



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών

ΔΠΜΣ Γεωπληροφορική

**«Συνδυασμός Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων και
Γεωστατιστικών μοντέλων για την βελτιστοποίηση δικτύου
γεωτρήσεων παρακολούθησης στάθμης υπόγειου υδροφορέα»**

Κολοσιώνης Κωνσταντίνος

ΑΘΗΝΑ 2018



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

School of Rural and Surveying Engineering

Master's Program in Geoinformatics

«Combination of Artificial Neural Networks and Geostatistical models for the optimization of the aquifer's groundwater level monitoring network»

Kolosionis Konstantinos

ATHENS 2018

Κολοσιώνης Κωνσταντίνος
Μηχανικός Περιβάλλοντος

Copyright © All rights reserved. Κολοσιώνης Κωνσταντίνος, 2018 Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής

Μ. Κάβουρας Καθ. Ε.Μ.Π.

Μ. Παπαδοπούλου Αναπλ. Καθ. Ε.Μ.Π.

Α. Μαντόγλου Καθ. Ε.Μ.Π.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Εισαγωγή.....	1
1. Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	2
1.1 Εισαγωγή	2
1.2 Γενικές έννοιες.....	2
1.3 Βασική Δομή Τεχνητού Νευρώνα.....	4
1.4 Συναρτήσεις ενεργοποίησης	6
1.5 Αρχιτεκτονική νευρωνικών δικτύων.....	8
1.6 Βασικές Μέθοδοι Εκπαίδευσης.....	9
1.7 Παραδείγματα νευρωνικών δικτύων	11
1.8 Δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης.....	13
2. Γεωστατιστικά Μοντέλα	17
2.1 Εισαγωγή	17
2.2 Ημι-Βαριόγραμμα	19
2.3 Προσδιορισμός Ημιβαριογράμματος	20
2.4 Μοντέλα Ημι-βαριογραμμάτων	24
2.5 Χωρική εκτίμηση – Kriging.....	28
2.5.1 Ordinary Kriging.....	29
3. Χαρακτηριστικά Περιοχής Μελέτης.....	32
3.1 Χαρακτηριστικά της περιοχής ενδιαφέροντος.....	33
3.2 Υδρογεωλογικό υπόβαθρο	33
3.3 Κλιματολογικές συνθήκες.....	37
3.4 Υδρολογικά χαρακτηριστικά.....	37
3.5 Χρήσεις γης (Γεωργικές Δραστηριότητες)	42
4. Ανάλυση Αποτελεσμάτων.....	43
4.1 Καταγραφή Δεδομένων	43
4.2 Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο και Εκτιμήσεις	44
4.2.1 Παράμετροι Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου	44
4.2.2 Εκτιμήσεις.....	45
4.3 Αποτελέσματα Γεωστατιστικού Μοντέλου	49
5. Συμπεράσματα	57
Βιβλιογραφία	59

Περίληψη

Τα δίκτυα γεωτρήσεων ενός υδροφορέα παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για την διαχείριση και την ποιότητα των υπόγειων υδατικών αποθεμάτων, ειδικά σε περιοχές όπου υπάρχει αλόγιστη εκμετάλλευση τους εξαιτίας της εκτεταμένης γεωργικής δραστηριότητας. Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται μια συνδυαστική προσέγγιση βελτιστοποίησης που βασίζεται στη γεωστατιστική μέθοδο Kriging σε συνδυασμό με την χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων (ΤΝΔ). Έχοντας ως δεδομένο το υπάρχον δίκτυο γεωτρήσεων στον υπόγειο υδροφορέα της λεκάνης των Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης, σκοπός της εργασίας είναι η εύρεση της αποδοτικότερης λειτουργίας του δικτύου γεωτρήσεων. Η κατάργηση των γεωτρήσεων που συμβάλλουν το λιγότερο στην χαρτογράφηση της υπόγειας στάθμης της υπό μελέτη περιοχής καθώς και η αντικατάσταση των μετρήσεων με εκτιμήσεις όπου είναι δυνατόν, μπορούν να επιτευχθούν μέσω στατιστικών μεθόδων χωρίς να επηρεάζεται η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων. Στην εργασία χρησιμοποιείται αρχικά ένα ΤΝΔ για την εύρεση των γεωτρήσεων των οποίων οι τιμές υπόγειας στάθμης δύναται να αντικατασταθούν με εκτιμήσεις του ΤΝΔ και στην συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος κανονικού Kriging ώστε να διαπιστωθεί κατά πόσο επηρεάζεται η χαρτογράφηση της στάθμης της περιοχή μελέτης με την χρήση των εκτιμήσεων του ΤΝΔ. Τέλος προσδιορίζονται οι γεωτρήσεις οι οποίες συντελούν καθόλου ή ελάχιστα στην αποδοτική χαρτογράφηση της στάθμης. Δεδομένου του υψηλού κόστους συντήρησης και λειτουργίας ενός δικτύου γεωτρήσεων η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί από τις αρμόδιες αρχές για την εξοικονόμηση πόρων, τον αποδοτικότερο και συχνότερο έλεγχο των υδατικών αποθεμάτων καθώς και για την λήψη σημαντικών αποφάσεων σχετικά με την διαχείριση των υδατικών πόρων.

Abstract

Aquifers' well monitoring networks provide crucial information on the management and quality of groundwater resources, especially in overexploited areas due to extensive agricultural activity. In the present thesis a combined optimization approach based on the Kriging geostatistical method in combination with the use of Artificial Neural Networks (ANN) is developed. Taking into account the existing well monitoring network of the underground aquifer in Mires basin of Heraklion Crete, the aim of the thesis is to efficiently optimize the operation of the well monitoring network. The detection of monitoring wells that contribute the less to the mapping of the underground level in the area of study and the replacement of measurements with estimations, where possible, can be achieved through geostatistical methods without affecting the validity of the results. In the framework of the present thesis an ANN is initially used in order to find monitoring wells whose underground level values can be replaced by estimates of the ANN, and then the ordinary Kriging method is applied to determine whether the mapping of the study area level is affected by the use of the ANN estimates. Finally the monitoring wells which contribute little or not at all to the efficient aquifer level mapping are identified. Given the high maintenance and operation costs of a monitoring network, the implementation of the proposed method could be used by the competent authorities to save economic resources, monitor more efficiently and frequently the water resources and to take important decisions regarding water resources management.

Εισαγωγή

Τα δίκτυα γεωτρήσεων παρακολούθησης της στάθμης και των ποιοτικών χαρακτηριστικών των υπογείων υδάτων παρέχουν απαραίτητες πληροφορίες για την ανάλυση της συμπεριφοράς του υδροφορέα και τον εντοπισμό προβλημάτων σχετικών με τα υδατικά αποθέματα. Λόγω όμως του υψηλού κόστους λειτουργίας και συντήρησης τέτοιων συστημάτων, τα διαθέσιμα δεδομένα από τα δίκτυα είναι περιορισμένα. Ως αποτέλεσμα έχουν αναπτυχθεί μεθοδολογίες όπου βασίζονται σε μικρό όγκο δεδομένων ενώ ταυτόχρονα είναι αποτελεσματικές στην ακριβή αποτύπωση της κατάστασης του υδροφορέα.

Δύο κύριοι τρόποι προσέγγισης του προβλήματος ανάλυσης και χαρτογράφησης του υπόγειου υδροφορέα είναι η χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων και γεωστατιστικών μοντέλων. Τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούνται κυρίως για την εύρεση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός δικτύου παρακολούθησης, την εκτίμηση παραμέτρων και την μοντελοποίηση του υδροφορέα (Nikolos et al. 2008, Garcia et al. 2006). Ομοίως τα γεωστατιστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται τόσο στην αξιολόγηση και βελτιστοποίηση του δικτύου (Theodossiou et al. 2006) όσο και στην χαρτογράφηση παραμέτρων του υδροφορέα ειδικά σε περιοχές με έλλειψη δεδομένων (Narany et al. 2013).

Στην παρούσα εργασία επιχειρείται ο συνδυασμός των δύο μεθοδολογιών με στόχο την ακριβή χαρτογράφηση της υπόγειας στάθμης του υδροφορέα με χρήση λιγότερων δεδομένων. Το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο χρησιμοποιείται για την εύρεση μοτίβων και τάσεων στην αλλαγή της υπόγειας στάθμης ανά τις υδρολογικές περιόδους ώστε να βρεθούν οι γεωτρήσεις που συμβάλλουν τα ελάχιστα στην ανάλυση του υδροφορέα ή δύναται να εκτιμηθούν με ακρίβεια από το νευρωνικό δίκτυο. Στη συνέχεια το γεωστατιστικό μοντέλο τροφοδοτείται με έναν συνδυασμό εκτιμήσεων του νευρωνικού δικτύου και πραγματικών δεδομένων ώστε να χαρτογραφηθεί η τιμή της υπόγειας στάθμης για όλη την περιοχή μελέτης ενώ παράλληλα αξιολογείται η απόδοση του.

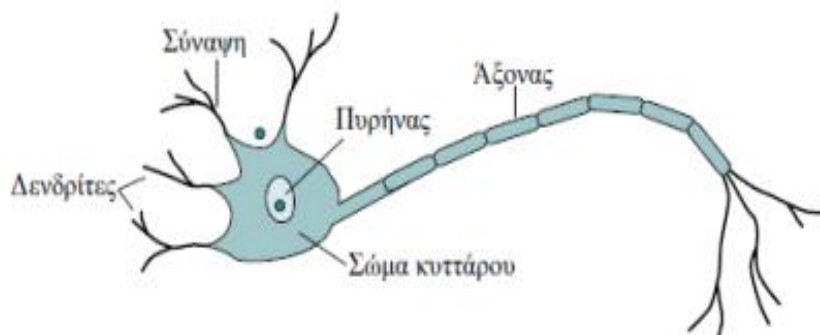
1. Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

1.1 Εισαγωγή

Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ) αποτελούν μια περιοχή σχετικά νέα στον κλάδο των φυσικών επιστημών καθώς έχουν αναπτυχθεί και γίνει γνωστά κατά τις τελευταίες δεκαετίες. Η μεγάλη άνθηση του κλάδου σε συνδυασμό με τον μεγάλο αριθμό επιστημόνων που ασχολούνται με αυτά και τα επιτεύγματα στα οποία έχουν συμβάλει έχει δημιουργήσει ενδιαφέρον σχετικά με τα ΤΝΔ. Τα ΤΝΔ εφαρμόζονται σε περιοχές των φυσικών επιστημών όπως η Ιατρική, η Επιστήμη Υπολογιστών, η Φυσική και πολλές ακόμα.

1.2 Γενικές έννοιες

Τα κύρια χαρακτηριστικά και λειτουργίες των ΤΝΔ εμπνέονται από το νευρικό σύστημα ζώντων οργανισμών και ειδικότερα από τον ανθρώπινο εγκέφαλο. Το νευρικό σύστημα των οργανισμών αποτελείται από πολλά νευρωνικά δίκτυα με τον εγκέφαλο να αποτελεί την κεντρική μονάδα του συστήματος. Κάθε νευρωνικό δίκτυο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό μονάδων, που λέγονται νευρώνες ή νευρώνια (neurons). Ο νευρώνας είναι η πιο μικρή ανεξάρτητη μονάδα του δικτύου που συνεχώς επεξεργάζεται πληροφορίες λαμβάνοντας ή στέλνοντας ηλεκτρικά σήματα σε άλλους νευρώνες. Στο Σχήμα 1.1 παρουσιάζεται η δομή ενός νευρώνα του ανθρώπινου εγκεφάλου (Διαμαντάρας 2007).



Σχήμα 1.1: Τυπικός νευρώνας ανθρώπινου εγκεφάλου

Τα ΤΝΔ αποτελούν ένα μαθηματικό μοντέλο προσομοίωσης της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου. Η δομή του εγκεφάλου είναι τέτοια ώστε να επιτρέπει την παράλληλη επεξεργασία δεδομένων καθώς και την συνεχή μάθηση μέσω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά συμβάλλουν αφενός στην ικανότητα εκτέλεσης σύνθετων διαδικασιών όπως η αναγνώριση μορφών, η ταξινόμηση δεδομένων και αφετέρου στην συνεχή εξέλιξη και απόκτηση εμπειρίας μαθαίνοντας από το περιβάλλον του και αλληλεπιδρώντας με αυτό. Η δομή του ΤΝΔ μιμείται όσο το δυνατόν καλύτερα την δομή του βιολογικού νευρωνικού δικτύου με στόχο να εμφανίζει παρόμοιες ιδιότητες. Επομένως όπως και το δίκτυο νευρώνων του εγκεφάλου, έτσι και ένα ΤΝΔ αποτελείται από ένα σύνολο αλληλεπιδρώντων τεχνητών νευρώνων που συνδέονται μεταξύ τους με τις συνάψεις (synapses). Κάθε ζεύγος νευρώνων αλληλεπιδρά σε διαφορετικό βαθμό με το περιβάλλον, γεγονός που αντικατοπτρίζεται στα συναπτικά βάρη (synaptic weights). Πιο συγκεκριμένα, καθώς το ΤΝΔ έρχεται σε αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και μαθαίνει, οι δεσμοί αναπροσαρμόζονται αφού τα συναπτικά βάρη μεταβάλλονται συνέχεια, ενδυναμώνοντας είτε αποδυναμώνοντας τον εκάστοτε δεσμό. Συνεπώς η εμπειρία που αποκτά το ΤΝΔ από το περιβάλλον κωδικοποιείται στα συναπτικά βάρη προσδίδοντας την ικανότητα στο δίκτυο να εξελίσσεται και να προσαρμόζεται.

Οι βασικοί τρόποι για να εκπαιδευτεί ένα ΤΝΔ είναι i) με εποπτεία ii) χωρίς εποπτεία. Στον πρώτο τρόπο το ΤΝΔ τροφοδοτείται με ένα σύνολο γνωστών καταστάσεων, δηλαδή ένα σύνολο εισαγόμενων δεδομένων και επιθυμητών αποτελεσμάτων. Προκειμένου το ΤΝΔ να μάθει τα παραπάνω γίνεται χρήση ενός αλγόριθμου εκπαίδευσης. Η επιλογή του αλγορίθμου εξαρτάται από το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται και την δομή του ΤΝΔ που χρησιμοποιείται. Στον δεύτερο τρόπο εκπαίδευσης το ΤΝΔ καλείται να αναγνωρίσει τάσεις, μοτίβα και ομοιότητες στα δεδομένα που του έχουν τροφοδοτηθεί. Ως αποτέλεσμα αναμένεται το ΤΝΔ να προσαρμοστεί και να ομαδοποιήσει τα δεδομένα. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου να μην παρατηρείται μεταβολή στην ταξινόμηση των δεδομένων.

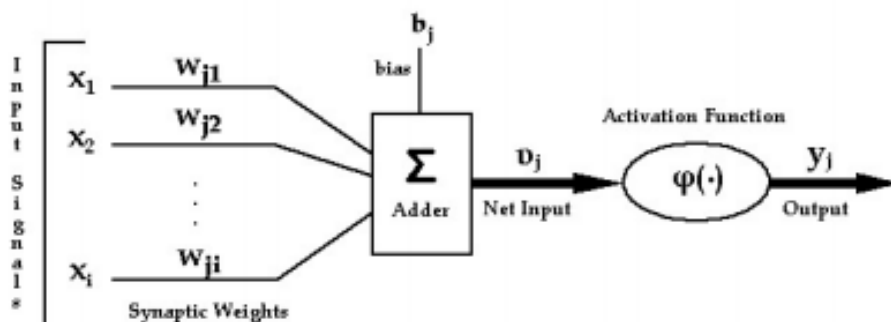
Τα βασικά πλεονεκτήματα των ΤΝΔ είναι πρώτον ότι έχουν την δυνατότητα να αποθηκεύουν γνώση και να αποκτούν εμπειρία από το περιβάλλον ανακαλώντας την όποτε χρειαστεί, και δεύτερον ότι έχουν την δυνατότητα γενίκευσης και αναγνώρισης των βασικών χαρακτηριστικών ενός συστήματος ακόμα και σε δεδομένα με θόρυβο.

1.3 Βασική Δομή Τεχνητού Νευρώνα

Σε αναλογία με το βιολογικό νευρώνα του εγκεφάλου, ο τεχνητός νευρώνας είναι μια μονάδα επεξεργασίας πληροφορίας, θεμελιώδης για την λειτουργία του ΤΝΔ. Κάθε νευρώνας λαμβάνει πληροφορία, την επεξεργάζεται και δίνει μια τιμή εξόδου. Οι είσοδοι του μπορεί να είναι έξοδοι άλλων νευρώνων ή το πρωταρχικό σήμα εισόδου του ΤΝΔ. Πιο συγκεκριμένα η δομή κάθε τεχνητού νευρώνα αποτελείται από τα εξής τρία βασικά στοιχεία (Haykin, 1999):

- Το σύνολο από συνάψεις ή συνδεδετικούς κρίκους: Κάθε σύναψη του νευρώνα k χαρακτηρίζεται από ένα συναπτικό βάρος w_{kj} . Πιο συγκεκριμένα, ένα σήμα x_j στην είσοδο της σύναψης j που συνδέεται με τον νευρώνα k , πολλαπλασιάζεται με το συναπτικό βάρος w_{kj} . Η τιμή του συναπτικού βάρους μπορεί να είναι θετική (η σύναψη χαρακτηρίζεται διεγερτική) ή αρνητική (η σύναψη χαρακτηρίζεται ως αποτρεπτική)
- Τον αθροιστικό κόμβο Σ όπου αθροίζονται τα σταθμισμένα σήματα εισόδου και παράγεται ο γραμμικός συνδυασμός u_j (net input).
- Την συνάρτηση ενεργοποίησης $\varphi(\cdot)$ (activation function) για την μείωση του εύρους των τιμών εξόδου του τεχνητού νευρώνα. Η συνάρτηση ανάλογα με την τιμή u_j δίνει την ανάλογη έξοδο y_j . Συνήθως το κανονικοποιημένο εύρος της εξόδου είναι το κλειστό σύνολο $[-1,1]$ ή $[0,1]$.

Στο Σχήμα 1.2 παρουσιάζεται το βασικό μοντέλο του τεχνητού νευρώνα όπως αναλύθηκε παραπάνω. Το μοντέλο περιλαμβάνει ακόμα έναν εξωτερικά εφαρμοζόμενο παράγοντα b_j , την μεροληψία ή πόλωση ή κατώφλι (bias, threshold).



Σχήμα 1.2 : Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου τεχνητού νευρώνα

Η μαθηματική μορφή ενός μοντέλου τεχνητού νευρώνα είναι η εξής:

$$u_j = \sum_{k=1}^p w_{kj} \cdot x_k \quad (1.1)$$

$$y_j = \varphi(u_j - b_j) \quad (1.2)$$

όπου :

x_j τα σήματα εισόδου

w_{kj} τα συναπτικά βάρη

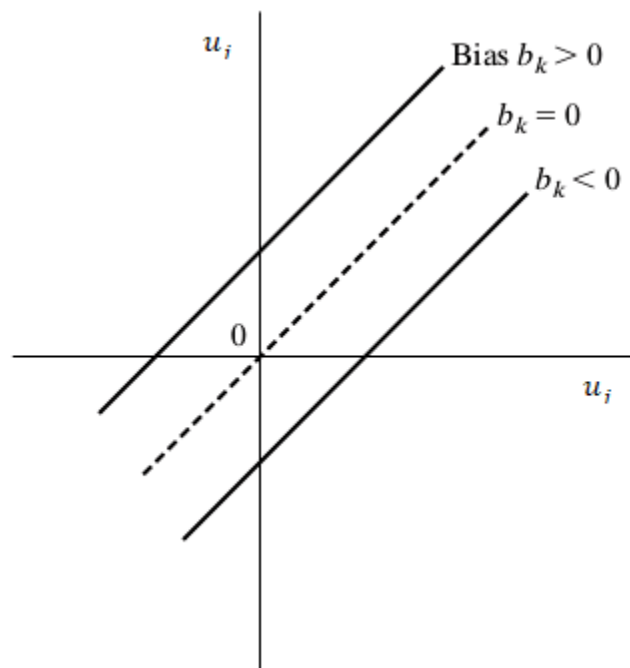
u_j η γραμμική συνδυαστική έξοδος

b_j πόλωση ή το κατώφλι

$\varphi(\cdot)$ η συνάρτηση ενεργοποίησης

y_j το σήμα εξόδου του τεχνητού νευρώνα

Η τιμή u_j μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή του b_j με αποτέλεσμα την εφαρμογή ενός εγγενούς μετασχηματισμού (affine) όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3.



Σχήμα 1.3 : Εγγενής μετασχηματισμός λόγω παρουσίας πόλωσης ή κατωφλίου

1.4 Συναρτήσεις ενεργοποίησης

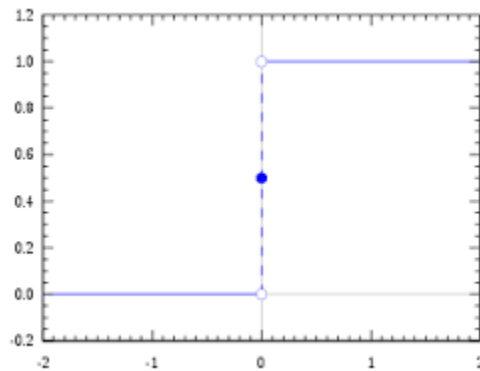
Η συνάρτηση ενεργοποίησης $\varphi(\cdot)$ καθορίζει την έξοδο του νευρώνα συναρτήσει του επιπέδου ενεργοποίησης της εισόδου. Οι βασικοί τύποι συναρτήσεων ενεργοποίησης είναι οι εξής τρεις (Haykin, 1999):

α) Βηματική ή δυαδική συνάρτηση ενεργοποίησης (step function)

Η χρήση της συγκεκριμένης συνάρτησης γίνεται από τα πρώτα μοντέλα νευρώνα που αναπτύχθηκαν και περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 0, & v \leq \theta \\ 1, & v \geq \theta \end{cases} \quad (1.3)$$

Αν το ενδιάμεσο αποτέλεσμα v είναι μικρότερο μίας τιμής κατωφλίου θ τότε η έξοδος του νευρώνα είναι ίση με το 0 (αδρανής νευρώνας) αλλιώς είναι ίση με 1 (ενεργοποιημένος νευρώνας) (Σχήμα 1.4). Η συνάρτηση χρησιμοποιείται για την δημιουργία νευρώνων που διαχωρίζουν τις εισόδους σε δύο διαφορετικές κατηγορίες. Το μοντέλο νευρώνα που χρησιμοποιεί την εν λόγω συνάρτηση αναφέρεται συχνά ως McCulloch – Pitts.

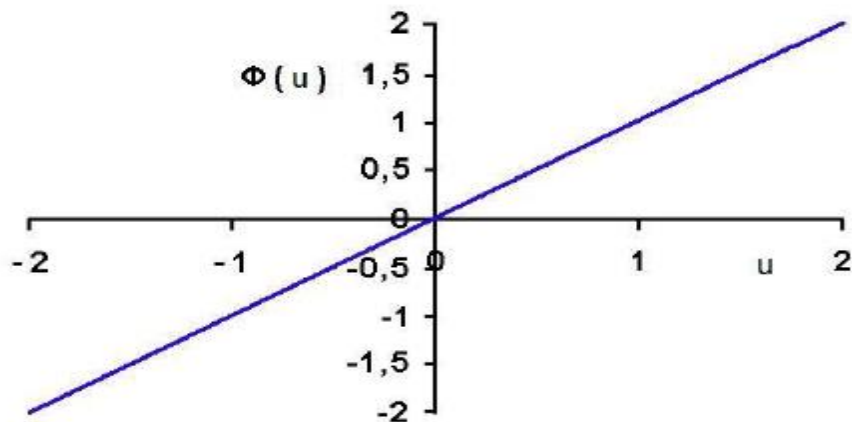


Σχήμα 1.4 : Βηματική συνάρτηση για τιμή κατωφλίου ίση με μηδέν

Παρόμοια συμπεριφορά έχει και η συνάρτηση προσήμου όπου οι τιμές εξόδου παίρνουν τις τιμές -1 και 1.

β) Γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης

Η συνάρτηση αυτή χρησιμοποιείται στα γραμμικά φίλτρα, περιγράφεται από την εξίσωση $\varphi(v) = v$ και η γραφική της παράσταση φαίνεται στο Σχήμα 1.5



Σχήμα 1.5: Γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης

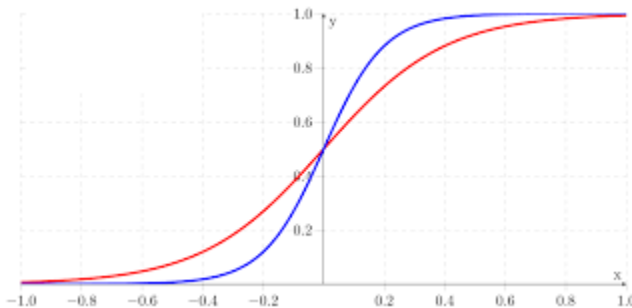
γ) Σιγμοειδής συνάρτηση ενεργοποίησης

Με την εξέλιξη στο θεωρητικό υπόβαθρο των ΤΝΔ διαπιστώθηκε ότι η παράγωγος της συνάρτησης ενεργοποίησης μπορεί να δώσει χρήσιμες πληροφορίες για το ΤΝΔ και να συμβάλλει στην εκπαίδευση του, γεγονός που υποδεικνύει ότι είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί μια παραγωγίσιμη συνάρτηση. Σήμερα στην πλειονότητα των μοντέλων η συνάρτηση ενεργοποίησης είναι σιγμοειδής. Ορίζεται ως μια συνεχής, γνησίως αύξουσα, ομαλή, φραγμένη και ασυμπτωτική συνάρτηση της οποίας η παράγωγος είναι θετική. Το πεδίο ορισμού της μπορεί θεωρητικά να είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών, αλλά πρακτικά μπορεί να περιοριστεί θέτοντας όρια στις τιμές των συναπτικών βαρών.

Ένα από τα πιο γνωστά παραδείγματα σιγμοειδούς συνάρτησης που χρησιμοποιείται ευρέως ως συνάρτηση ενεργοποίησης είναι η λογιστική συνάρτηση (logistic function), που περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{-av}} \quad (1.4)$$

όπου a η κλίση. Μεταβάλλοντας την κλίση προκύπτουν διαφορετικές συναρτήσεις. Όσο η κλίση τείνει στο άπειρο, η λογιστική συνάρτηση τείνει προς τη βηματική. Στο Σχήμα 1.6 φαίνεται η γραφική παράσταση της λογιστικής συνάρτησης για διάφορες τιμές του a .



Σχήμα 1.6: Η λογιστική συνάρτηση για $a=10$ (μπλε), $a=5$ (κόκκινο)

Άλλες σιγμοειδείς συναρτήσεις ενεργοποίησης είναι η υπερβολική συνάρτηση (hyperbolic function) και συνάρτηση τόξου εφαπτομένης (arctangent function)

1.5 Αρχιτεκτονική νευρωνικών δικτύων

Ένα ΤΝΔ καθορίζεται από το πλήθος των επιπέδων που το απαρτίζουν (layers), τον τρόπο σύνδεσης των νευρώνων, τον αλγόριθμο που χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του (με εποπτεία ή χωρίς κ.α.). Συνήθως οι νευρώνες είναι οργανωμένοι ως εξής:

- Επίπεδο εισόδου
- Επίπεδο εξόδου
- Κρυφά επίπεδα (κανένα, ένα ή και περισσότερα)

Ανάλογα με το πλήθος των επιπέδων που απαρτίζουν ένα ΤΝΔ τότε αυτό χαρακτηρίζεται ως :

- Μονοστρωματικό ΤΝΔ (Single-layer ANN) που αποτελείται από ένα στρώμα νευρώνων ή ακόμα από ένα και μοναδικό νευρώνα.
- Πολυστρωματικό ΤΝΔ (Multi-layer ANN) που αποτελείται από παραπάνω από ένα στρώμα νευρώνων. Ένα τέτοιο ΤΝΔ έχει την ιδιότητα ότι τα στοιχεία εξόδου κάθε προηγούμενου επιπέδου νευρώνων αποτελούν στοιχεία εισόδου για το επόμενο επίπεδο, με εξαίρεση το πρώτο στρώμα αφού τα αρχικά δεδομένα προέρχονται από τον χρήστη.

Τα διάφορα επίπεδα που διαμορφώνουν το ΤΝΔ μπορεί να διαφέρουν στον αριθμό των νευρώνων που τα αποτελούν άλλα και στη συνάρτηση ενεργοποίησης που χρησιμοποιούν.

Ένα ΤΝΔ μπορεί να είναι πλήρως συνδεδεμένο (fully connected) όταν κάθε νευρώνας ενός επιπέδου συνδέεται με όλους τους νευρώνες του επόμενου ή μερικώς συνδεδεμένο όταν υπάρχουν νευρώνες σε ένα επίπεδο που δεν συνδέονται με όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου. Επίσης όταν δεν υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ νευρώνων ενός επιπέδου και του προηγούμενου του, τότε το δίκτυο λειτουργεί με απλή τροφοδότηση (feedforward) με την πληροφορία να μεταφέρεται αποκλειστικά προς μια κατεύθυνση χωρίς να σχηματίζεται κύκλος. Σε αντίθετη περίπτωση το δίκτυο λειτουργεί με ανατροφοδότηση (feedback ή recurrent)

1.6 Βασικές Μέθοδοι Εκπαίδευσης

Η ικανότητα του ΤΝΔ να μαθαίνει, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι πρωταρχικής σημασίας. Προκειμένου να γίνει αυτό χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι εκμάθησης (learning algorithms) οι οποίοι αποτελούν ένα προκαθορισμένο σύνολο βημάτων για την επίλυση ενός προβλήματος. Ο βασικότερος αλγόριθμος εκμάθησης που χρησιμοποιείται και στην παρούσα εργασία είναι ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης σφάλματος, που στοχεύει στην αναπροσαρμογή των συναπτικών βαρών του ΤΝΔ ώστε η έξοδος του να βρίσκεται όσο πιο κοντά γίνεται με την προκαθορισμένη επιθυμητή τιμή. Πιο συγκεκριμένα σε κάθε βήμα της εκπαίδευσης, οι τιμές των συναπτικών βαρών μεταβάλλονται και η διαδικασία τερματίζεται, όταν κριθεί ότι το δίκτυο έχει “μάθει” τα παραδείγματα σε ικανοποιητικό βαθμό (Haykin, 1999).

Το σφάλμα στην έξοδο του j -οστού νευρώνα, του επιπέδου εξόδου, κατά το n -οστό βήμα της επανάληψης του αλγόριθμου εκπαίδευσης δίνεται από τη σχέση :

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n) \quad (1.5)$$

όπου:

e_j το σφάλμα του νευρώνα

d_j η τιμή της επιθυμητής εξόδου του νευρώνα

y_j η πραγματική τιμή εξόδου του νευρώνα

Η στιγμιαία τιμή της συνάρτησης ενέργειας σφάλματος (error energy) για το σύνολο των νευρώνων του επιπέδου εξόδου του δικτύου, ορίζεται από τη σχέση:

$$E(n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n e_j^2(n) \quad (1.6)$$

Η μέση τιμή της συνάρτησης ενέργειας σφάλματος για όλο το σύνολο των N δεδομένων, προκύπτει από τη σχέση:

$$E_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E(n) \quad (1.7)$$

Όπως φαίνεται από την σχέση 1.7, η E_{av} είναι μία συνάρτηση όλων των ελεύθερων παραμέτρων (free parameters) του νευρωνικού δικτύου, δηλαδή των συναπτικών βαρών και των μεροληψιών του. Επομένως, για ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, η E_{av} συνιστά μία συνάρτηση κόστους (cost function) και ως τέτοια είναι ένα μέτρο της απόδοσης εκπαίδευσης του δικτύου, βάσει του συνόλου αυτού. Η βασική ιδέα του αλγόριθμου οπισθοδιάδοσης είναι να προσαρμόζονται τα συναπτικά βάρη, σε κάθε βήμα της επανάληψης, έτσι ώστε η συνάρτηση κόστους να μειώνεται. Στην πραγματικότητα επομένως, η προσαρμογή των βαρών γίνεται σύμφωνα με τα σφάλματα που υπολογίζονται σε κάθε βήμα της διαδικασίας, δηλαδή για κάθε δεδομένο παράδειγμα. Άλλοι τρόποι εκμάθησης του ΤΝΔ επιγραμματικά είναι οι εξής (Haykin, 1999):

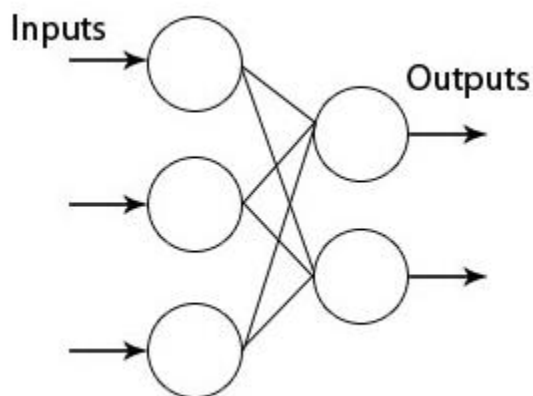
- Η βασισόμενη στη μνήμη εκμάθηση (memory-based learning), λειτουργεί με την ρητή απομνημόνευση των δεδομένων της εκπαίδευσης.
- Ο κανόνας της Hebbian εκμάθησης (Hebbian learning), εμπνέεται από τα χώρο της νευροβιολογίας και πριμοδοτεί τις συνάψεις τα άκρα των οποίων ενεργοποιούνται ταυτόχρονα.
- Η ανταγωνιστική εκμάθηση (competitive learning) είναι μέθοδος νευροβιολογικής προέλευσης και στηρίζεται στον ανταγωνισμό μεταξύ των νευρώνων της στοιβάδας εξόδου για το ποιος θα ενεργοποιηθεί.
- Η κατά Boltzmann εκμάθηση (Boltzmann learning) εμπνέεται από ιδέες της στατιστικής μηχανικής.

1.7 Παραδείγματα νευρωνικών δικτύων

Η επιλογή του κατάλληλου νευρωνικού δικτύου γίνεται βάσει του προβλήματος και της επιθυμητής ακρίβειας. Ως αποτέλεσμα χρησιμοποιούνται από απλά μονοστρωματικά δίκτυα μέχρι πολύπλοκα πολυεπίπεδα δίκτυα με διάφορες ιδιότητες. Παρακάτω παρουσιάζονται οι δομές και ιδιότητες των ΤΝΔ που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία ή θεωρούνται απαραίτητα για την κατανόηση των χρησιμοποιηθέντων.

α) Ο αισθητήρας (Perceptron)

Ο αισθητήρας (perceptron) είναι ένα απλό μονοστρωματικό, συνήθως πλήρως συνδεδεμένο ΤΝΔ απλής τροφοδότησης. Το δεύτερο επίπεδο που είναι και το επίπεδο εξόδου του ΤΝΔ αποτελείται από νευρώνες τύπου McCulloch-Pitts. Ένα παράδειγμα αισθητήρα με 3 εισόδους και 2 εξόδους φαίνεται στο Σχήμα 1.7.



Σχήμα 1.7 : Παράδειγμα αισθητήρα (perceptron)

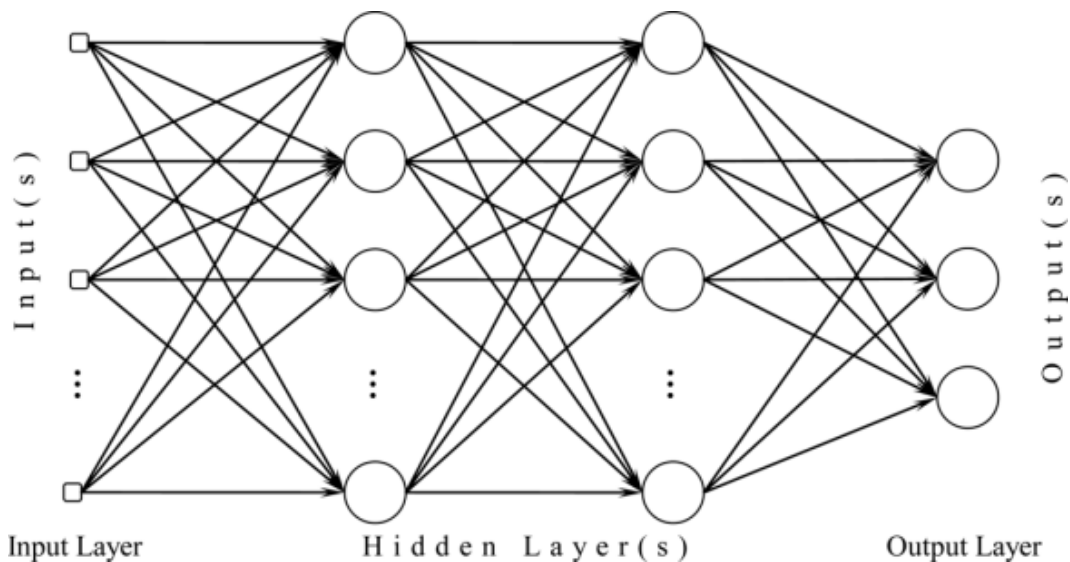
Στόχος του αισθητήρα είναι να μάθει να λύνει προβλήματα ταξινόμησης, δηλαδή να αντιστοιχεί κάθε σετ εισόδων στη σωστή κλάση με επιτυχία. Ο αισθητήρας έχει την δυνατότητα επίλυσης πολλών τέτοιων προβλημάτων με πλεονέκτημα του δικτύου ότι υπάρχει σαφής αλγόριθμος εκπαίδευσης ώστε να δίνει σωστά αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος αυτός για την πιο απλή περίπτωση όπου οι εισοδοί του ΤΝΔ δύναται να προέρχονται από δύο κλάσεις έχει ως εξής:

$$\bar{w}_j(n+1) = \begin{cases} \bar{w}_j(n) & \text{όταν } \gamma_j \text{ είναι σωστή} \\ \bar{w}_j(n) - h(n)\bar{x}_j(n) & \text{όταν } y_j = 1, \text{ ενώ θα έπρεπε να είναι } 0 \\ \bar{w}_j(n) + h(n)\bar{x}_j(n) & \text{όταν } y_j = 0 \text{ ενώ θα έπρεπε να είναι } 1 \end{cases} \quad (1.8)$$

όπου $\bar{x}_j(n)$ το διάνυσμα εισόδου του νευρώνα j , y_j το διάνυσμα εξόδου, $\bar{w}_j(n)$ το διάνυσμα των βαρών στο βήμα n του αλγορίθμου, $\bar{w}_j(n+1)$ το διάνυσμα των βαρών στο βήμα $n+1$ και h η θετική σταθερά που ονομάζεται παράμετρος ρυθμού εκπαίδευσης (learning-rate parameter). Ο αισθητήρας με την χρήση του παραπάνω αλγόριθμου μπορεί να δώσει λύση σε προβλήματα τα οποία όμως είναι γραμμικά διαχωρίσιμα και μόνο. Προκειμένου να είναι δυνατή η λύση μη γραμμικά διαχωρίσιμων προβλημάτων πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας τροποποιημένος αισθητήρας, προσθέτοντας ένα ή περισσότερα επίπεδα νευρώνων μεταξύ του επιπέδου εισόδου και αυτό της εξόδου.

β) Πολυεπίπεδοι Αισθητήρες (MultiLayer Perceptrons, MLPs)

Το τροποποιημένο αυτό μοντέλο του απλού αισθητήρα ονομάζεται πολυεπίπεδος αισθητήρας (multilayer perceptron). Ένα τέτοιο ΤΝΔ είναι πολυστρωματικό, με ένα ή περισσότερα κρυφά επίπεδα (hidden layers) να μεσολαβούν ανάμεσα σε αυτά εισόδου και εξόδου, πλήρως συνδεδεμένο και λειτουργεί με απλή τροφοδότηση (feedforward). Ένα παράδειγμα τέτοιου δικτύου με δύο κρυφά επίπεδα φαίνεται στο Σχήμα 1.8.



Σχήμα 1.8 Παράδειγμα δικτύου MLP

Η ροή της πληροφορίας σε ένα τέτοιο δίκτυο γίνεται από τα αριστερά προς τα δεξιά χωρίς να υπάρχει κάποιος βρόγχος ανάδρασης και θεωρώντας ότι οι νευρώνες κάθε επιπέδου επικοινωνούν αποκλειστικά με νευρώνες που ανήκουν στα άμεσα γειτονικά τους στρώματα. Με τη χρήση ενός τέτοιου δικτύου είναι δυνατή η επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων αλλά δεν μπορεί να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος εκπαίδευσης του απλού αισθητήρα, οπότε χρησιμοποιούνται άλλοι αλγόριθμοι εκπαίδευσης.

1.8 Δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης

α) Νευρώνες Ακτινικών Συναρτήσεων Βάσης

Μια κατηγορία τεχνητών νευρώνων είναι οι νευρώνες ακτινικών συναρτήσεων βάσης (radial basis function neurons), τους οποίους ονομάζουμε για συντομία RBF νευρώνες. Έστω ότι ένας RBF νευρώνας έχει d συνδέσεις εισόδου $\vec{x} = \{x_1, \dots, x_d\}$ με αντίστοιχες τιμές κέντρου $\vec{\mu} = \{\mu_1, \dots, \mu_d\}$ και μία τιμή εύρους σ . Η διεργασία που επιτελεί ένας τέτοιος νευρώνας ξεκινά με τον υπολογισμό της ευκλείδειας απόστασης ή κάποιας άλλης νόρμας μεταξύ των διανυσμάτων εισόδου \vec{x} και κέντρου $\vec{\mu}$ τα οποία έχουν από d στοιχεία (elements) και έτσι προκύπτει το σήμα ενεργοποίησης u .

$$u = \|\vec{x} - \vec{\mu}\| \quad (1.9\alpha)$$

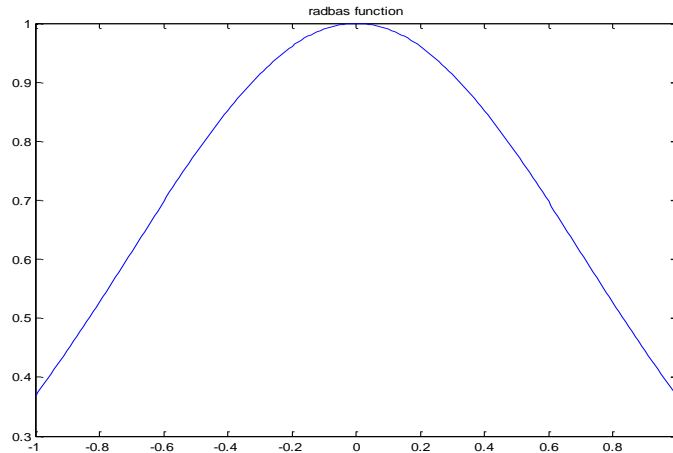
όπου $\|\cdot\|$ συνήθως η ευκλείδεια νόρμα

Στην συνέχεια διαιρείται το σήμα ενεργοποίησης με το εύρος σ ώστε να υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας περιοχών με μεταβλητή ακτίνα στο πεδίο εισόδου.

$$n = \frac{u}{\sigma} \quad (1.9\beta)$$

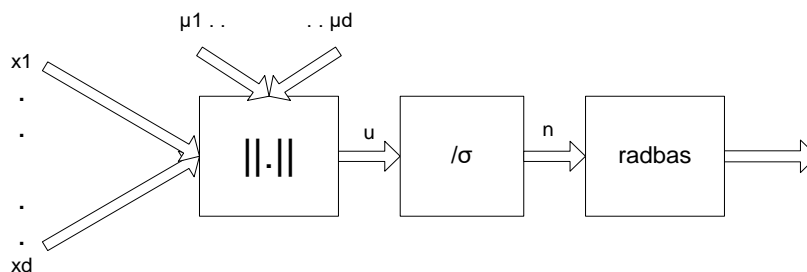
Τέλος, για να υπολογίσει την έξοδο y , περνάει το n από μία συνάρτηση ενεργοποίησης G , η οποία ονομάζεται Γκαουσιανή συνάρτηση ακτινικής βάσης (Σχήμα 1.9) και ορίζεται ως εξής:

$$G(u) = \exp(-n^2) \quad (1.9\gamma)$$



Σχήμα 1.9 : Συνάρτηση ακτινικής βάσης

Το διάνυσμα $\bar{\mu}$ καθορίζει το κέντρο της συνάρτησης βάσης ενώ το σ καθορίζει την ακτίνα της συνάρτησης βάσης. Η έξοδος του RBF νευρώνα παίρνει τη μέγιστη τιμή (μονάδα) για εισόδους που βρίσκονται στο κέντρο της συνάρτησης βάσης, και η τιμή της ελαττώνεται εκθετικά καθώς η είσοδος απομακρύνεται ακτινικά (όσο μεγαλύτερο το εύρος, τόσο μικρότερη η μείωση της εξόδου για δεδομένη απομάκρυνση της εισόδου από το κέντρο της συνάρτησης βάσης) ώσπου να αγγίξει την τιμή μηδέν. Δηλαδή η έξοδος του RBF νευρώνα είναι κοντά στην μονάδα αν η είσοδος ανήκει στην περιοχή που ορίζεται από το κέντρο $\bar{\mu}$ και το εύρος σ της συνάρτησης βάσης, ενώ είναι κοντά στο μηδέν εάν η είσοδος βρίσκεται έξω από αυτήν την περιοχή. Κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης οι παράμετροι που πρέπει να καθοριστούν σε έναν τέτοιο νευρώνα είναι το κέντρο $\bar{\mu}$ και η ακτίνα σ της συνάρτησης βάσης. Το μοντέλο του RBF τεχνητού νευρώνα όπως αναλύθηκε σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζεται σχηματικά ως εξής.



Σχήμα 1.10: Μοντέλο τεχνητού RBF νευρώνα

β) Δομή Δικτύων Συνάρτησης Ακτινικής Βάσης

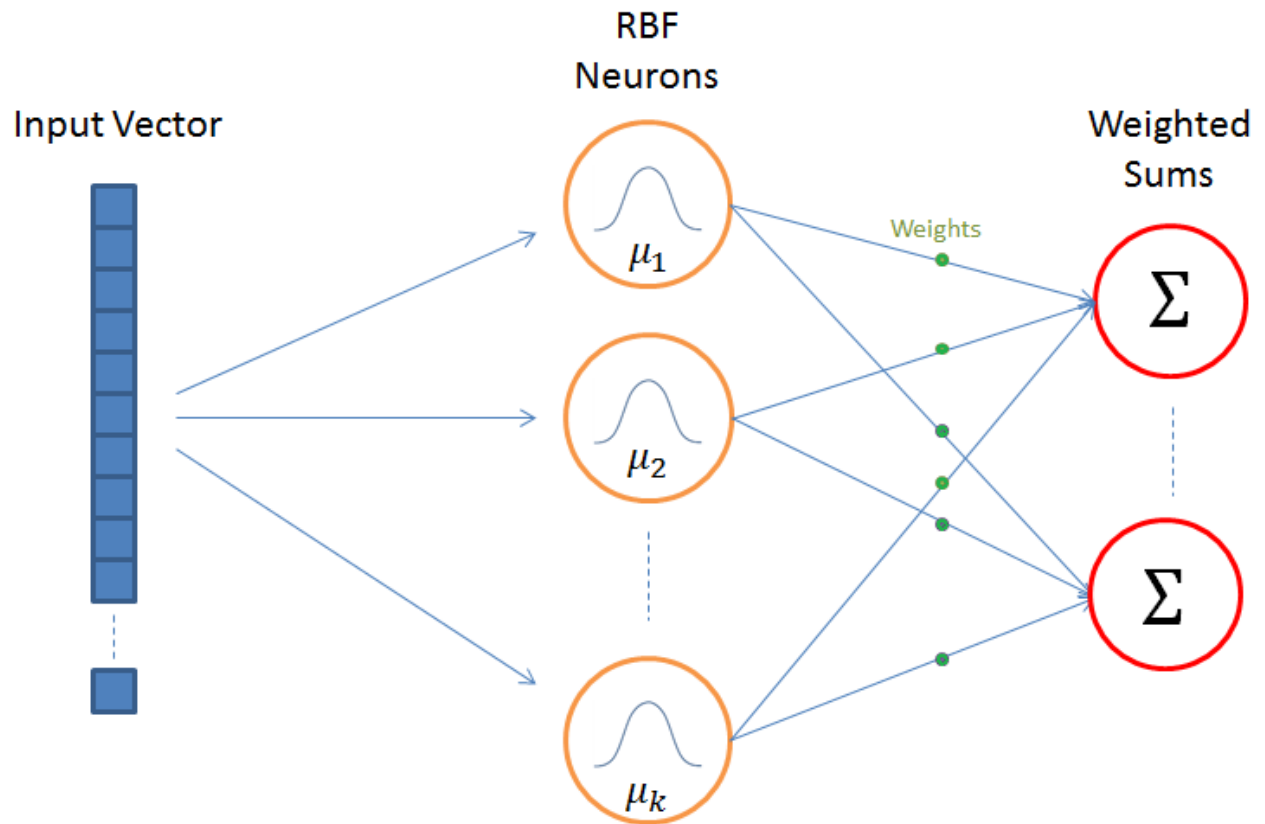
Τα δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων βάσης (radial basis function networks, RBFN), έχουν την ρίζα τους στην μαθηματική θεωρία της προσέγγισης συναρτήσεων. Στην ουσία υλοποιούν μία συνάρτηση παρεμβολής (interpolation function), η οποία προσεγγίζει την τιμή μίας συνάρτησης σε κάποιο σημείο ως το μέσο όρο των τιμών της συνάρτησης σε κοντινά σημεία.

