1}$ ευρίσκεται από την αντίστροφη κατανομή Student t σε διμερή κατανομή πιθανότητας (two-tailed), στο 95% του διαστήματος εμπιστοσύνης, με πιθανότητα $p > 0,975$. Πρακτικά, οποιοδήποτε T ξεπερνά το 2, χαρακτηρίζεται ως απόμακρο στο 95% του διαστήματος εμπιστοσύνης.

2.4.2 Κριτήριο Chauvenet

Δεύτερο κριτήριο που περιλαμβάνεται στο βιβλίο των *Coleman and Steele* [1], είναι αυτό του Chauvenet, το οποίο καθορίζει μια αποδεκτή διασπορά τιμών. Συγκεκριμένα οι αποδεκτές τιμές του δείγματος πρέπει

να περιέχονται εντός ζώνης γύρω από τη μέση τιμή, η οποία να αντιστοιχεί σε πιθανότητα $P = 1 - 1/(2N)$. Αλλιώς οριζόμενο το κριτήριο, προτείνει να απορρίψουμε τιμές των οποίων η πιθανότητα απόκλισης από τη μέση τιμή είναι μικρότερη από $1/(2N)$. Το κριτήριο φαίνεται σχηματικά στην *Εικόνα 2.6*:



Εικόνα 2.6 Αναπαράσταση κριτηρίου Chauvenet.

Σαν επεξήγηση του κριτηρίου, υποθέτουμε ότι διεξάγεται πείραμα κατά το οποίο $N = 6$ τιμές λαμβάνονται κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Σύμφωνα με το κριτήριο, όσες τιμές εντοπίζονται εντός μιας ζώνης γύρω από τη μέση τιμή, με πιθανότητα $1 - \frac{1}{12}$, ή ισοδύναμα 0,917 μπορούν να διατηρηθούν. Αυτή η πιθανότητα μπορεί να σχετιστεί με καθορισμένη απόκλιση από τη μέση τιμή, χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες πιθανότητες κατά Gauss (*Πίνακας Α.2 Παράρτημα Α*).

Παρατηρούμε ότι ακόμη κι αν ο αριθμός δείγματος N είναι μικρός, το κριτήριο δε χρησιμοποιεί την κατανομή Student. Για πιθανότητα ίση με 0,917 η αδιαστατοποιημένη απόκλιση τ ισούται με 1,73 κάνοντας χρήση γραμμικής παρεμβολής στον πίνακα. Επιπλέον,

$$\tau = (X_i - \bar{x})/S_x = x_{max}/S_x$$

όπου x_{max} η μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση της X_i παρατήρησης από τη μέση τιμή \bar{x} των 6 μετρήσεων και S_x , η τυπική απόκλιση του δείγματος. Έτσι, κάθε μέτρηση που αποκλίνει περισσότερο από $(1,73) \cdot S_x$ προτείνεται να απορριφθεί. Έπειτα υπολογίζονται η νέα μέση τιμή και

νέα τυπική απόκλιση από τις παραμένουσες τιμές. Προτείνεται η χρήση του κριτηρίου μόνο μία φορά, για έκαστο δείγμα.

Η συγκεκριμένη μέθοδος αποκλεισμού απόμακρων τιμών εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος, N . Ο Πίνακας 2.2 δίνει τη μέγιστη επιτρεπόμενη απόκλιση για διαφορετικού μεγέθους δείγματα:

Πίνακας 2.2 Λόγος μέγιστης επιτρεπόμενης απόκλισης προς την τυπική απόκλιση για συγκεκριμένο μέγεθος δείγματος.

Number of Readings, N	Ratio of Maximum Acceptable Deviation to Standard Deviation, (x_{\max} / S_x)
3	1,38
4	1,54
5	1,65
6	1,73
7	1,80
8	1,87
9	1,91
10	1,96
15	2,13
20	2,24
25	2,33
50	2,57
100	2,81
300	3,14
500	3,29
1000	3,48

2.5 Τεχνικές εκθέσεις υπολογισμού και παρουσίασης της αβεβαιότητας

Η μεγάλη χρησιμότητα των τεχνικών εκθέσεων των τιμών αβεβαιότητας ενός πειράματος έγκειται στη δυνατότητα επανεξέτασης των υπολογισμών εάν κι εφόσον κριθεί απαραίτητο στο μέλλον. Όλα τα απαραίτητα έγγραφα θα πρέπει να είναι διαθέσιμα στον ενδιαφερόμενο και να περιλαμβάνονται στην αναφορά. Για π.χ. δεδομένα που έχουν ληφθεί από πιστοποιητικά κατασκευαστών και αφορούν βαθμονομήσεις οργάνων, οφείλουν να αναφέρονται στο αντίστοιχο πιστοποιητικό με σαφήνεια. Αν κατά τα πειράματα τα όργανα υποβάλλονται σε

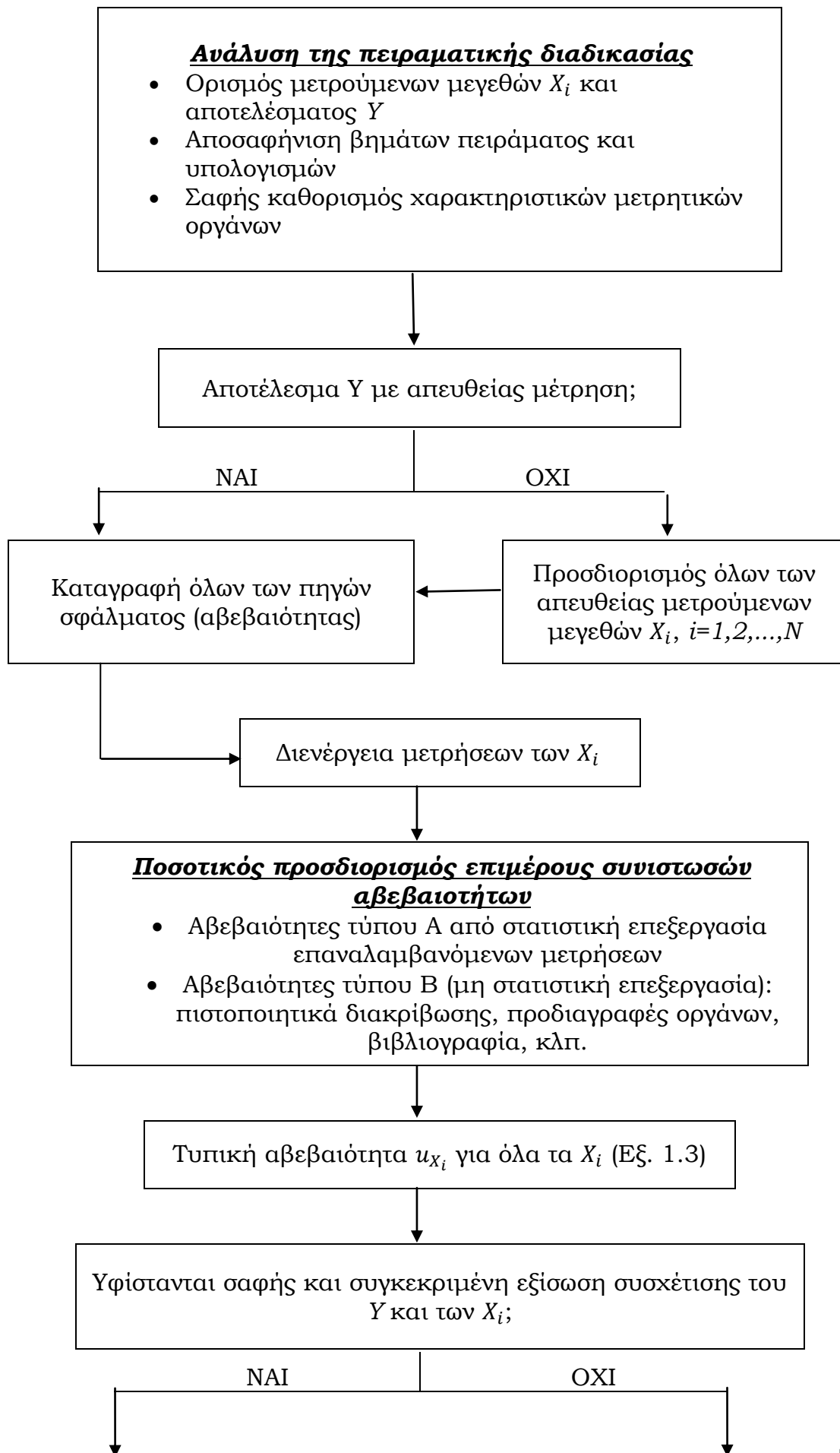
περιοδικούς ελέγχους/σταθμίσεις, αυτοί πρέπει να συμφωνούν με τις προδιαγραφές των κατασκευαστών.

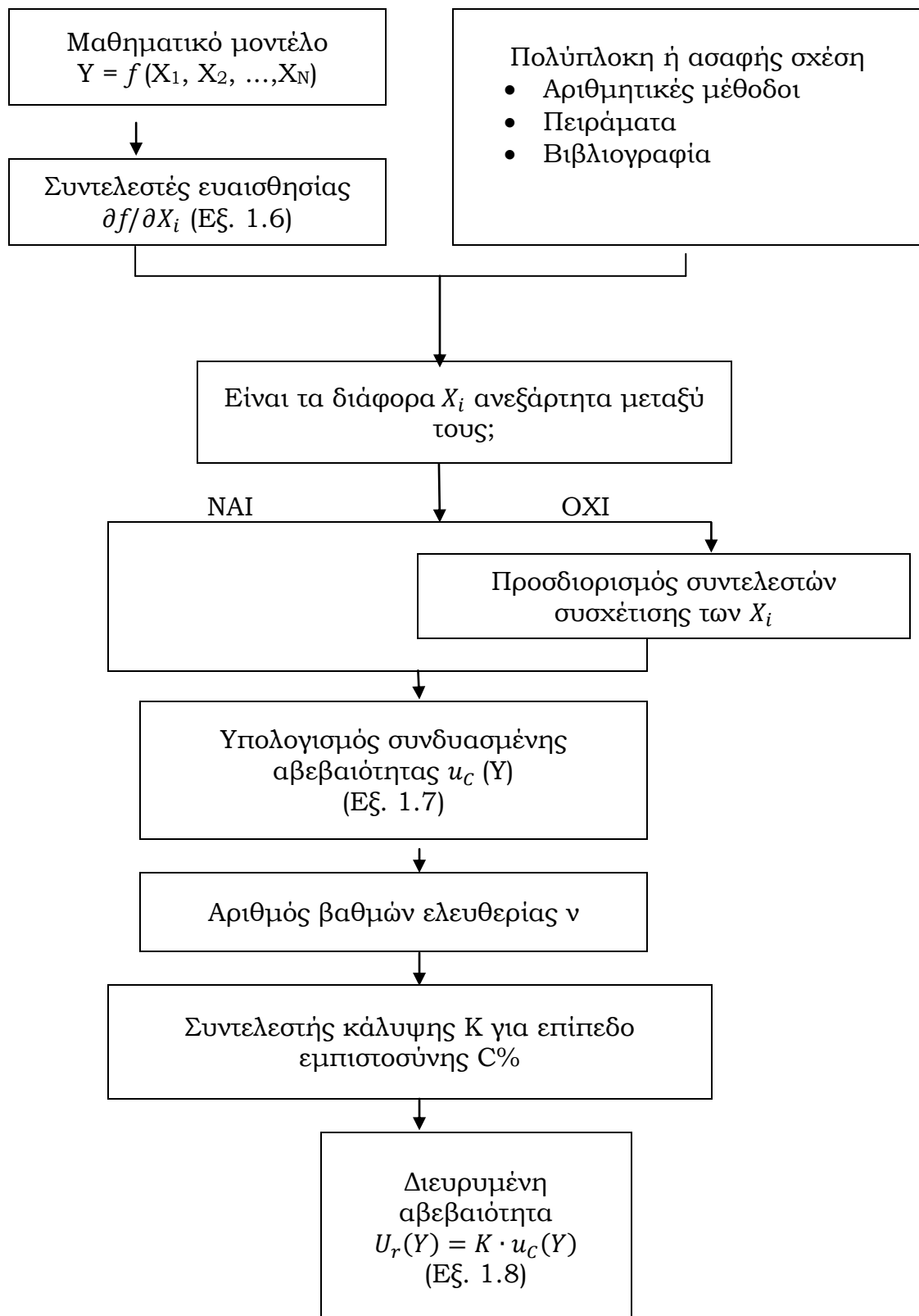
Πρακτικά, ο όγκος των πληροφοριών που παρέχεται για την αξιολόγηση της αβεβαιότητας είναι ανάλογος με την επικείμενη χρήση των αποτελεσμάτων του πειράματος.

Τα βασικά περιεχόμενα της έκθεσης αξιολόγησης της συνολικής αβεβαιότητας συνοψίζονται στα παρακάτω:

1. Περιγραφή όλης της πειραματικής μεθόδου
2. Πλήρης αναφορά των συνιστωσών αβεβαιότητας και του τρόπου που αξιολογήθηκαν
3. Αναγραφή των τελικών τιμών ως $r + U_r$ συμπεριλαμβανομένου του επιπέδου εμπιστοσύνης και του αντίστοιχου συντελεστή κάλυψης
4. Παρουσίαση όλων των δεδομένων με σαφήνεια, ώστε οι υπολογισμοί να μπορούν να επαναληφθούν από κάποιον ενδιαφερόμενο
5. Αναγραφή διορθώσεων που τυχόν να υπάρχουν και να λήφθηκαν υπόψιν κατά την επεξεργασία των στοιχείων και των πηγών αβεβαιότητας.

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται σχηματικά η συλλογιστική πορεία που ακολουθείται στον υπολογισμό της αβεβαιότητας της τιμής ενός μεγέθους Y :





Διάγραμμα 2.1 Ροή ενεργειών για τον υπολογισμό της αβεβαιότητας στα πειράματα.

Βιβλιογραφία κεφαλαίου:

1. Coleman, H.W. and Steele, Jr., W.G., *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*, John Wiley, and Sons, Inc., New York 1999.
2. AIAA S-071A-1999, *Assessment of Experimental Uncertainty With Application to Wind Tunnel Testing*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Virginia, USA.
3. ASME PTC 19.1-2005, *Test Uncertainty*, American Society of Mechanical Engineers, New York.
4. ISO, *International Vocabulary of Metrology, Basic and general concepts and associated terms (VIM)*, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland 2007.
5. ITTC, *General Guideline for Uncertainty Analysis in Resistance Tests*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-02-02-02, Rev.02, 2014.
6. ITTC, *Uncertainty Analysis Instrument Calibration*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-01-03-01, Rev.01, 2014.
7. Ross, S.M., *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 3rd edition, Elsevier Academic Press, Amsterdam 2004.
8. ITTC, *Guide to the Expression of Uncertainty in Experimental Hydrodynamics*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-02-01-01, Rev.01, 2008.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: Οδηγίες της ITTC για τον περιορισμό της αβεβαιότητας στα πειράματα Αντίστασης σε δεξαμενές

3.1 Προτεινόμενη διαδικασία ανάλυσης της αβεβαιότητας στην Αντίσταση

Στις επόμενες παραγράφους αναφέρονται οι οδηγίες όπως προτείνονται από την 27^η Διάσκεψη της Διεθνούς Επιτροπής της ITTC προκειμένου να εκτιμηθεί η αβεβαιότητα στις μεθόδους υπολογισμού αντίστασης.

Το σκεπτικό ανάλυσης και ο ορισμός των αντίστοιχων βημάτων της προτεινόμενης διαδικασίας της ITTC, βασίστηκε σε πρακτική των *Longo & Stern* [1], οι οποίοι πραγματοποίησαν πειράματα αντίστασης σε πρότυπο καταδρομικού.

Ως γνωστόν, η εκτίμηση αβεβαιότητας αποτελεί αναπόσπαστο μέρος αναλύσεων ρίσκου-κινδύνου, ιδιαίτερα σε φάσεις σχεδίασης εφαρμογών, όπου τα εξαγόμενα των πειραμάτων χρησιμοποιούνται αυτούσια σε πραγματική κλίμακα.

Εδώ και 50 χρόνια λαμβάνει χώρα προσπάθεια ώστε η θεωρία περί αβεβαιότητας (*Kline & McClintock 1953, Abernethy et al 1985, Coleman & Steele 1989*) να αποκτήσει μια πιο πρακτική μορφή (*ASME 1998, AIAA 1999*) με έμφαση στην προτυποποίηση.

Ο κύριος σκοπός των πειραμάτων αντίστασης είναι να εκτιμηθεί ο συντελεστής υπόλοιπης αντίστασης C_R του σκάφους και η σχέση του με τον αριθμό Froude, Fr , και, εφόσον ζητείται, ο συντελεστής μορφής k . Βέβαια, η απευθείας μέτρηση στα πειράματα δίνει την ολική αντίσταση R_T , όπως επίσης και τις δυναμικές αποκρίσεις για κάθε εξεταζόμενη ταχύτητα/κατάσταση.

Αναγράφονται παρακάτω οι θεμελιώδεις εξισώσεις της Υδροδυναμικής, οι σχετιζόμενες με τα πειράματα αντίστασης, ως εξισώσεις συσχέτισης των υπό μελέτη μεγεθών. Έπειτα στην *Εικόνα 3.1* φαίνονται χωρισμένα τα διάφορα συστήματα, σε στοιχεία των οποίων υπεισέρχεται η αβεβαιότητα. Πηγές αβεβαιοτήτων που είναι δύσκολο να ποσοτικοποιηθούν είναι αναγκαίο να προσδιοριστούν και να δοθούν οδηγίες για τον τρόπο που επηρεάζουν τις μετρήσεις.

Στο τέλος του κεφαλαίου δίνεται ένα παράδειγμα υπολογισμού της αβεβαιότητας στην τιμή του ολικού συντελεστή αντίστασης C_T , είτε για πείραμα μονής μέτρησης, είτε για δείγμα πολλαπλών μετρήσεων χρησιμοποιώντας υπολογιστικό φύλλο της ITTC [3] που εκδόθηκε πρώτη

φορά το 2002. Από τότε μέχρι σήμερα οι οδηγίες αυτές ενημερώθηκαν τουλάχιστον δύο φορές, με πιο πρόσφατα τα πρακτικά της Resistance Committee της 27th ITTC (2014). Σχετικό ενημερωμένο έγγραφο έκθεσης αβεβαιότητας (τύπου excel) δεν επανεκδόθηκε, κι έτσι ο προγραμματισμός των ενημερωμένων οδηγιών του 2014 αφήνεται στην ευχέρεια υιοθέτησης του χρήστη/πειραματιστή.

Στην παρακάτω ανάλυση αβεβαιότητας, η ITTC δεν περιλαμβάνει οδηγίες σχετικά με τη διαδικασία αντιστοίχισης της αβεβαιότητας από την κλίμακα των μοντέλων της δεξαμενής στην πραγματική κλίμακα (extrapolation and full-scale prediction). Επιπλέον στο φύλλο της ITTC [3], δεν περιλαμβάνονται διορθώσεις τιμών της R_T σε περίπτωση που η θερμοκρασία νερού δεξαμενής δεν είναι σταθερή και μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια των πειραμάτων.

3.2 Εξισώσεις Υδροδυναμικής

Οι κύριες εξισώσεις που χρησιμοποιούνται ως εξισώσεις συσχέτισης υδροδυναμικών μεγεθών είναι:

Αριθμός Froude

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \cdot L_{WL}}} \quad (3.1)$$

Αριθμός Reynolds

$$Re = \frac{V \cdot L_{WL}}{\nu} \quad (3.2)$$

Όπου V η ταχύτητα του μοντέλου, L_{WL} το μήκος αναφοράς (συνήθως το μήκος ισάλου), και ν η κινηματική συνεκτικότητα του νερού στην αντιστοιχούσα θερμοκρασία δοκιμών t_w . Οι φυσικές ιδιότητες του νερού υπολογίζονται βάσει *Harvey et al* (2008) [6], τις οποίες υιοθετεί και η ITTC στην αντίστοιχη παράγραφο, 7.5-02-01-03 [5].

Συντελεστής ολικής αντίστασης

$$C_T = \frac{R_T}{0,5 \cdot \rho \cdot S \cdot V^2} \quad (3.3)$$

όπου R_T η συνολική δύναμη αντίστασης που μετράται κατά τη x-διεύθυνση κίνησης του μοντέλου από το δυναμόμετρο, ρ η πυκνότητα του νερού στην αντιστοιχούσα θερμοκρασία δοκιμών t_w , η ταχύτητα του μοντέλου V , και S η βρεχόμενη επιφάνεια του μοντέλου όπως υπολογίζεται από το σχέδιο γραμμών σε στατική κατάσταση.

Συντελεστής τριβής βάσει της ITTC-1957 (frictional correlation line)

$$C_F = \frac{0,075}{(\log_{10} Re - 2)^2} \quad (3.4)$$

Συντελεστής υπόλοιπης αντίστασης

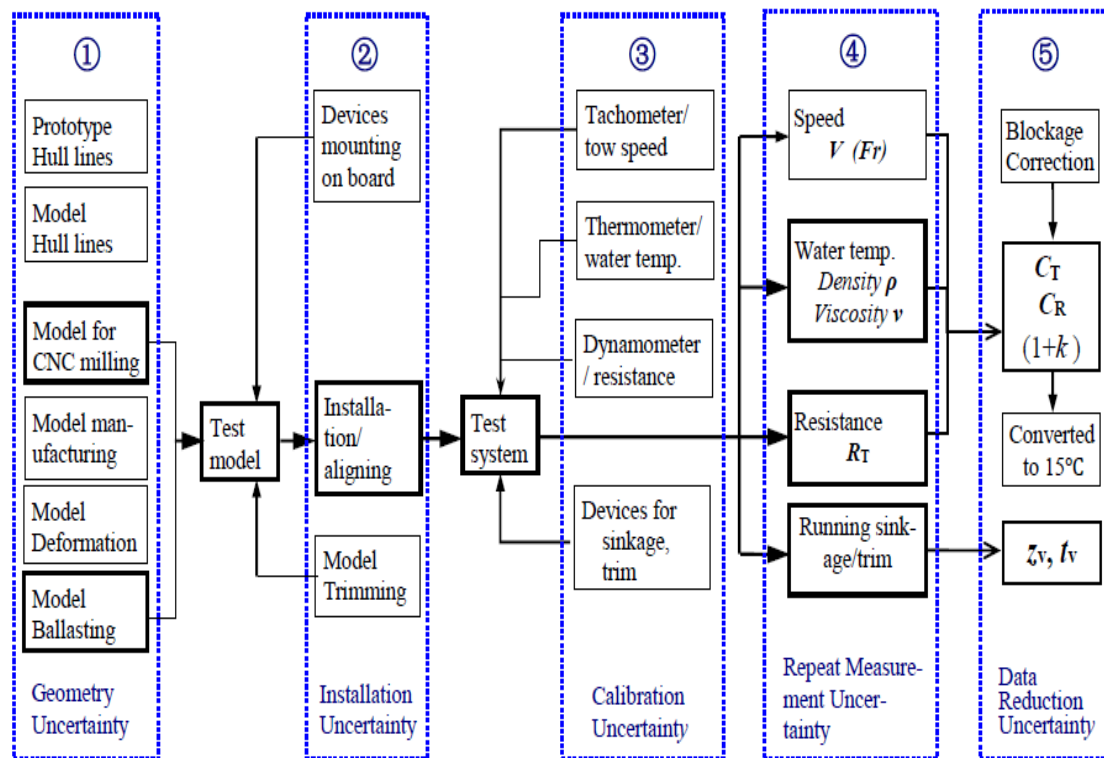
$$C_R = C_T - C_F \quad (3.5a)$$

$$\text{ή } C_R = C_T - C_F \cdot (1 + k) \quad (3.5b)$$

Στην Εξ. 3.5b λαμβάνεται υπόψιν και ο συντελεστής μορφής k . Ο παράγοντας k είναι ανεξάρτητος από τον αριθμό Reynolds και είναι ίδιος για όλα τα όμοια μοντέλα και πλοία [7]. Μάλιστα η μέθοδος Prohaska (ITTC-1966) συσχετίζει τα παραπάνω μεγέθη ως εξής:

$$\frac{C_T}{C_F} = m \cdot \frac{Fn^4}{C_F} + (1 + k) \quad (3.5c)$$

όπου για την εκτίμηση του k στην Εξ. 3.5c, χρησιμοποιούνται δεδομένα πειραμάτων που διεξάγονται σε χαμηλούς αριθμούς Fn ($0,05 \leq Fn \leq 0,20$). Η παράμετρος m συμβολίζει την κλίση του μοντέλου παρεμβολής των δεδομένων αυτών.



Εικόνα 3.1 Σχηματική απεικόνιση πειράματος υπολογισμού της αντίστασης προτύπου υπό κατηγορίες πηγών αβεβαιότητας [9].

3.3 Περιγραφή πηγών αβεβαιότητας

Για την εκτίμηση της αβεβαιότητας σε μία αναλυτική διαδικασία είναι απαραίτητο να προσδιορισθούν οι παράγοντες που επηρεάζουν την ποιότητα του αποτελέσματος. Για το λόγο αυτό θεωρείται δόκιμο να χωρίσουμε το πείραμα σε ολοκληρωμένα στάδια, και να εξετάσουμε τα επιμέρους στοιχεία που γεννούν σφάλματα.

Τα μέρη που απαρτίζουν το πείραμα αντίστασης εικονίζονται στις κατηγορίες Νο 1-5 της *Εικόνας 3.1*, και αφορούν από το στάδιο κατασκευής του μοντέλου μέχρι και την τελική επεξεργασία των μετρήσεων. Κάθε κατηγορία συγκεντρώνει παραμέτρους που πρέπει κανείς να λάβει υπόψιν για πειράματα αντίστασης καθώς και για μια 'ολιστική' μελέτη των πηγών αβεβαιότητας σε αυτά. Υπό μια πιο στενή έννοια, οι κατηγορίες Νο 2 - 4 απαρτίζουν το κυρίως μετρητικό σύστημα.

Η μετατροπή των συντελεστών C_T και C_R σε $C_T^{15^\circ\text{C}}$ και $C_R^{15^\circ\text{C}}$ που φαίνεται στην κατηγορία Νο 5, προτείνεται από την ITTC ώστε να διευκολύνει τις συγκρίσεις αποτελεσμάτων μεταξύ δοκιμών που έλαβαν χώρα σε διαφορετικά εργαστήρια.

Χωρίς υπερβολή θα μπορούσαμε να πούμε ότι η ανάλυση των πηγών σφαλμάτων και ο υπολογισμός της αβεβαιότητας των επιμέρους συνιστωσών αποτελούν μια διαδικασία αυτογνωσίας για το ίδιο το εργαστήριο.

3.3.1 Κατηγορία Νο1: Γεωμετρική αβεβαιότητα

Οι πηγές αβεβαιότητας που σχετίζονται με τη γεωμετρία του σκάφους οφείλονται στην επιλογή και υλοποίηση **κατάλληλης κλίμακας** (σφάλματα που οφείλονται σε υπερβολικά μικρό μοντέλο σχετίζονται με μικρές μετρούμενες ποσότητες και προβληματική ευαισθησία των αισθητήρων στο χαμηλό εύρος, σφάλματα που οφείλονται σε μεγάλα μοντέλα σχετίζονται με τις επιδράσεις των πλευρικών τοιχιών της δεξαμενής και λαμβάνονται υπ' όψη μέσω του blockage coefficient), λάθη που συμβαίνουν κατά την **κατασκευή** της γάστρας στις σμιλευτικές εργαλειομηχανές CNC (απόκλιση διαστάσεων από τις αρχικές προδιαγεγραμμένες διαστάσεις μοντέλου), αλλά και σε όσα προκύπτουν από τη **συμπεριφορά** αυτής στα πειράματα (σπάνια υπό μορφή εξωτερικών γεωμετρικών παραμορφώσεων και αστοχίας υλικού, συχνότερα και κυρίως λόγω της δημιουργίας κυματισμών, οι οποίοι προκαλούν μια κατάσταση διαφορετική της στατικής, οπότε και μεταβάλλεται η πραγματική βρεχόμενη επιφάνεια).

Έτσι ο προσδιορισμός της πραγματικής βρεχόμενης επιφάνειας S ανάγεται σε μια ακόμη πηγή γεωμετρικής αβεβαιότητας, αφού χρησιμοποιείται ως μεταβλητή στον υπολογισμό του συντελεστή αντίστασης C_T . Λάθη που σχετίζονται με τη μη επιμελή πρόσδεση του μοντέλου στο φορείο έχουν ως επακόλουθο την απόκλιση από τη προδιαγεγραμμένη κατάσταση βύθισης, με σφάλμα ΔS στη βρεχόμενη επιφάνεια δοκιμών.

Η τιμή S της βρεχόμενης επιφάνειας δοκιμών που θα χρησιμοποιηθεί στις πειραματικές αναλύσεις υπολογίζεται μέσω του σχεδίου γραμμών κατασκευής του μοντέλου, με εφαρμογή υπολογιστικής μεθόδου. Επιπλέον, οι διαφορές στις κύριες διαστάσεις που θα παρατηρηθούν μεταξύ δυο σχεδιάσεων του ίδιου μοντέλου (βάσει του ίδιου σχεδίου γραμμών) από δυο διαφορετικά εργαστήρια, θα αποτελέσουν συστηματικό σφάλμα στη γεωμετρική αβεβαιότητα.

Φαίνεται λοιπόν ότι οι πηγές αβεβαιοτήτων μεταξύ αντίστασης και γεωμετρίας περιπλέκονται με όχι και τόσο ξεκάθαρο τρόπο. Η αντίσταση τριβής R_F υποτίθεται ανάλογη της βρεχόμενης επιφάνειας S . Η υπόλοιπη αντίσταση R_R επηρεάζεται από το σχήμα της ισάλου επιφάνειας, ενώ ο συντελεστής μορφής k συνδέεται περισσότερο με τη μορφολογία παρά με τη βρεχόμενη επιφάνεια της γάστρας.

Γενικά δεν υπάρχει κάποια αναλυτική εξίσωση συσχέτισης των μεγεθών αντίστασης και γεωμετρίας, ώστε να μπορεί κανείς να αποφανθεί με σιγουριά για τη διάδοση της αβεβαιότητας. Το ίδιο ισχύει και για το εκτόπισμα. Το μόνο που μπορούμε να αποφανθούμε όταν ερματίζεται το μοντέλο σε καθορισμένη ίσαλο/βύθισμα είναι ότι η αβεβαιότητα στον όγκο εκτοπίσματος θα συνδέεται με την αβεβαιότητα του εκτοπίσματος σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση συσχέτισης (θεωρούμε την πυκνότητα νερού ρ_{water} σταθερή),

$$\Delta_{\text{nominal}} = \rho_{\text{water}} \cdot \nabla_{\text{nominal}} \Rightarrow \quad (3.6)$$

$$u'(\Delta) \equiv \frac{u(\Delta)}{\Delta} = \frac{\rho_{\text{water}} \cdot u(\nabla)}{\rho_{\text{water}} \cdot \nabla} = \frac{u(\nabla)}{\nabla} \equiv u'(\nabla) \quad (3.7)$$

όπου u είναι η τυπική απόκλιση/τυπική αβεβαιότητα, και u' είναι η σχετική τυπική αβεβαιότητα των μεγεθών. Αν βέβαια λάβουμε υπόψιν και τη μεταβολή της θερμοκρασίας του νερού (t_{water}) στη διάρκεια πολλών ημερών κατά τις οποίες διαρκεί το πείραμα στη δεξαμενή, θα μπορούσαμε να μελετήσουμε και την αβεβαιότητα που υπεισέρχεται στον όγκο εκτοπίσματος μέσω της αβεβαιότητας στην τιμή της πυκνότητας του νερού δεξαμενής. Αυτό αντιπροσωπεύεται από τον τύπο:

$$u'(\nabla) \equiv \frac{u(\nabla)}{\nabla} = \frac{u(\rho_{\text{water}})}{\rho_{\text{water}}} = u'(\rho_{\text{water}}) \quad (3.8)$$

Πρακτικά, η μεταβολή της θερμοκρασίας του νερού σε μια πειραματική δεξαμενή δε διαφέρει πολύ κατά τη διενέργεια μιας σειράς πειραμάτων (για π.χ. μπορεί να είναι και λιγότερο από $\pm 0,5^\circ\text{C}$), γεγονός που θα προκαλέσει μεταβολή της πυκνότητας νερού της τάξης του $\pm 0,01\%$ με αποτέλεσμα το μέρος αυτό που υπεισέρχεται στη γεωμετρική αβεβαιότητα να καθίσταται αμελητέο. Αν όμως τα πειράματα πραγματοποιηθούν σε διαφορετικές ημερομηνίες και διαπιστωθεί διαφορά μερικών $^\circ\text{C}$ της θερμοκρασίας του νερού, το μοντέλο θα πρέπει να ερμηνιστεί έτσι ώστε ο όγκος εκτοπίσματος να ανταποκρίνεται στη θερμοκρασία του νερού κατά την πρώτη ημέρα του πειράματος [9].

