



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ &
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Εφαρμογές αλγορίθμων κατάτμησης εικόνας σε ψηφιακές απεικονίσεις αρχαιολογικού περιεχομένου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ελευθέριος Εμμ. Κοντοπόδης

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2011



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ &
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Εφαρμογές αλγορίθμων κατάτμησης εικόνας σε ψηφιακές απεικονίσεις αρχαιολογικού περιεχομένου

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ελευθέριος Εμμ. Κοντοπόδης

Επιβλέπων : Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 11^η Ιουλίου 2011.

.....

Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς
Αναπληρωτής Καθηγητής
Ε.Μ.Π.

.....

Γεώργιος Καμπουράκης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....

Ηλίας Κουκούτσης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2011

.....
Ελευθέριος Εμμ. Κοντοπόδης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κοντοπόδης Ελευθέριος, Κωνσταντίνος Παπαοδυσσεύς, 2011.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περιεχόμενα	i
Σκοπός	iv
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ</u>	1
1.1 Μέθοδοι clustering	1
1.1.1 Τεχνικές Διαμέρισης (Partional Techniques)	1
1.1.2 Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques)	2
1.1.2.1 Γενική Περιγραφή	2
1.1.2.2 Μέθοδοι	3
1.1.2.3 Δυσκολίες Ιεραρχικών Τεχνικών	4
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Οι δυσκολίες αυτόματης κατάτμησης εικόνων</u>	8
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Τοπογραφική απόσταση και γραμμή watershed</u>	38
3.1 Εισαγωγή	38
3.2. Ορισμός του watershed στον συνεχή χώρο.	38
3.2.1 Η τοπογραφική μεταβολή	39
3.2.2 Εφαρμογή σε δυαδικές εικόνες	40
3.2.3 Ερμηνεία της συνάρτησης τοπογραφικής απόστασης	40
3.3 Τοπογραφική απόσταση και λεκάνες απορροής στον διακριτό χώρο.	41
3.3.1 Η τοπογραφική συνάρτηση απόστασης	41
3.3.2 Ορισμός λεκάνης απορροής	44
3.4 Η γραμμή watershed και αλγόριθμοι ελαχίστης διαδρομής	44
3.4.1 Γεμίζοντας από τα τοπικά ελάχιστα, ή από τους markers	44
3.4.1.1 Τροποποίηση της ομοτοπίας της εικόνας κλήσης	45
3.4.2 Ο αλγόριθμος του Moore	45
3.4.2.1 Η απόσταση από έναν κόμβο προς όλους τους άλλους	45
3.4.2.2 Υπολογισμός της λεκάνης απορροής με ολοκλήρωση	46
3.4.2.3 Υπολογισμός της λεκάνης απορροής από hill climbing	47
3.4.2.4 Η τύφλωση (blindness) του αλγόριθμου watershed στα οροπέδια (plateaus)	48
3.4.2.4.1 Αιτία της τύφλωσης	48
3.4.2.4.2 Ιεραρχικές ουρές (Hierarchical Queues)	48
3.4.2.4.3 Arrowing	48
3.4.3 Ο αλγόριθμος του Berge	49
3.4.3.1 Η απόσταση από έναν κόμβο προς όλους τους άλλους	49
3.4.3.2 Γεμίζοντας από το σύνολο των ελαχίστων και επίλυση της eikonal εξίσωσης.	49
3.4.3.3 Γεμίζοντας από το σύνολο των ελαχίστων, όταν η συνάρτηση	50

είναι γνωστή	
3.4.4 Υπεροχή των chamfer της γραμμής watershed	51
3.4.4.1 Ακρίβεια της γραμμής watershed	51
3.4.4.2 Σύγκριση μεταξύ αλγορίθμων	51
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. CHAMELEON: Ομαδοποίηση Δεδομένων Με Δυναμικό Μοντέλο</u>	55
4.1 Γενική Περιγραφή της μεθόδου	55
4.2 Μοντελοποίηση της ομοιότητας των cluster	56
4.3 Λειτουργία του Chameleon	57
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ</u>	60
5.1 Κριτήρια ελέγχου της ποιότητας της προσφερόμενης κατάτμησης από τον αλγόριθμο	82
<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>	85

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους όσους συνέβαλαν στην επιτυχή ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής και ιδιαίτερα:

Τον κ. Κωνσταντίνο Παπαοδυσσέα, αναπληρωτή καθηγητή του Τομέα Επικοινωνιών Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, για την ανάθεση της διπλωματικής εργασίας, το άριστο κλίμα συνεργασίας και το συνεχές ενδιαφέρον του σε όλη τη διάρκεια της συγγραφής της.

Τον κ. Αραμπατζή Δημήτρη, Υποψήφιο Διδάκτορα και Διπλωματούχο Μηχανικό του Ε.Μ.Π.

ΣΚΟΠΟΣ

Στόχος της παρούσας διπλωματικής είναι να ελεγχθεί η ποιότητα με την οποία κάνει κατάτμηση ο αλγόριθμος watershed όταν εφαρμόζεται σε απεικονίσεις αρχαιολογικών ευρημάτων. Τονίζεται ότι η βέλτιστη ποιότητα κατάτμησης της εικόνας είναι σημαντική γιατί αυτή χρησιμοποιείται στην αυτόματη ταυτοποίηση γραφέα, η οποία είναι ο μοναδικός αντικειμενικός και αξιόπιστος τρόπος για χρονολόγηση αρχαίων επιγραφών. Επισημαίνεται ότι με την αυτόματη αναγνώριση του γραφέα μιας αρχαίας επιγραφής, περιορίζεται η χρονολόγηση του περιεχομένου της επιγραφής αυτής στα 20-25 χρόνια το πολύ. Τέλος αναφέρεται ότι ο γραφέας εξασκούσε επάγγελμα αλλά δεν έβαζε υπογραφή ούτε χρονολογία στις επιγραφές. Αυτό το γεγονός καθιστά την μέθοδο που προαναφέρεται, την μοναδική αντικειμενική προσέγγιση για την ορθή χρονολόγηση αρχαίων επιγραφών. Είναι προφανές ότι η ορθή χρονολόγηση αρχαίων κειμένων είναι ο σημαντικότερος, σε πολλές περιπτώσεις μοναδικός τρόπος για την ορθή καταγραφή της ιστορίας. Επομένως επειδή η αναγνώριση γραφέα στηρίζεται στην ορθή εξαγωγή του σώματος κάθε γράμματος από την φωτογραφία του αντίστοιχου κειμένου, είναι απολύτως απαραίτητο να γνωρίζουμε την απόδοση κάθε αλγόριθμου που πραγματοποιεί αυτόματη κατάτμηση των εικόνων αρχαίων επιγραφών.

Λέξεις κλειδιά:

Ομαδοποίηση δεδομένων, κατάτμηση εικόνας, watershed, chameleon, αρχαίες επιγραφές, αυτόματη αναγνώριση γραφέα.

PURPOSE

The purpose of the current dissertation is to check the quality of the segmentation of the watershed algorithm when this occurs in archaeological image findings. It is emphasized that the optimal quality of the image segmentation is important because it is used for the automatic writer identification, which is the unique objective and reliable method for the chronological estimation of the ancient inscriptions. It is highlighted that with the automatic ancient inscriptions writer identification, the chronological estimation is constrained to 20-25 years maximum. Finally it is mentioned that the writer was practicing an occupation but he did not put neither his sign nor the year in the inscriptions. This fact constitutes the above method, the unique objective approach for the correct chronological estimation of archaeological inscriptions. It is obvious that the correct chronological estimation of ancient texts is the most important, in many cases the only way for the correct recording of history. Therefore, because the writer identification is depended on the correct extraction of the body of each letter from the photograph of the corresponding text, it is absolutely essential to know the efficiency of each algorithm that executes automatic segmentation of archaeological image inscriptions.

Key words:

Data clustering, image segmentation, watershed, chameleon, archaeological inscriptions, automatic writer identification.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το clustering στην εξόρυξη δεδομένων είναι μια διαδικασία κατά την οποία τα δεδομένα συγκεντρώνονται σε ομάδες με ομοιότητες μεταξύ των στοιχείων τους. Αλγόριθμοι όπως ο K-means και ο CURE είναι σχεδιασμένοι να βρουν cluster τα οποία ταιριάζουν σε κάποιο στατιστικό μοντέλο.

1.1 Μέθοδοι clustering

Λόγο της μεγάλης χρησιμότητας και εφαρμοσιμότητας της ομαδοποίησης δεδομένων υπάρχουν πολλές διαφορετικές μέθοδοι ομαδοποίησης δεδομένων. Όλες αυτές οι μέθοδοι μπορούν να χωριστούν σε δύο τεχνικές clustering:

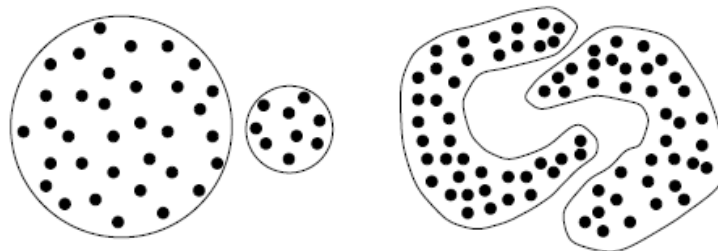
1.1.1 Τεχνικές Διαμέρισης (Partitional Techniques)

Αρχικά εφαρμόστηκε η προσέγγιση με βάση το κέντρο βάρους της περιοχής (centroid) ενώ στην συνέχεια εφαρμόστηκαν προσεγγίσεις με βάση κάποια σημεία αντιπροσώπους (medoids).

Οι τεχνικές centroid όπως η K-means και ISODATA, αντιστοιχούν σημεία σε cluster με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της απόστασης π.χ. Ευκλείδειας. Αυτές οι τεχνικές είναι κατάλληλες μόνο σε δεδομένα σε μετρικούς χώρους (π.χ. Ευκλείδειος χώρος) όπου είναι δυνατόν να υπολογιστεί το centroid ενός συνόλου δεδομένων.

Οι τεχνικές medoids όπως PAM (Partitioning Around Medoids) και CLARANS, εφαρμόζονται σε δεδομένα ομοιότητας (similarity data). Αυτές οι τεχνικές προσπαθούν να βρουν σημεία αντιπροσώπους (medoid) ώστε να ελαχιστοποιήσουν το άθροισμα των αποστάσεων των σημείων από το κοντινότερο medoid.

Μεγάλο μειονέκτημα αυτών των τεχνικών είναι ότι αποτυγχάνουν σε δεδομένα στα οποία σημεία ενός cluster είναι πιο κοντά στο κέντρο ενός άλλου cluster από το κέντρο του δικού τους. Αυτό μπορεί να συμβεί για παράδειγμα εάν υπάρχουν μεγάλες διαφορές στο μέγεθος των cluster (εικόνα 1.α) ή όταν τα σχήματα των cluster είναι κυρτά (εικόνα 1.β).



α) cluster με μεγάλη διαφορά στο μέγεθος β) cluster με κυρτά σχήματα

Εικόνα 1: Σύνολα δεδομένων στα οποία οι centroid και medoid τεχνικές αποτυγχάνουν.

1.1.2 Ιεραρχικές Τεχνικές (Hierarchical Techniques)

1.1.2.1 Γενική Περιγραφή

Οι ιεραρχικές τεχνικές παράγουν μια ακολουθία από cluster, αρχικά θεωρώντας κάθε σημείο σαν ξεχωριστό cluster. Σε κάθε βήμα του αλγορίθμου συνενώνονται δυο cluster που είναι περισσότερο όμοια. Ο χρήστης μπορεί να επαναλάβει αυτά τα βήματα μέχρι να καταλήξει στον επιθυμητό αριθμό από cluster ή μέχρι η απόσταση μεταξύ των δύο κοντινότερων cluster φτάσει ένα κατώφλι. Οι γενικές αρχές που ισχύουν στις ιεραρχικές τεχνικές όταν έχουμε μια αρχική περιοχή και τα σημεία της είναι:

- Ορισμός μέτρου ομοιότητας μεταξύ των σημείων
- Κατασκευή ενός πίνακα ομοιότητας $n \times m$ για όλα τα σημεία μεταξύ τους

Σε κάθε βήμα παράγεται ένας νέος πίνακας ομοιότητας ο οποίος συνήθως είναι αραιός λόγω εισαγωγής μηδενικών στα στοιχεία του πίνακα που αντιστοιχούν σε ανόμοια cluster. Αυτός είναι ο λόγος που αναπαρίστανται από αραιούς γράφους οι οποίοι σχηματίζονται ως εξής:

- Κόμβοι του γράφου είναι τα δεδομένα
- Σταθμισμένες ακμές του γράφου είναι οι ομοιότητες των στοιχείων μεταξύ τους

Υπάρχουν πολλές παραλλαγές agglomerative ιεραρχικών αλγορίθμων όπου η κύρια διαφορά είναι ο τρόπος που ανανεώνουν την ομοιότητα μεταξύ των υπαρχόντων και των συγχωνευμένων cluster. Σε κάποιες μεθόδους, κάθε cluster αντιπροσωπεύεται από το centroid ή το medoid των σημείων που περιέχονται στο cluster και η ομοιότητα μεταξύ δυο cluster μετράται από την ομοιότητα μεταξύ των centroid/medoid των cluster.

1.1.2.2 Μέθοδοι

Ανάλογα με το κριτήριο ομοιότητας που χρησιμοποιείται, έχουμε τις εξής μεθόδους ιεραρχικών τεχνικών:

- Σε κάθε cluster ορίζεται ένας αντιπρόσωπος (π.χ. κέντρο βάρους). Αρχικά κάθε σημείο είναι ο αντιπρόσωπος του εαυτού του. Στην συνέχεια μετράται η ομοιότητα μεταξύ των αντιπροσώπων κάθε cluster και με βάση το κριτήριο ομοιότητας και κάποιο συγκεκριμένο κατώφλι αποφασίζεται αν θα συγχωνευθούν δυο cluster.
- **Single link method.** Σε αυτήν την μέθοδο κάθε cluster αντιπροσωπεύεται από όλα του τα στοιχεία, ενώ η ομοιότητα μεταξύ δυο cluster μετράται από την ομοιότητα του πιο κοντινού ζεύγους που ανήκουν σε διαφορετικά cluster.
- **CURE.** Αυτή η μέθοδος προτάθηκε από τους ερευνητές για να εξαλείψει τα μειονεκτήματα των δυο προηγούμενων μεθόδων ενώ συνδυάζει τα πλεονεκτήματά τους. Στην μέθοδο αυτήν, αντί την χρήση ενός centroid για την αντιπροσώπηση ενός cluster, επιλέγεται ένας σταθερός αριθμός αντιπροσώπων. Η ομοιότητα μεταξύ δύο cluster μετράται από την ομοιότητα των αντιπροσώπων και το κριτήριο συνένωσης δυο περιοχών εξαρτάται από τον βαθμό ομοιότητας των ζευγών που ανήκουν σε διαφορετικά cluster. Μετά από κάθε συνένωση cluster ορίζονται νέοι αντιπρόσωποι για το cluster που προέκυψε. Ο αλγόριθμος αυτός είναι ικανός να βρει cluster αυθαίρετων σχημάτων και διαστάσεων διότι κάθε cluster έχει πολλούς αντιπροσώπους. Η τιμή της παραμέτρου συρρίκνωσης

στην μέθοδο αυτήν, εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος των cluster καθώς και από τον θόρυβο που υπάρχει στα δεδομένα.

- **Group-Average Method.** Η μέθοδος αυτή διασυνδέει όλα τα δεδομένα των cluster και υπολογίζει όλες τις αποστάσεις μεταξύ τους κανονικοποιώντας τις τιμές. Η κανονικοποίηση γίνεται με n/m , όπου n είναι ο αριθμός των δεδομένων στην μία περιοχή και m είναι ο αριθμός των δεδομένων στην άλλη. Με αυτόν τον τρόπο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της ομαδοποίησης cluster διαφορετικών μεγεθών.
- **ROCK.** Ο αλγόριθμος αυτός μοιάζει με τον αλγόριθμο της μεθόδου group-average, με την διαφορά ότι κανονικοποιεί βάση κατωφλίου που ορίζει ο χρήστης. Το κύριο μειονέκτημα αυτού του αλγορίθμου είναι ότι προϋποθέτουν ένα στατικό μοντέλο ορισμένο από τον χρήστη. Τέτοια μοντέλα δεν είναι ευέλικτα και μπορούν εύκολα να οδηγήσουν σε λανθασμένες συνενώσεις .

1.1.2.3 Δυσκολίες Ιεραρχικών Τεχνικών

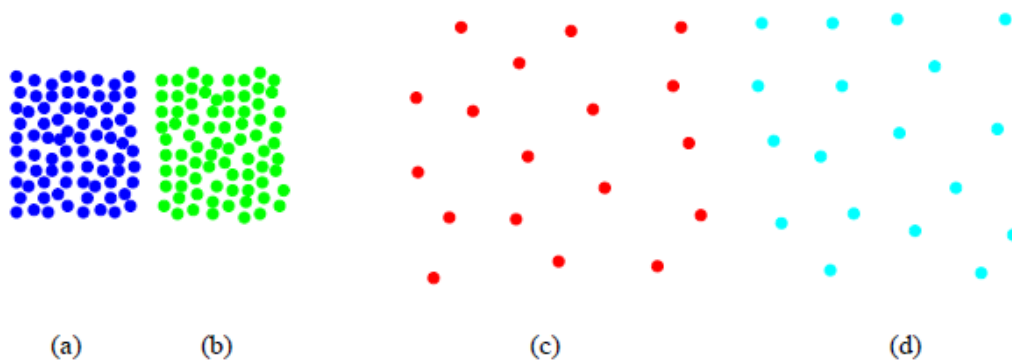
Κυρίαρχο μειονέκτημα των ιεραρχικών τεχνικών, είναι ότι βασίζονται σε στατικά μοντέλα με αποτέλεσμα να μην λαμβάνουν υπόψη τους ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των cluster. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα λάθος επιλογές συνένωσης όταν τα δεδομένα δεν ακολουθούν το μοντέλο της τεχνικής συνένωσης ή όταν υπάρχει θόρυβος. Αναλυτικά, για την κάθε μέθοδο ισχύει:

- Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται ως αντιπρόσωποι τα κέντρα βάρους των περιοχών, παρουσιάζονται αστοχίες όμοιες με τις διαχωριστικές μεθόδους των K-means και K-medoids
- Η single-link method, η οποία μπορεί να βρει cluster αυθαίρετων μεγεθών και ποικίλων σχημάτων, είναι όμως ευαίσθητη όταν υπάρχει θόρυβος γιατί λαμβάνει υπόψη της όλα τα ζεύγη των δεδομένων.
- Ο CURE, μπορεί να συγχωνεύσει cluster αυθαίρετων σχημάτων και ποικίλων μεγεθών γιατί σε κάθε cluster αποδίδει πολλούς αντιπροσώπους. Παρ' όλα αυτά αποτυγχάνει σε ειδικές περιπτώσεις γιατί λαμβάνει υπόψη του την

ελάχιστη απόσταση μεταξύ των αντιπροσώπων και όχι την συνολική διασύνδεση των δυο cluster.

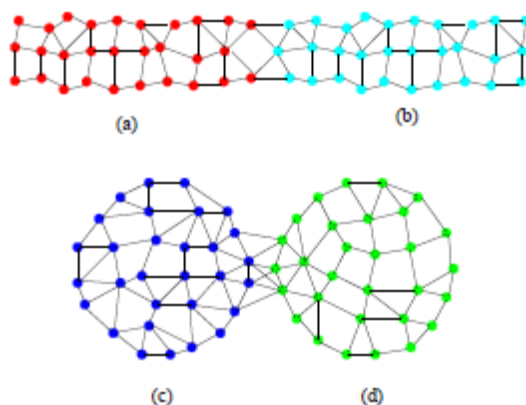
- Ο ROCK, λαμβάνει υπόψη του την συνολική διασύνδεση των cluster, αλλά αγνοεί για τις τιμές βάρους των ακμών μέσα στο cluster. Αυτό οδηγεί σε λανθασμένες επιλογές συνενώσεις σε περιπτώσεις συμπληρωματικές από τον CURE.

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα συνένωσης περιοχών και οι επιλογές συνένωσης διάφορων μεθόδων.



Εικόνα 2: Παραδείγματα cluster για συνένωση.

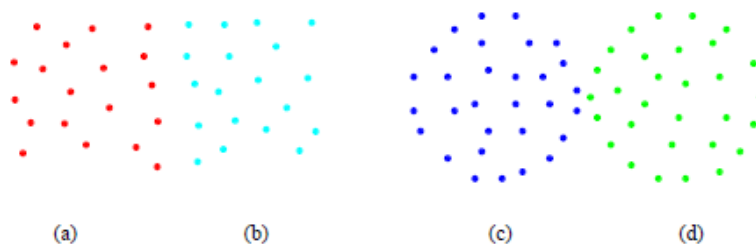
Στην εικόνα 2 οι μέθοδοι CURE και single-link θα συγχωνεύσουν τα (a) και (b) cluster αντί των (c) και (d) των οποίων η συγχώνευση είναι προτιμότερη γιατί οι αποστάσεις των αντιπροσώπων τους είναι αντίστοιχες με τις αποστάσεις των σημείων μέσα στο cluster. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ελάχιστες αποστάσεις μεταξύ των αντιπροσώπων είναι μικρότερες στις (a) και (b) από τις (c) και (d).



Εικόνα 3: Παραδείγματα cluster για συνένωση.

Στην εικόνα 3 κάθε cluster περιγράφεται από έναν αραιό γράφο του οποίου οι κόμβοι είναι τα δεδομένα και οι ακμές δείχνουν ότι οι δύο κορυφές τους είναι όμοιες και έστω ότι ο αριθμός των στοιχείων είναι ίδιος σε όλα τα cluster. Υποθέτουμε ότι όλες οι ακμές στο παραπάνω παράδειγμα έχουν ίδιο συντελεστή βάρους. Τότε η μέθοδος ROCK (ανεξάρτητα από το μοντέλο σύνδεσης) και η group-average θα ενώσουν τις (c) και (d) αν και οι (a) και (b) είναι καλύτερη επιλογή γιατί έχουν μικρότερη απόσταση μεταξύ τους.

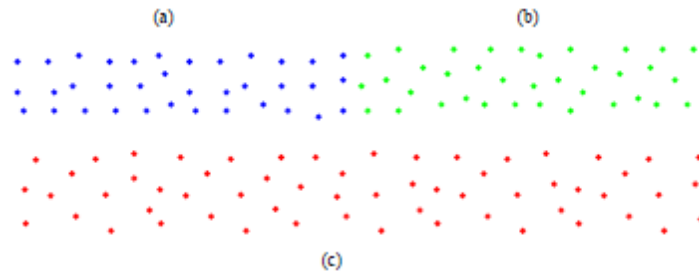
Στην εικόνα 4, ένας αλγόριθμος ο οποίος λαμβάνει υπόψιν μόνο την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των αντιπροσώπων όπως είναι ο CURE θα ενώσει λανθασμένα τα cluster (c) και (d) αντί των (a) και (b) το οποίο θα ήταν η σωστή επιλογή.



