



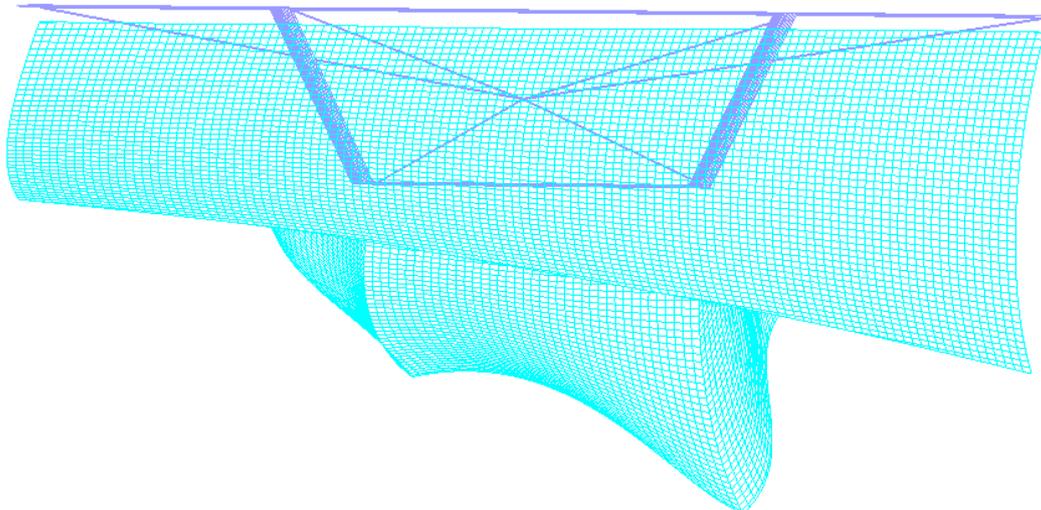
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Δομοστατικής

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διερεύνηση αναγκαιότητας διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες – Αποτίμηση συστάσεων κανονισμών



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σαπουντζάκη Όλγα

cv13007

ΕΜΚ ΔΕ 2018 13

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές

Αθήνα, Ιούλιος 2018



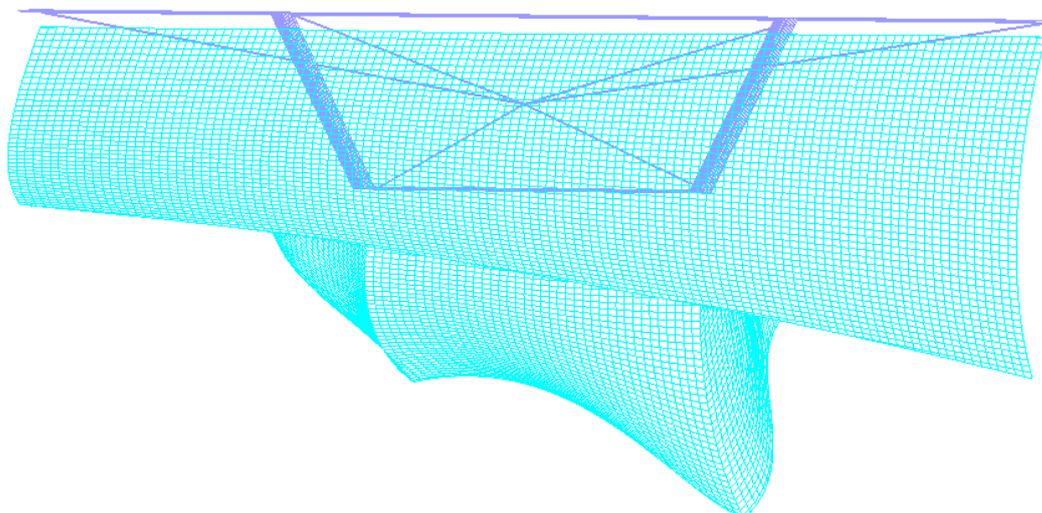
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Δομοστατικής

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διερεύνηση αναγκαιότητας διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες – Αποτίμηση συστάσεων κανονισμών



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σαουντζάκη Όλγα

cv13007

ΕΜΚ ΔΕ 2018 13

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές

Αθήνα, Ιούλιος 2018

Copyright © Σαπουντζάκη Όλγα, 2018

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια της συγγραφέως. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τη συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων της συγγραφέως (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Olga Sapountzaki, 2018

All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

Σαπουντζάκη Όλγα (2018)
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2018 13
Διερεύνηση αναγκαιότητας διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες –
Αποτίμηση συστάσεων κανονισμών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Sapountzaki Olga (2018)
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2018 13
Investigation of necessity of diaphragms in steel and composite bridges – Codes' assesment
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Χ. Γαντέ που μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα. Τον ευχαριστώ επίσης για την υποστήριξη και για το αδιάκοπο ενδιαφέρον του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κ. Σ. Βερνάρδο και Η. Θανάσουλα για τη βοήθεια τους στην εκμάθηση του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ADINA που χρησιμοποιήθηκε στη διπλωματική εργασία. Τέλος, ευχαριστώ πολύ την κ. Α. Αρυρίδη και τον κ. Ι. Τσιπτσή για τη βοήθεια τους σε θέματα σχετικά με τις θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης και το αντίστοιχο λογισμικό.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τους γονείς μου για την αμέριστη στήριξη και βοήθεια τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Χωρίς αυτή δεν θα ήταν δυνατή η εκπλήρωση των στόχων μου.

Στους γονείς μου



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΔΕ 2018 13

Διερεύνηση αναγκαιότητας διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες – Αποτίμηση των κανονισμών

Σαπουντζάκη Όλγα

Επιβλέπων: Καθηγητής Χάρης Γαντές
Ιούλιος 2018

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αφορά αφενός τη διερεύνηση της αναγκαιότητας τοποθέτησης διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες και αφετέρου την αποτίμηση των σχετικών οδηγιών των ισχύοντων κανονισμών. Αν και τα διαφράγματα συμβάλλουν στη σωστή λειτουργία και στην ανθεκτικότητα των γεφυρών, η οικονομική επιβάρυνση και οι κατασκευαστικές δυσκολίες που τα συνοδεύουν αποτέλεσαν το κίνητρο για την παρούσα εργασία. Η διερεύνηση της αναγκαιότητας τους πραγματοποιείται τόσο με χρήση θεωριών δοκού ανώτερης τάξης, όσο και με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Εξετάζονται περιπτώσεις γεφυρών ανοικτής και κλειστής διατομής σε ευθυγραμμία ή οριζοντιογραφική καμπύλη. Τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συγκρίνονται και εξάγονται τα αντίστοιχα συμπεράσματα. Η αποτίμηση των κανονισμών πραγματοποιείται με βάση τα συμπεράσματα αυτά. Πιο συγκεκριμένα, στις εξετασθείσες περιπτώσεις ευθυγραμμίας οι κανονισμοί είναι ιδιαίτερα συντηρητικοί ενώ στις περιπτώσεις οριζοντιογραφικής καμπύλης αν και η αναγκαιότητα των διαφραγμάτων είναι μεγαλύτερη οι κανονισμοί αποδεικνύονται και πάλι συντηρητικοί.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
School of Civil Engineering
Structural Department
Institute of Steel Structures

DIPLOMA THESIS
EMK ΔΕ 2018 13

**Investigation of necessity of diaphragms in steel and composite
bridges – Codes' assesment**

Sapountzaki Olga

Supervisor: Professor Charis Gantes
July 2018

ABSTRACT

The subject of the present diploma thesis concerns on the one hand the investigation of the necessity of diaphragms in steel and composite bridges and on the other hand the assessment of the pertinent guidelines of the applicable codes. Although the diaphragms contribute to the proper function and the durability of the bridges, the increase of the budget and the construction difficulties which accompany them constitute the motivation of the present thesis. The investigation of their necessity is carried out using higher order beam theories and a software package based on the finite element method. Cases of open and closed cross-sections in straight or curved bridges are examined. The results of the two methods are compared in order to reach the relevant conclusions. The codes' assessment is executed based on these results. More specifically, in the examined cases of straight bridges the codes are particularly conservative, whereas in the cases of curved bridges although the diaphragms' necessity is higher, the codes are also proved to be conservative.

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή.....	1
1.1	Κίνητρο και στόχοι	1
1.2	Αντιμετώπιση του προβλήματος.....	1
1.3	Περιγραφή της διπλωματικής εργασίας.....	1
2.	Επίλυση του προβλήματος με υφιστάμενο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων .	3
3.	Αριθμητικές εφαρμογές με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων.....	7
3.1	Ανοιχτές διατομές.....	7
3.1.1	Ευθύγραμμη δοκός ανοικτής διατομής μήκους 30m.....	7
3.1.2	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 30m	15
3.1.3	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m	22
3.1.4	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m.....	37
3.2	Κλειστές διατομές.....	49
3.2.1	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m	49
3.2.2	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m.....	62
3.3	Σύγκριση προσομοιωμάτων ανοικτής – κλειστής διατομής.....	72
4.	Επίλυση του πρόβληματος με προχωρημένες θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης ..	77
4.1	Εισαγωγή.....	77
4.2	Τρισδιάστατα – Μονοδιάστατα προσομοιώματα	78
4.3	Βιβλιογραφική αναδρομή	78
4.4	Διατύπωση του προβλήματος	81
4.4.1	Ισορροπία στο επίπεδο της διατομής.....	81
4.4.2	Καθολική ισορροπία	84
5.	Αριθμητικές εφαρμογές με χρήση θεωριών δοκού ανώτερης τάξης.....	87
5.1	Ανοιχτές διατομές.....	87
5.1.1	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m	87
5.1.2	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m.....	88
5.2	Κλειστές διατομές.....	89
5.2.1	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m	89
5.2.2	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m.....	90
6.	Σύγκριση των χρησιμοποιούμενων μεθόδων.....	91
6.1	Ανοιχτές διατομές.....	91
6.1.1	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m	91

6.1.2	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m.....	93
6.2	Κλειστές διατομές.....	94
6.2.1	Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m	94
6.2.2	Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m.....	96
7.	Κανονισμοί και Αποτίμηση τους	99
7.1	Ευρωκώδικες (EC).....	99
7.2	American Association of State Highway and Transportation Officials – AASHTO	99
7.3	Hanshin Expressway Public Corporation of Japan - HEPCJ.....	100
7.4	Αποτίμηση των κανονισμών.....	100
8.	Συμπεράσματα – Μελλοντικοί στόχοι.....	103
8.1	Περίληψη	103
8.2	Συμπεράσματα	103
8.2.1	Ανοιχτές διατομές	103
8.2.2	Κλειστές διατομές.....	104
8.2.3	Σύγκριση των δύο μεθόδων	105
8.2.4	Αποτίμηση των κανονισμών.....	105
8.3	Μελλοντικοί στόχοι	105
	Βιβλιογραφία	107

1. Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο και στόχοι

Οι σύμμικτες γέφυρες αποτελούνται από το κατάστρωμα, το οποίο είναι κατασκευασμένο από οπλισμένο σκυρόδεμα και τις κύριες δοκούς, οι οποίες είναι κατασκευασμένες από χάλυβα. Οι κύριες δοκοί συνδέονται μεταξύ τους σε ικανές αποστάσεις μέσω διαδοκίδων. Πρόκειται για χαλύβδινες δοκούς, οι οποίες έχουν συνήθως κοίλη ορθογωνική διατομή ή διατομή διπλού ταυ. Στόχος τους είναι ο περιορισμός των παραμορφώσεων εντός και εκτός της διατομής. Η υιοθέτηση διαδοκίδων σε γέφυρα εξασφαλίζει τη βέλτιστη διάρκεια ζωής του έργου λόγω μείωσης των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων από τα φορτία στα οποία υποβάλλεται. Επίσης, εξασφαλίζει τη σωστή λειτουργία των αρμών και των εφεδράνων της γέφυρας, παρεμποδίζοντας την ανάπτυξη μεγάλων παραμορφώσεων.

Ωστόσο, η κατασκευή των διαφραγμάτων αυξάνει το κόστος κατασκευής λόγω των απαιτούμενων υλικών και των εργατικών. Παράλληλα, συχνά η κατασκευή τους μπορεί να καταστεί ιδιαίτερα δυσχερής. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση χαραδρογέφυρας, όπου η σύνδεση των διαδοκίδων με τις κύριες δοκούς απαιτεί πολυέξοδο εξοπλισμό και δύσκολες τεχνικές.

Από τα ανωτέρω καθίσταται σαφές ότι η υιοθέτηση των ελάχιστα απαιτούμενων διαδοκίδων αποτελεί αντικείμενο ζωτικής σημασίας για την ανθεκτικότητα, τη διάρκεια ζωής, την οικονομία και την ευκολία κατασκευής του έργου. Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί ο προσδιορισμός του ελάχιστου απαιτούμενου αριθμού διαφραγμάτων γέφυρας, καθώς και η αποτίμηση των συστάσεων που ορίζουν οι σχετικοί κανονισμοί.

1.2 Αντιμετώπιση του προβλήματος

Για την προσέγγιση του προβλήματος αυτού συγκρίθηκαν οι τάσεις και οι μετατοπίσεις σε χαρακτηριστικούς κόμβους των προσομοιωμάτων. Αρχικά μελετήθηκαν ευθύγραμμοι και στη συνέχεια καμπύλοι φορείς με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων καθώς και με χρήση θεωριών δοκού ανώτερης τάξης. Τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν περιλαμβάνουν τόσο μοντέλα μίας δοκού όσο και περιπτώσεις μοντέλων που προσομοιώνουν μία γέφυρα χρησιμοποιώντας δύο κύριες δοκούς και κατάστρωμα. Όλα τα παραπάνω προσομοιώθηκαν αρχικά χωρίς διάφραγμα. Στη συνέχεια προστέθηκαν ένα ή περισσότερα διαφράγματα σε διάφορες θέσεις, ανάλογα με τους χρησιμοποιούμενους Κανονισμούς.

1.3 Περιγραφή της διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία είναι διαρθρωμένη σε 8 κεφάλαια.

Το Κεφάλαιο 1 αποτελεί την εισαγωγή της εργασίας. Σε αυτό παρουσιάζονται το κίνητρο εκπόνησης της, οι στόχοι της, καθώς και η αντιμετώπιση του προβλήματος.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η επίλυση του προβλήματος με τη χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων (ραβδωτά στοιχεία, στοιχεία κελύφους). Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των προσομοιωμάτων που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και η λειτουργία του προγράμματος αυτού. Εκεί περιγράφεται το σύνολο των αναλύσεων που εκτελέστηκαν και η φυσική τους σημασία.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι αριθμητικές εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα, εξηγείται η διαδικασία διαστασιολόγησης για ανοιχτές και κλειστές διατομές καθώς και όλα τα χαρακτηριστικά των μοντέλων που εισάχθηκαν στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Δίνονται τα αντίστοιχα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν για κάθε μία ανάλυση, δηλαδή οι παραμορφωμένες εικόνες, οι δρόμοι ισορροπίας και οι ισοτασικές επιφάνειες.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η αντιμετώπιση του προβλήματος βασισμένη σε θεωρία δοκού ανώτερης τάξης. Αρχικά παρουσιάζεται η βιβλιογραφική αναδρομή στο αντικείμενο αυτό και πραγματοποιείται σύγκριση με τα τρισδιάστατα προσομιώματα. Στη συνέχεια, παρατίθενται τα βασικά στοιχεία της θεωρίας αυτής, καθώς και οι εξισώσεις που τη διέπουν. Η θεωρία αυτή είναι βασισμένη στη θεωρία ελαστικότητας, αποφεύγοντας τις περισσότερες από τις παραδοχές της θεωρίας δοκού Euler-Bernoulli, λαμβάνοντας υπόψιν τόσο την εκτός (warping), όσο και την εντός (distortion) επιπέδου παραμόρφωση.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι επιλύσεις που πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση προγράμματος βασισμένο σε θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης. Τα προσομιώματα που εξετάστηκαν είναι ίδια με αυτά του Κεφαλαίου 4. Ομοίως με την πρώτη επίλυση παρατίθενται οι ισοτασικές επιφάνειες και διαγράμματα μεταβολής του φορτίου σε συνάρτηση με το επιβαλλόμενο φορτίο.

Στο Κεφάλαιο 6 πραγματοποιείται σύγκριση των δύο μεθόδων. Συγκεκριμένα, συγκρίνονται οι τάσεις και οι παραμορφώσεις, καθώς και η αναγκαιότητα για διαφράγματα που καταδεικνύεται για κάθε ένα από τα εξετασθέντα προσομιώματα.

Στο Κεφάλαιο 7 παρατίθενται οι σχετικοί κανονισμοί που αφορούν την τοποθέτηση διαφραγμάτων και γίνεται η αποτίμηση τους. Αρχικά γράφονται οι οδηγίες από τους Ευρωκώδικες, τον AASHTO και τον HEPCC. Έπειτα, με βάση τις αριθμητικές εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν και επεξηγήθηκαν στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η αποτίμηση τους.

Στο Κεφάλαιο 8 αναλύονται όλα τα συμπεράσματα που εξάχθηκαν από τη διπλωματική αυτή. Επίσης, γίνονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

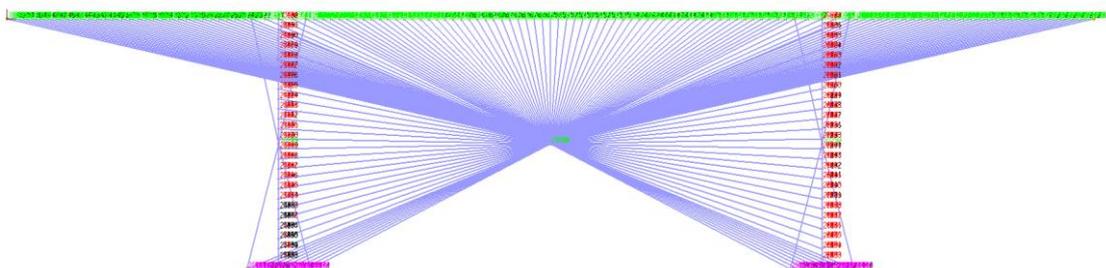
Τέλος, αναγράφεται η σχετική βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας.

2. Επίλυση του προβλήματος με υφιστάμενο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων

Στη συνέχεια το πρόβλημα προσεγγίστηκε με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε ήταν το ADINA. Πραγματοποιήθηκαν εκτελέσεις με:

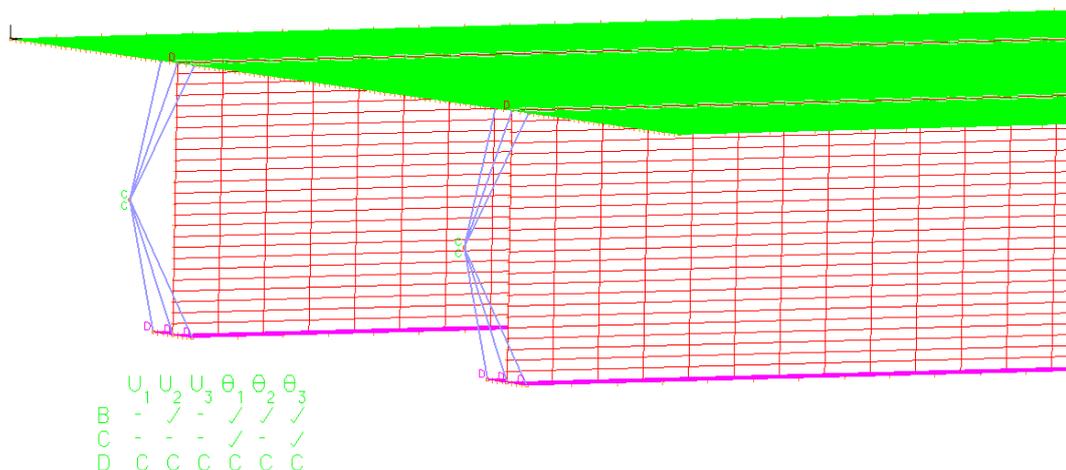
- Χρήση γραμμικών πεπερασμένων στοιχείων (beam elements)
- Χρήση επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (shell elements)

Για την περίπτωση των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων τα πλέγματα που επιλέχθηκαν είχαν αποστάσεις $0.10 \div 0.50\text{m}$. Τα πλέγματα αυτο προσδιορίστηκαν έπειτα από χρήση διαφορετικών πλεγμάτων, ώστε με όσο δυνατόν μικρότερο υπολογιστικό φόρτο να επιτυγχάνεται ακριβές αποτέλεσμα. Τα πλέγματα έπρεπε να είναι πυκνότερα, όπου υπήρχε κίνδυνος λυγισμού. Στα προσομοιώματα που δημιουργήθηκαν τα διαφράγματα υλοποιήθηκαν μέσω rigid links, δηλαδή άκαμπτων συνδέσμων οι οποίοι ενώνουν τους κόμβους της διατομής με ένα σημείο στο κέντρο της διατομής, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Προσομοίωση διαφράγματος μέσω άκαμπτων συνδέσμων

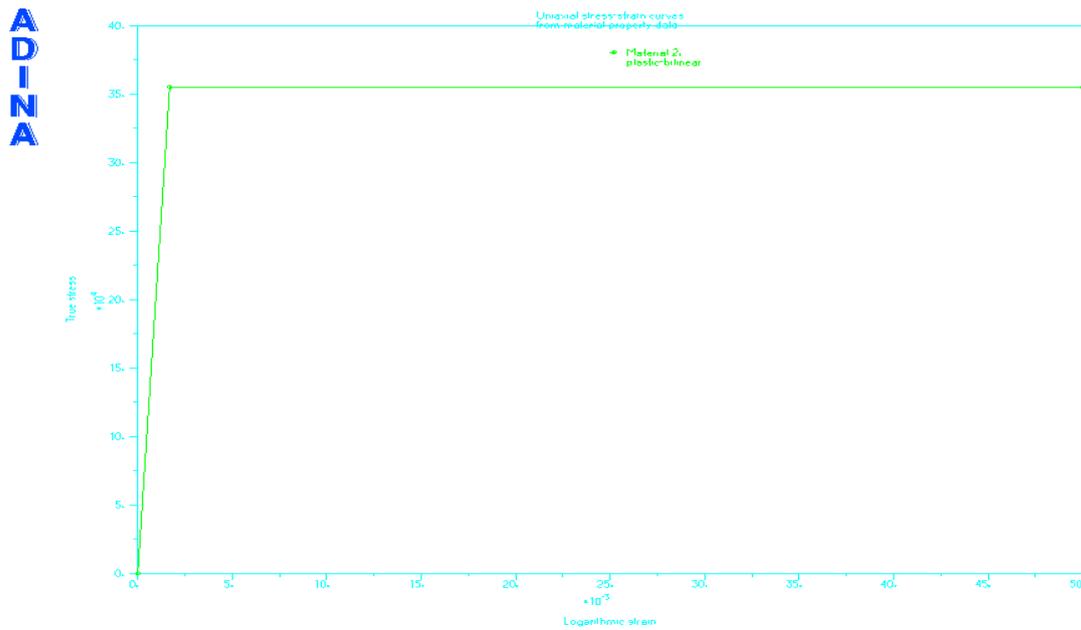
Η άρθρωση υλοποιήθηκε ως συνοριακή συνθήκη με δέσμευση των τριών μετακινησιακών βαθμών ελευθερίας (μετακινήσεις x , y , z) και του στροφικού βαθμού ελευθερίας y . Ομοίως, η κύλιση υλοποιήθηκε με δέσμευση των μετακινησιακών βαθμών ελευθερίας x και z . Αμφότερες πραγματοποιήθηκαν μέσω της ένωσης με άκαμπτους συνδέσμους (rigid links) σημείων της ακραίας διατομής με ένα σημείο έξω αυτής στο μέσον του ύψους της, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2. Στο σημείο αυτό εφαρμόστηκε η συνοριακή συνθήκη. Τέλος, η πάκτωση υλοποιήθηκε ως συνοριακή συνθήκη με δέσμευση και των 6 βαθμών ελευθερίας, δηλαδή τόσο των τριών μετακινησιακών (μετακινήσεις x , y , z), όσο και των τριών στροφικών (στροφές x , y , z). Στην περίπτωση αυτή η συνοριακή συνθήκη εφαρμόστηκε στα σημεία της διατομής.



Εικόνα 2.2: Προσομοίωση κύλισης μέσω άκαμπτων συνδέσμων

Σε όλες τις περιπτώσεις των εφαρμογών πραγματοποιήθηκαν αρχικά γραμμικές αναλύσεις. Για τις αναλύσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε ανάλυση τύπου Statics. Σε αυτές τόσο το σκυρόδεμα, όσο και ο χάλυβας προσομοιώθηκαν ως γραμμικά ελαστικά υλικά. Συγκεκριμένα, το σκυρόδεμα C30/37 που χρησιμοποιήθηκε θεωρήθηκε ως ελαστικό ισότροπο υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=32\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.2$. Ομοίως, ο χάλυβας S355 θεωρήθηκε ως ελαστικό ισότροπο υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0.3$. Με βάση το χρησιμοποιούμενο υλικό και το πάχος δημιουργήθηκαν τα αντίστοιχα element groups.

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις. Αυτές περιλαμβάνουν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας (GNA), μη γραμμικές αναλύσεις υλικού (MNA) και μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού (GMNA). Μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας είναι η ανάλυση στην οποία δεν ισχύει η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων και κατά συνέπεια οι εξισώσεις ισορροπίας δε γράφονται στην απαραμόρφωτη, αλλά στην παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα. Μη γραμμική ανάλυση υλικού είναι η ανάλυση στην οποία το υλικό δε θεωρείται γραμμικό ελαστικό σε όλη τη διάρκεια της φόρτισης. Συγκεκριμένα, ο χάλυβας στην περίπτωση αυτή προσομοιώθηκε με διγραμμικό υλικό, δηλαδή γραμμικό ελαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$ μέχρι το όριο διαρροής του ($f_y=355\text{MPa}$ για το χάλυβα S355 που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία) και έπειτα απολύτως πλαστικό χωρίς κράτυνση. Του χάλυβα στην περίπτωση της μη γραμμικότητας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (Εικόνα 2.3). Τέλος, μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού είναι η ανάλυση στην οποία δεν ισχύει η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων και παράλληλα το υλικό που χρησιμοποιήθηκε έχει τα παραπάνω χαρακτηριστικά.



Εικόνα 2.3: Διάγραμμα χάλυβα S355

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικών αναλύσεων λυγισμού (Linear Buckling Analysis). Σε αυτές τα υλικά είναι ελαστικά, αλλά δεν ισχύει η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων. Στόχος είναι ο προσδιορισμός των ιδιομορφών λυγισμού των μοντέλων και οι αντίστοιχοι συντελεστές φορτίου. Στις μετέπειτα αναλύσεις χρησιμοποιούνται οι πρώτες ιδιομορφές, οι οποίες έχουν παραπλήσιους συντελεστές φορτίου.

Σε επόμενο στάδιο οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν με εισαγωγή αρχικών ατελειών. Συγκεκριμένα πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας με ύπαρξη αρχικών ατελειών (GNIA) και μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού με ύπαρξη αρχικών ατελειών (GMNIA). Από τις γραμμικές αναλύσεις λυγισμού προσδιορίστηκαν για τις πρώτες ιδιομορφές οι ιδιοτιμές σε κάθε κόμβο στις διευθύνσεις $x'x$, $y'y$ και $z'z$. Για κάθε μία από τις ιδιομορφές αυτές επιλέχθηκε ο κόμβος και η διεύθυνση με τη μέγιστη ιδιοτιμή και σε αυτή εισάχθηκαν αρχικές ατέλειες με μέγεθος 0.01m.

Σε όλες τις προαναφερθείσες αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος arc-length. Η ανάλυση ήταν τύπου Collapse. Ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων βημάτων ήταν 200 με μέγεθος 0.005. Η αρχική μετατόπιση στα αμφιέριστα προσομοιώματα εισάγονταν στο μέσο του ανοίγματος και είχε μέγεθος 0.0001m. Η καμπύλη απόκρισης και τα αντίστοιχα αποτελέσματα για κατακόρυφη μετατόπιση κατά τον άξονα $z'z$ είχαν ως κόμβους αναφοράς κόμβους στο μέσον του ανοίγματος κατά μήκος και κατά πλάτος στην άκρη ή στο μέσον του καταστρώματος. Ομοίως για οριζόντια μετατόπιση κατά τον άξονα $x'x$ επιλέχθηκε ο κόμβος που παρουσίαζε τη μεγαλύτερη μετατόπιση κατά τον άξονα αυτόν και βρίσκεται στη συναρμογή κορμού-πέλματος στο μέσον του ανοίγματος κατά μήκος.

Επίλυση του προβλήματος με υφιστάμενο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων

3. Αριθμητικές εφαρμογές με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων

3.1 Ανοικτές διατομές

3.1.1 Ευθύγραμμη δοκός ανοικτής διατομής μήκους 30m

Το πρώτο μοντέλο που εξεταστηκε είναι γέφυρα αμφιέρειστου ανοίγματος μήκους $L=30\text{m}$. Αποτελείται από δύο κύριες δοκούς και πλάκα καταστρώματος. Επιλέχθηκε κατάστρωμα πλάτους 12m, το οποίο αποτελείται από μία λωρίδα κυκλοφορίας πλάτους 3.25m, μία λωρίδα έκτακτης ανάγκης (ΛΕΑ) πλάτους 1.75m και πεζοδρόμιο πλάτους 1m ανά κατεύθυνση. Η απόσταση των κυρίων δοκών από την άκρη του καταστρώματος είναι 1m για κάθε δοκό και η μεταξύ τους απόσταση 10m. Οριζοντιογραφικά η γέφυρα βρίσκεται σε ευθυγραμμία και με σταθερή κατά μήκος κλίση ερυθράς 0%. Το συνολικό πάχος του καταστρώματος είναι 0.40m. Η πλάκα του σκυροδέματος έχει πάχος 0.30m και τα ασφαλτικά 0.10m. Το συνολικό πάχος των πεζοδρομίων είναι 0.50m και αποτελείται από οπλισμένο σκυρόδεμα και την προβλεπόμενη επικάλυψη. Τα επιλεγόμενα υλικά είναι χάλυβας ποιότητας S355 και σκυρόδεμα κατηγορίας C30/37.

Για τον υπολογισμό του φορτίου σχεδιασού συνυπολογίστηκαν μόνιμα, πρόσθετα μόνιμα και κινητά φορτία. Συγκεκριμένα, το ίδιο βάρος του σκυροδέματος λήφθηκε $\gamma = 25\text{kN/m}^3$ και του χάλυβα $\gamma = 78.5\text{kN/m}^3$. Επίσης λήφθηκαν υπόψη το ίδιο βάρος των ασφαλτικών και των πεζοδρομίων με $\gamma = 24\text{kN/m}^3$. Για τα φορτία κυκλοφορίας επιλέχθηκε αρχικά ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $q_{UDL}=9\text{kN/m}^2$ και συγκεντρωμένα φορτία $Q_{TS}=300\text{kN}$ ανά άξονα στις λωρίδες κυκλοφορίας, σύμφωνα με τους αντίστοιχους Ευρωκώδικες. Όλα τα παραπάνω φορτία, τόσο τα μόνιμα όσο και τα κινητά, προσαυξήθηκαν με συντελεστή ασφαλείας 1.35. Τελικά προέκυψε γραμμικά κατανεμημένο φορτίο $q_{in}=175.7\text{kN/m}$.

Σε πρωταρχικό στάδιο επιλέχθηκε να μελετηθεί αμφιέρειστο προσομοίωμα μίας κυρίας δοκού. Από το φορτίο που υπολογίστηκε παραπάνω για την περίπτωση αυτή προέκυψε καμπτική ροπή σχεδιασμού και η αντίστοιχη απαιτούμενη πλαστική ροπή αντίστασης:

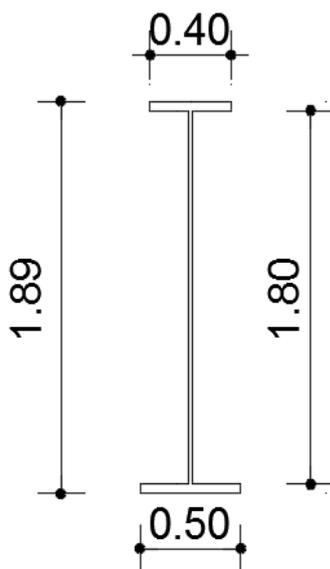
$$M_{ed} = \frac{ql^2}{8} = \frac{175.7 \times 30^2}{8} = 19767 \text{ kNm} \quad (3.1\alpha)$$

$$W_{req} = \frac{M_{ed}}{f_y} = \frac{19767 \times 100}{35.5} = 55683 \text{ cm}^3 \quad (3.1\beta)$$

Επιλέχθηκε χαλύβδινη συγκολλητή διατομή διπλού ταυ με άνισα πέλματα με κριτήριο την απαιτούμενη πλαστική ροπή αντίστασης. Τα χαρακτηριστικά της επιλεγείσας διατομής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 3.1) και στην Εικόνα 3.1..

Πίνακας 3.1: Χαρακτηριστικά επιλεγείσας χαλύβδινης διατομής για άνοιγμα 30m

	b (mm)	h (mm)	A (mm²)
Έλασμα 1	500	45	22500
Έλασμα 2	400	45	18000
Κορμός	25	1800	45000
Συνολικά		1890	85500



Εικόνα 3.1: Εγκάρσια τομή της χαλύβδινης δοκού

Για τη διατομή αυτή προκύπτουν τα εξής γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά:

$$W_{pl} = \sum A_i \times d_i = 50 \times 4.5 \times \left(\frac{4.5}{2} + \frac{1.80}{2} \right) + 40 \times 4.5 \times \left(\frac{4.5}{2} + \frac{1.80}{2} \right) + 180 \times 2.5 \times \frac{1.80}{4} = 57611 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl} = 57611 \text{ cm}^3 > W_{req} = 55683 \text{ cm}^3 \quad (3.2\alpha)$$

$$I_{fc} = \frac{b_{fc} \times h_{fc}^3}{12} = \frac{40 \times 4.5^3}{12} = 303.8 \text{ cm}^4 \quad (3.2\beta)$$

$$I_{ft} = \frac{b_{ft} \times h_{ft}^3}{12} = \frac{50 \times 4.5^3}{12} = 379.7 \text{ cm}^4 \quad (3.2\gamma)$$

$$\Psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}} = \frac{303.8 - 379.7}{303.8 + 379.7} = -0.111 \quad (3.2\delta)$$

$$h_s = \frac{h_{fc}}{2} + \frac{h_{ft}}{2} + h_w = \frac{4.5}{2} + \frac{4.5}{2} + 1.80 = 184.5 \text{ cm} \quad (3.2\epsilon)$$

$$z_c = 994 \text{ mm}$$

Εξετάστηκε η κατηγορία της διατομής από όπου τα πέλματα της προέκυψαν να είναι κατηγορίας 1 και ο κορμός κατηγορίας 3, όπως φαίνεται παρακάτω:

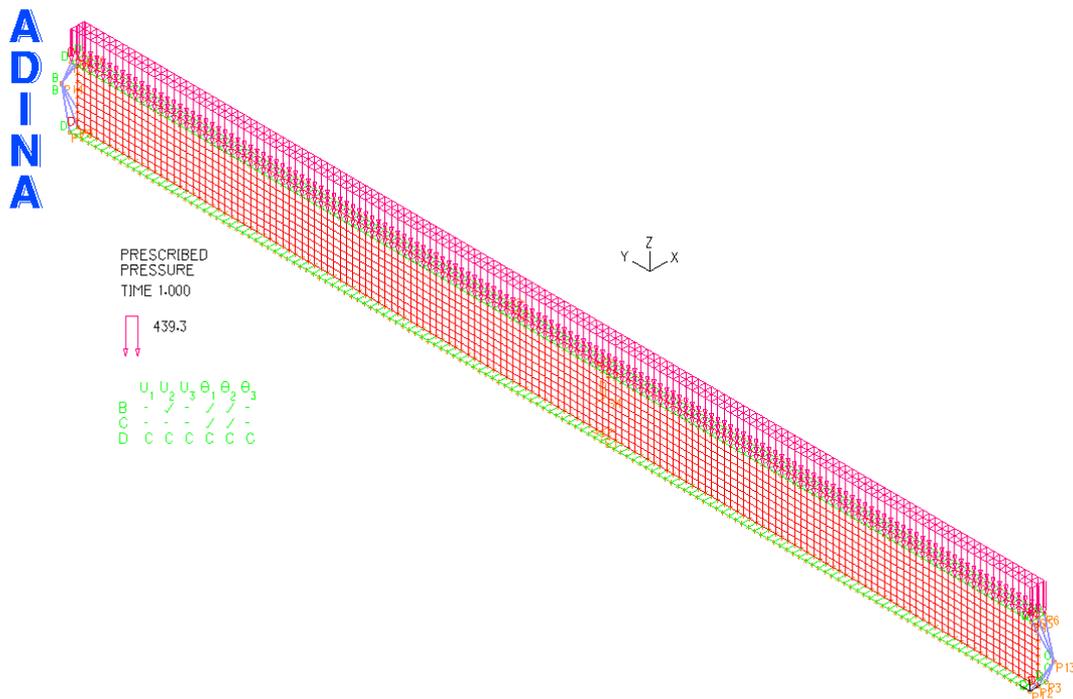
$$\text{Κατηγορία κορμού: } \frac{c}{t} = \frac{250 - 2 \cdot 0.7 \cdot \sqrt{2}}{4} = 71.21 < 100.44: \text{κατηγορία 3} \quad (3.3\alpha)$$

$$\text{Κατηγορία πέλματος 1: } \frac{c}{t} = \frac{(50 - 2.5)/2 - 0.7 \cdot \sqrt{2}}{4.5} = 5.06 < 7.29: \text{κατηγορία 1} \quad (3.3\beta)$$

$$\text{Κατηγορία πέλματος 2: } \frac{c}{t} = \frac{(40 - 2.5)/2 - 0.7 \cdot \sqrt{2}}{4.5} = 3.95 < 7.29: \text{κατηγορία 1} \quad (3.3\gamma)$$

Διατομή κατηγορίας 3

Για την παραπάνω περίπτωση, όπου θα χρησιμοποιηθεί επιφανειακά κατανεμημένο φορτίο στο άνω πέλμα της κυρίας δοκού θα είναι $q=439.3\text{kN/m}^2$. Το προσομοίωμα που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στην Εικόνα 3.2.



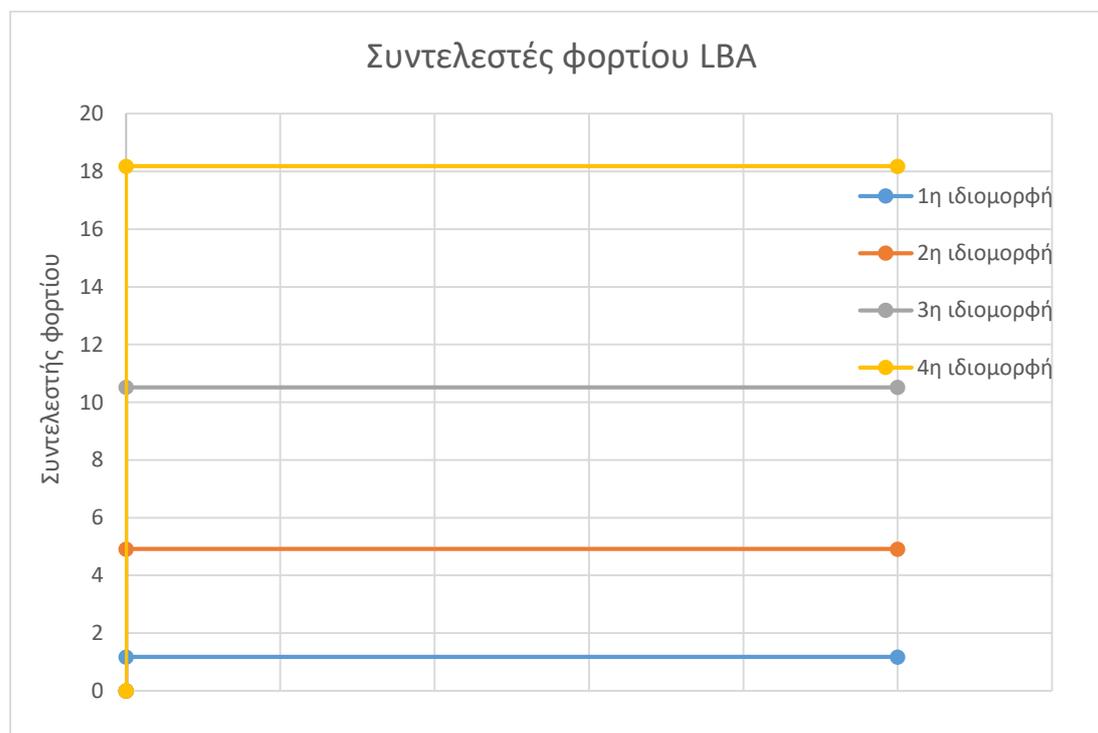
Εικόνα 3.2: Προσομοίωμα της αμφιέριστης κύριας δοκού

Για την κύρια δοκό πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις GNA, MNA και GMNA. Σε αυτές τοποθετήθηκε πλευρική εξασφάλιση κατά τον άξονα $x'x$, ώστε να αποφευχθεί

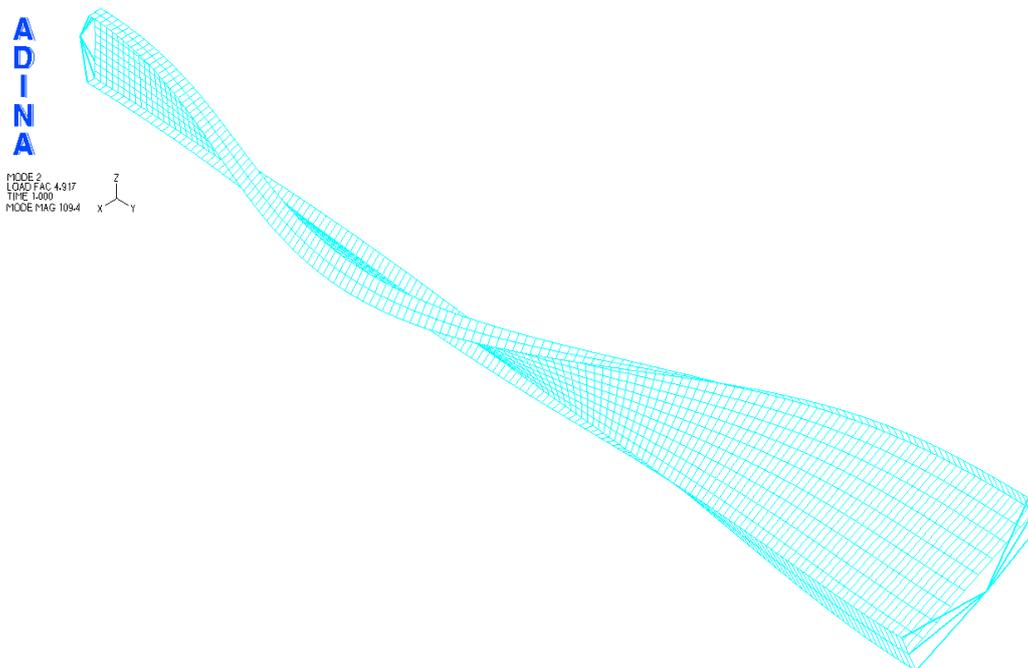
το φαινόμενο πλευρικού λυγισμού, το οποίο δεν είναι υπαρκτό στην περίπτωση γέφυρας με κατάστρωμα, το οποίο προσφέρει πλευρική εξασφάλιση. Οι αναλύσεις αυτές σημειώνονται στο παρακάτω διάγραμμα με την ένδειξη r . Στις αναλύσεις στις οποίες δεν τοποθετήθηκε πλευρική εξασφάλιση τα αποτελέσματα διέφεραν σημαντικά λόγω του πλευρικού λυγισμού.

Στη συνέχεια εισάχθηκαν αρχικές ατέλειες κατά την 1^η ιδιομορφή και πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις GNIA και GMNIA. Επίσης πραγματοποιήθηκε ανάλυση GNIA για την περίπτωση της δοκού με πλευρική εξασφάλιση. Οι ατέλειες επηρεάζουν το δρόμο ισορροπίας, όπως ήταν αναμενόμενο, αφού από την γραμμική ανάλυση λυγισμού, οι συντελεστές των φορτίων των πρώτων ιδιομορφών ήταν χαμηλοί. Ωστόσο, όταν οι ατέλειες εισήχθησαν κατά τις 4 πρώτες ιδιομορφές το αποτέλεσμα ήταν ίδιο με το παραπάνω.

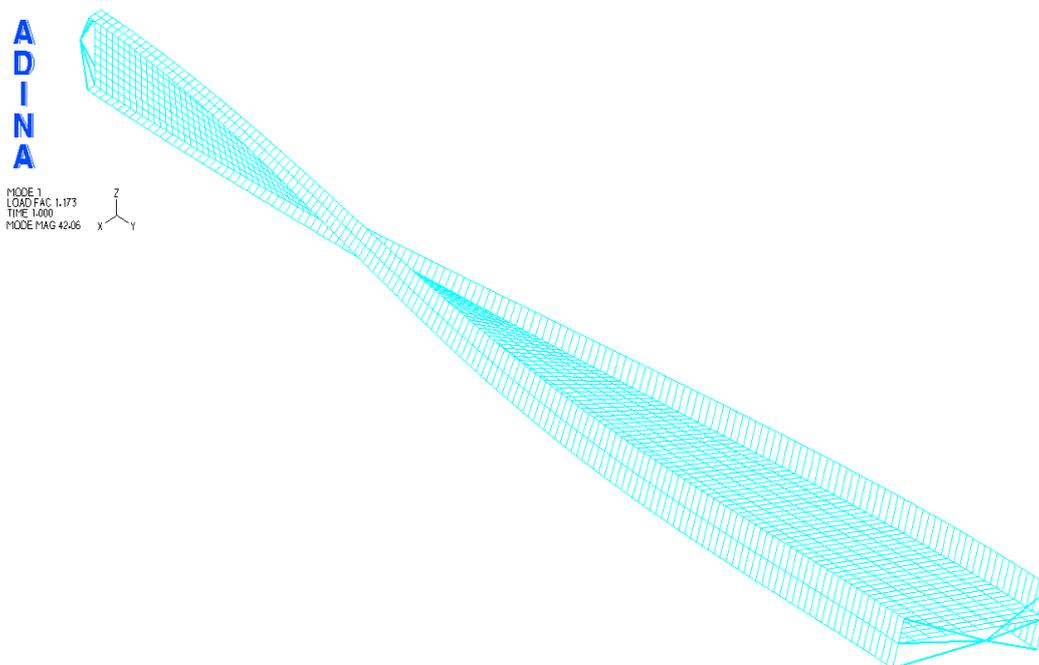
Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.1. Στις εικόνες 3.3 και 3.4 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Το φορτίο αντοχής που υπολογίζεται από τους τύπους της διαστασιολόγησης συμπίπτει με το φορτίο που ροκνύπει από τις μη γραμμικές αναλύσεις με την προϋπόθεση να υπάρχει δέσμευση της πλευρικής εκτροπής. Όλα τα παραπάνω φαίνονται στο Διάγραμμα 3.2, το οποίο έχει κόμβο αναφοράς τον κόμβο που βρίσκεται στο κάτω πέλμα της δοκού και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση dz (Node 1896).



