



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Εφαρμογή της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Επιβατικού Αυτοκινήτου

Εκτενής Περίληψη Διπλωματικής Εργασίας

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΚΟΥΤΣΑΝΤΩΝΗΣ

Επιβλέπων:

Κυριάκος Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Φεβρουάριος 2018



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Εφαρμογή της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Επιβατικού Αυτοκινήτου

Εκτενής Περίληψη Διπλωματικής Εργασίας

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΚΟΥΤΣΑΝΤΩΝΗΣ

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Φεβρουάριος 2018

Περίληψη

Στη διάρκεια της διπλωματικής αυτής εργασίας πραγματοποιήθηκε εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου η οποία αναπτύχθηκε από τη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡ&Β) της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ) σε περιβάλλον ανοικτού λογισμικού OpenFOAM[®] για την αεροδυναμική βελτιστοποίηση επιβατικού αυτοκινήτου. Η αεροδυναμική αντίσταση ή οπισθέλκουσα είναι μια από τις κύριες πηγές απώλειας ενέργειας των αυτοκινήτων και, συνεπώς, η ελαχιστοποίησή της αποτελεί πρωτεύοντα στόχο της αυτοκινητοβιομηχανίας. Με τη θέσπιση αυστηρότερης νομοθεσίας σχετικά με τις εκπομπές καυσαερίων και την ανάπτυξη ηλεκτρικών και υβριδικών αυτοκινήτων καθώς και κινητήρων υδρογόνου, η ανάγκη για ελαχιστοποίηση των απωλειών ενέργειας είναι πλέον αδήριτη.

Η ανάλυση της ροής έγινε με αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes για ασυμπίεστο ρευστό και χρονικά μόνιμη, τυρβώδη ροή. Κατά την πραγματοποιηθείσα μελέτη έγινε χρήση τριών διαφορετικών μοντέλων τύρβης, του k-ε, του k-ω SST και του Spalart-Allmaras. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν και έγινε ανάλυση της ικανότητας πρόλεξης αυτών των μοντέλων τύρβης σε περιοχές που παρουσιάζουν μεγάλες κλίσεις πίεσης και στις οποίες αναμένεται αποκόλληση της ροής. Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται

στην αποτελεσματικότητα κάθε μοντέλου τύρβης στην ακριβή πρόλεξη του συντελεστή αντίστασης του οχήματος και των διαφόρων φαινομένων που σχετίζονται με αυτόν. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με πειραματικές μετρήσεις.

Κατόπιν πραγματοποιήθηκε επίλυση του συζυγούς προβλήματος χρησιμοποιώντας λογισμικό το οποίο δημιουργήθηκε από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ στο περιβάλλον OpenFOAM® και έγινε υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο χάρτης ευαισθησίας πάνω στην επιφάνεια του αυτοκινήτου, ο οποίος αποτελεί μια γραφική αποτύπωση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς την κάθετη μετατόπιση των κόμβων του επιφανειακού πλέγματος επάνω στο αυτοκίνητο και υποδηλώνει προς τα που πρέπει να μετακινηθεί η εξωτερική επιφάνεια του αυτοκινήτου ούτως ώστε να μειωθεί η αεροδυναμική αντίσταση αυτού. Πραγματοποιείται σύγκριση των υπολογισθέντων χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης. Γίνεται επίσης ανάλυση της επιρροής της τάξης ακρίβειας της διακριτοποίησης των εξισώσεων του μοντέλου τύρβης κατά την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος στους υπολογιζόμενους χάρτες ευαισθησίας. Εξετάζονται και άλλα θέματα, όπως η σύγκλιση και η ευστάθεια της αριθμητικής επίλυσης του πρωτεύοντος και συζυγούς προβλήματος.

Για τη βελτιστοποίηση μορφής του οχήματος, χρησιμοποιήθηκε μοντέλο μισού αυτοκινήτου. Για την παραμετροποίηση της γεωμετρίας του αυτοκινήτου έγινε χρήση λογισμικού το οποίο αναπτύχθηκε από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και βασίζεται στις ογκικές B-Splines. Στη συνέχεια, διερευνήθηκε η βέλτιστη μεταβολή της γεωμετρίας του αυτοκινήτου, ούτως ώστε το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης να αποτελεί ένα αποδεκτό για τη βιομηχανία σχήμα. Για το σκοπό αυτό εφαρμόστηκαν και εξετάστηκαν διάφορες παραλλαγές των ρυθμίσεων του μορφοποιητή με στόχο το βέλτιστο έλεγχο της προς σχεδιασμό επιφάνειας. Με τον τρόπο αυτό επιτεύχθηκε η μορφοποίηση συγκεκριμένων μεμονωμένων περιοχών του οχήματος, ικανοποιώντας τους περιορισμούς και τα όρια που θέτει η βιομηχανία -για σχεδιαστικούς κυρίως λόγους- σχετικά με τα περιθώρια μεταβολής της γεωμετρίας.

Ακρωνύμια

EMΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΜΠΥΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
ΜΔΕ	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
<hr/>	
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization Unit
TME	Toyota Motor Europe
CFD	Computational Fluid Dynamics
OpenFOAM	Open Field Operation And Manipulation
CPU	Central Processing Unit
GPU	Graphics Processing Unit
FAE	Field Adjoint Equation
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes

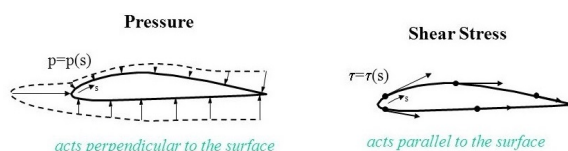
Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	1
1 Εισαγωγή	2
1.1 Αεροδυναμική Αντίσταση	2
1.2 Βελτιστοποίηση με τη Χρήση Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής	4
1.3 Στόχος και Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	5
2 Διαδικασία Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής για την Πρόλε- ξη της Ροής	6
2.1 Το Πρωτεύον Πρόβλημα	7
2.1.1 Διακριτοποίηση και Επίλυση των Εξισώσεων Ροής	7
2.1.2 Μοντελοποίηση της Τύρβης	7
2.1.3 Οριακές Συνθήκες	10
2.2 Το Συζυγές Πρόβλημα	10
2.2.1 Συζυγείς Πεδιακές Εξισώσεις	13
2.2.2 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες	13
2.3 Γένεση Πλέγματος και Επίλυση των Εξισώσεων	15
2.4 Μορφοποίηση της Γεωμετρίας	18
2.5 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης	18
3 Αποτελέσματα της Επίλυσης της Ροής	19
3.1 Σύγκριση των Τριών Μοντέλων Τύρβης	19
3.2 Εκτέλεση Πειράματος σε Αεροσήραγγα	23
4 Επίλυση του Συζυγούς Προβλήματος	24
4.1 Χάρτες Ευαισθησίας	24
4.1.1 Σύγκριση των Τριών Χαρτών Ευαισθησίας	24
5 Βελτιστοποίηση Μορφής του Αυτοκινήτου μέσω CFD	28
6 Ανακεφαλαίωση–Συμπεράσματα	31
Αναφορές	33

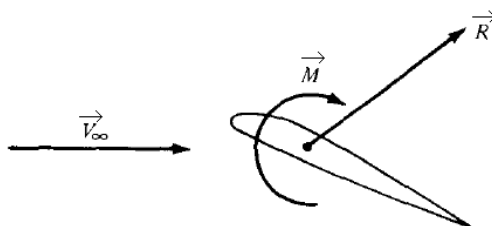
1 Εισαγωγή

1.1 Αεροδυναμική Αντίσταση

Η αεροδυναμική αντίσταση ή οπισθέλκουσα αποτελεί μια από τις κύριες ποσότητες χαρακτηρισμού της αεροδυναμικής των επίγειων και εναέριων μεταφορικών μέσων. Στόχο της έρευνας στον τομέα αυτό αποτελεί η ακριβής πρόλεξη και, κατ'επέκταση, η ελαχιστοποίησή της. Η αεροδυναμική αντίσταση είναι μια από τις κύριες δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα το οποίο μετακινείται μέσα σε ρευστό. Καθώς το σώμα κινείται μέσα στο ρευστό, ασκείται σε αυτό πίεση κάθετη στην επιφάνεια του και διατμητική τάση εφαπτομενική στην επιφάνεια αυτού. Οι δύο αυτές κατανομές δυνάμεων είναι υπεύθυνες για τη συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα από το ρευστό, ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα του σχήματός του. Με την ολοκλήρωση των ποσοτήτων αυτών γύρω από την επιφάνεια του σώματος προκύπτει η συνολική δύναμη \vec{R} και ροπή \vec{M} που ασκείται στο σώμα.



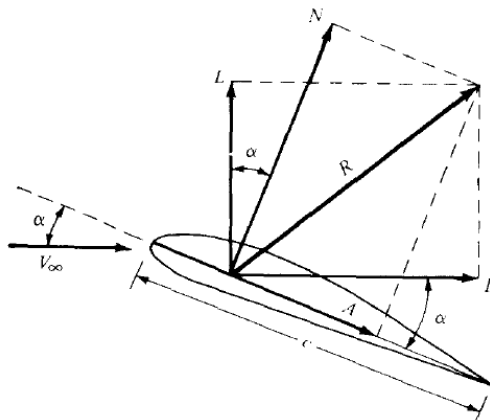
Σχήμα 1: Κατανομή πίεσης και διατμητικής τάσης σε σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό. [22]



Σχήμα 2: Δύναμη \vec{R} και ροπή \vec{M} που ασκείται σε σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό. [3]

Η προκύπτουσα δύναμη \vec{R} και ροπή \vec{M} μπορεί να αναλυθεί στις τρεις συνιστώσες του συστήματος συντεταγμένων. Λαμβάνοντας υπόψη τη διεύθυνση του ελεύθερου ρεύματος \vec{V}_∞ , ορίζονται δυο βασικές δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, η δύναμη άνωσης και η οπισθέλκουσα. Για ένα διδιάστατο πρόβλημα, η άνωση είναι η δύναμη που ασκείται κάθετα στη διεύθυνση του ελεύθερου ρεύματος και οπισθέλκουσα η δύναμη που

ασκείται παράλληλα σε αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.



Σχήμα 3: Συνιστώσες της δύναμης που ασκείται σε σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό. Με \vec{L} συμβολίζεται η άνωση, δηλαδή η συνιστώσα της \vec{R} κάθετη στη \vec{V}_∞ , με \vec{D} η οπισθέλκουσα δηλαδή η συνιστώσα της \vec{R} παράλληλη στην \vec{V}_∞ , [3].

Σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, η οπισθέλκουσα αποτελεί μια από τις δυνάμεις τις οποίες ένα σώμα πρέπει να υπερνικήσει προκειμένου να κινηθεί μέσα στο ρευστό. Στην περίπτωση οχήματος, η δύναμη αυτή ασκείται από τον αέρα και είναι μια από τις δυνάμεις την οποία η ισχύς του κινητήρα πρέπει να καλύψει ώστε το όχημα να κινηθεί. Επομένως, όσο μεγαλύτερη είναι η αεροδυναμική αντίσταση του οχήματος, τόσο μεγαλύτερη και η ενέργεια που δαπανάται για την κίνησή του και, άρα, η κατανάλωσή του. Είτε πρόκειται για ηλεκτροκίνητο όχημα ή για όχημα με συμβατικό κινητήρα εσωτερικής καύσης, είναι επιθυμητό η κατανάλωση ενέργειας κατά το δυνατόν να ελαχιστοποιηθεί. Γίνεται εμφανής λοιπόν ο λόγος για τον οποίο γίνεται η προσπάθεια ελαχιστοποίησης της αεροδυναμικής αντίστασης, η οποία μπορεί να εκφραστεί και αδιάστατα στη μορφή του συντελεστή αντίστασης C_D . Ο συντελεστής αντίστασης αποτελεί ένα από τα βασικά κριτήρια του επιτυχημένου ή μη αεροδυναμικού σχεδιασμού ενός οχήματος. Για ένα σώμα το οποίο κινείται μέσα σε ελεύθερο ρεύμα αέρα ταχύτητας \vec{V}_∞ και πυκνότητας ρ_∞ ο συντελεστής αντίστασης ορίζεται ως

$$C_D = \frac{D}{q_\infty S} \quad (1)$$

όπου D το μέτρο της δύναμης αντίστασης, S η εμπρόσθια επιφάνεια του σώματος προβεβλημένη στο επίπεδο κάθετο στην ταχύτητα \vec{V}_∞ και q_∞ η δυναμική πίεση για την οποία ισχύει το εξής:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \quad (2)$$

Η τιμή του συντελεστή αντίστασης C_D κυμαίνεται για επιβατικά αυτοκίνητα μεταξύ 0.2 και 0.4.

Αδιάστατοι συντελεστές ορίζονται με παρόμοιο τρόπο για όλες τις αεροδυναμικές δυνάμεις και ροπές που ασκούνται σε ένα σώμα. Μερικοί τέτοιοι συντελεστές είναι οι ακόλουθοι:

- Συντελεστής άνωσης $C_L = \frac{L}{q_\infty S}$
- Συντελεστής κάθετης δύναμης $C_N = \frac{N}{q_\infty S}$
- Συντελεστής ροπής $C_M = \frac{M}{q_\infty S l}$, όπου l μήκος αναφοράς

Ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια, με τη ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτροκίνητων οχημάτων με περιορισμένη παροχή ενέργειας καθώς και την εισαγωγή αυστηρότερων κανονισμών και περιορισμών σχετικά με τον έλεγχο της έκλυσης καυσαερίων, η μείωση του συντελεστή αντίστασης έχει λάβει υψηλή προτεραιότητα στον τομέα της έρευνας και ανάπτυξης των αυτοκινητοβιομηχανιών.

