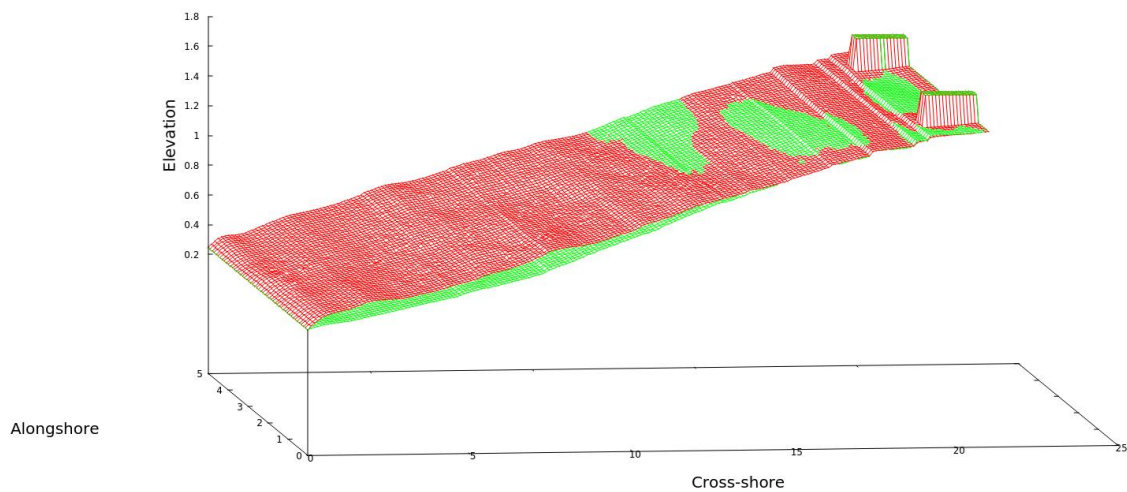




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΛΙΜΕΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

**Ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα
παρουσία παράκτιων έργων**



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αντώνιος Ν. Καρούσης

Επιβλέπουσα: Β. Κ. Τσουκαλά,
Αν. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2018



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΛΙΜΕΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

Ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα παρουσία παράκτιων έργων

Λέξεις κλειδιά: Εξισώσεις Navier-Stokes, εξισώσεις ρηχών νερών, μέθοδος πεπερασμένων όγκων, εξέλιξη πυθμένα, αρχές ελαχιστοποίησης, έργα προστασίας ακτής, κυματοθραύστες, πρόβολοι

Development of numerical methods for calculating the bed evolution in the presence of coastal structures

Key words: Navier-Stokes equations, shallow water equations, finite volume method, bed evolution, minimization principles, coast protection structures, breakwaters, groins

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αντώνιος Ν. Καρούσης

**Επιβλέπουσα: Β. Κ. Τσουκαλά,
Αν. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.**

Αθήνα, Μάρτιος 2018

Ευχαριστίες

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας οφείλω να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτρια μου, κα. Βίκυ Τσουκαλά, για την ανάθεση του θέματος, την αμέριστη βοήθεια και συνεχή καθοδήγησή της καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Ένα τεράστιο ευχαριστώ στον υπ. διδάκτορα Βασίλη Αφεντούλη για την εξαιρετική επικοινωνία, τη συνεχή βοήθεια του και για το γεγονός ότι ήταν πάντα διαθέσιμος σε οποιοδήποτε ζήτημα ανέκυπτε κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής.

Τέλος, θα ήθελα να απευθύνω ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου, που πίστευε πάντα στις δυνατότητες μου και με στηρίζει σε κάθε προσπάθειά μου, και στους φίλους μου για τη συνεχή ενθάρρυνση.

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	i
Ευρετήριο Εικόνων.....	iii
Ευρετήριο Πινάκων.....	ix
Περίληψη.....	x
Abstract.....	xiii
1. Εισαγωγή.....	1
1.1. Αντικείμενο και σκοπός της διπλωματικής.....	1
2. Βασικές έννοιες.....	3
2.1. Η μελέτη της κίνησης του νερού.....	3
2.1.1. Φυσική προσέγγιση.....	3
2.1.2. Χωρική διακριτοποίηση.....	4
2.1.3. Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων.....	4
2.1.4. Πρόβλημα Riemann.....	5
2.2. Ανάλυση εξισώσεων.....	6
2.2.1. Εξισώσεις Navier-Stokes.....	6
2.2.2. Εξισώσεις Shallow Water.....	7
2.3. Μονοδιάστατη ροή.....	9
2.3.1. Ανάλυση μονοδιάστατης εξίσωσης.....	10
2.3.2. Λύση της μονοδιάστατης διαφορικής εξίσωσης- Μέθοδος Godunov.....	13
2.3.3. Ανάλυση γραμμικών συστημάτων μονοδιάστατης ροής.....	14
2.3.4. Λύση συστημάτων μονοδιάστατης ροής- Μέθοδος Godunov.....	16
2.4. Δισδιάστατη ροή- S-W-E.....	17
2.4.1. Ανάλυση δισδιάστατης εξίσωσης.....	17
2.4.2. Ανάλυση δισδιάστατων συστημάτων- S-W-E.....	18
2.4.3. Ο όρος δυνάμεων στις εξισώσεις ρηχών νερών.....	21
3. Στερεομεταφορά.....	24
3.1. Θαλάσσια ιζήματα.....	24
3.2. Κίνηση ιζήματος.....	24
3.2.1. Κίνηση ιζήματος στον πυθμένα.....	25
3.2.2. Κίνηση του ιζήματος σε αιώρηση.....	28
3.3. Μεταφορά ιζήματος- Στερεομεταφορά.....	29
3.3.1. Στερεομεταφορά κάθετα στην ακτή.....	30
3.3.2. Στερεομεταφορά παράλληλα στην ακτή.....	32
3.3.3. Τεχνικές παρακολούθησης κίνησης του ιζήματος.....	34

3.3.4. Υπολογισμός παροχής στερεομεταφοράς.....	35
3.4. Εξέλιξη της ακτογραμμής	38
3.4.1. Συσσωρεύσεις στην παράκτια ζώνη	38
3.4.2. Φυσικές συσσωρεύσεις μικρής και μεγάλης κλίμακας	38
3.4.3. Τεχνητές συσσωρεύσεις-Παράκτια εμπόδια.....	41
3.4.4. Μαθηματική εξέλιξη της ακτής	42
4. Παράκτια έργα προστασίας.....	45
4.1. Συμβατικές μέθοδοι προστασίας των ακτών	45
4.1.1. Έργα παράλληλα στην ακτή-Έξαλοι κυματοθραύστες	45
4.1.2. Έργα κάθετα στην ακτή-Πρόβολοι	48
4.2. Ήπιες μέθοδοι προστασίας της ακτής-Υφάλοι κυματοθραύστες	49
5. Περιγραφή των μεθόδων υπολογισμού.....	51
5.1. Κώδικας υπολογισμού ροής σε περιβάλλον MATLAB	51
5.1.1. Γενικά στοιχεία.....	51
5.1.2. Διαδικασία υπολογισμού και Περιγραφή των εξισώσεων.....	52
5.1.3. Αποτελέσματα	57
5.2. Πρόγραμμα υπολογισμού ροής σε περιβάλλον FORTRAN	60
5.2.1. Γενικά στοιχεία.....	60
5.2.2. Διαδικασία υπολογισμού και περιγραφή των εξισώσεων	61
5.2.3. Αποτελέσματα	70
5.3. Σχολιασμός και σύγκριση των αποτελεσμάτων	106
5.3.1. Κώδικες MATLAB-FORTRAN	106
5.3.2. Σύγκριση αρχικού-τελικού πυθμένα	109
5.3.3. Ανάλυση του πεδίου ταχυτήτων	109
6. Συμπεράσματα-Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	112
6.1. Συμπεράσματα	112
6.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	116
Βιβλιογραφικές Αναφορές	118
Παράρτημα.....	120

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα 2.1: Το πρόβλημα του Riemann μετά από χρόνο t και $\alpha > 0$ (Πηγή: Marqués, 2011)	5
Εικόνα 2.2: Η φυσική ερμηνεία των παραμέτρων H , h και z (Πηγή: Marqués, 2011)	9
Εικόνα 2.3: Ο ορισμός της παραμέτρου Courant (Πηγή: www.cradle-cfd.com).....	11
Εικόνα 2.4: Γραφική απεικόνιση των μεταβλητών u και των ροών f , g για την περίπτωση δισδιάστατης ροής σε κάθε κελί (Πηγή: www.thevisualroom.com)	17
Εικόνα 3.1: Φορτίο στον πυθμένα (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015).....	25
Εικόνα 3.2: Διάγραμμα Shields (Πηγή: www.researchgate.net).....	27
Εικόνα 3.3: Φορτίο σε αιώρηση (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)	28
Εικόνα 3.4: Η κίνηση των υγρών σωματιδίων στα ρηχά νερά (Πηγή: www.researchgate.net)	30
Εικόνα 3.5: Η επίδραση της ασυμμετρίας του κυματισμού στην μέση στερεοπαροχή (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015).....	31
Εικόνα 3.6: Η μεταφορά φερτών εγκάρσια στην ακτή (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)	31
Εικόνα 3.7: Το χειμερινό προφίλ της ακτής (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)	32
Εικόνα 3.8: Το θερινό προφίλ της ακτής (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)	32
Εικόνα 3.9: Στερεομεταφορά παράλληλα στην ακτογραμμή (Πηγή: www.sites.google.com).....	33
Εικόνα 3.10: Δημιουργία έξαλων και ύφαλων αναβαθμών κατά τους θερινούς και χειμερινούς μήνες (Πηγή; Καραμπάς κ.α., 2015).....	40
Εικόνα 3.11: Δημιουργία ύφαλων διώρυγας σε θέση βελοειδούς ρεύματος (Πηγή: www.seagrant.umn.edu)	41
Εικόνα 3.12: Τυπικό παράδειγμα παράκτιου έργου-προβόλου και εξέλιξη της ακτογραμμής (Πηγή: www.crd.bc.ca).....	41
Εικόνα 3.13: Μεταβολή της στάθμης του πυθμένα (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)	43
Εικόνα 4.1: Συμβατικά έργα προστασίας της ακτής (Πηγή: www.njscuba.net).....	45
Εικόνα 4.2: Εξέλιξη της ακτογραμμής παρουσία κυματοθραυστών-Tombolo (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)	46
Εικόνα 4.3: Τυπική διατομή έξαλου κυματοθραύστη προστασίας ακτών (Πηγή; Καραμπάς κ.α., 2015)....	47
Εικόνα 4.4: Εξέλιξη της ακτογραμμής παρουσία συστήματος προβόλων (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)	49
Εικόνα 4.5: Τυπική διατομή ύφαλου κυματοθραύστη και μηχανισμοί απώλειας της κινητικής ενέργειας (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015).....	50
Εικόνα 5.1: Τετραγωνικός κάρναβος της περιοχής μελέτης	53
Εικόνα 5.2: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος κατά τον άξονα x	54
Εικόνα 5.3: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος κατά τον άξονα x	54
Εικόνα 5.4 : Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος από το κέντρο προς τα όρια..	55
Εικόνα 5.5: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος από το κέντρο προς τα όρια...	55
Εικόνα 5.6: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος στον άξονα x	58
Εικόνα 5.7: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος στον άξονα x	58
Εικόνα 5.8: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος από το κέντρο προς τα όρια.....	59
Εικόνα 5.9: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος από το κέντρο προς τα όρια.....	59
Εικόνα 5.10: Καθορισμός της περιοχής μελέτης	61

Εικόνα 5.11: Αρχική βυθομετρία της περιοχής μελέτης	62
Εικόνα 5.12: Αρχικός πυθμένας και ελεύθερη επιφάνεια για κυματική δράση ύψους 0,11 m και περιόδων 2,61 s και 3,22 s	63
Εικόνα 5.13: Διαστάσεις και μορφή του πλάγιου-έξαλου κυματοθραύστη	64
Εικόνα 5.14: Θέση του πλάγιου-έξαλου κυματοθραύστη	65
Εικόνα 5.15: Διαστάσεις και μορφή του έξαλου κυματοθραύστη	65
Εικόνα 5.16: Θέση του-έξαλου κυματοθραύστη	66
Εικόνα 5.17: Διαστάσεις και μορφή του ύφαλου κυματοθραύστη	67
Εικόνα 5.18: Θέση του-ύφαλου κυματοθραύστη	67
Εικόνα 5.19: Θέση και μορφή του συστήματος δυο προβόλων	68
Εικόνα 5.20: Διαστάσεις του συστήματος δυο προβόλων	68
Εικόνα 5.21: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη	71
Εικόνα 5.22: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία έξαλου κυματοθραύστη	71
Εικόνα 5.23: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία έξαλου κυματοθραύστη	72
Εικόνα 5.24: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη	73
Εικόνα 5.25: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη	73
Εικόνα 5.26: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη	74
Εικόνα 5.27: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία συστήματος δυο προβόλων	75
Εικόνα 5.28: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία συστήματος δυο προβόλων	75
Εικόνα 5.29: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία συστήματος δυο προβόλων	76
Εικόνα 5.30: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη	77
Εικόνα 5.31: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη	77
Εικόνα 5.32: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη	78
Εικόνα 5.33: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	79
Εικόνα 5.34: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	79
Εικόνα 5.35: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	80
Εικόνα 5.36: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	80
Εικόνα 5.37: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	81

Εικόνα 5.38: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	81
Εικόνα 5.39: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	82
Εικόνα 5.40: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	82
Εικόνα 5.41: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	83
Εικόνα 5.42: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας	83
Εικόνα 5.43: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών	84
Εικόνα 5.44: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών	84
Εικόνα 5.45: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	85
Εικόνα 5.46: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	85
Εικόνα 5.47: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	86
Εικόνα 5.48: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	86
Εικόνα 5.49: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	87
Εικόνα 5.50: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	88
Εικόνα 5.51: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	88
Εικόνα 5.52: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	89
Εικόνα 5.53: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	90
Εικόνα 5.54: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	90
Εικόνα 5.55: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	91
Εικόνα 5.56: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	91
Εικόνα 5.57: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	92
Εικόνα 5.58: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	93
Εικόνα 5.59: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	93

Εικόνα 5.60: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών	94
Εικόνα 5.61: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	95
Εικόνα 5.62: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	95
Εικόνα 5.63: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	96
Εικόνα 5.64: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	96
Εικόνα 5.65: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	97
Εικόνα 5.66: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	98
Εικόνα 5.67: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	98
Εικόνα 5.68: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	99
Εικόνα 5.69: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	100
Εικόνα 5.70: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	100
Εικόνα 5.71: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	101
Εικόνα 5.72: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	101
Εικόνα 5.73: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	102
Εικόνα 5.74: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	102
Εικόνα 5.75: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών	103
Εικόνα 5.76: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών	103
Εικόνα 5.77: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματική δράσης	104
Εικόνα 5.78: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	104
Εικόνα 5.79: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	105
Εικόνα 5.80: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	105
Εικόνα 6.1: Η θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία παράλληλου παράκτιου έργου (Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Detached_breakwaters).....	113

Εικόνα 6.2: Η θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία προβόλου κάθετου στην ακτή (Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Groynes_as_shore_protection)	114
Εικόνα 6.3: Το πεδίο των ταχυτήτων παρουσία παράλληλου παράκτιου έργου (Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Detached_breakwaters)	115
Εικόνα 6.4: Η διεύθυνση των διανυσμάτων ταχύτητας παρουσία συστήματος προβόλων (Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Groynes_as_shore_protection)	116
Εικόνα Π.1: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	121
Εικόνα Π.2: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	121
Εικόνα Π.3: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	122
Εικόνα Π.4: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	122
Εικόνα Π.5: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	123
Εικόνα Π.6: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας	123
Εικόνα Π.7: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	124
Εικόνα Π.8: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	124
Εικόνα Π.9: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	125
Εικόνα Π.10: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας	125
Εικόνα Π.11: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	126
Εικόνα Π.12: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	126
Εικόνα Π.13: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης.....	127
Εικόνα Π.14: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	127
Εικόνα Π.15: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών.....	128
Εικόνα Π.16: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών.....	128
Εικόνα Π.17: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	129
Εικόνα Π.18: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	129
Εικόνα Π.19: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	130

Εικόνα Π.20: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	130
Εικόνα Π.21: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	131
Εικόνα Π.22: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	131
Εικόνα Π.23: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	132
Εικόνα Π.24: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	132
Εικόνα Π.25: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	133
Εικόνα Π.26: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	133
Εικόνα Π.27: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών	134
Εικόνα Π.28: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών	134
Εικόνα Π.29: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης	135
Εικόνα Π.30: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας.....	135
Εικόνα Π.31: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών	136
Εικόνα Π.32: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών	136

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 5.1: παρουσίαση των βασικών στοιχείων και γνωρισμάτων του κάθε κώδικα συγκριτικά.....	107
Πίνακας 5.2: Περιγραφή των οριακών συνθηκών που εφαρμόστηκαν σε κάθε κώδικα	108
Πίνακας 5.3: Συγκριτική ανάλυση αποτελεσμάτων για τα διαφορετικά έργα προστασίας της ακτής	111

Περίληψη

Για τον σχεδιασμό και την κατασκευή έργων προστασίας της ακτής έναντι της διάβρωσης, θεωρείται αναγκαία η κατανόηση και η πρόβλεψη της εξέλιξης της μορφής του πυθμένα σε σχέση με τον χρόνο. Η προληπτική αυτή αντιμετώπιση του προβλήματος της διάβρωσης στηρίζεται στην χρησιμοποίηση διαφορετικών αριθμητικών μοντέλων και θεωριών με τα οποία προσομοιάζουμε την αλληλεπίδραση πυθμένα-κύματος.

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται μια αριθμητική μέθοδος για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα γραμμένη σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN από τους καθηγητές Bouharguane A. και Mohammadi B.. Η μέθοδος αυτή αποτελείται από δυο υποπρογράμματα, τα οποία υπολογίζουν τα υδροδυναμικά χαρακτηριστικά του κύματος και την εξέλιξη του πυθμένα υπό την επίδραση των χαρακτηριστικών αυτών.

Το πρώτο υποπρόγραμμα είναι εκείνο που υπολογίζει τις οριζόντιες ταχύτητες u , v των μορίων του κύματος, το βάθος της ελεύθερης επιφάνειας και την ποσότητα κίνησης κατά την διεύθυνση x , y αντίστοιχα. Για τον υπολογισμό αυτό βασίζεται στην επίλυση των εξισώσεων ρηχών νερών ή shallow water equations. Οι εξισώσεις αυτές αποτελούν εφαρμογή των αρχών διατήρησης της μάζας και της ορμής στην κίνηση του νερού στα ρηχά νερά υπό την επίδραση του πυθμένα.

Το δεύτερο υποπρόγραμμα είναι εκείνο που υπολογίζει την ανύψωση ή την καθίζηση του πυθμένα και την τελική μορφή που εκείνος θα έχει. Η πρωτοτυπία του υποπρογράμματος αυτού έγκειται στο γεγονός ότι για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα χρησιμοποιείται μια νέα μέθοδος σε αρχές ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης κόστους. Η συνάρτηση αυτή περιγράφει την συνολική δυναμική ενέργεια του κύματος και την συνολική μεταβολή του πυθμένα. Οι αρχές αυτές βασίζονται στην υπόθεση ότι ο πυθμένας είναι αμμώδης, ευμετάβλητος και προσαρμόζεται στην ροή του νερού.

Για την εφαρμογή της αριθμητικής μεθόδου που αναλύσαμε χρησιμοποιήθηκε η βυθομετρία μιας ιδεατής ακτής, η οποία προϋπήρχε στα αρχεία του υπολογιστή σε αρχείο μορφής txt. Στον πυθμένα αυτό προσθέσαμε 4 διαφορετικά έργα προστασίας της ακτής, τα αποτελέσματα των οποίων αναλύσαμε και συγκρίναμε μεταξύ τους τόσο ως προς το μέτρο και την διεύθυνση των υδροδυναμικών ταχυτήτων όσο ως προς την εξέλιξη και την τελική μορφή του πυθμένα. Αναλυτικότερα τα τέσσερα αυτά έργα είναι τα εξής: έξαλος κυματοθραύστης, ύφαλος κυματοθραύστης, έξαλος και πλάγιος προς την ακτή κυματοθραύστης, σύστημα δυο προβόλων.

Αφού ορίσαμε την βυθομετρία της ακτής μελέτης και τοποθετήσαμε τα έργα προστασίας της, συνεχίσαμε με τον προσδιορισμό των οριακών συνθηκών της μεθόδου. Όσον αφορά τον πυθμένα, του δώσαμε την ιδιότητα της μερικής απορρόφησης της ενέργειας του κύματος καθώς και την δυνατότητα ανάπτυξης ταχυτήτων στην διεπιφάνεια με το νερό. Στα πλαινά όρια εφαρμόστηκαν μεταβιβαστικές οριακές συνθήκες δευτέρας τάξης, ενώ στην είσοδο της περιοχής μελέτης η κυματική δράση προσομοιάστηκε με συμβολή N μονοχρωματικών κυματισμών. Τέλος, στην έξοδο τα κύματα εξέρχονται ελεύθερα από την ακτή μελέτης.

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι όλα τα έργα συμβάλουν στην μείωση των ταχυτήτων και του ύψους κύματος καθώς πλησιάζουμε προς την ακτή. Εκεί που παρουσιάζουν όμως διαφορές είναι στην τελική μορφή του πυθμένα, όπου σε μερικά έργα, όπως ο ύφαλος κυματοθραύστης, έχω εντονότερα φαινόμενα διάβρωσης σε αντίθεση με άλλα έργα στα οποία κυριαρχεί η απόθεση ιζήματος. Τα αποτελέσματα αυτά, όμως, πλησιάζουν ικανοποιητικά την θεωρητική εξέλιξη της ακτής παρουσία των έργων προστασίας και αναμένεται να αποτελέσουν έναυσμα για πιο ενδελεχή έρευνα και για την ολοκληρωμένη διαχείριση της παράκτιας ζώνης.

Abstract

For the design and construction of coastal protection structures against erosion, it is considered necessary to understand and predict the evolution of the shape of the bottom in relation to time. This preventative treatment of the problem of erosion is based on the use of different numerical models and theories with which we simulate the bottom-wave interaction.

In the present study a numerical method for calculating the evolution of the bottom written in a FORTRAN programming language by Professors Bouharguane A. and Mohammadi B is considered. This method consists of two subroutines, which calculate the hydrodynamic characteristics of the wave and its evolution under the influence of these characteristics.

The first subroutine is the one that calculates the horizontal velocities u , v of the wavelengths, the depth of the free surface and the amount of motion in the x , y direction respectively. This calculation is based on the solution of shallow water equations. These equations are an application of the principles of conservation of mass and momentum in the movement of water in shallow waters under the influence of the bottom.

The second subroutine is the one that calculates the elevation or subsidence of the bottom and the final shape it will have. The originality of this subroutine lies in the fact that a new method is used to calculate the bottom evolution in principles of minimizing a cost function. This function describes the total dynamic energy of the wave and the overall change in the bottom. These principles are based on the assumption that the bottom is sandy, volatile and adaptable to the flow of water.

For the application of the numerical method we analyzed, the steepness of an ideal coast, which existed in the computer in a txt format file, was used. At the bottom of this we added 4 different coastal protection structures, the results of which we analyzed and compared with each other so as to measure the direction of the hydrodynamic speed as on the progress and the final shape of the bottom. More specifically, these four structures are the following: an extinguishing breakwater, a reef breakwater, a lateral-extinguishing breakwater, a system of two groins.

After we have set the steepness of the coast study and placed our protection structures, we continued with the determination of the boundary conditions of the method. As far as the bottom is concerned, it has the ability of partial absorption of wave energy as well as the ability to develop velocities at the interface with water (slip boundary condition). Second order transmissive conditions were applied to the boundary cells, while at the entrance of the study area the wave effect was simulated by N-monochromatic waves. Finally, at the exit the waves leave freely from the study coast

From the analysis of the results, we reach to the conclusion that all structures contribute to reducing the speeds and the wave height as we approach the coast. But where there are differences, it is in the final form of the bottom, where in some structures, such as the breakwater reef I have more pronounced erosion phenomena, in contrast to other structures dominated by sediment deposition. These results, however, are well suited to the theoretical evolution of coastal protection and are expected to trigger more in-depth research and integrated coastal zone management.

1. Εισαγωγή

1.1. Αντικείμενο και σκοπός της διπλωματικής

Η χώρα μας περιβάλλεται από μεγάλου μήκους ακτές, οι οποίες χρησιμοποιούνται ως φυσικοί πόροι με οικονομικά και κοινωνικά οφέλη. Ωστόσο τα τελευταία χρόνια η παράκτια ζώνη πιέζεται από περιβαλλοντικούς παράγοντες και παρουσιάζει προβλήματα λόγω της μεταβλητότητας της. Σημαντικότερο από αυτά είναι η διάβρωση των ακτών, η οποία οφείλεται στην απρόβλεπτη δράση των κυματισμών στο μέτωπο της ακτής. Αποτέλεσμα του φαινομένου αυτού είναι η ακτή να παραμορφώνεται διαρκώς και να μειώνεται σε έκταση υπό την επίδραση έντονων κυματισμών μεγάλης διάρκειας.

Σε μια προσπάθεια ελέγχου του προβλήματος της διάβρωσης κατασκευάζονται διάφορα έργα προστασίας από τους ακτομηχανικούς. Τα κυριότερα και συνηθέστερα έργα είναι οι έξαλοι και ύφαλοι κυματοθραύστες, οι οποίοι αποτελούν κατασκευές παράλληλα στην ακτή ή υπό γωνία σε αυτή, και οι πρόβολοι, οι οποίοι είναι κάθετοι στην ακτογραμμή. Τα έργα αυτά αλληλεπιδρούν με τους κυματισμούς και μειώνουν βασικά χαρακτηριστικά τους, όπως είναι το ύψος κύματος, η ταχύτητα και η ενέργεια που μεταφέρουν. Με αυτό τον τρόπο, ο μηχανικός επεμβαίνει στους φυσικούς παράκτιους μηχανισμούς μεταφοράς ιζήματος και ελέγχει το μέρος και το μέγεθος της διάβρωσης που θα πραγματοποιηθεί.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της δυνατότητας προσομοίωσης των παράκτιων αυτών μηχανισμών μεταφοράς ιζήματος σε μια ιδεατή ακτή μέσα από αριθμητικά προγράμματα, τα οποία είναι γραμμένα FORTRAN. Τα προγράμματα αυτά χρησιμοποιούν αριθμητικές υπολογιστικές μεθόδους, οι οποίες βασίζονται στην ανάλυση και απλοποίηση των εξισώσεων συνέχειας, ποσότητας κίνησης και ενέργειας, και αναπτύχθηκαν από τους καθηγητές Bouharguane A. και Mohammadi B..

Οι εξισώσεις αυτές επιλύονται με την μορφή συστήματος στη παράκτια περιοχή. Ένα από τα προγράμματα αυτά επιλύει τις εξισώσεις ρηχών νερών ή διεθνώς shallow water equations για την περιγραφή του υδροδυναμικού φαινομένου της κίνησης του νερού στην παράκτια ζώνη, ενώ το δεύτερο πρόγραμμα υπολογίζει την εξέλιξη του πυθμένα υπό την δράση των κυματισμών. Η πρωτοτυπία της μεθόδου αυτής είναι ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται η μεταβολή του πυθμένα. Ο νέος τρόπος που προτείνεται βασίζεται στις αρχές ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης κόστους, η οποία περιγράφει την συνολική δυναμική ενέργεια του κύματος και την συνολική μεταβολή του πυθμένα.

Με αυτό τον τρόπο υπολογίστηκαν τα χαρακτηριστικά των κυμάτων, όπως ύψος, ταχύτητα και ενέργεια, που φτάνουν στην ακτή, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν, στην συνέχεια, στον υπολογισμό της μεταβολής της ακτής. Τέλος, στα προγράμματα αυτά προσομοιάστηκε η εξέλιξη της ακτής παρουσία των προαναφερθέντων έργων προστασίας, τα οποία τοποθετήσαμε στην βυθομετρία της ακτής, και τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίθηκαν μεταξύ τους.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφέρουμε την προσπάθεια που έγινε να μεταφέρω το πρόγραμμα αυτό σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB. Η προσπάθεια αυτή ολοκληρώθηκε ανεπιτυχώς, καθώς δεν κατάφερα να προσομοιάσω την επίδραση του πυθμένα στην κυματική ροή. Παρόλα αυτά, πραγματοποιήθηκε μια ικανοποιητική μεταγλώττιση και οπτικοποίηση των εξισώσεων των ρηχών νερών.

1.2. Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας

Η εργασία περιλαμβάνει εκτός από την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), πέντε κεφάλαια επιπλέον, που περιγράφονται συνοπτικά στη συνέχεια.

- Στο Κεφάλαιο 2 αναφέρονται και αναλύονται οι εξισώσεις Navier-Stokes οι οποίες διέπουν την κίνηση του νερού καθώς και οι απλοποιημένες διαφορικές εξισώσεις των ρηχών νερών, γνωστές και ως Shallow Water Equations. Ακόμη, εξετάζεται η αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων όγκων, η οποία αποτελεί βασικό εργαλείο στην επίλυση ρευστοδυναμικών προβλημάτων.
- Στο Κεφάλαιο 3 αναλύονται οι φυσικοί παράκτιοι μηχανισμοί μεταφοράς του ιζήματος τόσο κάθετα στην ακτή όσο και παράλληλα. Επιπρόσθετα, μελετάται η εξέλιξη της ακτής ως αποτέλεσμα της δράσης των μηχανισμών αυτών.
- Στο Κεφάλαιο 4 εξετάζονται τα τεχνικά έργα προστασίας της ακτής έναντι της διάβρωσης. Αναλυτικότερα, αναπτύσσονται στο κεφάλαιο αυτό οι κύριες κατηγορίες, στις οποίες διακρίνονται τα έργα αυτά, τα βασικότερα χαρακτηριστικά τους, όπως είναι το ύψος, το μήκος και το πλάτος στέψης και οι λειτουργίες τους.
- Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφονται εκτενέστερα τα προγράμματα και οι διαδικασίες υπολογισμού που χρησιμοποιήθηκαν. Αρχικά, αναπτύσσεται ο πιο σύνθετος κώδικας προγραμματισμού σε γλώσσα FORTRAN, ο οποίος περιγράφει τις ίδιες διαφορικές εξισώσεις λαμβάνοντας υπόψιν τους περισσότερους παράγοντες, όπως είναι ο όρος των δυνάμεων. Στον κώδικα αυτό δίνεται η δυνατότητα ελέγχου των φυσικών διεργασιών της μεταφοράς ιζήματος παρουσία τεχνικών έργων προστασίας της ακτής. Τέλος, μετά την παρουσίαση του κάθε κώδικα εμφανίζονται η τελική μορφή της ακτής, το πεδίο ταχυτήτων και η κατανομή της ενέργειας του κύματος και του πυθμένα για κάθε έργο και συγκρίνονται μεταξύ τους μέσα από προγράμματα οπτικοποίησης, όπως το GNU PLOT. Στην συνέχεια, αναφέρεται ο απλός κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB, ο οποίος συντάχθηκε με σκοπό να μεταφέρουμε τις εξισώσεις ρηχών νερών και εξέλιξης του πυθμένα σε μια πιο σύγχρονη μορφή.
- Στο Κεφάλαιο 6 καταγράφονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την μελέτη των αποτελεσμάτων της διπλωματικής εργασίας και διατυπώνονται ορισμένες προτάσεις για μελλοντική έρευνα. Γίνεται προσπάθεια να αιτιολογηθούν οι διαφορές που προέκυψαν στην μορφή της ακτής για το εκάστοτε έργο και προτείνονται βελτιώσεις οι οποίες μπορούν να πραγματοποιηθούν σε μεταγενέστερες αναλύσεις.

2. Βασικές έννοιες

2.1. Η μελέτη της κίνησης του νερού

2.1.1. Φυσική προσέγγιση

Η κίνηση του νερού αποτελεί ένα φαινόμενο βασισμένο στους νόμους της φύσης και οφείλεται κυρίως σε δυνάμεις που ασκούνται στα μόρια του. Ένας από τους μηχανισμούς κίνησης του νερού είναι τα κύματα και ειδικότερα τα θαλάσσια, τα οποία θα αναλύσουμε παρακάτω. Ο θαλάσσιος κυματισμός αποτελεί μια συνισταμένη διαταραχή της θαλάσσιας μάζας λόγω των ταλαντώσεων των υγρών σωματιδίων. Οι ταλαντώσεις αυτές οφείλονται στην ταυτόχρονη δράση δυνάμεων απομακρύνσεως των υδάτινων σωματιδίων της θαλάσσιας μάζας από την θέση ηρεμίας τους και δυνάμεων επαναφοράς στις αρχικές τους θέσεις. Οι μεν πρώτες ονομάζονται γενεσιουργές δυνάμεις, ενώ οι δε δεύτερες καλούνται επαναφέρουσες δυνάμεις.

Το φαινόμενο των κυματισμών μεταβάλλεται τόσο χρονικά όσο και χωρικά και περιγράφεται από ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων που ονομάζονται Navier Stokes Equations.

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{d(\rho u)}{dx} + \frac{d(\rho v)}{dy} + \frac{d(\rho w)}{dz} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d(\rho u)}{dt} + \frac{d(\rho u^2)}{dx} + \frac{d(\rho uv)}{dy} + \frac{d(\rho uw)}{dz} = \frac{-dp}{dx} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xx}}{dx} + \frac{d\tau_{xy}}{dy} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{d(\rho v)}{dt} + \frac{d(\rho uv)}{dx} + \frac{d(\rho v^2)}{dy} + \frac{d(\rho vw)}{dz} = \frac{-dp}{dy} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xy}}{dx} + \frac{d\tau_{yy}}{dy} + \frac{d\tau_{yz}}{dz} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{d(\rho w)}{dt} + \frac{d(\rho uw)}{dx} + \frac{d(\rho vw)}{dy} + \frac{d(\rho w^2)}{dz} = \frac{-dp}{dz} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xz}}{dx} + \frac{d\tau_{yz}}{dy} + \frac{d\tau_{zz}}{dz} \right) \quad (2.4)$$

Οι εξισώσεις αυτές βασίζονται στην αρχή διατήρησης της μάζας και στην αρχή διατήρησης της ορμής. Οι αρχές διατήρησης στην πιο απλή τους μορφή εμφανίζονται ως μερικοί παράγωγοι του χρόνου και του χώρου. Η παρακάτω σχέση περιγράφει την διατήρηση της μεταβλητής u όταν έχω μονοδιάστατη ροή στον άξονα x :

$$u_t(x, t) + f(u(x, t))_x = 0 \quad (2.5)$$

όπου $f(u)$ είναι μια συνάρτηση που περιγράφει την ροή του νερού. Στην περίπτωση των θαλάσσιων κυματισμών ως μεταβλητή $u(x, t)$ θεωρείται η μάζα ή η ορμή και με περαιτέρω ανάλυση μερικές φορές η ταχύτητα. Από ανάλυση της σχέσης (2.5) προκύπτει μια πιο ευανάγνωστη σχέση:

$$u_t(x, t) + f'(u)u_x(x, t) = 0 \quad (2.6)$$

Παρόλα αυτά η μορφή των παραγώγων δεν είναι εύκολα διαχειρίσιμη γιατί απαιτεί τόσο οι μεταβλητές u όσο και η συνάρτηση ροής $f(u)$ να είναι συνεχής και επαρκώς ομαλές. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούμε μια δεύτερη πιο διαδεδομένη μορφή των αρχών διατήρησης: την ολοκληρωματική.

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} u(x, t) dx = f(u(x_1, t)) - f(u(x_2, t)) \quad (2.7)$$

Σύμφωνα με την σχέση, η συνολική ποσότητα της μεταβλητής μεταξύ δυο σημείων x_1, x_2 μπορεί να αλλάξει μόνο λόγω της εισροής και της εκροής που πραγματοποιούνται στα δυο σημεία αυτά. Η ολοκληρωματική μορφή των αρχών διατήρησης μπορεί να αντιμετωπίσει τόσο μαθηματικά όσο και υπολογιστικά τις ασυνέχειες που αναπτύσσονται κατά την κυματική διάδοση συχνά ακόμα και για ομαλές αρχικές συνθήκες.

2.1.2. Χωρική διακριτοποίηση

Αρχικά, από την μελέτη των εξισώσεων N-S παρατηρούμε ότι περιέχει χρονικά και χωρικά εξαρτημένους όρους. Για την ανάλυση των όρων αυτών υπάρχουν δυο βασικές μέθοδοι: η μέθοδος Euler και η μέθοδος Lagrange. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούμε έναν σταθερό όγκο ο οποίος αποτελεί και την περιοχή ελέγχου. Το κινούμενο νερό διαπερνά τον όγκο και μέσα σε αυτόν εφαρμόζουμε τις εξισώσεις. Η κίνηση του προσδιορίζεται με την περιγραφή των χαρακτηριστικών της, όπως η πυκνότητα, η ταχύτητα, η πίεση, σαν χωρικές και χρονικές συναρτήσεις. Αντίθετα, στην δεύτερη περίπτωση δεν υπάρχει σταθερός όγκος ελέγχου αλλά η ροή του νερού ακολουθεί ανεξάρτητα σωματίδια του ρευστού κατά την κίνηση τους. Με αυτόν τον τρόπο προσδιορίζονται τα χαρακτηριστικά των σωματιδίων τα οποία μεταβάλλονται μόνο χρονικά.

Στην συνέχεια θα ασχοληθούμε μόνο με την μέθοδο Euler. Ένας λόγος για τον οποίο επιλέγουμε την μέθοδο αυτή είναι η ιδιότητα να προσαρμόζεται ικανοποιητικά σε οποιοδήποτε πρόβλημα. Ακόμη, η μέθοδος Euler συγκριτικά με την μέθοδο Lagrange είναι ευκολότερη στην ανάλυση της. Κύριο στάδιο της ανάλυσης αποτελεί η διακριτοποίηση της περιοχής μελέτης σε πεπερασμένους όγκους.

2.1.3. Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων

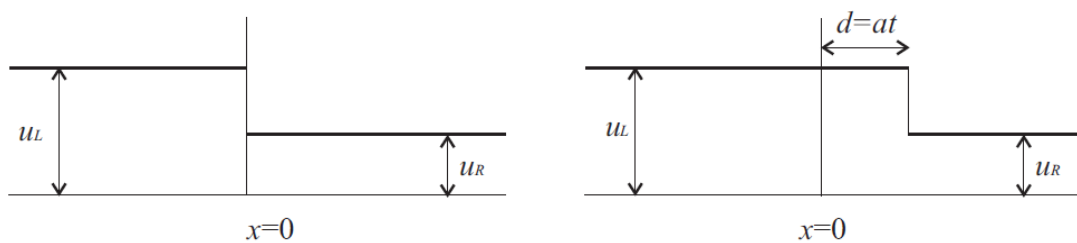
Οι ασυνέχειες, που αναφέρθηκαν προηγουμένως στην μορφή της εξίσωσης διατήρησης με παραγώγους, μπορούν να δημιουργήσουν δυσκολίες στον υπολογισμό της λύσης με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Μια πιθανή προσέγγιση του φαινομένου χωρικά θα ήταν η χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών. Η μέθοδος αυτή όμως σε περίπτωση ασυνεχειών δεν μπορεί να μας δώσει λύση γιατί βασίζεται στην επίλυση των σχέσεων στην παραγωγική τους μορφή. Αντίθετα, μια δεύτερη πιθανή μέθοδος είναι αυτή των πεπερασμένων όγκων η οποία χρησιμοποιεί ως βάση επίλυσης την ολοκληρωματική μορφή των σχέσεων και είναι κατάλληλη για την αντιμετώπιση των ασυνεχειών.

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων αποτελεί την πιο διαδεδομένη μέθοδο χωρικής ανάλυσης στην υπολογιστική ρευστομηχανική. Αυτό οφείλεται, ακόμη, στο γεγονός ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε ομοιόμορφα δομημένο κάρναβο όσο και σε κάρναβο δομημένο με όγκους διαφορετικού μεγέθους και σχήματος. Η ιδιότητα αυτή μας δίνει την δυνατότητα να πυκνώσουμε τα κελιά σε περιοχές που θέλουμε μεγαλύτερη λεπτομέρεια και να αραιώσουμε σε αντίστοιχα που δεν μας ενδιαφέρουν τόσο.

Στην μέθοδο των πεπερασμένων όγκων αντί να υπολογίζουμε την τιμή της μεταβλητής $u(x,t)$ σε συγκεκριμένα σημεία, χωρίζουμε την περιοχή μελέτης σε κελιά και υπολογίζουμε προσεγγιστικά σε αυτά την μέση τιμή της. Η σχέση που προσεγγίζει την μέση τιμή της μεταβλητής σε κάθε κελί προκύπτει από την διαίρεση του ολοκληρώματος της μεταβλητής του κάθε κελιού με τον αντίστοιχο όγκο του κελιού. Οι μέσες τιμές αυτές μεταβάλλονται σε σχέση με τον χρόνο λόγω της ροής που πραγματοποιείται στα όρια του κελιού. Ο υπολογισμός των ροών αυτών αποτελεί ένα μείζον ζήτημα για την λύση της μεθόδου. Η δυσκολία έγκειται στο γεγονός ότι οι ροές είναι συναρτήσεις οι οποίες εξαρτώνται κάθε φορά από τις μέσες τιμές των μεταβλητών δυο διαδοχικών κελιών (Fe Marqués, 2011). Για τον υπολογισμό τους έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες θα αναλυθούν παρακάτω ανάλογα με την περίπτωση που μελετάμε.

2.1.4. Πρόβλημα Riemann

Ένα σημαντικό εργαλείο στον υπολογισμό των ροών είναι η λύση του προβλήματος Riemann. Σύμφωνα με αυτό, για να ορίσουμε τις ροές χρειαζόμαστε μια διαφορική εξίσωση στην οποία περιγράφονται αυτές και κάποιες χωρικές συνθήκες. Στην συνέχεια υποθέτουμε ότι οι συνθήκες αυτές είναι συνεχείς τμηματικά εκτός από ένα σημείο ασυνέχειας το $x=0$, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Το πρόβλημα του Riemann μετά από χρόνο t και $a>0$ (Πηγή: Marqués, 2011)

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x) = \begin{cases} u_l, & x < 0 \\ u_r, & x > 0 \end{cases} \\ u(x,t) = u_0(x-at) = \begin{cases} u_l, & x-at < 0 \\ u_r, & x-at > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2.8)$$

Η λύση του προβλήματος φαίνεται, επίσης, στην Εικόνα 2.1 για θεωρητικά θετική ταχύτητα μετάδοσης του κύματος a . Λόγω του θετικού πρόσημου της ταχύτητας το κύμα μεταδίδεται προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα όλα τα σημεία αριστερά της ασυνέχειας να αντιστοιχίζονται με

την τιμή u_L . Μαθηματικά η παραπάνω λύση μεταφράζεται στο δεύτερο σκέλος της εξίσωσης (2.8) (Leveque, 2004).

Εάν υποθέσουμε ότι u_{i-1} , u_i είναι οι μέσες τιμές των μεταβλητών σε δυο διαδοχικά κελιά σε ένα κάρναβο πεπερασμένων όγκων, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε αριθμητικά την συνάρτηση της ροής λύνοντας το πρόβλημα Riemann για u_l ίσο με u_{i-1} , u_r ίσο με u_i και για σημείο ασυνέχειας το κοινό τους όριο $x=x_{i-1/2}$. Ακόμα με την μέθοδο αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση τιμή της μεταβλητής u_i , u_{i-1} για το επόμενο χρονικό βήμα. Η αναλυτική λύση του προβλήματος διαφέρει ανάλογα με το σύστημα των εξισώσεων που λύνεται. Συνήθως το πρόβλημα του Riemann χρησιμοποιείται σε γραμμικά συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων καθώς η λύση του για τα αντίστοιχα μη γραμμικά είναι ακριβή και ασύμφορη.

2.2. Ανάλυση εξισώσεων

2.2.1. Εξισώσεις Navier-Stokes

Η κίνηση του ιξώδους ρευστού περιγράφεται από ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων, τις Navier-Stokes. Το σύστημα αυτό είναι τρισδιάστατο και προκύπτει από την εφαρμογή των νόμων του Νεύτωνα στο ρευστό.

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{d(\rho u)}{dx} + \frac{d(\rho v)}{dy} + \frac{d(\rho w)}{dz} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d(\rho u)}{dt} + \frac{d(\rho u^2)}{dx} + \frac{d(\rho uv)}{dy} + \frac{d(\rho uw)}{dz} = \frac{-dp}{dx} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xx}}{dx} + \frac{d\tau_{xy}}{dy} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{d(\rho v)}{dt} + \frac{d(\rho uv)}{dx} + \frac{d(\rho v^2)}{dy} + \frac{d(\rho vw)}{dz} = \frac{-dp}{dy} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xy}}{dx} + \frac{d\tau_{yy}}{dy} + \frac{d\tau_{yz}}{dz} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{d(\rho w)}{dt} + \frac{d(\rho uw)}{dx} + \frac{d(\rho vw)}{dy} + \frac{d(\rho w^2)}{dz} = \frac{-dp}{dz} + \frac{1}{\Re} \left(\frac{d\tau_{xz}}{dx} + \frac{d\tau_{yz}}{dy} + \frac{d\tau_{zz}}{dz} \right) \quad (2.4)$$

Η εξίσωση (2.1) προκύπτει από την αρχή διατήρησης της μάζας και ονομάζεται εξίσωση συνέχειας, ενώ οι άλλες τρεις εξισώσεις (2.2), (2.3), (2.4) προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της ορμής. Για τις παραπάνω σχέσεις ισχύει ότι:

ρ = η πυκνότητα του ρευστού (στην περίπτωση μας του νερού)

u, v, w = οι συνιστώσες της ταχύτητας στις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα

p = η δύναμη πίεσεως που ασκείται στο ρευστό

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$ = οι τάσεις τριβής μεταξύ των μορίων που ασκούνται κάθετα στην περιοχή ελέγχου

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ = οι τάσεις τριβής μεταξύ των μορίων που ασκούνται παράλληλα στην περιοχή ελέγχου

$$Re = \text{ο αριθμός Reynolds} = \frac{U \cdot V}{\nu}$$

Οι εξισώσεις είναι μη-γραμμικές και δεν έχουν αναλυτική λύση στις περισσότερες περιπτώσεις μελέτης ακόμα και με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Το γεγονός αυτό οφείλεται κυρίως στην χρονική εξάρτηση του πρώτου όρου, ο οποίος προκαλεί στροβιλισμό στην ροή. Για την επίλυση του προβλήματος υπάρχουν διάφορες προσεγγίσεις. Η πιο συνηθισμένη μέθοδος για εφαρμογές πολιτικού μηχανικού είναι αυτή του Reynolds (RANS: Reynolds Average Navier Stokes). Σύμφωνα με την μέθοδο RANS, απαλείφουμε τον προβληματικό όρο υπολογίζοντας τις μέσες χρονικά εξισώσεις N-S (Fe Marqués, 2011). Το πλεονέκτημα της διαδικασίας αυτής είναι ότι δεν χρειάζεται να γνωρίζουμε όλα τα χαρακτηριστικά της ροής παρά μόνο μερικές ιδιότητες, όπως είναι η παροχή και το πεδίο ταχυτήτων.

2.2.2. Εξισώσεις Shallow Water

Το φαινόμενο της κίνησης του νερού πραγματοποιείται τόσο οριζόντια όσο και κάθετα. Θα θεωρούνταν λογικό να προσεγγίζεται από ένα τρισδιάστατο μοντέλο, όπως οι το σύστημα εξισώσεων N-S. Παρόλα αυτά η προσομοίωση τέτοιων μοντέλων και η επίλυση των εξισώσεων είναι δυσχερής και δεν συνιστάται ακόμα και σε απλά προβλήματα. Ακόμη, τα απλοποιητικά μοντέλα μονοδιάστατης ροής, ενώ προσεγγίζουν ικανοποιητικά το φαινόμενο κατά την μια διεύθυνση και λύνονται εύκολα δεν αντιπροσωπεύουν επαρκώς το πρόβλημα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν λαμβάνουν υπόψιν τις τυχόν αλλαγές στην κατεύθυνση της ροής. Καταλήγοντας, επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε μοντέλα δισδιάστατης ροής τα οποία ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις του προβλήματος και προκύπτουν από τα αντίστοιχα τρισδιάστατα.. Μοναδική προϋπόθεση για την μετάβαση αυτή είναι να γίνουν οι κατάλληλες απλοποιήσεις.

Μερικές από τις υποθέσεις που μπορούν να γίνουν είναι οι εξής (Fe Marqués, 2011):

- (1) Μικρές κλίσεις πυθμένα
- (2) Η κύρια κίνηση των μορίων του νερού ακολουθεί οριζόντια τροχιά
- (3) Η κατανομή της πίεσης θεωρείται υδροστατική
- (4) Η κάθετη κατανομή των οριζόντιων ταχυτήτων u, v είναι ομοιόμορφη
- (5) Οι δυνάμεις μάζας προέρχονται κυρίως από τις βαρυτικές δυνάμεις και τις δυνάμεις Coriolis
- (6) Η επιτάχυνση στον κάθετο άξονα είναι αμελητέα σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g
- (7) Τέλος, ενώ στα τοιχώματα έχω ασταθής ροή λόγω των τριβών υποθέτω ότι η ροή είναι σταθερή.

Λαμβάνοντας υπόψιν τις παραπάνω απλοποιήσεις αντικαθιστούμε τις αρκετά σύνθετες εξισώσεις N-S με ένα σύστημα δισδιάστατων εξισώσεων, τις Shallow Water Equations (Kühbacher, 2009):

$$U_t + F_{1,x} + F_{2,y} = G \quad (2.9)$$

Για το παραπάνω σύστημα εξισώσεων ισχύει ότι:

$\mathbf{U} = \mathbf{U}(x, y, t)$ = το διάνυσμα μεταβλητών,

$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{U})$ = το διάνυσμα της ροής

$\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{U})$ = το διάνυσμα των δυνάμεων

Τα διανύσματα αυτά, ανάλογα με το φαινόμενο που περιγράφουν, μεταβάλλονται. Για την περίπτωση της κίνησης του νερού που μελετάμε ισούται με:

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

h = βάθος της ελεύθερης επιφάνειας όπως αυτό φαίνεται στην Εικόνα 2.2,

$$F_1 = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

g = η επιτάχυνση της βαρύτητας = 9,81 m/s²,

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ fvh + \frac{\tau_{sx}}{\rho} + gh(S_{0,x} - S_{f,x}) + S_{t1} \\ -fuh + \frac{\tau_{sy}}{\rho} + gh(S_{0,y} - S_{f,y}) + S_{t2} \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

f = ο συντελεστής Coriolis (συνήθως αμελείται),

τ_s = η διατμητική τάση που ασκεί ο άνεμος στην ελεύθερη επιφάνεια (συνήθως αμελείται),

S_t = ο όρος της τύρβης (συνήθως αμελείται),

$S_{0,x}$ = η κλίση του πυθμένα στην διεύθυνση $xx' = \frac{\partial H}{\partial x}$,

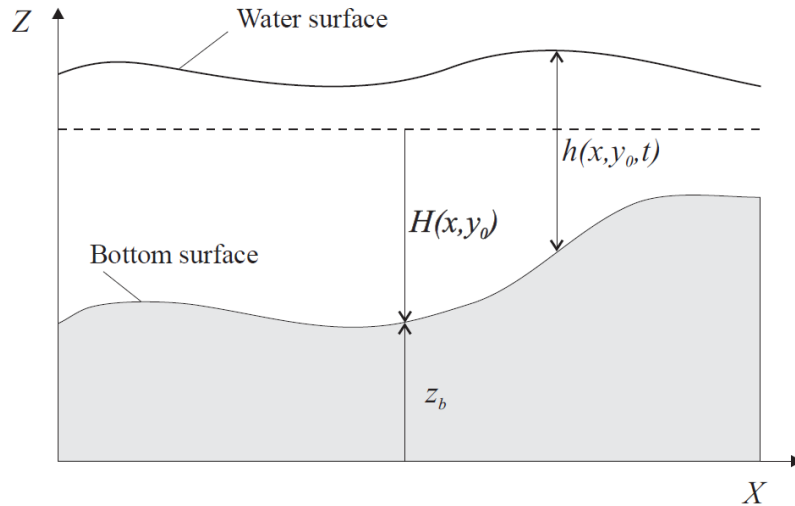
$S_{0,y}$ = η κλίση του πυθμένα στην διεύθυνση $yy' = \frac{\partial H}{\partial y}$,

H = το ύψος του πυθμένα μετρημένο από ένα σταθερό υψόμετρο όπως αυτό φαίνεται στην Εικόνα 2.2,

$$S_{f,x} = \eta \text{ κλίση της τριβής στην διεύθυνση } xx' = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}},$$

$$S_{f,y} = \eta \text{ κλίση της τριβής στην διεύθυνση } yy' = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}},$$

n = ο συντελεστής Manning.



Εικόνα 2.2: Η φυσική ερμηνεία των παραμέτρων H , h και z (Πηγή: Marqués, 2011)

Οι S-W-E χρησιμοποιούνται κυρίως για να περιγράψουν το φαινόμενο της μετάδοσης του νερού στην παράκτια ζώνη. Με τις εξισώσεις αυτές υπολογίζουμε το πεδίο ταχυτήτων σε μια περιοχή μελέτης το οποίο στην συνέχεια χρησιμοποιούμε για να υπολογίσουμε την στερεομεταφορά και την εξέλιξη της ακτής. Παρόλες τις υποθέσεις που κάνουμε τα αποτελέσματα που παίρνουμε είναι πολύ κοντά στην πραγματικότητα ακόμα και αν δεν επαληθεύονται αυτές. Για αυτό τον λόγο, η χρήση των S-W-E δεν περιορίζεται μόνο στην ακτομηχανική αλλά επεκτείνεται σε ωκεάνια φαινόμενα, στα οποία η επίδραση του πυθμένα είναι ελάχιστη (Kühbacher, 2009).

2.3. Μονοδιάστατη ροή

Πριν αναλύσουμε την μέθοδο που χρησιμοποιούμε για την επίλυση συστημάτων δισδιάστατης ροής, όπως στην περίπτωση των S-W-E, εμβαθύνουμε στην μελέτη απλών συστημάτων μονοδιάστατης ροής ώστε να κατανοήσουμε καλύτερα την διαδικασία που ακολουθείται. Άρα, οι μεταβλητές των εξισώσεων θα μεταβάλλονται κατά μήκος ενός μόνο άξονα και με τον χρόνο. Στην περίπτωση μας ο άξονας αυτός θα είναι ο xx' και η μεταβλητή θα έχει την μορφή $u(x,t)$.

2.3.1. Ανάλυση μονοδιάστατης εξίσωσης

Για να ξεκινήσουμε την μελέτη μας υποθέτουμε μια μερικώς διαφορική εξίσωση παρόμοια με την εξίσωση (2.7) μόνο που η συνάρτηση ροής θα είναι γραμμικώς εξαρτημένη από την μεταβλητή $u(x,t)$. Η εξίσωση αυτή ονομάζεται μεταφοράς και έχει την εξής μορφή:

$$\frac{du}{dt} + \frac{a*du}{dx} = 0, u = u(x,t), a = \text{σταθερό} \quad (2.14)$$

Στην συνέχεια για να απαλείψουμε τους διαφορικούς όρους της εξίσωσης αναπτύσσουμε την σειρά Taylor για την μεταβλητή $u(x,t)$ ως προς τον χρόνο και τον χώρο. Εάν υποθέσουμε ότι i είναι ο χωρικός δείκτης και n ο χρονικός εκθέτης τότε έχουμε τις εξής σχέσεις:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \left. \frac{du}{dt} \right|_i^n * \Delta t + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2u}{dt^2} \right|_i^n * \Delta t^2 + O(\Delta t)^3 \quad (2.15)$$

$$u_{i+1}^n = u_i^n + \left. \frac{du}{dx} \right|_i^n * \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_i^n * \Delta x^2 + O(\Delta x)^3 \quad (2.16)$$

$$u_{i-1}^n = u_i^n - \left. \frac{du}{dx} \right|_i^n * \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_i^n * \Delta x^2 - O(\Delta x)^3 \quad (2.17)$$

Λύνοντας τις παραπάνω σχέσεις (1.11)-(1.13) ως προς τους διαφορικούς όρους πρώτης τάξης και αντικαθιστώντας τους στην εξίσωση (1.10) παίρνω την διακριτοποιημένη μορφή της εξίσωσης, η οποία είναι η εξής:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{a * u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2 * \Delta x} = 0 \quad (2.18)$$

Από την οποία προκύπτει ο παρακάτω αριθμητικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό της μεταβλητής στο επόμενο χρονικό βήμα:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\frac{1}{2} * a * \Delta t}{\Delta x} * (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) \quad (2.19)$$

Η διακριτοποίηση της εξίσωσης (2.19) είναι πρώτου βαθμού χρονικά και δεύτερου βαθμού χωρικά και ονομάζεται κεντρική. Παρόλα αυτά παρατηρούμε ότι είναι συστηματικά ασταθής στην λύση του προβλήματος. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί η απουσία σταθερότητας στην παραπάνω εξίσωση πραγματοποιούμε χωρική διακριτοποίηση πρώτης τάξης. Στην περίπτωση αυτή ο διαφορικός όρος ως προς τον χρόνο αντικαθίσταται από μια από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_i^n = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} \quad (2.20)$$

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_i^n = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} \quad (2.21)$$

Η επιλογή της κατάλληλης σχέσης εξαρτάται από το πρόσημο της ταχύτητας a που μεταδίδεται ο κυματισμός. Εάν η ταχύτητα είναι θετική τότε χρησιμοποιούμε την σχέση (2.20) ενώ αντίθετα την σχέση (2.21). Οι σχέσεις αυτές σε συνδυασμό με την σχέση (2.15) οδηγούν στην παρακάτω εξίσωση (Fe Marqués, 2011):

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{a * u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (2.22)$$

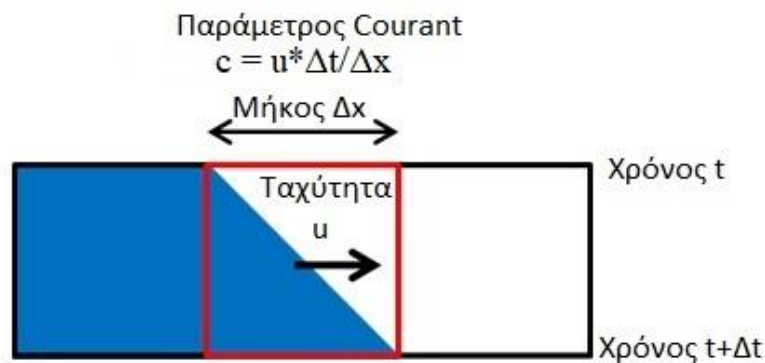
Από την οποία προκύπτει ο παρακάτω αριθμητικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό της μεταβλητής στο επόμενο χρονικό βήμα:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - c * (u_i^n - u_{i-1}^n), \text{ όπου } c = \frac{a * \Delta t}{\Delta x} \quad (2.23)$$

Η διακριτοποίηση αυτή έχει μη κεντρική μορφή και είναι ευσταθής μόνο όταν ισχύει ότι:

$$0 \leq c \leq 1 \quad (2.24)$$

Η παράμετρος c ονομάζεται αριθμός Courant ή αριθμός CFL και θεωρείται ως το πηλίκο δυο μηκών, του μήκους που ταξιδεύει το κύμα και μαζί του η πληροφορία της μεταβλητής για χρονικό βήμα Δt και του μήκους του χωρικού βήματος Δx . Ο αριθμός Courant περιγράφεται πρακτικά από την Εικόνα 2.3. Η σημασία της παραμέτρου δεν περιορίζεται μόνο στην σταθερότητα της μεθόδου και στην λύση της διαφορικής εξίσωσης. Εξ ορισμού, δηλώνει ότι η μετάδοση της πληροφορίας πρέπει να γίνεται με την κατάλληλη ταχύτητα.



Εικόνα 2.3: Ο ορισμός της παραμέτρου Courant (Πηγή: www.cradle-cfd.com)

Στην περίπτωση της διαφορικής εξίσωσης μεταφοράς που μελετάμε, η πληροφορία μεταδίδεται σε απόσταση $a * \Delta t$ για ένα χρονικό βήμα. Εάν η απόσταση αυτή είναι μικρότερη από το χωρικό βήμα του καννάβου Δx τότε η τιμή της μεταβλητής u_i^{n+1} θα εξαρτάται αποκλειστικά από τις τιμές u_i^n , u_{i-1}^n , γεγονός το οποίο επιθυμούμε. Εάν ισχύει το αντίθετο τότε η μεταβλητή u_i^{n+1} θα εξαρτάται εκτός από τις προαναφερθείσες τιμές και από την u_{i-2}^n . Σε αυτή την περίπτωση δεν επαληθεύεται η συνθήκη CFL και δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (2.23).

Στην πραγματικότητα, όμως, η συνάρτηση ροής f σε ένα όριο δεν εξαρτάται γραμμικώς από την τιμή της μεταβλητής στα κελιά εκατέρωθεν του ορίου. Για να καταλήξουμε στον ορισμό της συνάρτησης ροής αναλύουμε την ολοκληρωματική μορφή της εξίσωσης (2.7). Αρχικά, χωρίζουμε την περιοχή μελέτης σε πεπερασμένους όγκους και εφαρμόζουμε την εξίσωση σε κάθε ένα από αυτούς. Για μεγαλύτερη ευκολία τόσο το χωρικό όσο και το χρονικό βήμα παραμένουν σταθερά σε όλο τον κάρναβο. Έστω το κελί i το οποίο ορίζεται στον χωρόχρονο ως εξής:

$$I_i = \left[x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}} \right] = \left[x_i - \frac{\Delta x}{2}, x_i + \frac{\Delta x}{2} \right] \quad (2.25)$$

$$I_n = [t_n, t_{n+1}] = [n * \Delta t, (n + 1) * \Delta t] \quad (2.26)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.7) για το παραπάνω χωρίο και ολοκληρώνοντας στις χρονικές στιγμές t_n και t_{n+1} καταλήγουμε στο εξής:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(\frac{d}{dt} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} u(x, t_n) dx \right) dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left(f \left(u \left(x_{i+\frac{1}{2}}, t \right) \right) - f \left(u \left(x_{i-\frac{1}{2}}, t \right) \right) \right) dt \quad (2.27)$$

Στην συνέχεια, ορίζουμε το u_i^n ως τον χωρικό μέσο όρο της μεταβλητής $u(x, t)$ στο χωρίο i και στην χρονική στιγμή t_n .

$$u_i^n = \frac{1}{\Delta x} * \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} u(x, t_n) dx \quad (2.28)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (1.24) στην εξίσωση (1.23) και πραγματοποιώντας τις απαραίτητες πράξεις ολοκληρωτικού λογισμού προκύπτει ότι:

$$(u_i^{n+1} - u_i^n) * \Delta x + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[f \left(u \left(x_{i+\frac{1}{2}}, t \right) \right) - f \left(u \left(x_{i-\frac{1}{2}}, t \right) \right) \right] dt = 0 \quad (2.29)$$

Από την εξίσωση (1.25) παρατηρούμε ότι η τιμή της μεταβλητής u μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου και η μεταβολή αυτή οφείλεται αποκλειστικά στις ροές που πραγματοποιούνται στα όρια του χωρίου i . Τέλος μπορούμε να ορίσουμε τις αριθμητικές ροές στα όρια από την παραπάνω εξίσωση ως εξής:

$$f_{i\pm\frac{1}{2}}^n \approx \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f \left(u \left(x_{i\pm\frac{1}{2}}, t \right) \right) dt \quad (2.30)$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1.25) να πάρουμε την τελική μορφή της:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} * \left(f_{i+\frac{1}{2}}^n - f_{i-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.31)$$

Αυτές οι αριθμητικές ροές αντιπροσωπεύουν μια προσέγγιση της μέσης τιμής της πραγματικής ροής στα όρια του κάθε κελιού. Ανάλογα με τον τρόπο τον οποίο υπολογίζονται παίρνουμε διαφορετικά αποτελέσματα. Θεωρείται λογικό πάντως οι ροές αυτές να εξαρτώνται αποκλειστικά και μόνο από δυο γειτονικές τιμές της μεταβλητής u_{i-1}^n, u_i^n ή u_{i+1}^n, u_i^n εφόσον πληρείται η συνθήκη CFL και το κύμα διαδίδεται με συγκεκριμένη επιτρεπτή ταχύτητα.

2.3.2. Λύση της μονοδιάστατης διαφορικής εξίσωσης- Μέθοδος Godunov

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη παράγραφο, ένα σημαντικό εργαλείο για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων είναι η λύση του προβλήματος Riemann. Το εργαλείο αυτό αξιοποίησε ο Godunov στην μέθοδο του. Αρχικά, για να λυθεί το πρόβλημα θεωρεί ότι η πληροφορία που μεταφέρει το κύμα σε κάθε πεπερασμένο όγκο είναι συνεχής και σταθερή. Δηλαδή, για συγκεκριμένο κελί i και συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_n το πρόβλημα θα έχει σταθερή τιμή μεταβλητής u ίση με u_i^n η οποία αντιπροσωπεύει την μέση τιμή της μεταβλητής στο κελί (2.28). Στην συνέχεια, για κάθε χρονικό βήμα λύνεται στα όρια του κάθε κελιού το πρόβλημα του Riemann του οποίου η λύση είναι η ροή στα όρια αυτά (Leveque, 2004).

Γνωρίζοντας τα παραπάνω, εφαρμόζουμε την μέθοδο του Godunov για ένα τυχαίο κελί i . Για το κελί αυτό θα λύσουμε δυο φορές τοπικά το πρόβλημα του Riemann. Μια στο αριστερό όριο $x=x_{i-1/2}$ για τιμές u_{i-1}^n, u_i^n εκατέρωθεν και μια στο δεξιό όριο $x=x_{i+1/2}$ για τιμές u_i^n, u_{i+1}^n εκατέρωθεν. Μαθηματικά αυτό μεταφράζεται ως εξής για το αριστερά όριο:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ u(x, 0) = u_0(x) = \begin{cases} u_{i-1}^n, x < x_{i-1/2} \\ u_i^n, x > x_{i-1/2} \end{cases} \end{cases} \quad (2.32)$$

Η αντίστοιχη έκφραση για το δεξιό όριο είναι η εξής:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ u(x, 0) = u_0(x) = \begin{cases} u_i^n, x < x_{i+1/2} \\ u_{i+1}^n, x > x_{i+1/2} \end{cases} \end{cases} \quad (2.33)$$

Εάν θεωρήσουμε ότι $u'(x,t)$ είναι η λύση και στα δυο προβλήματα που προκύπτουν τότε για χρονικό βήμα $0 - \Delta t$ ισχύει ότι:

$$u_i^n = \frac{1}{\Delta x} * \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u'(x,0) dx \quad (2.34)$$

$$u_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta x} * \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u'(x,\Delta t) dx \quad (2.35)$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στην εξίσωση (2.27) προκύπτει η (2.31). Έτσι, από την λύση του προβλήματος Riemann σε κάθε όριο παίρνουμε τις εξής σχέσεις:

$$u' \left(x_{i\pm\frac{1}{2}}, t \right) = u_{i\pm\frac{1}{2}}(0) \quad (2.36)$$

$$f_{i\pm\frac{1}{2}} = f \left(u_{i\pm\frac{1}{2}}(0) \right) \quad (2.37)$$

Στην περίπτωση της μονοδιάστατης ροής μπορούμε να θεωρήσουμε την συνάρτηση ροής ως γραμμική συνάρτηση της μεταβλητής και μέσω της σχέσης (2.37) να καταλήξουμε ότι για θετικό πρόσημο ταχύτητας διάδοσης ($\alpha > 0$):

$$f_{i-\frac{1}{2}} = au_{i-1}^n \quad \text{και} \quad f_{i+\frac{1}{2}} = au_i^n \quad (2.38)$$

Αντικαθιστώντας τις ροές στην εξίσωση (2.31) παίρνουμε την διακριτοποιημένη εξίσωση που είχαμε βρει και προηγουμένως:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x} * (u_i^n - u_{i-1}^n) \quad (2.39)$$

2.3.3. Ανάλυση γραμμικών συστημάτων μονοδιάστατης ροής

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύσαμε τις μερικές διαφορικές εξισώσεις μονοδιάστατης ροής ξεχωριστά. Παρόλα αυτά σπάνια θα συναντήσουμε μία μόνο διαφορική εξίσωση γιατί εμφανίζονται στα προβλήματα συνήθως ως συστήματα. Ακόμη τόσο οι shallow water εξισώσεις όσο και οι Navier-Stokes είναι μη γραμμικές όμως θα αναπτύξουμε κάποιες τεχνικές για γραμμικά συστήματα οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν και στα αντίστοιχα μη γραμμικά.

Μια από τις τεχνικές αυτές είναι και η παρακάτω για την οποία υποθέτουμε ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων:

$$U_t + F_x = 0, U = \{u_j\} j = 1, 2, \dots, m, F = F(U) \quad (2.40)$$

όπου U είναι το διάνυσμα των μεταβλητών και το διάνυσμα ροών $F = A * U$ είναι γραμμικώς εξαρτώμενο από το U . Άρα ισχύει ότι:

$$U_t + A * U_x = 0, A_{m \times m} = \text{σταθερός πίνακας} \quad (2.41)$$

Το σύστημα αυτό ονομάζεται υπερβολικό εάν ο πίνακας A είναι διαγωνοποιήσιμος, δηλαδή εάν έχει m πραγματικές ιδιοτιμές λ_i και m ιδιοδιανύσματα k^i γραμμικώς ανεξάρτητα. Στην συνέχεια ορίζουμε Λ τον διαγώνιο πίνακα των ιδιοτιμών και X τον πίνακα με στήλες τα ιδιοδιανύσματα για τους οποίους ισχύει ότι:

$$A = X \Lambda X^{-1} \quad (2.42)$$

Η ύπαρξη του πίνακα X^{-1} μας επιτρέπει στον ορισμό ενός νέου διανύσματος μεταβλητών το οποίο είναι το εξής:

$$V = \{v_j\} j = 1, 2, \dots, m = X^{-1}U \quad (2.43)$$

Εάν αντικαταστήσουμε την σχέση (2.43) στην αρχική (2.41) καταλήγουμε σε ένα κανονικοποιημένο σύστημα m εξισώσεων από τις οποίες προκύπτουν οι τιμές των μεταβλητών όπως αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο:

$$XV_t + X\Lambda X^{-1}XV_x = XV_t + X\Lambda V_x = X(V_t + \Lambda V_x) = 0$$

$$V_t + \Lambda V_x = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{dv_j}{dt} + \lambda_j \frac{dv_j}{dx} = 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (2.45)$$

Το σύστημα αυτό ουσιαστικά περιγράφει την συμβολή m διαφορετικών κυμάτων τα οποία ταξιδεύουν με τις χαρακτηριστικές τους ταχύτητες λ . Αφού υπολογίσουμε το διάνυσμα V_m , επιστρέφουμε στην σχέση (2.43) και βρίσκουμε το αρχικό διάνυσμα μεταβλητών U_m .

Παρόλα αυτά, για να μπορέσουμε να λύσουμε το παραπάνω σύστημα διαφορικών εξισώσεων πρέπει οι χαρακτηριστικές ταχύτητες των κυμάτων να έχουν το ίδιο πρόσημο, δηλαδή τα κύματα να διαδίδονται προς την ίδια κατεύθυνση. Για τον σκοπό αυτό διαχωρίζουμε τις ιδιοτιμές λ ανάλογα με το πρόσημο τους και χρησιμοποιούμε την μέθοδο προς τα πάνω για τις θετικές και την μέθοδο προς τα κάτω για τις αρνητικές (Fe Marqués, 2011). Πρακτικά αυτό γίνεται εάν αποσυνθέσουμε τον πίνακα A σε δυο άλλους. Ο πρώτος θα περιέχει τις θετικές ή μηδενικές ιδιοτιμές στην διαγώνιο και ο δεύτερος τις αρνητικές ή μηδενικές αντίστοιχα. Για να το πετύχουμε αυτό μαθηματικά ακολουθείται η εξής διαδικασία:

$$\lambda_j^+ = \begin{cases} \lambda_j, \lambda_j \geq 0 \\ 0, \lambda_j < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

$$\lambda_j^- = \begin{cases} \lambda_j, \lambda_j \leq 0 \\ 0, \lambda_j > 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

Από την διακριτοποίηση αυτή η εξίσωση (1.41) διαμορφώνεται ως εξής:

$$\{v_j\}_i^{n+1} = \{v_j\}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \lambda_j^+ (\{v_j\}_i^n - \{v_j\}_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \lambda_j^- (\{v_j\}_{i+1}^n - \{v_j\}_i^n) \quad j=1, 2, \dots, m \quad (2.48)$$

Στην συνέχεια ορίζουμε τους πίνακες Λ^+ και Λ^- οι οποίοι είναι διαγώνιοι με τιμές λ^+ και λ^- αντίστοιχα για τους οποίους ισχύει ότι:

$$\Lambda = \Lambda^- + \Lambda^+ \quad (2.49)$$

$$|\Lambda| = \Lambda^+ - \Lambda^- \quad (2.50)$$

$$\Lambda^+ = X\Lambda^+X^{-1} \quad (2.51)$$

$$A^- = X\Lambda^-X^{-1} \quad (2.52)$$

$$|A| = X|\Lambda|X^{-1} \quad (2.53)$$

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω πίνακες καταλήγουμε στους εξής αναδρομικούς τύπους για τα διανύσματα V,U:

$$V_i^{n+1} = V_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Lambda^+(V_i^n - V_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Lambda^-(V_{i+1}^n - V_i^n) \quad (2.54)$$

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Lambda^+(U_i^n - U_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Lambda^-(U_{i+1}^n - U_i^n) \quad (2.55)$$

2.3.4. Λύση συστημάτων μονοδιάστατης ροής- Μέθοδος Godunov

Θεωρούμε ξανά το γραμμικό υπερβολικό σύστημα (2.41)

$$U_t + F_x = 0, F = AU \quad (2.56)$$

Για την λύση του παραπάνω συστήματος χρησιμοποιούμε την μέθοδο Godunov πρώτης τάξης προς τα πάνω όπως αναλύθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Παρόμοια με την εξίσωση (2.31) στην περίπτωση συστημάτων έχουμε:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n) \quad (2.57)$$

Στην μέθοδο αυτή οι ροές στα όρια των κελιών εξαρτώνται από τις λύσεις των προβλημάτων Riemann μεταξύ των κελιών (U_{i-1}^n, U_i^n) και (U_i^n, U_{i+1}^n) αντίστοιχα και ισούνται με:

$$F_{i\pm\frac{1}{2}} = F\left(U_{i\pm\frac{1}{2}}(0)\right) \quad (2.58)$$

Οι τελικές αριθμητικές ροές στα όρια του κελιού υπολογίζονται από τις τιμές των F και U στα προηγούμενα και στα επόμενα κελιά οδηγώντας στην εξίσωση:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(F_i^n + F_{i+1}^n) - \frac{1}{2}|A|(U_{i+1}^n - U_i^n) \quad (2.59)$$

$$F_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(F_{i-1}^n + F_i^n) - \frac{1}{2}|A|(U_i^n - U_{i-1}^n) \quad (2.59)$$

Οι αριθμητικές ροές που προκύπτουν από την παραπάνω εξίσωση (2.59) στα αριστερά και δεξιά άκρα του κελιού αντιπροσωπεύουν την μέση τιμή των ροών στα κελιά $(i-1, i)$ και $(i, i+1)$ αντίστοιχα (Velakur, 2014).