Εικόνα 4: Παραδείγματα cluster για συνένωση.

Αντίθετα στην εικόνα 5, ένας αλγόριθμος που λαμβάνει υπόψη του μόνο την διασύνδεση των cluster όπως είναι ο ROCK, θα προτιμήσει να ενώσει τα (a) και (c)

αντί του (a) με το (b) (εδώ υποθέτουμε ότι η συνολική διασύνδεση μεταξύ των cluster (a) και (c) είναι μεγαλύτερη από ότι στα (a) και (b)). Παρ' όλα αυτά, τα όρια του cluster (a) είναι πολύ πιο κοντά στο (b) από ότι στο (c).



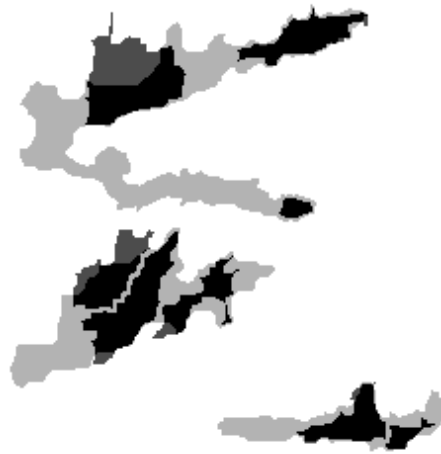
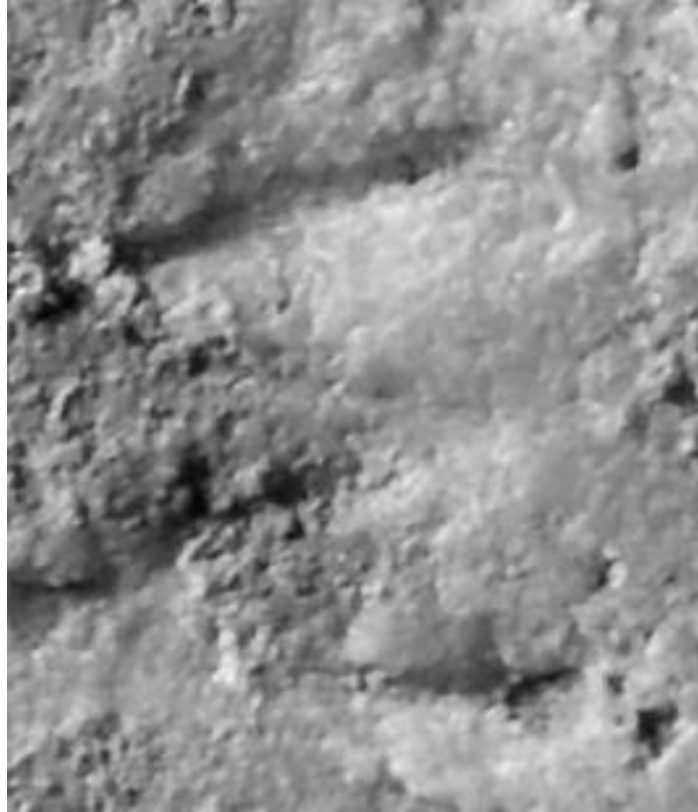
Εικόνα 5: Παραδείγματα cluster για συνένωση.

Συνοψίζοντας υπάρχουν δύο κύριοι περιορισμοί στις μεθόδους που παρουσιάστηκαν. Πρώτων, δεν χρησιμοποιείται η πληροφορία για την φύση των cluster που πρόκειται να συνενωθούν. Δεύτερον κάποιες από τις μεθόδους (π.χ. CURE) αγνοούν πληροφορίες σχετικές με την συνολική διασύνδεση των cluster προς συνένωση, ενώ οι υπόλοιπες (π.χ. ROCK) αγνοούν πληροφορίες σχετικές με την εγγύτητα αυτών.

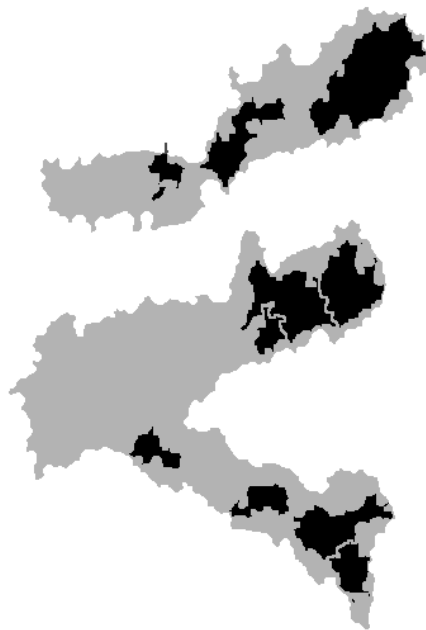
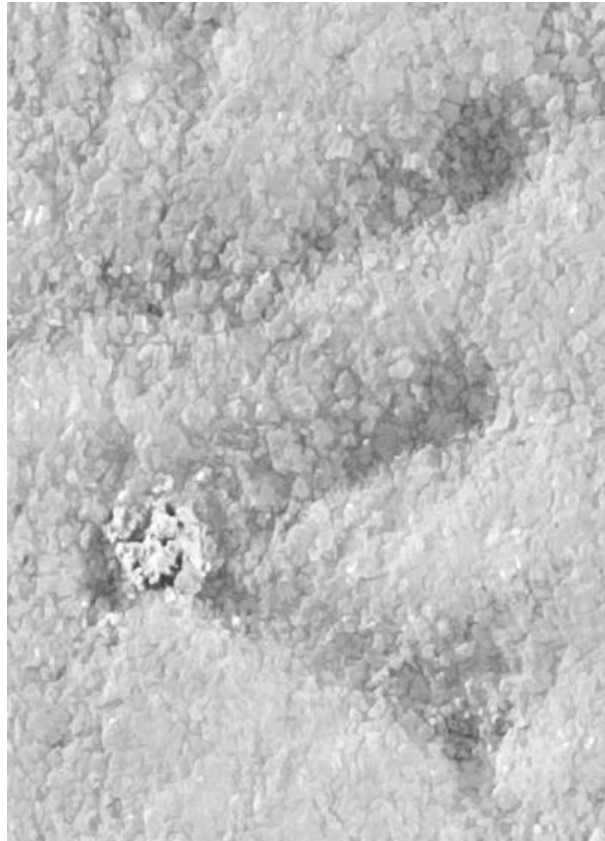
2 ΟΙ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΑΥΤΟΜΑΤΗΣ ΚΑΤΑΤΜΗΣΗΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Οι δυσκολίες στην αυτόματη κατάτμηση εικόνων αρχαιολογικών ευρημάτων οφείλονται κυρίως σε δύο παράγοντες:

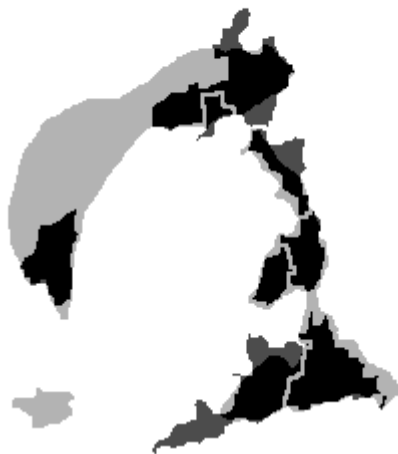
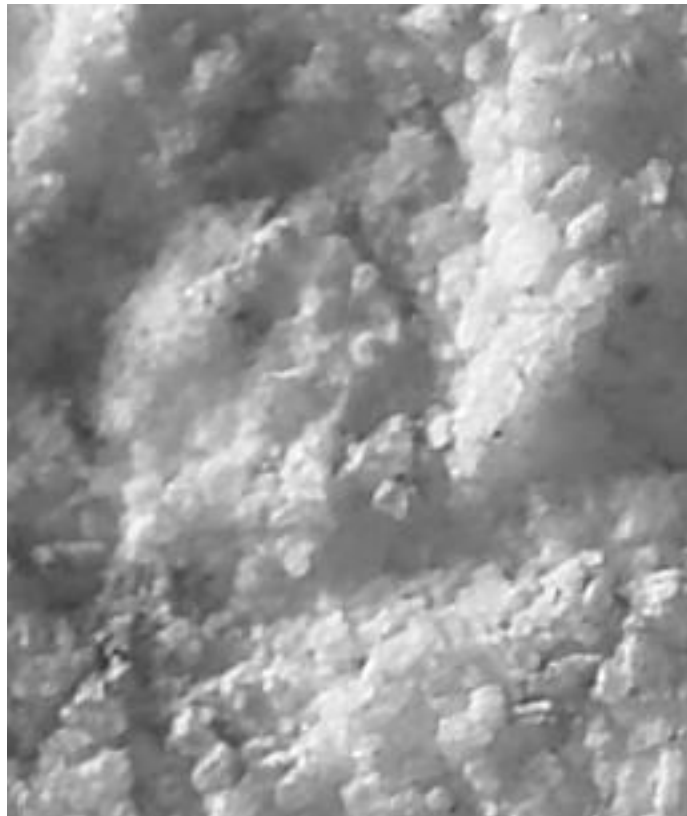
1) Στην φθορά λόγω του χρόνου, η οποία έχει σαν συνέπεια την ύπαρξη κηλίδων, στιγμάτων, ρωγμών κλπ στα αρχαιολογικά ευρήματα, γεγονός που κάνει την απομόνωση του κυρίως θεματικού περιεχομένου της εικόνας αυτών, ιδιαίτερα δύσκολη. Επιπλέον, αυτό καθ' εαυτό το κυρίως θεματικό περιεχόμενο έχει υποστεί αλλοιώσεις, παραμορφώσεις ή και καταστροφές, συχνά σημαντικές, γεγονός που πάλι καθιστά προβληματική την αυτόματη εξαγωγή του από την εικόνα του αρχαιολογικού ευρήματος. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες εικόνες και τα αποτελέσματα του αλγόριθμου.



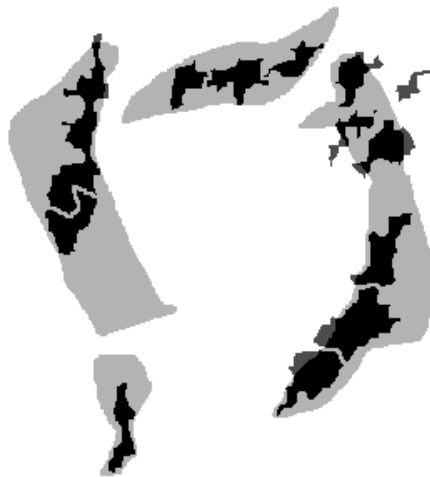
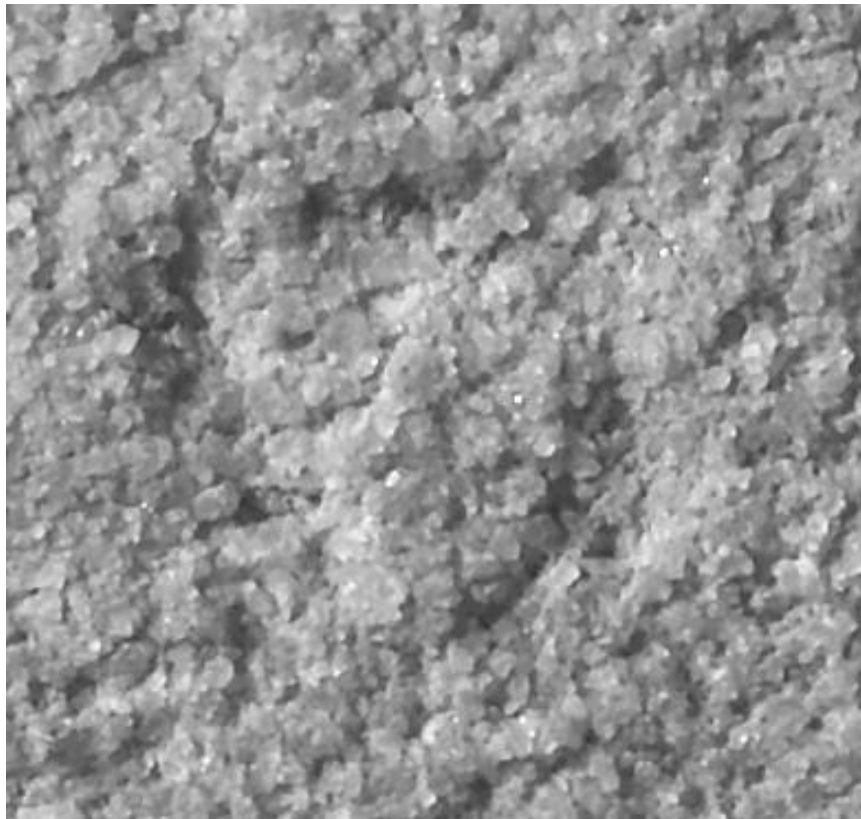
Εικόνα 1: ποσοστό επιτυχίας 60%



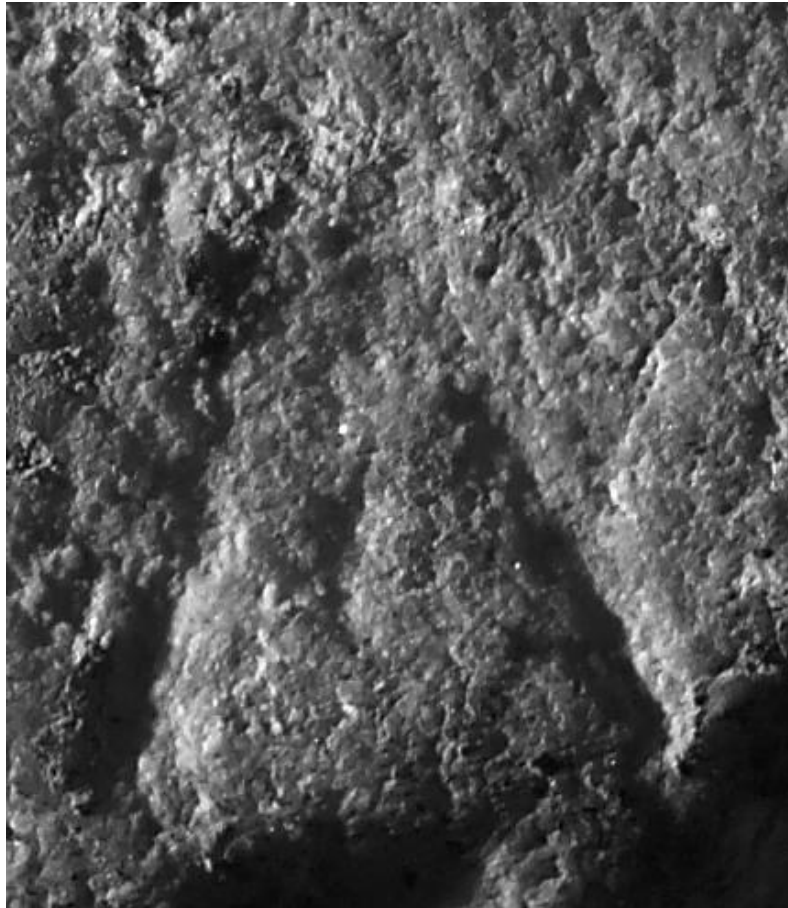
Εικόνα 2: ποσοστό επιτυχίας 50%



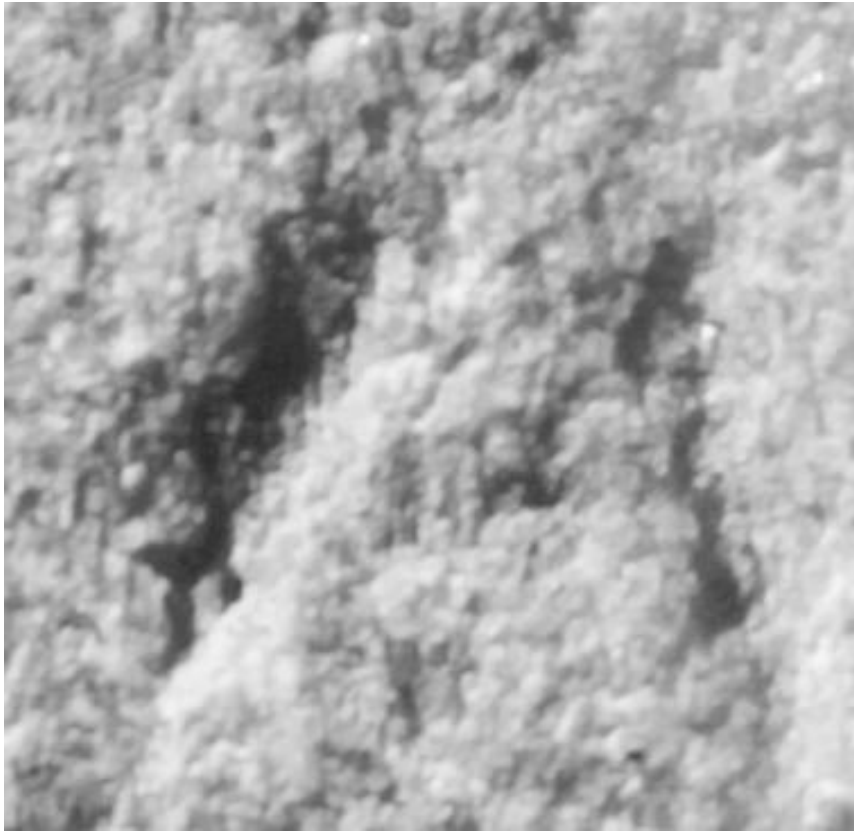
Εικόνα 3: ποσοστό επιτυχίας 65%



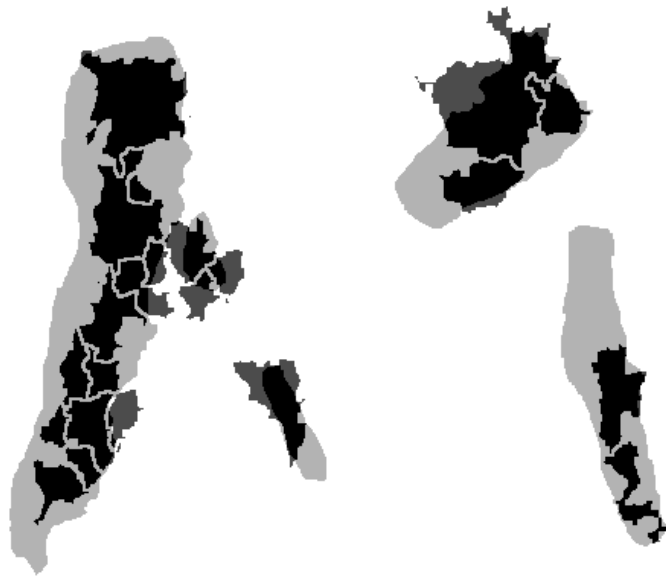
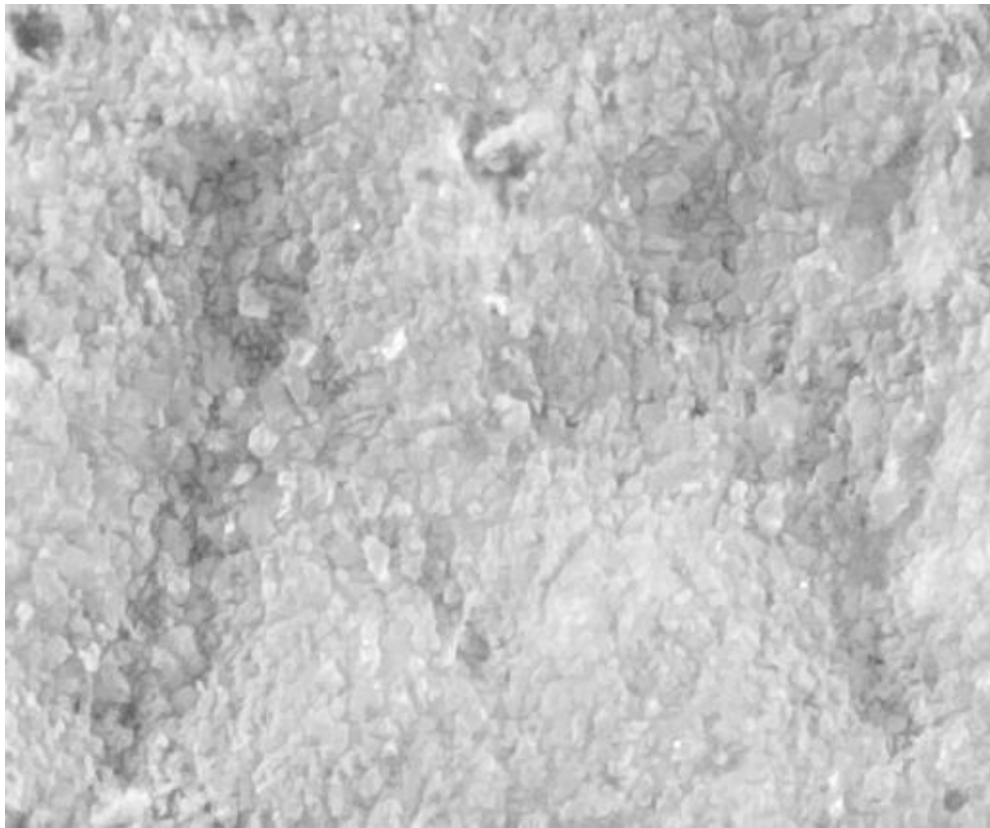
Εικόνα 4: ποσοστό επιτυχίας 54%