1.2 Βελτιστοποίηση με τη Χρήση Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής

Η χρήση μεθόδων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής για την ανάλυση και βελτιστοποίηση αεροδυναμικών μορφών αποτελεί πλέον τον κυρίαρχο τρόπο υλοποίησης αεροδυναμικών μελετών ακόμα και στη βιομηχανία. Η ραγδαία μείωση του χρόνου υπολογισμού και του κόστους εφαρμογής τους, σε συνδυασμό με τη συνεχή μείωση του κόστους υπολογιστικής ισχύος και την εξέλιξη των υπολογιστικών αλγορίθμων καθιστά τον κλάδο της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής εξαιρετικά χρήσιμο και αποδοτικό. Η δυνατότητα παραλληλοποίησης των προβλημάτων επιτρέπει τη δραματική μείωση του υπολογιστικού χρόνου με τη χρήση πολλών επεξεργαστών για την επίλυση των προβλημάτων, ή ακόμα και καρτών γραφικών (GPUs) για την ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής του σχεδιαστή. Η ικανότητα τέλος των αλγορίθμων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής να επιτυγχάνουν υψηλής ακρίβειας πρόλεξη της ροής με αποδεκτό υπολογιστικό κόστος καθιστά τις μεθόδους CFD μονόδρομο για τη βιομηχανία σήμερα.

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται στις εξής δύο κατηγορίες, τις αιτιοκρατικές και τις στοχαστικές μεθόδους. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι ακολουθούν την κατεύθυνση που υπολογίζεται με την πρώτη (ή και δεύτερη) παράγωγο της αντικειμενικής συνάρτησης, με στόχο την ελαχιστοποίησή της. Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται και συνάρτηση στόχος. Η προαναφερθείσα παράγωγος χρησιμοποιείται σε μεθόδους όπως αυτή της απότομης καθόδου ή η μέθοδος Newton.

Οι στοχαστικές μέθοδοι [21], από την άλλη, βασίζονται στην τυχαία ή τυχηματική αναζήτηση της βέλτιστης λύσης στο πεδίο των λύσεων. Ο όρος τυχηματική χρησιμο-

ποιείται εδώ με την έννοια της στοχευμένης ή έξυπνης αναζήτησης της λύσης με χρήση μεθόδων ικανών να περιορίσουν ταχύτητα και αποτελεσματικά το πιθανό εύρος λύσεων και να εντοπίσουν τελικά το καθολικό ελάχιστο ή μέγιστο σημείο της συνάρτησης στόχου. Απαιτούν όμως μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων (τρεξιμάτων CFD) από τις αιτιοκρατικές μεθόδους.

Κάποια σημαντικά χαρακτηριστικά των δύο μεθόδων τα οποία τις καθιστούν κατάλληλες ή όχι για την εκάστοτε εφαρμογή είναι τα εξής. Σε αντίθεση με τις στοχαστικές μεθόδους, οι αιτιοκρατικές απαιτούν τον υπολογισμό της πρώτης ή δεύτερης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτό εισάγει κόστος στην υλοποίησή τους, το οποίο σε ορισμένες περιπτώσεις όπως λ.χ. στον υπολογισμό της δεύτερης παραγώγου ή στην περίπτωση μεγάλου αριθμού μεταβλητών σχεδιασμού, μπορεί ανάλογα με το πρόβλημα να καταστεί απαγορευτικό. Ένα άλλο μειονέκτημα των μεθόδων αυτών είναι ο κίνδυνος "εγκλωβισμού" τους σε κάποιο τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης. Είναι όμως βέβαιο ότι με σωστό υπολογισμό της παραγώγου η μέθοδος θα οδηγήσει ταχύτητα σε κάποια βέλτιωμένη λύση σε σχέση με την τρέχουσα. Οι στοχαστικές μέθοδοι από την άλλη δεν απαιτούν τον υπολογισμό κάποιας παραγώγου και είναι βέβαιο ότι με την πάροδο επαρκούς χρόνου θα εντοπίσουν το καθολικό ελάχιστο της συνάρτησης. Ο χρόνος όμως που μπορεί να απαιτηθεί ενδέχεται να είναι μεγάλος και σε ορισμένες περιπτώσεις μη-βιώσιμος για βιομηχανικές εφαρμογές.

Για την υλοποίηση ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης με τη χρήση CFD απαιτείται αρχικά η διακριτοποίηση του υπολογιστικού χωρίου με τη γένεση ενός υπολογιστικού πλέγματος. Στο υπολογιστικό αυτό πλέγμα γίνεται διακριτά η επίλυση των ροικών εξισώσεων από το λογισμικό αξιολόγησης. Από την επίλυση αυτή προκύπτουν τα πεδία (λ.χ. ταχύτητας και πίεσης) της ροής τα οποία είναι απαραίτητα για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στη διπλωματική αυτή εργασία γίνεται υλοποίηση της μεθόδου της απότομης καθόδου με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου [13], [14], [15] για τον υπολογισμό των απαιτούμενων παραγώγων. Η συνεχής συζυγής μέθοδος [16], [19], [4], της οποίας αναλυτική παρουσίαση και θεμελίωση ακολουθεί στο κεφάλαιο 2, διαθέτει το ισχυρό πλεονέκτημα ότι το κόστος υπολογισμού των παραγώγων δεν αυξάνεται με αύξηση του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού. Η εφαρμογή της θα πραγματοποιηθεί με λογισμικό το οποίο έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ στο περιβάλλον OpenFOAM®.

1.3 Στόχος και Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Η διπλωματική εργασία στοχεύει στην εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για την αεροδυναμική βελτιστοποίηση μορφής ενός επιβατικού οχήματος. Με τον όρο βελτιστοποίηση μορφής νοείται η κατάλληλη μεταβολή της γεωμετρίας της εξωτερικής επιφάνειας του οχήματος με σκοπό την ελαχιστοποίηση της αεροδυναμικής του

αντίστασης. Προηγείται επίλυση του ροικού προβλήματος και σύγκριση των αποτελεσμάτων τριών μοντέλων τύρβης (του k-ε, του k-ω SST και του Spalart-Allmaras) με στόχο την εύρεση του κατάλληλου για εφαρμογές ανάλυσης της ροής και βελτιστοποίησης σε συναφή προβλήματα. Στη συνέχεια, γίνεται εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για τον υπολογισμό των παραγώγων οι οποίες θα οδηγήσουν σε μια βελτιωμένη γεωμετρία. Σύμφωνα με τις παραγώγους αυτές μεταβάλλονται οι μεταβλητές σχεδιασμού, με τις οποίες το εργαλείο παραμετροποίησης μεταβάλλει το υπολογιστικό πλέγμα. Το λογισμικό παραμετροποίησης του CFD πλέγματος έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και είναι συνδεδεμένο με τον κώδικα υπολογισμού παραγώγων ως ενιαίο αυτοματοποιημένο λογισμικό βελτιστοποίησης. Ως αποτέλεσμα αυτού λαμβάνεται το νέο σχήμα του αυτοκινήτου το οποίο οδηγεί σε μειωμένο συντελεστή αντίστασης από το αρχικό. Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόζεται σε συγκεκριμένες, στοχευμένες περιοχές του οχήματος οι οποίες εντοπίζονται με χρήση των χαρτών ευαισθησίας.

Η δομή της διπλωματικής εργασίας έχει ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι εξισώσεις της ροής για ασυμπίεστο ρευστό και χρονικά μόνιμη, τυρβώδη ροή μαζί με τις εξισώσεις των τριών μοντέλων τύρβης που θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του ροικού προβλήματος. Περιγράφεται επίσης το υπολογιστικό χωρίο και ο μορφοποιητής του. Γίνεται αναλυτική παρουσίαση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου και εκφράζεται η αντικειμενική συνάρτηση, οι συζυγείς εξισώσεις μαζί με τις οριακές τους συνθήκες και, τέλος, ο τύπος υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας.
- Στο κεφάλαιο 3 γίνεται αριθμητική πρόλεξη της ροής και ανάλυση των αποτελεσμάτων.
- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η επίλυση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτήν.
- Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα βελτιστοποίησης.
- Στο κεφάλαιο 6, τέλος, γίνεται ανακεφαλαίωση και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

2 Διαδικασία Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής για την Πρόλεξη της Ροής

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθείται για την επίλυση του πρωτεύοντος και του συζυγούς προβλήματος καθώς και των βασικών χαρακτηριστικών αυτών. Παρουσιάζονται οι εξισώσεις που διέπουν τα δύο προβλήματα

και τα βήματα για την υλοποίηση της βελτιστοποίησης. Ακόμη, γίνεται παρουσίαση του μορφοποιητή επιφάνειας αλλά και περιβάλλοντος πλέγματος.

2.1 Το Πρωτεύον Πρόβλημα

2.1.1 Διακριτοποίηση και Επίλυση των Εξισώσεων Ροής

Το πρωτεύον πρόβλημα συνίσταται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων της ροής για ασυμπίεστο ρευστό και χρονικά μόνιμη, τυρβώδη ροή, οι οποίες είναι οι εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής, ή αλλιώς εξισώσεις Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) και γράφονται ως εξής:

Διατήρηση της Μάζας

$$R^p = -\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

Διατήρηση της Ορμής

$$R_i^v = v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

όπου v_i είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας, p η πίεση διαιρεμένη με τη σταθερή πυκνότητα ρ , ν η κινηματική συνεκτικότητα και ν_t η τυρβώδης συνεκτικότητα η οποία προκύπτει από την επιπλέον επίλυση των ΜΔΕ του μοντέλου τύρβης. Η γραφή τους ακολουθεί τη σύμβαση του Einstein σύμφωνα με την οποία επαναλαμβανόμενος δείκτης υποδηλώνει άθροιση.

2.1.2 Μοντελοποίηση της Τύρβης

Η ροή γύρω από το όχημα είναι τυρβώδης. Χαρακτηρίζεται δηλαδή από τυχαίες και χαοτικές μεταβολές των μεγεθών της πίεσης και της ταχύτητας στο πεδίο του χρόνου. Αυτές οι μεταβολές είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη κατά την επίλυση της ροής. Η χρονική κλίμακα στην οποία λαμβάνει όμως χώρα η πλειονότητα των τυρβωδών φαινομένων και η υψηλόσυχη ταλάντωσή των μεγεθών της ροής απαιτούν μεθόδους επίλυσης των εξισώσεων που αυξάνουν δραστικά το υπολογιστικό κόστος. Για την αποφυγή αυτού χρησιμοποιείται μοντελοποίηση και εμπειρικές σχέσεις για την περιγραφή τους. Έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα τύρβης, καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένες ιδιότητες οι οποίες το καθιστούν κατάλληλο ή όχι για διαφορετικές εφαρμογές. Στη διπλωματική αυτή εργασία έγινε χρήση και σύγκριση τριών διαφορετικών μοντέλων τύρβης, του $k - \epsilon$ [10], [11], του $k - \omega$ SST [6], [7], [8] και του Spalart-Allmaras [5], σε συνδυασμό με συναρτήσεις τοίχου [9].

Το Μοντέλο Τύρβης $k-\epsilon$

Το μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ [10], [11] είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα μοντέλα τύρβης και χρησιμοποιείται σε μεγάλο εύρος εφαρμογών στην υπολογιστική ρευστοδυναμική. Είναι μοντέλο δύο ΜΔΕ, εισάγει δηλαδή δύο μεταβλητές για την έκφραση και περιγραφή της τύρβης, την τυρβώδη κινητική ενέργεια k και το ρυθμό καταστροφής της κινητικής ενέργειας ϵ . Οι εξισώσεις του είναι οι εξής:

$$\frac{\partial(kv_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\nu_t E_{ij} E_{ij} - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\epsilon v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} 2 \frac{\epsilon}{k} \nu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

όπου $C_\mu = 0.09$, $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ είναι σταθερές ενώ η τυρβώδης συνεκτικότητα ν_t υπολογίζεται σύμφωνα με την εξίσωση

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

Το Μοντέλο Τύρβης $k - \omega$ SST

Το μοντέλο $k - \omega$ SST [6], [7], [8] είναι επίσης μοντέλο τύρβης δύο ΜΔΕ. Χρησιμοποιεί και αυτό μια ΜΔΕ για την τυρβώδη κινητική ενέργεια k , σε συνδυασμό με μια δεύτερη για την περιγραφή του ρυθμού καταστροφής της τύρβης ω . Οι εξισώσεις που διέπουν το μοντέλο αυτό είναι οι εξής:

$$\frac{\partial(kv_j)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\omega v_j)}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_\omega 2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (9)$$

Η τυρβώδης συνεκτικότητα υπολογίζεται από τη σχέση

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, SF_2)} \quad (10)$$

Ισχύει ότι

$$\begin{aligned}
F_2 &= \tanh\left(\left(\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)\right)^2\right), P_k = \min\left(\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}, 10\beta^*k\omega\right), \\
F_1 &= \tanh\left(\left(\min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right)\right)^4\right), CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right), \\
\phi &= \phi_1 F_1 + \phi_2(1 - F_1), \beta^* = \frac{9}{100}
\end{aligned} \tag{11}$$

Τα μεγέθη $\alpha, \beta, \sigma_k, \sigma_{\omega}$ αποτελούν σταθερές του μοντέλου και εξαρτώνται από την περιοχή της ροής η οποία επιλύεται.