2.4. Δισδιάστατη ροή- S-W-E

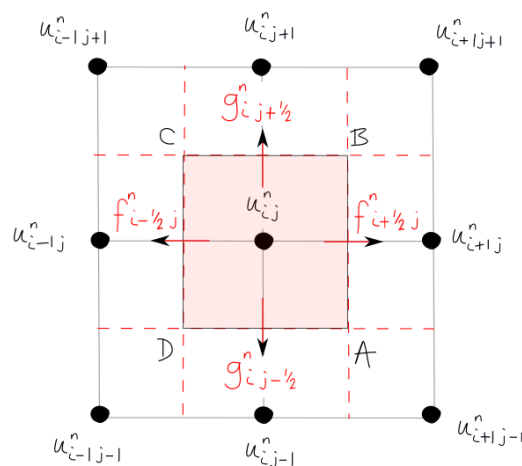
Σε αυτόν τον τύπο ροής, η κίνηση των υγρών σωματιδίων πραγματοποιείται στις δυο οριζόντιες διευθύνσεις xx' και yy' ενώ στον κάθετο άξονα δεν έχω καμία μεταβολή των ιδιοτήτων του ρευστού. Άρα, σε αυτή την περίπτωση προβλημάτων οι μεταβλητές εξαρτώνται από δυο χωρικούς παράγοντες και έναν χρονικό και έχουν την μορφή $u(x,y,t)$.

2.4.1. Ανάλυση δισδιάστατης εξίσωσης

Αρχικά, για μια πρώτη ανάλυση της μεθόδου επίλυσης μελετήσαμε την εξίσωση μεταφοράς δυο διαστάσεων για την οποία ισχύει ότι η συνάρτηση ροής είναι γραμμικώς εξαρτημένη από την μεταβλητή $u(x,y,t)$. Παρόμοια με την σχέση (2.14) έχουμε την γενική μορφή του δισδιάστατου γραμμικού προβλήματος:

$$u_t + Au_x + Bu_y = 0 \quad (2.60)$$

Ο πιο εύκολος τρόπος επίλυσης πολυδιάστατων γενικότερα προβλημάτων είναι να επεκτείνουμε τις αριθμητικές μεθόδους της μονοδιάστατης ανάλυσης χρησιμοποιώντας την μέθοδο του διαστατικού διαχωρισμού (Laveque, 2004). Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, οποιοδήποτε πολυδιάστατο πρόβλημα, το οποίο στην περίπτωση μας είναι δισδιάστατο, μπορεί απλά να διαχωριστεί σε μια αλληλουχία μονοδιάστατων προβλημάτων. Προϋπόθεση για να εφαρμοστεί η μέθοδος είναι ο κάρναβος να είναι καρτεσιανός και ευθυγραμμισμένος με τους κύριους άξονες. Σε αυτή την περίπτωση, το πρόβλημα δισδιάστατης ροής περιγράφεται σχηματικά στην Εικόνα 2.4.



Εικόνα 2.4: Γραφική απεικόνιση των μεταβλητών u και των ροών f, g για την περίπτωση δισδιάστατης ροής σε κάθε κελί (Πηγή: www.thevisualroom.com)

Λογαριάζοντας τα παραπάνω μπορούμε να χωρίσουμε την εξίσωση (2.60) σε δυο εξισώσεις από τις οποίες η μια θα περιγράψει την ροή στον άξονα xx' και η άλλη την αντίστοιχη στον yy' :

$$u_t + Au_x = 0 \quad (2.61)$$

$$u_t + Bu_y = 0 \quad (2.62)$$

Πρώτα βρίσκουμε στην διεύθυνση x την μέση τιμή της μεταβλητής u_{ij}^n την χρονική στιγμή t_n και λύνουμε την εξίσωση (2.61) κινούμενοι στην ίδια σειρά κελιών, δηλαδή για σταθερό j . Από την λύση της εξίσωσης υπολογίζουμε μια νέα τιμή για την μεταβλητή στο κάθε κελί:

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(f_{i+\frac{1}{2},j}^n - f_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) \quad (2.63)$$

Οι παραπάνω αριθμητικές ροές είναι ίδιες με τις αντίστοιχες στο μονοδιάστατο πρόβλημα. Για τον υπολογισμό της ροής στην διεύθυνση y χρησιμοποιούμε την τιμή της μεταβλητής που προέκυψε από την σχέση (2.63) στην εξίσωση (2.62) και λύνουμε κινούμενοι αυτή την φορά στην ίδια στήλη κελιών, δηλαδή για σταθερό i . Από την λύση της εξίσωσης υπολογίζουμε μια νέα τιμή για την μεταβλητή στο κάθε κελί:

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(g_{i,j+\frac{1}{2}}^n - g_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.64)$$

Η παραπάνω τιμή της μεταβλητής είναι η τελική για το επόμενο χρονικό βήμα και με αυτή ολοκληρώνεται η μέθοδος. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μέθοδος διαστατικού διαχωρισμού απευθύνεται κυρίως σε προβλήματα τα οποία είναι γραμμικά όπως η εξίσωση μεταφοράς. Παρόλα αυτά χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις μη γραμμικών προβλημάτων καθώς το λάθος της μεθόδου είναι πολύ μικρότερο συγκριτικά με το ανεκτό που μπορεί να γίνει κατά τον αριθμητικό υπολογισμό. Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω, καταλήγουμε στην τελική εξίσωση υπολογισμού της μεταβλητής για κάθε χρονικό βήμα, η οποία προκύπτει από την αντικατάσταση της σχέσης (2.63) στην (2.64):

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n - \Delta t / \Delta x \left(f_{i+\frac{1}{2},j}^n - f_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) - \Delta t / \Delta y \left(g_{i,j+\frac{1}{2}}^n - g_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.65)$$

2.4.2. Ανάλυση δισδιάστατων συστημάτων- S-W-E

Αφού καταλήξαμε σε μια εξίσωση για την λύση δισδιάστατων διαφορικών εξισώσεων προχωρήσαμε προσπαθώντας να εφαρμόσουμε την σχέση αυτή και σε δισδιάστατα διαφορικά συστήματα. Ένα από τα σημαντικότερα συστήματα είναι οι εξισώσεις ρηχών νερών ή Shallow Water Equations με το οποίο θα ασχοληθούμε στην συνέχεια. Αρχικά, μελετήσαμε το σύστημα (1.9) αγνοώντας τον όρο των δυνάμεων G , θεωρώντας οριζόντιο και λείο πυθμένα (Velakur, 2014). Με αυτό τον τρόπο μηδενίζουμε την κλίση του πυθμένα και την κλίση τριβής που αποτελούν τους βασικούς παράγοντες στον όρο των δυνάμεων. Οι υπόλοιποι παράγοντες, όπως είναι οι δυνάμεις Coriolis, η διατμητική τάση του ανέμου και η τύρβη, αμελούνται εξ ορισμού. Σύμφωνα με αυτά η εξίσωση (1.9) παίρνει την εξής μορφή:

$$U_t + F_{1,x} + F_{2,y} = 0 \quad (2.66)$$

Στην συνέχεια, αφού ορίσαμε την σχέση χωρίζουμε την υπολογιστική περιοχή μελέτης σε πεπερασμένους όγκους C_i και υπολογίζουμε το επιφανειακό ολοκλήρωμα της εξίσωσης σε κάθε ένα από αυτούς:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA + \iint \left(\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} \right) dA = 0 \quad (2.67)$$

Στον δεύτερο όρο μπορεί να εφαρμοστεί το θεώρημα της απόκλισης του Gauss, το οποίο μετατρέπει ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα σε γραμμικό. Στην προκειμένη περίπτωση από την επιφάνεια C_i θα μεταβούμε στην περιφέρεια του κελιού Γ_i . Έτσι, η εξίσωση (2.67) μεταφέροντας τον δεύτερο όρο στο β' μέλος παίρνει την εξής μορφή:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA = \int F * (-\boldsymbol{\eta}) dl \quad (2.68)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ως \mathbf{F} ορίζουμε το διάνυσμα $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$ και ως $\boldsymbol{\eta}$ το μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο είναι κάθετο στις πλευρές της περιφέρειας Γ του κελιού και ισούται με $(\alpha_{ij}, \beta_{ij})^T$. Η λύση της εξίσωσης (2.68) περιγράφεται από τις τιμές U_i^n οι οποίες είναι σταθερές για κάθε κελί C_i κάθε χρονική στιγμή t_n και εκχωρούνται στο κεντρικό σημείο του τετραγωνικού κελιού. Το πρώτο βήμα για την λύση του προβλήματος είναι ο ορισμός της χρονικής παραγωγού, η οποία σύμφωνα με την μέθοδο Euler ισούται με:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_{C_i, t_n} \approx \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} \quad (2.69)$$

Επειδή όπως αναφέραμε οι τιμές των U_i^n , U_i^{n+1} , Δt είναι σταθερές για κάθε κελί μπορούν να βγουν εκτός του ολοκληρώματος. Οπότε το α' μέλος της εξίσωσης (1.64) παίρνει την μορφή:

$$\iint \frac{\partial U}{\partial t} dA = \iint \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} dA = \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} A_i \quad (2.70)$$

Όσον αφορά τον δεύτερο όρο της εξίσωσης (2.68), τον όρο των ροών, το γραμμικό ολοκλήρωμα στην περιφέρεια του κελιού διαχωρίζεται σε επιμέρους γραμμικά ολοκληρώματα ανά πλευρά κελιού Γ_{ij} . Το γεγονός αυτό οδηγεί στην παρακάτω σχέση:

$$\int F * (-\boldsymbol{\eta}) dl = \sum_{j=1}^4 \int F * (-\boldsymbol{\eta}) dl \quad (2.71)$$

Το άθροισμα αυτό, στην συνέχεια, εκφράζεται συναρτήσει των τιμών της μεταβλητής στα κέντρα των κελιών χρησιμοποιώντας την προς τα πάνω μέθοδο. Το εσωτερικό γινόμενο, που βρίσκεται μέσα στο γραμμικό ολοκλήρωμα, περιγράφει την δισδιάστατη ροή μέσα από μια μονάδα μήκους και αναλύεται ως εξής:

$$F * \boldsymbol{\eta} = \alpha F_1 + \beta F_2 = Z \quad (2.72)$$

Στην παραπάνω εξίσωση τα α , β αποτελούν σκέλη του μοναδιαίου διανύσματος κατεύθυνσης στα όρια του κελιού. Η φυσική ερμηνεία των σκελών αυτών είναι να προδίδουν την διεύθυνση

κατά την οποία κινείται το κύμα. Εάν ο συντελεστής α ισούται με την μονάδα και ο β ισούται με μηδέν τότε το κύμα μεταδίδεται κατά την διεύθυνση x' ενώ αν ισχύει το αντίθετο τότε το κύμα διαδίδεται κατά την διεύθυνση yy' .

Για την διακριτοποίηση του όρου τής ροής στην σχέση (2.68) υπάρχουν πληθώρα μεθόδων. Μια από αυτές είναι η μέθοδος Van Leer Q-scheme η οποία αποτελεί μια οικογένεια εξισώσεων που επιλύει την ροή προς τα πάνω. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή η αριθμητική ροή προκύπτει από την εξής σχέση (Fe Marqués, 2011):

$$\varphi(U_i^n, U_j^n, \eta_{ij}) = \frac{z(U_i^n, \eta_{ij}) + z(U_j^n, \eta_{ij})}{2} - \frac{1}{2} |Q(U_Q^n, \eta_{ij})| (U_j^n - U_i^n) \quad (2.73)$$

Στην παραπάνω σχέση οι όροι U_i^n , U_j^n περιγράφουν την μέση τιμή της μεταβλητής στα αντίστοιχα κελιά I, J ενώ ως Q ορίζεται ο Ιακωβιανός πίνακας της ροής:

$$Q = \frac{dz}{dU} = \alpha \frac{dF_1}{dU} + \beta \frac{dF_2}{dU} \quad (2.74)$$

Η ορίζουσα του παραπάνω πίνακα, η οποία χρησιμοποιείται στην σχέση, ισούται με:

$$|Q| = X|\Lambda|X^{-1} \quad (2.75)$$

Όπως είχαμε ορίσει και προηγουμένως Λ είναι ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών του πίνακα Q και X είναι ο πίνακας με στήλες τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα Q. Ο πίνακας X^{-1} είναι ο αντίστροφος του X και εξαρτάται από το αν ο Ιακωβιανός πίνακας Q έχει τρεις διαφορετικές ιδιοτιμές και τρία γραμμικώς ανεξάρτητα μεταξύ τους ιδιοδιανύσματα. Το σύστημα εξισώσεων ρηχών νερών είναι αυστηρά υπερβολικό άρα, σύμφωνα με τον ορισμό που δόθηκε παραπάνω, θα υπάρχει πάντα ο πίνακας X^{-1} . Αυτό αποδεικνύεται αναλυτικά παρακάτω όπου υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα Q:

$$\frac{dF_1}{dU} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u^2 + gh & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

$$\frac{dF_2}{dU} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -uv & v & u \\ -v^2 + gh & 0 & 2v \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

Από τους παραπάνω πίνακες και αντικαθιστώντας στις σχέση (2.74) προκύπτει ότι:

$$Q = \frac{dz}{dU} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ \alpha(-u^2 + gh) + \beta(-uv) & 2\alpha u + \beta v & \beta u \\ \alpha(-uv) + \beta(-v^2 + gh) & \alpha u & \alpha u + 2\beta v \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

Εάν ορίσουμε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος c ως εξής:

$$c = \sqrt{gh} \quad (2.79)$$

τότε προκύπτουν οι παρακάτω ιδιοτιμές και πίνακες ιδιοδιανυσμάτων:

$$\lambda_1 = \alpha u + \beta v \quad (2.80)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + c \quad (2.81)$$

$$\lambda_3 = \lambda_1 - c \quad (2.82)$$

$$|\Lambda| = \begin{pmatrix} |\lambda_1| & 0 & 0 \\ 0 & |\lambda_2| & 0 \\ 0 & 0 & |\lambda_3| \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\beta c & u + \alpha c & u - \alpha c \\ \alpha c & v + \beta c & v - \beta c \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

$$X^{-1} = \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} 2\beta u - 2\alpha v & -2\beta & 2\alpha \\ c - \alpha u - \beta v & \alpha & \beta \\ c + \alpha u + \beta v & -\alpha & -\beta \end{pmatrix} \quad (2.85)$$

Τέλος ο πίνακας Q υπολογίζεται όχι για κάποια από τις μεταβλητές των δυο συνεχόμενων κελιών αλλά για μια ενδιάμεση κατάσταση. Η ενδιάμεση αυτή κατάσταση ορίζεται ως εξής:

$$U_Q^n = \frac{U_j^n + U_i^n}{2} \quad (2.86)$$

Μελετώντας την εξίσωση υπολογισμού της αριθμητικής ροής (2.73) παρατηρούμε ότι η δισδιάστατη ροή που πραγματοποιείται ανάμεσα στα κελιά I, J προκύπτει από τη μέση τιμή των ροών στα δυο αυτά κελιά και από έναν όρο upwind. Λαμβάνοντας υπόψιν αυτά, η τελική της μορφή είναι η παρακάτω:

$$\varphi_{ij}^n = \frac{(\alpha F_1 + \beta F_2)_i^n + (\alpha F_1 + \beta F_2)_j^n}{2} - \frac{1}{2} (X|\Lambda|X^{-1})_{U_Q^n} (U_j^n - U_i^n) \quad (2.87)$$

Τέλος καταλήγουμε στην εξής σχέση για τον δεύτερο όρο της εξίσωσης (1.64) ο οποίος περιγράφει την ροή μεταξύ δύο κελιών:

$$\sum_{j=1}^4 \int F * (-\eta) dl \approx \sum_{j=1}^4 \|\eta_{ij}\| \varphi_{ij}^n \quad (2.88)$$

Ενώ η εξίσωση (2.68) παίρνει την αναλυτική μορφή:

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} A_i + \sum_{j=1}^4 \|\eta_{ij}\| \varphi_{ij}^n = 0 \quad (2.89)$$

2.4.3. Ο όρος δυνάμεων στις εξισώσεις ρηχών νερών

Μέχρι αυτή την στιγμή, αναλύσαμε τις εξισώσεις ρηχών νερών αγνοώντας τον όρο των δυνάμεων. Αυτό συνέβη προκειμένου να προσεγγίσουμε ευκολότερα την λύση των μερικών

διαφορικών εξισώσεων. Αφού αναλύσαμε τις εξισώσεις αυτές στην απλή τους μορφή, λαμβάνουμε υπόψιν πλέον την επίδραση της κλίσης του πυθμένα και την κλίση τριβών. Με την θεώρηση αυτή, οδηγούμαστε στην ολοκληρωμένη εξίσωση ρηχών νερών στην οποία ο όρος G περιγράφει τις δυνάμεις του πυθμένα:

$$U_t + F_{1,x} + F_{2,y} = G \quad (2.9)$$

Για την ανάλυση του όρου των δυνάμεων G ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με την οποία μελετήσαμε και την απλή μορφή εξίσωσης ρηχών νερών. Αρχικά, ολοκληρώνουμε την εξίσωση (2.9) στο επίπεδο του κάθε κελιού. Από την ολοκλήρωση αυτή, οι τρεις πρώτοι όροι αναπτύσσονται όπως φαίνεται στην εξίσωση (2.89) ενώ ο όρος στο δεύτερο μέλος αναπτύσσεται ως εξής:

$$\iint G dA = \sum_{j=1}^4 \iint G dA \approx \sum_{j=1}^4 A_{ij} \psi_{ij}^n \quad (2.90)$$

Στην παραπάνω εξίσωση (2.90) ως A ορίζουμε το εμβαδόν του κάθε κελιού ενώ ως ψ ορίζουμε την συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε κάθε πλευρά j του κελιού η οποία υπολογίζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\psi = X(I - |A|A^{-1})X^{-1}G_0 + G_f \quad (2.91)$$

Οι πίνακες X, X^{-1}, Λ είναι οι ίδιοι με αυτούς που ορίσαμε στην προηγούμενη ενότητα ενώ ο αντίστροφος πίνακας Λ^{-1} , ο πίνακας γεωμετρικών κλίσεων G_0 και ο πίνακας κλίσεων τριβής G_f υπολογίζονται στο κέντρο του κάθε κελιού ως εξής:

$$\Lambda^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\lambda_3 \end{pmatrix} \quad (2.92)$$

$$G_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ g \frac{h_i^n + h_j^n}{2} \frac{H_j - H_i}{d_{ij}} \boldsymbol{\alpha} \\ g \frac{h_i^n + h_j^n}{2} \frac{H_j - H_i}{d_{ij}} \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} \quad (2.93)$$

$$G_f = \begin{pmatrix} 0 \\ gh_i^n (-S_{fx})_i^n \\ gh_i^n (-S_{fy})_i^n \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

Ως S_f ορίζεται η κλίση τριβής η οποία προκύπτει από την εξίσωση $\frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}}$ και $\frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}}$ για την διεύθυνση xx' και yy' αντίστοιχα.

Αφού αναλύσαμε και τον όρο των δυνάμεων καταλήγουμε στον αλγόριθμο υπολογισμού της μεταβλητής U την χρονική στιγμή $t_n + \Delta t$ χρησιμοποιώντας την ήδη γνωστή μεταβλητή, τον

όρο ροής και τον όρο δυνάμεων του προηγούμενου χρονικού βήματος. Ο αλγόριθμος αυτός μαθηματικά περιγράφεται παρακάτω:

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{A_i} (\sum_{j=1}^4 A_{ij} \psi_{ij}^n - \sum_{j=1}^4 \|\eta_{ij}\| \varphi_{ij}^n) \quad (2.95)$$

Για να έχει νόημα η σχέση (1.91) πρέπει να ορίσουμε το χρονικό βήμα Δt για το οποίο θα υπολογίζουμε κάθε φορά την αντίστοιχη μεταβλητή. Για τον ορισμό αυτό χρησιμοποιήσαμε δυο διαφορετικές μεθόδους, μια για την μονοδιάστατη περίπτωση ανάλυσης και μια για την δισδιάστατη. Το χρονικό βήμα των δυο μεθόδων προκύπτει από την θεώρηση ότι ο συντελεστής Courant ισούται με την μέγιστη τιμή του, δηλαδή την μονάδα. Στην περίπτωση της μονοδιάστατης ροής, η εξίσωση υπολογισμού του χρονικού βήματος είναι η εξής (Velakur K., 2014):

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta x)_i}{\max(|u|+c)_i} \quad (2.96)$$

όπου Δx είναι το πλάτος του κάθε κελιού, u είναι η ταχύτητα ροής και c η ταχύτητα διάδοσης του κύματος όπως ορίστηκε προηγουμένως. Στην περίπτωση της δισδιάστατης ροής, η εξίσωση υπολογισμού του χρονικού βήματος είναι η εξής (Fe Marqués, 2011):

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{D_{ij}}{2(\sqrt{u^2+v^2}+c)_{ij}} \right) \quad (2.97)$$

όπου D_{ij} είναι η απόσταση μεταξύ δυο κέντρων δυο γειτονικών κελιών, u και v οι ταχύτητες στις διευθύνσεις xx' και yy' αντίστοιχα.

Με τον ορισμό του χρονικού βήματος ολοκληρώσαμε την θεωρητική ανάλυση των εξισώσεων ρηχών νερών. Στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τόσο την εξίσωση (2.95) όσο και στην (2.89) ως αριθμητικούς αλγόριθμους για τον υπολογισμό της μεταβλητής U . Ειδικότερα, θα υπολογίσουμε για κάθε χρονικό βήμα το βάθος ροής h , την ταχύτητα u στην διεύθυνση xx' και την ταχύτητα v στην διεύθυνση yy' . Γνωρίζοντας τις παραπάνω μεταβλητές θα βρούμε αναλυτικά την στερεομεταφορά που πραγματοποιείται τόσο κάθετα όσο και οριζόντια στην ακτή καθώς και την τελική μορφή της ακτής.

3. Στερεομεταφορά

3.1. Θαλάσσια ιζήματα

Ο θαλάσσιος πυθμένας κατά κανόνα καλύπτεται από επιφανειακά στρώματα ιζημάτων, που του προσδίνει μια αστάθεια. Ο βαθμός της μεταβλητότητας και της παραμορφωσιμότητας κάτω από την επίδραση ακόμη και μικρών δυνάμεων του πυθμένα εξαρτάται από το υλικό του ιζήματος, το πάχος του στρώματος ιζημάτων αλλά και την κοκκομετρία τους. Τα ιζήματα προέρχονται από την εναπόθεση φερτών υλών, που διακινούνται με το θαλάσσιο νερό σε αιώρηση ή σε επαφή με τον πυθμένα.

Η μελέτη των ιζημάτων και των κινήσεων τους είναι ένας βασικός τομέας της ακτομηχανικής τόσο για τον ρόλο τους στην ευστάθεια των ακτών και των παράκτιων έργων όσο και για τις πιθανές παραμορφώσεις της παράκτιας ζώνης. Με τις παραμορφώσεις αυτές θα ασχοληθούμε και παρακάτω στην παρούσα εργασία. Η μόνη μέθοδος για την μελέτη των ιζημάτων είναι η δειγματοληψία. Για την εξέταση ενός ιζήματος γίνονται επιφανειακές δειγματοληψίες από τον πυθμένα και το αιωρούμενο ίζημα. Τα κλάσματα, που συναντώνται στο φορτίο πυθμένα, είναι πιο χονδρόκοκκα από τα αντίστοιχα σε αιώρηση. Κατά συνέπεια, πιστότερη εικόνα του ιζήματος μιας παράκτιας ζώνης αποκτάται με συνδυασμένη δειγματοληψία από τα φορτία πυθμένα και αιωρήσεως. Συνήθως όμως προτιμάται η δειγματοληψία πυθμένα επειδή είναι πιο εύκολη, γρήγορη και φθηνή. Για να είναι τα αποτελέσματα αντιπροσωπευτικά του συνόλου του πληθυσμού του ιζήματος, πρέπει να γίνεται σε περιόδους θαλάσσιας ηρεμίας, οπότε καθιζάνουν σχεδόν όλα τα κλάσματα. Η επιλογή θέσεων δειγματοληψίας δεν παρουσιάζει κανένα πρόβλημα, όταν πρόκειται για μελέτη θεμελίωσης έργου. Αντίθετα, είναι λεπτή διαδικασία, όταν πρόκειται για μελέτη παραμορφώσεως της ακτής, οπότε απαιτείται η λήψη δειγμάτων σε θέσεις παράλληλα και κάθετα στην ακτογραμμή.

3.2. Κίνηση ιζήματος

Το φαινόμενο της κίνησης των ιζημάτων ξεκινάει από την στιγμή που ο κυματισμός αντιλαμβάνεται την ύπαρξη του πυθμένα και πραγματοποιείται κυρίως σε περιοχές ρηχών νερών. Η ανάπτυξη διατρητικών τάσεων στον πυθμένα από τις κινήσεις των υγρών σωματιδίων προκαλεί την έναρξη της κινήσεως ιζήματος. Το φαινόμενο αυτό συνεχίζεται ώσπου να εκλείψουν τα γενεσιουργά αίτια ή να συναντηθούν παράκτια εμπόδια. Στην συνέχεια ακολουθεί η φάση ηρεμίας στην οποία τα ιζήματα ισορροπούν σε ορισμένες θέσεις και συσσωρεύονται (Μουτζούρης, 2005). Η κατανομή των ιζημάτων στην παράκτια ζώνη και η βυθομετρία αντανακλούν το βραχυπρόθεσμο και μακροπρόθεσμο κλίμα κυμάτων και ρευμάτων στην περιοχή. Σε μια κλίμακα χρόνου μηνών ή ετών, τα ιζήματα έρχονται σε ισορροπία με τα κύματα και τα ρεύματα.

Ένα κύμα στην παράκτια ζώνη υφίσταται απώλειες ενέργειας λόγω της επιδράσεως του πυθμένα. Οι απώλειες αυτές αυξάνονται σημαντικά στην περίπτωση υπάρξεως στρώματος ιζημάτων στον πυθμένα. Σε γενικές γραμμές οι απώλειες κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες:

- (1) Απώλειες διατμήσεως ή τριβής στον πυθμένα
- (2) Απώλειες μεταφοράς ιζήματων
- (3) Απώλειες τύρβης στα αμμοκύματα και στους ύφαλους αναβαθμούς

Οι απώλειες διατμήσεως και μεταφοράς ιζήματος είναι πολύ πιο σημαντικές από τις απώλειες τύρβης. Οι τελευταίες αυξάνουν με το μέγεθος των αμμοκυμάτων και την μείωση του βάθους. Στην ζώνη πριν την θραύση ο κυρίαρχος μηχανισμός απώλειας ενέργειας είναι η τριβή στον πυθμένα. Κατά συνέπεια στην περιοχή αυτή η μεταφορά του ιζήματος γίνεται κυρίως σαν φορτίο πυθμένα. Στην ζώνη θραύσεως και μετά την θραύση σημαντικότεροι μηχανισμοί είναι η τύρβη και η τριβή. Η μεταφορά του ιζήματος σε αυτή την περίπτωση γίνεται σαν φορτίο πυθμένα και σε αιώρηση.

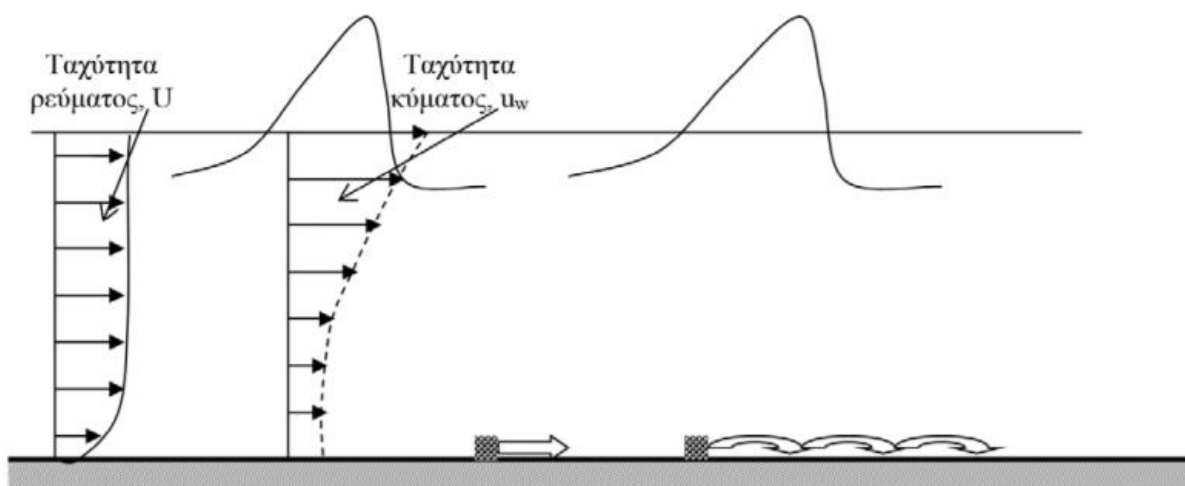
3.2.1. Κίνηση ιζήματος στον πυθμένα

Η έναρξη της κινήσεως ενός κόκκου ιζήματος στον πυθμένα εξαρτάται από την αναπτυσσόμενη διατμητική ή επιφανειακή τάση στον κόκκο (Καραμπάς κ.α., 2015). Ο υπολογισμός της κρίσιμης τιμής συναρτάται με την πυκνότητα του νερού ρ , την ταχύτητα ροής u_{max} και τις παραμέτρους του ιζήματος σημαντικότερες από τις οποίες είναι η πυκνότητα και η κοκκομετρία. Ο τύπος για τον υπολογισμό της μέγιστης διατμητικής τάσης τ_w είναι ο εξής:

$$\tau_w = \frac{1}{2} f_w \rho u_{max}^2 \quad (3.1)$$

Η οριζόντια τροχιακή ταχύτητα u στον πυθμένα βάθους d υπολογίζεται κατά την θεωρία απειροστού κύματος ύψους H , μήκους L και αριθμού κύματος k ως εξής (Μουτζούρης, 2009):

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kd} \sin \sigma t \quad (3.2)$$



Εικόνα 3.1: Φορτίο στον πυθμένα (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)

Από την παραπάνω σχέση (3.2) βρίσκουμε την μέγιστη οριζόντια τροχιακή ταχύτητα u_{max} για $\sin(\sigma t)=1$. Ο συντελεστής τριβής κύματος f_w είναι συναρτήσει της σχετικής τραχύτητας του πυθμένα και προκύπτει από την σχέση:

$$f_w = \exp\left\{5.213\left(\frac{k_s}{\bar{\epsilon}}\right)^{0.19} - 5.977\right\} \quad (3.3)$$

Στην παραπάνω σχέση η τραχύτητα k_s υπολογίζεται αρχικά συναρτήσει της κοκκομετρίας και της γεωμετρίας του πυθμένα. Για επίπεδο πυθμένα ο Nikuradse πρότεινε ότι η τραχύτητα είναι πολλαπλάσια της διαμέτρου των κόκκων D που είναι μεγαλύτερη από το $n\%$ της κατανομής των κόκκων (Nikuradse, 1950). Σύμφωνα με αυτό η αρχική τραχύτητα υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$k_s = 2,5 * D_{50} \quad (3.4)$$

Βιβλιογραφικά, υπάρχουν διάφορες εξισώσεις για τον υπολογισμό της τραχύτητας οι οποίες είναι ανεξάρτητες της κοκκομετρίας αλλά εξαρτώνται από την οριζόντια μετακίνηση A_m των τροχιών των υγρών σωματιδίων στον πυθμένα κατά την θεωρία κύματος απειροστού ύψους. Η μετακίνηση αυτή ορίζεται σαν:

$$A_m = \frac{u_{max} T}{2\pi} \quad (3.5)$$

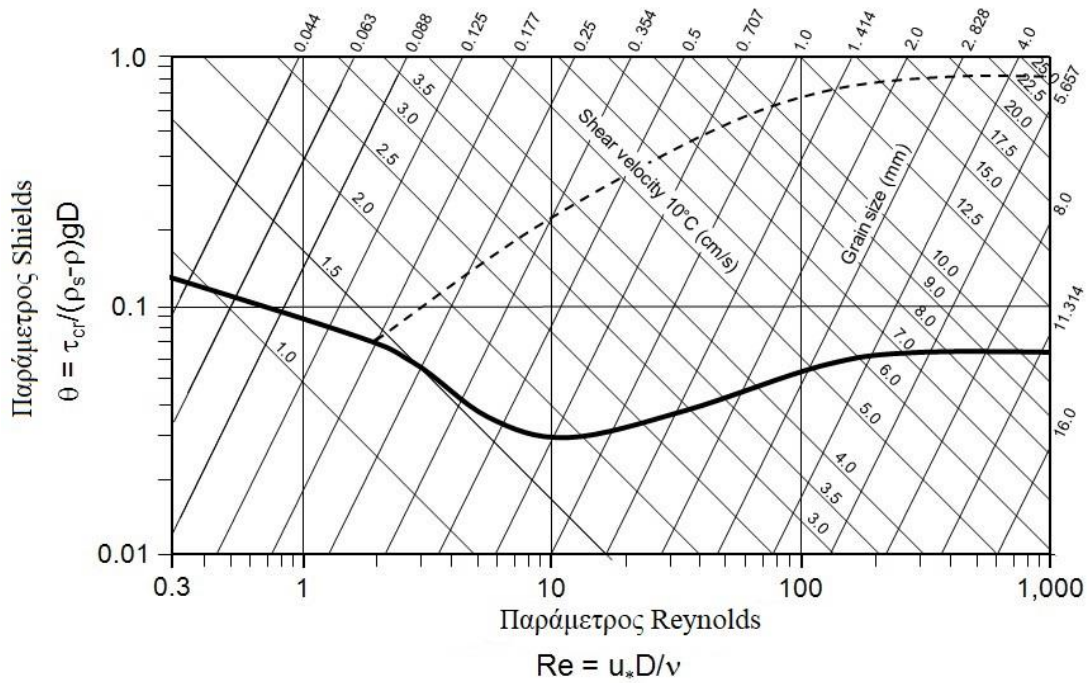
Μια έκφραση η οποία περιγράφει την τραχύτητα τόσο συναρτήσει της κοκκομετρίας όσο και της μετακίνησης A_m είναι η παρακάτω:

$$k_s = 170 * D_{50} * (\theta_{2,5} - 0,05)^{0,5} \quad (3.6)$$

όπου $\theta_{2,5}$ είναι η παράμετρος Shields για επίπεδο πυθμένα με τραχύτητα $2,5 * D_{50}$ και η οποία προκύπτει από την σχέση (Shields, 1936):

$$\theta_{2,5} = \frac{1}{2} \frac{2,5 * D_{50} * u_{max}^2}{(s-1)gD_{50}} \quad (3.7)$$

Παρόλα αυτά, ο πυθμένας δεν είναι πάντα επίπεδος. Σε αυτές τις περιπτώσεις για να υπολογίσουμε την κρίσιμη διατμητική τάση σε μια περιοχή πάχους (2-3) D_{50} από τον πυθμένα χρησιμοποιούμε το διάγραμμα Shields, το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 3.2.



Εικόνα 3.2: Διάγραμμα Shields (Πηγή: www.researchgate.net)

Για να προσεγγίσουμε το διάγραμμα αυτό χρειάζεται να γνωρίζουμε τον αριθμό Reynolds και την διάμετρο D^* . Ο αριθμός Reynolds προκύπτει σαν συνάρτηση της μέγιστης ταχύτητας u_{max} , την διάμετρο D_{50} και τον συντελεστή κινηματικής συνεκτικότητας ν από τον γνωστό τύπο:

$$R = \frac{u_{max}D_{50}}{\nu} \quad (3.8)$$

Ενώ η διάμετρος D^* είναι συνάρτηση της διαμέτρου D_{50} , της αδιάστατης πυκνότητας του ιζήματος Δ και του συντελεστή κινηματικής συνεκτικότητας ν και υπολογίζεται ως εξής:

$$D_* = D_{50} \left(\frac{g\Delta}{\nu^2} \right)^{0.33} \quad (3.9)$$

Γνωρίζοντας τις παραπάνω παραμέτρους μπορούμε να υπολογίσουμε την παράμετρο του Shields θ_c είτε γραφικά από το διάγραμμα είτε αναλυτικά από τις παρακάτω προσεγγιστικές σχέσεις (Van Rijn, 1984):

$$\theta_c = \frac{0.24}{D_*}, D_* \leq 4 \quad (3.10)$$

$$\theta_c = \frac{0.14}{D_*^{0.64}}, 4 \leq D_* \leq 10 \quad (3.11)$$

$$\theta_c = \frac{0.04}{D_*^{0.14}}, 10 \leq D_* \leq 20 \quad (3.12)$$

$$\theta_c = 0.013D_*^{0.29}, 20 \leq D_* \leq 150 \quad (3.13)$$

$$\theta_c = 0.055, D_* \geq 150 \quad (3.14)$$

Τέλος, υπολογίζεται η κρίσιμη διατμητική τάση στον πυθμένα συναρτήσει της παραμέτρου θ_c ως εξής:

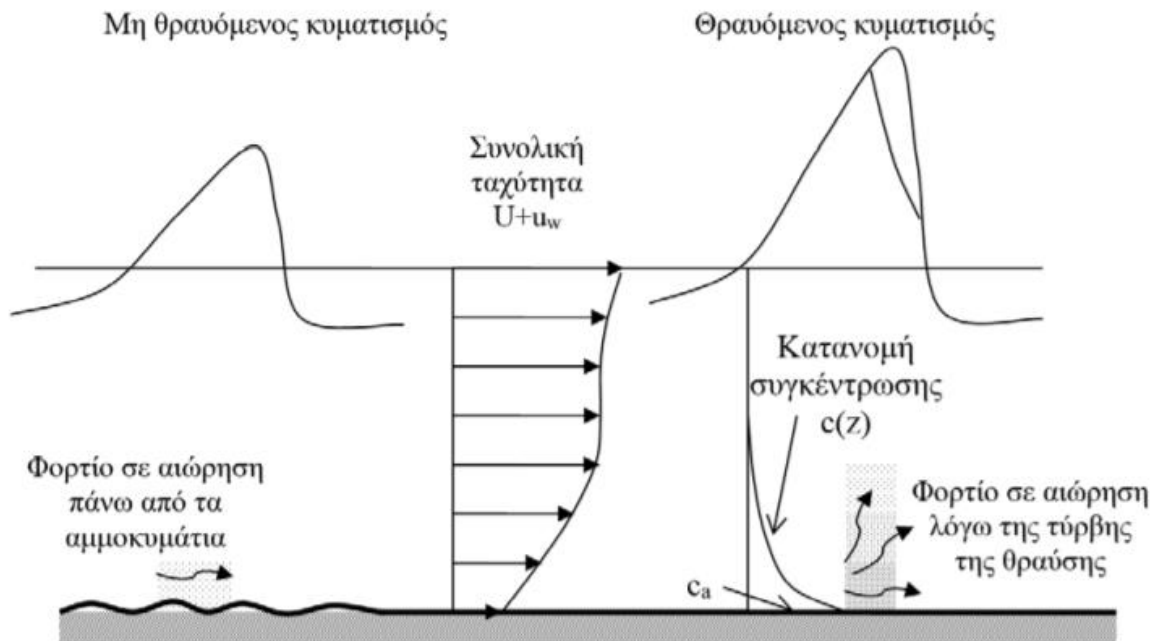
$$\tau_{bx} = \theta_x(\rho_s - \rho)gD_{50} \quad (3.15)$$

$$\tau_{by} = \theta_y(\rho_s - \rho)gD_{50} \quad (3.16)$$

$$\tau_b = \sqrt{\tau_{bx}^2 + \tau_{by}^2} \quad (3.17)$$

3.2.2. Κίνηση του ιζήματος σε αιώρηση

Η πιο σύγχρονη φυσική ερμηνεία της θέσης σε αιώρηση ιζήματος από την κυματική κίνηση γίνεται με δυο τρόπους. Κατά την διάρκεια της ημιπεριόδου του κύματος, κατά την οποία η φορά των ταχυτήτων είναι προς την ακτή, ιζήματα μετακινούνται σαν φορτίο πυθμένα ως την κορυφή μιας ανωμαλίας του πυθμένα, όπως π.χ. ενός αμμοκύματος. Εμπλέκονται στον μικροστρόβιλο, ο οποίος έχει αναπτυχθεί αμέσως στα κατάντη της κορυφής του αμμοκύματος και αποκολλώνται από τον πυθμένα. Στην επόμενη ημιπερίοδο, οπότε αντιστρέφεται η φορά κινήσεως, ο στρόβιλος αποκολλάται από τον πυθμένα και συμπαρασύρει ιζήματα με την μορφή φλέβας (Μουτζούρης, 2009). Η διαδικασία αυτή περιγράφεται σχηματικά στην Εικόνα 3.3.



Εικόνα 3.3: Φορτίο σε αιώρηση (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)

Ένας τρόπος υπολογισμού του φορτίου αιώρησης είναι μέσω της συγκέντρωσης του ιζήματος που βρίσκεται στην φλέβα αυτή. Η συγκέντρωση C του ιζήματος εξαρτάται από την ταχύτητα πτώσης w_f , τον συντελεστή τυρβώδους διάχυσης των φερτών ϵ και τον συντελεστή τυρβώδους

συνεκτικότητας κατά την κατακόρυφο v_v και είναι συνάρτηση του βάθους ροής της φλέβας. Ο γενικός τύπος υπολογισμού της συγκέντρωσης C είναι ο εξής (Μέμος, 2016):

$$C = C(z) = c_a \exp\left(\frac{-w_f z}{\varepsilon_v}\right) \quad (3.18)$$

Η ταχύτητα πτώσης w_f , που χρησιμοποιείται στον παραπάνω τύπο (3.18), εξαρτάται από την διάμετρο του ιζήματος D_{50} , την κινηματική συνεκτικότητα v , το ειδικό βάρος του ιζήματος γ_s και την επιτάχυνση της βαρύτητας g . Η εξίσωση υπολογισμού της w_f είναι η εξής:

$$w_f = \left[\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) g \right]^{0.7} \frac{D_{50}^{1.1}}{6v^{0.4}}, \text{ για } 39 < \frac{(\gamma_s - 1)gD_{50}^3}{v^2} < 10^4 \quad (3.19)$$

Η οριακή τιμή της συγκέντρωσης C_a σύμφωνα με τον Bijker ισούται με (Bijker E.W., 1971):

$$c_a = 0.49\theta^{1.77} \left(\frac{D_{50}}{w_f T f_w} \right)^{1.77} \quad (3.20)$$

Ο συντελεστής τυρβώδους διάχυσης των φερτών ε_v μπορεί να εκτιμηθεί από τα χαρακτηριστικά του θραυόμενου κυματισμού. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι η διαμητική τάση στον πυθμένα τ_b , η απώλεια ενέργειας λόγω θραύσης των κυματισμών D , η συχνότητα κορυφής φάσματος f , το μέγιστο δυνατό ύψος κύματος H_m και την πυκνότητα ρ του θαλασσινού νερού. Η εξίσωση υπολογισμού του συντελεστή είναι η παρακάτω:

$$\varepsilon_v = 0.1 \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} h + 0.025 h \left(\frac{D}{\rho} \right)^{1/3} \quad (3.21)$$

Για τυχαίους κυματισμούς ισχύει ότι:

$$D = \frac{1}{4} Q_b f \rho H_m^2 \quad (3.22)$$

όπου Q_b είναι το ποσοστό θραυόμενων κυματισμών για παραδοχή κατανομής Rayleigh, f η συχνότητα κορυφής φάσματος και H_m το μέγιστο δυνατό ύψος κύματος. Το ποσοστό θραυόμενων κυματισμών προκύπτει από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{1-Q_b}{\ln Q_b} = \left(\frac{H_{rms}}{H_m} \right)^2 \quad (3.23)$$

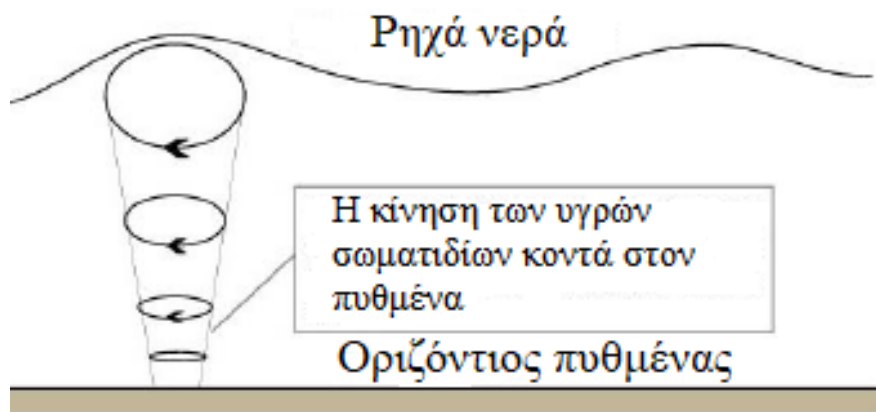
3.3. Μεταφορά ιζήματος- Στερεομεταφορά

Η κίνηση του ιζήματος γίνεται είτε σε επαφή με τον πυθμένα είτε σε αιώρηση όπως αναλύσαμε προηγουμένως. Η εμφάνιση ενός τύπου κινήσεως εξαρτάται από την ταχύτητα της ροής μεταφοράς και την κοκκομετρία του ιζήματος. Για μεγαλύτερες ταχύτητες και/ή μικρότερο μέγεθος κόκκων το φορτίο τείνει να τεθεί σε αιώρηση. Σε αντίθετη περίπτωση οι κόκκοι κινούνται σε επαφή με τον πυθμένα. Η μεταφορά ιζήματος με τις δυο αυτές περιπτώσεις ονομάζεται στερεομεταφορά.

Η στερεομεταφορά εξαρτάται κυρίως από την θαλάσσια διαταραχή που την προκαλεί. Μια περίπτωση θαλάσσιας διαταραχής είναι τα ρεύματα τα οποία πραγματοποιούνται παράλληλα στην ακτή μετά την θραύση του κύματος και είναι υπεύθυνα για την μεταφορά συνήθως λεπτόκοκκου ιζήματος. Μια δεύτερη περίπτωση θαλάσσιας διαταραχής είναι οι κυματισμοί οι οποίοι είναι κάθετοι στην ακτή και λαμβάνουν χώρα πριν την θραύση. Οι κυματισμοί είναι υπεύθυνοι για την μεταφορά χονδρόκοκκου ιζήματος από τα βαθιά προς την ακτή.

3.3.1. Στερεομεταφορά κάθετα στην ακτή

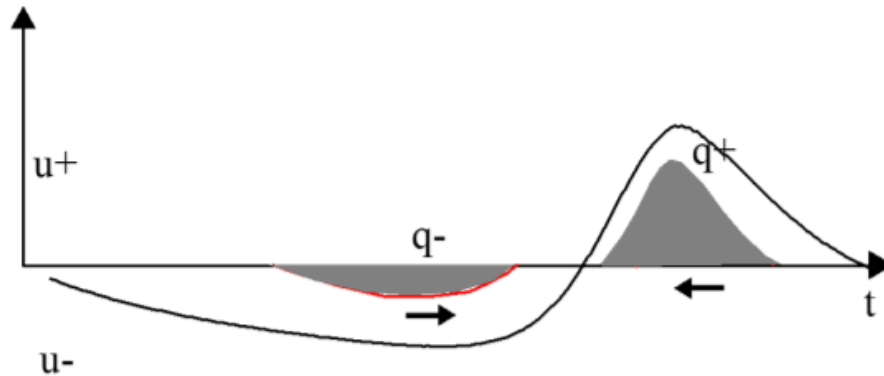
Η μεταφορά ιζήματος κάθετα στην ακτή οφείλεται κυρίως στην δράση των κυμάτων. Ιζήματα τίθενται σε κίνηση από την κάθετη συνιστώσα της τροχιακής κινήσεως των υγρών σωματιδίων και στην συνέχεια μεταφέρονται από τα κυματογενή ρεύματα. Η δράση της τροχιακής κινήσεως των σωματιδίων είναι τελείως διαφορετική πριν και μετά την θραύση. Στην ζώνη πριν από την θραύση, η οποία μας ενδιαφέρει στην κάθετη στερεομεταφορά, η τροχιακή κίνηση των σωματιδίων είναι κλειστή όσο απομακρυνόμαστε από τον πυθμένα. Σε επαφή με το ιζηματογενές στρώμα η κίνηση γίνεται πολύ πεπλατυσμένη και τείνει σε μια ευθύγραμμη ταλάντωση, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.4. Κατά συνέπεια, η μέση κίνηση των σωματιδίων σε μια περίοδο κύματος γίνεται προς την ακτή.



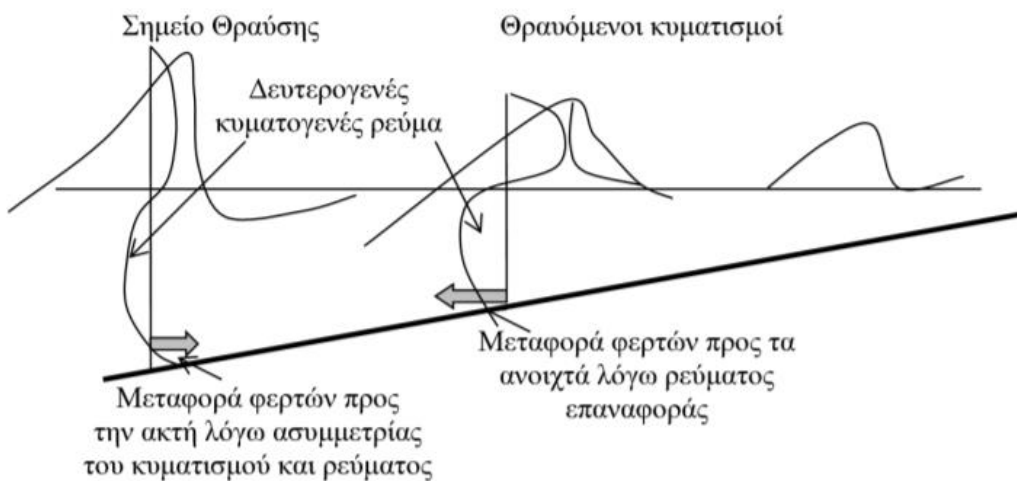
Εικόνα 3.4: Η κίνηση των υγρών σωματιδίων στα ρηχά νερά (Πηγή: www.researchgate.net)

Όταν ένα κύμα πλησιάζει την ζώνη θραύσεως, η κίνηση του επιβραδύνεται λόγω της επιδράσεως του πυθμένα και το μέτωπο του τείνει να γίνει παράλληλο προς την ακτή λόγω της διαθλάσεως. Η όλη δομή του κύματος τείνει να μεταβληθεί, ώστε το κύμα να γίνει κύμα μεταφοράς, στο οποίο το μέτρο του διανύσματος ταχυτήτων αυξάνεται αναλογικά με την στάθμη πάνω από τον πυθμένα. Αυτό σημαίνει ότι στην λέμβο του κύματος η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη σε μέτρο από την αντίστοιχη της κοιλίας. Εκτός από διαφορετικό μέτρο οι ταχύτητες αυτές παρουσιάζουν και διαφορετική φορά. Η μεν ταχύτητα στην κορυφή του κύματος έχει φορά προς την ακτή, η δε ταχύτητα στην κοιλία έχει προς τα ανοιχτά. Κατά συνέπεια, η συνισταμένη κίνηση του ιζήματος είναι προς την ακτή. Το φαινόμενο αυτό

περιγράφεται διαγραμματικά από την Εικόνα 3.5, στην οποία με q^- συμβολίζεται η στερεοπαροχή προς τα ανοιχτά λόγω κοιλίας και με q^+ η στερεοπαροχή προς την ακτογραμμή λόγω κορυφής. Στην ζώνη θραύσεως το ίζημα τίθεται σε αιώρηση, οπότε η αναρρίχηση στα υψηλότερα κύματα το μεταφέρει στην ακτή, όπου σχηματίζεται ένας έξαλος αναβαθμός.



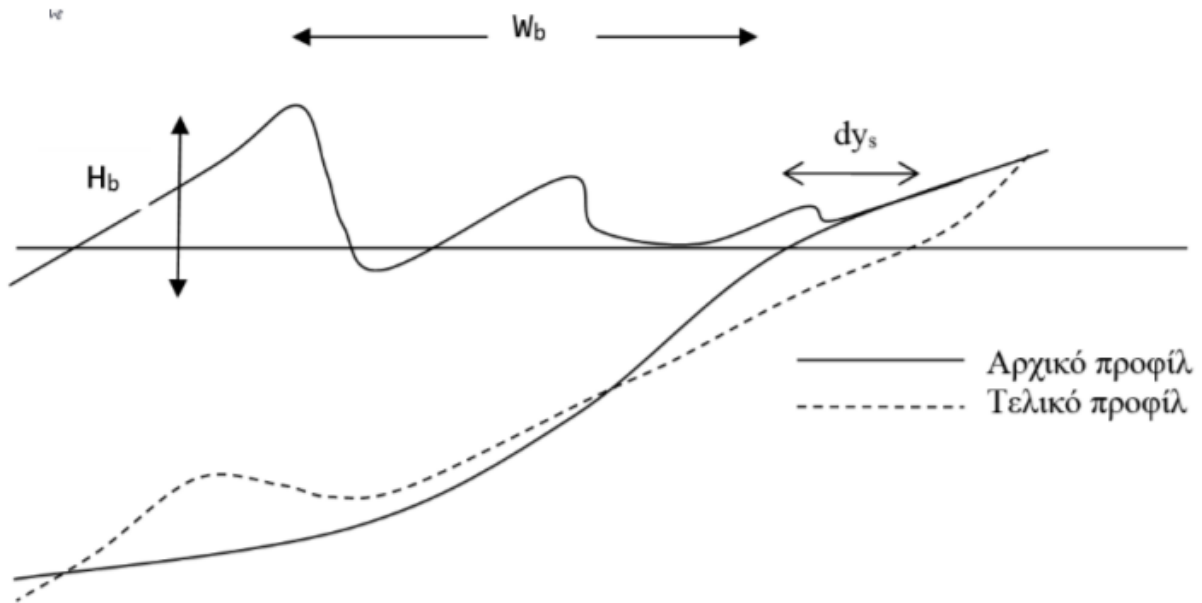
Εικόνα 3.5: Η επίδραση της ασυμμετρίας του κυματισμού στην μέση στερεοπαροχή (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)



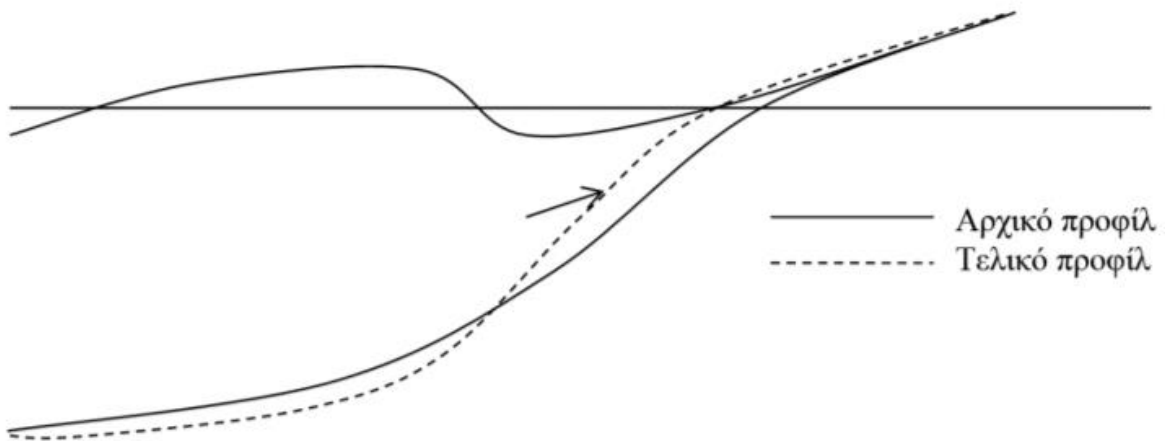
Εικόνα 3.6: Η μεταφορά φερτών εγκάρσια στην ακτή (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

Η μεταφερόμενη στερεοπαροχή μπορεί να είναι σημαντική αλλά δεν χάνεται από το παράκτιο σύστημα δεδομένου ότι μεταφέρεται εναλλακτικά προς την ακτή και προς τον ύφαλο αναβαθμό ανάλογα με την καμπυλότητα του κύματος, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.6. Κύματα μεγάλης καμπυλότητας μεταφέρουν ιζήματα από τον έξαλο προς τον ύφαλο αναβαθμό. Τέτοιου είδους κύματα εμφανίζονται τον χειμώνα, οπότε γίνεται συνήθως η μεταφορά του ιζήματος προς τα ανοιχτά. Η διατομή της παράκτιας ζώνης που προκύπτει σε αυτή την περίπτωση ονομάζεται χειμερινή διατομή της ακτής και φαίνεται στην Εικόνα 3.7. Αντίθετα κύματα μικρής καμπυλότητας εμφανίζονται κυρίως το καλοκαίρι και είναι υπεύθυνα για την μεταφορά

ιζήματος από τον ύφαλο προς τον έξαλο αναβαθμό. Η διατομή της παράκτιας ζώνης που προκύπτει σε αυτή την περίπτωση ονομάζεται θερινή διατομή της ακτής και εμφανίζεται στην Εικόνα 3.8.



Εικόνα 3.7: Το χειμερινό προφίλ της ακτής (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

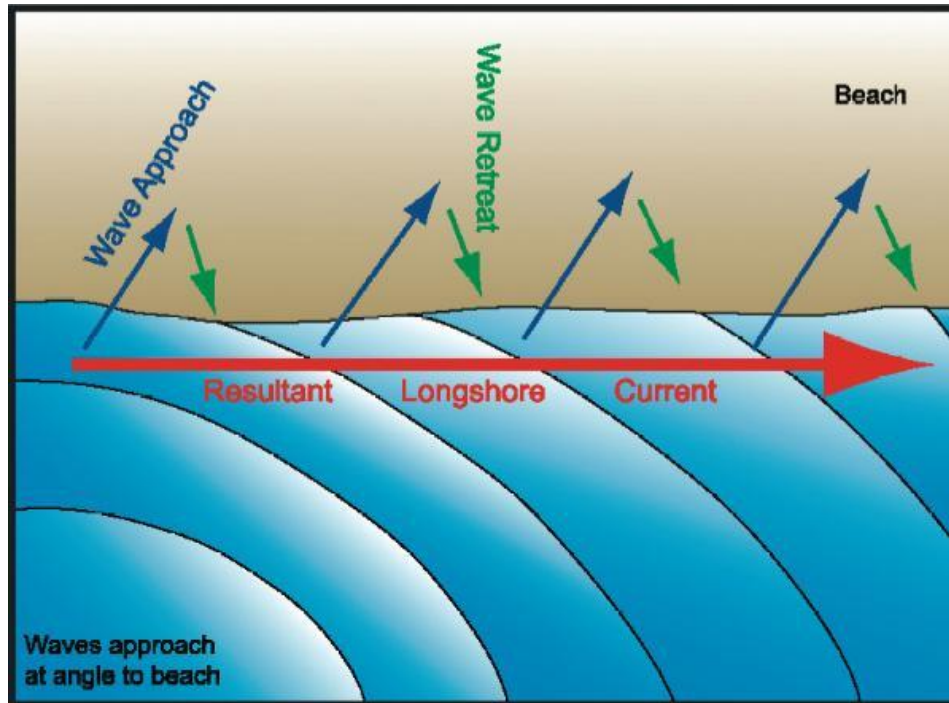


Εικόνα 3.8: Το θερινό προφίλ της ακτής (Πηγή: Καραμπάς κ. α., 2015)

3.3.2. Στερεομεταφορά παράλληλα στην ακτή

Είναι γενικά αποδεκτό, ότι η στερεομεταφορά κατά μήκος της ακτής οφείλεται κυρίως στην θραύση κυμάτων υπό γωνία με την ακτογραμμή. Η στερεομεταφορά πριν την ζώνη θραύσης είναι ασήμαντη, λόγω της μικρής συνιστώσας κίνησης κατά μήκος της ακτής. Το ίζημα διαταράσσεται και τίθεται σε αιώρηση από τα θραυόμενα κύματα. Η μετατόπιση τους κατά μήκος της ακτής γίνεται από την αντίστοιχη συνιστώσα της κίνησης των κυμάτων και τα

αντίστοιχα ρεύματα, που δημιουργούνται από τα θραυόμενα κύματα. Η παροχή στερεομεταφοράς εξαρτάται από την γωνία πρόσπτωσης των κυμάτων και την ενέργεια τους. Η παροχή αυτή μεγιστοποιείται για γωνίες προσπίπτουσες τις τάξεως των 45°, οπότε και μεγιστοποιείται η ταχύτητα του δημιουργούμενου ρεύματος κατά μήκος της ακτής. Ο μηχανισμός ενεργοποίησης της στερεομεταφοράς παράλληλα στην ακτογραμμή φαίνεται και στην Εικόνα 3.9.



Εικόνα 3.9: Στερεομεταφορά παράλληλα στην ακτογραμμή
(Πηγή:www.sites.google.com)

Η παροχή κατά μήκος της ακτής μπορεί να οριστεί με διάφορους τρόπους ανάλογα με την αιτία που την υπολογίζουμε. Έτσι έχουμε τις εξής παροχές κατά μήκος της ακτής:

1. Παροχή στερεομεταφοράς προς τα δεξιά Q_r καλείται η παροχή ιζημάτων κατά μήκος της ακτής, που διέρχεται από μια εγκάρσια διατομή κάθετη στην ακτογραμμή με φορά κινήσεως προς τα δεξιά της διατομής, για έναν παρατηρητή στην ακτογραμμή με το μέτωπο στραμμένο προς τα ανοιχτά.
2. Παροχή στερεομεταφοράς προς τα αριστερά Q_l καλείται η παροχή ιζημάτων κατά μήκος της ακτής, που διέρχεται από μια εγκάρσια διατομή κάθετη στην ακτογραμμή με φορά κινήσεως προς τα αριστερά της διατομής, για έναν παρατηρητή στην ακτογραμμή με το μέτωπο στραμμένο προς τα ανοιχτά.
3. Παροχή αθροιστικής στερεομεταφοράς ή συνολική παροχή κατά μήκος της ακτής Q_g καλείται το άθροισμα των παροχών στερεομεταφοράς προς τα αριστερά και προς τα δεξιά.

$$Q_g = Q_r + Q_l \quad (3.24)$$

4. Καθαρή παροχή στερεομεταφοράς κατά μήκος της ακτής Q_n καλείται η διαφορά μεταξύ των παροχών στερεομεταφοράς κατά μήκος της ακτής προς τα δεξιά και προς τα αριστερά.

$$Q_n = |Q_r - Q_l| \quad (3.25)$$

Η φύση και ο σκοπός του αντιμετωπιζόμενου προβλήματος επιβάλλουν τη χρήση της μιας ή της άλλης από τις παραπάνω παροχές. Για παράδειγμα, για την διαστασιολόγηση ενός προβόλου προστασίας θα χρησιμοποιηθεί η παροχή στερεομεταφοράς προς τα αριστερά ή δεξιά. Όμως, για τον υπολογισμό της συσσωρεύσεως ιζημάτων σε μια εσοχή της ακτής ή σε μια λιμενολεκάνη λόγω της διακινούμενης στερεομεταφοράς θα χρησιμοποιηθεί η συνολική παροχή κατά μήκος της ακτής. Τέλος, για τον υπολογισμό του ρυθμού επεκτάσεως ακτογραμμής θα χρησιμοποιηθεί η καθαρή παροχή στερεομεταφοράς.

3.3.3. Τεχνικές παρακολούθησης κίνησης του ιζήματος

Οι παλιότερες μέθοδοι χρησιμοποιούσαν χρωματισμένα ιζήματα ή τεχνικά υλικά, όπως ο κονιοποιημένος άνθρακας. Η χρήση ραδιοϊσοτόπων έγινε με τεμάχια γυαλιού, που περιείχαν ή ήταν επενδυμένα με ενεργοποιημένο ισότοπο, ή με φυσικούς κόκκους, στους οποίους ένα ραδιενεργό ισότοπο είχε απορροφηθεί ή τοποθετηθεί επιφανειακά ή εγχυθεί σε ανοιγμένες οπές.

Επίσης έχουν χρησιμοποιηθεί ραδιενεργά ορυκτά, που συναντώνται στην παράκτια άμμο και ένα ενεργοποιημένο ισότοπο φωσφόρου, που επίσης συναντάται στους κόκκους της χαλαζιακής άμμου. Η χρήση ραδιενεργών τεχνικών παρουσιάζει βέβαια κάποια μειονεκτήματα μεταξύ των οποίων είναι το υψηλό επίπεδο ραδιενέργειας, οι δυσκολίες στον βομβαρδισμό, η υδροδυναμική ανισότητα μεταξύ των τεχνικών υλικών και των φυσικών κόκκων και τέλος το υψηλός κόστος της διαδικασίας. Παρόλες αυτές τις δυσκολίες, η χρήση ραδιενεργών είναι η μόνη δυνατή λύση για την διερεύνηση κόκκων λεπτότερων από χονδρόκοκκη ιλύ.

Χονδρότεροι κόκκοι μπορούν να παρακολουθηθούν με φθορίζοντες ιχνηθέτες, δεδομένου ότι η τεχνική αυτή παρουσιάζει ορισμένα πλεονεκτήματα συγκριτικά με τις ραδιενεργές τεχνικές. Αρχικά, είναι εύκολη, φθηνή και ακίνδυνη στην χρήση της. Ακόμη, προσφέρει την δυνατότητα χρησιμοποιήσεως διαφορετικών χρωμάτων για την μελέτη διαφόρων ιζημάτων. Τέλος, η υδροδυναμικότητα των κόκκων παραμένει σταθερή χωρίς να επηρεάζεται από διάφορα ραδιενεργά.

Πέρα από τις παραπάνω τεχνικές που αποτελούν τεχνητές μέθοδοι υπάρχουν και διάφορες φυσικές μέθοδοι για την παρακολούθηση της κίνησης του ιζήματος. Μια από αυτές είναι η παρακολούθηση της εναποθέσεως του ιζήματος κοντά σε εμπόδια. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται μακροσκοπικός προσδιορισμός της φοράς κίνησης του ιζήματος. Η μέθοδος αυτή είναι ασφαλέστερη παρόλα αυτά δεν είναι πάντα εφικτή. Στις περιπτώσεις αυτές, ο προσδιορισμός μπορεί να γίνει με τον υπολογισμό της ενέργειας κυμάτων κατά μήκος της ακτής και της φοράς κίνησης της.

Εκτός από αυτές τις μεθόδους, που προϋποθέτουν την ύπαρξη στοιχείων περιβάλλοντος, έχουν αναπτυχθεί και τεχνικές, που χρησιμοποιούν φυσικούς ή τεχνητούς δείκτες. Οι συνηθέστεροι φυσικοί δείκτες είναι οι κόκκοι του ιζήματος, όπως η κατανομή των μεγεθών τους και διάφορες στατιστικές παράμετροι της κατανομής τους, και τα βαρέα ορυκτά. Τα τελευταία ορίζονται ως τα ορυκτά με ειδικό βάρος μεγαλύτερο από 2.95 t/m^3 . Τα βαρέα ορυκτά δείχνουν τις μακροπρόθεσμες τάσεις στην διακίνηση των ιζημάτων, δεδομένου ότι το ειδικό τους βάρος είναι πολύ μεγαλύτερο από αυτό της άμμου.

3.3.4. Υπολογισμός παροχής στερεομεταφοράς

Η παροχή στερεομεταφοράς είναι ένα στοιχείο απαραίτητο για τον σχεδιασμό σχεδόν όλων των παράκτιων έργων. Οι μέθοδοι υπολογισμού, κατά σειρά ακρίβειας, είναι οι παρακάτω:

1. Μετρήσεις στην ακτή μελέτης ή στο εργαστήριο
2. Προσαρμογή μιας γνωστής τιμής στερεοπαροχής από μια γειτονική ακτή, αφού ληφθούν υπόψιν οι τοπικές ιδιομορφίες.
3. Υπολογισμός της παροχής από δεδομένα χρονικών μεταβολών της παράκτιας ζώνης
4. Εφαρμογή εμπειρικών ή ημιεμπειρικών καθοριστικών μοντέλων υπολογισμού

Αναμφίβολα, οι τρεις πρώτες μέθοδοι είναι προτιμότερες, γιατί βασίζονται σε μετρήσεις πραγματικών φυσικών μεγεθών. Όμως είναι σπάνιες οι περιπτώσεις, που ο μηχανικός θα έχει την τύχη να διαθέτει τέτοια επαρκή στοιχεία. Εκ των πραγμάτων συνηθίζεται η χρήση καθοριστικών μοντέλων για τον υπολογισμό των παροχών.

Τα καθοριστικά μοντέλα υπολογισμού κατατάσσονται ανάλογα με το αν συμπεριλαμβάνουν την επίδραση των χαρακτηριστικών των ιζημάτων της περιοχής ή την αγνοούν. Συνήθως χρησιμοποιούνται μοντέλα που αγνοούν την επίδραση αυτή, διότι η μελέτη των χαρακτηριστικών των ιζημάτων είναι απαιτητική.

Μια τελευταία διάκριση, που μπορεί να γίνει στα μοντέλα υπολογισμού της στερεοπαροχής, είναι σε μοντέλα ροής ενέργειας των κυμάτων και σε μοντέλα ροής ορμής ή ισορροπίας δυνάμεων. Τα πρώτα συναρτούν την παροχή λαμβάνοντας υπόψιν την ροή ορμής ενώ τα δεύτερα υπολογίζουν την διατμητική τάση στον πυθμένα και στην συνέχεια το φορτίο του πυθμένα. Το φορτίο σε αιώρηση υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την συγκέντρωση του ιζήματος στην φλέβα νερού.

Ένα από τα μοντέλα υπολογισμού της παροχής με την ισορροπία δυνάμεων χρησιμοποιείται και παρακάτω. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, η συνολική παροχή υπολογίζεται σε δυο συνιστώσες, η μία κάθετη και η άλλη παράλληλη στην ακτή. Για τον σκοπό αυτό ορίζουμε ως άξονα x τον παράλληλο προς την ακτογραμμή και ως y τον κάθετο προς αυτή. Στην συνέχεια, διακρίνουμε την κάθε μια παροχή σε φορτίο πυθμένα και σε φορτίο σε αιώρηση.

Η μεταφορά φερτών χαρακτηρίζεται σαν φορτίο πυθμένα όταν, μετά την αποσταθεροποίηση των κόκκων, η κίνησή τους γίνεται με κύλιση στον πυθμένα ή διαδοχικά άλματα ύψους έως 10d₅₀ που συνεπάγονται περιοδική επαφή με τον πυθμένα. Ένας από τους πλέον ευρύτερα χρησιμοποιημένους τύπους για την εκτίμηση του φορτίου πυθμένα είναι η τροποποιημένη σχέση των Meyer-Peter και Müller που βασίζεται στη θεώρηση της διατμητικής τάσης στον πυθμένα (Meyer-Peter, Müller, 1948). Σε ένα περιβάλλον κυματισμών-ρευμάτων το φορτίο πυθμένα q_b (ειδική παροχή όγκου φερτών) ως προς τις διευθύνσεις x και y δίνεται από (Ribberink, 1998):

$$\frac{\langle q_{bx} \rangle}{\sqrt{\Delta g D_{50}^3}} = 11 \langle |\theta| - \theta_c \rangle^{1.65} \frac{\theta_x}{\theta} \quad (3.26)$$

$$\frac{\langle q_{by} \rangle}{\sqrt{\Delta g D_{50}^3}} = 11 \langle |\theta| - \theta_c \rangle^{1.65} \frac{\theta_y}{\theta} \quad (3.27)$$

όπου τα σύμβολα < > δηλώνουν την ολοκλήρωση ως προς την περίοδο του κύματος ενώ η παράμετρος Shields θ υπολογίζεται από τις σχέσεις (3.15), (3.16) για κάθε κατεύθυνση. Οι διατμητικές τάσεις στον πυθμένα για κάθε μια περίπτωση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\tau_{bx} = \frac{1}{2} \rho f_w \left\langle u_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \right\rangle \quad (3.28)$$

$$\tau_{by} = \frac{1}{2} \rho f_w \left\langle v_b \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \right\rangle \quad (3.29)$$

Στις παραπάνω σχέσεις (3.26), (3.27) η διαφορά ($\theta - \theta_c$) είναι η ενεργός παράμετρος Shields που αντιπροσωπεύει το μέρος της διατμητικής τάσης πυθμένα που «χρησιμοποιείται» για τη μεταφορά φερτών. Το υπόλοιπο μέρος θ_c χρησιμοποιείται για να τεθούν σε κίνηση οι κόκκοι.