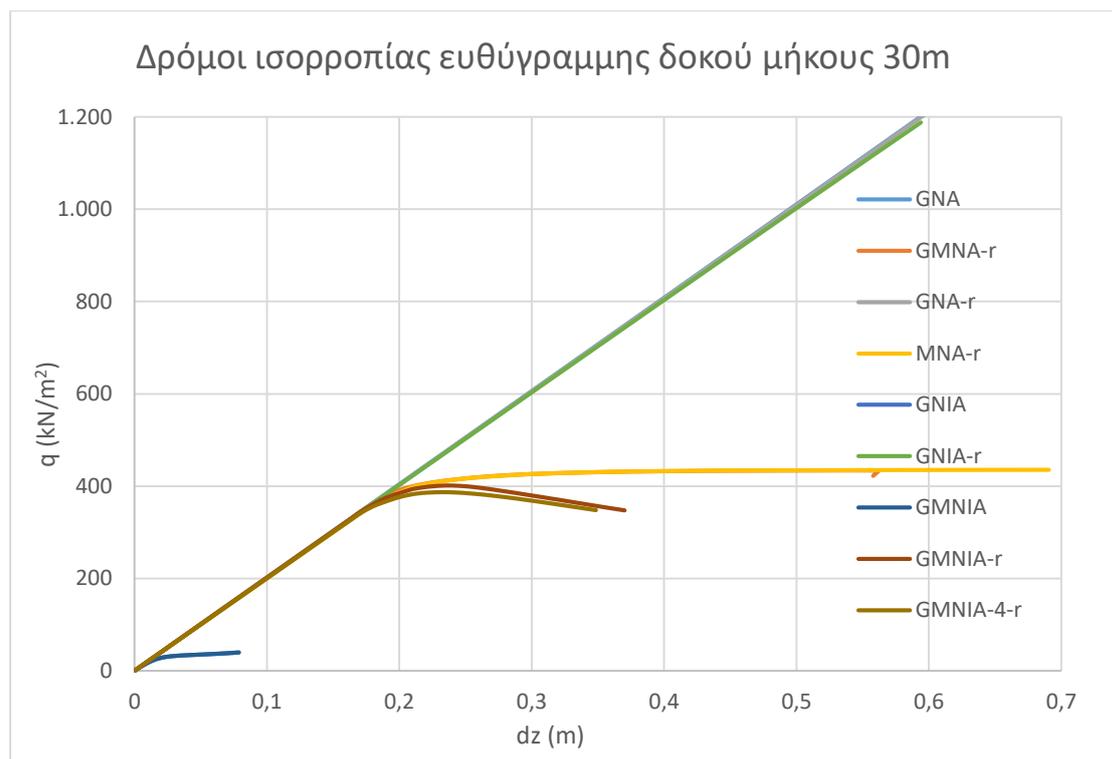
Διάγραμμα 3.1: Συντελεστές φορτίου της ανάλυσης LBA της δοκού



Εικόνα 3.3: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού της δοκού

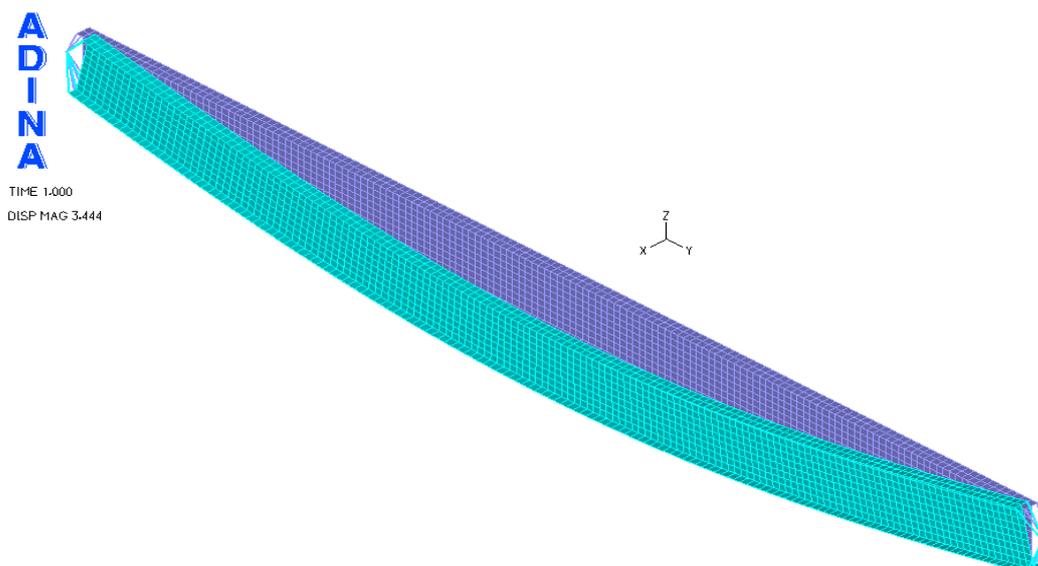


Εικόνα 3.4: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού της δοκού

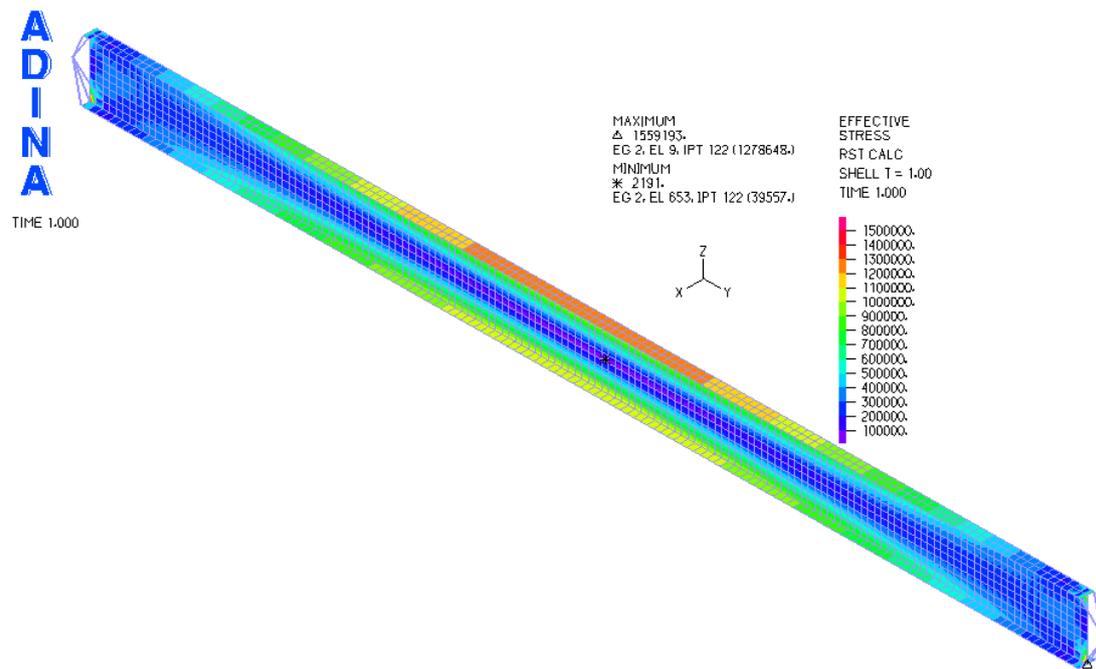


Διάγραμμα 3.2: Δρόμοι ισορροπίας αμφιέρειστης κύριας δοκού μήκους 30m

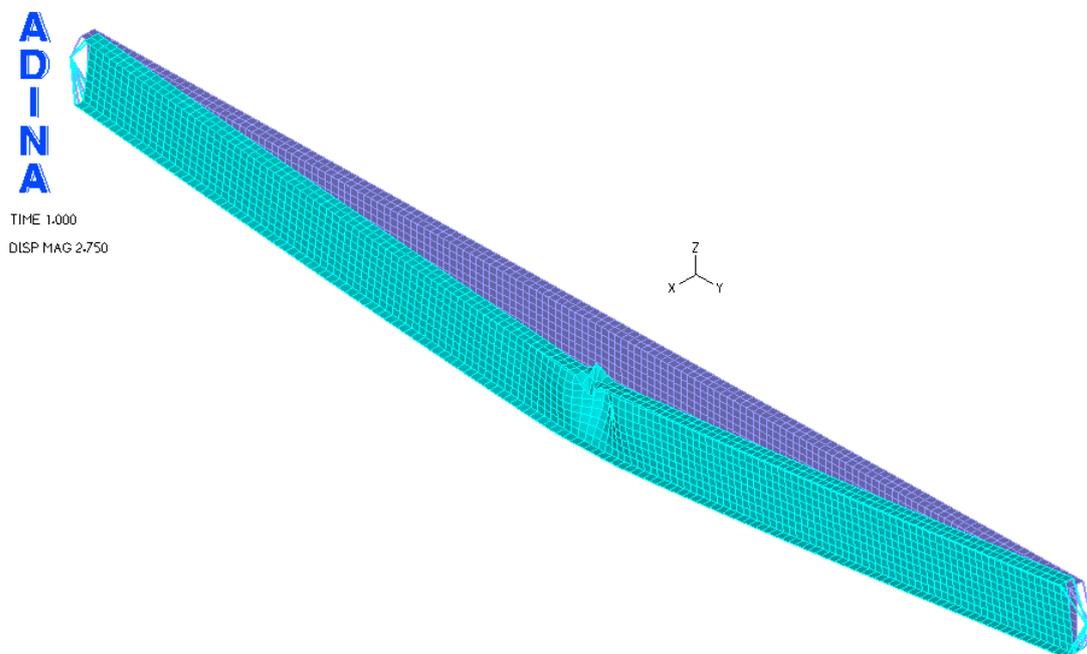
Στις Εικόνες 3.5÷3.10 φαίνονται οι παραμορφωμένες εικόνες της δοκού για τις αναλύσεις GNA-r, GMNA-r και GMNIA, καθώς και οι ισοτασικές επιφάνιες για τάση von Mises αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



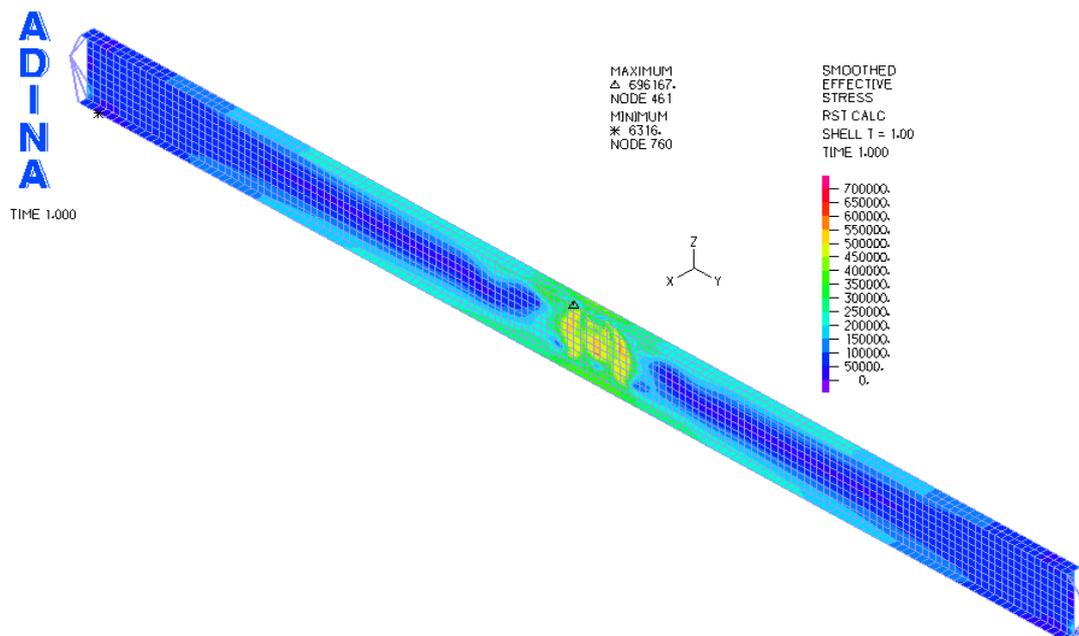
Εικόνα 3.5: Παραμορφωμένη εικόνα δοκού για ανάλυση GNA-r



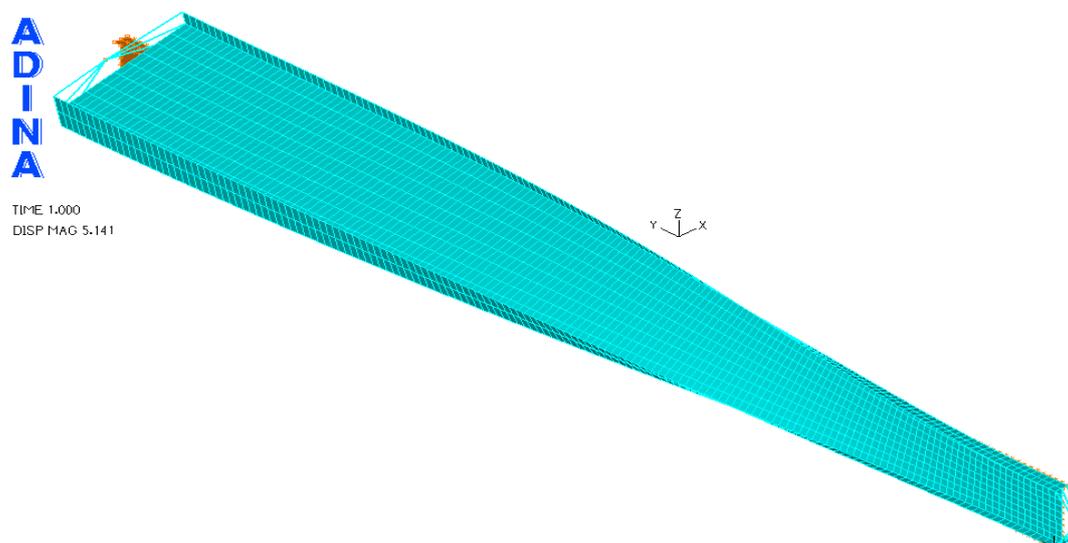
Εικόνα 3.6: Ισοστασική επιφάνεια von Mises δοκού για ανάλυση GNA-r



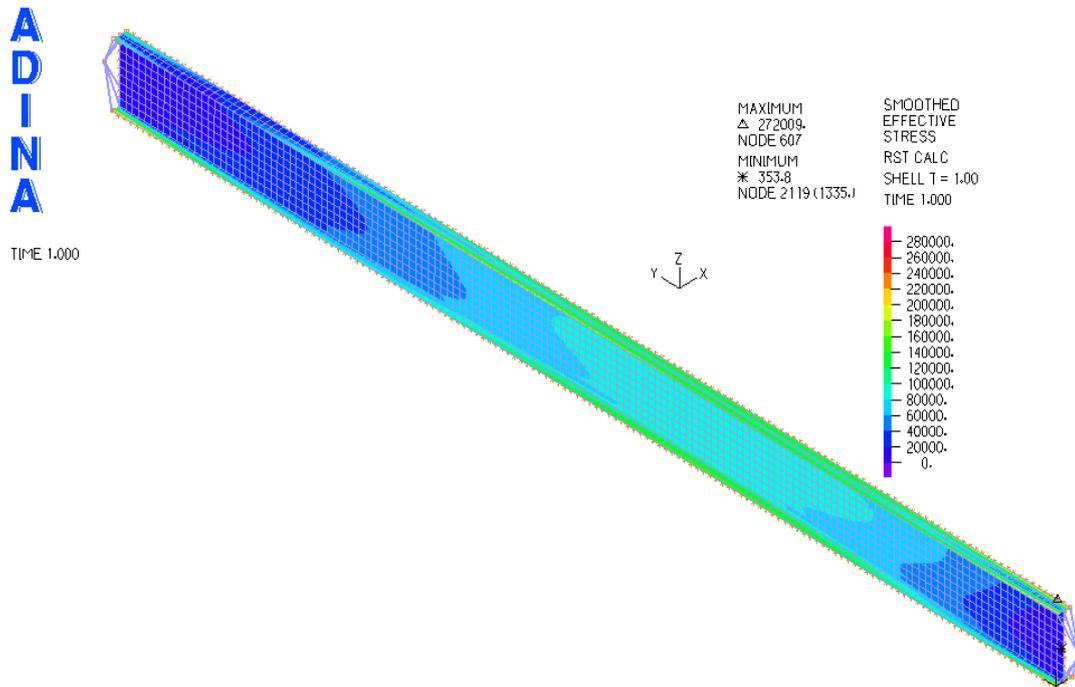
Εικόνα 3.7: Παραμορφωμένη εικόνα δοκού για ανάλυση GMNIA-r



Εικόνα 3.8: Ισοτασική επιφάνεια von Mises δοκού για ανάλυση GMNIA-r



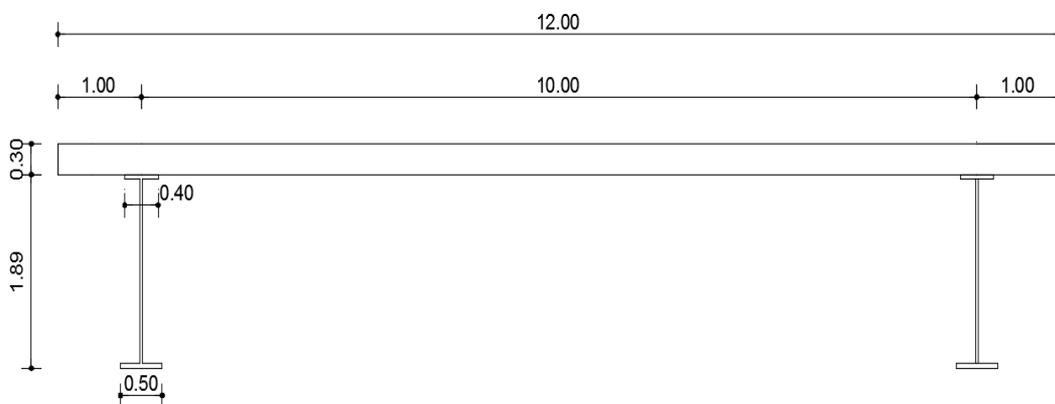
Εικόνα 3.9: Παραμορφωμένη εικόνα δοκού για ανάλυση GMNIA



Εικόνα 3.10: Ισοτασική επιφάνεια von Mises δοκού για ανάλυση GMNIA

3.1.2 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 30m

Στη συνέχεια δημιουργήθηκε μοντέλο, όπου χρησιμοποιήθηκαν δύο κύριες δοκοί και το κατάστρωμα μιας γέφυρας. Οι δύο κύριες δοκοί απέχουν από την άκρη του καταστρώματος 1m έκαστη. Η διατομή των κυρίων δοκών είναι αυτή που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα. Στην περίπτωση αυτή, όπου το φορτίο κατανέμεται ομοιόμορφα σε όλο το πλάτος του καταστρώματος θα είναι $q=29.3\text{kN/m}^2$. Η εγκάρσια τομή της σύμμικτης γέφυρας φαίνεται στην Εικόνα 3.11.



Εικόνα 3.11: Εγκάρσια τομή της σύμμικτης ευθύγραμμης γέφυρας

Για την παραπάνω διατομή η καμπτική ροπή αντοχής και το αντίστοιχο φορτίο προκύπτουν:

$$M_{rd} = W_y f_y = \frac{57611 \times 35.5}{100} = 20452 \text{ kNm} \quad (3.4\alpha)$$

$$q_{rd} = \frac{M_{rd}}{\frac{l^2}{8}} = \frac{20452}{\frac{30^2}{8}} = 454.5 \text{ kN/m} \quad (3.4\beta)$$

Το προσομοίωμα που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στην Εικόνα 3.12. Το φορτίο αντοχής του μοντέλου αυτού έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, σύμφωνα με τους προβλεπόμενους τύπους από τον Ευρωκώδικα 3, προκύπτει ως εξής:

$$\frac{h}{b} = \frac{1890}{500} = 3.78 > 2: \text{καμπύλη λυγισμού d} \quad (3.5\alpha)$$

$$a_{LT} = 0.76 \quad (3.5\beta)$$

$$z_g = z_c = 99.4 \text{ cm} \quad (3.5\gamma)$$

με την υπόθεση ότι το φορτίο εφαρμόζεται στο κέντρο βάρους της διατομής

$$z_j = \psi_f \times \frac{h_s}{2} = -0.111 \times \frac{184.5}{2} = -10.25 \text{ cm} \quad (3.5\delta)$$

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \times \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (c_2 z_g - c_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (c_2 z_g - c_3 z_j) \right\} =$$

$$1.132 \times \frac{\pi^2 21000 \times 71109}{(3000)^2} \times \left\{ \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 \frac{635024496}{71109} + \frac{(3000)^2 \times 8077 \times 3671}{\pi^2 21000 \times 71109} + (0.459 \times 99.4 - 0.525 \times (-10.25))^2 \right]^{0.5} - (0.459 \times 99.4 - 0.525 \times (-10.25)) \right\} = 224618 \text{ kNcm} \quad (3.5\epsilon)$$

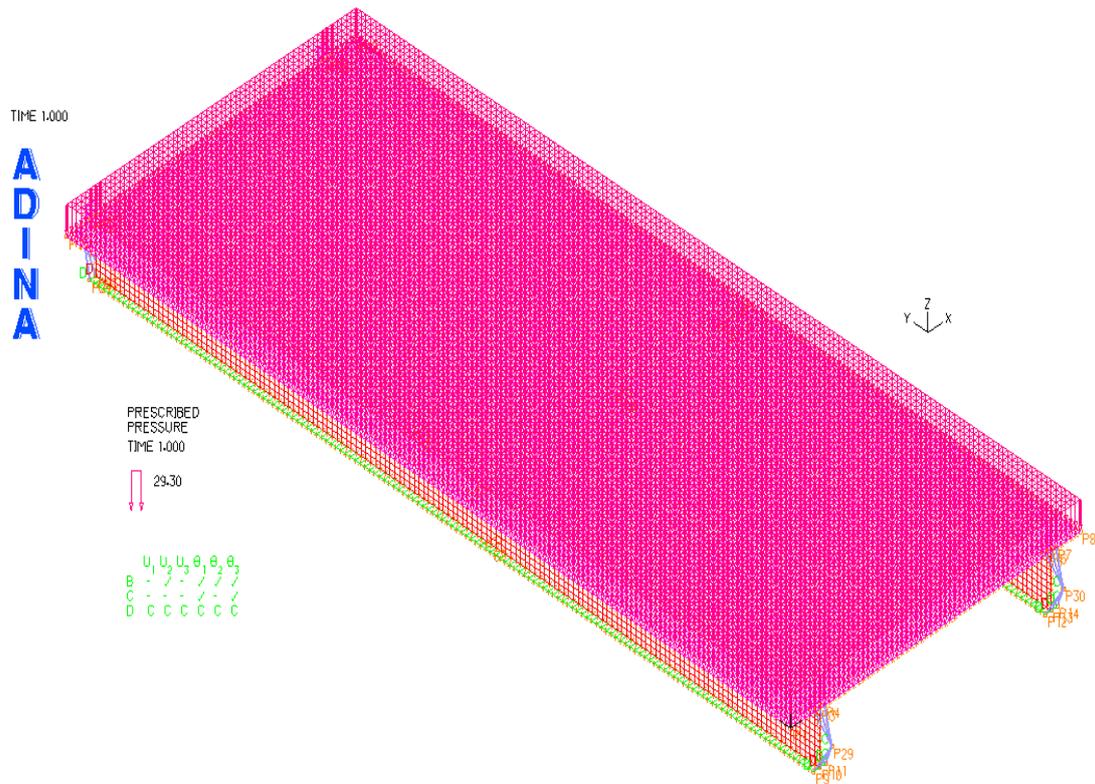
$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \times f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{57611 \times 35.5}{224618}} = 3.02 \quad (3.5\sigma\tau)$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \times (1 + a_{LT} \times (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2) = 0.5 \times (1 + 0.76 \times (3.02 - 0.2) + 3.02^2) = 6.123 \quad (3.5\zeta)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{6.123 + \sqrt{6.123^2 - 3.02^2}} = 0.087 \quad (3.5\eta)$$

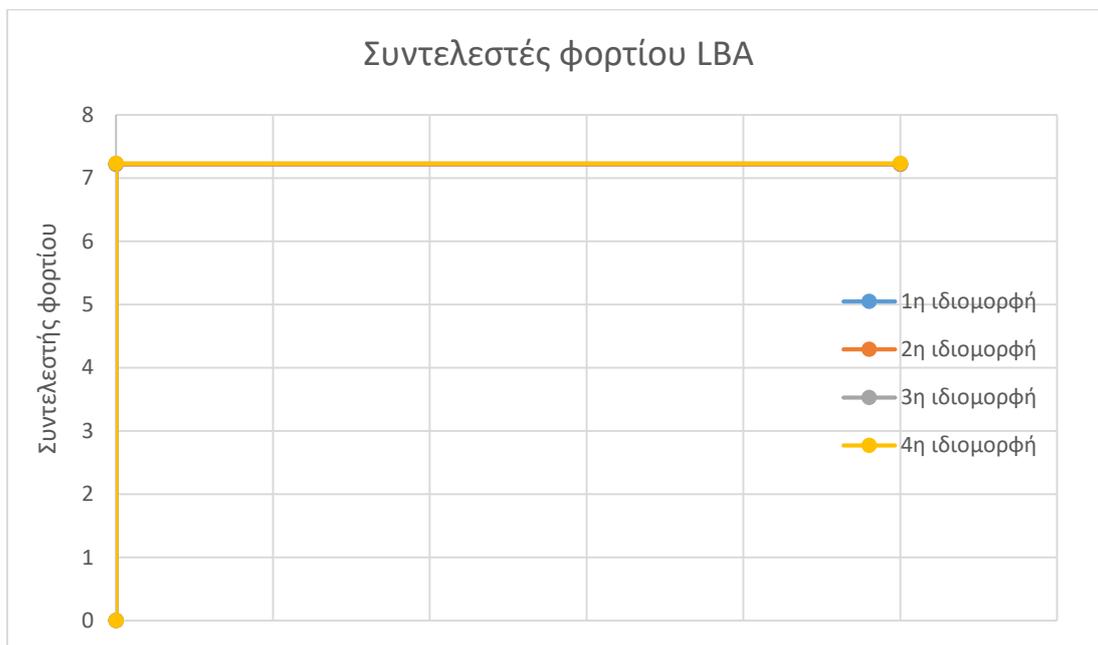
$$M_{brd} = \frac{\chi_{LT} \times f_y \times W_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.087 \times 35.5 \times 57611}{1 \times 100} = 1786 \text{ kNm} \quad (3.5\theta)$$

$$q_{rd} = \frac{M_{brd}}{\frac{l^2}{8}} = \frac{1786}{\frac{30^2}{8}} = 39.7 \text{ kN/m} \quad (3.5\iota)$$

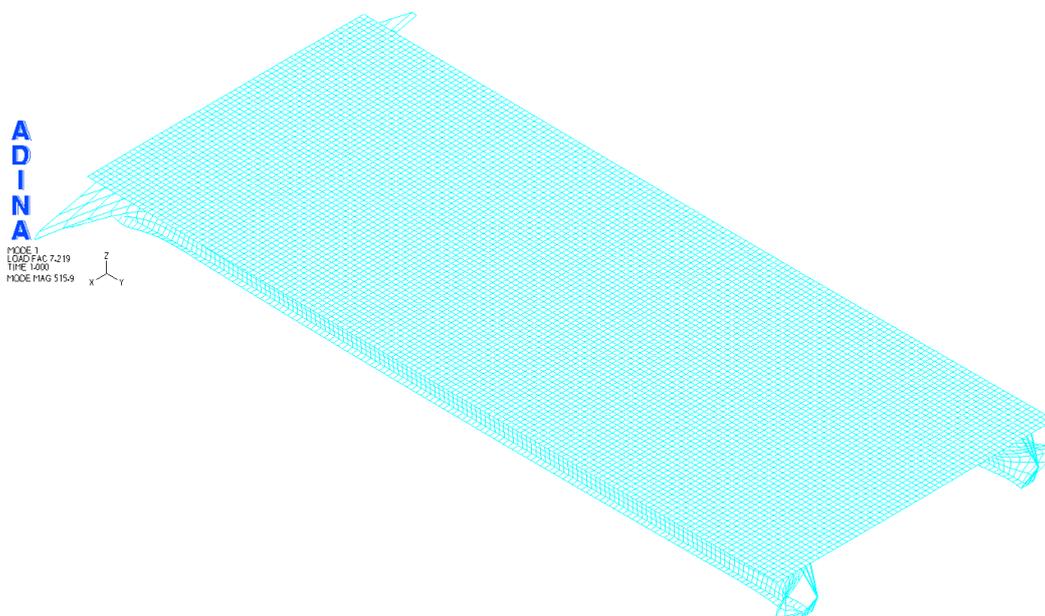


Εικόνα 3.3.12: Προσομοίωμα γέφυρας με δύο κύριες δοκούς μήκους 30m

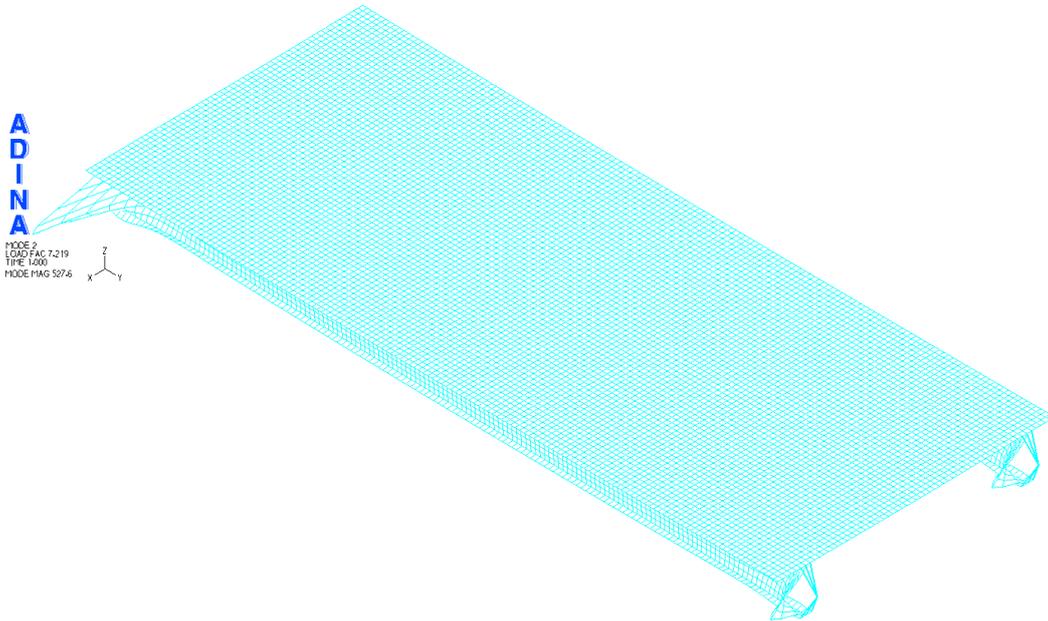
Για την περίπτωση αυτή πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού με και χωρίς αρχικές ατέλειες. Κρίσιμη είναι η επιρροή της μη γραμμικότητας του υλικού, καθώς οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA συμπίπτουν, ενώ ο δρόμος ισορροπίας της ανάλυσης GNA είναι σταθερά ανοδικός. Η επιρροή των αρχικών ατελειών είναι αμελητέα, αφού οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων GNA και GNIA, καθώς και GMNA και GMNIA ταυτίζονται. Αυτό παρατηρείται τόσο όταν οι ατέλειες εισάχθηκαν κατά την 1^η ιδιομορφή, όσο και όταν εισάχθηκαν κατά τις 4 πρώτες ιδιομορφές. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού, οι συντελεστές των φορτίων των ιδιομορφών ήταν ιδιαίτερα αυξημένοι. Εμφανίζονταν τοπικός λυγισμός σε μεγάλες τιμές του φορτίου, καθώς το κατάστρωμα απέτρεπε τον πλευρικό λυγισμό των δοκών. Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.3. Στις Εικόνες 3.13 και 3.14 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνονται στο Διάγραμμα 3.4. Οι δρόμοι ισορροπίας έχουν κόμβο αναφοράς αυτόν με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση που βρίσκεται στην άκρη του καταστρώματος (Node 4703).



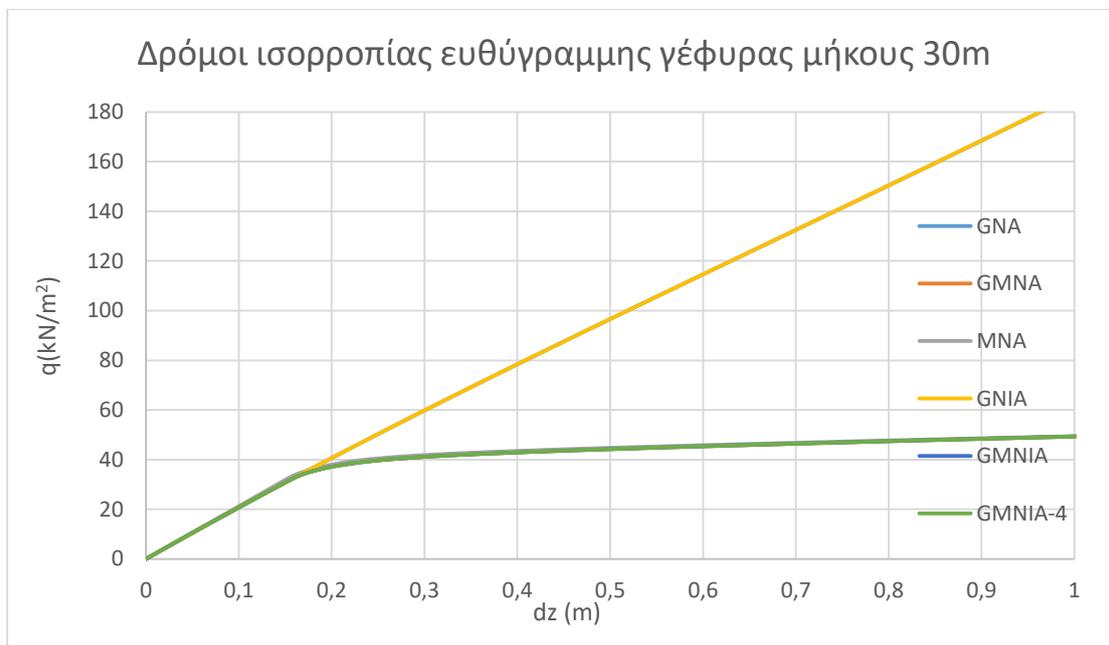
Διάγραμμα 3.3: Συντελεστές φορτίου ανάλυσης LBA ευθύγραμμης γέφυρας μήκους 30m



Εικόνα 3.13: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 30m



Εικόνα 3.14: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 30m

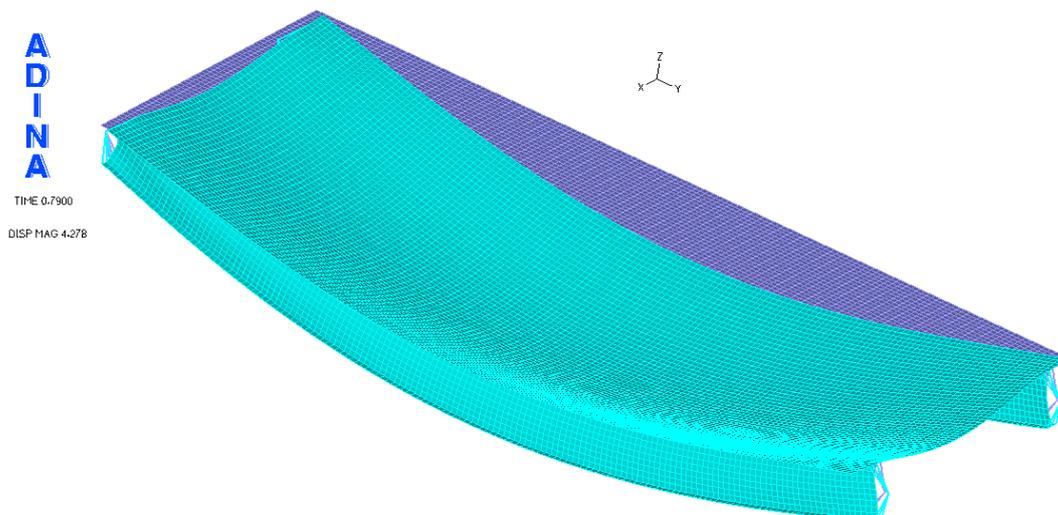


Διάγραμμα 3.4: Δρόμοι ισορροπίας ευθύγραμμης γέφυρας με δύο κύριες δοκούς μήκους 30m.

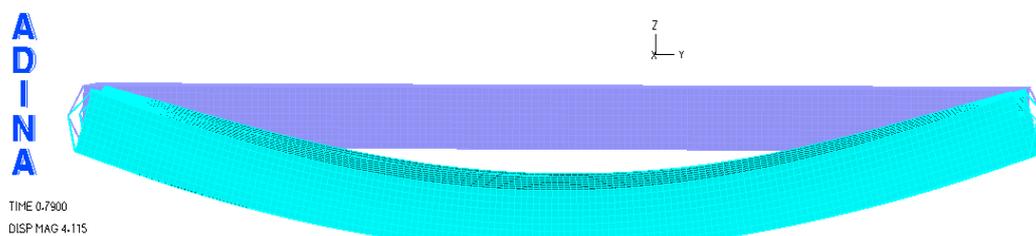
Στις εικόνες 3.15÷3.22 παρουσιάζονται οι παραμορφωμένες εικόνες σε προοπτικό, πλάγια όψη και εγκάρσια τομή και οι ισοτασικές επιφάνειες για τάση von Mises για

Αριθμητικές εφαρμογές με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων

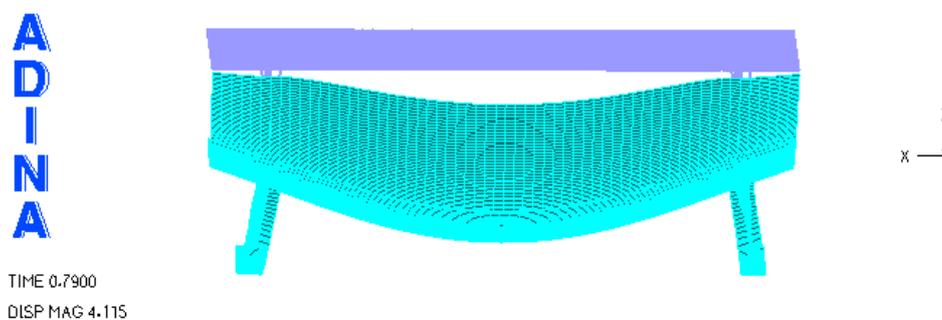
τις αναλύσεις GNA και GMNA. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



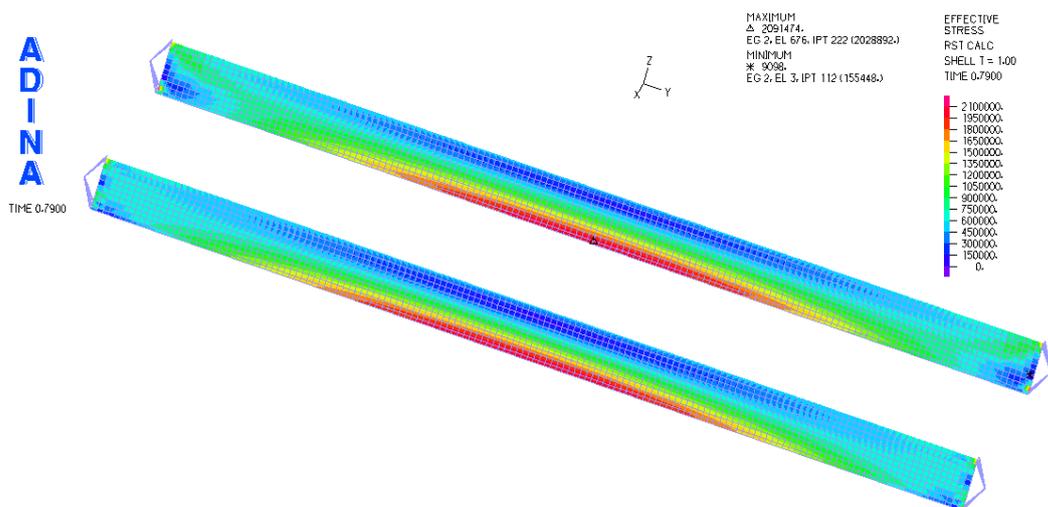
Εικόνα 3.15: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας της γέφυρας για ανάλυση GNA



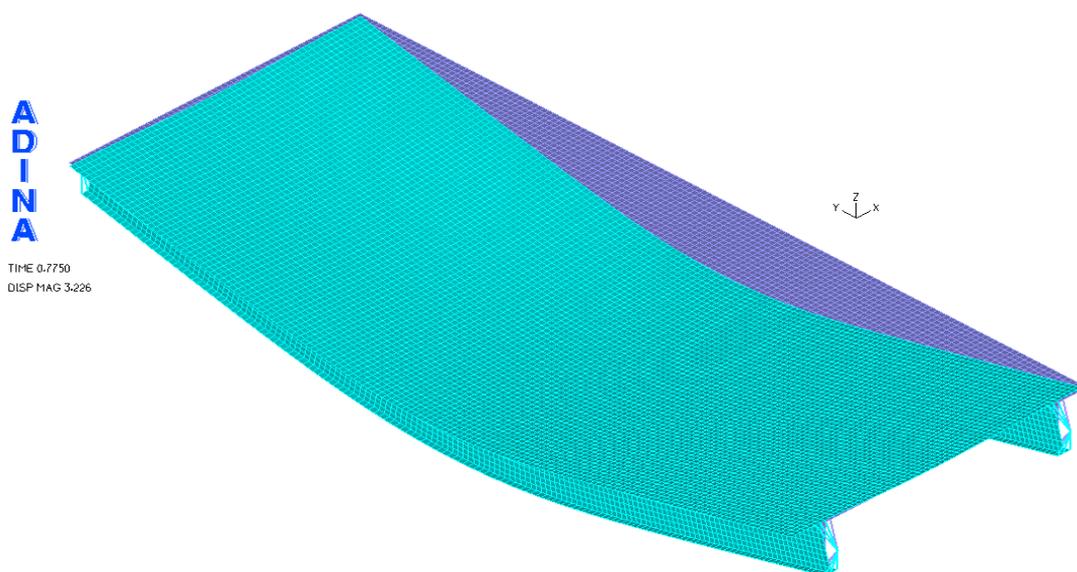
Εικόνα 3.16: Πλαϊνή όψη της παραμορφωμένης εικόνας της γέφυρας για ανάλυση GNA



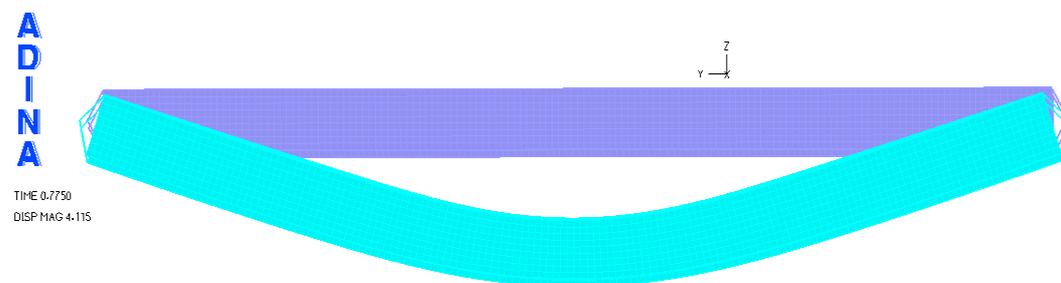
Εικόνα 3.17: Πλαϊνή όψη της παραμορφωμένης εικόνας της γέφυρας για ανάλυση GNA



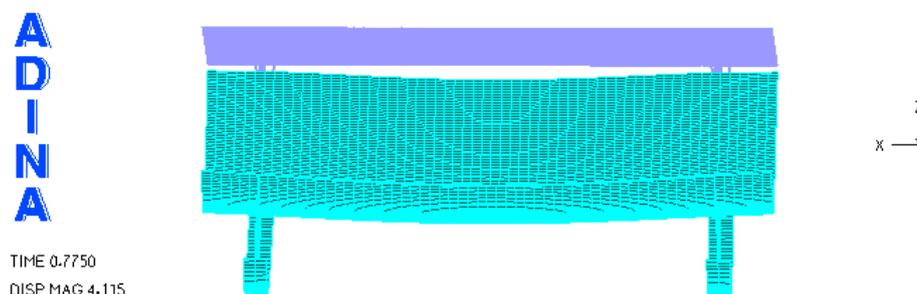
Εικόνα 3.18: Ισοτασική επιφάνεια von Mises της γέφυρας για ανάλυση GNA



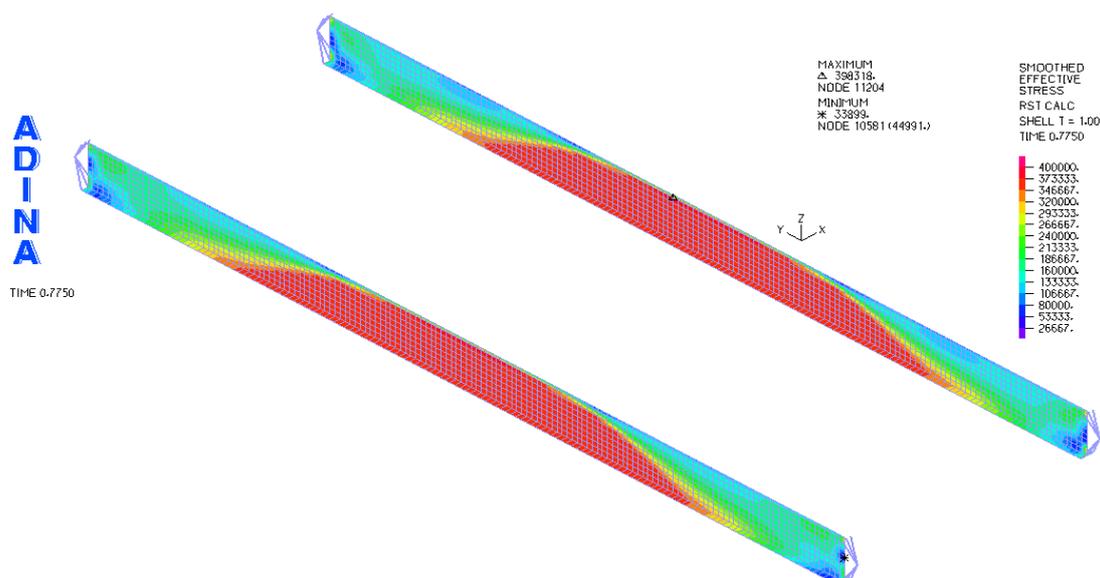
Εικόνα 3.19: Τρισδιάστατη παραμορφωμένη εικόνα της γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.20: Πλαϊνή όψη της παραμορφωμένης εκόνας της γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.21: Τομή της παραμορφωμένης εικόνας της γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.22: Ισοστασική επιφάνεια von Mises της γέφυρας για ανάλυση GMNA

5.1.3 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m

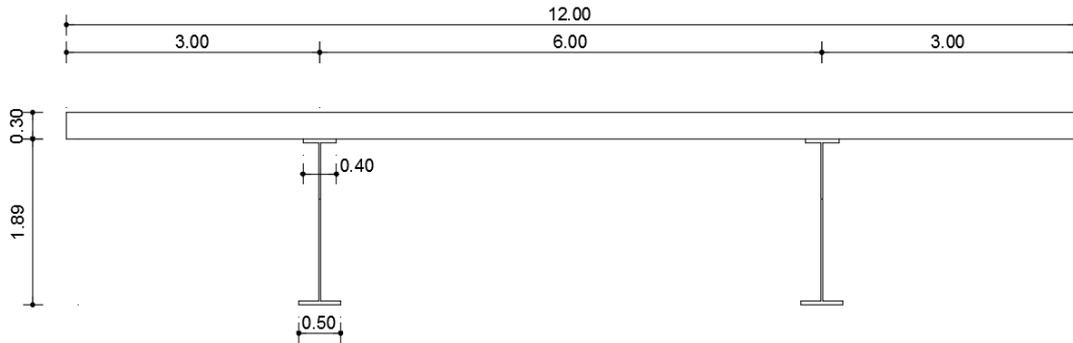
Στη συνέχεια το αμφιέρειστο άνοιγμα αυξήθηκε σε 50m. Στο μοντέλο αυτό η απόσταση κάθε δοκού από την άκρη του καταστρώματος είναι 3m και η μεταξύ τους απόσταση 6m. Με την ίδια διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω και τα ίδια φορτία διαστασιολογήθηκαν οι κύριες δοκοί, τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (**Error! Reference source not found.**) και στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 3.23). Προέκυψε δηλαδή γραμμικό φορτίο σχεδιασμού $q=183.3\text{kN/m}$, οπότε υπολογίστηκε ροπή σχεδιασμού και η απαιτούμενη πλαστική ροπή αντίστασης:

$$M_{ed} = \frac{ql^2}{8} = \frac{183.3 \times 50^2}{8} = 57279 \text{ kNm} \quad (3.5\alpha)$$

$$W_{req} = \frac{M_{ed}}{f_y} = \frac{57279 \times 100}{35.5} = 161350 \text{ cm}^3 \quad (3.5\beta)$$

Πίνακας 3.2: Χαρακτηριστικά επιλεγείσας διατομής για άνοιγμα 50m

	b (mm)	h (mm)	A (mm²)
Έλασμα 1	700	60	42000
Έλασμα 2	600	60	36000
Κορμός	40	2500	100000
Συνολικά		2620	178000



Εικόνα 3.23: Εγκάρσια τομή της σύμμικτης ευθύγραμμης γέφυρας ανοικτής διατομής μήκους 50m

Για τη διατομή αυτή προκύπτουν τα εξής γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά:

$$W_{pl} = \sum A_i \times d_i = 70 \times 6 \times \left(\frac{6}{2} + \frac{250}{2} \right) + 60 \times 6 \times \left(\frac{6}{2} + \frac{250}{2} \right) + 250 \times 4 \times \frac{250}{4} = 162340 \text{ cm}^3 \quad (3.6\alpha)$$

$$W_{pl} = 162340 \text{ cm}^3 > W_{req} = 161350 \text{ cm}^3 \quad (3.6\beta)$$

$$I_{fc} = \frac{b_{fc} \times h_{fc}^3}{12} = \frac{60 \times 6^3}{12} = 1080 \text{ cm}^3 \quad (3.6\gamma)$$

$$I_{ft} = \frac{b_{ft} \times h_{ft}^3}{12} = \frac{70 \times 6^3}{12} = 1260 \text{ cm}^3 \quad (3.6\delta)$$

$$\psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}} = \frac{1080 - 1260}{1080 + 1260} = -0.077 \quad (3.6\epsilon)$$

$$h_s = \frac{h_{fc}}{2} + \frac{h_{ft}}{2} + h_w = \frac{6}{2} + \frac{6}{2} + 250 = 256 \text{ cm} \quad (3.6\sigma)$$

$$z_c = 135.3 \text{ cm} \quad (3.6\zeta)$$

Εξετάστηκε η κατηγορία της διατομής από όπου τα πέλματα της προέκυψαν να είναι κατηγορίας 1 και ο κορμός κατηγορίας 2, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\text{Κατηγορία κορμού: } \frac{c}{t} = \frac{250 - 2 \times 0.7 \times \sqrt{2}}{4} = 62.01 < 67.23: \text{κατηγορία 2}$$

$$(3.7\alpha)$$

$$\text{Κατηγορία πέλματος 1: } \frac{c}{t} = \frac{(70-4)/2-0.7 \times \sqrt{2}}{6} = 5.34 < 7.29: \text{κατηγορία 1}$$

$$(3.7\beta)$$

$$\text{Κατηγορία πέλματος 2: } \frac{c}{t} = \frac{(60-4)/2-0.7 \times \sqrt{2}}{6} = 4.50 < 7.29: \text{κατηγορία 1}$$

$$(3.7\gamma)$$

Διατομή κατηγορίας 2

Το μοντέλο ωστόσο φορτίστηκε με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο μόνο λόγω μόνιμων και πρόσθετων μόνιμων φορτίων και συγκεκριμένα λόγω ιδίου βάρους του σκυροδέματος και των χαλύβδινων δοκών και φορτίων από τις ασφαλικές στρώσεις και τα πεζοδρόμια. Το φορτίο που προέκυψε από τον παραπάνω συνδυασμό, το οποίο εφαρμόζεται σε όλο το πλάτος του καταστρώματος είναι $q=17\text{kN/m}^2$. Η κυκλοφορία εισάχθηκε ως έκκεντρο συγκεντρωμένο φορτίο. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε το μεγαλύτερο συγκεντρωμένο φορτίο και σε κατάλληλες αποστάσεις, όπως προβλέπεται από τους Ευρωκώδικες, δηλαδή 300kN ανά άξονα σε απόσταση 2m στη διαμήκη διεύθυνση και 1.20m στην εγκάρσια διεύθυνση. Τοποθετήθηκαν στη μέση διατομή στην άκρη του καταστρώματος.

Για την παραπάνω διατομή η καμπτική ροπή αντοχής και το αντίστοιχο φορτίο προκύπτουν:

$$M_{rd} = W_y f_y = \frac{162340 \times 35.5}{100} = 57631 \text{ kNm} \quad (3.8\alpha)$$

$$q_{rd} = \frac{M_{rd}}{\frac{l^2}{8}} = \frac{57631}{\frac{50^2}{8}} = 307.4 \text{ kN/m} \quad (3.8\beta)$$

Το προσομοίωμα που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στην Εικόνα 3.24. Το φορτίο αντοχής του μοντέλου αυτού έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, σύμφωνα με τους προβλεπόμενους τύπους από τον Ευρωκώδικα 3, προκύπτει ως εξής:

$$\frac{h}{b} = \frac{2620}{700} = 3.74 > 2: \text{καμπύλη λυγισμού } d \quad (3.9\alpha)$$

$$a_{LT} = 0.76 \quad (3.9\beta)$$

$$z_g = z_c = 131 \text{ cm} \quad (3.9\gamma)$$

με την υπόθεση ότι το φορτίο εφαρμόζεται στο κέντρο βάρους της διατομής

$$z_j = \psi_f \times \frac{h_s}{2} = -0.077 \times \frac{256}{2} = -9.85 \text{ cm} \quad (3.9\delta)$$

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \times \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (c_2 Z_g - c_3 Z_j)^2 \right]^{0.5} - (c_2 Z_g - c_3 Z_j) \right\} =$$

$$1.132 \times \frac{\pi^2 21000 \times 280833}{(5000)^2} \times \left\{ \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 \frac{4819380833}{280833} + \frac{(5000)^2 \times 8077 \times 14693}{\pi^2 21000 \times 280833} + (0.459 \times 131 - 0.525 \times (-9.85))^2 \right]^{0.5} - (0.459 \times 131 - 0.525 \times (-9.85)) \right\} = 537052 \text{ Ncm}$$
(3.9ε)

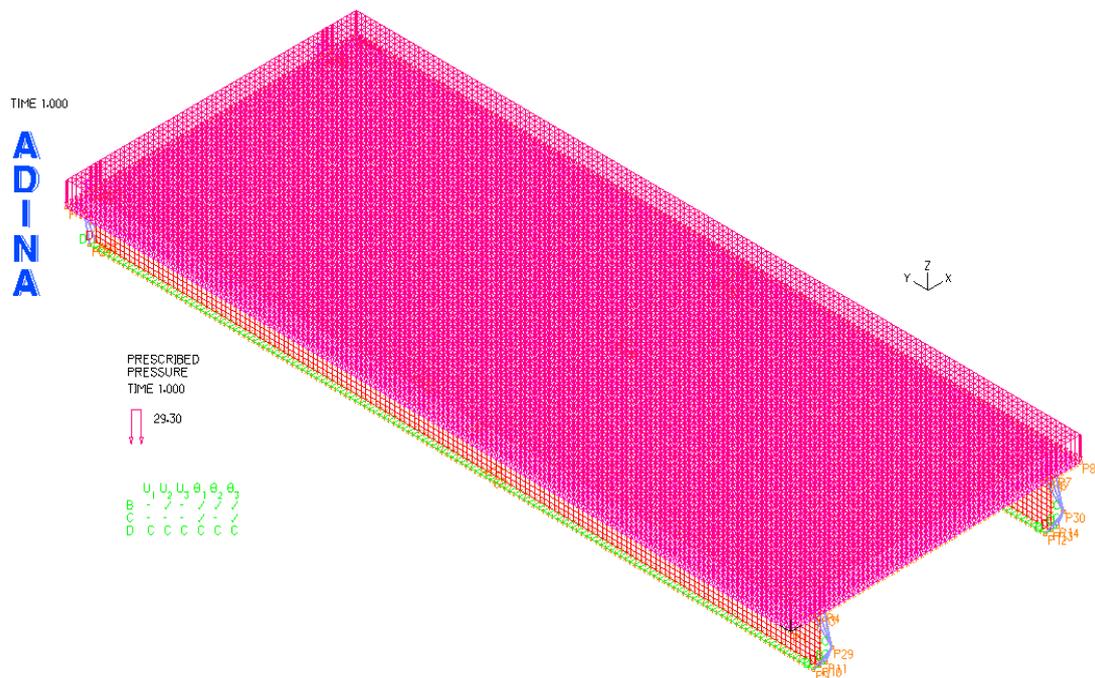
$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \times f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{162340 \times 35.5}{537052}} = 3.28$$
(3.9στ)

$$\Phi_{LT} = 0.5 \times (1 + a_{LT} \times (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2) = 0.5 \times (1 + 0.76 \times (3.28 - 0.2) + 3.28^2) = 7.034$$
(3.9ζ)

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = \frac{1}{7.034 + \sqrt{7.034^2 - 3.28^2}} = 0.075$$
(3.9η)

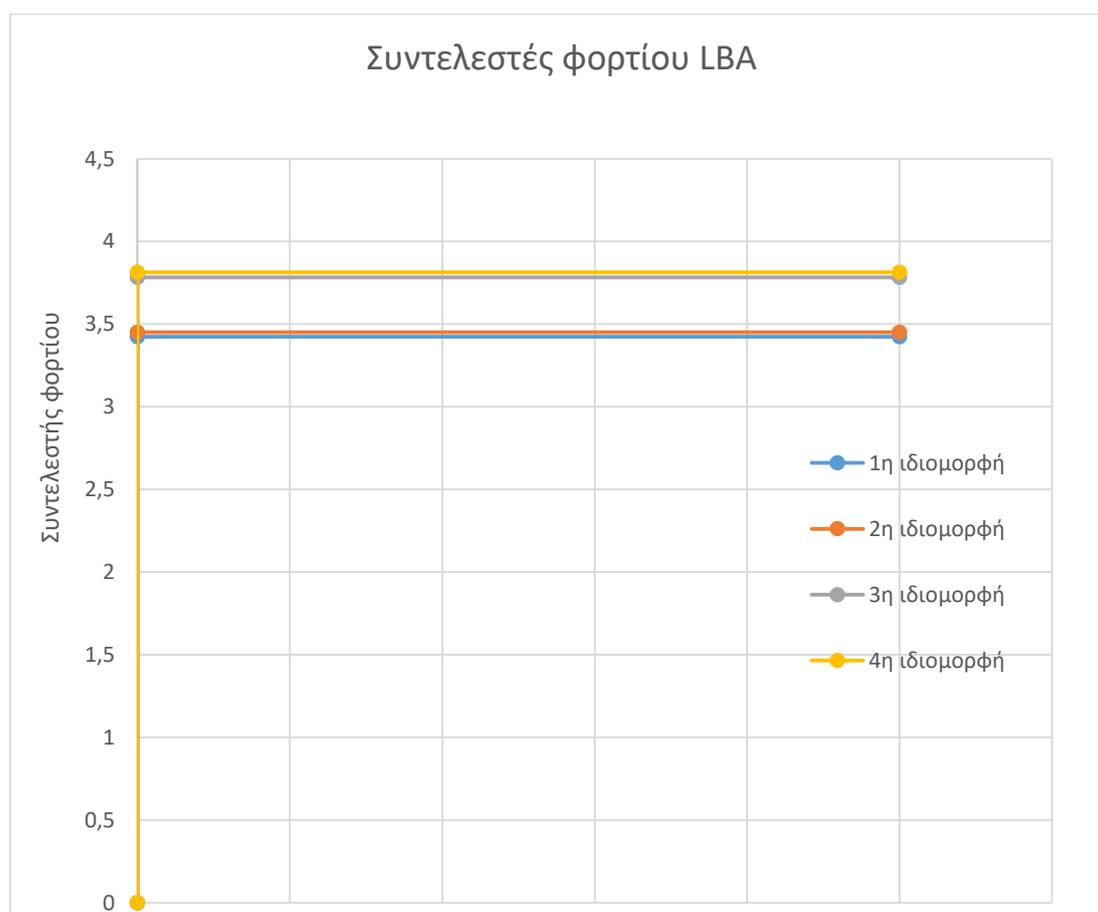
$$M_{brd} = \frac{\chi_{LT} \times f_y \times W_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.075 \times 35.5 \times 162340}{1 \times 100} = 4346 \text{ kNm}$$
(3.9θ)

$$q_{rd} = \frac{M_{brd}}{\frac{l^2}{8}} = \frac{4346}{\frac{50^2}{8}} = 23.2 \text{ kN/m}$$
(3.9ι)

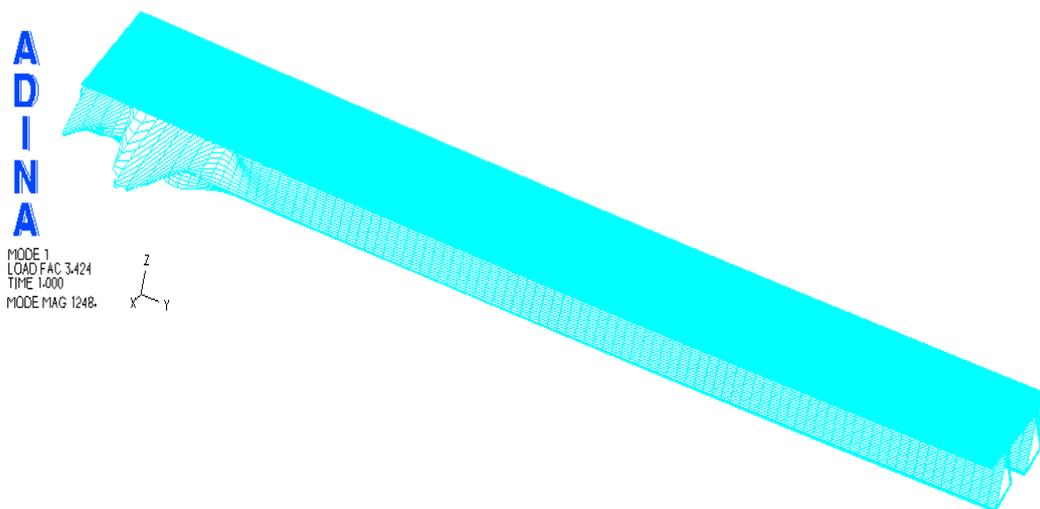


Εικόνα 3.24: Προσομοίωμα ευθύγραμμης γέφυρας με δύο κύριες δοκούς μήκους 50m

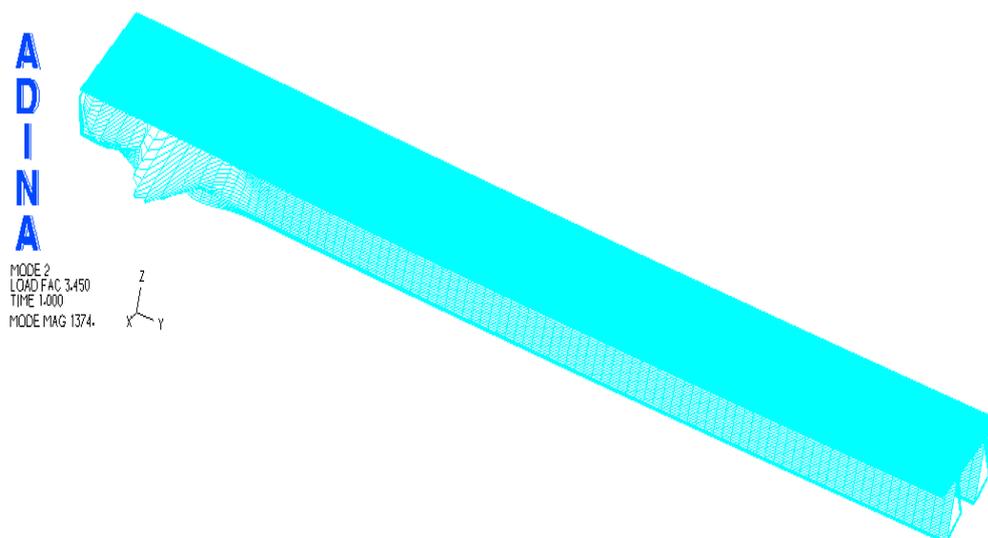
Για την περίπτωση αυτή πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού με και χωρίς αρχικές ατέλειες. Κρίσιμη είναι η μη γραμμικότητα του υλικού, με αποτέλεσμα οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA να ταυτίζονται. Η εισαγωγή αρχικών ατελειών στο φορέα δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της ανάλυσης, καθώς, όπως φάνηκε και από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού, ο φορέας εμφάνιζε τοπικό λυγισμό με συντελεστές φορτίων των πρώτων ιδιομορφών ιδιαίτερα αυξημένους καθώς το κατάστρωμα απέτρεπε τον πλευρικό λυγισμό των δοκών. Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.5. Στις Εικόνες 3.25 και 3.26 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών φαίνονται στο Διάγραμμα 3.6, το οποίο περιλαμβάνει τους δρόμους ισορροπίας για τον κόμβο που βρίσκεται στη μεσσαία διατομή στην άκρη του καταστρώματος (Node 21752) και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετακίνηση.