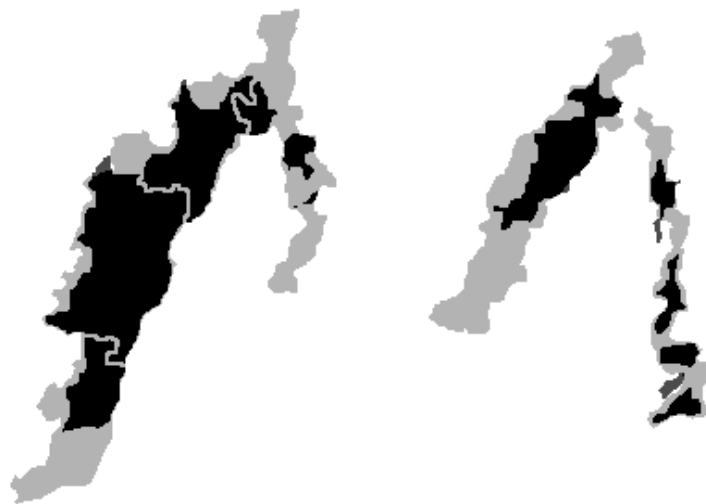
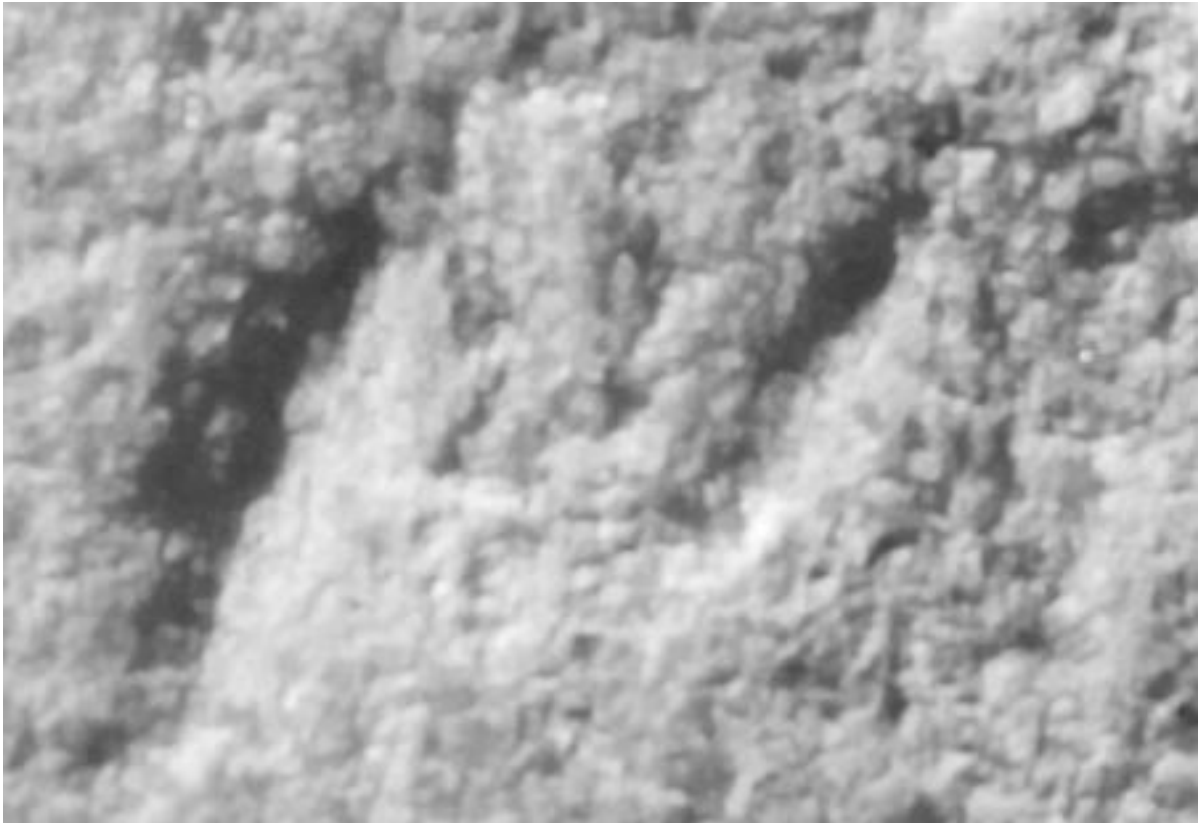
Εικόνα 5: ποσοστό επιτυχίας 71%



Εικόνα 6: ποσοστό επιτυχίας 76%



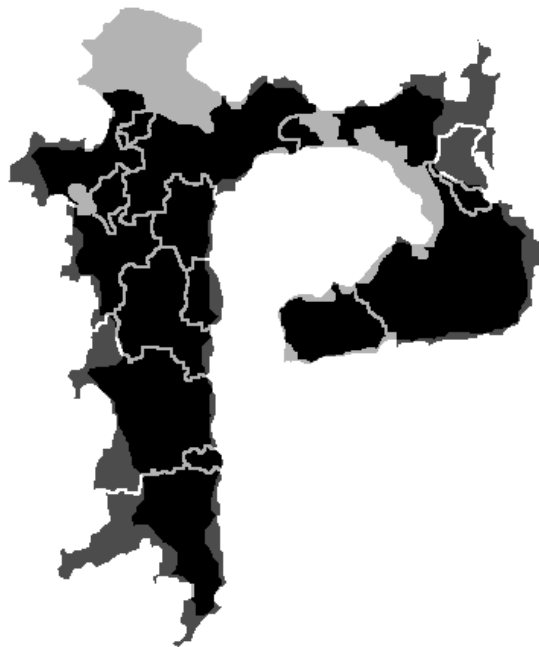
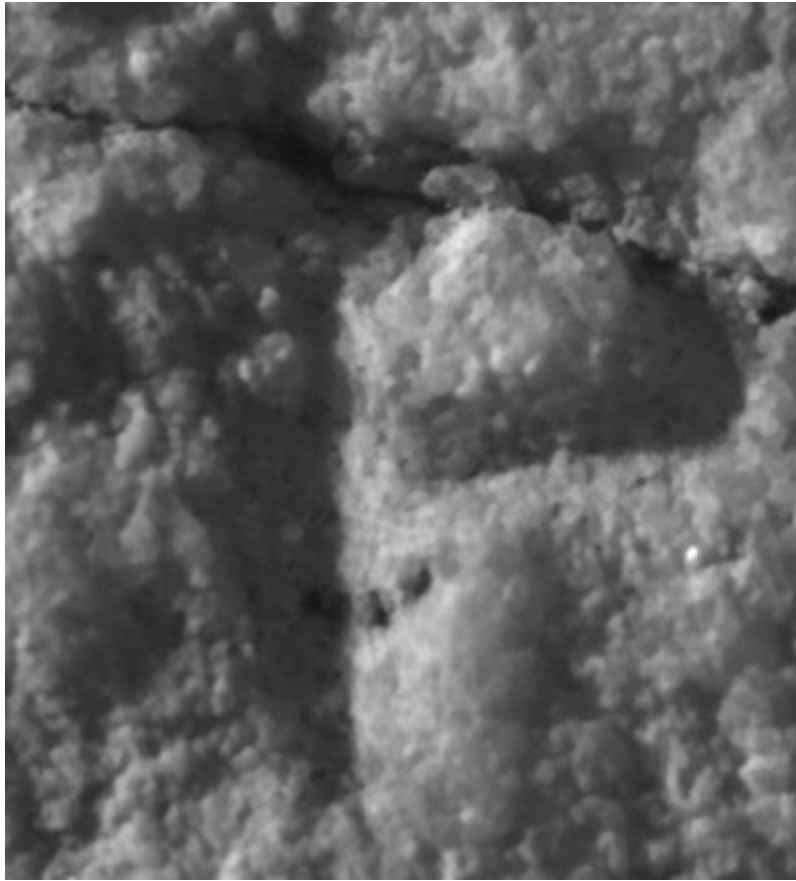
Εικόνα 7: ποσοστό επιτυχίας 66%



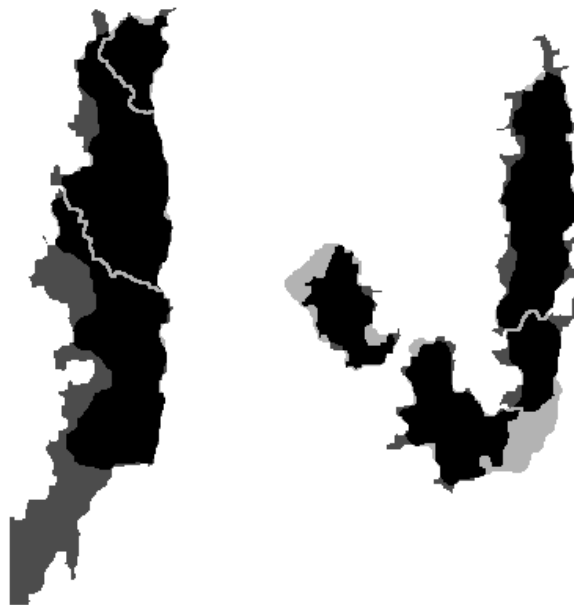
Εικόνα 8: ποσοστό επιτυχίας 70%



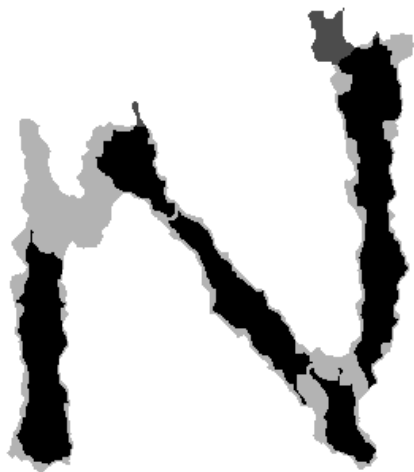
Εικόνα 9: ποσοστό επιτυχίας 73%



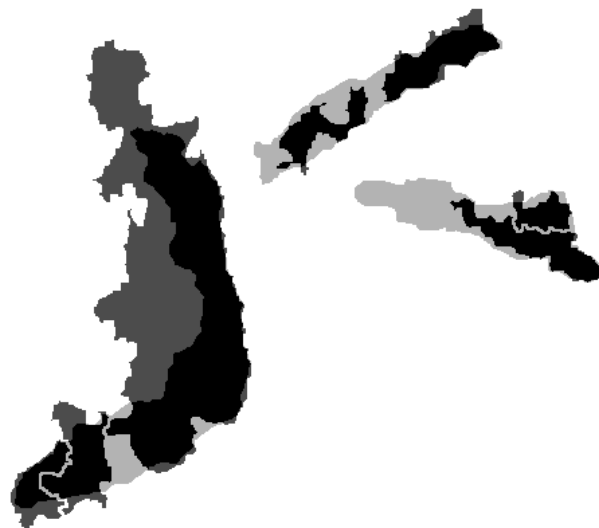
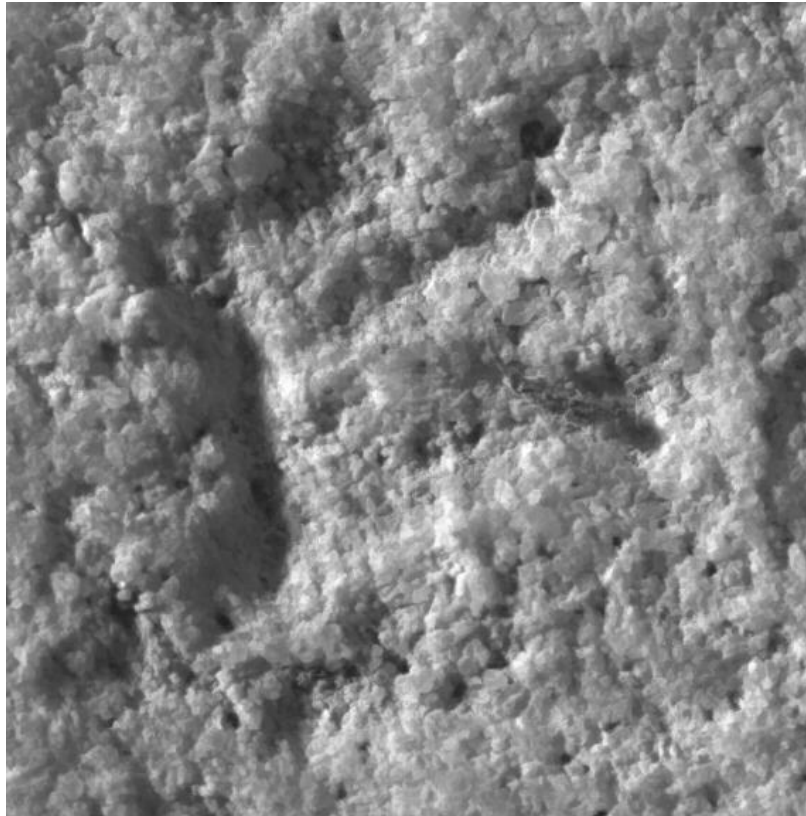
Εικόνα 10: ποσοστό επιτυχίας 80%



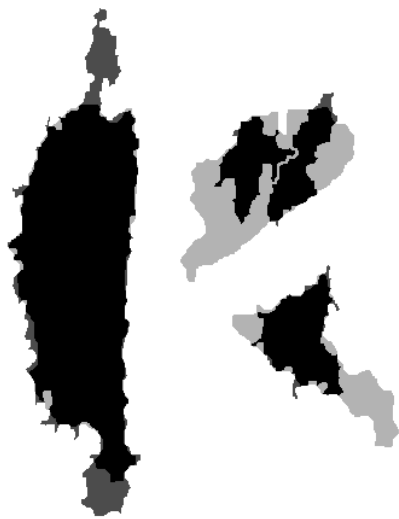
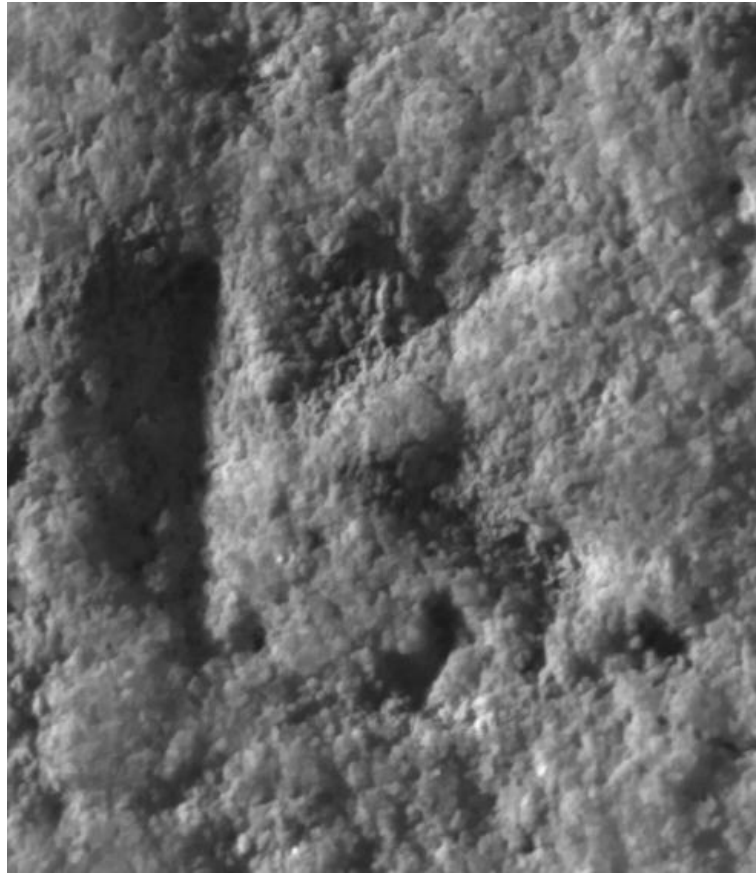
Εικόνα 11: ποσοστό επιτυχίας 84%



Εικόνα 12: ποσοστό επιτυχίας 78%

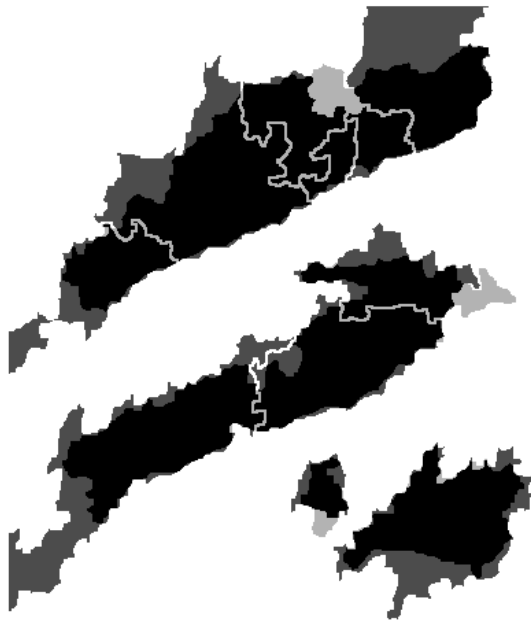
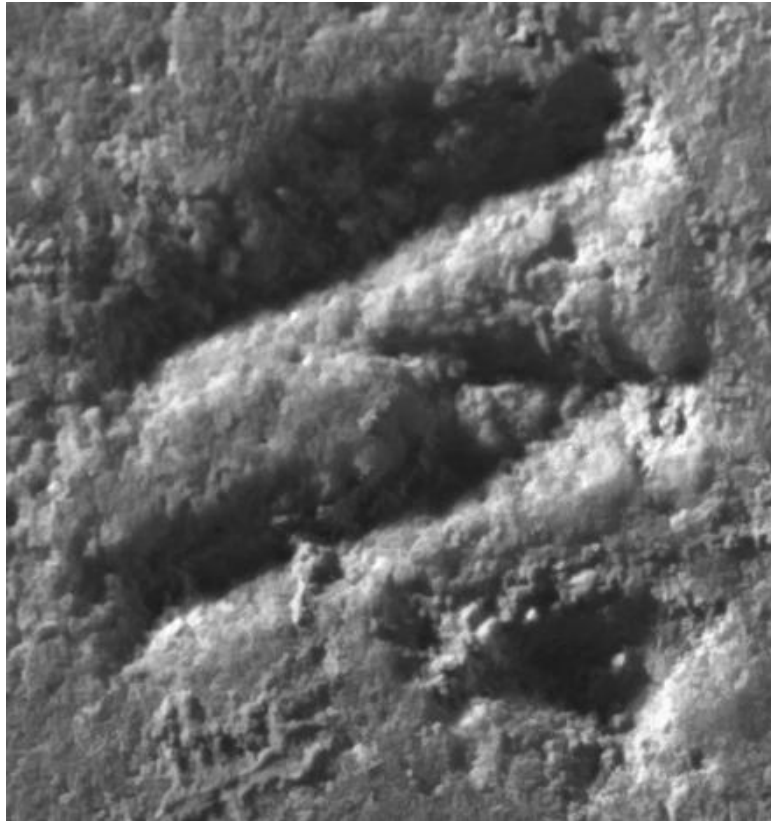


Εικόνα 13: ποσοστό επιτυχίας 71%

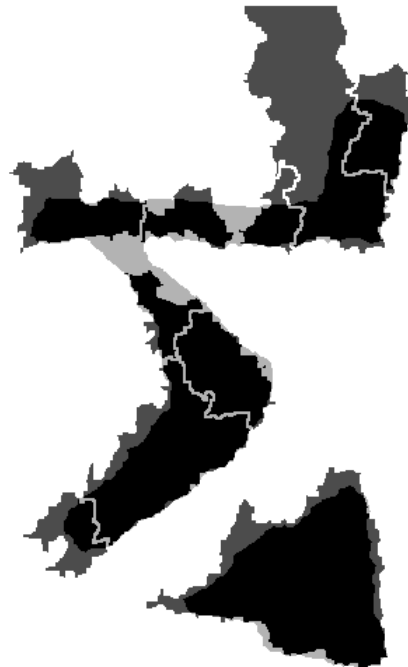


Εικόνα 14: ποσοστό επιτυχίας: 84%

2)Ειδικά στα γράμματα, ο τρόπος γραφής (καλέμι σε μάρμαρο) δημιούργησε πολύ θορυβώδης και διαταραγμένες υλοποιήσεις συμβόλων της αλφαβήτου. Προς την ίδια κατεύθυνση σημαντικής διαταραχής των περιγραμμάτων των απεικονιζόμενων γραμμάτων, έχουν συμβάλει και άλλοι παράγοντες, όπως α) η κούραση του γραφέα β) η ηλικία του με την συνεπαγόμενη πρεσβυωπία γ) η ψυχική διάθεση του γραφέα δ) η απαίτηση ταχύτητας εκτέλεσης της καταγραφής, όπως σε μερικές περιπτώσεις διαταγμάτων ή προκηρύξεων ε) η ποιότητα του μαρμάρου στ) η σχέση κειμένου και διαθέσιμου εμβαδού λίθου κλπ. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες εικόνες και τα αποτελέσματα του αλγόριθμου.



Εικόνα 15: ποσοστό επιτυχίας: 82%



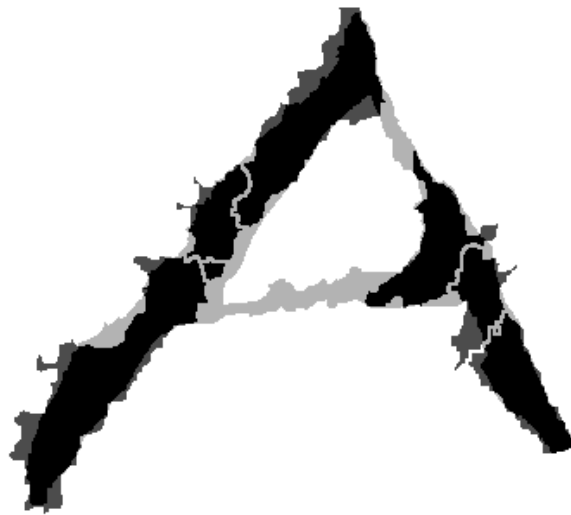
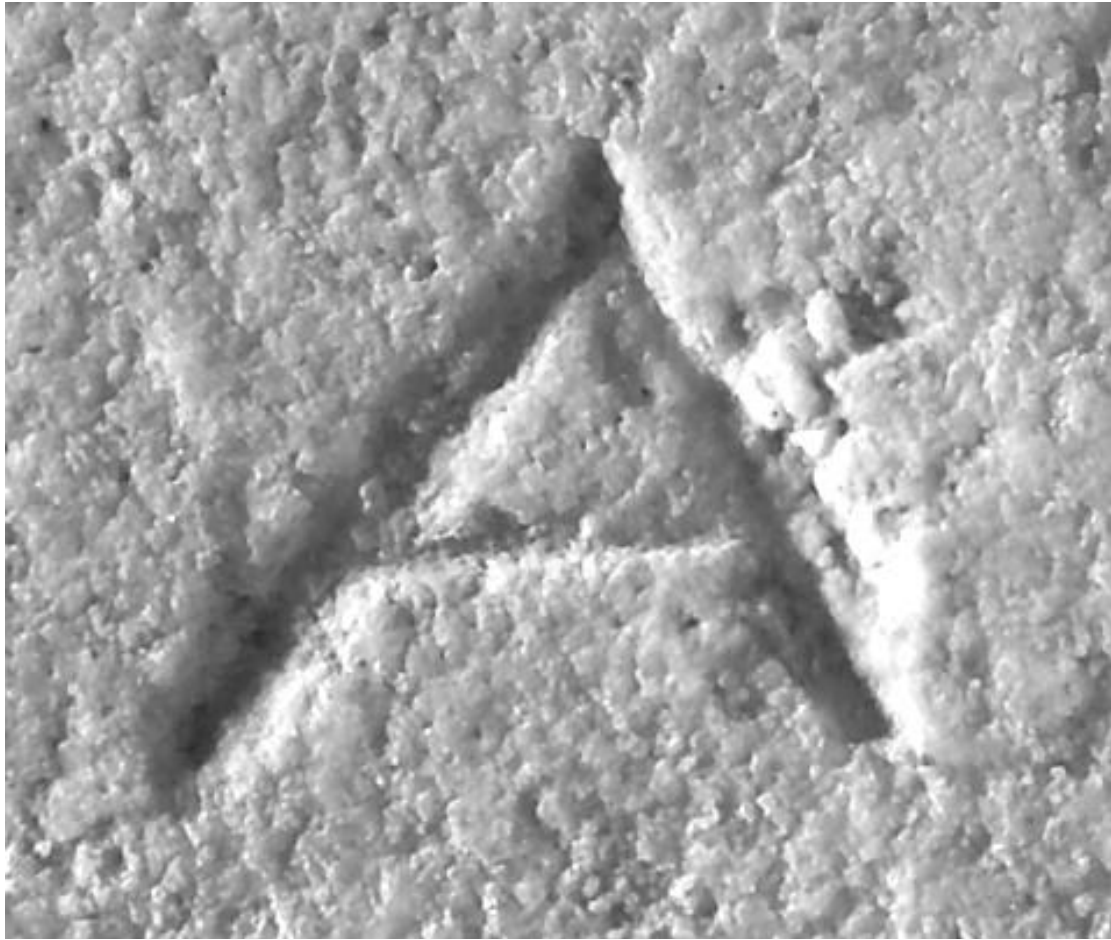
Εικόνα 16: ποσοστό επιτυχίας: 78%



