



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων
δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου:
Πειραματική μελέτη με την τεχνική
«Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων-DIC»

ΜΑΡΙΑ Γ. ΤΣΟΥΣΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ
Δρ Σ.Κ. ΚΟΥΡΚΟΥΛΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ 2018

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, ΕΜΠ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Σταύρος Κ. Κουρκουλής, Καθηγητής

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, ΕΜΠ

(Επιβλέπων)

Ευστάθιος Ε. Θεοτόκογλου, Καθηγητής

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, ΕΜΠ

Γεώργιος Παπαδόπουλος, Ομότιμος Καθηγητής

Τομέας Μηχανικής, ΕΜΠ

Στους γονείς μου

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρα Σταύρο Κ. Κουρκουλή, Καθηγητή του Ε.Μ.Π. και επιβλέποντα της εργασίας για την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστώ μαζί του αλλά και για τις επιστημονικές παρατηρήσεις και την καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Κυρίως όμως, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τα πρώτα χρόνια των προπτυχιακών μου σπουδών, καθώς με τον απαιτητικό μεν, αλλά αξιόλογο τρόπο διδασκαλίας του, με έκανε να ξεχωρίσω τα μαθήματα της Μηχανικής και ενθάρρυνε έτσι την απόφασή μου να ακολουθήσω τελικά αυτή την κατεύθυνση.

Οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην Πολιτικό Μηχανικό και διδάκτορα του Τομέα Μηχανικής Πάσιου Ερμιόνη για την πολύτιμη βοήθεια της. Η συμβολή της στο πειραματικό κομμάτι, και όχι μόνο, της διπλωματικής αυτής εργασίας ήταν ανεκτίμητης αξίας. Πάντα μου πρόσφερε το χρόνο της, ακόμη και σε περιόδους μεγάλης πίεσης για εκείνη λόγω άλλων υποχρεώσεων ή ακόμη και σε ώρες «εκτός γραφείου», απλά και μόνο για να επιλύσει κάποια απορία ή προβληματισμό μου. Ήταν εκεί για μένα σε οτιδήποτε κι αν χρειάστηκα και η υποστήριξη της με βοήθησε να φέρω εις πέρας την εργασία αυτή. Ένα ευχαριστώ δεν αρκεί για την υπομονή, την προσοχή και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Χρήστο Μαρκίδη για τη βοήθεια του στο ξεκίνημα της διπλωματικής μου εργασίας. Ήταν εκείνος ο οποίος με βοήθησε να καταλάβω τη θεωρία πίσω από το πείραμα του Βραζιλιανού δίσκου. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την ενασχόληση του με την αναλυτική μελέτη με την οποία προσέγγισε το πρόβλημα της παρούσας εργασίας και για τη θεωρητική λύση με την οποία πλαισίωσε την πειραματική μελέτη.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου που με στήριξαν ψυχολογικά και οικονομικά καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, αλλά και τους φίλους μου, οι οποίοι ήταν πάντα δίπλα μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	13
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	15
ABSTRACT	17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ο ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΟΣ ΔΙΣΚΟΣ (BRAZILIAN DISC)

1.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	21
1.2	ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ - ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ.....	22
1.2.1	ΚΡΙΤΗΡΙΟ GRIFFITH.....	23
1.3	ΠΕΙΡΑΜΑ ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ (BRAZILIAN DISC TEST)	24
1.3.1	ΑΡΧΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ (1943-1978)	24
1.3.1.1	Πείραμα κυκλικού δίσκου με κεντρική οπή (Circular Ring Test).....	25
1.3.1.2	Προτεινόμενη μέθοδος για τη διεξαγωγή του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου από την ISRM.....	28
1.3.2	ΣΤΑΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ (1979-1991) ΚΑΙ ΣΤΑΔΙΟ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ (1991-σήμερα).....	30
1.3.2.1	Οι συνοριακές συνθήκες στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου.....	31
1.4	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	33

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	35
2.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΓΕΝΙΚΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	35
2.3	ΤΑ ΜΙΓΑΔΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ.....	37
2.4	ΤΑ ΠΕΔΙΑ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ.....	48

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ»
(DIGITAL IMAGE CORRELATION TECHNIQUE-DIC)

3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	49
3.2	ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	51
3.3	ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑΣ.....	52
3.3.1	Η ΠΡΩΤΗ ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ.....	53
3.3.2	ΣΤΕΡΕΟΣΚΟΠΙΑ.....	53
3.3.2.1	Φυσική Στερεοσκοπική Όραση.....	54
3.3.2.2	Στερεοσκοπική Παράλλαξη.....	55
3.4	ΨΗΦΙΑΚΗ CCD ΚΑΜΕΡΑ (Charge-Coupled Device)	57
3.5	ΤΟ ΧΡΩΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ RGB (Red-Green-Blue).....	58
3.6	Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» (DIC).....	59
3.6.1	Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ.....	59
3.6.2	Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ: 2D DIC.....	60
3.6.2.1	Βασικές αρχές της τεχνικής 2D DIC.....	60
3.6.2.2	Δοκίμια και σχέδιο κουκκίδων.....	61
3.6.2.3	Πειραματική Διάταξη της τεχνικής 2D DIC.....	63
3.6.2.4	Αλγόριθμοι Συσχέτισης.....	64
3.6.3	Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» ΣΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ: 3D DIC.....	67
3.6.3.1	Βασική αρχή της τεχνικής 3D DIC.....	67
3.6.3.2	Πειραματική Διάταξη της τεχνικής 3D DIC.....	68
3.6.3.3	Βαθμονόμηση του Συστήματος.....	69
3.6.3.4	Αποτελέσματα στις τρεις διαστάσεις.....	70
3.7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

4.1	ΓΕΝΙΚΑ.....	73
4.2	ΔΟΚΙΜΙΑ.....	73
4.2.1	ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ.....	73
4.2.2	ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΔΟΚΙΜΙΩΝ ΚΥΡΙΩΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟΥ.....	77
4.3	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ.....	79
4.4	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ.....	81
4.4.1	ΠΕΙΡΑΜΑ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ.....	81
4.4.2	ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ.....	84
4.5	ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	89
4.5.1	ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΕΦΥΡΑΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ.....	89
4.5.2	ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ DIC.....	91
4.5.2.1	Επεξεργασία πρωτογενών δεδομένων από το σύστημα DIC.....	96

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1	ΓΕΝΙΚΑ	99
5.2	ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	100
5.2.1	ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_0/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 0° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	100
5.2.2	ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_0/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 45° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	106
5.2.3	ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_0/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 90° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	112

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	119
ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ	131
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	133
ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	175

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο: «Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Πειραματική μελέτη με την τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων-DIC» εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Αντοχής και Υλικών του Τομέα Μηχανικής της Σχολής Ε.Μ.Φ.Ε. του Ε.Μ.Π. τη χρονική περίοδο από τον Οκτώβριο του 2016 έως τον Οκτώβριο του 2017.

Στα πλαίσια της υλοποίησης της μελετήθηκε αναλυτικά και πειραματικά ο ρόλος της εκκεντρότητας στο πεδίο μετατοπίσεων ενός κυκλικού δακτυλίου. Η ήδη υπάρχουσα γενική αναλυτική λύση για κυκλικό δακτύλιο δεν είναι πλέον έγκυρη όταν υπάρχει έκκεντρη οπή. Δόθηκε λοιπόν μια κλειστή θεωρητική λύση για μικρές εκκεντρότητες. Για το κυρίως πειραματικό πρωτόκολλο, εκτελέστηκαν πειράματα αντιδιαμετρικής θλίψης σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο από την International Society for Rock Mechanics (ISRM) για πειράματα Βραζιλιανού δίσκου. Τα πειραματικά αποτελέσματα προέκυψαν με τη χρήση της τεχνικής «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» σε τρεις διαστάσεις (Digital Image Correlation technique - 3D DIC).

Η μέθοδος αυτή είναι μια μη επεμβατική, οπτική τεχνική η οποία παρέχει τη δυνατότητα προσδιορισμού του πλήρους πεδίου των μετατοπίσεων και κατ' επέκταση των παραμορφώσεων της επιφάνειας του αντικειμένου που μελετάται. Ο υπολογισμός των παραμορφώσεων των υλικών αποτελεί ένα πολύ σημαντικό θέμα στο χώρο της έρευνας, γι' αυτό και η τεχνική DIC έχει προκαλέσει μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον και πλέον έχει ευρύ φάσμα εφαρμογών.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο κύριος σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η πειραματική μελέτη και η κατανόηση του ρόλου της εκκεντρότητας στο πεδίο μετατοπίσεων ενός κυκλικού δακτυλίου.

Το πείραμα του Βραζιλιανού δίσκου αποτελεί ένα από τα πιο ευρέως διαδεδομένα πειράματα προσδιορισμού εφελκυστικής αντοχής ψαθυρών υλικών. Από τη δεκαετία του '40 που εισήχθη ως πειραματική μέθοδος έως και σήμερα, έχει απασχολήσει αρκετές φορές την επιστημονική κοινότητα, με πολλούς επιστήμονες να μελετούν κατά καιρούς πτυχές αυτής της τεχνικής στην προσπάθειά τους να τη βελτιώσουν. Ως πιθανό υποκατάστατο του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου προτάθηκε από τον Hobbs το πείραμα δακτυλίου στα μέσα της δεκαετίας του 1960. Στο πρώτο Κεφάλαιο της παρούσας εργασίας γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου από την αρχή της δημιουργίας του μέχρι και σήμερα.

Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφεται μια αναλυτική λύση για το πεδίο μετατοπίσεων που αναπτύσσεται σε ένα κυκλικό δακτύλιο με μικρή εκκεντρότητα, υποθέτοντας ότι ο δακτύλιος υποβάλλεται σε αντιδιαμετρική θλίψη και θεωρώντας σημειακή φόρτιση. Η λύση επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μιγαδικών δυναμικών του N. I. Muskhelishvili.

Για τη λήψη των πειραματικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε η τεχνική «Συσχέτιση Ψηφιακών Εικόνων» σε τρεις διαστάσεις (Digital Image Correlation technique - 3D DIC). Η τεχνική DIC λειτουργεί με βάση τη σύγκριση ψηφιακών φωτογραφιών ενός δοκιμίου σε διαφορετικά στάδια παραμόρφωσης. Με τη συσχέτιση pixel προς pixel ψηφιακών εικόνων, το σύστημα δίνει τη δυνατότητα μέτρησης της μετατόπισης της επιφάνειας και της δημιουργίας πλήρους πεδίου παραμορφώσεων για δύο (2D) και τρεις διαστάσεις (3D). Στο τρίτο Κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή της τεχνικής DIC ενώ στη συνέχεια αναφέρονται οι βασικές αρχές λειτουργίας της τόσο στις δύο όσο και στις τρεις διαστάσεις.

Για την εφαρμογή του πειραματικού πρωτοκόλλου χρησιμοποιήθηκε η συσκευή που προτείνεται από την ISRM (International Society for Rock Mechanics) για την τυποποιημένη διαδικασία του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου. Τα πειράματα εκτελέστηκαν στο ηλεκτρομηχανικό

πλαίσιο φόρτισης MTS Insight 10 kN. Η παρακολούθηση των μετατοπίσεων στην επιφάνεια των δοκιμίων έγινε από το σύστημα 3D DIC της Limes. Τα πειράματα έγιναν υπό “οιονεί στατικές” συνθήκες με έλεγχο της μετατόπισης. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, το φορτίο και τα πεδία μετατοπίσεων μετρήθηκαν και καταγράφηκαν συναρτήσει του χρόνου. Λεπτομερής περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας, του τρόπου λήψης των πρωτογενών δεδομένων καθώς και της επεξεργασίας τους δίνεται στο Κεφάλαιο 4. Επίσης, στο Κεφάλαιο αυτό, περιγράφονται η διαδικασία κατασκευής των δοκιμίων καθώς και το επιπρόσθετο πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού που διεξήχθη για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού (plexiglass).

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 5 συνοδευόμενα από τα αντίστοιχα γραφήματα. Τέλος, τα γενικά συμπεράσματα που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη μελέτη παρατίθενται στο τέλος της διπλωματικής αυτής εργασίας καθώς και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

ABSTRACT

The main purpose of the present Diploma Thesis is the experimental study and the understanding of the role of eccentricity in the displacement field of a circular ring.

The Brazilian disc test is one of the most widely used experimental techniques for the determination of the tensile strength of brittle materials. The method was presented in the early '40s and is still under discussion among many scientists. As a potential substitute of the Brazilian disc test, the ring test was proposed in the mid-60s by Hobbs. In the first Chapter of this thesis there is a brief review of the Brazilian disc test since it was first introduced until now.

In Chapter 2 an analytic solution for the displacement field developed in a circular ring with small eccentricity is described assuming that the ring is subjected to diametral compression by point forces. The solution is achieved by using Muskhelishvili's complex potentials method.

In order to obtain the experimental results, the Digital Image Correlation technique in three dimensions (3D DIC) was used. DIC works by comparing digital photographs of a component or test piece at different stages of deformation. By tracking blocks of pixels, the system can measure surface displacement and build up full field 2D and 3D deformation vector fields and strain maps. In the third Chapter there is a brief historical review of DIC followed by its main principles for both two and three dimensions.

For the implementation of the experimental protocol the device suggested by the International Society for Rock Mechanics (ISRM) for the standardized realization of the Brazilian disc test was used. The tests were implemented with the aid of an MTS Insight electromechanical loading frame. A 3D DIC system by Limes was used to measure the relative displacements at the specimen's surface. The experiments were implemented under quasi-static loading conditions and displacement-control mode. During the tests, the load and the respective 3D-displacement fields were measured and recorded as functions of time. Detailed description of the experimental procedure, the method of obtaining our raw data and their analysis is provided in Chapter 4. Furthermore, in this Chapter, the mechanical shaping of the specimens and the standardized uniaxial tension test that was carried out in order

to determine the mechanical properties of the specific batch of the material are described.

The results are presented in Chapter 5 along with the corresponding figures. Finally, the conclusions drawn from this study are outlined at the end of this Diploma Thesis as well as proposals for future research.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ο ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΟΣ ΔΙΣΚΟΣ (BRAZILIAN DISC)

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος για τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών αντοχής των υλικών είναι το κλασικό πείραμα του μονοαξονικού εφελκυσμού. Είναι απλό και πλήρως τυποποιημένο. Στο πείραμα εφελκυσμού μελετάται ο τρόπος παραμόρφωσης ενός δοκιμίου από ομογενές και ισότροπο υλικό. Το δοκίμιο καταπονείται μέχρι τη θραύση υπό την επίδραση μονοαξονικής εντατικής κατάστασης.

Θραύση ονομάζεται ο διαχωρισμός, ή θρυμματισμός, ενός στερεού σώματος σε δύο ή περισσότερα κομμάτια, υπό την επίδραση μηχανικών τάσεων. Η διαδικασία της θραύσης μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο διακριτά στάδια: το σχηματισμό και τη διάδοση ρωγμής. Χωρίζεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, την όλκιμη και τη ψαθυρή θραύση. Η όλκιμη θραύση χαρακτηρίζεται από το μεγάλο ποσοστό πλαστικής (μόνιμης) παραμόρφωσης που υφίσταται το υλικό, πριν και κατά τη διάρκεια της διάδοσης της ρηγμάτωσης, μια διαδικασία η οποία εξελίσσεται σχετικά αργά και τελικά επιφέρει τη θραύση. Αντιθέτως, η ψαθυρή θραύση χαρακτηρίζεται από τη μεγάλη ταχύτητα με την οποία διαδίδονται οι ρωγμές στο υλικό, χωρίς να προκαλέσουν πλαστική παραμόρφωση.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η εφαρμογή της μεθόδου του μονοαξονικού εφελκυσμού σε ψαθυρά υλικά δεν ενδείκνυται, διότι η φύση τους δεν επιτρέπει τη χρήση αυτής της πειραματικής τεχνικής. Αυτό οδήγησε στην ανάπτυξη άλλων έμμεσων μεθόδων προκειμένου να υπολογιστεί το όριο αντοχής σε εφελκυσμό ψαθυρών υλικών.

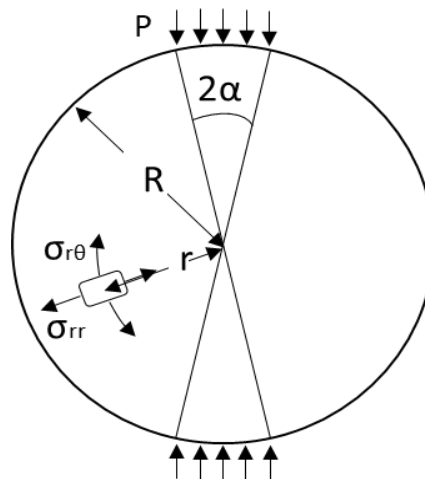
Μια τέτοια μέθοδος είναι και το πείραμα του Βραζιλιανού δίσκου. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, θλίβοντας αντιδιαμετρικά έναν κυκλικό δίσκο (Εικ. 1.1) καθίσταται δυνατός ο υπολογισμός της αντοχής σε εφελκυσμό ενός ψαθυρού υλικού. Λόγω της γεωμετρίας των δοκιμίων και της θλιπτικής φόρτισης, δημιουργείται μια ζώνη εφελκυσμού. Χαρακτηρίζεται ως έμμεση δοκιμή αντοχής σε εφελκυσμό καθώς η ζώνη εφελκυσμού προκαλείται από θλιπτική φόρτιση.



Εικόνα 1.1: Πείραμα Βραζιλιανού δίσκου.

1.2 ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ - ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ

Στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου, ένα δοκίμιο λεπτού δίσκου βρίσκεται υπό ομοιόμορφη φόρτιση, η οποία ασκείται σε δύο πεπερασμένα στενά τόξα στην περίμετρο του (Σχήμα 1.1). Οι τάσεις τριβής μεταξύ των πλακών φόρτισης και του δοκιμίου θεωρούνται αμελητέες. Η αστοχία του δοκιμίου ακολουθεί το κριτήριο Griffith. Μια σημαντική και βασική παραδοχή για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό είναι ότι το υλικό θεωρείται ομογενές, ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό πριν επέλθει αστοχία.



Σχήμα 1.1: Ομοιόμορφη φόρτιση στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου.

Με την πάροδο των ετών αναπτύχθηκαν ορισμένες αντιλήψεις σχετικά με το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου. Αρχικά, το πειραματικό δοκίμιο αναμένεται να σπάσει κατά μήκος της διαμετρικής γραμμής του άξονα φόρτισης, αλλιώς θεωρείται ότι παρουσιάζει έναν μη έγκυρο τρόπο αστοχίας. Με άλλα λόγια, η ρωγμή θα πρέπει να ξεκινάει από το κέντρο

του Βραζιλιανού δίσκου, όπου η αστοχία προκαλείται από τη μέγιστη εφελκυστική τάση. Μια άλλη άποψη που υιοθετήθηκε από αρκετούς ερευνητές, είναι ότι το πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού δε μπορεί να αντικατασταθεί από το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου, δεδομένου ότι από το τελευταίο μπορεί να υπερεκτιμηθεί η εφελκυστική αντοχή εξαιτίας του διαξονικού πεδίου τάσεων έναντι του μονοαξονικού. Τέλος, η συγκέντρωση θλιπτικών τάσεων κοντά στις πλάκες φόρτισης φαίνεται να έχει σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα των πειραμάτων Βραζιλιανού δίσκου.

1.2.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ GRIFFITH

Ο A.Griffith το 1920 προσπάθησε να εξηγήσει την απόκλιση, ανάμεσα στη θεωρητική και πειραματικά παρατηρούμενη αντοχή των υλικών σε θραύση. Παρότι σήμερα αναγνωρίζεται ότι η θεωρία Griffith ισχύει μόνο για πολύ ψαθυρά υλικά, είναι γενικά αποδεκτό ότι είναι η πιο ικανοποιητική εξήγηση για τη θραύση τους. Σύμφωνα με αυτήν, η αστοχία συμβαίνει από την ταχεία επέκταση μικροσκοπικών, προϋπαρχόντων ατελειών ή ρωγμών σε όλο το υλικό. Το κριτήριο αστοχίας ορίζεται ως εξής:

$$(i) \quad \text{Αν } 3\sigma_1 + \sigma_3 \geq 0, \\ \text{η αστοχία επέρχεται όταν } \sigma_1 = K. \quad (1.1)$$

$$(ii) \quad \text{Αν } 3\sigma_1 + \sigma_3 \leq 0, \\ \text{η αστοχία επέρχεται όταν } (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 8K(\sigma_1 + \sigma_3) = 0. \quad (1.2)$$

όπου σ_1 και σ_3 είναι η μέγιστη και ελάχιστη κύρια τάση αντίστοιχα και K η μονοαξονική αντοχή σε εφελκυσμό.

Πιο απλά, σε διαξονικά πεδία τάσης, προκειμένου να μην αστοχήσει το υλικό θα πρέπει όταν η μια κύρια τάση είναι εφελκυστική και η άλλη θλιπτική, η τιμή της δεύτερης να μην υπερβαίνει το τριπλάσιο της πρώτης.

Επίσης, γίνεται η παραδοχή ότι η κύρια τάση σ_2 δεν επηρεάζει τη θραύση. Το κριτήριο Griffith δέχεται συχνά κριτική λόγω του ότι η προβλεπόμενη αναλογία 8:1 (προκύπτει θέτοντας $\sigma_1 = 0$ στην εξ. 1.2) μεταξύ της μονοαξονικής αντοχής σε θλίψη και της μονοαξονικής αντοχής

σε εφελκυσμό είναι συνήθως μικρότερη από τις αναλογίες που παρατηρούνται πειραματικά.

1.3 ΠΕΙΡΑΜΑ ΒΡΑΖΙΛΙΑΝΟΥ ΔΙΣΚΟΥ (BRAZILIAN DISC TEST)

Τα τελευταία χρόνια, το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς ως μέθοδος μέτρησης του ορίου αντοχής των υλικών σε εφελκυσμό λόγω της απλότητας του συγκριτικά με άλλες μεθόδους.

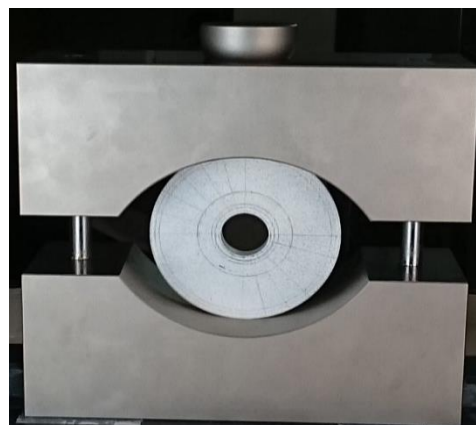
1.3.1 ΑΡΧΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ (1943-1978)

Η συγκεκριμένη πειραματική διαδικασία εισήχθη ως ιδέα με τις δημοσιεύσεις των Carneiro [1] και Akazawa [2] το 1943 και λαμβάνει ιδιαίτερη προσοχή μέχρι και σήμερα. Ο Carneiro εφηύρε τη μέθοδο του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου με σκοπό τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό του σκυροδέματος. Δύο μήνες αργότερα, παρουσιάστηκε από τον Akazawa μια μέθοδος παρόμοια με αυτή του Βραζιλιανού δίσκου στην Ιαπωνία.

Η πρώτη θεωρητική λύση του προβλήματος δόθηκε από τον Hondros [3] το 1959. Με την παραδοχή ότι το υλικό που μελετάται είναι γραμμικώς ελαστικό, ισότροπο και ομογενές, δόθηκε μια ολοκληρωμένη λύση για τις τάσεις στην περίπτωση που το φορτίο κατανέμεται σε δύο συμμετρικά πεπερασμένα τόξα στο σύνορο του δίσκου. Η λύση αυτή ισχύει για συνθήκες επίπεδης έντασης (δίσκοι) και επίπεδης παραμόρφωσης (κύλινδροι). Στη συνέχεια, αρκετοί επιστήμονες ασχολήθηκαν με το θέμα. Ο Fairhurst [4] γενικεύοντας το κριτήριο αστοχίας Griffith, υπέδειξε ότι η αστοχία μπορεί να επέλθει μακριά από το κέντρο του δίσκου για μικρές γωνίες επαφής του δοκιμίου με τις αρπάγες στην περιοχή φόρτισης, (θεωρώντας ομοιόμορφη ακτινική κατανομή φορτίου), για υλικά με χαμηλό λόγο θλιπτικής προς εφελκυστική αντοχή. Σε αυτές τις περιπτώσεις η εφελκυστική αντοχή η οποία υπολογίζεται από τα πειραματικά αποτελέσματα είναι χαμηλότερη από την πραγματική τιμή.

1.3.1.1 Πείραμα κυκλικού δίσκου με κεντρική οπή (Circular Ring Test)

Η διαμετρική συμπίεση ενός στερεού δίσκου χρησιμοποιούνταν ήδη ευρέως, αν και σύμφωνα με τον Hobbs [5,6] παρουσίαζε κάποιες αδυναμίες ως τεχνική. Γι' αυτό το λόγο στα μέσα της δεκαετίας του 1960, προτάθηκε από τον ίδιο ως υποκατάστατο του πειράματος του Βραζιλιανού δίσκου, το πείραμα κυκλικού δακτυλίου (circular ring test) (Εικ. 1.2), πιο συγκεκριμένα η συμπίεση ενός κυκλικού δίσκου με κεντρική οπή, είτε με αντιδιαμετρικές σημειακές δυνάμεις είτε με ομοιόμορφη φόρτιση η οποία ασκείται κατά μήκος δύο συμμετρικών τόξων στην περίμετρο του.



Εικόνα 1.2: Πείραμα κυκλικού δακτυλίου (circular ring test).

Χρησιμοποιώντας ένα κυκλικό δίσκο με μια μικρή κεντρική οπή ο Hobbs προσπάθησε να εξαλείψει κάποιες αδυναμίες της σύνθεσης του πειράματος του Βραζιλιανού δίσκου και ιδιαίτερα τις πρόωρες θραύσεις στην περιοχή άμεσης γειννίασης δίσκου-αρπάγης λόγω της τοπικής συγκέντρωσης τάσεων. Αξίζει να σημειωθεί ότι η τεχνική αυτή είχε προταθεί αρκετά νωρίτερα σε μια δημοσίευση των Ripperger και Davis [7] το 1946. Η ανάλυση του Hobbs έδειξε ότι η μέγιστη εφελκυστική τάση σε ένα δακτύλιο εσωτερικής ακτίνας R_{in} , εξωτερικής ακτίνας R_{out} και πάχους t , αναπτύσσεται στο σημείο όπου ο άξονας φόρτισης συναντά τον εσωτερικό κύκλο. Επιπλέον, το μέγεθος της βρέθηκε ίσο με:

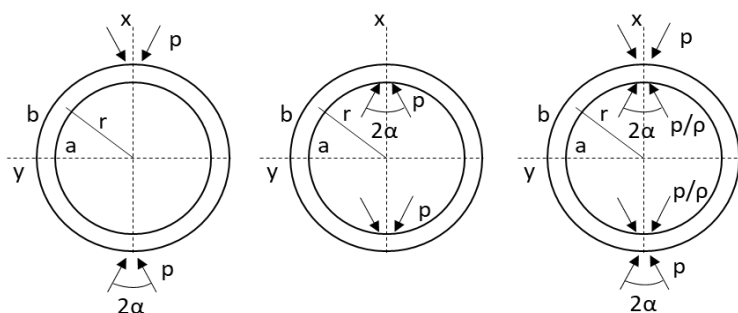
$$\sigma_{Ring,max} = \frac{kP}{\pi R_{out} t} \quad (1.3)$$

όπου P το εξωτερικό φορτίο και k μια συνάρτηση του λόγου R_{in}/R_{out} . Η ομοιότητα αυτού του τύπου με τον αντίστοιχο που εισάγεται για την τάση εφελκυσμού ενός συμπαγούς δίσκου από τον Hondros είναι προφανής.

Από θεωρητική άποψη, το πεδίο τάσεων σε ένα δακτύλιο φορτιζόμενο θλιπτικά με αντιδιαμετρικές δυνάμεις εισήχθη από τους Timoshenko

και Goodier [8] ήδη από το 1910 ενώ μελετήθηκε πειραματικά από τον Filon [9] με τη μέθοδο της φωτοελαστικότητας περίπου το 1924.

Στην περίπτωση που το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο μεταξύ δύο μικρών συμμετρικών τόξων γωνιακού πλάτους $2\alpha=15^\circ$ στην επιφάνεια του δακτυλίου, η κατανομή των τάσεων μελετήθηκε από τους Jaeger και Hoskins [10] το 1966 χρησιμοποιώντας μιγαδική ανάλυση. Στη μελέτη τους σύγκριναν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης κυλίνδρων (Σχήμα 1.2) για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά.



Σχήμα 1.2: (α) Εξωτερική φόρτιση με ακτινική πίεση p , (β) Εσωτερική φόρτιση με πίεση p , (γ) Εξωτερική (ακτινική πίεση p) και εσωτερική φόρτιση (p/ρ όπου $\rho=a/b$).

Σε κάποια από τα πειράματα τους χρησιμοποίησαν δοκίμια μαρμάρου, λόγω της ιδιότητας του υλικού να αστοχεί αργά, έτσι ώστε να μπορεί να ληφθεί κάποια ένδειξη για την εξέλιξη της αστοχίας. Ωστόσο, για τις περιπτώσεις με εξωτερική φόρτιση, παρατήρησαν ρωγμές στην εσωτερική επιφάνεια του μαρμάρου οι οποίες όμως δε διαδόθηκαν ώστε να επέλθει πλήρης αστοχία. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι “η αστοχία ξεκινά σαν μια προέκταση της ρωγμής στο εσωτερικό του δακτυλίου και διαδίδεται στην επιφάνεια”.

Σχετικά πρόσφατα στη δημοσίευση των Tokonyy et al. [11] παρουσιάστηκε μια αναλυτική λύση για το πεδίο μετατόπισης σε ένα δακτύλιο υπό ομοιόμορφη ακτινική πίεση.

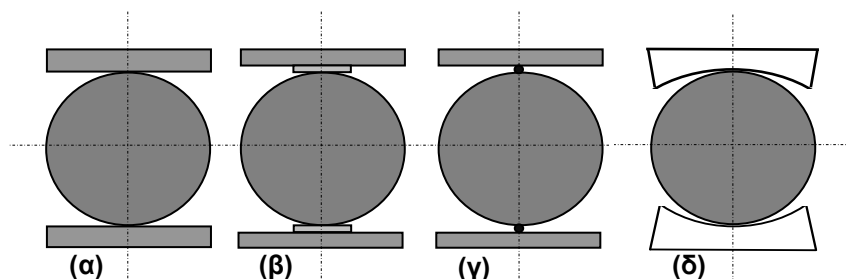
Μία από τις πιο ενδιαφέρουσες εφαρμογές του πειράματος δακτυλίου είναι ο έμμεσος προσδιορισμός της αντοχής σε εφελκυσμό ψαθυρών υλικών αλλά και της δυσθραυστότητας (fracture toughness). Περαιτέρω ανάλυση της εφαρμογής αυτής τόσο για το πείραμα κυκλικού δακτυλίου όσο και για το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου μπορεί να βρει κανείς στις δημοσιεύσεις του Hudson [12] και Hudson et al. [13], σύμφωνα με τον

οποίο η εφελκυστική αντοχή που προκύπτει από τα πειράματα δεν είναι ιδιότητα του υλικού αλλά μια πειραματική ή τεχνολογική ιδιότητα η οποία εξαρτάται από τη γεωμετρία του δοκιμίου. Η άποψη αυτή στηρίζεται στην παρατήρηση ότι στο πείραμα δακτυλίου η εφελκυστική αντοχή αυξάνεται όσο η διάμετρος της οπής μειώνεται. Επαναλαμβανόμενες μετρήσεις στις ίδιες πειραματικές συνθήκες δίνουν μια ποικιλία τιμών η οποία δεν μπορεί να δικαιολογηθεί ως πειραματικό σφάλμα. Επιπροσθέτως, η μέση αντοχή σε εφελκυσμό ποικίλλει ανάλογα με τη γεωμετρία του δοκιμίου και τις συνθήκες φόρτισης. Αυτή η διαφορά μεταξύ των τάσεων είναι αρκετά σημαντική στο πείραμα δακτυλίου αφού το μέγεθος της οπής μπορεί να μειωθεί μέχρις ότου να μην έχει καμία επίδραση. Έτσι, από φυσική άποψη η οπή δεν έχει σημασία, αλλά θεωρητικά αντιπροσωπεύει μια ασυνέχεια στη συνεχή ελαστική συμπεριφορά των υλικών. Επομένως, σύμφωνα με τον Hudson, ακόμη και στο εύρος τιμών του k για τις οποίες η κρίσιμη τιμή αντοχής που λαμβάνεται από το πείραμα δακτυλίου καθίσταται ανεξάρτητη της γεωμετρίας, η τιμή αυτή δε μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτική της πραγματικής τιμής αντοχής εφελκυσμού του υλικού του δακτυλίου.

Όσον αφορά τη θραύση, σύμφωνα με τους Hudson et al. παρατηρήθηκε ότι στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου η αστοχία ξεκινούσε πάντοτε κάτω από τα σημεία φόρτισης αν χρησιμοποιούνταν επίπεδες χαλύβδινες πλάκες για τη φόρτιση των δοκιμίων. Για τα πειράματα δακτυλίου με μικρή οπή, η αστοχία ξεκινούσε και στα σημεία αυτά, αλλά και στο σύνορο της οπής με τη διάμετρο φόρτισης όταν χρησιμοποιούνταν μηχανή με κλειστό κύκλωμα. Προκειμένου να αστοχήσει το δοκίμιο απαιτείται περισσότερη ενέργεια από εκείνη που απελευθερώνεται από τη μηχανή και έτσι η διαδικασία μέχρι την αστοχία είναι ελεγχόμενη. Για να προσδιορισθεί το σημείο έναρξης της αστοχίας ήταν απαραίτητο να αναπτυχθεί η ικανότητα για ασφαλή αποφόρτιση του πειραματικού δοκιμίου σε οποιοδήποτε απαιτούμενο στάδιο της αστοχίας. Αυτό επιτεύχθηκε ουσιαστικά με τη χρήση της μηχανής κλειστού κυκλώματος. Τέλος, στη μελέτη τους συμπεριλήφθηκαν κάποιες φωτογραφίες των δοκιμίων από τη σάρωση της επιφάνειας τους με εστιασμένη δέσμη ηλεκτρονίων για τις ρωγμές. Οι φωτογραφίες έδειξαν ότι η μικροδομή του υλικού έχει σημαντική επίδραση στην ανάπτυξη και στη διάδοση ρωγμών.

Η πιο λεπτομερής μελέτη για όλες τις παραμέτρους που σχετίζονται με την εκτέλεση του πειράματος δακτυλίου (ring test) και του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου (Brazilian disc test) έγινε από τους Mellor και Hawkes [14] το 1971. Έπειτα από σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο πειραμάτων με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από τον απλό εφελκυσ-

σμό, για την πειραματική δοκιμή δακτυλίου δεν προέκυψαν ενθαρρυντικά συμπεράσματα. Αντίθετα, το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου βρέθηκε ότι μπορεί να δώσει μια καλή μέτρηση της μονοαξονικής αντοχής σε εφελκυσμό για Griffith-type υλικά. Στη δημοσίευση τους προτάθηκε επίσης η χρήση καμπύλων αρπαγών (Σχήμα 1.3) αντί για επίπεδες πλάκες φόρτισης με σκοπό τη μείωση συγκέντρωσης τάσεων στα σημεία φόρτισης.



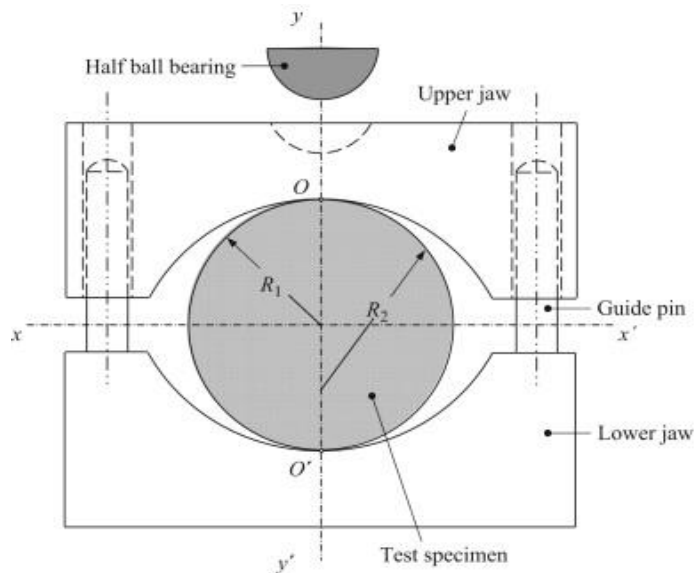
Σχήμα 1.3: Τυπικές συνθέσεις φόρτισης του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: (α) επίπεδες πλάκες φόρτισης, (β) επίπεδες πλάκες φόρτισης με παρέμβυσμα, (γ) επίπεδες πλάκες φόρτισης με δύο χαλύβδινες ράβδους μικρής διαμέτρου, (δ) καμπύλες αρπάγες.

Οι αναλυτικές και πειραματικές μελέτες, οι οποίες ήταν οι κύριες ερευνητικές προσεγγίσεις μέχρι στιγμής, παρείχαν τις βάσεις για την προετοιμασία της προτεινόμενης μεθόδου πειραμάτων από την ISRM (International Society for Rock Mechanics) (1978) [15] μερικά χρόνια αργότερα. Η τυποποιημένη διαδικασία η οποία δημιουργήθηκε για την πειραματική εφαρμογή της δοκιμής Βραζιλιανού δίσκου είναι σχεδόν παρεμφερής με αυτή που προτάθηκε από τους Mellor και Hawkes.

1.3.1.2 Προτεινόμενη μέθοδος για τη διεξαγωγή του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου από την ISRM

Η συσκευή αποτελείται από δύο μεταλλικές αρπάγες προκαθορισμένης εσωτερικής ακτίνας $R_2 = 1.5R_1$, όπου R_1 η ακτίνα του πειραματικού δοκιμίου το οποίο είναι σε σχήμα δίσκου (Εικόνα 1.3). Πριν την άσκηση οποιουδήποτε φορτίου στην πάνω επιφάνεια της άνω αρπάγης και αγνοώντας το βάρος των ιδίων αρπαγών, η επαφή μεταξύ αυτών και του πειραματικού δοκιμίου είναι κατά μήκος μιας γραμμής, συγκεκριμένα της

κοινής γενέτειρας των κυλινδρικών επιφανειών του δίσκου και της αρπάγης (δηλαδή οι γραμμές οι οποίες είναι κάθετες στη διάμετρο OO' στα σημεία O και O'). Παρόλα αυτά, καθώς το εξωτερικό φορτίο αυξάνεται, τόσο οι αρπάγες αλλά και το δοκίμιο σταδιακά παραμορφώνονται (είτε πλαστικά είτε ελαστικά) και η επαφή τους πλέον καθορίζεται από ένα πεπερασμένο τόξο (συμμετρικό και στο x και στο y άξονα) μήκους $2l$, το οποίο αυξάνεται καθώς αυξάνεται και το φορτίο και θεωρείται συνήθως πολύ μικρό συγκριτικά με το μέγεθος του δίσκου. Γενικά η αρπάγη μπορεί να θεωρηθεί ως στερεό σώμα, σε πολλές πρακτικές εφαρμογές όμως η σχετική παραμόρφωση της ίδιας και του δίσκου δε μπορεί να αγνοηθεί.



Εικόνα 1.3: Προτεινόμενη διάταξη πειράματος Βραζιλιανού δίσκου από την ISRM.

Ωστόσο, στην περιοχή επαφής αρπάγης-δοκιμίου το πεδίο τάσεων επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό όχι μόνο από το μέγεθος του μήκους επαφής αλλά και από την κατανομή της ακτινικής πίεσης, η οποία στην πράξη δεν είναι σταθερή αλλά ποικίλλει ανάλογα με την παραμορφωσιμότητα τόσο των αρπάγων όσο και του δοκιμίου.

Η συμπίεση δημιουργεί εφελκυστικές τάσεις παράλληλες στην κατακόρυφη διάμετρο, οι οποίες είναι ουσιαστικά σταθερές σε μια περιοχή γύρω από το κέντρο. Η «έμμεση» αντοχή σε εφελκυσμό τυπικά υπολογίζεται με βάση την υπόθεση ότι η αστοχία συμβαίνει στο σημείο της μέγιστης τάσης εφελκυσμού, δηλαδή στο κέντρο του δίσκου. Ο προτεινόμενος τύπος για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό με βάση

το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου είναι (ISRM 1978, ASTM 2008):

$$\sigma = \frac{2P}{\pi Dt} \quad (\text{MPa}) \quad (1.4)$$

όπου P είναι το φορτίο θραύσης (N), D η διάμετρος του δοκιμίου (mm) και t το πάχος του (mm).

1.3.2 ΣΤΑΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ (1979-1991) ΚΑΙ ΣΤΑΔΙΟ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ (1991-σήμερα)

Η δημοσίευση της τυποποιημένης και προτεινόμενης μεθόδου από την ISRM για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό των υλικών σήμανε την αρχή μιας χρονολογικής περιόδου πολλών εφαρμογών.

Η καταλληλότητα των έμμεσων δοκιμών εφελκυσμού (Brazilian-disc test, ring test) για ανισότροπα πετρώματα διερευνήθηκε πειραματικά και αριθμητικά από τους Barla και Innaurato [16] το 1973. Δύο είδη πετρωμάτων μελετήθηκαν σε διαφορετικές κατευθύνσεις κατά μήκος των αξόνων ανισοτροπίας. Η ανισοτροπία γενικότερα [17], τα χαρακτηριστικά μη γραμμικής παραμόρφωσης υπό θλίψη και εφελκυσμό [18] και η επίδραση του μεγέθους των δοκιμίων (size effect) [19] τράβηξαν την προσοχή αρκετών μελετητών κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1980. Το τέλος του σταδίου αυτού σηματοδοτείται από τη δημοσίευση των άρθρων ανασκόπησης του Andreev [20,21] το 1991.

Η επιρροή της ανισοτροπικής φύσης των υλικών στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου μελετήθηκε αναλυτικά και πειραματικά από τους Chen et al. [22] οι οποίοι ασχολήθηκαν με τον προσδιορισμό ελαστικών σταθερών και παρουσίασαν μια αρκετά πολύπλοκη μαθηματική υπολογιστική διαδικασία. Επιπροσθέτως, στη μελέτη των Exadaktylos και Kaklis [23] δίνονται εκφράσεις για τις τάσεις και τις παραμορφώσεις σε οποιοδήποτε σημείο ενός ανισοτροπικού κυκλικού δίσκου. Λύσεις για το πλήρες πεδίο των τάσεων και των μετατοπίσεων ενός δίσκου υπό ομοιόμορφη ακτινική φόρτιση κατά μήκος δύο συμμετρικών τόξων της περιφέρειας του, με την παραδοχή ότι το υλικό του δίσκου είναι ομογενές, ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό και ότι οι συνθήκες είναι είτε επίπεδης έντασης είτε επίπεδης παραμόρφωσης, δόθηκαν από τους Markides et al. [24].

Τέλος, υποδεικνύεται από τους Markides και Kourkoulis [25], ότι το πεδίο τάσεων ενός Βραζιλιανού δίσκου (ακόμα και στο κέντρο του), είναι μια μη γραμμική συνάρτηση του εξωτερικά εφαρμοζόμενου φορτίου και εξαρτάται, μεταξύ άλλων, έμμεσα από τις ιδιότητες των υλικών του δίσκου και των αρπαγών, ο συνδυασμός των οποίων υπαγορεύει το μήκος του τόξου επαφής.

Μέχρι και σήμερα, η βελτίωση και η τροποποίηση του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου έχουν μελετηθεί και συζητηθεί εκτενώς από τους ερευνητές οι οποίοι προσπάθησαν να λάβουν υπόψη όλους τους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν τα αποτελέσματα.

1.3.2.1 Οι συνοριακές συνθήκες στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου

Σε πρώιμες μελέτες οι ακριβείς συνοριακές συνθήκες στη διεπαφή (interface) δίσκου-αρπάγης δεν είχαν εξεταστεί λεπτομερώς. Πιστεύεται ότι ανεξάρτητα από τις ακριβείς συνθήκες που επικρατούν κατά μήκος του τόξου επαφής δίσκου-αρπάγης, το τασικό πεδίο στο κέντρο του δίσκου περιγράφεται επαρκώς από την κλασική λύση που δόθηκε από τον Hondros [3], ο οποίος θεώρησε ομοιόμορφη ακτινική κατανομή πίεσης χωρίς εφαπτομενικές τάσεις (τριβή). Αυτή η προσέγγιση είναι λογική, (τουλάχιστον ως πρώτη προσέγγιση), αφού υπάρχουν αναλυτικές λύσεις πλήρους πεδίου (Lavron και Vervoort [26], Markides et al. [27]) οι οποίες αναμφισβήτητα αποδεικνύουν ότι η επίδραση των τάσεων τριβής εντοπίζεται σε μια πολύ στενή περιοχή γύρω από το τόξο επαφής, τουλάχιστον για μέτριες τιμές του συντελεστή τριβής, ενώ το πεδίο τάσεων στο κέντρο του δίσκου παραμένει σχεδόν ανεπηρέαστο.

Αν και οι παραπάνω δηλώσεις δύσκολα αμφισβητούνται, είναι γεγονός ότι πρόωρες θραύσεις παρατηρούνται συχνά σε σημεία μακριά από το κέντρο του δίσκου και συγκεκριμένα στην περιοχή άμεσης γεινιάσης των πλακών φόρτισης με το δίσκο, υπονομεύοντας την εγκυρότητα του πειράματος. Αυτές οι πρόωρες θραύσεις αποδόθηκαν κατηγορηματικά από τον Hooper [28] στις τάσεις εφελκυσμού που δημιουργούνται στη διεπαφή πλάκας φόρτισης- δίσκου λόγω μη τέλει ομαλής επαφής σε συνδυασμό με την τριξονικότητα του πεδίου τάσης που αναπτύσσεται στην περιοχή επαφής (σαφώς το τελευταίο δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί στο πλαίσιο μιας επίπεδης ανάλυσης). Λίγα χρόνια νωρίτερα, ο Fairhurst [4] κατέληξε σε παρόμοιο συμπέρασμα σχετικά με τη σημασία

των εφαπτομενικών τάσεων και την επιτακτική ανάγκη να ελαχιστοποιηθούν, προκειμένου να αποφευχθούν τα λανθασμένα συμπεράσματα.

Η πρώτη προσπάθεια να προσδιοριστεί αναλυτικά η επίδραση των τάσεων τριβής στο συνολικό πεδίο τάσεων που αναπτύσσεται στο Βραζιλιανό δίσκο έγινε ίσως από τους Addinall και Hackett [29]. Σχεδόν τέσσερις δεκαετίες αργότερα, οι Lavron και Vervoort [26] πρότειναν μια αναλυτική λύση για μια γενική κατανομή των εφαπτομενικών τάσεων κατά μήκος της στεφάνης επαφής (contact rim) δίσκου-αρπάγης και έλαβαν τις καρτεσιανές συνιστώσες του τασικού πεδίου με τη μορφή σειρών (infinite series). Βασιζόμενοι στα αποτελέσματα της λύσης τους, οι Lavron και Vervoort κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι "...η επίδραση της δύναμης τριβής (διατμητικής δύναμης) που εφαρμόζεται σε δύο αντίθετα τόξα, μπορεί να παραμεληθεί στις περισσότερες περιπτώσεις στην κατανομή τάσεων για το μεγαλύτερο μέρος της κυρίας διαμέτρου, τουλάχιστον εάν το μέγεθος της εφαπτομενικής τάσης είναι <50% του ακτινικού φορτίου". Επιπλέον, επισημάνθηκε ότι "...όταν το μέγεθος της εφαπτομενικής τάσης είναι της τάξεως του 0.5 της ακτινικής τάσης, παρατηρούνται σημαντικές μεταβολές στο πεδίο τάσεων πλησίον του συνόρου..." και επίσης υπό ορισμένες προϋποθέσεις "...η τριβή μπορεί να προσφέρει ακόμη μεγαλύτερη ασάφεια στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων των πειραμάτων από ότι συνήθως πιστεύεται".

Γίνεται λοιπόν σαφές ότι πριν από τη χρήση των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται από τα πειράματα Βραζιλιανού δίσκου, με σκοπό τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό των υλικών, είναι επιτακτική η σωστή εκτίμηση της επίδρασης των εφαπτομενικών τάσεων. Κατ' επέκταση, είναι απαραίτητη η εύρεση των συνοριακών συνθηκών του πειράματος.

Προκειμένου να προσδιοριστούν με ακρίβεια οι συνοριακές συνθήκες για μια αποδεκτή λύση του μαθηματικού προβλήματος, που σχετίζεται με την ακριβή κατανομή του πεδίου τάσεων σε όλο το Βραζιλιανό δίσκο, πρέπει να απαντηθούν τέσσερα ερωτήματα:

1. Ποιο είναι το πραγματικό μήκος του τόξου επαφής;
2. Ποια είναι η κατανομή της ακτινικής πίεσης κατά μήκος του τόξου επαφής;
3. Ποια είναι η κατανομή των τάσεων τριβής κατά μήκος του τόξου επαφής;
4. Ποιες είναι οι τάσεις τριβής που σχετίζονται με τις ορθές τάσεις;

Απαντήσεις στις δύο πρώτες ερωτήσεις έχουν δοθεί εδώ και καιρό με κάποιο βαθμό προσέγγισης (Timoshenko και Goodier [30], Markides και Kourkoulis [31]). Δεν υπάρχουν όμως συγκεκριμένες απαντήσεις στην

τρίτη ερώτηση, που είναι ίσως η πιο κρίσιμη. Ο βασικός περιορισμός στις ήδη υπάρχουσες μελέτες είναι ότι η κατανομή των τάσεων τριβής που υιοθετείται είναι περισσότερο ή λιγότερο αυθαίρετη, για παράδειγμα, είτε ημιτονοειδής (Lavrion και Vervoort [26], Addinall και Hackett [29]) ή ομοιόμορφη με ασυνέχεια στον άξονα συμμετρίας (Markides et al. [32]).

Η οριστική λύση στο πρόβλημα των συνοριακών συνθηκών στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου δόθηκε πρόσφατα από τους Kourkoulis et al. [33]. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη έρευνα, το υποκείμενο φαινόμενο που είναι υπεύθυνο για τη δημιουργία επιπλέον τάσεων τριβής είναι η διαφορετική παραμορφωσιμότητα των υλικών δίσκου και αρπάγης, η οποία με τη σειρά της είναι υπεύθυνη για τη διαφορετική πλευρική μετατόπιση των σημείων του δίσκου και της αρπάγης τα οποία είναι αρχικά αντικριστά. Έμφαση δίνεται στις τάσεις τριβής που αναπτύσσονται σε περιπτώσεις όπου οι επιφάνειες επαφής δεν είναι απολύτως λείες. Επομένως, αν ο συντελεστής τριβής είναι διάφορος του μηδενός, αναπτύσσονται επαπτομενικές τάσεις (τριβή), το μέγεθος των οποίων περιορίζεται από το ανώτερο όριο που καθορίζεται από τον νόμο Amontons-Coulomb σχετικά με την τριβή. Ως εκ τούτου, μέρος της διεπαφής χαρακτηρίζεται από τέλεια συγκόλληση, και αλλού με ολίσθηση τριβής.

Τέλος, υποδεικνύεται ότι το σχετικό μέγεθος του τόξου επαφής ποικίλλει μεταξύ εξαιρετικά ευρέων ορίων για διαφορετικά υλικά δίσκου και, συνεπώς, η ανάθεση σε αυτό αυθαίρετων τιμών μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα. Το ίδιο ισχύει και για την μέγιστη τιμή της ακτινικής πίεσης, διότι για δύσκαμπτα υλικά φθάνει σε πολύ υψηλές τιμές που μπορούν να οδηγήσουν σε τοπικές συγκεντρώσεις τάσεων που δεν προβλέπονται από την ομοιόμορφη κατανομή πίεσης που συνήθως υιοθετείται στις θεωρητικές αναλύσεις.

1.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Συνοψίζοντας, η έρευνα για το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου έχει επικεντρωθεί σε πολύ συγκεκριμένα ερωτήματα, όπως γιατί μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό των υλικών, ποια είναι η κατανομή των τάσεων στο δίσκο, ποιο είναι το σημείο έναρξης της ρωγμής και ποιο κριτήριο πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της διάδοσης των ρωγμών, και τέλος, πώς μπορούν να βελτιωθούν οι πειραματικές συνθήκες έτσι ώστε να προκύπτουν πιο ακριβή

αποτελέσματα και άλλες πιθανές χρήσιμες πληροφορίες για το υλικό που μελετάται.

Παρά την ευρεία χρήση του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου, εξακολουθούν να εκφράζονται κάποιες αμφιβολίες για την εγκυρότητά του. Ένα από τα πιο κρίσιμα ζητήματα είναι το σημείο έναρξης της θραύσης, το οποίο με τη σειρά του μπορεί να σχετίζεται στενά με την ύπαρξη επαπτομενικών τάσεων (τριβή) που αναπτύσσονται στην περιοχή επαφής δίσκου-αρπάγης και (στενά συνδεδεμένες με αυτές τις τάσεις τριβής) με τις πρόωρες θραύσεις που εμφανίζονται μερικές φορές στην περιοχή άμεσης γειννίασης του δίσκου και των πλακών φόρτισης. Το σημείο έναρξης της θραύσης πρέπει να βρίσκεται στο κέντρο του δίσκου, γεγονός το οποίο υποστηρίζεται από πειραματικές και αριθμητικές μελέτες (Yanagidani et al. [34], Chen et al. [35]), διότι μόνο στην περίπτωση αυτή τα αποτελέσματα του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου γίνονται δεκτά ως αντιπροσωπευτικά της αντοχής εφελκυσμού του εξεταζόμενου υλικού. Ωστόσο, συχνά έχει παρατηρηθεί και η έναρξη ρωγμών σε σημεία μακριά από το κέντρο του δίσκου (Fairhurst [4], Hudson et al. [13], Hooper [28]).

Παρόλο που η συγκεκριμένη εφαρμογή του πειράματος και σε δακτύλιο έχει προταθεί πριν από περισσότερο μισό αιώνα, αρκετά σημεία εξακολουθούν να είναι ασαφή και ορισμένα ερωτήματα παραμένουν αναπάντητα. Για παράδειγμα, η ακριβής σχέση μεταξύ των αποτελεσμάτων του πειράματος δακτυλίου και του πειράματος Βραζιλιανού δίσκου δεν είναι ξεκάθαρη. Επιπλέον, η κατανομή της διαμετρικής πίεσης κατά μήκος του τόξου επαφής (η οποία δεν είναι ομοιόμορφη σε περίπτωση που το πείραμα δακτυλίου (ring test) πραγματοποιηθεί σύμφωνα με την προτεινόμενη διάταξη για το πείραμα Βραζιλιανού δίσκου (Brazilian-disc test) από την ISRM) δεν είναι ακριβώς γνωστή. Το ίδιο ισχύει και για το μήκος του τόξου επαφής που αναπτύσσεται κατά τη συμπίεση του δακτυλίου, μεταξύ αυτού και των μεταλλικών αρπαγών.

Η εγκυρότητα του πειράματος του Βραζιλιανού δίσκου έχει συζητηθεί σχεδόν από τότε που εισήχθη. Η ανάπτυξη και οι εφαρμογές του έχουν αναθεωρηθεί και διερευνηθεί αρκετά ανά τα χρόνια. Ως μέθοδος εξακολουθεί να είναι ένα δημοφιλές και εύκολο εργαλείο για τον προσδιορισμό της αντοχής σε εφελκυσμό των υλικών λόγω της πολύ ευκολότερης προετοιμασίας των δοκιμών και της πειραματικής διαδικασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μια θεωρητική λύση για την ελαστική ισορροπία επίπεδου κυκλικού δίσκου με έκκεντρη οπή, υποκείμενου σε αντιδιαμετρική θλίψη. Το υλικό του δίσκου θεωρείται ισότροπο, ομογενές και γραμμικά ελαστικό. Λόγω του τρόπου φόρτισης και της γεωμετρίας του δίσκου, το πρόβλημα αντιμετωπίζεται ως ένα 1^ο θεμελιώδες πρόβλημα επίπεδης ελαστικότητας, θεωρώντας δε το πάχος του δίσκου συγκρίσιμο της ακτίνας του. Ο δίσκος υποτίθεται ότι βρίσκεται σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης. Ο άξονας δράσης της φόρτισης λαμβάνεται τυχαίου προσανατολισμού σε σχέση με τη θέση της έκκεντρης οπής. Επίσης, χάριν προσαρμογής στις συνθήκες της παρούσας εργασίας, η λύση περιορίζεται στη θεώρηση μέτριας εκκεντρότητας, όχι μικρής οπής και σημειακής φόρτισης. Η επέκταση της λύσης, για περιπτώσεις μεγάλης εκκεντρότητας και ομοιόμορφης ή μεταβαλλόμενης (ημιτονοειδούς, παραβολικής κλπ) φόρτισης επί πεπερασμένων τόξων στην περίμετρο του δίσκου, καθίσταται εφικτή ακολουθώντας μια διαδικασία ανάλογη με αυτή που περιγράφεται στη συνέχεια.

Η ανάλυση βασίζεται στη μέθοδο των μιγαδικών δυναμικών του N. I. Muskhelishvili [36], δηλαδή στον υπολογισμό δύο μιγαδικών συναρτήσεων ϕ και ψ “ισοδύναμων” της τασικής συνάρτησης Airy, από τις οποίες προκύπτουν τα πεδία τάσεων και μετατοπίσεων σε κάθε σημείο του δίσκου με την έκκεντρη οπή.

2.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΓΕΝΙΚΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Σε πρώτο στάδιο, κρίνεται σκόπιμο να γίνει μια σύντομη αναφορά στο γενικό επίπεδο πρόβλημα, τις δυνατότητες επίλυσής του, και την επιλογή του ως μέθοδο αντιμετώπισης του προβλήματος της πα-

ρούσας εργασίας, αλλά και ενδεικτικά, ανάλογων παρόμοιων εργασιών.

Είναι γνωστό ότι για τα δεδομένα του προβλήματος που περιγράφηκαν στην εισαγωγή και αγνοώντας, εύλογα στην προκειμένη περίπτωση, το βάρος του δίσκου, προκειμένου να καθοριστεί η ελαστική ισορροπία του τελευταίου, πρέπει να υπολογιστεί η τασική συνάρτηση του G. B. Airy, ως λύση (κατά τον J. C. Maxwell) μίας διαρμονικής εξίσωσης (ανάλογη των έξη εξισώσεων Beltrami-Michell του γενικού προβλήματος στον τρισδιάστατο χώρο). Η εξίσωση αυτή, καθώς και οι εξισώσεις ισορροπίας, πρέπει να ικανοποιούνται από τις ορθές τάσεις που αναπτύσσονται στη διατομή του δίσκου, ώστε να εξασφαλίζεται η έννοια της συνέχειας του παραμορφωμένου σώματος ή αλλιώς του συμβιβαστού των μετατοπίσεων. Τότε, η τασική συνάρτηση Airy, εφόσον έχει υπολογιστεί με κάποιο τρόπο, παρέχει άμεσα με διπλή παραγωγή τις συνιστώσες του τανυστή των τάσεων και παραμορφώσεων, δεδομένων δε των τελευταίων και κατόπιν ολοκλήρωσης των συνιστωσών των μετατοπίσεων μέσω του γενικευμένου νόμου του Hooke.

Με τη βοήθεια της πραγματικής ανάλυσης, η τασική συνάρτηση Airy αναζητείται για ευθύγραμμα σύνορα με γωνίες, είτε με απλές φορτίσεις, ως κάποιος συνδυασμός πολυωνύμων δευτέρου και άνω βαθμού, είτε για πολυπλοκότερες φορτίσεις, ως μια σειρά Fourier. Στην περίπτωση κυκλικών συνόρων και συμμετριών, η τασική συνάρτηση Airy υπολογίζεται στη γενική πολική της μορφή (κατά J. H. Michell), η οποία προκύπτει από την ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών στο σύνορο του υπό μελέτη χωρίου. Η διαδικασία δεν είναι συγκεκριμένη και έγκειται στην εμπειρία του μελετητή, καθίσταται δε πολύπλοκη σε περιπτώσεις δύσκολης γεωμετρίας του εν λόγω χωρίου.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η μιγαδική ανάλυση υπερέχει της πραγματικής ως εργαλείο επίλυσης τέτοιου είδους προβλημάτων. Αυτό οφείλεται στην αναλυτικότητα των συναρτήσεων μίας μιγαδικής μεταβλητής (δηλαδή στην απεριόριστη διαφορισιμότητά τους και τη συνέχεια προς κάθε κατεύθυνση για κάθε σημείο του μιγαδικού επιπέδου), στη σύμμορφη απεικόνιση-μετασχηματισμό τυχαίων χωρίων σε απλούστερα και ευκολότερα αντιμετωπίσιμα, και τέλος στην αναλυτική επέκταση συναρτήσεων σε όλο το μιγαδικό επίπεδο. Οι παραπάνω ιδιότητες εξασφαλίζουν για προβλήματα, όπως το παρόν, την ανάπτυξη συγκεκριμένων μεθόδων ικανών να προσδιορίζουν πλήρως δύο μοναδικές συναρτήσεις, τα μιγαδικά δυναμικά Muskhelishvili (τη μιγαδική έκφανση της πραγματικής τασικής συνάρτησης Airy). Ο προσδιορισμός αυτός επιτυγχάνεται μέσω της επίλυσης συναρτησιακών εξισώσεων επί

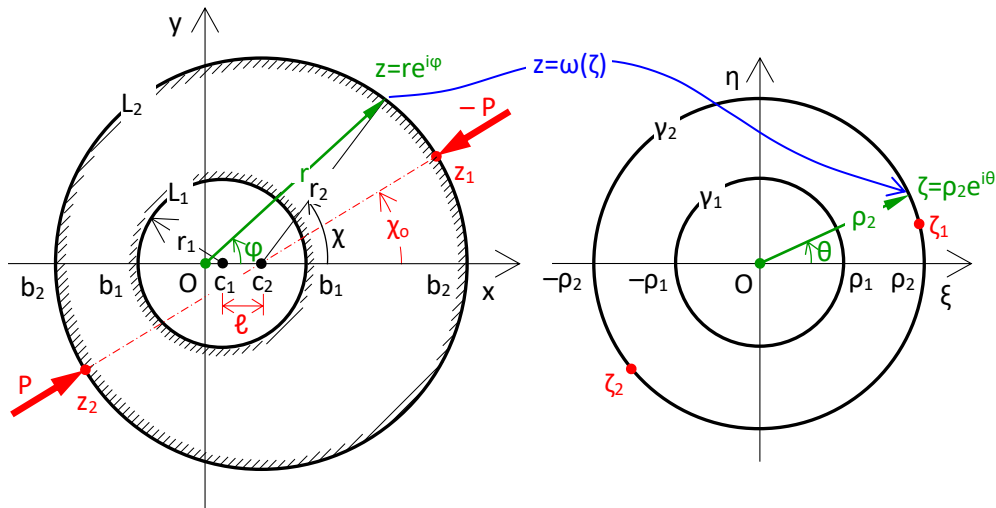
του χωρίου ή ιδιόμορφων ολοκληρωτικών εξισώσεων επί των συνόρων ή απλούστερα μέσω των εκφράσεων τους σε μορφή σειρών και ικανοποίηση των συνοριακών συνθηκών. Η διευκόλυνση που παρέχει αυτός ο τρόπος επίλυσης στο μελετητή (κάτι το οποίο γίνεται σαφές λαμβάνοντας υπόψη ως παράδειγμα το σχετικό άρθρο των Milan B. et al. [37]) είναι και ο λόγος επιλογής της συγκεκριμένης μεθόδου για την αντιμετώπιση του παρόντος προβλήματος.

Ωστόσο, πρέπει να αναφερθεί και η πολύ σημαντική εργασία του G.B. Jeffery [38] από το 1921, ο οποίος καταστρώνοντας τη διαρμονική συνάρτηση με τη βοήθεια διπολικών συντεταγμένων, έφτασε, μεταξύ άλλων, στον υπολογισμό της τασικής συνάρτησης (Airy) με τη μορφή υπερβολικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων, δίνοντας τη λύση του προβλήματος του δίσκου με έκκεντρη οπή υπό εσωτερική πίεση. Η περίπτωση φόρτισης με εξωτερική πίεση, μελετήθηκε από τους E. Radi και A. Strozzi [39].

