



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΕΛΕΓΧΟΥ & ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

**Έλεγχος οπτικής οδήγησης ρομποτικού βραχίονα με χρήση
φίλτρου Kalman και φίλτρου σωματιδίων για
παρακολούθηση κινούμενου στόχου**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Ε. Παπαγεωργίου

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Σ. Τζαφέστας

Επίκουρος καθηγητής

Αθήνα, Ιούλιος 2011



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΕΛΕΓΧΟΥ & ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

**Έλεγχος οπτικής οδήγησης ρομποτικού βραχίονα με χρήση
φίλτρου Kalman και φίλτρου σωματιδίων για
παρακολούθηση κινούμενου στόχου**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Δημήτριος Ε. Παπαγεωργίου

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Σ. Τζαφέστας

Επίκουρος καθηγητής

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13^η Ιουλίου 2011

.....
Κ. Τζαφέστας
Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Τ. Κουσιουρής
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ν. Μαράτος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2011

.....
Δημήτριος Ε. Παπαγεωργίου

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δημήτριος Ε. Παπαγεωργίου, 2011.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα παρακολούθησης ενός σφαιρικού στόχου στον τρισδιάστατο χώρο από έναν ρομποτικό βραχίονα. Σκοπός της εργασίας είναι η σύγκριση της αποτελεσματικότητας και της αποδοτικότητας των δύο στοχαστικών μεθόδων, ειδικά για την περίπτωση στην οποία το σφαιρικό αντικείμενο εκτελεί κίνηση με ελιγμούς. Στα πρώτα τέσσερα κεφάλαια της εργασίας γίνεται μία θεωρητική προσέγγιση των τεχνικών οπτικής οδήγησης, καθώς και των δύο στοχαστικών μεθόδων και δίνεται μία αναλυτική μαθηματική περιγραφή του συγκεκριμένου προβλήματος. Η εργασία περιλαμβάνει και την πρακτική περιγραφή της διαφορετικής συμπεριφοράς των αλγορίθμων με τη σχεδίαση και υλοποίηση μίας εφαρμογής προσομοίωσης σε περιβάλλον MATLAB. Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αυτής και εξάγονται τα βασικά συμπεράσματα αναφορικά με τη συγκριτική επίδοση των δύο αλγορίθμων.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Οπτική οδήγηση, όραση υπολογιστών, ρομποτική, ρομπότ, ρομποτικός βραχίονας, παρακολούθηση στόχου, στοχαστικές μέθοδοι, φίλτρο Kalman, φίλτρο σωματιδίων, επαναδειγματοληψία, MATLAB, eye-in-hand, ιακωβιανή εικόνας, κίνηση με ελιγμούς.

ABSTRACT

This diploma thesis deals with the problem of 3D space tracking of a spherical object by a robotic manipulator, using Kalman filter and Particle filter techniques. Both the effectiveness and the efficiency of these two stochastic state-estimator methods are assessed and then compared to each other, especially in the case of target maneuvering motion. The first four chapters of this thesis present the theoretical approach of the tracking problem, including the mathematical formulation of robot visual servoing techniques, as well as the two considered (parametric and non-parametric) stochastic state estimation methodologies. Moreover, a detailed mathematical description of the specific tracking problem is presented. This diploma thesis also describes in detail the practical implementation of the different stochastic algorithms in a full object tracking simulation in MATLAB programming environment. Chapter 5 presents the numerical results of this simulation, based on which conclusions are drawn regarding the comparative performance, the advantages and disadvantages of the two methods.

KEY WORDS

Visual servoing, computer vision, robotics, robot, robotic manipulator, target tracking, stochastic methods, Kalman filter, particle filter, resampling, MATLAB, eye-in-hand, image jacobian, maneuvering motion.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ	5
ABSTRACT.....	6
KEY WORDS	6
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	7
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ	11
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ	15
Ευχαριστίες.....	16
Κεφάλαιο 1	17
Εισαγωγή	17
1.1 Αντικείμενο και στόχος της Διπλωματικής εργασίας	18
1.2 Δομή της εργασίας	18
Κεφάλαιο 2	19
Ρομποτικός έλεγχος οπτικής οδήγησης και παρακολούθηση στόχου	19
2.1 Εισαγωγή.....	20
2.2 Ιστορικά στοιχεία	21
2.3 Είδη και ταξινόμηση ρομπότ.....	23
2.3.1 Γενικά	23
2.3.2 Κατηγοριοποίηση ρομπότ ως προς την εξέλιξή τους.....	24
2.3.3 Κινούμενα ρομπότ	26
2.3.4 Βιομηχανικά ρομπότ σταθερής βάσης	27
2.4 Οπτική οδήγηση ρομπότ	30
2.4.1 Ορισμός και ιστορικά στοιχεία.....	30
2.4.2 Αρχιτεκτονικές οπτικής οδήγησης	31
2.4.3 Συστήματα οπτικής οδήγησης με κάμερες	34
2.5 Παρακολούθηση στόχου	35
Κεφάλαιο 3	39
Στοχαστικές μέθοδοι στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης	39
3.1 Γενικά.....	40
3.2 Περιγραφή του φίλτρου Kalman.....	41
3.2.1 Γενικά	41
3.2.2 Μαθηματική περιγραφή	42

3.2.3 Ο αλγόριθμος εφαρμογής του διακριτού φίλτρου Kalman	43
3.3 Παραλλαγές και επεκτάσεις του φίλτρου Kalman	45
3.3.1 Εκτεταμένο φίλτρο Kalman	45
3.3.2 Unscented Kalman Filter	47
3.4 Περιγραφή του φίλτρου σωματιδίων	50
3.4.1 Γενικά	50
3.4.2 Μαθηματική περιγραφή	50
3.4.3 Εκφυλισμός και επαναδειγματοληψία	53
3.5 Παραλλαγές του φίλτρου σωματιδίων	57
3.5.1 Γενικά	57
3.5.2 Auxiliary Particle Filter	58
3.5.3 Unscented Particle Filter	59
Κεφάλαιο 4	63
Παρακολούθηση στόχου, οπτική οδήγηση βραχίονα και εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα	63
4.1 Περιγραφή του προβλήματος	64
4.2 Μοντέλο Κίνησης της σφαίρας	64
4.2.1 Κίνηση σταθερής ταχύτητας	64
4.2.2 Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης	65
4.2.3 Κίνηση μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης (jerk)	66
4.3 Χαρακτηριστικά και τοπολογία ρομποτικού χειριστή	66
4.4 Τοπολογία και μοντελοποίηση κάμερας – οπτική πληροφορία	67
4.5 Εξαγωγή και επεξεργασία οπτικής πληροφορίας	69
4.6 Μέθοδος οπτικής οδήγησης	73
4.6.1 Γενικά	73
4.6.2 Μαθηματική περιγραφή	74
4.6.3 Οπτική οδήγηση του ρομποτικού βραχίονα – Έλεγχος επιλυμένης ταχύτητας	76
4.7 Εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης του χειριστή	78
4.7.1 Γενικά	78
4.7.2 Μοντέλο κίνησης (αλλαγής κατάστασης)	79
4.7.3 Μοντέλο μέτρησης	83
4.7.4 Εφαρμογή φίλτρου Kalman	85

4.7.5 Εφαρμογή φίλτρου σωματιδίων	86
4.7.6 Σύνοψη	87
Κεφάλαιο 5	89
Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων προσομοίωσης.....	89
5.1 Μοντελοποίηση του προβλήματος.....	90
5.1.1 Μοντελοποίηση του χώρου κίνησης, του στόχου και του ρομποτικού χειριστή.....	90
5.1.2 Μοντελοποίηση της οπτικής πληροφορίας	91
5.1.3 Μοντελοποίηση θορύβων και διαταραχών.....	92
5.1.4 Η εκτίμηση της διάστασης του βάθους της εικόνας.....	94
5.2 Αποτελέσματα προσομοιώσεων.....	95
5.2.1 Κίνηση σταθερής ταχύτητας	95
5.2.2 Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης.....	99
5.2.3 Κίνηση μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης	105
5.2.4 Παρατηρήσεις επί της εκτέλεσης των προσομοιώσεων	109
5.3 Συγκριτική αξιολόγηση των τεχνικών οπτικής οδήγησης	113
Κεφάλαιο 6	115
Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία.....	115
6.1 Συμπεράσματα.....	116
6.1 Προτάσεις για μελλοντική εργασία.....	118
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	119

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 2.1 : Τρεις εντελώς διαφορετικές εργασίες ρομπότ (βιομηχανία, εκπαίδευση, ιατρική)	20
Εικόνα 2.2 : Rossum’s Universal Robots – Τα ρομπότ και η εξέγερσή τους.....	22
Εικόνα 2.3 : Το Ultimate της Unimation – το πρώτο βιομηχανικό ρομπότ	22
Εικόνα 2.4 : ΤΟΠΙΟ – το ανδροειδές ρομπότ που μπορεί να παίξει πινγκ πονγκ	23
Εικόνα 2.5 : Το εξερευνητικό ρομπότ Spirit Rover της NASA	23
Εικόνα 2.6 : Από αριστερά προς τα δεξιά – επίγειο, εναέριο, διαστημικό και υποβρύχιο ρομπότ.....	24
Εικόνα 2.7 : Ένα ρομπότ πρώτης γενιάς.....	24
Εικόνα 2.8 : Βιομηχανικό ρομπότ γενιάς 1.5	24
Εικόνα 2.9 : Το Spirit Rover της NASA είναι πολύ κοντά στα ρομπότ 2 ^{ης} γενιάς	25
Εικόνα 2.10 : Απεικόνιση βιομηχανικού ρομπότ γενιάς 2.5	25
Εικόνα 2.11 : Απεικόνιση ευφυούς και επιδέξιου ρομπότ 3 ^{ης} γενιάς.....	25
Εικόνα 2.12 : Κινούμενα ρομπότ – AGV, ROV και αυτόματο έντροχο ρομπότ	26
Εικόνα 2.13 : Κινούμενα ρομπότ – AUV, βαδίζον και ιπτάμενο ελικοφόρο ρομπότ .	27
Εικόνα 2.14 : Κινηματική αλυσίδα και βιομηχανικά ρομπότ με διαφορετικά εργαλεία	28
Εικόνα 2.15 : Καρτεσιανό ρομπότ.....	28
Εικόνα 2.16 : Κυλινδρικό ρομπότ.....	29
Εικόνα 2.17 : Σφαιρικό ρομπότ	29
Εικόνα 2.18 : Αρθρωτό ρομπότ	29
Εικόνα 2.19 : Βιομηχανικό ρομπότ τύπου SCARA.....	30
Εικόνα 2.20 : Dynamic position-based look-and-move.....	33
Εικόνα 2.21 : Dynamic image-based look-and-move.....	33
Εικόνα 2.22 : Position-based (direct) visual servo	33
Εικόνα 2.23 : Image-based (direct) visual servo.....	34
Εικόνα 2.24 : Stand alone camera system.....	35
Εικόνα 2.25 : Eye-in-hand camera system.....	35
Εικόνα 2.26: Ρομποτικός βραχίονας παρακολουθεί μία μπάλα τέννις.....	36
Εικόνα 3.1 : Αλγόριθμος φίλτρου Kalman [24]	44
Εικόνα 3.2 : Αλγόριθμος EKF [24]	46
Εικόνα 3.3 : Systematic resampling [28].....	54

Εικόνα 3.4 : Residual systematic resampling [28].....	55
Εικόνα 3.5 : Επαναδειγματοληψία [29].....	56
Εικόνα 4.1 : Ρομπότ Katana της neuronics.....	66
Εικόνα 4.2 : Διάταξη των 180°	67
Εικόνα 4.3 : Διάταξη των 90°	67
Εικόνα 4.4 : Σχεδιάγραμμα διατάξεων και πλαίσια συνδέσμων του ρομπότ Katana	67
Εικόνα 4.5 : Απεικόνιση εργασίας στο χώρο.....	68
Εικόνα 4.6 : Δύο διαδοχικές σαρώσεις στο πλαίσιο της εικόνας	68
Εικόνα 4.7 : Αρχιτεκτονική visual servoing – Image-based dynamic look-and-move [21].....	68
Εικόνα 4.8 : Απεικόνιση των pixels [33].....	69
Εικόνα 4.9 : Μοντέλο προοπτικής προβολής	70
Εικόνα 4.10 : Παραμόρφωση μεγέθους ανάλογα με την απόσταση	70
Εικόνα 4.11 : Πλαίσιο εικόνας και πλαίσιο κάμερας	72
Εικόνα 4.12 : Σφαίρα – στόχος.....	80
Εικόνα 4.13 : Μηχανισμός προβολής σημείων σφαίρας.....	81
Εικόνα 4.14 : Επιθυμητή διάταξη ρομπότ – στόχου.....	88
Εικόνα 5.1 : Αρχική διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος.....	91
Εικόνα 5.2 : Θόρυβος στο διάνυσμα κατάστασης.....	93
Εικόνα 5.3 : Θόρυβος στο διάνυσμα μέτρησης.....	93
Εικόνα 5.4 : Σφάλμα εκτίμησης του βάθους της εικόνας.....	94
Εικόνα 5.5 : Αρχική και επιθυμητή θέση	96
Εικόνα 5.6 : Τελική θέση χωρίς πρόβλεψη.....	96
Εικόνα 5.7 : Τελική θέση Kalman	97
Εικόνα 5.8 : Τελική θέση Particle filter.....	97
Εικόνα 5.9 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη	97
Εικόνα 5.10 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη	97
Εικόνα 5.11 : Σφάλμα θέσης Kalman.....	97
Εικόνα 5.12 : Σφάλμα Z Kalman.....	97
Εικόνα 5.13 : Σφάλμα θέσης Particle filter.....	98
Εικόνα 5.14 : Σφάλμα Z Particle filter.....	98
Εικόνα 5.15 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=7	98
Εικόνα 5.16 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=25	98
Εικόνα 5.17 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=227	99

Εικόνα 5.18 : Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου.....	99
Εικόνα 5.19 : Αρχική και επιθυμητή θέση	101
Εικόνα 5.20 : Τελική θέση χωρίς πρόβλεψη.....	101
Εικόνα 5.21 : Τελική θέση Kalman CV.....	101
Εικόνα 5.22 : Τελική θέση Kalman CA.....	101
Εικόνα 5.23 : Τελική θέση Particle filter.....	101
Εικόνα 5.24 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη	102
Εικόνα 5.25 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη	102
Εικόνα 5.26 : Σφάλμα θέσης Kalman CV	102
Εικόνα 5.27 : Σφάλμα Z Kalman CV	102
Εικόνα 5.28 : Σφάλμα θέσης Kalman CA	102
Εικόνα 5.29 : Σφάλμα Z Kalman CA	102
Εικόνα 5.30 : Σφάλμα θέσης Particle filter.....	103
Εικόνα 5.31 : Σφάλμα Z Particle filter.....	103
Εικόνα 5.32 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=1	103
Εικόνα 5.33 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=15	103
Εικόνα 5.34 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=542	104
Εικόνα 5.35 : Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου.....	104
Εικόνα 5.36 : Πολυτροπική κατανομή	105
Εικόνα 5.37 : Αρχική και επιθυμητή θέση	106
Εικόνα 5.39 : Τελική θέση Kalman	107
Εικόνα 5.40 : Τελική θέση Particle filter.....	107
Εικόνα 5.41 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη	107
Εικόνα 5.42 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη	107
Εικόνα 5.43 : Σφάλμα θέσης Kalman.....	107
Εικόνα 5.44 : Σφάλμα Z Kalman	107
Εικόνα 5.45 : Σφάλμα θέσης Particle filter.....	108
Εικόνα 5.46 : Σφάλμα Z Particle filter.....	108
Εικόνα 5.47 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=1	108
Εικόνα 5.48 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=25	108
Εικόνα 5.49: Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=254	109
Εικόνα 5.50: Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου.....	109
Εικόνα 5.51 : Σφάλμα mdf – κέρδος K_{im}	111

Εικόνα 5.52 : Σφάλμα mdz – κέρδος K_{im}	111
Εικόνα 5.53 : Σφάλμα sdf – κέρδος K_{im}	111
Εικόνα 5.54 : Σφάλμα sdz – κέρδος K_{im}	111
Εικόνα 5.55 : Χρόνος (loops) – κέρδος K_{im}	111
Εικόνα 5.56 : Επίδοση τεχνικών οπτικής οδήγησης – Μέσο τετραγωνικό σφάλμα θέσης.....	114

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1 : Χαρακτηριστικά κάμερας	68
Πίνακας 2 : Χαρακτηριστικά ρομποτικού χειριστή.....	91
Πίνακας 3 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με σταθερή ταχύτητα.....	96
Πίνακας 4 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση ..	100
Πίνακας 5 : Χαρακτηριστικά πολυτροπικής κατανομής	105
Πίνακας 6 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με μεταβαλλόμενη επιτάχυνση	106
Πίνακας 7 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για διάφορες τιμές του κέρδους οπτικής οδήγησης.....	110
Πίνακας 8 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων σε σχέση με το πλήθος των σωματιδίων	112

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου Κωνσταντίνο Σ. Τζαφέστα για τη δυνατότητα που μου έδωσε να εκπονήσω την παρούσα διπλωματική εργασία σε έναν ενδιαφέροντα τομέα της Ρομποτικής, καθώς επίσης και για την πολύτιμη βοήθεια και συμπαράστασή του σε όλες τις φάσεις της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την στήριξη τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο και στόχος της Διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την εφαρμογή δύο στοχαστικών φίλτρων βέλτιστης εκτίμησης κατάστασης, του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων, στον έλεγχο οπτικής οδήγησης ενός ρομποτικού βραχίονα, με σκοπό την παρακολούθηση από αυτόν ενός σφαιρικού αντικειμένου, το οποίο κινείται στον τριδιάστατο χώρο με διαταραχές. Στόχος της εργασίας είναι από τη μία η πλήρης περιγραφή, μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος παρακολούθησης και από την άλλη η σύγκριση της αποτελεσματικότητας των δύο στοχαστικών αλγορίθμων, ιδίως στην περίπτωση που η κίνηση της σφαίρας-στόχου περιέχει στοιχεία ελιγμών (διαταραχές σε θέση και ταχύτητα).

Για το σκοπό αυτό, οι δύο προαναφερθείσες μέθοδοι θα εφαρμοστούν σε μία μοντελοποιημένη εκδοχή του προβλήματος σε περιβάλλον προσομοίωσης. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης θα συγκριθούν και θα παρουσιαστούν κατάλληλα και κατόπιν θα εξαχθούν διάφορα συμπεράσματα σχετικά με την απόδοση των στοχαστικών αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν. Ως κριτήρια αποτελεσματικότητας έχουν οριστεί μεγέθη, όπως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, το σφάλμα μόνιμης κατάστασης και ο χρόνος σύγκλισης.

Για τον κώδικα της μοντελοποίησης και της προσομοίωσης θα χρησιμοποιηθεί το λογισμικό MATLAB, στο περιβάλλον του οποίου θα εκτελεστεί και η προσομοίωση.

1.2 Δομή της εργασίας

Εκτός του εισαγωγικού μέρους (κεφάλαια 1 και 2), η παρούσα εργασία περιλαμβάνει ακόμη τέσσερα κεφάλαια, τα οποία διαρθρώνονται ως εξής:

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφονται οι δύο βασικές στοχαστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στο πρόβλημα παρακολούθησης του στόχου από το βραχίονα. Αναφέρονται τα βασικά χαρακτηριστικά τους, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους και κατόπιν γίνεται μία σύντομη αναφορά σε μερικές παραλλαγές των μεθόδων αυτών.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται αναλυτικά το πρόβλημα της παρακολούθησης του σφαιρικού στόχου από ρομποτικό βραχίονα. Περιγράφεται το ρομπότ, το σφαιρικό αντικείμενο και η κίνησή του και αναλύεται μαθηματικά η μέθοδος της οπτικής οδήγησης και η εφαρμογή της, σε συνδυασμό με τις δύο στοχαστικές μεθόδους, στο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Στο κεφάλαιο 5 περιγράφονται οι αριθμητικές λεπτομέρειες της μοντελοποίησης του προβλήματος και στη συνέχεια παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, καθώς και τα συμπεράσματα που εξάγονται από τη σύγκρισή τους.

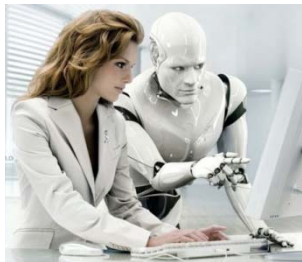
Στο κεφάλαιο 6, τέλος, γίνεται μία συνολική αξιολόγηση των μεθόδων που εφαρμόστηκαν στην προσομοίωση βάσει των αποτελεσμάτων και διατυπώνονται προτάσεις για μελλοντική εργασία.

Κεφάλαιο 2

Ρομποτικός έλεγχος οπτικής οδήγησης και παρακολούθηση στόχου

2.1 Εισαγωγή

Με τον όρο **ρομπότ** (*robot*) εννοούμε στη σύγχρονη βιβλιογραφία μία εικονική ή μηχανική αυτόνομη οντότητα (*intelligent agent*), η οποία έχει τη δυνατότητα να αλληλεπιδρά με ένα περιβάλλον και να δραστηριοποιείται μέσα σε αυτό, με σκοπό την επίτευξη ενός συνόλου στόχων αυστηρά προκαθορισμένων (π.χ. εργασίες βιομηχανικής παραγωγής) ή γενικών και ασαφούς περιγραφής (π.χ. εξυπηρέτηση κοινού). Στην συντριπτική τους πλειοψηφία, τα ρομπότ είναι ηλεκτρομηχανολογικές μηχανές, οι οποίες ελέγχονται και οδηγούνται από έναν ή περισσότερους ηλεκτρονικά προγραμματιζόμενους υπολογιστές.



Εικόνα 2.1 : Τρεις εντελώς διαφορετικές εργασίες ρομπότ (βιομηχανία, εκπαίδευση, ιατρική)

Οι γρηγορότεροι ρυθμοί παραγωγής που επικράτησαν τις τελευταίες δεκαετίες, καθώς και η αυξανόμενη μαζική κατασκευή ολοένα πιο σύνθετων τεχνολογικών προϊόντων με μεγαλύτερη ακρίβεια και ταχύτητα, κατέστησαν αναγκαία την συστηματικότερη αυτοματοποίηση των (βιομηχανικών κυρίως) εργασιών. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με την ταχύτερη εξέλιξη της επιστήμης των υπολογιστών, τόσο στον τομέα της αρχιτεκτονικής συστημάτων όσο και στο πεδίο των αποδοτικών αλγορίθμων, είχε ως αποτέλεσμα μια εντυπωσιακή πρόοδο σε όλους τους τομείς της επιστήμης σχεδιασμού, κατασκευής και ελέγχου των ρομπότ, τη **ρομποτική** (*robotics*).

Η ρομποτική, ως επιστήμη και τεχνολογία, είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την επιστήμη των υπολογιστών, του αυτομάτου ελέγχου, της ηλεκτρολογίας, της μηχανολογίας, της επεξεργασίας σημάτων και της ηλεκτρονικής. Στο εύρος του αντικειμένου της ρομποτικής περιλαμβάνεται ο σχεδιασμός (*design*), η δομική διάταξη (*structural disposition*), καθώς και εφαρμογή και χρήση (*application*) των ρομπότ σε διάφορες εργασίες. Αναπόσπαστο τμήμα του τελευταίου είναι φυσικά η μελέτη, ανάπτυξη, συστηματική περιγραφή και διαχείριση του δυναμικού διαδραστικότητας ρομπότ – περιβάλλοντος και ιδιαίτερα ρομπότ – ανθρώπου. Ως εκ τούτου, σημαντικό ρόλο στην ρομποτική κατέχει και η προσέγγιση των παραπάνω ζητημάτων από τη σκοπιά της ηθικής, της ψυχολογίας και της αισθητικής (π.χ. δημιουργία νοημόνων ανθρωπόμορφων ρομπότ, ζητήματα αντικατάστασης εργατών στη βιομηχανία από ρομπότ κ.λπ.).

Τα ρομπότ βρίσκουν σήμερα εφαρμογή σε ένα μεγάλο σύνολο εργασιών τόσο βιομηχανικών όσο και της καθημερινότητας. Το μεγαλύτερο ποσοστό των βιομηχανικών εφαρμογών, είτε πρόκειται για βαριές εργασίες (κοπή, βαφή, συναρμολόγηση, συγκόλληση, μεταφορά βαρέων αντικειμένων, παλετοποίηση) είτε

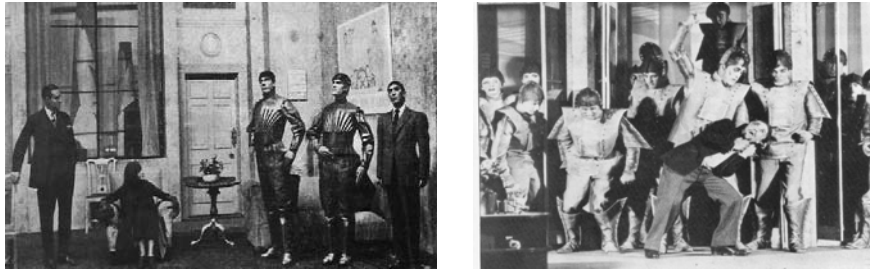
για εργασίες μεγάλης ακρίβειας (κατασκευή ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, παραγωγή φαρμάκων, μικρομετρήσεις) επιτελείται από ρομποτικούς χειριστές, οι οποίοι εξασφαλίζουν την ακριβέστερη και ταχύτερη δυνατή εκπόνηση των εργασιών αυτών, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα τον κίνδυνο εργατικών ατυχημάτων. Παράλληλα με τις βιομηχανικές εφαρμογές, τα ρομπότ όλο και περισσότερο χρησιμοποιούνται σε ένα πλήθος ιατρικών εργασιών (μικροχειρουργικές επεμβάσεις), εργασιών γραφείου (εξυπηρέτηση πελατών), καθώς και απλών καθημερινών εργασιών (οικιακές δουλειές).

Παρότι στην καθημερινή ζωή τα ρομπότ δεν χρησιμοποιούνται ακόμη με την ίδια συχνότητα με την οποία χρησιμοποιούνται στη βιομηχανία, η αυξανόμενη τάση εφαρμογής προτύπων συστηματοποίησης από την τελευταία στην καθημερινότητα έχει ως αποτέλεσμα την μεγαλύτερου βαθμού αυτοματοποίηση των απλών εργασιών. Έτσι, η χρήση ρομπότ στην καθημερινή ζωή κερδίζει έδαφος, ενώ ταυτόχρονα η ρομποτική τεχνολογία προσανατολίζεται όλο και περισσότερο στην δημιουργία ρομπότ φιλικών προς τον άνθρωπο. Η παρουσία των ρομποτικών συστημάτων στην ζωή των ανθρώπων αναμένεται να γίνει συχνότερη στο μέλλον. Η όσο το δυνατόν, λοιπόν, ομαλότερη ένταξή τους στην καθημερινότητα, καθώς και η διαχείριση των ποικίλων ζητημάτων ηθικής και κοινωνικού πολιτισμού που αναδύονται από αυτήν, είναι μία από τις προκλήσεις που καλείται η ανθρωπότητα να αντιμετωπίσει επιτυχώς.

2.2 Ιστορικά στοιχεία

Η ιδέα ανθρωποειδών αυτόματων κατασκευών στο ρόλο του φύλακα ή του υπηρέτη εντοπίζεται ήδη στην αρχαιότητα. Ο Τάλως, ο χάλκινος γίγαντας που φρουρούσε τα παράλια της μινωικής Κρήτης και οι χάλκινοι υπηρέτες των Ολυμπίων θεών αποτελούν δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα. Κατά τους ελληνιστικούς χρόνους εμφανίζονται οι πρώτες κατασκευές αυτομάτων από τον Κτησίβιο, τον Αρχύτα (μηχανικό ιπτάμενο περιστέρι) και τον Ήρωνα τον Αλεξανδρέα (αυτόματες πόρτες ναού). Μία αυτόματη μουσική μπάνα και ένας αυτόματος νιπτήρας χεριών από τον Άραβα εφευρέτη Al – Jazari αποτελούν τις πρώτες αυτοματοποιημένες συσκευές στο Μεσαίωνα, ενώ ένα εντυπωσιακό αναγεννησιακό σχέδιο του Λεονάρντο Ντα Βίντσι περιέχει μια περιγραφή ενός αυτόματου μεταλλικού ιππότη (*Da Vinci's robot*).

Ωστόσο, η λέξη *ρομπότ*, η οποία συνδέεται ετυμολογικά με την τσεχική λέξη *robot* που σημαίνει καταναγκαστική εργασία, εμφανίζεται για πρώτη φορά το 1921 στο θεατρικό έργο του Τσέχου συγγραφέα Karel Čapek με τίτλο *Rossumovi univerzální roboti* (*Rossum's Universal Robots*) [1]. Στο έργο αυτό τα ρομπότ έχουν τη μορφή ανδροειδών αυτόματων που σκέφτονται και δρουν ακριβώς όπως οι άνθρωποι και εύκολα συγχέονται με αυτούς. Η αρμονική σχέση υπηρέτη – άρχοντα μεταξύ ρομπότ και ανθρώπων γρήγορα εξελίσσεται σε σχέση μίσους που οδηγεί σε αιματηρή εξέγερση των ρομπότ και τελικά στην επικράτησή τους και την εξάλειψη του ανθρώπινου είδους.

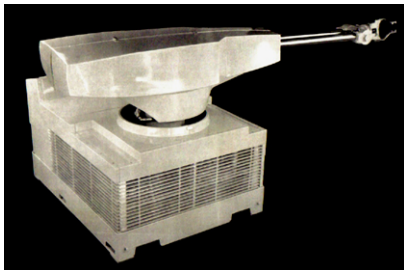


Εικόνα 2.2 : Rossum's Universal Robots – Τα ρομπότ και η εξέγερσή τους

Η εικόνα αυτή των ρομπότ ως ανταγωνιστών και εν δυνάμει απειλής για τους ανθρώπους επηρέασε πολλούς συγγραφείς μεταξύ των οποίων και τον Isaac Asimov, ο οποίος στο έργο του *the Runaround* διακήρυξε την ανάγκη για προστασία των ανθρώπων από μία ενδεχόμενη επανάσταση των ρομπότ, διατυπώνοντας έτσι τους τρεις νόμους της ρομποτικής (*The Three Laws of Robotics*):

1. Ένα ρομπότ δεν πρέπει να τραυματίσει ένα ανθρώπινο ον ή να το βλάψει αδρανώντας.
2. Ένα ρομπότ πρέπει να υπακούει οποιοσδήποτε εντολές του δίδονται από ανθρώπινα όντα, εκτός κι αν αυτές οι εντολές έρχονται σε αντίθεση με τον πρώτο νόμο.
3. Ένα ρομπότ πρέπει να προστατεύει τον εαυτό του, εκτός κι αν αυτή η προστασία συγκρούεται με τον πρώτο ή το δεύτερο νόμο.

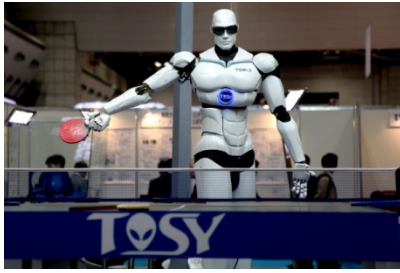
Παρότι το ενδιαφέρον της ανθρωπότητας για τα ρομπότ ήταν έντονο και η φιλολογία γύρω από αυτά ήταν από νωρίς ανεπτυγμένη, οι πρώτες βάσιμες σκέψεις για κατασκευή και χρήση στη βιομηχανία ρομποτικών συστημάτων έγιναν μόλις τη δεκαετία του 50. Ο καθηγητής G.C. Devol (ΗΠΑ) έκανε λόγο το 1954 για την κατασκευή ενός ελεγχόμενου μηχανικού χεριού, το οποίο θα μπορούσε να εκτελεί διάφορες δουλειές στη βιομηχανία, εισάγοντας και καθιερώνοντας έτσι τον όρο **βιομηχανικό ρομπότ** (*industrial robot*). Πέντε χρόνια αργότερα, το 1961, η εταιρεία Unimation έθεσε σε λειτουργία το Ultimate, το πρώτο βιομηχανικό ρομπότ. Έκτοτε τέθηκαν σε λειτουργία χιλιάδες ρομπότ στην Αμερική, την Ευρώπη και την Ιαπωνία και από τα τέλη της δεκαετίας του 70 άρχισαν να παίζουν πρωτεύοντα ρόλο στη βιομηχανική παραγωγή. [1]



Εικόνα 2.3 : Το Ultimate της Unimation – το πρώτο βιομηχανικό ρομπότ

Σήμερα τα ρομπότ χρησιμοποιούνται κατά κόρον στη βιομηχανία σχεδόν σε όλον τον κόσμο, ενώ ένα μεγάλο πλήθος βιομηχανικών εργασιών εκτελούνται κατά αποκλειστικότητα από ρομποτικούς χειριστές. Παράλληλα δε, η ραγδαία εξέλιξη

στην επιστήμη των αισθητήρων και της τεχνητής νοημοσύνης έδωσε ώθηση στην έρευνα για σχεδίαση και κατασκευή ευφών μη βιομηχανικών ρομπότ, όπως τα ρομπότ εξερεύνησης και τα ανθρωποειδή.



Εικόνα 2.4 : TOPIO – το ανδροειδές ρομπότ που μπορεί να παίξει πινγκ πονγκ

Στόχος της ρομποτικής για το μέλλον είναι η έντονη διαδραστικότητα ρομπότ – ανθρώπου στην καθημερινή ζωή με φυσικό τρόπο επικοινωνίας υψηλού επιπέδου (ομιλία, συζήτηση) και η συνεργασία ανθρωποειδών υψηλής ευφυΐας ρομπότ με βιομηχανικούς ρομποτικούς χειριστές για μεγαλύτερη αυτοματοποίηση της βιομηχανικής παραγωγής, καθώς και εκπόνηση επικίνδυνων (ή και αδύνατων) για τον άνθρωπο εργασιών (εξερεύνηση βυθού, διαστήματος κ.λπ.).



Εικόνα 2.5 : Το εξερευνητικό ρομπότ Spirit Rover της NASA

2.3 Είδη και ταξινόμηση ρομπότ

2.3.1 Γενικά

Εκτός από την προαναφερθείσα ως προς τη χρήση τους διάκριση σε βιομηχανικά και μη βιομηχανικά, τα ρομπότ μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με διάφορες μεθόδους [2] ανάλογα με:

- το μέγεθος (μικρά, μεγάλα)
- το είδος παροχής ισχύος (ηλεκτρικά, πνευματικά, υδραυλικά)
- τη γενιά σχεδιασμού (πρώτη, δεύτερη ή τρίτη γενιά)
- τη δυνατότητα κίνησης (σταθερής βάσης, κινούμενα)
- το περιβάλλον εργασίας (επίγεια, εναέρια, υποβρύχια, διαστημικά)
- τη μορφή και τον εξωτερικό σχεδιασμό (ρομποτικοί βραχίονες, ανθρωποειδή, κ.λπ.)
- τον αριθμό αρθρώσεων και το είδος των ελεγκτών των κινητήρων τους (στους ρομποτικούς βραχίονες)



Εικόνα 2.6 : Από αριστερά προς τα δεξιά – επίγειο, εναέριο, διαστημικό και υποβρύχιο ρομπότ

2.3.2 Κατηγοριοποίηση ρομπότ ως προς την εξέλιξή τους

Η γενιά σχεδιασμού (*design generation*) είναι ενδεικτική του επιπέδου της τεχνολογίας ενός ρομπότ στο σύνολό της. Έτσι έχουμε ρομπότ [2]:

- **πρώτης γενιάς** (*first generation*). Τα ρομπότ αυτά ήταν τα πρώτα που κατασκευάστηκαν και χρησιμοποιούσαν σταθερά σειριακά προγράμματα, με αποτέλεσμα να χρειάζεται επαναπρογραμματισμός τους πριν να μπορέσουν να εκτελέσουν μία διαφορετική εργασία. Δε διέθεταν αισθητήρες και ο όποιος έλεγχος γινόταν μέσω ενός κλειστού βρόχου συστήματος ελέγχου. Το Ultimate της Unimation είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ρομπότ πρώτης γενιάς.
- **γενιάς 1.5** (*1.5 generation*). Χρησιμοποιώντας αισθητήρες και συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου (σερβομηχανισμοί), τα ρομπότ αυτά μπορούν να προσαρμοστούν σε διάφορες καταστάσεις. Αν και είναι σε θέση να αντιληφθούν κάποια ενδεχόμενη επιπλοκή στο σύστημα και να παράξουν το αντίστοιχο σήμα προειδοποίησης, δεν μπορούν να διορθώσουν μόνα τους το πρόβλημα και χρειάζονται ανθρώπινη παρέμβαση. Τα ρομπότ της γενιάς 1.5 είναι αυτά που σήμερα κυριαρχούν στο χώρο της βιομηχανίας.



Εικόνα 2.7 : Ένα ρομπότ πρώτης γενιάς



Εικόνα 2.8 : Βιομηχανικό ρομπότ γενιάς 1.5

- **δεύτερης γενιάς** (*second generation*). Είναι τα πλέον εξελιγμένα ρομπότ τα οποία όμως δεν χρησιμοποιούνται ακόμη στη βιομηχανία. Η χρήση οπτικών συστημάτων, σε συνδυασμό με καλύτερα συστήματα κίνησης, καθώς και η εκτεταμένη χρησιμοποίηση “ευφυέστερων” επεξεργαστών και συστημάτων αναγνώρισης φωνητικών προτύπων, επεκτείνουν τη χρησιμότητα και την ευελιξία των ρομποτικών συστημάτων, με αποτέλεσμα να υπάρχει η δυνατότητα λήψης αποφάσεων και πραγματοποίησης μικρών διορθώσεων και προσαρμογών στους χειριστές από τα ρομπότ. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ρομπότ δεύτερης γενιάς είναι το εξερευνητικό όχημα της NASA που εστάλη στον πλανήτη Άρη (*Mars Exploration Spirit Rover*).



Εικόνα 2.9 : Το Spirit Rover της NASA είναι πολύ κοντά στα ρομπότ 2^{ης} γενιάς

- **γενιάς 2.5** (*2.5 generation*). Τα ρομπότ αυτά αποτελούν την άμεση εξέλιξη των πιο σύγχρονων σημερινών βιομηχανικών ρομπότ στο άμεσο μέλλον. Οι λειτουργίες των κινητήρων των ρομπότ αυτών εμφανίζουν έναν βαθμό “ευφυΐας” και αυξημένες πολύπλοκες “δεξιότητες”. Οι αποκρίσεις σε διεγέρσεις των αισθητήρων τους θα παράγουν τον έλεγχο της κίνησής τους. Έτσι, όταν μια αρχική ακολουθία βημάτων παρέχεται στα ρομπότ σχετικά με την επιθυμητή εργασία, αυτά θα είναι σε θέση να αποφασίσουν το πλάνο ενεργειών που θα ακολουθήσουν για να αποπερατώσουν το έργο τους.



Εικόνα 2.10 : Απεικόνιση βιομηχανικού ρομπότ γενιάς 2.5

- **τρίτης γενιάς** (*third generation*). Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν τα ρομπότ που εμφανίζουν εξαιρετικά μεγάλο δείκτη ευφυΐας. Έχοντας στη διάθεσή τους μόνο γενικές πληροφορίες επί των εργασιών που πρέπει να εκτελέσουν θα μπορούν να αποφασίσουν ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να δράσουν προς επιτυχή ολοκλήρωση του έργου τους. Τα ρομπότ αυτά βρίσκονται ακόμη σε στάδιο έρευνας και πειραματικών σχεδιασμών. Η ευρεία χρήση τους στο μέλλον θα αποτελέσει αναμφισβήτητο σημείο καμπής στην ζωή των ανθρώπων, καθώς η υψηλού πλέον επιπέδου αλληλεπίδρασή τους με νοήμονες τεχνητές οντότητες θα δώσει άλλη διάσταση και περιεχόμενο σε έννοιες όπως άτομο, προσωπικότητα, εργασία κ.λπ.