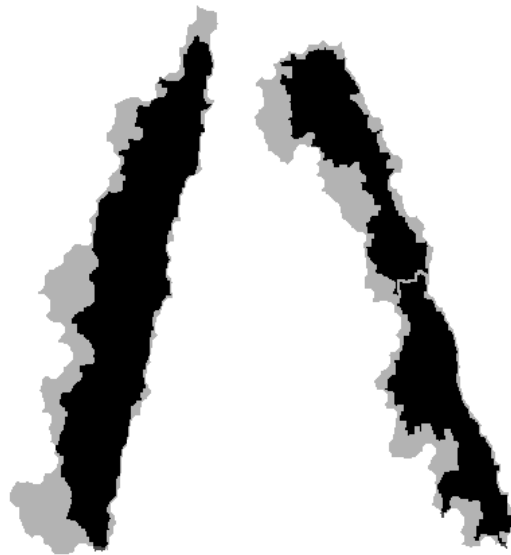
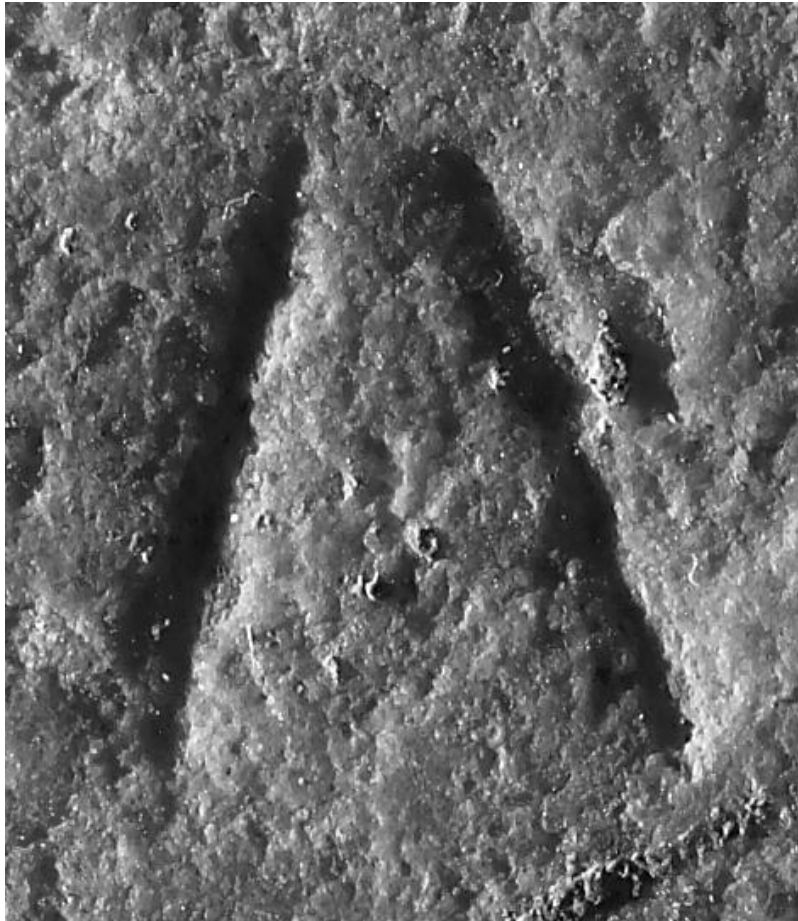
Εικόνα 17: ποσοστό επιτυχίας: 84%



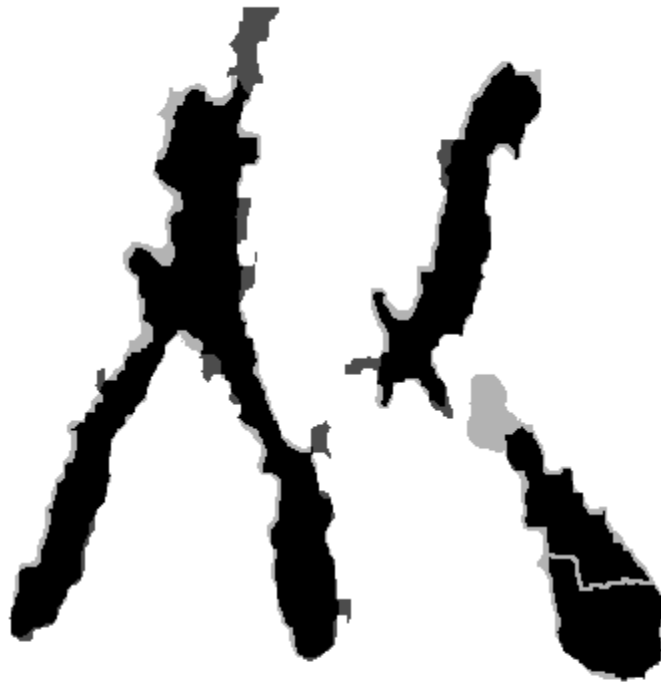
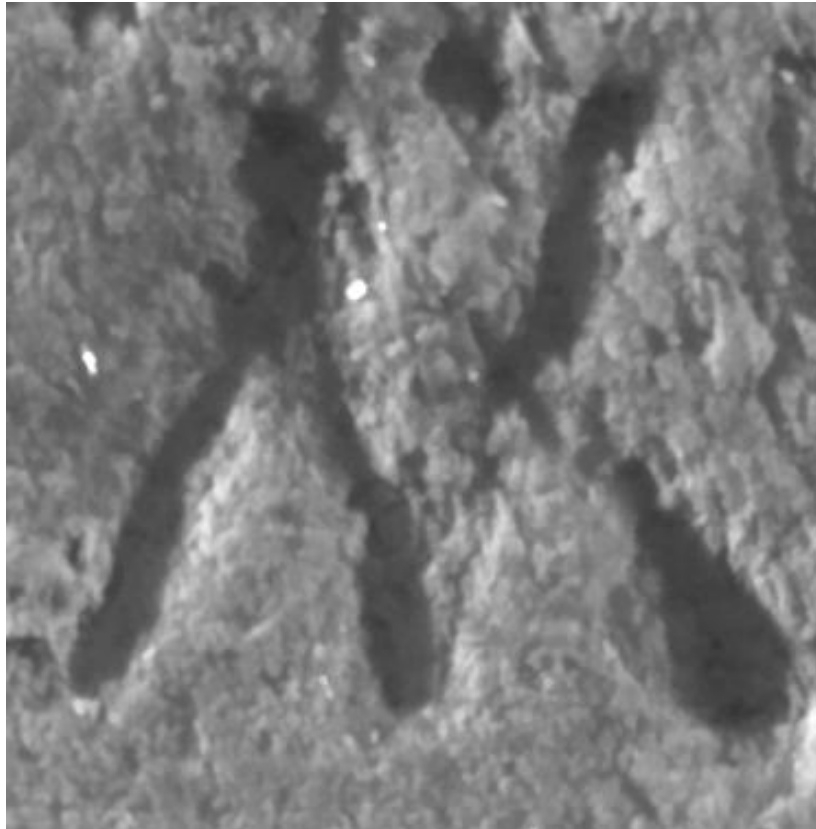
Εικόνα 18: ποσοστό επιτυχίας: 87%



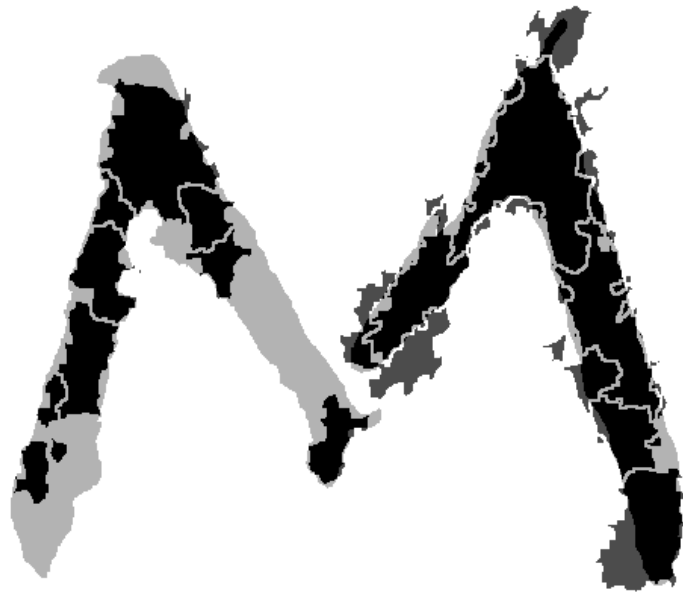
Εικόνα 19: ποσοστό επιτυχίας: 81%



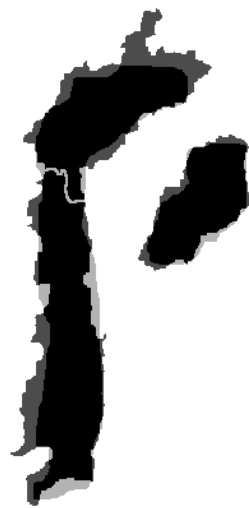
Εικόνα 20: ποσοστό επιτυχίας: 81%



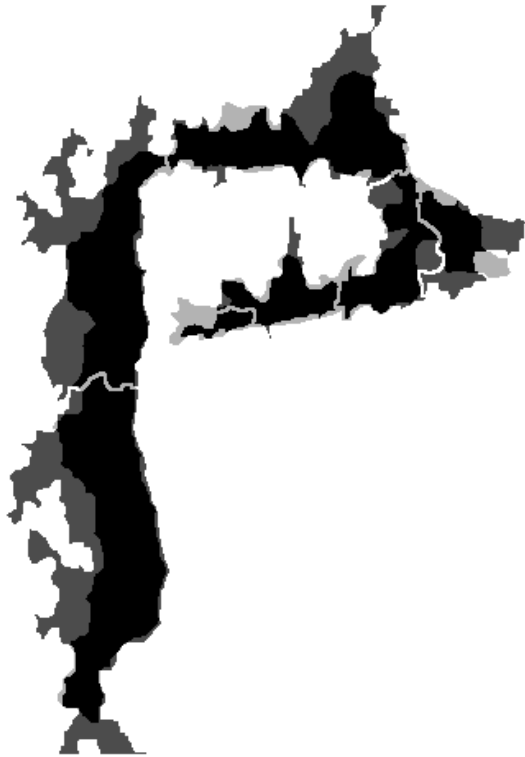
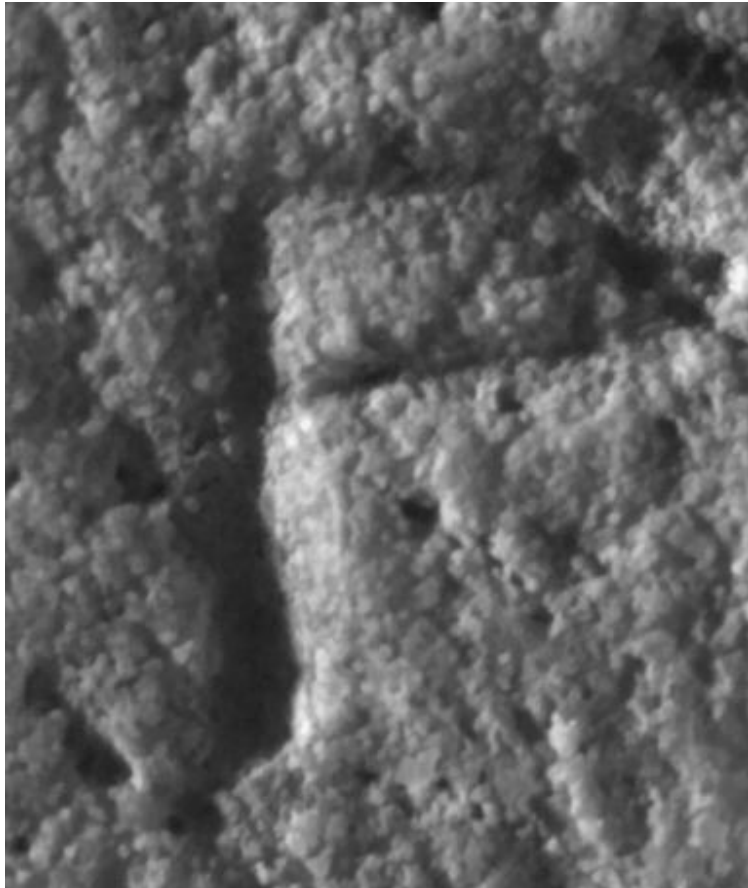
Εικόνα 21: ποσοστό επιτυχίας: 88%



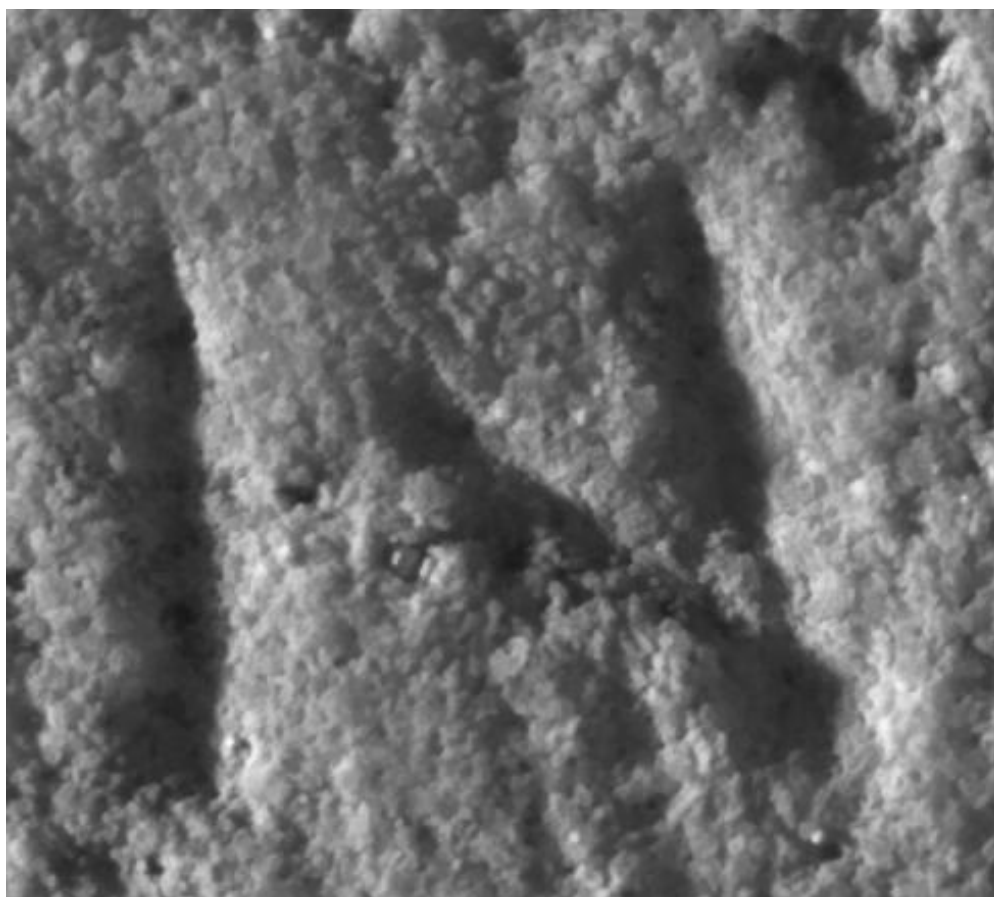
Εικόνα 22: ποσοστό επιτυχίας: 76%



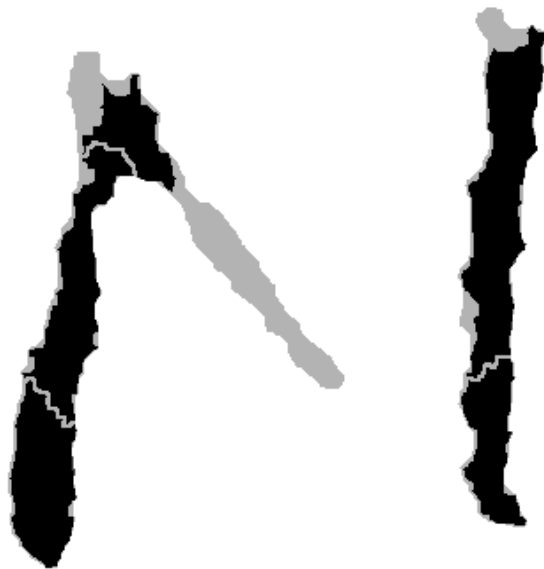
Εικόνα 23: ποσοστό επιτυχίας: 87%



Εικόνα 24: ποσοστό επιτυχίας: 77%



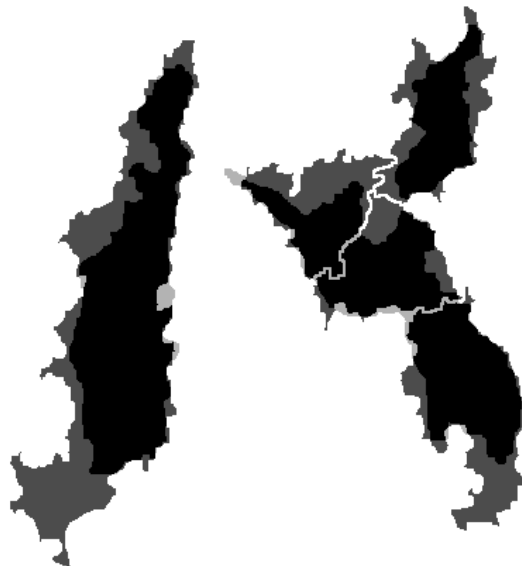
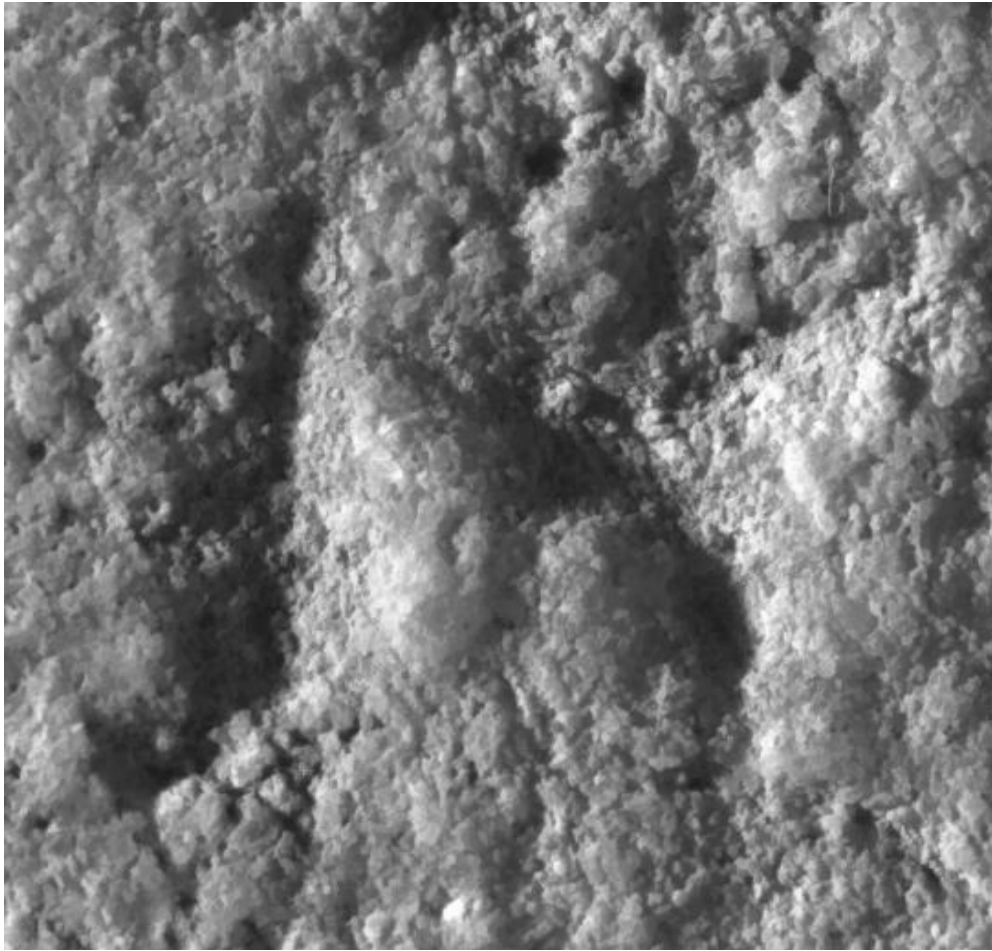
Εικόνα 25: ποσοστό επιτυχίας: 79%



Εικόνα 26: ποσοστό επιτυχίας: 84%



Εικόνα 27: ποσοστό επιτυχίας: 83%



Εικόνα 28: ποσοστό επιτυχίας: 80%

3. ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΗ WATERSHED

3.1 Εισαγωγή

Η γραμμή watershed είναι το κύριο εργαλείο που εξάχθηκε στο πλαίσιο της μαθηματικής μορφολογίας για κατάτμηση εικόνων. Ο αλγόριθμος watershed χρησιμοποιείται κυρίως σε εικόνες κλίσης (gradient images) και εντοπίζει τις λεκάνες απορροής (catchment basins). Μια καλή ερμηνεία του αλγόριθμου δίνεται από τον Beucher ο οποίος θεώρησε την εικόνα κλίσης σαν ένα τοπογραφικό ανάγλυφο. Οι πηγές τοποθετούνται στα τοπικά ελάχιστα και το ανάγλυφο πλημμυρίζεται με ομοιόμορφο τρόπο και ταχύτητα. Κατά την στιγμή όπου δύο διαφορετικές κοιλάδες αρχίζουν να ενώνονται, ένα φράγμα ανεγείρεται για να προφυλάξει την συνένωση των κοιλάδων. Η συνένωση όλων των φραγμάτων αποτελεί την γραμμή του watershed. Συχνά αυτά τα ελάχιστα είναι πολλά σε αριθμό και τα περισσότερα από αυτά δεν σχετίζονται με την επιθυμητή κατάτμηση, το οποίο οδηγεί σε υπερκατάτμηση (oversegmentation). Η λύση που προτάθηκε το 1982, βοηθά στην αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, αμέσως μόλις βρεθεί η πρώτη εκτίμηση. Αυτή η προσέγγιση καλείται δείκτες (markers), διότι περιέχει έναν δείκτη για κάθε αντικείμενο που θα ανιχνευτεί, συμπεριλαμβάνοντας το φόντο. Η τμηματοποίηση αποτελείται από δυο βήματα: α)στο πρώτο, ένα πλήθος από markers ανιχνεύεται για κάθε αντικείμενο και για το φόντο, β)στο δεύτερο βήμα κατασκευάζεται ο watershed της εικόνας κλίσης γεμίζοντας το ανάγλυφο από ένα πλήθος πηγών τοποθετημένες στους markers. Μετά το τέλος του γεμίσματος, είναι διαθέσιμα κομμάτια της εικόνας που σε κάθε ένα υπάρχει μόνο ένας marker.