2.3 ΤΑ ΜΙΓΑΔΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

Για την επίλυση του προβλήματος της παρούσας διπλωματικής εργασίας, επιλέγεται η χρήση της μεθόδου των μιγαδικών δυναμικών Muskhelishvili. Η διατομή του δίσκου (αναφερόμενη στο εξής για οικονομία ως δίσκος) θεωρείται κείμενη στο μιγαδικό επίπεδο $z=x+iy=re^{i\phi}$ (Σχ. 2.1). Η ακτίνα του δίσκου συμβολίζεται με r_2 , η δε ακτίνα της έκκεντρης οπής συμβολίζεται με r_1 . Η εξωτερική περίμετρος του δίσκου συμβολίζεται με L_2 και η εσωτερική της έκκεντρης οπής με L_1 . Ο δίσκος υπόκειται σε αντιδιαμετρική σημειακή φόρτιση $P>0$, στα σημεία z_1 και z_2 της διαμέτρου του δίσκου L_2 , ο άξονας της οποίας σχηματίζει τυχαία γωνία ϕ_0 με τον άξονα x του Καρτεσιανού συστήματος αναφοράς.

Έστω $P_{\mu\eta\chi}$ η δύναμη που ασκείται από το πλαίσιο φόρτισης κάθετα στην παράπλευρη κυλινδρική επιφάνεια του δίσκου και w το ύψος του κυλινδρικού δοκιμίου. Τότε το μέτρο του P θα είναι $P=P_{\mu\eta\chi}/w$, με το P να παριστά ουσιαστικά το μέτρο της ομοιόμορφης κατανομής του $P_{\mu\eta\chi}$ κατά την κοινή γενέτειρα επαφής δοκιμίου και καμπύλης αρπάγης, μήκους w . Η έκκεντρη οπή θεωρείται ελευθέρα τάσεων.



Σχήμα 2.1: Η σύμμορφη απεικόνιση της μιγαδικής ανάλυσης.

Ο δίσκος με την έκκεντρη σπή απεικονίζεται σύμμορφα στον κανονικό δακτύλιο εξωτερικής και εσωτερικής ακτίνας ρ_2 και ρ_1 αντίστοιχα, στο μαθηματικό αδιάστατο επίπεδο της μιγαδικής μεταβλητής $\zeta = \xi + i\eta = \rho e^{i\theta}$, με τη βοήθεια της διγραμμικής συνάρτησης [36]:

$$z = \omega(\zeta) = \zeta / (1 - \alpha\zeta) \quad (2.1\alpha)$$

$$\zeta = z / (1 + \alpha z) \quad (2.1\beta)$$

όπου α πραγματικός θετικός αριθμός.

Κατ' αυτόν τον τρόπο, η εξωτερική περίμετρος L_2 του δίσκου και L_1 της έκκεντρης σπής, αντιστοιχούν στο μαθηματικό επίπεδο στους ομόκεντρους κύκλους γ_2 και γ_1 του κανονικού δακτυλίου. Τα σημεία $\zeta = \rho_{1,2}$ και $\zeta = -\rho_{1,2}$, επί του άξονα ξ του κανονικού δακτυλίου αντιστοιχούν στο επίπεδο z , δια της (2.1α), στα σημεία του άξονα x :

$$b_{1,2} = \rho_{1,2} / (1 - \alpha\rho_{1,2}), \quad b'_{1,2} = -\rho_{1,2} / (1 + \alpha\rho_{1,2}) \quad (2.2)$$

Από τις σχέσεις (2.2), οι τετμημένες των κέντρων των κύκλων $L_{1,2}$, κείμενων επί του άξονα x του Καρτεσιανού συστήματος αναφοράς, θα είναι:

$$c_{1,2} = (b_{1,2} + b'_{1,2})/2 = \alpha \rho_{1,2}^2 / (1 - \alpha^2 \rho_{1,2}^2) \quad (2.3)$$

οι ακτίνες τους θα είναι:

$$r_{1,2} = (b_{1,2} - b'_{1,2})/2 = \rho_{1,2} / (1 - \alpha^2 \rho_{1,2}^2) \quad (2.4)$$

και η εκκεντρότητα, δηλαδή η απόσταση μεταξύ των δύο κέντρων των κύκλων $L_{1,2}$ θα είναι:

$$\ell = c_2 - c_1 \quad (2.5)$$

Υπό την παραδοχή ότι $\ell < r_2 - r_1$, οι τιμές της πραγματικής σταθεράς α (2.1) και των ακτίνων του κανονικού δακτυλίου στο μαθηματικό επίπεδο θα δίνονται, αντίστοιχα, από τις εκφράσεις [36]:

$$\alpha = \ell / \sqrt{(r_1^2 - r_2^2)^2 - 2\ell^2(r_1^2 + r_2^2) + \ell^4} \quad (2.6)$$

$$\rho_{1,2} = \left(\sqrt{1 + 4r_{1,2}^2 \alpha^2} - 1 \right) / 2r_{1,2} \alpha^2 \quad (2.7)$$

Επιπλέον, τα σημεία φόρτισης z_1 και z_2 του L_2 αντιστοιχούν στα σημεία ζ_1 και ζ_2 του γ_2 . Η γωνία χ (αντίστοιχη της γωνίας ϕ) είναι η γωνία μεταξύ της επιβατικής ακτίνας r_2 του κύκλου κέντρου c_2 και του άξονα x , ενός τυχαίου σημείου z επί του εξωτερικού συνόρου L_2 , μετρούμενη κατά την ανθρωπολογιακή φορά. Επίσης η γωνία χ_0 , αντιστοιχεί στη γωνία φόρτισης σε σχέση με το κέντρο του κύκλου L_2 (Σχ. 2.1).

Ισχύουσας, για μικρή εκκεντρότητα, της ανισότητας $|\alpha\zeta| < 1$, η (2.1α) γράφεται:

$$z = \omega(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \zeta^{n+1} \quad (2.8)$$

και κρατώντας μόνο τους δύο πρώτους όρους:

$$z = \omega(\zeta) = \zeta + \alpha\zeta^2 \quad (2.9)$$

Εκ της αναλυτικής τους φύσης σε ένα πρόβλημα ελαστικής ισορροπίας, τα μιγαδικά δυναμικά Muskhelishvili στον κανονικό δακτύλιο (μετασχηματισμένο χωρίο) περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \zeta^k, \quad \psi(\zeta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a'_k \zeta^k \quad (2.10)$$

οι δε συνοριακές συνθήκες για τις τάσεις στους κύκλους $\gamma_{1,2}$, οι οποίοι είναι εικόνες των $L_{1,2}$, δίνονται ως:

$$\overline{\varphi(\zeta)} + \frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \varphi'(\zeta) + \psi(\zeta) = \begin{cases} f_1 - if_2, & \gamma_2 \\ 0, & \gamma_1 \end{cases} \quad (2.11)$$

όπου ο τόνος στη συνάρτηση υποδηλώνει την πρώτη παράγωγο και η μπάρα συμβολίζει τη μιγαδική συζυγή τιμή της συνάρτησης. Η $f_1 - if_2$ είναι η συζυγής παράσταση της $f_1 + if_2$, δηλαδή της συνισταμένης δύναμης επί τόξου μήκους S του L_2 , πολλαπλασιασμένης επί της φανταστικής μονάδας i , η οποία ισούται με:

$$f_1 + if_2 = i \int_0^S (X_n + iY_n) dS = i(X + iY) \quad (2.12)$$

Στην Εξίσωση (2.12) X_n, Y_n είναι οι συνιστώσες του ελκυστή της τάσης στο τυχαίο σημείο z επί του L_2 από την πλευρά του θετικού μοναδιαίου διανύσματος \bar{n} (δηλαδή περιγράφοντας το L_2 ανθρωπολογικά αφήνοντας το δίσκο στα αριστερά του). Με X, Y συμβολίζονται οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης επί του τόξου μήκους S , θεωρώντας ότι ο δίσκος έχει μοναδιαίο πάχος.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.9) και (2.10) στη (2.11), προκύπτει η εξίσωση:

$$(1 + 2\alpha\zeta) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \bar{a}_k \bar{\zeta}^k + (\bar{\zeta} + \alpha\bar{\zeta}^2) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k a_k \zeta^{k-1} + (1 + 2\alpha\zeta) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a'_k \zeta^k = \begin{cases} (1 + 2\alpha\zeta)(f_1 - if_2), & \gamma_2 \\ 0, & \gamma_1 \end{cases} \quad (2.13)$$

απ' όπου λαμβάνοντας υπόψη ότι $\zeta = re^{i\theta}$, χρησιμοποιώντας το συμβολισμό $e^{i\theta} = s$ και θεωρώντας ότι $a_0 = 0$ (εφόσον μια σταθερά στη $\varphi(\zeta)$ δεν επηρεάζει τις τάσεις), μετά από πράξεις προκύπτει η έκφραση:

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Θεωρητική Ανάλυση

$$\begin{aligned}
 & \sum_1^{\infty} \bar{a}_k \rho^k s^{-k} + \sum_1^{\infty} \bar{a}_{-k} \rho^{-k} s^k + 2\alpha \sum_0^{\infty} \bar{a}_{k+1} \rho^{k+2} s^{-k} + 2\alpha \sum_1^{\infty} \bar{a}_{-k+1} \rho^{-k+2} s^k + \\
 & \sum_0^{\infty} (k+2) a_{k+2} \rho^{k+2} s^k + \sum_1^{\infty} (-k+2) a_{-k+2} \rho^{-k+2} s^{-k} + \alpha \sum_0^{\infty} (k+3) a_{k+3} \rho^{k+4} s^k + \\
 & \alpha \sum_1^{\infty} (-k+3) a_{-k+3} \rho^{-k+4} s^{-k} + \sum_0^{\infty} b_k \rho^k s^k + \sum_1^{\infty} b_{-k} \rho^{-k} s^{-k} = \begin{cases} A_0 + \sum_1^{\infty} A_k s^k + \sum_1^{\infty} A_{-k} s^{-k}, & \gamma_2 \\ 0, & \gamma_1 \end{cases} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

Για την εξαγωγή της σχέσεως (2.14) έχουν χρησιμοποιηθεί οι εξής αντικαταστάσεις:

Πρώτον,

$$(1 + 2\alpha\zeta)(f_1 - if_2) = (1 + 2\alpha\rho_2 s)(f_1 - if_2) = A_0 + \sum_1^{\infty} A_k s^k + \sum_1^{\infty} A_{-k} s^{-k} \quad (2.15)$$

υπό την προϋπόθεση ότι $\zeta = \rho_2 s$ στον κύκλο γ_2 και ότι το αριστερό μέρος της (2.15) μπορεί να εκφραστεί σε μορφή σειράς,

και δεύτερον,

$$(1 + 2\alpha\zeta) \sum_{-\infty}^{+\infty} a'_k \zeta^k = \sum_{-\infty}^{+\infty} (a'_k + 2\alpha a'_{k-1}) \zeta^k = \sum_{-\infty}^{+\infty} b_k \zeta^k, \text{ δηλαδή } b_k = a'_k + 2\alpha a'_{k-1} \quad (2.16)$$

$$\text{στην οποία } \psi(\zeta) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a'_k \zeta^k = (1 + 2\alpha\zeta)^{-1} \sum_{-\infty}^{+\infty} b_k \zeta^k \quad (2.17)$$

Συγκρίνοντας κατά μέλη την εξίσωση (2.14) για τους σταθερούς συντελεστές των ιδίων δυνάμεων του s προκύπτουν οι σχέσεις (με $\rho = \rho_1$ και ρ_2 επί των γ_1 και γ_2 , αντίστοιχα):

$$2\alpha \bar{a}_1 \rho_2^2 + 2a_2 \rho_2^2 + 3\alpha a_3 \rho_2^4 + b_0 = A_0 \quad (2.18)$$

$$2\alpha \bar{a}_1 \rho_1^2 + 2a_2 \rho_1^2 + 3\alpha a_3 \rho_1^4 + b_0 = 0 \quad (2.19)$$

$$\bar{a}_k \rho_2^k + 2\alpha \bar{a}_{k+1} \rho_2^{k+2} + (-k+2) a_{-k+2} \rho_2^{-k+2} + (-k+3) \alpha a_{-k+3} \rho_2^{-k+4} + b_{-k} \rho_2^{-k} = A_{-k} \quad (2.20)$$

$$\bar{a}_k \rho_1^k + 2\alpha \bar{a}_{k+1} \rho_1^{k+2} + (-k+2) a_{-k+2} \rho_1^{-k+2} + (-k+3) \alpha a_{-k+3} \rho_1^{-k+4} + b_{-k} \rho_1^{-k} = 0 \quad (2.21)$$

$$\bar{a}_{-k} \rho_2^{-k} + 2\alpha \bar{a}_{-k+1} \rho_2^{-k+2} + (k+2) a_{k+2} \rho_2^{k+2} + (k+3) \alpha a_{k+3} \rho_2^{k+4} + b_k \rho_2^k = A_k \quad (2.22)$$

$$\bar{a}_{-k}\rho_1^{-k} + 2\alpha\bar{a}_{-k+1}\rho_1^{-k+2} + (k+2)\alpha_{k+2}\rho_1^{k+2} + (k+3)\alpha\alpha_{k+3}\rho_1^{k+4} + b_k\rho_1^k = 0 \quad (2.23)$$

(k=1,2,3,...)

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (2.18) και (2.19) προκύπτει ότι:

$$\alpha\bar{a}_1 + a_2 + \frac{3\alpha(\rho_2^4 - \rho_1^4)}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)}a_3 = \frac{A_0}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} \quad (2.24)$$

ή παίρνοντας τη συζυγή της έκφραση:

$$\alpha a_1 + \bar{a}_2 + \frac{3\alpha(\rho_2^4 - \rho_1^4)}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)}\bar{a}_3 = \frac{\bar{A}_0}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} \quad (2.25)$$

Η εξίσωση (2.20), θέτοντας k=1 και πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη επί ρ_2 γράφεται ως:

$$2\alpha_1\rho_2^2 + 4\alpha\alpha_2\rho_2^4 + b_{-1} = \rho_2 A_{-1} \quad (2.26)$$

Ομοίως, η (2.21):

$$2\alpha_1\rho_1^2 + 4\alpha\alpha_2\rho_1^4 + b_{-1} = 0 \quad (2.27)$$

όπου α_1 και α_2 είναι τα πραγματικά μέρη των a_1 και a_2 , αντίστοιχα.

Αφαίρεση κατά μέλη των (2.26), (2.27) οδηγεί στην:

$$\alpha_1 + 2(\rho_2^2 + \rho_1^2)\alpha\alpha_2 = \frac{\rho_2 A_{-1}}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} \quad (2.28)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι το φανταστικό μέρος του σταθερού συντελεστή A_{-1} πρέπει να είναι μηδέν, κάτι που αποδεικνύεται από τη συνθήκη μηδενισμού της συνισταμένης ροπής των σημειακών φορτί-

ων P , $-P$ στην αρχή των αξόνων του Καρτεσιανού συστήματος αναφοράς, δηλαδή της συνθήκης:

$$\int_{L_2} (f_1 dx + f_2 dy) = 0 \quad (2.29)$$

ή ισοδύναμα:

$$\int_{\gamma_2} (f_1 + if_2) \overline{\omega'(\zeta)} d\bar{\zeta} + \int_{\gamma_2} (f_1 - if_2) \omega'(\zeta) d\zeta = 0 \quad (2.30)$$

η οποία αποτελείται από δύο ολοκληρώματα, της έκφρασης $(f_1 - if_2) \omega'(\zeta) = (f_1 - if_2) (1 + 2\alpha\zeta)$ και της συζυγούς της σε μορφή σειρών Fourier (2.15). Επισημαίνεται ότι η συνθήκη μηδενισμού της συνισταμένης δύναμης επί του συνόρου L_2 έχει ληφθεί υπόψη στο πρόβλημα κατά την κατάστρωση της σχέσης (2.29), θεωρώντας ότι οι συναρτήσεις f_1 και f_2 είναι συνεχείς στο L_2 ώστε μετά μιας πλήρους περιγραφής αυτού να επιστρέφουν στην ίδια τιμή.

Η εξίσωση (2.20), θέτοντας $k=2$ και πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη επί ρ_2^2 , γράφεται ως:

$$\bar{a}_2 \rho_2^4 + 2\alpha \bar{a}_3 \rho_2^6 + \alpha a_1 \rho_2^4 + b_{-2} = \rho_2^2 A_{-2} \quad (2.31)$$

Ομοίως, η (2.21):

$$\bar{a}_2 \rho_1^4 + 2\alpha \bar{a}_3 \rho_1^6 + \alpha a_1 \rho_1^4 + b_{-2} = 0 \quad (2.32)$$

Αφαίρεση κατά μέλη των (2.31), (2.32) οδηγεί στην:

$$\alpha a_1 + \bar{a}_2 + \frac{2\alpha(\rho_2^6 - \rho_1^6)}{\rho_2^4 - \rho_1^4} \bar{a}_3 = \frac{\rho_2^2 A_{-2}}{\rho_2^4 - \rho_1^4} \quad (2.33)$$

Αφαιρώντας τις (2.25) και (2.33) προκύπτει μια έκφραση για τη σταθερά a_3 , ανεξάρτητη των a_1 , a_2 :

$$a_3 = \left[\frac{A_0}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} - \frac{\rho_2^2 \bar{A}_{-2}}{\rho_2^4 - \rho_1^4} \right] \left[\frac{3\alpha(\rho_2^4 - \rho_1^4)}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} - \frac{2\alpha(\rho_2^6 - \rho_1^6)}{\rho_2^4 - \rho_1^4} \right]^{-1} \quad (2.34)$$

Στη συνέχεια, με γνωστή την a_3 , προσθέτοντας τις (2.25) και (2.33) προκύπτει μια δεύτερη σχέση, εκτός της (2.28), για τα πραγματικά μέρη των a_1, a_2 :

$$2\alpha a_1 + 2\alpha_2 = \frac{A_0 - 3\alpha(\rho_2^4 - \rho_1^4)}{2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} a_3 + \frac{\rho_2^2 \bar{A}_{-2} - 2\alpha(\rho_2^6 - \rho_1^6)}{\rho_2^4 - \rho_1^4} \bar{a}_3 \quad (2.35)$$

Η επίλυση του συστήματος των δύο εξισώσεων (2.28) και (2.35) δίνει ως αποτέλεσμα τα πραγματικά μέρη των a_1, a_2 . Τα φανταστικά τους μέρη παραμένουν άγνωστα και μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε αυθαίρετη τιμή, καθώς, όπως φαίνεται από την (2.33) αλλά και παρακάτω, δεν υπεισέρχονται στον υπολογισμό κανενός εκ των υπολοίπων συντελεστών των $\varphi(\zeta)$ και $\psi(\zeta)$. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο εφόσον στη $\varphi(\zeta)$ μπορεί να προστεθεί ένας όρος της μορφής $iC\omega(\zeta)$, ή ισοδύναμα, αντικαθιστώντας τη συνάρτηση $\omega(\zeta)$ από τη σχέση (2.9), της μορφής $iC\zeta + iCa\zeta^2$, όπου C πραγματικός αριθμός, χωρίς να επηρεάζεται το εξαγόμενο τασικό πεδίο.

Ακολουθώντας μια ανάλογη διαδικασία και καταλήγοντας στο παρακάτω επαναλαμβανόμενο γενικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους, μπορούν να προσδιοριστούν διαδοχικά οι υπόλοιποι συντελεστές a_k και a_{-k} της $\varphi(\zeta)$, με γνωστό πλέον το συντελεστή a_3 (2.34):

$$\begin{aligned} -k(\rho_2^2 - \rho_1^2)a_{-k} + 2[\rho_2^{2(k+3)} - \rho_1^{2(k+3)}] \alpha \bar{a}_{k+3} &= \\ &= \rho_2^{k+2} \bar{A}_{-(k+2)} + (k-1)(\rho_2^4 - \rho_1^4) \alpha a_{-(k-1)} - [\rho_2^{2(k+2)} - \rho_1^{2(k+2)}] \bar{a}_{k+2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} (\rho_2^{-2k} - \rho_1^{-2k})a_{-k} + (k+3)(\rho_2^4 - \rho_1^4) \alpha \bar{a}_{k+3} &= \\ &= \rho_2^{-k} \bar{A}_k - 2[\rho_2^{-2(k-1)} - \rho_1^{-2(k-1)}] \alpha a_{-(k-1)} - (k+2)(\rho_2^2 - \rho_1^2) \bar{a}_{k+2} \end{aligned} \quad (k=1,2,3,\dots)$$

Έχοντας υπολογίσει τους συντελεστές της $\varphi(\zeta)$, καθίσταται δυνατός και ο υπολογισμός των σταθερών b_k και b_{-k} . Πράγματι, πολλαπλασιάζο-

ντας τις (2.18) και (2.19) επί ρ_2^{-2} και επί ρ_1^{-2} αντίστοιχα και αφαιρώντας κατά μέλη προσδιορίζεται ο συντελεστής b_0 ως:

$$b_0 = \frac{\rho_2^{-2}A_0 - 3(\rho_2^2 - \rho_1^2)\alpha a_3}{\rho_2^{-2} - \rho_1^{-2}} \quad (2.37)$$

Επίσης, πολλαπλασιάζοντας τις (2.31) και (2.32) επί ρ_2^{-4} και επί ρ_1^{-4} αντίστοιχα και αφαιρώντας κατά μέλη υπολογίζεται ο συντελεστής b_{-2} ως:

$$b_{-2} = \frac{A_{-2}\rho_2^{-2} - 2(\rho_2^2 - \rho_1^2)\alpha \bar{a}_3}{\rho_2^{-4} - \rho_1^{-4}} \quad (2.38)$$

Αρκετά εύκολα λοιπόν μπορούν να βρεθούν για τους υπόλοιπους συντελεστές b_k και b_{-k} οι παρακάτω γενικές εκφράσεις:

$$\begin{aligned} b_k &= \rho_2^{-k}A_k - (k+2)\rho_2^2 a_{k+2} - (k+3)\rho_2^4 \alpha a_{k+3} - 2\rho_2^{-2(k-1)}\alpha \bar{a}_{-(k-1)} - \rho_2^{-2k}\bar{a}_{-k} = \\ &= - (k+2)\rho_1^2 a_{k+2} - (k+3)\rho_1^4 \alpha a_{k+3} - 2\rho_1^{-2(k-1)}\alpha \bar{a}_{-(k-1)} - \rho_1^{-2k}\bar{a}_{-k} \end{aligned} \quad (2.39)$$

(k=1,2,3,...)

και

$$\begin{aligned} b_{-k} &= \rho_2^k A_{-k} + (k-2)\rho_2^2 a_{-(k-2)} + (k-3)\rho_2^4 \alpha a_{-(k-3)} - 2\rho_2^{2(k+1)}\alpha \bar{a}_{k+1} - \rho_2^{2k}\bar{a}_k = \\ &= (k-2)\rho_1^2 a_{-(k-2)} + (k-3)\rho_1^4 \alpha a_{-(k-3)} - 2\rho_1^{2(k+1)}\alpha \bar{a}_{k+1} - \rho_1^{2k}\bar{a}_k \end{aligned} \quad (2.40)$$

(k=1 και k=3,4,5,...)

Η συνάρτηση $\psi(\zeta)$, με γνωστούς πλέον τους συντελεστές b_k και b_{-k} , υπολογίζεται άμεσα από την εξίσωση (2.17).

Τέλος, μένει ακόμα το πρόβλημα υπολογισμού των A_0 , A_k και A_{-k} (k=1,2,3,...), που εξαρτώνται από το είδος της εκάστοτε θεωρούμενης φόρτισης στο εξωτερικό σύνορο L_2 και υπεισέρχονται στον υπολογισμό των άνω συντελεστών των $\varphi(\zeta)$ και $\psi(\zeta)$. Από τη σχέση (2.15) είναι φανερό ότι προκειμένου να υπολογιστούν οι σταθερές A_0 , A_k και A_{-k} η f_1+if_2 πρέπει να εκφραστεί σε μορφή σειράς δυνάμεων του $s=e^{i\theta}$. Για το λόγο αυτό, και λαμβάνοντας υπόψη τη (2.12), αρχικά παρατηρείται ότι

για τη σημειακή φόρτιση του Σχ. 2.1 η f_1+if_2 λαμβάνει τις ακόλουθες τιμές στην περίμετρο L_2 του δίσκου:

$$f_1 + if_2 = \begin{cases} -iPe^{i\chi_0}, & t_1 b'_2 t_2 \\ 0, & t_2 b_2 t_1 \end{cases} \quad (2.41)$$

Αναπτύσσοντας την παραπάνω f_1+if_2 σε σειρά Fourier ως προς τη γωνία χ (Σχ. 2.1), προκύπτει η έκφραση:

$$f_1 + if_2 = -\frac{iPe^{i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{m} e^{im\chi} - \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{m} e^{-im\chi} \quad (2.42)$$

Ξαναγράφοντας την (2.42) ως:

$$f_1 + if_2 = -\frac{iPe^{i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1) r_2^m e^{im\chi}}{m r_2^m} - \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1) r_2^m e^{-im\chi}}{m r_2^m} \quad (2.43)$$

και λαμβάνοντας υπόψη από τη γεωμετρία του Σχήματος 2.1 ότι (με το z να ανήκει στο L_2):

$$r_2^m e^{im\chi} = (z - c_2)^m, \quad r_2^m e^{-im\chi} = (\bar{z} - c_2)^m \quad (2.44)$$

τότε η (2.43) μπορεί να γραφεί ως:

$$f_1 + if_2 = -\frac{iPe^{i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1) (z - c_2)^m}{m r_2^m} - \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1) (\bar{z} - c_2)^m}{m r_2^m} \quad (2.45)$$

Αντικαθιστώντας το z από την (2.9), η (2.45) διαμορφώνεται ως εξής:

$$f_1 + if_2 = -\frac{iPe^{i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1) (\zeta + \alpha\zeta^2 - c_2)^m}{m r_2^m} - \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1) (\bar{\zeta} + \alpha\bar{\zeta}^2 - c_2)^m}{m r_2^m} \quad (2.46)$$

ή (με $\zeta = \rho_2 s$ στον κύκλο γ_2)

$$f_1 + if_2 = -\frac{iPe^{i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2} s^{m-k_1+k_2} - \quad (2.47)$$

$$\frac{Pe^{i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2} s^{-(m-k_1+k_2)}$$

Εισαγωγή της (2.47) στην (2.15) οδηγεί τελικά στην:

$$A_0 + \sum_1^{\infty} A_k s^k + \sum_1^{\infty} A_{-k} s^{-k} = (1 + 2\alpha\rho_2 s)(f_1 - if_2) =$$

$$= \frac{iPe^{-i\chi_0}}{2} + \frac{Pe^{-i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2} s^{-(m-k_1+k_2)} -$$

$$\frac{Pe^{-i\chi_0}}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2} s^{m-k_1+k_2} + \quad (2.48)$$

$$+ iPe^{-i\chi_0} \alpha\rho_2 s + \frac{Pe^{-i\chi_0}}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2+1}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2+1} s^{-(m-k_1+k_2)+1} -$$

$$\frac{Pe^{-i\chi_0}}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-im\chi_0} (\cos m\pi - 1)}{mr_2^m} \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^{m-k_1} \frac{m!(-c_2)^{k_1} \alpha^{k_2+1}}{k_1!k_2!(m-k_1-k_2)!} \rho_2^{m-k_1+k_2+1} s^{m-k_1+k_2+1}$$

Χρησιμοποιώντας τις σταθερές φόρτισης A_0 , A_k και A_{-k} ($k=1,2,3,\dots$) όπως προκύπτουν από την (2.48), στον υπολογισμό των συντελεστών των $\varphi(\zeta)$ και $\psi(\zeta)$, οι τελευταίες υπολογίζονται για την επιθυμητή σύγκλιση στα σύνορα και στο εσωτερικό του κανονικού δακτυλίου στο μαθηματικό επίπεδο.

2.4 ΤΑ ΠΕΔΙΑ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ

Κατόπιν λοιπόν υπολογισμού των συναρτήσεων $\varphi(\zeta)$ και $\psi(\zeta)$, μέσω αυτών, και των παρακάτω εκφράσεων κατά Muskhelishvili:

$$\sigma_r - i\tau_{r\theta} = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} + \frac{\overline{\varphi'(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} - \frac{e^{i2\theta}}{\omega'(\zeta)} \left[\frac{\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) \omega'(\zeta) - \varphi'(\zeta) \omega''(\zeta)}{\omega'(\zeta)^2} + \psi'(\zeta) \right] \quad (2.49)$$

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4\Re \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \quad (2.50)$$

$$u + iv = \frac{1}{2\mu} \left[\kappa\varphi(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\varphi'(\zeta)} - \overline{\psi(\zeta)} \right] \quad (2.51)$$

μπορούν να υπολογιστούν τα πεδία τάσεων και μετατοπίσεων σε κάθε σημείο του πραγματικού δίσκου με την έκκεντρη σπή κατά το (ρ, θ) σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων.

Ένας δεύτερος τρόπος εύρεσης των τάσεων και των μετατοπίσεων κατευθείαν στον πραγματικό δίσκο, ο οποίος οδηγεί στα ίδια αποτελέσματα με τον προηγούμενο, είναι χρησιμοποιώντας αντίστροφο μετασχηματισμό σύμφωνα με τη (2.1β) και επιστρέφοντας στη μεταβλητή z . Οι αντίστοιχες εκφράσεις [36] είναι:

$$\sigma_r - i\tau_{r\phi} = \varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)} - e^{i2\phi} [\overline{z}\varphi''(z) + \psi'(z)] \quad (2.52)$$

$$\sigma_r + \sigma_\phi = 4\Re\varphi'(z) \quad (2.53)$$

$$u + iv = \frac{1}{2\mu} \left[\kappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} \right] \quad (2.54)$$

όπου ο διπλός τόνος υποδηλώνει διπλή παραγωγή, κ είναι η σταθερά Muskhelishvili, η οποία ισούται με $3-4\nu$ (όπου ν ο λόγος Poisson) για επίπεδη παραμόρφωση και μ το μέτρο διάτμησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» (DIGITAL IMAGE CORRELATION TECHNIQUE-DIC)

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η σχέση μεταξύ της τάσης και της παραμόρφωσης είναι θεμελιώδης και μεγάλης σημασίας για τη μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών. Η παραμόρφωση και η μετατόπιση είναι επίσης κρίσιμες παράμετροι, γι' αυτό και ο υπολογισμός τους στην επιφάνεια των υλικών και των δομών που υποβάλλονται σε διάφορες φορτίσεις (π.χ. μηχανική ή θερμική φόρτιση) είναι σημαντικό κεφάλαιο στην πειραματική μηχανική στερεών.

Η ανηγμένη παραμόρφωση ορίζεται ως ο λόγος της αλλαγής του μήκους ΔL του δοκιμίου ως προς το αρχικό του μήκος L_0 :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (3.1)$$

Έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι για τη μέτρηση της παραμόρφωσης των υλικών οι οποίες μπορούν κατά βάση να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι μέθοδοι επαφής, όπως η πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική τοποθέτησης μηκυσιόμετρων (gauges). Η δεύτερη κατηγορία είναι οι μέθοδοι που δεν απαιτούν επαφή, στην οποία συμπεριλαμβάνονται η μέθοδος πλέγματος (grid method) [40], η γεωμετρική μέθοδος Moiré [41], "speckle laser" [42,43] και η τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» (Digital Image Correlation technique - DIC) [44,45].

Οι μέθοδοι της πρώτης κατηγορίας είναι μεν ακριβείς αλλά περιορισμένης εφαρμογής, διότι μετρούν την αλλαγή της παραμόρφωσης σε μεμονωμένα σημεία. Οι ανηγμένες παραμορφώσεις όμως σχετίζονται με πολλές σημαντικές ιδιότητες και παραμέτρους των υλικών (π.χ. λόγος Poisson, μέτρο ελαστικότητας κλπ). Επομένως αρκετά συχνά απαιτείται ο υπολογισμός τους σε κάθε σημείο μέσα σε μια ορισμένη περιοχή

ενδιαφέροντος του υπό μελέτη δοκιμίου.

Η γνώση του συνολικού πεδίου μετατοπίσεων, κατά συνέπεια και του συνολικού πεδίου παραμορφώσεων, προσφέρεται από τις μεθόδους που ανήκουν στη δεύτερη κατηγορία. Οι τεχνικές μέτρησης πλήρους πεδίου χρησιμοποιούνται σε αρκετούς τομείς [46]. Είναι πολύ χρήσιμες για τη μελέτη ανάπτυξης ρωγμών και τη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών, ιδιαίτερα των ετερογενών, αλλά και των σύνθετων υλικών, όπου η χρήση κλασσικών δοκιμών εφελκυσμού μπορεί να μην επαρκεί. Η εμβιομηχανική είναι ένας άλλος τομέας όπου οι τεχνικές αυτές μπορεί να έχουν πολύτιμη συμβολή [47]. Επομένως, μπορούν να αναπτυχθούν πολλά υποσχόμενες βιομηχανικές εφαρμογές.

Πιο συγκεκριμένα, οι τεχνικές μέτρησης πλήρους πεδίου είναι οπτικές μέθοδοι οι οποίες παρέχουν τη δυνατότητα παρακολούθησης ολόκληρης της επιφάνειας του δοκιμίου, όπως η ολογραφία, η συμβολομετρία Moiré και η “κοκκοειδής συμβολομετρία” (speckle interferometry). Όλες οι συμβολομετρικές μέθοδοι όμως έχουν αυστηρές απαιτήσεις για τη σταθερότητα του συστήματος και η διαδικασία σχεδίασης των κροσσών καταναλώνει πολύ χρόνο. Αυτή η τεχνική δυσκολία προσέλκυσε το ενδιαφέρον για την ανάπτυξη πιο αυτοματοποιημένων διαδικασιών.

Μια καινοτόμος, μη επεμβατική οπτική τεχνική είναι η τεχνική της «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» (Digital Image Correlation) ή αλλιώς DIC. Η τεχνική αυτή είναι απλή στην εφαρμογή, παρέχοντας σαφή αποτελέσματα που οδηγούν σε τεράστιο φάσμα πιθανών εφαρμογών. Έχει γίνει ευρέως αποδεκτή και χρησιμοποιείται ως ένα ισχυρό και ευέλικτο εργαλείο για τη μέτρηση της παραμόρφωσης σε δύο (2D) και τρεις (3D) διαστάσεις στο πεδίο της πειραματικής μηχανικής στερεών. Παρέχει άμεσα το πλήρες πεδίο μετατοπίσεων, συγκρίνοντας τις ψηφιακές εικόνες της επιφάνειας του δοκιμίου στις μη παραμορφωμένες (κατάσταση αναφοράς) και παραμορφωμένες καταστάσεις αντίστοιχα.

Η πληροφορία της παραμόρφωσης λαμβάνεται με μια ανάλυση μαθηματικής συσχέτισης σύμφωνα με την οποία εξετάζονται τα δεδομένα των ψηφιακών εικόνων της επιφάνειας του υπό μελέτη δοκιμίου έτσι ώστε να εκτιμηθούν οι αλλαγές στα επιφανειακά γεωμετρικά χαρακτηριστικά κατά τη διάρκεια του πειράματος. Τέλος, για την εφαρμογή της τεχνικής DIC, απαιτείται η δημιουργία ενός τυχαίου κανάβου κουκκίδων (speckle pattern) στην επιφάνεια του δοκιμίου.

3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Πριν την ανάπτυξη της μεθόδου της «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων», ο προσδιορισμός των διαστάσεων και των παραμορφώσεων των αντικειμένων γινόταν κυρίως με τη χρήση της φωτογραμμετρίας.

Η φωτογραμμετρία χρονολογείται ακόμα από το 350 π.Χ. όπου ο Αριστοτέλης αναφέρει την αρχή λειτουργίας του σκοτεινού θαλάμου και θέτει τα θεμέλια της προβολικής γεωμετρίας. Επίσης, το 15^ο αιώνα ο Leonardo da Vinci αναφέρει σχέσεις προοπτικής απεικόνισης. Βασικό ιστορικό σταθμό στην εξέλιξη της φωτογραμμετρίας αποτελεί και η κατασκευή και εφαρμογή της πρώτης μετρικής κάμερας σε τοπογραφικές αποτυπώσεις από τον A. Laussedat (“Metrographie”) που θεωρείται ο πατέρας της Φωτογραμμετρίας. Αξίζει να σημειωθεί, ότι το 1901 ο C. Pulfrich, ο οποίος θεωρείται πατέρας της στερεο-φωτογραμμετρίας, κατασκευάζει τον πρώτο στερεοσυγκριτή (ZEISS) και εισάγει τις πρώτες εφαρμογές της στερεο-φωτογραμμετρίας. Τέλος, στα μέσα του 19^{ου} αιώνα χρησιμοποιούνται ευρύτατα οι αεροφωτογραφίες για τη χαρτογράφηση περιοχών.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980, η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας επέφερε μεγάλες αλλαγές. Η χρήση ψηφιακών καμερών διαδόθηκε ευρέως, με αποτέλεσμα οι μέθοδοι που χρησιμοποιούσαν αναλογικά συστήματα πλέον να χρησιμοποιούν κατ’ εξοχήν ψηφιακές διαδικασίες, γεγονός το οποίο επηρέασε και την ανάπτυξη της φωτογραμμετρίας.

Η τεχνική «Συσχέτιση Ψηφιακών Εικόνων» για δύο διαστάσεις (2D DIC) αναπτύχθηκε πρώτη φορά από διάφορες ομάδες ερευνητών τη δεκαετία του ’80. Αρχικά, ο Yamaguchi [48] ανέπτυξε μια νέα μη επεμβατική και αυτοματοποιημένη μέθοδο μέτρησης της επιφανειακής παραμόρφωσης. Χρησιμοποιεί τη μετατόπιση των κουκκίδων (speckle), η οποία ανιχνεύεται, διασταυρώνοντας και συσχετίζοντας τα σήματα από μια συστοιχία φωτοδιόδων. Σύμφωνα με τη θεωρία που ακολουθείται, η διαφορά μεταξύ των μετατοπίσεων των κουκκίδων για ένα ζεύγος από συμμετρικές προσπίπτουσες δέσμες λέιζερ είναι ανάλογη με την επιφανειακή παραμόρφωση που είναι παράλληλη στο επίπεδο πρόσπτωσης. Στη συνέχεια, οι Peters et al. [44] χρησιμοποίησαν τις τεχνικές ψηφιακής απεικόνισης ως μέτρο των συνιστωσών της επιφανειακής μετατόπισης (laser speckle metrology), παρακολουθώντας τις μεταβολές στα σχήματα των κουκκίδων (laser speckle patterns) που προκύπτουν από τις δέσμες λέιζερ. Οι διακριτές τιμές μετατόπισης, που προκύπτουν κατόπιν της αριθμητικής συσχέτισης μεταξύ της κατάστασης αναφοράς

και των παραμορφωμένων καταστάσεων, εισάγονται σε μία μέθοδο οριακών ολοκληρωτικών εξισώσεων από τις οποίες υπολογίζονται και οι τάσεις. Οι Sutton et al. [45] το 1983 παρουσίασαν μια βελτιωμένη μέθοδο ψηφιακής συσχέτισης για την απόκτηση του πλήρους πεδίου των επίπεδων παραμορφώσεων ενός αντικειμένου. Οι παραμορφώσεις σ' αυτή την περίπτωση προσδιορίζονται με αριθμητική συσχέτιση μιας επιλεγμένης υποπεριοχής από το σχέδιο στην επιφάνεια του μη παραμορφωμένου αντικειμένου. Προς το τέλος της δεκαετίας αυτής, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της στερεοσκοπίας για τη μέτρηση επιφανειακών μετατοπίσεων στις τρεις διαστάσεις από τους Kahn-Jetter Z.L. και Chu T.C. [49], γεγονός το οποίο σηματοδότησε τη δημιουργία και την εξέλιξη της τεχνικής DIC στις τρεις διαστάσεις.

Από τη δεκαετία του 1990 και ύστερα η τεχνική DIC έχει γίνει ευρέως γνωστή και εφαρμόζεται σε μεγάλο πλήθος εφαρμογών, ακόμα και στο χώρο της βιομηχανίας. Τα τελευταία χρόνια έχει βελτιωθεί σημαντικά κυρίως όσον αφορά την υψηλή ακρίβεια στις μετρήσεις, αφού διαθέτει πλέον κλίμακα μήκους της τάξεως των *micro* και *nano*.

3.3 ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑΣ

Στην παράγραφο αυτή, θα γίνει μια αναφορά στις βασικές αρχές των φωτογραμμετρικών τεχνικών με σκοπό την καλύτερη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας των ψηφιακών καμερών και των υπολογιστικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επεξεργασία των ψηφιακών εικόνων.

Οι φωτογραμμετρικές τεχνικές αποτελούν έμμεσους τρόπους καταγραφής της θέσης, του σχήματος και των διαστάσεων των αντικειμένων, καθώς δε χρησιμοποιούν απ' ευθείας μετρήσεις πάνω στο αντικείμενο, αλλά χρησιμοποιούν τη μετρική πληροφορία που συλλέγεται πάνω σε μια φωτογραφική εικόνα.

Η φωτογραμμετρία είχε από τα πρώτα χρόνια ευρύ φάσμα εφαρμογών σε αρκετές επιστήμες, όπως η τοπογραφία (π.χ. παραγωγή χαρτών), η αρχαιολογία (π.χ. μελέτες αρχαιολογικών χώρων, αποτυπώσεις αρχαιολογικών ευρημάτων), η αρχιτεκτονική (π.χ. αποτυπώσεις όψεων ή εσωτερικών χώρων) αλλά και η ιατρική (π.χ. τομογραφία). Τέλος, είχε μεγάλη συνεισφορά σε κατασκευές έργων (αναπτυξιακές μελέτες, σχεδιασμός και μελέτη δρόμων), σε περιβαλλοντολογικές μελέτες

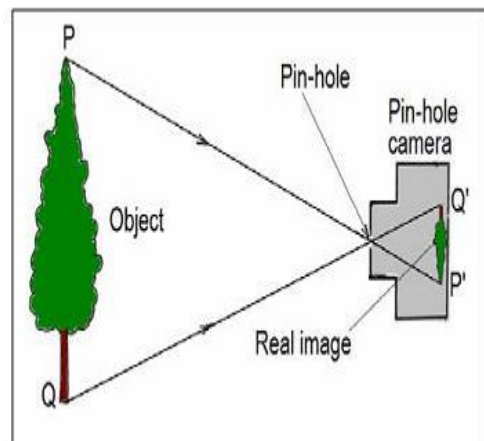
(ατμόσφαιρα, υδάτινοι πόροι) αλλά και σε στρατιωτικούς σκοπούς (αναγνώριση στόχων, νυχτερινές φωτογραφίες).

3.3.1 Η ΠΡΩΤΗ ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ

Με τον όρο φωτογραφία αναφερόμαστε στη δημιουργία οπτικών εικόνων μέσω της αποτύπωσης του φωτός, με χρήση κατάλληλων συσκευών (φωτογραφικές μηχανές).

Οι πρώτες φωτογραφίες αποτελούν ουσιαστικά απλές προβολές εικόνων πάνω σε κάποια επιφάνεια. Ως πρώτη φωτογραφική μηχανή

μπορεί να θεωρηθεί ένα σκοτεινό δωμάτιο ή κουτί (camera obscura) που στη μια άκρη διαθέτει μια γυαλιστερή επιφάνεια και στην απέναντι άκρη μια πολύ μικρή οπή. Σε μια τέτοια κατασκευή, οι ακτίνες του φωτός διαδίδονται μέσα από την οπή και σχηματίζουν πάνω στην επιφάνεια ένα είδωλο των αντικειμένων έξω από το κουτί. Η camera obscura ή αλλιώς pinhole camera είναι επομένως μια απλή κάμερα χωρίς φακό



Εικόνα 3.1: Μοντέλο pinhole κάμερας.

αλλά με ένα μικροσκοπικό άνοιγμα, μια οπή. Το φως περνά μέσα από το άνοιγμα και προβάλλει μια ανεστραμμένη εικόνα του αντικειμένου στην απέναντι πλευρά του κουτιού (Εικόνα 3.1) [50].

3.3.2 ΣΤΕΡΕΟΣΚΟΠΙΑ

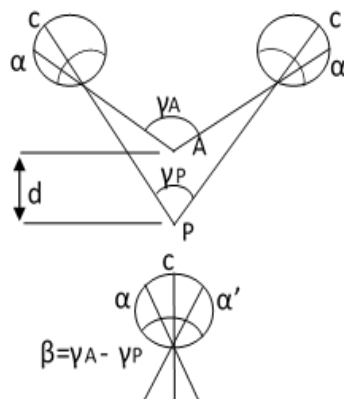
Η στερεοσκοπία είναι μια τεχνική που δημιουργεί την ψευδαίσθηση του βάθους σε μια εικόνα. Οι τρισδιάστατες στερεοσκοπικές εικόνες βασίζονται στην πολυπλεξία κατάλληλων όψεων μιας σκηνής για να δημιουργήσουν την τρισδιάστατη αναπαράσταση. Οι στερεοσκοπικές

οθόνες λοιπόν παρουσιάζουν δύο όψεις της ίδιας σκηνής, οι οποίες έχουν ληφθεί από ελαφρά διαφορετικές γωνίες, και βασίζονται στον ανθρώπινο εγκέφαλο για να τις ενώσει σε μια τρισδιάστατη αναπαράσταση. Επομένως, η στερεοσκοπία στηρίζεται στο ότι η τρισδιάστατη φυσική όραση πραγματοποιείται διότι κάθε μάτι βλέπει το ίδιο αντικείμενο από σχετικά μικρή, αλλά διαφορετική οπτική γωνία, με αποτέλεσμα την ίδια στιγμή ο εγκέφαλος να παραλαμβάνει δύο ελαφρά διαφοροποιημένες εικόνες του ίδιου αντικειμένου. Η διαφοροποίηση αυτή ονομάζεται παράλλαξη. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος χρησιμοποιεί αυτές τις οπτικές πληροφορίες από τις διάφορες παραλλάξεις, για να προσδιορίσει τη σχετική θέση των αντικειμένων μεταξύ τους και τις αποστάσεις αυτών από τον παρατηρητή. Με παρόμοιο τρόπο λειτουργεί και ένα στερεοσκοπικό σύστημα καμερών.

Η τεχνητή στερεοσκοπική όραση είναι το τεχνητό ανάλογο της φυσικής ιδιότητας του ματιού να βλέπει σε τρεις διαστάσεις. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ύπαρξη παράλλαξης ανάμεσα στα ομόλογα σημεία των φωτογραφιών του στερεοζεύγους. Ένα στερεοζεύγος αποτελείται από δύο φωτογραφίες του ίδιου αντικειμένου, οι οποίες έχουν ληφθεί από διαφορετικά σημεία του χώρου και παρουσιάζουν ένα ποσοστό επικάλυψης. [51]

3.3.2.1 Φυσική Στερεοσκοπική Όραση

Έστω P ένα σημείο του χώρου (Σχήμα 3.1) στο οποίο εστιάζουν τα ανθρώπινα μάτια με τη βοήθεια των μυών σύγκλισης. Οι μύες στρέφουν τα μάτια ώστε ο οπτικός άξονας τους να συμπίπτει με την ευθεία cP , όπου c είναι το κέντρο του αμφιβληστροειδούς χιτώνα, το σημείο δηλαδή που σχηματίζεται το είδωλο του σημείου P . Η γωνία σύγκλισης γ_P των δύο οπτικών αξόνων ονομάζεται παραλλακτική γωνία, η δε αίσθηση της μυϊκής τάσης για τον σχηματισμό της παραλλακτικής γωνίας γ_P μεταφράζεται στον ανθρώπινο εγκέφαλο σε ένδειξη της απόστασης του σημείου P από τα μάτια.



Σχήμα 3.1: Αντίληψη του χώρου από το ανθρώπινο μάτι.

Εάν εισάγουμε στο χώρο ένα δεύτερο σημείο A σε απόσταση d από το P, τότε η γωνία β που σχηματίζουν είναι ίση με τη διαφορά ($\gamma_A - \gamma_P$) των δύο γωνιών παράλλαξης. Σ' αυτή την περίπτωση ο ανθρώπινος εγκέφαλος αντιλαμβάνεται ότι τα δύο σημεία απέχουν διαφορετικές αποστάσεις από τα μάτια, με πιο κοντινό το σημείο του οποίου η γωνία παράλλαξης είναι μεγαλύτερη.

Όσον αφορά τη στερεοσκοπική όραση, αυτό που έχει σημασία από τα χαρακτηριστικά της φυσικής μονοσκοπικής όρασης είναι η δυνατότητα του ανθρώπινου ματιού να αυξομειώνει την εστιακή του απόσταση για να επιτύχει ευκρινές είδωλο στον αμφιβληστροειδή χιτώνα. Επομένως, σημεία που έχουν διαφορετικές αποστάσεις από το μάτι απαιτούν διαφορετικές τάσεις μυών, γεγονός που δίνει στον εγκέφαλο την εντύπωση της διαφορετικής απόστασης.

3.3.2.2 Στερεοσκοπική Παράλλαξη

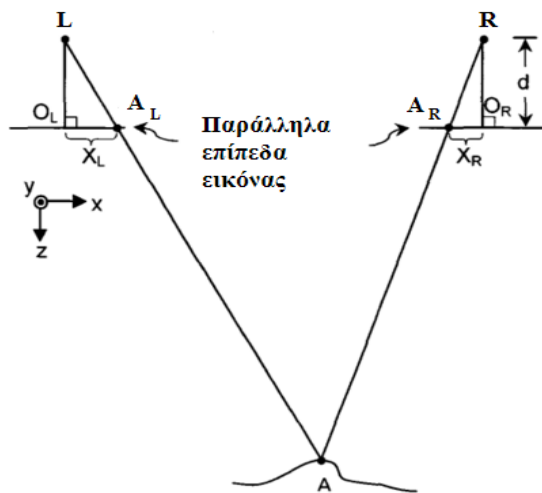
Παράλλαξη ονομάζεται η φαινομενική μετατόπιση της θέσης ενός αντικειμένου, ως προς ένα σύστημα αναφοράς, η οποία προκαλείται από μια μετατόπιση της θέσης παρατήρησης. Όσο πιο μικρή είναι η απόσταση του αντικειμένου από τον παρατηρητή τόσο πιο μεγάλη είναι η φαινομενική αυτή μετατόπιση. Η αλλαγή της θέσης μιας εικόνας από τη μια φωτογραφία στην επόμενη, η οποία προκαλείται από κίνηση, ονομάζεται στερεοσκοπική παράλλαξη και σχετίζεται άμεσα με την παραλλακτική γωνία [51].

Η ιδέα της παράλλαξης χρησιμοποιείται για να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες ενός σημείου στο χώρο. Η γεωμετρία περιγράφεται καλύτερα στις εικόνες που ακολουθούν (Σχήματα 3.2 και 3.3). Το σημείο A πάνω στην επιφάνεια του αντικειμένου απεικονίζεται από τα σημεία A_L και A_R . Οι αποστάσεις των σημείων A_L και A_R από τα σημεία O_L και O_R συμβολίζονται ως x_L και x_R , αντίστοιχα. Η παράλλαξη (p) υπολογίζεται μεταφέροντας το σημείο της δεξιάς εικόνας στην αριστερή εικόνα, A^*_R (Σχήμα 3.3). Από όμοια τρίγωνα, η συντεταγμένη z του αντικειμένου μπορεί να υπολογιστεί μέσω της παρακάτω σχέσης (Εξίσωση 3.2). Όμοια, οι συντεταγμένες x και y υπολογίζονται από τις Εξισώσεις 3.3 και 3.4 [49].

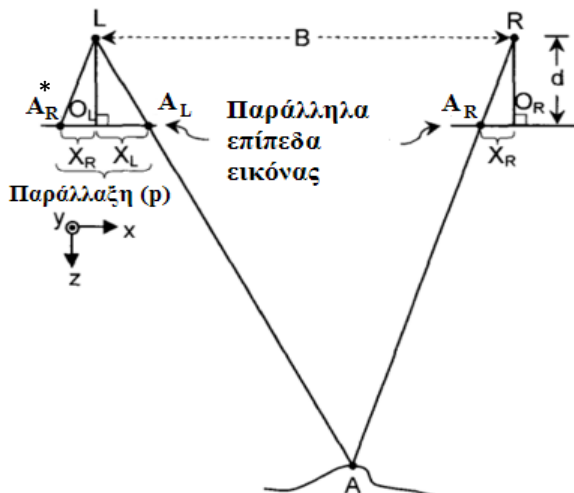
$$z_A = B \frac{d}{p} \quad (3.2)$$

$$y_A = B \frac{y_R}{p} \quad (3.3)$$

$$x_A = B \frac{x_R + x_L}{2p} \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.2: Στερεοσκοπική διάταξη με δύο παράλληλα επίπεδα εικόνας [52].

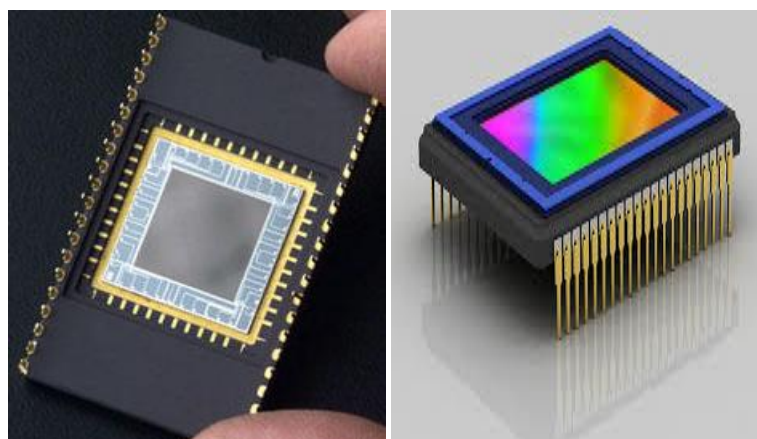


Σχήμα 3.3: Η μέθοδος της παράλλαξης μεταξύ δύο παράλληλων επιπέδων εικόνων [52].

3.4 ΨΗΦΙΑΚΗ CCD ΚΑΜΕΡΑ (Charge-Coupled Device)

Οι αρχές που χρησιμοποιήθηκαν στις αναλογικές κάμερες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στις ψηφιακές. Οι κάμερες ψηφιοποιούν το αναλογικό σήμα με τη χρήση ενός «μικρού» ανιχνευτή. Ο ανιχνευτής Charge-Coupled Device (CCD), που μεταφράζεται ως “συσκευή (ή διάταξη) συζευγμένου φορτίου”, είναι ένας καταχωρητής ολίσθησης, μια πολύ μικρή πλάκα πάνω στην οποία βρίσκονται διατεταγμένα έως και μερικά εκατομμύρια στοιχεία ενός ημιαγωγίου υλικού ευαίσθητου στο φως (συνήθως πυριτίου) και χρησιμεύει για τη λήψη ειδώλων (φωτογραφιών και βίντεο) (Εικ.3.2). Όταν ο ανιχνευτής εκτίθεται σε μια φωτεινή πηγή, σε καθένα απ' αυτά τα στοιχεία απελευθερώνονται ηλεκτρικά φορτία (ηλεκτρόνια) σε ευθεία αναλογία με τα φωτόνια που πέφτουν πάνω στο στοιχείο. Μετά την έκθεση στο φως ο αριθμός των συγκεντρωμένων ηλεκτρονίων στο κάθε στοιχείο καθορίζει τη φωτεινότητα του αντίστοιχου εικονοστοιχείου, η οποία προσδιορίζεται από μια τιμή της κλίμακας του γκρι με εύρος από 0 (απόλυτο μαύρο) έως 255 (απόλυτο λευκό). Ο ανιχνευτής CCD έχει μεγαλύτερη ευαισθησία σε σχέση με τις φωτογραφικές πλάκες, διότι καταφέρνει να “συλλαμβάνει” σχεδόν το 60% των φωτονίων που πέφτουν πάνω του, έναντι του 5% των πλακών [53].

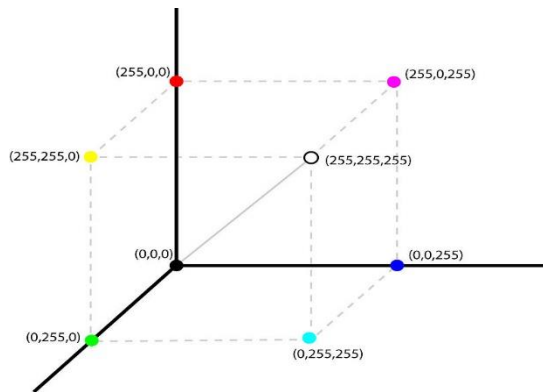
Αν και οι αισθητήρες εικόνας CCD δεν είναι η μόνη τεχνολογία που επιτρέπει την ανίχνευση φωτός, διατίθενται σε μεγάλη ποικιλία τύπων και μεγεθών και χρησιμοποιούνται ευρέως σε πολλές εφαρμογές, από κάμερες κινητών τηλεφώνων έως επαγγελματικές, ιατρικές και επιστημονικές εφαρμογές όπου απαιτούνται δεδομένα εικόνας υψηλής ποιότητας.



Εικόνα 3.2: Ο ανιχνευτής Charge-Coupled Device (CCD).

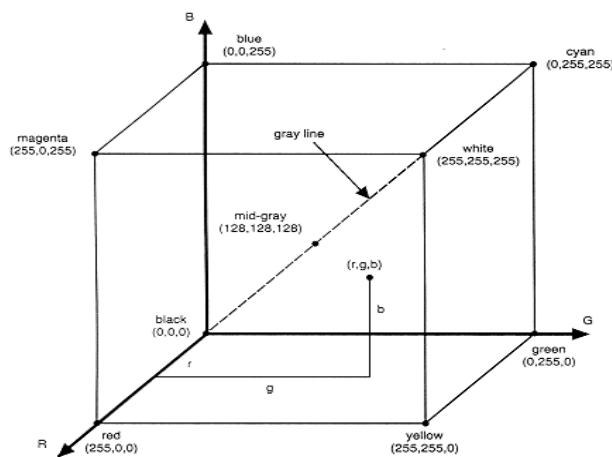
3.5 ΤΟ ΧΡΩΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ RGB (Red-Green-Blue)

Το χρωματικό μοντέλο RGB (Red-Green-Blue) έχει δημιουργηθεί με τα βασικά χρώματα και με αυτό μπορεί να γίνει η κωδικοποίηση όλων των χρωμάτων που εμφανίζονται σε μία οθόνη. Στην 8bit έκδοση του, κάθε χρώμα μπορεί να παρασταθεί με μία τριάδα αριθμών από 0 έως 255 (Σχήμα 3.4). Το μοντέλο βασίζεται στο γεγονός ότι όταν μία οθόνη δεν εκπέμπει φως εμφανίζεται μαύρη. Τα υπόλοιπα χρώματα δημιουργούνται με υπέρθεση των τριών βασικών με συγκεκριμένη αναλογία.



Σχήμα 3.4: Γραφική απεικόνιση του 8bit χρωματικού μοντέλου RGB.

Το μοντέλο αυτό μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν κύβο χρωμάτων σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (Σχήμα 3.5). Στην αρχή των αξόνων είναι η κορυφή του κύβου που αντιστοιχεί στο μαύρο χρώμα, ενώ στις κορυφές του κύβου που βρίσκονται πάνω στους άξονες βρίσκονται τα βασικά χρώματα (Κόκκινο, Πράσινο, Μπλε). Τα δευτερογενή χρώματα βρίσκονται στις τρεις κορυφές του κύβου που βρίσκονται απέναντι από τα αντίστοιχα βασικά χρώματα και στην κορυφή απέναντι από το μαύρο βρίσκεται το λευκό. Κάθε χρώμα στο σύστημα αυτό προσδιορίζεται από ένα σημείο στον κύβο με τρεις συντεταγμένες. Στη διαγώνιο μεταξύ μαύρου και λευκού βρίσκονται όλες οι αποχρώσεις του γκρι.



Σχήμα 3.5: Χρωματικό Μοντέλο RGB.

3.6 Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» (DIC)

Η τεχνική «Συσχέτιση Ψηφιακών Εικόνων» (Digital Image Correlation technique-DIC) είναι μια μη επεμβατική, οπτική και αριθμητική μέθοδος ικανή να παρέχει με ακρίβεια μετατοπίσεις επιφάνειας και παραμορφώσεις σε δύο και τρεις διαστάσεις. Μετά την καταγραφή των ψηφιακών εικόνων της επιφάνειας του δοκιμίου πριν και μετά την παραμόρφωση, η τεχνική DIC υπολογίζει την κίνηση κάθε σημείου της εικόνας συγκρίνοντας τις ψηφιακές εικόνες σε διαφορετικές καταστάσεις.

3.6.1 Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ

Για τον προσδιορισμό της επιφανειακής και της χωρικής μετατόπισης και παραμόρφωσης ενός αντικειμένου, η τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» χρησιμοποιεί τη θεωρία της Μηχανικής του Συνεχούς Μέσου. Στηρίζεται στον εντοπισμό της θέσης κάθε σημείου του υπό μελέτη δοκιμίου στην απαραμόρφωτη και στην παραμορφωμένη κατάσταση. Το κεντρικό σημείο σε ένα τμήμα της εικόνας στην απαραμόρφωτη κατάσταση είναι το $P(x,y)$ ενώ στην παραμορφωμένη θέση είναι το $P^*(x^*,y^*)$. Η σχέση που τα συνδέει είναι:

$$x^* = x + u(x, y) \text{ και } y^* = y + v(x, y) \quad (3.5)$$

Οι ανηγμένες παραμορφώσεις υπολογίζονται ως εξής:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (3.8)$$

Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζεται το πεδίο των μετατοπίσεων και των παραμορφώσεων στην επιφάνεια του δοκιμίου.

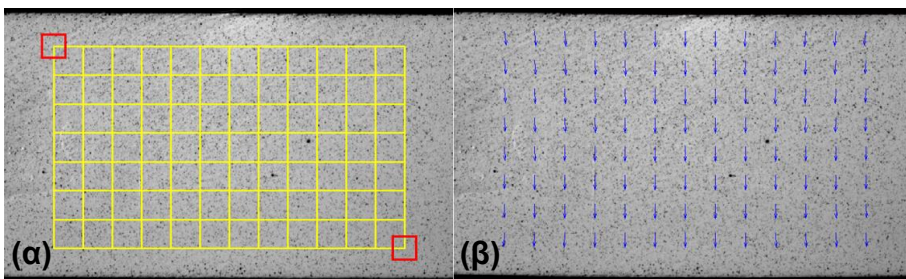
3.6.2 Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ: 2D DIC

Η δισδιάστατη (2D) μέθοδος DIC που χρησιμοποιεί μια σταθερή κάμερα περιορίζεται στη μέτρηση της επίπεδης παραμόρφωσης της επιφάνειας του δοκιμίου.

3.6.2.1 Βασικές αρχές της τεχνικής 2D DIC

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου 2D DIC η περιοχή υπολογισμού ή αλλιώς η περιοχή ενδιαφέροντος στην εικόνα αναφοράς θα πρέπει να προσδιοριστεί από την αρχή. Η περιοχή αυτή διαιρείται περαιτέρω σε ομοιόμορφα εικονικά πλέγματα (Εικόνα 3.3(α)). Υπολογίζοντας τις μετατοπίσεις σε κάθε σημείο των εικονικών πλεγμάτων (Εικόνα 3.3(β)) λαμβάνεται το πλήρες πεδίο παραμορφώσεων.

Η βασική αρχή της 2D DIC είναι η αντιστοίχιση των ίδιων σημείων (ή εικονοστοιχείων) μεταξύ των δύο εικόνων που καταγράφηκαν πριν και μετά την παραμόρφωση.



Εικόνα 3.3: (α) Εικόνα αναφοράς, το κόκκινο τετράγωνο είναι το υποσύνολο που χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση της κίνησης του κεντρικού του σημείου και τα σημεία διασταύρωσης του κίτρινου πλέγματος υποδηλώνουν τα σημεία που πρέπει να υπολογιστούν. (β) υπολογιζόμενοι φορείς μετατόπισης που επιβάλλονται στην παραμορφωμένη εικόνα [54].

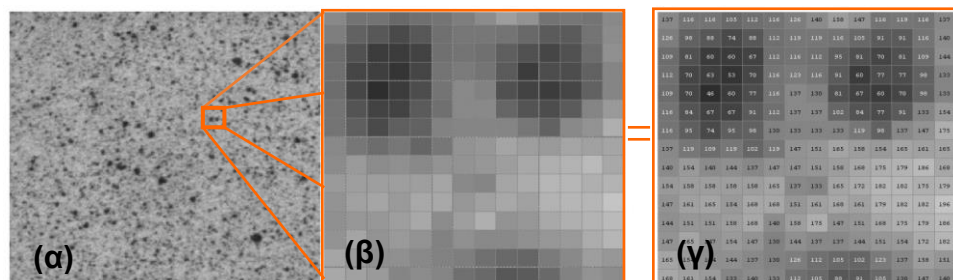
Η τεχνική DIC αποτελείται από τρία στάδια : την προετοιμασία των δοκιμίων και το στήσιμο της πειραματικής διάταξης, τη λήψη και την ανάλυση εικόνας.