Εικόνα 2.11 : Απεικόνιση ευφυούς και επιδέξιου ρομπότ 3^{ης} γενιάς

2.3.3 Κινούμενα ρομπότ

Ως προς τη δυνατότητα μετακίνησής τους τα ρομπότ διακρίνονται, όπως αναφέραμε, σε ρομπότ σταθερής βάσης (που είναι τυπικά τα βιομηχανικά ρομπότ, τα οποία θα αναλυθούν στην επόμενη παράγραφο) και σε κινούμενα ρομπότ. Τα κινούμενα ρομπότ είναι αυτά τα ρομποτικά συστήματα που μπορούν να μετακινήσουν όλα τα μέρη τους (και τη βάση) χάρη ειδικών συστημάτων προώθησης (τροχοί, προπέλες, μηχανικά πόδια, jets κ.λπ.). Ως προς το βαθμό αυτονομίας τους και το είδος των κινητήριων συστημάτων τους διακρίνονται σε [2]:

- **Αυτόματα οδηγούμενα οχήματα** (*Automatic Guided Vehicles – AGVs*), τα οποία δεν έχουν μεγάλη αυτονομία κίνησης, αφού η τροχιά τους είναι προκαθορισμένη μέσω καλωδίων στο έδαφος ή πομπών στον χώρο εργασίας τους που συνεχώς τα καθοδηγούν.
- **Απομακρυσμένου ελέγχου οχήματα** (*Remotely Operated Vehicles – ROVs*). Πρόκειται για μη επανδρωμένα υποβρύχια ρομπότ χωρίς μεγάλο βαθμό αυτονομίας, τα οποία συνδέονται με το πλοίο ελέγχου μέσω καλωδίου, καλύπτοντας έτσι τις ανάγκες τους σε θέματα ενέργειας και επικοινωνίας.
- **Αυτόματα έντροχα ρομπότ**. Είναι από τα πλέον αυτόνομα κινούμενα ρομπότ, τα οποία λειτουργούν χωρίς συνεχή εξωτερική επίβλεψη. Έχουν, έτσι, τη δυνατότητα να εκτελούν διάφορες εργασίες δεχόμενα μόνο κάποιες εντολές υψηλού επιπέδου. Το *Pathfinder* της NASA είναι ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας κινούμενων ρομπότ.



Εικόνα 2.12 : Κινούμενα ρομπότ – AGV, ROV και αυτόματο έντροχο ρομπότ

- **Αυτόνομα υποβρύχια οχήματα** (*Autonomous Underwater Vehicles – AUVs*). Τα ρομπότ αυτά είναι, όπως και τα *ROVs*, μη επανδρωμένα υποβρύχια ρομποτικά συστήματα, τα οποία – σε αντίθεση με τα *ROVs* – δεν συνδέονται με το πλοίο ελέγχου με καλώδιο, αλλά χρησιμοποιούν ειδικές μπαταρίες για να καλύψουν τις ενεργειακές τους ανάγκες. Μπορούν κατά κανόνα να αναπτύξουν μεγάλες ταχύτητες λόγω του σχήματος τορπίλης που διαθέτουν, γεγονός όμως που θέτει περιορισμούς στην ενεργειακή τους αυτονομία και άρα λειτουργία.
- **Βαδίζοντα ρομπότ**. Βαδίζοντα είναι όλα τα κινούμενα ρομπότ που αντί για συμβατικούς τροχούς, ερπύστριες, κ.λπ. χρησιμοποιούν μηχανικά πόδια για την κίνησή τους. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν όλα τα ανθρωποειδή, καθώς και ρομπότ με περισσότερα των δύο πόδια, όπως αυτά που έχουν σχεδιαστεί

στα πρότυπα των εντόμων (ρομποτική αράχνη) ή των τετραπόδων (π.χ. ρομποτικός σκύλος) ή άλλων έμβιων όντων του ζωικού βασιλείου. Με εξαίρεση τα ανθρωποειδή που χρησιμοποιούνται για καθαρά ερευνητικούς και ψυχαγωγικούς λόγους (τουλάχιστον σήμερα), τα βαδίζοντα ρομπότ πλεονεκτούν έναντι των άλλων κινούμενων ρομπότ στην αποφυγή εμποδίων και την αναρρίχηση σε ανώμαλα εδάφη και μη επίπεδες επιφάνειες.

- **Εναέρια ρομπότ** (*Unmanned Aerial Vehicles – UAVs*). Πρόκειται για μη επανδρωμένα ιπτάμενα ρομποτικά αεροσκάφη και ελικόπτερα με σχετική αυτονομία, περισσότερο σε ενεργειακό επίπεδο. Οι εφαρμογές τους ποικίλουν από τροφοδότηση καυσίμων σε άλλα αεροσκάφη έως τη λήψη εναέριων φωτογραφιών για ερευνητικούς και στρατιωτικούς σκοπούς.

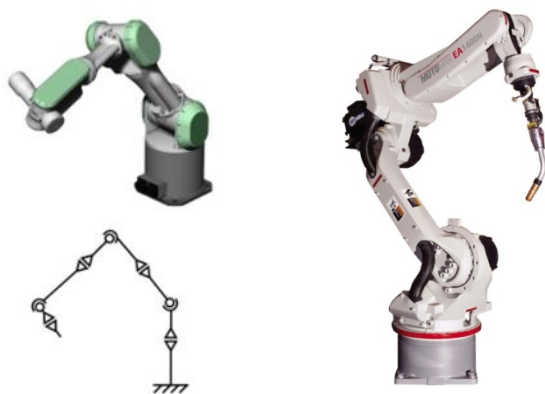


Εικόνα 2.13 : Κινούμενα ρομπότ – AUV, βαδίζον και ιπτάμενο ελικοφόρο ρομπότ

2.3.4 Βιομηχανικά ρομπότ σταθερής βάσης

Τα βιομηχανικά ρομπότ σταθερής βάσης είναι τα πιο γνωστά και ευρύτερα διαδεδομένα ρομπότ στο χώρο της βιομηχανίας. Αποτελούνται από διαδοχικούς συνδέσμους που συνδέονται μέσω αρθρώσεων, οι οποίες οδηγούνται από σερβοκινητήρες, σχηματίζοντας έτσι μια κινηματική αλυσίδα. Το ένα άκρο αυτής της αλυσίδας κείται σταθερό σε ένα σημείο του περιβάλλοντος χώρου, ενώ στο άλλο άκρο είναι προσαρμοσμένο ένα εργαλείο (αρπάγη, πιστόλι ηλεκτροσυγκόλλησης κ.λπ.) κατάλληλο για την διεξαγωγή της κάθε εργασίας.

Στην ουσία η διάταξη αυτή ομοιάζει σε ένα μηχανικό χέρι που εκτελεί εργασίες, για αυτό και συχνότερα τα βιομηχανικά ρομπότ ονομάζονται και ρομποτικοί βραχίονες ή απλά βραχίονες. Η “παλάμη” του βραχίονα, δηλαδή το προσαρμοσμένο εργαλείο στον τελευταίο σύνδεσμο του ρομπότ ονομάζεται **τελικό στοιχείο δράσης** (*end effector*).



Εικόνα 2.14 : Κινηματική αλυσίδα και βιομηχανικά ρομπότ με διαφορετικά εργαλεία

Ένα σύγχρονο βιομηχανικό ρομπότ περιλαμβάνει τουλάχιστον τρία δομικά μέρη [1]:

- το χειριστή (βραχίονα), δηλαδή το κινούμενο μηχανικό τμήμα,
- τα στοιχεία δράσης (κινητήρες, κ.λπ.), τα οποία ενεργοποιούν τις αρθρώσεις του βραχίονα και
- τον υπολογιστή, στον οποίο αποθηκεύονται και εκτελούνται όλα τα προγράμματα εργασίας και ελέγχεται η κίνηση του βραχίονα.

Η κίνηση των συνδέσμων ενός βραχίονα εξαρτάται από το είδος της άρθρωσης που βρίσκεται στην αρχή τους. Έτσι, ένας σύνδεσμος μπορεί να εκτελεί γραμμική κίνηση αν η άρθρωση στην αρχή του είναι *πρισματική* ή *ολίσθησης* είτε να εκτελεί περιστροφική κίνηση αν η συγκεκριμένη άρθρωση είναι *στροφική*. Το είδος, λοιπόν, των αρθρώσεων ενός βραχίονα καθώς και ο αριθμός τους (*βαθμοί ελευθερίας ρομπότ* – *DOF*) καθορίζουν το είδος κίνησης που μπορεί να εκτελεί το ρομπότ και κατ'επέκταση την καταλληλότητά του για ένα συγκεκριμένο έργο. Συνεπώς, τα βιομηχανικά ρομπότ διακρίνονται σε:

- **καρτεσιανά** (*Cartesian robots*), τα οποία περιλαμβάνουν τρεις πρισματικές αρθρώσεις και κινούνται γραμμικά κατά τους τρεις άξονες του χώρου,



Εικόνα 2.15 : Καρτεσιανό ρομπότ

- **κυλινδρικά** (*Cylindrical robots*), τα οποία έχουν δύο γραμμικές και μία στροφική άρθρωση. Τα κυλινδρικά ρομπότ περιστρέφονται γύρω από τη βάση τους και κινούνται γραμμικά σε οριζόντια και κατακόρυφα επίπεδα,



Εικόνα 2.16 : Κυλινδρικό ρομπότ

- **σφαιρικά ή πολικά** (*Spherical robots*), τα οποία έχουν δύο στροφικές και μία γραμμική άρθρωση. Τα ρομπότ αυτά έχουν μια στρεφόμενη βάση, ένα ανυψούμενο στέλεχος και ένα τηλεσκοπικό βραχίονα που κινείται μέσα και έξω.



Εικόνα 2.17 : Σφαιρικό ρομπότ

- **αρθρωτά** (*Articulated robots*), τα οποία έχουν μόνο στροφικές αρθρώσεις. Τα αρθρωτά ρομπότ αποτελούνται από τρεις συνδέσμους που ενώνονται με στροφικές αρθρώσεις και είναι τοποθετημένοι πάνω σε μία στρεφόμενη βάση. Το τελικό στοιχείο δράσης προσαρμόζεται στο άκρο (*καρπός*) του τελευταίου συνδέσμου του βραχίονα και συνήθως μπορεί να εκτελέσει τρεις διαφορετικές στροφικές κινήσεις (στροφή, κύλιση και ανύψωση). Δομικά, τα αρθρωτά ρομπότ ομοιάζουν στο ανθρώπινο χέρι περισσότερο από οποιαδήποτε άλλα βιομηχανικά ρομπότ.



Εικόνα 2.18 : Αρθρωτό ρομπότ

- **SCARA** (*Selective Compliance Articulated Robot Arm*), τα οποία είναι συνδυασμός των κυλινδρικών και των αρθρωτών ρομπότ.



Εικόνα 2.19 : Βιομηχανικό ρομπότ τύπου SCARA

Τέλος, οι ρομποτικοί βραχίονες μπορούν να ταξινομηθούν επιπλέον με βάση τον τύπο κίνησής τους σε ρομπότ **σημείου προς σημείο** (τα ρομπότ κινούνται μεταξύ συγκεκριμένων σημείων, η ακολουθία των οποίων είναι αποθηκευμένη στον υπολογιστή του ρομπότ) και σε ρομπότ **συνεχούς δρόμου** (τα ρομπότ διαγράφουν μια συνεχόμενη τροχιά, η οποία είναι αποθηκευμένη στον υπολογιστή του ρομπότ). Επειδή δε, στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με ρομποτικούς βραχίονες, παντού στα επόμενα κεφάλαια με τον όρο *ρομπότ* θα αναφερόμαστε μόνο σε ρομποτικούς βραχίονες σταθερής βάσης.

2.4 Οπτική οδήγηση ρομπότ

2.4.1 Ορισμός και ιστορικά στοιχεία

Με τον όρο **οπτική οδήγηση** (*Visual Servoing*) ρομπότ εννοούμε ένα κλειστού βρόχου σύστημα ελέγχου της θέσης του τελικού στοιχείου δράσης ενός ρομποτικού βραχίονα με χρήση μηχανικής όρασης. Πιο συγκεκριμένα, για τον έλεγχο του ρομποτικού συστήματος χρησιμοποιούνται πληροφορίες ανάδρασης, οι οποίες λαμβάνονται με χρήση οπτικών αισθητήρων. Στη πλειοψηφία τους, τα όργανα μέτρησης που χρησιμοποιούνται για λήψη οπτικών πληροφοριών στην οπτική οδήγηση είναι μία ή περισσότερες κάμερες σε διάφορες διατάξεις, χωρίς ωστόσο να αποκλείονται και οπτικοί αισθητήρες άλλου τύπου (σαρωτές laser, αισθητήρες χρωμάτων κ.λπ.).

Ο όρος *έλεγχος οπτικής οδήγησης* εισήχθη στην διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία για πρώτη φορά το 1979 από τους Hill και Park [3] και μέχρι σήμερα έχει δημοσιευθεί ένας μεγάλος αριθμός μελετών που αφορούν τόσο σε τεχνικές ελέγχου [4-11] όσο και σε μεθόδους εξαγωγής οπτικών πληροφοριών [12-16]. Μία πρώτη μεθοδολογική προσέγγιση στο γενικό πρόβλημα της οπτικής οδήγησης παρουσιάστηκε από τους Gregory D. Hager και Peter I. Corke το 1996 [17], ενώ πιο πρόσφατες εργασίες σύνοψης της αντίστοιχης θεωρίας και μεθοδολογίας δόθηκαν το 2006 και το 2007 από τους F. Chaumette και S. Hutchinson [18][19].

Οι οπτικοί αισθητήρες σε ένα ρομποτικό σύστημα έχουν το ρόλο του ματιού στο ανθρώπινο σώμα. Υπό αυτό το πρίσμα, το πρόβλημα της οπτικής οδήγησης ενός ρομπότ ομοιάζει σε αρκετά σημεία με τα γενικά προβλήματα όρασης ρομποτικών κεφαλών. Η ειδοποιός διαφορά, ωστόσο, ανάμεσα στα δύο αυτά πεδία βρίσκεται στο γεγονός ότι στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης οι οπτικές πληροφορίες (σημεία, γραμμές, επιφάνειες, χρώματα κ.λπ.) χρησιμοποιούνται, ούτως ώστε το ρομπότ να αλληλεπιδρά και να μεταχειρίζεται το περιβάλλον μέσα στο οποίο βρίσκεται και όχι απλά να το παρακολουθεί.

Ο τομέας της οπτικής οδήγησης είναι ένα από τα πιο απαιτητικά πεδία της επιστήμης της ρομποτικής. Οι επιστημονικές μελέτες και οι νέες μέθοδοι προσέγγισης του γενικού προβλήματος τα τελευταία τριάντα χρόνια, σε συνδυασμό με τη ραγδαία ανάπτυξη στους τομείς της υπολογιστικής ισχύος, της επεξεργασίας εικόνας και βίντεο και της όρασης υπολογιστών, έχουν οδηγήσει σε λύσεις και τεχνικές υψηλού επιπέδου. Τα πλέον σύγχρονα ευφυή ρομπότ έχουν σθεναρά συστήματα οπτικής οδήγησης και αξιοποίησης οπτικών πληροφοριών, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιούνται με επιτυχία σε διάφορα πεδία εφαρμογών, όπως η τηλεϊατρική, η παρακολούθηση κινούμενων στόχων, η αυτόματη πλοήγηση, καθώς και σε τομείς έντονης αλληλεπίδρασης ανθρώπου – ρομπότ (βοήθεια Α.Μ.Ε.Α, κ.λπ.).

2.4.2 Αρχιτεκτονικές οπτικής οδήγησης

Σε όλα τα προβλήματα οπτικής οδήγησης ρομπότ η οπτική πληροφορία ορίζεται ως το σφάλμα της μετρούμενης θέσης του ρομπότ από την επιθυμητή. Το σφάλμα μπορεί να μετράται στο χώρο δράσης του ρομποτικού βραχίονα σε καρτεσιανές συντεταγμένες ή στο πλαίσιο αναφοράς της κάμερας και ανατροφοδοτείται σε κάποιον ελεγκτή για περαιτέρω έλεγχο του συστήματος.

Σύμφωνα με τα πρότυπα ταξινόμησης που έθεσαν στην εργασία τους [20] οι Sanderson και Weiss το 1980, όλα τα συστήματα οπτικής οδήγησης κατηγοριοποιούνται με βάση δύο κριτήρια:

- **Τη δομή του ελέγχου**, με βάση την οποία τα συστήματα οπτικής οδήγησης διακρίνονται σε *ιεραρχικά* (ή *dynamic look – and – move*) και σε συστήματα με *απ' ευθείας έλεγχο* (ή *direct visual servo*).
- **Το πλαίσιο αναφοράς του σφάλματος**, βάσει του οποίου τα συστήματα οπτικής οδήγησης διακρίνονται σε βασισμένα σε θέση (*Position-based*) και βασισμένα σε εικόνα (*Image – based*) συστήματα.

Όταν ο έλεγχος του συστήματος οπτικής οδήγησης είναι ιεραρχικός, η οπτική πληροφορία χρησιμοποιείται για να παραχθούν σήματα, τα οποία εφαρμόζονται στην είσοδο ενός εσωτερικού ελεγκτή των ρομποτικών αρθρώσεων. Ο ελεγκτής αυτός είναι απαραίτητος για την ευστάθεια του ρομποτικού συστήματος, αφού η οπτική πληροφορία δεν επηρεάζει κατ' ευθείαν τις αρθρώσεις του ρομπότ.

Στην περίπτωση των συστημάτων με *direct visual servo*, ο εσωτερικός ελεγκτής των ρομποτικών αρθρώσεων δε χρησιμοποιείται καθόλου. Η οπτική πληροφορία εισάγεται σε έναν ελεγκτή οπτικής οδήγησης, ο οποίος υπολογίζει τα σήματα

αναφοράς των ρομποτικών αρθρώσεων. Η ευστάθεια του συστήματος εξαρτάται αποκλειστικά από τη μηχανική όραση.

Η αρχιτεκτονική *dynamic look – and – move* χρησιμοποιείται πιο συχνά σε σχέση με την *direct visual servo* αρχιτεκτονική για τρεις κυρίως λόγους. Στα συστήματα με *direct visual servo* ο ρυθμός δειγματοληψίας (άρα και ελέγχου) είναι αυτός της λήψης οπτικής πληροφορίας από την κάμερα και είναι αρκετά χαμηλός. Αυτό δυσκολεύει πάρα πολύ τον απ' ευθείας έλεγχο ενός ρομπότ του οποίου οι κινηματικές εξισώσεις εμφανίζουν μεγάλη πολυπλοκότητα και μη γραμμικότητες. Επιπρόσθετα, η *look – and – move* δομή διαχωρίζει το πρόβλημα της κινηματικής του ρομπότ από τον ελεγκτή όρασης, με αποτέλεσμα η δομή του συστήματος να είναι απλούστερη, με το ρομπότ να θεωρείται σαν μία ιδανική καρτεσιανή συσκευή κίνησης. Τέλος, λόγω του ότι τα περισσότερα ρομπότ έχουν τη δυνατότητα να λαμβάνουν κατευθείαν εντολές θέσης και ταχύτητας σε καρτεσιανό χώρο, τα συστήματα οπτικής οδήγησης μπορούν να κατασκευαστούν ευκολότερα και με μεγαλύτερη φορητότητα.

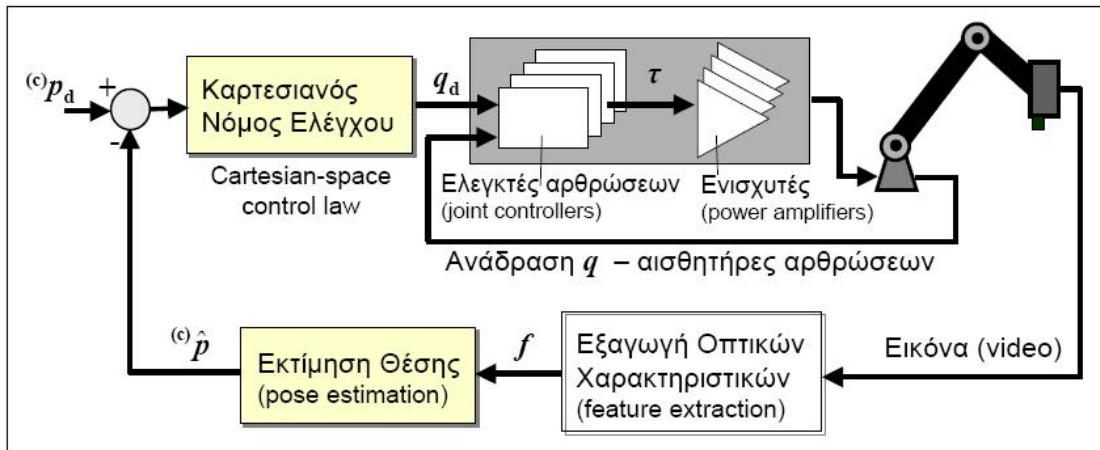
Αναφορικά με το πλαίσιο ορισμού του σφάλματος, στα *Position – Based* συστήματα από την οπτική πληροφορία που εξάγεται από το όργανο μέτρησης, μέσω γεωμετρικών μοντέλων, υπολογίζεται η τρέχουσα θέση και προσανατολισμός (*pose*) του τελικού στοιχείου δράσης. Το αποτέλεσμα συγκρίνεται με την επιθυμητή θέση και το προκύπτον σφάλμα, υπολογιζόμενο και αυτό στο πλαίσιο αναφοράς του τελικού στοιχείου δράσης σε καρτεσιανές συντεταγμένες, χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του ρομπότ. Αντίθετα, στα *Image – Based* συστήματα το σφάλμα υπολογίζεται κατευθείαν στο πλαίσιο της εικόνας (κάμερας) ως η διαφορά της μετρούμενης θέσης των οπτικών χαρακτηριστικών από την προκαθορισμένη επιθυμητή θέση τους στην εικόνα.

Η χρήση της αρχιτεκτονικής *Image – Based* είναι αρκετά διαδεδομένη και συχνά προτιμάται έναντι της *Position – Based* τεχνικής. Αυτό συμβαίνει διότι, παρά το γεγονός ότι σε περίπτωση μη γραμμικού συστήματος με πεπλεγμένες εξισώσεις ο σχεδιασμός του ελεγκτή μπορεί να είναι αρκετά δύσκολος, δεν υπάρχει ανάγκη για αναπαράσταση της οπτικής πληροφορίας στον καρτεσιανό χώρο. Συνεπώς, όχι μόνο μειώνονται οι απαιτήσεις σε χρόνο και υπολογιστική ισχύ, αλλά και εξαλείφονται σφάλματα που οφείλονται στη μοντελοποίηση του οπτικού αισθητήρα και τη βαθμονόμηση της κάμερας.

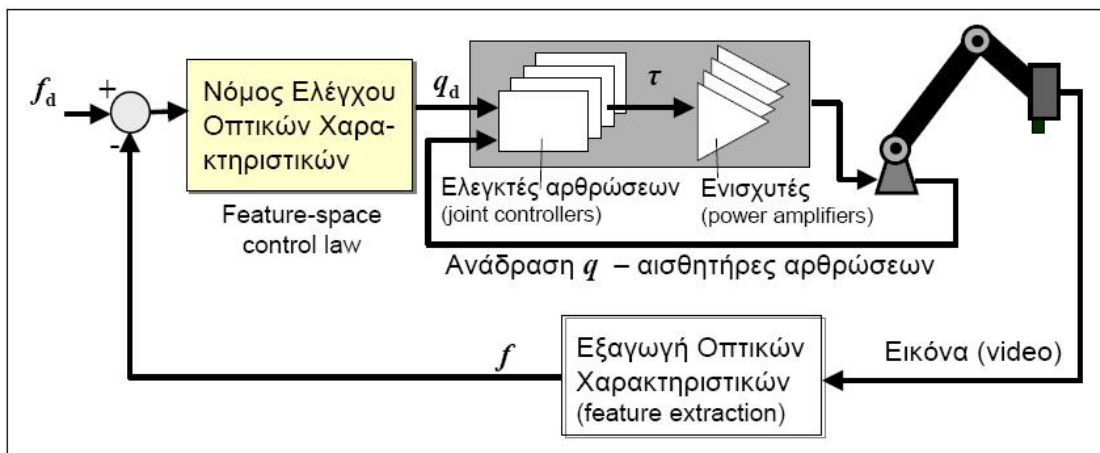
Από τους συνδυασμούς των παραπάνω κριτηρίων προκύπτουν τελικά τέσσερα διαφορετικά είδη συστημάτων οπτικής οδήγησης:

- ***Dynamic position-based look-and-move***
- ***Dynamic image-based look-and-move***
- ***Position-based (direct) visual servo***
- ***Image-based (direct) visual servo***

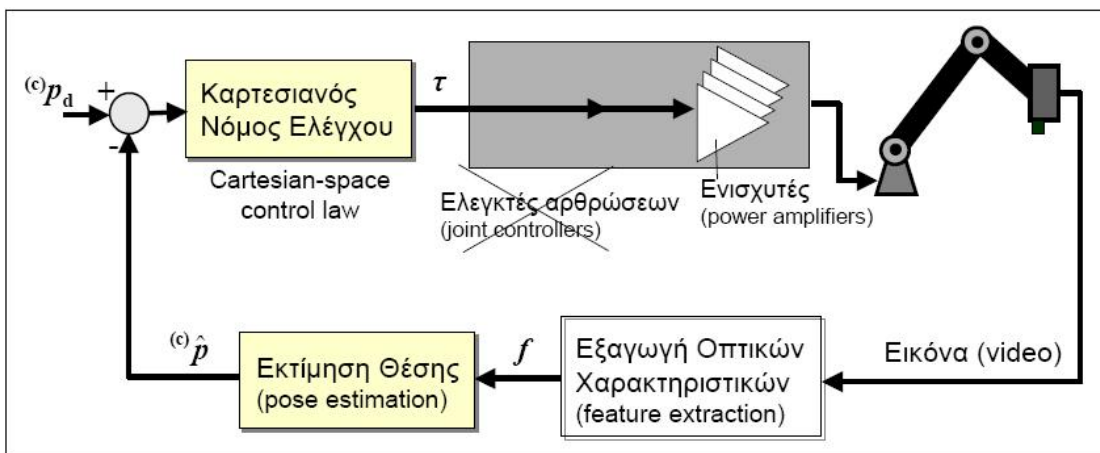
Οι αρχιτεκτονικές αυτές παρουσιάζονται σχηματικά στις παρακάτω εικόνες [21]:



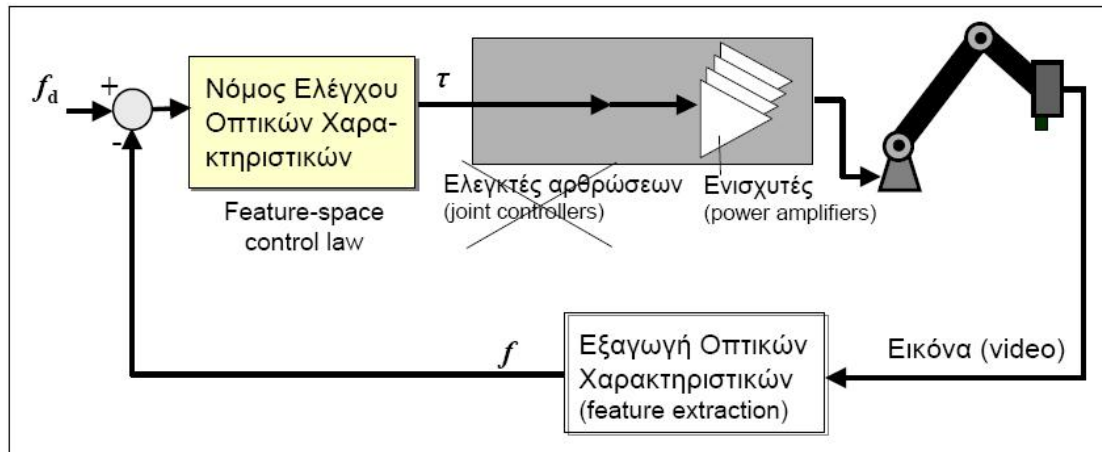
Εικόνα 2.20 : Dynamic position-based look-and-move



Εικόνα 2.21 : Dynamic image-based look-and-move



Εικόνα 2.22 : Position-based (direct) visual servo

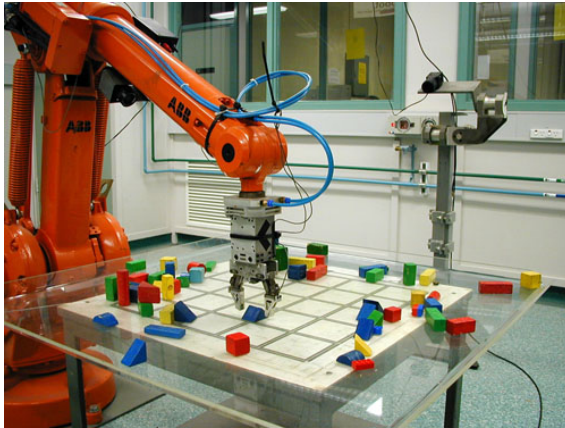


Εικόνα 2.23 : Image-based (direct) visual servo

2.4.3 Συστήματα οπτικής οδήγησης με κάμερες

Ένα ειδοποιό χαρακτηριστικό των συστημάτων οπτικής οδήγησης είναι το είδος των οργάνων εξαγωγής της οπτικής πληροφορίας (οπτικοί αισθητήρες), το πλήθος τους και η διάταξή τους σε σχέση με το υπόλοιπο σύστημα. Ο πιο συνήθης και συχνότερα χρησιμοποιούμενος οπτικός αισθητήρας είναι η κάμερα. Ένα σύστημα οπτικής οδήγησης με κάμερες μπορεί να περιλαμβάνει μία μόνο κάμερα ή και περισσότερες σε σταθερή ή όχι θέση.

Αν στο σύστημα χρησιμοποιείται μία μόνο κάμερα (*monocular vision*), τότε αυτή μπορεί να είναι τοποθετημένη σε κάποιο σταθερό σημείο του χώρου (*stand alone*) ή να είναι προσαρμοσμένη πάνω στο τελικό στοιχείο δράσης του ρομπότ (*eye-in-hand*). Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται δύο ή περισσότερες κάμερες (*binocular vision* ή *redundant camera system*, αντίστοιχα) είτε όλες οι κάμερες είναι τοποθετημένες σε σταθερές θέσεις του χώρου εργασίας είτε σε συνδυαστική διάταξη (*stand alone* και *eye-in-hand*). Σε κάθε πρόβλημα οπτικής οδήγησης η επιλογή του πλήθους και της διάταξης των καμερών εξαρτάται από τις απαιτήσεις του ίδιου του προβλήματος (π.χ. *eye-in-hand* για απλούστερες εξισώσεις, *stand alone* για καλύτερη εποπτεία του χώρου εργασίας κ.λπ.).



Εικόνα 2.24 : Stand alone camera system



Εικόνα 2.25 : Eye-in-hand camera system

2.5 Παρακολούθηση στόχου

Η παρακολούθηση ενός κινούμενου αντικειμένου μέσω συστήματος καμερών (*video tracking*) είναι ένα από τα πλέον απαιτητικά τεχνολογικά προβλήματα στον τομέα της όρασης υπολογιστών και της ρομποτικής. Αφορά στο συνεχή προσδιορισμό της θέσης του κινούμενου στόχου (ή στόχων) κάθε χρονική στιγμή μέσω λήψης οπτικών πληροφοριών από μία ή περισσότερες κάμερες. Τυπικά η διαδικασία παρακολούθησης αποτελείται από τρία βασικά μέρη – την **αναπαράσταση** του αντικειμένου (*representation*) με βάση ένα σύνολο οπτικών χαρακτηριστικών (γραμμές, σημεία, χρώμα κ.λπ.), την **αναγνώριση** του αντικειμένου (*detection*) και τον **προσδιορισμό της θέσης του** (*localization*).

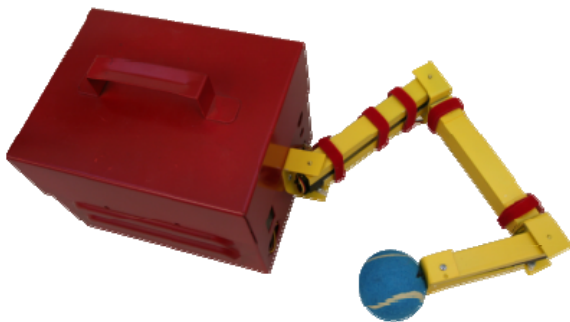
Το πρόβλημα της παρακολούθησης στόχου είναι αρκετά σύνθετο και παρουσιάζει πολλές δυσκολίες στην επίλυσή, οι κυριότερες από τις οποίες είναι οι εξής [22]:

- η απώλεια πληροφορίας λόγω της προβολής του στόχου από τις τρεις διαστάσεις στο δισδιάστατο επίπεδο της εικόνας,

- η αλλοίωση της οπτικής πληροφορίας λόγω του υπεισερχομένου θορύβου,
- η πολυπλοκότητα της κίνησης του παρακολουθούμενου αντικειμένου,
- η μερική ή ολική απόκρυψη (από κάποιο φυσικό εμπόδιο) του στόχου,
- το περίπλοκο σχήμα του αντικειμένου,
- οι αλλαγές στον φωτισμό του χώρου στον οποίο κινείται ο στόχος,
- οι μεγάλες απαιτήσεις των αλγορίθμων παρακολούθησης σε υπολογιστική ισχύ και μνήμη.

Οι εφαρμογές της παρακολούθησης στόχου στη ρομποτική είναι πολλές και εντοπίζονται στην επίλυση διαφόρων προβλημάτων. Χρησιμοποιείται, επί παραδείγματι, σε εγκαταστάσεις ασφαλείας για αυτόματη παρακολούθηση ύποπτων κινήσεων σε έναν χώρο, καθώς επίσης και σε στρατιωτικές εφαρμογές, όπως η εξουδετέρωση κινούμενων εχθρικών στόχων ή πυραύλων. Επίσης, βρίσκει εφαρμογή στην αλληλεπίδραση ανθρώπων – ρομπότ χρησιμοποιούμενη για αναγνώριση εκφράσεων και μορφασμών του ανθρώπινου προσώπου. Ένα ακόμη παράδειγμα είναι η χρήση της σε προβλήματα καθοδήγησης κινούμενων ρομπότ για τη χαρτογράφηση του περιβάλλοντος και την αποφυγή εμποδίων.

Όσον αφορά τα βιομηχανικά ρομπότ και ειδικά τους ρομποτικούς βραχίονες, το πρόβλημα της παρακολούθησης ενός κινούμενου αντικειμένου συγκεκριμενοποιείται στο να είναι σε θέση ο βραχίονας (με έλεγχο οπτικής οδήγησης) να πιάσει το αντικείμενο εν κινήσει ή απλώς να διατηρεί μία σταθερή (προκαθορισμένη) διάταξη του τελικού στοιχείου δράσης του και του στόχου. Έχοντας αυτήν την δυνατότητα το ρομπότ μπορεί να διορθώνει διάφορες ανωμαλίες και σφάλματα σε μία γραμμή παραγωγής και είναι πιο ευέλικτο σε πιθανές αλλαγές του χώρου και της διαδικασίας (π.χ. σειρά, διάρκεια) παραγωγής σε ένα εργοστάσιο.



Εικόνα 2.26: Ρομποτικός βραχίονας παρακολουθεί μία μπάλα τένις

Τα ρομπότ που διαθέτουν τη δυνατότητα να παρακολουθούν κινούμενα αντικείμενα ανήκουν στην κατηγορία των ευφύων ρομπότ, ακριβώς διότι εμφανίζουν μία ικανότητα προσαρμοζόμενης αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον μέσα στο οποίο

βρίσκονται. Στο μέλλον, ο συνδυασμός αυτής της ικανότητας με τη δυνατότητα αναπαράστασης και απόκτησης γνώσης θα δώσει μία νέα γενιά ρομπότ υψηλής ευφυΐας και εντυπωσιακά διευρυμένων δυνατοτήτων.

Κεφάλαιο 3

Στοχαστικές μέθοδοι στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης

3.1 Γενικά

Η παρακολούθηση ενός κινούμενου στον τρισδιάστατο χώρο αντικειμένου από έναν ρομποτικό χειριστή προϋποθέτει τη δυνατότητα γνώσης ανά πάσα στιγμή της απόλυτης θέσης και ταχύτητας του αντικειμένου – στόχου. Στην γενική περίπτωση της παρακολούθησης μέσω οπτικής οδήγησης του βραχίονα τα μεγέθη αυτά δεν είναι γνωστά. Αντίθετα, είναι γνωστή μια μοντελοποίηση της διαδοχής των καταστάσεων του αντικειμένου – στόχου (μοντέλο κατάστασης), ενώ ταυτόχρονα ένα σύνολο οπτικών πληροφοριών λαμβανομένων από την κάμερα (ή τις κάμερες) που χρησιμοποιούμε είναι διαθέσιμο ανά τακτά ισόχρονα χρονικά διαστήματα (περίοδος λήψης οπτικής πληροφορίας). Έτσι, λοιπόν, είναι αναγκαίο να γίνεται μία όσο το δυνατόν ακριβέστερη εκτίμηση των μη διαθέσιμων μεγεθών (θέση, ταχύτητα κ.λπ.), κάθε στιγμή που πρέπει να υπολογισθεί το σήμα ελέγχου για την οδήγηση του ρομποτικού χειριστή.

Εκτός από την αναγκαιότητα για όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της θέσης και της ταχύτητας του αντικειμένου προς παρακολούθηση, η μοντελοποίηση των διαφόρων σημάτων θορύβου¹ καθιστά απαραίτητη τη χρήση στοχαστικών μεθόδων (ή αλλιώς την εφαρμογή Bayesian φίλτρων) για την παρατήρηση – μέτρηση των οπτικών πληροφοριών.

Πιο συγκεκριμένα, οι μέθοδοι αυτές, βασιζόμενες στη μαθηματική περιγραφή του μοντέλου κίνησης του αντικειμένου – στόχου, χρησιμοποιούν ένα δυναμικό μοντέλο αναπαράστασης του συστήματος που παρακολουθούμε και εκτίμησης των παραμέτρων του. Στη συγκεκριμένη περίπτωση του προβλήματος παρακολούθησης του σφαιρικού αντικειμένου, η κίνηση της σφαίρας (η διαδοχή των καταστάσεών της) αποτελεί για μια στοχαστική μέθοδο το αντικείμενο μοντελοποίησης σε δυναμικό σύστημα, ενώ οι συντεταγμένες (i, j) των οπτικών χαρακτηριστικών f_i αποτελούν την έξοδο (μέτρηση) του συστήματος αυτού.

Οι στοχαστικές αυτές μέθοδοι ή αλλιώς **φίλτρα Bayes** διακρίνονται σε **γκαουσιανές (Gaussian Bayes filters)** και σε μη παραμετρικές. Βασικότερος εκπρόσωπος της πρώτης κατηγορίας είναι το **φίλτρο Kalman (Kalman filter)** και τα παράγωγα φίλτρα (Εκτεταμένο φίλτρο Kalman - EKF κ.λπ.), που βρίσκουν ευρεία εφαρμογή σε προβλήματα γραμμικών (ή γραμμικοποιημένων στην περίπτωση του EKF) συστημάτων με θόρυβο που ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή. Στη δεύτερη κατηγορία φίλτρων Bayes ανήκουν το **φίλτρο σωματιδίων (Particle filter)**, το φίλτρο ιστογράμματος κ.α.

Εκτός από την μικρότερη πολυπλοκότητα των αλγορίθμων του $O(n)$ έναντι $O(n^2)$ του EKF, όπου n το πλήθος των προς εκτίμηση μεγεθών), το φίλτρο σωματιδίων πλεονεκτεί επί του φίλτρου Kalman (ή του EKF) στο ότι δεν απαιτεί τη γραμμικότητα του συστήματος προς περιγραφή και μπορεί, επίσης, να μοντελοποιήσει θορύβους οι οποίοι δεν ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή. Επιπλέον, στην περίπτωση μη γραμμικών συστημάτων η επέκταση του φίλτρου Kalman (EKF), λόγω του ότι τα προς μελέτη μεγέθη προσεγγίζονται κατά Taylor, παρουσιάζει περισσότερη αβεβαιότητα και λιγότερη ακρίβεια σε σχέση με το φίλτρο σωματιδίων. Ταυτόχρονα

¹Ο θόρυβος αυτός εκφράζει τόσο τα ενδεχόμενα σφάλματα που προκύπτουν από διάφορες παραδοχές-προσεγγίσεις επί της μοντελοποίησης του προβλήματος όσο και τυχαίες διαταραχές του συστήματος από εξωγενείς παράγοντες.

