



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

“ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ”

**Έλεγχος Σχηματισμού Συστήματος
Πολλαπλών Πρακτόρων Υποβρύχιων
Οχημάτων Βάσει Θέσης και Βάσει
Απόστασης**

Γιάγκας Φώτιος

Επιβλέπων Καθηγητής
Κ.ΚΥΡΙΑΚΟΠΟΥΛΟΣ

6 Ιουνίου 2018

Περίληψη

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, εξετάζεται το πρόβλημα ελέγχου σχηματισμού για ένα αβέβαιο μη γραμμικό σύστημα πολλαπλών πρακτόρων αυτόνομων υποβρυχίων οχημάτων σε ένα μοντέλο αρχηγού-ακολουθών. Χρησιμοποιείται ένα πρωτόκολλο καταμεμημένου προσαρμοστικού ελέγχου ελάχιστης πολυπλοκότητας που επιτυγχάνει τον σχηματισμό μεταξύ των πρακτόρων με προκαθορισμένη απόδοση, γρήγορα, με ακρίβεια καθώς επίσης πραγματοποιεί εκτίμηση των παραμέτρων. Η εκτίμηση των παραμέτρων και οι νόμοι ελέγχου κατανέμονται με την έννοια ότι ο έλεγχος σήματος και οι νόμοι ενημέρωσης κάθε πράκτορα υπολογίζονται αποκλειστικά από τον κάθε πράκτορα σύμφωνα τις σχετικές πληροφορίες για την κατάσταση των γειτόνων του. Ο δυναμικός ελεγκτής πριν χρησιμοποιηθεί τροποποιείται ώστε να μειωθεί η ανάγκη για επικοινωνία μεταξύ των πρακτόρων(ταχύτητα γειτόνων). Ο τροποποιημένος δυναμικός ελεγκτής χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με δύο διαφορετικούς κινηματικούς ελεγκτές ξεχωριστά. Ο πρώτος ελεγκτής χρησιμοποιεί πληροφορίες βάσει της θέσης των γειτόνων κάθε πράκτορα ενώ, σε μία πιο ρεαλιστική προσέγγιση, ο κινηματικός ελεγκτής βάσει θέσης αντικαθίσταται από έναν κινηματικό ελεγκτή βάσει απόστασης. Ο ελεγκτής βάσει απόστασης εκτός από τη διασφάλιση της ευνοϊκής μεταβατική συμπεριφοράς του συστήματος πολλαπλών πρακτόρων, με κατάλληλο σχεδιασμό των καθορισμένων ορίων απόδοσης και των σφαλμάτων απόστασης μεταξύ των παραγόντων, αντιμετωπίζει επίσης τα προβλήματα της διατήρησης συνδεσιμότητας και της αποφυγής σύγκρουσης μεταξύ των γειτονικών πρακτόρων. Επιπλέον, αυξάνει τη ευρωστία του σχηματισμού ώστε να διαμορφώνει τις διαταραχές και μπορεί να αποτρέψει τη σύγκλιση σχηματισμού με λανθασμένα σχήματα υπό την επίδραση των εξωτερικών διαταραχών. Τέλος, πραγματοποιείται προσομοίωση συγκεκριμένου έργου ενός συστήματος πολλαπλών πρακτόρων υποβρυχίων οχημάτων με προσθήκη διαταραχών.

Λέξεις Κλειδιά – Σύστημα Πολλαπλών Πρακτόρων, Προκαθορισμένος Έλεγχος Απόδοσης, Έλεγχος Βάσει Θέσης, Έλεγχος Βάσει Απόδοσης, Μη-Επανδρωμένα Υποβρύχια Οχήματα, Μοντέλο Αρχηγού Ακολουθών

Abstract

In this thesis, we consider the formation control problem for an uncertain nonlinear multi-agent system of Autonomous Underwater Vehicles in a leader-follower scheme. A distributed adaptive control protocol of minimal complexity is used that achieves prescribed, arbitrarily fast and accurate formation establishment among the following agents and the leader, as well as parameter estimation of all following agents. The estimation and control laws are distributed in the sense that the control signal and the update laws of each agent are calculated based solely on local relative state information from its neighborhood set. Before use, the dynamic controller is modified in order to low the communication requirements (neighbor's velocity). The modified dynamic controller is used separately with two different kinematic controllers. The first controller uses information based on the position of each agent's neighbors while, in a more realistic approach, the position based kinematic controller is replaced by a kinematic controller based on distance. The decentralized distance-based formation control scheme with the guaranteed prescribed performance, besides ensuring the favorable transient behavior of the multi-agent system, also deals with the problems of connectivity maintenance and collision avoidance between neighboring agents by appropriate design of the prescribed performance bounds on inter-agent distance errors. Furthermore, the control scheme increases formation robustness to shape distortions and it can prevent formation convergence to incorrect shapes under the effect of external disturbances which is likely to happen in distance based formation control methods. Finally, simulation of a specific project of a multi-agent submarine vehicle system is being carried out with the addition of disturbances.

Index terms— multi-agent, control, prescribed , performance, distance-based, position-based , UUV, leader-follower

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	5
2	Στοιχεία Θεωρίας	7
2.1	Σύστημα πολλαπλών Πρακτόρων	7
2.1.1	Σύστημα αρχηγού με ακόλουθους	8
2.2	Θεωρία γράφων	8
2.2.1	Γράφος	8
2.2.2	Σημαντικές κατηγορίες	9
2.2.3	Βασική ορολογία	10
2.2.4	Η συνδεσιμότητα των κατευθυνόμενων γράφων	11
2.2.5	Κατηγορίες κατευθυνόμενων γράφων	11
2.2.6	Θεωρία Άκαμπτων Γράφων	11
2.3	Μοντελοποίηση μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων	13
2.3.1	Συστήματα Συντεταγμένων	14
2.3.2	Εξισώσεις Κινηματικής 6 βαθμών ελευθερίας	16
2.3.3	Κινητική	17
2.3.4	Εξισώσεις Κίνησης	17
2.3.5	Υδροστατικές δυνάμεις και ροπές	21
2.3.6	Εξισώσεις Κίνησης Συμπεριλαμβανομένων των Ρευμάτων των Ω- κεανών	22
2.3.7	Παραγωγή Ρευμάτων	23
3	Μεθοδολογία	25
3.1	Ανάλυση μεθοδολογίας	25
3.1.1	Γράφος Επικοινωνίας (Βάσει Θέσης)	26
3.1.2	Γειτονικό Σφάλμα Θέσης	27
3.1.3	Δυναμικός Ελεγκτής με κινηματικό Ελεγκτή βάσει Θέσης	29
3.2	Ανάλυση μεθοδολογίας βάσει Απόστασης	38
3.2.1	Αλγόριθμος Αποφυγής Σύγκρουσης	40
3.2.2	Σφάλμα Απόστασης	41
3.2.3	Κινηματικός Ελεγκτής Βάσει Απόστασης	44
4	Αποτελέσματα Προσομοίωσης	46
4.1	Προφίλ Οχήματος	46
4.1.1	Κύριες διαστάσεις και ιδιότητες	46
4.2	Προσομοίωση συγκεκριμένου έργου-Σχηματισμός	47
4.3	Διαταραχές	48
4.4	Έλεγχος βάσει θέσης (Position Based Control)	49
4.5	Έλεγχος Βάσει Απόστασης (Distance Based Control)	54

4.6 Συζήτηση Αποτελεσμάτων	60
5 Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία	62
5.1 Συμπεράσματα	62
5.2 Μελλοντική Εργασία	62
Βιβλιογραφία	64
Α' Παράρτημα	65
Α.1 Κώδικας MATLAB	65
Α.2 Επιπρόσθετα Γραφήματα, Ελεγκτής Βάσει Θέσης	89
Α.3 Επιπρόσθετα Γραφήματα, Ελεγκτής Βάσει Απόστασης	93
Α.4 Χαρακτηριστικά Οχήματος	97

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τα συστήματα πολλαπλών πρακτόρων εμφανίστηκαν πρόσφατα ως ένας φθηνός και εύρωστος τρόπος αντιμετώπισης προβλημάτων που αφορούν ένα ευρύ πεδίο εργασιών όπως η εξερεύνηση, η επιτήρηση, η αναγνώριση καθώς και η συνεργατική κατασκευή και η χειραγώγηση. Η επιτυχία των συστημάτων αυτών στηρίζεται στην αποτελεσματική ανταλλαγή πληροφοριών και τον συντονισμό μεταξύ των μελών της ομάδας. Πιο συγκεκριμένα, το ενδιαφέρον υπόκειται στο γεγονός ότι κάθε πράκτορας παίρνει αποφάσεις αποκλειστικά βάσει της τοπικής αντίληψης. Έτσι, υπάρχει δυσκολία στο σχεδιασμό μιας προσέγγισης κατανεμημένου ελέγχου παρουσία περιορισμένης ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ των πρακτόρων. Προς αυτή την κατεύθυνση, έχοντας ως έμπνευση κάποιες από βιολογικές παρατηρήσεις, ο κατανεμημένος συνεργατικός έλεγχος των συστημάτων πολλαπλών πρακτόρων έχει λάβει μεγάλη προσοχή στη διάρκεια των τελευταίων δύο δεκαετιών (βλ. [1],[10],[18],[20]). Συγκεκριμένα, ο σχηματισμός αρχηγού-ακολουθών, σύμφωνα με την οποία οι ακόλουθοι πράκτορες δημιουργούν ένα άκαμπτο σχηματισμό με τις καταστάσεις του αρχηγού, χρησιμοποιώντας μόνο τοπικά διαθέσιμες πληροφορίες, έχει γίνει πολύ δημοφιλής, αφού το να ακολουθείτε ένας αρχηγός χωρίς ανάγκη κεντρικού συστήματος ελέγχου και χωρίς καθολικό συντονισμό των πληροφοριών είναι ένα επαρκές κίνητρο.

Αν και η πλειοψηφία των εργασιών σε κατανεμημένο συνεργατικό έλεγχο θεωρούν απλά δυναμικά μοντέλα, υπάρχουν πολλά πρακτικά συστήματα μηχανικής που δεν ικανοποιούν αυτή την παραδοχή. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να ληφθούν υπόψη οι αβεβαιότητες του μοντέλου κατά το σχεδιασμό συστημάτων κατανεμημένου ελέγχου.

Ένα θέμα ύψιστης σημασίας που σχετίζεται με τον κατανεμημένο έλεγχο, για συστήματα πολλαπλών πρακτόρων, αφορά το χρόνο μετάβασης στη σταθερή κατάσταση και την απόκριση σταθερής κατάστασης του συστήματος κλειστού βρόχου. Παραδοσιακά, το γειτονικό σφάλμα αποδεικνύεται ότι συγκλίνει εντός ενός υπολειπόμενου συνόλου, του οποίου το μέγεθος εξαρτάται από τις παραμέτρους του σχεδιασμού ελέγχου και ορισμένους άγνωστους (αν και φραγμένους) όρους. Λόγω του γεγονότος ότι η κατάσταση του αρχηγού δεν είναι προσβάσιμη σε όλους τους ακόλουθους, η δυναμική του αρχηγού ενεργεί ως άγνωστη (φραγμένη) διαταραχή εντός της δυναμικής του συνολικού συστήματος πολλαπλών πρακτόρων. Ωστόσο, δεν υπάρχει συστηματική διαδικασία για τον ακριβή υπολογισμό των απαιτούμενων ανώτατων ορίων, κάνοντας έτσι την εκ των προτέρων επιλογή των προαναφερθέντων παραμέτρων

ελέγχου πρακτικά αδύνατη να ικανοποιεί κάποια συγκεκριμένη επιθυμητή σταθερή κατάσταση. Επιπλέον, μεταβατική κατάσταση (δηλαδή το ποσοστό σύγκλισης) είναι δύσκολο να καθοριστεί αναλυτικά καθώς επηρεάζεται έντονα από τη δυναμική του μοντέλου των πρακτόρων και από την κατάσταση της συνολικής υποκείμενης τοπολογίας αλληλεπίδρασης, τα οποία θεωρούνται άγνωστα. Το πρόβλημα της μεταβατικής κατάστασης αντιμετωπίστηκε αρχικά για μονούς ολοκληρωτές και 1ης τάξης μη-γραμμικά συστήματα πολλαπλών παραγόντων υπό μη-κατευθυνόμενους γράφους επικοινωνίας στα [23],[2]. Στη συνέχεια ακολούθησε έννοια του ελέγχου προδιαγραφών απόδοσης (prescribed performance control) [3]. Πρόσφατα, παρουσιάστηκε ένα πρωτόκολλο συγχρονισμού απόδοσης βάσει προδιαγραφών στο [6] για συστήματα μη γραμμικών πολλών πρακτόρων μεγάλης τάξης, το οποίο ωστόσο δεν μπορεί να εφαρμοστεί για το πρόβλημα που αντιμετωπίζετε εδώ αφού η μήτρα κέρδους εισόδου θεωρείται μη διαγώνια και εξαρτάται από την κατάσταση. Στο [8], μια γενική κατηγορία ομοιογενών Λαγκρασιανών μη γραμμικών συστημάτων πολλαπλών πρακτόρων, υπό κατευθυνόμενο πρωτόκολλο επικοινωνίας. Σχεδιάζεται ένας καταναμημένος προσαρμοστικός έλεγχος με την έννοια του ότι κάθε πράκτορας χρησιμοποιεί μόνο τοπικές σχετικές γειτονικές πληροφορίες ώστε να υπολογίσει το δικό του σήμα ελέγχου και να ενημερώσει τις παραμέτρους του, χωρίς να ενσωματώσει καμία προηγούμενη γνώση των παραμέτρων της δυναμικής του μοντέλου. Επιπλέον, τα όρια απόκρισης μεταβατικής και σταθερής κατάστασης είναι προκαθορισμένα από συγκεκριμένες συναρτήσεις απόδοσης και είναι πλήρως αποσυνδεδεμένα από το δυναμικό μοντέλο των πρακτόρων, την υποκείμενη τοπολογία γραφήματος και την επιλογή κέρδους ελέγχου, χαλαρώνοντας περαιτέρω τη διαδικασία σχεδιασμού ελέγχου.

Οι έννοιες και οι τεχνικές της μεθοδολογίας ελέγχου προδιαγεγραμμένης απόδοσης , που αναπτύχθηκαν πρόσφατα σε [3], [4], [5] για αβέβαια μη γραμμικά συστήματα, προσαρμόζονται στο [8] για την αντιμετώπιση του προβλήματος του καταναμημένου ελέγχου σχηματισμού των άγνωστων λαγκρασιανών μη γραμμικών συστημάτων πολλαπλών πρακτόρων.

Ο γράφος επικοινωνίας που χρησιμοποιείται στο [8] είναι βασισμένος στη θέση. Σε μία πιο ρεαλιστική προσέγγιση σε αυτή την εργασία χρησιμοποιείτε άκαμπτη θεωρία γράφων βασισμένη στη απόσταση. Η προσέγγιση αυτή είναι πιο ρεαλιστική καθώς στις υποθαλάσσιες εφαρμογές είναι πιο εύκολη η γνώση της απόστασης ενός πράκτορα από τους γείτονές (χρησιμοποιώντας αισθητήρες απόστασης) του παρά της ακριβούς θέσης του κάθε χρονική στιγμή. Ο κινηματικός ελεγκτής βάσει θέσης αντικαθίσταται από έναν κινηματικό ελεγκτή βάσει απόστασης. Ο ελεγκτής εγγυάται προκαθορισμένη απόδοση. Εκτός από τη διασφάλιση της ευνοϊκής μεταβατικής συμπεριφοράς του συστήματος πολλαπλών πρακτόρων, με κατάλληλο σχεδιασμό των καθορισμένων ορίων επιδόσεων και των σφαλμάτων απόστασης μεταξύ των παραγόντων, αντιμετωπίζονται επίσης τα προβλήματα της συντήρησης συνδεσιμότητας και της αποφυγής σύγκρουσης μεταξύ των γειτονικών πρακτόρων. Επιπλέον, ο ελεγκτής αυξάνει τη δυναμικότητα του σχηματισμού για να διαμορφώσει τις διαταραχές και μπορεί να αποτρέψει τη σύγκλιση σχηματισμού με λανθασμένα σχήματα υπό την επίδραση των εξωτερικών διαταραχών.

Κεφάλαιο 2

Στοιχεία Θεωρίας

2.1 Σύστημα πολλαπλών Πρακτόρων

Ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων (M.A.S.) είναι ένα μηχανογραφικό σύστημα που αποτελείται από ευφυείς πράκτορες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους μέσα σε ένα περιβάλλον. Τα συστήματα πολλαπλών πρακτόρων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση προβλημάτων που είναι δύσκολο ή αδύνατο για έναν μεμονωμένο πράκτορα ή ένα μονολιθικό σύστημα να επιλύσει. Η νοημοσύνη του συστήματος μπορεί να περιλαμβάνει κάποια μεθοδολογική, λειτουργική, διαδικαστική προσέγγιση, αλγοριθμική αναζήτηση ή ενίσχυση μάθησης. Παρόλο που υπάρχουν σημαντικές ομοιότητες, ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων δεν είναι πάντα το ίδιο με ένα μοντέλο που βασίζεται σε πράκτορα (ABM). Ο στόχος ενός ABM είναι να διερευνηθεί η συλλογική συμπεριφορά των πρακτόρων (οι οποίοι δεν χρειάζεται απαραίτητα να είναι "έξυπνοι") υπακούοντας σε απλούς κανόνες, συνήθως σε φυσικά συστήματα, παρά στην επίλυση συγκεκριμένων πρακτικών ή μηχανικών προβλημάτων. Η ορολογία της ABM τείνει να χρησιμοποιείται συχνότερα στις επιστήμες και τα MAS στη μηχανική και την τεχνολογία. Η έρευνα των συστημάτων πολλαπλών πρακτόρων αφορά πράκτορες λογισμικού. Ωστόσο, οι πράκτορες σε ένα τέτοιο σύστημα θα μπορούσαν εξίσου να είναι ρομπότ, άνθρωποι ή ανθρώπινες ομάδες. Ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων μπορεί να περιέχει συνδυασμένες ομάδες ανθρώπινου παράγοντα. Ο πράκτορας είναι ικανός για ανεξάρτητη δράση για λογαριασμό του χρήστη/ιδιοκτήτη του, δηλαδή μπορεί να αποφασίσει τι πρέπει να κάνει για να ικανοποιήσει τους στόχους για τους οποίους σχεδιάστηκε, χωρίς να χρειάζεται εντολές ανά πάσα στιγμή.

Ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων είναι μια κοινωνία από πολλούς πράκτορες που αλληλεπιδρούν ανταλλάσσοντας μηνύματα μέσω ενός δικτύου. Στην γενική περίπτωση κάθε πράκτορας εκπροσωπεί διαφορετικά συμφέροντα και για να αλληλεπιδράσουν επιτυχώς οι πράκτορες πρέπει να διαπραγματευτούν, να συνεργαστούν και να συντονιστούν όπως οι άνθρωποι στις κοινωνίες τους.

Σήμερα, η τεχνολογία πολλαπλών πρακτόρων (M.A.S.) χρησιμοποιείται για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών ελέγχου, όπως προγραμματισμό και σχεδιασμό, διαγνωστικά, παρακολούθηση κατάστασης, καταναμημένος έλεγχος, αποκατάσταση συστήματος, προσομοίωση αγοράς, έλεγχος δικτύου και αυτοματοποίηση. Επιπλέον, η τεχνολογία αυτή εξαπλώνεται σε επίπεδο όπου τα πρώτα συστήματα πολλαπλών πρακτόρων μεταφέρονται από το εργαστήριο σε χρήση, επιτρέποντας στη βιομηχανία να αποκτήσει εμπειρία στη χρήση του (M.A.S.) και επίσης να αξιολογήσει την αποτελεσμα-

τικότητα τους.

2.1.1 Σύστημα αρχηγού με ακόλουθους

Ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων αρχηγού με ακόλουθους (leader-follower) αποτελείται από έναν αρχηγό, ο οποίος παρέχει την επιθυμητή τροχιά του συστήματος, και τους ακόλουθους του, οι οποίοι ενημερώνουν τις καταστάσεις τους χρησιμοποιώντας τοπική ανατροφοδότηση. Αυτή η στρατηγική ελέγχου έχει μια ποικιλία εφαρμογών συμπεριλαμβανομένου του σχηματισμού των μη επανδρωμένων οχημάτων, και τον έλεγχο άκαμπτων ρομποτικών σωμάτων.

2.2 Θεωρία γράφων

Σε ένα σύστημα πολλαπλών πρακτόρων κάθε πράκτορας πρέπει να είναι ικανός να αλληλεπιδρά (συνεργασία, διαπραγμάτευση, συντονισμός) με άλλους πράκτορες ώστε να κάνει τις εργασίες που του αναθέτουμε. Ο τρόπος με τον οποίο οι πράκτορες επικοινωνούν μεταξύ τους βασίζεται στη θεωρία των γράφων.

Η θεωρία γράφων είναι ένα γνωστικό πεδίο των διακριτών μαθηματικών, με εφαρμογές στην πληροφορική, στις επιστήμες μηχανικών, στη χημεία, στην κοινωνιολογία κ.α. Αν και οι απαρχές της θεωρίας θεμελιώθηκαν κατά τον 18ο αιώνα, αναπτύχθηκε μεταπολεμικά ως ξεχωριστό πεδίο των εφαρμοσμένων μαθηματικών.

Στην ελληνική ορολογία οι όροι θεωρία γραφημάτων και θεωρία γράφων χρησιμοποιούνται ως ισοδύναμοι. Προτιμάται ο όρος γράφος, για να διακρίνεται από το γράφημα συνάρτησης. Ανάμεσα στους ποικίλους ορισμούς που απαντώνται, ένας σχετικά πλήρης ορίζει πως η θεωρία γράφων είναι η μελέτη των γράφων (γραφημάτων) και των σχέσεών τους. Οι μαθηματικοί υπολογισμοί επί των γράφων υλοποιούνται με συγκεκριμένους αλγόριθμους. Με γράφους μπορούν να μοντελοποιηθούν πολλές διαφορετικές φυσικές ή τεχνολογικές δομές, όπως π.χ. τα δίκτυα υπολογιστών, όπου το διάγραμμα ενός δικτύου μοντελοποιείται ως ένας απλός κατευθυνόμενος γράφος.

2.2.1 Γράφος

Ο γράφος στον απλούστερο ορισμό του είναι η οπτική αναπαράσταση των σχέσεων που αναπτύσσουν ορισμένες ποσότητες, σχεδιασμένες σε σχέση με ένα σύνολο αξόνων. Ένας άλλος ορισμός που κινείται στο ίδιο εννοιολογικό πλαίσιο της οπτικής αναπαράστασης αναγνωρίζει τον γράφο ως απεικόνιση αποτελούμενη από ένα σύνολο σημείων (κορυφών ή κόμβων) που συνδέονται με γραμμές (ακμές). Στους κατευθυνόμενους ή προσανατολισμένους γράφους οι ακμές απεικονίζονται διανυσματικά.

Σε μία άλλη εκδοχή είναι ένα σύνολο από κόμβους (κορυφές) που ενώνονται μεταξύ τους με ακμές και ορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι κορυφές (κόμβοι). Αν οι ακμές προσανατολίζονται οριζόμενες από διατεταγμένα ζεύγη κόμβων, τότε ο γράφος αποκαλείται κατευθυνόμενος. Αν οι ακμές δεν προσανατολίζονται, οριζόμενες απλώς από διμελή σύνολα και όχι διατεταγμένα ζεύγη, τότε αποκαλείται

μη κατευθυνόμενος. Επιπλέον στοιχεία για τον ορισμό ενός γράφου είναι η σύνδεση των ακμών του με κάποια αξία, οπότε αποκαλείται σταθμισμένος.

Με τη σειρά του πλήρης αποκαλείται ο γράφος που περιέχει ακμές για κάθε ζεύγος κόμβων, αραιός εκείνος που περιέχει λίγες ακμές ή αντίστροφα πυκνός.

Κατευθυνόμενος Γράφος

Οι γράφοι είναι μαθηματικές κατασκευές χρήσιμες για τη μοντελοποίηση αντικειμένων που με κάποιο τρόπο σχετίζονται μεταξύ τους. Σε κάποιες περιπτώσεις, οι σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων είναι αμφίδρομες. Για παράδειγμα, σε ένα γράφημα που μοντελοποιεί ένα δίκτυο γνωριμιών, οι κόμβοι του γράφου απεικονίζουν ανθρώπους και οι ακμές του απεικονίζουν γνωριμιά μεταξύ δύο ανθρώπων. Για τέτοιους σκοπούς, χρησιμοποιούνται μη κατευθυνόμενα γραφήματα.

Σε άλλες περιπτώσεις, οι σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων δεν είναι αμφίδρομες και έχει νόημα η κατεύθυνση της σχέσης που τα συνδέει. Μια τέτοια περίπτωση, για παράδειγμα, είναι μια ροή εργασιών. Ή το σύνολο των τηλεφωνημάτων που έγιναν σε κάποια περιοχή για μια χρονική ζώνη είναι επίσης μία περίπτωση όπου η κατεύθυνση έχει νόημα. Στις περιπτώσεις αυτές, χρησιμοποιούνται κατευθυνόμενα γραφήματα.

Ένας κατευθυνόμενος γράφος είναι ένα ζευγάρι $G = (V, A)$ ή $G = (V, E)$ από:

- ένα σύνολο V , του οποίου τα στοιχεία καλούνται κορυφές ή κόμβοι,
- ένα σύνολο A από διατεταγμένα ζεύγη κορυφών, που ονομάζονται τόξα, κατευθυνόμενες ακμές ή βέλη.

Διαφέρει από έναν μη κατευθυνόμενο γράφο στο ότι ο τελευταίος αποτελείται από ένα σύνολο μη διατεταγμένων ζευγών από κορυφές, οι οποίες ονομάζονται συνήθως ακμές.

Μη κατευθυνόμενο γράφημα

Ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα είναι εκείνο στο οποίο οι ακμές δεν έχουν προσανατολισμό. Η ακμή (α, β) είναι ταυτόσημη με την άκρη (β, α) , δηλαδή, δεν υπάρχουν διατεταγμένα ζεύγη, αλλά σύνολα u , (ή 2-πολυσύνολα) των κορυφών.

2.2.2 Σημαντικές κατηγορίες

Τυπικός γράφος

Ένα τυπικό γράφημα είναι ένα γράφημα, όπου κάθε κορυφή έχει τον ίδιο αριθμό γειτόνων, δηλαδή, κάθε κορυφή έχει τον ίδιο βαθμό ή σθένος. Ένα τυπικό γράφημα με κορυφές k βαθμού καλείται K -τυπικό γράφημα ή τυπικό γράφημα βαθμού k .

Πλήρης γράφος

Ένα πλήρες γράφημα έχει το χαρακτηριστικό ότι κάθε ζευγάρι κορυφών έχει μια ακμή που να τους συνδέει.

Πεπερασμένος και άπειρος γράφος

Ένα πεπερασμένο γράφημα είναι ένα γράφημα $G = (V, E)$ έτσι ώστε V και E να είναι πεπερασμένα σύνολα. Ένα άπειρο γράφημα είναι ένα γράφημα με ένα άπειρο σύνολο κορυφών ή ακμών ή και τα δύο. Πολύ συχνά στη θεωρία γραφημάτων υπονοείται ότι τα γραφήματα που συζητώνται είναι πεπερασμένα. Εάν τα γραφήματα είναι άπειρα, αυτό συνήθως αναφέρεται συγκεκριμένα.

Κλάσεις γραφημάτων από πλευράς συνδεσιμότητας

Σε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα G , δύο κορυφές u και v ονομάζονται συνδεδεμένες αν το G περιέχει μια διαδρομή από το u στο v . Σε αντίθετη περίπτωση, καλούνται μη συνδεδεμένες. Ένα γράφημα ονομάζεται συνδεδεμένο αν κάθε ζεύγος διακριτών κορυφών στο γράφημα είναι συνδεδεμένο. Αλλιώς, το γράφημα ονομάζεται μη συνδεδεμένο.

Ένα γράφημα λέγεται k -*vertex*-*connected* ή k -*edge*-*connected* αν δεν υπάρχει σύνολο από $k - 1$ κορυφές (αντίστοιχα, ακμές) που όταν αφαιρεθούν να αποσυνδέεται το γράφημα. Ένα k -*vertex*-*connected* γράφημα καλείται συχνά απλά ως k -*connected*. Ένα κατευθυνόμενο γράφημα λέγεται ασθενώς συνδεδεμένο εάν αντικαθιστώντας όλες τις κατευθυνόμενες ακμές του με μη-κατευθυνόμενες ακμές παράγεται ένα συνδεδεμένο (μη-κατευθυνόμενο) γράφημα. Είναι άρρηκτα συνδεδεμένο ή ισχυρό αν περιέχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από τον u στον v και ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από τον v με u για κάθε ζεύγος κορυφών u, v .

2.2.3 Βασική ορολογία

Ένα τόξο $e = (x, y)$ κατευθύνεται από το x προς το y . Το y ονομάζεται κεφαλή και το x ονομάζεται ουρά του βέλους. Το y είναι ο άμεσος απόγονος του x , και το x είναι ο άμεσος πρόγονος του y . Εάν υπάρχει ένα μονοπάτι από ένα ή περισσότερα διαδοχικά τόξα που συνδέει το x με το y , τότε λέμε ότι το y είναι απόγονος του x , και ότι το x είναι πρόγονος του y . Το τόξο $e(y, x)$ είναι το (x, y) ανεστραμμένο.

Ένας κατευθυνόμενος γράφος G ονομάζεται συμμετρικός αν, για κάθε τόξο που ανήκει στο G , το αντίστοιχο ανεστραμμένο τόξο ανήκει επίσης στο G . Ένας συμμετρικός κατευθυνόμενος γράφος που δεν περιέχει βρόχους είναι ισοδύναμος με έναν μη κατευθυνόμενο γράφο όπου κάθε ζευγάρι από ανεστραμμένα τόξα έχει αντικατασταθεί από μία ακμή. Έτσι ο αριθμός των ακμών του μη κατευθυνόμενου γράφου είναι ίσος με το μισό του αριθμού των τόξων του κατευθυνόμενου γράφου.

Ένας προσανατολισμός ενός απλού μη κατευθυνόμενου γράφου μπορεί να προκύψει αν προσθέσουμε σε κάθε ακμή του και μία κατεύθυνση. Κάθε κατευθυνόμενος γράφος που προκύπτει με τον τρόπο αυτό ονομάζεται κατευθυνόμενος γράφος. Μία διαφορά ανάμεσα σε έναν απλό κατευθυνόμενο γράφο και σε έναν προσανατολισμένο γράφο είναι ότι αν οι x και y είναι κορυφές, τότε σε έναν απλό κατευθυνόμενο γράφο επιτρέπεται να υπάρχουν και η ακμή (x, y) αλλά και η ακμή (y, x) , ενώ σε έναν προσανατολισμένο γράφο επιτρέπεται να υπάρχει μόνο μία από τις ακμές αυτές.

Ένας κατευθυνόμενος γράφος με βάρη είναι ένας κατευθυνόμενος γράφος στον ο-

ποίο έχουμε συσχετίσει με κάθε ακμή ένα βάρος. Ένας κατευθυνόμενος γράφος με βάρη ονομάζεται δίκτυο. Ο πίνακας γειννίασης ενός κατευθυνόμενου γράφου (με βρόχους και πολλαπλά τόξα) είναι ένας πίνακας ακεραίων με γραμμές και στήλες που αντιστοιχούν στις κορυφές, όπου το στοιχείο a_{ij} του πίνακα αντιστοιχεί στο πλήθος των τόξων από την κορυφή i στην κορυφή j , ενώ τα στοιχεία της διαγωνίου a_{ii} αντιστοιχούν στον αριθμό των βρόχων της κορυφής i . Ένας άλλος πίνακας περιγραφής ενός κατευθυνόμενου γράφου είναι ο πίνακας αντιστοιχιών.

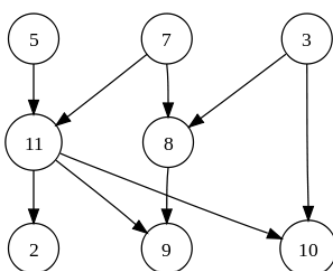
2.2.4 Η συνδεσιμότητα των κατευθυνόμενων γράφων

Ένας κατευθυνόμενος γράφος G ονομάζεται χαλαρά συνεκτικός (ή απλά συνεκτικός) εάν ο μη κατευθυνόμενος γράφος που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε όλες τις κατευθυνόμενες ακμές του G με μη κατευθυνόμενες ακμές είναι ένας συνεκτικός γράφος. Ένας κατευθυνόμενος γράφος είναι ισχυρά συνεκτικός εάν για κάθε ζευγάρι κορυφών u , υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από την κορυφή u στην κορυφή v καθώς και ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από την κορυφή v στην κορυφή u . Οι ισχυρές συνιστώσες ενός γράφου είναι τα μέγιστα ισχυρά συνεκτικά του υπογραφήματα.

2.2.5 Κατηγορίες κατευθυνόμενων γράφων

Ένας κατευθυνόμενος άκυκλος γράφος είναι ένας κατευθυνόμενος γράφος χωρίς κατευθυνόμενους κύκλους. Ειδικές περιπτώσεις κατευθυνόμενων άκυκλων γράφων είναι τα πολυδέντρα (γράφοι στους οποίους δεν υπάρχουν δύο κατευθυνόμενα μονοπάτια που να ξεκινούν από την ίδια κορυφή και να καταλήγουν πάλι στην ίδια κορυφή), τα προσανατολισμένα δέντρα (οι κατευθυνόμενοι γράφοι που κατασκευάζονται όταν δώσουμε προσανατολισμό σε μη κατευθυνόμενους άκυκλους γράφους), και τα ριζωμένα δέντρα (προσανατολισμένα δέντρα στα οποία όλες οι ακμές του μη κατευθυνόμενου δέντρου κατευθύνονται μακριά από τη ρίζα).

Σχήμα 2.1: Ένας απλός κατευθυνόμενος άκυκλος γράφος



2.2.6 Θεωρία Άκαμπτων Γράφων

Θεωρούμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με l ακμές και n κορυφές, που δηλώνεται με $G \triangleq (V, E)$. Το $V = \{1, 2, \dots, n\}$ είναι το σύνολο κορυφών και $E \subset V \times V$ είναι το

σύνολο μη κατευθυνόμενων ακμών στις οποίες αν το ζεύγος κορυφών $(i, j) \in E$ τότε $(j, i) \in E$. Το σύνολο των γειτόνων του κόμβου i ορίζεται ως

$$N_i(E) = \{j \in V \mid (i, j) \in E\}. \quad (2.1)$$

Ορίζεται $p_i \in \mathfrak{R}^m$ με $m = \{2, 3\}$ το οποίο υποδεικνύει ένα σημείο το οποίο προσδιορίζεται από το $i \in V$. Το διάνυσμα $p = col(p_i) \in \mathfrak{R}^{mn}$, αντιπροσωπεύει την πραγματοποίηση του G σε R^m . Το ζεύγος $F \triangleq (G, p)$ λέγεται ότι είναι πλαίσιο του G στο R^m . Δεδομένου ότι η σειρά των ακμών στο E είναι αυθαίρετη, μια συνάρτηση ακμής (συνάρτηση ακαμψίας) $\Phi_G : \mathfrak{R}^{mn} \rightarrow R^l$ που σχετίζεται με το (G, p) δίνεται ως :

$$\Phi_G(p) = [\dots, \|p_i - p_j\|^2, \dots]^T, \quad (i, j) \in E. \quad (2.2)$$

Ορισμός: Το πλαίσιο $F = (G, p)$ είναι άκαμπτο εάν υπάρχει μια γειτονιά U_p από $p \in \mathfrak{R}^{mn}$ τέτοια ώστε το $\Phi_G^{-1}\Phi_G(p) \cap U_p = \Phi_H^{-1}[\Phi_H(p)] \cap U_p$ όπου το H είναι ένας πλήρης γράφος με n κορυφές και Φ^{-1} είναι ένα σύνολο θέσεων $q \in \mathfrak{R}^{mn}$ που ικανοποιεί το $\Phi_G(p) = \Phi_G(q)$.

Ο ορισμός αυτός σημαίνει ότι σε ένα άκαμπτο πλαίσιο, διατηρώντας το μήκος ακμών και ταυτόχρονα μετακινώντας μια ή μέρος των κορυφών του γράφου δεν επηρεάζει τις αποστάσεις μεταξύ των άλλων κορυφών. Ο πίνακας ακαμψίας $R : \mathfrak{R}^{mn} \rightarrow \mathfrak{R}^{l \times mn}$ του $F = (G, p)$ ορίζεται ως:

$$R(0) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_G(p)}{\partial p}. \quad (2.3)$$

Κάθε σειρά της μήτρας ακαμψίας $R(q)$ λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$[0_{1 \times m}^T \dots (p_i - p_j)^T \dots 0_{1 \times m}^T \dots (p_j - p_i)^T \dots [0_{1 \times m}^T] \quad (2.4)$$

Σαφώς, ο πίνακας ακαμψίας εξαρτάται μόνο από τις σχετικές θέσεις έτσι μπορεί να γραφεί και ως $R(\tilde{p})$ όπου $\tilde{p} = col(\tilde{p}_{ij}) \in \mathfrak{R}^{mn}$ στην οποία $\tilde{p}_{ij} = p_i - p_j, (i, j) \in E$. Είναι γνωστό ότι ισχύει $rank[R(p)] \leq 2n - 3$ στο \mathfrak{R}^2 και βαθμός $rank[R(p)] \leq 3n - 6$ στο R^3 .

Ορισμός: Ένα πλαίσιο $F = (G, p)$ είναι άπειρα άκαμπτο σε χώρο διαστάσεων m εάν[12]:

$$rank[R(p)] = mn - \frac{m(m+1)}{2}. \quad (2.5)$$

Από τον ορισμό προκύπτει ότι το πλαίσιο $F = (G, p)$ είναι άπειρα άκαμπτο στο R^2 (ή R^3) αν και μόνο αν $rank[R(p)] = 2n - 3$ (αντίστοιχα $[R(p)] = 3n - 6$).

Ορισμός : Ένα άκαμπτο πλαίσιο λέγεται ότι είναι ελάχιστα άκαμπτο εάν δεν μπορεί να αφαιρεθεί κανένας περιορισμός απόστασης μεταξύ διαφόρων παραγόντων χωρίς να αναγκάσει το γράφημα να χάσει την ακαμψία του. Στο R^2 (αντίστοιχα R^3) ένα άκαμπτο πλαίσιο (G, p) είναι ελάχιστα άκαμπτο αν $l = 2n - 3$ (αντίστοιχα $l = 3n - 6$).

Εάν ένα πλαίσιο είναι άπειρα άκαμπτο στο \mathbb{R}^2 (\mathbb{R}^3) και στον υποκείμενο γράφο του έχει ακριβώς $2n - 3(3n - 6)$ ακμές, τότε ονομάζεται ελάχιστα και άπειρα άκαμπτο πλαίσιο. Αν το $\Phi_G(p) = \Phi_G(q)$ ισχύει για τα πλαίσια (G, p) και (G, q) , λέγεται ότι είναι ισοδύναμες. Επί πλέον αν $\|p_i - p_j\| = \|q_i - q_j\|$ για $\forall i, j \in V$, τότε τα δύο πλαίσια είναι σύμφωνα. Μια ισομετρία του \mathbb{R}^m είναι ένα χάρτης $Q : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ ικανοποιώντας [4]:

$$\|x - y\| = \|Q(x) - Q(y)\|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^m, \quad (2.6)$$

όπου το Q αντιπροσωπεύει την περιστροφή, τη μετατόπιση και την αντανάκλαση του διανύσματος $x - y \in \mathbb{R}^m$. Το $Iso(F)$ υποδηλώνει το σύνολο όλων των ισομετρικών πλαισίων του F . Σημειώνεται ότι 2.2 είναι αμετάβλητο κάτω από ισομετρικές κινήσεις του F . Τα δύο άπειρα άκαμπτα τα πλαίσια (G, p) και (G, q) λέγεται ότι είναι αμφίπλευρα, εάν είναι ισοδύναμα αλλά δεν συμφωνούν.