Ο όγκος εκτοπίσματος αντιπροσωπεύει κατά μία έννοια το «μέγεθος» του βρεχόμενου τμήματος της γάστρας. Αν αντιπροσωπευτικό μήκος L και αντιστοιχούσα βρεχόμενη επιφάνεια S ενός μοντέλου χρησιμοποιηθούν ως συντελεστές μέτρησης όγκου, μπορούμε να θεωρήσουμε ως ισοδύναμα

$$L \propto (\nabla)^{1/3} \quad (3.9)$$

$$S \propto (\nabla)^{2/3} \quad (3.10)$$

Έτσι, η αβεβαιότητα που σχετίζεται με τις παραμέτρους *μήκος* L και *επιφάνεια* S , μπορεί να εξαχθεί μέσω των τύπων (έλλειψη μιας άλλης αναλυτικής διαδικασίας προσδιορισμού τους):

$$u'(S) = \frac{u(S)}{S} = \frac{2}{3} = u'(\nabla) = \frac{2}{3} u'(\Delta) \quad (3.11)$$

$$u'(L) = \frac{u(L)}{L} = \frac{1}{3} = u'(\nabla) = \frac{1}{3} u'(\Delta) \quad (3.12)$$

με u' να είναι η σχετική τυπική αβεβαιότητα.

Σύμφωνα με την Εξ. 3.2, θα προκύψει μάλιστα και διάδοση αβεβαιότητας λόγω της αβεβαιότητας του μήκους L στον αριθμό Reynolds ($Re = \frac{V \cdot L_{WL}}{\nu}$):

$$u_c(Re) = \sqrt{\left(\frac{\partial Re}{\partial V}\right)^2 u^2(V) + \left(\frac{\partial Re}{\partial L_{WL}}\right)^2 u^2(L_{WL}) + \left(\frac{\partial Re}{\partial \nu}\right)^2 u^2(\nu)} \quad (3.13)$$

Όπου οι μερικές παράγωγοι υπολογίζονται ως:

$$\frac{\partial Re}{\partial V} = \frac{L_{WL}}{\nu} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial Re}{\partial L_{WL}} = \frac{V}{\nu} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial Re}{\partial \nu} = -\frac{V \cdot L_{WL}}{\nu^2} \quad (3.16)$$

Κατά την ITTC [9] η διάδοση των αβεβαιοτήτων των αντιπροσωπευτικών μεγεθών L και S θα συνεισφέρει σε κάθε μέτρηση αντίστασης R_T αβεβαιότητα της τάξης των:

$$u'_1(R_T) \approx \frac{2}{3} u'_1(\Delta) \quad (3.17)$$

3.3.2 Κατηγορία Νο2: Εγκατάσταση μετρητικών συσκευών και τοποθέτηση μοντέλου

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην εγκατάσταση των συσκευών λήψης δεδομένων και των μετρητικών συστημάτων των μεγεθών που ενδιαφέρουν, ώστε να αποφευχθούν πιθανές μετακινήσεις και αποσυναρμολογήσεις την ώρα του πειράματος.

Λάθη που σχετίζονται με την πρόσδεση του μοντέλου στο δυναμόμετρο και, από εκεί, στο φορείο, πιθανόν να δημιουργήσουν μη επιθυμητή διαγωγή στο μοντέλο, άρα μια διαφορετική κατάσταση φόρτωσης (εκτόπιση, βύθισμα) από την εξεταζόμενη.

Επιπλέον, τυχόν ανεπάρκεια στην ευθυγράμμιση του μοντέλου και του δυναμόμετρου είναι ικανή να επάγει ανεπιθύμητες εξωτερικές ροπές και γωνιακές ταχύτητες σε άξονες διαφορετικούς της κύριας κατεύθυνσης, και να οδηγήσει σε λανθασμένες μετρήσεις. Γενικά δεν είναι εύκολο να αξιολογηθεί η αβεβαιότητα που προκαλείται στις μετρήσεις αντίστασης λόγω αυτής της ανεπάρκειας ευθυγράμμισης, εκτός κι αν χρησιμοποιηθεί στο πείραμα κατάλληλο δυναμόμετρο πλευρικής ώσης. Σε δεξαμενές με τεχνολογία αιχμής, και ειδικότερα σε αυτές με εμπορική σημασία, η διαδικασία τοποθέτησης και πρόσδεσης ελέγχεται αρκετά αποτελεσματικά ώστε τυχόν αβεβαιότητες που θα μπορούσαν να αποδοθούν σε κακή συνδεσμολογία οργάνων - συστήματος και φορείου, εξαλείφονται.

Αποκλίσεις από το επιθυμητό βύθισμα θα προκαλέσουν τελικά και λανθασμένες εκτιμήσεις της βρεχόμενης επιφάνειας S .

3.3.3 Κατηγορία Νο3: Βαθμονόμηση συστημάτων και μετρητικών οργάνων

Σημαντική προεργασία για το πείραμα συνιστά η βαθμονόμηση των συστημάτων και οργάνων που χρησιμοποιούνται (δυναμόμετρο, αισθητήρες αντίστασης/διαγωγής /κατακόρυφης κίνησης /ταχύτητας/ μέτρησης θερμοκρασίας νερού δεξαμενής, μονάδα καταγραφής). Το ίδιο το εργαστήριο πρέπει να μεριμνήσει ώστε η ρύθμιση των οργάνων να συντελεστεί βάσει των προτεινόμενων οδηγιών της ITTC [4] για πειράματα αντίστασης.

Η βαθμονόμηση/ρύθμιση των οργάνων, προτού αρχίσει η πειραματική διαδικασία, βοηθάει στην κατεύθυνση ελαχιστοποίησης των σφαλμάτων (συστηματικών) που εμπεριέχονται στα μετρητικά όργανα και συνιστούν σε αβεβαιότητες τύπου Β.

Κατά τη βαθμονόμηση συγκρίνεται η έξοδος οργάνου που ελέγχεται με την έξοδο πρότυπου οργάνου με γνωστή ακρίβεια, αφού εφαρμοστεί και στα δυο όργανα κοινή είσοδος. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για μια ευρεία περιοχή τιμών εισόδου ώστε να καλυφθεί όλη η κλίμακα τιμών του οργάνου. Ακόμη και αν τα πρότυπα όργανα δεν περιέχουν σφάλματα, εντούτοις η διαδικασία βαθμονόμησης δεν απαλλάσσεται από αβεβαιότητες. Η επιμέλεια και η ακολουθία των προδιαγεγραμμένων βημάτων της διαδικασίας βαθμονόμησης όπως προτείνεται εκ του κατασκευαστή είναι απαραίτητη προϋπόθεση, ώστε η διαδικασία επαναρύθμισης να είναι ουσιαστική και αποτελεσματική. Όργανο που χρησιμοποιείται για να ρυθμίσει κάποιο άλλο εκτός της απαραίτητης προσοχής στη χρήση και την αποθήκευση πρέπει να επιλέγεται ώστε να παρέχει μεγαλύτερη ακρίβεια από εκείνα τα οποία ρυθμίζει.

Η ρύθμιση των οργάνων οφείλει να επαναλαμβάνεται ανά διαστήματα που ορίζει ο κατασκευαστής, αφού λόγω της πολυχρησίας και των ιδιαίτερων συνθηκών στις οποίες αυτά εκτίθενται (σκόνη, ακαθαρσίες, φθορά, κλπ.), αλλοιώνονται οι μετρολογικές τους ιδιότητες. Επειδή όμως κάθε παράγοντας δρα με τρόπο διαφορετικό στις μηχανικές ιδιότητες των οργάνων, η συχνότητα επαναρύθμισης γίνεται πρόβλημα εμπειρικό, και πραγματοποιείται όταν τα χαρακτηριστικά αλλοιωθούν τόσο ώστε το μετρήσιμο σφάλμα βγαίνει εκτός των απαιτούμενων ορίων. Για το λόγο αυτό τα αρχεία των ρυθμίσεων τηρούνται σε έγγραφα, όπως της *Εικόνας Β.1 (Παράρτημα Β)*, τα λεγόμενα πιστοποιητικά διακρίβωσης/βαθμονόμησης (calibration certificates). Οι πληροφορίες που δίνονται από τον κατασκευαστή του οργάνου αφορούν συνήθως ιδιότητες όπως: μη-γραμμικότητα, μετατόπιση, υστέρηση, μη-επαναληψιμότητα, διακριτότητα, ολίσθηση. Επιπλέον, οφείλουμε να

είμαστε προσεκτικοί στις πληροφορίες που παίρνουμε από τα πιστοποιητικά διακρίβωσης, καθώς η αβεβαιότητα τις περισσότερες φορές αναγράφεται υπό όρους **διευρυμένης** αβεβαιότητας. Περισσότερα χαρακτηριστικά σχετικά με τις μετρητικές διατάξεις μπορεί κανείς να διαβάσει στο Παράρτημα C.

Με αυτόν τον τρόπο επιβεβαιώνεται ότι η συχνότητα ρύθμισης είναι σωστή, καθώς και η αβεβαιότητα στις μετρήσεις περιορισμένη κατά το δυνατό. Να τονιστεί ότι τα συστηματικά σφάλματα που τυχόν περιέχονται στο πρότυπο όργανο ρύθμισης που χρησιμοποιείται στη διαδικασία βαθμονόμησης, θα παραμείνουν/υιοθετούνται στο όργανο που ρυθμίζεται.

Στην περίπτωση βαθμονόμησης ενός ξεχωριστού οργάνου, πρέπει κανείς να λάβει υπόψιν αβεβαιότητες που οφείλονται:

- Στα πρότυπα όργανα που χρησιμοποιεί το εργαστήριο για να επαναρυθμίσει τον εξοπλισμό του (calibration standards/specimens uncertainty), u_{CS}
- Σε μοντέλα συμπεριφοράς οργάνων ή αισθητήρων (calibration curve fitting uncertainty), u_{CF}
- Σε σφάλματα ευθυγράμμισης του εξοπλισμού βαθμονόμησης (calibration set up misalignment uncertainty), u_{CM}
- Σε σφάλματα συλλογής πληροφοριών βαθμονόμησης από τη σχετική μονάδα καταγραφής (calibration A/D conversion uncertainty), u_{CAD}

Οι παραπάνω αβεβαιότητες μπορούν να υπολογιστούν μέσω των τύπων [8]:

- Περίπτωση πρότυπων οργάνων,

$$u_{CS} = \sqrt{\sum (A_{CG} \cdot W_i)^2} \quad (3.18)$$

Όπου

A_{CG} : ακρίβεια του πρότυπου οργάνου βαθμονόμησης, είτε αυτό μετράει βάρος, απόσταση, γωνία, ή άλλη φυσική ιδιότητα.

W_i : φυσική/ ονομαστική τιμή του οργάνου βαθμονόμησης

- Περίπτωση μοντέλου συμπεριφοράς,

Ο παρακάτω τύπος συσχετίζει την εγγύτητα επιβαλλόμενων τιμών y_n από n πειραματικές μετρήσεις, και αντίστοιχων εξαγόμενων τιμών

$y_{LS,n}$ βάσει του εκάστοτε μοντέλου συμπεριφοράς. Το σφάλμα αυτό καλείται ως σφάλμα αναγωγής (standard error of estimation), και η αντίστοιχη αβεβαιότητα, λαμβάνεται ίση με την ποσότητα:

$$SEE = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_1^n (y_n - y_{LS,n})^2} \quad (3.19)$$

Δηλαδή,

$$u_{CF} = SEE \quad (3.20)$$

- Περίπτωση σφαλμάτων ευθυγράμμισης εξοπλισμού βαθμονόμησης,

$$u_{CM} = \sum (W \cdot (1 - \cos a_j)) \quad (3.21)$$

Όπου

W : ονομαστική ένδειξη του όργανου βαθμονόμησης

a_j : μη επιθυμητή αλλά υπαρκτή γωνία μεταξύ του επιπέδου των μετρήσεων και του επιπέδου αναφοράς στο οποίο όφειλε να συντελεστεί η βαθμονόμηση

- Περίπτωση σφαλμάτων σχετικά με την ανάλυση της μονάδας καταγραφής,

Η αβεβαιότητα εδώ εκτιμάται από το είδος του καταγραφικού συστήματος (12 ή 16 bits), το μέγιστο εύρος τάσης στο οποίο ρυθμίζεται η συσκευή (total voltage range), και τον λεγόμενο συντελεστή βαθμονόμησης (calibration factor) που αντιστοιχίζει τις μεταβολές της τάσης σε φυσικές μονάδες:

$$u_{CAD} = \frac{1}{2} \frac{(\text{total voltage range})}{(\text{AD bits})} \cdot (\text{calibration factor}) \quad (3.22)$$

Επιπλέον, αναφορές από κατασκευαστές μηχανημάτων/συσκευών μπορούν να ληφθούν υπόψιν. Τα αποτελέσματα βαθμονομήσεων πρέπει να φυλάσσονται και να περιλαμβάνονται στις αναφορές αβεβαιότητας (records που διατηρεί το εργαστήριο) για πιθανές διεργαστηριακές συγκρίσεις. Τέτοια αρχεία αναφορών μετριάζουν μελλοντικές αμφιβολίες των χειριστών λογισμικού όσον αφορά την καταλληλότητα μοντέλων για τις βαθμονομήσεις (π.χ. αποφυγή χρήσης γραμμικού μοντέλου βαθμονόμησης για αποκρίσεις που ακολουθούν καμπύλη).

Γενικά προτείνεται η βαθμονόμηση ενός μετρητικού συστήματος σαν ολότητα (*end-to-end calibration*). Κατά αυτόν τον τρόπο συνηθίζεται να ελέγχεται το σύστημα καταγραφής (*DAS ή Data Acquisition System*). Αυτό γιατί δίνεται στο χρήστη μια πιο ρεαλιστική εκτίμηση της αβεβαιότητας του συστήματος σαν ολότητα, καθώς και γιατί δαπανούνται λιγότερος χρόνος και χρήμα για να καθοριστούν οι αβεβαιότητες στις ξεχωριστές μονάδες-τμήματα του συστήματος.

Τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης αισθητήρων παρέχονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4.

Σχολιάζουμε εν ταχεία την επίδραση του ταχύμετρου, του δυναμόμετρου και του θερμόμετρου στη μέτρηση της αντίστασης:

Εφόσον το ταχύμετρο του φορείου βαθμονομείται τακτικά, η ΙΤΤC εκτιμά ότι το συστηματικό σφάλμα στη μέτρηση της ταχύτητας, που μπορεί να υποθεθεί για εύρος ταχυτήτων 0,75-3,5m/s, είναι της τάξης του 0,1%. Έτσι η σχετική αβεβαιότητα της ταχύτητας με την υπόθεση κανονικής κατανομής (επίπεδο 99,7%) είναι

$$u'(V) = \frac{u_V}{V} = \frac{1}{3} \cdot 0,1\% = 0,033\% \quad (3.23)$$

Και η συνιστώσα που συνεισφέρει στη μέτρηση της αντίστασης είναι

$$u'_4(R_T) = 2 \cdot u'(V) = 0,067\% \quad (3.24)$$

Ο συντελεστής 2 της Εξ. 3.24 καλείται συντελεστής μεγέθυνσης, και όπως περιγράφεται παρακάτω (Εξ. 3.49) προκύπτει από την παραγωγή του C_T ως προς V .

Στη διαδικασία βαθμονόμησης ενός δυναμόμετρου πρακτικά εφαρμόζεται η παρακάτω εξίσωση ισορροπίας,

$$F = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \quad (3.25)$$

με $\frac{\rho_a}{\rho_w}$: buoyancy correction term. Κανείς θα παρατηρήσει ότι αβεβαιότητα στις πρότυπες μάζες ή, ακόμα αβεβαιότητα στην τιμή της σταθεράς g , οδηγεί σε αβεβαιότητα της μετρούμενης δύναμης F , γεγονός που εκφράζεται ως:

$$u_F/F = \sqrt{(u_m/m)^2 + (u_g/g)^2} \quad (3.26)$$

Η u_g είναι σχεδόν αμελητέα (η τοπική βαρύτητα μπορεί να διαφέρει από την πρότυπη τιμή έως 0,1%). Οι μάζες οφείλουν να είναι βαθμονομημένες σύμφωνα με διεθνή πρότυπα (π.χ. OIML). Αν είναι

γνωστή η αβεβαιότητα της κλάσης των μαζών, τότε αυτή αντικαθιστά την ακρίβεια A_{CG} της Εξ. 3.18, και πολλαπλασιαζόμενη με την RSS τιμή των μαζών, δίνει τη ζητούμενη αβεβαιότητα u_m .

Σε περίπτωση που δεν υπάρχουν στοιχεία που να προσδιορίζουν την τυπική αβεβαιότητα των μαζών, η τυπική αβεβαιότητα μιας μάζας πρέπει να περιλαμβάνει:

- 1) αβεβαιότητα σχετική με την κλάση της μάζας (mass standards)
- 2) αβεβαιότητα σχετικά με τη διακριτικότητα του μετρητικού ζυγού (balance resolution eccentricity)
- 3) αβεβαιότητα σχετικά με την επαναληψιμότητα (repeatability) και τη γραμμικότητα (linearity) του μετρητικού ζυγού.

Όπως διαπιστώνεται από τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης (Πίνακας 4.3, Κεφάλαιο 4), η αβεβαιότητα που προκύπτει από την επιβολή γραμμικού μοντέλου συμπεριφοράς επί των πειραματικών μετρήσεων είναι αρκετά μεγαλύτερη από την u_m ($B_{M_{x1}} \ll B_{M_{x2}}$, με την u_m να αντιστοιχεί στο $B_{M_{x1}}$ και το SEE στο $B_{M_{x2}}$). Συνεπώς η μόνη μετρήσιμη επίδραση στη μέτρηση της αντίστασης, εκ της διαδικασίας βαθμονόμησης, θα είναι:

$$u_2(R_T) = SEE \quad (3.27)$$

Στα όργανα μέτρησης θερμοκρασίας, τα τεχνικά χαρακτηριστικά που ενδιαφέρουν πρωτίστως είναι:

- ✓ η διακριτική ικανότητα του οργάνου, ώστε για τη σχετιζόμενη αβεβαιότητα U_{resol} , θα νοείται ορθογώνια κατανομή
- ✓ συστηματικό σφάλμα λόγω πιθανής ολίσθησης ιδιοτήτων του οργάνου με το χρόνο (αν αυτό διευκρινίζεται από κάποιο πιστοποιητικό), ώστε για τη σχετιζόμενη αβεβαιότητα $U_{\Delta t}$ θα νοείται κανονική κατανομή (εκτός κι αν δίνεται διαφορετική οδηγία σχετικά με την κατανομή).

Επιπλέον, αν υπάρχουν ενδείξεις διαφοροποίησης θερμοκρασίας (gradients) εντός της πειραματικής δεξαμενής, που να οδηγούν σε εκτίμηση αβεβαιότητας U_A , καλό είναι να ληφθούν κι αυτές υπόψιν, ώστε η συνδυασμένη αβεβαιότητα της θερμοκρασίας να δίνεται εκ της Εξ. 3.28:

$$u_{combined}^T = \sqrt{\left(\frac{U_{resol}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_{\Delta t}}{K}\right)^2 + (U_A)^2} \quad (3.28)$$

Αν τίποτα από τα παραπάνω δεν είναι γνωστά, η T μπορεί να μετρηθεί σε διάφορες αντιπροσωπευτικές θέσεις, όπου οι από τις μετρήσεις

ευρισκόμενες T_{max} και T_{min} θα ορίζουν το μέγιστο σφάλμα του οργάνου, και με την υπόθεση ορθογώνιας κατανομής προσεγγίζεται ένα άνω όριο αβεβαιότητας της τιμής της μέσης θερμοκρασίας:

$$u_{\bar{T}} = \frac{T_{max} - T_{min}}{\sqrt{12}} \quad (3.29)$$

Στη μέση τιμή του πειράματος \bar{T} , με γνωστή την $u_{\bar{T}}$ υπολογίζεται η μεταβολή της κινηματικής συνεκτικότητας, ώστε να προσεγγισθεί η σχετική αβεβαιότητα στην τιμή της, u'_v .

Για παράδειγμα, η ITTC εκτιμά ότι στους 16,5°C, θερμοκρασιακή αβεβαιότητα των 0,073°C προκαλεί μεταβολή 0,18% στην τιμή της κινηματικής συνεκτικότητας, δηλαδή:

$$u'_v = \frac{u_v}{v} = 0,18\% \quad (3.30)$$

Συνεπώς, για έκαστη ταχύτητα η αβεβαιότητα στη μέτρηση της αντίστασης λόγω αβεβαιότητας στην τιμή της κινηματικής συνεκτικότητας υπολογίζεται ως,

$$u'_3(R_T) = \frac{C_F}{C_T} \cdot \frac{0,075}{\log_{10} Re - 2} \cdot u'_v \quad (3.31)$$

3.3.4 Κατηγορία Νο4: Δειγματοληψία

Κατά τη δειγματοληψία, παράγοντες για τους οποίους θα πρέπει να μεριμνήσει ο πειραματιστής είναι:

- η συχνότητα δειγματοληψίας του συστήματος καταγραφής,
- η επάρκεια του δείγματος δεδομένων,
- η διάρκεια του πειράματος,
- ο αριθμός επαναλήψεων ανά κατάσταση φόρτωσης

Οι παραπάνω παράγοντες επηρεάζουν διαφορετικά την ποιότητα των μετρήσεων. Η συχνότητα δειγματοληψίας οφείλει να είναι γρήγορη τόσο όσο να επιτυγχάνεται επαρκής ανάλυση των σημάτων των μεγεθών. Ποιοτικά, η συχνότητα σήματος πρέπει να είναι τουλάχιστον 2,5 φορές η αντίστοιχη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου.

Ο αριθμός των επαναλήψεων ανά κατάσταση οφείλει να είναι μεγαλύτερος του εννιά (9), για να έχουμε τη δυνατότητα χρήσης της θεωρίας «μεγάλων δειγμάτων». Εξίσου σημαντική είναι και η απαίτηση να αφήνεται αντιπροσωπευτικό 'περιθώριο χρόνου' μεταξύ των γύρων του

πειράματος (τις περισσότερες φορές είκοσι λεπτά είναι αρκετά) για να ηρεμήσει η επιφάνεια του ρευστού από την εναπομένουσα ενέργεια.

3.3.5 Κατηγορία Νο5: Επεξεργασία δεδομένων

Κατά τη δειγματοληψία, το δυναμόμετρο και εν γένει όλες οι συσκευές καταγραφής υφίστανται κραδασμούς από τις διαταραχές που προκαλούνται λόγω των δυναμικών αποκρίσεων του μοντέλου. Οι χρονικές ιστορίες των ενδιαφερόμενων μεγεθών ψηφιοποιούνται μέσω των μετατροπέων σημάτων (AD converters) και διέρχονται από φίλτρα χαμηλών συχνοτήτων (low pass filters), ώστε να μειωθεί το πλάτος (amplitude) αυτών των δονήσεων. Επιπλέον αποφεύγονται φαινόμενα aliasing.

Μόλις συγκεντρωθούν τα δεδομένα από τα πειράματα, κρίνεται εύλογο να υποστούν επεξεργασία ως προς την ανίχνευση απόμακρων τιμών, σε πρώτη φάση. Έπειτα τα εξαγόμενα αποτελέσματα, όντας σε αντιστοιχία με κάποιο μεταβαλλόμενο μέγεθος (π.χ. προκύπτουσες τιμές C_T συναρτήσεως αριθμού F_n), μπορούν να αποτυπωθούν σε μορφή πίνακα ή καλύτερα να παρασταθούν μέσω μαθηματικού μοντέλου (*regression*). Σε αυτή την περίπτωση η αβεβαιότητα που σχετίζεται με το μοντέλο (τύπου B), πρέπει να ληφθεί υπόψιν στην ανάλυση αβεβαιότητας του αποτελέσματος.

Επιπλέον, να σημειωθεί ότι η αλλαγή/διαφορετική συνδεσμολογία συσκευών εν μέσω ενός πειράματος ενέχει και διαφορετικές αβεβαιότητες (π.χ. αλλαγή μονάδας καταγραφικού - DAS card - που πιθανόν να περιέχει διαφορετικές παραμέτρους ολοκλήρωσης καλό είναι να αποφεύγεται).

Το φαινόμενο που δημιουργείται από τα τοιχώματα της δεξαμενής “blockage effect”, μπορεί να διορθωθεί σύμφωνα με την οδηγία 7.5-02-02-01 της ITTC. Τυπικά η συμβολή του φαινομένου αυτού είναι αμελητέα όταν πρόκειται για πειραματική δεξαμενή μεγάλων διαστάσεων [9].

Σε τελευταίο στάδιο δίνεται έμφαση στην επεξεργασία των στατιστικών μεγεθών (μέσος όρος, τυπική απόκλιση, κτλ), αλλά και στον έλεγχο στρογγυλοποιήσεων.

Ανάλυση αβεβαιότητας βασισμένη στις παραπάνω κατηγορίες, θα αποτελέσει ένα αρκετά πρακτικό οδηγό για την αναγνώριση πηγών αβεβαιότητας.

3.4 Παράδειγμα ανάλυσης (Εφαρμογή του Spreadsheet της ITTC [3])

Η ITTC στην προσπάθεια να προσεγγίσει κάθε πιθανή και λογική πηγή αβεβαιότητας στα πειράματα αντίστασης σε πειραματικές δεξαμενές, παρέχει στους ενδιαφερόμενους του αντικείμενου υπολογιστικό φύλλο [3], το οποίο περιλαμβάνει τις σημαντικότερες πηγές σφαλμάτων. Επισημαίνονται εκείνοι οι παράγοντες που πρέπει κανείς να λάβει σίγουρα υπόψη του (είτε εκτελεί πείραμα μονής μέτρησης, είτε σειρά πειραμάτων) ώστε να εκτιμηθεί το συστηματικό σφάλμα B_{C_T} και το σφάλμα ακρίβειας P_{C_T} , και να προσεγγισθεί με αυτό τον τρόπο ικανοποιητικά η τιμή αβεβαιότητας για το συντελεστή αντίστασης C_T , της εκάστοτε εφαρμογής.

Το υπολογιστικό φύλλο [3] χαρακτηρίζεται ελλιπές ως προς ορισμένες λειτουργίες, όπως αυτήν της ανίχνευσης απόμακρων τιμών. Στο *Κεφάλαιο 4* γίνεται η περιγραφή ενός πιο ολοκληρωμένου πλαισίου υπολογισμού αβεβαιότητας σε πειράματα αντίστασης, το οποίο περιέχει συγκεντρωμένα και στοιχεία από τις πρόσφατες οδηγίες της 27^{ης} ITTC του 2014.

Για την παρουσίαση του υπολογιστικού φύλλου [3], χρησιμοποιούνται μεγέθη ενός μικρού σκάφους πιλοτίνας του Ε.Ν.Θ.Υ. (κωδικό όνομα: Pilot Boat 217/14), για το οποίο πραγματοποιήθηκε σειρά πειραμάτων, σε δύο ταχύτητες δοκιμών ($V = 2,761\text{m/s}$ και $V = 3,221\text{m/s}$).

Αφού γίνει αναφορά στις διαστάσεις πλοίου και μοντέλου, περιγράφονται οι απαραίτητες τιμές εισόδου στο φύλλο.

Το πλοίο υπό μελέτη είναι ένα μικρό σκάφος πιλοτίνας εκτοπίσματος $\Delta_{full\ scale} = 28,250$ ton σε πραγματική κλίμακα (υποθέτοντας θερμοκρασία $t_{water} = 15^\circ\text{C}$). Το μοντέλο των πειραμάτων τρέχει σε ισοβύθιστη κατάσταση, με το εκτόπισμά του να ανέρχεται σε $\Delta_{model} = 0,220$ ton. Η αναγωγή του εκτοπίσματος στην κλίμακα του μοντέλου γίνεται θεωρώντας ίδιο συντελεστή γάστρας C_B , και ιδιότητες νερού όπως φαίνονται στον *Πίνακα 3.2*. Η κλίμακα είναι 1:5. Οι κύριες διαστάσεις παρουσιάζονται στον *Πίνακα 3.1*.

Πίνακας 3.1 Γεωμετρικά μεγέθη φυσικής κλίμακας – μοντέλου.

Parameter	Unit	Full scale	Model
Length L_{WL}	m	13,790	2,758
Beam B	m	4,285	0,857
Draft T	m	1,146	0,229
Displacement Δ	ton	28,250	0,220
Wetted surface area S	m ²	55,300	2,212
Block coefficient C_B	-	0,407	0,407

Πίνακας 3.2 Ιδιότητες νερού – Πρότυπο IAWPS.

θ [$^{\circ}$ C]	Water properties (IAWPS)		
	Seawater density [ton/m ³]	Freshwater density [ton/m ³]	Freshwater Kinematic viscosity [m ² /s]
15	1,026	0,999	1,139E-06
18,1	1,025	0,998	1,052E-06

Στο υπολογιστικό φύλλο της ITTC απαιτούνται ορισμένα δεδομένα εισόδου. Αυτά είναι:

- Μήκος μοντέλου (Length), L_{WL}
- Πλάτος μοντέλου (Beam), B
- Βύθισμα μοντέλου – ισοβύθιστο (Draft, *even keel*), T
- Βρεχόμενη επιφάνεια μοντέλου – περιλαμβάνεται η επιφάνεια του πηδαλίου (Wetted surface area, *incl.rudder*), S
- Σταθερά βαρύτητας (Gravity), g
- Πυκνότητα νερού δεξαμενής (Water density), ρ
- Κινηματική συνεκτικότητα νερού δεξαμενής (Kinematic viscosity), ν
- Συντελεστής μορφής μοντέλου, προαιρετικά (Form factor), k
- Συντελεστής κάλυψης για την εκτίμηση αβεβαιότητας (Coverage factor), K
- Ταχύτητα δοκιμών (Model speed), V
- Θερμοκρασία νερού δεξαμενής (Water temperature), t_w

Επιπλέον για τις εκτιμήσεις συστηματικών σφαλμάτων (*bias*) των παραμέτρων $S - V - M_x - t_w - \rho$, χρειάζεται να εισάγουμε τα εξής:

- Σφάλμα αύξησης/μείωσης της βρεχόμενης επιφάνειας S , αντιπροσωπευτικό της απόκλισης των διαστάσεων του μοντέλου από τις προδιαγεγραμμένες (Assumed error in hull form), B_{S_1}
- Σφάλμα αύξησης/μείωσης της βρεχόμενης επιφάνειας S , αντιπροσωπευτικό της διαφοροποιημένης ισάλου φόρτισης του μοντέλου, από την αρχική προδιαγεγραμμένη (Error in displacement), B_{S_2}
- Σφάλμα στη μέτρηση της ταχύτητας (Speed bias), B_V
- Σφάλμα στη μέτρηση της μάζας αντίστασης M_x λόγω σφάλματος σχετικού με την κλάση του οργάνου βαθμονόμησης (Calibration standard), $B_{M_{x1}}$
- Σφάλμα στη μέτρηση της μάζας αντίστασης M_x λόγω του χρησιμοποιούμενου μοντέλου παρεμβολής, ήτοι της καμπύλης βαθμονόμησης του αισθητήρα (Curve fit), $B_{M_{x2}}$
- Σφάλμα στη μέτρηση της μάζας αντίστασης M_x λόγω ανεπάρκειας ευθυγράμμισης μοντέλου-δυναμόμετρου, κατά το διάμηκες της δεξαμενής (Load cell misalignment), $B_{M_{x3}}$
- Σφάλμα στη μέτρηση της μάζας αντίστασης M_x λόγω ύπαρξης γωνίας μεταξύ επιπέδου λήψης των μετρήσεων στα πειράματα και οριζόντιου επιπέδου στο οποίο έγινε η βαθμονόμηση του αισθητήρα (Towing force inclination), $B_{M_{x4}}$
- Σφάλμα στη μέτρηση της θερμοκρασίας του νερού δεξαμενής (Water temperature bias), B_{t_w}
- Σφάλμα στη μέτρηση της πυκνότητας του νερού δεξαμενής (Water density bias), B_ρ

Όπου το ολικό συστηματικό σφάλμα στη μέτρηση της βρεχόμενης επιφάνειας του μοντέλου θεωρείται από την εξίσωση

$$(B_S)^2 = (B_{S_1}^2 + B_{S_2}^2) \quad (3.32)$$

Και αντίστοιχα το ολικό συστηματικό στη μέτρηση της μάζας αντίστασης M_x δίνεται από την εξίσωση

$$(B_{M_x})^2 = (B_{M_{x1}}^2 + B_{M_{x2}}^2 + B_{M_{x3}}^2 + B_{M_{x4}}^2) \quad (3.33)$$

Επιπρόσθετα, ο Πίνακας 3.3 των μετρήσεων των πειραμάτων χρησιμεύει στο να εξαγάγουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση για το C_T , μιας και πρόκειται για πολλαπλά πειράματα επαναλαμβανόμενα κάτω από φαινομενικά ίδιες συνθήκες. Η πρώτη στήλη αριθμεί τους γύρους, στη

Πίνακας 3.3 Πειραματικές μετρήσεις, μέση τιμή και τυπική απόκλιση ($V = 2,761\text{m/s}$).

