

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ**



ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ»

---

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΑΓΑΛΜΑΤΩΝ**  
**ΣΕ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ**

---

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
**ΜΑΡΙΕΤΤΑ ΕΛΕΝΗ ΚΟΛΟΚΥΘΑ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:  
ΦΡΑΓΚΙΑΔΑΚΗΣ ΜΙΧΑΗΛ  
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ  
ΙΟΥΛΙΟΣ 2018



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Φτάνοντας στο τέλος της παρούσης διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους τους ανθρώπους που με βοήθησαν και κυρίως:

Τον επιβλέποντα καθηγητή μου Μιχαήλ Φραγκιαδάκη, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ για την ουσιαστική στήριξή του κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας και την αδιάκοπη προτροπή και στήριξή του σε όποιο ζήτημα παρουσιαζόταν. Επιπλέον, τον ευχαριστώ για τις νέες ευκαιρίες που μου έδωσε και νιώθω υπερήφανη που συνεργάστηκα μαζί του.

Τον υποψήφιο διδάκτορα ΕΜΠ, Σπυρίδωνα Διαμαντόπουλο, για τη βοήθεια που μου προσέφερε απλόχερα κάθε φορά που τη χρειάστηκα, κυρίως στην προσομοίωση των λικνιζόμενων σωμάτων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus και στη Matlab. Τον ευχαριστώ και του εύχομαι από καρδιάς τα καλύτερα στην ερευνητική και την προσωπική του πορεία.

Την οικογένειά μου, την αδερφή μου, Αλεξάνδρα, και τους γονείς μου που με στηρίζουν σε κάθε μου απόφαση και με ενθαρρύνουν με όποιον τρόπο μπορούν.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου, παλιούς και νέους για την υπομονή και τη στήριξη που έδειξαν κατά την πραγματοποίηση αυτής της διπλωματικής.



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η προστασία της πολιτιστικής κληρονομιάς βρίσκεται στο επίκεντρο της σεισμικής μηχανικής. Τα αγάλματα είναι μοναδικά, και τεράστιας πολιτιστικής και οικονομικής αξίας, ωστόσο ενδέχεται να καταστραφούν κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, αποτελώντας αναντικατάστατη απώλεια. Λόγω της σπουδαιότητας του αντικειμένου έχουν πραγματοποιηθεί πολυάριθμες έρευνες προσπαθώντας να κατανοηθεί και να μελετηθεί η απόκριση των αγαλμάτων, όταν υπόκεινται σε σεισμική φόρτιση.

Συχνά, το περιεχόμενο των κατασκευών προσομοιάζεται και μελετάται ως ένα λικνιζόμενο άκαμπτο σώμα (block), η δυναμική απόκριση του οποίου εξαρτάται από τη γεωμετρία του αντικειμένου, τα χαρακτηριστικά του κτιρίου και τη στάθμη του ορόφου στον οποίο εδράζεται το αντικείμενο. Έτσι, αντικείμενο της παρούσης εργασίας αποτελεί η προσομοίωση λικνιζόμενων σωμάτων κι αγαλμάτων και η μελέτη της απόκρισης τους, όταν υπόκεινται σε αρμονικό παλμό ή σεισμική διέγερση.

Στο πρώτο κεφάλαιο μελετάται ο λικνισμός ενός άκαμπτου σώματος υπό αρμονικό παλμό, σύμφωνα με τις εξισώσεις του Housner. Η επιτάχυνση της βάσης θεωρείται ένας αρμονικός παλμός. Χρησιμοποιώντας την προγραμματιστική γλώσσα Matlab δημιουργήθηκε ένας κώδικας, ο οποίος είναι σε θέση να εξάγει αποτελέσματα σχετικά με την απόκριση σωμάτων, των οποίων τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως και τα χαρακτηριστικά του παλμού, εισάγονται από τον χρήστη. Εν συνεχεία, γίνεται διάκριση μεταξύ των δύο πιθανών τρόπων ανατροπής: με ή χωρίς πρόσκρουση στην επιφάνεια εδράσεως. Εξετάζεται επίσης, η επιρροή που έχουν διάφορες παράμετροι στη λικνιστική απόκριση του σώματος. Συγκεκριμένα, αύξηση της λυγηρότητας ή μείωση του μεγέθους του σώματος συνεπάγεται μεγαλύτερη πιθανότητα ανατροπής (δηλαδή ανατροπή του σώματος για μικρότερες γωνίες περιστροφής). Μείωση της τιμής του συντελεστή επαναφοράς συνεπάγεται μείωση της ενεργού περιόδου, καθώς και μείωση των τιμών της μέγιστης απόκρισης. Τέλος, γίνεται αναφορά στα λικνιζόμενα πλαίσια, των οποίων παρουσιάζονται οι εξισώσεις απόκρισης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα ορθογωνικών, άκαμπτων, λικνιζόμενων σωμάτων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, ταυτόχρονα με έναν κώδικα στην

προγραμματιστική γλώσσα Matlab ο οποίος είναι σε θέση να επιλύει τις εξισώσεις κίνησης των λικνιζόμενων σωμάτων. Για διάφορους συνδυασμούς αρμονικών παλμών ή σεισμικών διεγέρσεων και γεωμετρίας λικνιζόμενων σωμάτων, παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις της απόκρισής τους. Επομένως, επαληθεύουμε την ορθότητα των δύο τρόπων προσομοίωσης των λικνιζόμενων σωμάτων, συγκρίνοντας την απόκριση του ίδιου σώματος, όταν υπόκειται στον ίδιο αρμονικό παλμό ή στην ίδια σεισμική φόρτιση.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται προσομοίωση ασύμμετρων, μη ορθογωνικών σωμάτων, προκειμένου να είμαστε σε θέση να μελετήσουμε καλύτερα αγάλματα κι εκθέματα, τα οποία έχουν στη συντριπτική τους πλειοψηφία πολύπλοκη γεωμετρία. Αρχικά προσομοιώθηκαν και μελετήθηκαν διάφορα γεωμετρικά σχήματα (τραπέζια και σχήματος «T»), των οποίων η βάση διεγέρθηκε με αρμονικό παλμό ή σεισμική φόρτιση. Στη συνέχεια δημιουργήθηκε το δισδιάστατο προσομοίωμα ενός πραγματικού αγάλματος, το οποίο εκτίθεται στο Αρχαιολογικό Μουσείο Αργοστολίου. Πρόκειται για την προτομή ενός ανδρός, η οποία βρίσκεται στον προαύλιο χώρο του μουσείου. Το άγαλμα αυτό υποβλήθηκε σε αρμονικούς παλμούς και σεισμικές διεγέρσεις και μελετήθηκε η απόκρισή του. Τέλος, με βάση το πραγματικό άγαλμα της προτομής του ανδρός, δημιουργήθηκε και μελετήθηκε ένα άλλο προσομοίωμα, υπό την παραδοχή πως το σώμα του αγάλματος δεν είναι συνδεδεμένο με τη βάση του αγάλματος, αλλά είναι απλώς εδραζόμενο πάνω σε αυτήν. Μελετήθηκαν οι τρόποι απόκρισης του συστήματος των δύο λικνιζόμενων σωμάτων και παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα από την ανάλυση του συστήματος αυτού στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μία προσπάθεια μόρφωσης ενός ισοδύναμου ορθογωνικού λικνιζόμενου σώματος, αντί για την κοστοβόρα και χρονοβόρα αποτύπωση και μελέτη ενός γεωμετρικά πολύπλοκου σώματος. Προς αυτήν την κατεύθυνση έχουν παρουσιαστεί αρκετές μέθοδοι στη διεθνή βιβλιογραφία. Ως πρώτη προσέγγιση χρησιμοποιείται συχνά το λεγόμενο “envelope shape” (σχήμα φακέλου). Σύμφωνα με αυτό, το ασύμμετρο σώμα προσομοιώνεται ως ένα άκαμπτο, ορθογωνικό σώμα πλάτους ίσο με την οριζόντια διάσταση της βάσης του αγάλματος και ύψους ίσο με το μέγιστο ύψος του αγάλματος μετρούμενο ως προς τη βάση. Μία σύγχρονη προσέγγιση είναι των Wittich και Hutchinson (2015). Βάσει αυτής της μεθόδου το απλοποιημένο προσομοίωμα του λικνιζόμενου σώματος είναι ένα δισδιάστατο άκαμπτο σώμα με βασικά χαρακτηριστικά τη μάζα  $m$ , τη ροπή αδρανείας  $I_0$ , την ακτίνα λικνισμού  $R$ , τη ραδινότητα  $a$  και

τους δύο πόλους περιστροφής  $RP_1$  και  $RP_2$ . Για το απλοποιημένο σώμα δίνεται η νέα εξίσωση κίνησης και η σχέση υπολογισμού του συντελεστή αποκατάστασης. Τέλος, παρουσιάζεται η μέθοδος των Spyraikos *et al.* (2016). Η μέθοδος αυτή έχει εφαρμογή σε αγάλματα κι εκθέματα τα οποία είναι πλήρως συνδεδεμένα με μία άκαμπτη βάση. Βάσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του εκθέματος, υπολογίζεται ένα νέο ύψος του ισοδύναμου άκαμπτου σώματος. Τα αποτελέσματα των παραπάνω μεθόδων συγκρίθηκαν με την πραγματική απόκριση του αρχικού σώματος, βάσει του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως η πρώτη μέθοδος δεν είναι υπέρ της ασφαλείας, καθώς άλλοτε υπερεκτιμά κι άλλοτε υποεκτιμά την απόκριση του σώματος. Η μέθοδος των Wittich and Hutchinson μας δίνει αρκετά καλύτερα αποτελέσματα, ενώ είναι σε θέση να εκτιμήσει καλύτερα και την απώλεια ενέργειας κατά την πρόσκρουση του σώματος στη βάση εδράσεως. Τέλος, η μέθοδος των Spyraikos *et al.* πρόκειται για μία απλή και εύκολη στην εφαρμογή της πρώτη προσέγγιση της απόκρισης του σώματος, χωρίς ωστόσο να είναι σε θέση να την προβλέψει με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, δίνεται το μαθηματικό υπόβαθρο των καμπυλών τρωτότητας, οι οποίες απεικονίζουν την πιθανότητα υπέρβασης μίας καθορισμένης οριακής κατάστασης της ικανότητας, συναρτήσει της έντασης της εδαφικής κίνησης, η οποία εκφράζεται ως παράμετρος της επιτάχυνσης ή της ταχύτητας κτλ. Προτάθηκαν τρεις οριακές καταστάσεις (καθόλου ή ελαφρύς λικνισμός, μέτριος λικνισμός κι έντονος λικνισμός) και κατασκευάστηκαν οι καμπύλες τρωτότητας για σώματα διαφορετικού μεγέθους και λυγηρότητας, υποκείμενα σε είκοσι-οκτώ διαφορετικές σεισμικές καταγραφές. Από τις καμπύλες τρωτότητας εξάγονται συμπεράσματα και σχολιάζεται η επιρροή διάφορων παραμέτρων στην ευστάθεια ενός σώματος.

Στο έκτο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας, η οποία είχε ως αντικείμενο τη μελέτη της απόκρισης των αγαλμάτων όταν υπόκεινται σε σεισμικές διεγέρσεις. Ταυτόχρονα προτείνονται ιδέες για μελλοντική μελέτη κι έρευνα.

Τέλος, στο Παράρτημα Α παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία δημιουργίας ενός λικνιζόμενου προσομοιώματος (rocking block) στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus.





## ABSTRACT

The protection of cultural heritage has been in the centre of earthquake engineering. The statues are unique and of enormous cultural and economic value. However, they may be destroyed during an earthquake, which is an irreparable loss. Due to the importance of this object, numerous researches have been carried out in order to understand and study the response of statues, when subjected to seismic loading.

The contents of structures are often simulated and regarded as a rocking block, whose dynamic response depends on the geometry of the object, the characteristics of the structure and the floor level on which the object is placed. Thus, the object of this master thesis is the simulation of rocking blocks and statues and the study of their response, when subjected to a harmonic pulse or a seismic excitation.

In the first chapter we study the rocking of a rigid block under a harmonic pulse, according to Housner's equations. The acceleration of the base is considered to be a harmonic pulse. A programming code has been developed by using the programming language Matlab. This code enables us to simulate the response of rocking bodies, after the user has inserted the geometric characteristics of the block, as well as the characteristics of the pulse. Next the two different modes of overturning are distinguished; with or without impact on the base. In addition, we examine the influence of various parameters on the rocking response of the blocky. To be more specific, increase in the slenderness or decrease in the size of the block leads to a greater chance of overturning (which means overturning at smaller angles of rotation). Decrease in the coefficient of restitution leads to reduction of the active period, as well as reduction of the peak response. In addition to this, a brief reference on the dynamics of the rocking frame is made and the equations of motion are presented. Finally, we study the dynamic behavior of rocking two-block assemblies, where one block is placed over the other, considering that no sliding occurs. The different modes in which the system can vibrate are presented.

In the second chapter, we have created the models of rectangular, rigid rocking blocks in the finite element software, Abaqus. Simultaneously a programming code has been developed by using the programming language Matlab, which is able to solve the equations of motion of the rocking blocks. The graphs of the response of rocking bodies are presented, for various combinations of

harmonic pulses or seismic excitations and the geometry of the rocking body. In this way, we verify that both ways of simulation the rocking bodies are correct, by comparing the response of the same rocking body under the same harmonic pulse or the same seismic loading.

In the third chapter, we have simulated various asymmetric, non-rectangular blocks, in order to enable ourselves to study better statues and exhibits, which in majority consist of a complicated geometry. Initially, various geometric shapes have been simulated and studied, whose base is subjected to a harmonic pulse or a seismic loading. Then the two-dimensional model of a real statue, which is exhibited at the Archaeological Museum of Argostoli, was created. It is the bust of a man which is placed in the courtyard of the museum. This statue has been subjected to harmonic pulses and seismic excitations and its response has been studied. In addition to this, another different model has been created, assuming that the man's bust is not rigidly connected with the base of the statue, but simply placed on it. The response of this system of two rocking blocks has also been studied.

In the fourth chapter an attempt to create an equivalent rocking block is made, instead of the expensive and time-consuming process of geometric data acquisition and analysis of a geometrically complicated block. Towards this end, several surveys have been presented around the world. A first approach is often the so-called "Envelope shape". According to this method, the asymmetric body is simulated as a rigid, rectangular block, whose width is equal to the horizontal dimension of the base of the statue and whose height is equal to the height of the statue measured with respect to the base of the statue. Wittich and Hutchinson (2015) have presented a newer approach on the subject. According to this method, the equivalent block is a two-dimensional block, whose main characteristics are its mass  $m$ , the moment of inertia  $I_o$ , the distance from the center of mass to a point of rocking  $R$ , the slenderness  $\alpha$  and the rocking points  $RP_1$  και  $RP_2$ . The equation of motion for rocking of the simplified body is presented, as well as the equation of the coefficient of restitution. Additionally, the method of *Spyrakos et al.* (2016) is presented. This method concerns museum artifacts that are connected with a rigid base. According to the geometric characteristics of the artifact, the height of the equivalent block is defined. The results of all the above-mentioned methods have been compared to the real response of the initial rocking body, according to the finite element software, Abaqus. We reach the conclusion that the "Envelope shape" is unable to capture the asymmetry of the statue and sometimes overestimates or

underestimates the response of the block. The method of Wittich and Hutchinson provides us with better results, since it is able to capture better the complicated geometry of the statue, in addition to the energy loss during the impact on the base. Last but not least, the method of Spyarakos *et al.* is a very simple and easily applicable method that serves as a first approach to the problem of the response of the body. However, it is unable to predict the response of the body with great precision.

The object of the fifth chapter are the fragility curves. We present the mathematical background of the vulnerability curves, which depict the possibility of exceeding a defined limit capacity state, as a function of the intensity of the ground motion, which is expressed as a parameter of acceleration or velocity etc. Three limit states have been suggested (no or slight rocking, moderate rocking and intense rocking) and the vulnerability curves for blocks of different size and slenderness under twenty-eight different earthquake recordings have been created. Thus, we reach several conclusions and comment on the impact of various parameters on the stability of the block.

In the sixth chapter we present the conclusions of this master thesis, which concerned the response of statues under seismic excitations. At the same time, ideas for future study and research are proposed.

Finally, in the Appendix A, one can find the detailed instructions in order to create the model of a rocking block in the finite element software, Abaqus.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΥΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΠΑΛΜΟ

1.1 Εισαγωγή.....	1 - 1
1.2 Εξισώσεις Housner.....	1 - 2
1.3 Απόκριση Σώματος Υπό Αρμονικούς Παλμούς.....	1 - 6
1.4 Τρόποι ανατροπής – Φάσμα επιτάχυνσης ανατροπής.....	1 - 9
1.4.1 Πρώτος τρόπος ανατροπής.....	1 - 10
1.4.2 Δεύτερος τρόπος ανατροπής.....	1 - 11
1.5 Επαλήθευση Φάσματος επιτάχυνσης ανατροπής – Αριθμητική Λύση.....	1 - 12
1.6 Επιρροή των χαρακτηριστικών του σώματος.....	1 - 15
1.6.1 Επιρροή της ραδιότητας $\alpha$ .....	1 - 15
1.6.2 Επιρροή του συντελεστή επαναφοράς $\eta$ .....	1 - 15
1.6.3 Επιρροή του μεγέθους $R$ .....	1 - 17
1.7 Λικνιζόμενο πλαίσιο.....	1 - 19
1.8 Σεισμική απόκριση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων.....	1 - 23

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

2.1 Εισαγωγή.....	2 - 1
2.2 Λικνιζόμενα σώματα υπό αρμονικό παλμό.....	2 - 4
2.2.1 Ορθογωνικό σώμα με $h=5m$ και $b=0.5m$ .....	2 - 4
2.2.2 Ορθογωνικό σώμα με $h=2m$ και $b=0.4m$ .....	2 - 6
2.2.3 Ορθογωνικό σώμα με $h=25m$ και $b=2.5m$ .....	2 - 7
2.3 Λικνιζόμενα σώματα υπό σεισμική διέγερση.....	2 - 8
2.3.1 Ορθογωνικό σώμα με $h=5m$ και $b=0.5m$ .....	2 - 8
2.3.2 Ορθογωνικό σώμα με $h=5m$ και $b=0.5m$ .....	2 - 9

2.3.3	Ορθογωνικό σώμα με $h=25m$ και $b=2.5m$ .....	2 - 10
2.4	Συμπεράσματα.....	2 - 11

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΥΧΑΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

3.1	Εισαγωγή.....	3 - 1
3.2	Προσομοίωση μη-ορθογωνικών, λικνιζόμενων σωμάτων.....	3 - 2
3.2.1	Απόκριση τραπέζιου σώματος ( $\alpha$ ) .....	3 - 4
3.2.2	Απόκριση τραπέζιου σώματος ( $\beta$ ) .....	3 - 6
3.2.3	Απόκριση συμμετρικού σώματος T.....	3 - 7
3.3	Δισδιάστατη προσομοίωση αγαλμάτων.....	3 - 9
3.4	Σεισμική απόκριση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων.....	3 - 12

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – ΕΠΙΛΥΣΗ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ**

4.1	Εισαγωγή.....	4 - 1
4.2	Ισοδύναμο σώμα Envelope Shape.....	4 - 2
4.3	Ισοδύναμο σώμα κατά Wittich και Hutchinson (2015).....	4 - 3
4.4	Ισοδύναμο σώμα κατά Spyrakos <i>et al.</i> (2016).....	4 - 6
4.5	Σύγκριση μεθόδων.....	4 - 7
4.5.1	Απόκριση τραπέζιου σώματος ( $\alpha$ ).....	4 - 8
4.5.2	Απόκριση σώματος μορφής «T».....	4 - 9
4.5.3	Απόκριση αγάλματος «Ανδρική Προτομή».....	4 - 11
4.6	Συμπεράσματα.....	4 - 13

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΡΩΤΟΤΗΤΑΣ

5.1 Εισαγωγή.....	5 - 1
5.2 Μέτρα έντασης (Intensity Measures – IMs).....	5 - 2
5.3 Ανάλυση της τρωτότητας.....	5 - 3
5.3.1 Πιθανολογικό μοντέλο σεισμικής τρωτότητας.....	5 - 3
5.3.2 Παράμετρος σεισμικής απαίτησης EDP.....	5 - 4
5.3.3 Θεώρημα ολικής πιθανότητας.....	5 - 5
5.3.4 Καμπύλες τρωτότητας λικνιζόμενων σωμάτων.....	5 - 5
5.3.5 Προτεινόμενες οριακές καταστάσεις.....	5 - 6
5.4 Σεισμικές καταγραφές.....	5 - 7
5.5 Καμπύλες τρωτότητας λικνιζόμενων σωμάτων: αριθμητικά αποτελέσματα.....	5 - 9
5.6 Συμπεράσματα – Παραμετρική Διερεύνηση.....	5 - 13
5.6.1 Επιρροή μεγέθους R.....	5 - 13
5.6.2 Επιρροή κατανομής μάζας.....	5 - 15
5.6.3 Επιρροή μεθόδου ισοδύναμου ορθογωνικού σώματος.....	5 - 16

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Συμπεράσματα.....	6 - 1
-------------------	-------

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α – ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ABAQUS

A.1 Εισαγωγή.....	i
A.2 Δημιουργία σωμάτων.....	ii
A.3 Δημιουργία υλικών και διατομών.....	v
A.4 Σύνθεση προσομοιώματος.....	vii

A.5 Ορισμός βημάτων ανάλυσης.....	viii
A.6 Ορισμός αποτελεσμάτων ανάλυσης.....	ix
A.7 Δημιουργία επαφών βάσης-σώματος.....	xi
A.8 Ορισμός φορτίου βαρύτητας.....	xiii
A.9 Ορισμός δεσμεύσεων προσομοιώματος και διέγερσης βάσης.....	xiv
A.10 Επίλυση προσομοιώματος.....	xvi
A.11 Επεξεργασία αποτελεσμάτων.....	xvii



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΛΙΚΝΙΣΜΟΣ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΥΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΠΑΛΜΟ

#### 1.1 Εισαγωγή

Όταν ένα άκαμπτο σώμα το οποίο εδράζεται επί οριζόντιας κι άκαμπτης επιφάνειας υποβάλλεται σε σεισμικές δονήσεις, μπορεί να παραμείνει σε ακινησία εφόσον οι δονήσεις αυτές δεν είναι μεγάλες. Αντιθέτως, όταν αυτές γίνουν αρκετά μεγάλες, το σώμα μπορεί να λικνιστεί, να ολισθήσει, να αναπηδήσει ή να ξεκινήσει έναν συνδυασμό των παραπάνω κι ενίοτε να ανατραπεί.

Οι πρώτες μελέτες σχετικά με το λικνισμό (rocking) ενός άκαμπτου σώματος (rigid block) στηριζόμενο σε επιφάνεια που υπόκειται οριζόντια μετακίνηση πραγματοποιήθηκαν από τον Housner, το 1963. Σε αυτήν την μελέτη, η επιτάχυνση της βάσης παρουσιαζόταν ως ένας ορθογωνικός ή μισός ημιτονικός παλμός και οι εξισώσεις που προέκυπταν αφορούσαν το ελάχιστο πλάτος της επιτάχυνσης που απαιτούνταν για την ανατροπή του σώματος.

Σε συνέχεια του πρωτοποριακού έργου του Housner, πλήθος μελετών πραγματοποιήθηκαν για να εξηγήσουν την περίπλοκη δυναμική μίας εκ των απλούστερων ανθρώπινων κατασκευών – το ελευθέρως εδραζόμενο σώμα (free-standing block). Η απόκριση με λικνισμό, καθώς και η ανατροπή ενός ελεύθερω εδραζόμενου σώματος υπό σεισμική φόρτιση, κι ιδιαίτερα υπό αρμονικούς παλμούς εδαφικής κίνησης, αποτέλεσαν το αντικείμενο ενδελεχούς αναλυτικής και πειραματικής έρευνας.

Το πρόβλημα αυτό αποδείχθηκε εξαιρετικά σύνθετο, καθώς περιλαμβάνει αντιφατικές έννοιες, όπως ότι το εύρος της απόκρισης δεν μειώνεται πάντα με τη μείωση της τιμής του συντελεστή επαναφοράς, η ευστάθεια ενός block δεν εξαρτάται μονοτονικά από το μέγεθος του ή τη λυγηρότητά του κι η ανατροπή του υπό συγκεκριμένο πλάτος επιτάχυνσης δεν συνεπάγεται απαραίτητως την ανατροπή του και υπό αυξημένο πλάτος επιτάχυνσης.

Στο παρόν κεφάλαιο επιδιώκεται η αναλυτική περιγραφή και διερεύνηση όλων των παραπάνω μέσω σωμάτων ποικίλων διαστάσεων που υπόκεινται σε αρμονικούς παλμούς.

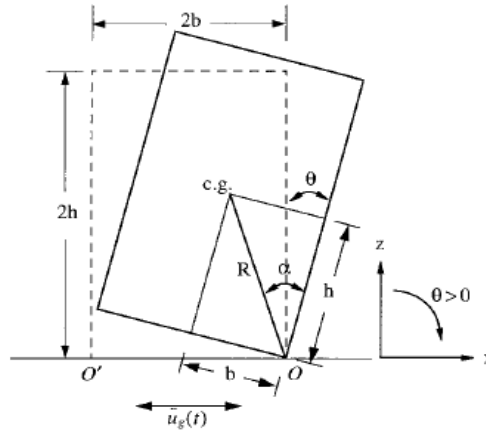
Πρέπει να αναφερθεί ότι εξετάστηκαν μόνο επίπεδες κινήσεις με τις εξής παραδοχές:

- Το σώμα και η επιφάνεια έδρασης είναι άκαμπτα
- Το σώμα είναι συμμετρικό και στους δύο άξονες
- Το σώμα είναι ομοιογενές
- Η επιφάνεια έδρασης είναι πάντα οριζόντια
- Το χρονικό διάστημα της πρόσκρουσης είναι πολύ μικρό και το σώμα καταλαμβάνει την ίδια θέση κατά τη διάρκεια του.

## 1.2 Εξισώσεις Housner

Έστω ένα ελευθέρως εδραζόμενο άκαμπτο σώμα διαστάσεων  $2b \times 2h$  (δηλαδή ακτινικής απόστασης  $R = \sqrt{b^2 + h^2}$ ) με λυγηρότητα  $\lambda = h/b$  και ραδινότητα  $b/h = \tan a$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 1.1. Το σώμα αυτό ταλαντεύεται περί το σημείο περιστροφής  $O$  ή  $O'$ , εφόσον ο συντελεστής τριβής είναι αρκετά μεγάλος, για να είναι ικανός να αποτρέψει την ολίσθηση. Αφού το σώμα είναι ομοιογενές και συμμετρικό ως προς και τους δύο άξονες, το κέντρο βάρους του βρίσκεται σε ύψος  $h$  και σε απόσταση  $b$  από την πλευρά του. Άλλα σημαντικά χαρακτηριστικά του σώματος είναι το βάρος του,  $W$ , κι η ροπή αδρανείας περί το  $O$ ,  $I_O$ . Αξίζει επίσης να σημειωθεί πως γνωρίζοντας τη ραδινότητα  $a$  και την ακτίνα  $R$  ενός σώματος, είναι εφικτός ο πλήρης προσδιορισμός της γεωμετρίας του.

Όταν το σώμα βρίσκεται σε ηρεμία, η διεύθυνση της ακτινικής απόστασης  $R$  σχηματίζει γωνία  $a$  με την κατακόρυφο. Μας ενδιαφέρουν υψηλά και λυγηρά blocks, δηλαδή ραδινότητας  $a \leq 20^\circ$ . Η γωνία περιστροφής του, ή αλλιώς η γωνία απόκλισης από την κατακόρυφο, μετράται με τη γωνία  $\theta$ , η οποία αποτελεί το μοναδικό βαθμό ελευθερίας κίνησης του σώματος.

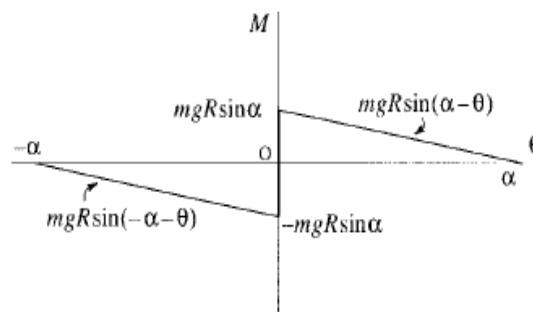


Σχ. 1.1: Σχηματική απεικόνιση του ελευθέρως εδραζόμενου σώματος υπό λικνισμό (Zhang and Makris, 2001)

Υποθέτουμε πως η βάση του σώματος κινείται με μία αργά αυξανόμενη επιτάχυνση,  $\ddot{u}_g$  (π.χ., ένας μεγάλης διάρκειας παλμός επιτάχυνσης που επιτρέπει την ισοδύναμη στατική ανάλυση της κίνησης του σώματος). Ανύψωση του σώματος θα πραγματοποιηθεί, όταν η σεισμική απαίτηση (ροπή ανατροπής)  $= m\ddot{u}_g h$  φτάνει την τιμή της σεισμικής αντοχής  $= mgb$ . Τη στιγμή της επικείμενης ανύψωσης, από τη ‘στατική’ ισορροπία του σώματος περί το σημείο περιστροφής προκύπτει η σχέση:

$$m\ddot{u}_g h = mgb, \text{ δηλαδή } \ddot{u}_g = g \frac{b}{h} = g \tan a \tag{1.1}$$

Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή ως η εξίσωση του West και μας δείχνει ότι ένα σώμα διαστάσεων  $2b \times 2h$  θα ανυψωθεί όταν  $\ddot{u}_g \geq g \tan a$ .