Λήμμα : Θεωρούμε δύο πλαίσια $F = (G, p)$ και $F^* = (G, p^*)$ τα οποία μοιράζονται τον ίδιο γράφο $G = (V, E)$. Εάν F^* είναι απεριόριστα άκαμπτο και $dist(p; Iso(F^*)) \leq \epsilon$ όπου ϵ είναι μια επαρκής μικρή θετική σταθερά, τότε το F είναι επίσης απεριόριστα άκαμπτο [7].

2.3 Μοντελοποίηση μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων

Ένας από τους ασφαλέστερους τρόπους για την εξερεύνηση του βυθού είναι η χρήση μικρών μη-επανδρωμένων οχημάτων που πραγματοποιούν διάφορες αποστολές και μετρήσεις καθώς δεν διακινδυνεύετε η ζωή των ανθρώπων. Με την έλευση των υποβρυχίων οχημάτων, η ικανότητα διερεύνησης των βαθέων υδάτων είναι εξαιρετικά βελτιωμένη. Σήμερα τα υποβρύχια οχήματα γίνονται όλο και πιο δημοφιλή ειδικά για την περιβαλλοντική παρακολούθηση αλλά και για αμυντικούς σκοπούς. Η σημασία των αυτόνομων υποβρύχιων οχημάτων (AUVs) στις περιοχές της έρευνας μπορεί εύκολα να γίνει κατανοητό εάν τα μη επανδρωμένα υποβρύχια οχήματα (UUV) εάν διερευνηθεί το πρόγραμμα για το Ναυτικό των ΗΠΑ που περιγράφεται παρακάτω:

“Τα προγράμματα UUV θα επεκτείνουν τη γνώση και τον έλεγχο του υποθαλάσσιου χώρου μάχης μέσω της χρήσης οικονομικά αποδοτικών αισθητήρων ικανών λειτουργούν αξιόπιστα σε περιοχές υψηλού κινδύνου και πολιτικής ευαισθησίας. Θα παρέχουν μη επανδρωμένα συστήματα ικανά να βελτιώνουν, να συμπληρώνουν ή να αντικαθιστούν επανδρωμένα άτομα ώστε να βελτιωθεί η αποτελεσματικότητα της δύναμης, να μειωθεί το κόστος και να μειωθεί ο κίνδυνος για τους ανθρώπους και τις πλατφόρμες.”

Τα μη επανδρωμένα υποβρύχια οχήματα (UUV) εμπίπτουν στο πεδίο “Τηλεχειριζόμενα Οχήματα (ROVs), χρησιμοποιούνται ευρέως σε εμπορικές, επιστημονικές και στρατιωτικές αποστολές για την εξερεύνηση της θερμοκρασίας και τη σύνθεση του περιβάλλοντος υγρού, την τρέχουσα ταχύτητα, τα παλιρροϊκά νερά και τις μορφές ζωής στα φυσικά ενδιατήματα. Μια διμοιρία μη επανδρωμένων οχημάτων θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να εξερευνηθεί αποτελεσματικότερα το υποβρύχιο περιβάλλον.

Η μαθηματική μοντελοποίηση υποβρυχίων οχημάτων είναι μια ευρέως ερευνημένη

περιοχή, μεγάλος όγκος πληροφοριών είναι διαθέσιμος μέσω του Διαδικτύου καθώς και από άλλες πηγές. Οι εξισώσεις κίνησης για υποβρύχια οχήματα δίνονται με λεπτομέρειες στο [11], συμπεριλαμβανομένων των παραγώγων υδροδυναμικών σταθερών ορισμένων υποβρύχιων οχημάτων. Το υλικό που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο είναι σε μεγάλο βαθμό διαμορφωμένο από το [11]. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναπτυχθούν οι γενικευμένες εξισώσεις κίνησης, 6 βαθμών ελευθερίας (6-DOF), για ένα υποβρύχιο όχημα. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιούνται κάποιες παραδοχές:

- Το όχημα συμπεριφέρεται ως άκαμπτο σώμα (σώμα στο οποίο η σχετική θέση όλων των σημείων του είναι σταθερή).
- Η περιστροφή της γης είναι αμελητέα όσον αφορά τα στοιχεία επιτάχυνσης του κέντρου μάζας και οι υδροδυναμικοί συντελεστές ή παράμετροι είναι σταθεροί.

Οι παραδοχές που προαναφέρθηκαν παρακάμπτουν τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των στοιχείων της μάζας και και των δυνάμεων που οφείλονται στην κίνηση της Γης.

Οι κύριες δυνάμεις που δρουν στο όχημα είναι αδρανειακές, βαρυτικές, υδροστατικές και υδροδυναμικές. Αυτές οι δυνάμεις συνδυάζονται για να προκύψει η υδροδυναμική συμπεριφορά του σώματος.

Οι εξισώσεις κίνησης των μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων περιλαμβάνει δύο πεδία της μηχανικής, της στατικής και της δυναμικής. Από τη μία η στατική περιλαμβάνει τις δυνάμεις οι οποίες παράγουν σημεία ισορροπίας, όπως η άνωση ή η βαρύτητα ενώ η δυναμική επικεντρώνεται στην ανάλυση των δυνάμεων πρωτίστως στις κινήσεις που παράγονται στα σώματα. Η στατική είναι η παλαιότερη από τις επιστήμες της μηχανικής. Χρονολογείται στην εποχή του Αρχιμήδη (287-212 Π.Χ.), ο οποίος παρήγαγε τον βασικό νόμο της υδροστατικής άνωσης. Η μελέτη της δυναμικής ήρθε αρκετά αργότερα αφού απαιτεί ακριβείς μετρήσεις του χρόνου. Τη βάση για την επιστήμη της δυναμικής έβαλε η αρχή του Νεύτωνα, η οποία δημοσιεύτηκε το 1687. Η μελέτη της δυναμικής χωρίζεται σε δύο μέρη: Την *κινηματική* (γεωμετρικά στοιχεία της κίνησης χωρίς να λαμβάνει υπόψη μάζες και δυνάμεις) και την *κινητική* (ανάλυση των δυνάμεων που προκαλούν την κίνηση).

2.3.1 Συστήματα Συντεταγμένων

Για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού, ενός υποβρύχιου οχήματος, στον χώρο (3 διαστάσεις) και στο χρόνο είναι απαραίτητη η κίνηση 6 βαθμών ελευθερίας. Προφανώς η θέση/μετατόπιση και ο προσανατολισμός/περιστροφική κίνηση ενός άκαμπτου σώματος μπορεί να περιγράφεται σε σχέση με μια θέση αναφοράς. Για το σκοπό αυτό, επιλέγεται ένα σύνολο αξόνων ορθοκανονικών συντεταγμένων και κάθε ένα από αυτά θεωρείται άκαμπτα συνδεδεμένο με το σώμα του οχήματος για τη δημιουργία του πλαισίου αναφοράς. Ομοίως, οι δυνάμεις και οι ροπές που δρουν στο υποβρύχιο όχημα πρέπει αναφέρονται ως προς το ίδιο πλαίσιο. Σε αυτή τη διπλωματική, χρησιμοποιείται η τυπική σημειογραφία που αναφέρεται στο [11]. Σημειώνεται ότι σύμφωνα με τη σύμβαση για τα υποβρύχια οχήματα, η θετική κατεύθυνση x λαμβάνεται ως προς τα εμπρός, η θετική κατεύθυνση y θεωρείται προς τα δεξιά, η θετική κατεύθυνση z θεωρείται προς τα κάτω, επίσης για τις γωνίες ισχύει ο κανόνας του δεξιού χεριού.

Πλαίσια αναφοράς

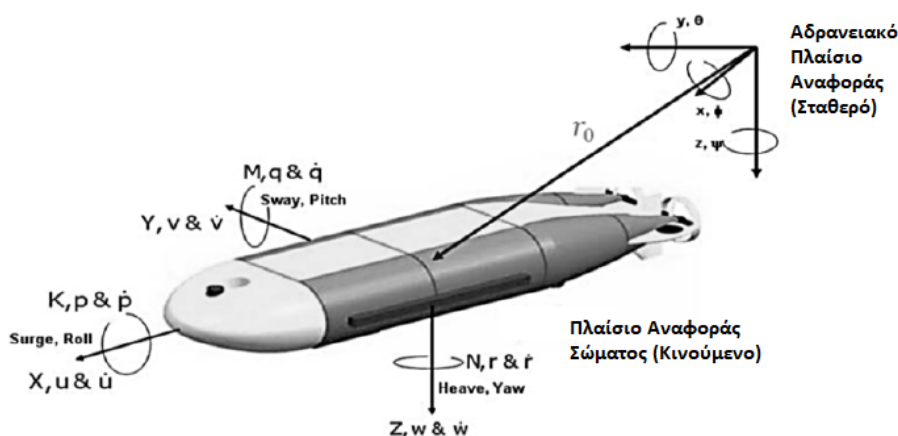
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, για να περιγραφούν με σαφήνεια τα πλαίσια αναφοράς και να κατανοηθούν οι κινηματικές εξισώσεις της κίνησης, οι θέσεις και οι γωνίες πρέπει να είναι ανεξάρτητες. Υπάρχουν δύο ορθοκανονικά πλαίσια αναφοράς, το πρώτο είναι το πλαίσιο αναφοράς της Γης (Αδρανειακό Πλαίσιο XYZ) που ορίζεται σε σχέση με επιφάνεια της γης όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.2. Το σύστημα συντεταγμένων της Γης ορίζεται από τους τρεις ορθογώνιους άξονες στους οποίους υποτίθεται ότι να στοιβάζονται σε ένα αυθαίρετο σημείο στην επιφάνεια της θάλασσας. Τα μοναδιαία διανύσματα του πλαισίου αναφοράς είναι $\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$. Το διάνυσμα θέσης ενός οχήματος ως προς το αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς είναι:

$$r_O = [X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K}] \quad (2.7)$$

Δεύτερον, ορίζεται ένα πλαίσιο αναφοράς $O'xyz$ ως προς το άκαμπτο σώμα του οχήματος, με μοναδιαία διανύσματα $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ που κινούνται και περιστρέφονται όπως το όχημα. Η αρχή των αξόνων O' είναι το σημείο στο οποίο υπολογίζονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο όχημα. Όλες οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στο υποβρύχιο όχημα που χρησιμοποιείται στην εργασία αυτή θεωρείται ότι εφαρμόζονται στο κέντρο βάρους. Το πλαίσιο συντεταγμένων του άκαμπτου σώματος θεωρείται ακριβώς στο κέντρο άνωσης. Ως εκ τούτου το κέντρο της άνωσης θα είναι το σημείο στο οποίο θα υπολογίζονται οι υδροδυναμικές δυνάμεις. Τα διανύσματα θέσης του ΚΒ και ΚΠ ως προς το πλαίσιο αναφοράς του σώματος είναι:

$$\begin{aligned} r_G &= [x_G\vec{i} + y_G\vec{j} + z_G\vec{k}] \\ r_B &= [x_B\vec{i} + y_B\vec{j} + z_B\vec{k}] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Σχήμα 2.2: Πλαίσια Αναφοράς



Γωνίες Euler

Κατά τη μετατροπή από ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων σε ένα άλλο, πραγματοποιούνται τρεις διαδοχικές περιστροφές. Σύμφωνα με το θεώρημα περιστροφής του Euler, μία αυθαίρετη περιστροφή μπορεί να περιγραφεί μόνο από τρεις παραμέτρους. Αυτό σημαίνει ότι, για να δοθεί σε ένα αντικείμενο συγκεκριμένος προσανατολισμός, είναι απαραίτητη μια ακολουθία τριών περιστροφών που περιγράφονται

από τις γωνίες Euler. Οπότε η μήτρα περιστροφής μπορεί να προκύψει και ως προϊόν τριών στοιχειωδών περιστροφών. Αν και η στάση ενός οχήματος μπορεί να περιγραφεί με διάφορες μεθόδους στο αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς, η πιο κοινή μέθοδος είναι η μέθοδος της γωνίας Euler, η οποία χρησιμοποιείται σε αυτή τη διπλωματική εργασία. Αυτή η μέθοδος αντιπροσωπεύει τον χωρικό προσανατολισμό, οποιουδήποτε πλαισίου του χώρου, ως σύνθεση περιστροφών από ένα πλαίσιο αναφοράς.

Στο αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς ο ορισμός του γωνιακού προσανατολισμού Euler απαιτεί να εκτελούνται με τη σειρά οι περιστροφές ϕ (roll), θ (pitch), ψ (yaw). Για τη σύμβαση "roll, pitch, yaw" (XYZ), εκτελείται ένας εμπρόσθιος μετασχηματισμός ξεκινώντας με ένα διάνυσμα ως προς το πλαίσιο αναφοράς του σώματος. Στη συνέχεια, μέσω μιας ακολουθίας τριών περιστροφών μετατρέπεται σε ένα πλαίσιο που θεωρείται ότι συνδέεται με την επιφάνεια της θάλασσας. Για να ξεκινήσει ο μετασχηματισμός, αρχικά από τον ορισμό μιας περιστροφής αξιμουθίου ψ ως θετική περιστροφή γύρω από τον άξονα Z του σώματος. Στη συνέχεια καθορίστε μια επόμενη περιστροφή θ , (θετική προς τα επάνω) για τον νέο άξονα Y , ακολουθούμενο από μια θετική περιστροφή ϕ , για τον νέο άξονα X . Ο τριπλός περιστροφικός μετασχηματισμός βάσει των τριών αυτών γωνιών είναι τότε επαρκής για να περιγράψει τον γωνιακό προσανατολισμό του οχήματος.

Για παράδειγμα, οποιοδήποτε διάνυσμα θέσης, r_0 , στο αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς που δίνεται από το $r_0 = [X_0, Y_0, Z_0]$, θα έχει διαφορετικές συντεταγμένες σε ένα περιστρεφόμενο πλαίσιο όταν υπάρχει περιστροφή κατά γωνία ϕ γύρω από τον x_0 -άξονα του αδρανειακού πλαισίου αναφοράς. Εάν η νέα θέση ορίζεται από $r_1 = [X_1, Y_1, Z_1]$, οι συντεταγμένες του διανύσματος του νέου πλαισίου αναφοράς μπορούν να γραφτούν με τις συντεταγμένες στο παλιό πλαίσιο αναφοράς ως:

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_0 \cos \phi + Z_0 \sin \phi \\ Z_1 &= -Y_0 \sin \phi + Z_0 \cos \phi \end{aligned} \quad (2.9)$$

με $Z_1 = Z_0$. Αυτή η σχέση μπορεί να εκφραστεί σε πίνακοειδή μορφή μέσω μήτρας περιστροφής,

$$r_1 = [R]_{x_0, \phi}^{-1} r_0 \quad (2.10)$$

όπου η περιστροφή $[R]$ είναι μια ορθογώνια μήτρα και το αντίστροφο του $[R]$ ισούται με το ανάστροφο.

2.3.2 Εξισώσεις Κινηματικής 6 βαθμών ελευθερίας

Η κινηματική ορίζει την κίνηση ενός αντικειμένου χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η μάζα και οι εξωτερικές δυνάμεις που δρουν στο αντικείμενο κατά την κίνηση του. Έτσι, στη κινηματική εξετάζεται η γραμμική και γωνιακή ταχύτητα του αντικειμένου. Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο οι γραμμικές και γωνιακές ταχύτητες εκφράζονται στο πλαίσιο αναφοράς του σώματος.

Σύμφωνα με το [11] οι κινηματικές εξισώσεις 6 βαθμών ελευθερίας εκφράζονται από το διάνυσμα:

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\nu \quad (2.11)$$

$$\mathbf{J}(\eta) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b^n(\Theta) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{T}_\Theta(\Theta) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

με $\eta \in \mathbb{R}^3 \times S^3$ (υποδηλώνει ότι υπάρχουν τρεις γωνίες που ορίζονται στο διάστημα $[0, 2\pi]$) και $\nu \in \mathbb{R}^6$. Ο πίνακας περιστροφής γωνιών Euler $\mathbf{R}_b^n(\Theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ορίζεται από τις κύριες περιστροφές :

$$\mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

όπου $s \cdot = \sin(\cdot)$ και $c \cdot = \cos(\cdot)$ χρησιμοποιώντας την σύμβαση z,x,y :

$$\mathbf{R}_b^n(\Theta) = \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{y,\theta} \mathbf{R}_{x,\phi} \quad (2.14)$$

ή

$$\mathbf{R}_b^n(\Theta) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\phi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\psi + s\phi s\theta s\psi & -c\phi s\psi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{R}_b^n(\Theta)^{-1} = \mathbf{R}_n^b(\Theta) = \mathbf{R}_{x,\phi}^{-T} \mathbf{R}_{y,\theta}^{-T} \mathbf{R}_{z,\psi}^{-T} \quad (2.16)$$

Ο πίνακας μετασχηματισμού των γωνιών Euler είναι :

$$\mathbf{T}_\Theta(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{T}_\Theta^{-1}(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & -c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}, \quad \theta \neq \pm 90^\circ \quad (2.17)$$

Παρατηρούμε ότι το $\mathbf{T}_\Theta(\Theta)$ δεν ορίζεται για τιμές $\theta = \pm 90^\circ$ και ότι $\mathbf{T}_\Theta(\Theta) \neq \mathbf{T}_\Theta^{-1}(\Theta)$

2.3.3 Κινητική

Για να εκμεταλλευτούμε τις γεωμετρικές ιδιότητες του οχήματος, οι εξισώσεις κίνησης είναι επιθυμητό να παράγονται στο πλαίσιο αναφοράς του οχήματος (body frame). Οι νόμοι του Νεύτωνα εφαρμόζονται στο πλαίσιο του οχήματος αφού οι υδροδυναμικές δυνάμεις και ροπές δίνονται στο πλαίσιο του οχήματος. Το σύστημα συντεταγμένων στο πλαίσιο οχήματος στρέφεται σε συνδυασμό με το αδρανειακό πλαίσιο (earth-frame).

2.3.4 Εξισώσεις Κίνησης

Ένα διάνυσμα ταχύτητας εκφρασμένο στο αδρανειακό πλαίσιο μπορεί να γραφτεί ως :

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Αυτά τα τρία ποσοστά μετατόπισης μπορούν να ληφθούν από γραμμικά στοιχεία του

διανύσματος ταχύτητας, ως προς το πλαίσιο αναφοράς του σώματος, πολλαπλασιάζονται τα από με το μητρώο περιστροφής (πλαίσιο σώματος προς αδρανειακό) δηλαδή την μήτρα μετασχηματισμού που δίνεται στην Εξίσωση 2.15.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Αντιστρόφως, οι ταχύτητες του πλαισίου συντεταγμένων του σώματος μπορούν να ληφθούν από τις ταχύτητες στο αδρανειακό πλαίσιο:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Οι τρεις γωνιακές ταχύτητες (πλαίσιο αδράνειας) Euler λαμβάνονται από τις αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες (πλαίσιο σώματος) από του ακόλουθους γραμμικούς μετασχηματισμούς:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} &= \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα μετασχηματισμού (Εξίσωση 2.17)

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\Theta}(\Theta) \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Για μικρές γωνιακές περιστροφές, ισχύει η παραδοχή:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned} \quad (2.23)$$

Η ταχύτητα περιστροφής των γωνιών Euler ως προς το πλαίσιο αδράνειας του διανύσματος ταχύτητας μπορεί να ληφθεί με την αναστροφή της Εξίσωσης 2.22.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\Theta}^{-1}(\Theta) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Οι ορισμοί όλων των μεγεθών ταχύτητας σε μορφή μήτρας έχουν ως εξής:

$$\mathbf{v}_{body} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\nu_{earth} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Μετασχηματισμός από το πλαίσιο σώματος στο πλαίσιο αδράνειας :

$$\nu_{earth} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{\Theta}(\Theta) \end{bmatrix} \nu_{body} \quad (2.27)$$

Μετασχηματισμός από το πλαίσιο αδράνειας στο πλαίσιο σώματος :

$$\nu_{body} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_{\Theta}^{-1}(\Theta) \end{bmatrix} \nu_{earth} \quad (2.28)$$

Οι ρυθμοί μεταβολής των θέσεων και των γωνιών Euler μπορούν να παραχθούν ως :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \theta \sin \psi + v(-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) + w(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \\ u \cos \theta \sin \psi + v(\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) + w(-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \\ -u \sin \theta + v \sin \phi \tan \theta + w \cos \psi \cos \theta \\ p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ (q \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Στο [11] δείχνεται ότι ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα εκφράζεται στο πλαίσιο του οχήματος ως :

$$\mathbf{M}_{RB} \dot{\nu} + \mathbf{C}_{rb}(\nu) \nu = \tau_H + \tau \quad (2.30)$$

όπου $\tau_H = [X_H, Y_H, Z_H, K_H, M_H, N_H]^T$ το διάνυσμα των υδροστατικών και υδροδυναμικών δυνάμεων και ροπών και τ το διάνυσμα εισόδου. Οι πίνακες είναι :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{RB} &= \mathbf{M}_{RB}^T = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{zx} & -zy & I_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{C}_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -mS(\nu_1) - mS(\nu_2)S(r_g^b) \\ -mS(\nu_1) + mS(r_g^b)S(\nu_2) & -S(I_0 \nu_2) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

όπου $\nu_1 = [u, v, w]^T$, $\nu_2 = [p, q, r]^T$, $r_g^b = [x_g, y_g, z_g]$ είναι το κέντρο βάρους (KB) λαμβάνοντας υπόψη το αρχικό πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος και :

$$I_0 := \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, \quad I_0 = I_0^T > 0 \quad (2.33)$$

είναι το μητρώο αδράνειας περί το πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος. Η δυναμική του άκαμπτου σώματος μπορούν να γραφτούν και στη αναλυτική μορφή :

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X_H + X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y_H + Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z_H + Z \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\ &\quad + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] = K_H + K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xz} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ &\quad + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] = M_H + M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} \\ &\quad + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] = N_H + N \end{aligned} \quad (2.34)$$

Για ένα υποβρύχιο όχημα το οποίο βρίσκεται αρκετά μέτρα κάτω από την επιφάνεια του νερού οι υδροδυναμικές δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται οφείλονται στην προστιθέμενη μάζα και στην απόσβεση. Από την άλλη οι υδροστατικές δυνάμεις και ροπές οφείλονται στο βάρος και την άνωση. Οπότε :

$$\underbrace{\mathbf{M}_{RB}\dot{\nu} + \mathbf{C}_{RB}(\nu)\nu}_{\text{Όροι άκαμπτου σώματος}} + \underbrace{\mathbf{M}_A\dot{\nu} + \mathbf{C}_A(\nu)\nu + \mathbf{D}(\nu)\nu}_{\text{Υδροδυναμικοί όροι}} + \underbrace{\mathbf{g}(\eta)}_{\text{Υδροστατικοί όροι}} = \tau \quad (2.35)$$

ή

$$\mathbf{M}\dot{\nu} + \mathbf{C}(\nu)\nu + \mathbf{D}(\nu)\nu + \mathbf{g}(\eta) = \tau \quad (2.36)$$

με $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$, $\mathbf{C}(\nu) = \mathbf{C}_{RB}(\nu) + \mathbf{C}_A(\nu)$, και :

- \mathbf{M} -Μητρώο αδράνειας συμπεριλαμβανόμενη και την πρόσθετη μάζα
- $\mathbf{C}(\nu)$ -Μητρώο δυνάμεων *Coriolis* και κεντρομόλου
- $\mathbf{D}(\nu)$ -Μητρώο Απόσβεσης
- $\mathbf{g}(\eta)$ -Διάνυσμα δυνάμεων και ροπών βάρους και άνωσης

Για μη-επανδρωμένα υποβρύχια οχήματα χρησιμοποιείται οι όροι προστιθέμενης μάζας σταθερής μηδενικής συχνότητας :

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^T = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{C}_A(\nu) = -\mathbf{C}_A(\nu)^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_3 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

όπου

$$\begin{aligned}
a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\
a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\
a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\
b_1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\
b_2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\
b_3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r
\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.3.5 Υδροστατικές δυνάμεις και ροπές

Οι δυνάμεις βαρύτητας και πλευσης ονομάζονται γενικά δυνάμεις αποκατάστασης. Τα διανύσματα βάρους και άνωσης δεν αλλάζουν με την αλλαγή της στάσης του οχήματος για βυθισμένα σώματα. Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό από το πλαίσιο του σώματος προς το πλαίσιο αδράνειας, τα στοιχεία κατακόρυφης δύναμης μπορούν να ληφθούν ως:

$$F_{hydrostatic} = (W - B) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

Οι δύναμη της βαρύτητας ασκείται στο Κέντρο Μάζας (ΚΒ) ενώ η δύναμη της άνωσης στο Κέντρο Άνωσης (ΚΑ) που ορίζεται ως $r_b^b = [x_b, y_b, z_b]^T$. Για ένα μη-επανδρωμένο υποβρύχιο όχημα, το οποίο βρίσκεται στο βυθό, το βάρος W και η δύναμη της άνωσης B δίνονται από:

$$W = mg, \quad B = \rho g \nabla \tag{2.41}$$

όπου ∇ ο όγκος του ρευστού που απομακρύνει το όχημα, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και ρ η πυκνότητα του νερού. Η προκύπτουσα ροπή για το κέντρο του σώματος που δίνεται από:

$$M_{hydrostatic} = W r_G \times \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} - B r_B \times \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

Από [11] προκύπτει ότι:

$$\mathbf{g}(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi + (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \sin \theta \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Οι δυνάμεις απόσβεσης για μη-επανδρωμένα υποβρύχια οχήματα μπορούν να γραφτούν σαν άθροισμα ενός γραμμικού όρου D και ενός μη-γραμμικού όρου $D_n(\nu)$:

$$D(\nu) = D + D_n(\nu) \tag{2.44}$$

όπου

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^T = - \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Οι μη-γραμμικές σταθερές $\mathbf{D}_n(\nu)$ μοντελοποιούνται συνήθως χρησιμοποιώντας ένα ανάπτυγμα Taylor 3ης τάξεως. Εάν το πλαίσιο x-z είναι πλαίσιο συμμετρίας (συμμετρίας δεξιάς πλευράς) χρησιμοποιείται ένα ανάπτυγμα Taylor που περιέχει όρους 1ης και 3ης τάξεως στην ταχύτητα.

2.3.6 Εξισώσεις Κίνησης Συμπεριλαμβανομένων των Ρευμάτων των Ωκεανών

Κατά την προσομοίωση μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων (UUVs) είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν περιβαλλοντικές διαταραχές. Για βυθισμένα οχήματα οι διαταραχές που προκαλούνται από τα κύματα μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Ως εκ τούτου, το μόνο περιβαλλοντικό φορτίο είναι ρεύματα του ωκεανού. Τα ρεύματα του ωκεανού είναι οριζόντια και κάθετα συστήματα κυκλοφορίας υδάτων που παράγονται από τη βαρύτητα, την τριβή του ανέμου και την διακύμανση της πυκνότητας νερού σε διάφορα τμήματα του ωκεανού. Η επιρροή των ρευμάτων μπορεί να ενσωματωθεί στις εξισώσεις κίνησης 6 βαθμών ελευθερίας χρησιμοποιώντας την έννοια της σχετικής κίνησης υπό την προϋπόθεση ότι υπάρχει ανεξέλεγκτη ροή:

$$\nu_r = [u - u_c^b, v - v_c^b, w - w_c^b, p, q, r]^T \quad (2.46)$$

όπου u_c^b, v_c^b, w_c^b είναι η ταχύτητες των ρευμάτων εκφρασμένες στο πλαίσιο του σώματος. Η δυναμική εκφρασμένη στο πλαίσιο του σώματος και οι υδροδυναμικές δυνάμεις γράφονται:

$$\underbrace{\mathbf{M}_{RB}\dot{\nu} + \mathbf{C}_{RB}(\nu)\nu}_{\text{Όροι άκαμπτου σώματος}} + \underbrace{\mathbf{M}_A\dot{\nu}_r + \mathbf{C}_A(\nu_r)\nu_r + \mathbf{D}(\nu_r)\nu_r}_{\text{Υδροδυναμικοί όροι}} + \underbrace{\mathbf{g}(\eta)}_{\text{Υδροστατικοί όροι}} = \tau \quad (2.47)$$

Είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι ο διάνυσμα ταχύτητας των ρευμάτων μεταβάλλεται αργά, δηλαδή $\dot{\nu}_c \approx 0$ έτσι ώστε $\dot{\nu}_r \approx 0$: Επομένως, οι εξισώσεις κίνησης συμπεριλαμβανομένων των ρευμάτων γίνονται:

$$\mathbf{M}\dot{\nu} + \mathbf{C}_{RB}(\nu)\nu + \mathbf{C}_A(\nu_r)\nu_r + \mathbf{D}(\nu_r)\nu_r + \mathbf{G}(\eta) = \tau \quad (2.48)$$

Η τρέχουσα ταχύτητα V_c συνήθως ορίζεται στο πλαίσιο αδράνειας της γης. Χρησιμοποιώντας άξονες ροής προκύπτει $[V_c, 0, 0]^T$ έτσι ώστε η τρέχουσα ταχύτητα να κατευθύνεται προς την κατεύθυνση x . Ο μετασχηματισμός από τους άξονες ροής σε ταχύτητες NED μπορεί να πραγματοποιηθεί με τον ορισμό a_c ως γωνία προσβολής και b_c ως πλευρική γωνία. Επομένως, οι ταχύτητες τρισδιάστατου ρεύματος εντοπίζονται με την εκτέλεση δύο κύριων περιστροφών:

$$\begin{bmatrix} u_c^n \\ v_c^n \\ w_c^n \end{bmatrix} = R_{y,a_c}^T R_{z,-b_c}^T \begin{bmatrix} V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

όπου οι πίνακες περιστροφής R_{y,a_c} και $R_{z,-b_c}$ ορίζονται ως:

$$R_{y,a_c} \begin{bmatrix} \cos a_c & 0 & \sin a_c \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin a_c & 0 & \cos a_c \end{bmatrix}, R_{z,-b_c} = R_{z,b_c}^T = \begin{bmatrix} \cos b_c & \sin b_c & 0 \\ -\sin b_c & \cos b_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Επεκτείνουμε την 2.49 χρησιμοποιώντας την 2.50:

$$\begin{aligned} u_c^n &= V_c \cos a_c \cos b_c \\ v_c^n &= V_c \sin b_c \\ w_c^n &= V_c \sin a_c \cos b_c \end{aligned} \quad (2.51)$$

Οι ταχύτητες των ρευμάτων στη συνέχεια μετασχηματίζονται ως προς το πλαίσιο αναφοράς του σώματος χρησιμοποιώντας την περιστρεφόμενη μήτρα:

$$\begin{bmatrix} u_c^b \\ v_c^b \\ w_c^b \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} u_c^n \\ v_c^n \\ w_c^n \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Για την περίπτωση δύο διαστάσεων, οι παραπάνω εξισώσεις με $a_c = 0$ γίνονται:

$$\begin{aligned} u_c^n &= V_c \cos b_c \\ v_c^n &= V_c \sin b_c \end{aligned} \quad (2.53)$$

Δεδομένου ότι το στοιχείο w_c^n δεν χρησιμοποιείται στο οριζόντιο επίπεδο η 2.52 γίνεται:

$$\begin{aligned} u_c^b &= V_c \cos(b_c - \psi) \\ v_c^b &= V_c \sin(b_c - \psi) \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.3.7 Παραγωγή Ρευμάτων

Για προσομοιώσεις σε υπολογιστή η ταχύτητα των ρευμάτων μπορεί να παραχθεί χρησιμοποιώντας μια διαδικασία πρώτης τάξης Gauss-Markov. Για παράδειγμα το $V_c(t)$ μπορεί να περιγραφεί από την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\dot{V}_c(t) + \mu_0 V_c(t) = w(t) \quad (2.55)$$

όπου $w(t)$ είναι μια ακολουθία Gauss λευκού θορύβου μηδενικού μέσου και $\mu_0 \geq 0$ μία σταθερά. Σε πολλές περιπτώσεις είναι επαρκές να επιλεγεί $\mu_0 = 0$ το οποίο αντιστοιχεί σε ένα τυχαίο βήμα χρονικής ολοκλήρωσης λευκού θορύβου. Για την παραγωγή ρεαλιστικών ρευμάτων η διαδικασία πρέπει να περιορίζεται έτσι ώστε $V_{min} \leq V_c(t) \leq V_{max}$. Ο ακόλουθος αλγόριθμος χρησιμοποιώντας ολοκλήρωση Euler και ένα απλό περιοριστή.

Αλγόριθμος ρευμάτων

1. Αρχικές συνθήκες $V_c(0) = 0.5(V_{max} + V_{min})$

2. Ολοκλήρωση Euler με χρόνο δειγματοληψίας h

$$V_c(k+1) = V_c(k) + h\dot{V}_c(k)$$

3. Περιοριστής: Αν $(V_c(k+1) > V_{max})$ ή $(V_c(k+1) < V_{min})$ με

$$V_c(k+1) = V_c(k) - h\dot{V}_c(k)$$

4. $k = k + 1$, επιστροφή στο βήμα 2.

Για την προσομοίωση χρονικά μεταβαλλόμενων διευθύνσεων μπορούν να εφαρμοστούν παρόμοιοι αλγόριθμοι για $a(t)$ και $b(t)$.

Κεφάλαιο 3

Μεθοδολογία

Στο κεφάλαιο αυτό τροποποιείται μια μεθοδολογία πολλαπλών πρακτόρων βασισμένη στην παραπομπή [8] και εφαρμόζεται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης των μη-επανδωμένων υποβρύχιων οχημάτων που αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στον τροποποιημένο δυναμικό εκλεκτή που προκύπτει ο κινηματικός ελεγκτής, ο οποίος βασίζεται σε πληροφορίες θέσης, αντικαθίσταται από ένα κινηματικό ελεγκτή ο οποίος βασίζεται σε πληροφορίες απόστασης των πρακτόρων.

3.1 Ανάλυση μεθοδολογίας

Θεωρούμε μια ομάδα πολλαπλών πρακτόρων που αποτελείται από έναν ηγέτη και N ταυτόσημους ακόλουθους, με τον αρχηγό να παράγει μια επιθυμητή τροχιά αναφοράς για την ομάδα πολλαπλών πρακτόρων. Οι ακόλουθοι πράκτορες υπακούν σε ένα κοινό Λαγκρασιανό μη γραμμικό δυναμικό μοντέλο, που περιγράφεται από [8]:

$$M(x_i)\ddot{x}_i + C(x_i, \dot{x}_i)\dot{x}_i + D(\dot{x}_i) + G(x_i) = \tau_i, i = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

όπου $x_i \in \mathbb{R}^P$, $\dot{x}_i \in \mathbb{R}^P$ και $t_i \in \mathbb{R}^P$, $i = 1, \dots, N$ οι καταστάσεις και η είσοδος ελέγχου κάθε πράκτορα και τα μητρώα $M(\cdot) \in \mathbb{R}^{P \times P}$, $C(\cdot, \cdot) \in \mathbb{R}^{P \times P}$, $D(\cdot) \in \mathbb{R}^P$, $G(\cdot) \in \mathbb{R}^P$ μοντελοποιούν τις επιδράσεις της αδράνειας, της δύναμης Coriolis, του ιξώδους και των βαρυτικών δυνάμεων.

Οι αθέβαιες φυσικές παράμετροι των πρακτόρων εμφανίζονται γραμμικές στο δυναμικό μοντέλο 3.1. Η δυναμική μπορεί να εκφραστεί σαν ένα σύνολο άγνωστων αλλά σταθερών παραμέτρων $\theta \in \mathbb{R}^Q$ με τον ακόλουθο τρόπο:

$$M(a)d + C(a, d)c + D(b) + G(a) = Z(a, b, c, d)\theta \quad (3.2)$$

όπου $Z(a, b, c, d)$ ένας πίνακας ($P \times Q$) ο οποίος αποτελείται από μη γραμμικές ομαλές συναρτήσεις. Τα μητρώα αδράνειας και *Coriolis* ικανοποιούν την αντί-συμμετρική ιδιότητα:

$$\xi^T(\dot{M} - 2C)\xi = 0, \forall \xi \in \mathbb{R}^P. \quad (3.3)$$

3.1.1 Γράφος Επικοινωνίας (Βάσει Θέσης)

Για να μοντελοποιηθεί η επικοινωνία χρησιμοποιείται ένας κατευθυνόμενος γράφος $G = (V, E)$ όπου $V = \{u_1, \dots, u_N\}$ υποδηλώνει το σύνολο κορυφών που αντιπροσωπεύουν κάθε πράκτορα. Το σύνολο των κορυφών εκφράζεται ως $E \subseteq V \times V$ θεωρώντας απλό γράφο, π.χ. $(v_i, v_i) \notin E$, δηλαδή δεν υπάρχουν ίδιοι βρόχοι. Ο πίνακας γειτνίασης του κατευθυνόμενου γράφου G υποδηλώνεται ως $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ με $a_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, \dots, N$.

Αν $a_{ij} = 1$ τότε ο πράκτορας i λαμβάνει πληροφορίες σχετικά με την κατάσταση του j παράγοντα (δηλαδή, $(v_i, v_j) \in E$), ενώ αν $a_{ij} = 0$ τότε δεν υπάρχει ροή πληροφοριών από τον παράγοντα j στον πράκτορα i (δηλαδή, $(v_i, v_j) \notin E$). Επιπλέον, το σύνολο των γειτόνων μιας κορυφής v_i συμβολίζεται με $N_i = \{v_j : (v_i, v_j) \in E\}$ και ο βαθμός της μήτρας ορίζεται ως $\Delta = \text{diag}([\Delta_i]) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ με $\Delta_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$. Η λαπλασιανή μήτρα του του γράφου υποδηλώνεται με $L = \Delta - A \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Επιπλέον, η κατάσταση του κόμβου του αρχηγού (v_0) δίνεται από το $x_0 : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^P$ και θεωρείται ότι είναι ομαλή και φραγμένη. Ωστόσο, η επιθυμητή τροχιά παρέχεται μόνο σε μια υποομάδα από τους N πράκτορες. Η πρόσβαση των ακόλουθων στην κατάσταση του αρχηγού μοντελοποιείται από μια διαγώνια μήτρα $A_0 = \text{diag}([a_{i0}]) \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Αν το $a_{i0}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$ είναι ίσο με 1, τότε ο i πράκτορας λαμβάνει πληροφορίες κατάστασης από τον αρχηγό. Αν $a_{i0}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$ ισούται με το 0, τότε ο i πράκτορας δεν μπορεί να λάβει πληροφορίες κατάστασης από τον αρχηγό. Έτσι ορίζεται ο επαυξημένος κατευθυνόμενος γράφος $\bar{G} = (\bar{V}, \bar{E})$, όπου $\bar{V} = V \cup \{u_0\}$ και $\bar{E} = E \cup \{(u_i, u_0) : a_{i0} = 1\} \subseteq \bar{V} \times \bar{V}$, ενώ το επαυξημένο σύνολο ορίζεται ως $\bar{N}_i = \{u_j : (u_i, u_j) \in \bar{E}, i = 1, \dots, N$. Διατυπώνουμε το πρόβλημα του καταναμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων για το προηγούμενο σύστημα πολλαπλών πρακτόρων. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιούμε ένα πρωτόκολλο καταναμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων για τους ακόλουθους πράκτορες με την αβέβαιη δυναμική $\ddot{;}$, τέτοια ώστε να δημιουργούν ένα σταθερό εφικτό σχηματισμό [9], που περιγράφεται από τις επιθυμητές σχετικές αποκλήσεις $c_{ij} \in \mathbb{R}^P, i = 1, \dots, N$ σύμφωνα με κάθε μέλος $j \in 0, 1, \dots, N$ του επαυξημένου συνόλου επικοινωνίας \bar{N}_i . Επιπρόσθετα, ο στόχος είναι να χρησιμοποιηθεί ένα πρωτόκολλο καταναμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων χαμηλής πολυπλοκότητας για όλους τους ακόλουθους έτσι ώστε να επιτυγχάνεται ο επιθυμητός σχηματισμός μέσα σε μια προκαθορισμένη περίοδο και σε μια προκαθορισμένη ακρίβεια στην σταθερή κατάσταση. Για την χρήση του προαναφερθέντος προβλήματος πολλαπλών παραγόντων, απαιτείται η παρακάτω παραδοχή ως προς την τοπολογία του γράφου επικοινωνίας.