3.6.2.2. Δοκίμια και σχέδιο κουκκίδων

Η προετοιμασία των δοκιμίων είναι σχετικά απλή. Για την εφαρμογή της τεχνικής DIC απαιτείται ο σχεδιασμός ενός κανάβου κουκκίδων στην επιφάνεια του υπό μελέτη δοκιμίου έτσι ώστε το λογισμικό που χρησιμοποιείται να αναγνωρίζει και να υπολογίζει τις επιφανειακές μετατοπίσεις με ακρίβεια. Αυτό το σχέδιο μπορεί να είναι η φυσική υφή της επιφάνειας του δοκιμίου ή να δημιουργηθεί τεχνητά ψεκάζοντας με μαύρο και άσπρο χρώμα. Για να διεξαχθούν πιο ακριβή αποτελέσματα το τυχαίο αυτό σχέδιο πρέπει να πληρεί ορισμένα χαρακτηριστικά [55].

- Πρώτον, εάν εφαρμοστεί, πρέπει να παραμορφώνεται με την επιφάνεια του δείγματος, καθώς είναι ο φορέας των πληροφοριών μετατόπισης.
- Θα πρέπει επίσης να δημιουργεί μεγάλη αντίθεση, επειδή οι καταγραφόμενες διαφορές στις φωτεινές εντάσεις που αντανakλούν από αυτό είναι η βάση της ανάλυσης DIC.
- Τέλος, οι κουκκίδες θα πρέπει να έχουν το κατάλληλο μέγεθος σε σχέση με την ανάλυση των pixel της κάμερας.

Επομένως, ένα μοτίβο υψηλής αντίθεσης (Εικόνα 3.4(α)) σχεδιάζεται στην επιφάνεια του δοκιμίου. Κάθε εικόνα που καταγράφεται χωρίζεται σε ένα πλέγμα κελιών που περιέχουν ένα πεπερασμένο αριθμό εικονοστοιχείων, τα οποία ονομάζονται υποσύνολα ή αλλιώς υποπεριοχές (Εικόνα 3.4(β)). Συνήθως, οι εικόνες λαμβάνονται με ασπρόμαυρες κάμερες ή μετατρέπονται σε διαβαθμίσεις της κλίμακας του γκρι. Αυτό εξασφαλίζει ότι το εφαρμοζόμενο σχέδιο αντιπροσωπεύεται ψηφιακά από αριθμητικές τιμές έντασης σε κάθε εικονοστοιχείο (Εικ. 3.4(γ)) [55].



Εικόνα 3.4: (α) Ένα τυχαίο σχέδιο κουκκίδων, (β) ένα τετραγωνικό σύνολο από εικονοστοιχεία (υποπεριοχή, υποσύνολο), (γ) ψηφιακή απεικόνιση των εικονοστοιχείων στην επιφάνεια δοκιμίου [55].

Αξίζει να σημειωθεί εδώ, ότι ο χαρακτηρισμός του φωτός είναι βασικός στην κατανόηση του χρώματος. Αν το φως είναι άχρωμο, τότε το μόνο χαρακτηριστικό του γνώρισμα είναι η ένταση (intensity). Ένα παράδειγμα αχρωματικής όψης είναι αυτό της ασπρόμαυρης τηλεόρασης όπου έχουμε απουσία χρώματος με εναλλαγή μόνο της ποσότητας φωτός. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται διαφορετικά επίπεδα του γκρι. Συνεπώς, ο όρος κλίμακα του γκρι αναφέρεται στη βαθμωτή μέτρηση της έντασης που διακυμαίνεται από το μαύρο στο γκρίζο και καταλήγει στο λευκό. Οι αριθμητικές τιμές έντασης κάθε εικονοστοιχείου βασίζονται στο μοντέλο RGB.

Γενικά, η ακρίβεια χωρικής ανάλυσης και η ακρίβεια μέτρησης της DIC περιορίζεται από την ανάλυση της εικόνας. Η χωρική ανάλυση των δεδομένων μεγιστοποιείται ελαττώνοντας το μέγεθος των υποπεριοχών. Καθώς μειώνεται όμως το μέγεθος, η αβεβαιότητα στη μέτρηση των παραμορφώσεων αυξάνεται εξαιτίας της μείωσης του αριθμού των χαρακτηριστικών που παρακολουθούνται εντός του υποσυνόλου [56].

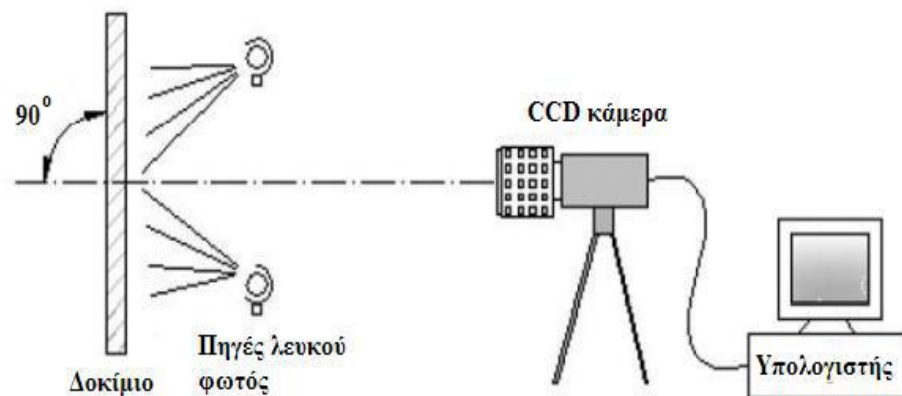
Είναι επιθυμητό το σχέδιο κουκκίδων να έχει μοναδικά χαρακτηριστικά και τυχαία κατανομή. Σε μελέτες που έγιναν με στόχο τη βελτίωση του κανάβου των κουκκίδων (speckle pattern) διαπιστώθηκε ότι οι φυσικές ιδιότητες του έχουν μεγάλη επίδραση στην ακρίβεια μέτρησης, όπως η σχέση μεταξύ του μεγέθους και της πυκνότητας των κουκκίδων. Παραδείγματος χάρη, οι Haddadi και Belhabib [57] υπέδειξαν ότι λεπτότερα σχέδια - μοτίβα με περισσότερες κουκκίδες και πιο τυχαία κατανομή έχουν καλύτερη απόδοση.

Αυξάνοντας όμως το μέγεθος των κουκκίδων ελαττώνεται η “τυχειότητα” της κατανομής διότι οι κουκκίδες καταλαμβάνουν περισσότερο χώρο στο πεπερασμένο πλέγμα. Ωστόσο, οι μεγαλύτερες κουκκίδες έχουν περισσότερες μεταβολές στο σχήμα τους και καταγράφονται επίσης σε περισσότερα pixels, άρα υπάρχει λιγότερη σχετική διακύμανση και αβεβαιότητα στο σχήμα και στο μέγεθος της κουκκίδας που καταγράφεται από την κάμερα. Επομένως, τα σφάλματα μειώνονται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κουκκίδων, με τις μεγαλύτερων διαστάσεων κουκκίδες να προσδίδουν μεγαλύτερη διακύμανση σχήματος, έχοντας έτσι μικρότερο σφάλμα από τα μοτίβα με μικρότερες κουκκίδες.

Ως εκ τούτου, η αλλαγή μεταξύ μεγέθους, σχήματος και πυκνότητας επηρεάζει πολύ το βαθμό της μοναδικότητας των κουκκίδων και είναι ένας σημαντικός παράγοντας ο οποίος πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν αξιολογείται η ποιότητα του κανάβου των κουκκίδων [58].

3.6.2.3 Πειραματική Διάταξη της τεχνικής 2D DIC

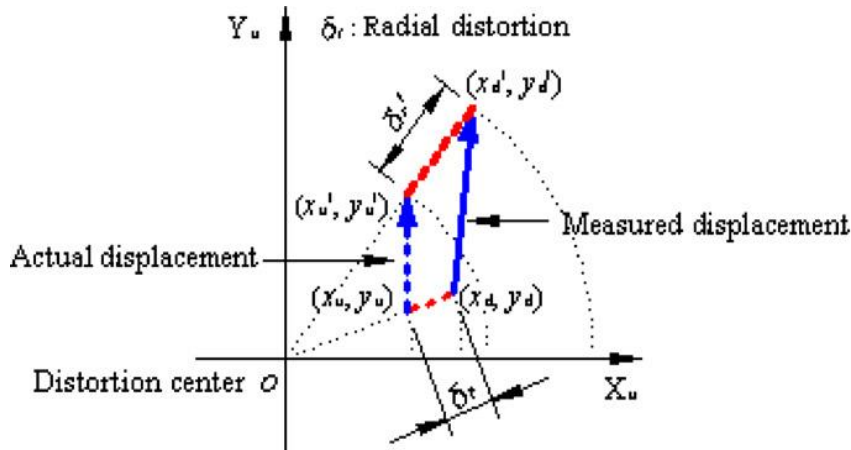
Στην Εικόνα 3.5 που ακολουθεί, φαίνεται μια τυπική πειραματική διάταξη του συστήματος 2D DIC.



Εικόνα 3.5: Τυπικό σύστημα λήψης εικόνων για τη μέθοδο 2D DIC.

Στην πειραματική διάταξη πρέπει να πληρούνται οι ακόλουθες απαιτήσεις:

- Η επιφάνεια του δοκιμίου να είναι επίπεδη και να παραμένει στο ίδιο επίπεδο παράλληλη με το στόχο του αισθητήρα CCD κατά τη φόρτιση. Η οποιαδήποτε κίνηση εκτός επιπέδου του δοκιμίου κατά τη διάρκεια της φόρτισης πρέπει να είναι αρκετά μικρή ώστε να μπορεί να παραμεληθεί. Διαφορετικά, οδηγεί σε αλλαγή στη μεγέθυνση των καταγεγραμμένων εικόνων, η οποία αποδίδει επιπλέον μετατοπίσεις στο επίπεδο. Επομένως, πρέπει να αποφεύγεται για να είναι ακριβής η εκτίμηση της μετατόπισης.
- Επίσης, στο σύστημα απεικόνισης δεν πρέπει να υπάρχει γεωμετρική παραμόρφωση. Σε ένα πραγματικό σύστημα οπτικής απεικόνισης παρουσιάζεται περισσότερο ή λιγότερο γεωμετρική παραμόρφωση, πράγμα που εμποδίζει την ιδανική γραμμική αντιστοιχία μεταξύ του φυσικού και του απεικονιζόμενου σημείου και παράγει επιπλέον μετατοπίσεις (Σχήμα 3.6)



Σχήμα 3.6: Επίδραση της ακτινικής παραμόρφωσης στη μετρούμενη μετατόπιση. Τα ζεύγη (x_u, y_u) και (x'_u, y'_u) υποδηλώνουν τις ιδανικές συντεταγμένες στη μη στρεβλωμένη εικόνα πριν και μετά την παραμόρφωση αντίστοιχα. Τα ζεύγη (x_d, y_d) και (x'_d, y'_d) υποδηλώνουν τις συντεταγμένες της πραγματικής παραμορφωμένης εικόνας πριν και μετά την παραμόρφωση αντίστοιχα [54].

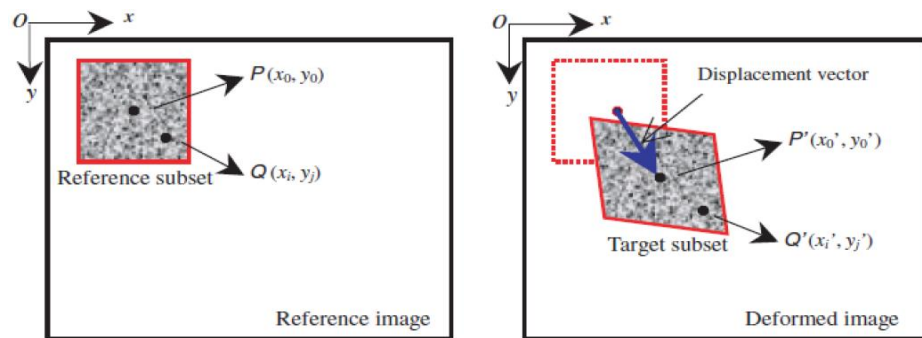
3.6.2.4 Αλγόριθμοι Συσχέτισης

Υπάρχουν διάφοροι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για τη συσχέτιση ψηφιακών εικόνων. Η αποτελεσματικότητά τους εξαρτάται από την υπολογιστική ταχύτητα και την αξιοπιστία τους για την ακρίβεια των μετρήσεων.

Γενικά, η εικόνα αναφοράς (μη παραμορφωμένη εικόνα) χωρίζεται σε μικρότερα τμήματα ή υποσύνολα γειτονικών εικονοστοιχείων. Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται διάφορα συστήματα αναζήτησης για να συγκρίνουν αυτά τα υποσύνολα αναφοράς, χρησιμοποιώντας ένα προκαθορισμένο κριτήριο συσχέτισης, για τον υπολογισμό της νέας θέσης του υποσυνόλου αναφοράς εντός της παραμορφωμένης εικόνας.

Πιο συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος συσχέτισης εντοπίζει ένα σημείο $P(x_0, y_0)$ της επιφάνειας του δοκιμίου στην εικόνα αναφοράς, το οποίο είναι το κέντρο ενός υποσυνόλου $(2M+1) \times (2M+1)$ εικονοστοιχείων, με σκοπό να εντοπίσει τη νέα θέση του σημείου $P'(x'_0, y'_0)$ στην εικόνα της

παραμορφωμένης κατάστασης. Ένα άλλο σημείο $Q(x_i, y_j)$ το οποίο βρίσκεται στην ίδια υποπεριοχή με το $P(x_0, y_0)$ αλλά σε διαφορετική απόσταση (Εικόνα 3.6), μπορεί επίσης να εντοπιστεί στη νέα του θέση $Q'(x'_i, y'_j)$.



Εικόνα 3.6: Οι θέσεις των σημείων P και Q πριν και μετά την παραμόρφωση [54].

Όταν για κάθε υποσύνολο της περιοχής υπολογισμού που καθορίστηκε στην αρχή, βρεθεί το αντίστοιχο υποσύνολο στην παραμορφωμένη κατάσταση, προκύπτει και το πλήρες πεδίο των μετατοπίσεων. Για τον ακριβή προσδιορισμό των μετατοπίσεων αυτών πρέπει να εφαρμοστούν ένα κριτήριο συσχέτισης και ένας κατάλληλος αλγόριθμος.

Δύο από τα πιο συνήθη υιοθετούμενα κριτήρια είναι τα εξής:

1. Cross Correlation ή CC, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$C_{cc} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) * g(x'_i, y'_j)] \quad (3.9)$$

2. Άθροισμα Τετραγωνικών Διαφορών (Sum of Squared Differences ή SSD), το οποίο δίνεται από την εξίσωση:

$$C_{SSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - g(x'_i, y'_j)]^2 \quad (3.10)$$

όπου f και g είναι συναρτήσεις της εικόνας αναφοράς και της εικόνας της παραμορφωμένης κατάστασης αντίστοιχα. Η κάθε μια απ' αυτές δίνει μια τιμή της έντασης του γκρι για κάθε σημείο.

Επίσης, οι αποστάσεις x'_i και y'_j δίνονται από τις εξισώσεις:

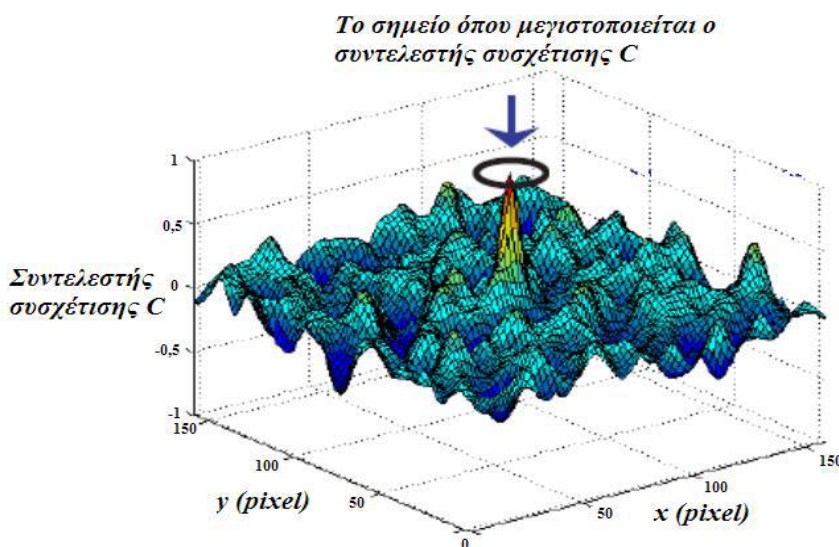
$$x'_i = x_i + \xi(x_i, y_j) \quad (3.11)$$

$$y'_j = y_j + \eta(x_i, y_j)$$

όπου οι ξ και η ονομάζονται συναρτήσεις σχήματος.

Τα κριτήρια συσχέτισης είναι μια συνάρτηση του $P(u,v)$, του διανύσματος μετατόπισης, όπου u και v οι x και y συνιστώσες του διανύσματος οι οποίες εξαρτώνται από τους όρους των συναρτήσεων σχήματος ξ και η αντίστοιχα.

Η διαδικασία που ακολουθείται από τον αλγόριθμο μπορεί να περιγραφεί συνοπτικά ως εξής: Επιλέγεται ένα υποσύνολο αναφοράς και ορίζεται μια περιοχή αναζήτησης στην παραμορφωμένη εικόνα. Ένα από τα προαναφερθέντα κριτήρια συσχέτισης χρησιμοποιείται για να συγκρίνει τα δύο υποσύνολα και να ορίσει ένα συντελεστή συσχέτισης για τη συγκεκριμένη θέση. Το υποσύνολο της παραμορφωμένης εικόνας στη συνέχεια μετατοπίζεται κατά ένα pixel και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου όλη η περιοχή αναζήτησης της παραμορφωμένης εικόνας που είχε επιλεγεί στην αρχή να έχει συγκριθεί με το υποσύνολο αναφοράς [55]. Όλη αυτή η διαδικασία δίνει ως αποτέλεσμα ένα πίνακα συντελεστών που σχηματικά μπορεί να απεικονιστεί όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7: Εύρεση του συντελεστή συσχέτισης σε κάθε σημείο της επιφάνειας της παραμορφωμένης εικόνας [55].

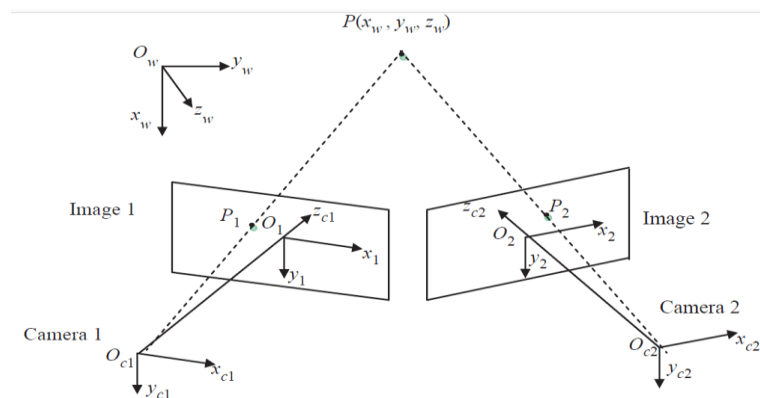
Η θέση της κορυφής της επιφάνειας που φαίνεται στην παραπάνω εικόνα αντιστοιχεί στη θέση του ακέραιου εικονοστοιχείου του παραμορφωμένου υποσυνόλου με την υψηλότερη ομοιότητα με το υποσύνολο αναφοράς.

3.6.3 Η ΤΕΧΝΙΚΗ «ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ» ΣΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ: 3D DIC

Η δισδιάστατη εκδοχή της DIC περιορίζεται στη μέτρηση παραμόρφωσης στο επίπεδο διότι χρησιμοποιεί μόνο μια σταθερή κάμερα. Δεδομένου ότι με τη 2D DIC μετρούνται κυρίως μετατοπίσεις και παραμορφώσεις στο επίπεδο, μια μικρή κίνηση εκτός επιπέδου θα αλλάζει τη μεγέθυνση και θα εισάγει σφάλματα στις μετρήσεις. Εάν το δοκίμιο έχει καμπύλη επιφάνεια ή εμφανίζεται τρισδιάστατη (3D) παραμόρφωση μετά τη φόρτιση, η μέθοδος 2D DIC δε μπορεί πλέον να εφαρμοσθεί. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό, αναπτύχθηκε η 3D DIC τεχνική, η οποία βασίζεται στην αρχή της στερεοσκοπίας [59-61] και είναι γνωστή για την εύκολη και αυτόματη επεξεργασία και τις ευρέως διαδεδομένες εφαρμογές της [59-63].

3.6.3.1 Βασική αρχή της τεχνικής 3D DIC

Η βασική αρχή σύμφωνα με την οποία λειτουργεί η 3D DIC φαίνεται στο Σχήμα 3.8. Χρησιμοποιούνται δύο κάμερες από διαφορετικές γωνίες την ίδια χρονική στιγμή για τη λήψη 2D εικόνων της ίδιας περιοχής του πειραματικού δοκιμίου. Τα οπτικά κέντρα των καμερών, ή αλλιώς τα κέντρα των CCD αισθητήρων, είναι τα O_{c1} και O_{c2} και οι συντεταγμένες αυτών είναι οι (x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}) και (x_{c2}, y_{c2}, z_{c2}) αντίστοιχα. Οι συντεταγμένες των κέντρων των δύο εικόνων είναι οι $O_1x_1y_1$ και $O_2x_2y_2$.



Σχήμα 3.8: Βασική αρχή λειτουργίας της 3D DIC [64].

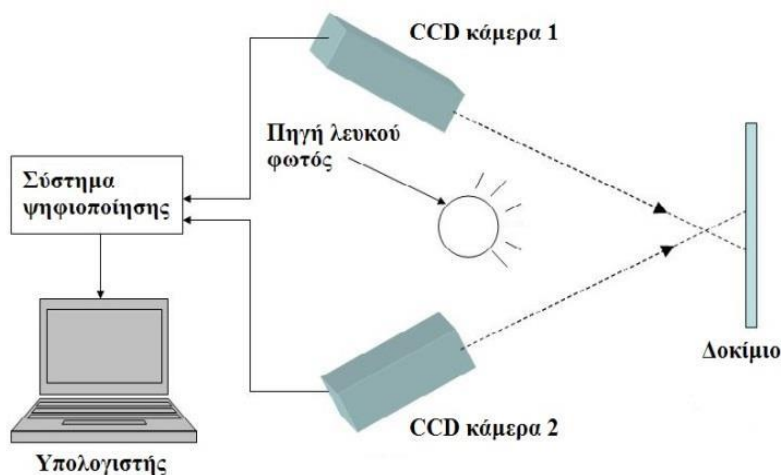
Όπως απεικονίζεται στο σχήμα η κάμερα κάνει μια προβολή και η προβολή αυτή μετασχηματίζει ένα τριών διαστάσεων σημείο P σε ένα 2D σημείο. Αντίστοιχα, το σημείο P φαίνεται στην εικόνα 1 στο σημείο P_1 και στην εικόνα 2 στο σημείο P_2 . Το 3D σημείο P είναι το σημείο τομής των δύο προβαλλόμενων ακτινών (O_{c1}, P_1) και (O_{c2}, P_2) [64].

Η μέτρηση της παραμόρφωσης σε τρεις διαστάσεις απαιτεί τουλάχιστον δύο CCD (Charge-Coupled Device) κάμερες για να καλύπτεται όσο το δυνατόν περισσότερη επιφάνεια του πειραματικού δοκιμίου. Ωστόσο, ακόμη και η τεχνική αυτή έχει τα μειονεκτήματά της:

- 1) όταν το σχήμα του δοκιμίου είναι εκτός της περιοχής που “βλέπουν” οι κάμερες, οι ερευνητές πρέπει να προσαρμόσουν την απόσταση μεταξύ των καμερών και του δοκιμίου ή να ρυθμίσουν κατάλληλα τους φακούς.
- 2) η πολύπλοκη καμπυλότητα του αντικειμένου που μελετάται μπορεί να δημιουργήσει οπτικά τυφλά σημεία που δε μπορούν να καλυφθούν από τις κάμερες.

3.6.3.2 Πειραματική Διάταξη της τεχνικής 3D DIC

Γενικά, στη διάταξη του συστήματος 3D DIC τοποθετούνται δύο κάμερες για να απεικονίσουν το δοκίμιο από διαφορετικές οπτικές γωνίες (Εικόνα 3.7).



Εικόνα 3.7: Τυπική διάταξη συστήματος 3D DIC.

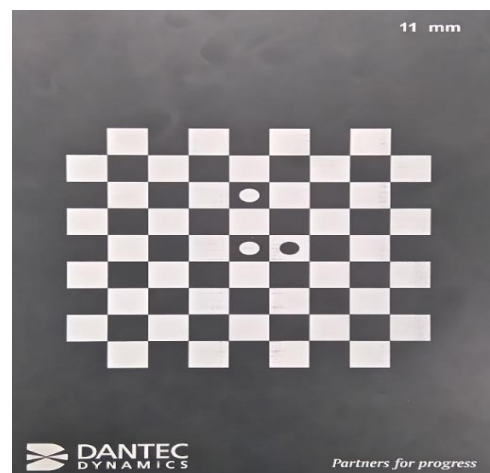
Από τα ζεύγη εικόνων που καταγράφονται είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι πραγματικές συντεταγμένες ενός σημείου στις τρεις διαστάσεις. Η τεχνική έχει τις ίδιες απαιτήσεις με τη 2D DIC για τη δημιουργία ενός κανάβου κουκίδων και τη χρήση ενός κατάλληλου αλγόριθμου συσχέτισης. Πριν από κάθε πείραμα όμως, απαιτείται η βαθμονόμηση του συστήματος των καμερών.

3.6.3.3 Βαθμονόμηση του Συστήματος

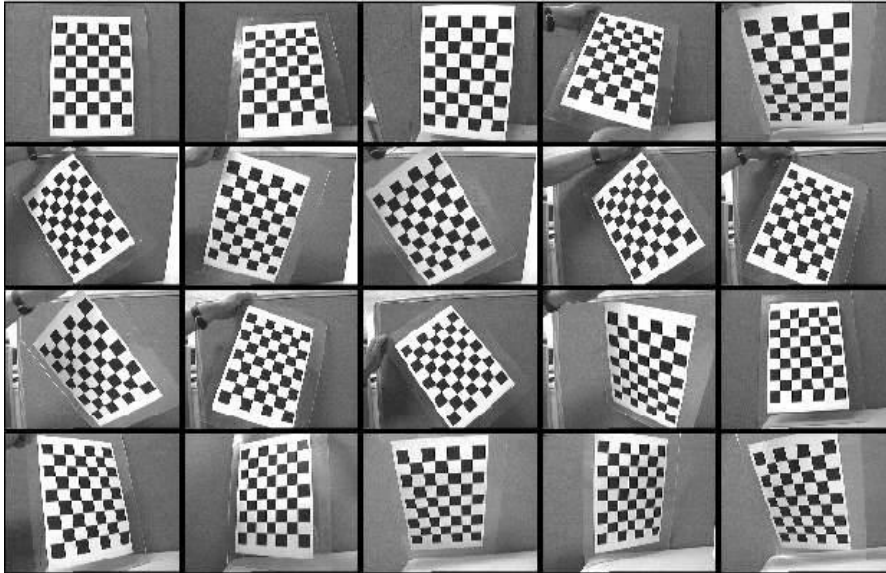
Τα περισσότερα συστήματα που βασίζονται σε αρχές οπτικής απαιτούν την ακριβή προηγούμενη γνώση των παραμέτρων του συστήματος. Οι παράμετροι αυτοί μπορούν να εκτιμηθούν μέσω της βαθμονόμησης (calibration).

Κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης των καμερών, υπολογίζεται ένα σύνολο παραμέτρων. Οι ενδογενείς και εξωγενείς παράμετροι του συστήματος των δύο καμερών μπορούν να ληφθούν με τη βαθμονόμηση και κατόπιν μπορούν να υπολογιστούν οι 3D συντεταγμένες. Οι εσωτερικές παράμετροι αναφέρονται σε κάποιο θεωρητικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει τις κάμερες, ενώ οι εξωτερικές παράμετροι καθορίζουν τη θέση και τον προσανατολισμό της κάμερας σε σχέση με το καθολικό σύστημα συντεταγμένων.

Για τη βαθμονόμηση της κάμερας, χρησιμοποιείται ένας στόχος βαθμονόμησης (calibration panel) με ακριβές σχεδιασμένο μοτίβο (Εικόνα 3.8). Είναι μια επίπεδη άκαμπτη πλάκα με μαύρα και άσπρα πλέγματα σταθερού μεγέθους. Η βαθμονόμηση των καμερών γίνεται βάσει της παρατήρησης αυτών των πλεγμάτων υπό διαφορετικές γωνίες (Εικόνα 3.9).



Εικόνα 3.8: Στόχος βαθμονόμησης (calibration panel).



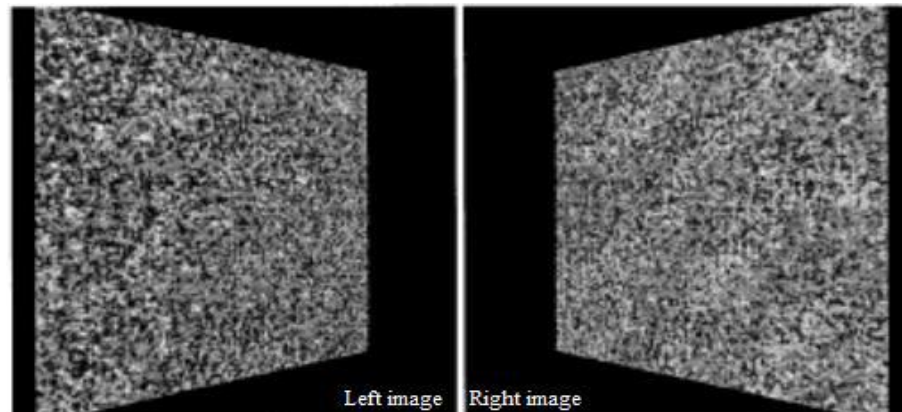
Εικόνα 3.9: Φωτογράφιση των στόχων βαθμονόμησης (calibration panels) σε διαφορετικές γωνίες [52].

Η διαδικασία βαθμονόμησης πρέπει να πραγματοποιείται οποτεδήποτε μεταβάλλονται οι παράμετροι θέσης ή προβολής της κάμερας, διότι είναι κρίσιμη για την επίτευξη αξιόπιστων αποτελεσμάτων στις τρεις διαστάσεις.

3.6.3.4 Αποτελέσματα στις τρεις διαστάσεις

Με την ολοκλήρωση της διαδικασίας της βαθμονόμησης, το υπό μελέτη δοκίμιο βρίσκεται στο οπτικό πεδίο των καμερών. Πριν την έναρξη του πειράματος, λαμβάνεται το πρώτο ζεύγος φωτογραφιών το οποίο αφορά την αρχική απαραμόρφωτη κατάσταση. Κατά τη διάρκεια του πειράματος, το σύστημα λαμβάνει διαδοχικές φωτογραφίες, προκαθορισμένου χρονικού βήματος, για να τις συσχετίσει με την εικόνα αναφοράς. Όταν βρεθεί η θέση μιας υποπεριοχής στη μία κάμερα, πρέπει να συσχετιστεί με την αντίστοιχη θέση της υποπεριοχής στην εικόνα από τη δεύτερη κάμερα (Εικόνα 3.10). Έτσι, προσδιορίζεται η θέση των σημείων και κατ' επέκταση του δοκιμίου στο χώρο. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει το τρισδιάστατο πεδίο μετατοπίσεων.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Η τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων»



Εικόνα 3.10: Όψεις της επιφάνειας του δοκιμίου από τις δύο ψηφιακές κάμερες [55].

3.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παραδοσιακή τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» σε δύο διαστάσεις είναι αρκετά εύκολη στην υλοποίηση και την ανάλυση, αλλά περιορίζεται σε 2D μετρήσεις επίπεδων δειγμάτων. Αντιθέτως, η DIC στις τρεις διαστάσεις, είναι μια τεχνική πλούσια σε πληροφορίες και ευρέως εφαρμόσιμη, αλλά περιορίζεται από μια πολύπλοκη οπτική ρύθμιση, λεπτομερή διαδικασία βαθμονόμησης και απαιτητική ανάλυση υπολογισμών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την απαίτηση για υψηλή οπτική ποιότητα των δύο φωτογραφικών μηχανών (καμερών), αυξάνοντας έτσι σημαντικά το συνολικό κόστος του συστήματος. Σε σχέση με τις παραδοσιακές τεχνικές καταγραφής των πεδίων μετατόπισης, ένα από τα κυριότερα σημεία υπεροχής της 3D DIC, είναι η δυνατότητα εκ των υστέρων επιλογής σημείων μέτρησης.

Τα αποτελέσματα για τις παραμορφώσεις σε δύο (2D) και τρεις (3D) διαστάσεις μπορούν πλέον να ληφθούν με ακρίβεια, αφού υπάρχουν πολλά διαθέσιμα λογισμικά για την εκτέλεση της τεχνικής DIC, με διαφορετικά βελτιστοποιημένες λειτουργίες συσχέτισης και μεθόδους υπολογισμού, οι οποίες συνοψίζονται πιο πρόσφατα από τους Pan et al. [54].

Εν ολίγοις, η τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» (DIC) είναι μια καινοτόμος μη επεμβατική οπτική τεχνική μεγάλης ακρίβειας, η οποία τα τελευταία χρόνια έχει γίνει πολύ δημοφιλής και αξιοποιείται σε μεγάλο φάσμα εφαρμογών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

4.1 ΓΕΝΙΚΑ

Για να μελετηθεί η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής ενός κυκλικού δακτυλίου στο πεδίο των μετατοπίσεων που αναπτύσσεται σε αυτόν, υλοποιήθηκε μια σειρά πειραμάτων σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο από την International Society of Rock Mechanics (ISRM) για πειράματα Βραζιλιανού δίσκου. Το πειραματικό πρωτόκολλο υλοποιήθηκε στο Εργαστήριο Αντοχής και Υλικών του Ε.Μ.Π. κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2016-2017.

Όλα τα δοκίμια κατασκευάστηκαν από την ίδια πλάκα Plexiglass (PMMA ή αλλιώς poly-methyl-methacrylate). Η επιλογή του συγκεκριμένου υλικού υπαγορεύθηκε από την εύθραυστη φύση του και το γεγονός ότι η συμπεριφορά του πλησιάζει εκείνη ενός τέλεια γραμμικού ελαστικού υλικού τουλάχιστον για φορτία που δεν πλησιάζουν το φορτίο θραύσης. Ο προσδιορισμός του πεδίου των μετατοπίσεων έγινε με τη βοήθεια της τεχνικής «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» σε τρεις διαστάσεις (Digital Image Correlation technique – 3D DIC).

Δεδομένου ότι τα πειραματικά αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν τόσο στην αναλυτική όσο και στην αριθμητική επίλυση του προβλήματος, υλοποιήθηκαν επιπρόσθετα δοκιμές άμεσου εφελκυσμού ώστε να ληφθούν τα μηχανικά χαρακτηριστικά του προς μελέτη υλικού.

4.2 ΔΟΚΙΜΙΑ

4.2.1 ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ

Για τις δοκιμές του μονοαξονικού εφελκυσμού, τα δοκίμια διαμορφώθηκαν στο μηχανουργείο (Εικόνα 4.1) σε σχήμα Dog Bone και ήταν

από το ίδιο φύλλο Plexiglass που κατασκευάστηκαν και όλα τα υπόλοιπα δοκίμια. Με το παχύμετρο μετρήθηκαν οι διαστάσεις που φαίνονται στον Πίνακα 4.1.

Τα δοκίμια στο πείραμα του εφελκυσμού είναι ορθογωνικής διατομής, ενώ το μήκος τους είναι πενταπλάσιο της διατομής τους (για μικρότερα μήκη οι μηχανικές ιδιότητες διαφέρουν και αποτελούν συναρτήσεις του μεγέθους του δοκιμίου). Τα άκρα του δοκιμίου έχουν μεγαλύτερη διατομή για να διευκολυνθεί η σύσφιξή τους στην μηχανή του εφελκυσμού.

	πλάτος (mm)	πάχος (mm)
	15.05	9.98
	15.08	9.97
	14.97	9.92
Μέση τιμή	15.033	9.957

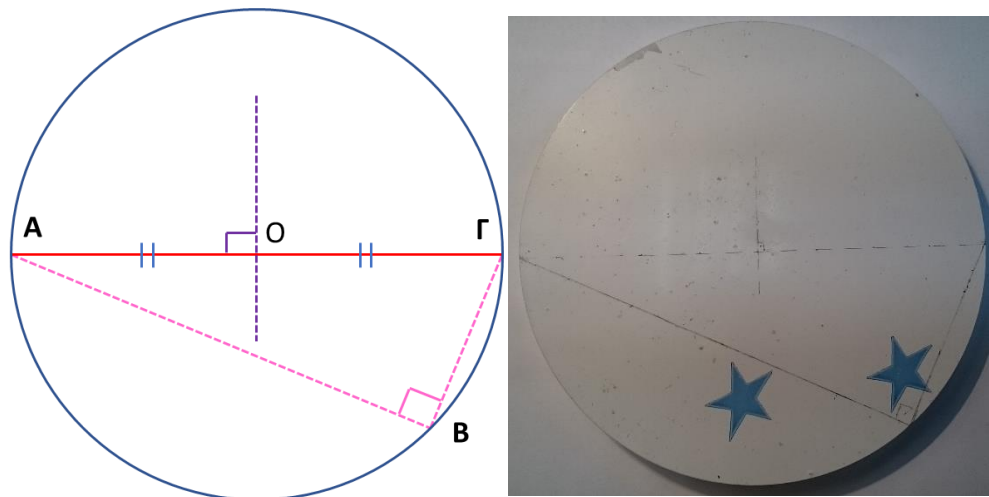
Πίνακας 4.1: Διαστάσεις δοκιμίου σε σχήμα *Dog Bone*.



Εικόνα 4.1: Μηχανήματα για την προετοιμασία των δοκιμίων για το πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού σε σχήμα *Dog Bone*.

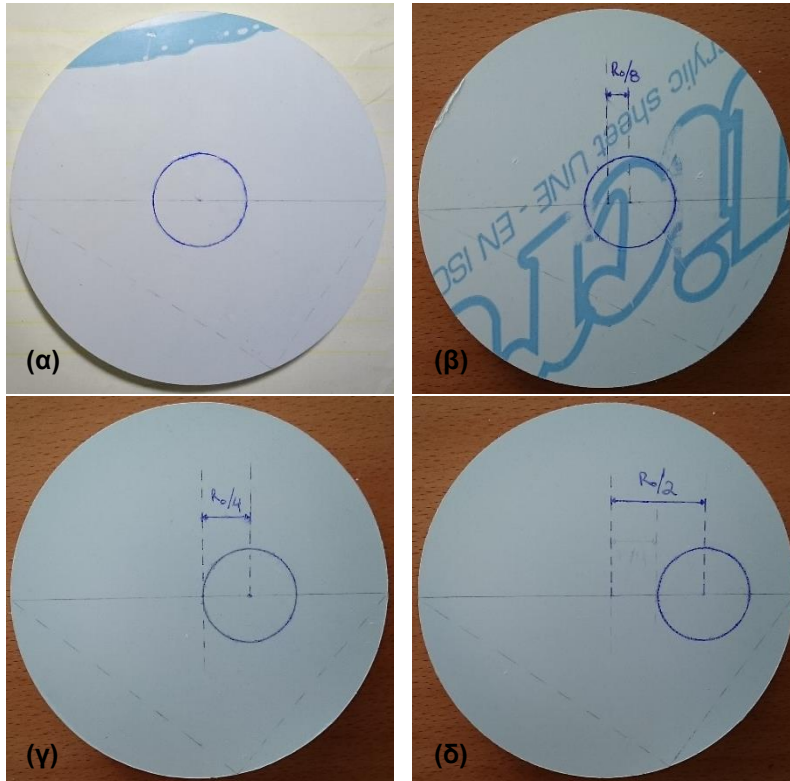
Για το κυρίως πειραματικό πρωτόκολλο, διαμορφώθηκαν κυκλικοί δακτύλιοι με έκκεντρη οπή. Κατά τη διάρκεια της μηχανικής και σχηματικής διαμόρφωσης, δόθηκε προσοχή ώστε να αποφευχθεί οποιαδήποτε επίδραση στις μηχανικές ιδιότητες του υλικού (είτε λόγω θερμότητας είτε λόγω κραδασμών) επιλέγοντας κατάλληλη ταχύτητα επεξεργασίας.

Τα δοκίμια που κατασκευάστηκαν αρχικά ήταν κυκλικοί δίσκοι πάχους $t=1$ cm και ακτίνας $R_o=5$ cm. Για το σωστό σχεδιασμό των οπών έπρεπε πρώτα να βρεθεί το κέντρο του κύκλου (Εικόνα 4.2), το οποίο έγινε ως εξής: Σχεδιάζοντας δύο κάθετες μεταξύ τους χορδές, έστω ΑΒ και ΒΓ, και ενώνοντας τα σημεία Α και Γ, προκύπτει η υποτείνουσα ΑΓ, η οποία είναι και η διάμετρος του κυκλικού δίσκου. Στη συνέχεια, χαράσσοντας τη μεσοκάθετο της διαμέτρου, προκύπτει το κέντρο του κύκλου (σημείο Ο), το οποίο είναι το σημείο τομής της υποτείνουσας και της μεσοκαθέτου.



Εικόνα 4.2: Εύρεση του κέντρου του κυκλικού δίσκου.

Γνωρίζοντας πλέον το κέντρο του κύκλου, σχεδιάζονται στις κατάλληλες θέσεις, οι οποίες δίνονται στη συνέχεια, οι οπές ακτίνας $R_{in}=R_o/4=1.25$ cm (Εικόνα 4.3).



Εικόνα 4.3: Θέσεις οπών με διάκεντρο (α) $\delta=0$,
(β) $\delta=R_o/8$, (γ) $\delta=R_o/4$, (δ) $\delta=R_o/2$.

Η τελική μορφή των δοκιμίων είναι λεπτοί κυκλικοί δίσκοι πάχους $t=1$ cm με εξωτερική ακτίνα $R_o=5$ cm και με μια οπή εσωτερικής ακτίνας $R_{in}=1.25$ cm ($=R_o/4$). Πρέπει να αναφερθεί ότι ο λόγος πάχους προς διάμετρο 0.1 που χρησιμοποιείται εδώ δεν ταιριάζει με αυτό που προτείνεται από την ISRM. Ωστόσο, για ερευνητικούς σκοπούς προτιμάται να χρησιμοποιούνται δοκίμια με μικρότερη αναλογία πάχους προς διάμετρο προκειμένου η πειραματική κατάσταση να είναι πλησιέστερη της επίπεδης έντασης έναντι της επίπεδης παραμόρφωσης.

Κατασκευάστηκαν συνολικά 10 δοκίμια, εκ των οποίων το ένα αντιστοιχεί στην περίπτωση ιδανικού δακτυλίου (circular ring), όπου η οπή βρίσκεται ακριβώς στο κέντρο του δίσκου και επομένως υπάρχει απόλυτη συμμετρία. Τα υπόλοιπα 9 δοκίμια ταξινομήθηκαν σε δύο κατηγορίες, είτε βάσει της διακέντρου, δηλαδή της απόστασης μεταξύ των κέντρων του εσωτερικού (οπή) και του εξωτερικού (δίσκος) κύκλου, είτε βάσει του προσανατολισμού της διακέντρου σε σχέση με τον άξονα φόρτισης, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.2.

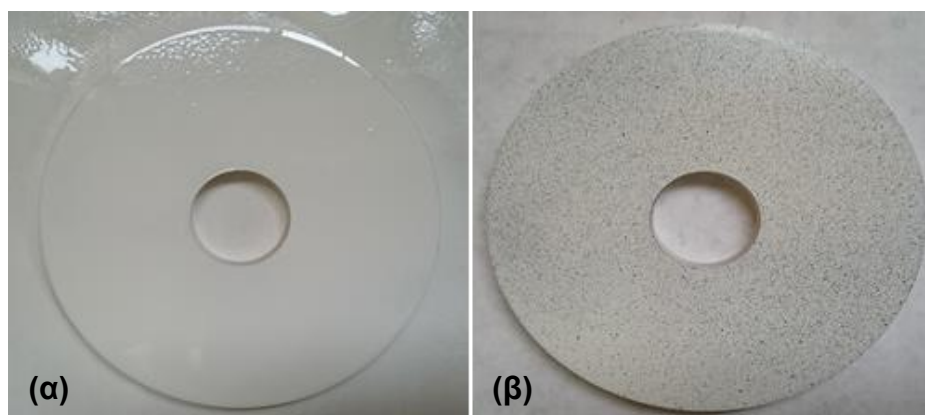
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Πειραματική Διαδικασία

ϕ (μοίρες)	διάκεντρος (m)		
	Ro/2	Ro/4	Ro/8
0	0.025	0.0125	0.00625
45	0.025	0.0125	0.00625
90	0.025	0.0125	0.00625

Πίνακας 4.2: Κατηγορίες δοκιμών.

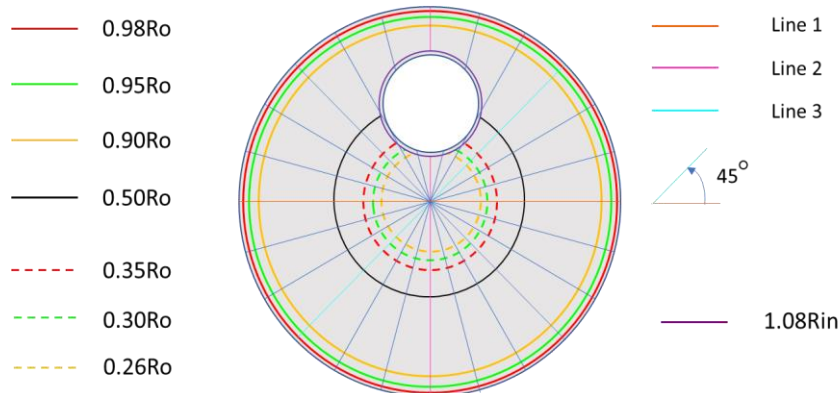
4.2.2 ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΔΟΚΙΜΙΩΝ ΚΥΡΙΩΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΟΥ

Μετά τη διαμόρφωση τους, μία από τις πλευρικές επιφάνειες των δοκιμών βάφεται εξ' ολοκλήρου με άσπρο σπρέι (matt spray) (Εικόνα 4.4(α)) και κατόπιν ψεκάζεται με μαύρο μέχρι να δημιουργηθεί ένα ομοιόμορφο σχέδιο κουκίδων (Εικόνα 4.4(β)).

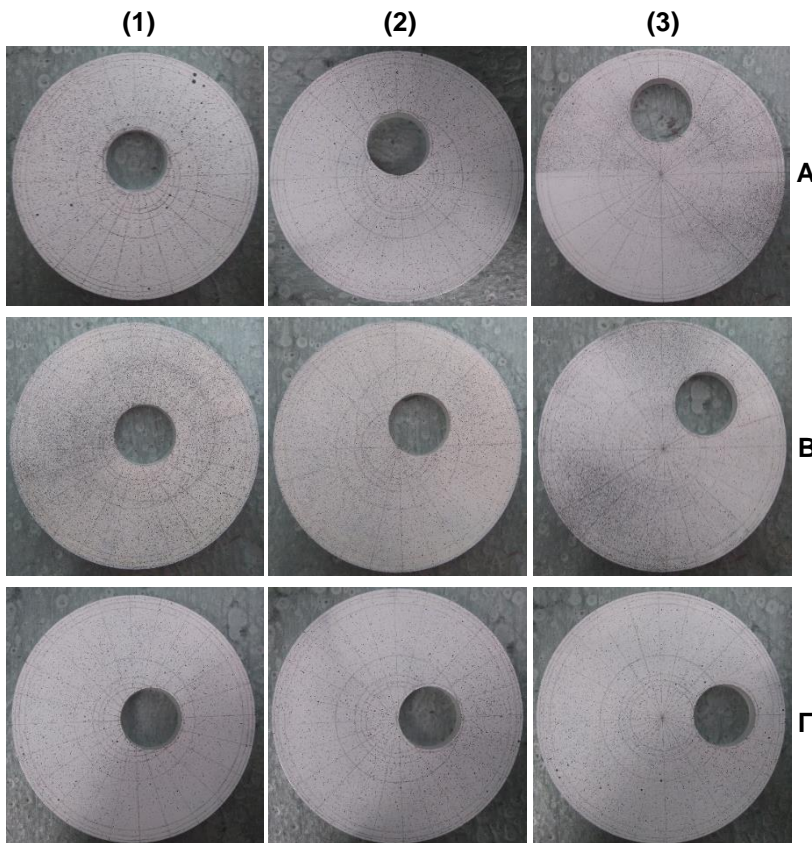


Εικόνα 4.4: (α) Βάψιμο του δοκιμίου με άσπρο σπρέι, (β) Ψέκασμα του δοκιμίου με μαύρο σπρέι.

Στη συνέχεια, για την πιο εύκολη διεξαγωγή της πειραματικής επεξεργασίας σχεδιάζονται με μολύβι στη βαμμένη πλευρά όλων των δοκιμών κάποιοι συγκεκριμένοι γεωμετρικοί τόποι (γραμμές και κύκλοι), οι οποίοι κρίθηκε ότι είναι απαραίτητοι διότι η άντληση πληροφορίας απ' αυτούς θα είναι χρήσιμη για την καλύτερη κατανόηση της παραμόρφωσης του δοκιμίου (Σχήμα 4.1). Έτσι, προκύπτει η τελική μορφή των δοκιμών (Εικόνα 4.5).



Σχήμα 4.1: Οι γεωμετρικοί τύποι που σχεδιάζονται στη βαμμένη πλευρά του δοκιμίου.



Εικόνα 4.5: Τελική μορφή δοκιμίων. Στις γραμμές A,B,Γ τα δοκίμια διακρίνονται με βάση τον άξονα της έκκεντρης οπής ο οποίος βρίσκεται στις 0°, 45° και 90° αντίστοιχα. Στις στήλες (1), (2) και (3) τα δοκίμια χωρίζονται ανάλογα με τη διάκεντρο ($R_o/8$, $R_o/4$ και $R_o/2$ αντίστοιχα).

4.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων της παρούσας διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω εξοπλισμός:

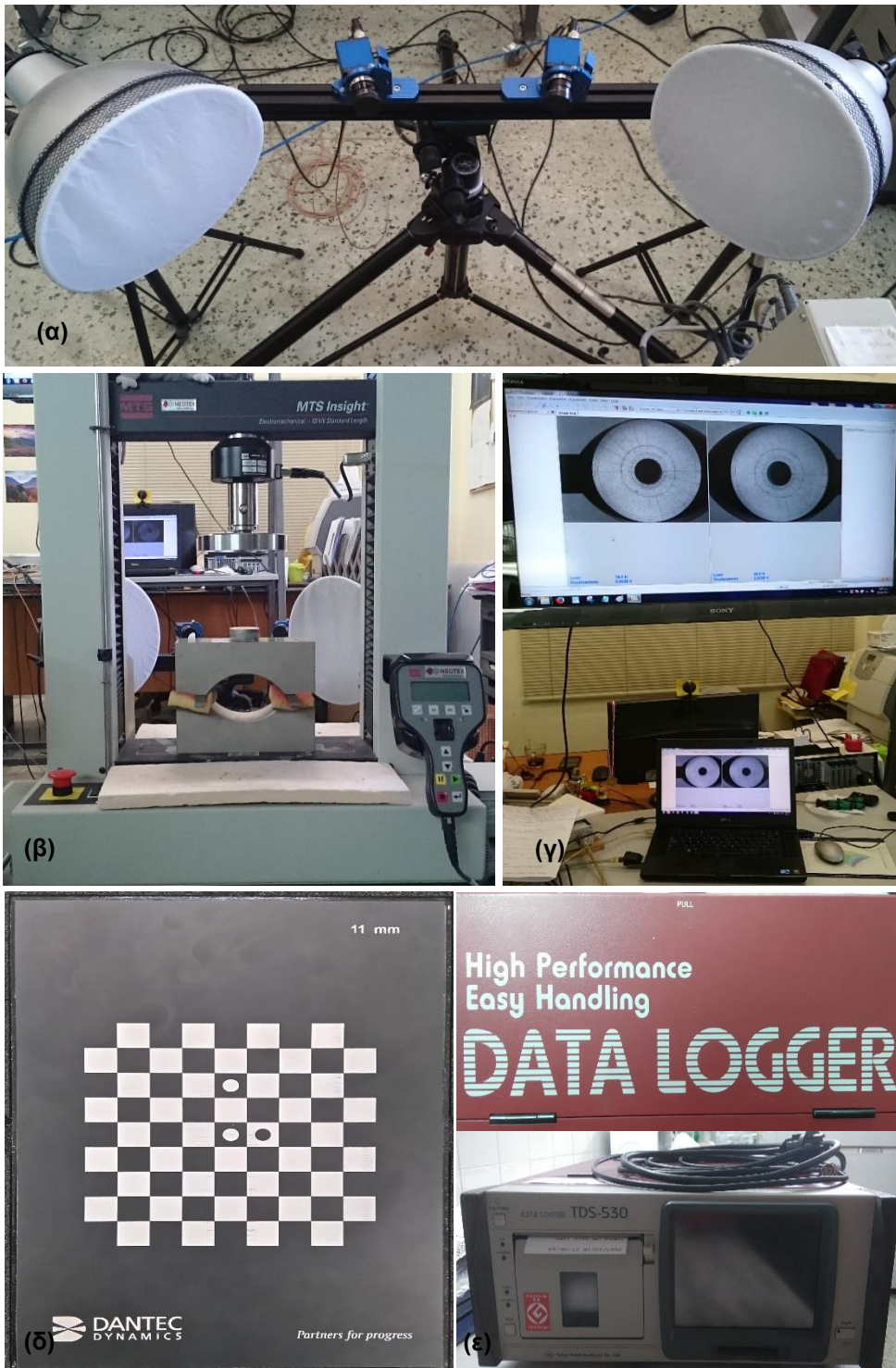
I) Για το πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού:

- ❖ Πλαίσιο φόρτισης INSTRON 30 tn.
- ❖ Ηλεκτρομηκυσιόμετρο (strain gauge).
- ❖ Επιμηκυσιόμετρο (extensometer) .
- ❖ Συσσκευή καταγραφής δεδομένων-γέφυρα (data logger).

II) Για τα πειράματα αντιδιαμετρικής θλίψης:

- ❖ Ψηφιακή φωτογραφική μηχανή για την τεκμηρίωση των δοκιμών, της πειραματικής διάταξης και την ομαλή διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας.
- ❖ Διάταξη της πειραματικής τεχνικής «Συσχέτιση Ψηφιακών Εικόνων», 3D DIC (LIMESS Messtechnik & Software GmbH, Germany) (Εικ. 4.6(α)). Το σύστημα περιλαμβάνει τις δύο κάμερες ανάλυσης 1234 x 1624 pixel και ένα κατάλληλο λογισμικό (Instra 4D). Το εύρος του πεδίου μέτρησης είναι από 10 έως 1000 mm² και η ακρίβεια για τη μέτρηση της μετατόπισης ισούται με 0.01 pixel. Το συγκεκριμένο σύστημα παρέχει επίσης το πεδίο παραμορφώσεων με ακρίβεια 0.02%, ωστόσο η δυνατότητα αυτή δε χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη.
- ❖ Δύο πηγές λευκού φωτός (Εικόνα 4.6(α)).
- ❖ Ηλεκτρομηχανικό πλαίσιο φόρτισης MTS INSIGHT 10 kN, το οποίο ελέγχεται από το λογισμικό TestWorks 4. Το συγκεκριμένο πλαίσιο έχει τη δυνατότητα ακριβούς καταγραφής του ασκούμενου φορτίου στο δοκίμιο κάθε χρονική στιγμή μέσω μιας κατάλληλης δυναμοκυψέλης (load cell) ευαισθησίας 0.01N (Εικ. 4.6(β)).
- ❖ Αρπάγη (Εικ. 4.6(β)).
- ❖ Δύο ηλεκτρονικοί υπολογιστές με τα αντίστοιχα λογισμικά (Instra 4D και TestWorks4) (Εικ.4.6(γ)).
- ❖ Πλάκες βαθμονόμησης (calibration panels) της εταιρίας Dantec (Εικ. 4.6(δ)).
- ❖ Συσσκευή καταγραφής δεδομένων (γέφυρα) (Εικ. 4.6(ε)).

Χρησιμοποιήθηκαν επίσης λευκό και μαύρο σπρέι (matt spray).



Εικόνα 4.6: Πειραματικός εξοπλισμός για τα πειράματα αντιδιαμετρικής θλίψης.

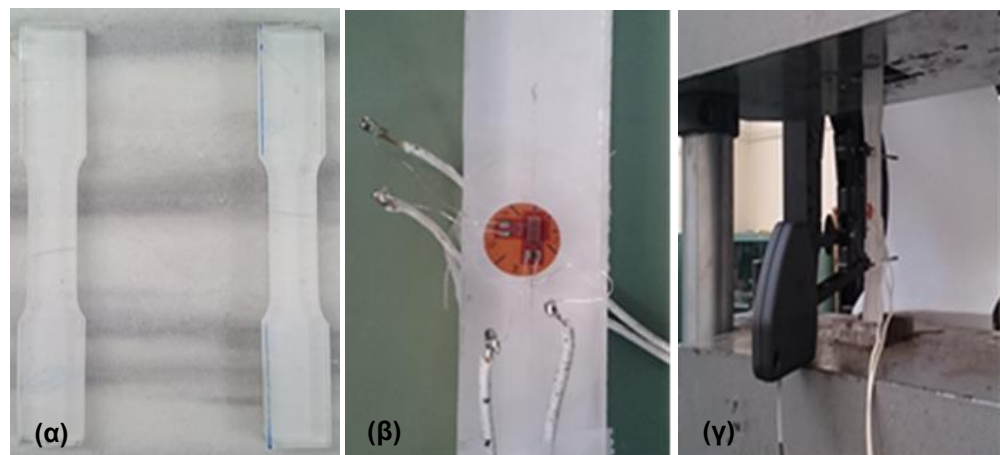
4.4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

4.4.1 ΠΕΙΡΑΜΑ ΜΟΝΟΑΞΟΝΙΚΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ

Για τον υπολογισμό των ελαστικών σταθερών του υλικού εκτελέστηκε ένα πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού. Το πείραμα του εφελκυσμού αποτελεί θεμελιώδη τύπο μηχανικής δοκιμής για ένα υλικό. Εφελκύνοντας ένα υλικό, μπορεί πολύ γρήγορα να καθοριστεί το πώς αντιδρά σε εφελκυστικά φορτία. Είναι δυνατό να υπολογιστούν οι βασικές μηχανικές του ιδιότητες, που αφορούν τη συμπεριφορά του σε σχετικώς χαμηλά εξωτερικά φορτία, μέχρι και την αστοχία του. Τέλος, αποτελεί την βασικότερη δοκιμή για τον προσδιορισμό της σχέσεως της τάσεως με την παραμόρφωση.

Η απλή μονοαξονική δοκιμή αφορά την αργή χρονικά μονοαξονική (εφελκυστική) φόρτιση ενός ειδικά κατασκευασμένου δοκιμίου του εξεταζόμενου υλικού, από την κατάσταση ηρεμίας του (αφόρτιστη κατάσταση), μέχρι και την θραύση του.

Στο «λεπτό» μέρος του πειραματικού δοκιμίου σχήματος Dog Bone (Εικ. 4.7(α)) κολλήθηκε ένα ηλεκτρομηκυσσιόμετρο (strain gauge) (Εικ. 4.7(β)) και τοποθετήθηκε επίσης ένα επιμηκυσσιόμετρο (Εικ. 4.7(γ)) για τη μέτρηση της εγκάρσιας και της επιμήκους παραμόρφωσης. Τα δύο αυτά συνδέονταν με τη γέφυρα, στην οποία καταγράφηκαν τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αργότερα στην επεξεργασία.



Εικόνα 4.7: (α) Δοκίμια σε σχήμα Dog Bone, (β) Επικόλληση ηλεκτρομηκυσσιόμετρου, (γ) Τοποθέτηση επιμηκυσσιόμετρου.

Το πείραμα διεξήχθη στο Εργαστήριο Αντοχής και Υλικών του Ε.Μ.Π. στο πλαίσιο φόρτισης INSTRON 30 tn (Εικόνα 4.8(α)). Ο ρυθμός επιβολής μετατόπισης ήταν 0.2 mm/min. Όλη η πειραματική διάταξη φαίνεται στην Εικόνα 4.8(β)).



Εικόνα 4.8: (α) Πλαίσιο φόρτισης INSTRON 30 tn.

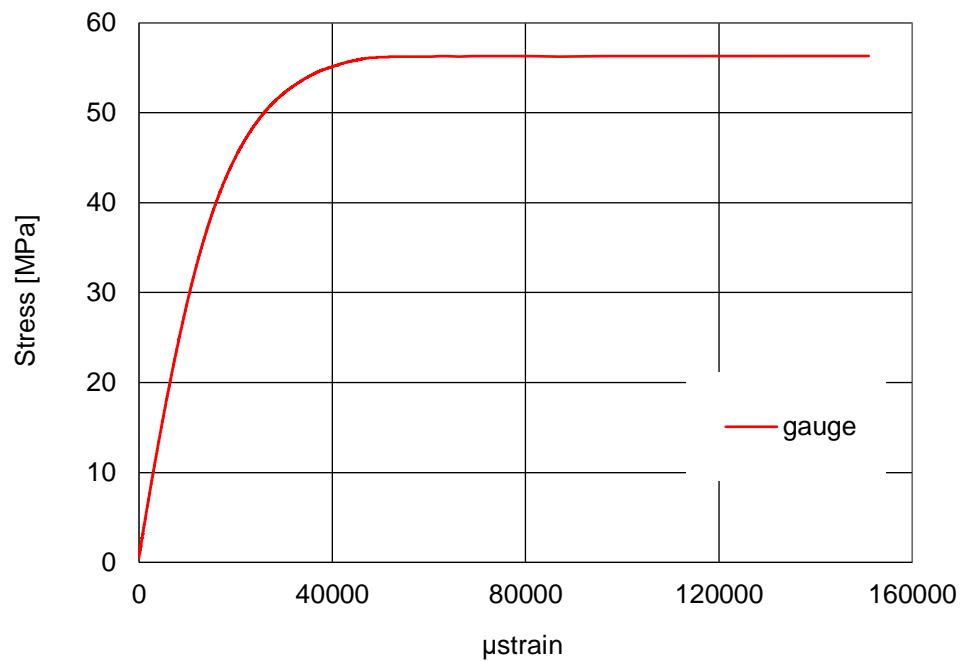


Εικόνα 4.8: (β) Πειραματική διάταξη για το πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού.

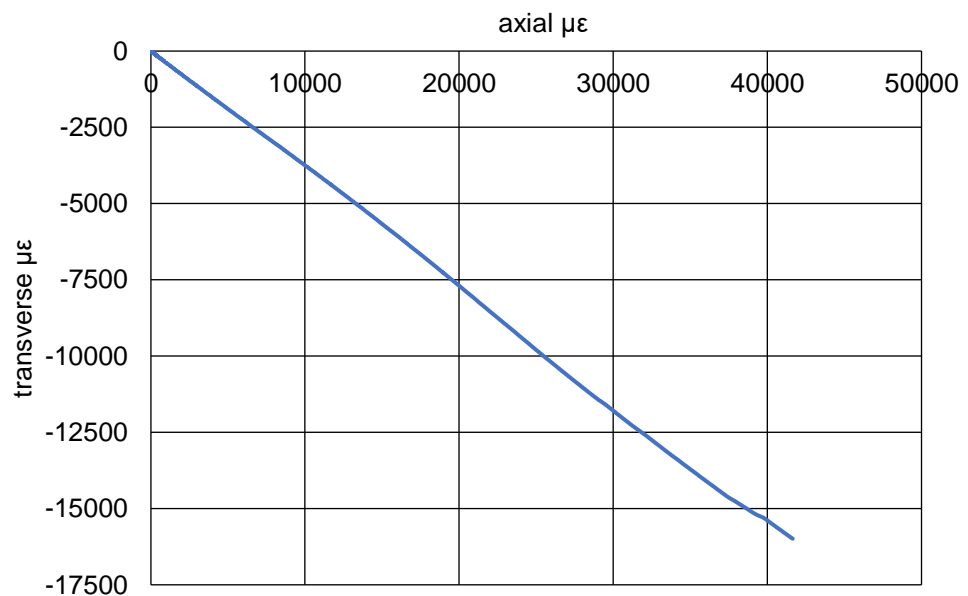
Μερικές από τις μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού που μπορούν να καθοριστούν από το πείραμα του εφελκυσμού είναι το μέτρο ελαστικότητας (modulus of elasticity ή Young's modulus) και ο λόγος Poisson.