Σχ. 1.2: Διάγραμμα Ροπής-Γωνίας Περιστροφής (M-θ) ( Zhang and Makris, 2001)

Στο Σχ.1.2 παρουσιάζεται το διάγραμμα Ροπής-Γωνίας Περιστροφής (M-θ), σύμφωνα με το οποίο το σώμα έχει 'άπειρη' δυσκαμψία μέχρι τη χρονική στιγμή της ανύψωσης. Από τη στιγμή που ξεκινά ο λικνισμός, η δύναμη επαναφοράς και συνεπώς κι η ροπή επαναφοράς μειώνονται μονοτονικά μέχρι να φτάσουν την τιμή μηδέν, όταν ισχύει  $\theta = \alpha = \arctan(b/h)$ .

Όταν  $\ddot{u}_g \geq g \tan \alpha$ , η εξίσωση κίνησης του σώματος σύμφωνα με το Housner θα είναι:

$$I_o \ddot{\theta}(t) + mgR \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = -m \ddot{u}_g(t) R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \quad (1.2)$$

Η συνάρτηση προσήμου (sgn) χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει το σημείο περιστροφής O ή O', το οποίο εξαρτάται από το πρόσημο της γωνίας  $\theta$ . Συνεπώς, όταν το σημείο O' είναι το σημείο περιστροφής, η γωνία  $\theta$  λαμβάνει αρνητικές τιμές, όπως φαίνεται από την παραπάνω εξίσωση. Για ορθογωνικά blocks, όπως αυτά που εξετάζουμε εδώ, η ροπή αδρανείας ισούται με  $I_o = 4/3 mR^2$ . Άρα η εξίσωση (1.2) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\ddot{\theta}(t) = p^2 [-\alpha \operatorname{sgn}(\theta(t)) + \theta(t) - \ddot{u}_g(t) / g] \quad (1.3)$$

όπου:

$p$  είναι η χαρακτηριστική συχνότητα του λικνιζόμενου σώματος η οποία ισούται και με την συχνότητα ταλάντωσης του, αν αυτό θεωρηθεί ως ένα εκκρεμές

Η τιμή του  $p$  προκύπτει ως εξής:

$$p = \sqrt{\frac{WR}{I_o}} = \sqrt{\frac{3g}{4R}} \quad (1.4)$$

Αναφορικά με την απόσβεση, ενέργεια χάνεται μόνο όταν η γωνία περιστροφή  $\theta$  αντιστρέφεται (δηλαδή αλλάζει πρόσημο) και πραγματοποιείται πρόσκρουση της βάσης με την επιφάνεια εδράσεως. Από τη διατήρηση της στροφορμής ακριβώς πριν και μετά την πρόσκρουση παίρνουμε τον συντελεστή αποκατάστασης  $\eta$ , δηλαδή ισχύει  $\theta^+ = \eta\theta^-$ . Αυτός ο συντελεστής λαμβάνει τυπικές τιμές  $0.6 \div 0.9$  ενώ η θεωρητική τιμή του προκύπτει σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση του Housner:

$$\eta = \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 a\right)^2 \quad (1.5)$$

Ωστόσο, για να ισχύει η παραπάνω εξίσωση, θα πρέπει το εξεταζόμενο σώμα να είναι αρκετά λυγηρό και ταυτόχρονα ο συντελεστής τριβής αρκετά μεγάλος, ώστε να αποτρέπονται άλλες συμπεριφορές, όπως η ολίσθηση ή η αναπήδηση. Καθώς επίσης ο συντελεστής αποκατάστασης δεν αποτελεί συνάρτηση μόνο της γεωμετρίας του σώματος, η εξίσωση (1.5) αποτελεί μία θεωρητική προσέγγιση του συντελεστή αποκατάστασης που απαιτείται για την διατήρηση αμιγούς λικνισμού.

Ο συντελεστής αποκατάστασης  $\eta$  ελέγχει την απόσβεση του λικνισμού. Ωστόσο, πρακτικά δεν υπάρχει διαφορά αν π.χ.  $\eta = 0.8$  ή  $\eta = 0.9$ . Σε κάποιες περιπτώσεις βέβαια η παράμετρος αυτή μπορεί να μεταβάλλει τα αποτελέσματα. Παρόλα αυτά η επιρροή του συντελεστή είναι γενικώς μικρή. Σημειώνεται ότι, αν κατά το λικνισμό του σώματος χάνεται ενέργεια και μέσω άλλων μηχανισμών διεπαφής, η τιμή του συντελεστή αποκατάστασης θα είναι μικρότερη από αυτήν που περιγράφεται στην εξίσωση (1.5).

Αν  $\theta_0$  είναι η αρχική γωνία περιστροφής του σώματος, για την περίοδο του λικνισμού ισχύει η σχέση:

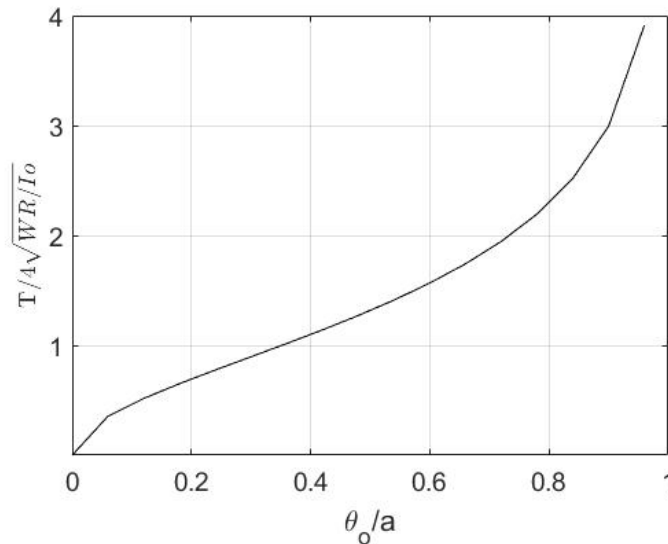
$$\cosh\left(\frac{pT}{4}\right) = \frac{1}{1 - \theta_0/\alpha} \Rightarrow T = \frac{4}{p} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{1 - \theta_0/\alpha}\right) \quad (1.6)$$

όπου:

$\alpha$  είναι η ραδινότητα του σώματος

$p$  είναι η χαρακτηριστική συχνότητα του σώματος

Η γραφική παράσταση της σχέσης (1.6) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχ. 1.3: Γραφική παράσταση της περιόδου λικνισμού του σώματος συναρτήσει της γωνίας  $\theta_0$ .

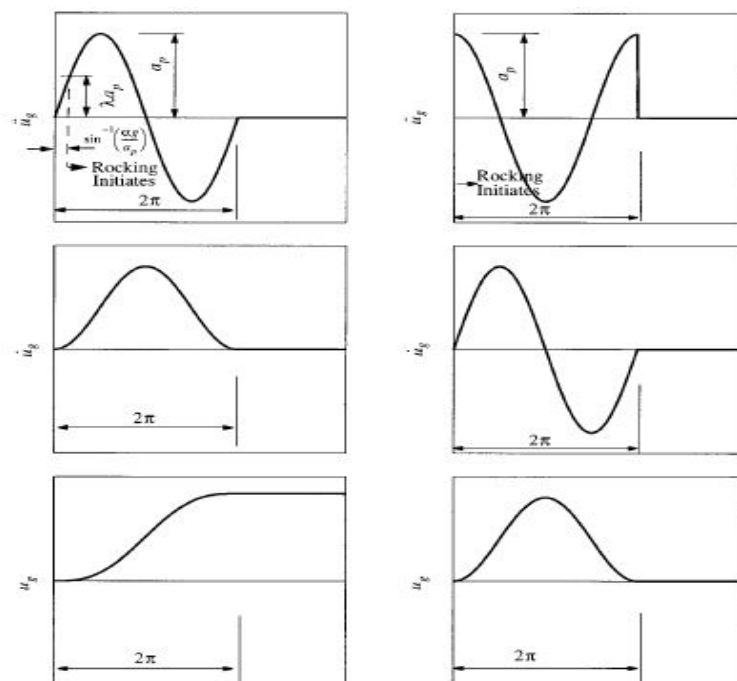
### 1.3 Απόκριση Σώματος Υπό Αρμονικούς Παλμούς

Οι αρμονικοί παλμοί (ημιτονικοί και συνημιτονικοί) που μπορούν να πραγματοποιηθούν φυσικά έχουν χρονοϊστορίες μετακίνησης που είναι συνεχή και διαφορίσιμα σήματα τα οποία αυξάνονται σταδιακά από το μηδέν. Οι αντίστοιχες χρονοϊστορίες επιτάχυνσης μπορεί να είναι μηδενικές τη στιγμή έναρξης ή να έχουν κάποια πεπερασμένη τιμή, μικρότερη ή ίση του πλάτους τους, δηλαδή της μέγιστης τιμής τους.

Στην περίπτωση του ημιτονικού παλμού, κατά την έναρξη της κίνησης η επιτάχυνση του εδάφους είναι μηδενική κι αυξάνεται σταδιακά. Αντιθέτως, όταν έχουμε συνημιτονικό παλμό, η επιτάχυνση του εδάφους λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της κατά την έναρξη της κίνησης.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι χρονοϊστορίες της επιτάχυνσης, της ταχύτητας και της μετατόπισης ενός ημιτονικού κι ενός συνημιτονικού παλμού, όπου αναγράφεται και

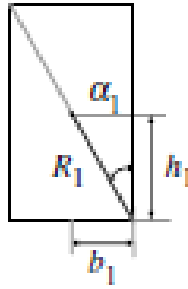
το σημείο εκκίνησης του λικνισμού του σώματος που διεγείρεται από αυτόν τον παλμό.



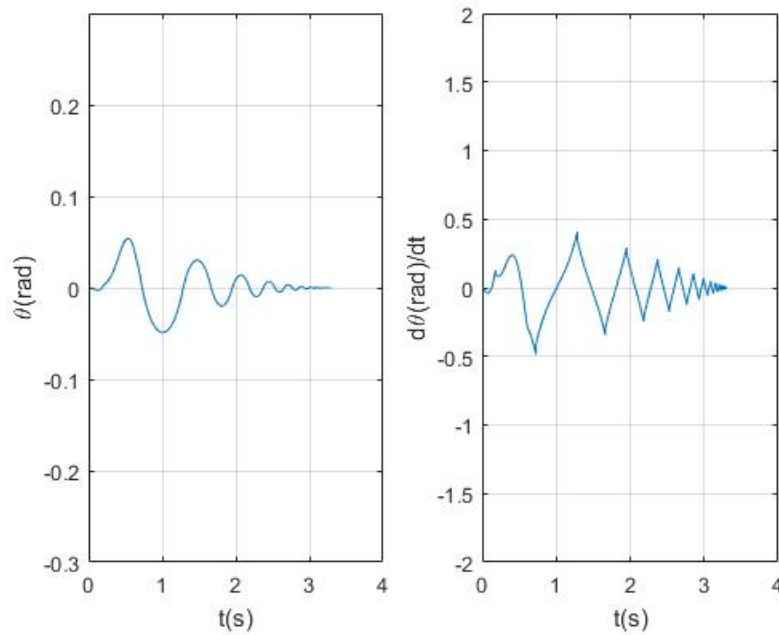
Σχ. 1.4: Χρονοϊστορίες επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετατόπισης ενός ημιτονικού παλμού (αριστερά) κι ενός συνημιτονικού παλμού (δεξιά) (Zhang and Makris, 2001)

Χρησιμοποιώντας την προγραμματιστική γλώσσα Matlab (Matrix Laboratory), έκδοση R2016a δημιουργήθηκε ένας κώδικας, ο οποίος είναι σε θέση να εξάγει αποτελέσματα σχετικά με την απόκριση σωμάτων, των οποίων τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως και τα χαρακτηριστικά του παλμού, εισάγονται από τον χρήστη.

- 1<sup>ο</sup> block: Το σώμα που εξετάζεται έχει ραδινότητα  $\alpha = 5^\circ$ , χαρακτηριστική συχνότητα  $p = 5.24 \text{ rad/s}$  και συντελεστή επαναφοράς  $\eta = 0.85$  (Σχ. 1.5). Υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό πλάτους  $a_g = 1.2 \text{ m/s}^2$  και περιόδου  $T_g = 0.60 \text{ s}$ . Η απόκρισή του (περιστροφή  $\theta$  και γωνιακή ταχύτητα  $d\theta$ ) φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις του Σχ. 1.6.



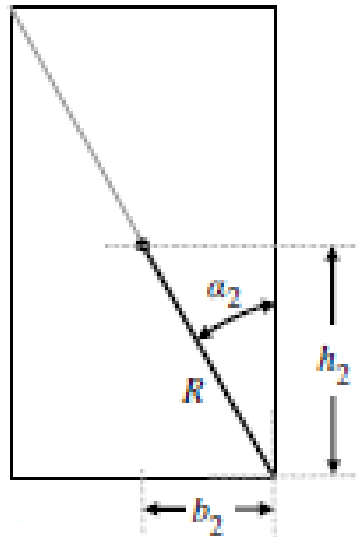
Σχ. 1.5: Εξεταζόμενο μπλοκ με χαρακτηριστικά  $\alpha=5^\circ$ ,  $p=5.24$  rad/s και  $\eta=0.85$  (Dimitrakopoulos and DeJong, 2012)



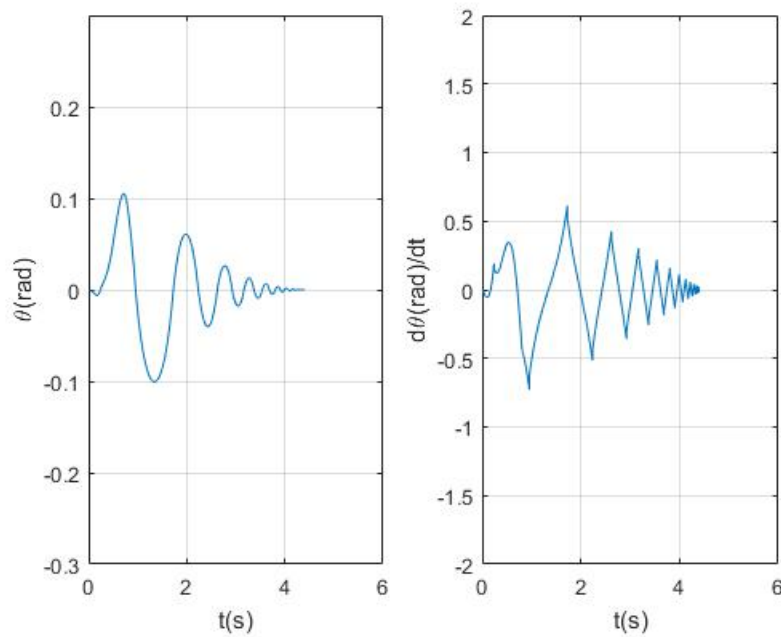
Σχ. 1.6: Απόκριση  $\theta$  και  $d\theta$  του block

- 2<sup>o</sup> block: Το σώμα που εξετάζεται έχει ραδινότητα  $\alpha=10^\circ$ , χαρακτηριστική συχνότητα  $p=3.92$  rad/s και συντελεστή επαναφοράς  $\eta=0.85$  (Σχ. 1.7). Υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό πλάτους  $a_g=2.4$  m/s<sup>2</sup> και περιόδου  $T_g=0.80$  s. Η απόκρισή του (περιστροφή  $\theta$  και γωνιακή ταχύτητα  $d\theta$ ) φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις του Σχ. 1.8.





Σχ. 1.7: Εξεταζόμενο μπλοκ με χαρακτηριστικά  $\alpha=10^\circ$ ,  $p=2.4 \text{ rad/s}$  και  $\eta=0.85$  (Dimitrakopoulos and DeJong, 2012)



Σχ. 1.8: Απόκριση  $\theta$  και  $d\theta$  του block

#### 1.4 Τρόποι ανατροπής – Φάσμα επιτάχυνσης ανατροπής

Υπό αρμονικούς παλμούς, ένα ελευθέρως εδραζόμενο σώμα μπορεί να ανατραπεί με δύο διαφορετικούς τρόπους:

- Παρουσιάζοντας μία ή περισσότερες προσκρούσεις (1<sup>ος</sup> τρόπος ανατροπής)
- Χωρίς να παρουσιάσει καμία πρόσκρουση (2<sup>ος</sup> τρόπος ανατροπής)

Η ύπαρξη του δεύτερου τρόπου ανατροπής του σώματος συνεπάγεται την ύπαρξη μίας ασφαλούς περιοχής, η οποία βρίσκεται πάνω από το φάσμα της ελάχιστης επιτάχυνσης. Το σχήμα της περιοχής αυτής εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή αποκατάστασης  $\eta$  κι επηρεάζεται από τη μη-γραμμική φύση του προβλήματος. Η μετάβαση από τον δεύτερο στον πρώτο τρόπο είναι απότομη και προκαλεί ένα πεπερασμένο ‘σκαλοπάτι’ στο φάσμα της επιτάχυνσης. Όλα αυτά ισχύουν στην περίπτωση που ο λόγος  $\omega_p/p$  είναι αρκούντως μικρός. Όσο ο λόγος  $\omega_p/p$  αυξάνεται, ο 1<sup>ος</sup> τρόπος ανατροπής εξαφανίζεται και το σώμα ανατρέπεται μόνο βάσει του 2<sup>ου</sup> τρόπου, δηλαδή χωρίς να συμβεί καμία πρόσκρουση.

#### 1.4.1 Πρώτος τρόπος ανατροπής

Θέτουμε  $t_{fv}$  τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα εισέρχεται στο καθεστώς ελεύθερης δόνησης. Αφού το σώμα έχει πραγματοποιήσει μία πρόσκρουση, για να συμβεί ανατροπή του σώματος, πρέπει να ισχύει:

$$\ddot{\theta}(t_{fv}) + p[\theta(t_{fv}) - \alpha] = 0 \quad (1.7)$$

Σε αυτόν τον τρόπο ανατροπής διακρίνονται δύο διαφορετικές περιπτώσεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Η πρόσκρουση συμβαίνει πριν εκπνεύσει η διέγερση, δηλαδή  $t_i < T_{ex}$  και  $t_{fv} = T_{ex} = (2\pi - \psi) / \omega_p$ . Μετά την επίλυση των αναλυτικών εξισώσεων που προκύπτουν, μπορούμε να υπολογίσουμε την ελάχιστη επιτάχυνση ανατροπής. Επίσης, θεωρώντας συντελεστή επαναφοράς  $\eta = 0.9$ , μπορούμε να συμπεράνουμε πως βάσει της γραμμικής προσέγγισης αυτό συμβαίνει για  $0 \leq \omega_p / p \leq 4.8$ .

2<sup>η</sup> περίπτωση: Η πρόσκρουση λαμβάνει χώρα μετά το πέρας της διέγερσης, δηλαδή ισχύει  $t_i > T_{ex}$ . Η επίλυση των αναλυτικών εξισώσεων μας δίνει την ελάχιστη επιτάχυνση ανατροπής του σώματος.

### 1.4.2 Δεύτερος τρόπος ανατροπής

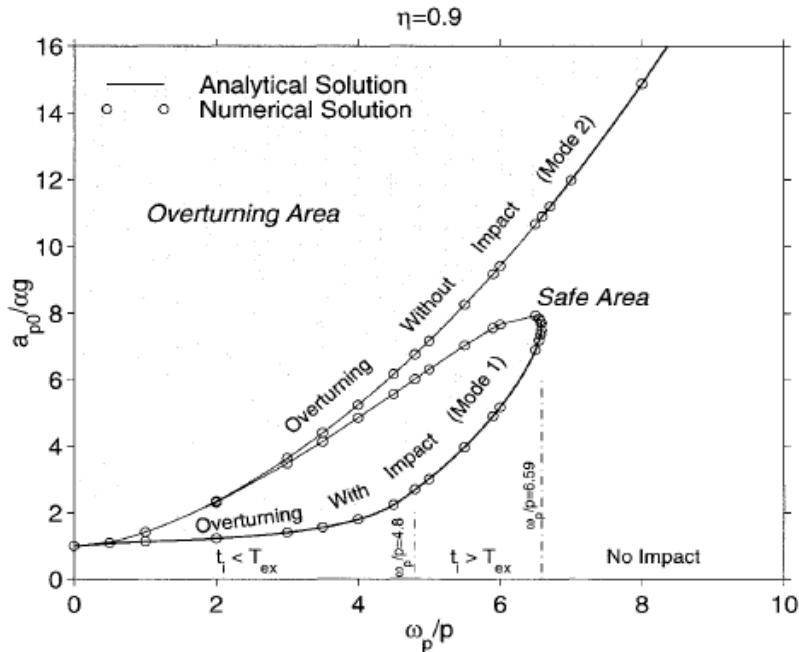
Το σώμα υπό αυτόν τον τρόπο ανατροπής δε θα υποστεί καμία πρόσκρουση. Θεωρώντας  $T_{ex}$  τη χρονική στιγμή όπου η διέγερση εκπνέει, η συνθήκη για την ανατροπή του σώματος είναι:

$$\frac{\theta(T_{ex})}{p} + [\theta(T_{ex}) + \alpha] = 0 \quad (1.8)$$

Ομοίως με προηγουμένως, η επίλυση των αναλυτικών εξισώσεων που προκύπτουν από την παραπάνω συνθήκη δίνει το ελάχιστο πλάτος της επιτάχυνσης που είναι ικανό να ανατρέψει το σώμα χωρίς να συμβεί κάποια πρόσκρουση.

Στο Σχ. 1.9 φαίνονται οι λύσεις όλων των παραπάνω εξισώσεων λαμβάνοντας υπόψιν τους δύο διαφορετικούς τρόπους ανατροπής και θεωρώντας συντελεστή επαναφοράς  $\eta = 0.9$ . Ως αναλυτική λύση αναφέρεται η αριθμητική επίλυση όλων των παραπάνω εξισώσεων, σε αντιδιαστολή με τα παραδείγματα που έπονται, τα οποία αναφέρονται ως αριθμητική λύση.

Η κλειστή περιοχή που αναγράφεται ως “overturning with impact” αναφέρεται στον 1<sup>ο</sup> τρόπο ανατροπής. Σχηματίζεται από την γραφική παράσταση της πρώτης υποπερίπτωσης (άνω) και της δεύτερης (κάτω). Η περιοχή πάνω από την καμπύλη που αναφέρεται ως “overturning without impact” αναφέρεται στον 2<sup>ο</sup> τρόπο ανατροπής, δηλαδή χωρίς καμία πρόσκρουση. Η περιοχή που απομένει ονομάζεται ‘ασφαλής περιοχή’ και συμπεριλαμβάνει τόσο την περίπτωση όπου η πρόσκρουση πραγματοποιείται πριν από το πέρας της διέγερσης (μικρότερες τιμές  $a_g / g\alpha$ ), όσο και την περίπτωση όπου η πρόσκρουση έπεται του πέρατος της διέγερσης (μεγαλύτερες τιμές  $a_g / g\alpha$ ).

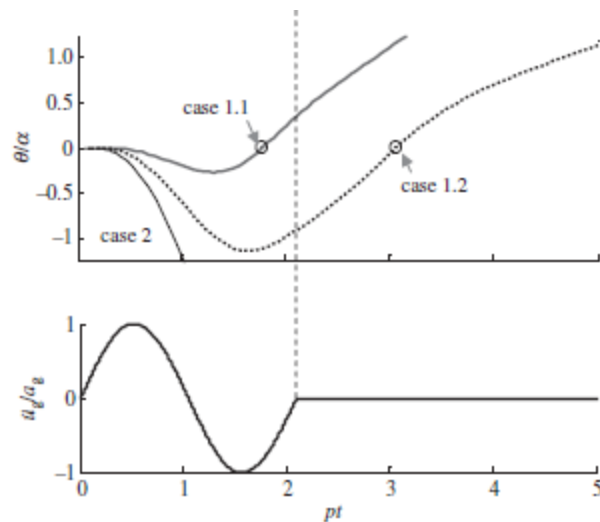


Σχ. 1.9: Φάσμα επιτάχυνσης ανατροπής ελεύθερου εδραζόμενου σώματος με συντελεστή αποκατάστασης  $\eta=0.9$  υποβαλλόμενου σε έναν ημιτονικό παλμό συχνότητας  $\omega_p$  (Zhang and Makris, 2001)

Όπως παρατηρούμε από την παραπάνω γραφική παράσταση, όταν ο λόγος  $\omega_p / \rho$  είναι αρκούντως μικρός, συμβαίνει ο 1<sup>ος</sup> τρόπος ανατροπής. Για να πραγματοποιηθεί ο 2<sup>ος</sup> τρόπος ανατροπής, απαιτείται αρκετά μεγαλύτερο πλάτος επιτάχυνσης. Ενδιαφέρον προκαλεί η ύπαρξη ενός πεπερασμένου εύρους τιμών επιταχύνσεων ανάμεσα στους δύο τρόπους ανατροπής, διότι η μετάβαση από τον έναν στον άλλον τρόπο ανατροπής δεν είναι άμεση. Γι' αυτές τις τιμές των επιταχύνσεων δεν είναι δυνατή η ανατροπή του σώματος.

### 1.5 Επαλήθευση Φάσματος επιτάχυνσης ανατροπής – Αριθμητική Λύση

Η αναμενόμενη χρονοϊστορία της απόκρισης σε καθέναν από τους παραπάνω δύο τρόπους ανατροπής, όταν το σώμα υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό, παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.

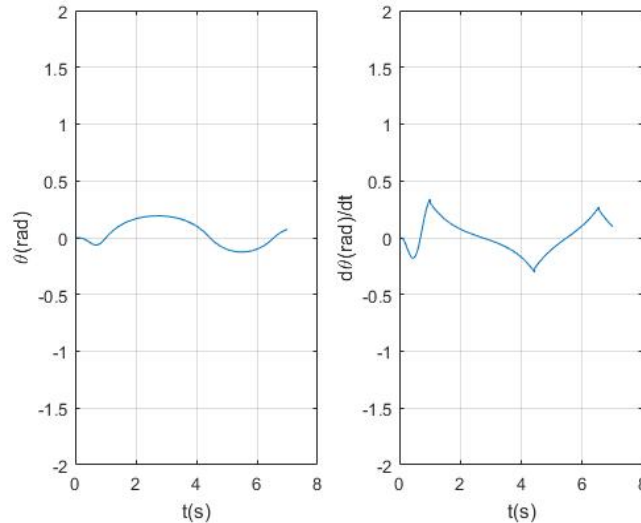


Σχ. 1.10: Αναμενόμενη χρονοϊστορία απόκρισης των δύο τρόπων ανατροπής (Dimitrakopoulos and DeJong, 2012)

Χρησιμοποιώντας την προγραμματιστική γλώσσα Matlab επαληθεύτηκε το φάσμα επιτάχυνσης που φαίνεται στο Σχ. 1.4. Πιο συγκεκριμένα, στα σχήματα Σχ. 1.11÷1.16 παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των κανονικοποιημένων τιμών των χρονοϊστοριών της περιστροφής και της γωνιακής ταχύτητας σε διάφορα οριακά σημεία.

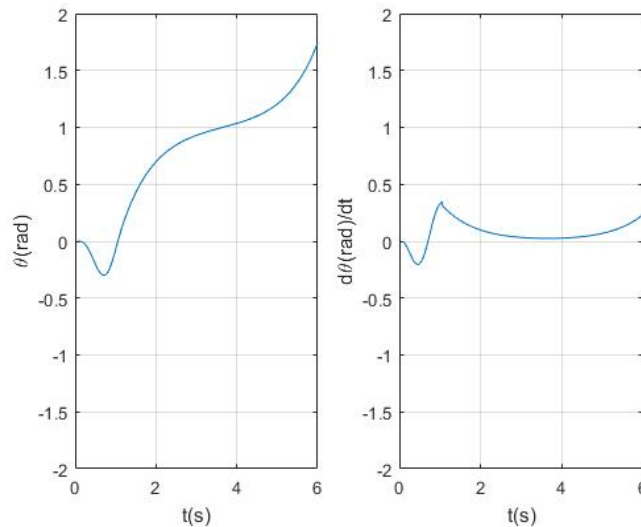
Το block που μελετήθηκε έχει χαρακτηριστική συχνότητα  $p = 2.14 \text{ rad/s}$ , ραδινότητα  $\alpha = 0.25 \text{ rad}$ , συντελεστή επαναφοράς  $\eta = 0.90$  και για τη γωνιακή συχνότητα του παλμού ισχύει  $\omega_p = 5p$ .

Πράγματι, δίνοντας πλάτος επιτάχυνσης του ημιτονικού παλμού  $a_p = 3\alpha g$ , όπου  $\alpha$  η ραδινότητα του σώματος και  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας, το σώμα δεν ανατρέπεται (Σχ. 1.11).



**Σχ. 1.11:** Χρονοϊστορίες περιστροφής και γωνιακής ταχύτητας block ( $p=2.14$  rad/s,  $\alpha=0.25$  rad και  $\eta=0.90$ ) που υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό  $\omega_p=5p$  και  $a_p=3\alpha g$

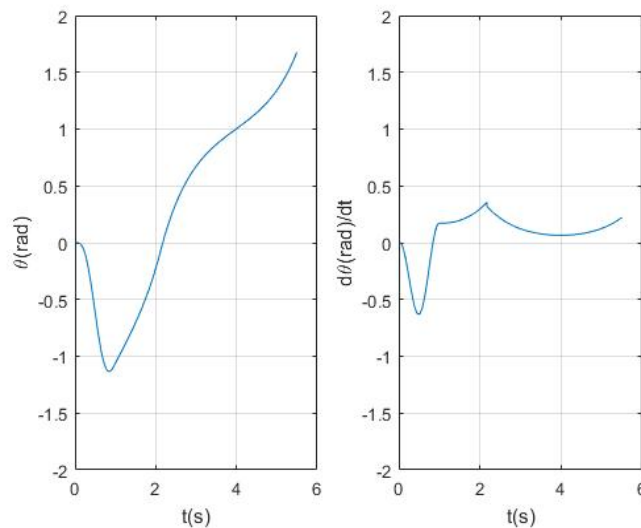
Αντιθέτως, δίνοντας πλάτος επιτάχυνσης του ημιτονικού παλμού  $a_p=3.05\alpha g$ , το σώμα ανατρέπεται μετά την πραγματοποίηση μίας πρόσκρουσης, δηλαδή σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> τρόπο ανατροπής (Σχ. 1.12).