Τα RBF δίκτυα είναι νευρωνικά δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης (feedforward) αποτελούμενα συνολικά από δύο επίπεδα (two layer network) όπου στο πρώτο (inputs – hidden) πραγματοποιείται μη γραμμική επεξεργασία, ενώ στο δεύτερο (hidden – output) γραμμική. Το πρώτο επίπεδο, αποτελείται από RBF νευρώνες. Κάθε RBF νευρώνας ορίζει μία περιοχή στον χώρο εισόδου. Αν η είσοδος ανήκει σε μία από αυτές τις περιοχές, τότε η έξοδος του RBF νευρώνα που την αντιπροσωπεύει θα είναι μονάδα, διαφορετικά θα είναι μηδέν. Οι έξοδοι του πρώτου επιπέδου οδηγούνται ως είσοδοι στο δεύτερο επίπεδο (επίπεδο εξόδου-output layer), που αποτελείται από απλούς νευρώνες. Κάθε απλός νευρώνας ορίζει και μία διαφορετική κατάσταση στον χώρο εξόδου. Συνήθως θεωρείτε ότι η έξοδος που ενεργοποιείται από την είσοδο του δικτύου είναι αυτή με την μέγιστη τιμή στον αντίστοιχο νευρώνα εξόδου. Κάθε RBF νευρώνας έχει ισάριθμες εισόδους με τα στοιχεία των διανυσμάτων εισόδου, ενώ κάθε νευρώνας του επιπέδου εξόδου έχει ισάριθμες εισόδους με τους RBF νευρώνες. Η έξοδος $y(x)$ για ένα διάνυσμα εισόδου $\vec{x} = \{x_1, \dots, x_d\}$ ορίζεται ως:

$$y(x) = \sum_{i=1}^M w_i G_i(x) \quad (1.10)$$

όπου w_i τα συναπτικά βάρη και G_i η Γκαουσιανή συνάρτηση ακτινικής βάσης για κάθε μέσο μ_i όπως προκύπτει από τις σχέσεις 1.9α, 1.9β και 1.9γ.

Τα συναπτικά βάρη είναι οι μόνες ρυθμιζόμενες παράμετροι, ενώ η σωστή επιλογή των μέσων μ είναι πολύ σημαντική για τις δυνατότητες εκτίμησης και γενίκευσης του RBFN. Το μοντέλο του RBF νευρωνικού δικτύου όπως αναλύθηκε σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.11 που ακολουθεί (Papadopoulou et al, 2010) :



Σχήμα 1.11 : Τυπικό δίκτυο συνάρτησης ακτινικής βάσης

2. Γεωστατιστικά Μοντέλα

2.1 Εισαγωγή

Η επιστήμη της Γεωστατιστικής έχει γνωρίσει ιδιαίτερη ανάπτυξη τις τελευταίες δύο δεκαετίες. Το πεδίο εφαρμογών της έχει διευρυνθεί και περιλαμβάνει εφαρμογές που έχουν άμεση σχέση με τις ερευνητικές δραστηριότητες ανίχνευσης και εντοπισμού ορυκτών πόρων και περιβαλλοντικών ρύπων. Η γεωστατιστική ανάλυση ασχολείται με κατανομές στις οποίες τα χαρακτηριστικά της χωρικής εξάρτησης παίζουν πρωτεύοντα ρόλο. Οι μέθοδοι γεωστατιστικής ανάλυσης οδηγούν στον προσδιορισμό της χωρικής κατανομής μεταβλητών σε σημεία μιας περιοχής όπου οι μεταβλητές αυτές δεν είναι γνωστές και οι οποίες χαρακτηρίζουν μεγέθη με οικονομική ή περιβαλλοντική σημασία. (Χριστόπουλος 2004β). Οι κλασικές γεωστατιστικές μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό χαρακτηρίζονται από ισχυρούς μαθηματικούς περιορισμούς ως προς την εφαρμογή τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, όταν οι περιορισμοί αυτοί δεν ικανοποιούνται από το πειραματικό δείγμα, του υπό μελέτη φαινομένου, η χωρική εκτίμηση των μεταβλητών να περιλαμβάνει υψηλό ποσοστό σφάλματος (Hristopulos 2003a).

Η Γεωστατιστική περιλαμβάνει ένα σύνολο στατιστικών τεχνικών που αφορούν τυχαίες μεταβλητές οι οποίες μεταβάλλονται στο χώρο (τυχαία πεδία). Οι τεχνικές αυτές βασίζονται στην υπόθεση ότι η χωρική διακύμανση της μεταβλητής εμπεριέχει τυχαίο χαρακτήρα, οπότε χρησιμοποιούν στατιστικές μεθοδολογίες (π.χ μέση τιμή, διασπορά κ.α.) για οποιαδήποτε εκτίμηση απορρέει από τις σημειακές μετρήσεις της μεταβλητής (Χριστόπουλος 2004β).

Πιο αναλυτικά, η Γεωστατιστική στηρίζεται στην μαθηματική έννοια του τυχαίου πεδίου και έχει κοινά σημεία με τη Θεωρία Πιθανοτήτων και τη Στατιστική. Η Θεωρία Πιθανοτήτων ασχολείται με τους νόμους και τις ιδιότητες που διέπουν τις τυχαίες μεταβλητές. Η Στατιστική περιλαμβάνει το σύνολο των μεθόδων οι οποίες επιτρέπουν τον προσδιορισμό των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τις τυχαίες μεταβολές βάσει των δεδομένων. Η Θεωρία των Τυχαίων Πεδίων αποτελεί μια γενίκευση της Θεωρίας Πιθανοτήτων που εφαρμόζεται σε τυχαίες μεταβλητές με χωρική εξάρτηση (Χριστόπουλος 2004β) ενώ η Γεωστατιστική αποσκοπεί στην εκτίμηση των στατιστικών παραμέτρων που προσδιορίζουν τη χωρική κατανομή βάσει του υπάρχοντος δείγματος

(π.χ. τιμών συγκέντρωσης), καθώς και στη χρήση αυτών των παραμέτρων προκειμένου να εκτιμηθούν οι συγκεντρώσεις σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις (Χριστόπουλος 2004b).

Η ανάγκη της εκτίμησης φυσικών μεγεθών σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις, δεν είναι καινούρια. Στατιστικοί επιστήμονες, μηχανικοί μεταλλείων, μηχανικοί πετρελαίων, υδρολόγοι και γεωλόγοι οι οποίοι ασχολήθηκαν με εκτιμήσεις φυσικών μεγεθών ανέπτυξαν την επιστήμη της Γεωστατιστικής. Αρχικά η Γεωστατιστική εφαρμόστηκε κυρίως στην γεωλογία, στην μεταλλειολογία και στην υδρολογία. Στην συνέχεια βρήκε εφαρμογές και σε άλλα επιστημονικά και τεχνολογικά πεδία (Myers 2005). Μερικές από τις εφαρμογές στις οποίες χρησιμοποιείται σήμερα η γεωστατιστική είναι (Χριστόπουλος 2004β):

- Έρευνα κοιτασμάτων (π.χ. εκτίμηση έκτασης, βάθος και ποσοτικοποίηση συνολικής περιεκτικότητας κοιτάσματος).
- Ωκεανογραφία (π.χ. χαρτογράφηση βυθού, ανάλυση κυματισμών).
- Μορφολογική ανάλυση φυσικών και τεχνολογικών ανομοιογενών (π.χ. πορωδών υλικών).
- Χαρτογράφηση και την απεικόνιση συγκεντρώσεων ρυπαντών σε διάφορα περιβαλλοντικά μέσα (αέρας, υπέδαφος, επιφανειακοί-υπόγειοι υδατικοί πόροι).
- Χαρακτηρισμός της ποιότητας βιομηχανικών προϊόντων (π.χ., προϊόντα χαρτιού, υλικά υψηλής τεχνολογίας όπως ημιαγωγοί).
- Τοπογραφική ανάλυση και στα γεωγραφικά συστήματα πληροφορίας (GIS).
- Ανάλυση βροχοπτώσεων σε περιοχές που υπάρχουν λίγοι βροχομετρικοί σταθμοί.
- Προσδιορισμός γεωλογικών και υδρο-γεωλογικών δεδομένων (π.χ. τύπος υπεδάφους, υδραυλική αγωγιμότητα, πορώδες, αποθηκευτικότητα, εξατμισο-διαπνοή, υδραυλικό ύψος).
- Εκτίμηση του περιβαλλοντικού κινδύνου και του κινδύνου για την ανθρώπινη υγεία (π.χ. εκτίμηση της περιεκτικότητας των ρυπαντών σε ελεγχόμενη περιοχή, προσδιορισμός των πιθανοτήτων υπέρβασης κρίσιμων ορίων).

Ο κοινός στόχος σε όλες τις εφαρμογές της Γεωστατιστικής είναι ο προσδιορισμός και ο έλεγχος της χωρικής κατανομής μεταβλητών που χαρακτηρίζουν μεγέθη με οικονομική ή περιβαλλοντική σημασία.

Οι πιο δημοφιλείς και διαδεδομένες μέθοδοι γεωστατιστικής ανάλυσης είναι γνωστές με την ονομασία *Kriging*. Ωστόσο οι μέθοδοι αυτές όπως προαναφέρθηκε χαρακτηρίζονται από μαθηματικούς περιορισμούς οι οποίοι επηρεάζουν την εφαρμογή τους.

2.2 Ημι-Βαριόγραμμα

Το βαριόγραμμα είναι το βασικό διαγνωστικό εργαλείο για τον χωρικό χαρακτηρισμό μίας χωρομεταβλητής και είναι επίσης κεντρικό στην γεωστατιστική εκτίμηση ή στις μεθόδους παρεμβολής (*kriging*). Το ημιβαριόγραμμα ενός τυχαίου πεδίου ορίζεται ως εξής:

$$\gamma_X(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} E \left\{ [X(\mathbf{s} + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s})]^2 \right\}. \quad (2.1)$$

Το ημιβαριόγραμμα ορίζεται σε σχέση με ένα ζεύγος σημείων με την βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου της διαφοράς $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r}) \equiv X(\mathbf{s} + \mathbf{r}) - X(\mathbf{s})$. Το πεδίο της διαφοράς $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$ αποκαλείται βήμα απόστασης \mathbf{r} . Αν το πεδίο $X(\mathbf{s})$ είναι στατιστικώς ομοιογενές το ημιβαριόγραμμα συνδέεται άμεσα με την συνάρτηση συνδιασποράς βάσει της εξίσωσης $\gamma_X(\mathbf{r}) = \sigma_X^2 - c_X(\mathbf{r})$.

Για στατιστικώς ομοιογενή πεδία το ημιβαριόγραμμα περιέχει την ίδια πληροφορία με την συνάρτηση συνδιασποράς. Αν η διαφορά $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$ είναι στατιστικά ομοιογενής, το τυχαίο πεδίο $X(\mathbf{s})$ ονομάζεται πεδίο με στατιστικώς ομοιογενείς διαφορές. Σε αυτήν την περίπτωση το ημιβαριόγραμμα $\gamma_X(\mathbf{r})$ εξαρτάται αποκλειστικά από την απόσταση \mathbf{r} μεταξύ των σημείων και αυτό είναι απόρροια της στατιστικής ομοιογένειας του πεδίου διαφορών. Αν το πεδίο $X(\mathbf{s})$ είναι στατιστικά ομοιογενές το ίδιο ισχύει και για τις διαφορές $\delta X(\mathbf{s}; \mathbf{r})$, το αντίστροφο όμως δεν ισχύει απαραίτητα (Χριστόπουλος 2004β).

Οι παράμετροι του ημιβαριόγραμματος καθορίζουν την χωρική εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε δυο γειτονικά σημεία. Από τον ορισμό του ημιβαριόγραμματος με την βοήθεια της μέσης τιμής του τετραγώνου των διαφορών προκύπτει ότι το ημιβαριόγραμμα είναι ημιθετικά ορισμένο, $\gamma_X(\mathbf{r}) \geq 0$. Ωστόσο το αντίστροφο δεν ισχύει πάντοτε καθώς μια ημιθετικά ορισμένη συνάρτηση δεν είναι κατ' ανάγκη αποδεκτή ως ημιβαριόγραμμα.

Σε περίπτωση στατιστικά ομοιογενούς πεδίου, αν η χωρική εξάρτηση είναι ισοτροπική, το ημιβαριόγραμμα προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους: το όριο και το μήκος συσχέτισης. Η τιμή του ημιβαριογράμματος για πολύ μεγάλες αποστάσεις r τείνει ασυμπτωτικά προς ένα όριο ίσο με την διασπορά σ_x^2 του τυχαίου πεδίου. Αυτή η ιδιότητα βασίζεται στην σχέση $\gamma_x(\mathbf{r}) = \sigma_x^2 - c_x(\mathbf{r})$ και το γεγονός ότι σε μεγάλες αποστάσεις η τιμή της συνάρτησης συνδιασποράς τείνει προς το μηδέν.

Η παρουσία σημαντικών τάσεων μεγάλης εμβέλειας σημαίνει ότι η προϋπόθεση της στατιστικής ομοιογένειας δεν ισχύει. Τότε το ημιβαριόγραμμα δεν προσεγγίζει κάποια τιμή ισορροπίας όταν η απόσταση τείνει προς το άπειρο (Χριστόπουλος 2004β).

Το ημιβαριόγραμμα εν γένει αυξάνεται ανάλογα, όχι κατ' ανάγκη γραμμικά, με την απόσταση μεταξύ των σημείων. Αυτό συμβαίνει επειδή η εξάρτηση των τιμών του πεδίου σε δύο διαφορετικά σημεία του χώρου μειώνεται όσο αυξάνει η απόσταση. Ακολούθως οι τιμές του ημιβαριογράμματος αυξάνονται όσο μεγαλώνει η απόσταση αφού μετρά πόσο διαφέρουν μεταξύ τους οι διακυμάνσεις του πεδίου ως συνάρτηση της απόστασης. Ευρέως χρησιμοποιημένα μοντέλα ημιβαριογραμμάτων τα οποία είναι επιτρεπτά και σε πρακτικές εφαρμογές είναι το εκθετικό, το γκαουσιανό, το σφαιρικό, το γενικευμένο, το δυναμονομικό ή αλγεβρικό και το φαινόμενο πυρήνα. Το εκθετικό μοντέλο χαρακτηρίζει κατανομές με απότομες χωρικές μεταβολές σε αντίθεση με το γκαουσιανό το οποίο χαρακτηρίζει ομαλότερες αυξομειώσεις. Το αλγεβρικό μοντέλο χαρακτηρίζει εξάρτηση με μακριά χωρική εμβέλεια ενώ το μοντέλο πυρήνα αντιστοιχεί σε μεταβολές που συντελούνται σε αποστάσεις μικρότερες από τη διακριτική ικανότητα που επιτρέπει το δείγμα (Χριστόπουλος 2004β).

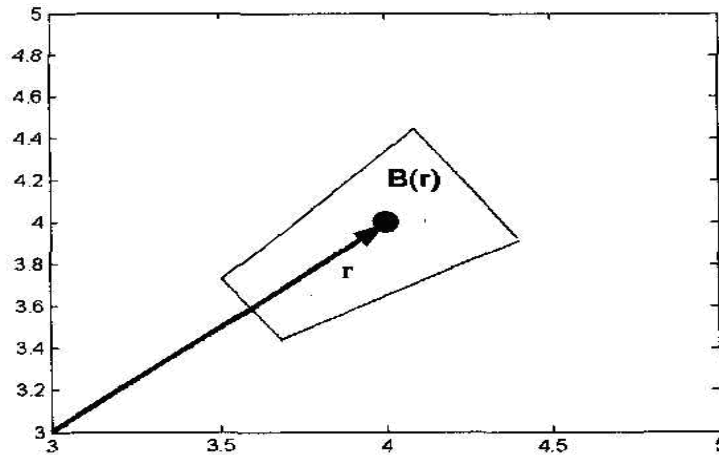
2.3 Προσδιορισμός Ημιβαριογράμματος

Στην περίπτωση πρακτικών εφαρμογών, όπου τα δεδομένα περιορίζονται συνήθως σε ένα μοναδικό δείγμα, επιχειρείται να προσδιοριστεί μια εκτίμηση του πραγματικού ημιβαριογράμματος από αυτό. Η εκτίμηση αυτή ονομάζεται *δειγματικό ημιβαριόγραμμα* και υπολογίζεται βάσει των τιμών του δείγματος ως εξής:

$$\hat{\gamma}_Z(\mathbf{r}_k) = \frac{1}{2N(\mathbf{r}_k)} \sum_{i,j=1}^{N(\mathbf{r}_k)} \left\{ [Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_j)]^2 \right\} \vartheta_{ij}(\mathbf{r}_k), \quad (k=1, \dots, N_c), \quad (2.2)$$

$$J_{ij}(\mathbf{r}_k) = \begin{cases} 1, \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j \hat{=} \mathbf{B}(\mathbf{r}_k) \\ 0, \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.3)$$

- Η συνάρτηση τάξης $J_{ij}(\mathbf{r}_k)$ ορίζει διαφορετικές ομάδες (τάξεις) διανυσμάτων απόστασης, επιλέγοντας τα διανύσματα εκείνα που βρίσκονται σε μια κλειστή περιοχή $B(\mathbf{r}_k)$ γύρω από το διάνυσμα \mathbf{r}_k (Σχήμα 2.1).
- Η μεταβλητή $N(r_k)$ είναι ίση με το πλήθος των ζευγών σημείων που περιέχονται μέσα στην τάξη $B(\mathbf{r}_k)$.
- Το δειγματικό ημιβαριόγραμμα ορίζεται για ένα διακριτό και πεπερασμένο σύνολο αποστάσεων $\mathbf{r}_k, (k = 1, K, N_c)$ το πλήθος των οποίων είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό τάξεων N_c .



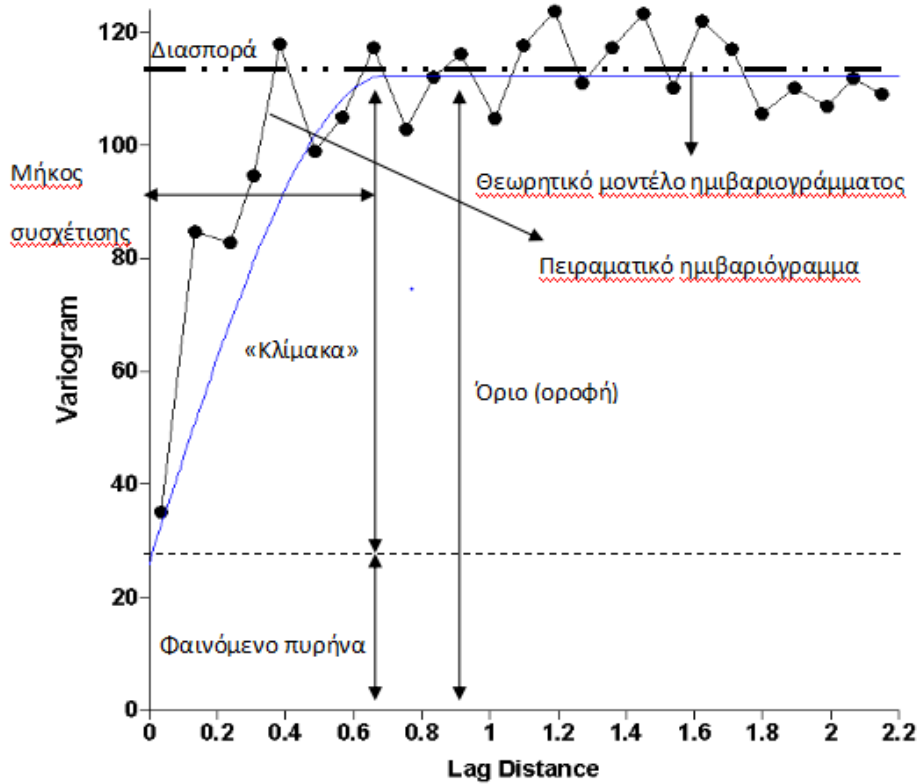
Σχήμα 2.1: Σχηματικό διάγραμμα μιας περιοχής $B(\mathbf{r})$ γύρω από το διάνυσμα απόστασης (Χριστόπουλος 2004β).

Επομένως, ο υπολογισμός αυτός προσδιορίζει μια τιμή του δειγματικού ημιβαριογράμματος για κάθε \mathbf{r}_k βάσει του μέσου όρου των διαφορών $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{r}_k)]^2$ σε όλα τα ζεύγη σημείων, το διάνυσμα απόστασης των οποίων ανήκει στην περιοχή $B(\mathbf{r}_k)$. Το $\hat{\gamma}_Z(\mathbf{r}_k)$ είναι ένας καλός εκτιμητής του $\gamma_Z(\mathbf{r}_k)$ όταν ο μέσος όρος των διαφορών στην τάξη του \mathbf{r}_k προσεγγίζει με ακρίβεια την μέση τιμή $E[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k)]^2$ (Χριστόπουλος 2004β).

Αυτό ισχύει όταν εκπληρώνεται η εργοδική υπόθεση (Christakos & Hristopulos 1998) η οποία επιτρέπει την εναλλαγή του στοχαστικού με τον δειγματικό μέσο. Στον υπολογισμό του ημιβαριογράμματος για να ισχύει η εργοδική ιδιότητα πρέπει να εκπληρώνονται κάποιες προϋποθέσεις, όπως: (1) το πεδίο διαφοράς $Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{r}_k)$ να είναι στατιστικά ομοιογενές, (2) το πλήθος ζευγών σε κάθε τάξη να είναι μεγάλο ώστε ο δειγματικός μέσος του τετραγώνου της διαφοράς να υπολογίζεται με καλή στατιστική ακρίβεια και (3) ο αριθμός των τάξεων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος ώστε να επιτρέπει μια πυκνή προσέγγιση της μεταβολής του ημιβαριογράμματος σαν συνάρτηση της απόστασης (Χριστόπουλος 2004β).

Αφού υπολογιστεί το πειραματικό ημιβαριόγραμμα προσαρμόζεται σε ένα θεωρητικό μοντέλο, το οποίο επιτρέπει τον υπολογισμό του ημιβαριογράμματος για οποιαδήποτε απόσταση. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, από την οποία υπολογίζονται και οι βέλτιστες παράμετροι ξ (μήκος συσχέτισης) και σ_x^2 (διασπορά) του θεωρητικού μοντέλου.

Το θεωρητικό πρότυπο χρειάζεται για την εκτίμηση των τιμών του πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις. Στην συνέχεια για να γίνει αποδεκτό το ημιβαριόγραμμα και να χρησιμοποιηθεί στην γεωστατική ανάλυση ελέγχεται σύμφωνα με τις συνθήκες αποδοχής ημιβαριογράμματος (Χριστόπουλος 2004b).



Σχήμα 2.2: Παρουσίαση χαρακτηριστικών στοιχείων ημιβαριόγραμματος (Surfer V.8.0.4, 2002).

- Το φαινόμενο πυρήνα ποσοτικοποιεί την διασπορά του δειγματικού σφάλματος καθώς και την μικρής κλίμακας μεταβλητότητα, π.χ. την χωρική μεταβλητότητα που υπάρχει σε αποστάσεις μικρότερες από τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων του δείγματος.
- Το «όριο» (οροφή) είναι η τιμή που πλησιάζει ασυμπτωτικά το δειγματικό ημιβαριόγραμμα.
- Η «κλίμακα» (scale) είναι η διαφορά της «οροφής» από το «φαινόμενο πυρήνα» και δηλώνει την μεταβλητότητα των συσχετισμένων διακυμάνσεων.
- Το μήκος συσχέτισης είναι η απόσταση στην οποία το ημιβαριόγραμμα προσεγγίζει πολύ κοντά, π.χ. κατά 95-97%, την τιμή οροφής.
- Η διασπορά είναι η μέση τετραγωνική απόκλιση κάθε τιμής του δείγματος από την μέση τιμή και δηλώνεται από την διακεκομμένη οριζόντια γραμμή στο σχήμα.

- Το πειραματικό ημιβαριόγραμμα παρουσιάζει τις ομάδες των ζευγών με τις αντίστοιχες δειγματικές τιμές του ημιβαριογράμματος.
- Το θεωρητικό μοντέλο ημιβαριογράμματος αποτελεί μια συνεχή θεωρητική καμπύλη που προσαρμόζεται στο πειραματικό.