Όταν οι κόκκοι των ιζημάτων βρίσκονται σχεδόν συνέχεια σε αιώρηση στη στήλη του νερού λόγω της τύρβης, τότε το φορτίο χαρακτηρίζεται σαν φορτίο σε αιώρηση. Η τύρβη, που συμβάλλει στην κατακόρυφη διάχυση των φερτών σε αιώρηση, σε περιβάλλον κυματισμών-ρευμάτων, παράγεται κοντά στον πυθμένα λόγω της τριβής ή κοντά στην επιφάνεια λόγω της θραύσης των κυματισμών.

Η μεταφορά φερτών σε αιώρηση q_s (ειδική παροχή όγκου φερτών) ως προς τις διευθύνσεις x και y υπολογίζεται από τη μέση ως προς την περίοδο του κύματος τιμή του γινομένου της συνολικής ταχύτητας κυματισμού και ρεύματος u(z), v(z) και της μέσης ως προς την περίοδο συγκέντρωσης c(z):

$$q_{sx} = \int_{-h+a}^0 ucdz \quad (3.30)$$

$$q_{sy} = \int_{-h+a}^0 vcdz \quad (3.31)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, αντικαθίσταται η μέση συγκέντρωση ως προς την περίοδο από την αναλυτική λύση της εξίσωσης διάχυσης (3.18). Με αυτό τον τρόπο προκύπτει η τελική σχέση για τον υπολογισμό του φορτίου σε αιώρηση, η οποία είναι η εξής:

$$q_{sx} = U_{cR} \frac{\varepsilon_v}{w_f} \left(1 - \exp\left(\frac{-w_f h}{\varepsilon_v}\right) \right) \quad (3.32)$$

$$q_{sy} = V_{cR} \frac{\varepsilon_v}{w_f} \left(1 - \exp\left(\frac{-w_f h}{\varepsilon_v}\right) \right) \quad (3.33)$$

Το τελευταίο στάδιο για τον υπολογισμό της συνολικής στερεοπαροχής είναι ο συνδυασμός των επιμέρους στερεοπαροχών. Σύμφωνα με την μέθοδο, ο συνδυασμός αυτός είναι γραμμικός, οπότε ισχύει ότι:

$$q_{tx} = q_{bx} + q_{sx} \quad (3.34)$$

$$q_{ty} = q_{by} + q_{sy} \quad (3.35)$$

Πέρα από το μοντέλο υπολογισμού της παροχής με ισοδυναμία δυνάμεων έχει αναπτυχθεί μια πιο σύγχρονη μέθοδος που χρησιμοποιεί την ροή ενέργειας για την εκτίμηση του φορτίου πυθμένα και αιωρήσεως. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, οι επιμέρους παροχές υπολογίζονται από τους εξής τύπους:

$$q_{bx} = \frac{1}{(\rho_s - \rho)g} \left\langle \left[\frac{\varepsilon_b}{\tan\Phi} \left(\frac{u_b}{u_{bt}} + \frac{d_x}{\tan\Phi} \right) \omega_b \right] \right\rangle \quad (3.36)$$

$$q_{sx} = \frac{1}{(\rho_s - \rho)g} \left\langle \left[\frac{\varepsilon_s u_{bt}}{w_f} \left(\frac{u_b}{u_{bt}} + \varepsilon_s d_x \frac{u_{bt}}{w_f} \right) \omega_t \right] \right\rangle \quad (3.37)$$

$$q_{by} = \frac{1}{(\rho_s - \rho)g} \left\langle \left[\frac{\varepsilon_b}{\tan\Phi} \left(\frac{v_b}{u_{bt}} + \frac{d_y}{\tan\Phi} \right) \omega_b \right] \right\rangle \quad (3.38)$$

$$q_{sy} = \frac{1}{(\rho_s - \rho)g} \left\langle \left[\frac{\varepsilon_s u_{bt}}{w_f} \left(\frac{v_b}{u_{bt}} + \varepsilon_s d_y \frac{u_{bt}}{w_f} \right) \omega_t \right] \right\rangle \quad (3.39)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, Φ είναι η γωνία εσωτερικής τριβής, για την οποία ισχύει $\tan\Phi=0.6$, ε_b , ε_s είναι οι συντελεστές απόδοσης φορτίου πυθμένα και αιώρησης αντίστοιχα, για τους οποίους ισχύει ότι $\varepsilon_b=0,1$ και $\varepsilon_s=0,02$, d_x , d_y είναι η κλίση του πυθμένα ως προς x , y , u_b , v_b είναι οι συνολικές ταχύτητες κύματος και ρεύματος κοντά στον πυθμένα ως προς x , y , u_b είναι η συνισταμένη οριζόντια αθροιστική ταχύτητα, ω_b είναι η απώλεια της ενέργειας λόγω της τριβής πυθμένα και ω_t η συνολική απώλεια της ενέργειας λόγω της τριβής πυθμένα και της θραύσης των κυματισμών:

$$\omega_b = \left\langle \frac{1}{2} f_w \rho u_{bt}^3 \right\rangle \quad (3.40)$$

$$\omega_t = \omega_b + D * \exp\left(\frac{3}{2}\left(1 - \frac{h}{H}\right)\right) \quad (3.41)$$

Τελικά, η συνολική παροχή, σε αυτή την περίπτωση, προκύπτει όπως στις σχέσεις (3.34), (3.35) με γραμμικό συνδυασμό των επιμέρους παροχών.

3.4. Εξέλιξη της ακτογραμμής

3.4.1. Συσσωρεύσεις στην παράκτια ζώνη

Η μεταφορά ιζημάτων και η εναπόθεση τους στο θαλάσσιο πυθμένα έχουν σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία συσσωρεύσεων στην παράκτια ζώνη. Η γεωμετρία της διατομής, η θέση δημιουργίας, ο προσανατολισμός, η διάρκεια παρουσίας και η χρονική στιγμή εμφανίσεως τους είναι άμεσες συναρτήσεις των παράκτιων μηχανισμών στην περιοχή. Κατά συνέπεια, οι συσσωρεύσεις εξαρτώνται από το κυματικό κλίμα και τα ιζήματα της περιοχής.

Μια πρώτη κατάταξη των συσσωρεύσεων είναι σε φυσικές και τεχνητές ή συσσωρεύσεις λόγω της επίδρασης παράκτιων εμποδίων και έργων. Στην πρώτη κατηγορία οι συσσωρεύσεις οφείλονται αποκλειστικά σε φυσικούς μηχανισμούς και ειδικότερα σε απόθεση λόγω μειωμένης μεταφορικής ικανότητας. Στην δεύτερη κατηγορία η μείωση της ικανότητας μεταφοράς οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην ύπαρξη φυσικών ή τεχνητών εμποδίων όπως είναι τα παράκτια έργα.

Δεύτερη κατάταξη, που συνήθως γίνεται, είναι σε συσσωρεύσεις μικρής και μεγάλης κλίμακας μεγέθους. Η κλίμακα μεγέθους αναφέρεται συγκριτικά με τις διαστάσεις της παράκτιας ζώνης. Συνήθως, συσσωρεύσεις μεγάλης κλίμακας είναι οι έξαλοι και ύφαλοι αναβαθμοί. Οι περιοδικές κοιλότητες και εξάρσεις, λόγω της ανομοιότητας του κυματισμού, ανήκουν στην μια ή στην άλλη κατηγορία. Ενώ, τέλος, τα αμμοκύματα είναι μάλλον μικρής κλίμακας συσσωρεύσεις λόγω του ύψους τους.

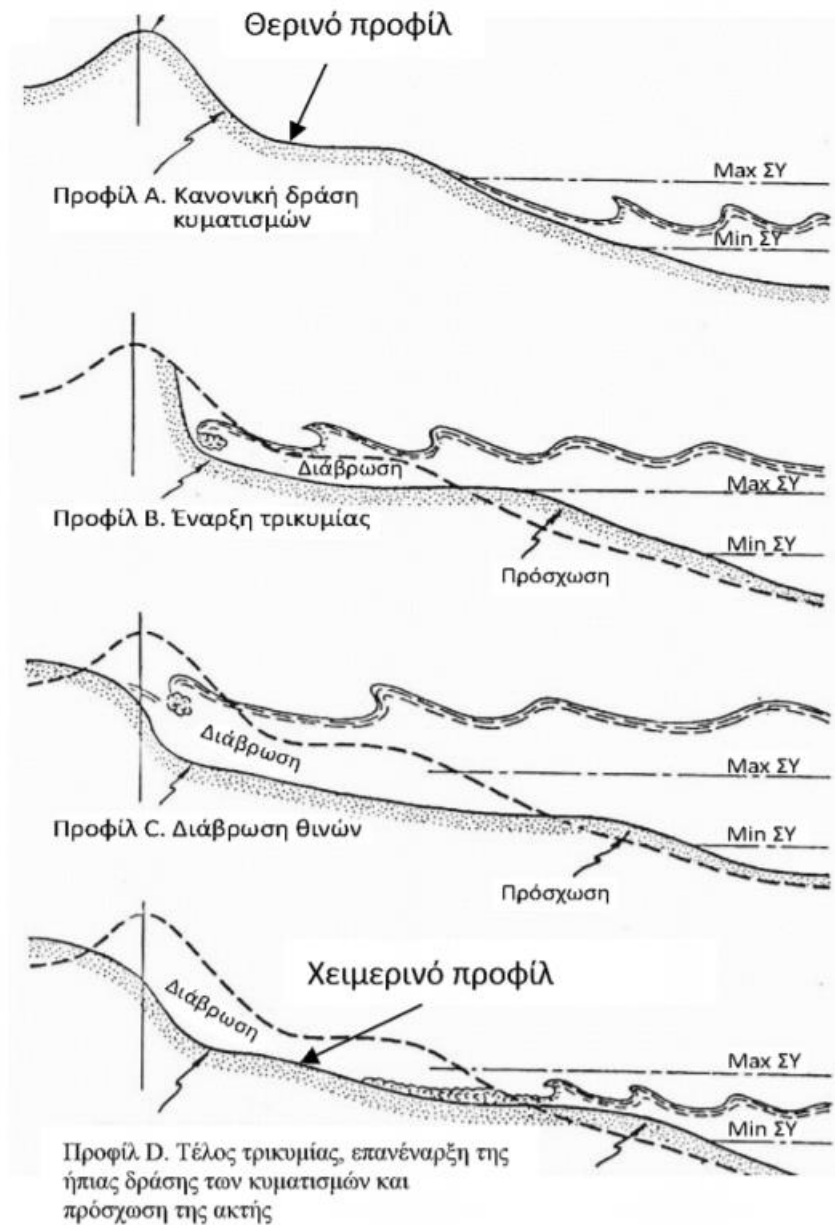
3.4.2. Φυσικές συσσωρεύσεις μικρής και μεγάλης κλίμακας

Η απόθεση ιζημάτων σε φυσικές συσσωρεύσεις οφείλεται σε τοπικές ισορροπίες τάσεων που προέρχονται από αδιατάρακτους παράκτιους φυσικούς μηχανισμούς. Μερικές από αυτές είναι τα αμμοκύματα, οι περιοδικές κοιλότητες και εξάρσεις, οι ύφαλοι και έξαλοι αναβαθμοί.

1. Τα αμμοκύματα αποτελούν διαδοχικούς θυσάνους λεπτόκοκκων ιζημάτων και παρατηρούνται σε κάθε είδος ροής. Ακόμη, εμφανίζουν μια περιοδικότητα κατά την γραμμική έννοια, για αυτό και χαρακτηρίζονται ως κύματα. Το μήκος κύματος τους είναι συνήθως μέχρι 10 cm και το ύψος τους ως 3 cm. Λόγω του μικρού τους μεγέθους τα αμμοκύματα εντάσσονται στις μικρής κλίμακας συσσωρεύσεις. Η γένεση των αμμοκυμάτων οφείλεται κυρίως στην ισχυρή μεταβολή πίεσεως σε μια περίοδο κύματος. Απαιτείται αρχικά η ύπαρξη στον πυθμένα μιας μικροεξάρσεως ώστε να

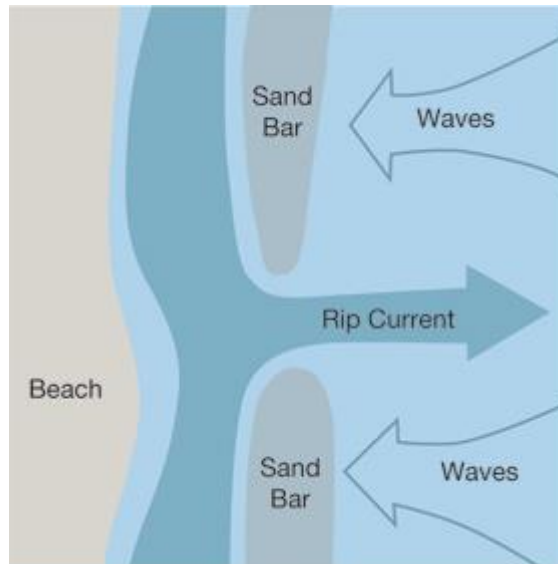
δημιουργηθούν μικροστρόβιλοι διαδοχικά ανάντη και κατάντη της ανωμαλίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την μεταφορά και απόθεση μερικών κόκκων ιζήματος.

2. Οι ύφαλοι αναβαθμοί σχηματίζονται από συσσώρευση ιζημάτων στην ζώνη θραύσεως των κυματισμών. Η συσσώρευση γίνεται παράλληλα με την ακτογραμμή, όταν ο προσπίπτων κυματισμός είναι κάθετος σε αυτή. Τα ιζήματα που μεταφέρει προέρχονται από την διάβρωση του μετώπου της ακτής από θραυόμενα κύματα κυρίως μεγάλης καμπυλότητας και από την διάβρωση του πυθμένα. Η διαδικασία δημιουργίας ύφαλων αναβαθμών περιγράφεται σχηματικά στην Εικόνα 3.10. Οι αναβαθμοί μπορεί να επεκτείνονται αρκετά κατά μήκος της ακτής, όμως είναι συνηθέστερο να διακόπτονται από τη ροή βελοειδών ρευμάτων. Ακόμη, είναι δυνατός ο σχηματισμός περισσότερων παράλληλων αναβαθμών. Είναι γνωστό ότι κύματα μεγάλης καμπυλότητας εμφανίζονται κυρίως κατά τους χειμερινούς μήνες. Την περίοδο αυτή παρατηρείται η χειμερινή διατομή της παράκτιας ζώνης, κατά την οποία υπάρχουν αναβαθμοί, που σχηματίζονται από διάβρωση ιζημάτων στο μέτωπο της ακτής. Αντίθετα, κατά τους θερινούς μήνες εμφανίζονται κύματα μικρής καμπυλότητας και στην παράκτια ζώνη παρατηρείται η θερινή διατομή. Στην διατομή αυτή η ακτογραμμή μετατοπίζεται προς την θάλασσα λόγω αποθέσεως ιζημάτων στον έξαλο αναβαθμό και η κλίση του μετώπου αυξάνει.
3. Ο έξαλος αναβαθμός σχηματίζεται από συσσώρευση ιζημάτων στην ακτογραμμή και παρουσιάζει ένα κεκλιμένο μέτωπο προς την παράκτια ζώνη και ένα σχεδόν οριζόντιο τμήμα. Τα ιζήματα που μεταφέρονται στον έξαλο αναβαθμό προέρχονται από ανταλλαγή μάζας με τον ύφαλο αναβαθμό και μεταφέρονται από τα κύματα στην φάση αναρριχήσεως. Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες εμφανίζονται έξαλοι αναβαθμοί περιγράφονται στο πρώτο σχήμα της Εικόνας 3.10. Βασική προϋπόθεση για την δημιουργία έξαλου αναβαθμού είναι η δράση στην ακτή κυμάτων με μικρή καμπυλότητα, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως. Ένα κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι μπορούν να αυξήσουν το πλάτος τους μέχρι και τα 100 μέτρα.
4. Οι περιοδικές κοιλότητες και εξάρσεις είναι ένα ιδιόμορφο χαρακτηριστικό σε αμμώδη μέτωπα ακτής, το οποίο συμβαίνει λόγω διαβρώσεων και αποθέσεων στην ακτή. Η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοιλοτήτων ή εξάρσεων φθάνει από μερικά μέτρα ως μερικές εκατοντάδες μέτρα, ενώ το βάθος ή το ύψος αντίστοιχα μπορεί να φθάσει μέχρι και τα δυο μέτρα.



Εικόνα 3.10: Δημιουργία έξαλων και ύφαλων αναβαθμών κατά τους θερινούς και χειμερινούς μήνες (Πηγή; Καραμπάς κ.α., 2015)

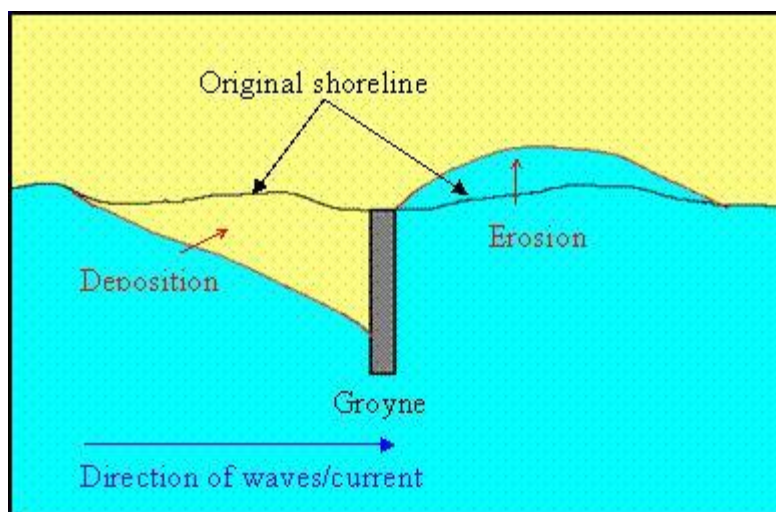
5. Τέλος, οι ύφαλοι διάρρυγες εμφανίζονται σε ακτές με κύματα υψηλής καμπυλότητας ανάμεσα στους ύφαλους αναβαθμούς. Οι ύπαρξη τους οφείλεται στην θραύση του κορμού των αναβαθμών λόγω σχετικά μεγάλης ορμής των υγρών σωματιδίων. Συνήθως οι θέσεις διωρύγων συμπίπτει με τις θέσεις βελοειδών ρευμάτων. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα συνύπαρξης ύφαλης διάρρυγας και βελοειδούς ρεύματος φαίνεται στην Εικόνα 3.11.



Εικόνα 3.11: Δημιουργία ύφαλης διώρυγας σε θέση βελοειδούς ρεύματος (Πηγή: www.seagrant.umn.edu)

3.4.3. Τεχνητές συσσωρεύσεις-Παράκτια εμπόδια

Το παράκτιο πεδίο ροής σε μια ομοιόμορφα κεκλιμένη παράκτια ζώνη μεγάλου μήκους είναι σχετικά απλό. Όμως περιπλέκεται σε περιπτώσεις ύπαρξης παράκτιων εμποδίων, έργων ή αλλοιώσεων της διατομής ισορροπίας της παράκτιας ζώνης. Η διαταραχή στην ροή του ρευστού αλλοιώνει την ροή των ιζημάτων σε αιώρηση και σε επαφή με τον πυθμένα. Κατά γενικό κανόνα, εμφανίζεται απόθεση ιζημάτων στην παράκτια ζώνη στα ανάντη του εμποδίου και σε μια στενή ζώνη στα αμέσως κατάντη. Ταυτόχρονα, εμφανίζεται διάβρωση της ακτής στα κατάντη του εμποδίου, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.12.



Εικόνα 3.12: Τυπικό παράδειγμα παράκτιου έργου-προβόλου και εξέλιξη της ακτογραμμής (Πηγή: www.crd.bc.ca)

Η απόθεση ιζημάτων στα ανάντη του έργου οφείλεται στη μείωση της ταχύτητας ροής κατά μήκος της ακτής λόγω της παρουσίας του έργου και κατά συνέπεια, στη μείωση της δυνατότητας μεταφοράς ιζημάτων. Στην ζώνη αμέσως μετά τα κατάντη του έργου η απόθεση οφείλεται στα ιζήματα που διέρχονται γύρω από το έργο και καθιζάνουν εξ αιτίας της απουσίας δυνάμεων παρασύρσεως. Η διάβρωση της ακτής στα κατάντη του έργου οφείλεται στην απουσία ιζημάτων για παράσυρση από το ρεύμα κατά μήκος της ακτής και σε μείωση της ταχύτητας ροής. Η μείωση αυτή της ταχύτητας ροής στα κατάντη μπορεί να οφείλεται στους εξής παράγοντες:

1. Στην ανάκλαση ενέργειας και περίθλαση, όπως συμβαίνει στις περιπτώσεις ενός μόλου ή κυματοθραύστη
2. Στην ανυπαρξία συνθηκών θραύσεως λόγω απότομης αύξησης του βάθους του πυθμένα, όπως συμβαίνει στην περίπτωση ενός βυθοκορημένου διαύλου ναυσιπλοΐας.

Οι παραπάνω μεταβολές της ακτής είναι μακράς χρονικής κλίμακας και αντανakλούν τις μέσες συνθήκες της παράκτιας ροής σε μια ευρεία χρονική περίοδο. Το γεγονός αυτό δεν αποκλείει την εμφάνιση διαφορετικών μεταβολών της ακτής σε μικρότερη χρονική κλίμακα, λόγω διαφορετικών στιγμιαίων συνθηκών παράκτιας ροής.

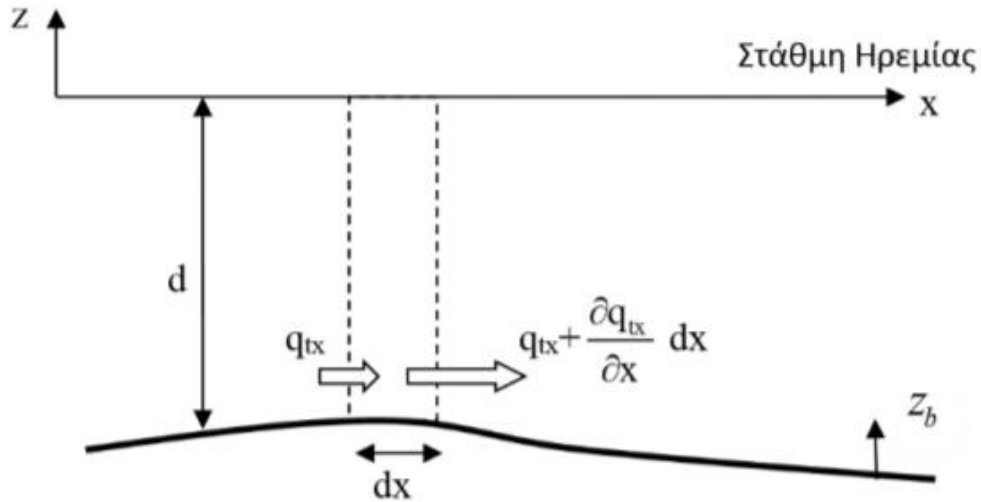
3.4.4. Μαθηματική εξέλιξη της ακτής

Η εκτίμηση των μορφολογικών μεταβολών (ρυθμός μεταβολής της στάθμης του πυθμένα) στον παράκτιο χώρο βασίζεται στην αριθμητική επίλυση της εξίσωσης διατήρησης του όγκου φερτών (Paola and Voller, 2005):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1-p} \left(\frac{\partial q_{tx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{ty}}{\partial y} \right) \quad (3.42)$$

Όπου h είναι η το βάθος του νερού, p είναι το πορώδες της άμμου, το οποίο ισούται με 0,4 και q_{tx} , q_{ty} είναι οι συνολικές στερεοπαροχές παράλληλα και κάθετα στην ακτογραμμή αντίστοιχα, οι οποίες προκύπτουν από τις σχέσεις (3.34), (3.35).

Η παραπάνω σχέση εξάγεται εύκολα με βάση την εξίσωση της συνέχειας σύμφωνα με την οποία εάν σε έναν πεπερασμένο όγκο εισάγεται (ή αντίστοιχα εξάγεται) μεγαλύτερη ποσότητα άμμου από αυτήν που εξάγεται (ή αντίστοιχα εισάγεται), η διαφορά τους εναποτίθεται στον πυθμένα (ή αντίστοιχα ο πυθμένας υποσκάπτεται), με αποτέλεσμα τη μείωση του βάθους, δηλαδή πρόσχωση (ή αντίστοιχα την αύξηση του βάθους, δηλαδή διάβρωση). Η παραπάνω εξίσωση περιγράφεται σχηματικά στην Εικόνα 3.13.



Εικόνα 3.13: Μεταβολή της στάθμης του πυθμένα (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

Στις παραπάνω εξισώσεις εκτίμησης της στερεομεταφοράς (3.26), (3.27), (3.32)-(3.39) θεωρείται οριζόντιος πυθμένας. Σύμφωνα με τον Watanabe (Dibajnia and Watanabe, 1988) η επίδραση της κλίσης του πυθμένα εισάγεται στη στερεομεταφορά θεωρώντας:

$$q_{tx,s} = \left(q_{tx} - \varepsilon |q_{tx}| \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (3.43)$$

$$q_{ty,s} = \left(q_{ty} - \varepsilon |q_{ty}| \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (3.44)$$

όπου ο δείκτης s δηλώνει τη στερεομεταφορά θεωρώντας και την επίδραση της κλίσης του πυθμένα, και ε ένας συντελεστής, με τιμές συνήθως $\varepsilon=2$ έως 5, αλλά και μεγαλύτερες. Αντικαθιστώντας τις παραπάνω στην (3.42), καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1-p} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(q_{tx} - \varepsilon |q_{tx}| \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(q_{ty} - \varepsilon |q_{ty}| \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] \quad (3.45)$$

Οι όροι των παραγώγων δεύτερης τάξης είναι επιπλέον απαραίτητοι γιατί ομαλοποιούν το ανάγλυφο του πυθμένα κάτω από μορφοδυναμικές μεταβολές, συνεισφέροντας έτσι σε ρεαλιστικές και αριθμητικά ευσταθείς λύσεις. Η παραπάνω εξίσωση (3.45) προσομοιώνει τις μεταβολές του πυθμένα σε δισδιάστατο πεδίο και χρησιμοποιείται τόσο για την εκτίμηση βραχυχρόνιων μεταβολών (της τάξης μερικών ωρών έως μερικών ημερών) όσο και των μακροχρόνιων (της τάξης μερικών ετών).

Εκτός από την παραπάνω διαδικασία υπολογισμού της εξέλιξης του πυθμένα χρησιμοποιείται τα τελευταία χρόνια μια νέα μέθοδος. Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τους Bouharguane και Mohammadi (Bouharguane and Mohammadi, 2012) και βασίζεται σε αρχές ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης κόστους. Η συνάρτηση αποτελεί ένα άθροισμα των τιμών της δυναμικής ενέργειας του κύματος και της μεταβολής του πυθμένα για κάθε περιοχή και για κάθε χρονικό βήμα ξεχωριστά και περιγράφεται από τον εξής τύπο (3.46):

$$J_1(\psi) = \int_{t-T}^t \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \rho_w g \eta^2 + \rho_s g (\psi(\tau) - \psi(t-T))^2 \right) d\tau d\Omega \quad (3.46)$$

όπου Ω είναι η περιοχή εφαρμογής της σχέσης, T είναι το χρονικό βήμα εξέλιξης του πυθμένα το οποίο είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο για τον υπολογισμό των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών του κύματος. Ο πρώτος όρος του αθροίσματος περιγράφει την δυναμική ενέργεια του κύματος μέσω της διακύμανσης της κυματικής ανύψωσης η από μια μικρής συχνότητας μέση τιμή της:

$$\eta(x, y, t, \psi) = h(x, y, t, \psi) - \frac{1}{T} \int_{t-T}^t h(x, y, \tau, \psi) d\tau \quad (3.47)$$

Ο δεύτερος όρος περιγράφει την εξέλιξη του πυθμένα $\psi(\tau)$ μέσα από τον υπολογισμό της υπομετρικής διαφοράς της στάθμης του πυθμένα, που προκύπτει για κάθε χρονικό βήμα. Η ελαχιστοποίηση της σχέσης (3.46) επιτυγχάνεται μέσω της λύσης της εξίσωσης (3.48), η οποία είναι παρόμοια με την εξίσωση Ekner (3.42) με μόνη διαφορά ότι αυτή βασίζεται σε ισορροπία ενεργειών:

$$\begin{cases} \psi_t = -\rho \nabla_{\psi} J(\psi, U(\psi)) \\ \psi(t=0, x, y) = \psi_0(x, y) = \text{γνωστό} \end{cases} \quad (3.48)$$

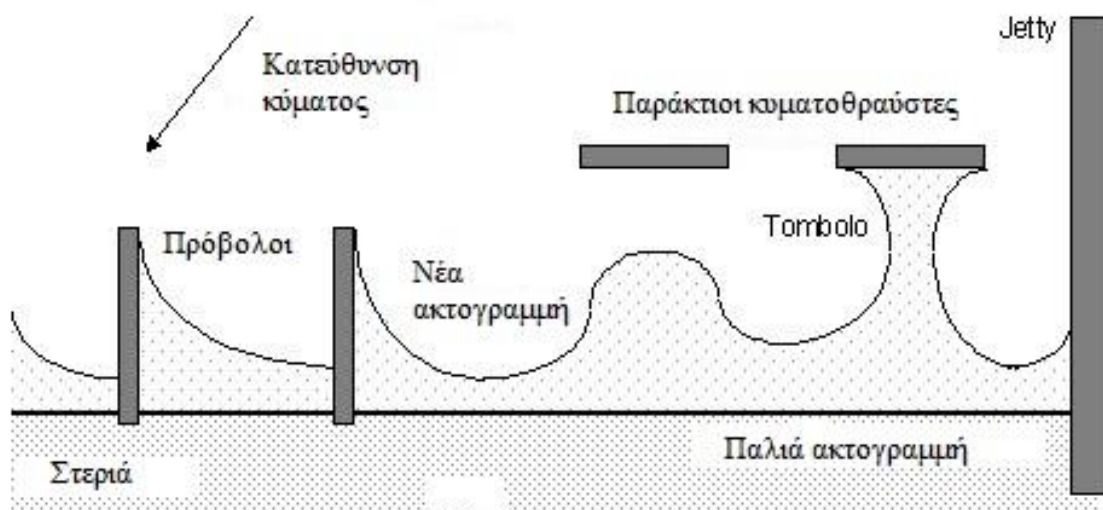
Βασική προϋπόθεση για την επίλυση της εξίσωσης (3.48) είναι να γνωρίζουμε την αρχική βυθομετρία του πυθμένα.

4. Παράκτια έργα προστασίας

Η ανεξέλεγκτη διάβρωση των ακτών αποτελεί ένα πρόβλημα για την κοινωνία μας τα τελευταία χρόνια. Αυτό οφείλεται στην όλο και σημαντικότερη θέση που έχουν οι ακτές στην ζωή των ανθρώπων, αλλά και στην φύση γενικότερα, είτε ως χώρος κατοικίας για κάποιους ανθρώπους, είτε ως χώρος ψυχαγωγίας είτε ως χώρος ανάπτυξης ειδών χλωρίδας και πανίδας, τα οποία είναι προς εξαφάνιση. Οι παραπάνω παράγοντες οδήγησαν στην ανάπτυξη μεθόδων για τον καθορισμό του μεγέθους και της περιοχής διάβρωσης από τον ίδιο τον άνθρωπο. Οι μέθοδοι αυτές χωρίζονται ανάλογα με την επέμβαση τους στο περιβάλλον σε σκληρές-συμβατικές και σε ήπιες.

4.1. Συμβατικές μέθοδοι προστασίας των ακτών

Στις συμβατικές μέθοδοι προστασίας ακτών ανήκουν όλες αυτές, οι οποίες επιδρούν στο φυσικό τοπίο δραστικά επηρεάζοντας την αισθητική του. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται τόσο έργα κάθετα στην ακτή όσο και παράλληλα σε αυτή. Στην συνέχεια της παρούσας εργασίας, θα επικεντρωθούμε κυρίως στους έξαλλους κυματοθραύστες και στους κάθετους προβόλους, οι οποίοι φαίνονται στην Εικόνα 4.1, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι είναι οι μοναδικοί.



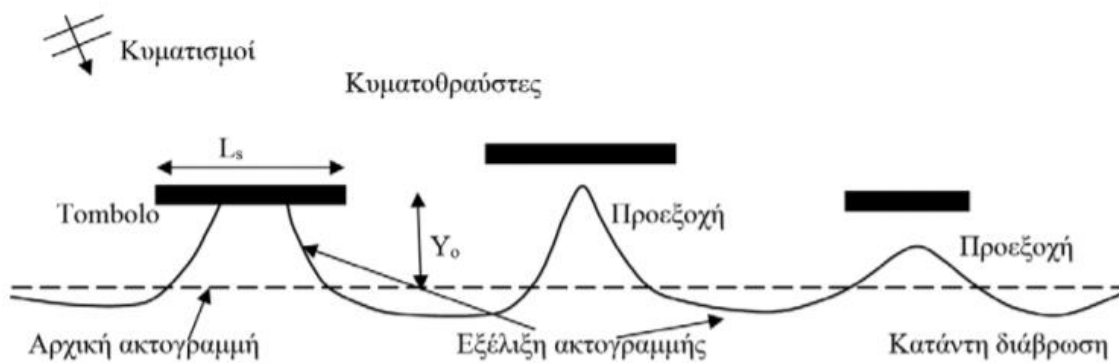
Εικόνα 4.1: Συμβατικά έργα προστασίας της ακτής (Πηγή: www.njscuba.net)

4.1.1. Έργα παράλληλα στην ακτή-Έξαλλοι κυματοθραύστες

Έργα προστασίας ακτής, των οποίων ο διαμήκης άξονας είναι παράλληλος προς την ακτογραμμή, ανήκουν σε αυτή την κατηγορία. Τα έργα αυτά μπορούν να διαχωριστούν σε δυο μεγάλες υποκατηγορίες ανάλογα με την περιοχή κατασκευής τους: τα έργα θωράκισης του μετώπου της ακτής και τα έργα που κατασκευάζονται σε κάποια απόσταση από την ακτογραμμή. Συγκεκριμένα, οι έξαλλοι κυματοθραύστες βρίσκονται απομακρυσμένοι από την

ακτή και ο ρόλος τους είναι να παρεμποδίζουν τη δράση μεγάλου μέρους της προσπίπτουσας ενέργειας απευθείας στο μέτωπο της ακτής.

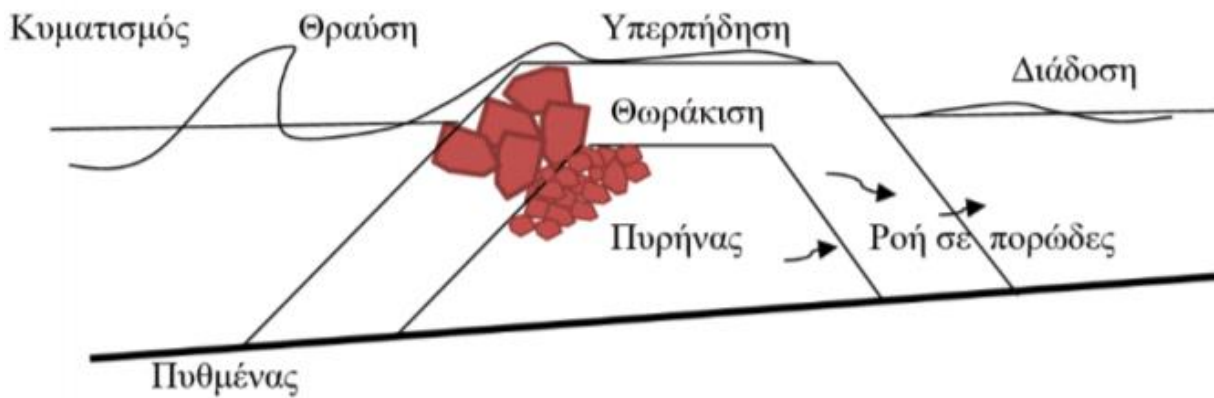
Η μεταβολή της δυναμικής αυτής στην παράκτια ζώνη λόγω της κατασκευής ενός αποσπασμένου κυματοθραύστη δημιουργεί συνήθως απόθεση ιζημάτων μεταξύ του έργου και της ακτογραμμής λόγω του φαινομένου της περιθλάσεως. Η μορφή της αποθέσεως είναι πολύ χαρακτηριστική, φαίνεται στην Εικόνα 4.2, και ονομάζεται διεθνώς ως τόμπολο. Σε ορισμένες περιπτώσεις, έχουν σημειωθεί αποθέσεις μεγάλης κλίμακας, με αποτέλεσμα την μετατόπιση της ακτογραμμής μέχρι τον κυματοθραύστη. Η αστοχία αυτού του τύπου αποφεύγεται με την διάνοιξη κατάλληλων ανοιγμάτων στον κορμό του κυματοθραύστη και με την διάταξη του έργου υπό γωνία ως προς την ακτογραμμή.



Εικόνα 4.2: Εξέλιξη της ακτογραμμής παρουσία κυματοθραυστών-Tombolo (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

Οι περισσότεροι κυματοθραύστες έχουν κεκλιμένα μέτωπα και συνήθως κατασκευάζονται από φυσικούς ή τεχνητούς ογκολίθους (Μέμος, 1992, 2008). Η επιλογή της κάθε τεχνολογίας εξαρτάται από το βάθος του πυθμένα στην περιοχή κατασκευής, την κατάσταση του πυθμένα και κυρίως την διαθεσιμότητα υλικών και μηχανικών μέσων. Μια τυπική διατομή έξαλου κυματοθραύστη παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.3 (Καραμπάς κ.α., 2015).

Η βασική επιδίωξη στο σχεδιασμό των κατασκευών αυτής της κατηγορίας είναι η δημιουργία ενός αναχώματος με πυρήνα, κατά τον δυνατόν αδιαπέραστο. Για τον λόγο αυτό, ο πυρήνας κατασκευάζεται από κοκκώδες υλικό μικρού ατομικού βάρους, που μπορεί να φθάσει μέχρι την κατηγορία της άμμου. Παρόλα αυτά, ο πυρήνας δεν είναι ευσταθής υπό την επίδραση κυμάτων. Για την προστασία του υλικού από την δράση των κυμάτων αλλά και για την συγκράτηση του, απαιτείται η διαμόρφωση εξωτερικής προστατευτικής στιβάδας απαραμόρφωτης από τα κύματα. Για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση των απαιτήσεων αυτών, συνηθίζεται οι κυματοθραύστες να διαμορφώνονται με διαδοχικές στιβάδες από ογκολίθους αυξανόμενου μεγέθους όσο πλησιάζουμε προς την εξωτερική στιβάδα.



Εικόνα 4.3: Τυπική διατομή έξαλου κυματοθραύστη προστασίας ακτών (Πηγή; Καραμπάς κ.α., 2015)

Οι στιβάδες θωράκισης του πυρήνα συνηθίζεται να αποτελούνται από ογκολίθους ίδιου μεγέθους και βάρους. Ο υπολογισμός του μέσου βάρους των απαιτούμενων ογκολίθων της κάθε στιβάδας γίνεται με εμπειρικές σχέσεις. Κύριος στόχος της επιλογής του κατάλληλου υλικού είναι να πετύχουμε την απαιτούμενη ευστάθεια της κατασκευής. Κατά μια άποψη, ευστάθεια επιτυγχάνεται όταν η δράση των κυμάτων, η οποία είναι ανάλογη της πυκνότητας του νερού και του ύψους κύματος, αντισταθμίζεται από την στατική δράση των ογκολίθων, η οποία είναι ανάλογη της πυκνότητας τους υπό άνοση και της χαρακτηριστικής τους διαστάσεως. Την παραπάνω συνθήκη ευστάθειας μετέτρεψε σε μαθηματική σχέση ο Hudson ως εξής (US Army Corps of Engineering, 1984):

$$W_{50} = \frac{\gamma_v H^3}{K_{\Delta} \left(\frac{\gamma_v}{\gamma} - 1\right)^3 \cot \theta} \quad (4.1)$$

όπου γ_v είναι το ειδικό βάρος του θαλασσινού νερού και γ το αντίστοιχο των ογκολίθων, H είναι το ύψος κύματος σχεδιασμού, θ είναι η γωνία κλίσης του μετώπου και K_{Δ} είναι ο συντελεστής τραχύτητας των ογκολίθων.

Μια άλλη παράμετρος σχεδιασμού των κυματοθραυστών είναι η στάθμη της στέψης. Για τους έξαλους κυματοθραύστες η στέψη υπερβαίνει την στάθμη της θάλασσας σε ηρεμία. Το τελικό ύψος του έργου εξαρτάται από τις χρήσεις της στέψης (προσβάσιμη από ανθρώπους ή όχι), την ανώτατη στάθμη της πλημμυρίδας, το υψηλότερο κύμα σχεδιασμού και την μέγιστη αναρρίχηση των κυμάτων. Σε γενικές γραμμές, η τοποθέτηση της στέψης σε μια στάθμη ίση με το ύψος του υψηλότερου κύματος σχεδιασμού πάνω από την ανώτατη στάθμη της πλημμυρίδας καθιστά την κατασκευή ανυπερπήδητη. Τέλος, το πλάτος της στέψης ορίζεται από τους εξυπηρετούμενους σκοπούς του έργου και από την υπερπήδηση της κατασκευής. Ένα τυπικό πλάτος b υπολογίζεται από την επόμενη σχέση:

$$b = nK_s \left(\frac{W_{50}}{\gamma_v}\right)^{0,33} \quad (4.2)$$

4.1.2. Έργα κάθετα στην ακτή-Πρόβολοι

Το έργο προστασίας της ακτής, του οποίου ο διαμήκης άξονας είναι κάθετος στην ακτογραμμή και συνήθως συνδέεται με την ακτή, έχει καθιερωθεί να ονομάζεται πρόβολος. Ο πρόβολος είναι ένα επίμηκες έργο προστασίας της ακτής και το παλαιότερο χρονικά. Κύριος στόχος του έργου είναι, εκτός από την προστασία της ακτής, η τεχνητή συσσώρευση ιζημάτων, η οποία μπορεί να οδηγήσει στην σταθεροποίηση της ακτής, στην μείωση της στερεομεταφοράς και στην παρεμπόδιση της επιχώσεως μιας λιμενολεκάνης στα κατάντη.

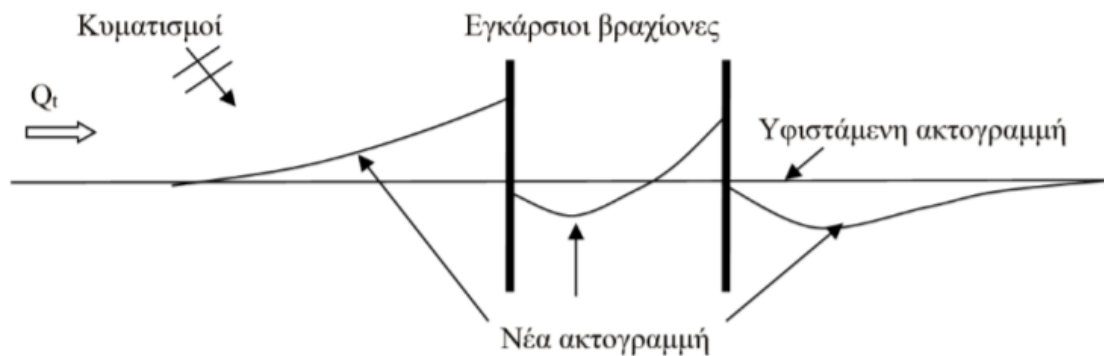
Οι πρόβολοι επηρεάζουν κυρίως την ενέργεια που κινείται κατά μήκος της ακτής και επιδρά άμεσα στο φορτίο ιζήματος στον πυθμένα και σε αιώρηση και ενεργοποιούνται όταν ο κυματισμός προσεγγίζει την ακτή υπό γωνία. Στην περίπτωση αυτή, ανάντη του έργου παρατηρείται απόθεση εδαφικού υλικού λόγω του εμποδίου που επηρεάζει την μεταφορά. Αντίθετα, κατάντη του προβόλου διαβρώνεται η ακτογραμμή λόγω τόσο της μειωμένης ενέργειας για την μεταφορά ιζήματος όσο και της ανυπαρξίας υλικού για μεταφορά. Το λιγοστό ίζημα που καταφέρνει να υπερπηδήσει ή να παρακάμψει το έργο κατακάθεται σε μια λεπτή λωρίδα ακριβώς κατάντη του προβόλου.

Η γεωμετρία της διατομής ενός προβόλου είναι συνήθως παρόμοια με την διατομή ενός κυματοθραύστη. Η μόνη διαφορά είναι ότι η διατομή του προβόλου μπορεί να μεταβάλλεται ανάλογα με την θέση που βρίσκεται κατά μήκος του προβόλου. Τα τμήματα του έργου που βρίσκονται στην ζώνη θραύσης πρέπει να είναι πιο ενισχυμένα από τα αντίστοιχα που βρίσκονται μετά την θραύση. Οι κύριοι παράμετροι σχεδιασμού ενός προβόλου είναι το μήκος του, το ύψος του και η διαπερατότητα του. Ο πρόβολος εδράζεται στον πυθμένα ενώ η στάθμη της στέψης του ορίζεται ανάλογα με τον επιδιωκόμενο στόχο του έργου. Το ύψος και το μήκος μπορούν να συνδυαστούν με διάφορους τρόπους για να επιτευχθεί ο στόχος αυτός. Υψηλοί και μεγάλοι μήκους πρόβολοι τείνουν να εγκλωβίσουν μεγάλες ποσότητες ιζημάτων, με πιθανό αποτέλεσμα, να προκληθεί διάβρωση στα κατάντη. Από την άλλη πλευρά, οι χαμηλοί και μικρού μήκους πρόβολοι επιτρέπουν την διέλευση ιζημάτων, με αποτέλεσμα να μην αποτρέπουν τη διάβρωση κατάντη αλλά να μην παρέχουν επαρκή παράκτια προστασία. Λύση στο πρόβλημα αυτό μπορεί να δώσει η κατασκευή διαπερατού προβόλου. Η διαπερατότητα σε ένα τέτοιο έργο επιτυγχάνεται με ανοίγματα κατάλληλων διαστάσεων, αλλά δεν συνηθίζεται η κατασκευή διαπερατών προβόλων.

Από τα παραπάνω προκύπτει ο προβληματισμός για τον καταλληλότερο συνδυασμό μήκους και ύψους του προβόλου. Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, το μεγαλύτερο ποσοστό της στερεομεταφοράς κατά μήκος της ακτής πραγματοποιείται στην ζώνη θραύσης. Κατά συνέπεια, μια πρόταση για το μήκος του προβόλου είναι από την ακτή μέχρι την θέση της επικρατέστερης γραμμής θραύσης. Με αυτό τον τρόπο ο πρόβολος επιτυγχάνει την μέγιστη απόδοση. Πέρα από το μήκος που επεκτείνεται το έργο στην ακτή, υπάρχει ένα τμήμα του προβόλου που εδράζεται στην στεριά. Το τμήμα αυτό πρέπει να έχει επαρκές μήκος ώστε να

πακτώνεται ο πρόβολος και να μην αστοχεί. Όσον αφορά το ύψος του προβόλου, αυτό συνηθίζεται να είναι μεγαλύτερο από το ύψος και την πιθανή αναρρίχηση του κύματος. Παρόλα αυτά, υπάρχουν και πρόβολοι των οποίων η στέψη βρίσκεται κάτω από την στάθμη ήρεμης θαλάσσης.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι πρόβολοι από μόνοι τους δεν επηρεάζουν μεγάλο μήκος της ακτής. Για τον λόγο αυτό, συνηθίζεται να εμφανίζονται σε συστήματα προβόλων όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.4 ώστε να ελέγχουν την στερεομεταφορά σε όλο το μήκος της ακτής. Η κατασκευή ενός τέτοιου συστήματος ακολουθεί τις προδιαγραφές των απλών προβόλων ώστε να είναι αποτελεσματικό. Επιπρόσθετα, για να πετύχουμε μεγαλύτερη απόδοση πρέπει να προσδιορίζουμε την απόσταση μεταξύ διαδοχικών προβόλων. Γενικά η απόσταση μεταξύ των προβόλων σε ένα σύστημα ορίζεται σαν γραμμική συνάρτηση του μήκους τους. Βιβλιογραφικά έχουν προταθεί πολλές σχέσεις, όμως συνηθίζεται η απόσταση να λαμβάνεται δυο με τρεις φορές μεγαλύτερη από το μήκος των προβόλων. Εάν κατά τον σχεδιασμό δεν τηρείται ο κανόνας αυτός τότε οι πρόβολοι παύουν να αποτελούν σύστημα και μελετώνται ξεχωριστά.



Εικόνα 4.4: Εξέλιξη της ακτογραμμής παρουσία συστήματος προβόλων (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

4.2. Ήπιες μέθοδοι προστασίας της ακτής-Υφαλοι κυματοθραύστες

Μέχρι πρόσφατα οι μέθοδοι αντιμετώπισης του προβλήματος στηρίζονταν στη αρχή της σκληρής προσέγγισης, δηλαδή στην κατασκευή υπέρογκων έργων. Ωστόσο τα τελευταία χρόνια, έχει επικρατήσει η τάση να προτιμώνται οι ήπιες μέθοδοι, όπως είναι οι βυθισμένοι κυματοθραύστες, εξαιτίας των μειωμένων περιβαλλοντικών συνέπειων που προκαλούν. Οι βυθισμένοι κυματοθραύστες μπορούν να προσφέρουν μια περιβαλλοντικά φιλική και αποτελεσματική μέθοδο προστασίας από τη διάβρωση.

Σε αυτό βοηθάει το γεγονός ότι η στέψη των ύφαλων κυματοθραυστών, σε αντίθεση με τους έξαλους, βρίσκεται κάτω από την στάθμη ήρεμης θάλασσας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται η αισθητική του τοπίου και ταυτόχρονα να επιτρέπεται η ελεύθερη κυκλοφορία

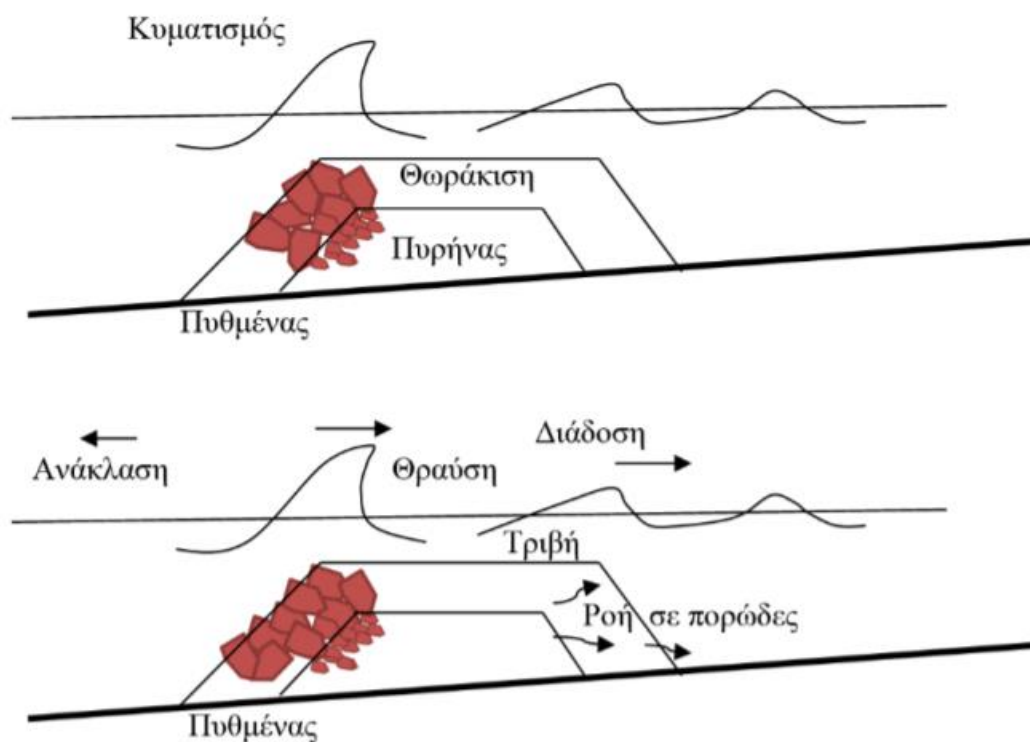
των υδάτων στην ακτή. Παρόλα αυτά η μέθοδος των βυθισμένων κυματοθραυστών δεν παρουσιάζει την ίδια αποτελεσματικότητα με τις αντίστοιχες συμβατικές μεθόδους.

Στόχος των ύφαλων κυματοθραυστών είναι η μείωση των χαρακτηριστικών των κυμάτων που φτάνουν στην ακτή και όχι η εκτόνωση της ενέργειας των κυμάτων. Η παράμετρος εκείνη, η οποία καθορίζει την αποτελεσματικότητα ενός βυθισμένου κυματοθραύστη είναι το ύψος της στέψης του. Για να επιτευχθεί μια ικανοποιητική μείωση των χαρακτηριστικών των κυμάτων πρέπει η στέψη να είναι σε μια στάθμη, για την οποία ισχύει ότι:

$$0,25 \leq \frac{d}{L} \leq 0,30 \quad (4.3)$$

όπου d είναι το βάθος πυθμένα και L είναι το μήκος κύματος (Μουτζούρης, 2009).

Τέλος, ο βαθμός προστασίας με ένα βυθισμένο κυματοθραύστη εκφράζεται σε συνάρτηση με τον συντελεστή διελεύσεως, ο οποίος ορίζεται ίσος με τον λόγο της διερχόμενης προς την προσπίπτουσα ενέργεια. Η ενέργεια που διέρχεται από το έργο είναι μικρότερη λόγω των μηχανισμών της θραύσης και της τριβής που λαμβάνουν χώρα στην θέση του έργου. Για μονοχρωματικά κύματα, ο συντελεστής αυτός ορίζεται ίσος με τον λόγο των υψών του διερχόμενου κύματος προς το προσπίπτον κύμα στον κυματοθραύστη. Τόσο η τυπική διατομή όσο και οι μηχανισμοί απώλειας της κινητικής ενέργειας περιγράφονται σχηματικά στην Εικόνα 4.5 (Καραμπάς κ.α., 2015).



Εικόνα 4.5: Τυπική διατομή ύφαλου κυματοθραύστη και μηχανισμοί απώλειας της κινητικής ενέργειας (Πηγή: Καραμπάς κ.α., 2015)

5. Περιγραφή των μεθόδων υπολογισμού

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας τροποποιήθηκαν και βελτιώθηκαν προηγούμενοι κώδικες υπολογισμού της ροής του νερού σε ρηχά νερά και συντάχθηκε νέος κώδικας υπολογισμού της στερεομεταφοράς. Αναλυτικότερα, για τον αρχικό υπολογισμό της κίνησης του νερού χρησιμοποιήθηκε ένας πρώιμος κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB. Έπειτα, χρησιμοποιήθηκε ένας πιο ολοκληρωμένος κώδικας για τον υπολογισμό του ίδιου φαινομένου, ο οποίος είναι γραμμένος σε FORTRAN. Τέλος, συντάξαμε έναν δικό μας κώδικα ο οποίος υπολογίζει την στερεομεταφορά που πραγματοποιείται στην ακτή, τόσο κάθετα όσο παράλληλα αυτής, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα που πήραμε από τον προηγούμενο κώδικα.

Στην συνέχεια, ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή της διαδικασίας υπολογισμού που χρησιμοποιεί ο κάθε κώδικας. Η σειρά παρουσίασης είναι αυτή που ακολουθήθηκε και στην μελέτη της εργασίας.

5.1. Κώδικας υπολογισμού ροής σε περιβάλλον MATLAB

5.1.1. Γενικά στοιχεία

Στην αρχή της μελέτης των Shallow Water Equations χρησιμοποιήσαμε έναν έτοιμο κώδικα προγραμματισμού γραμμένο στην γλώσσα της MATLAB (Velakur, 2014). Ο κώδικας αυτός γράφτηκε από τον προγραμματιστή λογισμικού Karthik Velakur στα πλαίσια του προγράμματος ανάπτυξης αριθμητικών μεθόδων του πανεπιστημίου του Waterloo και αποτελεί μια πρώτη απλοϊκή προσέγγιση στην ανάλυση των εξισώσεων με την μέθοδο των πεπερασμένων όγκων.

Σύμφωνα με τον κώδικα αυτό, η κίνηση του νερού περιγράφεται σε δυο διευθύνσεις από τις εξισώσεις διατήρησης μάζας, ορμής και έχει ως σκοπό τον υπολογισμό του πεδίου ταχυτήτων και του βάθους ροής. Για την περιγραφή αυτή, ο κώδικας χρησιμοποιεί μόνο τους όρους της ροής στις δυο αυτές κάθετες διευθύνσεις, ενώ θεωρεί μηδενικό τον όρο των δυνάμεων. Πρακτικά, αυτό μεταφράζεται σαν να έχω επίπεδο και λείο πυθμένα στην κίνηση του νερού, αφού οι υπόλοιποι συντελεστές του όρου δυνάμεων θεωρούνται εξ ορισμού μηδενικοί. Για αυτό τον λόγο, θεωρήθηκε καταλληλότερος ο κώδικας αυτός ως μια πρώτη απλή ανάλυση των εξισώσεων.

Η συμβολή μας στον προγραμματισμό του κώδικα αυτού έγκειται στον προσδιορισμό των αρχικών τιμών του πίνακα των αγνώστων, οι οποίες είναι απαραίτητες για την επίλυση του πρώτου σταδίου των εξισώσεων, και του χρονικού και χωρικού βήματος της μεθόδου. Στόχος μας ήταν να συμπληρώσουμε το πρόγραμμα υπολογισμού υδροδυναμικών χαρακτηριστικών με ένα δεύτερο υποπρόγραμμα υπολογισμού της στερεομεταφοράς βασισμένο στην εξίσωση Exner. Η προσπάθεια αυτή δεν ολοκληρώθηκε επιτυχώς, παρόλα αυτά αξίζει να αναφερθεί η διαδικασία υπολογισμού που ακολουθείτε.

5.1.2. Διαδικασία υπολογισμού και Περιγραφή των εξισώσεων

Ο κώδικας αυτός χρησιμοποιεί τις εξισώσεις των ρηχών νερών σε conservative form, οι οποίες περιγράφονται ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + g \frac{h^2}{2} \\ huv \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + g \frac{h^2}{2} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.1)$$

Μέσω των εξισώσεων αυτών υπολογίζουμε για κάθε χρονικό βήμα το διάνυσμα ταχυτήτων του πεδίου ροής και το βάθος ροής του ρευστού. Όλες οι μεταβλητές αυτές συγκεντρώνονται σε έναν πίνακα, ο οποίος αποτελεί τον βασικό άγνωστο παράγοντα στην εξίσωση, και είναι ο εξής:

$$U = [h \quad hu \quad hv]^T \quad (5.2)$$

Για τον υπολογισμό του αγνώστου χρησιμοποιείται η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων έτσι ώστε η επίλυση των εξισώσεων να πραγματοποιείται εύκολα και γρήγορα σε μικρά χωρία απλού σχήματος. Για λόγους ομοιομορφίας, στην συνέχεια, κάθε τέτοιο διακριτό χωρίο θα ονομάζεται κελί και οι οριακές επιφάνειες μέσω των οποίων επικοινωνεί με τα γειτονικά του κελιά θα ονομάζονται όψεις ή όρια. Για να διευκολύνουμε τον κώδικα αποφασίσαμε τα κελιά να είναι τετραγωνικά και ο κάνναβος που προκύπτει από αυτά να είναι δομημένος, ώστε να μην καλύπτει αρκετή μνήμη στον υπολογιστή. Για τον σκοπό αυτό αφού ορίσαμε το πεδίο μελέτης μας, το χωρίσαμε σε πυκνά, ορθογωνικά κελιά για να πετύχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια.

$$\Omega: (x, y) \in [-1, 1]^2 \quad (5.3)$$

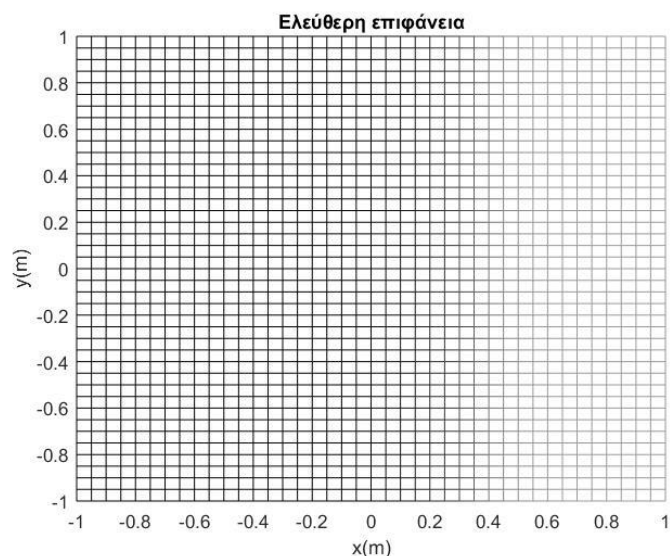
$$[xx, yy] = \text{meshgrid}(x, y) \quad (5.4)$$

όπου x, y είναι διανύσματα της εξής μορφής αντίστοιχα:

$$x = [-1 - dx: dx: 1 + dx] \quad (5.5)$$

$$y = [-1 - dy: dy: 1 + dy] \quad (5.6)$$

όπου $dx = dy = 0.05$ m είναι το χωρικό βήμα του καννάβου, το οποίο επιλέξαμε και περιγράφεται στην Εικόνα 5.1.



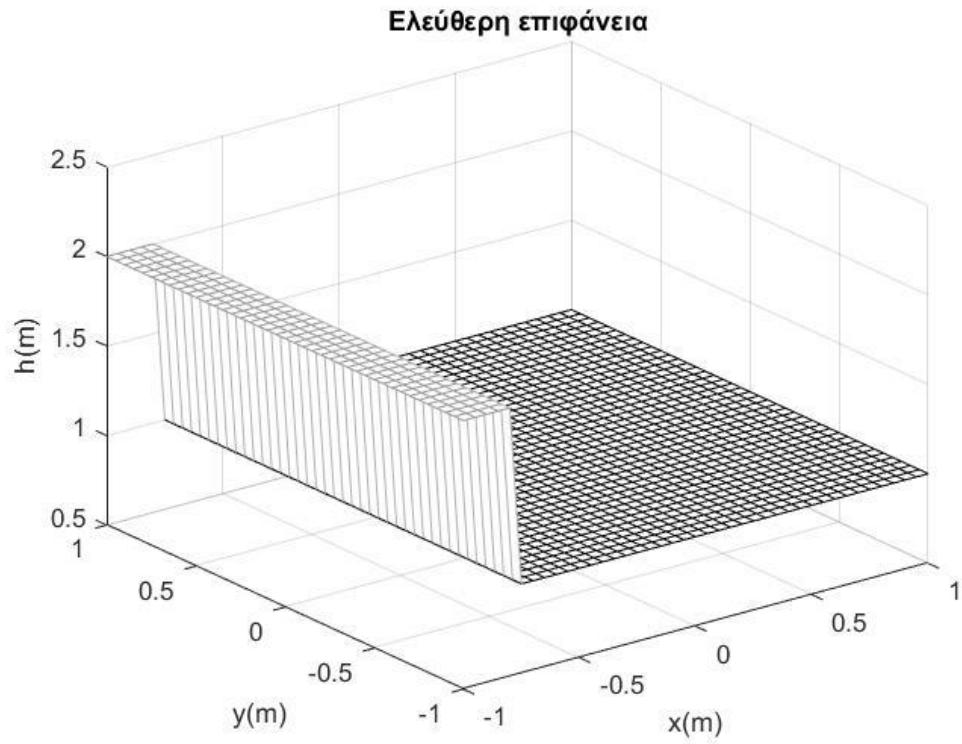
Εικόνα 5.1: Τετραγωνικός κάνναβος της περιοχής μελέτης

Στην συνέχεια, για να λύσουμε το σύστημα εξισώσεων τοπικά σε κάθε κελί, σύμφωνα με την μέθοδο Godunov, χρειαζόμαστε τις αρχικές τιμές του βάθους ροής. Οι τιμές αυτές ορίζονται αυθαίρετα ανάλογα με το πρόβλημα που θέλουμε να λύσουμε. Στον κώδικα χρησιμοποιήθηκαν δυο διαφορετικές περιπτώσεις αρχικών συνθηκών, οι οποίες είναι οι εξής:

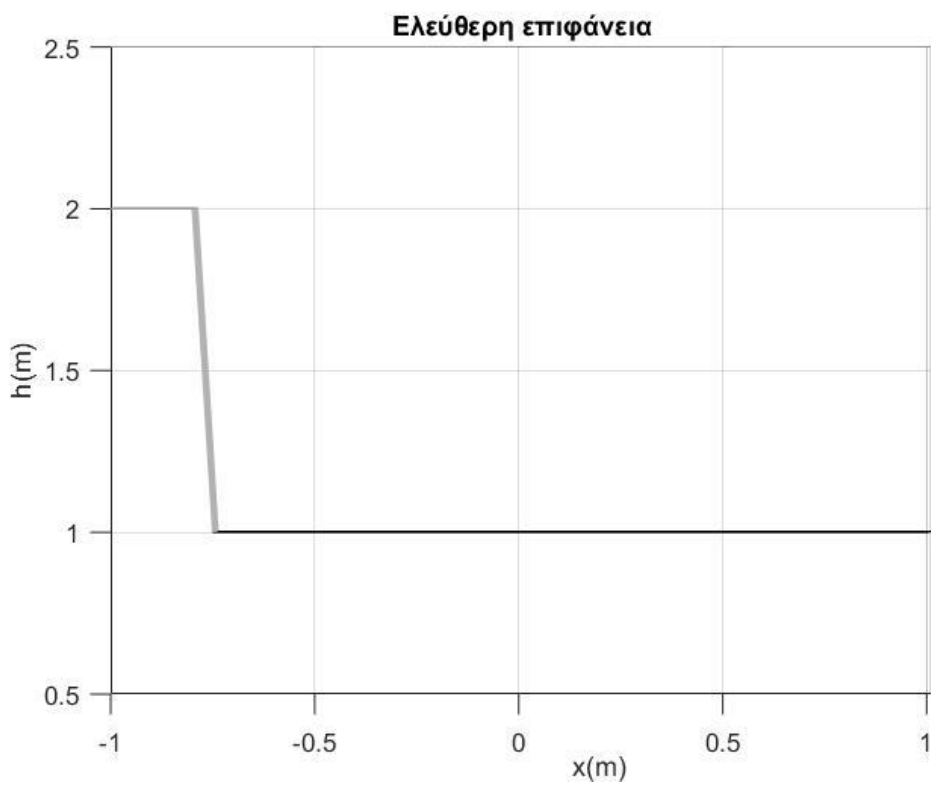
1. Η πρώτη περίπτωση αναλύει την μετάδοση του κύματος από την μια πλευρά του καννάβου στην απέναντι της, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 5.2 και 5.3. Σε αυτή την περίπτωση για την χρονική στιγμή $t_0=0$ ισχύει ότι:

$$U(x, y, 0) = [2 \quad 0 \quad 0]^T, \text{ για } x \leq -1 \quad (5.7)$$

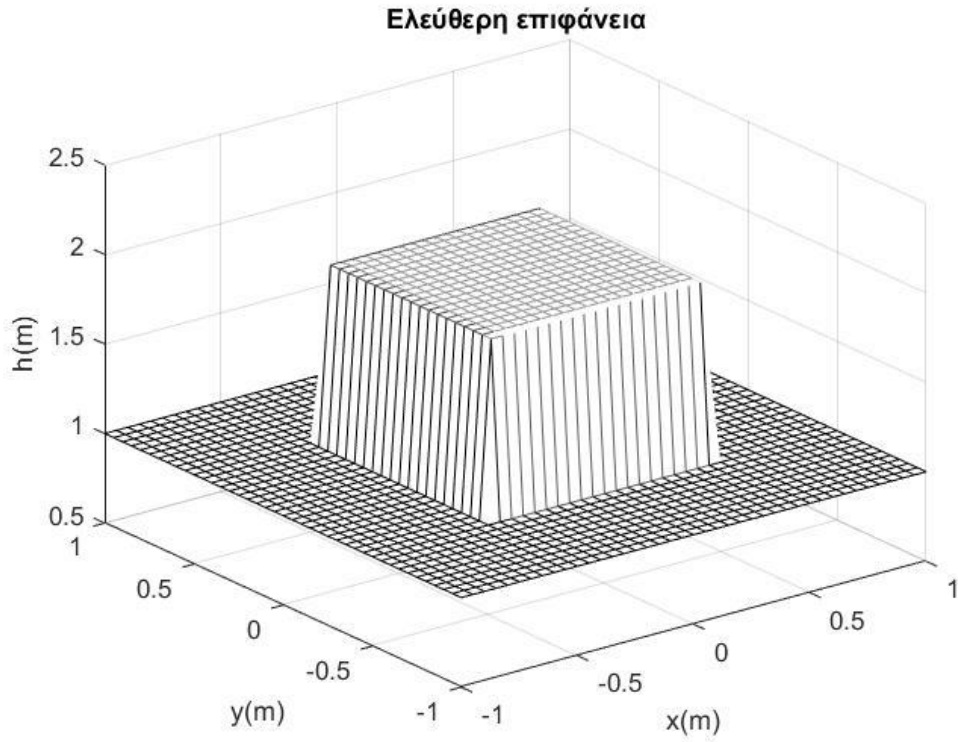
$$U(x, y, 0) = [1 \quad 0 \quad 0]^T, \text{ για } x > -1 \quad (5.8)$$



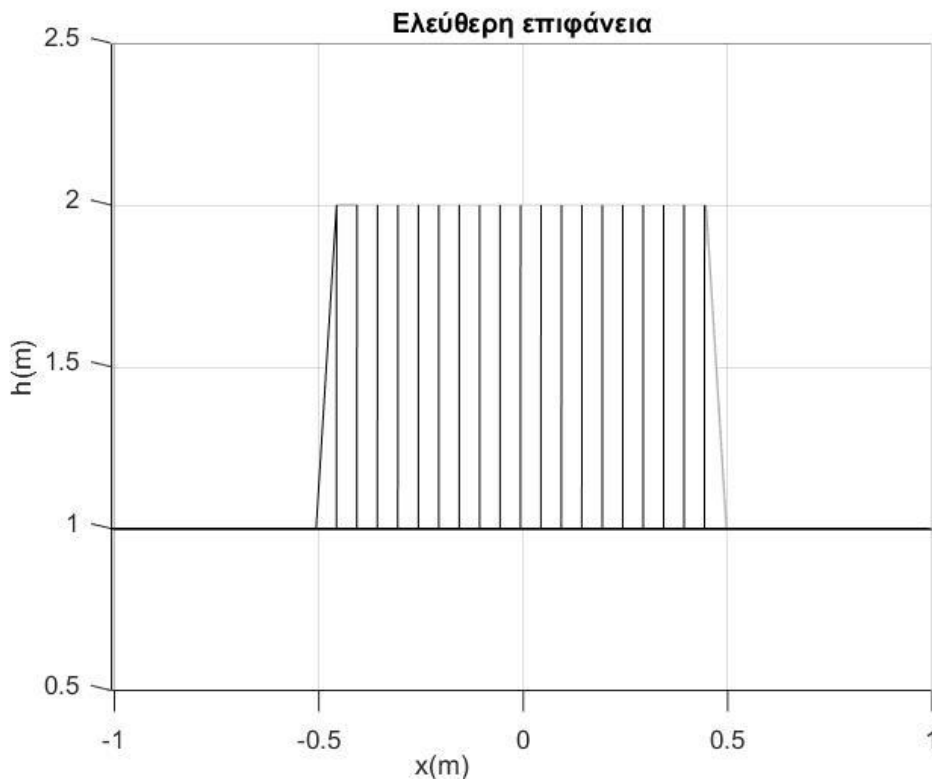
Εικόνα 5.2: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος κατά τον άξονα x



Εικόνα 5.3: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος κατά τον άξονα x



Εικόνα 5.4 : Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος από το κέντρο προς τα όρια



Εικόνα 5.5: Αρχικές συνθήκες για την περιγραφή της μετάδοσης κύματος από το κέντρο προς τα όρια

2. Η δεύτερη περίπτωση, από την άλλη, αναλύει την μετάδοση του κύματος από το κέντρο του καννάβου προς τις άκρες του, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.4 και 5.5. Σε αυτή την περίπτωση για την χρονική στιγμή $t_0=0$ ισχύει ότι:

$$U(x, y, 0) = [2 \quad 0 \quad 0]^T, \text{για } x \in \left[\frac{-1}{2} \quad \frac{1}{2} \right]^2 \quad (5.9)$$

$$U(x, y, 0) = [1 \quad 0 \quad 0]^T, \text{για όλα τα υπόλοιπα } x \quad (5.10)$$

Αφού ολοκληρώσαμε τον ορισμό των αρχικών συνθηκών, αναλύουμε το σύστημα εξισώσεων και καταλήγουμε στον παρακάτω αριθμητικό αλγόριθμο:

$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n - \Delta t/A \left(F_{i+\frac{1}{2},j}^n - F_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) - \Delta t/A \left(G_{i,j+\frac{1}{2}}^n - G_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (5.11)$$

Σύμφωνα με τον τύπο αυτό, η άγνωστη μεταβλητή U στο κάθε κελί προκύπτει από την αντίστοιχη τιμή της στο προηγούμενο χρονικό βήμα προσθέτοντας και αφαιρώντας την εισροή και την εκροή, που πραγματοποιείται στα όρια του κελιού.