**Σχ. 1.12:** Χρονοϊστορίες περιστροφής και γωνιακής ταχύτητας block ( $p=2.14$  rad/s,  $\alpha=0.25$  rad και  $\eta=0.90$ ) που υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό  $\omega_p=5p$  και  $a_p=3.05\alpha g$

Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση όπου το πλάτος επιτάχυνσης του ημιτονικού παλμού ισούται με  $a_p=6.4\alpha g$ . Έτσι, το σώμα ανατρέπεται αφού πραγματοποιηθεί μία πρόσκρουση, δηλαδή σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> τρόπο ανατροπής (Σχ. 1.13). Αυτό που

αξίζει όμως να σημειωθεί είναι πως κατά την πρώτη περιστροφή, η γωνία  $\theta$  ξεπερνά την τιμή της ραδιότητας  $a$ , χωρίς όμως να έχουμε ανατροπή εκείνη τη χρονική στιγμή. Αυτό σημαίνει πως η πλέον αντίθετου προσήμου εδαφική επιτάχυνση είναι σε θέση να επαναφέρει το σώμα. Τελικά όμως η πρόσκρουση που θα σημειωθεί αρκετά αργότερα θα το ανατρέψει.



**Σχ. 1.13:** Χρονοϊστορίες περιστροφής και γωνιακής ταχύτητας block ( $p=2.14$  rad/s,  $\alpha=0.25$  rad και  $\eta=0.90$ ) που υπόκειται σε έναν ημιτονικό παλμό  $\omega_p=5p$  και  $a_p=6.4ag$

## 1.6 Επιρροή των χαρακτηριστικών του σώματος

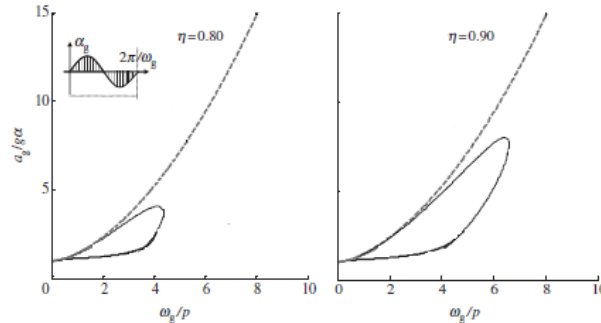
### 1.6.1 Επιρροή της ραδιότητας $a$

Θεωρώντας το μέγεθος  $\lambda=h/b$ , παρατηρούμε πως τα λυγηρά σώματα (δηλαδή αυτά που έχουν μικρότερη γωνία  $\alpha$ ) είναι πιθανότερο να ανατραπούν, καθώς τίθενται σε λικνισμό για μικρότερες τιμές της εδαφικής επιτάχυνσης PGA. Επιπλέον, τα λυγηρότερα σώματα ανατρέπονται για σημαντικά μικρότερες γωνίες περιστροφής  $\theta$  σε σχέση με τα στιβαρότερα. Αυτό σημαίνει πως είναι πιο ευάλωτα σε εδαφικές κινήσεις μικρής περιόδου.

### 1.6.2 Επιρροή του συντελεστή επαναφοράς $\eta$

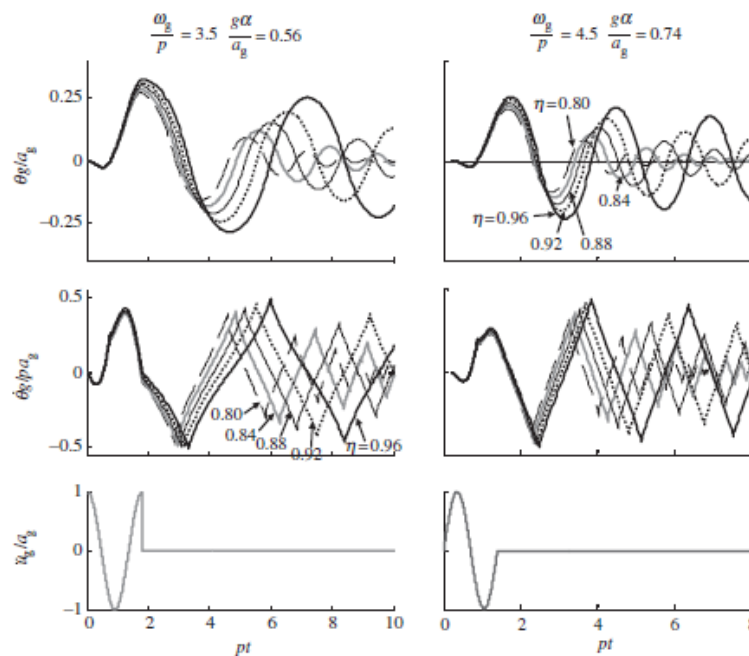
Η τιμή του συντελεστή επαναφοράς  $\eta$  επηρεάζει το μέγεθος της κλειστής περιοχής που αναφέρεται στον 1<sup>ο</sup> τρόπο ανατροπής του σώματος, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.13, που αναφέρεται σε δύο διαφορετικές αναλύσεις για το ίδιο σώμα (μέγεθος και

σχήμα), αλλά με τιμές του συντελεστή επαναφοράς  $\eta = 0.80$  και  $\eta = 0.90$  αντίστοιχα. Ο ημιτονικός παλμός που χρησιμοποιήθηκε είχε πανομοιότυπα χαρακτηριστικά και στις δύο περιπτώσεις.



**Σχ. 1.14:** Φάσματα επιτάχυνσης ανατροπής του ίδιου σώματος με διαφορετικούς συντελεστές αποκατάστασης  $\eta=0.80$  και  $\eta=0.9$  αντίστοιχα, υποβαλλόμενων στον ίδιο ημιτονικό παλμό (Dimitrakopoulos and DeJong, 2012)

Έτσι, η εξάρτηση της απόκρισης από τον συντελεστή αποκατάστασης καθιστά αδύνατη την κατασκευή μίας μοναδικής καμπύλης που θα περιγράφει την ανατροπή ή τη μέγιστη απόκριση του σώματος.



**Σχ. 1.15:** Χρονοϊστορίες μετατόπισης και γωνιακής ταχύτητας για διαφορετικές τιμές του συντελεστή επαναφοράς  $\eta$  (Dimitrakopoulos and DeJong, 2012)



Στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα της γωνίας περιστροφής  $\theta$  και της γωνιακής ταχύτητας  $d\theta$  για δεδομένες και σταθερές τιμές των  $\omega = \omega_g / p$  και  $1/\alpha = g\alpha / \alpha_g$ , αλλά με μεταβαλλόμενες τιμές του συντελεστή επαναφοράς που κυμαίνονται από  $0.80 \div 0.96$ . Μείωση της τιμής του συντελεστή επαναφοράς συνεπάγεται μείωση της ενεργού περιόδου, καθώς και μείωση των τιμών της μέγιστης απόκρισης. Πρόκειται, συνεπώς, για έναν μηχανισμό απόσβεσης. Ωστόσο, πρακτικά η διαφορά στα αποτελέσματα είναι πολύ μικρή είτε θεωρήσουμε  $\eta = 0.8$  είτε  $\eta = 0.9$  προκύπτει.

### 1.6.3 Επιρροή του μεγέθους R

Από την εξίσωση (1.1) θεωρώντας σώμα ορθογωνικού σχήματος (δηλαδή

$I_o = \frac{4}{3}mR^2$ ) παίρνουμε:

$$\frac{4}{3}R^2 \ddot{\theta}(t) + gR \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)) = -\ddot{u}_g(t) R \cos(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t)) \quad (1.9)$$

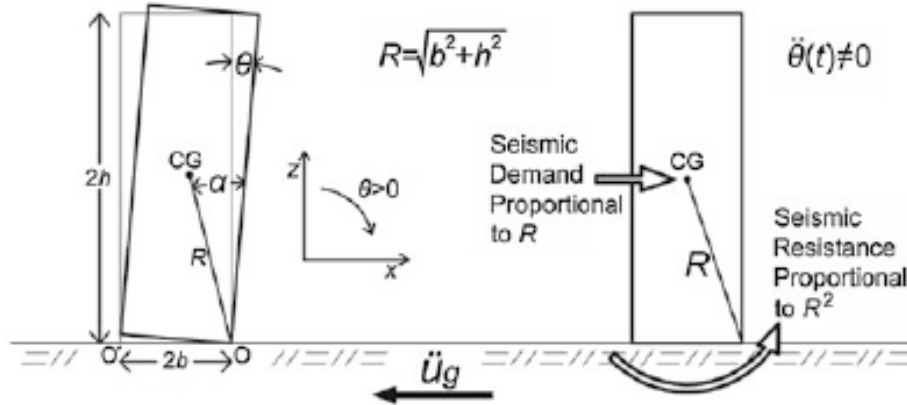
όπου:

$\ddot{u}_g(t) R \cos(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t))$  είναι η σεισμική απαίτηση

$\frac{4}{3}R^2 \ddot{\theta}(t) + gR \sin(\alpha \operatorname{sgn}\theta(t) - \theta(t))$  είναι η σεισμική αντοχή

Από την παραπάνω εξίσωση συμπεραίνουμε πως όταν ένα ελευθέρως εδραζόμενο λυγηρό σώμα έχει τεθεί σε λικνισμό, η σεισμική απαίτηση (σεισμική ροπή ανατροπής) είναι ανάλογη του μεγέθους  $R$ , ενώ η σεισμική αντοχή (αντίσταση στο λικνισμό) είναι ανάλογη του μεγέθους  $R^2$ . Επομένως, η εξίσωση (1.8) αποδεικνύει πως ανεξαρτήτως της λυγηρότητας ενός σώματος ή της έντασης της εδαφικής επιτάχυνσης  $\ddot{u}_g$  (δηλαδή μεγάλη σεισμική απαίτηση), όταν για πεπερασμένη τιμή του  $\ddot{\theta}(t)$  το λικνιζόμενο σώμα είναι αρκετά μεγάλο, η τετραγωνική δύναμη του μεγέθους  $R$  μπορεί πάντα να εξασφαλίσει τη σταθερότητα του σώματος, εφόσον αυξάνει σημαντικά την σεισμική του αντοχή. Αυτό το φαινόμενο του μεγέθους-συχνότητας είναι απλά μία υπενθύμιση της αρχής ότι ένας όρος υψωμένος στο τετράγωνο

κυριαρχεί έναντι του ίδιου όρου υψωμένου στην πρώτη δύναμη, ανεξάρτητα από τις τιμές των άλλων συντελεστών.



**Σχ. 1.16:** Γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενός ορθογωνικού σώματος (αριστερά). Κατά τη διάρκεια σεισμικής φόρτισης η οποία θέτει το σώμα σε λικνισμό, η σεισμική αντοχή είναι ανάλογη του  $R^2$ , ενώ η σεισμική απαίτηση ανάλογη του  $R$  (δεξιά) (Makris and Vassiliou, 2015)

Τα παραπάνω επαληθεύονται κι από το Housner με διαφορετικό τρόπο. Πράγματι, η σταθερότητα ενός λικνιζόμενου σώματος μπορεί να υπολογιστεί συγκρίνοντας την εισαγόμενη ενέργεια με την ενέργεια που απαιτείται για να ανατραπεί το σώμα. Αν η εισαγόμενη ενέργεια υπολογίζεται από το φάσμα ταχύτητας απόκρισης,  $S_v$ , της σεισμικής εδαφικής κίνησης, τότε η εξίσωση που ικανοποιεί την απαίτηση για να έχουμε ανατροπή είναι:

$$\frac{1}{2} WRa^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{mR^2}{I_0} S_v^2 \Rightarrow a = \frac{S_v}{\sqrt{gR}} \sqrt{\frac{mR^2}{I_0}} \quad (1.10)$$

Για λυγηρά σώματα μπορούμε να θεωρήσουμε πως ο λόγος  $mR^2/I_0$  είναι περίπου ίσος με τη μονάδα. Έτσι, η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

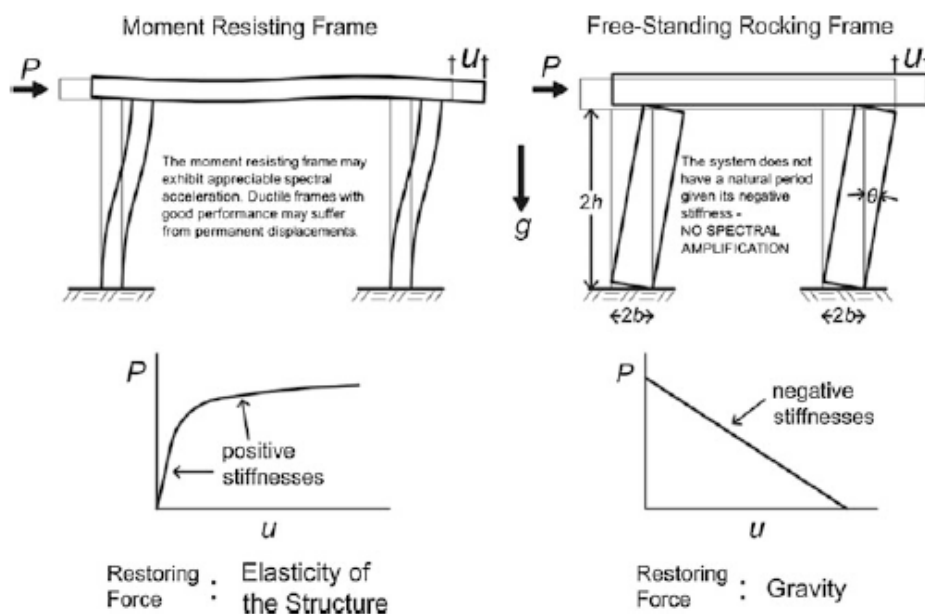
$$a = \frac{S_v}{\sqrt{gR}} \quad (1.10a)$$

Αυτή η εξίσωση δηλώνει πως για δεδομένη φασματική τιμή  $S_v$ , ένα σώμα ραδινότητας  $a$ , η οποία υπολογίζεται βάσει της εξίσωσης (1.10a), έχει 50% πιθανότητα να ανατραπεί. Οι διαστάσεις του σώματος εισάγονται μόνο μέσω του

μεγέθους  $R$ , δείχνοντας πως όσο αυξάνεται η τιμή του  $R$ , τόσο πιο σταθερό έναντι ανατροπής είναι το σώμα. Άρα, από δύο σώματα ίδιων αναλογιών, το σώμα με το μεγαλύτερο μέγεθος είναι σταθερότερο σε σχέση με αυτό που έχει μικρότερο μέγεθος. Το απροσδόκητο αυτό φαινόμενο κλίμακας εξηγείται από το γεγονός πως η εδαφική κίνηση δεν κλιμακώνεται μαζί με το σώμα.

### 1.7 Λικνιζόμενο πλαίσιο

Η πλειονότητα των σύγχρονων κατασκευών σχεδιάζονται, ως υπερστατικά και πλάστιμα συστήματα με θετική δυσκαμψία. Παρ'όλα αυτά, πολλές αρχαίες κατασκευές και μνημεία έχουν σχεδιασθεί με εντελώς διαφορετική φιλοσοφία. Ουσιαστικά πρόκειται για αρθρωτές κατασκευές που διαθέτουν οριακά πλαστιμότητα, ενώ η δυσκαμψία τους είναι αρνητική. Το ενδιαφέρον που προκαλείται από αυτές τις κατασκευές οφείλεται στο γεγονός πως έχουν αντέξει ποικίλους δυνατούς σεισμούς κατά τη διάρκεια των χιλιετιών που πέρασαν από την ανέγερσή τους. Αυτή η εκπληκτική δυναμική σταθερότητά τους βασίζεται κυρίως στη δυνατότητα ανάπτυξης μηχανισμών λικνισμού, όπως εξηγείται εκτενέστερα παρακάτω.

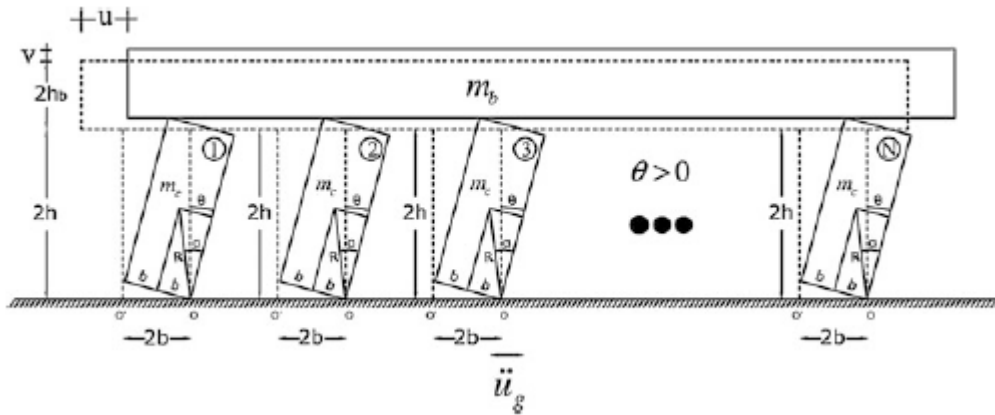


Σχ. 1.17: Συμπεριφορά ενός πλαισίου ροπής κι ενός ελευθέρως εδραζόμενου, αρθρωτού πλαισίου που επιτρέπεται να λικνιστεί (Makris and Vasileiou, 2015)

Όταν ένα πλαίσιο ροπής που είναι πακτωμένο στη βάση του υποβάλλεται σε πλευρικό φορτίο ικανό να προκαλέσει διαρροή στους κόμβους, η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης (P-u) έχει τη μορφή του Σχ. 1.17 (αριστερά). Παρατηρούμε ότι η καμπύλη αυτή είναι μη-γραμμική, η συμπεριφορά είναι πλάστιμη κι η πλευρική ακαμψία του πλαισίου παραμένει θετική κάθε στιγμή.

Αντιθέτως, στο Σχ. 1.17 (δεξιά) έχουμε την περίπτωση ενός ελευθέρως εδραζόμενου και λικνιζόμενου πλαισίου, όπου δύο ελευθέρως εδραζόμενες κολώνες υποστηρίζουν μία ελευθέρως εδραζόμενη δοκό. Όταν το πλευρικό φορτίο είναι επαρκώς μεγάλο, ώστε να προκαλέσει ανασήκωμα (uplifting) των υποστυκωμάτων, η καμπύλη δύναμης-μετακίνησης (P-u) έχει εντελώς διαφορετική μορφή. Το αρθρωτό σύστημα έχει “άπειρη” δυσκαμψία μέχρι τη στιγμή που συμβαίνει το ανασήκωμα των δοκών και στη συνέχεια, αφού το σύστημα έχει τεθεί σε λικνισμό, η δύναμη επαναφοράς μειώνεται μονοτονικά, μέχρι να πάρει μηδενική τιμή, όταν η γωνία περιστροφής των κολωνών είναι  $\theta = \alpha = \arctan(b/h)$ . Αυτό σημαίνει πως το σύστημα διαθέτει αρνητική πλευρική ακαμψία. Επίσης, εφόσον κατά το λικνισμό του η καμπύλη δύναμης-μετατόπισης δεν περικλείει κάποια επιφάνεια, η πλαστιμότητα του συστήματος είναι μηδενική. Απώλειες ενέργειας έχουμε μόνο κατά την πρόσκρουση, δηλαδή όταν η γωνία περιστροφής αλλάζει πρόσημο.

Πολύ συχνό κατασκευαστικό μοτίβο στα αρχαία μνημεία είναι η ύπαρξη πολλών ελευθέρως εδραζόμενων επιστυλίων τα οποία φέρουν ένα βαρύτερο διάζωμα στην κορυφή τους. Έτσι, το μοντέλο το οποίο μελετάται στη συνέχεια είναι ένα επίπεδου πλαισίου αποτελούμενο από N λικνιζόμενους στύλους διαστάσεων επί των οποίων εδράζεται ελεύθερα μία άκαμπτη δοκός ύψους  $2h_b$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 1.18. Το σύστημα αυτό έχει ένα βαθμό ελευθερίας. Ταυτόχρονα, θεωρούμε πως ο συντελεστής τριβής είναι αρκετά μεγάλος, ώστε να μην πραγματοποιείται ολίσθηση ούτε στα σημεία περιστροφής της βάσης ούτε στα σημεία περιστροφής στην επιφάνεια στύλων-δοκού. Φυσικά, το πρόβλημα στην πραγματικότητα είναι πολύ πιο σύνθετο, αφού τα επιστύλια υπόκεινται και σε μία μικρή περιστροφή πέρα από την οριζόντια μετακίνηση, u. Ωστόσο, επειδή η σταθερότητά τους οφείλεται κυρίως στους λικνιστικούς μηχανισμούς, η προσέγγισή μας θεωρείται αρκετά ικανοποιητική.



**Σχ. 1.18:** Εξεταζόμενο μοντέλο άκαμπτης δοκού εδραζόμενης επί  $N$  λικνιζόμενων στύλων (Makris and Vasileiou, 2015)

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, το λικνιζόμενο πλαίσιο έχει μέγεθος  $R = \sqrt{b^2 + h^2}$  και ραδινότητα  $\alpha = \arctan(b/h)$ . Αυτό που το διαφοροποιεί από την ελευθέρως εδραζόμενο, λικνιζόμενο σώμα είναι η παράμετρος:

$$\gamma = \frac{m_b}{N \cdot m_c} \quad (1.11)$$

όπου:

$m_b$  είναι η συνολική μάζα της δοκού

$m_c$  είναι η μάζα καθενός εκ των  $N$  στύλων

Η παράμετρος  $\gamma$  μπορεί να πάρει τιμές  $<1$  στην περίπτωση των αρχαίων ναών, φτάνοντας και σε τιμές  $>4$  στην περίπτωση των σύγχρονων προκατασκευασμένων γεφυρών.

Για θετική εδαφική οριζόντια εδαφική επιτάχυνση, το πλαίσιο θα λικνιστεί αρχικά προς τα αριστερά, δηλαδή  $\theta(t) < 0$ . Εφόσον δεν ανατραπεί, θα επιστρέψει προς το κέντρο βάρους του και στη συνέχεια θα λικνιστεί προς την αντίθετη κατεύθυνση, δηλαδή  $\theta(t) > 0$ . Για ορθογωνικούς στύλους ισχύει  $I_o = (4/3)mR^2$ . Άρα η εξίσωση κίνησης του επίπεδου πλαισίου είναι:

$$\theta(t) = -\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma} p^2 \left( \sin[a \operatorname{sgn} \theta(t)] - \theta(t) \right) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos[a \operatorname{sgn}(\theta(t)) - \theta(t)] \quad (1.12)$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω εξίσωση είναι πανομοιότυπη με την εξίσωση κίνησης (1.2) του ελευθέρως εδραζόμενου σώματος, με τη διαφορά πως η χαρακτηριστική συχνότητα του λικνιζόμενου σώματος είναι:

$$\hat{p} = \sqrt{\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma}} p \quad (1.13)$$

όπου:

$p = \sqrt{\frac{3g}{4R}}$  είναι η χαρακτηριστική συχνότητα κάθε μεμονωμένου ορθογωνικού στύλου

Αυτό συνεπάγεται πως η κίνηση ενός ελευθέρως εδραζόμενου, λικνιζόμενου πλαισίου μπορεί να περιγραφεί με την εξίσωση κίνησης (1.2) ως ένα ελευθέρως εδραζόμενο σώμα, ίδιας ραδιότητας  $\alpha$ , αλλά μεγαλύτερου μεγέθους:

$$\hat{R} = \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma} R = \left( 1 + \frac{\gamma}{1+2\gamma} \right) R \quad (1.14)$$

Η μέγιστη τιμή του συντελεστή επαναφοράς δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = \left( \frac{1 - \frac{3}{2} \sin^2(a) + 3\gamma \cos(2\alpha)}{1+3\gamma} \right)^2 \quad (1.15)$$

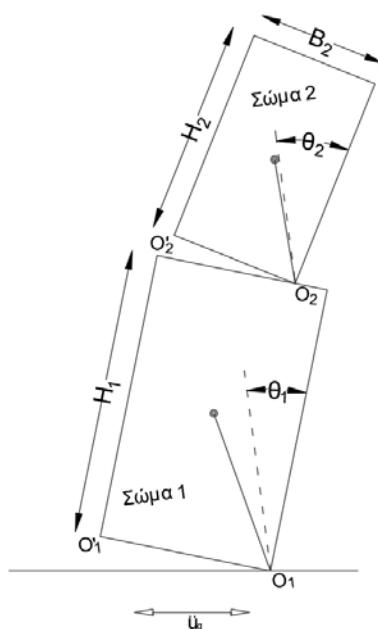
Συμπεραίνουμε ότι για μία πολύ ελαφριά δοκό, ο συντελεστής  $\gamma \rightarrow 0$ , επομένως  $\hat{R} \rightarrow R$ , δηλαδή η συμπεριφορά του πλαισίου είναι ίδια με ενός ελευθέρως εδραζόμενου στύλου. Αντίστοιχα, για μία πολύ βαριά, ο συντελεστής  $\gamma \rightarrow \infty$ , επομένως  $\hat{R} = (2/3)R$ . Αυτό σημαίνει πως το πλαίσιο προσομοιάζεται με ένα μεγαλύτερο ελευθέρως εδραζόμενο στύλο ίδιας ραδιότητας  $\alpha$ , άρα διαθέτει και μεγαλύτερη σταθερότητα.

### 1.8 Σεισμική απόκριση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων

Είναι σύνηθες πολλά αγάλματα να εδράζονται επί κάποιας βάσης είτε από την αρχική τους κατασκευή είτε για λόγους έκθεσης στα σύγχρονα μουσεία, προκειμένου οι επισκέπτες να μπορούν να τα θαυμάσουν καλύτερα. Μελετάται σε αυτήν την υποενότητα η σεισμική απόκριση ενός αγάλματος το οποίο εδράζεται ελεύθερα σε κάποιο άλλο σώμα, ίδιου υλικού (π.χ. μία μαρμάρινη βάση).

Το πρόβλημα αυτό, αν και αρχικά φαίνεται εύκολο, χρήζει ιδιαίτερης αντιμετώπισης, καθώς η μη γραμμική του συμπεριφορά καθιστά δύσκολο την αναλυτική επίλυσή του. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως η εξίσωση κίνησης αλλάζει όταν η γωνία στροφής αλλάζει πρόσημο.

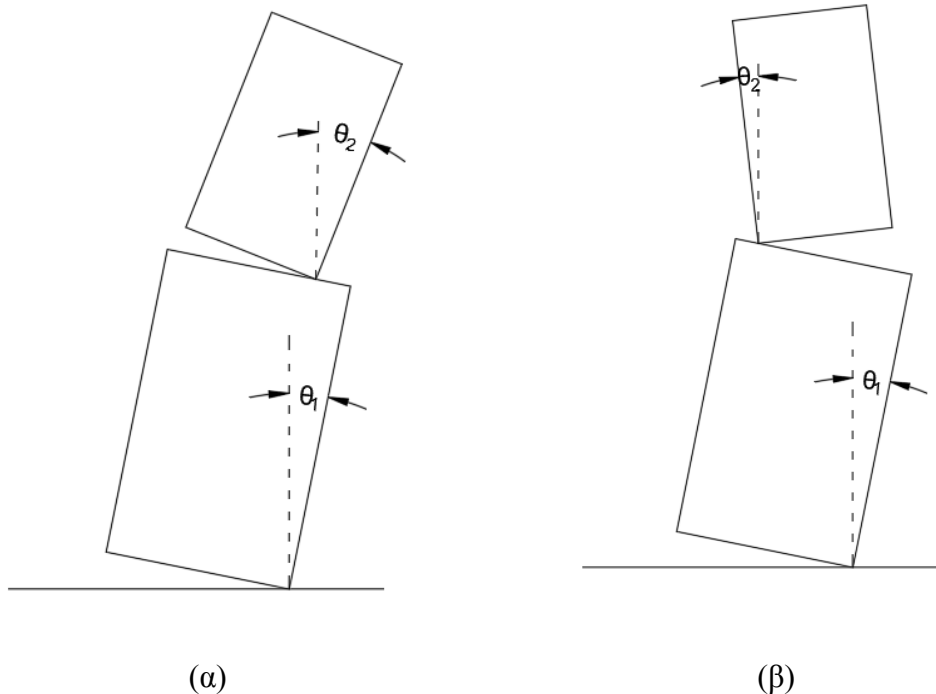
Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα σωμάτων όπως αυτό που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ονομάζουμε το κάτω σώμα «Σώμα 1» και το άνω σώμα «Σώμα 2» κι αυτούς τους χαρακτηρισμούς θα χρησιμοποιούμε σε όλη την παρακάτω ανάλυση του προβλήματος. Το σύστημα έχει δύο βαθμούς ελευθερίας, τις γωνίες στροφής  $\theta_1$  και  $\theta_2$  των σωμάτων 1 και 2 αντίστοιχα.