Test #	Offset value R_T , (kg)	Volt/ter Display R_T , (kg)	Nominal R_T , (N)	$C_T \times 10^{-3}$ 18,1°C (-)	$C_T \times 10^{-3}$ 15°C (-)
1	0,667	22,255	211,629	25,137	25,185
2	0,650	22,152	210,786	25,036	25,083
3	0,624	22,469	214,149	25,436	25,482
4	0,015	21,772	213,286	25,333	25,379
5	0,010	21,808	213,688	25,381	25,427
6	0,003	21,637	212,080	25,190	25,236
7	0,003	21,641	212,119	25,195	25,241
8	0,005	21,870	214,345	25,459	25,505
9	0,016	21,710	212,668	25,260	25,306
10	0,013	21,613	211,747	25,150	25,197

Mean value, μ :	212,650	25,258	25,304
Standard Deviation, σ :	1,180	0,140	0,140

δεύτερη στήλη έχουμε τις τιμές αναφοράς του οργάνου (*offset value*) υπό συνθήκες μηδενικού φορτίου πριν τη διενέργεια έκαστου γύρου, η τρίτη περιέχει τις μετρήσεις (δηλ. την έξοδο του βολτόμετρου στο τέλος κάθε γύρου), και η τέταρτη αντιπροσωπεύει την «πραγματική μέτρηση» (nominal value), δηλ. αφαιρείται από την έξοδο του βολτόμετρου η ποσότητα θορύβου (*offset value*) του οργάνου. Στην πέμπτη στήλη υπολογίζονται από τον τύπο

$$C_T = \frac{M_x \cdot g}{0,5 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S} \quad (3.34)$$

οι τιμές του συντελεστή ολικής αντίστασης C_T , με την πυκνότητα του νερού της δεξαμενής να αντιστοιχεί σε $\rho = 998,58 \text{ kg/m}^3$, για τη θερμοκρασία πειράματος $t_W = 18,1^\circ\text{C}$. Τέλος στην έκτη στήλη οι τιμές C_T μετατρέπονται στη θερμοκρασία των 15°C για λόγους διεργασιολογικών συγκρίσεων μέσω του τύπου (ITTC-1978 prediction method):

$$C_T^{15^\circ\text{C}} - C_T^{t_W} = (1 + k) \cdot (C_F^{15^\circ\text{C}} - C_F^{t_W}) \quad (3.35)$$

Με την τυπική απόκλιση σ_{C_T} γνωστή μπορεί εύκολα να υπολογισθεί η ακτίνα ακρίβειας της μέσης τιμής του συντελεστή, P_{C_T} :

$$P_{C_T} = K \cdot \sigma_{C_T} / \sqrt{M} \rightarrow \quad (3.36)$$

$$P_{C_T} = 8,87 \cdot 10^{-5}$$

όπου K , ο συντελεστής κάλυψης (*coverage factor*) επιλέγεται ίσος με 2, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, και $M = 10$ το πλήθος των πειραματικών μετρήσεων.

Η ολική αβεβαιότητα στην τιμή του συντελεστή ολικής αντίστασης θα βρεθεί ως,

$$(U_{C_T})^2 = (B_{C_T})^2 + (P_{C_T})^2 \quad (3.37)$$

όπως έχει αναφερθεί στη θεωρία του *Κεφαλαίου 2*. Εδώ να τονιστεί ότι η ITTC δε λαμβάνει υπόψιν λάθη που σχετίζονται με μετατροπές θερμοκρασιών, κι επομένως θεωρεί ότι:

$$B_{C_T}^{15^\circ\text{C}} = B_{C_T}^{t_w} \quad (3.38)$$

Για το συστηματικό σφάλμα B_{C_T} στην τιμή του συντελεστή ολικής αντίστασης αναλύουμε με χρήση συντελεστών ευαισθησίας θ_S , θ_V , θ_{M_x} , θ_ρ , ώστε να συνθέσουμε τους όρους της εξίσωσης:

$$(B_{C_T}^{t_w})^2 = (\theta_S B_S)^2 + (\theta_V B_V)^2 + (\theta_{M_x} B_{M_x})^2 + \left[\theta_\rho (B_\rho + \theta_{\rho t_w} B_{t_w}) \right]^2 \quad (3.39)$$

Όπου είναι:

Συντελεστής ευαισθησίας λόγω μεταβολής της βρεχόμενης επιφάνειας,

$$\theta_S = \frac{\partial C_T}{\partial S} = \frac{M_x g}{\frac{1}{2} \rho V^2} \left[-\frac{1}{S^2} \right] \quad (3.40)$$

Συντελεστής ευαισθησίας λόγω αυξομειώσεων της ταχύτητας του μοντέλου,

$$\theta_V = \frac{\partial C_T}{\partial V} = \frac{M_x g}{\frac{1}{2}\rho S} \left[-\frac{2}{V^3} \right] \quad (3.41)$$

Συντελεστής ευαισθησίας λόγω μεταβολής της μετρούμενης μάζας αντίστασης M_x (στην x-κατεύθυνση),

$$\theta_{M_x} = \frac{\partial C_T}{\partial M_x} = \frac{g}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (4.42)$$

Συντελεστής ευαισθησίας λόγω μεταβολής της πυκνότητας νερού της δεξαμενής,

$$\theta_\rho = \frac{\partial C_T}{\partial \rho} = \frac{M_x g}{\frac{1}{2}V^2 S} \left[-\frac{1}{\rho^2} \right] \quad (3.43)$$

Συντελεστής ευαισθησίας λόγω μεταβολής της θερμοκρασίας νερού της δεξαμενής,

$$\theta_{\rho t_w} = \frac{\partial \rho}{\partial t_w} (t_w = 18,1 \text{ }^\circ\text{C}) = |0,0638 - 0,0173t_w + 0,0001897t_w^2| \quad (3.44)$$

Και οι αντίστοιχες τιμές τους,

Πίνακας 3.4 Συντελεστές ευαισθησίας ($V = 2,761\text{m/s}$).

	Value	Unit
θ_S	-0,011445	1/m ²
θ_V	-0,018339	1/(m/s)
θ_{M_x}	0,001164	m/N·s ²
θ_ρ	-0,000025	m ³ /kg
$\theta_{\rho t_w}$	0,187412	1/°C

Πινακοποιημένα τα δεδομένα εισόδου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 3.5 Δεδομένα εισόδου ($V = 2,761\text{m/s}$).

Parameter	Unit	Value
Length L_{WL}	m	2,758
Beam B	m	0,857
Draft T	m	0,229
Wetted surface area S	m^2	2,212
Gravity g	m/s^2	9,803
Density ρ	Kg/m^3	998,58
Kinematic viscosity ν	m^2/s	$1,052 \times 10^{-6}$
Coverage factor K	-	2
Model speed V	m/s	2,761
Water temperature t_w	$^{\circ}\text{C}$	18,1
Error in hull form, B_{S1}	m^2	0,006
Error in displacement, B_{S2}	m^2	0,005
Speed bias, B_V	m/s	0,0001
Calibration bias, B_{Mx1}	kg	0
Curve fit bias, B_{Mx2}	kg	0,016
Load cell misalignment, B_{Mx3}	kg	0
Towing force inclination, B_{Mx4}	kg	0
Water temperature bias, B_{t_w}	$^{\circ}\text{C}$	0,2
Water density bias, B_{ρ}	kg/m^3	0,012

Αντίστοιχα οι εξαγόμενες τιμές αβεβαιότητας του υπολογιστικού φύλλου είναι,

Πίνακας 3.6 Ζητούμενες τιμές αβεβαιότητας ($V = 2,761\text{m/s}$, $t_w = 15^{\circ}\text{C}$).

Bias limit, $B_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,091
Precision limit, $P_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,089
Total uncertainty, $U_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,127

Για τον υπολογισμό των B_{S_1} , B_{S_2} , B_V , $B_{M_{x1}}$, $B_{M_{x2}}$, $B_{M_{x3}}$, $B_{M_{x4}}$, B_{t_w} , B_ρ ακολουθεί ανάλυση στο Κεφάλαιο 4.

Έχουμε λοιπόν ότι:

$$C_T = C_T^{15^\circ\text{C}} \pm U_{C_T}^{15^\circ\text{C}} = (25,304 \pm 0,127) \times 10^{-3}$$

$$\text{ή } C_T = C_T^{15^\circ\text{C}} \pm 0,5\% \cdot C_T^{15^\circ\text{C}} \quad (2,761\text{m/sec})$$

αφού ως τιμή αναφοράς στο υπολογιστικό φύλλο της ΙΤΤC χρησιμοποιείται η τιμή του C_T στους 15°C .

Στην εφαρμογή αυτή παρατηρείται ότι το ποσό της αβεβαιότητας του C_T προέρχεται τόσο από τα συστηματικά σφάλματα όσο και από τυχαία σφάλματα, αφού

$$B_{C_T} = 51,5\% U_{C_T}^{15^\circ\text{C}} \quad \text{και} \quad P_{C_T} = 48,5\% U_{C_T}^{15^\circ\text{C}} \quad (2,761\text{m/sec})$$

Για την ταχύτητα των $3,221\text{m/sec}$ οι πειραματικές μετρήσεις και οι συντελεστές ευαισθησίας περιέχονται στους Πίνακες 3.7 και 3.8. Δεν παραθέτουμε ξανά τον Πίνακα 3.5, διότι το μόνο που αλλάζει στις τιμές εισόδου είναι η ταχύτητα, η οποία τώρα θα ισούται με $V = 3,221\text{m/sec}$.

Πίνακας 3.7 Πειραματικές μετρήσεις, μέση τιμή και τυπική απόκλιση ($V = 3,221\text{m/s}$).

Test #	Offset value R_T , (kg)	Volt/ter Display R_T , (kg)	Nominal R_T , (N)	$C_T \times 10^{-3}$ $18,1^\circ\text{C}$ (-)	$C_T \times 10^{-3}$ 15°C (-)
1	0,019	27,397	268,389	23,423	23,467
2	0,023	27,376	268,144	23,402	23,446
3	0,043	27,369	267,880	23,379	23,422
4	0,056	27,371	267,772	23,369	23,413
5	0,056	27,368	267,742	23,367	23,410
6	0,056	27,438	268,428	23,427	23,470
7	0,051	27,367	267,781	23,370	23,414
8	0,056	27,443	268,477	23,431	23,475
9	0,083	27,358	267,380	23,335	23,379
10	0,093	27,459	268,272	23,413	23,457

Mean value, μ :	268,027	23,392	23,435
Standard Deviation, σ :	0,368	0,032	0,032

Πίνακας 3.8 Συντελεστές ευαισθησίας (V = 3,221m/s).

	Value	Unit
θ_S	-0,010595	1/m ²
θ_V	-0,014552	1/(m/s)
θ_{M_x}	0,000856	m/N·s ²
θ_ρ	-0,000023	m ³ /kg
$\theta_{\rho_{tw\rho}}$	0,187412	1/°C

Καταλήγουμε στα εξαγόμενα:

Πίνακας 3.9 Ζητούμενες τιμές αβεβαιότητας (V=3,221m/s).

Bias limit, $B_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,084
Precision limit, $P_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,020
Total uncertainty, $U_{C_T} \times 10^{-3}$	-	0,086

Άρα:

$$C_T = C_T^{15^\circ\text{C}} \pm U_{C_T}^{15^\circ\text{C}} = (23,435 \pm 0,086) \times 10^{-3}$$

$$\text{ή } C_T = C_T^{15^\circ\text{C}} \pm 0,37\% \cdot C_T^{15^\circ\text{C}} \quad (3,221\text{m/sec})$$

Από τον Πίνακα 3.9 φαίνεται ότι τα συστηματικά σφάλματα στην ταχύτητα των 3,221 m/sec παίζουν κυρίαρχο ρόλο στη διεξαγωγή του πειράματος αντίστασης, αφού

$$B_{C_T} = 95\% U_{C_T}^{15^\circ\text{C}} \quad (3,221\text{m/sec})$$

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή συμπεραίνουμε ότι με την αύξηση της ταχύτητας μειώνεται η αβεβαιότητα στις μετρήσεις του C_T (ως ποσοστό της εκάστοτε αναθετίσας τιμής του C_T στους 15°C). Αυτό φαίνεται και στον Πίνακα 3.10.

Πίνακας 3.10 Μεταβολή μεγέθους της αβεβαιότητας ως προς τις διαφορετικές ταχύτητες πειράματος.

<i>Froude</i> (-)	$C_T^{15^\circ\text{C}} \times 10^{-3}$ (-)	$U_{CT}^{15^\circ\text{C}}$ (% $C_T^{15^\circ\text{C}}$)
0,53	25,304	0,50
0,62	23,435	0,37

Η υπολογιζόμενη τιμή της αβεβαιότητας σχετίζεται κάθε φορά με τη διαδικασία προετοιμασίας που προηγήθηκε του πειράματος, όντας μοναδική και είναι λογικό να διαφέρει ακόμη κι αν οι σχετικές προετοιμασίες είναι λίγο πολύ οι ίδιες για όλα τα πειράματα στη δεξαμενή.

Μάλιστα αν εξετάσουμε τους συντελεστές μεγέθυνσης αβεβαιότητας των βασικών παραμέτρων R_T , S , V , ρ , όπως ορίζονται από την εξίσωση σχετικής αβεβαιότητας του συντελεστή C_T (αναφορά στην Εξ. 1.5c)

$$\frac{u_{C_T}^2}{C_T^2} = \left(\frac{R_T}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial R_T}\right)^2 \left(\frac{U_{R_T}}{R_T}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \rho}\right)^2 \left(\frac{U_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{S}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial S}\right)^2 \left(\frac{U_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{V}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial V}\right)^2 \left(\frac{U_V}{V}\right)^2 \quad (3.45)$$

διαπιστώνουμε ότι η επιρροή της αβεβαιότητας της ταχύτητας μεγεθύνει περισσότερο από τις υπόλοιπες μεταβλητές την αβεβαιότητα στο C_T ,

$$UMF_{R_T} = \frac{R_T}{C_T} \left(\frac{\partial C_T}{\partial R_T}\right) = 1 \quad (3.46)$$

$$UMF_\rho = \frac{\rho}{C_T} \left(\frac{\partial C_T}{\partial \rho}\right) = -1 \quad (3.47)$$

$$UMF_S = \frac{S}{C_T} \left(\frac{\partial C_T}{\partial S}\right) = -1 \quad (3.48)$$

$$UMF_V = \frac{V}{C_T} \left(\frac{\partial C_T}{\partial V}\right) = -2 \quad (3.49)$$

διότι σύμφωνα με την Εξ. 3.49 η επίδραση της είναι διπλάσια, από ότι των υπόλοιπων μεταβλητών. Βέβαια η ταχύτητα V συναντάται και στον τύπο αναγωγής του C_T στους 15°C (Εξ. 3.35), αφού βρίσκεται στον παρονομαστή του συντελεστή τριβής C_F , με την παρουσία του αριθμού Reynolds (Εξ. 3.2),

$$C_F = \frac{0,075}{\left(\log \frac{V \cdot L_{WL}}{\nu} - 2\right)^2}$$

Και επειδή είναι η μόνη μεταβλητή με σημαντική αβεβαιότητα, είναι αυτή που καθορίζει και τις διαφορές $C_F^{15^\circ\text{C}} - C_F^{18,1^\circ\text{C}}$, $C_T^{15^\circ\text{C}} - C_T^{18,1^\circ\text{C}}$, συνεπώς και το μέγεθος του $C_T^{15^\circ\text{C}}$.

Βέβαια μια εξέταση του πειράματος σε περισσότερες ταχύτητες θα αποδώσει μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τη μεταβολή της αβεβαιότητας στο C_T σε όλο το εύρος των ταχυτήτων.

Βιβλιογραφία κεφαλαίου:

1. Longo J., Stern F., *Uncertainty Assessment for Towing Tank Test with Example for Surface Combatant DTMB Model 5415*, Journal of Ship Research, Vol.49, 2005.
2. ITTC, *Testing and Extrapolation Methods, General Guidelines for Uncertainty Analysis in Resistance Towing Tank Tests*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-02, 2008.
3. ITTC, *Testing and Extrapolation Methods, Resistance, Uncertainty Analysis Spreadsheet for Resistance Measurements*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-03, 2002.
4. ITTC, *Uncertainty Analysis Instrument Calibration*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-01-03-01, Rev.01, 2014.
5. ITTC, *Fresh Water and Sea Water Properties*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-02-01-03, Rev.02, 2011.
6. Harvey A.H., Peskin A.P., and Klein S.A., *NIST/ASME Steam Properties Version 2.22: User's Guide*, National Institute for Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland, USA.
7. Πολίτης Γ.Κ., *Σημειώσεις μαθήματος «Αντίσταση και Πρόωση Πλοίου»*, ΕΜΠ 2008.
8. ITTC, *Seakeeping Experiments*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-07-02.1, 2011.
9. ITTC, *General Guideline for Uncertainty Analysis in Resistance Tests*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-02, Rev.02, 2014.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4°: Περιγραφή τρόπου διεξαγωγής πειραμάτων και ανάλυση βασικών παραμέτρων Αβεβαιότητας στα πειράματα Αντίστασης

Στις επόμενες παραγράφους θα αναφερθούμε στην περιγραφή του τρόπου διεξαγωγής των πειραμάτων, την εγκατάσταση και βαθμονόμηση των μετρητικών συστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα, στο σκεπτικό προσδιορισμού των πηγών αβεβαιότητας, και στη μέθοδο ανάλυσης που οδηγεί στο τελικό αποτέλεσμα. Όλες οι παράμετροι συνδυάζονται σε ενιαίο υπολογιστικό φύλλο [16] που εκπονήθηκε στα πλαίσια της διπλωματικής για τον άμεσο προσδιορισμό της αβεβαιότητας των μετρήσεων.

4.1 Τρόπος διεξαγωγής

Τα πειράματα έλαβαν χώρα στην πειραματική δεξαμενή του ΕΝΘΥ ονομαστικών διαστάσεων όπως φαίνονται στον Πίνακα 4.1, για να διερευνηθεί η δυναμική συμπεριφορά ενός πρότυπου πλοίου σε ήρεμο νερό, καθώς και να προσδιοριστούν τα μεγέθη υδροδυναμικής αντίστασης R_T , της ανύψωσης του κέντρου βάρους σ , της διαγωγής τ , και του ποσού αβεβαιότητας που εμπεριέχεται στις μετρήσεις τους.

Πίνακας 4.1 Διαστάσεις πειραματικής δεξαμενής ΕΝΘΥ.

Κύριες διαστάσεις δεξαμενής ΕΝΘΥ	
Μήκος L_T	95,00m
Πλάτος B_T	4,60m
Βάθος h	3,00m
Εγκάρσια επιφάνεια $A_T = B_T \cdot h$	13,80m ²



Η δεξαμενή είναι εξοπλισμένη με φορείο που κινείται πάνω σε σιδηροτροχιές, με τη βοήθεια τεσσάρων ηλεκτροκινητήρων. Στο φορείο προσδένονται τα πρότυπα και εγκαθίσταται ο απαιτούμενος μετρητικός εξοπλισμός. Η κίνηση του είναι πλήρως αυτοματοποιημένη με ταχύτητα που αγγίζει τα: $V_{car.wheel} = 5,5 \text{ m/s}$. Επιπλέον, η δεξαμενή διαθέτει μηχανισμό παραγωγής κυμάτων (κυματιστήρας) στο ένα άκρο και ειδική ξύλινη διάταξη απόσβεσης κυμάτων (αποσβεστήρας) στο άλλο άκρο.

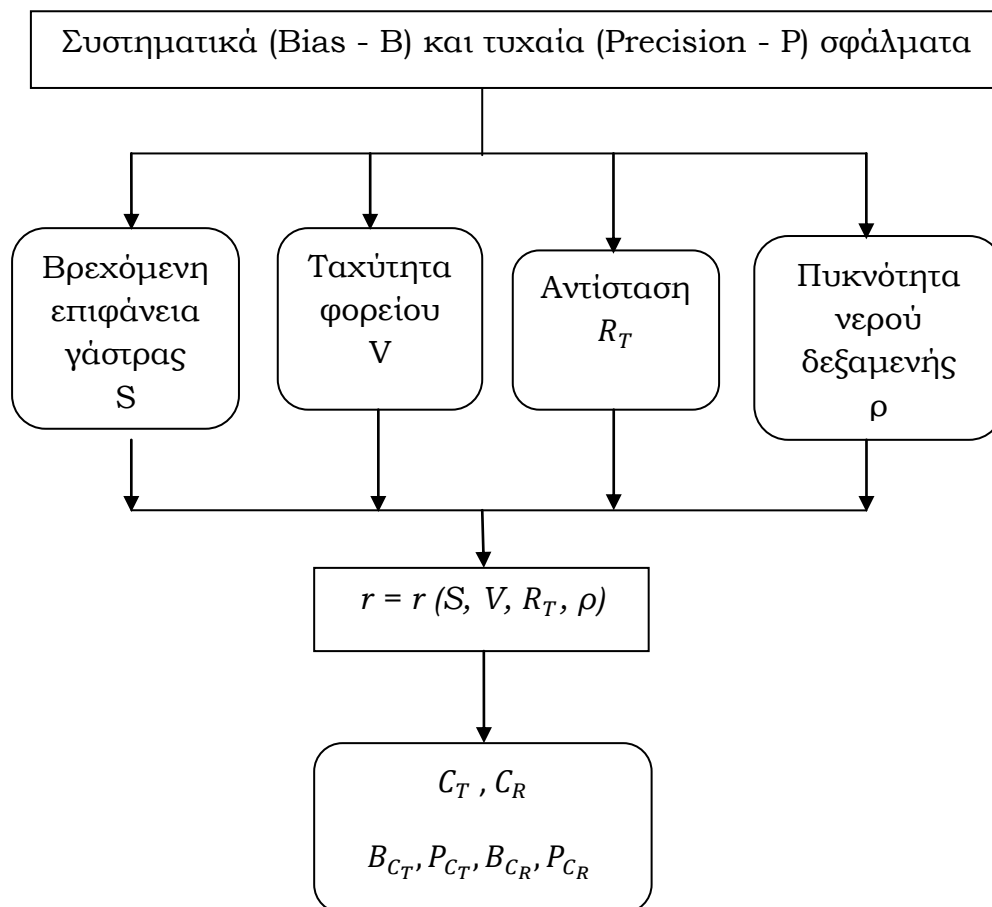
Στα πλαίσια της εργασίας εξετάστηκε μοντέλο πλοίου, με χαρακτηριστικά που αναγράφονται στον *Πίνακα 3.1*. Πραγματοποιήθηκαν συνολικά δυο σει πειραμάτων, ένα για κάθε εξεταζόμενη ταχύτητα, στα οποία ο αριθμός των γύρων (ή τρεξιμάτων ή run) του προτύπου για κάθε ταχύτητα ισούται με δέκα ($M = 10$). Το γεγονός αυτό δίνει τη δυνατότητα να θεωρήσουμε συντελεστή κάλυψης $K = 2$, στις εκτιμήσεις αβεβαιότητας των εξεταζόμενων μεγεθών, βάσει της θεωρίας μεγάλου δείγματος (*Κεφ. 2*). Εξετάστηκαν οι ταχύτητες δοκιμών $V = 2,761 \text{ m/s}$ ($Fr = 0,53$) και $V = 3,221 \text{ m/s}$ ($Fr = 0,62$), όπως υπολογίζονται από τις αντίστοιχες ταχύτητες του πλοίου με βάση τον αριθμό Froude.

Χάριν ευκολίας αλλά και πειραματικής συνέπειας, τα πειράματα ολοκληρώνονται την ίδια ημέρα, ώστε να αποτραπούν μεγάλες διακυμάνσεις δυο εκ των βασικών παραμέτρων της ανάλυσης αβεβαιότητας (θερμοκρασίας και πυκνότητας νερού δεξαμενής), καθώς και για να μην αποσυναρμολογηθεί ο εξοπλισμός του εργαστηρίου (γεγονός που θα μπορούσε να προκαλέσει διαφορετικά τυχαία και συστηματικά σφάλματα στις μετρήσεις). Επιπλέον, οι διαδικασίες βαθμονόμησης των μετρητικών οργάνων πραγματοποιούνται με σχολαστικότητα λίγο πριν την έναρξη των πειραμάτων. Τα αποτελέσματα των βαθμονομήσεων καταγράφονται στην *Ενότητα 4.3*.

4.2 Ταυτοποίηση πρωταρχικών πηγών αβεβαιότητας (*Evaluating elemental sources of uncertainty*)

Σύμφωνα με όσα έχουν ειπωθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, πρώτο μέλημα για την εφαρμογή μιας ανάλυσης αβεβαιότητας είναι η ταυτοποίηση των πηγών αβεβαιότητας και ο καθορισμός των εξισώσεων συσχέτισης των αντίστοιχων μεγεθών. Για το σκοπό αυτό, καλό είναι να διατυπωθεί ένα διάγραμμα του συνόλου του πειράματος ώστε να βοηθήσει στην ταυτοποίηση αβεβαιοτήτων των εμπλεκόμενων μεταβλητών (είτε αυτές έχουν σταθερή τιμή καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος, είτε η πληροφορία για την τιμή τους αποκτάται μέσω κάποιας διαδικασίας μέτρησης).

Η παράσταση ενός τέτοιου διαγράμματος (παρόμοιο της Εικόνας 2.1), διασφαλίζει τη ροή της πληροφορίας και την απόκτηση της, μέσω των επιμέρους συστημάτων μέτρησης. Ο πειραματιστής μπορεί να ελέγχει ανά πάσα στιγμή την εξάρτηση ή και την επιρροή κάποιου παράγοντα, και να επιχειρήσει αλλαγή ή διόρθωση της πειραματικής διαδικασίας ή και του μετρητικού εξοπλισμού, αν το κρίνει εύλογο. Έτσι, η ιδέα της ανάλυσης των σφαλμάτων στα πειράματα αντίστασης όπου ζητούμενο είναι η αξιοπιστία στις τιμές των συντελεστών ολικής αντίστασης C_T και υπόλοιπης αντίστασης C_R , στηρίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

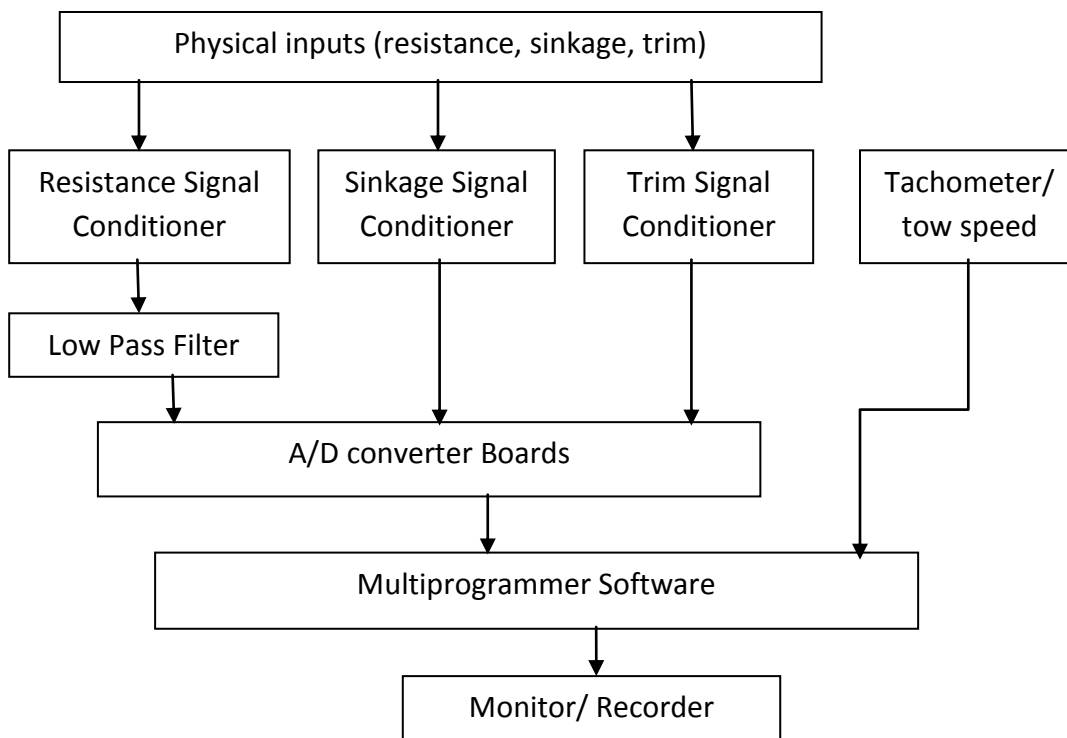


Διάγραμμα 4.1 Διάδοση σφαλμάτων στις μετρούμενες μεταβλητές που επηρεάζουν το συντελεστή ολικής αντίστασης C_T , των πειραμάτων Αντίστασης.

Συστηματικά και τυχαία σφάλματα επιδρούν σε καθεμία εκ των μεταβλητών $S - V - R_T - \rho$, συνθέτωντας το τυχαίο (P_{C_T}) και το συστηματικό (B_{C_T}) σφάλμα του συντελεστή C_T .

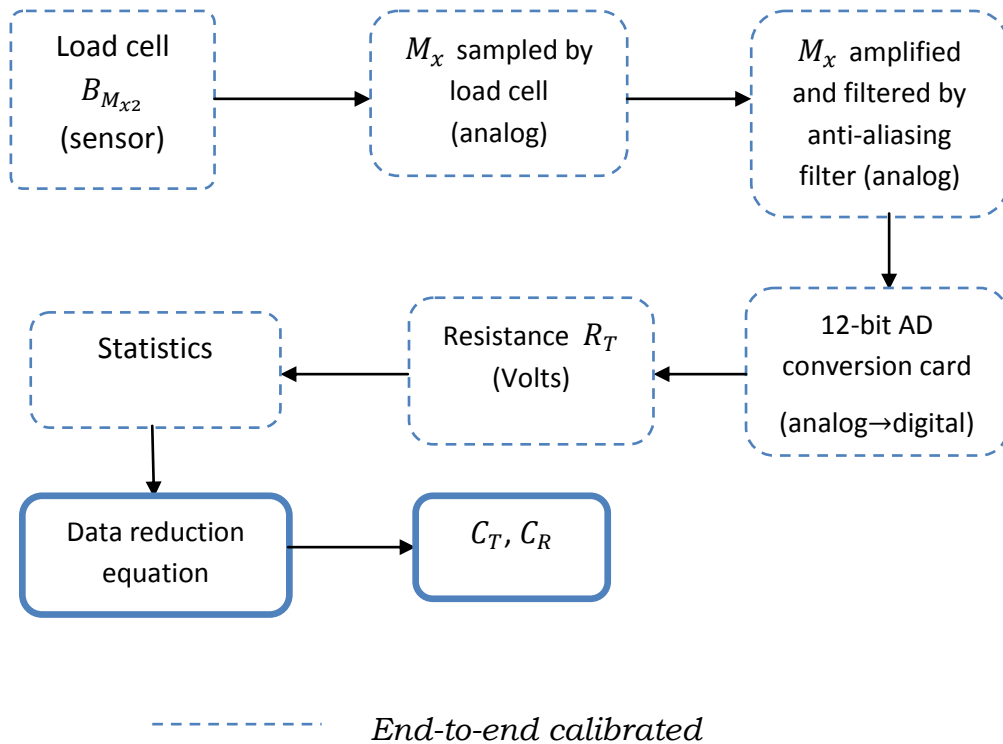
Ειδικότερα, για τη μέτρηση της αντίστασης (resistance, R_T) όπως και των μεγεθών διαγωγής (pitch, τ) και κατακόρυφης κίνησης (heave, σ) του κέντρου βάρους του μοντέλου χρησιμοποιείται το δυναμόμετρο της *ATI Industrial Automation* τύπου R47, με τον κατάλληλο συνδυασμό αισθητήρων. Συστηματικά λάθη που αφορούν το δυναμόμετρο και τους αισθητήρες σημάτων εκ του εργοστασίου κατασκευής, είναι οι πρωταρχικές ενδείξεις μη αξιοπιστίας των μετρήσεων στις οποίες θα πρωτοεστιάσει ο μετρολόγος.