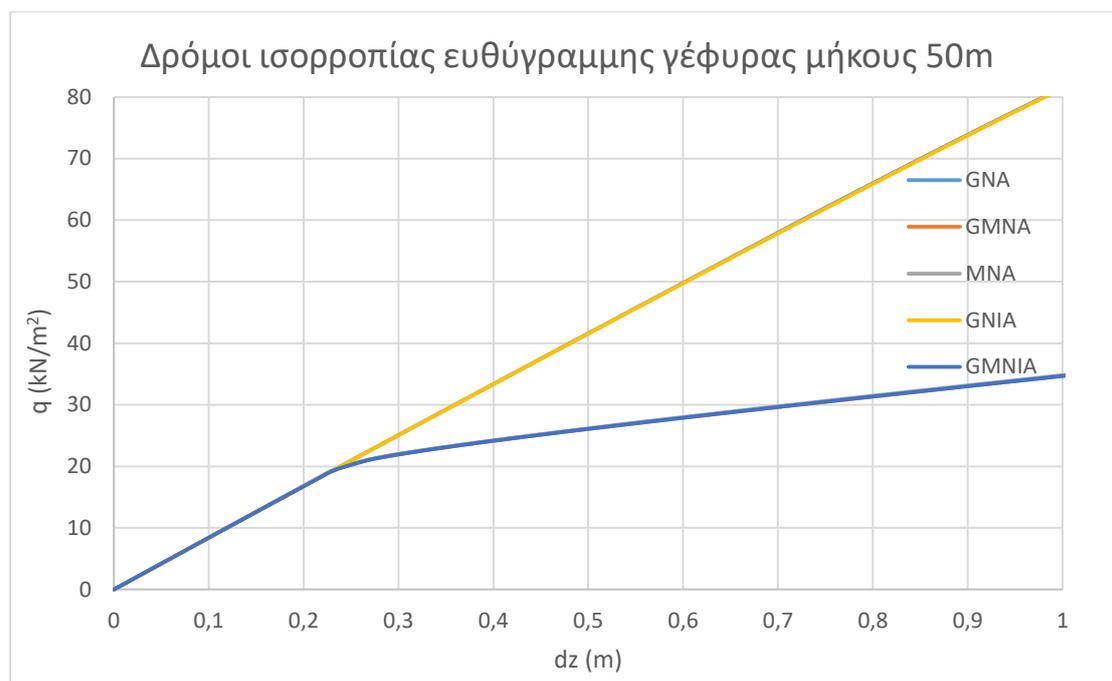
Διάγραμμα 3.5: Συντελεστές φορτίου ανάλυσης LBA ευθύγραμμης γέφυρας μήκους 50m



Εικόνα 3.25: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

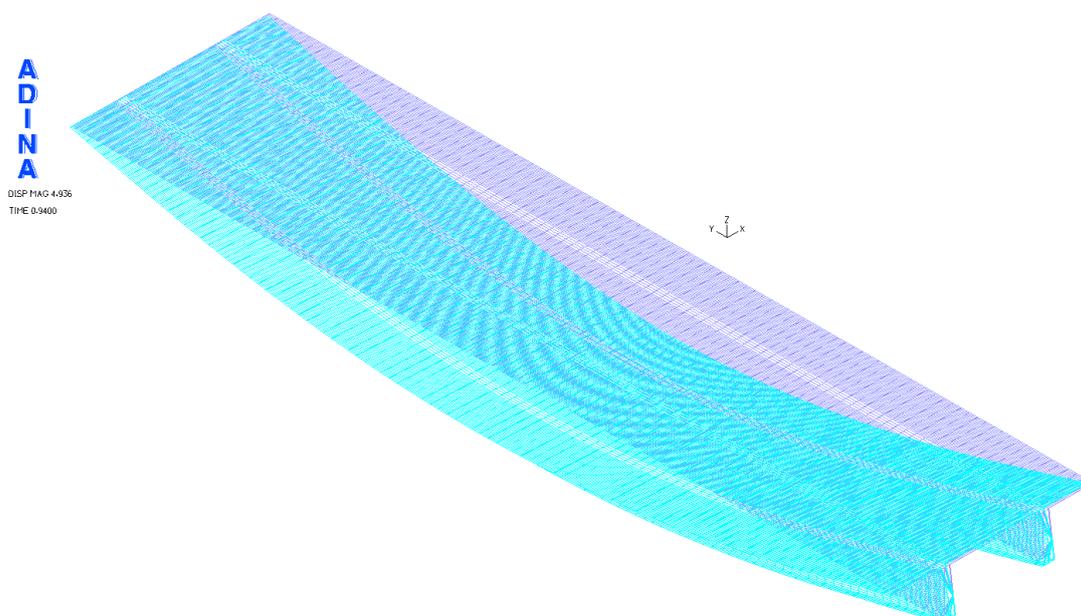


Εικόνα 3.26: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

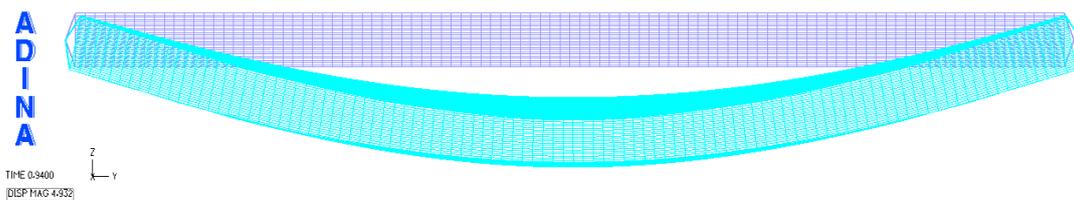


Διάγραμμα 3.6: Δρόμοι ισορροπίας ευθύγραμμης γέφυρας με δύο κύριες δοκούς μήκους 50m

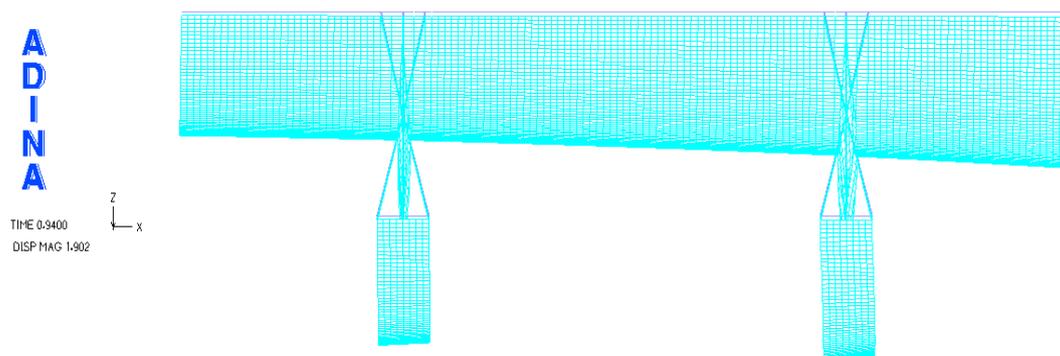
Στις εικόνες 3.27÷3.34 παρουσιάζονται οι παραμορφωμένες εικόνες σε προοπτικό, πλάγια όψη και εγκάρσια τομή και οι ισοτασικές επιφάνειες για τάση von Mises για τις αναλύσεις GNA και GMNA. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



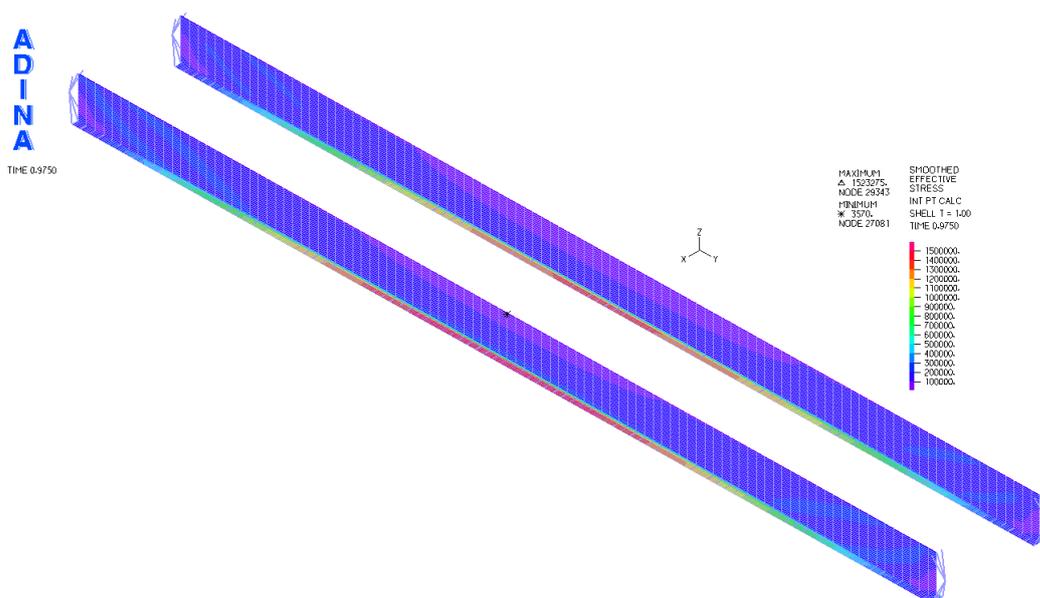
Εικόνα 3.27: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



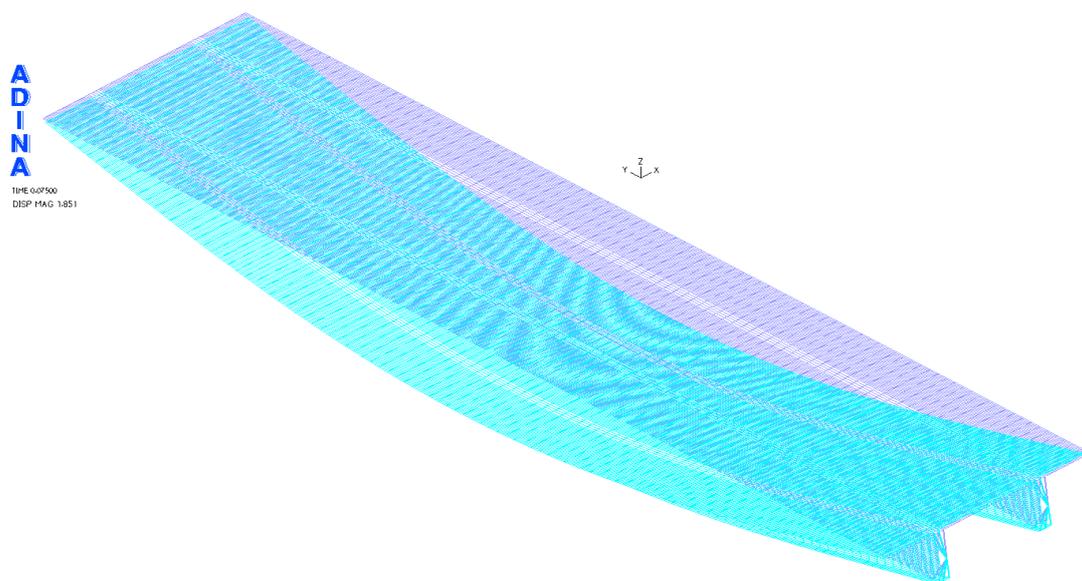
Εικόνα 3.28: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



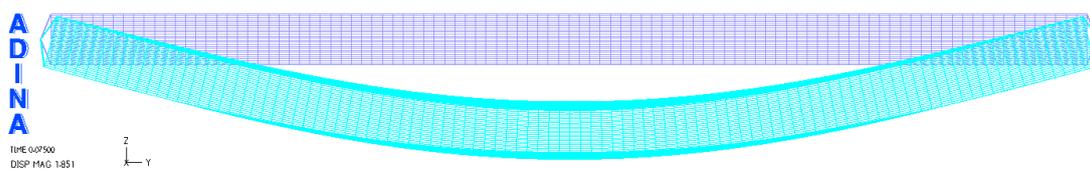
Εικόνα 3.29: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



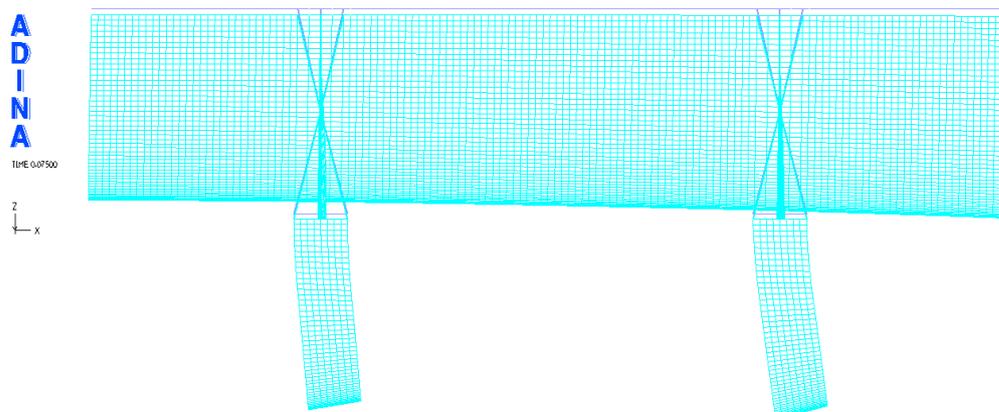
Εικόνα 3.30: Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GNA



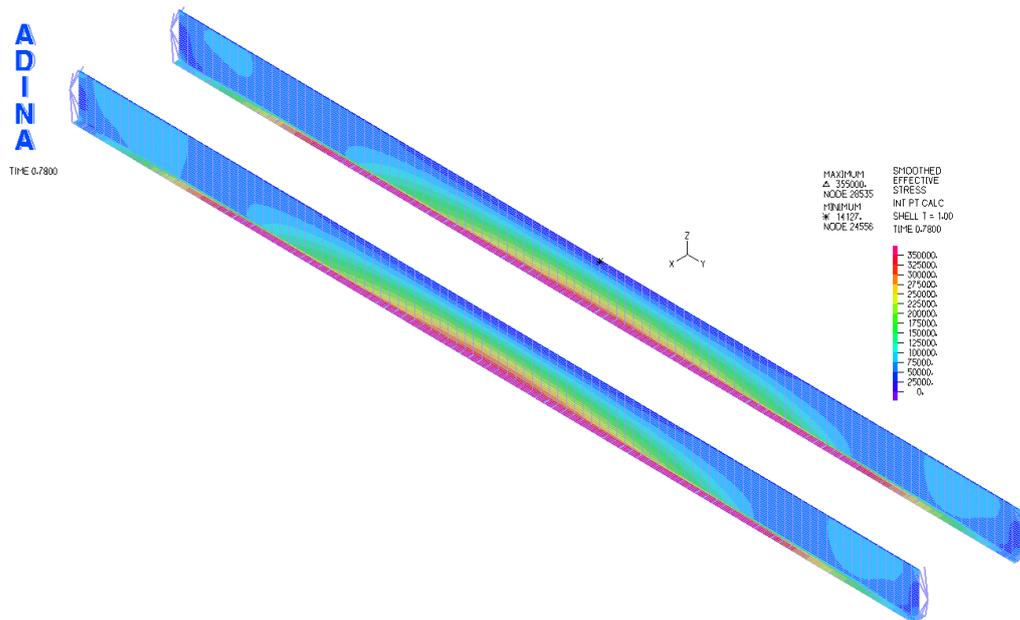
Εικόνα 3.31: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.32: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



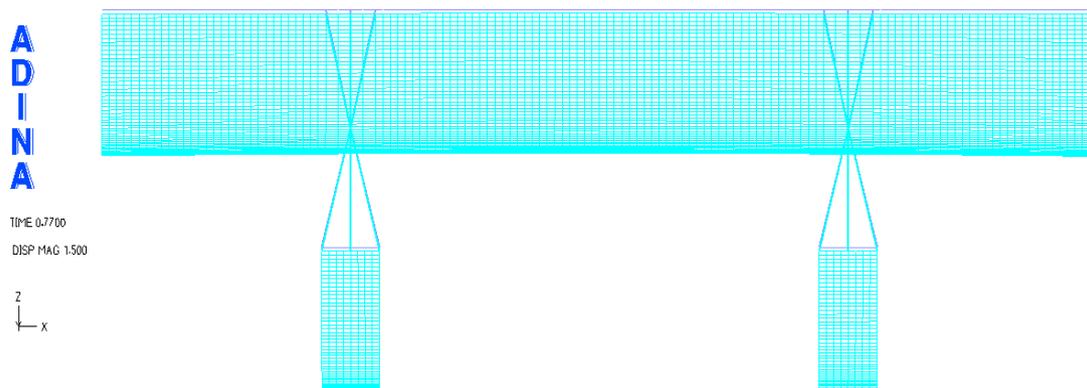
Εικόνα 3.33: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



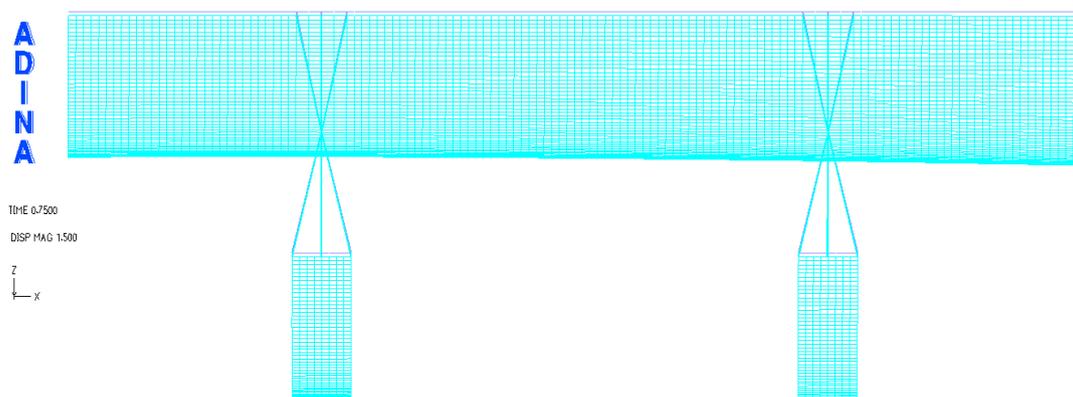
Εικόνα 3.34: Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GMNA

Για να πραγματοποιηθεί σύγκριση, δημιουργήθηκαν μοντέλα, στα οποία το όχημα τοποθετήθηκε σε διαφορετικά σημεία του καταστρώματος. Συγκεκριμένα, εκτός από μοντέλο με όχημα στο μέσον του ανοίγματος στην άκρη του καταστρώματος, δημιουργήθηκε μοντέλο όπου το όχημα τοποθετήθηκε στο μέσον του ανοίγματος πάνω από τη μία κύρια δοκό και στο μέσον του καταστρώματος. Για κάθε τοποθέτηση πραγματοποιήθηκε ανάλυση GMNA. Οι παρακάτω εγκάρσιες τομές των παραμορφωμένων εικόνων της γέφυρας (Εικόνες 3.35÷3.37) δείχνουν τη μετακίνηση της μεσαίας διατομής σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

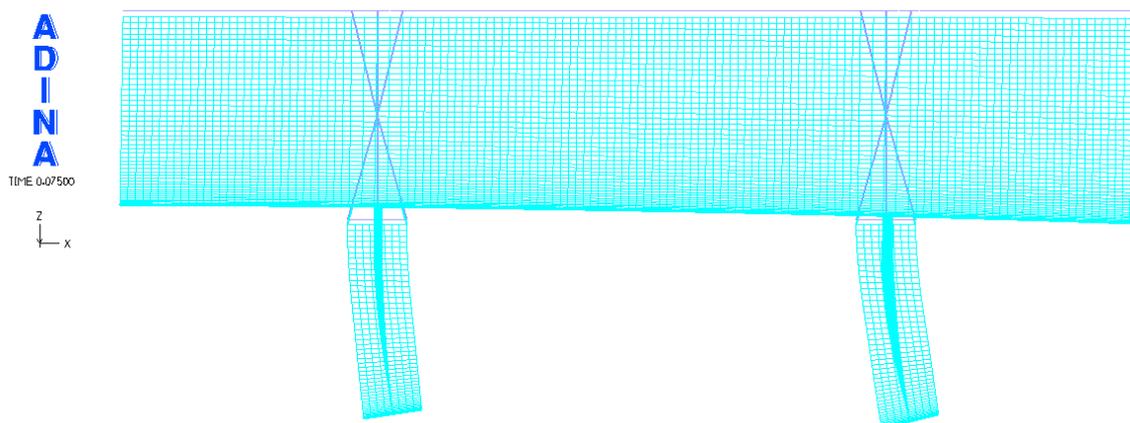
Ομοίως, οι παρακάτω συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας (Διαγράμματα 3.7 και 3.8) απεικονίζουν την επιρροή της τοποθέτησης του οχήματος στη μετατόπιση κατά τους άξονες $z'z$ και $x'x$ αντίστοιχα του φορέα. Το πρώτο διάγραμμα έχει κόμβο αναφοράς αυτόν που βρίσκεται στο άκρο του καταστρώματος (Node 21752). Το δεύτερο διάγραμμα έχει κόμβο αναφοράς αυτόν που βρίσκεται στη συναρμογή του κορμού και του κάτω πέλματος της κύριας δοκού και παρουσιάζει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (Node 29740). Όπως είναι φανερό, η τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την κύρια δοκό και στο μέσον του καταστρώματος έχει παρόμοια αποτελέσματα στην παραμόρφωση του φορέα. Η τοποθέτηση του φορτίου στο άκρο του καταστρώματος δεν επηρεάζει σημαντικά την κατακόρυφη μετατόπιση του καταστρώματος. Επηρεάζει ωστόσο, την πλευρική εκτροπή των δοκών, δηλαδή τη μετατόπιση τους κατά τον άξονα $x'x$.



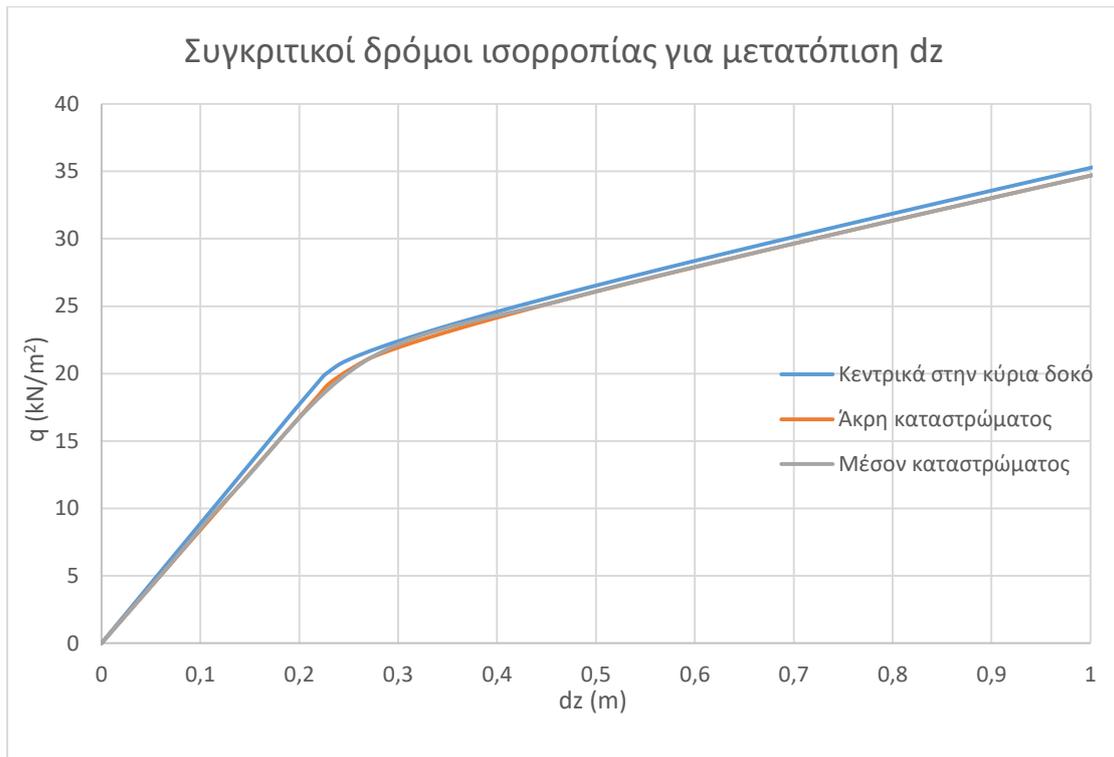
Εικόνα 3.35: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου στη μέση του καταστρώματος



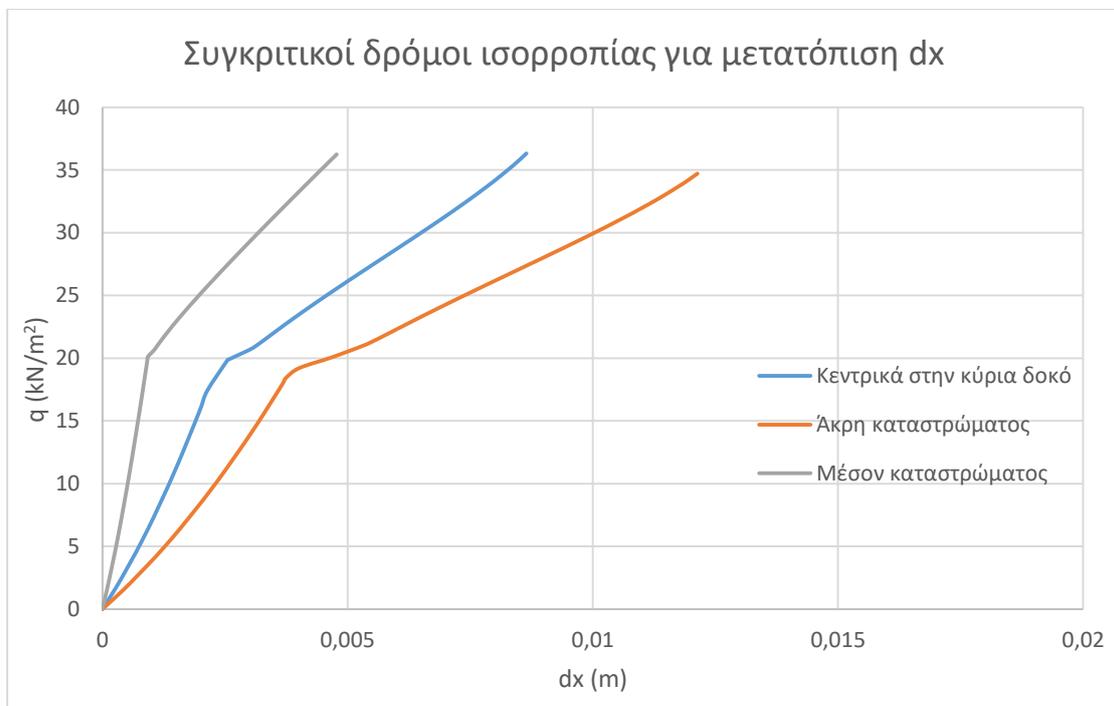
Εικόνα 3.36: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την κύρια δοκό



Εικόνα 3.37: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου στην άκρη του καταστρώματος



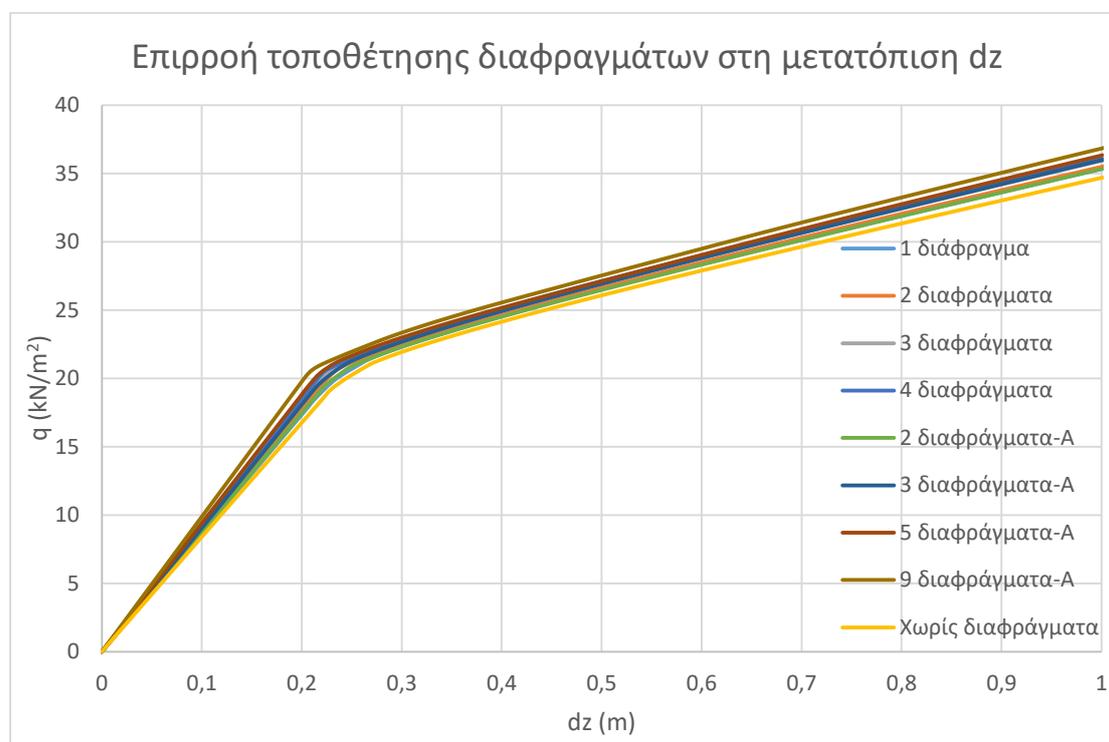
Διάγραμμα 3.7: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dz για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος



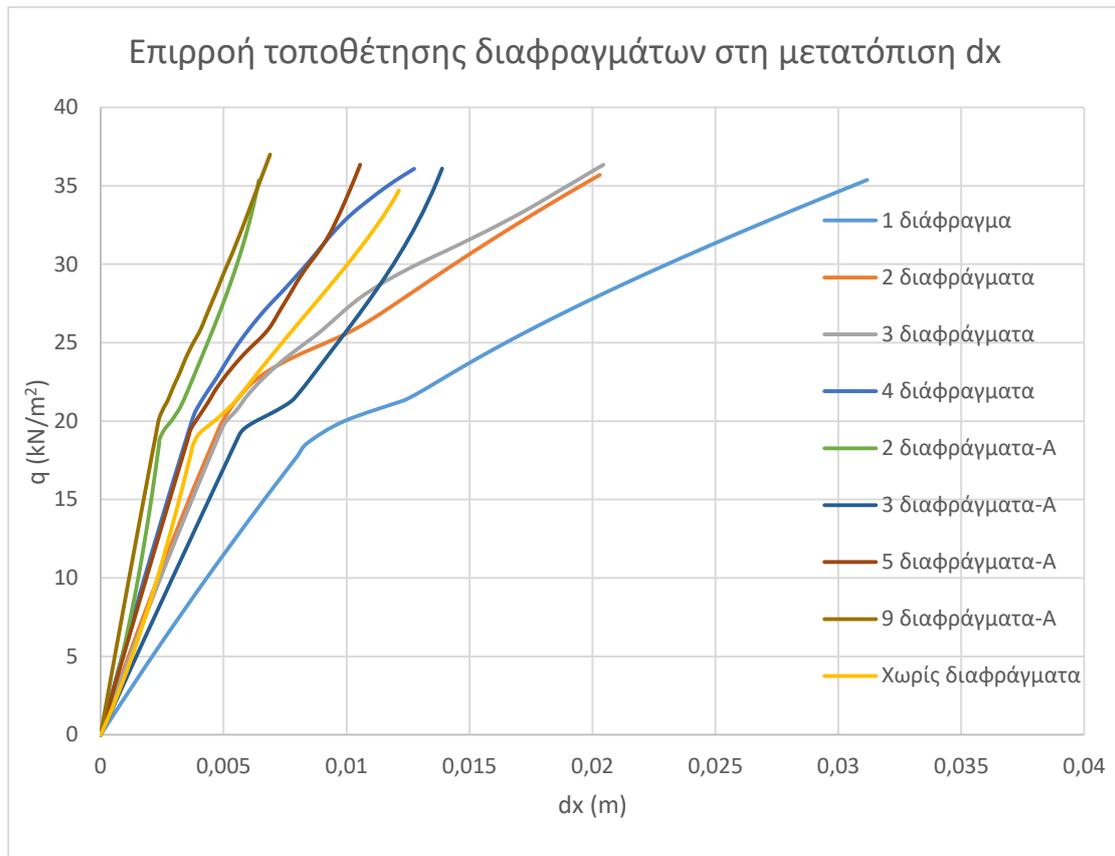
Διάγραμμα 3.8: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dx για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος

Στο ευθύγραμμο μοντέλο μήκους 50m προστέθηκαν στη συνέχεια διαφράγματα, η αναγκαιότητα των οποίων καταδεικνύεται από τις παραπάνω αναλύσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 1, 2, 3 και 4 διαφράγματα. Σε κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις τα διαφράγματα τοποθετούνταν σε ίσες αποστάσεις σε ενδιάμεσες θέσεις του φορέα. Στη συνέχεια δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 3, 5 και 9 διαφράγματα εκ των οποίων τα 2 ήταν τοποθετημένα στις ακραίες θέσεις και τα υπόλοιπα σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Οι αναλύσεις αυτές σημειώνονται με την ένδειξη Α παρακάτω.

Πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις υλικού και γεωμετρίας (GMNA) για κάθε περίπτωση. Εξάλλου κρίσιμος είναι ο συνδυασμός της μη γραμμικότητας της γεωμετρίας και του υλικού, ενώ οι αρχικές ατέλειες δεν επηρεάζουν καθόλου τα αποτελέσματα, όπως ποέκυψε από προηγούμενες αναλύσεις. Στα διαγράμματα 3.9 και 3.10 φαίνονται αντίστοιχα οι δρόμοι ισορροπίας για κατακόρυφη μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς και για οριζόντια μετατόπιση για τον κόμβο. Το πρώτο διάγραμμα έχει κόμβο αναφοράς τον κόμβο 21752 και το δεύτερο τον κόμβο 29740.



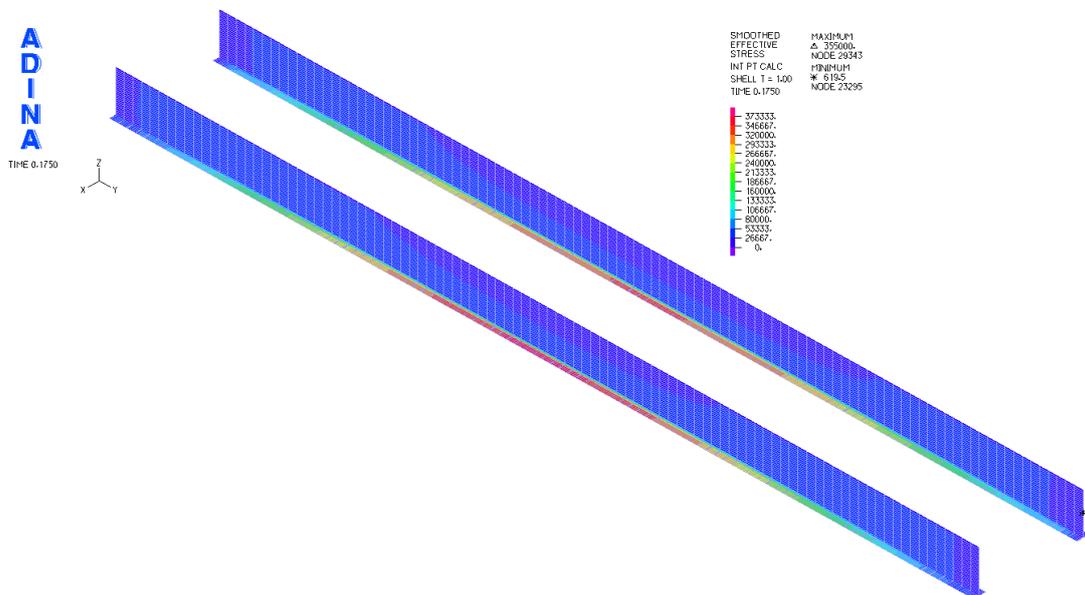
Διάγραμμα 3.9: Δρόμοι ισορροπίας GMNA κατακόρυφης μετατόπισης dz για τοποθέτηση διαφραγμάτων



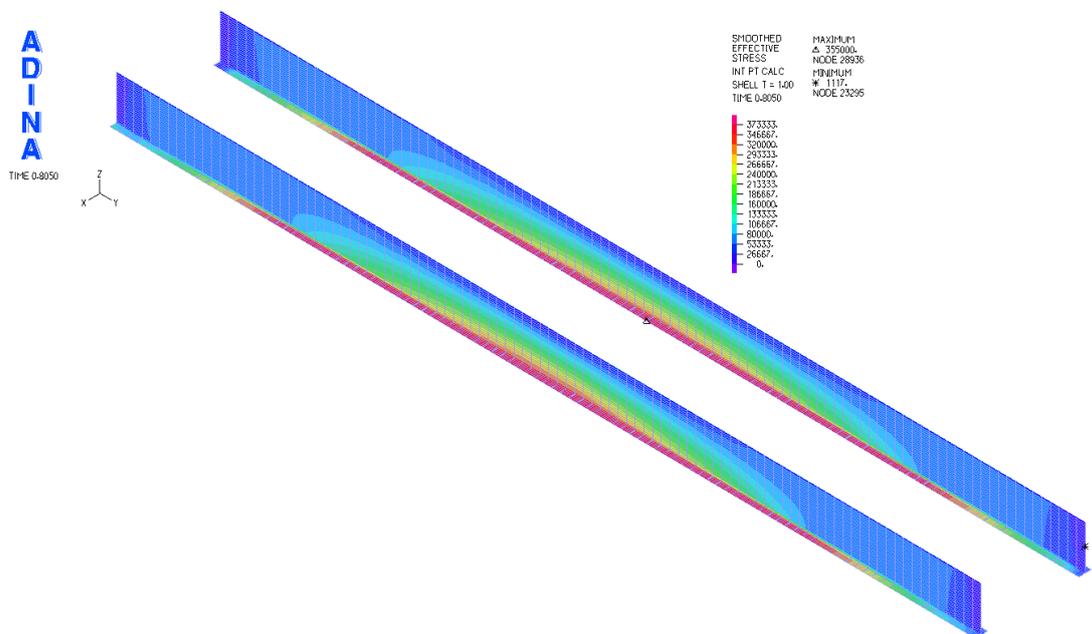
Διάγραμμα 3.10: Δρόμοι ισορροπίας GMNA μετατόπισης dx για τοποθέτηση διαφραγμάτων

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι η επιρροή της τοποθέτησης των διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz στο παρόν μοντέλο είναι αμελητέα ανεξάρτητα από το πλήθος τους και τη διάταξη τους. Όσον αφορά την οριζόντια μετατόπιση dx , αυτή επηρεάζεται σημαντικά μόνο από την τοποθέτηση των 2 ακραίων διαφραγμάτων και του διαφράγματος της μεσαίας διατομής. Τα ενδιάμεσα διαφράγματα δεν επηρεάζουν το δρόμο ισορροπίας.

Όσον αφορά την επιρροή των διαφραγμάτων στις τάσεις που αναπτύσσονται στις κύριες δοκούς της γέφυρας, αυτή φαίνεται να είναι αμελητέα για τοποθέτηση 2, 3 και 5 διαφραγμάτων. Συγκεκριμένα, το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι περίπου σταθερό στις περιπτώσεις με 2, 3, 5 και χωρίς διαφράγματα ($q \approx 20$ kN/m²). Στις περιπτώσεις με 7 ή 9 διαφράγματα το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι $q \approx 34$ kN/m². Η κατανομή των τάσεων έχει σε όλες τις περιπτώσεις την ίδια μορφή, όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.38 και 3.39.

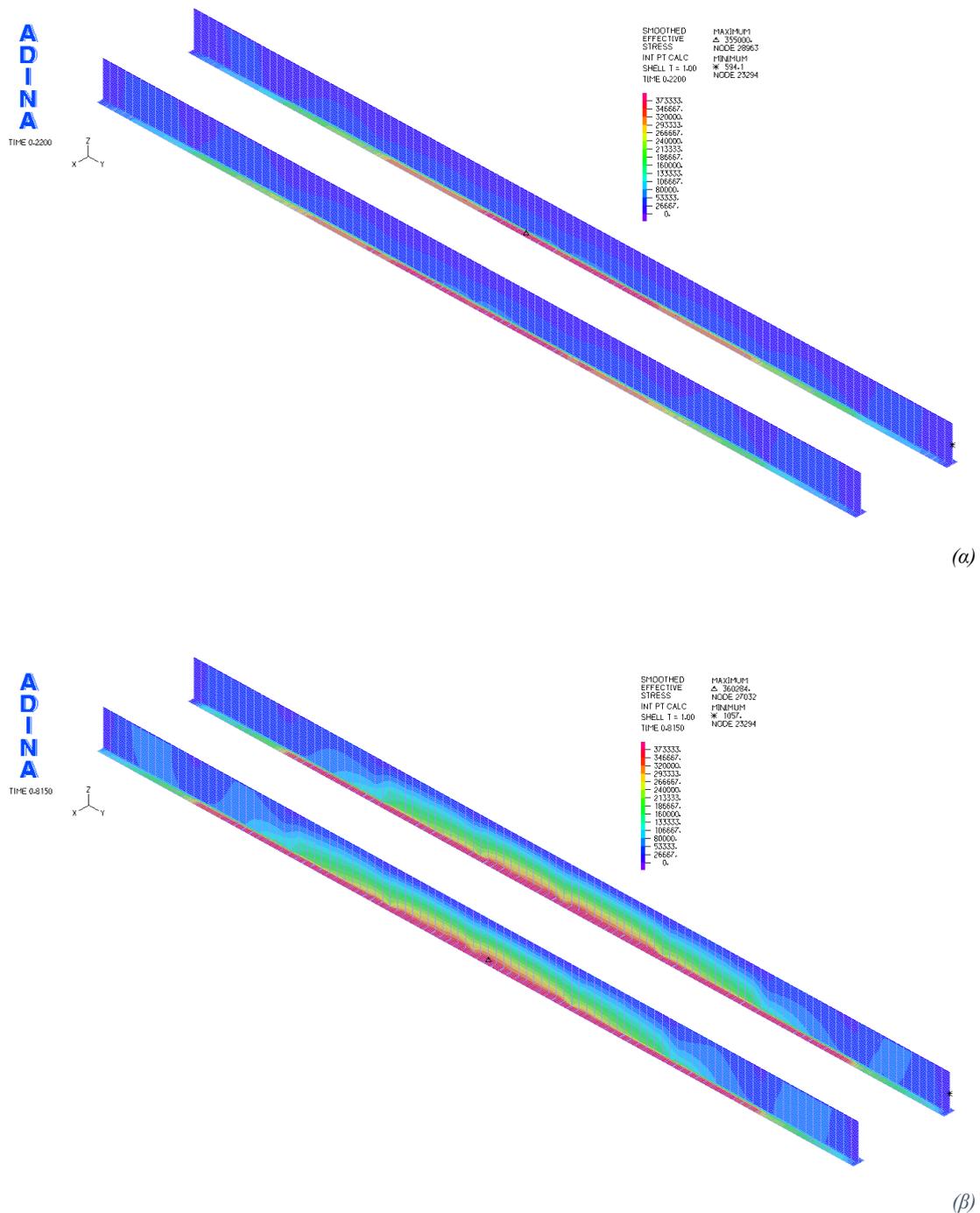


(α)



(β)

Εικόνα 3.38: Ισοστατικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 2 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο

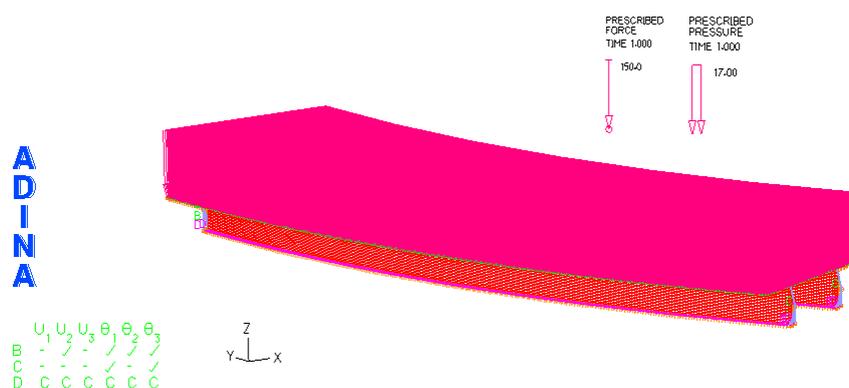


Εικόνα 3.39: Ισοτασικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 9 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο

3.1.4 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m

Για την προσομοίωση του καμπύλου μοντέλου επιλέχθηκε καμπυλότητα ακτίνας $R=100m$, ώστε να είναι σύμφωνη με τους αντίστοιχους κανονισμούς. Το άνοιγμα είναι αμφιέρειστο μήκους 50m. Τα χαρακτηριστικά του καταστρώματος παραμένουν

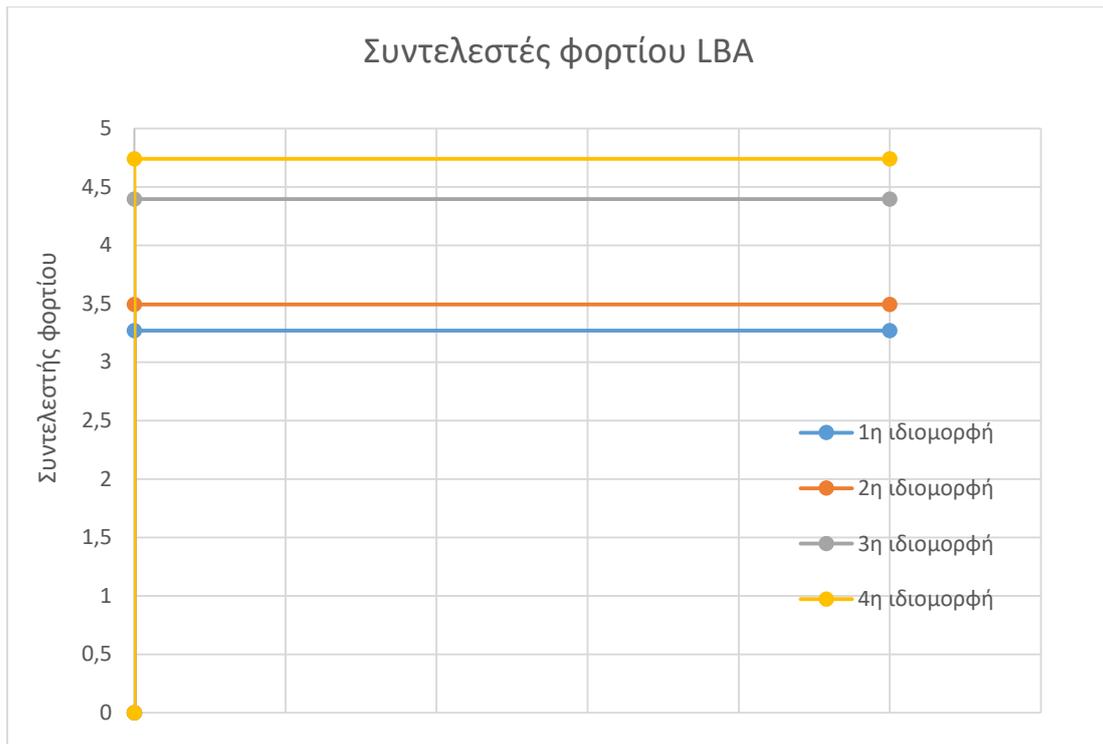
σταθερά, όπως και τα φορτία σχεδιασμού. Επιλέχθηκε η ίδια συγκολλητή διατομή που επιλέχθηκε και για το αντίστοιχο ευθύγραμμο μοντέλο, τα χαρακτηριστικά της οποίας φαίνονται στον Πίνακα 3.2. Το προσομοίωμα για την περίπτωση αυτή φαίνεται στην Εικόνα 3.40.