3.2 Ορισμός του watershed στον συνεχή χώρο.

Ο ορισμός του watershed στον συνεχή χώρο πρέπει να γίνει με προσοχή, γιατί υλοποιείται σε εικόνες κλίσης οι οποίες συχνά περιέχουν θόρυβο και δεν είναι ομαλές. Για τον λόγο αυτό, πρέπει να ορισθεί ώστε να ισχύει ακόμα και αν η συνάρτηση δεν είναι αρκετά ομαλή.

3.2.1 Η τοπογραφική μεταβολή

Θεωρούμε συνάρτηση f από το \mathbb{R}^n στο \mathbb{R} . Έστω ότι $\text{supp}(f)$ είναι το support της συνάρτησης, T διάστημα στο \mathbb{R} και γ μια συνεχή συνάρτηση από το T στο $\text{supp}(f)$, (T, γ) μια διαδρομή που περιέχεται στο support της f και $\zeta = (t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ ένα πεπερασμένο μέρος του T . Για λόγους συντομίας γράφουμε $\gamma_i = \gamma(t_i)$. Επιπλέον ορίζεται το στοιχειώδες εγώση ε_i σαν το εγώση από δίσκο ακτίνας $|\gamma_{i-1}, \gamma_i|$, την γεωδαισιακή απόσταση ανάμεσα στα σημεία γ_i και γ_{i-1} .

Ορισμός 1

Η τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f κατά μήκος της πολυγωνικής γραμμής ζ ορίζεται ως:

$$TV_\zeta = \sum_i [f(\gamma_i) - \varepsilon_i f(\gamma_i)]$$

Ορισμός 2

Τοπογραφική μεταβολή της συνάρτησης f στη διαδρομή (T, γ) , ονομάζεται ο θετικός αριθμός (πεπερασμένος ή άπειρος) που ορίζεται από:

$$TV_\gamma = \sup TV_\zeta \text{ (για κάθε πεπερασμένο } \zeta \subset T \text{)}.$$

Αν $TV_\gamma < \infty$, τότε η f λέγεται ότι είναι πεπερασμένης τοπογραφικής μεταβολής στο T .

Με αυτόν τον τρόπο, η τοπογραφική απόσταση (topographical distance) δυο σημείων p και q , ορίζεται θεωρώντας το σύνολο $\Gamma(p, q)$ το οποίο ανήκει στο support της f :

$$TD(p, q) = \inf_{\gamma \in \Gamma(p, q)} TV_\gamma$$

Ορισμός 3

Λεκάνη απορροής (catchment basin) $CB(m_i)$ ενός τοπικού ελαχίστου m_i , καλείται το σύνολο των σημείων $x \in \text{supp}(f)$, τα οποία είναι πιο κοντά στο m_i από κάθε άλλο τοπικό ελάχιστο για την τοπογραφική απόσταση:

$$\forall j \in I, j \neq i \Rightarrow TD(x, m_i) < TD(x, m_j)$$

Ορισμός 4

Η γραμμή watershed μίας συνάρτησης f , είναι το σύνολο των σημείων του $\text{supp}(f)$ τα οποία δεν ανήκουν σε καμία λεκάνη απορροής

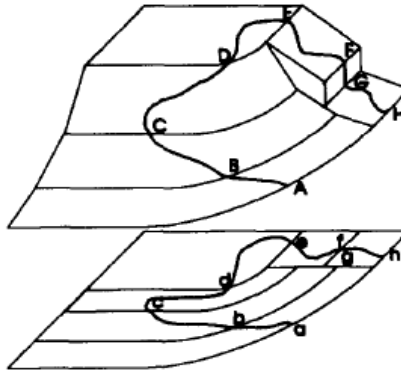
$$\text{Wsh}(f) = \text{supp}(f) \cap [\cup_i (CB(m_i))]^c$$

3.2.2 Εφαρμογή σε δυαδικές εικόνες

Μια απαίτηση για τον ορισμό της γραμμής watershed είναι η εφαρμογή σε δυαδικές εικόνες: όταν εφαρμόζεται η συνάρτηση απόστασης σε δυαδικά σύνολα, η γραμμή watershed πρέπει να αποφέρει το SKIZ αυτών των συνόλων. Πράγματι η πιο απότομη κλίση μίας συνάρτησης απόστασης, είναι παντού σταθερή και ίση με 1.

3.2.3 Ερμηνεία της συνάρτησης τοπογραφικής απόστασης

Εδώ θα δοθεί ένα παράδειγμα για την κατανόηση της τοπογραφικής απόστασης σε συναρτήσεις του γκρι. Στην εικόνα 1 απεικονίζεται μια συνάρτηση τόνων του γκρι με σταθερή κλίση σε κάθε επίπεδο της εικόνας. Παρακάτω υπολογίζεται η τοπογραφική απόσταση στο μονοπάτι (A,B,C,D,E,F,G,H) του οποίου η προβολή είναι (a,b,c,d,e,f,g,h). Το κομμάτι της διαδρομής από το a στο b, ανήκει σε μια ζώνη σταθερής κλίσης α . Η τοπογραφική απόσταση για το κομμάτι (A,B) είναι ίση με την γεωδαισιακή απόσταση της αντίστοιχης προβολής (a,b) πολλαπλασιασμένη με το βάρος α . Αν οι κλίσεις των διαδοχικών κομματιών ab, bc, cd, de, ef, fg και gh είναι αντίστοιχα $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ και η , τότε η τοπογραφική απόσταση κατά μήκος της διαδρομής (AH) είναι το άθροισμα $\alpha*d(a,b) + \beta*d(b,c) + \gamma*d(c,d) + \delta*d(d,e) + \epsilon*d(e,f) + \zeta*d(f,g) + \eta*d(g,h)$. Από το D στο E, η τοπογραφική απόσταση θα είναι μηδέν, εφόσον η κλίση δ είναι μηδέν, ενώ από το F στο G η κλίση είναι άπειρη γιατί η απόσταση από το f στο g ισούται με μηδέν. Σε αυτήν την περίπτωση $\delta*d(f,g) = f(f) - f(g)$.



Εικόνα 1: Συσχέτιση της τοπογραφικής απόστασης σε μια διαδρομή, με την γεωδαισιακή απόσταση στην προβολή της

3.3 Τοπογραφική απόσταση και λεκάνες απορροής στον διακριτό χώρο.

Στον διακριτό χώρο, πάντα υπάρχουν τα ίδια προβλήματα: απειροελάχιστα δομικά στοιχεία δεν υπάρχουν στο ψηφιακό πλέγμα και οι γειτονικές σχέσεις είναι αδύναμες. Παρ'όλα αυτά είναι δυνατόν να γίνουν καλές προσεγγίσεις της γραμμής watershed.

3.3.1 Η τοπογραφική συνάρτηση απόστασης

Θεωρούμε μια συνάρτηση τόνων του γκρι f από το Z^n στο Z και το support της $\text{supp}(f)$. Έστω G το υποκείμενο πλέγμα, το οποίο μπορεί να είναι οποιουδήποτε τύπου. Συσχετίζεται στο G ένας γειτονικός γράφος U , όπου είναι ένα υποσύνολο $Z^n \times Z^n$ το οποίο ορίζεται από $(a,b) \in U$ αν και μόνο αν τα a και b είναι γειτονικά.

Ονομάζεται $N_U(p)$ τα γειτονικά εικονοστοιχεία ενός εικονοστοιχείου p , ως προς το U και το $\text{supp}(f)$: $N_U(p) = \{p' \in Z^2, (p,p') \in U \cap \text{supp}(f)\}$. Το υποσύνολο $B(p)$ όλων των εικονοστοιχείων του $N_U(p)$ που βρίσκονται σε απόσταση 1 από το p καλείται μοναδιαίος δίσκος μεγέθους 1. Το erosion της συνάρτησης f από αυτόν τον δίσκο είναι το στοιχειώδες erosion ef .

Ορισμός 5:

Ένα μονοπάτι π πλήθους n μεταξύ δυο εικονοστοιχείων p και q στο πλέγμα G , είναι μια πλειάδα n -εικονοστοιχείων (p_1, p_2, \dots, p_n) τέτοια ώστε $p_1=p$, $p_n=q$ και $\forall_i \in [1, n-1]$, $(p_i, p_{i+1}) \in G$.

Το μήκος της διαδρομής π , ορίζεται από $l(\pi) = \sum_i \text{dist}(p_i, p_{i+1})$.

Η κλίση μεταξύ δυο εικονοστοιχείων p και p' για $f(p') < f(p)$ ορίζεται από

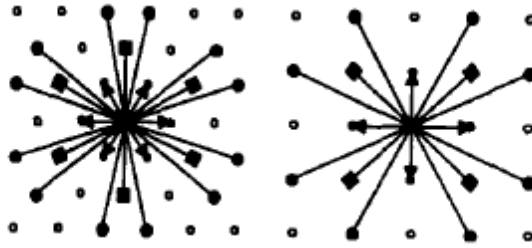
$$\text{slope}(p, p') = \frac{f(p) - f(p')}{\text{dist}(p, p')}.$$

Ορισμός 6:

Το σύνολο των κατώτερων γειτόνων του p (lower neighbours), για τα οποία $\text{slope}(p, p')$ είναι μέγιστη συμβολίζεται ως $\Gamma(p)$. Η τιμή αυτής της μέγιστης κλίσης ονομάζεται ελάχιστη κλίση της συνάρτησης στο σημείο p :

$$LS(p) = \max \left[\frac{f(p) - f(p')}{\text{dist}(p, p')} \right] \text{ για } p' \in N_U(p) \text{ και } f(p') < f(p).$$

Οι περισσότερο χρησιμοποιούμενοι γειτονικοί γράφοι, είναι αυτοί των 4-συνδέσεων στο τετραγωνικό πλέγμα και των 6-συνδέσεων στο εξαγωνικό. Μερικές φορές μπορεί να χρησιμοποιηθούν πιο σύνθετοι, όπως π.χ. 8 ή 16 γειτόνων στο τετραγωνικό πλέγμα, 12 ή 24 στο εξαγωνικό. Αυτές οι γειτονιές ονομάζονται chamfer και μερικά παραδείγματα παρουσιάζονται στην εικόνα 2. Χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των συναρτήσεων απόστασης, όπου οι αποστάσεις από κάθε γειτονικό σημείο προς το κεντρικό υπολογίζονται με ακέραιους αρμούς. Ενδεικτικά, σε τετραγωνική διασύνδεση με 16 διασυνδέσεις οι αποστάσεις είναι 5, 7 και 11.



Εικόνα 2: Βασικές γειτονικές σχέσεις για το τετραγωνικό και το εξαγωνικό πλέγμα.

Ορισμός 7:

Η αντιστοίχιση (mapping) $\Gamma(p)$ επιτρέπει τον ορισμό ενός κατευθυνόμενου γράφου V , ως υπογράφο του γειτονικού γράφου U :

$$(p, p') \in V \Leftrightarrow p' \in \Gamma(p)$$

Ορισμός 8:

Ορίζεται το κόστος για την μετακίνηση στην τοπογραφική επιφάνεια από την θέση $f(p_{i-1})$ στην γειτονική θέση $f(p_i)$:

$$f(p_{i-1}) > f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \text{LS}(p_{i-1}) * \text{dist}(p_{i-1}, p_i),$$

$$f(p_{i-1}) < f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \text{LS}(p_i) * \text{dist}(p_{i-1}, p_i),$$

$$f(p_{i-1}) = f(p_i) \Rightarrow \text{cost}(p_{i-1}, p_i) = \frac{\text{LS}(p_{i-1}) + \text{LS}(p_i)}{2} * \text{dist}(p_{i-1}, p_i)$$

Ορισμός 9:

Έστω f μια συνάρτηση γκρι τόνου και π η διαδρομή $(p_1=p, p_2, \dots, p_n=q)$ μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και q μέσα στο $\text{supp}(f)$. Τότε η π - τοπογραφική απόσταση μεταξύ των p και q στην f κατά μήκος της διαδρομής π είναι η σταθμισμένη απόσταση (weighted distance) που ορίζεται από:

$$T_f^\pi(p, q) = \sum_{i>1} \text{cost}(p_{i-1}, p_i).$$

Ορισμός 10:

Η τοπογραφική απόσταση μεταξύ δύο εικονοστοιχείων p και q ορίζεται ως η ελάχιστη π -τοπογραφική απόσταση μεταξύ των δύο εικονοστοιχείων p και q μεταξύ όλων των διαδρομών π ανάμεσα στα p και q μέσα στο $\text{supp}(f)$:

$$T_f(p,q)=\inf(T_f^\pi(p,q)).$$

Ορισμός 11:

Ένα εικονοστοιχείο p ανήκει στο upstream ενός εικονοστοιχείου q , εάν υπάρχει διαδρομή π απότομης κλίσης μεταξύ p και q : $\pi=(p_1=p, p_2, \dots, p_n=q)$ και $\forall i,; p_{i-1} \in \Gamma(p_i)$.

3.3.2 Ορισμός λεκάνης απορροής

Οι ορισμοί της λεκάνης απορροής και της γραμμής watershed παραμένουν οι ίδιοι στο διακριτό χώρο, αντικαθιστώντας την συνεχή απόσταση T_D με την διακριτή T_f .

3.4 Η γραμμή watershed και αλγόριθμοι ελαχίστης διαδρομής

Από τον ορισμό 3 φαίνεται πως αντιστοιχίζεται το κόστος σε κάθε τόξο του γειτονικού γράφου. Στους κόμβους που ανήκουν σε τοπικά ελάχιστα αντιστοιχίζεται κόστος ίσο με το ύψος τους. Η κατασκευή της λεκάνης απορροής σε μια συνάρτηση του γκρι, ανάγεται στο πρόβλημα εύρεσης της διαδρομής με ελάχιστο κόστος μεταξύ κάθε εικονοστοιχείου και ενός τοπικού ελαχίστου. Όλα τα εικονοστοιχεία κατά μήκος μίας διαδρομής ελάχιστου κόστους, έχουν την ίδια 'ετικέτα' (label) με το τοπικό ελάχιστο στην αρχή της διαδρομής.

3.4.1 Γεμίζοντας από τα τοπικά ελάχιστα, ή από τους markers

Στις εικόνες κλίσης υπάρχει πληθώρα τοπικών ελαχίστων, αλλά ελάχιστα από αυτά είναι χρήσιμα για την κατάτμηση της, γεγονός που πολλές φορές οδηγεί σε υπερκατάτμηση (oversegmentation). Όπως αναφέρθηκε, η λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι η τοποθέτηση ενός συνόλου από markers σε κάθε αντικείμενο και στο φόντο, από τους οποίους το ανάγλυφο της εικόνας πλημμυρίζεται. Οι

παρακάτω αλγόριθμοι περιγράφουν τον τρόπο κατασκευής της γραμμής του watershed που σχετίζεται με το σύνολο των τοπικών ελαχίστων. Στο πρόβλημα πως θα εισάγουμε τους markers, υπάρχει μια κλασική λύση από τους Beucher και Meyer η οποία ονομάζεται τροποποίηση ομοτοπίας (homotopy modification).

3.4.1.1 Τροποποίηση της ομοτοπίας της εικόνας κλίσης

Ο αλγόριθμος για αυτήν την διαδικασία είναι απλός και βασίζεται σε ανακατασκευή του γκρι. Η κλασική λύση αποτελείται από την αντικατάσταση της αρχικής κλίσης g , από μια καινούργια συνάρτηση g' , η οποία έχει μόνο τα ελάχιστα τα οποία αντιστοιχούν σε markers και έχουν την τιμή 0. Μετά από αυτόν τον μετασχηματισμό, όλοι οι κλασικοί αλγόριθμοι για την κατασκευή του watershed μπορούν να εφαρμοστούν.

3.4.2 Ο αλγόριθμος του Moore

3.4.2.1 Η απόσταση από έναν κόμβο προς όλους τους άλλους

Ο σκοπός του αλγορίθμου, ο οποίος δημοσιεύτηκε το 1957 από τον Moore είναι ο υπολογισμός της ελάχιστης διαδρομής από έναν κόμβο προς όλους τους άλλους. Η αρχή λειτουργίας του αλγορίθμου είναι η εξής: οι κόμβοι για τους οποίους η ελάχιστη απόσταση είναι γνωστή, ταξινομούνται σύμφωνα με το μήκος τούς. Ο κόμβος με την μικρότερη τιμή επεκτείνεται και οι πιο κοντινές διαδρομές προς τους γειτόνους του υπολογίζονται. Παρακάτω δίδεται μια έκδοση όπου βρίσκονται οι λεκάνες απορροής από αυτόν τον αλγόριθμο.

Έστω (X,W) ένας γράφος, όπου το X αναπαριστά τους κόμβους, W τις ακμές μεταξύ των κόμβων και l_{ij} είναι το κόστος το οποίο σχετίζεται με το τόξο (i,j) για $(i,j) \in W$. Έστω ότι $\pi^*(i)$ είναι το ελάχιστο κόστος όλων των μονοπατιών μεταξύ 1 και i , συγκεκριμένα $\pi^*(1)=0$. Ο αλγόριθμος θα προβεί σε $N-1$ επαναλήψεις. Στην αρχή κάθε επανάληψης το σύνολο των κόμβων διαχωρίζεται σε δύο υποσύνολα, S και $S'=X-S$, ενώ για την πρώτη επανάληψη ισχύει $1 \in S$. Έπειτα σε κάθε κόμβο i του X δίδεται μια ετικέτα $\pi(i)$ η οποία ικανοποιεί την ακόλουθη ιδιότητα:

- $\forall i \in S, \pi(i) = \pi^*(i),$
- $\forall i \in S', \pi(i) = \min_{k \in S, (k,i) \in W} (\pi(k) + l_{ki})$

Η τιμή του $\pi(i)$ για $i \in S'$ δίνει την ελάχιστη απόσταση των διαδρομών μεταξύ 1 και i υπό την προϋπόθεση ότι όλοι οι κόμβοι της διαδρομής εκτός των i περιλαμβάνονται στο σύνολο S .

Ο αλγόριθμος του Moore ακολουθεί τα εξής βήματα:

(a) Αρχικοποίηση: $S' = \{2, 3, \dots, N\}$

$$\pi(1) = 0, \pi(i) = \begin{cases} l_{1i} & \text{if } (1,i) \in W \\ \infty & \text{if not} \end{cases}$$

(b) Επιλογή του κόμβου $j \in S'$ που ικανοποιεί την συνθήκη $\pi(j) = \min_{i \in S'} \pi(i)$.

Κάνε: $S' \leftarrow S' - \{j\}$. Αν $|S'| = 0$ END; ELSE επιστροφή στο (c)

(c) Για κάθε i τέτοιο ώστε $(i,j) \in W$ και $i \in S'$ κάνε: $\pi(i) \leftarrow \min(\pi(i), \pi(j) + l_{ij})$ και επιστροφή στο (b)

3.4.2.2 Υπολογισμός της λεκάνης απορροής με ολοκλήρωση

Ο αλγόριθμος του Moore μπορεί εύκολα να προσαρμοσθεί για τον υπολογισμό της λεκάνης απορροής μίας συνάρτησης γκρι τόνου f , για την οποία είναι γνωστά τα τοπικά ελάχιστα (m_i) . Το G αναπαριστά όλους τους κόμβους του πλέγματος και U τις γειτονικές σχέσεις. Κάθε τοπικό ελάχιστο έχει μια ετικέτα η οποία επεκτείνεται σε όλα τα εικονοστοιχεία που ανήκουν στην λεκάνη απορροής αυτού του ελαχίστου.

- Αρχικοποίηση. Για όλα τα εικονοστοιχεία των τοπικών ελαχίστων η ελάχιστη απόσταση είναι γνωστή και ισούται με το ύψος του τοπικού ελαχίστου: $\forall x \in m_i, \pi(x) = f(x)$. Για τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία ισχύει $\pi(z) = \infty$. Τα εσωτερικά εικονοστοιχεία των τοπικών ελαχίστων όπως αυτά που δεν έχουν υψηλότερα γειτονικά ενσωματώνονται στο S ενώ όλα τα υπόλοιπα, και τα εσωτερικά του συνόλου ∂m_i του τοπικού ελαχίστου ($x \in \partial m_i \Leftrightarrow x \in m_i$ και $\exists z, (x,z) \in U, f(z) > f(x)$) εισάγονται στο σύνολο S' .
- Επιλογή του εικονοστοιχείου $x \in S'$ για το οποίο $\pi(x) = \min_{z \in S'} \pi(z)$. Αφαίρεση του x από $S': S' \leftarrow S' - \{x\}$. Αν S' είναι κενό: END, ELSE πήγαινε στο (c)
- Για κάθε γειτονικό z του x μέσα στο σύνολο $S': z \in S' \cap N_U(x)$ DO:

Αν $\pi(z) < \pi(x) + \text{cost}(x,z)$ τότε $\pi(z) = \pi(x) + \text{cost}(x,z)$ και $\text{label}(z) = \text{label}(x)$.

Επιστροφή στο (b).

3.4.2.3 Υπολογισμός της λεκάνης απορροής από hill climbing

Η περίπτωση στην οποία η συνάρτηση f δεν είναι γνωστή και η ολοκλήρωση της κλίσης πρέπει να γίνει ταυτόχρονα με τον υπολογισμό της γραμμής του watershed δεν είναι συχνή. Η πιο συνήθης περίπτωση στην οποία συμβαίνει αυτό είναι όταν η κλίση ισούται με μονάδα, αποδίδοντας την συνάρτηση απόστασης ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις η συνάρτηση f είναι γνωστή. Ισχύει ότι οι γεωδαισιακές μεταξύ ενός τοπικού ελαχίστου και των εικονοστοιχείων της λεκάνης απορροής τους είναι γραμμές με την μεγαλύτερη κλίση. Αυτή η παρατήρηση επιτρέπει την κατασκευή ενός απλούστερου αλγόριθμου χρησιμοποιώντας την αντιστοίχιση Γ που ορίστηκε στον ορισμό 6.

Στην γενική περίπτωση οι αποστάσεις δεν είναι οι ίδιες. Αυτά αντιστοιχούν σε διαγώνιες γειτονίες. Σε αυτήν την περίπτωση κάθε εικονοστοιχείο z , παίρνει την τιμή του από το γειτονικό του που ανήκει στο $\Gamma(z)$: κατά την διάρκεια της διεύρυνσης του, όλα τα γειτονικά που ανήκουν στην αντίστροφη απεικόνιση $\Gamma^{-1}(x)$ και δεν έχουν ετικέτα, παίρνουν την ετικέτα του x . Ο αλγόριθμος υλοποιείται ως ακολούθως:

- (a) Αρχικοποίηση. Για όλα τα εικονοστοιχεία των τοπικών ελαχίστων οι ετικέτες είναι γνωστές. Τα εσωτερικά εικονοστοιχεία των τοπικών ελαχίστων ανήκουν στο σύνολο S ενώ τα σημεία στο σύνορο ανήκουν στο S' μαζί με τα εικονοστοιχεία που βρίσκονται έξω από τα τοπικά ελάχιστα.
- (b) Επιλογή του εικονοστοιχείου $x \in S'$ για το οποίο ισχύει $f(x) = \min_{z \in S'} f(z)$. Απομάκρυνση του x από το $S': S' \leftarrow S' - \{x\}$. Αν το σύνολο S' είναι κενό : END διαφορετικά πήγαινε στο (c)
- (c) Για κάθε εικονοστοιχείο z το οποίο ανήκει στο $\Gamma^{-1}(z) \cap S'$ και δεν έχει ετικέτα DO: $\text{label}(z) = \text{label}(x)$. Επιστροφή στο (b).