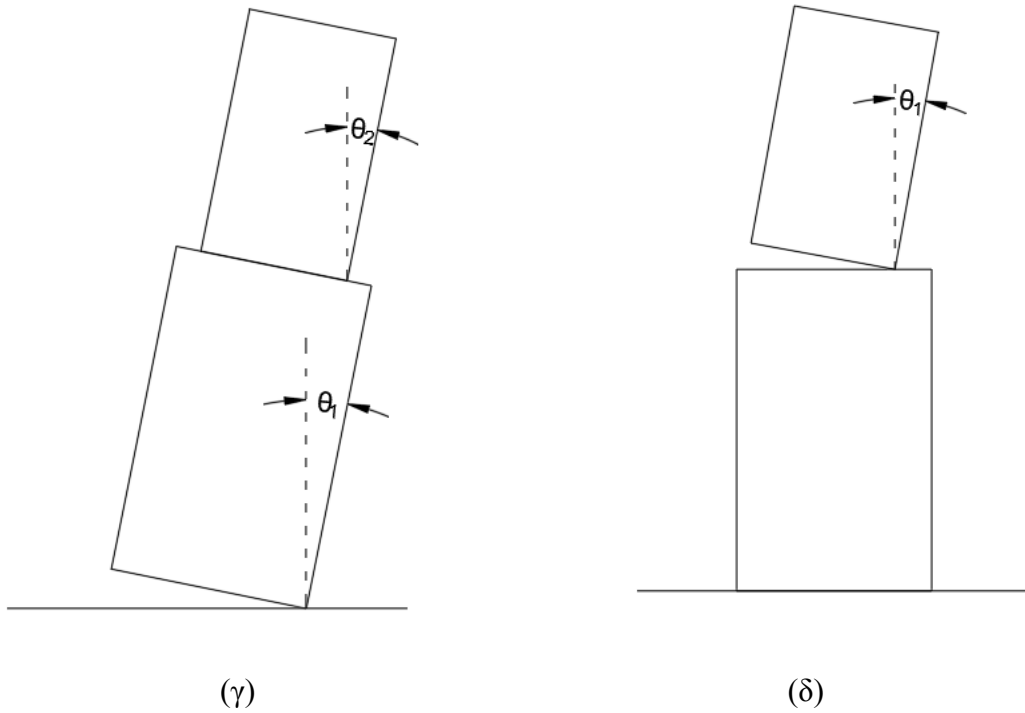
Σχ. 1.19: Σχηματική απεικόνιση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων, όπου το ένα εδράζεται ελεύθερα πάνω στο άλλο (Psycharis 1990)

Η εξίσωση κίνησης κάθε σώματος προκύπτει εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα σε καθένα σώμα, ενώ ταυτόχρονα λαμβάνεται υπόψιν η συμβατότητα της μετατόπισης του σημείου επαφής του σώματος 2 με την κίνηση του σώματος 1. Τα δύο σώματα παρουσιάζουν αρκετά «σχήματα» απόκρισης, δηλαδή να λάβουν διαφορετικές σχετικές θέσεις κατά τη διάρκεια του λικνισμού. Συγκεκριμένα, μπορούν να λικνιστούν και τα δύο προς την ίδια κατεύθυνση ή σε αντίθετες κατευθύνσεις, το σώμα 1 να παραμείνει ακίνητο και το σώμα 2 να λικνιστεί ή το σώμα 1 να λικνιστεί και το σώμα 2 να παραμείνει ακίνητο. Φυσικά, στις παραπάνω περιπτώσεις υπεισέρχονται και οι υποπεριπτώσεις όπου η γωνία περιστροφής λαμβάνει θετικό ή αρνητικό πρόσημο.

Οι εξισώσεις κίνησης για κάθε «σχήμα» απόκρισης και οι συνθήκες εκκίνησης του λικνισμού όταν διεγείρεται η βάση εδράσεως του σώματος 1 έχουν υπολογιστεί και παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία, ωστόσο δεν αποτελούν αντικείμενο εξέτασης της παρούσας υποενότητας.







**Σχ. 1.20-1.23:** (α) Πρώτο σχήμα απόκρισης συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων, (β) Δεύτερο σχήμα απόκρισης συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων, (γ) Τρίτο σχήμα απόκρισης συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων, (δ) Τέταρτο σχήμα απόκρισης συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων (Psycharis 1990)



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

#### 2.1 Εισαγωγή

Έστω ένα ελευθέρως εδραζόμενο άκαμπτο σώμα διαστάσεων  $2b \times 2h$  (δηλαδή ακτινικής απόστασης  $R = \sqrt{b^2 + h^2}$ ) με λυγηρότητα  $\lambda = h/b$  και ραδινότητα  $b/h = \tan a$ . Το σώμα αυτό ταλαντεύεται περί το σημείο περιστροφής  $O$  ή  $O'$ , εφόσον ο συντελεστής τριβής είναι αρκετά μεγάλος, για να είναι ικανός να αποτρέψει την ολίσθηση.

Όταν  $\ddot{u}_g \geq g \tan a$ , η εξίσωση κίνησης του σώματος είναι:

$$I_o \ddot{\theta}(t) + mgR \sin[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] = -m \ddot{u}_g(t) R \cos[\alpha \operatorname{sgn} \theta(t) - \theta(t)] \quad (2.1)$$

Η συνάρτηση προσήμου ( $\operatorname{sgn}$ ) χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει το σημείο περιστροφής  $O$  ή  $O'$ , το οποίο εξαρτάται από το πρόσημο της γωνίας  $\theta$ . Συνεπώς, όταν το σημείο  $O'$  είναι το σημείο περιστροφής, η γωνία  $\theta$  λαμβάνει αρνητικές τιμές, όπως φαίνεται από την παραπάνω εξίσωση.

Ειδική περίπτωση είναι τα ορθογωνικά blocks, των οποίων η ροπή αδρανείας ισούται με  $I_o = 4/3 mR^2$ . Άρα η εξίσωση (2.1) μπορεί να γραφεί ως εξής:

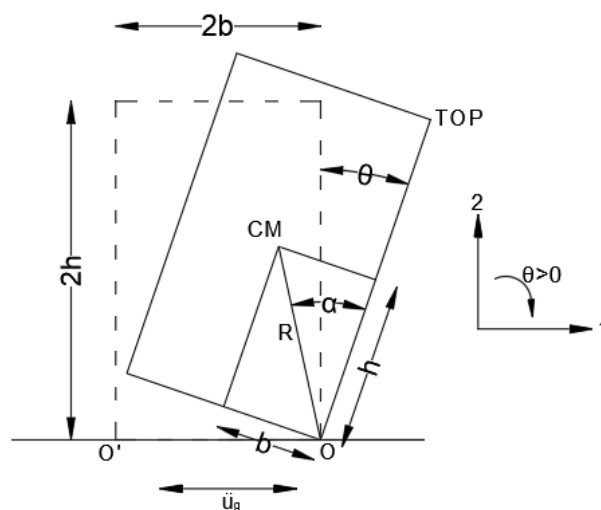
$$\ddot{\theta}(t) = p^2 [-\alpha \operatorname{sgn}(\theta(t)) + \theta(t) - \ddot{u}_g(t) / g] \quad (2.2)$$

Χρησιμοποιώντας την προγραμματιστική γλώσσα Matlab (έκδοση R2018a) δημιουργήθηκε ένας κώδικας, ο οποίος επιλύει τις παραπάνω εξισώσεις κίνησης των λικνιζόμενων σωμάτων. Συνεπώς, είναι σε θέση να εξάγει αποτελέσματα σχετικά με την απόκριση σωμάτων, ανάλογα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος καθώς και του αρμονικού παλμού ή της σεισμικής διέγερσης στην οποία υπόκειται.

Ταυτόχρονα, δημιουργήθηκαν αντίστοιχα προσομοιώματα και στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε μόνο τα

βασικά σημεία της προσομοίωσης, καθώς η διαδικασία δημιουργίας των λικνιζόμενων σωμάτων σε αυτό το πρόγραμμα περιγράφεται αναλυτικά στο παράρτημα Α. Θεωρήθηκε πως το υλικό όλων των λικνιζόμενων σωμάτων είναι το μάρμαρο, καθώς αποτελεί το πλέον σύνηθες υλικό κατασκευής των αγαλμάτων. Για το μάρμαρο λήφθηκε πυκνότητα  $2.8 \text{ tn/m}^3$ .

Επομένως, συγκρίνοντας τις αποκρίσεις που προκύπτουν από τον ίδιο συνδυασμό άκαμπτου σώματος και διέγερσης (παλμός είτε σεισμική φόρτιση) από την επίλυση σε Matlab και σε Abaqus είμαστε σε θέση να επαληθεύσουμε την ορθότητα των αποτελεσμάτων.



Σχ. 2.1: Σχηματική απεικόνιση του ελευθέρως εδραζόμενου σώματος υπό λικνισμό

Το λογισμικό Abaqus δεν υπολογίζει απευθείας τη γωνία στροφής  $\theta$ , αλλά τις μετακινήσεις, ταχύτητες κι επιταχύνσεις των κόμβων του ορθογωνικού λικνιζόμενου σώματος στους άξονες 1 και 2. Έχοντας τη χρονοϊστορία των μετακινήσεων και των ταχυτήτων του πόλου περιστροφής (έστω του πόλου O) και της αντίστοιχης κορυφής του ορθογωνικού σώματος (σημειωμένη στο παραπάνω σχήμα ως «TOP»), η γωνία στροφής  $\theta$  υπολογίζεται κάθε χρονική στιγμή από τη σχέση:

$$\theta(t) = \arcsin\left(\frac{u_1^{TOP}(t) - u_1^o(t)}{2h}\right) \quad (2.3)$$

όπου:

$u_1^{TOP}(t)$  είναι η μετακίνηση της κορυφής «TOP» στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

$u_1^O(t)$  είναι η μετακίνηση του πόλου περιστροφής O στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

Προφανώς, η παράγωγος της γωνίας  $\theta$ ,  $d\theta$ , υπολογίζεται παραγωγίζοντας τη σχέση (2.3) ως προς το χρόνο, ήτοι:

$$d\theta(t) = \frac{v_1^{TOP}(t) - v_1^O(t)}{2h} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{u_1^{TOP}(t) - u_1^O(t)}{2h} \right)^2}} \right) \quad (2.4)$$

όπου:

$v_1^{TOP}(t)$  είναι η ταχύτητα της κορυφής «TOP» στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

$u_1^O(t)$  είναι η ταχύτητα του πόλου περιστροφής O στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

Κατά το λικνισμό ενός σώματος, ενέργεια χάνεται μόνο όταν η γωνία περιστροφή  $\theta$  αντιστρέφεται (δηλαδή αλλάζει πρόσημο) και πραγματοποιείται πρόσκρουση της βάσης με την επιφάνεια εδράσεως. Σύμφωνα με το Housner υπολογίσθηκε η τιμή του συντελεστή αποκατάστασης ως

$$\eta = \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 a \right)^2 \quad (2.5)$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημάνουμε πως, ενώ ο ορισμός του συντελεστή αποκατάστασης είναι ιδιαίτερα εύκολος κατά τον προγραμματισμό σε Matlab, δεν είναι δυνατός ο ορισμός του μεγέθους αυτού κατά τη δημιουργία προσομοιωμάτων στο λογισμικό Abaqus. Ο χρήστης έχει μόνο τη δυνατότητα εισαγωγής απόσβεσης Rayleigh με τιμές περίπου 3÷5%, οποία είναι ανάλογη της μάζας και της δυσκαμψίας του υλικού και πρόκειται ουσιαστικά για μία προσέγγιση του προβλήματος.

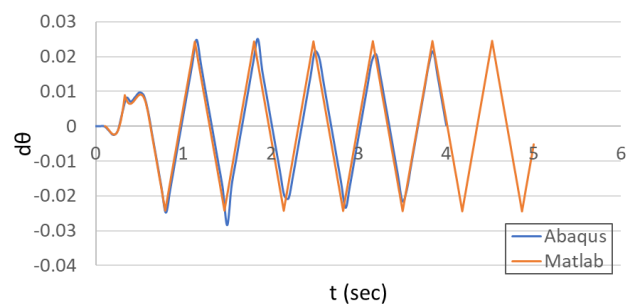
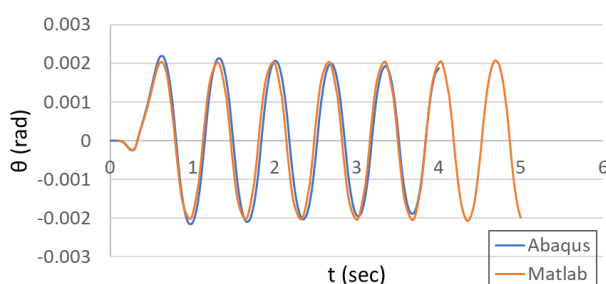
## 2.2 Δικνιζόμενα σώματα υπό αρμονικό παλμό

Σε αυτήν την υποενότητα παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις της χρονοϊστορίας της απόκρισης σωμάτων σε όρους γωνίας στροφής ( $\theta$ -t) και σε όρους ( $d\theta$ -t). Εξετάστηκαν σώματα με διαφορετικό μέγεθος και λυγηρότητα, των οποίων η βάση υπόκειται σε αρμονικούς παλμούς. Σημειώνεται πως, για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων της Matlab και του προσομοιώματος στο Abaqus, θεωρήθηκε πως δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας, δηλαδή  $\eta = 0$ . Σκοπός μας ήταν η σύγκριση των χρονοϊστοριών απόκρισης που προκύπτουν από την επίλυση σε Abaqus και Matlab, προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων και των δύο μεθόδων επίλυσης.

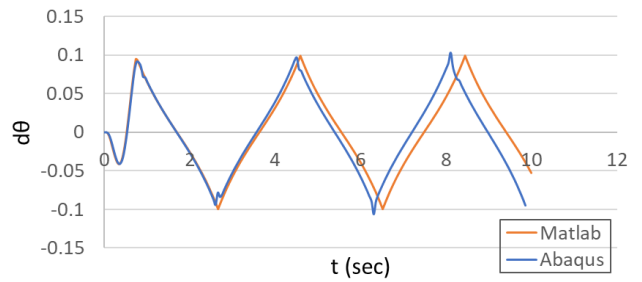
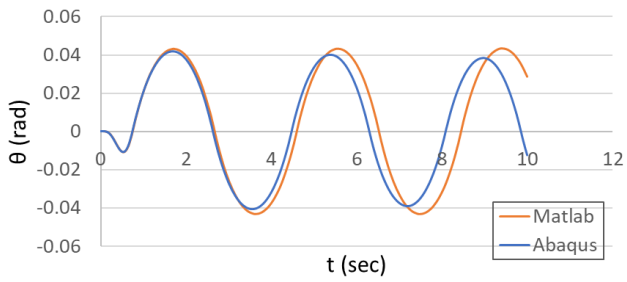
### 2.2.1 Ορθογωνικό σώμα με $h=5$ m και $b=0.5$ m

Στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζεται η διαφορετική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=5.0$  m και  $b=0.5$  m, όταν η βάση εδράσεώς του υπόκειται σε διαφορετικούς ημιτονικούς παλμούς, συγκρίνοντας την απόκριση του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε από τη γλώσσα προγραμματισμού Matlab και του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε πως η απόκριση που παίρνουμε από τις δύο διαφορετικές μεθόδους επίλυσης είναι σχεδόν κοινή, παρουσιάζόμενων πολύ μικρών αποκλίσεων.

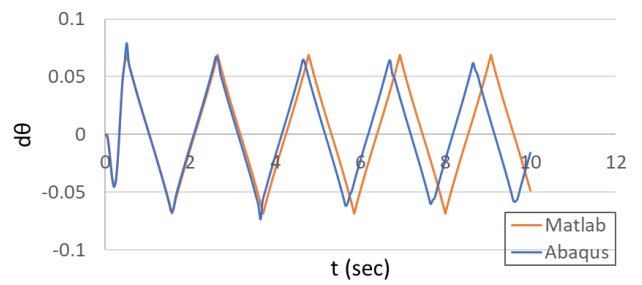
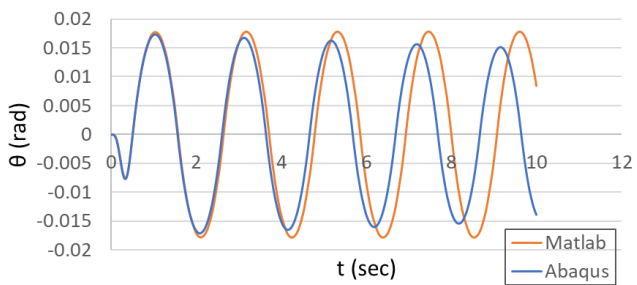
- $a=1.2\sin(10.47t)$



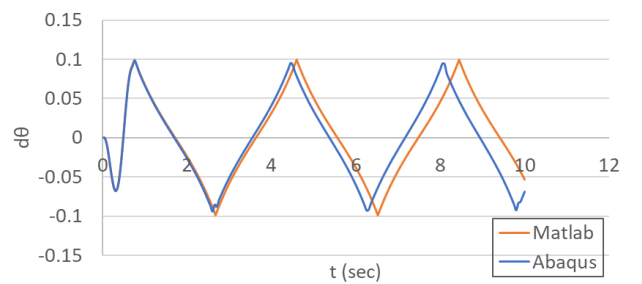
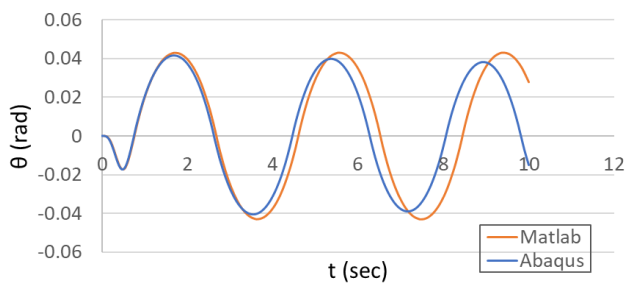
- $a=2.4\sin(7.854t)$



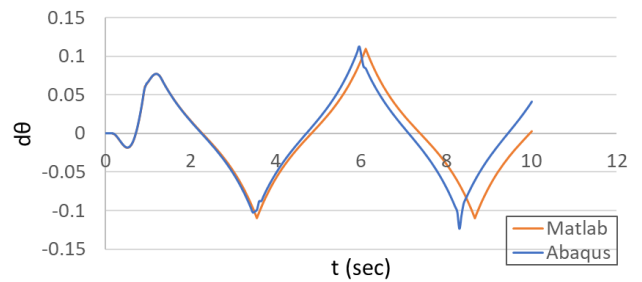
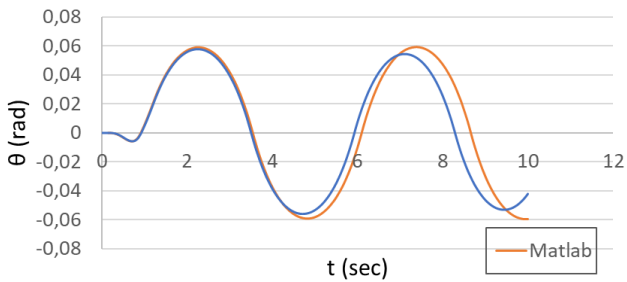
- $a=3.53\sin(13.95t)$



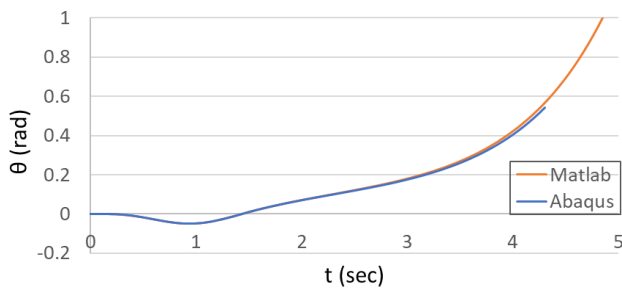
- $a=3.53\sin(9.42t)$



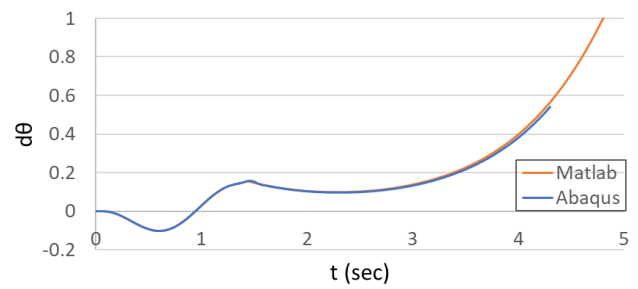
- $a=1.5\sin(4.84t)$



- $a=2.93\sin(4.84t)$



(α)



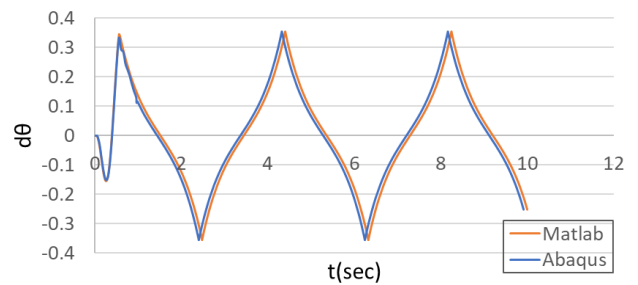
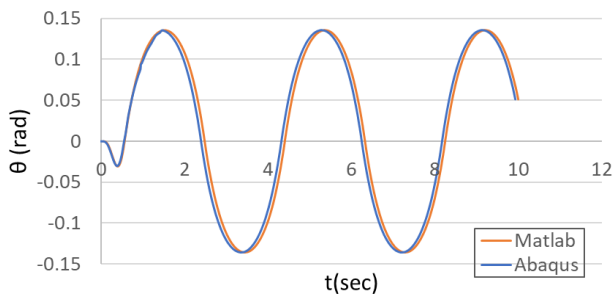
(β)

Σχ. 2.2: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=5$  m και  $b=0.5$  m υποβαλλόμενο σε αρμονικούς παλμούς (α) σε όρους  $\theta-t$ , (β) σε όρους  $d\theta-t$

### 2.2.2 Ορθογωνικό σώμα με $h=2$ m και $b=0.4$ m

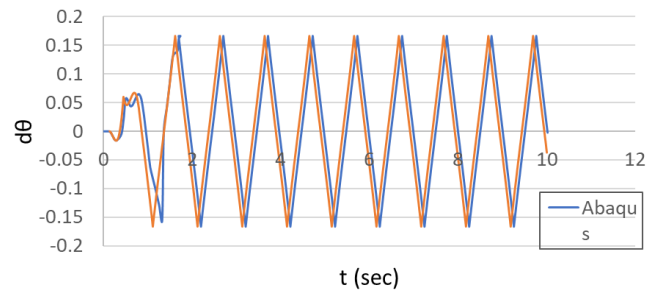
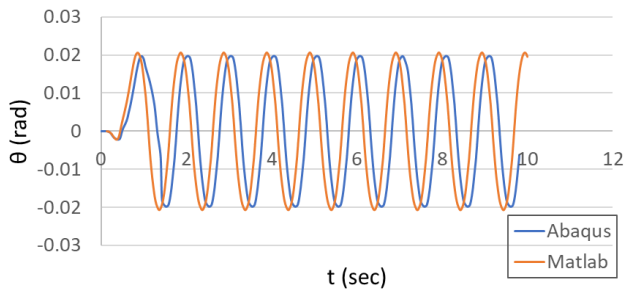
Παρακάτω παρουσιάζεται η λικνιστική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=2.0$  m και  $b=0.4$  m, όταν υπόκειται σε διαφορετικούς ημιτονικούς παλμούς. Έτσι, συγκρίνουμε την απόκριση του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε από τη γλώσσα προγραμματισμού Matlab με την απόκριση του προσομοιώματος που δημιουργήθηκε από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus:

- $a=4.91\sin(10.7t)$





- $a=2.4\sin(7.85t)$

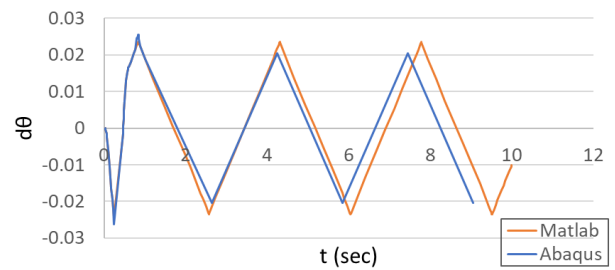
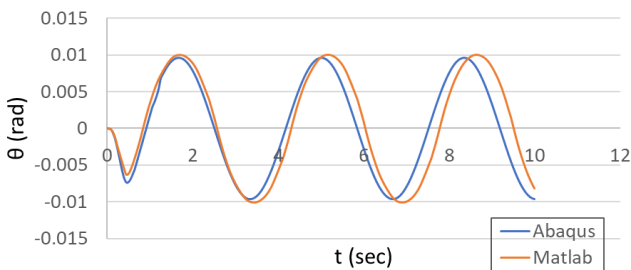


Σχ. 2.3: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=2$  m και  $b=0.4$  m υποβαλλόμενο σε αρμονικούς παλμούς (α) σε όρους  $\theta-t$ , (β) σε όρους  $d\theta-t$

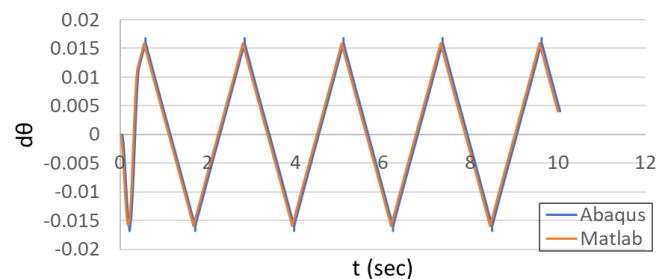
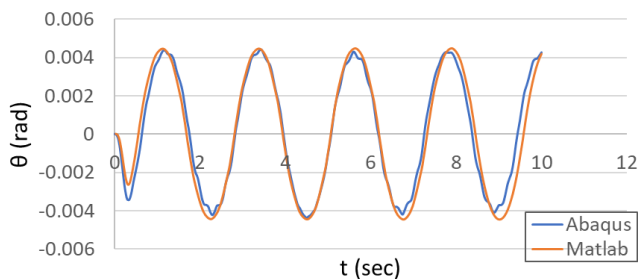
### 2.2.3 Ορθογωνικό σώμα με $h=25$ m και $b=2.5$ m

Παρακάτω παρουσιάζεται και συγκρίνεται η διαφορετική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=25$  m και  $b=2.5$  m, όταν υπόκειται σε διαφορετικούς αρμονικούς παλμούς, με επίλυση του προσομοιώματος σε κώδικα Matlab ή στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus:

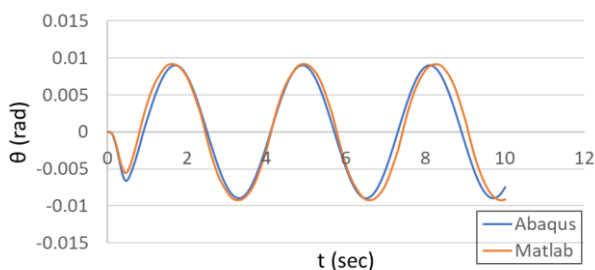
- $a=6.0\sin(10.7t)$



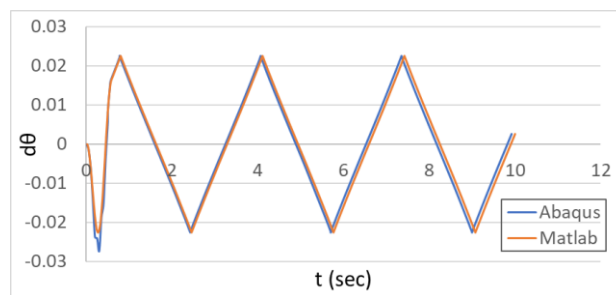
- $a=5.56\sin(15.34t)$



- $a=5.5\sin(10.7t)$



(α)



(β)

Σχ. 2.4: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=25$  m και  $b=2.5$  m υποβαλλόμενο σε αρμονικούς παλμούς (α) σε όρους  $\theta-t$ , (β) σε όρους  $d\theta-t$

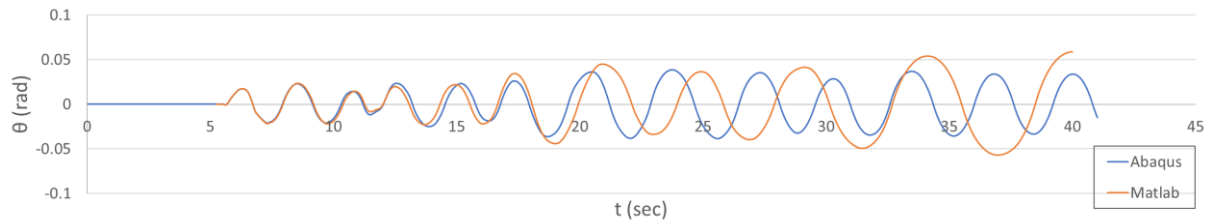
### 2.3 Λικνιζόμενα σώματα υπό σεισμική διέγερση

Παρακάτω παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις της απόκρισης σωμάτων με διαφορετικό μέγεθος και λυγηρότητα, οι οποίοι υπόκεινται σε πραγματικές σεισμικές διεγέρσεις στη βάση τους. Σημειώνεται πως για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων της Matlab και του προσομοιώματος στο Abaqus, θεωρήθηκε πως δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας, δηλαδή  $\eta = 0$ . Προφανώς, σε κάθε σώμα υπεβλήθησαν διαφορετικές σεισμικές διεγέρσεις, καθώς η γεωμετρία κάθε σώματος αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα που επηρεάζει τη λικνιστική του απόκριση. Έτσι, υποβαλλόμενο στην ίδια σεισμική διέγερση, ένα ορθογωνικό σώμα μπορεί να λικνιστεί, ενώ ένα άλλο διαφορετικής γεωμετρίας μπορεί να μην ξεκινήσει καθόλου να λικνίζεται.