Παραδοχή A: Ο γράφος επικοινωνίας G είναι ισχυρά συνδεδεμένος και ισορροπημένος και τουλάχιστον ένας από τους ακόλουθους πράκτορες έχουν πρόσβαση στην κατάσταση του αρχηγού.

Παρατήρηση: Η ισχυρή συνδεσιμότητα του εξεταζόμενου κατευθυνόμενου γράφου επικοινωνίας G υποδηλώνει ότι η πληροφορία από οποιοδήποτε πράκτορα μεταφέρετε, είτε άμεσα είτε έμμεσα, σε όλους τα άλλους ακόλουθους πράκτορες. Επίσης οι πληροφορίες που συγκεντρώνονται από το πρωτόκολλα καταναμημένης εκτίμησης διασκορπίζονται στο σύστημα πολλαπλών πρακτόρων, βελτιώνοντας έτσι την καταναμημένη μάθηση σε περίπτωση διαρκούς κίνησης του αρχηγού. Από την άλλη πλευρά, η υπόθεση για την ισορροπημένη ιδιότητα του γράφου μπορεί να αντικατασταθεί

εφαρμόζοντας έναν αποκεντρωμένο αλγόριθμο για την εξισορρόπηση ισχυρά συνδεδεμένων κατευθυνόμενων γράφων.

Η πρώτη υπόθεση δηλώνει ότι ο πίνακας $L + A_0$ είναι ένας μη-μοναδιαίος πίνακας M . Τέλος, στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιηθεί το ακόλουθο τεχνικό λήμμα σχετικά με τις μη-μοναδιαίους πίνακες M .

Λήμμα: [19] Έστω ένας μη-μοναδιαίος πίνακας $M, W \in \mathfrak{R}^{N \times N}$. Υπάρχει ένας διαγώνιος θετικά ορισμένος πίνακας $P = (\text{diag}(q))^{-1}$, με $q = W^{-1}\mathbf{1}$, έτσι ώστε το $PW + W^T P \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ να είναι επίσης θετικά ορισμένο.

3.1.2 Γειτονικό Σφάλμα Θέσης

Δεδομένου ότι λαμβάνονται υπόψη μόνο τοπικές σχετικές πληροφορίες κατάστασης, ο νόμος ελέγχου κάθε πράκτορα βασίζεται στην ανατροφοδότηση του σφάλματος των γειτόνων:

$$e_{ij} = \sum_{j \in \bar{N}_i} a_{ij}(x_i - x_j + c_{ij}) \in \mathfrak{R}^P, i = 1, \dots, N, \quad (3.4)$$

όπου c_{ij} με $i = 1, \dots, N$ και $j \in \bar{N}_i$, ορίζουν τη σχετική απόκλιση που καθορίζει τον επιθυμητό σχηματισμό. Επιπλέον, ορίζεται το διάνυσμα συνολικού γειτονικού σφάλματος $\bar{e} = [e_1^T, \dots, e_N^T]^T \in \mathfrak{R}^{NP}$. Εφαρμόζοντας τη τοπολογία του γράφου και σύμφωνα με την παραπομπή [8] ισχύει:

$$\bar{e} = (L + A_0) \otimes (\bar{x} - \bar{x} + \bar{c}) \quad (3.5)$$

όπου $\bar{x} \triangleq [\bar{x}_1^T, \dots, \bar{x}_N^T]^T$ είναι το γενικό διάνυσμα κατάστασης του συστήματος πολλών πρακτόρων, $\bar{x}_0 \triangleq [\bar{x}_0^T, \dots, \bar{x}_0^T] \in \mathfrak{R}^{NP}$ και:

$$\bar{c} = ((L + A_0) \otimes I_P)^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j \in \bar{N}_1} c_{1j} \\ \vdots \\ \sum_{j \in \bar{N}_N} c_{Nj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ορίζουν την σχετική απόκλιση $c_i \in \mathfrak{R}^P$ του i πράκτορα, $i = 1, \dots, N$ σύμφωνα με τον αρχηγό, όπως υποδεικνύεται από την επιθυμητή τροχιά. Ο επιθυμητός σχηματισμός εκφράζεται σύμφωνα με τις καταστάσεις του αρχηγού και επιτυγχάνεται όταν οι καταστάσεις x_i κάθε πράκτορα προσεγγίζει αυτές του αρχηγού x_0 με την αντίστοιχη απόκλιση $c_i, i = 1, \dots, N$. Η μεταβλητή διαφωνίας σχηματισμού ορίζεται ως $\bar{\delta} \triangleq [\delta_1^T, \dots, \delta_N^T] = \bar{x} - \bar{x}_0 + \bar{c}$, έτσι το πρόβλημα ελέγχου του σχηματισμού λύνεται όταν το σφάλμα διαφωνίας $\delta_i, i = 1, \dots, N$ συγκλίνει σε μια μικρή περιοχή του προσδιορισμένου σημείου. Ωστόσο, οι μεταβλητές διαφωνίας σχηματισμού $\delta_i, i = 1, \dots, N$ είναι παγκόσμιες ποσότητες. Συγκεκριμένα, για την εξαγωγή του σχετικών αποκλίσεων (Εξίσωση 3.6) απαιτούνται πληροφορίες από τον αρχηγό και από ολόκληρη την τοπολογία του γράφου που χρησιμοποιούνται μέσω του αντίστροφου του $(L + A_0) \otimes I_P$. Αυτό σημαίνει, ότι δεν μπορούν να μετρηθούν σε καταναμημένο

επίπεδο, βασισμένο σε τοπικές προδιαγραφές. Παρ' όλα αυτά, σύμφωνα με την εξίσωση 3.5, αξιοποιώντας το ότι ο $L + A_0$ δεν είναι ένας μοναδιαίος πίνακας και λόγω παραδοχής, λαμβάνουμε:

$$\|\bar{\delta}\| \leq \frac{\|\bar{e}\|}{\sigma_{\min}(L + A_0)} \quad (3.7)$$

Οπότε το γειτονικό σφάλμα \bar{e} αντιπροσωπεύει μια έγκυρη μέτρηση της ποιότητας του σχηματισμού.

Δεδομένου ότι η κατάσταση του αρχηγού δεν είναι διαθέσιμη σε όλους τους πράκτορες, η ασυμπτωτική σύγκλιση των μεταβλητών σχηματισμού διαφωνίας $\delta_i, i = 1, \dots, N$ είναι αδύνατη λόγω του γεγονότος ότι η δυναμική του αρχηγού ενεργεί ως άγνωστη διαταραχή μέσα στη δυναμική του συνολικού συστήματος πολλαπλών πρακτόρων. Επιπλέον, το μέγεθος των αντίστοιχων συνολικών ορίων εξαρτάται από ορισμένες παραμέτρους σχεδιασμού και τα άγνωστα όρια των καταστάσεων του αρχηγού. Ωστόσο, δεν υπάρχει συστηματική διαδικασία για τον ακριβή υπολογισμό των απαιτούμενων ανώτατων ορίων με καταναμημένο τρόπο καθιστώντας πρακτικά αδύνατη την εκ των προτέρων επιλογή των προαναφερθέντων παραμέτρων ελέγχου ώστε να ικανοποιούν συγκεκριμένη συμπεριφορά σταθερής κατάστασης. Επιπλέον, η παροδική συμπεριφορά (Ρυθμός σύγκλισης) είναι δύσκολο να προκύψει αναλυτικά καθώς επηρεάζεται έντονα από τη δυναμική του μοντέλου των πρακτόρων και την αλληλεπίδραση της συνολικής τοπολογίας, οι οποίες και οι δύο θεωρούνται άγνωστες.

Προς αποφυγή των παραπάνω προβλημάτων υιοθετείτε η τεχνική ελέγχου της απόδοσης η οποία αρχικά χρησιμοποιήθηκε για τον σχεδιασμό κεντρικών ελεγκτών χρησιμοποιώντας ανατροφοδότηση πλήρους κατάστασης, για διάφορες κατηγορίες μη γραμμικών συστημάτων. Η προδιαγραφόμενη απόδοση χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά όπου το σφάλμα συγκλίνει σε ένα προκαθορισμένο αυθαίρετα μικρό υπόλοιπο με ρυθμό σύγκλισης όχι λιγότερο από μια ορισμένη προκαθορισμένη τιμή και επιτυγχάνεται εάν το σφάλμα βρίσκεται αυστηρά εντός μιας προκαθορισμένης περιοχής. Η περιοχή αυτή καθορίζεται από ορισμένες συναρτήσεις του χρόνου, που ονομάζονται Συναρτήσεις Απόδοσης. Έτσι, επιλέγοντας για κάθε γειτονικό σφάλμα $e_i \triangleq [e_{i1}, \dots, e_{iP}]^T$ την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση απόδοσης $\rho_i(t) \triangleq [\rho_{i1}(t), \rho_{i2}(t), \dots, \rho_{iP}(t)]^T$ με $\rho_{ij}(t) = (\rho_{ij0} - p_\infty)e^{-lt} + p_\infty$ για $i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$, έτσι ώστε :

- $|e_{ij}(0)| < \rho_{ij0}$
- Οι παράμετροι l, p_∞ ενσωματώνουν τις επιθυμητές προδιαγραφές του παροδικού χρόνου και σταθερής κατάστασης αντίστοιχα

Εύκολα επαληθεύεται ότι η λύση του καθορισμένου προβλήματος ελέγχου απόδοσης για όλα τα γειτονικά σφάλματα (δηλαδή, $|e_{ij}(t)| < \rho_{ij}(t), \in t \leq 0, i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$) οδηγεί κατευθείαν στη λύση του προβλήματος του συστήματος πολλαπλών πρακτόρων. Συγκεκριμένα, από 3.7 φαίνεται ότι εάν $|e_{ij}(t)| < \rho_{ij}(t), \in t \leq 0$, επιβάλλει σαφή εκθετική σύγκλιση με ρυθμό l των σφαλμάτων διαφωνίας $\delta_i, i = 1, \dots, N$ στο σύνολο $\Delta = \{\delta \in \mathbb{R}^P : \|\delta\| \leq \frac{\sqrt{NP}\rho_\infty}{\sigma_{\min}(L+A_0)}\}$. Ενώ το $\sigma_{\min}(L + A_0)$ είναι μια παγκόσμια μεταβλητή τοπολογίας και έτσι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα καταναμημένου ελέγχου. Αντίθετα θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσετε

ένα συντηρητικό κατώτερο όριο:

$$\frac{\frac{N-1}{N} \frac{N-1}{2}}{N^2 + N - 1} \leq \sigma_{\min}(L + A_0), \quad (3.8)$$

όπως παρουσιάζεται στην παραπομπή [13]. Εξαρτάται από τον αριθμό των πρακτόρων N και όχι από την τοπολογία του γράφου. Εναλλακτικά, για την εκτίμηση του θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένας επαναληπτικός κατανεμημένος αλγόριθμος εκτίμησης [17] $\sigma_{\min}(L + A_0)$. Στη συνέχεια, προτείνεται ένα πρωτόκολλο κατανεμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων που εγγυάται ότι $|e_{ij}(t)| < \rho_{ij}(t), \forall t \geq 0, i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$ και επιτυγχάνει συναίνεση εκτίμησης.

3.1.3 Δυναμικός Ελεγκτής με κινηματικό Ελεγκτή βάσει Θέσης

Θεωρούμε το σύστημα πολλαπλών πρακτόρων 3.1 με μια τοπολογία επικοινωνίας γράφου που ικανοποιεί την Υπόθεση A. Με δεδομένα τα γειτονικά σφάλματα $e_i, i = 1, \dots, N$ όπως ορίζεται στο 3.4 και την κατάλληλα επιλεγμένη συνάρτηση απόδοσης $\rho_i(t), i = 1, \dots, N$, που περιλαμβάνει τις επιθυμητές προδιαγραφές μεταβατικής και σταθερής κατάστασης. Το σύστημα κατανεμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων:

Κινηματικός Ελεγκτής Βάσει Θέσης:

$$u_{r_{ij}} = -\frac{\left(\frac{2K_{p_i}}{\rho_{ij}(t)}\right)}{1 - \left(\frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}\right)^2} \ln \left(\frac{1 + \frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}}{1 - \frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}} \right) \quad (3.9)$$

Είσοδος ελέγχου και εκτίμηση παραμέτρων (Δυναμικός Ελεγκτής)

$$\tau_i = Z(x_i, \dot{x}_i, u_{d_i}, \dot{u}_{d_i})^T \hat{\theta}_i - K_{\nu_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{\nu_i}(t)}{1 - s_i/p_{\nu_i}(t)} \right) \quad (3.10)$$

Σφάλμα ταχύτητας

$$s_i = \nu_i - \nu_{r_i} \quad (3.11)$$

Εκτίμηση Παραμέτρων:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\Gamma_i(Z(x_i, \dot{x}_i, u_{d_i}, \dot{u}_{d_i}))s_i \quad (3.12)$$

με $K_{p_i}, K_{u_i}, \Gamma_i > 0$ και $Z(x_i, \dot{x}_i, u_{d_i}, \dot{u}_{d_i})$ ο πίνακας της εξίσωσης 3.2. Το σύστημα εγγυάται $|e_{ij}(t)| < \rho_{ij}(t), \forall t \geq 0, i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$ καθώς και ότι όλα τα σήματα κλειστού βρόχου είναι φραγμένα.

Απόδειξη: Ορίζουμε το κανονικοποιημένο σφάλμα $\xi \triangleq [\xi_{i1}, \dots, \xi_{iP}]$ με :

$$\xi_{ij} = \frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \quad (3.13)$$

ορίζουμε επίσης το γενικό διάνυσμα κατάστασης:

$$\xi_{ij} = [\xi_1^T, \dots, \xi_N^T, s^T, \tilde{\theta}^T]^T, \quad (3.14)$$

όπου $s \triangleq [s_1^T, \dots, s_N^T]$ και $\tilde{\theta} \triangleq [\tilde{\theta}_1^T, \dots, \tilde{\theta}_N^T]^T$ προσδιορίζουν τα συνολικά διανύσματα σφάλματος ταχύτητας $s_i = \dot{x}_i - u_{d_i}$ και παραμετρικού σφάλματος $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta, i = 1, \dots, N$. Παραγωγίζοντας τα κανονικοποιημένα σφάλματα 3.13 ως προς το χρόνο και χρησιμοποιώντας 3.1, 3.5 καθώς και το πρωτόκολλο ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων, λαμβάνουμε σε μια συμπαγή μορφή, το δυναμικό σύστημα κλειστού βρόχου:

$$\dot{\xi} = h(t, \xi); \quad (3.15)$$

όπου η συνάρτηση $h(t, \xi)$ περιλαμβάνει όλους τους όρους του δεξιού μέλους παραγωγίζοντας το ξ . Επίσης, ορίζουμε $\Omega_\xi = (-1, 1) \times \dots \times (-1, 1) \times \Omega_s \times \Omega_\theta$ όπου $\Omega_s = \{s \in \mathbb{R}^{RP} : \|s\| < \bar{s}\}$ και $\Omega_\theta = \{\tilde{\theta} \in \mathbb{R}^{NQ} : \|\tilde{\theta}\| < \bar{\theta}\}$ ανοιχτά σύνολα με $\bar{s}, \bar{\theta}$ θετικές σταθερές. Η διαδικασία που ακολουθεί περιλαμβάνει δύο φάσεις. Πρώτων, επιβεβαιώνεται η ύπαρξη και μοναδικότητα μέγιστης λύσης του $\xi(t)$ της εξίσωσης 3.15 στο σύνολο Ω_ξ για χρόνο $[0, \tau_{max})$. Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι το προτεινόμενο σχηματικό ελέγχου εγγυάται, για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$, ότι τα σήματα κλειστού βρόχου της 3.15 είναι φραγμένα και ότι το $\xi(t)$ παραμένει αυστηρά σε ένα συμπαγές υποσύνολο του Ω_ξ το οποίο στη συνέχεια θα οδηγήσει στο $\tau_{max} = \infty$ και κατά συνέπεια στη λύση του προβλήματος που αντιμετωπίζουμε εδώ.

Ανάλυση Μεθοδολογίας

Φάση 1: Το σύνολο Ω_ξ είναι ανοιχτό και μη-μηδενικό. Επίσης η αρχική τιμή της συνάρτησης απόδοσης ($|e_{ij}(0)| < \rho_{ij}(0)$) καταλήγουμε στο συμπέρασμα $\xi(0) \in \Omega_\xi$ για θετικές σταθερές $\bar{s}, \bar{\theta}$ που ικανοποιούν $\|s(0)\| < \bar{s}$ και $\|\tilde{\theta}(0)\| < \bar{\theta}$ αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, λόγω της ομαλότητας του μη-γραμμικού συστήματος, της επιθυμητής τροχιάς και του προτεινόμενου σχηματικού ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων στο Ω_ξ μπορεί εύκολα να επαληθευτεί ότι η συνάρτηση $h(t, \xi)$ είναι συνεχής στο t και για κάθε $\xi \in \Omega_\xi$. Οπότε ισχύει η υπόθεση του θεωρήματος 54 (σελ.476) στο [21] και επιβεβαιώνεται η ύπαρξη και η μοναδικότητα της μέγιστης λύσης του $\xi(t)$ της εξίσωσης 2.48 στο χρόνο $[0, \tau_{max})$ ώστε $\xi(t) \in \Omega_\xi, \forall t \in [0, \tau_{max})$. Αντιστοίχως, συμπεραίνουμε ότι:

$$\xi_{ij}(t) \in (-1, 1), i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \quad (3.16)$$

και $\|s(t)\| < \bar{s}$ και $\|\tilde{\theta}(t)\| < \bar{\theta}$ για όλα τα $t \in [0, \tau_{max})$. Έτσι τα σήματα $\varepsilon_i \triangleq [\varepsilon_{i1}(t), \dots, \varepsilon_{iP}(t)]^T, i = 1, \dots, N$ με

$$\varepsilon_{ij}(t) = \ln \left(\frac{1 + \xi_{ij}(t)}{1 - \xi_{ij}(t)} \right), i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P \quad (3.17)$$

καλώς ορισμένα για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$. Επιπρόσθετα, από την υπόθεση A, $L + A_0$ και συνεπώς $(L + A_0) \otimes I_P$ είναι μη-μοναδιαίοι πίνακες M. Οπότε, το προϊόν $((L + A_0) \otimes I_P)K_P$ με $K_P \triangleq \text{diag}([K_{pi}]) \otimes I_P$ είναι επίσης ένας μη-μοναδιαίος πίνακας M αφού K_P είναι διαγώνιος πίνακας με θετικά στοιχεία. Συνεπώς από το Λήμμα 1 υπάρχει ένας διαγώνιος θετικά ορισμένος πίνακας $P = (\text{diag}(q))^{-1}$ με $q = (((L + A_0) \otimes I_P)K_P)^{-1} \mathbf{1}$ έτσι ώστε $P((L + A_0) \otimes I_P)K_P + K_P((L + A_0) \otimes I_P)^T P$ είναι ένας θετικά ορισμένος πίνακας.

Φάση 2: Μεταφέροντας το πρόβλημα στο πεδίο των μη-επανδρωμένων υποβρύχιων οχημάτων (UUV's) συνδυάζουμε τις εξισώσεις κίνησης 2.36 των υποβρυχίων με το

πρωτόκολλο ελέγχου :

Μη γραμμικό Δυναμικό Μοντέλο

$$\begin{aligned} M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + G(\eta) &= \tau \\ \dot{\eta} &= J(\eta)\nu \end{aligned} \quad (3.18)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση 3.9 και η το διάνυσμα θέσης και προσανατολισμού υποβρυχίου τότε η ταχύτητα στο πλαίσιο συντεταγμένων της γης είναι :

$$\dot{\eta}_{r_{ij}} = -\frac{\left(\frac{2K_{p_i}}{\rho_{ij}(t)}\right)}{1 - \left(\frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}\right)^2} \ln \left(\frac{1 + \frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}}{1 - \frac{e_{ij}}{\rho_{ij}(t)}} \right) \quad (3.19)$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς το χρόνο :

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = \left[\frac{-\left(\frac{2K_{p_i}}{\rho_{ij}(t)}\right)}{1 - \xi_{ij}^2(t)} \varepsilon_{ij}(t) \right]' \quad (3.20)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{p_i} \frac{\rho_{ij}(t) [(\xi_{ij}^2(t) - 1)\dot{e}_{ij}(t) - 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)\dot{\xi}_{ij}(t)] - \varepsilon_{ij}(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.21)$$

Παραγωγίζοντας την Εξίσωση 3.13:

$$\dot{\xi}_{ij}(t) = \frac{\rho_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) - e_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)} \quad (3.22)$$

Ομοίως, παραγωγίζοντας την Εξίσωση 3.17:

$$\dot{e}_{ij}(t) = -2 \frac{\rho_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) - e_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)} \quad (3.23)$$

Αντικαθιστώντας την 3.22 και 3.23 στην 3.21:

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{p_i} \frac{\rho_{ij}(t) \left[(\xi_{ij}^2(t) - 1) \left(-2 \frac{\rho_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) - e_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)} - 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t) \left(\frac{\rho_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) - e_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)} \right) \right) \right]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \\ - 2K_{p_i} \frac{\varepsilon_{ij}(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{p_i} \frac{-2[\dot{e}_{ij}(t) - \xi_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)] - 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)[\dot{e}_{ij}(t) - \xi_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)] - \varepsilon_{ij}(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.25)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{pi} \frac{-2\dot{e}_{ij}(t) + 2\xi_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t) - 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) + 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} - \frac{\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t)\dot{\rho}_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.26)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{pi} \frac{-2\dot{e}_{ij}(t) + 2\xi_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t) - 2\varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)\dot{e}_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t)\dot{\rho}_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.27)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{pi} \frac{-2[1 + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)]\dot{e}_{ij}(t) + [2\xi_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t) + \varepsilon_{ij}(t)]\dot{\rho}_{ij}(t)}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.28)$$

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{pi} \frac{-2[1 + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \dot{e}_{ij}(t) + 2K_{pi} \frac{[2\xi_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t) + \varepsilon_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \dot{\rho}_{ij}(t) \quad (3.29)$$

Παραγωγίζοντας επίσης το σφάλμα θέσης 3.4:

$$\dot{e}_{ij} = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\dot{x}_i - \dot{x}_j) \quad (3.30)$$

Σκοπός εδώ είναι ο διαχωρισμός της ταχύτητας των γειτόνων από την ταχύτητα του εκάστοτε πράκτορα. Στη συνέχεια θα αποδειχτεί η ευστάθεια του συστήματος πολλαπλών πρακτόρων με μειωμένη επικοινωνία, χωρίς δηλαδή την ανάγκη αποστολής της πληροφορίας της ταχύτητας των γειτόνων.

$$\ddot{\eta}_{r_{ij}} = 2K_{pi} \frac{-2[1 + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \dot{e}_{ij} + 2K_{pi} \frac{[2\xi_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t) + \varepsilon_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \dot{\rho}_{ij}(t) \quad (3.31)$$

$$r1_{ij} = -4K_{pi} \frac{[1 + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.32)$$

$$r1_i = [r1_{i1}, \dots, r1_{iP}]^T$$

$$r2_{ij} = 2K_{pi} \frac{[2\xi_{ij}(t) + \varepsilon_{ij}(t)\xi_{ij}^2(t) + \varepsilon_{ij}(t)]}{\rho_{ij}^2(t)(\xi_{ij}^2(t) - 1)^2} \quad (3.33)$$

$$r2_i = [r2_{i1}, \dots, r2_{iP}]^T$$

$$\ddot{\eta}_{r_i} = -4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\dot{x}_i - \dot{x}_j) + 2K_{pi}r2_i\dot{\rho}_i(t) \quad (3.34)$$

$$\ddot{\eta}_{r_i} = -4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\dot{x}_i - \dot{x}_j) + 2K_{pi}r2_i\dot{\rho}_i(t) \quad (3.35)$$

$$\ddot{\eta}_{r_i} = -4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}\dot{x}_i + 2K_{pi}r2_i\dot{\rho}_i(t) + 4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}\dot{x}_j$$

Διαχωρίζουμε τους γνωστούς όρους του $\ddot{\eta}$ από του από τους άγνωστους και ορίζουμε:

$$\begin{aligned} Xi &= -4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}\dot{x}_i + 2K_{pi}r2_i\dot{\rho}_i(t) \\ Xj &= 4K_{pi}r1_i \sum_{j \in N_i} a_{ij}\dot{x}_j \end{aligned} \quad (3.36)$$

Έτσι έχουμε:

$$\ddot{\eta}_{ri} = Xi + Xj \quad (3.37)$$

Για να εφαρμόσουμε το πρωτόκολλο ελέγχου είναι απαραίτητο να εργαστούμε με βάση το πλαίσιο αναφοράς του σώματος του κάθε υποβρυχίου, συνεπώς μέσω της Ιακωβιανής έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_{ri} &= J^{-1}(\eta)[\dot{\eta}_r - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] = J^{-1}(\eta)[Xi + Xj - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \\ \dot{\nu}_{ri} &= J^{-1}(\eta)[Xi - \dot{J}(\eta)\nu_{ri}] + J^{-1}(\eta)Xj \end{aligned} \quad (3.38)$$

Όπου $\dot{\nu}_{ri}$ η παράγωγος της ταχύτητας του υποβρυχίου εκφρασμένη στο πλαίσιο αναφοράς του σώματος. Χωρίζοντας τους γνωστούς από τους άγνωστους όρους θέτουμε:

$$\begin{aligned} ve &= J^{-1}(\eta)[Xi - \dot{J}(\eta)\nu_{ri}] \\ ve_n &= J^{-1}(\eta)Xj \end{aligned} \quad (3.39)$$

Σύμφωνα με το πρωτόκολλο ελέγχου και την έκφραση ;; αντιστοίχως για την περίπτωση μας η έκφραση της δυναμικής με σύνολο άγνωστων αλλά σταθερών παραμέτρων θ είναι:

$$Mve + C(\nu)\nu_r + D(\nu)\nu_r + G(\eta) = Z(\eta, \nu, \nu_r, ve)\theta \quad (3.40)$$

Θεωρούμε την ακόλουθη θετικά ορισμένη συνάρτηση

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T M s_i + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i \quad (3.41)$$

Παραγωγίζοντας χρονικά

$$\dot{V}_2 = \sum_{n=1}^N s_i^T M (\dot{\nu} - \dot{\nu}_r) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T \dot{M} s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (3.42)$$

Αντικαθιστώντας το s_i

$$\dot{V}_2 = \sum_{n=1}^N s_i^T [M\dot{\nu} - M\dot{\nu}_r] + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T \dot{M} s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (3.43)$$

Από 2.36 και 3.40

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_{n=1}^N s_i^T [(-C(\nu_i)\nu_i - D(\nu_i)\nu_i - G(\eta_i) + \tau_i) - \\ &\quad - (-C(\nu_i)\nu_{ri} - D(\nu_i)\nu_{ri} - G(\eta_i) + Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \theta_i)] - \sum_{n=1}^N s_i^T M ve_n \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T \dot{M} s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 = & \sum_{n=1}^N s_i^T [(\tau_i - C(\nu_i)(\nu_i - \nu_r) - D(\nu_i)(\nu_i - \nu_{ri}) \\
 & - Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \theta_i)] - \sum_{n=1}^N s_i^T Mve_n + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T \dot{M} s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\hat{\theta}}_i
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Αντικαθιστώντας το s_i

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 = & \sum_{n=1}^N s_i^T [(\tau_i - Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \theta_i)] \\
 & - \sum_{n=1}^N s_i^T C(\nu_i) s_i - \sum_{n=1}^N s_i^T D(\nu_i) s_i - \sum_{n=1}^N s_i^T Mve_n \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_i^T \dot{M} s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\hat{\theta}}_i
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε το θ και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες

$s^T C(\nu) s = 0$ και $\dot{M} = 0$ προκύπτει

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 = & \sum_{n=1}^N s_i^T [(\tau_i - Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \hat{\theta}_i)] \\
 & + \sum_{n=1}^N s_i^T Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \tilde{\theta}_i - \sum_{n=1}^N s_i^T Mve_n \\
 & - \sum_{n=1}^N s_i^T D(\nu_i) s_i + \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\hat{\theta}}_i
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Είσοδος ελέγχου και εκτίμηση παραμέτρων

$$\tau_i = Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \hat{\theta}_i - K_{\nu_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{\nu_i}(t)}{1 - s_i/p_{\nu_i}(t)} \right) \tag{3.48}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\Gamma_i (Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve) s_i) \tag{3.49}$$

Αντικατάσταση των (3.43) , (3.44) στην (3.42)

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & - \sum_{n=1}^N s_i^T [K_{\nu_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{\nu_i}(t)}{1 - s_i/p_{\nu_i}(t)} \right)] - \sum_{n=1}^N s_i^T D(\nu_i) s_i \\ & + \sum_{n=1}^N s_i^T Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve)^T \tilde{\theta}_i - \sum_{n=1}^N s_i^T M ve_n \\ & - \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \Gamma_i Z(\eta_i, \nu_i, \nu_{ri}, ve) s_i \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & - \sum_{n=1}^N s_i^T [K_{\nu_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{\nu_i}(t)}{1 - s_i/p_{\nu_i}(t)} \right)] - \sum_{n=1}^N s_i^T D(\nu_i) s_i \\ & - \sum_{n=1}^N s_i^T M ve_n \end{aligned} \quad (3.51)$$

με K_{ν_i} θετικό κέρδος και $s_i^T D(\nu) s_i > 0$ για $s \neq 0$

$$\sum_{n=1}^N s_i^T M ve = \sum_{n=1}^N s_i^T M J^{-1}(\eta_i) 4K_{pi} r_{1i} \sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{x}_j \quad (3.52)$$

$$\sum_{n=1}^N s_i^T M ve = s^T \text{diag}(M) \text{diag}(J^{-1}(\eta_i)) \text{diag}(4K_{pi}) \text{diag}(r_{1i}) (A \otimes I_P) \dot{\bar{x}} \quad (3.53)$$

$$G = \text{diag}(M) \text{diag}(J^{-1}(\eta_i)) \text{diag}(4K_{pi}) \text{diag}(r_{1i}) (A \otimes I_P) \dot{\bar{x}} \quad (3.54)$$

Η οποία ικανοποιεί $\|G\| \leq \bar{G}, \forall t \in [0, \tau_{max})$ για θετική σταθερά \bar{G} με $\dot{\bar{x}}$ φραγμένο από κατασκευή.

Ισχύει $\dot{V}_2 \leq 0$ όταν :

$$- \left(s^T \text{diag} [K_{\nu_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{\nu_i}(t)}{1 - s_i/p_{\nu_i}(t)} \right)] + s^T \text{diag}(M) \text{diag}(J^{-1}(\eta_i)) \text{diag}(4K_{pi}) \text{diag}(r_{1i}) (A \otimes I_P) \dot{\bar{x}} \right) \leq 0 \quad (3.55)$$

Άρα όταν :

$$\|s\| > \frac{\bar{G}}{\lambda_{\min}(\text{diag}[K_{\nu_i} + D(\nu_i)])} \quad (3.56)$$

Ισχύει ότι :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} s^T \text{diag}(M) s & \geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\text{diag}(M)) \|s\|^2 \\ \frac{1}{2} s^T \text{diag}(M) s & \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\text{diag}(M)) \|s\|^2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

Οπότε προκύπτει u_{ib} με :

$$b = \left(\frac{1}{2}\lambda_{\min}(\text{diag}(M))\right)^{-1} \left(\frac{1}{2}\lambda_{\max}(\text{diag}(M))\right) \left(\frac{\bar{G}}{\lambda_{\min}(\text{diag}[K_{\nu_i} + D(\nu_i)])}\right)^2 \quad (3.58)$$

Άρα :

$$\|s(t)\| \leq \bar{s} = \frac{\bar{G}}{\lambda_{\min}(\text{diag}[K_{\nu_i} + D(\nu_i)])} \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\text{diag}(M))}{\lambda_{\min}(\text{diag}(M))}} \quad (3.59)$$

Συνεπώς $\dot{V}_2 \leq 0$ εγγυάται ότι τα $s_i, \tilde{\theta}_i, i = 1, \dots, N$ και ακολούθως το πρωτόκολλο καταναμημένου έλεγχου και εκτίμησης παραμέτρων είναι φραγμένα για κάθε $t \in [0, \tau_{max})$. Οπότε υπάρχουν θετικές σταθερές \bar{s}' και $\bar{\theta}'$ τέτοιες ώστε $s(t) \in \Omega'_s \triangleq \{s \in \mathbb{R}^{NP} : \|s\| < \bar{s}'\}$ και $\tilde{\theta}(t) \in \Omega'_\theta \triangleq \{\tilde{\theta} \in \mathbb{R}^{RQ} : \|\tilde{\theta}\| < \bar{\theta}'\}, \forall t \in [0, \tau_{max})$, όπου: $\Omega'_\xi = \Pi\left[\frac{\exp(-\bar{\varepsilon}-1)}{\exp(-\bar{\varepsilon}+1)}, \frac{\exp(\bar{\varepsilon}-1)}{\exp(\bar{\varepsilon}+1)}\right]_{NP} \times \Omega'_s \Omega'_{theta}$ ένα μη-μηδενικό συμπαγές σύνολο. Επιπρόσθετα, μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι $\Omega'_\xi \subset \Omega_{xi}$ για κάθε $\bar{s}, \bar{\theta}$ που ικανοποιεί την ανίσωση $\bar{s}' < \bar{s}$ και $\bar{\theta}' < \bar{\theta}$. Υποθέτοντας ότι $\tau_{max} < \infty$ και αφού $\Omega'_\xi \subset \Omega_\xi$, η πρόταση C.3.6(σελ. 481) στο [21] υποδηλώνει την ύπαρξη μίας χρονικής στιγμής $t' \in [0, \tau_{max})$ έτσι ώστε $\xi(t') \notin \Omega'_\xi$ η οποία είναι μια σαφής αντίφαση. Οπότε, $\tau_{max} = \infty$. Ως αποτέλεσμα, κάθε σήμα του κλειστού βρόχου παραμένει φραγμένο και επιπλέον $\xi(t) \in \Omega'_\xi \subset \Omega_\xi, \forall t \geq 0$. Επιπρόσθετα, καταλήγουμε στο :

$$-\rho_{ij}(t) < \frac{\exp(-\bar{\varepsilon}-1)}{\exp(-\bar{\varepsilon}+1)} p_{ij}(t) \leq e_{ij}(t) \leq \frac{\exp(\bar{\varepsilon}-1)}{\exp(\bar{\varepsilon}+1)} p_{ij}(t) < \rho_{ij}(t) \quad (3.60)$$

για κάθε $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, P$ και $t \geq 0$. Επιπρόσθετα, εφαρμόζοντας το Λήμμα Barbalat για την θετικά ορισμένη συνάρτηση V_2 , που έχει αποδειχθεί ότι δεν είναι αύξουσα και έχει ένα συνολικά συνεχή χρονική παράγωγο (\dot{V}_2 είναι φραγμένη συνάρτηση αφού $\dot{s}_i, \dot{\theta}_i$, με $i = 1, \dots, N$ φραγμένα σήματα) καταλήγουμε στο ότι το όριο $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}_2(t) = 0$. Οπότε προκύπτει ότι $\lim_{t \rightarrow \infty} s_i(t) = 0, i = 1, \dots, N$.

Η τεχνική έλεγχου προβλεπόμενης απόδοσης εγγυάται την επίτευξη των προδιαγραφών της παροδικής και σταθερής κατάστασης, οι οποίες είναι ενσωματωμένες στην αντίστοιχη συνάρτηση απόδοσης $\rho_{ij}(t), i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$, επιβάλλοντας τα κανονικοποιημένα σφάλματα $\xi_{ij}(t)$ να παραμένουν αυστηρά εντός του συνόλου $(-1, 1)$ για όλα τα $t \geq 0$. Παρατηρούμε ότι το διαμορφώνοντας το $\xi_{ij}(t)$ μέσω της λογαριθμικής συνάρτησης $\ln\left(\frac{1+\ast}{1-\ast}\right)$ στο σήμα ελέγχου ν_{dij} και επιλέγοντας $\rho_{ij}(0) > |e_{ij}(0)|$, το σήμα $\varepsilon_{ij}(t)$, είναι αρχικά καλώς ορισμένα. Επιπλέον, δεν είναι δύσκολο να επιβεβαιωθεί ότι η διατήρηση των ορίων των διαμορφωμένων σφαλμάτων $\varepsilon_{ij}(t)$ για όλα τα $t \geq 0$ είναι ισοδύναμο με το να εγγυηθούμε ότι $\xi_{ij}(t) \in (-1, 1)$ για όλα τα $t \geq 0$. Επομένως, το πρόβλημα μπορεί να μεταφερθεί στη σταθεροποίηση των διαμορφωμένων σφαλμάτων $\varepsilon_{ij}(t)$ εντός των εφικτών περιοχών που ορίζονται μέσω $\xi_{ij} \in (-1, 1)$ για όλα τα $t \geq 0$. Το ν_{dij} στο προτεινόμενο σύστημα ελέγχου παίρνει αρνητικές ε-άν $e_{ij}(t) \rightarrow -\rho_{ij}(t)$ ή θετικές τιμές ανάλογα με το εάν $e_{ij}(t) \rightarrow \rho_{ij}(t)$. Τελικά το

$e_{ij}(t)$ παραμένει εντός των αντίστοιχων ορίων, που επιβάλλονται από τις κατάλληλα επιλεγμένες συναρτήσεις απόδοσης $\rho_{ij}(t)$.

Τα προφίλ υψηλής ταχύτητας του αρχηγού (δηλαδή, $\dot{x}_0(t)$) μπορούν να αντισταθμιστούν, καθώς επηρεάζουν μόνο το μέγεθος του G , αλλά αφήνουν αναλλοίωτες τις επιτευχθείσες ιδιότητες ευστάθειας. Ως εκ τούτου, η απόκριση συστήματος πολλαπλών πρακτόρων κλειστού βρόχου, η οποία είναι καθορίζεται αποκλειστικά από τις συναρτήσεις απόδοσης $\rho_i(t), i = 1, \dots, N$, απομονώνεται από τις αβεβαιότητες, επεκτείνοντας σε μεγάλο βαθμό την ευρωστία του προτεινόμενου συστήματος. Επιπλέον, σε αντίθεση με τα πρότυπα καταναμεμημένα σχηματικά ελέγχου για στατικούς γράφους, του οποίου το ποσοστό σύγκλισης υπαγορεύεται από το επίπεδο συνδεσιμότητας (δηλαδή, η μικρότερη μοναδική τιμή του $(L + A_0)$), η παροδική απόκριση του προτεινόμενου συστήματος είναι ανεξάρτητη από το υποκείμενη τοπολογία εφ'όσον ισχύει η Υπόθεση A.