Για να λυθεί ο παραπάνω αλγόριθμος, συνεχίζοντας, ορίζουμε τις αριθμητικές ροές αυτές τόσο κατά τον άξονα x όσο και κατά τον άξονα y σύμφωνα με τον τύπο των Lax-Friedrichs:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} |F(U_i) + F(U_{i+1})| - \frac{1}{2} \left| \lambda_{i+\frac{1}{2}} \right|_{max} (U_{i+1} - U_i) \quad (5.12)$$

$$F_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} |F(U_{i-1}) + F(U_i)| - \frac{1}{2} \left| \lambda_{i-\frac{1}{2}} \right|_{max} (U_i - U_{i-1}) \quad (5.13)$$

$$G_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} |G(U_j) + G(U_{j+1})| - \frac{1}{2} \left| \lambda_{j+\frac{1}{2}} \right|_{max} (U_{j+1} - U_j) \quad (5.14)$$

$$G_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} |G(U_{j-1}) + G(U_j)| - \frac{1}{2} \left| \lambda_{j-\frac{1}{2}} \right|_{max} (U_j - U_{j-1}) \quad (5.15)$$

Οι παραπάνω σχέσεις προκύπτουν από την εφαρμογή του τύπου (2.73) σε κάθε ένα από τα τέσσερα όρια του τετραγωνικού κελιού. Στις σχέσεις αυτές ο όρος λ_{max} είναι η μέγιστη ιδιοτιμή του Ιακωβιανού πίνακα της ροής Q (2.74) σε κάθε όριο ξεχωριστά. Για τις δυο πρώτες σχέσεις, οι οποίες περιγράφουν την ροή κατά x , η μέγιστη ιδιοτιμή προκύπτει ως εξής:

$$\left| \lambda_{i+\frac{1}{2}} \right|_{max} = \frac{1}{2} |u_i + u_{i+1}| + \sqrt{\frac{g^*1}{2} (h_i + h_{i+1})} \quad (5.16)$$

$$\left| \lambda_{i-\frac{1}{2}} \right|_{max} = \frac{1}{2} |u_{i-1} + u_i| + \sqrt{\frac{g^*1}{2} (h_{i-1} + h_i)} \quad (5.17)$$

Ενώ για τις δυο επόμενες, οι οποίες περιγράφουν την ροή κατά y , η μέγιστη ιδιοτιμή προκύπτει ως εξής:

$$|\lambda_{j+1/2}|_{max} = \frac{1}{2} |v_j + v_{j+1}| + \sqrt{\frac{g^{*1}}{2} (h_j + h_{j+1})} \quad (5.18)$$

$$|\lambda_{j-1/2}|_{max} = \frac{1}{2} |v_{j-1} + v_j| + \sqrt{\frac{g^{*1}}{2} (h_{j-1} + h_j)} \quad (5.19)$$

Τέλος, το χρονικό βήμα τις μεθόδου υπολογισμού επιλέγεται δυναμικά σε κάθε στάδιο, με μοναδικό περιορισμό να ισχύει η συνθήκη Courant. Για τον σκοπό αυτό επιλέγεται η σταθερά CFL μικρότερη από την μονάδα και ίση με $c=0,8$. Η σχέση υπολογισμού του χρονικού βήματος είναι η εξής:

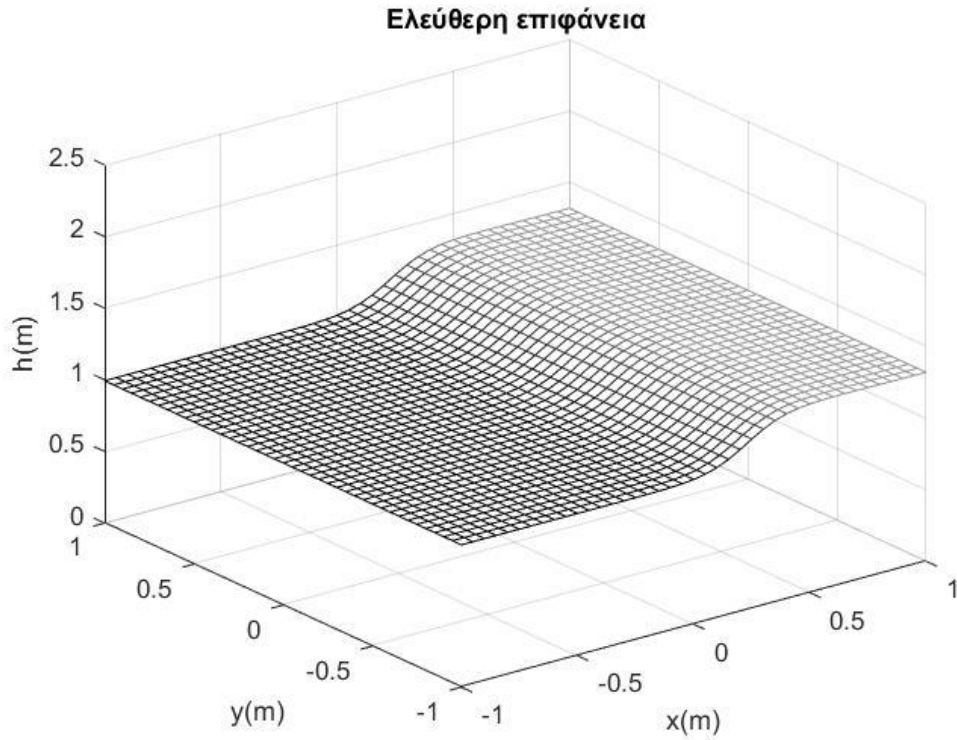
$$\Delta t = \frac{c}{2} \min \left(\min \left(\frac{\Delta x}{|\lambda_x|_{max}}, \min \left(\frac{\Delta y}{|\lambda_y|_{max}} \right) \right) \right) \quad (5.20)$$

Παρόλα αυτά, επειδή ο κάνναβος μας είναι τετραγωνικός, το χωρικό βήμα είναι ίδιο και στις δυο διευθύνσεις. Για τον λόγο αυτό το χρονικό βήμα προκύπτει τελικά από την παρακάτω σχέση:

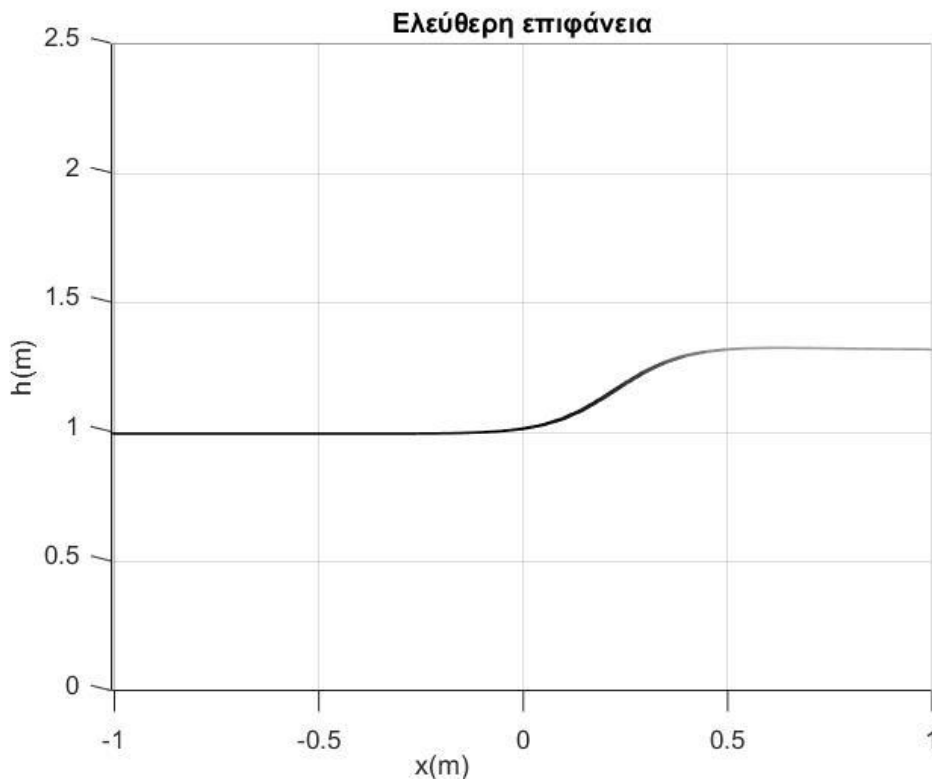
$$\Delta t = \frac{c}{2} \frac{\Delta x}{\max(|\lambda_x|_{max}, |\lambda_y|_{max})} \quad (5.21)$$

5.1.3. Αποτελέσματα

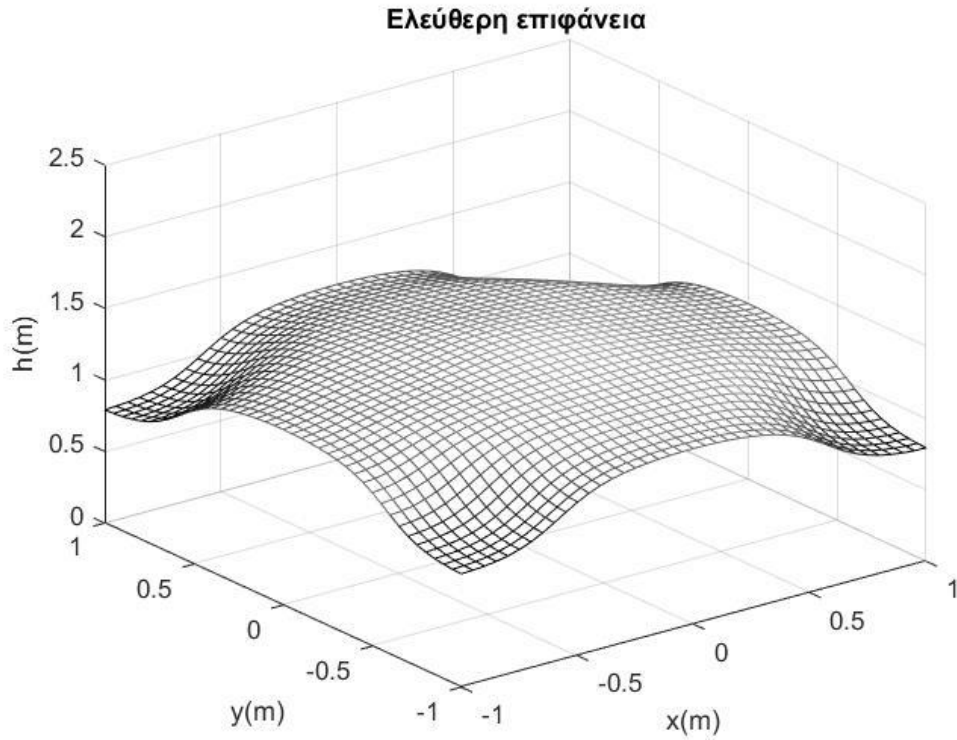
Όπως αναφέραμε και παραπάνω, από τον κώδικα αυτό προκύπτει ο πίνακας των λύσεων των εξισώσεων ρηχών νερών. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τρεις υποπίνακες που περιγράφουν το βάθος ροής, την παροχή στον άξονα x και την παροχή στον άξονα y αντίστοιχα. Ο κώδικας υπολογίζει τις τιμές αυτές για κάθε πεπερασμένο όγκο του καννάβου οπότε οι διαστάσεις των υποπινάκων είναι ίδιες με αυτές του καννάβου. Από τους πίνακες των παροχών στις δυο διευθύνσεις μπορούμε με απλές μαθηματικές πράξεις να υπολογίσουμε το πεδίο ταχυτήτων για την περιοχή που μελετάμε.



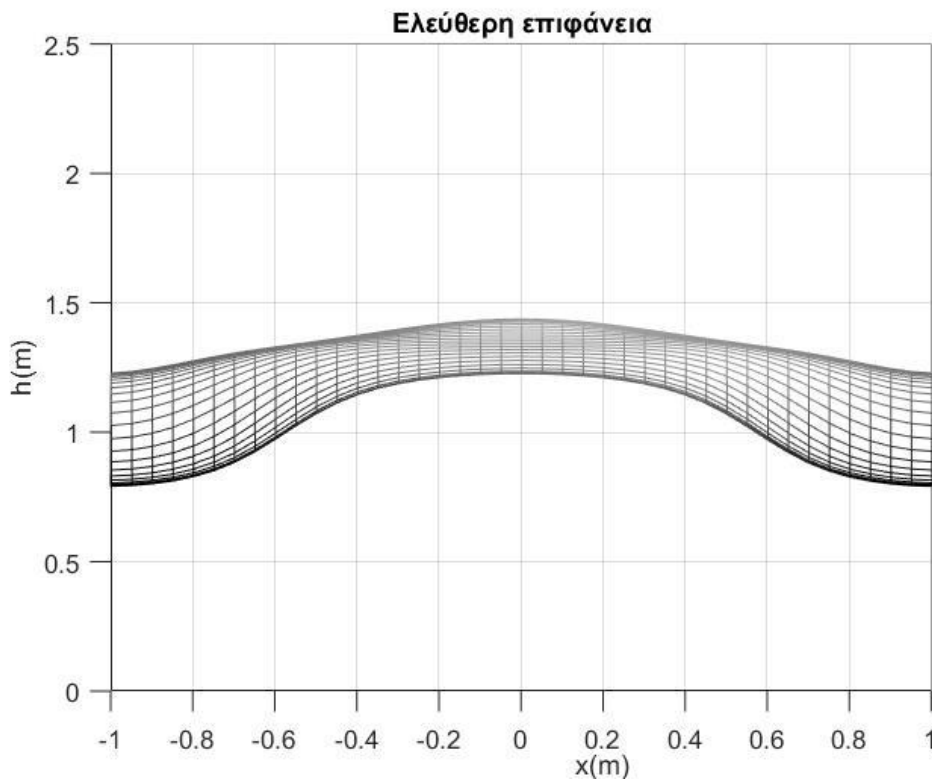
Εικόνα 5.6: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος στον άξονα x



Εικόνα 5.7: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος στον άξονα x



Εικόνα 5.8: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος από το κέντρο προς τα όρια



Εικόνα 5.9: Η τελική εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας κατά την ολοκλήρωση του κώδικα για την μετάδοση του κύματος από το κέντρο προς τα όρια

Τέλος, η MATLAB μας προσφέρει την δυνατότητα οπτικοποίησης των αποτελεσμάτων μας τόσο με την εντολή contour όσο και με την εντολή mesh. Στον κώδικα που χρησιμοποιήσαμε επιλέξαμε την εντολή mesh έτσι ώστε να φαίνεται στην εικόνα τόσο ο κάνναβος όσο και η κίνηση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού. Για να εμφανίσουμε το αποτέλεσμα αυτό πλοτάραμε σε κάθε χρονικό βήμα το βάθος ροής h για κάθε πεπερασμένο όγκο του καννάβου, όπως φαίνεται και στις Εικόνες 5.6-5.9.

5.2. Πρόγραμμα υπολογισμού ροής σε περιβάλλον FORTRAN

5.2.1. Γενικά στοιχεία

Συνεχίζοντας την μελέτη των Shallow Water Equations, χρησιμοποιήσαμε ένα δεύτερο πρόγραμμα υπολογισμού της λύσης γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN αυτή την φορά (Bouhargueane and Mohammadi, 2013). Το πρόγραμμα αυτό αποτελεί μια πιο προχωρημένη και αναλυτικότερη προσέγγιση στην επίλυση των εξισώσεων, καθώς χρησιμοποιεί πιο σύγχρονες μεθόδους υπολογισμού και λαμβάνει υπόψιν περισσότερους παράγοντες επίδρασης στην ροή από ότι το προηγούμενο.

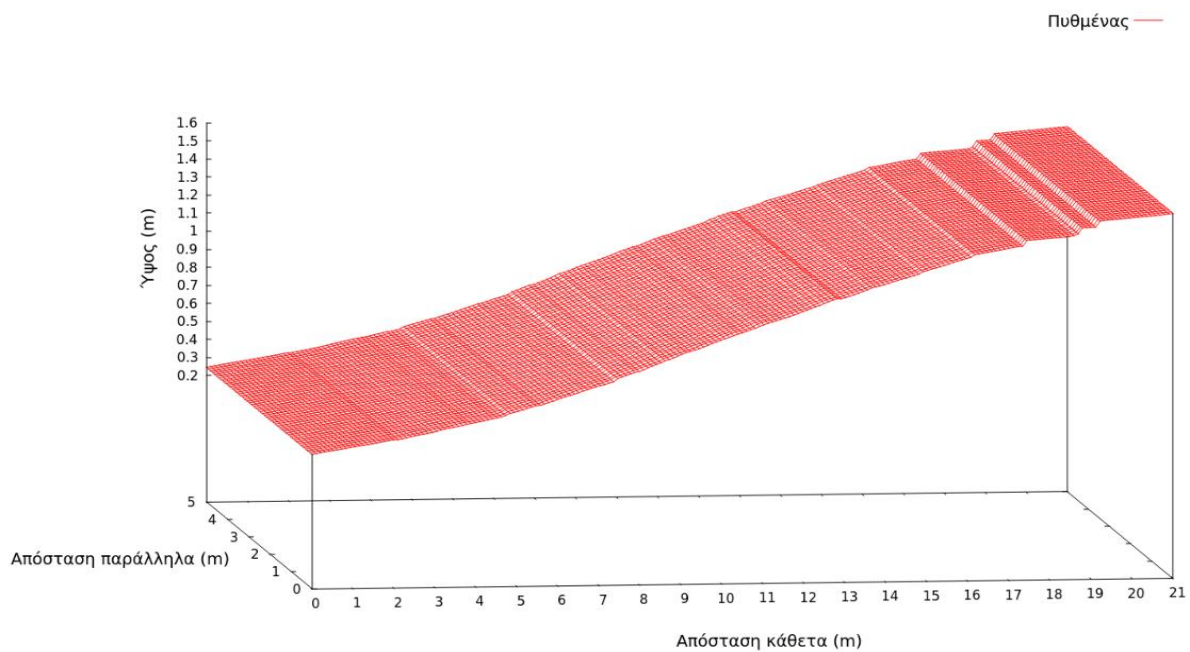
Σύμφωνα με τον κώδικα αυτό, η ροή αναλύεται ξανά σε δυο διαστάσεις κάθετες μεταξύ τους, οι οποίες για λόγους ευκολίας ταυτίστηκαν με τους πρωτεύοντες άξονες x, y . Για την ανάλυση της μετάδοσης των χαρακτηριστικών του κύματος χρησιμοποιούνται εκτός από τις αριθμητικές ροές και οι όροι των δυνάμεων. Πιο συγκεκριμένα, ο κώδικας υπολογίζει την γεωγραφική κλίση του πυθμένα της ακτής σε κάθε διεύθυνση και την επίδραση της τριβής του πυθμένα. Οι παράγοντες αυτοί αποτελούν βασικές συνιστώσες του όρου των δυνάμεων καθώς δεν μπορούν να αμεληθούν ή να θεωρηθούν μηδενικές σε κανένα πραγματικό πρόβλημα. Με αυτό τον τρόπο υπολογίζουμε πληρέστερα και με μεγαλύτερη σαφήνεια το πεδίο ταχυτήτων και το βάθος ροής στην ακτή μελέτης μας.

Επιπρόσθετα, ο κώδικας της FORTRAN εκτός από τα παραπάνω χαρακτηριστικά του κύματος υπολογίζει και την εξέλιξη του πυθμένα υπό την επίδραση των κυμάτων με την πάροδο του χρόνου. Στον υπολογισμό αυτό ο κώδικας δεν χρησιμοποιεί την συνηθισμένη μέθοδο της ισορροπίας των δυνάμεων αλλά μια πιο σύγχρονη προσέγγιση. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, ο πυθμένας προσαρμόζεται στην ροή με σκοπό να μειώσει την ποσότητα της συνολικής ενέργειας και ταυτόχρονα την μεταφορά ιζήματος (Αφεντούλης κ.α., 2016).

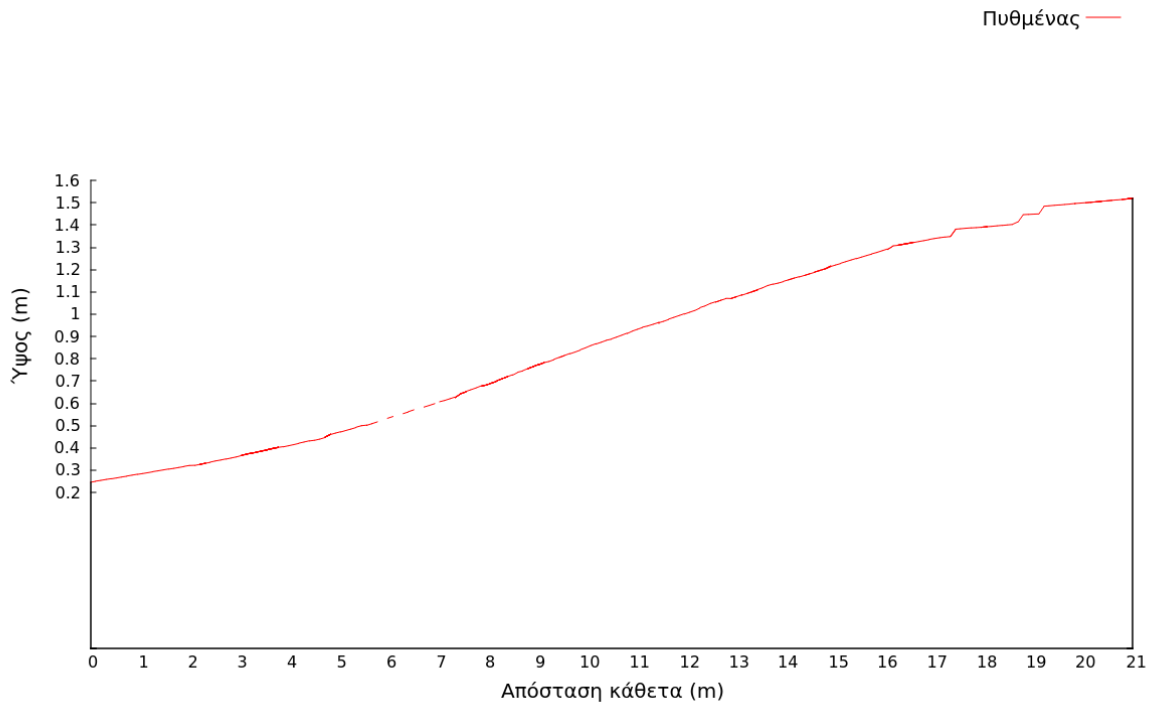
Εκτός από αυτά, προσθέσαμε στον κώδικα την δυνατότητα κατασκευής τεχνικών εμποδίων με σκοπό να παρατηρήσουμε πως αυτά επηρεάζουν την εξέλιξη του πυθμένα και την στερεομεταφορά στην ακτή. Για τον σκοπό αυτό τροποποιήθηκε ο κώδικας με τέσσερις διαφορετικούς τρόπους. Στην πρώτη περίπτωση κατασκευάσαμε έναν έξαλο κυματοθραύστη λίγο πριν την ζώνη θραύσης του κύματος. Στην δεύτερη φτιάξαμε έναν ύφαλο κυματοθραύστη στην ίδια θέση με τον προηγούμενο. Στην τρίτη, προσομοιάσαμε την λειτουργία συστήματος προβόλων κάθετων στην ακτή. Τέλος, τοποθετήσαμε έναν έξαλο κυματοθραύστη υπό γωνία με την ακτογραμμή στην ίδια θέση με τους προηγούμενους.

5.2.2. Διαδικασία υπολογισμού και περιγραφή των εξισώσεων

Επειδή στον κώδικα αυτό οι κυματισμοί αλληλοεπιδρούν με τον πυθμένα της ακτής, πρωταρχικό στάδιο της ανάλυσης είναι ο καθορισμός της περιοχής μελέτης και της βυθομετρίας της ακτής. Ως περιοχή μελέτης επιλέχθηκε μια ιδεατή ακτή, της οποίας η βυθομετρία υπολογίστηκε μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας Navionics. Για να διευκολυνθούμε στο τρέξιμο του κώδικα η περιοχή μελέτης περιορίστηκε σε έναν ορθογωνικό κάναβο, ο οποίος εκτείνεται 100 μέτρα παράλληλα στην ακτή και 420 μέτρα προς τα ανοιχτά της θάλασσας. Επειδή όμως οι διαστάσεις αυτές είναι μεγάλες για να οπτικοποιηθούν στον ηλεκτρονικό υπολογιστή επιλέχθηκε να σχεδιαστούν υπό κλίμακα 1:20. Η ίδια κλίμακα θα εφαρμοστεί σε όλα τα μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια ως αρχικές συνθήκες.



Εικόνα 5.10: Καθορισμός της περιοχής μελέτης



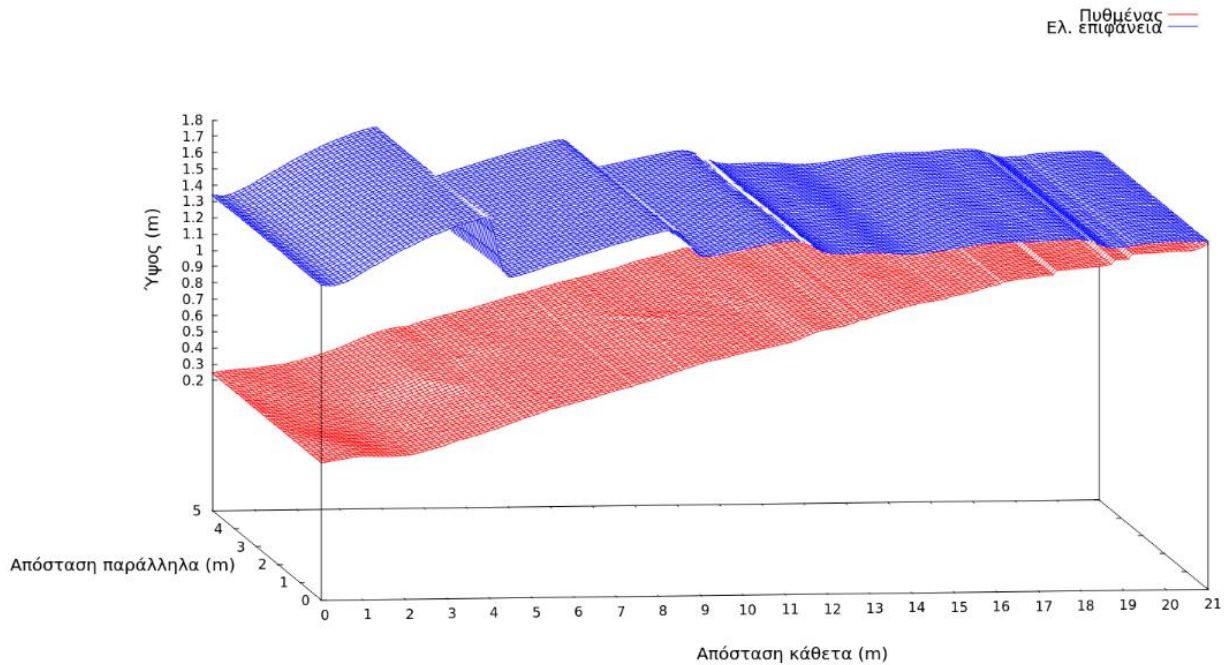
Εικόνα 5.11: Αρχική βυθομετρία της περιοχής μελέτης

Για την ανάλυση του φαινομένου, ο κώδικας χρησιμοποιεί την μέθοδο πεπερασμένων όγκων ώστε να έχει γρήγορη και ακριβής λύση των εξισώσεων ρηγών νερών. Βασική προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι η επιλογή κατάλληλου καννάβου. Ένας κανάβος πρέπει να είναι τετραγωνικός, για να προκύπτουν οι λύσεις απλούστερα, και πυκνός, ώστε οι λύσεις να είναι αναλυτικότερες. Με βάση αυτό, επιλέξαμε το χωρικό βήμα της μεθόδου να είναι ίσο με 2 μέτρα τόσο για την διεύθυνση x όσο και την διεύθυνση y .

Κύριο στάδιο της εφαρμογής της μεθόδου πεπερασμένων όγκων είναι η επίλυση της μεθόδου Godunov, η οποία προϋποθέτει την επίλυση του προβλήματος Riemann τοπικά σε κάθε κελί. Για να λυθεί το πρόβλημα αυτό πρέπει να ορίσουμε τις αρχικές τιμές των άγνωστων μεταβλητών. Στην προκειμένη περίπτωση, επιλέγουμε συγκεκριμένο βάθος ροής και συγκεκριμένες ταχύτητες αφού αυτά αποτελούν τις άγνωστες μεταβλητές μας. Το βάθος ροής, που επιλέξαμε, προέκυψε από την πρόσθεση της στάθμης ήρεμης θαλάσσης με μία κυματική ανύψωση, η οποία προσομοιάζεται με την συμβολή N μονοχρωματικών κυματισμών. Η στάθμη ήρεμης θαλάσσης ορίστηκε στα 30 μέτρα από τον μηδενικό άξονα και η κυματική διαταραχή προκύπτει από τον εξής τύπο:

$$hh_0 = 2A * \sum_{i=1, \dots, N-1} \cos \left[\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right) t \right] * \sin \left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t \right] \quad (5.22)$$

όπου A είναι το εύρος του κύματος και ισούται με 2,2 μέτρα και ω_1 , ω_2 είναι οι περίοδοι που ισούνται με 3,22 sec και 2,61 sec αντίστοιχα.



Εικόνα 5.12: Αρχικός πυθμένας και ελεύθερη επιφάνεια για κυματική δράση ύψους 0,11 m και περιόδων 2,61 s και 3,22 s

Όσον αφορά τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις διαφορετικές στον πυθμένα, στην είσοδο, στην έξοδο και στην ακτή. Αναλυτικότερα, θεωρήσαμε ότι ο πυθμένας είναι ολισθαίνων για να μπορέσουμε να μελετήσουμε την αντίδραση του με την κυματική φόρτιση. Για να περιγράψουμε τα εισερχόμενα κύματα χρησιμοποιούμε μια απορροφητική και παραγωγική οριακή συνθήκη στην οποία όπως προαναφέραμε η τιμή του βάθους ροής είναι προκαθορισμένη. Τα κύματα που ανακλώνται και επιστρέφουν στα ανοιχτά εξέρχονται ελεύθερα από την περιοχή μελέτης. Τέλος, οι οριακές συνθήκες εξόδου είναι μεταβιβαστικές καθώς οι τιμές στα οριακά αυτά κελιά αντιστοιχήθηκαν με παρεκβολή δευτέρας τάξης. Σύμφωνα με την διαδικασία αυτή οι τιμές στα ακριανά κελιά στα όρια εξόδου είναι ίδιες με τις τιμές των γειτονικών τους εσωτερικών κελιών.

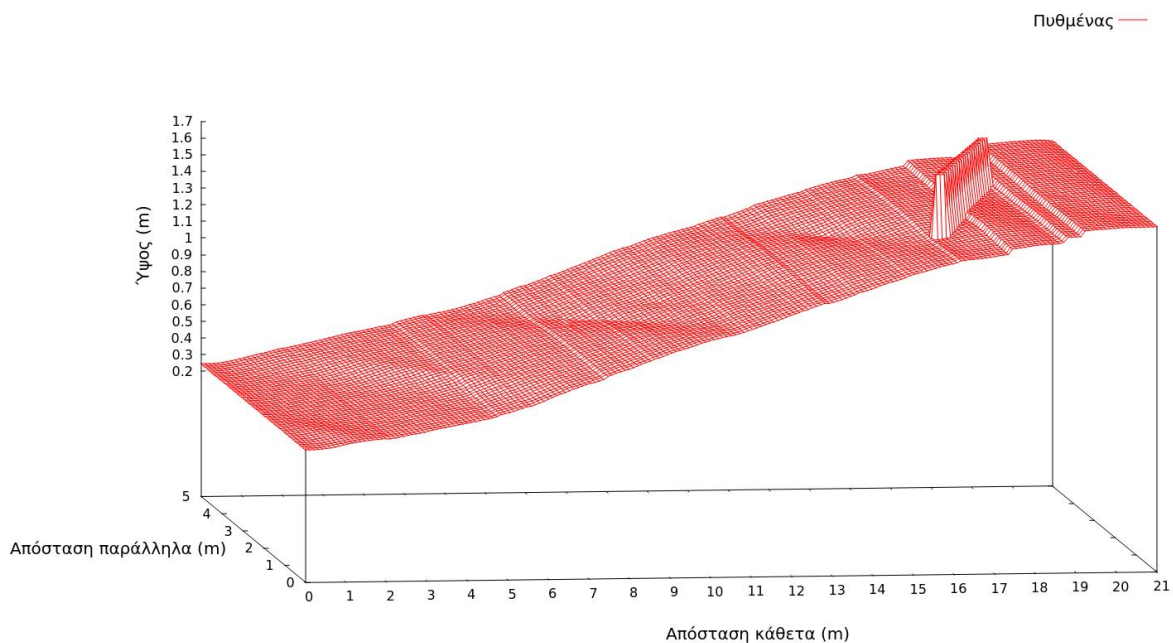
Αφού ολοκληρώσαμε τον προσδιορισμό του χωρικού βήματος και των αρχικών τιμών για τις άγνωστες μεταβλητές συνεχίζουμε με τον ορισμό του χρονικού βήματος της μεθόδου. Ο κώδικας αυτός επιλύει τόσο υδροδυναμικά φαινόμενα όσο και φαινόμενα στερεομεταφοράς χρησιμοποιώντας διαφορετικό χρονικό βήμα στο καθένα. Το χρονικό βήμα της μεθόδου υπολογισμού των υδροδυναμικών μεγεθών επιλέγεται δυναμικά σε κάθε στάδιο, με μοναδικό περιορισμό να ισχύει η συνθήκη Courant και είναι της τάξεως δευτερολέπτων. Για τον σκοπό αυτό επιλέγεται η σταθερά CFL μικρότερη από την μονάδα και ίση με $cfl=0,7$, το χρονικό βήμα τελικά προκύπτει από την εξής σχέση:

$$\Delta t = \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{\sqrt{u^2 + v^2} + c} cfl \quad (5.23)$$

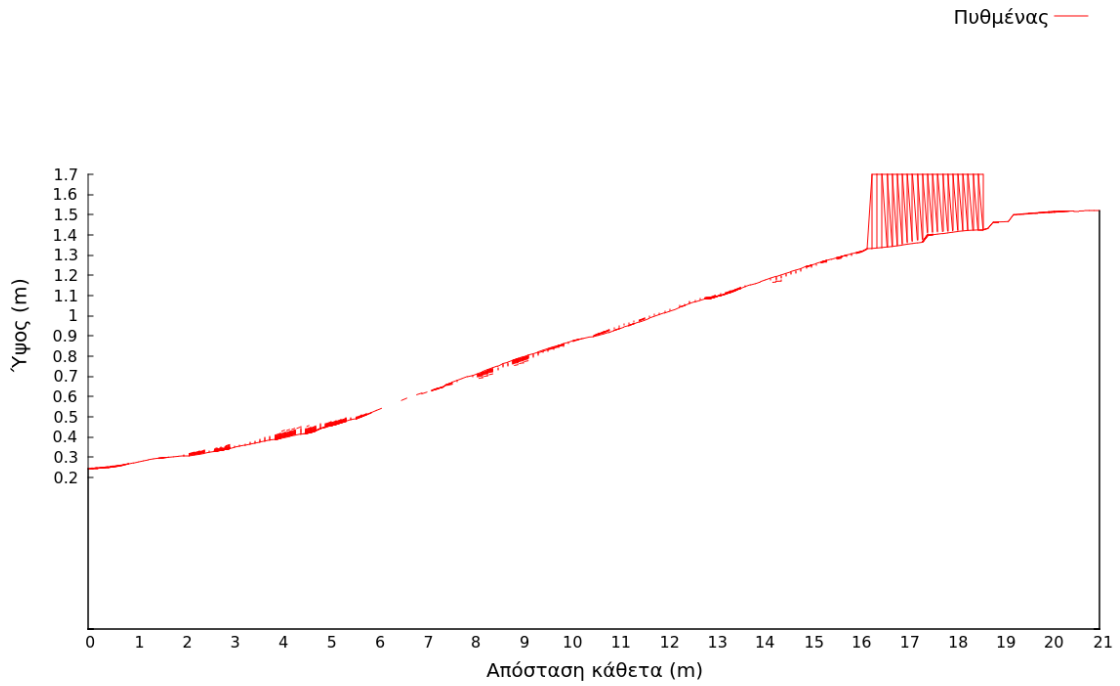
Το χρονικό βήμα της μεθόδου για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα είναι αρκετά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των υδροδυναμικών φαινομένων. Αυτό το γεγονός οφείλεται στην διαφορά που υπάρχει μεταξύ του ρυθμού μεταβολής των υδροδυναμικών μεγεθών με τον πυθμένα. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέχθηκε το χρονικό βήμα αυτό να είναι 10 δευτερόλεπτα.

Έπειτα, τοποθετούμε στον κώδικα τα τεχνικά έργα που θέλουμε να μελετήσουμε. Για να το πετύχουμε αυτό προσθέσαμε στον ήδη υπάρχων πυθμένα το έργο στην θέση στην οποία επιθυμούμε να βρίσκεται. Για να καθορίσουμε στον υπολογιστή ότι στην θέση αυτή έχω ακλόνητο έργο και όχι μεταβλητό πυθμένα ορίζω ως μηδενικές τις μεταβολές του πυθμένα στην θέση αυτή. Η θέση και οι διαστάσεις του έργου επιλέγονται ανάλογα με τις ιδιότητες που θέλουμε να προσδώσουμε σε αυτό.

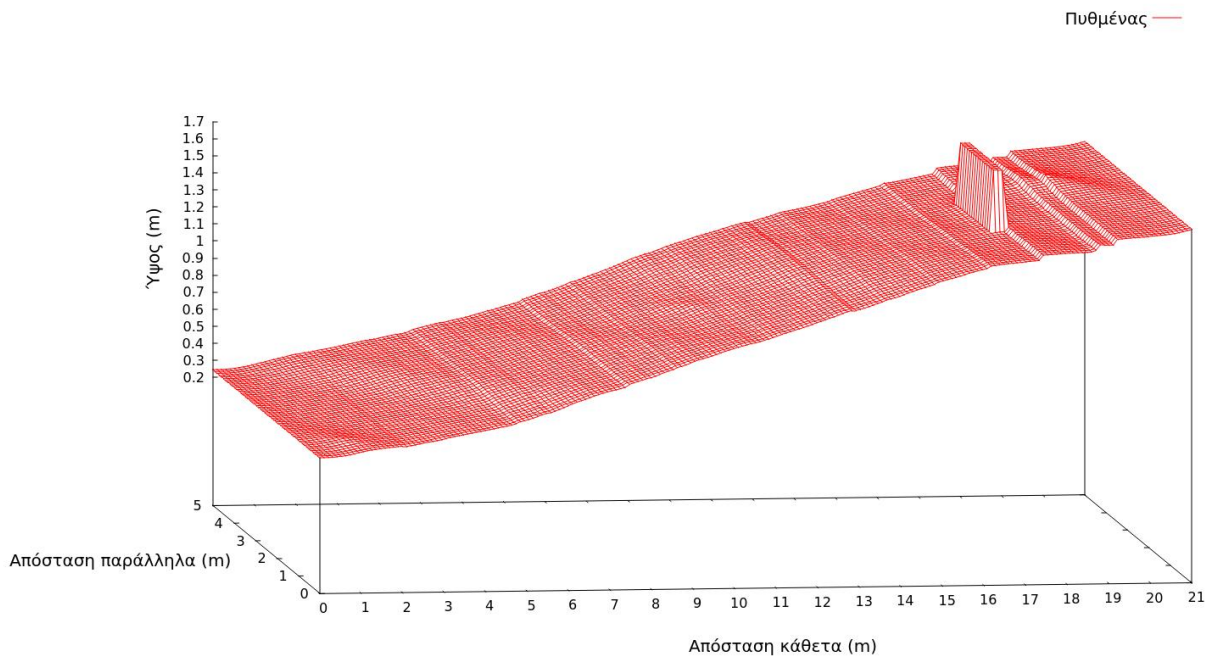
Αναλυτικότερα, ο έξαλος κυματοθραύστης, τόσο παράλληλα στην ακτή όσο και υπό γωνία σε αυτή, χρησιμοποιείται για να μεταφέρουμε την θραύση του κύματος προς τα βαθιά. Για τον λόγο αυτό τοποθετήθηκε σε απόσταση 80 μέτρων από την ακτή ώστε να τον συναντά το κύμα πριν την θραύση του και να ελατώνεται κατά αυτό τον τρόπο η ενέργεια που μεταφέρει προς την ακτή. Το ύψος του επιλέχθηκε να είναι 1 μέτρο πάνω από το ανώτατο ύψος του κύματος, ώστε να μην είναι προσπεράσιμος, ενώ το πλάτος της στέψης επιλέχθηκε εμπειρικά να είναι 5 μέτρα. Το μήκος του κυματοθραύστης επιλέχθηκε να είναι 30 μέτρα ώστε να επιτρέπει την κίνηση του νερού από τα πλαινά.



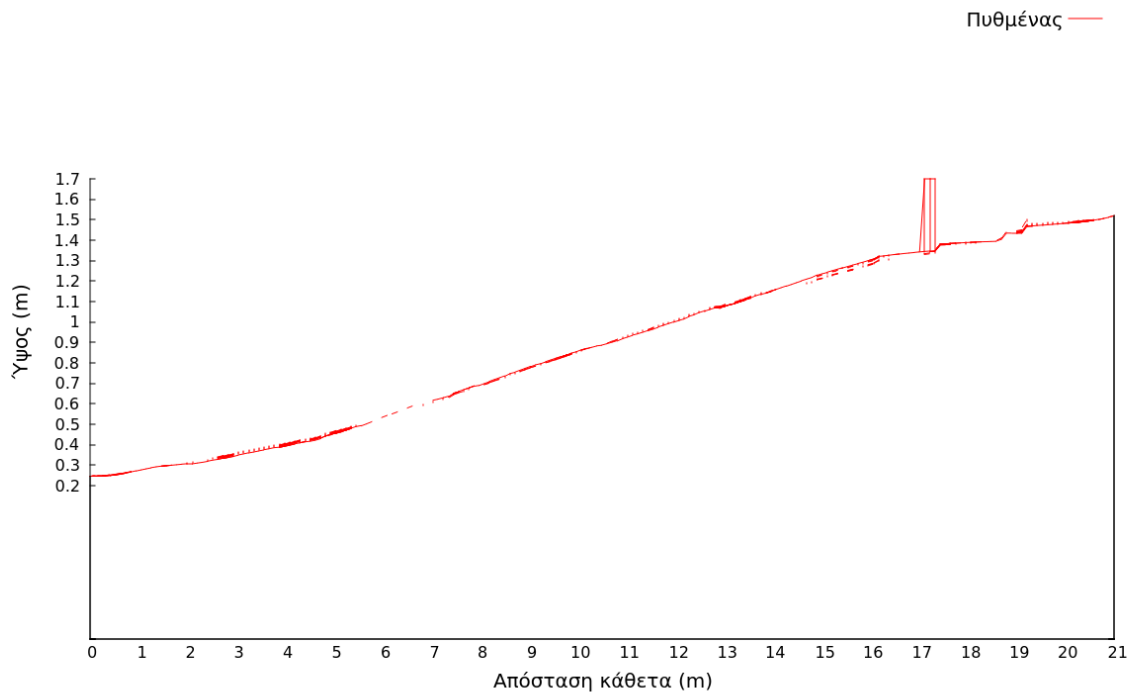
Εικόνα 5.13: Διαστάσεις και μορφή του πλάγιου-έξαλου κυματοθραύστη



Εικόνα 5.14: Θέση του πλάγιου-έξαλου κυματοθραύστη

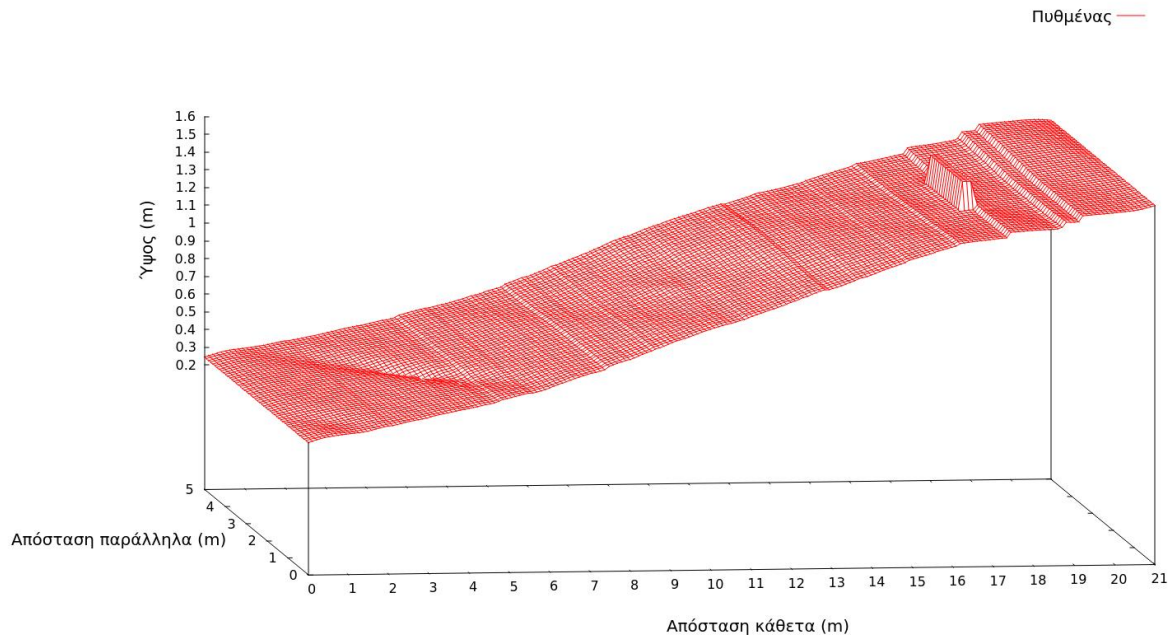


Εικόνα 5.15: Διαστάσεις και μορφή του έξαλου κυματοθραύστη

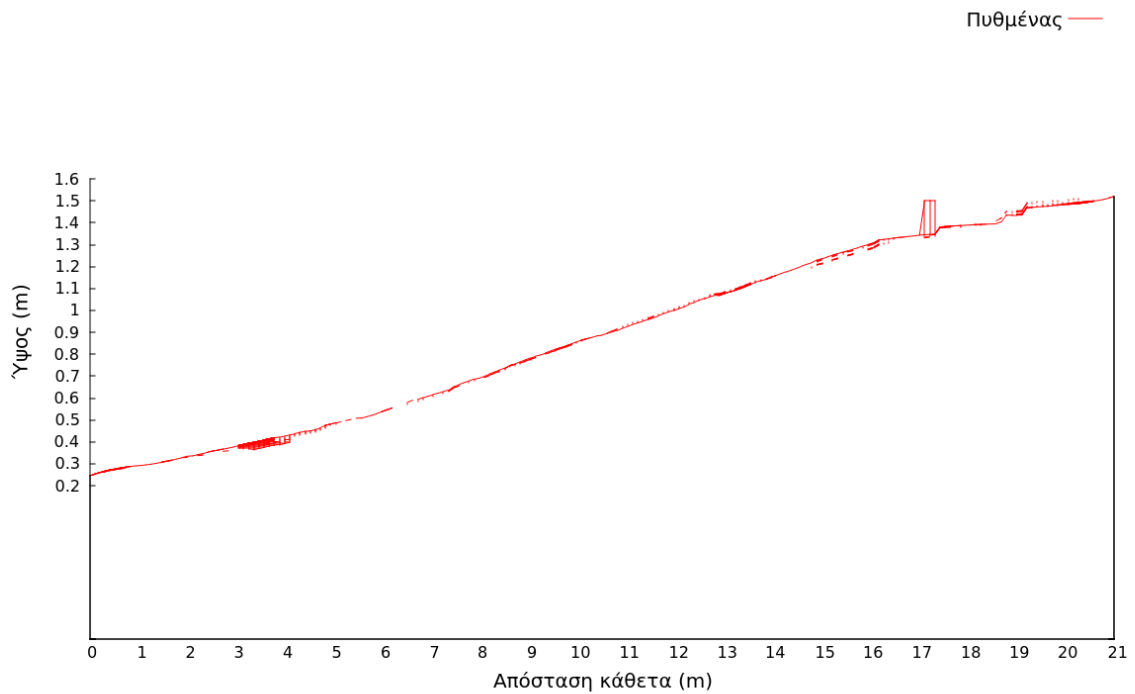


Εικόνα 5.16: Θέση του-έξαλου κυματοθραύστη

Παρόμοια με το προηγούμενο εμπόδιο, ο ύφαλος κυματοθραύστης τοποθετήθηκε πριν από την ζώνη θραύσης των κυματισμών όμως για διαφορετικό λειτουργία. Στόχος του ύφαλου κυματοθραύστη είναι η καταστροφή μέρους της ενέργειας που προσπίπτει σε αυτόν, ώστε η ενέργεια που φτάνει εν τέλει στην ακτή να είναι μειωμένη. Για τον λόγο αυτό, το ύψος του έργου επιλέχθηκε να είναι 1 μέτρο κάτω από την στάθμη ήρεμης θαλάσσης, ενώ οι υπόλοιπες διαστάσεις παραμένουν ίδιες με τον έξαλο κυματοθραύστη.



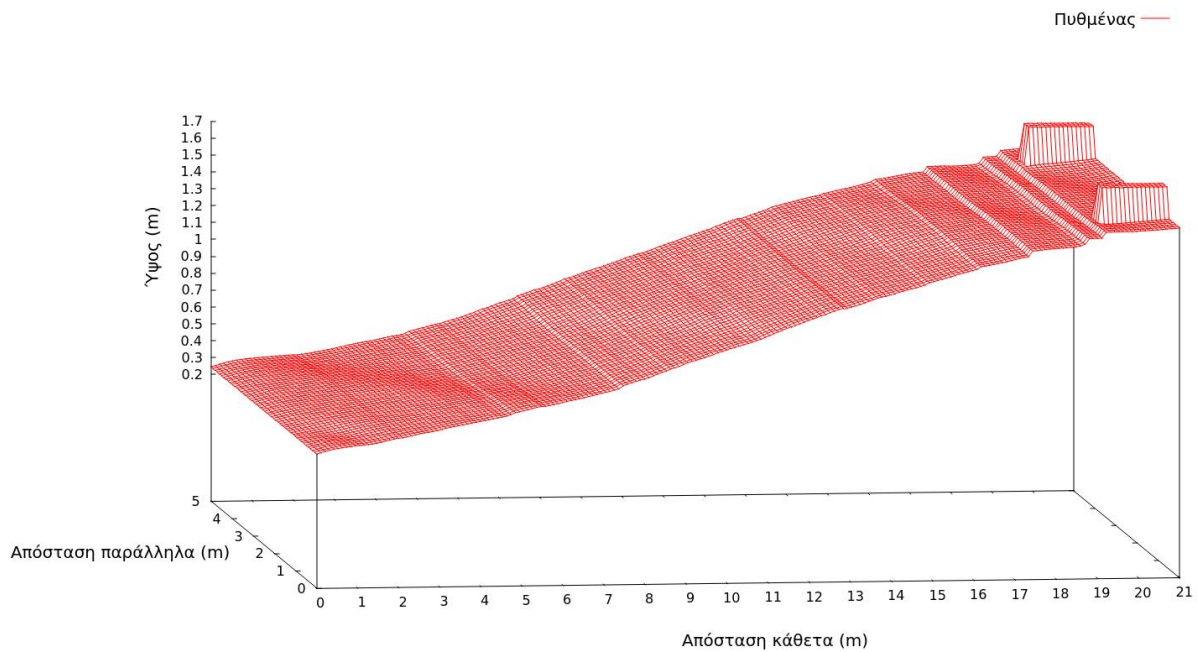
Εικόνα 5.17: Διαστάσεις και μορφή του ύφαλου κυματοθραύστη



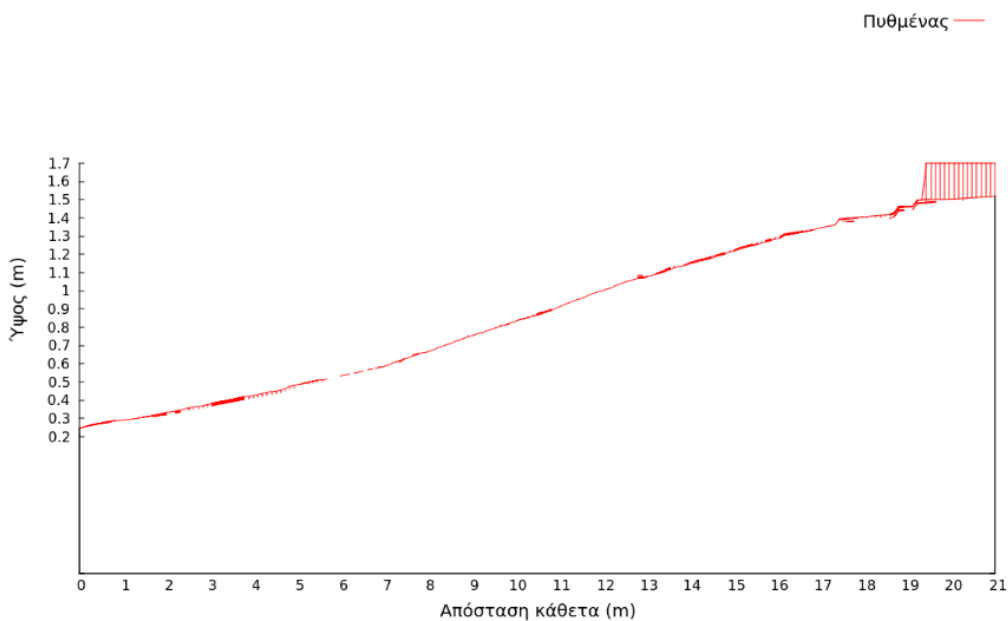
Εικόνα 5.18: Θέση του-ύφαλου κυματοθραύστη

Αντίθετα με τα προηγούμενα, το τέταρτο και τελευταίο έργο, το σύστημα προβόλων, τοποθετείται κάθετα στην ακτή. Βασική λειτουργία του έργου αυτού είναι η αντιμετώπιση της στερεομεταφοράς που πραγματοποιείται κάθετα στην ακτή, δηλαδή στην ζώνη μετά την θραύση. Για τον λόγο αυτό το μήκος των προβόλων επιλέγεται να είναι ίσο με 30 μέτρα, όση

περίπου και η απόσταση της ζώνης θραύσης από την ακτογραμμή. Το πλάτος και το ύψος των προβόλων επιλέχθηκαν εμπειρικά ώστε οι πρόβολοι να είναι προσβάσιμοι από τον άνθρωπο αλλά να μην είναι προσπεράσιμοι από τους κυματισμούς. Τέλος, σε κάθε σύστημα προβόλων η απόσταση μεταξύ των προβόλων πρέπει να είναι περίπου ίση με δυο φορές το μήκος των προβόλων. Στην περίπτωση μας, για τον δεδομένο κάρναβο που έχουμε επιλέξει τοποθετήσαμε δυο πρόβλους σε απόσταση 60 μέτρα μεταξύ τους.



Εικόνα 5.19: Θέση και μορφή του συστήματος δυο προβόλων



Εικόνα 5.20: Διαστάσεις του συστήματος δυο προβόλων

Αφού έχουμε καθορίσει όλους τους παραπάνω παράγοντες είμαστε έτοιμοι να τρέξουμε τις εξισώσεις του κώδικα για την λύση του προβλήματος. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιεί ο κώδικας είναι οι Shallow Water Equations σε δισδιάστατη μορφή και έχουν την μορφή της σχέσης (1.9). Από την σχέση αυτή προκύπτει ο αριθμητικός αλγόριθμος υπολογισμού των άγνωστων μεταβλητών για κάθε επόμενο χρονικό βήμα που περιγράφεται από τον παρακάτω αναδρομικό τύπο:

$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n - \frac{\Delta t}{A} \left(F1_{i+\frac{1}{2},j}^n - F1_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) - \frac{\Delta t}{A} \left(F2_{i,j+\frac{1}{2}}^n - F2_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) + \frac{\Delta t}{A} G \quad (5.24)$$

όπου G είναι ο όρος των δυνάμεων και περιγράφεται από τον τύπο (2.13) και $F1, F2$ είναι οι ροές στην διεύθυνση x, y αντίστοιχα και περιγράφονται από την σχέση (2.11) και (2.12).

Τέλος, ο κώδικας αφού έχει υπολογίσει το πεδίο ταχυτήτων στην ακτή, συνεχίζει με τον υπολογισμό του νέου πυθμένα. Το μοντέλο, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα, βασίζεται στην ελαχιστοποίηση μιας χρονικά εξαρτώμενης εξίσωσης (5.25).

$$J(\psi, U(\psi)) = \int_{t-T}^t (j(\psi, U(\psi, \tau))) dt \quad (5.25)$$

όπου το T υποδηλώνει την χρονική εξάρτηση της εξίσωσης και εισάγει σε αυτή την διαφορά μεγέθους στον χρόνο μεταξύ της εξέλιξης του πυθμένα και της κίνησης του νερού και το ψ υποδηλώνει τον πυθμένα της θάλασσας.

Μια πρώτη προσέγγιση της παραπάνω εξίσωσης (5.25) θα περιείχε έναν όρο ενέργειας, η οποία θα προέκυπτε από την μηχανική ενέργεια του κύματος, και από έναν εξελισσόμενο περιορισμό στην μετατόπιση του ιζήματος, απαιτώντας την ελαχιστοποίηση των αλλαγών της αρχικής βαθυμετρίας ψ . Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω προκύπτει η εξής σχέση:

$$J_1(\psi) = \int_{t-T}^t \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \rho_w g \eta^2 + \rho_s g (\psi(\tau) - \psi(t-T))^2 \right) dt d\Omega \quad (5.26)$$

Όπου το ρ_w, ρ_s είναι η πυκνότητα του νερού και η πυκνότητα του ιζήματος αντίστοιχα, Ω είναι το πεδίο που μελετάμε και η είναι η απόκλιση της ανύψωσης του νερού από έναν όρο μικρής συχνότητας, ο οποίος υπολογίζεται χρησιμοποιώντας ένα χρονικό ολοκλήρωμα. Η εξίσωση υπολογισμού του η εξαρτάται τόσο από τον χρόνο και τον χώρο όσο και από την βαθυμετρία της περιοχής και είναι η εξής:

$$\eta(x, y, t, \psi) = h(x, y, t, \psi) - \frac{1}{T} \int_{t-T}^t h(x, y, \tau, \psi) dt \quad (5.27)$$

Η εξίσωση (5.26) στοχεύει στην μείωση τόσο της ανύψωσης του κύματος όσο και των αλλαγών στην μορφή του πυθμένα. Θα μπορούσαμε να περιγράψουμε, έτσι, τον δεύτερο όρο της εξίσωσης ως την βέλτιστη στερεομεταφορά. Με άλλα λόγια μέσα από την μεθοδολογία αυτή ο πυθμένας προσαρμόζεται στην ροή του νερού με τον βέλτιστο τρόπο όσον αφορά το κόστος

της μεταφοράς ιζήματος. Η ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (5.25) μπορεί να βρεθεί ως η λύση της παρακάτω εξίσωσης (5.28):

$$\begin{cases} \psi_t = -\rho \nabla_{\psi} J(\psi, U(\psi)) \\ \psi(t=0, x, y) = \psi_0(x, y) = \text{γνωστό} \end{cases} \quad (5.28)$$

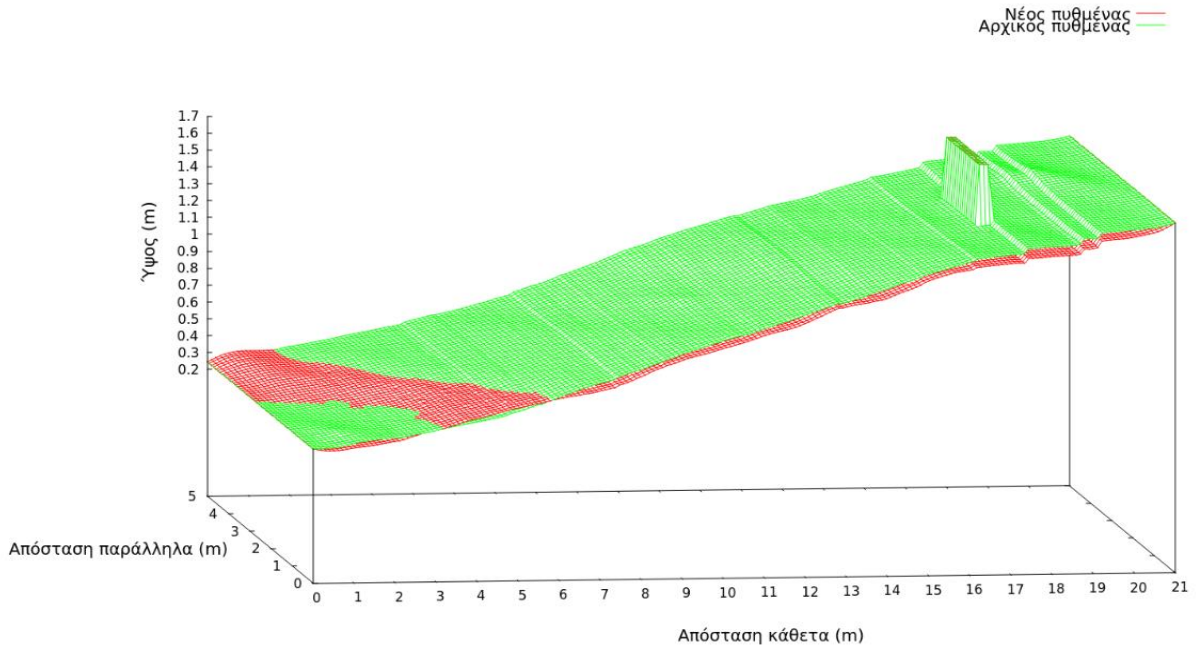
όπου ρ είναι μια παράμετρος, η οποία εξαρτάται από το πορώδες του πυθμένα και ποσοτικοποιεί την δεκτικότητα του στις διαταραχές της ροής. Η εξίσωση (5.28) θυμίζει πολύ την εξίσωση Exner.

5.2.3. Αποτελέσματα

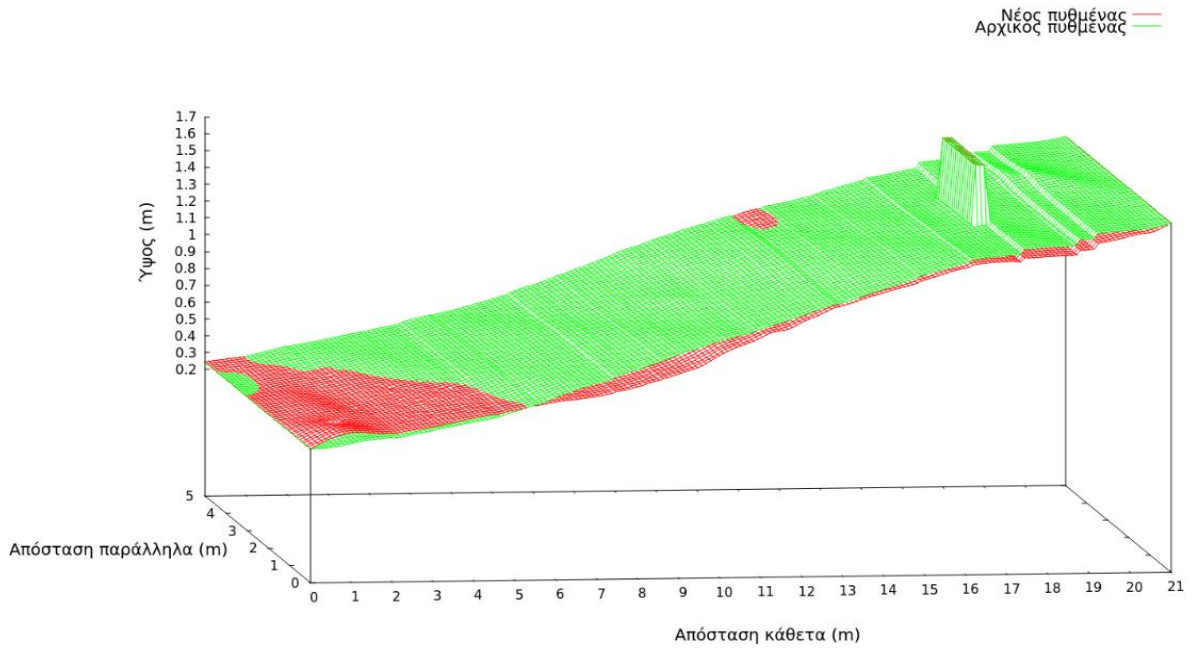
Από την διαδικασία επίλυσης των εξισώσεων καταφέραμε να υπολογίσουμε και να τυπώσουμε σε αρχεία τύπου text διάφορα χαρακτηριστικά του κύματος όπως το πεδίο ταχυτήτων, το βάθος ροής και την ενέργεια. Τα χαρακτηριστικά αυτά σε συνδυασμό με τον υπολογισμό της εξέλιξης της ακτής υπό την επίδραση του κύματος μας οδηγούν σε μια ολοκληρωμένη εικόνα για την μεταβολή του πυθμένα που πραγματοποιείται στην ακτή και την συμβολή που έχουν τα τεχνικά έργα σε αυτή. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να επαληθεύσουμε αν η θεωρητική μορφή που περιμέναμε να έχει η ακτή ταυτίζεται με αυτήν που προκύπτει από το πρόγραμμα.

Για την οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα GNUPLOT και την εντολή splot η οποία εμφανίζει τρισδιάστατα δεδομένα. Με την εντολή αυτή εμφανίσαμε ταυτόχρονα την μορφή του πυθμένα μετά από μια ώρα, μετά από δυο ώρες και μετά από 5 ώρες κυματικής δράσης αντίστοιχα με την αρχική μορφή του πυθμένα για κάθε ένα από τα έργα. Τα αποτελέσματα αυτά εμφανίζονται ομαδοποιημένα ανάλογα με το έργο προστασίας που προσομοιώνουν στις Εικόνες 5.21-5.32.

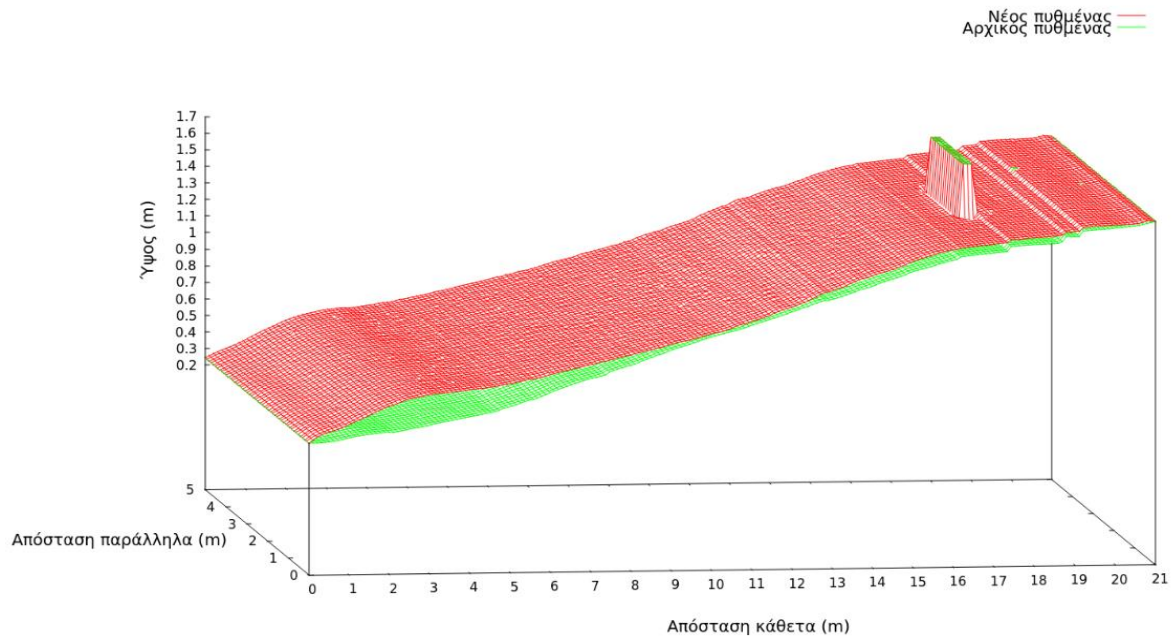
Από τις παρακάτω εικόνες μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε ποιοτικά την εξέλιξη του πυθμένα υπό την επίδραση των κυματισμών παρουσία των παράκτιων έργων. Στις εικόνες αυτές έχει αποτυπωθεί με κόκκινο χρώμα ο νέος πυθμένας και με πράσινο ο αρχικός. Συνεπώς, στις περιοχές όπου υπερισχύει το κόκκινο χρώμα έχω απόθεση ιζήματος, ενώ στις περιοχές όπου υπερισχύει το πράσινο χρώμα έχω διάβρωση του πυθμένα. Με την λογική αυτή, παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του έξαλου κυματοθραύστη (Εικόνες 5.21-5.23) μετά από κυματική δράση 1 και 2 ωρών επικρατεί η διάβρωση σε μεγαλύτερη έκταση της περιοχής μελέτης, εξαιρώντας μια περιοχή στα βαθιά όπου έχουμε απόθεση ιζήματος. Μετά από τις 5 ώρες, όμως, η κατάσταση ανατρέπεται και πλέον η περιοχή μελέτης βρίσκεται υπό καθολική απόθεση ιζήματος. Η απόθεση αυτή σε μέγεθος είναι μεγαλύτερη στα βαθιά νερά και μικρότερη στα ρηγά και κοντά στο έργο.



Εικόνα 5.21: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη

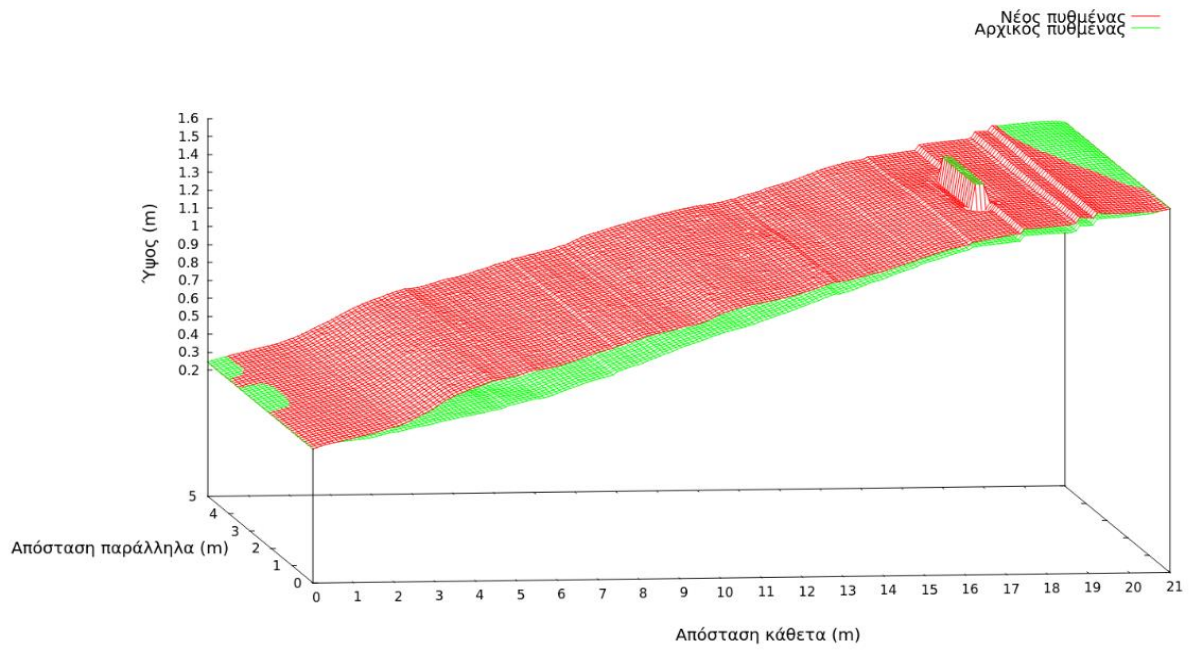


Εικόνα 5.22: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία έξαλου κυματοθραύστη

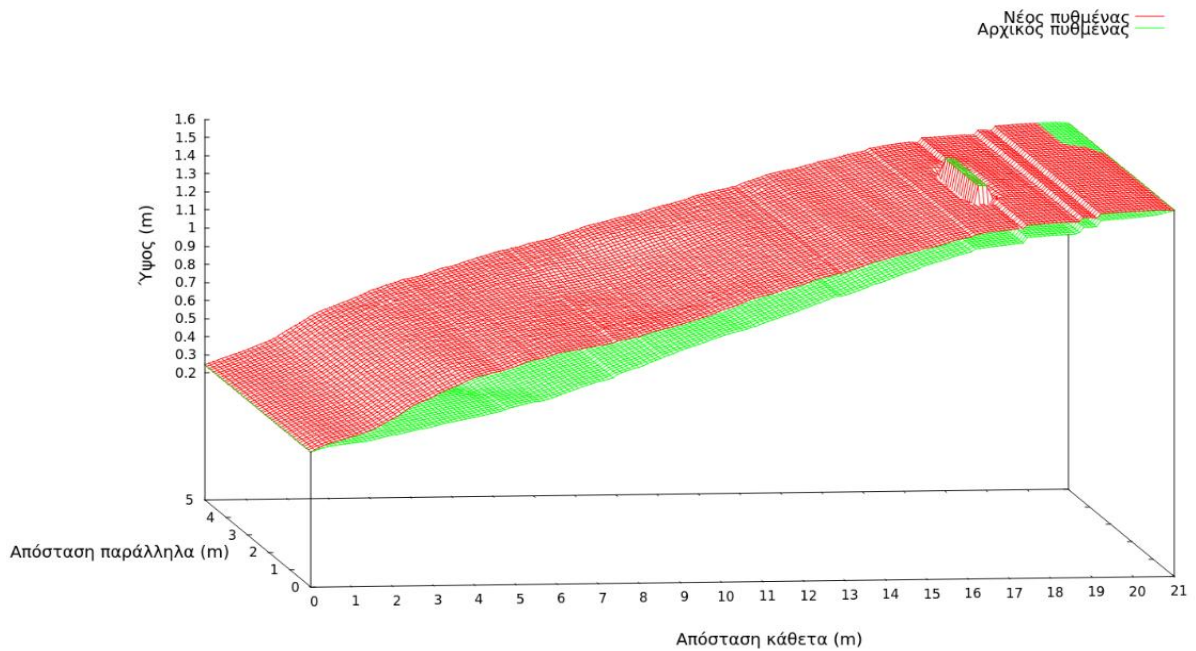


Εικόνα 5.23: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία έξαλου κυματοθραύστη

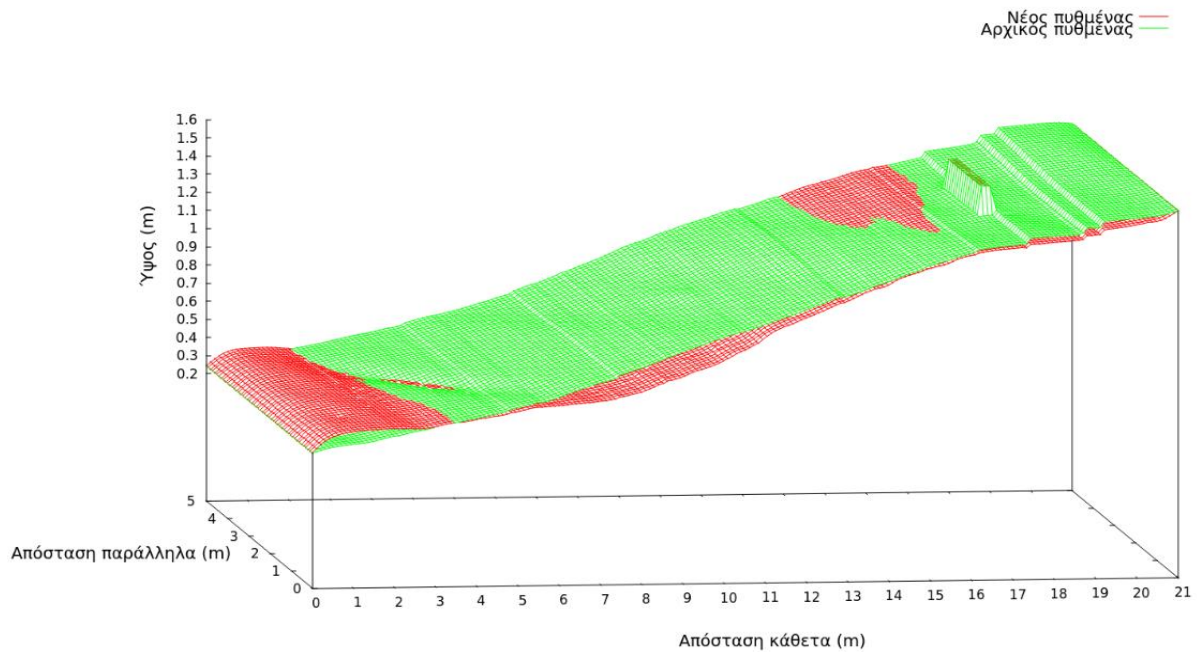
Συνεχίζοντας, στις Εικόνες 5.24-5.26 παρουσιάζονται τα στιγμιότυπα της σύγκρισης του αρχικού πυθμένα και του τελικού παρουσία του ύφαλου κυματοθραύστη. Η Εικόνα 5.4 περιγράφει την σύγκριση για επιβολή κυματικής δράσης 1 ώρας και παρατηρούμε σε αυτό ότι επικρατεί μια σχεδόν καθολική απόθεση ιζήματος, με εξαίρεση μια περιοχή κοντά στην ακτή. Το ίδιο σκηνικό εμφανίζεται και μετά από κυματική δράση 2 ωρών, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.25. η μόνη διαφορά είναι ότι το μέγεθος της απόθεσης είναι μεγαλύτερο στην δεύτερη περίπτωση στα βαθιά. Η Εικόνα 5.26 απεικονίζει μια διαφορετική εξέλιξη του πυθμένα μετά από πέντε ώρες επιβολής της κυματικής δράσης. Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι στην περιοχή μελέτης και ιδιαίτερα στην περιοχή κοντά στην ακτή επικρατεί διάβρωση του πυθμένα. Εξαίρεση αποτελούν δυο μικρές περιοχές στα βαθιά και ανάντι του ύφαλου κυματοθραύστη, στις οποίες έχουμε απόθεση ιζήματος.