2.4 Μοντέλα Ημι-βαριογραμμάτων

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι εξισώσεις κλασσικών θεωρητικών βαριογραμμάτων που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία όπου σ_z^2 είναι η διασπορά, $|\mathbf{r}|$ η ευκλείδεια απόσταση, και ξ η ακτίνα συσχέτισης.

$$\text{Exponential: } \gamma_z(\mathbf{r}) = \sigma_z^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}|}{\xi}\right) \right] \quad (2.4)$$

$$\text{Gaussian: } \gamma_z(\mathbf{r}) = \sigma_z^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{\xi^2}\right) \right] \quad (2.5)$$

$$\text{Spherical: } \gamma_z(\mathbf{r}) = \sigma_z^2 \left[1.5 \frac{|\mathbf{r}|}{\xi} - 0.5 \left(\frac{|\mathbf{r}|}{\xi}\right)^3 \right] \theta(\xi - |\mathbf{r}|) \quad (2.6)$$

if $\xi - |\mathbf{r}| < 0, \theta = 0$, else if $\xi - |\mathbf{r}| > 0, \theta = 1$

$$\text{Power-law: } \gamma_z(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}|^{2H}, 0 < H < 1 \quad (2.7)$$

c είναι ο συντελεστής και H ο δείκτης Hurst.

$$\text{Linear: } \gamma_z(\mathbf{r}) = c |\mathbf{r}| \quad (2.8)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν τις ισοτροπικές εκδοχές των μοντέλων και περιλαμβάνουν δυο παραμέτρους (Christakos 1991, Cressie 1993). Στη συνέχεια παρουσιάζονται δυο ακόμα

θεωρητικά ημι-βαριογραμμάτα των οποίων οι εξισώσεις περιλαμβάνουν περισσότερες παραμέτρους, οδηγώντας σε πιο ακριβή αποτελέσματα. Το θεωρητικό μοντέλο Matérn λόγω της παραμέτρου ν εκφράζει καλύτερα την συμπεριφορά της $\gamma(\mathbf{r})$ για μικρές αποστάσεις

$$\text{Matérn: } \gamma_Z(\mathbf{r}) = \sigma_Z^2 \left\{ 1 - \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right)^\nu K_\nu \left(\frac{|\mathbf{r}|}{\xi} \right) \right\} \quad (2.9)$$

Όπου $\nu > 0$ είναι το shape coefficient(συντελεστής σχήματος)

$\Gamma(\cdot)$ η συνάρτηση gamma

$K_\nu(\cdot)$ η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel

Για $\nu=0,5$ έχουμε το εκθετικό μοντέλο, ενώ όταν το ν τείνει στο άπειρο έχουμε το γκαουσιανό.

Τέλος θα γίνει μια μικρή αναφορά στα μοντέλα Σπαρτιάτικων Τυχαίων Πεδίων, καθώς είναι δύσκολο να παρουσιαστεί το πλήρες θεωρητικό υπόβαθρο των εξισώσεων που τα εκφράζουν. Τα Σπαρτιάτικα Τυχαία Πεδία (ΣΤΠ) είναι ένα γεωστατιστικό μοντέλο (Hristopulos 2002, Hristopulos 2003b) με εφαρμογές αξιολόγησης περιβαλλοντικού ρίσκου (Elogne *et al.* 2008) και ατμοσφαιρικού περιβάλλοντος (Žukonič and Hristopulos 2008). Ο όρος Σπαρτιάτικο υποδηλώνει παραμετρικά συμπαγής οικογένειες μοντέλων που περιλαμβάνουν μικρό αριθμό παραμέτρων. Αυτά τα τυχαία πεδία ορίζονται μέσω φυσικά καθορισμένων χωρικών αλληλεπιδράσεων ανάμεσα σε μεταβλητές του πεδίου.

Γενικά ένα ΣΤΠ, $Z(\mathbf{s})$ που αντιπροσωπεύει τις μετρήσεις μπορεί να εκφραστεί ως:

$$Z(\mathbf{s}) = Z'(\mathbf{s}) + m_Z(\mathbf{s}) + e(\mathbf{s}) \quad (2.10)$$

όπου $e(\mathbf{s})$ είναι το σφάλμα μέτρησης, η οποία λαμβάνεται ως ομογενής στο πεδίο ενδιαφέροντος, $Z'(\mathbf{s})$ είναι η συσχετιζόμενη διακύμανση ΣΤΠ, και $m_Z(\mathbf{s})$ είναι μια ντετερμινιστική συνάρτηση τάσης. Η τάση αυτή είναι μια μη στατική συνιστώσα που

αντιπροσωπεύει μεγάλης κλίμακας, ντετερμινιστικές μεταβολές, οι οποίες υποθετικώς ανταποκρίνονται στον συνολικό μέσο του ΣΤΠ,

$$m_Z(\mathbf{s}) = E[Z'(\mathbf{s})] \quad (2.11)$$

Τα μοντέλα ΣΤΠ καθορίζονται από μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την μετρούμενη ποσότητα $X_\lambda(\mathbf{s})$ η οποία παρίσταται ως ένα τυχαίο πεδίο με διακριτική ικανότητα λ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας περιλαμβάνει όλη την πληροφορία σχετικά με την χωρική εξάρτηση. Γενικά τα μοντέλα ΣΤΠ μπορούν να εκφραστούν με την εξής μαθηματική σχέση,

$$f_x[X_\lambda(\mathbf{s})] = Z^{-1} \exp\{-H[X_\lambda(\mathbf{s})]\} \quad (2.12)$$

Στην εξίσωση 2.12, $f_x[X_\lambda(\mathbf{s})]$ είναι η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (ΣΠΠ), $Z = \sum_{X_\lambda(\mathbf{s})} \exp\{-H[X_\lambda(\mathbf{s})]\}$ μια σταθερά κανονικοποίησης η οποία εξασφαλίζει το βασικό θεώρημα των πιθανοτήτων, δηλαδή ότι το άθροισμα των πιθανών καταστάσεων του τυχαίου πεδίου είναι ίσο με την μονάδα, και $H[X_\lambda(\mathbf{s})]$ μία συνάρτηση χωρικής αλληλεπίδρασης η οποία εκφράζει τις αλληλεπιδράσεις των τιμών του τυχαίου πεδίου $X_\lambda(\mathbf{s})$ μεταξύ διαφορετικών σημείων του χώρου. Επομένως βάσει της παραπάνω εξίσωσης, τα ΣΤΠ αποτελούν υποσύνολα των τυχαίων πεδίων Gibbs (Hristopoulos 2003).

Το νέο στοιχείο που εισάγουν τα ΣΤΠ είναι η εξάρτηση του $H[X_\lambda(\mathbf{s})]$ από φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με την κατανομή στο χώρο, όπως τοπική κλίση και ακτίνα καμπυλότητας της τοπογραφίας, όπως επίσης και ο πλήρης προσδιορισμός της χωρικής αλληλεπίδρασης από ένα μικρό αριθμό παραμέτρων που υπολογίζονται από τα πειραματικά δεδομένα. Τα ΣΤΠ παρέχουν ένα νέο σύνολο γενικευμένων συναρτήσεων συνδιασποράς, οι οποίες είναι εξ' ορισμού θετικά ορισμένες για ρητά καθορισμένο εύρος τιμών των παραμέτρων. (Hristopoulos 2003b,

Hristopoulos and Elogne 2007). Η συνάρτηση του Σπαρτιάτικου μοντέλου σε οποιαδήποτε διάσταση d εκφράζεται από την εξίσωση:

$$C_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta}) = \frac{\eta_0 \xi \|\mathbf{r}\|^{1-d/2}}{(2\pi)^{d/2}} \int_0^{k_m} d\omega \frac{\omega^{d/2} J_{d/2-1}(\|\mathbf{r}\|\omega)}{1 + \eta_1 (\omega\xi)^2 + (\omega\xi)^4} \quad (2.13)$$

όπου $J_{d/2-1}(x)$ είναι η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους μηδενικής τάξης και $\boldsymbol{\theta} = (\eta_0, \eta_1, \xi, k_m)$ είναι οι παράμετροι του μοντέλου. Το Σπαρτιάτικο ημibaριόγραμμα δίνεται από την εξίσωση $\gamma_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta}) = C_Z(0;\boldsymbol{\theta}) - C_Z(\mathbf{r};\boldsymbol{\theta})$. Η παράμετρος κλίμακας η_0 καθορίζει την διακύμανση, ξ είναι το χαρακτηριστικό μήκος, k_m είναι το όριο του ολοκληρώματος στον χώρο Fourier, ενώ ο αδιάστατος συντελεστής δυσκαμψίας η_1 καθορίζει το σχήμα της συνάρτησης συνδιασποράς σε σύνδεση με τα k_m και ξ (Elogne *et al.* 2008). Για $d = 1, 3$ μπορούν να κατασκευαστούν ρητές εκφράσεις την συνδιασποράς στο ασυμπτωτικό όριο $k_m \rightarrow \infty$ (Hristopoulos and Elogne 2007).

Η συνάρτηση συνδιασποράς για το Σπαρτιάτικο σε 3 διαστάσεις ($d=3$) εκφράζεται ως ακολούθως:

$$C_Z(\mathbf{h};\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} \frac{\eta_0 e^{-h\beta_2}}{2\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \left[\frac{\sin(h\beta_1)}{h\beta_1} \right], & \text{for } |\eta_1| < 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \\ \frac{\eta_0 e^{-h}}{8\pi}, & \text{for } \eta_1 = 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{8\pi} \\ \frac{\eta_0 (e^{-h\omega_1} - e^{-h\omega_2})}{4\pi(\omega_2 - \omega_1) h\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}}, & \text{for } \eta_1 > 2, \sigma_z^2 = \frac{\eta_0}{4\pi\sqrt{|\eta_1^2 - 4|}} \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\omega_{1,2} = (|\eta_1 \mp \Delta|/2)^{1/2} \quad (2.15)$$

$$\beta_{1,2} = |2 \mp \eta_1|^{1/2} / 2 \quad (2.16)$$

όπου $\Delta = |\eta_1^2 - 4|^{1/2}$, $\omega_{1,2}$ και β_2 είναι αδιάστατοι συντελεστές απόσβεσης, β_1 είναι ένας αδιάστατος κυματαριθμός, ξ είναι το χαρακτηριστικό μήκος, $\|\mathbf{h}\| = \|\mathbf{r}\|/\xi$ είναι το κανονικοποιημένο διάνυσμα απόστασης, $h = \|\mathbf{h}\|$ είναι η Ευκλείδεια νόρμα και σ_z^2 είναι η συνδιακύμανση.

Η εκθετική συνδιασπορά ανακτάται για $|\eta_1| = 2$, ενώ για $|\eta_1| < 2$ ανακτάται το προϊόν του εκθετικού και φαινομένου τρύπας μοντέλου. Η συνάρτηση συνδιασποράς που επιτρέπεται στις τρεις χωρικές διαστάσεις, επιτρέπεται επίσης και στις δύο διαστάσεις (Christakos 1991).

2.5 Χωρική εκτίμηση – Kriging

Η χωρική εκτίμηση είναι μια διαδικασία που βοηθά στην αναπαράσταση ενός τυχαίου πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν ακριβείς τιμές με βάση την διαθέσιμη γνώση (π.χ. μετρήσεις σε γειτονικά σημεία, εκτιμήσεις ειδικών, γεωλογικά δεδομένα). Η διαθέσιμη γνώση χρησιμοποιείται για να επιβληθούν στατιστικοί περιορισμοί. Χρησιμοποιώντας στατιστικά πρότυπα χωρικής εξάρτησης (ημιβαριογράμματα) προσδιορίζονται οι άγνωστες τιμές βάσει της συσχέτισης. Η επανάληψη αυτής της διαδικασίας σε όλα τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος επιτρέπει τη χαρτογράφηση μιας ολόκληρης περιοχής (Χριστόπουλος 2004β).

Πιο συγκεκριμένα, ο όρος χωρική εκτίμηση περιλαμβάνει όλες τις μαθηματικές διαδικασίες που επιτρέπουν τον υπολογισμό των τιμών του πεδίου σε σημεία στα οποία δεν υπάρχουν μετρήσεις μιας ιδιότητας. Η χωρική εκτίμηση μπορεί να είναι είτε σημειακή, αν αναφέρεται στην τιμή του πεδίου σε ένα συγκεκριμένο σημείο, είτε γενική, οπότε αποσκοπεί στον υπολογισμό μιας χαρακτηριστικής τιμής που περιγράφει ολόκληρη την περιοχή.

Η χωρική εκτίμηση του πεδίου προϋποθέτει την ύπαρξη ενός προτύπου χωρικής εξάρτησης, ώστε η τιμή της ιδιότητας να επηρεάζεται από τις γειτονικές τιμές του πεδίου. Αυτή η αλληλεξάρτηση επιτρέπει εκτίμηση του πεδίου σε σημεία όπου δεν υπάρχουν μετρήσεις βάσει της συμπεριφοράς σε γειτονικά μετρηθέντα σημεία. Σε πολλές περιπτώσεις, ο τελικός στόχος

είναι η εκτίμηση σε ένα σύνολο σημείων και όχι σε ένα μεμονωμένο σημείο. Αυτό μπορεί να γίνει με επανάληψη της σημειακής εκτίμησης σε όλα τα σημεία ενδιαφέροντος.

Υπάρχουν ωστόσο διάφοροι μέθοδοι χωρικής εκτίμησης οι οποίες στηρίζονται σε παρόμοιες αρχές. Η βασική ιδέα είναι πως η τιμή στο σημείο εκτίμησης δίνεται από ένα συνδυασμό, γραμμικό ή μη γραμμικό των γειτονικών τιμών. Η εκτιμώμενη τιμή προκύπτει από την βελτιστοποίηση κάποιου στατιστικού μέτρου, π.χ. από την μεγιστοποίηση της πιθανότητας ή από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος της εκτίμησης. Οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι βασίζονται στη γραμμική παρεμβολή σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος της εκτίμησης. Αυτό το σύνολο των μεθόδων είναι γνωστό ως «Kriging» (Χριστόπουλος 2004β).

Σήμερα πλέον, έχουν αναπτυχθεί διάφορες παραλλαγές της τεχνικής Kriging όπως το “Indicator Kriging” και το “Residual Kriging”. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί το “Ordinary Kriging” που περιγράφεται στη συνέχεια:

2.5.1 Ordinary Kriging

Το Ordinary Kriging (OK), αποτελεί την πιο απλή μορφή της μεθόδου, καθώς χρησιμοποιεί γνωστές τιμές μεταβλητών για να υπολογίσει άλλες άγνωστες τιμές. Βασική παραδοχή της μεθόδου, είναι πως η χωρική τυχαία μεταβλητή είναι στάσιμη (stationary), δηλαδή οι στατιστικές ιδιότητες της είναι αναλλοίωτες στο χώρο. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει τον υπολογισμό μιας άγνωστης τιμής Z , σε ένα σημείο x_i , χρησιμοποιώντας μία σταθμισμένη μέση εκτίμηση (weighted average), που προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\hat{z}(\mathbf{s}_0) = \sum_{i: \mathbf{s}_i \in S_0} \lambda_i z_i(\mathbf{s}_i) \quad (2.17)$$

όπου:

$\hat{z}(\mathbf{s}_0)$ είναι η προβλεφθείσα τιμή της μεταβλητής

λ_i είναι οι σταθμισμένοι συντελεστές του kriging

$z_i(\mathbf{s}_i)$ είναι οι μετρηθείσες τιμές της μεταβλητής

Τα βάρη λ_i υπολογίζονται ελαχιστοποιώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και βασίζονται στο βαριόγραμμα. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της μεθόδου OK, είναι πως τα βάρη λ_i έχουν άθροισμα ίσο με την μονάδα. Ακολούθως τα λ_i δίνονται από το $(N_0 + 1) \times (N_0 + 1)$ γραμμικό σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in \mathcal{S}_0\}} \lambda_i g_z(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) + m = g_z(\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_0), \quad j = 1, \dots, N_0 \quad (2.18)$$

$$\sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in \mathcal{S}_0\}} \lambda_i = 1 \quad (2.19)$$

όπου N_0 είναι ο αριθμός των σημείων εντός της ακτίνας επίδρασης του \mathbf{s}_0 , $g_z(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ είναι το ημι-βαριόγραμμα μεταξύ δυο σημείων του δείγματος \mathbf{s}_i και \mathbf{s}_j , $g_z(\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_0)$ το ημι-βαριόγραμμα μεταξύ του \mathbf{s}_j και του σημείου εκτίμησης \mathbf{s}_0 , και m είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange που επιβάλλει την συνθήκη αμεροληψίας. $N_0 + 1, j = j, N_0 + 1 = 1$ για $j = 1, \dots, N_0$, ενώ $N_0 + 1, N_0 + 1 = 0$ (Kitanidis 1993, Theodosiou and Latinopoulos 2006).

Η μέθοδος Kriging προσφέρει επίσης την δυνατότητα εκτίμησης του σφάλματος της διασποράς (σχετική αβεβαιότητα). Για το OK το σφάλμα αυτό 1) εξαρτάται από το μοντέλο ημι-βαριογράμματος, 2) εξαρτάται από την διαμόρφωση των δεδομένων και τις εκτιμώμενες αποστάσεις τους από το σημείο $z(\mathbf{s}_0)$, 3) είναι ανεξάρτητο από τις τιμές των δεδομένων και 4) είναι 0 στα σημεία των δεδομένων και αυξάνεται μακριά από αυτά ενώ μεγιστοποιείται για περιπτώσεις σημείων εκτός πεδίου παρεμβολής (Kitanidis 1997).

Η εκτίμηση της διασποράς στο OK είναι,

$$\sigma_E^2(\mathbf{s}_0) = E \left[\left\{ Z(\mathbf{s}_0) - \hat{Z}(\mathbf{s}_0) \right\}^2 \right] \quad (2.20\alpha)$$

Και δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση όπου μ ο συντελεστής Lagrange :

$$\sigma_E^2(\mathbf{s}_0) = \sum_{\{i: \mathbf{s}_i \in S_0\}} \lambda_i \gamma_z(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0) + \mu. \quad (2.20\beta)$$

Τέλος προκειμένου να αξιολογηθούν τα χωρικά μοντέλα καθώς και η μέθοδος εκτίμησης (Kriging) τόσο με τα κανονικά δεδομένα όσο και με τις προβλέψεις του ΤΝΔ, πραγματοποιήθηκε σύγκριση των εξής παραμέτρων:

- Mean absolute error (MAE)
- Bias
- Mean absolute relative error (MARE)
- Root mean square error (RMSE)
- Linear Correlation coefficient (R)

Οι παράμετροι εξάγονται από την διαδικασία του Cross Validation Kriging, κατα την οποία εξάγεται ένα ήδη γνωστό σημείο και υπολογίζεται εκ νέου η τιμή σε αυτό με εφαρμογή του Ordinary Kriging. Οι εξισώσεις των παραμέτρων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα όπου $z^*(\mathbf{s}_i)$ και $z(\mathbf{s}_i)$ είναι αντίστοιχα η εκτιμώμενη και η πραγματική τιμή στο σημείο \mathbf{S}_i , ενώ N είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων (Varouchakis 2012).

Πίνακας 2.1 Εξισώσεις παραμέτρων του Cross Validation Kriging

MAE	$\varepsilon_{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i) $
Bias	$\varepsilon_{BIAS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)]$
MARE	$\varepsilon_{MAR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left \frac{z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)}{z(\mathbf{s}_i)} \right $
RMSE	$\varepsilon_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z^*(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_i)]^2}$
R	$R = \frac{\sum_{i=1}^N [z(\mathbf{s}_i) - \overline{z(\mathbf{s}_i)}][z^*(\mathbf{s}_i) - \overline{z^*(\mathbf{s}_i)}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [z(\mathbf{s}_i) - \overline{z(\mathbf{s}_i)}]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N [z^*(\mathbf{s}_i) - \overline{z^*(\mathbf{s}_i)}]^2}}$

3. Χαρακτηριστικά Περιοχής Μελέτης

Τα υπόγεια ύδατα είναι ένας ιδιαίτερα ευάλωτος φυσικός πόρος, πολύ σημαντικός τόσο για τους ανθρώπους όσο και για περιβάλλον. Επομένως είναι σημαντικό να γίνουν αντιληπτές οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις της υπερεκμετάλλευσης τους. Η εντατικοποίηση της γεωργικής παραγωγής και ο αυξανόμενος πληθυσμός έχει σοβαρή επίδραση στους υδατικούς πόρους και το περιβάλλον. Η υπερεκμετάλλευση των υπόγειων νερών όχι μόνο οδηγεί στη μείωση του υδατικού δυναμικού και την υποβάθμιση της ποιότητας του νερού, αλλά επηρεάζει τη βιωσιμότητα των χειμάρρων και των ποταμών, ενώ επίσης οδηγεί σε σημαντικές απώλειες βιότοπων και βιοποικιλότητας. Είναι σαφές λοιπόν ότι η εντατική άντληση αποτελεί απειλή για τα αποθέματα υπόγειων υδάτων, με σοβαρές συνέπειες για την ανθρώπινη ευημερία και οδηγεί στην περιβαλλοντική υποβάθμιση τους. Κατά συνέπεια είναι απαραίτητο για τις κοινωνίες να προσδιοριστούν τα βέλτιστα όρια διαθεσιμότητας και ποιότητας των υπογείων υδάτων, αλλά και να βρεθούν οι τρόποι προσαρμογής των απαιτήσεων της ανθρώπινης ανάπτυξης στην διατήρηση των φυσικών πόρων. Το νησί της Κρήτης διαθέτει οριακά αποθέματα υπόγειων νερών, τα οποία και χρησιμοποιούνται εκτενώς για γεωργικές δραστηριότητες αλλά και για την ύδρευση πόλεων και οικισμών. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα περιοχής όπου παρατηρείται υπερ-άντληση των υπογείων υδάτων είναι η πεδιάδα της Μεσσαράς στην Νότια Κρήτη. Η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται στην περιοχή της υδρολογικής λεκάνης των Μοιρών, καθώς εκεί παρατηρείται το μεγαλύτερο πρόβλημα σχετικά με την στάθμη του υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα. Επίσης στην περιοχή υπάρχει έντονη γεωργική δραστηριότητα ενισχύοντας την πιθανότητα επιδείνωσης του προβλήματος λόγω του αυξημένου αριθμού αρδευτικών γεωτρήσεων. Τέλος να σημειωθεί συγκριτικά με την υπόλοιπη περιοχή της Μεσσαράς, η υδρολογική λεκάνη των Μοιρών έχει τα περισσότερα δεδομένα (στάθμες σημείων), προσφέροντας έτσι επαρκή δεδομένα ώστε να τροφοδοτηθεί το τεχνητό νευρωνικό δίκτυο και να εφαρμοστούν οι επιθυμητές γεωστατιστικοί μέθοδοι.

3.1 Χαρακτηριστικά της περιοχής ενδιαφέροντος

Η περιοχή της Μεσσαράς καλύπτει μια έκταση 398 km² και βρίσκεται στο κεντρικό-νότιο τμήμα της Κρήτης, περίπου 50 km νότια της πόλης Ηρακλείου. Η πεδιάδα αποτελεί τη σημαντικότερη γεωργική περιοχή της Κρήτης. Περίπου 250 km² της συνολικής της έκτασης καλλιεργούνται. Οι καλλιεργήσιμες εκτάσεις καλύπτονται κυρίως από ελαιώνες και αμπελώνες, ενώ η υπόλοιπη έκταση χρησιμοποιείται για την καλλιέργεια λαχανικών, εσπεριδοειδών και δημητριακών. Η πεδιάδα της Μεσσαράς παραμένει μια αγροτική περιοχή και έχει πληθυσμό περίπου 40.000 κατοίκους. Η κύρια πηγή άρδευσης είναι τα υπόγεια νερά δεδομένου ότι η παρουσία επιφανειακών υδάτων κατά την διάρκεια των καλοκαιρινών μηνών είναι περιορισμένη.