3.4.2.4 Η τύφλωση (blindness) του αλγόριθμου watershed στα οροπέδια (plateaus)

3.4.2.4.1 Αιτία της τύφλωσης

Το δεύτερο βήμα στον αλγόριθμο του Moore που μόλις περιγράφηκε, αποτελείται από την επιλογή του εικονοστοιχείου με την μικρότερη τιμή $f(x)$. Παρακάτω παρουσιάζεται η περίπτωση όπου ένα πλήθος εικονοστοιχείων είναι υποψήφια για επιλογή γιατί έχουν την ίδια τιμή, η οποία εμφανίζεται στα οροπέδια της συνάρτησης f . Σε αυτές τις περιοχές δεν υπάρχει πρόβλεψη για την εξέλιξη της πλήρωσης, το οποίο συνεπάγεται ότι η γραμμή του watershed δεν είναι μοναδική.

3.4.2.4.2 Ιεραρχικές ουρές (Hierarchical Queues)

Για τους αλγόριθμους τύπου Moore υπάρχει μια απλή λύση: αν δημιουργηθεί μια δομή δεδομένων για την αποθήκευση όλων των εικονοστοιχείων με ετικέτες και την ανάκτηση του εικονοστοιχείου με την μικρότερη τιμή, θα έχει ως αποτέλεσμα την ορθή τοποθέτηση της γραμμής του watershed στα οροπέδια. Μια τέτοια δομή δεδομένων καλείται ταξινομημένη ουρά (ordered queue) και έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: τα εικονοστοιχεία είναι ταξινομημένα ως προς το ύψος τους, για κάθε τιμή ύψους ένα αρχείο χρησιμοποιείται ως μέσο αποθήκευσης με την αρχή 'πρώτο μέσα πρώτο έξω' (first in first out). Τα εικονοστοιχεία στο σύνορο των οροπεδίων εισάγονται στο αντίστοιχο αρχείο καθώς τα πιο χαμηλά γειτονικά τους εικονοστοιχεία επεκτείνονται. Αυτά τα εικονοστοιχεία είναι τα πρώτα που θα εξέλθουν από το αρχείο και κατά την διάρκεια της επέκτασης τα εικονοστοιχεία σε απόσταση 2 από το σύνορο εισάγονται στο αρχείο. Κατά αυτόν τον τρόπο τα εικονοστοιχεία διαχειρίζονται με σειρά αυξανόμενης απόστασης προς το χαμηλότερο σύνορο του οροπεδίου.

3.4.2.4.3 Arrowing

Άλλη μια λύση δίνει μεγαλύτερη ελευθερία. Αποτελείται από την τροποποίηση του γειτονικού γράφου V (ορισμός 6) εντός του οροπεδίου π.χ. για όλα τα ζεύγη των εικονοστοιχείων (p, p') για τα οποία ισχύει $cost(p, p')=0$. Για τέτοια ζεύγη από

εικονοστοιχεία, ένα προσανατολισμένο τόξο θα δημιουργηθεί από το p στο p' αν η γεωδαισιακή απόσταση στο χαμηλότερο σύνορο του οροπεδίου είναι στο p από ότι στο p' . Αυτό μπορεί να επιτευχθεί εύκολα κατασκευάζοντας την συνάρτηση απόστασης σε κάθε οροπέδιο προς το χαμηλότερο σύνορό της. Ο γειτονικός γράφος κατασκευάζεται για αυτήν την συνάρτηση απόστασης και η ένωση των δύο γράφων θα καλείται πλήρης γράφος (CV).

3.4.3 Ο αλγόριθμος του Berge

3.4.3.1 Η απόσταση από έναν κόμβο προς όλους τους άλλους

Το 1958 δημοσιεύτηκε ένας αλγόριθμος από τον Berge πολύ διαφορετικός από του Moore και στηρίζεται στην ακόλουθη παρατήρηση. Έστω $\pi(i)$ η συντομότερη διαδρομή από το 1 στο i και (i,j) το τόξο μήκους $l_{i,j}$ που ενώνει τον κόμβο i με τον j . Η συντομότερη διαδρομή από τον κόμβο 1 στον κόμβο j μπορεί να περνάει από τον κόμβο i , που σημαίνει $\pi(j) \leq \pi(i) + l_{i,j}$. Η συνάρτηση η οποία αποδίδει σε κάθε κόμβο την απόσταση από τον 1 πρέπει να επαληθεύει την σχέση: $\pi(j) - \pi(i) \leq l_{i,j}$. Ο αλγόριθμος του Berge είναι ο ακόλουθος:

- (a) Αρχικοποίηση: $\pi(1)=0$ και $\forall i \neq 1, \pi(i)=\infty$
- (b) Εύρεση του $\arg(i,j)$ για το οποίο $\pi(j) - \pi(i) > l_{i,j}$. Αν δεν υπάρχει τέτοιο τόξο END
- (c) Γράψε: $\pi(j) = \pi(i) + l_{i,j}$ και επιστροφή στο (b).

3.4.3.2 Γεμίζοντας από το σύνολο των ελαχίστων και επίλυση της eikonal εξίσωσης.

Έστω (m_i) το σύνολο των τοπικών ελαχίστων της f . Σε κάθε εικονοστοιχείο είναι γνωστή η ελάχιστη κλίση $LS(x)$ και κάθε τοπικό ελάχιστο έχει μια ετικέτα $lab(m_i)$. Ήδη έχουμε παρατηρήσει το πρόβλημα της τοπογραφικής απόστασης στα οροπέδια. Αυτό το πρόβλημα αντιμετωπίζεται στον αλγόριθμο του Moore με την χρήση των ιεραρχικών ουρών. Ωστόσο, στον αλγόριθμο του Berge η θέση της γραμμής του watershed επηρεάζεται από την σειρά σάρωσης. Για παράδειγμα, για

ευθεία σάρωση η θέση της γραμμής watershed πάντα θα μετατίθεται στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας, γεγονός το οποίο δεν είναι αποδεκτό για συναρτήσεις που έχουν μεγάλες πεδιάδες. Στο σημείο αυτό, εισάγουμε μια καινούργια συνάρτηση ελέγχου (θ) όμοια με την συνάρτηση απόστασης στα κατώτερα όρια κάθε πεδιάδας.

Τα εσωτερικά σημεία των πεδιάδων έχουν κατώτερη κλίση ίση με το μηδέν.

(a) Αρχικοποίηση. Για κάθε εικονοστοιχείο x το οποίο ανήκει σε τοπικό ελάχιστο: $\pi(x)=0$. Για όλα τα υπόλοιπα σημεία $\pi(x)=\infty$. Για κάθε εικονοστοιχείο x για το οποίο $LS(x)=0$ κάνε: $\theta(x)=\infty$. Για όλα τα υπόλοιπα $\theta(x)=0$.

(b) Επανάληψη ευθείας σάρωσης ακολουθούμενη από ανάστροφη σάρωση και εφαρμογή στο κεντρικό εικονοστοιχείο το εξής:

{

Για κάθε γειτονικό y του x , το οποίο ανήκει σε επόμενη σάρωση του x για την παρούσα σάρωση κάνε:

Αν $\pi(y) \geq \pi(x) + \text{cost}(x,y)$ τότε $\pi(y) = \pi(x) + \text{cost}(x,y)$ και $\text{lab}(y) = \text{lab}(x)$

Αν $\{\text{cost}(x,y)=0 \text{ και } \theta(y) \geq \theta(x) + \text{dist}(x,y)\}$ τότε $\{\theta(y) = \theta(x) + \text{dist}(x,y) \text{ και } \text{lab}(y) = \text{lab}(x)\}$

}

Μέχρι η έξοδος ενός πλήρους κύκλου ευθείας και ανάστροφης σάρωσης γίνει ίδια με την είσοδο.

3.4.3.3 Γεμίζοντας από το σύνολο των ελαχίστων, όταν η συνάρτηση είναι γνωστή

Εισάγεται ο ίδιος κατευθυνόμενος υπογράφος V με ορισμό 7 και θα ακολουθηθεί η ίδια νοοτροπία για τις ετικέτες των τοπικών ελαχίστων.

(a) Αρχικοποίηση. Για όλα τα εικονοστοιχεία εκτός τοπικών ελαχίστων: $\text{lab}(x) = \infty$.

(b) Επανάληψη του ευθείας σάρωσης ακολουθούμενη από ανάστροφη σάρωση και εφαρμογή στο κεντρικό εικονοστοιχείο τα ακόλουθα:

```

{
  Για κάθε γειτονικό  $\gamma$  του  $x$  το οποίο ανήκει στις επόμενες σαρώσεις κάνε:
  Αν  $lab(\gamma) \neq lab(x)$  και  $\gamma \in \Gamma(x)$  τότε:  $lab(\gamma) = lab(x)$ .
}

```

Μέχρι να μην υπάρχει αλλαγή κατά την διάρκεια μίας πλήρους σάρωσης.

3.4.4 Υπεροχή των chamfer της γραμμής watershed

3.4.4.1 Ακρίβεια της γραμμής watershed

Αν η γειτονιά $N_6(p)$ έχει περισσότερα εικονοστοιχεία από τις πρώτες γειτονιές, παίρνουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στην τοποθέτηση της γραμμής του watershed. Το ολοκλήρωμα μίας σταθερής συνάρτησης ίσης με 1 με μια τέτοια γειτονιά έχει ως αποτέλεσμα την κλασσική Chamfer συνάρτηση απόστασης. Αν εφαρμοστεί ο ίδιος αλγόριθμος σε εικόνες του γκρι, θα επιτραπεί μια πιο ακριβής τοποθέτηση της γραμμής του watershed.

3.4.4.2 Σύγκριση μεταξύ αλγορίθμων

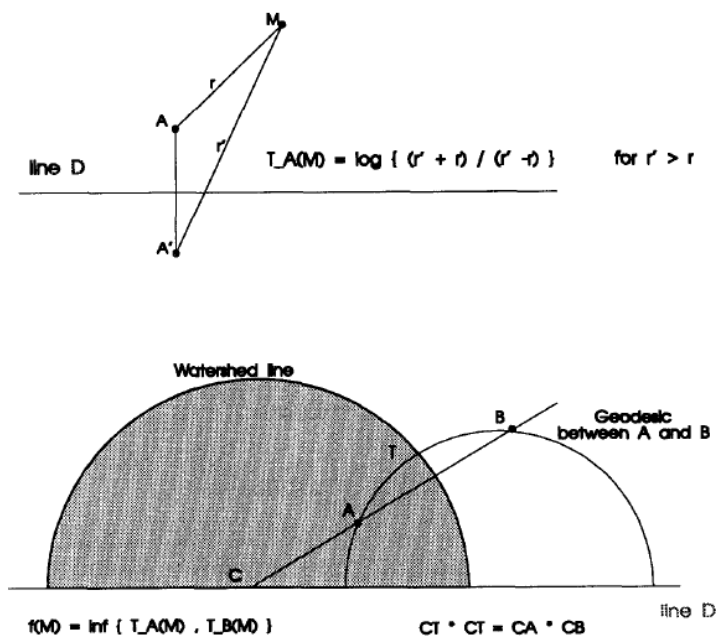
Ολοκληρώνοντας μια σταθερή συνάρτηση με έναν σταθερό τόνο του γκρι παράγεται μια συνάρτηση απόστασης σε όλα τα σύνολα που χρησιμεύει ως οριακή συνθήκη. Εφαρμόζοντας σε κλασσικές εικόνες κλήσης, η υπεροχή του αλγορίθμου chamfer δεν είναι τόσο ορατή όσο στις συναρτήσεις απόστασης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι περισσότερες πραγματικές εικόνες στις οποίες υπολογίζεται ο watershed έχουν το ίδιο χαρακτηριστικό: η γραμμή του watershed είναι κάθετη στις γραμμές της μεγαλύτερης κλίσης. Γεμίζοντας μία τέτοια κοιλάδα, η πλήρωση έρχεται από δύο διαφορετικές κατευθύνσεις. Υπό αυτές τις συνθήκες, οι αλγόριθμοι της πρώτης γειτονίας δουλεύουν καλά. Για αυτόν τον λόγο, ο Matheron πρότεινε ένα πολύ πιο αυστηρό μοντέλο ελέγχου, όπου η γωνία μεταξύ της γραμμής watershed και των γραμμών της μεγαλύτερης κλίσης παίρνουν όλες τις δυνατές τιμές, από κάθετες μέχρι σχεδόν παράλληλες. Στην περίπτωση όπου υπάρξει σχεδόν παραλληλισμός, οι περισσότεροι αλγόριθμοι αποτυγχάνουν εκτός από τους αλγόριθμους Chamfer.

Το μοντέλο ελέγχου δημιουργείται ως εξής: ορίζεται συνάρτηση δυναμικού συσχετιζόμενη με ένα σημείο A. Το δυναμικό αυτό ορίζεται σε ένα ημιεπίπεδο το οποίο περιορίζεται από μια ευθεία γραμμή D. Έστω το σημείο A στο ημιεπίπεδο και το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία D, εικόνα 3. Το δυναμικό στο σημείο M ορίζεται από:

$$T_A(M) = \log \left\{ \frac{(r' + r)}{(r' - r)} \right\}$$

Όπου $r=|AM|$ και $r'=|A'M|$

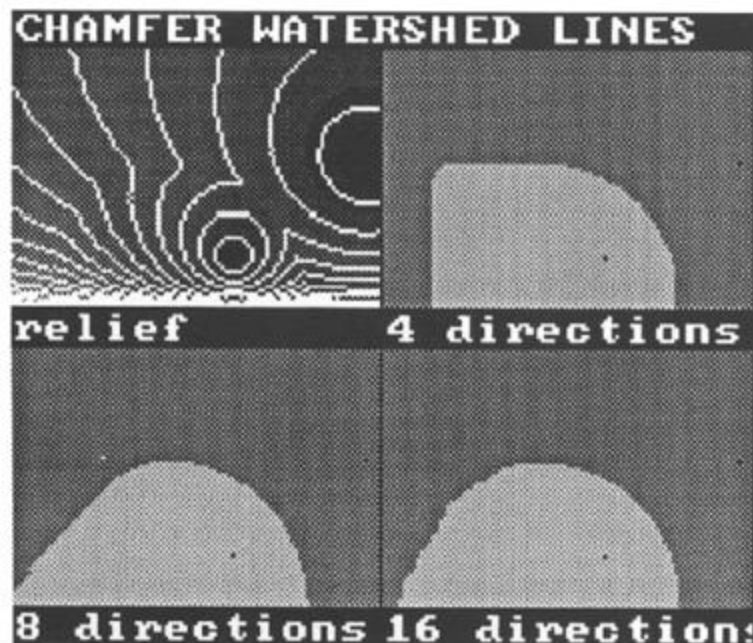
Αυτό το δυναμικό ορίζει έναν τύπο απόστασης στο σημείο M, η οποία μειώνεται ομοιόμορφα όσο η απόσταση από την γραμμή μειώνεται. Αν y είναι η απόσταση από την γραμμή D, το modulus της κλήσης της f είναι $|grad(f)| = 1/y$. Έστω μονοπάτι μεταξύ δυο σημείων x και y , τα οποία ανήκουν στην βοηθητική της συνάρτησης. Όσο το μονοπάτι απομακρύνεται από την γραμμή D, η τοπογραφική απόσταση κατά μήκος του μονοπατιού θα μειώνεται ενώ η γεωδαισιακή απόσταση παραμένει ίδια.



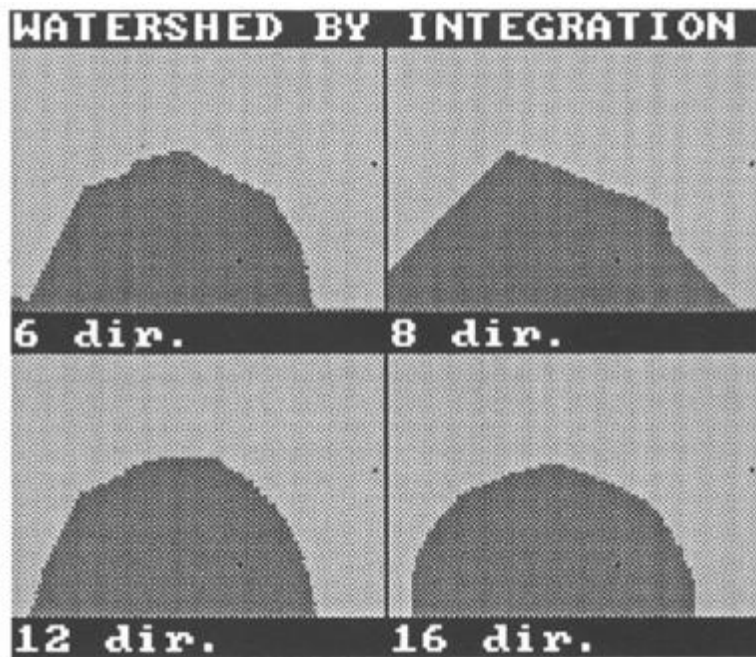
Εικόνα 3: (a) Δυναμικό που σχετίζεται με το σημείο A και η τιμή του στο σημείο M. (b) Η συνάρτηση τόνων του γκρι f είναι το ελάχιστο των δυναμικών που σχετίζονται με τα σημεία A και B.

Αν θεωρήσουμε δύο σημεία A και B, μπορούμε να ορίσουμε τα δυναμικά T_A και T_B που σχετίζονται με αυτά τα σημεία. Θα κατασκευάσουμε την γραμμή watershed της συνάρτησης $f(M)=\inf\{T_A(M), T_B(M)\}$, εικόνα 3β. Τα σημεία A και B είναι τα δύο μόνα τοπικά ελάχιστα της συνάρτησης f . Η θέση της γραμμής watershed της f μπορεί να υπολογιστεί θεωρητικά: είναι ένα ημικόκλιο με κέντρο στην γραμμή D, στην τομή της γραμμής D με την AB. Η ακτίνα του κύκλου $\rho=|CT|$ επαληθεύει: $CT*CT=CA*CB$.

Αφού το modulus της κλίσης της συνάρτησης είναι γνωστό, υπάρχουν δύο πιθανοί τρόποι ελέγχου του αλγόριθμου: (α) δημιουργία της συνάρτησης f και εντοπισμός της λεκάνης απορροής (β) δημιουργία της λεκάνης απορροής ολοκληρώνοντας το modulus της κλίσης το οποίο είναι γνωστό. Η υπεροχή των μεγαλύτερων γειτονιών είναι εμφανής από τις εικόνες 4 και 5.



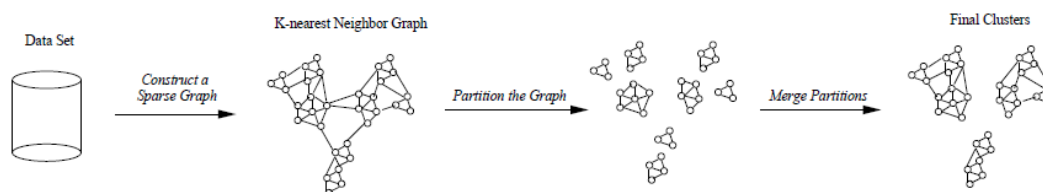
Εικόνα 4: Κατασκευή της συνάρτησης f του ορισμού. (α) Οι γραμμές της συνάρτησης f φαίνονται με γκρι. (β) Κατασκευή της γραμμής watershed με γειτονίες των 4 εικονοστοιχείων. (γ) Γειτονίες των 8 εικονοστοιχείων. (δ) Γειτονίες των 16 εικονοστοιχείων.



Εικόνα 5: Κατασκευή των λεκανών απορροής, ολοκληρώνοντας το modulus της συνάρτησης $|grad(f)| = 1/y$. (a) και (c) είναι σε εξαγωνικό raster, με 6 και 12 γειτονίες αντίστοιχα. (b) και (d) είναι σε τετραγωνικό raster με 8 και 16 γειτονίες αντίστοιχα.

4. CHAMELEON: Ομαδοποίηση Δεδομένων Με Δυναμικό Μοντέλο

Ο αλγόριθμος chameleon, παρουσιάστηκε από τους Karayis, Han και Kumar εφαρμόζει δυναμικό μοντέλο αντί του στατικού που χρησιμοποιείται από τους αλγόριθμους που παρουσιάστηκαν μέχρι τώρα. Η βασική του ιδέα είναι ο συνδυασμός των ιδιαιτεροτήτων μιας περιοχής με την σχέση που συνδέει δύο περιοχές μεταξύ τους. Τέλος σε κάθε επανάληψη, το κατώφλι απόφασης θα εξαρτάται από τα δυναμικά χαρακτηριστικά των περιοχών. Στην εικόνα 1 παρουσιάζεται η γενική ιδέα της λειτουργίας του αλγόριθμου.



Εικόνα 1: Γενική λειτουργία του Chameleon.

4.1 Γενική Περιγραφή της μεθόδου

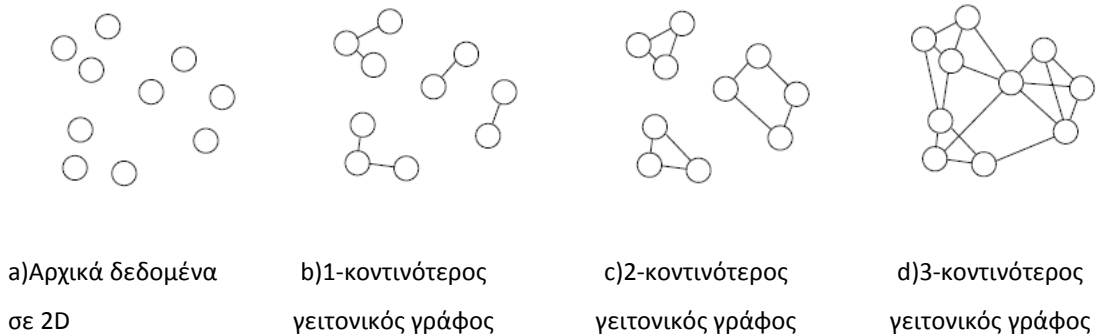
Για να μπορέσει να συνδυάσει τα χαρακτηριστικά των διαφορετικών υποπεριοχών, ορίζεται η εγγύτητα (closeness) και η διασυνδεσιμότητα (inter-connectivity) όπου χρησιμοποιούνται σαν κριτήρια συνένωσης των τελικών περιοχών.