Εικόνα 5.24: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη

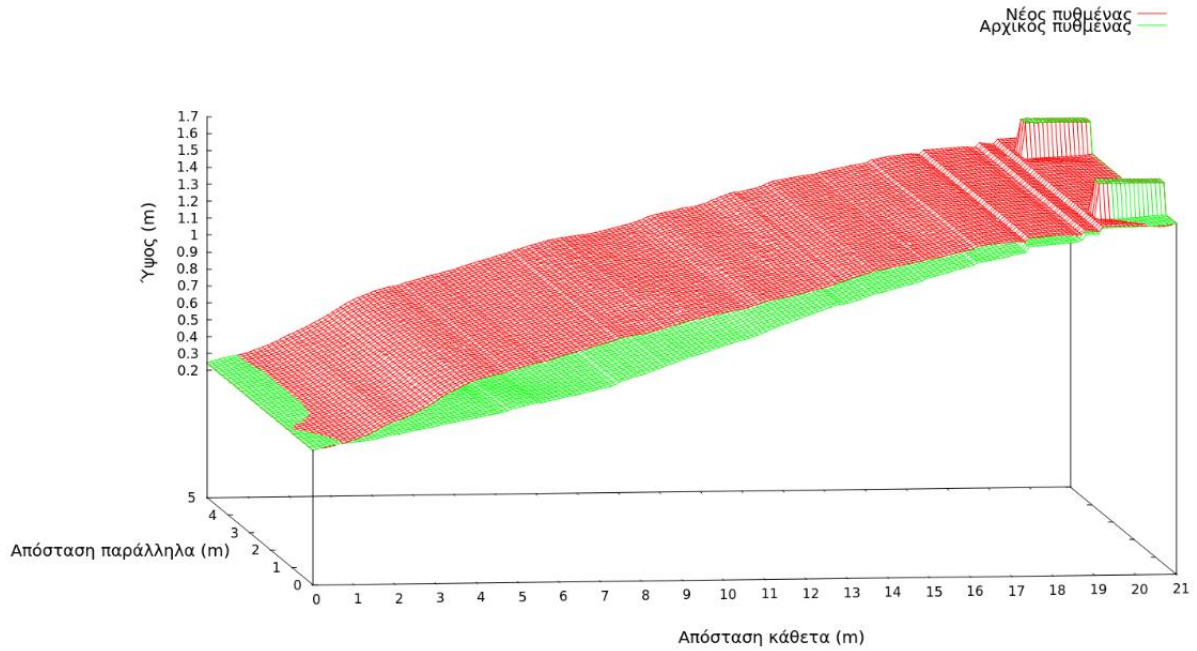


Εικόνα 5.25: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη

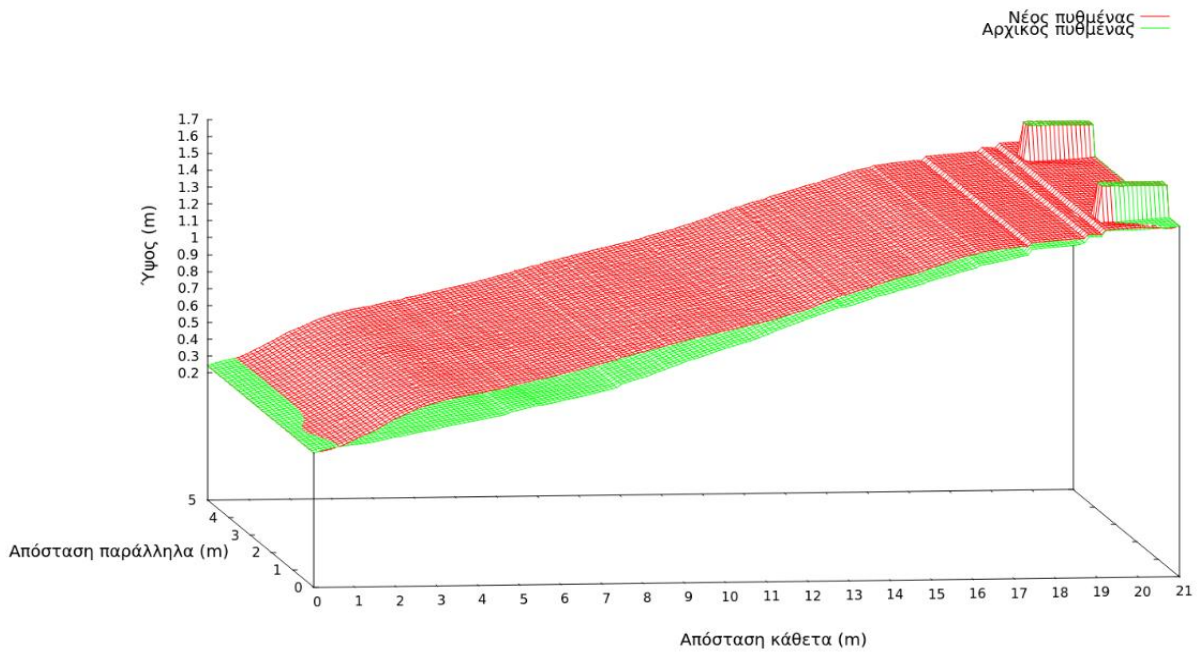


Εικόνα 5.26: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη

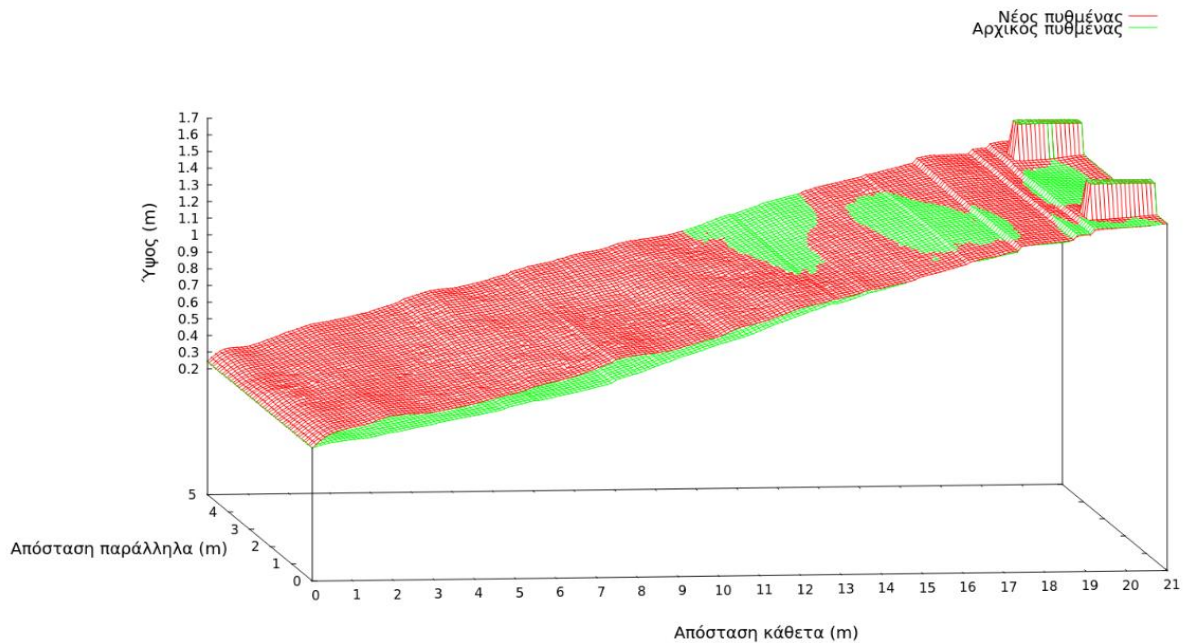
Η ίδια οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων εφαρμόζεται και στην περίπτωση του συστήματος δυο προβόλων. Στην Εικόνα 5.27 παρατηρούμε ότι στον πυθμένα επικρατεί μια καθολική απόθεση ιζήματος. Το μέγεθος της απόθεσης αυτής μειώνεται με την πάροδο του χρόνου γεγονός το οποίο αποτυπώνεται στην Εικόνα 5.28, η οποία συγκρίνει τον αρχικό με τον τελικό πυθμένα για εφαρμογή κυματικής δράσης 2 ωρών. Η εξέλιξη του πυθμένα αρχίζει να παρουσιάζει διαφορές μετά από 5 ώρες σε σχέση με πριν. Την χρονική στιγμή εκείνη εμφανίζονται περιοχές, όπου ο πυθμένας διαβρώνεται, ιδιαίτερα όσο πλησιάζουμε προς την ακτή. Πιο συγκεκριμένα, οι περιοχές αυτές είναι ανάμεσα στους δυο προβόλους αλλά και στα ενδιάμεσα νερά. Τέλος, ενώ στα βαθιά νερά έχω απόθεση ιζήματος, το μέγεθος της είναι εμφανώς μικρότερο από το αντίστοιχο στις προηγούμενες χρονικές στιγμές.



Εικόνα 5.27: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία συστήματος δυο προβόλων

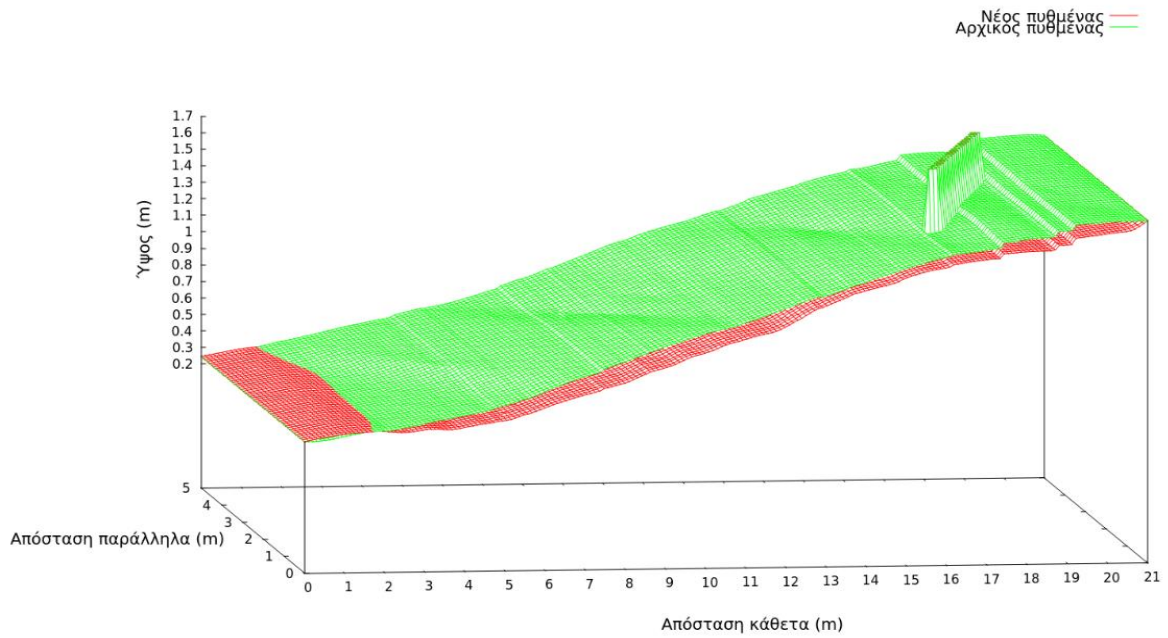


Εικόνα 5.28: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία συστήματος δυο προβόλων

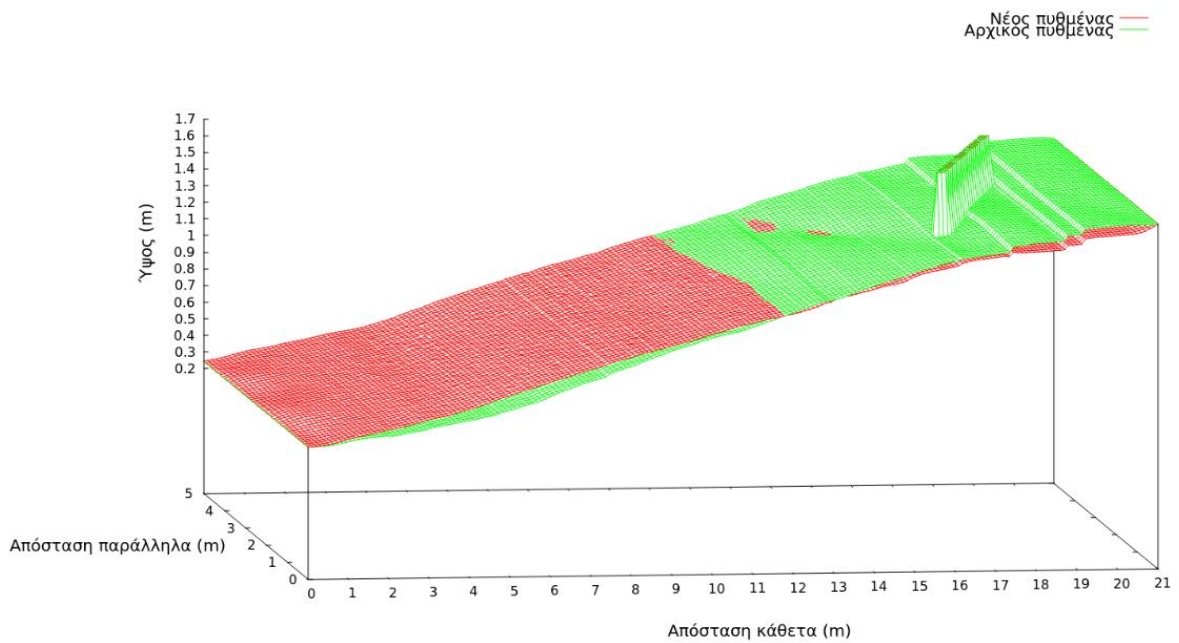


Εικόνα 5.29: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία συστήματος δυο προβόλων

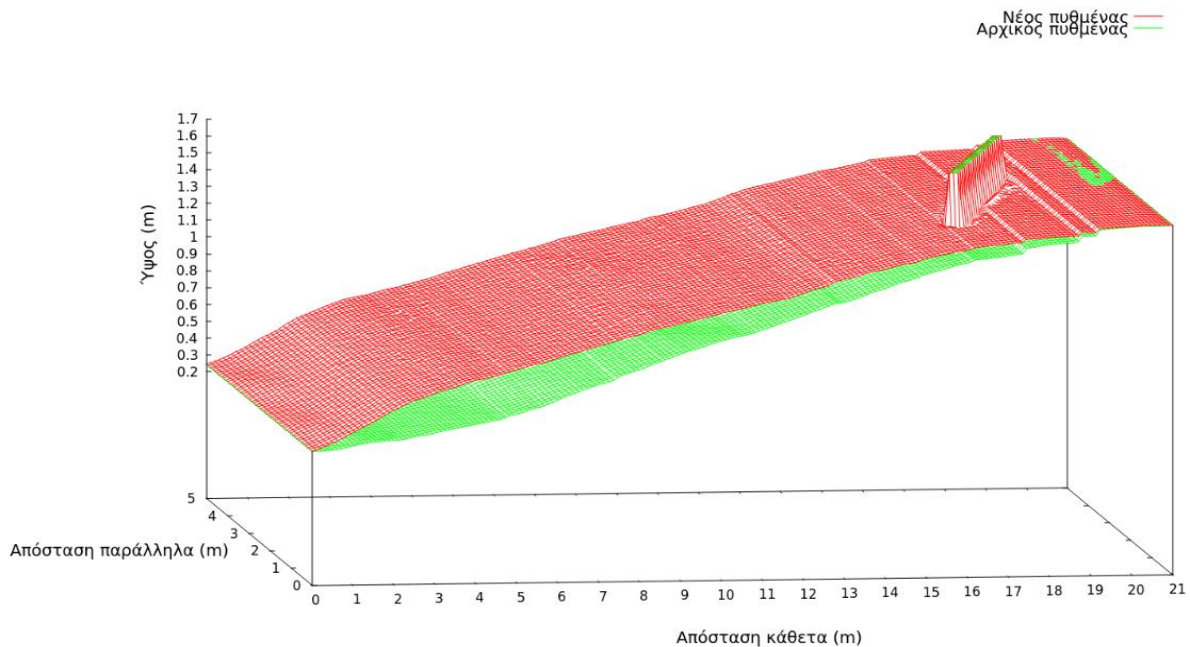
Επιπλέον, στις Εικόνες 5.30-5.32 παρουσιάζεται η εξέλιξη του πυθμένα ποιοτικά παρουσία του πλάγιου κυματοθραύστη. Πιο συγκεκριμένα, στην Εικόνα 5.30 εμφανίζονται με πράσινο χρώμα οι περιοχές, στις οποίες επικρατεί διάβρωση, ενώ με κόκκινο η περιοχή στα βαθιά, όπου έχουμε απόθεση ιζήματος. Η απόθεση αυτή μεγαλώνει σε έκταση και πλησιάζει σε συνάρτηση με τον χρόνο την ακτή μελέτης. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται τόσο στην Εικόνα 5.31 για κυματική δράση 2 ωρών, όπου η απόθεση φτάνει από τα βαθιά μέχρι ανάντι του πλάγιου κυματοθραύστη, όσο και στην Εικόνα 5.32 για κυματική δράση 5 ωρών, όπου πλέον η απόθεση έχει εξαπλωθεί μέχρι και την ακτή. Ακόμη, στην Εικόνα 5.32 φαίνεται μια αύξηση του μεγέθους της απόθεσης στην περιοχή των βαθιών νερών.



Εικόνα 5.30: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 1 ώρας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη



Εικόνα 5.31: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 2 ωρών παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη

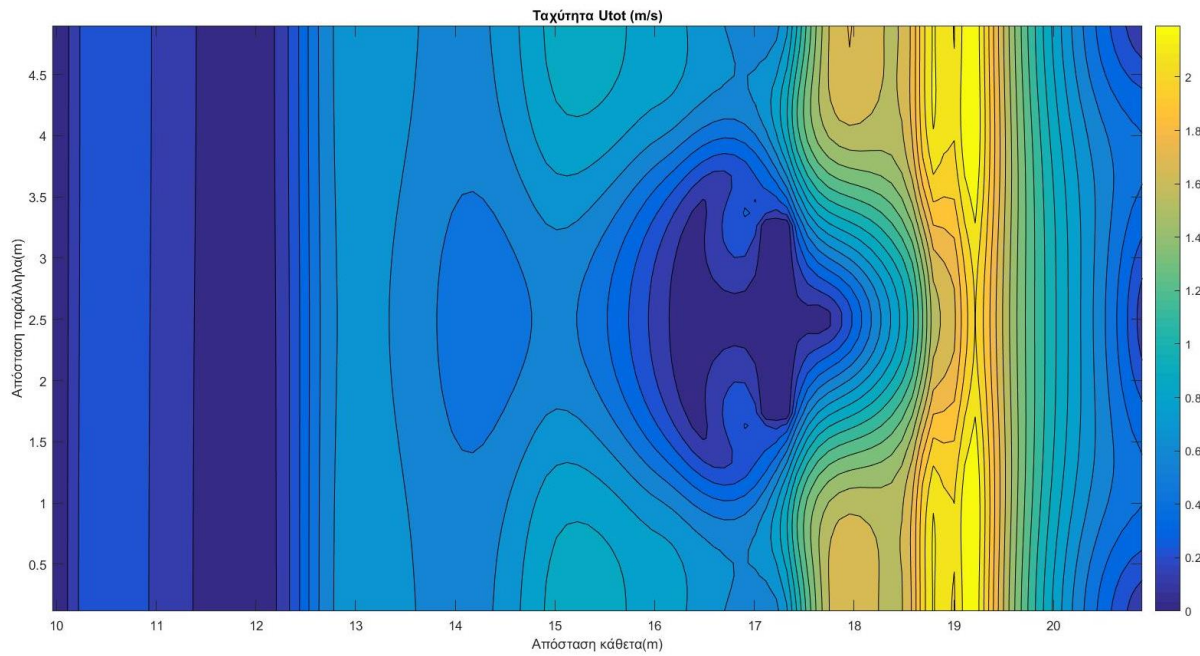


Εικόνα 5.32: Συγκριτική αποτύπωση του αρχικού πυθμένα με τον πυθμένα μετά από κυματική δράση 5 ωρών παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη

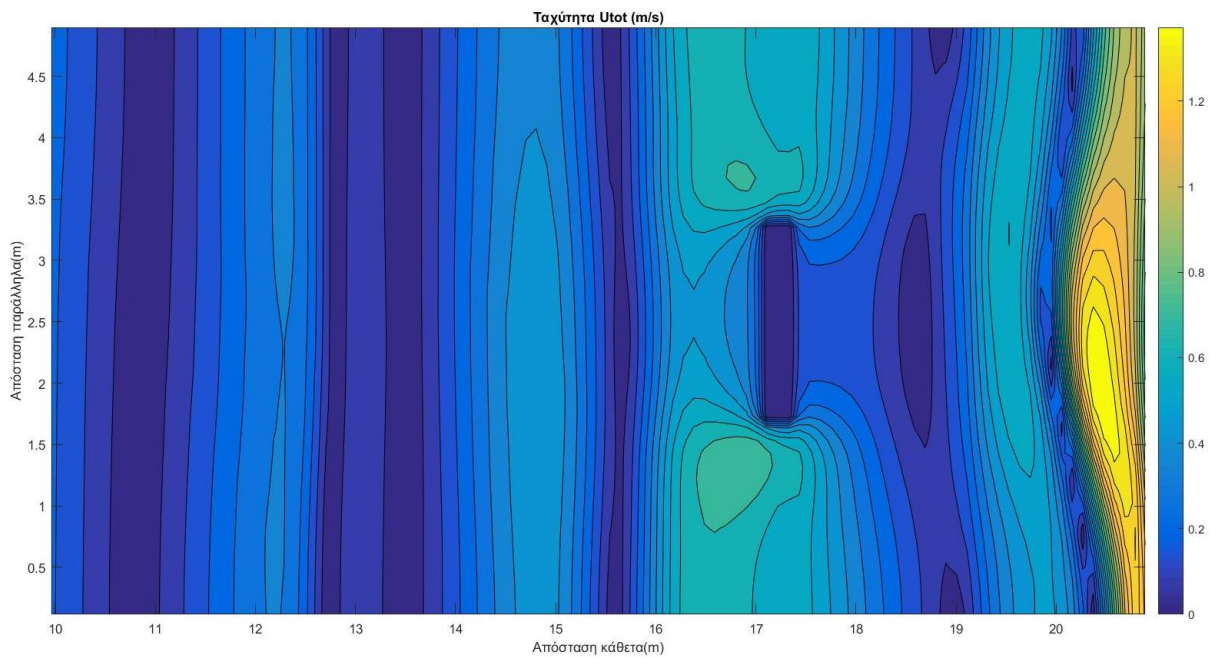
Ακόμη, εμφανίσαμε στα Σχήματα Π.1-Π.16 με την ίδια εντολή την ανύψωση του πυθμένα και την ελεύθερη επιφάνεια ώστε να φαίνονται τόσο οι διάφορες μεταβολές του πυθμένα με την πάροδο του χρόνου και την επίδραση του κυματισμού, όσο και η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας. Η ανύψωση αυτή αποτυπώθηκε για κάθε έργο στα πρώτα στάδια του κυματισμού, μετά από μια ώρα, δυο και μετά από πέντε ώρες τρικυμία. Επειδή, όμως, από τα σχήματα αυτά δεν μπορούμε να εξάγουμε άμεσα συμπεράσματα, παρατίθενται ξεχωριστά στο Παράρτημα στο τέλος της εργασίας.

Από την ανάλυση των παραπάνω σχημάτων παρατηρούμε ότι τα έργα προστασίας εκπληρώνουν μια από τις βασικές λειτουργίες τους, η οποία είναι η μείωση του ύψους κύματος καθώς αυτό προσεγγίζει την ακτή. Με τον τρόπο αυτό μειώνουν και την φόρτιση που δέχεται η ακτή από τους κυματισμούς.

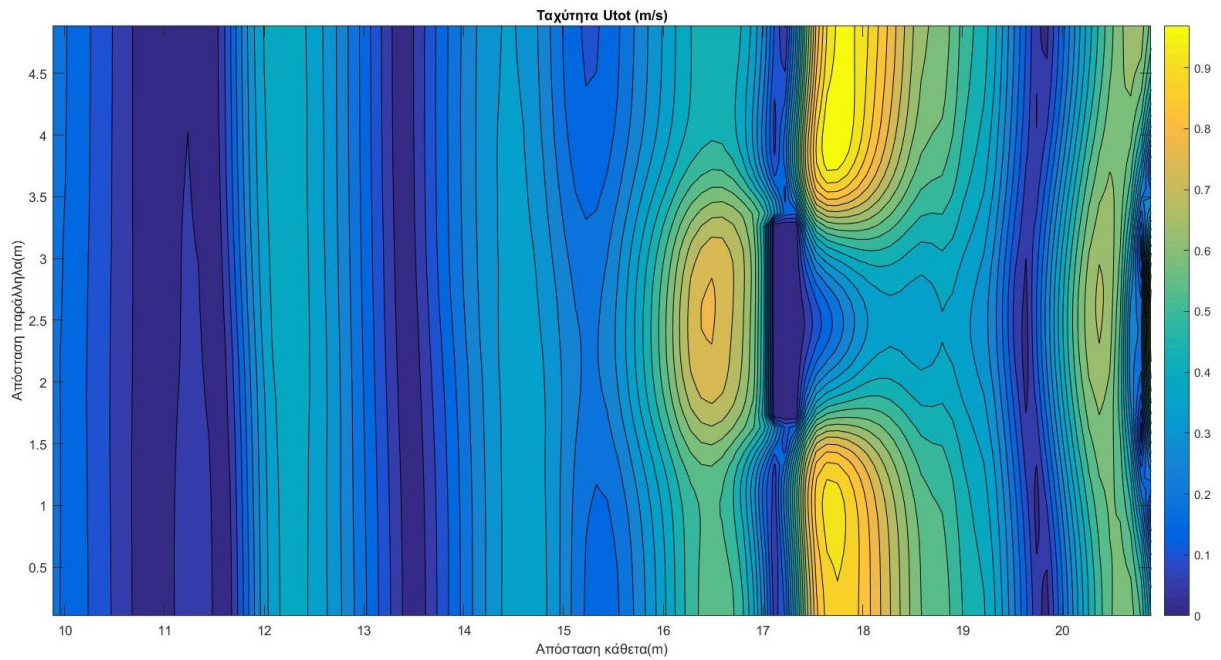
Σε μια προσπάθεια να δικαιολογήσουμε την εξέλιξη της ακτής, όπως την οποία περιγράψαμε ποιοτικά προηγουμένως, αποτυπώσαμε τα διανύσματα των οριζόντιων ταχυτήτων στην περιοχή μελέτης. Τα διανύσματα αυτά αναφέρονται στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας αλλά όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή η κατανομή των οριζόντιων ταχυτήτων είναι ομοιόμορφη στον κατακόρυφο άξονα. Ακόμη, έχουμε θεωρήσει ότι στον πυθμένα επικρατούν οριακές συνθήκες τύπου slip, σύμφωνα με τις οποίες στον πυθμένα αναπτύσσονται κανονικά ταχύτητες. Βασισμένοι στα παραπάνω, μπορούμε να εκτιμήσουμε την διεύθυνση και το μέτρο της στερεομεταφοράς, μεγέθη τα οποία είναι ανάλογα με αυτά της ταχύτητας στον πυθμένα από τις παρακάτω εικόνες.



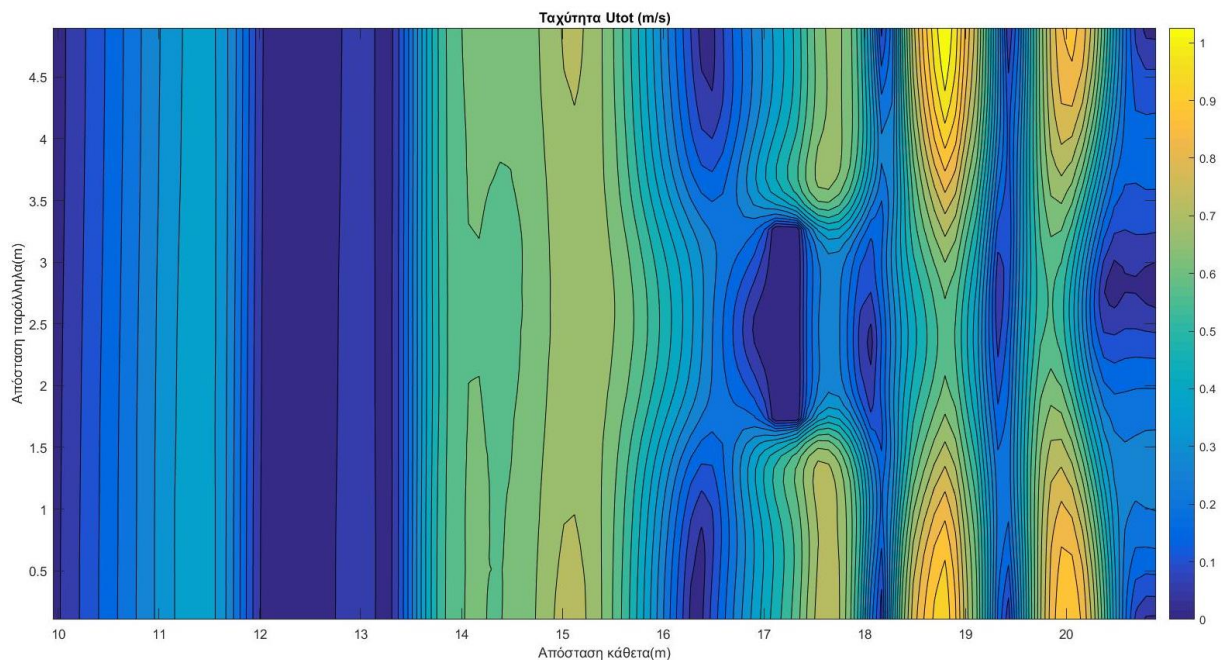
Εικόνα 5.33: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύση στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.34: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία έξαλου κυματοθραύση μετά από κυματική δράση 1 ώρας



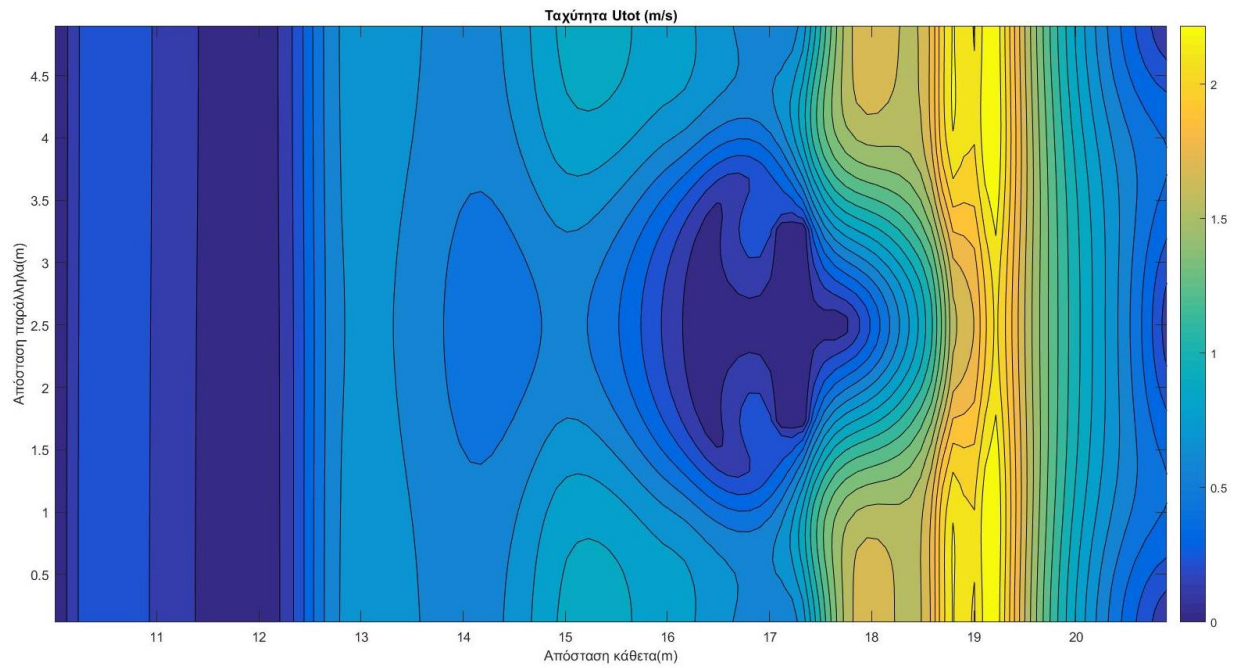
Εικόνα 5.35: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία έξαλο κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



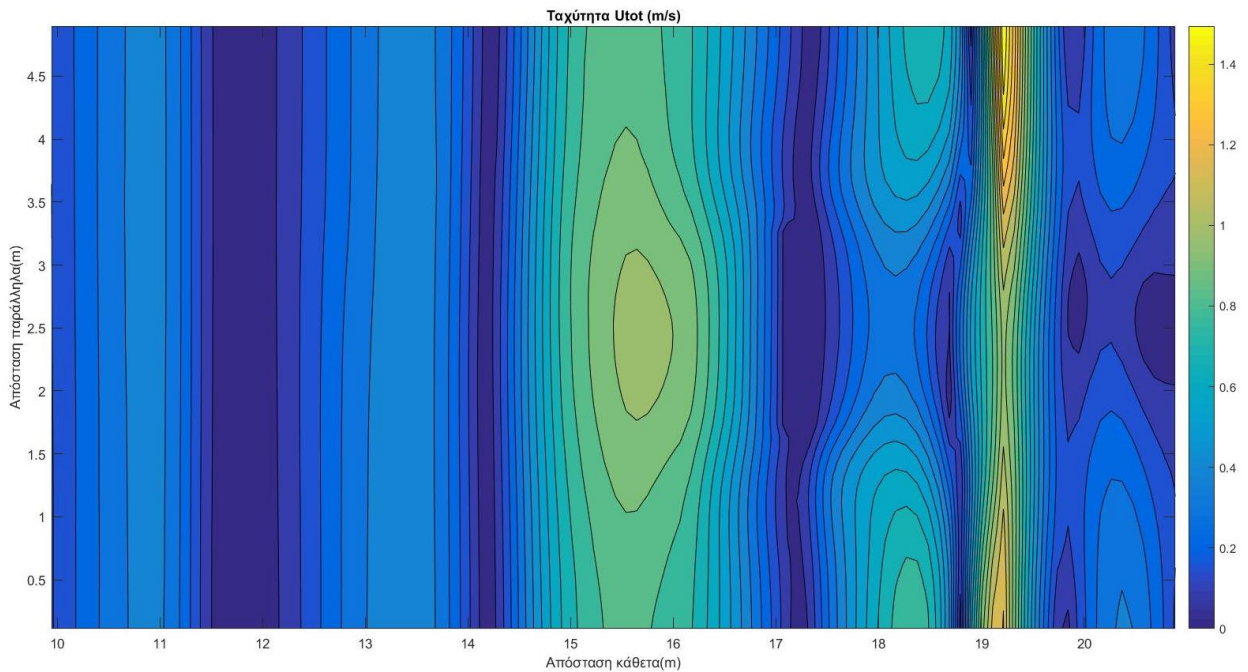
Εικόνα 5.36: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία έξαλο κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Στις Εικόνες 5.33-5.36 εμφανίζεται η εξέλιξη του μέτρου της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων στην περιοχή γύρω από τον έξαλο κυματοθραύστη και κοντά στην ακτή. Αρχικά, παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με την πάροδο του χρόνου στην περιοχή κατάντη του έργου από 2 m/s σε 1 m/s. Στην περιοχή αυτή εμφανίζονται μεγαλύτερες ταχύτητες λόγω της θραύσης των κυματισμών. Ακόμη, παρατηρούμε μια αύξηση του μέτρου των ταχυτήτων στην

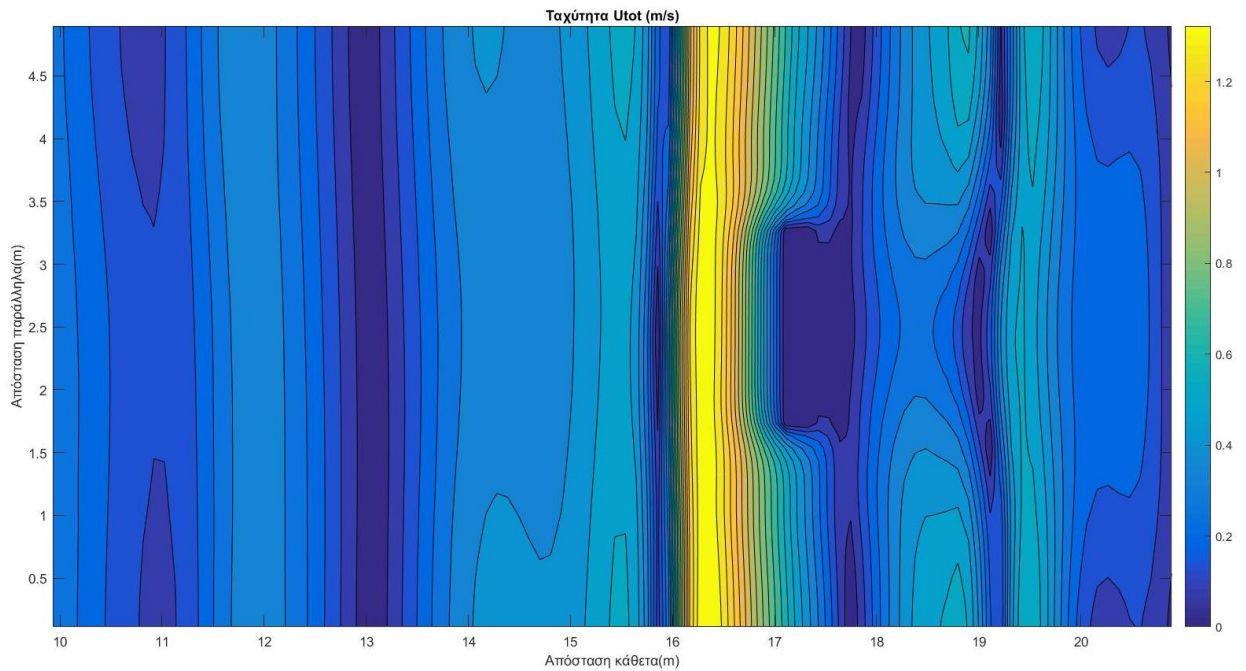
περιοχή ανάντη του έργου από 0,2 m/s σε 0,7 m/s λόγω της ανάκλασης των κυματισμών στο έργο.



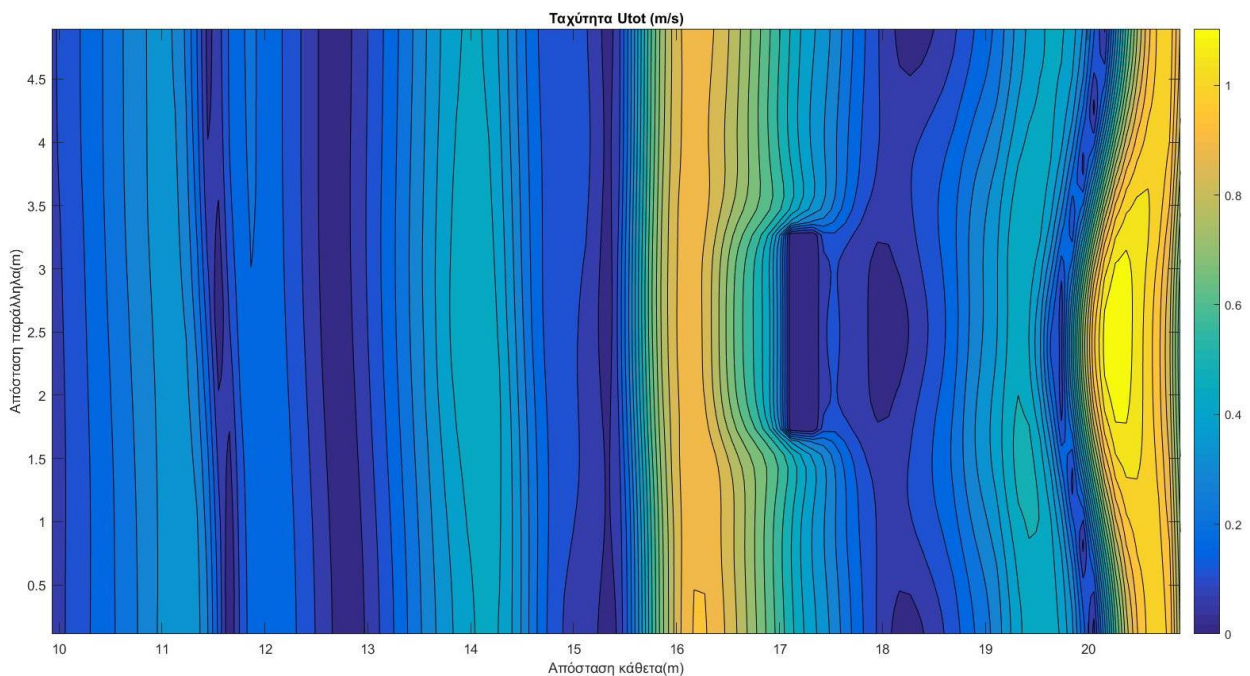
Εικόνα 5.37: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.38: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



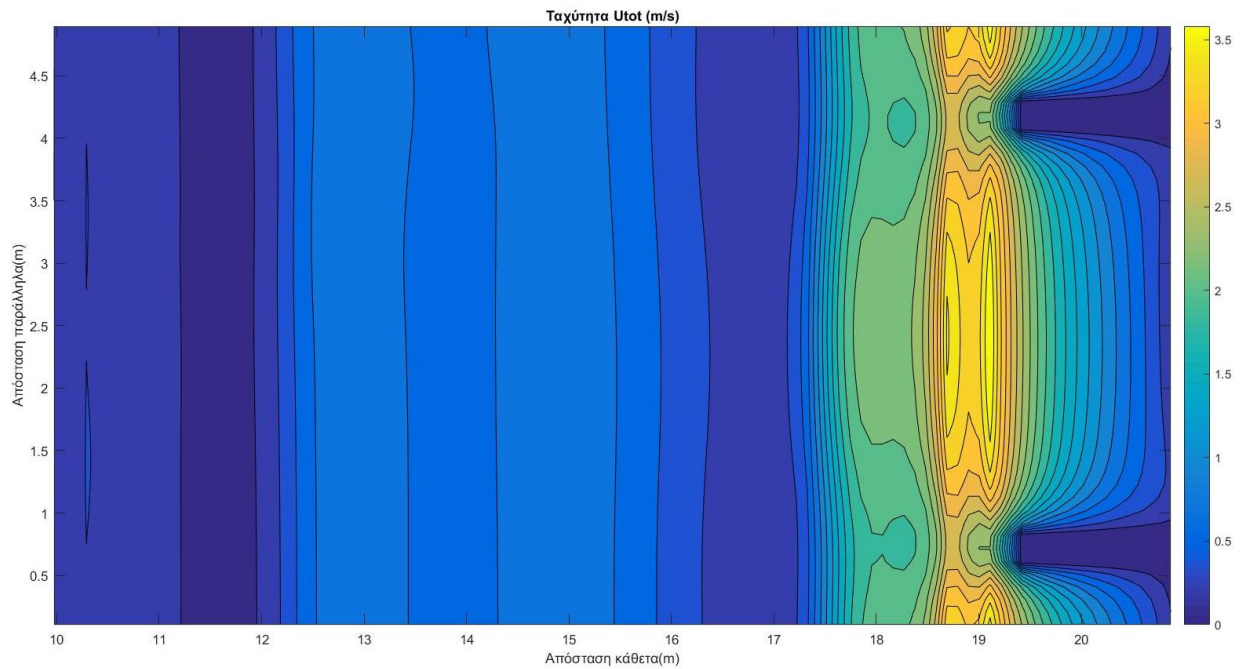
Εικόνα 5.39: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



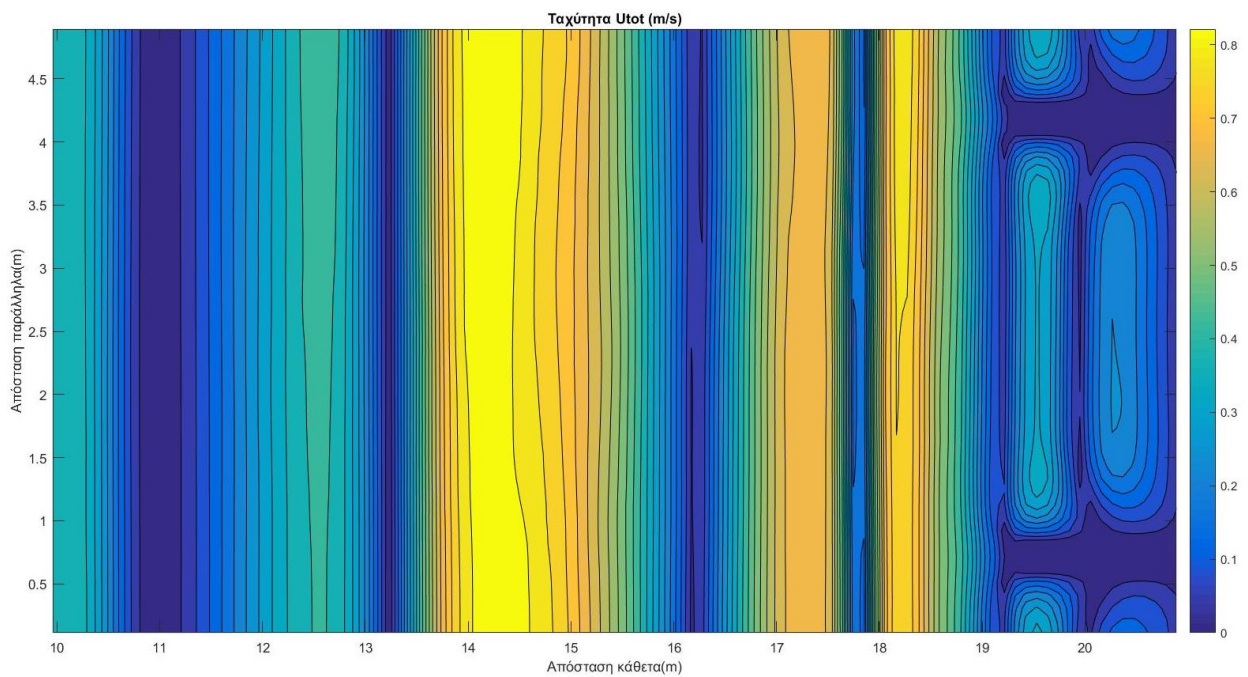
Εικόνα 5.40: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Στις Εικόνες 5.37-5.40 εμφανίζεται η εξέλιξη του μέτρου της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων στην περιοχή γύρω από τον ύφαλο κυματοθραύστη και κοντά στην ακτή. Όπως και πριν έτσι και στο έργο αυτό παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με την πάροδο του χρόνου στην περιοχή κατάντη του έργου από 2 m/s σε 1 m/s αλλά και ανάντη. Στην περιοχή αυτή εμφανίζονται μεγαλύτερες ταχύτητες λόγω της θραύσης των κυματισμών. Ακόμη,

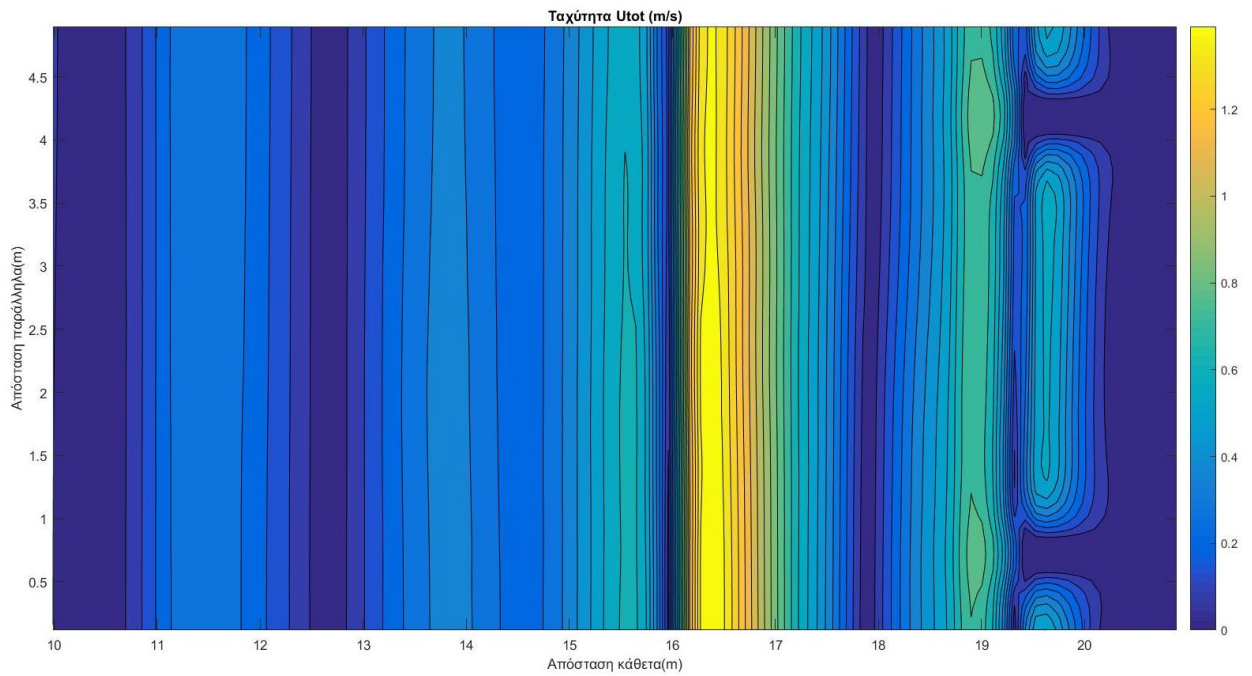
παρατηρούμε μια αύξηση του μέτρου των ταχυτήτων στην περιοχή κοντά στην ακτή από 0,5 m/s σε 1 m/s η οποία δικαιολογεί την διάβρωση που παρατηρείται στην περιοχή αυτή.



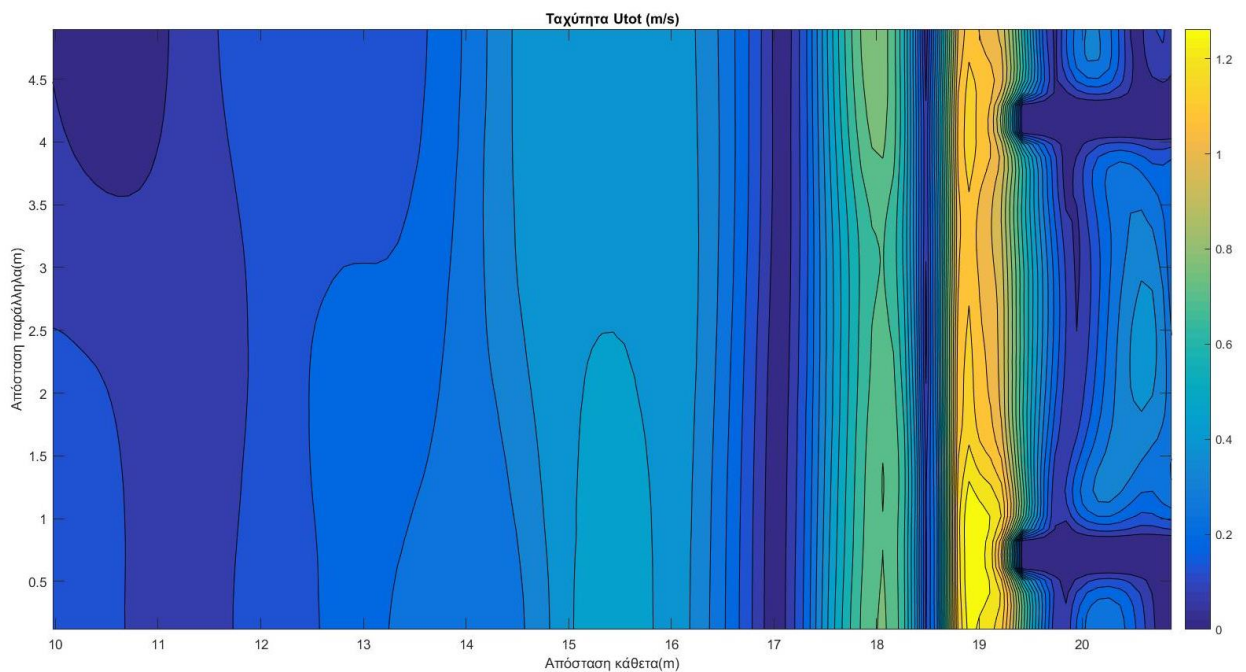
Εικόνα 5.41: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.42: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας



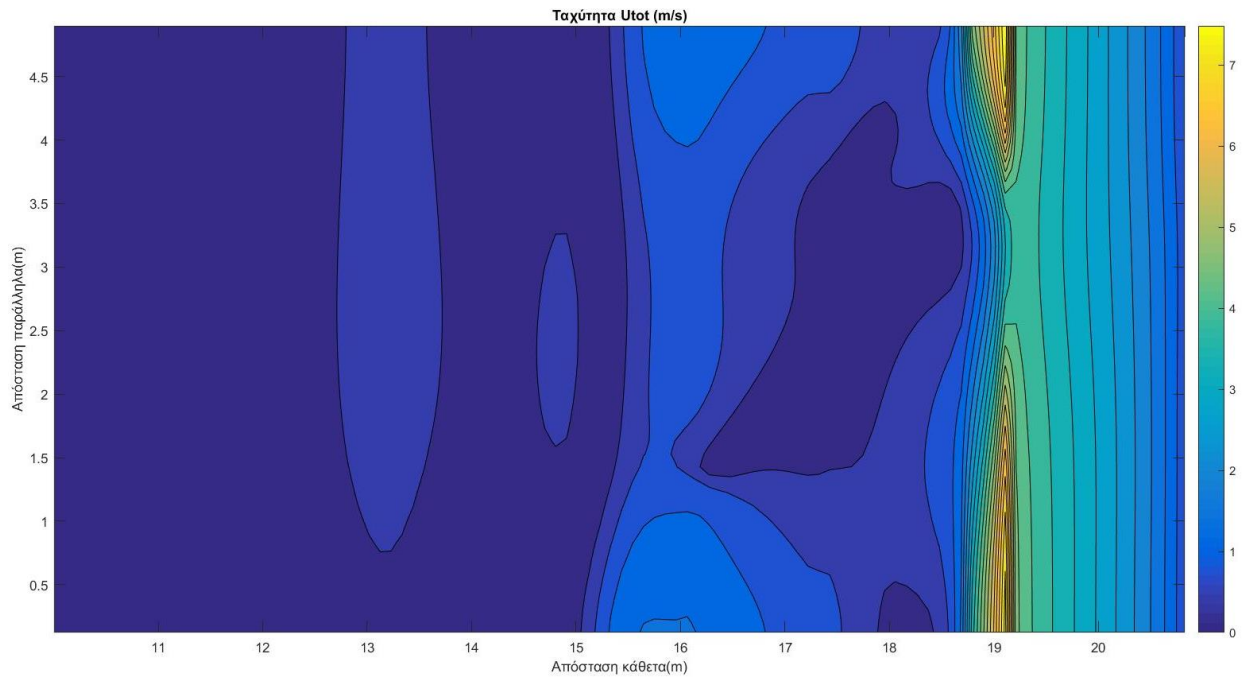
Εικόνα 5.43: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών



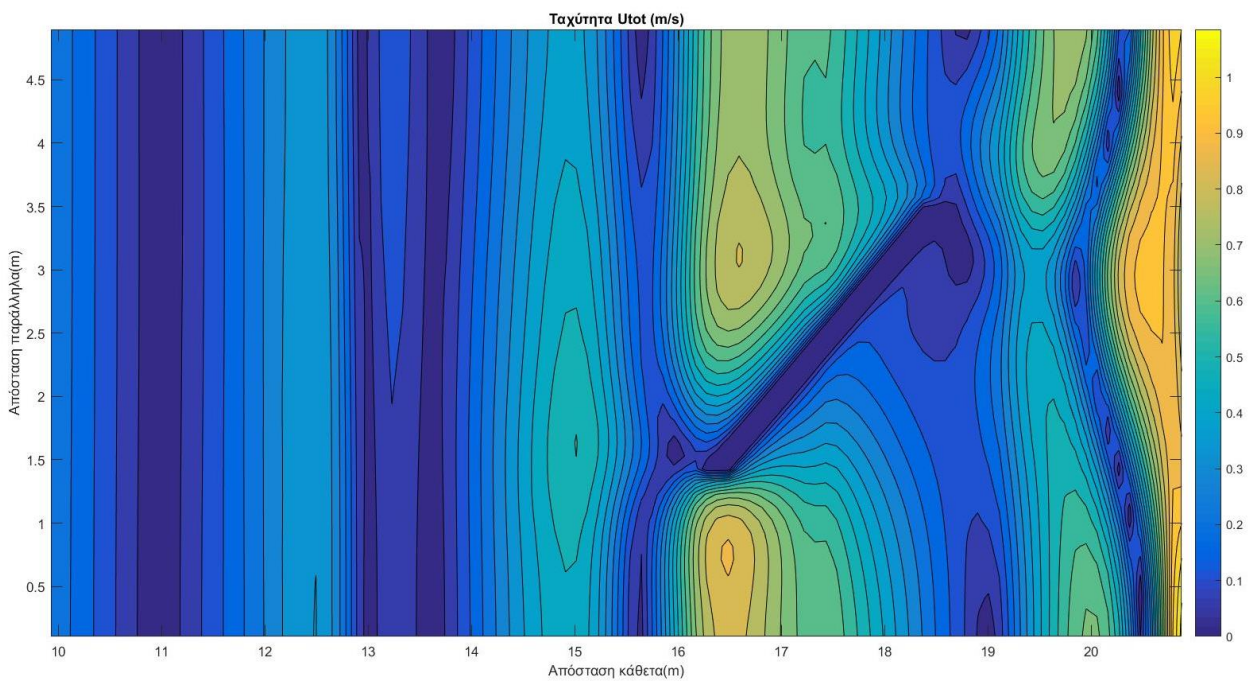
Εικόνα 5.44: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Στις Εικόνες 5.41-5.44 παρατηρούμε ότι για το σύστημα των δυο προβόλων το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων εξελίσσεται ομοιόμορφα μακριά από το έργο διατηρώντας μικρές τιμές της τάξης των 0,8 m/s. Εκεί όπου εμφανίζονται μεγάλες ταχύτητες είναι στην περιοχή θραύσης η οποία βρίσκεται στην άκρη των έργων. Η θραύση αυτή δημιουργεί μια

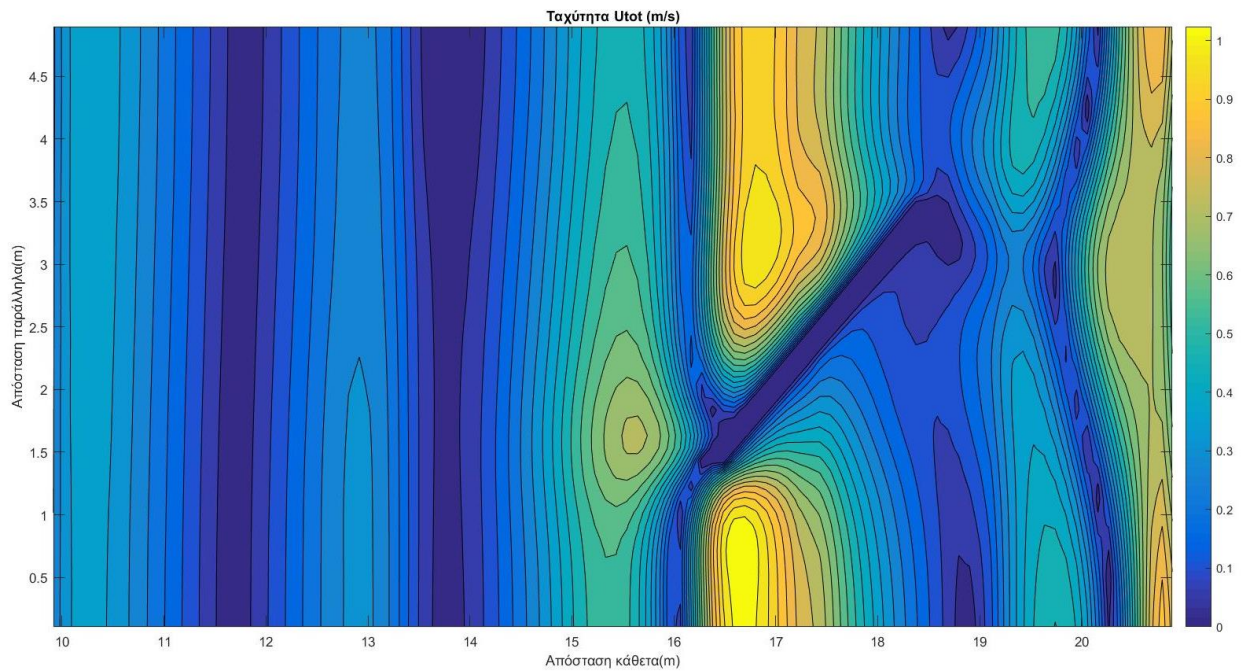
ανομοιομορφία στο προφίλ των ταχυτήτων, η οποία φαίνεται εντονότερα στην περιοχή ανάμεσα στα δυο έργα. Με την πάροδο του χρόνου στην περιοχή αυτή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται από 0,4 m/s σε 0,8 m/s.



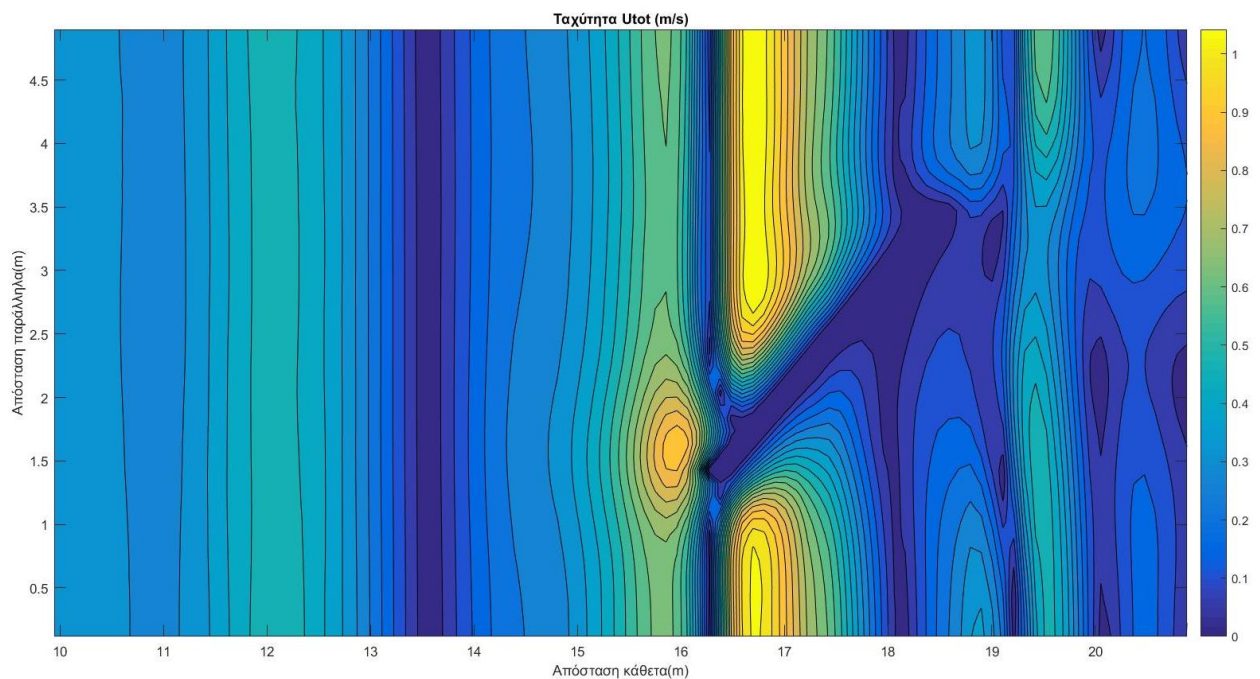
Εικόνα 5.45: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.46: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρων σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



Εικόνα 5.47: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών

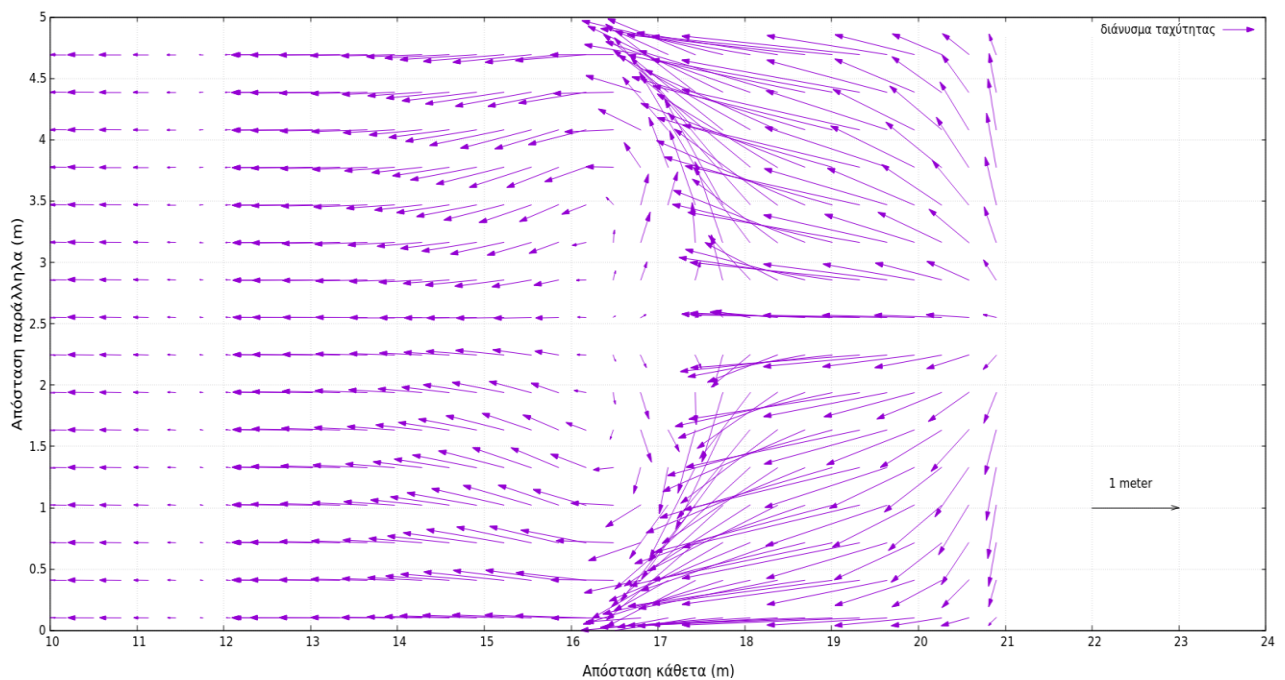


Εικόνα 5.48: Το μέτρο της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

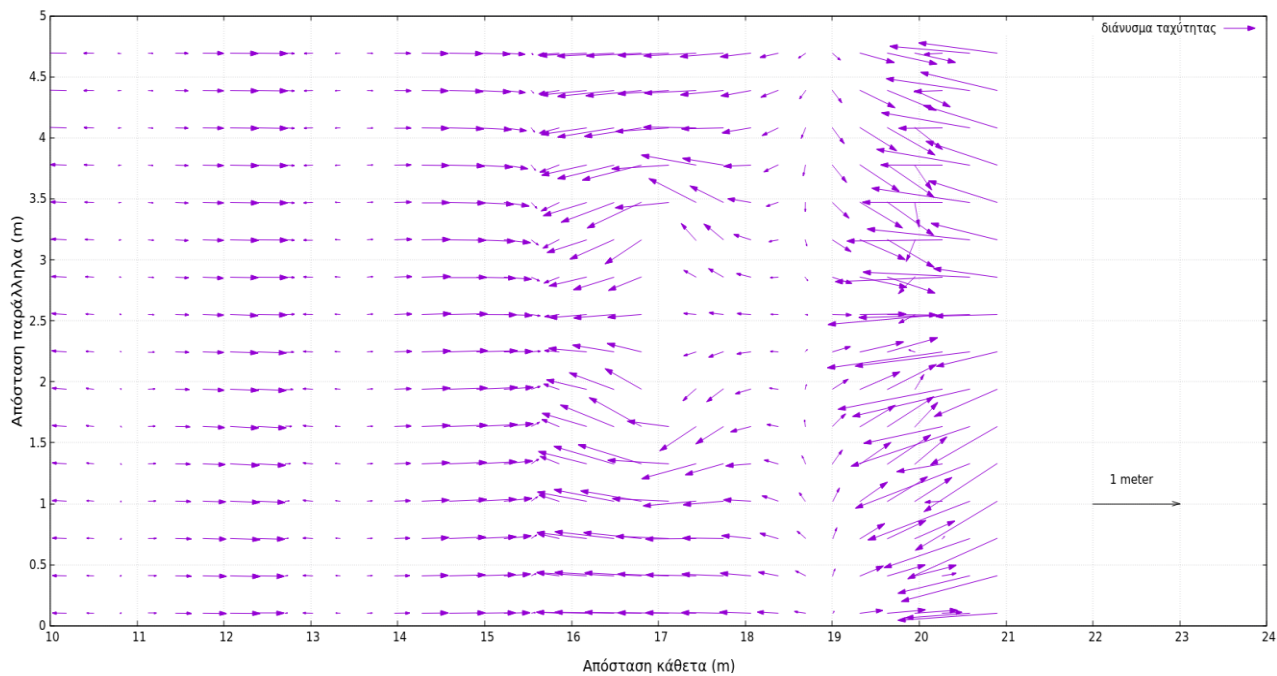
Τέλος, στις Εικόνες 5.45-5.48 παρατηρούμε ότι στα αρχικά στάδια έχουμε μεγάλες ταχύτητες στην περιοχή θραύσης του κυματισμού, οι οποίες μετά από 5 ώρες μειώνονται σε 0,5 m/s. Αντίθετα, στην περιοχή ανάντη του πλάγιου κυματοθραύστη εμφανίζεται αύξηση του μέτρου της ταχύτητας των υγρών σωματιδίων από 0,6 m/s σε 1 m/s.