όμως, το φίλτρο Kalman αποτελεί για γραμμικά συστήματα βέλτιστη λύση, σε αντίθεση με το φίλτρο σωματιδίων που αποτελεί υποβέλτιστη λύση.

Στην παρούσα εργασία τόσο η μέθοδος του φίλτρου Kalman όσο και η μέθοδος του φίλτρου σωματιδίων θα εφαρμοστούν στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης του ρομποτικού χειριστή για την εκτίμηση της ταχύτητας της σφαίρας. Η αποδοτικότητα και λειτουργικότητά τους θα συγκριθούν και θα αξιολογηθούν με βάση διάφορα κριτήρια όπως το μέγιστο σφάλμα και ο χρόνος σύγκλισης (εφόσον αυτή επιτυγχάνεται).

Ακολουθεί η παρουσίαση των βασικών αρχών των δύο αυτών μεθόδων, καθώς και η μαθηματική τους περιγραφή.

3.2 Περιγραφή του φίλτρου Kalman

3.2.1 Γενικά

Ο πιο διαδεδομένος και συχνότερα εφαρμοζόμενος τύπος γκαουσιανών φίλτρων είναι το φίλτρο Kalman. Πήρε το όνομά του από τον Rudolf E. Kalman, ο οποίος ανέπτυξε και διατύπωσε τον αλγόριθμο της μεθόδου αυτής το 1960 [23], ενώ παρόμοιοι αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν την ίδια περίοδο από τον Thiele και τον Swerling. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ φάσμα τεχνολογικών και οικονομικών εφαρμογών, από τα ραντάρ και την όραση υπολογιστών μέχρι την εκτίμηση διαρθρωτικών μακροοικονομικών μοντέλων.

Το φίλτρο Kalman είναι ένα αναδρομικό φίλτρο, το οποίο εκτιμά τις μεταβλητές κατάστασης ενός συστήματος βασίζόμενο σε μετρήσεις από την έξοδο του συστήματος αυτού. Η βασική ιδέα της μεθόδου συνοψίζεται στο σχήμα *πρόβλεψη-μέτρηση-διόρθωση-ανανέωση*.

Αρχικά, γίνεται πρόβλεψη του διανύσματος κατάστασης του συστήματος βάσει της αρχικής του μοντελοποίησης. Εν συνεχεία λαμβάνονται μετρήσεις από την τελευταία έξοδο του συστήματος. Τέλος, οι μετρήσεις αυτές χρησιμοποιούνται για διόρθωση και ανανέωση της αρχικής πρόβλεψης, έτσι ώστε η τελική εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης να είναι η βέλτιστη προσέγγιση της πραγματικής τιμής του. Τόσο στην θεώρηση του μοντέλου του συστήματος όσο και στη λήψη των μετρήσεων συνυπολογίζονται και όροι σημάτων θορύβου, με τους οποίους εκφράζονται οι διάφορες εξωτερικές διαταραχές, τα σφάλματα παραδοχών κατά τη μοντελοποίηση του συστήματος, καθώς και κάθε παράγοντας αβεβαιότητας.

Η χρήση του φίλτρου Kalman απαιτεί τη θεώρηση του υπό μελέτη συστήματος ως γραμμικού και τα σήματα θορύβου να μοντελοποιούνται ως γκαουσιανές κατανομές. Για τέτοια συστήματα η εκτίμηση του φίλτρου Kalman είναι η βέλτιστη.

3.2.2 Μαθηματική περιγραφή

Θεωρούμε μία δυναμική διαδικασία, η οποία μοντελοποιείται με ένα σύστημα διακριτού χρόνου που περιγράφεται από τις παρακάτω γραμμικές στοχαστικές εξισώσεις διαφορών [24]:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}$$

όπου $x_k \in \mathfrak{R}^n$ το διάνυσμα μεταβλητών κατάστασης του συστήματος τη χρονική στιγμή $t=kT$, A, B οι πίνακες μετάβασης κατάστασης και εισόδου, αντίστοιχα, u_{k-1} το διάνυσμα εισόδου και w_{k-1} ένα διάνυσμα γκαουσιανού λευκού θορύβου μηδενικής μέσης τιμής.

Θεωρούμε, επίσης, ότι το σύνολο των μετρήσεων που λαμβάνουμε από διάφορα όργανα μέτρησης (αισθητήρες, κάμερες κ.λπ.) μοντελοποιούνται με το παρακάτω σύστημα εξισώσεων διαφορών:

$$z_k = Hx_k + v_k$$

όπου $z_k \in \mathfrak{R}^m$ το διάνυσμα μέτρησης, H ο πίνακας συσχέτισης μέτρησης – κατάστασης και v_k ένα διάνυσμα γκαουσιανού λευκού θορύβου μηδενικής μέσης τιμής.

Οι δύο παραπάνω μητρικές εξισώσεις περιγράφουν, αντίστοιχα, το **μοντέλο κατάστασης** και το **μοντέλο μέτρησης** του συστήματος, ενώ τα διανύσματα w_k και v_k εκφράζουν το θόρυβο της διαδικασίας και της μέτρησης, αντίστοιχα, είναι ανεξάρτητες και ασυσχέτιστες στοχαστικές διαδικασίες και θεωρούνται λευκοί θόρυβοι ακολουθώντας κανονικές κατανομές

$$\begin{cases} p(w) \sim N(0, Q) \\ p(v) \sim N(0, R) \end{cases}$$

Οι πίνακες συνδιακύμανσης **θορύβου – κατάστασης** Q και **θορύβου – μέτρησης** R θεωρούνται σταθεροί.

Αν με \hat{x}_k^- συμβολίσουμε την εκ των προτέρων (*a priori*) εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης x_k τη χρονική στιγμή k , δεδομένου του ότι γνωρίζουμε επακριβώς τη διαδικασία μέχρι και την στιγμή $k-1$ και με \hat{x}_k συμβολίσουμε την εκ των υστέρων (*a posteriori*) εκτίμηση του x_k έχοντας στη διάθεσή μας τη μέτρηση z_k , τότε μπορούμε να ορίσουμε αντίστοιχα το εκ των προτέρων και εκ των υστέρων σφάλμα εκτίμησης

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^-$$

και

$$e_k = x_k - \hat{x}_k$$

με αντίστοιχους πίνακες συνδιακύμανσης

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}]$$

και

$$P_k = E[e_k e_k^T]$$

Για την εξαγωγή των εξισώσεων του φίλτρου Kalman, αρχικά, εκφράζουμε την εκ των υστέρων εκτίμηση \hat{x}_k ως γραμμικό συνδυασμό της εκ των προτέρων εκτίμησης \hat{x}_k^- και της σταθμισμένης διαφοράς της πραγματικής μέτρησης z_k από την αναμενόμενη μέτρηση \hat{z}_k , όπως αυτή προκύπτει από το μοντέλο μέτρησης, δηλαδή:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- - K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (3.1)$$

Ο όρος $z_k - H\hat{x}_k^-$ στην παραπάνω εξίσωση ονομάζεται **υπολειμματικό της μέτρησης** (*measurement residual*) και είναι ένας δείκτης τη ποιότητας της πρόβλεψης, αφού μηδενικό υπολειμματικό μέτρησης σημαίνει ταύτιση της εκ των προτέρων εκτίμησης με την εκ των υστέρων εκτίμηση, δηλαδή καμία ανανέωση – διόρθωση της αρχικής πρόβλεψης και συνεπώς θεώρησή της ως βέλτιστη. Ο όρος K_k εκφράζει τον πίνακα κέρδους του φίλτρου.

Η βασική ιδέα του αλγορίθμου του φίλτρου Kalman είναι ο υπολογισμός του πίνακα K έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ο πίνακας P_k της συνδιακύμανσης του εκ των υστέρων σφάλματος πρόβλεψης e_k . Με βάση αυτήν την αρχή και με συνδυασμό της εξίσωσης (3.1) και των παραπάνω ορισμών των σφαλμάτων εκτίμησης και των πινάκων συνδιακύμανσής τους, καταλήγουμε στη σχέση

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (3.2)$$

Παρατηρούμε ότι καθώς ο πίνακας συνδιακύμανσης σφάλματος μέτρησης R πλησιάζει στο μηδενικό πίνακα, το κέρδος K_k προσεγγίζει τον πίνακα H^{-1} (ή ακριβέστερα τον ψευδοαντίστροφο του πίνακα H , σταθμισμένο με τη μήτρα συνδιακύμανσης R), δηλαδή η μέτρηση που λαμβάνουμε από τα διάφορα όργανα μας παρέχει ολοένα και πιο αξιόπιστη πληροφορία σε σχέση με την εκ των προτέρων εκτίμηση της κατάστασης. Επίσης, παρατηρούμε ότι όταν ο πίνακας συνδιακύμανσης σφάλματος της εκ των προτέρων εκτίμησης κατάστασης P_k^- τείνει στο μηδενικό πίνακα, το κέρδος του φίλτρου τείνει να μηδενιστεί. Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί ως εξής: όταν ο πίνακας συνδιακύμανσης του σφάλματος της *a priori* εκτίμησης κατάστασης είναι μηδενικός, η εκτίμηση που κάνουμε είναι αρκετά κοντά στην πραγματική κατάσταση του συστήματος και ως εκ τούτου δεν χρειάζεται ιδιαίτερη διόρθωση στην πρόβλεψη και κατ' επέκταση το κέρδος του φίλτρου (το οποίο καθορίζει και το μέγεθος της διόρθωσης) είναι σχεδόν μηδενικό.

3.2.3 Ο αλγόριθμος εφαρμογής του διακριτού φίλτρου Kalman

Για την εφαρμογή του φίλτρου Kalman σε ένα πρόβλημα εκτίμησης κατάστασης γίνεται χρήση ενός αλγορίθμου αποτελούμενου από πέντε βήματα, τα οποία ομαδοποιούνται σε δύο στάδια – την **πρόβλεψη** (*time update*) και την **διόρθωση** (*measurement update*).

Στο στάδιο της πρόβλεψης, σε μία δεδομένη επανάληψη (έστω η k -στή) της υπό παρατήρηση διαδικασίας, διατίθενται η εκτίμηση της κατάστασης \hat{x}_{k-1} και ο πίνακας συνδιακύμανσης σφάλματος εκτίμησης κατάστασης P_{k-1} από την εφαρμογή του

φίλτρου κατά την αμέσως προηγούμενη επανάληψη της διαδικασίας. Στο πρώτο βήμα της *πρόβλεψης* υπολογίζεται η εκ των προτέρων εκτίμηση της κατάστασης \hat{x}_k^- από την εξίσωση

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (3.3)$$

Ακολούθως, στο δεύτερο βήμα του σταδίου της πρόβλεψης υπολογίζεται ο πίνακας συνδιακύμανσης του σφάλματος της εκ των προτέρων εκτίμησης κατάστασης P_k^- από τη σχέση

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (3.4)$$

Στο στάδιο της *διόρθωσης*, έχοντας υπολογίσει τα \hat{x}_k^- και P_k^- από την *πρόβλεψη*, προσδιορίζουμε στο τρίτο βήμα του αλγορίθμου το κέρδος του φίλτρου από τη σχέση (3.2)

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

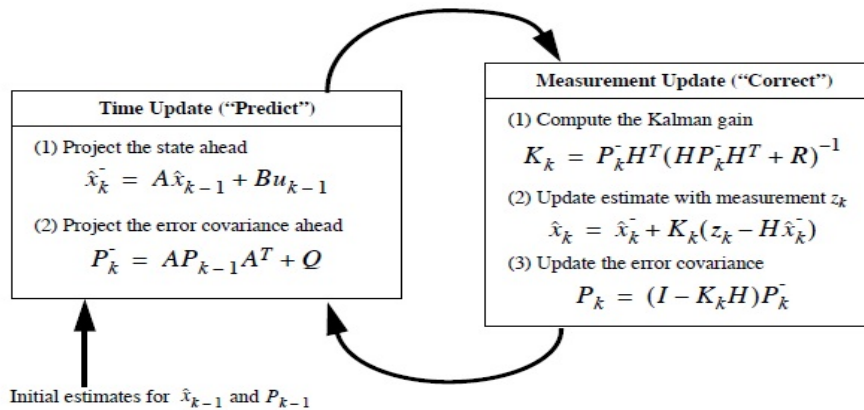
και στη συνέχεια, στο τέταρτο και στο πέμπτο βήμα υπολογίζονται εκ νέου (ενημερώνονται – διορθώνονται) η εκτίμηση της κατάστασης (ή αλλιώς η εκ των υστέρων εκτίμηση κατάστασης) καθώς και ο πίνακας της συνδιακύμανσης σφάλματος αυτής, αντίστοιχα, από τη σχέση (3.1)

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$

και την

$$P_k = (I - K_k H)P_k^- \quad (3.5)$$

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιούνται για την αρχικοποίηση του φίλτρου κατά την εφαρμογή του στην επόμενη επανάληψη της υπό μελέτη διαδικασίας. Έτσι, διαγραμματικά ο αλγόριθμος περιγράφεται από το παρακάτω σχήμα διαδοχής *πρόβλεψη – διόρθωση* σε κάθε επανάληψη [24]:



Εικόνα 3.1 : Αλγόριθμος φίλτρου Kalman [24]

3.3 Παραλλαγές και επεκτάσεις του φίλτρου Kalman

3.3.1 Εκτεταμένο φίλτρο Kalman

Όπως έχουμε αναφέρει παραπάνω, για την εφαρμογή του φίλτρου Kalman απαιτείται η υπό μελέτη διαδικασία να περιγράφεται από ένα σύστημα γραμμικών στοχαστικών εξισώσεων διαφορών. Στην περίπτωση που το κριτήριο αυτό της γραμμικότητας του συστήματος δεν ικανοποιείται χρησιμοποιείται το **Εκτεταμένο Φίλτρο Kalman** (*Extended Kalman Filter – EKF*).

Το EKF αποτελεί ουσιαστικά μία επέκταση του απλού φίλτρου Kalman και έχει ως βασικό διαφοροποιό χαρακτηριστικό την άρση του εμποδίου της μη γραμμικότητας του υπό μελέτη συστήματος με τη μέθοδο της γραμμικοποίησης.

Για να περιγράψουμε το EKF και τον τρόπο εφαρμογής του θεωρούμε ένα σύστημα που περιγράφεται από το παρακάτω σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων διαφορών

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1})$$

με διάνυσμα μετρήσεων

$$z_k = h(x_k, v_k)$$

όπου οι συναρτήσεις f και h είναι μη γραμμικές και διαφορίσιμες.

Γραμμικοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις γύρω από τα διανύσματα x_k και z_k αντίστοιχα, παίρνουμε τις προσεγγίσεις τους

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + W \cdot w_{k-1}$$

και

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_k - \tilde{x}_k) + V \cdot v_{k-1}$$

όπου

$$\tilde{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0)$$

$$z_k = h(x_k, v_k, 0)$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x}(\tilde{x}_k, 0)$$

$$W = \frac{\partial f}{\partial w}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0)$$

$$V = \frac{\partial h}{\partial v}(\tilde{x}_k, 0)$$

Οι πίνακες A, H, W και V είναι επί της ουσίας οι ιακωβιανές των συναρτήσεων f και h ως προς τα διανύσματα κατάστασης, μέτρησης και των δύο θορύβων.

Όμοια με το απλό φίλτρο Kalman, ο αλγόριθμος του EKF αποτελείται από δύο στάδια (πρόβλεψη – διόρθωση) των δύο και των τριών βημάτων αντίστοιχα. Στο πρώτο στάδιο υπολογίζονται, όπως και στο απλό φίλτρο Kalman, η εκ των προτέρων εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης και ο πίνακας συνδιακύμανσης του αντιστοίχου σφάλματος από τις σχέσεις

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad (3.6)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \quad (3.7)$$

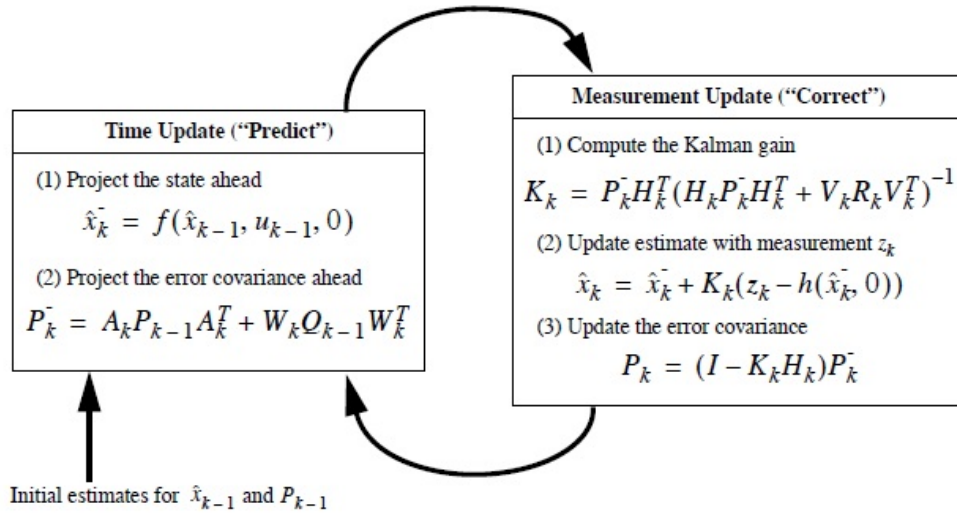
Στο δεύτερο στάδιο του αλγορίθμου υπολογίζεται το κέρδος του φίλτρου και ανανεώνονται οι παραπάνω εκτιμώμενες τιμές (a posteriori εκτιμήσεις) μέσω των εξισώσεων

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (3.8)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \quad (3.9)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (3.10)$$

Σχηματικά έχουμε την παρακάτω διαγραμματική περιγραφή του EKF:



Εικόνα 3.2 : Αλγόριθμος EKF [24]

3.3.2 Unscented Kalman Filter

Το *Unscented Kalman Filter* είναι και αυτό μια επέκταση του απλού φίλτρου Kalman, μία αναδρομική μέθοδος εκτίμησης με βάση το ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα, η οποία χρησιμοποιείται αντί του EKF στις περιπτώσεις που το σύστημα χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό μη γραμμικότητας [25].

Επειδή το EKF χρησιμοποιεί μόνο τον πρώτο όρο της σειράς Taylor κατά τη γραμμικοποίηση της μη γραμμικής συνάρτησης του συστήματος, συχνά εισάγει μεγάλα σφάλματα στις εκτιμήσεις των εκ των υστέρων κατανομών (*posterior distributions*) των καταστάσεων. Αυτό συμβαίνει ιδιαίτερα σε συστήματα με μεγάλη μη γραμμικότητα όπου η υπόθεση της τοπικής γραμμικότητας παύει να ισχύει, δηλαδή όταν οι υψηλότερης τάξης όροι της σειράς Taylor αρχίζουν να συμβάλουν σημαντικά στην προσέγγιση της αναλυμένης συνάρτησης.

Για την άρση αυτής της δυσκολίας το UKF, αντί να προσεγγίσει τα μη γραμμικά μοντέλα κατάστασης και παρατήρησης του συστήματος όπως το EKF, τα χρησιμοποιεί για να προσεγγίσει την κατανομή της **τυχαίας μεταβλητής κατάστασης**. Και σε αυτήν την περίπτωση η κατανομή της μεταβλητή κατάσταση (σαν διάνυσμα) αποτελεί μία γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή (*GRV*), η οποία περιγράφεται από ένα ελάχιστο σύνολο χαρακτηριστικών σημείων (δειγμάτων – *sample points*) ντετερμινιστικά καθορισμένα. Τα σημεία αυτά επιλέγονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να περιγράφουν επακριβώς τη μέση τιμή και την διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής και όταν διαδίδονται μέσω του πραγματικού μη γραμμικού συστήματος, προσεγγίζουν την εκ των υστέρων μέση τιμή και την εκ των υστέρων διακύμανση της GRV με μεγάλη ακρίβεια έως και τον δεύτερης τάξης όρο **οποιασδήποτε μη γραμμικότητας στο σύστημα**. Τυχόν σφάλματα κάνουν την εμφάνισή τους από τον τρίτο όρο και πάνω.

Η επιλογή των δειγματικών αυτών σημείων ή αλλιώς “σημείων Σίγμα” (*Sigma points*) και των αντιστοίχων συντελεστών βαρύτητάς τους γίνεται με βάση μια παραλλαγή του *Unscented Transformation (UT)* – του *Scaled Unscented Transformation (SUT)* [25] – και αποτελεί ουσιαστικά τον πυρήνα του αλγορίθμου του UKF, ο οποίος περιγράφεται στα παρακάτω βήματα:

1. Αρχικοποίηση

$$\bar{x}_0 = E[x_0]$$

$$P_0 = E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T]$$

$$\bar{x}_0^a = E[x^a] = [\bar{x}_0^T \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}]^T$$

$$P_0^a = E[(x_0^a - \bar{x}_0^a)(x_0^a - \bar{x}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Q & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & R \end{bmatrix}$$

2. Για $t \in \{1, \dots, \infty\}$,

a. Υπολογισμός των σημείων “Σίγμα”:

$$X_{t-1}^a = [\bar{x}_{t-1}^a \quad \bar{x}_{t-1}^a \pm \sqrt{(n_a + \lambda)P_{t-1}^a}]$$

b. Πρόβλεψη:

$$X_{t|t-1}^x = f(X_{t-1}^x, X_{t-1}^v)$$

$$\bar{x}_{t|t-1} = \sum_{i=0}^{2n_a} W_i^{(m)} X_{i,t|t-1}^x$$

$$P_{t|t-1} = \sum_{i=0}^{2n_a} W_i^{(c)} [X_{i,t|t-1}^x - \bar{x}_{t|t-1}] [X_{i,t|t-1}^x - \bar{x}_{t|t-1}]^T$$

$$Y_{t|t-1} = h(X_{t-1}^x, X_{t-1}^n)$$

$$\bar{y}_{t|t-1} = \sum_{i=0}^{2n_a} W_i^{(m)} Y_{i,t|t-1}$$

c. Διόρθωση:

$$P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t} = \sum_{i=0}^{2n_a} W_i^{(c)} [Y_{i,t|t-1} - \bar{y}_{t|t-1}] [Y_{i,t|t-1} - \bar{y}_{t|t-1}]^T$$

$$P_{x_t y_t} = \sum_{i=0}^{2n_a} W_i^{(c)} [X_{i,t|t-1}^x - \bar{x}_{t|t-1}] [Y_{i,t|t-1} - \bar{y}_{t|t-1}]^T$$

$$K_t = P_{x_t y_t} P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t}^{-1}$$

$$\bar{x}_t = \bar{x}_{t|t-1} + K_t (y_t - \bar{y}_{t|t-1})$$

$$P_t = P_{t|t-1} - K_t P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t} K_t^T$$

όπου:

- $x^a = [x^T \quad v^T \quad n^T]$ μια παράθεση του διανύσματος κατάστασης, θορύβου της διαδικασίας και θορύβου της παρατήρησης, αντίστοιχα,
- $X^a = [(X^x)^T \quad (X^v)^T \quad (X^n)^T]^T$ μια παράθεση των σημείων “Σίγμα” για τα ίδια μεγέθη,

- λ μία παράμετρος εξομάλυνσης,
- $n_a = n_x + n_v + n_n$, με n_{vector} να είναι η διάσταση του διανύσματος $vector$,
- Q, R οι πίνακες συνδιακύμανσης των θορύβων της διαδικασίας και της μέτρησης, αντίστοιχα,
- K το κέρδος του φίλτρου,
- W_i οι σταθμιστές των σημείων “Σίγμα” οι οποίοι υπολογίζονται [26] από τις εξισώσεις:

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n_x + \lambda}$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n_x + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(n_x + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2n_x$$

Εκτός της μεγαλύτερης ακρίβειας, το UKF υπερτερεί του EKF και όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος, αφού κατά την εφαρμογή του δεν χρειάζεται να υπολογιστούν ιακωβιανές ή εσσιανές μήτρες.

Τέλος, εκτός από το EKF, χρησιμοποιούνται και άλλες παραλλαγές το φίλτρου Kalman. Μερικές από αυτές είναι :

- το ***Iterated Extended Kalman Filter***, μία βελτίωση του EKF όπου γίνεται χρήση επαναληπτικών μεθόδων,
- το ***Kalman – Bucy Filter*** που αποτελεί το ανάλογο του απλού φίλτρου Kalman για συστήματα συνεχούς χρόνου και
- το ***Hybrid Kalman Filter***, το οποίο χρησιμοποιείται σε προβλήματα στα οποία το μοντέλο διαδοχής καταστάσεων του συστήματος είναι συνεχούς χρόνου, ενώ το μοντέλο μέτρησης είναι διακριτού χρόνου.

3.4 Περιγραφή του φίλτρου σωματιδίων

3.4.1 Γενικά

Τα φίλτρα σωματιδίων (*particle filter*) ανήκουν στην κατηγορία των μη παραμετρικών φίλτρων, δηλαδή εκείνων των στοχαστικών μεθόδων (υποβέλτιστης) πρόβλεψης-εκτίμησης, οι οποίες δεν μοντελοποιούν κατ' ανάγκη τα υπό μελέτη συστήματα ως γραμμικά με θορύβους που ακολουθούν κανονικές κατανομές. Συναντώνται στη βιβλιογραφία συχνά και ως **ακολουθιακές μέθοδοι Monte Carlo** (*Sequential Monte Carlo Methods - SMCM*) και αποτελούν το ακολουθιακό (on-line) ανάλογο των μεθόδων Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

Η κεντρική ιδέα των φίλτρων σωματιδίων είναι η εκτίμηση των “κρυφών παραμέτρων” του παρατηρούμενου συστήματος με βάση τις διαθέσιμες μετρήσεις-παρατηρήσεις μέχρι κάποια χρονική στιγμή. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται περιγραφή της κατάστασης του υπό μελέτη συστήματος μέσω της εκ των υστέρων συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (*posterior probability density function-posterior pdf*), δηλαδή της σ.π.π. που εκφράζει την πιθανότητα να είναι η κατάσταση του συστήματος η X_k , δεδομένων των παρατηρήσεων-μετρήσεων Y_0, \dots, Y_k , της $P(X_k|Y_0, \dots, Y_k)$.

Η αναπαράσταση της σ.π.π. αυτής μία δεδομένη χρονική στιγμή (έστω k) συντίθεται με χρήση τυχαίων (αρχικά) “δειγμάτων”, επιλεγμένων από την εκτιμημένη σ.π.π. της προηγούμενης χρονικής στιγμής ($k-1$), σταθμισμένων με κατάλληλα βάρη, τα οποία ανανεώνονται βάσει των παρατηρήσεων Y_0, \dots, Y_k . Η αναδρομική αυτή μέθοδος εκτίμησης της εκ των υστέρων σ.π.π. προσεγγίζει τη βέλτιστη Bayesian λύση, ονομάζεται **S.I.S.** (*Sequential Importance Sampling – Δειγματοληψία ακολουθιακής σημασίας*) και αποτελεί το βασικό αλγόριθμο του φίλτρου σωματιδίων.

3.4.2 Μαθηματική περιγραφή

Η μαθηματική περιγραφή του αλγορίθμου S.I.S. συνοψίζεται στα εξής δύο στάδια [25]:

Πρόβλεψη

Η εκ των υστέρων σ.π.π. $p(X_k|Y_k)$ μπορεί να περιγραφεί με τον αναδρομικό υπολογισμό μιας ακραίας (marginal) τιμής της, της $p(x_k|Y_k)$, χωρίς έτσι να είναι απαραίτητη η συνεχής καταγραφή των προηγούμενων καταστάσεων του συστήματος. Η σ.π.π. $p(x_k|Y_k)$ ονομάζεται πυκνότητα “φίλτρου” (*filtering density*) και βάσει αυτής μπορούμε να πάρουμε μια υποβέλτιστη (βέλτιστη Bayesian) εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος, κάνοντας χρήση του Ελαχίστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (*MMSE*):

$$\hat{x}_k = E[x_k|Y_k] = \int x_k p(x_k|Y_k) dx_k$$

Η $p(x_k|Y_k)$ υπολογίζεται αναδρομικά ως εξής:

$$\begin{aligned}
p(x_k|Y_k) &= \frac{p(Y_k|x_k)p(x_k)}{p(Y_k)} = \frac{p(y_k, Y_{k-1}|x_k)p(x_k)}{p(y_k, Y_{k-1})} \\
&= \frac{p(y_k|Y_{k-1}, x_k)p(Y_{k-1}|x_k)p(x_k)}{p(y_k|Y_{k-1})p(Y_{k-1})} \\
&= \frac{p(y_k|Y_{k-1}, x_k)p(x_k|Y_{k-1})p(Y_{k-1})p(x_k)}{p(y_k|Y_{k-1})p(Y_{k-1})p(x_k)} \\
&= \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}{p(y_k|Y_{k-1})}
\end{aligned}$$

Είναι, δηλαδή,

$$\boxed{p(x_k|Y_k) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}{p(y_k|Y_{k-1})}} \quad (3.11)$$

Στόχος είναι να εκφραστεί η εκτίμηση $\hat{p}(x_k|Y_k)$ βάσει ενός σταθμισμένου αθροίσματος δειγμάτων x_k^i τα οποία λαμβάνονται από την ίδια κατανομή, δηλαδή $\hat{p}(x_k|Y_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_k - x_k^{(i)})$ με $x_k^{(i)} \sim p(x_k|Y_k)$. Σε αυτήν την περίπτωση, μια εκτίμηση της μορφής $E[f(x_k)] = \int f(x_k)p(x_k|Y_k) dx_k$ μπορεί να προσεγγισθεί από τη σχέση

$$E[f(x_k)] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_k^{(i)}) \quad (3.12)$$

Ωστόσο, τις περισσότερες φορές είναι αδύνατον να πάρουμε δείγματα από την ίδια την εκ των υστέρων σ.π.π. . Για το λόγο αυτό, προς προσέγγιση της $p(x_k|Y_k)$, εκλέγουμε μια παρόμοια σ.π.π. $q(x_k|Y_k)$ (*proposal distribution*), από την οποία η δειγματοληψία “σωματιδίων”-καταστάσεων είναι πιο εύκολη. Μπορούμε να γράψουμε, λοιπόν :

$$\begin{aligned}
E[f(x_k)] &= \int f(x_k)p(x_k|Y_k) dx_k = \int f(x_k) \frac{p(x_k|Y_k)}{q(x_k|Y_k)} q(x_k|Y_k) dx_k \\
&= \int f(x_k) \frac{p(Y_k|x_k)p(x_k)}{p(Y_k)q(x_k|Y_k)} q(x_k|Y_k) dx_k \\
&= \int f(x_k) \frac{w_k(x_k)}{p(Y_k)} q(x_k|Y_k) dx_k
\end{aligned}$$

όπου

$$w_k(x_k) = \frac{p(Y_k|x_k)p(x_k)}{q(x_k|Y_k)} \quad (3.13)$$

Επεκτείνοντας το παραπάνω ολοκλήρωμα παίρνουμε:

$$\begin{aligned}
E[f(x_k)] &= \frac{1}{p(Y_k)} \int f(x_k)w_k(x_k)q(x_k|Y_k) dx_k \\
&= \frac{\int f(x_k)w_k(x_k)q(x_k|Y_k) dx_k}{\int p(x_k|Y_k)p(x_k) \frac{q(x_k|Y_k)}{q(x_k|Y_k)} dx_k} \stackrel{(3.11)}{=} E[f(x_k)] = \\
&= \frac{\int f(x_k)w_k(x_k)q(x_k|Y_k) dx_k}{\int w_k(x_k)q(x_k|Y_k) dx_k} = \frac{E_{q(x_k|Y_k)}[f(x_k)w_k(x_k)]}{E_{q(x_k|Y_k)}[w_k(x_k)]}
\end{aligned}$$

Με βάση όμως τη σχέση (3.12), η παραπάνω εκτίμηση μπορεί να προσεγγισθεί από την

$$E[f(x_k)] \approx \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_k^{(i)}) w_k(x_k^{(i)})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_k(x_k^{(i)})}$$

ή

$$E[f(x_k)] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_k^{(i)}) w_k^{norm}(x_k^{(i)}) \quad (3.14)$$

με

$$w_k^{norm}(x_k^{(i)}) = \frac{w_k(x_k^{(i)})}{\sum_{j=1}^N w_k(x_k^{(j)})} \quad (3.15)$$

Η ποσότητα $w_k(x_k^{(i)})$, ονομάζεται βάρος ή σταθμιστής του δείγματος $x_k^{(i)}$ και εκφράζει κατά πόσο πιθανό είναι το δείγμα $x_k^{(i)}$ να αντιπροσωπεύει την πραγματική οριακή τιμή της $p(x_k|Y_k)$. Είναι, δηλαδή, ένας δείκτης της “ποιότητας” του δείγματος $x_k^{(i)}$ σε σχέση με το πόσο αντιπροσωπευτικό είναι της εκ των υστέρων σ.π.π. . Κανονικοποιώντας κάθε βάρος $w_k(x_k^{(i)})$, έτσι ώστε το συνολικό άθροισμα να είναι ίσο με τη μονάδα, παίρνουμε τα νέα κανονικοποιημένα βάρη w_k^{norm} .

Ανανέωση - Ενημέρωση

Κάνοντας την παραδοχή ότι η διαδοχή των καταστάσεων είναι μια διαδικασία Markov πρώτης τάξης, δηλαδή ότι $p(x_k|x_0, \dots, x_{k-1}) = p(x_k|x_{k-1})$, και ότι οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, μπορούμε να γράψουμε την αναδρομική σχέση ανανέωσης των βαρών (De Freitas 2000):

$$w_k = w_{k-1} \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})}{q(x_k|X_{k-1}, Y_k)} \quad (3.16)$$

Η εκ των υστέρων σ.π.π. υπολογίζεται τελικά (αναφερόμενοι στην κατάσταση του συστήματος τη στιγμή kT) από τη σχέση:

$$p(x_k|Y_k) \approx \sum_{i=1}^N w_{k,norm}^{(i)} \delta(x_k - x_k^{(i)}) \quad (3.17)$$

όπου $x_k, x_k^{(i)}$ και $w_{k,norm}^{(i)}$ το (μετρούμενο από τα όργανα/αισθητήρες) διάνυσμα κατάστασης του συστήματος, το δειγματοληφθέν από την σ.π.π. “σωματίδιο” και το αντίστοιχο βάρος του, αντίστοιχα.

Όπως συμπεραίνουμε από τα παραπάνω, η εκλογή της σ.π.π. $q(x_k|X_{k-1}, Y_k)$ έχει καθοριστική σημασία για την επιτυχία του φίλτρου σωματιδίων. Η πιο συνήθης επιλογή (επιλογή *importance function*) είναι η κατανομή της αλλαγής των καταστάσεων του συστήματος, $q(x_k|X_{k-1}, Y_k) = p(x_k|x_{k-1})$, βάσει της οποίας η σχέση (3.16) γράφεται:

$$w_k = w_{k-1}p(y_k|x_k) \quad (3.18)$$

3.4.3 Εκφυλισμός και επαναδειγματοληψία

Το πρόβλημα του **εκφυλισμού** (Degeneracy) είναι ένα συχνό φαινόμενο σε προβλήματα που χρησιμοποιούν τον αλγόριθμο S.I.S. Περιγράφεται ως η κατάσταση στην οποία, μετά από μερικές επαναλήψεις του αλγορίθμου, όλα τα “σωματίδια” εκτός ενός έχουν αμελητέα βάρη (πρακτικά μηδενικά σε σχέση με το βάρος αυτού του ενός “σωματιδίου”). Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι μόνο ένα δείγμα συνεισφέρει επί της ουσίας στην προσέγγιση της εκ των υστέρων σ.π.π. και η πιθανότητα λάθος εκτίμησης είναι πολύ μεγάλη. Έχει αποδειχθεί ότι η διακύμανση των συντελεστών βαρύτητας αυξάνει με το χρόνο. Συνεπώς, το φαινόμενο του εκφυλισμού δε δύναται να αποφευχθεί. Ο εκφυλισμός των particles αντιμετωπίζεται με τη μέθοδο της **επαναδειγματοληψίας** (*Resampling*).

Η βασική ιδέα της μεθόδου αυτής είναι η εκλογή ενός νέου συνόλου δειγμάτων (“σωματιδίων”), το οποίο θα προκύπτει μέσω δειγματοληψίας (τόσες φορές όσα και τα “σωματίδια” του αρχικού συνόλου) από την εκ των υστέρων σ.π.π. (έτσι όπως έχει αυτή προσεγγισθεί μέχρι το πιο πρόσφατο στάδιο του αλγορίθμου) με σκοπό την εξάλειψη των δειγμάτων με ασθενή βάρη και τη διατήρηση των πιο αντιπροσωπευτικών “σωματιδίων”. Τα βάρη των νέων δειγμάτων αρχικοποιούνται στην τιμή $\frac{1}{N}$, όπου N ο αριθμός των “σωματιδίων” του αρχικού δείγματος. Μετά από το στάδιο της επαναδειγματοληψίας ο αλγόριθμος (ο οποίος πλέον ονομάζεται S.I.R.– *Sequential Importance Resampling* λόγω της προσθήκης αυτού του σταδίου) συνεχίζεται κανονικά.

Για να διαπιστωθεί εάν υπάρχει εκφυλισμός των δειγμάτων – σωματιδίων χρησιμοποιείται κυρίως ο **αριθμός των αποτελεσματικών δειγμάτων** N_{eff} (*Number of effective particles*), οποίος ορίζεται από τη σχέση [27]:

$$N_{eff} = \left\lfloor \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_{k,norm}^{(i)})^2} \right\rfloor \quad (3.19)$$

Σε κάθε, λοιπόν, επανάληψη του αλγορίθμου υπολογίζεται ο N_{eff} από τη σχέση (3.19) και στη συνέχεια, εάν είναι μικρότερος από μια προκαθορισμένη² τιμή κατωφλίου N_{thr} (π.χ. 20% - το οποίο εκφράζει το ποσοστό επί του συνολικού αριθμού N), τότε εκτελείται το βήμα της επαναδειγματοληψίας και ο αλγόριθμος συνεχίζει με το νέο σύνολο ζευγών $\left\{ \left(x_k^{(i)}, \frac{1}{N} \right) \right\}, i = 1, \dots, N$.

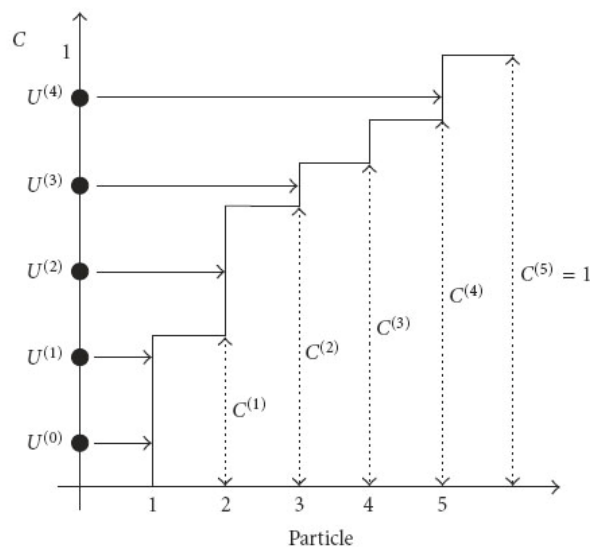
Υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί αλγόριθμοι για την υλοποίηση της διαδικασίας της επαναδειγματοληψίας. Οι κυριότεροι από αυτούς [28] είναι ο αλγόριθμος

²Η προκαθορισμένη τιμή κατωφλίου ορίζεται ως ένα ποσοστό επί του συνολικού πληθυσμού των δειγμάτων N . Το ποσοστό αυτό προσδιορίζεται με όρους ακρίβειας και αποτελεσματικότητας του αλγορίθμου.