Για τον καλύτερο προσδιορισμό του υλικού, φτιάχτηκαν μέσω του προγράμματος Excel τα διαγράμματα τάσης-παραμόρφωσης (Σχήμα 4.2) και εγκάρσιας-επιμήκους παραμόρφωσης (Σχήμα 4.3) από τα οποία υπολογίστηκαν το μέτρο ελαστικότητας (E) και ο λόγος Poisson (ν). Οι τιμές που προέκυψαν είναι $E = 3 \text{ GPa}$ και $\nu = 0.38$.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Πειραματική Διαδικασία



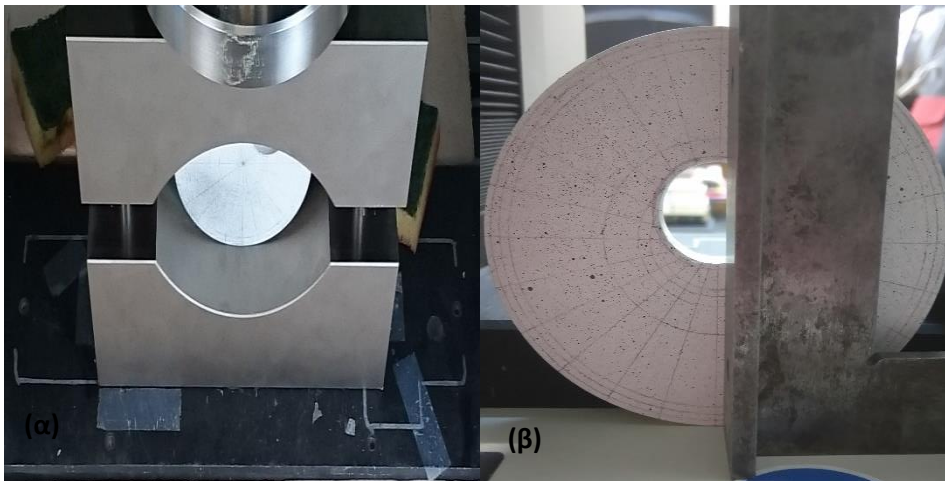
Σχήμα 4.2: Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων.



Σχήμα 4.3: Διάγραμμα εγκάρσιας συναρτήσεως αξονικής παραμόρφωσης.

4.4.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΑΝΤΙΔΙΑΜΕΤΡΙΚΗΣ ΘΛΙΨΗΣ

Η πειραματική διαδικασία ξεκινάει με την τοποθέτηση της αρπάγης στο πλαίσιο φόρτισης και την τοποθέτηση του δοκιμίου στην αρπάγη. Ακολουθεί η λήψη φωτογραφιών για την επιβεβαίωση της σωστής θέσης του συστήματος. Η αρπάγη πρέπει να βρίσκεται εντός συγκεκριμένων «ορίων» στο κάτω μέρος του ηλεκτρομηχανικού πλαισίου φόρτισης MTS INSIGHT 10 kN (Εικόνα 4.9(α)). Στη συνέχεια το δοκίμιο τοποθετείται στο κέντρο της αρπάγης, όπου και πρέπει να είναι κατακόρυφο, δηλαδή να στέκεται όρθιο χωρίς το βάρος της άνω αρπάγης. Αυτό ελέγχεται τοποθετώντας τη γωνία παράλληλα με τον κατακόρυφο άξονα (κατά μήκος του άξονα φόρτισης) που έχει σχεδιαστεί προηγουμένως στο δοκίμιο (Εικόνα 4.9(β)). Οποιαδήποτε σημαντική παρατήρηση σημειώνεται σε φύλλο πειραματικών παρατηρήσεων.

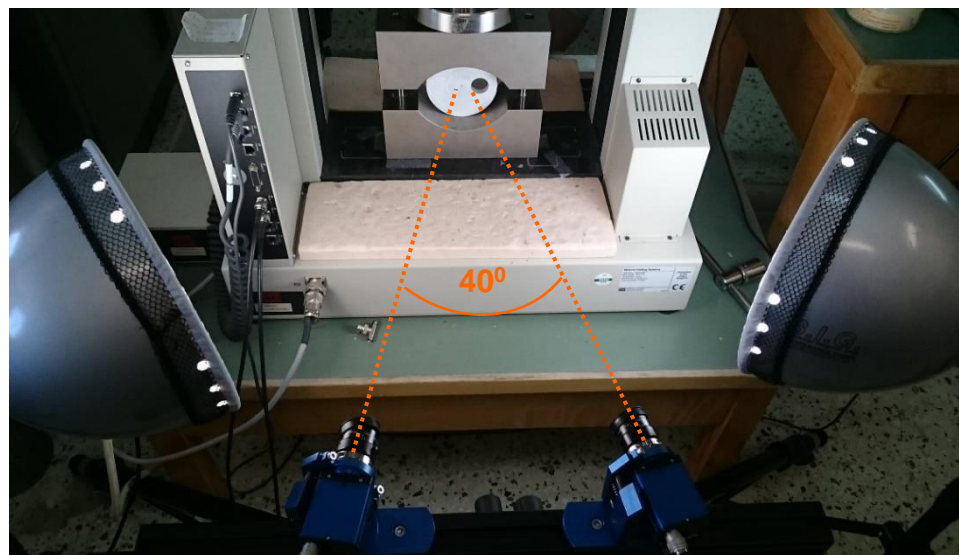


Εικόνα 4.9: (α) «όρια» στο κάτω μέρος του ηλεκτρομηχανικού πλαισίου φόρτισης MTS INSIGHT 10 kN.

Εικόνα 4.9: (β) έλεγχος ορθής θέσης του δοκιμίου.

Στη συνέχεια ακολουθεί το στήσιμο του συστήματος 3D DIC. Οι δύο κάμερες τοποθετούνται πάνω σε τρίποδο, σωστά οριζοντιωμένο. Το σύστημα δοκίμιο-αρπάγη πρέπει να είναι παράλληλο με τη ράγα πάνω στην οποία βρίσκονται οι δύο κάμερες. Αυτό ελέγχεται πριν από την έναρξη κάθε πειράματος μετρώντας την απόσταση του συστήμα-

τος δοκίμιο-αρπάγη από κάθε κάμερα ξεχωριστά. Οι κάμερες συνδέονται επίσης μέσω καλωδίων με υπολογιστή ο οποίος διαθέτει ειδικό λογισμικό. Η θέση τους ρυθμίζεται έτσι ώστε η μεταξύ τους γωνία να είναι περίπου ίση με 40° , διότι έτσι βελτιστοποιείται η απόδοση του συστήματος (Εικ. 4.10). Η ποιότητα της εικόνας βελτιώνεται είτε με τη ρύθμιση της εστιακής απόστασης είτε της φωτεινότητας της εικόνας. Τέλος, για τον επαρκή φωτισμό του δοκιμίου, χρησιμοποιούνται δύο πηγές λευκού φωτός, ώστε να μην επηρεάζονται οι εικόνες που λαμβάνονται από τυχόν αλλαγές του εξωτερικού φωτισμού. Για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα τα φώτα πρέπει να βρίσκονται στο ίδιο ύψος με το δοκίμιο.



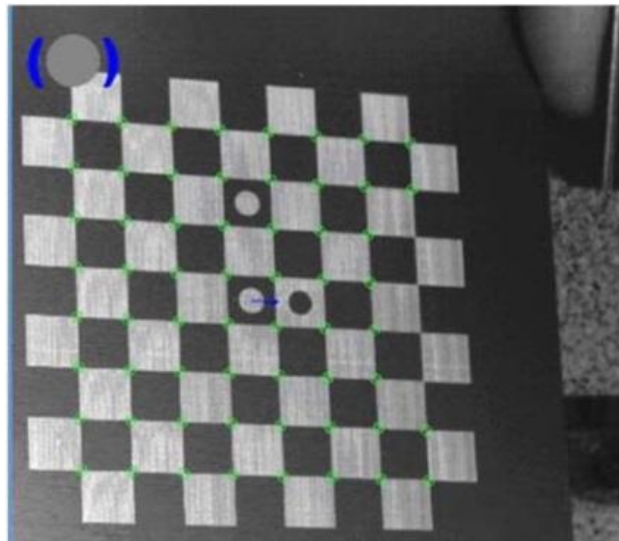
Εικόνα 4.10: Η πειραματική διάταξη του συστήματος 3D DIC.

Επειδή το σύστημα δοκίμιο-αρπάγη θα μετακινηθεί προς τα κάτω κατά τη διάρκεια του πειράματος, δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στο να υπάρχει περιθώριο στο κάτω μέρος του οπτικού παραθύρου της εικόνας που λαμβάνεται από τις κάμερες. Για τον προσδιορισμό του μεγέθους των κουκίδων που πρέπει να δημιουργηθούν στο δοκίμιο λαμβάνονται υπόψη οι παρακάτω εξισώσεις:

$$a = \frac{3(\text{pixel}) \times l(\text{mm})}{1624(\text{pixel})} \quad (4.1)$$
$$b = \frac{3(\text{pixel}) \times h(\text{mm})}{1234(\text{pixel})}$$

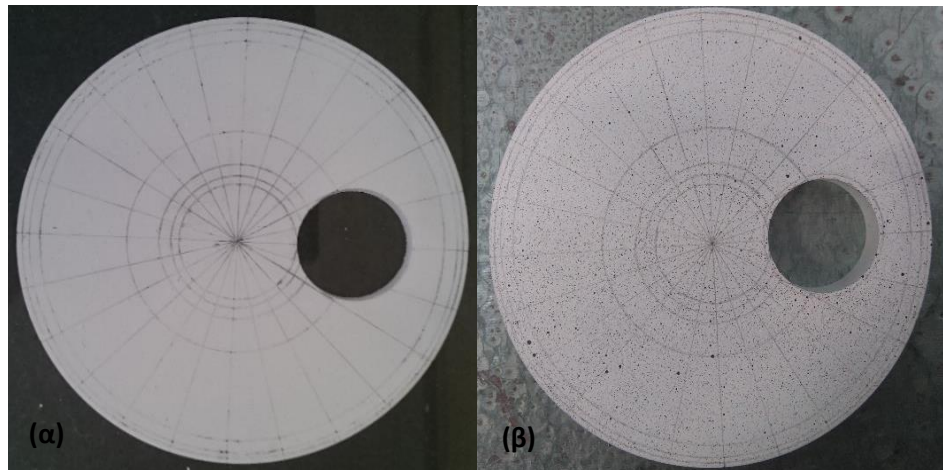
όπου 1624x1234 pixels η ανάλυση της κάμερας.

Ένα σημαντικό βήμα στην πειραματική διαδικασία είναι η βαθμονόμηση των καμερών. Η κατάλληλη πλάκα βαθμονόμησης επιλέγεται με κριτήριο την κάλυψη του μέγιστου δυνατού χώρου του οπτικού παραθύρου. Για τη διεξαγωγή των πειραμάτων της παρούσας διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκε η πλάκα βαθμονόμησης Calibration target AI-11-BMB_9x9, η οποία φωτογραφιζόταν υπό διάφορες γωνίες (Εικ. 4.11) με σκοπό να προκύψει ο συντελεστής σφάλματος από το λογισμικό του προγράμματος Instrar 4D, ο οποίος πρέπει να λαμβάνει τιμή εντός συγκεκριμένου εύρους για να είναι εφικτή η συσχέτιση των εικόνων. Επίσης, η πλάκα τοποθετείται σε τέτοια απόσταση από τις κάμερες όση είναι και η απόσταση μεταξύ των καμερών και του δοκιμίου. Στην προκειμένη περίπτωση, όταν φωτογραφίζεται η πλάκα θα πρέπει να είναι στο κέντρο της αρπάγης.



Εικόνα 4.11: Πλάκα βαθμονόμησης, Calibration target AI-11-BMB_9x9 φωτογραφιζόμενη υπό γωνία.

Στη συνέχεια, το δοκίμιο απομακρύνεται από το πλαίσιο φόρτισης και βάφεται αρχικά με άσπρο σπρέι. Έπειτα, σχεδιάζονται με μολύβι οι προεπιλεγθέντες γεωμετρικοί τόποι (Εικόνα 4.12(α)). Τέλος, ψεκάζοντας με μαύρο σπρέι δημιουργείται το κατάλληλο μέγεθος κουκκίδων (Εικόνα 4.12(β)) που έχει προκύψει από τους υπολογισμούς μετά τη βαθμονόμηση των καμερών.



Εικόνα 4.12: (α) Οι προεπι-
λεχθέντες γεωμετρικοί τόποι
σχεδιασμένοι στο δοκίμιο.

Εικόνα 4.12: (β) Δημιουργία
κανάβου κουκκίδων στη
βαμμένη πλευρά του δοκιμίου.

Μετά την επανατοποθέτηση του δοκιμίου στην ίδια ακριβώς θέση, όλα είναι σχεδόν έτοιμα για να ξεκινήσει το πείραμα. Όλες οι δοκιμές υλοποιήθηκαν με έλεγχο της μετατόπισης (displacement control) υπό οιοσδήποτε σταθερές συνθήκες (quasi-static) στο ηλεκτρομηχανικό πλαίσιο φόρτισης MTS INSIGHT 10 kN. Ο ρυθμός επιβολής της μετατόπισης ήταν ίσος με 0.3 mm/min. Το φορτίο εφαρμοζόταν στην άνω πλευρά της πάνω μεταλλικής αρπάγης. Μια ημισφαιρική κεφαλή παρεμβάλλεται μεταξύ αυτής της πλευράς της αρπάγης και του πλαισίου φόρτισης για να εξασφαλιστεί η καθετότητα (normality) με την οποία ασκείται το φορτίο στην πλευρά του δοκιμίου.

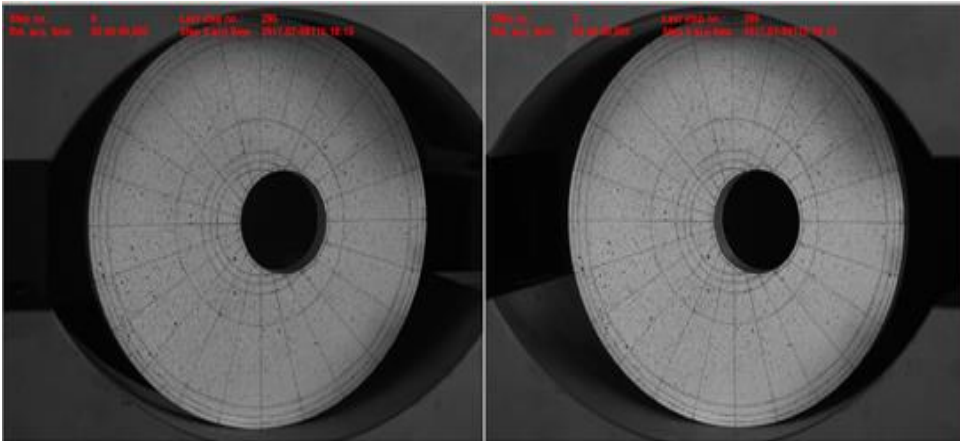
Η δύναμη και η κατακόρυφη επιβαλλόμενη μετατόπιση της μηχανής καταγράφονταν μέσω του λογισμικού TestWorks 4 του υπολογιστή που είναι συνδεδεμένος με τη μηχανή.

Ταυτόχρονα, γίνονταν όλες οι απαραίτητες ρυθμίσεις της γέφυρας για την ανά ένα δευτερόλεπτο καταγραφή των εξής μεγεθών κατά τη διάρκεια της φόρτισης:

- Channel 1: Δύναμη (Load)
- Channel 2: Μετατόπιση μηχανής (Position)

Σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο για την τεχνική «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων» και

μέσω του προγράμματος Instra 4D που την υποστηρίζει, λαμβάνεται η πρώτη φωτογραφία-εικόνα αναφοράς (Reference Step) (Εικόνα 4.13). Η φωτογράφιση της μη παραμορφωμένης κατάστασης γίνεται πριν το πλαίσιο φόρτισης έρθει σε επαφή με την άνω αρπάγη. Με άλλα λόγια, το δοκίμιο στην πρώτη φωτογραφία είναι επί της ουσίας φορτισμένο μόνο με το βάρος της άνω αρπάγης.



Εικόνα 4.13: Εικόνα αναφοράς από την αριστερή και τη δεξιά κάμερα.

Στη συνέχεια καθορίζεται ο ρυθμός λήψης των φωτογραφιών. Γενικά ο αριθμός των φωτογραφιών που διατίθεται για το κάθε set (σετ) είναι συγκεκριμένος. Λαμβάνοντας υπόψη όμως το ρυθμό επιβολής μετατόπισης (0.03 mm/min) και τη μέγιστη κατακόρυφη μετατόπιση (0.8 mm) προκύπτει ότι ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση του πρώτου σετ φωτογραφιών είναι 1600 sec. Σύμφωνα με το χρόνο αυτό και τον αριθμό των φωτογραφιών που είναι διαθέσιμες, ο ρυθμός λήψης των φωτογραφιών προκύπτει ίσος με 1 φωτογραφία ανά 5.5 sec.

Για τη διεξαγωγή σχεδόν όλων των πειραμάτων το ένα σετ φωτογραφιών δεν επαρκεί. Επομένως, κατά τη διάρκεια του πειράματος, όταν ολοκληρώνεται το πρώτο σετ πρέπει να αποθηκευτεί και στη συνέχεια να γίνουν οι κατάλληλες ρυθμίσεις για να ξεκινήσει το επόμενο. Είναι αντιληπτό λοιπόν ότι για κάποιο πολύ μικρό χρονικό διάστημα δεν υπάρχει καταγραφή χρόνου από το σύστημα του DIC. Γι' αυτό το λόγο, τη στιγμή που ξεκινάει το επόμενο set σημειώνεται στο φύλλο πειραματικών παρατηρήσεων η τιμή της μετατόπισης (displacement)

του πλαισίου φόρτισης. Με αυτόν τον τρόπο, είναι εφικτό αργότερα στην επεξεργασία του πειράματος να συσχετιστούν οι φωτογραφίες και ο χρόνος καταγραφής του συστήματος DIC με τον πραγματικό χρόνο διεξαγωγής του πειράματος από τα δεδομένα της γέφυρας.

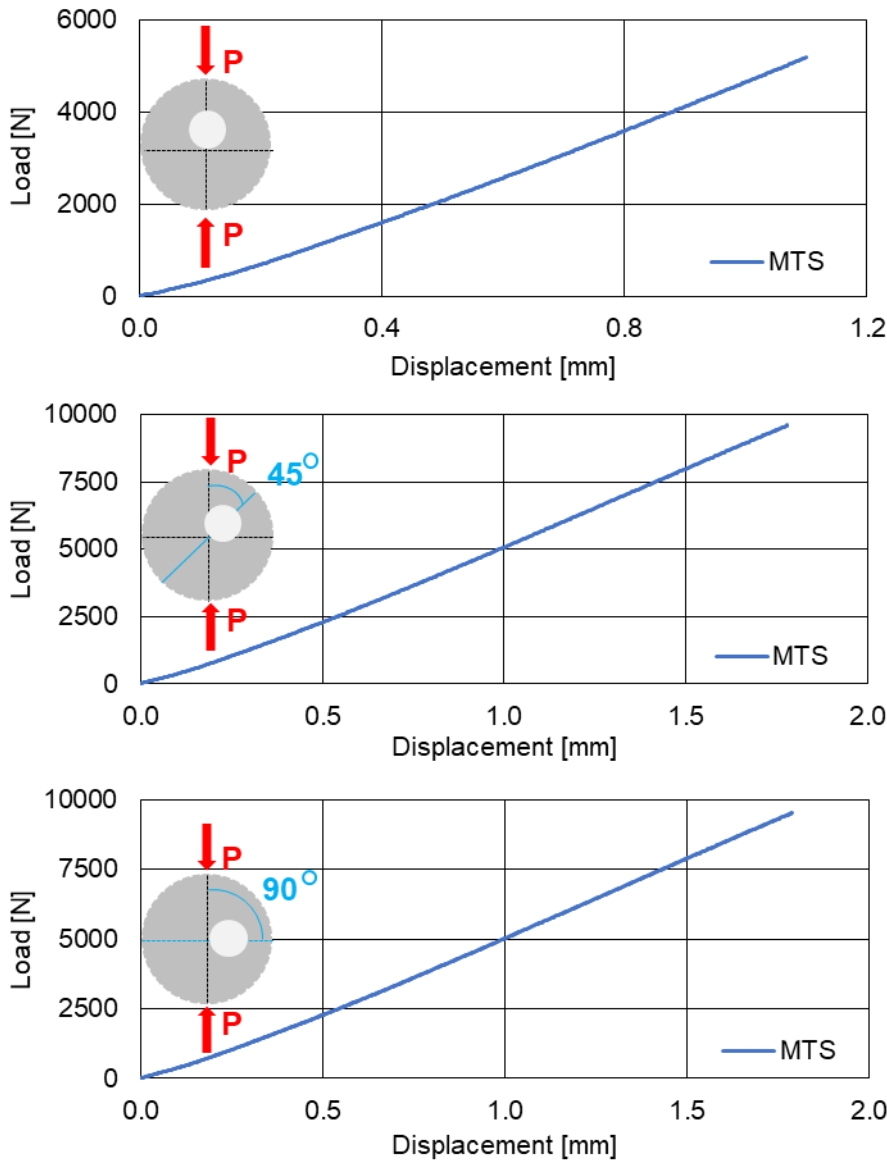
Κατά τη διάρκεια της φόρτισης, λαμβάνονται φωτογραφίες του παραμορφωμένου δοκιμίου μέχρι το τέλος του πειράματος. Για όσα δοκίμια δεν επήλθε αστοχία, το πείραμα διακόπηκε στο φορτίο των 9.5 kN, διότι το μέγιστο φορτίο της μηχανής είναι 10 kN.

4.5 ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, καταγράφηκαν σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές μέσω των λογισμικών TestWorks 4 και Instra 4D οι μετρήσεις της μηχανής και του συστήματος 3D DIC αντίστοιχα. Ακολούθησε η επεξεργασία τους για την εξαγωγή των πρωτογενών δεδομένων. Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τα δοκίμια της μεσαίας διακέντρου, η οποία είναι ίση με $R_o/4 = 1.25$ cm, και ο προσανατολισμός της είναι υπό γωνία 0° , 45° και 90° από τον άξονα φόρτισης.

4.5.1 ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΕΦΥΡΑΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Η επεξεργασία των μετρήσεων της δύναμης και της επιβαλλόμενης κατακόρυφης μετατόπισης που καταγράφονταν από τη γέφυρα πραγματοποιήθηκε μέσω του προγράμματος Excel. Επί της ουσίας, μελετήθηκε η σχέση μεταξύ φορτίου και μετατόπισης. Παρουσιάζονται ενδεικτικά παρακάτω οι γραφικές παραστάσεις για τα δοκίμια που προαναφέρθηκαν.

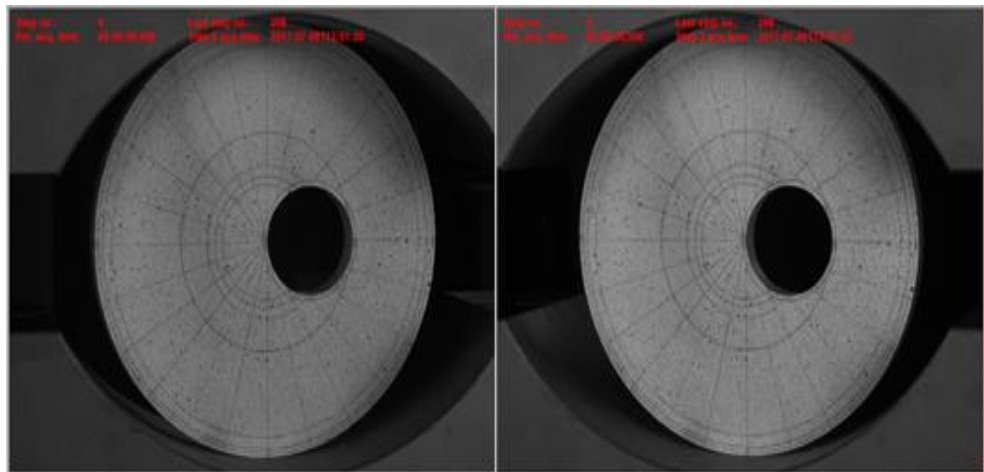


Σχήμα 4.4: Χαρακτηριστική γραφική παράσταση της δύναμης συναρτήσει της επιβαλλόμενης μετατόπισης για τα δοκίμια διακέντρου $R_0/4$ όπου ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται στις 0° , 45° και 90° από τον άξονα φόρτισης αντίστοιχα.

Από τα παραπάνω γραφήματα παρατηρείται ότι υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ φορτίου και μετατόπισης. Επομένως, το υλικό των δοκιμίων θεωρείται ότι βρίσκεται στη γραμμικά ελαστική περιοχή, στην οποία άλλωστε και μελετάται.

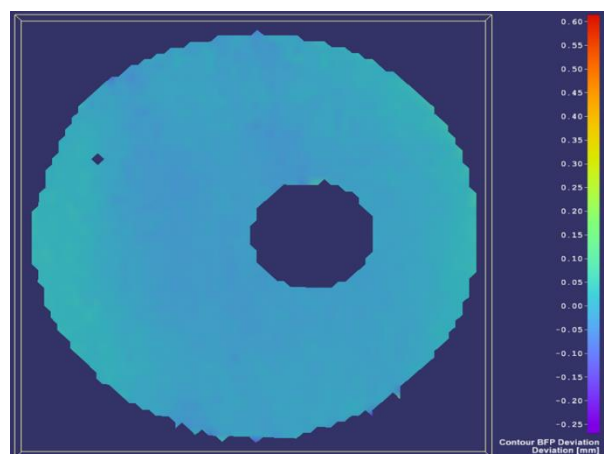
4.5.2 ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ DIC

Μετά τη λήξη του πειράματος και ενώ έχουν αποθηκευτεί όλα τα σετ φωτογραφιών, πραγματοποιείται η επεξεργασία τους στο πρόγραμμα Instra 4D. Αρχικά, στο πρώτο ζεύγος φωτογραφιών (Reference Step) (Εικόνα 4.14) επιλέγεται μια κουκίδα από τη μια φωτογραφία, η οποία πρέπει να συσχετιστεί και με τη δεύτερη.



Εικόνα 4.14: Εικόνα αναφοράς. Φωτογραφίες των δύο καμερών του συστήματος DIC πριν την αρχή της δοκιμής.

Στη συνέχεια το πρόγραμμα υπολογίζει τον αριθμό των κουκίδων που δύναται να συσχετίσει στις δύο φωτογραφίες και με βάση τη βαθμονόμηση που έχει προηγηθεί και το συντελεστή σφάλματος που έχει προκύψει, δημιουργείται μια χρωματοκλίμακα η οποία υποδεικνύει σε διαστάση απεικόνισης τις θέσεις των κουκίδων (Εικόνα 4.15).



Εικόνα 4.15: Παράδειγμα χρωματοκλίμακας [mm] που αποδίδει τη διαστάση απεικόνισης του δοκιμίου πριν την έναρξη επιβολής φόρτισης.

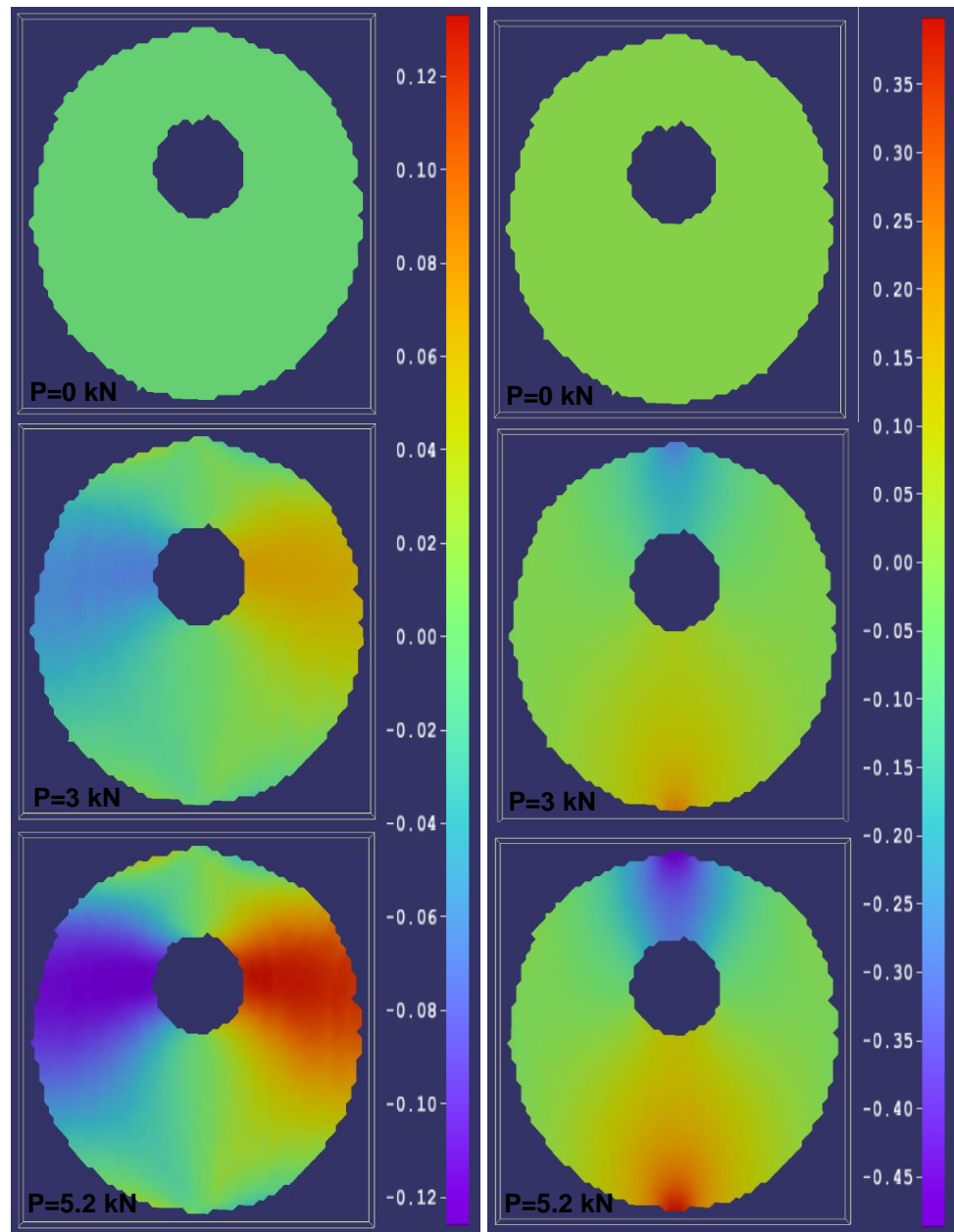
Η ιδέα πίσω από την τεχνική DIC είναι ότι τα σημεία από μια εικόνα του δοκιμίου πριν τη φόρτιση («μη παραμορφωμένη» εικόνα) αντιστοιχίζονται με τα σημεία μιας εικόνας του δοκιμίου όταν είναι υπό φόρτιση («παραμορφωμένη» εικόνα). Μια ακριβής αντιστοίχιση από τη μια εικόνα στην άλλη επιτρέπει τη μέτρηση των επίπεδων μετατοπίσεων της επιφάνειας του δοκιμίου.

Από το πρόγραμμα υπολογίζονται λοιπόν οι θέσεις των κουκίδων στο χώρο, για κάθε ζεύγος φωτογραφιών, καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνονται τα πεδία μετατοπίσεων για κάθε εικόνα σε σχέση με την εικόνα αναφοράς. Ενδεικτικά, παρουσιάζονται τα πεδία μετατοπίσεων της τελικής και μιας ενδιάμεσης κατάστασης φόρτισης σε σχέση με την αρχική (Εικόνες 4.16-4.18).

Στην Εικόνα 4.16 απεικονίζονται τα πεδία μετατοπίσεων κατά τον x και y άξονα του δοκιμίου του οποίου ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται στις 0° από τον άξονα φόρτισης, για την αρχική (αφόρτιστη) κατάσταση, για μια ενδιάμεση κατάσταση με φορτίο $P=3$ kN και για την τελική κατάσταση ακριβώς πριν τη θραύση ($P=5.2$ kN).

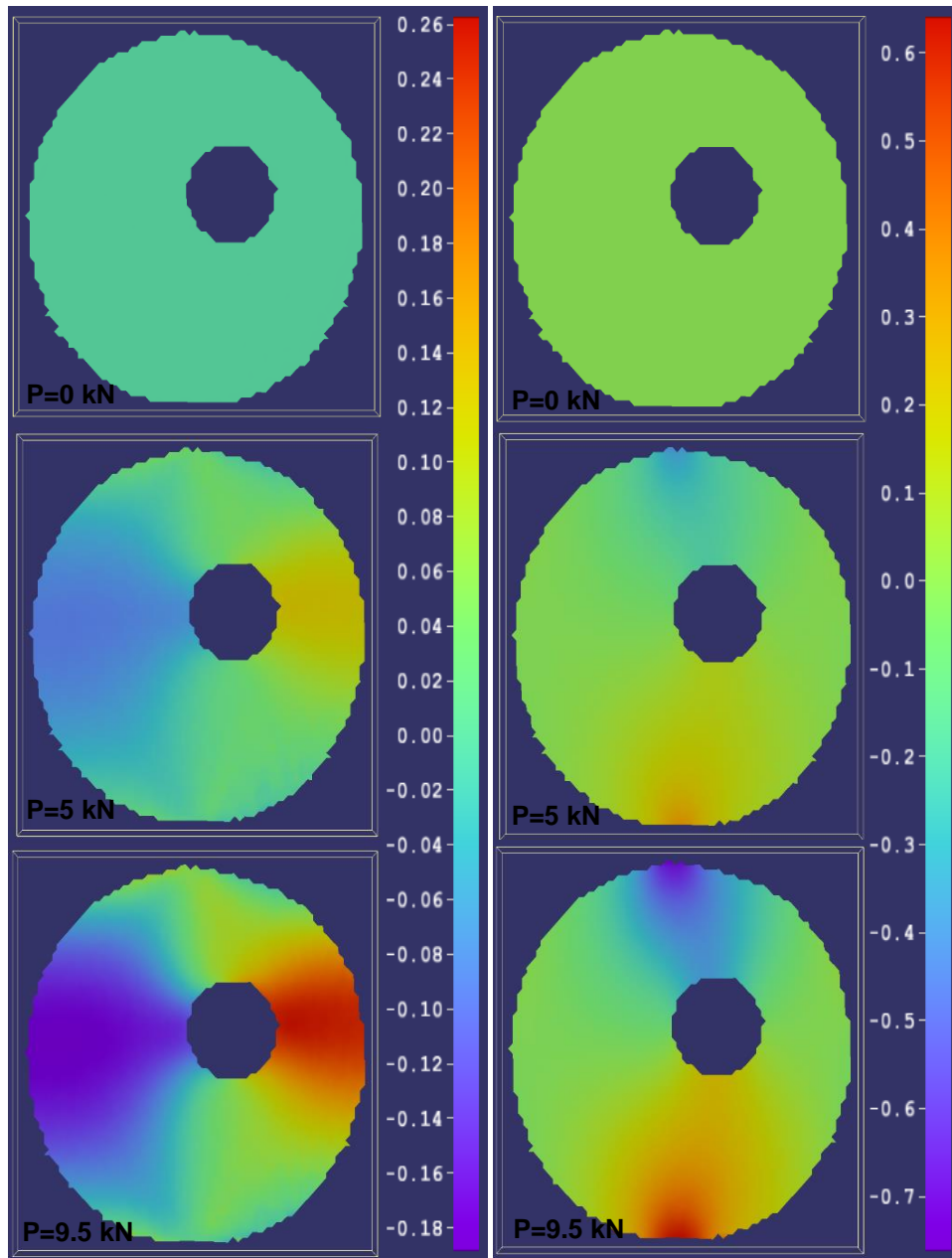
Ομοίως στις Εικόνες 4.17 και 4.18 για τα δοκίμια που έχουν τοποθετηθεί υπό 45° και 90° από τον άξονα φόρτισης δίνονται τα πεδία μετατοπίσεων κατά τον x και y άξονα, για την αρχική κατάσταση, για μια ενδιάμεση κατάσταση με φορτίο $P=5$ kN και για την τελική κατάσταση, η οποία αντιστοιχεί σε φορτίο $P=9.5$ kN, το οποίο είναι και το μέγιστο φορτίο των πειραμάτων.

Για την καλύτερη κατανόηση, το ολικό πεδίο μετατοπίσεων και των τριών παραπάνω πειραμάτων φαίνεται στην Εικόνα 4.19. Παρατηρείται ότι για τα δοκίμια που τοποθετούνται υπό γωνία 45° και 90° και μέχρι το μέγιστο φορτίο των 9.5 kN οι μετατοπίσεις σχεδόν ταυτίζονται. Αντιθέτως, για το δοκίμιο το οποίο ο άξονας της έκκεντρης οπής είναι στις 0° ως προς τον άξονα της φόρτισης και για το οποίο επήλθε αστοχία, οι μετατοπίσεις είναι αρκετά μικρότερες. Συγκρίνοντας με βάση ένα κοινό φορτίο, παρατηρούμε ότι για το δοκίμιο στις 0° και για $P=5.2$ kN= P_y , η μέγιστη μετατόπιση είναι 0.50 mm και αντιστοιχεί στο ανώτερο σημείο του δίσκου, ενώ για τα δύο δοκίμια στην ενδιάμεση κατάσταση με φορτίο $P=5$ kN η μέγιστη τιμή μετατόπισης είναι 0.35 mm.



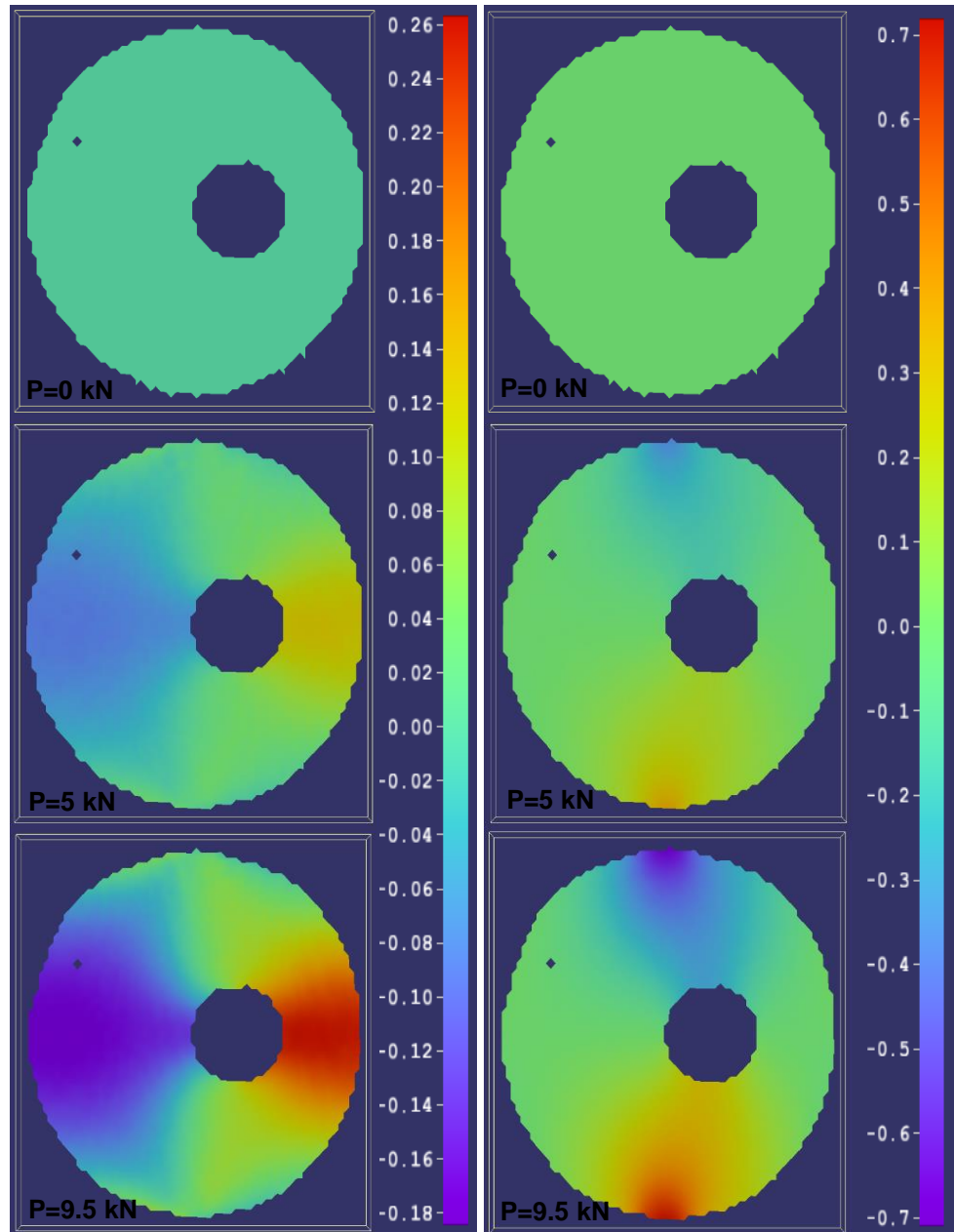
Εικόνα 4.16: (α) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά x. Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (rigid body).

Εικόνα 4.16: (β) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά y. Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (rigid body).



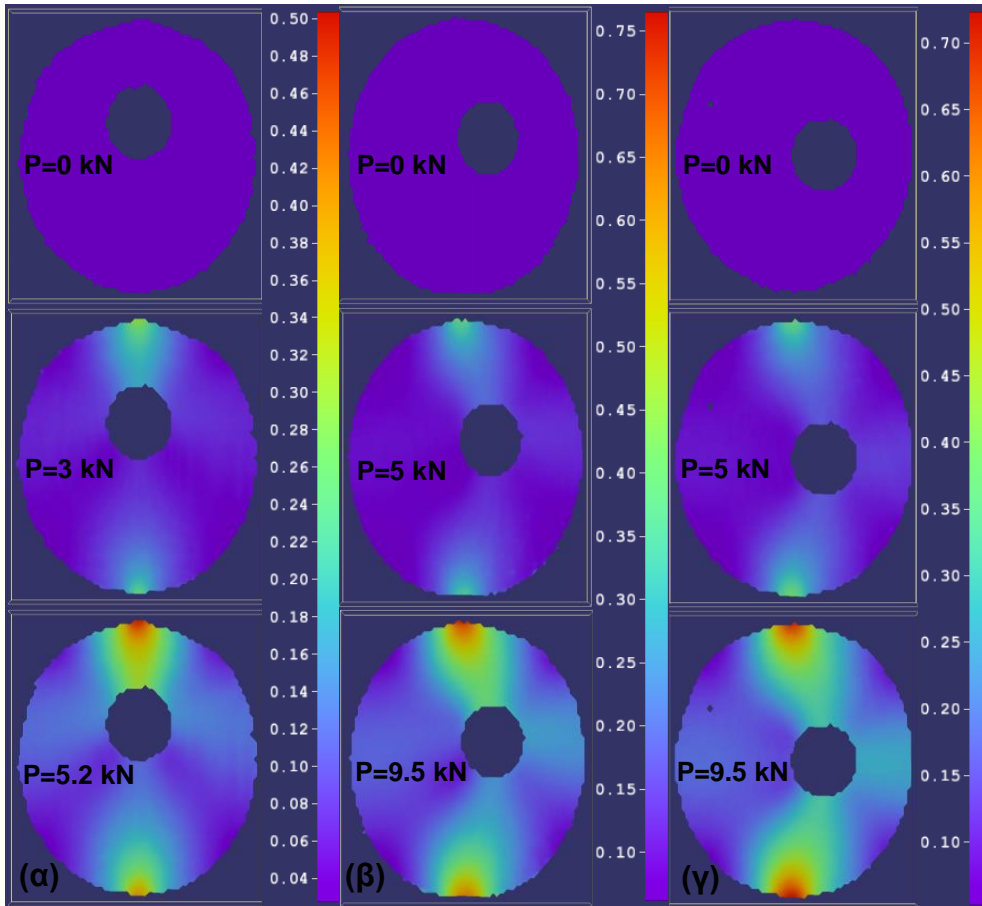
Εικόνα 4.17: (α) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά x . Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (*rigid body*).

Εικόνα 4.17: (β) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά y . Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (*rigid body*).



Εικόνα 4.18: (α) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά x. Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (rigid body).

Εικόνα 4.18: (β) Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] κατά y. Έχει αφαιρεθεί η κίνηση στερεού σώματος (rigid body).



Εικόνα 4.19 : Ολικό πεδίο μετατοπίσεων [mm] των δοκιμών με διάκεντρο $R_0/4$ υπό γωνία (α) 0° , (β) 45° , (γ) 90° από τον άξονα φόρτισης.

4.5.2.1 Επεξεργασία πρωτογενών δεδομένων από το σύστημα DIC

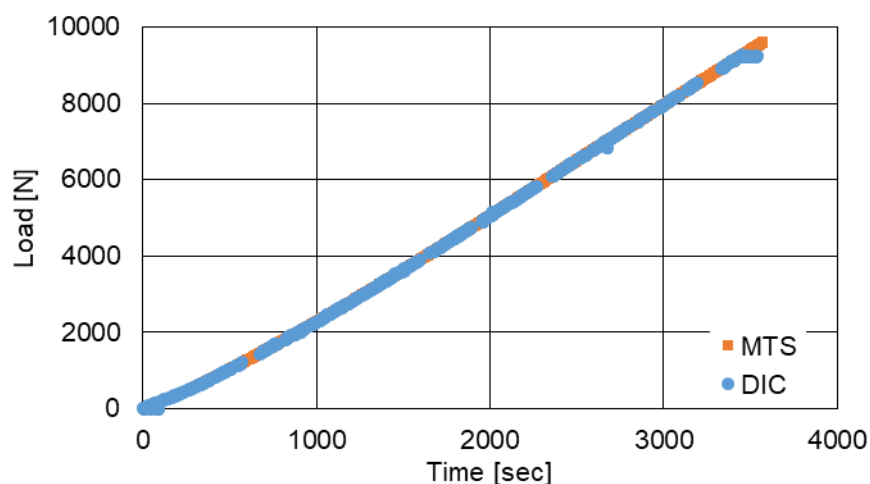
Κατ' αντιστοιχία με τα πρωτογενή δεδομένα που λήφθηκαν από τη γέφυρα, σκοπός της επεξεργασίας των εικόνων είναι να γίνει συσχέτιση της μετατόπισης κάθε σημείου του δοκιμίου σε σχέση με το φορτίο.

Όπως αναφέρθηκε και στην πειραματική διαδικασία, για τη διεξαγωγή των περισσότερων εκ των πειραμάτων χρειάστηκαν παραπάνω από ένα σετ φωτογραφιών. Για τον συσχετισμό των φωτογραφιών με το χρόνο καταγραφής από το DIC και με τον πραγματικό χρόνο διεξα-

γωγής του πειράματος που καταγράφεται από τη γέφυρα ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία.

Ο χρόνος καταγραφής από το σύστημα DIC για κάθε σειτ φωτογραφιών ξεκινάει από το μηδέν. Προφανώς, για παραπάνω από ένα σειτ, αυτός ο χρόνος μηδέν δεν αντιστοιχεί στον πραγματικό χρόνο. Γι' αυτό το λόγο, κατά τη διάρκεια του πειράματος, όταν ξεκινούσε το επόμενο σειτ φωτογραφιών σημειωνόταν στο φύλλο πειραματικών μετρήσεων η τιμή της μετατόπισης της μηχανής. Μετά το τέλος του πειράματος, παίρνοντας τα δεδομένα της γέφυρας μπορούσε να βρεθεί αυτή η τιμή της μετατόπισης που είχε σημειωθεί σε ποια χρονική στιγμή αντιστοιχεί. Έτσι, στη σωστή φωτογραφία (πρώτη φωτογραφία του συγκεκριμένου σειτ) αντιστοιχίζεται αυτή η χρονική στιγμή. Συνεχίζοντας αυτή τη διαδικασία για όσα σειτ είχαν χρειαστεί σε κάθε πείραμα προέκυπτε η πλήρης αντιστοίχιση των φωτογραφιών με τον πραγματικό χρόνο του πειράματος. Τέλος, χάρη σ' αυτόν το συσχετισμό, και έχοντας τα δεδομένα της γέφυρας για τη μετατόπιση και το φορτίο, προέκυπτε ακριβώς ποια τιμή φορτίου αντιστοιχούσε σε κάθε φωτογραφία. Μετά τη σωστή αντιστοίχιση των δεδομένων, ακολουθούσε περαιτέρω ανάλυση και επεξεργασία των πειραμάτων.

Το πρώτο και βασικό βήμα ήταν θέμα ελέγχου, ότι η παραπάνω διαδικασία είχε γίνει σωστά. Γι' αυτό το λόγο για κάθε πείραμα ξεχωριστά γινόταν σε κοινό διάγραμμα η γραφική παράσταση του φορτίου συναρτήσεως του χρόνου τόσο από τα δεδομένα της γέφυρας όσο και από την επεξεργασία των δεδομένων από το σύστημα DIC. Ενδεικτικά παρουσιάζεται παρακάτω μια γραφική παράσταση (Σχήμα 4.5).



Σχήμα 4.5: Γραφική παράσταση του φορτίου συναρτήσεως του χρόνου από τα δεδομένα της γέφυρας και του συστήματος DIC.

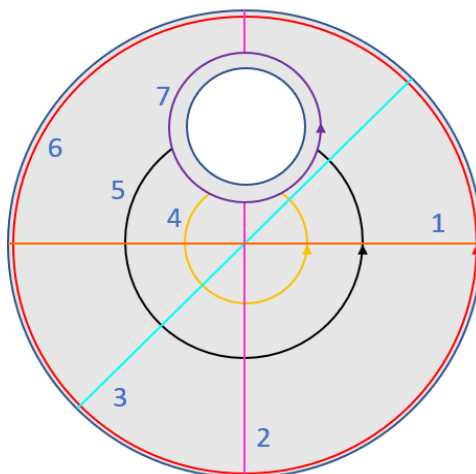
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1 ΓΕΝΙΚΑ

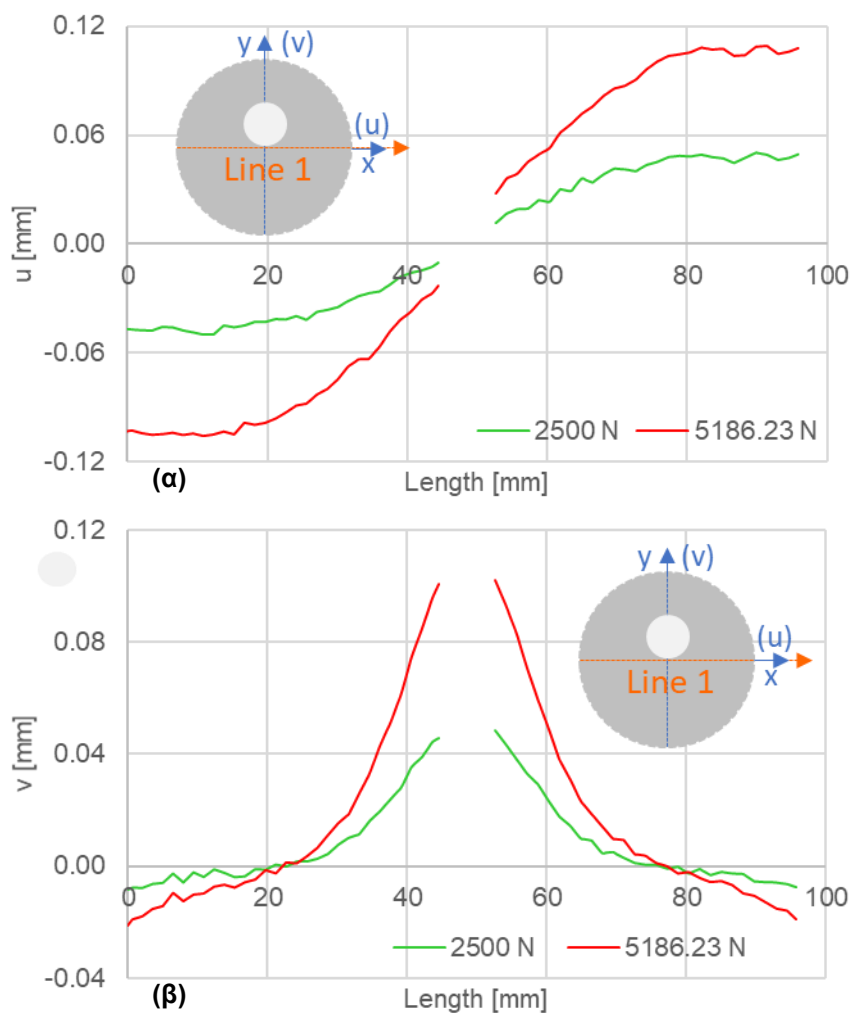
Μετά τη λήψη των πρωτογενών δεδομένων και την επεξεργασία τους προέκυψαν τα γραφήματα τα οποία αποτέλεσαν και τις πηγές εξαγωγής των συμπερασμάτων. Παρουσιάζονται τα διαγράμματα των οριζόντιων και κατακόρυφων μετατοπίσεων για τα δοκίμια στα οποία ο προσανατολισμός της διακέντρου (εδώ $\delta=R_o/4$) βρίσκεται υπό γωνία 0° , 45° και 90° από τον άξονα φόρτισης. Ενδεικτικά έχουν επιλεγεί για κάθε δοκίμιο τα φορτία $P_1=P_{max}/2$ και $P_2=P_{max}$. Οι περιοχές μελέτης (Σχήμα 5.1) είναι οι εξής:

1. Οριζόντια γραμμή (κάθετη στον άξονα φόρτισης).
 2. Κατακόρυφη γραμμή (άξονας φόρτισης).
 3. Γραμμή στις 45° ως προς τον άξονα φόρτισης.
 4. Κύκλος ακτίνας $0.26R_o$
 5. Κύκλος ακτίνας $0.50R_o$
 6. Κύκλος ακτίνας $0.98R_o$
 7. i) Κύκλος ακτίνας $1.27R_{in}$ για το δοκίμιο στις 0°
ii) Κύκλος ακτίνας $1.28R_{in}$ για τα δοκίμια στις 45° και στις 90°
- όπου $R_o = 5 \text{ cm}$ και $R_{in} = 1.25 \text{ cm}$ η εξωτερική και η εσωτερική ακτίνα του δίσκου και της οπής αντίστοιχα.



Σχήμα 5.1: Οι τελικές περιοχές μελέτης στην επιφάνεια του δοκίμιου.

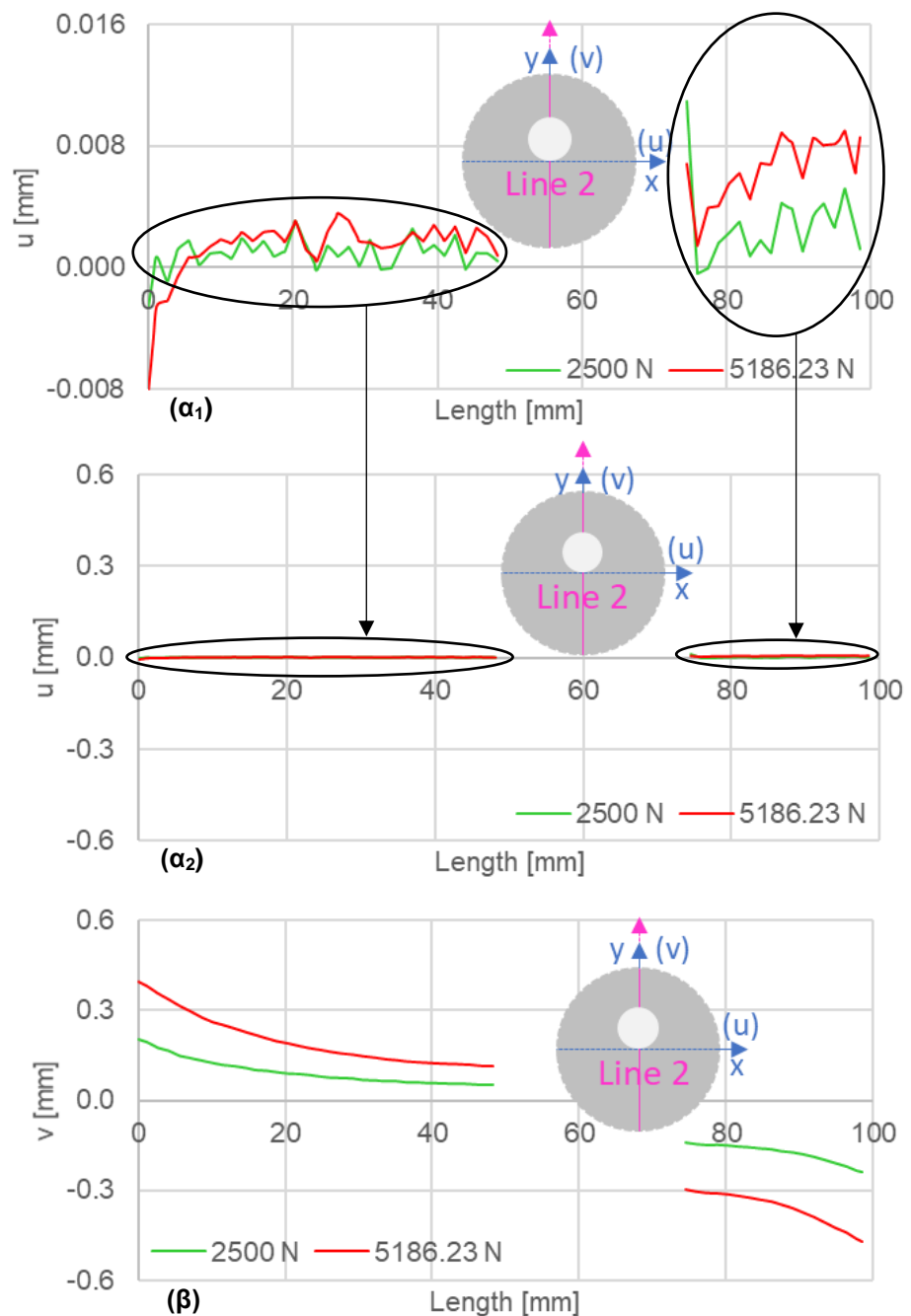
5.2 ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

5.2.1 ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_0/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 0° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Σχήμα 5.2: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της οριζόντιας γραμμής 1 συναρτήσει του μήκους της.

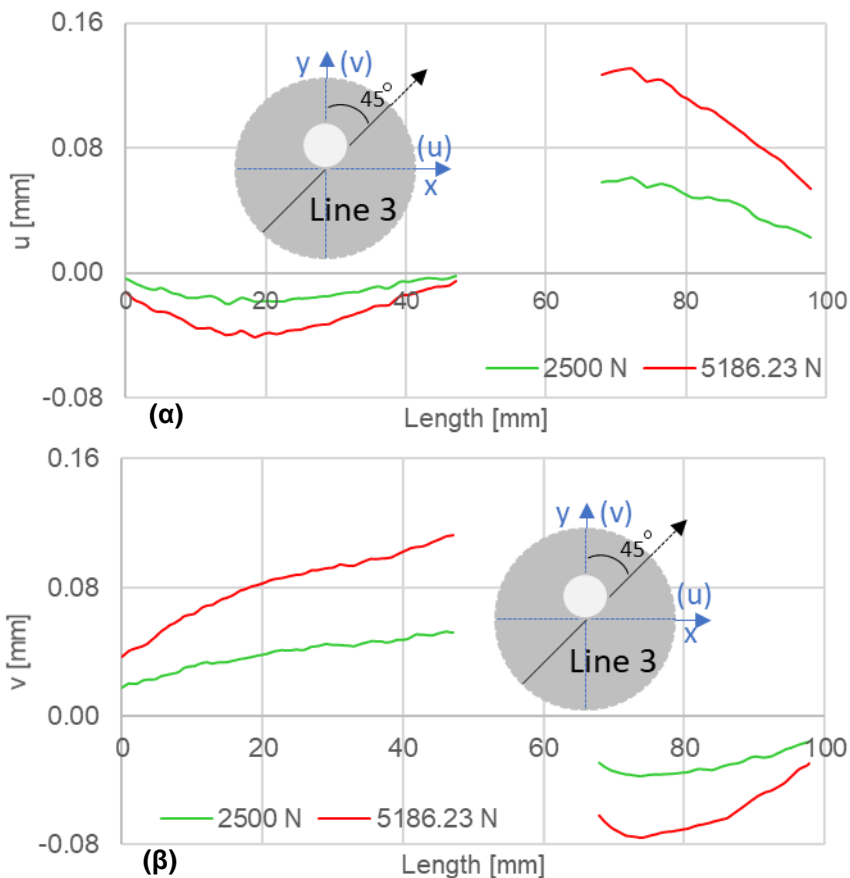
Η οριζόντια γραμμή παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον άξονα φόρτισης, δηλαδή κατά y . Παρατηρείται ότι πράγματι οι μετατοπίσεις ακολουθούν μια αντισυμμετρική συνάρτηση. Οι οριζόντιες μετατοπίσεις σταδιακά αυξάνονται (Σχ. 5.2(α)). Όσο για τις μετατοπίσεις κατά y , φαίνεται ότι αυξάνονται πλησιάζοντας την οπή (Σχ. 5.2(β)). Αντιθέτως, στα

άκρα του δοκιμίου και μακριά από την περιοχή της οπής οι κατακόρυφες μετατοπίσεις έχουν σχεδόν μηδενικές τιμές.



Σχήμα 5.3: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της κατακόρυφης γραμμής 2 συναρτήσει του μήκους της.

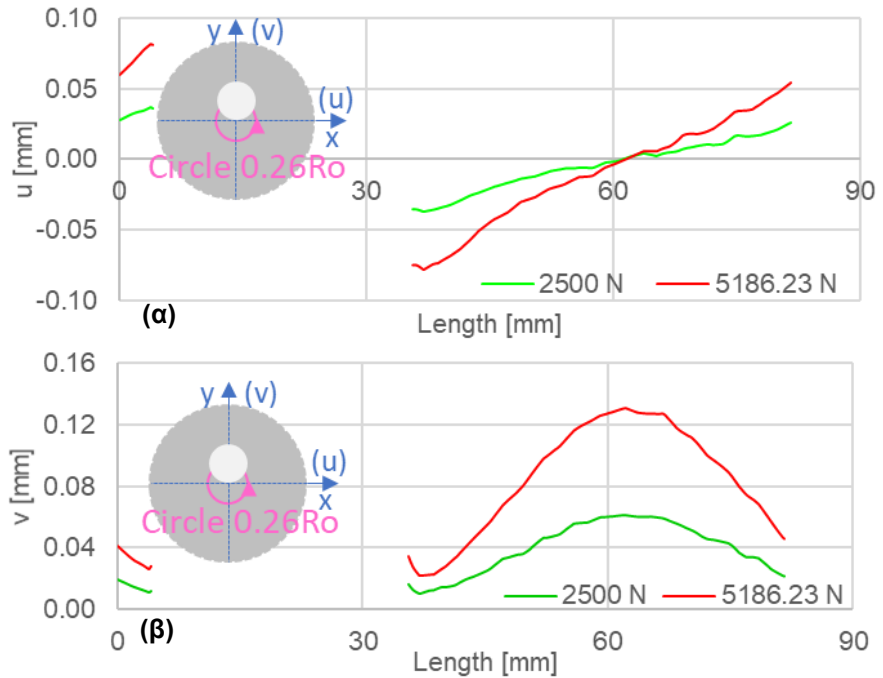
Η κατακόρυφη γραμμή 2 είναι ο άξονας φόρτισης. Στο Σχήμα 5.3(α₁) φαίνεται η πραγματική μορφή των οριζόντιων μετατοπίσεων σε κατάλληλη κλίμακα. Στο Σχήμα 5.3(α₂) και χρησιμοποιώντας την ίδια κλίμακα με αυτή των μετατοπίσεων κατά y γίνεται εμφανές ότι οι u μετατοπίσεις είναι μηδενικές. Οι κατακόρυφες μετατοπίσεις, σταδιακά κατά μήκος της γραμμής, μειώνονται.