Το συνολικό διάγραμμα του ηλεκτρονικού εξοπλισμού και οι συνδεσμολογίες έκαστου συστήματος λήψης δεδομένων και ροής της πληροφορίας για τα μεγέθη $R_T - \sigma - \tau$, απεικονίζονται ξεχωριστά στα παρακάτω διαγράμματα:



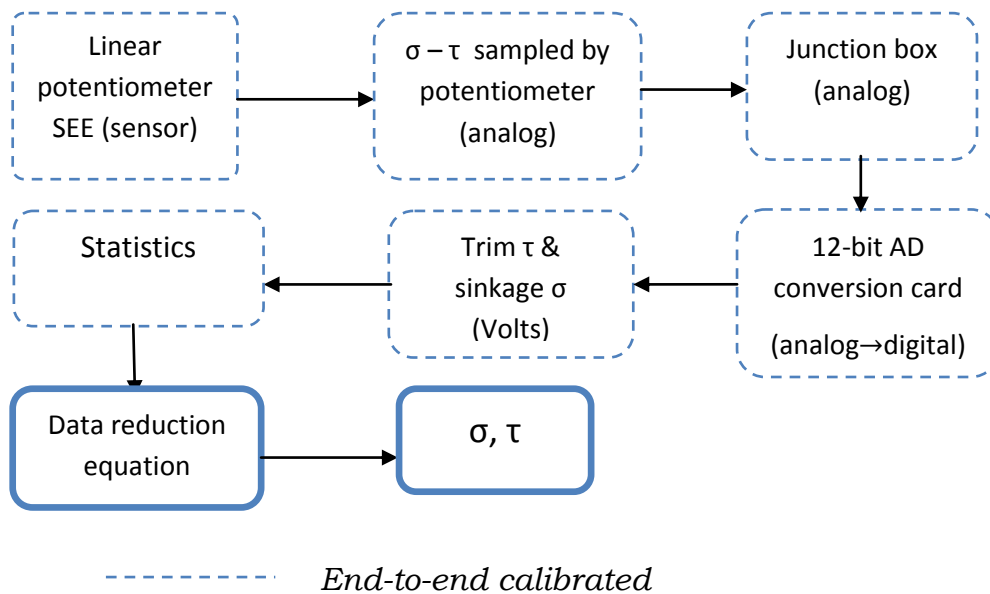
Διάγραμμα 4.2 Αναπαράσταση συνολικού συστήματος λήψης δεδομένων.

Από το Διάγραμμα 4.3 ανιχνεύεται τουλάχιστον μία από τις πρωταρχικές πηγές αβεβαιότητας που αφορούν την τιμή της R_T . Πρόκειται για τη συνιστώσα που αφορά στο σφάλμα βαθμονόμησης του αισθητήρα μέτρησης, $B_{M_{x2}}$, το οποίο αν δε διορθωθεί σε πρώτο στάδιο διαδίδεται

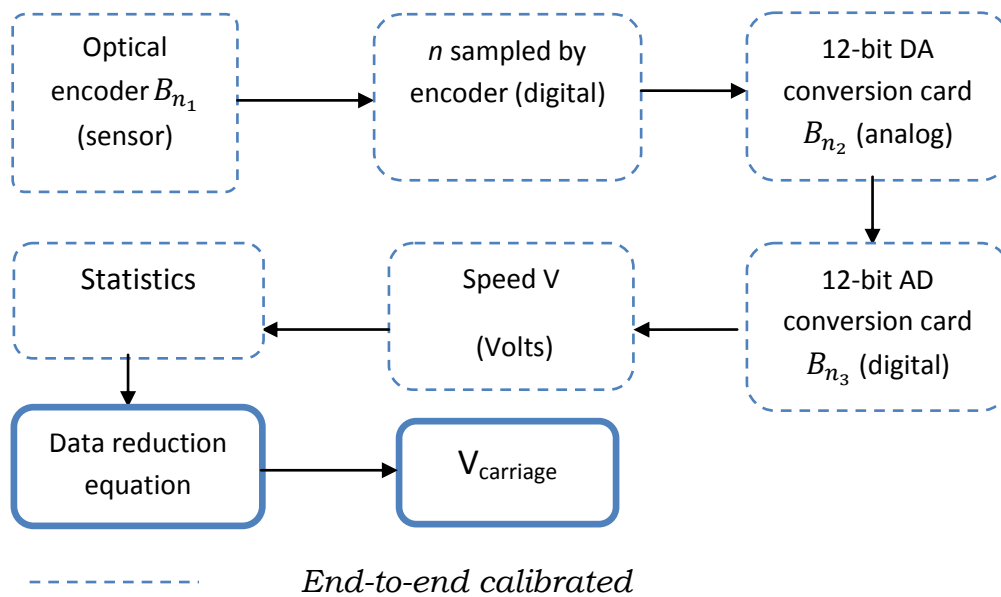


Διάγραμμα 4.3 Ροή πληροφορίας στη μέτρηση της αντίστασης.

καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Αντίστοιχα σφάλματα ενυπάρχουν και στους αισθητήρες των μεγεθών $\sigma - \tau$, τα μεγέθη των οποίων υπολογίζονται αναλυτικά στην *Ενότητα 4.3*.



Διάγραμμα 4.4 Ροή πληροφορίας στη μέτρηση διαγωγής και κατακόρυφης κίνησης μοντέλου.



Διάγραμμα 4.5 Ροή πληροφορίας στη μέτρηση της ταχύτητας του φορείου.

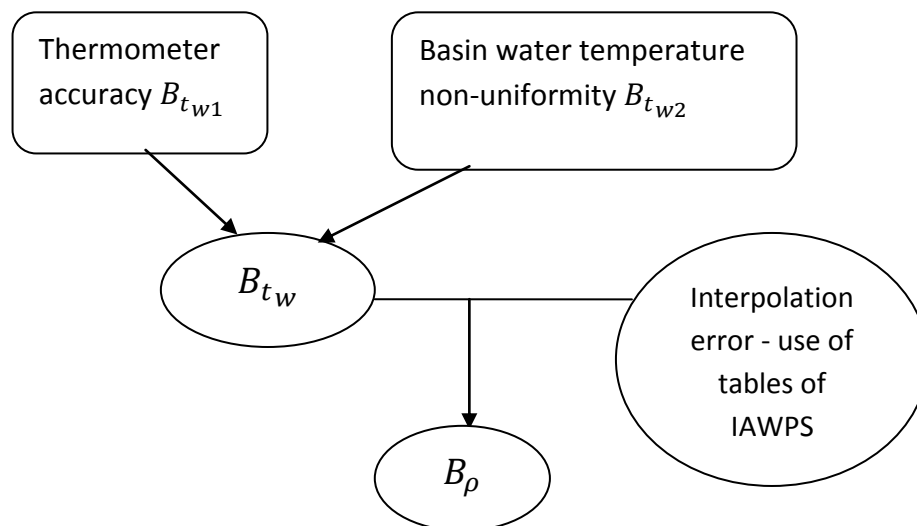
Η εξέταση του αντίστοιχου ηλεκτρονικού κυκλώματος της ταχύτητας δεν είναι εύκολη, και για το λόγο αυτό γίνεται μόνο από την κατασκευάστρια εταιρεία. Εμείς απλά παραθέτουμε τις πιθανές πηγές αβεβαιότητας ενός τέτοιου κυκλώματος, αναφερόμενοι στους παράγοντες επίδρασης του υπολογισμού της ταχύτητας του φορείου $V_{carriage}$ (Ενότητα 4.6).

Στα Διαγράμματα 4.3 έως 4.5 τα κουτιά που φαίνονται με διακεκομμένη γραμμή αποτελούν το μέρος του μετρητικού συστήματος που έχει υποβληθεί σε βαθμονόμηση end-to-end (ο λόγος έχει αναφερθεί στην Ενότητα 3.3.4). Αναμένεται λοιπόν οι μετρούμενες μεταβλητές $R_T - \sigma - \tau - V_{carriage}$ να περιέχουν ένα τουλάχιστον συστηματικό σφάλμα προερχόμενο από το σύστημα δειγματοληψίας (data acquisition system error). Επιπλέον, επειδή οι μεταβλητές αυτές είναι «ενεργές» στα πειράματα, δηλ. μεταβάλλουν το εύρος/τιμή τους σε αντίθεση με π.χ. τη βρεχόμενη επιφάνεια του μοντέλου, αντιστοιχίζεται σε αυτές και μια ανάλογη ποσότητα «τυχαίου» σφάλματος.

Όσον αφορά τη γεωμετρία του μοντέλου, το σκεπτικό εύρεσης/απόδοσης/αντιστοίχισης συστηματικού λάθους στη βρεχόμενη επιφάνεια S περιγράφεται στην Ενότητα 4.7.

Η εύρεση της πυκνότητας του νερού ρ , εφόσον το εργαστήριο του ΕΝΘΥ δε διαθέτει πυκνόμετρο, θα γίνει παρεμβάλλοντας την τιμή της

θερμοκρασίας του νερού δεξαμενής t_w , σε πρότυπους πίνακες της *International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS)* [6]. Σε αυτή την κατεύθυνση, οι πρωταρχικές πηγές που πρέπει κανείς να λάβει υπόψιν για την αβεβαιότητα στην πυκνότητα, σχετίζονται με την αβεβαιότητα μέτρησης της τιμής της θερμοκρασίας t_w , όπως φαίνεται παρακάτω:



Διάγραμμα 4.6 Μοντέλο εύρεσης αβεβαιότητας στην πυκνότητα ρ .

Οι εξισώσεις ανάλυσης της αβεβαιότητας στην πυκνότητα ρ αναγράφονται στην *Ενότητα 4.8*.

Φαίνεται λοιπόν ότι, όσο πιο προσεκτικά γίνεται η βαθμονόμηση των οργάνων που εμπλέκονται στη διαδικασία, τόσο περισσότερο περιορίζεται η διάδοση στρεβλωμένων εκτιμήσεων στις μετρήσεις. Υπενθυμίζεται ότι, απουσία διαδικασιών βαθμονόμησης (λόγω έλλειψης χρόνου, ή λόγω εκτεταμένου κόστους) πρέπει να αναζητηθεί σχετική εκτίμηση λάθους σε πιστοποιητικά κατασκευαστών για το συστηματικό χαρακτήρα των σφαλμάτων. Κατά τους *Coleman & Steele*, ο μόνος τρόπος να αναγνωριστούν πηγές με αλληλοεξαρτώμενα/συσχετιζόμενα συστηματικά σφάλματα (B_i) είναι, να αναγνωριστούν οι πρωταρχικοί παράγοντες που είναι κοινοί για μία ή περισσότερες μεταβλητές, και προκαλούν σχετικά αυξημένες (ή μειωμένες) τιμές των μεταβλητών.

Ο χρόνος δειγματοληψίας παίζει σημαντικό ρόλο ως προς την αναγνώριση του «τυχαίου» μέρους στην αβεβαιότητα. Είναι σαφές ότι μπορεί να υπάρχουν στο πείραμα παράγοντες που εξελίσσονται σε εντελώς διαφορετικό πλαίσιο χρόνου (time frame) σε σχέση με άλλους.

Αν π.χ. χρησιμοποιήσουμε ένα υψηλής δειγματοληπτικής ικανότητας σύστημα για να λάβουμε παρατηρήσεις για ένα διάστημα $\Delta t = 0,1$ s, οι παράγοντες που μεταβάλλονται ανά μεγάλες χρονικές περιόδους δευτερολέπτων, λεπτών, ωρών ή ημερών, δεν επιδρούν με τον αρμόζοντα τυχαίο τρόπο στις μετρήσεις.

Ευτυχώς για εμάς, τα μεγέθη που επηρεάζουν τις μετρήσεις των πειραμάτων αντίστασης δε μεταβάλλονται με τόσο μεγάλο χρονικό ορίζοντα. Ο καθορισμός των τυχαίων σφαλμάτων διαφέρει από εκείνο των συστηματικών, διότι μπορούμε να παρατηρήσουμε έως κάποιο σημείο τις διακυμάνσεις της τιμής ενός μεγέθους, είτε από προηγούμενη εμπειρία ή από τις πρόσφατες ενδείξεις μας. Οι *Coleman & Steele* αναφέρουν ότι το καλύτερο σημείο να ξεκινήσει η μελέτη των τυχαίων επιδράσεων είναι σε επίπεδο δειγματοληψίας του αποτελέσματος, (P_T ή P_{CT} στη συγκεκριμένη περίπτωση), και όχι σε πρωταρχικό επίπεδο επιρροής έκαστου παράγοντα, $(P_i)_M$. Αυτό ώστε να έχουμε μια πλήρη αντίληψη των τυχαίων μεταβολών στο τελικό αποτέλεσμα (π.χ. διακυμάνσεις της R_T , συνιστούν σε σφάλμα P_{RT}), παρά να αναζητήσουμε την τυχειότητα καθεμιάς από τις πρωταρχικές πηγές και να τις συνδυάσουμε στη συνέχεια (δηλαδή δε χρειάζεται να αναφερθούμε χωριστά σε $P_{RT}^{\text{αισθητηρίων οργάνων}}$, $P_{RT}^{\text{ενισχυτικών συστημάτων}}$, $P_{RT}^{\text{οργάνων ανάγνωσης}}$).

Για παράδειγμα, οι μετρήσεις που καταγράφονται σε κάθε γύρο ως χρονική ιστορία σημάτων (*Εικόνα 4.1*), υπό καθορισμένη συχνότητα δειγματοληψίας f_s (sampling rate), μετά από επεξεργασία (data processing) δίνουν τη μέση τιμή που αντιστοιχεί σε πλήθος N σημείων/records,

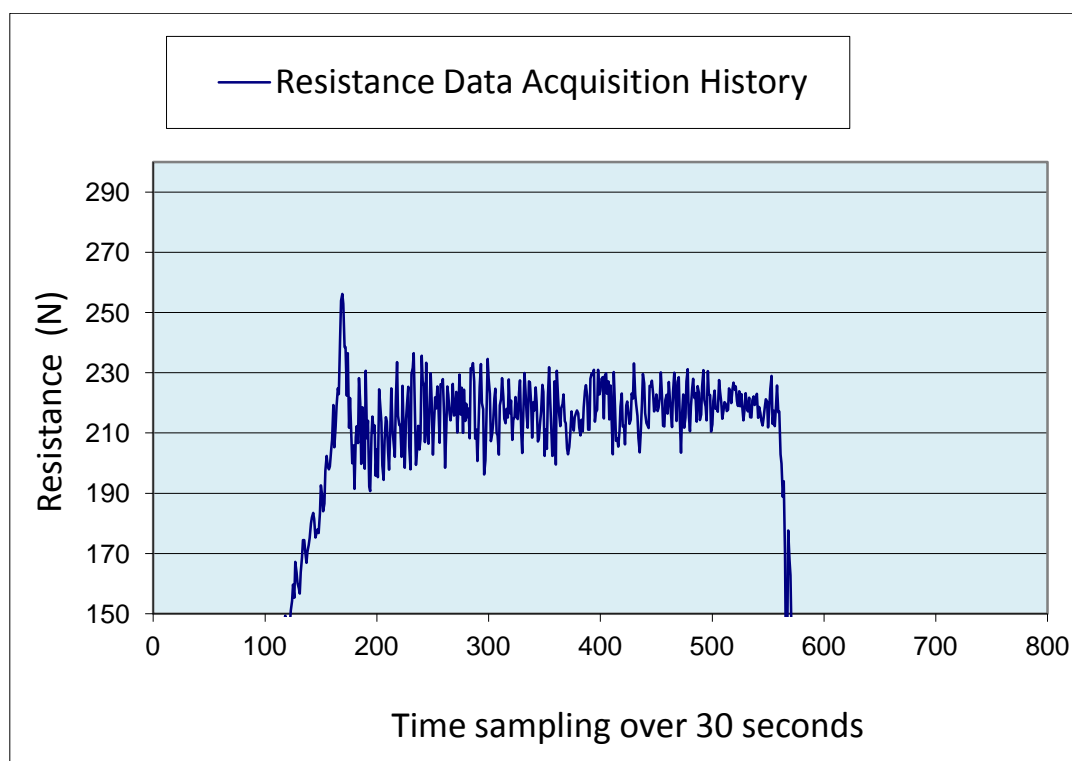
$$R_T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad (4.1)$$

και αντίστοιχα την τυπική απόκλιση σ_{R_T} του δείγματος, στην οποία βασίζεται το P_{RT} .

Στο σύνολο των πειραμάτων που πραγματοποιήσαμε, η συχνότητα δειγματοληψίας αντιστοιχεί σε $f_s = 25$ Hz, που σημαίνει ότι σε κάθε δευτερόλεπτο έχουμε δείγμα 25 διαφορετικών τιμών της R_T . Να τονιστεί εδώ ότι το τμήμα της καταγραφής που ενδιαφέρει αρχίζει τη στιγμή που το πρότυπο πλησιάζει την επιθυμητή ταχύτητα.

Η μεταβαλλόμενη τιμή της R_T καταγραφόταν σε σχετικό φύλλο του excel ώστε να υπολογιστεί η μέση τιμή. Όπως φαίνεται και από την *Εικόνα 4.1* πρέπει να επιλεγεί “κατάλληλο” χρονικό διάστημα για την

εκτίμηση της R_T αφού δεν ενδιαφέρει ιδιαίτερα η τιμή της κατά την έναρξη και λήξη του γύρου, όπου παρατηρούνται μεταβατικά φαινόμενα.



Εικόνα 4.1 Χρονική ιστορία σημάτων για το μέγεθος της αντίστασης ($1^{\text{ος}}$ γύρος – $V = 2,761\text{m/s}$).

Βέβαια είναι ένα θέμα το 'ποιά και πόσα «χρήσιμα» κελιά πληροφορίας' επιλέγει κάθε φορά ο πειραματιστής για να εξάγει τη μέση τιμή, αφού αφήνεται στη δική του κρίση να επιλέξει πότε θεωρεί εκείνος, πως έχει αναπτυχθεί επαρκώς το φαινόμενο. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ως παράδειγμα, η τυπική απόκλιση μέσων, μέγιστων και ελάχιστων τιμών των χρονικών ιστοριών της αντίστασης R_T , όπως εξάγεται από το διαφορετικού μεγέθους χρησιμοποιούμενο αριθμό «χρησιμων» κελιών για έκαστο γύρο, στο σετ πειραμάτων της ταχύτητας $V = 2,761\text{m/s}$. Παρατηρείται ότι η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής είναι σχεδόν η μισή της αντίστοιχης μέγιστης ή ελάχιστης έκαστου γύρου, γεγονός ικανοποιητικό για τη θεώρηση της μέσης τιμής ως αντιπροσωπευτικής του πειράματος. Συνήθως, η τυπική απόκλιση μιας «φιλτραρισμένης» (low-pass cut-off frequency) χρονικής ιστορίας είναι μικρότερη από

0,2%, οπότε η τυπική απόκλιση της μέσης τιμής του δείγματος θα είναι περίπου $0,2\%/\sqrt{300} \approx 0,01\%$.

Πίνακας 4.2 Τυπική απόκλιση της μέσης, μέγιστης και ελάχιστης τιμής της αντίστασης σε kg, $V = 2,761\text{m/s}$.

# run	# χρήσιμων κελιών	Average R_T (kg)	Max R_T (kg)	Min R_T (kg)
1	330	21,588	23,448	19,338
2	410	21,502	24,220	18,472
3	380	21,845	24,188	18,930
4	340	21,757	23,974	19,393
5	300	21,798	23,546	19,415
6	330	21,634	24,076	19,025
7	390	21,638	24,568	18,979
8	290	21,865	24,364	19,368
9	350	21,694	24,122	19,646
10	380	21,600	24,464	18,873
St.Dev.		0,120	0,364	0,348

Αυτό σημαίνει ότι η αβεβαιότητα στη μέτρηση 'μίας' τιμής (εν προκειμένω της μέσης τιμής) λόγω του **συστήματος λήψης δεδομένων** (DAS) είναι αμελητέα.

Στη συνέχεια ακολουθεί περιγραφή των ενεργειών προς συμπλήρωση του [16].

4.3 Διαδικασία βαθμονόμησης μετρητικών οργάνων

Αρχικά παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού της τυπικής αβεβαιότητας μεγέθους γ , με τη μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων. Η διαδικασία απαντάται στην περίπτωση βαθμονόμησης μιας συσκευής, ή επιβεβαίωσης ενός αναλυτικού μοντέλου, και συμβαίνει με παρατήρηση των εξαγόμενων τιμών του μεγέθους (δεδομένα απόκρισης γ_i) ύστερα από επιβολή γνωστών τιμών των παραμέτρων εισόδου x_i .

Για την υποτειθέμενη γραμμική συνάρτηση (η οποία χρησιμοποιείται ως μοντέλο των συναρτήσεων μεταφοράς των αισθητήρων του πειράματος),

$$y = Ax + B \quad (4.2)$$

οι τιμές των A (slope) και B (intercept) προσδιορίζονται μέσω ελαχιστοποίησης της έκφρασης:

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - B - A \cdot x_i)^2 \quad (4.3)$$

Όπου

$$B = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i \cdot y_i)}{\Delta} \quad (4.4)$$

$$A = \frac{N \cdot (\sum x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\Delta} \quad (4.5)$$

Με

$$\Delta = N \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2 \quad (4.6)$$

και N το πλήθος των πειραματικών σημείων.

Η αβεβαιότητα στην τιμή του αποτελέσματος y εκφράζεται από τη σχέση:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - B - A \cdot x_i)^2 \quad (4.7)$$

Ενώ η αβεβαιότητα στις τιμές των συντελεστών A και B υπολογίζονται ως:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sigma_y^2 \cdot N}{\Delta} \quad (4.8)$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\sigma_y^2 \cdot \sum x_i}{\Delta} \quad (4.9)$$

4.3.1 Ρύθμιση αισθητήρα αντίστασης

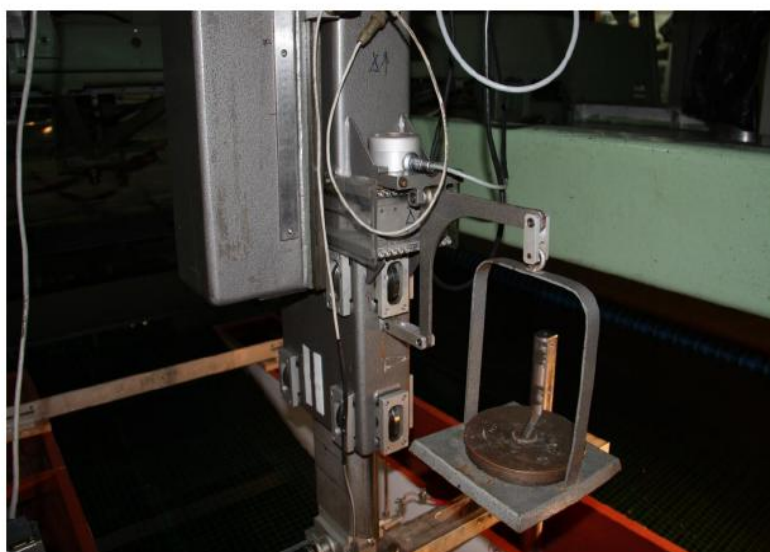
Τα δυναμόμετρα αντίστασης R35/R47 της εταιρείας Kempf & Remmers με τα αισθητήρια καταγραφής που διαθέτουν δύνανται να μετρήσουν την αντίσταση του προτύπου, καθώς και τους δύο βαθμούς ελευθερίας του προτύπου (heave, pitch). Το R47 που είναι γέφυρα Wheatstone αποτελούμενη από strain gauges, τροφοδοτείται από ένα πολυμετατροπέα σήματος (multi-SCU), ο οποίος κάνει και την πρώτη ενίσχυση του λαμβανομένου σήματος.

Τα δυναμόμετρα R35/R47 έχουν χαρακτηριστικά βαθμονόμησης τα οποία είναι γραμμικά εντός των ορίων 1‰ περίπου για όλη την περιοκή μετρήσεων συμπεριλαμβανομένης και της περιοχής υπερφόρτωσης.

Για την επιλογή κατάλληλου δυναμόμετρου, χρειαζόμαστε αρχικά κάποια εκτίμηση της υδροδυναμικής αντίστασης της γάστρας. Αυτή μπορεί να γίνει εάν υπάρχει κάποια βάση δεδομένων, ή από προσεγγιστικούς τύπους ή από συστηματικές σειρές αντίστασης. Επιπλέον, το εύρος βαθμονόμησης του δυναμόμετρου θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 1,5 φορές μεγαλύτερο του εύρους μετρήσεων στα πειράματα. Ιδιαίτερη μέριμνα πρέπει να δοθεί για την εν λόγω διαδικασία, αφού σύμφωνα με τον οδηγό της ITTC [4] σε πειράματα χαμηλών ταχυτήτων η προερχόμενη αβεβαιότητα από το δυναμόμετρο είναι εκείνη που υπεριοχύνει έναντι των υπόλοιπων πηγών αβεβαιότητας.

Η βαθμονόμηση του αισθητήρα της αντίστασης γίνεται τοποθετώντας πρότυπα βάρη σε πρόβολο που προσαρμόζεται στο δυναμόμετρο, όπως φαίνεται στην *Εικ. 4.2a*, ενώ το δυναμόμετρο τοποθετείται σε βραχίονα σαν και της *Εικ. 4.2b*. Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται κατά την τοποθέτηση του πρόβολου ώστε αυτός να συγκρατείται οριζόντιος καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων.

Αρχικά διεξάγονται μετρήσεις μερικών δευτερολέπτων χωρίς κανένα βάρος για να εκτιμηθούν οι τιμές μηδενός. Έπειτα τοποθετείται ο δίσκος βάρους 0,54 kg και στη συνέχεια πρότυπα βάρη 1, 2, 5, 7 kg ή και συνδυασμός αυτών, κοκ.



Εικόνα 4.2a Τοποθέτηση βαρών στον πρόβολο του δυναμόμετρου.



Εικόνα 4.2b Βραχίονας συγκράτησης δυναμόμετρου για τη διαδικασία της βαθμονόμησης.

Ο Πίνακας 4.3 περιέχεται στο ενιαίο υπολογιστικό φύλλο [16] στο **Sheet#2**. Δίνονται από το χρήστη στα γαλάζια κουτιά, τα προστιθέμενα βάρη y_i (τρίτη στήλη) και οι αντίστοιχες ενδείξεις του ποτενσιόμετρου *test point* (δεύτερη στήλη) ως δεδομένα εισόδου. Έπειτα από την αντιστοιχία των μεγεθών το φύλλο υπολογίζει τη συνάρτηση μεταφοράς του αισθητήρα (*transfer function*) που θα χρησιμοποιηθεί στην πειραματική ανάλυση. Αυτή για το εξεταζόμενο παράδειγμα προκύπτει:

$$y = - 2,071x + 0,047 \quad [x \text{ σε Volts, } y \text{ σε kg}]$$

Οι fitted values (του γραμμικού μοντέλου) της συνάρτησης μεταφοράς y_{LM} , φαίνονται στην τέταρτη στήλη. Στην πέμπτη στήλη υπολογίζεται η διαφορά $(y_i - y_{LM})$ η οποία ενδιαφέρει για την εύρεση του σφάλματος $SEE_{resistance}$.

Σύμφωνα με τον τύπο για το standard error estimation (SEE),

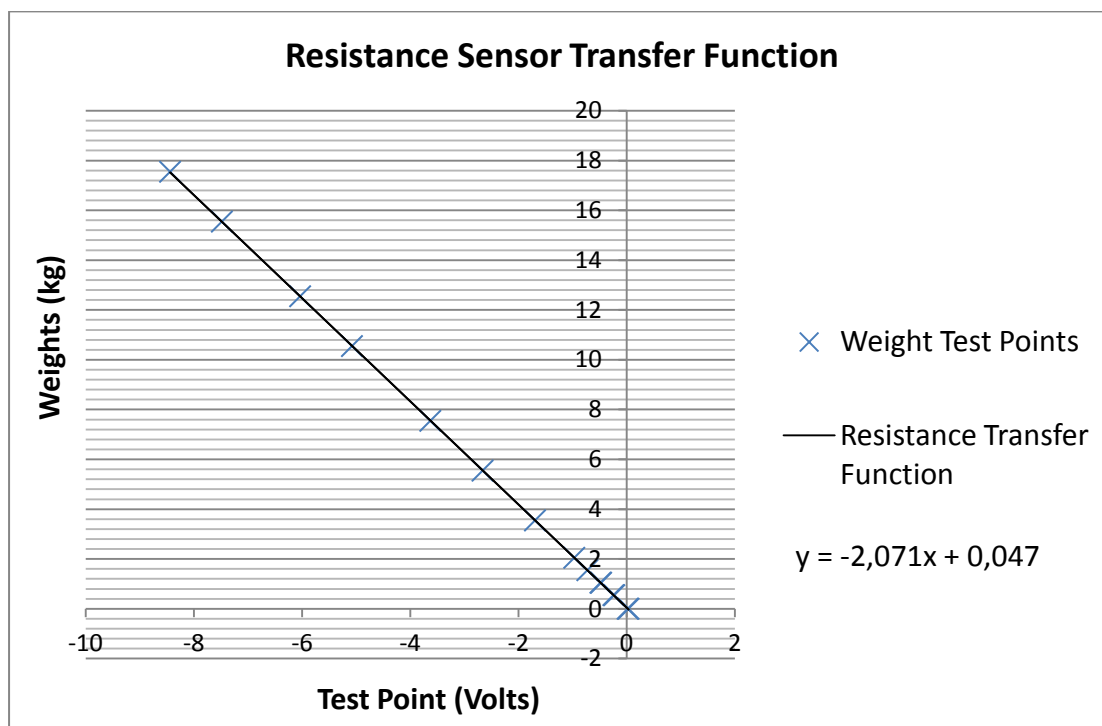
$$SEE = \sqrt{\sum_{i=1}^K \frac{(y_i - y_{LM})^2}{(N-2)}} \quad (4.10)$$

με N το πλήθος των χρησιμοποιούμενων τιμών κατά τη βαθμονόμηση (το οποίο είναι παράμετρος εισόδου στο φύλλο [16]), το εκτιμώμενο συστηματικό σφάλμα του αισθητήρα αντιστοιχεί σε:

$$SEE_{resistance} = \pm 0,016 \text{ kg.}$$

Πίνακας 4.3 Παρουσίαση αποτελεσμάτων βαθμονόμησης αισθητήρα αντίστασης.

No	Test Point (Volts)	Weights y_i (kg)	y of linear model, y_{LM} (kg)	$y_i - y_{LM}$ (kg)	$(y_i - y_{LM})^2$ (kg ²)
1	0,019	0	0,008267	-0,008267	0,000068
2	-0,244	0,545	0,553017	-0,008017	0,000064
3	-0,484	1,045	1,050127	-0,005127	0,000026
4	-0,726	1,545	1,551380	-0,006380	0,000041
5	-0,968	2,045	2,052633	-0,007633	0,000058
6	-1,694	3,545	3,556391	-0,011391	0,000130
7	-2,662	5,545	5,561402	-0,016402	0,000269
8	-3,628	7,545	7,562271	-0,017271	0,000298
9	-5,076	10,545	10,561502	-0,016502	0,000272
10	-7,480	15,545	15,540889	0,004111	0,000017
11	-6,034	12,545	12,545800	-0,000800	0,000001
12	-8,437	17,545	17,523116	0,021884	0,000479
13	-0,471	1,045	1,023201	0,021799	0,000475
14	-0,228	0,545	0,519877	0,025123	0,000631
15	0,035	0	-0,024873	0,024873	0,000619



Διάγραμμα 4.7 Συνάρτηση μεταφοράς αισθητήρα αντίστασης.

Η αβεβαιότητα στο συντελεστή B αντιστοιχεί σε $\sigma_B = \pm 0,002$ Volt, ενώ του συντελεστή A είναι $\sigma_A = \pm 0,001$ kg.

Το *Διάγραμμα 4.7* απεικονίζει τη συνάρτηση μεταφοράς των μετρήσεων αντίστασης, από όπου επιβεβαιώνεται η γραμμικότητα στη συμπεριφορά του αισθητήρα.

Για βαθμονόμηση στην αντίθετη κατεύθυνση ο πρόβλος βαθμονόμησης τοποθετείται στην άλλη πλευρά του δυναμόμετρου. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη βαθμονόμηση δυναμόμετρων μπορεί κανείς να αναζητήσει στα πρότυπα της ASTM [14] και OIML [17].

4.3.2 Βαθμονόμηση αισθητήρα διαγωγής

Για τη βαθμονόμηση του αισθητήρα διαγωγής (pitch) του δυναμόμετρου, δίνονται στο πέλμα του δυναμόμετρου συγκεκριμένες κλίσεις, τοποθετώντας κεκλιμένες σφήνες με γνωστές γωνίες y_i , κάτω από το πέλμα του (τρίτη στήλη/θετικές μοίρες αντιστοιχούν σε βύθιση πλήρης) και σημειώνουμε τις αντίστοιχες ενδείξεις του ποτενσιόμετρου *test point* (δεύτερη στήλη). Οι γωνίες y_i και οι ενδείξεις του ποτενσιόμετρου συνιστούν κι εδώ δεδομένα εισόδου στο φύλλο (Sheet#2). Έπειτα από την αντιστοιχία των μεγεθών, εξάγεται η συνάρτηση μεταφοράς του αισθητήρα του παραδείγματος:

$$y = - 2,359x - 0,119 \quad [x \text{ σε Volts, } y \text{ σε pitch angle, deg}]$$

Οι fitted values (του γραμμικού μοντέλου) της συνάρτησης μεταφοράς y_{LM} , φαίνονται στην τέταρτη στήλη. Στην πέμπτη στήλη υπολογίζεται η διαφορά ($y_i - y_{LM}$) η οποία ενδιαφέρει για την εύρεση σφάλματος SEE_{pitch} .