Το Μοντέλο Τύρβης Spalart-Allmaras

Το Spalart-Allmaras [5] είναι μοντέλο τύρβης μιας ΜΔΕ και ένα από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα για εφαρμογές εξωτερικής αεροδυναμικής. Χρησιμοποιεί μια μεταβλητή για τη μοντελοποίηση της τύρβης η οποία μοιάζει με την τυρβώδη συνεκτικότητα και καλείται μεταβλητή Spalart-Allmaras, ή $\tilde{\nu}$.

Ισχύουν τα εξής:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \tag{12}$$

όπου

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3} \text{ και, } X = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{13}$$

Η μοναδική ΜΔΕ που επιλύεται είναι η ακόλουθη:

$$\frac{\partial(\tilde{\nu}v_j)}{\partial x_j} = C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - [C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2}f_{t2}]\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 + \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left((\nu + \tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right) + C_{b2}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\right] \tag{14}$$

Τα μεγέθη $\sigma = 2/3, C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, \kappa = 0.41, C_{w1} = 3.239, C_{v1} = 7.1$ αποτελούν σταθερές του μοντέλου, ενώ d είναι η απόσταση από τον τοίχο. Οι ποσότητες \tilde{S}, f_{t2}, f_w υπολογίζονται σύμφωνα με τις παρακάτω εξισώσεις

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, & \Omega &= \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \\ W_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)\end{aligned}\quad (15)$$

Επίσης ισχύει ότι

$$\begin{aligned}f_{v2} &= 1 - \frac{X}{1 + X f_{v1}}, & f_w &= g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \\ g &= r + c_{w2}(r^6 - 6), & r &= \min \left[\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, 10 \right], \\ f_{t2} &= c_{t3} e^{-c_{t4} X^2}\end{aligned}\quad (16)$$

2.1.3 Οριακές Συνθήκες

Για να είναι εφικτή η επίλυση του προβλήματος είναι απαραίτητος ο ορισμός συνθηκών για όλες τις μεταβλητές του συστήματος σε όλα τα όρια του χωρίου. Οι μεταβλητές του ροικού προβλήματος είναι το διάνυσμα της ταχύτητας v_i , η πίεση p και οι μεταβλητές του εκάστοτε μοντέλου τύρβης ($\tilde{\nu}$, k , ω , ϵ).

Στην είσοδο του χωρίου ορίζεται συνθήκη τύπου Dirichlet για την ταχύτητα και μηδενική συνθήκη Neumann για την πίεση. Σε ότι αφορά τις μεταβλητές των μοντέλων τύρβης στη είσοδο, η μεταβλητή $\tilde{\nu}$ υπολογίζεται από την τιμή της κινηματικής συνεκτικότητας του ρευστού ενώ οι τιμές των μεταβλητών k , ω και ϵ προκύπτουν από την ένταση της τύρβης I και την ταχύτητα του ρευστού στην είσοδο του χωρίου.

Στην έξοδο του χωρίου έχουμε μηδενική συνθήκη Dirichlet για την πίεση και μηδενική συνθήκη Neumann για την ταχύτητα και όλες τις μεταβλητές της τύρβης.

Στα στερεά όρια του χωρίου (την επιφάνεια του αυτοκινήτου και τον δρόμο) ορίζεται συνθήκη μη ολίσθησης για την ταχύτητα, μηδενική συνθήκη Neumann για την πίεση και κατάλληλες συναρτήσεις τοίχου για όλες τις μεταβλητές των μοντέλων τύρβης.

2.2 Το Συζυγές Πρόβλημα

Στη συνέχεια θα γίνει παρουσίαση του συζυγούς προβλήματος. Η συνεχής συζυγής μέθοδος [13], [15], [14], [16] αποτελεί μια μαθηματική μέθοδο υπολογισμού των παραγώγων μια συνάρτησης ως προς έναν αριθμό μεταβλητών. Η μαθηματική της θεμελίωση ξεκινά από τον ορισμό μιας αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία εκφράζει την προς ελαχιστοποίηση ποσότητα. Η αντικειμενική αυτή συνάρτηση εξαρτάται αφενός από τις μεταβλητές κατάστασης του προβλήματος και αφετέρου από τις μεταβλητές σχεδιασμού

οι οποίες τροποποιούνται από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης σε κάθε βήμα. Οι μεταβλητές κατάστασης όμως εξαρτώνται από τις μεταβλητές σχεδιασμού και, επομένως, μεταβάλλονται και αυτές σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι η αντικειμενική συνάρτηση μεταβάλλεται αφενός άμεσα με τη μεταβολή των μεταβλητών σχεδιασμού και αφετέρου έμμεσα από την ανανέωση των μεταβλητών κατάστασης που προκύπτει ως συνέπεια της πρώτης αλλαγής. Ας είναι, λοιπόν, F η αντικειμενική συνάρτηση, για την οποία, σύμφωνα με τα ανωτέρω

$$F = F(\vec{U}(\vec{b}), \vec{b}) \quad (17)$$

όπου \vec{U} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών της ροής (μεταβλητών κατάστασης) και \vec{b} το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού.

Συνεπώς, η μεταβολή της F ως προς το \vec{b} είναι

$$\frac{dF}{d\vec{b}} = \frac{\partial F}{\partial \vec{b}} + \frac{\partial F}{\partial \vec{U}} \frac{d\vec{U}}{d\vec{b}} \quad (18)$$

Στην περίπτωση της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης μορφής ενός οχήματος μια τέτοια συνάρτηση μπορεί να είναι η οπισθέλκουσα δύναμη ή η άνωση που παράγει το αυτοκίνητο. Μεταβλητές κατάστασης είναι οι μεταβλητές του πρωτεύοντος προβλήματος δηλαδή η ταχύτητα και η πίεση σε όλο το υπολογιστικό χωρίο, ενώ μεταβλητές σχεδιασμού είναι οι μεταβλητές που περιγράφουν τη γεωμετρία του οχήματος. Σε κάθε αλλαγή των μεταβλητών σχεδιασμού κατά τη βελτιστοποίηση θα μεταβληθεί το σχήμα του αυτοκινήτου και με τη σειρά τους θα παραχθούν νέα πεδία ταχύτητας και πίεσης γύρω από αυτό. Στη διπλωματική αυτή εργασία, στόχος ήταν η ελαχιστοποίηση της αεροδυναμικής αντίστασης, επομένως αυτή είναι η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, και ορίζεται από τη σχέση

$$F = \int_{S_{tar}} [(p\delta_i^j - \tau_{ij})r_i]n_j dS \quad (19)$$

Στη συνέχεια προστίθεται η συνάρτηση αυτή στα χωρικά ολοκληρώματα των εξισώσεων κατάστασης του προβλήματος οι οποίες στην περίπτωσή μας είναι οι εξισώσεις της ροής, πολλαπλασιασμένες με τις λεγόμενες συζυγείς μεταβλητές. Οι εξισώσεις αυτές ικανοποιούνται σε ολόκληρο το υπολογιστικό χωρίο και, επομένως, η συνεισφορά τους στην αντικειμενική συνάρτηση είναι μηδενική. Εκφράζοντάς τες ως $\vec{R} = \vec{R}(\vec{U}, \vec{b})$ ισχύει ότι $\vec{R} = 0$ σε όλο το υπολογιστικό χωρίο. Λαμβάνεται έτσι η επαυξημένη αντικειμενική συνάρτηση. Στην εξίσωση $F_{aug} = F + \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \int_{\Omega} q R^p d\Omega + \sum_{k=1}^M \int_{\Omega} \Psi_k R^k d\Omega$, Ω είναι το υπολογιστικό χωρίο ενώ u_i είναι οι συζυγείς συνιστώσες της ταχύτητας, q είναι η συζυγής πίεση και Ψ_k οι συζυγείς τυρβώδεις μεταβλητές, όπου $k = 1, M$ ο

αριθμός των εξισώσεων της τύρβης που επιλύονται από το εκάστοτε μοντέλο τύρβης. Η ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ έχει αναπτύξει τη συνεχή συζυγή μέθοδο στην οποία πραγματοποιείται διαφορίση των εξισώσεων της τύρβης για τα μοντέλα τύρβης Spalart-Allmaras, $k - \epsilon$, $k - \omega$ και $k - \omega$ SST [12], [14], [16], [17], [18].

Διαφορίζοντας την επαυξημένη αντικειμενική συνάρτηση (από την οποία, για λόγους συντομίας, αμελείται ο τελευταίος όρος) ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού λαμβάνεται η ολική παράγωγος ως προς \vec{b} και προκύπτει έτσι ότι

$$\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = \frac{\delta F}{\delta b_n} + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} q R^p d\Omega \quad (20)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο τελεστής $\delta()/\delta b_n$ αναφέρεται στην ολική αλλαγή της εκάστοτε ποσότητας λόγω μεταβολής του b_n . Αντίθετα, η μερική παράγωγος $\partial()/\partial b_n$ παριστά τη μεταβολή της εκάστοτε ποσότητας που οφείλεται σε μεταβολή της ροής, λόγω μεταβολής της γεωμετρίας, χωρίς να συνυπολογίζεται η μεταβολή της θέσης του σημείου στο οποίο αναφέρονται οι ποσότητες αυτές. Η σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη είναι η ακόλουθη [12]:

$$\frac{\delta \Phi}{\delta b_n} = \frac{\partial \Phi}{\partial b_n} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_n} \quad (21)$$

Έπειτα από κατάλληλους μαθηματικούς χειρισμούς προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_{S_W} (u_i v_j n_j + \tau_{a,ij} n_j - q n_i) \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_{S_W} (u_j n_j + n_j r_j) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \\ & + \int_{S_W} [-(u_i n_j + r_j n_i)] \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS + \\ & + \int_{S_{W_p}} [n_j r_i \frac{\delta x_k}{\delta b_n} (\frac{\partial p}{\partial x_m} \delta_i^j - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m})] dS + \int_{S_{W_p}} [(p \delta_i^j - \tau_{ij}) r_j] \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \\ & + \int_{S_{W_p}} [(p \delta_i^j - \tau_{ij}) r_j] n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \\ & + \int_{\Omega} \left\{ u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} \right\} \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} \left(-\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega \end{aligned} \quad (22)$$

όπου S_W και S_{W_p} τα στερεά και παραμετροποιημένα όρια του χωρίου αντίστοιχα.

2.2.1 Συζυγείς Πεδιακές Εξισώσεις

Για την αποφυγή υπολογισμού των μερικών παραγώγων των p και u_i ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού στο εσωτερικό του χωρίου λόγω του υψηλού τους κόστους, μηδενίζονται οι αντίστοιχοι συντελεστές και προκύπτουν, έτσι, οι συζυγείς εξισώσεις τις ροής:

$$R^q = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (23)$$

$$R_i^u = u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial (v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (24)$$

2.2.2 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες

Η εξίσωση (22) γίνεται

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_n} = & \int_{S_{W_p}} (u_i v_j n_j + \tau_{a,ij} n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k) \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\ & + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\ & + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} n_i \frac{\delta (dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (25)$$

Στη σχέση (25) υπάρχουν οι όροι της κλίσης πίεσης και ταχύτητας στο όριο του υπολογιστικού χωρίου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού των οποίων το κόστος είναι επίσης υψηλό. Επιδιώκεται επομένως ο μηδενισμός των συντελεστών τους από τον οποίο προκύπτουν οι συζυγείς οριακές συνθήκες, οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω. Εδώ διαφαίνεται το μεγάλο πλεονέκτημα της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, μέσω της οποίας γίνεται δυνατός ο υπολογισμός των ζητούμενων παραγώγων χωρίς να είναι απαραίτητη η επίλυση τόσων συστημάτων εξισώσεων όσες και οι μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος, εφόσον οι συντελεστές των αντίστοιχων όρων μηδενίζονται και παρακάμπτεται ο υπολογισμός τους.

• Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στο Επ'Απειρο Όριο

Στην είσοδο του χωρίου (S_I) ισχύει $\delta v_i / \delta b_n = \partial v_i / \partial b_n = 0$, αφού $\delta x_k / \delta b_n = 0$, οπότε μηδενίζεται το πρώτο ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της εξίσωσης (25). Για να μηδενιστούν το δεύτερο και το τρίτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης τίθενται:

$$u_{\langle n \rangle} = u_j n_j = -\frac{\partial F_{S_I, i}}{\partial p} n_i \quad (26\alpha')$$

$$u_{\langle t \rangle}^I = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (26\beta')$$

$$u_{\langle t \rangle}^{II} = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (26\gamma')$$

όπου τα t_i^I, t_i^{II} είναι οι συνιστώσες του εφαπτόμενου στην επιφάνεια διανύσματος και $u_{\langle t \rangle}^I, u_{\langle t \rangle}^{II}$ είναι οι αντίστοιχες συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας.