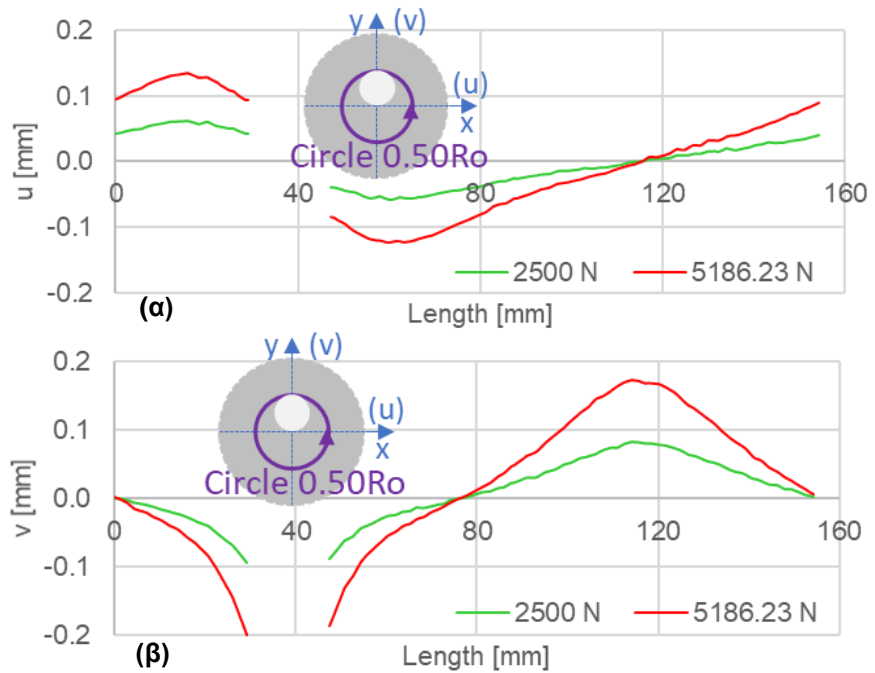
Σχήμα 5.4: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της γραμμής 3 συναρτήσει του μήκους της.

Η γραμμή 3 είναι ο άξονας που βρίσκεται στις 45° από τον άξονα φόρτισης. Παρατηρείται ότι οι οριζόντιες μετατοπίσεις αρχικά μειώνονται για να φτάσουν την ελάχιστη τιμή τους και έπειτα αυξάνονται μέχρι το κέντρο του δίσκου, όπου σχεδόν μηδενίζονται. Μετά την σπή φαίνεται να έχουν μια μέγιστη τιμή, ενώ στη συνέχεια μειώνονται και πάλι. Οι κατακόρυφες μετατοπίσεις αρχικά αυξάνονται, ενώ μετά την σπή μειώνονται φτάνοντας σε μια ελάχιστη τιμή, απ' όπου αυξάνονται και πάλι.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Αποτελέσματα



Σχήμα 5.5: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.26R_o$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

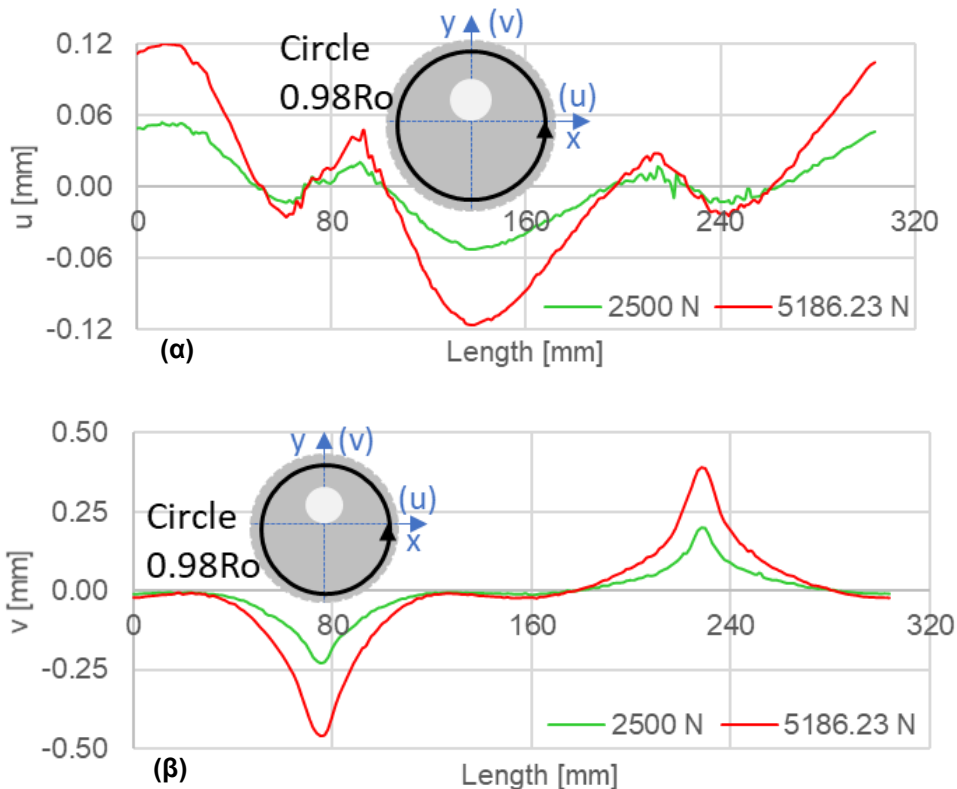


Σχήμα 5.6: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.50R_o$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

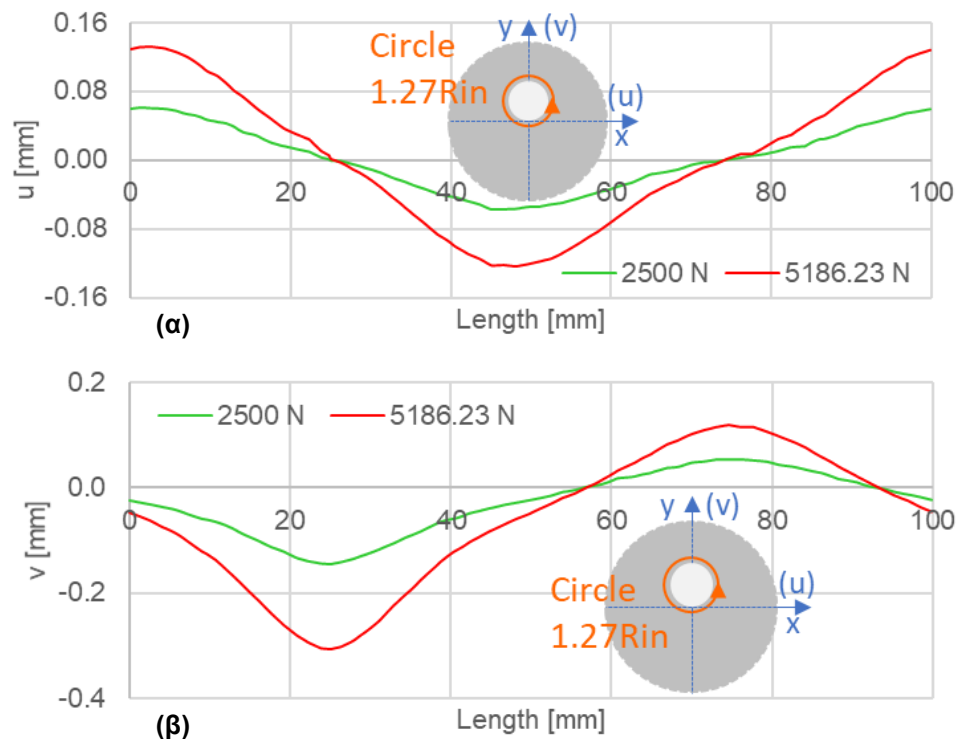
Στα Σχήματα 5.5 και 5.6 φαίνονται οι μετατοπίσεις των κύκλων ακτίνας $0.26R_0$ και $0.50R_0$ αντίστοιχα κατά το x και y άξονα. Πιο ξεκάθαρη εικόνα για τις μετατοπίσεις προκύπτει από τα διαγράμματα του κύκλου $0.50R_0$ (Σχ. 5.6), διότι στα γραφήματα του κύκλου $0.26R_0$ (Σχ. 5.5) υπάρχει μια ελαφρά διαταραχή λόγω της πολύ κοντινής του θέσης με την οπή.

Οι μετατοπίσεις κατά x αρχικά αυξάνονται. Μετά την οπή μειώνονται φτάνοντας μια ελάχιστη τιμή, και έπειτα αυξάνονται και πάλι. Υπάρχει ένα σημείο μηδενισμού το οποίο αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $3\pi R/2$, κάτι που είναι λογικό αφού το σημείο αυτό ανήκει στον άξονα φόρτισης.

Οι μετατοπίσεις κατά y ξεκινούν (σχεδόν) από το μηδέν και στη συνέχεια ελαττώνονται. Μετά την περιοχή της οπής αυξάνονται φτάνοντας ένα σημείο μηδενισμού το οποίο αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $2\pi R/2$. Συνεχίζουν να αυξάνονται μέχρι μια μέγιστη τιμή για τόξο μήκους $3\pi R/2$ και τέλος μειώνονται και πάλι.



Σχήμα 5.7: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.98R_0$ κατά μήκος της περιμέτρου του.



Σχήμα 5.8: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $1.27R_{in}$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

Ο κύκλος ακτίνας $0.98R_o$ είναι ο πιο κοντινός στην περίμετρο του κύκλου, δίνοντας ουσιαστικά τη μακροσκοπική εικόνα για τις συνολικές μετατοπίσεις του δοκιμίου. Ο κύκλος ακτίνας $1.27R_{in}$ είναι ο πιο κοντινός στο σύνορο της εκκεντρής οπής παρέχοντας πληροφορίες για το πεδίο μετατοπίσεων πολύ κοντά σε αυτήν.

Όλοι οι κύκλοι έχουν διαγραφεί με το μηδέν να βρίσκεται στην οριζόντια γραμμή και με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Η γενική ιδέα για τη μορφή των μετατοπίσεων στους κύκλους είναι η εξής:

- Οριζόντιες μετατοπίσεις (u): Η αρχή του κύκλου είναι ένα σημείο το οποίο ανήκει στην οριζόντια γραμμή (κάθετη στον άξονα φόρτισης), άρα οι u μετατοπίσεις θα λαμβάνουν μια αρχική (μέγιστη) τιμή. Για τόξο μήκους $2\pi R/4$ σιγά σιγά ελαττώνονται έως ότου μηδενιστούν. Ο μηδενισμός αυτός οφείλεται στο γεγονός ότι το μεμονωμένο σημείο που αντιστοιχεί σε $2\pi R/4$ βρίσκεται στον

άξονα φόρτισης. Στη συνέχεια, οι μετατοπίσεις μειώνονται φτάνοντας μια ελάχιστη τιμή (ή αλλιώς μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή) στο σημείο που αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $2\pi R/2$. Από εκεί και έπειτα αρχίζουν πάλι να αυξάνονται μέχρι το επόμενο σημείο μηδενισμού, το οποίο ανήκει στον άξονα φόρτισης και αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $3\pi R/2$. Τέλος, αυξάνονται και πάλι φτάνοντας στην αρχική (μέγιστη) τιμή τους.

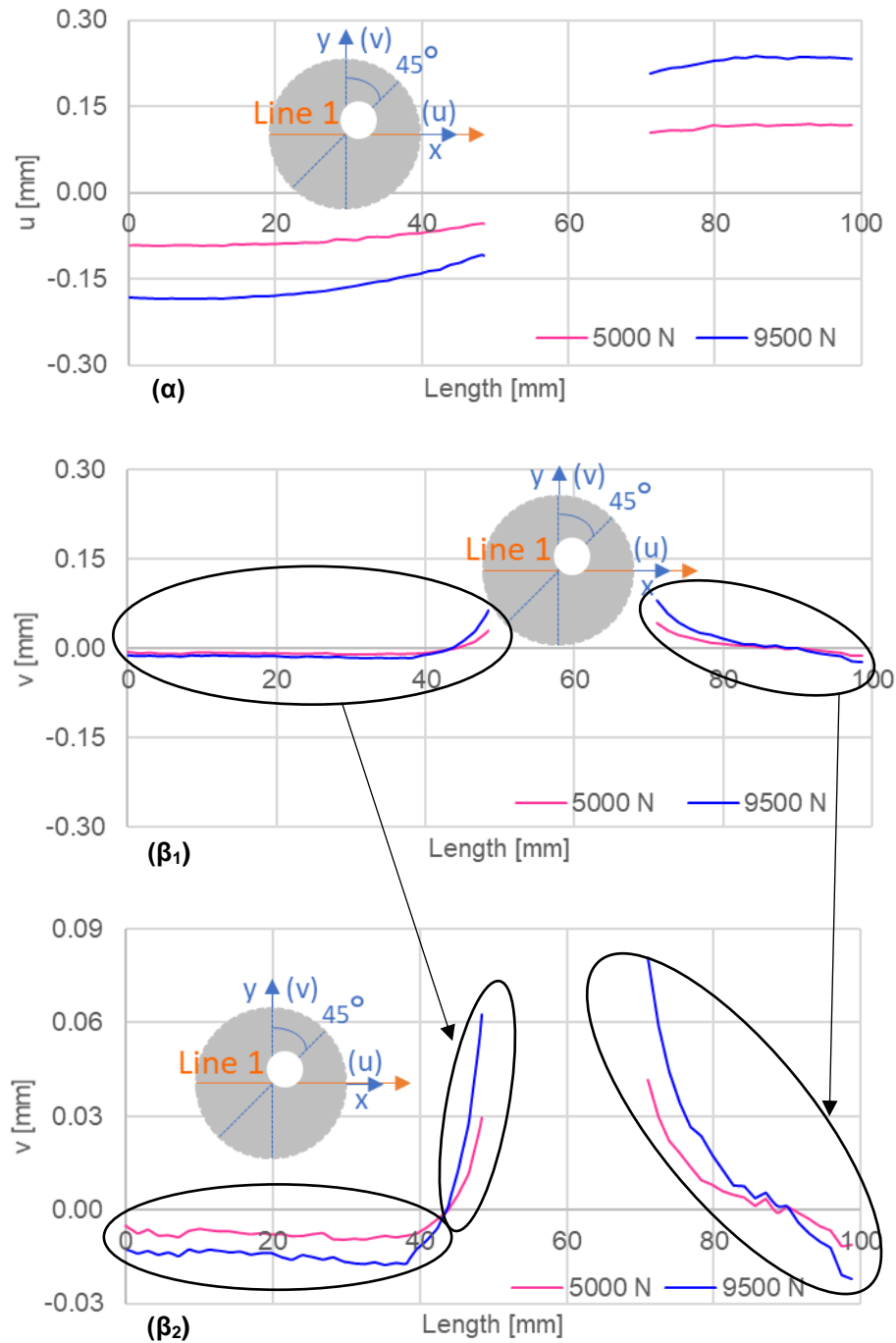
- Μετατοπίσεις κατά τον y άξονα (v): Η αρχή του κύκλου είναι ένα σημείο το οποίο ανήκει στην οριζόντια γραμμή (κάθετη στον άξονα φόρτισης), άρα οι v μετατοπίσεις θα έχουν μηδενική τιμή. Στη συνέχεια, οι μετατοπίσεις μειώνονται φτάνοντας μια ελάχιστη τιμή (ή αλλιώς μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή) στο σημείο που αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $2\pi R/4$. Για τόξο μήκους $2\pi R/2$ σιγά σιγά αυξάνονται έως ότου μηδενιστούν. Ο μηδενισμός αυτός οφείλεται στο ότι το μεμονωμένο σημείο που αντιστοιχεί σε $2\pi R/2$ βρίσκεται στην οριζόντια γραμμή (κάθετη στον άξονα φόρτισης). Από εκεί και μετά αρχίζουν πάλι να αυξάνονται φτάνοντας μια μέγιστη τιμή στο σημείο το οποίο αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $3\pi R/2$. Τέλος, μειώνονται και πάλι έως ότου μηδενιστούν.

5.2.2 ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_0/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 45° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

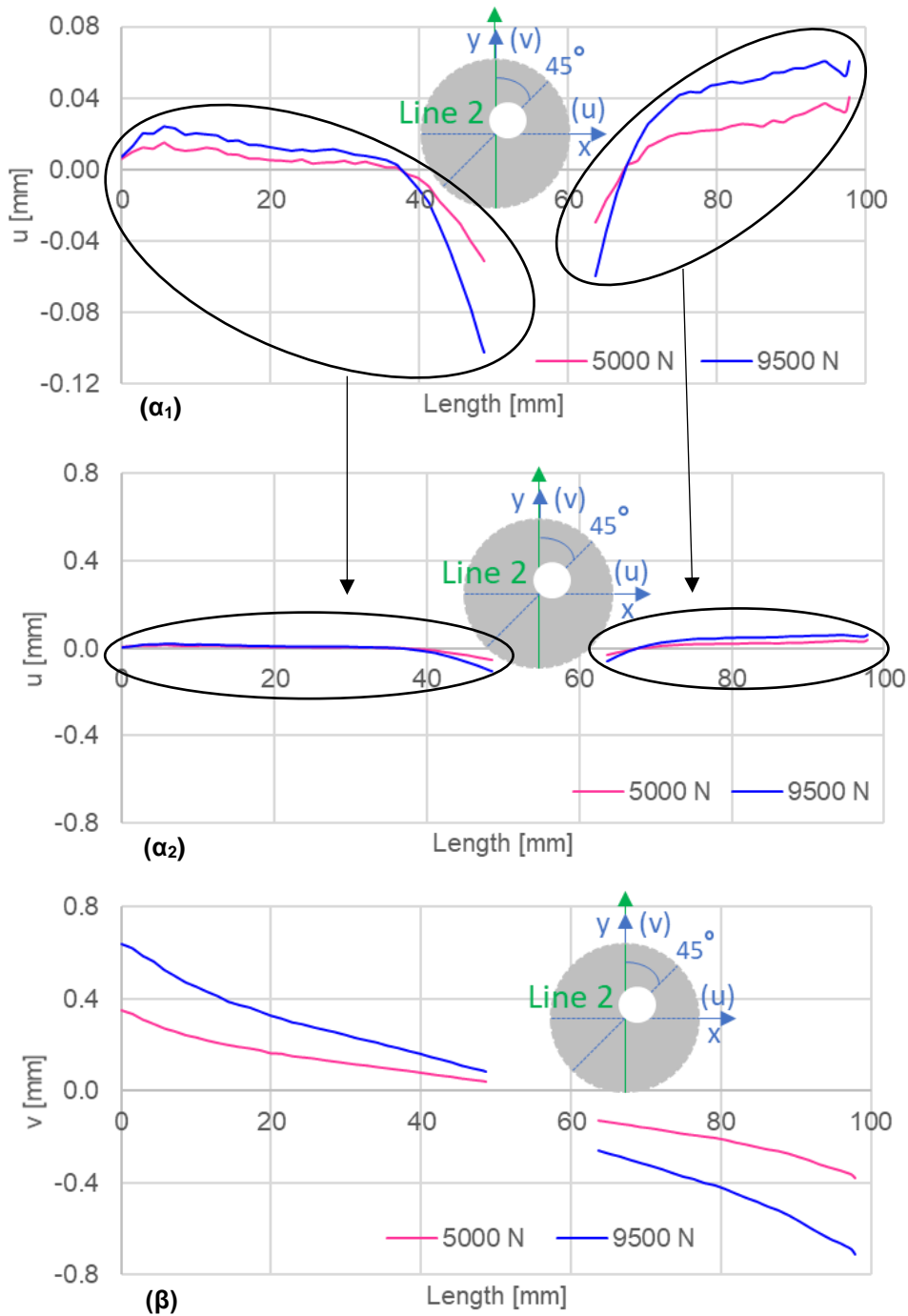
Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα του δοκιμίου διακέντρου $R_0/4=1.25$ cm στο οποίο ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται υπό γωνία 45° ως προς τον άξονα της φόρτισης.

Αρχικά παρατηρείται ότι κατά μήκος της οριζόντιας γραμμής (κάθετη στον άξονα φόρτισης), οι οριζόντιες μετατοπίσεις σταδιακά αυξάνονται (Σχήμα 5.9(α)) ενώ οι κατακόρυφες μετατοπίσεις είναι σχεδόν μηδενικές (Σχήμα 5.9(β₁)). Παρόλα αυτά, με χρήση κατάλληλης κλίμακας (Σχ. 5.9(β₂)) είναι φανερό ότι πλησιάζοντας την οπή οι v μετατοπίσεις αυξάνονται. Μακριά όμως από την περιοχή της οπής και προς τα άκρα του δοκιμίου παρατηρούνται πράγματι μηδενικές (παρασιτικές) τιμές.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Αποτελέσματα

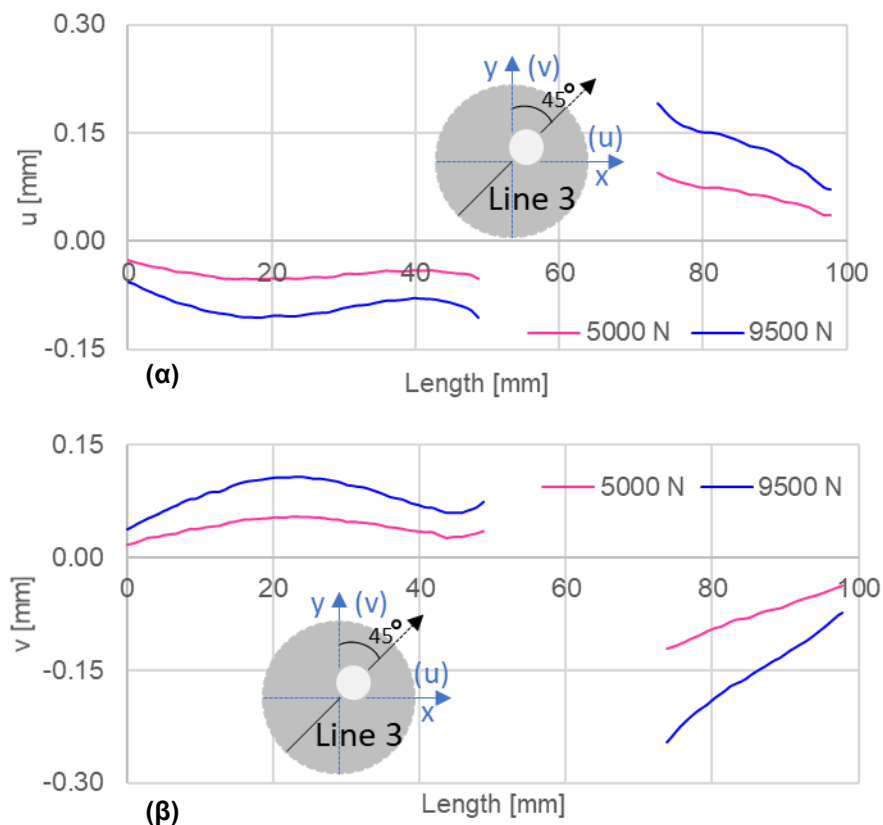


Σχήμα 5.9: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της οριζόντιας γραμμής 1 συναρτήσει του μήκους της.



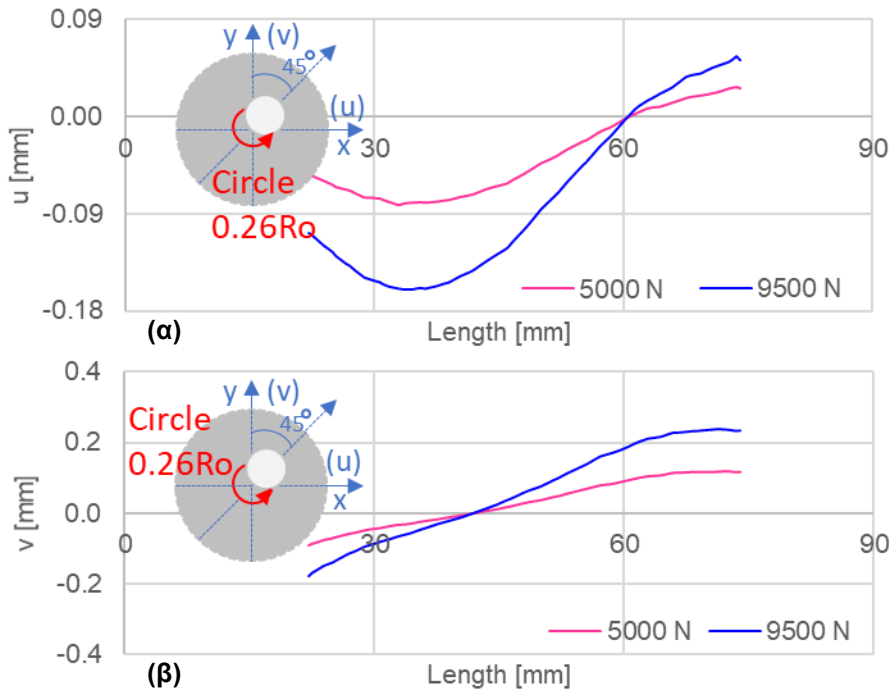
Σχήμα 5.10: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της κατακόρυφης γραμμής 2 συναρτήσει του μήκους της.

Κατά μήκος του άξονα φόρτισης οι κατακόρυφες μετατοπίσεις μειώνονται. Στο Σχήμα 5.10(α₁) και με κατάλληλη κλίμακα φαίνεται η πραγματική μορφή των u μετατοπίσεων, όπου παρατηρείται ότι αυξάνονται (κατ' απόλυτη τιμή) πλησιάζοντας την περιοχή της οπής. Με χρήση της ίδιας κλίμακας με αυτή των μετατοπίσεων κατά y (Σχήμα 5.10(α₂)), φαίνεται ότι οι u μετατοπίσεις είναι συνολικά μηδενικές.

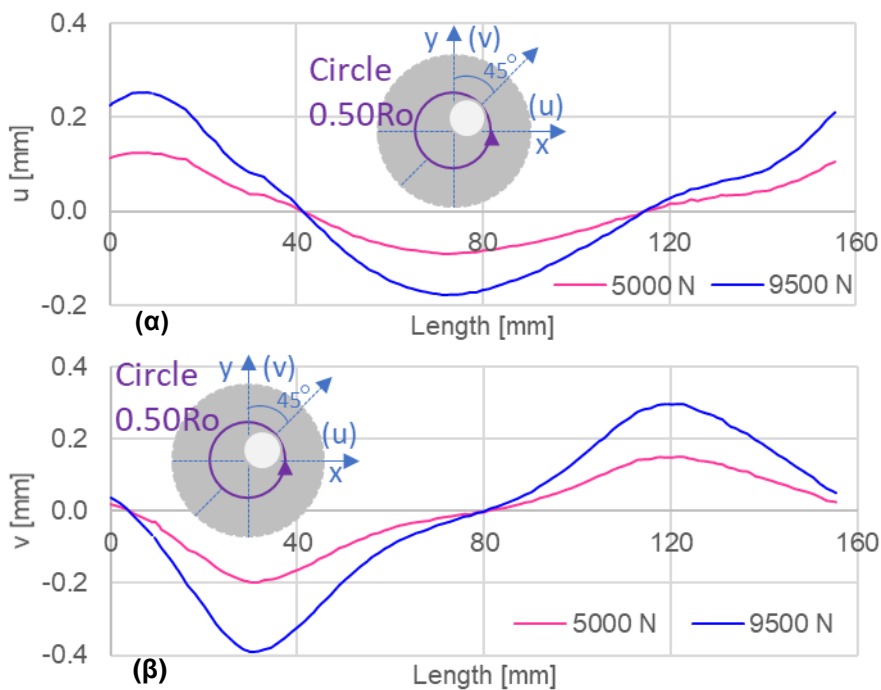


Σχήμα 5.11: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της γραμμής 3 συναρτήσει του μήκους της.

Η γραμμή 3 είναι ο άξονας που βρίσκεται στις 45° από τον άξονα φόρτισης. Οι μετατοπίσεις κατά x αρχικά μειώνονται μέχρι και το σημείο το οποίο ο άξονας συναντά την οπή. Μετά την οπή φαίνεται να έχουν μια μέγιστη τιμή, ενώ έπειτα μειώνονται και πάλι. Όσο για τις κατακόρυφες μετατοπίσεις, αρχικά αυξάνονται φτάνοντας μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνονται. Μετά την περιοχή της οπής και αφού προηγουμένως έχουν μειωθεί, αυξάνονται και πάλι.

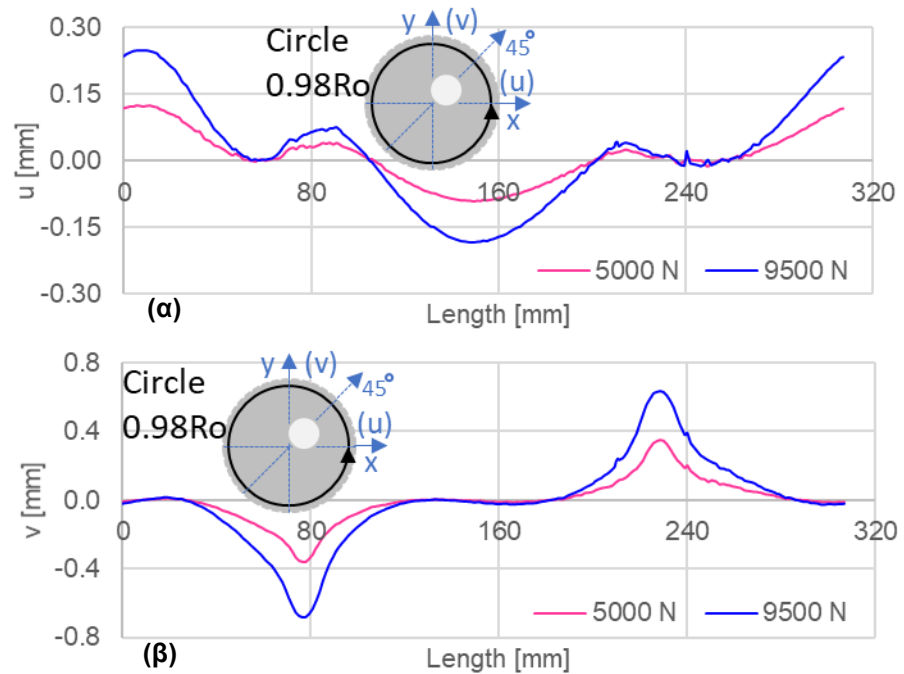


Σχήμα 5.12: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.26R_0$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

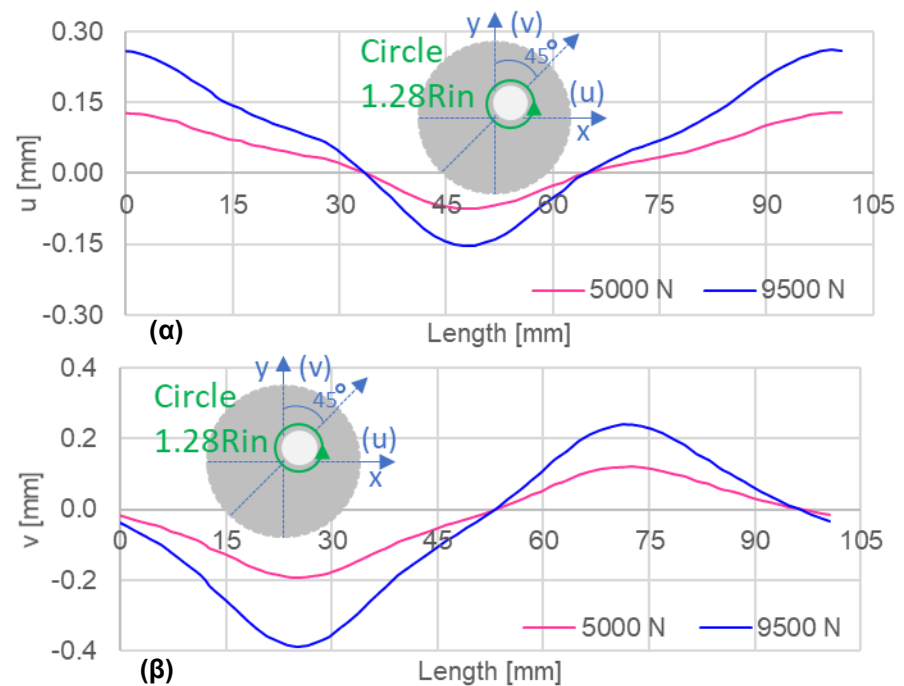


Σχήμα 5.13: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.50R_0$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Αποτελέσματα



Σχήμα 5.14: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.98R_0$ κατά μήκος της περιμέτρου του.



Σχήμα 5.15: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $1.28R_{in}$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

Στα Σχήματα 5.12 έως 5.15 παρουσιάζονται τα διαγράμματα για τις οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των κύκλων ακτίνας $0.26R_o$, $0.50R_o$, $0.98R_o$ και $1.28R_{in}$ για το δοκίμιο το οποίο ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται στις 45° από τον άξονα φόρτισης. Ποιοτικά εμφανίζουν πολλές ομοιότητες με τις καμπύλες των αντίστοιχων κύκλων για το δοκίμιο που βρίσκεται στις 0° .

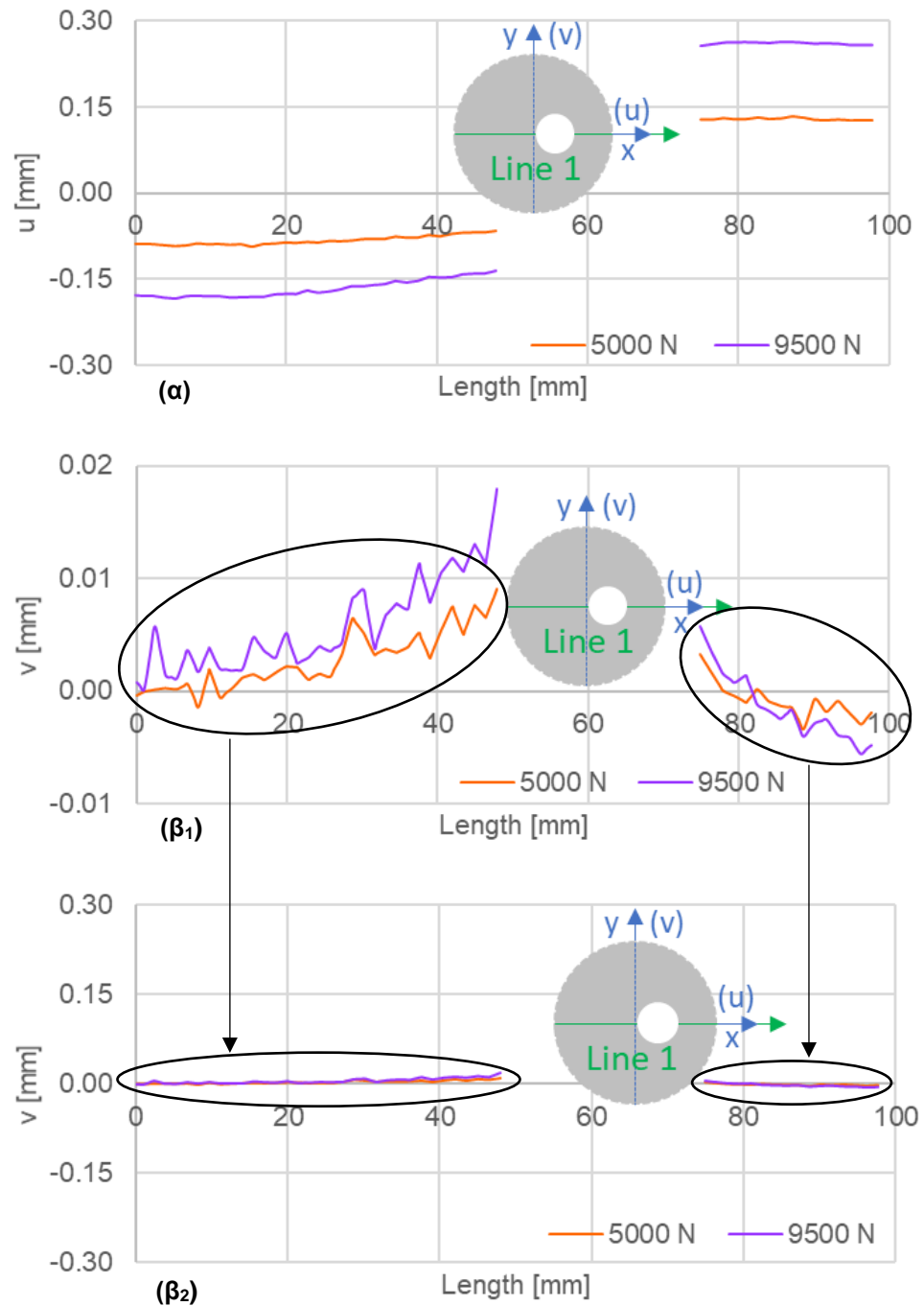
Η θέση του άξονα της έκκεντρης οπής του δοκιμίου στις 45° από τον άξονα φόρτισης αποτελεί μια τυχαία θέση. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, δε μπορεί κάποιο αποτέλεσμα να θεωρηθεί προβλεπόμενο ή να αιτιολογηθεί από κάποιο είδους συμμετρία. Αυτό που μπορεί να ειπωθεί, είναι ότι το μεγαλύτερο μέρος της οπής βρίσκεται στο δεξί ημίδισκο, καθιστώντας τον έτσι λιγότερο στιβαρό. Άρα για το μήκος των γραμμών 1 και 3 (Line 1, Line 3) που βρίσκεται μετά την περιοχή της οπής στο δεξί μέρος του δοκιμίου, είναι αναμενόμενο να παρατηρούνται μεγαλύτερες μετατοπίσεις.

5.2.3 ΔΟΚΙΜΙΟ ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΥ $R_o/4$ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑ 90° ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

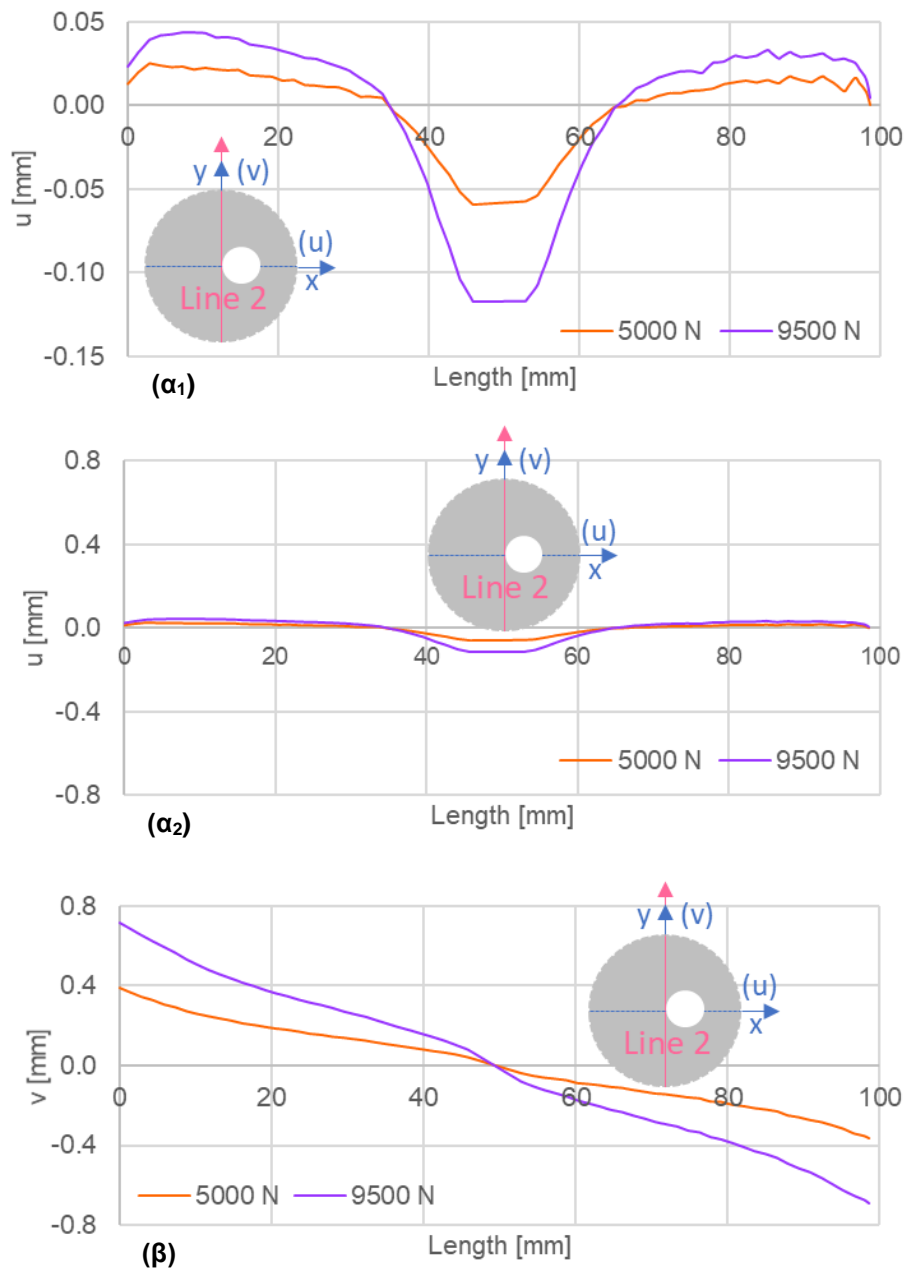
Παρακάτω παρατίθενται για πληρότητα τα διαγράμματα του δοκιμίου διακέντρου $R_o/4=1.25$ cm στο οποίο ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται υπό γωνία 90° ως προς τον άξονα της φόρτισης. Στην περίπτωση αυτή, υπάρχει συμμετρία ως προς τον x άξονα του δοκιμίου.

Κατά μήκος της οριζόντιας γραμμής 1, η οποία είναι κάθετη στον άξονα φόρτισης, οι οριζόντιες μετατοπίσεις σταδιακά αυξάνονται (Σχήμα 5.16(α)). Συγκρίνοντας με μια κοινή κλίμακα, οι κατακόρυφες μετατοπίσεις είναι μηδενικές (Σχήμα 5.16(β₂)). Παρόλα αυτά, με χρήση κατάλληλης κλίμακας (Σχήμα 5.16(β₁)) παρατηρείται ότι πλησιάζοντας την περιοχή της οπής οι μετατοπίσεις κατά y αυξάνονται.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Αποτελέσματα



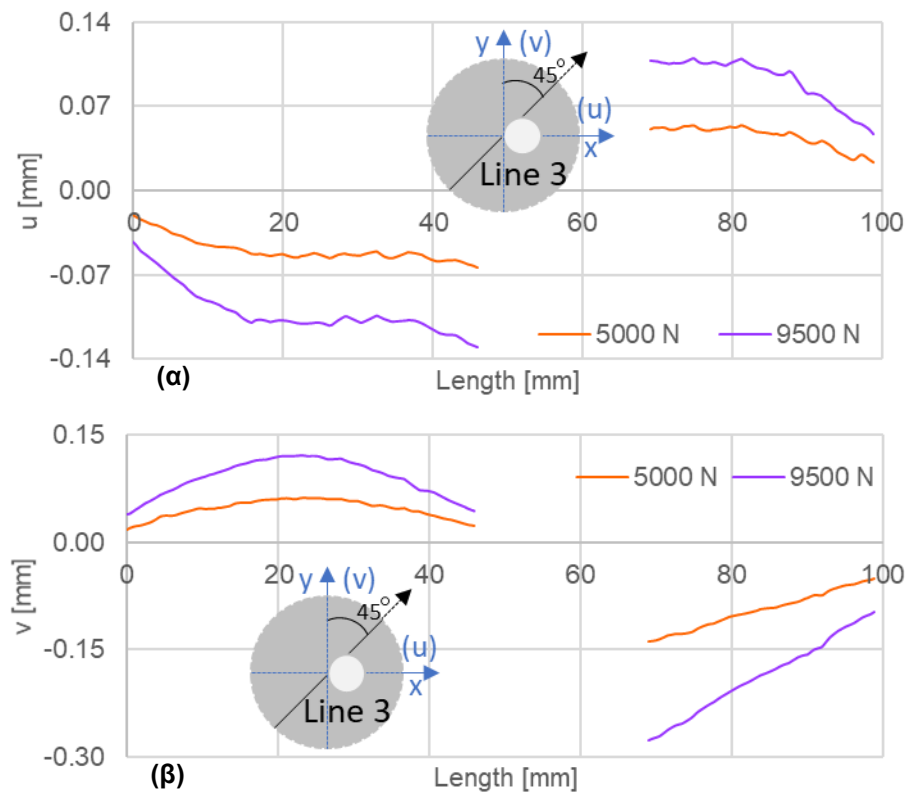
Σχήμα 5.16: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της οριζόντιας γραμμής 1 συναρτήσει του μήκους της.



Σχήμα 5.17: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της κατακόρυφης γραμμής 2 συναρτήσει του μήκους της.

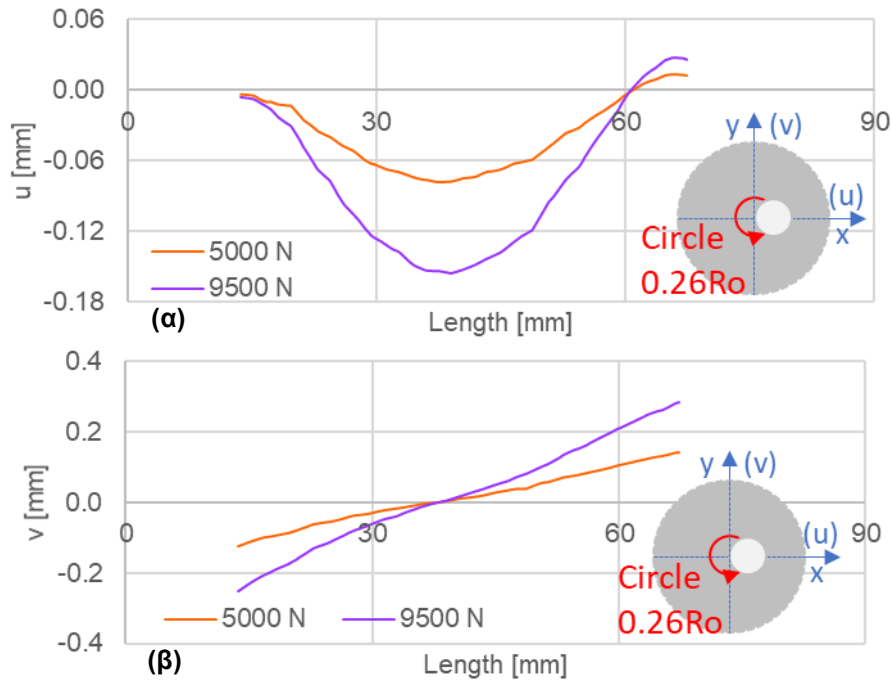
Η κατακόρυφη γραμμή 2 είναι ο άξονας φόρτισης. Παρατηρώντας την κανονική μορφή (Σχ. 5.17(α₁)) των οριζόντιων μετατοπίσεων, συμπεραίνεται ότι μακριά από την οπή έχουν σχεδόν μηδενικές τιμές, ενώ

πλησιάζοντας την αυξάνονται (κατ' απόλυτη τιμή). Χρησιμοποιώντας την ίδια κλίμακα με αυτή των μετατοπίσεων κατά y (Σχ. 5.17(α₂)), φαίνεται ότι συγκριτικά οι u μετατοπίσεις είναι μηδενικές. Οι κατακόρυφες μετατοπίσεις κατά μήκος του άξονα φόρτισης μειώνονται, ακολουθώντας σχεδόν μια αντισυμμετρική συνάρτηση και παρουσιάζοντας μια μικρή διαταραχή στο κέντρο, λόγω παρουσίας της οπής.

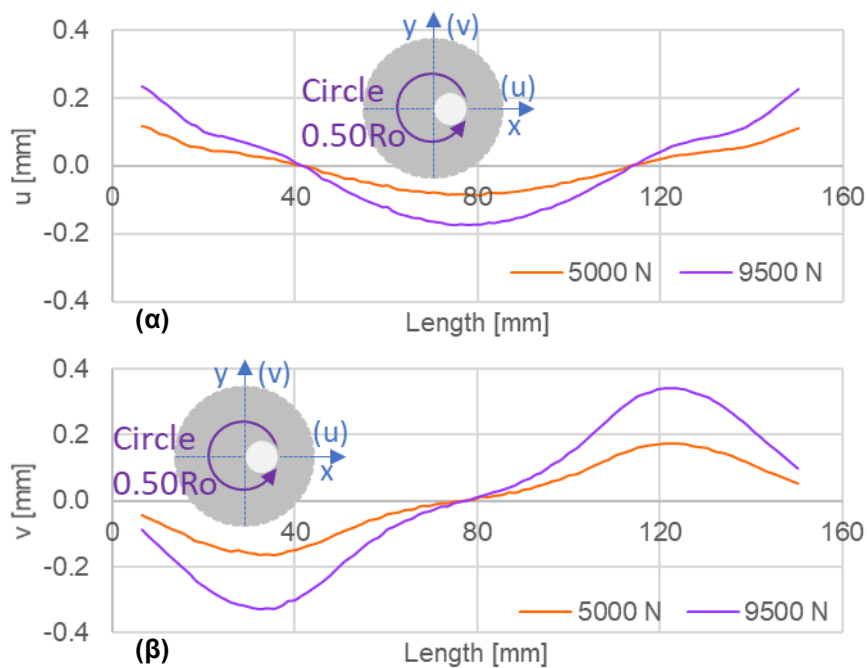


Σχήμα 5.18: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις της γραμμής 3 συναρτήσει του μήκους της.

Για τον άξονα που βρίσκεται στις 45° από τον άξονα φόρτισης παρατηρείται ότι οι οριζόντιες μετατοπίσεις αρχικά μειώνονται για να φτάσουν την ελάχιστη τιμή τους στο κέντρο του δίσκου. Έπειτα φαίνεται να φτάνουν σε μια μέγιστη και σχετικά σταθερή τιμή μετά την οπή, ενώ, τέλος, μειώνονται και πάλι. Όσο για τις κατακόρυφες μετατοπίσεις, αρχικά αυξάνονται φτάνοντας μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνονται μέχρι το κέντρο του δίσκου. Μετά την οπή και για το υπόλοιπο μήκος του άξονα αυτού αυξάνονται.

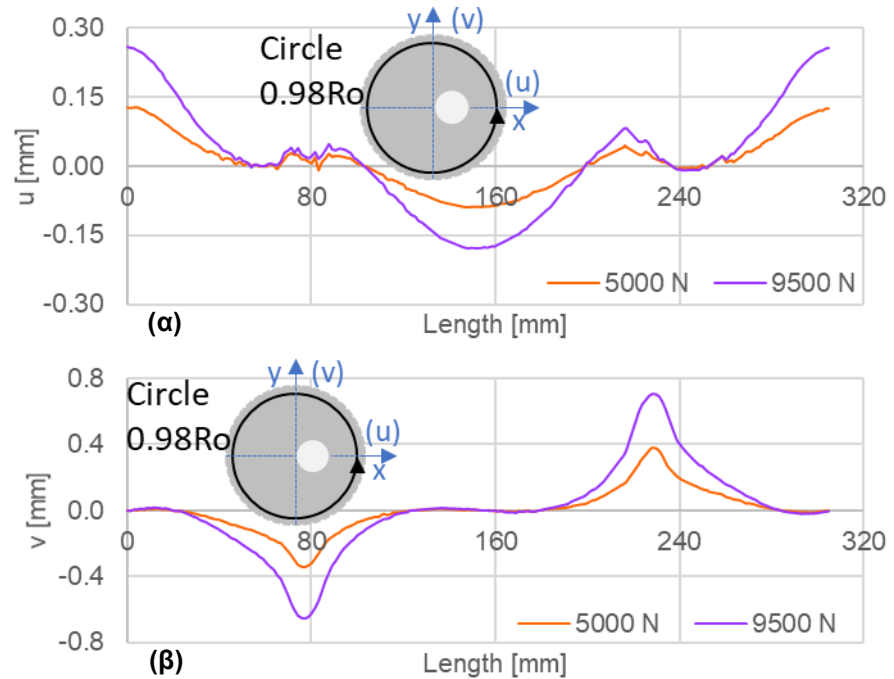


Σχήμα 5.19: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.26R_o$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

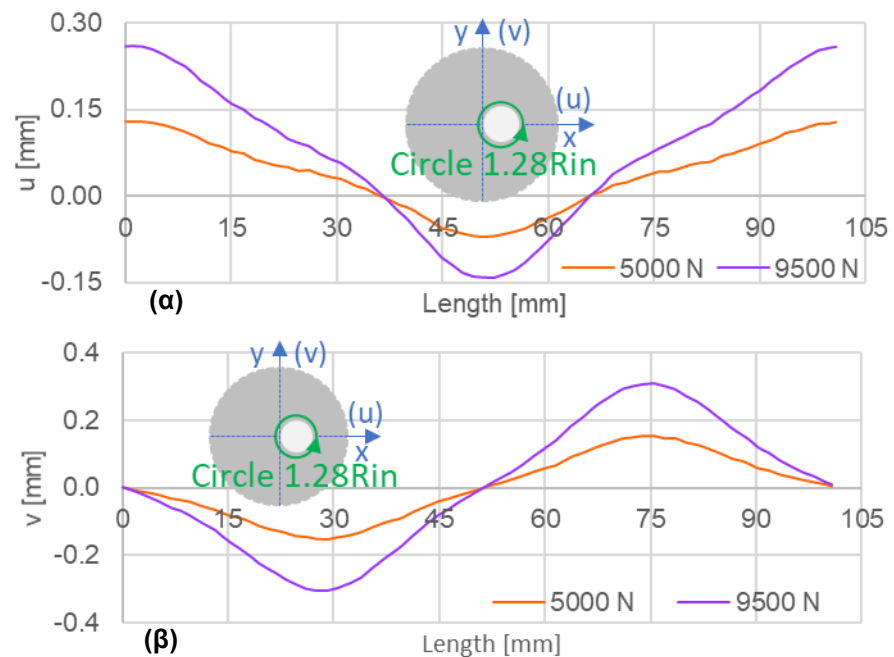


Σχήμα 5.20: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.50R_o$ κατά μήκος της

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Αποτελέσματα



Σχήμα 5.21: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $0.98R_o$ κατά μήκος της περιμέτρου του.



Σχήμα 5.22: Οι (α) οριζόντιες και (β) κατακόρυφες μετατοπίσεις του κύκλου ακτίνας $1.28R_{in}$ κατά μήκος της περιμέτρου του.

Στα Σχήματα 5.19 έως 5.22 δίνονται τα διαγράμματα για τις οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των κύκλων ακτίνας $0.26R_o$, $0.50R_o$, $0.98R_o$ και $1.28R_{in}$ κατά μήκος των περιμέτρων τους για το δοκίμιο στο οποίο ο άξονας της έκκεντρης οπής βρίσκεται υπό γωνία 90° ως προς τον άξονα της φόρτισης. Ποιοτικά εμφανίζουν πολλές ομοιότητες με τις καμπύλες των αντίστοιχων κύκλων για τα δοκίμια που βρίσκονται στις 0° και 45° . Επομένως, η γενική ιδέα που διατυπώθηκε για την αναμενόμενη συμπεριφορά και τη μορφή των μετατοπίσεων κατά μήκος των κύκλων για το πρώτο δοκίμιο δείχνει να ισχύει και σε αυτήν την περίπτωση.

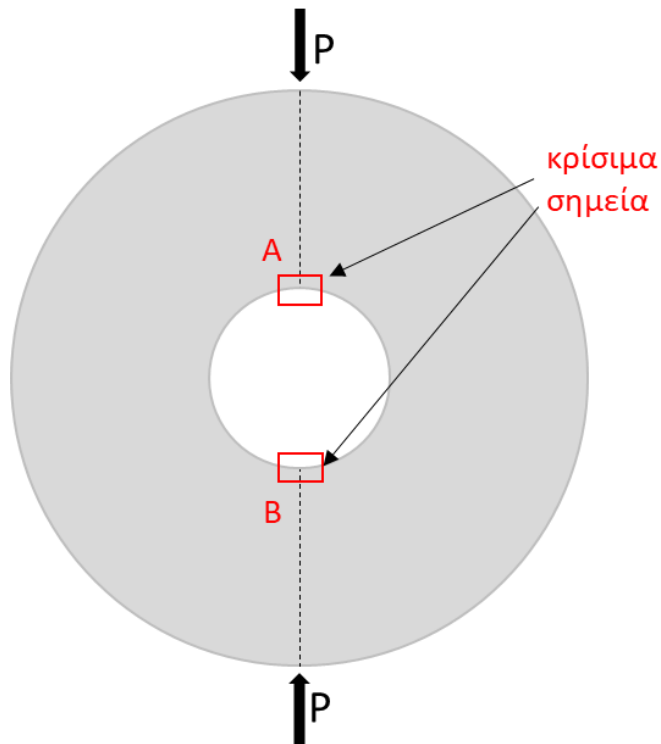
Αυτό που αξίζει να σημειωθεί, είναι ότι ο δεξιός ημίδισκος είναι λιγότερο στιβαρός λόγω της ύπαρξης της οπής άρα και επιρρεπής σε μεγαλύτερες παραμορφώσεις. Επομένως, είναι λογικό για το μήκος των γραμμών 1 και 3 (Line 1, Line 3) που βρίσκεται μετά την περιοχή της οπής, στο δεξί μέρος του δοκιμίου, να υπάρχουν μεγαλύτερες μετατοπίσεις.

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα των διαταραχών που επέρχονται στο παραμορφωσιακό πεδίο κυκλικού δακτυλίου λόγω της ύπαρξης της εκκεντρότητας, δηλαδή της μη ταύτισης του γεωμετρικού κέντρου του δίσκου με το γεωμετρικό κέντρο της οπής.

Κίνητρο της εργασίας αποτέλεσε η τεκμηριωμένη στη βιβλιογραφία άποψη ότι το κλασσικό κατά Carneiro [1] και Akazawa [2] πείραμα Βραζιλιανού δίσκου μπορεί να δώσει επισφαλή αποτελέσματα σε περιπτώσεις υλικών των οποίων η θλιπτική και η εφελκυστική αντοχή είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους, ή στην περίπτωση που η έναρξη της θραύσεως λαμβάνει χώρα σε σημεία πέραν του κέντρου του κυκλικού δίσκου. Η συγκεκριμένη κριτική στο πείραμα Βραζιλιανού δίσκου διατυπώθηκε ρητώς από τους Mellor και Hawkes [14] αλλά και από τον Hobbs [6] ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του '60. Στην κατεύθυνση της θεραπείας των ως άνω αδυναμιών προτάθηκαν διάφορες τροποποιημένες γεωμετρίες, όπως για παράδειγμα του “Μερικώς επιπεδωμένου δίσκου (flattened Brazilian disc), του Βραζιλιανού ημίδίσκου (semicircular Brazilian disc)” κλπ. Μεταξύ των τροποποιημένων αυτών γεωμετριών ευρείας αποδοχής έτυχε η γεωμετρία κυκλικού δίσκου με κεντρική οπή (circular ring). Το βασικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης γεωμετρίας είναι ότι στα σημεία της αναμενόμενης θραύσης (σημεία A και B του κάτωθι Σχήματος 1), το τασικό πεδίο περιλαμβάνει αποκλειστικά και μόνο μία και μόνο μία εφελκυστική συνιστώσα. Αν και η ευθεία συσχέτιση της συνιστώσας αυτής με την εφελκυστική αντοχή του υλικού του δακτυλίου δεν έχει εις έτη πλήρως διευκρινιστεί, εν τούτοις, η συγκεκριμένη γεωμετρία χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα διότι θεωρήθηκε ότι είναι απαλλαγμένη από τις ουσιωδέστερες αδυναμίες του κλασσικού συμπαγούς Βραζιλιανού δίσκου.

Θεωρώντας ότι η ύπαρξη αποκλειστικά και μόνο μίας εφελκυστικής τάσης στα αναμενόμενα σημεία αστοχίας είναι το κύριο σημείο υπεροχής του κυκλικού δακτυλίου έναντι του συμπαγούς δίσκου, κρίθηκε σκόπιμο να μελετηθεί κατά πόσον αίρεται το συγκεκριμένο πλεονέκτημα, λόγω πιθανών παρασιτικών παραγόντων, κυριότερος των οποίων από πρακτική σκοπιά είναι η έστω και ελαφρά εκκεντρότητα της οπής σε σχέση με το κέντρο του δίσκου.



Σχήμα 1: Τα σημεία αναμενόμενης θραύσεως (κρίσιμα σημεία) στον κυκλικό δακτύλιο.

Η παρούσα εργασία αποτελεί το πρώτο στάδιο ενός ευρύτερου πρωτοκόλλου, ο τελικός σκοπός του οποίου είναι ο υπολογισμός του τασικού πεδίου σε δίσκο με έκκεντρη οπή πειραματικά και αναλυτικά. Σε επόμενο στάδιο, τα πειραματικά και αναλυτικά δεδομένα θα χρησιμοποιηθούν για τη βαθμονόμηση και επικύρωση υπολογιστικών προσομοιωμάτων μέσω των οποίων θα επιτευχθεί η σε βάθος παραμετρική διερεύνηση της επίδρασης και του ρόλου σειράς παραγόντων (τόσο γεωμετρικών όσο και υλικών) στο συνολικό τασικό πεδίο. Η υλοποίηση της πρώτης φάσης του πρωτοκόλλου αυτού επετεύχθη όσον μεν αφορά την αναλυτική αντιμετώπιση με τη χρήση της θεωρίας μιγαδικών δυναμικών, όσον δε αφορά την πειραματική διερεύνηση με τη χρήση της καινοτόμου τεχνικής της τρισδιάστατης «Συσχέτισης Ψηφιακών Εικόνων».

Στο στάδιο αυτό, έμφαση δόθηκε στη συλλογή και επεξεργασία πειραματικών δεδομένων με σκοπό την απόκτηση σφαιρικής εικόνας της μηχανικής απόκρισης δίσκων με έκκεντρες οπές, όταν αυτοί συν-

θλίνονται μεταξύ των τροποποιημένων αρπαγών τις οποίες έχει υιοθετήσει η ISRM για την υλοποίηση του κλασσικού πειράματος Βραζιλιανού δίσκου, δεδομένου ότι η σχετική διεθνής βιβλιογραφία είναι εξαιρετικά φτωχή. Η επιλογή της τεχνικής 3D DIC έγινε με γνώμονα ορισμένα βασικά πλεονεκτήματα της σε σχέση με τις παραδοσιακές τεχνικές καταγραφής των πεδίων μετατοπίσεων και πιο συγκεκριμένα με γνώμονα:

- α) τη δυνατότητα εκ των υστέρων (postmortem) επιλογής σημείων μέτρησης (χωρίς περιορισμό ως προς τον αριθμό τους)
- β) τη δυνατότητα απαλοιφής στερεών στρωμάτων και μετακίνησης, και
- γ) τη δυνατότητα εντοπισμού παρασιτικών παραγόντων (λόγω αναπόφευκτων μικρο-αποκλίσεων των δοκιμίων από την ιδανική θεωρητική θέση σε σχέση με τον άξονα φόρτισης).

Οι παράμετροι οι οποίες επελέγησαν ως κρίσιμες μεταβλητές στην πειραματική διαδικασία ήταν:

- α) η απόσταση μεταξύ των κέντρων δίσκου και οπής, και
- β) ο προσανατολισμός της διακέντρου σε σχέση με τον ιδεατό άξονα φόρτισης.

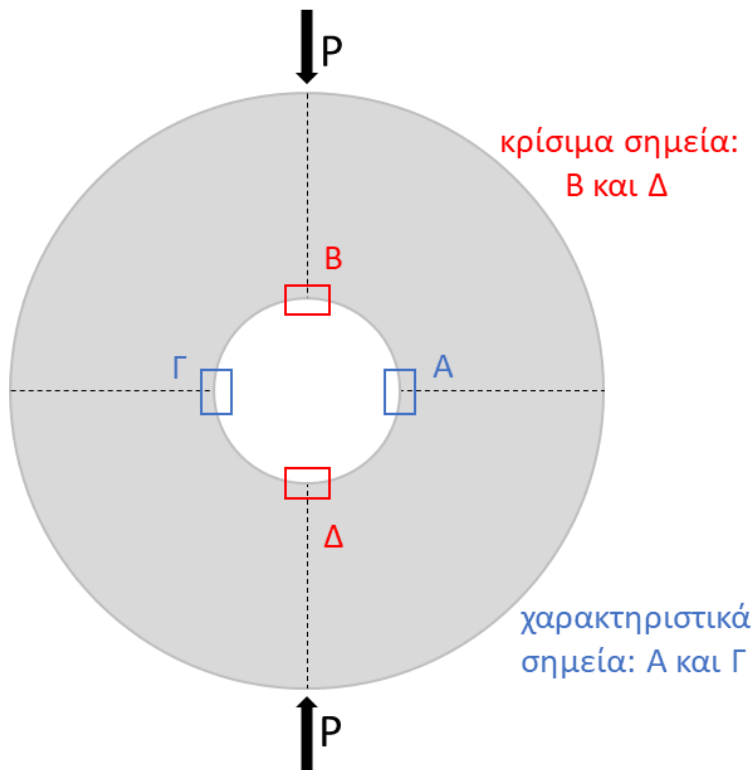
Υλοποιήθηκαν συνολικά δέκα πειράματα έκαστο των οποίων αντιστοιχούσε σε έναν αριθμό περίπου 600 ψηφιακών εικόνων, δηλαδή για την ανάλυση των δεδομένων του πρωτοκόλλου απαιτήθηκε η επεξεργασία 6000 (!) εικόνων. Η συσχέτιση των εικόνων αυτών μεταξύ τους επέτρεψε τον υπολογισμό των συνιστωσών του πεδίου μετατοπίσεων σε προεπιλεγέντες στρατηγικούς τόπους ως κάτωθι:

- α) στην οριζόντια γραμμή, κάθετη στον άξονα φόρτισης
- β) στον άξονα φόρτισης
- γ) στον άξονα που βρίσκεται στις 45° από τον άξονα φόρτισης
- δ) στον κύκλο ακτίνας $0.26R_o$
- ε) στον κύκλο ακτίνας $0.50R_o$
- στ) στον κύκλο ακτίνας $0.98R_o$
- η) στον κύκλο ακτίνας $1.30R_{in}$

όπου R_o η ακτίνα του δίσκου και $R_{in} = R_o/4$ η ακτίνα της οπής.