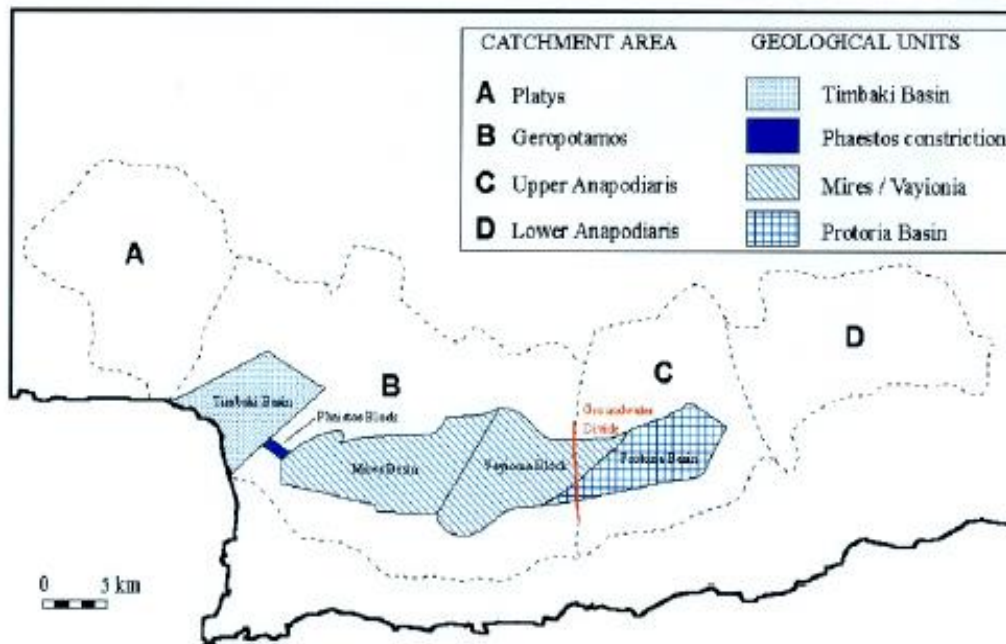
Τα αποθέματα υπόγειων υδάτων είναι ο βασικός φυσικός πόρος που καθορίζει την οικονομική ανάπτυξη της περιοχής, όμως η υπερεκμετάλλευση τους, δεδομένου ότι η ζήτηση έχει αυξηθεί εντυπωσιακά τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια, έχει οδηγήσει σε σημαντική πτώση του υδροφόρου ορίζοντα. Η πτώση της στάθμης των υπόγειων υδάτων είναι ένας σημαντικός δείκτης για την αξιολόγηση των ανθρωπογενών και κλιματολογικών επιπτώσεων στην διαφαινόμενη ερημοποίηση της περιοχής.

Το 1972 πραγματοποιήθηκε μια λεπτομερής μελέτη γεωργικής ανάπτυξης από τον οργανισμό για την διατροφή και την γεωργία που ανήκει στα Ηνωμένα Έθνη (F.A.O) για την ορθολογική εκμετάλλευση των υπογείων υδάτων της περιοχής. Από το 1984 ένα εκτενές δίκτυο γεωτρήσεων έχει εγκατασταθεί στην πεδιάδα της Μεσσαράς το οποίο έχει μετατρέψει την παραδοσιακή καλλιέργεια σε εντατικοποιημένη ποτιστική, με αποτέλεσμα αφενός την άνοδος της παραγωγικότητας αφετέρου δε την δραματική πτώση της στάθμης των υπόγειων υδάτων (Kritsotakis 2010).

3.2 Υδρογεωλογικό υπόβαθρο

Η περιοχή μελέτης περιλαμβάνει την υδρολογική λεκάνη Μοιρών και Βαγιονιάς. Οι σημαντικότερες υδρολογικές λεκάνες απεικονίζονται στο Σχήμα 3.1. Η υδρολογική λεκάνη Μοιρών έχει κατά προσέγγιση 14 km μήκος και περίπου 3 km πλάτος. Αποτελείται από τεταρτογενή έως πρόσφατης ηλικίας αλλουβικά ιζήματα, τα οποία διαμορφώνουν μια εξαιρετικά

μεταβλητή και σύνθετη διά-στρωματική αλληλουχία χαλικιών, αμμοχάλικων, άμμου, ιλύς, ιλύς-άμμου και άργιλων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός συστήματος πολλαπλών υδροφόρων στρωμάτων στα οποία τα διαπερατά στρώματα άμμου και αμμοχάλικου διαχωρίζονται τοπικά πλευρικά και κάθετα από λιγότερο διαπερατά στρώματα αργίλων και ιλύς.

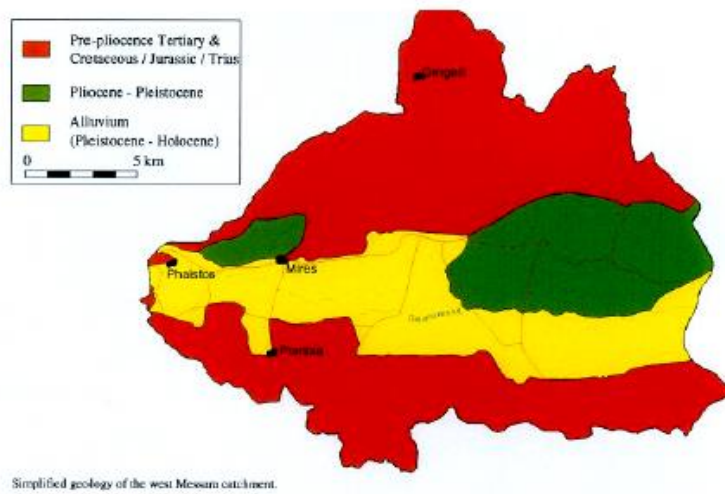


Σχήμα 3.1: Οι κυριότερες υδρολογικές λεκάνες της πεδιάδας της Μεσσαράς

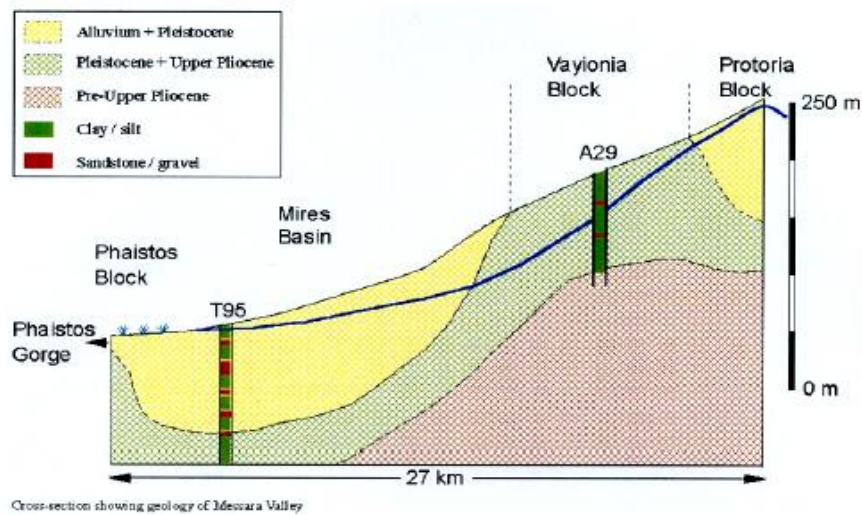
Γεωφυσικές έρευνες έχουν αποκαλύψει ότι τα άκρα της υδρολογικής λεκάνης των Μοιρών είναι απόκρημνα κάτι που αντιστοιχεί σε πιθανή παρουσία ρηγμάτων, με κατεύθυνση από τα ανατολικά προς τα δυτικά ή σε κάποιο κανάλι διάβρωσης που βρίσκεται στα κατώτερα πλειστόκαινα ιζήματα. Η παρουσία εκτενών ρηγμάτων παράλληλα και εγκάρσια στην πεδιάδα έχει προκαλέσει μεταβλητότητα στο πάχος των αλλούβιων σχηματισμών σε ολόκληρη την υδρολογική λεκάνη (Donta et al. 2006).

Η υδρολογική λεκάνη της Βαγιονιάς αποτελείται στα κατώτερα στρώματα από σχηματισμούς πλειστόκαινης ηλικίας και στα ανώτερα από πλειόκαινης, οι οποίοι εκτείνονται ανατολικά της περιοχής των Αγίων Δέκα μέχρι το Ασήμι. Η υδρολογική λεκάνη έχει μήκος 12 km και πλάτος 5

km. Σε αυτήν την περιοχή το τοπογραφικό ανάγλυφο είναι περισσότερο ανομοιογενές από αυτό στην περιοχή των Μοιρών και η κλίση της βάσης της πεδιάδας αυξάνεται από 1:150 σε 1:75. Η λιθολογία της υδρολογικής λεκάνης είναι σύνθετη και περιλαμβάνει μια μεταβαλλόμενη ακολουθία ποτάμιων και λιμναίων κροκαλοπαγών, ψαμμιτών, ιλύς-χαλικιών και ιλύς-αργίλων με έναν λεπτό μανδύα αλλούβιων ιζημάτων να καλύπτει το νότιο μισό της περιοχής. Μια απλουστευμένη προσέγγιση της γεωλογίας της δυτικής Μεσσαράς παρουσιάζεται στα Σχήματα 3.2α και 3.2β

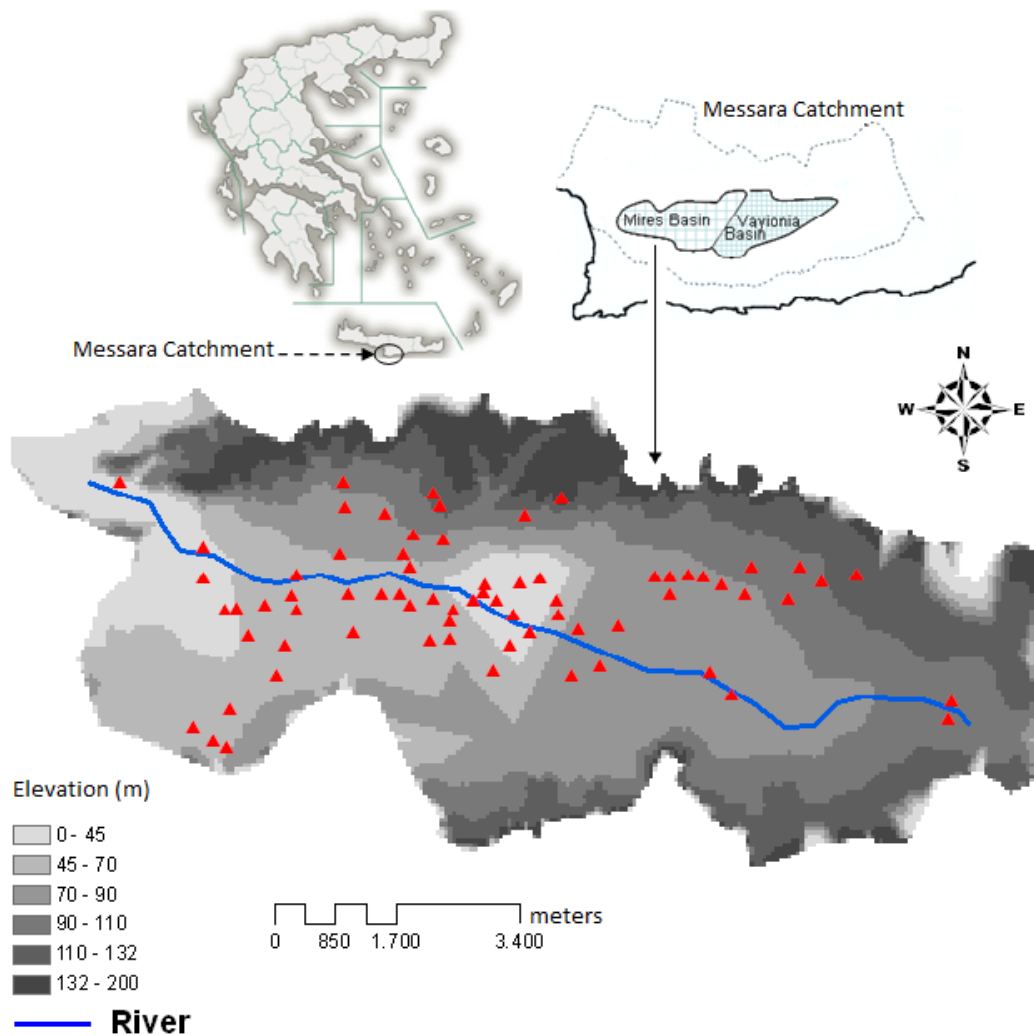


Σχήμα 3.2α: Απλοποιημένη γεωλογική προσέγγιση της πεδιάδας της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)



Σχήμα 3.2β: Απλοποιημένη γεωλογική προσέγγιση της πεδιάδας της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μελέτη βασισμένη σε δεδομένα 43 γεωτρήσεων για την υγρή περίοδο του υδρολογικού έτους 2008-2009 και για τις ξηρές περιόδους των υδρολογικών ετών 2007-2008 και 2008-2009. Στο Σχήμα 3.3 παρατίθεται ο χάρτης απεικόνισης της περιοχής των Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης, καθώς και τα σημεία των γεωτρήσεων με τα δεδομένα των οποίων εκπονήθηκε η διπλωματική εργασία.



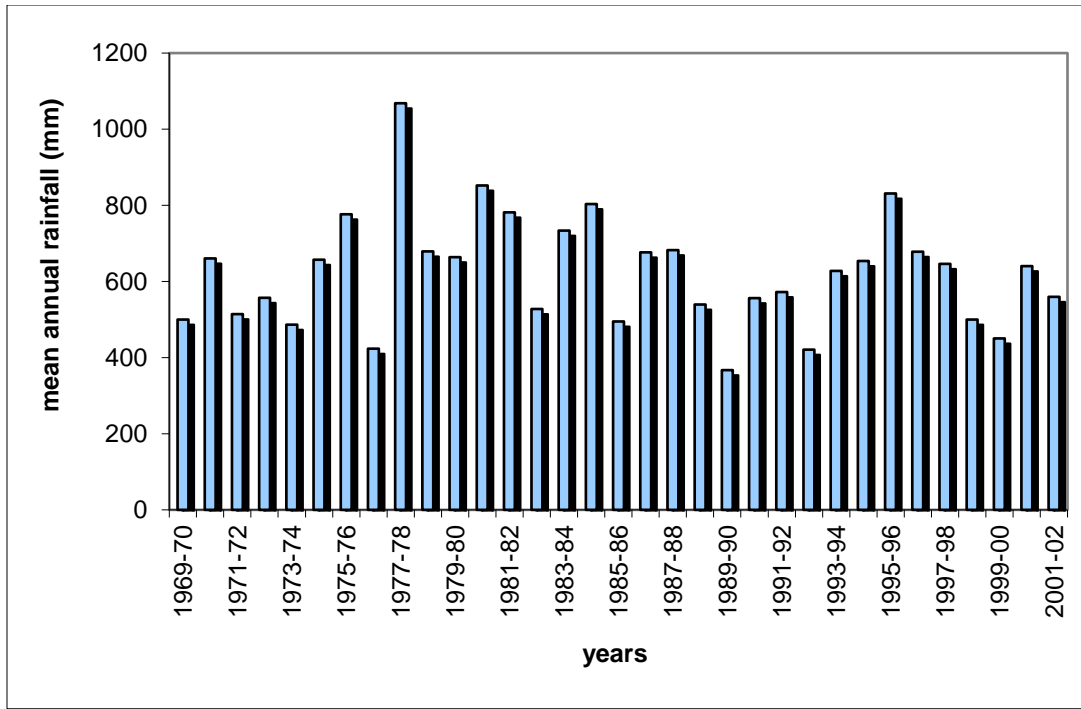
Σχήμα 3.3:Χάρτης περιοχής μελέτης και σημεία γεωτρήσεων (με κόκκινα τρίγωνα) (Varouchakis and Hristopulos 2013b).

3.3 Κλιματολογικές συνθήκες

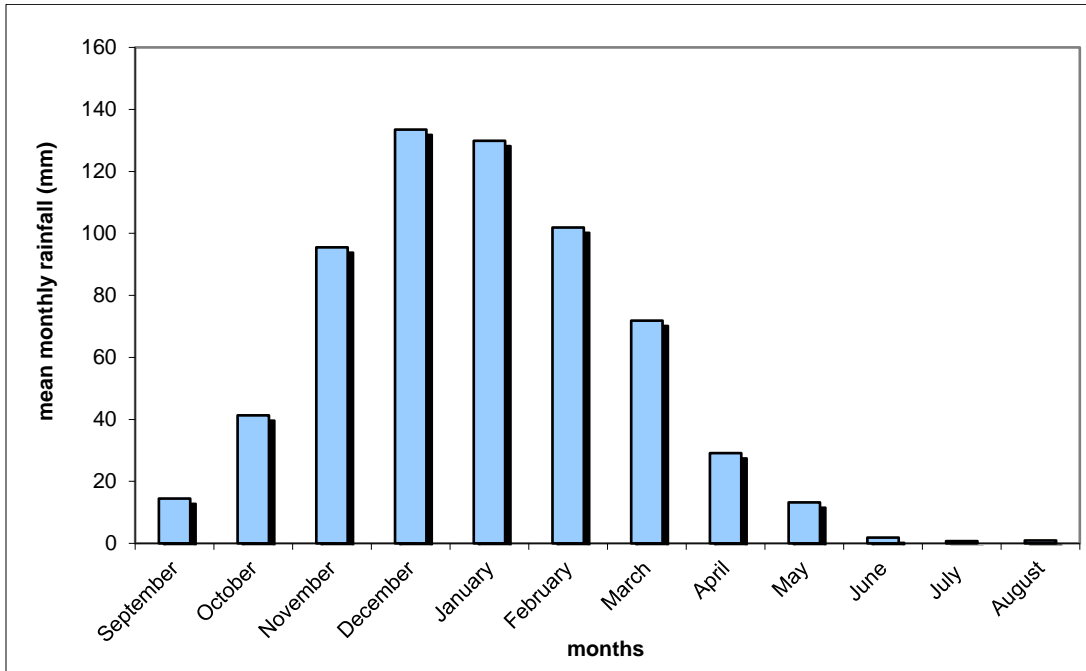
Το κλίμα της πεδιάδας είναι υπο-υγρό (sub-humid) με ήπιους υγρούς χειμώνες και ξηρά, θερμά καλοκαίρια. Το υδρολογικό έτος μπορεί να διαιρεθεί σε υγρή και ξηρή περίοδο. Περίπου 40% της βροχόπτωσης εμφανίζεται τους μήνες Δεκέμβριο και Ιανουάριο ενώ από τον Ιούνιο μέχρι τον Αύγουστο οι βροχοπτώσεις είναι αμελητέες. Αν και η πεδιάδα λαμβάνει κατά μέσον όρο περίπου 600mm βροχοπτώσεων το χρόνο υπολογίζεται ότι περίπου το 65% χάνεται λόγω εξατμισοδιαπνοής, 10% λόγω επιφανειακής απορροής και μόνο το 25% κατεισδύει για την ανανέωση των αποθεμάτων των υπόγειων υδάτων. Η εξάτμιση (Pan evaporation) σύμφωνα με τους σταθμούς μέτρησης υπολογίζεται σε 1500 ± 300 mm το χρόνο ενώ οι άνεμοι είναι κυρίως δυτικοί. Η πιθανή τιμή της εξάτμισης ωστόσο υπολογίζεται 1300 mm το χρόνο και η αναλογία της μέσης ετήσιας βροχόπτωσης προς την πιθανή εξάτμιση από την πεδιάδα είναι περίπου 0.5. Βάση των κλιματολογικών στοιχείων του οργανισμού UNCED (1994) το κλίμα της πεδιάδας αντιστοιχεί σε ξηρό υπό-υγρο (sub-humid). Η μέση χειμερινή θερμοκρασία είναι 12°C ενώ το καλοκαίρι 28°C . Η σχετική υγρασία κατά την διάρκεια του χειμώνα είναι περίπου 70% ενώ το καλοκαίρι περίπου 60%.

3.4 Υδρολογικά χαρακτηριστικά

Το παράρτημα του υπουργείου Γεωργίας στην Κρήτη παρακολουθεί και καταγράφει τα αποθέματα των υδατικών πόρων στην πεδιάδα της Μεσσαράς για περίπου τριάντα χρόνια. Η βροχόπτωση αυξάνεται με το υψόμετρο από περίπου 500 mm στην πεδιάδα σε περίπου 800 mm στις πλαγιές της και 1100 mm στα Αστερούσια βουνά. Το Σχήμα 3.4 παρουσιάζει τις μέσες ετήσιες βροχοπτώσεις στην πεδιάδα της Μεσσαράς για τα έτη 1969 ως 2002. Όπως παρατηρείται από το Σχήμα 3.4 το ξηρότερο υδρολογικό έτος ήταν το 1989-1990 και το υγρότερο το 1977-1978. Το Σχήμα 3.5 απεικονίζει τις μέσες μηνιαίες βροχοπτώσεις στην πεδιάδα της Μεσσαράς. Η υγρή περίοδος διαρκεί από το Νοέμβριο μέχρι τον Μάρτιο ή τον Απρίλιο ενώ η ξηρή περίοδος από τον Ιούνιο μέχρι τον Οκτώβριο.

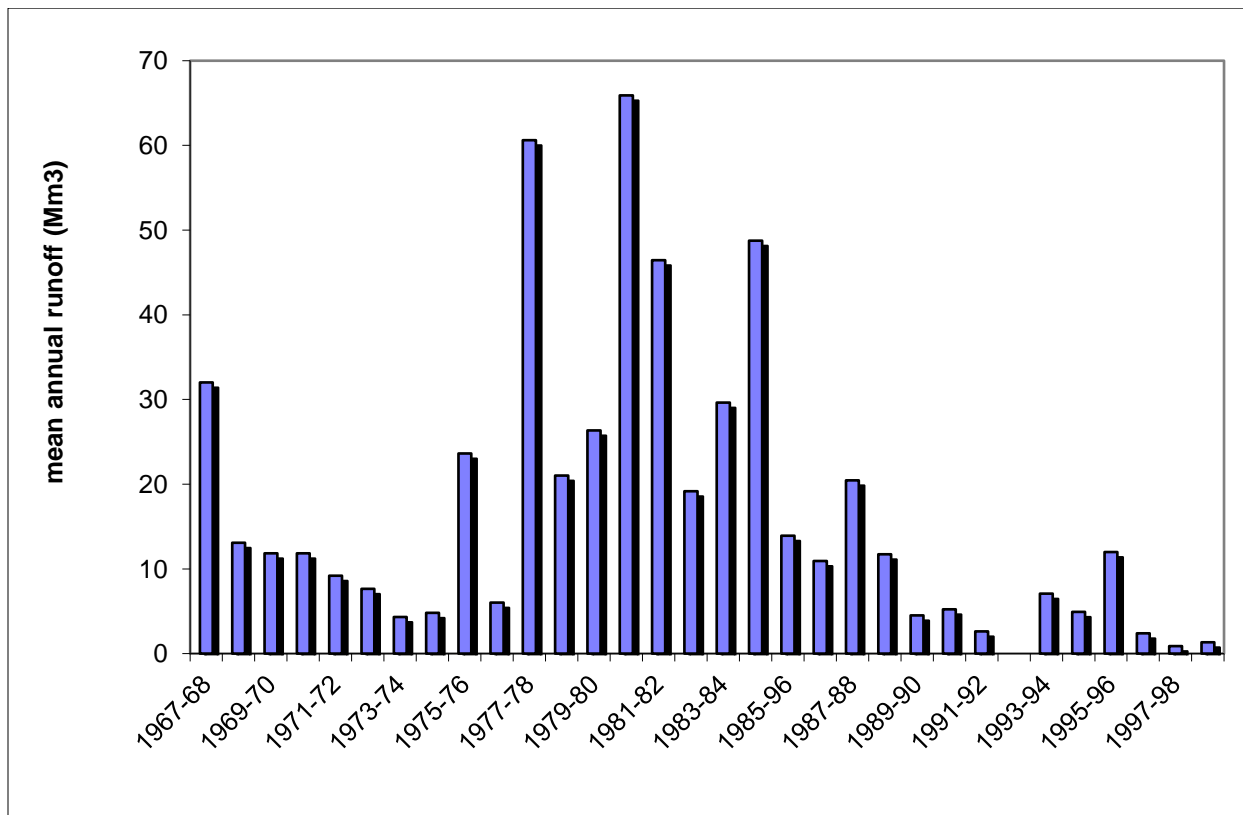


Σχήμα 3.4: Μέση ετήσια βροχόπτωση στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

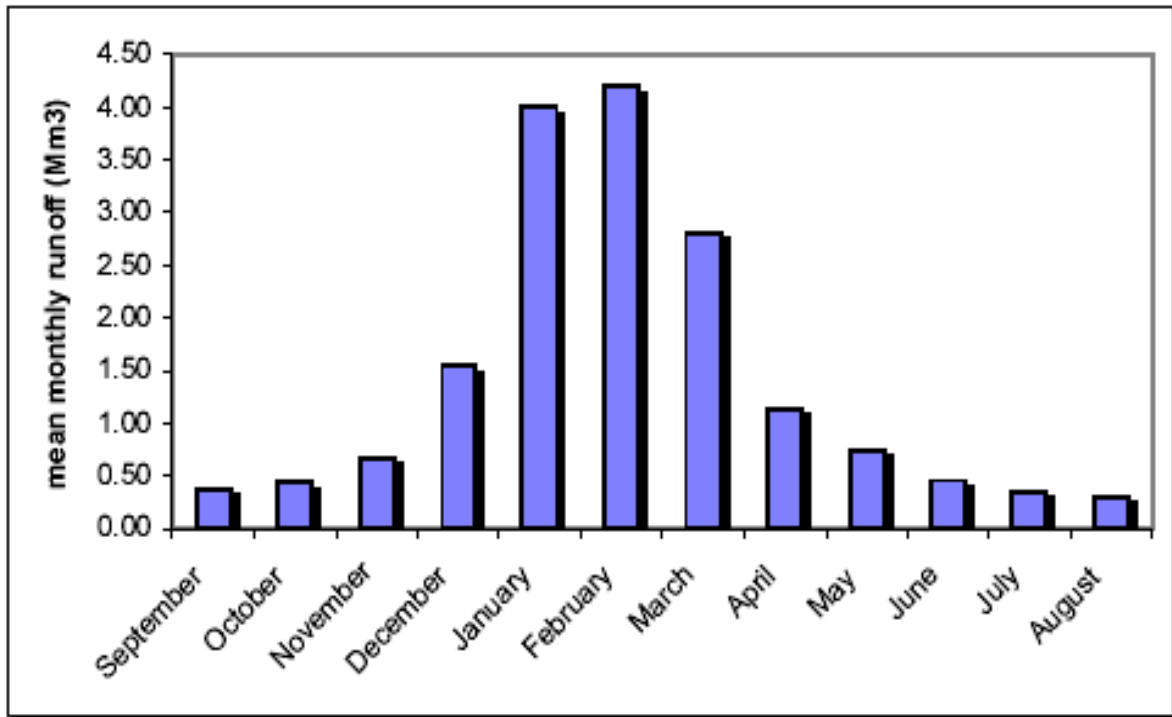


Σχήμα 3.5: Μέση μηνιαία βροχόπτωση στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

Το κυρίως μέσο επιφανειακής απορροής της πεδιάδας είναι ο ποταμός Γεροπόταμος στο στενό της Φαιστού στα δυτικά. Σε αυτό το σημείο το υψόμετρο είναι 30 m επάνω από τη επιφάνεια της θάλασσας (MASL). Ο ποταμός Γεροπόταμος ρέει συνεχώς, και στο δυτικό άκρο της λεκάνης απορροής στην Φαιστό υπήρχε ένας υγρότοπος. Η πτώση στάθμης των υπόγειων υδάτων είχε ως αποτέλεσμα την αποξήρανση του υγροτόπου, την απουσία ροής στον ποταμό κατά τη ξηρή περίοδο του έτους 1990 όπως επίσης και κατά τη διάρκεια του υδρολογικού έτους 1992-1993. Αυτή ήταν την πρώτη φορά που η κοίτη του ποταμού παρέμεινε ξηρή σύμφωνα με τα ιστορικά στοιχεία. Η μέση ετήσια απορροή υπολογίστηκε σε 16.88 Mm³ (Σχήμα 3.6), ενώ η υψηλότερη μέση μηνιαία απορροή παρατηρείται του μήνες Ιανουάριο και το Φεβρουάριο και η χαμηλότερη του μήνες Ιούλιο και Αύγουστο (Σχήμα 3.7).