Στο όριο εξόδου της ροής (S_O), ισχύει $\delta p / \delta b_n = \delta p / \delta b_n = 0$, οπότε το δεύτερο ολοκλήρωμα της εξίσωσης (25) μηδενίζεται. Το τρίτο ολοκλήρωμα μπορεί να αμεληθεί αν υποτεθεί μία σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας στην επιφάνεια εξόδου. Τέλος, το πρώτο ολοκλήρωμα μπορεί να απαλειφθεί, μηδενίζοντας την ολοκληρωτέα ποσότητα, με αποτέλεσμα να προκύπτουν οι εξής οριακές συνθήκες:

$$u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_O, k}}{\partial v_i} n_k = 0, \quad i = 1, 2, (3) \quad (27)$$

- **Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στα Σταθερά και Παραμετροποιημένα Τοιχώματα του Χωρίου**

Για τα σταθερά τοιχώματα S_W , όπως και για την επιφάνεια S_I ισχύει $\delta x_k / \delta b_n = 0$, οπότε οι συζυγείς συνθήκες που ορίστηκαν στο όριο εισόδου της ροής (26) συνεχίζουν να ισχύουν αρκεί, όπου αναφέρεται η F_{S_I} , να χρησιμοποιηθεί η F_{S_W} .

Για τα παραμετροποιημένα τοιχώματα (S_{W_p}), καθώς έχει επιβληθεί $v_i = 0$, ισχύει $\delta v_i / \delta b_n = 0$. Ωστόσο, καθώς $\delta x_k / \delta b_n \neq 0$, από την εξίσωση (21) προκύπτει η

$$\frac{\partial v_i}{\partial b_n} = -\frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (28)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (28) στο πρώτο ολοκλήρωμα του δεξιού μέλους της εξίσωσης (25), αυτό γράφεται ως

$$\begin{aligned} & \int_{S_{W_p}} (u_i v_j n_j + \tau_{a, ij} n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k) \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS = \\ & - \int_{S_{W_p}} (u_i v_j n_j + \tau_{a, ij} n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k) \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \end{aligned} \quad (29)$$

όρος ο οποίος περιέχεται στην έκφραση της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης. Το δεύτερο και τρίτο ολοκλήρωμα απαλείφονται ικανοποιώντας τις εξισώσεις

$$u_{(n)} = -\frac{\partial F_{S_{W_p,i}}}{\partial p} n_i \quad (30\alpha')$$

$$u_{(t)}^I = \frac{\partial F_{S_{W_p,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (30\beta')$$

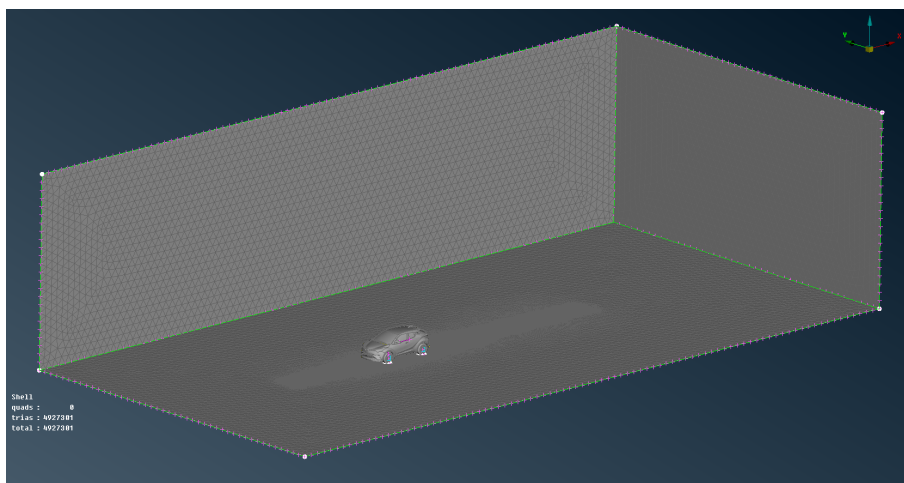
$$u_{(t)}^{II} = \frac{\partial F_{S_{W_p,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p,k}}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (30\gamma')$$

2.3 Γένεση Πλέγματος και Επίλυση των Εξισώσεων

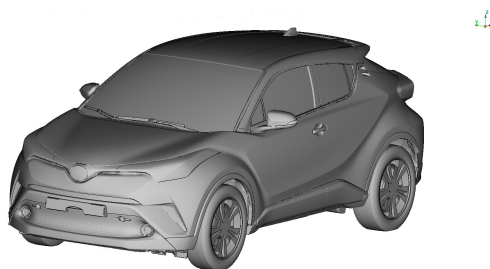
Εφόσον οι προαναφερθείσες ΜΔΕ που διέπουν το πρόβλημα δεν μπορούν να λυθούν αναλυτικά, είναι απαραίτητο να γίνει επίλυση τους σε διακριτή μορφή. Για το σκοπό αυτό, ο χώρος που ορίζεται από τη γεωμετρία του αυτοκινήτου και τις νοητές επιφάνειες που την περιβάλλουν κατακερματίζεται σε μικρότερους όγκους οι οποίοι ονομάζονται κελιά ή κυψέλες. Κάθε κελί ορίζεται από τα σημεία, τις ακμές και τις πλευρές του, τα οποία χαρακτηριστικά του προσδίδουν ένα συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα. Το σύνολο των κελιών αποτελεί το υπολογιστικό πλέγμα. Ανάλογα με τον τύπο και τη διάταξη των κελιών του πλέγματος αυτό μπορεί να χαρακτηριστεί ως πολυεδρικό, τετραεδρικό, καρτεσιανό κ.α. και έχει αντίστοιχες ιδιότητες, προτερήματα και μειονεκτήματα τα οποία το καθιστούν κατάλληλο ή όχι για συγκεκριμένες εφαρμογές. Οι διακριτοποιημένες ΜΔΕ επιλύονται σε κάθε σημείο (ή κόμβο) του υπολογιστικού πλέγματος. Η επίλυση γίνεται με μια παραλλαγή του αλγορίθμου SIMPLE.

Για την επίλυση του παρόντος προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν δυο παραλλαγές του πλέγματος, μια ολόκληρου και μια μισού αυτοκινήτου . ¹

¹Το επιφανειακό πλέγμα κατασκευάστηκε από την BETA CAE.



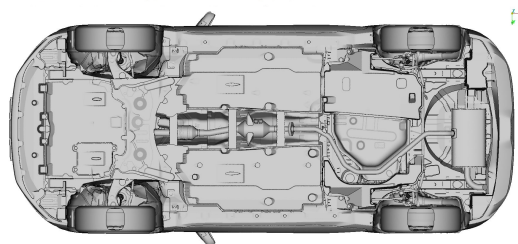
Σχήμα 4: Υπολογιστικό Χωρίο.



(α) Γεωμετρία του οχήματος

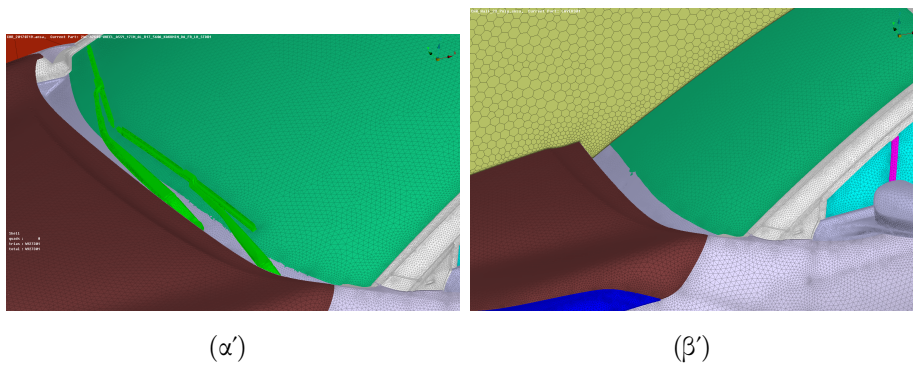


(β') Επιφανειακό πλέγμα



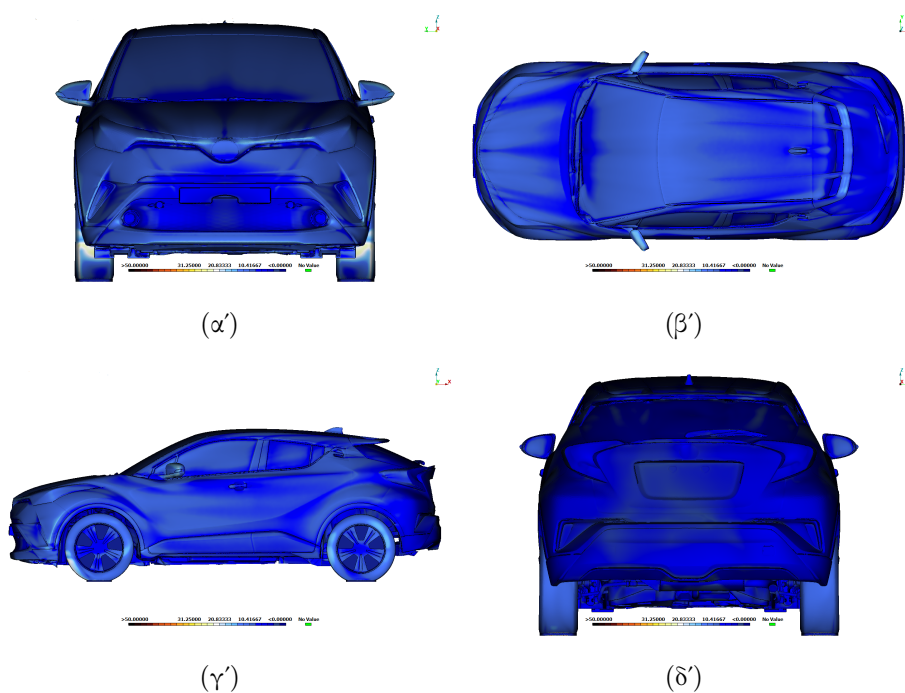
(γ') Κάτω μέρος του οχήματος

Σχήμα 5: Η γεωμετρία του αυτοκινήτου και το επιφανειακό πλέγμα.



Σχήμα 6: Λεπτομέρεια στο εμπρόσθιο τζάμι στο μοντέλο ολόκληρης και μισής γεωμετρίας. Αριστερά - ολόκληρο το αυτοκίνητο με τους βαλοκαθαριστήρες, δεξιά - μισό αυτοκίνητο μετά την αφαίρεση των βαλοκαθαριστήρων.

Η τιμή του y^+ των βαρυκέντρων των κυψελών που είναι σε επαφή με τα στερεά τοιχώματα στο πρόβλημα ήταν κατά μέσο όρο ίση με 25.



Σχήμα 7: y^+ . Πάνω αριστερά - εμπρόσθια όψη, πάνω δεξιά - κάτοψη, κάτω αριστερά - αριστερή όψη, κάτω δεξιά - πίσω όψη.

Οι ΜΔΕ επιλύθηκαν σε διακριτή μορφή με μια παραλλαγή του αλγορίθμου SIMPLE, ενώ ο κώδικας υπολογισμού υπήρχε ήδη προγραμματισμένος. Ο SIMPLE αποτελεί έναν επαναληπτικό αλγόριθμο επίλυσης της ροής, ο οποίος στο OpenFOAM® κάνει χρήση της κεντρο-κυψελικής μεθόδου πεπερασμένων όγκων, σύμφωνα με την οποία ως όγκος ελέγχου λαμβάνεται ο όγκος κάθε κελιού του πλέγματος. Η επίλυση της ροής γίνεται

θεωρώντας αρχικά γνωστό το πεδίο της πίεσης το οποίο είτε προκύπτει στο πρώτο βήμα από κάποια αρχικοποίηση, ή στη συνέχεια από το πεδίο που υπολογίστηκε κατά την προηγούμενη επανάληψη. Με αυτό γίνεται επίλυση της εξίσωσης της ορμής στις τρεις διαστάσεις χωρίς όμως να ικανοποιείται η εξίσωση της συνέχειας και λαμβάνεται το πεδίο της ταχύτητας. Ακολούθως, το πεδίο της πίεσης υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας και με αυτό πραγματοποιείται η διόρθωση του πεδίου της ταχύτητας κατά την επόμενη επανάληψη, καταλήγοντας τελικά στη σύγκλιση του συστήματος των εξισώσεων.

2.4 Μορφοποίηση της Γεωμετρίας

Η χρησιμότητα των υπολογιζομένων παραγώγων ευαισθησίας είναι διττή. Αφενός, με τη γραφική απεικόνιση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς την κάθετη μετατόπιση των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος επάνω στην επιφάνεια του αυτοκινήτου κατασκευάζεται ο χάρτης ευαισθησίας του αυτοκινήτου. Αφετέρου, οι παράγωγοι ευαισθησίας αυτές μπορούν να προβληθούν στα σημεία ελέγχου ογκικών B-Splines με τις οποίες έχει παραμετροποιηθεί το ογκικό και επιφανειακό υπολογιστικό πλέγμα [20]. Στην περίπτωση αυτή, οι μεταβλητές σχεδιασμού του συζυγούς προβλήματος είναι η μετατόπιση των σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines στις τρεις διαστάσεις. Ο μορφοποιητής πλέγματος ο οποίος εκτελεί την αυτοματοποιημένη διαδικασία παραμετροποίησης και μετατόπισης των σημείων του πλέγματος χωρίς την ανάγκη επαναπλεγματοποίησης έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&B/ΕΜΠ. Η χρήση αυτού για τη μορφοποίηση της γεωμετρίας συνίσταται στα παρακάτω βήματα:

- Ο προς βελτιστοποίηση χώρος περιβάλλεται από ένα δομημένο πλέγμα των σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines.
- Παραμετροποιούνται οι κόμβοι του επιφανειακού και ογκικού υπολογιστικού πλέγματος που περιλαμβάνονται στον παραπάνω χώρο σύμφωνα με τα σημεία ελέγχου.
- Τα σημεία ελέγχου των ογκικών B-Splines μετατοπίζονται σύμφωνα με τις υπολογισθείσες παραγώγους ευαισθησίας.
- Οι επιφανειακοί και ογκικοί κόμβοι του CFD πλέγματος μετατοπίζονται σύμφωνα με τη μετατόπιση των σημείων ελέγχου, μεταβάλλοντας το υπολογιστικό πλέγμα.