#### 2.3.1 Ορθογωνικό σώμα με $h=5$ m και $b=0.5$ m

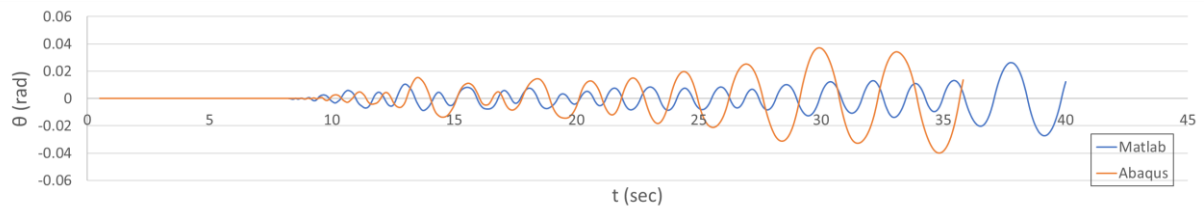
Παρακάτω παρουσιάζεται η διαφορετική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=5.0$  m και  $b=0.5$  m, όταν υπόκειται σε διαφορετικές πραγματικές σεισμικές διεγέρσεις. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η απόκρισή του, όταν η βάση έδρασή του υπόκειται στην καταγραφή του σεισμού Northridge (1994) και στην καταγραφή του σεισμού Loma Prieta (1989):

- Σεισμική καταγραφή Northridge, 1994 (Σταθμός LA Hollywood Storage FF,  $\varphi=360^\circ$ ,  $PGA = 0.358g$ )



Σχ. 2.5: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=5$  m και  $b=0.5$  m υποβαλλόμενο στη σεισμική καταγραφή Northridge, 1994, σε όρους  $\theta-t$

- Σεισμική καταγραφή Loma Prieta, 1989 (Σταθμός Agnews State Hospital,  $\varphi=090^\circ$ ,  $PGA = 0.159g$ )

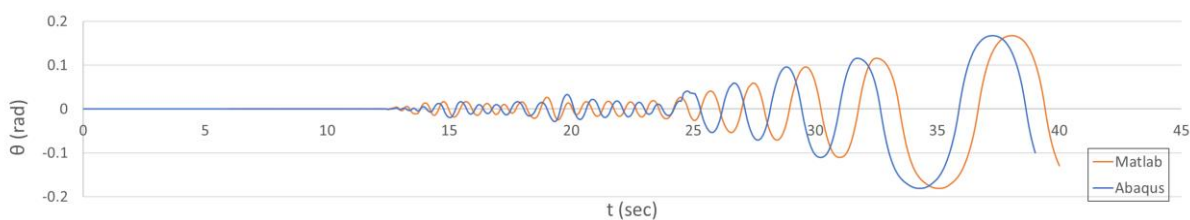


Σχ. 2.6: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=5$  m και  $b=0.5$  m υποβαλλόμενο στη σεισμική καταγραφή Loma Prieta, 1989, σε όρους  $\theta-t$

### 2.3.2 Ορθογωνικό σώμα με $h=2$ m και $b=0.4$ m

Παρακάτω παρουσιάζεται η διαφορετική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=2.0$  m και  $b=0.4$  m, όταν υπόκειται σε πραγματική σεισμική διέγερση. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η απόκρισή του, όταν η βάση έδρασής του υπόκειται στην καταγραφή του σεισμού Imperial Valley (1979):

- Σεισμική καταγραφή Imperial Valley, 1979 (Σταθμός El Centro Array #13,  $\varphi=230^\circ$ ,  $PGA = 0.139g$ )

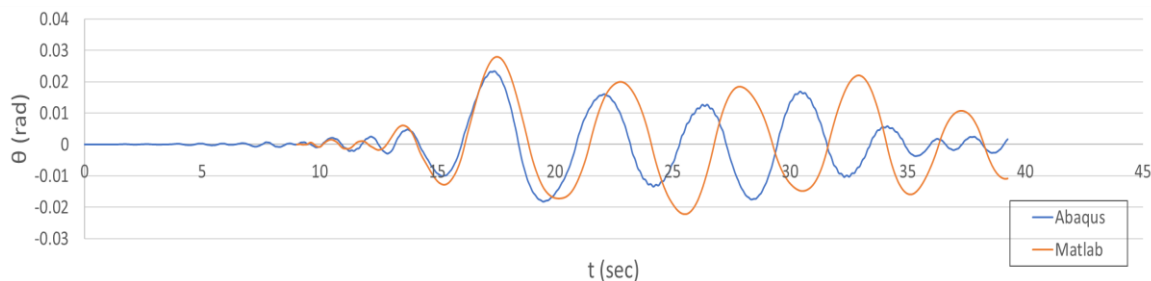


Σχ. 2.7: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=2$  m και  $b=0.4$  m υποβαλλόμενο στη σεισμική καταγραφή Imperial Valley, 1979, σε όρους  $\theta$ - $t$

### 2.3.3 Ορθογωνικό σώμα με $h=25$ m και $b=2.5$ m

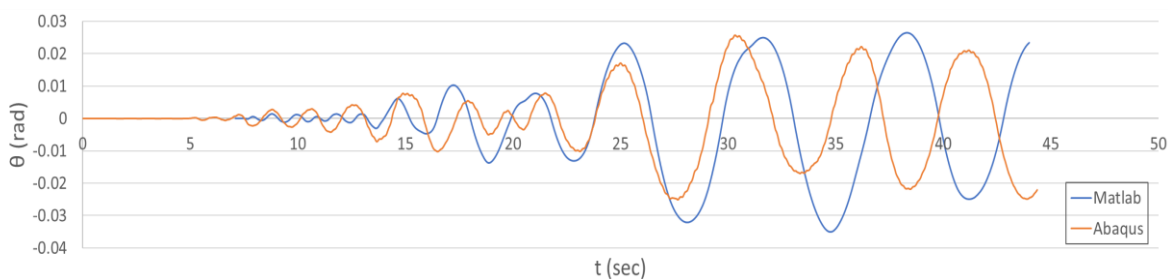
Παρακάτω παρουσιάζεται η διαφορετική απόκριση του ορθογωνικού άκαμπτου σώματος με  $h=25.0$  m και  $b=2.50$  m, όταν υπόκειται σε διαφορετικές πραγματικές σεισμικές διεγέρσεις. Συγκεκριμένα το σώμα υπεβλήθη στην σεισμική καταγραφή Loma Prieta (1989) και στη σεισμική καταγραφή Superstition Hills (1987):

- Σεισμική καταγραφή Loma Prieta, 1989 (Σταθμός Sunnyvale Colton Ave,  $\varphi=360^\circ$ ,  $PGA = 0.209g$ )



Σχ. 2.8: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=25$  m και  $b=2.5$  m υποβαλλόμενο στη σεισμική καταγραφή Loma Prieta, 1989, σε όρους  $\theta$ - $t$

- Σεισμική καταγραφή Superstition Hills, 1987 (Σταθμός Wildlife Liquefaction Array,  $\varphi=360^\circ$ ,  $PGA = 0.20g$ )



Σχ. 2.9: Απόκριση ορθογωνικού σώματος με  $h=25$  m και  $b=2.5$  m υποβαλλόμενο στη σεισμική καταγραφή Superstition Hills, 1987, σε όρους  $\theta$ - $t$

## 2.4 Συμπεράσματα

Από τη σύγκριση των παραπάνω διαγραμμάτων μπορούμε να συμπεράνουμε κατά την προσομοίωση της απόκρισης ενός λικνιζόμενου σώματος τόσο στο λογισμικό Abaqus όσο και στη Matlab προκύπτουν πολύ κοντινά αποτελέσματα. Επομένως είμαστε σε θέση να συμπεράνουμε πως και οι δύο μέθοδοι προσοοίωσης λειτουργούν αποτελεσματικά και στα επόμενα κεφάλαια μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε τη μία είτε την άλλη, για να εξάγουμε διάφορα άλλα συμπεράσματα.

Αξίζει ωστόσο να αναφερθεί πως σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις διέγερσης της βάσης του σώματος με αρμονικό παλμό, το πλάτος της επιτάχυνσης ήταν μικρότερο από αυτό που απαιτείται, για να ολισθήσει το σώμα. Επιπλέον, το σώμα σε καμία από τις περιπτώσεις το σώμα δεν αναπηδά. Το προσομοίωμα στο Abaqus είναι σε θέση να μας δώσει όλες αυτές τις διαφορετικές αποκρίσεις του σώματος ή το συνδυασμό αυτών, αλλά κατά τη δημιουργία του κώδικα σε Matlab αντικείμενο αποτέλεσε μόνο η λικνιστική απόκριση των σωμάτων.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΥΧΑΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

#### 3.1 Εισαγωγή

Η φύση των σεισμικών φαινομένων είναι τέτοια που δεν επιτρέπει την πρόβλεψή τους. Παρά το γεγονός πως πολλοί σεισμοί του παρελθόντος έχουν καταγραφεί και μελετηθεί, τα δεδομένα που έχουν εξαχθεί δεν είναι επαρκή για την ακριβή πρόβλεψη της χρονικής στιγμής όπου θα πραγματοποιηθεί ένας σεισμός ούτε τα χαρακτηριστικά του.

Πολλά αρχαία μνημεία αποτελούνται από στοιχεία τα οποία κείτονται επί εδάφους ή επί άλλων σωμάτων χωρίς κάποιο είδος κονιάματος ενδιάμεσα, ενώ σε ελάχιστες περιπτώσεις υπάρχουν κάποιοι μεταλλικοί σύνδεσμοι στις αρθρώσεις, οι οποίοι αποτρέπουν την ολίσθηση κι όχι το λικνισμό. Έτσι, υπό ισχυρή σεισμική καταπόνηση, τα σώματα αυτά υπόκεινται σε λικνισμό. Αυτές οι κατασκευές μας προκαλούν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αφού πολλές έχουν αντέξει σε δυνατούς σεισμούς για περισσότερα από 2000 χρόνια. Φυσικά, ιστορικά κι αρχαιολογικά στοιχεία δείχνουν πως τα μνημεία και οι κολώνες οι οποίες έχουν αντέξει σημαντικό αριθμό καταστροφικών σεισμών αποτελούν ένα μικρό ποσοστό των συνολικών κατασκευών της αρχαιότητας κι επιτεύχθηκαν στο πέρασμα του χρόνου με τη μέθοδο της δοκιμής και του σφάλματος.

Ταυτόχρονα η διατήρηση και η σεισμική προστασία της πολιτιστικής κληρονομιάς, είτε αυτή πρόκειται για μνημεία είτε για αγάλματα και λοιπά έργα τέχνης, βρίσκεται στο επίκεντρο της σεισμικής μηχανικής. Τα αντικείμενα αυτά είναι μοναδικά, αναντικατάστατα και κάθε είδους καταστροφή που μπορούν να πάθουν έχει σοβαρό αντίκτυπο. Τέτοια αντικείμενα αποτελούν και τα αγάλματα, ανθρώπινης ή άλλης μορφής.

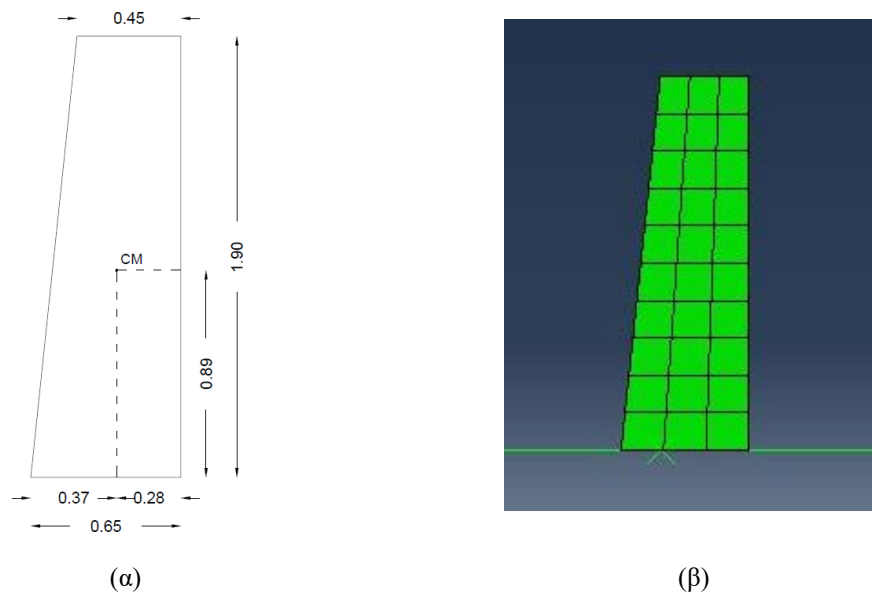
Λόγω της σπουδαιότητας του αντικειμένου, πολυάριθμες έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί, προκειμένου να κατανοηθεί επαρκώς και να μπορεί στη συνέχεια να προβλεφθεί η απόκριση των αγαλμάτων όταν υπόκεινται σε σεισμό, καθώς και η

αλληλεπίδρασή τους με το βάθρο τους ή με τους μεταλλικούς συνδέσμους, αν υπάρχουν.

### 3.2 Προσομοίωση μη-ορθογωνικών, λικνιζόμενων σωμάτων

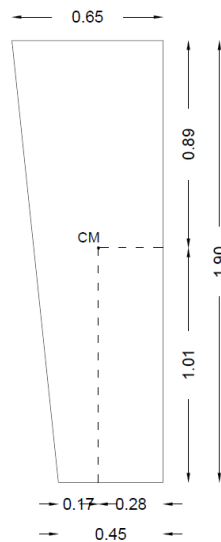
Η αποτύπωση και η προσομοίωση των αγαλμάτων αποτελεί πολύ σημαντική προτεραιότητα, προκειμένου να μπορεί να μελετηθεί και να προβλεφθεί αποτελεσματικά η απόκρισή τους, όταν υπόκεινται σε σεισμική διέγερση και να προστατευτούν κατάλληλα.

Για το σκοπό αυτό, δημιουργήθηκαν αρχικά στο λογισμικό Abaqus κάποια μη-ορθογωνικά, λικνιζόμενα, άκαμπτα σώματα. Αυτά τα σώματα αποτελούν μία πρώτη προσέγγιση στο χώρο των ασύμμετρων σωμάτων και της μελέτης της απόκρισής τους.

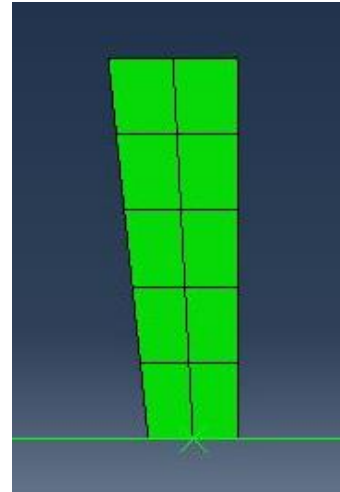


**Σχ. 3.1:** (α) Γεωμετρία τραπέζιου λικνιζόμενου σώματος A, (β) Προσομοίωση τραπέζιου λικνιζόμενου σώματος A στο Abaqus



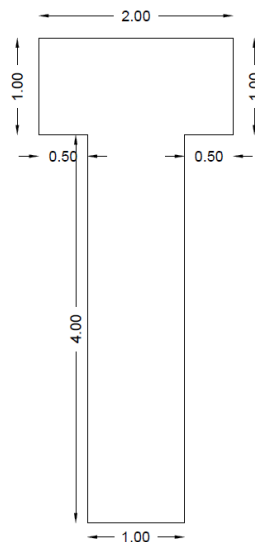


(α)

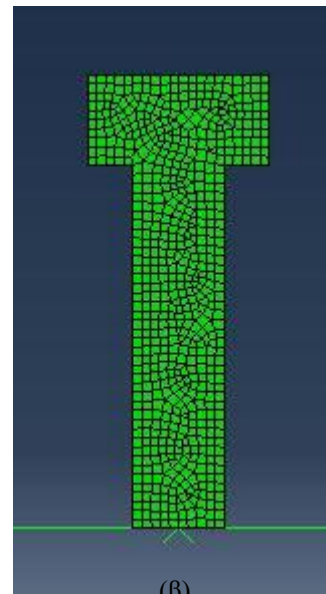


(β)

**Σχ. 3.2:** (α) Γεωμετρία τραπέζιου λικνιζόμενου σώματος B, (β) Προσομοίωση τραπέζιου λικνιζόμενου σώματος B στο Abaqus



(α)



(β)

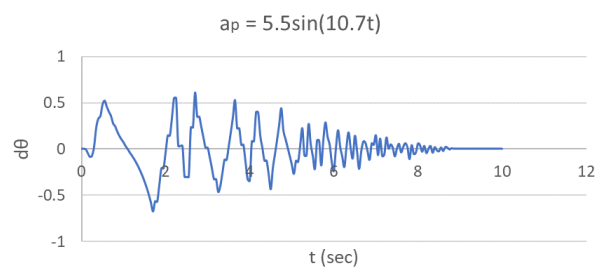
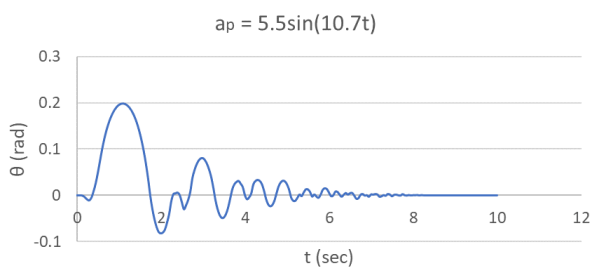
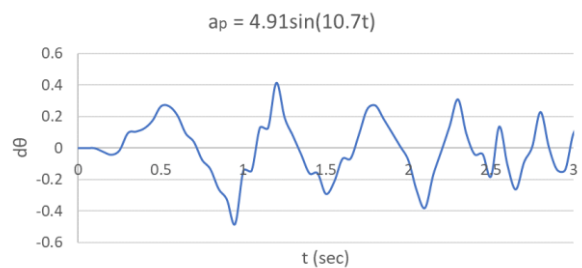
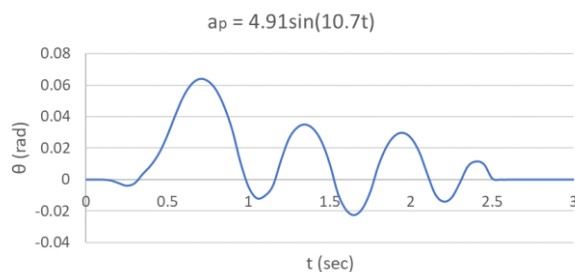
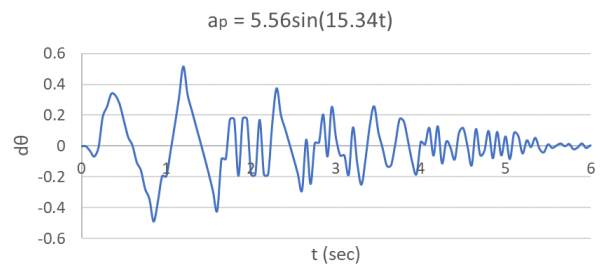
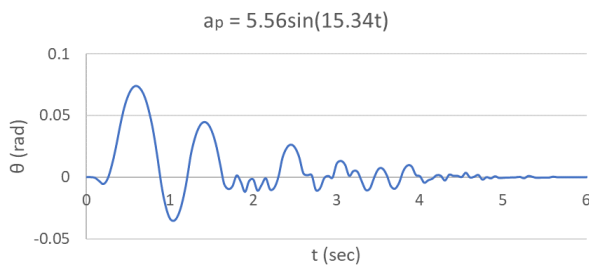
**Σχ. 3.3:** (α) Γεωμετρία συμμετρικού λικνιζόμενου σώματος σχήματος T, (β) Προσομοίωση συμμετρικού λικνιζόμενου σώματος σχήματος T στο Abaqus

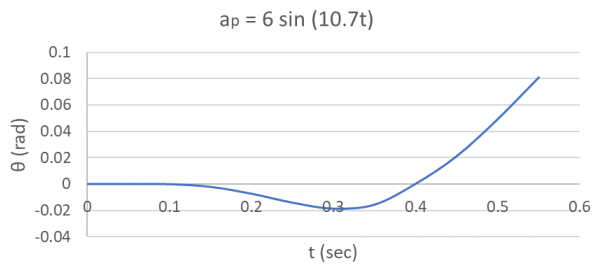
Τα παραπάνω σώματα υπεβλήθησαν σε αρμονικούς παλμούς και σε πραγματικές σειμικές καταγραφές, προκειμένου να λάβουμε την απόκρισή τους. Σημειώνεται πως κάθε σώμα υποβλήθηκε σε διαφορετικούς αρμονικούς παλμούς και σεισμικές

διεγέρσεις, καθώς για την ίδια σεισμική διέγερση, ανάλογα με τη γεωμετρία του το καθένα μπορεί να μην ξεκινούσε καθόλου λικνισμό, να λικνιζόταν με επαναφορά στη θέση ισορροπίας ή να λικνιζόταν με ανατροπή. Επιπλέον, πρέπει να αναφερθεί πως στο σώμα σχήματος «T» θεωρήθηκε πως υπάρχει μηδενική απώλεια ενέργειας, ενώ στα δύο τραπέζια σώματα θεωρήθηκε πως υπάρχει απώλεια ενέργειας. Ο μόνος τρόπος για να επιτευχθεί αυτό το λογισμικό Abaqus είναι να εισαχθεί απόσβεση Rayleigh 3%.

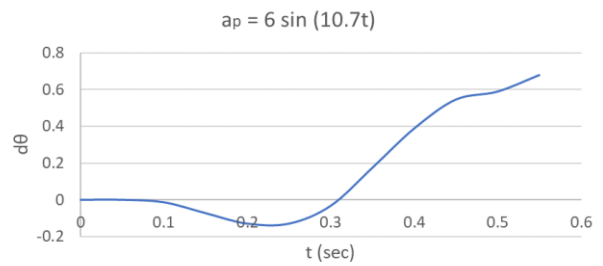
### 3.2.1 Απόκριση τραπέζιου σώματος A

- Υπό αρμονικούς παλμούς





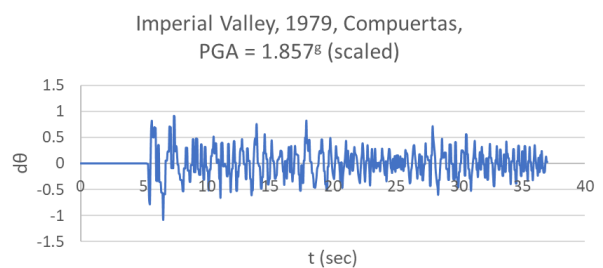
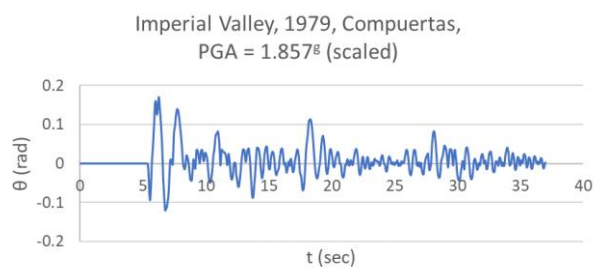
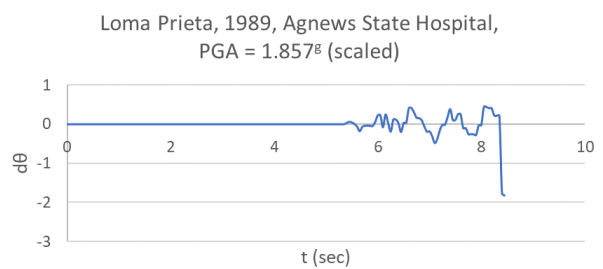
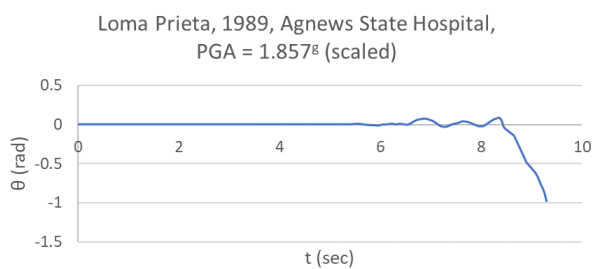
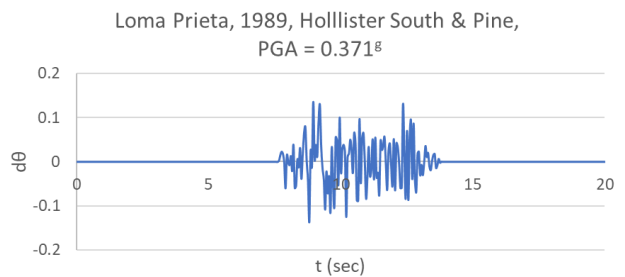
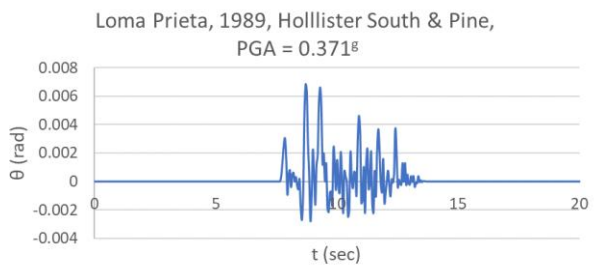
(α)



(β)

**Σχ. 3.4:** (α) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Α σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $\theta-t$ , (β) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Α σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $d\theta-t$

- Υπό σεισμικές διεγέρσεις



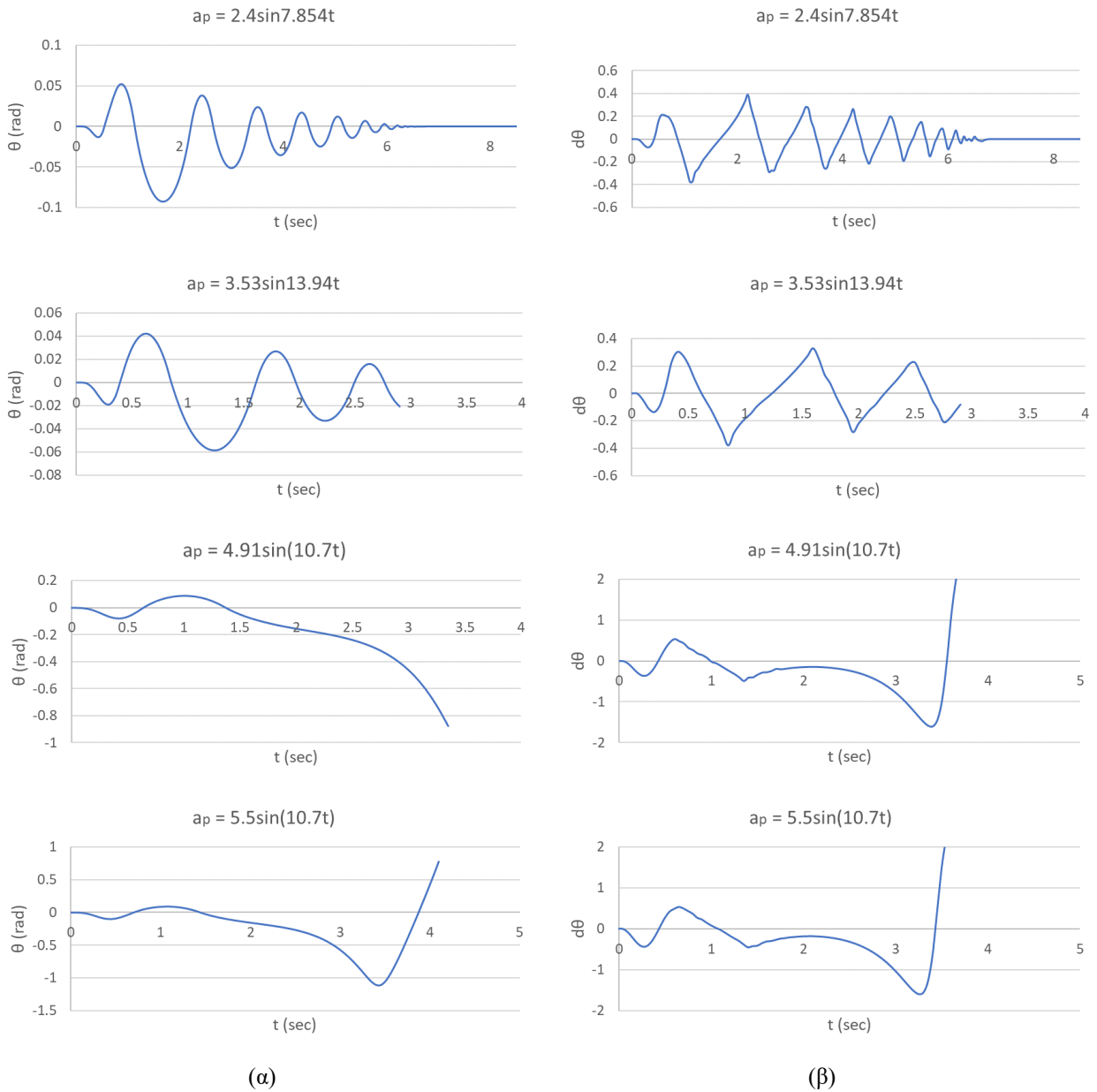
(α)

(β)

**Σχ. 3.5:** (α) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Α σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους απόκρισης  $\theta-t$ , (β) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Α σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους απόκρισης  $d\theta-t$