Σχήμα 3.6: Μέση ετήσια απορροή στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)



Σχήμα 3.7: Μέση μηνιαία απορροή στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

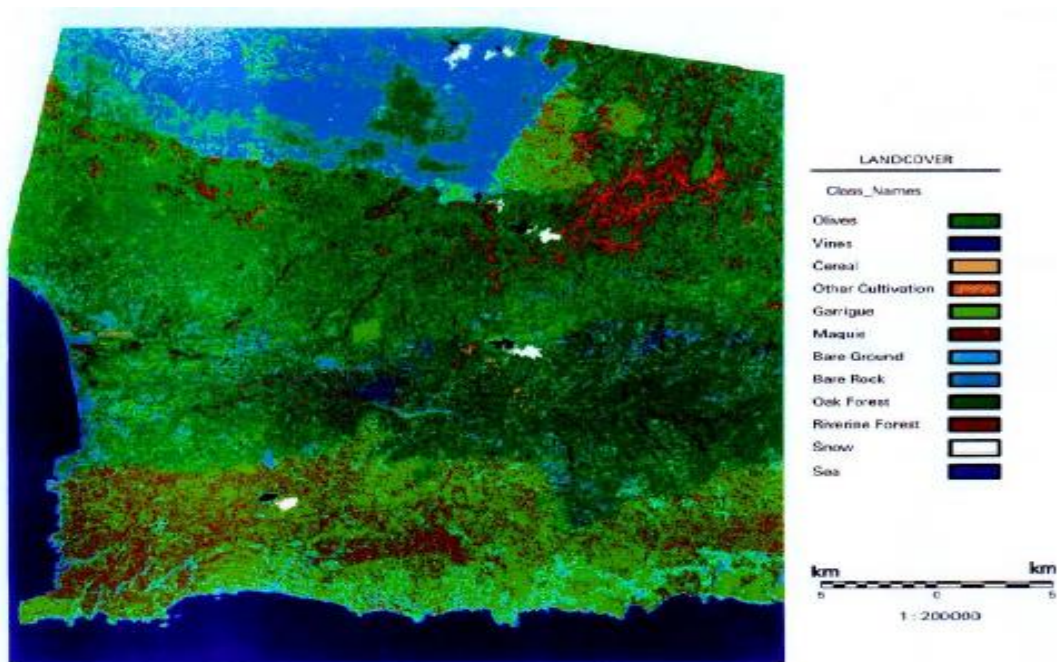
Στην πεδιάδα της Μεσσαράς περιλαμβάνονται τόσο μεγάλα όσο και μικρότερα υδροφόρα στρώματα σύνθετων υδρογεωλογικών ιδιοτήτων. Μηνιαίες μετρήσεις στάθμης των υπογείων υδάτων καταγράφονται σε πάνω από 50 σημεία. Η στάθμη τους μεγιστοποιείται τον Μάρτιο ή τον Απρίλιο ενώ στην συνέχεια παρατηρείται εκτενής πτώση της στάθμης έως την ανανέωση των αποθεμάτων την χειμερινή περίοδο. Τα υδροφόρα στρώματα παρουσίαζαν υψηλή αποδοτικότητα με το δυναμικό άντλησης να είναι υψηλό, περίπου 300 m³/hr στις αρχές της δεκαετίας του '70. Στις μέρες μας έχει μειωθεί σε περίπου ένα δέκατο αυτού. Δοκιμαστικές αντλήσεις έδειξαν ότι ο συντελεστή αποδοτικότητας (specific yield) κυμαινόταν μεταξύ 0.1 και 0.2 ενώ η οριζόντια μεταβασιμότητα κυμαινόταν μεταξύ 0.1 και 0.01 m²/s. Οι πλευρικές εκροές υπόγειων υδάτων από την πεδιάδα είναι μικρές σε σχέση με το μέγεθος των αντλήσεων που πραγματοποιούνται στην περιοχή. Ένα εκτενές δίκτυο γεωτρήσεων έχει εγκατασταθεί από το 1984, το οποίο έχει μετατρέψει την παραδοσιακή καλλιέργεια σε εντατικοποιημένη ποτιστική. Υπολογίζεται ότι περίπου 10 Mm³/yr υπόγειων υδάτων αντλούνταν από τα υδροφόρα στρώματα πριν από την εγκατάσταση του δικτύου, ενώ στην συνέχεια περίπου 40 Mm³/yr.

Οι συνέπειες αυτών των χρήσεων συνετέλεσαν στην δραματική πτώση 35m της στάθμης των υπόγειων υδάτων. Στις μέρες μας υπάρχει μικρή επιφανειακή απορροή και τα αποθέματα υπόγειων υδάτων μειώνεται με γοργούς ρυθμούς. Πριν από την εγκατάσταση του συστήματος άρδευσης η ετήσια επιφανειακή απορροή της πεδιάδας ήταν περίπου 20 Mm³/yr το οποίο αντιστοιχεί σε 50mm της ετήσιας βροχόπτωσης. Υπολογίζεται ότι η ετήσια ανανέωση των αποθεμάτων των υπόγειων υδάτων ήταν περίπου 60 Mm³/yr (150 mm.) και οι απώλειες λόγω εξατμισοδιαπνοής ήταν περίπου 160 Mm³/yr (400 mm.).

Οι υδρογεωλογικές πληροφορίες προέρχονται κυρίως από τους πυρήνες 26 δοκιμαστικών γεωτρήσεων που πραγματοποιήθηκαν στην περιοχή μεταξύ 1968 και 1970. Οι υψηλότερες τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας καταγράφονται στη υδρολογική λεκάνη των Μοιρών, όπου οι διαπερατότητες κυμαίνονται μεταξύ 10 και 120 m/day υποδηλώνοντας την παρουσία μεγάλου αριθμού σειρών αμμοχάλικου στον αλουβιακό σχηματισμό. Μικρότερες τιμές διαπερατότητας καταγράφονται στην περιοχή των ορίων της υδρολογικής λεκάνης της Βαγιονιάς, όπου η αραιή παρουσία αμμοχάλικου σημαίνει ότι οι τιμές μειώνονται και η μέση τιμή τους είναι μόνο 1 m/d. Μικρότερες επίσης τιμές εμφανίζονται στη βόρεια πλευρά της υδρολογική λεκάνης των Μοιρών, όπου τα κατώτερα πλειστόκαινα πετρώματα παρόμοια με εκείνα που βρίσκονται στην περιοχή της Βαγιονιάς αποσαθρώνονται. Δύο περιοχές με μεγάλη διαπερατότητα εμφανίζονται στο ανατολικό μέρος της πεδιάδας. Η πρώτη είναι στο ανατολικό άκρο της υδρολογικής λεκάνης, όπου οι τιμές αυξάνονται τοπικά σε 40 m/d. Η δεύτερη βρίσκεται στο νότιο μέρος της περιοχής της Βαγιονιάς στους πρόποδες των Αστερούσιων. Σε αυτήν την περιοχή οι διαπερατότητες των 200 m/d σχετίζονται πιθανώς με την παρουσία ενός μικρού ποτάμιου σχηματισμού ο οποίος φέρει υψηλό ποσοστό αδρόκοκου αμμοχάλικου. Από τις δοκιμαστικές αντλήσεις στην περιοχή οι συντελεστές αποθήκευσης των υδροφόρων στρωμάτων έχουν επίσης υπολογιστεί. Τα αποτελέσματα των δοκιμαστικών αντλήσεων και η συμπεριφορά του υδροφορέα έδειξαν ότι αν και ανομοιογενής και τοπικά περιορισμένος, σε επίπεδο πεδιάδας συμπεριφέρεται και χαρακτηρίζεται ως ελεύθερος (Donta et al. 2006).

3.5 Χρήσεις γης (Γεωργικές Δραστηριότητες)

Η πεδιάδα της Μεσσαράς αποτελεί τη σημαντικότερη γεωργική περιοχή της Κρήτης. Περίπου 250 km² από τα 398 km² της συνολικής έκτασης της πεδιάδας καλλιεργούνται. Το 75% των καλλιεργειών είναι ελιές, 10% αμπέλια, 2% εσπεριδοειδή και 13% είναι λαχανικά (κυρίως υπαίθριες καλλιέργειες και μερικά θερμοκήπια). Οι ελαιώνες καταλαμβάνουν την μεγαλύτερη έκταση της πεδιάδας και παρουσιάζουν μεγάλη πυκνότητα. Οι αμπελώνες καταλαμβάνουν μικρότερη επιφάνεια και οι δύο μεγαλύτερες εκτάσεις βρίσκονται στο νότιο-ανατολικό και βόρειο-ανατολικά άκρο της πεδιάδας. Δασικές εκτάσεις υπάρχουν μόνο σε σχετικά απρόσιτα μέρη και σε φαράγγια. Οι δασικές εκτάσεις στα νότια και ανατολικά του Ψηλορείτη έχουν κηρυχθεί προστατευμένες περιοχές. Στις πλαγιές του Ψηλορείτη διαμορφώνεται ένα βραχώδες τοπίο, ενώ η βλάστηση σε αυτά τα σημεία είναι εξαιρετικά αραιή. Η ποσότητα ύδατος που χρησιμοποιείται στις καλλιέργειες καθορίζεται εμπειρικά, όπως και τα διάφορα εδαφοβελτιωτικά και λιπάσματα τα οποία χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια του χειμώνα, μετά από τη συγκομιδή. Η καταπολέμηση των ζιζανίων επιτυγχάνεται με το όργωμα (80%), ενώ ζιζανιοκτόνα χρησιμοποιούνται σπάνια (Kritsotakis 2010).



Σχήμα 3.8: Γεωργική δραστηριότητα στην πεδιάδα της Μεσσαράς (Donta et al. 2006)

4. Ανάλυση Αποτελεσμάτων

4.1 Καταγραφή Δεδομένων

Στον Πίνακα 4.1 παρατίθενται τα δεδομένα των 43 γεωτρήσεων για κάθε περίοδο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία.

Πίνακας 4.1 Αρχικά δεδομένα στάθμεων για τα υπο εξεταζόμενα έτη

X	Y	Groundwater level 2008 dry	Groundwater level 2009 wet	Groundwater level 2009 dry
573956	3879560	13,5	20,7	13,9
574913	3875977	31,9	46,2	35,6
575059	3878133	15,4	20,4	16,3
575367	3875685	35,3	38,4	29,6
576340	3877631	18,7	19,5	15,6
576972	3878441	18,6	19,6	15,1
576980	3879512	26,4	25,2	17,1
577037	3879122	8,6	13,5	9,0
577069	3877874	19,8	14,3	11,0
577118	3877339	15,9	18,5	15,2
577572	3879025	28,5	23,8	18,3
577880	3878263	16,8	25,4	17,0
577913	3877728	11,3	16,0	13,1
577961	3878749	17,4	24,4	22,2
578204	3877809	13,6	16,0	12,8
578350	3878668	31,9	35,4	27,3
578464	3877225	14,4	15,1	11,3
578772	3877777	13,8	17,1	11,4
578934	3877922	13,5	17,6	13,9
579064	3876771	41,1	51,1	40,9
579485	3879009	30,6	42,3	32,6
579956	3877598	15,0	18,2	13,8
580004	3879268	29,4	38,1	28,6
580118	3876674	21,9	18,2	12,2
580783	3877436	21,4	20,4	15,7
581285	3878133	20,4	22,4	17,9
581480	3878150	21,1	24,1	21,9
581496	3877890	18,9	22,4	17,9
581950	3878117	33,9	42,7	30,7
583118	3877809	37,5	48,4	32,4
583312	3878279	36,2	40,3	31,0
584075	3878133	37,6	51,2	42,0
585323	3876090	46,6	58,0	38,9
582531	3877315	37,3	38,7	35,2
575999	3878771	19,7	18,5	14,8
587146	3878754	32,6	44,3	34,1
579403	3877722	26,7	32,5	21,8
576052	3876704	16,8	16,2	12,5
575630	3877172	20,8	24,2	19,4
579755	3878002	21,8	25,0	19,3
585619	3876792	35,1	41,0	27,5
586136	3878492	54,7	65,3	54,9
586788	3879145	51,6	62,5	50,0

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία λήφθηκαν από μετρήσεις του Ινστιτούτου Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (IGME) και αναφέρονται στην στη στάθμη του υπόγειου υδροφορέα της υδρολογικής λεκάνης Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης για την υγρή περίοδο του έτους 2008-2009 και τις ξηρές περιόδους των ετών 2007-2008 και 2008-2009. Η συγκεκριμένη χρονική περίοδος επιλέχθηκε διότι υπάρχουν επαρκή δεδομένα, σε σύγκριση με άλλες χρονιές, ώστε να εφαρμοστούν αποδοτικά οι επιθυμητές μέθοδοι. Πάρα ταύτα θα ήταν σίγουρα καλύτερο να είναι διαθέσιμα περισσότερα δεδομένα για την αποδοτικότερη εκπαίδευση του ΤΝΔ.

4.2 Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο και Εκτιμήσεις

4.2.1 Παράμετροι Τεχνητού Νευρωνικού Δικτύου

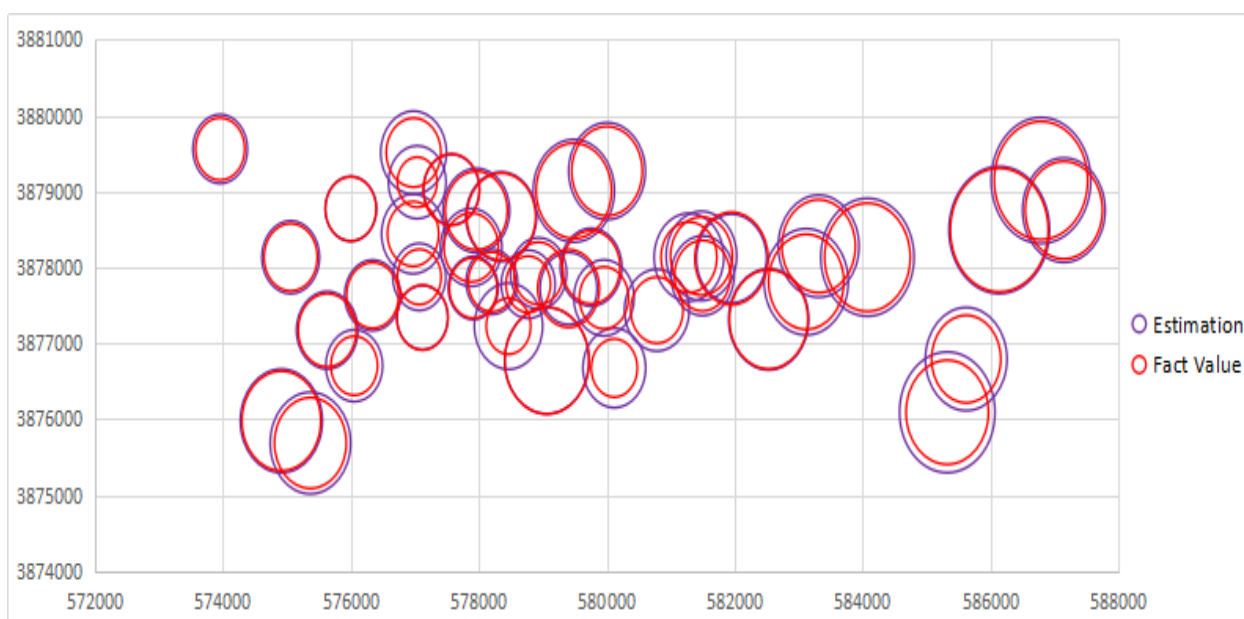
Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε ένα ΤΝΔ συνάρτησης ακτινικής βάσης (RBFN) εκπαιδευμένο με τον αλγόριθμο οπισθοδρόμησης σφάλματος (Nikolos et al. 2008). Προκειμένου να πραγματοποιηθεί κάθε “τρέξιμο” του ΤΝΔ καθορίζονταν τα εξής:

- Δεδομένα εισαγωγής (input data) που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του δικτύου. Πιο συγκεκριμένα τα δεδομένα αυτά είναι οι συντεταγμένες (x,y) του εκάστοτε σημείου και η στάθμη σε αυτό.
- Το ποσοστό των δεδομένων εισαγωγής που θα χρησιμοποιηθεί για την εκπαίδευση (training) του ΤΝΔ, καθώς και το ποσοστό που θα χρησιμοποιηθεί για επαλήθευση (validation).
- Τα κέντρα των RBF νευρώνων.
- Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές κάθε εμπλεκόμενης παραμέτρου ώστε να σχηματιστεί το πλέγμα (grid) εκτίμησης. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή οι παράμετροι είναι οι συντεταγμένες και η στάθμη.
- Το σετ εκτίμησης (evaluation set) που περιλαμβάνει τις συντεταγμένες για τις οποίες θα υπολογιστούν τιμές βάσει των βαρών του εκπαιδευμένου δικτύου.

Τα αποτελέσματα κάθε “τρέξιματος” του ΤΝΔ είναι οι εκτιμήσεις για το σετ που ορίστηκε και το σφάλμα του δικτύου που προκύπτει από την απόδοση των εκτιμήσεων του δικτύου πάνω στα δεδομένα εισαγωγής.

4.2.2 Εκτιμήσεις

Προκειμένου να κατανοηθεί η συμπεριφορά και η συσχέτιση των δεδομένων τόσο χωρικά όσο και χρονικά πραγματοποιήθηκαν δοκιμές διαφοροποιώντας κάθε φορά τις παραμέτρους του δικτύου ώστε να βρεθούν οι συνθήκες όπου αποδίδει βέλτιστα. Αρχικά έγινε μια απλή προσέγγιση των δεδομένων, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της ξηρής περιόδου 2007-2008 και αυτά της υγρής περιόδου 2008-2009 για να εκπαιδευτεί το ΤΝΔ με σκοπό την εκτίμηση της ξηρής περιόδου 2008-2009. Αφού βρέθηκε ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων για την συγκεκριμένη περίπτωση (ποσοστό των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθεί για την εκπαίδευση και προσδιορισμός του κέντρου για τους νευρώνες ακτινικής βάσης), συγκρίθηκαν οι εκτιμήσεις του δικτύου με τις πραγματικές τιμές όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



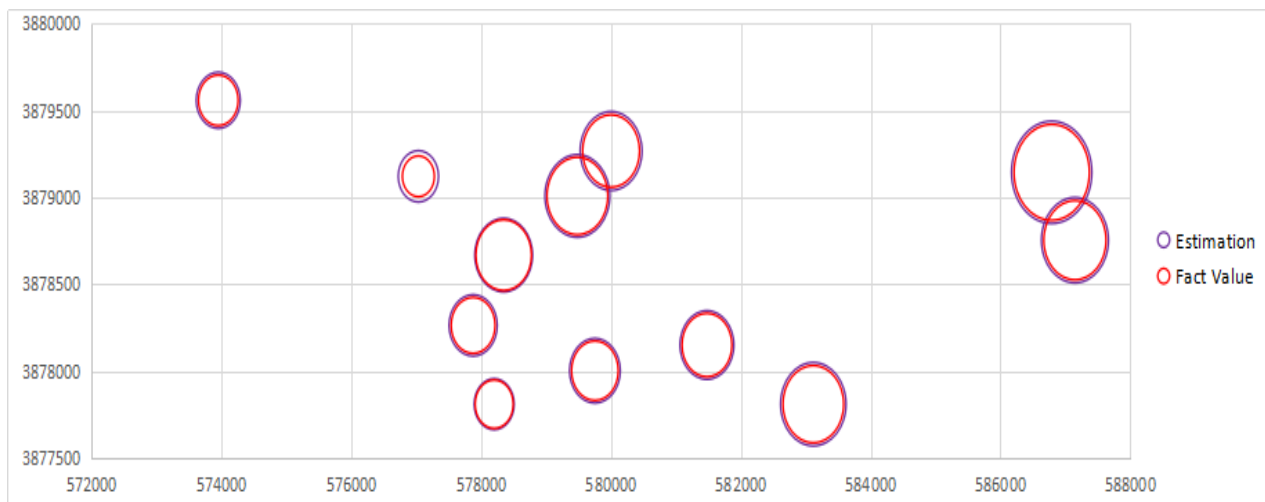
Σχήμα 4.1 : Πραγματικές τιμές VS Εκτιμήσεις

Όπως προκύπτει από την ανάλυση υπάρχουν σημεία όπου οι εκτιμήσεις πλησιάζουν τις πραγματικές τιμές αλλά και σημεία όπου η διαφορά τους είναι αρκετά μεγάλη με κίνδυνο να χαρακτηριστεί ένα υπεραντλημένο πηγάδι ως ασφαλές προς άντληση. Έχοντας ως σκοπό την εύρεση των γεωτρήσεων που δύναται να υπολογιστεί η στάθμη αποκλειστικά από το ΤΝΔ με μεγάλη ακρίβεια, πραγματοποιήθηκε στη συνέχεια μια ανάλυση των δεδομένων ώστε να

βρεθούν τα σημεία όπου το νευρωνικό έχει τις καλύτερες εκτιμήσεις. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιήθηκε εκπαιδύοντας το ΤΝΔ με το σύνολο των δεδομένων και εκτιμώντας διάφορα σενάγια ώστε να οριστούν οι θέσεις και ο αριθμός των γεωτρήσεων των οποίων η στάθμη εκτιμάται χωρίς να παραβιάζει ορισμένα κριτήρια. Τα κριτήρια αυτά ορίστηκαν ως εξής:

- Η απόλυτη διαφορά μεταξύ της εκτιμητέας τιμής και της πραγματικής να μην ξεπερνά το 1,5 μέτρο
- Η ποσοστιαία διαφορά εκτιμητέας και πραγματικής τιμής ως προς την πραγματική να μην ξεπερνά το 2%

Εφαρμόζοντας να παραπάνω επιλέχθηκαν 12 γεωτρήσεις των οποίων η στάθμη προσδιορίζεται με ακρίβεια λόγω της γεωγραφικής τους θέσης αφού οι στάθμες των γεωτρήσεων σε εγγύτητα παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των επιλεγθεισών γεωτρήσεων είναι ότι η χρονική μεταβολή του επιπέδου της στάθμης τους ακολουθεί τη μέση μεταβολή του συνόλου των δεδομένων. Χρησιμοποιώντας πλέον ως σενάριο εκτίμησης την στάθμη στα 12 αυτά σημεία για την ξηρή περίοδο 2008-2009 και εκπαιδύοντας το δίκτυο με τα υπόλοιπα δεδομένα (Πίνακας 4.2) προκύπτει το Σχήμα 4.2 .