2.5 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης

Για την εκτέλεση μίας αυτοματοποιημένης διαδικασίας βελτιστοποίησης μορφής, χρησιμοποιείται ο επιλύτης του πρωτεύοντος και συζυγούς προβλήματος μαζί με το λογισμικό μορφοποίησης [20]. Η διαδικασία έχει ως εξής:

1. Ορίζεται ο χώρος που εμπεριέχει την υπό βελτιστοποίηση γεωμετρία. Ορίζεται το πλήθος των σημείων ελέγχου και ο βαθμός των συναρτήσεων βάσης με βάση τα παραπάνω. Έτσι δημιουργείται το δομημένο πλέγμα των σημείων ελέγχου.
2. Προσδιορίζονται τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος που εμπεριέχονται στο πλέγμα των σημείων ελέγχου. Για αυτά τα σημεία υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες.
3. Υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες των σημείων που βρέθηκαν κατά το βήμα 2.
4. Επίλύονται οι εξισώσεις ροής.
5. Υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.
6. Επίλύονται οι συζυγείς εξισώσεις.
7. Υπολογίζεται η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τους επιφανειακούς κόμβους τους πλέγματος $\frac{\delta F}{\delta x_m}$ (surface sensitivities).
8. Οι παράγωγοι αυτές προβάλλονται στα σημεία ελέγχου των ογκικών B-Splines με σκοπό τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας ως προς αυτά.
9. Ανανεώνονται οι θέσεις των σημείων ελέγχου με τη μέθοδο της απότομης καθόδου.
10. Υπολογίζονται οι νέες θέσεις των επιφανειακών και ογκικών κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος χρησιμοποιώντας τις ήδη υπολογισμένες παραμετρικές τους συντεταγμένες.
11. Επιστροφή στο βήμα 4.

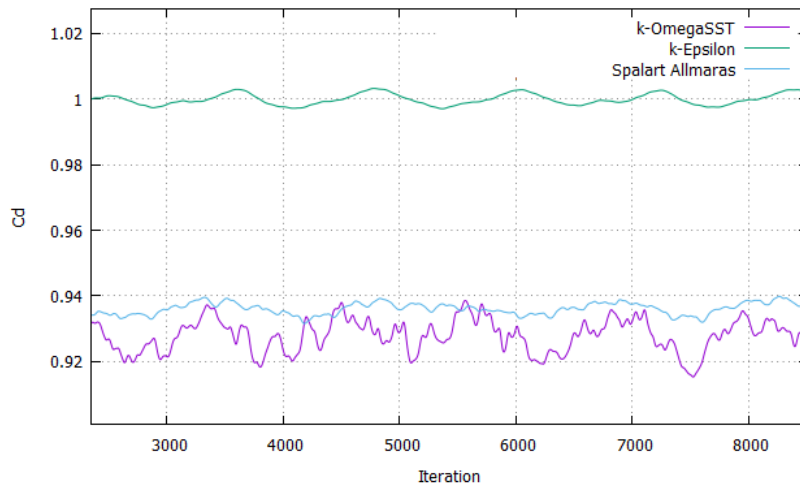
3 Αποτελέσματα της Επίλυσης της Ροής

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων της επίλυσης της ροής, ή αλλιώς του πρωτεύοντος προβλήματος. Θα γίνει σύγκριση και σύντομος σχολιασμός των πεδίων που προέκυψαν από την επίλυση των τριών μοντέλων τύρβης.

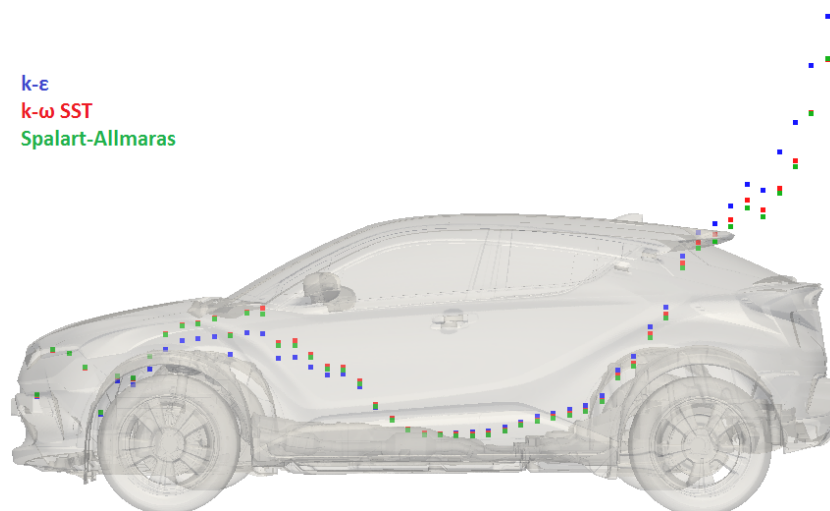
3.1 Σύγκριση των Τριών Μοντέλων Τύρβης

Το κάθε μοντέλο τύρβης χαρακτηρίζεται από ορισμένα βασικά στοιχεία τα οποία το καθιστούν κατάλληλο ή όχι για συγκεκριμένες εφαρμογές, συνθήκες και προβλήματα. Από την εργασία αυτή φάνηκε ότι οι λύσεις που προέκυψαν από τα δύο εκ των τριών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αρκετά ακριβείς και κοντά στις πειραματικές

μετρήσεις. Αυτά ήταν το $k - \omega$ SST και το Spalart-Allmaras. Το μοντέλο $k - \epsilon$, από την άλλη, φαίνεται να υστερεί έναντι των άλλων δύο σε ότι αφορά την ακριβή πρόλεξη της αποκόλλησης και άλλων σημαντικών φαινομένων που συμβάλλουν στην εξέλιξη της ροής. Η ομοιότητα των πεδίων που προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος με χρήση των μοντέλων $k - \omega$ SST και Spalart-Allmaras είναι εμφανής και, όπως είναι αναμενόμενο, αντικατοπτρίζεται και στο συντελεστή αντίστασης που υπολογίστηκε από αυτά.²



Σχήμα 8: Σύγκριση των κανονικοποιημένων συντελεστών αντίστασης των τριών μοντέλων τύρβης. Τα αποτελέσματα έχουν κανονικοποιηθεί ως προς τη μέση τιμή του C_D που υπολογίστηκε από το μοντέλο $k - \epsilon$.

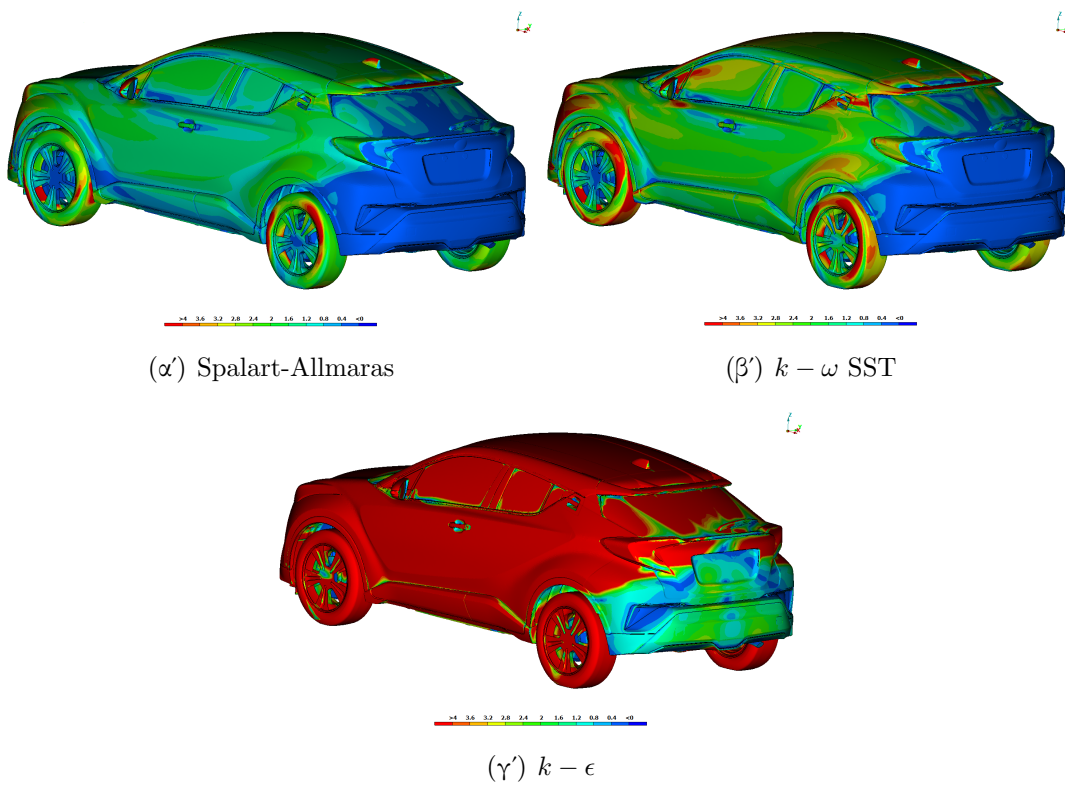


Σχήμα 9: Σύγκριση του τοπικού συντελεστή αντίστασης των τριών μοντέλων τύρβης. Ο τοπικός συντελεστής αντίστασης δείχνει τη συνεισφορά του κάθε τμήματος του αυτοκινήτου κατά τον διαμήκη του άξονα, στην οπισθέλκουσά του.

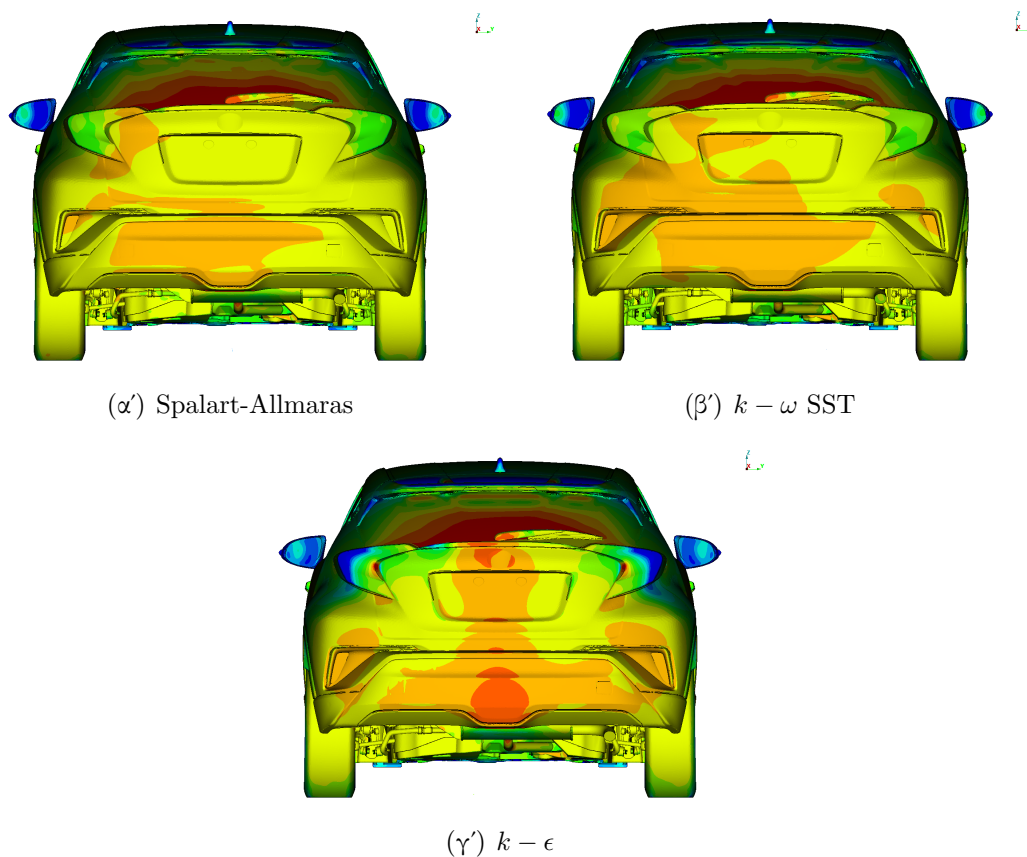
²Όλα τα αποτελέσματα έχουν κανονικοποιηθεί κατάλληλα για λόγους εμπιστευτικότητας.

Στο σχήμα 9 φαίνεται ο τοπικός συντελεστής αντίστασης κατά μήκος του αυτοκινήτου, ο οποίος προκύπτει εάν η ολοκλήρωση των τάσεων που ασκούνται στην επιφάνεια δεν γίνει γύρω από τη συνολική επιφάνεια του αυτοκινήτου αλλά σε ισομήκη μικρά πλάτους διαστήματα κατά το διαμήκη του άξονα. Από τον συντελεστή αυτό, μπορούν να εντοπιστούν οι περιοχές κατά μήκος του αυτοκινήτου που συμβάλλουν περισσότερο στην αύξηση της οπισθέλκουσάς του. Στο σχήμα αυτό, το μοντέλο $k - \epsilon$ φαίνεται να υπολογίζει χαμηλότερες απώλειες λόγω αντίστασης στην περιοχή που το καπό ενώνεται με το εμπρόσθιο τζάμι (ανεμοθώρακα) και τους πυλώνες που ενώνουν το καπό με την οροφή, ενώ υπολογίζει μεγαλύτερο συντελεστή αντίστασης στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου, σε σχέση με τα άλλα δύο μοντέλα. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο αυτό υπολογίζει με μικρότερη ακρίβεια την αποκόλληση της ροής –και συγκεκριμένα μειωμένα σε σχέση με τα άλλα δυο– στη συγκεκριμένη εφαρμογή. Το τελικό C_D που υπολογίστηκε από το $k - \epsilon$ είναι περίπου 7% μεγαλύτερο από τα άλλα δύο μοντέλα.