Τα βήματα που ακολουθούνται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου είναι τα εξής:

- Κατασκευάζεται ο γράφος που συσχετίζει τα σημεία βάσει του μέτρου ομοιότητας που έχει οριστεί.
- Για μια περιοχή του γράφου, σε κάθε σημείο της λαμβάνονται υπόψη τα k- κοντινότερα σημεία τα οποία ενώνονται με το αρχικό με ευθείες (edge) αποδίδοντας σε κάθε μια ευθεία ένα βάρος το οποίο εξαρτάται από τον βαθμό ομοιότητας τους.
- Οι ομαδοποιημένες περιοχές χωρίζονται σε cluster.

- Τέλος, τα sub- cluster συγχωνεύονται σύμφωνα με τα κριτήρια ομοιότητας που ορίζονται από τον chameleon (inter-connectivity, closeness).

Στην εικόνα 2 απεικονίζονται οι 1-, 2- και 3-κοντινότεροι γειτονικοί γράφοι ενός απλού συνόλου δεδομένων.



Εικόνα 2: k-κοντινότεροι γειτονικοί γράφοι

4.2 Μοντελοποίηση της ομοιότητας των cluster

Για να ξεπεραστούν τα προβλήματα των ιεραρχικών τεχνικών, στον chameleon ορίζεται η ομοιότητα του ζεύγους των cluster C_i και C_j εξετάζοντας την σχετική εγγύτητα τους $RC(C_i, C_j)$ και την σχετική διασυνδεσιμότητα $RI(C_i, C_j)$. Τέλος, επιλέγει να ενώσει τα cluster για τα οποία οι $RC(C_i, C_j)$ και $RI(C_i, C_j)$ είναι υψηλές.

Οι ορισμοί της διασυνδεσιμότητας και της εγγύτητας δίδονται παρακάτω.

Απόλυτη inter-connectivity μίας περιοχής: Ο αριθμός των βαρών των edges εντός μιας περιοχής C_i χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της εσωτερικής διασύνδεσης της C_i . Διχοτομούμε την περιοχή C_i και υπολογίζουμε το άθροισμα των βαρών των edges που συναντά αυτή η τομή. Η inter-connectivity του cluster C_i συμβολίζεται με: EC_{C_i}

Απόλυτη inter-connectivity μεταξύ δύο περιοχών: Παρόμοια με την απόλυτη inter-connectivity μιας περιοχής, υπολογίζουμε την απόλυτη inter-connectivity μεταξύ δύο περιοχών C_i και C_j θεωρώντας την περιοχή που συμπεριλαμβάνει τις C_i και C_j

και αθροίζοντας τα ζυγισμένα βάρη των edges που συναντά η τομή που χωρίζει το ευρύτερο cluster στις C_i και C_j . Συμβολίζεται με $EC_{\{C_i, C_j\}}$

Τέλος κανονικοποιούμε την απόλυτη inter-connectivity μεταξύ των δύο περιοχών, με τις απόλυτες inter-connectivity της κάθε περιοχής, για να λάβουμε την τελική σχετική inter-connectivity των δύο cluster.

$$RI(C_i, C_j) = \frac{|EC_{\{C_i, C_j\}}|}{\frac{|EC_{C_i}| + |EC_{C_j}|}{2}}$$

Εσωτερική closeness ενός cluster: Εντός μίας περιοχής υπολογίζουμε τη μέση τιμή των βαρών των συνδέσεων μεταξύ των σημείων που αποτελούν τον κόμβο. Παρόμοια με τον υπολογισμό της inter-connectivity, λαμβάνονται υπόψιν οι συνδέσεις πάνω στην ευθεία που χωρίζει το cluster σε δύο ίσα μέρη. Για τις περιοχές C_i και C_j αντίστοιχα είναι:

$$\bar{SEC}(C_i) \text{ και } \bar{SEC}(C_j)$$

Απόλυτη closeness μεταξύ δύο περιοχών: Ανάμεσα σε δύο clusters C_i και C_j μετράται η μέση τιμή της ομοιότητας των στοιχείων του C_i που συνδέονται με αυτά του C_j και συμβολίζεται με:

$$\bar{SEC}(C_i, C_j)$$

Τελικά η σχετική εγγύτητα μεταξύ των cluster C_i και C_j θα δίνεται από την σχέση:

$$RC(C_i, C_j) = \frac{\bar{SEC}(C_i, C_j)}{\frac{|C_i|}{|C_i| + |C_j|} \bar{SEC}(C_i) + \frac{|C_j|}{|C_i| + |C_j|} \bar{SEC}(C_j)}$$

4.3 Λειτουργία του Chameleon

Για να λειτουργήσει το δυναμικό μοντέλο που μόλις περιγράφηκε χρειάζεται τα cluster να έχουν επαρκή δεδομένα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για να υπολογιστεί η σχετική εγγύτητα και σχετική διασυνδεσιμότητα κάθε cluster, πρέπει να υπολογιστεί πρώτα η εσωτερική εγγύτητα και διασυνδεσιμότητα του κάθε

cluster. Για cluster με λίγα στοιχεία αυτά τα μεγέθη δεν μπορούν να υπολογιστούν με μεγάλη ακρίβεια. Για αυτόν τον λόγο ο αλγόριθμος χωρίζεται σε δύο φάσεις.

Ο σκοπός της πρώτης φάσης είναι να χωρίσει την αρχική περιοχή σε έναν αρχικό αριθμό υπο-περιοχών οι οποίες έχουν ικανό αριθμό δεδομένων για να εφαρμοστεί το δυναμικό μοντέλο. Στην δεύτερη φάση επιλέγονται οι υπο-περιοχές που πρόκειται να συγχωνευθούν.

Φάση 1^η: Καθορισμός αρχικών περιοχών

Κατά την φάση αυτή, ένα cluster C_i το χωρίζουμε σε δυο νέες υπό-περιοχές C_{iA} και C_{iB} για τις οποίες απαιτείται:

- Να έχουν ικανό αριθμό στοιχείων.
- Να είναι μικρότερες από τις μικρότερες περιοχές που θα ληφθούν στο τέλος.
- Να διαχωρίζονται έτσι ώστε η ομοιότητα του C_{iA} με το C_{iB} να είναι ελάχιστη.
- Κάθε μια από τις περιοχές C_{iA} και C_{iB} να περιλαμβάνει τουλάχιστον το 25% των δεδομένων της αρχικής περιοχής.

Ο chameleon χρησιμοποιεί πολυεπίπεδους αλγόριθμους διαχωρισμού στον γράφο των k -κοντινότερων σημείων της περιοχής. Η διαδικασία διαχωρισμού του μεγαλύτερου sub-cluster σε δύο ίσα μέρη συνεχίζεται έως ότου πάψουν να πληρούνται οι προϋποθέσεις.

Φάση 2^η: Συγχώνευση των υποπεριοχών με χρήση του δυναμικού μοντέλου

Εφόσον έχει γίνει ο διαχωρισμός των cluster από την πρώτη φάση, στην δεύτερη φάση ο αλγόριθμος καλείται να συγχωνεύσει τις περισσότερο όμοιες περιοχές. Κριτήρια για την εύρεση όμοιων περιοχών θα είναι η διασυνδεσιμότητα και η εγγύτητα.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για την δημιουργία ενός αλγορίθμου ο οποίος λαμβάνει υπόψιν

1. Σχήμα (α): Σε αυτήν την περίπτωση ο αλγόριθμος ενώνει μόνο τα cluster των οποίων η σχετική διασυνδεσιμότητα και η σχετική εγγύτητα ξεπερνούν τα

όρια που έχει θέση ο χρήστης (T_{RI} και T_{RC}). Για κάθε cluster C_i ο chameleon ψάχνει να βρει ένα cluster C_j που να ικανοποιούνται οι συνθήκες:

$$RI(C_i, C_j) \geq T_{RI} \quad \text{και} \quad RC(C_i, C_j) \geq T_{RC}$$

Στην περίπτωση όπου οι συνθήκες ικανοποιούνται για περισσότερα από ένα cluster, τότε ο αλγόριθμος θα συνδέσει το C_i με το cluster που έχει την υψηλότερη διασυνδεσιμότητα. Αφού γίνουν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί, η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην ικανοποιούνται τα κατώφλια.

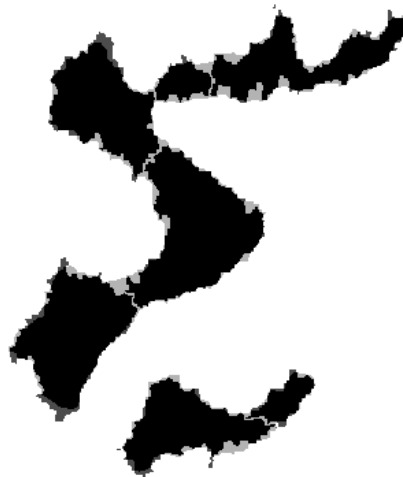
2. Στην δεύτερη φάση του chameleon, γίνεται η χρήση μίας συνάρτησης για τον συνδυασμό της σχετικής διασυνδεσιμότητας και της σχετικής εγγύτητας. Έπειτα, ο αλγόριθμος επιλέγει να ενώσει το ζεύγος των cluster για τα οποία μεγιστοποιείται η συνάρτηση αυτή. Μια συνηθισμένη συνάρτηση είναι η:

$$RI(C_i, C_j) * RC(C_i, C_j)^\alpha$$

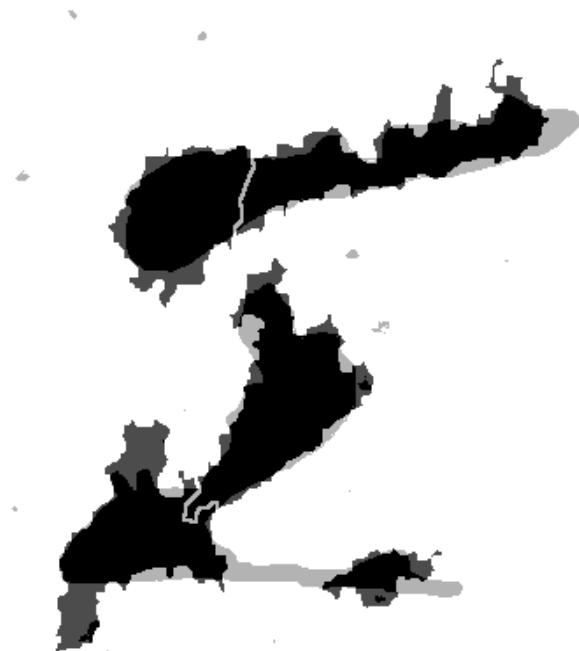
Η παράμετρος α καθορίζει το κριτήριο με το μεγαλύτερο βάρος. Για $\alpha > 1$ ο αλγόριθμος δίνει βάρος σε περιοχές με υψηλή εγγύτητα, ενώ για $\alpha < 1$ με υψηλή διασυνδεσιμότητα.

5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

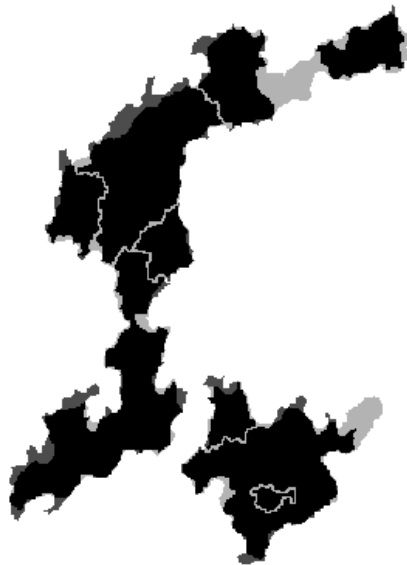
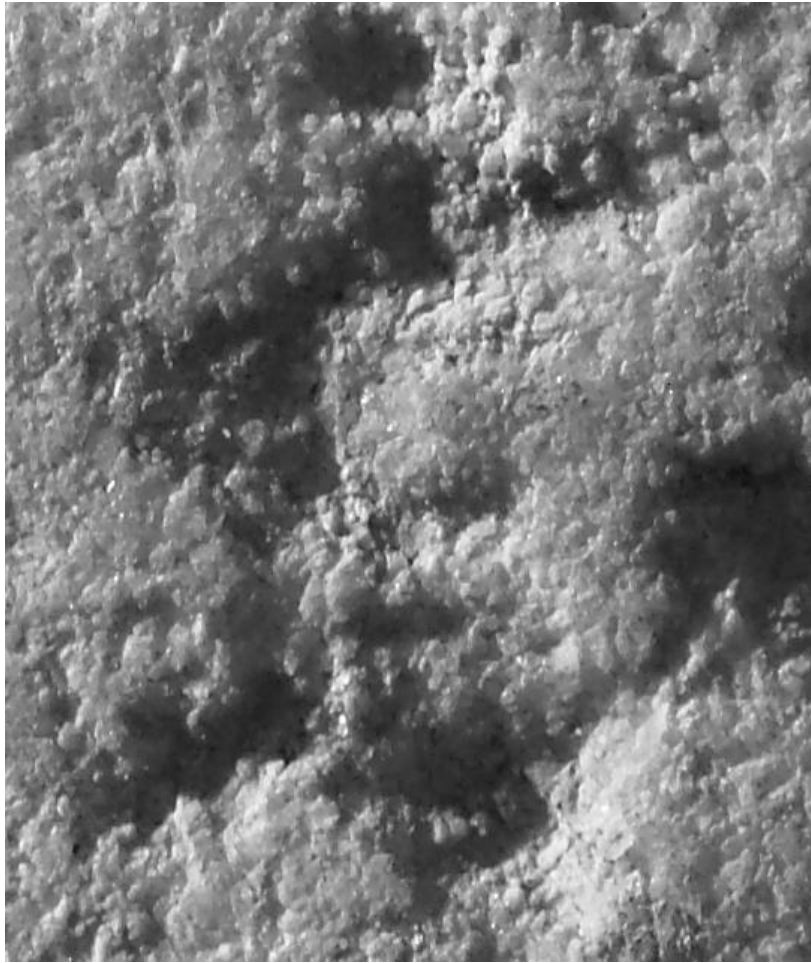
Όλοι οι αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν σε εικόνες επιγραφών που φυλάσσονται στο Εθνικό Επιγραφικό Μουσείο και στην Αρχαία Αγορά (Αποθήκη Αμερικάνικης Σχολής Κλασικών Σπουδών εν Αθήναις, καθηγητής κ. Steven Tracy).



Εικόνα 1: ποσοστό επιτυχίας 93%



Εικόνα 2: ποσοστό επιτυχίας 83%



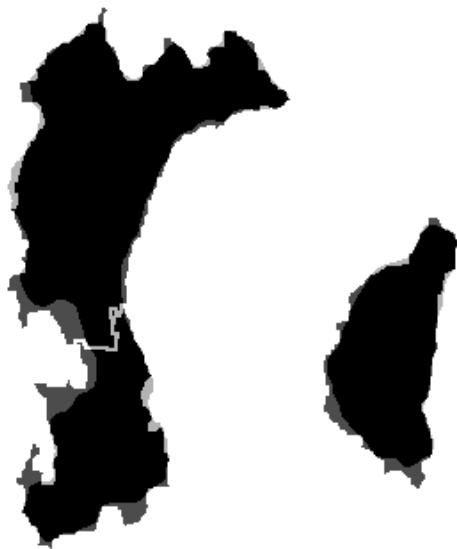
Εικόνα 3: ποσοστό επιτυχίας 90%



Εικόνα 4: ποσοστό επιτυχίας 94%



Εικόνα 5: ποσοστό επιτυχίας 86%



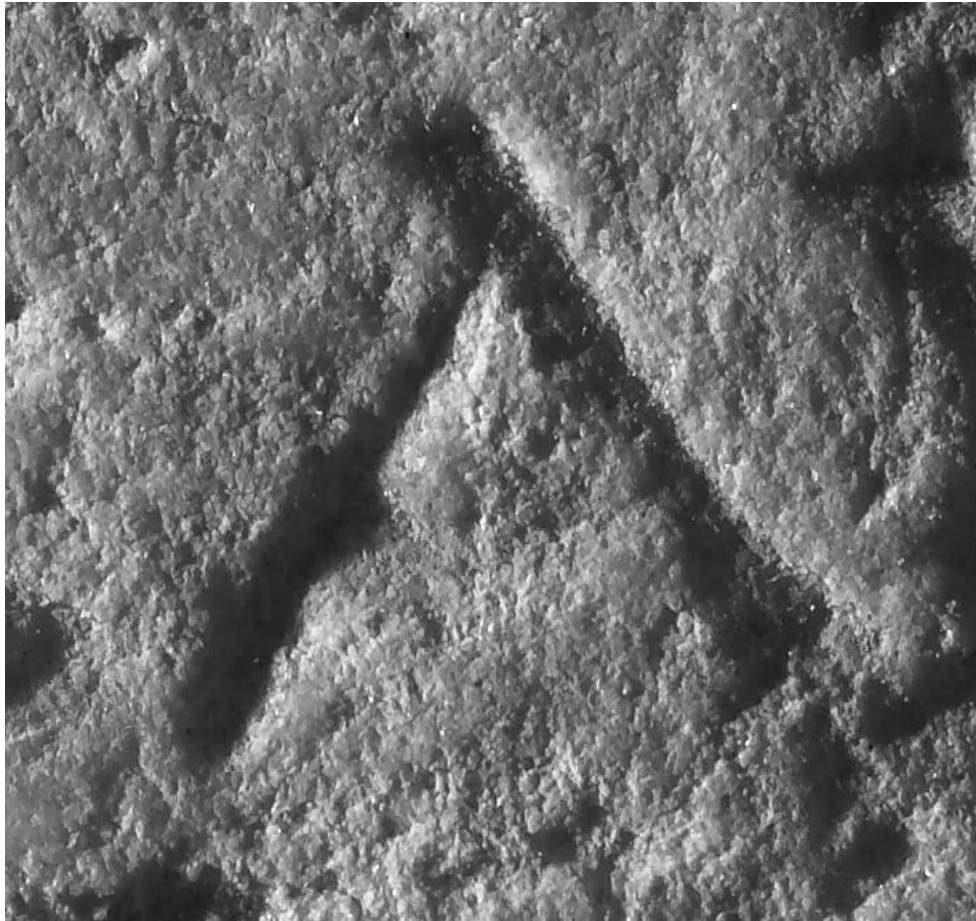
Εικόνα 6: ποσοστό επιτυχίας 94%



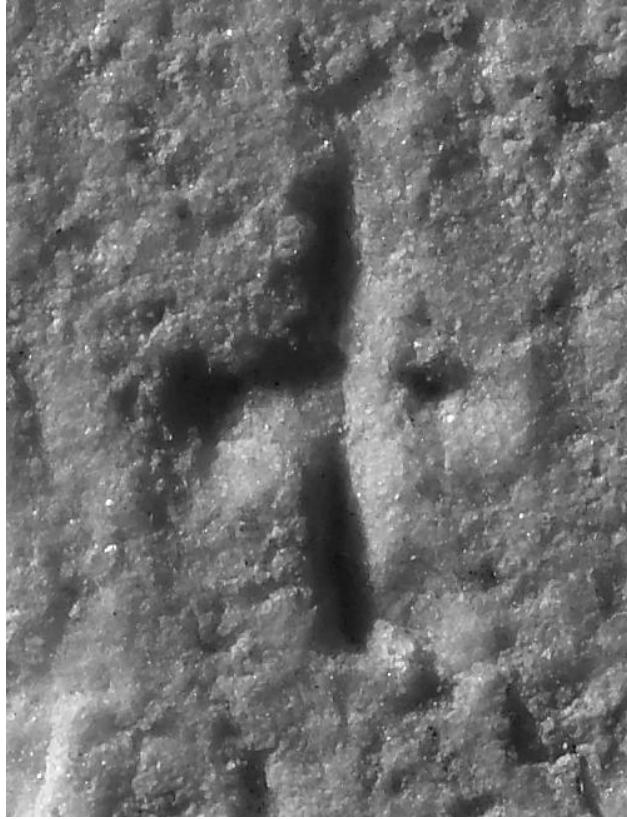
Εικόνα 7: ποσοστό επιτυχίας 93%



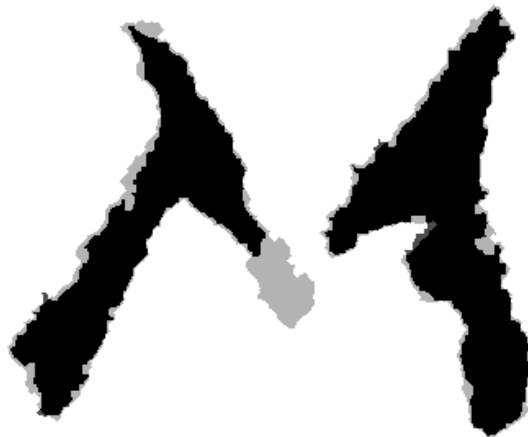
Εικόνα 8: ποσοστό επιτυχίας 93%



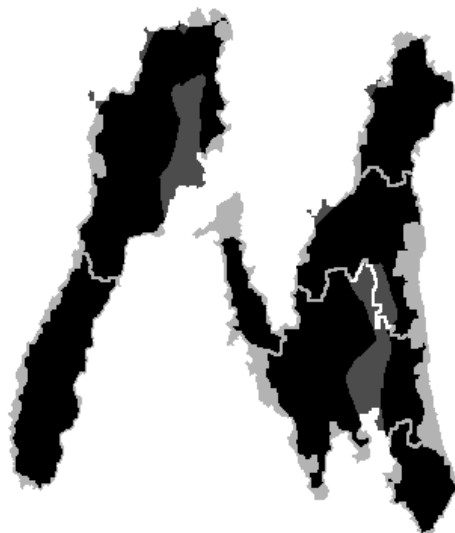
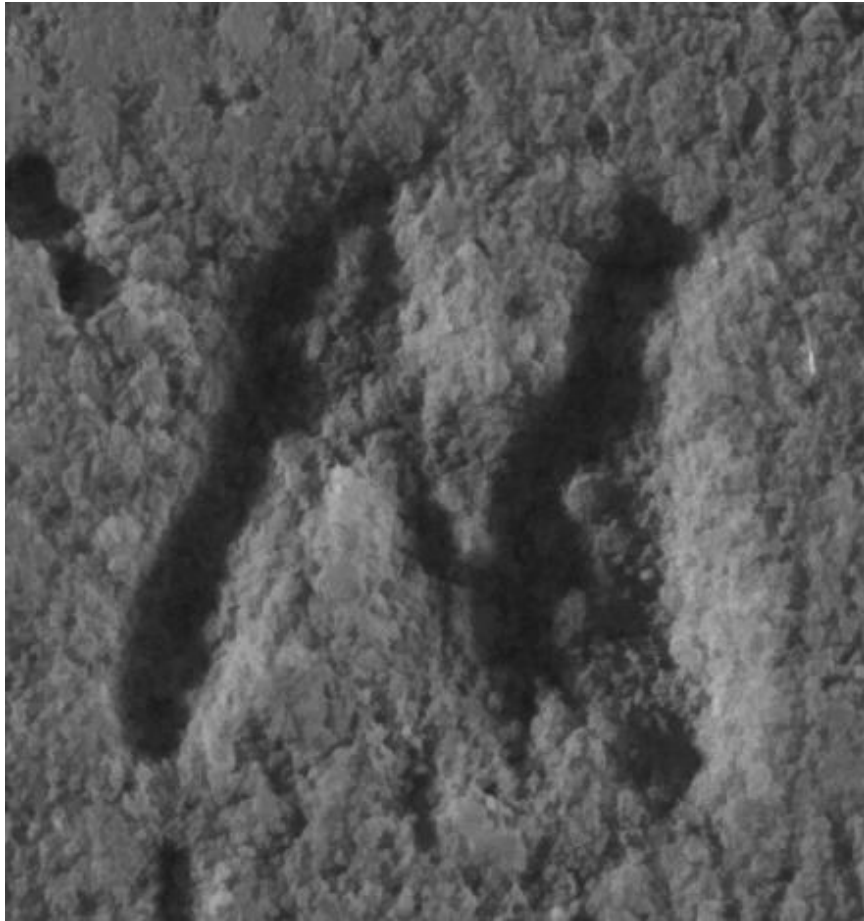
Εικόνα 9: ποσοστό επιτυχίας 94%