Επιπρόσθετα, χρησιμοποιήσαμε την εντολή plot vectors για να οπτικοποιήσουμε τα διανύσματα των ταχυτήτων σε κάθε κελί του καννάβου (Εικόνες 5.49-5.64). Επειδή όμως η εικόνα που πρόκυπτε δεν ήταν εμφανής επιλέξαμε να εμφανίζονται τα διανύσματα των ταχυτήτων ανά τρία μεταξύ τους και εστιασμένα στην περιοχή που μας ενδιαφέρει περισσότερο, δηλαδή στην περιοχή κοντά στην ακτή. Από τα σχήματα αυτά προκύπτουν σημαντικές λεπτομέρειες σχετικά με την κατεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας και επαγωγικά της στερεομεταφοράς.

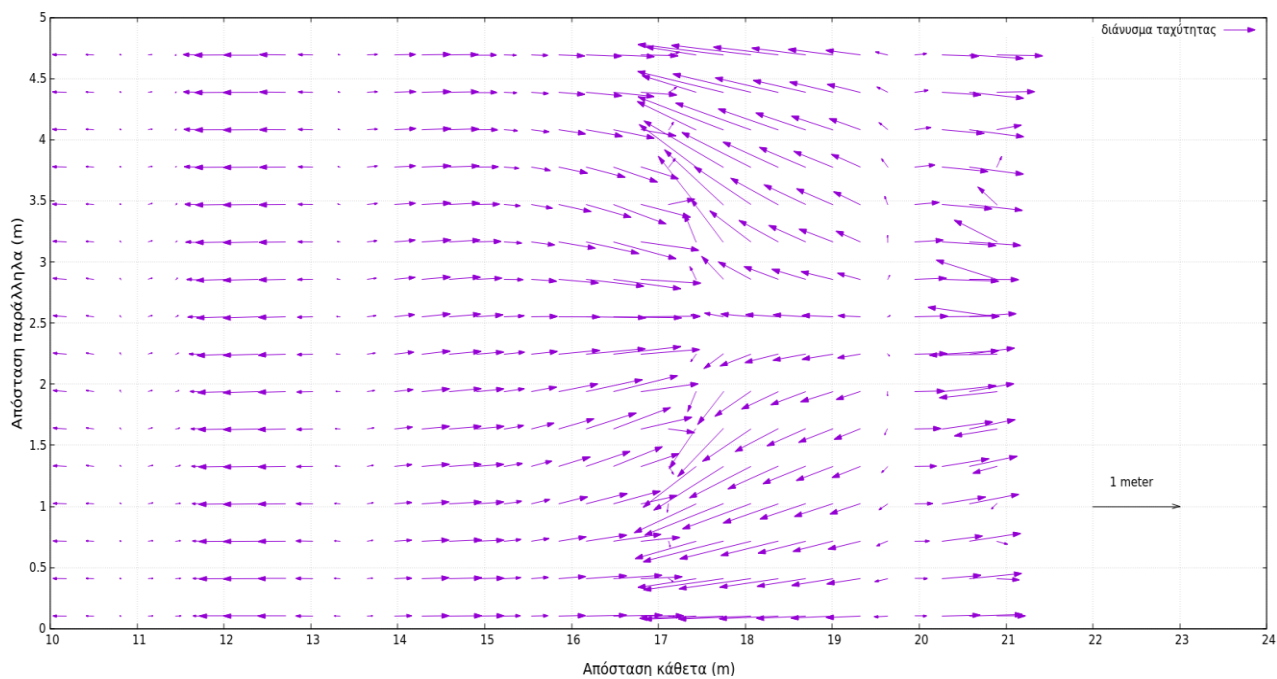
Στην συνέχεια, στις Εικόνες 5.49-5.52 παρουσιάζεται το πεδίο ταχυτήτων της περιοχής μελέτης παρουσία έξαλου κυματοθραύστη κατά τα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης, μετά από μια ώρα, δυο και μετά από πέντε ώρες αντίστοιχα. Στα σχήματα αυτά παρατηρούμε ότι ο προσανατολισμός των διανυσμάτων της ταχύτητας των επιμέρους κελιών του καννάβου αλλάζει καθώς πλησιάζουμε στο έργο προστασίας. Πιο συγκεκριμένα, κατόπιν του έργου οι ταχύτητες που αναπτύσσονται τείνουν να σχηματίσουν στροβίλους με κατεύθυνση προς τα βαθιά. Το φαινόμενο αυτό όμως δεν ολοκληρώνεται γιατί τόσο το έργο είναι μικρό σε μέγεθος όσο και ο χρόνος προσομοίωσης ήταν λίγος ώστε να αναπτυχθεί πλήρως ο στροβιλισμός.



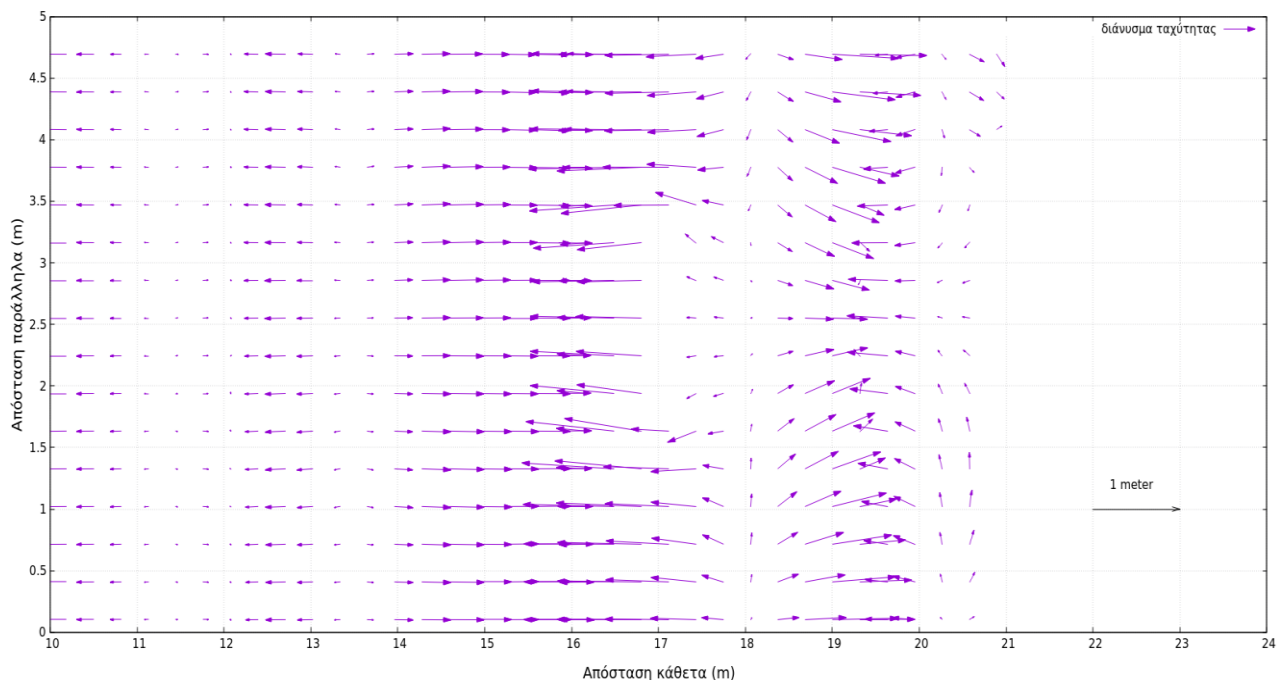
Εικόνα 5.49: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.50: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας

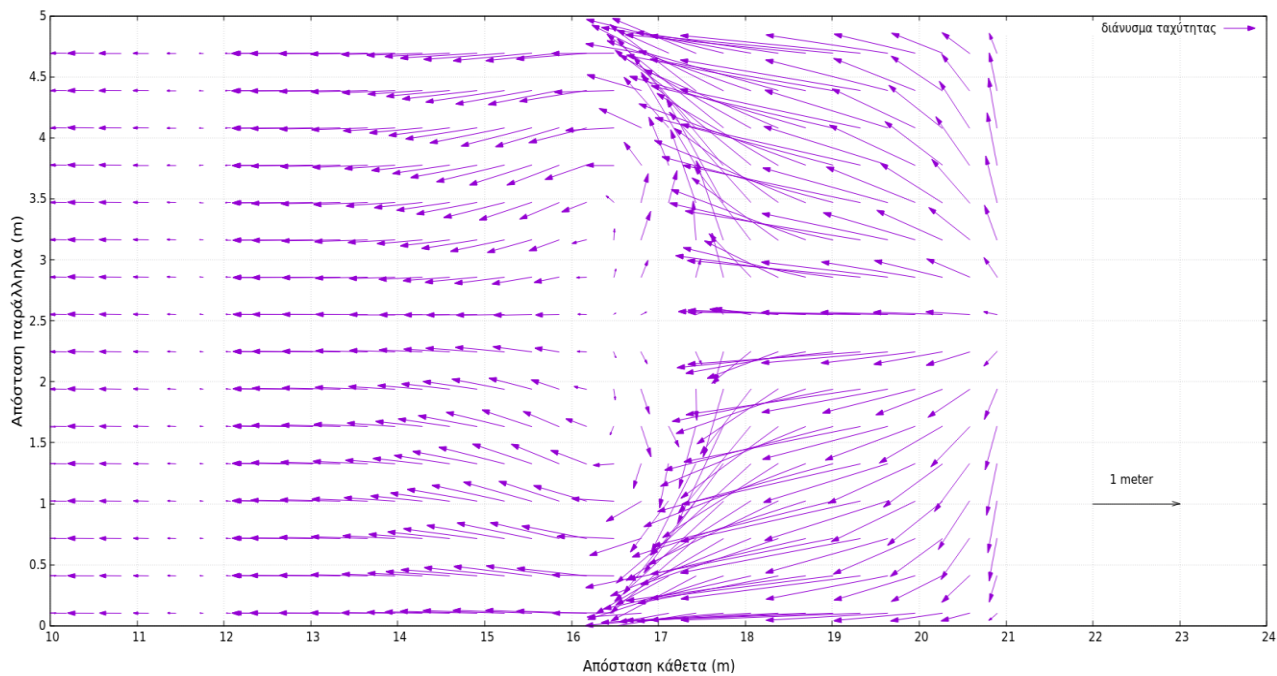


Εικόνα 5.51: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών

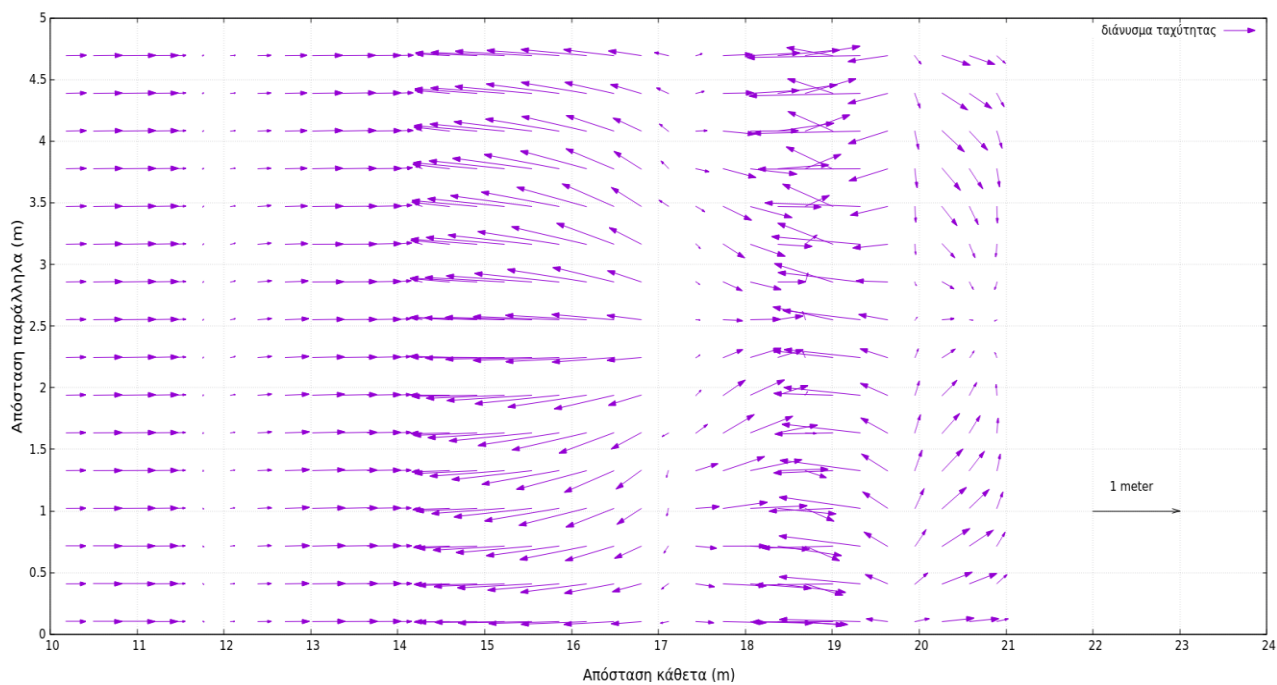


Εικόνα 5.52: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

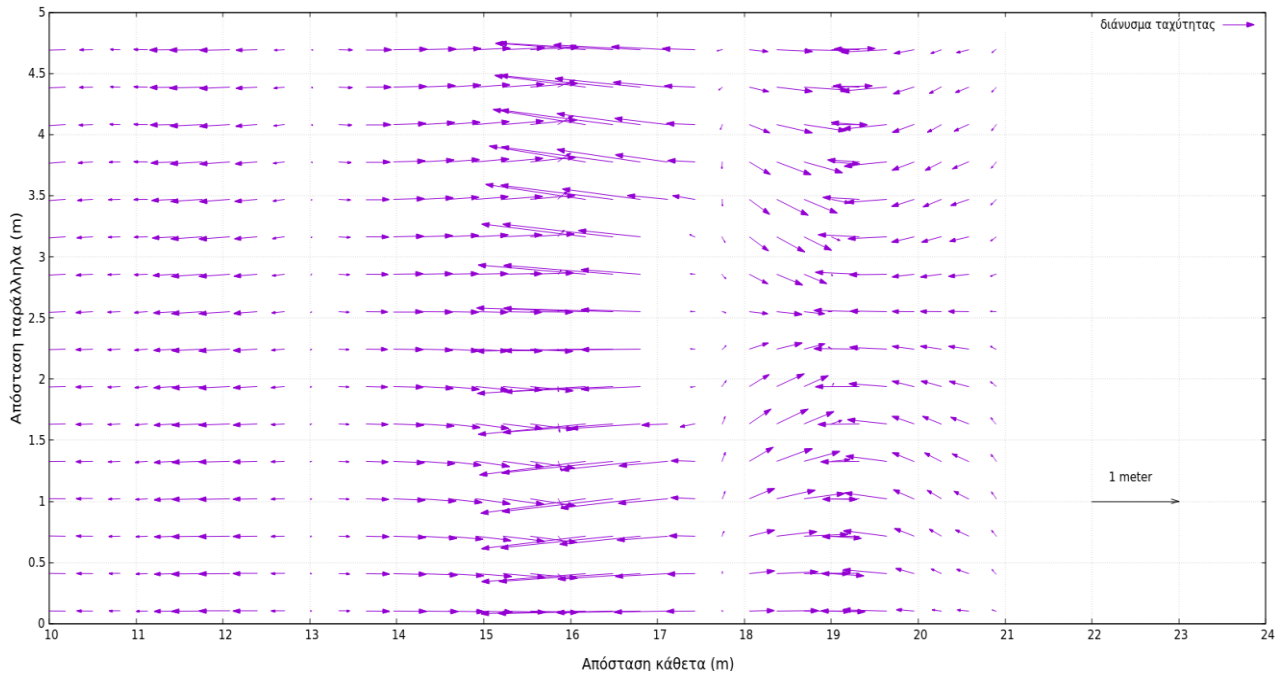
Επιπλέον, στις Εικόνες 5.53-5.56 παρουσιάζεται το πεδίο ταχυτήτων της περιοχής μελέτης παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη κατά τα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης, μετά από μια ώρα, δυο και πέντε ώρες αντίστοιχα. Στα σχήματα αυτά παρατηρούμε ότι ο προσανατολισμός των διανυσμάτων της ταχύτητας των επιμέρους κελιών του κανάβου είναι παρόμοιος με αυτόν του έξαλου κυματοθραύστη. Η μόνη διαφορά είναι ότι στην προκειμένη περίπτωση αναπτύσσονται στροβιλισμοί κατάντη του έργου και ότι το μέτρο της ταχύτητας στην περιοχή του κυματοθραύστη είναι μεγαλύτερο αφού αυτός υπερπηδάτε από το κύμα.



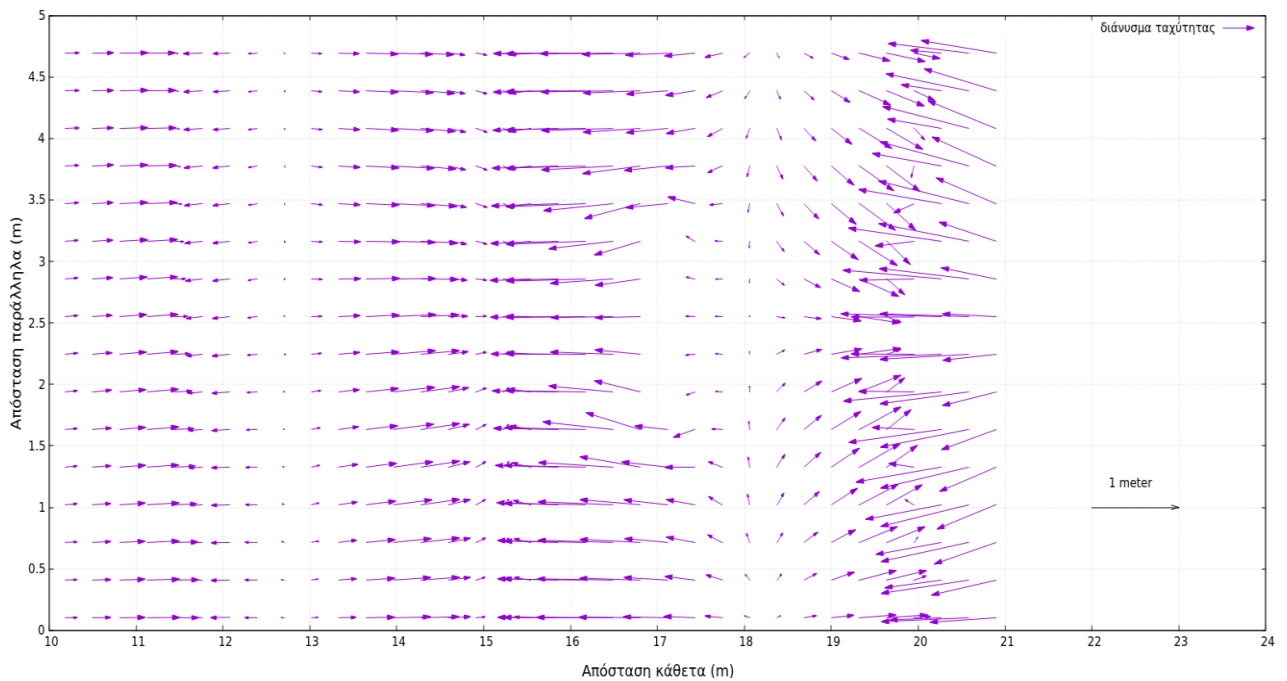
Εικόνα 5.53: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.54: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



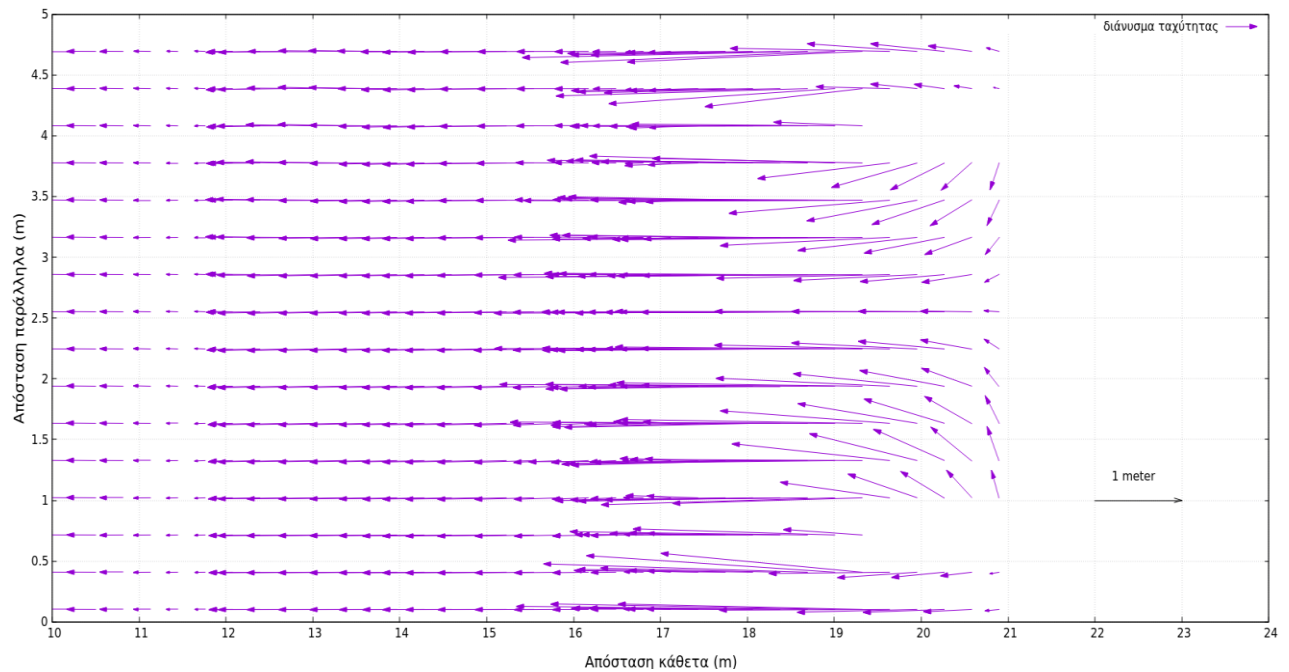
Εικόνα 5.55: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



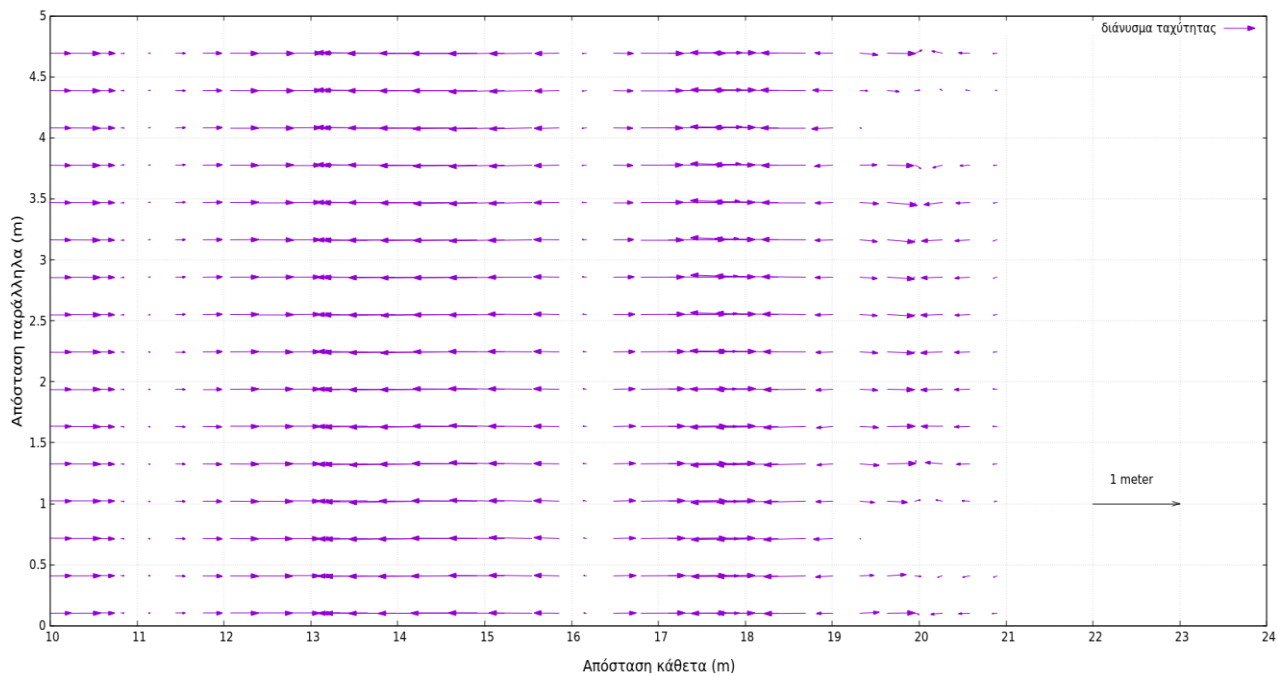
Εικόνα 5.56: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Έπειτα, στις Εικόνες 5.57-5.60 παρουσιάζεται το πεδίο ταχυτήτων της περιοχής μελέτης παρουσία του συστήματος δυο προβόλων κατά τα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης, μετά από μια ώρα, δυο και μετά από πέντε ώρες αντίστοιχα. Στα σχήματα αυτά παρατηρούμε ότι ο

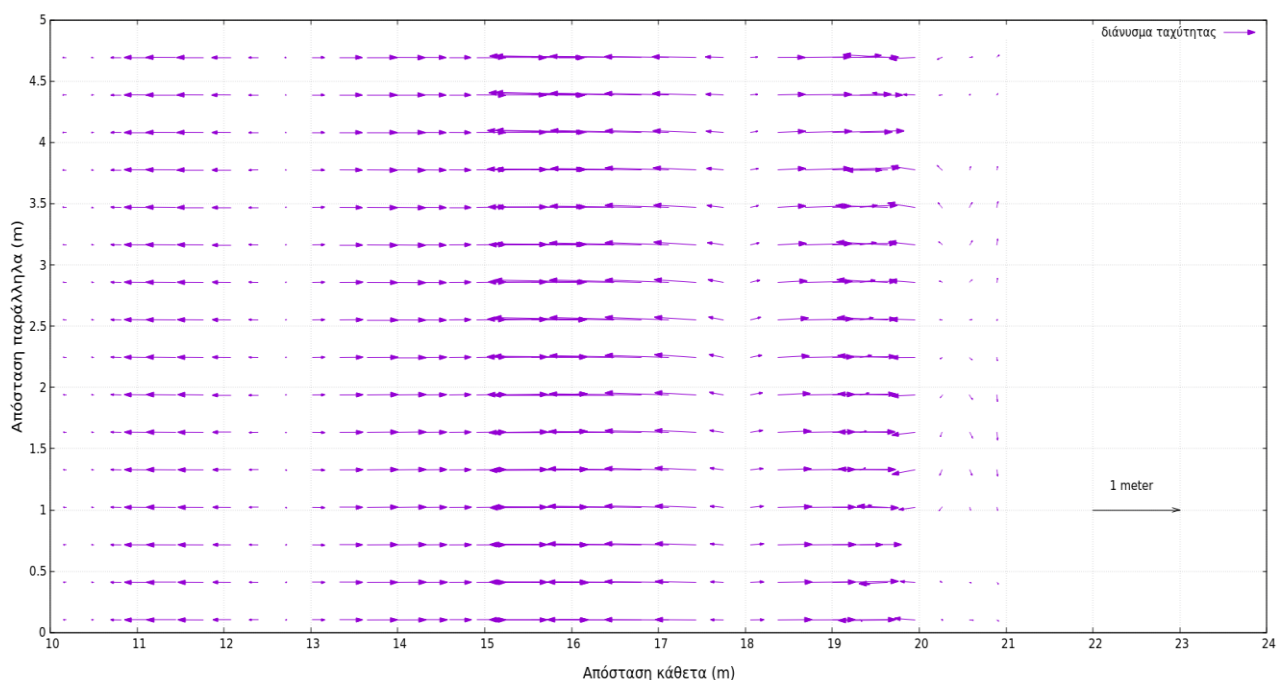
προσανατολισμός των διανυσμάτων της ταχύτητας των επιμέρους κελιών του κανάβου είναι γενικά κάθετος προς την ακτή, με εξαίρεση τα σημεία κοντά στο έργο προστασίας όπου αναπτύσσονται ταχύτητες παράλληλες προς αυτή. Παρόλα αυτά βλέπουμε ότι οι ταχύτητες αυτές δεν είναι μεγάλες σε μέτρο στην αρχή, ενώ αντίθετα αυξάνονται με την πάροδο του χρόνου. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην κάθετη διεύθυνση με την οποία προσεγγίζει ο κυματισμός την ακτή και στον μειωμένο χρόνο προσομοίωσης του φαινομένου.



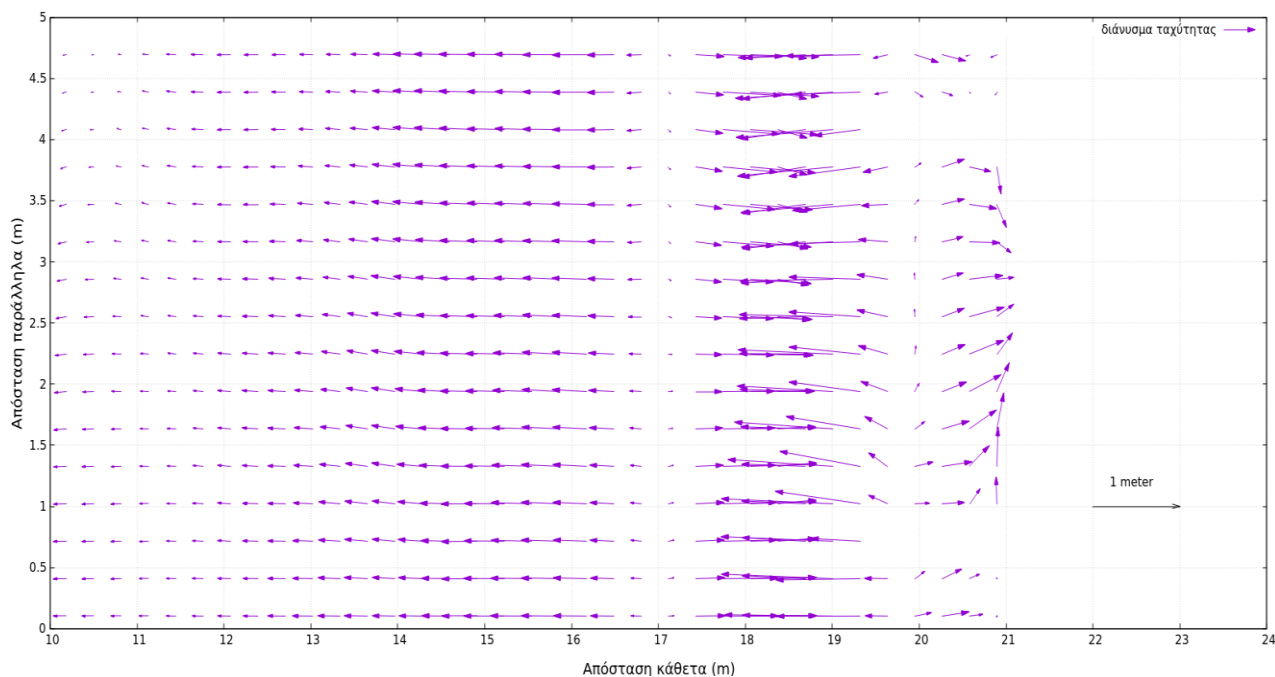
Εικόνα 5.57: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.58: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας

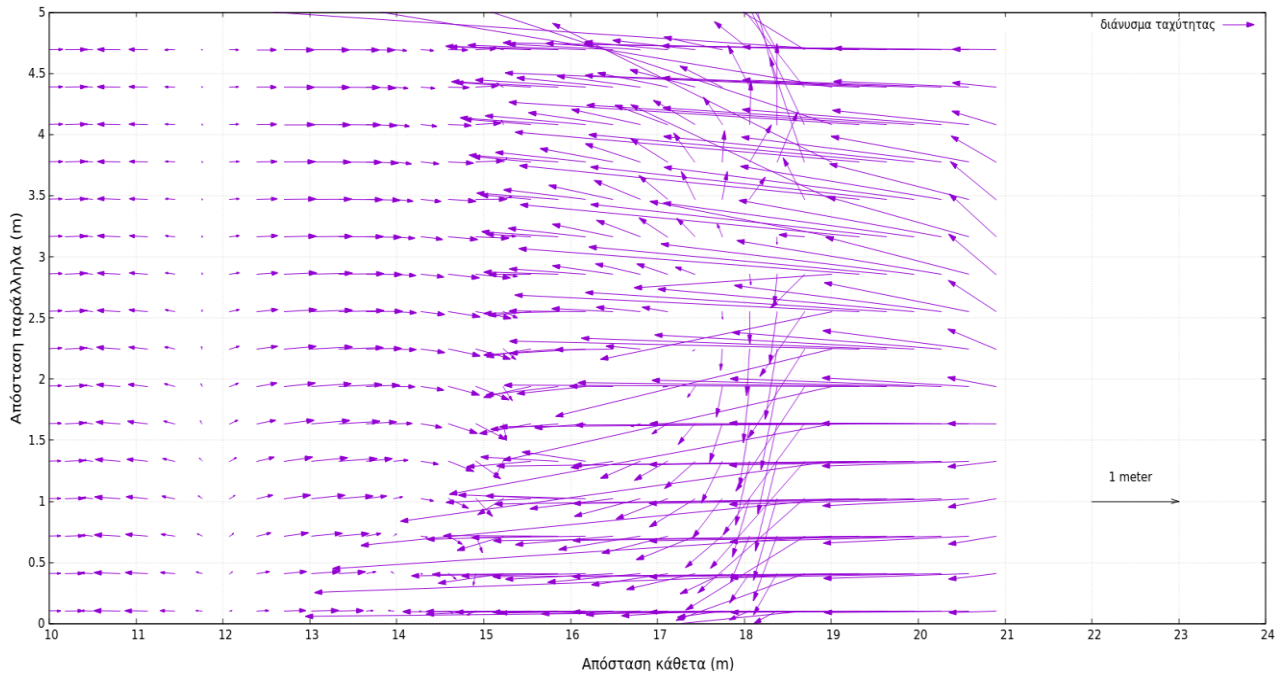


Εικόνα 5.59: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών

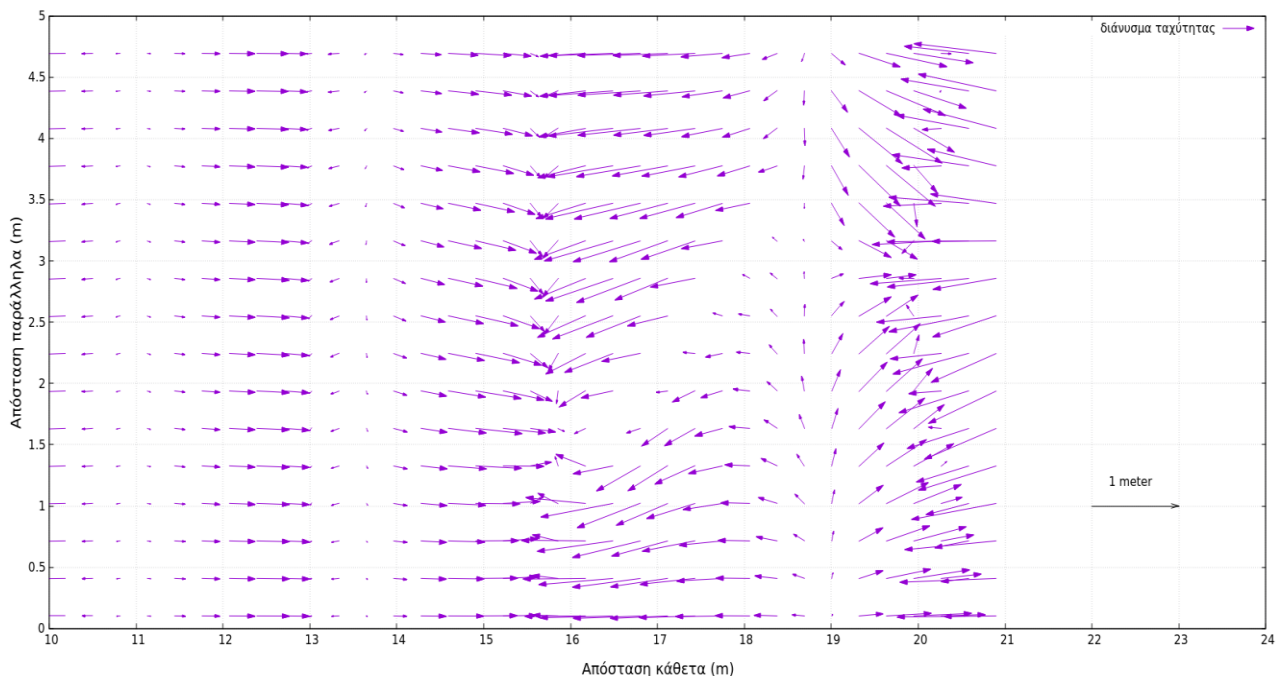


Εικόνα 5.60: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών

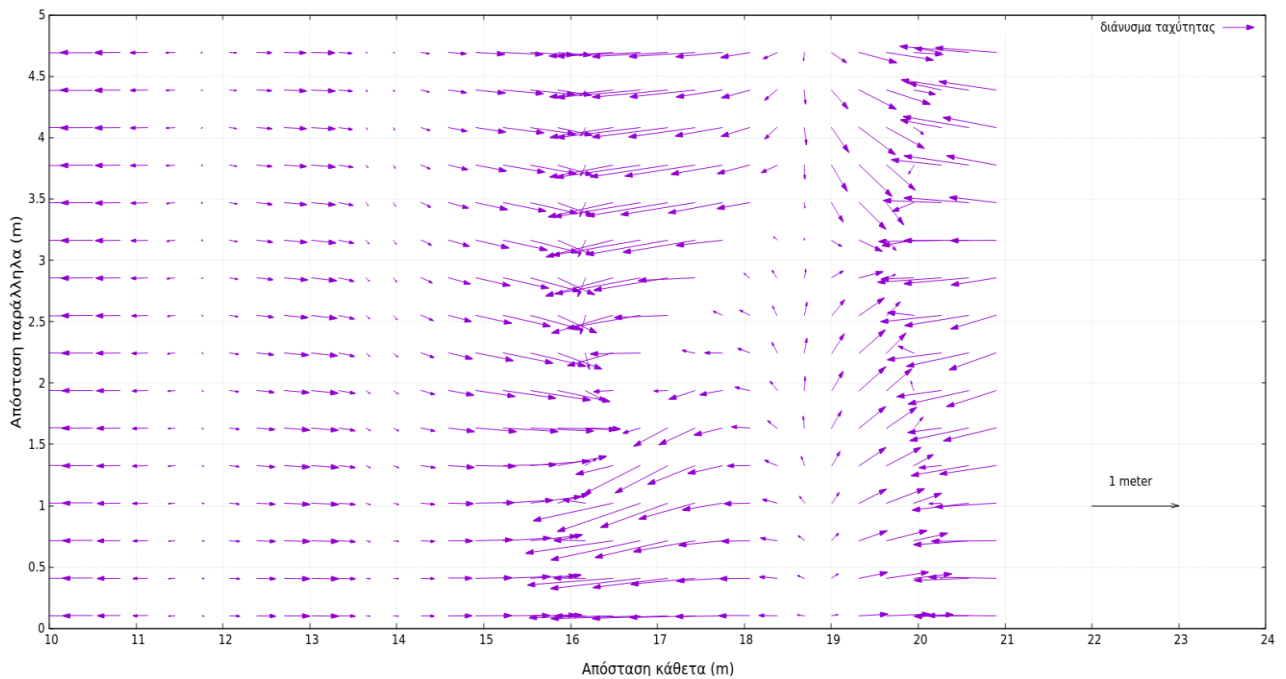
Τέλος, στις Εικόνες 5.61-5.64 παρουσιάζεται το πεδίο ταχυτήτων της περιοχής μελέτης παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη κατά τα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης, μετά από μια ώρα, μετά από δυο ώρες και μετά από πέντε ώρες αντίστοιχα. Στα σχήματα αυτά παρατηρούμε ότι ο προσανατολισμός των διανυσμάτων της ταχύτητας των επιμέρους κελιών του κανάβου αλλάζει καθώς πλησιάζουμε στο έργο προστασίας. Πιο συγκεκριμένα, κατάντη του έργου οι ταχύτητες που αναπτύσσονται τείνουν να σχηματίσουν στροβίλους με κατεύθυνση προς τα βαθιά. Το φαινόμενο αυτό όμως δεν ολοκληρώνεται γιατί τόσο το έργο είναι μικρό σε μέγεθος όσο και ο χρόνος προσομοίωσης ήταν λίγος ώστε να αναπτυχθεί πλήρως ο στροβιλισμός.



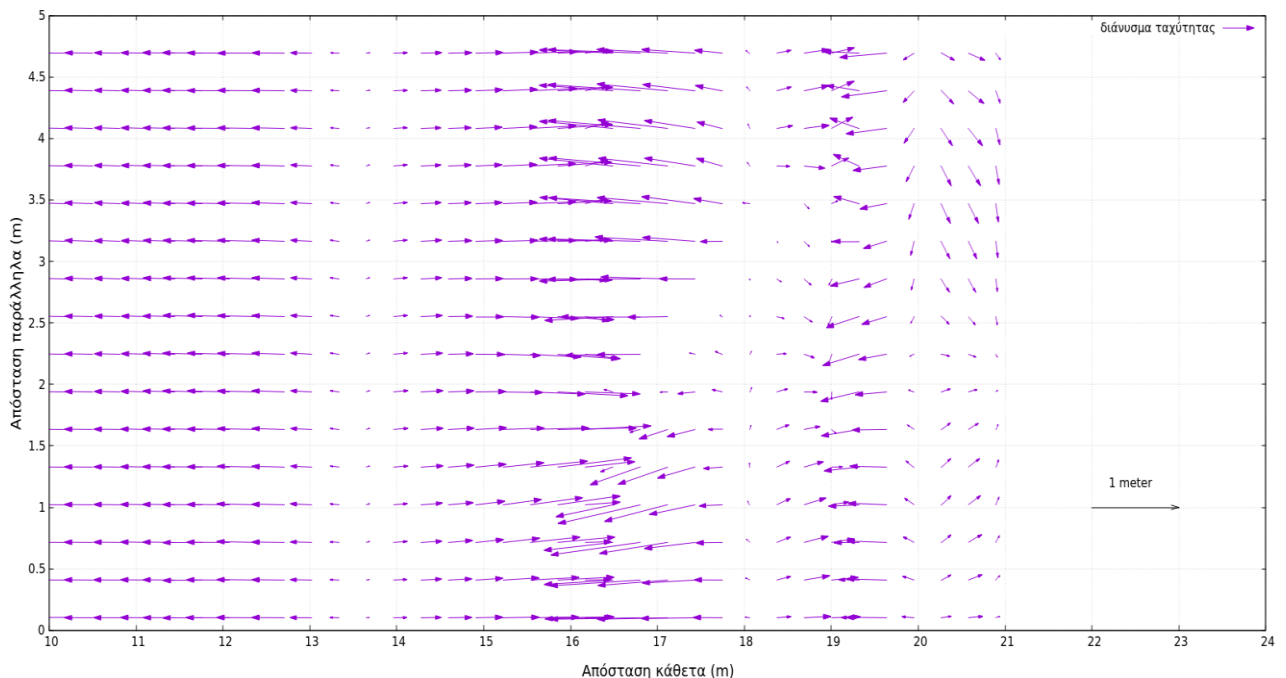
Εικόνα 5.61: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.62: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



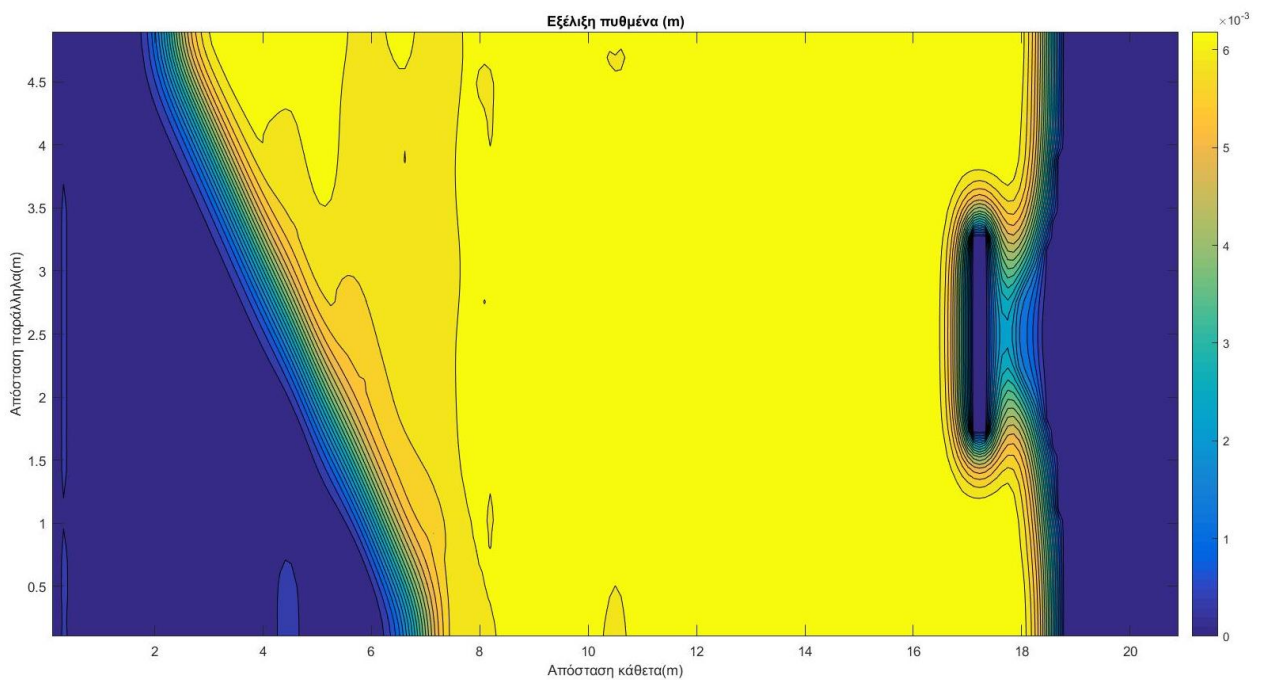
Εικόνα 5.63: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



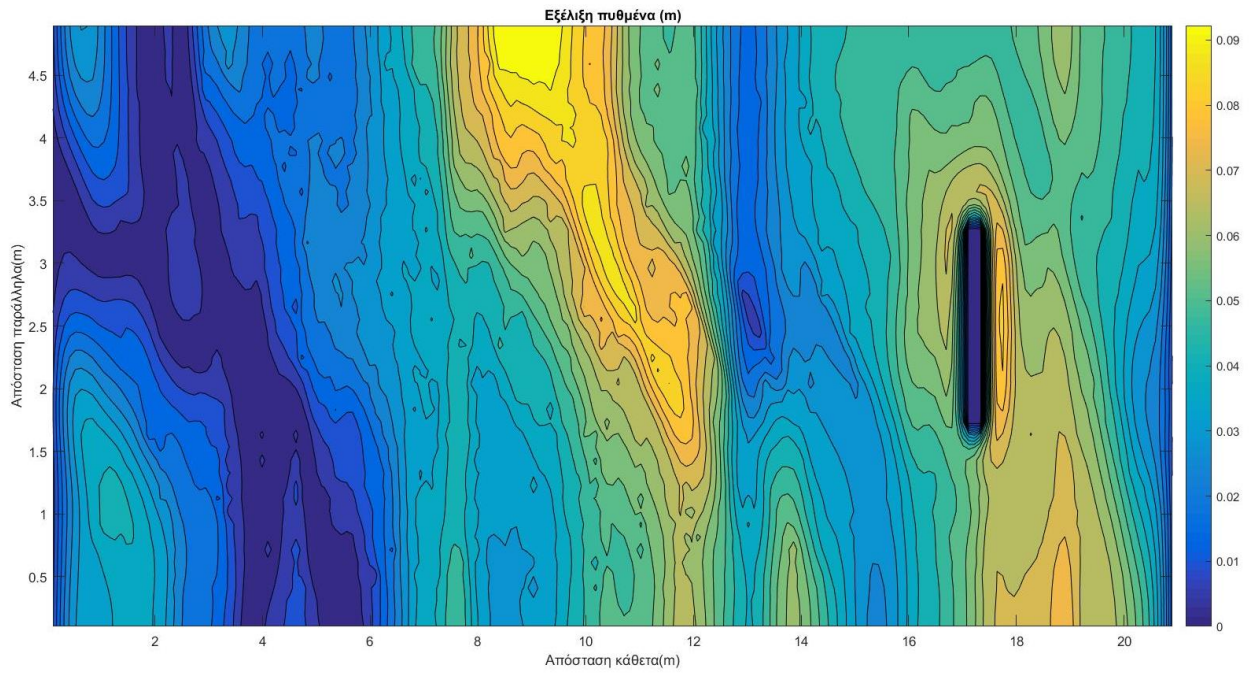
Εικόνα 5.64: Η απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Τέλος, χρησιμοποιήσαμε την MATLAB για να εμφανίσουμε στις Εικόνες 5.65-5.80 και Π.17-Π.32 του Παραρτήματος την μεταβολή του πυθμένα και την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας κύματος στην περιοχή μελέτης. Για να το πετύχουμε αυτό αντιστοιχίσαμε σε κάθε κελί του καννάβου την ενέργεια και την σχεδιάσαμε χρησιμοποιώντας την εντολή CONTOUR. Η εντολή αυτή χρωματίζει τον κάνναβο στις αποχρώσεις πράσινου, κόκκινου και μπλε ανάλογα

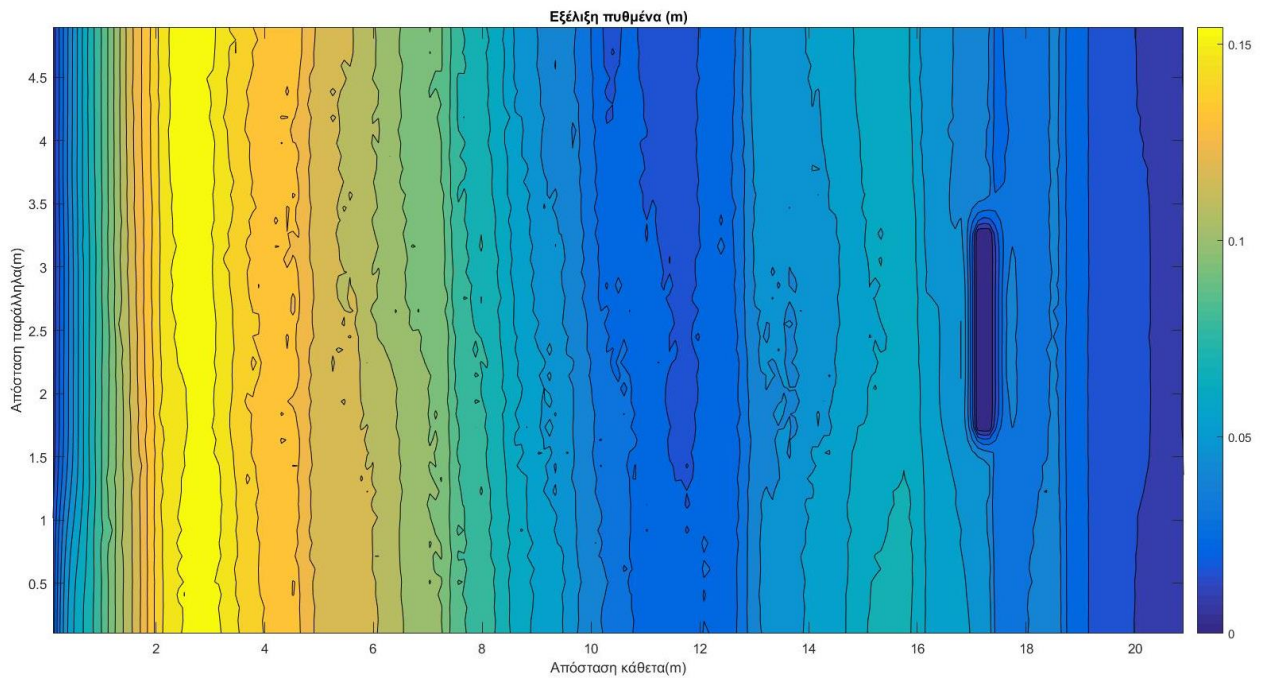
με την τιμή της ενέργειας που αντιστοιχεί στο κάθε κελί. Στα σχήματα (Εικόνες Π.17-Π.32) παρουσιάζεται η δυναμική ενέργεια του κύματος στην περιοχή μελέτης για κάθε ένα από τα έργα προστασίας στα τέσσερα χρονικά στάδια που αναλύσαμε. Από τα σχήματα αυτά μπορούμε να καταλάβουμε σε ποιες περιοχές έχουμε μεγαλύτερη κυματική φόρτιση κατά την διάρκεια της προσομοίωσης. Επειδή, όμως δεν προσφέρουν άμεση πληροφορία για την εξέλιξη του πυθμένα παρουσιάζονται στο Παράρτημα. Στην συνέχεια, παρουσιάζεται στις Εικόνες 5.65-5.80 η κατανομή της δυναμικής ενέργειας του πυθμένα στην περιοχή μελέτης για τις ίδιες περιπτώσεις με προηγουμένως. Μέσα από τα σχήματα αυτά παρατηρούμε το μέγεθος της μεταβολής του πυθμένα, το οποίο είναι ανάλογο της ενέργειας του, και την περιοχή στην οποία πραγματοποιείται. Για λόγους ευκρίνειας των σχημάτων, οι εικόνες είναι επικεντρωμένες στην περιοχή ενδιαφέροντος κοντά στο έργο και την ακτή.



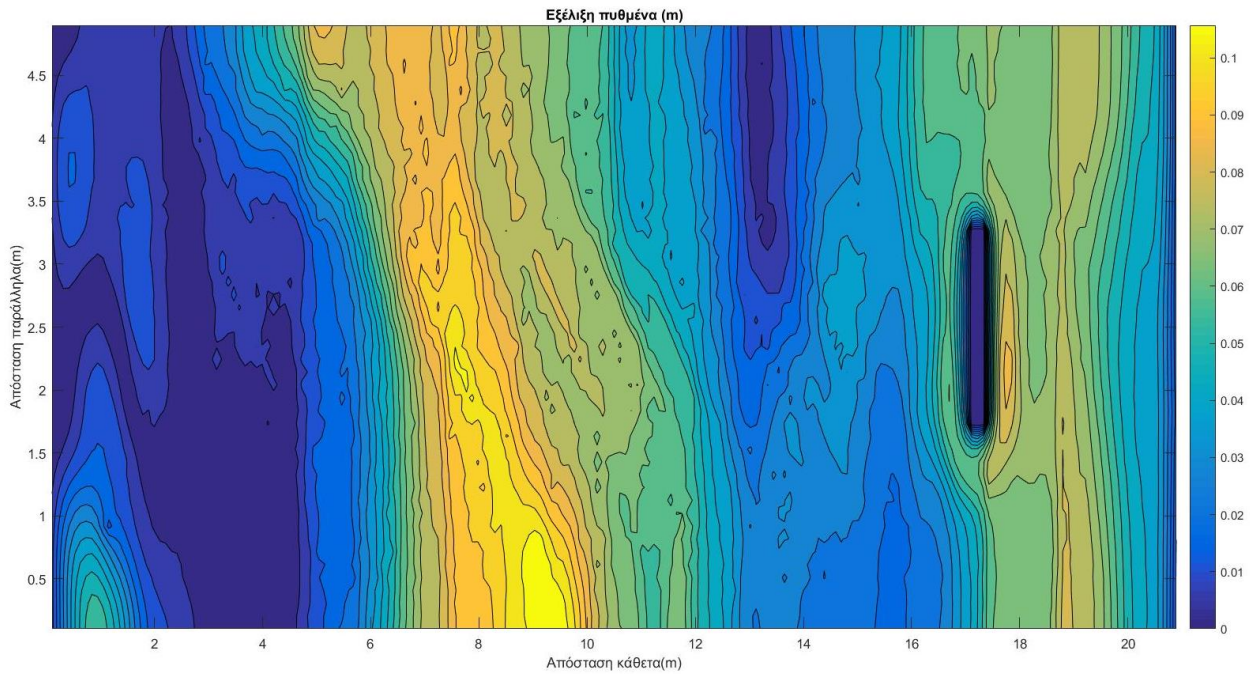
Εικόνα 5.65: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.66: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας

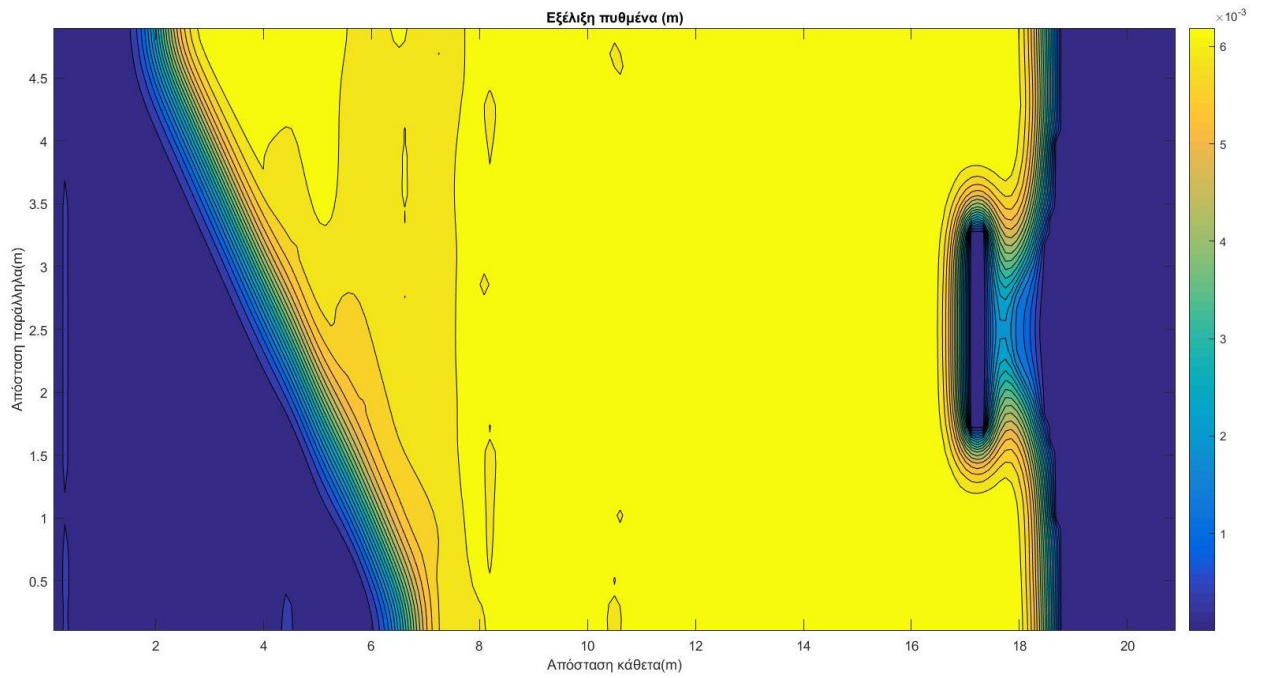


Εικόνα 5.67: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών

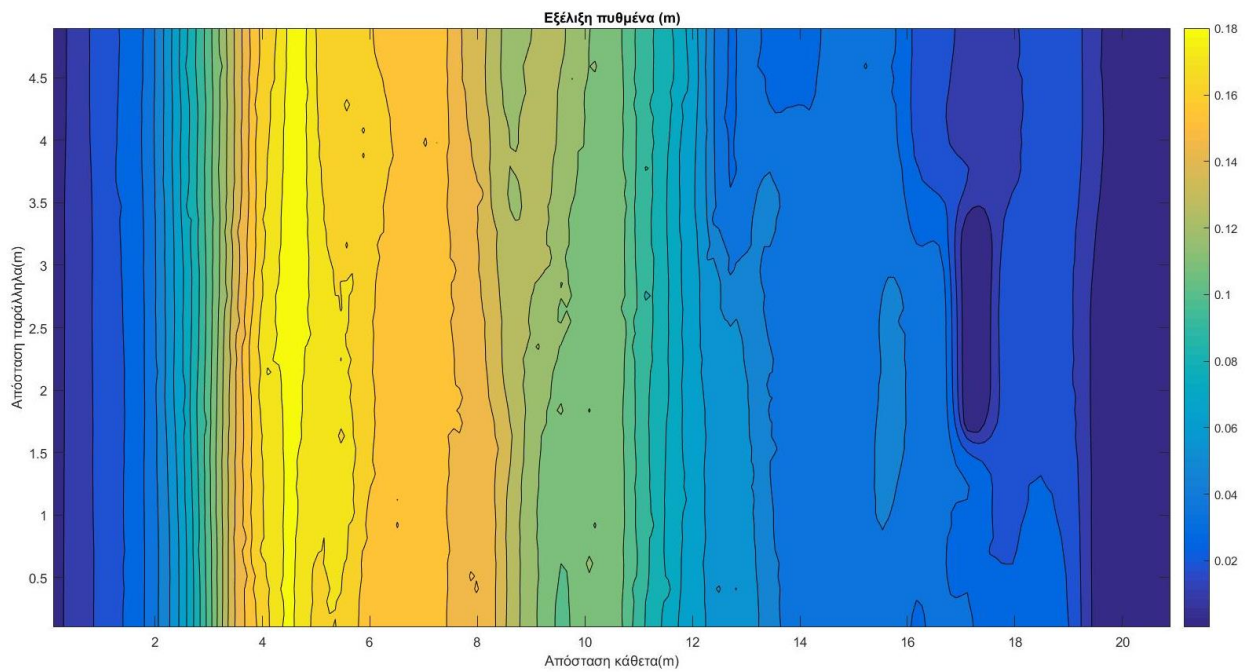


Εικόνα 5.68: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

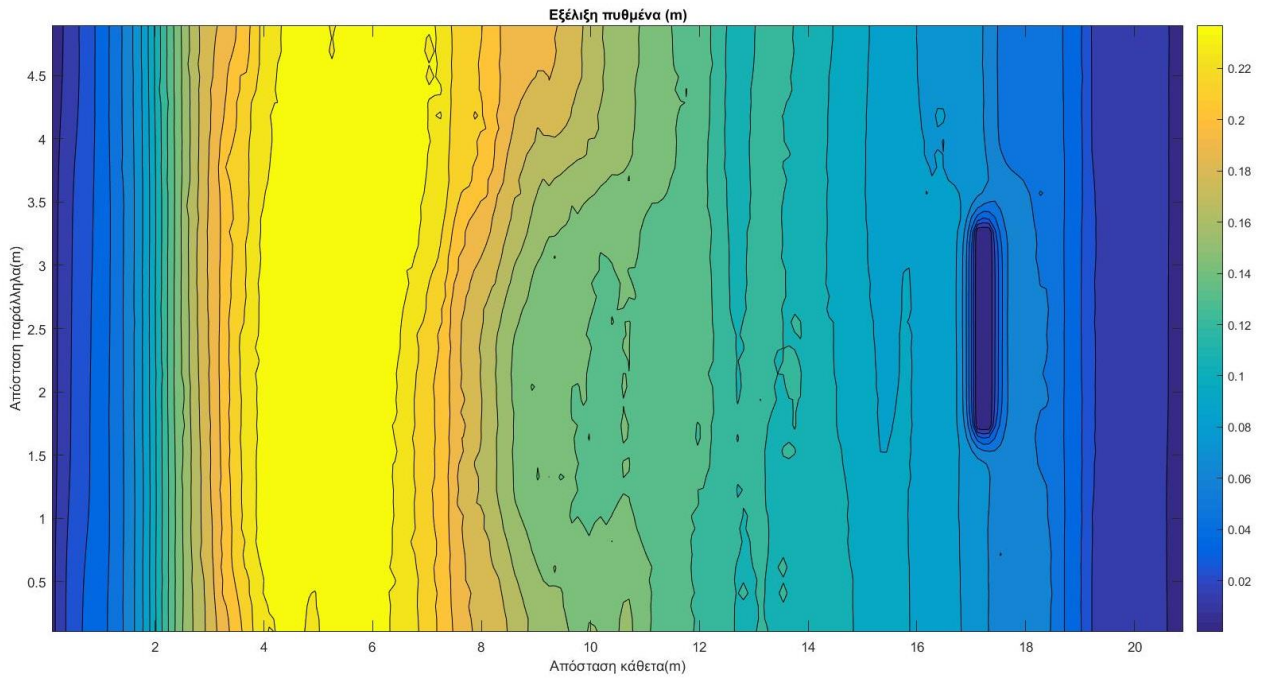
Στις Εικόνες 5.65-5.68 παρατηρούμε ότι με την πάροδο του χρόνου ο πυθμένας εξελίσσεται με διαφορετικό τρόπο στην περιοχή πίσω από τον έξαλο κυματοθραύστη σε σχέση με την ακτή που δεν προστατεύεται από το έργο. Πιο συγκεκριμένα, σε μια απόσταση 2 μέτρων υπό κλίμακα από την ακτή πυκνώνουν οι ισοβαθείς γεγονός το οποίο μας δείχνει τον σχηματισμό μιάς προεξοχής της ακτής. Η προεξοχή αυτή παρουσιάζει μια υψομετρική ανύψωση του πυθμένα, η οποία ξεκίνα από τα 0,02 m κοντά στην ακτή και φτάνει μέχρι τα 0,08 m όσο αποκρυνόμαστε από αυτή. Αντίθετα, στις περιοχές πάνω και κάτω από το έργο η εξέλιξη του πυθμένα είναι πιο ομαλή κοντά στην ακτή καθώς ο πυθμένας ανυψώνεται.



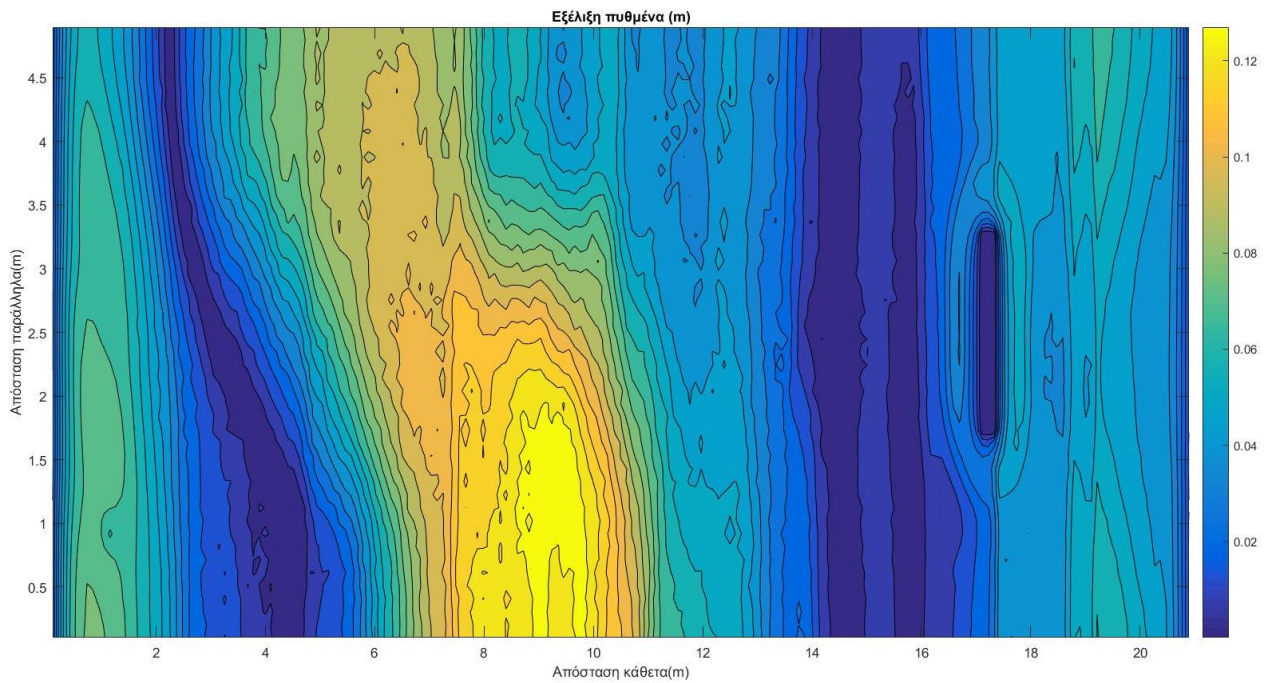
Εικόνα 5.69: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.70: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας

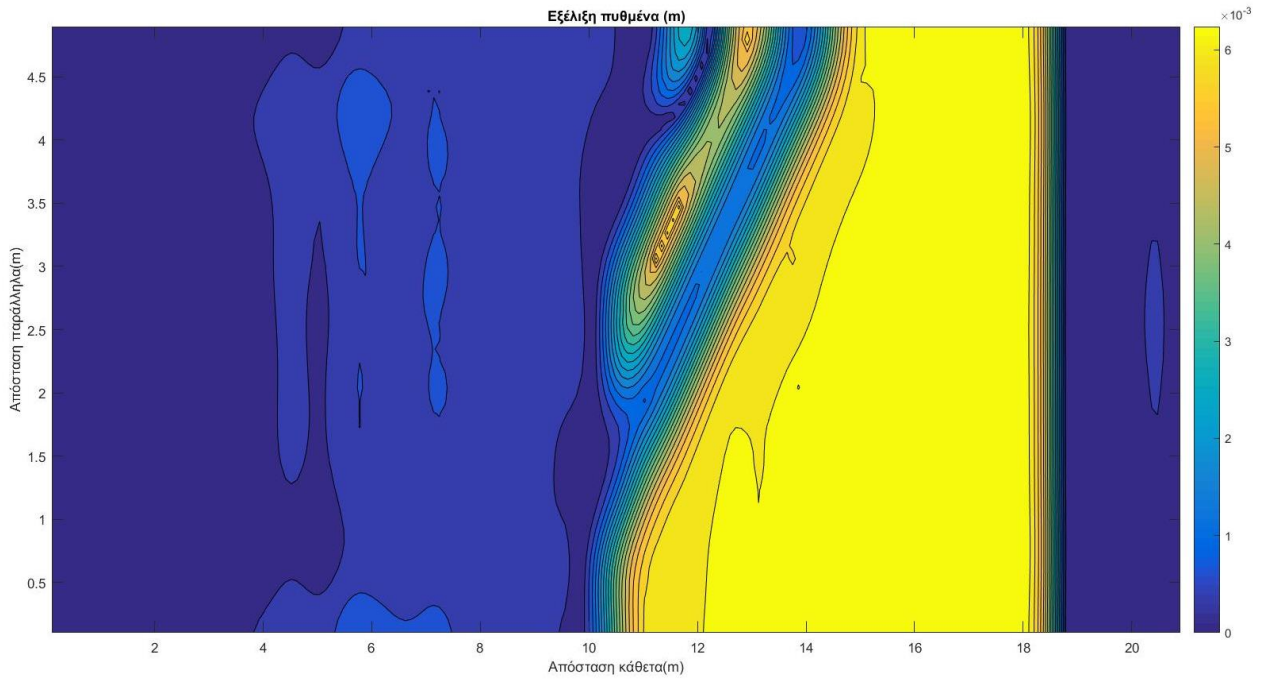


Εικόνα 5.71: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών

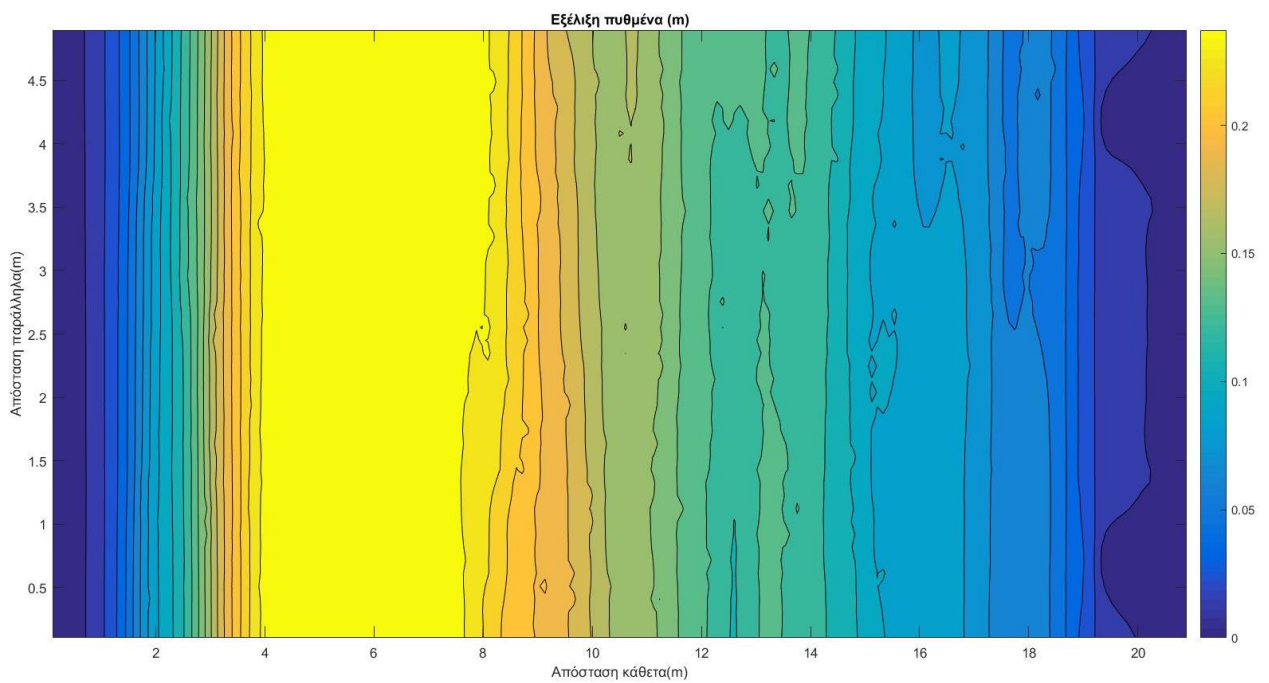


Εικόνα 5.72: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

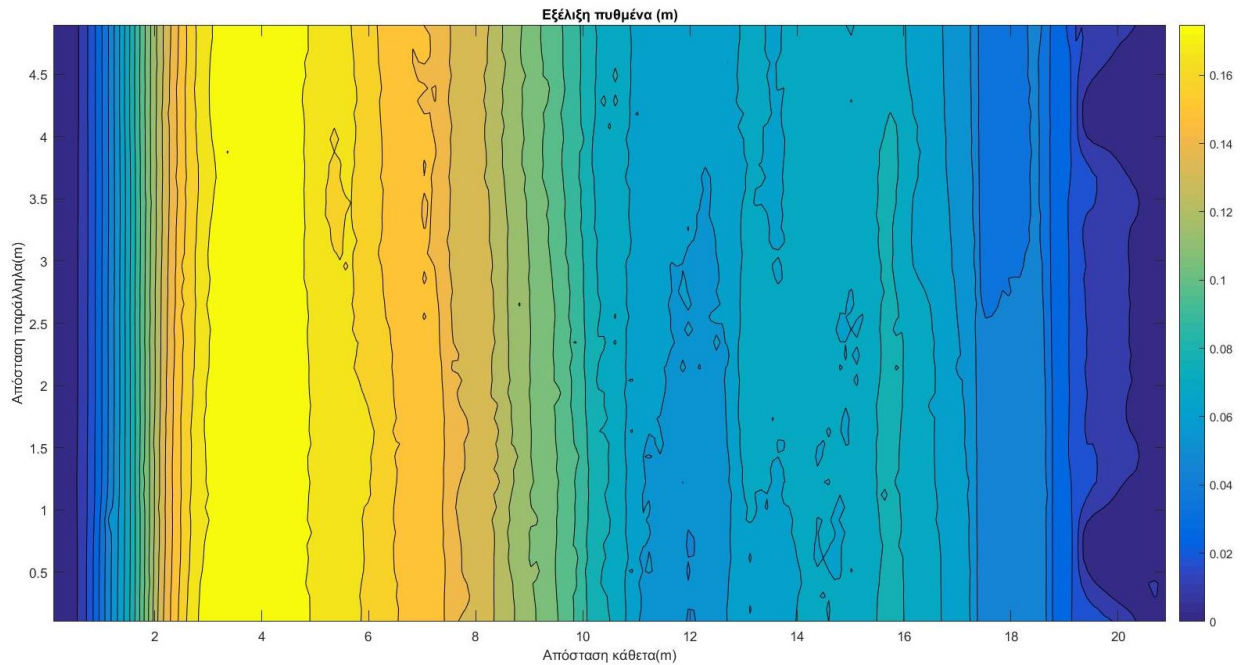
Στις Εικόνες 5.69-5.72 παρατηρούμε ότι και στην περίπτωση του ύφαλου κυματοθραύστη εμφανίζεται μια προεξοχή της ακτής στην περιοχή πίσω από το έργο. Η προεξοχή αυτή είναι μικρότερου μεγέθους από την αντίστοιχη του έξαλου κυματοθραύστη και μεταφράζεται σε βύθιση του πυθμένα. Η τάξη μεγέθους της διάβρωσης αυτής είναι περίπου 0,05 m.