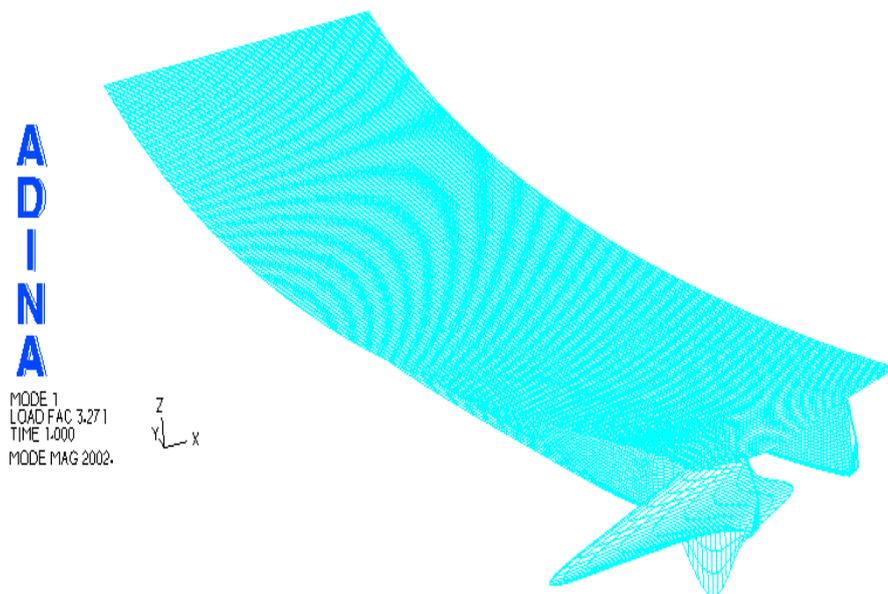
Εικόνα 3.40: Προσομοίωμα καμπύλου μοντέλου μήκους 50m

Για το καμπύλο μοντέλο πραγματοποιήθηκαν αρχικά γραμμική και μη γραμμικές αναλύσεις. Οι μη γραμμικές αναλύσεις περιλαμβάνουν μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας, μη γραμμική ανάλυση υλικού και μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Πραγματοποιήθηκε επίσης γραμμική ανάλυση λυγισμού και μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλειες. Οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων αυτών για τον κόμβο που βρίσκεται στη μεσαία διατομή στην άκρη του καταστρώματος (Node 11682), φαίνονται στο επόμενο σχήμα. Όπως και στα προηγούμενα μοντέλα, κρίσιμη είναι η επιρροή της μη γραμμικότητας του υλικού, καθώς οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA συμπίπτουν, ενώ ο δρόμος ισορροπίας της ανάλυσης GNA είναι σταθερά ανοδικός.

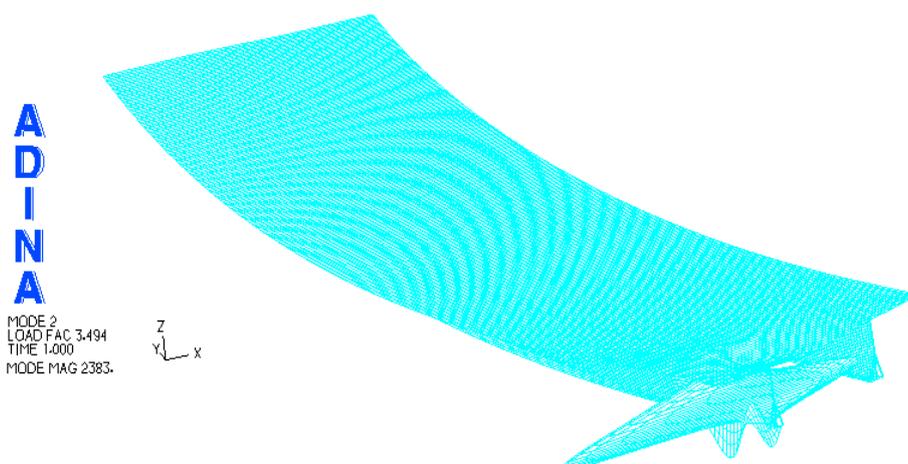
Η επιρροή των αρχικών ατελειών είναι ασήμαντη, αφού οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων GNA και GNIA, καθώς και GMNA και GMNIA ταυτίζονται. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού, οι συντελεστές των φορτίων των ιδιομορφών ήταν ιδιαίτερα αυξημένοι. Εμφανίζονταν τοπικός λυγισμός σε μεγάλες τιμές του φορτίου, καθώς το κατάστρωμα απέτρεπε τον πλευρικό λυγισμό των δοκών. Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.11. Στις Εικόνες 3.41 και 3.42 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνονται στο Διάγραμμα 3.12. Οι δρόμοι ισορροπίας έχουν κόμβο αναφοράς αυτόν με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση που βρίσκεται στην άκρη του καταστρώματος (Node 11682).



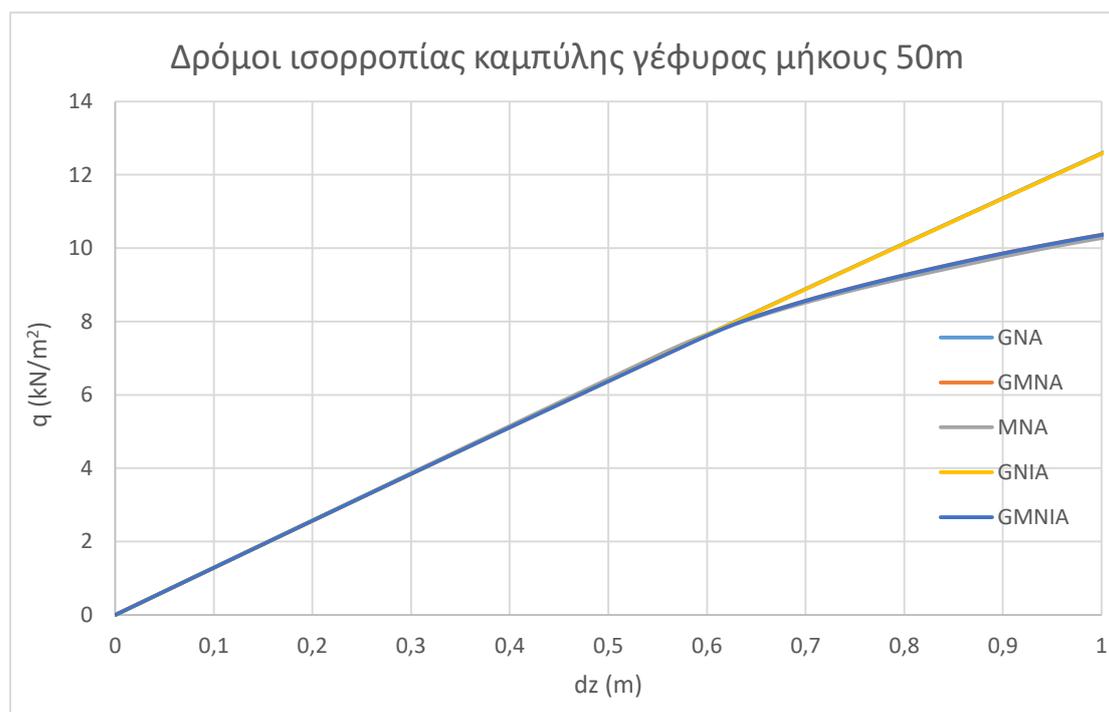
Διάγραμμα 3.11: Συντελεστές φορτίου ανάλυσης LBA καμπύλης γέφυρας μήκους 50m



Εικόνα 3.41: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την καμπύλη γέφυρα μήκους 50m

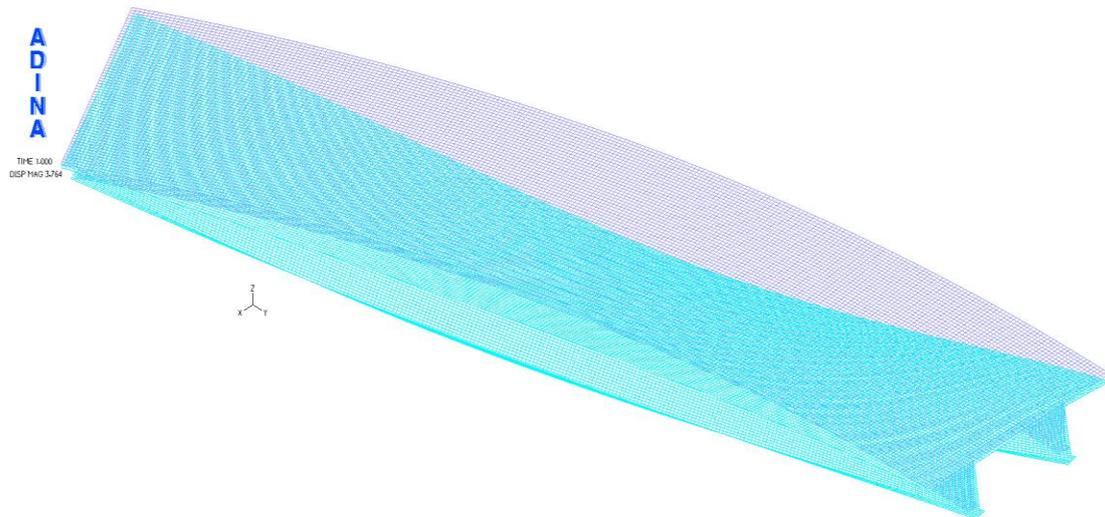


Εικόνα 3.42: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την εκαμπύλη γέφυρα μήκους 50m

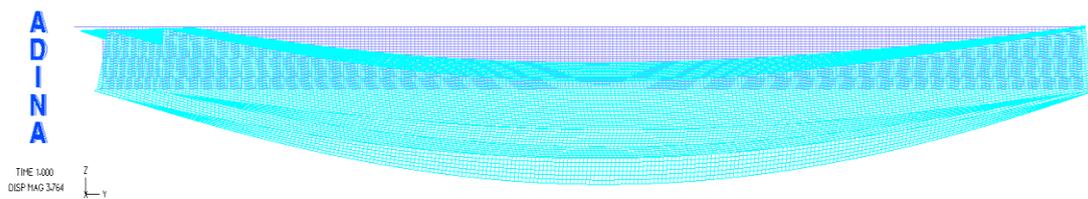


Διάγραμμα 3.12: Δρόμοι ισορροπίας καμπύλης γέφυρας με δύο κύριες δοκούς μήκους 50m

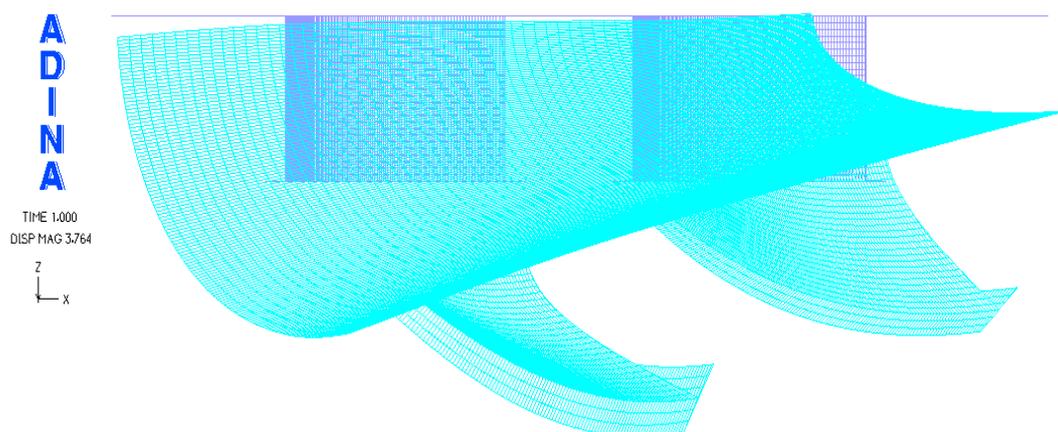
Στις εικόνες 3.43÷3.50 παρουσιάζονται οι παραμορφωμένες εικόνες σε προοπτικό, πλάγια όψη και εγκάρσια τομή και οι ισοτασικές επιφάνειες για τάση von Mises για τις αναλύσεις GNA και GMNA. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



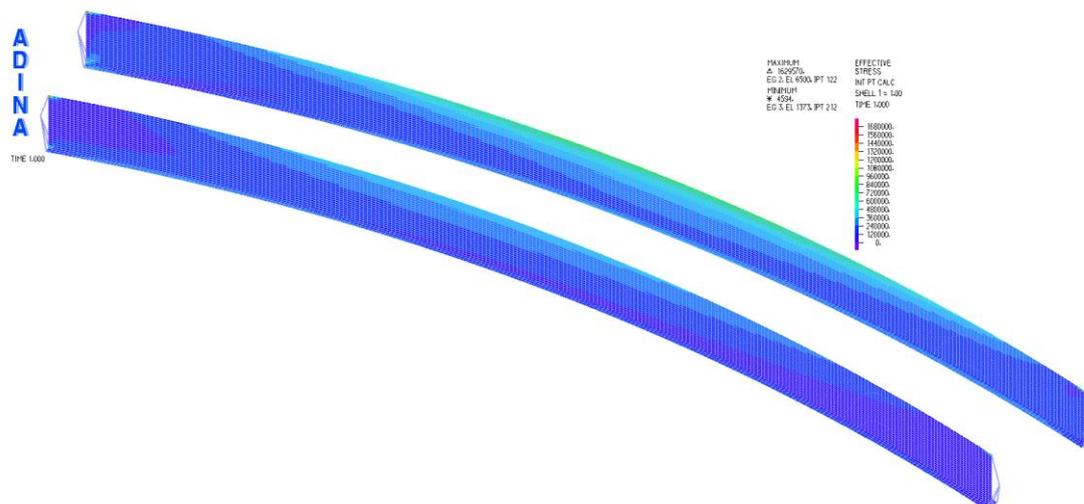
Εικόνα 3.43: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



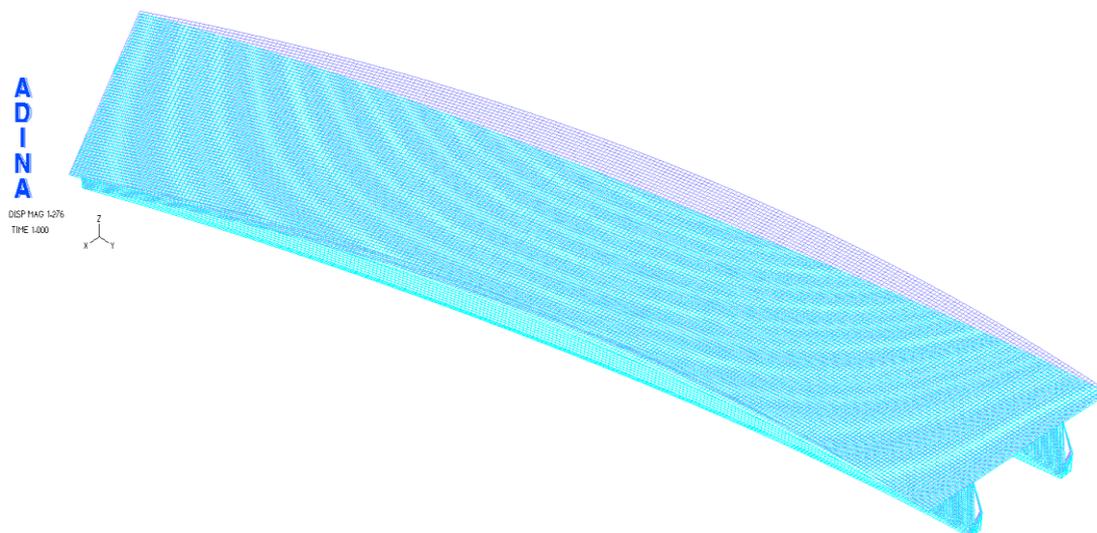
Εικόνα 3.44: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



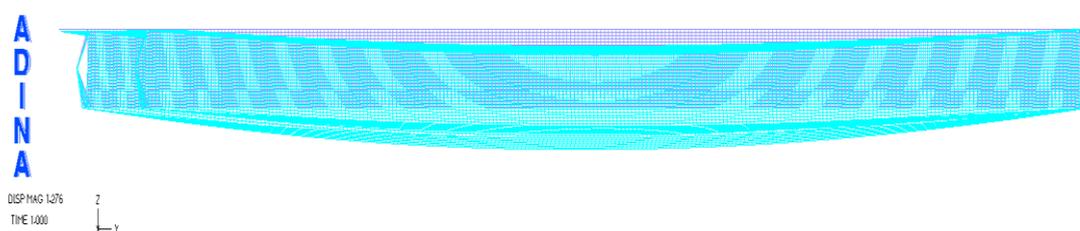
Εικόνα 3.45: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



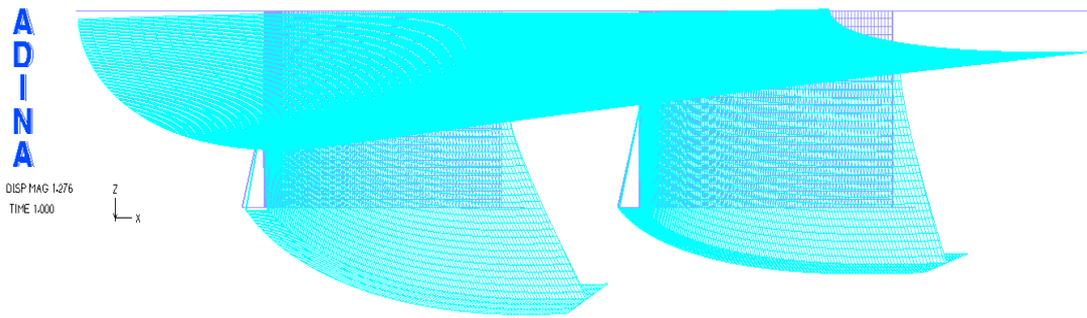
Εικόνα 3.46: Ισοτασική επιφάνεια von Mises για ανάλυση GNA



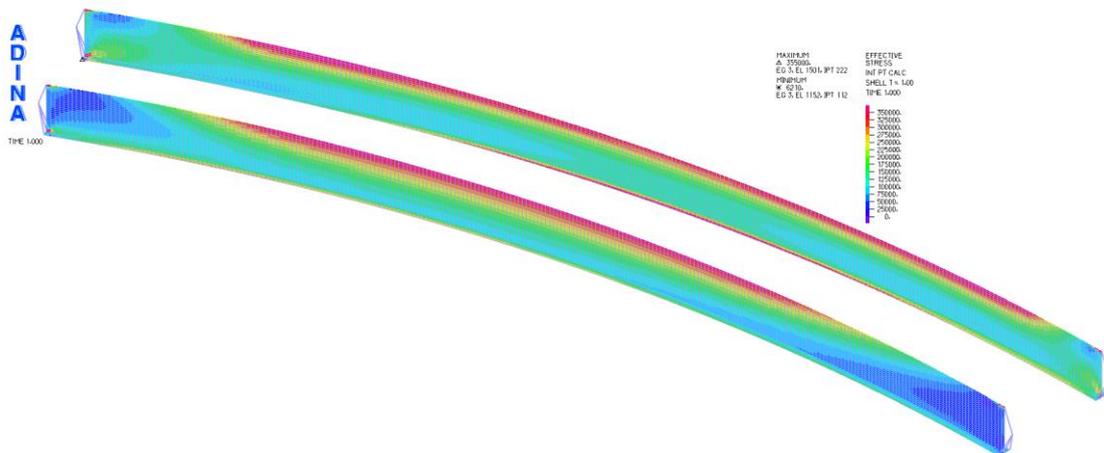
Εικόνα 3.47: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.48: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



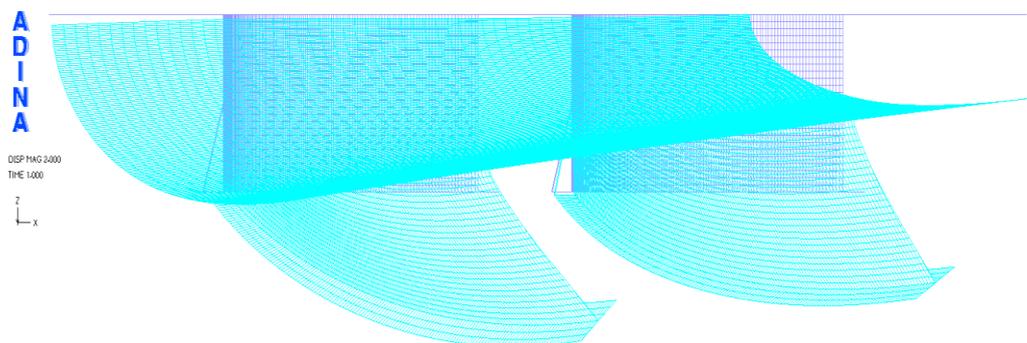
Εικόνα 3.49: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



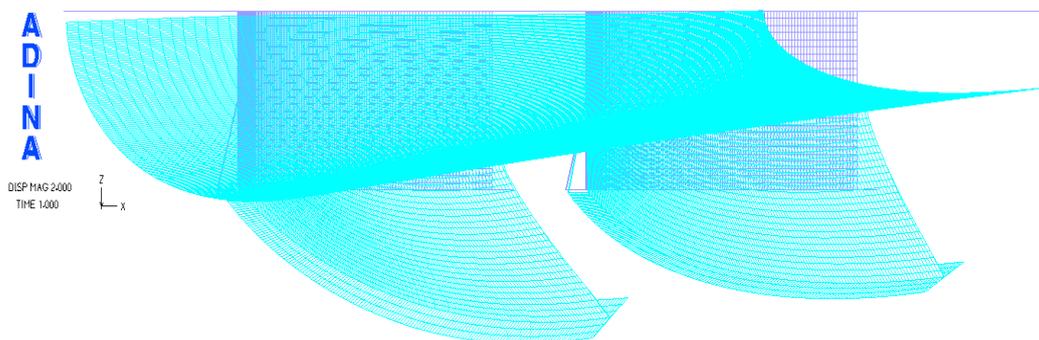
Εικόνα 3.50: Ισοτασική επιφάνεια von Mises για ανάλυση GMNA

Και στην περίπτωση του καμπύλου μοντέλου το όχημα τοποθετήθηκε σε διαφορετικές θέσεις. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε στις δύο άκρες και στο μέσον του ανοίγματος του καταστρώματος και πάνω από τις δύο κύριες δοκούς κατά πλάτος ενώ κατά μήκος βρίσκονταν σε κάθε περίπτωση στο μέσον του ανοίγματος. Για τις περιπτώσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού (GMNA). Οι παρακάτω εγκάρσιες τομές των παραμορφωμένων εικόνων της γέφυρας (Εικόνες 3.51÷3.55) δείχνουν τη μετακίνηση της μεσαίας διατομής σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

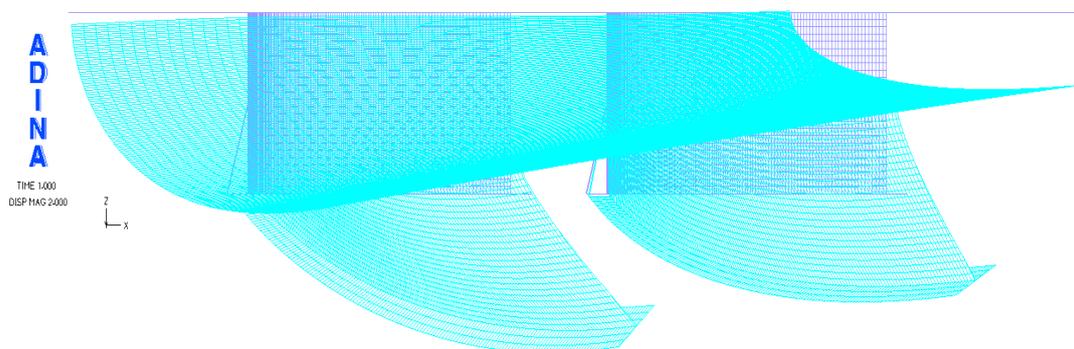
Ομοίως, οι παρακάτω συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας (Διαγράμματα 3.13 και 3.14) απεικονίζουν την επιρροή της τοποθέτησης του οχήματος στη μετατόπιση κατά τους άξονες $z'z$ και $x'x$ αντίστοιχα του φορέα. Ο κόμβος αναφοράς για το πρώτο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση και βρίσκεται στην εξωτερική άκρη του καταστρώματος (Node 11682). Ο κόμβος αναφοράς για το δεύτερο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση και βρίσκεται στη συναρμογή του κορμού της κυρίας δοκού με το κάτω πέλμα (Node 30743).



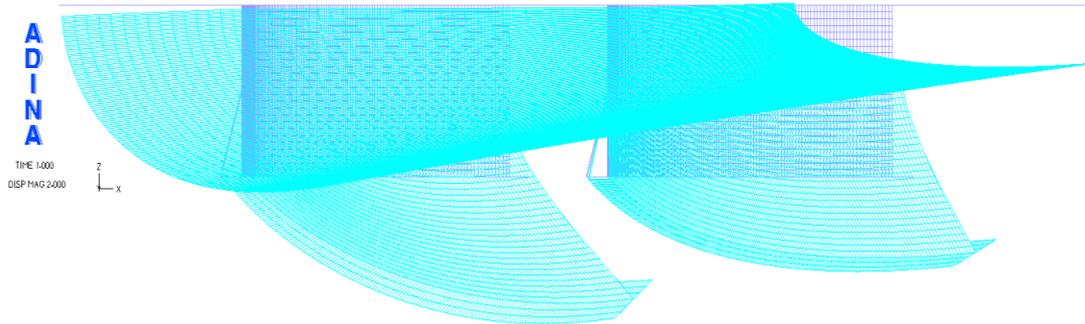
Εικόνα 3.51: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την εσωτερική άκρη του καταστρώματος



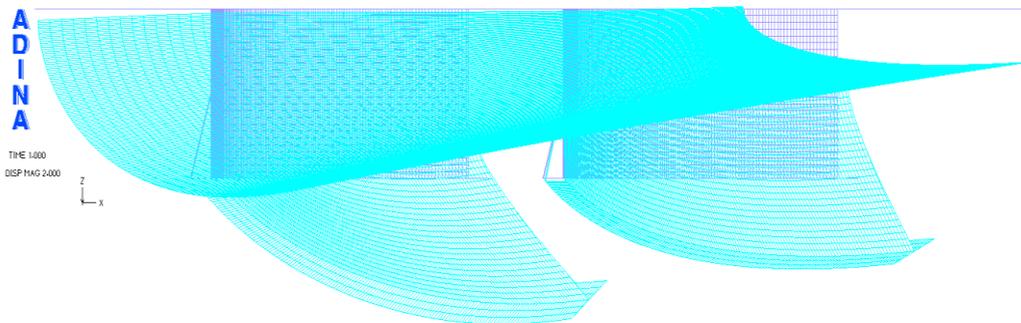
Εικόνα 3.52: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την εσωτερική κύρια δοκό



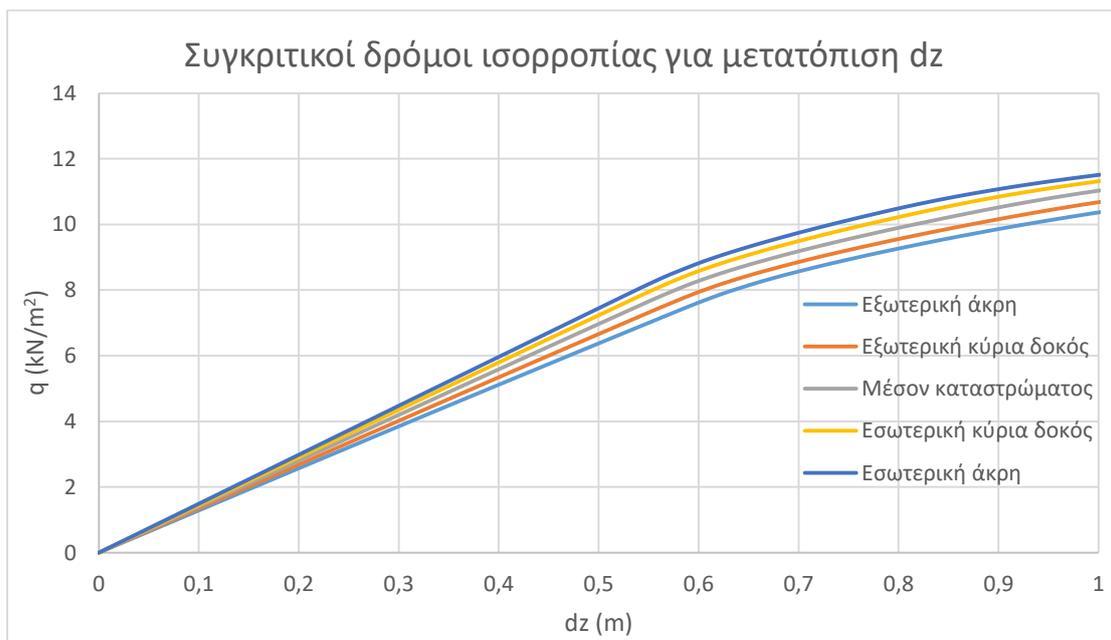
Εικόνα 3.53: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου στο μέσον του καταστρώματος



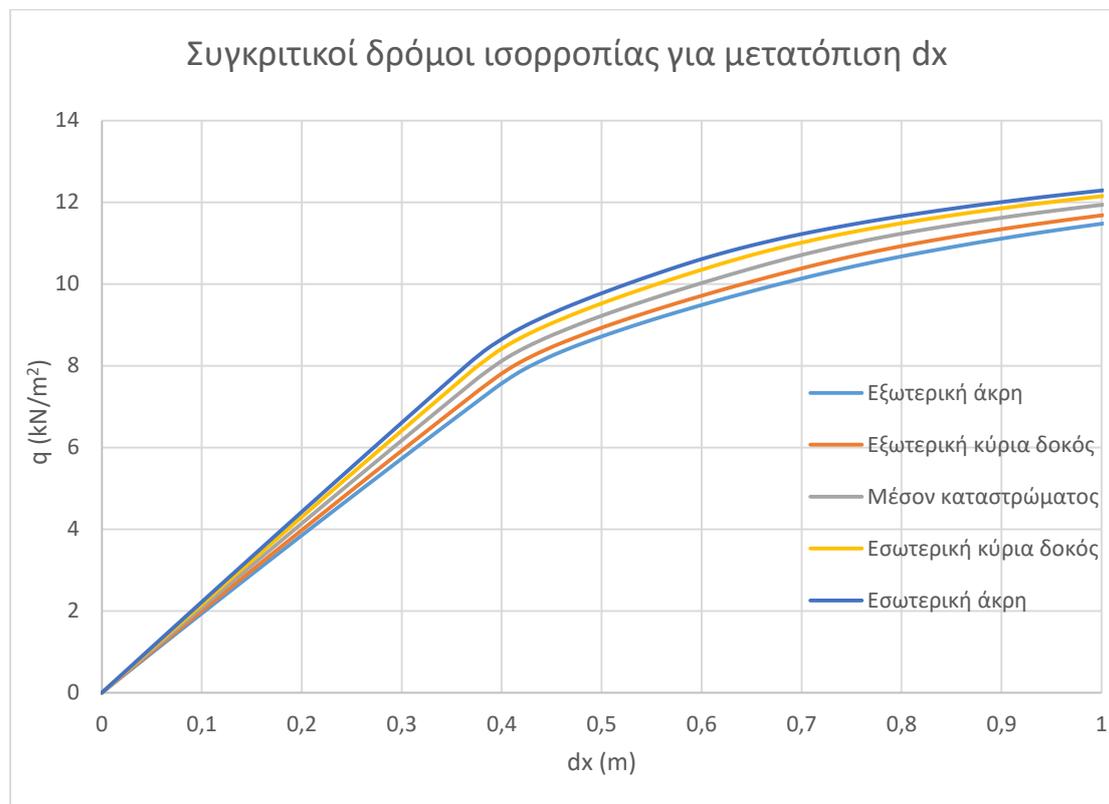
Εικόνα 3.54: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την εξωτερική κύρια δοκό



Εικόνα 3.55: Εγκάρσια τομή για τοποθέτηση του φορτίου πάνω από την εξωτερική άκρη του καταστρώματος



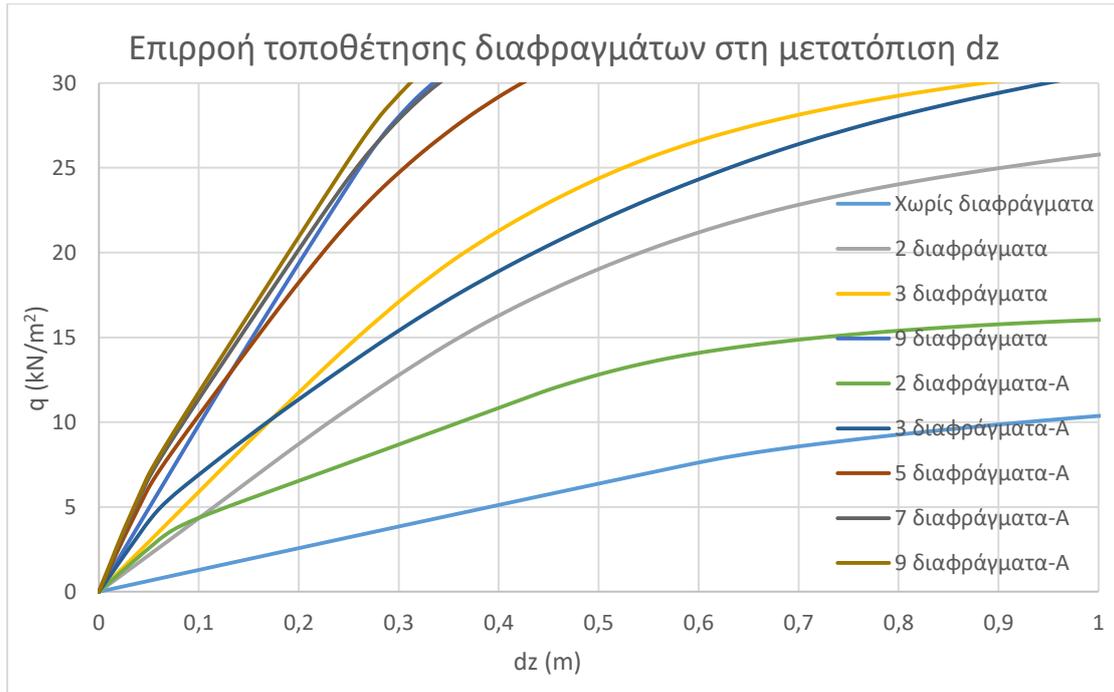
Διάγραμμα 3.13: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dz για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος



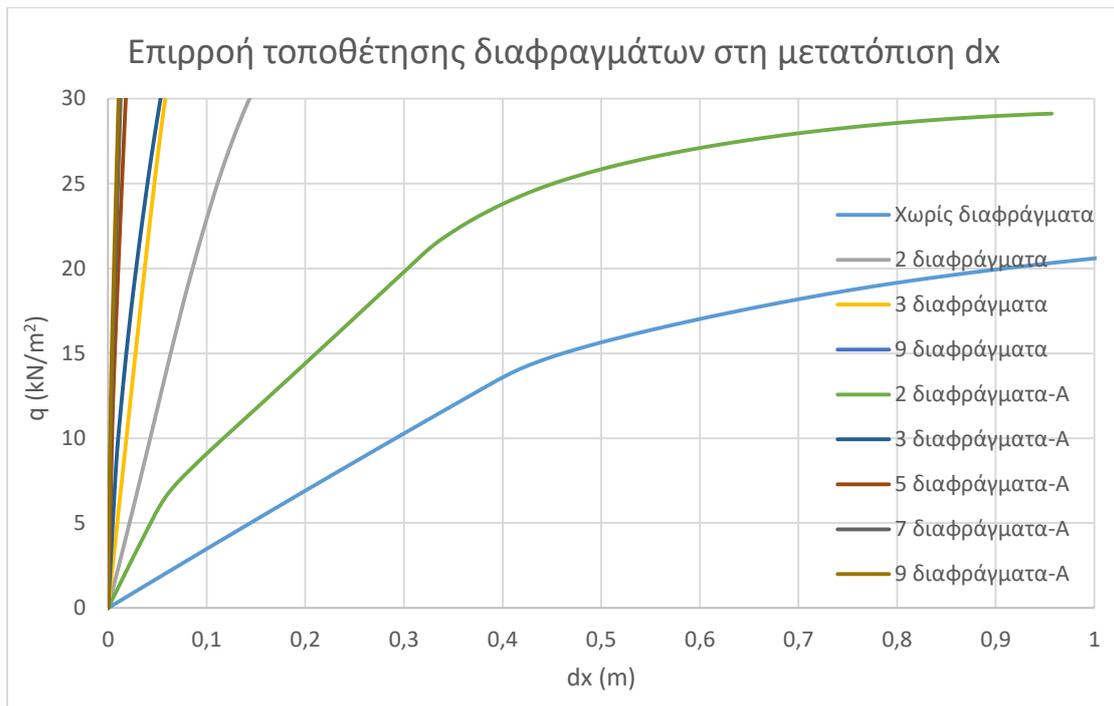
Διάγραμμα 3.14: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dx για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος

Στο καμπύλο μοντέλο μήκους 50m προστέθηκαν στη συνέχεια διαφράγματα, η αναγκαιότητα των οποίων καταδεικνύεται από τις παραπάνω αναλύσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3 και 9 διαφράγματα. Σε κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις τα διαφράγματα τοποθετούνταν σε ίσες αποστάσεις σε ενδιάμεσες θέσεις του φορέα. Στη συνέχεια δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφράγματα εκ των οποίων τα 2 ήταν τοποθετημένα στις ακραίες θέσεις και τα υπόλοιπα σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Οι αναλύσεις αυτές σημειώνονται με την ένδειξη Α παρακάτω.

Πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις υλικού και γεωμετρίας (GMNA) για κάθε περίπτωση. Στα Διαγράμματα 3.15 και 3.16 φαίνονται αντίστοιχα οι δρόμοι ισορροπίας για κατακόρυφη και οριζόντια μετατόπιση. Το πρώτο διάγραμμα έχει κόμβο αναφοράς τον κόμβο 11682 και το δεύτερο τον κόμβο 30743.



Διάγραμμα 3.15: Δρόμοι ισορροπίας GMNA κατακόρυφης μετατόπισης dz για τοποθέτηση διαφραγμάτων

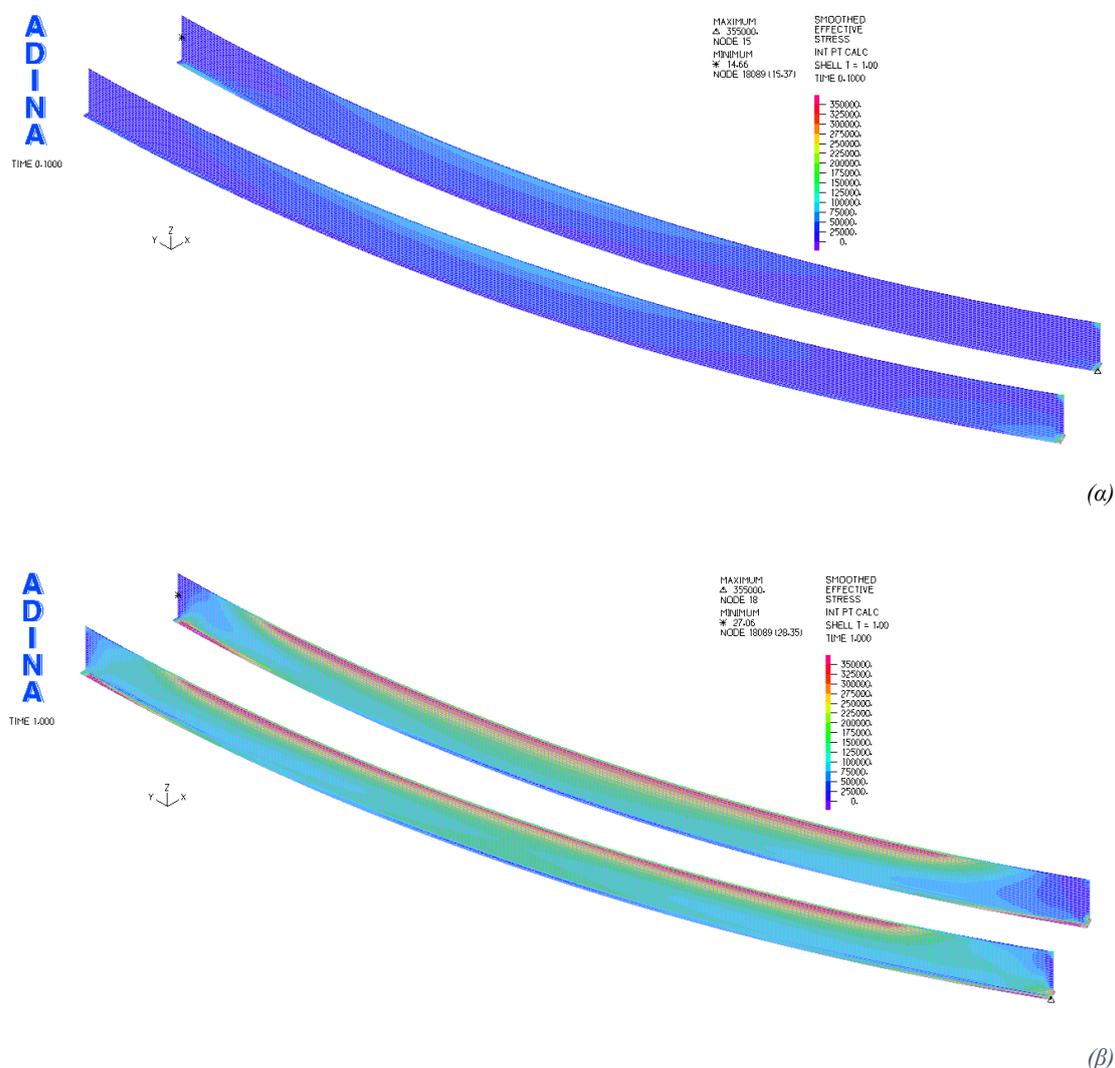


Διάγραμμα 3.16: Δρόμοι ισορροπίας GMNA μετατόπισης dx για τοποθέτηση διαφραγμάτων

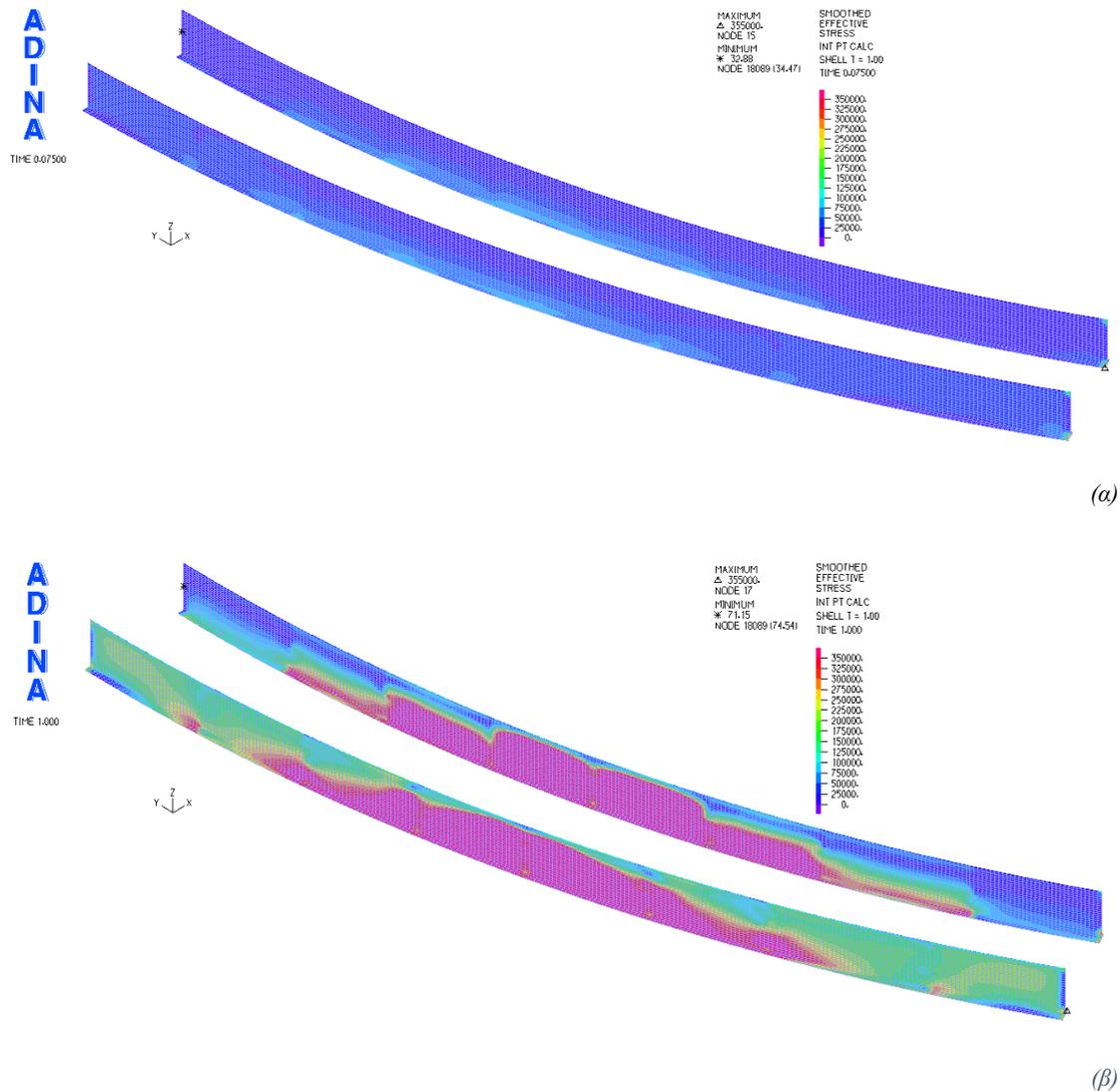
Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι η επιρροή της τοποθέτησης των διαφραγμάτων στη μετατόπιση, τόσο κατά τον άξονα $z'z$, όσο και κατά τον άξονα $x'x$, στο καμπύλο μοντέλο είναι σημαντική σε αντίθεση με αυτήν στο ευθύγραμμο. Η

επιρροή των διαφραγμάτων στις παραπάνω μετατοπίσεις εξαρτάται από το πλήθος και τη διάταξη τους. Η τοποθέτηση 2, 3 ή 5 διαφραγμάτων φαίνεται να είναι καθοριστική για την απόκριση του φορέα. Ωστόσο, η διαφορά στην απόκριση του φορέα για τοποθέτηση 5, 7 ή 9 διαφραγμάτων είναι αμελητέα.

Όσον αφορά την επιρροή των διαφραγμάτων στις τάσεις που αναπτύσσονται στις κύριες δοκούς της γέφυρας, αυτή φαίνεται να είναι αμελητέα για τοποθέτηση 2 ή 3 διαφραγμάτων. Συγκεκριμένα, το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι περίπου σταθερό στις περιπτώσεις με 2 ή 3 και χωρίς διαφράγματα ($q \approx 30 \text{ kN/m}^2$). Στις περιπτώσεις με 5, 7 ή 9 διαφράγματα το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι $q \approx 56 \text{ kN/m}^2$. Η κατανομή των τάσεων δεν έχει σε όλες τις περιπτώσεις την ίδια μορφή σε αντίθεση με το ευθύγραμμο μοντέλο, όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.56 και 3.57.



Εικόνα 3.56: Ισοστατικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 2 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελυταίο στάδιο



Εικόνα 3.57: Ισοστατικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 9 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο

3.2 Κλειστές διατομές

3.2.1 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m

Το επόμενο μοντέλο που εξεταστηκε είναι γέφυρα κλειστής διατομής αμφιέριστου ανοίγματος μήκους $L=50\text{m}$. Αποτελείται από μία κύρια δοκό και πλάκα καταστρώματος. Τα χαρακτηριστικά του καταστρώματος είναι ίδια με αυτά των γεφυρών με ανοιχτή διατομή, δηλαδή έχει συνολικό πλάτος 12m και αποτελείται από μία λωρίδα κυκλοφορίας πλάτους 3.25m , μία λωρίδα έκτακτης ανάγκης (ΛΕΑ) πλάτους 1.75m και πεζοδρόμιο πλάτους 1m ανά κατεύθυνση. Οριζοντιογραφικά η γέφυρα βρίσκεται σε ευθυγραμμία και με σταθερή κατά μήκος κλίση ερυθράς 0% . Η πλάκα του σκυροδέματος έχει πάχος 0.30m και τα ασφαλικά 0.10m . Το συνολικό πάχος των πεζοδρομίων είναι 0.50m και αποτελείται από οπλισμένο σκυρόδεμα και την προβλεπόμενη επικάλυψη. Τα επιλεγόμενα υλικά είναι και σε αυτή την περίπτωση χάλυβας ποιότητας S355 και σκυρόδεμα κατηγορίας C30/37.

Τα φορτία σχεδιασμού είναι ίδια με τις προαναφερθείσες περιπτώσεις και προκύπτει επιφανειακά κατανομημένο στο κατάστρωμα φορτίο σχεδιασμού $q_{ed}=29.6\text{kN/m}$. Ωστόσο στο μοντέλο εισάχθηκε ως επιφανειακά κατανομημένο φορτίο μόνο το φορτίο λόγω μόνιμων και πρόσθετων μόνιμων. Η κυκλοφορία εισάχθηκε, όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, ως έκκεντρο συγκεντρωμένο φορτίο. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε το μεγαλύτερο συγκεντρωμένο φορτίο και σε κατάλληλες αποστάσεις, όπως προβλέπεται από τους Ευρωκώδικες, δηλαδή 300kN ανά άξονα σε απόσταση 2m στη διαμήκη διεύθυνση και 1.20m στην εγκάρσια διεύθυνση. Τοποθετήθηκαν στη μέση διατομή στην άκρη του καταστρώματος.

Από το φορτίο που υπολογίστηκε παραπάνω για την περίπτωση αυτή προέκυψε ροπή σχεδιασμού και η απαιτούμενη πλαστική ροπή αντίστασης:

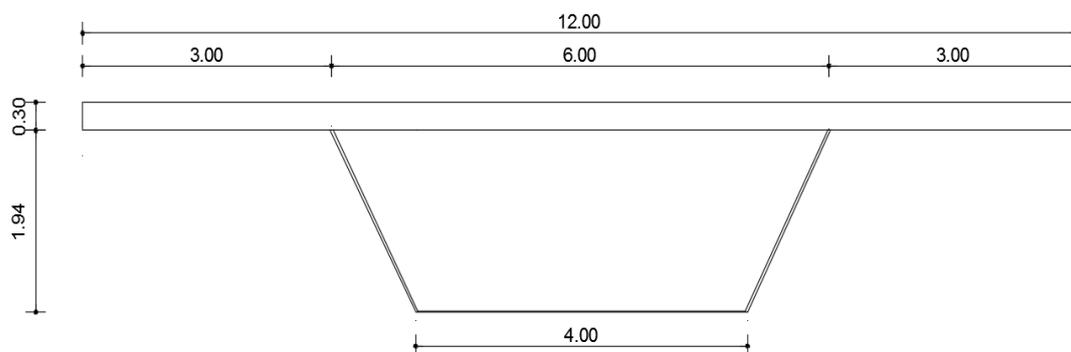
$$M_{ed} = \frac{ql^2}{8} = \frac{355.6 \times 50^2}{8} = 111114 \text{ kNm} \quad (3.10\alpha)$$

$$W_{req} = \frac{M_{ed}}{f_y} = \frac{111114 \times 100}{35.5} = 312998 \text{ cm}^3 \quad (3.10\beta)$$

Επιλέχθηκε χαλύβδινη συγκολλητή διατομή μορφής κιβωτίου. Τα χαρακτηριστικά της διατομής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 4.3) και στην παρακάτω εικόνα (Εικόνα 3.58).

Πίνακας 3.3: Χαρακτηριστικά επιλεγείσας κλειστής διατομής για άνοιγμα 50m

	b (mm)	I (mm)	h (mm)	A (mm²)
Αριστερό έλασμα	30	2200	196	66000
Δεξί έλασμα	30	2200	196	66000
Πέλμα	4000	4000	40	120000
Συνολικά				252000



Εικόνα 3.58: Εγκάρσια τομή της σύμμικτης γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m

Για τη διατομή αυτή προκύπτουν τα εξής γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά:

$$I_z=109386621\text{cm}^3 \quad (3.11\alpha)$$

$$I_x=47756368\text{cm}^3 \quad (3.11\beta)$$

$$z_{\kappa\beta}=58.3\text{cm} \quad (3.11\gamma)$$

$$W_{pl} = \frac{I_x}{d} = \frac{47756368}{196-58.3} = 347001\text{cm}^3 \quad (3.11\delta)$$

$$W_{pl} = 347001\text{cm}^3 > W_{req}=312998\text{cm}^3 \quad (3.11\epsilon)$$

Εξετάστηκε η κατηγορία της διατομής από όπου το δεξί και το αριστερό έλασμα προέκυψαν να είναι κατηγορίας 3 και το πέλμα κατηγορίας 4, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\text{Κατηγορία αριστερού ελάσματος: } \frac{c}{t} = \frac{220-3}{3} = 72.33 < 100.44: \text{κατηγορία 3} \quad (3.12\alpha)$$

$$\text{Κατηγορία δεξιού ελάσματος: } \frac{c}{t} = \frac{220-3}{3} = 72.33 < 100.44: \text{κατηγορία 3} \quad (3.12\beta)$$

$$\text{Κατηγορία πέλματος: } \frac{c}{t} = \frac{400-3-3}{6} = 131.33 > 100.44: \text{κατηγορία 4} \quad (3.12\gamma)$$

Διατομή κατηγορίας 4

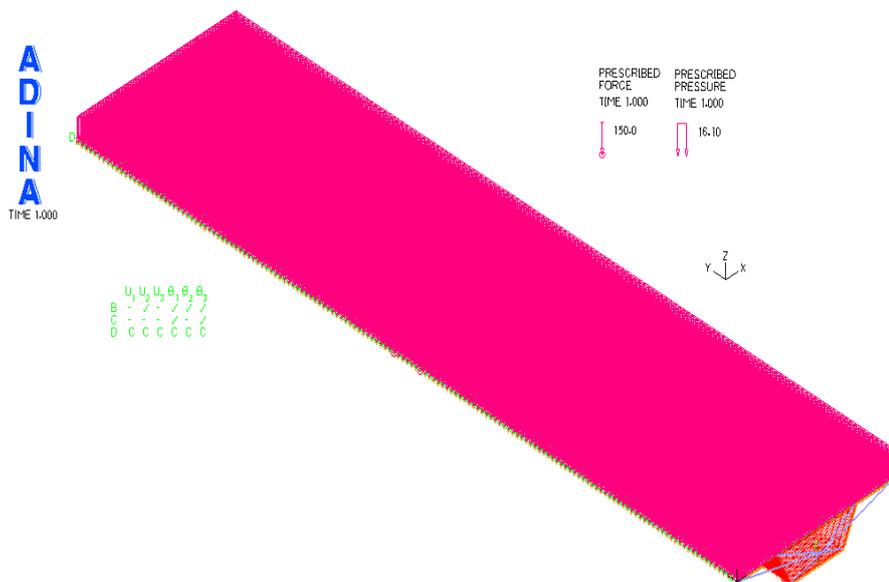
Για την παραπάνω διατομή η καμπτική ροπή αντοχής και το φορτίο αντοχής προκύπτουν:

$$M_{rd} = W_y f_y = \frac{347001 \times 35.5}{100} = 123186\text{kNm} \quad (3.13\alpha)$$

$$q_{rd} = \frac{M_{rd}}{\frac{l^2}{8}} = \frac{123186}{\frac{50^2}{8}} = 32.8\text{kN/m}^2 \quad (3.13\beta)$$

Η διατομή αυτή είναι κλειστή επομένως δεν είναι ευαίσθητη σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Για το λόγο αυτό ο μειωτικός συντελεστής ισούται με τη μονάδα ($x_{LT}=1$).