Όμοια, σύμφωνα με τον τύπο (4.10), το εκτιμώμενο συστηματικό σφάλμα του αισθητήρα διαγωγής είναι

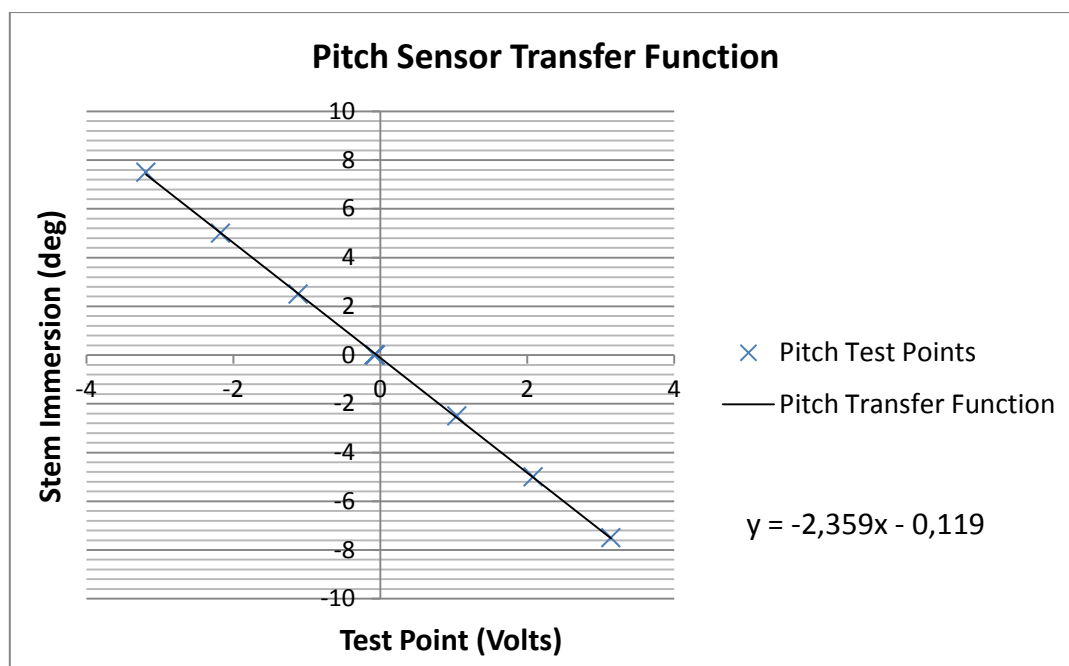
$$SEE_{pitch} = \pm 0,061^\circ$$

Η αβεβαιότητα στο συντελεστή B αντιστοιχεί σε $\sigma_B = \pm 0,002$ Volt, ενώ του συντελεστή A είναι $\sigma_A = \pm 0,011$ °.

Στο *Διάγραμμα 4.8* αναπαρίσταται η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς για τον αισθητήρα διαγωγής:

Πίνακας 4.4 Παρουσίαση αποτελεσμάτων βαθμονόμησης αισθητήρα διαγωγής.

No	Test Point (Volts)	Stem Immersion y_i (+deg)	y of linear model, y_{LM} (deg)	$y_i - y_{LM}$ (deg)	$(y_i - y_{LM})^2$ (deg ²)
1	-0,066	0	0,035869	-0,035869	0,001287
2	-1,117	2,5	2,516050	-0,016050	0,000258
3	1,044	-2,5	-2,583541	0,083541	0,006979
4	-0,073	0	0,052388	-0,052388	0,002745
5	-2,173	5	5,008029	-0,008029	0,000064
6	2,082	-5	-5,033044	0,033044	0,001092
7	-0,079	0	0,066547	-0,066547	0,004429
8	-3,189	7,5	7,405616	0,094384	0,008908
9	3,14	-7,5	-7,529743	0,029743	0,000885
10	-0,077	0	0,061828	-0,061828	0,003823



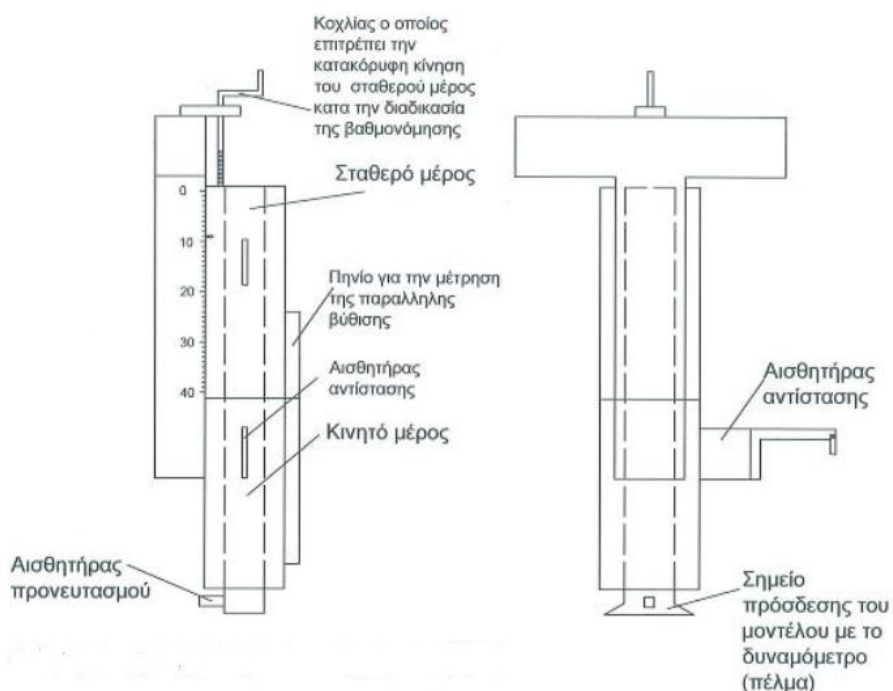
Διάγραμμα 4.8 Συνάρτηση μεταφοράς αισθητήρα διαγωγής.

4.3.3 Βαθμονόμηση αισθητήρα κατακόρυφης κίνησης

Η βαθμονόμηση για τον αισθητήρα μέτρησης της κατακόρυφης κίνησης (heave) γίνεται μέσω ενός γραμμικού ποτενσιόμετρου. Για να επιτευχθεί έκταση ή σύμπτυξη του αισθητήρα, θα έπρεπε κανονικά να

βυθίζαμε ή να ανυψώναμε τη γάστρα από την επιφάνεια του νερού. Κάτι τέτοιο φυσικά δεν είναι εφικτό.

Για το λόγο αυτό, κατά τη διαδικασία της βαθμονόμησης, το σταθερό μέρος του δυναμόμετρου έχει την δυνατότητα να κινείται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Μέσω ενός κοχλίου στο πάνω μέρος του δυναμόμετρου, μπορούμε να μετακινούμε το σταθερό τμήμα σε συγκεκριμένες θέσεις (χρησιμοποιώντας χάρακα που βρίσκεται στο σημείο πάκτωσης με το φορείο) κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Επιτυγχάνουμε έτσι έκταση/σύμπτυξη (δεύτερη στήλη) του πηνίου χωρίς να μετακινούμε τη γάστρα κατακόρυφα.



Εικόνα 4.3 Αποτύπωση βραχίονα δυναμόμετρου.

Οι υπολογισμοί συνοψίζονται παρακάτω, με δεδομένα εισόδου στο φύλλο τις μετρήσεις της δεύτερης και τρίτης στήλης του Πίνακα 4.5.

Η αντιστοιχούσα συνάρτηση μεταφοράς του παραδείγματος είναι:

$$y = - 8,253x + 37,850$$

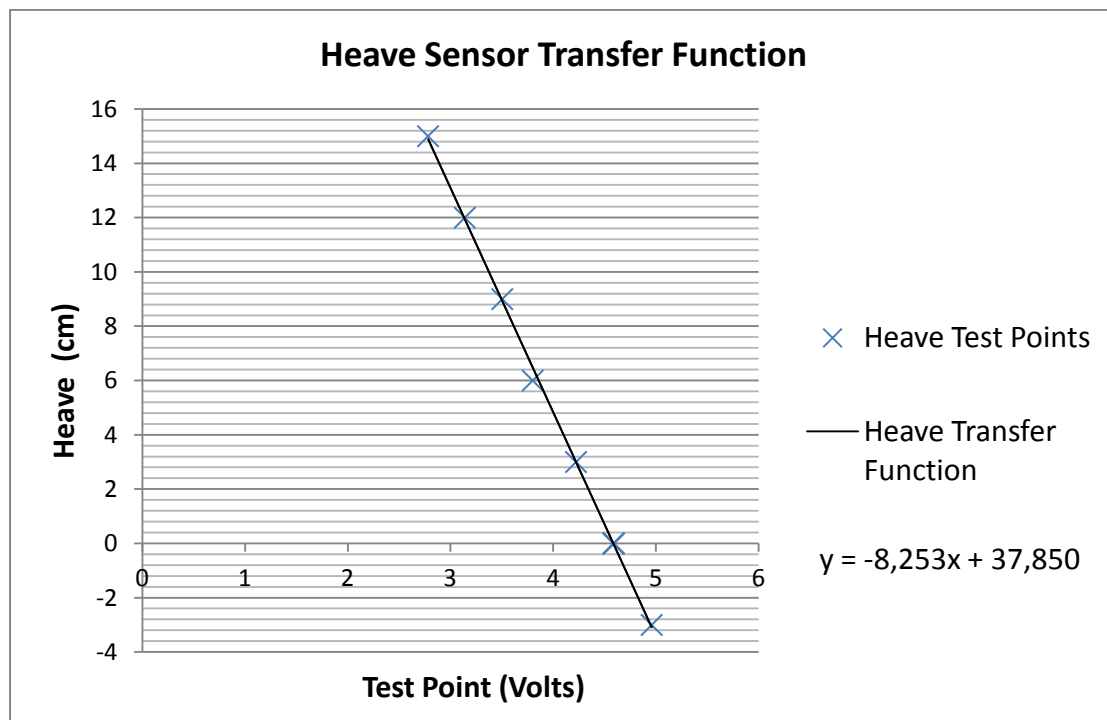
[x σε Volts, y σε cm παράλληλης μετατόπισης]

Δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο, καταλήγουμε ότι το εκτιμώμενο συστηματικό σφάλμα του αισθητήρα είναι

$$SEE_{heave} = \pm 0,194 \text{ cm}$$

Πίνακας 4.5 Παρουσίαση αποτελεσμάτων βαθμονόμησης αισθητήρα κατακόρυφης κίνησης.

No	Test Point (Volts)	Heave y_i [cm (-) immersion]	y of linear model, y_{LM} (cm)	$y_i - y_{LM}$ (cm)	$(y_i - y_{LM})^2$ (cm ²)
1	4,590	0	-0,029005	0,029005	0,000841
2	4,961	-3	-3,090681	0,090681	0,008223
3	4,587	0	-0,004247	0,004247	0,000018
4	4,224	3	2,991410	0,008590	0,000074
5	3,802	6	6,473964	-0,473964	0,224642
6	3,506	9	8,916703	0,083297	0,006938
7	3,141	12	11,928865	0,071135	0,005060
8	2,783	15	14,883259	0,116741	0,013629
9	4,595	0	-0,070267	0,070267	0,004937



Διάγραμμα 4.9 Συνάρτηση μεταφοράς αισθητήρα κατακόρυφης κίνησης.

Η αβεβαιότητα στο συντελεστή B αντιστοιχεί σε $\sigma_B = \pm 0,183$ Volt, ενώ του συντελεστή A είναι $\sigma_A = \pm 0,091$ cm.

Συνοπτικά, η ακρίβεια των αισθητήρων μέτρησης είναι:

Πίνακας 4.6 Συνοπτικά αποτελέσματα βαθμονόμησης.

Αισθητήρας	SEE
Αντίστασης	0,016 kg
Διαγωγής	0,061 deg
Κατακόρυφης μετατόπισης	0,194 cm

Οι συναρτήσεις μεταφοράς (ήτοι οι συντελεστές slope, A και intercept, B) έχουν εφαρμοσθεί στις στήλες M και N του **Sheet#3** και έτσι εμφανίζονται οι τιμές των μετρήσεων σε φυσικές μονάδες.

Το πρόγραμμα καταγραφής του πειράματος ήταν ρυθμισμένο ώστε να παρέχει την αντίσταση απευθείας σε Newton με εφαρμογή της transfer function. Όλα τα πειραματικά μεγέθη του 1^{ου} σετ ($V = 2,761m/s$) παρουσιάζονται στον Πίνακα B.1 (Παράρτημα B).

4.4 Έλεγχος απόμακρων τιμών και εξαγωγή μέσω των όρων

Το επόμενο βήμα είναι η αναγνώριση απόμακρων τιμών.

Στο *Sheet#3* έχει εφαρμοσθεί στις στήλες P, Q, R το κριτήριο του Chauvenet. Με εφαρμογή του τύπου της Ενότητας 2.4, καθίσταται εμφανές ότι υπάρχει απόμακρη τιμή στις μετρήσεις της κατακόρυφης ανύψωσης, πιθανόν λόγω απρόβλεπτης επίδρασης άγνωστου για την ώρα παράγοντα:

Πίνακας 4.7 Αναγνώριση απόμακρων τιμών.

Test #	Heave (mm)	Pitch (deg)	Resistance (N)	Heave deviation from mean (mm)	Pitch deviation from mean (deg)	Resistance deviation from mean (N)
1	34,689	-3,617	211,629	1,28	1,53	0,86
2	34,664	-3,617	210,786	0,27	1,53	1,58
3	34,681	-3,676	214,149	0,94	1,22	1,27
4	34,681	-3,648	213,286	0,94	0,10	0,54
5	34,640	-3,648	213,688	0,74	0,10	0,88
6	34,607	-3,638	212,080	2,08	0,54	0,48
7	34,640	-3,660	212,119	0,74	0,45	0,45
8	34,656	-3,681	214,345	0,07	1,44	1,44
9	34,656	-3,657	212,668	0,07	0,34	0,02
10	34,664	-3,657	211,747	0,27	0,34	0,76

Η συγκεκριμένη τιμή θα εξαιρεθεί. Στη συνέχεια υπολογίζονται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των μεγεθών αντίστασης και διαγωγής στη βάση 10 παρατηρήσεων, ενώ για την κατακόρυφη κίνηση θα υπολογιστούν στη βάση 9 παρατηρήσεων:

Πίνακας 4.8 Στατιστικά μεγέθη μετά την εξαιρεση απόμακρων τιμών.

	Heave (mm)	Pitch (deg)	Resistance (N)
Μέση τιμή (10 παρατηρήσεις)	34,658	-3,650	212,650
Τυπική απόκλιση (10 παρατηρήσεις)	0,025	0,021	1,180
Μέση τιμή (9 παρατηρήσεις)	34,664	-	-
Τυπική απόκλιση (9 παρατηρήσεις)	0,018	-	-

4.5 Διορθώσεις μετρήσεων αντίστασης

Σε πρώτο βήμα διορθώνονται οι μετρήσεις αντίστασης λόγω της διαφοράς που παρατηρείται μεταξύ της ταχύτητας που θα όφειλε να πιάνει το μοντέλο $V_{nominal}$ ή V_{trial} , και της ταχύτητας που τελικά πιάνει το φορείο $V_{carriage,i}$ στα πειράματα. Υπολογίζονται οι διορθωμένες τιμές με βάση τον τύπο της ITTC [3],

$$R_T' = R_T - \delta R_T = R_T(1 - 2 \cdot \delta V/V) \quad (4.11)$$

Το excel [16] δίνει τη διορθωμένη τιμή στη στήλη V (Sheet#3), αφού έχουν προηγηθεί οι υπολογισμοί των στηλών T και U:

$$\text{Στήλη T :} \quad 2 \cdot \delta V_i/V = 2 \cdot \frac{V_{carriage,i} - V_{nominal}}{V_{nominal}}$$

$$\text{Στήλη U :} \quad \delta R_{T_i} = R_{T_i} \cdot (\text{Στήλη T})$$

$$\text{Στήλη V :} \quad R_{T_i}' = R_{T_i} - \delta R_{T_i}$$

Σε δεύτερο βήμα οι μετρήσεις αντίστασης θα διορθωθούν λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας του νερού δεξαμενής κατά τη διάρκεια των επαναλαμβανόμενων γύρων, εφόσον αυτή υφίσταται. Στο excel [16] (Sheet#3) υπάρχει η στήλη S στην οποία μπορεί ο χρήστης να σημειώσει τη θερμοκρασία του νερού δεξαμενής έκαστου γύρου t_{wi} , ως δεδομένο εισόδου, και επιπλέον την πυκνότητα του νερού $\rho(t_{wi})$ στην αντιστοιχούσα θερμοκρασία (στήλη X) και την αντίστοιχη κινηματική συνεκτικότητα $\nu(t_{wi})$ (στήλη Z).

Ο ακόλουθος τύπος, θα δώσει βάσει ITTC [3] την πλέον ακριβέστερη μέτρηση αντίστασης σε κάθε γύρο (στήλη AD),

$$R_{T_i}'' = R_{T_i}' \cdot \frac{\rho(\bar{t})}{\rho(t_{wi})} \left[1 + \frac{C_F(\bar{t}) - C_F(t_{wi})}{C_T(t_{wi})} \right] \quad (4.12)$$

όπου \bar{t} = μέση τιμή της θερμοκρασίας του νερού δεξαμενής μεταξύ του συνόλου των γύρων. Στο μεταξύ οι στήλες AA-AC περιέχουν:

$$\text{Στήλη AA:} \quad C_F(t_{wi}) = \frac{0,075}{(\log Re_i - 2)^2}$$

όπου ο Reynolds έχει υπολογιστεί με τα εξής στοιχεία:

$$Re_i = \frac{V_{carriage,i} \cdot L_{WL}}{v(t_{wi})}$$

Στήλη AB:
$$C_T(t_{wi}) = \frac{2 \cdot R_{T_i}'}{\rho(t_{wi}) \cdot V_{nominal}^2 \cdot S}$$

Στήλη AC:
$$: = \frac{C_F(\bar{t}) - C_F(t_{wi})}{C_T(t_{wi})}$$

Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται οι τιμές της αντίστασης πριν και μετά τις διορθώσεις,

Πίνακας 4.9 Διορθωμένες τιμές αντίστασης.

Test #	Car/ge Speed (m/sec)	R_{T_i} (N)	$2 \cdot \delta Vi / V$ (-)	R_{T_i}' (N)	δT (°C)	R_{T_i}'' (N)
1	2,758	211,629	-0,002	212,089	-	212,090
2	2,758	210,786	-0,002	211,244	-	211,245
3	2,758	214,149	-0,002	214,614	-	214,615
4	2,761	213,286	0,000	213,286	-	213,292
5	2,761	213,688	0,000	213,688	-	213,694
6	2,761	212,080	0,000	212,080	-	212,086
7	2,758	212,119	-0,002	212,580	-	212,581
8	2,758	214,345	-0,002	214,811	-	214,811
9	2,758	212,668	-0,002	213,131	-	213,131
10	2,758	211,747	-0,002	212,207	-	212,208

Σε τελικό στάδιο για λόγους διεργασιολογικών συγκρίσεων, ο συντελεστής ολικής αντίστασης στη μέση θερμοκρασία πραγματοποίησης των πειραμάτων (εδώ $C_T(\bar{t}) = C_T^{18,1^\circ\text{C}}$), θα μετατραπεί από τον τύπο

$$C_T^{15^\circ\text{C}} - C_T(\bar{t}) = (1 + k) \cdot (C_F^{15^\circ\text{C}} - C_F(\bar{t})) \quad (4.13)$$

σε $C_T^{15^\circ\text{C}}$ (στήλη AJ).

Έχουμε διαδοχικά:

$$\text{Στήλη AG: } C_{Ti}(\bar{t}) = \frac{2 \cdot R_{Ti}''}{\rho(\bar{t}) \cdot V_{model}^2 \cdot S}$$

$$\text{Στήλη AH: } C_F^{15^\circ\text{C}} = \frac{0,075}{(\log Re_{15C} - 2)^2}$$

$$\text{Στήλη AI: } C_{Fi} = \frac{0,075}{(\log Re_{\bar{t}} - 2)^2}$$

με Reynolds ανοιγμένο στην \bar{t} :

$$Re_{\bar{t}} = \frac{V_{model} \cdot L_{WL}}{\nu(\bar{t})}$$

Τα δεδομένα από τις στήλες AG και AJ του Sheet#3, μπορούν να μεταφερθούν αυτούσια στις στήλες B και C του Sheet#5 ώστε να πραγματοποιηθεί η ανάλυση αβεβαιότητας για το συντελεστή ολικής αντίστασης.

Πίνακας 4.10 Τιμές C_T με εφαρμογή της Εξ. 4.13, $V = 2,761\text{m/s}$.

	AG	AH	AI	AJ
Test #	$C_T \times 10^{-3}$ t bar ° C	$C_F \times 10^{-3}$ 15° C	$C_F \times 10^{-3}$ t bar ° C	$C_T \times 10^{-3}$ 15° C
1	25,191	3,221	3,176	25,237
2	25,091	3,221	3,176	25,137
3	25,491	3,221	3,176	25,537
4	25,334	3,221	3,176	25,380
5	25,382	3,221	3,176	25,427
6	25,191	3,221	3,176	25,236
7	25,250	3,221	3,176	25,295
8	25,514	3,221	3,176	25,560
9	25,315	3,221	3,176	25,361
10	25,205	3,221	3,176	25,251

4.6 Ανάλυση αξιοπιστίας ταχόμετρου (φωτοηλεκτρικό μετρητικό ταχύτητας)

Στο **Sheet#4** εξετάζεται η αξιοπιστία των μετρήσεων της ταχύτητας εφόσον έχει προηγηθεί βαθμονόμηση του οπτικού καταγραφέα.

Η συσκευή που παρέχει τις μετρήσεις της ταχύτητας και που ενδιαφέρει γιατί η ταχύτητα είναι από τις κρίσιμες πηγές αβεβαιότητας στη μελέτη της αντίστασης, δεν είναι εύκολο να βαθμονομηθεί. Η βαθμονόμηση της εκτελείται μόνο από αντιπρόσωπο της κατασκευάστριας εταιρείας. Χάριν της ανάλυσης αβεβαιότητας παραθέτουμε περιγραφή της αρχής λειτουργίας της, και επιπλέον τις βασικές εξισώσεις συσχέτισης.

Ο μετρητικός τροχός τύπου H31 της *Heidenhain* [7] που διαθέτει το εργαστήριο, με οπτικό καταγραφέα ROD 620 (light/optical encoder) χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω μεγέθη:

Πίνακας 4.11 Χαρακτηριστικά μετρητικού τροχού H31.

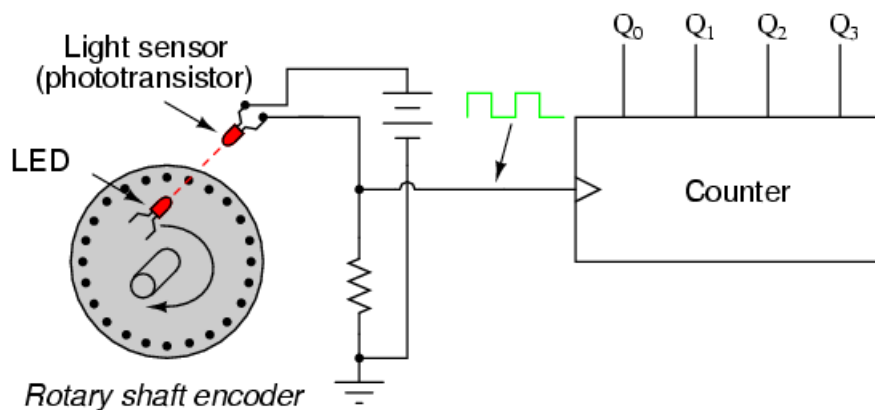
Αριθμός παλμών ανά μέτρο	10000
Διακριτική ικανότητα (φωτοκύτταρου)	0,1 mm
Περίμετρος μετρητικού τροχού	500 mm
Μέγιστη συχνότητα παλμού	200 KHz
Μέγιστη μετρούμενη ταχύτητα	20 m/sec
Βαθμός ακρίβειας ανά περιστροφή (σε όρους περιμέτρου)	≈0,1 mm



Εικόνα 4.4 Μετρητικός τροχός με τη συνδεσμολογία στήριξης του επί του φορέου.

Η αρχή λειτουργίας της συσκευής είναι η εξής:

Ο τροχός τοποθετείται σε επαφή με τις ράγες και περιστρέφεται σε συμφωνία με αυτές, καθώς κινείται το φορείο. Η ταχύτητα καθορίζεται με τη μέτρηση των περιστροφών ενός εκ των τροχών του φορείου, με τη βοήθεια οπτικού καταγραφέα, ώστε δημιουργείται σήμα που οδηγείται στο μετατροπέα και από εκεί στον H/Y.



Εικόνα 4.5 Τυπικό διάγραμμα λειτουργίας οπτικού καταγραφέα.

Ο μετρητικός τροχός συνδέεται από τη μία πλευρά με μια γεννήτρια παλμών, και από την άλλη με ηλεκτρονικό μετρητή παλμών. Ο οπτικός καταγραφέας είναι μια συσκευή μετατροπής σχετικής κίνησης σε μια ακολουθία παλμών. Ο τροχός είναι διάτρητος αφήνοντας το φως της γεννήτριας παλμών να τον διαπερνά. Τότε, ο ηλεκτρονικός μετρητής μετρά το πλήθος των παλμών που εκπέμπονται, για ορισμένο μήκος διαδρομής, εντός ορισμένου χρονικού ορίου. Ο μετρητής αποτελείται από φωτο-δίοδους οι οποίες μεταβάλλουν την ηλεκτρική αντίσταση τους ανάλογα με την ποσότητα φωτός που δέχονται.

Αν ο μετρητής είναι ρυθμισμένος ώστε ο χρόνος μετρήσεως να αντιστοιχεί στον αριθμό των παλμών ανά μέτρο, τότε ο μετρητής δίνει την ταχύτητα απευθείας σε m/sec. Ο κατασκευαστής δηλώνει πιθανή πλευρική απόκλιση 10mm στα 50m μήκους, λόγω σφάλματος τοποθέτησης του τροχού στις ράγες [8].

Για την απώλεια παλμών στο σύστημα του μετρητή, ο Γαροφαλίδης [7], υποθέτει απώλεια 1 παλμού του κυκλώματος της ταχύτητας σε κάθε περιστροφή του τροχού, που οδηγεί σε συστηματικό σφάλμα:

$$B_{meas.wheel} = 1 \text{ pulse} \cdot \left[1 \text{ m/s} / 10000 \text{ pulses} \right] \quad (4.14)$$

$$B_{meas.wheel} = 0,0001 \text{ m/s}$$

($B_{meas.wheel}/V \approx 0,0036\%$ για $V = 2,761 \text{ m/s}$ και $B_{meas.wheel}/V \approx 0,0031\%$ για $V = 3,221 \text{ m/s}$), σε κάθε περίπτωση σχεδόν αμελητέο.

Αν θέλουμε να εξετάσουμε το σύστημα μέτρησης της ταχύτητας (φωτοηλεκτρικό μετρητικό ταχύτητας) εξονυχιστικά, θα πρέπει να εστιάσουμε στα παρακάτω μεγέθη σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρέχει η ITTC [12]:

- Τον αριθμό παλμών του φωτοκυττάρου (n)
- Τη διάμετρο του τροχού (D)
- Τον αριθμό παλμών-δίοδων φωτός ανά μέτρο (p)
- Το χρονικό διάστημα μέτρησης της κάρτας μετατροπής σήματος (Δt)

τα οποία συνθέτουν την εξίσωση συσχέτισης της ταχύτητας:

$$V = \frac{n \cdot \pi \cdot D}{p \cdot \Delta t} \cdot (1 + V_B) \quad (4.15)$$

Με V_B (*blockage coefficient*), από τον τύπο του Tamura (ITTC 1978):

$$V_B = 0,67 \cdot \left[\frac{A_M}{A_T} \right] \cdot \left[\frac{L_M}{B_T} \right]^{3/4} \cdot \sqrt{1 - Fn_h^2} \quad (4.16)$$

Και

- A_M, A_T : οι κάθετες διατομές μοντέλου και δεξαμενής αντίστοιχα
- Fn_h : Froude υπολογιζόμενος σύμφωνα με το βάθος h της δεξαμενής

$$Fn_h = \frac{V_{model}}{\sqrt{g \cdot h}} \quad (4.17)$$

(ως V_{model} προτείνεται να χρησιμοποιηθεί η μέση τιμή ταχύτητας έκαστου σει τρεξιμάτων).

Πίνακας 4.12 Στοιχεία για την εξαγωγή του τύπου του Tamura.

Κύριες διαστάσεις δεξαμενής ΕΝΘΥ		Διαστάσεις μοντέλου	
Μήκος L_T (m)	95,00	Μήκος L_M (m)	2,758
Πλάτος B_T (m)	4,60	Βύθισμα T_M (m)	0,229
Βάθος h (m)	3,00	Πλάτος B_M (m)	0,857
A_T (m ²) = $B_T \cdot h$	13,80	A_M (m ²) = $C_M \cdot B_M \cdot T_M$	0,186
		C_M	0,520

Οι εξισώσεις ανάλυσης αβεβαιότητας για την ταχύτητα είναι:

$$(U_V)^2 = (B_V)^2 + (P_V)^2 \quad (4.18)$$

$$(B_V)^2 = (\theta_n B_n)^2 + (\theta_D B_D)^2 + (\theta_{\Delta t} B_{\Delta t})^2 \quad (4.19)$$

$$P_V = \frac{K \cdot \sigma_V}{\sqrt{M}} \quad (4.20)$$

Και οι μερικές παράγωγοι που συνοδεύουν την Εξ. 4.18 υπολογίζονται ως,

$$\theta_n = \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\pi D}{p \Delta t} [1 + V_B] \quad (4.21)$$

$$\theta_D = \frac{\partial V}{\partial D} = \frac{n \pi}{p \Delta t} [1 + V_B] \quad (4.22)$$

$$\theta_{\Delta t} = \frac{\partial V}{\partial \Delta t} = \frac{n \pi D}{p \Delta t} \left[-\frac{1}{\Delta t^2} \right] [1 + V_B] \quad (4.23)$$

Παρακάτω αναφερόμαστε στα συστηματικά σφάλματα των μεγεθών n , D και Δt , στα οποία αντιστοιχίζονται τιμές κατά προσέγγιση, χάριν παραδείγματος:

Αριθμός παλμών n

Για τον αριθμό παλμών γίνεται η υπόθεση τριών πηγών συστηματικών σφαλμάτων. Η πρώτη σχετίζεται με το σφάλμα μέτρησης παλμών που αποδίδει ο κατασκευαστής στην κάρτα καταγραφής του μετρητικού ταχύτητας, κατά τη βαθμονόμηση στο εργοστάσιο κατασκευής. Αυτή είναι συνήθως της τάξης του ± 1 παλμού για κάθε περιστροφή του τροχού, δηλ. $B_{n1} = 1 \text{ pulse}$.

Η δεύτερη (και τρίτη) πηγή σφάλματος στη μέτρηση παλμών ανιχνεύεται κατά την επεξεργασία των δεδομένων ταχύτητας (δηλαδή των σημάτων) στις κάρτες μετατροπής που διαθέτει ο υπολογιστής (DAQ boards), και οι οποίες βαθμονομούνται με βολτόμετρο ακριβείας. Τα σχετιζόμενα σφάλματα με αυτές είναι συνήθως στα όρια του 1,5 παλμού. Έτσι $B_{n2} = B_{n3} = 1,5 \text{ pulse}$.

Η τελευταία πηγή σφάλματος σχετίζεται με τη μετατροπή ηλεκτρικού ρεύματος ικανό να εκπέμπει κατάλληλης συχνότητας παλμό. Η εκτίμηση αυτή επιτυγχάνεται αν συσχετίσουμε συγκεκριμένης συχνότητας παλμό με ανταποκρινόμενη πηγή εξόδου ρεύματος. Παρεμβάλλοντας τις πειραματικές τιμές (frequency, volt) εξάγεται η τιμή SEE η οποία χρησιμοποιείται προσεγγιστικά για να δηλώσει το curvefit bias των σχετιζόμενων μεγεθών. Αυτό, τις περισσότερες φορές δεν υπερβαίνει το $B_{n4} = 0,2 \text{ pulses}$.