συστηματικής επαναδειγματοληψίας (*Systematic resampling*) και ο αλγόριθμος υπολειμματικής συστηματικής επαναδειγματοληψίας (*Residual systematic resampling*), οι οποίοι παρουσιάζονται παρακάτω, τόσο σε ψευδοκώδικα όσο και σχηματικά:

Μέθοδος συστηματικής επαναδειγματοληψίας

<pre> CDF[0]=0; for (i=1;i<=N;i++) CDF[i]=CDF[i-1]+w[i]; for (i=1;i<=N;i++) index[i]=0; i=1; u[1]=1/(2*N); for (j=1;j<=N;j++){ u[j]=u[1]+(j-1)/N; if (u[j]<=CDF[i]){ index[i]++; newsample[j]=oldsample[i]; } else{ i++; j--; } } new_w[j]=1/N; </pre>	<p>Κατασκευή της αθροιστικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.</p> <p>Αρχικοποίηση των δεικτών.</p> <p>Ξεκινούμε από την μικρότερη τιμή της CDF και εκλέγουμε το $u[1] \sim U[0, 1/N]$.</p> <p>Προχωρούμε κατά μήκος της ευθείας $u(x)=u(1)+(x-1)/N$ και για κάθε $u[j]$ ελέγχουμε αν αυτό είναι μικρότερο από την τρέχουσα τιμή της CDF. Αν ναι, εκλέγουμε το δείγμα που αντιστοιχεί στην τιμή αυτή, αλλιώς προχωρούμε στην επόμενη τιμή της CDF.</p> <p>Ορίζουμε το νέο συντελεστή βάρους ίσο με $1/N$ και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για το επόμενο u.</p>
---	--



Εικόνα 3.3 : Systematic resampling [28]

Μέθοδος υπολειπόμενης συστηματικής επαναδειγματοληψίας

```
for (i=1;i<=N;i++)
  index[i]=0;
```

```
DU[0]=1/(2*N);
```

```
for (i=1;i<=N;i++){
  index[i]=floor((w[i]-DU[i-1])*N)+1;
  if (index[i]<0)
    index[i]=0;
  DU[i]=DU[i-1]+(float)index[i]/N-w[i];
  new_w[i]=1/N;
}
```

```
g=1;t=0;
```

```
for (i=1;i<=N;i++){
  t=t+index[i];
  for (l=g;l<=t;l++) newsample[l]=oldsample[i];
  g=t+1;
}
```

Αρχικοποίηση των δεικτών.

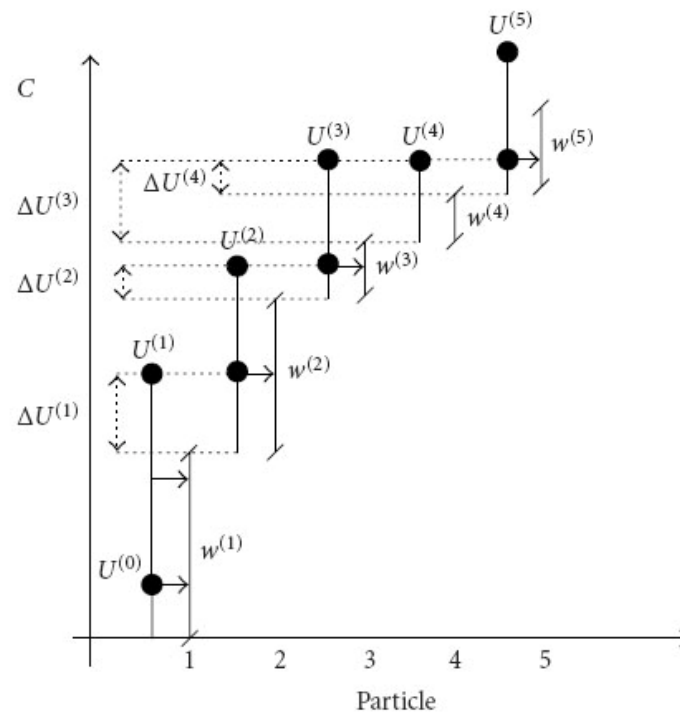
Εκλέγουμε το $\Delta U[0] \sim U[0, 1/N]$.

Υπολογίζουμε τους δείκτες $index(i)$ σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{cases} index(i) = \lfloor (w(j) - \Delta U(i))N \rfloor + 1 \\ \Delta U(i) = \Delta U(i-1) + \frac{index(i)}{N} - w(i) \end{cases}$$

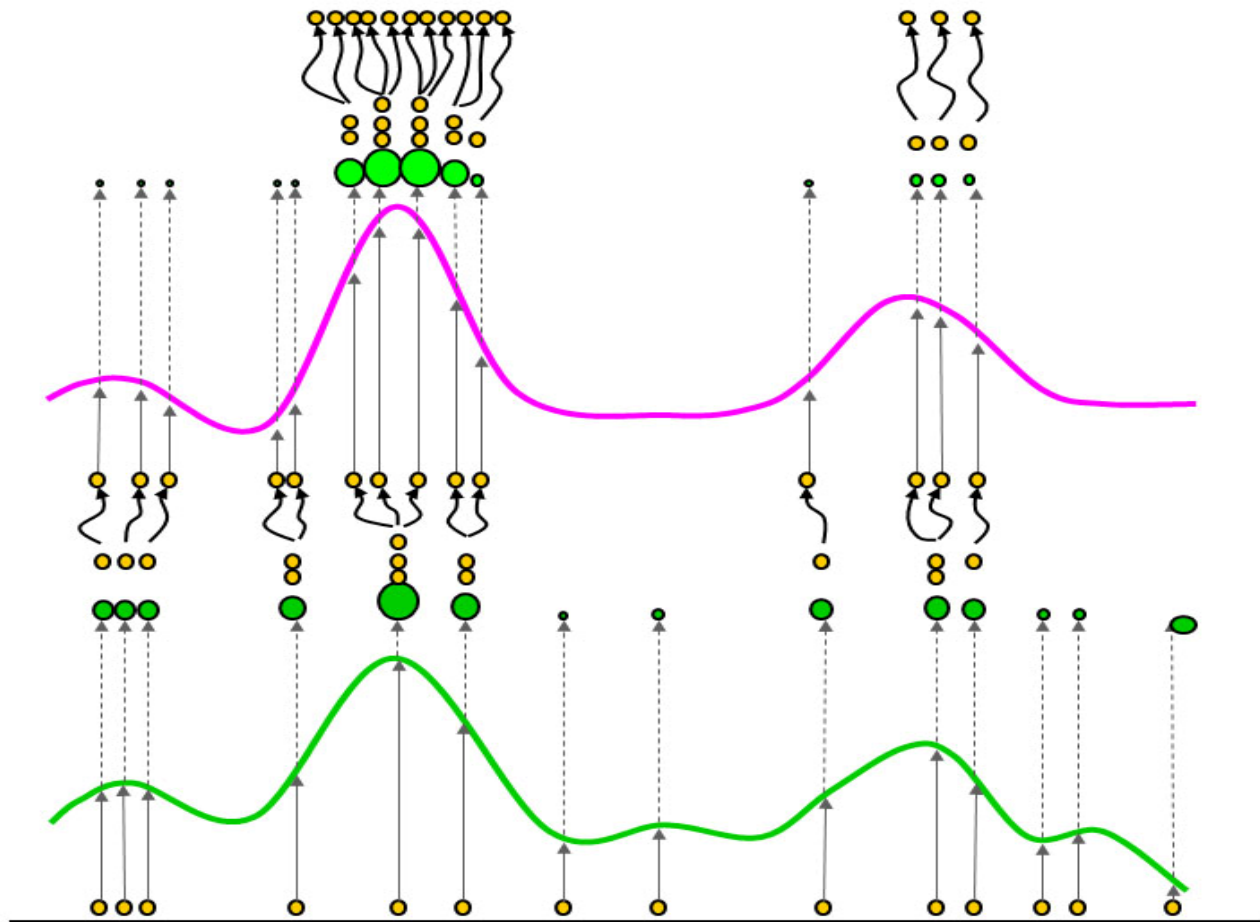
και ορίζουμε το νέο συντελεστή βάρους ίσο με $1/N$.

Επιλέγουμε το "σωματίδιο" με δείκτη i τόσες φορές όσες δείχνει η τιμή $index(i)$.



Εικόνα 3.4 : Residual systematic resampling [28]

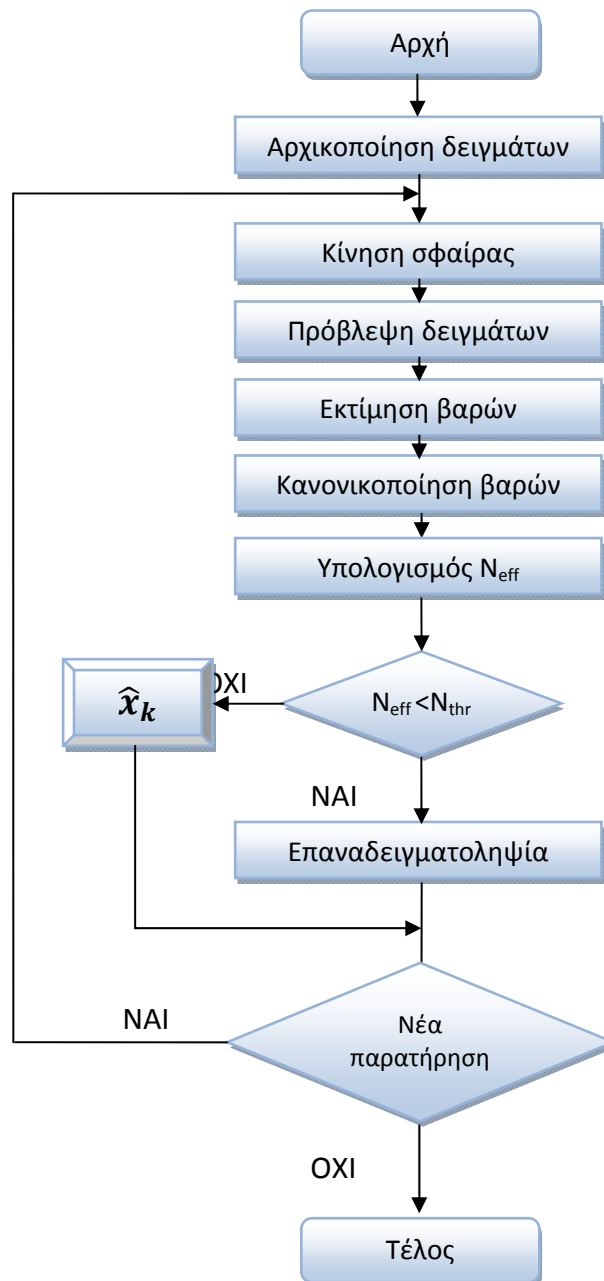
Σχηματικά η διαδικασία της επαναδειγματοληψίας θα μπορούσε να αποδοθεί με το παρακάτω γράφημα [29]:



Εικόνα 3.5 : Επαναδειγματοληψία [29]

Τα δείγματα με τα μεγαλύτερα βάρη (μεγάλοι κύκλοι) είναι αυτά που τελικά επικρατούν και αναπαράγονται αντιγραφόμενα, ώστε να παραχθούν τόσα δείγματα όσα απορρίφθηκαν λόγω πολύ μικρού βάρους. Το νέο σύνολο σωματιδίων που παράγεται από την επανάληψη των επικρατούντων δειγμάτων έχει πλέον λιγότερες “προτάσεις” για την πιθανή τιμή του διανύσματος κατάστασης κι έτσι η προσέγγιση είναι πιο συγκεκριμένη.

Η μέθοδος του φίλτρου σωματιδίων, συμπεριλαμβανομένης και της διαδικασίας της επαναδειγματοληψίας, περιγράφεται συνολικά από το παρακάτω διάγραμμα ροής:



3.5 Παραλλαγές του φίλτρου σωματιδίων

3.5.1 Γενικά

Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές του βασικού αλγορίθμου S.I.S. για την αντιμετώπιση διαφόρων δυσκολιών που προκύπτουν από την εφαρμογή του σε διαφορετικής φύσης στοχαστικά προβλήματα. Η προσθήκη του βήματος επαναδειγματοληψίας για την αντιμετώπιση του προβλήματος του εκφυλισμού των δειγμάτων μας δίνει, όπως

αναφέραμε πιο πάνω, την πιο διαδεδομένη παραλλαγή του S.I.S., τον αλγόριθμο S.I.R. (η *bootstrap filter*).

Άλλες παραλλαγές του φίλτρου σωματιδίων είναι:

- *Auxiliary Particle Filter (ASIR)*
- *Unscented Particle Filter (UPF)*
- *Clustered Particle Filter (CPF)*
- *Real Time Particle Filter (RLPF)*
- *Gauss – Hermite Particle Filter*
- *Rao – Blackwellized Particle Filter*

Από αυτές οι πιο διαδεδομένες και ευρύτερα χρησιμοποιούμενες είναι οι δύο πρώτες, σύντομη περιγραφή των οποίων παρουσιάζεται παρακάτω.

3.5.2 Auxiliary Particle Filter

Το *βοηθητικό φίλτρο σωματιδίων (auxiliary particle filter)* αποτελεί μία παραλλαγή του βασικού αλγορίθμου S.I.R. που προτάθηκε και υλοποιήθηκε από τους Pitt και Shephard το 1999 προς αντιμετώπιση ορισμένων δυσκολιών του αλγορίθμου, όπως η βέλτιστη εκλογή δειγμάτων από την εκ των υστέρων σ.π.π..

Η βασική ιδέα του ASIR αλγορίθμου συνοψίζεται στη χρήση μιας “ενδιάμεσης βοηθητικής κατανομής” (εξ ου και η ονομασία του αλγορίθμου), από την οποία σε κάθε επανάληψη k του αλγορίθμου λαμβάνουμε τα δείγματα του φίλτρου βασιζόμενοι στην προηγούμενη ομάδα σωματιδίων και στην τρέχουσα παρατήρηση μόνο (πριν, δηλαδή, παραχθούν τα σωματίδια x_k). Η βοηθητική αυτή σ.π.π. περιγράφεται ως

$$p(x_{k+1}|y_{k+1}) \propto \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \cdot p(y_{k+1}|x_{k+1})p(x_{k+1}|x_k^{(i)}) \quad (3.20)$$

Επειδή όμως στον όρο $p(y_{k+1}|x_{k+1})$ το διάνυσμα κατάστασης x_{k+1} δεν είναι, όπως προαναφέραμε, διαθέσιμο ακόμη, χρησιμοποιείται αντί αυτού η προσέγγισή του

$$\hat{p}(x_{k+1}|y_{k+1}) \propto \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \cdot p(y_{k+1}|\mu_{k+1}^{(i)})p(x_{k+1}|x_k^{(i)}) \quad (3.21)$$

όπως προτάθηκε από τους Pitt και Shephard [30].

Στην παραπάνω σχέση ο όρος $\mu_{k+1}^{(i)}$ εκφράζει γενικά οποιοδήποτε “κατάλληλο” χαρακτηριστικό του x_{k+1} σε σχέση με το i -στό δείγμα $x_k^{(i)}$. Το χαρακτηριστικό αυτό μπορεί να είναι ο μέσος όρος $\mu_{k+1}^{(i)} = E[x_{k+1}|x_k^{(i)}]$ ή ακόμη ένα δείγμα από την κατανομή $p(x_{k+1}|x_k^{(i)})$.

Τέλος, αφού επιλεγθούν $j = 1, \dots, N$ δείγματα – το καθένα γύρω από τη θέση $x_{k+1}^{(j)}$ – από την κατανομή της σχέσης (3.21), ρυθμίζονται τα αντίστοιχα βάρη $w_{k+1}^{(i)}$ σύμφωνα με τη σχέση αναλογίας

$$w_{k+1}^{(i)} \propto \frac{p(y_{k+1}|x_{k+1}^{(j)})}{p(y_{k+1}|\mu_{k+1}^{(j)})} \quad (3.22)$$

Ο αλγόριθμος *ASIR* μπορεί να θεωρηθεί ως μία διαδικασία πρόβλεψης σε βάθος ενός βήματος (*one-step look ahead procedure*), στην οποία κάθε σωματίδιο $x_k^{(i)}$ μεταδίδεται μέσω της χαρακτηριστικής ποσότητας $\mu_{k+1}^{(i)}$ στην επόμενη χρονική στιγμή (από την k στην $k+1$) για να διευκολυνθεί η διαδικασία δειγματοληψίας από την εκ των υστέρων σ.π.π.. Η αποτελεσματικότητά του έγκειται στο γεγονός ότι απαιτείται μόνο η δυνατότητα δειγματοληψίας από το μοντέλο μετάβασης κατάστασης και του υπολογισμού της συνάρτησης πιθανότητας $p(y_k|x_k)$. Για το λόγο αυτό πλεονεκτεί έναντι άλλων μεθόδων, οι οποίες απαιτούν ειδικές δομές δεδομένων για τη δειγματοληψία από την εκ των υστέρων σ.π.π.

3.5.3 Unscented Particle Filter

Το *Unscented Particle Filter (UPF)* αποτελεί μία παραλλαγή του βασικού φίλτρου σωματιδίων, όπου η **proposal distribution** παράγεται με χρήση του UKF. Έτσι μπορεί να ενσωματώσει πολλά από τα πλεονεκτήματα του τελευταίου, όπως επί παραδείγματι, η δυνατότητα εξομάλυνσης των σφαλμάτων προσέγγισης σε όρους μεγαλύτερης τάξης και ως εκ τούτου η καλύτερη λειτουργία του αλγορίθμου με κατανομές που έχουν βαρύτερες ουρές από τις γκαουσιανές (*heavy tailed distributions*). Ο αλγόριθμος εφαρμογής του φίλτρου περιγράφεται στα παρακάτω βήματα [25]:

1. Αρχικοποίηση: $t = 0$

- Για $i = 1, \dots, N$ επέλεξε τα δείγματα (*particles*) $x_0^{(i)}$ από την εκ των υστέρων $p(x_0)$ και θέσε

$$\bar{x}_0^{(i)} = E[x_0^{(i)}]$$

$$P_0^{(i)} = E\left[(x_0^{(i)} - \bar{x}_0^{(i)})(x_0^{(i)} - \bar{x}_0^{(i)})^T\right]$$

$$\bar{x}_0^{(i)a} = E[x_0^{(i)a}] = \begin{bmatrix} (\bar{x}_0^{(i)})^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T$$

$$P_0^{(i)a} = E\left[(x_0^{(i)a} - \bar{x}_0^{(i)a})(x_0^{(i)a} - \bar{x}_0^{(i)a})^T\right] = \begin{bmatrix} P_0^{(i)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Q & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & R \end{bmatrix}$$

2. Για $t = 1, 2, \dots$

a. Δειγματοληψία (*Importance sampling*)

- Για $i = 1, \dots, N$:
 - ❖ Ανανέωσε τα δείγματα με το UKF:

- Υπολογισμός των σημείων “Σίγμα”:

$$X_{t-1}^{(i)a} = \left[\bar{x}_{t-1}^{(i)a} \quad \bar{x}_{t-1}^{(i)a} \pm \sqrt{(n_a + \lambda) P_{t-1}^{(i)a}} \right]$$

- Διάδωσε τα δείγματα στις επόμενες καταστάσεις (πρόβλεψη)

$$X_{t|t-1}^{(i)x} = f\left(X_{t-1}^{(i)x}, X_{t-1}^{(i)v}\right)$$

$$\bar{x}_{t|t-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(m)} X_{j,t|t-1}^{(i)x}$$

$$P_{t|t-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(c)} \left[X_{j,t|t-1}^{(i)x} - \bar{x}_{t|t-1}^{(i)} \right] \left[X_{j,t|t-1}^{(i)x} - \bar{x}_{t|t-1}^{(i)} \right]^T$$

$$Y_{t|t-1}^{(i)} = h\left(X_{t-1}^{(i)x}, X_{t-1}^{(i)n}\right)$$

$$\bar{y}_{t|t-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(m)} Y_{j,t|t-1}^{(i)}$$

- Ενσωμάτωσε την νέα παρατήρηση (διόρθωση)

$$P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(c)} \left[Y_{j,t|t-1}^{(i)} - \bar{y}_{t|t-1}^{(i)} \right] \left[Y_{j,t|t-1}^{(i)} - \bar{y}_{t|t-1}^{(i)} \right]^T$$

$$P_{x_t y_t} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(c)} \left[X_{j,t|t-1}^{(i)x} - \bar{x}_{t|t-1}^{(i)} \right] \left[Y_{j,t|t-1}^{(i)} - \bar{y}_{t|t-1}^{(i)} \right]^T$$

$$K_t = P_{x_t y_t} P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t}^{-1}$$

$$\bar{x}_t^{(i)} = \bar{x}_{t|t-1}^{(i)} + K_t \left(y_t - \bar{y}_{t|t-1}^{(i)} \right)$$

$$\hat{P}_t^{(i)} = P_{t|t-1}^{(i)} - K_t P_{\tilde{y}_t \tilde{y}_t} K_t^T$$

❖ Επίλεξε τα δείγματα $\hat{x}_t^{(i)} \sim q(x_t^{(i)} | x_{0:t-1}^{(i)}, y_{1:t}) = N(x_t^{(i)}, \hat{P}_t^{(i)})$

❖ Θέσε $\hat{x}_{0:t}^{(i)} \triangleq (x_{0:t-1}^{(i)}, \hat{x}_t^{(i)})$ και $\hat{P}_{0:t}^{(i)} \triangleq (P_{0:t-1}^{(i)}, \hat{P}_t^{(i)})$

- Για $i = 1, \dots, N$ υπολόγισε τα βάρη των δειγμάτων

$$w_t^{(i)} \propto \frac{p(y_t | \hat{x}_t^{(i)}) p(\hat{x}_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{q(\hat{x}_t^{(i)} | x_{0:t-1}^{(i)}, y_{1:t})}$$

- Για $i = 1, \dots, N$ κανονικοποίησε τα βάρη ώστε να έχουν άθροισμα ίσο με τη μονάδα

$$\sum_{i=1}^N w_t^{(i)} = 1$$

b. Επιλογή

- Πολλαπλασίασε όσα από τα δείγματα $(\hat{x}_{0:t}^{(i)}, \hat{P}_{0:t}^{(i)})$ έχουν υψηλούς συντελεστές βαρύτητας $\tilde{w}_t^{(i)}$ και απόρριψε τα υπόλοιπα, έτσι ώστε να προκύψουν N τυχαία δείγματα $(\tilde{x}_{0:t}^{(i)}, \tilde{P}_{0:t}^{(i)})$.

c. Έξοδος

- Η έξοδος (τελική πρόβλεψη) του φίλτρου παράγεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που προκύπτει και στο απλό φίλτρο σωματιδίων, δηλαδή με τη σταθμισμένη άθροιση όλων των δειγμάτων.

Κεφάλαιο 4

Παρακολούθηση στόχου, οπτική οδήγηση βραχίονα και εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα

4.1 Περιγραφή του προβλήματος

Σκοπός της εργασίας είναι η σε πραγματικό χρόνο παρακολούθηση με 3 βαθμούς ελευθερίας μιας κινούμενης στο χώρο σφαίρας ακτίνας 20 mm από έναν ρομποτικό χειριστή. Η κίνηση της σφαίρας γίνεται επίσης με 3 βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή κατά τους άξονες x-y-z χωρίς περιστροφή. Ο έλεγχος οπτικής οδήγησης του βραχίονα πραγματοποιείται με μία αρχιτεκτονική κλειστού βρόχου τύπου “image-based, dynamic look-and-move”. Για την εξαγωγή των οπτικών πληροφοριών, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην οπτική οδήγηση του ρομποτικού χειριστή, χρησιμοποιείται μια κάμερα προσαρμοσμένη πάνω στο τελικό στοιχείο δράσης (end effector) του βραχίονα (eye-in-hand camera). Στις μετρήσεις που λαμβάνουμε από την κάμερα θεωρούμε ότι υπεισέρχονται διαταραχές και σφάλματα που μοντελοποιούνται με τη μορφή γκαουσιανού θορύβου. Για την βέλτιστη εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης του συστήματος “σφαίρα εν κινήσει” εφαρμόστηκαν συγκριτικά δύο μέθοδοι: (α) το φίλτρο Kalman και (β) το φίλτρο σωματιδίων (particle filter). Οι δύο μεθοδολογίες συγκρίνονται ως προς την αποτελεσματικότητά τους με κριτήρια το χρόνο σύγκλισης, το μόνιμο σφάλμα και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ιδιαίτερα στην περίπτωση κατά την οποία η σφαίρα κινείται με απότομες διαταραχές (ελιγμούς).

4.2 Μοντέλο Κίνησης της σφαίρας

Το αντικείμενο – στόχος προς παρακολούθηση από τον ρομποτικό βραχίονα είναι ένα σφαιρικό σώμα. Η κίνηση της σφαίρας πραγματοποιείται στον τρισδιάστατο χώρο κατά τους τρεις άξονες x-y-z χωρίς περιστροφή (δηλαδή μόνο μεταφορική κίνηση), είναι, δηλαδή, τριών βαθμών ελευθερίας (3DOF tracking). Στην παρούσα εργασία εξετάζονται τρία διαφορετικά μοντέλα κίνησης της σφαίρας:

- Κίνηση σταθερής ταχύτητας (constant velocity – CV)
- Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης (constant acceleration – CA)
- Κίνηση (μη σταθερά) μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης (jerk).

4.2.1 Κίνηση σταθερής ταχύτητας

Σε αυτό το μοντέλο η σφαίρα κινείται στον τρισδιάστατο χώρο με σταθερή ταχύτητα. Το (διακριτού χρόνου) σύστημα “κινούμενη σφαίρα” περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + w_k \quad (4.1)$$

όπου $x_k = [x \quad V_x \quad y \quad V_y \quad z \quad V_z]^T$ το διάνυσμα κατάστασης με την τρέχουσα θέση και την ταχύτητα της σφαίρας σε κάθε άξονα,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Τ η περίοδος δειγματοληψίας και w_k το 6x1 διάνυσμα γκαουσιανού λευκού θορύβου, ο οποίος μοντελοποιεί τις τυχαίες εξωτερικές διαταραχές στην κίνηση της σφαίρας.

4.2.2 Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης

Σε αυτό το μοντέλο η σφαίρα κινείται στον τρισδιάστατο χώρο με σταθερή επιτάχυνση. Το σύστημα περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + w_k \quad (4.2)$$

όπου $x_k = [x \ V_x \ a_x \ y \ V_y \ a_y \ z \ V_z \ a_z]^T$ το διάνυσμα κατάστασης με τη θέση την ταχύτητα και την επιτάχυνση της σφαίρας σε κάθε άξονα,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Τ η περίοδος δειγματοληψίας και w_k το 9x1 διάνυσμα γκαουσιανού λευκού θορύβου, ο οποίος μοντελοποιεί τις τυχαίες εξωτερικές διαταραχές στην κίνηση της σφαίρας.

Εναλλακτικά, μπορούμε να θεωρήσουμε το μοντέλο της σταθερής ταχύτητας με την πρόσθεση του όρου $B \cdot u$ στην εξίσωση του συστήματος, όπου $u = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ η

$$\text{επιτάχυνση της σφαίρας και } B = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}, \text{ με τελική μητρική εξίσωση}$$

κατάστασης $x_{k+1} = A \cdot x_k + B \cdot u + w_k$.

4.2.3 Κίνηση μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης (jerk)

Σε αυτό το μοντέλο η σφαίρα κινείται στον τρισδιάστατο χώρο με μεταβλητή επιτάχυνση. Ο ρυθμός μεταβολής της επιτάχυνσης (jerk) είναι τυχαία μεταβλητή και μοντελοποιείται σαν μία πολυτροπική γκαουσιανή κατανομή (*multimodal Gaussian distribution*). Το σύστημα περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + B \cdot u + w_k \quad (4.3)$$

όπου $x_k = [x \ V_x \ a_x \ y \ V_y \ a_y \ z \ V_z \ a_z]^T$ το διάνυσμα κατάστασης με τη θέση την ταχύτητα και την επιτάχυνση της σφαίρας σε κάθε άξονα,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{6} & 0 & 0 \\ \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{6} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^3}{6} \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix}$$

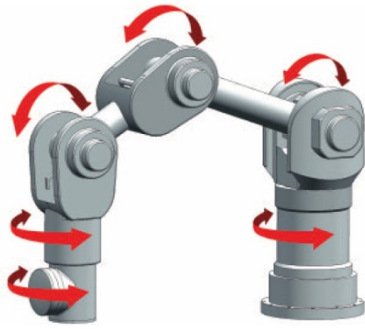
Γ η περίοδος δειγματοληψίας, $u = [Jr_x \ Jr_y \ Jr_z]^T$ το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της επιτάχυνσης, κάθε συνιστώσα του οποίου είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί πολυτροπική γκαουσιανή κατανομή (*MGD*) και w_k το 9×1 διάνυσμα γκαουσιανού λευκού θορύβου, ο οποίος μοντελοποιεί τις τυχαίες εξωτερικές διαταραχές στην κίνηση της σφαίρας.

4.3 Χαρακτηριστικά και τοπολογία ρομποτικού χειριστή

Ο ρομποτικός χειριστής που χρησιμοποιείται στην εργασία για το πρόβλημα της παρακολούθησης είναι ένας ρομποτικός βραχίονας **Katana** της Neuronics [31] έξι βαθμών ελευθερίας (6DOF). Χρησιμοποιείται με δύο διαφορετικές δομές, οι οποίες διαφέρουν ως προς τη διάταξη της τελευταίας άρθρωσης του ρομπότ. Έτσι λοιπόν, μπορεί να έχει είτε τη δομή των 180° , όπου οι άξονες των δύο τελευταίων αρθρώσεων συμπίπτουν είτε τη δομή των 90° , στην οποία οι άξονες των δύο τελευταίων αρθρώσεων είναι κάθετοι μεταξύ τους. Η δομή που θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα εργασία είναι αυτή των 90° .



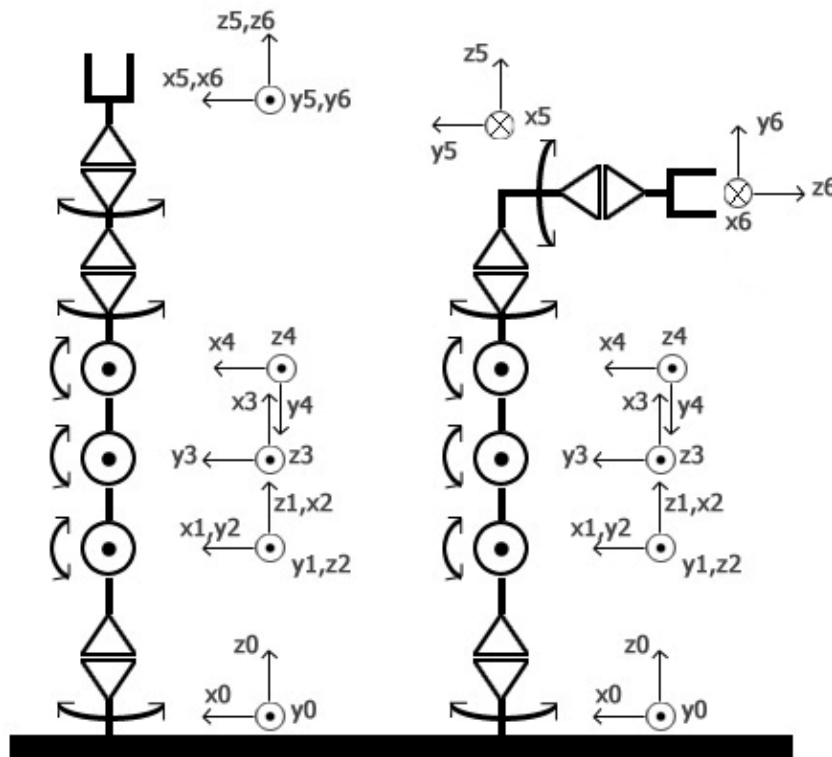
Εικόνα 4.1 : Ρομπότ Katana της neuronics



Εικόνα 4.2 : Διάταξη των 180°



Εικόνα 4.3 : Διάταξη των 90°

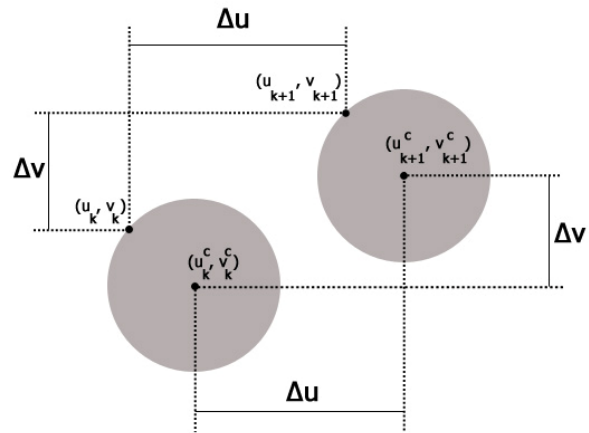
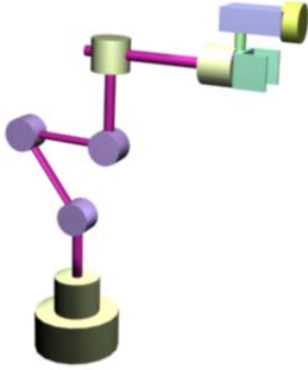


Εικόνα 4.4 : Σχεδιάγραμμα διατάξεων και πλαίσια συνδέσμων του ρομπότ Katana

4.4 Τοπολογία και μοντελοποίηση κάμερας – οπτική πληροφορία

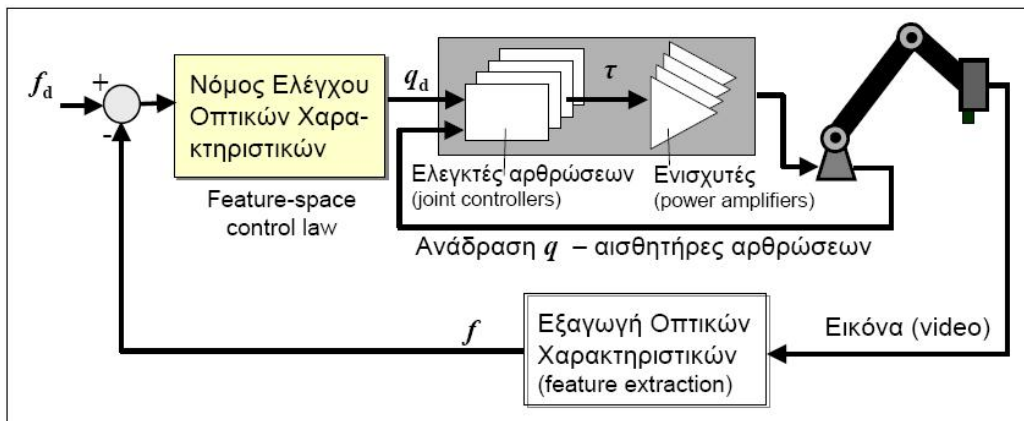
Για την οπτική οδήγηση του ρομποτικού χειριστή χρησιμοποιείται μία κάμερα προσαρμοσμένη στο τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα (δομή *eye-in-hand*). Η σφαίρα προβάλλεται στο πλαίσιο της εικόνας (image frame) σαν ένας κυκλικός δίσκος. Για την πραγματοποίηση του οπτικού ελέγχου επιλέγεται το κέντρο του δίσκου και τέσσερα σημεία της περιφέρειας ως τα απαραίτητα οπτικά χαρακτηριστικά (features). Ο έλεγχος γίνεται με βάση το σφάλμα στις συντεταγμένες

των χαρακτηριστικών σημείων (feature points) μεταξύ τρέχουσας (μετρούμενης) και επιθυμητής θέσης τους στην εικόνα.



Εικόνα 4.5 : Απεικόνιση εργασίας στο χώρο

Εικόνα 4.6 : Δύο διαδοχικές σαρώσεις στο πλαίσιο της εικόνας



Εικόνα 4.7 : Αρχιτεκτονική visual servoing – Image-based dynamic look-and-move [21]

Ωστόσο, η οπτική πληροφορία είναι κβαντισμένη σε εικονοστοιχεία (*pixels*) όπως φαίνεται στην εικόνα 4.8, το μέγεθος και ο αριθμός των οποίων, σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους όπως τα χαρακτηριστικά της κάμερας (μέγεθος οπτικού παραθύρου, ανάλυση, εστιακό βάθος κ.λπ.) καθορίζουν την ποιότητα και την ακρίβεια της οπτικής πληροφορίας. Για τις ανάγκες της προσομοίωσης θεωρήσαμε μία κάμερα με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Χαρακτηριστικό	Τιμή
Μέγεθος οπτικού παραθύρου	54 x 54mm ²
Ανάλυση κάμερας	500 x 500 pixels ²
Εστιακό βάθος	50mm

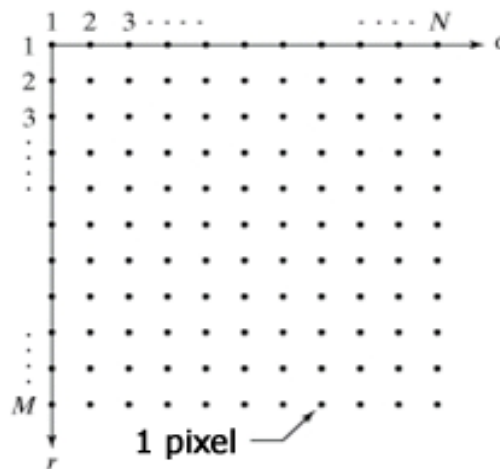
Πίνακας 1 : Χαρακτηριστικά κάμερας

Από τις παραπάνω τιμές το μέγεθος του ενός pixel γ υπολογίζεται από τη σχέση

$$\gamma^2 = \frac{\text{μέγεθος οπτικού παραθύρου (mm)}^2}{\text{ανάλυση κάμερας (pixel)}^2} = \frac{54^2}{500^2} (\text{mm/pixel})^2$$

Συνεπώς,

$$\gamma \cong 0,108 \text{ mm/pixel}$$



Εικόνα 4.8 : Απεικόνιση των pixels [33]

4.5 Εξαγωγή και επεξεργασία οπτικής πληροφορίας

Ένα σημείο $P(x,y,z)$ της περιφέρειας της σφαίρας – ως προς το πλαίσιο του τελικού στοιχείου δράσης – προβάλλεται στο επίπεδο της εικόνας στο σημείο $P^{im}(u,v)$. Βάσει του μοντέλου της προοπτικής προβολής (εικ. 4.9), οι συντεταγμένες u και v συνδέονται με τις x,y,z με τις σχέσεις:

$$P^{im} = \lambda \frac{P}{z} \quad (4.4)$$

ή ισοδύναμα:

$$\begin{cases} u = \lambda \frac{x}{z} \\ v = \lambda \frac{y}{z} \end{cases} \quad (4.5.a, 4.5.b)$$

όπου λ είναι η εστιακή απόσταση του φακού της κάμερας (focal length).