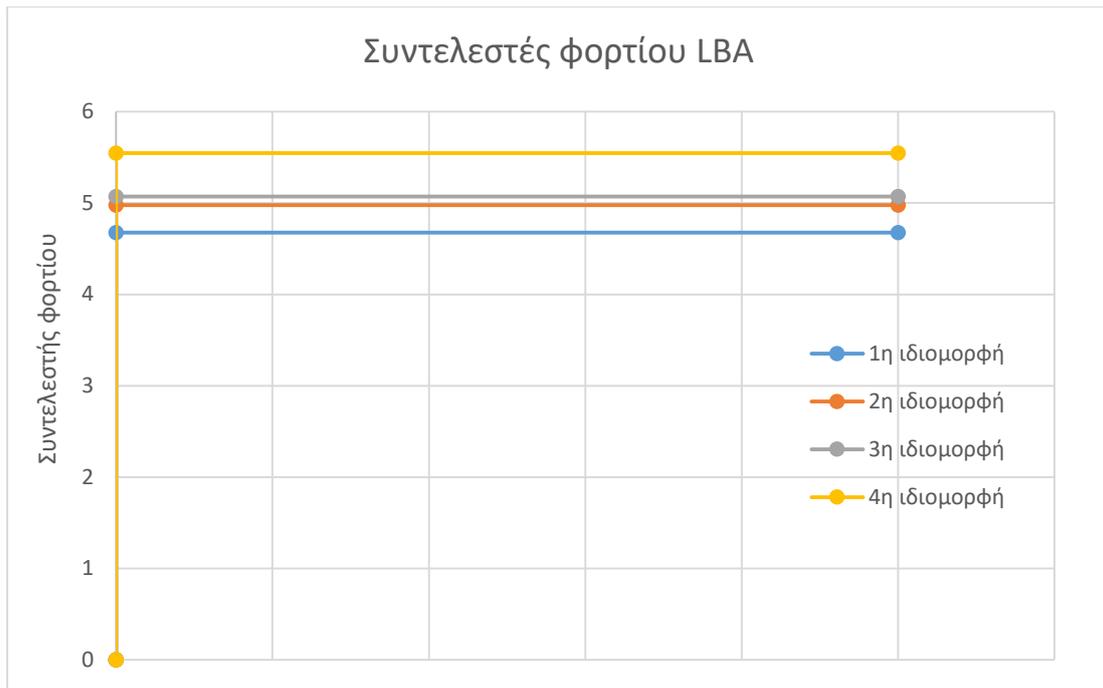
Το προσομοίωμα της σύμμικτης ευθύγραμμης γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m φαίνεται στην Εικόνα 3.59.



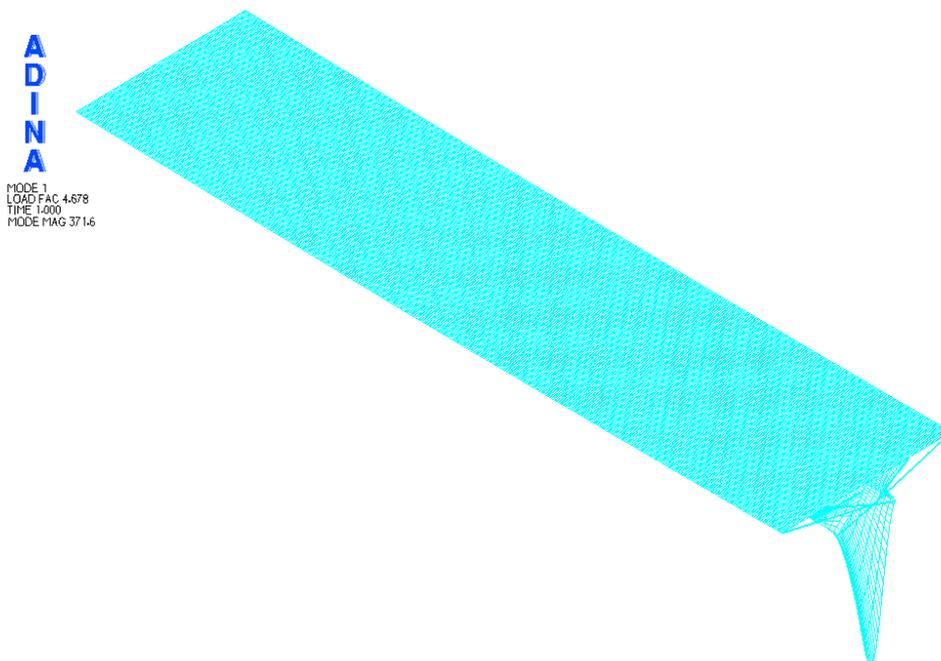
Εικόνα 3.59: Προσομοίωμα γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m

Για την περίπτωση αυτή πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού με και χωρίς αρχικές ατέλειες. Κρίσιμος είναι ο συνδυασμός της μη γραμμικότητας υλικού και γεωμετρίας, με αποτέλεσμα οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA να μην ταυτίζονται σε αντίθεση με την ανοιχτή διατομή. Η εισαγωγή αρχικών ατελειών στο φορέα δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της ανάλυσης. Σε χαμηλές τιμές του συντελεστή φορτίου εμφανίζονταν τοπικός λυγισμός στις ακραίες διατομές του φορέα. Ωστόσο ο κίνδυνος για τοπικό λυγισμό εξαλείφονταν με την τοποθέτηση διαφραγμάτων στις ακραίες διατομές του φορέα.

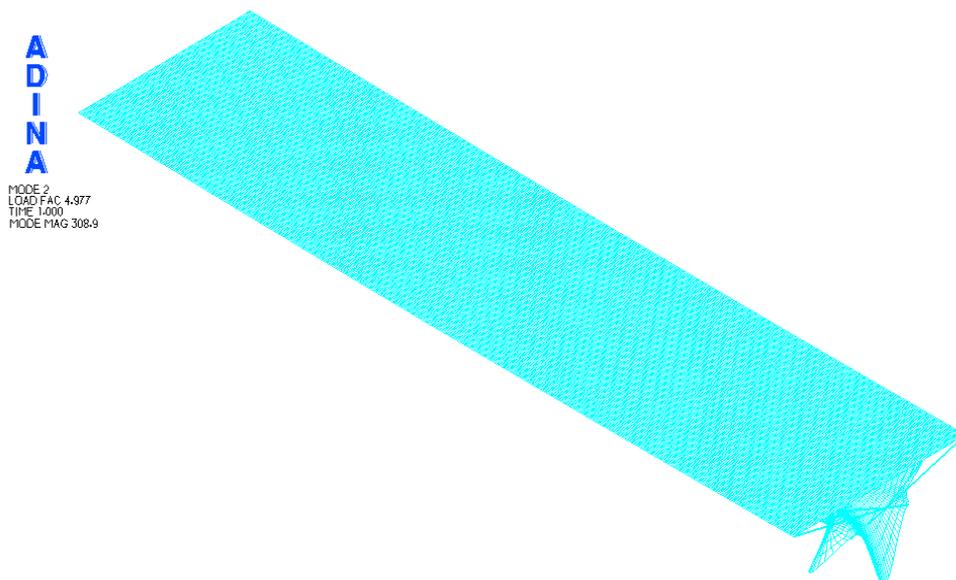
Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.3. Στις Εικόνες 3.60 και 3.61 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα (Διάγραμμα 3.13), το οποίο περιλαμβάνει τους δρόμους ισορροπίας για τον κόμβο που βρίσκεται στη μεσσαία διατομή στην άκρη του καταστρώματος και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετακίνηση (Node 2386).



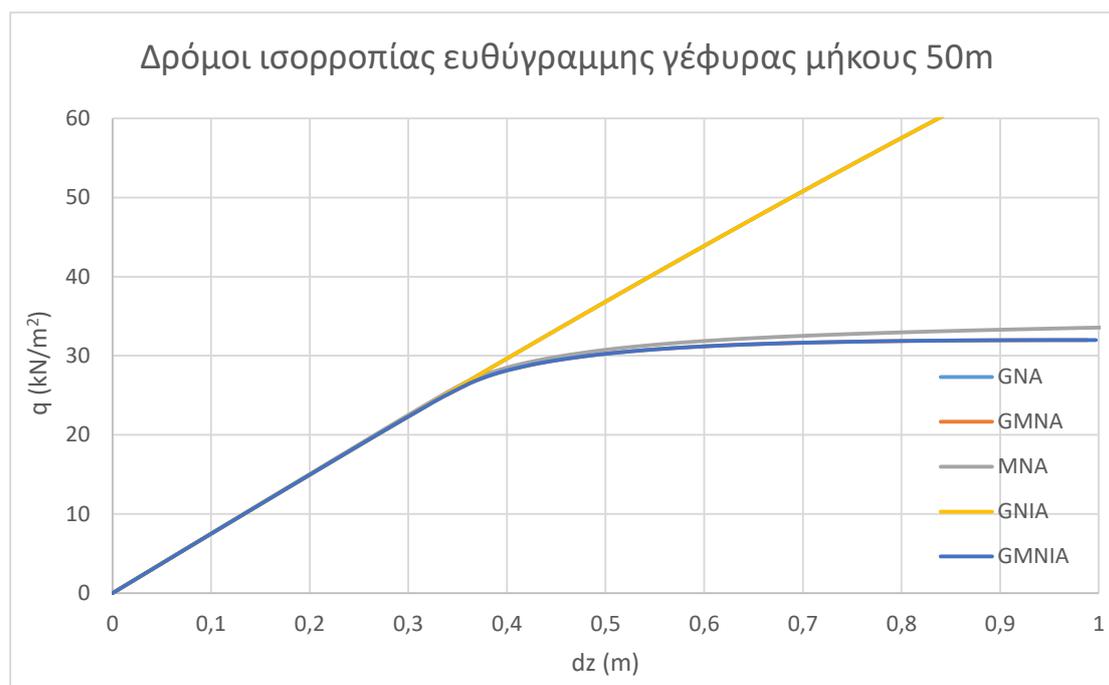
Διάγραμμα 3.17: Συντελεστές φορτίου ανάλυσης LBA ευθύγραμμης γέφυρας μήκους 50m



Εικόνα 3.60: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

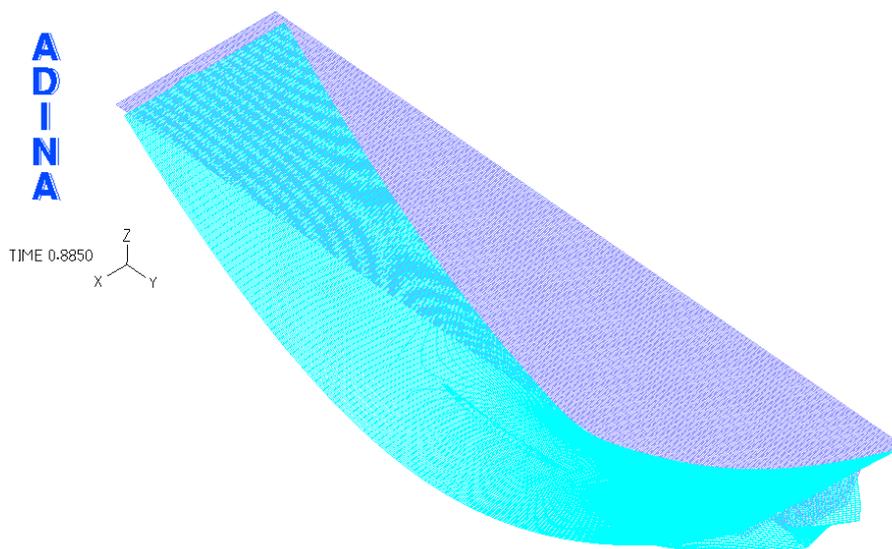


Εικόνα 3.61: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

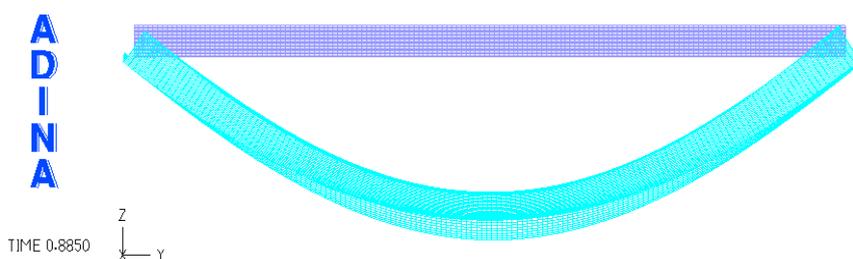


Διάγραμμα 3.18: Δρόμοι ισορροπίας σύμμεκτης ευθύγραμμης γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m

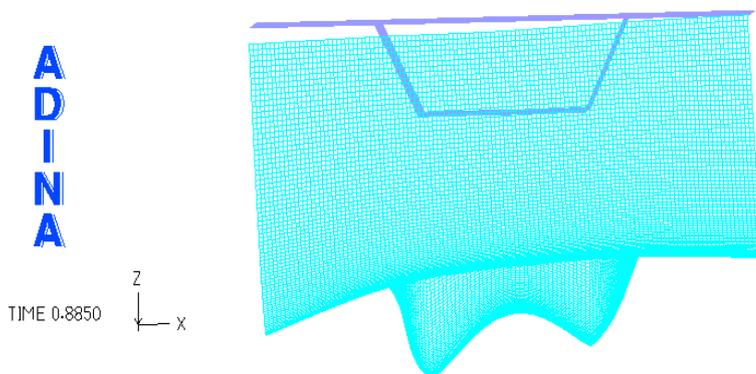
Στις Εικόνες 3.62÷3.69 παρουσιάζονται οι παραμορφωμένες εικόνες σε προοπτικό, πλάγια όψη και εγκάρσια τομή και οι ισοτασικές επιφάνειες για τάση von Mises για τις αναλύσεις GNA και GMNA. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



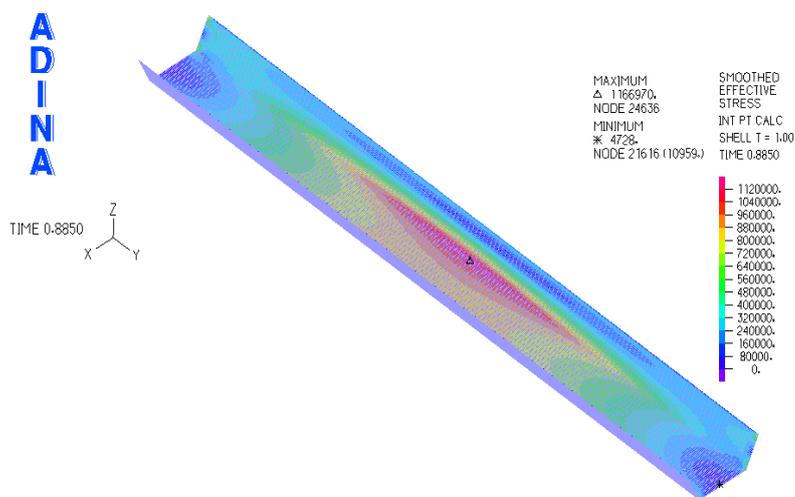
Εικόνα 3.62: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



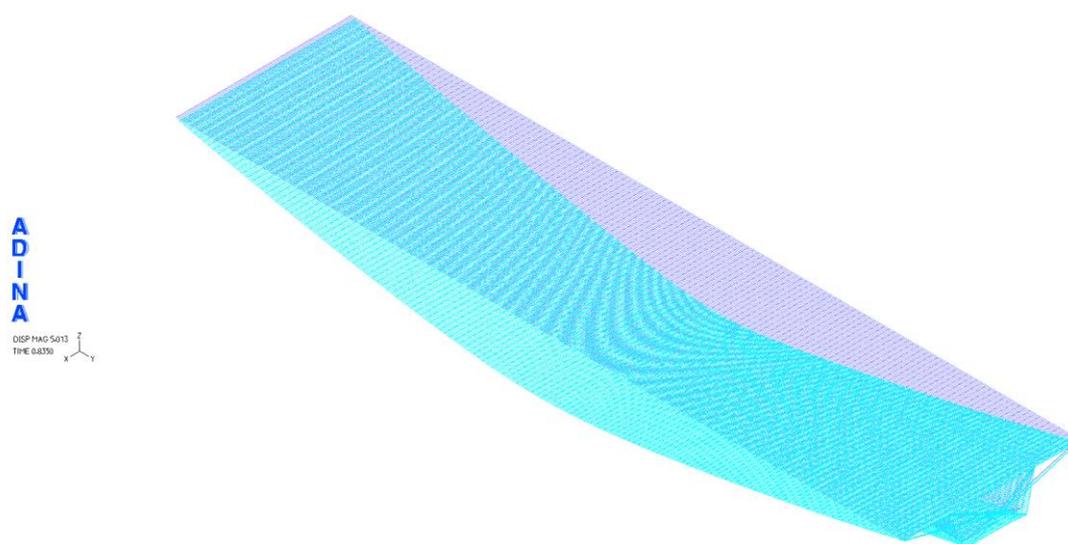
Εικόνα 3.63: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



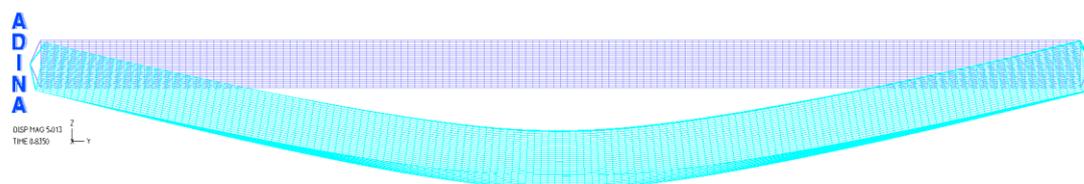
Εικόνα 3.64: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



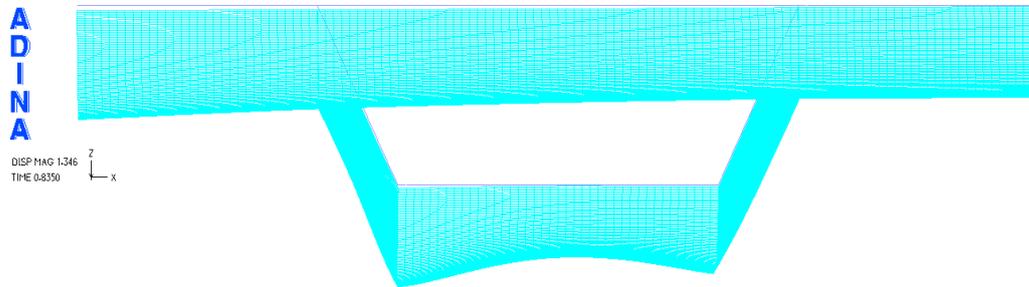
Εικόνα 3.65: Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GNA



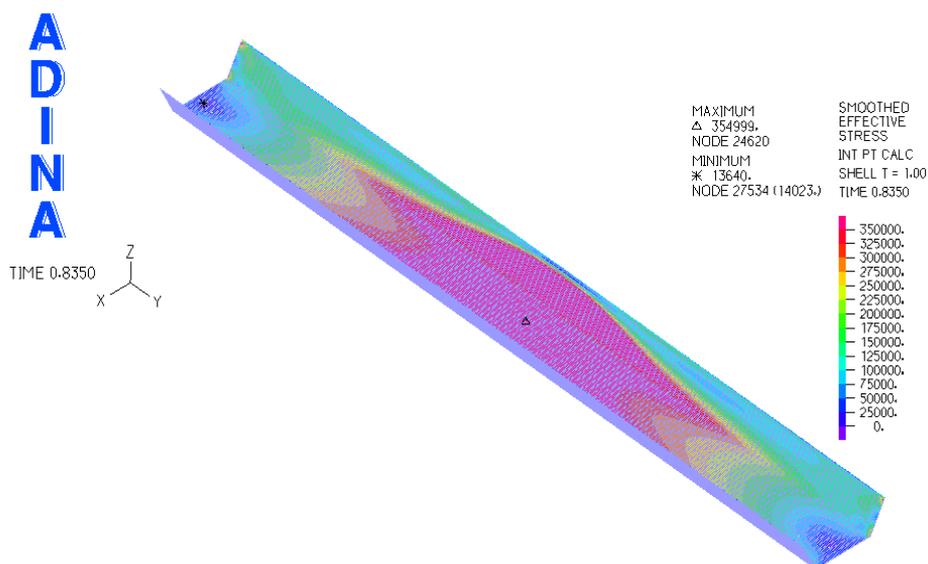
Εικόνα 3.66: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.67: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



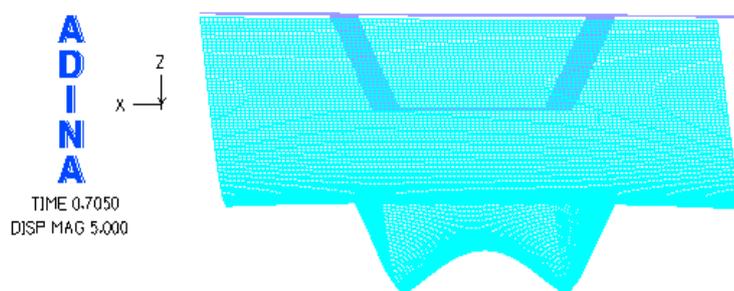
Εικόνα 3.68; Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



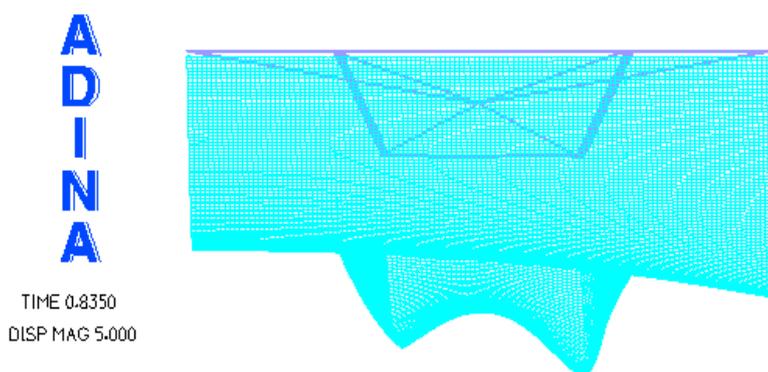
Εικόνα 3.69; Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GMNA

Και στην περίπτωση μοντέλου κλειστής διατομής το όχημα τοποθετήθηκε σε διαφορετικές θέσεις. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε στην άκρη και στο μέσον του καταστρώματος στη μεσσαία διατομή. Για τις περιπτώσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού (GMNA). Οι παρακάτω εγκάρσιες τομές των παραμορφωμένων εικόνων της γέφυρας (Εικόνες 3.70÷3.71) δείχνουν τη μετακίνηση της μεσσαίας διατομής σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

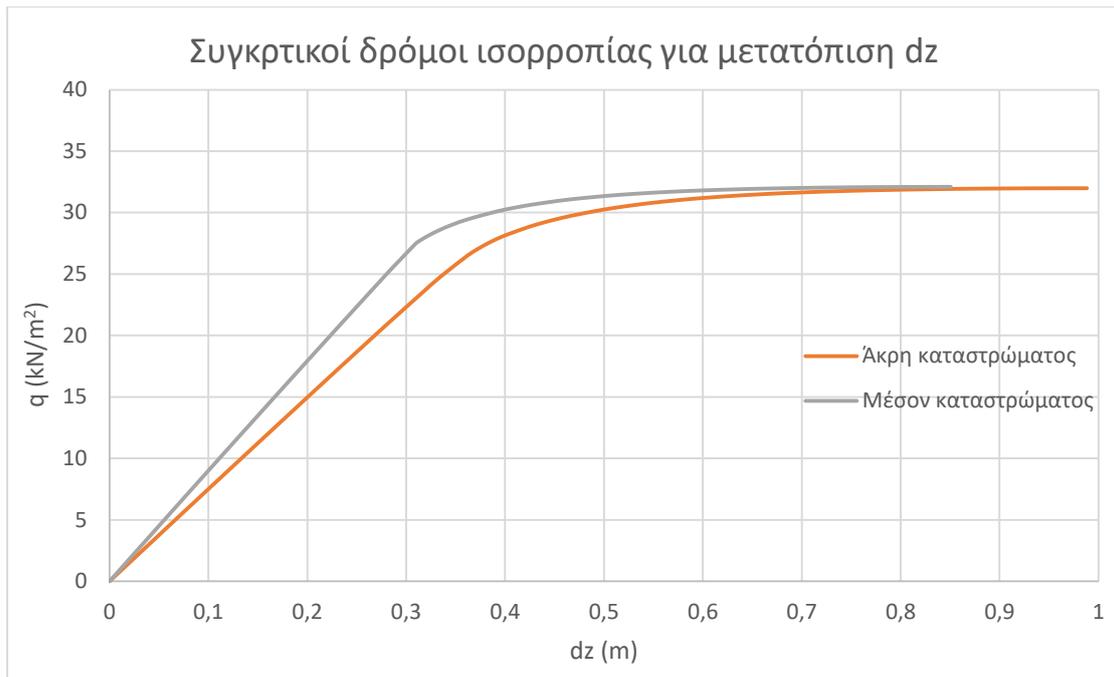
Ομοίως, οι παρακάτω συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας (Διαγράμματα 3.19 και 3.20) απεικονίζουν την επιρροή της τοποθέτησης του οχήματος στη μετατόπιση κατά τους άξονες z και x αντίστοιχα του φορέα. Ο κόμβος αναφοράς για το πρώτο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση και βρίσκεται στην εξωτερική άκρη του καταστρώματος (Node 2386). Ο κόμβος αναφοράς για το δεύτερο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση και βρίσκεται στη συναρμογή του πλαγίου ελάσματος με το πέλμα της κυρίας δοκού (Node 2952). Στο Διάγραμμα 3.20 γίνεται παράλληλα σύγκριση των παραπάνω δρόμων ισορροπίας με τον αντίστοιχο δρόμο ισορροπίας της ευθύγραμμης γέφυρας ανοιχτής διατομής, ο οποίος έχει κατασκευαστεί με κόμβο αναφοράς τον αντίστοιχο κόμβο με τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.



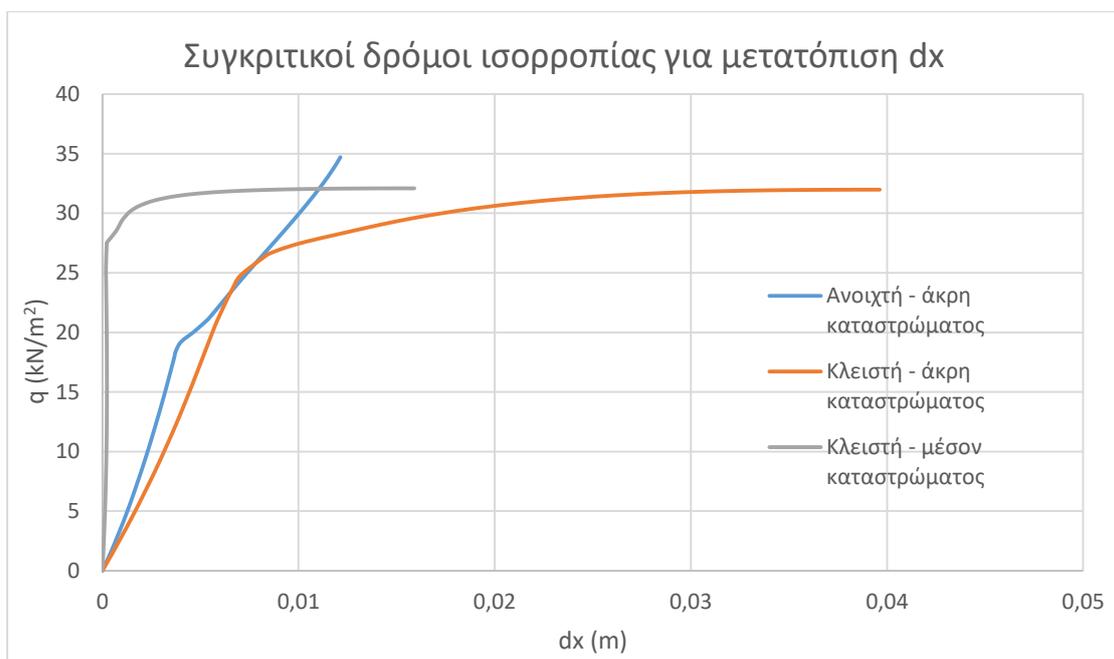
Εικόνα 3.70: Εγκάρσια τομή γέφυρας για τοποθέτηση του οχήματος στο μέσον του καταστρώματος



Εικόνα 3.71: Εγκάρσια τομή γέφυρας για τοποθέτηση του οχήματος στην άκρη του καταστρώματος



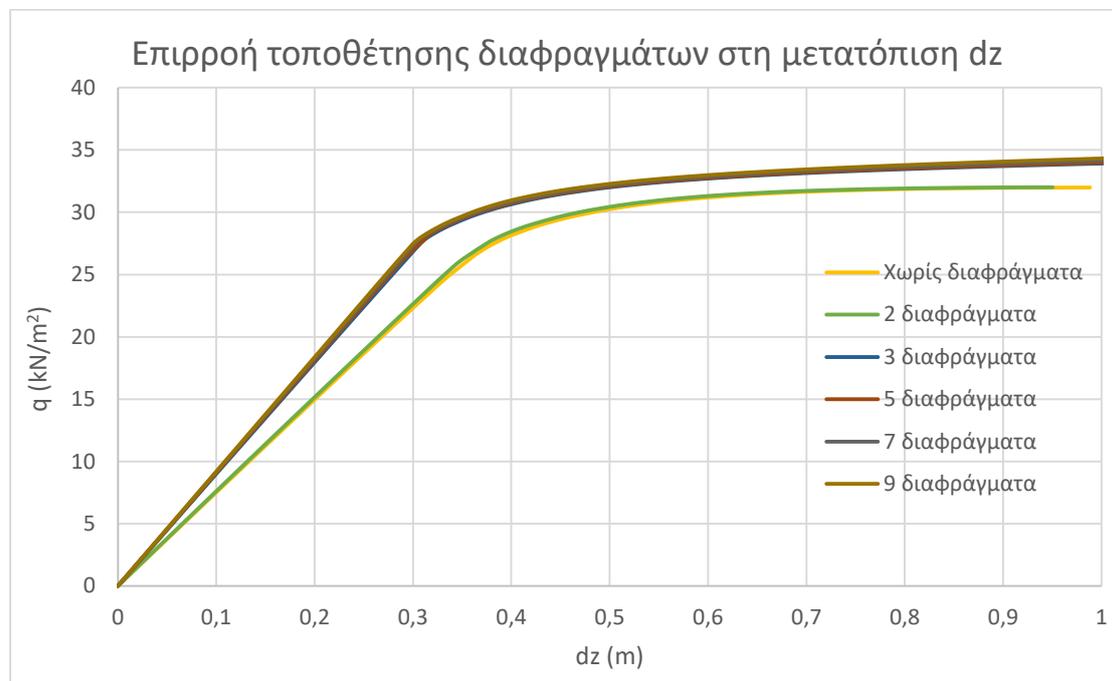
Διάγραμμα 3.19: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dz για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος



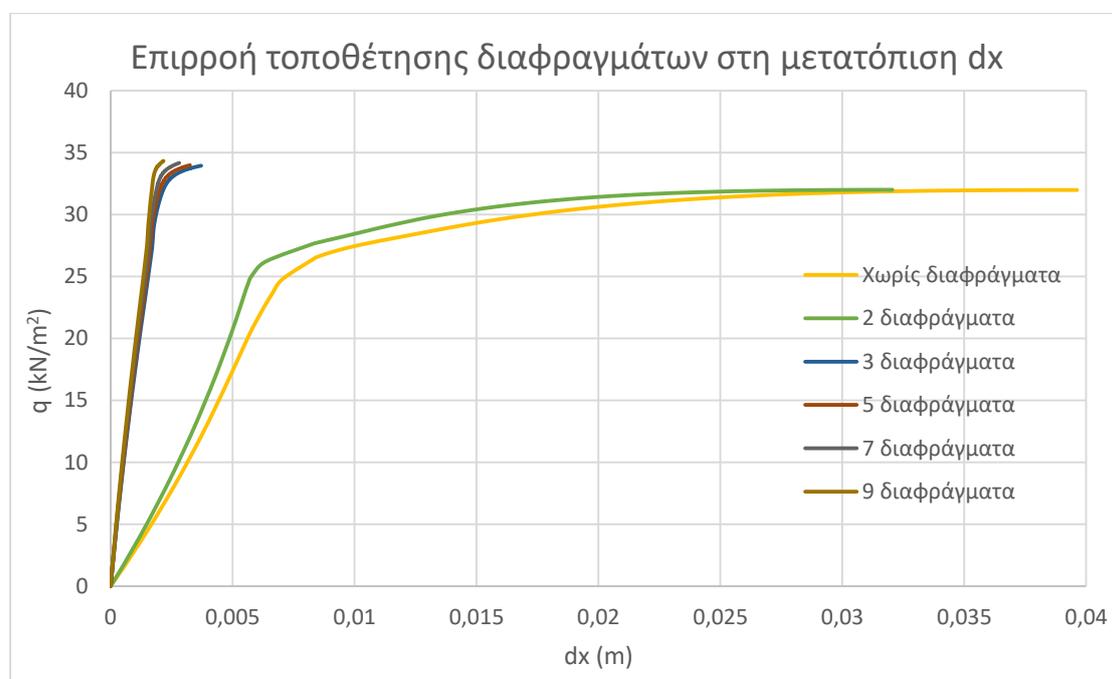
Διάγραμμα 3.20: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dx για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος

Στο μοντέλο προστέθηκαν στη συνέχεια διαφράγματα, η αναγκαιότητα των οποίων καταδεικνύεται από τις παραπάνω αναλύσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφραγματα, εκ των οποίων τα 2 ήταν τοποθετημένα στις ακραίες θέσεις και τα υπόλοιπα σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές

αναλύσεις υλικού και γεωμετρίας (GMNA) για κάθε περίπτωση. Στα Διαγράμματα 3.21 και 3.22 φαίνονται αντίστοιχα οι δρόμοι ισορροπίας για κατακόρυφη μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς 2386 και για οριζόντια μετατόπιση για τον κόμβο 30743.



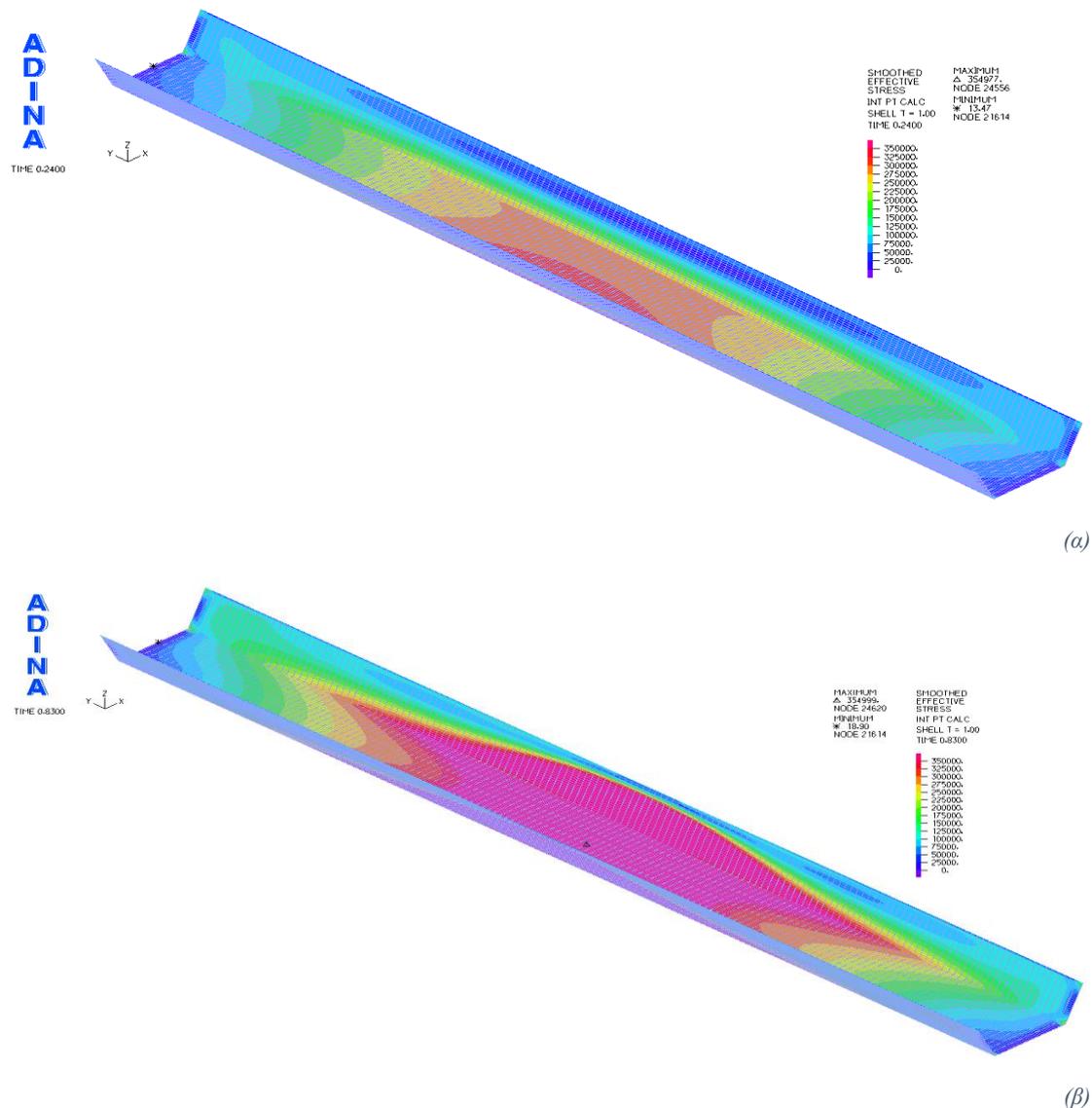
Διάγραμμα 3.21: Δρόμοι ισορροπίας GMNA κατακόρυφης μετατόπισης dz για τοποθέτηση διαφραγμάτων



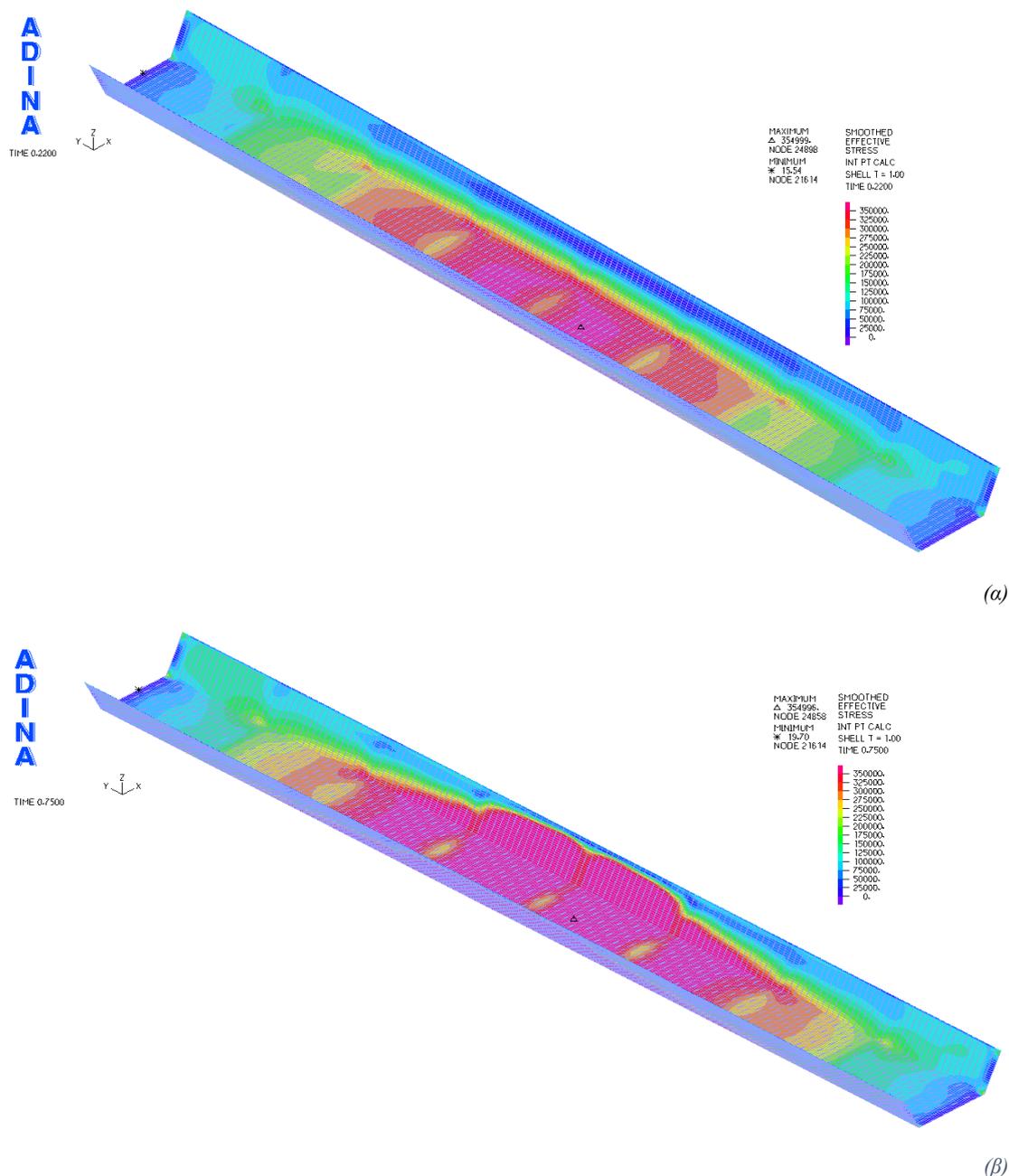
Διάγραμμα 3.22: Δρόμοι ισορροπίας GMNA οριζόντιας μετατόπισης dx για τοποθέτηση διαφραγμάτων

Η τοποθέτηση των δύο ακραίων διαφραγμάτων φαίνεται από τα παραπάνω διαγράμματα να μη διαδραματίζει σημαντικό ρόλο. Ωστόσο, όπως προαναφέρθηκε, με την τοποθέτηση τους αποφεύγεται ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού σε χαμηλές τιμές του συντελεστή φορτίου, όπως προκύπτει από την ανάλυση LBA. Καθοριστική είναι η τοποθέτηση του τρίτου διαφράγματος στη μεσσαία διατομή του ανοίγματος, ιδιαίτερα για την οριζόντια μετατόπιση dx και λιγότερο για την κατακόρυφη μετατόπιση dz . Η τοποθέτηση 5, 7 και 9 διαφραγμάτων στο προσομοίωμα δεν έχει καμία επίδραση στη μετατόπιση του φορέα.

Όσον αφορά την επιρροή των διαφραγμάτων στις τάσεις που αναπτύσσονται στις κύριες δοκούς της γέφυρας, αυτή φαίνεται να είναι αμελητέα για τοποθέτηση 2, 3, 5, 7 ή 9 διαφραγμάτων. Συγκεκριμένα, το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι περίπου σταθερό σε όλες τις περιπτώσεις ($q \approx 25 \text{ kN/m}^2$). Η κατανομή των τάσεων έχει σε όλες τις περιπτώσεις παρόμοια μορφή, όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.72 και 3.73.



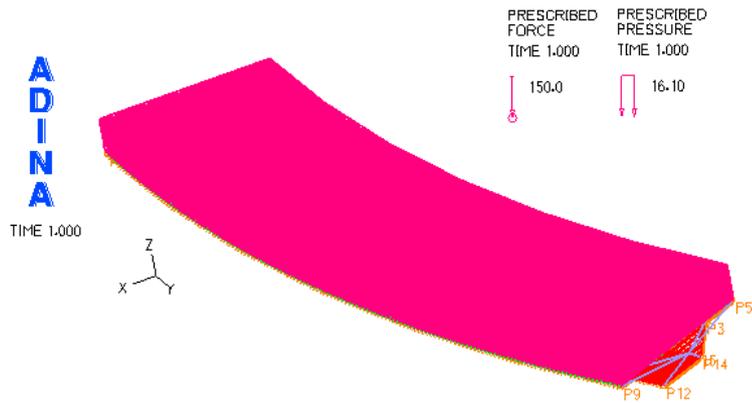
Εικόνα 3.72: Ισοτασικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 2 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο



Εικόνα 3.73: Ισοτασικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 9 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο

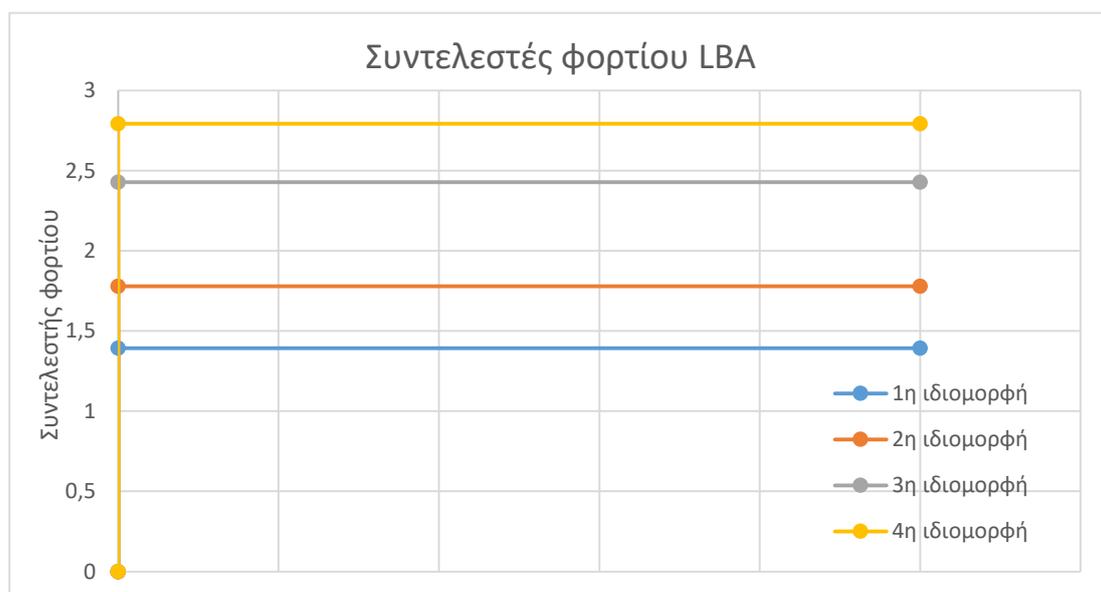
3.2.2 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m

Για την προσομοίωση του καμπύλου μοντέλου επιλέχθηκε, όπως και στο προηγούμενο καμπύλο μοντέλο ακτίνα $R=100m$. Το άνοιγμα είναι αμφιέριστο μήκους 50m. Τα χαρακτηριστικά του καταστρώματος παραμένουν σταθερά, όπως και τα φορτία σχεδιασμού. Επιλέχθηκε η ίδια συγκολλητή διατομή που επιλέχθηκε και για το αντίστοιχο ευθύγραμμο μοντέλο, τα χαρακτηριστικά της οποίας φαίνονται στον Πίνακα 3.3. Το προσομοίωμα για την περίπτωση αυτή φαίνεται στην Εικόνα 3.74.

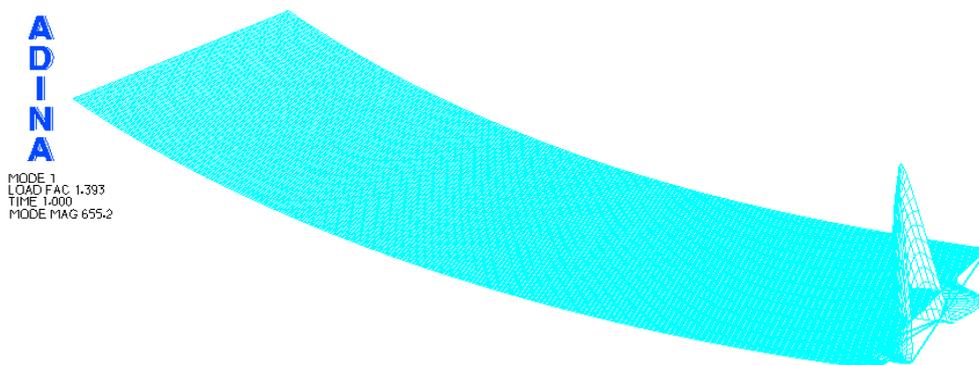


Εικόνα 3.74: Προσομοίωμα καμπύλης σύμμικτης γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m

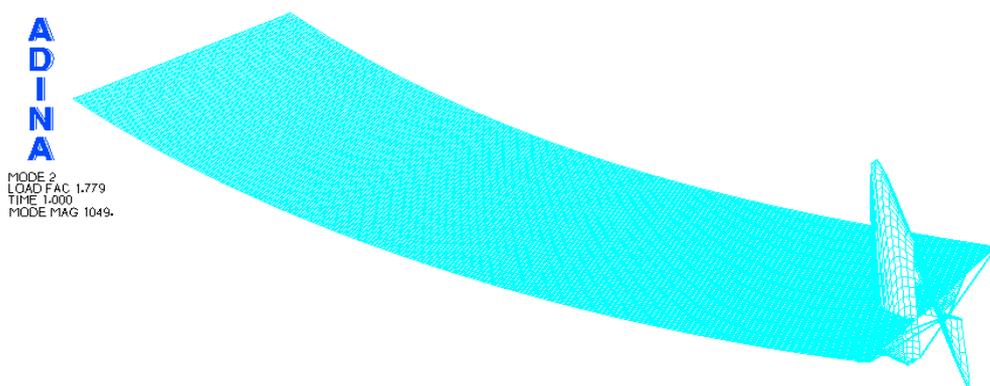
Για το καμπύλο μοντέλο πραγματοποιήθηκαν αρχικά γραμμική και μη γραμμικές αναλύσεις. Οι μη γραμμικές αναλύσεις περιλαμβάνουν μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας, μη γραμμική ανάλυση υλικού και μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Όπως και στα προηγούμενα μοντέλα, κρίσιμος είναι ο συνδυασμός της μη γραμμικότητας της γεωμετρίας και του υλικού. Πραγματοποιήθηκε επίσης γραμμική ανάλυση λυγισμού και μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλειες. Η επιρροή των αρχικών ατελειών είναι ασήμαντη, αφού οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων GNA και GNIA, καθώς και GMNA και GMNIA ταυτίζονται. Οι συντελεστές των φορτίων των 4 πρώτων ιδιομορφών λυγισμού φαίνονται στο Διάγραμμα 3.23. Στις εικόνες 3.71 και 3.72 φαίνονται τα σχήματα των δύο πρώτων ιδιομορφών λυγισμού. Οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων αυτών για τον κόμβο που βρίσκεται στη μεσσαία διατομή στην άκρη του καταστρώματος (Node 13824), φαίνονται στο Διάγραμμα 3.24.