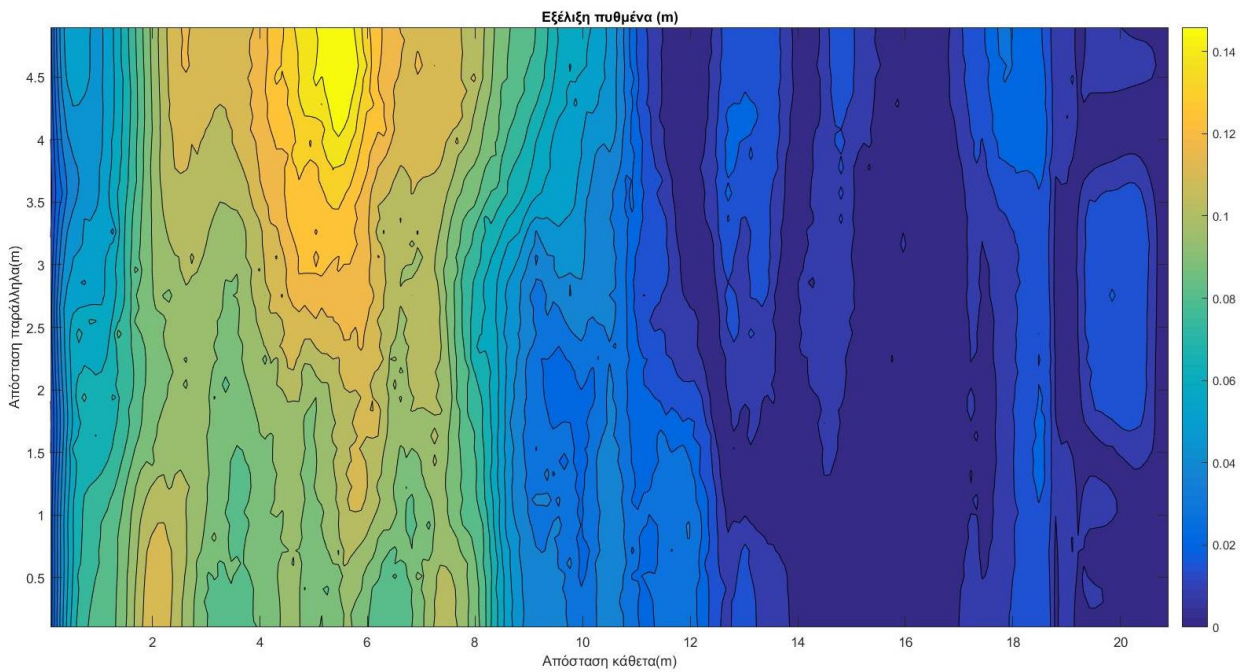
Εικόνα 5.73: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα 5.74: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας

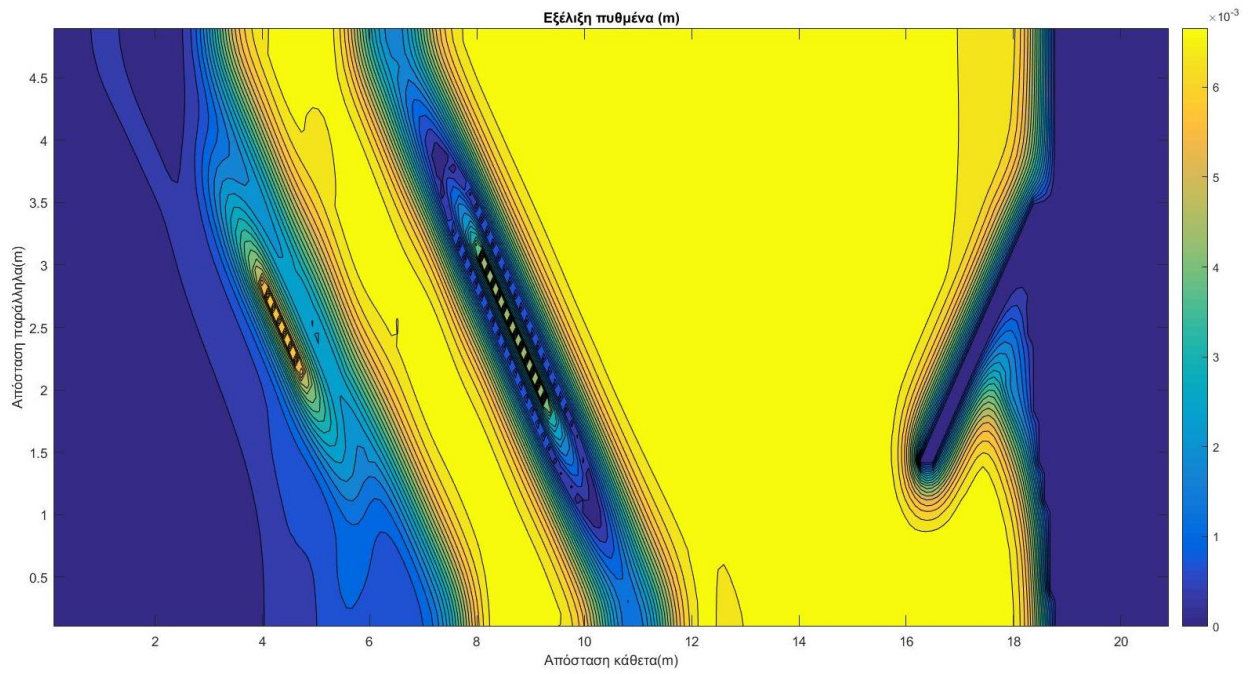


Εικόνα 5.75: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών

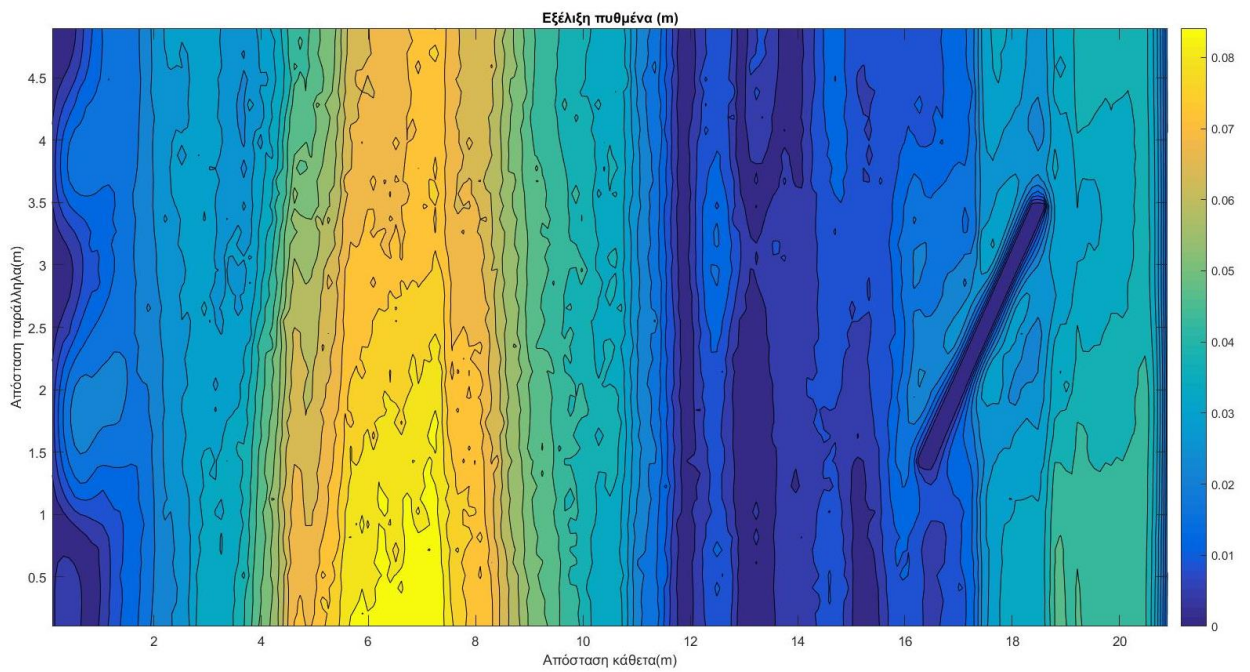


Εικόνα 5.76: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών

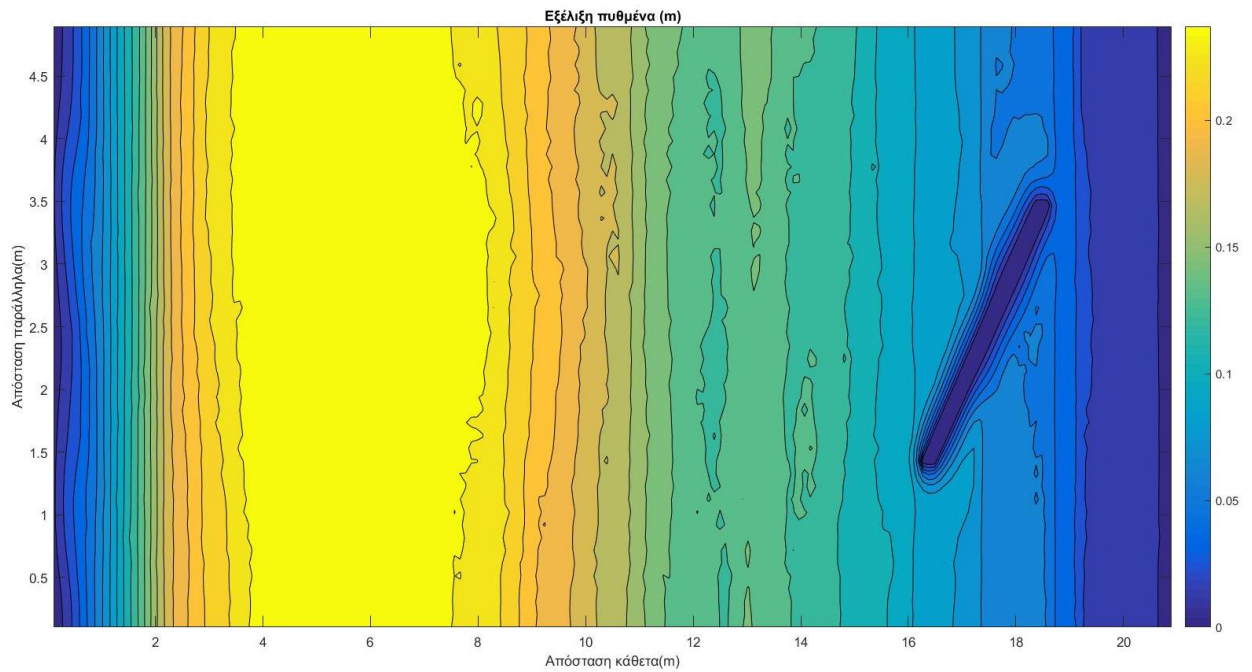
Στις Εικόνες 5.72-5.75 παρατηρούμε ότι για την περίπτωση του συστήματος προβόλων έχουμε διάβρωση του πυθμένα στην περιοχή κοντά στην ακτή και ανάμεσα στα δυο έργα. Η διάβρωση αυτή είναι της τάξης μεγέθους των 0,06 m. Η εξέλιξη του πυθμένα μακριά από την ακτή δεν μας ενδιαφέρει διότι οι πρόβολοι επιδρούν στην κίνηση του ιζήματος παράλληλα στην ακτή.



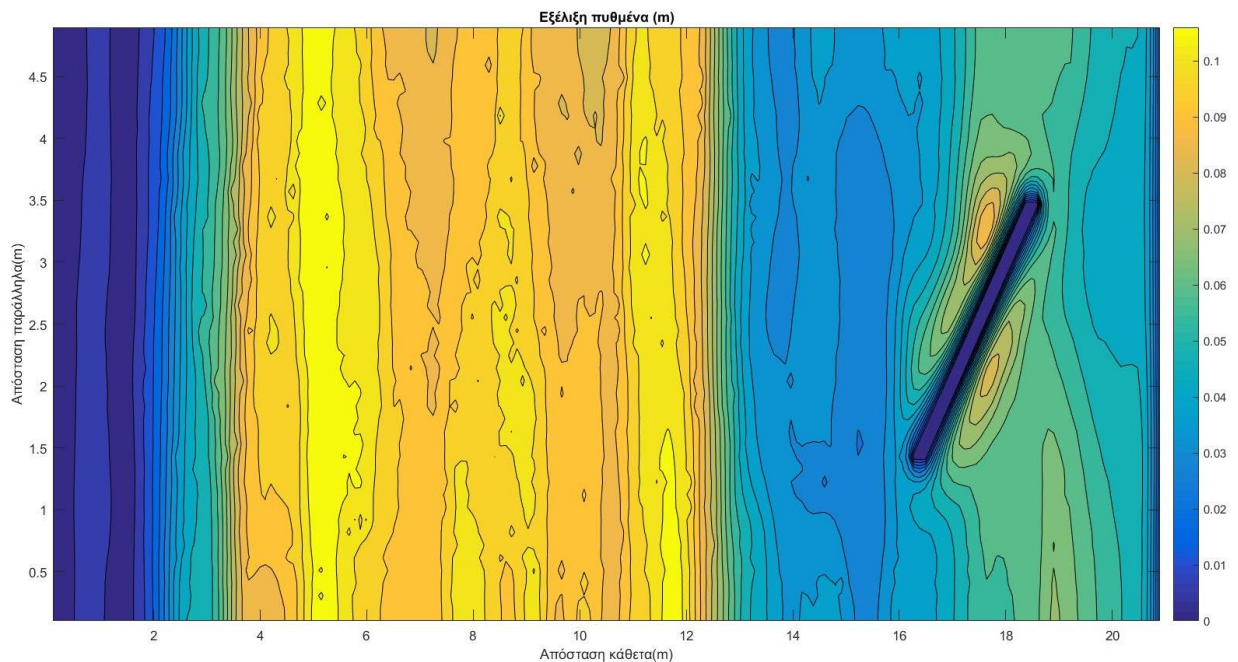
Εικόνα 5.77: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματική δράσης



Εικόνα 5.78: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



Εικόνα 5.79: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



Εικόνα 5.80: Η απεικόνιση της μεταβολής του πυθμένα παρουσία έξαλου πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών

Στις Εικόνες 5.77-5.80 παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του πλάγιου κυματοθραύστη ανάντη και κατάντη του έργου έχω έντονη εξέλιξη του πυθμένα και τον σχηματισμό λοφίσκων μεγέθους 0,08 m. Στην περιοχή κοντά στην ακτή παρατηρώ επίσης τον σχηματισμό ανυψωμένης προεξοχής μεγέθους 0,04 m.

5.3. Σχολιασμός και σύγκριση των αποτελεσμάτων

5.3.1. Κώδικες MATLAB-FORTRAN

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τους δυο διαφορετικούς κώδικες είναι εμφανές η διαφορά στην πολυπλοκότητα της λύσης που εξάγουν. Ο μεν κώδικας της MATLAB επιλύει τις διαφορικές εξισώσεις θεωρώντας λείο και οριζόντιο πυθμένα. Παρόλα αυτά η ανάπτυξη του ήταν απαραίτητη για την κατανόηση της διαδικασίας επίλυσης. Από την άλλη μεριά, ο κώδικας της FORTRAN είναι πιο σύνθετος, καθώς λαμβάνει υπόψιν την ανωμαλία του πυθμένα και την τριβή που προκαλείται από την τραχύτητα του. Για τον παραπάνω λόγο δεν θα σχολιαστούν περαιτέρω τα αποτελέσματα του πρώτου κώδικα, ενώ αντίθετα τα αποτελέσματα του δεύτερου θα αναλυθούν εκτενέστερα.

Συνοψίζοντας, στον παρακάτω Πίνακα 5.1 παρουσιάζονται συγκριτικά τα κύρια στοιχεία και γνωρίσματα, που διαθέτει ο κάθε κώδικας. Επίσης στον Πίνακα 5.2 παρουσιάζονται οι ακριβείς οριακές συνθήκες που εφαρμόζονται σε κάθε κώδικα ξεχωριστά στην περιοχή μελέτης. Η γνώση των οριακών συνθηκών, επιτρέπει να κατανοήσουμε καλύτερα τη φυσική λειτουργία των μοντέλων και τον εντοπισμό πιθανών υπολογιστικών ασταθειών που εμφανίζονται κοντά στα ανοιχτά όρια της περιοχής μελέτης.

Πίνακας 5.1: παρουσίαση των βασικών στοιχείων και γνωρισμάτων του κάθε κώδικα συγκριτικά

Αριθμητικός Κώδικας	Βασικές Εξισώσεις	Παράμετροι Εισόδου	Παράμετροι Εξόδου	Σχόλια/Αδυναμίες
MATLAB	Απλοποιημένες διαφορικές εξισώσεις ρηχών νερών σε conservative form για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του κύματος (ύψος, πεδίο ταχυτήτων)	Γεωμετρικός κάρναβος της περιοχής μελέτης	Οι παράμετροι εξόδου υπολογίζονται για κάθε κελί του υπολογιστικού κάρναβου και μερικές από αυτές είναι: το ύψος κύματος (h), η ταχύτητα στον άξονα x (u) στον άξονα y (v), η παροχή στον άξονα x (hu) στον άξονα y (hv)	Δεν λαμβάνει υπόψιν τον όρο των δυνάμεων στις εξισώσεις
		Αρχικές συνθήκες της ταχύτητας και του ύψους κύματος		Θεωρεί τον πυθμένα λείο και επίπεδο
		Αριθμός Courant και η επιτάχυνση βαρύτητας		Η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων είναι συνεχής
FORTRAN	Ολοκληρωμένες διαφορικές εξισώσεις ρηχών νερών σε conservative form για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του κύματος (ύψος, πεδίο ταχυτήτων)	Γεωμετρικός κάρναβος της περιοχής μελέτης	Οι παράμετροι εξόδου υπολογίζονται για κάθε κελί του υπολογιστικού κάρναβου και μερικές από αυτές είναι: το ύψος κύματος (h), η ταχύτητα στον άξονα x (u) στον άξονα y (v), η παροχή στον άξονα x (hu) στον άξονα y (hv), το νέο βάθος πυθμένα (zf), η ενέργεια του κύματος (enerh) και η ενέργεια του πυθμένα (eners)	Απαιτείται μεγάλη διάρκεια επίλυσης των εξισώσεων ώστε να έχω ικανοποιητικά αποτελέσματα
		Βαθυμετρία της περιοχής μελέτης		Η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων γίνεται σε στιγμιότυπα
		Αρχικές συνθήκες της ταχύτητας και του ύψους κύματος		Δύσκολος ο εντοπισμός λάθους κατά την εκτέλεση της προσομοίωσης
	Αριθμητικές σχέσεις ελαχιστοποίησης τύπου Ekner για τον υπολογισμό της εξέλιξης του πυθμένα	Επιβαλλόμενη κυματική διαταραχή		
		Αριθμός Courant, επιτάχυνση βαρύτητας και συντελεστής τραχύτητας πυθμένα		

Πίνακας 5.2: Περιγραφή των οριακών συνθηκών που εφαρμόστηκαν σε κάθε κώδικα

Αριθμητικός κώδικας	Όρια που εφαρμόστηκαν		Οριακή συνθήκη στο ανοιχτό όριο
	Στερεά όρια	Υγρά όρια	
MATLAB	Οριακή συνθήκη πυθμένα-μηδενική ροή και μηδενική στερεομεταφορά στο όριο	Ανοιχτό όριο εισόδου της κυματικής δράσης-προκαθορισμένου βάθους και προκαθορισμένης τιμής του ύψους κύματος	Dirichlet boundary condition
	Οριακή συνθήκη στα πλαϊνά όρια-μερική απορρόφηση της ενέργειας-θεώρηση ανάκλασης	Ανοιχτό όριο εισόδου της κυματικής δράσης-προκαθορισμένης τιμής των υδροδυναμικών ταχυτήτων	
FORTRAN	Οριακή συνθήκη πυθμένα-μερική απορρόφηση της ενέργειας	Ανοιχτό όριο εισόδου της κυματικής δράσης-προκαθορισμένου βάθους και προκαθορισμένης τιμής του ύψους κύματος	Dirichlet boundary condition
	Οριακή συνθήκη στα πλαϊνά όρια-μεταβιβαστικές οριακές συνθήκες δευτέρας τάξης από τα εσωτερικά κελιά	Ανοιχτό όριο εισόδου της κυματικής δράσης-προκαθορισμένης τιμής των υδροδυναμικών ταχυτήτων	

5.3.2. Σύγκριση αρχικού-τελικού πυθμένα

Όσον αφορά την μορφή του πυθμένα, η οποία προκύπτει μετά από τρικυμία πέντε ωρών για κάθε έργο προστασίας ξεχωριστά, παρατηρούνται κάποιες διαφορές ως προς την αρχική μορφή του.

Αρχικά, για τον έξαλο κυματοθραύστη παρουσιάζεται μια μικρή αύξηση του βάθους του πυθμένα κατάντη του έργου. Πιο συγκεκριμένα, ακριβώς κατάντη του έργου δημιουργείται ένας λοφίσκος ύψους 0,06 μέτρων, ενώ στην ακτή σχηματίζεται μία προεξοχή, η οποία ξεκινά από μια ανύψωση του πυθμένα 0,02 μέτρων και καταλήγει στα 0,06 μέτρα. Το αποτέλεσμα αυτό ταυτίζεται με την θεωρητική εξέλιξη της ακτής καθώς όπως αναλύσαμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, πίσω από κυματοθραύστη παράλληλο στην ακτή περιμένουμε να έχουμε αποθέσεις.

Ακόμη, στον ύφαλο κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι στα κατάντη του έργου επικρατεί μια εκτενής διάβρωση. Η διάβρωση αυτή παρατηρείται μέχρι και την περιοχή γύρω από το έργο προστασίας της ακτής. Το μέγεθος της διάβρωσης αυτής κυμαίνεται από 0,02 μέτρα κοντά στην ακτή μέχρι 0,07 μέτρα κατάντη του έργου. Όσο προχωράμε προς τα βαθιά η ακτή υφίσταται απόθεση ιζήματος, η οποία οδηγεί στην ανύψωση του πυθμένα. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο ποσοστό των κυματισμών που ανακλώνται από το έργο και εναποθέτουν τα φερτά τους ανάντη.

Στην συνέχεια, για το σύστημα δυο προβόλων ο πυθμένας εμφανίζεται διαβρωμένος στην εσωτερική μεριά του συστήματος, ενώ στο εξωτερικό του συστήματος παρατηρούνται αποθέσεις ιζήματος. Η διάβρωση έχει μια τάξη μεγέθους περί τα 0,05 μέτρα ενώ οι αποθέσεις που πραγματοποιούνται έχουν μέγεθος 0,03 μέτρα.

Τέλος, για τον έξαλο – πλάγιος κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι σταδιακά πραγματοποιείται μια απόθεση ιζήματος από τα βαθιά προς την ακτογραμμή όσο αυξάνεται ο χρόνος της κυματικής δράσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μετά από 5 ώρες αλληλεπίδρασης του πυθμένα με την τρικυμία να εμφανίζεται μια καθολική απόθεση φερτών στην ακτή. Το μέγεθος της απόθεσης αυτής είναι εμφανώς μεγαλύτερο στα βαθιά, όπου φτάνει τα 0,1 μέτρα, σε σχέση με την περιοχή γύρω από το έργο, όπου φτάνει τα 0,06 μέτρα.

5.3.3. Ανάλυση του πεδίου ταχυτήτων

Η παράκτια στερεομεταφορά είναι ένα φαινόμενο το οποίο προκαλείται από τις ταχύτητες του κύματος, οι οποίες παρασύρουν τα φερτά είτε μέσω του πυθμένα είτε σε αιώρηση. Η ανάλυση του πεδίου ταχυτήτων στην περιοχή μελέτης αποτελεί βασικό στάδιο για την κατανόηση των μηχανισμών στερεομεταφοράς σε αυτή καθώς τα διανύσματα τους είναι ίδιας φοράς και ανάλογου μεγέθους.

Αρχικά, παρατηρώντας το πεδίο ταχυτήτων του έξαλου κυματοθραύστη προσέχουμε ότι στα πρώτα στάδια της τρικυμίας τόσο ανάντη του έργου όσο και κατάντη τα διανύσματα των ταχυτήτων έχουν φορά προς τα βαθιά και προσπερνούν το έργο. Το μέτρο των ταχυτήτων αυτών είναι σχετικά μεγάλο και αγγίζει στην περιοχή θραύσης τα 2 m/s. Το γεγονός αυτό αρχίζει να μεταβάλλεται μετά το πέρας των δυο ωρών στα κατάντη του έργου, όπου παρατηρείται μείωση του μέτρου των ταχυτήτων στο 0,8 m/s και σχηματισμός ενός βελοειδούς ρεύματος.

Επιπλέον, στο πεδίο ταχυτήτων του βυθισμένου κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι τα διανύσματα είναι πιο περίπλοκα. Αυτό το γεγονός οφείλεται στην μερική ανάκλαση του κυματισμού, και των ταχυτήτων αντίστοιχα, πάνω στο έργο με αποτέλεσμα ανάντη του έργου μερικές ταχύτητες της τάξης των 0,5 m/s να έχουν φορά προς τα βαθιά. Οι υπόλοιποι κυματισμοί που δεν ανακλώνται διαπερνούν το έργο από πάνω, με αποτέλεσμα ανάντη του έργου και πάνω από αυτό να εμφανίζονται διανύσματα ταχυτήτων με φορά προς τα ρηγά νερά. Από την άλλη μεριά, κατάντη του έργου τα διανύσματα είναι πιο απλά. Σε μια απόσταση από το έργο οι κυματισμοί που το διαπερνούν τόσο από πάνω όσο και από το πλάι συναντώνται και ανακυκλώνονται. Οι ταχύτητες αυτές έχουν μέτρο αρκετά μικρό της τάξης των 0,4 m/s, το οποίο αυξάνεται μετά την θραύση των κυματισμών και φτάνει το 1 m/s

Στην συνέχεια, στο πεδίο ταχυτήτων του συστήματος προβόλων παρατηρούμε ότι τόσο στα πρώτα στάδια της τρικυμίας όσο και μετά από μια ώρα επίδρασης των κυματισμών στην ακτή τα διανύσματα των ταχυτήτων παραμένουν κάθετα στην ακτογραμμή και έχουν αρκετά μικρό μέτρο (0,05 m/s). Αντίθετα, μετά από τρικυμία δυο και πέντε ωρών αρχίζει να λειτουργεί το σύστημα των δυο προβόλων και να παρατηρούμε την ανάπτυξη ταχυτήτων και παράλληλα στην ακτογραμμή όσο πλησιάζουμε προς αυτή. Τα διανύσματα αυτά έχουν φορά από τα άκρα της ακτής μελέτης προς το μέσο της, διότι η διεύθυνση των κυματισμών που προσεγγίζουν την ακτή είναι κάθετη σε αυτή. Το μέτρο των ταχυτήτων αυτών είναι μεγαλύτερο και αγγίζει την τιμή των 0,6 m/s.

Τέλος, στο πεδίο ταχυτήτων του πλάγιου - έξαλου κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι τα διανύσματα ακολουθούν δυο διαφορετικές τροχιές. Μερικά από αυτά αντανάκλουν πάνω στο έργο και επιστρέφουν προς τα βαθιά, ενώ άλλα το προσπερνούν από το πλάι και εισέρχονται προς τα ρηγά. Το ίδιο συμβαίνει και στα κατάντη του έργου προστασίας, με αποτέλεσμα να έχω σχεδόν καθολική απόθεση ιζήματος στον πυθμένα της ακτής. Το μέτρο των ταχυτήτων και στις δυο περιπτώσεις αυτές είναι της τάξης του 1 m/s.

Παρακάτω παρατίθεται ο συγκεντρωτικός πίνακας 5.3 που περιλαμβάνει τη σύγκριση των μεγεθών που προέκυψαν από τον κώδικα της FORTRAN για κάθε έργο προστασίας της ακτής, που μελετήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής.

Πίνακας 5.3: Συγκριτική ανάλυση αποτελεσμάτων για τα διαφορετικά έργα προστασίας της ακτής

Συγκρινόμενο μέγεθος	Κώδικας προγραμματισμού FORTRAN για			
	Έξαλο κυματοθραύστη	Σύστημα προβόλων	Ύφαλο κυματοθραύστη	Έξαλος-πλάγιος κυματοθραύστης
Χωρική εξέλιξη του πυθμένα	Καθολική απόθεση ιζήματος – μεγαλύτερη ανύψωση πυθμένα στα βαθιά	Απόθεση ιζήματος στα βαθιά και στα ανάντη των έργων – διάβρωση πυθμένα στο μέσο της ακτογραμμής	Διάβρωση του πυθμένα κατάντη του έργου και γύρω από αυτό - αποθέσεις ιζήματος στα βαθιά	Μερική διάβρωση του πυθμένα κοντά στην ακτή και απόθεση ιζήματος σε όλη την υπόλοιπη περιοχή μελέτης
Μέτρο ταχυτήτων	Με την πάροδο του χρόνου μειώνεται	Με την πάροδο του χρόνου μειώνεται	Με την πάροδο του χρόνου μειώνεται	Με την πάροδο του χρόνου μειώνεται
Διεύθυνση ταχυτήτων	Κυρίως κάθετη στο εμπόδιο-Παρακάμπτουν από τα πλάγια το εμπόδιο κατάντη ενώ αντανακλώνται ανάντη	Κυρίως παράλληλη με τα εμπόδια-Αναπτύσσονται μικρές ταχύτητες κοντά στην ακτή παράλληλα σε αυτή	Κυρίως κάθετη στο εμπόδιο-Ανακυκλώνονται κατάντη του έργου και ανακλώνται μερικώς ανάντη	Κυρίως υπό γωνία στο εμπόδιο- Ανακλώνται ανάντη του έργου και το παρακάμπτουν από τα κατάντη
Ενέργεια κύματος	Μειώνεται καθώς πλησιάζουμε την ακτή λόγω του έργου	Μειώνεται καθώς πλησιάζουμε την ακτή λόγω του έργου	Μειώνεται καθώς πλησιάζουμε την ακτή λόγω του έργου	Μειώνεται καθώς πλησιάζουμε την ακτή λόγω του έργου
Ενέργεια πυθμένα	Αυξημένη τιμή κοντά στο έργο τόσο κατάντη όσο και ανάντη	Αυξημένη τιμή στα βαθιά- Μειώνεται όσο πλησιάζουμε στην ακτή	Αυξημένη τιμή ανάντη του έργου-Μειώνεται κατάντη	Αυξημένη τιμή στα βαθιά- Μειώνεται όσο πλησιάζουμε στην ακτή

6. Συμπεράσματα-Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

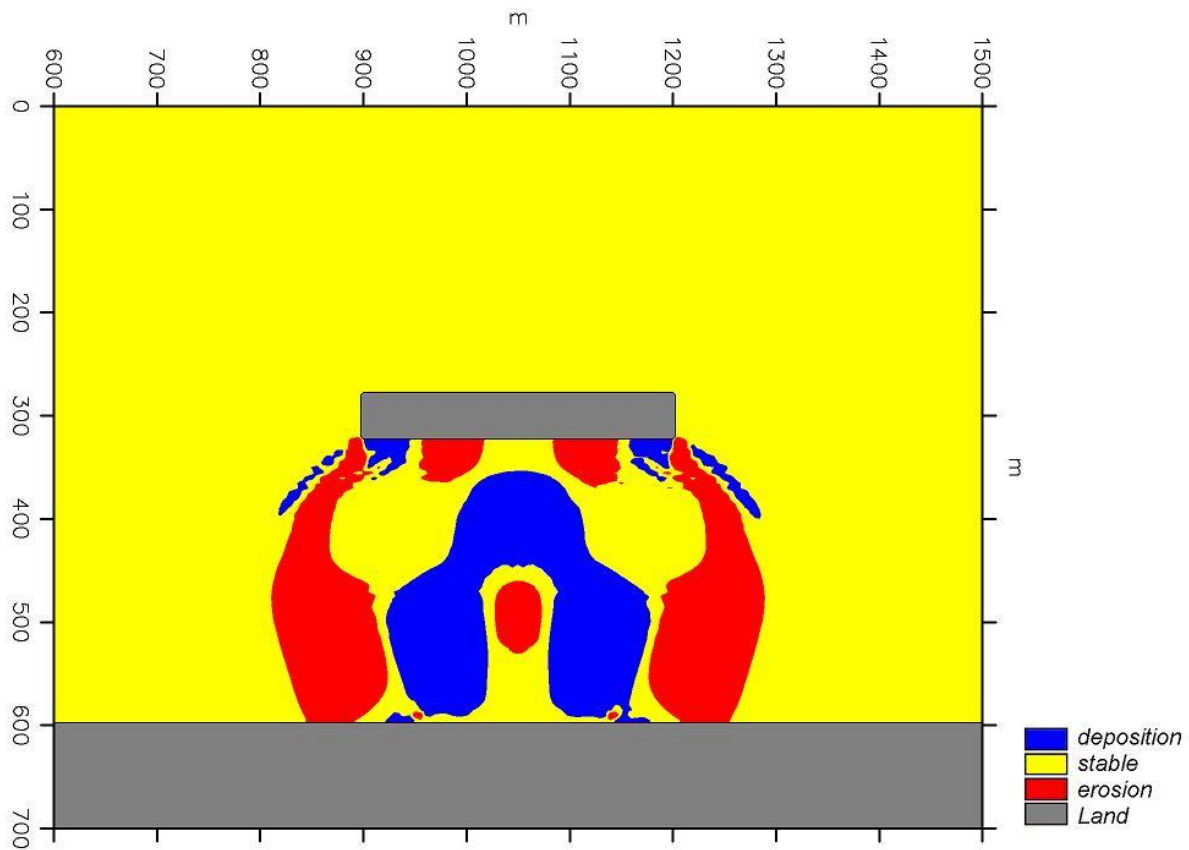
6.1. Συμπεράσματα

Η παράκτια ζώνη αποτελεί ένα από τα πιο ευμετάβλητα συστήματα στη φύση, καθώς οι παράκτιοι μηχανισμοί, όπως τα κύματα και τα παράκτια ρεύματα, συμβάλλουν στην αποσταθεροποίηση της. Επιπλέον, η κατασκευή παράκτιων έργων μεταβάλλει την ισορροπία του φυσικού συστήματος, διαμορφώνοντας μια νέα κατάσταση αλληλεπίδρασης. Η συνδυασμένη δράση όλων αυτών των παραγόντων επηρεάζει σημαντικά την εξέλιξη της ακτογραμμής.

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η εξέλιξη του πυθμένα της ακτής παρουσία έργων προστασίας της, όπως ο έξαλος κυματοθραύστης, το σύστημα δυο προβόλων, ο βυθισμένος κυματοθραύστης και ο έξαλος – πλάγιος κυματοθραύστης. Για τις ανάγκες της εργασίας χρησιμοποιήθηκε η βυθομετρία από μια ιδεατή ακτή, η οποία προϋπήρχε σαν δεδομένο. Κατά την διάρκεια της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν δύο προγράμματα, το ένα γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB και το άλλο σε FORTRAN (Bouharguane και Mohammadi, 2013). Το πρώτο χρησιμοποιήθηκε ως μια πρώτη επαφή με την επίλυση των εξισώσεων για τον υπολογισμό του πεδίου ταχυτήτων και της ελεύθερης επιφάνειας αλλά και ως μέσο για την συγγραφή ενός νέου υποπρογράμματος υπολογισμού της στερεομεταφοράς. Ο δεύτερος και πιο ολοκληρωμένος κώδικας αναπτύχθηκε για κάθε έργο προστασίας ξεχωριστά και χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό τόσο του πεδίου ταχυτήτων και της ελεύθερης επιφάνειας όσο και για την εξέλιξη της ακτής και του πυθμένα.

Μέσα από την εργασία αυτή εφαρμόσαμε μια νέα μέθοδο υπολογισμού της εξέλιξης του πυθμένα. Η μέθοδος αυτή διαφοροποιείται από την κλασσική μεθοδολογία υπολογισμού τύπου Exner, η οποία βασίζεται στην ισορροπία δυνάμεων, καθώς έχει ως βάση την ελαχιστοποίηση μια σχέσης κόστους και την ισορροπία ενεργειών. Η λύση της σχέσης αυτής μέσω του προγράμματος των Bouharguane και Mohammadi υπολογίζει την βέλτιστη μεταφορά ιζήματος μέσω την ελαχιστοποίησης της δυναμικής ενέργειας του κύματος που εισέρχεται στο σύστημα και την ελαχιστοποίηση της εξέλιξης του πυθμένα.

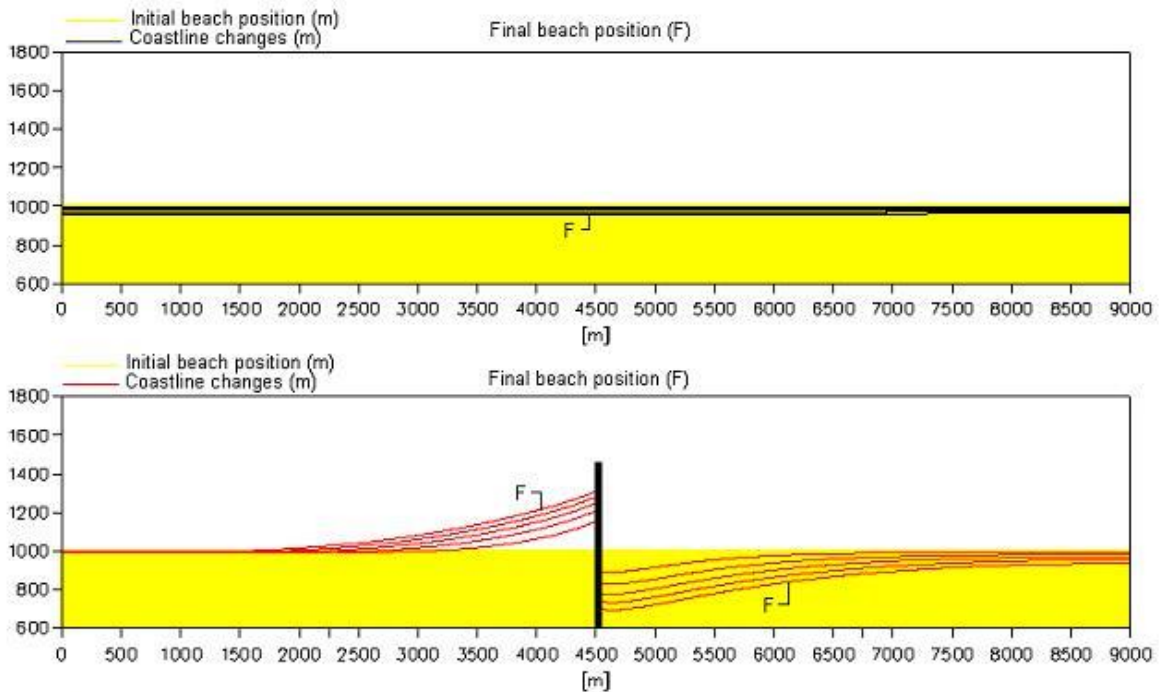
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον κώδικα του κάθε έργου συγκεντρώθηκαν και αξιολογήθηκαν μεταξύ τους. Αναλυτικότερα, όσον αφορά την εξέλιξη του πυθμένα για τον έξαλο κυματοθραύστη παρουσιάζεται μια μικρή αύξηση του βάθους του πυθμένα κατάντη του έργου. Πιο συγκεκριμένα, ακριβώς κατάντη του έργου δημιουργείται ένας λοφίσκος ύψους 0,06 μέτρων, ενώ στην ακτή σχηματίζεται μία προεξοχή, η οποία ξεκινά από μια ανύψωση του πυθμένα 0,02 μέτρων και καταλήγει στα 0,06 μέτρα. Το αποτέλεσμα αυτό ταυτίζεται με την θεωρητική εξέλιξη της ακτής καθώς όπως φαίνεται και στην Εικόνα 6.1, πίσω από κυματοθραύστη παράλληλο στην ακτή περιμένουμε να έχουμε αποθέσεις, ενώ δεξιά και αριστερά διαβρώσεις.



Εικόνα 6.1: Η θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία παράλληλου παράκτιου έργου
(Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Detached_breakwaters)

Ακόμη, στον ύφαλο κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι στα κατάντη του έργου επικρατεί μια εκτενής διάβρωση. Η διάβρωση αυτή παρατηρείται μέχρι και την περιοχή γύρω από το έργο προστασίας της ακτής. Το μέγεθος της διάβρωσης αυτής κυμαίνεται από 0,02 μέτρα κοντά στην ακτή μέχρι 0,07 μέτρα κατάντη του έργου. Όσο προχωράμε προς τα βαθιά η ακτή υφίσταται απόθεση ιζήματος, η οποία οδηγεί στην ανύψωση του πυθμένα. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο ποσοστό των κυματισμών που ανακλώνται από το έργο και εναποθέτουν τα φερτά τους ανάντη. Η εξέλιξη αυτή επιβεβαιώνει την θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία παράλληλου παράκτιου έργου όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.1.

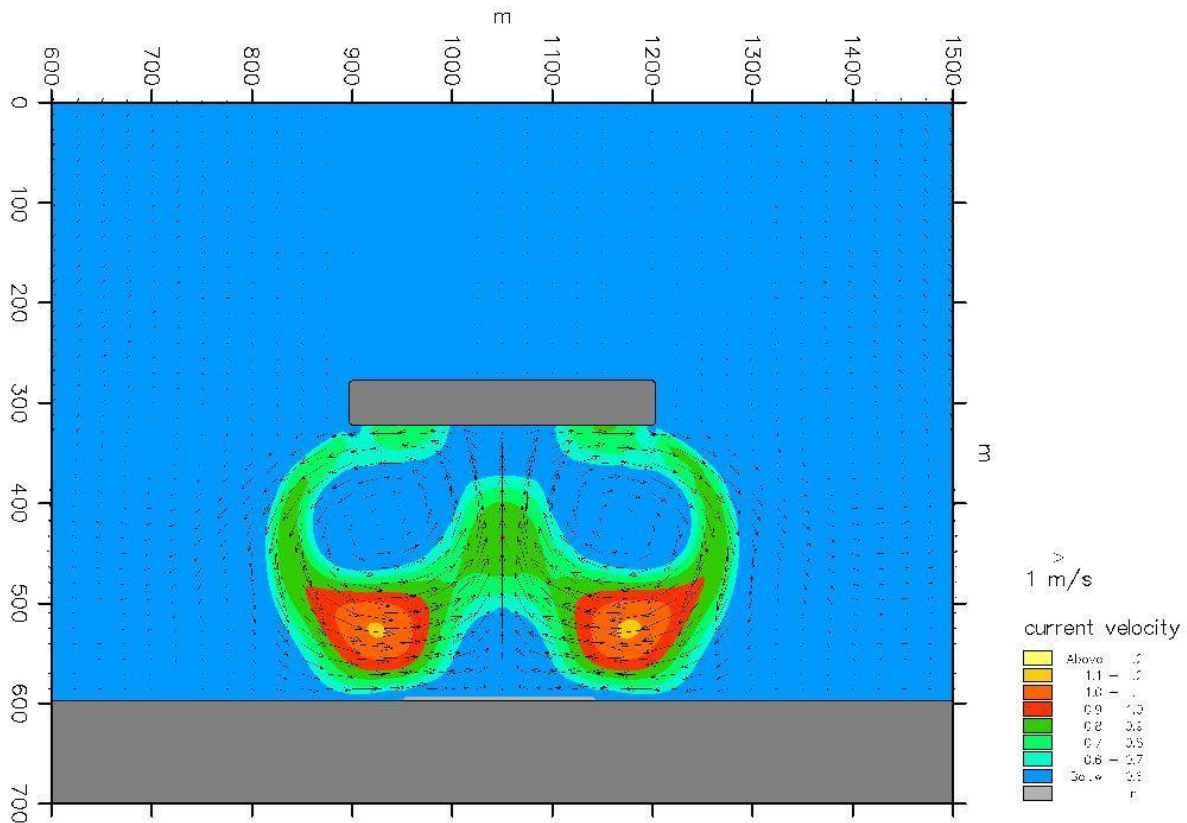
Στην συνέχεια, για το σύστημα δυο προβόλων ο πυθμένας εμφανίζεται διαβρωμένος στην εσωτερική μεριά του συστήματος, ενώ στο εξωτερικό του συστήματος παρατηρούνται αποθέσεις ιζήματος. Η διάβρωση έχει μια τάξη μεγέθους περί τα 0,05 μέτρα ενώ οι αποθέσεις που πραγματοποιούνται έχουν μέγεθος 0,03 μέτρα. Η εξέλιξη αυτή επιβεβαιώνει την θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία συστήματος προβόλων όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.2.



Εικόνα 6.2: Η θεωρητική εξέλιξη του πυθμένα παρουσία προβόλου κάθετου στην ακτή
(Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Groynes_as_shore_protection)

Τέλος, για τον έξαλο – πλάγιος κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι σταδιακά πραγματοποιείται μια απόθεση ιζήματος από τα βαθιά προς την ακτογραμμή όσο αυξάνεται ο χρόνος της κυματικής δράσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μετά από 5 ώρες αλληλεπίδρασης του πυθμένα με την τρικυμία να εμφανίζεται μια καθολική απόθεση φερτών στην ακτή. Το μέγεθος της απόθεσης αυτής είναι εμφανώς μεγαλύτερο στα βαθιά, όπου φτάνει τα 0,1 μέτρα, σε σχέση με την περιοχή γύρω από το έργο, όπου φτάνει τα 0,06 μέτρα.

Συνεχίζοντας, παρατηρήσαμε διαφορές τόσο στο μέτρο όσο και στην κατεύθυνση των διανυσμάτων ταχύτητας στα τέσσερα έργα. Αρχικά, παρατηρώντας το πεδίο ταχυτήτων του έξαλου κυματοθραύστη προσέχουμε ότι στα πρώτα στάδια της τρικυμίας τόσο ανάντη του έργου όσο και κατάντη τα διανύσματα των ταχυτήτων έχουν φορά προς τα βαθιά και προσπερνούν το έργο. Το μέτρο των ταχυτήτων αυτών είναι σχετικά μεγάλο και αγγίζει στην περιοχή θραύσης τα 2 m/s. Το γεγονός αυτό αρχίζει να μεταβάλλεται μετά το πέρας των δυο ωρών στα κατάντη του έργου, όπου παρατηρείται μείωση του μέτρου των ταχυτήτων στο 0,8 m/s και σχηματισμός ενός βελοειδούς ρεύματος. Η διεύθυνση των ταχυτήτων περιγράφει ικανοποιητικά το θεωρητικό πεδίο ταχυτήτων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.3.

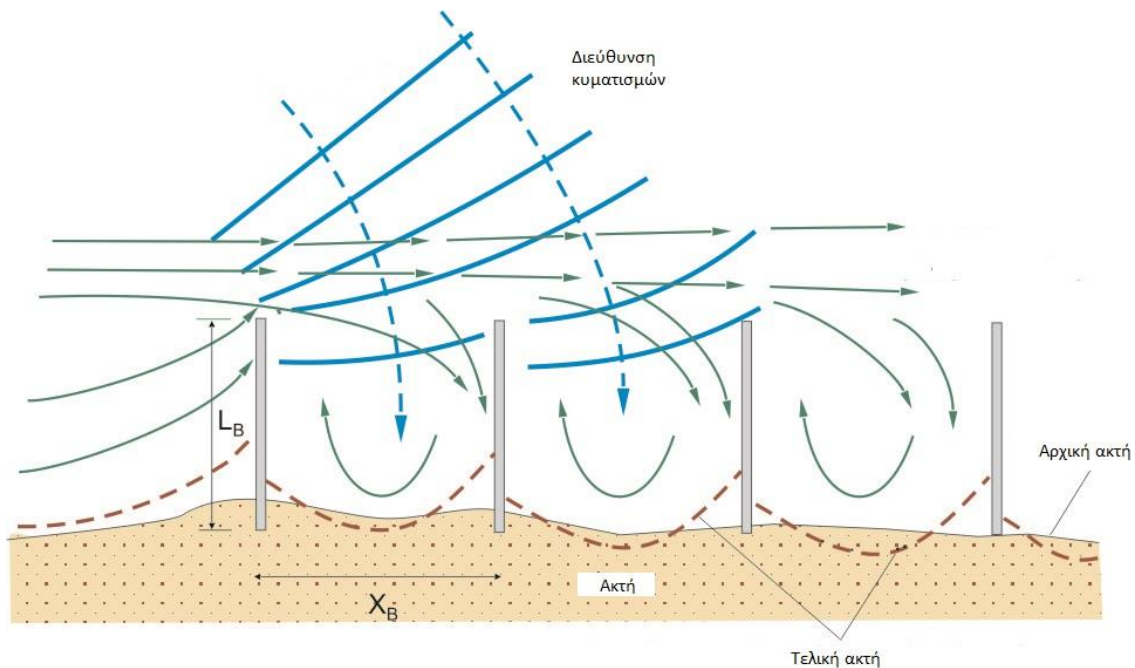


Εικόνα 6.3: Το πεδίο των ταχυτήτων παρουσία παράλληλου παράκτιου έργου (Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Detached_breakwaters)

Επιπλέον, στο πεδίο ταχυτήτων του βυθισμένου κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι τα διανύσματα είναι πιο περίπλοκα. Αυτό το γεγονός οφείλεται στην μερική ανάκλαση του κυματισμού, και των ταχυτήτων αντίστοιχα, πάνω στο έργο με αποτέλεσμα ανάντη του έργου μερικές ταχύτητες της τάξης των 0,5 m/s να έχουν φορά προς τα βαθιά. Οι υπόλοιποι κυματισμοί που δεν ανακλώνται διαπερνούν το έργο από πάνω, με αποτέλεσμα ανάντη του έργου και πάνω από αυτό να εμφανίζονται διανύσματα ταχυτήτων με φορά προς τα ρηγά νερά. Από την άλλη μεριά, κατάντη του έργου τα διανύσματα είναι πιο απλά. Σε μια απόσταση από το έργο οι κυματισμοί που το διαπερνούν τόσο από πάνω όσο και από το πλάι συναντώνται και ανακυκλώνονται. Οι ταχύτητες αυτές έχουν μέτρο αρκετά μικρό της τάξης των 0,4 m/s, το οποίο αυξάνεται μετά την θραύση των κυματισμών και φτάνει το 1 m/s

Στην συνέχεια, στο πεδίο ταχυτήτων του συστήματος προβόλων παρατηρούμε ότι τόσο στα πρώτα στάδια της τρικυμίας όσο και μετά από μια ώρα επίδρασης των κυματισμών στην ακτή τα διανύσματα των ταχυτήτων παραμένουν κάθετα στην ακτογραμμή και έχουν αρκετά μικρό μέτρο (0,05 m/s). Αντίθετα, μετά από τρικυμία δυο και πέντε ωρών αρχίζει να λειτουργεί το σύστημα των δυο προβόλων και να παρατηρούμε την ανάπτυξη ταχυτήτων και παράλληλα στην ακτογραμμή όσο πλησιάζουμε προς αυτή. Τα διανύσματα αυτά έχουν φορά από τα άκρα της ακτής μελέτης προς το μέσο της, διότι η διεύθυνση των κυματισμών που προσεγγίζουν την ακτή είναι κάθετη σε αυτή. Το μέτρο των ταχυτήτων αυτών είναι μεγαλύτερο και αγγίζει την

τιμή των 0,6 m/s. Η διεύθυνση των ταχυτήτων περιγράφει ικανοποιητικά το θεωρητικό πεδίο ταχυτήτων για την περίπτωση του συστήματος προβόλων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.4.



Εικόνα 6.4: Η διεύθυνση των διανυσμάτων ταχύτητας παρουσία συστήματος προβόλων
(Πηγή: www.coastalwiki.org/wiki/Groynes_as_shore_protection)

Τέλος, στο πεδίο ταχυτήτων του πλάγιου - έξαλου κυματοθραύστη παρατηρούμε ότι τα διανύσματα ακολουθούν δυο διαφορετικές τροχιές. Μερικά από αυτά αντανακλούν πάνω στο έργο και επιστρέφουν προς τα βαθιά, ενώ άλλα το προσπερνούν από το πλάι και εισέρχονται προς τα ρηγά. Το ίδιο συμβαίνει και στα κατάντη του έργου προστασίας, με αποτέλεσμα να έχω σχεδόν καθολική απόθεση ιζήματος στον πυθμένα της ακτής. Το μέτρο των ταχυτήτων και στις δυο περιπτώσεις αυτές είναι της τάξης του 1 m/s.

Συνοψίζοντας, τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τους κώδικες προγραμματισμού για τα τέσσερα έργα προστασίας της ακτής ήταν αρκετά ικανοποιητικά. Τα τέσσερα έργα προσομοιώθηκαν με ακρίβεια και μέσω των αποτελεσμάτων παρατηρούμε ότι αντικατοπτρίζουν αποτελεσματικά αρκετά από τα θεωρητικά φαινόμενα τα οποία αναπτύσσονται παρουσία των έργων αυτών.

6.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στόχος της εργασίας αυτής είναι να αναπτύξει μια νέα μέθοδο υπολογισμού της εξέλιξης του πυθμένα και μέσω αυτής να συγκρίνει την συμβολή των έργων προστασίας της ακτής στην αντιμετώπιση του φαινομένου διάβρωσης. Στο πλαίσιο αυτό επιλέχθηκαν να μελετηθούν συγκεκριμένα έργα προστασίας, όπως ο έξαλος, έξαλος - πλάγιος και ύφαλος κυματοθραύστης

και το σύστημα προβόλων, τα οποία συναντώνται συχνότερα στον Ελλαδικό χώρο. Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι υπάρχουν μόνο αυτά. Μια πρόταση θα μπορούσε να είναι η μελέτη προβόλου υπό γωνία στην ακτή. Ακόμη προτείνεται η αλλαγή των διαστάσεων των κυματοθραυστών, κυρίως του μήκους τους, ώστε να αποφεύγονται έντονα φαινόμενα περίθλασης, όπως αυτά που αντιμετωπίσαμε στην ανάλυση.

Εξίσου ενδιαφέρουσα θα ήταν και η μελέτη της επίδρασης που θα είχαν τα έργα εάν βρίσκονταν σε διαφορετικές θέσεις σε σχέση με την ακτή. Στο πλαίσιο αυτό, προτείνεται να αυξηθεί και να μειωθεί στην συνέχεια η απόσταση των κυματοθραυστών από την ακτή. Τέλος, συνίσταται στο σύστημα προβόλων να μειωθεί η απόσταση μεταξύ των προβόλων για να μελετηθεί καλύτερα η αλληλεπίδραση τους.

Επιπρόσθετα, κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων παρατηρήθηκε ότι το σύστημα προβόλων ενεργοποιούνταν ελάχιστα κατά το χρονικό διάστημα των δυο ωρών. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί αυτό, προτείνεται η αλλαγή την διεύθυνσης που προσπίπτουν οι κυματισμοί στην ακτή ή προτείνεται η διαφοροποίηση του ύψους κύματος στα δεδομένα εισόδου του κώδικα κατά τον άξονα y .

Τέλος, λόγω επιβάρυνσης του ηλεκτρονικού υπολογιστή από μεγάλο φόρτο εργασίας, εντολών, προγραμμάτων και πράξεων δεν καταφέραμε να τρέξουμε τον κώδικα για μεγάλο χρονικό διάστημα. Προτείνεται, λοιπόν, μελλοντικά η κατασκευή καννάβου με μικρότερη απαίτηση πράξεων, ο οποίος όμως να επιλύει εξίσου ικανοποιητικά τις εξισώσεις, καθώς επίσης η επίλυση του κώδικα για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα της τάξεως των 48 ωρών.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

Καραμπάς, Θ., Κρεστενίτης, Ι., Κουτίτας, Χ., 2015. Ακτομηχανική - έργα προστασίας ακτών. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. Διαθέσιμο στο:
<http://hdl.handle.net/11419/2095>

Μέμος Κ., 1992, Μαθήματα λιμενικών έργων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Μέμος Κ., 2008, Εισαγωγή στα λιμενικά έργα, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Μουτζούρης Κ., 2005, Εισαγωγή στην ακτομηχανική, Σημειώσεις Πολυτεχνείου για το μάθημα «Ακτομηχανική», Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ, Αθήνα

Bouhargueane A., Mohammadi B., 2013, Minimization principles for the evolution of a soft sea bed interacting with a shallow sea, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, Université Montpellier II, France

Afentoulis V., Tsoukala V., Mohammadi B., 2016, Experimental and numerical modeling of fluid-seabed interaction in shallow water, National Technical University of Athens, Athens

Fe Marqués J. M., 2011, Introduction to the finite volume method. Application to the shallow water equations, France

Μέμος Κ., 2016, Υπολογιστικές μέθοδοι στην παράκτια ζώνη, ΔΠΜΣ «Επιστήμη και Τεχνολογία Υδάτινων Πόρων», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Leveque R. J., 2004, Finite volume methods for hyperbolic problems, Cambridge University, Cambridge

Ribberink J. S., 1988, Bed load transport for steady flow and unsteady oscillatory flows, Coastal Engineering, 34, 59-82

US Army Corps of Engineering, 1984, Shore protection manual vol II, Coastal Engineering Research Center, DEPARTMENT OF THE ARMY, Waterways Experiment Station, Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi 39180

Van Rijn L. C., 1984, Simple general formulae for sand transport in rivers, estuaries and coastal waters, www.leovanrijn-sediment.com

Dibajnia, M., Watanabe A., 1992, Sheet flow under nonlinear waves and currents, In Proceedings 23rd International Conference on Coastal Engineering, 2015-2028, ASCE

Μουτζούρης Κ. Ι., 2009, Θαλάσσια Υδραυλική, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Nikuradse J., 1950, Laws of flow in rough pipes, NASA Technical Reports Server, Washington

Shields A., 1936, Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement, California Institute of Technology, Pasadena, CA,
<http://resolver.caltech.edu/CaltechKHR:HydroLabpub167>

Bijker E. W., 1971, Longshore transport computation, J. Waterways Harbors Division 97, WW4, 687—701

Meyer-Peter E., Müller R., 1948, Formulas for bed-load transport, Proceedings of the 2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research. pp. 39–64

Kühbacher C., 2009, Swallow water: Derivation and applications, Technische Universität, Dortmund

Velakur K., 2014, Finite volume method for shallow water equations, University of Waterloo, Canada

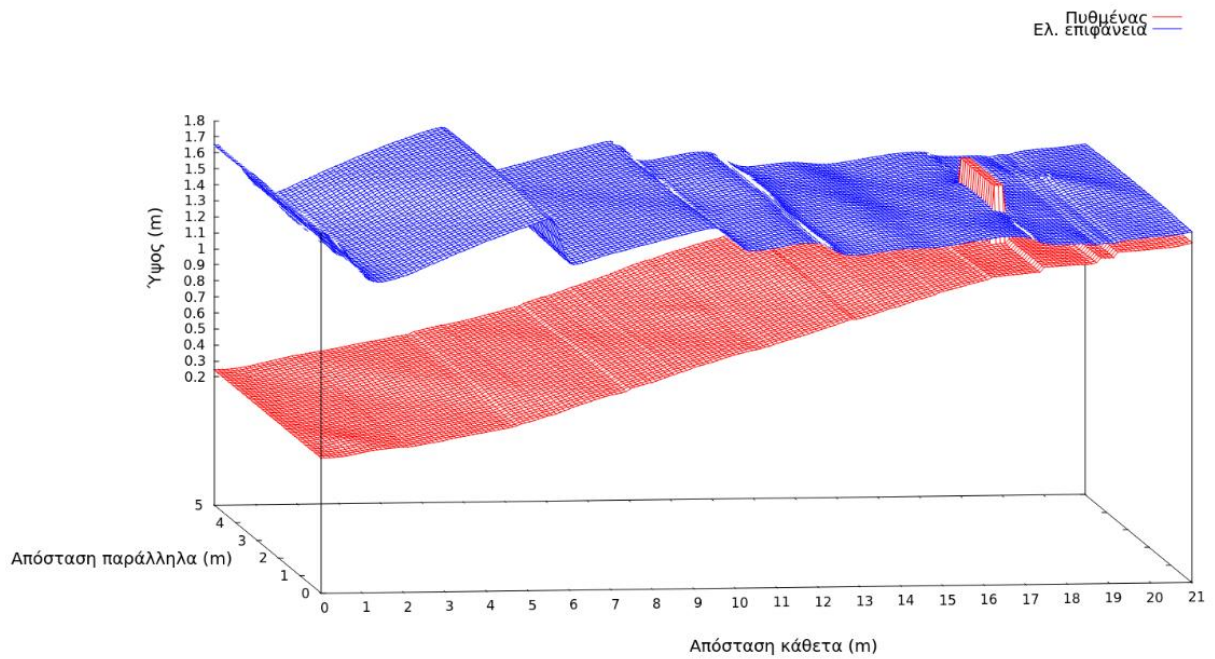
Paola C, Voller V. R., 2005, A generalized Exner equation for sediment mass balance, Journal of Geophysical Research

Mangor K., 2013, Detached breakwaters,
http://www.coastalwiki.org/wiki/Detached_breakwaters [ανάκτηση στις 2-04-2018]

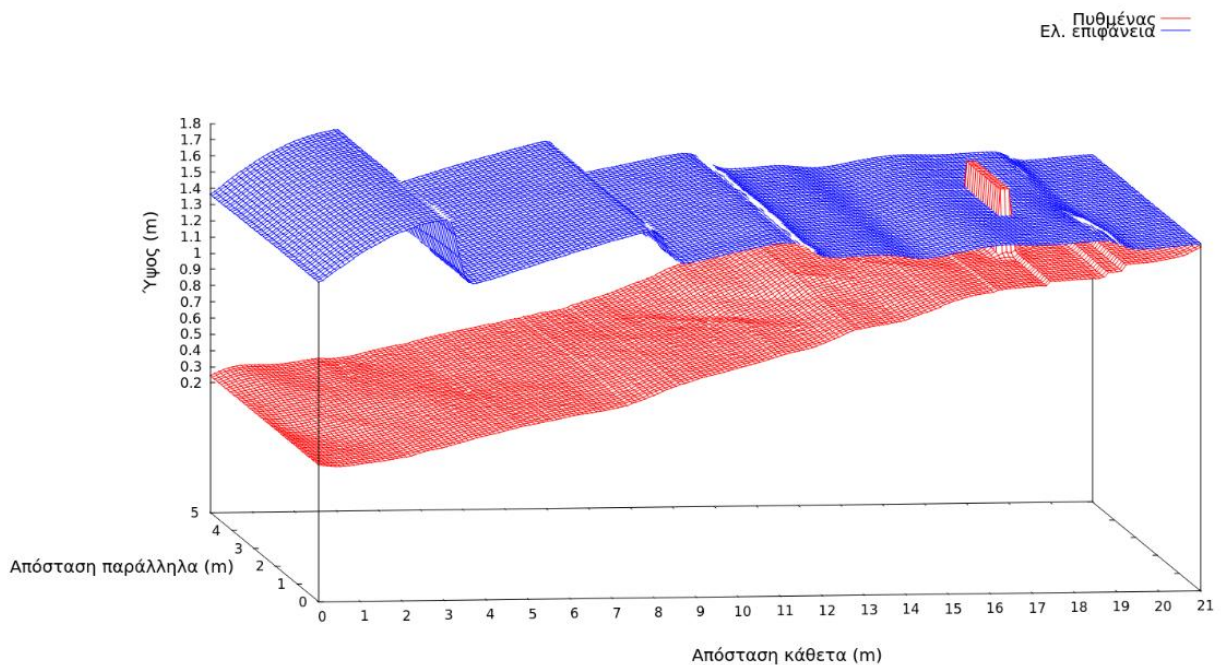
Pruszek Z., 2012, Groynes, <http://www.coastalwiki.org/wiki/Groynes> [ανάκτηση στις 2-04-2018]

Mangor K., 2012, Groynes as shore protection,
http://www.coastalwiki.org/wiki/Groynes_as_shore_protection [ανάκτηση στις 2-04-2018]

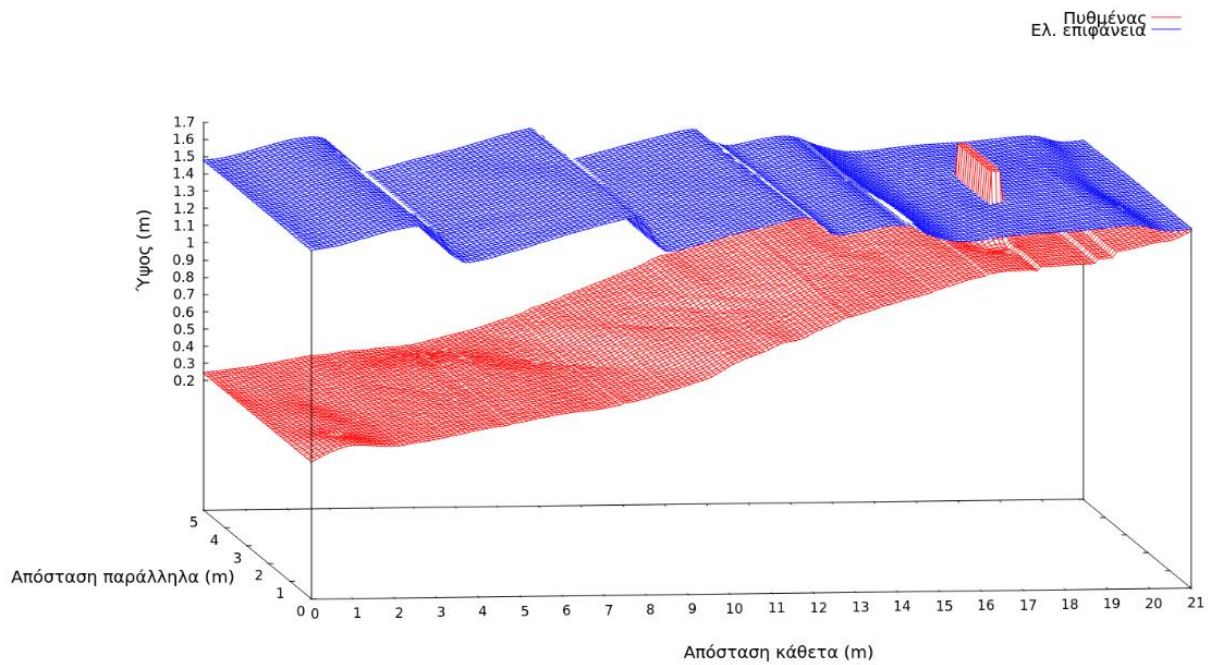
Παράρτημα



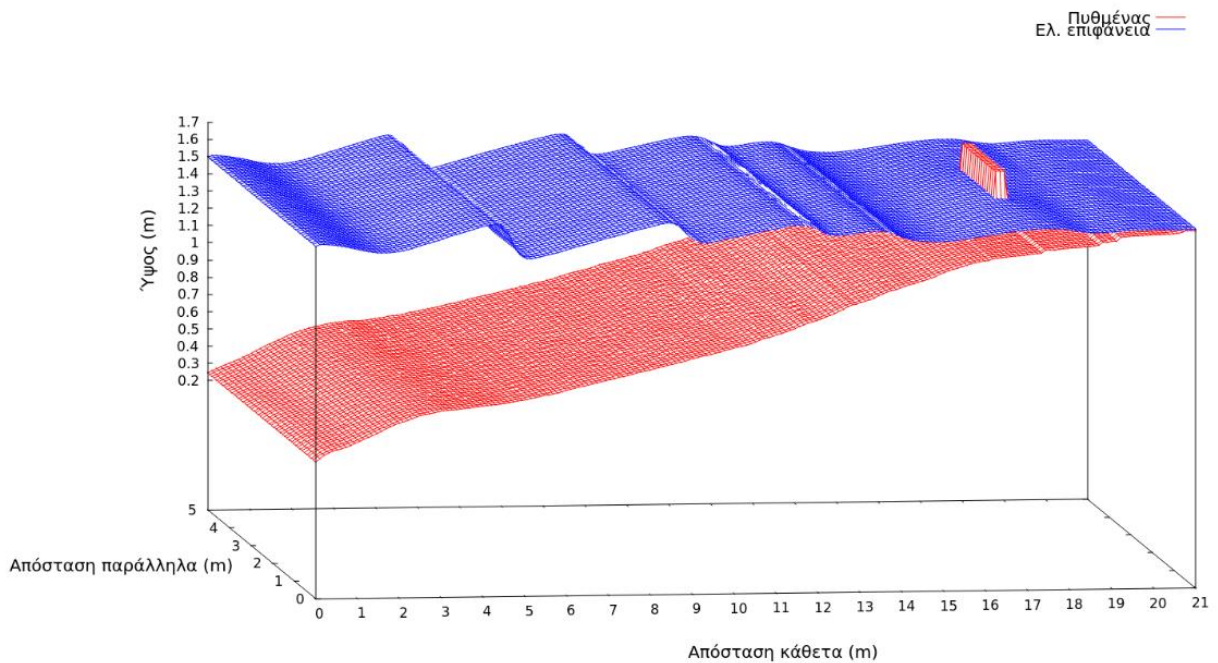
Εικόνα Π.1: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