Το συνολικό συστηματικό σφάλμα στη μέτρηση των παλμών αντιστοιχεί σε

$$B_n = \sqrt{B_{n1}^2 + B_{n2}^2 + B_{n3}^2 + B_{n4}^2} \quad (4.24)$$

$$= 2,4 \text{ pulses}$$

Διάμετρος μετρητικού τροχού D

Η περίμετρος του τροχού δίνεται ίση με 500 mm [7] χωρίς αναφορά στην αβεβαιότητα. Η διάμετρος D μπορεί να υπολογιστεί μέσω της σχέσης

$$L_\pi = \pi \cdot D \rightarrow \quad (4.25)$$

$$D = 0,159 \text{ m}$$

Προκειμένου να προσδώσουμε κάποιο από συστηματικό σφάλμα στο D, μετρείται με χάρακα η διάμετρος τρεις φορές και οι διαφορετικές τιμές δίνουν το μέσο όρο:

$$D = 0,160 \text{ m}$$

Τότε συστηματικό σφάλμα θα θεωρηθεί η ακρίβεια του χάρακα, με αντίστοιχη κατανομή πιθανότητας την ορθογώνια. Έτσι είναι

$$B_D = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Χρονική βάση αναφοράς Δt

Η χρονική βάση αναφοράς Δt του κυκλώματος της ταχύτητας σχετίζεται με την ακρίβεια της μονάδας του ταλαντωτή. Στοιχεία κυκλωμάτων σαν κι αυτά βαθμονομούνται στο εργαστάσιο κατασκευής και φέρουν σφάλμα της τάξης του $B_{\Delta t} = 1,025 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω μεγέθη με τις ονομαστικές τιμές $n = 2500 \text{ pulses/rev}$, $D = 0,160 \text{ m}$, $\Delta t = 0,04 \text{ sec}$ για τη μέση τιμή των $V = 2,759 \text{ m/s}$, το συστηματικό σφάλμα που προκύπτει είναι:

$$B_V = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Δηλαδή 0,2% του μεγέθους της ταχύτητας.

Όμως, η τιμή συστηματικού σφάλματος ταχύτητας που θα χρησιμοποιηθεί στο Sheet#5 (κελί B113) είναι από Γαροφαλίδη,

$$B_{meas.wheel} = B_V = \mathbf{0,0001 \text{ m/s}}$$

πλησιέστερη στα συστηματικά σφάλματα παρόμοιων κυκλωμάτων.

Προχωρούμε σε περιγραφή του **Sheet#5**:

Η εκτίμηση αβεβαιότητας στο συντελεστή C_T υπολογίζεται είτε στη βάση μονού γύρου μέτρησης, είτε στη βάση επαναλαμβανόμενων γύρων. Τονίζεται ότι στην περίπτωση πειράματος μονού γύρου (τιμή =1 στο κελί B5), ο πειραματιστής χρειάζεται να έχει εικόνα της τυπικής απόκλισης του C_T (την οποία εισάγει στο κελί B10), ώστε το τυχαίο σφάλμα να υπολογιστεί μέσω της Εξ. 2.4. Σε περίπτωση πολλαπλών γύρων, η τυπική απόκλιση του C_T , άρα και το τυχαίο σφάλμα, υπολογίζονται τοποθετώντας τις πειραματικές τιμές του C_T στα κελιά B14-B33.

Στα γαλάζια κελιά πρέπει να δοθούν οι πειραματικές μετρήσεις, οι διαστάσεις του πειραματικού μοντέλου και οι τιμές των πειραματικών συνθηκών που επικρατούσαν στη δεξαμενή. Οι Εξ. 3.32 - 3.44 συνεχίζουν να ισχύουν, οπότε δεν επαναδιατυπώνονται. Εξετάζονται στη συνέχεια τα συστηματικά σφάλματα που είχαμε παραλείψει στην *Ενότητα 3.4*.

4.7 Διαδικασία εύρεσης γεωμετρικής αβεβαιότητας

Τα επόμενα βήματα περιγράφουν την αντιστοιχία ενός ποσού αβεβαιότητας στο μέγεθος της βρεχόμενης επιφάνειας S , η οποία περιέχεται στον υπολογισμό του συντελεστή ολικής αντίστασης C_T .

Μέρος του ποσού θα χαρακτηρίζει την ανακρίβεια στις κατασκευαστικές διαστάσεις της γάστρας του μοντέλου (συμβ. ως B_{S_1}), και ένα δεύτερο μέρος θα αντιπροσωπεύει την τυχαία απόκλιση της S (συμβ. ως B_{S_2}) στα πειράματα λόγω διαφοροποίησης του όγκου εκτοπίσματος από τον προδιαγεγραμμένο όγκο της κατάστασης των πειραμάτων.

Τα σφάλματα αυτά είναι συστηματικά, ή αλλιώς τύπου Β αβεβαιότητες.

4.7.1 Αβεβαιότητα λόγω κατασκευής της γάστρας του μοντέλου

Η αβεβαιότητα λόγω ανακρίβειας των διαστάσεων (assumed error in hull form, B_{S_1} κατά την ITTC) σχετίζεται με τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται για τη διαμόρφωση της γάστρας (σμιλευτική μηχανή), καθώς και με τα όργανα μέτρησης που χρησιμοποιούνται για την επιβεβαίωση των διαστάσεων της (χάρακας).

Το ξύλινο μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα, κατασκευάστηκε με τη χρήση μιας *Kempf & Remmers* σμιλευτικής μηχανής. Σύμφωνα με τον προτυποποιό του ENΘΥ τα σφάλματα που παρατηρούνται στη διαμόρφωση των διαστάσεων με τη μηχανή δε ξεπερνούν τα $\pm 1\text{mm}$.

Με το πέρας της διαμόρφωσης, το πρότυπο υποβάλλεται σε λείανση και βαφή με μπογιά στεγάνωσης, μιας και το ξύλο έχει την ιδιότητα να απορροφά νερό. Οι διαστάσεις ξαναμετρούνται επιμελώς με χάρακα ελάχιστης υποδιαίρεσης 1mm μετά την ολοκλήρωση της βαφής. Έτσι, η συνδυασμένη αβεβαιότητα u_c στις γραμμικές διαστάσεις υπολογίζεται με βάση τη σχέση:

$$\text{Αβεβαιότητα γραμμικής διάστασης μοντέλου } u_c = \sqrt{\sum (c_i \cdot U_i)^2} \quad (4.26)$$

Οι συνδυαζόμενες πηγές αβεβαιότητας U_i φαίνονται στον Πίνακα 4.13, υπολογισμού της αβεβαιότητας των διαστάσεων (κελιά F93-M97), όπου περιέχονται και πληροφορίες σχετικά με τις κατανομές των σφαλμάτων.

Οι συντελεστές θ_i σχετίζονται με τον τύπο της κατανομής, ενώ οι συντελεστές c_i αντιστοιχούν στους συντελεστές μεγέθυνσης των μεταβλητών.

Συνεπώς οι εκτιμήσεις των κατασκευαστικών διαστάσεων είναι:

Διαστάσεις (επίπεδο 95%):

$$L_{model} = (2,7580 \pm 0,0013) \text{ m}$$

$$B_{model} = (0,8570 \pm 0,0013) \text{ m}$$

$$T_{model} = (0,2290 \pm 0,0013) \text{ m}$$

Πίνακας 4.13 Υπολογισμός αβεβαιοτήτων - γεωμετρικές διαστάσεις.

Σύμβολο	Πηγή αβεβαιότητας	Σφάλμα (\pm mm)	Στατιστική κατανομή	Συντ. θ_i	Συντ. c_i	U_i (\pm mm)
$U_{milling}$	Διακριτική ικανότητα σμιλευτικής μηχανής (Τύπου B)	1	Ορθογώνια	1,73	1	0,6
U_{ruler}	Ακρίβεια χάρακα (Τύπου B)	0,5	Ορθογώνια	1,73	1	0,3
u_c	Συνδυασμένη αβεβαιότητα					0,6
U_r	Διευρυμένη αβεβαιότητα		Κανονική ($K=2$, επίπ. 95%)			1,3

Επειδή το πρόβλημα αντιστοίχισης αβεβαιότητας στην παράμετρο S είναι μη τυποποιημένο, απαιτείται εξονυχιστική διερεύνηση της βιβλιογραφίας για ανεύρεση τυχόν παρεμφερών εργασιών. Καταλήγουμε στην παρακάτω πρακτική που περιέχεται στο Sheet#5 (κελιά A83-D108):

Οι *Longo και Stern* [5], προκειμένου να υπολογίσουν το συστηματικό σφάλμα στη βρεχόμενη επιφάνεια S , ορίζουν μια γενικευμένη ποσότητα αβεβαιότητας όμοια για τις διαστάσεις (x, y, z). Έπειτα λαμβάνουν την τιμή σφάλματος των γραμμικών γεωμετρικών διαστάσεων ίση με τη διευρυμένη αβεβαιότητα $U_r = 1,3\text{mm}$, και υποθέτουν ότι το μήκος L και το πλάτος B του προτύπου αυξάνονται κατά $1,3\text{mm}$, ενώ το βύθισμα κατά $0,65\text{mm}$. Διατηρώντας σταθερό το συντελεστή C_B , και αυξανομένων των διαστάσεων, για τη θερμοκρασία αναφοράς των 15°C είναι:

$$\nabla' = (C_B L' B' T' m^3) \cdot (999,1\text{kg}/\text{m}^3) = 221,130 \text{ kg}$$

Ο νέος αυτός όγκος εκτοπίσματος διαφέρει κατά $1,056 \text{ kg}$ από τον αρχικό όγκο $220,075\text{kg}$ που ορίζεται μέσω των διαστάσεων L, B, T , και οι οποίες δε φέρουν σφάλμα. Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής βρεχόμενης επιφάνειας

$$C_S = S / \sqrt{\nabla \cdot L} \quad (4.27)$$

παραμένει σταθερός, η βρεχόμενη επιφάνεια του προτύπου με τις προσαυξημένες διαστάσεις είναι τώρα

$$S' = (S / \sqrt{\nabla \cdot L}) \cdot (\sqrt{\nabla' \cdot L'}) = 0,089 \sqrt{\nabla' \cdot L'} = 2,218\text{m}^2$$

η οποία αντιστοιχεί σε αύξηση $0,006\text{m}^2$ από την προδιαγεγραμμένη αρχική ($2,212 \text{ m}^2$).

Έτσι το συστηματικό σφάλμα λόγω ανακρίβειας των γραμμικών διαστάσεων θα αντιστοιχεί σε:

$$B_{S_1} = 0,006 \text{ m}^2 \quad (4.28)$$

Τέλος, για τις γραμμικές διαστάσεις να αναφέρουμε ότι υφίσταται και το φαινόμενο της θερμικής παραμόρφωσης της γάστρας λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας που επικρατεί στο εργαστήριο κατασκευής μοντέλων και στο χώρο όπου δοκιμάζονται τα μοντέλα, δηλ. στις δεξαμενές. Αν και η επίδραση του συντελεστή θερμικής διαστολής (thermal expansion coefficient) του ξύλου θεωρείται αμελητέα - της τάξης των $5 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ - είναι σημαντικό να έχουμε στο νου μας μια εικόνα της διαφοράς θερμοκρασίας που επικρατεί εντός των εργαστηρίων κατασκευής αλλά και των εγκαταστάσεων δοκιμών.

4.7.2 Μεταβολή βρεχόμενης επιφάνειας λόγω υπόθεσης κακής πρόσδεσης του προτύπου στο φορείο

Όπως καλά γνωρίζουμε υπάρχει συσχέτιση της βρεχόμενης επιφάνειας S , της ταχύτητας V στην οποία τρέχει το μοντέλο, και της συνεπαγόμενης υδροδυναμικής του αντίστασης R_T . Δεν έχει αποδοθεί μέχρι στιγμής καμία αναλυτική σχέση μεταξύ τους, και έτσι δεν είμαστε σε θέση να αποφανθούμε για το σφάλμα που υπάρχει. Συνεπώς θα θεωρήσουμε απλά κάποιο σφάλμα σχετικό με την μη επιμελή πρόσδεση του μοντέλου στο φορείο (ή ακόμη και την κακή χάραξη της γραμμής βυθίσματος), και την επακόλουθη δημιουργία κατάστασης ισορροπίας διαφορετικής της προδιαγεγραμμένης (error in displacement, B_{S_2} κατά την ITTC).

Υποθέτουμε ότι η μη επιμελής πρόσδεση του μοντέλου στο φορείο βυθίζει το μοντέλο κατά 1mm πλέον του προδιαγεγραμμένου βυθίσματος (0,229m). Κρατώντας σταθερά τα μεγέθη μήκος-πλάτος-συντελεστής γάστρας και προσαιξάνοντας το βύθισμα κατά 1mm, ο όγκος εκτοπίσματος γίνεται

$$\nabla'' = (C_B L B T'' m^3) \cdot (1000 kg/m^3) = 221,035 \text{ kg}$$

Ο νέος όγκος ∇'' θα αντιστοιχεί σε βρεχόμενη επιφάνεια S'' :

$$S'' = (S/\sqrt{\nabla \cdot L}) \cdot (\sqrt{\nabla'' \cdot L}) = 0,089 \sqrt{\nabla'' \cdot L} = 2,217 \text{ m}^2$$

η οποία είναι μεγαλύτερη κατά 0,005m² πλέον της αρχικής (2,212 m²).

Επομένως, σφάλμα λόγω διαφοροποίησης εκτοπίσματος επιφέρει μεταβολή βρεχόμενης επιφάνειας

$$B_{S_2} = 0,005 \text{ m}^2 \quad (4.29)$$

Συνολικά, οι τύπου B αβεβαιότητες B_{S_1} και B_{S_2} θα δώσουν:

$$B_S = 0,008 \text{ m}^2 \quad (4.30)$$

συστηματικό σφάλμα που αντιστοιχεί στο 0,35% της προδιαγεγραμμένης S .

4.8 Ακρίβεια στη μέτρηση θερμοκρασίας, πυκνότητας και κινηματικής συνεκτικότητας νερού δεξαμενής

Όσον αφορά στην ακρίβεια προσδιορισμού της θερμοκρασίας του νερού της δεξαμενής t_w , αρχικά αναφέρουμε ότι στη δεξαμενή δεν υπάρχει κατάλληλη συσκευή ανακυκλοφορίας του νερού προκειμένου να εξισορροπείται η θερμοκρασία καθ' όλη την έκταση της δεξαμενής. Με το υδραργυρικό θερμόμετρο που διαθέτει το εργαστήριο πήραμε 3 αντιπροσωπευτικές μετρήσεις (η πρώτη στο πρώτο μέτρο μήκους της δεξαμενής, η δεύτερη στο πεντηκοστό, και η τρίτη στο εκατοστό μέτρο) χάριν ελέγχου θερμικής ομοιομορφίας, την οποία και θα συμπεριλάβουμε ως συστηματικό σφάλμα.

Επειδή πιστοποιητικό που να αναφέρει την ακρίβεια του θερμόμετρου δεν υπάρχει στα αρχεία του εργαστηρίου θεωρούμε επιπλέον συστηματικό σφάλμα μέτρησης της t_w ίσο με την ελάχιστη υποδιαίρεση του θερμομέτρου, δηλ. $0,1^\circ\text{C}$.

Μετρήσεις της t_w λαμβάνονται πριν τη διεξαγωγή έκαστου γύρου και σημειώνονται στην στήλη S (Sheet#3, [16]). Η μέση τιμή αυτών αποτελεί και τη μέση θερμοκρασία διεξαγωγής του πειράματος, όπως σημειώνεται στο C64 του Sheet#5. Επιπλέον, στο κελί S25 (Sheet#3) υπολογίζεται η τυπική απόκλιση των τιμών θερμοκρασίας, η οποία μπορεί να ληφθεί ως σφάλμα επαναληψιμότητας (τύπου A αβεβαιότητα).

Σε περίπτωση που οι μετρήσεις θερμοκρασίας t_w είναι λίγες (λιγότερες από τρεις), θεωρούμε ως τυχαίο σφάλμα το μισό της ελάχιστης υποδιαίρεσης του μετρητικού οργάνου, εφόσον πρόκειται για αναλογικό, πρακτική την οποία ακολουθούν και οι *Coleman and Steele* [9].

Η συνδυασμένη και η διευρυμένη αβεβαιότητα της θερμοκρασίας t_w υπολογίζονται όπως φαίνεται στον *Πίνακα 4.14*.

Επομένως η διευρυμένη αβεβαιότητα για την t_w θα είναι:

$$U_r = 0,1^\circ\text{C}$$

Η αβεβαιότητα στη θερμοκρασία t_w εκφράζεται ως:

$$\bar{t}_w - U_r \leq t_w \leq \bar{t}_w + U_r \rightarrow$$

$$18,0^\circ\text{C} \leq t_w \leq 18,2^\circ\text{C} \quad (\text{επίπεδο } 95\%)$$

Πίνακας 4.14 Υπολογισμός αβεβαιοτήτων – θερμοκρασία (κελιά F59-M64, Sheet#5 [16]).

Σύμβολο	Πηγή αβεβαιότητας	Σφάλμα ($\pm^{\circ}\text{C}$)	Στατιστική κατανομή	Συντ. θ_i	Συντ. c_i	U_i ($\pm^{\circ}\text{C}$)
U_{resol}	Διακριτική ικανότητα θερμομέτρου (Τύπου B)	0,1	Κανονική	2	1	0,05
U_{space}	Αβεβ. θερμικής χωρικής ομοιομορφίας (Τύπου B)	0,03	Ορθογώνια	1,73	1	0,02
U_{repet}	Επαναληψιμότητα (Τύπου A)	0	Κανονική	2	1	0
u_c	Συνδυασμένη αβεβαιότητα					0,05
U_r	Διευρυμένη αβεβαιότητα		Κανονική ($K=2$, επίπ. 95%)			0,11

Η ITC [6] υιοθετεί τα πρότυπα της *International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS)* σε ότι αφορά τις ιδιότητες της πυκνότητας και της κινηματικής συνεκτικότητας, και παρέχει τις τιμές τους ως συνάρτηση της θερμοκρασίας, της πρότυπης πίεσης ($P = 0,101325\text{MPa}$), και της αλατότητας του νερού. Τα πιο πάνω αποτελέσματα έχουν υπολογιστεί με κώδικες από το Μετρολογικό Ινστιτούτο της Αμερικής (NMI), με εργασία των *Harvey et al.* (2008).

Στα πειράματα των δεξαμενών δεν ενδιαφέρει η αλατότητα του νερού, παρά μόνο η θερμοκρασία. Τα πρότυπα της *IAPWS* διαθέτουν πίνακες με μεταβολή των ιδιοτήτων του νερού ανά $0,1^{\circ}\text{C}$ (για εύρος θερμοκρασιών $0,1-50^{\circ}\text{C}$), και παράλληλα υπολογίζουν τους συντελεστές ευαισθησίας των μεγεθών για κάθε θερμοκρασία. Οι αβεβαιότητες που σχετίζονται με τον υπολογισμό των τιμών των προτύπων συνοψίζονται στον Πίνακα 4.15, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% ($K = 2$),

Πίνακας 4.15 Αβεβαιότητα στις υπολογισμένες τιμές του προτύπου IAWPS (2008a), σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Property	Symbol	U_{95}	Units
Density	ρ	1	ppm
Viscosity	μ	1	%
Vapour Pressure	p_v	0,02	%

Με βάση τον Πίνακα 4.15 και την Εξ. 4.31, θα υπολογίσουμε τη συνδυασμένη αβεβαιότητα της πυκνότητας U_{ρ_C} (η οποία θα φέρει την αβεβαιότητα των τιμών του προτύπου IAWPS, U_{ρ_1} (ως *data reduction error*) και την αβεβαιότητα στην πυκνότητα που οφείλεται στην αβεβαιότητα της τιμής της θερμοκρασίας, U_{ρ_2}):

$$U_{\rho_C} = \sqrt{U_{\rho_1}^2 + U_{\rho_2}^2} \Rightarrow$$

$$U_{\rho_C} = \sqrt{U_{\rho_1}^2 + (c_{\rho,t} \cdot U_C)^2} \quad (4.31)$$

Με

- $U_{\rho_1} = 1ppm$, η αβεβαιότητα στην τιμή της πυκνότητας (από τον Πίνακα 4.15),
- $c_{\rho,t} = -0,186 \text{ kg/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$, ο συντελεστής ευαισθησίας της πυκνότητας στη θερμοκρασία $\bar{t}_W = 18,1^\circ\text{C}$,
- $U_C = 0,05^\circ\text{C}$, η συνδυασμένη αβεβαιότητα στην τιμή της θερμοκρασίας (από τον Πίνακα 4.14).

Έχουμε τότε:

$$\rho = 998,580 \pm 0,020 \text{ kg/m}^3 (\pm 0,002\% \text{ σχετική αβεβαιότητα})$$

Πίνακας 4.16 Υπολογισμός αβεβαιότητας της ρ στο excel [16], κελιά F117-M121.

Σύμβολο	Πηγή αβεβαιότητας	Σφάλμα (\pm)	Στατιστική κατανομή	Συντ. θ_i	Συντ. c_i	U_i ($\pm\text{kg/m}^3$)
$U_{\rho 2}$	Αβεβαιότητα στην τιμή της πυκνότητας, λόγω αβεβαιότητας στην t_w	0,11	Κανονική	2	-0,186	-0,010
$U_{\rho 1}$	Σφάλμα αναγωγής - Πρότυπο IAWPS [ppm]	1	Κανονική	2	1	5E-07
u_c	Συνδυασμένη αβεβαιότητα					0,010
U_r	Διευρυμένη αβεβαιότητα		Κανονική ($K=2$, επίπ. 95%)			0,020

Ομοίως για την κινηματική συνεκτικότητα ν ($\nu = \mu/\rho$) λαμβάνονται υπόψιν η αβεβαιότητα των τιμών του προτύπου IAWPS, $U_{\nu 1}$, και η αβεβαιότητα στην κινηματική συνεκτικότητα που οφείλεται στην αβεβαιότητα της τιμής της θερμοκρασίας, $U_{\nu 2}$:

$$U_{\nu c} = \sqrt{U_{\nu 1}^2 + U_{\nu 2}^2} \Rightarrow$$

$$U_{\nu c} = \sqrt{U_{\nu 1}^2 + (c_{\nu,t} \cdot U_c)^2} \quad (4.32)$$

Με

- $U_{\nu 1} = 1\%$, η αβεβαιότητα στην τιμή της κινηματικής συνεκτικότητας (από τον Πίνακα 4.15),
- $c_{\nu,t} = -2,631\text{E-}08 \text{ m}^2/\text{s}\cdot\text{C}$, ο συντελεστής ευαισθησίας της κινηματικής συνεκτικότητας στη θερμοκρασία $\bar{t}_w = 18,1^\circ\text{C}$,
- $U_c = 0,05^\circ\text{C}$, η συνδυασμένη αβεβαιότητα στην τιμή της θερμοκρασίας (από τον Πίνακα 4.14).

Πίνακας 4.17 Υπολογισμός αβεβαιότητας του v στο excel [16], κελιά F124-M128.

Σύμβολο	Πηγή αβεβαιότητας	Σφάλμα (\pm)	Στατιστική κατανομή	Συντ. θ_i	Συντ. C_i	U_i (\pm)
U_{v2}	Αβεβαιότητα στην τιμή του v , λόγω αβεβαιότητας στην t_w	0,11	Κανονική	2	- 2,63E-08	- 1,72E-09
U_{v1}	Σφάλμα αναγωγής - Πρότυπο IAWPS [%]	1	Κανονική	2	1	0,50
u_C	Συνδυασμένη αβεβαιότητα [%]					0,50
U_r	Διευρυμένη αβεβαιότητα [%]		Κανονική ($K=2$, επίπ. 95%)			1,00

*Τα γαλάζια κελιά αποτελούν τιμές εισόδου.

Τελικά,

$$v = (1,051 \pm 0,010) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} (\pm 1\% \text{ σχετική αβεβαιότητα})$$

4.9 Αβεβαιότητα κατά την εγκατάσταση προτύπου και οργάνων

Το φορείο της *Cussons Technology Ltd.* είναι αυτό που φέρει τα πρότυπα πειραμάτων, αλλά και τα απαραίτητα μετρητικά όργανα. Επίσης φέρει συστήματα για τον έλεγχο της κίνησης και της ταχύτητας, φρένο ασφαλείας και μονάδα συλλογής δεδομένων. Καταλαβαίνει κανείς εδώ, ότι η καλή συντήρηση του και η τάξη των μετρητικών συσκευών επ' αυτού είναι ίσως ο βασικότερος παράγοντας λήψης αξιόπιστων μετρήσεων.

Έπειτα, η σωστή επαφή των σιδηροτροχιών και των τροχών του φορείου παίζει πολύ σημαντικό ρόλο αφού επηρεάζει τις μετρήσεις της

κατακόρυφης κίνησης και της αντίστασης. Οι σιδηροτροχιές δεν πρέπει να μοιάζουν με ευθεία γραμμή, αλλά οφείλουν να ακολουθούν την ελεύθερη οριζόντια επιφάνεια του νερού της δεξαμενής ώστε τα συστήματα καταγραφής να δώσουν ορθές μετρήσεις. Σε περίπτωση πολύ μακριάς δεξαμενής, κρίνεται σκόπιμη μια μελέτη επιπεδότητας των σιδηροτροχιών. Κατά την κατασκευή της δεξαμενής του ΕΝΘΥ σχετικές μετρήσεις υπολόγισαν σφάλμα της τάξης του $\pm 0,1 \text{ mm}$ καθ' ύψος.

Η επί του φορείου τοποθέτηση των μετρητικών οργάνων και η συνδεσμολογία τους με το μοντέλο πρέπει να χαρακτηρίζονται από την απουσία περιορισμών στις κινήσεις που εξετάζονται. Ιδιαίτερη μέριμνα δίνεται σε καλώδια και εντατήρες πρόσδεσης ώστε να είναι καλώς συγκρατημένα γύρω από τον βραχίονα του δυναμόμετρου.

Το δυναμόμετρο οφείλει να είναι ευθυγραμμισμένο με τον κύριο άξονα κίνησης του φορείου, καθώς και με το διαμήκη άξονα του μοντέλου. Αλλιώς είναι πιθανό να προκληθεί σφάλμα στη μέτρηση της δύναμης: δεδομένου ότι υπάρχει κλίση που αντιπροσωπεύεται από γωνία $\alpha = \pm 0,25^\circ$, μεταξύ του επιπέδου μέτρησης και του αρχικού επιπέδου αναφοράς (δηλαδή του επιπέδου στο οποίο έγινε η βαθμονόμηση), τότε οφείλει να ληφθεί σα συστηματικό σφάλμα η ποσότητα $B_{M_{x3}}$ (Load cell misalignment bias) κατά ITTC:

$$B_{M_{x3}} = M_x (1 - \cos \alpha) \quad (4.33)$$

Όπου M_x η μετρηθείσα μέση τιμή μάζας της αντίστασης, και α η σχετική γωνία μεταξύ των δυο επιπέδων. Στο παράδειγμα είναι:

$$B_{M_{x3}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \quad (\text{κελί B131, Sheet\#5})$$

Επιπλέον, αν υποτεθεί ότι από σφάλμα πρόσδεσης οι μετρήσεις λαμβάνονται σε επίπεδο κεκλιμένο κατά γωνία $\beta = \pm 0,25^\circ$, σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς $z=0$, τότε παρόμοια θα πρέπει να ληφθεί συστηματικό σφάλμα στις μετρήσεις μάζας δύναμης η ποσότητα $B_{M_{x4}}$ (Towing force inclination):

$$B_{M_{x4}} = M_x (1 - \cos \beta) \quad (4.34)$$

Με αντίστοιχη τιμή:

$$B_{M_{x4}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \quad (\text{κελί B132, Sheet\#5})$$

Επιπρόσθετα, λαμβάνεται υπόψιν σφάλμα από τον μετατροπέα AD (Διάγρ. 4.3), ίσο με 1 bit από τα 12 bits (Εξ. 3.22). Όστε $B_{M_{x5}}$ (AD conversion bias) ισούται κατά ITTC με:

$$B_{M_{x5}} = \frac{1 \cdot 20}{2^{12}} 2,071 \Rightarrow$$

$$B_{M_{x5}} = 0,010 \text{ kg} \quad (\text{κελί B133, Sheet\#5})$$

Συνολικά, το μέγεθος συστηματικού σφάλματος στη μέτρηση μάζας αντίστασης είναι:

$$B_{M_x} = 0,019 \text{ kg} \quad (0,09\% M_x)$$

με τις πηγές να φαίνονται ως ποσοστά του συνολικού B_{M_x} στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.18 Μεγέθη σφαλμάτων των πηγών που επηρεάζουν τις μετρήσεις αντίστασης.

	$kg \times 10^{-3}$	% of $(B_{M_x})^2$
$B_{M_{x1}}$ (Calibration)	0,03	0,0
$B_{M_{x2}}$ (Curve fit bias)	16,00	72,61
$B_{M_{x3}}$ (Load cell misalignment)	0,21	0,01
$B_{M_{x4}}$ (Towing force inclination bias)	0,21	0,01
$B_{M_{x5}}$ (AD conversion bias)	10,00	27,37
	$kg \times 10^{-3}$	% of M_x
B_{M_x} (Total Resistance Mass)	19,00	0,09

Στα παραπάνω δε λήφθηκε υπόψιν η εκτίμηση του κατασκευαστή του δυναμόμετρου (1,75% full scale με μέγιστο φορτίο τα 660N, επίπεδο αβεβαιότητας 95%). Αυτό διότι το σφάλμα που δίνεται από τον κατασκευαστή αναφέρεται στο συνολικό εύρος του δυναμόμετρου, ενώ το πείραμα και η βαθμονόμηση στο εργαστήριο έγιναν σε μικρότερες τιμές δύναμης.

4.10 Συντελεστής τριβής

Ο συντελεστής τριβής C_F υπολογίζεται βάσει της εξίσωσης της ITTC (Εξ. 3.4). Το συστηματικό σφάλμα στον υπολογισμό του C_F προκαλείται από συστηματικά σφάλματα που ενυπάρχουν στα μεγέθη L_{WL} , V και v . Έτσι, το B_{C_F} αναλύεται όπως παρακάτω:

$$(B_{C_F})^2 = \left(\frac{\partial C_F}{\partial V} B_V\right)^2 + \left(\frac{\partial C_F}{\partial L_{WL}} B_{L_{WL}}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_F}{\partial \nu} B_\nu\right)^2 \quad (4.35)$$

Με τις μερικές παραγώγους της Εξ. 4.35 να είναι ίσες με:

$$\theta_V^{C_F} = \frac{\partial C_F}{\partial V} = 0,075 \left(-\frac{2}{\left(\log \frac{VL_{WL}}{\nu} - 2\right)^3} \right) \left(\frac{1}{V \ln 10} \right) \quad (4.36)$$

$$\theta_{L_{WL}}^{C_F} = \frac{\partial C_F}{\partial L_{WL}} = 0,075 \left(-\frac{2}{\left(\log \frac{VL_{WL}}{\nu} - 2\right)^3} \right) \left(\frac{1}{L_{WL} \ln 10} \right) \quad (4.37)$$

$$\theta_\nu^{C_F} = \frac{\partial C_F}{\partial \nu} = 0,075 \left(-\frac{2}{\left(\log \frac{VL_{WL}}{\nu} - 2\right)^3} \right) \left(\frac{1}{\nu \ln 10} \right) \quad (4.38)$$

Αντικαθιστώντας τα $B_V = 0,0001 \text{ m/s}$, $B_{L_{WL}} = 0,65 \text{ mm}$, $B_\nu = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, καταλήγουμε ότι

$$B_{C_F} = 0,136 \cdot 10^{-3}$$

που ανταποκρίνεται στο 4 % του συντελεστή $C_F = 3,221 \cdot 10^{-3}$.

4.11 Συντελεστής μορφής k

Το συστηματικό σφάλμα του συντελεστή $(1+k)$ της Εξ. 4.13, μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση [18]

$$(1+k) = \frac{C_T}{C_F} \quad (4.39)$$

σε χαμηλούς αριθμούς Froude. Εφόσον δεν υπάρχουν στοιχεία από πειράματα καθορισμού του k , το αντίστοιχο συστηματικό σφάλμα θεωρείται μηδέν.