Σε αντίθεση με την κοινή πρακτική στη σχετική βιβλιογραφία, η απόκριση καθορίζεται αποκλειστικά με την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων l, ρ_∞ των συναρτήσεων απόδοσης $\rho_{ij}(t), i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, P$. Ειδικότερα, ο ρυθμός μείωσης l που εισάγει άμεσα χαμηλότερο όριο για την ταχύτητα σύγκλισης του γειτονικό σφάλμα e_{ij} . Επιπλέον, το $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{ij}(t)$ ρυθμίζει το μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα σε σταθερή κατάσταση. Τα χαρακτηριστικά των συναρτήσεων απόδοσης $\rho_{ij}(t)$ επιλέγονται εκ των προτέρων, σύμφωνα με την επιθυμητή παροδική απόδοση και σταθερή κατάσταση. Επιπλέον, πρέπει να πληρείτε μία επιπλέον προϋπόθεση σχετικά με την αρχική τιμή των συναρτήσεων απόδοσης (δηλαδή, $\rho_{ij}(0) > |e_{ij}(0)|$).

Παρ'όλα αυτά, τονίζεται ότι η αρχική τιμή της συνάρτησης απόδοσης δεν επηρεάζει τις ιδιότητες της παροδικής ούτε και της σταθερής κατάστασης. Επιπλέον, δεδομένου ότι το σφάλμα $e_{ij}(t), i = 1, \dots, N$ εξαρτάται μόνο από τη διαθέσιμες καταστάσεις των γειτονικών πρακτόρων, η προαναφερθείσα περίπτωση μπορεί εύκολα να ικανοποιηθεί με την επιλογή της αρχικής τιμής της αντίστοιχης συνάρτησης απόδοσης $\rho_{ij}(0)$ να είναι μεγαλύτερη από $|e_{ij}(0)|$. Υπογραμμίζεται ωστόσο ότι ο προτεινόμενος ελεγκτής δεν εγγυάται την ποιότητα της εξέλιξης των γειτονικών σφαλμάτων $e_{ij}(t)$ μέσα στα όρια επιδόσεων ή τις προδιαγραφές της εισόδου ελέγχου.

Σε αυτή η κατεύθυνση, εκτεταμένες μελέτες προσομοίωσης έχουν αποκαλύψει ότι η επιλογή των κερδών ελέγχου K_{pi}, K_{vi} , μπορεί να έχουν θετική επιρροή (π.χ., η μείωση των τιμών κέρδους οδηγεί σε αύξηση ταλαντωτική συμπεριφορά εντός του προκαθορισμένου εύρους απόδοσης. Έτσι, είναι πιθανό να χρειάζεται μια επιπλέον ρύθμιση στη περίπτωση πραγματικών σεναρίων για τη διατήρηση του σήματος εισόδου ελέγχου μέσα στο εύρος που μπορεί να εφαρμοστεί από τους ενεργοποιητές. Ομοίως, οι περιορισμοί της εισόδου ελέγχου επιβάλλουν ένα ανώτερο όριο στην απαιτούμενη ταχύτητα σύγκλισης του $\rho_{ij}(t)$, όπως λαμβάνεται από το εκθετικό $\exp(-lt)$ καθώς και την ταχύτητα του αρχηγού. Ωστόσο, προκειμένου να εξαχθεί οποιαδήποτε σχέση μεταξύ της επιτευχθείσας απόδοσης και τους περιορισμούς εισόδου, θα πρέπει να δοθεί ένα ανώτερο όριο του όρου G , το οποίο σχετίζεται με το προφίλ ταχύτητας του αρχηγού και τις επιθυμητές προδιαγραφές απόδοσης όπως επίσης και ένα ανώτερο όριο των άγνωστων δυναμικών παραμέτρων δυναμικού μοντέλου.

3.2 Ανάλυση μεθοδολογίας βάσει Απόστασης

Σε μια περισσότερο ρεαλιστική περίπτωση, χρησιμοποιείτε μια μέθοδος αποκεντρωμένου ελέγχου, του σχηματισμού πολλαπλών πρακτόρων βάση αποστάσεως με εγγυημένη προκαθορισμένη απόδοση. Εκτός από τη διασφάλιση της ευνοϊκής μεταβατικής συμπεριφοράς του συστήματος πολλαπλών πρακτόρων, με κατάλληλο σχεδιασμό των καθορισμένων ορίων στα σφάλματα απόστασης, αντιμετωπίζονται επίσης τα προβλήματα της διατήρησης συνδεσιμότητας και της αποφυγής σύγκρουσης μεταξύ των γειτονικών πρακτόρων. Επιπλέον, το προτεινόμενο σύστημα ελέγχου αυξάνει την ευρωστία του σχηματισμού και μπορεί να αποτρέψει τη σύγκλιση του σχηματισμού σε λανθασμένους σχηματισμούς. Χρησιμοποιώντας άκαμπτη θεωρία γραφημάτων και με βάση την ανάλυση Lyapunov τα αποτελέσματα καθορίζονται για μεμονωμένα μέσα ολοκλήρωσης όπου ο σχηματισμός στόχου είναι ελάχιστα και άπειρα άκαμπτο σε χώρο δύο ή τριών διαστάσεων

Θεωρούμε n αριθμό πρακτόρων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους σε χώρο διαστάσεως m που μοντελοποιείται από το παρακάτω μοντέλο ολοκληρωτή:

$$\dot{q}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.61)$$

όπου $q_i \in \mathbb{R}^m$ είναι η θέση και $u_i \in \mathbb{R}^m$ είναι η είσοδος ελέγχου του επίπεδου ταχύτητας του πράκτορα i στο αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς της γης. Ο επιθυμητός σχηματισμός ορίζεται από ένα ελάχιστα και απεριόριστα άκαμπτο πλαίσιο $F^* = (G^*, q^*)$ όπου $G^* = (V^*, E^*)$, $\dim(V^*) = n$, $\dim(E^*) = l$ και $q = \text{col}(q_i^*) \in \mathbb{R}^{mn}$. Επίσης, ο πραγματικός σχηματισμός των πρακτόρων αντιπροσωπεύεται από το $F(t) = (G, q(t))$, όπου $q(t) = \text{col}(q_i(t)) \in \mathbb{R}^{mn}$. Οι επιθυμητές αποστάσεις μεταξύ του πράκτορα i και των γειτονικών και μη γειτονικών πρακτόρων δίνεται από :

$$d_{ij} = \|q_i^* - q_j^*\| > 0, \quad (i, j) \in V^*. \quad (3.62)$$

Οι σχετικές θέσης μεταξύ των πρακτόρων δίνονται από :

$$\tilde{q} = q_i - q_j, \quad (i, j) \in E^*. \quad (3.63)$$

Αντιστοιχώντας σε κάθε άκρο του άκαμπτου γράφου, το σφάλμα απόστασης δίνεται από :

$$e_{ij} = \|\tilde{q}_{ij}\| - d_{ij} > 0, \quad (i, j) \in E^*, \quad (3.64)$$

όπου $\|\tilde{q}_{ij}\|$ είναι η πραγματική απόσταση των πρακτόρων i και j . Από [15] ισχύει $e_{ij} \in [-d_{ij}, \infty]$. Σε ό, τι ακολουθεί τα προβλήματα διατήρησης συνδεσιμότητας και αποφυγής συγκρούσεων μεταξύ των γειτονικών πρακτόρων διατυπώνονται σε σχέση με το e_{ij} .

1) Αποφυγή σύγκρουσης γειτονικών πρακτόρων: Ένα σημαντικό πρακτικό ζήτημα στα προβλήματα ελέγχου σχηματισμού είναι η αποφυγή συγκρούσεων των πρακτόρων. Είναι σαφές ότι είναι ζωτικής σημασίας οι πράκτορες να μην συγκρούονται μαζί κατά τη διάρκεια των κινήσεών τους προς την κατεύθυνση του επιθυμητού σχηματισμού. Για να αντιμετωπίσει αυτό το ζήτημα συνήθως θεωρείτε μια κυκλική

περιοχή ασφάλειας γύρω από κάθε πράκτορα και βάση της περιοχής αυτής ο ελεγκτής διασφαλίζει ότι οι καθορισμένες περιοχές δεν επικαλύπτονται κατά τη διάρκεια της λειτουργίας. Υποθέτουμε ότι οι πράκτορες έχουν κυκλική (ή σφαιρική) δομή. Οπότε $r_{si} \in \mathbb{R}^+$, $r_{sj} \in \mathbb{R}^+$ είναι η γεωμετρική ακτίνα των γειτονικών παραγόντων i και j , αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, ορίζεται $r_{sij} = (r_{si} + r_{sj}) > 0$, $(i, j) \in E^*$. Προφανώς, είναι απαραίτητο ότι $r_{sij} < d_{ij}$, διαφορετικά, ο σχηματισμός δεν είναι εφικτός. Για να αποφευχθεί η σύγκρουση μεταξύ γειτονικών πράκτορων, πρέπει να ισχύει $r_{sij} < \|\tilde{q}_{ij}\|$ για όλα τα $t \geq 0$. Με βάση το σφάλμα απόστασης ορίζεται ότι :

$$r_{sij} - d_{ij} < e_{ij}(t), \quad (i, j) \in E^*, \forall t \geq 0 \quad (3.65)$$

όπου $r_{sij} - d_{ij}$ έχει αρνητική τιμή.

2) Διατήρηση Συνδεσιμότητας: Στην πράξη, αφού κάθε πράκτορας έχει περιορισμένη ικανότητα ανίχνευσης, είναι απαραίτητο οι πράκτορες να παραμείνουν εντός των αισθητήριων περιοχών κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους, διαφορετικά ολόκληρο το σύστημα μπορεί να γίνει ασταθές ή ανενεργό. Επομένως, είναι σημαντικό ο σχεδιασμός του ελεγκτή σχηματισμού με τέτοιο ώστε να εξασφαλίζει τη διασύνδεση των γειτονικών πρακτόρων. Στην περίπτωση μας η διατήρηση συνδεσιμότητας είναι ισοδύναμη με την μη απώλεια οποιασδήποτε ακμής του πραγματικού άκαμπτου γράφου σχηματισμού κατά τη διάρκεια της λειτουργίας. Έστω $r_{ci} \in \mathbb{R}^+$ και $r_{cj} \in \mathbb{R}^+$ η ακτίνα ανίχνευσης των πρακτόρων i και j αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύει $r_{cij} = \min(r_{ci} + r_{sj}, r_{cj} + r_{si})$, $(i, j) \in E^*$. Για να είναι εφικτή η επίτευξη του σχηματισμού, είναι ξεκάθαρο ότι πρέπει να έχουμε $r_{cij} > d_{ij}$. Για τη διασφάλιση της συντήρησης συνδεσιμότητας είναι απαραίτητο $\|\tilde{q}\| < r_{cij}$ για όλα τα $t \geq 0$. Αυτή η απαίτηση μπορεί να διατυπωθεί ως προς το σφάλμα απόστασης ως :

$$e_{ij}(t) < r_{cij} - d_{ij}, \quad (i, j) \in E^*, \forall t \geq 0 \quad (3.66)$$

Προφανώς, η παραπάνω εξίσωση δείχνει επίσης ότι ο γράφος πρέπει να είναι συνδεδεμένος στο χρόνο $t = 0$. Σημειώνεται ότι ισχύει πάντα $r_{ci} > r_{si}$, $\forall i \in V$. Επίσης οι δύο παραπάνω εξισώσεις δείχνουν ότι $r_{cij} > r_{sij}$, $(i, j) \in E$.

Υπόθεση: Ο πραγματικός γράφος σχηματισμού $F(t)$ είναι απεριορίστα άκαμπτos σε χρόνο $t = 0$.

Σημειώνεται ότι η παραπάνω Υπόθεση είναι κοινή στη βιβλιογραφία ελέγχου σχηματισμού με βάση την απόσταση [7], [25], [24]. Εφόσον ικανοποιείται η υπόθεση αυτή ο στόχος είναι να σχεδιαστεί $u_i = u_i(q_i - q_j, d_{ij})$, $i = 1, \dots, n$; $j \in N_i(E^*)$, σε ένα m -διαστάσεων χώρο τέτοιο ώστε

$$\begin{aligned} F(t) &\rightarrow Iso(F^*) \quad t \rightarrow \infty \\ -\underline{e}_{ij}(t) &< e_{ij}(t) < -\bar{e}_{ij}(t), \quad (i, j) \in E^*, \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

όπου $\underline{e}_{ij}(t) > 0$ και $\bar{e}_{ij}(t) > 0$ είναι τα όρια της μειούμενης απόδοσης που ικανοποιούν τα $\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{e}_{ij}(t) > 0$ και $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_{ij}(t) > 0$. Επίσης, τα όρια απόδοσης πρέπει να επιλεγούν κατάλληλα για να έχουμε $\bar{e}_{ij}(0) \leq r_{cij} - d_{ij}$ και $\underline{e}_{ij}(0) \leq d_{ij} - r_{sij}$ που εξασφαλίζει τη συντήρηση συνδεσιμότητας και την αποφυγή συγκρούσεων μεταξύ γειτονικών παραγόντων για $t \geq 0$.

Το επόμενο λήμμα παρέχει ένα χρήσιμο κριτήριο για την άπειρη ακαμψία του πραγματικού σχηματισμού $F(t)$ που σχετίζεται με το όριο του σφάλματος απόστασης.

Λήμμα: Αν το F^* είναι άπειρα άκαμπτο και $\bar{\delta}$ μια επαρκώς μικρή θετική σταθερά που ικανοποιεί την ακόλουθη ανισότητα

$$\bar{\Psi}(F, F^*) \triangleq \sum_{(i,j) \in E} \max\{|\underline{e}(0)|, |\bar{e}(0)|\} \leq \bar{\delta} \quad (3.68)$$

τότε F είναι επίσης άπειρα άκαμπτο.

Για έναν άπειρα άκαμπτο σχηματισμό πλαισίου F^* , το παραπάνω Λήμμα υποδηλώνει ότι αν τα $\bar{e}_{ij}(0)$ και $\underline{e}_{ij}(0)$ έχουν καθοριστεί σωστά και η εξίσωση 3.67 ικανοποιείται, εξασφαλίζεται σε κάθε χρονική στιγμή και η άπειρη ακαμψία του πραγματικού του γράφου σχηματισμού $F(t)$. Σημειώνεται η προηγούμενη Υπόθεση μπορεί να παρασταθεί από $e(0) \in \Omega_I$ όπου:

$$\Omega_I = \{e \in \mathfrak{R}^l \mid \bar{\Psi}(F, F^*) \leq \bar{\delta}\}, \quad (3.69)$$

και $e = \text{col}(e_{ij}) \in \mathfrak{R}^l$ με την ίδια σειρά όρων ως συνάρτηση ακμής. Επιπλέον, επειδή οι άκαμπτοι γράφοι είναι συνδεδεμένοι, η Υπόθεση καλύπτει επίσης την απαίτηση της αρχικής σύνδεσης για τη συντήρηση συνδεσιμότητας.

A. Κατάλληλη επιλογή των $\underline{e}_{ij}(0)$ και $\bar{e}_{ij}(0)$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, δεδομένου ότι τα $\underline{e}_{ij}(t)$ και $\bar{e}_{ij}(t)$ υποτίθεται ότι μειώνεται, με κατάλληλη επιλογή των $\bar{e}_{ij}(0)$ και $\underline{e}_{ij}(0)$ εξασφαλίζουμε όρια απόστασης που μας δίνουν άπειρη ακαμψία, συντήρηση συνδεσιμότητας και αποφυγή σύγκρουσης μεταξύ γειτονικών πρακτόρων.

Σημειώστε ότι, όταν έχουμε $e(0) \in \Omega_I$ (Υπόθεση), αν θεωρήσουμε ότι $|e_{ij}(t)| < |e_{ij}(0)| + \mu$ όπου μ είναι μια επαρκώς μικρή θετική σταθερά, τότε από το Λήμμα είναι πειστικό να υποθέσουμε ότι $\underline{e}_{ij}(0) = \bar{e}_{ij}(0) = |e_{ij}(0)| + \mu$ ως το μέγιστο επιτρεπόμενα όρια για το e_{ij} προκειμένου να εγγυηθούν απεριόριστη ακαμψία του πραγματικού γράφου σχηματισμού. Είναι σαφές ότι η αύξηση του μ μειώνει τη συντηρητικότητα στην επιλογή των ορίων για το e_{ij} που εξασφαλίζει άπειρη ακαμψία του πραγματικού γράφου σχηματισμού. Αφού $e + ij \in [-d_{ij}, \infty)$, αν $e_{ij}(0) > 0$ και $-(|e_{ij}(0)| + \mu) < -d_{ij}$ τότε θα πρέπει να πάρουμε $\underline{e}_{ij}(0) = d$.

Ορίζουμε επίσης σταθερές διαμόρφωσης ευρωστίας $\bar{\mu}_{ij}$ και $\underline{\mu}_{ij}$ σε σχέση με κάθε άκρο του άκαμπτου γράφου όπου $0 < \bar{\mu}_{ij} \leq r_{cij} - d_{ij}$ και $0 < \underline{\mu}_{ij} \leq d_{ij} - r_{sij} \in E^*$. Ρυθμίζοντας αυτές τις σταθερές μπορεί να βελτιώσει την ευρωστία και να περιορίσει την αλλοίωση του σχηματισμού που προέρχεται από εξωτερικές επιδράσεις όπως διαταραχές.

3.2.1 Αλγόριθμος Αποφυγής Σύγκρουσης

Προτείνεται ο παρακάτω Αλγόριθμος για την επιλογή του μέγιστου επιτρεπόμενου τα άνω και κάτω ορίου του e_{ij} στο 3.67 ($\bar{e}_{ij}(0)$ και $\underline{e}_{ij}(0)$), με τρόπο που ταυτόχρονα εξα-

σφαλίζει απεριόριστα ακαμψία, συντήρηση συνδεσιμότητας και αποφυγή σύγκρουσης για τους γειτονικούς πράκτορες.

Αλγόριθμος : Κατανεμημένη επιλογή των $\bar{e}_{ij}(0)$ και $\underline{e}_{ij}(0), j \in N_i(E^*)$ για κάθε πράκτορα i

Input: $e_{ij}(0), d_{ij}, r_{ci}, r_{si}, r_{sj}, \mu$

1. $r_{sij} = (r_{si} + r_{sj}), r_{cij} = \min\{r_{ci}, r_{cj}\}$

2. **Choose** $0 < \bar{\mu}_{ij}$

3. **if** ($e_{ij} \geq 0$) **then**

4. $\bar{e}_{ij}(0) = \min\{|e_{ij}(0)| + \mu, r_{cij} - d_{ij}\}$

5. $\underline{e}_{ij}(0) = \min\{|e_{ij}(0)| + \mu, \underline{\mu}_{ij}\}$

6. **else if** ($e_{ij} < 0$) **then**

7. $\bar{e}_{ij}(0) = \min\{|e_{ij}(0)| + \mu, \bar{\mu}_{ij}\}$

8. $\underline{e}_{ij}(0) = \min\{|e_{ij}(0)| + \mu, d_{ij} - r_{sij}\}$

9. **end if**

10. **return** $\bar{e}_{ij}(0), \underline{e}_{ij}(0)$

Ο αλγόριθμος μπορεί να εφαρμοστεί με αποκεντρωμένο τρόπο στην οποία κάθε πράκτορας θα υπολογίσει τα αντίστοιχα μέγιστα επιτρεπόμενα όρια του σφάλματος απόστασης κάθε ακμής. Οι πράκτορες πρέπει να αισθάνονται τα αρχικά σφάλματα απόστασης $e_{ij}(0)$ των άκρων τα οποία συνδέονται και χρησιμοποιούν τις πληροφορίες σχετικά με την ανίχνευση και την ακτίνα ασφαλείας των δικών τους και των γειτόνων τους. Σημειώστε ότι όταν η ακτίνα ανίχνευσης και ασφαλείας των πρακτόρων διαφέρει, ο πράκτορας i λαμβάνει βαθμωτά r_{cj} και r_{sj} μέσω επικοινωνίας με τους γείτονές του στο $t = 0$. Ο αλγόριθμος υλοποιείται σε περιβάλλον MATLAB και φαίνεται στο παράρτημα

3.2.2 Σφάλμα Απόστασης

B. Όρια προκαθορισμένης απόδοσης

Ορίζουμε το ακόλουθο τετραγωνικό σφάλμα απόστασης :

$$\eta_{ij} = \|\tilde{q}_{ij}\|^2 - d_{ij}^2, (i, j) \in E^*, \quad (3.70)$$

όπου από την εξίσωση 3.64 :

$$\eta_{ij} = e_{ij}(\|\tilde{q}_{ij}\| + d_{ij}) = e_{ij}(e_{ij} + 2d_{ij}), (i, j) \in E^*, \quad (3.71)$$

Εφόσον $e_{ij} \in [-d_{ij}, \infty)$, από την εξίσωση 3.71 καταλήγουμε εύκολα ότι $\eta_{ij} = 0$ αν και μόνο αν $e_{ij} = 0$.

Αντί να χρησιμοποιήσουμε απευθείας το e_{ij} , θα χρησιμοποιήσουμε το τετράγωνικο σφάλμα της απόστασης για το σχεδιασμό του νόμου ελέγχου των προδιαγεγραμμένων επιδόσεων ο οποίος διατηρεί το η_{ij} εντός ενός συγκεκριμένου Προκαθορισμένου Ορίου Απόδοσης (Prescribed Performance Bound). Ομοίως με τα αποτελέσματα στα [3],[22],[23],[16] για σε κάθε άκρο του άκαμπτου πλαισίου, επιλέγουμε μια ομαλή φθίνουσα συνάρτηση απόδοσης $\rho_{ij}(0) : [0, \infty) \rightarrow \mathfrak{R}^+$, $(i, j) \in E^*$ με $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{ij}(t) = \rho_{ij\infty} > 0$.

$$\rho_{ij}(t) = (\rho_{ij0} - \rho_{ij\infty})e^{-a_{ij}t} + \rho_{ij\infty}, \quad (i, j) \in E^*, \quad (3.72)$$

όπου $\rho_{ij0} > \rho_{ij\infty}$ και $a_{ij} > 0$. Η εγγύηση της παροδική απόδοση ικανοποιείται εφόσον και η ακόλουθη συνθήκη ικανοποιείται:

$$-\underline{\eta}_{ij}(t) < \eta_{ij}(t) < \bar{\eta}_{ij}(t), \quad (i, j) \in E^*, \quad (3.73)$$

όπου

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{ij}(t) &= \bar{b}_{ij}\rho_{ij}(t) \\ \underline{\eta}_{ij}(t) &= \underline{b}_{ij}\rho_{ij}(t) \end{aligned} \quad (3.74)$$

και $\bar{b}_{ij}, \underline{b}_{ij} > 0$ είναι θετική σταθερά. Είναι ξεκάθαρο ότι $\bar{\eta}_{ij}(0) = \bar{b}_{ij}\rho_{ij}(0)$ και $\underline{\eta}_{ij}(0) = \underline{b}_{ij}\rho_{ij}(0)$ είναι η μέγιστη υπερακόντιση και το χαμηλότερη (αρνητική υπερακόντιση) του $\eta_{ij}(t)$, αντίστοιχα. Επιπλέον, η μείωση του ρυθμού του $\rho_{ij}(t)$ εισάγει ένα κατώτερο όριο στην ταχύτητα σύγκλισης του $\eta_{ij}(t)$. Από την εξίσωση 3.71 ισχύει:

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ij}(0)^2 + 2d_{ij}\bar{e}_{ij}(0) &= \bar{b}_{ij}\rho_{ij}(0) \\ \underline{e}_{ij}(0)^2 + 2d_{ij}\underline{e}_{ij}(0) &= \underline{b}_{ij}\rho_{ij}(0) \end{aligned} \quad (3.75)$$

Συνεπώς, αν $\bar{e}_{ij}(0)$ και $\underline{e}_{ij}(0)$ δίνονται από τον αλγόριθμο, τότε μπορούμε πάντα να υποθέσουμε $\rho_{ij0} = 1$ και να βρούμε τα \bar{b}_{ij} και \underline{b}_{ij} προκειμένου να διαμορφωθούν οι απαιτήσεις της άπειρης ακαμψίας, της διατήρησης συνδεσιμότητας και της αποφυγής σύγκρουσης μεταξύ γειτονικών πρακτόρων σε σχέση με τα όρια απόδοσης.

Η δυναμική του σφάλματος απόστασης που αντιστοιχεί σε κάθε άκρο του γράφου του άκαμπτου πλαισίου μπορεί να ληφθεί χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 3.61 και 3.64 ως ακολουθεί:

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\tilde{q}_{ij}^T(u_i - u_j)}{e_{ij} + d_{ij}}, \quad (i, j) \in E^*. \quad (3.76)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω εξίσωση και την 3.71, η χρονική παράγωγος του η_{ij} δίνεται από το:

$$\dot{\eta}_{ij} = 2e_{ij}\dot{e}_{ij} + 2\dot{e}_{ij}d_{ij} = 2\tilde{q}_{ij}^T(u_i - u_j), \quad (i, j) \in E^*. \quad (3.77)$$

Με βάση τη δομή της μήτρας ακαμψίας, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να είναι γραφτεί σε συμπαγή μορφή ως:

$$\dot{\eta} = 2R(q)u, \quad (3.78)$$

όπου $u = \text{col}(u_i) \in R^{mn}$, $\eta = \text{col}(\eta_{ij}) \in \mathfrak{R}^l$, $(i, j) \in E^*$ με την ίδια σειρά όρων όπως στην μήτρα ακαμψίας.

Το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός ελεγκτή με συνθήκες περιορισμένου σφάλματος, μπορεί να μετασχηματιστεί στην επίλυση ενός άλλου προβλήματος, στην απόδειξη δηλαδή του ότι όλα τα σήματα είναι φραγμένα. Για να γίνει αυτό, αντιστοιχίζεται σε κάθε σφάλμα του τετραγώνου της απόστασης της άκρης του άκαμπτου πλαισίου, μια ομαλή και αυστηρά αυξανόμενη συνάρτηση $T_{ij}(i, j)$ η οποία έχει τις παρακάτω ιδιότητες :

1. $\underline{b}_{ij} < T_{ij}(\sigma_{ij}) < \bar{b}_{ij}$,
2. $\lim_{\sigma_{ij} \rightarrow -\infty} = -\underline{b}_{ij}$, $\lim_{\sigma_{ij} \rightarrow +\infty} = \bar{b}_{ij}$,
3. $T_{ij}(0) = 0$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η συνθήκη στο 3.73 μπορεί να εκφραστεί ως :

$$\eta_{ij}(t) = \rho_{ij}(t)T_{ij}(\sigma_{ij}), \quad (i, j) \in E^*. \quad (3.79)$$

Καθορίζεται το παρακάτω διαμορφωμένο σφάλμα :

$$\hat{\eta}_{ij}(t) = \frac{\eta_{ij}(t)}{\rho_{ij}(t)}, \quad (i, j) \in E^*. \quad (3.80)$$

Αφού η συνάρτηση $T_{ij}(\sigma_{ij})$ είναι αυστηρά αύξουσα και $\rho_{ij}(t) \neq 0$, μπορεί να γραφτεί :

$$\sigma_{ij} = T_{ij}^{-1}(\hat{\eta}_{ij}(t)), \quad (i, j) \in E^*, \quad (3.81)$$

όπου σ_{ij} είναι το μετασχηματισμένο σφάλμα που αντιστοιχεί στο η_{ij} . Όταν $-\underline{\eta}_{ij}(0) < \eta_{ij}(0) < \bar{\eta}_{ij}(0)$ και το σ_{ij} είναι φραγμένο για $t \geq 0$ από το σχεδιασμό του ελεγκτή, έχουμε $\underline{b}_{ij} < \hat{\eta}_{ij}(t) < \bar{b}_{ij}$. Επίσης λόγω της 3ης ιδιότητας του T_{ij} εάν $\sigma_{ij} \rightarrow 0$ τότε $\eta_{ij} \rightarrow 0$ και αντίστροφα.

Η συνάρτηση T_{ij} που χρησιμοποιείτε στην εργασία αυτή έχει σχεδιαστεί ως :

$$T_{ij}(\sigma_{ij}) = \frac{\bar{b}_{ij}e^{(\sigma_{ij}+r_{ij})} + e^{-(\sigma_{ij}+r_{ij})}}{e^{(\sigma_{ij}+r_{ij})} + e^{-(\sigma_{ij}+r_{ij})}}, \quad (i, j) \in E^*, \quad (3.82)$$

με $r_{ij} = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{b}_{ij}}{\underline{b}_{ij}}$

$$\sigma_{ij} = T_{ij}^{-1}(\hat{\eta}_{ij}) = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{b}_{ij}\hat{\eta}_{ij} + \bar{b}_{ij}\underline{b}_{ij}}{\bar{b}_{ij}\underline{b}_{ij} - \underline{b}_{ij}\hat{\eta}_{ij}}, \quad (i, j) \in E^* \quad (3.83)$$

Η πρώτη παράγωγος του σ_{ij} είναι :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial T_{ij}^{-1}}{\partial \hat{\eta}_{ij}} \dot{\hat{\eta}}_{ij} = \frac{1}{2} \xi_{ij}(\dot{\eta}_{ij} - \hat{\eta}_{ij}\rho_{ij}), \quad (i, j) \in E^* \quad (3.84)$$

όπου

$$\xi_{ij} \triangleq \frac{1}{\rho_{ij}} \left[\frac{1}{\hat{\eta}_{ij} + \underline{b}_{ij}} - \frac{1}{\hat{\eta}_{ij} - \bar{b}_{ij}} \right], \quad (i, j) \in E^* \quad (3.85)$$

Η πρώτη παράγωγος του σ_{ij} σε συμπαγή μορφή:

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{2} \xi (\dot{\eta} - \dot{\rho} \hat{\eta}), \quad (3.86)$$

όπου $\sigma = \text{col}(\sigma_{ij}) \in \mathfrak{R}^l$, $\xi = \text{diag}(\xi_{ij}) \in \mathfrak{R}^{l \times l}$, $\dot{\rho} = \text{diag}(\dot{\rho}_{ij}) \in \mathfrak{R}^{l \times l}$ και $\hat{\eta} = \text{col}(\hat{\eta}_{ij}) \in \mathfrak{R}^l$, για $(i, j) \in E^*$

3.2.3 Κινηματικός Ελεγκτής Βάσει Απόστασης

Θεώρημα : Έστω n ο αριθμός των πρακτόρων σε χώρο m -διαστάσεων ($m = \{2, 3\}$) με τον πραγματική σχηματισμό $F(t) = (G^*, q(t))$ και αρχικές συνθήκες να είναι τέτοια ώστε $e(0) \in \Omega_I$. Εάν ο επιθυμητός σχηματισμός F^* είναι ελάχιστα και απεριόριστα άκαμπτος και $\bar{e}_{ij}(0)$, $\underline{e}_{ij}(0)$ επιλέγονται σύμφωνα με τον Αλγόριθμο αποφυγής σύγκρουσης, τότε το ο νόμος ελέγχου:

$$u = -R^T \xi K \sigma \quad (3.87)$$

όπου $K = \text{diag}(k_{ij}) \in \mathfrak{R}^l$ όπου $k_{ij} \in \mathfrak{R}^+$, $(i, j) \in E$, εξασφαλίζει $e \rightarrow 0$ όσο $t \rightarrow \infty$ και ικανοποιεί την $-\underline{e}_{ij}(t) < e_{ij}(t) < -\bar{e}_{ij}(t)$, με το PPB το οποίο εξασφαλίζει τη συντήρηση συνδεσιμότητας και την αποφυγή σύγκρουσης μεταξύ γειτονικών πρακτόρων.

Ο νόμος ελέγχου στο μπορεί να εκφραστεί για κάθε ένα πράκτορα ως:

$$u_i = - \sum_{j \in N_i E^*} k_{ij} g_{ij}(\eta_{ij}) \tilde{q}_{ij} \quad (3.88)$$

όπου $k_{ij} g_{ij}(\eta_{ij}) = \xi_{ij} \sigma_{ij}$. Ο παραπάνω ελεγκτής είναι αποκεντρωμένος με την έννοια ότι ο πράκτορας i απαιτείται να αισθανθεί μόνο τις σχετικές θέσεις σε σχέση με τους γείτονές της. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με ενσωματωμένους αισθητήρες. Επομένως, ο νόμος ελέγχου είναι ανεξάρτητος ενός συνολικού πλαισίου συντεταγμένων και δεν απαιτεί την ευθυγράμμιση των πλαισίων συντεταγμένων μεταξύ των παραγόντων.

Ο νόμος ελέγχου μπορεί να επεκταθεί ώστε να συμπεριλάβει ένα πρόσθετο όρο ελιγμών σχηματισμού που επιτρέπει την σύστημα πολλαπλών παραγόντων για να κινηθεί συνολικά με δεδομένη ταχύτητα και ταυτόχρονη παρακολούθηση του επιθυμητού σχηματισμού. Συγκεκριμένα μπορούμε να ορίσουμε

$$u = -R^T \xi K \sigma + (1_n \otimes v_d(t)). \quad (3.89)$$

όπου $v_d(t) \in \mathfrak{R}^m$ είναι μια οποιαδήποτε φραγμένη, συνεχής συνάρτηση του χρόνου

που αντιπροσωπεύει την επιθυμητή ταχύτητα μετατόπισης για το σμήνος. Χρησιμοποιώντας το Λήμμα, μπορούμε να δείξουμε ότι ο όρος $1_n \otimes v_d(t)$ δεν επηρεάζει την ανάλυση που παρουσιάζεται στο Θεώρημα .

Ο έλεγχος σχηματισμού μπορεί να εκφραστεί για κάθε παράγοντα ως

$$u_i = - \sum_{j \in N_i E^*} k_{ij} g_{ij}(\eta_{ij}) \tilde{q}_{ij} + v_d \quad (3.90)$$

εξακολουθώντας να είναι αποκεντρωμένη και δεν υπάρχει ανάγκη για καθολικές μετρήσεις θέσης και ο νόμος ελέγχου. Ωστόσο, στην πράξη, δεδομένου ότι η v_d μοιράζεται μεταξύ των πρακτόρων θα πρέπει να έχουν τον ίδιο προσανατολισμό ή με άλλα λόγια τα τοπικά πλαίσια συντεταγμένων των πρακτόρων πρέπει να ευθυγραμμιστούν μεταξύ τους [14]. Οι ποσότητες του νόμου ελέγχου εκφράζονται όλες σε παγκόσμιο πλαίσιο συντεταγμένων. Ωστόσο, αυτός ο νόμος ελέγχου μπορεί να υλοποιηθεί με τοπικά μετρούμενες σχετικές θέσεις σύμφωνα με τις τοπικές βάσεις συντεταγμένων κάθε πράκτορα. Έστω u_i ο νόμος ελέγχου του πράκτορα i στο παγκόσμιο πλαίσιο συντεταγμένων. Επίσης, ο δείκτης υποδεικνύει μια ποσότητα που εκφράζεται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του i πράκτορα. Επιπλέον, ας υποθέσουμε ότι το $R_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ είναι μήτρα μετασχηματισμού από το i τοπικό πλαίσιο στο παγκόσμιο πλαίσιο. Προφανώς έχουμε $u_i = R_i u_i^i$ και $\tilde{q}_{ij} = R_i (q_i^i - q_j^i)$.

Μετατρέπουμε τη μεθοδολογία ελέγχου από έλεγχο βάσει θέσης σε έλεγχο βάση απόστασης αντικαθιστώντας τον όρο (Κινηματικό Ελεγκτή) u_d της εξίσωσης 3.10 με τον κινηματικό ελεγκτή 3.87. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο μεθοδολογιών σε συγκεκριμένο μοντέλο μη-επανδρωμένου υποβρυχίου οχήματος για πολλαπλούς πράκτορες, σε προσομοίωση ενός έργου.

Κεφάλαιο 4

Αποτελέσματα Προσομοίωσης

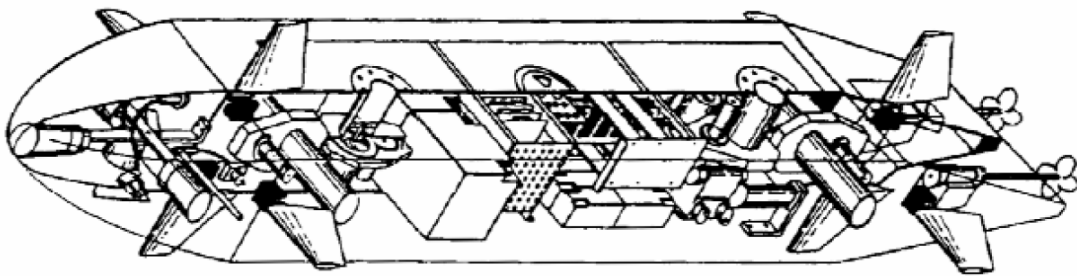
4.1 Προφίλ Οχήματος

Θεωρούμε πέντε πανομοιότυπα υποβρύχια οχήματα που υπακούν στις δυναμικές εξισώσεις όπως περιγράφονται στο κεφάλαιο 2.3.4 :

$$\begin{aligned} M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + G(\eta) &= \tau \\ \dot{\eta} &= J(\eta)\nu \end{aligned} \quad (4.1)$$

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε το υποβρύχιο όχημα NPS AUV II για την εκτέλεση προσομοίωσης. Οι διαστάσεις και τα κύρια χαρακτηριστικά του οχήματος περιγράφονται παρακάτω.

Σχήμα 4.1: Σχηματικό NPS AUV II [11]



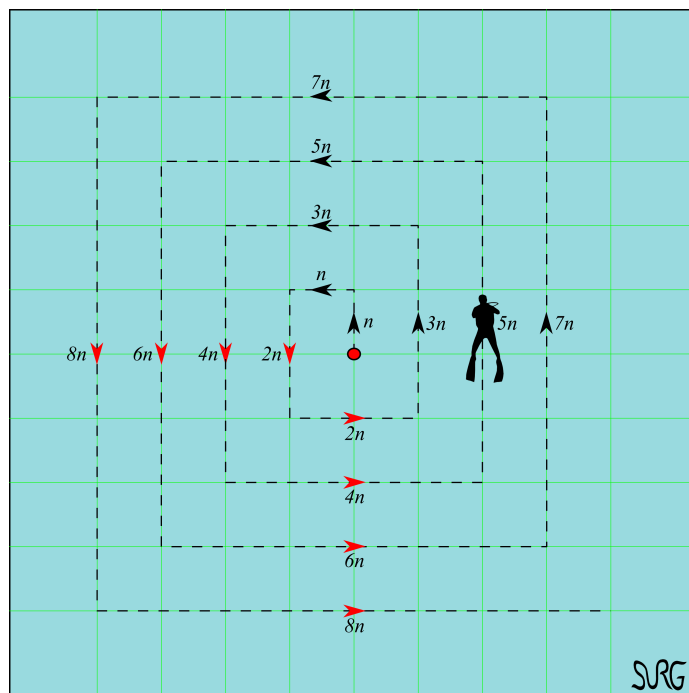
4.1.1 Κύριες διαστάσεις και ιδιότητες

Το NPS AUV II είναι πλήρως επενεργούμενο και έχει τέσσερις ζευγαρωμένες επίπεδες επιφάνειες και δύο προπέλες διπλής κατεύθυνσης. Το όχημα έχει κλίση ώστε να έχει ουδέτερη πλευση στα 53400 N. Είναι λεπτό και είναι μήκους 5,3 μέτρων. Οι κύριες αδρανειακές και υδροδυναμικές παράμετροι του NPS AUV II δίνονται στους στο [11] και φαίνονται στο παράρτημα στους πίνακες A.1 έως A.7

4.2 Προσομοίωση συγκεκριμένου έργου-Σχηματισμός

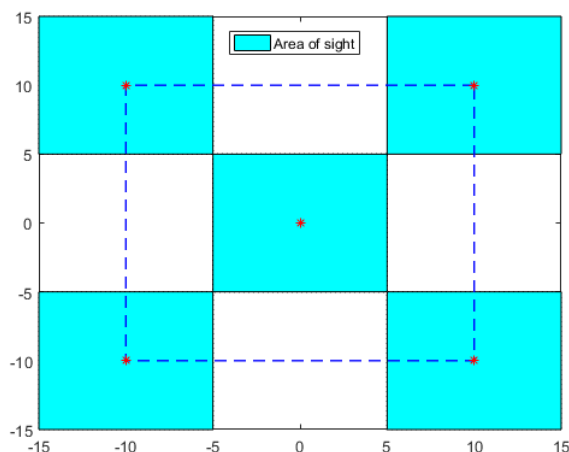
Στη προσομοίωση που έγινε σε αυτή την εργασία επιλέχτηκε ένα έργο το οποίο περιλαμβάνει τη σάρωση μέρους του βυθού. Η σάρωση γίνεται με τη μέθοδο 'Compass box search pattern' η οποία χρησιμοποιείται από δύτες για εντοπισμό αντικειμένων και φαίνεται παρακάτω. Στη εργασία αυτή επιλέγουμε $n = 30$

Σχήμα 4.2: Compass box search pattern



Ο σχηματισμός που επιλέχτηκε είναι αρχηγού-ακολουθών (βλ. 2.1.1) σε τετράγωνο σχηματισμό με τον αρχηγό στη μέση και άλλους τέσσερις πράκτορες οι οποίοι απέχουν ίση απόσταση δημιουργώντας ένα τετράγωνο. Οι αποστάσεις επιλέγονται με βάση τη επιθυμητή τροχιά και την υποθετική εμβέλεια του αισθητήρα του υποβρυχίου.