Η υψηλότερη τιμή του συντελεστή αντίστασης όπως υπολογίστηκε από το μοντέλο $k - \epsilon$ εξηγείται και από τα σχήματα 10 και 11, στα οποία φαίνεται η διατμητική τάση στην επιφάνεια του αυτοκινήτου και η στατική πίεση στο πίσω μέρος του αντίστοιχα. Χαρακτηριστικά ξεχωρίζει το μοντέλο $k - \epsilon$ σύμφωνα με το οποίο η διατμητική τάση στον τοίχο λαμβάνει αρκετά υψηλότερες τιμές. Η συνεισφορά όμως της τάσης λόγω συνεκτικότητας στον υπολογισμό της οπισθέλκουσας είναι περίπου μια τάξη μεγέθους μικρότερη από αυτήν της στατικής πίεσης. Έτσι, παρότι η διατμητική τάση στον τοίχο είναι αρκετά υψηλότερη, αυτό δεν αντικατοπτρίζεται πλήρως στο υπολογιζόμενο C_D . Η χαμηλότερη πίεση, όμως, στο πίσω μέρος σε σχέση με τα δύο άλλα μοντέλα, όπως φαίνεται από το μπλέ χρώμα στα πίσω φανάρια του αυτοκινήτου στο σχήμα 11(γ'), συμβάλλει σημαντικά στην αύξηση της οπισθέλκουσας.



Σχήμα 10: Διατμητική τάση στην επιφάνεια του αυτοκινήτου.



Σχήμα 11: Στατική πίεση στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου. Φαίνεται η χαμηλότερη στατική πίεση όπως υπολογίσθηκε από το μοντέλο $k - \epsilon$ που δικαιολογεί τη χαμηλότερη τιμή του C_D από αυτό το μοντέλο.

3.2 Εκτέλεση Πειράματος σε Αεροσήραγγα

Μετά την εκτέλεση των προσομοιώσεων της ροής με CFD και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων τόσο μεταξύ τους όσο και με τα θεωρητικά αναμενόμενα πεδία γύρω από το αυτοκίνητο από τη βιβλιογραφία [1], [2], [3], επόμενο στάδιο της επιβεβαίωσης των αποτελεσμάτων ήταν η σύγκρισή τους με πειραματικές μετρήσεις. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν πειράματα σε αεροσήραγγα. Δεδομένου του ότι η τελευταία δεν διέθετε μοντελοποίηση του κινούμενου εδάφους, τα CFD τρεξίματα επαναλήφθησαν με ακίνητο έδαφος αυτή τη φορά και υψηλότερη ταχύτητα εισόδου, ίση με αυτή του πειράματος. Τα συμπεράσματα της σύγκρισης κατέληξαν στο ότι τα μοντέλα $k - \omega$ SST και Spalart-Allmaras πλησιάζουν με αρκετά ικανοποιητική ακρίβεια τα πειραματικά αποτελέσματα.

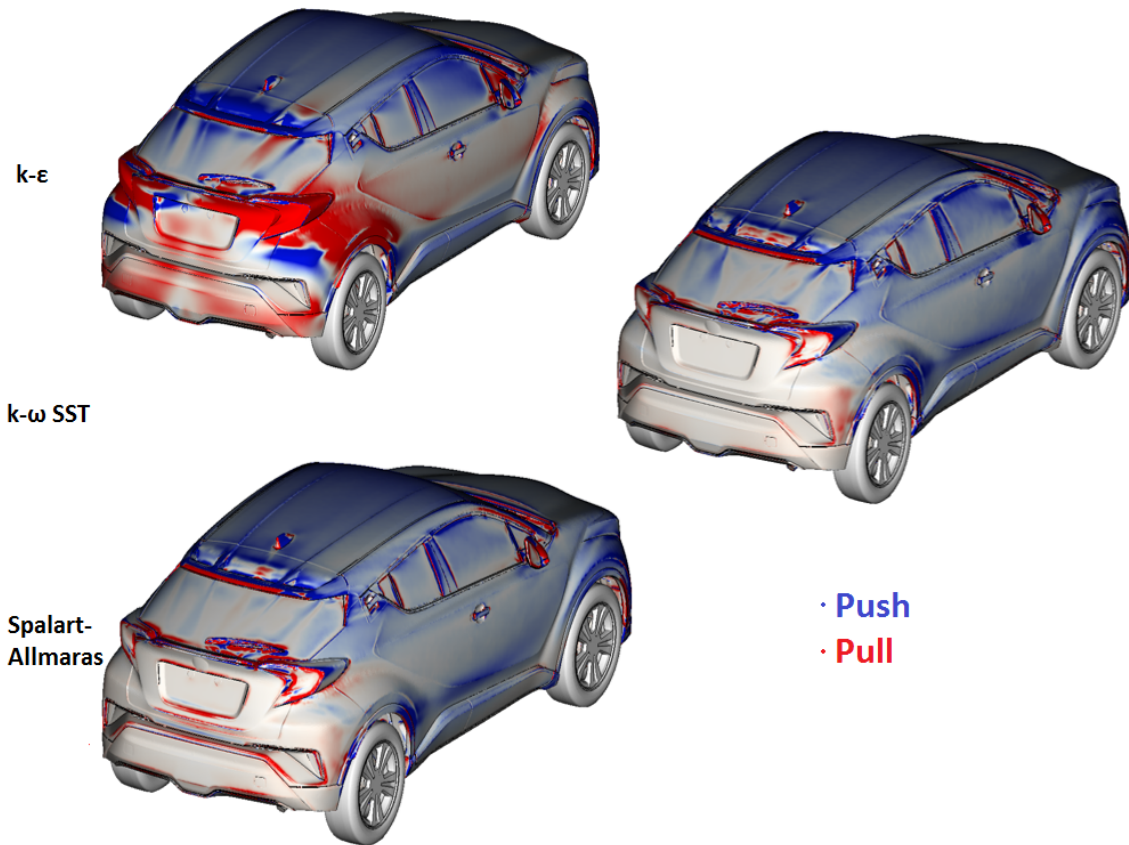
4 Επίλυση του Συζυγούς Προβλήματος

4.1 Χάρτες Ευαισθησίας

Με βάση τα πεδία που προέκυψαν από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος με χρήση των τριών μοντέλων τύρβης έγινε επίλυση του συζυγούς προβλήματος. Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2 είναι δυνατόν να υπολογισθεί η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς την κάθετη μετατόπιση των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος. Γραφική απεικόνιση των παραπάνω παραγώγων επάνω στην επιφάνεια του οχήματος συνθέτει τον χάρτη ευαισθησίας του προβλήματος. Είναι προφανές ότι, ως απόρροια τριών διαφορετικών μεταξύ τους πεδίων ταχύτητας και πίεσης από τα τρία μοντέλα τύρβης, προκύπτουν αντίστοιχα τρία διαφορετικά πεδία συζυγών ταχυτήτων και πιέσεων και, άρα, τρεις διαφορετικοί χάρτες ευαισθησίας.

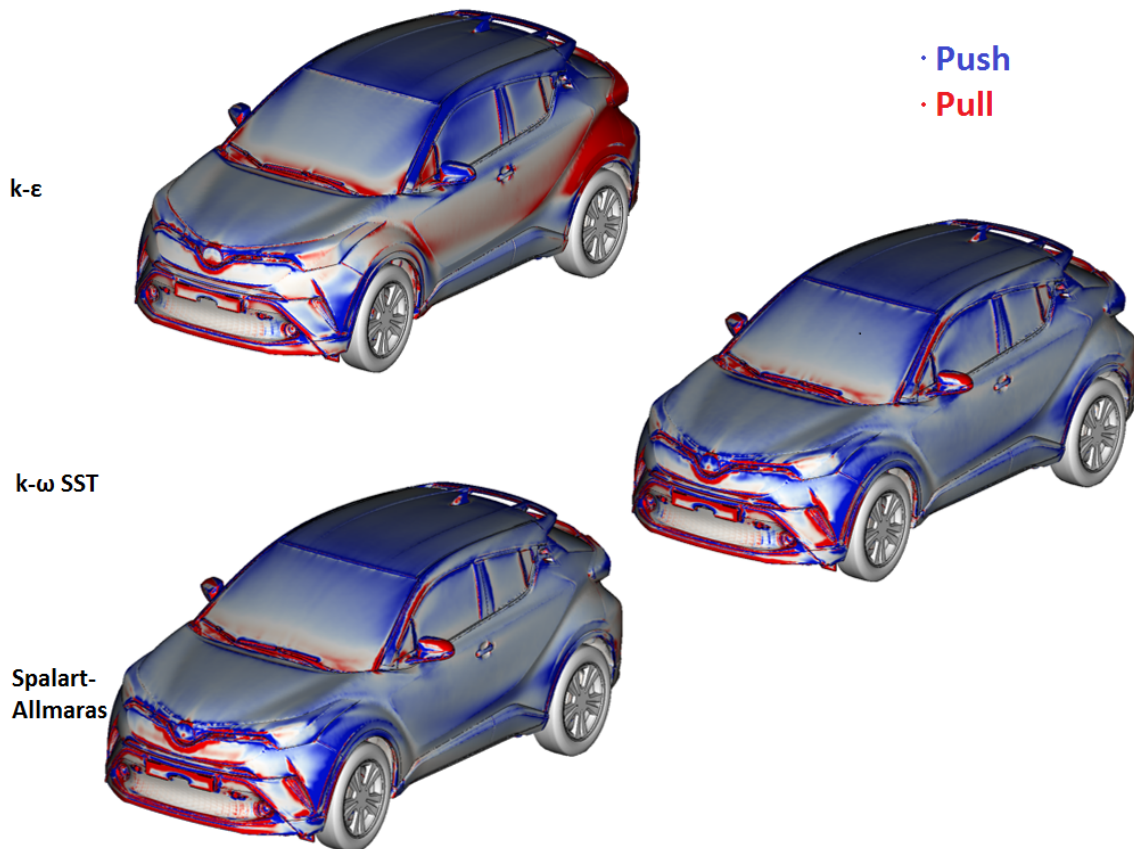
4.1.1 Σύγκριση των Τριών Χαρτών Ευαισθησίας

Ομοίως με το πρωτεύον πρόβλημα, ορισμένες βασικές παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν με ένα πρώτο έλεγχο των τριών χαρτών, η βασική εκ των οποίων είναι η διαφορά του χάρτη ευαισθησίας που προέκυψε από το μοντέλο τύρβης $k-\epsilon$ σε σχέση με τους άλλους δύο. Στο σχήμα 12 φαίνεται η πλάγια πίσω όψη των τριών χαρτών ευαισθησίας, όπου με μπλέ είναι χρωματισμένες οι περιοχές που πρέπει να μετακινηθούν προς τα μέσα και κόκκινες οι περιοχές που πρέπει να "τραβηχθούν" προς τα έξω. Προς τα μέσα ορίζεται η κατεύθυνση από το ρευστό προς το στερεό όριο.



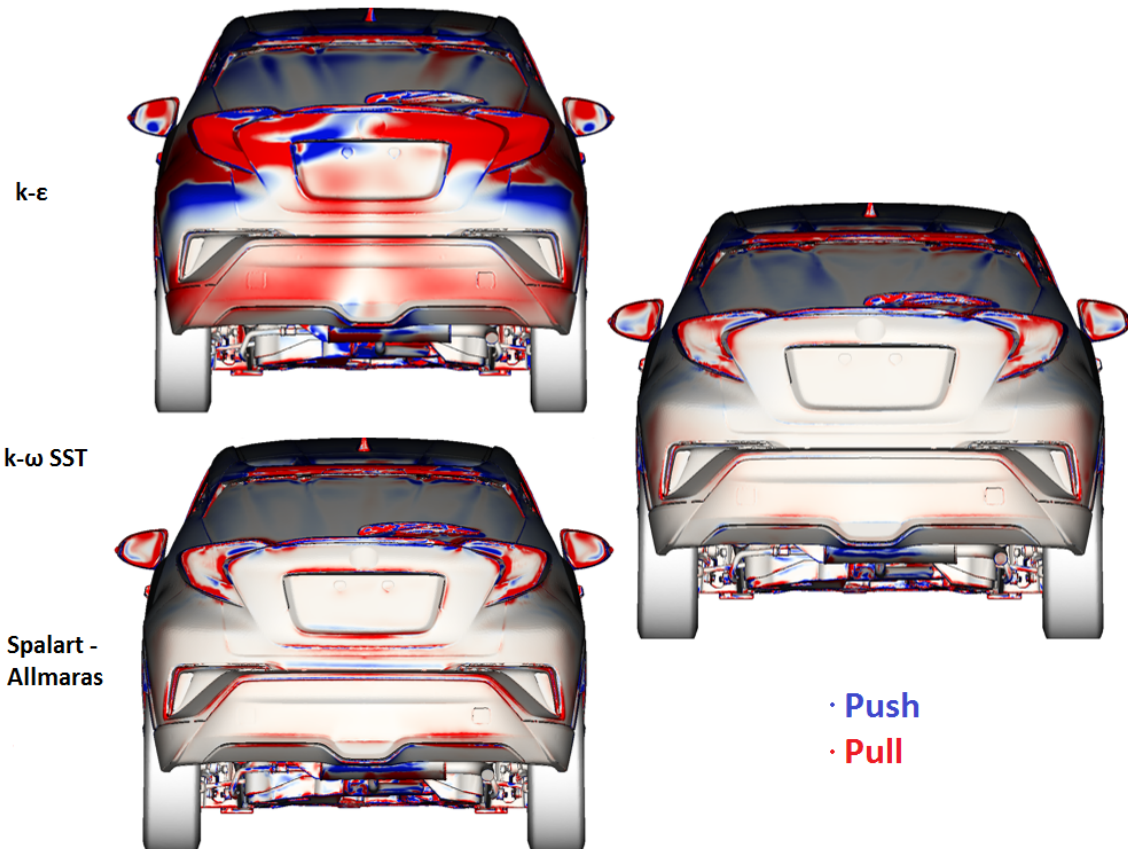
Σχήμα 12: Σύγκριση των χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης - Πίσω πλάγια όψη.