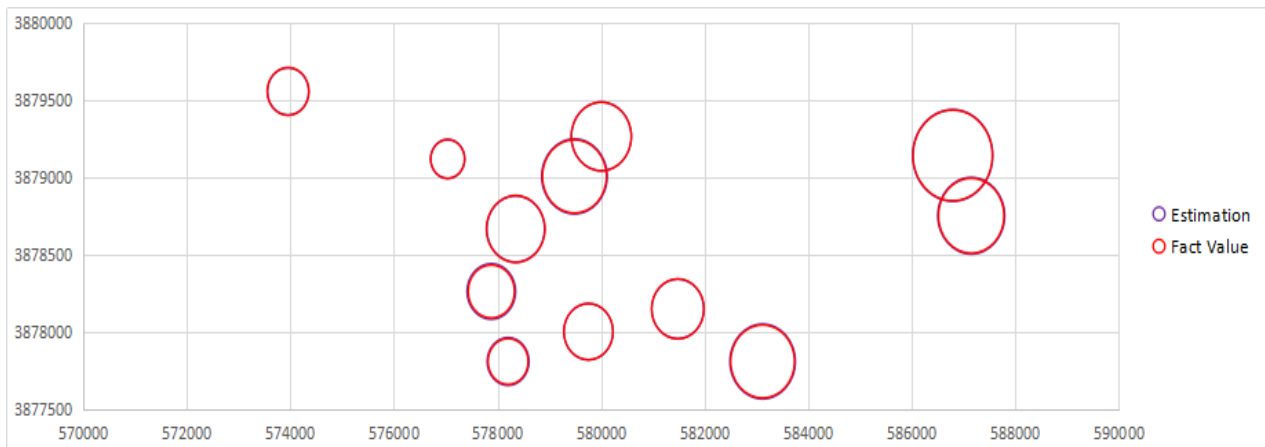


Σχήμα 4.2 : Πραγματικές τιμές VS Εκτιμήσεις

Πίνακας 4.2 : Εκτιμήσεις ξηρής περιόδου 2008-2009 εκπαιδύοντας το ΤΝΔ με τα υπόλοιπα δεδομένα

Χ	Υ	Πραγματική Τιμή	Εκτίμηση	Μέση Διαφορά	Τυπική Απόκλιση
579755	3878002	19,3	22,8	4,032	3,955
578204	3877809	12,8	14,1		
583118	3877809	32,4	37,8		
573956	3879560	13,9	17,1		
586788	3879145	50	56,9		
578350	3878668	27,3	29,4		
577880	3878263	17	20,5		
581480	3878150	21,9	25,6		
580004	3879268	28,6	33,8		
577037	3879122	9	14,3		
587146	3878754	34,1	39,6		
579485	3879009	32,6	37,1		

Οι εκτιμήσεις είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές τιμές αλλά σε όλες τις περιπτώσεις υψηλότερες από αυτές. Αυτό οφείλεται στην αδυναμία του δικτύου να αντιληφθεί την περιοδικότητα λόγω των περιορισμένων μετρήσεων αλλά και της έλλειψης μιας μεταβλητής που καθορίζει τον τύπο της περιόδου (υγρή ή ξηρή). Η εισαγωγή μίας τέτοιας μεταβλητής θα ήταν αποδοτική αν υπήρχαν περισσότερα δεδομένα αλλά στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι καλύτερο απλά να εξαιρεθεί η υγρή περίοδος η οποία επηρεάζει τα αποτελέσματα. Συνεπώς η εκπαίδευση του δικτύου σύμφωνα με τα παραπάνω θα πραγματοποιηθεί μόνο με δεδομένα των δύο ξηρών περιόδων. Οι εκτιμήσεις του δικτύου για τις στάθμες των 12 γεωτρήσεων εφαρμόζοντας τα προαναφερθέντα (Πίνακας 4.3) φαίνεται στο Σχήμα 4.3 που ακολουθεί.



Σχήμα 4.3: Πραγματικές τιμές VS Εκτιμήσεις

Πίνακας 4.3 : Εκτιμήσεις ξηρής περιόδου 2008-2009 εκπαιδύοντας το ΤΝΔ με δεδομένα μόνο ξηρών περιόδων

X	Y	Πραγματική Τιμή	Εκτίμηση	Μέση Διαφορά	Τυπική Απόκλιση
579755	3878002	19,3	19,2	1,064	1,082
578204	3877809	12,8	13,9		
583118	3877809	32,4	34		
573956	3879560	13,9	13,5		
586788	3879145	50	51		
578350	3878668	27,3	26,5		
577880	3878263	17	18,8		
581480	3878150	21,9	21,5		
580004	3879268	28,6	28,6		
577037	3879122	9	9,3		
587146	3878754	34,1	35,6		
579485	3879009	32,6	34,2		

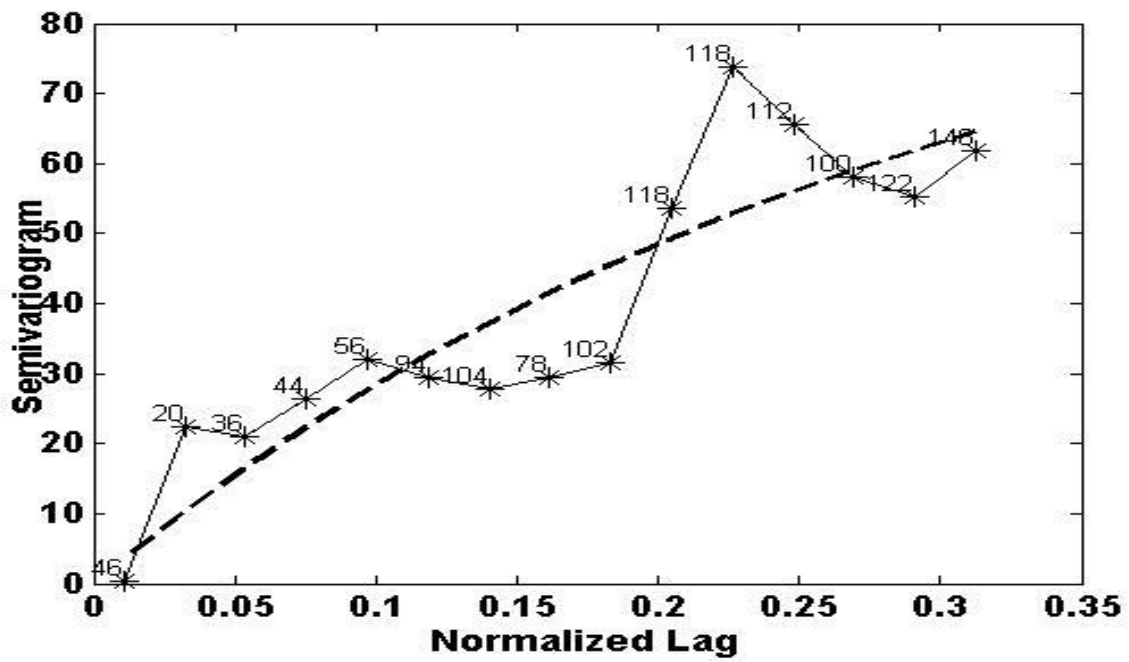
Τα αποτελέσματα έχουν ιδιαίτερη φυσική σημασία καθώς όπως είναι εμφανές οι εκτιμήσεις είναι πολύ κοντά στις πραγματικές τιμές στάθμης. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η στάθμη στις 12 αυτές γεωτρήσεις μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια λόγω της γεωγραφικής τους θέσης αυτών και της εγγύτητας των σε άλλες γεωτρήσεις με παρόμοιο μοτίβο αυξομείωσης της στάθμης, που ουσιαστικά είναι οι παράγοντες που επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματα του ΤΝΔ που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Ως αποτέλεσμα η παρακολούθηση της στάθμης υπογείων υδάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί με μικρότερο αριθμό γεωτρήσεων, μειώνοντας το κόστος της σημαντικά διαδικασίας. Σε περίπτωση που τα διαθέσιμα δεδομένα κάλυπταν μεγαλύτερη χρονική περίοδο ίσως να ήταν δυνατόν να εκπαιδευτεί το δίκτυο αποτελεσματικότερα και να εκτιμηθούν οι στάθμες σε ακόμα περισσότερα σημεία ή ακόμα να γίνει ακριβής εκτίμηση μίας ολόκληρης περιόδου αφού η περισσότερη πληροφορία θα συντελούσε στην αντίληψη των μοτίβων και της γενικότερης συμπεριφοράς της στάθμης διαχρονικά.

4.3 Αποτελέσματα Γεωστατιστικού Μοντέλου

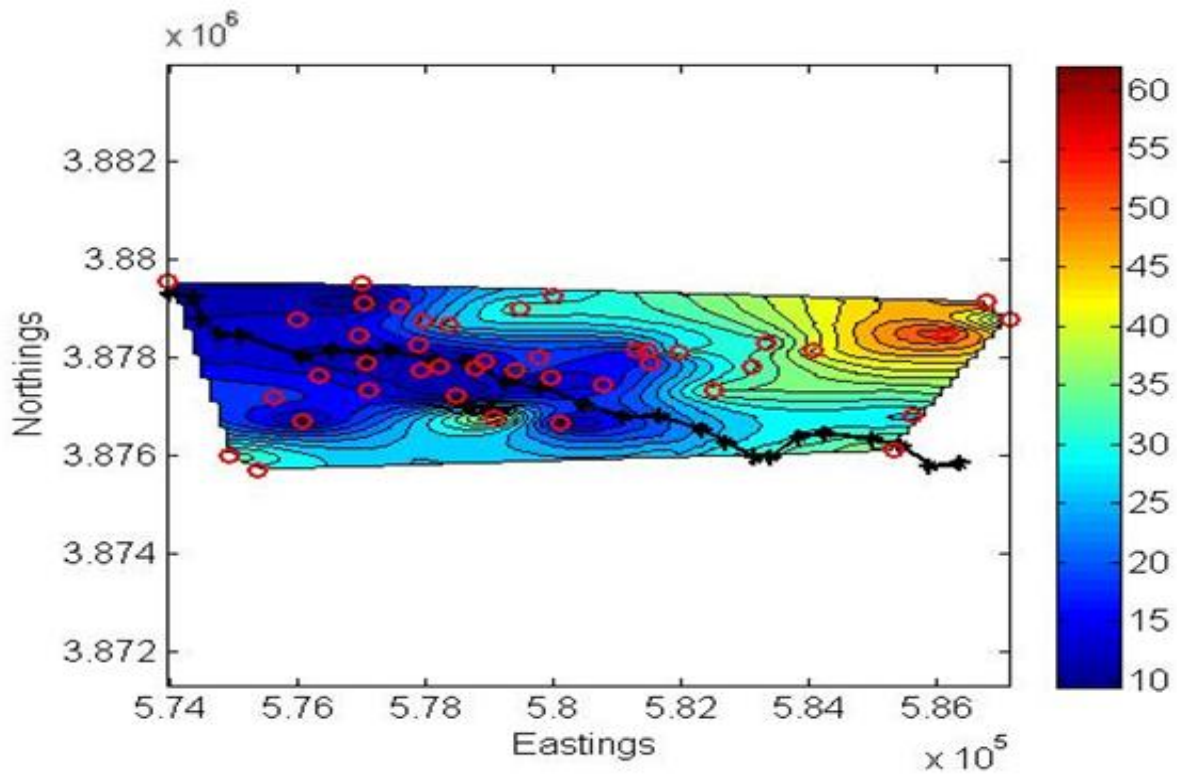
Το γεωστατιστικό μοντέλο που χρησιμοποιείται βασίζεται στην μέθοδο του Ordinary Kriging η οποία περιλαμβάνει την εύρεση του βέλτιστου βαριογράμματος σύμφωνα με τα υπό μελέτη δεδομένα και την εκτίμηση για κάθε σημείο της περιοχής μελέτης. Για το πρώτο στάδιο εκτίμησης της στάθμης σε σημεία όπου υπάρχουν γεωτρήσεις η χρήση ΤΝΔ είναι αποτελεσματική αλλά στη συνέχεια χρειάζεται εκτίμηση στον συνεχή χώρο με αποτέλεσμα το ΤΝΔ λόγω του μικρού αριθμού δεδομένων να μην μπορεί να εκπαιδευτεί και να αποδώσει επαρκώς. Ως αποτέλεσμα γίνεται χρήση του γεωστατιστικού μοντέλου, με τα αποτελέσματα του ΤΝΔ να χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισαγωγής σε αυτό, που είναι καλύτερα προσαρμοσμένο στις απαιτήσεις της παρούσας εργασίας προσφέροντας την δυνατότητα να ρυθμίζονται παράμετροι όπως η ακτίνα επιρροής των γεωτρήσεων και η επίδραση της απόστασης από το ποτάμι στην υπόγεια στάθμη.

Έχοντας πλέον τις εκτιμήσεις του ΤΝΔ για την ξηρή περίοδο 2008-2009 είναι σημαντικό να προσδιοριστεί κατά πόσο η χρήση των εκτιμήσεων αντί των πραγματικών τιμών επηρεάζει τα αποτελέσματα του γεωστατιστικού μοντέλου. Προκειμένου να αποτυπωθεί αριθμητικά η διαφορά των αποτελεσμάτων του μοντέλου με την χρήση των διαφορετικών δεδομένων έγινε σύγκριση των εκτιμήσεων για κάθε σημείο. Τέλος γίνεται η χαρτογράφηση των αποτελεσμάτων για καλύτερη κατανόηση και σύγκριση.

Αρχικά γίνεται η εφαρμογή του μοντέλου στα πραγματικά δεδομένα για την ξηρή περίοδο 2008-2009 της οποίας οι τιμές υδραυλικής στάθμης εκτιμήθηκαν με την χρήση ΤΝΔ. Η συνάρτηση βαριογράμματος που επιλέχθηκε για την εφαρμογή της μεθόδου Kriging είναι η Σπαρτιάτικη αφού με βάση την ανάλυση του Κολοσιώνη (2014) είχε βρεθεί ότι είναι η βέλτιστη για τα υπο μελέτη δεδομένα. Να σημειωθεί ότι εφαρμόζεται η μέθοδος κανονικοποίησης BoxCox στα διάφορα σετ δεδομένων που χρησιμοποιούνται προκειμένου να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου Kriging αφού χρειάζεται τα δεδομένα να ακολουθούν όσο καλύτερα γίνεται την κανονική κατανομή. Στη συνέχεια παρουσιάζεται σχηματικά το βαριόγραμμα (Σχήμα 4.4) βάσει του οποίου κατασκευάζεται ο χάρτης των εκτιμήσεων της στάθμης του πεδίου μελέτης (Σχήμα 4.5).



Σχήμα 4.4: Σπαρτιάτικο βαριόγραμμα (πραγματικά δεδομένα)



Σχήμα 4.5: Χάρτης εκτιμήσεων στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης (πραγματικά δεδομένα)

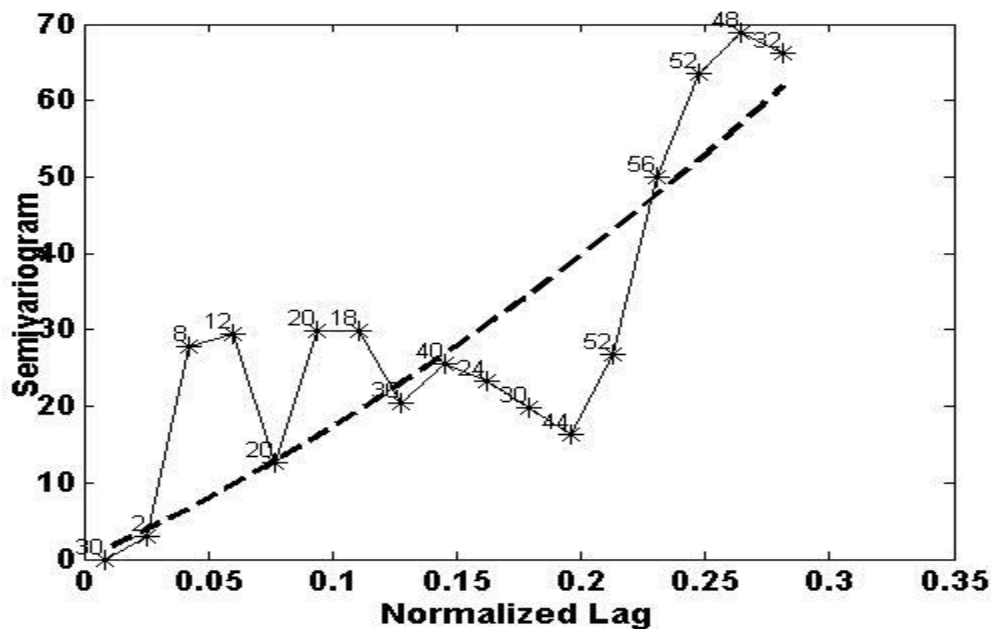
Το γεωστατιστικό μοντέλο εφαρμόστηκε για τις 3 ακόλουθες περιπτώσεις :

- Χωρίς τις 12 γεωτρήσεις για τις οποίες έγινε εκτίμηση με το ΤΝΔ
- Με αντικατάσταση των πραγματικών τιμών στάθμης με τις εκτιμήσεις του ΤΝΔ για τις 12 γεωτρήσεις
- Παραλείποντας τον μέγιστο αριθμό γεωτρήσεων (6 στην υπο μελέτη περίπτωση) έχοντας παράλληλα σφάλμα μικρότερο του 1%

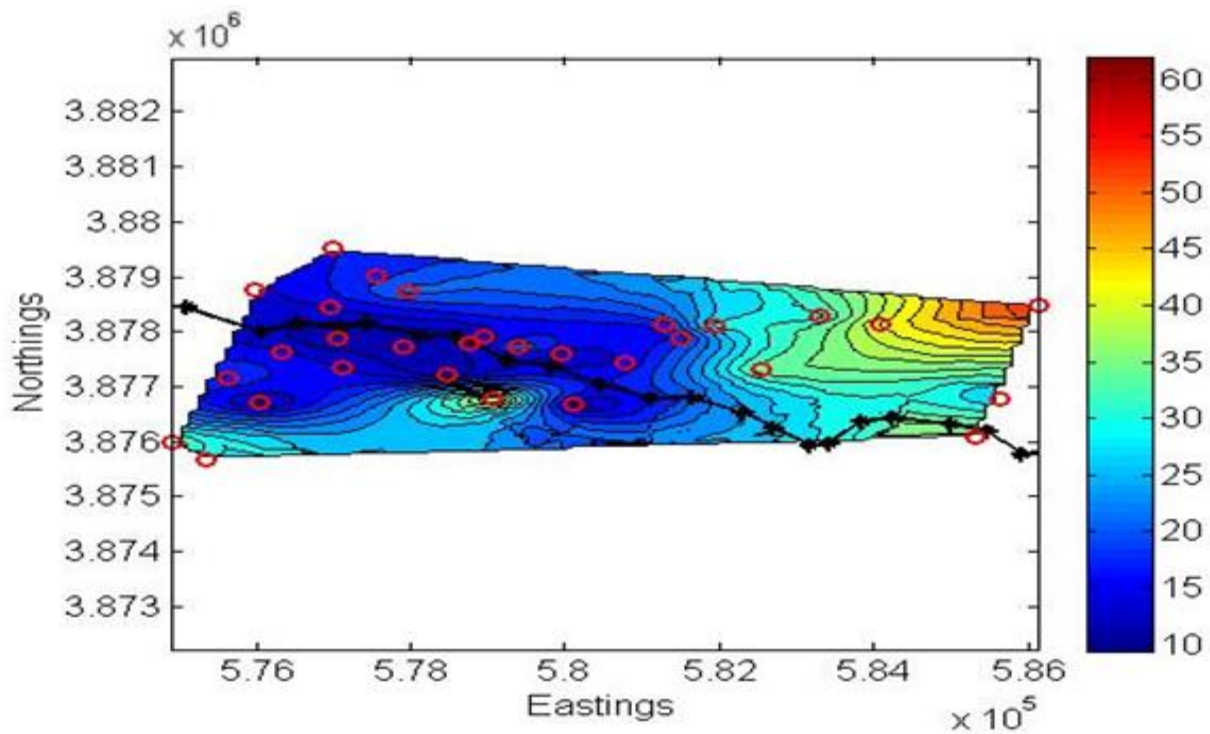
Προκειμένου να είναι ορθότερη η σύγκριση με τις εκτιμήσεις του μοντέλου που προκύπτουν από την χρήση των πραγματικών δεδομένων, χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις η ίδια συνάρτηση βαριογράμματος (Σπαρτιάτικη)

α) Χωρίς τις εκτιμήσεις του ΤΝΔ

Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένα εισαγωγής στο μοντέλο οι 30 γεωτρήσεις χωρίς τις 12 των οποίων οι τιμές της στάθμης υπολογίστηκαν από το ΤΝΔ ώστε να βρεθεί κατά πόσο επηρεάζονται τα αποτελέσματα του γεωστατιστικού μοντέλου. Στα Σχήματα 4.6 και 4.7 παρουσιάζονται το βαριόγραμμα και η χαρτογράφηση των εκτιμήσεων στάθμης της περιοχής για την περίπτωση αυτή.



Σχήμα 4.6: Σπαρτιάτικο βαριόγραμμα (χωρίς τα 12 σημεία)

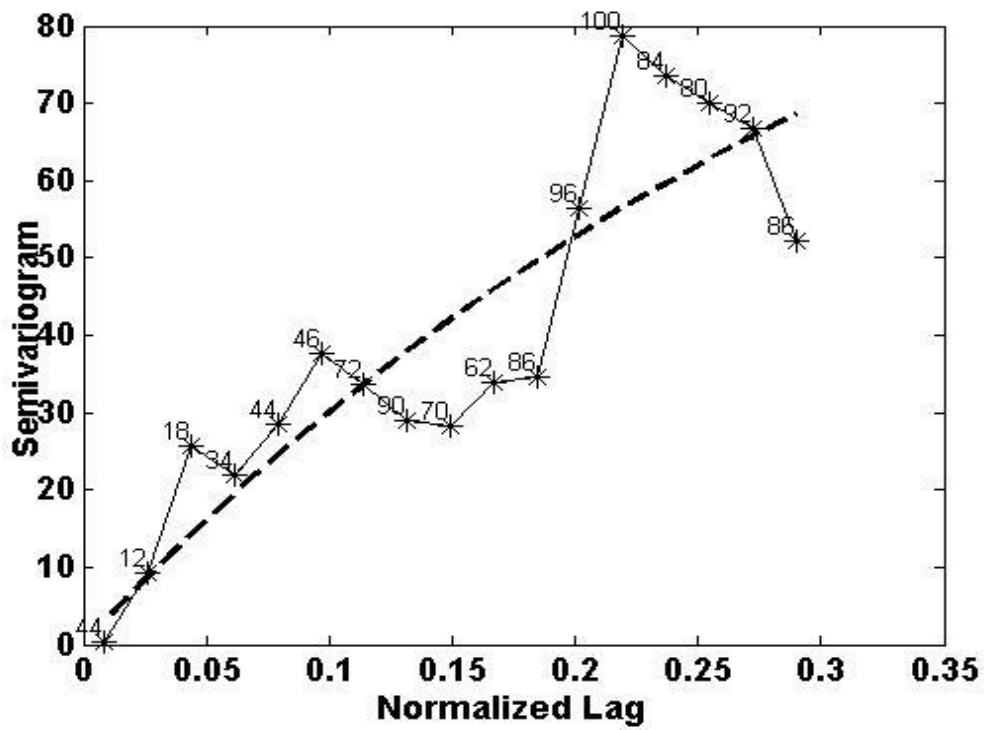


Σχήμα 4.7: Χάρτης εκτιμήσεων στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης (χωρίς τα 12 σημεία)

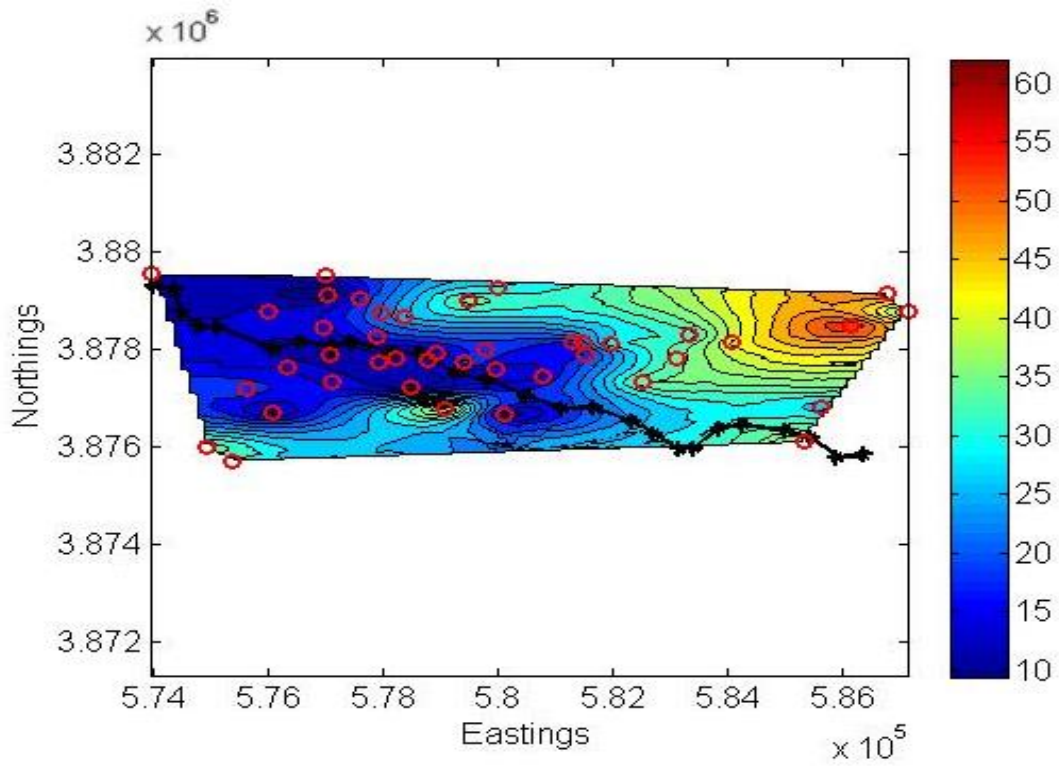
Συγκρίνοντας τις εκτιμήσεις για την περίπτωση αυτή με αυτές του αρχικού μοντέλου για κάθε σημείο του πεδίου αντίστοιχα προκύπτει μια διαφορά της τάξεως του 12% που υποδεικνύει ότι τα αποτελέσματα δεν γίνεται να χρησιμοποιηθούν αφού το σφάλμα είναι αρκετά μεγάλο ειδικά όταν μια περιοχή χρειάζεται να χαρακτηριστεί ως υπεραντλημένη ή μή και πρέπει να ληφθούν σημαντικές αποφάσεις βάσει αυτού.