Το ουσιωδέστερο εξαγόμενο από το πειραματικό πρωτόκολλο είναι η ποσοτικοποίηση της επίδρασης της εκκεντρότητας στο πεδίο μετατοπίσεων σε σχέση με το αντίστοιχο πεδίο ιδανικού δακτυλίου (απόλυτη ταύτιση κέντρου δίσκου και οπής). Αυτό επιτεύχθηκε με τη συσχέτιση των ως άνω γραφημάτων μεταξύ τους και σε σχέση με το εξωτερικώς ασκούμενο φορτίο, γεγονός το οποίο έδωσε εξαιρετικά χρήσιμες πληροφορίες σε σχέση με το ρόλο εκάστης των ως άνω παραμέτρων οι

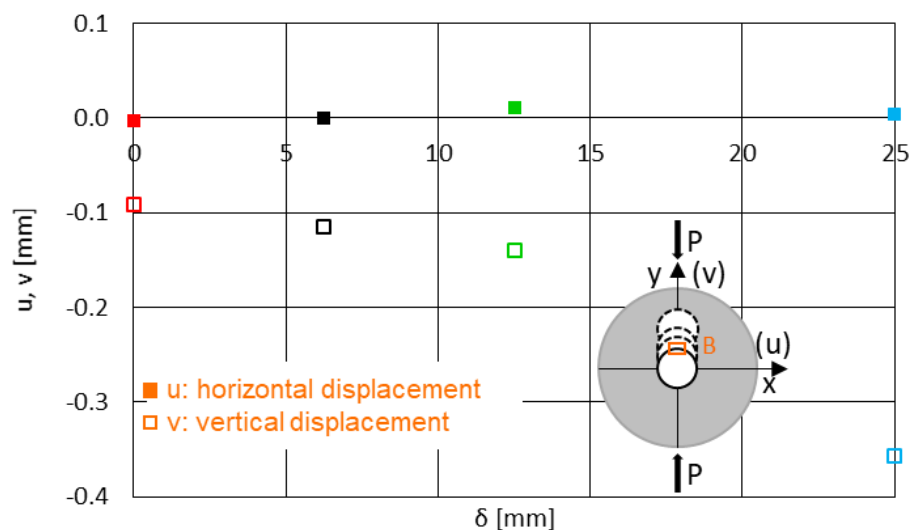
οποίες συνοψίζονται στα κάτωθι γραφήματα. Τα σημεία μελέτης φαίνονται στο Σχήμα 2.



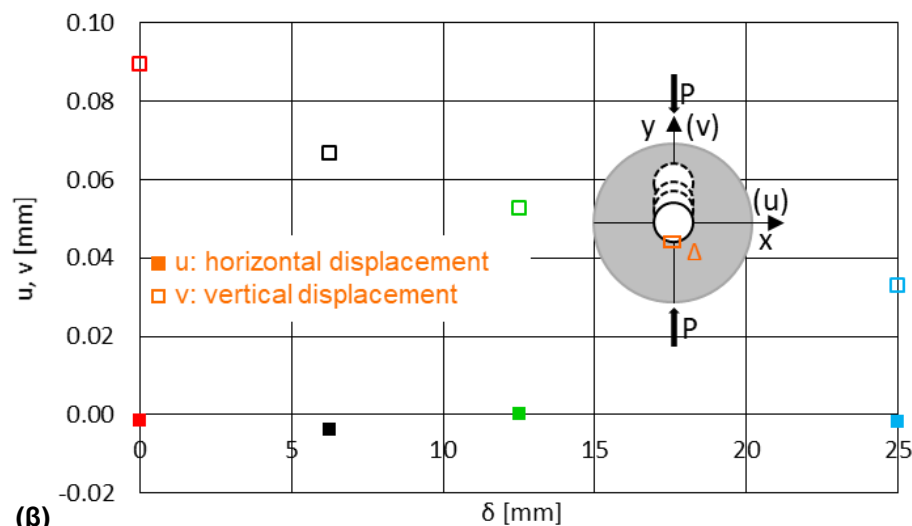
Σχήμα 2: Τα σημεία μελέτης για τη διεξαγωγή συμπερασμάτων.

Εξετάσθηκε αρχικώς το πεδίο μετατοπίσεων στα θεωρούμενα ως κρίσιμα σημεία B και Δ (Σχήμα 3α,β). Όπως αναμένεται για λόγους συμμετρίας οι κατά την κάθετο στον άξονα φόρτισης μετατοπίσεις u είναι περίπου μηδέν για αμφότερα τα σημεία για όλες τις εκκεντρότητες. Αντίθετα, η κατακόρυφη μετατόπιση εξαρτάται έντονα από την εκκεντρότητα. Η εξάρτηση αυτή για σχετικά μικρές εκκεντρότητες εμφανίζεται απολύτως γραμμική, για μεγάλες όμως εκκεντρότητες προσεγγίζεται από μια μη γραμμική συνάρτηση (πολυωνυμική 3^{ου} βαθμού με συντελεστή συσχέτισης ίσο με τη μονάδα), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4. Η άριστη ποιότητα της πειραματικής διαδικασίας τεκμαίρεται και από τη σχέση των γραφημάτων για τα σημεία B και Δ.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες Βραζιλιανού δίσκου: Γενικά Συμπεράσματα

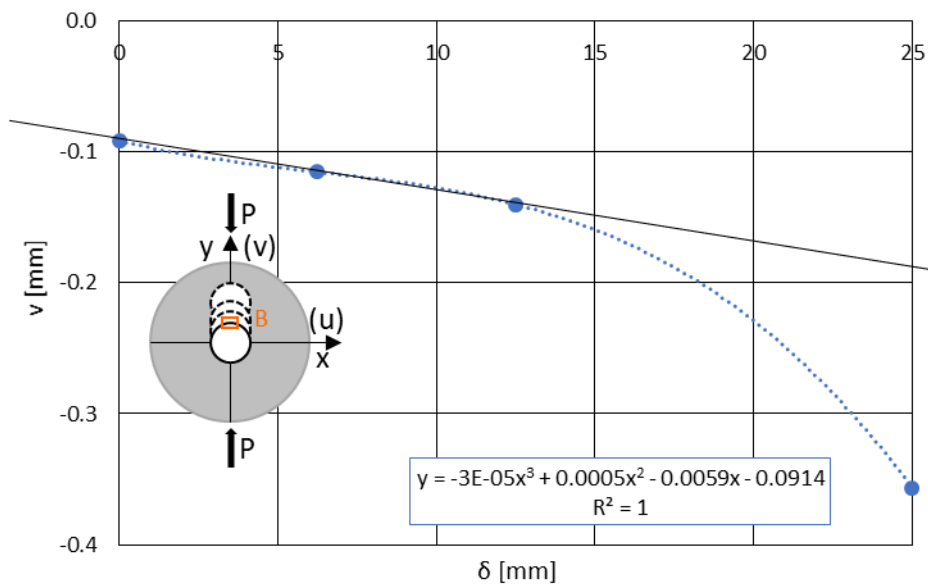


(α) $\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$

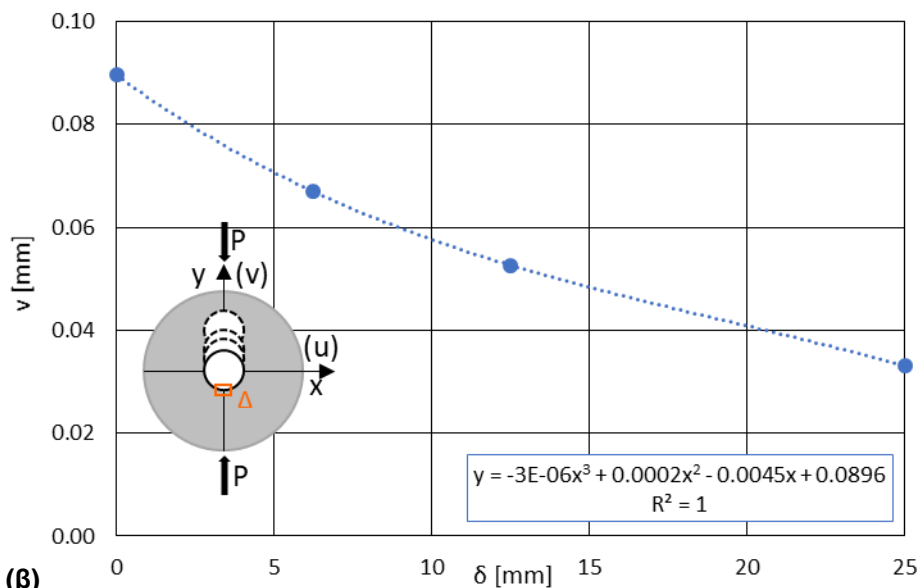


(β) $\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$

Σχήμα 3: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των κρίσιμων σημείων (α) B και (β) Δ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 0° από τον άξονα της φόρτισης.



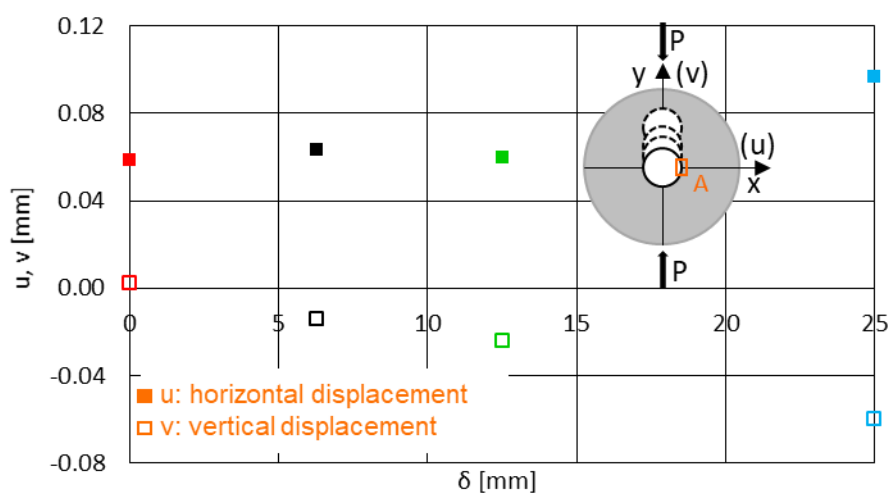
(α)



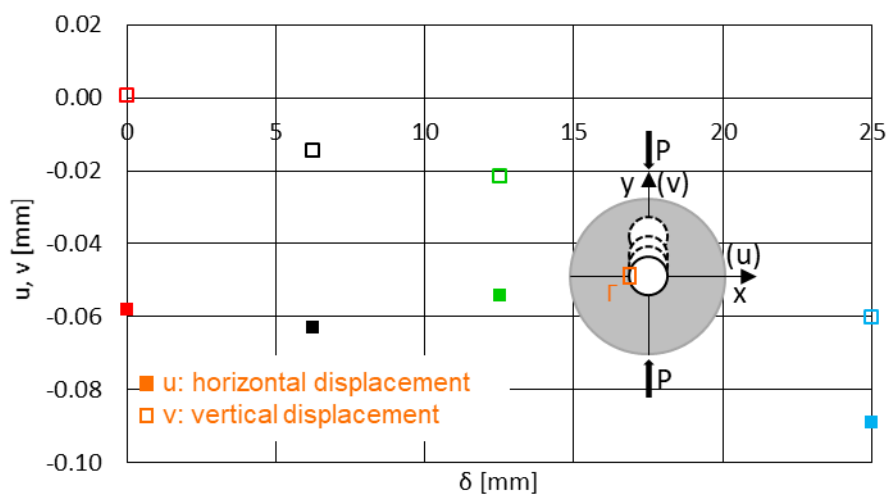
(β)

Σχήμα 4: Πολυωνυμική προσέγγιση της κατακόρυφης μετατόπισης των κρίσιμων σημείων (α) B και (β) Δ συναρτήσει της διακέντρου.

Σε σχέση με το πεδίο μετατοπίσεων των χαρακτηριστικών σημείων Α και Γ (Σχήμα 5α,β) παρατηρείται μια σχετική σταθερότητα των οριζόντιων μετατοπίσεων για σχετικά μικρές εκκεντρότητες, ενώ απεναντίας οι κατακόρυφες μετατοπίσεις εμφανίζονται μονότονα αυξανόμενες για αμφότερα τα σημεία, με συμπεριφορά παρόμοια με αυτή των σημείων Β και Δ.



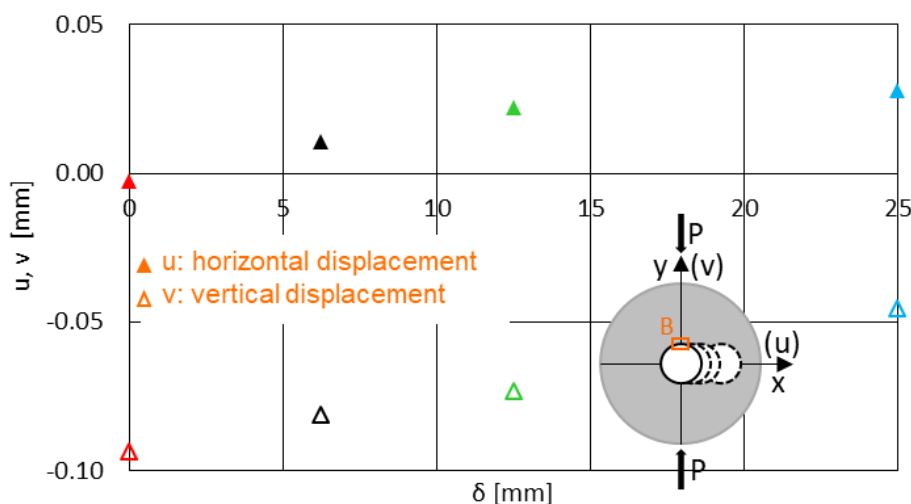
(α) $\delta=0$ $\delta=R_o/8$ $\delta=R_o/4$ $\delta=R_o/2$



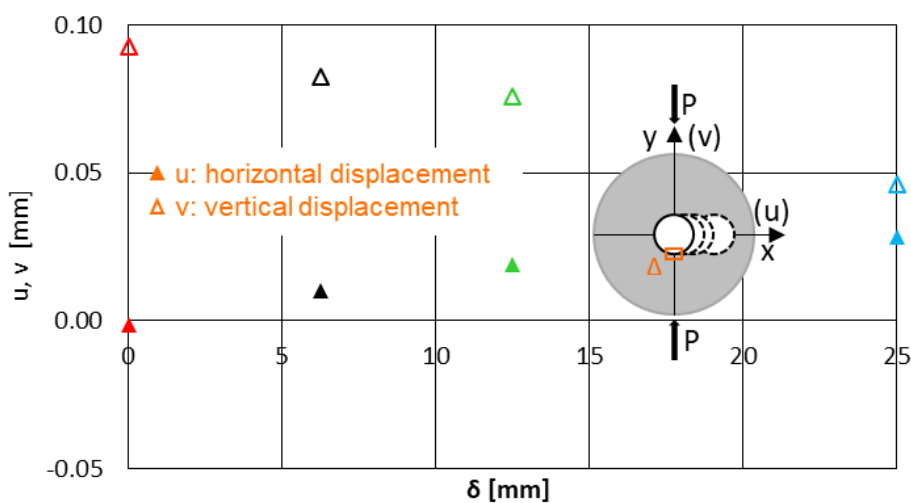
(β) $\delta=0$ $\delta=R_o/8$ $\delta=R_o/4$ $\delta=R_o/2$

Σχήμα 5: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των χαρακτηριστικών σημείων (α) Α και (β) Γ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 0° από τον άξονα της φόρτισης.

Η συμπεριφορά του πεδίου μετατοπίσεων για εκκεντρότητα με διάκεντρο κάθετη στον άξονα φόρτισης παρουσιάζεται στα Σχήματα 6 α-δ.

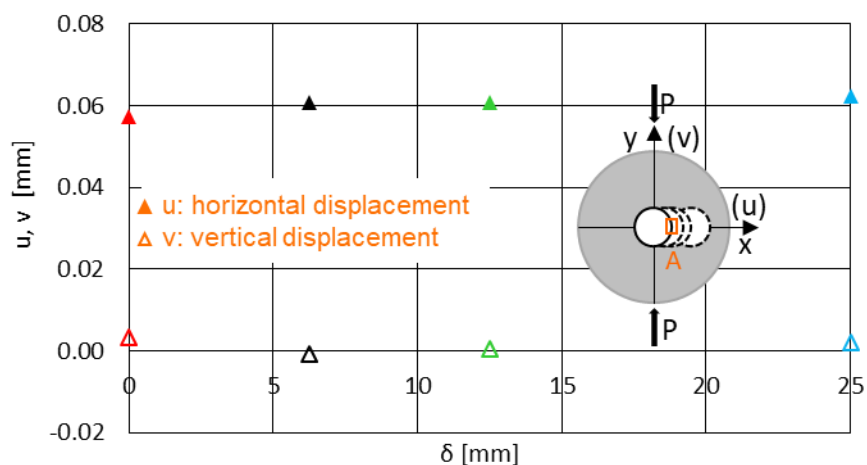


(α) $\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$

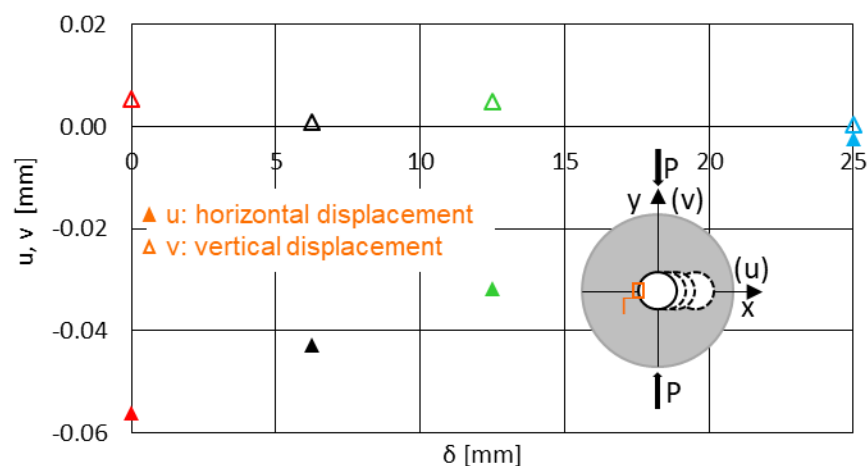


$\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$

Σχήμα 6α,β: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των κρίσιμων σημείων (α) B και (β) Δ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 90° από τον άξονα της φόρτισης.



(γ) $\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$



(δ) $\delta=0$ $\delta=R_0/8$ $\delta=R_0/4$ $\delta=R_0/2$

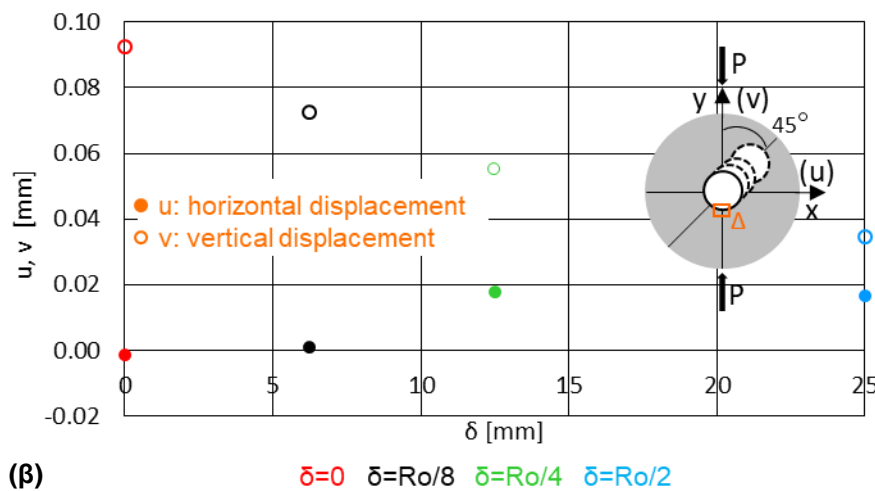
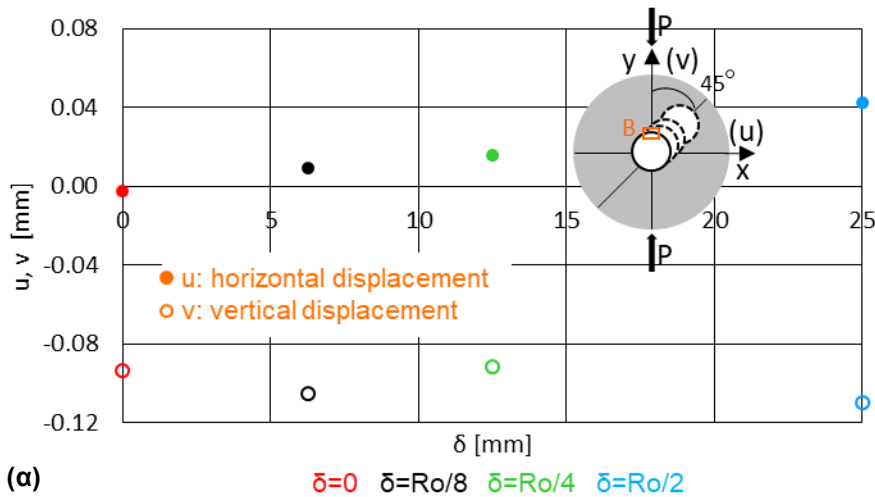
Σχήμα 6γ,δ: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των χαρακτηριστικών σημείων (γ) Α και (δ) Γ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 90° από τον άξονα της φόρτισης.

Για τα κρίσιμα σημεία Β και Δ οι κατακόρυφες μετατοπίσεις εμφανίζονται σταθερά μειούμενες κατ' απόλυτη τιμή, ενώ οι οριζόντιες, σαφώς μικρότερες κατ' απόλυτη τιμή, εμφανίζονται σταθερά αυξανόμενες έως ότου για μεγάλες εκκεντρότητες καθίσταται συγκρίσιμες με τις κατακόρυφες.

Για τα χαρακτηριστικά σημεία Α και Γ οι μεν κατακόρυφες μετατοπίσεις όπως αναμένεται για λόγους συμμετρίας είναι μηδέν, οι δε οριζόντι-

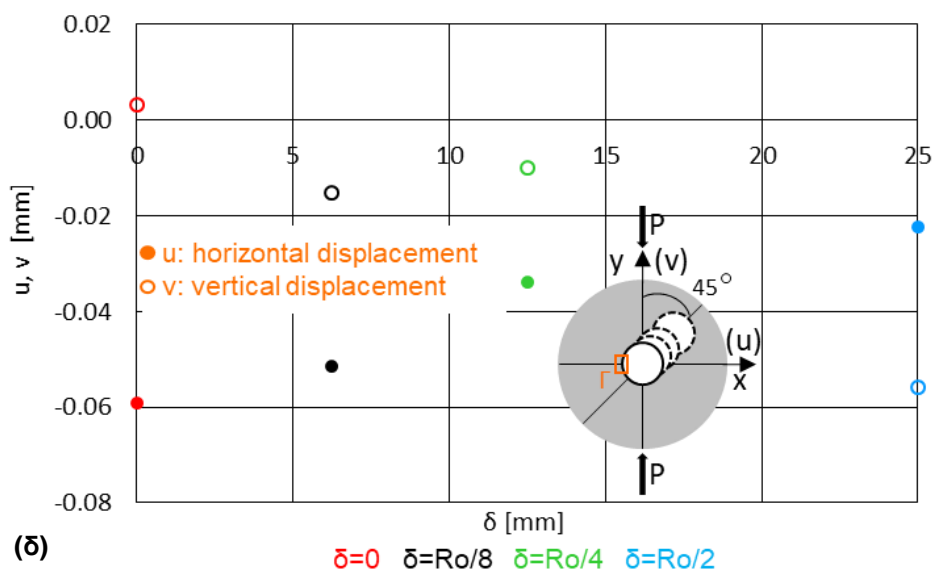
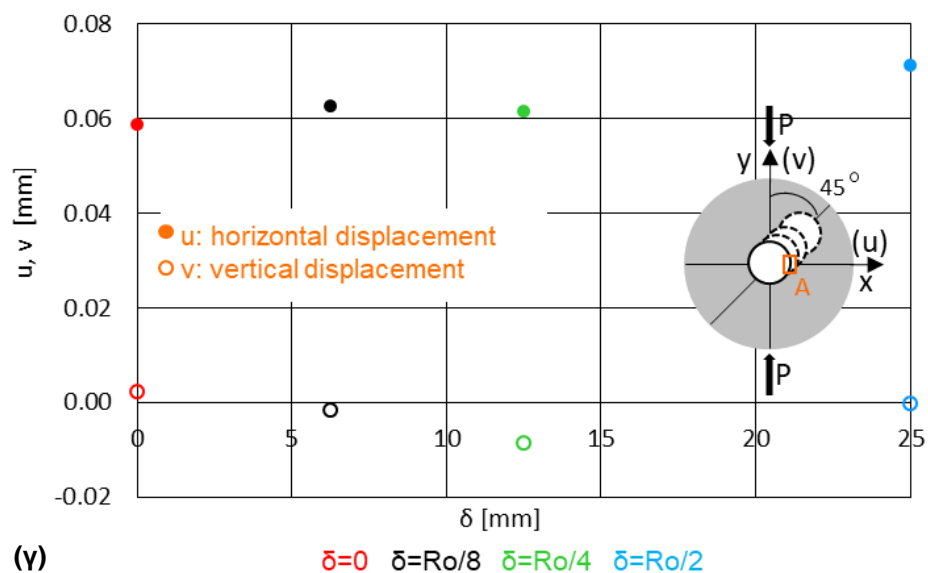
ες για μεν το σημείο Γ εμφανίζονται σταθερά μειούμενες (αναμενόμενο λόγω “τοπικής αύξησης της στιβαρότητας”), για δε το σημείο Α εμφανίζονται περίπου σταθερές, σημείο το οποίο χρήζει περαιτέρω έρευνας.

Τα αντίστοιχα διαγράμματα για εκκενρότητα κατά την κατεύθυνση $\varphi=45^\circ$ συνοψίζονται στα Σχήματα 7 α-δ. Τονίζεται ότι τα συγκεκριμένα διαγράμματα απαιτείται να μελετηθούν περαιτέρω στο σημείο εντοπισμού με τη μέγιστη εφελκυστική τάση, κάτι το οποίο εκφεύγει των ορίων της παρούσας διπλωματικής εργασίας.



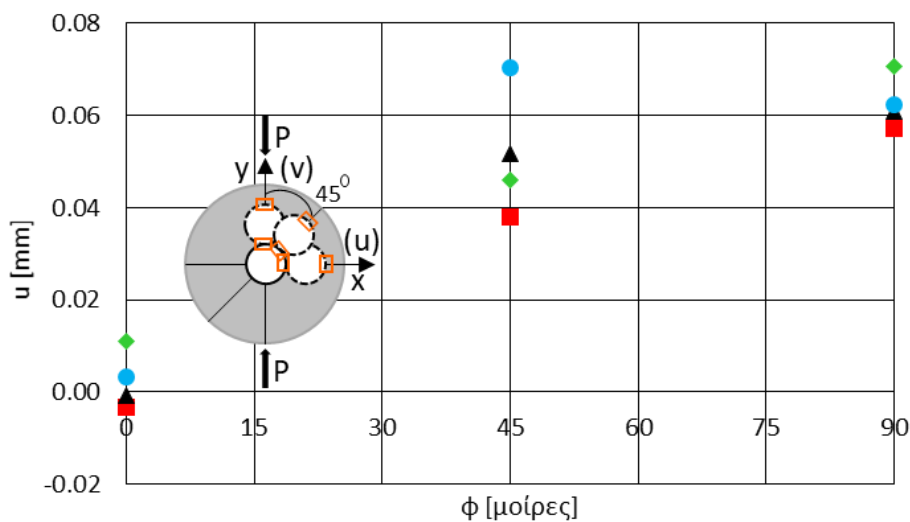
Σχήμα 7α,β: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των κρίσιμων σημείων (α) B και (β) Δ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 45° από τον άξονα της φόρτισης.

Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες Βραζιλιανού δίσκου: Γενικά Συμπεράσματα

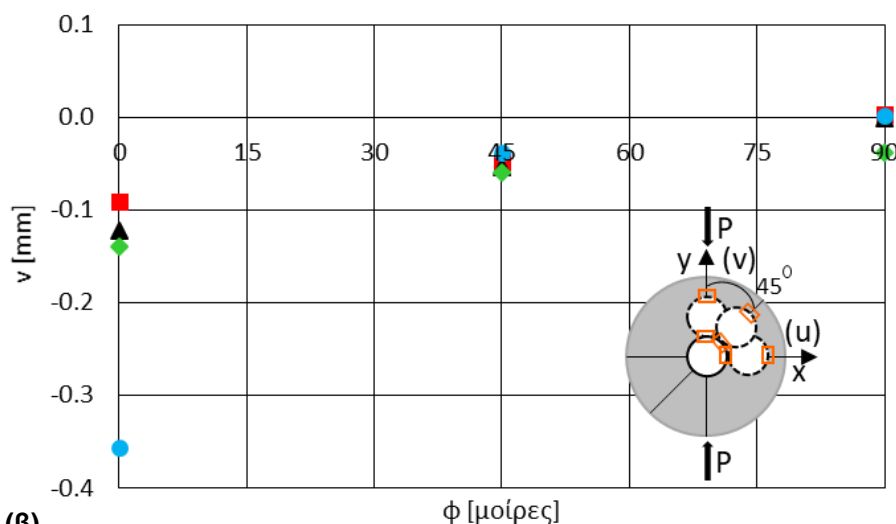


Σχήμα 7γ,δ: Οι οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις των χαρακτηριστικών σημείων (γ) Α και (δ) Γ συναρτήσει της διακέντρου, η οποία βρίσκεται στις 45° από τον άξονα της φόρτισης.

Εναλλακτική απεικόνιση των ως άνω γραφημάτων με συνδυασμένη χρήση των παραμέτρων δ και ϕ παρουσιάζεται στα Σχήματα 8 α, β.



(α) ■ $\delta=0$ ▲ $\delta=Ro/8$ ◆ $\delta=Ro/4$ ● $\delta=Ro/2$



(β) ■ $\delta=0$ ▲ $\delta=Ro/8$ ◆ $\delta=Ro/4$ ● $\delta=Ro/2$

Σχήμα 8: (α) Οι οριζόντιες και (β) οι κατακόρυφες μετατοπίσεις του “ανώτατου” σημείου της οπής κατά μήκος του άξονα της εκκεντρότητας της, για διαφορετικές διακέντρους.

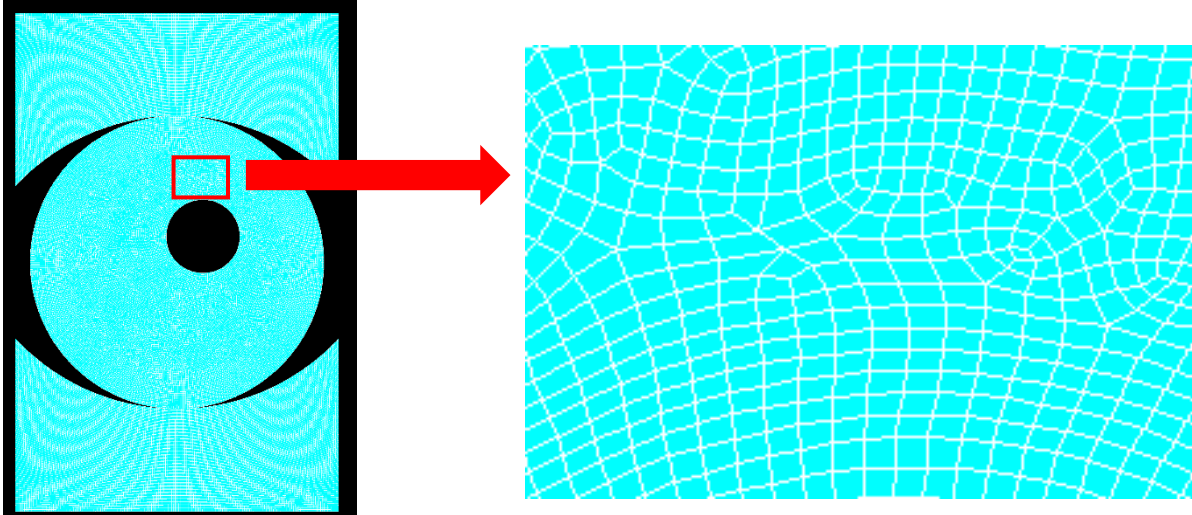
ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η παρούσα διπλωματική εργασία μπορεί να προσφέρει τα νέα στοιχεία που προαναφέρθηκαν, ωστόσο πάντα υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης και νέες ιδέες. Ορισμένα ερευνητικά βήματα, τα οποία θα μπορούσαν να ακολουθήσουν, περιγράφονται παρακάτω.

Η θεωρητική λύση η οποία παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 2 αποτελεί μια πρώτη προσέγγιση, εφόσον έχουν ληφθεί υπόψη λίγοι όροι της σύμμορφης απεικόνισης, για την καλύτερη εμποπτεία της λύσης και για έλεγχο του κατά πόσον η μέθοδος επίλυσης που ακολουθήθηκε θα δώσει ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Η θεωρητική αντιμετώπιση του προβλήματος της παρούσας διπλωματικής εργασίας μπορεί λοιπόν να συνεχιστεί και σε επόμενο στάδιο, λαμβάνοντας υπόψη περισσότερους όρους, οι οποίοι βέβαια θα οδηγήσουν σε πιο δύσκολα και σύνθετα συστήματα. Με αυτόν τον τρόπο θα επιτευχθεί η ολοκλήρωση της αναλυτικής επίλυσης για μικρές και μεγάλες εκκεντρότητες.

Η συνολική εγκυρότητα της λύσης αξιολογείται, συγκρίνοντας τις προβλέψεις της, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που λαμβάνονται πειραματικά. Επομένως, ένα σημαντικό βήμα είναι η ποσοτική συσχέτιση αναλυτικών και πειραματικών αποτελεσμάτων. Επιπλέον, η υπολογιστική προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία για παραμετρική ανάλυση θα ήταν εξαιρετικά χρήσιμη και ενδιαφέρουσα, καθώς θα ήταν πλέον εφικτή η σύγκριση αναλυτικών, πειραματικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων. Στην κατεύθυνση αυτή η ερευνητική μας ομάδα έχει ήδη ξεκινήσει τη σχεδίαση αριθμητικού προσομοιώματος με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Το προσομοίωμα έχει ήδη ελεγχθεί ως προς τις συνθήκες σύγκλισης και βρίσκεται στη φάση επικύρωσης με τη βοήθεια των πειραματικών στοιχείων που προέκυψαν από την παρούσα εργασία. Στο παρακάτω Σχήμα παρουσιάζεται ο κánaβος του προσομοιώματος για μια μικρή σχετικά εκκεντρότητα. Τα πρώτα αποτελέσματα από την υπολογιστική προσομοίωση είναι σε ιδιαίτερα καλή συμφωνία με τα αντίστοιχα πειραματικά.

Η περαιτέρω πειραματική διερεύνηση με λεπτότερη διαμέριση των διακέντρων, ιδιαίτερα στην περιοχή μεγαλύτερων εκκεντροτήτων, είναι απαραίτητη. Τέλος, εκτός από το υλικό PMMA (plexiglass) που χρησιμοποιήθηκε σ' αυτή την εργασία, θα μπορούσαν να δοκιμαστούν επίσης λίθοι και γενικότερα φυσικά δομικά υλικά.



Σχήμα: Ο κανάβος του αριθμητικού προσομοιώματος για μια μικρή σχετικά εκκεντρότητα (ANSYS).

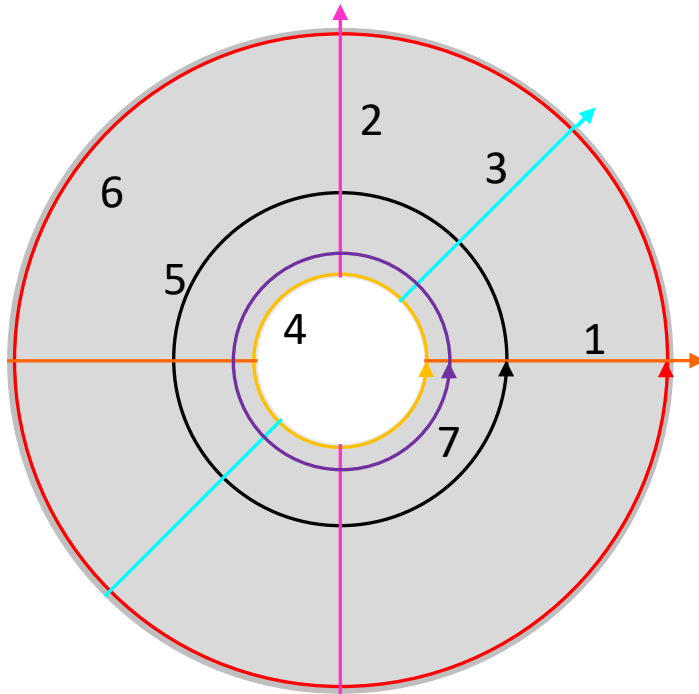
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στο παράρτημα αυτό παρατίθενται τα επιμέρους γραφήματα όλων των πειραμάτων τα οποία προέκυψαν από γραφική αναπαράσταση του συνόλου των δεδομένων του κάθε πειράματος.

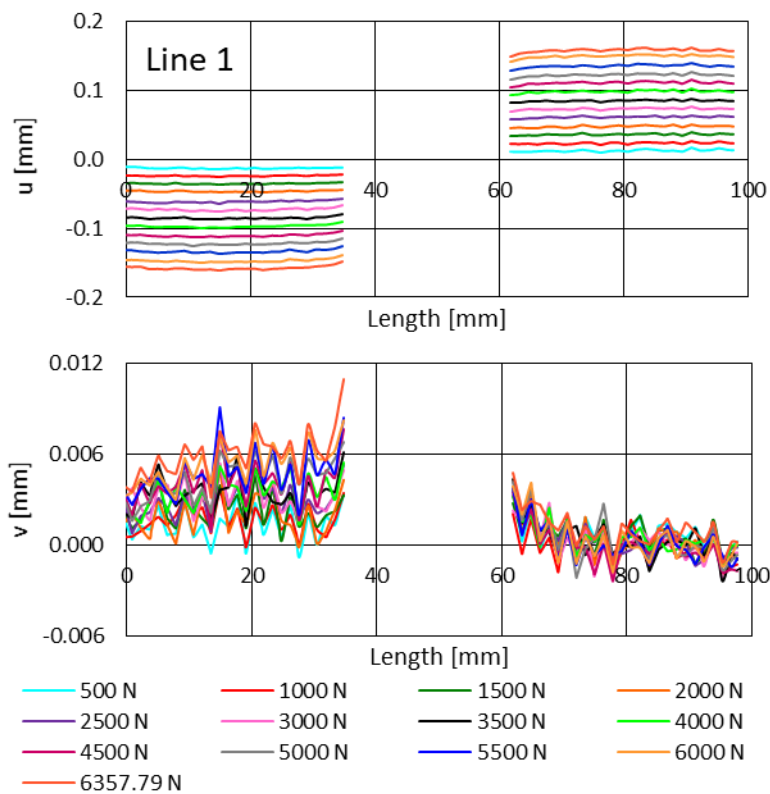
Τα γραφήματα που παρουσιάζονται απεικονίζουν τις οριζόντιες (u) και κατακόρυφες (v) μετατοπίσεις κατά μήκος των παρακάτω γεωμετρικών τόπων:

1. Line 1 (οριζόντια γραμμή - κάθετη στον άξονα φόρτισης).
2. Line 2 (κατακόρυφη γραμμή - άξονας φόρτισης).
3. Line 3 (άξονας στις 45° ως προς τον άξονα φόρτισης).
4. Circle $0.26R_o$
5. Circle $0.50R_o$
6. Circle $0.98R_o$
7. Circle $1.30R_{in}$

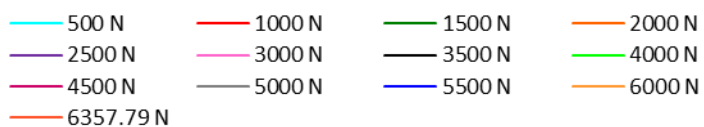
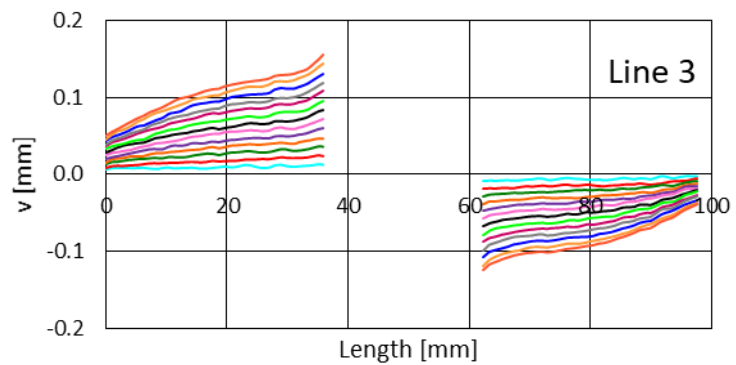
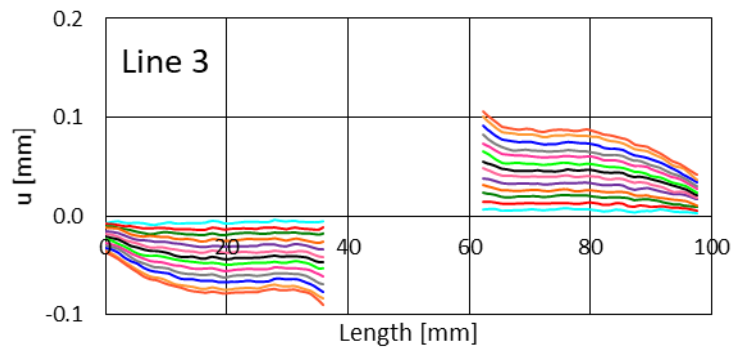
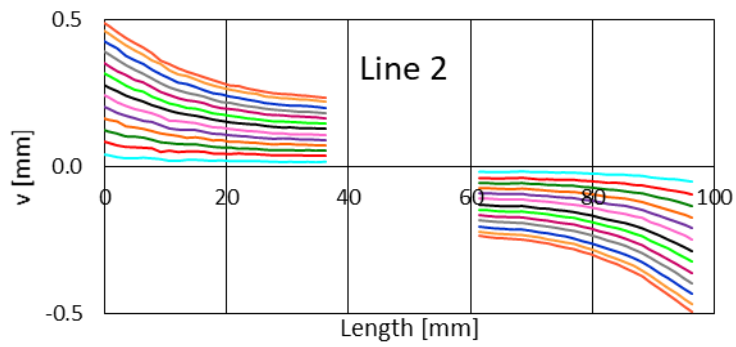
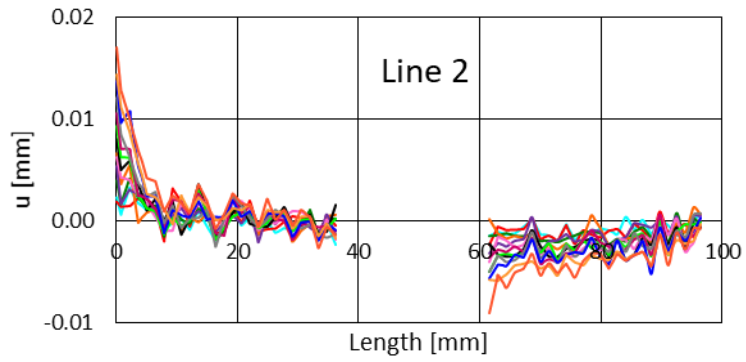
όπου $R_o = 5 \text{ cm}$ και $R_{in} = 1.25 \text{ cm}$ η εξωτερική και η εσωτερική ακτίνα του δίσκου και της οπής αντίστοιχα.

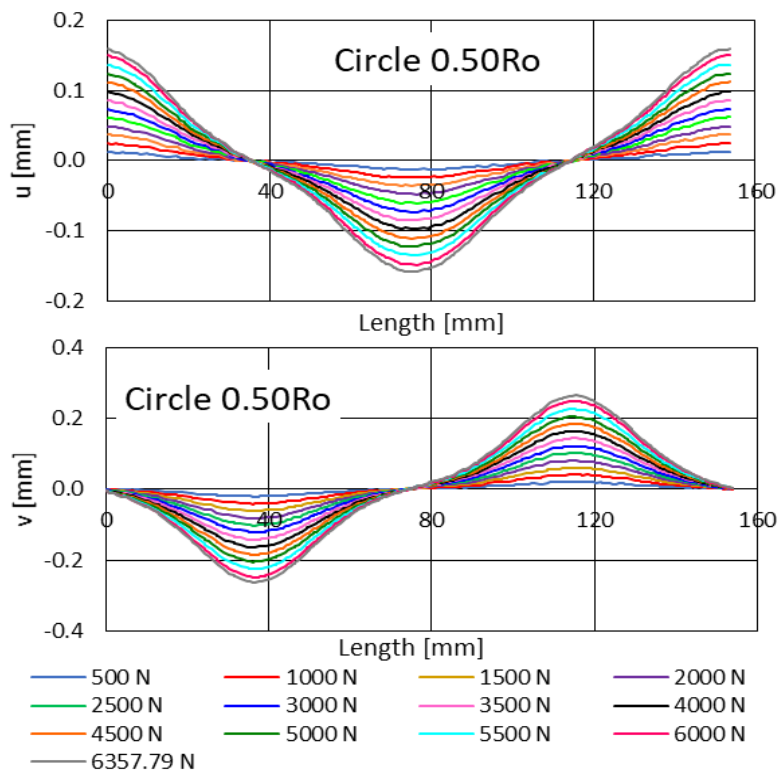
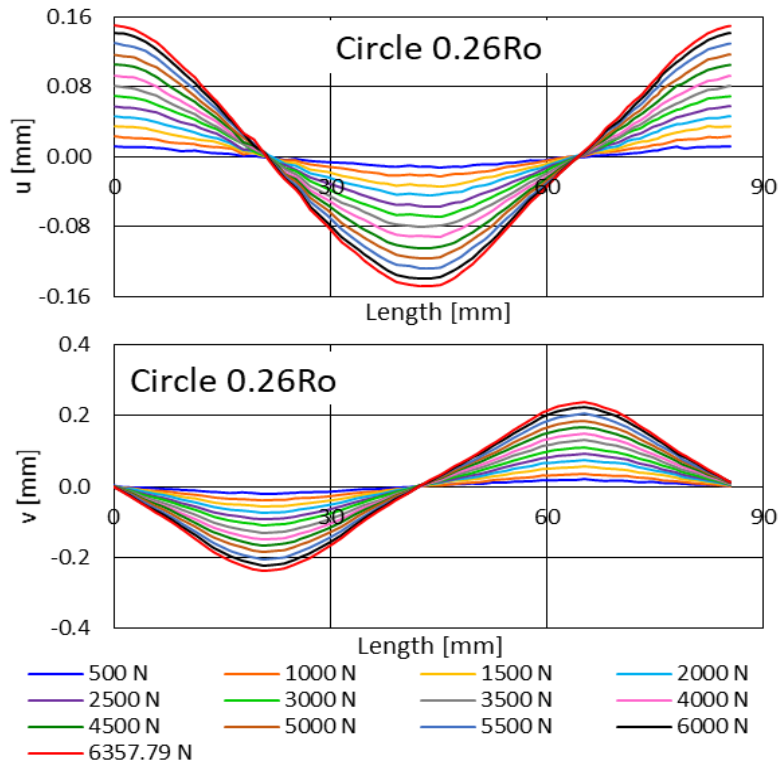


Σχήμα 1: Κυκλικός δακτύλιος (circular ring).

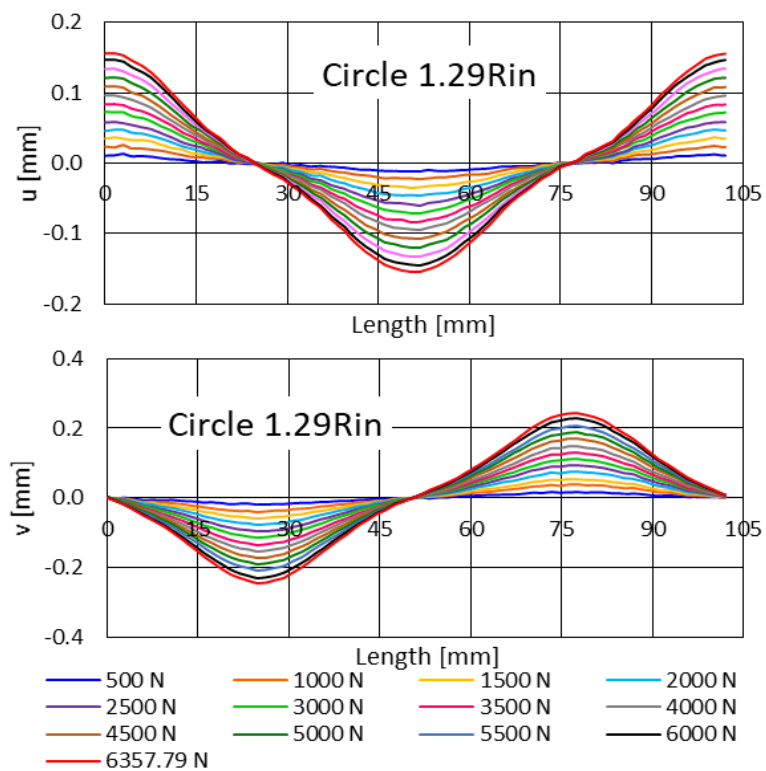
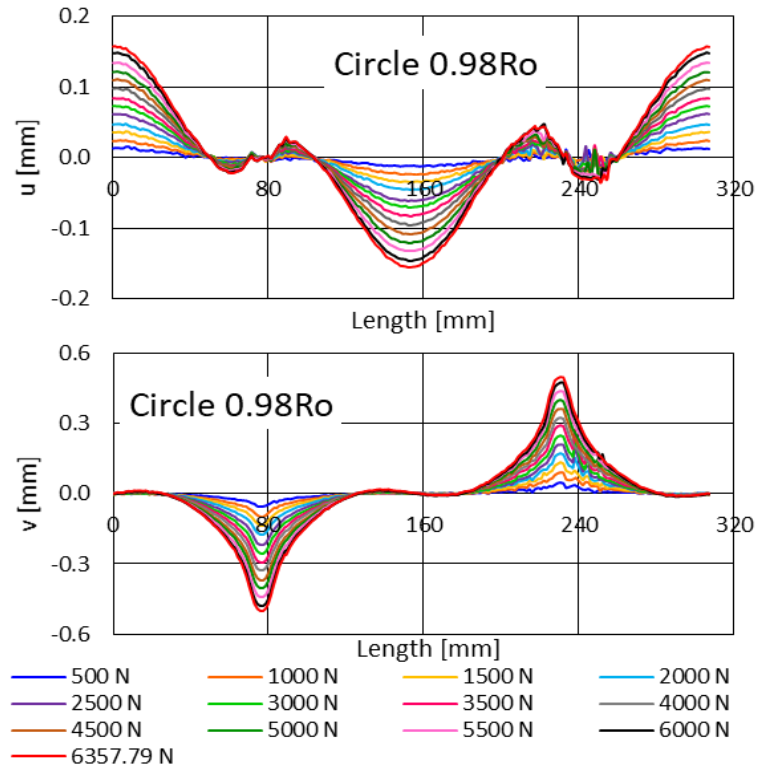


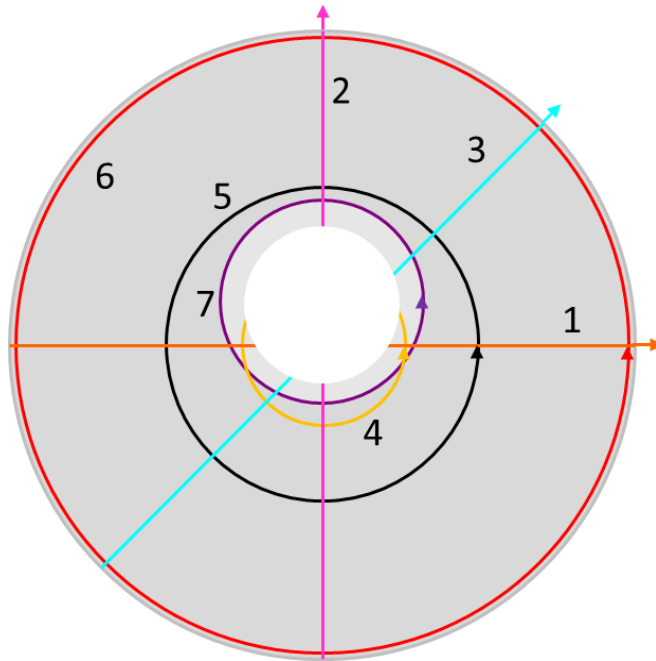
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



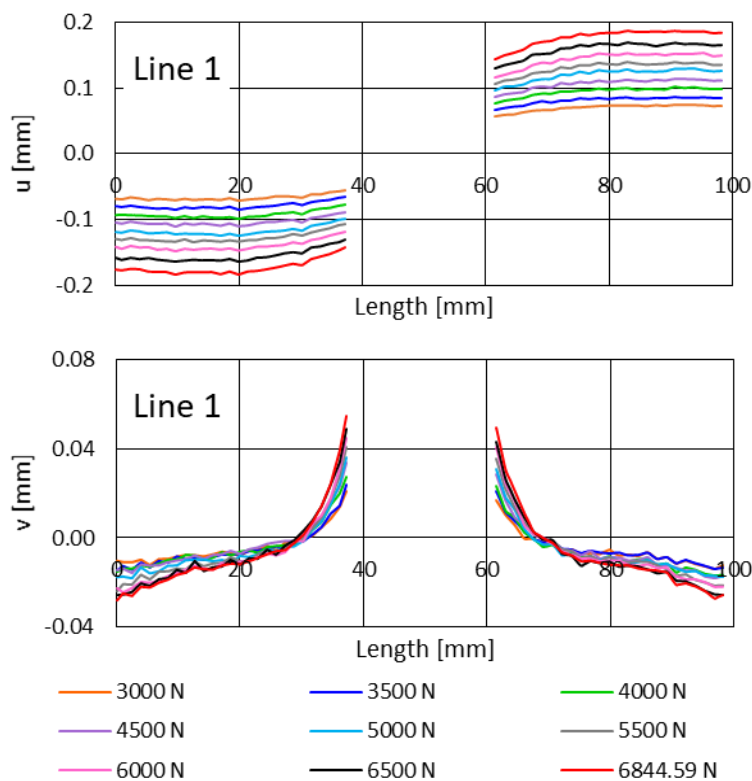


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

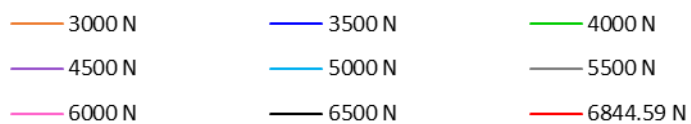
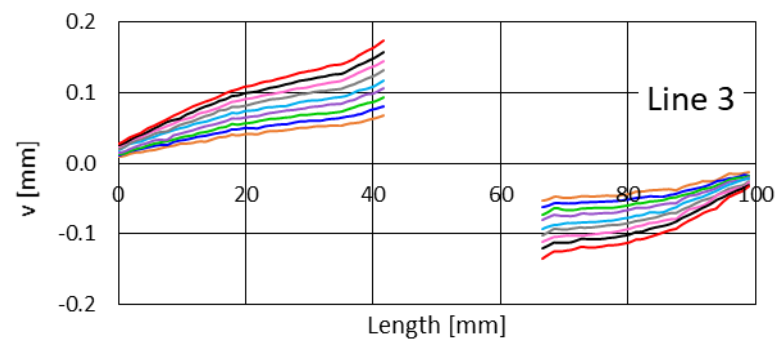
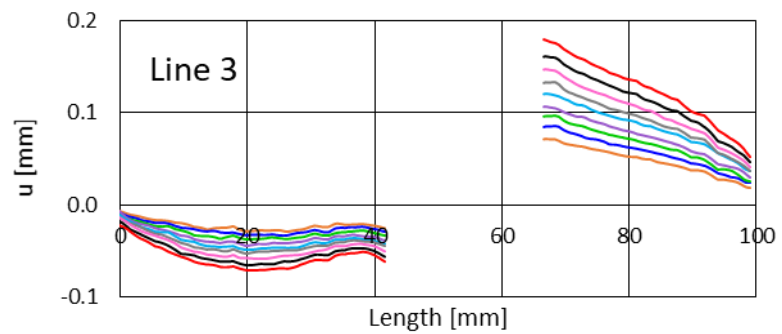
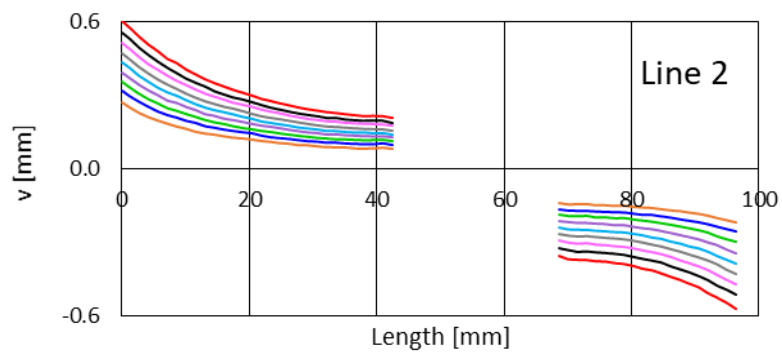
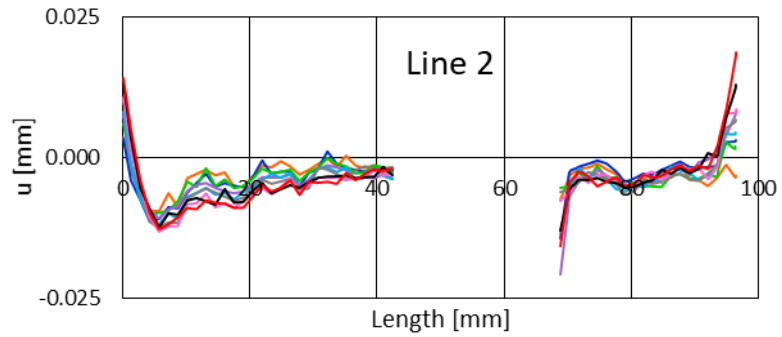


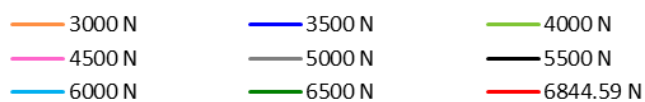
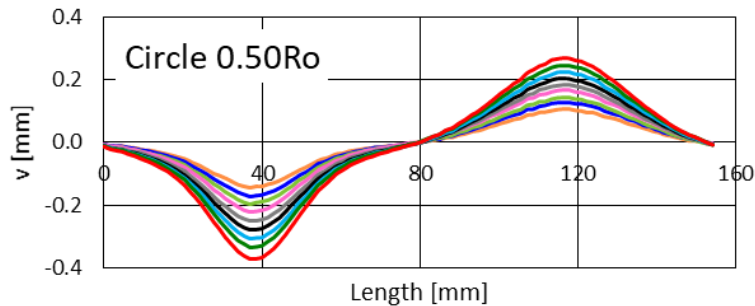
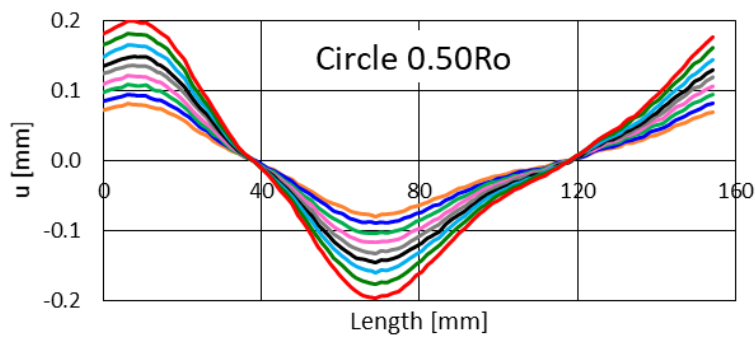
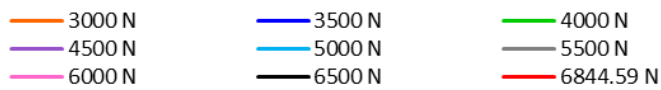
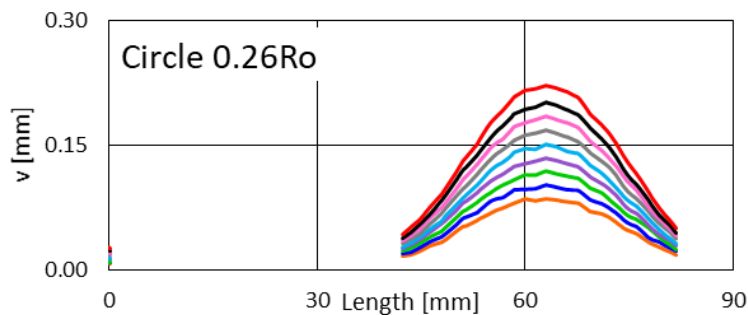
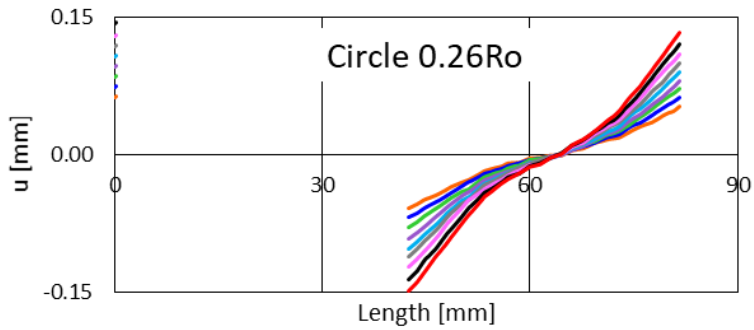


Σχήμα 2: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_o/8$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 0° από τον άξονα φόρτισης.