Για να εκφράσουμε τα παραπάνω με μαθηματικές σχέσεις, υποθέτουμε ότι $P_{im}^k(u^k, v^k)$, $M_{im}^k(u_{\pi}^k, v_{\pi}^k)$ και $P_{im}^{k+1}(u^{k+1}, v^{k+1})$, $M_{im}^{k+1}(u_{\pi}^{k+1}, v_{\pi}^{k+1})$ είναι το κέντρο και ένα σημείο της περιφέρειας, αντίστοιχα, του κυκλικού δίσκου που είναι η προβολή της παρακολουθούμενης σφαίρας στο επίπεδο της εικόνας κατά τις χρονικές στιγμές kT και $(k+1)T$, αντίστοιχα. Αν με z_{im}^k και z_{im}^{k+1} συμβολίσουμε την παράμετρο “βάθος” (depth) των χαρακτηριστικών σημείων P και M (η οποία είναι κοινή και για τα δύο σημεία και στην ουσία αποτελεί την κατηγμένη z της σφαίρας³ ως προς το πλαίσιο του τελικού στοιχείου δράσης), μπορούμε να γράψουμε:

$$z_{im}^{k+1} = K_{depth} \cdot z_{im}^k \quad (4.6)$$

όπου

$$K_{depth} = \frac{\sqrt{(u^k - u_{\pi}^k)^2 + (v^k - v_{\pi}^k)^2}}{\sqrt{(u^{k+1} - u_{\pi}^{k+1})^2 + (v^{k+1} - v_{\pi}^{k+1})^2}} \quad (4.7)$$

Επειδή οι σχέσεις (4.6) και (4.7) ισχύουν για οποιοδήποτε ζεύγος δεικτών (i,j) με $i \neq j$ αντί των $(k,k+1)$ και προς αποφυγή μιας ενδεχόμενης κλιμάκωσης διαδοχικών αθροιζόμενων σφαλμάτων στην εξαγωγή των χαρακτηριστικών της εικόνας, θα χρησιμοποιήσουμε τις πιο πάνω σχέσεις στη μορφή:

$$z_{im}^k = K_{depth} \cdot z_{im}^* \quad (4.8)$$

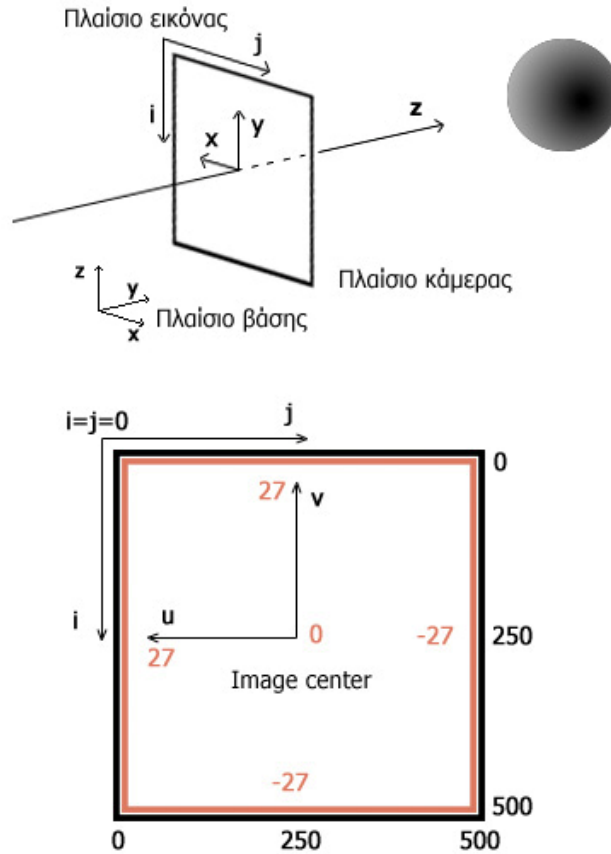
και

$$K_{depth} = \frac{\sqrt{(u^* - u_{\pi}^*)^2 + (v^* - v_{\pi}^*)^2}}{\sqrt{(u^k - u_{\pi}^k)^2 + (v^k - v_{\pi}^k)^2}} \quad (4.9)$$

όπου $P_{im}^*(u^*, v^*)$ και $M_{im}^*(u_{\pi}^*, v_{\pi}^*)$ οι επιθυμητές θέσεις των σημείων του κυκλικού δίσκου (κέντρο και περιφέρεια, αντίστοιχα) στην εικόνα και z_{im}^* η επιθυμητή απόσταση κάμερας – σφαίρας, βάσει των οποίων γίνεται η αρχικοποίηση (calibration) του προβλήματος.

Επειδή η οπτική πληροφορία είναι κβαντισμένη σε pixels, είναι απαραίτητη η διακριτοποίηση των συντεταγμένων των οπτικών χαρακτηριστικών της εικόνας. Το παρακάτω σχήμα δείχνει τη σχέση μεταξύ των πλαισίων κάμερας και εικόνας:

³ Καταχρηστικά εδώ θεωρούμε τη σφαίρα ως ένα σημείο εννοώντας το κέντρο της για να μπορούμε να αναφερθούμε στις παραμέτρους του σήματος ελέγχου αργότερα.



Εικόνα 4.11 : Πλαίσιο εικόνας και πλαίσιο κάμερας

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, η αρχή O^{cam} του πλαισίου της κάμερας βρίσκεται στο κέντρο του οπτικού παραθύρου και έτσι έχει συντεταγμένες $O^{cam} (250,250)$ ως προς το πλαίσιο της εικόνας. Επίσης, η αρχή O^{im} του πλαισίου της εικόνας βρίσκεται στην άνω αριστερή γωνία του οπτικού παραθύρου και έτσι – δεδομένου ότι το μέγεθος του οπτικού παραθύρου της κάμερας είναι 54mm x 54mm (πίνακας 1) – έχει συντεταγμένες $O^{im}(27,27)$ ως προς το πλαίσιο της κάμερας. Λαμβάνοντας υπόψη τη σχετική διάταξη των αξόνων των δύο πλαισίων (κάμερας και εικόνας), καθώς και το μέγεθος των pixels, μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες της προβολής ενός σημείου πάνω στο πλαίσιο της κάμερας – (u,v) , ως προς το πλαίσιο της εικόνας – (i,j) , βάσει της σχέσης:

$$f = \frac{1}{\gamma} \cdot R_{cam}^{im}{}^{-1} \cdot (p^{im} - O^{im}) \quad (4.10)$$

όπου $f = \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$, $p^{im} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$ οι συντεταγμένες των οπτικών χαρακτηριστικών στο πλαίσιο της εικόνας και της κάμερας, αντίστοιχα, $\gamma \cong 0,108 \text{ mm}/\text{pixel}$ το μέγεθος των pixels, $R_{cam}^{im} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ η μήτρα στροφής από το πλαίσιο της εικόνας στο πλαίσιο της κάμερας και $O^{im} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 27 \end{bmatrix}$ η αρχή του πλαισίου της κάμερας ως προς το πλαίσιο της εικόνας.

Οι συντεταγμένες (i,j) , τέλος, που προκύπτουν από τη σχέση (4.10) στρογγυλοποιούνται προς τον πλησιέστερο ακέραιο. Τα ενδεχόμενα σφάλματα που υπεισέρχονται στην εξαγωγή των οπτικών χαρακτηριστικών εξαιτίας αυτής της διακριτοποίησης μοντελοποιούνται με έναν γκαουσιανό θόρυβο μηδενικής μέσης τιμής και διακύμανσης ίσης με το ένα όγδοο του μεγέθους ενός pixel (αφού το σφάλμα αφορά στην τοποθέτηση του σημείου σε ένα από τα διπλανά pixels), δηλαδή $4\sigma_0 = 0,054 \Rightarrow \sigma_0 = 0,0135 \text{ mm}$.

Για ευκολία στη γραφή των εξισώσεων θα χρησιμοποιούμε στο εξής τους παρακάτω συμβολισμούς:

- $f_1 = (i_1, j_1)$: πρώτο χαρακτηριστικό της εικόνας – συντεταγμένες του κέντρου του κυκλικού δίσκου στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- $f_2 = (i_2, j_2)$: δεύτερο χαρακτηριστικό της εικόνας – συντεταγμένες ενός σημείου της περιφέρειας του κυκλικού δίσκου στη θέση $\theta=0$ στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- $f_3 = (i_3, j_3)$: τρίτο χαρακτηριστικό της εικόνας – συντεταγμένες ενός σημείου της περιφέρειας του κυκλικού δίσκου θέση $\theta=\pi/2$ στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- $f_4 = (i_4, j_4)$: τέταρτο χαρακτηριστικό της εικόνας – συντεταγμένες ενός σημείου της περιφέρειας του κυκλικού δίσκου στη θέση $\theta=\pi$ στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- $f_5 = (i_5, j_5)$: πέμπτο χαρακτηριστικό της εικόνας – συντεταγμένες ενός σημείου της περιφέρειας του κυκλικού δίσκου στη θέση $\theta=3\pi/2$ στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- $f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5]^T$
- $f_a = [i_1^* \ j_1^* \ i_2^* \ j_2^* \ i_3^* \ j_3^* \ i_4^* \ j_4^* \ i_5^* \ j_5^*]^T$: το διάνυσμα-στόχος στο πλαίσιο της εικόνας – επιθυμητές συντεταγμένες των παραπάνω σημείων στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας.
- z_{im}^* : η επιθυμητή απόσταση κάμερας – στόχου (κατηγμένη κέντρου σφαίρας στο πλαίσιο αναφοράς της κάμερας).

Ως επιθυμητή απόσταση κάμερας – στόχου έχουμε θέσει την τιμή $z_{im}^* = 50 \text{ mm}$.

4.6 Μέθοδος οπτικής οδήγησης

4.6.1 Γενικά

Ο απώτερος στόχος μας είναι η οδήγηση του βραχίονα μέσω της πληροφορίας λαμβανομένης από την κάμερα προς παρακολούθηση της κίνησης της σφαίρας, έτσι ώστε να διατηρούμε μια σταθερή (και εκ των προτέρων ορισμένη) διάταξη ρομπότ – στόχου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω του ελέγχου επιλυμένης ταχύτητας (resolved rate control). Πιο συγκεκριμένα, με ανάστροφη διαφορική ανάλυση και παρέχοντας στον ελεγκτή του ρομπότ την ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης ως είσοδο αναφοράς, μπορούμε να ρυθμίσουμε τις ταχύτητες των ρομποτικών αρθρώσεων, έτσι ώστε η συνδυασμένη κίνησή τους να παράγει την επιθυμητή

ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης (η οποία είναι αυτή της σφαίρας, διατηρώντας έτσι την διάταξη End Effector – στόχου).

4.6.2 Μαθηματική περιγραφή

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού βραχίονα από την οπτική πληροφορία της κάμερας εργαζόμαστε ως εξής:

Έστω $P = [x \ y \ z]^T$ το διάνυσμα θέσης του τελικού στοιχείου δράσης (άρα και της κάμερας, αφού αυτή είναι προσαρμοσμένη πάνω του και θεωρούμε ότι ταυτίζονται) και $[V \ \Omega] = [V_x \ V_y \ V_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ η γραμμική και γωνιακή του ταχύτητα, αντίστοιχα. Το διάνυσμα της ταχύτητας του P εκφρασμένο στο πλαίσιο αναφοράς της κάμερας δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{P} = \Omega \times P + V \quad (4.11)$$

η οποία, με χρήση των (4.5.α), (4.5.β) και (4.10) αναλύεται στις:

$$\dot{x} = z\omega_y - \frac{z(x_0 - \gamma i)}{\lambda} \omega_z + V_x \quad (4.12)$$

$$\dot{y} = -z\omega_x + \frac{z(y_0 - \gamma j)}{\lambda} \omega_z + V_y \quad (4.13)$$

$$\dot{z} = \frac{z}{\lambda} [(x_0 - \gamma i)\omega_x - (y_0 - \gamma j)\omega_y] + V_z \quad (4.14)$$

Παραγωγίζοντας το διάνυσμα f , όπως αυτό υπολογίζεται από την (4.10) προκύπτουν οι:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma z} \dot{y} + \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} \dot{z} \quad (4.15)$$

$$\frac{dj}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma z} \dot{x} + \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} \dot{z} \quad (4.16)$$

Με περαιτέρω αντικατάσταση των (4.12), (4.13) και (4.14) στις (4.15), (4.16) παίρνουμε τελικά τις εξισώσεις:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma z} V_y + \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} V_z + \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} \omega_x - \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} \omega_y - \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \omega_z \quad (4.17)$$

$$\frac{dj}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma z} V_x + \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} V_z + \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} \omega_x - \frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} \omega_y + \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \omega_z \quad (4.18)$$

ή σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dj}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Ο 2x6 πίνακας της εξίσωσης (4.19) ονομάζεται *πίνακας αλληλεπίδρασης (interaction matrix)* ή πιο συχνά **Ιακωβιανή μήτρα εικόνας (Image Jacobian)** και εκφράζει τη σχέση μεταξύ της ταχύτητας των επιλεγμένων χαρακτηριστικών μιας εικόνας (σημεία του προβαλλόμενου στόχου στο πλαίσιο αναφοράς της εικόνας) και της σχετικής ταχύτητας κάμερας – στόχου.

$$J_{im} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Για να ελέγξουμε το 6x1 διάνυσμα της ταχύτητας του τελικού στοιχείου δράσης πρέπει να ισχύει $\dim(J_{im}) \geq 6$, έτσι ώστε το \dot{P} να μπορεί να προσδιοριστεί μονοσήμαντα. Επομένως, χρειαζόμαστε τουλάχιστον τρία feature points f_l (i_l, j_l), $l=1,2,3$. Για τη διάθεση περισσότερων οπτικών πληροφοριών προς επικουρία της επίλυσης του προβλήματος θα χρησιμοποιήσουμε πέντε feature points. Η αντίστοιχη, λοιπόν, image Jacobian του προβλήματος θα προκύψει στοιβάζοντας σε γραμμές τις επιμέρους Jacobians που προκύπτουν από τη σχέση (4.20), με χρήση των δεικτών $l=1,2,3,4,5$ στα μεγέθη i και j . Δηλαδή, θα έχει τη μορφή:

$$J_{im} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \\ 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \\ 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \\ 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \\ 0 & -\frac{\lambda}{\gamma z} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma z} & \frac{\lambda^2 + (x_0 - \gamma i)^2}{\lambda \gamma} & -\frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{y_0 - \gamma j}{\gamma} \\ -\frac{\lambda}{\gamma z} & 0 & \frac{y_0 - \gamma j}{\gamma z} & \frac{(x_0 - \gamma i)(y_0 - \gamma j)}{\lambda \gamma} & -\frac{\lambda^2 + (y_0 - \gamma j)^2}{\lambda \gamma} & \frac{x_0 - \gamma i}{\gamma} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Ο όρος \dot{P} στη σχέση (4.11) εκφράζει την ταχύτητα του στόχου όταν η κάμερα είναι σταθερή σε κάποιο σημείο ή ισοδύναμα, την ταχύτητα της κάμερας – end effector

όταν το αντικείμενο – στόχος είναι ακίνητο. Στην περίπτωση που και η κάμερα και ο στόχος κινούνται ανεξάρτητα στο χώρο, όπως συμβαίνει στο συγκεκριμένο πρόβλημα οπτικής οδήγησης, ο όρος αυτός εκφράζει τη σχετική ταχύτητα κάμερας – στόχου. Προς αποφυγήν, λοιπόν, όποιας σύγχυσης με την απόλυτη ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης και για να διατηρήσουμε στην τελευταία το σύμβολο \dot{P} , θα χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό U_C^t (*Velocity Camera – target*) για να αναφερθούμε στη σχετική ταχύτητα κάμερας – στόχου.

Ισχύει, λοιπόν, η σχέση:

$$\dot{f} = J_{im} \cdot U_C^t \quad (4.22)$$

Παρατηρούμε από τη σχέση (4.21) ότι η J_{im} είναι συνάρτηση τόσο των συντεταγμένων των οπτικών χαρακτηριστικών (i_b, j_l) όσο και της απόστασης z του στόχου από την κάμερα. Για κάθε σάρωση θεωρούμε ότι η παράμετρος αυτή (βάθος z) είναι σταθερή και θα υπολογίζεται από τις σχέσεις (4.8) και

$$K_{depth} = \frac{\sqrt{(i_1^* - i_2^*)^2 + (j_1^* - j_2^*)^2}}{\sqrt{(i_1^k - i_2^k)^2 + (j_1^k - j_2^k)^2}} \quad (4.23)$$

Η σχέση (4.23) προκύπτει από την (4.9) κάνοντας τις παρακάτω αντικαταστάσεις:

$$\begin{cases} u = y_0 - \gamma j \\ v = x_0 - \gamma i \end{cases}$$

Για χρονικό διάστημα σάρωσης T αρκετά μικρό, τέτοιο ώστε να θεωρούμε κατά τη διάρκειά του διαστήματος αυτού τη μεταβολή της σχετικής θέσης του στόχου ως προς την κάμερα πάνω στον άξονα z αμελητέα, η παραδοχή αυτή δεν εισάγει μεγάλο σφάλμα στους υπολογισμούς μας.

4.6.3 Οπτική οδήγηση του ρομποτικού βραχίονα – Έλεγχος επιλυμένης ταχύτητας

Για την οδήγηση του βραχίονα προς παρακολούθηση του αντικειμένου-στόχου θα χρησιμοποιήσουμε, όπως αναφέραμε και παραπάνω, το διάνυσμα της ταχύτητας \dot{P} του τελικού στοιχείου δράσης ως σήμα αναφοράς (επιθυμητής εισόδου στο εσωτερικό σύστημα ελέγχου του ρομπότ).

Το διάνυσμα της σχετικής ταχύτητας κάμερας και σφαίρας U_C^t μπορούμε να το υπολογίσουμε από τη σχέση (4.22) πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με J_{im}^+ από αριστερά, όπου $J_{im}^+ = (J_{im}^T \cdot J_{im})^{-1} \cdot J_{im}^T$ είναι η ψευδοαντίστροφη της J_{im} .

Έχουμε συνεπώς:

$$U_C^t = J_{im}^+ \cdot \dot{f} \quad (4.24)$$

Έστω $e = \Delta f = f_d - f$ το σφάλμα θέσης των feature points στο πλαίσιο της εικόνας. Παραγωγίζοντας τη σχέση αυτή και αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα στη σχέση (4.25) παίρνουμε:

$$U_C^t = -J_{im}^+ \cdot \dot{e} \quad (4.25)$$

Για να επιτύχουμε μια ασυμπτωτική μείωση του σφάλματος με το χρόνο θα πρέπει να ισχύει:

$$\dot{e} = -K_{im} \cdot e \quad (4.26)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.25), (4.26) παίρνουμε τη σχέση:

$$U_C^t = K_{im} \cdot J_{im}^+ \cdot e \quad (4.27)$$

όπου K_{im} ένας σταθερός, καταλλήλων διαστάσεων πίνακας κέρδους (κέρδος visual servoing).

Σύμφωνα με τις αρχές της μεθόδου ελέγχου επιλυμένης ταχύτητας, χρησιμοποιώντας ως σήμα ελέγχου την ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης μπορούμε να ρυθμίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα (άρα τη θέση – γωνία) της κάθε ρομποτικής άρθρωσης κάθε χρονική στιγμή.

Η διαφορική κινηματική εξίσωση του ρομπότ είναι:

$$\dot{P} = J \cdot \dot{q}$$

(όπου q το διάνυσμα των γωνιών των ρομποτικών αρθρώσεων) από την οποία, με αντιστροφή⁴ της **Ιακωβιανής μήτρας του ρομπότ J** , προκύπτει η σχέση:

$$\dot{q} = J^{-1} \cdot \dot{P} \quad (4.28)$$

Συνεπώς, ο νόμος ελέγχου θα είναι της μορφής⁵:

$$u = -K_p \cdot \dot{P}_{base}^{eff} \quad (4.29)$$

ή αλλιώς, μέσω της (4.27):

$$u = -K_p \cdot [K_{im} \cdot J_{im}^+ \cdot e]_{base} \quad (4.29)$$

όπου K_p ο πίνακας κέρδους του αναλογικού ελέγχου.

⁴ Αν η Ιακωβιανή του ρομπότ δεν αντιστρέφεται, χρησιμοποιούμε την ψευδοαντίστροφη της, J^+ .

⁵ Με το συμβολισμό \dot{P}_{base}^{eff} εννοούμε την ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης ως προς το πλαίσιο αναφοράς της βάσης

Έτσι, το ρομπότ προσπαθεί να αναπτύξει ταχύτητα τελικού στοιχείου δράσης τέτοια ώστε συνεχώς να μειώνεται το σφάλμα της οπτικής πληροφορίας Δf . Μηδενική ταχύτητα τελικού στοιχείου δράσης σημαίνει μηδενικό σφάλμα και άρα επίτευξη της επιθυμητής διάταξης ρομπότ – στόχου.

Στην περίπτωση που ο στόχος είναι ακίνητος, ο προαναφερθείς νόμος ελέγχου είναι ικανοποιητικός, αφού η εργασία του ρομπότ θα ολοκληρωθεί μόλις αυτό φτάσει στην επιθυμητή διάταξη, καθώς αυτή θα παραμείνει από τότε και στο εξής σταθερή (ούτε ο στόχος κινείται ούτε και το ρομπότ).

Όταν όμως ο στόχος είναι κινούμενος θα διαφεύγει πάντα του βραχίονα ακριβώς την επόμενη χρονική στιγμή από την οποία θα επιτευχθεί η επιθυμητή διάταξη, καθώς τότε το ρομπότ σταματά να κινείται (λόγω μηδενισμού του σφάλματος οπτικής πληροφορίας) ενώ ο στόχος όχι. Έτσι δημιουργείται ένα μόνιμο σφάλμα θέσης, το οποίο θέτει και πάλι σε κίνηση τον βραχίονα και το οποίο είναι σταθερό για την περίπτωση που ο στόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Για να ελαττωθεί αυτό το μόνιμο σφάλμα πρέπει στο σήμα αναφοράς να προστεθεί και ένας επιπλέον όρος, ο οποίος είναι η απόλυτη ταχύτητα του στόχου. Έτσι, το ρομπότ αφού φτάσει στην επιθυμητή διάταξη, την διατηρεί κινούμενο με την ίδια ταχύτητα που κινείται και ο στόχος.

Από τα παραπάνω προκύπτει η τελική μορφή του νόμου ελέγχου:

$$\boxed{u = V_{obj} - K_p \cdot K_{im} \cdot J_{im}^+ \cdot e} \quad (4.30)$$

όπου V_{obj} η απόλυτη ταχύτητα της σφαίρας ως προς το πλαίσιο της βάσης του ρομποτικού χειριστή.

Στην πράξη, ο όρος V_{obj} , είναι άγνωστος. Για τον υπολογισμό, λοιπόν, του σήματος ελέγχου του ρομπότ θα πρέπει να εκτιμήσουμε με τον ακριβέστερο δυνατό τρόπο την τιμή της V_{obj} . Στις επόμενες δύο ενότητες περιγράφεται η εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης του χειριστή ακριβώς για αυτό το σκοπό.

4.7 Εφαρμογή του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης του χειριστή

4.7.1 Γενικά

Τόσο το φίλτρο Kalman όσο και το φίλτρο σωματιδίων χρησιμοποιούνται στο πρόβλημα παρακολούθησης του σφαιρικού αντικειμένου, προκειμένου να είναι διαθέσιμη η καλύτερη δυνατή πληροφορία για τη θέση και την απόλυτη ταχύτητα της σφαίρας, έτσι ώστε να μπορούμε να βελτιώσουμε το σήμα ελέγχου για την οδήγηση του ρομποτικού βραχίονα, με σκοπό την ελάττωση ή και εξάλειψη του μόνιμου σφάλματος θέσης.

Στις παρακάτω παραγράφους γίνεται μία λεπτομερής περιγραφή των μοντέλων και διανυσμάτων κατάστασης και μέτρησης για κάθε περίπτωση κίνησης της σφαίρας – στόχου, καθώς και του τρόπου εφαρμογής του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων σε καθεμία από τις περιπτώσεις αυτές.

4.7.2 Μοντέλο κίνησης (αλλαγής κατάστασης)

Αν $\mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_k)$ είναι το μοντέλο κίνησης της σφαίρας στο χώρο κατάστασης με \mathbf{u}_{k-1} το διάνυσμα εισόδου και \mathbf{w}_k το διάνυσμα του υπεισερχομένου θορύβου, το διάνυσμα κατάστασης \mathbf{x}_k αποτελείται από τη θέση και την ταχύτητα – ή τη θέση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση αν πρόκειται για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση ή με μεταβολή της επιτάχυνσης – του κέντρου της σφαίρας στο πλαίσιο της βάσης του ρομπότ, δηλαδή μπορεί να γραφεί ως

$$\mathbf{x}_k = [x \quad V_x \quad y \quad V_y \quad z \quad V_z]^T$$

ή αντίστοιχα με τη μορφή

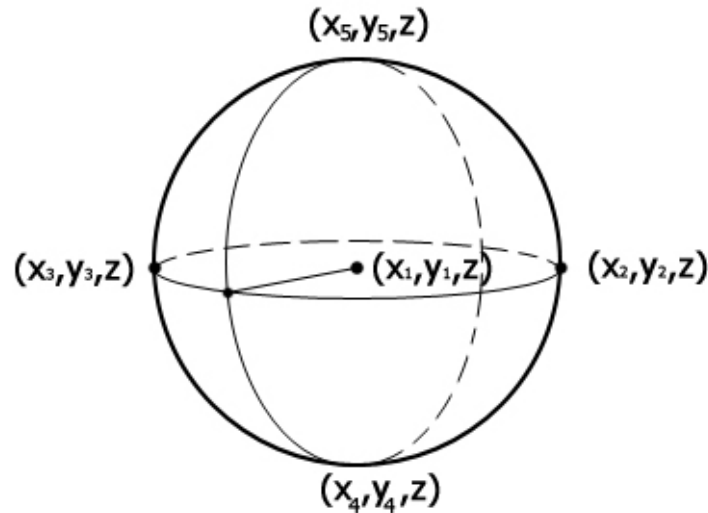
$$\mathbf{x}_k = [x \quad V_x \quad a_x \quad y \quad V_y \quad a_y \quad z \quad V_z \quad a_z]^T$$

Το διάνυσμα μέτρησης είναι η οπτική πληροφορία που λαμβάνεται από την κάμερα, δηλαδή οι συντεταγμένες (i_l, j_l) των πέντε οπτικών χαρακτηριστικών f_l που είναι οι προβολές του κέντρου και τεσσάρων σημείων της περιφέρειας της σφαίρας στο επίπεδο της εικόνας. Είναι, λοιπόν,

$$\mathbf{y}_k = [i_1 \quad j_1 \quad i_2 \quad j_2 \quad i_3 \quad j_3 \quad i_4 \quad j_4 \quad i_5 \quad j_5]^T$$

Συνεπώς, το μοντέλο μέτρησης περιγράφεται από τις εξισώσεις που συνδέουν το διάνυσμα κατάστασης \mathbf{x}_k με το διάνυσμα παρατήρησης \mathbf{y}_k .

Ένα σημείο της σφαίρας $M = (x, y, z)$ προβάλλεται στο πλαίσιο της εικόνας, σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.5.α), (4.5.β) και (4.10) στο $f = (i, j)$ με $i = -\frac{\lambda}{\gamma z} y + \frac{y_0}{\gamma}$ και $j = -\frac{\lambda}{\gamma z} x + \frac{x_0}{\gamma}$. Οι εξισώσεις αυτές αποτελούν τον πυρήνα των εξισώσεων του μοντέλου μέτρησης, με τη διαφορά ότι θα έχουμε τελικά πέντε τέτοια ζεύγη – ένα για κάθε σημείο της περιφέρειας του κυκλικού δίσκου και ένα για το κέντρο του (το οποίο προσδιορίζεται ως ο μέσος όρος των σημείων που αποτυπώνονται στο επίπεδο της εικόνας για να σχηματίσουν τον κυκλικό δίσκο). Επομένως, το διάνυσμα κατάστασης θα πρέπει να αποτελούν οι συντεταγμένες των αντίστοιχων σημείων της επιφάνειας της σφαίρας και του κέντρου της.



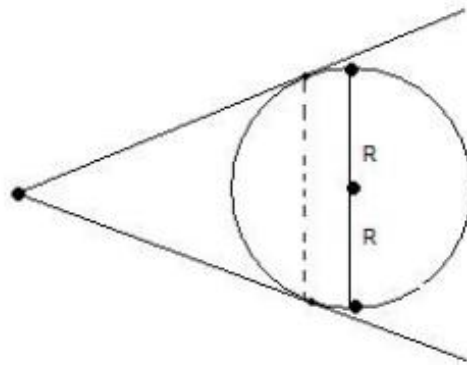
Εικόνα 4.12 : Σφαίρα – στόχος

Παρατηρούμε ότι τόσο η συντεταγμένη z (λόγω του ότι τα επιλεγμένα σημεία είναι συνεπίπεδα και κείτονται στο επίπεδο που είναι κάθετο στον άξονα z) όσο και η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι κοινές και για τα πέντε σημεία για αυτό και εμφανίζονται μια φορά μόνο στο διάνυσμα κατάστασης. Επιπλέον, επειδή θεωρήσαμε ότι τα σημεία της επιφάνειας της σφαίρας βρίσκονται στις θέσεις $\theta=0$, $\theta=\pi/2$, $\theta=\pi$ και $\theta=3\pi/2$, σε πολικές συντεταγμένες πάνω στο κάθετο προς τον άξονα z επίπεδο με κέντρο αυτό της σφαίρας (όπως ακριβώς στην εικόνα 4.12), μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ότι αυτά τα σημεία διαφέρουν από το κέντρο μόνο ως προς τη τετμημένη τους ή την τεταγμένη τους και συγκεκριμένα κατά R (ακτίνα της σφαίρας). Αυτό ισχύει για την περίπτωση που οι συντεταγμένες είναι εκφρασμένες στο πλαίσιο της κάμερας (του τελικού στοιχείου δράσης). Το διάνυσμα κατάστασης ωστόσο ορίζεται στο πλαίσιο της βάσης του ρομποτικού βραχίονα. Λαμβάνοντας υπόψη την αρχική διάταξη του ρομπότ και τον προσανατολισμό του τελικού στοιχείου δράσης (βλ. εικόνα 4.11), συμπεραίνουμε εύκολα ότι τελικά, στα επιλεγμένα σημεία της σφαίρας κοινή είναι η συντεταγμένη του άξονα z ως προς το πλαίσιο της κάμερας ή αλλιώς, του άξονα y ως προς το πλαίσιο της βάσης του ρομπότ.

Επειδή η δομή των πέντε σημείων της σφαίρας, καθώς επίσης και το μέγεθος της ίδιας της σφαίρας, είναι σταθερά, μπορούμε να αναφερόμαστε στο κέντρο και στα σημεία της επιφάνειας ως:

- $M_1(x, y, z)$ το κέντρο της σφαίρας
- $M_2(x + R, y, z)$ το σημείο στη θέση $\theta=0$ ή αλλιώς $M_2^{cam}(x - R, y, z)$
- $M_3(x, y, z + R)$ το σημείο στη θέση $\theta=\pi/2$ ή αλλιώς $M_3^{cam}(x, y + R, z)$
- $M_4(x - R, y, z)$ το σημείο στη θέση $\theta=\pi$ ή αλλιώς $M_4^{cam}(x + R, y, z)$
- $M_5(x, y, z - R)$ το σημείο στη θέση $\theta=3\pi/2$ ή αλλιώς $M_5^{cam}(x, y - R, z)$

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στην πραγματικότητα τα σημεία M_2 , M_3 , M_4 και M_5 δεν προβάλλονται ταυτόχρονα στην εικόνα, λόγω του ότι οι εφαιπόμενες από την κάμερα δε διέρχονται ποτέ από όλα αυτά τα σημεία για μια συγκεκριμένη διάταξη κάμερας-σφαίρας (εικ. 4.13)



Εικόνα 4.13 : Μηχανισμός προβολής σημείων σφαίρας

Ωστόσο, η υπόθεση που έγινε πιο πάνω (ότι, δηλαδή, τα αντιδιαμετρικά σημεία του προβαλλόμενου κυκλικού δίσκου είναι οι προβολές των αντιστοίχων αντιδιαμετρικών σημείων της σφαίρας της εικόνας 4.12), η οποία αληθεύει όταν η απόσταση παρατήρησης είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διάμετρο της σφαίρας (θεωρητικά τείνει στο άπειρο), αφενός μεν δεν εισάγει πολύ μεγάλο σφάλμα, αφετέρου δε απλοποιεί κατά πολύ τη μοντελοποίηση του συστήματος. Έτσι, αποφεύγουμε τη χρήση διανύσματος κατάστασης πολύ μεγάλης διάστασης.

Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι από τα μεγέθη που πρέπει να εκτιμηθούν (θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση των πέντε σημείων της σφαίρας) μόνο οι συντεταγμένες, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του κέντρου της σφαίρας είναι γραμμικά ανεξάρτητες μεταβλητές. Συνεπώς, το διάνυσμα κατάστασης αποτελείται από αυτές τις μεταβλητές κατάστασης.

Δεδομένου ότι η ακτίνα της σφαίρας R είναι σταθερή, το διάνυσμα κατάστασης μπορεί να γραφεί τελικά ως:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ y \\ V_y \\ z \\ V_z \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ a_x \\ y \\ V_y \\ a_y \\ z \\ V_z \\ a_z \end{bmatrix}$$

αν πρόκειται για τα μοντέλα κίνησης με επιτάχυνση.

Τέλος, οι εξισώσεις (αλλαγής) κατάστασης είναι οι (4.1), (4.2) ή (4.3) για τις περιπτώσεις σταθερής ταχύτητας, σταθερής επιτάχυνσης και μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης, αντίστοιχα, οι οποίες για λόγους πληρότητας επαναλαμβάνονται εδώ:

Κίνηση με σταθερή ταχύτητα

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + w_k$$

$$\text{όπου } x_k = \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ y \\ V_y \\ z \\ V_z \end{bmatrix} \text{ και } A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + w_k$$

$$\text{όπου } x_k = \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ a_x \\ y \\ V_y \\ a_y \\ z \\ V_z \\ a_z \end{bmatrix} \text{ και } A = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Κίνηση με μεταβαλλόμενη επιτάχυνση

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + B \cdot u + w_k$$

$$\text{όπου } x_k = \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ a_x \\ y \\ V_y \\ a_y \\ z \\ V_z \\ a_z \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{6} & 0 & 0 \\ \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{6} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^3}{6} \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \text{ και } u = \begin{bmatrix} Jr_x \\ Jr_y \\ Jr_z \end{bmatrix}$$

όπου $Jr = [Jr_x \quad Jr_y \quad Jr_z]$ το διάνυσμα της μεταβολής της επιτάχυνσης (*Jerk*).

4.7.3 Μοντέλο μέτρησης

Όπως αναφέραμε παραπάνω, το μοντέλο μέτρησης είναι στην ουσία το σύνολο των εξισώσεων που συνδέουν το διάνυσμα μέτρησης (οπτική πληροφορία που λαμβάνεται από την κάμερα) με το διάνυσμα κατάστασης. Με χρήση, λοιπόν, των σχέσεων

$$p^{im} = \lambda \frac{P}{z}$$

$$f = \frac{1}{\gamma} \cdot R_{cam}^{im}{}^{-1} \cdot (p^{im} - O^{im})$$

και ανάλογα με το μοντέλο κίνησης που χρησιμοποιούμε (σταθερής ταχύτητας ή κίνησης με επιτάχυνση) προκύπτουν τα εξής μοντέλα μέτρησης:

Κίνηση με σταθερή ταχύτητα

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ i_2 \\ j_2 \\ i_3 \\ j_3 \\ i_4 \\ j_4 \\ i_5 \\ j_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\gamma} R_{im}^{-1} \left(\frac{\lambda}{z_{im}} \left(CorSel \cdot RotMat \cdot \left(StatSel \cdot \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ y \\ V_y \\ z \\ V_z \end{bmatrix} + RadVec - \begin{bmatrix} d_E^B \\ \vdots \\ d_E^B \end{bmatrix} \right) \right) - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \vdots \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\text{με: } R_{im} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 & \dots & \mathbb{O}_2 \\ -1 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{O}_2 & \dots & 0 & -1 \\ & & -1 & 0 \end{bmatrix}}_{10 \times 10}, CorSel = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \mathbb{O}_{2 \times 3} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{O}_{2 \times 3} & \dots & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{10 \times 15},$$

$$RotMat = \underbrace{\begin{bmatrix} (R_E^B)^{-1} & \dots & \mathbb{O}_3 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{O}_3 & \dots & (R_E^B)^{-1} \end{bmatrix}}_{15 \times 15}, StatSel = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & \vdots & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{15 \times 6} \text{ και } RadVec = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ R \\ 0 \\ 0 \\ -R \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R \\ 0 \\ 0 \\ -R \end{bmatrix}$$

ή αλλιώς, συμπεριλαμβάνοντας και το διάνυσμα θορύβου \mathbf{n}_k :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k + \mathbf{n}_k$$

όπου:

- $\mathbf{y}_k = f = [i_1 \ j_1 \ i_2 \ j_2 \ i_3 \ j_3 \ i_4 \ j_4 \ i_5 \ j_5]^T$ το διάνυσμα μέτρησης,
- λ, γ το εστιακό βάθος της κάμερας και το μέγεθος του pixel, αντίστοιχα,
- z_{im} η απόσταση του κέντρου της σφαίρας από το επίπεδο της εικόνας κατά τον άξονα z, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση (4.8),
- $\mathbf{H}_k = \frac{\lambda}{\gamma z_{im}} R_{im}^{-1} \cdot CorSel \cdot RotMat \cdot StatSel$,
- $\mathbf{x}_k = [x \ V_x \ y \ V_y \ z \ V_z]^T$ το διάνυσμα κατάστασης,

$$\bullet \mathbf{D}_k = \frac{\lambda}{\gamma z_{im}} R_{im}^{-1} \cdot CorSel \cdot RotMat \cdot \left(RadVec - \underbrace{\begin{bmatrix} d_E^B \\ \vdots \\ d_E^B \end{bmatrix}}_{15 \times 1} \right) - \frac{1}{\gamma} R_{im}^{-1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \vdots \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}}_{10 \times 1},$$

ο οποίος μπορεί να θεωρείται στη διάρκεια κάθε επανάληψης σταθερός όπως και το z_{im} και

- \mathbf{n}_k το 10×1 διάνυσμα θορύβου μέτρησης.

Κίνηση με επιτάχυνση (σταθερή ή μεταβαλλόμενη)

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ i_2 \\ j_2 \\ i_3 \\ j_3 \\ i_4 \\ j_4 \\ i_5 \\ j_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\gamma} R_{im}^{-1} \left(\frac{\lambda}{z_{im}} CorSel \cdot RotMat \cdot \left(StatSel_{ac} \cdot \begin{bmatrix} x \\ V_x \\ a_x \\ y \\ V_y \\ a_y \\ z \\ V_z \\ a_z \end{bmatrix} + RadVec - \underbrace{\begin{bmatrix} d_E^B \\ \vdots \\ d_E^B \end{bmatrix}}_{15 \times 1} \right) - \underbrace{\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \vdots \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}}_{10 \times 1} \right),$$

όπου ισχύουν οι συμβολισμοί από το μοντέλο σταθερής ταχύτητας και επιπλέον

$$StatSel_{ac} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & \vdots & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

15x9

Συμπεριλαμβάνοντας το διάνυσμα θορύβου \mathbf{n}_k έχουμε:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k + \mathbf{n}_k$$

όπου η μόνη διαφορά από το μοντέλο μέτρησης για την κίνηση σταθερής ταχύτητας παρουσιάζεται στον πίνακα \mathbf{H}_k , ο οποίος λόγω του μεγαλύτερης τάξης διανύσματος κατάστασης ισούται με:

$$\mathbf{H}_k = \frac{\lambda}{\gamma_{zim}} R_{im}^{-1} \cdot CorSel \cdot RotMat \cdot StatSel_{ac}$$

4.7.4 Εφαρμογή φίλτρου Kalman

Στο πρώτο στάδιο της εφαρμογής του φίλτρου Kalman ορίζεται η αρχική εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_0$ και ο πίνακας P_0 . Στη συνέχεια, για κάθε εκτέλεση του αλγορίθμου χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις του σταδίου πρόβλεψης

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = A\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + B\mathbf{u}_{k-1}$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$$

για τον υπολογισμό των εκ των προτέρων τιμών του διανύσματος κατάστασης και του πίνακα P . Οι τιμές των πινάκων A και B λαμβάνονται από τις εξισώσεις κατάστασης του μοντέλου κίνησης που εκτελεί η σφαίρα και στην περίπτωση που η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα ο B είναι ο μηδενικός πίνακας. Ο πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου κατάστασης Q είναι σταθερός και διαγώνιος της μορφής

$$Q = \sigma_{state} \cdot 10^{-8} \cdot I_n$$

όπου n η διάσταση του διανύσματος κατάστασης και $\sigma_{state} = 0.02$. Στο θόρυβο κατάστασης συμπεριλαμβάνονται τόσο τυχαίες διαταραχές του εξωτερικού

περιβάλλοντος στο διάνυσμα κατάστασης όσο και σφάλματα της μοντελοποίησης της διαδικασίας.

Η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης \hat{x}_k (και κατ' επέκταση ο υπολογισμός της απόλυτης ταχύτητας της σφαίρας που χρειαζόμαστε για το σήμα ελέγχου) γίνεται με βάση τις εξισώσεις του σταδίου διόρθωσης πρόβλεψης

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H \hat{x}_k^- - D_k)$$

όπου y_k είναι η πραγματική μέτρηση που λαμβάνεται από την κάμερα. Ο πίνακας συνδιακύμανσης θορύβου μέτρησης R είναι επίσης σταθερός και διαγώνιος με

$$R = \sigma_{ob} \cdot 10^{-4} \cdot I_{10}$$

καθώς το διάνυσμα μέτρησης έχει δέκα συνιστώσες και $\sigma_{ob} = 0.0135$ (μέγιστη απόκλιση όσο το μισό μέγεθος ενός pixel).

Τέλος, με την εξίσωση $P_k = (I - K_k H) P_k^-$ υπολογίζεται η νέα τιμή του πίνακα P για να χρησιμοποιηθεί στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου.