β) Αντικατάσταση πραγματικών τιμών με τις εκτιμήσεις του ΤΝΔ

Η επόμενη και πιο λογική περίπτωση είναι η εφαρμογή του γεωστατιστικού μοντέλου χρησιμοποιώντας όμως όπου έχουν υπολογιστεί τις εκτιμήσεις του ΤΝΔ και όχι τις πραγματικές τιμές. Το βαριόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε και ο χάρτης των εκτιμήσεων στάθμης για την περίπτωση αυτή παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.8 και 4.9



Σχήμα 4.8: Σπαρτιάτικο βαριόγραμμα (με τα 12 σημεία)



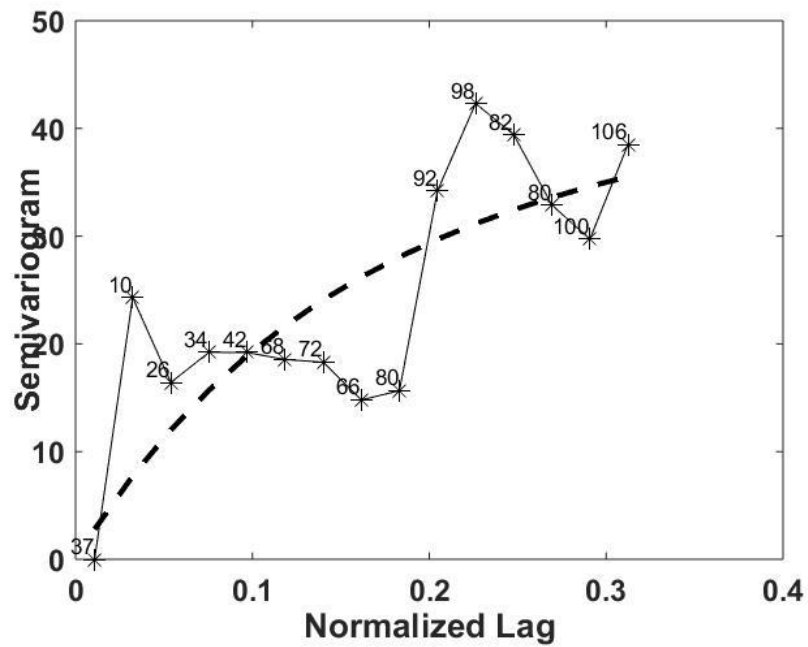
Σχήμα 4.9: Χάρτης εκτιμήσεων στάθμης του υπόγειου υδροφορέα στην περιοχή μελέτης (με τα 12 σημεία)

Η σύγκριση των παραπάνω εκτιμήσεων με τις αρχικές δίνει σφάλμα της τάξεως $< 1\%$, γεγονός που φαίνεται και σχηματικά αφού ο χάρτης των εκτιμήσεων στάθμης είναι πανομοιότυπος με τον αρχικό.

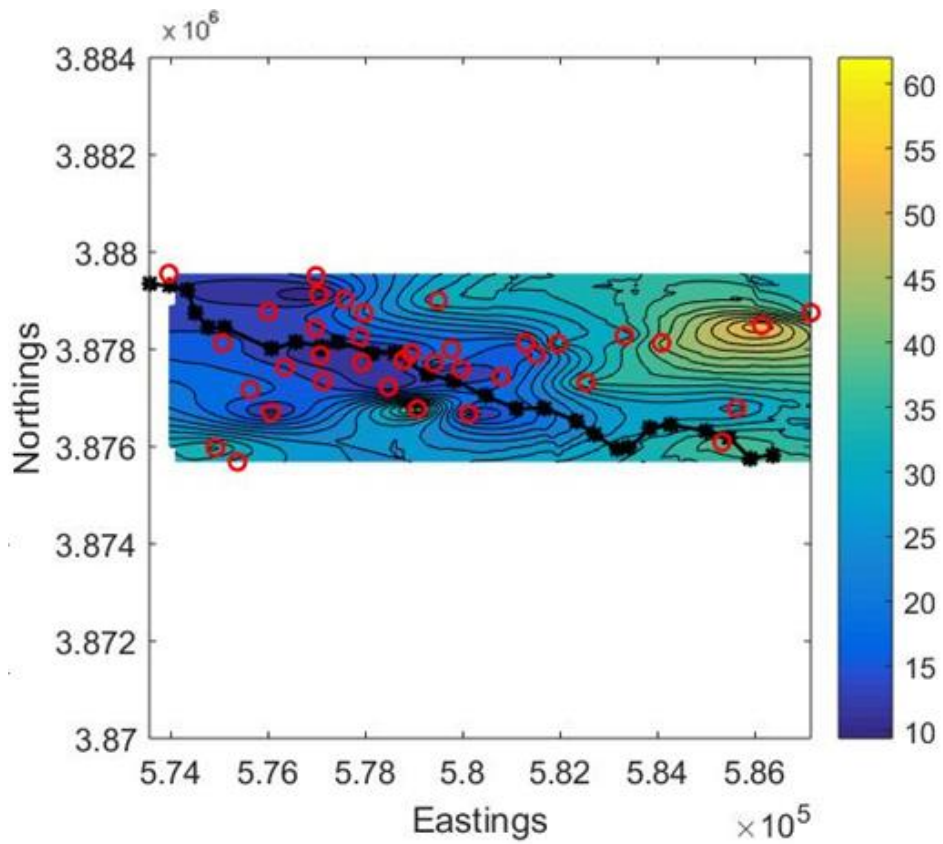
γ) Χωρίς την χρήση δεδομένων από 6 γεωτρήσεις

Τέλος έγινε μια προσπάθει να βρεθεί ο μέγιστος αριθμός γεωτρήσεων, δηλαδή μετρήσεων στάθμης, που μπορούν να παραληφθούν από τα δεδομένα εισαγωγής του μοντέλου με το συνολικό σφάλμα στις εκτιμήσεις των σημείων του πεδίου να είναι $< 5\%$. Στην περίπτωση αυτή πραγματοποιήθηκε μια χωρική ανάλυση ώστε να εντοπιστούν τα σημεία των γεωτρήσεων που ανήκουν στο υποσύνολο των 12 που εκτιμήθηκαν από το ΤΝΔ. Η ανάλυση αυτή είναι ουσιαστικά μια κατάταξη των γεωτρήσεων με βάση την εγγύτητα τους από μια άλλη γεώτρηση με παρόμοια τιμή στάθμης. Οι γεωτρήσεις που εμφανίζονται υψηλότερα στην κατάταξη προσφέρουν ουσιαστικά στο γεωστατιστικό μοντέλο πληροφορίες που επικαλύπτονται και ως αποτέλεσμα μπορούν να εξαιρεθούν έχοντας την μικρότερη επιρροή στα αποτελέσματα. Εφαρμόζοντας την μέθοδο αυτή βρέθηκαν 6 σημεία τα οποία ικανοποιούν το κριτήριο του συνολικού σφάλματος $< 5\%$ χωρίς αυτό βέβαια να σημαίνει πως οι ίδιες γεωτρήσεις μπορούν να μην λαμβάνονται υπόψη και σε άλλες περιόδους καθώς η κατάταξη μπορεί να αλλάζει ανα περίοδο και ο περιορισμένος αριθμός δεδομένων δεν επιτρέπει την εξαγωγή γενικευμένων ασφαλών συμπερασμάτων. Τα αποτελέσματα του γεωστατιστικού μοντέλου για την περίπτωση αυτή παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.10 και 4.11

*Να σημειωθεί ότι λόγω ενός τεχνικού προβλήματος στην MATLAB το σχήμα 4.11 έγινε σε νεότερη έκδοση του λογισμικού όπου το `daefault colormap` ήταν διαφορετικό με αποτέλεσμα την χρήση μιας διαφορετικής χρωματικής παλέτας για την οπτική απεικόνιση των αποτελεσμάτων



Σχήμα 4.10: Σπαρτιάτικο βαριόγραμμα (χωρίς τα 6 σημεία)



Σχήμα 4.11: Χάρτης εκτιμήσεων στάθμης του υπόγειου υδροφόρου στην περιοχή μελέτης (χωρίς τα 6 σημεία)

Συγκρίνοντας και οπτικά τα σχήματα 4.9 και 4.11 (λαμβάνοντας υπόψη την διαφορετική χρωματική παλέτα) είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα του μοντέλου δεν επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό από την μη χρήση των 6 σημείων, υποδεικνύοντας τον πιθανό μη αποδοτικό αρχικό σχεδιασμό του δικτύου καθώς οι γεωτρήσεις αυτές θα μπορούσαν να βρίσκονται σε άλλα σημεία, των οποίων η γύρω περιοχή δεν καλύπτεται επαρκώς από τις υπάρχουσες γεωτρήσεις, βελτιώνοντας την παρακολούθηση και την χαρτογράφηση της στάθμης των υπογείων υδάτων.

Το σύνολο των εκτιμήσεων και των υπολογισμών που πραγματοποιήθηκαν βασίστηκαν μόνο σε 3 έτη δεδομένων. Αυτό σημαίνει ότι τα αποτελέσματα πιθανόν να μην εφαρμόσιμα σε μια μεγαλύτερη χρονοσειρά. Παρόλα αυτά διαθέτοντας έναν μεγαλύτερο αριθμό δεδομένων θα μπορούσε να γίνει αποτελεσματικότερη εκτίμηση περισσότερων τιμών στάθμης καθώς μεγαλύτερες χρονοσειρές θα αποκάλυπταν και άλλες τάσεις. Ενδεχομένως να υπήρχε και η δυνατότητα εκτίμησης μελλοντικών σταθμών, με αποτέλεσμα όχι μόνο τα οικονομικά οφέλη από την χρήση λιγότερων γεωτρήσεων για τον υπολογισμό της παρούσας κατάστασης αλλά και την δυνατότητα ρύθμισης της γεωργικής δραστηριότητας ώστε να μην προκύψουν μη επιθυμητές καταστάσεις στο μέλλον.

5. Συμπεράσματα

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση της λειτουργίας του δικτύου γεωτρήσεων παρακολούθησης στάθμης των υπογείων υδάτων για τον υπόγειο υδροφορέα της λεκάνης των Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης. Η βελτιστοποίηση περιλαμβάνει ουσιαστικά την μείωση του αριθμού των γεωτρήσεων που χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση της στάθμης είτε διότι οι τιμές στάθμης σε αυτές μπορούν να εκτιμηθούν έμμεσα είτε γιατί οι μετρήσεις ορισμένων γεωτρήσεων προσφέρουν ελάχιστα στην εξαγωγή συμπερασμάτων για την κατάσταση του υδροφορέα.

Για την εύρεση των εκτιμήσεων που μπορούν να αντικαταστήσουν τις πραγματικές τιμές στάθμης εφαρμόστηκε το ΤΝΔ όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 4.2. Η χρήση ενός ΤΝΔ θεωρήθηκε κατάλληλη αφού είναι δυνατή η χρήση και παλαιότερων δεδομένων για την εκπαίδευση του προκειμένου να αναγνωριστούν διάφορα μοτίβα που υπάρχουν στα δεδομένα σχετικά με την γεωγραφική θέση των γεωτρήσεων ή με την εποχικότητα (υγρή και ξηρή περίοδος). Η διαδικασία αυτή δεν είναι υψηλού υπολογιστικού κόστους, ειδικά για τον αριθμό των δεδομένων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία, αλλά απαιτεί χρόνο για την εύρεση του κατάλληλου σετ εκπαίδευσης και τον προσδιορισμό των μέσων. Σε μεγαλύτερο όγκο δεδομένων οι πολλαπλές δοκιμές για την εύρεση των παραμέτρων αυτών ίσως να αυξάνουν σε μεγάλο βαθμό τον χρόνο διεκπεραίωσης της διαδικασίας.

Στη συνέχεια της διπλωματικής εργασίας εφαρμόστηκε η γεωστατιστική μέθοδος Kriging για να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα του ΤΝΔ και να βρεθούν γεωτρήσεις που προσφέρουν ελάχιστη πληροφορία όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 4.3. Η χρήση του γεωστατιστικού μοντέλου σε στατικά δεδομένα μίας περιόδου προσφέρει την δυνατότητα χαρτογράφησης της στάθμης για ολόκληρη την περιοχή μελέτης βάσει των μετρήσεων στις γεωτρήσεις. Το γεωστατιστικό μοντέλο υπερέχει του ΤΝΔ σε αυτό το στάδιο διότι μπορεί να γίνει αποδοτικότερη και ευκολότερη χρήση παραμέτρων όπως η ακτίνα επιρροής των γεωτρήσεων ή η απόσταση από το ποτάμι που επηρεάζουν την εκτίμηση σε άγνωστα σημεία της περιοχής μελέτης. Η εφαρμογή της μεθόδου Kriging στην παρούσα εργασία είναι χαμηλού υπολογιστικού κόστους και απαιτούμενου χρόνου αφού είχε πραγματοποιηθεί ήδη ανάλυση για τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται (Κολοσιώνης 2014). Ως αποτέλεσμα ο χρόνος που απαιτείται για να

εφαρμοστεί σε κάποιο άλλο σετ δεδομένων είναι σίγουρα μεγαλύτερος αφού χρειάζεται ολοκληρωμένη ανάλυση κυρίως για την εύρεση του βέλτιστου βαριογράμματος.

Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε είναι αποτελεσματική τόσο για το φυσικό όσο και για το οικονομικό πρόβλημα. Απο την σκοπιά του φυσικού προβλήματος είναι ιδιαίτερα χρήσιμο και σημαντικό να υπάρχει η δυνατότητα ακριβούς υπολογισμού της στάθμης των υπογείων υδάτων με την χρήση μέρους των γεωτρήσεων αφού είναι απαραίτητη η υπόδειξη περιοχών που έχουν υπεραντληθεί ή είναι σε οριακό σημείο ώστε να προστατευθούν τα υδατικά αποθέματα και να πραγματοποιηθεί τεχνητός εμπλουτισμός υδροφορέα όπου κρίνεται αναγκαίος. Επίσης υπάρχει η δυνατότητα εξοικονόμησης οικονομικών πόρων ενώ παράλληλα η ποιότητα των αποτελεσμάτων παραμένει σταθερή. Ακόμα και με περιορισμένους πόρους προσδιορίζονται, όπως φαίνεται και στους χάρτες υπόγειας στάθμης, οι περιοχές που έχουν υποστεί υπεράντληση και κρίνονται ως ακατάλληλες για περαιτέρω άρδευση. Χρησιμοποιώντας επομένως οι αρμόδιες αρχές τις πληροφορίες αυτές, μπορεί να πραγματοποιηθεί καλύτερος σχεδιασμός των γεωργικών δραστηριοτήτων τόσο για την παρούσα όσο και για την επόμενη υδρολογική περίοδο.

Η παροχή πιο εκτεταμένων χρονοσειρών θα καθιστούσε αναμφισβήτητα την εκπαίδευση του ΤΝΔ αποτελεσματικότερη αφού θα υπήρχε μεγαλύτερος όγκος δεδομένων. Υπό αυτές τις συνθήκες θα ήταν δυνατή η εξοικονόμηση ακόμα περισσότερων πόρων διότι θα προσδιορίζονταν ένα πιο ξεκάθαρο μοτίβο στις μετρήσεις δίνοντας την δυνατότητα εκτίμησης της στάθμης για περισσότερα σημεία. Επίσης ο μεγαλύτερος όγκος δεδομένων θα συντελούσε στην βελτίωση της ακρίβειας των εκτιμήσεων, αλλά και στην δυνατότητα προβλέψεων της στάθμης για μελλοντικές περιόδους, παρέχοντας έτσι πληροφορίες για την λήψη σημαντικών αποφάσεων που αφορούν τα υδατικά αποθέματα.

Είναι σίγουρο ότι μια προσέγγιση σαν αυτήν που πραγματοποιήθηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλους κλάδους τόσο στην βελτίωση χρήσης υπάρχοντος δικτύου παρακολούθησης όσο και στην δημιουργία ενός νέου. Οι λιγστοί πόροι που διατίθενται στην χώρα μας για σε θέματα διαχείρισης πόρων καθιστούν αναγκαίο τον αποτελεσματικό σχεδιασμό λύσεων που συνδυάζουν υψηλή ποιότητα και χαμηλό κόστος.

Βιβλιογραφία

Ελληνική Βιβλιογραφία

Διαμαντάρας, Κ. 2007. Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα. Αθήνα, Ελλάς: Κλειδάριθμος.

Καπαγερίδης Ι. Κ. 2006. *Εισαγωγή στη Γεωστατιστική*. Εκδόσεις ΙΩΝ

Κολοσιώνης Κ 2014. *Γεωστατιστική ανάλυση της στάθμης υπόγειου υδροφορέα στην υδρολογική λεκάνη Μοιρών Ηρακλείου Κρήτης*, Σχολή Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Kritsotakis, M., 2010. *Water resources management in Mesara valley of Crete (in Greek: Διαχείριση υδατικών πόρων Μεσαράς Κρήτης)*. PhD. Technical University of Crete.

Χριστόπουλος, Δ., 2003, *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εισαγωγή Στην Γεωστατιστική*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος, Δ., 2004α, *Μεταπτυχιακές Σημειώσεις Ανάλυσης Δεδομένων*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος, Δ., 2004β, *Πανεπιστημιακές Σημειώσεις Εισαγωγής Στην Έρευνα Κοιτασμάτων*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά.

Χριστόπουλος Δ. 2013. Πανεπιστημιακές μαθήματος *Εισαγωγής στη Γεωστατιστική*, Τμήμα Μηχανικών Ορυκτών Πόρων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά

Διεθνής Βιβλιογραφία

Bochner, S., 1959. *Lectures on Fourier integrals*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Christakos G., 1991. Random field models in earth sciences. Academic press, San Diego.

Cressie N., 1993. Statistics for spatial data (revised ed.). Wiley, New York.

Desbarats A. J., Logan C. E., Hinton M. J. and Sharpe D. R., 2002. On the kriging of water table elevations using collateral information from a digital elevation model. *Journal of Hydrology*, 255, 25-38.

Donta, A. A., Lange, M. A. and Herrmann, A., 2006. *Water on Mediterranean islands: Current conditions and prospects for sustainable management. Project No EVK1-CT-2001-00092-Funded by the European Commission, ISBN 3-9808840-7-4*. Muenster: Centre for Environment Research (CER), University of Muenster.

Draper, N. and Smith, H., 1981. *Applied Regression Analysis*. second ed. ed. New York: Wiley.

Elogne, S., Hristopulos, D. and Varouchakis, E., 2008. An application of Spartan spatial random fields in environmental mapping: focus on automatic mapping capabilities. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22 (5), 633-646.

Garcia, L. A. & Shigidi, A. 2006 [Using neural networks for parameters estimation in groundwater](#). *J. Hydrol.* 318, 215–231.

Hengl T., 2007. A practical guide to geostatistical mapping of environmental variables. EUR 22904 EN-Scientific and Technical Research series. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, pp. 143.

Hengl T., Geuvelink G. B. M. and Stein A., 2003. Comparison of kriging with external drift and regression-kriging. Technical note, ITC, on-line at http://www.itc.nl/library/Academic_output/.

Hristopulos, D. T., 2002. New anisotropic covariance models and estimation of anisotropic parameters based on the covariance tensor identity. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 16 (1), 43-62.

Hristopulos, D. T., 2003a. Introduction to Geostatistics-course notes (in Greek). Chania, Crete, Greece: Technical University of Crete, pp. 200.

Hristopulos, D. T. 2003b. Spartan Gibbs random field models for geostatistical applications. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 24 (6), 2125-2162.

Hristopulos, D. T. and Elogne, S. N., 2007. Analytic properties and covariance functions for a new class of generalized Gibbs random fields. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53 (12), 4667-4467.

Kitanidis, P., 1993. Generalized covariance functions in estimation. *Mathematical Geology*, 25 (5), 525-540.

Kitanidis, P. K., 1997. *Introduction to geostatistics*. Cambridge: University Press.

Liu C-W., Jang C-S. and Liao C-M., 2003. Evaluation of arsenic contamination potential using indicator kriging in the Yun-Lin aquifer (Taiwan). *Science of the Total Environment*, 321, 173-188.

Myers, D. E., 2005. Spatial interpolation comparison exercise 2004: a real problem or an academic exercise. In: G. Dubois ed. *Automatic mapping algorithms for routine and emergency monitoring data*. EUR 21595 EN – Scientific and technical research series, ISBN 92-894-9400-X (pp. 79-88). EUR, 2005 ed. Luxembourg: Office for official publications of the European Communities.

Narany T. S., Ramli M. F., Aris A. Z., Sulaiman W. N. A. and Fakharian K., 2013. Spatial Assessment of Groundwater Quality Monitoring Wells Using Indicator Kriging and Risk Mapping, Amol Babol Plain, Iran. *Water*, 6, 68-85

Nikolos, I.K., Stergiadi, M., Papadopoulou, M.P., Karatzas, G.P., 2008: Artificial Neural Networks as an Alternative Approach to Groundwater Numerical Modelling and Environmental Design. *Hydrological Processes*

Papadopoulou M. P., Nikolos I. K., Karatzas G. P., 2010. *Computational benefits using artificial intelligent methodologies for the solution of an environmental design problem: saltwater intrusion*. *Water Science and Technology* 62 (7), 1479-1490

Patterson D. "*Artificial Neural Networks, Theory and Applications*". Prentice Hall, 1996.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vettering, W. T. and Flannery, B. P., 1992. *Numerical Recipes in Fortran*. 2nd ed. ed. New York: Cambridge University Press.

Regis, R. G. & Shoemaker, C. A. 2007 Improved strategies for radial basis function methods for global optimization. *J. Glob. Optimiz.* 37(1), 113–135.

Simon Haykin, "Neural Networks: A comprehensive foundation", Prentice Hall International, 1999.

Theodossiou, N. and Latinopoulos, P., 2006. Evaluation and optimisation of groundwater observation networks using the kriging methodology. *Environmental Modelling & Software*, 21 (7), 991-1000.

Trichakis, I. C., Nikolos, I. K. & Karatzas, G. P. 2009 Optimal selection of artificial neural network parameters for the prediction of a karstic aquifer's response. *Hydrological Process*. 135(2), 128–137.

Varouchakis E. A. and Hristopulos D. T., 2013b. Improvement of groundwater level prediction in sparsely gauged basins using physical laws and local geographic features as auxiliary variables. *Advances in Water Resources*, 52, 34-49.

Varouchakis E. A., Hristopulos D. T. and Karatzas G. P., 2012. Improving kriging of groundwater level data using nonlinear normalizing transformations-a field application. *Hydrological Sciences Journal*, 57, 1404-1419.

Varouchakis E. A., 2012. Geostatistical Analysis and Space-Time Models of Aquifer Levels: Application to Mires Hydrological Basin in the Prefecture of Crete, PhD Thesis, Technical University of Crete, Chania.

Žukovič, M. and Hristopulos, D. T., 2008. Environmental time series interpolation based on Spartan random processes. *Atmospheric Environment*, 42 (33), 7669-7678.