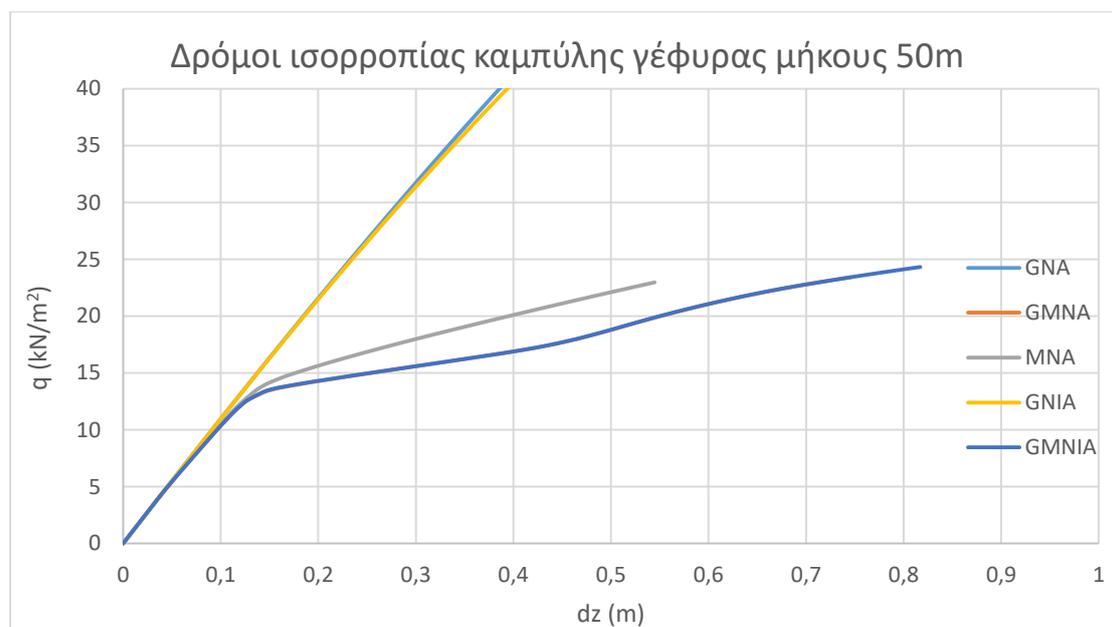
Διάγραμμα 3.23: Συντελεστές φορτίου ανάλυσης LBA ευθύγραμμης γέφυρας μήκους 50m



Εικόνα 3.75: Σχήμα 1^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

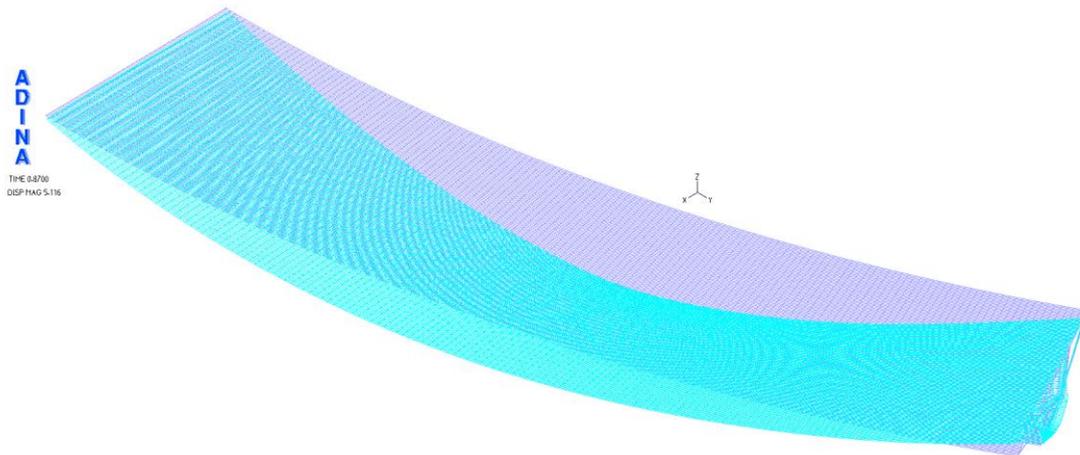


Εικόνα 3.76: Σχήμα 2^{ης} ιδιομορφής λυγισμού για την ευθύγραμμη γέφυρα μήκους 50m

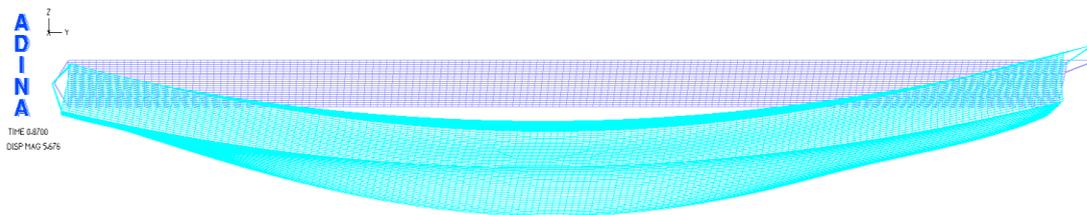


Διάγραμμα 3.24: Δρόμοι ισορροπίας καμπύλης σύμμικτης γέφυρας κλειστής διατομής μήκους 50m

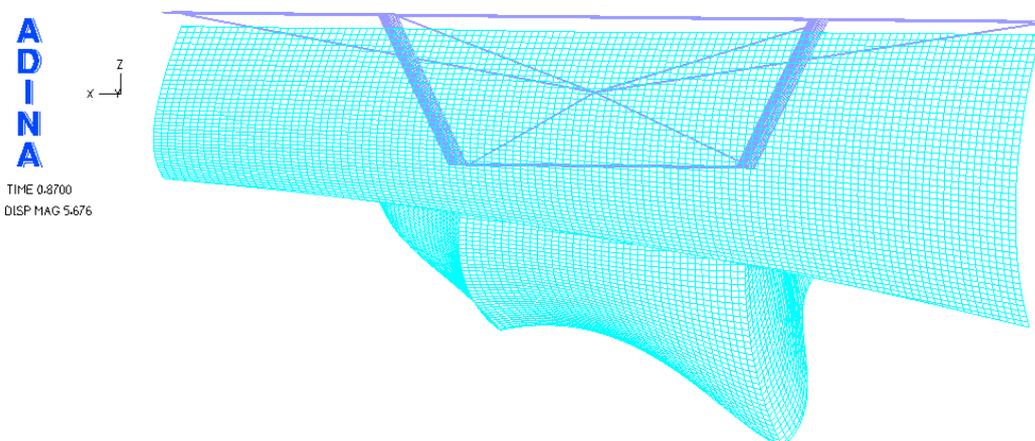
Στις Εικόνες 3.77÷3.84 παρουσιάζονται οι παραμορφωμένες εικόνες σε προοπτικό, πλάγια όψη και εγκάρσια τομή και οι ισοτασικές επιφάνειες για τάση von Mises για τις αναλύσεις GNA και GMNA. Οι αντίστοιχες εικόνες για τις υπόλοιπες αναλύσεις παραλείπονται, καθώς ταυτίζονται με τις προαναφερθείσες.



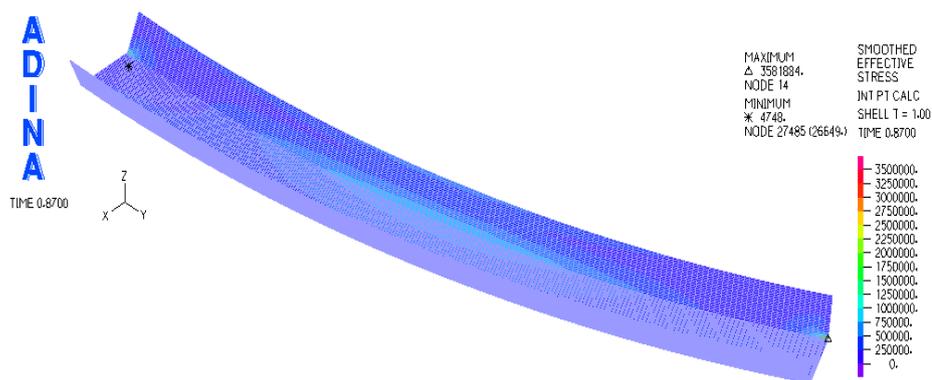
Εικόνα 3.77: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



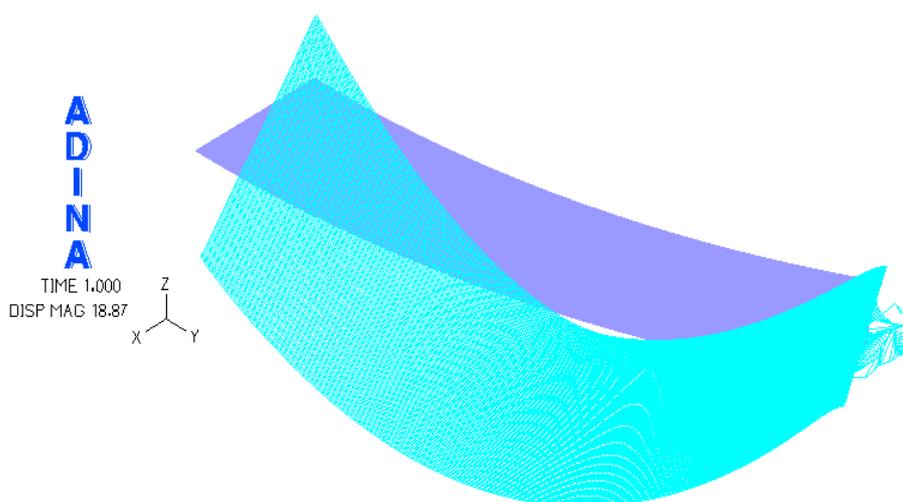
Εικόνα 3.78: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



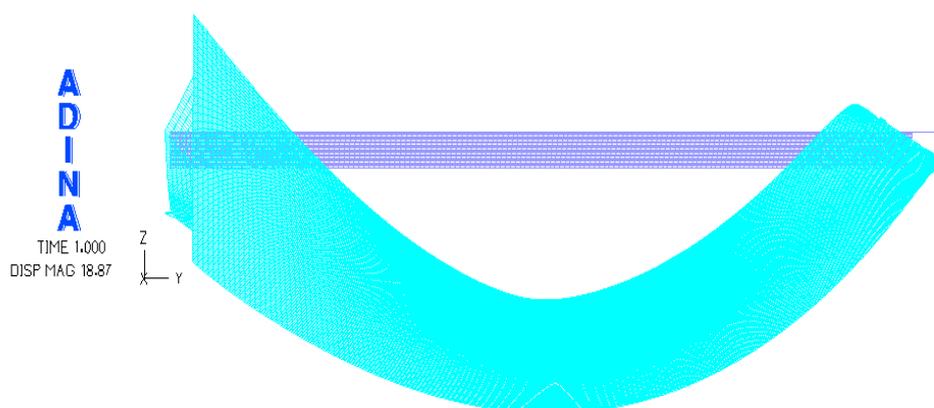
Εικόνα 3.79: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GNA



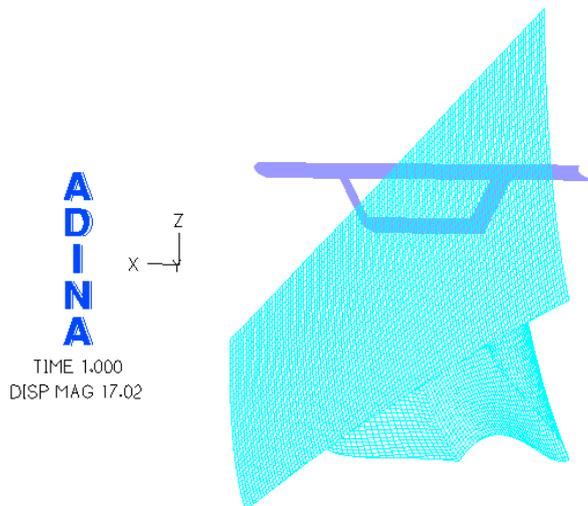
Εικόνα 3.80: Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GNA



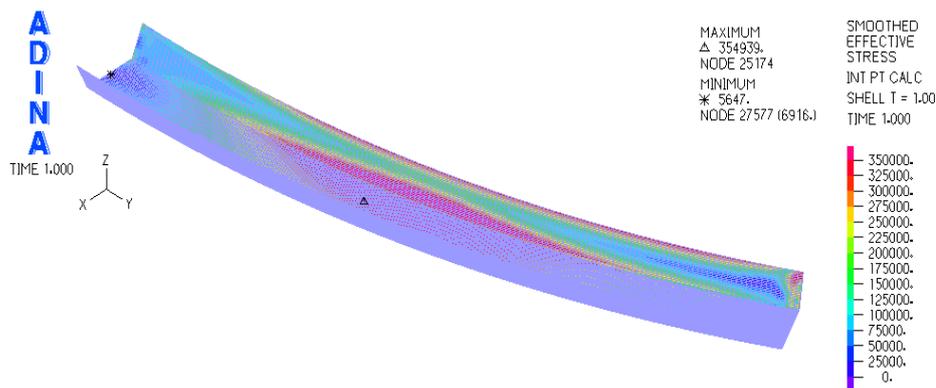
Εικόνα 3.81: Προοπτικό παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.82: Πλάγια όψη παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA



Εικόνα 3.83: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για ανάλυση GMNA

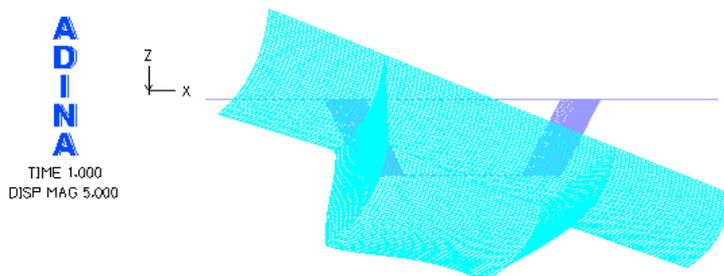


Εικόνα 3.84: Ισοτασική επιφάνεια von Mises γέφυρας για ανάλυση GMNA

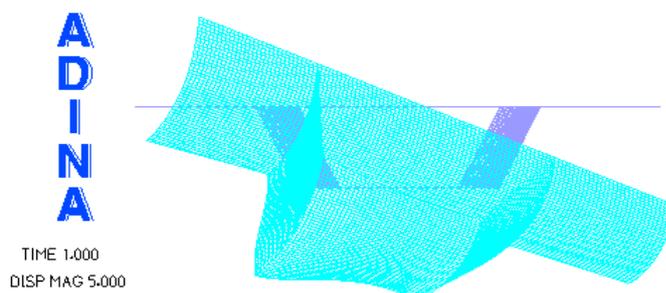
Στη συνέχεια, το όχημα τοποθετήθηκε σε διαφορετικές θέσεις. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκε στην εξωτερική και στην εσωτερική άκρη και στο μέσον του καταστρώματος στη μεσαία διατομή. Για τις περιπτώσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού (GMNA). Οι παρακάτω εγκάρσιες τομές των παραμορφωμένων εικόνων της γέφυρας (Εικόνες 3.85÷3.87) δείχνουν τη μετακίνηση της μεσαίας διατομής σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

Ομοίως, οι παρακάτω συγκριτικοί δρόμοι ισοροπίας (Διαγράμματα 3.25 και 3.26) απεικονίζουν την επιρροή της τοποθέτησης του οχήματος στη μετατόπιση κατά τους άξονες $z'z$ και $x'x$ αντίστοιχα του φορέα. Ο κόμβος αναφοράς για το πρώτο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση και βρίσκεται στην εξωτερική άκρη του καταστρώματος (Node 13824). Ο κόμβος αναφοράς για το δεύτερο διάγραμμα είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση και βρίσκεται στη συναρμογή του πλαγίου ελάσματος με το

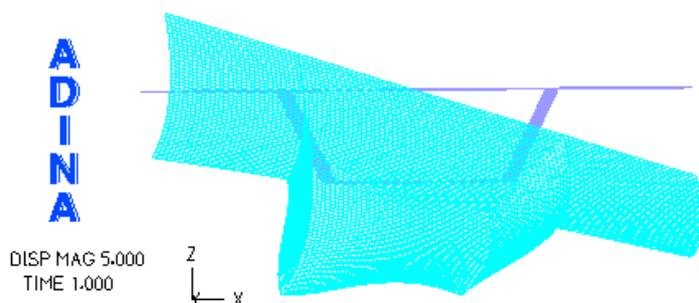
πέλμα της κυρίας δοκού (Node 21525). Στο Διάγραμμα 3.20 γίνεται παράλληλα σύγκριση των παραπάνω δρόμων ισορροπίας με τον αντίστοιχο δρόμο ισορροπίας της ευθύγραμμης γέφυρας ανοιχτής διατομής, ο οποίος έχει κατασκευαστεί με κόμβο αναφοράς τον αντίστοιχο κόμβο με τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.



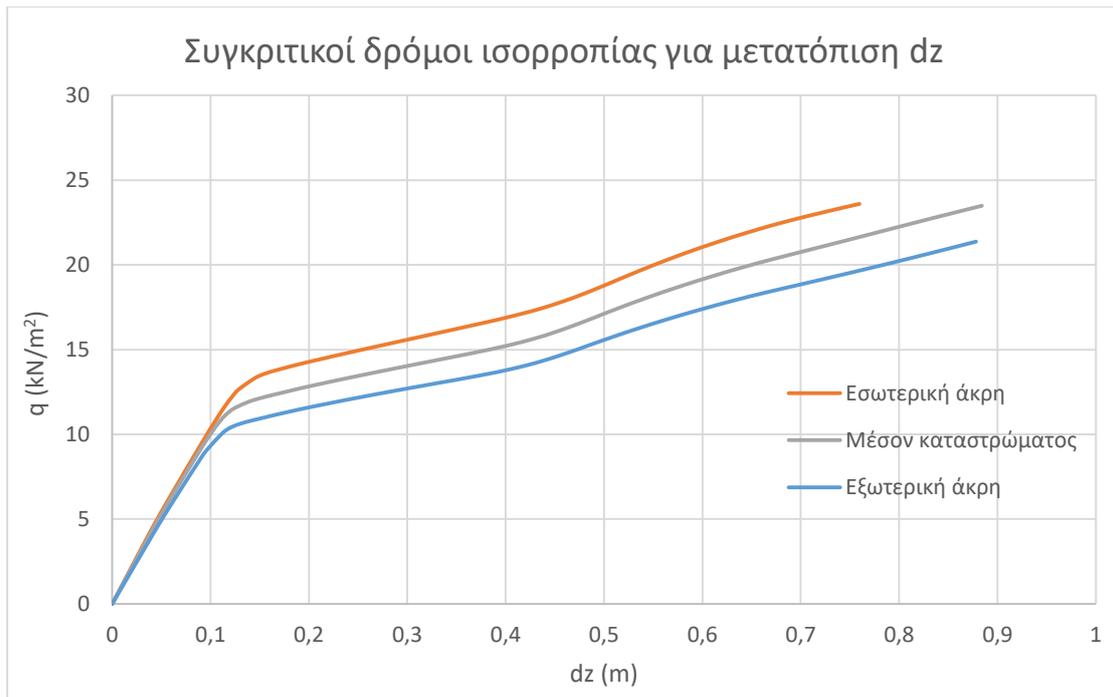
Εικόνα 3.85: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για τοποθέτηση του οχήματος στην εξωτερική άκρη



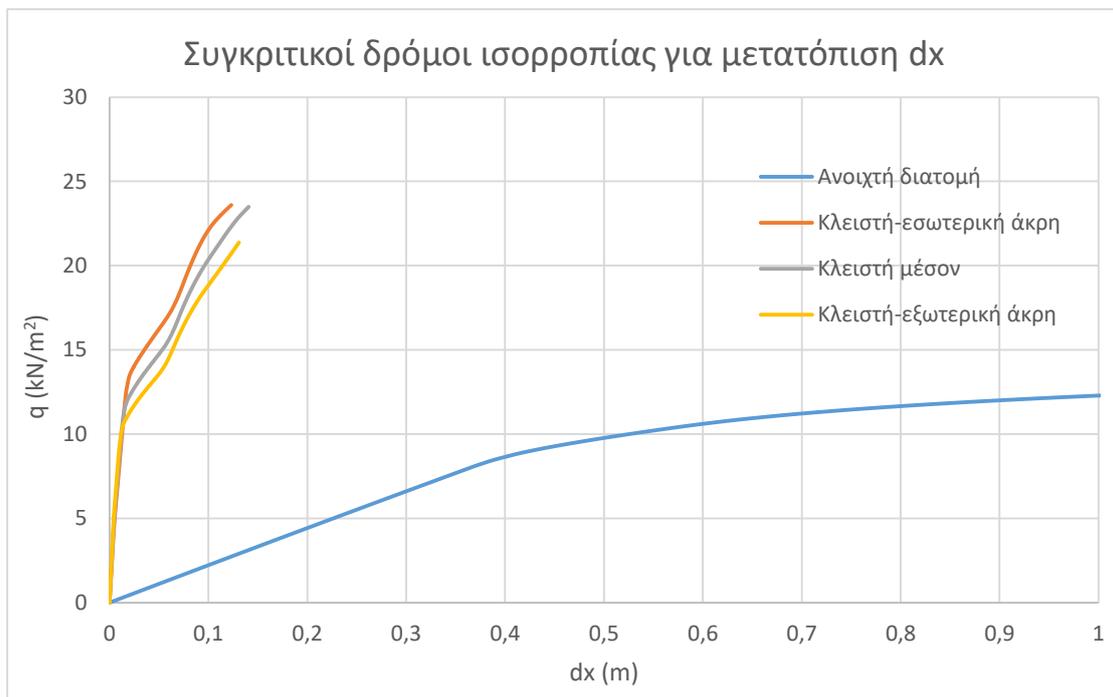
Εικόνα 3.86: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για τοποθέτηση του οχήματος στο μέσον



Εικόνα 3.87: Εγκάρσια τομή παραμορφωμένης εικόνας γέφυρας για τοποθέτηση του οχήματος στην εσωτερική άκρη



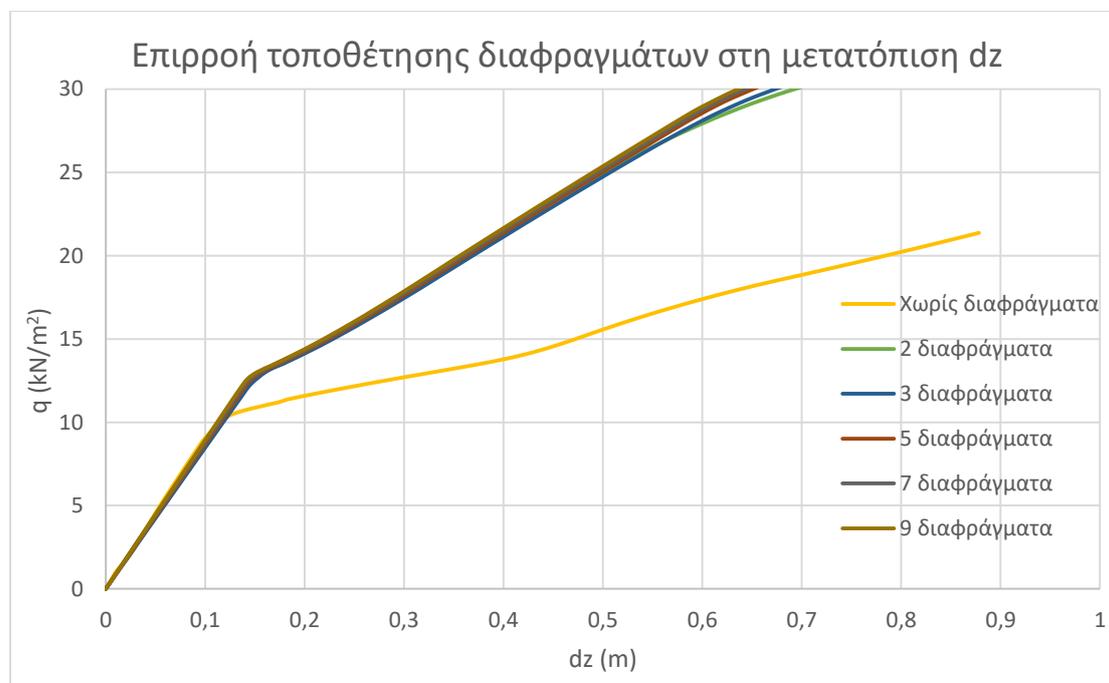
Διάγραμμα 3.25: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dz για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος



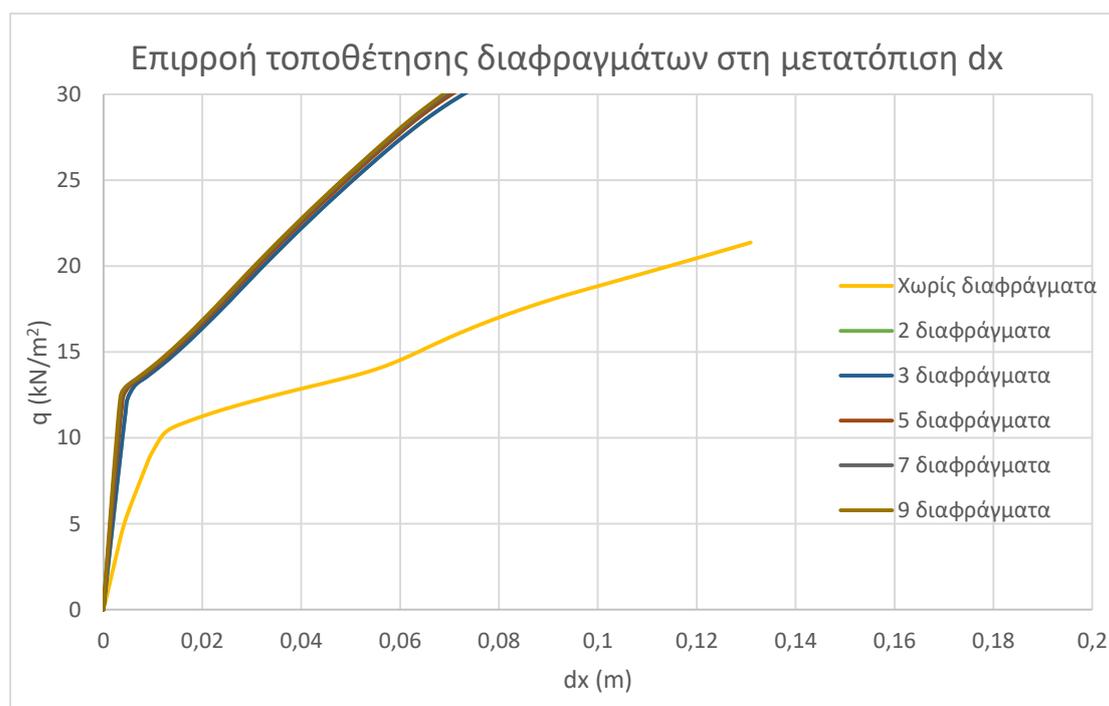
Διάγραμμα 3.26: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για μετατόπιση dx για διαφορετικές τοποθετήσεις του οχήματος

Στο μοντέλο προστέθηκαν στη συνέχεια διαφράγματα, η αναγκαιότητα των οποίων καταδεικνύεται από τις παραπάνω αναλύσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9

διαφραγματα, εκ των οποίων τα 2 ήταν τοποθετημένα στις ακραίες θέσεις και τα υπόλοιπα σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις υλικού και γεωμετρίας (GMNA) για κάθε περίπτωση. Στα Διαγράμματα 3.27 και 3.28 φαίνονται αντίστοιχα οι δρόμοι ισορροπίας για κατακόρυφη μετατόπιση για τον κόμβο αναφοράς 13824 και για οριζόντια μετατόπιση για τον κόμβο 21525.



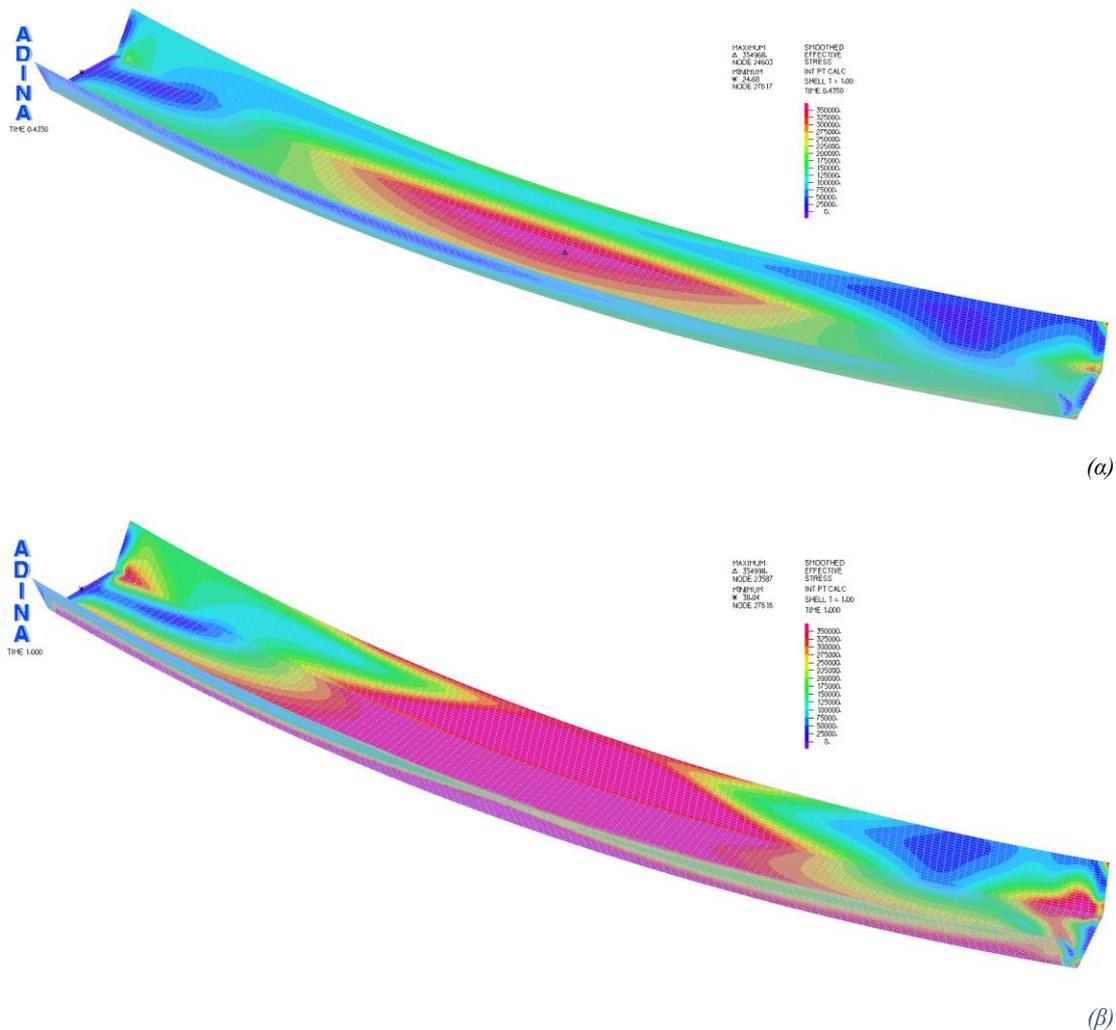
Διάγραμμα 3.27: Δρόμοι ισορροπίας GMNA για κατακόρυφη μετατόπιση dz για τοποθέτηση διαφραγμάτων



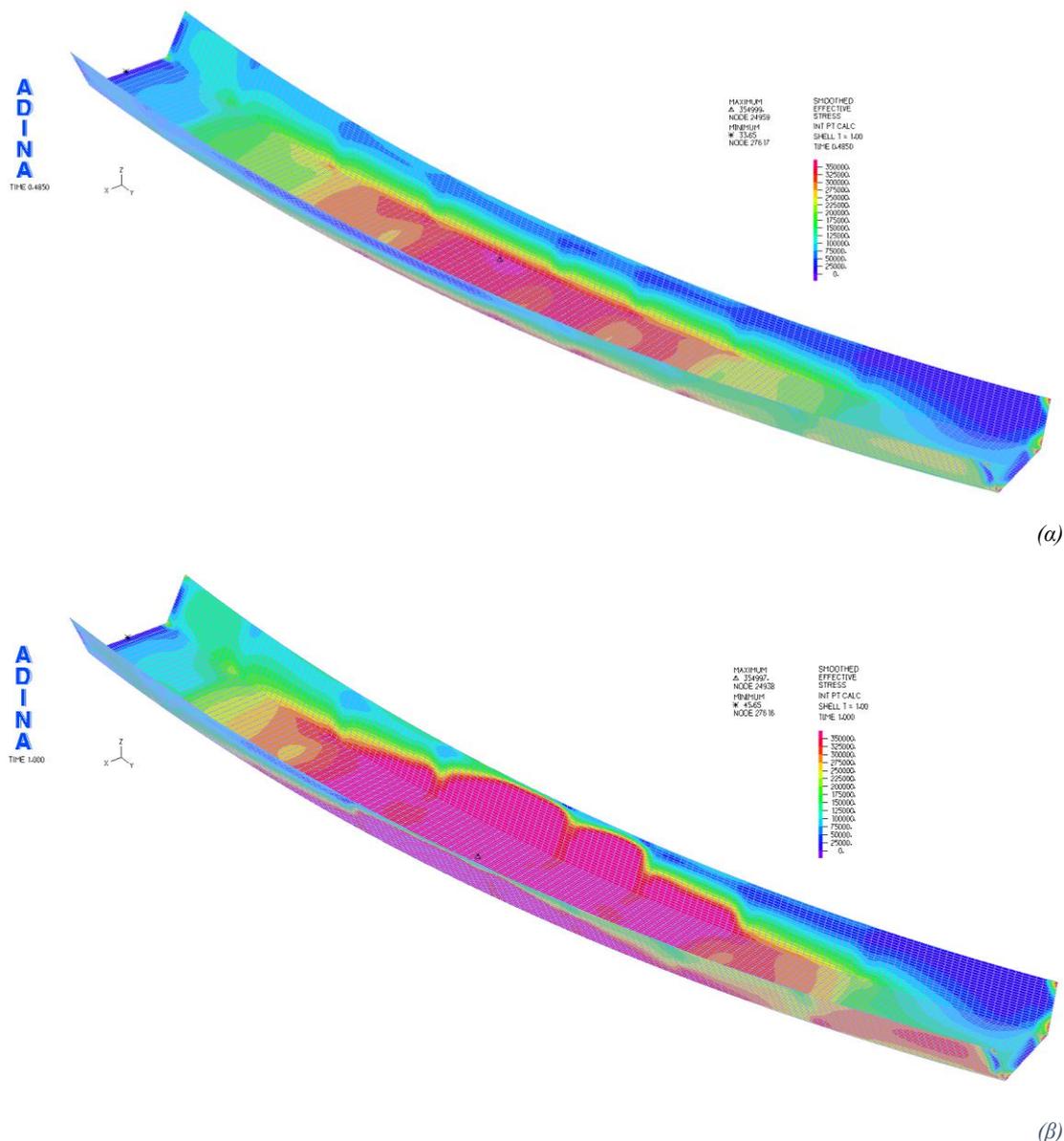
Διάγραμμα 3.28: Δρόμοι ισορροπίας GMNA για οριζόντια μετατόπιση dx για τοποθέτηση διαφραγμάτων

Όπως προκύπτει από το Διάγραμμα 3.27 η τοποθέτηση των δύο ακραίων διαφραγμάτων συμβάλλει καθοριστικά στον περιορισμό της κατακόρυφης μετατόπισης για κατανεμημένο φορτίο $q > 10\text{kN/m}^2$. Η τοποθέτηση επιπλέον διαφραγμάτων στη συνέχεια δεν επηρεάζει τη μετατόπιση dz . Όσον αφορά την οριζόντια μετατόπιση dx , η επιρροή των ακραίων διαφραγμάτων σε αυτή φαίνεται να είναι αξιοσημείωτη, σύμφωνα με το Διάγραμμα 3.28. Τα ενδιάμεσα διαφράγματα δεν επηρεάζουν καθόλου την απόκριση του φορέα. Εξάλλου, όπως είχε προκύψει και από το Διάγραμμα 4.26, η οριζόντια μετατόπιση των προσομοιωμάτων κλειστής διατομής είναι ιδιαίτερα μειωμένη σε σχέση με αυτή των προσομοιωμάτων ανοιχτής διατομής.

Όσον αφορά την επιρροή των διαφραγμάτων στις τάσεις που αναπτύσσονται στις κύριες δοκούς της γέφυρας, αυτή φαίνεται να είναι αμελητέα για τοποθέτηση 2, 3, 5, 7 ή 9 διαφραγμάτων. Συγκεκριμένα, το φορτίο για το οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή είναι περίπου σταθερό σε όλες τις περιπτώσεις ($q \approx 25\text{ kN/m}^2$). Η κατανομή των τάσεων έχει σε όλες τις περιπτώσεις παρόμοια μορφή, όπως φαίνεται στις Εικόνες 3.88 και 3.89.



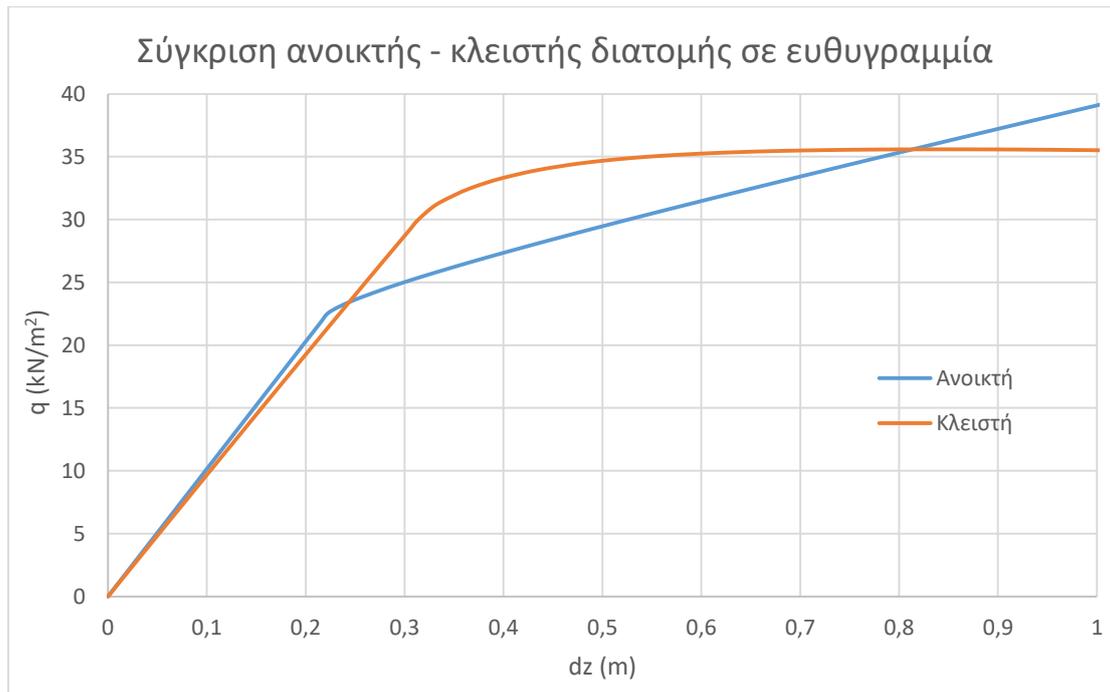
Εικόνα 3.88: Ισοτασικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 2 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο



Εικόνα 3.89 Ισοστασικές επιφάνειες von Mises για τοποθέτηση 9 διαφραγμάτων (α) στην πρώτη διαρροή (β) στο τελευταίο στάδιο

3.3 Σύγκριση προσομοιωμάτων ανοικτής – κλειστής διατομής

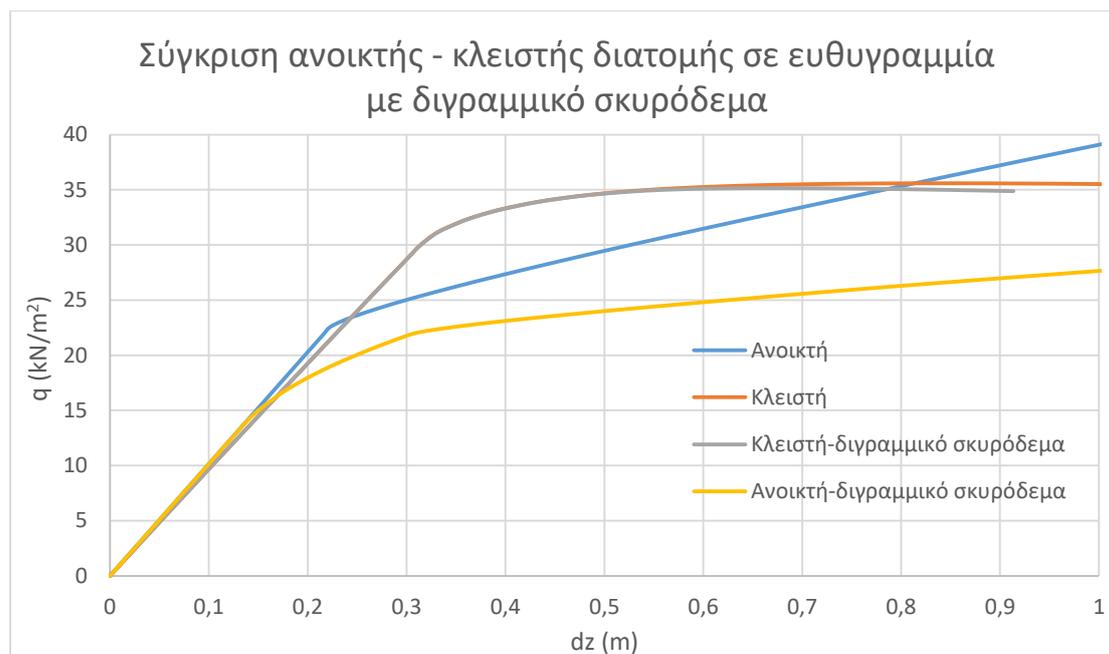
Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε σύγκριση μεταξύ των παραπάνω αποτελεσμάτων, ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για τη διαφορετικότητα της απόκρισης ανοικτών και κλειστών διατομών. Συγκεκριμένα, τοποθετήθηκαν στο ίδιο διάγραμμα οι δρόμοι ισορροπίας για αναλύσεις GMNA για κατακόρυφη μετατόπιση dz για τις περιπτώσεις ευθυγραμμίας. Ο δρόμος ισορροπίας της ανοικτής διατομής είναι ανοδικός μετά την υπέρβαση του φορτίου αντοχής με μικρότερη κλίση από αυτήν που είχε αρχικά. Αντίθετα, ο δρόμος ισορροπίας της κλειστής διατομής είναι σταθερός μετά την υπέρβαση του φορτίου αντοχής. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3.29. Ο κόμβος αναφοράς για κάθε δρόμο ισορροπίας είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση.



Διάγραμμα 3.29: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για ανοικτή και κλειστή διατομή σε ευθυγραμμία

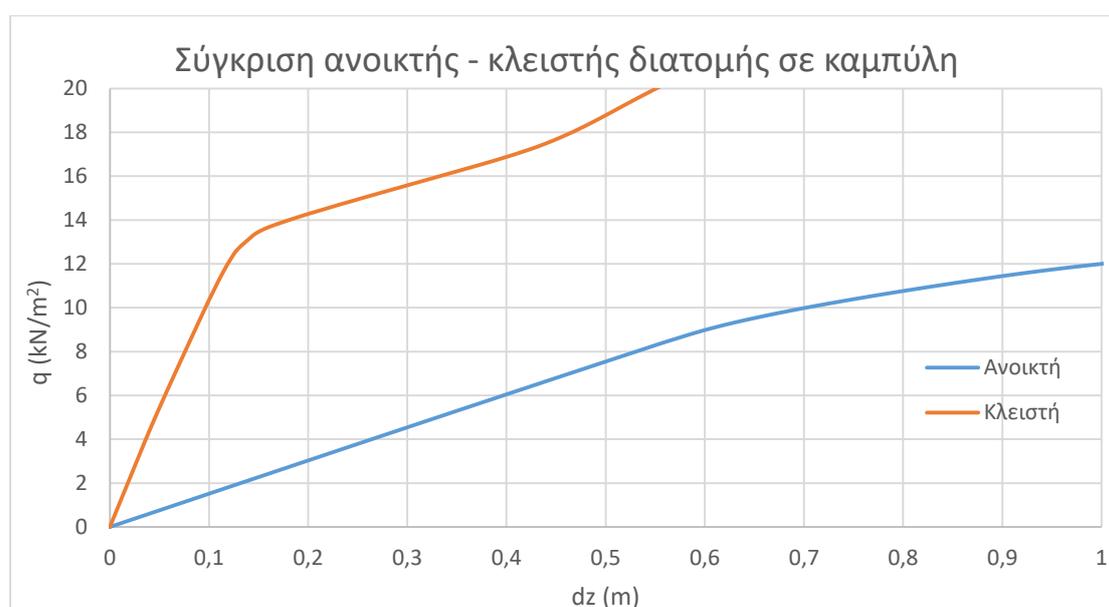
Στην προσπάθεια να ερμηνευτεί το παραπάνω αποτέλεσμα και να προσομοιωθεί ορθότερα το σκυρόδεμα ως υλικό, αυτό εισάχθηκε στο πρόγραμμα ως διγραμμικό υλικό χωρίς κράτυνση, με τον τρόπο δηλαδή που προσομοιώθηκε και ο χάλυβας S355. Ως «όριο διαρροής» του υλικού ορίστηκε η αντοχή του σκυροδέματος C30/37, δηλαδή $f_{ck} = 30\text{MPa}$. Το μέτρο ελαστικότητας του παρέμεινε $E = 32\text{GPa}$ και ο λόγος του Poisson $\nu = 0.2$, όπως στα μέχρι τώρα προσομοιώματα. Στην περίπτωση της ανοικτής διατομής ο δρόμος ισορροπίας για την περίπτωση του ελαστικού σκυροδέματος παρουσιάζει μεγαλύτερη αντοχή από αυτόν του διγραμμικού σκυροδέματος. Επίσης παρατηρείται ότι παρόλο που μετά το φορτίο αντοχής και οι δύο δρόμοι είναι ανοδικοί, η κλίση του δρόμου με το ελαστικό σκυρόδεμα είναι αξιοσημείωτα μεγαλύτερη από αυτήν του δρόμου του διγραμμικού σκυροδέματος.

Στην περίπτωση της κλειστής διατομής οι δρόμοι ισορροπίας για το ελαστικό και το διγραμμικό σκυρόδεμα ταυτίζονται. Τα παραπάνω μπορούν να ερμηνευτούν με την υπόθεση ότι το κρίσιμο σημείο που παρουσιάζουν οι δρόμοι ισορροπίας δεν αντιστοιχεί σε σημείο διαρροής για την ανοικτή διατομή και για το λόγο αυτό μετά το σημείο αυτό εξακολουθεί να μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερο φορτίο. Σε κάθε περίπτωση αξίζει να σημειωθεί ότι τα προσομοιώματα κλειστής διατομής παρουσιάζουν φορτίο αντοχής πολύ υψηλότερο από ότι εκείνα ανοικτής διατομής. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3.30. Ο κόμβος αναφοράς για κάθε δρόμο ισορροπίας είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση.



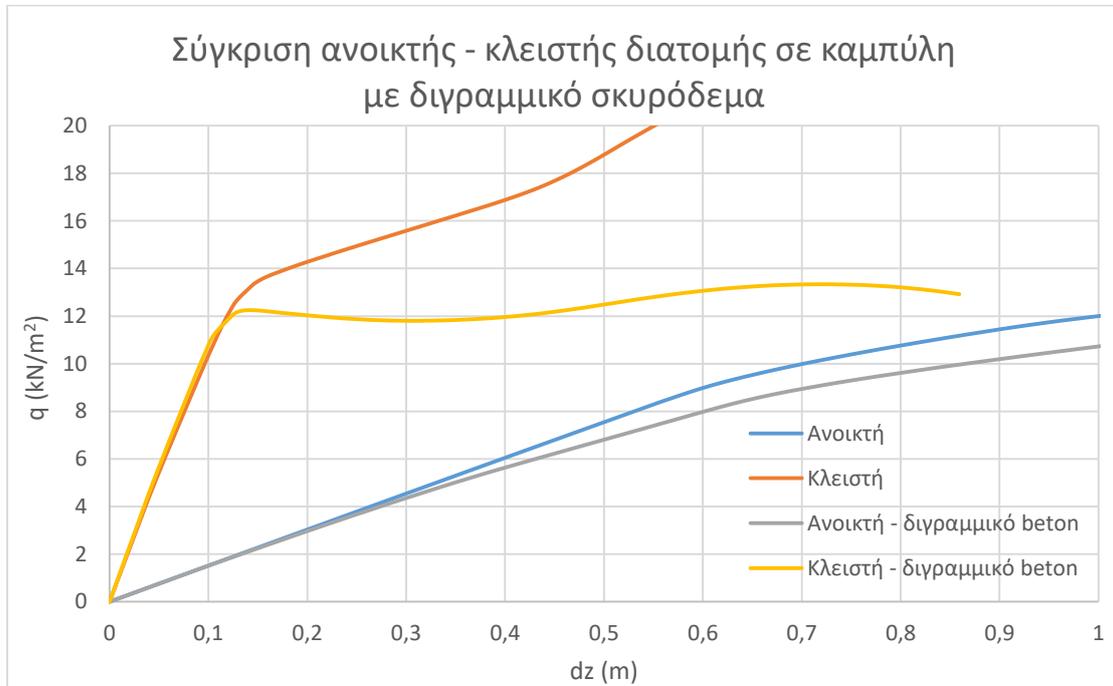
Διάγραμμα 3.30: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για ανοικτή και κλειστή διατομή σε ευθυγραμμία με διγραμμικό σκυρόδεμα

Όμοια με τα ευθύγραμμα προσομοιώματα, τοποθετήθηκαν οι δρόμοι ισορροπίας και για τα καμπύλα προσομοιώματα σε συγκριτικό διάγραμμα. Στην περίπτωση αυτή στην ανοικτή διατομή δεν υπάρχει εμφανές κρίσιμο σημείο και ο δρόμος ισορροπίας είναι ανοδικός. Αντίθετα, ο δρόμος ισορροπίας της κλειστής διατομής παρουσιάζει εμφανές κρίσιμο σημείο. Ομοίως με την ευθυγραμμία η κλειστή παρουσιάζει αξιοσημείωτα μεγαλύτερη αντοχή από την κλειστή. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3.31. Ο κόμβος αναφοράς για κάθε δρόμο ισορροπίας είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση.



Διάγραμμα 3.31: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για ανοικτή και κλειστή διατομή καμπύλης γέφυρας

Τέλος και για την περίπτωση της καμπύλης γέφυρας προσομοιώθηκε το σκυρόδεμα ως διγραμμικό υλικό με τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν παραπάνω. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 3.32. Ο κόμβος αναφοράς για κάθε δρόμο ισορροπίας είναι αυτός που παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση.



Διάγραμμα 3.32: Συγκριτικοί δρόμοι ισορροπίας για ανοικτή και κλειστή διατομή καμπύλης γέφυρας με διγραμμικό σκυρόδεμα

Αυτό που παρατηρείται σε κάθε περίπτωση είναι ότι όταν το σκυρόδεμα προσομοιωθεί ως διγραμμικό υλικό δεν αλλάζει η δυσκαμψία του φορέα στην ελαστική περιοχή. Ωστόσο ο κλάδος μετά τη διαρροή δεν είναι ανοδικός, γεγονός το οποίο είναι αναμενόμενο, αφού η ανοδικότητα του οφείλονταν στην ελαστική συμπεριφορά του σκυροδέματος.

4. Επίλυση του πρόβληματος με προχωρημένες θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης

4.1 Εισαγωγή

Το πλέον χρησιμοποιούμενο δομικό στοιχείο σε κατασκευές πολιτικού μηχανικού είναι τα ραβδόμορφα στοιχεία. Δοκός είναι το στοιχείο που έχει μία διάσταση ιδιαίτερα μεγαλύτερη από τις άλλες. Τα μέλη αυτά μπορούν να καλούνται για το λόγο αυτό και μονοδιάστατα.

Η ανάλυση των στοιχείων αυτών γίνεται συνήθως με χρήση θεωριών, οι οποίες παρέχουν απλές και εύστοχες λύσεις. Οι θεωρίες αυτές βασίζονται σε δύο βασικές παραδοχές:

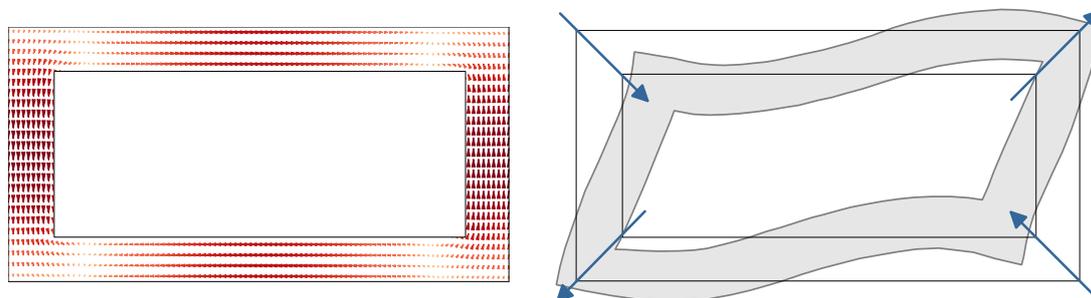
- Διατομή κάθετη στον άξονα της δοκού πριν την παραμόρφωση της παραμένει κάθετη και στην παραμορφωμένη εικόνα της.
- Διατηρείται η επιπεδότητα της διατομής μετά την παραμόρφωση της.

Ωστόσο, οι παραδοχές αυτές σε ορισμένες περιπτώσεις οδηγούν σε λανθασμένα αποτελέσματα, ιδιαίτερα στην περίπτωση καμπύλης γεωμετρίας. Για το λόγο αυτό διατυπώθηκαν οι θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης, στις οποίες λαμβάνονται υπόψιν οι παραμορφώσεις εντός και εκτός του επιπέδου της διατομής. Οι παραμορφώσεις εντός του επιπέδου της διατομής οφείλονται σε φαινόμενα διαστρέβλωσης και οι παραμορφώσεις εκτός του επιπέδου της διατομής οφείλονται σε φαινόμενα στρέβλωσης.

Επίσης, αποτέλεσμα της δεύτερης παραδοχής που προαναφέρθηκε είναι ότι η κατανομή των ορθών τάσεων στη διατομή είναι γραμμική. Η κατανομή αυτή ισχύει μόνο στην περίπτωση άπειρης δυσστησίας, καθαρής κάμψης ή ομοιόμορφης διάτμησης. Παρατηρώντας διατομή μορφής κιβωτίου είναι εμφανές ότι η παρουσία διατμητικής δύναμης ευθύνεται για την ύπαρξη διατμητικής τάσης. Στην περίπτωση κατά την οποία η δύναμη αυτή δεν είναι σταθερή κατά μήκος της δοκού, οδηγούμαστε σε ανομοιόμορφη στρέβλωση, προκαλώντας επιπλέον ορθές τάσεις. Οι τάσεις αυτές μεταβάλλουν τις αρχικές, με αποτέλεσμα η συνολική κατανομή των τάσεων να μην είναι πλέον γραμμική. Η συγκέντρωση τάσεων στις συναρμογές κορμού-πελμάτων αυξάνεται, ενώ η ορθή τάση στο μέσον των πελμάτων μειώνεται. Ομοίως μπορεί να οριστεί το φαινόμενο της στρεπτικής διατμητικής υστέρησης ως τροποποίηση της αρχικής κατανομής των ορθών τάσεων λόγω επιπλέον δευτερεύουσας στρέβλωσης.