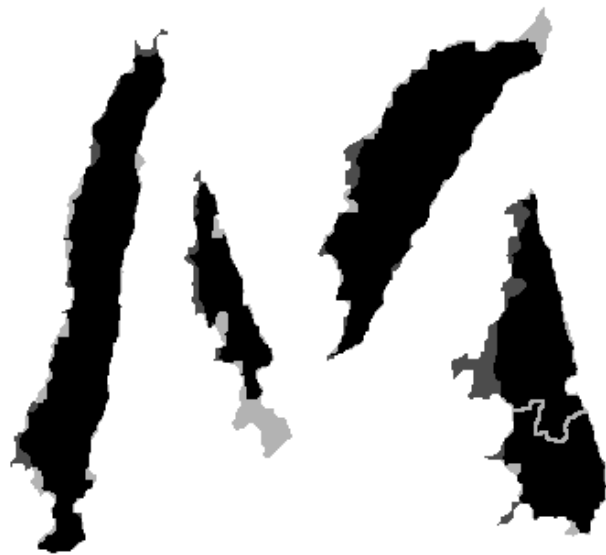
Εικόνα 10: ποσοστό επιτυχίας 81%



Εικόνα 11: ποσοστό επιτυχίας 91%



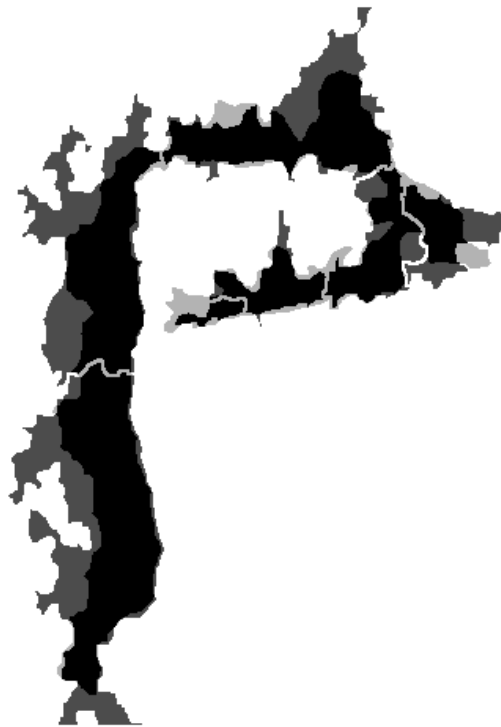
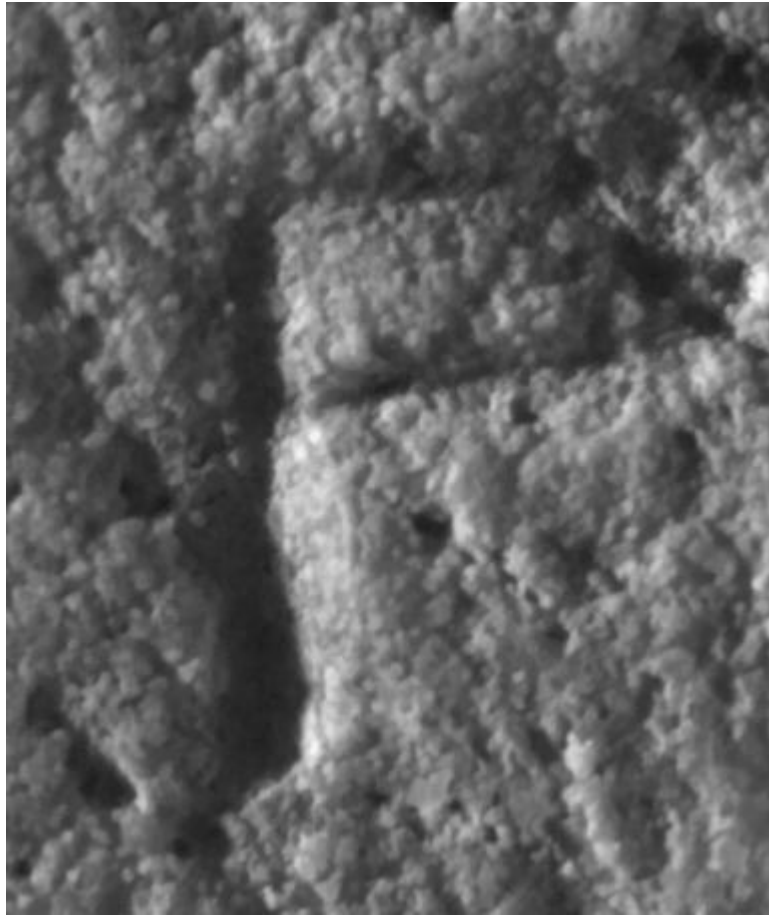
Εικόνα 12: ποσοστό επιτυχίας 84%



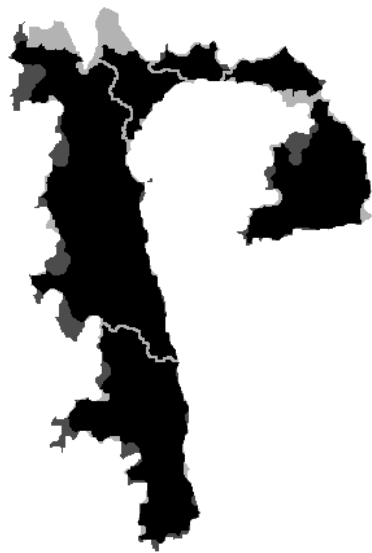
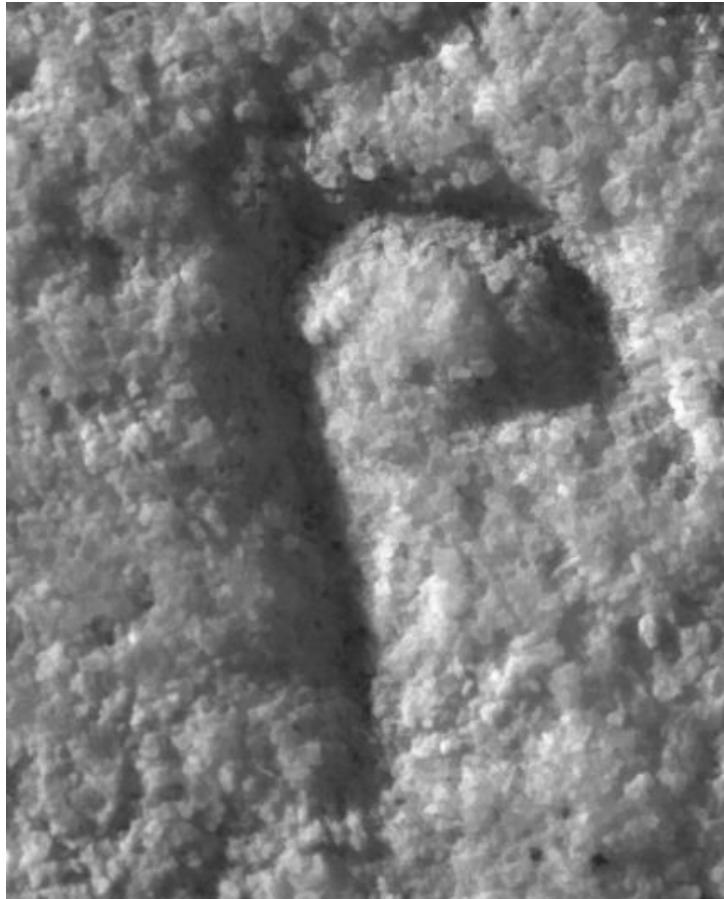
Εικόνα 13: ποσοστό επιτυχίας 92%



Εικόνα 14: ποσοστό επιτυχίας 87%



Εικόνα 15: ποσοστό επιτυχίας 77%



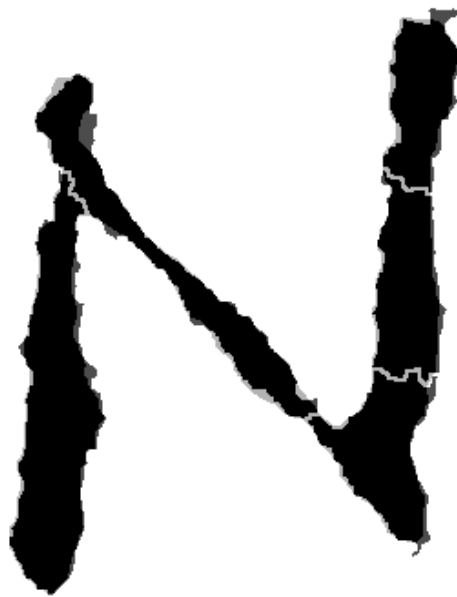
Εικόνα 16: ποσοστό επιτυχίας 91%



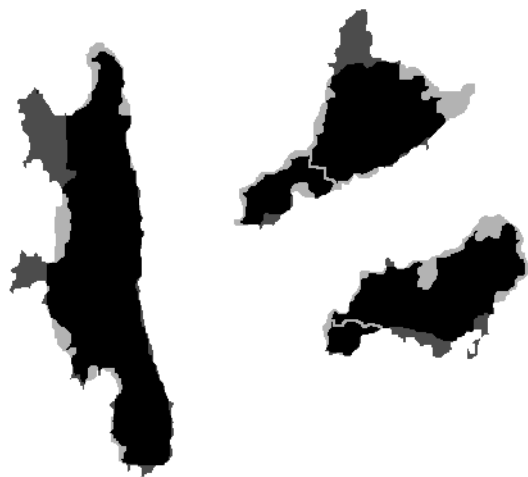
Εικόνα 17: ποσοστό επιτυχίας 91%



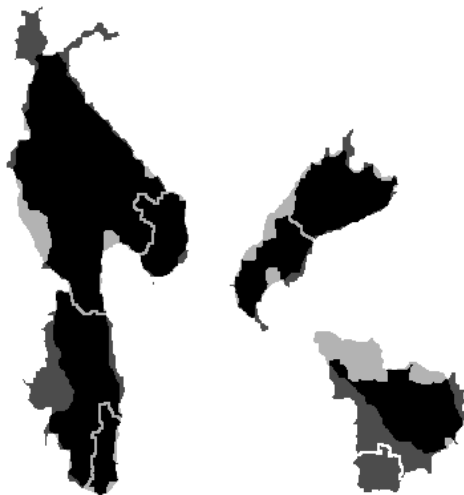
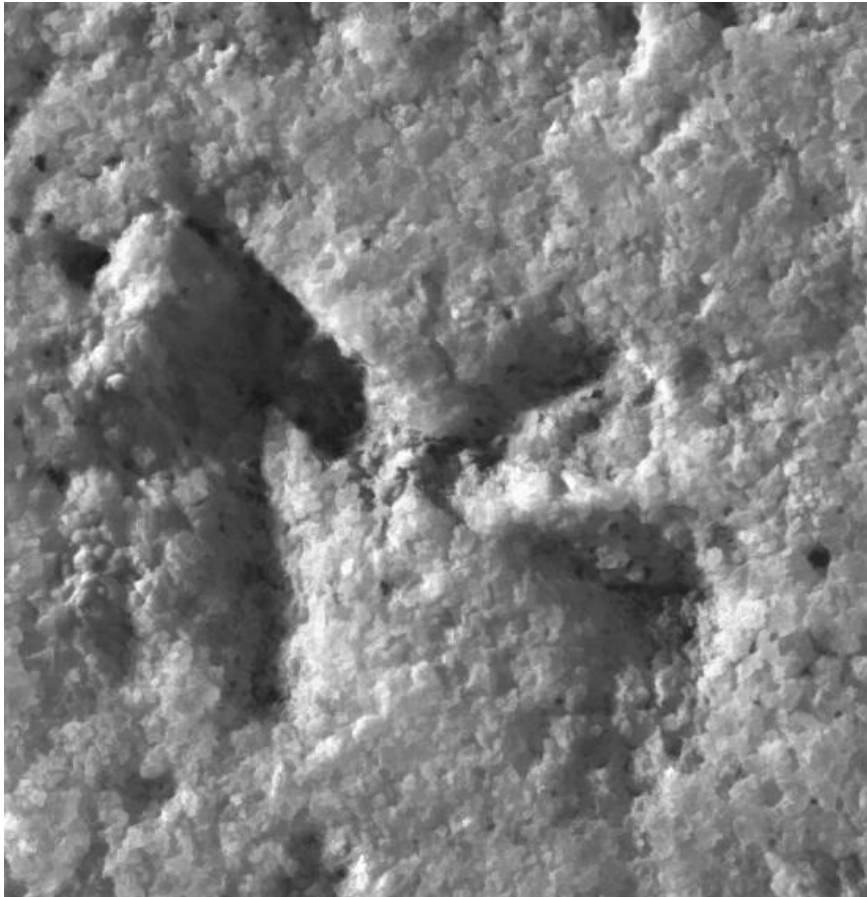
Εικόνα 18: ποσοστό επιτυχίας 74%



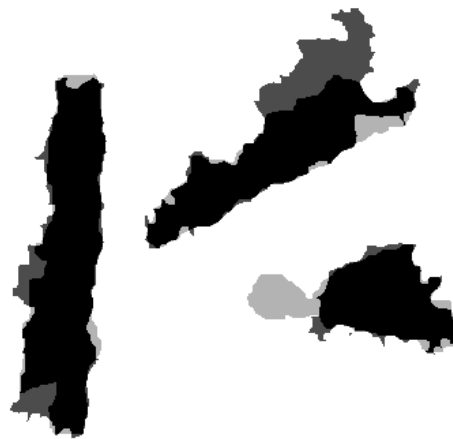
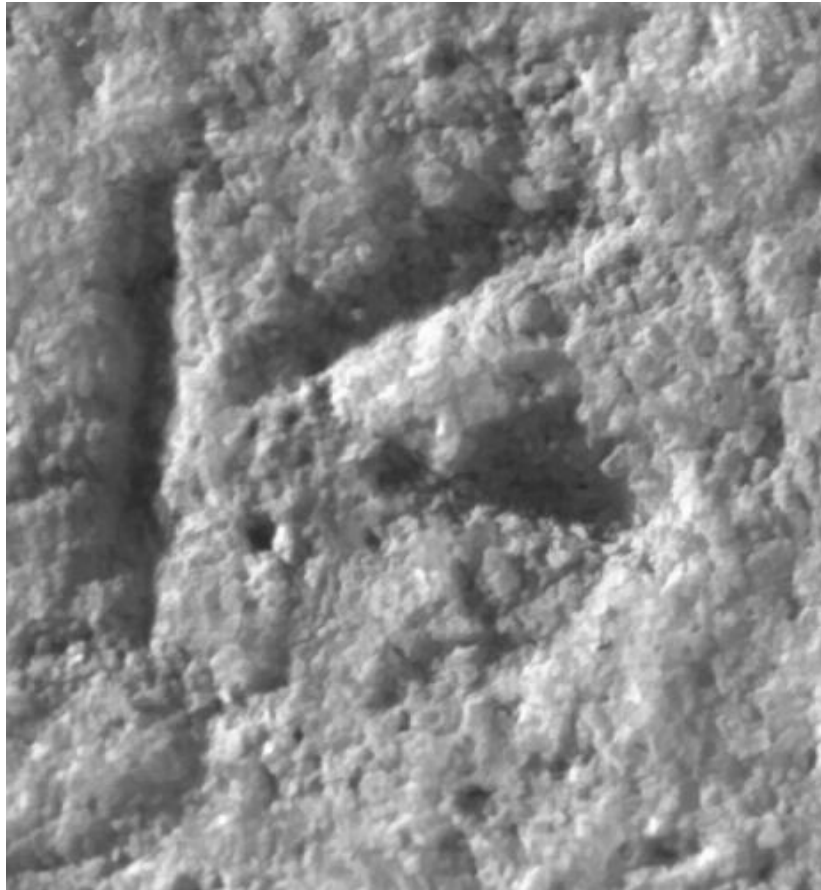
Εικόνα 19: ποσοστό επιτυχίας 94%



Εικόνα 20: ποσοστό επιτυχίας 87%



Εικόνα 21: ποσοστό επιτυχίας 85%



Εικόνα 22: ποσοστό επιτυχίας 86%

5.1 Κριτήρια Ελέγχου της ποιότητας της προσφερόμενης κατάτμησης από τον αλγόριθμο

α) Ερευνητές και μηχανικοί δημιούργησαν χειροκίνητα με την χρήση κατάλληλων εργαλείων γραφικής υπολογιστών πρότυπα των συμβόλων. Αυτό έγινε μαυρίζοντας την θεματική ενότητα και κρατώντας άσπρο το φόντο και είχε ως σκοπό την σύγκριση των αποτελεσμάτων για την δημιουργία ενός προτύπου σε κάθε γράμμα.

β) Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε 2055 εικόνες. Παρακάτω παρουσιάζονται οι κωδικοί των γραμμάτων, τα σύμβολα και το πλήθος των συμβόλων που επεξεργάστηκαν.

6006	M	29
	W	31
	S	19
	N	20
6422	A	13
	W	9
	S	5
6671	W	48
	A	51
	M	34
	S	30
7188	A	8
	S	4
7190	M	2
	S	4
	A	10
7237	M	4
	S	14
7254	M	1
	S	9
	A	12
7335	M	5
	W	5
	S	9
	A	18
	M	12

0068	W	20
	A	30
	K	40
	N	29
	R	33
0247	S	35
	A	36
	W	24
0286	A	30
	W	18
	S	25
4033	M	6
	A	28
	S	16
7041	A	25
	S	14
1024	W	6
	S	33
1640	S	33
	W	25
	W	9
2054	S	10
	A	14
	W	3
2361	S	27
	A	26
	W	10

7405	W	24
	S	34
	A	78
7457	W	12
	S	27
	A	29
7519	M	6
	W	9
	S	17
7567	W	17
	S	33
7587	W	23
	S	14
7723	W	5
	S	12
4330	S	2
	A	4
4462	S	1
	S	4
	A	10
5297	M	3
	S	10
	A	12
7446	M	5
	S	10
	A	12
7478	S	6
	A	18

7400	W	16
	S	26
	A	44
7481	M	3
	W	13
	S	8
7482	M	7
	W	4
	S	6
	A	12
7542	M	16
	W	12
	S	39
	A	37

3855	S	10
	W	4
	S	3
4266	A	33
	W	28
	S	45
4424	W	6
4917	W	19
6053	W	28
	S	35
6295	W	14
	A	70
7245	W	5
	S	10
	A	20

5039	A	7
	S	4
6124	A	3
7156	A	4
7220	A	2
3717	A	11
	F	2
	M	2
	P	6
	S	5
7566	W	2
	M	7
	W	13
	S	21

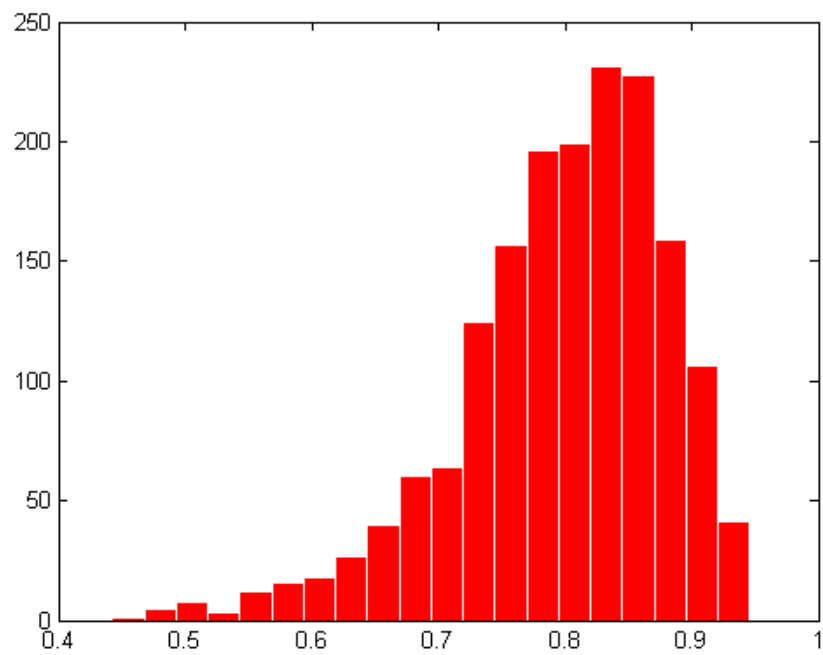
γ) Στα αποτελέσματα της κατάτμησης εφαρμόστηκε το κριτήριο $\sqrt{\frac{\text{τομή}}{\text{ένωση}}}$

δ) Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στο κεντράρισμα των δυο εικόνων, αρχικής και προτύπου ούτως ώστε να μην υπάρχουν αποκλίσεις κατά την σύγκριση αυτών.

ε) Στατιστική επεξεργασία αποτελεσμάτων:

Μέσος Όρος	0,795
Τυπική Απόκλιση	0,083

Στην επόμενη εικόνα παρουσιάζεται το ιστόγραμμα του ποσοστού επιτυχίας των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 23: Ιστόγραμμα ποσοστού επιτυχίας

Βιβλιογραφία:

1. C. Papaodysseus, St. Tracy, P. Rousopoulos, M. Panagopoulos, D. Fragoulis, D. Dafi, Th. Panagopoulos. "Identifying Hands on Ancient Athenian Inscriptions: First Steps towards a Digital Approach". *Archaeometry* Vol. 49 Issue 4 Page 749 November 2007.
2. S. Tracy and C. Papaodysseus, *The Study of Hands on Greek Inscriptions: The Need for a Digital Approach*, *American Journal of Archaeology*, pp. 99-102, 2009.
3. Panagopoulos, M. Papaodysseus, C. Rousopoulos, P. Dafi, D. Tracy, S. "Automatic Writer Identification of Ancient Greek Inscriptions". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, May 2009.
4. Meyer F. "Topographic distance and watershed lines", *Signal Process* 1994;38:113–125
5. G. Karypis, E.H. Han, and V. Kumar. "Chameleon: A hierarchical clustering algorithm using dynamic modelling". *IEEE Computer*, 32(8):68–75, 1999.