Σχήμα 4.3: Σχηματισμός και οπτικό πεδίο

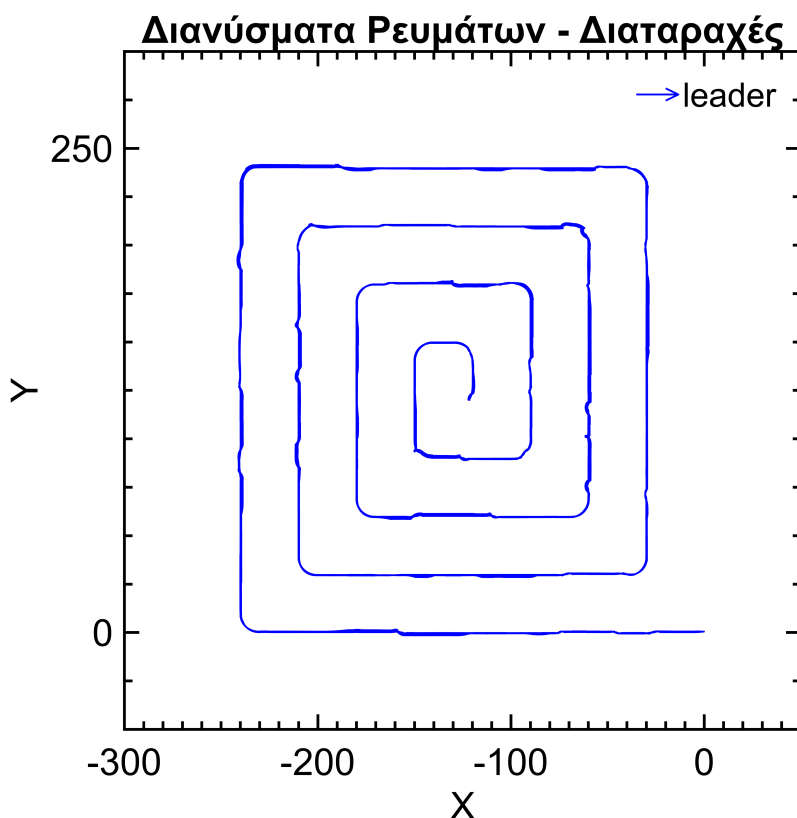


Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3 οι ακόλουθοι μεταξύ τους απέχουν 20 μέτρα ενώ στο κέντρο τους βρίσκεται ο αρχηγός. Επίσης θεωρείτε ότι κάθε πράκτορας έχει οπτικό πεδίο $10m^2$. Η επιθυμητή ταχύτητα με την οποία εκτελείτε το έργο είναι $0.5m/s$. Με βάση την τροχιά για $n = 30$ προκύπτει ο χρόνος του έργου $t = 4302$ δευτερόλεπτα

4.3 Διαταραχές

Για την προσομοίωση των διαταραχών χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος παραγωγής υποθαλάσσιων ρευμάτων που περιγράφεται στο κεφάλαιο 2.3.7. Επιλέχθηκε μέγιστη ταχύτητα ρευμάτων στα $5m/s$ και ελάχιστη $2m/s$. Η γωνία a επιλέχθηκε να είναι ίση με το μηδέν εφόσον χρειαζόμαστε διαταραχές μόνο στο X-Y επίπεδο. Η μέγιστη τιμή της γωνίας b είναι $b_{max} = 5\pi/3$ και η ελάχιστη $b_{min} = \pi/5$. Ο αλγόριθμος εκτελείται για όλη τη διάρκεια του έργου και θεωρούμε ότι κάθε στιγμή και ασκούνται οι ίδιες διαταραχές και στους 5 πράκτορες. Στο σχήμα φαίνονται 4.4 οι διαταραχές που ασκούνται στον αρχηγό για κάθε t .

Σχήμα 4.4: Διαταραχές - Αρχηγός



Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ο δυναμικός ελεγκτής που χρησιμοποιείται σε αυτή την εργασία είναι ο παρακάτω:

$$\tau_i = Z(x_i, \dot{x}_i, u_{d_i}, \dot{u}_{d_i})^T \hat{\theta}_i - K_{v_i} \ln \left(\frac{1 + s_i/p_{v_i}(t)}{1 - s_i/p_{v_i}(t)} \right), \quad (4.2)$$

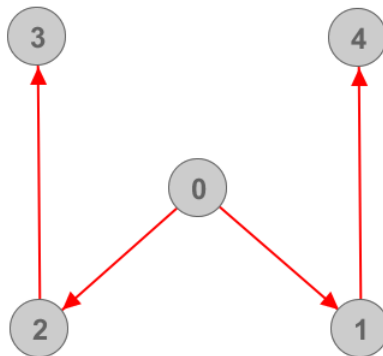
τα στοιχεία του οποίου περιγράφονται αναλυτικά στη μεθοδολογία. Πραγματοποιούνται ξεχωριστές προσομοιώσεις με ελεγκτή βάσει θέσης και ελεγκτή βάσει απόστασης αντικαθιστώντας τον όρο u_{d_i} (κινηματικός ελεγκτής).

4.4 Έλεγχος βάσει θέσης (Position Based Control)

Όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3.1 για μη-επανδρωμένα υποβρύχια οχήματα η υποκείμενη τοπολογία επικοινωνίας περιγράφεται από ένα κατευθυνόμενο συνδεδεμένο γράφο. Ο γράφος που επιλέχτηκε απεικονίζεται στο σχήμα 4.5 και ορίζεται από τα ακόλουθα επαυξημένα γειτονικά σύνολα.

- $\bar{N}_1 = \{0\}$
- $\bar{N}_2 = \{0\}$
- $\bar{N}_3 = \{2\}$
- $\bar{N}_4 = \{1\}$

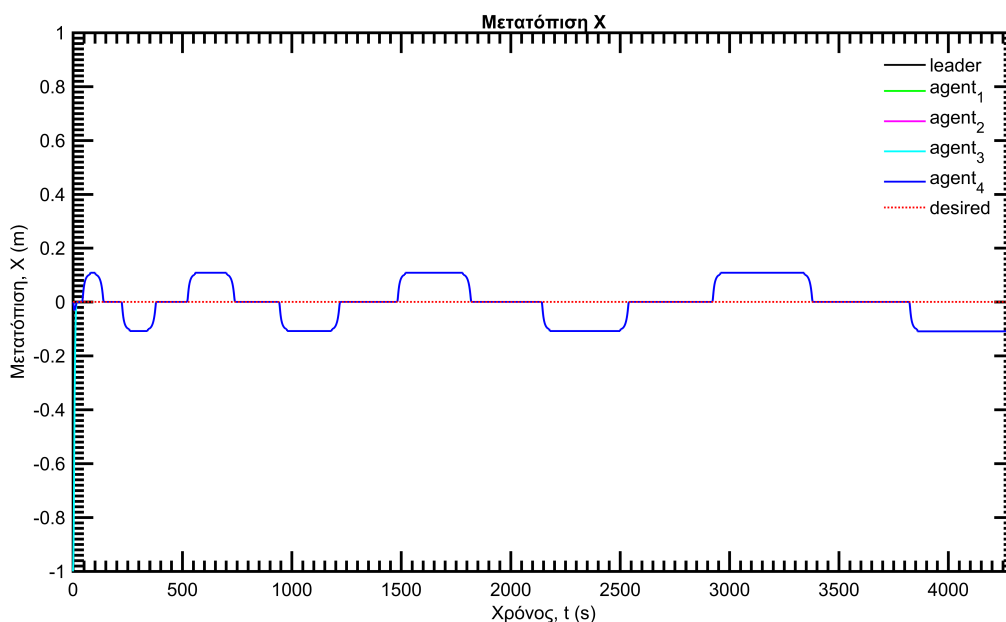
Σχήμα 4.5: Κατευθυνόμενος Γράφος Επικοινωνίας



Ο στόχος ελέγχου είναι να επιτευχθεί συγχρονισμός με την ελάχιστη ταχύτητα σύγκλισης όπως λαμβάνεται από το εκθετικό $\exp - \frac{1t}{5}$ και μέγιστο σφάλμα σταθερής κατάστασης 0.1 (δηλ. τα σφάλματα θα πρέπει να προσεγγίσουν το μηδέν με μια μικρή απόκλιση μέσα σε 25 δευτερόλεπτα). Με αυτή την κατεύθυνση, οι εκθετικές συναρτήσεις απόδοσης επιλέγονται για να ενσωματώνουν τις προαναφερόμενες προδιαγραφές απόδοσης. Τα κέρδη ελέγχου ορίζονται ως $K_p = 0.01$, $K_v = 415 * 10^3$, $\Gamma = 0.06$, $\gamma = 1$. Με βάση αυτές τις επιλογές προκύπτει ομαλή εξέλιξη σφάλματος εντός της επιθυμητής απόδοσης. Οι αρχικές εκτιμήσεις των άγνωστων ροπών αδράνειας αποκλίνουν 20% από τις πραγματικές τιμές τους.

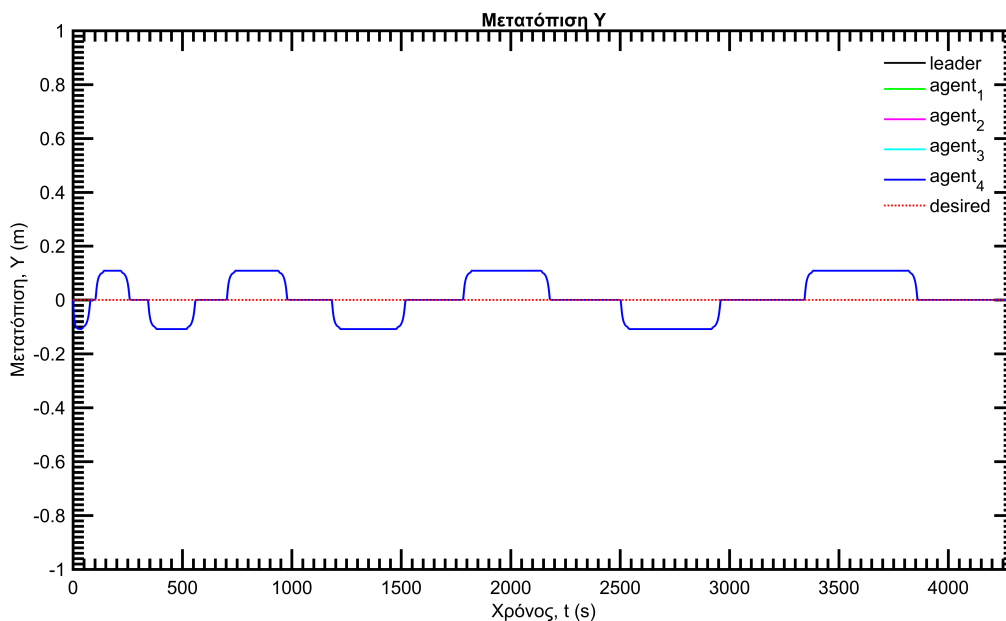
Τα αποτελέσματα προσομοίωσης του προτεινόμενου ελέγχου απεικονίζονται στα παρακάτω σχήματα. Συγκεκριμένα, στο 4.6, 4.7, 4.8 απεικονίζει την εξέλιξη των γειτονικών σφαλμάτων $e_i(t) \in \mathbb{R}^3, i = 1, \dots, 6$ μαζί με τις προδιαγραφές απόδοσης παροδικής και σταθερής κατάστασης, ενσωματωμένες από τις αντίστοιχες συναρτήσεις απόδοσης. Η εξέλιξη των εκτιμώμενων παραμέτρων $\theta_i(t), i = 1, \dots, 6$ δίνεται στο 4.12. Όπως προέβλεπε η θεωρητική ανάλυση, το πρόβλημα του ελέγχου συγχρονισμού λύνεται σύμφωνα με τις επιθυμητές προδιαγραφές απόδοσης με φραγμένα σήματα ελέγχου και παρά την παραμετρική αβεβαιότητα. Ωστόσο, προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή παροδική και σταθερή κατάσταση απόδοσης, επιλέχθηκαν τα αντίστοιχα κέρδη ελέγχου μέσω μιας χρονοβόρας διαδικασίας δοκιμής και σφάλματος.

Σχήμα 4.6: Σφάλμα θέσης - Άξονας X

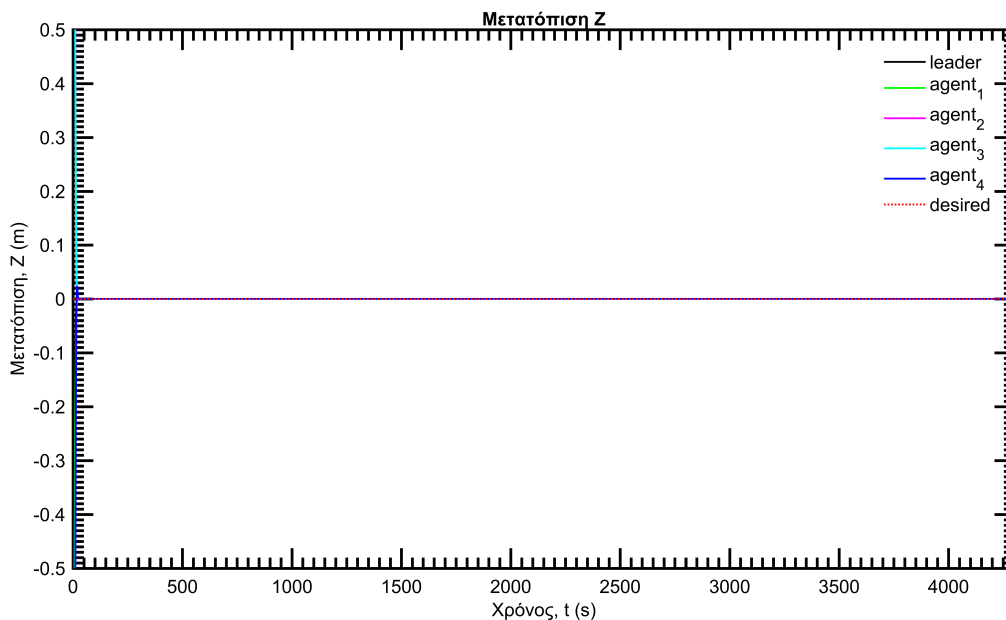


Στο σχήμα 4.6 καθώς και στο 4.7 παρατηρούμε ότι το σφάλμα θέσης στον άξονα X και Y, στους οποίους κινούνται οι πράκτορες σύμφωνα με την επιθυμητή τροχιά, παίρνουν μέγιστη τιμή 15 εκατοστά, όπως ακριβώς έχει προκαθοριστεί από τις συναρτήσεις απόδοσης. Στον άξονα Z (Σχήμα 4.8) το σφάλμα είναι μικρότερο καθώς η επιθυμητή τιμή είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια του έργου.

Σχήμα 4.7: Σφάλμα θέσης - Αξονας Y

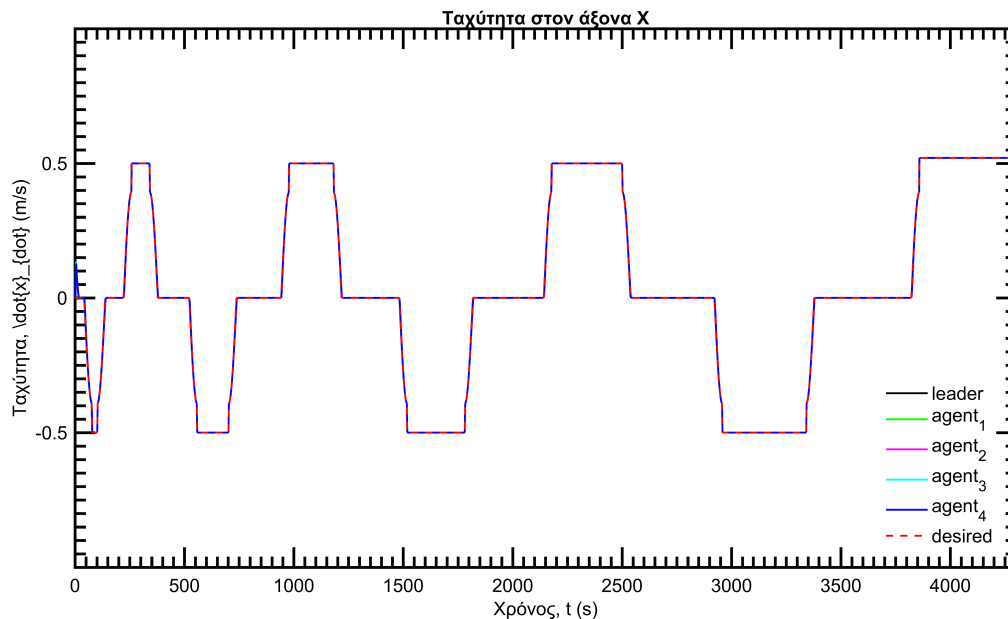


Σχήμα 4.8: Σφάλμα θέσης - Αξονας Z

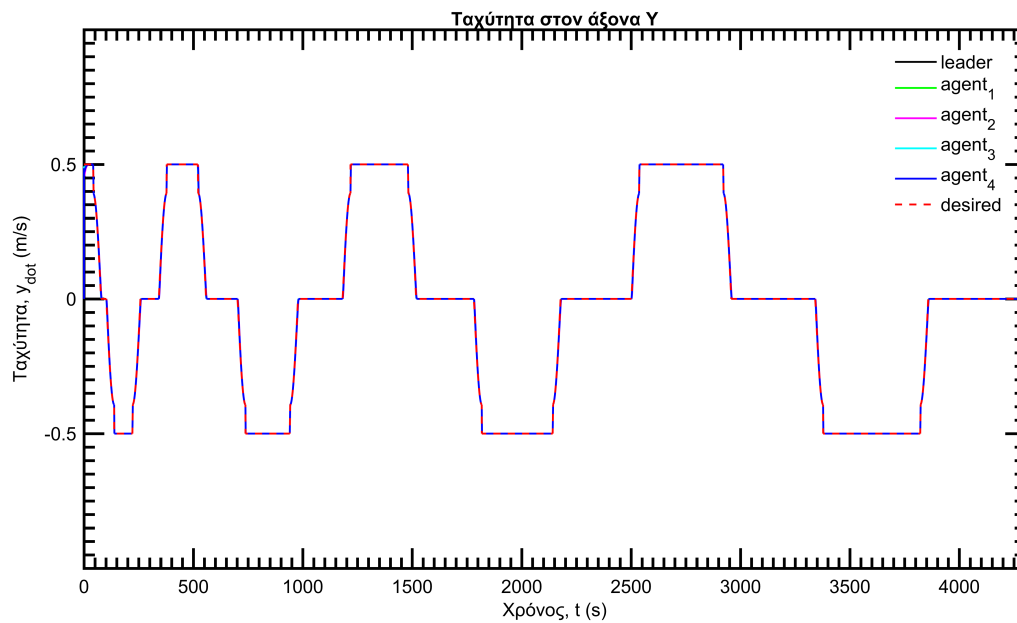


Στα σχήματα 4.9, 4.10 και 4.10 φαίνεται η ταχύτητα των πρακτόρων στους άξονες X, Y και Z καθώς και η επιθυμητή ταχύτητα. Παρατηρούμε ότι οι ταχύτητες των πρακτόρων ακολουθούν την επιθυμητή με απόκλιση 0.1 (m/s)

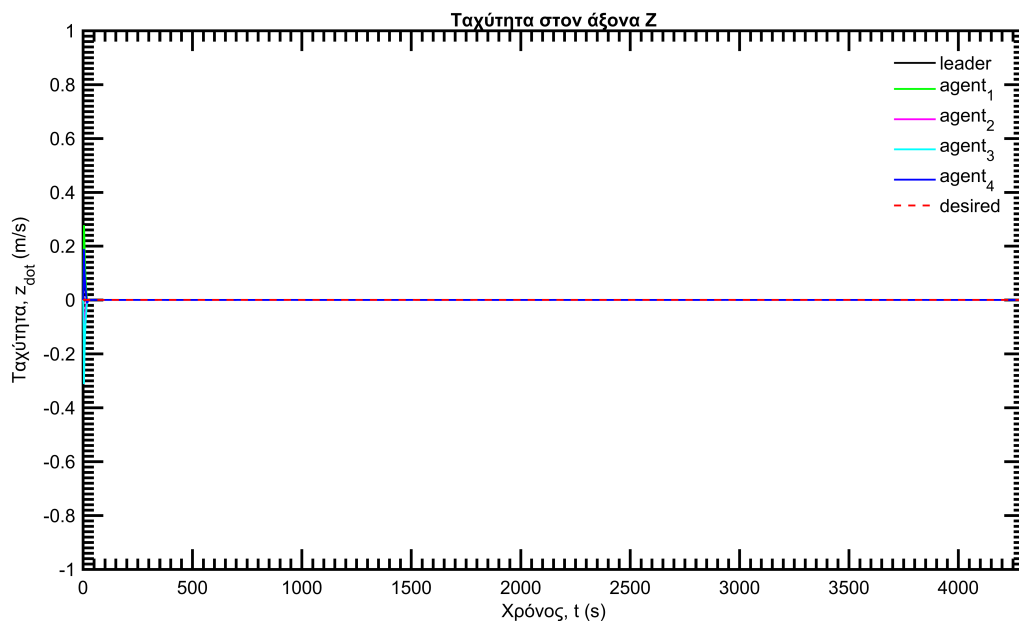
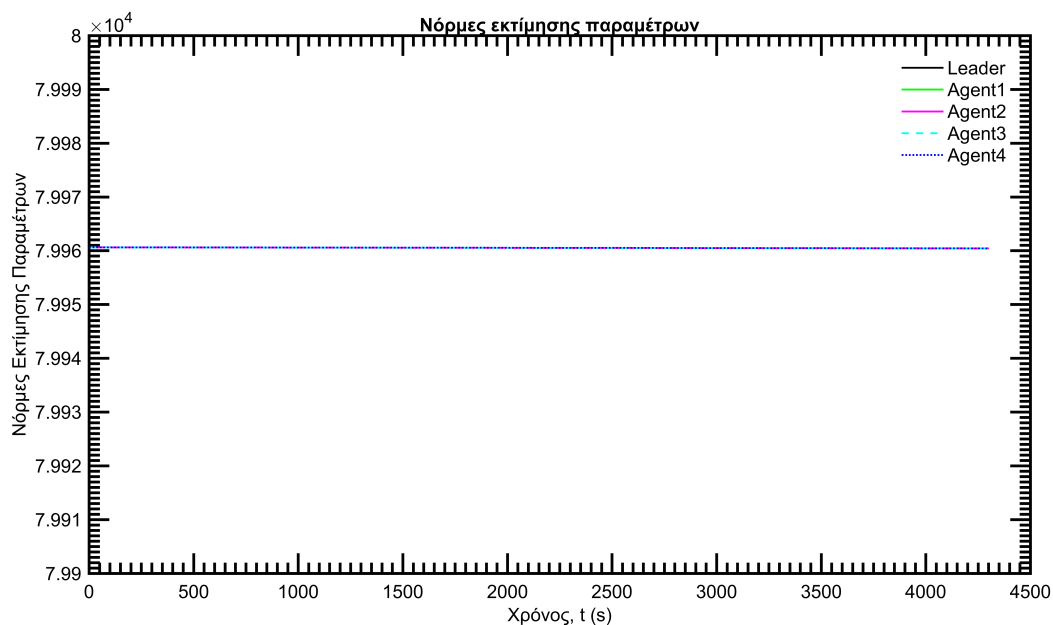
Σχήμα 4.9: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Αξονας X



Σχήμα 4.10: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Αξονας Y



Σχήμα 4.11: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Άξονας Z

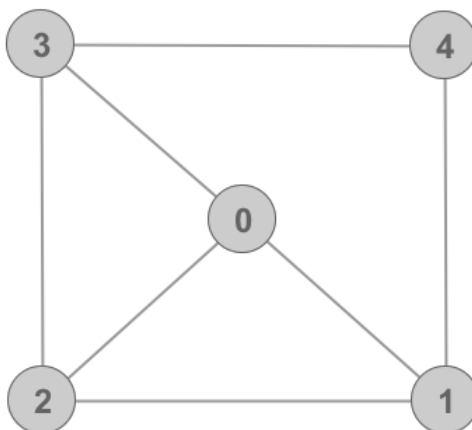
Σχήμα 4.12: Νόρμες $|\hat{\theta}_i|$ 

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η νόρμα των εκτιμήσεων των παραμέτρων κάθε πράκτορα. Παρατηρούμε ότι όπως προκύπτει και από τη μεθοδολογία η εκτίμηση των παραμέτρων παραμένει φραγμένη. Στο παράρτημα A.2 βρίσκονται επιπρόσθετα διαγράμματα που απεικονίζουν τη πορεία του προσανατολισμού κάθε πράκτορα καθώς και την είσοδο ελέγχου.

4.5 Έλεγχος Βάσει Απόστασης (Distance Based Control)

Στην περίπτωση του ελέγχου βάσει απόστασης επιλέγεται ο παρακάτω μη-κατευθυνόμενος γράφος. Οι σταθερές του αλγόριθμου αποφυγής σύγκρουσης και διατήρησης συν-

Σχήμα 4.13: Μη-Κατευθυνόμενος Γράφος



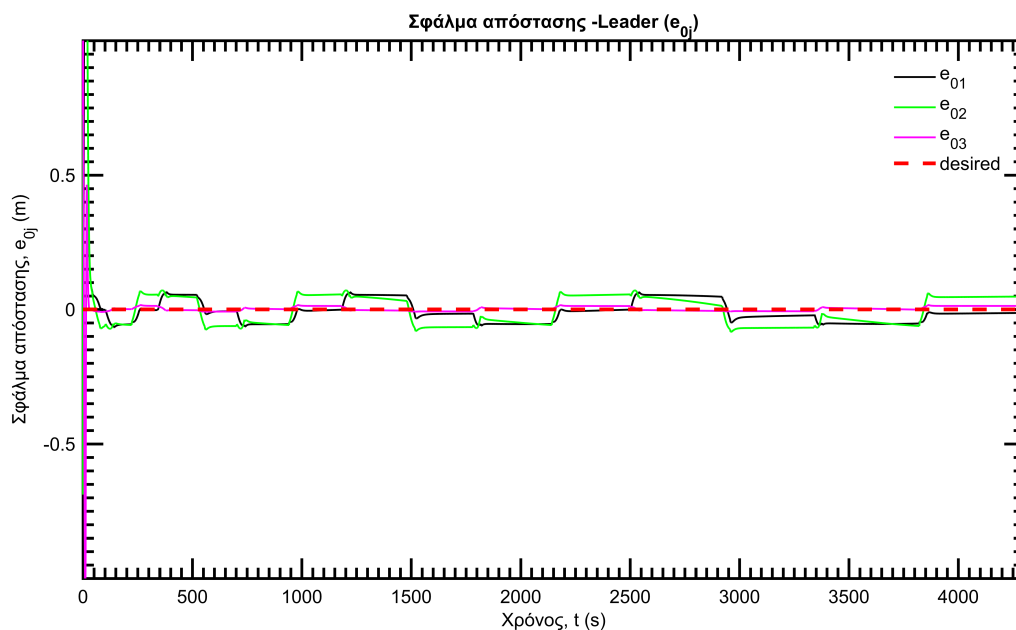
δεσιμότητας επιλέγονται ως εξής :

- Ακτίνα αίσθησης κάθε πράκτορα : 25-35 μέτρα
- Ακτίνα Ασφάλειας : 6 μέτρα

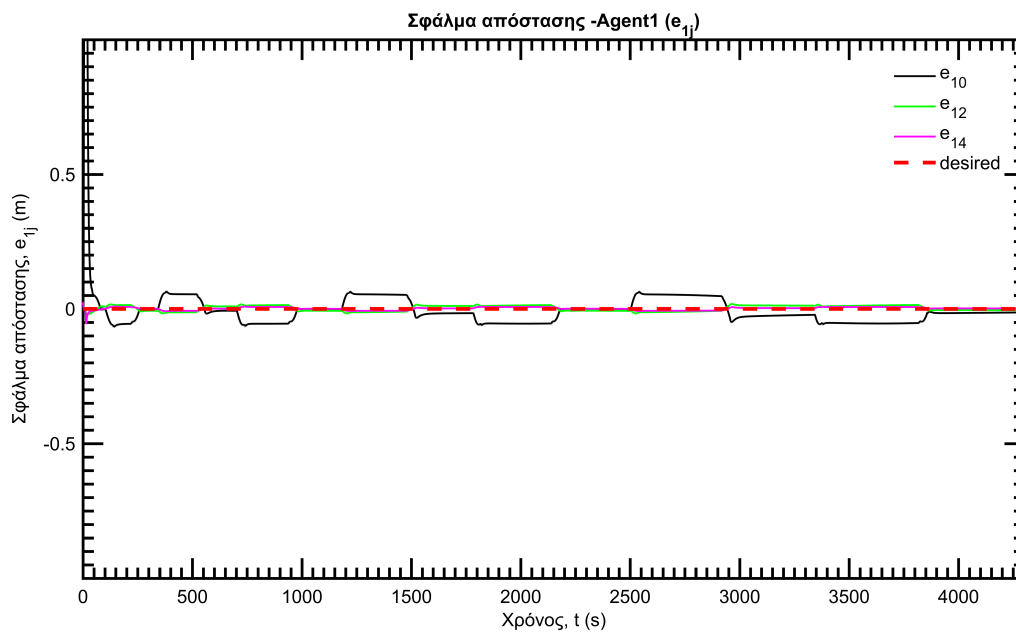
Ο στόχος ελέγχου είναι να επιτευχθεί συγχρονισμός με την ελάχιστη ταχύτητα σύγκλισης όπως λαμβάνεται από το εκθετικό $exp - \frac{1t}{5}$ και μέγιστο σφάλμα σταθερής κατάστασης 0.1 (δηλ. τα σφάλματα θα πρέπει να προσεγγίσουν το μηδέν με μια μικρή απόκλιση μέσα σε 25 δευτερόλεπτα). Με αυτή την κατεύθυνση, οι εκθετικές συναρτήσεις απόδοσης επιλέγονται για να ενσωματώνουν τις προαναφερόμενες προδιαγραφές απόδοσης. Τα κέρδη έλεγχου ορίζονται ως $K_p = 1, K_v = 600 * 10^3, \Gamma = 0.06, \gamma = 1$. Με βάση αυτές τις επιλογές προκύπτει ομαλή εξέλιξη σφάλματος εντός της επιθυμητής απόδοσης. Οι αρχικές εκτιμήσεις των άγνωστων ροπών αδράνειας αποκλίνουν 20% από τις πραγματικές τιμές τους.

Στα σχήματα 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 και 4.18 και φαίνεται το σφάλμα απόστασης των πρακτόρων με τους γείτονές τους. Παρατηρούμε ότι τα σφάλματα έχουν 10 εκατοστά απόκλιση από το μηδέν όπως καθορίζεται από την συνάρτηση απόδοσης.

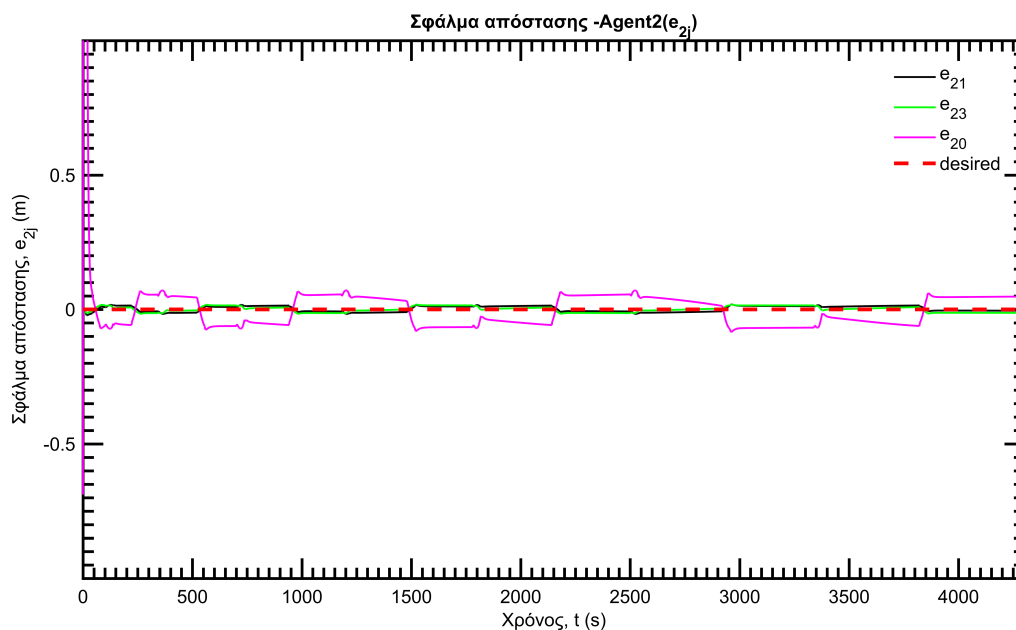
Σχήμα 4.14: Σφάλμα Απόστασης - Αρχηγός



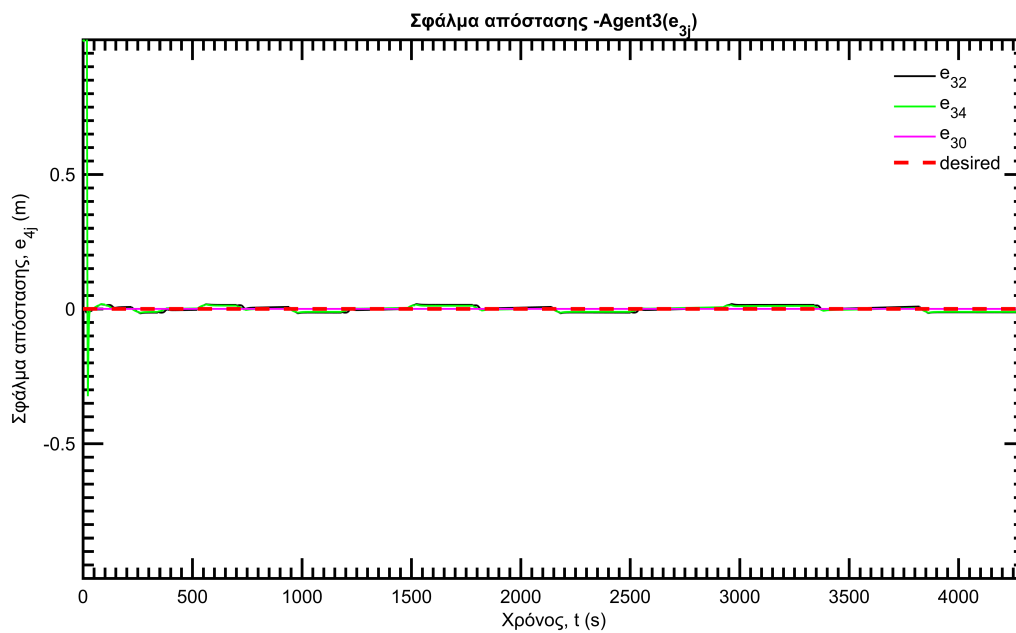
Σχήμα 4.15: Σφάλμα Απόστασης - Πράκτορας 1



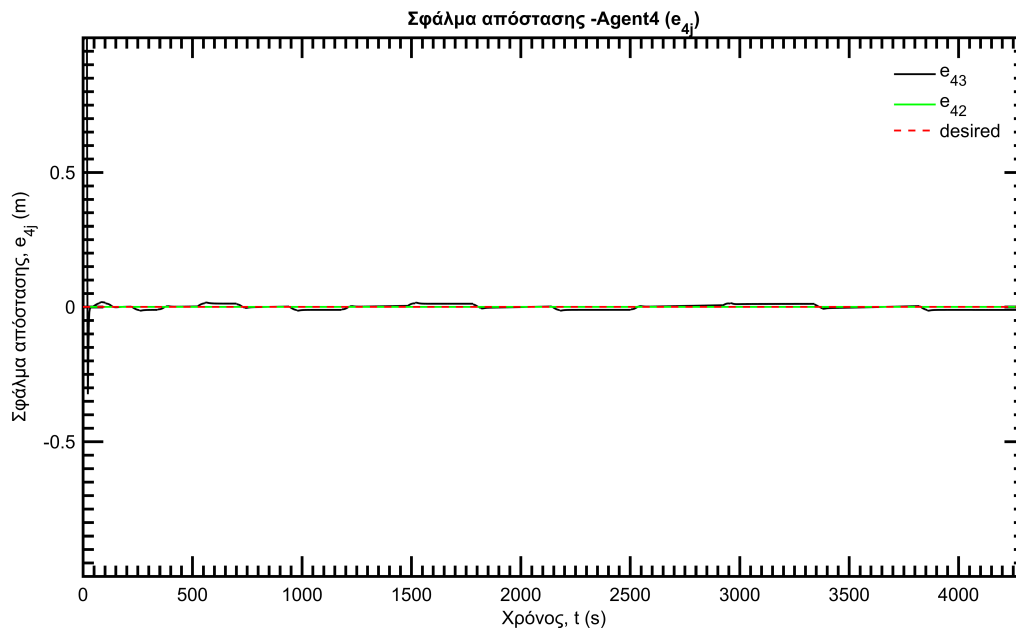
Σχήμα 4.16: Σφάλμα Απόστασης - Πράκτορας 2