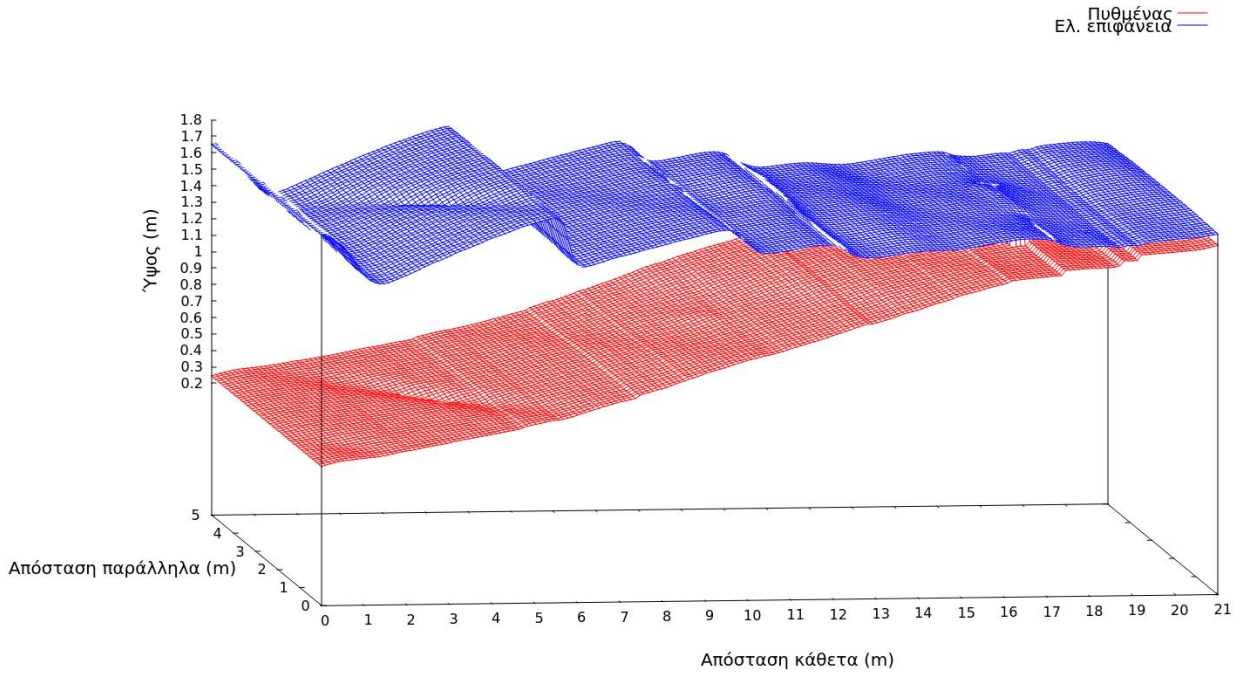
Εικόνα Π.2: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



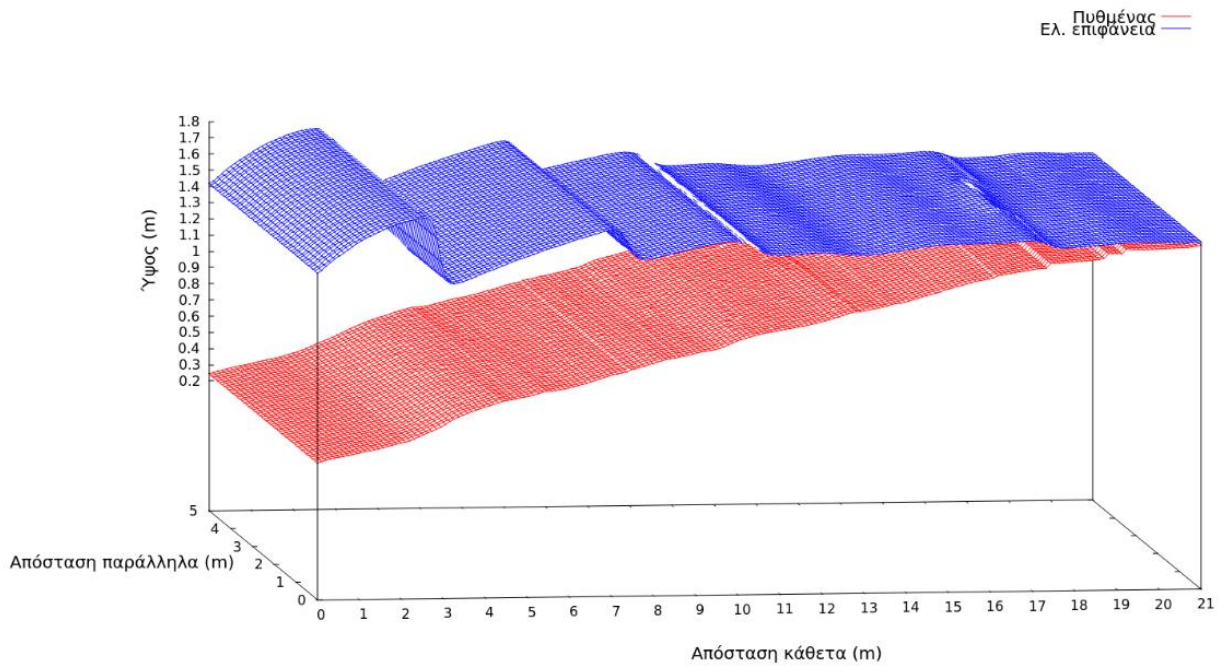
Εικόνα Π.3: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



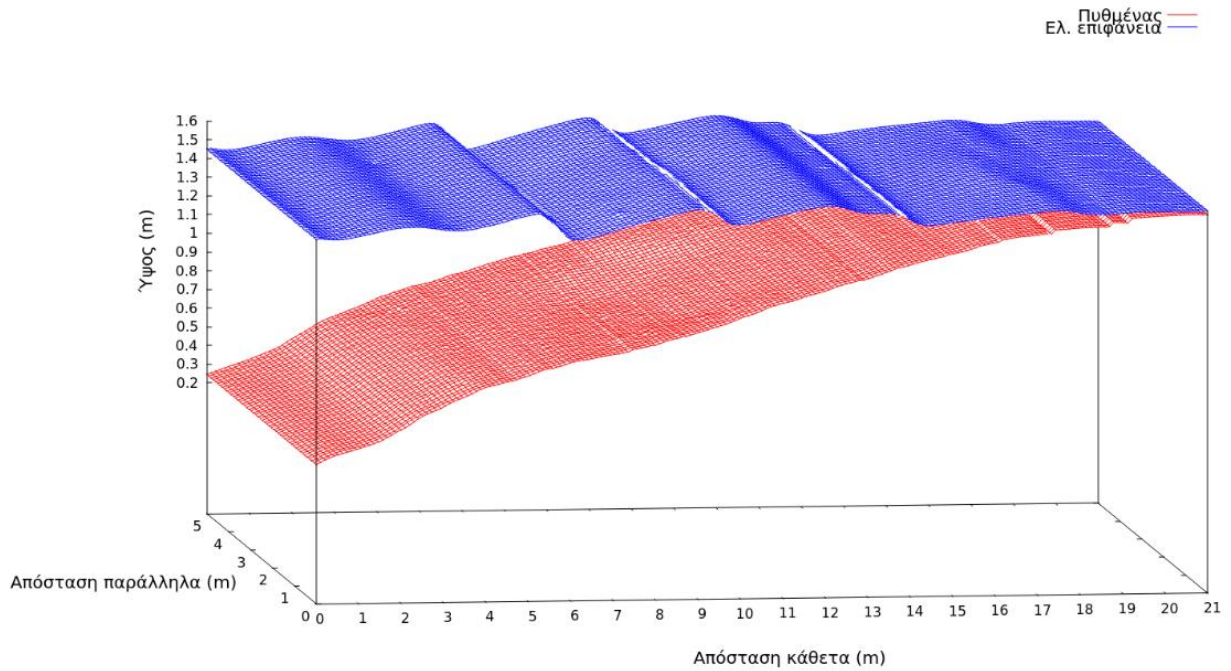
Εικόνα Π.4: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία έξαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών



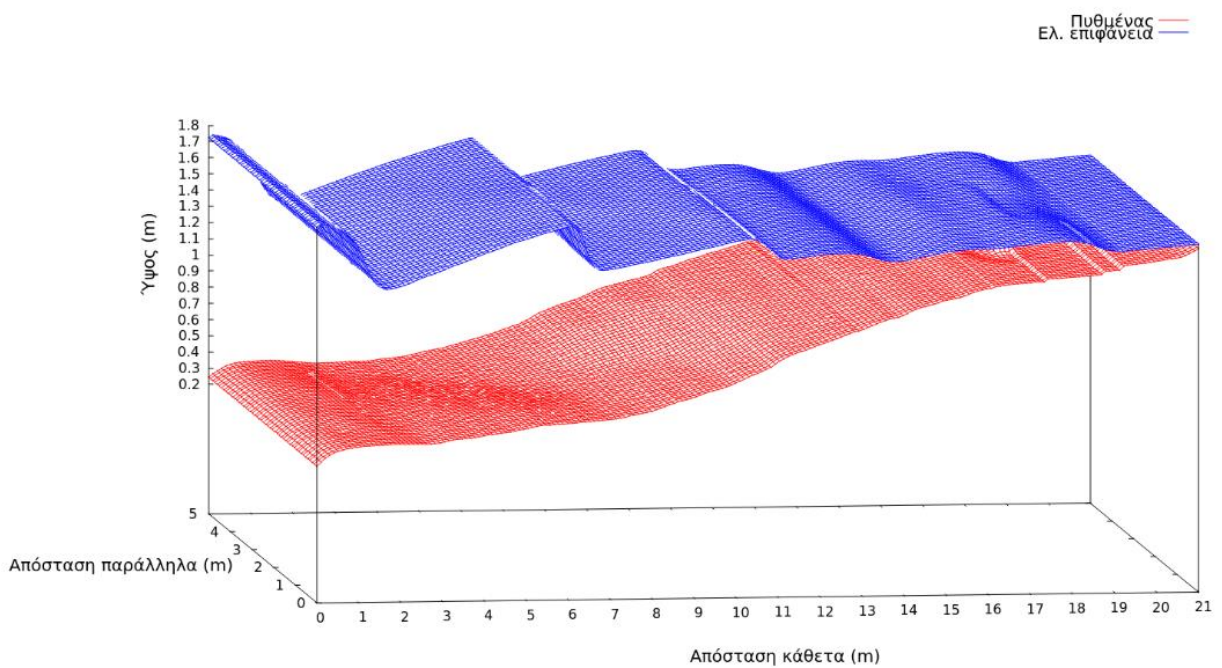
Εικόνα Π.5: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



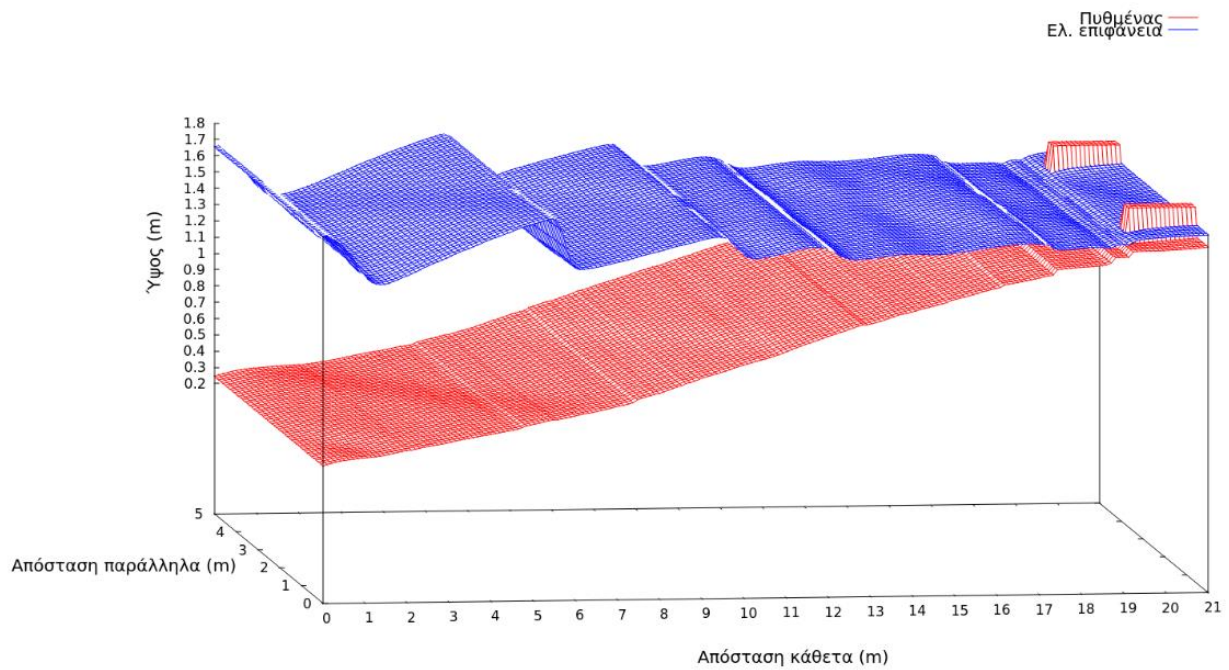
Εικόνα Π.6: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



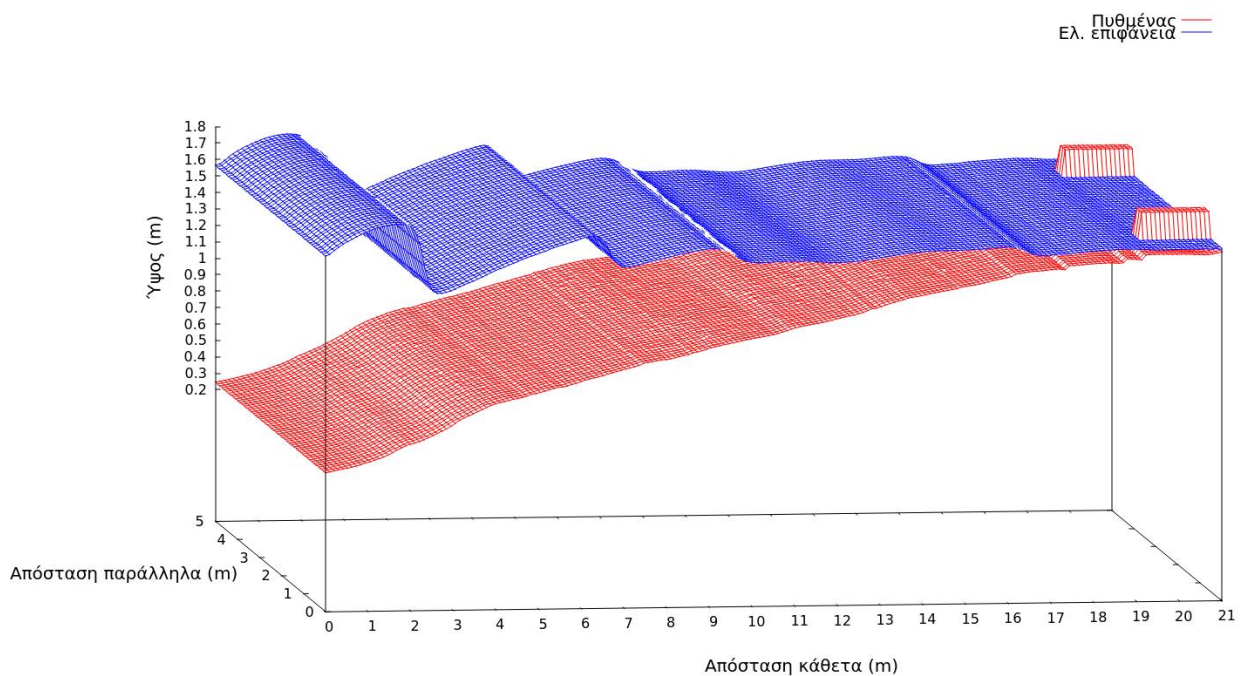
Εικόνα Π.7: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



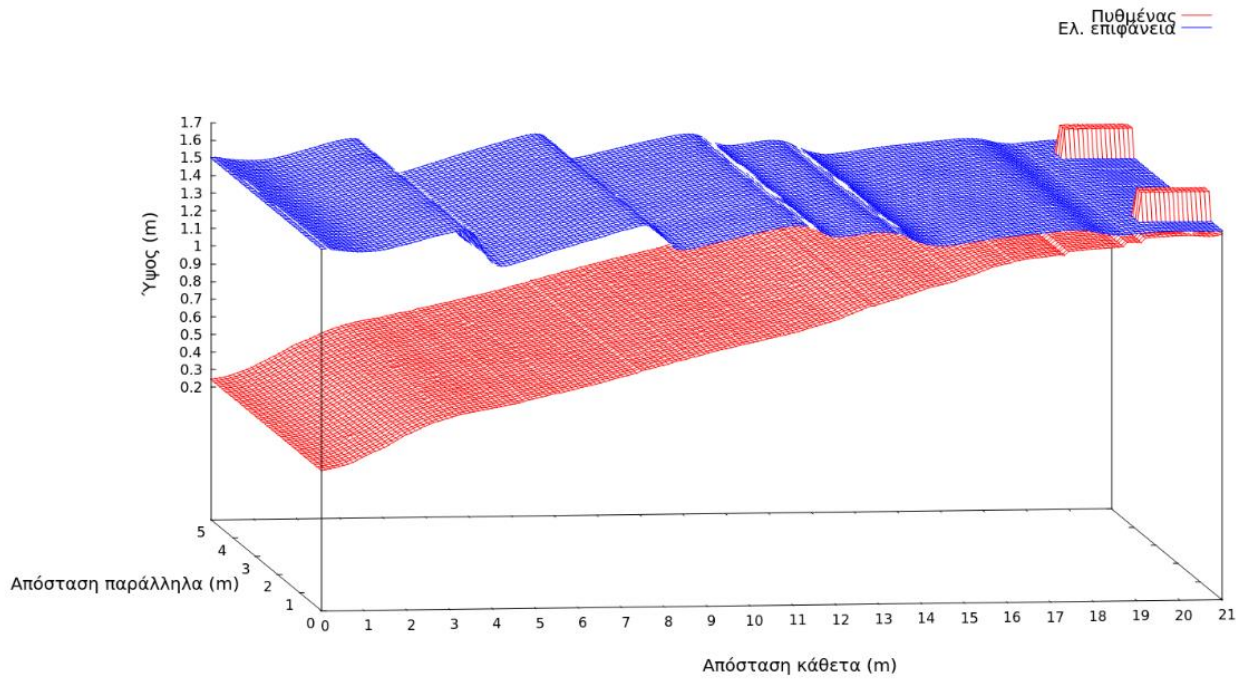
Εικόνα Π.8: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών



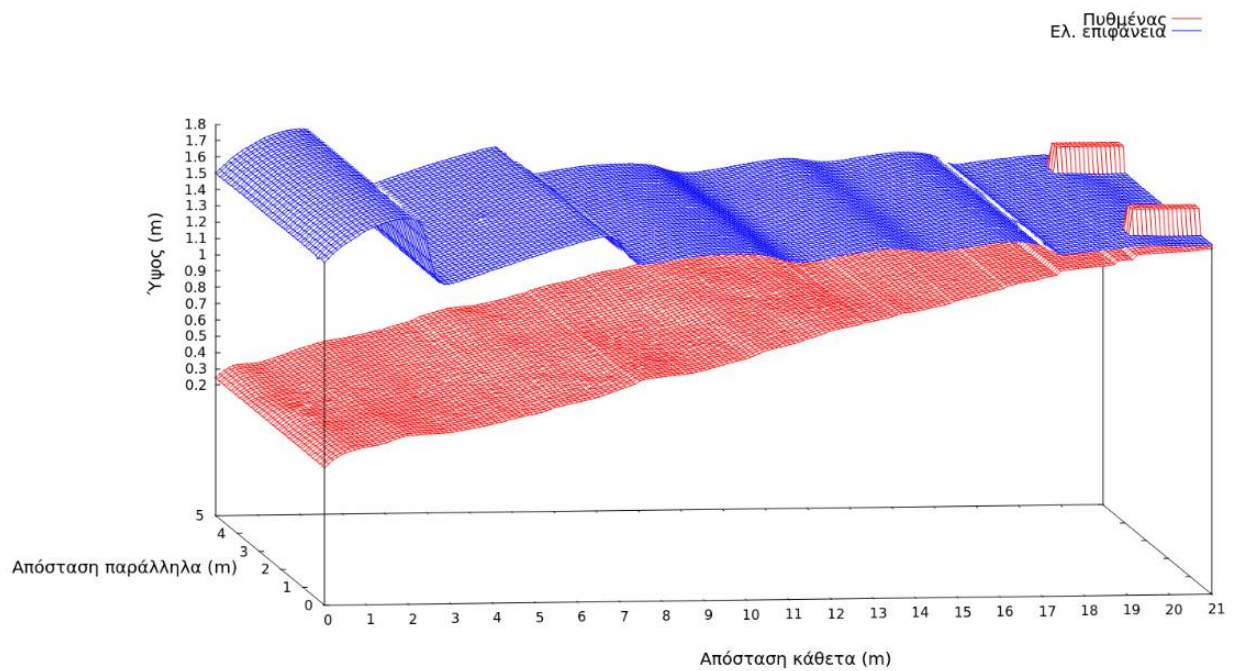
Εικόνα Π.9: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



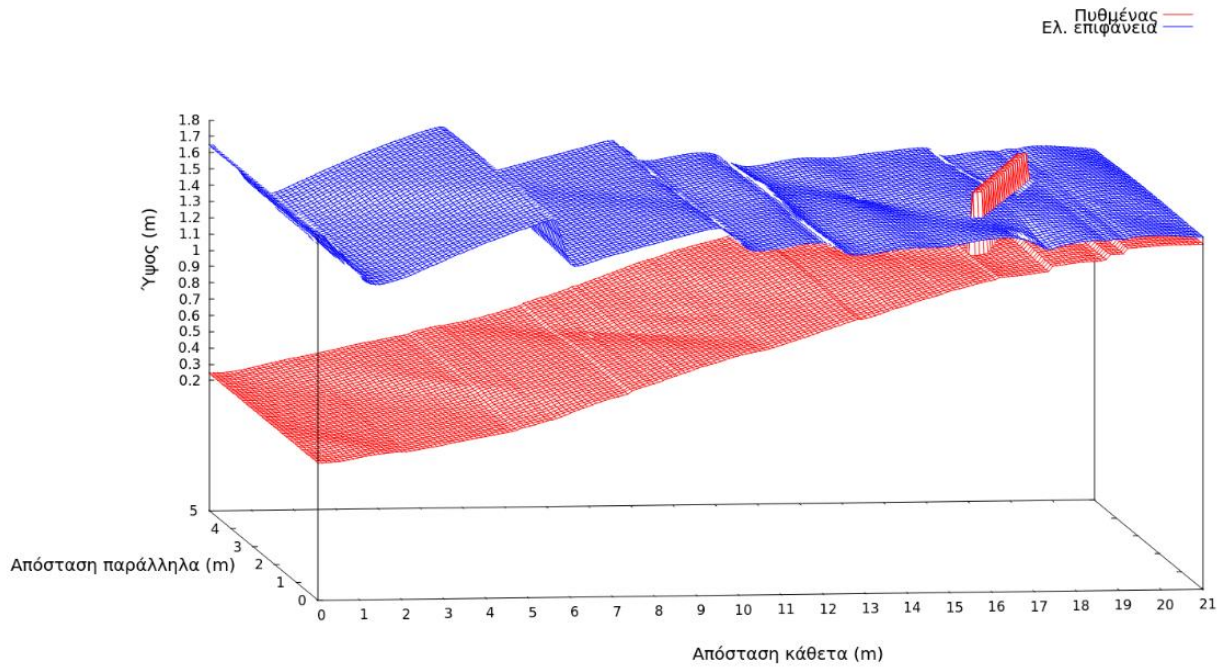
Εικόνα Π.10: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας



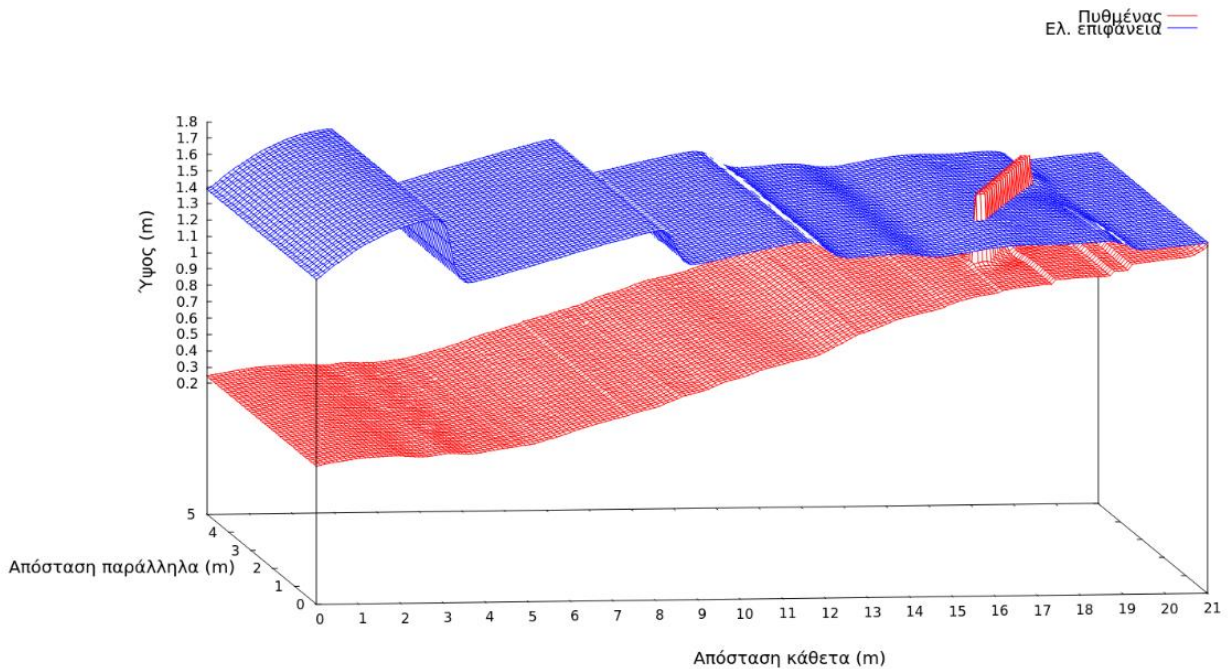
Εικόνα Π.11: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών



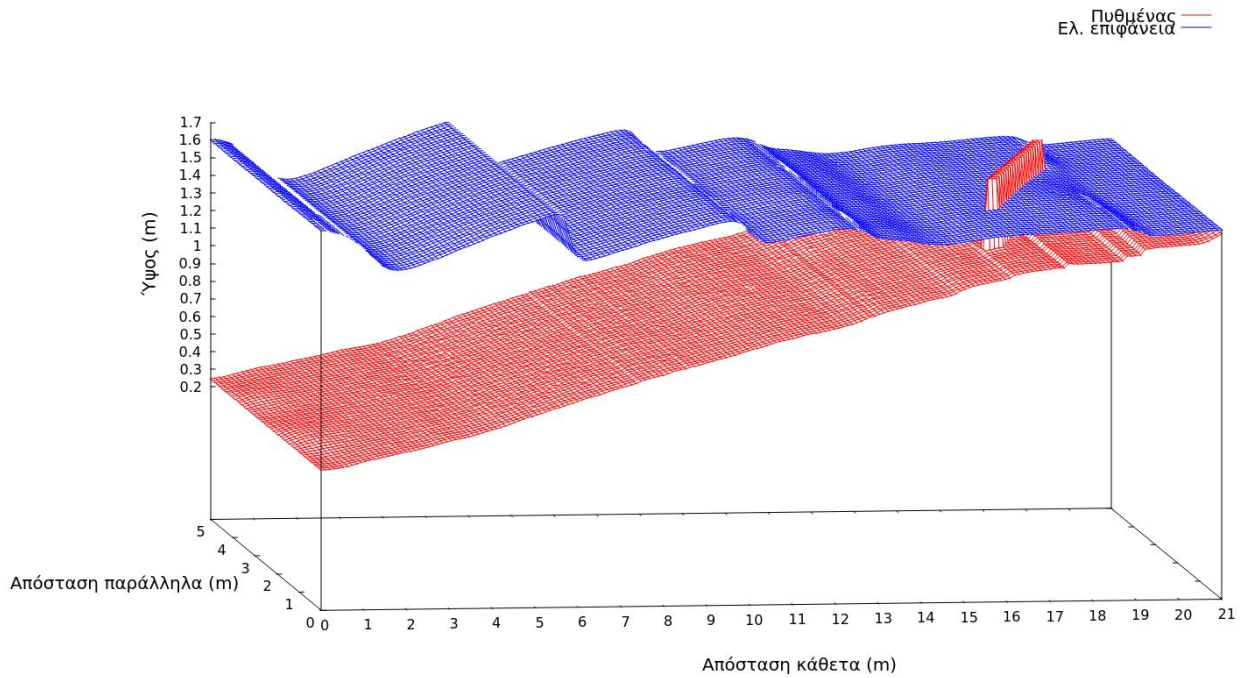
Εικόνα Π.12: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία συστήματος προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών



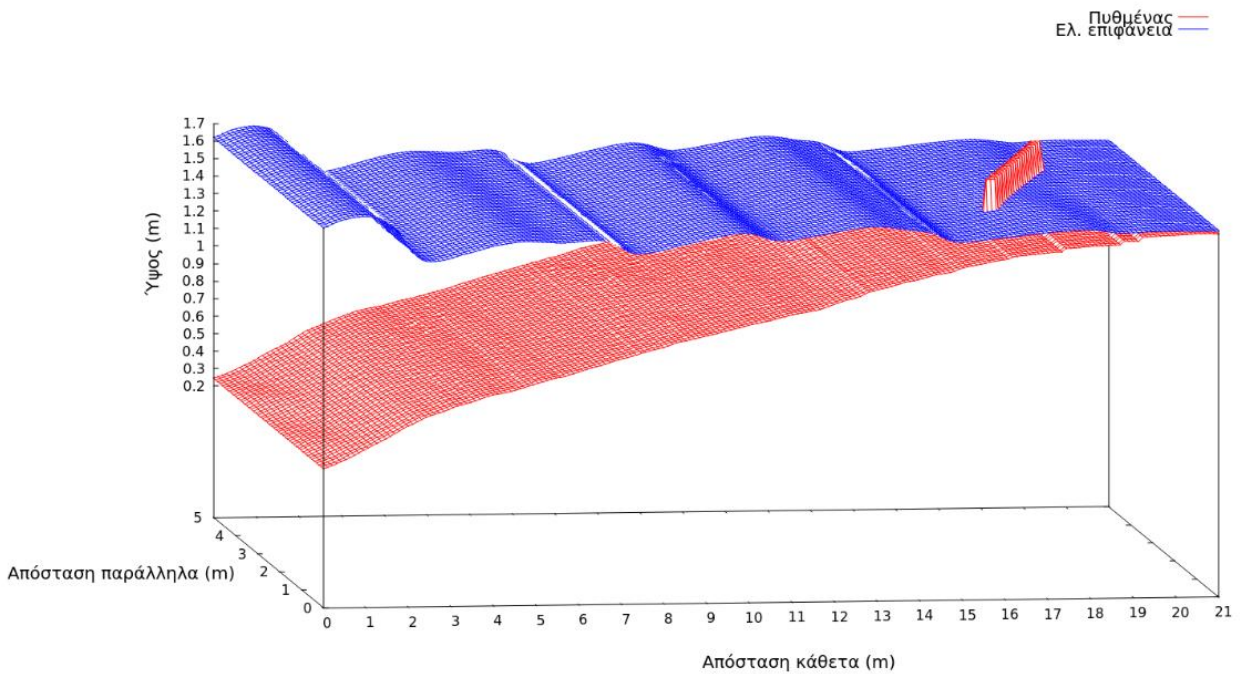
Εικόνα Π.13: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



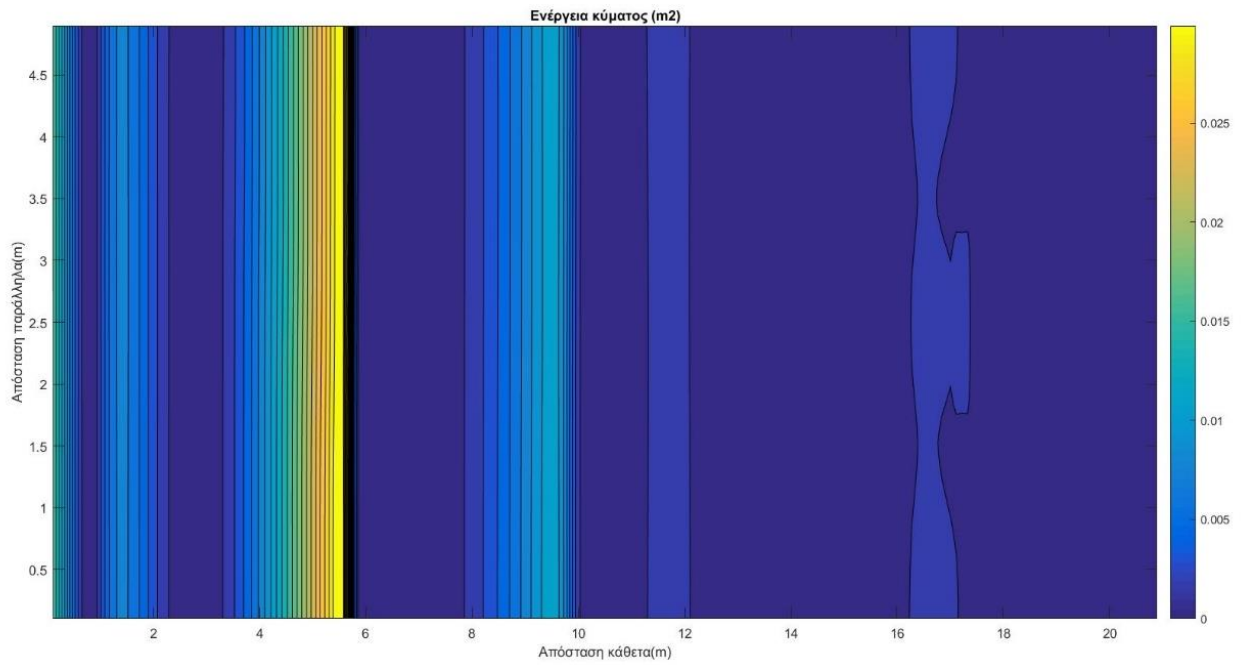
Εικόνα Π.14: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



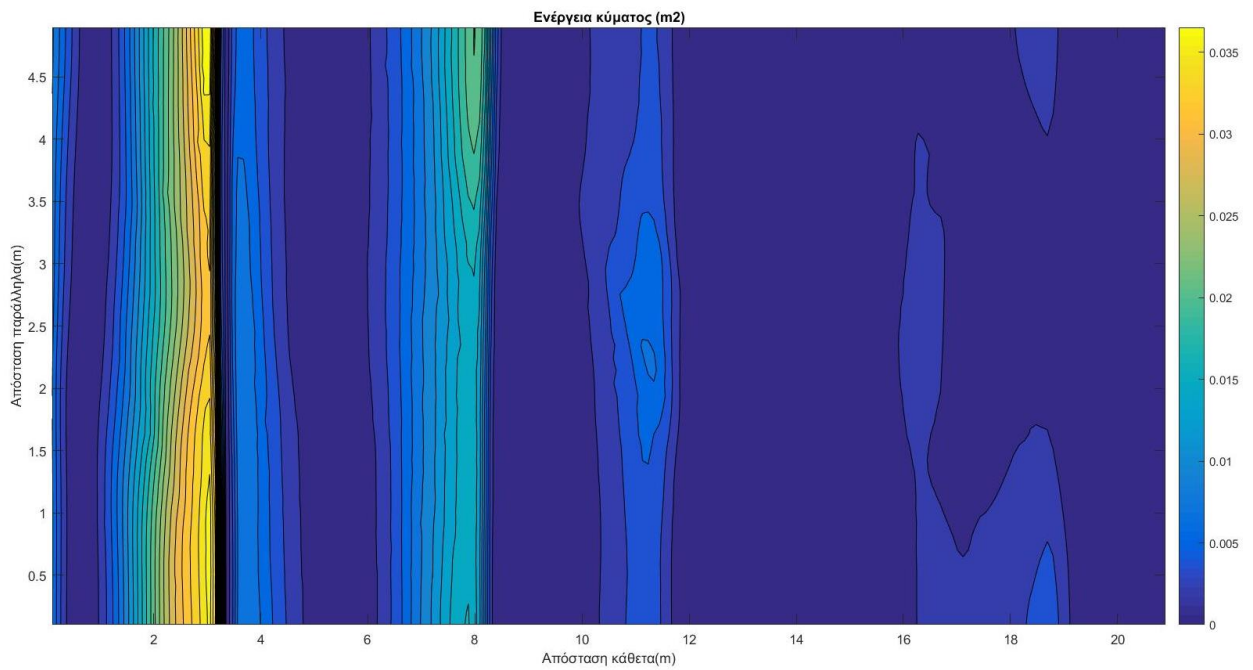
Εικόνα Π.15: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



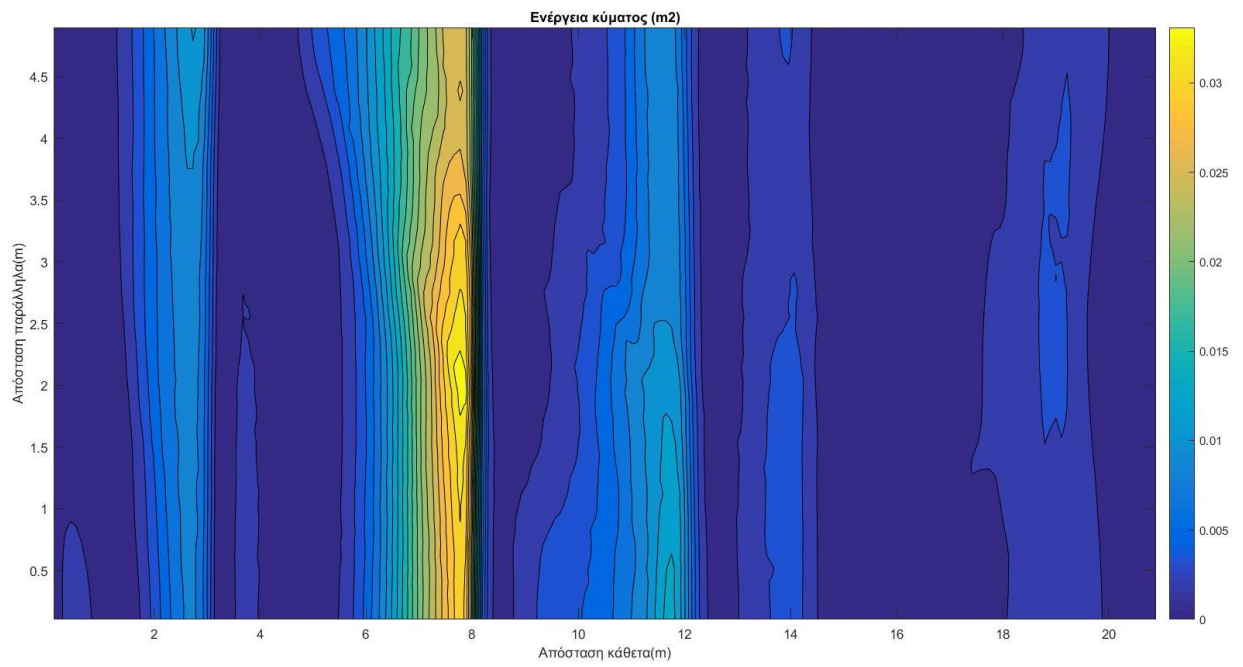
Εικόνα Π.16: Η απεικόνιση του πυθμένα και της ελεύθερης επιφάνειας παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών



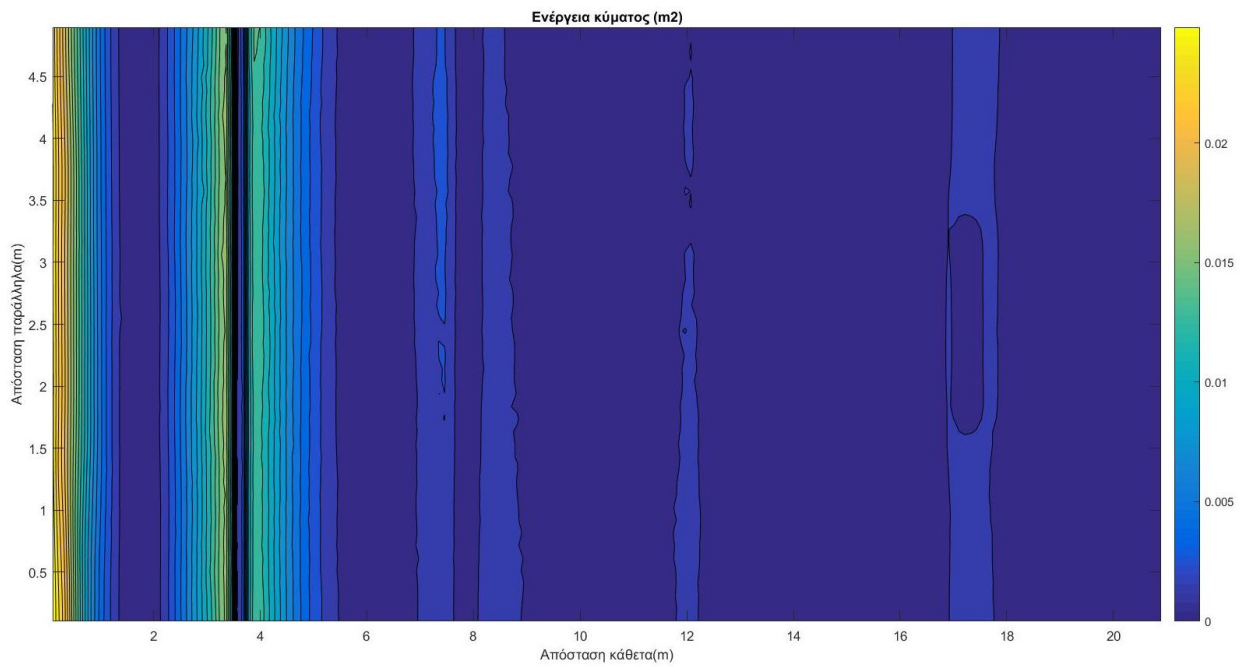
Εικόνα Π.17: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξυλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



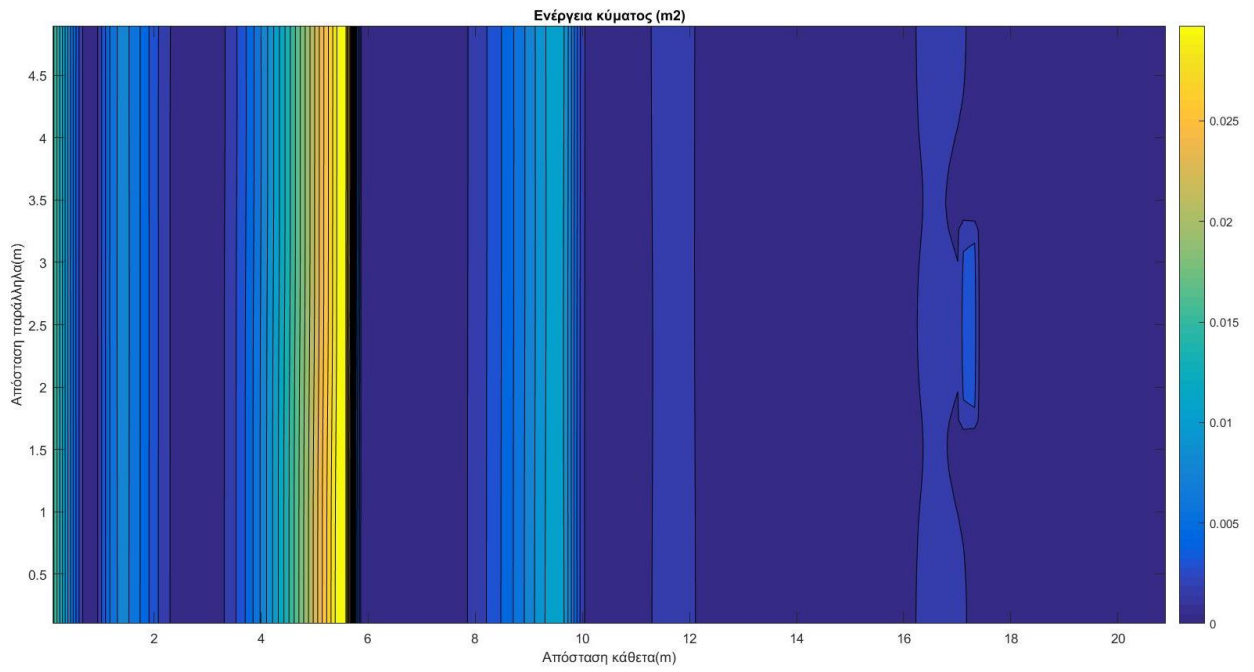
Εικόνα Π.18: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξυλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



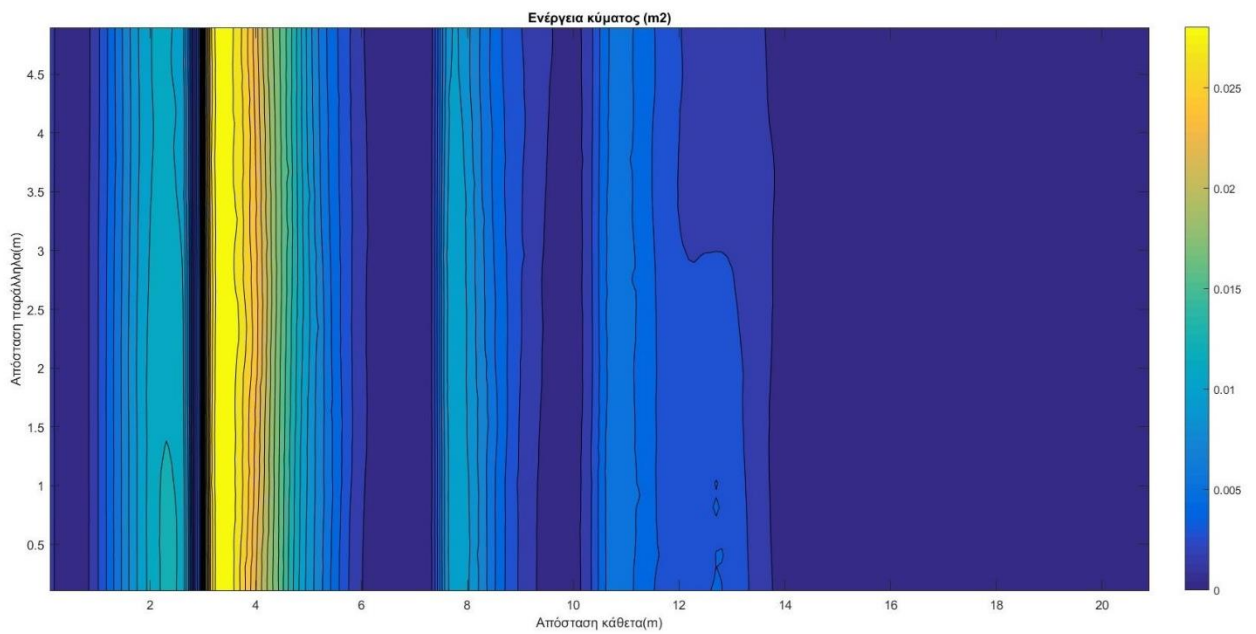
Εικόνα Π.19: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξυλου
κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



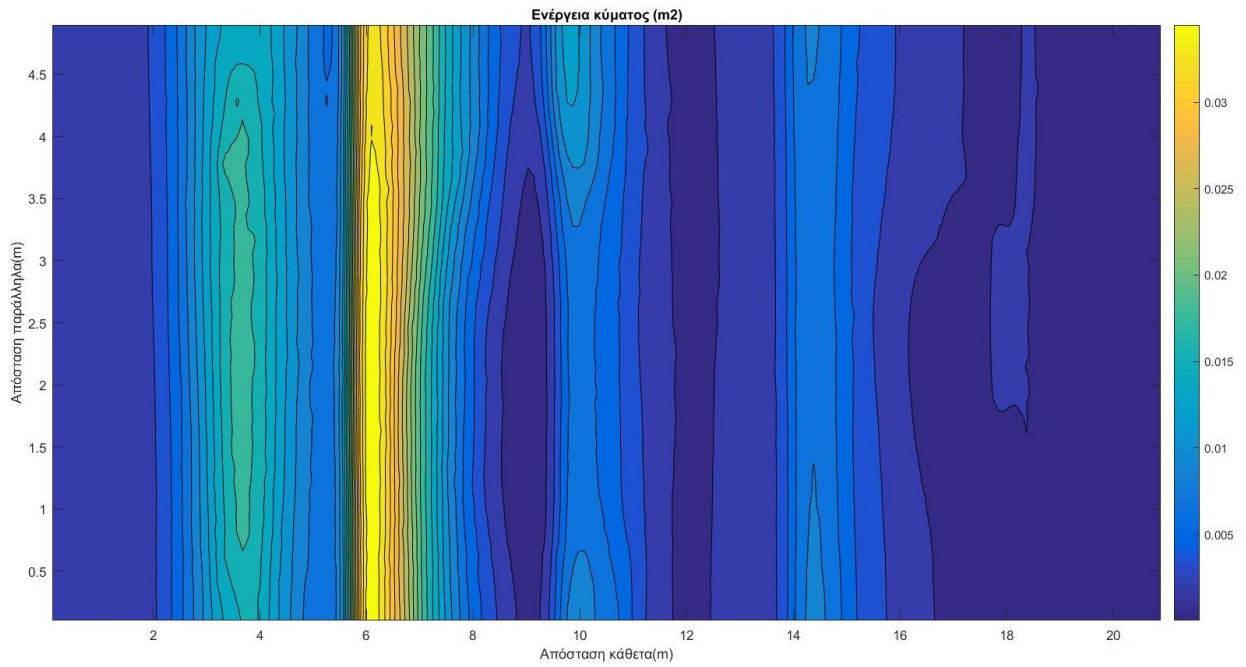
Εικόνα Π.20: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία έξυλου
κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών



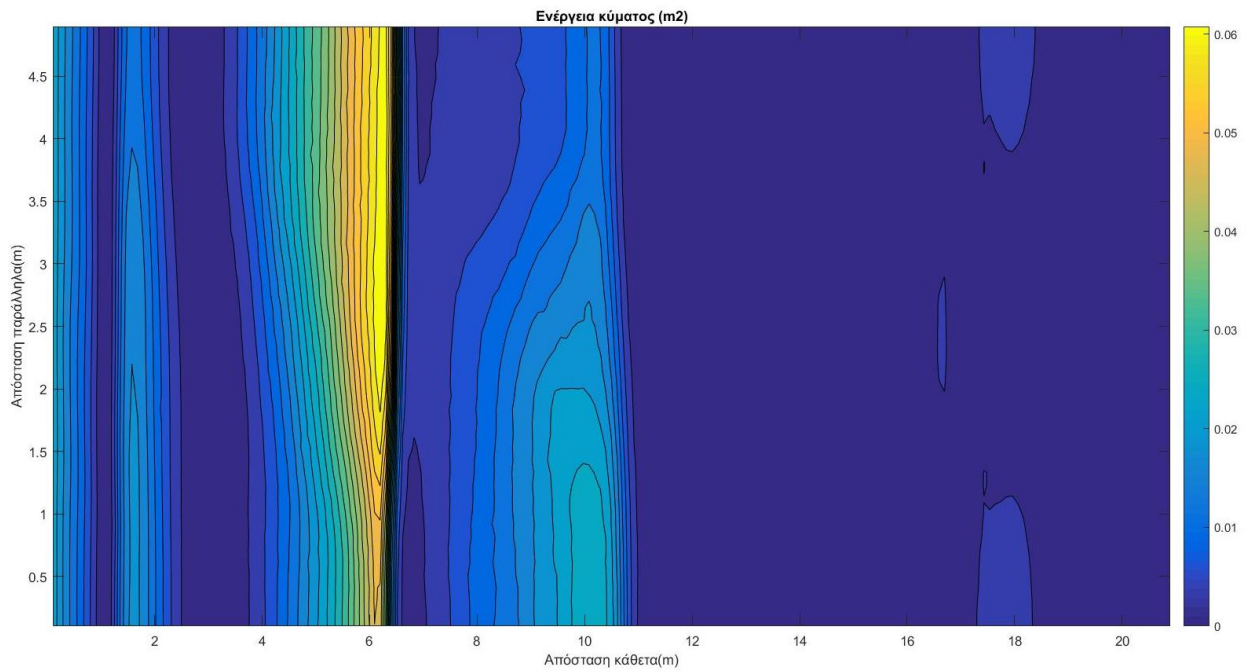
Εικόνα Π.21: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



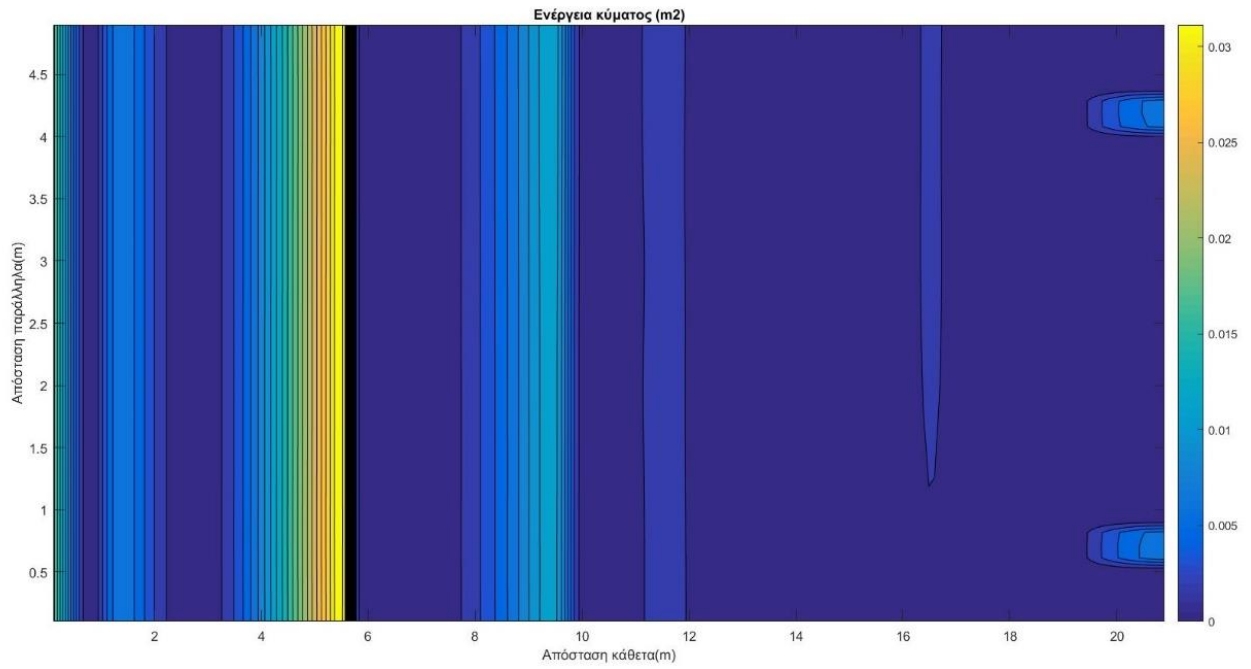
Εικόνα Π.22: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



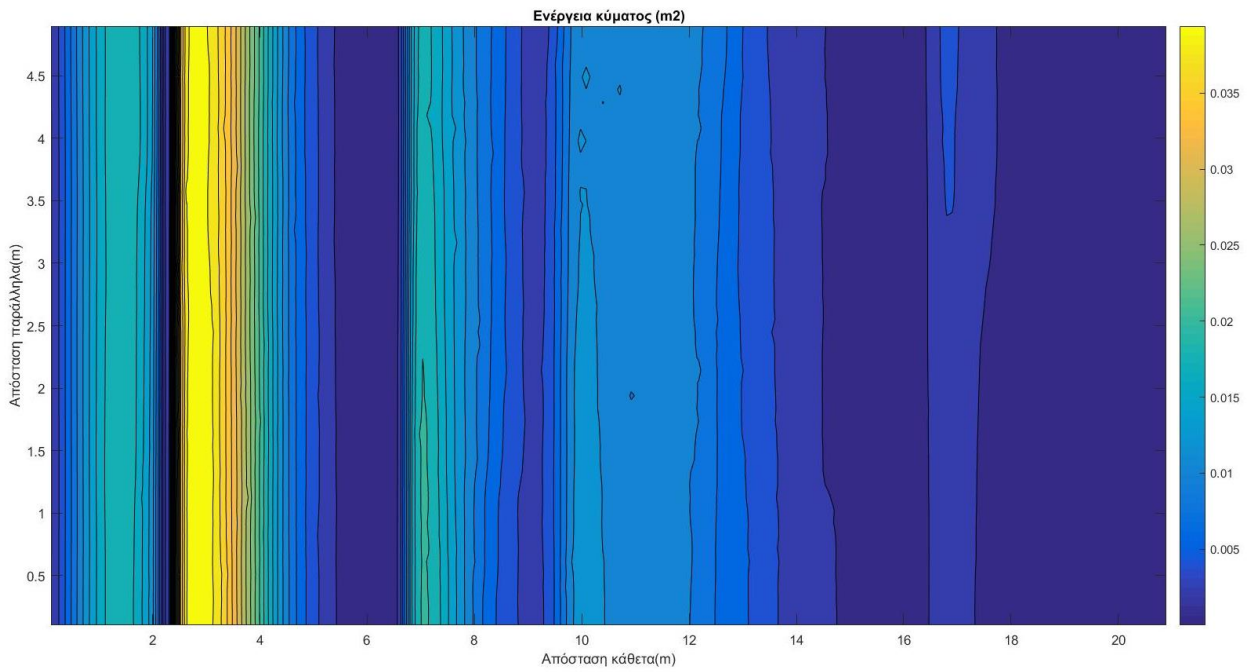
Εικόνα Π.23: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου
 κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



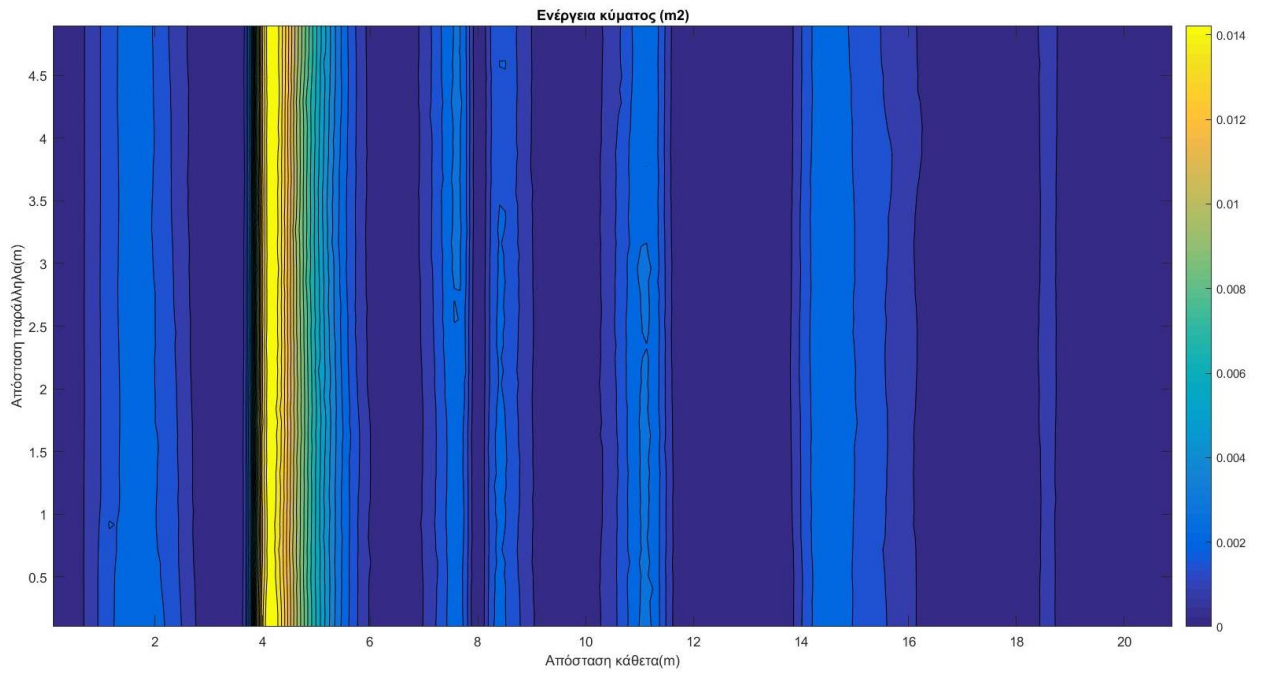
Εικόνα Π.24: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία ύφαλου
 κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών



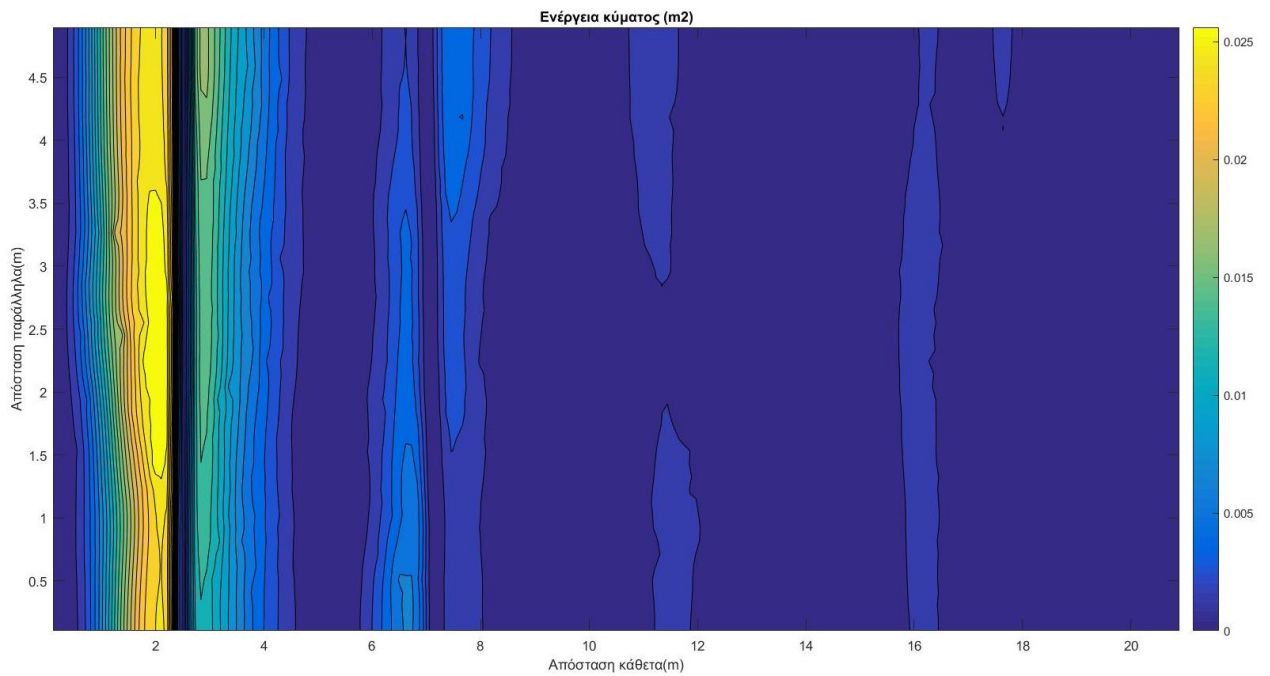
Εικόνα Π.25: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



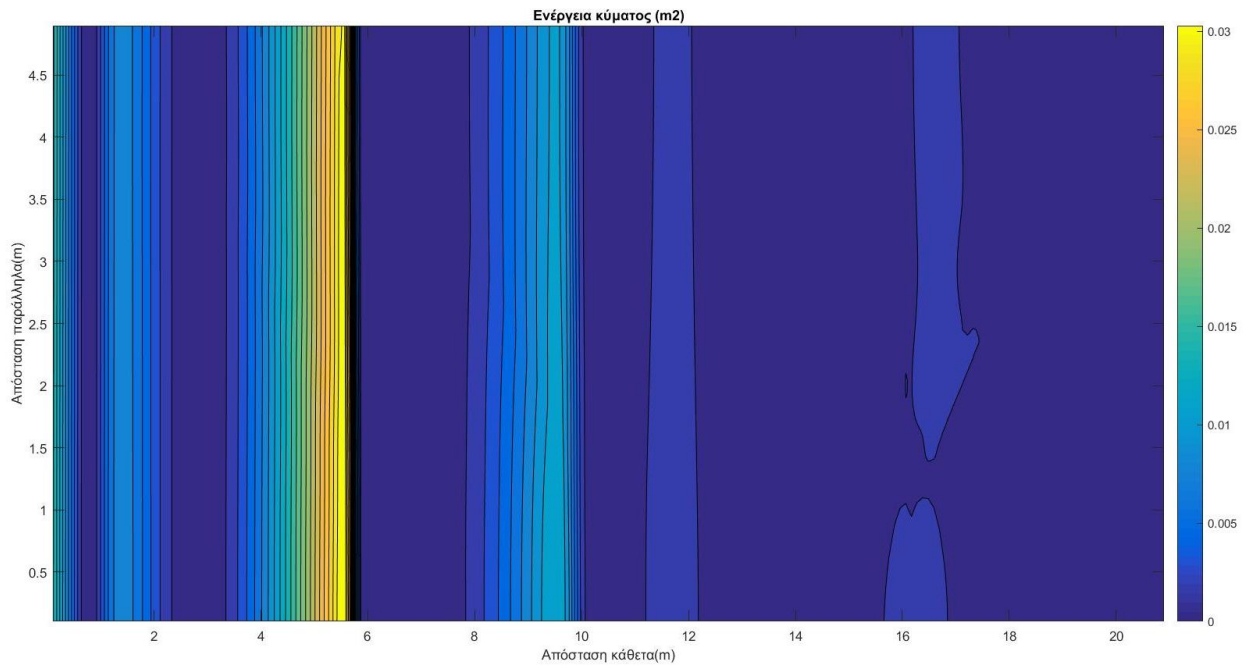
Εικόνα Π.26: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 1 ώρας



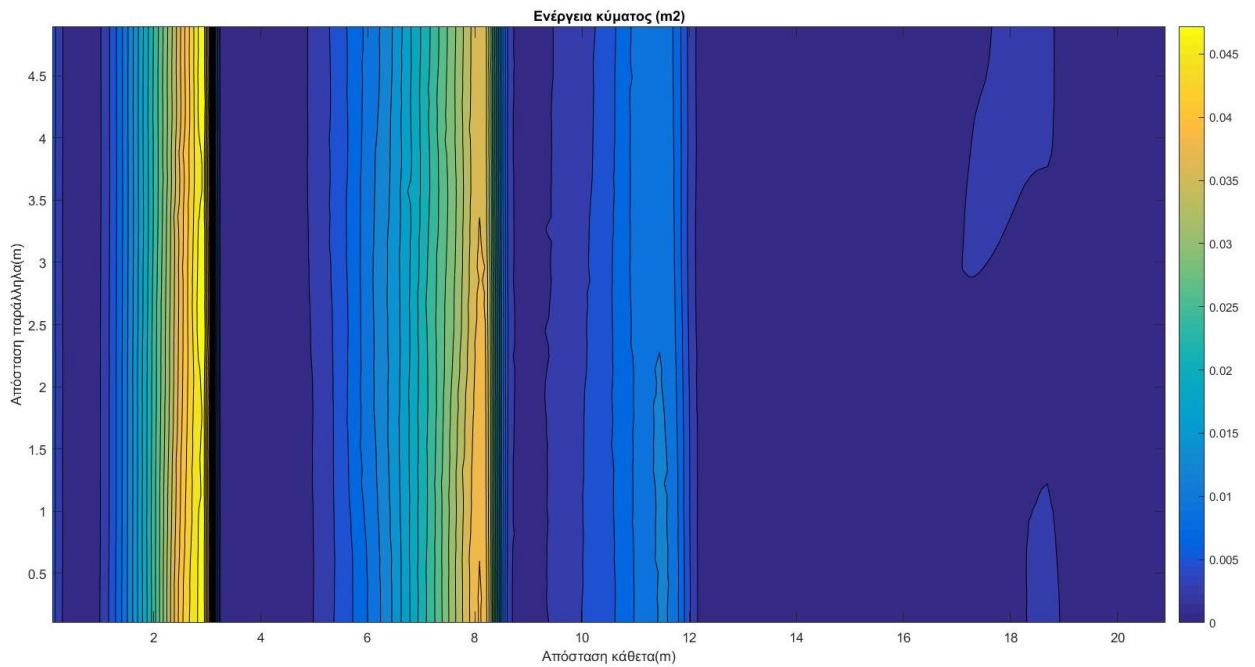
Εικόνα Π.27: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 2 ωρών



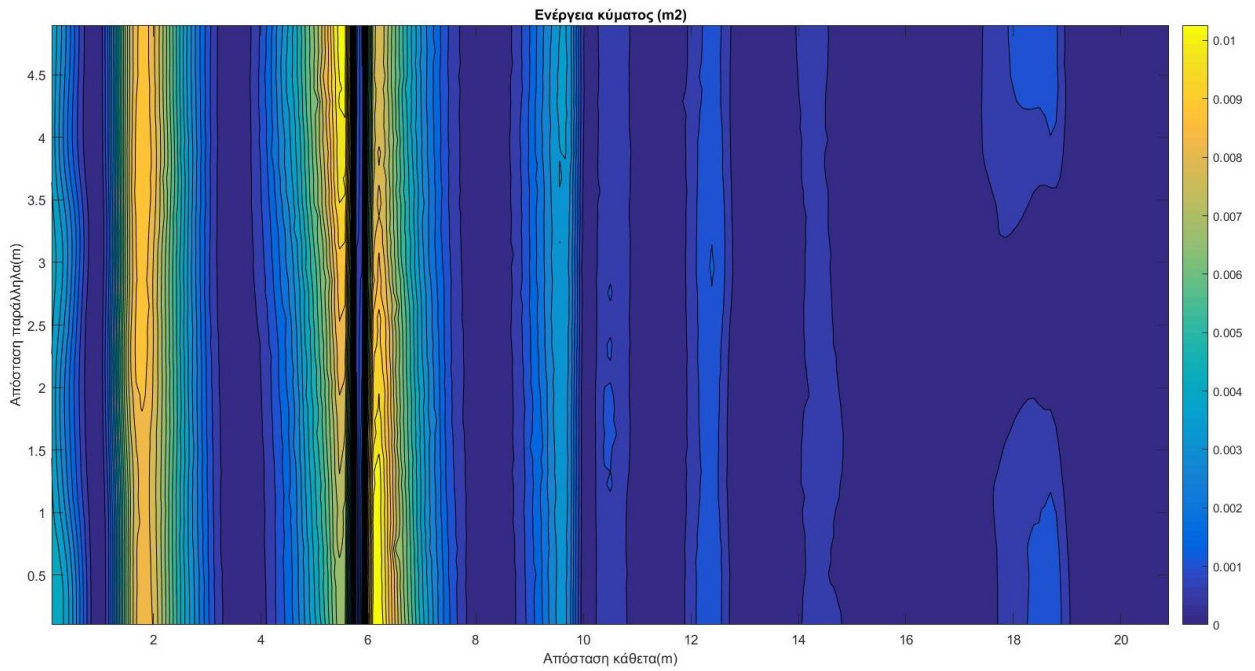
Εικόνα Π.28: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία συστήματος δυο προβόλων μετά από κυματική δράση 5 ωρών



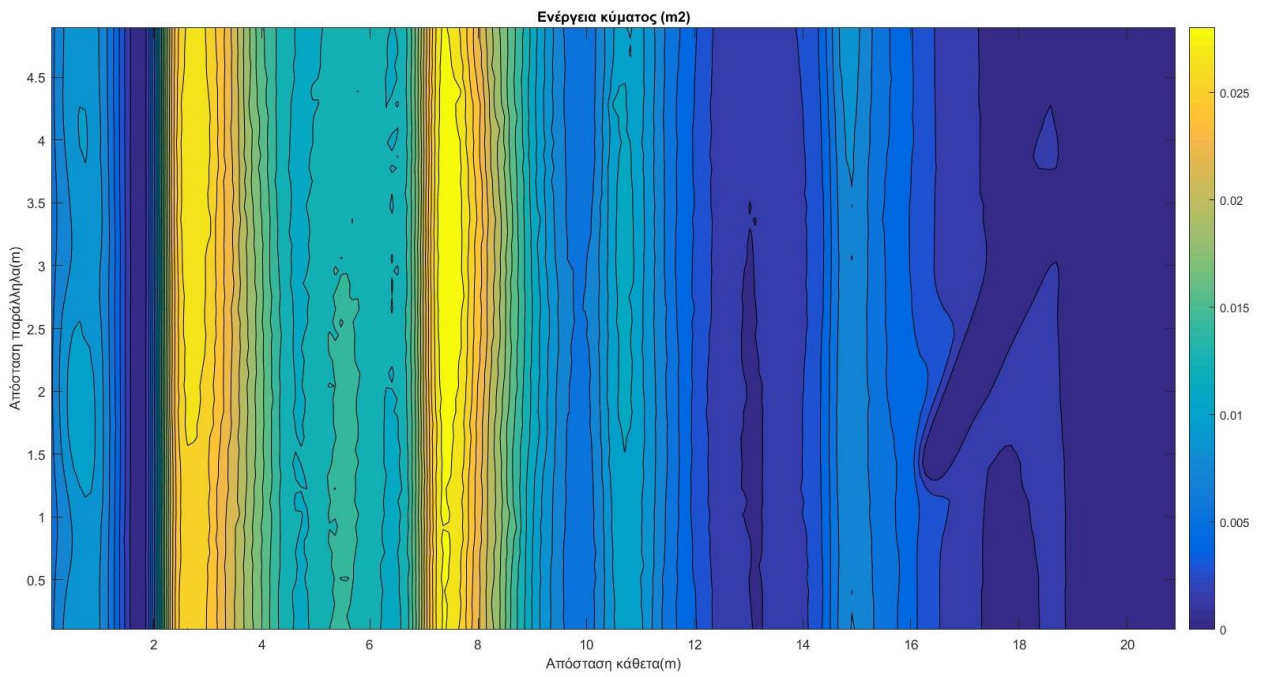
Εικόνα Π.29: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη στα πρώτα στάδια της κυματικής δράσης



Εικόνα Π.30: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 1 ώρας



Εικόνα Π.31: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 2 ωρών



Εικόνα Π.32: Η απεικόνιση της ενέργειας του κύματος παρουσία πλάγιου κυματοθραύστη μετά από κυματική δράση 5 ωρών