4.7.5 Εφαρμογή φίλτρου σωματιδίων

Στο στάδιο αρχικοποιήσεων του αλγορίθμου του φίλτρου σωματιδίων επιλέγεται ένας αριθμός N σωματιδίων (particles) $x_0^{(i)}$, τα οποία σταθμίζονται με ίδιο αριθμό βαρών $w_0^{(i)}$ ίσων με $\frac{1}{N}$. Η επιλογή των σωματιδίων γίνεται μέσα σε ένα “στοχαστικό παράθυρο” με κέντρο το αρχικό διάνυσμα κατάστασης x_0 . Το “προβάδισμα” αυτό που δίνουμε στον αλγόριθμο βοηθά στην αποφυγή της μεγάλης πολυπλοκότητάς του, δεδομένου ενός αριθμού particles της τάξεως των 100 δειγμάτων, καθώς και του γεγονότος ότι το προς εκτίμηση διάνυσμα κατάστασης έχει έξι ή εννιά στοιχεία. Το σταθμισμένο άθροισμα των σωματιδίων αποτελεί την πρώτη εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης.

Σε κάθε στάδιο της εκτέλεσης του αλγορίθμου, τα νέα δείγματα $x_k^{(i)}$ λαμβάνονται μέσω των εξισώσεων αλλαγής κατάστασης (κίνησης) της σφαίρας. Τα βάρη $w_k^{(i)}$ ανανεώνονται σύμφωνα με τη σχέση (3.18), βάσει των μετρήσεων της κάμερας και της συνάρτησης κατανομής που περιγράφει το θόρυβο n_k . Επειδή στο συγκεκριμένο πρόβλημα ο θόρυβος που υπεισέρχεται στο μοντέλο μέτρησης είναι γκαουσιανός μηδενικής μέσης τιμής με διακύμανση σ_{state}^2 , η σχέση ανανέωσης των βαρών προκύπτει:

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \frac{1}{(2\pi)^5 \cdot \sqrt{R_{cov}}} \cdot e^{-\frac{(y_k - y_k^{(i)})^T \cdot R_{cov}^{-1} \cdot (y_k - y_k^{(i)})}{2}} + C$$

όπου

- y_k η πραγματική μέτρηση που λαμβάνεται από την κάμερα
- $y_k^{(i)}$ η παρατήρηση που λαμβάνουμε από το μοντέλο μέτρησης αν στη θέση του διανύσματος κατάστασης βάλουμε το σωματίδιο $x_k^{(i)}$
- R_{cov} ο πίνακας συνδιακύμανσης των διανυσμάτων y_k και $y_k^{(i)}$ και
- C μία μικρή σταθερά κατωφλίου (*Threshold constant*) έτσι ώστε να αποφεύγεται ο μηδενισμός των βαρών (λόγω υπερχειλίσης).

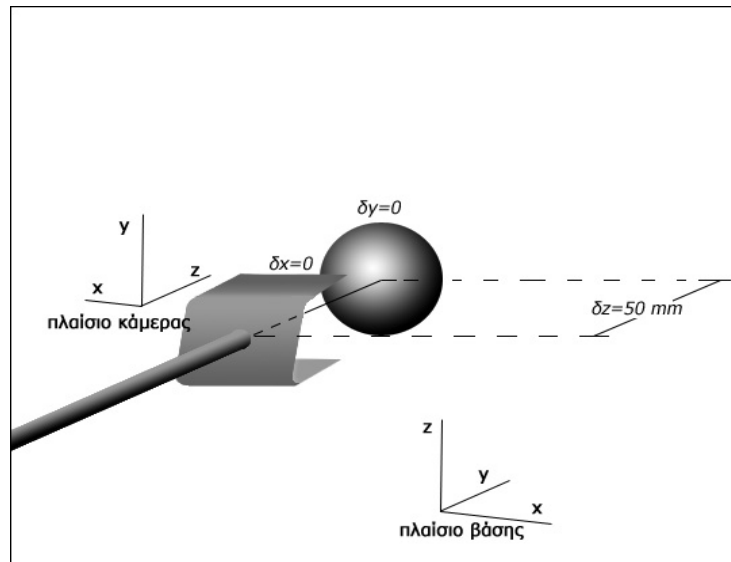
Τον υπολογισμό των βαρών ακολουθεί η κανονικοποίησή τους μέσω της σχέσης (3.15) και ο έλεγχος για εκφυλισμό με υπολογισμό του αριθμού αποτελεσματικών δειγμάτων από τη σχέση (3.19). Αν υπάρχει εκφυλισμός στα δείγματα τότε γίνεται επαναδειγματοληψία και ο αλγόριθμος επιστρέφει στο βήμα που βρίσκεται αμέσως μετά την αρχικοποίηση.

Τέλος, αθροίζονται τα δείγματα πολλαπλασιασμένα με τα αντίστοιχα βάρη για να προκύψει η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης του συστήματος και να υπολογιστεί το σήμα ελέγχου, το οποίο οδηγεί το βραχίονα στην επιθυμητή θέση.

4.7.6 Σύνοψη

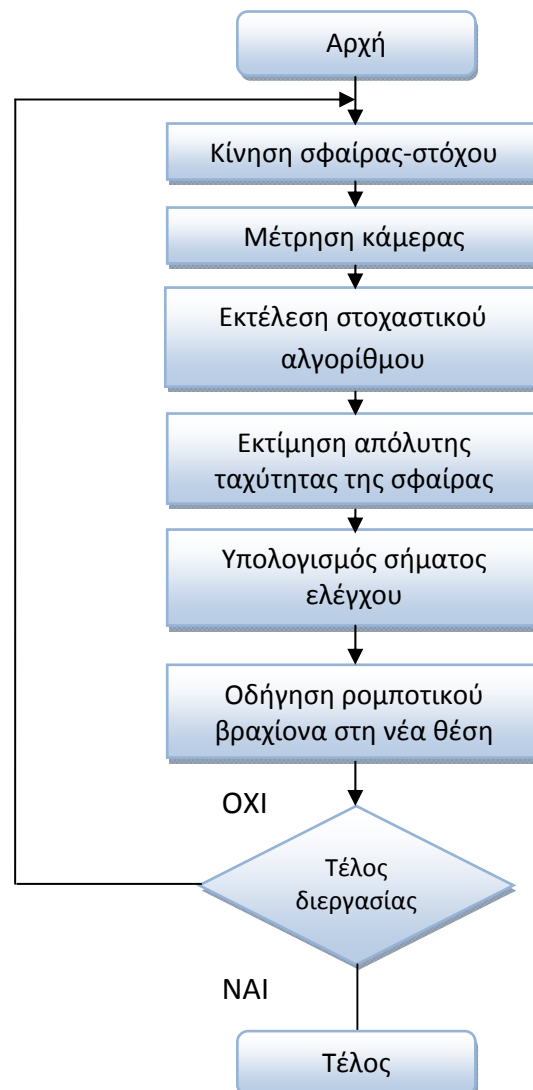
Ανακεφαλαιώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι η συνολική εργασία επίλυσης του προβλήματος παρακολούθησης της σφαίρας από το ρομποτικό βραχίονα – εξαιρουμένων των ενεργειών αρχικοποίησης και μοντελοποίησης – αποτελείται από τρία επαναλαμβανόμενα στάδια:

- Στο πρώτο στάδιο γίνεται η εξαγωγή και η κανονικοποίηση της οπτικής πληροφορίας από το όργανο μέτρησης (κάμερα).
- Στο δεύτερο στάδιο εφαρμόζεται η επιλεγμένη στοχαστική μέθοδος (το φίλτρο Kalman ή το φίλτρο σωματιδίων) και υπολογίζεται μια εκτίμηση της απόλυτης ταχύτητας της σφαίρας.
- Στο τρίτο και τελευταίο στάδιο υπολογίζεται μέσω της μεθόδου επιλυμένης ταχύτητας το σήμα ελέγχου, το οποίο εισάγεται στους ελεγκτές των ρομποτικών αρθρώσεων κι έτσι ο βραχίονας οδηγείται στην επιθυμητή θέση (εικόνα 4.13) με την επιθυμητή ταχύτητα τελικού στοιχείου δράσης.



Εικόνα 4.14 : Επιθυμητή διάταξη ρομπότ – στόχου

Συνοψίζοντας έχουμε το παρακάτω διάγραμμα:



Κεφάλαιο 5

Παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων προσομοίωσης

5.1 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων σχετικά με την αποδοτικότητα των δύο στοχαστικών μεθόδων (φίλτρο Kalman και φίλτρο σωματιδίων) στο πρόβλημα της οπτικής οδήγησης, σχεδιάστηκαν δέκα διαφορετικές εφαρμογές προσομοίωσης σε περιβάλλον MATLAB:

- Τρεις προσομοιώσεις σχεδιάστηκαν για την περίπτωση κίνησης του στόχου με σταθερή ταχύτητα (χωρίς πρόβλεψη ταχύτητας, Kalman, particle filter).
- Τέσσερις προσομοιώσεις σχεδιάστηκαν για την περίπτωση που ο στόχος κινείται με σταθερή επιτάχυνση (χωρίς πρόβλεψη ταχύτητας, Kalman σταθερής ταχύτητας, Kalman σταθερής επιτάχυνσης, particle filter).
- Τέλος, τρεις προσομοιώσεις σχεδιάστηκαν για την περιγραφή της κίνησης μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης του στόχου (χωρίς πρόβλεψη ταχύτητας, Kalman, particle filter).

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκριτικά για κάθε περίπτωση κίνησης με αριθμητικά στοιχεία και διαγράμματα, ώστε να γίνονται εύκολα αντιληπτές οι διαφορετικές επιδόσεις των τεχνικών οδήγησης του ρομποτικού βραχίονα.

5.1.1 Μοντελοποίηση του χώρου κίνησης, του στόχου και του ρομποτικού χειριστή

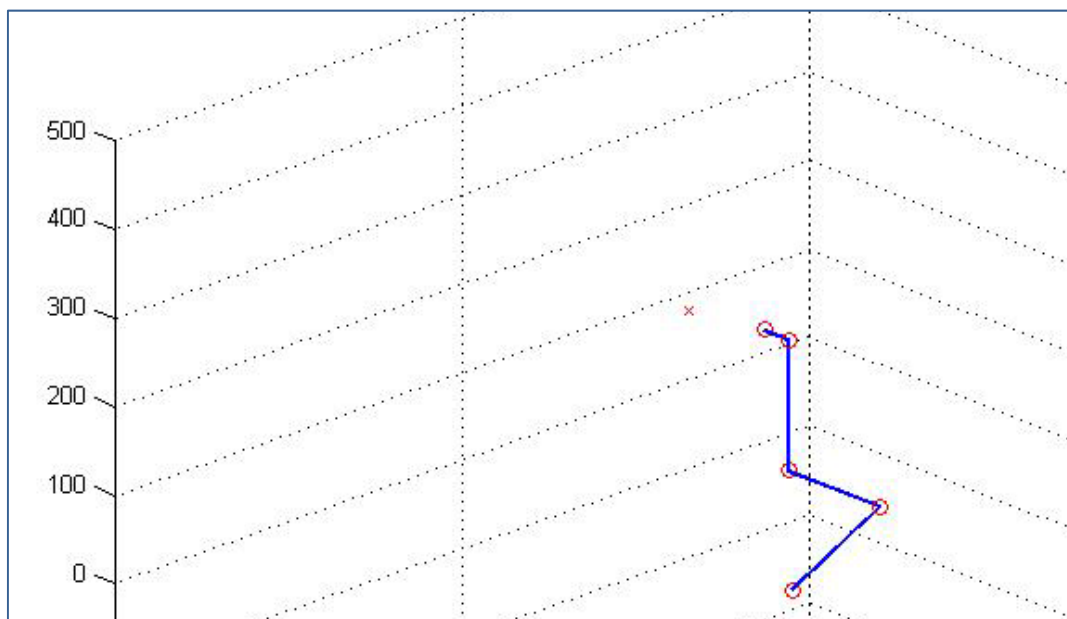
Κατά τη διάρκεια κάθε προσομοίωσης ο κινούμενος στόχος διαγράφει μια τροχιά μέσα σε έναν κύβο $\Omega = [-500, 500] \times [-500, 500] \times [-500, 500] \subset \mathbb{R}^3$. Στο κέντρο $O(0,0,0)$ του κύβου Ω είναι τοποθετημένη η αρχή του πλαισίου παγκόσμιων συντεταγμένων και η βάση του ρομποτικού βραχίονα. Η μονάδα αντιστοιχεί σε 1mm, ενώ, αντίστοιχα, όλες οι αποστάσεις, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις μετρούνται σε mm, mm/sec και mm/sec² και οι συντεταγμένες του στόχου στην κίνηση εκφράζονται πάντα στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

Ο στόχος προς παρακολούθηση είναι μία σφαίρα, ακτίνας 20 mm, η οποία περιγράφεται από το κέντρο της και τέσσερα σημεία της περιφέρειάς της με διάταξη όπως αυτή της εικόνας 4.12. Στην τρισδιάστατη κινηματική απεικόνιση σχεδιάζεται μόνο το κέντρο της, το οποίο εμφανίζεται σαν ένα κόκκινο “x”.

Ο ρομποτικός βραχίονας είναι ένας χειριστής Katana της Neuronics, με έξι βαθμούς ελευθερίας και με το τελικό στοιχείο δράσης προσαρμοσμένο στον καρπό σε δομή 90°. Τα μήκη των συνδέσμων του και οι αρχικές τιμές των γωνιών των αρθρώσεων του φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Χαρακτηριστικό	Τιμή	Χαρακτηριστικό	Τιμή
a_2	190 mm	q_1	$-\pi/2$
a_3	139 mm	q_2	$\pi/4$
a_4	147.3 mm	q_3	$3\pi/4$
a_5	37.5 mm	q_4	$-\pi$
		q_5	$3\pi/2$
		q_6	0

Πίνακας 2 : Χαρακτηριστικά ρομποτικού χειριστή



Εικόνα 5.1 : Αρχική διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος

Η περίοδος δειγματοληψίας είναι $T = 2 \text{ msec}$, ενώ κάθε προσομοίωση διαρκεί συνολικά $N \cdot T$, με τον αριθμό των επαναλήψεων N να κυμαίνεται από 950 έως 1025.

5.1.2 Μοντελοποίηση της οπτικής πληροφορίας

Σε πραγματικές συνθήκες, η πληροφορία που λαμβάνεται από την κάμερα που βρίσκεται πάνω στο τελικό στοιχείο δράσης του ρομπότ, είναι μία εικόνα του περιβάλλοντος χώρου μέσα στην οποία υπάρχει ένας κυκλικός δίσκος, σαφώς διακεκριμένος από το φόντο. Για τον προσδιορισμό του κέντρου της σφαίρας δειγματοληπτούνται αρκετά σημεία του κυκλικού δίσκου και υπολογίζεται ο μέσος όρος για τις δύο συντεταγμένες στο πλαίσιο της εικόνας. Οι τιμές που προκύπτουν είναι οι συντεταγμένες του κέντρου της σφαίρας. Στη συνέχεια, επιλέγονται τα σημεία αυτά του κυκλικού δίσκου που έχουν $\theta=0$, $\theta=\pi/2$, $\theta=\pi$ και $\theta=3\pi/2$ σε πολικές συντεταγμένες με κέντρο το κέντρο της σφαίρας.

Στο περιβάλλον των προσομοιώσεων, για να παραστήσουμε την οπτική πληροφορία που λαμβάνεται από την κάμερα προσδιορίζουμε τις συντεταγμένες των τεσσάρων σημείων της σφαίρας από το γνωστό κέντρο της, προσθέτοντας για κάθε ένα από αυτά την ακτίνα σε μία συντεταγμένη τους (την x ή την z), καθότι, όπως εξηγήσαμε στην παράγραφο 4.7.2, στη σφαίρα τα σημεία της περιφέρειας έχουν σταθερή διάταξη σε σχέση με το κέντρο της και απέχουν από αυτό όσο η ακτίνα της. Εν συνεχεία εφαρμόζουμε όλους τους μετασχηματισμούς που απαιτούνται για να μεταβούμε από το πλαίσιο της βάσης του ρομπότ (παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων) στο πλαίσιο της εικόνας (πίνακας pixels) κι έτσι λαμβάνουμε την οπτική πληροφορία. Γενικά ακολουθείται η εξής σειρά μετασχηματισμών:

- Υπολογισμός συντεταγμένων των τεσσάρων σημείων της περιφέρειας από αυτές του κέντρου.
- Μετασχηματισμός των συντεταγμένων από το πλαίσιο της βάσης του ρομπότ στο πλαίσιο της κάμερας.
- Προοπτική προβολή στο επίπεδο $x-y$ της κάμερας.
- Μετασχηματισμός σε pixels και αλλαγή συστήματος αναφοράς από την κάμερα στην εικόνα (Τα χαρακτηριστικά της κάμερας βρίσκονται στον πίνακα 1 στην παράγραφο 4.4).

5.1.3 Μοντελοποίηση θορύβων και διαταραχών

Οι διάφορες διαταραχές και τα σφάλματα που υπεισέρχονται τόσο στην κίνηση του στόχου και του ρομπότ όσο και σε ατέλειες της μοντελοποίησης των διαδικασιών (διακριτοποίηση, αναγνώριση οπτικών χαρακτηριστικών κ.λπ.), επιβάλλουν την εισαγωγή διαφόρων σημάτων θορύβου στους υπολογισμούς των προσομοιώσεων, με στόχο την όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστική περιγραφή του προβλήματος.

Συγκεκριμένα, στην κίνηση τόσο του στόχου όσο και των ρομποτικών αρθρώσεων υπεισέρχονται θόρυβοι που μοντελοποιούνται συνολικά με έναν μηδενικής μέσης τιμής γκαουσιανό θόρυβο. Ως μήτρα συνδιακύμανσης θορύβου κατάστασης επιλέγουμε τον πίνακα

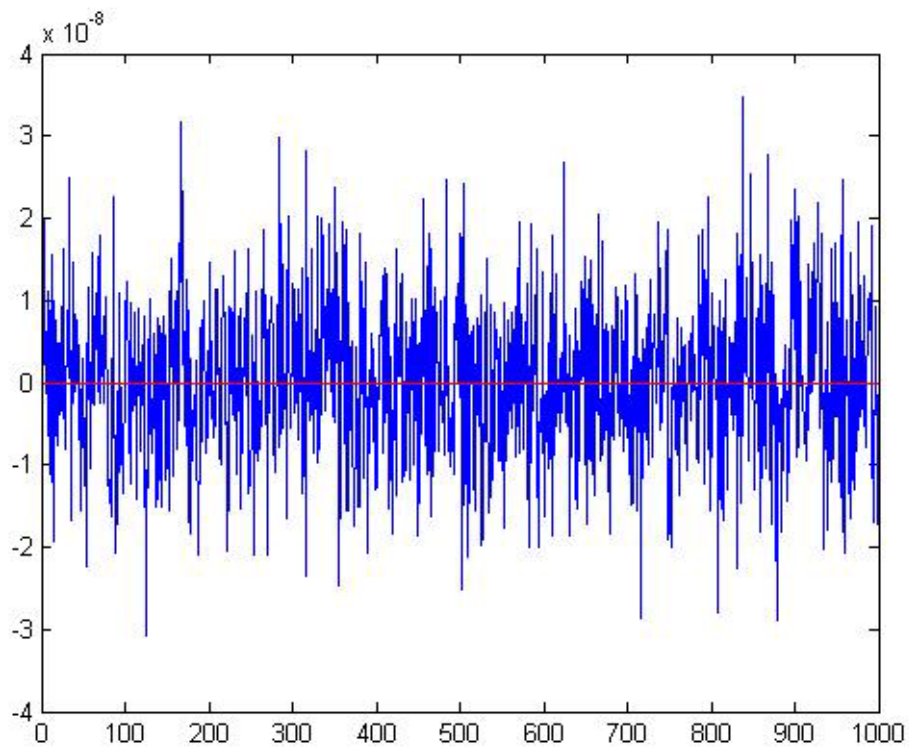
$$Q = \sigma_{state} \cdot 10^{-8} \cdot I_n$$

με $\sigma_{state} = 0.02$.

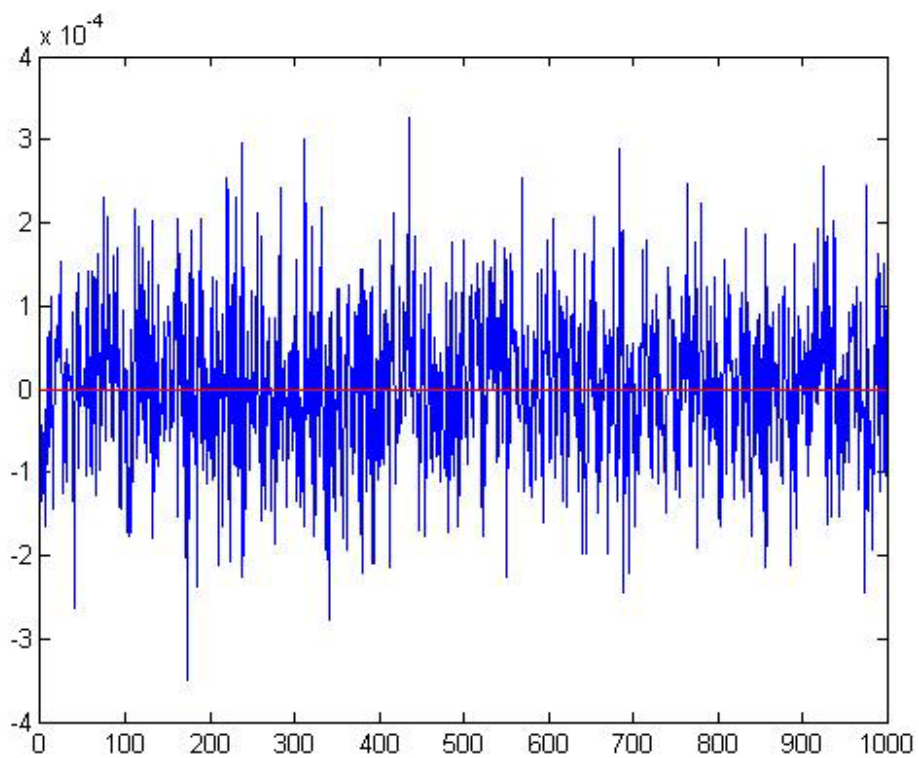
Ακόμη, τα πιθανά σφάλματα αναγνώρισης των οπτικών χαρακτηριστικών και της διακριτοποίησης κατά την απεικόνισή τους σε pixels μοντελοποιούνται με ένα σήμα γκαουσιανού θορύβου μηδενικής μέσης τιμής που παριστάνεται στις στοχαστικές διαδικασίες με τη μήτρα συνδιακύμανσης θορύβου μέτρησης

$$R = \sigma_{ob} \cdot 10^{-4} \cdot I_{10}$$

με $\sigma_{ob} = 0.0135$.



Εικόνα 5.2 : Θόρυβος στο διάνυσμα κατάστασης



Εικόνα 5.3 : Θόρυβος στο διάνυσμα μέτρησης

5.1.4 Η εκτίμηση της διάστασης του βάθους της εικόνας

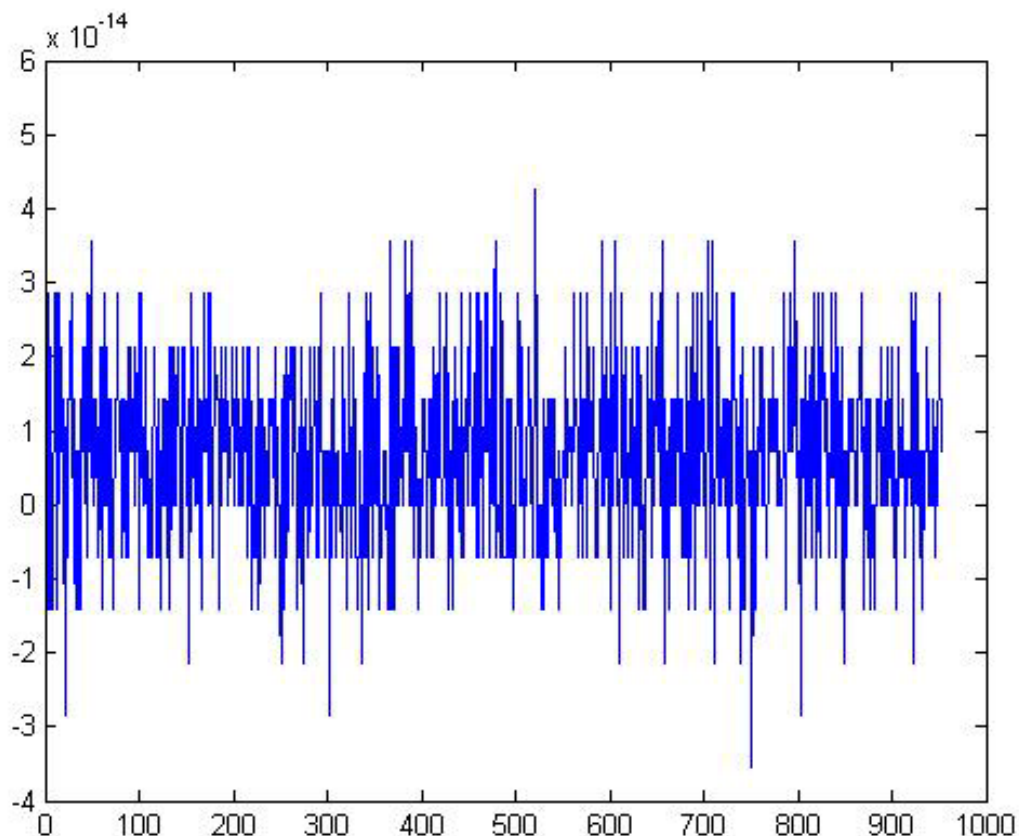
Όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο 4, το βάθος της εικόνας, δηλαδή η απόσταση z από την κάμερα ως το κέντρο της σφαίρας, υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη βάσει της γεωμετρίας της διάταξης από τη σχέση

$$z_{im}^k = K_{depth} \cdot z_{im}^*$$

με

$$K_{depth} = \frac{\sqrt{(i_1^* - i_2^*)^2 + (j_1^* - j_2^*)^2}}{\sqrt{(i_1^k - i_2^k)^2 + (j_1^k - j_2^k)^2}}$$

όπου $z_{im}^* = 50 \text{ mm}$ η επιθυμητή απόσταση. Για τη διάρκεια κάθε επανάληψης, δηλαδή για 2 msec, η τιμή αυτή θεωρείται σταθερή χωρίς να εισάγεται μεγάλο σφάλμα στους υπολογισμούς, διότι η μετατόπιση του κέντρου της σφαίρας είναι πρακτικά αμελητέα σε τόσο μικρό χρονικό διάστημα. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται το σφάλμα εκτίμησης του βάθους κατά τη διάρκεια μίας προσομοίωσης.



Εικόνα 5.4 : Σφάλμα εκτίμησης του βάθους της εικόνας

Παρατηρούμε ότι το σφάλμα είναι της τάξεως του 10^{-14} , δηλαδή πρακτικά αμελητέα ποσότητα.

5.2 Αποτελέσματα προσομοιώσεων

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων συνοδευόμενα από τα αντίστοιχα διαγράμματα και αναπαραστάσεις, καθώς επίσης και από σχόλια.

Ως κριτήρια σύγκρισης των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στις προσομοιώσεις λαμβάνονται τα εξής:

- Το τετραγωνικό σφάλμα θέσης στην παρακολούθηση του στόχου, δηλαδή το τετραγωνικό σφάλμα θέσης του κέντρου του προβαλλόμενου κυκλικού δίσκου στο πλαίσιο της κάμερας. Υπολογίζεται σε κάθε επανάληψη από τη σχέση

$$sdu_k = \sqrt{(u_1^* - u_1)^2 + (v_1^* - v_1)^2}, t = k \cdot T$$

- Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα θέσης που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$mdu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N sdu_k$$

- Το σφάλμα προσέγγισης του στόχου, δηλαδή την απόκλιση της απόστασης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού χειριστή από το κέντρο του κυκλικού δίσκου από την επιθυμητή τιμή. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$dz_k = z^* - z_{im}, t = k \cdot T$$

- Τη μέση τιμή του σφάλματος προσέγγισης που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$mdz = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N dz_k$$

- Τον χρόνο σύγκλισης στην επιθυμητή διάταξη, δηλαδή τον χρόνο εντοπισμού του στόχου και επίτευξης της επιθυμητής διάταξης.
- Τα μόνιμα σφάλματα θέσης και προσέγγισης sdu_N και dz_N .

5.2.1 Κίνηση σταθερής ταχύτητας

Σε αυτή την ομάδα προσομοιώσεων η σφαίρα-στόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα $V = [25 \quad -2.5 \quad 75]^T \text{ mm/sec}$ εκκινώντας από τη θέση $x_0 = [-10 \quad 145 \quad 275]^T$ σε mm . Το διάνυσμα κατάστασης μεταβάλλεται σύμφωνα με τις εξισώσεις της παραγράφου 4.7.2 για το μοντέλο σταθερής ταχύτητας, ενώ οι παρατηρήσεις προκύπτουν από τις εξισώσεις του αντίστοιχου μοντέλου μέτρησης στην παράγραφο 4.7.3.

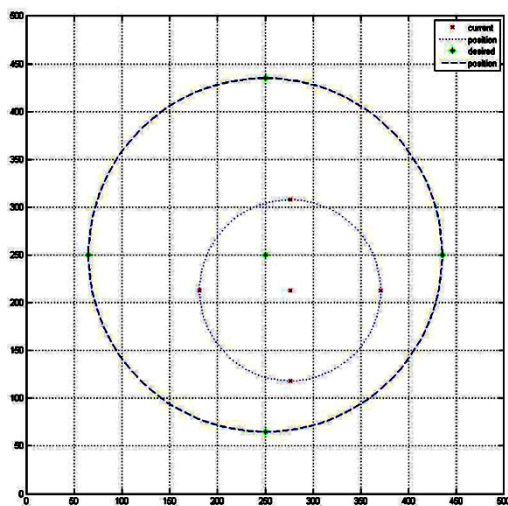
$K_{im}=5.0$	Χωρίς πρόβλεψη	Kalman filter σταθερής V	Particle filter 100 samples	Particle filter 200 samples
md_u	3.0300 mm	0.1305 mm	0.1701 mm	0.1674 mm
md_z	-0.6531 mm	-1.0386 mm	-0.7567 mm	-0.7561 mm
sdu_N	3.1057 mm	0.0165 mm	0.0763 mm	0.0747 mm
dz_N	0.1005 mm	-0.2979 mm	-0.0070 mm	-0.0064 mm
$t_{conv} (loop)$	227	195	215	211

Πίνακας 3 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με σταθερή ταχύτητα

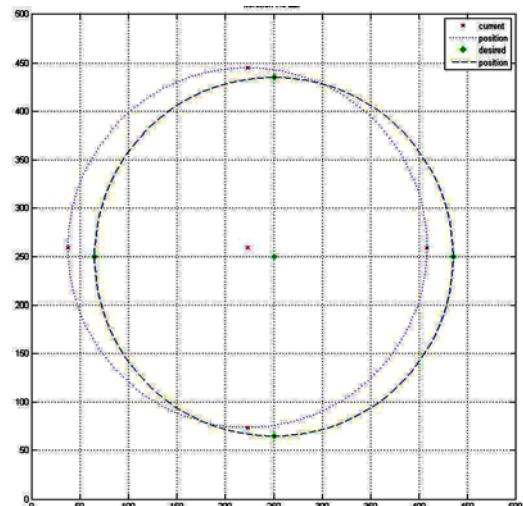
Παρατηρούμε ότι χωρίς πρόβλεψη της ταχύτητας από κάποια στοχαστική μέθοδο έχουμε αρκετά μεγαλύτερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα στην παρακολούθηση. Το ίδιο ισχύει και για το μόνιμο σφάλμα θέσης. Ταυτόχρονα ο βραχίονας χρειάζεται λίγο περισσότερο χρόνο για να επιτύχει μία ικανοποιητική διάταξη. Όσον αφορά στο σφάλμα προσέγγισης του στόχου, το φίλτρο σωματιδίων έχει με διαφορά την καλύτερη επίδοση, ενώ το φίλτρο Kalman τη χειρότερη. Τέλος, οι μικρές διαφορές στις τιμές των σφαλμάτων μεταξύ του φίλτρου 100 σωματιδίων με αυτό με τα 200 δείγματα εξηγούνται στην τυχαιότητα που υπεισέρχεται στην εκλογή των αρχικών δειγμάτων.

Εδώ θα πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι για να κρατήσουμε τον αριθμό των δειγμάτων στο φίλτρο σωματιδίων σχετικά μικρό χωρίς να μειώσουμε δραματικά την αποδοτικότητά του, έχουμε περιορίσει τον χώρο από τον οποίο λαμβάνονται τα αρχικά δείγματα γύρω από μία περιοχή του πραγματικού διανύσματος κατάστασης.

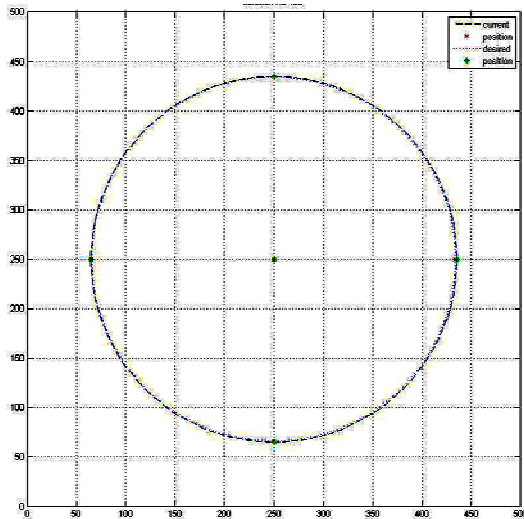
Μία διαγραμματική απεικόνιση των προαναφερθέντων παρουσιάζεται παρακάτω:



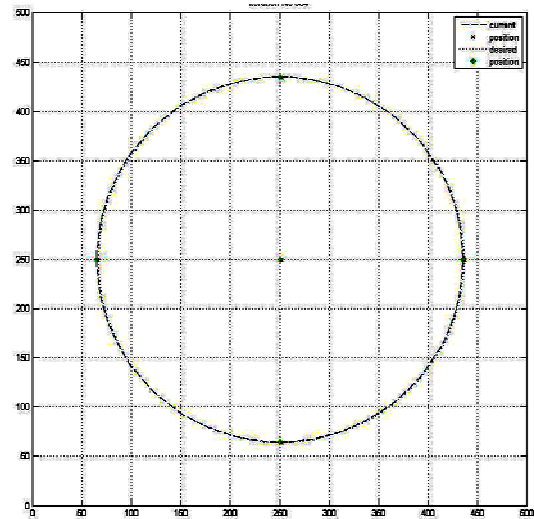
Εικόνα 5.5 : Αρχική και επιθυμητή θέση



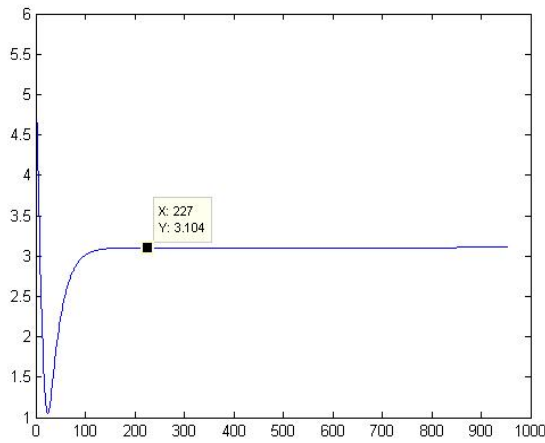
Εικόνα 5.6 : Τελική θέση χωρίς πρόβλεψη



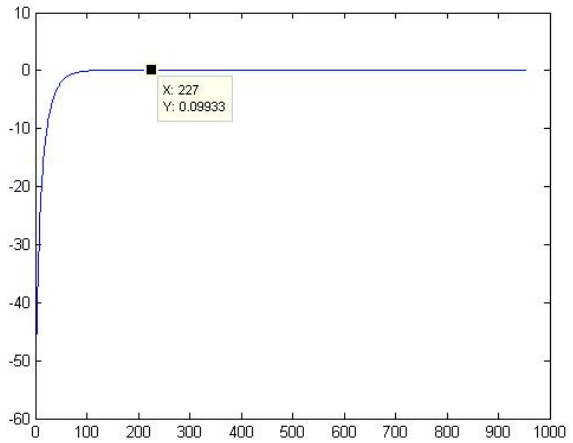
Εικόνα 5.7 : Τελική θέση Kalman



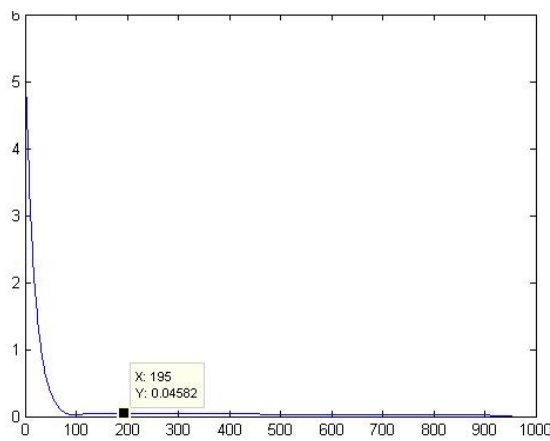
Εικόνα 5.8 : Τελική θέση Particle filter



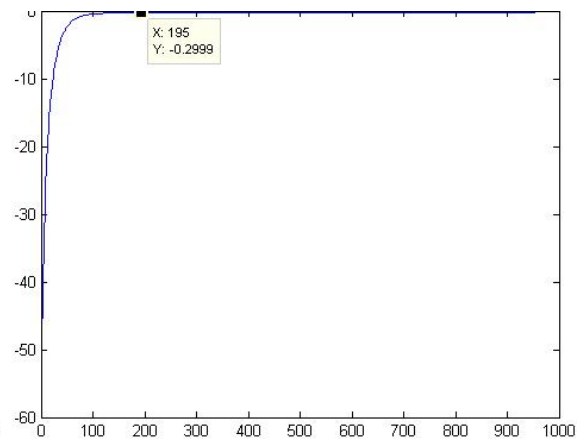
Εικόνα 5.9 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη



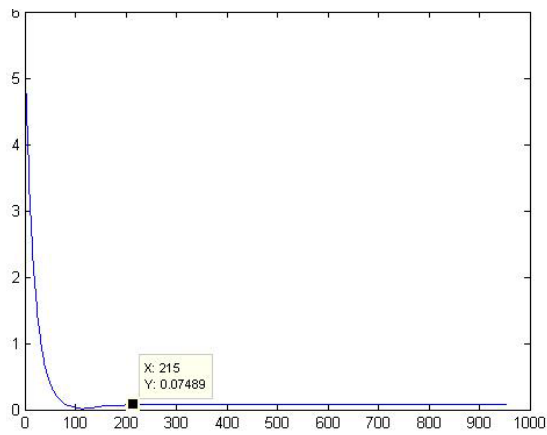
Εικόνα 5.10 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη



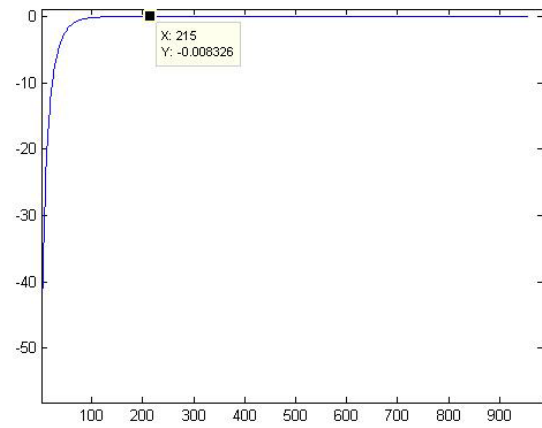
Εικόνα 5.11 : Σφάλμα θέσης Kalman



Εικόνα 5.12 : Σφάλμα Z Kalman

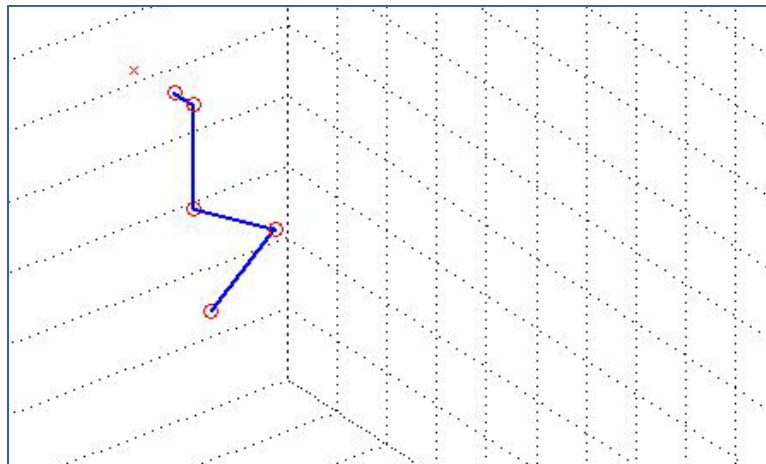


Εικόνα 5.13 : Σφάλμα θέσης Particle filter

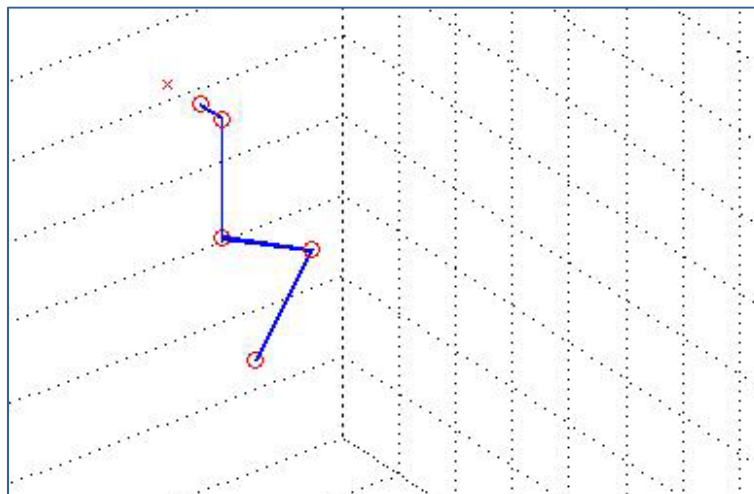


Εικόνα 5.14 : Σφάλμα Z Particle filter

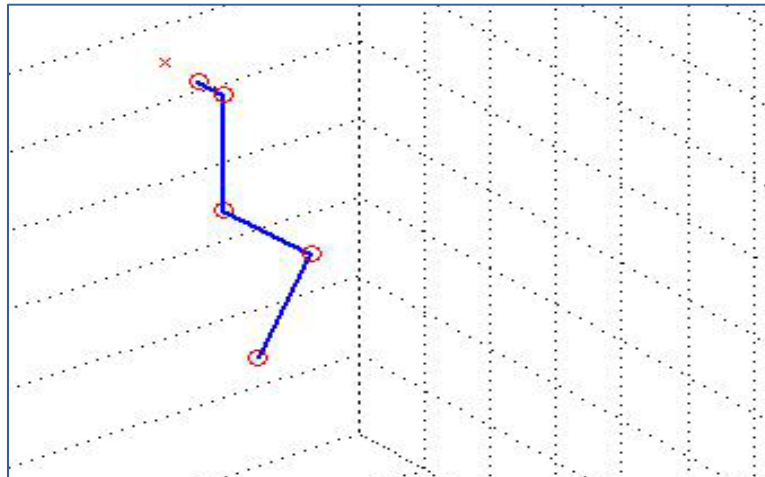
Η διαδρομή του ρομποτικού βραχίονα φαίνεται στα παρακάτω στιγμιότυπα:



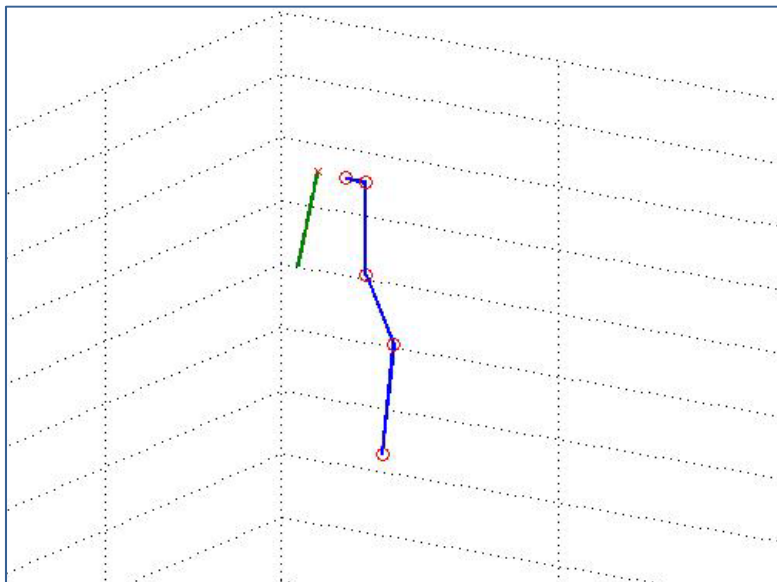
Εικόνα 5.15 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=7



Εικόνα 5.16 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, N=25



Εικόνα 5.17 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=227$



Εικόνα 5.18 : Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου

5.2.2 Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης

Σε αυτή την ομάδα προσομοιώσεων η σφαίρα – στόχος κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = [1 \ 2 \ -10]^T \text{ mm}/\text{sec}^2$ και αρχική ταχύτητα $V = [2 \ -10 \ 45]^T \text{ mm}/\text{sec}$ εκκινώντας από τη θέση $x_0 = [-10 \ 245 \ 275]^T$ σε mm και εκτελώντας έτσι πλάγια βολή. Το διάνυσμα κατάστασης μεταβάλλεται σύμφωνα με τις εξισώσεις της παραγράφου 4.7.2 για το μοντέλο σταθερής επιτάχυνσης, ενώ οι παρατηρήσεις προκύπτουν από τις εξισώσεις του αντίστοιχου μοντέλου μέτρησης στην παράγραφο 4.7.3. Στην περίπτωση του φίλτρου Kalman έχουμε δύο διαφορετικά φίλτρα που θα συγκριθούν με τις υπόλοιπες τεχνικές – φίλτρο Kalman σταθερής ταχύτητας και φίλτρο Kalman σταθερής επιτάχυνσης.