Σχήμα 4.17: Σφάλμα Απόστασης - Πράκτορας 3

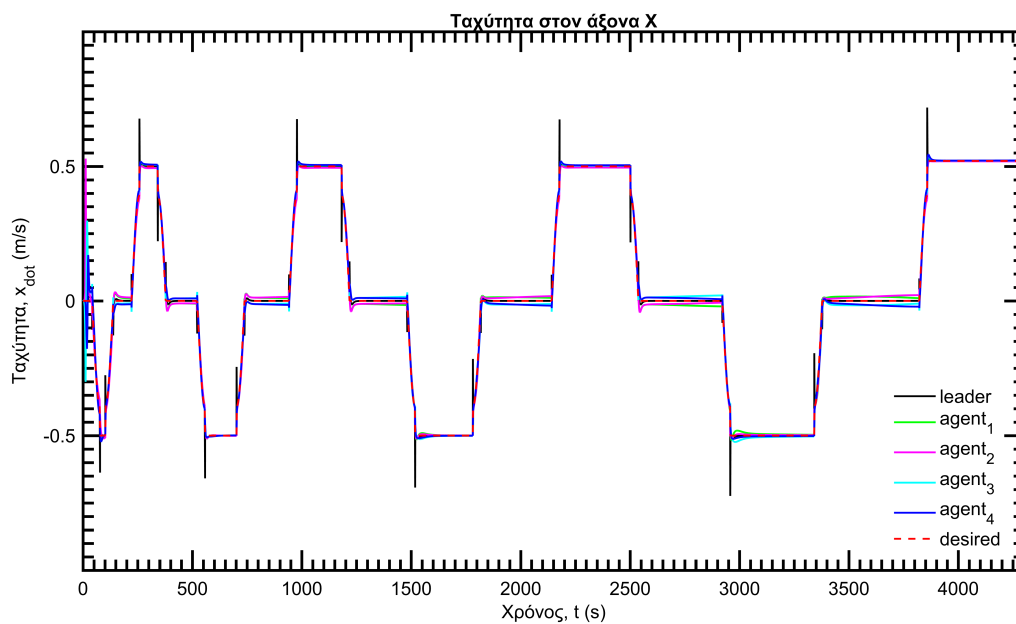


Σχήμα 4.18: Σφάλμα Απόστασης - Πράκτορας 4

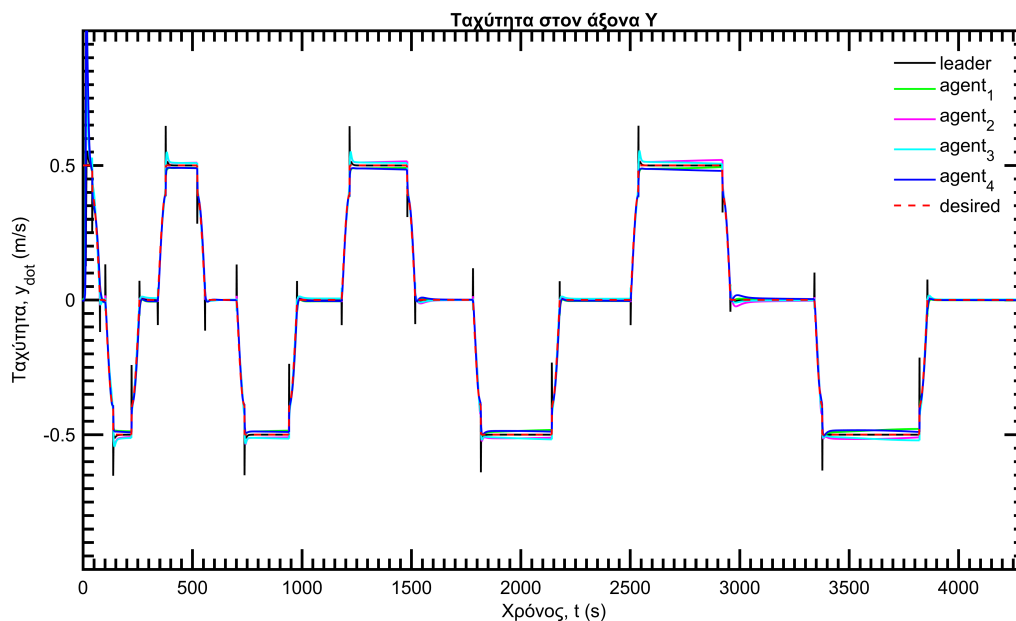


Στα σχήματα 4.19, 4.20 και 4.21 φαίνεται η ταχύτητα των πρακτόρων στους άξονες X , Y και Z καθώς και η επιθυμητή ταχύτητα. Παρατηρούμε ότι οι ταχύτητες των πρακτόρων ακολουθούν την επιθυμητή με απόκλιση 0.1 (m/s)

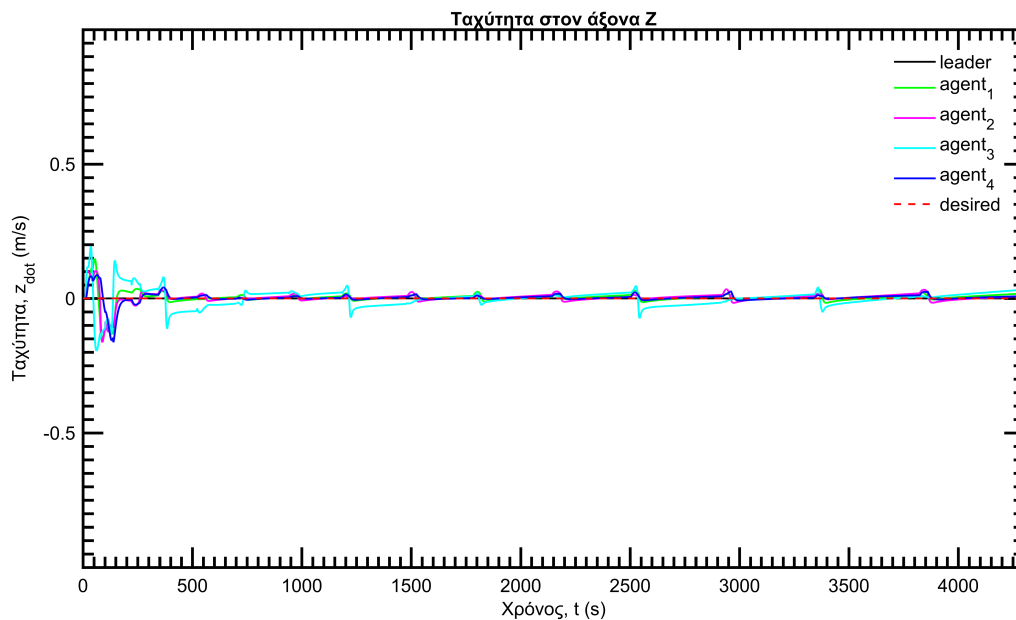
Σχήμα 4.19: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Αξονας X



Σχήμα 4.20: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Αξονας Y

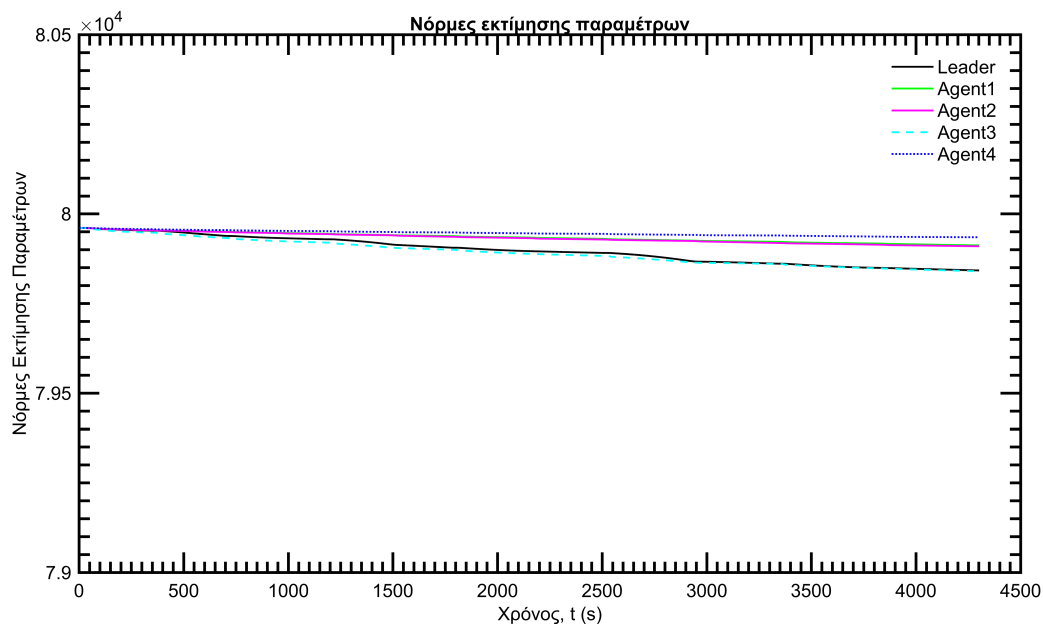


Σχήμα 4.21: Παρακολούθηση Ταχύτητας - Αξονας Z

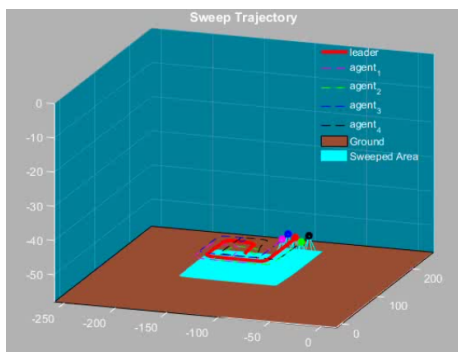


Στο παραπάνω σχήμα 4.22 φαίνεται η νόρμα των εκτιμήσεων των παραμέτρων κάθε πράκτορα. Παρατηρούμε ότι όπως προκύπτει και από τη θεωρία η εκτίμηση των παραμέτρων παραμένει φραγμένη. Στο παράρτημα A.3 βρίσκονται επιπρόσθετα διαγράμματα που απεικονίζουν τη πορεία του προσανατολισμού κάθε πράκτορα καθώς και την είσοδο ελέγχου.

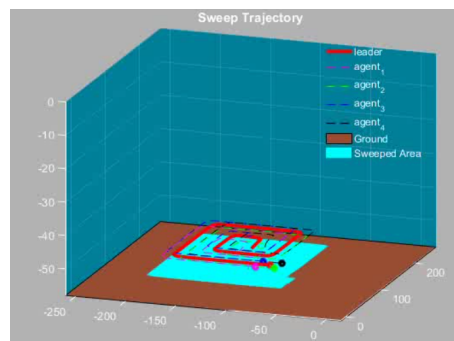
Σχήμα 4.22: Νόρμες $|\hat{\theta}_i|$



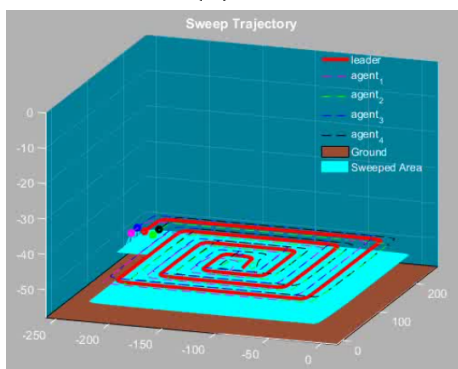
Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται 4 στιγμιότυπα που απεικονίζουν την προσομοίωση της διαδικασίας σάρωσης του βυθού από τα 5 υποβρύχια οχήματα :



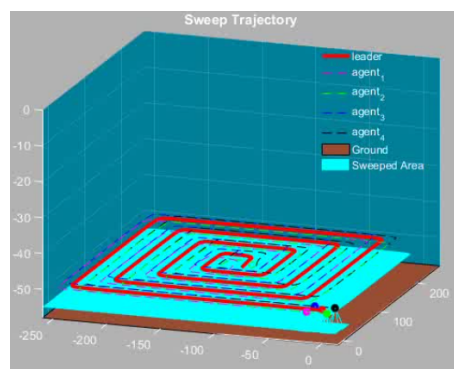
(α) 1α



(β) 16



(γ) 1γ



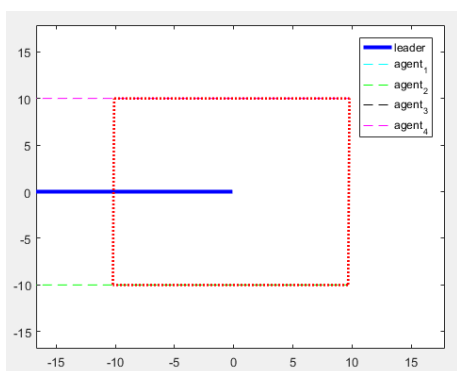
(δ) 1δ

Σχήμα 4.23: Στιγμιότυπα Σάρωσης Βυθού

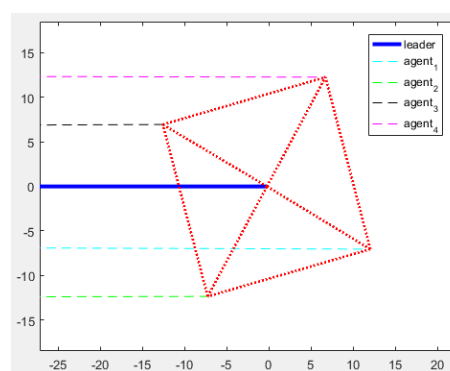
Η προσομοίωση που πραγματοποιείται στην εργασία αυτή αποδίδεται σε κώδικα MATLAB. Αναλυτικότερα, για την επίλυση των δυναμικών εξισώσεων χρησιμοποιείται η συνάρτηση *ODE15s* της MATLAB όπως φαίνεται στο [παράρτημα](#). Η δυναμική των συγκεκριμένων υποβρυχίων βρίσκεται στο [11] και τροποποιείται έτσι ώστε να καλύπτει τις ανάγκες του προβλήματος της εργασίας αυτής όπως φαίνεται στο [παράρτημα](#). Η συνάρτηση *multi agent* καλεί τη συνάρτηση *npsaww* (δυναμικής των υποβρυχίων) 5 φορές, όσοι και πράκτορες. Επίσης η συνάρτηση *disturbances* καλείται από τις προηγούμενες ώστε να προσθέτουν διαταραχές. Αντίστοιχα η συνάρτηση *npsaww* τροποποιείται ώστε να αντικατασταθεί ο κινηματικός ελεγκτής βάσει θέσης με τον [κινηματικό ελεγκτή βάσει απόστασης](#). Επίσης, αντί της συνάρτησης *multi agent* χρησιμοποιείται η συνάρτηση *multi agent dist*.

4.6 Συζήτηση Αποτελεσμάτων

Στις παρακάτω 2 εικόνες φαίνεται ο προσανατολισμός του σχηματισμού στους άξονες κίνησης των πρακτόρων (X-Y) για κάθε ελεγκτή ξεχωριστά. Όπως φαίνεται, στη



(α) Σχηματισμός Βάσει Θέσης



(β) Σχηματισμός Βάσει Απόστασης

περίπτωση του ελεγκτή βάσει απόστασης, ο προσανατολισμός του συνολικού σχηματισμού αποκλίνει σε σχέση με τον αντίστοιχο του ελεγκτή βάσει θέσης.

Επιπρόσθετα, ο κινηματικός **ελεγκτής βάσει θέσης** απαιτεί:

- Γνώση της θέσης και της περιστροφής γειτονικών πρακτόρων κάθε χρονική στιγμή
- Ο γράφος επικοινωνίας να είναι συνδεδεμένος για κάθε t

Επιτυγχάνει:

- Το σφάλμα θέσης και προσανατολισμού, ταχύτητας και ταχύτητας περιστροφής συγκλίνει στο $0 \pm \rho_\infty$ (με ρ_∞ σταθερό) σε προκαθορισμένο χρόνο
- Η εκτίμηση των παραμέτρων $\hat{\theta}$ παραμένει φραγμένη και με προσθήκη διαταραχών

Ο κινηματικός **ελεγκτής βάσει απόστασης** απαιτεί :

- Γνώση της απόστασης και της ταχύτητας των γειτονικών πρακτόρων
- Ο γράφος σχηματισμού να είναι απεριόριστα άκαμπτος (infinitesimally rigid) στο $t = 0$

Επιτυγχάνει:

- Το σφάλμα απόστασης και γραμμικής ταχύτητας συγκλίνει στο $0 \pm \rho_\infty$ (με ρ_∞ σταθερό) σε προκαθορισμένο χρόνο
- Η εκτίμηση των παραμέτρων $\hat{\theta}$ παραμένει φραγμένη και με προσθήκη διαταραχών
- Αποφυγή Σύγκρουσης μέσω αλγορίθμου και διατήρηση συνδεσιμότητας (connectivity maintenance)

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

5.1 Συμπεράσματα

Ένα πρωτόκολλο κατανεμημένου ελέγχου και εκτίμησης παραμέτρων χρησιμοποιήθηκε για αβέβαιο μη γραμμικό σύστημα πολλαπλών πρακτόρων υποβρύχιων οχημάτων σε σχηματισμό αρχηγού-ακολουθών, το οποίο επιτυγχάνει και διατηρεί σταθερό σχηματισμό γρήγορα και με ακρίβεια. Το αναπτυγμένο μοντέλο παρουσιάζει τα ακόλουθα σημαντικά χαρακτηριστικά. Πρώτον, η έννοια της κατανομής σημαίνει ότι το σήμα ελέγχου και οι εκτιμήσεις παραμέτρων για κάθε παράγοντα είναι υπολογιζόμενη βάσει των τοπικών σχετικών πληροφοριών από τις καταστάσεις των γειτόνων, που εκφράζεται σε ένα κοινό πλαίσιο συντεταγμένων. Η πολυπλοκότητά της αποδεικνύεται πολύ χαμηλή. Επιπλέον, δεν χρησιμοποιείται καμία προηγούμενη γνώση των παραμέτρων του δυναμικού μοντέλου των πρακτόρων. Η επιτευχθείσα επιβαλλόμενη μεταβατική και σταθερή κατάσταση, είναι ανεξάρτητη από την υποκείμενη τοπολογία γραφημάτων και η καθεμία επιβάλλεται από συναρτήσεις απόδοσης (Performance Functions) που καθορίζονται από το σχεδιαστή. Επιπρόσθετα το πρωτόκολλο πριν χρησιμοποιηθεί τροποποιήθηκε ώστε να μην περιλαμβάνει τις ταχύτητες των γειτόνων στους υπολογισμούς του σήματος σε κάθε πράκτορα. Σε αντικατάσταση του κινηματικού ελεγκτή βάση θέσης χρησιμοποιήθηκε ελεγκτής βάσει απόστασης που αντιμετωπίζει τα προβλήματα αποφυγής σύγκρουσης και διατήρησης συνδεσιμότητας (δηλαδή, ευρωστία, προκαθορισμένη απόδοση παροδικής και σταθερής κατάστασης). Η προσέγγιση βάσει απόστασης είναι πιο ρεαλιστική και πλεονεκτεί επίσης της προσέγγισης βάσει θέσης αφού περιλαμβάνει αλγόριθμο αποφυγής σύγκρουσης και διατήρησης συνδεσιμότητας. Ωστόσο, μειονεκτεί στο γεγονός ότι δεν υπάρχει δυνατότητα ελέγχου του προσανατολισμού του κάθε πράκτορα και του σχηματισμού.

5.2 Μελλοντική Εργασία

Μελλοντικά, η έρευνα θα επικεντρωθεί σε εφαρμογή υποεπενεργούμενων πρακτόρων, και όχι πλήρως επενεργούμενων, καθώς και στη περαιτέρω μείωση των απαιτούμενων πληροφοριών που κοινοποιούνται μεταξύ των πρακτόρων. Επίσης θα ληφθεί υπόψη η καθυστέρηση μετάδοσης της πληροφορίας.

Βιβλιογραφία

- [1] J. Lin A. Jadbabaie and A. S. Morse. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules, 2003.
- [2] C. P. Bechlioulis and K. J. Kyriakopoulos. Robust model-free formation control with prescribed performance and connectivity maintenance for nonlinear multi-agent systems, 2015.
- [3] C. P. Bechlioulis and G. A. Rovithakis. Robust adaptive control of feedback linearizable mimo nonlinear systems with prescribed performance, 2008.
- [4] C. P. Bechlioulis and G. A. Rovithakis. Prescribed performance adaptive control for multi-input multi-output affine in the control nonlinear systems, 2010.
- [5] C. P. Bechlioulis and G. A. Rovithakis. A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems, 2014.
- [6] C. P. Bechlioulis and G. A. Rovithakis. Decentralized robust synchronization of unknown high order nonlinear multi-agent systems with prescribed transient and steady state performance, 2016.
- [7] X. Cai and M. Queiroz. Formation maneuvering and target interception for multi-agent systems via rigid graphs, 2015.
- [8] Michael A. Demetriou Charalampos P. Bechlioulis and Kostas J. Kyriakopoulos. A distributed control and parameter estimation protocol with prescribed performance for homogeneous lagrangian multi-agent systems, 2016.
- [9] D. V. Dimarogonas and K. J. Kyriakopoulos. A connection between formation infeasibility and velocity alignment in kinematic multi-agent systems, 2008.
- [10] J. A. Fax and R. M. Murray. Information flow and cooperative control of vehicle formations, 2004.
- [11] Thor I. Fossen. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley, Norway, 1994.
- [12] B. Hendrickson. Conditions for unique graph realizations, 1992.
- [13] Y. P. Hong and C. T. Pan. A lower bound for the smallest singular value," linear algebra and its applications, 1992.

- [14] M.-C. Park K.-K. Oh and H.-S. Ahn. A survey of multi-agent formation control, 2014.
- [15] M. E. Broucke L. Krick and B. A. Francis. Stabilisation of infinitesimally rigid formations of multi-robot networks, 2009.
- [16] Y. Karayiannidis L. Macellari and D. V. Dimarogonas. Multi-agent second order average consensus with prescribed transient behavior, 2017.
- [17] C. Secchi L. Sabattini and N. Chopra. Decentralized estimation and control for preserving the strong connectivity of directed graphs," *iee transactions on cybernetics*, 2014.
- [18] R. Olfati-Saber and R. M. Murray. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays, 2004.
- [19] Z. Qu. Cooperative control of dynamical systems" *iee transactions on cybernetics*, 2009.
- [20] W. Ren and R. W. Beard. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies, 2005.
- [21] E. D. Sontag. *Mathematical control theory*" *iee transactions on cybernetics*, 1998.
- [22] W. Wang and C. Wen. Adaptive actuator failure compensation control of uncertain nonlinear systems with guaranteed transient performance, 2010.
- [23] D. V. Dimarogonas Y. Karayiannidis and D. Kragic. Multi-agent average consensus control with prescribed performance guarantees, 2012.
- [24] M. Deghat Z. Sun, B. D. Anderson and H.-S. Ahn. Rigid formation control of double-integrator systems," *international journal of control*, 2016.
- [25] M. Deghat Z. Sun, S. Mou and B. Anderson. Finite time distributed distance-constrained shape stabilization and flocking control for ddimensional undirected rigid formations, 2015.

Παράρτημα Α΄

Παράρτημα

Α΄.1 Κώδικας MATLAB

Συνάρτηση Συνήθων Διαφορικών εξισώσεων (ODE function) :

```
1 %Real constant parameters
2 load('Theta1.mat');
3 load('Theta2.mat');
4 load('Theta3.mat');
5 load('Theta4.mat');
6 load('Theta5.mat');
7 load('Theta6.mat');
8
9 %Times series of underwater current's acceleration(res_V2) and it's
10 %orientation(b)
11 load('res_b2.mat')
12 load('res_V2.mat')
13
14 %Running Time of the Simulation
15 tspan = [0 4302];
16
17 %Initial States [u v w p g r x y z phi theta psi Theta_Estimation)
18 %Leader
19 xu_0 = [0 0 0 0 0 0 -121 120 -51 0 0 0 0.8.*Theta1' 0.8*Theta2' ...
20         0.8*Theta3' 0.8*Theta4' 0.8*Theta5' 0.8*Theta6']' ;
21 %Followers
22 xu_1 = [0 0 0 0 0 0 -131 110 -52 0 0 0 0.8.*Theta1' 0.8*Theta2' ...
23         0.8*Theta3' 0.8*Theta4' 0.8*Theta5' 0.8*Theta6']' ;
24 xu_2 = [0 0 0 0 0 0 -111 110 -49 0 0 0 0.8.*Theta1' 0.8*Theta2' ...
25         0.8*Theta3' 0.8*Theta4' 0.8*Theta5' 0.8*Theta6']' ;
26 xu_3 = [0 0 0 0 0 0 -131 130 -48 0 0 0 0.8.*Theta1' 0.8*Theta2' ...
27         0.8*Theta3' 0.8*Theta4' 0.8*Theta5' 0.8*Theta6']' ;
28 xu_4 = [0 0 0 0 0 0 -111 130 -51 0 0 0 0.8.*Theta1' 0.8*Theta2' ...
29         0.8*Theta3' 0.8*Theta4' 0.8*Theta5' 0.8*Theta6']' ;
30
31 % All Agent's States
```

```

32 xu = [xu_0 ; xu_1 ; xu_2 ;xu_3 ;xu_4];
33
34 %Disturbances Input
35 ui = [ res_V2 res_b2] ;
36 %Ode Function Options ( myOutputFcn Prints Successfull ode Time step)
37 options= odeset('RelTol',1e-9,'AbsTol',1e-6,'MaxStep',0.2,...
38     'OutputFcn',@myOutputFcn);
39
40 %Ode Function
41 [t,x] = ode15s(@ (t,xu) multi_agent_D(t,xu,ui),tspan,xu,options) ;
42

```

Συνάρτηση Πολλαπλών Πρακτόρων, Ελεγκτής βάσει Θέσης:

```

1 function [xdot_all] = multi_agent_D(t,xu_all,ui_lead)
2 %Function inputs: time,all agents states, times series of disturbances.
3 global e00 e01 e02 e03 e04 t_suc
4
5 %% Agents
6 %Laplace Matrix denotes the communication between agents
7 LA = [ 1 0 0 0 0 ; -1 1 0 0 0 ; 0 -1 1 0 0;0 0 0 1 0 ; 0 0 0 -1 1 ] ;
8 LAxI =kron(LA,eye(6)) ;
9
10 %%Laplace Matrix and offsets for each agent
11 a0 = LAxI([1:6],:) ;
12 c0 = [0 0 0 0 0 0]' ;
13
14 a1 = LAxI([7:12],:) ;
15 c1 = [10 10 0 0 0 0]' ;
16
17 a2 = LAxI([13:18],:) ;
18 c2 = [-20 0 0 0 0 0]' ;
19
20 a3 = LAxI([19:24],:) ;
21 c3 = [10 -10 0 0 0 0]' ;
22
23 a4 = LAxI([25:30],:) ;
24 c4 = [-20 0 0 0 0 0]' ;
25 % print time
26 t
27 %%disturbances
28 if t==0
29     %successfull time step
30     t_suc=0;
31 end
32     [uc_E,vc_E] =current_generator(t_suc,ui_lead(1),ui_lead(2));
33

```



```

34 n=30 ;
35 %Initial errors
36 if t==0
37 desired0 = [-4*n 4*n -50 0 0 0 ]';
38 h00 = ([xu_all(7:12);xu_all(149+7:149+12); ...
39       xu_all(2*149+7:2*149+12);xu_all(3*149+7:3*149+12); ...
40       xu_all(4*149+7:4*149+12)]-[desired0;desired0; ...
41       desired0;desired0;desired0]) ;
42 e00 = a0*h00+c0 ;
43 e01 = a1*h00+c1 ;
44 e02 = a2*h00+c2 ;
45 e03 = a3*h00+c3 ;
46 e04 = a4*h00+c4 ;
47 end
48
49 %Control Gains
50 Kvi =415000;
51 Kpi =0.01;
52 Gamma = 0.06;
53
54 %Agent's Result
55 %Leader
56 [xdot_0] =npsauvNNTest4_D(t,xu_all(1:149),a0,c0, ...
57       xu_all,Kvi,Kpi,Gamma,n,e00,uc_E,vc_E );
58 %Agent1
59 [xdot_1] =npsauvNNTest4_D(t,xu_all(150:2*149),a1,c1, ...
60       xu_all,Kvi,Kpi,Gamma,n,e01,uc_E,vc_E) ;
61 %Agent2
62 [xdot_2] =npsauvNNTest4_D(t,xu_all(299:3*149),a2,c2, ...
63       xu_all,Kvi,Kpi,Gamma,n,e02,uc_E,vc_E) ;
64 %Agent3
65 [xdot_3] =npsauvNNTest4_D(t,xu_all(448:4*149),a3,c3, ...
66       xu_all,Kvi,Kpi,Gamma,n,e03,uc_E,vc_E) ;
67 %Agent4
68 [xdot_4] =npsauvNNTest4_D(t,xu_all(597:5*149),a4,c4, ...
69       xu_all,Kvi,Kpi,Gamma,n,e04,uc_E,vc_E) ;
70
71 %Results
72 xdot_all =[xdot_0;xdot_1;xdot_2;xdot_3;xdot_4];

```

Συνάρτηση Δυναμικής Υποβρυχίου, Ελεγκτής βάσει Θέσης:

```

1 function [xdot] = npsauvNNTest4_D(t,xu,a0,c0,xu_all,Kvi, ...
2       Kpi,Gamma,n,e00,uc_E,vc_E)
3 % [xdot,U] = NPSAUV(x,ui) returns the speed U in m/s (optionally)
4 % and the time derivative of the state vector:
5 %x == [ u v w p q r x y z phi theta psi ]' for

```

```

6 % an Autonomous Underwater Vehicle (AUV) at the Naval
7 %Postgraduate School,Monterrey.
8 %The length of the AUV is L = 5.3 m, while the state vector
9 %is defined as:
10 %
11 % u      = surge velocity          (m/s)
12 % v      = sway velocity           (m/s)
13 % w      = heave velocity         (m/s)
14 % p      = roll velocity           (rad/s)
15 % q      = pitch velocity          (rad/s)
16 % r      = yaw velocity            (rad/s)
17 % xpos   = position in x-direction (m)
18 % ypos   = position in y-direction (m)
19 % zpos   = position in z-direction (m)
20 % phi    = roll angle              (rad)
21 % theta  = pitch angle             (rad)
22 % psi    = yaw angle              (rad)]
23
24 % derired trajectory and velocity
25 if 0<=t && t<=0.7*n*2
26 desired =[-4*n (0+4*n+t/2) -50 0 0 0 ]';
27 desdot = [0 1/2 0 0 0 0 ]';
28 end
29 if 0.7*n*2<t && t<=((13*n)/5)
30 desired = [(-4.3*n+0.3*n*cos((pi/2)*(t-0.7*n*2)/(0.3*n*2*2))) ...
31           (0+4.7*n+0.3*n*sin((pi/2)*(t-0.7*n*2)/(0.3*n*2*2))) ...
32           -50 0 0 0 ]';
33 desdot = [((pi*sin((5*pi*((7*conj(n))/5- ...
34           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
35           ((pi*cos((5*pi*((7*conj(n))/5- ...
36           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
37           0 0 0 0 ]';
38 end
39 if ((13*n)/5)<t && t<=((17*n)/5)
40 desired = [(- 3*n - t/2) ...
41           (0+5*n) -50 0 0 0 ]';
42 desdot = [(-1/2) (0) 0 0 0 0]';
43 end
44 if ((17*n)/5)<t && t<=((23*n)/5)
45 desired = [((3*n*sin((5*pi*((17*n)/5 - ...
46           t))/(12*n)))/10-(47*n)/10) ...
47           (47*n)/10 + (3*n*cos((5*pi*((17*n)/5 - ...
48           t))/(12*n)))/10 ...
49           -50 0 0 0 ]';
50 desdot = [(-(pi*cos((5*pi*((17*conj(n))/5 - ...
51           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
52           ((pi*sin((5*pi*((17*conj(n))/5 - ...
53           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0]';

```

```

54 end
55 if ((23*n)/5)<t && t<=((37*n)/5)
56 desired =[-5*n (7*n - t/2) ...
57     -50 0 0 0 ]';
58 desdot =[0 (-1/2) 0 0 0 0]';
59 end
60 if ((37*n)/5)<t && t<=((43*n)/5)
61 desired =[(- (47*n)/10 - (3*n*cos((5*pi*((37*n)/5 ...
62     - t))/(12*n)))/10) ...
63     ((3*n*(sin((5*pi*((37*n)/5 - t))/(12*n)) + 11))/10) ...
64     -50 0 0 0 ]';
65 desdot =[(-pi*sin((5*pi*((37*conj(n))/5 - ...
66     conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
67     (-pi*cos((5*pi*((37*conj(n))/5 ...
68     - conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0]';
69 end
70 if (0.7*n*2+0.3*n*2*2+0.4*n*2+0.3*n*2*2+1.4*n*2+ ...
71     0.3*n*2*2)<t && t<=(0.7*n*2+ ...
72     0.3*n*2*2+0.4*n*2+0.3*n*2*2+ ...
73     1.4*n*2+0.3*n*2*2+1.4*n*2)
74 desired =[(-4.7*n+1.4*n*(t-(0.7*n*2+0.3*n*2*2+0.4*n*2+ ...
75     0.3*n*2*2+1.4*n*2+0.3*n*2*2))/(1.4*n*2)) (0+3*n) ...
76     -50 0 0 0 ]';
77 desdot =[1/2 0 0 0 0 0]';
78 end
79
80 if ((57*n)/5)<t && t<=((63*n)/5)
81 desired =[(-3*n*(sin((5*pi*((57*n)/5 - ...
82     t))/(12*n))+11))/10) ...
83     (-3*n*(cos((5*pi*((57*n)/5 - t))/(12*n)) - ...
84     11))/10) -50 0 0 0 ]';
85 desdot =[((pi*cos((5*pi*((57*conj(n))/5 ...
86     - conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
87     (-pi*sin((5*pi*((57*conj(n))/5 -...
88     conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0]';
89 end
90
91 if ((63*n)/5)<t && t<=((87*n)/5)
92 desired =[-3*n (t/2 - 3*n) ...
93     -50 0 0 0 ]';
94 desdot =[0 (1/2) 0 0 0 0]';
95 end
96
97 if ((87*n)/5)<t && ...
98     t<=((93*n)/5)
99 desired =[((3*n*(cos((5*pi*((87*n)/5 - t))/(12*n)) - 11))/10) ...
100     (-3*n*(sin((5*pi*((87*n)/5 - t))/(12*n)) - 19))/10) ...
101     -50 0 0 0 ]';

```

```

102 desdot =[(pi*sin((5*pi*((87*conj(n))/5 - ...
103     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) ...
104     ((pi*cos((5*pi*((87*conj(n))/5 - ...
105     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
106 end
107
108 if ((93*n)/5)<t && t<=((117*n)/5)
109 desired =[(6*n - t/2) (0+6*n) ...
110     -50 0 0 0 ]';
111 desdot =[-1/2) (0) 0 0 0 0]';
112 end
113
114 if ((117*n)/5)<t && ...
115     t<=(123*n)/5
116 desired =[((3*n*(sin((5*pi*((117*n)/5 - t)))/(12*n)) ...
117     - 19))/10) ((3*n*(cos((5*pi*((117*n)/5 - ...
118     t)))/(12*n)) + 19))/10) ...
119     -50 0 0 0 ]';
120 desdot =[( -(pi*cos((5*pi*((117*conj(n))/5 ...
121     - conj(t)))/(12*conj(n)))/8) ...
122     ((pi*sin((5*pi*((117*conj(n))/5 - ...
123     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
124 end
125
126 if (123*n)/5<t && t<=((157*n)/5)
127 desired =[-6*n (18*n - t/2) ...
128     -50 0 0 0 ]';
129 desdot =[(0) (-1/2) 0 0 0 0]';
130 end
131
132 if (157*n)/5<t && t<=((163*n)/5)
133 desired =[( -(3*n*(cos((5*pi*((157*n)/5 - t)))/(12*n)) ...
134     + 19))/10) ((23*n)/10 + (3*n*sin((5*pi*((157*n)/5 ...
135     - t)))/(12*n))/10) -50 0 0 0 ]';
136 desdot =[( -(pi*sin((5*pi*((157*conj(n))/5 - ...
137     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) ...
138     ( -(pi*cos((5*pi*((157*conj(n))/5 ...
139     - conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
140 end
141
142 if ((163*n)/5)<t && t<=((197*n)/5)
143 desired =[(t/2 - 22*n) ...
144     (0+2*n) -50 0 0 0 ]';
145 desdot =[(1/2) (0) 0 0 0 0]';
146 end
147
148 if ((197*n)/5)<t && ...
149     t<=((203*n)/5)

```

```

150 desired = [(- (23*n)/10 - (3*n*sin((5*pi*((197*n)/5 ...
151   - t))/(12*n)))/10) ((23*n)/10 - ...
152   (3*n*cos((5*pi*((197*n)/5 - t))/(12*n)))/10) ...
153   -50 0 0 0 ]';
154 desdot = [ ( (pi*cos((5*pi*((197*conj(n))/5 - ...
155   conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
156   ( -(pi*sin((5*pi*((197*conj(n))/5- ...
157   conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0 ]';
158 end
159
160 if ((203*n)/5)<t && t<=((247*n)/5)
161 desired = [-2*n (t/2 - 18*n) -50 0 0 0 ]';
162 desdot = [(0) (1/2) 0 0 0 0 ]';
163 end
164
165 if ((247*n)/5)<t ...
166   && t<=((253*n)/5)
167 desired = [((3*n*cos((5*pi*((247*n)/5 - t))/(12*n)))/10 ...
168   - (23*n)/10) ...
169   ((67*n)/10 - (3*n*sin((5*pi*((247*n)/5 ...
170   - t))/(12*n)))/10) -50 0 0 0 ]';
171 desdot = [ ( (pi*sin((5*pi*((247*conj(n))/5 - ...
172   conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
173   ( (pi*cos((5*pi*((247*conj(n))/5 ...
174   - conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0 ]';
175 end
176
177 if ((253*n)/5)<t ...
178   && t<=((297*n)/5)
179 desired = [(-2.3*n-4.4*n*(t-(0.7*n*2+0.3*n*2*2+0.4*n*2+ ...
180   0.3*n*2*2+2.4*n*2+0.3*n*2*2+1.4*n*2+0.3*n*2*2+1.4*n*2+ ...
181   0.3*n*2*2+2.4*n*2+0.3*n*2*2+3.4*n*2+0.3*n*2*2+3.4*n*2+ ...
182   0.3*n*2*2+4.4*n*2+0.3*n*2*2)))/(4.4*n*2)) (0+7*n) ...
183   -50 0 0 0 ]';
184 desdot = [(-1/2) (0) 0 0 0 0 ]';
185 end
186
187 if ((297*n)/5)<t && t<=((303*n)/5)
188 desired = [((3*n*sin((5*pi*((297*n)/5 - t))/(12*n)))/10 ...
189   - (67*n)/10) ((67*n)/10 + ...
190   (3*n*cos((5*pi*((297*n)/5 ...
191   - t))/(12*n)))/10) ...
192   -50 0 0 0 ]';
193 desdot = [ ( -(pi*cos((5*pi*((297*conj(n))/5 - ...
194   conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
195   ( (pi*sin((5*pi*((297*conj(n))/5 ...
196   - conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0 ]';
197 end

```

```

198
199 if ((303*n)/5)<t && t<=((357*n)/5)
200 desired = [(-7*n) (37*n - t/2) ...
201           -50 0 0 0 ]';
202 desdot = [(0) (-1/2) 0 0 0 0]';
203 end
204
205 if ((357*n)/5)<t && t<=((363*n)/5)
206 desired = [(- (67*n)/10 - (3*n*cos((5*pi*((357*n)/5 ...
207           - t))/(12*n)))/10) ((13*n)/10 + ...
208           (3*n*sin((5*pi*((357*n)/5 - t))/(12*n)))/10) ...
209           -50 0 0 0 ]';
210 desdot = [( -(pi*sin((5*pi*((357*conj(n))/5 - ...
211           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
212           ( -(pi*cos((5*pi*((357*conj(n))/5 ...
213           - conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0]';
214 end
215
216 if ((363*n)/5)<t && t<=((417*n)/5)
217 desired = [(t/2 - 43*n) ...
218           (0+n) -50 0 0 0 ]';
219 desdot = [(1/2) (0) 0 0 0 0]';
220 end
221
222 if ((417*n)/5)<t && t<=((423*n)/5)
223 desired = [(- (13*n)/10 - (3*n*sin((5*pi*((417*n)/5 ...
224           - t))/(12*n)))/10) ((13*n)/10 - ...
225           (3*n*cos((5*pi*((417*n)/5 - ...
226           t))/(12*n)))/10) -50 0 0 0 ]';
227 desdot = [( (pi*cos((5*pi*((417*conj(n))/5 - ...
228           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
229           (-(pi*sin((5*pi*((417*conj(n))/5 - ...
230           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) 0 0 0 0]';
231 end
232
233 if ((423*n)/5)<t && t<=((487*n)/5)
234 desired = [-n (t/2 - 41*n) -50 0 0 0 ]';
235 desdot = [(0) (1/2) 0 0 0 0]';
236 end
237
238 if ((487*n)/5)<t && t<=((493*n)/5)
239 desired = [( (3*n*cos((5*pi*((487*n)/5 ...
240           - t))/(12*n)))/10 - (13*n)/10) (77*n)/10 - ...
241           (3*n*sin((5*pi*((487*n)/5 - t))/(12*n)))/10 ...
242           -50 0 0 0 ]';
243 desdot = [( (pi*sin((5*pi*((487*conj(n))/5 - ...
244           conj(t)))/(12*conj(n))))/8) ...
245           ((pi*cos((5*pi*((487*conj(n))/5 ...