Η διαστρέβλωση αναφέρεται στη μεταβολή του σχήματος της διατομής. Αρχικά παρατηρήθηκε σε διατομές μορφής κιβωτίου υπό στρεπτικά φορτία. Η διαστρέβλωση είναι εμφανής στις περιπτώσεις όπου η δυσκαμψία της διατομής είναι χαμηλή. Ευαίσθητες σε φαινόμενα διαστρέβλωσης είναι και οι λυγηρές μεταλλικές διατομές, ιδιαίτερα οι διατομές κατηγορίας 4, καθώς και οι λεπτότοιχες διατομές. Οι τελευταίες είναι ευρέως χρησιμοποιούμενες στη γεφυροποιία, καθώς προσφέρουν αυξημένη ροπή αδράνειας σε συνδυασμό με μειωμένο ίδιο βάρος, συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες συμπαγείς. Στην προσπάθεια να περιοριστούν οι παραμορφώσεις της

διατομής που οφείλονται σε φαινόμενα στρέβλωσης και διαστρέβλωσης, χρησιμοποιούνται τα διαφράγματα κατά μήκος του φορέα σε αποστάσεις, οι οποίες καθορίζονται από τη γεωμετρία του φορέα ανάλογα με τον χρησιμοποιούμενο κανονισμό.



Εικόνα 4.1: Στρεπτικές τάσεις στη διατομή και η αντίστοιχη παραμόρφωση της

4.2 Τρισδιάστατα – Μονοδιάστατα προσομοιώματα

Στη μέχρι σήμερα πορεία της επιστήμης έχουν γίνει προσπάθειες προσομοίωσης τόσο μέσω της χρήσης μονοδιάστατων, όσο και τρισδιάστατων προσομοιωμάτων. Τα πρώτα φαίνεται να προσφέρουν πολλά πλεονεκτήματα και να βρίσκουν εφαρμογή σε πολλές περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, τα διδιάστατα και τρισδιάστατα προσομοιώματα είναι συνθετότερα και επομένως η διαδικασία μόρφωσης και ο χειρισμός τους είναι πιο δύσκολος σε σχέση με αυτή των μονοδιάστατων. Επίσης, ο υπολογιστικός φόρτος στην περίπτωση των τρισδιάστατων προσομοιωμάτων είναι εξαιρετικά αυξημένος, λόγω των περισσότερων στοιχείων και βαθμών ελευθερίας. Ο προαναφερθείς φόρτος αυξάνεται ακόμα περισσότερο, στις περιπτώσεις απαίτησης πυκνότερου πλέγματος. Η επιλογή του σωστού πλέγματος είναι εξάλλου μία χρονοβόρα διαδικασία.

Η εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών σε ένα ραβδόμορφο στοιχείο γίνεται απευθείας, ενώ στην περίπτωση τρισδιάστατων μοντέλων απαιτείται ο ορισμός κόμβων για την εφαρμογή τους, όπως παραδείγματος χάριν στην περίπτωση της άρθρωσης. Ο χειρισμός των φαινομένων στρέβλωσης είναι πιο ακριβής στην περίπτωση των στοιχείων δοκού σε σχέση με τα στοιχεία κελύφους, όπου προσομοιώνεται μόνο η μέση γραμμή της διατομής. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι σημερινοί κανονισμοί εκφράζουν την ικανότητα ενός μέλους σε όρους τάσεων ή παραμορφώσεων, οι οποίες δεν προκύπτουν τόσο εύκολα από συνεχή προσομοιώματα. Αντίθετα, τα ραβδόμορφα στοιχεία προσφέρουν τη δυνατότητα απευθείας προσδιορισμού των εντατικών μεγεθών.

4.3 Βιβλιογραφική αναδρομή

Πολλές ερευνητικές προσπάθειες έχουν ήδη δημοσιευτεί σχετικά με τις θεωρίες δοκού οι οποίες περιλαμβάνουν τις επιρροές της διαστρέβλωσης. Η πλειοψηφία αυτών των ερευνητικών προσπαθειών εστιάζουν σε λεπτότοιχες διατομές, γι' αυτό και οι απλοποιημένες υποθέσεις της Θεωρίας Λεπτότοιχων Διατομών (Thin Tube Theory (TTT)) (Vlasov, 1963) παίζουν κυρίαρχο ρόλο για την διατύπωση των σχετικών θεωριών. Στα πλαίσια της θεωρίας TTT, μερικές από τις πρώτες κλασσικές

προσεγγίσεις αντιμετωπίζουν το πρόβλημα διαστρέβλωσης λόγω στρέψης απλοποιώντας το σε μία ισοδύναμη θεωρία της Δοκού επί Ελαστικού Εδάφους (Beam-on-Elastic-Foundation (BEF)) (Vlasov, 1963; Wright et al., 1968; Stavridis, 2010). Αναλόγως για να επιβεβαιωθεί η θεωρία BEF, ορισμένες ερευνητικές προσπάθειες επέκτειναν την κλασική θεωρία Vlasov TTT, διαμορφώνοντας αντίστοιχα τέσσερις κατά σειρά διαφορικές εξισώσεις συμπεριλαμβάνοντας την διαστρέβλωση λόγω στρέψης και εισάγοντας βασικές ιδέες για την στρέβλωση λόγω διαστρέβλωσης, την κεντροειδή διαστρέβλωση και την διαστρέβλωση λόγω ροπής (Boswell and Zhang, 1983, 1984; Kermani and Waldron, 1993; Kim and Kim, 1999).

Ένα βήμα προς την γενίκευση της θεωρίας Vlasov έτσι ώστε να συμπεριληφθούν οι επιπτώσεις διαστρέβλωσης λόγω κάμψης και στρέψης είναι η ανάπτυξη της γενικής θεωρίας δοκού-General Beam Theory (GBT). Η θεωρία της GBT διαμορφώθηκε από τον Schardt (Schardt, 1989, 1994a, 1994b) και διαδόθηκε από τον Davies και τους συνεργάτες του (Davies and Leach, 1994; Davies et al., 1994; Leach, 1994; Leach and Davies, 1996). Η εγκυρότητα αυτών των πρώτων διατυπώσεων της γενικής θεωρίας δοκού-GBT βασίζεται στην παραδοχή ότι τα δομικά μέλη έχουν ανοιχτές διατομές που αποτελούνται από ορθογώνιους τοίχους/πλάκες. Έτσι παραδοχές για την θεωρία λεπτών πλακών χρησιμοποιούνται για το κάθε τοίχωμα. Η ανάλυση της γενικής θεωρίας δοκού αποτελείται από δύο φάσεις: την ανάλυση της διατομής και την ανάλυση του μέλους. Η ανάλυση της διατομής βασίζεται σε δύο φάσεις, οι οποίες αποτελούνται από τον καθορισμό των μορφών στρέβλωσης και διαστρέβλωσης χρησιμοποιώντας την συνθήκη Vlasov μηδενικής διατμητικής έντασης.

Ο αριθμός και η ακρίβεια των εντός επιπέδου μορφών παραμόρφωσης που υπολογίστηκαν κατά την φάση της ανάλυσης της διατομής βασίζονται στην διακριτοποίηση της διατομής σε στοιχεία πλάκας (για να αυξηθεί ο αριθμός προστέθηκαν ενδιάμεσοι κόμβοι). Αυτή η διακριτοποίηση δεν είναι μια προφανής διαδικασία αφού εξαρτάται από το σχήμα της διατομής και την τοπολογία των κόμβων (ανοιχτές και κλειστές διατομές μπορεί να συμπεριλαμβάνονται). Με την επέκταση της θεωρίας TTT εισάγεται η ιδέα της ανάλυσης της διατομής με βάση τις ιδιοτιμές (Balch and Steele, 1987) για την καθιέρωση σημαντικών ιδιομορφών παραμόρφωσης με τα αντίστοιχα εκθετικά μειούμενα μήκη τους, επιτρέποντας την ταξινόμηση τους με βάση την σημαντικότητα τους.

Παράλληλα με την γενική θεωρία δοκού GBT, η μέθοδος πεπερασμένων λωρίδων (Finite Strip Method-FSM), έχει εφαρμοστεί κατ' επέκταση για την ανάλυση λεπτότοιχων διατομών δοκού. Παρομοίως με τη GBT, η FSM βασίζεται στις υποθέσεις της θεωρίας των πλακών οι οποίες εφαρμόζονται σε κάθε τοίχωμα της διατομής. Η θεωρία FSM είναι περισσότερο μία γενικού σκοπού θεωρία FEM απ' ό,τι μια θεωρία δοκού. Παρ' όλα αυτά, ο Schafer, ο Ádány και οι συνεργάτες τους έχουν παρουσιάσει μελέτες που χρησιμοποιούν τα πλεονεκτήματα της θεωρίας FSM σε συνδυασμό με τη GBT έτσι ώστε να μελετούνται προβλήματα λυγισμού δοκών. Γι' αυτό το σκοπό κινηματικοί περιορισμοί και περιορισμοί παραμόρφωσης έχουν εφαρμοστεί στη συμβατική θεωρία FSM οδηγώντας στην ανάπτυξη της λεγόμενης δεσμευμένης θεωρίας FSM (constrained FSM-cFSM) (Schafer και Ádány, 2005, Li et al., 2011).

Το πρόβλημα της ανάλυσης της διαστρέβλωσης των δοκών σε τυχαίες διατομές εκθέτει αυξημένη πολυπλοκότητα ακόμη και αν οι βασικές αναλύσεις είναι ίδιες με αυτές της GBT. Όσον αφορά την ανάλυση της διατομής, πρέπει να καθοριστεί μια κατάλληλη βάση για τις εκτός επιπέδου μορφές παραμόρφωσης που συνοδεύονται από αντίστοιχα των εντός επιπέδου, όμως το γεγονός αυτό παρουσιάζει πιο πολύπλοκη συμπεριφορά, από την στιγμή που στην τυχαία διατομή, κινηματικές θεωρίες και βασικές σχέσεις της δεν μπορεί να απλοποιηθούν. Σχετικά τώρα με την ανάλυση των μελών, παρομοίως με την γενική θεωρία δοκού (GBT), η διατύπωση αποτελείται από την έκφραση του πεδίου μετακίνησης ως ένας γραμμικός συνδυασμός των μορφών που προκύπτουν πολλαπλασιασμένες με σχετικούς παραμέτρους οι οποίοι θεωρούνται σαν γενικευμένες συντεταγμένες.

Για να λυθεί το πρόβλημα τυχαίου σχήματος ομογενούς ή σύμμικτης διατομής, το πρόβλημα του St.Venant ελαστικού πρισματικού σώματος παίζει κρίσιμο ρόλο για την διατύπωση χρήσιμων συναρτήσεων στρέβλωσης και διαστρέβλωσης. Όπως είναι ευρέως γνωστό, στα προβλήματα St.Venant η κεντρική λύση είναι έγκυρη για το εξεταζόμενο πρισματικό σώμα προϋποθέτοντας ότι δεν περιορίζονται οι παραμορφώσεις στρέβλωσης και οι αντίστοιχες των εντός επιπέδου στην διατομή-στήριξη. Αυτή η αρχή αναφέρεται και ως ‘*Αρχή St. Venant*’ σύμφωνα με την οποία ο ενδεχόμενος περιορισμός κοντά στη στήριξη του εξεταζόμενου πρισματικού σώματος δεν επηρεάζει την λύση μακριά από την στήριξη. Χρησιμοποιώντας την ημί-αντίστροφη μέθοδο του St.Venant υπό στατικές συνθήκες, το πεδίο μετακινήσεων της ακόλουθης μορφής μπορεί να αναφερθεί (Regan και Pilkey, 2002) ως:

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_{SV} + \bar{\mathbf{u}}_{res} \quad (4.1 \alpha)$$

Συνολική μετακίνηση St. Venant λύση Παραμένουσες μετατοπίσεις
λόγω των επιρροών από τα άκρα

$$\bar{\mathbf{u}}_{res}(x, y, z) = \sum_{i=1}^K \alpha_i(x) \mathbf{W}_i(y, z) = \sum_{i=1}^K \alpha_i(x) \begin{Bmatrix} \Phi_i(y, z) \\ V_i(y, z) \\ W_i(y, z) \end{Bmatrix} \quad (4.1 \beta)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις, το διάνυσμα μετακίνησης $\bar{\mathbf{u}}$ σε ένα τυχαίο σημείο της διατομής προκύπτει ως το άθροισμα της λύσης St.Venant δηλαδή του διανύσματος $\bar{\mathbf{u}}_{SV}$ (π.χ. βλ. Kosmatka και Dong (1991)) και του διανύσματος της παραμένουσας μετακίνησης $\bar{\mathbf{u}}_{res}$ εξαιτίας των επιρροών από τα άκρα που είναι υπεύθυνα για την παραγωγή αυτό-ισορροπούμενης κατανομής τάσεων (Gianotto et al., 1983; Kazic και Dong, 1990; Xu et al., 1997; Reagan και Pilkey, 2002). Αυτές οι πρόσθετες μετακινήσεις γράφονται ως ένα άθροισμα K διδιάστατων συναρτήσεων W_i (συναρτήσεις παραμόρφωσης στρέβλωσης/εντός επιπέδου) πολλαπλασιασμένες με παραμέτρους α_i που εκφράζουν την ένταση τους.

Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδέες από τις λύσεις St.Venant, El Fatmi και Ghazouani (Ghazouani και El Fatmi, 2010, 2011; El Fatmi και Ghazouani, 2011) χρησιμοποιούν εντός επιπέδου μορφές St.Venant σε αντιστοιχία με αυτές της στρέβλωσης τυχαίας ορθότροπης διατομής πολλαπλασιασμένες με ανεξάρτητους παραμέτρους, έτσι ώστε να λάβουν υπόψη την μη ομοιόμορφη κατανομή τους στο μήκος της δοκού. Η ίδια ιδέα έχει εφαρμοστεί και από τον Petron και Geradin (1998), οι οποίοι διατύπωσαν μία θεωρία για καμπύλα και προστραμμένα δοκάρια τυχαίων ομογενών διατομών καλύπτοντας επίσης το εύρος γεωμετρικής μη γραμμικότητας. Όμως αυτές οι διατυπώσεις συμπεριλαμβάνουν μόνο καμπτικές και αξονικές μορφές παραμορφώσεων υπό την επήρεια της αναλογίας Poisson, ενώ η παραμόρφωση λόγω στρέψης αγνοείται.

Η ιδέα της ανάλυσης ιδιοτιμών έχει χρησιμοποιηθεί και σε μερικές πρόσφατες ερευνητικές προσπάθειες. Πιο συγκεκριμένα, οι Ferradi και Cespedes (2014) διαμόρφωσαν ένα στοιχείο δοκού με βάση το FEM και του προβλήματος ανάλυσης ιδιοτιμής που αφορά το φαινόμενο της διαστρέβλωσης στη συμπεριφορά της διατομής (πρόβλημα εντός επιπέδου) και υπολογίζει συναρτήσεις στρέβλωσης ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας ένα κατ' επέκταση σχήμα ισορροπίας βασισμένο σε προηγούμενη μελέτη από τους ίδιους συγγραφείς (Ferradi et al., 2013). Τελικά ο Genoese et al. (2014) ανέπτυξε μία FEM διαδικασία βασισμένη στο “mixed variational theory” για ορθότροπες δοκούς αναπτύσσοντας ένα πρόβλημα ιδιοτιμών για τις διατομές παράγοντας ταυτόχρονα συναρτήσεις διαστρέβλωσης και στρέβλωσης για τυχαίου σχήματος διατομές.

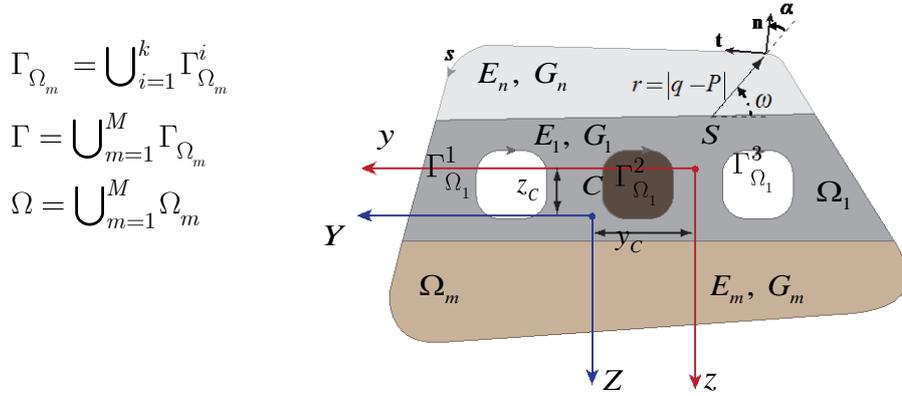
4.4 Διατύπωση του προβλήματος

4.4.1 Ισορροπία στο επίπεδο της διατομής

Θεωρείται πρισματική δοκός μήκους L , τυχόντος σχήματος σύνθετης διατομής που αποτελείται από υλικά σε επαφή, καθένα από τα οποία περιβάλλονται από ένα πεπερασμένο αριθμό προσθηκών (τρύπες). Τα υλικά, τα οποία αποτελούνται από απλά ή πολλαπλά ενωμένα σύνολα Ω_m ($m=1,2,\dots,M$) στο επίπεδο yz είναι σταθερά συνδεδεμένα μεταξύ τους και θεωρούνται ομογενή ισότροπα και γραμμικά ελαστικά με μέτρο ελαστικότητας E_m , μέτρο διάτμησης G_m και μέτρο Poisson ν_m . Σχετικά με τα σύνορα μη διασταυρούμενων συνόλων Ω_m δηλώνονται από το Γ_{Ω_m} ($m=1,2,\dots,M$). Αυτές οι συνοριακές καμπύλες είναι κατά τμήματα ομαλές (π.χ. έχουν έναν πεπερασμένο αριθμό από γωνίες). Στο Σχήμα 2.2, CXYZ είναι το βασικό σύστημα συντεταγμένων για κάμψη έχοντας στην διατομή ως κεντροειδή το σημείο C, ενώ y_C , z_C είναι οι συντεταγμένες του σε σχέση με το σύστημα $Sxyz$ έχοντας ως κέντρο στροφής το σημείο S.

Σ' αυτή την φάση θεωρείται ότι η δοκός είναι αφόρτιστη στο εσωτερικό του και τυχαία κατανομή τάσεων εφαρμόζεται μόνο στην ακραία διατομή. Με σκοπό να υπολογιστούν οι επιρροές από τις στηρίξεις, η παραδοχή ότι η διατομή στη στήριξη είναι περιορισμένη μόνο για τις κινήσεις του στερεού σώματος (π.χ. μετακινήσεις

λόγω στρέβλωσης και διαστρέβλωσης δεν περιορίζονται) αναίρειται. Συνεπώς εκθετικά μειούμενες μετακινήσεις λόγω στρέβλωσης και διαστρέβλωσης συμβαίνουν στη διατομή κοντά στην στήριξη του προβόλου.



Εικόνα 4.2: Σύνθετη πρισματική διατομή με διδιάσπατες περιοχές Ω

Υιοθετώντας την επιρροή από τα άκρα της δοκού διατυπώνεται ένα πρόβλημα για την ανάλυση της διατομής. Το πεδίο μετατοπίσεων περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\bar{u}(x, y, z) = \bar{u}_{RB}(x, y, z) + \bar{u}_{res}(x, y, z) = \underbrace{u(x) + \theta_Y(x)Z - \theta_Z(x)Y}_{\text{κινήσεις στερεού σώματος}} + \underbrace{\alpha(x)\Phi(y, z)}_{\text{στρέβλωση}} \quad (4.2\alpha)$$

$$\bar{v}(x, y, z) = \bar{v}_{RB}(x, y, z) + \bar{v}_{res}(x, y, z) = \underbrace{v(x) - z\theta_x(x)}_{\text{κινήσεις στερεού σώματος}} + \underbrace{\alpha_{,x}(x)V(y, z)}_{\text{διαστρέβλωση}} \quad (4.2\beta)$$

$$\bar{w}(x, y, z) = \bar{w}_{RB}(x, y, z) + \bar{w}_{res}(x, y, z) = \underbrace{w(x) + yq_x(x)}_{\text{κινήσεις στερεού σώματος}} + \underbrace{\alpha_{,x}(x)W(y, z)}_{\text{διαστρέβλωση}} \quad (4.2\gamma)$$

Με βάση τις εξισώσεις της θεωρία ελαστικότητας προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις, οι οποίες διέπουν το πρόβλημα:

$$\left[\mu_m \nabla^2 (\Phi)_m + c^2 (\mu_m + \lambda_m) (\nabla \cdot \mathbf{U})_m + c^2 (2\mu_m + \lambda_m) (\Phi)_m \right] e^{-cx} = 0 \quad (4.3\alpha)$$

$$\left[c\mu_m \nabla^2 (V)_m + c(\mu_m + \lambda_m) (\nabla \cdot \mathbf{U})_{m,y} + c(\mu_m + \lambda_m) (\Phi_{,y})_m + c^3 \mu_m (V)_m \right] e^{-cx} = 0 \quad (4.3\beta)$$

$$\left[c\mu_m \nabla^2 (W)_m + c(\mu_m + \lambda_m)(\nabla \cdot \mathbf{U})_{m,z} + c(\mu_m + \lambda_m)(\Phi_{,z})_m + c^3 \mu_m (W)_m \right] e^{-cx} = 0 \quad (4.3\gamma)$$

Για να ισχύει το παραπάνω σύστημα για κάθε τμή του x , πρέπει να ικανοποιούνται οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$\nabla^2 (\Phi)_m = c^2 \left[-\frac{2\mu_m + \lambda_m}{\mu_m} (\Phi)_m - \frac{\mu_m + \lambda_m}{\mu_m} (\nabla \cdot \mathbf{U})_m \right] \quad (4.4\alpha)$$

$$\nabla^2 (V)_m + \frac{\mu_m + \lambda_m}{\mu_m} [(\nabla \cdot \mathbf{U})_{m,y} + (\Phi_{,y})_m] = c^2 [-(V)_m] \quad (4.4\beta)$$

$$\nabla^2 (W)_m + \frac{\mu_m + \lambda_m}{\mu_m} [(\nabla \cdot \mathbf{U})_{m,z} + (\Phi_{,z})_m] = c^2 [-(W)_m] \quad (4.4\gamma)$$

Το σύστημα αυτό έχει τις ακόλουθες συνοριακές συνθήκες:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\tau_{xn}(s))_m = 0 \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{fr}, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ (\tau_{xn}(s))_m = -(\tau_{xn}(s))_n \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{int} \cup \Gamma_{\Omega_n}^{int}, \quad m, n = 1, 2, \dots, M, \quad m \neq n \end{array} \right. \quad (4.5\alpha)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\tau_{yn}(s))_m = 0 \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{fr}, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ (\tau_{yn}(s))_m = -(\tau_{yn}(s))_n \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{int} \cup \Gamma_{\Omega_n}^{int}, \quad m, n = 1, 2, \dots, M, \quad m \neq n \end{array} \right. \quad (4.5\beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\tau_{zn}(s))_m = 0 \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{fr}, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ (\tau_{zn}(s))_m = -(\tau_{zn}(s))_n \quad s \in \Gamma_{\Omega_m}^{int} \cup \Gamma_{\Omega_n}^{int}, \quad m, n = 1, 2, \dots, M, \quad m \neq n \end{array} \right. \quad (4.5\gamma)$$

Ακολουθώντας, εφαρμόζοντας κατάλληλη διακριτοποίηση στη διατομή, οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος οδηγούν στη διατύπωση του γενικευμένου προβλήματος συνοριακών τιμών της μορφής:

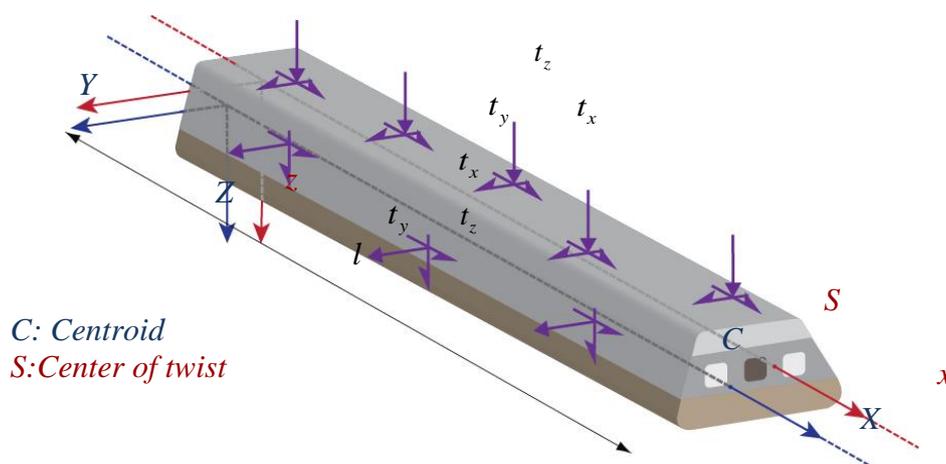
$$\mathbf{AW} = c^2 \mathbf{BW} \quad (4.6)$$

όπου A, B είναι τα γνωστά μητρώα συντελεστών τα οποία εξαρτώνται από τη διακριτοποίηση και $c^2W = [\Phi \ U]^T$ είναι γενικευμένες τιμές ιδιοτιμής και ιδιοδιανύσματος των μητρώων A και B αντίστοιχα. Η λύση του προβλήματος ιδιοτιμής παράγει N ιδιοτιμές c_i^2 με τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα $W_i (i=1, \dots, N)$ τα οποία αποτελούν μία βάση από μορφές παραμόρφωσης της διατομής κατάλληλη για την ανάλυση διαστρέβλωσης των δοκών.

4.4.2 Καθολική ισορροπία

Χρησιμοποιώντας την ανάλυση της διατομής που βασίζεται στο σχήμα διαδοχικής ισορροπίας μπορούν να προκύψουν μορφές διαστρέβλωσης λόγω κάμψης και στρέψης, η ανάλυση της δοκού με επιρροή διαστρέβλωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί. Σ' αυτήν την περίπτωση, οι υποθέσεις που θεωρήθηκαν στην αρχή της ενότητας 4.4.1 μπορούν να γενικευτούν έτσι ώστε να μην εφαρμοστεί κανένας περιορισμός όσον αφορά τον τρόπο της στήριξης και της φόρτισης.

Η δοκός μπορεί να υφίσταται σε ένα συνδυασμό δράσεων από τυχαίες κατανεμημένες ή συγκεντρωμένες αξονικές φορτίσεις $p_x : p_x(X)$ κατά την διεύθυνση X , εγκάρσια φορτία $p_y : p_y(x)$ και $p_z : p_z(x)$ κατά τις διευθύνσεις y, z αντίστοιχα, στρεπτικές ροπές $m_t : m_t(x)$ περί της διεύθυνσης x , ροπές λυγισμού $m_Y : m_Y(x)$, $m_Z : m_Z(x)$ περί των διευθύνσεων Y, Z , αντίστοιχα, όπως επίσης και ροπές λόγω στρέβλωσης $m_{\varphi_S^P} : m_{\varphi_S^P}(x)$, $m_{\varphi_S^S} : m_{\varphi_S^S}(x)$, $m_{\varphi_{CY}^P} : m_{\varphi_{CY}^P}(x)$, $m_{\varphi_{CZ}^P} : m_{\varphi_{CZ}^P}(x)$ και ανώτερες ροπές $m_{Dx}^P : m_{Dx}^P(x)$, $m_{Dx}^S : m_{Dx}^S(x)$, $m_{DY}^P : m_{DY}^P(x)$, $m_{DY}^S : m_{DY}^S(x)$, $m_{DZ}^P : m_{DZ}^P(x)$, $m_{DZ}^S : m_{DZ}^S(x)$ οι οποίες σε ότι ακολουθεί μπορεί να αναφερθούν και ως ροπές διαστρέβλωσης που θα οριστούν στην επόμενη ενότητα. Οι παραπάνω φορτίσεις συμβαίνουν ως αποτέλεσμα τυχαίων κατανεμημένων διανυσμάτων τάσεως $\mathbf{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ πάνω στη παράπλευρη επιφάνεια της δοκού (Εικόνα 4.3).



Εικόνα 4.3: Σύνθετη πρισματική δοκός υπό τυχαίες κατανεμημένες τάσεις

Υπό την επίρεια της παραπάνω γενικής φόρτισης και των πιθανών περιορισμών, η δοκός οδηγείται σε κάμψη και /ή στρέψη συνοδευόμενα από την ανάπτυξη παραμορφώσεων λόγω στρέβλωσης και διαστρέβλωσης. Στα πλαίσια των παραπάνω, οι συνιστώσες μετακίνησης σε ένα τυχαίο σημείο της δοκού δίνεται όπως παρακάτω:

$$\bar{u}(x, y, z) = \bar{u}^P(x, y, z) + \bar{u}^S(x, y, z) = \underbrace{u(x) + \theta_Y(x)Z - \theta_Z(x)Y + \eta_x(x)\varphi_S^P(y, z)}_{\text{πρωτογενείς διαμήκεις μετακινήσεις}} + \underbrace{+\eta_Y(x)\varphi_{CY}^P(y, z) + \eta_Z(x)\varphi_{CZ}^P(y, z) + \xi_x(x)\varphi_S^S(y, z)}_{\text{δευτερογενείς διαμήκεις μετακινήσεις}} \quad (4.7\alpha)$$

$$\bar{v}(x, y, z) = v(x) - z\theta_x(x) + \underbrace{\zeta_x(x)v_S^P(y, z) + \zeta_Y(x)v_{CY}^P(y, z) + \zeta_Z(x)v_{CZ}^P(y, z)}_{\text{εγκάρσιες μετακινήσεις εξαιτίας της διαστρέβλωσης}} + \underbrace{+\lambda_x(x)v_S^S(y, z) + \lambda_Y(x)v_{CY}^S(y, z) + \lambda_Z(x)v_{CZ}^S(y, z)}_{\text{εγκάρσιες μετακινήσεις εξαιτίας της διαστρέβλωσης}} \quad (4.7\beta)$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x) + y\theta_x(x) + \underbrace{\zeta_x(x)w_S^P(y, z) + \zeta_Y(x)w_{CY}^P(y, z) + \zeta_Z(x)w_{CZ}^P(y, z)}_{\text{εγκάρσιες μετακινήσεις εξαιτίας της διαστρέβλωσης}} + \underbrace{\lambda_x(x)w_S^S(y, z) + \lambda_Y(x)w_{CY}^S(y, z) + \lambda_Z(x)w_{CZ}^S(y, z)}_{\text{εγκάρσιες μετακινήσεις εξαιτίας της διαστρέβλωσης}} \quad (4.7\gamma)$$

όπου $\bar{u} : \bar{u}(x, y, z)$, $\bar{v} : \bar{v}(x, y, z)$, $\bar{w} : \bar{w}(x, y, z)$ είναι οι αξονικές και εγκάρσιες συνιστώσες μετακινήσεων σε σχέση με το σύστημα αξόνων $Sxyz$, ενώ $\bar{u}^P : \bar{u}^P(x, y, z)$, $\bar{u}^S : \bar{u}^S(x, y, z)$ δηλώνει τις πρωτογενείς και τις δευτερογενείς διαμήκεις μετακινήσεις αντίστοιχα. Επιπλέον, $v : v(x)$, $w : w(x)$ περιγράφουν την εκτροπή του κέντρου στροφής S , ενώ $u : u(x)$ δηλώνει 'τη μέση' αξονική μετακίνηση της διατομής. $\theta_Y : \theta_Y(x)$, $\theta_Z : \theta_Z(x)$ είναι οι γωνίες περιστροφής κατά μήκος των κεντροειδή αξόνων Y , Z , αντίστοιχα. $\eta_x : \eta_x(x)$, $\xi_x : \xi_x(x)$ είναι οι ανεξάρτητοι παράμετροι στρέβλωσης που εισάγονται για να περιγράψουν την μη ομοιόμορφη κατανομή πρωτογενούς και δευτερογενούς στρεπτικής στρέβλωσης ενώ $\eta_Y : \eta_Y(x)$, $\eta_Z : \eta_Z(x)$ είναι οι ανεξάρτητοι παράμετροι στρέβλωσης που εισάγονται για να περιγράψουν την μη ομοιόμορφη κατανομή της πρωτογενούς στρέβλωσης εξαιτίας της διάτμησης, $\varphi_S^P : \varphi_S^P(y, z)$ είναι η πρωτογενής και $\varphi_S^S : \varphi_S^S(y, z)$ η δευτερογενής συνάρτηση στρεπτικής στρέβλωσης σε σχέση με το κέντρο στροφής S ,

ενώ $\varphi_{CY}^P : \varphi_{CY}^P(y, z)$, $\varphi_{CZ}^P : \varphi_{CZ}^P(y, z)$ είναι οι αντίστοιχες πρωτογενείς συναρτήσεις διαστρέβλωσης λόγω διάτμησης σε σχέση με την κεντροειδή C .

Ακολουθώντας την ίδια ιδέα $\zeta_x : \zeta_x(x)$, $\lambda_x : \lambda_x(x)$ είναι οι ανεξάρτητοι παράμετροι διαστρέβλωσης που εισάγονται για να περιγράψουν την μη ομοιόμορφη κατανομή λόγω στρέψης (πρωτογενή και δευτερογενή αντίστοιχα) και $\zeta_Y : \zeta_Y(x)$, $\lambda_Y : \lambda_Y(x)$, $\zeta_Z : \zeta_Z(x)$, $\lambda_Z : \lambda_Z(x)$ είναι οι ανεξάρτητοι παράμετροι διαστρέβλωσης που εισάγονται για να περιγράψουν την μη ομοιόμορφη κατανομή της διαστρέβλωσης λόγω κάμψης (πρωτογενή και δευτερογενή αντίστοιχα), $v_S^i : v_S^i(y, z)$, $w_S^i : w_S^i(y, z)$, $v_{CY}^i : v_{CY}^i(y, z)$, $w_{CY}^i : w_{CY}^i(y, z)$, $v_{CZ}^i : v_{CZ}^i(y, z)$, $w_{CZ}^i : w_{CZ}^i(y, z)$ ($i = P, S$) είναι οι συνιστώσες των διανυσμάτων των συναρτήσεων διαστρέβλωσης \mathbf{u}_S^i , \mathbf{u}_{CY}^i , \mathbf{u}_{CZ}^i ($i = P, S$).

Για τη διατύπωση της διαφορικής εξίσωσης ισορροπίας χρησιμοποιείται η αρχή των δυνατών έργων:

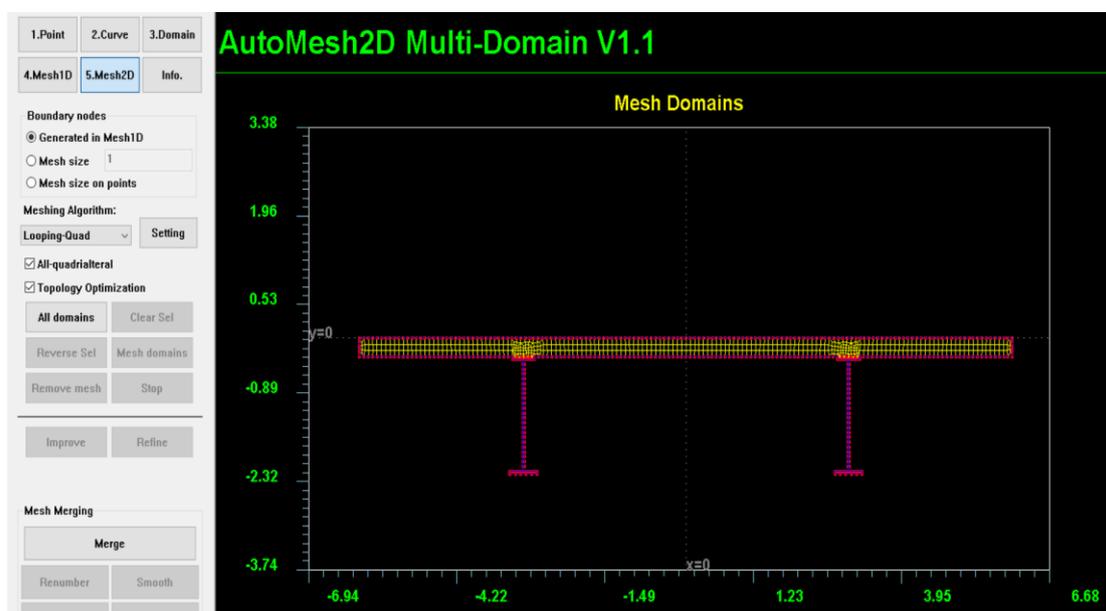
$$\delta U = \delta W \Rightarrow \int_V \delta \mathbf{e}^T \mathbf{s} dV = \int_F \delta \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{t} dF \quad (4.8)$$

όπου $\delta()$ δηλώνει δυνατές ποσότητες, \mathbf{t} είναι το διάνυσμα τάσεων που εφαρμόζεται στην παράπλευρη επιφάνεια της δοκού συμπεριλαμβάνοντας τις ακριανές διατομές, που δηλώνονται από το F ενώ το V είναι ο όγκος της δοκού.

5. Αριθμητικές εφαρμογές με χρήση θεωριών δοκού ανώτερης τάξης

Η δεύτερη επίλυση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε με τη χρήση κώδικα γραμμένου σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran. Το πρόγραμμα αυτό λαμβάνει υπόψιν τις παραμορφώσεις εντός και εκτός του επιπέδου της διατομής, δηλαδή τη στρέβλωση και τη διαστρέβλωση, σύμφωνα με τις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Λειτουργεί με μονοδιάστατα στοιχεία και προσφέρει μεγάλη ευχέρεια στον ορισμό συνοριακών συνθηκών και φόρτισης. Απαιτεί τη χρήση κατάλληλου πλέγματος, το οποίο με προκύπτει κατόπιν δοκιμών.

Οι αναλύσεις που πραγματοποιούνται με αυτό είναι γραμμικές τόσο ως προς τη γεωμετρία, όσο και ως προς το υλικό. Η ύπαρξη αρχικών ατελειών δε λαμβάνεται υπόψιν. Τα προσομοιώματα που εξετάστηκαν είναι τα ίδια με αυτά που εξετάστηκαν με τη χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις επόμενες υποενότητες. Στόχος των αναλύσεων αυτών είναι να επιβεβαιωθεί η ορθότητα του λογισμικού αυτού μέσω του υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων, καθώς το πρώτο προαφέρει όλα τα πλεονεκτήματα της ανάλυσης με ραβδόμορφα στοιχεία που αναλύθηκαν στο προηγούμενο Κεφάλαιο.



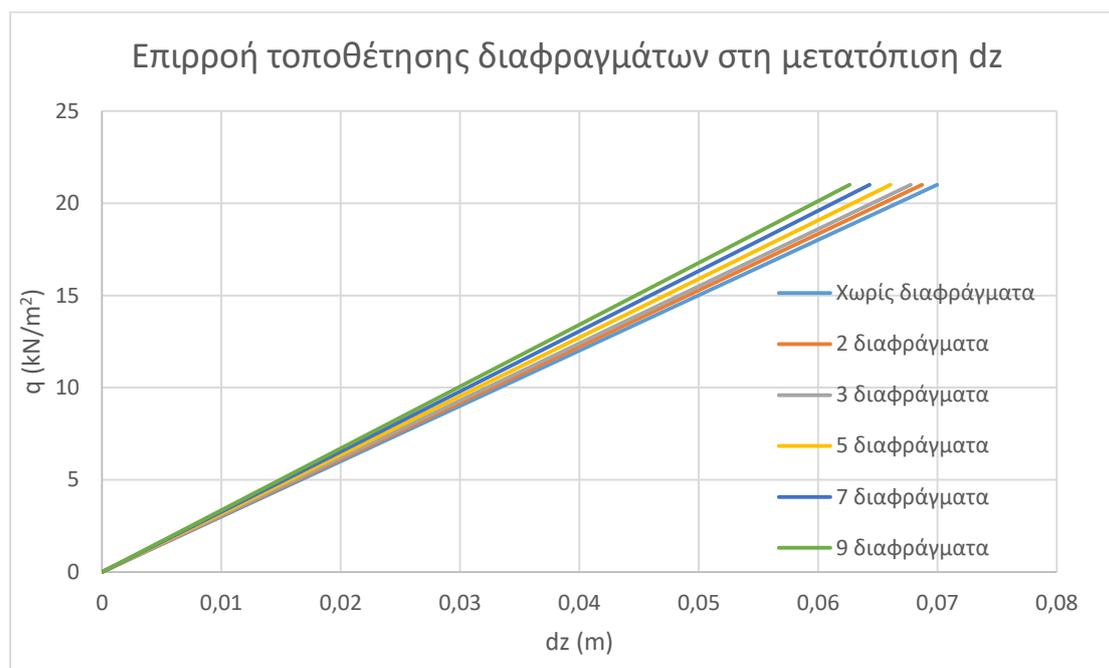
Εικόνα 5.1: Δημιουργία πλέγματος για το πρόγραμμα που βασίζεται σε θεωρίες δοκού ανώτερης τάξης

5.1 Ανοιχτές διατομές

5.1.1 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m

Για την περίπτωση ευθύγραμμης γέφυρας ανοικτής διατομής δημιουργήθηκαν προσομοιώματα τόσο με όσο και χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφράγματα. Σε κάθε μία από τις παραπάνω

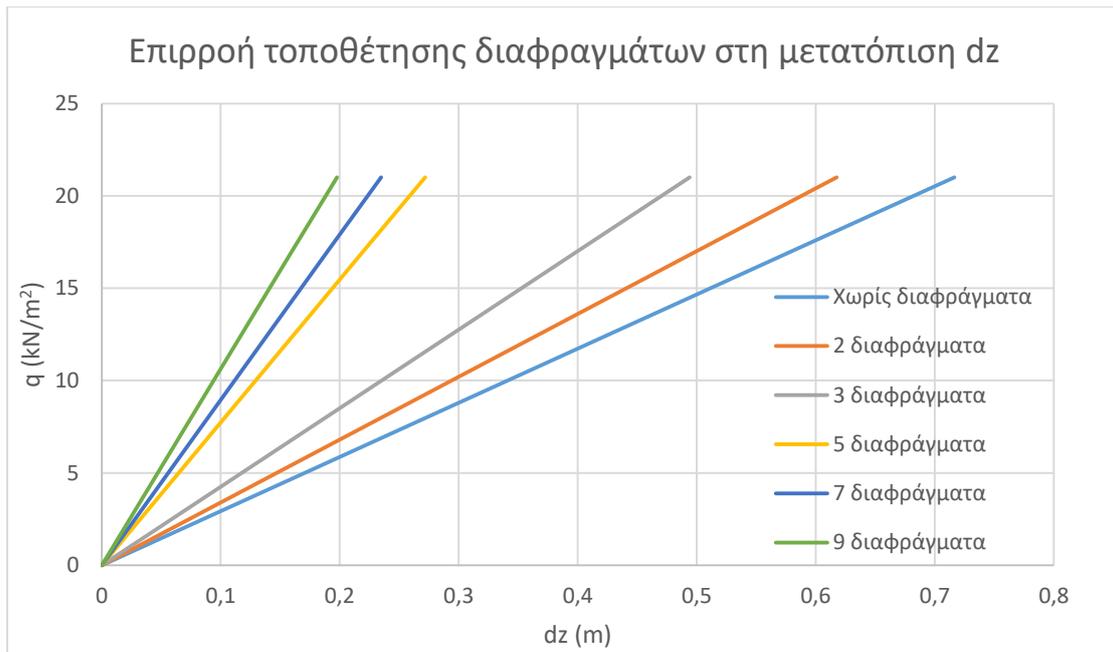
περιπτώσεις τα διαφράγματα τοποθετήθηκαν σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις. Στο Διάγραμμα 5.1 φαίνεται η επιρροή της τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz του φορέα. Είναι εμφανές ότι η τοποθέτηση διαφραγμάτων δεν επηρεάζει καθόλου την απόκριση του φορέα για αυτές τις τιμές του φορτίου σε ευθυγραμμία. Ο κόμβος αναφοράς για όλες τις παρακάτω καμπύλες είναι αυτός που βρίσκεται στο μέσον του φορέα και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση dz .



Διάγραμμα 5.1: Επιρροή τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz

5.1.2 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοιχτής διατομής μήκους 50m

Για την περίπτωση καμπύλης γέφυρας ανοιχτής διατομής δημιουργήθηκαν προσομοιώματα τόσο με όσο και χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφράγματα. Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις τα διαφράγματα τοποθετήθηκαν σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις. Στο Διάγραμμα 5.2 φαίνεται η επιρροή της τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz του φορέα. Είναι εμφανές ότι η τοποθέτηση των ακραίων διαφραγμάτων καθώς και του διαφράγματος της μεσσαίας διατομής μειώνει την κατακόρυφη μετατόπιση του φορέα σε αξιοσημείωτο ποσοστό. Ομοίως η εισαγωγή 5 διαφραγμάτων έχει σημαντική επιρροή στον περιορισμό της μετακίνησης. Αντίθετα, η απόκριση του φορέα για τοποθέτηση 7 και 9 διαφραγμάτων παρουσιάζει χαμηλή απόκλιση από αυτήν για 5 διαφράγματα. Ο κόμβος αναφοράς για όλες τις παρακάτω καμπύλες είναι αυτός που βρίσκεται στο μέσον του φορέα και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση dz .

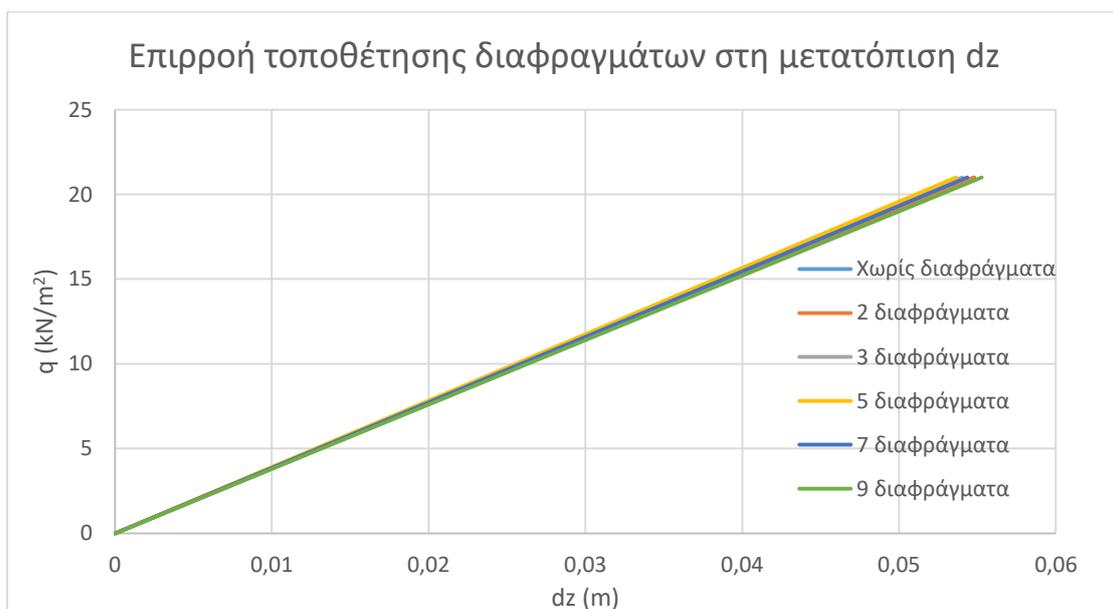


Διάγραμμα 5.2: Επιρροή τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz

5.2 Κλειστές διατομές

5.2.1 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m

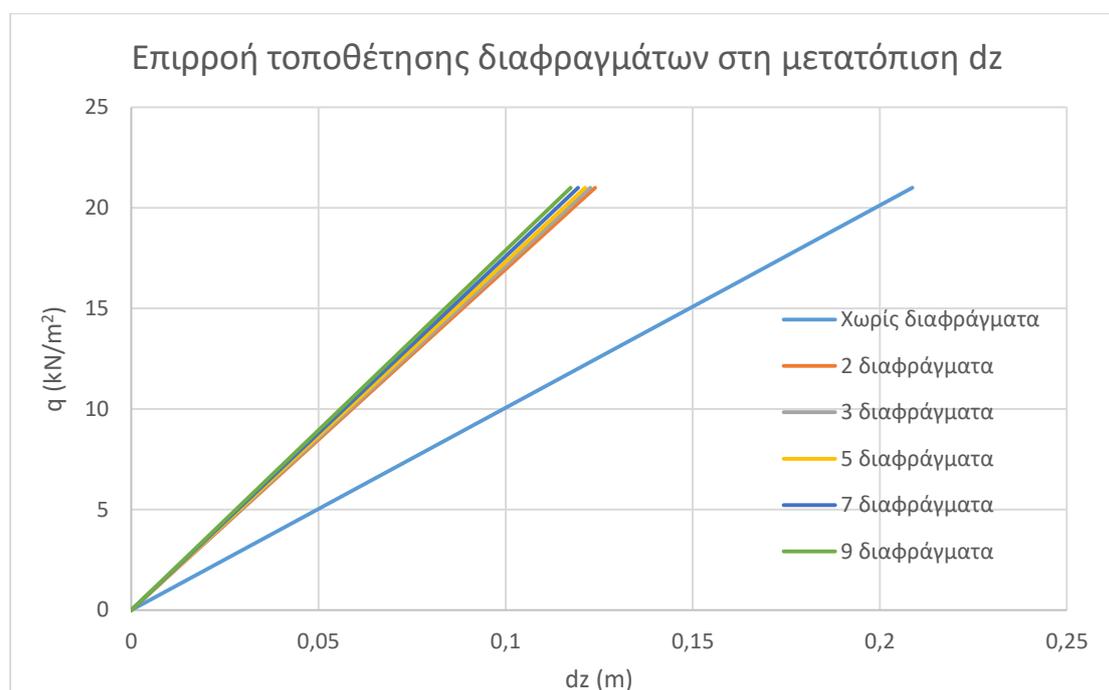
Ομοίως με τα προαναφερθέντα, για την ευθύγραμμη γέφυρα κλειστής διατομής δημιουργήθηκαν προσομοιώματα χωρίς και με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφράγματα, σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις. Στο Διάγραμμα 5.3 φαίνεται η επιρροή της τοποθέτησης διαφραγμάτων στο φορέα. Είναι εμφανές ότι η τοποθέτηση διαφραγμάτων δεν επηρεάζει καθόλου την απόκριση του φορέα. Ο κόμβος αναφοράς βρίσκεται στο μέσον του φορέα και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση dz.



Διάγραμμα 5.3: Επιρροή τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz

5.2.2 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m

Για την περίπτωση καμπύλης γέφυρας κλειστής διατομής δημιουργήθηκαν προσομοιώματα τόσο με όσο και χωρίς διαφράγματα. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκαν προσομοιώματα με 2, 3, 5, 7 και 9 διαφράγματα. Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις τα διαφράγματα τοποθετήθηκαν σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις. Στο Διάγραμμα 5.4 φαίνεται η επιρροή της τοποθέτησης διαφραγμάτων στο φορέα. Είναι εμφανές ότι η τοποθέτηση των ακραίων διαφραγμάτων είναι καθοριστική για τον περιορισμό της κατακόρυφης μετατόπισης, ενώ η τοποθέτηση των ενδιάμεσων διαφραγμάτων δεν επηρεάζει καθόλου την απόκριση του φορέα. Ο κόμβος αναφοράς για όλες τις παρακάτω καμπύλες βρίσκεται στο μέσον του φορέα και παρουσιάζει τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση dz .



Διάγραμμα 5.4: Επιρροή τοποθέτησης διαφραγμάτων στην κατακόρυφη μετατόπιση dz

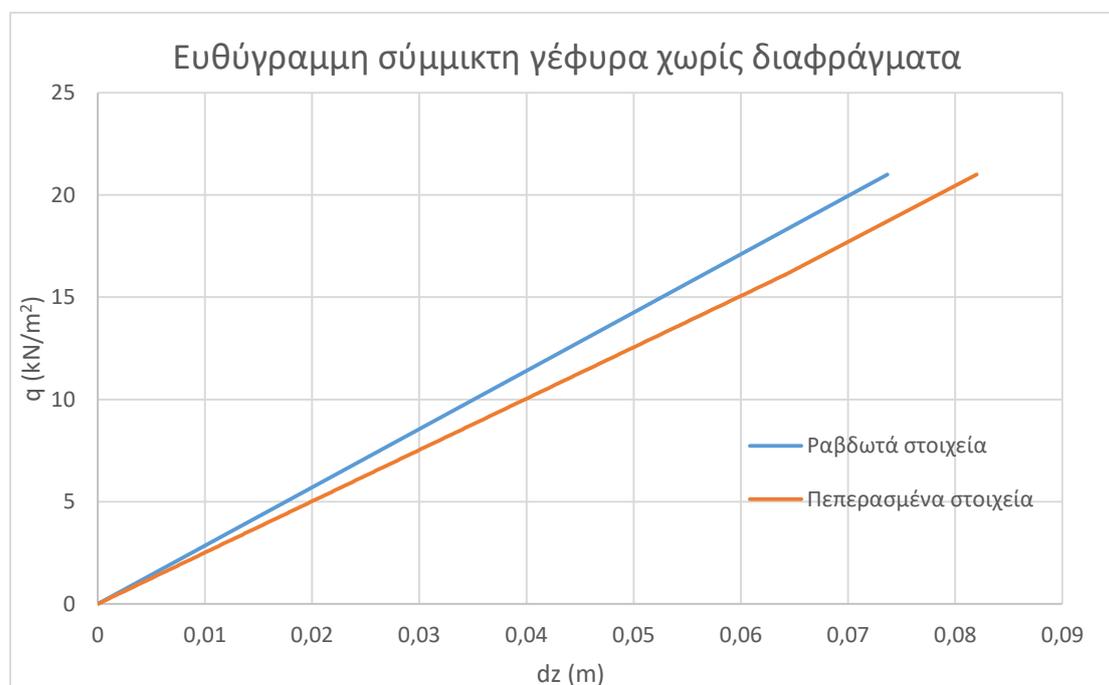
6. Σύγκριση των χρησιμοποιούμενων μεθόδων

Στα παραπάνω κεφάλαια παρουσιάστηκαν δύο μέθοδοι αντιμετώπισης του προβλήματος της τοποθέτησης διαφραγμάτων. Η πρώτη αφορά τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων και η δεύτερη τη χρήση ραβδωτών στοιχείων. Στη συνέχεια γίνεται προσπάθεια σύγκρισης των αποτελεσμάτων των χρησιμοποιούμενων μεθόδων. Η σύγκριση αφορά το τμήμα που βρίσκονται σε ελαστική περιοχή, δηλαδή για κατανεμημένο φορτίο το οποίο δεν υπερβαίνει τα 21kN/m^2 .