$K_{im}=5.0$	Χωρίς πρόβλεψη	Kalman filter σταθερής V	Kalman filter σταθερής a	Particle filter 100 samples	Particle filter 200 samples
mdu	4.7802 mm	8.4478 mm	0.5250 mm	0.0926 mm	0.0828 mm
mdz	-1.3239 mm	-2.6996 mm	-2.6786 mm	-1.4885 mm	-1.4373 mm
sdu_N	9.3210 mm	16.7474 mm	0.0244 mm	0.0769 mm	0.0747 mm
dz_N	-1.6995 mm	-3.0416 mm	-2.3838 mm	-0.0521 mm	-0.0471 mm
$t_{conv} (loop)$	Δεν συγκλίνει	Δεν συγκλίνει	716	418	397

Πίνακας 4 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

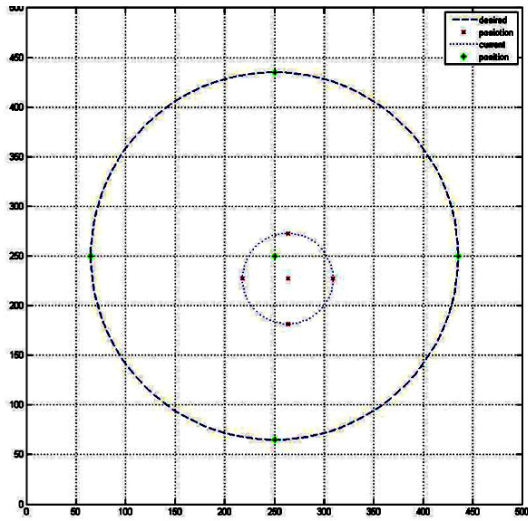
Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι χωρίς πρόβλεψη της ταχύτητας ή με χρήση φίλτρου Kalman σταθερής ταχύτητας έχουμε πολύ μεγάλο μέσο τετραγωνικό και μόνιμο σφάλμα στην παρακολούθηση. Επιπρόσθετα, το σφάλμα αυτό και στις δύο περιπτώσεις μεγαλώνει με την πάροδο του χρόνου, επομένως το ρομπότ δε θα μπορέσει ποτέ να παρακολουθήσει επακριβώς την σφαίρα. Ωστόσο, το σφάλμα προσέγγισης του στόχου δεν είναι τόσο μεγάλο.

Το φίλτρο Kalman σταθερής επιτάχυνσης αποδίδει αρκετά καλά σε σχέση με τις δύο προηγούμενες μεθόδους, κάτι που άλλωστε το περιμέναμε, αφού μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (716 σαρώσεις) μπορεί και εκτιμά με ακρίβεια την απόλυτη ταχύτητα του στόχου.

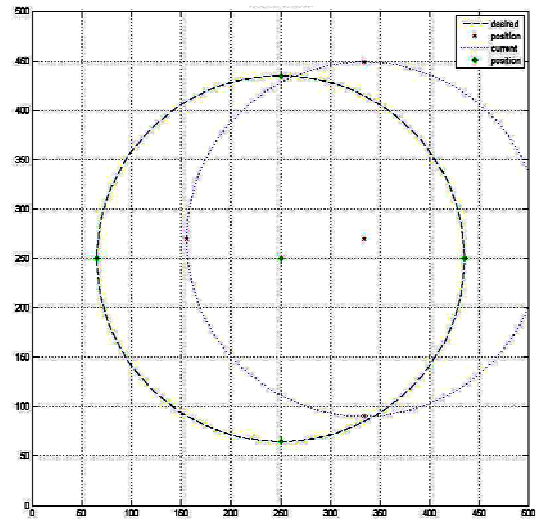
Τέλος, το φίλτρο σωματιδίων έχει και σε αυτήν την περίπτωση την καλύτερη επίδοση με έξι περίπου φορές μικρότερο σφάλμα θέσης και μισό σφάλμα προσέγγισης στόχου σε σχέση με το φίλτρο Kalman σταθερής επιτάχυνσης. Επίσης, συγκλίνει σχεδόν στο μισό χρόνο από ότι το Kalman. Το φίλτρο 200 σωματιδίων αποδίδει λίγο καλύτερα από αυτό των 100 σωματιδίων, ενώ συγκλίνει στην επιθυμητή διάταξη μερικές επαναλήψεις νωρίτερα από το δεύτερο.

Στις περιπτώσεις που τα σφάλματα (τετραγωνικό θέσης και προσέγγισης) δεν συγκλίνουν σε κάποια τιμή, ως μόνιμο σφάλμα λαμβάνουμε την τελευταία τους τιμή.

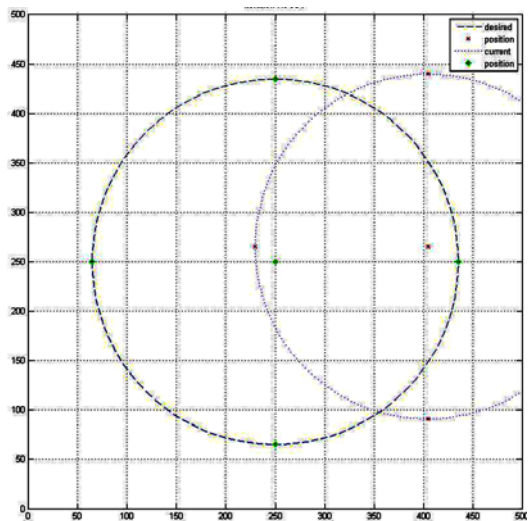
Μία διαγραμματική απεικόνιση των προαναφερθέντων παρουσιάζεται παρακάτω:



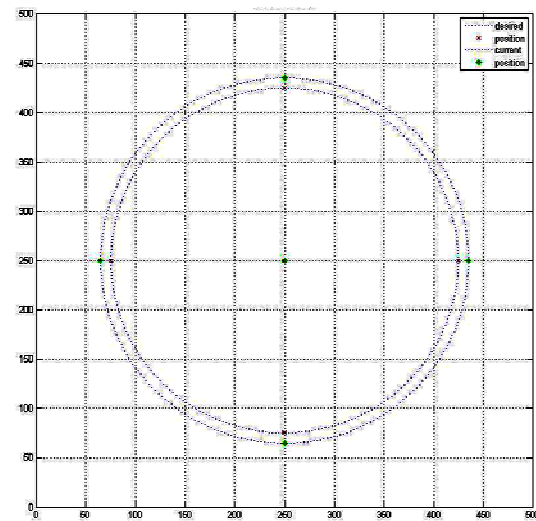
Εικόνα 5.19 : Αρχική και επιθυμητή θέση



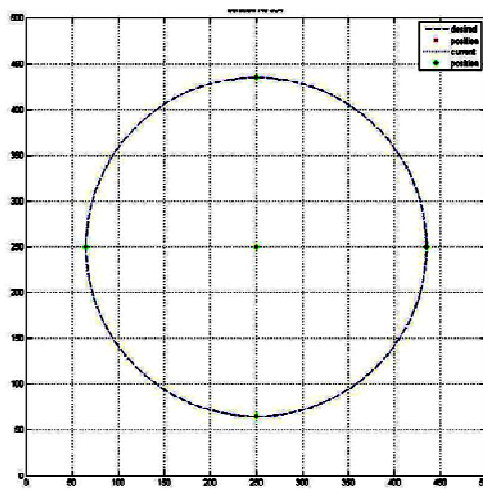
Εικόνα 5.20 : Τελική θέση χωρίς πρόβλεψη



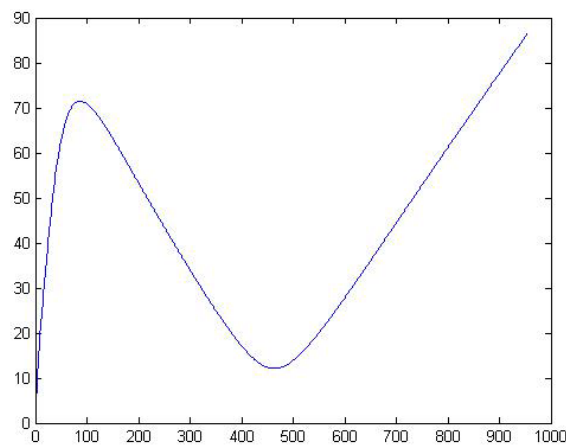
Εικόνα 5.21 : Τελική θέση Kalman CV



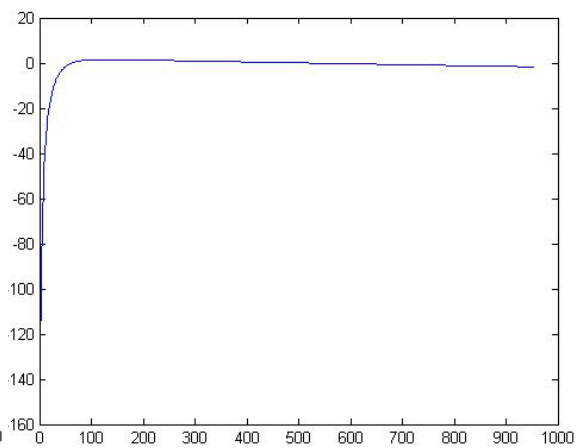
Εικόνα 5.22 : Τελική θέση Kalman CA



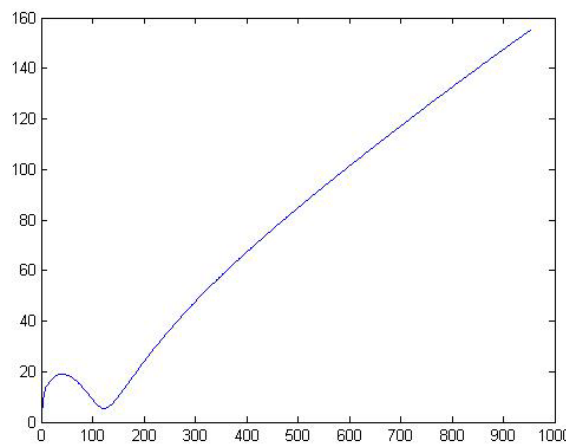
Εικόνα 5.23 : Τελική θέση Particle filter



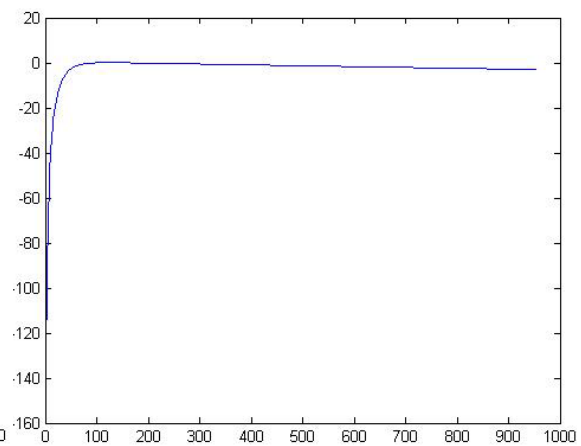
Εικόνα 5.24 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη



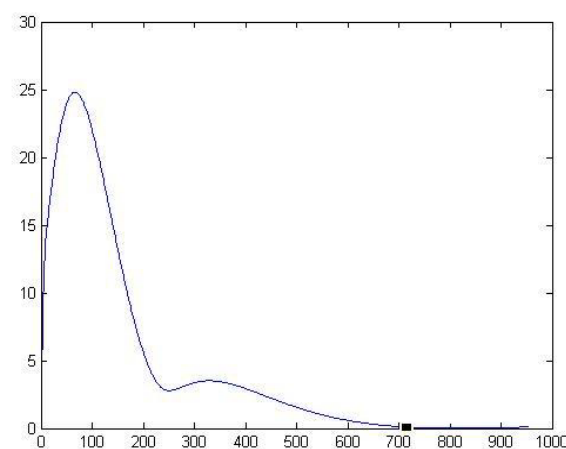
Εικόνα 5.25 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη



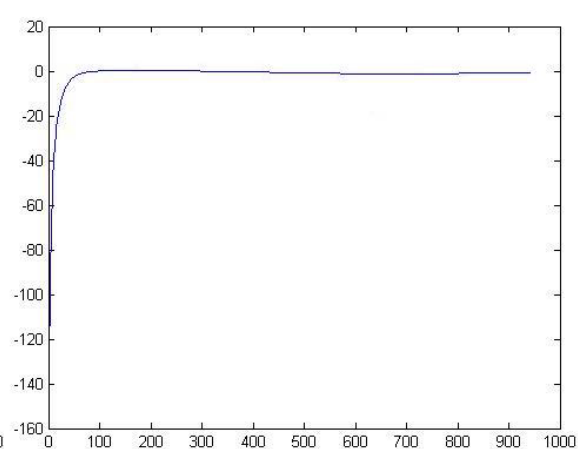
Εικόνα 5.26 : Σφάλμα θέσης Kalman CV



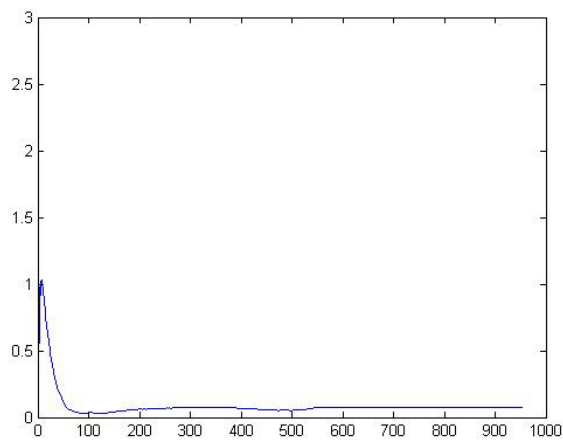
Εικόνα 5.27 : Σφάλμα Z Kalman CV



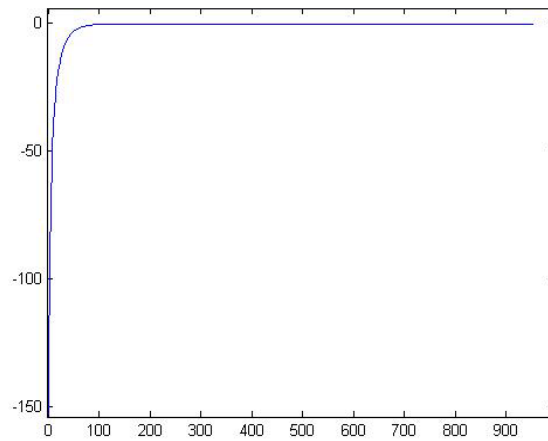
Εικόνα 5.28 : Σφάλμα θέσης Kalman CA



Εικόνα 5.29 : Σφάλμα Z Kalman CA

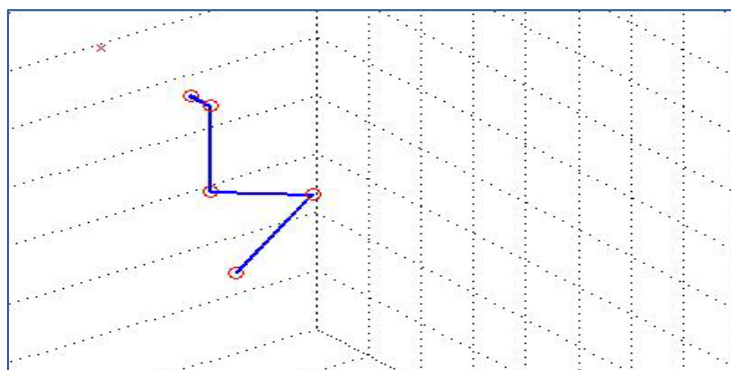


Εικόνα 5.30 : Σφάλμα θέσης Particle filter

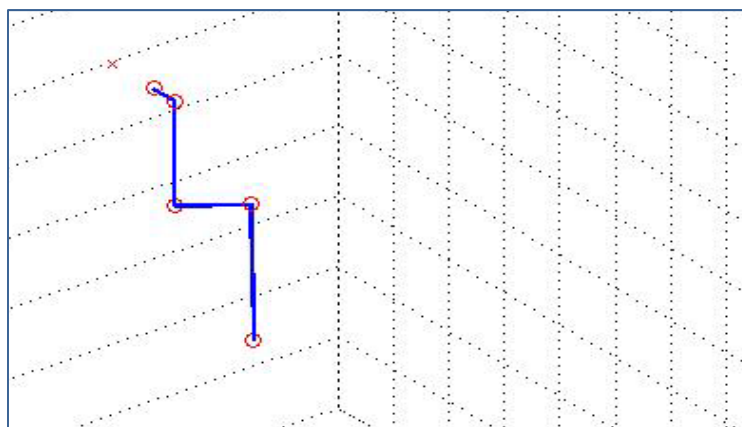


Εικόνα 5.31 : Σφάλμα Z Particle filter

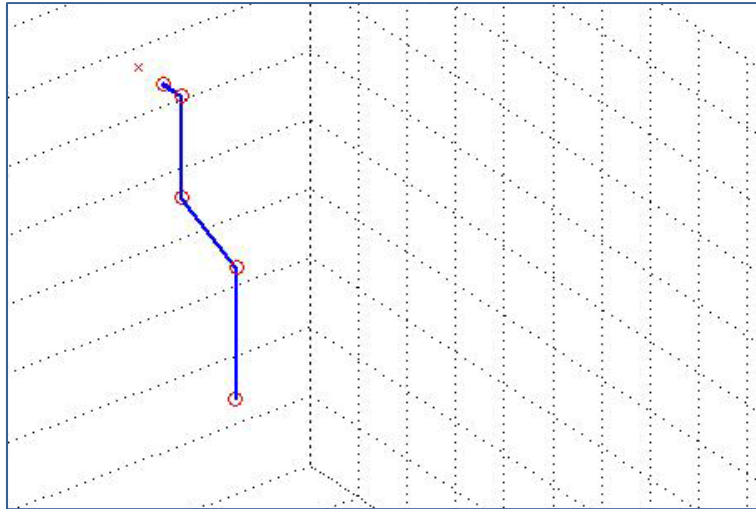
Ακολουθούν μερικά στιγμιότυπα από την κίνηση του ρομπότ:



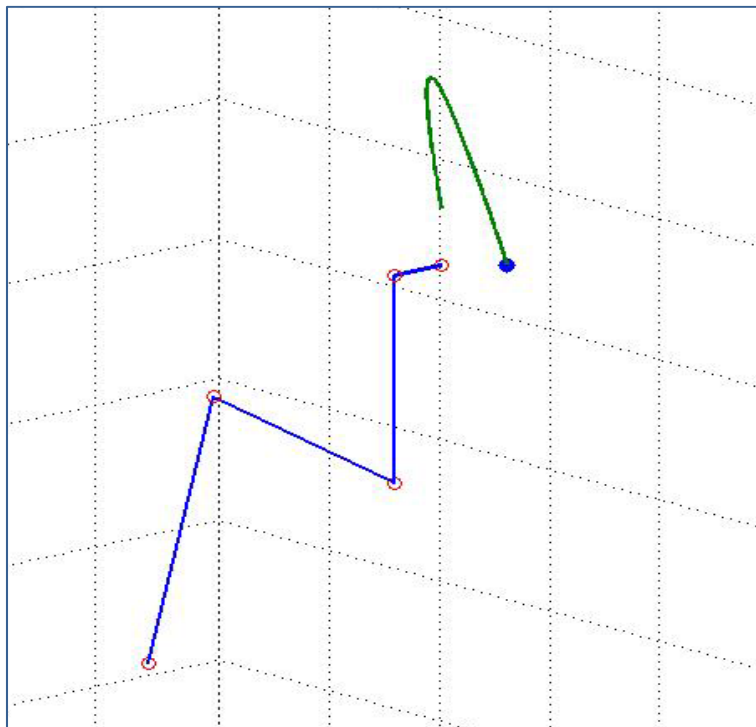
Εικόνα 5.32 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=1$



Εικόνα 5.33 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=15$



Εικόνα 5.34 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=542$



Εικόνα 5.35 : Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου

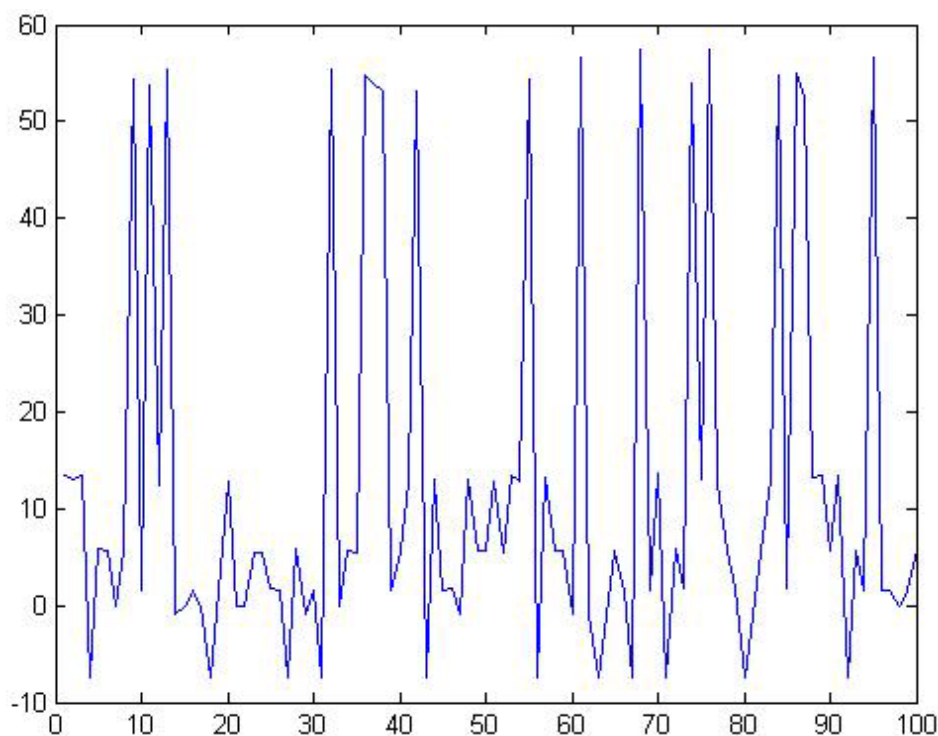
5.2.3 Κίνηση μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης

Σε αυτή την ομάδα προσομοιώσεων η σφαίρα – στόχος κινείται με μεταβαλλόμενη επιτάχυνση. Αυτή η μεταβολή της επιτάχυνσης θεωρείται μία επιπλέον διαταραχή του συστήματος και μοντελοποιείται ως μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί γκαουσιανή πολυτροπική κατανομή. Προκύπτει από την υπέρθεση [32] επτά γκαουσιανών κατανομών με τα εξής χαρακτηριστικά:

	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	Σχετική συχνότητα
1	-7.54	0.03	0.1
2	-0.9	0.009	0.1
3	0	0.01	0.1
4	1.54	0.2541	0.15
5	5.4	0.45	0.24
6	12.5	1.25	0.21
7	52.41	5.421	0.1

Πίνακας 5 : Χαρακτηριστικά πολυτροπικής κατανομής

Για 100 δείγματα η κατανομή αυτή φαίνεται όπως στο παρακάτω γράφημα:



Εικόνα 5.36 : Πολυτροπική κατανομή

Εκτελώντας το τελευταίο σύνολο των προσομοιώσεων με αρχική ταχύτητα και αρχική επιτάχυνση με σε mm λαμβάνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

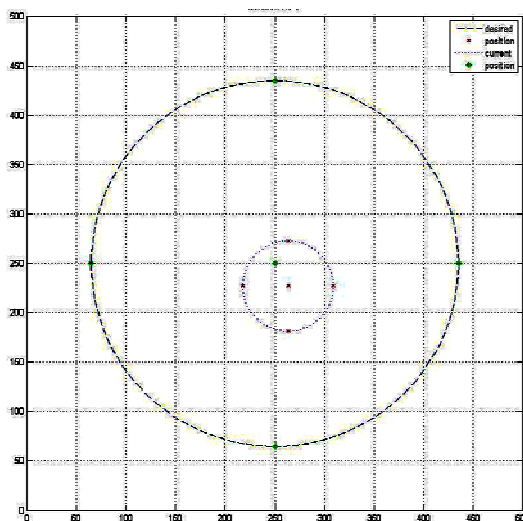
$K_{im}=5.0$	Χωρίς πρόβλεψη	Kalman filter σταθερής a	Particle filter 100 samples	Particle filter 200 samples
md_u	5.6870 mm	0.4162 mm	0.0905 mm	0.0896 mm
md_z	-1.4792 mm	-1.4557 mm	-1.2703 mm	-1.2709 mm
sdu_N	12.1879 mm	0.0512 mm	0.0757 mm	0.706 mm
dz_N	-2.4011 mm	-2.3552 mm	-0.0524 mm	-0.0512 mm
$t_{conv} (loop)$	Δεν συγκλίνει	753	314	303

Πίνακας 6 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για κίνηση με μεταβαλλόμενη επιτάχυνση

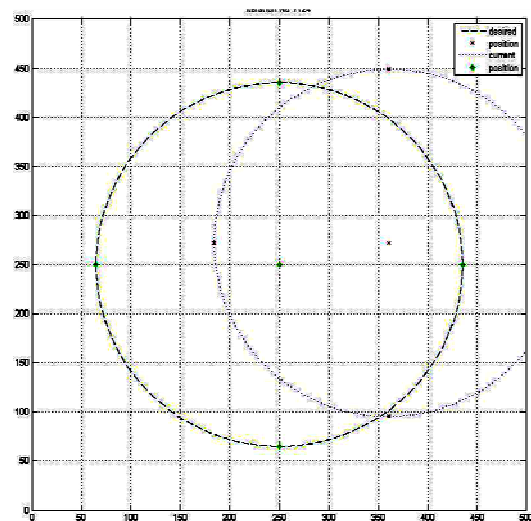
Όπως ήταν αναμενόμενο, και σε αυτήν την περίπτωση, χωρίς πρόβλεψη της απόλυτης ταχύτητας του στόχου ο ρομποτικός χειριστής δεν μπορεί να διατηρήσει σταθερή την επιθυμητή δομή μεταξύ του τελικού του στοιχείου δράσης και της σφαίρας. Το φίλτρο Kalman πετυχαίνει την σύγκλιση, αλλά σε αρκετό χρόνο από την έναρξη της διαδικασίας. Αντίθετα, σε λιγότερο από το μισό χρόνο το φίλτρο σωματιδίων (και στις δύο περιπτώσεις) καταφέρνει να σταθεροποιήσει το ρομπότ στην επιθυμητή διάταξη.

Οι τιμές για τα μέσα και μόνιμα σφάλματα θέσης και προσέγγισης στόχου δεν διαφέρουν ουσιαστικά για τις δύο εκδοχές του φίλτρου σωματιδίων, ενώ οι χρόνοι σύγκλισης είναι πρακτικά ίσοι μεταξύ τους. Αυτό συμβαίνει, διότι η δειγματοληψία σωματιδίων γίνεται και στις δύο περιπτώσεις κοντά στο αρχικό διάνυσμα κατάστασης, οπότε και με λιγότερα δείγματα έχουμε εξίσου καλή προσέγγισή του.

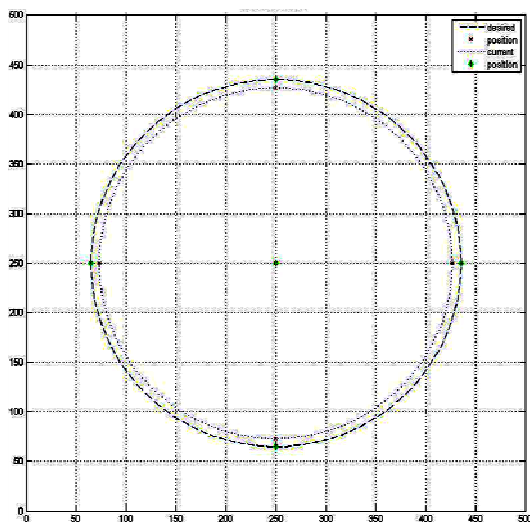
Τα παραπάνω εξάγονται και από τα εξής γραφήματα:



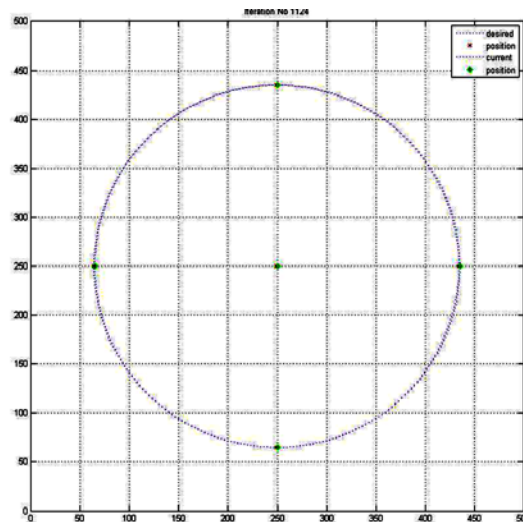
Εικόνα 5.37 : Αρχική και επιθυμητή θέση



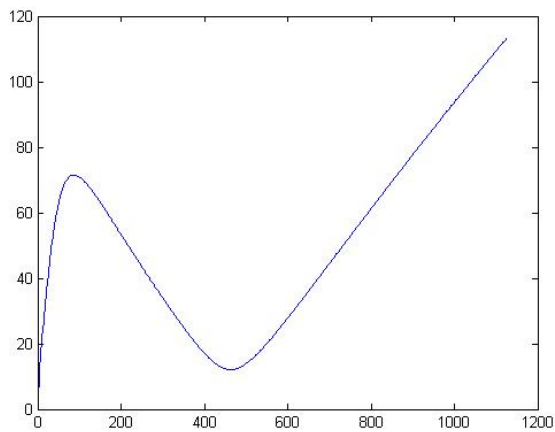
Εικόνα 5.38 : Τελική θέση χωρίς πρόβλεψη



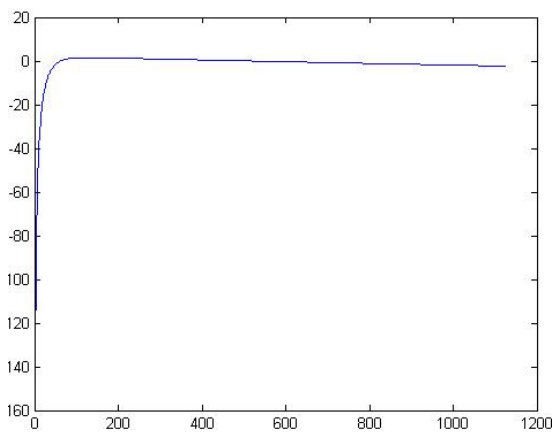
Εικόνα 5.39 : Τελική θέση Kalman



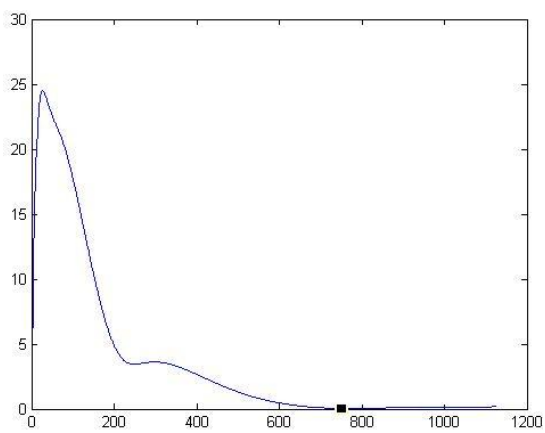
Εικόνα 5.40 : Τελική θέση Particle filter



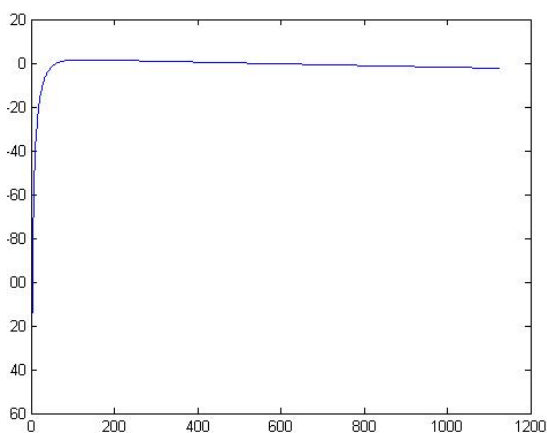
Εικόνα 5.41 : Σφάλμα θέσης χωρίς πρόβλεψη



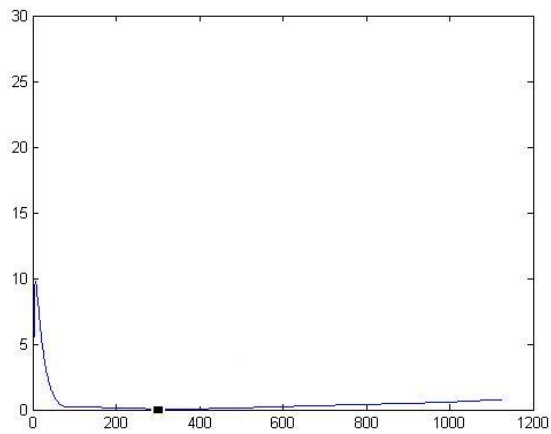
Εικόνα 5.42 : Σφάλμα Z χωρίς πρόβλεψη



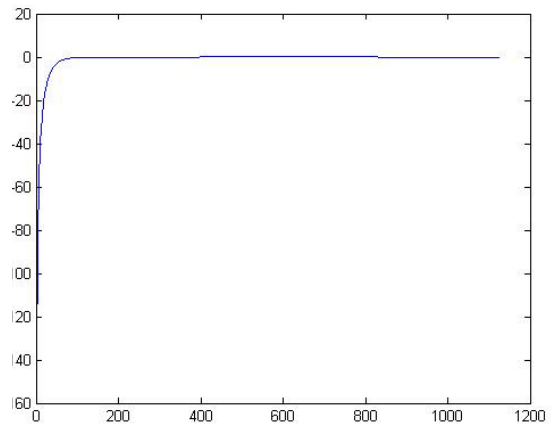
Εικόνα 5.43 : Σφάλμα θέσης Kalman



Εικόνα 5.44 : Σφάλμα Z Kalman

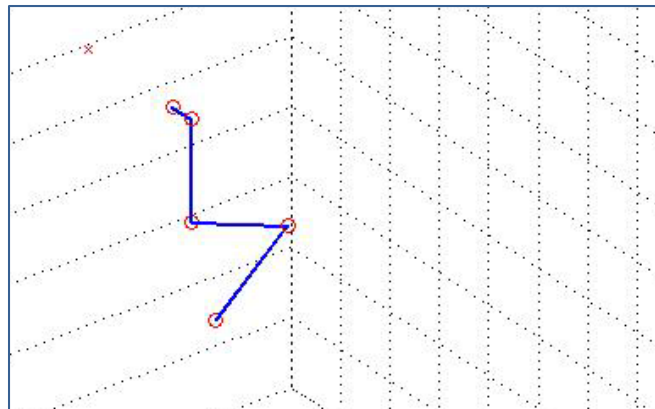
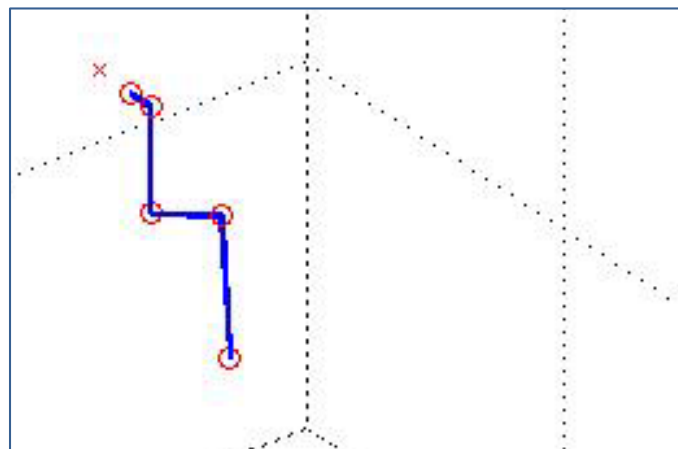


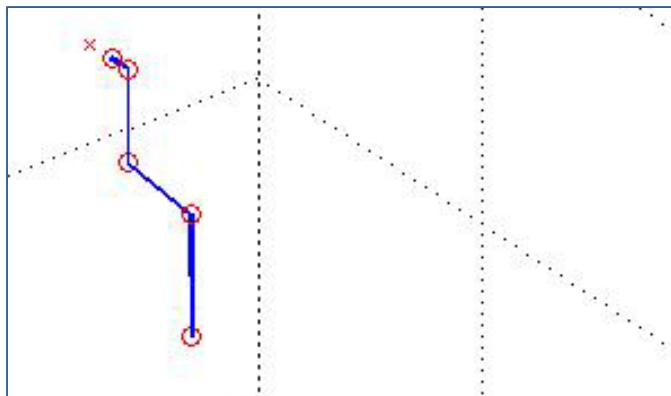
Εικόνα 5.45 : Σφάλμα θέσης Particle filter



Εικόνα 5.46 : Σφάλμα Z Particle filter

Μερικά στιγμιότυπα από την κίνηση του ρομπότ φαίνονται στα επόμενα γραφήματα:

Εικόνα 5.47 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=1$ Εικόνα 5.48 : Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=25$



Εικόνα 5.49: Διάταξη ρομποτικού χειριστή – στόχος, $N=254$



Εικόνα 5.50: Τελική θέση ρομποτικού χειριστή – τροχιά στόχου

5.2.4 Παρατηρήσεις επί της εκτέλεσης των προσομοιώσεων

Πριν προχωρήσουμε στην εξαγωγή συμπερασμάτων από τα αποτελέσματα της παραπάνω παραγράφου θα πρέπει να διευκρινίσουμε τον τρόπο με τον οποίο τέθηκαν οι τιμές ορισμένων παραμέτρων της προσομοίωσης, οι οποίες επηρεάζουν άμεσα τα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, θα σχολιάσουμε τα κριτήρια επιλογής της τιμής του κέρδους της οπτικής οδήγησης K_{im} , του αριθμού των επαναλήψεων, του αριθμού δειγμάτων στο φίλτρο σωματιδίων και τον τρόπο με τον οποίο αρχικοποιήθηκαν τα δείγματα αυτά.