Ποσοτικές διαφορές στο μέτρο της υπολογιζόμενης παραγωγού είναι υπαρκτές στο σύνολο της επιφάνειας του οχήματος και μεταξύ του συνόλου των χαρτών ευαισθησίας των τριών μοντέλων. Οι ποιοτικές όμως διαφορές, –οι οποίες εμφανίζονται μόνο μεταξύ του μοντέλου k-ε και των άλλων δύο– είναι συγκεντρωμένες στα πλαινά μέρη του οχήματος και, κυρίως, στο πίσω μέρος του, εκεί δηλαδή που εμφανίζονται έντονα τυρβώδη συνεκτικά φαινόμενα και αποκόλληση της ροής.



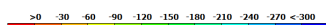
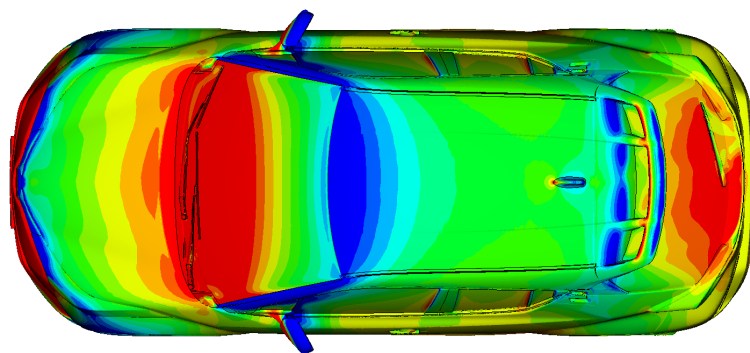
Σχήμα 13: Σύγκριση των χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης - Εμπρόσθια πλάγια όψη.

Μια άλλη παρατήρηση που μπορεί να γίνει πάνω στους χάρτες ευαισθησίας είναι ότι οι παράγωγοι του μοντέλου $k - \epsilon$ είναι πολύ πιο έντονοι (λαμβάνουν υψηλότερες τιμές) στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου σε σχέση με τα άλλα δύο, που σημαίνει ότι όποια αλλαγή στο σχήμα του αυτοκινήτου πραγματοποιηθεί σε εκείνη την περιοχή, θα επιφέρει μεγάλη μεταβολή στο συντελεστή αντίστασης. Αυτό συμβαίνει διότι η ροή (όπως γίνεται εμφανές από το σχήμα 10) αποκολλάται και επαναπροσκολλάται σε μεγάλο εύρος του πίσω μέρους του αυτοκινήτου σύμφωνα με το μοντέλο τύρβης αυτό. Εκεί που λαμβάνει χώρα η αποκόλληση είναι και εκεί που αναμένεται να είναι και πιο μεγάλες οι τιμές των παραγώγων.

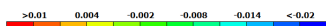
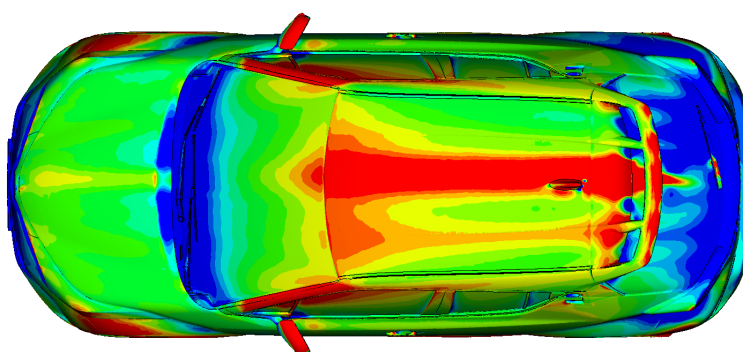


Σχήμα 14: Σύγκριση των χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης - Πίσω όψη.

Καταλήγοντας, αξίζει να αναφερθεί η έντονη ασυμμετρία του χάρτη ευαισθησίας από το μοντέλο τύρβης $k - \epsilon$, η οποία ακολουθεί το μοτίβο του πρωτεύοντος προβλήματος του οποίου τα πεδία είναι επίσης μη-συμμετρικά ως προς το XZ επίπεδο. Μπορεί μάλιστα να γίνει ο ισχυρισμός ότι τα συζυγή πεδία οξύνουν την όποια ασυμμετρία μπορεί να υπάρχει στα πεδία που προκύπτουν από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος. Αυτό διαφαίνεται και στο σχήμα 15, όπου στο πάνω μέρος φαίνεται, σε κάτοψη, η στατική πίεση στην επιφάνεια του αυτοκινήτου ενώ, στο κάτω μέρος, η συζυγής πίεση, μεταξύ των οποίων παρατηρείται αύξηση της ασυμμετρίας.



(α') Στατική πίεση



(β') Συζυγής πίεση

Σχήμα 15: Σύγκριση των κατανομών στατικής και συζυγούς πίεσης - Κάτοψη - μοντέλο τύρβης Spalart Allmaras.

5 Βελτιστοποίηση Μορφής του Αυτοκινήτου μέσω CFD

Κατόπιν της δημιουργίας και ανάλυσης των χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης έγινε εντοπισμός των περιοχών που φαίνεται να έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση στη μείωση του συντελεστή αντίστασης. Αυτό οδήγησε στην επιλογή ορισμένων περιοχών οι οποίες μορφοποιήθηκαν και βελτιστοποιήθηκαν με τον μορφοποιητή πλέγματος της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Τα αποτελέσματα μίας βελτιστοποίησης θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

Όπως έχει ήδη γίνει σχετική αναφορά, ο μορφοποιητής του πλέγματος ο οποίος λειτουργεί αυτοματοποιημένα σε συνδυασμό με τον επιλύτη του πρωτεύοντος και συζυγούς

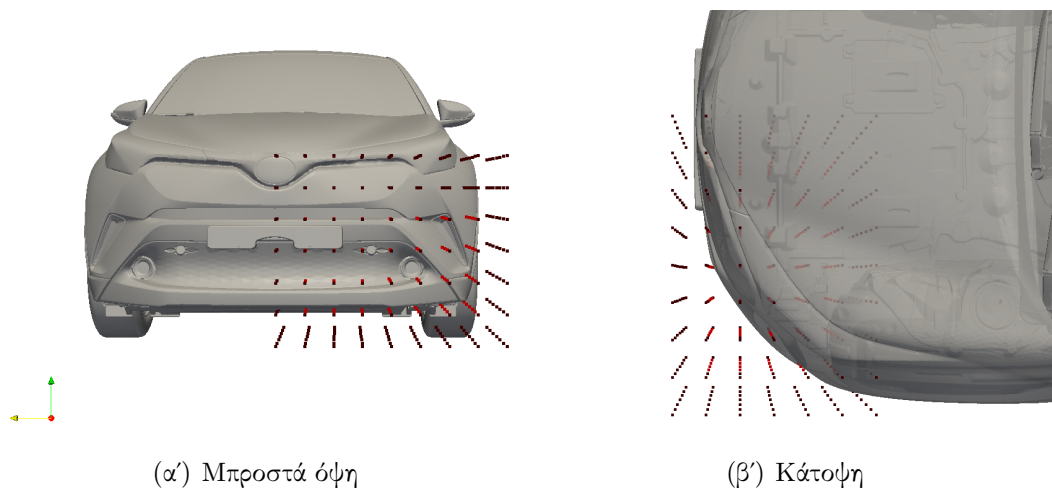
προβλήματος απαιτεί ορισμένες βασικές ρυθμίσεις από την πλευρά του χρήστη. Ακολουθώντας, έπειτα από κάθε μεταβολή του πλέγματος εκτελείται κατάλληλος έλεγχος για την ποιότητα του παραγόμενου πλέγματος.

Οι ρυθμίσεις που απαιτούνται από την πλευρά του χρήστη αφορούν τα εξής:

- Αριθμός των σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines σε κάθε κατεύθυνση.
- Βαθμός των συναρτήσεων βάσης
- Προαιρετικός περιορισμός της μετακίνησης συγκεκριμένων σημείων ελέγχου προς συγκεκριμένες κατευθύνσεις.

Η τελευταία παράμετρος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για εφαρμογές βελτιστοποίησης μορφής, τόσο για προβλήματα εξωτερικής όσο και εσωτερικής αεροδυναμικής. Περιορισμοί σχεδιασμού σε εξωτερική αεροδυναμική ή γεωμετρικών προδιαγραφών σε εσωτερική αεροδυναμική αφήνουν πολλές φορές ελάχιστα περιθώρια μεταβολής της γεωμετρίας. Εξυπακούεται ότι, στις περιπτώσεις αυτές, επιβάλλονται συγκεκριμένοι περιορισμοί στην κίνηση των σημείων ελέγχου για τον βέλτιστο έλεγχο της τελικής γεωμετρίας.

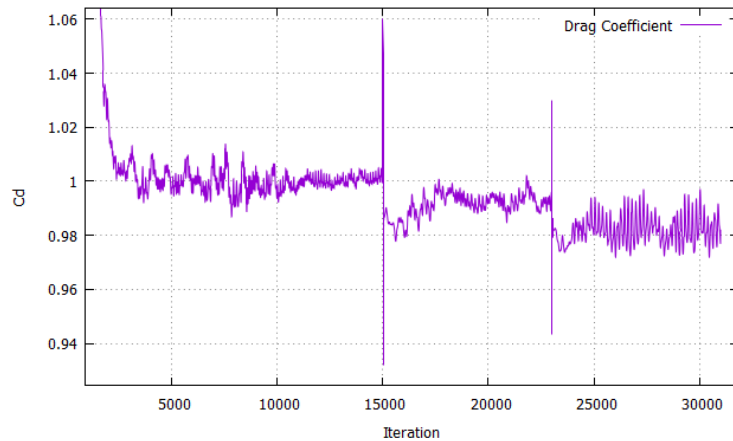
Στη βελτιστοποίηση που θα ακολουθεί χρησιμοποιήθηκαν δύο κουτιά ελέγχου –δηλαδή δομημένα πλέγματα σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines– που παραμετροποιούν την επιφάνεια του οχήματος στην περιοχή του εμπρόσθιου προφυλακτήρα. Συνολικά αποτελούνταν από 7X9X7 σημεία ελέγχου ενώ οι συναρτήσεις βάσης ήταν τρίτου βαθμού και στις τρεις διευθύνσεις. Το πλέγμα ελέγχου των σημείων ελέγχου φαίνεται παρακάτω στα σχήματα 16(α') και 16(β'). Το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήθηκε ήταν το Spalart-Allmaras.



Σχήμα 16: Δομημένο πλέγμα σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines.

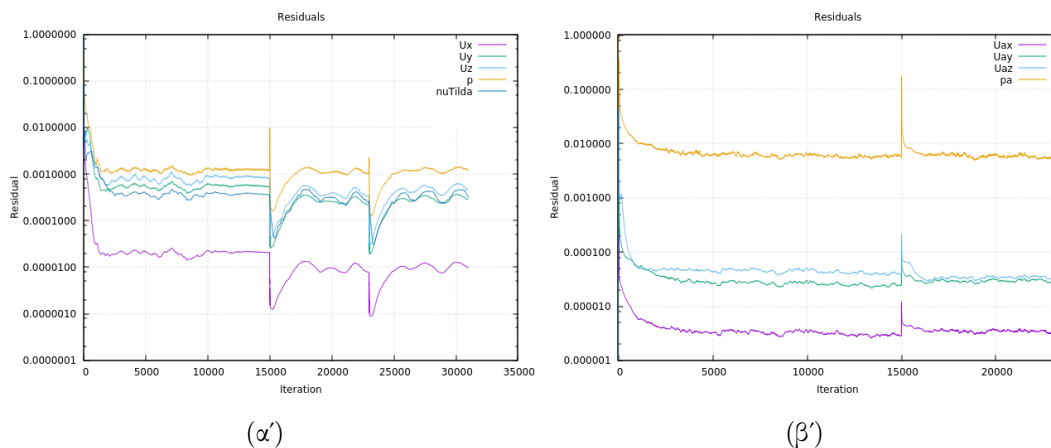
Πραγματοποιήθηκαν δύο κύκλοι βελτιστοποίησης με σχήματα διακριτοποίησης δεύτε-

ρης τάξης τόσο για τις εξισώσεις του πρωτεύοντος όσο και για αυτές του συζυγούς προβλήματος. Η συνολική μείωση του συντελεστή αντίστασης ήταν της τάξης του 2%, όπως φαίνεται παρακάτω στο σχήμα 17.