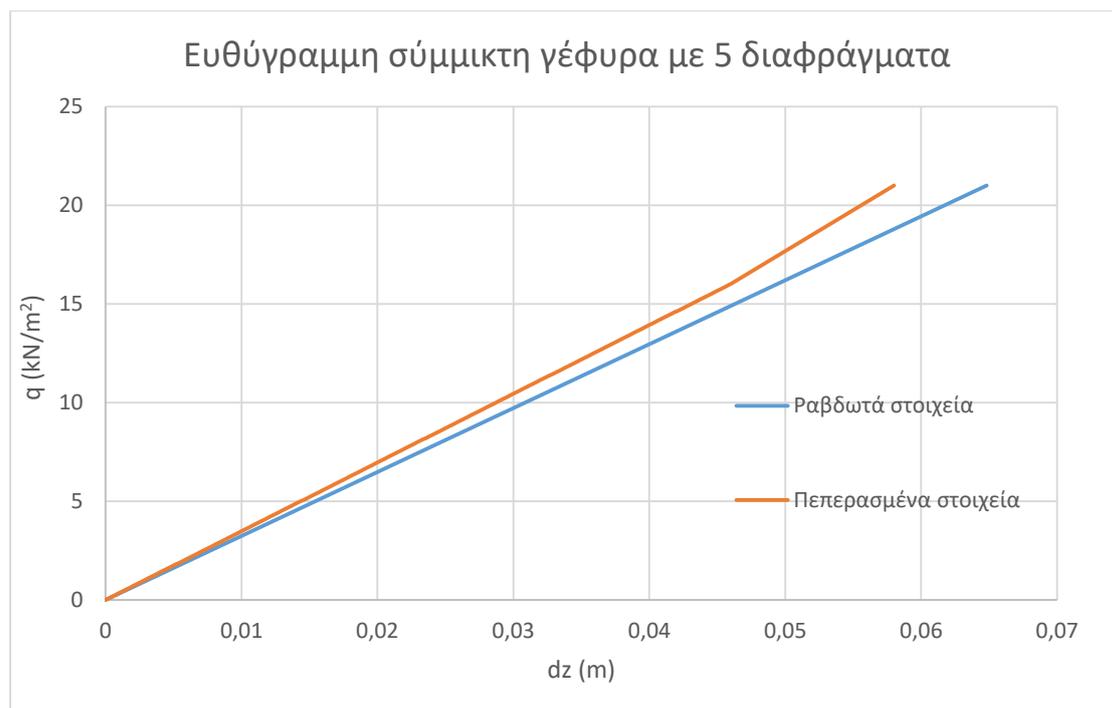
Στα παρακάτω διαγράμματα (Διαγράμματα 6.1÷6.8) φαίνονται οι συγκριτικοί δρόμοι για τις δύο χρησιμοποιούμενες μεθόδους. Τα διαγράμματα αυτά αφορούν την κατακόρυφη μετατόπιση του φορέα και έχουν ως κόμβο αναφοράς τον κόμβο με τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση. Τα αποτελέσματα φαίνονται να ταυτίζονται με πολύ μικρή απόκλιση (<10%), γεγονός που ενθαρρύνει τη χρήση ραβδωτών στοιχείων, καθώς όπως προαναφέρθηκε είναι ιδιαίτερα εύχρηστα. Παρατίθενται μόνο τα διαγράμματα για φορείς χωρίς διαφράγματα, με 5 και με 9 διαφράγματα. Τα υπόλοιπα διαγράμματα παρουσιάζουν την ίδια απόκλιση και παραλείπονται.

6.1 Ανοικτές διατομές

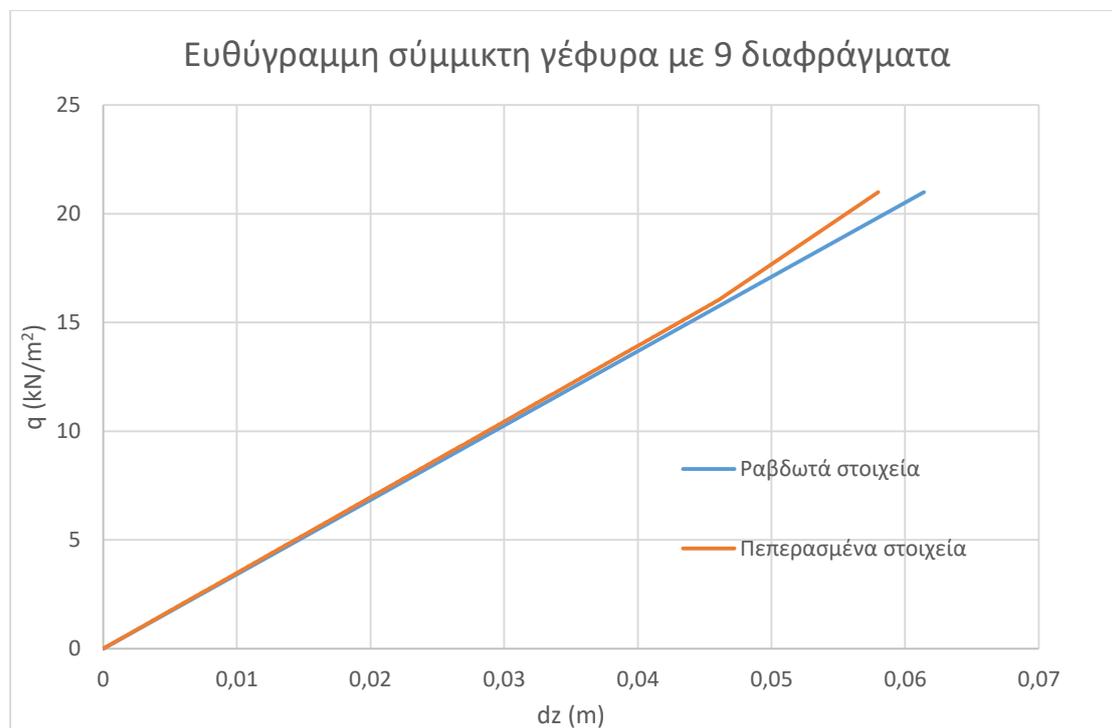
6.1.1 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m



Διάγραμμα 6.1: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής χωρίς διαφράγματα

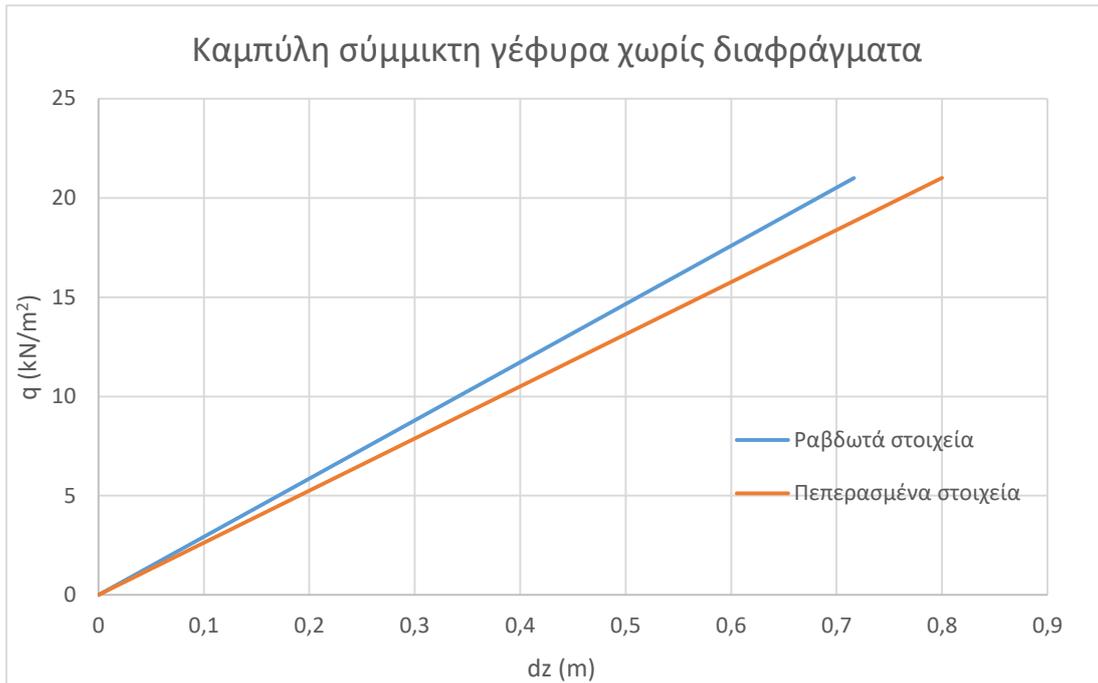


Διάγραμμα 6.2: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής με 5 διαφράγματα

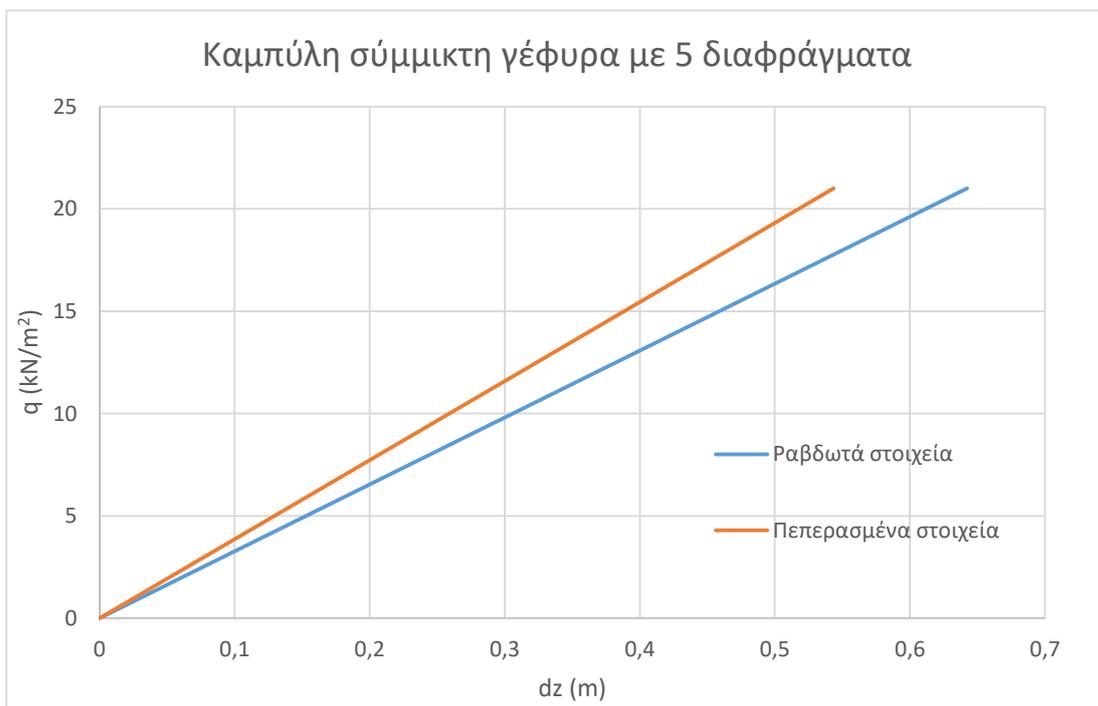


Διάγραμμα 6.3: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής με 9 διαφράγματα

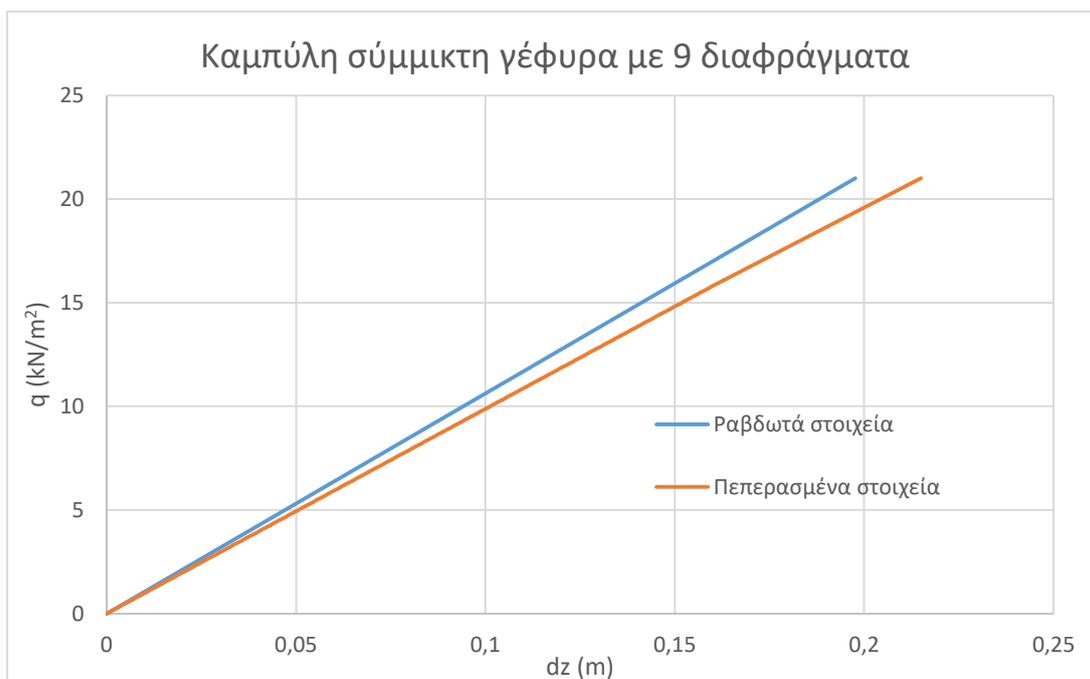
6.1.2 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής μήκους 50m



Διάγραμμα 6.4: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής χωρίς διαφράγματα



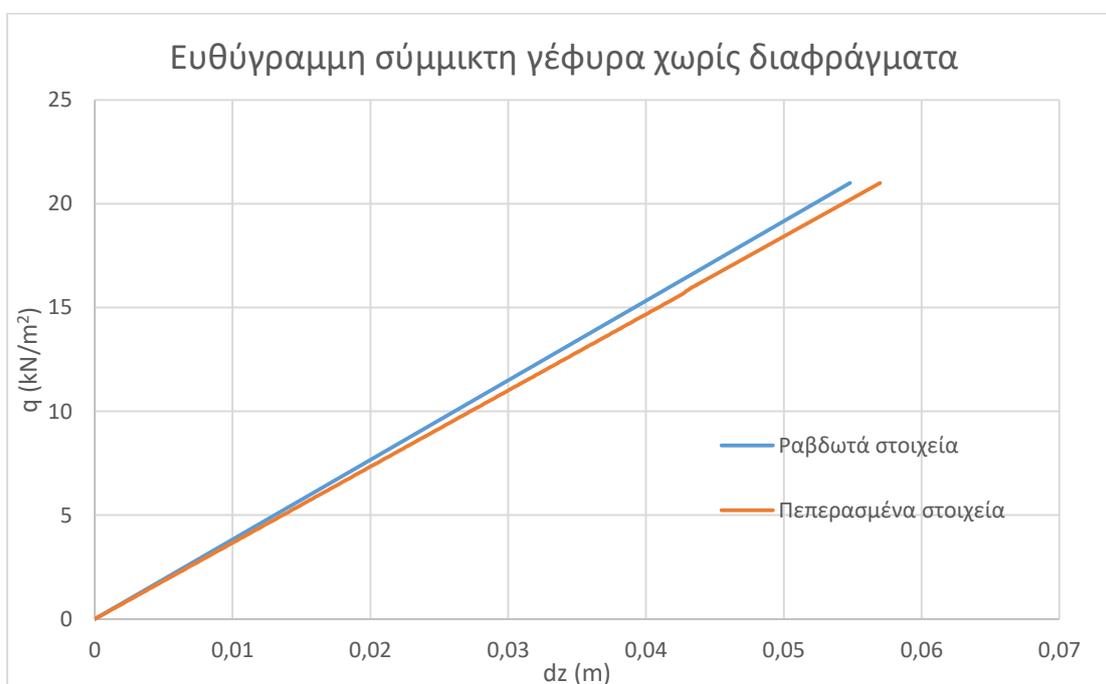
Διάγραμμα 6.5: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής με 5 διαφράγματα



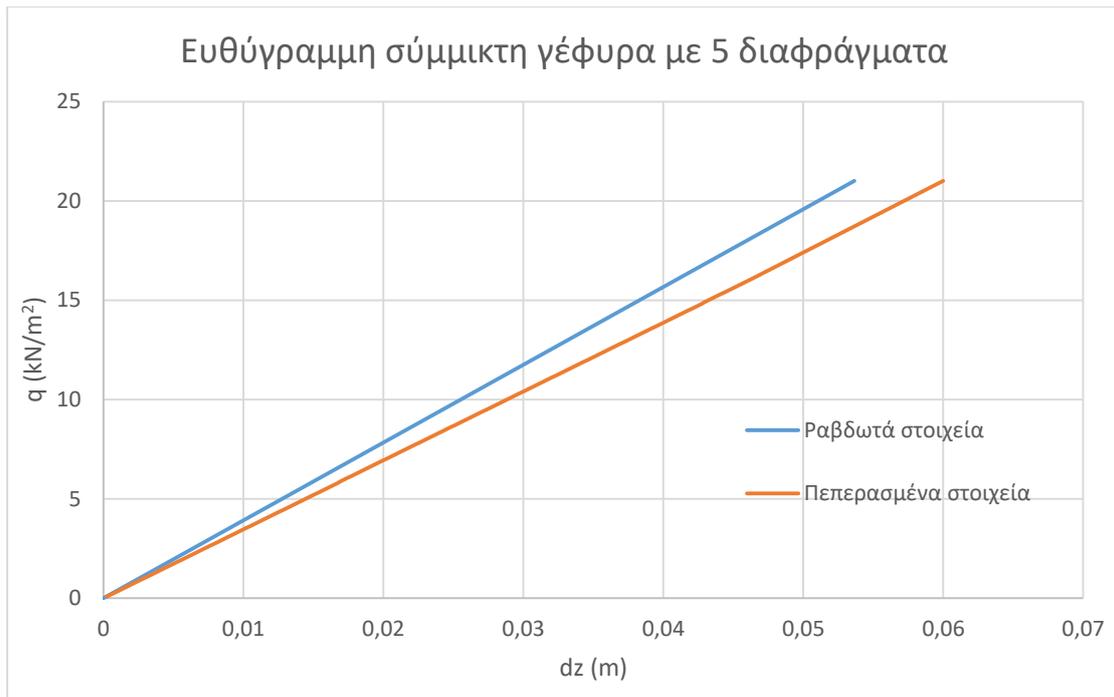
Διάγραμμα 6.6: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα ανοικτής διατομής με 9 διαφράγματα

6.2 Κλειστές διατομές

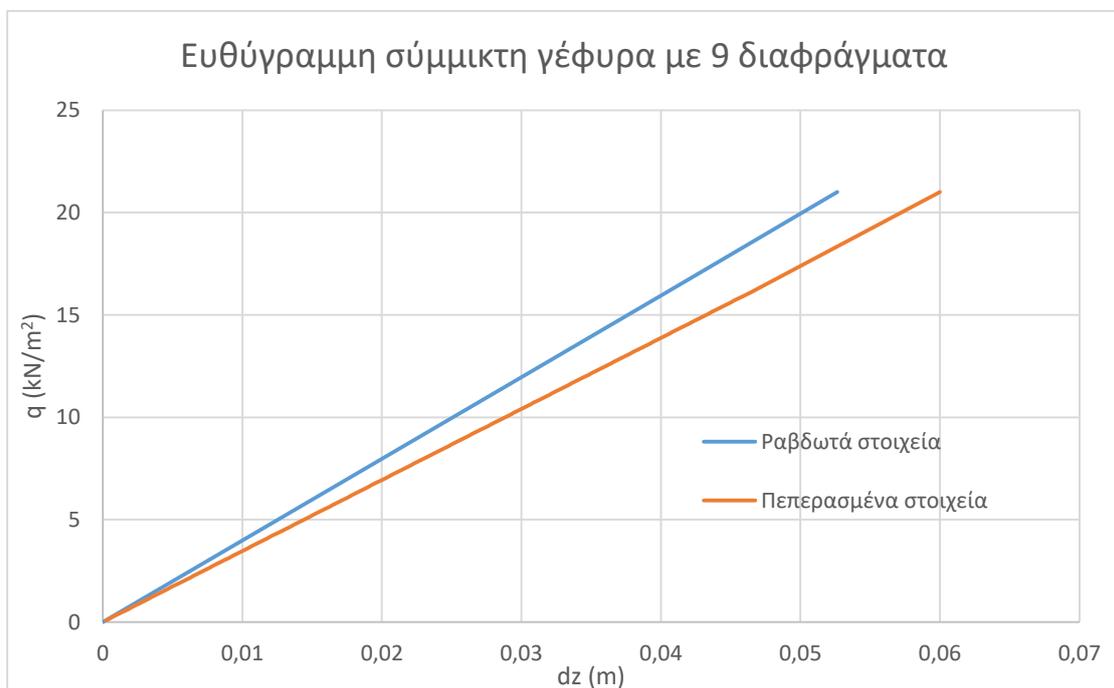
6.2.1 Ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m



Διάγραμμα 6.7: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής χωρίς διαφράγματα

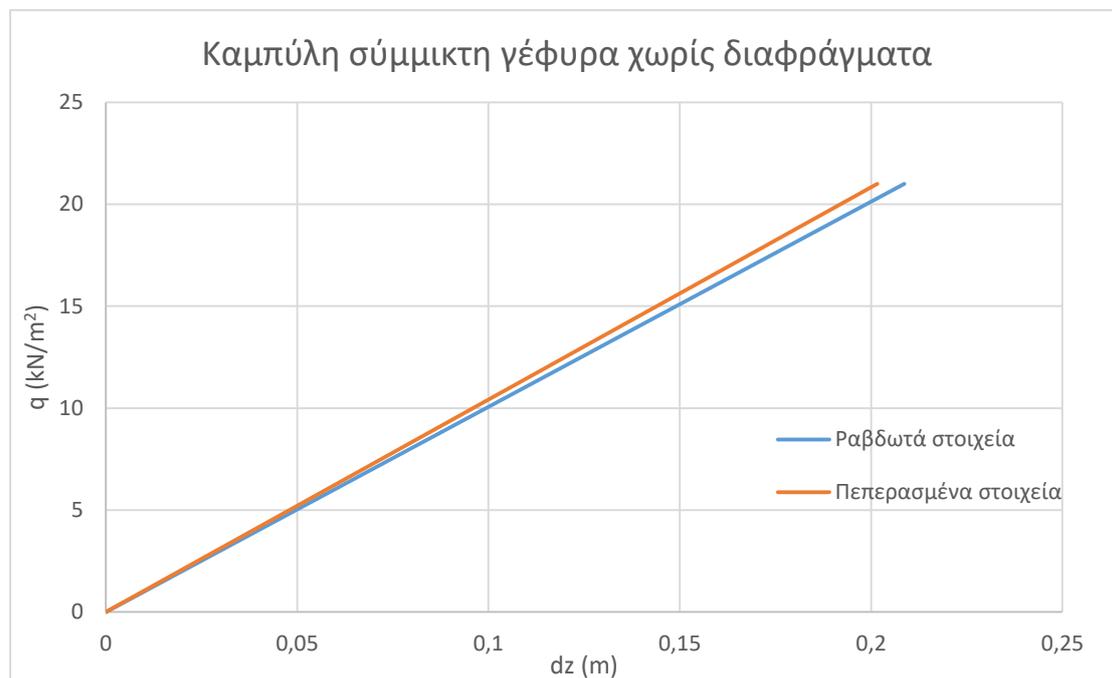


Διάγραμμα 6.8: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής με 5 διαφράγματα

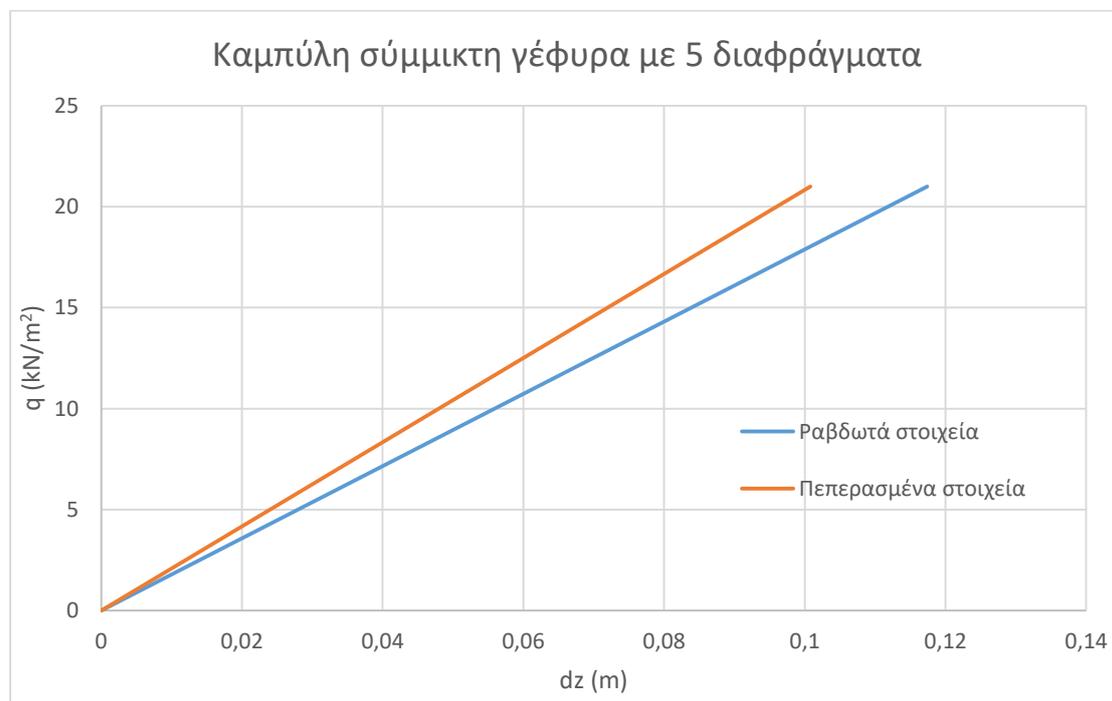


Διάγραμμα 6.9: Σύγκριση των δύο μεθόδων για ευθύγραμμη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής με 9 διαφράγματα

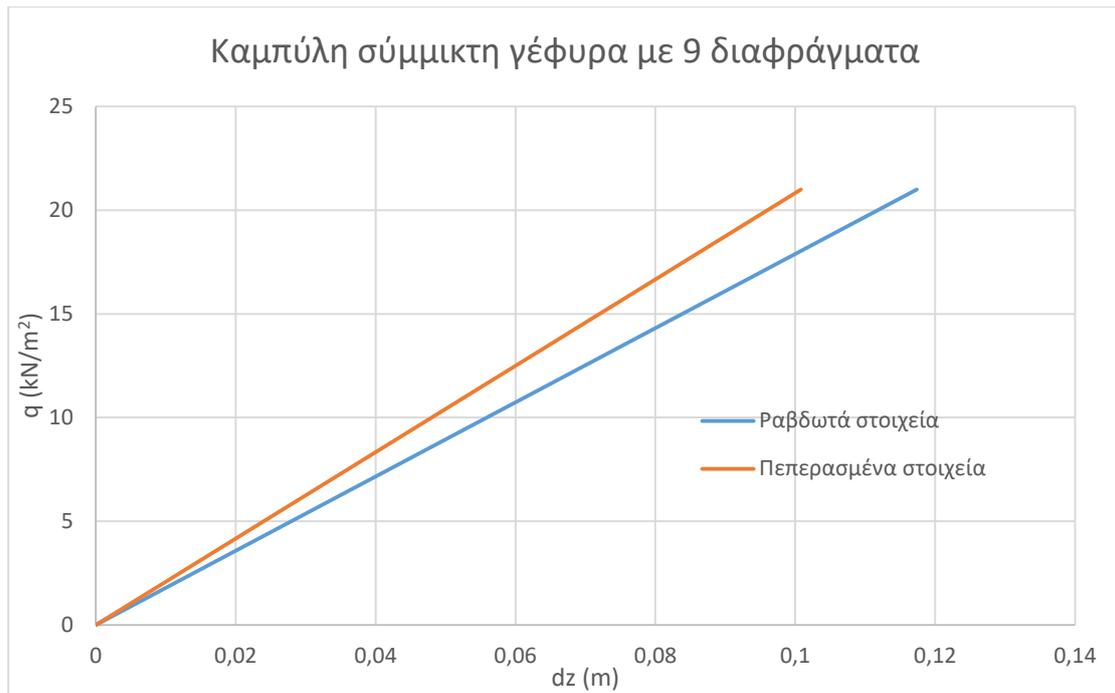
6.2.2 Καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής μήκους 50m



Διάγραμμα 6.10: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής χωρίς διαφράγματα



Διάγραμμα 6.11: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα με 5 διαφράγματα



Διάγραμμα 6.12: Σύγκριση των δύο μεθόδων για καμπύλη σύμμικτη γέφυρα κλειστής διατομής με 9 διαφράγματα

7. Κανονισμοί και Αποτίμηση τους

Οι σύγχρονοι κανονισμοί αναγνωρίζουν τη σημασία των παραμορφώσεων λόγω φαινομένων στρέβλωσης και διαστρέβλωσης και προτείνουν οδηγίες για το συνυπολογισμό τους κατά την ανάλυση του φορέα της κατασκευής.

7.1 Ευρωκώδικες (EC)

Αναφορικά με τη στρέψη στις παραγράφους 6.2.7.1 και 6.2.7.2 του EN 1993-2, Ευρωκώδικας 3: Design of steel structures – Part 2: Steel bridges επισημαίνεται ότι η τάση λόγω διαστρέβλωσης δεν πρέπει να υπερβαίνει κάποιο όριο. Σε περίπτωση που αμεληθεί η διαστρέβλωση πρέπει να ακολουθούνται συγκεκριμένες οδηγίες, οι οποίες παρουσιάζονται στα σημεία (1)-(9) της υποενότητας 6.2.7, η οποία αφορά στρέψη του EN 1993-1-1, Ευρωκώδικας 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Ωστόσο, δεν υπάρχουν συγκεκριμένες οδηγίες για τα παραπάνω. Οι περισσότερες από τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 που αφορούν στρέψη ισχύουν μόνο στην περίπτωση όπου η παραμόρφωση λόγω διαστρέβλωσης αμελείται.

Όμοιες είναι οι οδηγίες στην περίπτωση ελέγχου των μελών του φορέα της κατασκευής έναντι λυγισμού, όπως αναφέρεται στο σημείο (1) της υποενότητας 6.3.3 του EN 1993-1-1. Ο λυγισμός που οφείλεται σε διαστρέβλωση παρουσιάζεται στους EN 1993-1-3, Ευρωκώδικας 3 – Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed member and sheeting και EN 1993-1-4, Ευρωκώδικας 3 – Design of steel structures – Part 1-4: General rules – Supplementary rules for stainless steels. Λαμβάνεται υπόψιν μέσω μειωτικών συντελεστών και ειδικών διατάξεων, ώστε να εμποδίζεται η εκδήλωση της διαστρέβλωσης. Επίσης η επιρροή της διαστρέβλωσης προτείνεται να λαμβάνεται υπόψιν στην περίπτωση άοπλων μελών (Υποενότητα 7.5.2.1(7) του EN 1993-1-8, Ευρωκώδικας 3: Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints), ώστε να αποφευχθεί η αστοχία λόγω διαστρέβλωσης και ο υπολογισμός των ορθών τάσεων λόγω κόπωσης (Ενότητα 4(1) of EN 1993-1-9, Ευρωκώδικας 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue).

Σχετικά με το σχεδιασμό κατασκευών από αλουμίνιο (Ευρωκώδικας 9: Design of aluminum structures – Part 1-1: General structural rules and Part 1-3: Structures susceptible to fatigue) κάποιοι γενικοί κανόνες εξηγούν για τη διαστρέβλωση και το λυγισμό λόγω διαστρέβλωσης άνευ συγκεκριμένων συστάσεων.

7.2 American Association of State Highway and Transportation Officials – AASHTO

Παρά τα όσα αναφέρθηκαν για τους Ευρωκώδικες, υπάρχουν κανονισμοί, οι οποίοι συνιστούν συγκεκριμένες οδηγίες για την αποφυγή των φαινομένων της διαστρέβλωσης. Συγκεκριμένα, ο AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials) ορίζει την μέγιστη απόσταση μεταξύ των

τοποθετούμενων διαφραγμάτων σε οριζοντιογραφικά καμπύλη γέφυρα μέσω του ακόλουθου προσεγγιστικού τύπου 5.1.

$$L_D \leq L \left(\frac{R}{200L-7500} \right)^{1/2} \leq 25 \text{ ft} \quad (5.1)$$

Η οδηγία αυτή ικανοποιεί την απαίτηση ότι η τάση λόγω διαστρέβλωσης περιορίζεται σε επίπεδα της τάξης του 10% της τάσης λόγω κάμψης και η διατμητική τάση περιορίζεται σε 13.7MPa ή και λιγότερο.

7.3 Hanshin Expressway Public Corporation of Japan - HEPCJ

Άλλος ένας κανονισμός που προτείνει συγκεκριμένες οδηγίες για την την αποφυγή των φαινομένων της διαστρέβλωση είναι ο HEPCJ (Hanshin Expressway Public Corporation of Japan), ο οποίος παρέχει οδηγίες για το σχεδιασμό οριζοντιογραφικά καμπύλων γεφυρών ορίζοντας τη μέγιστη απόσταση μεταξύ των τοποθετούμενων διαφραγμάτων σε καμπύλες δοκούς κιβωτιοειδούς διατομής. Η απόσταση αυτή προκύπτει από την αντίστοιχη απόσταση που ορίζεται για ευθύγραμμες δοκούς κιβωτιοειδούς διατομής πολλαπλασιασμένη με ένα μειωτικό συντελεστή που είναι ίσος με τη μονάδα για ένα άνοιγμα μικρότερο των 60m.

$$L_D = L_{DS} \kappa(\phi, L) \quad (5.2)$$

Όπου:

$$L_{DS} = \begin{cases} 6m & \text{for } L < 60m \\ (0.14L - 2.4)m & \text{for } 60m \leq L \leq 160m \\ 20m & \text{for } L > 160m \end{cases} \quad (5.3a)$$

$$\kappa(\phi, L) = \begin{cases} 1 & \text{for } L < 60m \\ 1 - \frac{\sqrt{\phi}(L-60)}{100\sqrt{2}} & \text{for } 60m \leq L \leq 200m \end{cases} \quad (5.3b)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι τόσο ο AASHTO, όσο και ο HEPCJ δε λαμβάνουν απευθείας υπόψιν τις συνοριακές συνθήκες του φορέα και το σχήμα της διατομής.

7.4 Αποτίμηση των κανονισμών

Εφαρμόζοντας τους προαναφερθέντες κανονισμούς, προκύπτουν τα εξής για τις εξεταζόμενες περιπτώσεις. Για την περίπτωση των ευθύγραμμων μοντέλων, ανεξάρτητα από το σχήμα της διατομής, προκύπτει ότι απαιτούνται 7 διαφράγματα

σύμφωνα με τον AASHTO και 9 διαφράγματα σύμφωνα με τον HEPCJ για άνοιγμα μήκους 50m. Για τα καμπύλα μοντέλα ($R=100m$), ανεξάρτητα από το σχήμα της διατομής προκύπτει ότι απαιτούνται 9 διαφράγματα, τόσο σύμφωνα με τον AASHTO, όσο και σύμφωνα με τον HEPCJ.

Παρατηρείται ότι ο HEPCJ προβλέπει τον ίδιο αριθμό διαφραγμάτων για ευθύγραμμες και καμπύλες γέφυρες, όταν το μήκος του ανοίγματος είναι μικρότερο από 60m. Σύμφωνα με τα παραδείγματα που εξετάστηκαν, οι παραμορφώσεις λόγω διαστρέβλωσης είναι ιδιαίτερα αυξημένες στα καμπύλα μοντέλα σε σχέση με τα ευθύγραμμα. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται την απαίτηση για τοποθέτηση περισσότερων διαφραγμάτων.

Σε όλα τα μοντέλα που εξετάστηκαν, κυρίαρχο ρόλο στον περιορισμό τόσο της κατακόρυφης μετατόπισης dz , όσο και της οριζόντιας μετατόπισης dx , διαδραματίζουν τα δύο ακραία διαφράγματα, καθώς και το διάφραγμα που τοποθετείται στη μεσαία διατομή. Τα διαφράγματα που τοποθετήθηκαν σε ενδιάμεσες θέσεις δεν επηρέασαν τους δρόμους ισορροπίας των μετατοπίσεων.

Όσον αφορά το φορτίο διαρροής, κρίσιμη είναι η τοποθέτηση 7 διαφραγμάτων για την περίπτωση ανοιχτής διατομής σε ευθυγραμμία και η τοποθέτηση 5 διαφραγμάτων για την περίπτωση ανοιχτής διατομής σε καμπύλη γέφυρα. Ωστόσο, αυτή η αύξηση στο φορτίο διαρροής ξεπερνάει κατά πολύ το φορτίο σχεδιασμού και είναι άσκοπη. Στις περιπτώσεις κλειστών διατομών δεν εμφανίζεται αξιοσημείωτη μεταβολή στο φορτίο διαρροής ανεξάρτητα από τον αριθμό των τοποθετούμενων διαφραγμάτων.

Σημαντικό θα ήταν να προβλεφθούν από τον Ευρωκώδικα συγκεκριμένες οδηγίες προς τους μελετητές αναφορικά με την τοποθέτηση διαφραγμάτων, όπως εξάλλου προβλέπουν ο αμερικάνικος και ο ιαπωνικός κανονισμός, καθώς αποτελούν στοιχείο ζωτικής σημασίας για τη σωστή λειτουργία του έργου. Επίσης, θα ήταν σκόπιμος ο διαχωρισμός των συστάσεων σε ανοικτές και κλειστές διατομές, εφόσον αυτές φαίνονται να έχουν διαφορετική απόκριση.

8. Συμπεράσματα – Μελλοντικοί στόχοι

8.1 Περίληψη

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αφορά αφενός τη διερεύνηση της αναγκαιότητας τοποθέτησης διαφραγμάτων σε σιδηρές και σύμμικτες γέφυρες και αφετέρου την αποτίμηση των σχετικών οδηγιών των ισχύοντων κανονισμών. Η διερεύνηση της αναγκαιότητας τους πραγματοποιείται τόσο με χρήση θεωριών δοκού ανώτερης τάξης, όσο και με χρήση υφιστάμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Εξετάζονται περιπτώσεις γεφυρών ανοικτής και κλειστής διατομής σε ευθυγραμμία ή οριζοντιογραφική καμπύλη. Τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων συγκρίνονται και διαπιστώνεται ότι αυτά συγκλίνουν. Η αποτίμηση των κανονισμών πραγματοποιείται με βάση τα συμπεράσματα αυτά. Πιο συγκεκριμένα, στις εξετασθείσες περιπτώσεις ευθυγραμμίας οι κανονισμοί είναι ιδιαίτερα συντηρητικοί ενώ στις περιπτώσεις οριζοντιογραφικής καμπύλης αν η αναγκαιότητα των διαφραγμάτων είναι μεγαλύτερη οι κανονισμοί αποδεικνύονται και πάλι συντηρητικοί. Αξιοσημείωτη φαίνεται επίσης η επιρροή των διαφραγμάτων στην οριζόντια μετατόπιση dx στην περίπτωση των προσομοιωμάτων ανοικτής διατομής.

8.2 Συμπεράσματα

8.2.1 Ανοιχτές διατομές

- Η δοκός στην περίπτωση που δεν είναι εξασφαλισμένη κατά μήκος έναντι πλευρικού λυγισμού έχει εξαιρετικά χαμηλή αντοχή.
- Οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA ταυτίζονται σε κάθε περίπτωση, το οποίο συνεπάγεται ότι κρίσιμη είναι η μη γραμμικότητα του υλικού.
- Η εισαγωγή αρχικών ατελειών στο φορέα επηρεάζει την απόκριση του μόνο στην περίπτωση της δοκού χωρίς κατάστρωμα. Στην περίπτωση αυτή, σύμφωνα με την ανάλυση LBA, η πρώτη ιδιομορφή έχει χαμηλό συντελεστή φορτίου και εμφανίζεται πλευρικός λυγισμός. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις το κατάστρωμα προσφέρει πλευρική εξασφάλιση και οι πρώτες ιδιομορφές αφορούν τοπικό λυγισμό σε αυξημένους συντελεστές φορτίου.
- Το φορτίο αντοχής που προκύπτει από τους δρόμους ισορροπίας των μοντέλων, συμπίπτει με αυτό που προκύπτει από τους τύπους που προβλέπουν οι Ευρωκώδικες για ευθύγραμμους φορείς.
- Το φορτίο αντοχής μειώνεται με την αύξηση του μήκους του προσομοιώματος.
- Το φορτίο αντοχής μειώνεται στο καμπύλο προσομοίωμα σε σχέση με το ευθύγραμμο.
- Τοποθετώντας το βαρύτερο όχημα που προβλέπεται από τους Ευρωκώδικες σε διαφορετικές θέσεις κατά πλάτος του καταστρώματος στη μεσσαία διατομή, τόσο η κατακόρυφη μετατόπιση dz , όσο και η οριζόντια dx , παρουσιάζουν παρουσιάζουν χαμηλή η μηδενική διαφοροποίηση.

- Στην ευθυγραμμία η εισαγωγή διαφραγμάτων δεν μεταβάλλει καθόλου το δρόμο ισορροπίας για την κατακόρυφη μετατόπιση dz και έχει αμελητέα επίδραση σε αυτόν της οριζόντιας μετατόπισης dx .
- Το ίδιο βάρος και τα πρόσθετα μόνιμα φορτία προκαλούν έντονα στρεπτικά φαινόμενα και υποδεικνύουν την τοποθέτηση διαφραγμάτων στην καμπύλη γέφυρα. Η φόρτιση λόγω της κυκλοφορίας, ακόμα και στην περίπτωση που αυτή τοποθετηθεί έκκεντρα, είναι συγκριτικά αμελητέα. Αυτό αποδεικνύεται και από την περίπτωση της ευθύγραμμης γέφυρας, όπου το ίδιο βάρος και τα πρόσθετα μόνιμα φορτία δεν προκαλούν στρεπτικά φαινόμενα.
- Στο καμπύλο μοντέλο η τοποθέτηση των δύο ακραίων και του μεσσαίου διαφράγματος είναι καθοριστική. Σημαντική είναι και η μεταβολή του δρόμου ισορροπίας λόγω της τοποθέτησης 5 διαφραγμάτων. Η επίδραση της τοποθέτησης ενδιάμεσων διαφραγμάτων είναι αμελητέα.
- Η εισαγωγή διαφραγμάτων επηρεάζει το φορτίο στο οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή του υλικού. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση της ευθυγραμμίας κρίσιμη είναι η εισαγωγή 7 διαφραγμάτων και στην περίπτωση της καμπύλης γέφυρας η εισαγωγή 5 διαφραγμάτων. Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι στην πρώτη περίπτωση η κατανομή των τάσεων είναι ίδια στο φορέα ανεξάρτητα από τον αριθμό των τοποθετούμενων διαφραγμάτων, σε αντίθεση με τη δεύτερη.

8.2.2 Κλειστές διατομές

- Η εισαγωγή αρχικών ατελειών στο φορέα δεν επηρεάζει την απόκριση του. Το κατάστρωμα προσφέρει πλευρική εξασφάλιση και οι πρώτες ιδιομορφές αφορούν τοπικό λυγισμό σε αυξημένους συντελεστές φορτίου.
- Οι δρόμοι ισορροπίας των αναλύσεων MNA και GMNA δεν ταυτίζονται, το οποίο συνεπάγεται ότι κρίσιμος είναι ο συνδυασμός της μη γραμμικότητας του υλικού και της γεωμετρίας.
- Το φορτίο αντοχής που προκύπτει από το δρόμους ισορροπίας της ευθύγραμμης γέφυρας, συμπίπτει με αυτό που προκύπτει από τους τύπους που προβλέπουν οι Ευρωκώδικες για ευθύγραμμους φορείς.
- Το φορτίο αντοχής μειώνεται στο καμπύλο προσομοίωμα σε σχέση με το ευθύγραμμο.
- Τοποθετώντας το βαρύτερο όχημα που προβλέπεται από τους Ευρωκώδικες σε διαφορετικές θέσεις κατά πλάτος του καταστρώματος στη μεσσαία διατομή, η επίδραση τόσο στην κατακόρυφη μετατόπιση dz , όσο και στην οριζόντια μετατόπιση dx , είναι μικρή.
- Στην ευθυγραμμία η γέφυρα με την ανοιχτή διατομή παρουσιάζει μικρότερη οριζόντια μετακίνηση από αυτή με την κλειστή διατομή. Στην καμπύλη γέφυρα συμβαίνει το αντίθετο.
- Στην περίπτωση του ευθύγραμμου μοντέλου η τοποθέτηση των δύο ακραίων δεν επηρεάζει καθόλου τόσο την κατακόρυφη, όσο και την οριζόντια μετατόπιση. Η τοποθέτηση του μεσσαίου διαφράγματος περιορίζει τις μετακινήσεις. Τα υπόλοιπα ενδιάμεσα διαφράγματα δεν διαφοροποιούν καθόλου τους δρόμους ισορροπίας.

- Στην περίπτωση του καμπύλου μοντέλου η τοποθέτηση των δύο ακραίων επηρεάζει σημαντικά την κατακόρυφη, αλλά όχι την οριζόντια μετατόπιση. Τα υπόλοιπα ενδιάμεσα διαφράγματα δεν διαφοροποιούν τους δρόμους ισορροπίας.
- Η εισαγωγή διαφραγμάτων στα προσομοιώματα κλειστής διατομής δεν φαίνεται να έχει σημαντική επίδραση στο φορτίο στο οποίο συμβαίνει η πρώτη διαρροή και στην κατανομή των τάσεων στο φορέα.

8.2.3 Σύγκριση των δύο μεθόδων

- Οι δύο μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζουν σύγκλιση σε ικανοποιητικό ποσοστό (>90%).
- Το γεγονός αυτό ενθαρρύνει τη χρήση ραβδωτών στοιχείων στην ανάλυση των κατασκευών, καθώς είναι ιδιαίτερα εύχρηστα.

8.2.4 Αποτίμηση των κανονισμών

- Οι κανονισμοί στα παραδείγματα που εξετάστηκαν φαίνονται ιδιαίτερα συντηρητικοί.
- Ιδιαίτερα στις περιπτώσεις ευθύγραμμιας η τοποθέτηση αυξημένου πλήθους διαφραγμάτων δεν έχει επίδραση στην απόκριση της κατασκευής.
- Τα διαφράγματα μπορούν να διαδραματίσουν καθοριστικό ρόλο στην απόκριση της κατασκευής. Για το λόγο αυτό η υιοθέτηση συγκεκριμένων οδηγιών από τον Ευρωκώδικα είναι υψηλής σημασίας.
- Είναι αναγκαία η διάκριση για ανοικτές και κλειστές διατομές, καθώς αυτές φαίνονται να έχουν διαφορετική απόκριση.

8.3 Μελλοντικοί στόχοι

Το θέμα της αναγκαιότητας των διαφραγμάτων και της αποτίμησης των σχετικών ισχύοντων κανονισμών είναι πολυπαραμετρικό και ιδιαίτερα σημαντικό. Για το λόγο αυτό απαιτείται ακόμα εκτεταμένη έρευνα, ώστε να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα.

Ένας μελλοντικός στόχος για το παρόν θέμα αποτελεί η διερεύνηση της επιρροής του μήκους της γέφυρας στον αριθμό των τοποθετούμενων διαφραγμάτων. Στην παρούσα διπλωματική εργασία αυτό φάνηκε να διαδραματίζει σημαντικό ρόλο, καθώς όταν αυξήθηκε από $L=30m$ σε $L=50m$ ακόμα και σε ευθύγραμμο μοντέλο, οι παραμορφώσεις αυξήθηκαν αισθητά. Αν η αύξηση του μήκους ήταν μεγαλύτερη και ιδιαίτερα σε καμπύλα μοντέλα, η επίδραση της στις παραμορφώσεις ίσως ήταν εντονότερη. Αυτό θα καταδειχθεί μέσω πολλαπλών μοντέλων με διαφορετικό μήκος. Έξωλλου, οι κανονισμοί αναγνωρίζουν τη σημασία του μήκους του ανοίγματος στην επιλογή του αριθμού των τοποθετούμενων διαφραγμάτων μέσω των προσεγγιστικών τύπων που ορίζουν.

Μελλοντικό στόχο μπορεί επίσης να αποτελέσει και η διερεύνηση της επιρροής της ακτίνας καμπυλότητας του εξεταζόμενου μοντέλου στην αναγκαιότητα της τοποθέτησης διαφραγμάτων. Η παράμετρος αυτή λαμβάνεται, ομοίως με το μήκος, υπόψιν στους Κανονισμούς μέσω των τύπων. Ωστόσο, στην παρούσα διπλωματική εργασία, η επιρροή της δεν εξετάστηκε, καθώς η ακτίνα καμπυλότητας ήταν σταθερή σε όλα τα μοντέλα που εξετάστηκαν.

Βιβλιογραφία

- [1] American Association of State Highway and Transportation Officials. Guide specifications for horizontally curved highway bridges, Washington, DC; 1993
- [2] Balch, C.D. & Steele, C.R. (1987) Asymptotic Solutions for Warping and Distortion of Thin-Walled Box Beams. *Journal of Applied Mechanics, ASME*, 54, 165-173.
- [3] Boswell, L.F. & Zhang, S.H. (1983) A Box Beam Finite Element for the Elastic Analysis of Thin-Walled Structures. *Thin-Walled Structures* 1, 353-383.
- [4] Boswell, L.F. & Zhang, S.H. (1984) The Effect of Distortion in Thin-walled Box-Spine Beams. *International Journal of Solids and Structures*, 20(9/10), 842-862.
- [5] Davies, J.M. & Leach, P. (1994) First-Order Generalized Beam Theory. *Journal of Constructional Steel Research*, 31, 187-221.
- [6] Davies, J.M., Leach, P. & Heinz, D. (1994) Second-Order Generalized Beam Theory. *Journal of Constructional Steel Research*, 31, 221-241.
- [7] EN 1993-1-1, Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1.1: General structural rules. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [8] EN 1993-1-3, Eurocode 3: Design of Steel Structures– Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed member and sheeting. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [9] EN 1993-1-4, Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-4: General rules – Supplementary rules for stainless steels. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [10] EN 1993-1-8, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [11] EN 1993-1-9, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [12] EN 1993-2, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 2: Steel bridges. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [13] EN 1999-1-1, Eurocode 9: Design of aluminum structures – Part 1-1: General structural rules. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002
- [14] EN 1999-1-3, Eurocode 9: Design of aluminum structures – Part 1-3: Structures susceptible to fatigue. CEN-European Committee for Standardisation, Brussels, 2002

- [15] Ferradi, M.K. & Cespedes, X. (2014) A New Beam Element with Transversal and Warping Eigenmodes. *Computers and Structures*, 131, 12-33.
- [16] Ferradi, M.K., Cespedes, X. & Arquier, M. (2013) A higher Order Beam Finite Element with Warping Eigenmodes. *Engineering Structures*, 46, 748-762.
- [17] Genoese, A., Genoese, A., Bilotta, A. & Garcea, G. (2014) A Generalized Model for Heterogeneous and Anisotropic Beams Including Section Distortions. *Thin-Walled Structures*, 74, 85-103.
- [18] Giavotto, V., Borri, M., Mantegazza, P., Ghiringhelli, G., Carmaschi, V., Maffioli, G.C. & Mussi, F. (1983) Anisotropic Beam Theory and Applications. *Computers and Structures*, 16(1-4), 403-413.
- [19] Hanshin Expressway Public Corporation. Guidelines for the design of horizontally curved girder bridges, Japan; 1988
- [20] <http://www.adina.com/tutorials.shtml>
- [21] Kermani, B. & Waldron, P. (1993) Analysis of Continuous Box Girder Bridges Including the Effects of Distortion. *Computers and Structures*, 47(3), 427-440.
- [22] Kim, Y.Y. & Kim, J.H. (1999) Thin-Walled Closed Box Beam Element for Static and Dynamic Analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, 473-490.
- [23] Leach, P. & Davies, J.M. (1996) An Experimental Verification of the Generalized Beam Theory Applied to Interactive Buckling Problems. *Thin-Walled Structures*, 25(1), 61-79
- [24] Li, Z., Hanna, M.T., Ádány, S. & Schafer, B.W. (2011) Impact of Basis, Orthogonalization, and Normalization on the Constrained Finite Strip Method for Stability Solutions of Open Thin-Walled Members. *Thin-Walled Structures*, 49, 1108-1122.
- [25] Petrov, E. & G radin, M. (1998) Finite Element Theory for Curved and Twisted Beams Based on Exact Solutions for Three-Dimensional Solids, Part 1: Beam Concept and Geometrically Exact Nonlinear Formulation. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 165, 43-92.
- [26] Reagan, S.W. & Pilkey, W.D. (2002) Constrained Torsion of Prismatic Bars. *Finite Elements in Analysis and Design*, 38, 909-919.
- [27] Schafer, B.W. &  dány, S. (2005) Understanding and Classifying Local, Distortional and Global Buckling in Open Thin-Walled Members. *Annual Conference Structural Stability Research Council*, Montreal, Canada.
- [28] Vlasov, V. (1963) *Thin-walled elastic beams*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

- [29] Βάγιας Ι., Γαντές Χ., Ερμόπουλος Ι. και Ιωαννίδης Γ. (2013). *Παραδείγματα εφαρμογής σε Ειδικά Θέματα Μεταλλικών Κατασκευών*, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα
- [30] Βάγιας Ι., Ηλιόπουλος Α. και Θανόπουλος Π. (2016). *Σχεδιασμός σύμμικτων γεφυρών από χάλυβα και οπλισμένο σκυρόδεμα*, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα
- [31] Κουνάδης Α. (2004). *Μη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας*, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα
- [32] Παπαδρακάκης Μ. *Ανάλυση Φορέων με την Μέθοδο των Πεπερασμένων στοιχείων*, εκδόσεις Παπασωτηρίου.