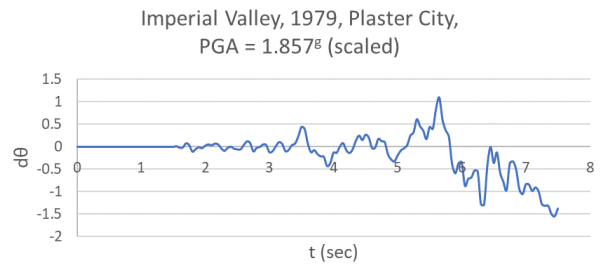
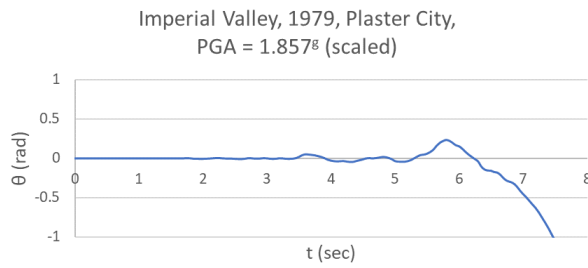
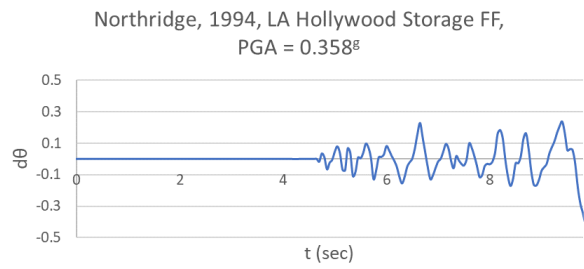
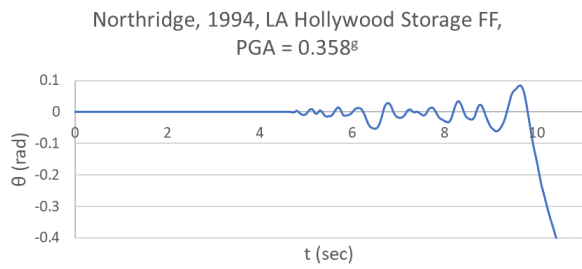
## 3.2.2 Απόκριση τραπέζιου σώματος Β

- Υπό αρμονικούς παλμούς



**Σχ. 3.6:** (α) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Β σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $\theta$ - $t$ , (β) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Β σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $d\theta$ - $t$

- Υπό σεισμικές διεγέρσεις



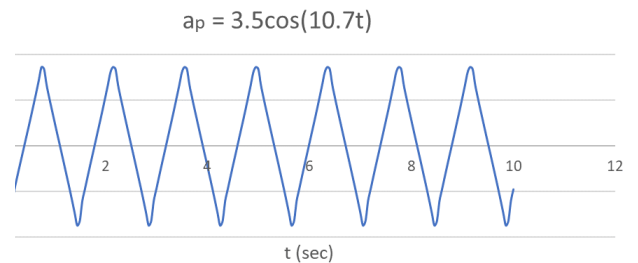
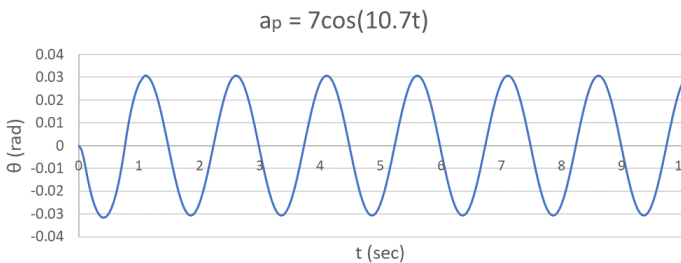
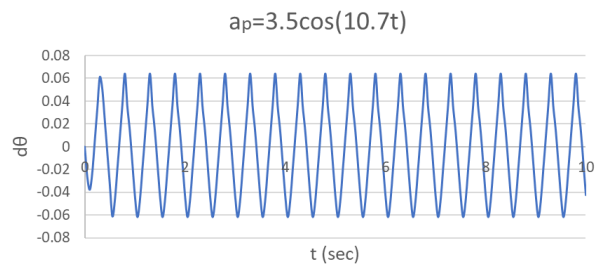
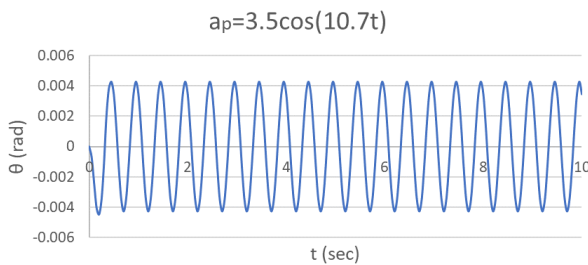
(α)

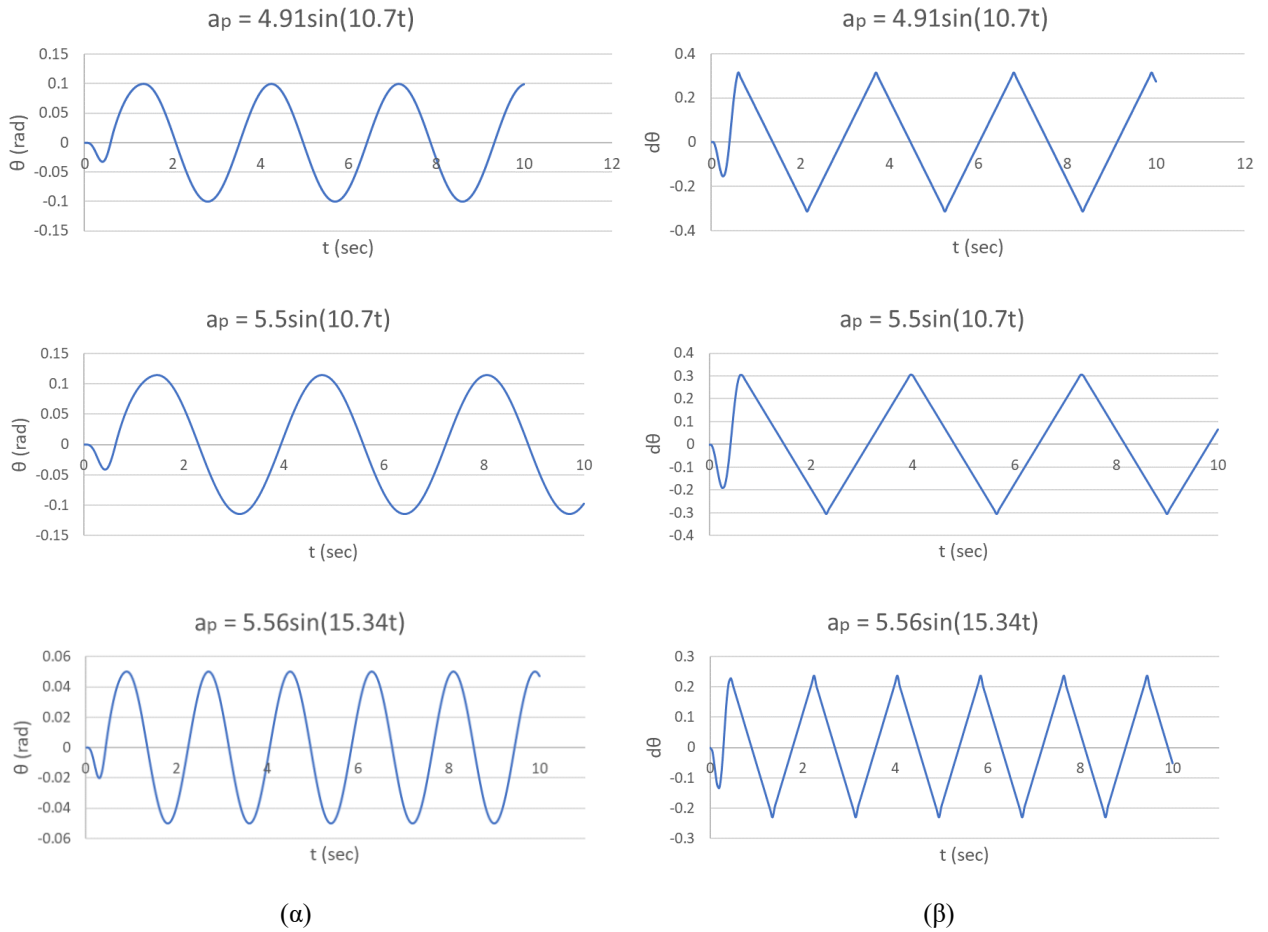
(β)

Σχ. 3.7: (α) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Β σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους απόκρισης  $\theta-t$ , (β) Απόκριση του τραπέζιου σώματος Β σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους απόκρισης  $d\theta-t$

### 3.2.3 Απόκριση συμμετρικού σώματος T

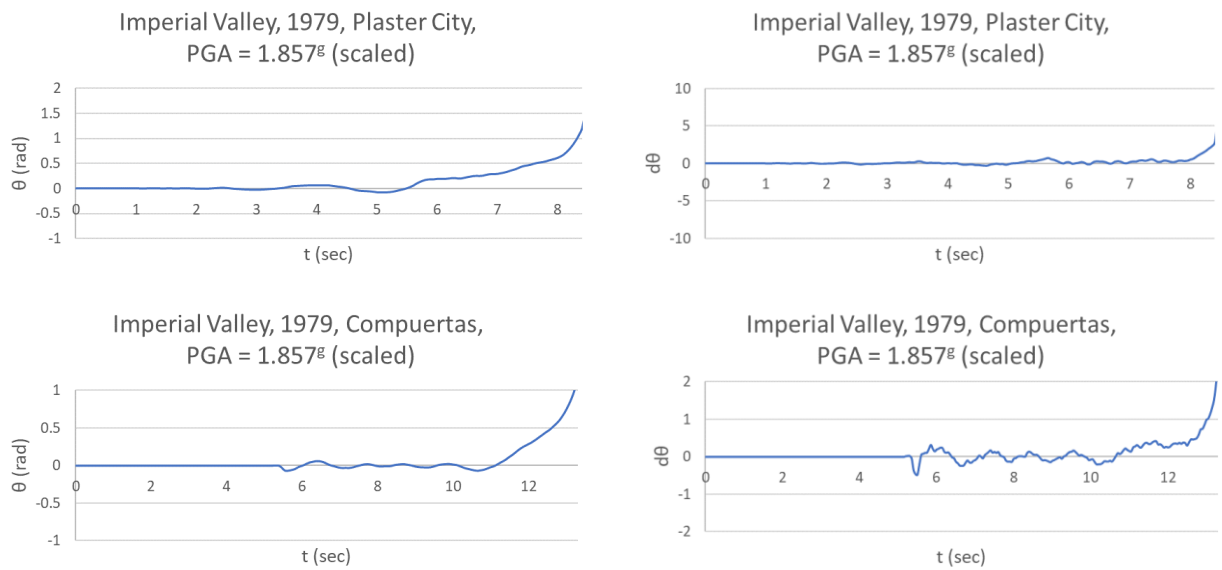
- Υπό αρμονικούς παλμούς

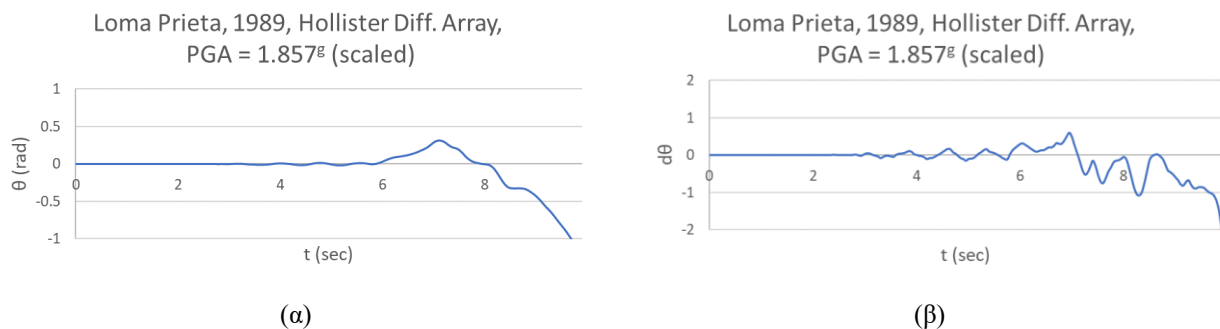




Σχ. 3.8: (α) Απόκριση του σώματος «Τ» σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $\theta$ -t, (β) Απόκριση του σώματος «Τ» σε αρμονικούς παλμούς σε όρους απόκρισης  $d\theta$ -t

- Υπό σεισμικές διεγέρσεις





**Σχ. 3.9:** (α) Απόκριση του σώματος «Τ» σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους απόκρισης  $\theta$ - $t$ ,  
(β) Απόκριση του σώματος «Τ» σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους  $d\theta$ - $t$

### 3.3 Δισδιάστατη προσομοίωση αγαλμάτων

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η προσομοίωση αγαλμάτων και η μελέτη της σεισμικής απόκρισής τους. Για το σκοπό αυτό δημιουργήθηκε το προσομοίωμα ενός αγάλματος που εκτίθενται στο Αρχαιολογικό Μουσείο Αργοστολίου. Πρόκειται για την προτομή ενός ανδρός η οποία βρίσκεται στον προαύλιο χώρο του μουσείου.

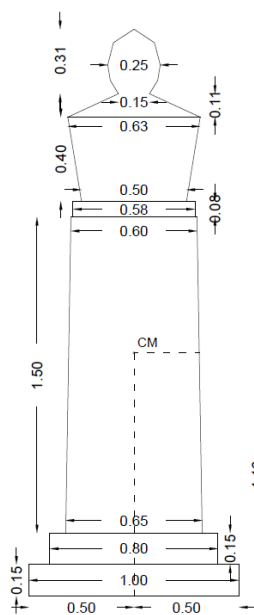


**Σχ. 3.10:** Προτομή ανδρός στο προαύλιο του Αρχαιολογικού Μουσείου Αργοστολίου.

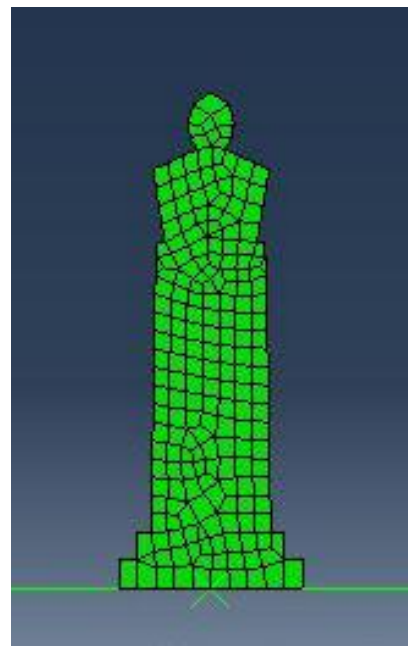
Η μελέτη της λικνιστικής απόκρισης των εκθεμάτων είναι ιδιαίτερος σύνθετη, καθώς πρόκειται για ένα εκ φύσεως τρισδιάστατο πρόβλημα, υπάρχουν φαινόμενα ολισθήσεως και υπάρχουν έντονα μη γραμμικά φαινόμενα. Συνεπώς, προκειμένου να γίνει η προσομοίωση των παραπάνω εκθεμάτων, έγιναν κάποιες παραδοχές. Η προσομοίωση έγινε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Το προσομοίωμα που δημιουργήθηκε για κάθε έκθεμα είναι δισδιάστατο, δηλαδή

πρόκειται για μία χαρακτηριστική όψη του αγάλματος. Παρά το γεγονός πως στην πραγματικότητα μπορεί το άγαλμα και η βάση να μην είναι άρρηκτα συνδεδεμένα, στα παρόντα προσομοιώματα έγινε η παραδοχή πως πρόκειται για ένα ενιαίο, άκαμπτο σώμα, με κοινό υλικό. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν οι ιδιότητες του μαρμάρου.

Επιπλέον, μία πολύ σημαντική παράμετρος που πρέπει να ληφθεί υπόψιν κατά τη μελέτη της λικνιστικής απόκρισης και της ανατροπής ενός σώματος, είναι η τριβή μεταξύ του σώματος και της βάσης εδράσεώς του. Στις βιβλιοθήκες του λογισμικού Abaqus υπάρχουν συναρτήσεις τριβής οι οποίες βασίζονται στο μοντέλο του Coulomb. Συγκεκριμένα, προκειμένου το σώμα να ολισθήσει, θα πρέπει η δύναμη  $F$ , η οποία εφαρμόζεται παράλληλα στην διεπιφάνεια των δύο σωμάτων (λικνιζόμενο σώμα και βάση εδράσεως), να είναι ανάλογη της κάθετης στη διεπιφάνεια δύναμης  $N$ , η οποία ασκείται από το ένα άκαμπτο σώμα στο άλλο. Ο λόγος  $\mu = F/N$  ονομάζεται συντελεστής τριβής και για τα παρόντα προσομοιώματα, η τιμή του λήφθηκε ίση με 0.7.



(α)



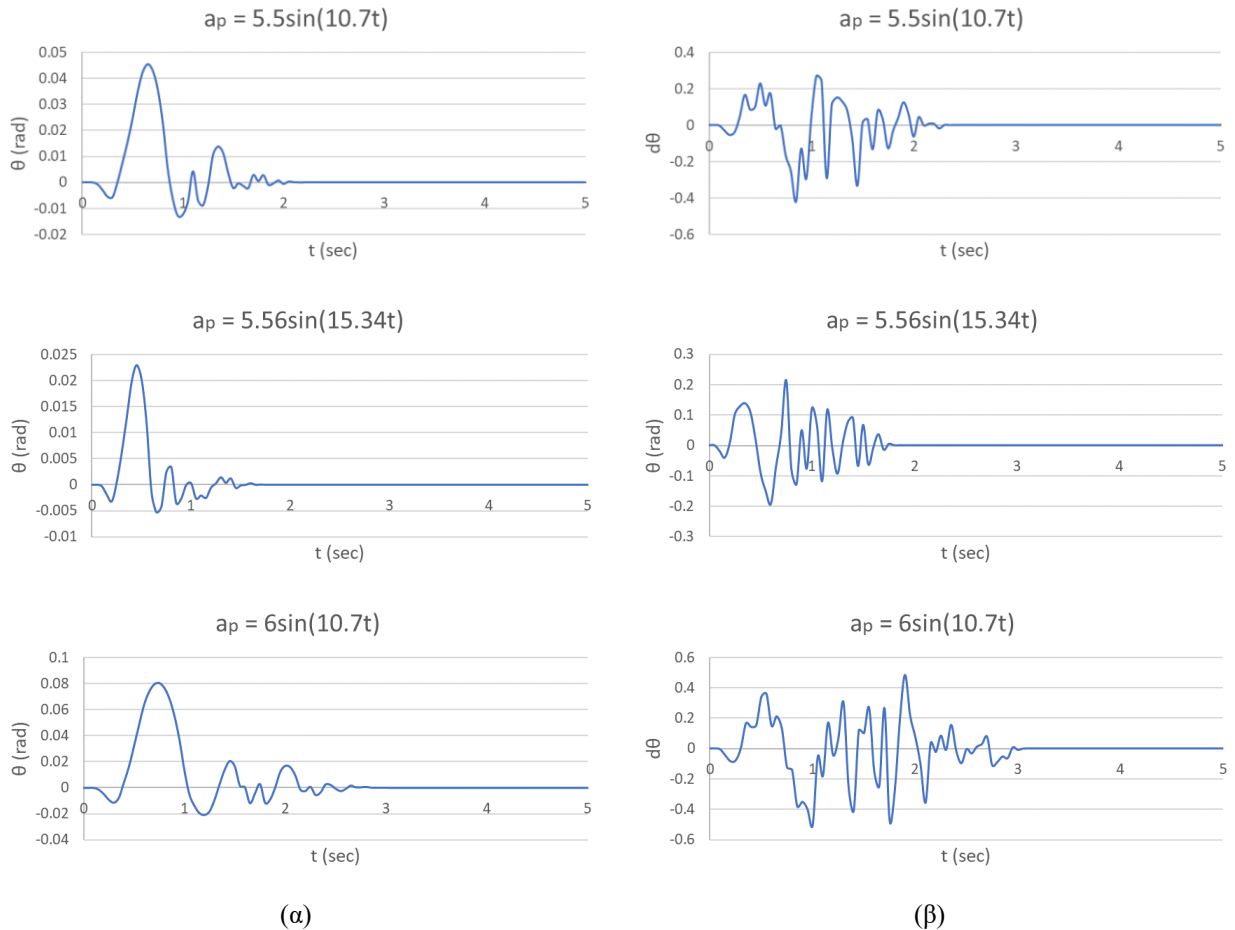
(β)

**Σχ. 3.11:** (α) Γεωμετρία προτομής ανδρός  
(β) Προσομοίωση προτομής ανδρός στο Abaqus



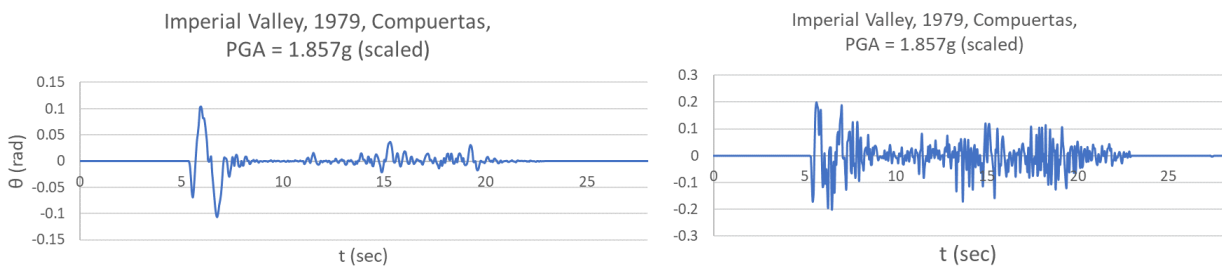
Το παραπάνω άγαλμα προσομοιώθηκε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus και στη συνέχεια υπερβλήθηκε σε αρμονικούς παλμούς και σε πραγματικές σεισμικές καταγραφές, προκειμένου να λάβουμε την απόκρισή του.

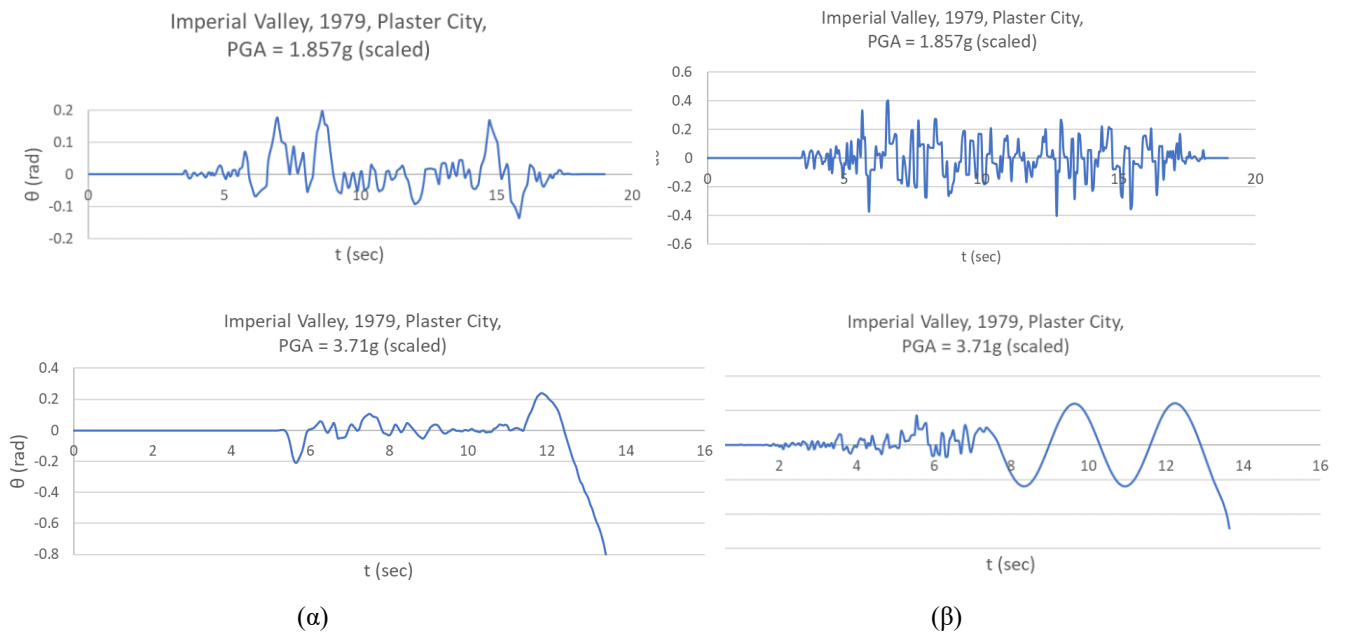
- Υπό αρμονικούς παλμούς



**Σχ. 3.12:** (α) Απόκριση της προτομής του ανδρός σε αρμονικούς παλμούς σε όρους  $\theta-t$ , Δεξιά: Απόκριση της προτομής του ανδρός σε αρμονικούς παλμούς σε όρους  $d\theta-t$

- Υπό σεισμικές διεγέρσεις



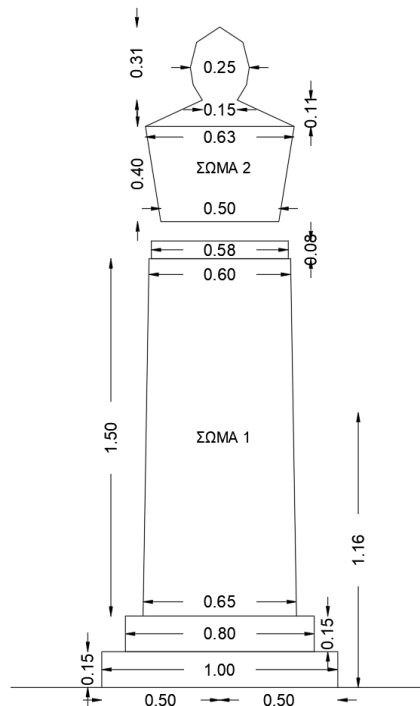


**Σχ. 3.13:** (α) Απόκριση της προτομής ανδρός σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους  $\theta-t$ , (β) Απόκριση της προτομής ανδρός σε σεισμικές διεγέρσεις σε όρους  $d\theta-t$

### 3.4 Σεισμική απόκριση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων

Προκειμένου να μελετηθεί η απόκριση δύο λικνιζόμενων σωμάτων τα οποία εδράζονται ελεύθερα το ένα πάνω στο άλλο, προσομοιώθηκε το άγαλμα της προτομής του ανδρός που περιγράφηκε παραπάνω, κάνοντας την παραδοχή πως αποτελείται από δύο συμπαγή, άκαμπτα σώματα, όπου το ένα αποτελεί τη βάση έδρασης της προτομής, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το σώμα της προτομής (Σώμα 2) εδράζεται ελεύθερα πάνω στο σώμα της βάσης (Σώμα 1), χωρίς κάποιο συνδετικό υλικό ή σώμα. Αυτό μπορεί να συμβεί στην πραγματικότητα, στην περίπτωση που αστοχήσει το συνδετικό υλικό μίας προτομής με το βήμα/βάση της κατά τη διάρκεια μίας σεισμικής φόρτισης.

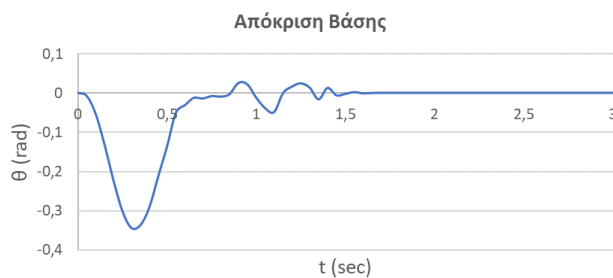
Το ως άνω περιγραφέν σύστημα αγαλμάτων προσομοιώθηκε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, προκειμένου να μελετηθεί η σεισμική απόκρισή του. Θεωρήθηκε πως και τα δύο σώματα αποτελούνται από μάρμαρο (πυκνότητας  $2.8 \text{ tn/m}^3$ ), είναι άκαμπτα, το σώμα 2 εδράζεται ελεύθερα πάνω στο σώμα 1 και στη διεπιφάνειά των δύο σωμάτων έχουμε συντελεστή ολίσθησης ίσο με 0.7.



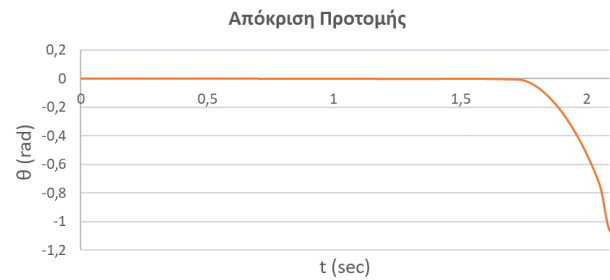
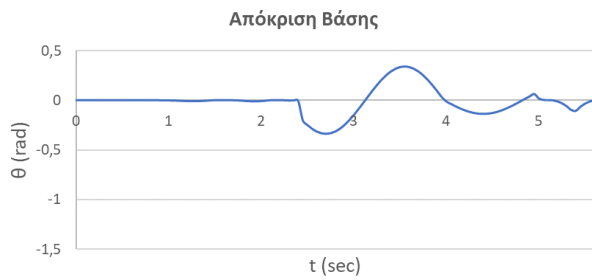
**Σχ. 3.14:** Γεωμετρική απεικόνιση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων βάσει τη γεωμετρία του αγάλματος της ανδρικής προτομής

Το σύστημα που περιγράφηκε παραπάνω υπεβλήθη σε διάφορους αρμονικούς παλμούς κι έτσι προέκυψαν τα αποτελέσματα για την απόκριση καθενός σώματος. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποιες διαφορετικές αποκρίσεις του συστήματος των δύο λικνιζόμενων σωμάτων. Συγκεκριμένα, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως στην πρώτη περίπτωση, όταν το σύστημα υποβληθεί σε ημιτονικό παλμό και τα δύο σώματα λικνίζονται. Στη δεύτερη περίπτωση το σώμα της βάσης λικνίζεται και το σώμα της προτομής ανατρέπεται. Στην τελευταία περίπτωση, το σώμα της βάσης λικνίζεται και μετά ανατρέπεται ενώ το σώμα της προτομής ανατρέπεται χωρίς πρόσκρουση στην επιφάνεια εδράσεως.