```

```

246     - conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
247 end
248
249 if ((493*n)/5)<t && t<=((557*n)/5)
250 desired =[(48*n - t/2) (0+8*n) -50 0 0 0 ]';
251 desdot =[(-1/2) (0) 0 0 0 0]';
252 end
253
254 if ((557*n)/5)<t && t<=((563*n)/5)
255 desired =[((3*n*sin((5*pi*((557*n)/5 ...
256     - t))/(12*n)))/10 - (77*n)/10) ...
257     ((77*n)/10 + (3*n*cos((5*pi*((557*n)/5 ...
258     - t))/(12*n)))/10) -50 0 0 0 ]';
259 desdot =[( -(pi*cos((5*pi*((557*conj(n))/5 - ...
260     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) ...
261     ((pi*sin((5*pi*((557*conj(n))/5 ...
262     - conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
263 end
264
265 if ((563*n)/5)<t && t<=((637*n)/5)
266 desired =[-8*n (64*n - t/2) -50 0 0 0 ]';
267 desdot =[ (0) (-1/2) 0 0 0 0]';
268 end
269
270 if ((637*n)/5)<t && t<=((643*n)/5)
271 desired =[( -(77*n)/10 - (3*n*cos((5*pi*((637*n)/5 ...
272     - t))/(12*n)))/10) ((3*n*(sin((5*pi*((637*n)/5 ...
273     - t))/(12*n) + 1))/10) ...
274     -50 0 0 0 ]';
275 desdot =[( -(pi*sin((5*pi*((637*conj(n))/5 - ...
276     conj(t)))/(12*conj(n)))/8) ...
277     ( -(pi*cos((5*pi*((637*conj(n))/5 ...
278     - conj(t)))/(12*conj(n)))/8) 0 0 0 0]';
279 end
280
281 if ((643*n)/5)<t && t<=((717*n)/5)
282 desired =[((77*t)/148 - (55209*n)/740) ...
283     0 -50 0 0 0 ]';
284 desdot =[( 77/148) (0) 0 0 0 0]';
285 end
286 %%
287 if (length(xu) ~= 149), ...
288     error('x-vector must have dimension 149 !');end
289
290
291 % Dimensional states
292 u = xu(1); v = xu(2); w = xu(3);
293 p = xu(4); q = xu(5); r = xu(6);

```

```
294 phi = xu(10); theta = xu(11); psi = xu(12);
295
296 %Parameter Estimates
297 Theta1 = xu(13:30) ;
298 Theta2 = xu(31:49) ;
299 Theta3 = xu(50:67) ;
300 Theta4 = xu(68:94);
301 Theta5 = xu(95:121);
302 Theta6 = xu(122:149);
303
304 c1 = cos(phi);
305 c2 = cos(theta);
306 c3 = cos(psi);
307 s1 = sin(phi);
308 s2 = sin(theta);
309 s3 = sin(psi);
310 t2 = tan(theta);
311
312 U = sqrt(u^2+v^2+w^2); % speed
313
314 % Parameters, hydrodynamic derivatives and main dimensions
315
316 L = 5.3; g = 9.8;
317 xG = 0; yG = 0; zG = 0.061;
318 xB = 0; yB = 0; zB = 0;
319 rho = 1000; m = 5454.54/(rho/2*L^3);
320 W = 53400; B = 53400;
321 Ix = 2038; Iy = 13587; Iz = 13587;
322 Ixy = -13.58; Iyz = -13.58; Ixz = -13.58;
323 Cdy = 0.5; Cdz = 0.6;
324 Cy = 0; Cz = 0;
325 Cm = 0; Cn = 0;
326
327 r2 = rho*L^2/2;
328 r3 = rho*L^3/2;
329 r4 = rho*L^4/2;
330 r5 = rho*L^5/2;
331
332 Xpp = 7.0e-3; Xqq = -1.5e-2; Xrr = 4.0e-3; Xpr = 7.5e-4;
333 Xudot = -7.6e-3; Xwq = -2.0e-1; Xvp = -3.0e-3; Xvr = 2.0e-2;
334 Xqds = 2.5e-2; Xqdb2 = -1.3e-3; Xrdr = -1.0e-3; Xvv = 5.3e-2;
335 Xww = 1.7e-1; Xvdr = 1.7e-3; Xwds = 4.6e-2; Xwdb2 = 0.5e-2;
336 Xdsds = -1.0e-2; Xdbdb2 = -4.0e-3; Xdrdr = -1.0e-2; Xqdsn = 2.0e-3;
337 Xwdsn = 3.5e-3; Xdsdsn = -1.6e-3; Xu=-1.0e-4;
338
339 Ypdot = 1.2e-4; Yrdot = 1.2e-3; Ypq = 4.0e-3; Yqr = -6.5e-3;
340 Yvdot = -5.5e-2; Yp = 3.0e-3; Yr = 3.0e-2; Yvq = 2.4e-2;
341 Ywp = 2.3e-1; Ywr = -1.9e-2; Yv = -1.0e-1; Yvw = 6.8e-2;
```



```

342 Ydr = 2.7e-2;
343
344 Zqdot = -6.8e-3; Zpp = 1.3e-4; Zpr = 6.7e-3; Zrr = -7.4e-3;
345 Zwdot = -2.4e-1; Zq = -1.4e-1; Zvp = -4.8e-2; Zvr = 4.5e-2;
346 Zw = -3.0e-1; Zvv = -6.8e-2; Zds = -7.3e-2; Zdb2 = -1.3e-2;
347 Zqn = -2.9e-3; Zwn = -5.1e-3; Zdsn = -1.0e-2;
348
349 Kpdot = -1.0e-3; Krdot = -3.4e-5; Kpq = -6.9e-5; Kqr = 1.7e-2;
350 Kvdot = 1.2e-4; Kp = -1.1e-2; Kr = -8.4e-4; Kvq = -5.1e-3;
351 Kwp = -1.3e-4; Kwr = 1.4e-2; Kv = 3.1e-3; Kvw = -1.9e-1;
352 Kdb2 = 0; Kpn = -5.7e-4; Kprop = 0;
353
354 Mqdot = -1.7e-2; Mpp = 5.3e-5; Mpr = 5.0e-3; Mrr = 2.9e-3;
355 Mwdot = -6.8e-3; Muq = -6.8e-2; Mvp = 1.2e-3; Mvr = 1.7e-2;
356 Muw = 1.0e-1; Mvv = -2.6e-2; Mds = -4.1e-2; Mdb2 = 3.5e-3;
357 Mqn = -1.6e-3; Mwn = -2.9e-3; Mdsn = -5.2e-3;
358
359 Npdot = -3.4e-5; Nrdot = -3.4e-3; Npq = -2.1e-2; Nqr = 2.7e-3;
360 Nvdot = 1.2e-3; Np = -8.4e-4; Nr = -1.6e-2; Nvq = -1.0e-2;
361 Nwp = -1.7e-2; Nwr = 7.4e-3; Nv = -7.4e-3; Nvw = -2.7e-2;
362 Ndr = -1.3e-2; Nprop = 0;
363
364
365 % Drag forces and moments assuming block shaped body
366 dxL = L/10;
367 xL = 0;
368 Ucf = sqrt((v+xL*r)^2+(w-xL*q)^2);
369
370 if ~(Ucf == 0),
371     for xL = 0:dxL:L
372         Ucf = sqrt((v+xL*r)^2+(w-xL*q)^2);
373         temp = (0.5*0.6*(v+xL*r)^2+0.6*(w-xL*q)^2)*(v+xL*r)/Ucf;
374         Cy = Cy + dxL*temp;
375     end
376
377     for xL = 0:dxL:L
378         Ucf = sqrt((v+xL*r)^2+(w-xL*q)^2);
379         temp = (0.5*0.6*(v+xL*r)^2+0.6*(w-xL*q)^2)*(w-xL*q)/Ucf;
380         Cz = Cz + dxL*temp;
381     end
382
383     for xL = 0:dxL:L
384         Ucf = sqrt((v+xL*r)^2+(w-xL*q)^2);
385         temp = (0.5*0.6*(v+xL*r)^2+0.6*(w-xL*q)^2)*(w+xL*q)/Ucf*xL;
386         Cm = Cm + dxL*temp;
387     end
388
389     for xL = 0:dxL:L

```

```

390     Ucf = sqrt((v+xL*r)^2+(w-xL*q)^2);
391     temp = (0.5*0.6*(v+xL*r)^2+0.6*(w-xL*q)^2)*(v+xL*r)/Ucf*xL;
392     Cn = Cn + dxL*temp;
393     end
394 end
395
396 %Inertia and Added Mass Matrix
397 M = [ r3*(m-Xudot) 0 0 0 r3*m*zG 0; ...
398       0 r3*(m-Yvdot) 0 -r3*m*zG-r4*Ypdot 0 r4*(m*xG-Yrdot); ...
399       0 0 r3*(m-Zwdot) (m*yG) r4*(-m*xG-Zqdot) 0 ; ...
400       0 (-r3*m*zG-r4*Kvdot) 0 (Ix-r5*Kpdot) (-Ixy) (-Ixz-r5*Krdot); ...
401       r3*m*zG 0 r4*(-m*xG-Mwdot) -Ixy (Iy-r5*Mqdot) -Iyz; ...
402       -r3*m*yG r4*(m*xG-Nvdot) 0 (-Ixz-r5*Npdot) -Iyz Iz-r5*Nrdot ] ;
403
404 %Coriolis Force Matrix
405 C12 = [ r3*m*(yG*q+zG*r) -r3*m*(xG*q-w) -r3*m*(xG*r+v); ...
406         -m*r3*(yG*p+w) m*r3*(zG*r+xG*p) -m*r3*(yG*r-u); ...
407         -m*r3*(zG*p-v) -m*r3*(zG*q+u) m*r3*(xG*p+yG*q)];
408
409 C22 = [ 0 (-Iyz*q-Ixz*p+Iz*r) (Iyz*r+Ixy*p-Iy*q) ; ...
410         (Iyz*q+Ixz*p-Iz*r) 0 (-Ixz*r-Ixy*q+Ix*p); ...
411         (-Iyz*r-Ixy*p+Iy*q) (Ixz*r+Ixy*q-Ix*p) 0 ] ;
412
413 C21 = [-m*r3*(yG*q+zG*r) m*r3*(yG*p+w) m*r3*(zG*p-v); ...
414         m*r3*(xG*q-w) -m*r3*(zG*r+xG*p) m*r3*(zG*q+u); ...
415         m*r3*(xG*r+v) m*r3*(yG*r-u) -m*r3*(xG*p+yG*q)];
416
417 Crb =[ zeros(3,3), C12 ; ...
418        C21, C22 ];
419
420 %Gravitational and Buoyancy Forces Matrix
421 Gr =[ (W - B)*s2;-(W-B)*c2*s1;-(W-B)*c2*c1; ...
422        -(yG*W-yB*B)*c1*c2+(zG*W-zB*B)*c2*s1; ...
423        (xG*W-xB*B)*c1*c2+(zG*W-zB*B)*s2; ...
424        -(xG*W-xB*B)*s1*c2-(yG*W-yB*B)*s2];
425
426 %Damping Matrix
427 D_a = [ 0 0 0 0 0 0 ; ...
428         0 r2*Yv*u 0 r3*Yp*u 0 r3*Yr*u ; ...
429         0 0 r2*Zw*u 0 r3*Zq*u 0; ...
430         0 r3*Kv*u 0 r4*Kp*u 0 r4*Kr*u ; ...
431         0 0 0 0 0 0 ; ...
432         0 r3*Nv*u 0 r4*Np*u 0 r4*Nr*u] ;
433
434 D_b = [0 r2*Xvv*v r2*Xww*w r4*Xpp*p r4*Xqq*q r4*Xrr*r; ...
435        0 0 0 0 0 0 ; ...
436        0 r2*Zvv*v 0 r4*Zpp*p 0 r4*Zrr*r ; ...
437        0 0 0 0 0 0 ; ...

```

```

438         0 r3*Mvv*v 0 r5*Mpp*p 0 r5*Mrr*r; ...
439         0 0 0 0 0 0 ] ;
440
441 D = -D_a - D_b ;
442
443 Lu = [0 0 0 0 0 0 ; ...
444        0 0 0 0 0 0 ; ...
445        0 0 0 0 0 0 ; ...
446        0 0 0 0 0 0 ; ...
447        0 0 r3*Muw*u 0 r4*Muq*u 0 ; ...
448        0 0 0 0 0 0 ];
449
450 Lv = [0 0 0 r3*Xvp*v 0 r3*Xvr*v; ...
451        0 0 r2*Yvw*v 0 r3*Yvq*v 0; ...
452        0 0 0 r3*Zvp*v 0 r3*Zvr*v; ...
453        0 0 r3*Kvw*v 0 r4*Kvq*v 0; ...
454        0 0 0 r4*Mvp*v 0 r4*Mvr*v; ...
455        0 0 r3*Nvw*v 0 r4*Nvq*v 0 ];
456
457 Lw = [ 0 0 0 0 r3*Xwq*w 0; ...
458        0 0 0 r3*Ywp*w 0 r3*Ywr*w; ...
459        0 0 0 0 0 0 ; ...
460        0 0 0 r4*Kwp*w 0 r4*Kwr*w; ...
461        0 0 0 0 0 0 ; ...
462        0 0 0 r4*Nwp*w 0 r4*Nwr*w ];
463
464 Lp = [ 0 0 0 0 0 r4*Xpr*p; ...
465        0 0 0 0 r4*Ypq*p 0; ...
466        0 0 0 0 0 r4*Zpr*p; ...
467        0 0 0 0 r5*Kpq*p 0; ...
468        0 0 0 0 0 r5*Mpr*p; ...
469        0 0 0 0 r5*Npq*p 0];
470
471 Lq = [ 0 0 0 0 0 0 ; ...
472        0 0 0 0 0 r4*Yqr*q; ...
473        0 0 0 0 0 0; ...
474        0 0 0 0 0 r5*Kqr*q; ...
475        0 0 0 0 0 0 ; ...
476        0 0 0 0 0 r5*Nqr*q];
477
478 L = Lv + Lw+Lp+Lq+Lu ;
479 %%
480 [J_inv,J_dot,J]=Jacob(p,q,r,phi,theta,psi);
481
482 h0 =([xu_all(7:12);xu_all(149+7:149+12);xu_all(2*149+7:2*149+12); ...
483        xu_all(3*149+7:3*149+12);xu_all(4*149+7:4*149+12)] ...
484        -[desired;desired;desired;desired;desired]);
485 %neighbour error

```

```

486 e0 = a0*h0+c0;
487
488 %performance
489 l=1/5 ;
490 l_s=1/5;
491 poo = 0.15;
492 poo_s =0.1;
493 %
494 pij0 = 2.*abs(e00)+0.01 ;
495 pij = (pij0-poo).*exp(-l*t)+ poo ;
496 epsilon = log((1+e0./pij)/(1-e0./pij)) ;
497 epsilon0 =log((1+e00./pij0)/(1-e00./pij0)) ;
498 hd_dot =(-2*Kpi./(pij.*(1-(e0./pij).^2)).*epsilon ;
499 hd_dot0 =(-2*Kpi./(pij0.*(1-(e00./pij0).^2)).*epsilon0 ;
500 v_des =J_inv*hd_dot ;
501 s =xu(1:6)-v_des ;
502 s0 =[0 0 0 0 0 0 ]'-hd_dot0 ;
503 r1_r =(1+epsilon.*e0./pij)/(pij.^2.*((e0./pij).^2-1).^2) ;
504 r2_r =(2.*e0./pij+epsilon.*(e0./pij).^2 + ...
505         epsilon)/(pij.^2.*((e0./pij).^2-1).^2);
506
507 Xi =-4*Kpi.*r1_r.*(J*xu(1:6))+ ...
508         2*Kpi.*r2_r.*(l.*(pij0-poo).*(-exp(-l*t))) ;
509
510 ve = J_inv*(Xi-J_dot*v_des) ;
511 pij_s0=2.*abs(s0)+0.01 ;
512 pij_s = (pij_s0-poo_s).*exp(-l_s*t)+poo_s ;
513 epsilon_s = log((1+s./pij_s)/(1-s./pij_s)) ;
514
515 u_d = v_des(1);
516 v_d = v_des(2);
517 w_d = v_des(3);
518 p_d = v_des(4);
519 q_d = v_des(5);
520 r_d = v_des(6);
521
522 u_ddot = ve(1);
523 v_ddot = ve(2);
524 w_ddot = ve(3);
525 p_ddot = ve(4);
526 q_ddot = ve(5);
527 r_ddot = ve(6);
528
529 %%Ztheta
530 Reg1 = [q_ddot u_ddot p_d*q p_d*r q_d*w q_d*q r_d*v r_d*r r_d*p ...
531         r_d*r r_d*v p_d*p p_d*v q_d*q q_d*w v_d*v w_d*w sin(theta)];
532
533 Reg2 = [p_ddot v_ddot r_ddot q_d*p q_d*r p_d*w p_d*p r_d*u r_d*r ...

```

```

534     r_d*q r_d*u r_d*w q_d*p q_d*v p_d*u p_d*w v_d*u w_d*v ...
535     cos(theta)*sin(phi)];
536
537     Reg3 = [p_ddot w_ddot q_ddot r_d*p r_d*q p_d*v p_d*p q_d*u ...
538           q_d*q r_d*p r_d*r r_d*v p_d*p p_d*v q_d*u v_d*v w_d*u ...
539           cos(theta)*cos(phi) ] ;
540
541     Reg4 = [p_ddot q_ddot v_ddot r_ddot r_d*p r_d*q r_d*r q_d*p q_d*q ...
542           q_d*r u_d*q u_d*r v_d*w v_d*p w_d*v w_d*p r_d*q r_d*u r_d*w ...
543           q_d*p q_d*v p_d*u p_d*w v_d*u w_d*v cos(phi)*cos(theta) ...
544           cos(theta)*sin(phi) ] ;
545
546     Reg5 = [q_ddot r_ddot p_ddot w_ddot u_ddot p_d*p p_d*q p_d*r ...
547           r_d*q r_d*p r_d*r v_d*p v_d*r u_d*w u_d*q w_d*u w_d*q r_d*p ...
548           r_d*r r_d*v p_d*p p_d*v q_d*u w_d*u v_d*v ...
549           cos(phi)*cos(theta) sin(theta) ] ;
550
551     Reg6 = [r_ddot p_ddot q_ddot v_ddot u_ddot q_d*q q_d*p ...
552           q_d*r p_d*p p_d*q p_d*r w_d*p w_d*q u_d*v u_d*r v_d*u ...
553           v_d*r r_d*q r_d*u r_d*w q_d*p q_d*v p_d*u p_d*w v_d*u w_d*v ...
554           sin(phi)*cos(theta) sin(theta) ] ;
555
556     Ztheta(1) = Reg1*Theta1;
557     Ztheta(2) = Reg2*Theta2;
558     Ztheta(3) = Reg3*Theta3;
559     Ztheta(4) = Reg4*Theta4;
560     Ztheta(5) = Reg5*Theta5;
561     Ztheta(6) = Reg6*Theta6;
562
563     T = Ztheta' -Kvi*epsilon_s ; ...
564     hdot = [c3*c2*u + (c3*s2*s1-s3*c1)*v + (s3*s1+c3*c1*s2)*w ; ...
565           s3*c2*u + (c1*c3+s1*s2*s3)*v + (c1*s2*s3-c3*s1)*w ; ...
566           -s2*u + c2*s1*v + c1*c2*w ; ...
567           p + s1*t2*q + c1*t2*r ; ...
568           (c1*q - s1*r) ; ...
569           s1/c2*q + c1/c2*r ] ;
570     %Currents-Disturbances
571     Vc_b =J_inv*[uc_E vc_E 0 0 0 0]';
572
573     Dc = -[Xu 0 0 0 0 0; ...
574           0 Yv 0 Yp 0 Yr; ...
575           0 0 Zw 0 Zq 0 ; ...
576           0 Kv 0 Kp 0 Kr; ...
577           0 0 0 0 0 0 ; ...
578           0 Nv 0 Np 0 Nr]; ...
579
580     vdot = M\(-Crb*xu(1:6)-D*xu(1:6)+L*xu(1:6)-Gr+(Dc)*Vc_b+ ...
581           [T(1);(-rho/2*Cy+T(2));(rho/2*Cz+T(3))]; ...

```

```

582         T(4); (-rho/2*Cm+T(5)); (-rho/2*Cn+T(6))] );
583
584 %Derivative of parameter Estimation
585 Theta1hat_dot = -Gamma*eye(18)*Reg1'*s(1);
586 Theta2hat_dot = -Gamma*eye(19)*Reg2'*s(2);
587 Theta3hat_dot = -Gamma*eye(18)*Reg3'*s(3);
588 Theta4hat_dot = -Gamma*eye(27)*Reg4'*s(4);
589 Theta5hat_dot = -Gamma*eye(27)*Reg5'*s(5);
590 Theta6hat_dot = -Gamma*eye(28)*Reg6'*s(6);
591
592 % final result
593     xdot=[vdot;hdot;Theta1hat_dot;Theta2hat_dot;Theta3hat_dot;...
594         Theta4hat_dot;Theta5hat_dot;Theta6hat_dot];

```

Αλγόριθμος διαταραχών:

```

1  function [uc_E,vc_E] =current_generator(t,res_Vc,res_b)
2  global t_old Vc_old b_old
3  % res_Vc and res_b are timeseries including the derivative of Vc and b
4  % For each time timeseries are searched to find Vc_dot and b_dot
5  ind_Vc = find(res_Vc.Time(:)>=t,1,'first');
6  Vc_dot=res_Vc.Data(ind_Vc);
7  %Max and Min allowed values
8  Vmax=5; %m/s
9  Vmin=2; %m/s
10 bmax=5*pi/3;
11 bmin=pi/5;
12 %Initial values
13     if t==0
14         t_old=0;
15         Vc_old = 0.5*(Vmax+Vmin);
16         b_old=0.5*(bmax+bmin);
17     end
18 h = t-t_old ;
19
20 Vc=Vc_old+h*Vc_dot;
21 %Assuring Vc and b does not go off bounds
22     if Vmax < Vc
23         Vc=Vc_old-h*Vc_dot;
24     end
25     if Vc<Vmin
26         Vc=Vc_old-h*Vc_dot;
27     end
28 ind_b = find(res_b.Time(:)>=t,1,'first');
29 b_dot = res_b.Data(ind_b);
30
31 b=b_old+h*b_dot;

```

```

32     if bmax < b
33         b=b_old-h*b_dot;
34     end
35     if b<bmin ;
36         b=b_old-h*b_dot;
37     end
38 %Output
39 uc_E =(Vc*cos(b) );
40 vc_E=(Vc*sin(b) ) ;
41
42 t_old=t;
43 b_old=b;
44 Vc_old=Vc;

```

Συνάρτηση Πολλαπλών Πρακτόρων , Ελεγκτής βάσει Απόστασης:

```

1 function [xdot_all] = multi_agent_dist(t,xu_all,ui_lead)
2
3 global e00 e01 e02 e03 e04 b_up b_down n00 n01 n02 n03 ...
4         n04 v_des1 v_des2 v_des3 v_des4 v_des5 t_suc
5
6 %Desired distance between agents ( 7 edges , 0 -->
7 %no communication)
8 d_1j =[14.1421;0;0;0;14.1421;14.1421;0];
9 d_2j =[14.1421;20;0;0;0;0;20];
10 d_3j =[0;20;20;0;14.1421;0;0];
11 d_4j =[0;0;20;20;0;14.1421;0];
12 d_5j =[0;0;0;20;0;0;20];
13
14 d_ij =[d_1j d_2j d_3j d_4j d_5j];
15
16 %Sensing RADIUS
17 rc_1 =25;
18 rc_2 =30;
19 rc_3 =35;
20 rc_4 =35;
21 rc_5 =35;
22
23 %Safety RADIUS
24 rs_1 =5;
25 rs_2 =5;
26 rs_3 =5;
27 rs_4 =5;
28 rs_5 =5;
29
30 %Collision Avoidance algorithm Inputs
31 mi =1;

```

```

32 rs_1j =[(rs_1+rs_2); 0;0;0;rs_1+rs_3;rs_1+rs_4;0];
33 rs_2j =[(rs_2+rs_1);(rs_2+rs_3);0;0;0;0;rs_2+rs_5];
34 rs_3j =[0;(rs_3+rs_2);(rs_3+rs_4);0;(rs_1+rs_3);0;0];
35 rs_4j =[0;0;rs_4+rs_3;rs_4+rs_5;0;rs_4+rs_1;0];
36 rs_5j =[0;0;0;rs_5+rs_4;0;0;rs_5+rs_2];
37
38 rs_ij =[rs_1j rs_2j rs_3j rs_4j rs_5j];
39
40 rc_1j =[min(rc_1+rs_2,rc_2+rs_1);0;0;0; ...
41         min(rc_1+rs_3,rc_3+rs_1);min(rc_1+rs_4,rc_4+rs_1);0];
42
43 rc_2j =[min(rc_2+rs_1,rc_1+rs_2);min(rc_2+rs_3,rc_3+rs_2); ...
44         0;0;0;0;min(rc_2+rs_5,rc_5+rs_2)];
45
46 rc_3j =[0;min(rc_3+rs_2,rc_2+rs_3); ...
47         min(rc_3+rs_4,rc_4+rs_3);0;min(rc_3+rs_1,rc_1+rs_3);0;0];
48
49 rc_4j =[0;0;min(rc_4+rs_3,rc_3+rs_4); ...
50         min(rc_4+rs_5,rc_5+rs_4);0;min(rc_4+rs_1,rc_1+rs_4);0];
51
52 rc_5j =[0;0;0;min(rc_5+rs_4,rc_4+rs_5); ...
53         0;0;min(rc_5+rs_2,rc_2+rs_5)];
54
55 rc_ij =[rc_1j rc_2j rc_3j rc_4j rc_5j];
56
57
58
59 n=30 ;
60 %Actual Distance between neighbors
61 X =[xu_all(7:8)';xu_all(149+7:149+8)'];
62 X2 =[xu_all(7:8)';xu_all(2*149+7:2*149+8)'];
63 X3 =[xu_all(7:8)';xu_all(3*149+7:3*149+8)'];
64
65 Y2 =[xu_all(149+7:149+8)';xu_all(2*149+7:2*149+8)'];
66 Y3 =[xu_all(149+7:149+8)';xu_all(3*149+7:3*149+8)'];
67
68 Z =[xu_all(3*149+7:3*149+8)';xu_all(2*149+7:2*149+8)'];
69 Z2 =[xu_all(4*149+7:4*149+8)';xu_all(3*149+7:3*149+8)'];
70 Z3 =[xu_all(4*149+7:4*149+8)';xu_all(149+7:149+8)'];
71
72 q1j =[pdist(X,'euclidean');0;0;0; ...
73         pdist(X2,'euclidean');pdist(X3,'euclidean');0];
74 q2j =[pdist(X,'euclidean');pdist(Y2,'euclidean'); ...
75         0;0;0;0;pdist(Z3,'euclidean')];
76 q3j =[0;pdist(Y2,'euclidean');pdist(Z,'euclidean'); ...
77         0;pdist(X2,'euclidean');0;0];
78 q4j =[0;0;pdist(Z,'euclidean');pdist(Z2,'euclidean'); ...
79         0;pdist(X3,'euclidean');0];

```



```

80 q5j =[0;0;0;pdist(Z2,'euclidean');0;0;pdist(Z3,'euclidean')];
81
82 % Distance Errors
83 e1j =q1j-d_1j;
84 e2j =q2j-d_2j;
85 e3j =q3j-d_3j;
86 e4j =q4j-d_4j;
87 e5j =q5j-d_5j;
88
89 %Squared Distance Errors
90 n_1j =e1j.*(e1j+2*d_1j);
91 n_2j =e2j.*(e2j+2*d_2j);
92 n_3j =e3j.*(e3j+2*d_3j);
93 n_4j =e4j.*(e4j+2*d_4j);
94 n_5j =e5j.*(e5j+2*d_5j);
95
96
97 %Rigidity Matrix
98 R =[ [xu_all(7:8)']-xu_all(149+7:149+8)'] ...
99     -[xu_all(7:8)']-xu_all(149+7:149+8)'] 0 0 0 0 0 0 ; ...
100     0 0 [xu_all(149+7:149+8)']-xu_all(2*149+7:2*149+8)'] ...
101     -[xu_all(149+7:149+8)']-xu_all(2*149+7:2*149+8)'] 0 0 0 0; ...
102     0 0 0 0 [xu_all(2*149+7:2*149+8)']- ...
103     xu_all(3*149+7:3*149+8)'] [xu_all(3*149+7:3*149+8)'] ...
104     -xu_all(2*149+7:2*149+8)'] 0 0; ...
105     0 0 0 0 0 0 [xu_all(3*149+7:3*149+8)']- ...
106     xu_all(4*149+7:4*149+8)'] -[xu_all(3*149+7:3*149+8)'] ...
107     -xu_all(4*149+7:4*149+8)']; ...
108     [xu_all(7:8)']-xu_all(2*149+7:2*149+8)'] 0 0 ...
109     -[xu_all(7:8)']-xu_all(2*149+7:2*149+8)'] 0 0 0 0; ...
110     [xu_all(7:8)']-xu_all(3*149+7:3*149+8)'] 0 0 0 0 ...
111     -[xu_all(7:8)']-xu_all(3*149+7:3*149+8)'] 0 0; ...
112     0 0 [xu_all(149+7:149+8)']-xu_all(4*149+7:4*149+8)'] ...
113     0 0 0 0 -[xu_all(149+7:149+8)']-xu_all(4*149+7:4*149+8)']];
114
115 %Derivative of Rigidity Matrix
116 R_dot =[ [xu_all(1:2)']-xu_all(149+1:149+2)'] ...
117     -[xu_all(1:2)']-xu_all(149+1:149+2)'] 0 0 0 0 0 0 ; ...
118     0 0 [xu_all(149+1:149+2)']-xu_all(2*149+1:2*149+2)'] ...
119     -[xu_all(149+1:149+2)']-xu_all(2*149+1:2*149+2)'] 0 0 0 0; ...
120     0 0 0 0 [xu_all(2*149+1:2*149+2)']-xu_all(3*149+1:3*149+2)'] ...
121     [xu_all(3*149+1:3*149+2)']-xu_all(2*149+1:2*149+2)'] 0 0; ...
122     0 0 0 0 0 0 [xu_all(3*149+1:3*149+2)']- ...
123     xu_all(4*149+1:4*149+2)'] -[xu_all(3*149+1:3*149+2)'] ...
124     -xu_all(4*149+1:4*149+2)']; ...
125     [xu_all(1:2)']-xu_all(2*149+1:2*149+2)'] 0 0 ...
126     -[xu_all(1:2)']-xu_all(2*149+1:2*149+2)'] 0 0 0 0; ...
127     [xu_all(1:2)']-xu_all(3*149+1:3*149+2)'] 0 0 0 0 ...

```

```

128     -[xu_all(1:2)'-xu_all(3*149+1:3*149+2)'] 0 0; ...
129     0 0 [xu_all(149+1:149+2)'-xu_all(4*149+1:4*149+2)'] ...
130     0 0 0 0 -[xu_all(149+1:149+2)'-xu_all(4*149+1:4*149+2)']];
131
132 %Control Gains
133 Kpi =1;
134 Kpii=1;
135 Kvi=600000;
136
137 %Initial Values
138 if t==0
139 e00 = e1j;
140 e01 = e2j;
141 e02 = e3j;
142 e03 = e4j;
143 e04 = e5j;
144 eij0 =[e00 e01 e02 e03 e04];
145 n00 =n_1j;
146 n01 = n_2j;
147 n02 =n_3j;
148 n03 =n_4j;
149 n04 =n_5j;
150
151 %Calls distance based algorithm
152 %Outputs modulated error bounds
153 [b_up,b_down] =dist_base_alg(eij0,d_ij,rs_ij,rc_ij,mi);
154
155 %Initial value of Performance Functions
156 pij1 = 2.*abs(n00)+0.01;
157 pij2 = 2.*abs(n01)+0.01;
158 pij3 = 2.*abs(n02)+0.01;
159 pij4 = 2.*abs(n03)+0.01;
160 pij5 = 2.*abs(n04)+0.01;
161
162 %Modulated Errors (t=0)
163 hij_hat1 =n_1j./pij1;
164 hij_hat2 =n_2j./pij2;
165 hij_hat3 =n_3j./pij3;
166 hij_hat4 =n_4j./pij4;
167 hij_hat5 =n_5j./pij5;
168 %Transformed Errors (t=0)
169 sigma1 =(1/2)*log((b_up(:,1).*hij_hat1+ ...
170     b_up(:,1).*b_down(:,1))./(b_up(:,1).*b_down(:,1) ...
171     -b_down(:,1).*hij_hat1));
172 sigma2 =(1/2)*log((b_up(:,2).*hij_hat2+ ...
173     b_up(:,2).*b_down(:,2))./(b_up(:,2).*b_down(:,2)- ...
174     b_down(:,2).*hij_hat2));
175 sigma3 =(1/2)*log((b_up(:,3).*hij_hat3+ ...