4.12 Συντελεστής υπόλοιπης αντίστασης

Ο υπολογισμός της αβεβαιότητας του συντελεστή υπόλοιπης αντίστασης C_R μπορεί να γίνει με δυο τρόπους:

- Αν είναι γνωστές οι σχετικές αβεβαιότητες των συντελεστών C_T και C_F βάσει της Εξ. 4.40:

$$u_{C_R} = \sqrt{(u_{C_T})^2 + (u_{C_F})^2} \quad (4.40)$$

ή

$$u_{C_R} = \sqrt{(u_{C_T})^2 + (1+k)^2(u_{C_F})^2 + (u_{C_F} \cdot u_k)^2} \quad (4.41)$$

Και με τη βοήθεια των παρακάτω εξισώσεων,

$$(u_{Re}/Re)^2 = (u_V/V)^2 + \left(u_{LWL}/L_{WL}\right)^2 + \left(u_t \cdot (\partial v/\partial t)/v\right)^2 \quad (4.42)$$

$$(u_{Fr}/Fr)^2 = (u_V/V)^2 + \left(0,5u_{LWL}/L_{WL}\right)^2 + \left(0,5u_g/g\right)^2 \quad (4.43)$$

$$u_{C_F}/C_F = (2 \log_{10} e) \cdot (u_{Re}/Re) / (\log_{10} Re - 2) \quad (4.44)$$

- Αν υπολογιστούν ξεχωριστά το συστηματικό σφάλμα και το σφάλμα ακρίβειας του C_R .

Για το συστηματικό σφάλμα θα χρησιμοποιηθεί η εξίσωση:

$$(B_{C_R})^2 = \left(\frac{\partial C_R}{\partial C_T} B_{C_T}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_R}{\partial k} B_k\right)^2 + \left(\frac{\partial C_R}{\partial C_F} B_{C_F}\right)^2 \quad (4.45)$$

Με τις μερικές παραγώγους

$$\frac{\partial C_R}{\partial C_T} = 1 \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial k} = -C_F = -0,00322 \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial C_F} = -(1+k) = -1 \quad (4.48)$$

Με αντικατάσταση στην Εξ. 4.45, προκύπτει:

$$\begin{aligned} B_{C_R} &= \sqrt{(1 \cdot 8,9 \cdot 10^{-5})^2 + (-0,00322 \cdot 0)^2 + (-1 \cdot 13,6 \cdot 10^{-5})^2} \\ &= 0,163 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Για το σφάλμα ακρίβειας του C_R θα χρειαστεί η τυπική απόκλιση σ_{C_R} , από το σύνολο των 10 γύρων του πειράματος (κελί U36). Παρατηρείται εδώ ότι η τυπική απόκλιση σ_{C_R} συμπίπτει με την σ_{C_T} . Έτσι, το σφάλμα ακρίβειας του C_R αντιστοιχεί σε

$$P_{C_R} = \frac{K \cdot \sigma_{C_R}}{\sqrt{M}} = \frac{2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{10}} = 0,087 \cdot 10^{-3}$$

Καταλήγουμε ότι,

$$U_{C_R} = 0,184 \cdot 10^{-3}$$

4.13 Συντελεστής ολικής αντίστασης

Συνδυάζοντας το συστηματικό σφάλμα B_{C_T} με το σφάλμα ακρίβειας P_{C_T} του συντελεστή C_T προκύπτει βάσει της Εξ. 3.37 η αβεβαιότητα της μέσης τιμής του C_T (κελί B193) για την περίπτωση επαναλαμβανόμενων γύρων:

$$U_{\bar{C}_T} = \sqrt{(B_{C_T})^2 + \left(\frac{K \cdot \sigma_{C_T}}{\sqrt{M}}\right)^2}$$

$$= 0,125 \cdot 10^{-3}$$

η οποία αντιστοιχεί στο 0,5% του C_T .

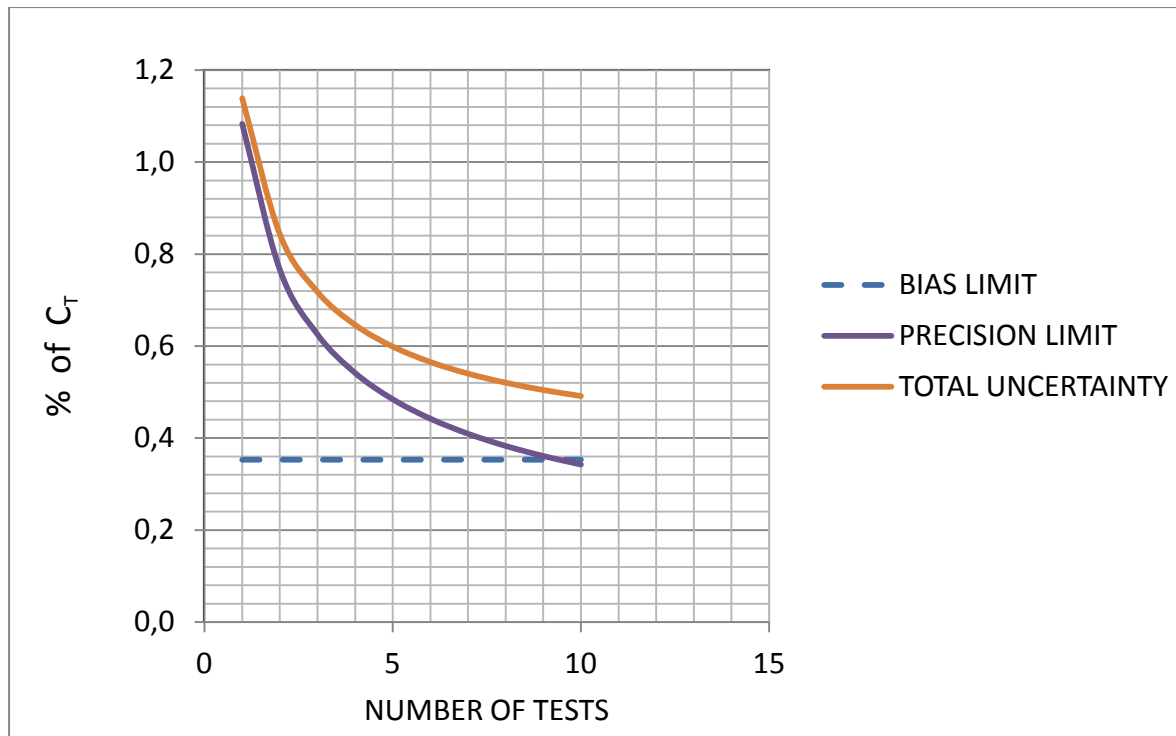
Αντίστοιχα, σε περίπτωση πειράματος μονού γύρου, το τυχαίο σφάλμα του συντελεστή ορίζεται μέσω της Εξ. 2.4, και η αβεβαιότητα στην τιμή του C_T μονής επανάληψης είναι:

$$U_{C_T} = \sqrt{(B_{C_T})^2 + (K \cdot \sigma_{C_T})^2}$$

$$= 0,290 \cdot 10^{-3}$$

και αντιστοιχεί στο 1,14% του C_T .

Από τις παραπάνω τιμές παρατηρείται ότι η αβεβαιότητα στη μέτρηση του C_T μειώνεται όταν αυτή υπολογίζεται για τη μέση τιμή πολλαπλών γύρων, παρά για ένα πείραμα μονού γύρου. Το γεγονός αυτό απεικονίζεται και στο *Διάγραμμα 4.10*, όπου το μέγεθος συστηματικού σφάλματος παραμένει σταθερό και ανεξάρτητο του αριθμού επαναλήψεων του πειράματος, ενώ η τιμή του σφάλματος ακρίβειας και της ολικής αβεβαιότητας μειώνονται, αυξανόμενου του πλήθους των γύρων. Τα μεγέθη στο *Διάγραμμα 4.10* εκφράζονται ως σχετικά της τιμής του συντελεστή $C_T^{15^\circ\text{C}} = 25,342 \cdot 10^{-3}$ στην ταχύτητα $V = 2,761 \text{ m/s}$.



Διάγραμμα 4.10 Συστηματικό σφάλμα, τυχαίο σφάλμα και ολική αβεβαιότητα, $V = 2,761 \text{ m/s}$.

4.14 Συνδυασμένη αβεβαιότητα - Κατακόρυφη ανύψωση και διαγωγή

Το πρότυπο προσδεδεμένο με το βραχίονα του δυναμόμετρου στο φορείο, ήταν ελεύθερο να κινείται κατακόρυφα και να μεταβάλλει τη γωνία διαγωγής του. Οι τοποθετημένοι αισθητήρες ανύψωσης και διαγωγής κατέγραφαν τις χρονικές ιστορίες των σημάτων, που έπειτα από ψηφιακή μετατροπή, τα μεγέθη ήταν έτοιμα για στατιστική ανάλυση. Τα διαστατά μεγέθη της ανύψωσης σ_i και της διαγωγής τ_i συμπληρώνονται από το χρήστη στα κελιά C29-D38, **Sheet#6** του excel [16].

Οι μετρήσεις της ανύψωσης και της διαγωγής μετατρέπονται σε αδιάστατη μορφή μέσω των εξισώσεων:

$$\text{Κατακόρυφη ανύψωση : } \sigma_{0i} = \frac{2}{Fr^2} \cdot \frac{\sigma_i}{2L_{WL}} \quad (4.49)$$

$$\text{Διαγωγή : } \tau_{0i} = \frac{2}{Fr^2} \cdot \tan \tau_i \quad (4.50)$$

Όπου :

- Fr , ο αριθμός Froude στην εξεταζόμενη ταχύτητα
- σ_i , οι πειραματικές μετρήσεις ανύψωσης
- L_{WL} , το μήκος του προτύπου στην ίσαλο που διενεργούνται τα πειράματα
- τ_i , οι πειραματικές μετρήσεις της γωνίας διαγωγής

Διαστατά και αδιάστατα μεγέθη περιέχονται στον Πίνακα 4.19, ($V = 2,761 \text{ m/s}$).

Στην περίπτωση μέτρησης κατακόρυφης ανύψωσης και διαγωγής κύριοι παράγοντες αβεβαιότητας αποτελούν η βαθμονόμηση των αισθητήρων-οργάνων (επιμηκυνσιόμετρο για την κατακόρυφη ανύψωση, γωνιακό ποτενσιόμετρο για τη διαγωγή) και το σφάλμα ανακρίβειας της

Πίνακας 4.19 Στατιστικά στοιχεία διαστατών και αδιάστατων τιμών κατακόρυφης ανύψωσης και διαγωγής.

Test#	Car/ge speed V, (m/s)	Heave σ_i , (mm)	Trim angle τ_i , (deg)	Speed dev (m/s)	Heave σ_{0i} (-)	Trim τ_{0i} (-)
1	2,758	34,689	-3,617	0,003	0,044609	-0,44841
2	2,758	34,664	-3,617	0,003	0,044577	-0,44841
3	2,758	34,681	-3,676	0,003	0,044599	-0,45574
4	2,761	34,681	-3,648	0	0,044599	-0,45222
5	2,761	34,640	-3,648	0	0,044546	-0,45222
6	2,761	34,607	-3,638	0	0,044503	-0,45105
7	2,758	34,640	-3,660	0,003	0,044546	-0,45369
8	2,758	34,656	-3,681	0,003	0,044567	-0,45633
9	2,758	34,656	-3,657	0,003	0,044567	-0,45340
10	2,758	34,664	-3,657	0,003	0,044577	-0,45340

Average value (Multiple Test)	34,664	-3,650		0,044576	-0,45249
Std Dev, σ_σ or σ_τ (Multiple Test)	0,018	0,021		0,000023	0,00267

ταχύτητας του φορείου, ως τύπου Β αβεβαιότητες (B_{SEE} και $B_{V,\sigma/\tau}$ αντίστοιχα). Ο παράγοντας επαναληψιμότητας των πειραμάτων λογίζεται ως τύπου Α αβεβαιότητα ($P_{\sigma 0} / P_{\tau 0}$, βλ. Εξ. 4.59-4.60).

Τα συστηματικά σφάλματα βαθμονόμησης των αισθητήρων (Πίνακας 4.6) μετατρέπονται σε αδιάστατη μορφή σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$B_{SEE_{\sigma}} = \frac{SEE_{\sigma}}{2L_{WL}} \quad (4.51)$$

$$B_{SEE_{\tau}} = \tan(SEE_{\tau}) \quad (4.52)$$

Τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε φαίνονται στον Πίνακα 4.20:

Πίνακας 4.20 Αδιαστατοποιημένα μεγέθη βαθμονόμησης αισθητήρων σ-τ, κοινά και για τις δύο ταχύτητες πειραμάτων.

Units		
End-to-end measurement system bias or SEE_{σ}	0,0019	m
$SEE_{\sigma} / (2L_{WL})$	0,0004	-
Units		
End-to-end measurement system bias or SEE_{τ}	0,0617	deg
$\tan(SEE_{\tau})$	0,0011	-

Λόγω των μεταβολών της ταχύτητας στα πειράματα ($V_{\text{carriage}} \neq V_{\text{model}}$) και προκειμένου να υπολογίσουμε την επίδραση αυτή στις μετρήσεις σ-τ, θα προσδιορίσουμε βάσει των ακόλουθων συντελεστών ευαισθησίας (Εξ. 4.53 και 4.54), και του συστηματικού σφάλματος της ταχύτητας B_V , τον αντίστοιχο παράγοντα επίδρασης, $B_{V,\sigma}$ και $B_{V,\tau}$ (Εξ. 4.55 και 4.56):

➤ Συντελεστής ευαισθησίας *heave*

$$\theta_{V,\sigma} = \frac{\partial \sigma_{oi}}{\partial V} = \frac{-2g \cdot \sigma_i}{V^3} \quad (4.53)$$

Όπου σ_i : μέση τιμή μετρήσεων *heave*

➤ Συντελεστής ευαισθησίας *trim*

$$\theta_{V,\tau} = \frac{\partial \tau_{oi}}{\partial V} = \frac{-4g \cdot L_{WL} \cdot \tan(\varphi_i)}{V^3} \quad (4.54)$$

Όπου φ_i : μέση τιμή μετρήσεων *trim*

Οι μονάδες για αμφότερους τους συντελεστές ευαισθησίας είναι $\frac{1}{m/s}$.

Πολλαπλασιάζοντας τους συντελεστές με το σφάλμα B_V προκύπτουν οι τιμές:

$$B_{V,\sigma} = \theta_{V,\sigma} \cdot B_V = -3,2^E-03 \quad (4.55)$$

$$B_{V,\tau} = \theta_{V,\tau} \cdot B_V = 3^E -05 \quad (4.56)$$

Έτσι έχουμε:

$$\text{Total Bias } \sigma_0 : \quad B_{\sigma_0} = \sqrt{B_{SEE_\sigma}^2 + B_{V,\sigma}^2} \quad (4.57)$$

Πίνακας 4.21 Αδιαστατοποιημένα μεγέθη συστηματικών σφαλμάτων - επιρροές στην κατακόρυφη κίνηση.

		Units	% of $(B_{\sigma_0})^2$
B_{SEE_σ}	0,4 ^E -03	---	1,18
$B_{V,\sigma}$	-3,2 ^E -03	---	98,82
Total Bias error (Heave)		Units	% of $(U_{\sigma_0})^2$
B_{σ_0}	3,2 ^E -03	---	99,99

Και

$$\text{Total Bias } \tau_0 : \quad B_{\tau_0} = \sqrt{B_{SEE_\tau}^2 + B_{V,\tau}^2} \quad (4.58)$$

Πίνακας 4.22 Αδιαστατοποιημένα μεγέθη συστηματικών σφαλμάτων – επιρροές στη διαγωγή.

		Units	% of $(B_{\tau_0})^2$
$B_{SEE_{\tau}}$	1,1E-03	---	99,91
$B_{V,\tau}$	0,03E-03	---	0,09
Total Bias error (Trim)		Units	% of $(U_{\tau_0})^2$
B_{τ_0}	1,1E-03	---	29,01

Για τον υπολογισμό του παράγοντα επαναληψιμότητας αρκούν οι τυπικές αποκλίσεις σ_{σ_0} , σ_{τ_0} εκ του Πίνακα 4.19. Τότε είναι:

$$P_{\sigma_0} = \frac{K \cdot \sigma_{\sigma_0}}{\sqrt{M}} \quad (4.59)$$

$$P_{\tau_0} = \frac{K \cdot \sigma_{\tau_0}}{\sqrt{M}} \quad (4.60)$$

Καταλήγοντας, οι αβεβαιότητες U_{σ_0} , U_{τ_0} των αδιάστατων μεγεθών σ_0 - τ_0 υπολογίζονται από τις Εξ. 4.61 και 4.62, ενώ στους Πίνακες 4.23 και 4.24 αποτυπώνονται τα μεγέθη συστηματικών και τυχαίων σφαλμάτων ως ποσοστά της ολικής αβεβαιότητας:

$$U_{\sigma_0} = \sqrt{B_{\sigma_0}^2 + P_{\sigma_0}^2} \quad (4.61)$$

$$U_{\tau_0} = \sqrt{B_{\tau_0}^2 + P_{\tau_0}^2} \quad (4.62)$$

Παρατηρείται ότι στην περίπτωση μέτρησης της κατακόρυφης κίνησης σ , οι πηγές αβεβαιότητας οφείλονται εξ' ολοκλήρου στα συστηματικά σφάλματα, το 99% των οποίων αποτελεί το συστηματικό σφάλμα $B_{V,\sigma}$ που αφορά στην ταχύτητα. Επιπλέον, η ολική αβεβαιότητα στις μετρήσεις κατακόρυφης κίνησης φαίνεται να ανέρχεται στο 7,3% της τιμής του σ .

Πίνακας 4.23 Αδιαστατοποιημένα μεγέθη συστηματικών και τυχαίων σφαλμάτων, ως ποσοστά της $U_{\sigma 0}$, στην ταχύτητα $V = 2,761m/s$.

		Units	% of $(U_{\sigma 0})^2$
$B_{\sigma 0}$	3,2 ^E -03	---	100,00
$P_{\sigma 0}$	1,5 ^E -05	---	0,0
Total Uncertainty (Heave)		Units	% of σ_0
$U_{\sigma 0}$	3,2 ^E -03	---	7,29

Πίνακας 4.24 Αδιαστατοποιημένα μεγέθη συστηματικών και τυχαίων σφαλμάτων, ως ποσοστά της $U_{\tau 0}$, στην ταχύτητα $V = 2,761m/s$.

		Units	% of $(U_{\tau 0})^2$
$B_{\tau 0}$	1,08 ^E -03	----	29,01
$P_{\tau 0}$	1,7 ^E -03	----	70,99
Total Uncertainty (Trim)		Units	% of τ_0
$U_{\tau 0}$	2,0 ^E -03	----	0,44

Αντίστοιχα, το ποσοστό αβεβαιότητας στις μετρήσεις διαγωγής ανέρχεται στο 0,44% της αδιαστατοποιημένης τιμής τους, όπου πρωτεύοντα ρόλο παίζουν τα τυχαία σφάλματα ($\approx 71\%$ του $U_{\tau 0}^2$). Εκ του ποσοστού που καταλαμβάνουν τα συστηματικά σφάλματα $B_{\tau 0}$, το 99% σχετίζεται με την ακρίβεια του αισθητήριου οργάνου, γεγονός που καταδεικνύει την αναγκαιότητα επιλογής κατάλληλης ακρίβειας αισθητήρα, σωστών πρακτικών βαθμονόμησης και γενικότερα προετοιμασίας εκτέλεσης του πειράματος.

Βιβλιογραφία κεφαλαίου:

1. ITTC, *General Guidelines for Uncertainty Analysis in Resistance Tests*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-02, 2014.

2. ITTC, *Uncertainty Analysis Instrument Calibration*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-01-03-01, Rev.01, 2014.
3. ITTC, *Example for Uncertainty Analysis of Resistance Tests in Towing Tanks*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-02.1, Rev.00, 2014.
4. ITTC, *Practical Guide for Uncertainty Analysis of Resistance Measurement in Routine Tests*, ITTC Recommended Procedures, Procedure 7.5-02-02-02.2, Rev.00, 2014.
5. Longo J. and Stern F., *Resistance, Sinkage and Trim, Wave profile, Nominal Wake Tests, and Uncertainty Assessment for DTMB Model 5512*, Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa.
6. ITTC, *Fresh Water and Sea Water Properties*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-01-03, 2011.
7. Garofallidis D.A., *Experimental and Numerical Investigation of the Flow around a Ship model at Various Froude Numbers*, NTUA Doctorate Thesis, 1996.
8. http://www.cussons.co.uk/marine-research/products/towing_tanks_and_ocean_basin_carriages/towing_carriages/h31_electric_measuring_wheel.asp
9. Coleman, H.W. and Steele, Jr., W.G., *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*, John Wiley, and Sons, Inc., New York 1999.
10. <http://www.sname.org/HigherLogic/System/DownloadDocumentFile.ashx?DocumentFileKey=47d6e7e2-dd1b-4d10-b64c-516a075f29ab>
11. Tamura K., *Study on the blockage correction*, Nagasaki Technical Institute, 1972.
12. ITTC, *Testing and Extrapolation Methods Resistance, Uncertainty Analysis Spreadsheet for Speed Measurements*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-04, 2002.
13. http://www.ati-ia.com/products/ft/ft_models.aspx?id=Delta+IP65
14. ASTM E74-02, *Standard Practise of Force-Measuring Instruments for Verifying the Force Indication of Testing Machines*, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, Pennsylvania, USA 2002.
15. HellasLab, Επιμορφωτικό σεμινάριο «Μετρολογία – Διαπίστευση Εργαλεία για την Επίτευξη Εργαστηριακής Αξιοπιστίας», Αθήνα 2003.
16. Πολυμενάκου Γεωργία, *Uncertainty Analysis Documentation Spreadsheet following the procedures of 27th ITTC*, Διπλωματική εργασία ΕΜΠ, 2017.
17. OIML R 111-1, *Weights of Classes E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₁₋₂, M₂, M₂₋₃, M₃, Metrological and technical requirements*, Organisation Internationale de Metrologie Legale, Paris, France 2004.
18. ITTC, *Testing and Extrapolation Methods Resistance, Uncertainty Analysis Example for Resistance Test*, ITTC Recommended Procedures and Guidelines, Procedure 7.5-02-02-02, Rev.01, 2002.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Συμπεράσματα

Η ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας βοηθάει στην κατεύθυνση ορθότερης σχεδίασης ενός πειράματος αλλά και στην προτυποποίηση της ποιότητας των αποτελεσμάτων ποικίλων ερευνητικών εργασιών, ώστε κάποιος να γνωρίζει εκ των προτέρων τι να περιμένει από τις πρακτικές που ακολουθεί.

Όπως είδαμε στην εργασία, σοβαρό μέρος της εξεταζόμενης ολικής αβεβαιότητας μιας μέτρησης του C_T αποδίδεται στα συστηματικά σφάλματα (50-90%), είτε αυτά έχουν να κάνουν με την αξιοπιστία του μετρητικού εξοπλισμού, είτε με την επιμέλεια σωστής εγκατάστασης/σύνδεσης των μερών του. Τα τυχαία σφάλματα (10-50%) εμπλέκουν επιδράσεις παραγόντων στο εξεταζόμενο φαινόμενο, οι οποίες δύσκολα θα αναγνωρίζονταν υπό κανονικές συνθήκες. Συνεπώς, τα επαναλαμβανόμενα πειράματα συνιστώνται υπό την έννοια ελαχιστοποίησης των τυχαίων σφαλμάτων που υπεισέρχονται στις μετρήσεις.

Στα πειράματα αντίστασης που εξετάστηκαν, αναζητήθηκε η σχετική επίδραση καθενός πρωτογενή παράγοντα ο οποίος κρίθηκε κρίσιμος για το τελικό αποτέλεσμα (αβεβαιότητα στην τιμή του C_T). Η διαδικασία αυτή καθιστά εμφανή τα σημεία/συστήματα τα οποία υποθάλλουν παράγοντες λαθεμένων εκτιμήσεων για την τιμή του C_T , και πιθανώς τα όργανα που τα απαρτίζουν οφείλουν να επαναξιολογηθούν ως προς την καταλληλότητα τους.

Στον Πίνακα 5.1 απαριθμούνται οι όροι αβεβαιοτήτων για τις μετρήσεις του C_T συγκεντρωτικά. Με έντονη γραφή σημειώνονται οι διαφορετικές τιμές των ποσοστών των παραγόντων που παρατηρούνται στις δυο εξεταζόμενες ταχύτητες:

Πίνακας 5.1 Επίδραση παραγόντων στην εκτίμηση αβεβαιότητας του C_T με τη μορφή ποσοστών, $V = 2,761 \text{ m/s}$ & $V = 3,221 \text{ m/s}$.

Term	Value	%	Value	%	
Model geometry (m ²)	2,212		2,212		
B _{S1} (m ²)	5,818E-03	59,30	5,818E-03	59,30	% of (B _S) ²
B _{S2} (m ²)	4,820E-03	40,70	4,820E-03	40,70	% of (B _S) ²
B _S (m ²)	7,555E-03	0,34	7,555E-03	0,34	% of S
Speed (m/s)	2,761		3,221		

Πίνακας 5.1 (Συνέχεια)

B_{n1} (pulses)	1,000	18,05	1,000	18,05	% of $(B_n)^2$
B_{n2} (pulses)	1,500	40,61	1,500	40,61	% of $(B_n)^2$
B_{n3} (pulses)	1,500	40,61	1,500	40,61	% of $(B_n)^2$
B_{n4} (pulses)	0,200	0,72	0,200	0,72	% of $(B_n)^2$
B_n (pulses)	2,354	0,09	2,354	0,09	% of $n=2500$
B_D (m)	2,887E-04	0,18	2,887E-04	0,18	% of $D=0,160$
$B_{\Delta t}$ (s)	1,000E-05	0,03	1,000E-05	0,03	% of $\Delta t=0,04$
B_V (m/s)	1,000E-04	0,00	1,000E-04	0,00	% of V
Model resistance (N)	213,471		269,088		
B_{Rx1} (N)	2,786E-04	0,00	2,786E-04	0,00	% of B_{Rx}^2
B_{Rx2} (N)	1,597E-01	72,61	1,597E-01	72,60	% of B_{Rx}^2
B_{Rx3} (N)	2,032E-03	0,01	2,562E-03	0,02	% of B_{Rx}^2
B_{Rx4} (N)	2,032E-03	0,01	2,562E-03	0,02	% of B_{Rx}^2
B_{Rx5} (N)	9,803E-02	27,37	9,803E-02	27,36	% of B_{Rx}^2
B_{Rx} (N)	1,874E-01	0,09	1,874E-01	0,07	% of Rx
Density (kg/m ³)	999,100		999,100		
B_ρ (kg/m ³)	9,842E-03	0,00	9,842E-03	0,00	% of ρ
Temperature (deg)	15,000		15,000		
B_T (deg)	0,200	1,33	0,200	1,33	% of 15 deg
Total Resistance Coefficient (-)	2,534E-02		2,347E-02		
$\theta_S B_S$	-8,661E-05	93,75	-8,021E-05	95,96	% of B_{CT}^2
$\theta_V B_V$	-1,837E-06	0,04	-1,458E-06	0,03	% of B_{CT}^2
$\theta_{Mx} B_{Mx}$	2,226E-05	6,19	1,635E-05	3,99	% of B_{CT}^2
$\theta_\rho (B_\rho + \theta_{\rho twp} B_T)$	-1,202E-06	0,02	-1,113E-06	0,02	% of B_{CT}^2
B_{CT}	8,945E-05	0,91	8,188E-05	0,35	% of C_T
P_{CT} (S)	2,744E-04	1,08	6,870E-05	0,29	% of C_T
P_{CT} (M)	8,679E-05	0,34	2,172E-05	0,09	% of C_T
U_{CT} (S)	2,887E-04	1,14	1,069E-04	0,46	% of C_T
U_{CT} (M)	1,246E-04	0,49	8,472E-05	0,36	% of C_T

Από τις τιμές των συστατικών μερών του B_{CT} ($\theta_i \cdot B_i$), ως ποσοστά του B_{CT}^2 , κρίνει κανείς ότι ο παράγοντας που προκαλεί τη μεγαλύτερη αβεβαιότητα (95%) στη μέτρηση του C_T είναι τα συστηματικά σφάλματα που αναφέρονται στη βρεχόμενη επιφάνεια. Ο όρος αυτός σχετίζεται με τη γεωμετρία, αλλά και τη συμπεριφορά του μοντέλου στα πειράματα. Δυστυχώς η σημερινή πρακτική και ο εξοπλισμός του εργαστηρίου δε μας επιτρέπει να γνωρίζουμε το μέγεθος αυτού του παράγοντα. Κατά τη γνώμη της συγγραφέως θα μπορούσε να επιχειρηθεί η μέτρηση της ισάλου γραμμής με κατάλληλους αισθητήρες (wave probes ή οπτικό σύστημα) και αποτύπωση με laser scanning της τρισδιάστατης επιφάνειας του μοντέλου.

Ο δεύτερος σημαντικός όρος αβεβαιότητας οφείλεται στο σύστημα μέτρησης της υδροδυναμικής αντίστασης, καθώς το αντίστοιχο συστηματικό σφάλμα του συστήματος συμβάλλει κατά ένα ποσοστό 4-6% στην αβεβαιότητα του αποτελέσματος. Αν επικεντρωθούμε μάλιστα στις πηγές που προκαλούν το ανωτέρω ποσοστό, βλέπουμε ότι σημαντικό μέρος των μετρητικών σφαλμάτων στην αντίσταση προέρχεται εκ της επεξεργασίας και συλλογής δεδομένων ($B_{Rx2} \sim 73\%$ και $B_{Rx5} \sim 27\%$). Προτείνεται για το λόγο αυτό αναβάθμιση του αισθητήρα μέτρησης αντίστασης από άλλον με χαρακτηριστικά καλύτερης γραμμικότητας, καθώς και αναβάθμιση της κάρτας επεξεργασίας δεδομένων (AD conversion card). Επιπρόσθετα να υπενθυμίσουμε την υπόθεση που κάναμε για την ακρίβεια των πρότυπων βαρών βαθμονόμησης (mass standards uncertainty) λόγω έλλειψης σχετικών πιστοποιητικών.

Στο σύστημα της ταχύτητας, βάσει των τιμών που έχουμε θεωρήσει για τα B_n , B_D , $B_{\Delta t}$ (διότι δεν ήταν δυνατό να πραγματοποιήσουμε βαθμονόμηση του οπτικού καταγραφέα), ο όρος που φαίνεται να παίζει σημαντικό ρόλο στην αβεβαιότητα είναι ο αριθμός παλμών n . Σε τέτοιες περιπτώσεις προτείνεται αναβάθμιση του κύκλου συλλογής των δεδομένων (μείωση των B_{n2} , B_{n3} αντίστοιχα).

Κλείνοντας, παρατηρώντας τα B_{CT} , $P_{CT}(S)$, $P_{CT}(M)$, $U_{CT}(S)$, $U_{CT}(M)$ ως ποσοστά της τιμής του C_T μπορούμε να συμπεράνουμε για την εξεταζόμενη εφαρμογή ότι αυξανόμενης της ταχύτητας V , μειώνεται η αβεβαιότητα στη μέτρηση του C_T .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Χρήσιμοι πίνακες στατιστικής

Πίνακας Α.1 Κατανομή Student, όπου φαίνονται οι τιμές t , για επίπεδο εμπιστοσύνης C , και ν βαθμούς ελευθερίας [1].

$C \backslash \nu$	0.900	0.950	0.990	0.995	0.999
1	6.314	12.706	63.657	127.321	636.619
2	2.920	4.303	9.925	14.080	31.598
3	2.353	3.182	5.841	7.453	12.924
4	2.132	2.776	4.604	5.598	8.610
5	2.015	2.571	4.032	4.773	6.869
6	1.963	2.447	3.707	4.317	5.959
7	1.895	2.365	3.499	4.029	5.408
8	1.860	2.306	3.355	3.833	5.041
9	1.833	2.262	3.250	3.690	4.781
10	1.812	2.228	3.169	3.581	4.587
11	1.796	2.201	3.106	3.497	4.436
12	1.782	2.179	3.055	3.428	4.318
13	1.771	2.160	3.012	3.372	4.221
14	1.761	2.145	2.977	3.326	4.140
15	1.753	2.131	2.947	3.286	4.073
16	1.746	2.120	2.921	3.252	4.015
17	1.740	2.110	2.898	3.223	3.965
18	1.734	2.101	2.878	3.197	3.922
19	1.729	2.093	2.861	3.174	3.883
20	1.725	2.086	2.845	3.153	3.850
21	1.721	2.080	2.831	3.135	3.819
22	1.717	2.074	2.819	3.119	3.792
23	1.714	2.069	2.807	3.104	3.768
24	1.711	2.064	2.797	3.090	3.745
25	1.708	2.060	2.787	3.078	3.725
26	1.706	2.056	2.779	3.067	3.707
27	1.703	2.052	2.771	3.057	3.690
28	1.701	2.048	2.763	3.047	3.674
29	1.699	2.045	2.756	3.038	3.659
30	1.697	2.042	2.750	3.030	3.646
40	1.684	2.021	2.704	2.971	3.551
60	1.671	2.000	2.660	2.915	3.460
120	1.658	1.980	2.617	2.860	3.373
∞	1.645	1.960	2.576	2.807	3.291

Σημείωση: οι συντελεστές κάλυψης της κατανομής Student ισχύουν υπό την προϋπόθεση κανονικότητας της κατανομής f . Ο υπολογισμός των συντελεστών κάλυψης για διαφορετικές κατανομές σφαλμάτων των παραγόντων X_i απαιτεί χρήση άλλων στατιστικών εργαλείων, εκτός από τις περιπτώσεις μεγάλου μεγέθους δειγμάτων όπου το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα επιτρέπει την αποδοχή της υπόθεσης κανονικότητας της κατανομής του Y ακόμη και για μη κανονικές κατανομές f .