Το κέρδος οπτικής οδήγησης (*visual servo gain*) είναι στην ουσία το αναλογικό κέρδος στο σήμα ελέγχου που προκύπτει από το σφάλμα θέσης των οπτικών χαρακτηριστικών. Μεγαλύτερο κέρδος σημαίνει μεγαλύτερη “ώθηση” προς την κατάσταση μηδενικού σφάλματος. Πολύ μικρό κέρδος σημαίνει αργή (ή και καθόλου) άφιξη στην επιθυμητή κατάσταση (συγκεκριμένη διάταξη ρομπότ – στόχου και διατήρησή της). Ταυτόχρονα, υπερβολικά μεγάλο κέρδος ενέχει κινδύνους το σύστημα να είναι ασταθές και διαρκώς να αποκλίνει από την επιθυμητή κατάσταση.

Συνεπώς, η επιλογή του αναλογικού κέρδους K_{im} πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να εξασφαλίζουμε την πιο γρήγορη μετάβαση στην κατάσταση ισορροπίας.

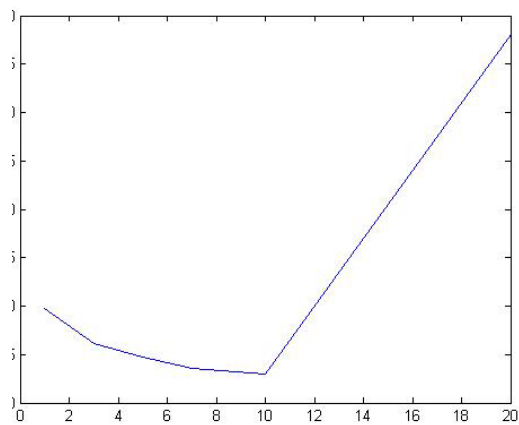
Για το σκοπό αυτό εκτελέστηκε επαναληπτικά η προσομοίωση της κίνησης με σταθερή επιτάχυνση του στόχου (με φίλτρο Kalman λόγω γρηγορότερης εκτέλεσης) θέτοντας στο K_{im} διαδοχικά τις τιμές $\{1,3,5,7,10,20\}$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	$K_{im}=1$	$K_{im}=3$	$K_{im}=5$	$K_{im}=7$	$K_{im}=10$	$K_{im}=20$
md_u	1.2103 mm	0.7402 mm	0.5250 mm	0.4192 mm	0.3381 mm	0.8720 mm
md_z	-11.9875 mm	-43.606 mm	-2.6786 mm	-1.9460 mm	-1.4244 mm	-3.0897 mm
sdu_N	0.0263 mm	0.0308 mm	0.0244 mm	0.0005 mm	0.0029 mm	0.0025 mm
dz_N	-11.9724 mm	-4.7687 mm	-2.3838 mm	-2.1674 mm	-1.5818 mm	-0.7426 mm
t_{conv} (loop)	797	730	716	677	552	154

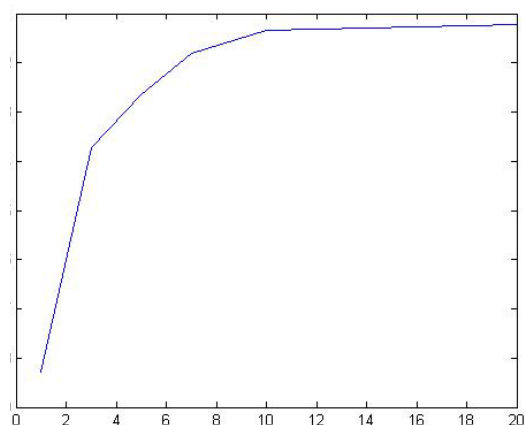
Πίνακας 7 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων για διάφορες τιμές του κέρδους οπτικής οδήγησης

Παρατηρούμε ότι καθώς το κέρδος αυξάνει, τα σφάλματα και ο χρόνος σύγκλισης μειώνονται σημαντικά. Δε συμβαίνει όμως το ίδιο για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα στην περίπτωση που το κέρδος είναι $K_{im}=20$. Πράγματι, αυτό οφείλεται στις αρχικές διαταραχές που δημιουργήθηκαν επειδή η ώθηση που έδωσε το αρχικό σφάλμα θέσης των οπτικών χαρακτηριστικών ήταν αρκετά μεγάλη, λόγω του μεγάλου παράγοντα αναλογίας.

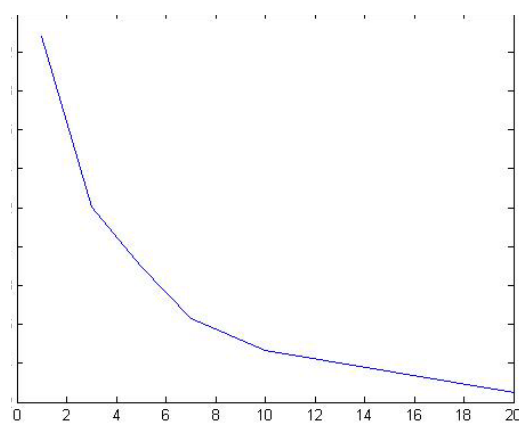
Στις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε η τιμή $K_{im}=5$ για το κέρδος της οπτικής οδήγησης. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε επειδή δίνει μία ικανοποιητική ώθηση στο σύστημα προς την επιθυμητή κατάσταση, χωρίς βέβαια να υπάρχει κίνδυνος μεγάλων διαταραχών. Ένας επιπλέον λόγος, είναι ότι με μεγάλο κέρδος K_{im} δεν είναι εύκολο να διακρίνουμε τη συνεισφορά των στοχαστικών μεθόδων στην επίτευξη και διατήρηση της επιθυμητής διάταξης.



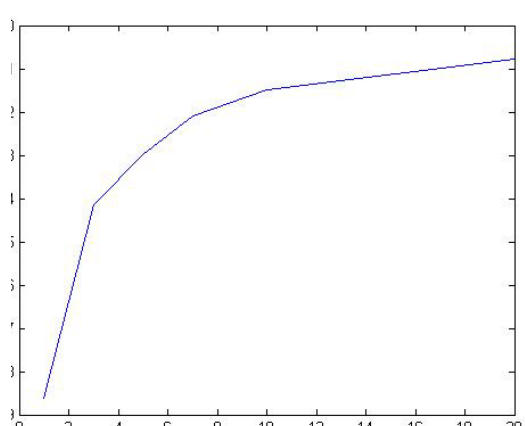
Εικόνα 5.51 : Σφάλμα mdf – κέρδος K_{im}



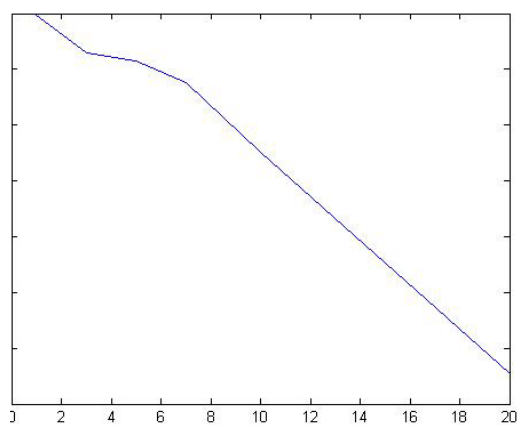
Εικόνα 5.52 : Σφάλμα mdz – κέρδος K_{im}



Εικόνα 5.53 : Σφάλμα sdf – κέρδος K_{im}



Εικόνα 5.54 : Σφάλμα sdz – κέρδος K_{im}



Εικόνα 5.55 : Χρόνος (loops) – κέρδος K_{im}

Επειδή στις προσομοιώσεις της εργασίας αυτής μοντελοποιήθηκε ένας συγκεκριμένος ρομποτικός χειριστής σε πραγματικές διαστάσεις, η διάρκεια των προσομοιώσεων, δηλαδή ο αριθμός των επαναλήψεων, επιλέχθηκε με τέτοιον τρόπο, ώστε το κινούμενο σώμα – στόχος να μην εξέρχεται της εμβέλειας του ρομποτικού βραχίονα. Κάτι τέτοιο άλλωστε θα δημιουργούσε νέα ζητήματα, η λύση των οποίων δεν αποτελεί αντικείμενο της συγκεκριμένης εργασίας. Με την ίδια λογική επιλέχθηκε το αρχικό διάνυσμα κατάστασης του αντικειμένου – στόχου, καθώς επίσης και η περίοδος δειγματοληψίας (σαφώς δόθηκε προσοχή ώστε η περίοδος δειγματοληψίας να είναι αρκούντως μικρή για καλύτερο έλεγχο).

Αναφορικά με τον αριθμό δειγμάτων στο φίλτρο σωματιδίων, θα πρέπει να σημειωθεί ότι δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην ταχύτητα εκτέλεσης των αλγορίθμων. Είναι γεγονός ότι όσα πιο πολλά δείγματα χρησιμοποιεί το φίλτρο σωματιδίων τόσο πιο καλή εκτίμηση γίνεται του υπό μελέτη διανύσματος κατάστασης. Για πολύ μεγάλο, δε, αριθμό δειγμάτων ($N \rightarrow \infty$) ο αλγόριθμος βρίσκει την καλύτερη εκτίμηση, ανεξάρτητα από το σύνολο από όπου έχει γίνει η δειγματοληψία. Μεγάλος, όμως, αριθμός σωματιδίων συνεπάγεται βραδύτερη εκτέλεση του αλγορίθμου και μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος. Για τον λόγο αυτό, επιλέγουμε να λάβουμε δείγματα από μία περιοχή γύρω από το πραγματικό αρχικό διάνυσμα κατάστασης, τόσο στενή όσο θέλουμε να μειώσουμε τον αριθμό σωματιδίων.

Στις προσομοιώσεις της παρούσας εργασίας ο αλγόριθμος του φίλτρου σωματιδίων εκτελέστηκε για 100 και 200 σωματίδια. Στη δεύτερη περίπτωση τα αποτελέσματα είναι λίγο καλύτερα. Η μικρή διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι και στις δύο περιπτώσεις η επιλογή των δειγμάτων έγινε αρκετά κοντά στο πραγματικό αρχικό διάνυσμα κατάστασης. Η επιλογή αυτή έγινε με στόχο να επιτευχθεί μία ισορροπία μεταξύ λογικής αποδοτικότητας του φίλτρου (δεδομένου ότι τα διανύσματα κατάστασης έχουν 6 ή 9 συνιστώσες) και μέτριου υπολογιστικού κόστους.

Για την άμεση σύγκριση των επιδόσεων του φίλτρου σε σχέση με τον αριθμό σωματιδίων παραθέτουμε τον παρακάτω πίνακα αποτελεσμάτων της προσομοίωσης της σταθερής επιτάχυνσης με χρήση particle filter 100, 200 και 500 σωματιδίων.

$K_{im}=5.0$	Particle filter 100 samples	Particle filter 200 samples	Particle filter 500 samples
mdu	0.0926 mm	0.0828 mm	0.0803 mm
mdz	-1.4885 mm	-1.4373 mm	-1.4187 mm
sdu_N	0.0769 mm	0.0747 mm	0.0742 mm
dz_N	-0.0521 mm	-0.0471 mm	-0.0386 mm
$t_{conv} (loop)$	418	397	317

Πίνακας 8 : Συγκριτικός πίνακας σφαλμάτων σε σχέση με το πλήθος των σωματιδίων

Καθώς ο αριθμός των σωματιδίων αυξάνει, τόσο τα σφάλματα όσο και ο χρόνος επίτευξης της επιθυμητής κατάστασης ελαττώνονται.

5.3 Συγκριτική αξιολόγηση των τεχνικών οπτικής οδήγησης

Αξιολογώντας τα αριθμητικά αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου, μπορούμε να εξάγουμε συγκεκριμένα συμπεράσματα αναφορικά με την αποδοτικότητα των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόβλημα παρακολούθησης στόχου με οπτική οδήγηση του ρομποτικού χειριστή.

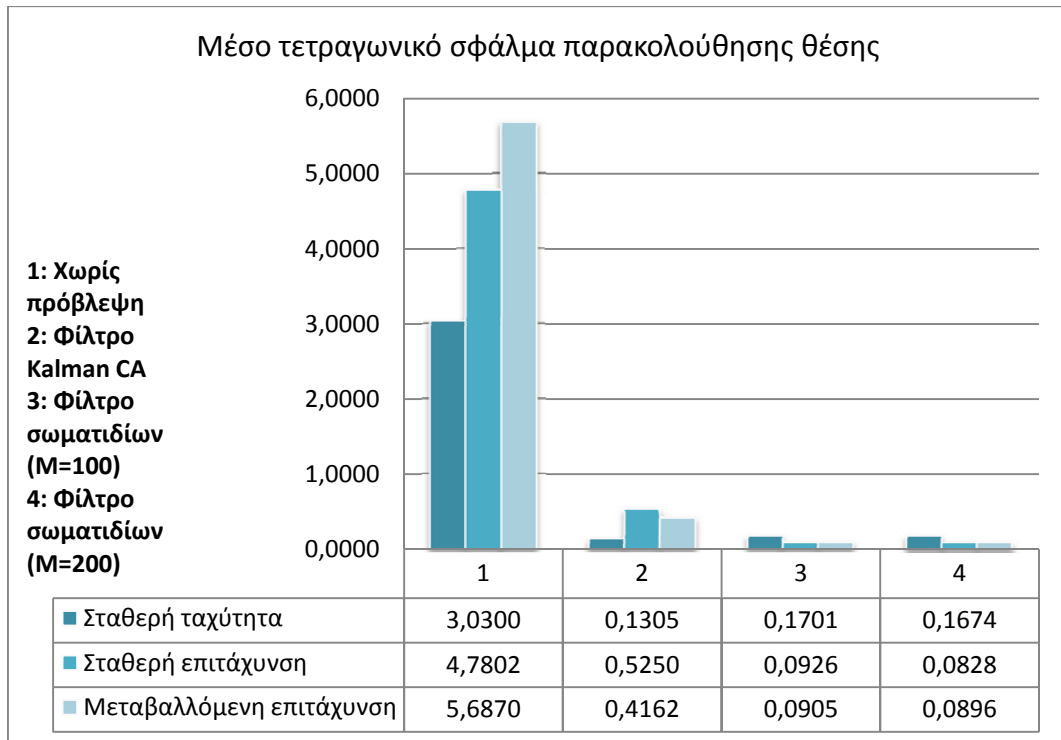
Αρχικά θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στην περίπτωση που ο στόχος είναι ακίνητος η χρήση στοχαστικών αλγορίθμων δεν συνεισφέρει ιδιαίτερα, καθότι για μία λογική τιμή του κέρδους K_{im} (π.χ. 5 έως 10 στο συγκεκριμένο πρόβλημα) το ρομπότ θα μεταφερθεί στην επιθυμητή θέση και θα παραμείνει εκεί σταθερό (μηδενικό οπτικό σφάλμα θα παράγει μηδενικό σήμα ελέγχου). Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις κινούμενου στόχου η οπτική οδήγηση του βραχίονα χωρίς πρόβλεψη της ταχύτητας του στόχου παρουσιάζει τα μεγαλύτερα σφάλματα θέσης, ενώ συγκλίνει με ένα μόνιμο σταθερό σφάλμα μόνο όταν ο στόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Στην ίδια περίπτωση (σταθερή ταχύτητα) τα καλύτερα και γρηγορότερα αποτελέσματα δίνει το φίλτρο Kalman, ενώ το φίλτρο 200 σωματιδίων και αυτό με τα 100 σωματίδια δίνουν εξίσου ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Όσον αφορά στην κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, το φίλτρο Kalman σταθερής ταχύτητας αποτυγχάνει εντελώς να προσδιορίσει την απόλυτη ταχύτητα του στόχου, κάτι που είναι αναμενόμενο αφού αγνοεί πλήρως την ύπαρξη του όρου της σταθερής επιτάχυνσης. Μάλιστα δίνει χειρότερα αποτελέσματα ακόμη και από την οπτική οδήγηση χωρίς πρόβλεψη. Αντίθετα, το φίλτρο Kalman σταθερής επιτάχυνσης παρουσιάζει σταθερό, σχεδόν υποδεκαπενταπλάσιο μέσο τετραγωνικό σφάλμα θέσης. Το μικρότερο σφάλμα και η ταχύτερη σύγκλιση επιτυγχάνεται με χρήση του φίλτρου 200 σωματιδίων, ενώ παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν από την εφαρμογή φίλτρου 100 σωματιδίων.

Τέλος, στην περίπτωση που η σφαίρα κινείται με διαταραχές (πολυτροπική μεταβολή επιτάχυνσης), χωρίς σταθερή επιτάχυνση, την καλύτερη επίδοση επιδεικνύει το φίλτρο 200 σωματιδίων με μέσο τετραγωνικό σφάλμα θέσης οπτικών χαρακτηριστικών υποπενταπλάσιο από αυτό του φίλτρου Kalman. Το φίλτρο 100 σωματιδίων υπολείπεται ελάχιστα σε απόδοση από αυτό με τα 200 σωματίδια, κάτι που ήταν αναμενόμενο εξάλλου. Αντίθετα, φίλτρο Kalman παρουσιάζει ένα υπολογίσιμο μόνιμο σφάλμα προσέγγισης του στόχου και χρειάζεται σχεδόν διπλάσιο χρόνο για να φτάσει σε αυτήν τη διάταξη σε σχέση με το χρόνο που χρειάζονται τα φίλτρα σωματιδίων για να φτάσουν στην επιθυμητή κατάσταση.

Το παρακάτω διάγραμμα είναι ενδεικτικό της επίδοσης των διάφορων μεθόδων οπτικής οδήγησης που μελετήθηκαν στις προσομοιώσεις:



Εικόνα 5.56 : Επίδοση τεχνικών οπτικής οδήγησης – Μέσο τετραγωνικό σφάλμα θέσης

Συνοψίζοντας, λοιπόν, μπορούμε να πούμε ότι:

- Για ακίνητο στόχο δεν χρειάζεται καμία στοχαστική μέθοδος πρόβλεψης ταχύτητας. Αυτή θεωρείται πάντα μηδέν.
- Το φίλτρο Kalman σταθερής ταχύτητας είναι το πιο αποδοτικό στην περίπτωση που ο στόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ είναι ακατάλληλο για κινήσεις με επιτάχυνση.
- Το φίλτρο σωματιδίων είναι το πλέον κατάλληλο για την παρακολούθηση στόχου ο οποίος κινείται με επιτάχυνση (σταθερή ή όχι). Επιπλέον, συγκλίνει ακόμη και στην περίπτωση που έχουμε ισχυρές διαταραχές (όπως για παράδειγμα ο όρος *jerk* στην τρίτη ομάδα προσομοιώσεων).
- Η αποδοτικότητα του φίλτρου σωματιδίων αυξάνει με τη χρήση περισσότερων δειγμάτων. Η διαφορά στην απόδοση φαίνεται κυρίως όταν η αρχική δειγματοληψία δεν γίνεται πολύ κοντά στο πραγματικό διάνυσμα κατάστασης.
- Η απόδοση του φίλτρου Kalman σταθερής επιτάχυνσης είναι συγκρίσιμη με αυτή του φίλτρου σωματιδίων όταν ο στόχος κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Σε πολλές περιπτώσεις, όταν κυρίως θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το υπολογιστικό και χρονικό κόστος, το φίλτρο Kalman μπορεί να προτιμηθεί αντί του φίλτρου σωματιδίων.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία

6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε το πρόβλημα παρακολούθησης τριών βαθμών ελευθερίας μιας σφαίρας από έναν ρομποτικό βραχίονα έξι βαθμών ελευθερίας. Περιγράφηκε η μαθηματική του φύση και σχεδιάστηκαν προσομοιώσεις σε περιβάλλον MATLAB για τη μελέτη της επίδοσης δύο στοχαστικών μεθόδων – του φίλτρου Kalman και του φίλτρου σωματιδίων – οι οποίες εφαρμόζονται στη γενική μέθοδο της οπτικής οδήγησης του βραχίονα.

Για τη σύγκριση των δύο στοχαστικών εκτιμητών κατάστασης δημιουργήθηκαν τρία βασικά μοντέλα κίνησης της σφαίρας:

- Κίνηση σταθερής ταχύτητας
- Κίνηση σταθερής επιτάχυνσης
- Κίνηση μεταβαλλόμενης επιτάχυνσης, όπου η μεταβολή της επιτάχυνσης jerk ακολουθεί πολυτροπική γκαουσιανή κατανομή επτά κορυφών.

Μοντελοποιήθηκε επίσης ο ρομποτικός βραχίονας Katana της εταιρείας *neuronic*s, καθώς και το περιβάλλον εργασίας (κυβικός χώρος και σήματα θορύβων).

Στα πλαίσια της μοντελοποίησης αυτής του προβλήματος έγιναν ορισμένες παραδοχές και προσεγγίσεις, οι οποίες αφορούν τόσο την αποτύπωση και εξαγωγή της οπτικής πληροφορίας όσο και τον τρόπο αρχικοποίησης των στοχαστικών εκτιμητών κατάστασης.

Αρχικά, η πληροφορία για την απόσταση z της κάμερας από το στόχο, όπως αναφέραμε στην παράγραφο 4.4, δεν μπορεί να εξαχθεί απ' ευθείας από τα οπτικά χαρακτηριστικά του προβλήματος. Για το λόγο αυτό και για να αποφευχθεί η επιβάρυνση της πολυπλοκότητας που θα επέφερε η χρήση ειδικών προσαρμοστικών συστημάτων για τον υπολογισμό του βάθους, το z υπολογίζεται με βάση το λόγο της ακτίνας του επιθυμητού κυκλικού δίσκου προς αυτή του τρέχοντος. Για να έχει βάση η μεθοδολογία αυτή, δεχόμαστε ότι στο πολύ μικρό διάστημα μιας περιόδου (0.02 sec) ο στόχος έχει μετακινηθεί απειροελάχιστα, σχεδόν καθόλου, κάτι που δεν εισάγει σημαντικό σφάλμα στην εκτίμηση του βάθους και επιβεβαιώνεται από το διάγραμμα της εικόνας 5.4.

Μία ακόμη παραδοχή, που έγινε στα πλαίσια της μοντελοποίησης της λειτουργίας τη κάμερας, αφορά στην υπόθεση ότι τα τέσσερα – ανά δύο αντιδιαμετρικά – σημεία της επιφάνειας της σφαίρας (εικ. 4.12) προβάλλονται στην περιφέρεια του κυκλικού δίσκου στις θέσεις $\theta=0$, $\theta=\pi/2$, $\theta=\pi$ και $\theta=3\pi/2$. Κάτι τέτοιο στην γενική περίπτωση δεν ισχύει, (εικ. 4.13), παρά μόνο όταν η απόσταση της κάμερας από το στόχο είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διάμετρο της σφαίρας. Η προσέγγιση αυτή καθιστά εφικτή την κατασκευή ενός γραμμικού μοντέλου μέτρησης (κάτι που είναι απαιτούμενο για το φίλτρο Kalman) με σχετικά μικρής διάστασης διάνυσμα κατάστασης.

Τέλος, αναφορικά με την αρχικοποίηση των φίλτρων, θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι αρχική τιμή του διανύσματος κατάστασης επιλέγεται σχετικά κοντά στην πραγματική θέση του. Αυτό γίνεται για να αντισταθμιστεί η μη γρήγορη σύγκλιση των φίλτρων λόγω του ότι για την παρατήρηση δε χρησιμοποιούνται πάνω από δύο μεταβλητές κατάστασης. Πράγματι, για την εξαγωγή της οπτικής πληροφορίας, από τις έξι ή

εννιά (ανάλογα το μοντέλο κίνησης) συνιστώσες του διανύσματος κατάστασης χρησιμοποιούνται μόνο δύο (x, y και το z υπολογίζεται εκτός φίλτρου). Ένας επιπρόσθετος λόγος είναι η αποφυγή της χρήσης μεγάλου πλήθους δειγμάτων στο φίλτρο σωματιδίων (το φίλτρο συγκλίνει σίγουρα για μεγάλο αριθμό σωματιδίων, ο οποίος είναι μεγαλύτερος – όπως είναι αναμενόμενο – για εκτιμήσεις πολλών μεταβλητών κατάστασης). Με τον τρόπο αυτό επιχειρήσαμε να αποφύγουμε το μεγάλο υπολογιστικό κόστος και τις χρονοβόρες εκτελέσεις του αλγορίθμου.

Κατά την εκτέλεση κάθε προσομοίωσης (μία για κάθε φίλτρο σε κάθε είδος κίνησης) υπολογίστηκε το μέσο τετραγωνικό και τελικό σφάλμα θέσης, το μέσο τετραγωνικό και τελικό σφάλμα προσέγγισης στόχου και ο χρόνος επίτευξης της επιθυμητής κατάστασης (βλ. παράγραφο 5.2), τα οποία είναι τα άμεσα κριτήρια σύγκρισης των δύο στοχαστικών εκτιμητών κατάστασης. Από τα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων εξήχθησαν συμπεράσματα αναφορικά με την επίδοση των φίλτρων τα οποία συνοψίζονται στις παρακάτω γραμμές.

Στις περιπτώσεις ακίνητου στόχου δε χρειάζεται εφαρμογή κάποιας στοχαστικής μεθόδου για την εκτίμηση της απόλυτης ταχύτητας του στόχου, αφού αυτή θεωρείται μηδενική. Συνεπώς, μόνο ο μηδενισμός του οπτικού σφάλματος μας δίνει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Στις περιπτώσεις με κίνηση, οι στοχαστικές μέθοδοι είναι απαραίτητες. Όταν ο στόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα, το φίλτρο Kalman σταθερής ταχύτητας παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση και σε ακρίβεια και σε ταχύτητα. Είναι, όμως, ακατάλληλο για επιταχυνόμενες κινήσεις αφού αγνοεί παντελώς τον όρο της επιτάχυνσης στο διάνυσμα κατάστασης του συστήματος.

Για κινήσεις με επιτάχυνση η καλύτερη επιλογή είναι το φίλτρο σωματιδίων. Ωστόσο, στην περίπτωση σταθερής επιτάχυνσης, εάν είναι επιθυμητή μία λιγότερο ακριβής αλλά ταχύτερη λύση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί αυτού το φίλτρο Kalman σταθερής επιτάχυνσης.

Δεδομένου ότι η αποδοτικότητα του φίλτρου σωματιδίων αυξάνει καθώς μεγαλώνει ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων δειγμάτων, μία απαίτηση για λύση μεγάλης ακριβείας συνεπάγεται και αύξηση του υπολογιστικού κόστους, καθώς και του χρόνου σύγκλισης.

Τέλος, όσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος visual servoing K_{im} τόσο ταχύτερη είναι η διόρθωση του οπτικού σφάλματος θέσης, άρα και η σύγκλιση στην επιθυμητή διάταξη ρομπότ-στόχου. Υπερβολικά μεγάλο αναλογικό κέρδος, όμως, ενέχει κινδύνους αστάθειας με αποτέλεσμα να είναι πιθανή η αποτυχία της οπτικής οδήγησης του βραχίονα.

6.1 Προτάσεις για μελλοντική εργασία

Μια ενδιαφέρουσα συνέχεια αυτής της εργασίας θα αποτελούσε η μελέτη του ίδιου προβλήματος, αλλά για παρακολούθηση μη σφαιρικού αντικειμένου, με έξι βαθμούς ελευθερίας (επιθυμητή θέση και προσανατολισμός), όπου υπάρχει το ζήτημα της αναγνώρισης των οπτικών χαρακτηριστικών από τη διαφορετική κάθε φορά προβολή του στόχου στο πλαίσιο της εικόνας.

Επίσης, ενδιαφέρον παρουσιάζει η παρακολούθηση στόχων που όχι μόνο έχουν πιο πολύπλοκα σχήματα, αλλά εκτελούν και πιο σύνθετες κινήσεις με μη γραμμικούς όρους υψηλής τάξης και διαταραχές που δεν μοντελοποιούνται από γκαουσιανούς λευκούς θορύβους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα υπάρχει η δυνατότητα αξιολόγησης τόσο του φίλτρου σωματιδίων όσο και αρκετών παραλλαγών του σε περιβάλλον υψηλής αβεβαιότητας.

Ακόμη μία ενδιαφέρουσα επέκταση αυτής της εργασίας θα ήταν ο σχεδιασμός συστήματος πρόβλεψης και επιλογής καταλληλότερου στοχαστικού αλγορίθμου για το πρόβλημα της παρακολούθησης, ανάλογα την κίνηση του στόχου. Έτσι ο βραχίονας θα επιδεικνύει μεγαλύτερη ευελιξία και προσαρμοστικότητα σε απότομες αλλαγές της κίνησης του στόχου με το να αλλάζει μέθοδο εκτίμησης της θέσης και της ταχύτητας αντικειμένου.

Η υλοποίηση διαφορετικού τύπου ελεγκτών (διαφορικού, ολοκληρωτικού, PID) αντί του αναλογικού που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία, σε συνδυασμό με τη μελέτη της ακριβούς απεικόνισης της σφαίρας (ώστε να αποφευχθεί η προσεγγιστική παραδοχή της παραγράφου 4.7.2 για τα αντιδιαμετρικά σημεία της σφαίρας), θα αποτελούσε μια πολύ σημαντική συμβολή στη ρεαλιστικότερη περιγραφή του γενικού προβλήματος.

Επιπλέον, για την ακόμη καλύτερη μελέτη της συμπεριφοράς των στοχαστικών φίλτρων που χρησιμοποιήθηκαν, ειδικά όσον αφορά την ευρωστία και την ανοχή τους στο αρχικό σφάλμα εκτίμησης του διανύσματος κατάστασης, θα ήταν ενδιαφέρον να υλοποιηθούν παραλλαγές και επεκτάσεις τόσο του φίλτρου Kalman, όσο και του φίλτρου σωματιδίων. Με αυτό τον τρόπο θα είναι εφικτή μια πιο ακριβής συγκριτική παρουσίαση των στοχαστικών αυτών μεθόδων για το πρόβλημα της οπτικής οδήγησης, αλλά και γενικότερα.

Τέλος, θα ήταν αρκετά γόνιμο οι παραπάνω εργασίες να εκπονηθούν και στο περιβάλλον του εργαστηρίου, πάνω σε αληθινά ρομπότ με πραγματικά δεδομένα. Με τον τρόπο αυτό θα καταγραφούν και θα μελετηθούν συστηματικά διάφορα ζητήματα που αφορούν στην διεξαγωγή ρομποτικών εργασιών στον πραγματικό κόσμο και τα οποία δεν είναι δυνατόν να προσεγγισθούν πλήρως μέσα από προσομοιώσεις.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **Τζαφέστας Σπύρος Γ.** “ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ, Ανάλυση, έλεγχος, σχεδιασμός, προγραμματισμός, αίσθηση”, Αθήνα 2003, Κεφάλαιο 1, σελ. 6, 12.
2. **Steve Rapp.** Engineering and Robotics, e-course notes “*Classification of Robots*”, chapter 11, ALHGS.
3. **J. Hill and W. T. Park,** “*Real time control of a robot with a mobile camera*”, in Proc 9th ISIR, Washington, D.C., Mar. 1979.
4. **Nikolaos P. Papanikolopoulos and Pradeep K. Khosla.** “*Adaptive robotic visual tracking: Theory and experiments*”, IEEE Transactions on Automatic control, vol. 38, No. 3, pp. 434-438, March 1993.
5. **Francois Chaumette, Patrick Rives, Bernard Espiau.** “*Positioning of a robot with respect to an object, tracking it and estimation its velocity by visual servoing*”, Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, April 1991.
6. **Won Jang and Zeungnam Bien.** “*Feature-based visual servoing of an eye-in-hand robot with improved tracking performance*”, Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, April 1991.
7. **Nikolaos P. Papanikolopoulos, Pradeep K. Khosla and Takeo Kanade.** “*Visual tracking of a moving target by a camera mounted on a robot: A combination of control and vision*”, IEEE Transactions on Automatic control, vol. 9, pp. 15-19, No. 1, February 1993.
8. **Nikolaos P. Papanikolopoulos, Pradeep K. Khosla and Takeo Kanade.** “*Adaptive robotic visual tracking*”, American control conference (ACC) Boston, MA, June 26 1991.
9. **P. Wunsch and G. Hirzinger.** “*Real-time visual tracking of 3-D objects with dynamic handling of occlusion*”, Proceedings of the 1997 International Conference on Robotics and Automation Albuquerque, New Mexico - April 1997, pp. 2868–2873.
10. **Peter K. Allen, Aleksandar Tencenco, Billibon Yoshimi, Paul Michelman.** “*Automated tracking and grasping of a moving object with a robotic hand-eye system*”, Department of Computer Science, Columbia University, New York NU 10027, Technical Report, CUCS-034-91, November 26, 1991.
11. **William Wilson, Carol C. Williams Hulls and Graham S. Bell.** “*Relative end-effector control using Cartesian position based visual servoing*”, IEEE Transactions on Automatic control, vol. 912, No. 5, October 1996.

12. **John Ens and Peter Lawrence.** “*An investigation of methods for determining depth from focus*”, IEEE Transactions on Pattern analysis and Machine intelligence, vol. 15, No. 2, pp. 98-104, February 1993.
13. **Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, Paolo Robuffo Giordano.** “*On-line estimation of feature depth for image-based visual servoing systems*”, 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation Roma, Italy, 10-14 April 2007, pp. 2825,2826.
14. **Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, Paolo Robuffo Giordano.** “*Feature depth observation for image-based visual servoing: Theory and experiments*”, The International Journal of Robotics Research, October 2008.
15. **Lazar C. and Burlacu A.** “*Visual servoing of robot manipulators using model-based predictive control*”, 7th IEEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN 2009), 2009.
16. **E. Cervera, P. Martinet.** “*Combining pixel and depth information in image-based visual servoing*”, International Conference on Robotics and Automation ICRA’99.
17. **Seth Hutchinson, Gregory D. Hager and Peter I. Corke.** “*A tutorial on visual servo control*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation vol. 12, No. 5, October 1996.
18. **Francois Chaumette and Seth Hutchinson.** “*Visual servo control part I: Basic approaches*”, IEEE Robotics & Automation Magazine, pp. 82-90, December 2006.
19. **Francois Chaumette and Seth Hutchinson.** “*Visual servo control part II: Advanced approaches*”, IEEE Robotics & Automation Magazine, pp. 109-118, March 2007.
20. **A. C. Sanderson and L. E. Weiss.** “*Image-based visual servo control using relational graph error signals*”, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1074–1077, 1980.
21. **Τζαφέστας Κωνσταντίνος.** Διαφάνειες μαθήματος “*Ρομποτική II – ευφή και επιδέξια ρομποτικά συστήματα*”, σελ. 46, 47, 48, 49, 52, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Ε.Μ.Π..
22. **Alper Yilmaz, Omar Javed, Mubarak Shah.** “*Object tracking: A survey*”, ACM Computing Surveys, Vol. 38, No. 4, Article 13, Publication date: December 2006.

23. **R. E. Kalman.** “*A new approach to linear filtering and prediction problems*”, Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35-45. Copyright © 1960 by ASME.
24. **Greg Welch and Gary Bishop.** “*An introduction to the Kalman filter*”, UNC-Chapel Hill, TR 95-041, July 24, 2006.
25. **Rudolf van der Merwe, Arnaud Doucet, Nando de Freitas, Eric Wan.** “*The unscented particle filter*”, Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Cambridge University Engineering Department, August 16, 2000.
26. **Julier S. J.** “*The scaled unscented transformation*”, Proceedings of the 2002 American Control Conference, 2002.
27. **M. Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon and Tim Clapp.** “*A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian Bayesian tracking*”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, No. 2, February 2002.
28. **Miodrag Bolic, Petar M. Djuric, Sangjin Hong.** “*Resampling algorithms for particle filters: A computational complexity perspective*”, EURASIP Journal on Applied Signal Processing Volume 2004 (2004), Issue 15, Pages 2267-2277.
29. **Arnaud Doucet, Nando de Freitas, Neil Gordon.** “*An introduction to sequential Monte Carlo methods*” Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician) Volume 52, Issue 4, pages 694–695, December 2003.
30. **M. K. Pitt and N. Shephard.** “*Filtering via simulation. Auxiliary particle filters*”, Journal of the American Statistical Association, Vol. 94, No. 446. (June 1999), pp. 590-599.
31. **Katana robot product brochure.** “Automation made easy”, http://www.neuronics.com/cms_de/mediabase/Product_Brochure_EN_0908.pdf
32. **LiteratePrograms.** “Probability distributions (MATLAB)”, [http://literateprograms.org/Probability_distributions_\(MATLAB\)](http://literateprograms.org/Probability_distributions_(MATLAB))
33. **Τσαπατσούλης Νικόλαος.** Διαφάνειες μαθήματος “*Αναγνώριση προτύπων και ανάλυση εικόνας*”, σελ. 14, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου, Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Τηλεπικοινωνιών.