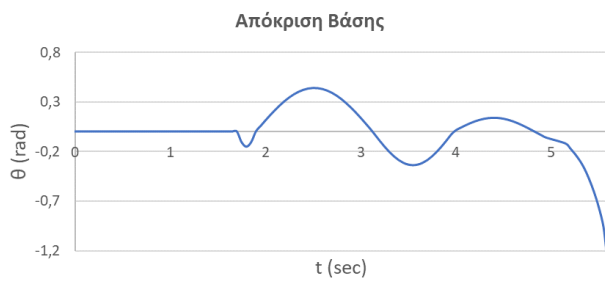
- $a=5.5\sin(10.7t)$



- $a=5\sin(4.84t)$



- $a=6\sin(4.84t)$



(α)

(β)

**Σχ. 3.15:** Απόκριση συστήματος δύο λικνιζόμενων σωμάτων υπό διαφορετικούς αρμονικούς παλμούς σε όρους  $\theta-t$ , (α) για το σώμα της βάσης, (β) για το σώμα της προτομής

Προκειμένου να συγκριθεί η απόκριση του συστήματος των δύο σωμάτων με την απόκριση του ενιαίου αγάλματος της ανδρικής προτομής, παρατίθενται παρακάτω οι γραφικές παραστάσεις της απόκρισης του ενιαίου αγάλματος για τους ίδιους αρμονικούς παλμούς.

- $a=5\sin(4.84t)$



**Σχ. 3.16:** Απόκριση αγάλματος «Ανδρική Προτομή» υπό τον αρμονικό παλμό  $a=5\sin(4.84t)$

- $a=6\sin(4.84t)$



**Σχ. 3.17:** Απόκριση αγάλματος «Ανδρική Προτομή» υπό τον αρμονικό παλμό  $a=6\sin(4.84t)$

Παρατηρούμε πως όταν το άγαλμα συμπεριφέρεται ως ενιαίο σώμα, εμφανίζει μεγαλύτερη ευστάθεια, σε σχέση με το σύστημα των δύο λικνιζόμενων σωμάτων. Αυτό είναι αναμενόμενο, σκεπτόμενος κανείς πως το μέγεθος του σώματος επηρεάζει σημαντικά την απόκρισή του σε λικνισμό. Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί για την σεισμική προστασία των αγαλμάτων και γενικά των εκθεμάτων και τη σεισμική τους μόνωση.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΕΠΙΛΥΣΗ ΛΙΚΝΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΑ ΠΡΟΣΩΜΟΙΩΜΑΤΑ

#### 4.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια ποικίλες μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για τη γεωμετρική αποτύπωση της μορφής των αγαλμάτων και των σωμάτων (π.χ. SfM, PSR κτλ), αλλά ακόμη αποτελεί κοστοβόρα και χρονοβόρα διαδικασία. Επιπλέον, η προσομοίωση και η μελέτη της σεισμικής απόκρισης των αγαλμάτων, αλλά και γενικά των σωμάτων με περίπλοκη, μη-συμμετρική γεωμετρία αποτελεί δύσκολη και χρονοβόρα διαδικασία. Ωστόσο, η ορθή αποτύπωση και προσομοίωση της γεωμετρίας των σωμάτων μπορούν να κρίνουν σε σημαντικό βαθμό την ορθότητα των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, καθώς μία εσφαλμένη αναπαράσταση της γεωμετρίας μπορεί να έχει σημαντικό αντίκτυπο στη δυναμική απόκριση των αγαλμάτων και των λοιπών σωμάτων.



Σχ. 4.1: Αγαλμα του Ποσειδώνα, Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο

Γι' αυτό καθίσταται σημαντική η ανάγκη για μόρφωση ενός ισοδύναμου λικνιζόμενου σώματος και υπολογισμός της εξίσωσης κίνησής του, προκειμένου να λαμβάνεται ικανοποιητικά η απόκριση ασύμμετρων σωμάτων ή σωμάτων με πολύπλοκη

γεωμετρία. Προς αυτήν την κατεύθυνση υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία αρκετές εργασίες και προσεγγίσεις, μερικές εκ των οποίων εξετάζονται παρακάτω.

## 4.2 Ισοδύναμο σώμα Envelope Shape

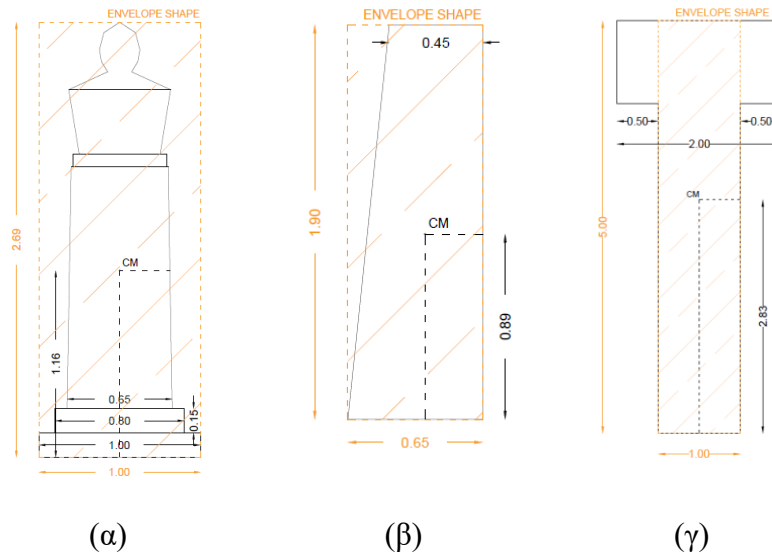
Ως πρώτη προσέγγιση εφαρμόζεται συχνά στη διεθνή βιβλιογραφία το λεγόμενο “envelope shape” (σχήμα φακέλου). Σύμφωνα με αυτήν τη διαδικασία, θεωρούμε πως το λικνιζόμενο σώμα που έχει πολύπλοκη γεωμετρία μπορεί να προσομοιωθεί ως ένα άκαμπτο, ορθογωνικό σώμα το οποίο έχει πλάτος ίσο με την οριζόντια διάσταση της βάσης του αγάλματος και ύψος ίσο με το μέγιστο ύψος του αγάλματος μετρούμενο ως προς τη βάση.

Η μέθοδος αυτή αναφέρεται κυρίως για λόγους πληρότητας. Λαμβάνει υπόψιν το γεγονός πως κατά το λικνισμό ενός σώματος έχει σχέση το μέγεθος του. Δηλαδή ανεξαρτήτως της λυγηρότητας ενός σώματος ή της έντασης της εδαφικής επιτάχυνσης  $\ddot{u}_g$  (δηλαδή μεγάλη σεισμική απαίτηση), όταν για πεπερασμένη τιμή του  $\ddot{\theta}(t)$  το λικνιζόμενο σώμα είναι αρκετά μεγάλο, η τετραγωνική δύναμη του μεγέθους  $R$  μπορεί πάντα να εξασφαλίσει τη σταθερότητα του σώματος, εφόσον αυξάνει σημαντικά την σεισμική του αντοχή.

Ωστόσο, όπως παρουσιάζεται και παρακάτω, η πρακτική αυτή δε δίνει καλά αποτελέσματα και δεν είναι υπέρ της ασφαλείας να μελετώνται αγάλματα κι άλλα σημαντικά αντικείμενα ανυπολόγιστης πολιτιστικής και οικονομικής αξίας με βάση αυτήν τη μέθοδο. Άλλωστε, η προσεγγιστική αυτή μέθοδος του “envelope shape” μπορεί είτε να υπερεκτιμήσει την απόκριση του σώματος, θεωρώντας πως αυτό λικνίζεται για μικρότερες τιμές της επιτάχυνσης (κυρίως σε πιο λυγηρά σώματα) είτε να δείξει πως το σώμα θα λικνιστεί για μεγαλύτερες τιμές της επιτάχυνσης κι άρα να το παρουσιάσει ως πιο ευσταθές (κυρίως για λιγότερο λυγηρά σώματα).

Επιπλέον, με τη μέθοδο αυτή δε λαμβάνεται καθόλου υπόψιν η ανισοκατανομή της μάζας, η πιθανή ύπαρξη διαφορετικών υλικών (ή και του ίδιου μεν υλικού αλλά με διαφορετικά χαρακτηριστικά), καθώς και οι τυχόν διαφορές στη ροπή αδράνειας.





Σχ. 4.2: (α) Σχεδίαση του envelope shape της ανδρικής προτομής, (β) Σχεδίαση του envelope shape του τραπέζιου σώματος A, (γ) Σχεδίαση του envelope shape του σώματος μορφής «Τ»

### 4.3 Ισοδύναμο σώμα κατά Wittich and Hutchinson (2015)

Μια εκ των σύγχρονων μεθόδων για τη δημιουργία ενός ισοδύναμου λικνιζόμενου σώματος την οποία ξεχωρίζουμε αυτή των Wittich and Hutchinson (2015).

Σύμφωνα με αυτήν, το απλοποιημένο προσομοίωμα του λικνιζόμενου σώματος είναι ένα δισδιάστατο, άκαμπτο, λικνιζόμενο σώμα, του οποίου τα βασικά χαρακτηριστικά είναι η μάζα  $m$ , η ροπή αδρανείας  $I_o$ , η ακτίνα του λικνισμού  $R$ , η ραδινότητα  $\alpha$ , οι δύο πόλοι περιστροφής του λικνισμού  $RP_1$  και  $RP_2$ , καθώς και η εδαφική επιτάχυνση  $\ddot{x}_g$ .

Η ραδινότητα  $\alpha$  υπολογίζεται ως:

$$\alpha = \tan^{-1}(B/H) \quad (7.1)$$

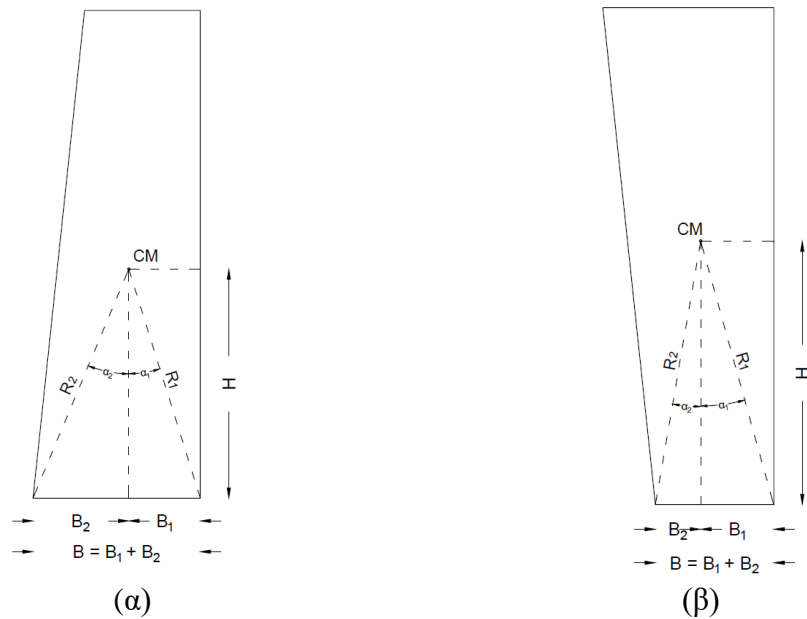
όπου:

H είναι το ύψος του κέντρου μάζας ως προς τη βάση του ασύμμετρου λικνιζόμενου σώματος

B είναι η οριζόντια απόσταση μεταξύ του κέντρου μάζας και του πιο ακραίου

σημείου της βάσης του ασύμμετρου λικνιζόμενου σώματος

Αναλόγως με τη γεωμετρία του κάθε ασύμμετρου σώματος, μπορούν να υπολογισθούν οι παραπάνω παράμετροι για την περισσότερη και τη λιγότερη λυγηρή πλευρά του, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα. Προφανώς, για ένα τρισδιάστατο ασύμμετρο σώμα, προκύπτουν πολλαπλές τιμές των παραμέτρων  $a$ ,  $R$  και του λόγου  $B/H$ , εξαιτίας της ασυμμετρίας του.



**Σχ. 4.3:** Προσδιορισμός γεωμετρικών παραμέτρων ιδεατού δισδιάστατου αγάλματος κατά Wittich and Hutchinson (2015)

Σε αυτό το προσομοίωμα, θεωρούμε πως ο συντελεστής τριβής μεταξύ της βάσης του λικνιζόμενου σώματος και της βάσης έδρασής του είναι αρκετά υψηλή, ώστε να αποφευχθεί η ολίσθησή του. Επίσης, θεωρούμε πως τόσο η βάση έδρασης όσο και το λικνιζόμενο σώμα είναι πλήρως άκαμπτα.

Η εξίσωση κίνησης του λικνισμού για ένα δισδιάστατο, μη ορθογωνικό, άκαμπτο σώμα προκύπτει από το άθροισμα των ροπών περί του ενός εκ των δύο πόλων περιστροφής και πρόκειται για την παρακάτω μερικώς διαφορική εξίσωση:

$$\left( \frac{I_o}{m} + R_i^2 \right) \ddot{\theta} = \ddot{x}_g \cos(a_i - |\theta|) - \text{sgn}(\theta) R_i g \sin(a_i - |\theta|) \quad (7.2)$$

όπου:

$\text{sgn}(\theta)$  είναι η συνάρτηση signum που καθορίζει το πρόσημο

$i=1$  ή  $2$  αντιστοιχεί στην περιστροφή περί του πόλου περιστροφής 1 ή 2 αντίστοιχα

Αφότου η βάση του σώματος ανασηκωθεί, το σώμα είτε θα ανατραπεί είτε θα επιστρέψει στη θέση ισορροπίας. Στη δεύτερη περίπτωση, το σώμα θα προσκρούσει στην επιφάνεια εδράσεως, με συνέπεια την απώλεια κινητικής ενέργειάς του. Το παρόν προσομοίωμα θεωρεί πως κατά η μετάβαση από τον έναν πόλο περιστροφής στον άλλον είναι ομαλή, δεν συμβαίνει αναπήδηση του σώματος και η πρόσκρουση με την επιφάνεια εδράσεως είναι ακαριαία. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την πρόσκρουση του λικνιζόμενου σώματος με την επιφάνεια εδράσεως υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της στροφορμής περί του πόλου περιστροφής του σώματος αμέσως πριν και μετά την πραγματοποιούμενη πρόσκρουση. Έτσι, προκύπτει η αριθμητική σχέση βάσει της οποίας μπορεί να υπολογισθεί ο συντελεστής αποκατάστασης, όπως φαίνεται παρακάτω. Σημειώνεται πως η παρακάτω σχέση είναι συνάρτηση μόνον της γεωμετρίας του σώματος και δεν αφορά την επίδραση του υλικού στην απόκριση του σώματος.

$$r_i = \frac{1}{\left(\frac{I_o}{m} + R_i^2\right)} \left[ \left(\frac{I_o}{m} + R_j^2\right) - B \cdot R_j \cdot \sin(a_j) \right] \quad (7.3)$$

όπου:

$i=1, j=2$  για περιστροφή περί του πόλου περιστροφής 1

$i=2, j=1$  για περιστροφή περί του πόλου περιστροφής 2

Η παραπάνω εξίσωση κίνησης μπορεί εύκολα να λυθεί με τη χρήση της Matlab, τροποποιώντας καταλλήλως τον ήδη υφιστάμενο κώδικα απόκρισης του λικνιζόμενου σώματος, ώστε να λαμβάνει υπόψιν και τα χαρακτηριστικά του ασύμμετρου σώματος.

**4.4 Ισοδύναμο σώμα κατά Spyarakos *et al.* (2016)**

Μια άλλη σύγχρονη μέθοδος για τη δημιουργία ενός ισοδύναμου λικνιζόμενου σώματος προτάθηκε από τους Spyarakos *et al.* (2016).

Αυτή η μέθοδος έχει εφαρμογή στην περίπτωση των αγαλμάτων τα οποία είναι πλήρως συνδεδεμένα με μία άκαμπτη βάση, όπως συχνά συμβαίνει στα μουσειακά εκθέματα. Θεωρώντας πως οι εξισώσεις κίνησης διέπονται από τη χαρακτηριστική συχνότητα  $p$  και τη ραδιότητα  $a$  του σώματος, οι τιμές αυτές διατηρούνται σταθερές για το ισοδύναμο άκαμπτο σώμα. Το κέντρο μάζας  $CM$  προκύπτει από τη γεωμετρία του εκθέματος και της βάσης του λαμβάνοντας υπόψιν το βάρος του καθενός.

Το συνολικό βάρος του ισοδύναμου άκαμπτου σώματος υπολογίζεται ως:

$$W = W_a + W_p \quad (7.4)$$

όπου:

$W_a$  είναι το βάρος του αγάλματος

$W_p$  είναι το βάρος της βάσης

Διατηρώντας τη ροπή αδρανείας  $I_o$  του αρχικού και του ισοδύναμου άκαμπτου σώματος σταθερή περί του πόλου περιστροφής  $O$ , υπολογίζεται το ύψος  $H'$  του ισοδύναμου άκαμπτου σώματος, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$H' = \frac{3}{4} \frac{V}{BD} \left[ \left( \frac{i}{R} \right)^2 + 1 \right] \quad (7.5)$$

όπου:

$V=B \cdot D \cdot H'$  είναι ο όγκος του ισοδύναμου άκαμπτου σώματος

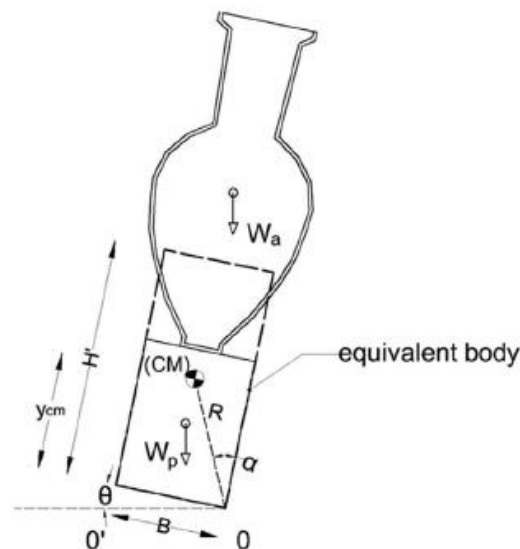
$B$  είναι το πλάτος της βάσης

$D$  είναι το μήκος του αγάλματος

$i^2 = I_o^{CM} / M$  είναι η ακτίνα περιστροφής

M είναι η μάζα του σώματος

R είναι η ακτινική απόσταση του σώματος



Σχ. 4.4: Παράμετροι λικνισμού ισοδύναμου άκαμπτου σώματος κατά Spyragos *et al.* (2016)

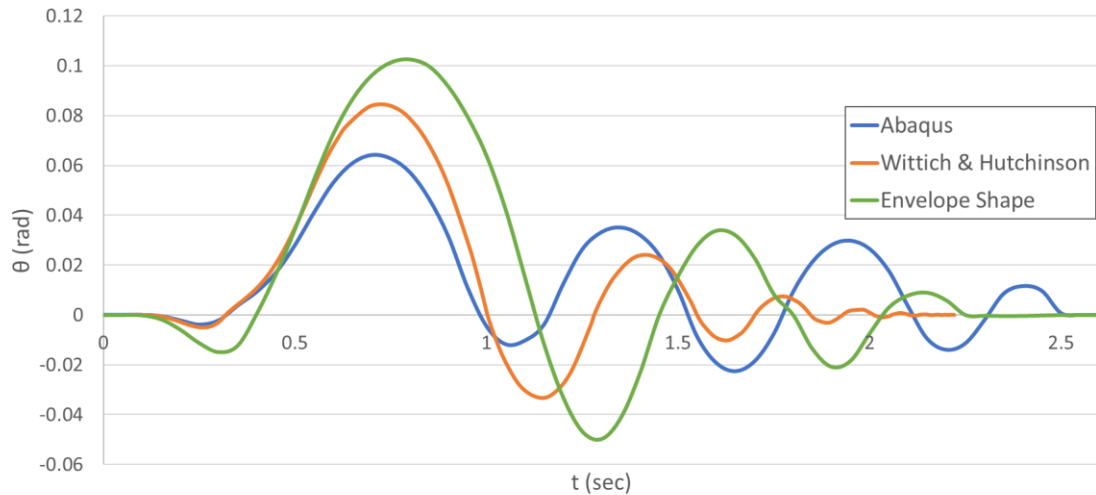
#### 4.5 Σύγκριση μεθόδων

Σκοπός της παρούσης υποενότητας είναι να συγκριθούν οι προαναφερθείσες μέθοδοι και να επισημανθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της καθεμίας. Για το λόγο αυτό, για το άγαλμα της ανδρικής προτομής έγινε σύγκριση όλων των παραπάνω αναφερόμενων μεθόδων με την απόκριση του μη ορθογωνικού αρχικού σώματος, όπως αυτή προκύπτει από την ανάλυση στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus. Για τα υπόλοιπα σώματα συγκρίθηκε η απόκριση του ισοδύναμου σώματος που προκύπτει από την εφαρμογή των μεθόδων “Envelope Shape” και τη μέθοδο των Wittich & Hutchinson, με την απόκριση του μη ορθογωνικού, ασύμμετρου σώματος όπως προκύπτει από την ανάλυση στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus.

### 4.5.1 Απόκριση τραπέζιου σώματος A

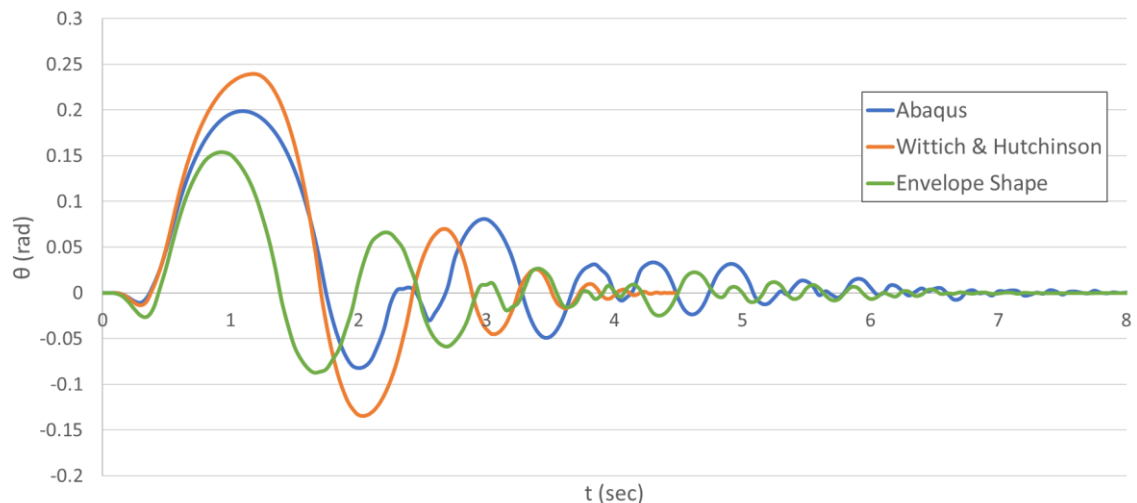
Στην παρούσα υποενότητα γίνεται παρουσίαση των αποκρίσεων του ισοδύναμου σώματος βάσει των μεθόδων “Envelope Shape” και Wittich & Hutchinson με την πραγματική απόκριση βάσει του λογισμικού Abaqus του τραπέζιου σώματος A.

- $a_p = 4.91\sin(10.7t)$



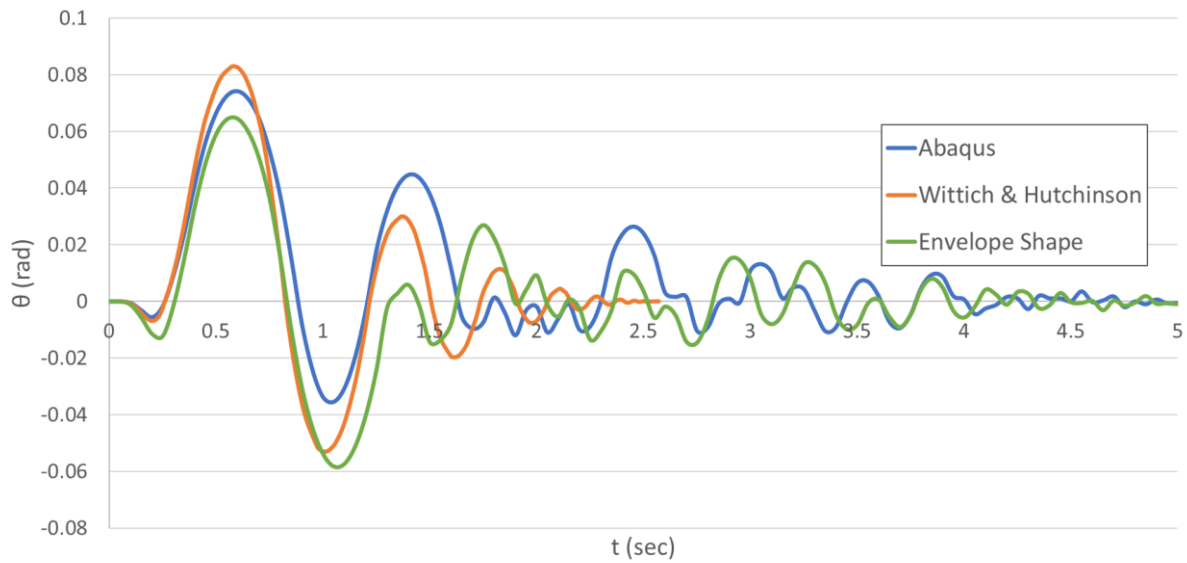
Σχ. 4.5: Σύγκριση των μεθόδων για το τραπέζιο σώμα A, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=4.91\sin(10.7t)$

- $a_p = 5.5\sin(10.7t)$



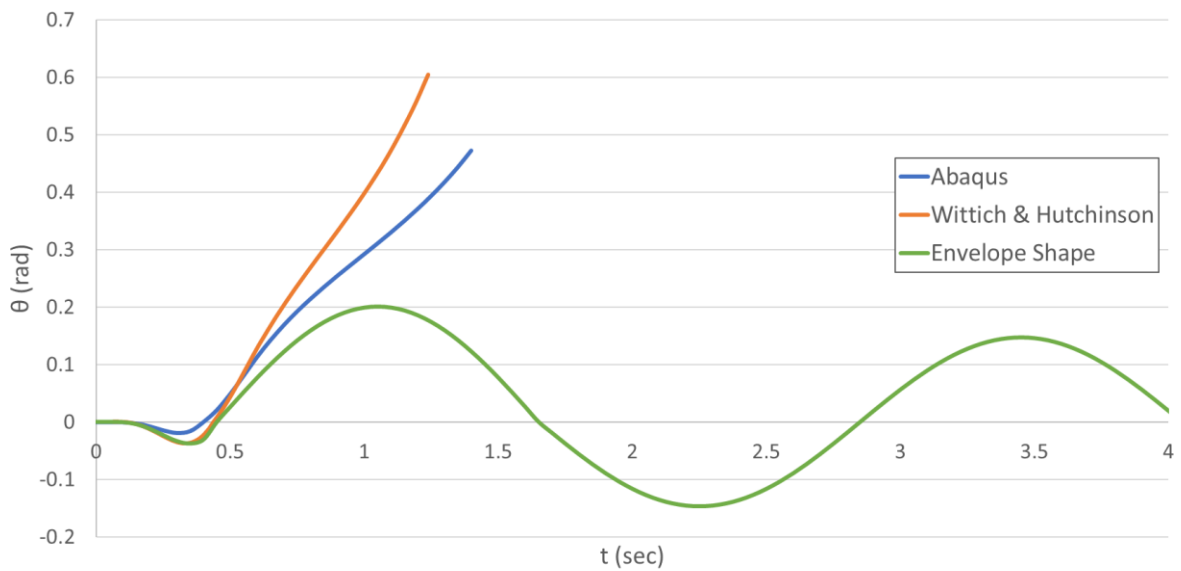
Σχ. 4.6: Σύγκριση των μεθόδων για το τραπέζιο σώμα A, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.5\sin(10.7t)$

- $a_p = 5.56\sin(15.34t)$



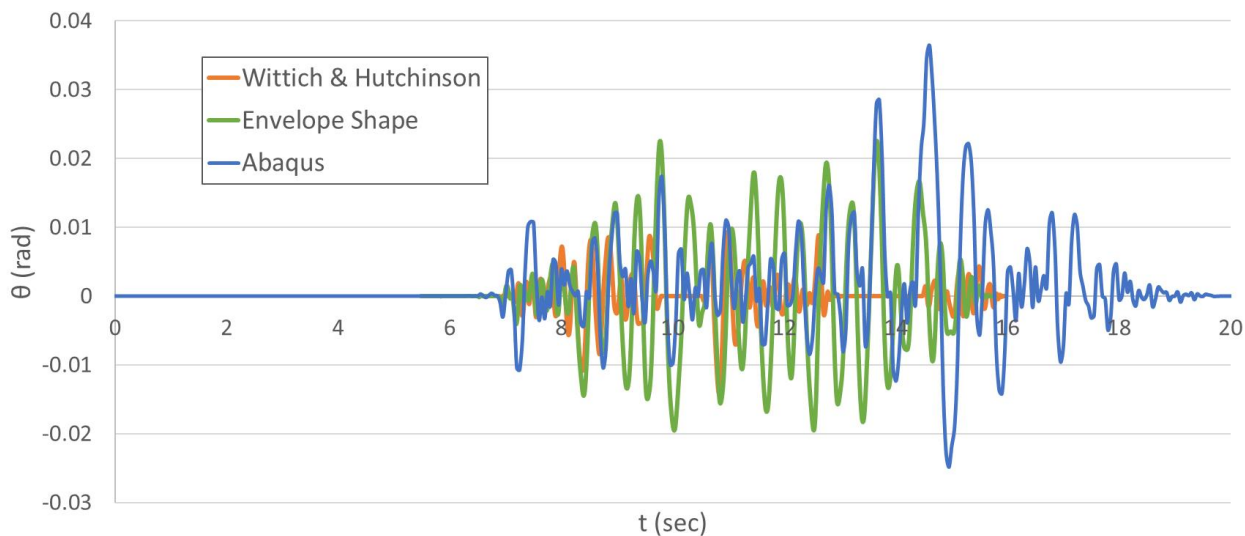
Σχ. 4.7: Σύγκριση των μεθόδων για το τραπέζιο σώμα A, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.56\sin(15.34t)$

- $a_p = 6\sin(10.7t)$



Σχ. 4.8: Σύγκριση των μεθόδων για το τραπέζιο σώμα A, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=6\sin(10.7t)$

- Loma Prieta, 1989, WAHO, PGA=0.638g



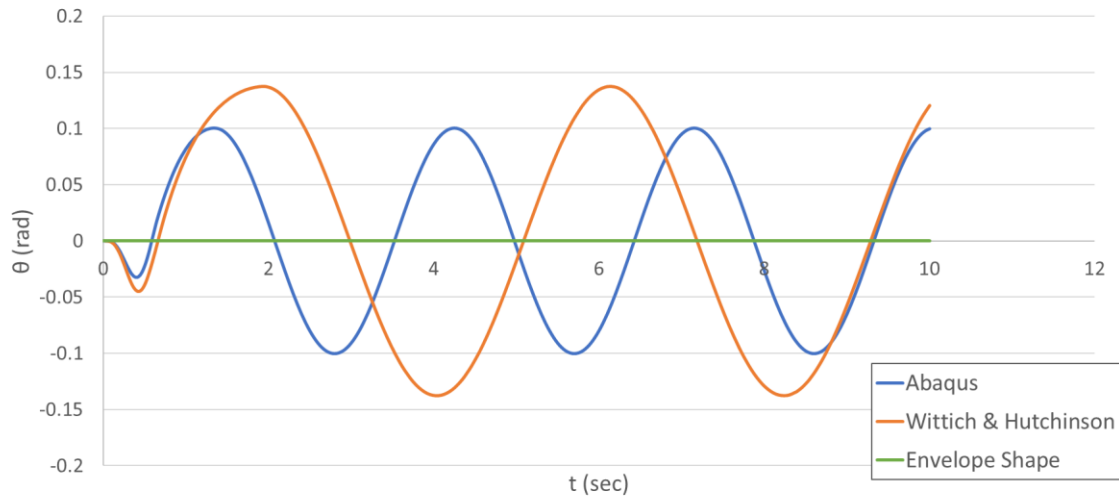
Σχ. 4.9: Σύγκριση των μεθόδων για το τραπέζιο σώμα A, υποβαλλόμενο σε σεισμική καταγραφή Loma Prieta, 1989, WAHO, PGA=0.638g

#### 4.5.2 Απόκριση σώματος μορφής «T»

Στην παρούσα υποενότητα γίνεται παρουσίαση των διαφορετικών αποκρίσεων του ισοδύναμου σώματος βάσει της μεθόδου “Envelope Shape” και τη μεθόδου των Wittich & Hutchinson με την πραγματική απόκριση βάσει του λογισμικού Abaqus του σώματος σχήματος «T», όταν αυτό υπεβλήθη σε διαφορετικούς αρμονικούς παλμούς και σεισμικές καταγραφές.