```

```

176     b_up(:,3).*b_down(:,3))./(b_up(:,3).*b_down(:,3) ...
177     -b_down(:,3).*hij_hat3));
178     sigma4 =(1/2)*log((b_up(:,4).*hij_hat4+ ...
179     b_up(:,4).*b_down(:,4))./(b_up(:,4).*b_down(:,4) ...
180     -b_down(:,4).*hij_hat4));
181     sigma5 =(1/2)*log((b_up(:,5).*hij_hat5+ ...
182     b_up(:,5).*b_down(:,5))./(b_up(:,5).*b_down(:,5) ...
183     -b_down(:,5).*hij_hat5));
184
185     xi_ij1 =(1./pij1).*((1./(hij_hat1+b_down(:,1)))- ...
186     (1./(hij_hat1-b_up(:,1))));
187     xi_ij2 =(1./pij2).*((1./(hij_hat2+b_down(:,2)))- ...
188     (1./(hij_hat2-b_up(:,2))));
189     xi_ij3 =(1./pij3).*((1./(hij_hat3+b_down(:,3)))- ...
190     (1./(hij_hat3-b_up(:,3))));
191     xi_ij4 =(1./pij4).*((1./(hij_hat4+b_down(:,4)))- ...
192     (1./(hij_hat4-b_up(:,4))));
193     xi_ij5 =(1./pij5).*((1./(hij_hat5+b_down(:,5)))- ...
194     (1./(hij_hat5-b_up(:,5))));
195
196     %Desired trajectory (t=0)
197     desired0 =[-4*n (0+4*n) -50 0 0 0 ]';
198     %Desired Velocity (t=0)
199     v_des1 =-[R(:,1:2)']*Kpi*diag(xi_ij1)*sigma1;0;0;0;0]+ ...
200     5*(-Kpii*(xu_all(7:12)-desired0)+Kpii*([0;1/2;0;0;0;0]));
201     v_des2 =-[R(:,3:4)']*Kpi*diag(xi_ij2)*sigma2;0;0;0;0]- ...
202     0*([xu_all(12+7:12+9);0;0;0]-desired0);
203     v_des3 =-[R(:,5:6)']*Kpi*diag(xi_ij3)*sigma3;0;0;0;0]- ...
204     0*([xu_all(2*12+7:2*12+9);0;0;0]-desired0);
205     v_des4 =-[R(:,7:8)']*Kpi*diag(xi_ij4)*sigma4;0;0;0;0]- ...
206     0*([xu_all(3*12+7:3*12+9);0;0;0]-desired0);
207     v_des5 =-[R(:,9:10)']*Kpi*diag(xi_ij5)*sigma5;0;0;0;0]- ...
208     0*([xu_all(4*12+7:4*12+9);0;0;0]-desired0);
209
210     %successful time step
211     t_suc =0;
212     end
213
214     %Current Generator-Disturbances
215     [uc_E,vc_E] =current_generator(t_suc,ui_lead(1),ui_lead(2));
216
217
218     %%Agent's Results
219     %Leader
220     [xdot_0] =npsauvNNTest_dist(t,xu_all(1:149),Kpi,n, ...
221     b_up(:,1),b_down(:,1),R(:,1:2)',n_1j,n00,Kpii,Kvi, ...
222     v_des1,R_dot(:,1:2)',uc_E,vc_E) ;
223     %Agent1

```

```

224 [xdot_1] =npsauvNNTest_dist(t,xu_all(150:2*149),Kpi,n, ...
225     b_up(:,2),b_down(:,2),R(:,3:4)',n_2j,n01, ...
226     0,Kvi,v_des2,R_dot(:,3:4)',uc_E,vc_E) ;
227 %Agent2
228 [xdot_2] =npsauvNNTest_dist(t,xu_all(299:3*149),Kpi,n, ...
229     b_up(:,3),b_down(:,3),R(:,5:6)',n_3j,n02,0,Kvi, ...
230     v_des3,R_dot(:,5:6)',uc_E,vc_E) ;
231 %Agent3
232 [xdot_3] =npsauvNNTest_dist(t,xu_all(448:4*149),Kpi,n, ...
233     b_up(:,4),b_down(:,4),R(:,7:8)',n_4j,n03,0,Kvi, ...
234     v_des4,R_dot(:,7:8)',uc_E,vc_E) ;
235 %Agent4
236 [xdot_4] =npsauvNNTest_dist(t,xu_all(597:5*149),Kpi,n, ...
237     b_up(:,5),b_down(:,5),R(:,9:10)',n_5j,n04,0,Kvi, ...
238     v_des5,R_dot(:,9:10)',uc_E,vc_E) ;
239
240 %All Results
241 xdot_all =[xdot_0;xdot_1;xdot_2;xdot_3;xdot_4];

```

Κινηματικός Ελεγκτής βάσει Απόστασης:

```

1  %Desired Velocity and Acceleration For Distance Based Controller
2  %Performance Parameters
3  l =1/5;
4  l_s =1/5;
5  poo =0.1;
6  poo_s =1;
7
8  %Performance Function
9  pij0 =2.*abs(nij0)+0.01;
10 pij =(pij0-poo).*exp(-l*t)+ poo ;
11
12 %Derivative of Performance Function
13 pij_dot =-l*exp(-l*t)*(pij0 - poo);
14
15 %Modulated Error
16 hij_hat =n_ij./pij;
17
18 %Tranformed Error
19 sigma =(1/2)*log((b_up.*hij_hat+ ...
20     b_up.*b_down)./(b_up.*b_down- ...
21     b_down.*hij_hat));
22 xi_ij =(1./pij).*((1./(hij_hat+b_down))- ...
23     (1./(hij_hat-b_up)));
24
25 %Tranformed Error Derivatives
26 v_earth =J*xu(1:6);

```

```

27 n_ij_dot =2*R'*v_earth(1:2);
28 sigma_dot =(1/2)*diag(xi_ij)*(n_ij_dot-diag(pij_dot)*hij_hat);
29 xi_dij =(1/(n_ij-b_up).^2)-(1/(n_ij+b_down).^2);
30 xi_dot =-diag(pij_dot)*inv(diag(pij))*diag(xi_ij)+ ...
31     diag(xi_dij)*(diag(n_ij_dot)-diag(pij_dot)*diag(hij_hat));
32
33 %Desired Velocity Earth Frame
34 hd_dot =(-[R*Kpi*diag(xi_ij)*sigma;0;0;0;0]+ ...
35     5*(-Kpii*(xu(7:12)-desired)+Kpii*(desdot)));
36
37 %Acceleration Earth Frame
38 hd_doubled =-( [R_dot*Kpi*diag(xi_ij)*sigma;0;0;0;0]+ ...
39     [R*Kpi*xi_dot*sigma;0;0;0;0]+[R*Kpi*diag(xi_ij)*sigma_dot; ...
40     0;0;0;0]-5*(-Kpii*(J*xu(1:6)-desdot)+Kpii*(desddot)));
41
42 %Desired Velocity Body Frame
43 v_des =J_inv*hd_dot;
44
45 %Velocity Error
46 s =xu(1:6)-v_des ;
47 s0 =[0 0 0 0 0 0]'-v_des0;
48
49 %Acceleration
50 ve =J_inv*(hd_doubled-J_dot*v_des) ;

```

Αλγόριθμος Αποφυγής Σύγκρουσης

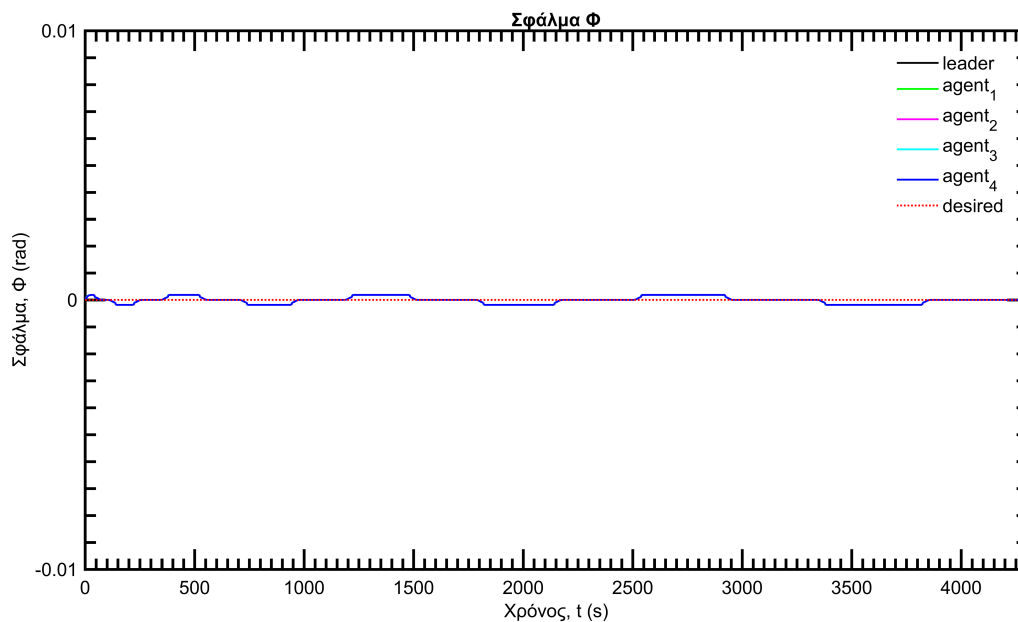
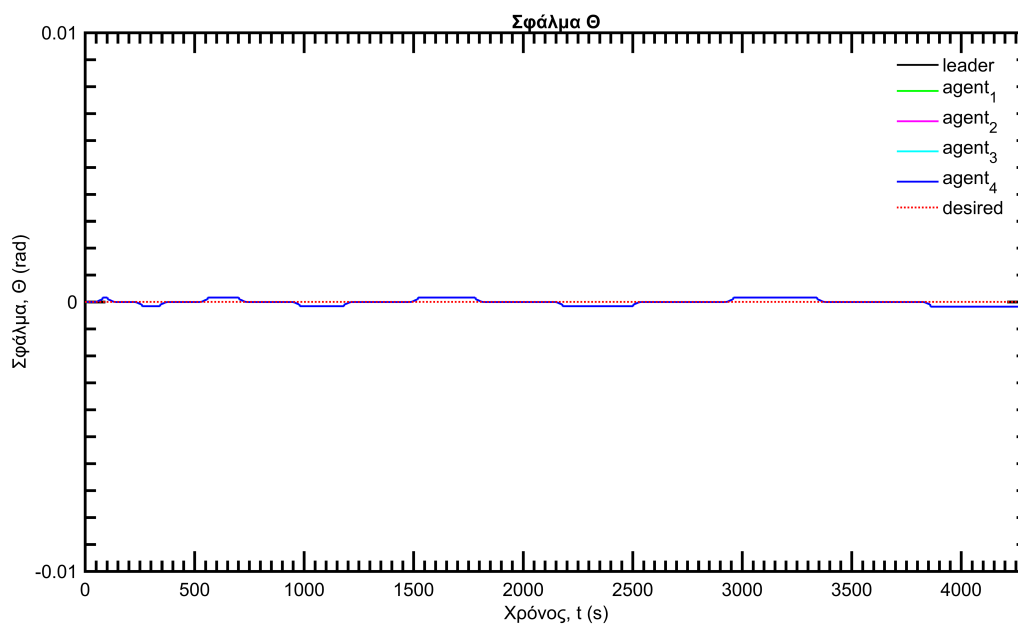
```

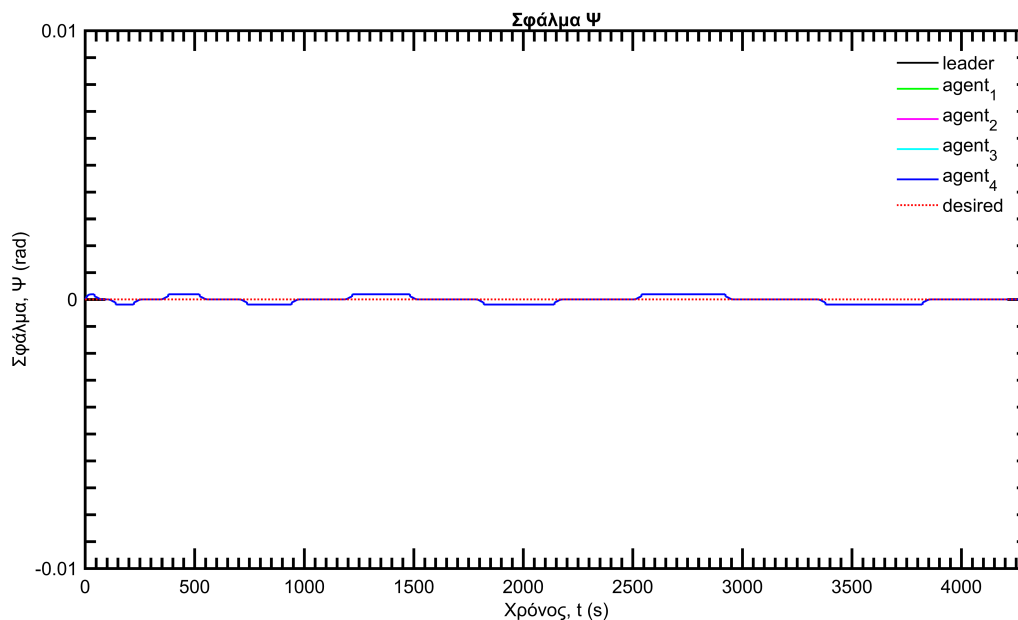
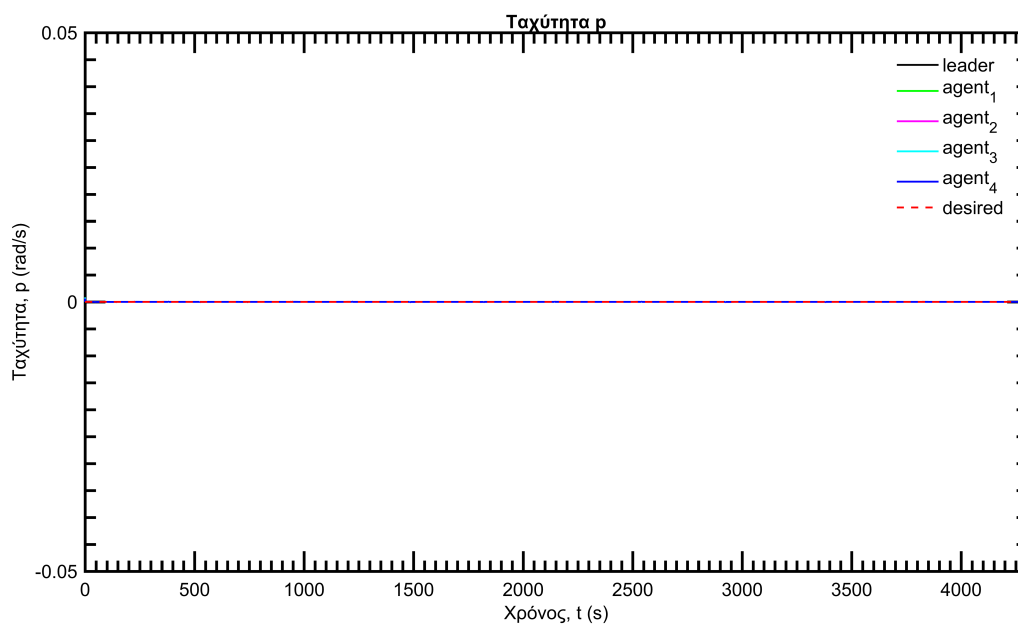
1 function [b_up,b_down]=dist_base_alg(eij0,d_ij,rs_ij,rc_ij,mi)
2 % Function Inputs: Initial Distance Errors, Desired Neighbor
3 % Distances, Safety Radiuses,Sensing Radiuses
4 % For 7 edges and 5 agents
5     for i = 1:7
6         for j=1:5
7             mi_up(i,j)=(rc_ij(i,j)-d_ij(i,j));
8             mi_down(i,j)=(d_ij(i,j)-rs_ij(i,j))*0.1;
9 % Distributed selection for upper and lower bound e_ij(0)
10            if eij0(i,j)>=0
11                e0_up(i,j)=min(abs(eij0(i,j))+mi,rc_ij(i,j)-d_ij(i,j));
12                e0_down(i,j)=min(abs(eij0(i,j))+mi,mi_down(i,j));
13            elseif eij0(i,j)<0
14                e0_up(i,j)=min(abs(eij0(i,j))+mi,mi_up(i,j));
15                e0_down(i,j)=min(abs(eij0(i,j))+mi,d_ij(i,j)-rs_ij(i,j));
16            end
17
18 % b_up and b_down are positive scalars used with
19 % performance functions to define maximum overshoot
20 % and lower bound of undershoot

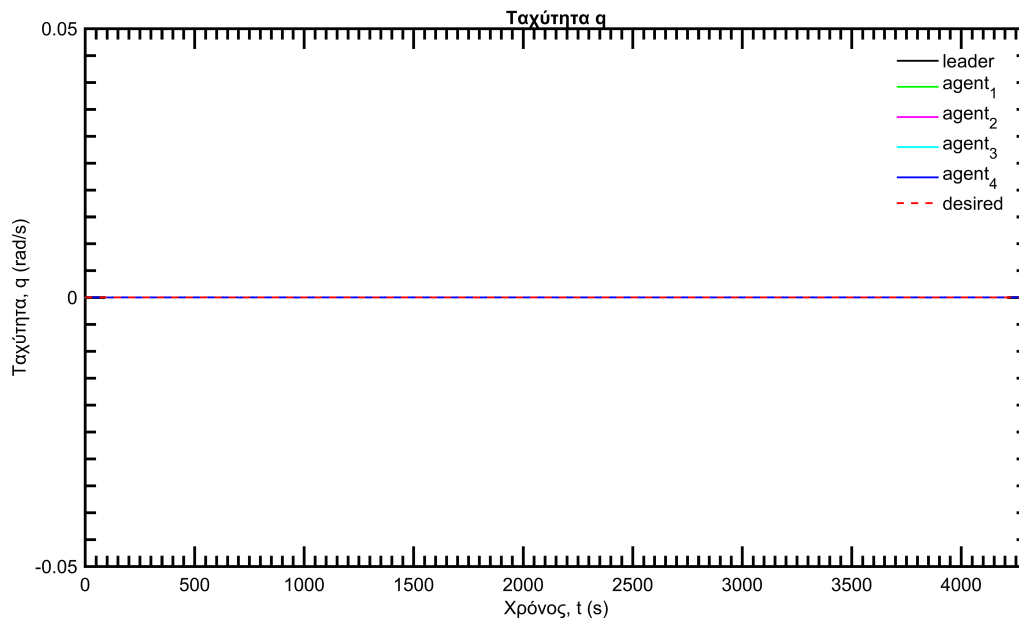
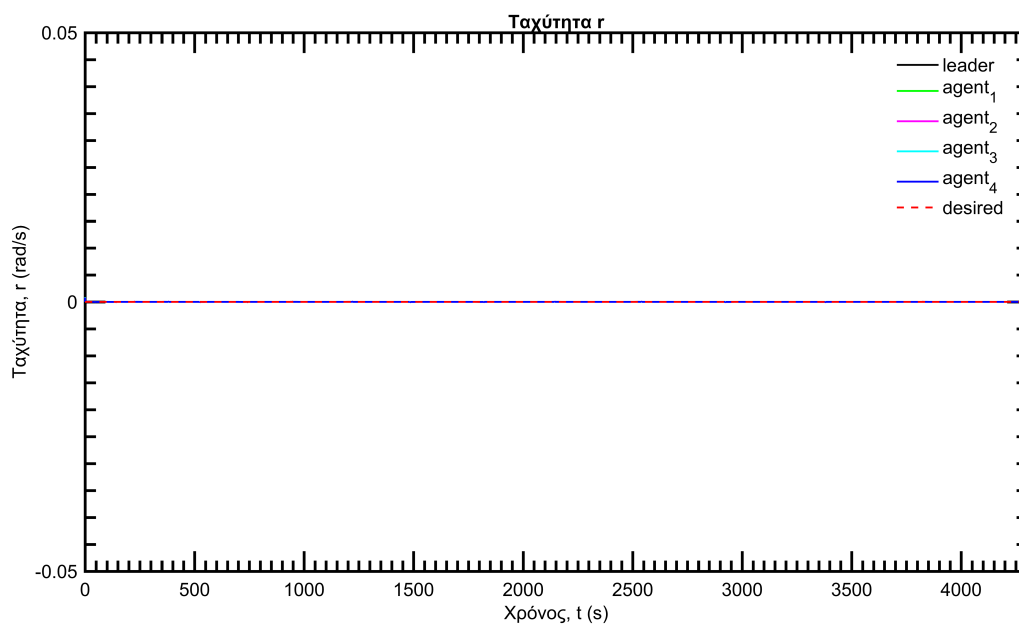
```

```
21     b_up(i,j)=e0_up(i,j)^2+2*d_ij(i,j)*e0_up(i,j);
22     b_down(i,j)=e0_down(i,j)^2+2*d_ij(i,j)*e0_down(i,j);
23     if b_up(i,j)==0 && b_down(i,j)==0
24         b_up(i,j)=1;
25         b_down(i,j)=1;
26     end
27 end
28 end
```

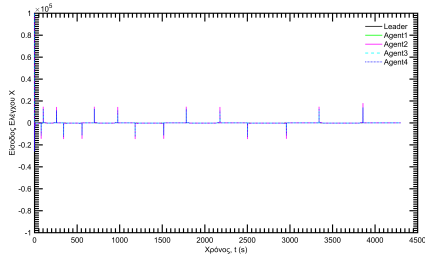
Α'.2 Επιπρόσθετα Γραφήματα, Ελεγκτής Βάσει Θέσης

Σχήμα Α'.1: Προσανατολισμός, Φ (rad)Σχήμα Α'.2: Προσανατολισμός, Θ (rad)

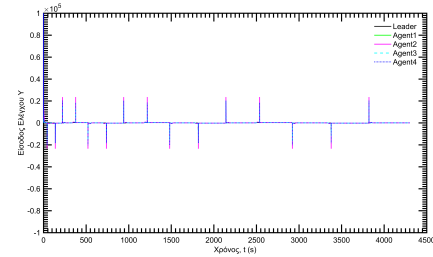
Σχήμα Α'.3: Προσανατολισμός, Ψ (rad)Σχήμα Α'.4: Ταχύτητα περιστροφής, p (rad/s)

Σχήμα Α'.5: Ταχύτητα περιστροφής, $q(\text{rad/s})$ Σχήμα Α'.6: Ταχύτητα περιστροφής, $r(\text{rad/s})$ 

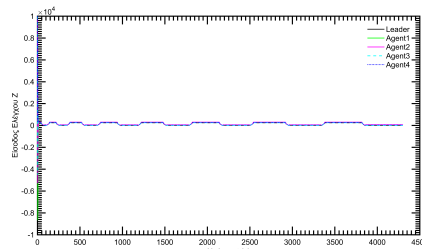
Σχήμα Α.7: Είσοδος Ελέγχου, Έλεγχος Βάσει Θέσης



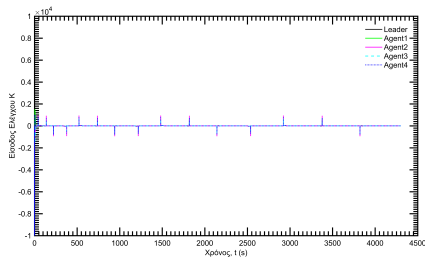
(α) X



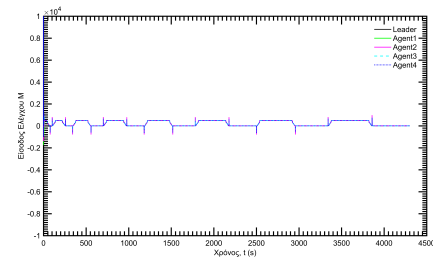
(β) Y



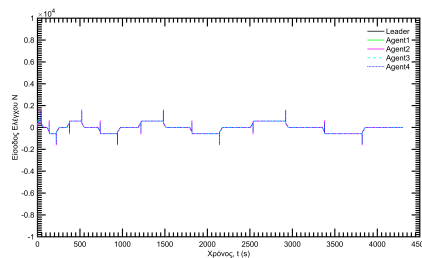
(γ) Z



(δ) K

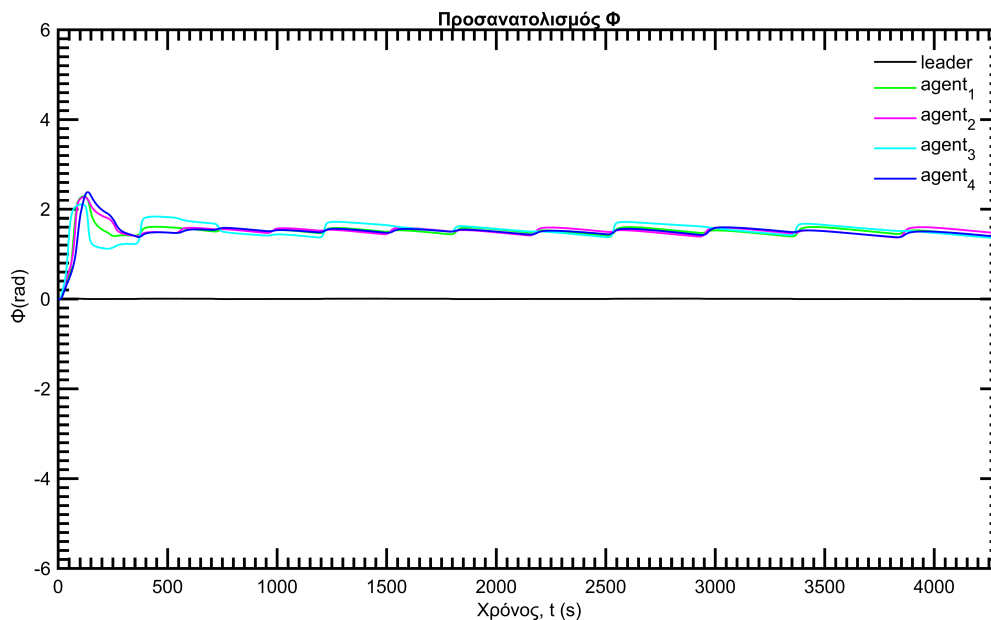
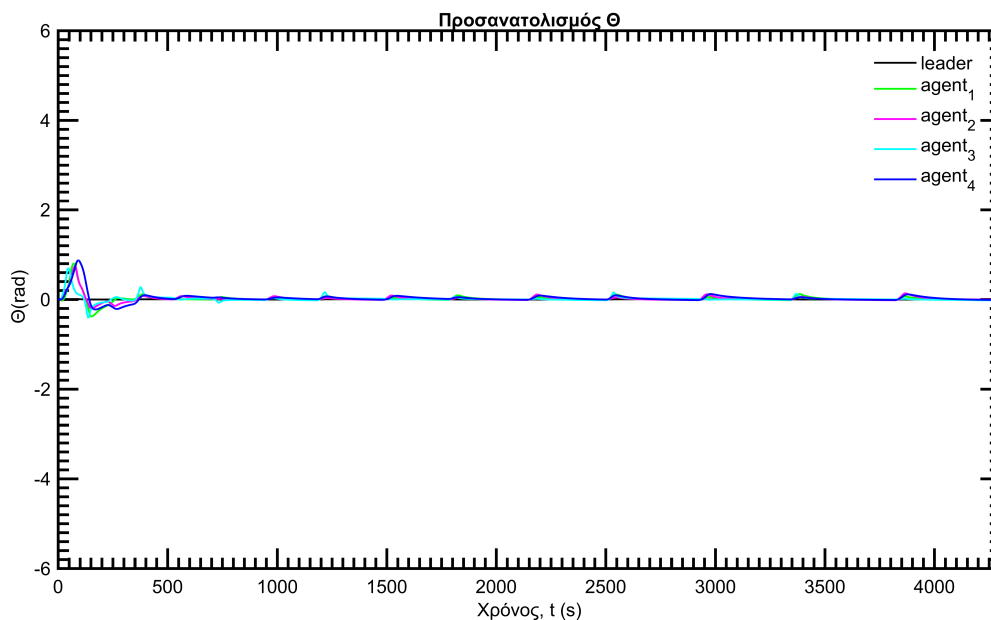


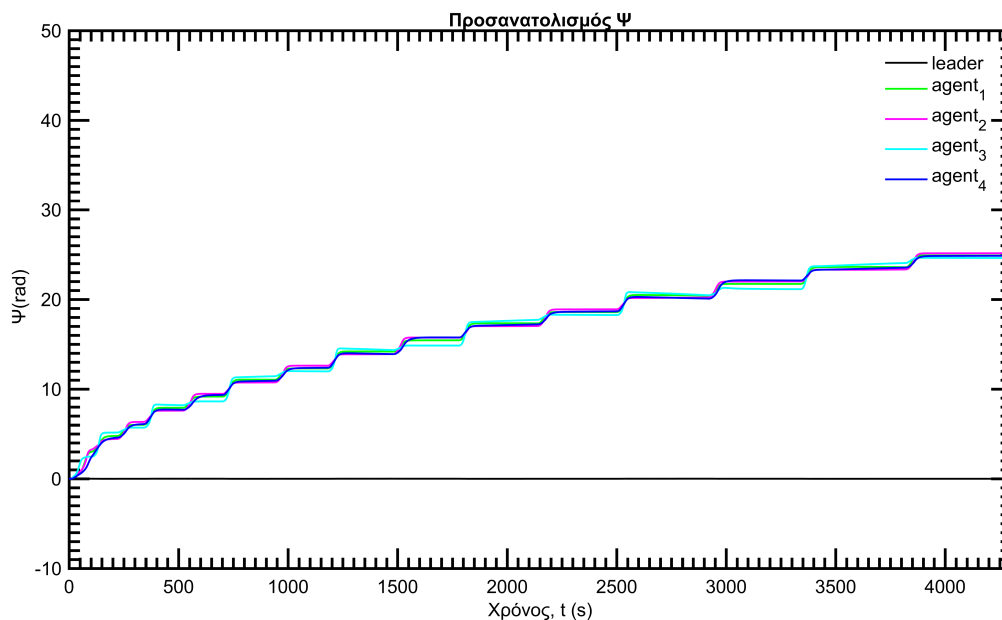
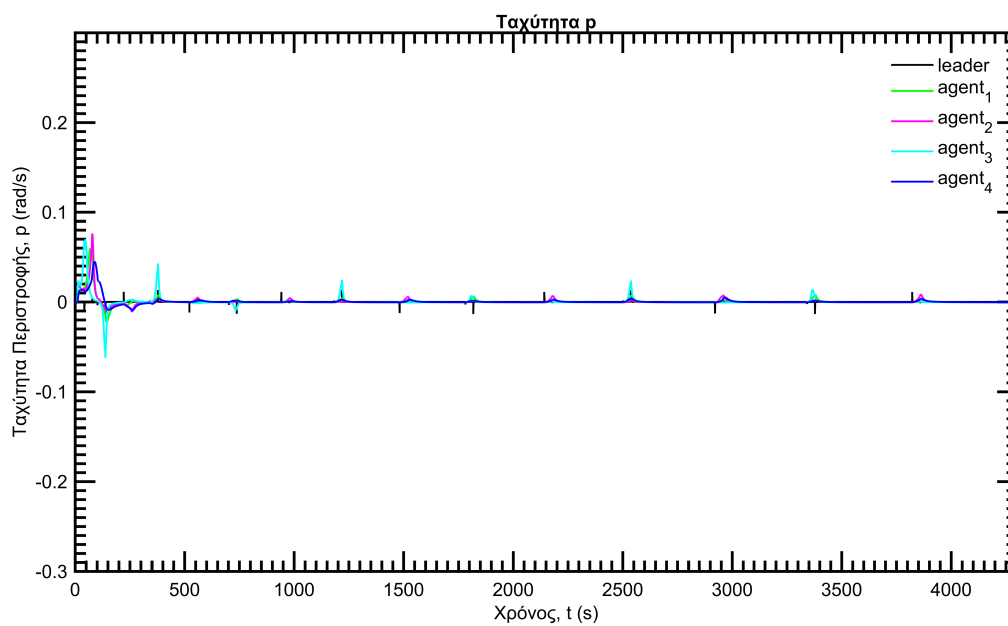
(ε) M

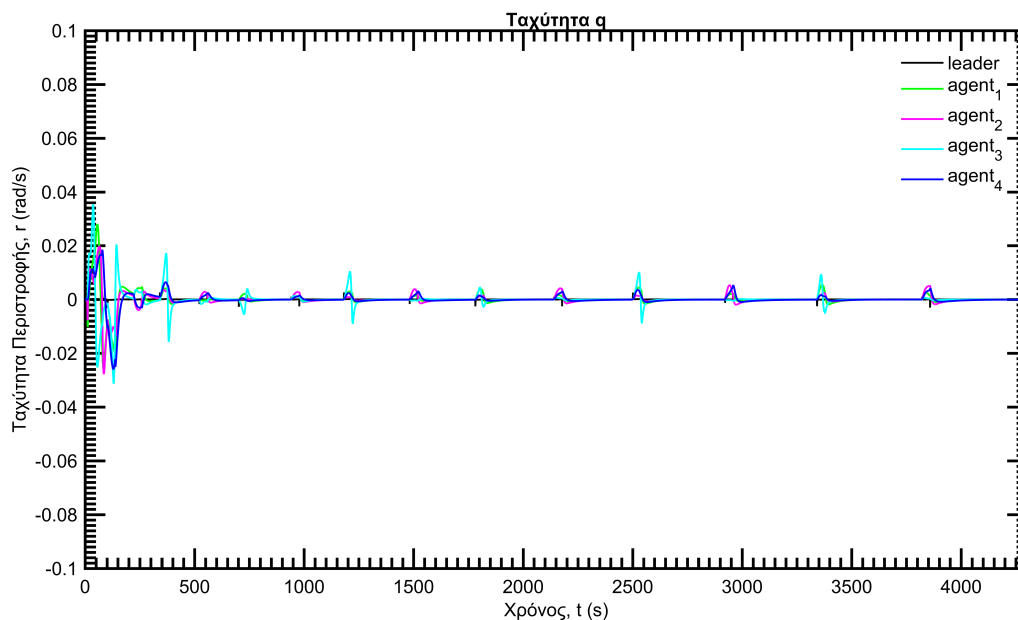
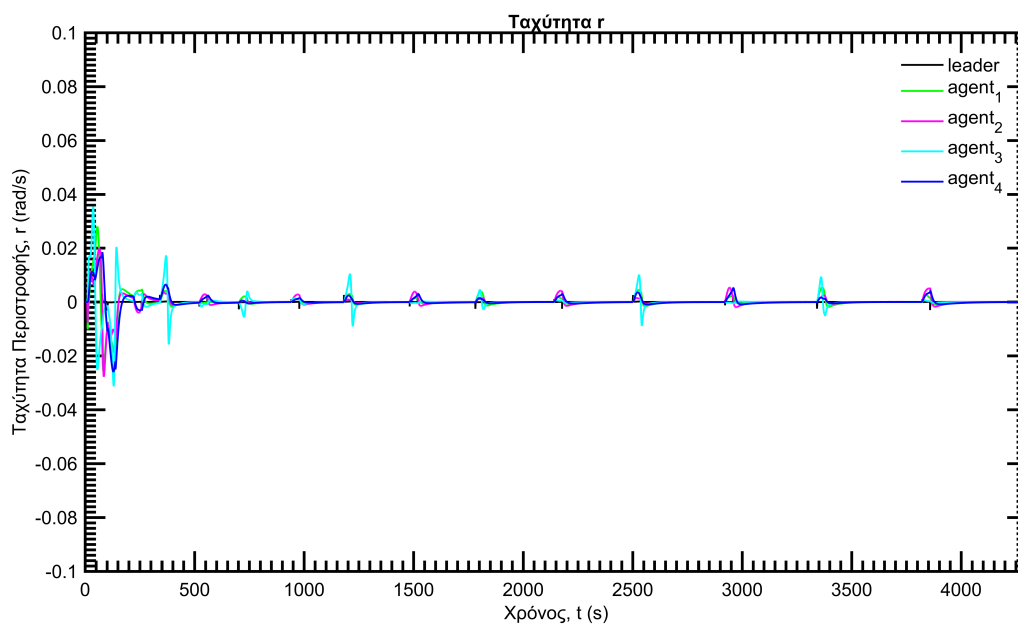


(ς) N

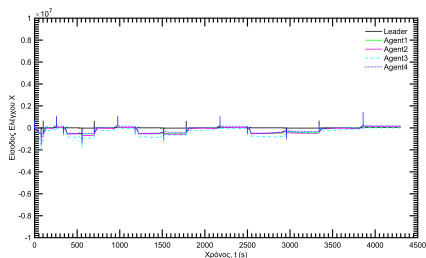
Α'.3 Επιπρόσθετα Γραφήματα, Ελεγκτής Βάσει Απόστασης

Σχήμα Α'.8: Προσανατολισμός, Φ (rad)Σχήμα Α'.9: Προσανατολισμός, Θ (rad)

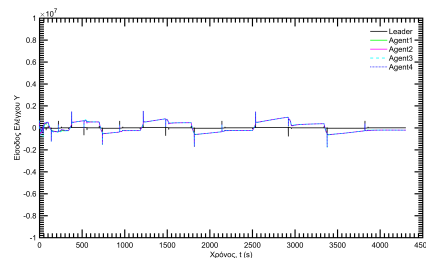
Σχήμα Α.10: Προσανατολισμός, Ψ (rad)Σχήμα Α.11: Ταχύτητα περιστροφής, p (rad/s)

Σχήμα Α.12: Ταχύτητα περιστροφής, $q(\text{rad/s})$ Σχήμα Α.13: Ταχύτητα περιστροφής, $r(\text{rad/s})$ 

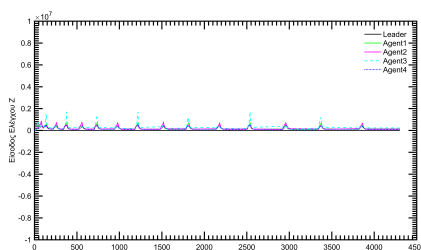
Σχήμα Α.14: Είσοδος Ελέγχου, Έλεγχος Βάσει Απόστασης



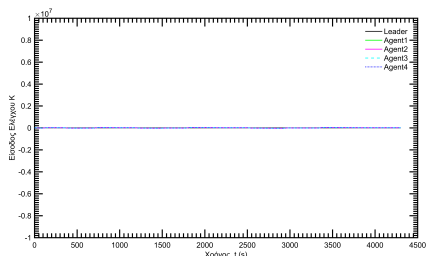
(α) X



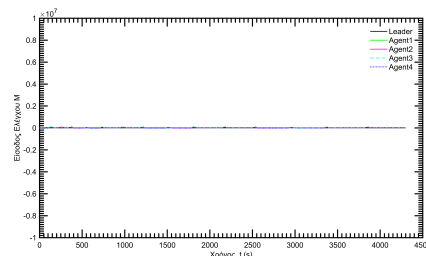
(β) Y



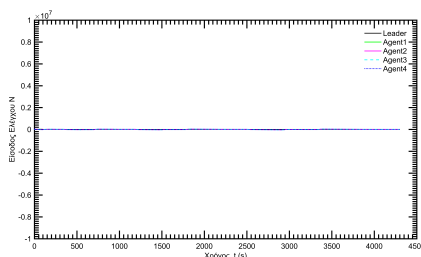
(γ) Z



(δ) K



(ε) M



(ς) N

Α'.4 Χαρακτηριστικά Οχήματος

Πίνακας Α'.1: Φυσικές παράμετροι του υποβρύχιου οχήματος

Παράμετροι	Περιγραφή	Τιμή
ρ	Πυκνότητα υγρού	1000 kg/m^3
W	Βάρος	53400 N
m	Μάζα	5443.4 kg
B	Άνωση	53400 N
L	Χαρακτηριστικό Μήκος	5.3 m
I_{xx}	Ροπή αδράνειας περί τον x άξονα	2038 Nms^2
I_{yy}	Ροπή αδράνειας περί τον y άξονα	13587 Nms^2
I_{zz}	Ροπή αδράνειας περί τον z άξονα	13587 Nms^2
I_{xy}	Εξωτερικό γινόμενο περί τους xy άξονες	-13.58 Nms^2
I_{yz}	Εξωτερικό γινόμενο περί τους yz άξονες	-13.58 Nms^2
I_{xz}	Εξωτερικό γινόμενο περί τους xz άξονες	-13.58 Nms^2
x_G	Συντεταγμένη x του ΚΒ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0 m
y_G	Συντεταγμένη y του ΚΒ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0 m
z_G	Συντεταγμένη z του ΚΒ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0.061 m
x_B	Συντεταγμένη x του ΚΠ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0 m
y_B	Συντεταγμένη y του ΚΠ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0 m
z_B	Συντεταγμένη z του ΚΠ στο πλαίσιο συντεταγμένων του οχήματος	0 m

Πίνακας Α'.2: Υδροδυναμικές Σταθερές(X)

$X_{\dot{u}} = 7.6 \times 10^{-3}$	$X_{pr} = 7.5 \times 10^{-4}$	$X_{ww} = 1.7 \times 10^{-1}$
$X_{pp} = -7.0 \times 10^{-3}$	$X_{wq} = -2.0 \times 10^{-1}$	$X_{qq} = -1.5 \times 10^{-2}$
$X_{vp} = -3.0 \times 10^{-3}$	$X_{rr} = -4.0 \times 10^{-3}$	$X_{vv} = 5.3 \times 10^{-2}$

Πίνακας Α'.3: Υδροδυναμικές Σταθερές(Y)

$Y_{\dot{p}} = 1.2 \times 10^{-4}$	$Y_{\dot{v}} = -5.5 \times 10^{-2}$	$Y_{uv} = -1.9 \times 10^{-2}$
$Y_{\dot{r}} = 1.2 \times 10^{-3}$	$Y_{up} = -3.0 \times 10^{-4}$	$Y_{ur} = -1.9 \times 10^{-3}$
$Y_{vw} = 6.8 \times 10^{-2}$	$Y_{pq} = 4.0 \times 10^{-3}$	$Y_{ur} = 3.0 \times 10^{-2}$
$Y_{vq} = 2.4 \times 10^{-2}$	$Y_{wp} = 2.3 \times 10^{-1}$	$Y_{qr} = -6.5 \times 10^{-3}$

Πίνακας Α'.4: Υδροδυναμικές Σταθερές(Z)

$Z_{\dot{q}} = -6.8 \times 10^{-3}$	$Z_{\dot{w}} = -2.4 \times 10^{-1}$	$Z_w = -3.0 \times 10^{-1}$
$Z_{pp} = 1.3 \times 10^{-4}$	$Z_q = -1.4 \times 10^{-1}$	$Z_{vv} = -6.8 \times 10^{-2}$
$Z_{pr} = 6.7 \times 10^{-3}$	$Z_{rr} = -7.4 \times 10^{-3}$	$Z_{vr} = -4.5 \times 10^{-2}$

Πίνακας Α'.5: Υδροδυναμικές Σταθερές(K)

$K_{\dot{p}} = -1.0 \times 10^{-3}$	$Z_{\dot{v}} = -1.3 \times 10^{-4}$	$Z_{wp} = -3.0 \times 10^{-4}$
$K_{\dot{r}} = -3.4 \times 10^{-5}$	$K_p = -1.1 \times 10^{-2}$	$K_{wr} = 1.4 \times 10^{-2}$
$K_{pq} = -6.9 \times 10^{-5}$	$K_r = -8.4 \times 10^{-4}$	$K_{qr} = 1.7 \times 10^{-2}$
$K_{uq} = -5.1 \times 10^{-3}$		

Πίνακας Α'.6: Υδροδυναμικές Σταθερές(M)

$M_{\dot{q}} = -1.7 \times 10^{-2}$	$Z_{\dot{v}} = -6.8 \times 10^{-3}$	$Z_{wp} = 1.0 \times 10^{-1}$
$M_{pp} = 5.3 \times 10^{-5}$	$M_{uq} = -6.8 \times 10^{-3}$	$M_{pr} = 5.0 \times 10^{-3}$
$M_{rr} = 2.9 \times 10^{-3}$	$K_{ur} = 1.7 \times 10^{-2}$	

Πίνακας Α'.7: Υδροδυναμικές Σταθερές(N)

$N_{\dot{p}} = -3.4 \times 10^{-5}$	$N_{\dot{v}} = -1.2 \times 10^{-3}$	$N_{wp} = -1.7 \times 10^{-2}$
$N_{\dot{r}} = -3.4 \times 10^{-3}$	$N_p = -8.4 \times 10^{-4}$	$N_{wr} = 7.4 \times 10^{-3}$
$N_{pq} = -2.1 \times 10^{-2}$	$N_r = -1.6 \times 10^{-2}$	$N_{qr} = 2.7 \times 10^{-3}$
$N_{uq} = -1. \times 10^{-2}$		