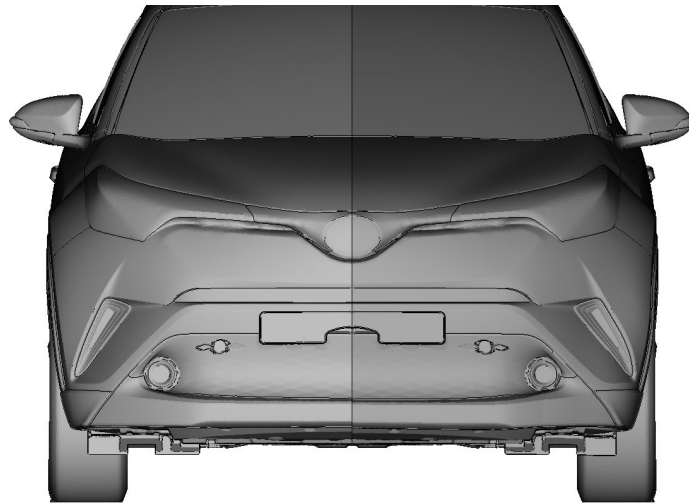
Σχήμα 17: Διάγραμμα σύγκλισης του συντελεστή αντίστασης κατά τις επαναλήψεις του επαναληπτικού αλγορίθμου επίλυσης.

Ακόμη, η σύγκλιση των εξισώσεων του πρωτεύοντος και συζυγούς προβλήματος φαίνεται στα σχήματα 18(β') και 18(α') που ακολουθούν.

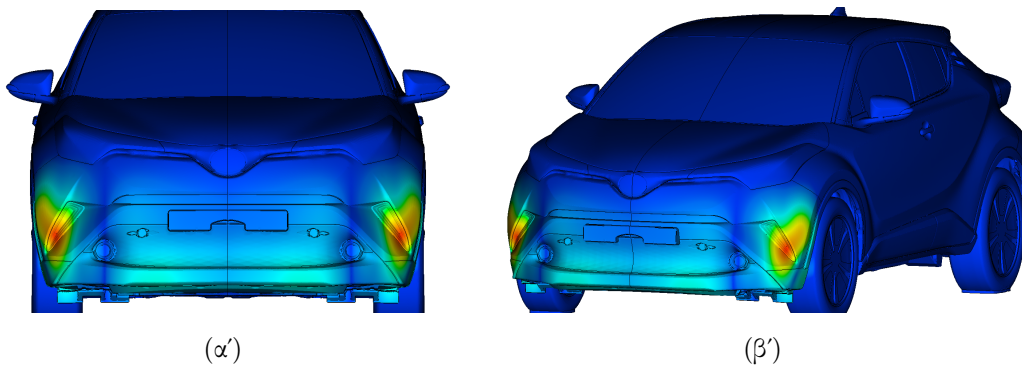


Σχήμα 18: Διάγραμμα σύγκλισης των εξισώσεων της ροής (αριστερά) και των συζυγών εξισώσεων (δεξιά) κατά τη βελτιστοποίηση.

Η τελική γεωμετρία φαίνεται παρακάτω στο σχήμα 19, ενώ στο σχήμα 20 φαίνεται χρωματισμένη κατάλληλα η επιφάνεια του οχήματος ανάλογα με το μέτρο της μετατόπισης των επιφανειακών σημείων του πλέγματος. Στο σχήμα αυτό, με κόκκινο φαίνονται χρωματισμένες οι περιοχές οι οποίες παραμορφώθηκαν περισσότερο ενώ με μπλέ αυτές που παρέμειναν πρακτικά ακίνητες.



Σχήμα 19: Σύγκριση αρχικής και βελτιωμένης γεωμετρίας - Μπροστά όψη - Βελτιωμένη γεωμετρία στα δεξιά του σχήματος.



Σχήμα 20: Ένταση της κίνησης των σημείων της επιφάνειας του αυτοκινήτου κατά τη βελτιστοποίηση. Αριστερά - εμπρόσθια όψη. Δεξιά - πλάγια εμπρόσθια όψη.

Το τελικό σχήμα είναι αρκετά ομαλό χωρίς ατέλειες ή ασυνέχειες ενώ η μέγιστη μετατόπιση του πλέγματος ήταν περίπου 2 εκατοστά.

6 Ανακεφαλαίωση–Συμπεράσματα

Στη διπλωματική αυτή εργασία πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση μορφής ενός επιβατικού αυτοκινήτου με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, η οποία έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, με στόχο την ελαχιστοποίηση του συντελεστή αντίστασής του.

Αρχικά πραγματοποιήθηκε ανάλυση της ροής γύρω από το υπό εξέταση αυτοκίνητο στο περιβάλλον ανοιχτού λογισμικού OpenFOAM®. Το πρόβλημα διέπεται από τις

εξισώσεις RANS για ασυμπίεστο ρευστό και χρονικά μόνιμη, τυρβώδη ροή, ενώ η επίλυση τους έγινε με χρήση μίας παραλλαγής του επαναληπτικού αλγορίθμου SIMPLE. Έγινε χρήση τριών μοντέλων τύρβης, του $k - \epsilon$, του $k - \omega$ SST και του Spalart-Allmaras και σύγκριση των αποτελεσμάτων με βάση την ακρίβεια του καθενός στην ακριβή πρόλεξη του συντελεστή αντίστασης και των πεδίων ταχύτητας, πίεσης και τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας. Παράλληλα, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων με μετρήσεις από πειράματα τα οποία διεξήχθησαν σε αεροσήραγα. Αποτέλεσμα της σύγκρισης ήταν ότι το μοντέλο $k - \epsilon$ υστερεί των άλλων δύο σε ότι αφορά τα παραπάνω σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής, ενώ ο συντελεστής αντίστασης από το μοντέλο αυτό ήταν 7% υψηλότερος από τα άλλα δύο.

Στη συνέχεια, με βάση τις λύσεις των τριών μοντέλων ακολούθησε επίλυση του συζυγούς προβλήματος. Έγινε υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας, των παραγώγων δηλαδή της οπισθέλκουσας του αυτοκινήτου ως προς την κάθετη μετατόπιση των επιφανειακών κόμβων του πλέγματος και, στη συνέχεια, δημιουργία των αντίστοιχων χαρτών ευαισθησίας. Έγινε σύγκριση των χαρτών ευαισθησίας από τα τρία μοντέλα τύρβης και στη συνέχεια, σύμφωνα με αυτούς, επιλέχθηκαν και βελτιστοποιήθηκαν μεμονωμένες περιοχές του αυτοκινήτου. Πέραν αυτού, στο πλήρες κείμενο της εργασίας αυτής σχολιάστηκαν θέματα που σχετίζονται με τη σύγκλιση και την ευστάθεια κατά την αριθμητική επίλυση του συζυγούς προβλήματος, τη συμμετρία των αποτελεσμάτων και την ακρίβεια των υπολογισμών. Σύγκριση των χαρτών ευαισθησίας οι οποίοι κατασκευάστηκαν έπειτα από επίλυση του προβλήματος ροής με πρώτης και δεύτερης τάξης ακρίβειας σχήματα διακριτοποίησης έδειξε ότι η τελευταία παίζει σημαντικό ρόλο στον ακριβή υπολογισμό των παραγώγων και μπορεί να οδηγήσει ακόμα και σε λανθασμένο πρόσημο αυτών. Η λήψη μέσων τιμών πάνω σε σημαντικό αριθμό επαναλήψεων της λύσης του πρωτεύοντος προβλήματος -αφότου ο επαναληπτικός αλγόριθμος έχει συγκλίνει- αποδείχθηκε να συμβάλλει στην αύξηση της συμμετρίας της λύσης καθώς επίσης και στη σύγκλιση του συζυγούς προβλήματος. Τέλος, το συζυγές πρόβλημα φάνηκε να ενισχύει την όποια ασυμμετρία υπάρχει στο πρωτεύον πρόβλημα καθώς επίσης και τις διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων από τα τρία μοντέλα τύρβης.

Τέλος, με βάση τις ενδείξεις από τους χάρτες ευαισθησίας επιλέχθηκαν αποσπασματικά περιοχές του αυτοκινήτου με υψηλή ευαισθησία ως προς τη μείωση του συντελεστή αντίστασης και βελτιστοποιήθηκαν με χρήση του αυτόματου λογισμικού μορφοποίησης, το οποίο έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ακόμη και μικρός αριθμός κύκλων και περιορισμένη μετακίνηση των επιφανειακών κόμβων οδηγεί σε αξιοσημείωτη μείωση του συντελεστή αντίστασης. Βελτιστοποίηση του εμπρόσθιου προφυλακτήρα κατέληξε σε 2% μείωση του C_D με μέγιστη μετατόπιση των σημείων του CFD πλέγματος μικρότερη των 2cm. Επισημαίνεται ότι, στο πλαίσιο της διπλωματικής αυτής εργασίας έγινε επέκταση του λογισμικού μορφοποίησης σε ότι αφορά την ελευθερία κίνησης των σημείων ελέγχου των ογκικών B-Splines.

Αναφορές

- [1] D. Hummel, *On the vortex formation over a slender wing at large angles of incidence*, AGARD-CP-247, Paper 15, 1978.
- [2] S.r Ahmed, G. Ram, G. Faltin, *Some salient features of the time averaged ground vehicle wake*, Dokumentation Kraftfahrtwesen e.V. 1984.
- [3] J. D. Anderson, Jr. *Fundamentals of Aerodynamics, Second Edition*. McGraw-Hill, 1991.
- [4] W. Anderson, V. Venkatakrisnan, *Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation.*, Institute for Computer Applications in Science and Engineering (ICASE), 1997.
- [5] P. R. Spalart, S. R. Allmaras, *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, U.S.A. , 1992.
- [6] F. R. Menter, *Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows*, AIAA Fluid Dynamics Conference, Orlando, FL, U.S.A. , 1993.
- [7] F. R. Menter, *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*, AIAA Journal, Vol. 32, No.8, 1994.
- [8] D. C. Wilcox, *Formulation of the $k-\omega$ Turbulence Model Revisited*, AIAA Journal, Vol 46, No 11, 2008.
- [9] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Harlow, England: Pearson Education Ltd, 2007.
- [10] W. P. Jones, B. E. Launder, *The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 15, Issue 2, 1972.
- [11] B. E. Launder, B. I. Sharma, *Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc*, *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, Issue 2, 1974.
- [12] E.M. Papoutsis–Kiachagias, *Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape or Topology Optimization and Robust Design*. PhD Thesis, NTUA, 2013.
- [13] K.C. Giannakoglou, D.I. Papadimitriou, E.M. Papoutsis–Kiachagias, C. Othmer, *Adjoint methods in CFD-based optimization - Gradient computation & beyond*. ECCOMAS 2012–European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, pp. 8523-8539, 2012.

- [14] E.M. Papoutsis–Kiachagias, K.C. Giannakoglou, C. Othmer, *Adjoint wall functions: Validation and application to vehicle aerodynamics Authors of Document..* 11th World Congress on Computational Mechanics, WCCM 2014, 5th European Conference on Computational Mechanics, ECCM 2014 and 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECFD 2014, pp. 7593-7604, 2014.
- [15] K.C. Giannakoglou, D.I. Papadimitriou, E.M. Papoutsis–Kiachagias, I.S. Kavvadias, *Adjoint methods for shape optimization and robust design in fluid mechanics.* OPT-i 2014 - 1st International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization, Proceedings, pp. 2252-2265, 2014.
- [16] E.M. Papoutsis–Kiachagias, K.C. Giannakoglou, *Continuous Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape and Topology Optimization: Industrial Applications,* Archives of Computational Methods in Engineering, Volume 23, Issue 2, pp 255–299, 2014.
- [17] E.M. Papoutsis–Kiachagias, A.S. Zymaris, I.S. Kavvadias, D.I. Papadimitriou, K.C. Giannakoglou *The continuous adjoint approach to the k - ϵ Turbulence model for shape optimization and optimal active control of turbulent flows.* Engineering Optimization, 47 (3), pp. 370-389, 2015.
- [18] I.S. Kavvadias, E.M. Papoutsis–Kiachagias, G. Dimitrakopoulos, K.C. Giannakoglou, *The continuous adjoint approach to the k - ω SST turbulence model with applications in shape optimization.* Engineering Optimization, 47 (11), pp. 1523-1542, 2015.
- [19] E.M. Papoutsis–Kiachagias, N. Magoulas, J. Mueller, C. Othmer, K.C. Giannakoglou, *Noise reduction in car aerodynamics using a surrogate objective function and the continuous adjoint method with wall functions.* Computers and Fluids, 122, pp. 223-232, 2015.
- [20] E.M. Papoutsis–Kiachagias, K.C. Giannakoglou, *A parameterization and mesh movement strategy based on volumetric B-splines. Applications to shape optimization.* NTUA/PCOpt/2015/01 REPORT, Athens, Greece, 2015.
- [21] K.C. Giannakoglou. Optimization Methods in Aerodynamics. Notes, National Technical University of Athens, 2005 (in Greek).
- [22] D. Soban, *Review of Basic concepts
The vocabulary of design*