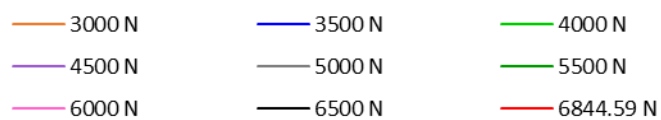
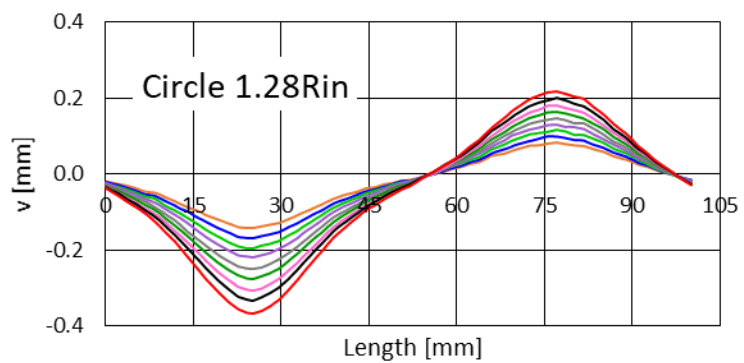
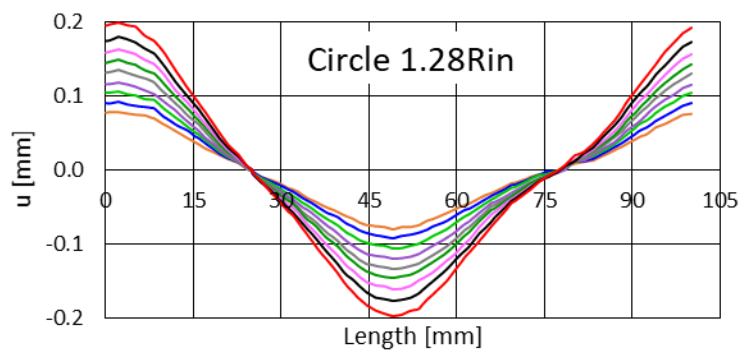
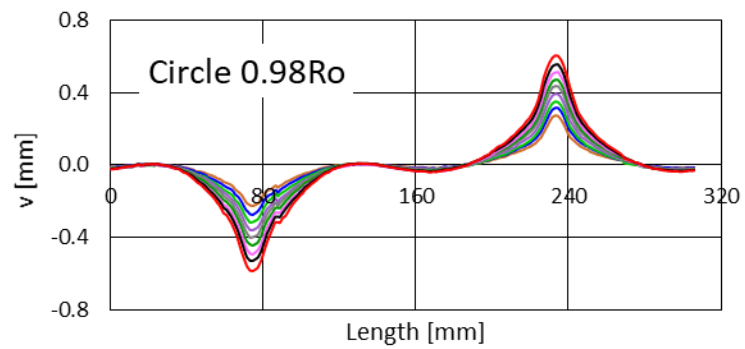
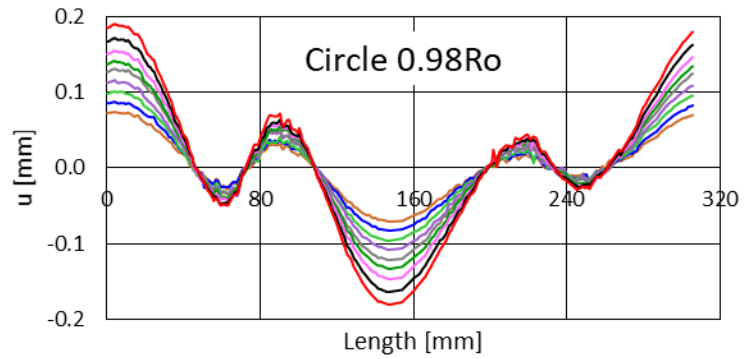


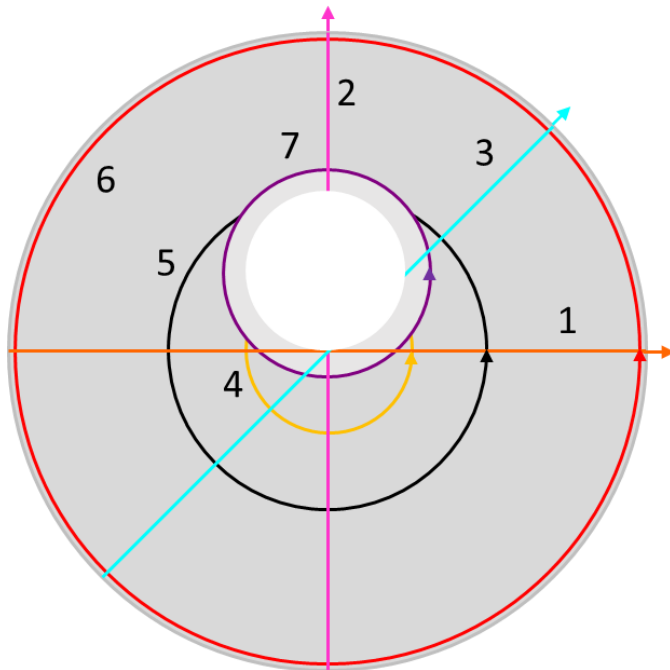
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



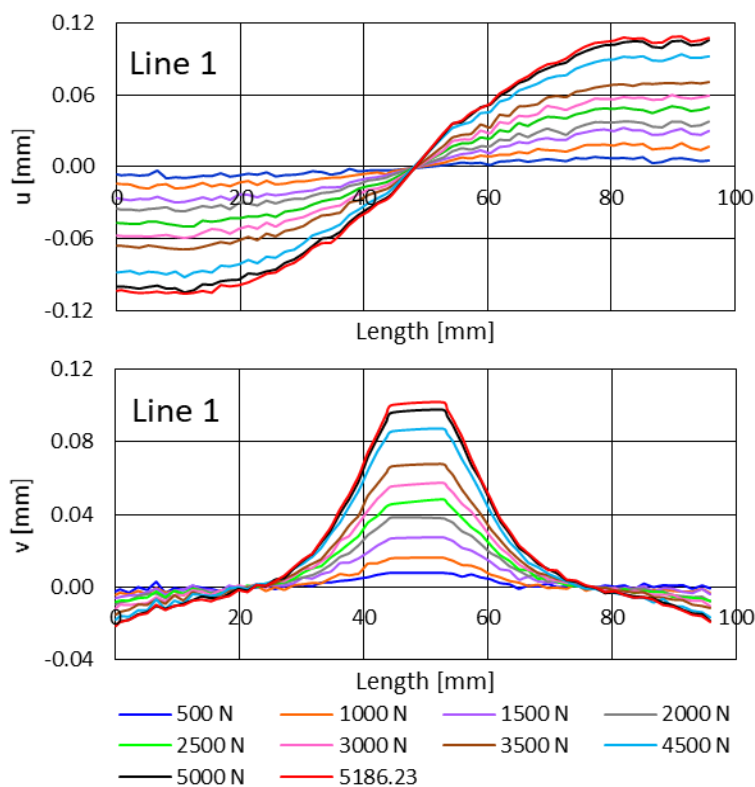


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

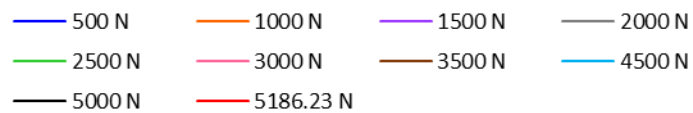
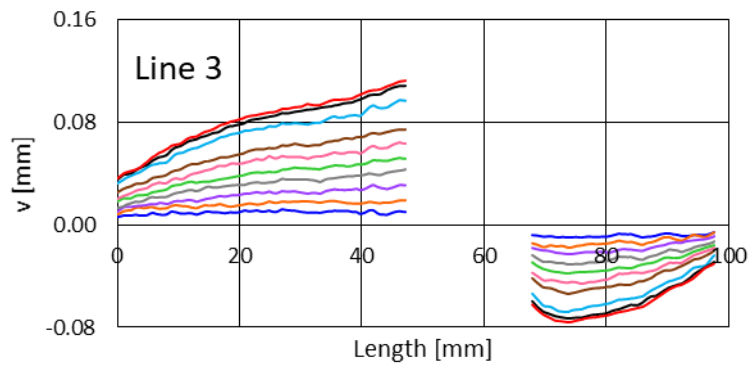
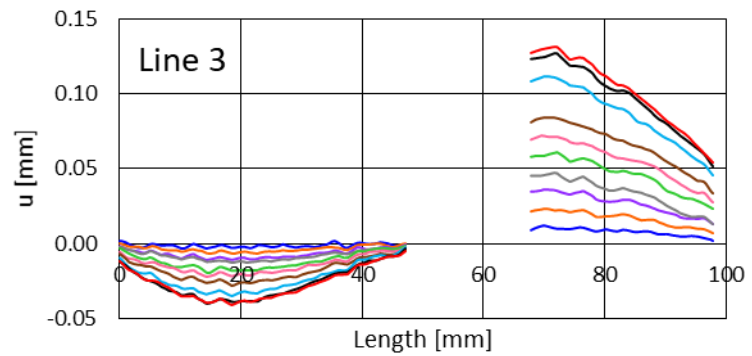
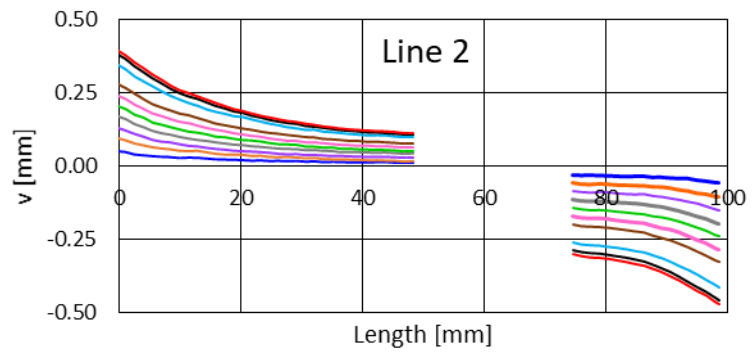
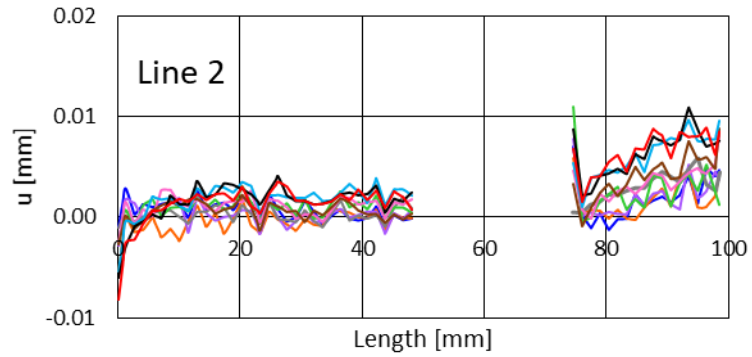


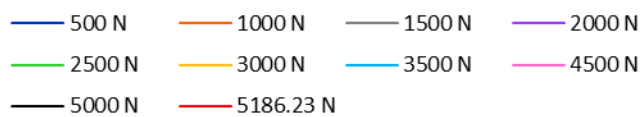
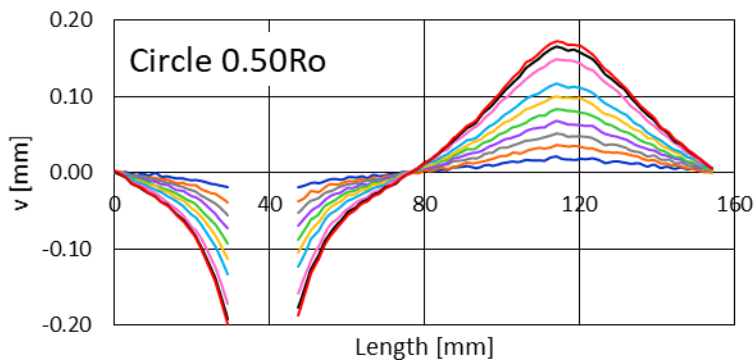
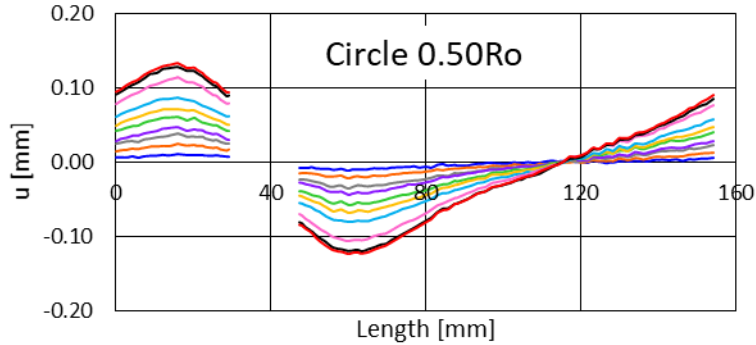
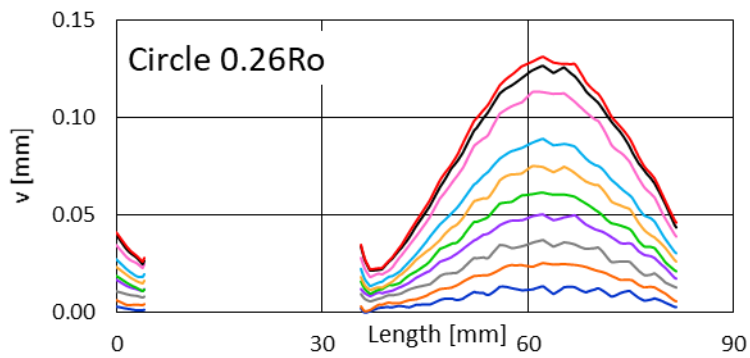
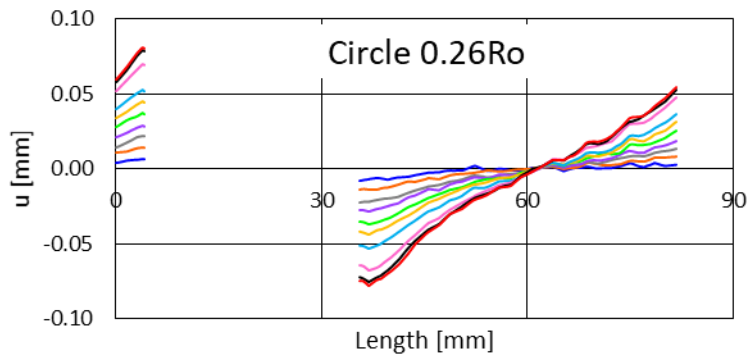


Σχήμα 3: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_0/4$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 0° από τον άξονα φόρτισης.

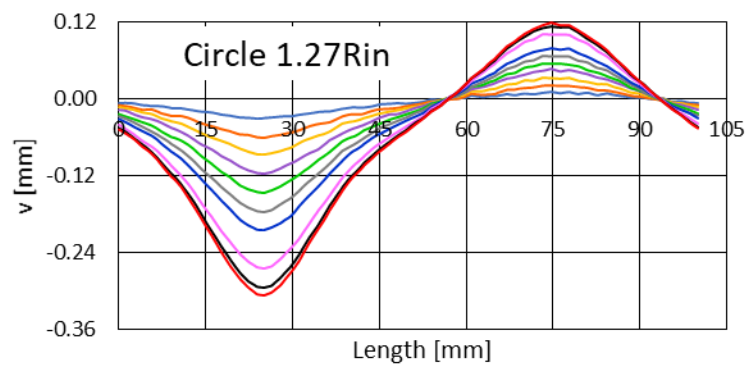
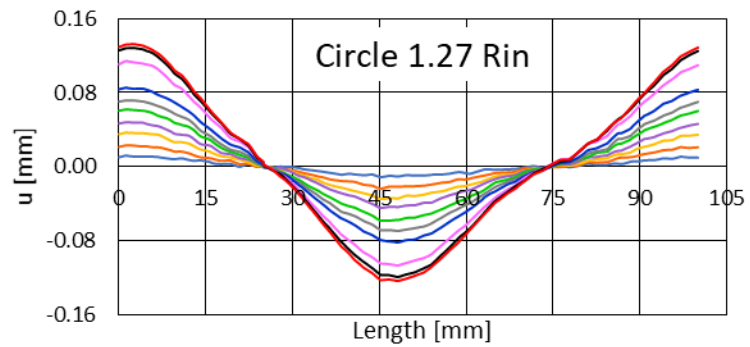
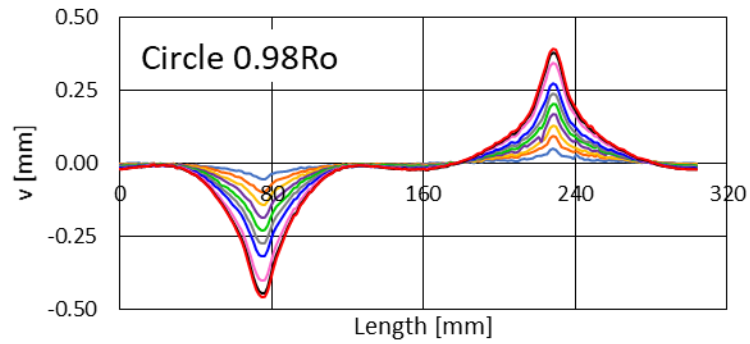
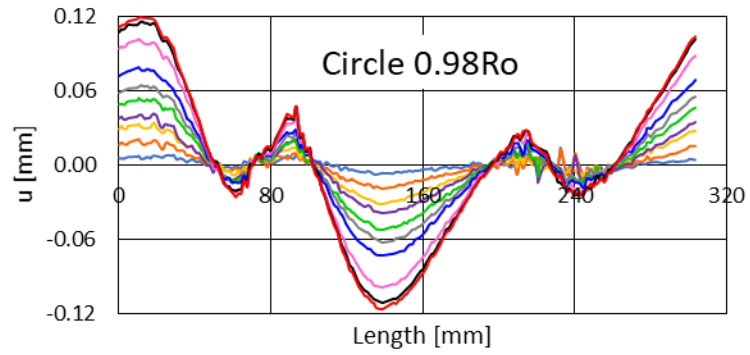


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

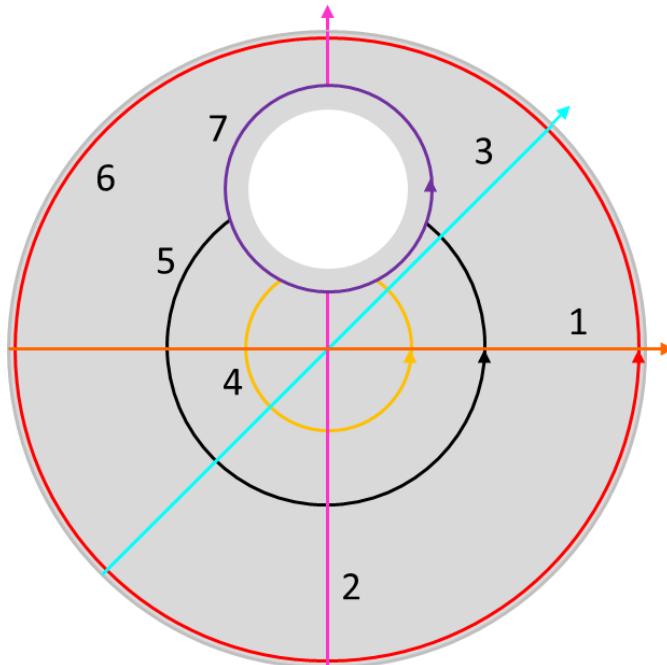




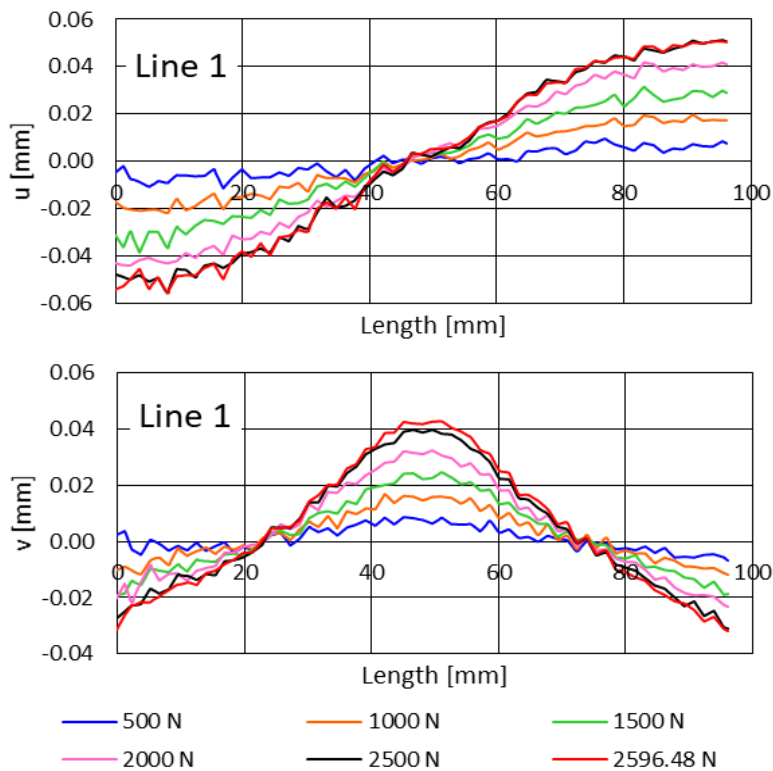
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



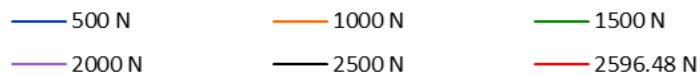
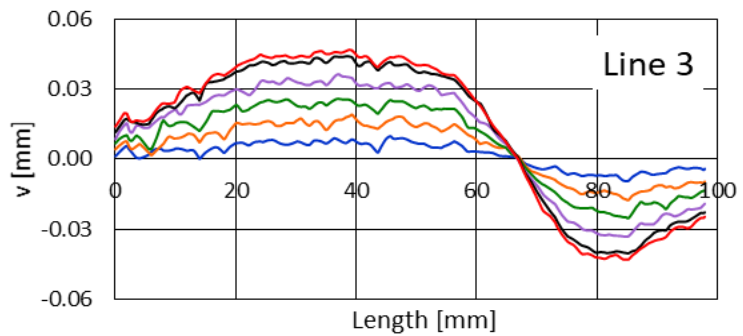
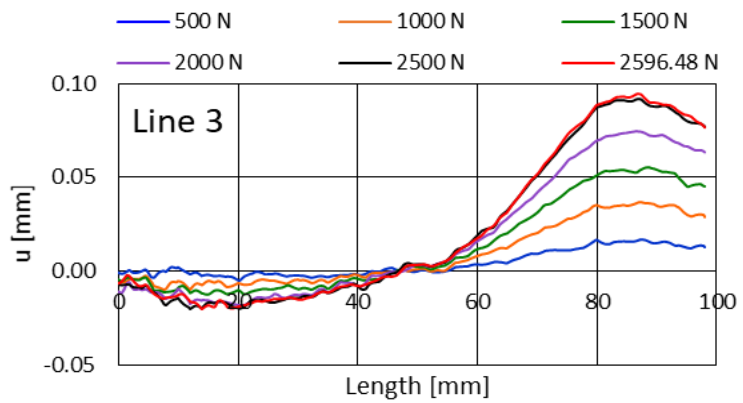
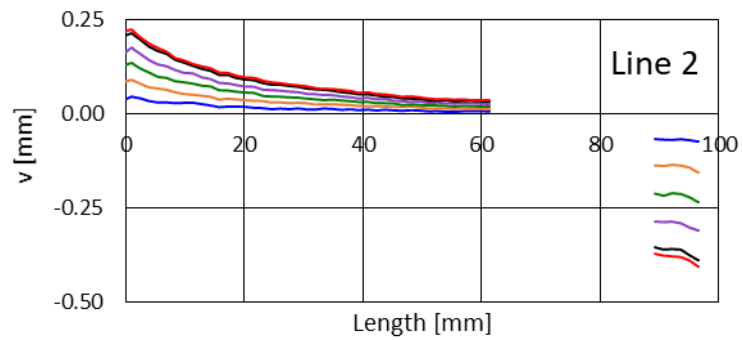
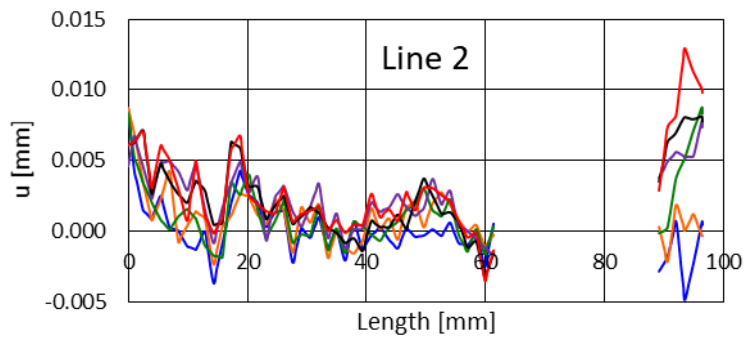
- | | | | |
|----------|-------------|----------|----------|
| — 500 N | — 1000 N | — 1500 N | — 2000 N |
| — 2500 N | — 3000 N | — 3500 N | — 4500 N |
| — 5000 N | — 5186.23 N | | |

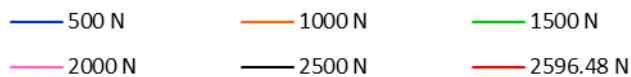
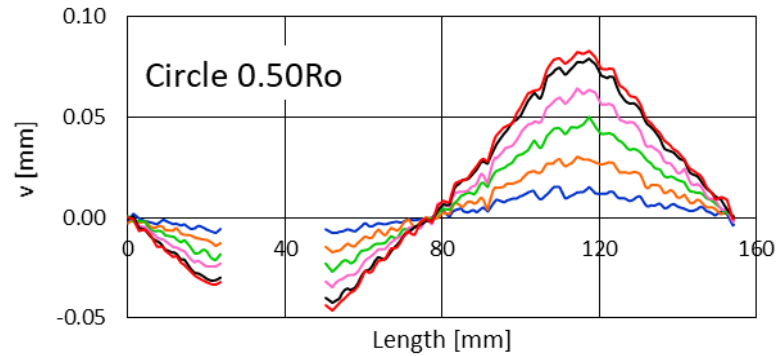
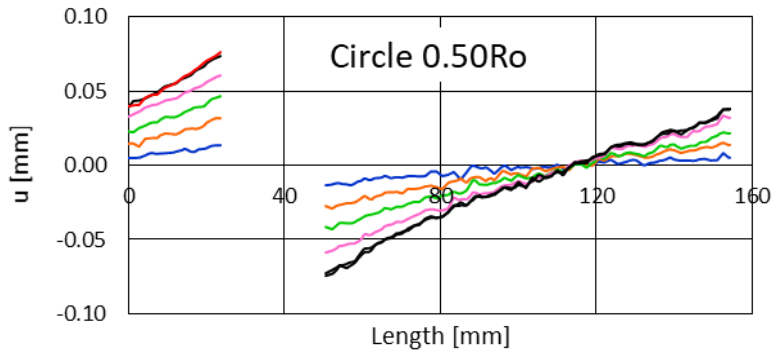
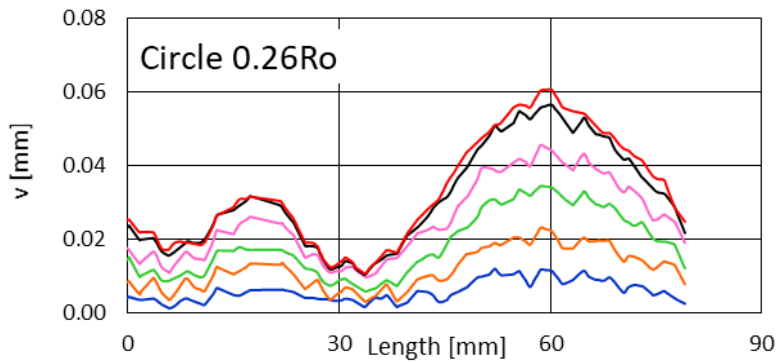
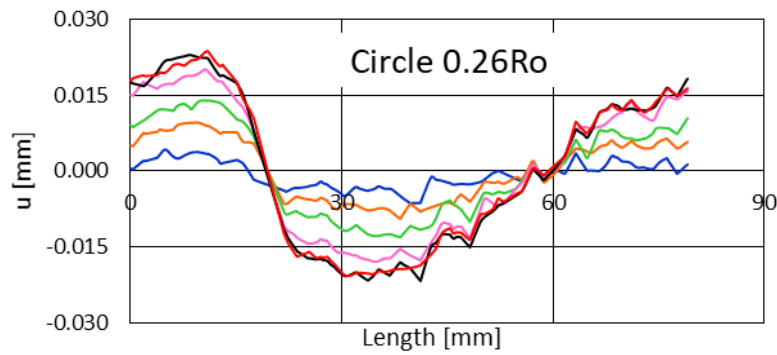


Σχήμα 4: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_0/2$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 0° από τον άξονα φόρτισης.

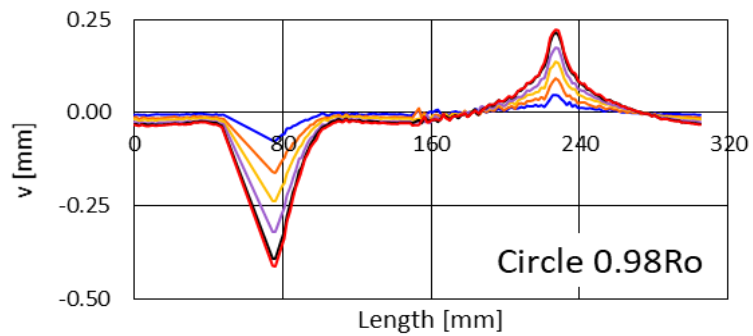
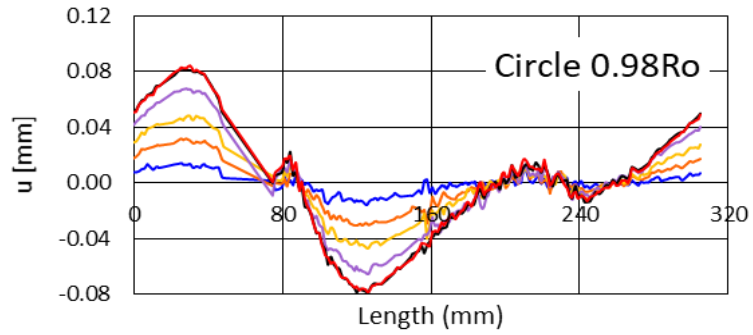


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

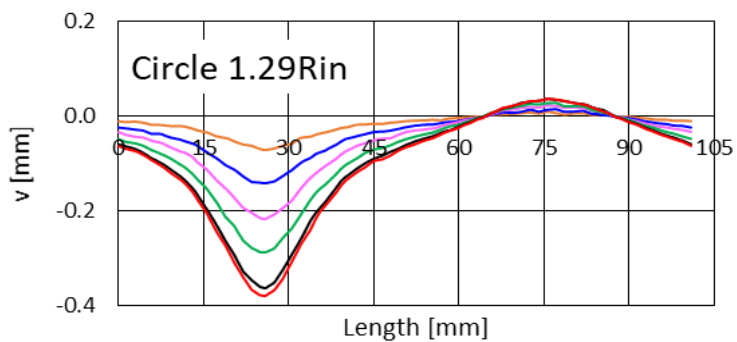
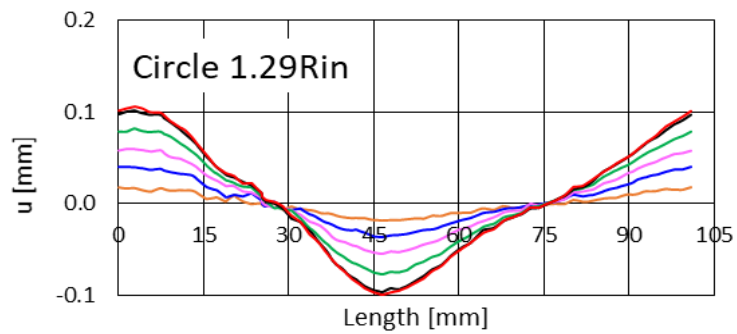




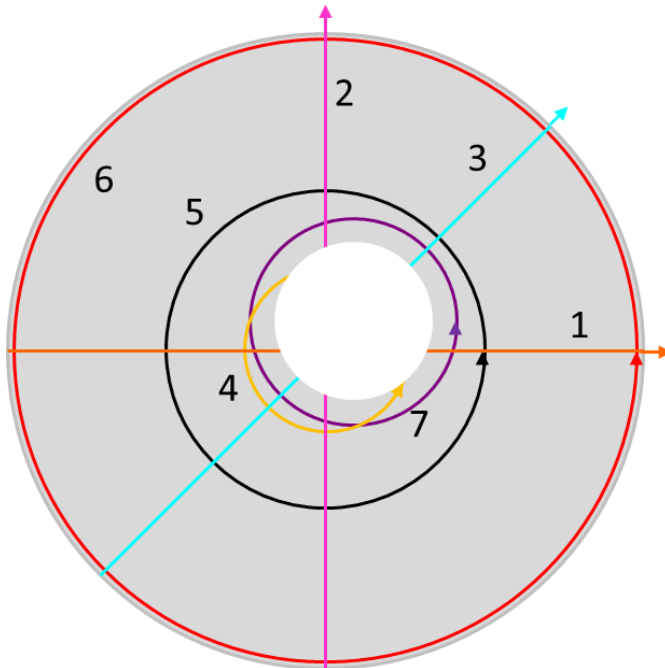
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



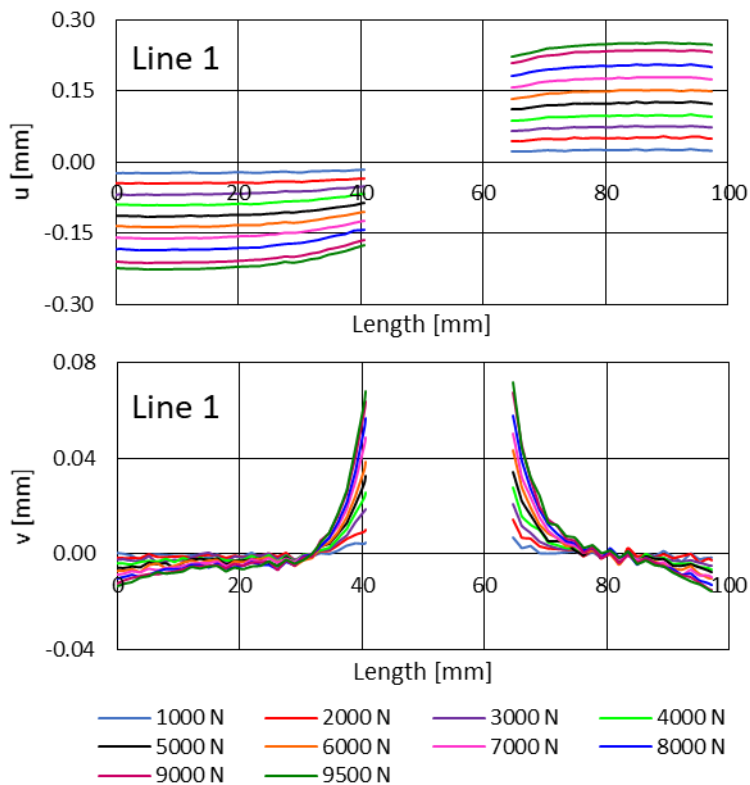
— 500 N — 1000 N — 1500 N
 — 2000 N — 2500 N — 2596.48 N



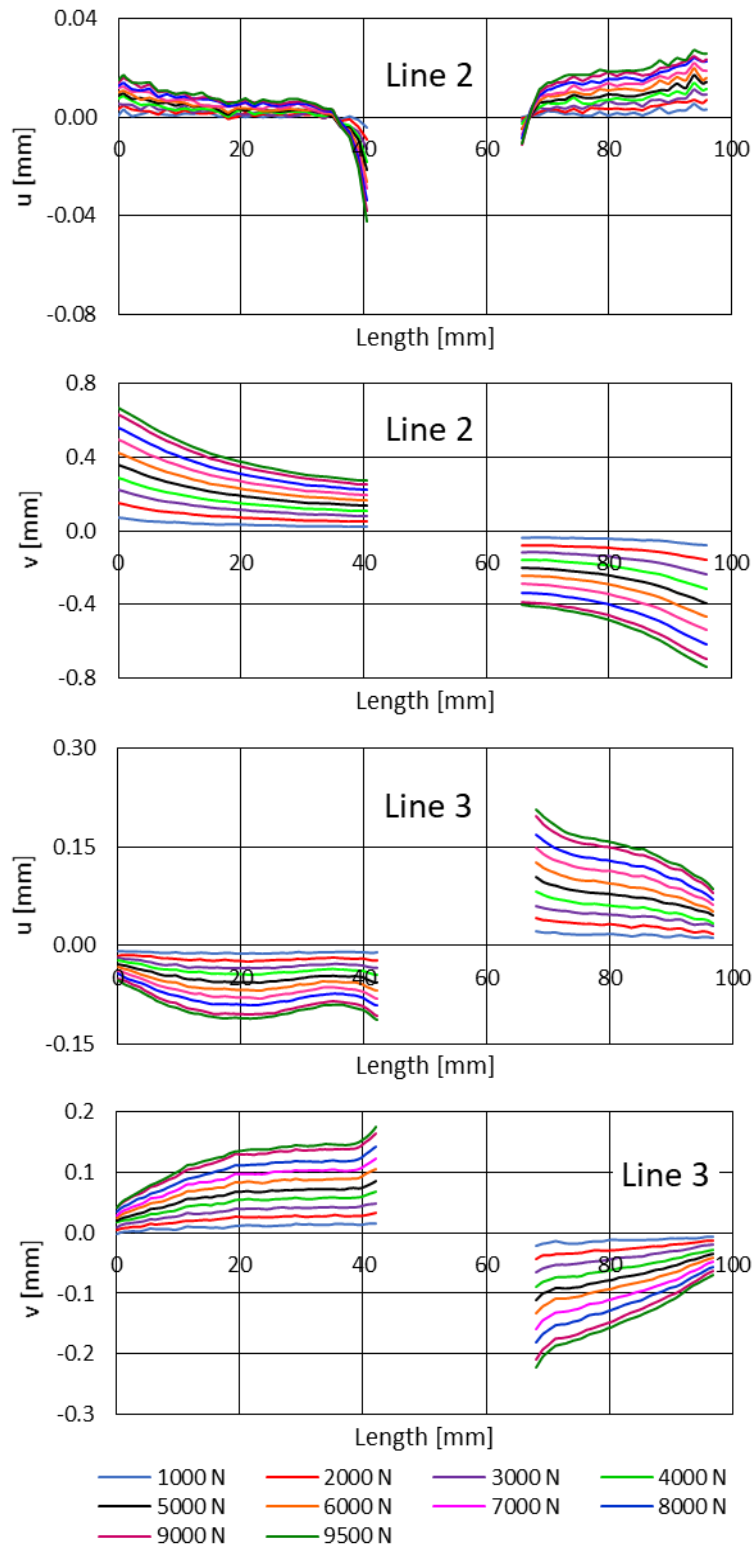
— 500 N — 1000 N — 1500 N
 — 2000 N — 2500 N — 2596.48 N

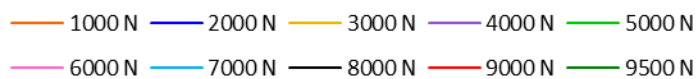
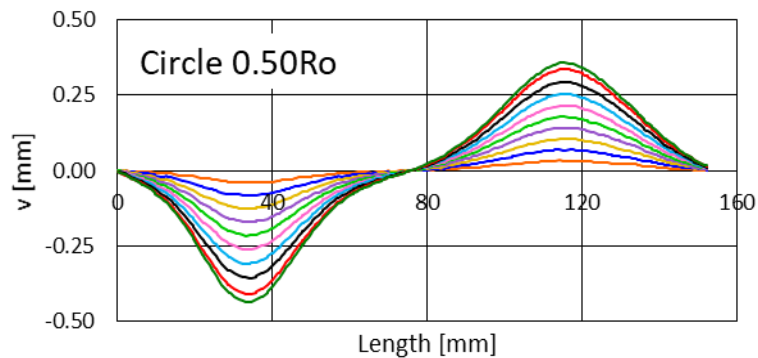
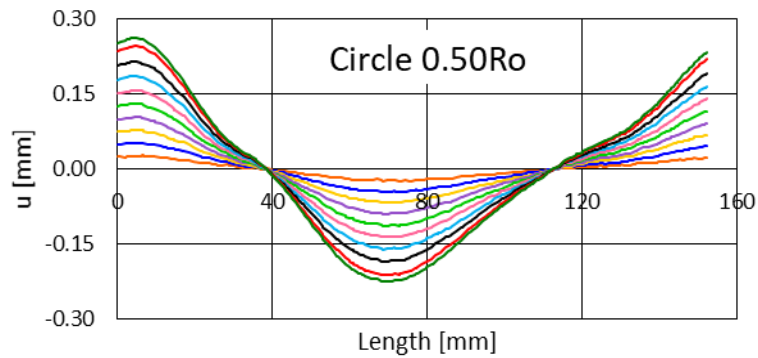
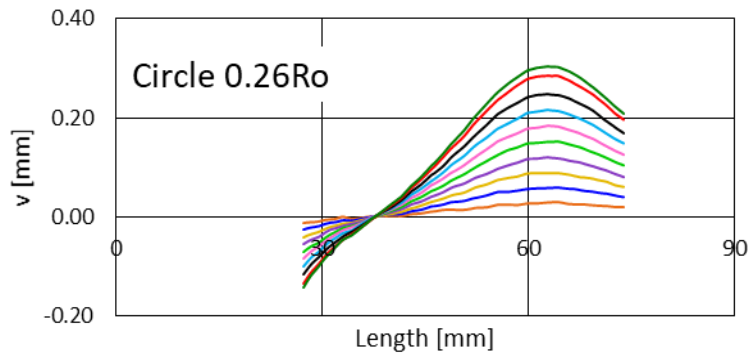
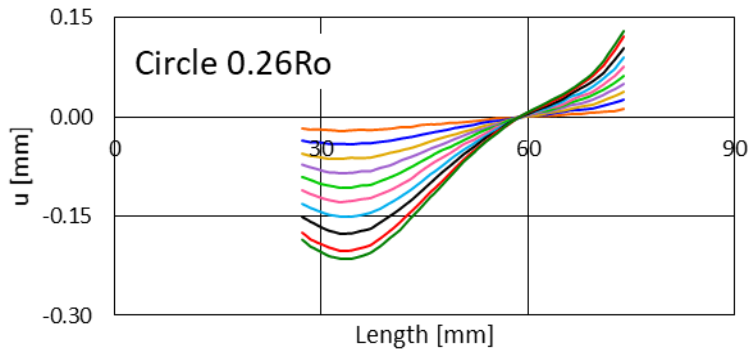


Σχήμα 5: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_o/8$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 45° από τον άξονα φόρτισης.

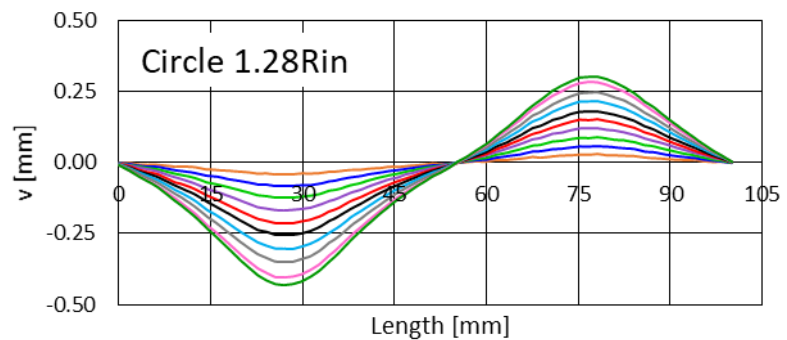
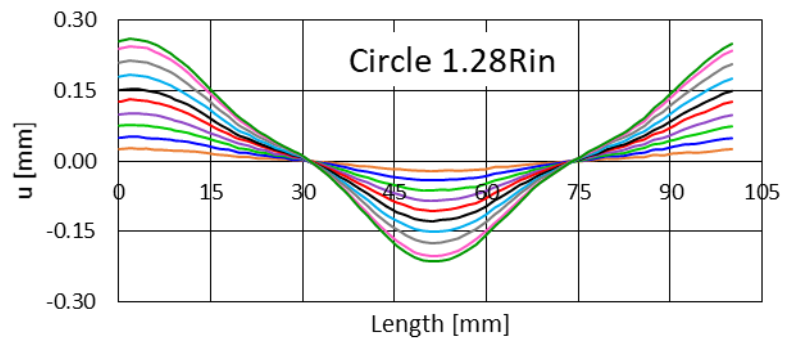
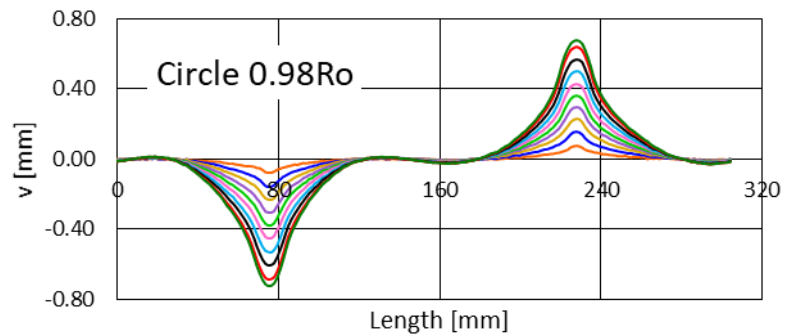
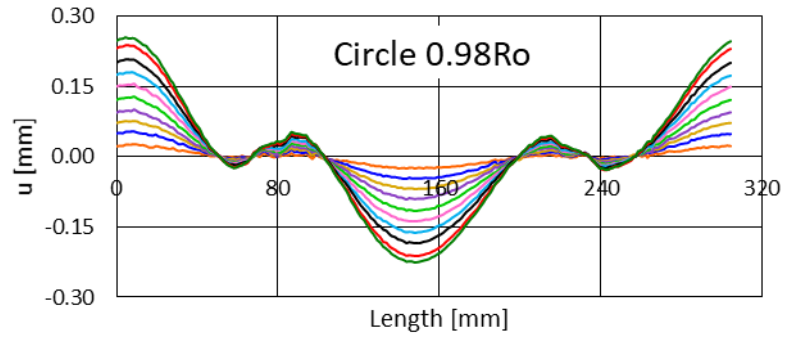


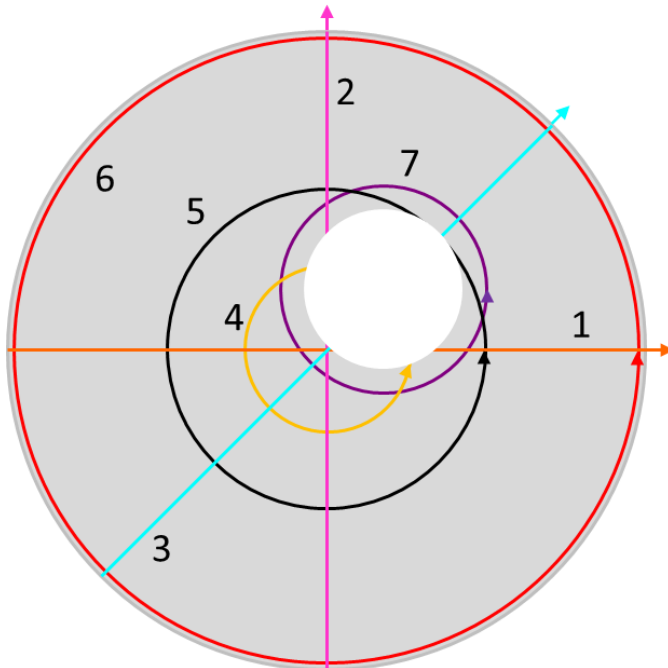
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



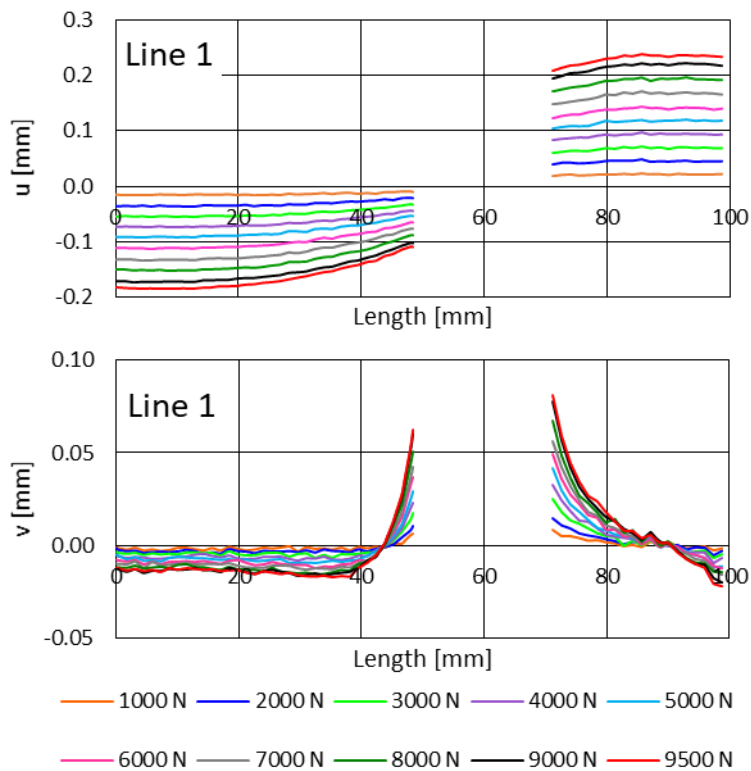


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

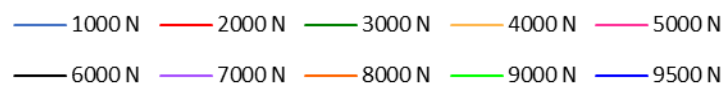
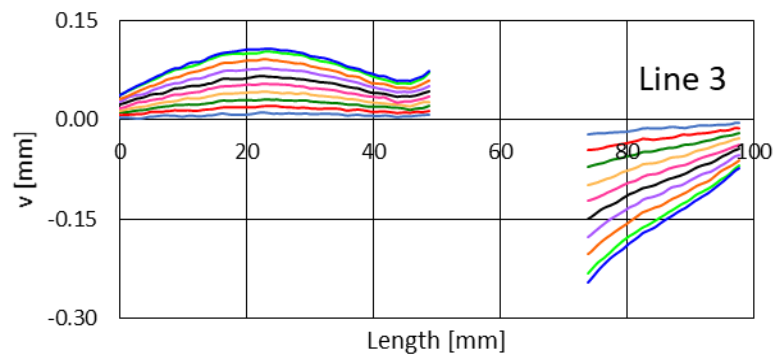
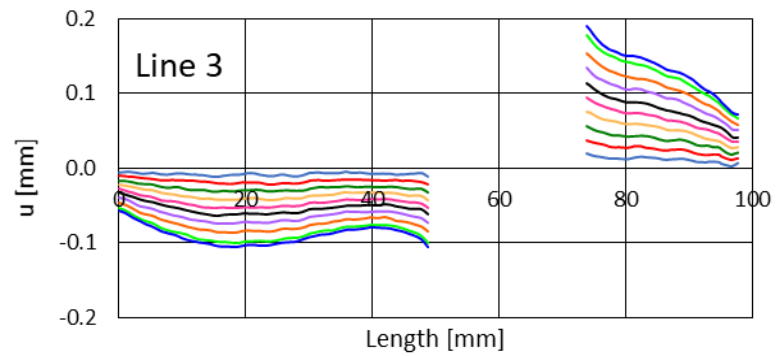
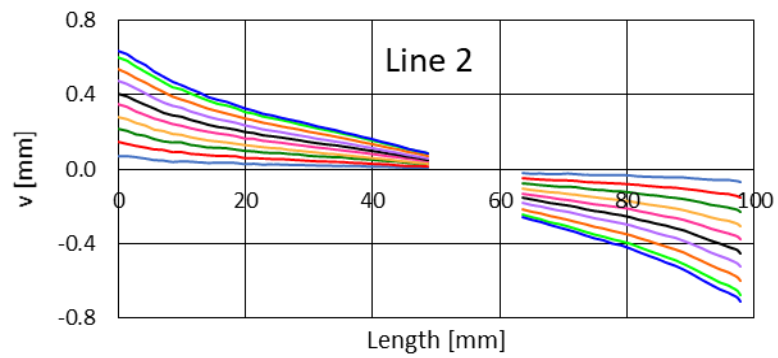
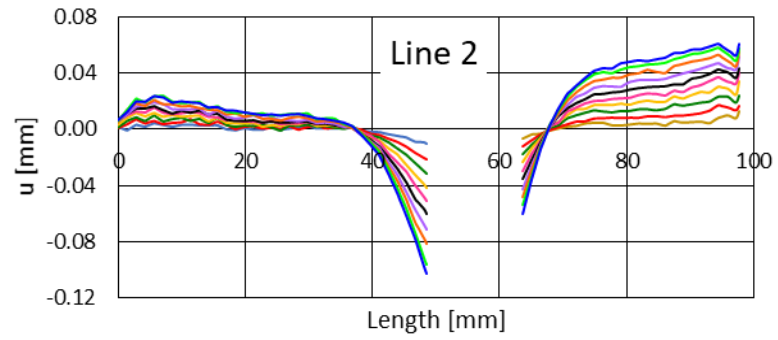


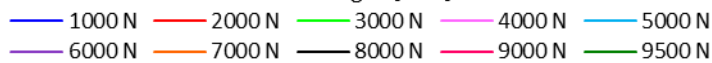
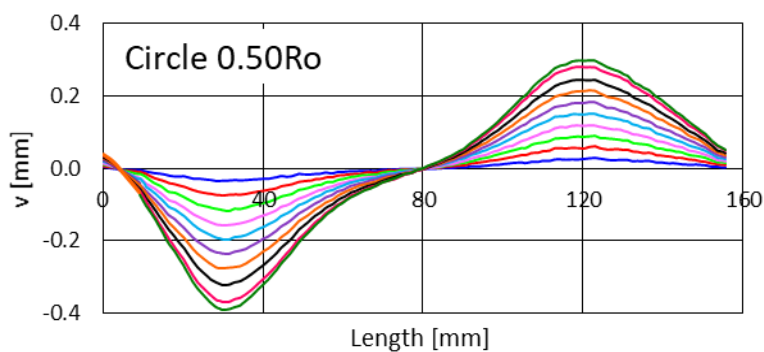
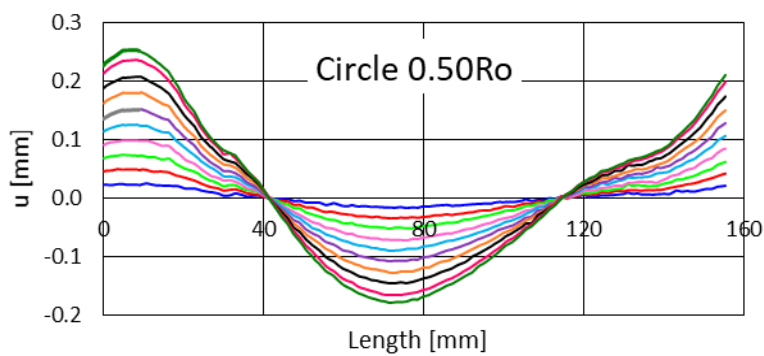
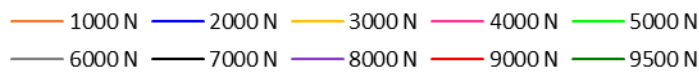
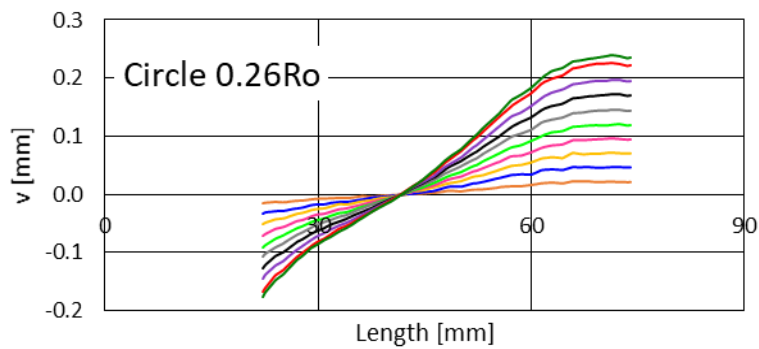
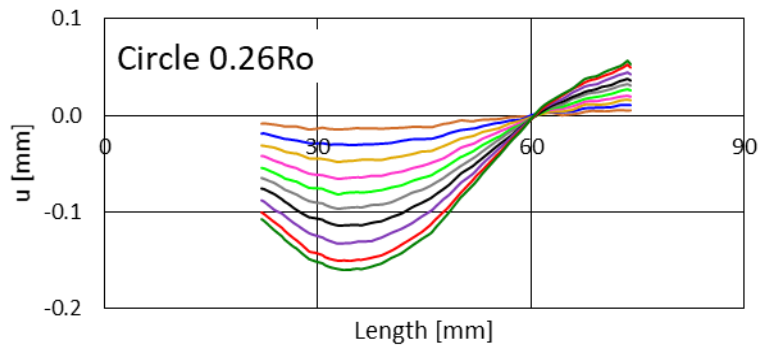


Σχήμα 6: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_o/4$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 45° από τον άξονα φόρτισης.

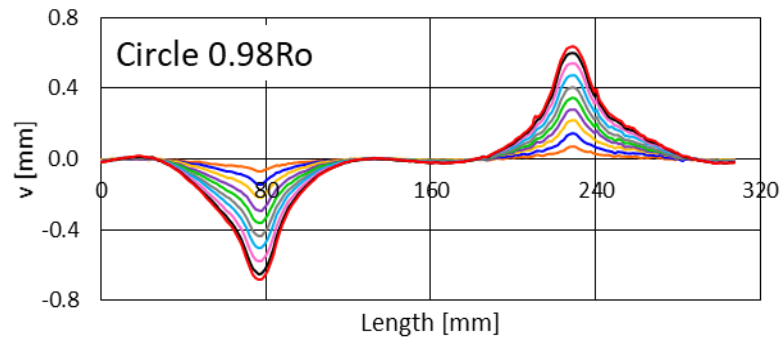
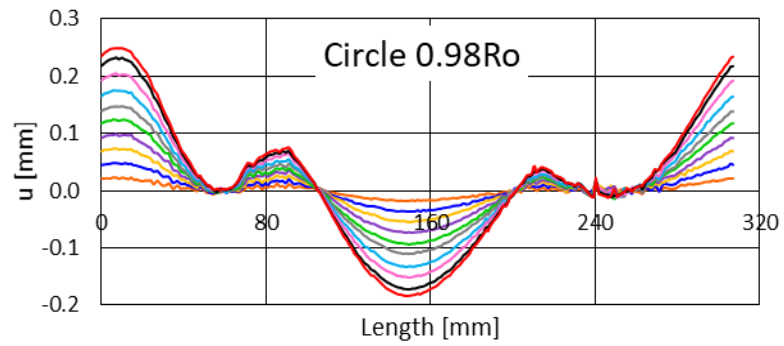


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

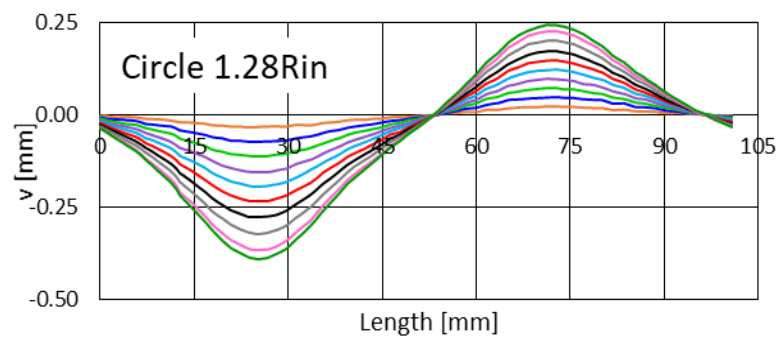
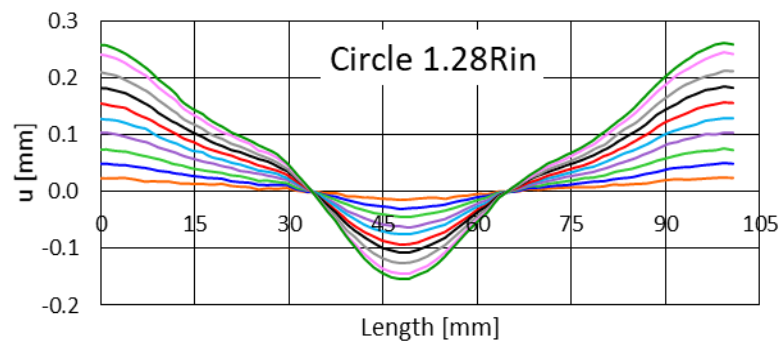




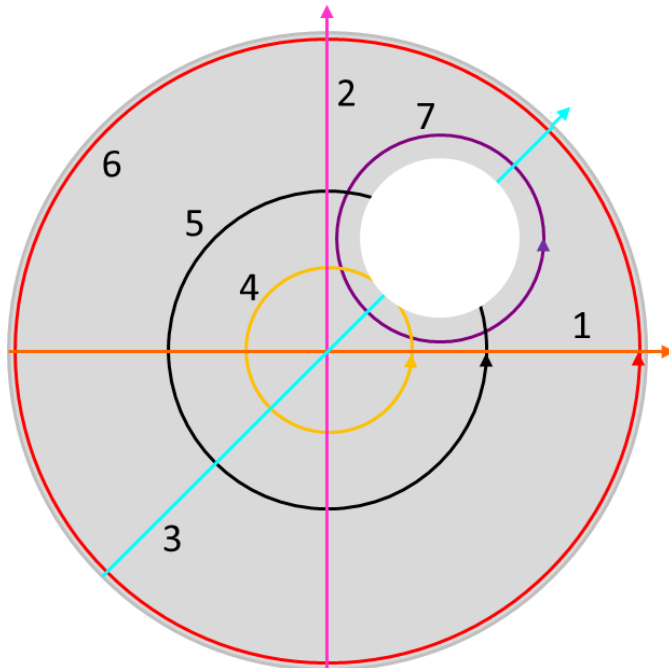
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



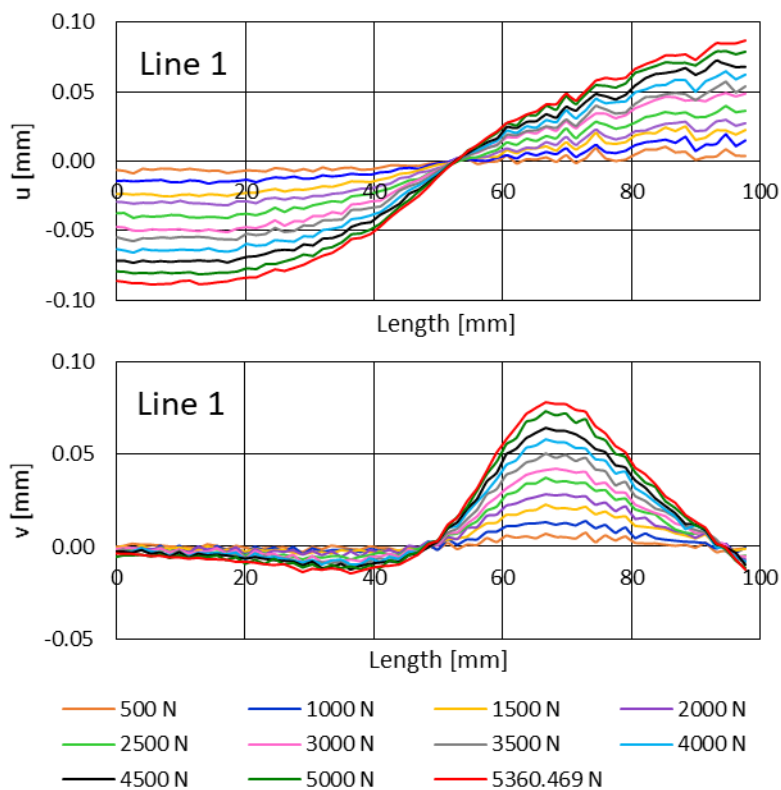
- 1000 N — 2000 N — 3000 N — 4000 N — 5000 N
- 6000 N — 7000 N — 8000 N — 9000 N — 9500 N



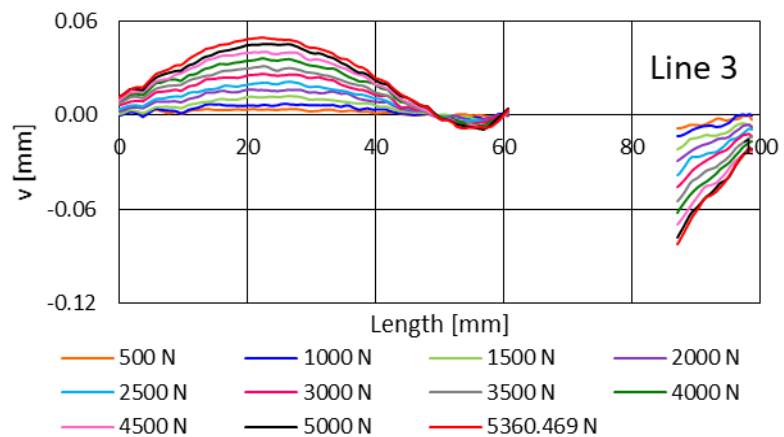
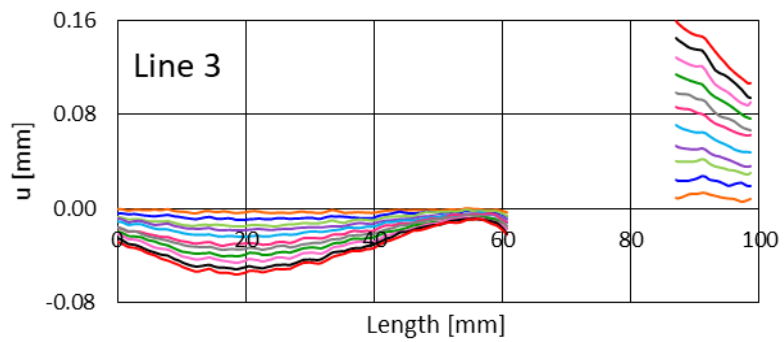
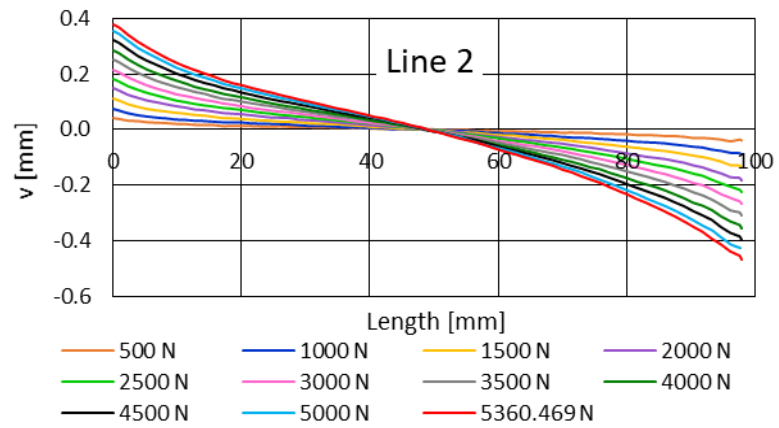
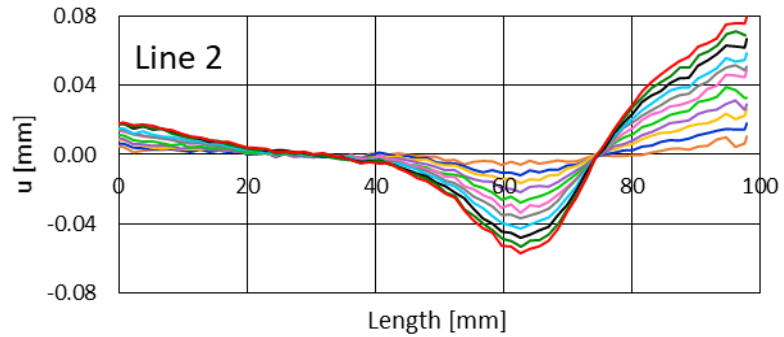
- 1000 N — 2000 N — 3000 N — 4000 N — 5000 N
- 6000 N — 7000 N — 8000 N — 9000 N — 9500 N

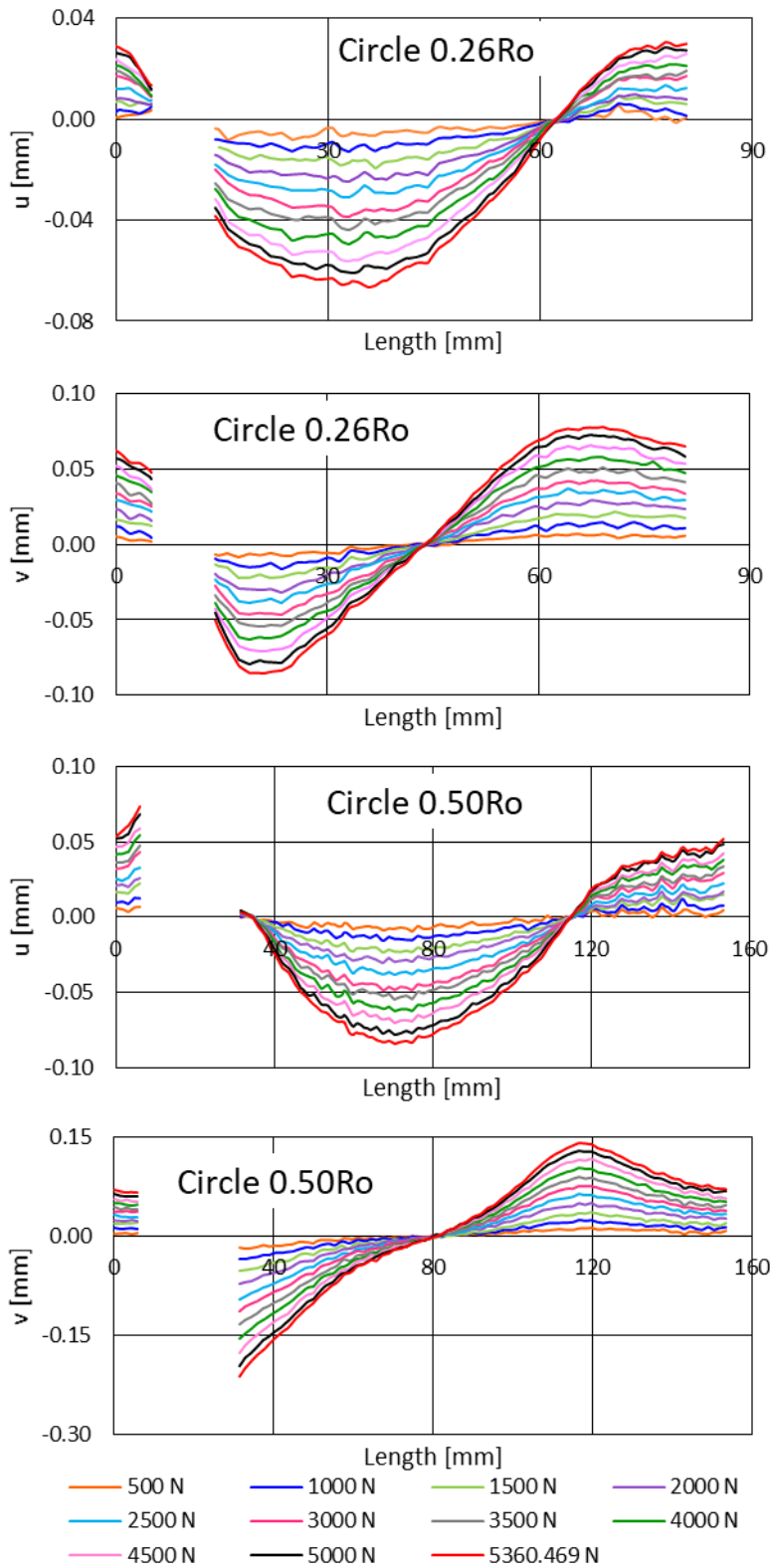


Σχήμα 7: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_o/2$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 45° από τον άξονα φόρτισης.