Πίνακας Α.2 Κατανομή πιθανοτήτων κατά Gauss [2]

τ	Prob (τ)	τ	Prob (τ)	τ	Prob (τ)	τ	Prob (τ)
0.00	0.0000	1.00	0.6827	2.00	0.9545	3.00	0.9973002
0.02	0.0160	1.02	0.6923	2.02	0.9566	3.05	0.9977115
0.04	0.0319	1.04	0.7017	2.04	0.9586	3.10	0.9980647
0.06	0.0478	1.06	0.7109	2.06	0.9606	3.15	0.9983672
0.08	0.0638	1.08	0.7199	2.08	0.9625	3.20	0.9986257
0.10	0.0797	1.10	0.7287	2.10	0.9643	3.25	0.9988459
0.12	0.0955	1.12	0.7373	2.12	0.9660	3.30	0.9990331
0.14	0.1113	1.14	0.7457	2.14	0.9676	3.35	0.9991918
0.16	0.1271	1.16	0.7540	2.16	0.9692	3.40	0.9993261
0.18	0.1428	1.18	0.7620	2.18	0.9707	3.45	0.9994394
0.20	0.1585	1.20	0.7699	2.20	0.9722	3.50	0.9995347
0.22	0.1741	1.22	0.7775	2.22	0.9736	3.55	0.9996147
0.24	0.1897	1.24	0.7850	2.24	0.9749	3.60	0.9996817
0.26	0.2051	1.26	0.7923	2.26	0.9762	3.65	0.9997377
0.28	0.2205	1.28	0.7995	2.28	0.9774	3.70	0.9997843
0.30	0.2358	1.30	0.8064	2.30	0.9786	3.75	0.9998231
0.32	0.2510	1.32	0.8132	2.32	0.9797	3.80	0.9998552
0.34	0.2661	1.34	0.8198	2.34	0.9807	3.85	0.9998818
0.36	0.2812	1.36	0.8262	2.36	0.9817	3.90	0.9999037
0.38	0.2961	1.38	0.8324	2.38	0.9827	3.95	0.9999218
0.40	0.3108	1.40	0.8385	2.40	0.9836	4.00	0.9999366
0.42	0.3255	1.42	0.8444	2.42	0.9845	4.05	0.9999487
0.44	0.3401	1.44	0.8501	2.44	0.9853	4.10	0.9999586
0.46	0.3545	1.46	0.8557	2.46	0.9861	4.15	0.9999667
0.48	0.3688	1.48	0.8611	2.48	0.9869	4.20	0.9999732
0.50	0.3829	1.50	0.8664	2.50	0.9876	4.25	0.9999786
0.52	0.3969	1.52	0.8715	2.52	0.9883	4.30	0.9999829
0.54	0.4108	1.54	0.8764	2.54	0.9889	4.35	0.9999863
0.56	0.4245	1.56	0.8812	2.56	0.9895	4.40	0.9999891
0.58	0.4381	1.58	0.8859	2.58	0.9901	4.45	0.9999911
0.60	0.4515	1.60	0.8904	2.60	0.9907	4.50	0.9999931
0.62	0.4647	1.62	0.8948	2.62	0.9912	4.55	0.9999946
0.64	0.4778	1.64	0.8990	2.64	0.9917	4.60	0.9999957
0.66	0.4907	1.66	0.9031	2.66	0.9922	4.65	0.9999966
0.68	0.5035	1.68	0.9070	2.68	0.9926	4.70	0.9999973
0.70	0.5161	1.70	0.9109	2.70	0.9931	4.75	0.9999979
0.72	0.5285	1.72	0.9146	2.72	0.9935	4.80	0.9999984
0.74	0.5407	1.74	0.9181	2.74	0.9939	4.85	0.9999987
0.76	0.5527	1.76	0.9216	2.76	0.9942	4.90	0.9999990
0.78	0.5646	1.78	0.9249	2.78	0.9946	4.95	0.9999992
0.80	0.5763	1.80	0.9281	2.80	0.9949	5.00	0.9999994
0.82	0.5878	1.82	0.9312	2.82	0.9952		
0.84	0.5991	1.84	0.9342	2.84	0.9955		
0.86	0.6102	1.86	0.9371	2.86	0.9958		
0.88	0.6211	1.88	0.9399	2.88	0.9960		
0.90	0.6319	1.90	0.9426	2.90	0.9963		
0.92	0.6424	1.92	0.9451	2.92	0.9965		
0.94	0.6528	1.94	0.9476	2.94	0.9967		
0.96	0.6629	1.96	0.9500	2.96	0.9969		
0.98	0.6729	1.98	0.9523	2.98	0.9971		

Βιβλιογραφία παραρτήματος:

1. AIAA Standard, Assessment of Wind Tunnel Data Uncertainty, AIAA S-071-1995, Washington D.C. 1995.
2. Coleman, H.W. and Steele, Jr., W.G., *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*, John Wiley, and Sons, Inc., New York 1999.

Πίνακας Β.1 Πειραματικά μεγέθη 1^{ου} σετ για την ταχύτητα V=2,761 m/s, excel Sheet#3 [1]

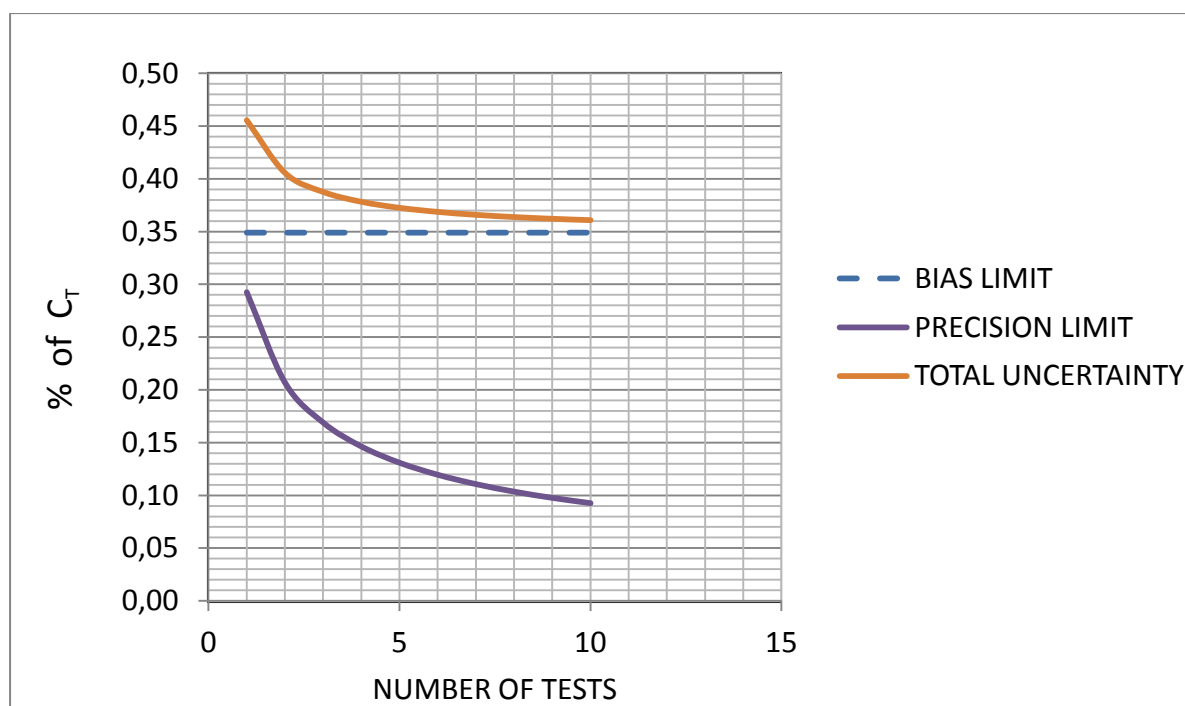
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
#	Car/ge Speed (m/sec)	Offset Val. Heave (Volts)	Volt/ter Heave Display (Volts)	Heave nominal (Volts)	Offset Val. Pitch (Volts)	Volt/ter Pitch Display (Volts)	Pitch nominal (Volts)	Offset Val. Resist. (kg)	Volt/ter Resist. Display (kg)	Resist. Nominal (kg)	Heave (mm)	Pitch (deg)	Resistance (N)
1	2,758	4,590	4,973	0,383	- 0,430	1,052	1,482	0,667	22,255	21,588	34,689	-3,617	211,629
2	2,758	4,590	4,976	0,386	- 0,431	1,051	1,482	0,650	22,152	21,502	34,664	-3,617	210,786
3	2,758	4,592	4,976	0,384	- 0,432	1,075	1,507	0,624	22,469	21,845	34,681	-3,676	214,149
4	2,761	4,592	4,976	0,384	- 0,432	1,063	1,495	0,015	21,772	21,757	34,681	-3,648	213,286
5	2,761	4,592	4,981	0,389	- 0,433	1,062	1,495	0,010	21,808	21,798	34,640	-3,648	213,688
6	2,761	4,590	4,983	0,393	- 0,433	1,058	1,491	0,003	21,637	21,634	34,607	-3,638	212,080
7	2,758	4,591	4,980	0,389	- 0,433	1,067	1,500	0,003	21,641	21,638	34,640	-3,660	212,119
8	2,758	4,593	4,980	0,387	- 0,433	1,076	1,509	0,005	21,870	21,865	34,656	-3,681	214,345
9	2,758	4,591	4,978	0,387	- 0,433	1,066	1,499	0,016	21,710	21,694	34,656	-3,657	212,668
10	2,758	4,593	4,979	0,386	- 0,433	1,066	1,499	0,013	21,613	21,600	34,664	-3,657	211,747

Πίνακας Β.2 Πειραματικά μεγέθη 2^{ου} σετ για την ταχύτητα V=3,221 m/s, excel Sheet#3 [1]

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
#	Car/ge Speed (m/sec)	Offset Val. Heave (Volts)	Volt/ter Heave Display (Volts)	Heave nominal (Volts)	Offset Val. Pitch (Volts)	Volt/ter Pitch Display (Volts)	Pitch nominal (Volts)	Offset Val. Resist. (kg)	Volt/ter Resist. Display (kg)	Resist. Nominal (kg)	Heave (mm)	Pitch (deg)	Resistance (N)
1	3,218	4,591	4,859	0,268	0,434	1,648	2,082	0,019	27,397	27,378	35,638	-5,033	268,389
2	3,218	4,592	4,862	0,270	0,435	1,628	2,063	0,043	27,369	27,326	35,622	-4,988	267,880
3	3,218	4,592	4,863	0,271	0,435	1,641	2,076	0,056	27,371	27,315	35,614	-5,019	267,772
4	3,219	4,591	4,859	0,268	0,435	1,639	2,074	0,056	27,368	27,312	35,638	-5,014	267,742
5	3,219	4,592	4,863	0,271	0,435	1,644	2,079	0,056	27,438	27,382	35,614	-5,026	268,428
6	3,218	4,594	4,852	0,258	0,434	1,627	2,061	0,023	27,376	27,353	35,721	-4,983	268,144
7	3,219	4,595	4,858	0,263	0,435	1,638	2,073	0,051	27,367	27,316	35,680	-5,012	267,781
8	3,219	4,590	4,867	0,277	0,436	1,646	2,082	0,056	27,443	27,387	35,564	-5,033	268,477
9	3,219	4,596	4,865	0,269	0,436	1,639	2,075	0,083	27,358	27,275	35,630	-5,017	267,380
10	3,218	4,592	4,861	0,269	0,436	1,639	2,075	0,093	27,459	27,366	35,630	-5,017	268,272

Πίνακας Β.3 Στατιστικά μεγέθη μετά την εξαιρέση απόμακρων τιμών για $V=3,221$ m/s, excel Sheet#3 [1].

	<i>Heave (mm)</i>	<i>Pitch (deg)</i>	<i>Resistance (N)</i>
Μέση τιμή (10 παρατηρήσεις)	35,635	-5,014	268,027
Τυπική απόκλιση (10 παρατηρήσεις)	0,042	0,017	0,368
Μέση τιμή (9 παρατηρήσεις)	35,625	-	-
Τυπική απόκλιση (9 παρατηρήσεις)	0,030	-	-



Διάγραμμα 4.10 Συστηματικό σφάλμα, τυχαίο σφάλμα και ολική αβεβαιότητα, για $V=3,221$ m/s, excel Sheet#5 [1].

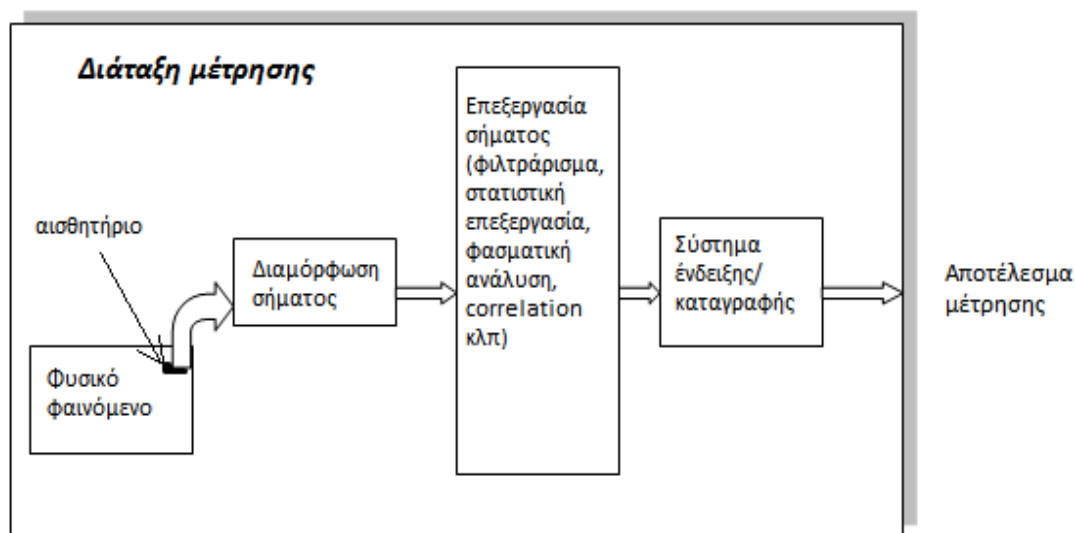
Βιβλιογραφία παραρτήματος:

1. Πολυμενάκου Γεωργία, *Uncertainty Analysis Documentation Spreadsheet following the procedures of 27th ITTC*, Διπλωματική εργασία ΕΜΠ, 2017.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ C

Βασικά Χαρακτηριστικά Μετρητικών Διατάξεων [1]

Η κατανόηση των βασικών λειτουργικών χαρακτηριστικών των μετρητικών διατάξεων και του τρόπου με τον οποίο προδιαγράφονται οι επιδόσεις τους συνιστά ουσιώδες και αναγκαίο προαπαιτούμενο για την αποτίμηση του είδους και του εύρους των πιθανών σφαλμάτων στις μετρήσεις.



Εικόνα C.1 Η δομή των μετρητικών διατάξεων σχηματικά

Όργανο μέτρησης:

Ένα λειτουργικό σύνολο από ένα ή περισσότερα διακριτά στοιχεία με σκοπό την παραγωγή μιας ένδειξης η οποία είναι συνάρτηση του μετρούμενου φυσικού μεγέθους.

Το βασικό στοιχείο είναι ο αισθητήρας ο οποίος δέχεται την επίδραση του μετρούμενου μεγέθους και μεταφράζει την επίδραση αυτή σε άμεσα ή έμμεσα αναγνώσιμη πληροφορία. Επιπλέον συνήθη στοιχεία είναι ο μετατροπέας ή διαμορφωτής σήματος, ο οποίος μετατρέπει την πληροφορία στην έξοδο του αισθητήρα σε μια άλλη πληροφορία πιο εύκολα εκμεταλλεύσιμη (π.χ. ένας ενισχυτής), ένα στοιχείο (αναλογικής ή ψηφιακής) επεξεργασίας σήματος και ένα στοιχείο απεικόνισης της μέτρησης.

1^η κατηγοριοποίηση

Παθητικά ή ενεργητικά (passive or active) ανάλογα με το εάν η παρεχόμενη ένδειξη παράγεται κατευθείαν από το μετρούμενο μέγεθος ή εάν το μετρούμενο μέγεθος διαμορφώνει κατάλληλα ένα άλλο μέγεθος. Παράδειγμα παθητικού οργάνου είναι το γυάλινο υδραργυρικό θερμόμετρο και ενεργητικού ο ηλεκτρονικός ζυγός.

2^η κατηγοριοποίηση

Μηδενισμού ή απόκλισης (nul-type or deflection type), ανάλογα με το εάν το όργανο χρησιμεύει στο να εξισορροπήσει την επίδραση του άγνωστου μετρούμενου μεγέθους με ένα άλλο ομοειδές και γνωστό (π.χ. η μέτρηση ηλεκτρικής αντίστασης με γέφυρα ή η μέτρηση πίεσης με dead-weight tester) ή απεικονίζει μια μεταβαλλόμενη ένδειξη (π.χ. το υδραργυρικό θερμόμετρο). Κατά κανόνα τα όργανα απόκλισης είναι πιο εύχρηστα ενώ τα όργανα μηδενισμού διασφαλίζουν ορθότερες μετρήσεις.

Η τεχνολογική εξέλιξη, ειδικότερα στον τομέα των ηλεκτρονικών έχει κατά κάποιο τρόπο προσδώσει χαρακτηριστικά αδιαφάνειας στις διατάξεις μέτρησης, αποκρύπτοντας τον ειδικό ρόλο του κάθε στοιχείου.

Η κατανόηση της εσωτερικής δομής και λειτουργίας των οργάνων μέτρησης συνιστά για τον μετρολόγο κρίσιμο ζήτημα από την άποψη της κατανόησης των πιθανών σφαλμάτων και της διασφάλισης της ποιότητας των μετρήσεων.

Στατικός χαρακτηρισμός οργάνων μέτρησης

Ο στατικός χαρακτηρισμός αφορά μόνο την συμπεριφορά ενός οργάνου μέτρησης σε σταθερές συνθήκες και ισχύει μόνο όταν η συσκευή χρησιμοποιείται ικανοποιώντας τις προδιαγραφόμενες τυπικές απαιτήσεις διακρίβωσης.

Ορθότητα (accuracy)

Μέτρο του εύρους των σφαλμάτων στις ενδείξεις ενός οργάνου μέτρησης και ορίζεται συνήθως ως ποσοστό της πλήρους κλίμακας των ενδείξεων του οργάνου.

Χαρακτηρίζει καταρχήν και κατά κύριο λόγο τη μετρολογική ποιότητα του οργάνου και όχι την ποιότητα μιας συγκεκριμένης μέτρησης, η οποία εν γένει δίδεται από την αβεβαιότητα της μέτρησης αυτής.

Δίδει τη δυνατότητα να εκτιμηθεί το διάστημα στο οποίο περιέχεται η αληθής τιμή του μετρούμενου μεγέθους. Δεν περιέχει καμία πληροφορία σχετικά με το ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί η αληθής τιμή σε μια συγκεκριμένη περιοχή του διαστήματος αυτού. *Όμως, όπως θα δούμε παρακάτω, είναι δυνατό να εκτιμηθεί η αβεβαιότητα της μιας μέτρησης στη βάση της ορθότητας του οργάνου.*

Ανοχή (tolerance)

Δεν αποτελεί χαρακτηριστικό μιας μετρητικής διάταξης, συνδέεται άμεσα με την ορθότητα. Οι απαιτήσεις ορθότητας προδιαγράφονται μερικές φορές με όρους ανοχής. Όταν χρησιμοποιείται σωστά, η ανοχή ορίζει το μέγιστο αναμενόμενο σφάλμα στην τιμή μιας μέτρησης ή ακόμα τη μέγιστη απόκλιση ενός μεγέθους από μια προδιαγεγραμμένη τιμή.

Ακρίβεια μέτρησης (precision)

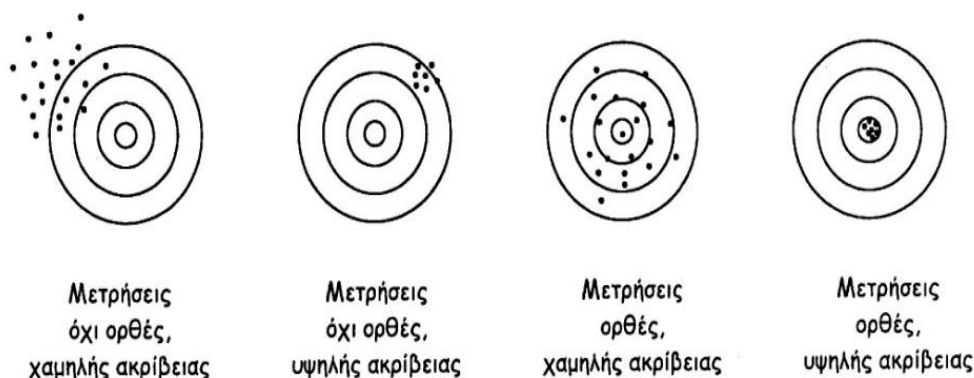
Αναφέρεται στην εγγύτητα της συμφωνίας μεταξύ του αποτελέσματος μιας μέτρησης και της κατά συνθήκη αληθούς τιμής του μετρούμενου μεγέθους. Συχνά παρεξηγημένη έννοια, κυρίως λόγω της σύγχυσης που προκαλείται από τη λαθεμένη της συσχέτιση με την ορθότητα μιας μέτρησης. Περιγράφει ποιοτικά – και όχι ποσοτικά- τη διασπορά των ενδείξεων ενός οργάνου ή των αποτελεσμάτων μιας διαδικασίας μέτρησης για το ίδιο μετρούμενο μέγεθος. Με άλλα λόγια η ακρίβεια περιγράφει τους βαθμούς ελευθερίας μιας διάταξης ή διαδικασίας μέτρησης από τα τυχαία σφάλματα, δηλαδή το πόσο επηρεάζεται το τελικό αποτέλεσμα από τα σφάλματα αυτά.

Στην πράξη αποτελεί κυρίως χαρακτηριστικό ενός οργάνου ή μιας διαδικασίας μέτρησης και όχι του αποτελέσματος αυτού καθαυτού.

Ένα όργανο υψηλής (ή μεγάλης) ακρίβειας θα δώσει για το ίδιο μετρούμενο μέγεθος μικρή διασπορά αποτελεσμάτων σε αντίθεση με ένα όργανο χαμηλής ακρίβειας η χρήση του οποίου θα οδηγήσει σε μεγάλη διασπορά τιμών.

Υψηλή ακρίβεια δε σημαίνει σε καμία περίπτωση και υψηλή ορθότητα. Χαμηλής ορθότητας μετρήσεις από ένα όργανο υψηλής ακρίβειας είναι

για παράδειγμα δυνατόν να οφείλονται σε συστηματική απόκλιση (bias), η οποία μπορεί να αφαιρεθεί με την διακρίβωση.



Εικόνα C.2 Απεικόνιση ακρίβειας – ορθότητας

Επαναληψιμότητα (repeatability), Αναπαραγωγιμότητα (reproducibility)

Οι όροι επαναληψιμότητα και αναπαραγωγιμότητα έχουν περίπου το ίδιο περιεχόμενο με τον όρο ακρίβεια αλλά βρίσκουν εφαρμογή σε συγκεκριμένες συνθήκες.

Η επαναληψιμότητα περιγράφει την εγγύτητα των αποτελεσμάτων επαναλαμβανόμενων μετρήσεων όταν εφαρμόζεται για μια σύντομη χρονική περίοδο οι ίδιες τιμές στην είσοδο του οργάνου (ίδιο μετρούμενο μέγεθος), διατηρώντας ταυτόχρονα σταθερές τις συνθήκες μέτρησης.

Η αναπαραγωγιμότητα περιγράφει την εγγύτητα των αποτελεσμάτων για το ίδιο μετρούμενο μέγεθος, αλλά με διαφορετικά όργανα ή με μεταβολές στις συνθήκες μέτρησης.

Διακριτότητα (resolution)

Η μικρότερη μεταβολή του μετρούμενου μεγέθους η οποία μπορεί να οδηγήσει σε ανιχνεύσιμη μεταβολή της ένδειξης ενός οργάνου.

Εύρος (range/span)

Διάστημα από την ελάχιστη έως τη μέγιστη τιμή που μπορεί να μετρήσει μια συσκευή. Συχνά το ίδιο το όργανο διαθέτει περισσότερα του ενός

ρυθμιζόμενα διαστήματα μέτρησης και τα χαρακτηριστικά του δίδονται για καθένα από τα διαστήματα αυτά.

Μετατόπιση (bias)

Αντιστοιχεί σε ένα σφάλμα το οποίο υφίσταται σε όλο το εύρος της μέτρησης ενός οργάνου, σφάλμα το οποίο μπορεί να αφαιρεθεί ή και να διορθωθεί με την διακρίβωση.

Στις περισσότερες περιπτώσεις το σφάλμα μετατόπισης είναι συνάρτηση του χρονικού διαστήματος από την τελευταία διακρίβωση και των συνθηκών χρήσης.

Ολίσθηση (drift)

Περιγράφει την επίδραση της μεταβολής των περιβαλλοντικών συνθηκών τόσο σε μια συγκεκριμένη ένδειξη (συνήθως στο μηδέν, zero drift), όσο και στην ευαισθησία ενός οργάνου (sensitivity drift).

Αντίθετα με τη μετατόπιση, η ολίσθηση δε μπορεί να διορθωθεί εύκολα κατά τη διακρίβωση, είναι όμως δυνατό να συνυπολογιστεί ως μια συνιστώσα της αβεβαιότητας.

Ευαισθησία (sensitivity)

Ο λόγος της μεταβολής των ενδείξεων λόγω μεταβολής του μετρούμενου μεγέθους προς την μεταβολή αυτή του μετρούμενου μεγέθους.

Γραμμικότητα (linearity)

Για λόγους που σχετίζονται με τη διευκόλυνση της ανάγνωσης των ενδείξεων και της καταγραφής των αποτελεσμάτων, είναι συνήθως επιθυμητή η γραμμική μεταβολή της εξόδου ενός οργάνου μέτρησης ως συνάρτηση του μετρούμενου μεγέθους. Το σφάλμα της γραμμικότητας ορίζεται ως η μέγιστη απόκλιση των πραγματικών ενδείξεων από την ιδεώδη γραμμική απόκριση του οργάνου σε όλο το εύρος των μετρήσεων και εκφράζεται συνήθως ως ποσοστό της πλήρους κλίμακας.

Υστέρηση (hysteresis)

Χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά οργάνων η ένδειξη των οποίων για την ίδια τιμή του μετρούμενου μεγέθους είναι διαφορετική, ανάλογα με το εάν η μέτρηση εντάσσεται σε μια αλληλουχία σταδιακά αυξανόμενων ή σταδιακά μειούμενων τιμών.

Δυναμικός χαρακτηρισμός οργάνων μέτρησης

Η ποιότητα της μέτρησης επηρεάζεται συχνά σε καθοριστικό βαθμό, και από τη δυναμική του απόκριση σε συνθήκες μεταβολής του μετρούμενου μεγέθους. Τα δυναμικά χαρακτηριστικά, όπως και τα αντίστοιχα στατικά, περιλαμβάνονται στην τεκμηρίωση που συνοδεύει το όργανο και έχουν ισχύ για συγκεκριμένες συνθήκες χρήσης.

Μοντελοποίηση της δυναμικής απόκρισης S ενός συστήματος μέτρησης του μεγέθους Q με τη βοήθεια μιας γραμμικής διαφορικής εξίσωσης με σταθερούς συντελεστές:

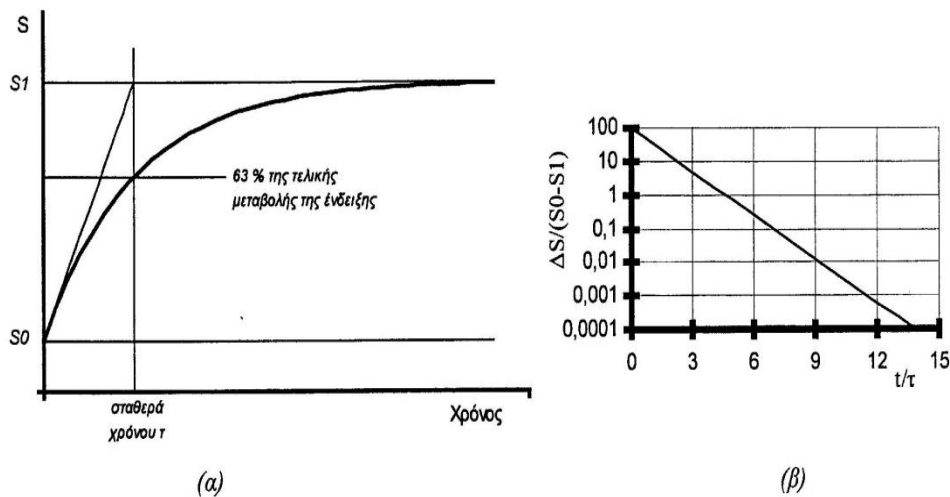
$$a_n \frac{d^n S}{dt} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} S}{dt} + \dots + a_1 \frac{dS}{dt} + a_0 S = b Q(x)$$

Ανάλογα με τη δυναμική του απόκριση, ένα όργανο μπορεί να χαρακτηριστεί ως μηδενικής, 1^{ης} ή 2^{ας} τάξεως και σχετίζεται με τη φύση του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει την απόκριση στην έξοδό του, και πιο συγκεκριμένα ανάλογα με τον αριθμό των μη μηδενικών συντελεστών της εξίσωσης.

Κατηγοριοποιείται σε:

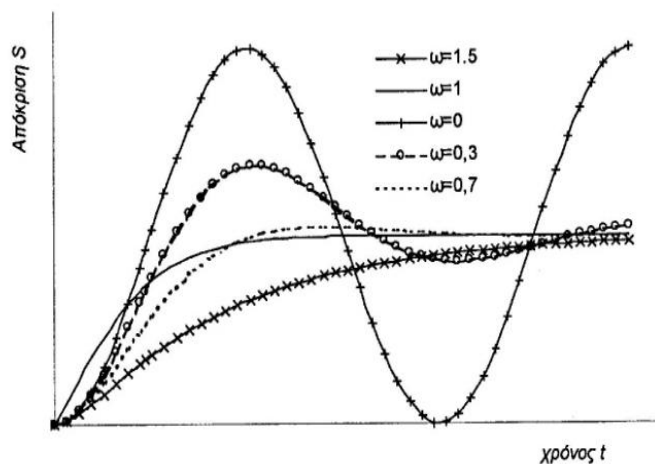
-Μηδενικής τάξεως όργανο (zero order instrument, με $n=0$): εάν η απόκριση του δεν παρουσιάζει αξιοσημείωτη καθυστέρηση σε σχέση με τη μεταβολή στο μετρούμενο μέγεθος. Η απόκριση ενός μηδενικής τάξεως οργάνου είναι πάντα γραμμική συνάρτηση του μετρούμενου μεγέθους και δεν υπάρχουν σφάλματα καθυστέρησης ή παραμόρφωσης συχνότητας.

-1^{ης} τάξεως (first order instrument, $n=1$): η συνηθέστερα αντιμετωπιζόμενη μετρολογική πρακτική. Η ένδειξη S σε απόκριση σε μια βηματική απότομη αλλαγή στην μετρούμενη ποσότητα μεταβάλλεται με το χρόνο από την αρχική της τιμή S_0 στην τελική S_1 ακολουθώντας μια χαρακτηριστική καμπύλη.



Εικόνα C.3 Απόκριση οργάνου 1^{ης} τάξης και σφάλματα δυναμικής απόκρισης

-2^{ας} τάξεως (second order instrument, $n=2$): η απόκρισή του περιγράφεται χρησιμοποιώντας τρεις χαρακτηριστικές παραμέτρους, την στατική ευαισθησία (static sensitivity), τη φυσική συχνότητα (undamped natural frequency) και το λόγο απόσβεσης (damping ratio). Η απόκριση είναι συνάρτηση των παραμέτρων αυτών και της μεταβλητότητας του μετρούμενου μεγέθους. Σαν παράμετρος βελτιστοποίησης του συστήματος θεωρείται κυρίως ο λόγος απόσβεσης.



Εικόνα C.4 Απόκριση οργάνου 2^{ας} τάξης

Βιβλιογραφία παραρτήματος:

1. Γρηγορόπουλος Γ., Σημειώσεις μαθήματος «Μετρήσεις Φυσικών Μεγεθών με έμφαση στο Θαλάσσιο Περιβάλλον», Ε.Μ.Π. 2003.