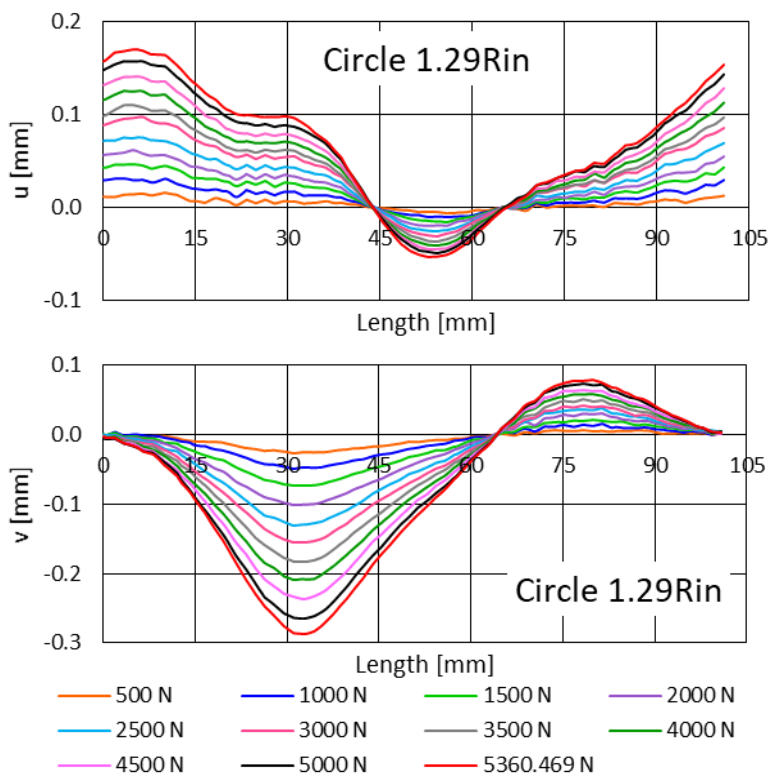
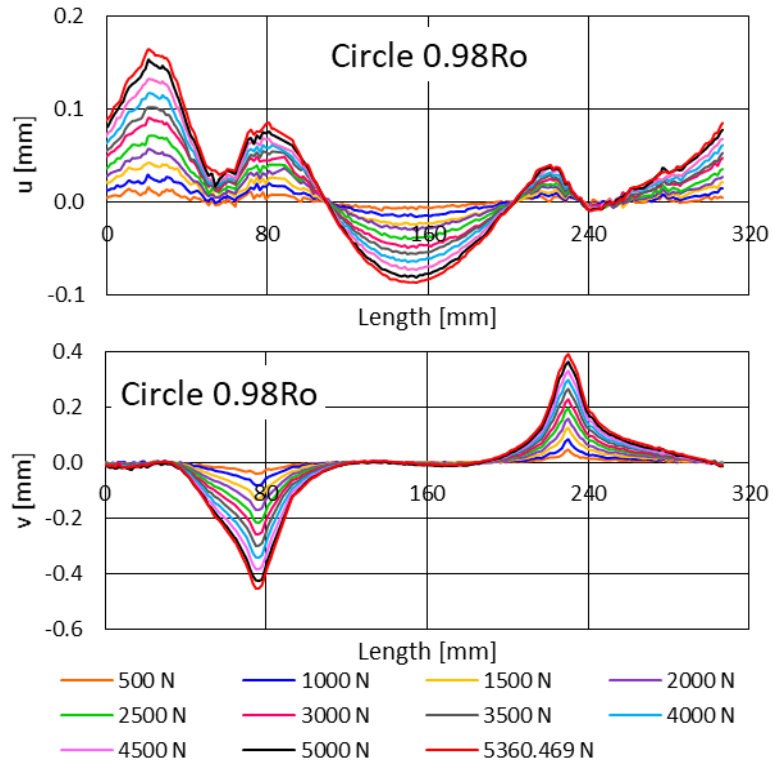


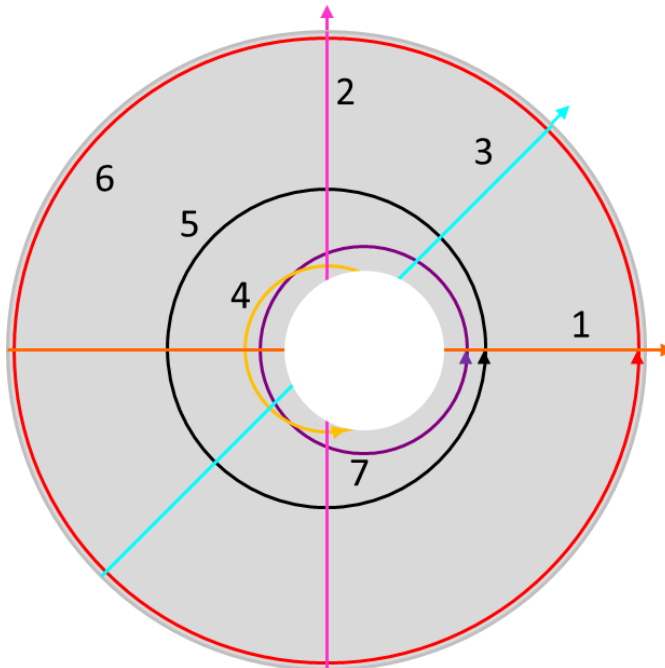
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



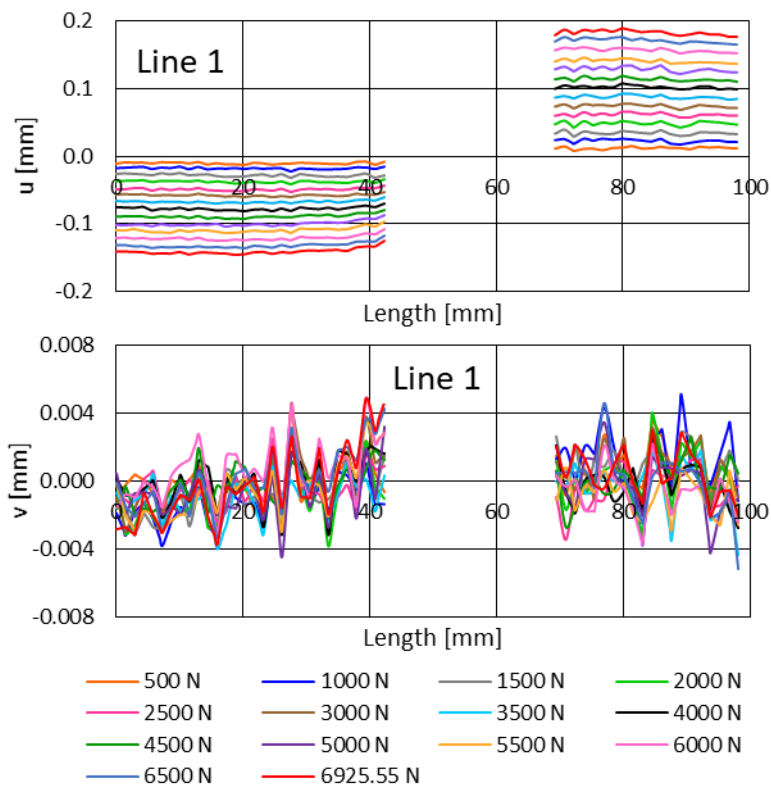


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

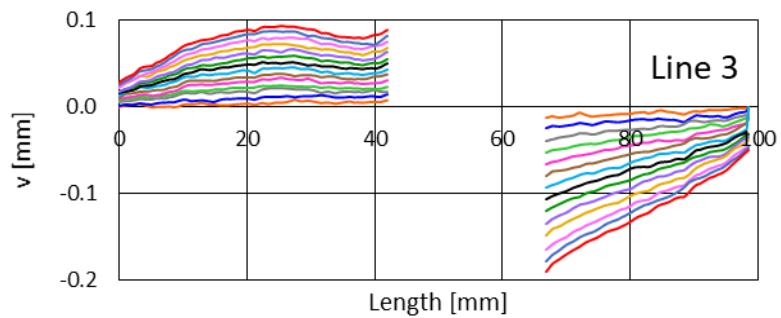
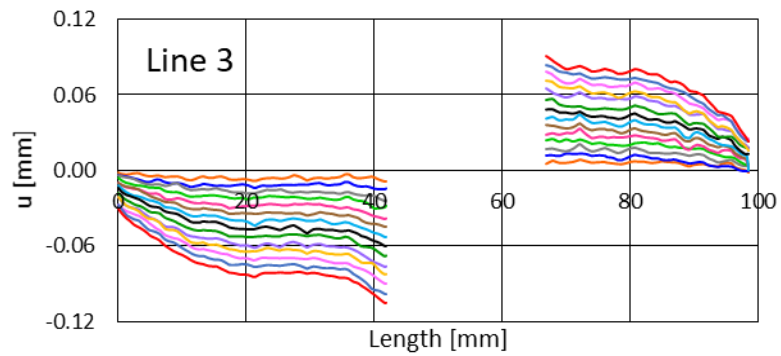
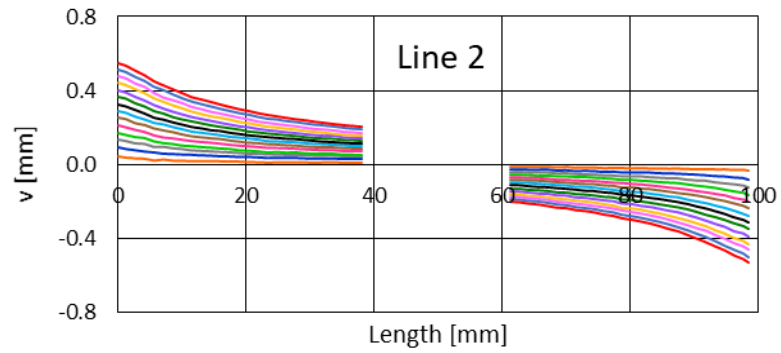
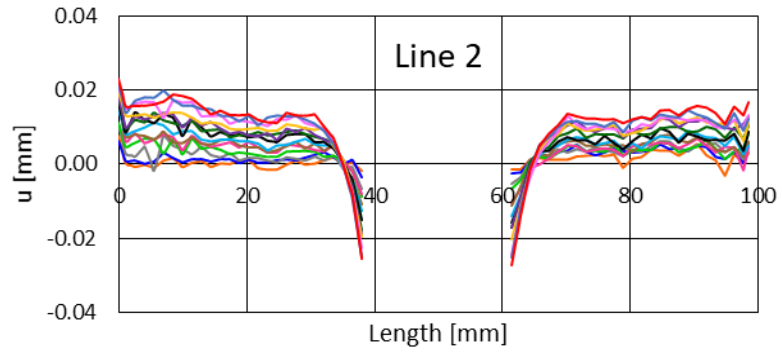


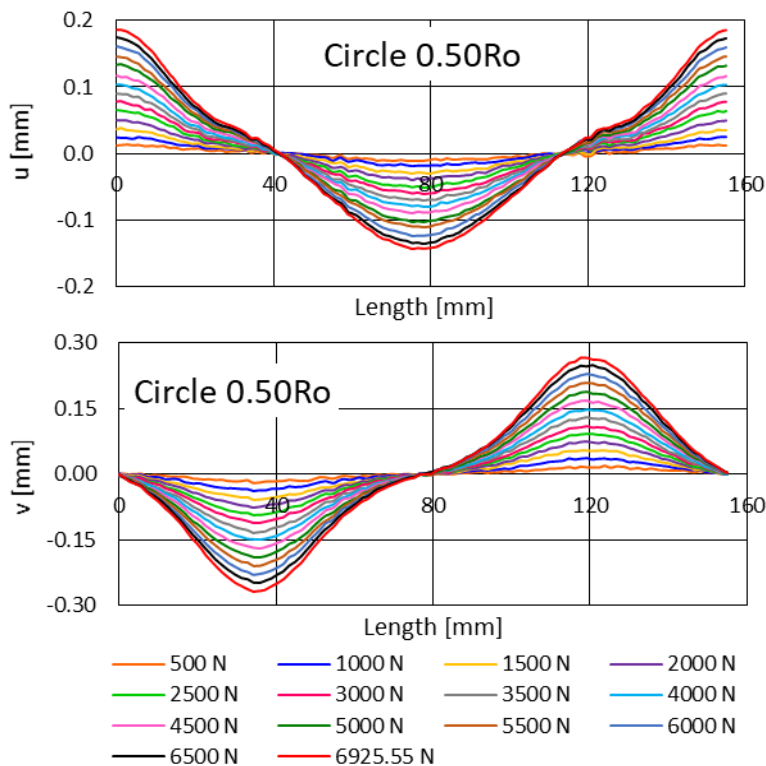
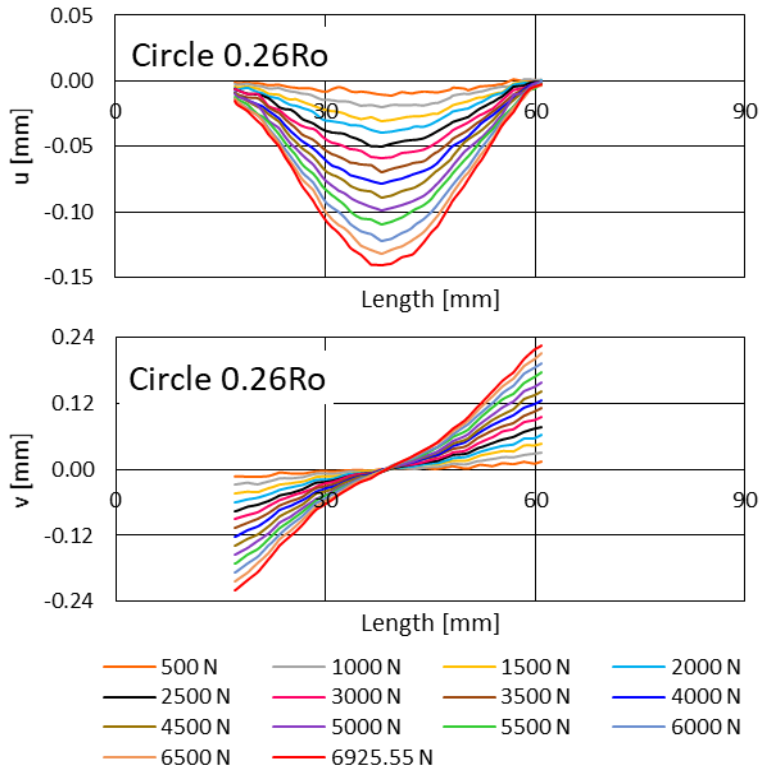


Σχήμα 8: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_o/8$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 90° από τον άξονα φόρτισης.

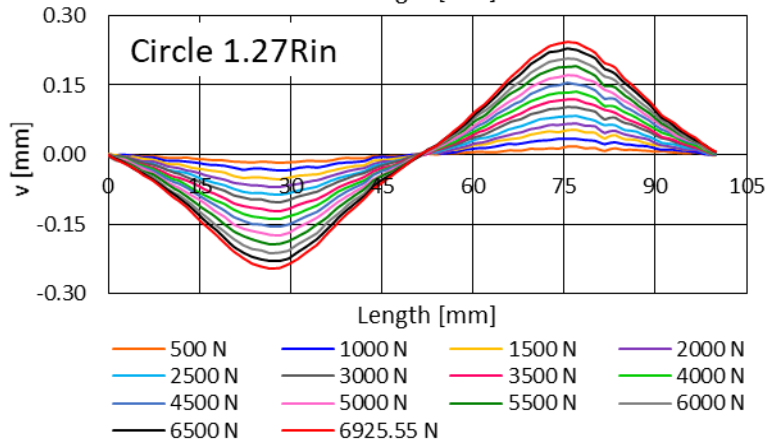
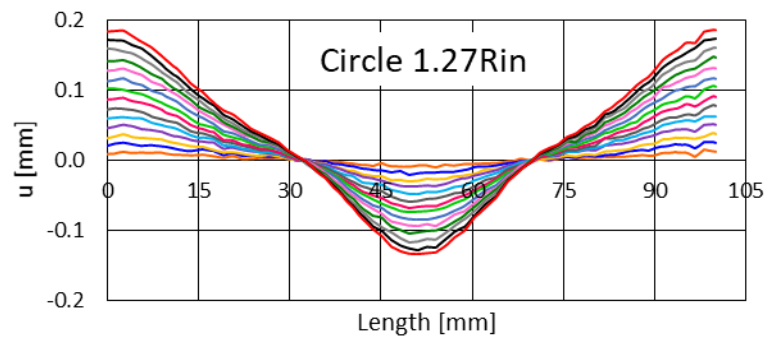
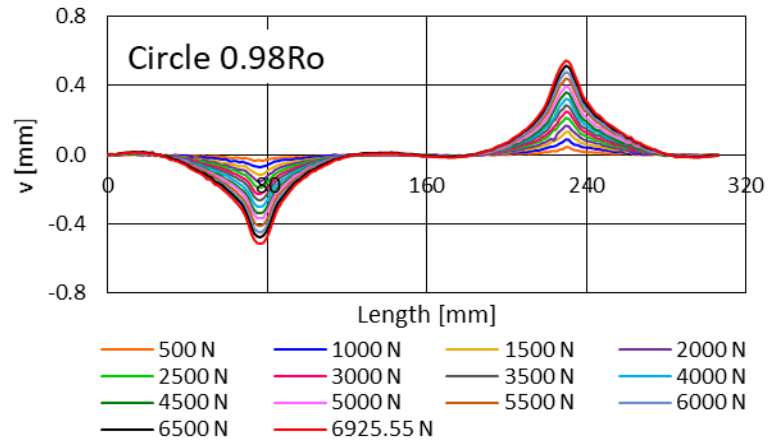
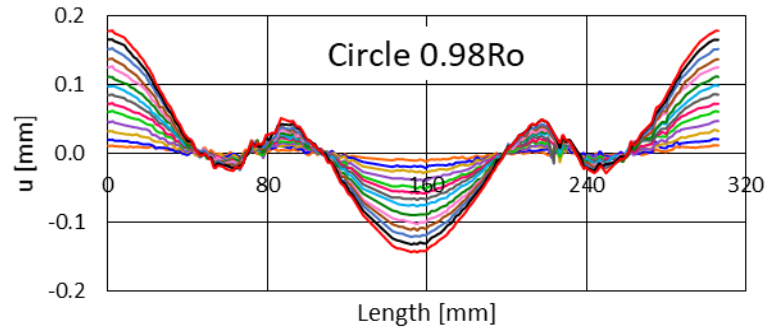


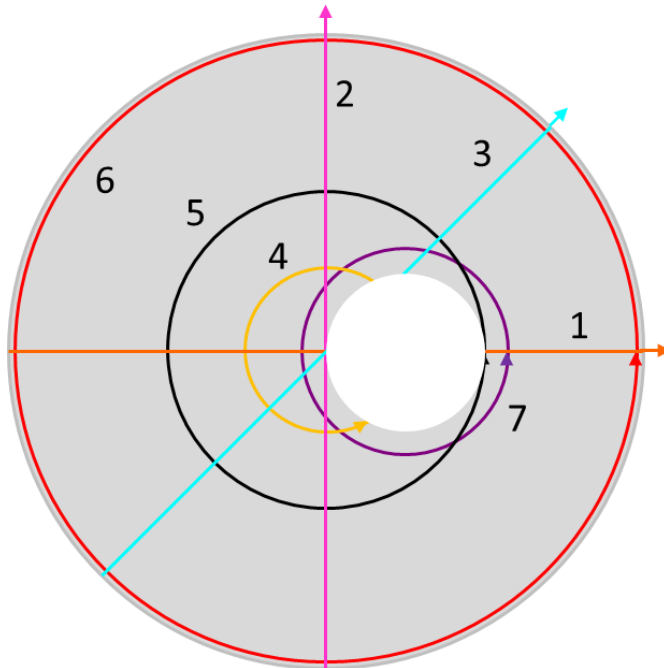
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



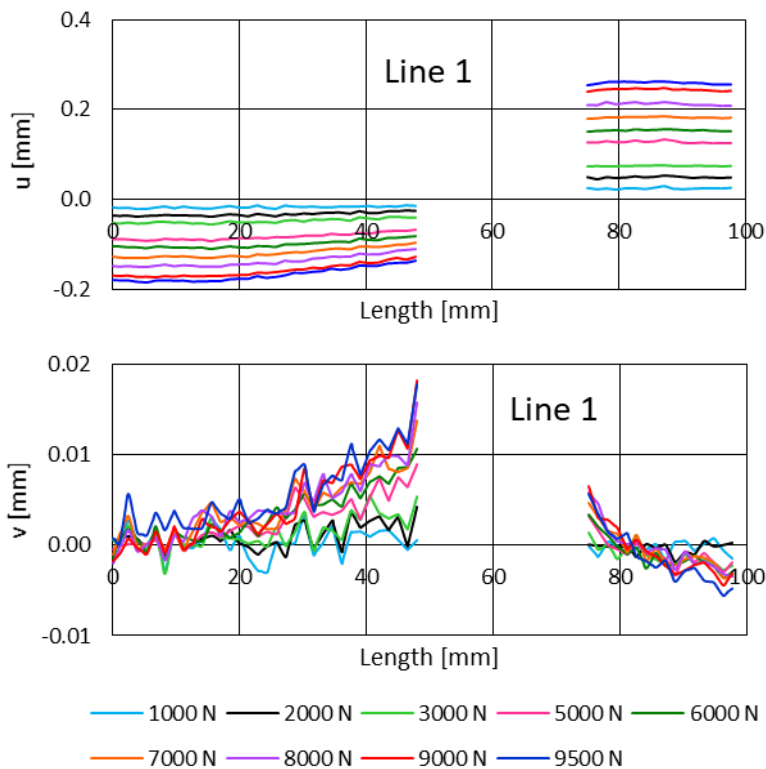


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

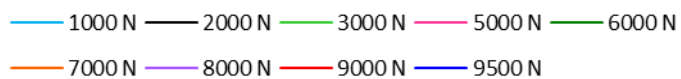
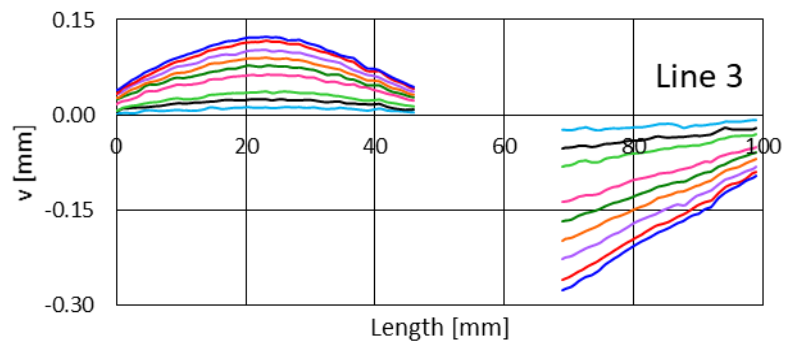
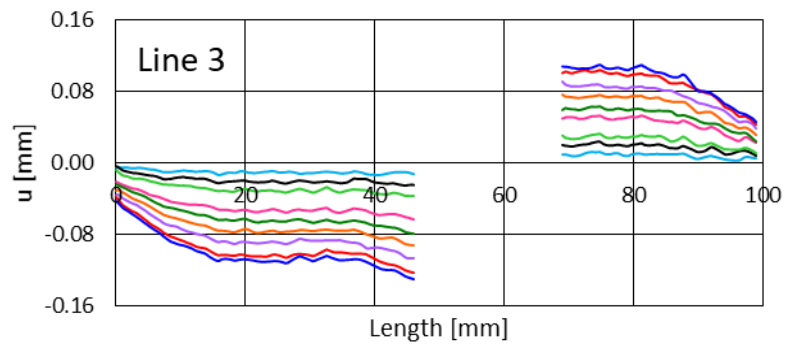
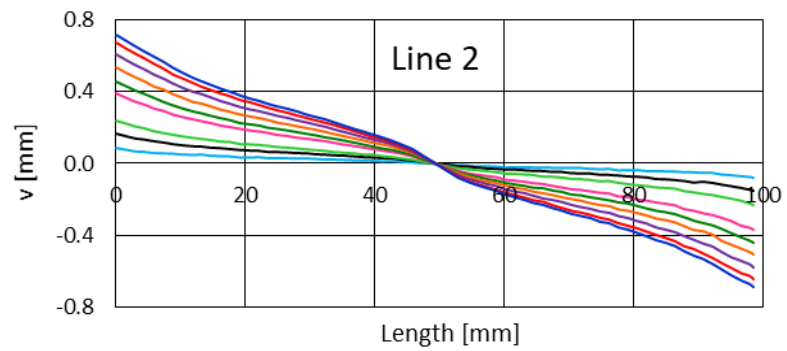
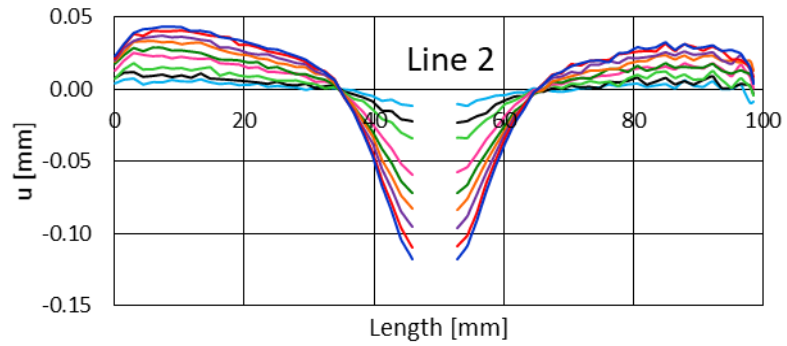


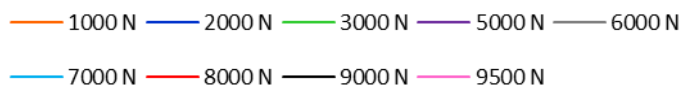
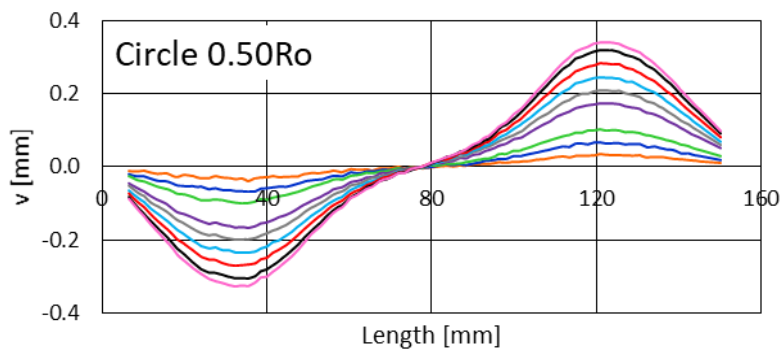
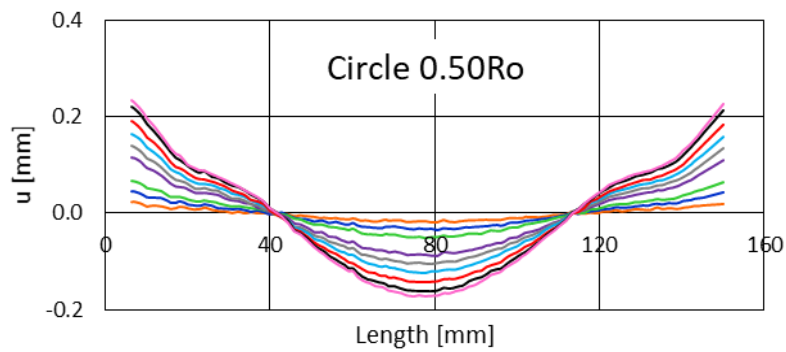
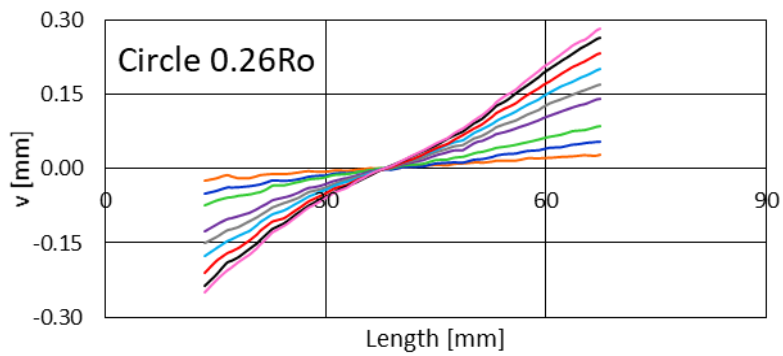
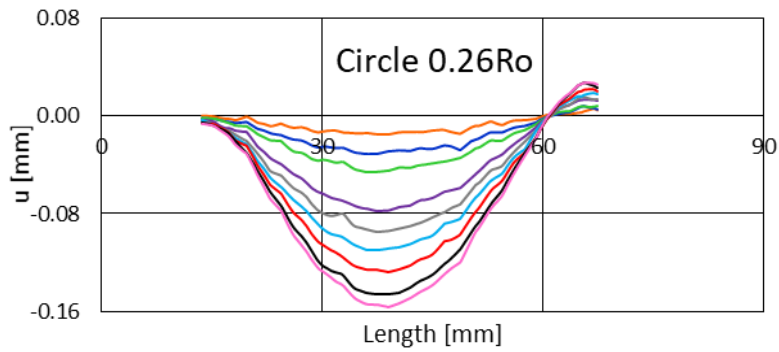


Σχήμα 9: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_0/4$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 90° από τον άξονα φόρτισης.

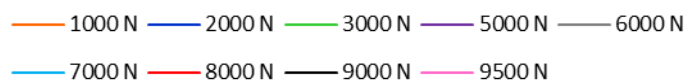
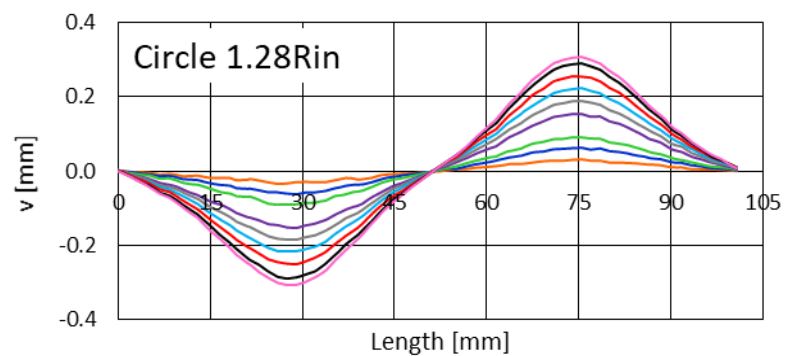
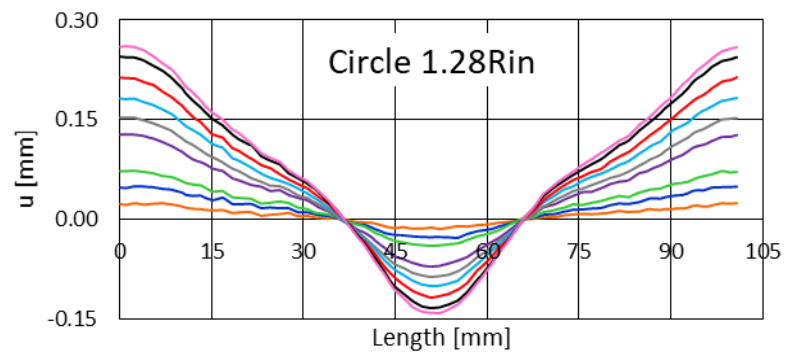
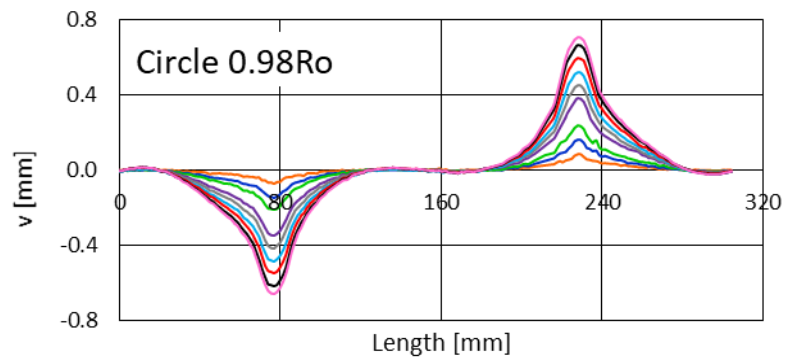
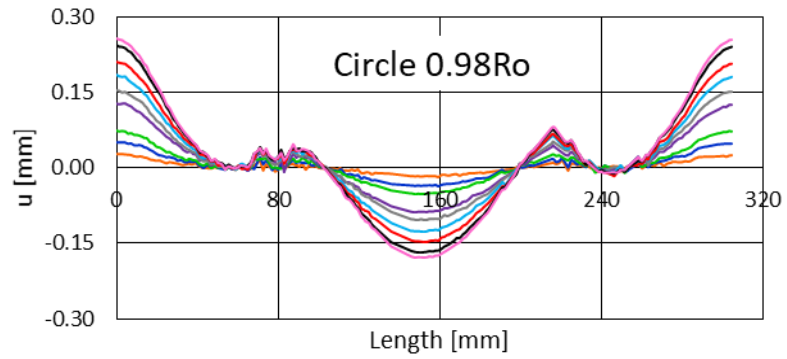


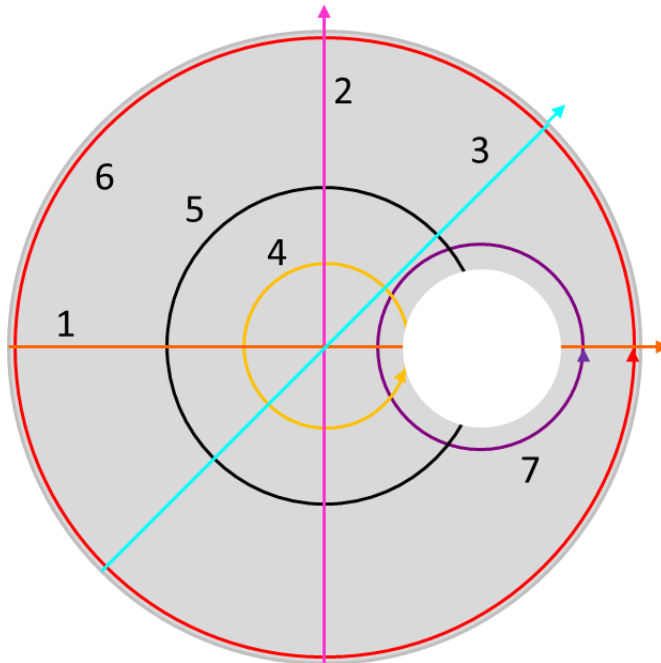
Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



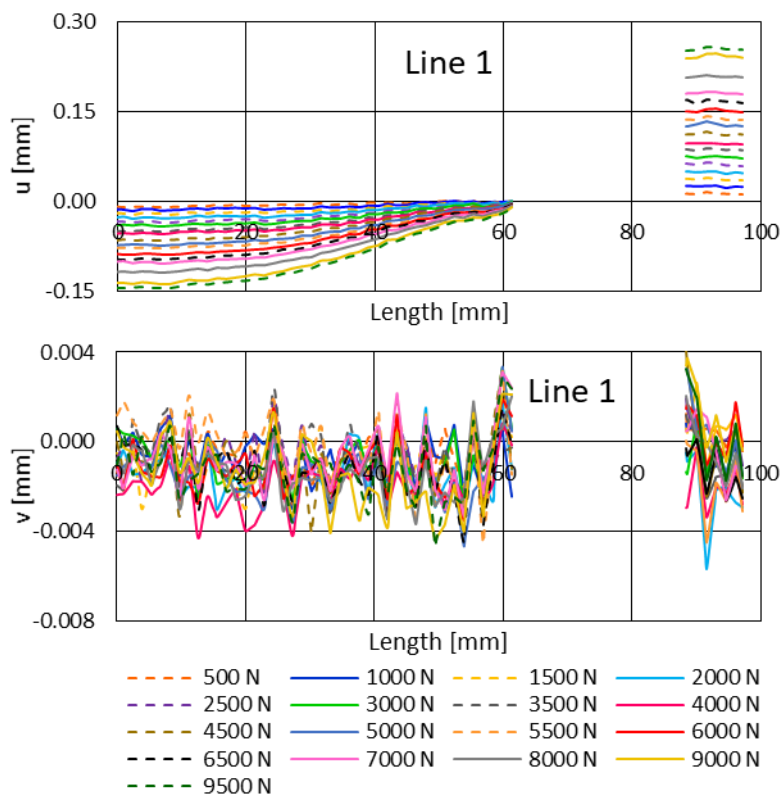


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα

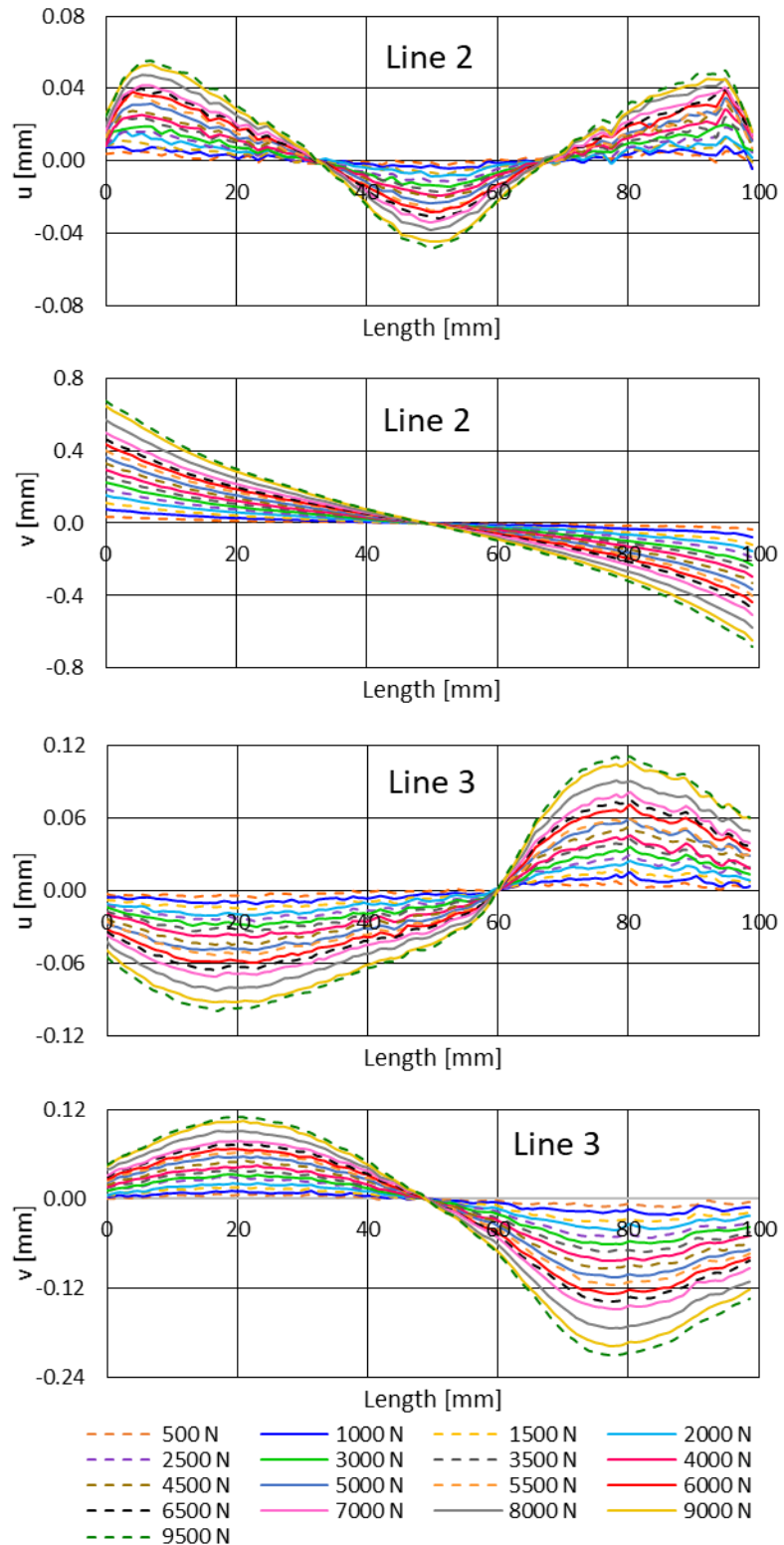


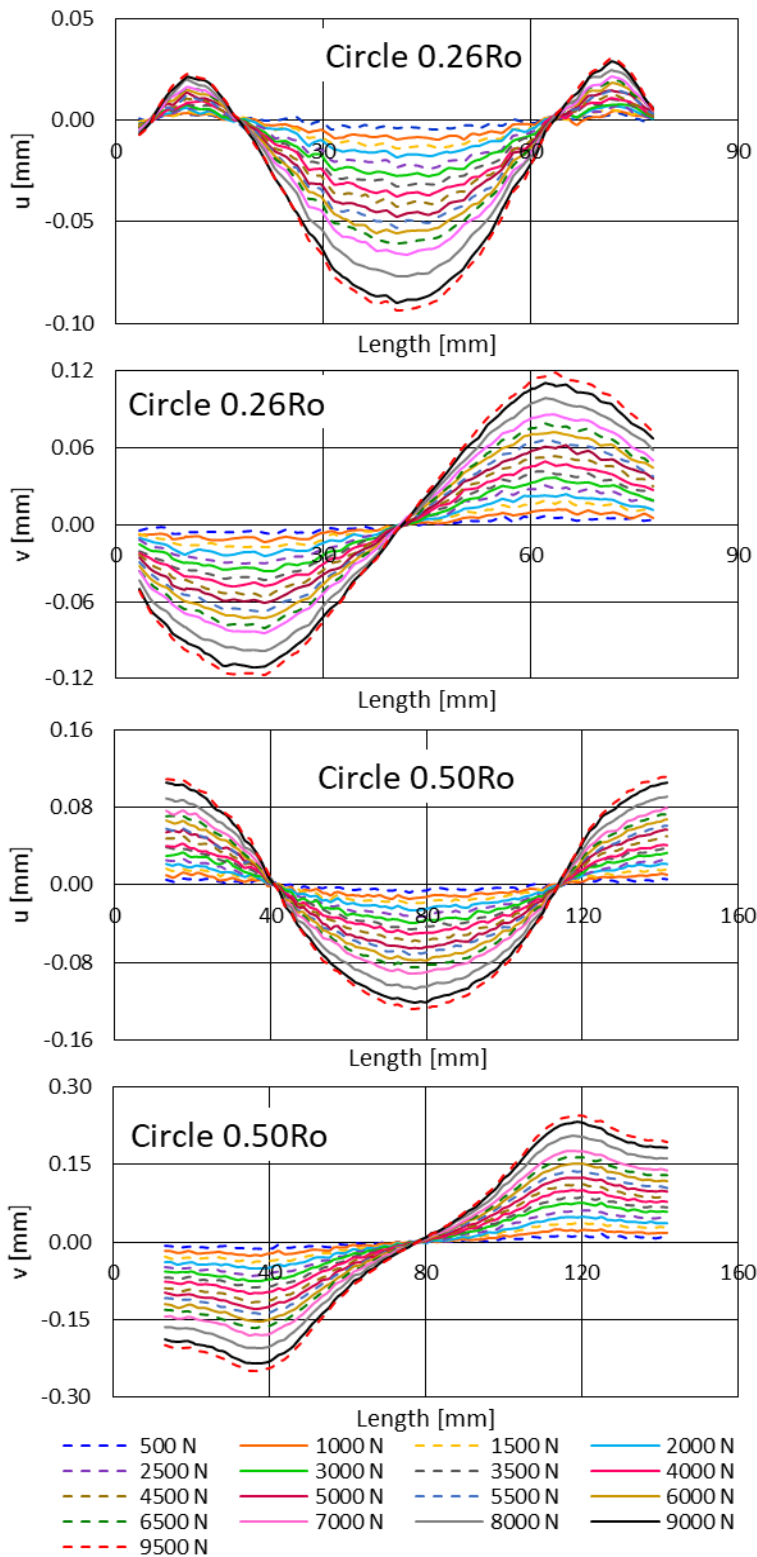


Σχήμα 10: Δοκίμιο διακέντρου $\delta=R_0/2$, όπου ο άξονας της διακέντρου είναι υπό γωνία 90° από τον άξονα φόρτισης.

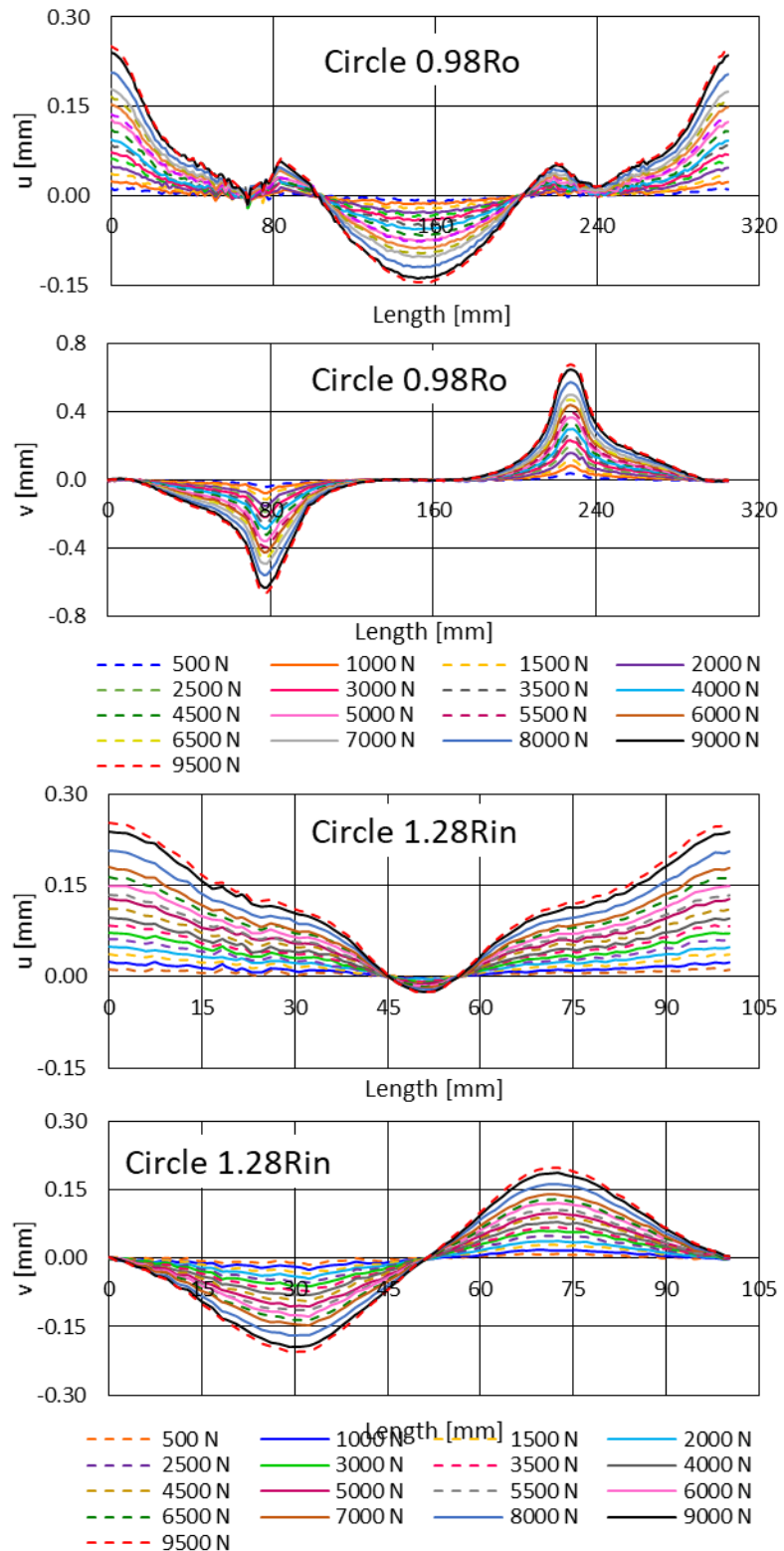


Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα





Η επίδραση της εκκεντρότητας της οπής στο πεδίο μετατοπίσεων δακτυλίου υπό συνθήκες πειράματος Βραζιλιανού δίσκου: Παράρτημα



ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Carneiro FLLB (1943) A new method to determine the tensile strength of concrete. In: Paper presented at the Proceedings of the 5th meeting of the Brazilian Association for Technical Rules (“Associação Brasileira de Normas Técnicas—ABNT”), 3d. section
- [2] Akazawa T (1943) New test method for evaluating internal stress due to compression of concrete (the splitting tension test) (Part 1). J Japan Soc Civil Eng.
- [3] Hondros G. (1959) The evaluation of Poisson’s ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. Aust J Appl Sci 10(3):243–268.
- [4] Fairhurst C. (1964) On the validity of the ‘Brazilian’ test for brittle materials. Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr 1(4):535–546.
- [5] Hobbs DW (1964) The tensile strength of rocks. Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr 1(3):385–396.
- [6] Hobbs DW (1965) An assessment of a technique for determining the tensile strength of rock. Br J Appl Phys 16(2):259–268.
- [7] Ripperger E, Davis N (1947) Critical stresses in a circular ring (paper no 2308). Trans Am Soc Civ Eng 112:619–627
- [8] Timoshenko SP, Goodier JN (1951) Theory of elasticity, 2nd edn. Engineering societies monographs. McGraw-Hill, New York
- [9] Filon LNG (1924) The stresses in a circular ring. Selected engineering papers, vol 12. The Institution, London. Institution of Civil Engineers (Great Britain)
- [10] Jaeger JC, Hoskins ER (1966) Stresses and failure in rings of rock loaded in diametral tension or compression. Br J Appl Phys 17(5):685–692
- [11] Tokovyy YV, Hung KM, Ma CC (2010) Determination of stresses and displacements in a thin annular disk subjected to diametral compression. J Math Sci 165(3):342–354

- [12] Hudson JA (1969) Tensile strength and the ring test. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr* 6(1):91–97.
- [13] Hudson JA, Brown ET, Rummel F (1972) The controlled failure of rock discs and rings loaded in diametral compression. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr* 9(2):241–248.
- [14] Mellor M, Hawkes I (1971) Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli. *Eng Geol* 5(3):173–225.
- [15] ISRM. Suggested methods for determining tensile strength of rock materials. *Int J Rock Mech Min Sci* 1978;15(3):99–103.
- [16] Barla G, Innaurato N (1973) Indirect tensile testing of anisotropic rocks. *Rock Mech* 5(4):215–230.
- [17] Lajtai EZ (1980) Tensile strength and its anisotropy measured by point and line-loading of sandstone. *Eng Geol* 15(3–4):163–171.
- [18] Sundaram PN, Corrales JM (1980) Brazilian tensile strength of rocks with different elastic properties in tension and compression. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr* 17(2):131–133.
- [19] Newman DA, Bennett DG (1990) The effect of specimen size and stress rate for the Brazilian test—a statistical analysis. *Rock Mech Rock Eng* 23(2):123–134.
- [20] Andreev GE (1991a) A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part I: calculation formula. *Min Sci Technol* 13(3):445–456.
- [21] Andreev GE (1991b) A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination. Part II: contact conditions. *Min Sci Technol* 13(3):457–465.
- [22] Chen C-S, Pan E, Amadei B (1998) Determination of deformability and tensile strength of anisotropic rock using Brazilian tests. *Int J Rock Mech Min Sci* 35(1):43–61.
- [23] Exadaktylos GE, Kaklis KN (2001) Applications of an explicit solution for the transversely isotropic circular disc compressed diametrically. *Int J Rock Mech Min Sci* 38(2):227–243.
- [24] Markides CF, Pazis DN, Kourkoulis SK (2010) Closed full-field solutions for stresses and displacements in the Brazilian disk under distributed radial load. *Int J Rock Mech Min Sci* 47(2): 227–237.

- [25] Markides CF, Kourkoulis SK (2012) The stress field in a standardized brazilian disc: the influence of the loading type acting on the actual contact length. *Rock Mech Rock Eng* 45(2):145–158.
- [26] Lavrov A, Vervoort A. (2002) Theoretical treatment of tangential loading effects on the Brazilian test stress distribution. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 39:275–283.
- [27] Markides ChF, Pazis DN, Kourkoulis SK (2012) The Brazilian disc under non-uniform distribution of radial pressure and friction. *Int J Rock Mech Mining Sci* 50:47–55.
- [28] Hooper JA (1971) The failure of glass cylinders in diametral compression. *J Mech Phys Solids* 19(4):179–200.
- [29] Addinall E, Hackett P. (1964) Tensile failure in rock-like materials. In: Spokes, E.M., Christiansen, C.R. (eds.) *Proceedings of the 6th Symposium on Rock Mechanics*. University of Missouri at Rolla, Rolla, pp. 515–38.
- [30] Timoshenko SP, Goodier JN (1970) *Theory of elasticity*. McGraw-Hill, New York.
- [31] Markides ChF, Kourkoulis SK (2012) The stress field in a standardized Brazilian disc: the influence of the loading type acting on the actual contact length. *Rock Mech Rock Eng* 45:145–158.
- [32] Markides ChF, Pazis DN, Kourkoulis SK (2011) The influence of friction on the stress field of the Brazilian tensile test. *Rock Mech Rock Eng* 44:113–119.
- [33] Kourkoulis S.K, Markides Ch. F, Hemsley J. A (2013) Frictional stresses at the disc-jaw interface during the standardized execution of the Brazilian disc test. *Acta Mech* 224, 255–268
- [34] Yanagidani T, Sano O, Terada M, Ito I (1978) The observation of cracks propagating in diametrically-compressed rock discs. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr* 15(5):225–235.
- [35] Chen S, Yue ZQ, Tham LG (2004a) Digital image-based numerical modeling method for prediction of inhomogeneous rock failure. *Int J Rock Mech Min Sci* 41(6):939–957.
- [36] Muskhelishvili N. I. (1963) *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*. Groningen, Noordhoff.

- [37] Milan B., Petrović D., Pancić D., Dinović Z. (2012) Mathematical modelling of a disc weakened by an eccentric circular hole, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 50 (4), pp. 1097-1108.
- [38] Jeffery G.B. (1921) Plane stress and plane strain in bipolar co-ordinates *Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 221, pp. 265-293.
- [39] Radi E., Strozzi A. (2009) Jeffery solution for an elastic disk containing a sliding eccentric circular inclusion assembled interference fit, *International Journal of Solids and Structures*, 46 (25–26), pp. 4515-4526.
- [40] Avril S, Vautrin A, Hamelin P, Surrel Y. (2004) A full-field optical method for the experimental analysis of reinforced concrete beams repaired with composites. *Compos Part A—Appl S* 35(7–8):873–84.
- [41] Boone PM, Vinckier AG, Denys RM, Sys WM, Deleu EN. Application of specimen-grid Moiré techniques in large scale steel testing. *Opt Eng* 1982;21(4):615–25.
- [42] Yamaguchi I. (2003) Holography, speckle, and computers. *Opt Laser Eng* 39(4):411–29.
- [43] Sjö Dahl M. (1998) Some recent advances in electronic speckle photography. *Opt Laser Eng* 29(2–3):125–44.
- [44] Peters W.H, Ranson W.E. (1982) Digital imaging techniques in experimental stress analysis. *Opt Eng* 21(3):427–31.
- [45] Sutton MA, Wolters WJ, Peters WH, et al. (1983) Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image Vision Comput* 1(3):133–9.
- [46] Grédiac M. (2004) The use of full field measurement methods in composite material characterization: interest and limitations. *Compos Part A—Appl Sci* 35(7–8):751–61.
- [47] Zhang D, Eggleton CD, Dwayne DA. (2002) Evaluating the mechanical behavior of arterial tissue using digital image correlation. *Exp Mech* 42(4):409–16.
- [48] Yamaguchi I. A laser-speckle strain gauge. (1981) *J Phys E: Sci Instrum* 14 (11):1270–3.
- [49] Kahn-Jetter Z.L., Chu T.C. (1990) Three-dimensional Displacement Measurements Using Digital Image Correlation and Photogrammic Analysis. *Experimental Mechanics Volume 30, Issue 1*, pp10-16.

[50] https://en.wikipedia.org/wiki/Pinhole_camera

[51] Πατιάς Π. (1991) Εισαγωγή στη φωτογραμμετρία, Εκδόσεις ΖΗΤΗ.

[52] Γεωργίου Δ, Καρανίκια Μ. (2016) Μελέτη τεχνικών οστεοσύνθεσης καταγμάτων πυέλου με τη βοήθεια της τεχνικής «Συσχέτιση Ψηφιακών Εικόνων» (Digital Image Correlation – D.I.C.), (Διπλωματική εργασία). Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Τομέας Μηχανικής.

[53] https://el.wikipedia.org/wiki/Charge-coupled_device

[54] Pan et al. (2009) Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. Meas. Sci. Technol.

[55] Gubbels Wade. (2012) 3-D Digital Image Correlation using a single color-camera. (A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of applied science in the faculty of graduate and postdoctoral studies). New Mexico State University.

[56] Triconnet K, Derrien K, Hild F, Baptiste D. (2009) Parameter choice for optimized digital image correlation. Opt Lasers Eng 47(6):728–37.

[57] Haddadi H, Belhabib S. (2008) Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique. Opt Lasers Eng 46(2):185–96.

[58] Crammond G, Boyd S.W, Dulieu-Barton J.M. (2013) Speckle pattern quality assessment for digital image correlation. Opt Lasers Eng 51:1368-1378.

[59] Garcia D, Orteu J.J, Penazzi L. (2000) A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements: application to sheet metal forming J. Mater. Process. Technol. 125:736–42.

[60] Helfrick MN, Niezrecki C, Avitabile P, Schmidt T. (2011) 3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement. Mech Syst Signal PR 25 (3):917–27.

[61] Pan B, Xie HM, Yang L, Wang ZY. (2009) Accurate measurement of satellite antenna surface using 3D digital image correlation technique. Strain 45 (2):194–200.

[62] Zhang R, He L. (2012) Measurement of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation method. Opt Laser Eng 50(7):1001–7.

[63] Genovese K, Casaletto L, Rayas JA, et al. (2013) Stereo-Digital Image Correlation(DIC) measurements with a single camera using a biprism. Opt Laser Eng 51(3):279–85.

[64] Chen F, Chen Xu, Xie X, et al. (2013) Full-field 3D measurement using multi-camera digital image correlation system. Opt Las Eng 51:1044-52.