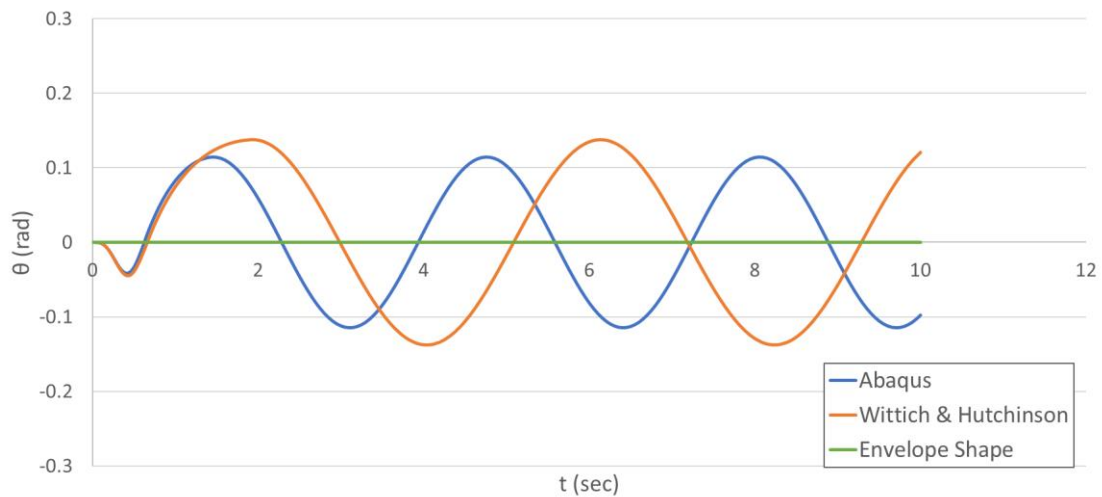


- $a_p = 4.91\sin(10.7t)$



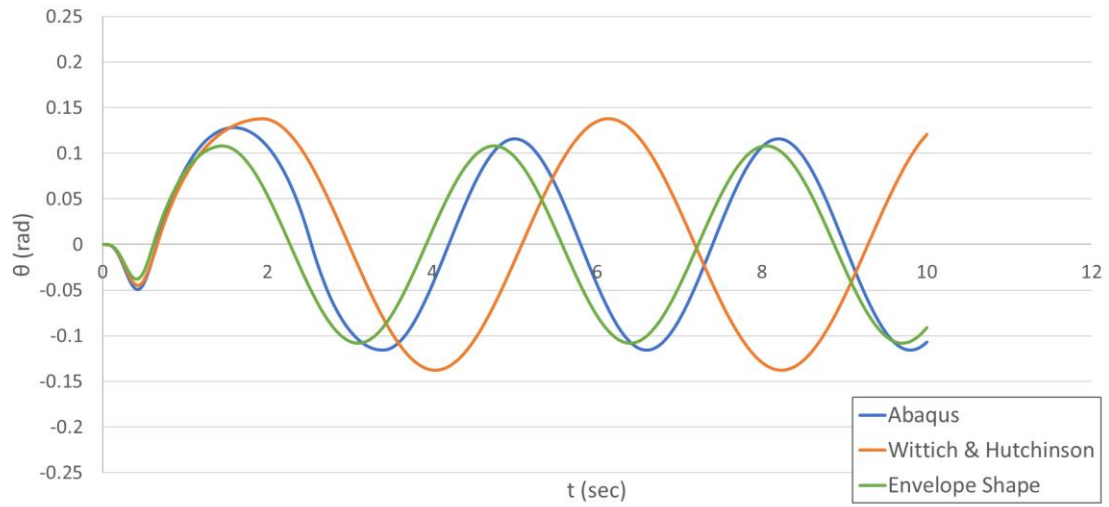
**Σχ. 4.10:** Σύγκριση των μεθόδων για το σώμα μορφής «T», υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=4.91\sin(10.7t)$

- $a_p = 5.5\sin(10.7t)$



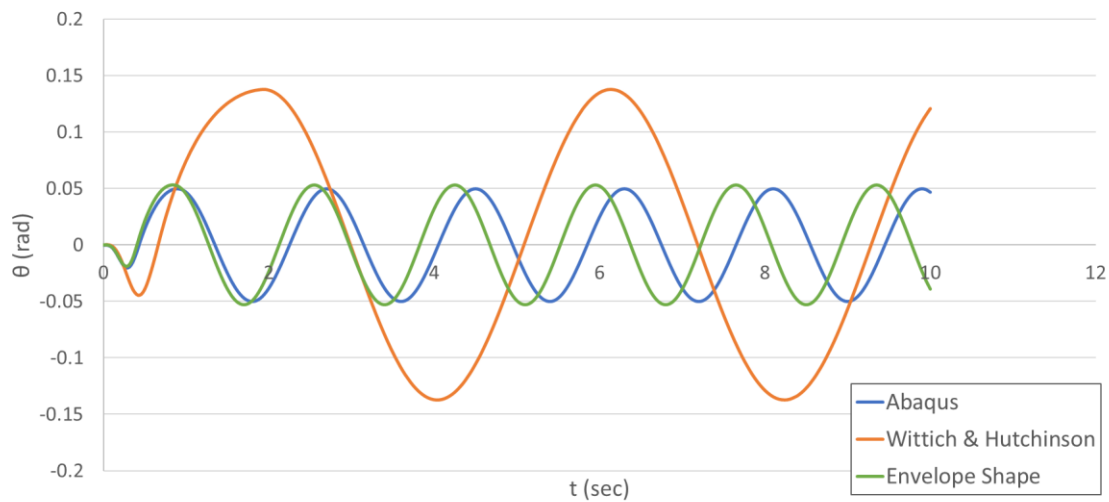
**Σχ. 4.11:** Σύγκριση των μεθόδων για το σώμα μορφής «T», υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.5\sin(10.7t)$

- $a_p = 6\sin(10.7t)$



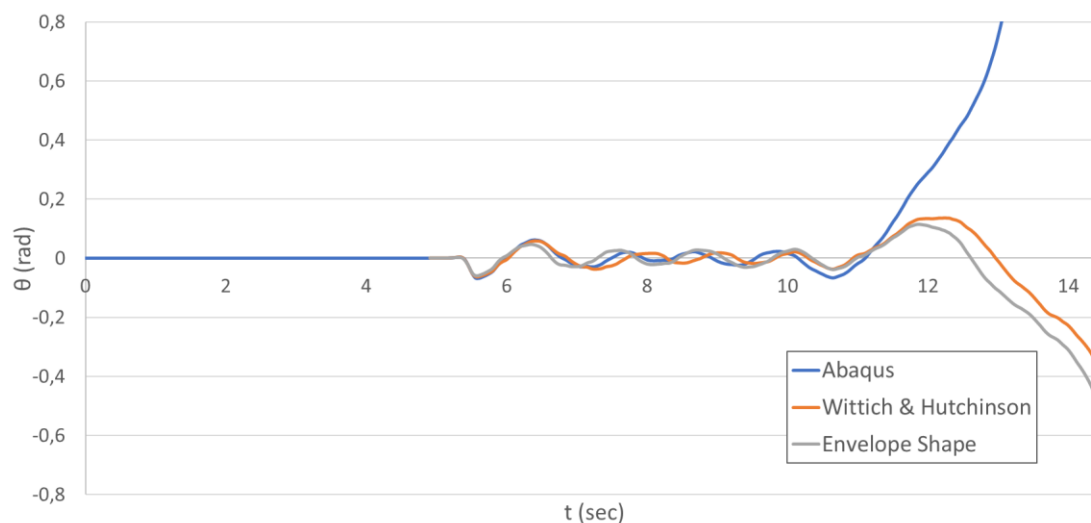
**Σχ. 4.12:** Σύγκριση των μεθόδων για το σώμα μορφής «T», υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=6\sin(10.7t)$

- $a_p = 5.56\sin(15.34t)$



**Σχ. 4.13:** Σύγκριση των μεθόδων για το σώμα μορφής «T», υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.56\sin(15.34t)$

- Imperial Valley, 1979, Compuertas, PGA=1.857 (scaled)

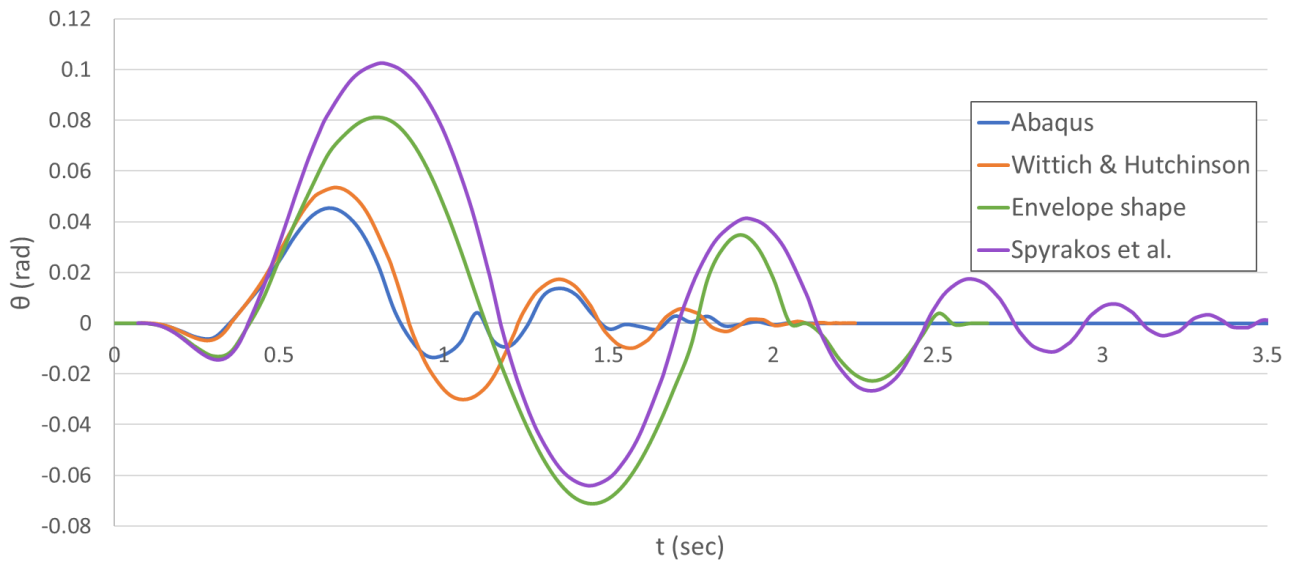


Σχ. 4.14: Σύγκριση των μεθόδων για το σώμα μορφής «T», υποβαλλόμενο σε σεισμική καταγραφή Imperial Valley, 1979, Compuertas, PGA=1.857-scaled

#### 4.5.3 Απόκριση αγάλματος «Ανδρική Προτομή»

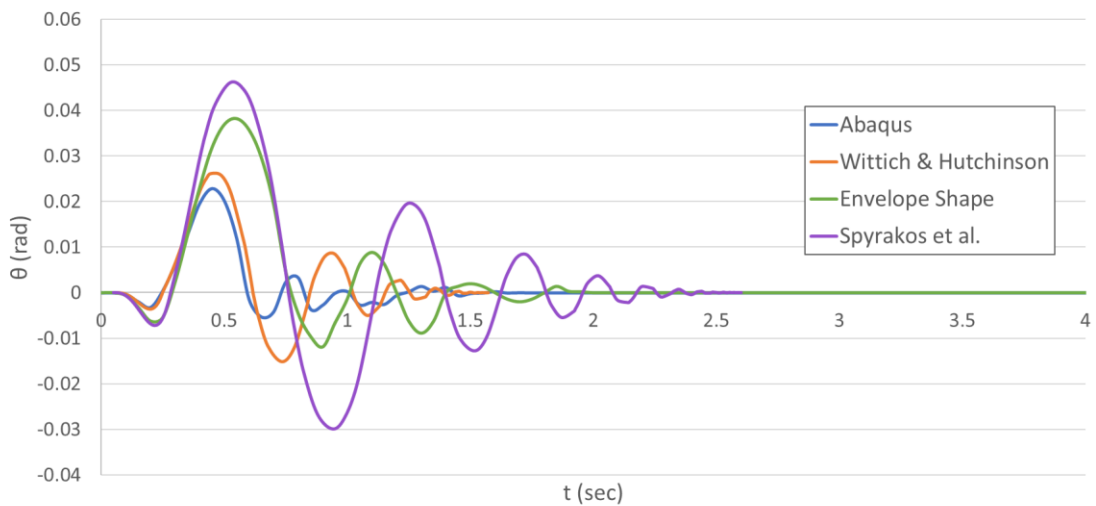
Παρακάτω γίνεται παρουσίαση των διαφορετικών αποκρίσεων του ισοδύναμου σώματος κάνοντας χρήση όλων των προσεγγιστικών μεθόδων που αναφέρθηκαν παραπάνω (Envelope Shape, Wittich and Hutchinson, Spyrakos *et al.*), οι οποίες επιλύθηκαν μέσω κώδικα σε Matlab, με την πραγματική απόκριση βάσει του λογισμικού Abaqus του σώματος σχήματος «T», όταν αυτό υπεβλήθη σε διαφορετικούς αρμονικούς παλμούς και σεισμικές καταγραφές.

- $a_p = 5.5\sin(10.7t)$



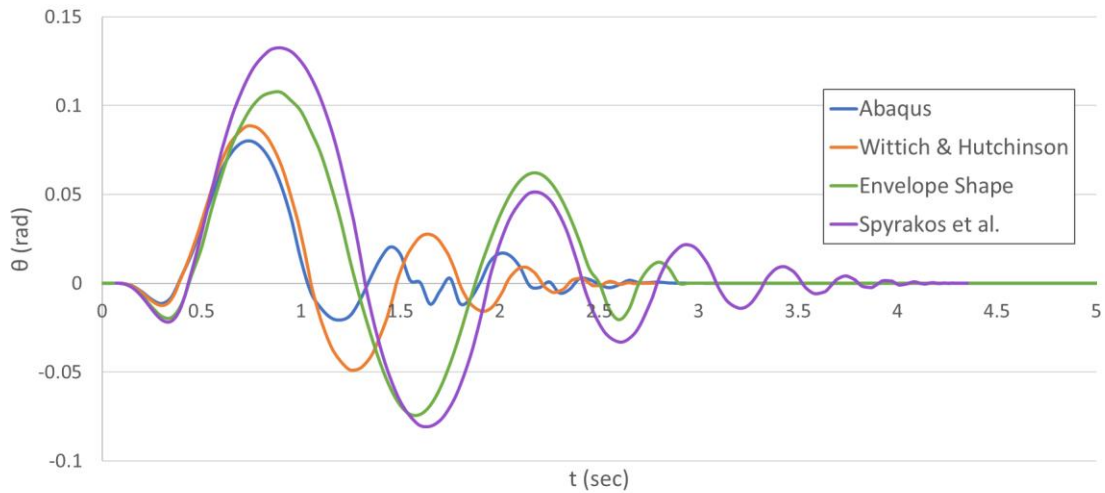
**Σχ. 4.15:** Σύγκριση των μεθόδων για το άγαλμα ανδρικής προτομής, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.5\sin(10.7t)$

- $a_p = 5.56\sin(15.34t)$



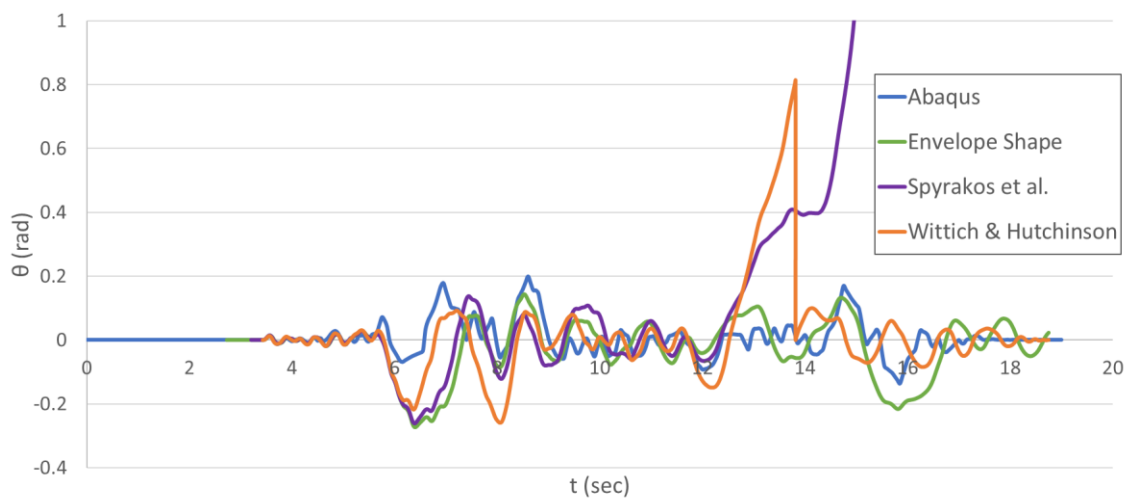
**Σχ. 4.16:** Σύγκριση των μεθόδων για το άγαλμα ανδρικής προτομής, υποβαλλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=5.56\sin(15.34t)$

- $a_p = 6\sin(10.7t)$



Σχ. 4.17: Σύγκριση των μεθόδων για το άγαλμα ανδρικής προτομής, υποβαλόμενο σε ημιτονικό παλμό  $a=6\sin(10.7t)$

- Imperial Valley, 1979, Plaster City, PGA=1.858g (scaled)



Σχ. 4.18: Σύγκριση των μεθόδων για το άγαλμα ανδρικής προτομής, υποβαλόμενο στη σεισμική καταγραφή Imperial Valley, 1979, Plaster City, PGA = 1.857g-scaled

#### 4.6 Συμπεράσματα

Από τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης κάθε σώματος, οι οποίες παρουσιάστηκαν παραπάνω, μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για τις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση ενός ισοδύναμου λικνιζόμενου σώματος σε περίπτωση που έχουμε ένα σώμα πολύπλοκης γεωμετρίας.

Παρατηρούμε λοιπόν, πως η μέθοδος του “Envelope Shape” (Σχήμα φακέλου) είναι ιδιαίτερα απλή στην εφαρμογή της και δεν απαιτεί λεπτομερή καταγραφή της μορφής του αγάλματος ή του ενίοτε λικνιζόμενου σώματος. Ωστόσο, γίνεται σαφές από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις πως αυτή η μέθοδος δεν είναι σε θέση να προσομοιώσει με ικανοποιητική ακρίβεια την απόκριση των σωμάτων. Σε κάποιες περιπτώσεις βλέπουμε πως υπερεκτιμάται πολύ η σεισμική απόκριση των σωμάτων, άρα μπορεί να θεωρηθεί πως δρα υπέρ της ασφαλείας, όμως σε άλλες υποεκτιμάται η σεισμική απόκρισή τους, δρώντας κατά της ασφαλείας. Συνεπώς, δεν κρίνεται αξιόπιστη μέθοδος για τη μελέτη και την πρόβλεψη της απόκρισης των λικνιζόμενων σωμάτων, πόσο μάλλον όταν πρόκειται για αγάλματα ανυπολόγιστης πολιτιστικής και οικονομικής αξίας.

Επιπλέον και η μέθοδος των Spyarakos *et al.* (2016), είναι ιδιαίτερα απλή κι εύκολη στην εφαρμογή της. Βέβαια για τον υπολογισμό των μεγεθών που χρησιμοποιούνται απαιτείται λεπτομερής αποτύπωση της γεωμετρίας, συμπεριλαμβανομένων και των μεταβολών στην πυκνότητα. Ωστόσο, πρόκειται μία γρήγορη και προσεγγιστική μέθοδος αποτίμησης η οποία έχει σκοπό να προβλέψει εάν το σώμα θα παραμείνει ακίνητο, θα λικνιστεί ή θα ανατραπεί. Άλλωστε, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, το μέγεθος ενός σώματος επηρεάζει σημαντικά την λικνιστική απόκριση. Έτσι, με την εύρεση ενός νέου ισοδύναμου ύψος  $H'$ , μεταβάλλουμε τις διαστάσεις του σώματος (άρα και το μέγεθός του) και άρα μεταβάλλεται η απόκριση σε σεισμικές κινήσεις.

Αντιθέτως, φαίνεται πως η μέθοδος του ισοδύναμου λικνιζόμενου σώματος των Wittich & Hutchinson δίνει αρκετά πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα, όσον αφορά στη σεισμική απόκριση των λικνιζόμενων σωμάτων με μη ορθογωνική γεωμετρία. Είναι σε θέση να προβλέψει ορθά το αν το σώμα θα λικνιστεί, αν θα ανατραπεί ή αν δε θα ξεκινήσει καθόλου λικνισμό και γενικά μπορούμε να πούμε πως η απόκριση

που προκύπτει χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την πραγματική απόκριση του σώματος. Αυτό οφείλεται και στο γεγονός πως λαμβάνεται υπόψιν η ανισοκατανομή της μάζας και ο υπολογισμός των ροπών αδρανείας και των λοιπών χαρακτηριστικών του σώματος γίνεται βάσει αυτής. Σημαντικό είναι επίσης πως προτείνεται και η μαθηματική σχέση υπολογισμού του συντελεστή αποκατάστασης  $\eta$ . Φυσικά, πρόκειται για μία προσεγγιστική μέθοδο η οποία εξ ορισμού θα έχει κάποια απόκλιση από την πραγματική συμπεριφορά του αρχικού σώματος.





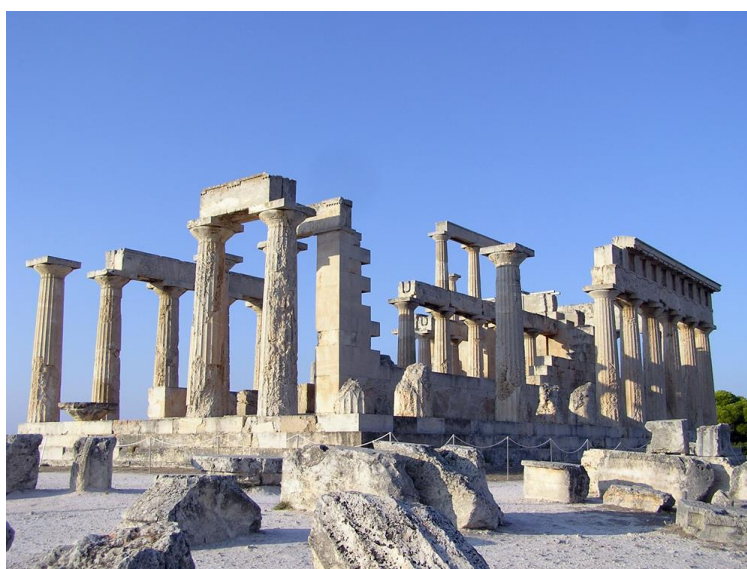
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΡΩΤΟΤΗΤΑΣ

#### 5.1 Εισαγωγή

Πολλά αρχαία μνημεία αποτελούνται από στοιχεία τα οποία κείτονται επί εδάφους ή επί άλλων σωμάτων χωρίς κάποιο είδος κονιάματος ενδιάμεσα, ενώ σε ελάχιστες περιπτώσεις υπάρχουν κάποιοι μεταλλικοί σύνδεσμοι στις αρθρώσεις, οι οποίοι αποτρέπουν την ολίσθηση κι όχι το λικνισμό. Έτσι, υπό ισχυρή σεισμική καταπόνηση, τα σώματα αυτά υπόκεινται σε λικνισμό. Αυτές οι κατασκευές μας προκαλούν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αφού πολλές έχουν αντέξει σε δυνατούς σεισμούς για περισσότερα από 2000 χρόνια. Φυσικά, υπάρχουν κι αρκετές άλλες που έχουν καταρρεύσει.

Η τρωτότητα των σωμάτων στους σεισμούς εξαρτάται από δύο κύριες παραμέτρους: το μέγεθος τους και την πρωταρχική περίοδο της εδαφικής κίνησης. Η επιρροή του μεγέθους έχει αναλυθεί σε προηγούμενα κεφάλαια. Όσον αφορά στην περίοδο της διέγερσης, επηρεάζει σημαντικά την απόκριση και την πιθανότητα ανατροπής. Οι σεισμοί μικρής συχνότητας είναι πολύ πιο επικίνδυνοι από αυτούς που έχουν μεγάλη συχνότητα.



**Σχ. 5.1:** Ναός Αφαίας Αθηνάς, Αίγινα. Χρονολογείται περί το 510-470 π.Χ.  
(<http://users.sch.gr/ipap>)

Οι καμπύλες τρωτότητας ενός σώματος ή μίας ολόκληρης κατασκευής αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για την αξιολόγηση του σεισμικού κινδύνου τους, καθώς απεικονίζουν την πιθανότητα υπέρβασης μίας καθορισμένης οριακής κατάστασης ικανότητας από την κατασκευή, σε συνάρτηση με την ένταση της εδαφικής κίνησης, η οποία μπορεί να δίνεται ως μία παράμετρος της επιτάχυνσης, της ταχύτητας κτλ.

Η ανάλυση της τρωτότητας μίας κατασκευής στην αντισεισμική μηχανική ξεκίνησε τουλάχιστον τριάντα χρόνια πριν, όταν ο Kennedy κι οι συνεργάτες του, όρισαν το 1980 τη συνάρτηση τρωτότητας ως μία πιθανολογική σχέση μεταξύ της συχνότητας αστοχίας ενός εξαρτήματος ή στοιχείου ενός πυρηνικού εργοστασίου και της μέγιστης εδαφικής επιτάχυνσης κατά τη διάρκεια ενός σεισμού.

Ένας εναλλακτικός ορισμός της τρωτότητας ενός σώματος είναι ο εξής: Η συνάρτηση τρωτότητας αντικατοπτρίζει την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της ικανότητας ενός σώματος να αντέξει μέχρι μία ανεπιθύμητη οριακή κατάσταση. Υπενθυμίζουμε ότι αθροιστική συνάρτηση κατανομής ονομάζεται η πιθανότητα μία ποσότητα να λάβει τιμή μικρότερη ή ίση μίας άλλης δεδομένης τιμής, ως συνάρτηση της τιμής αυτής.

## 5.2 Μέτρα έντασης (Intensity Measures - IMs)

Στις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο είκοσι-οκτώ χρονοϊστοριών εδαφικής κίνησης. Η απαίτηση αντοχής σε μία κατασκευή μπορεί να προσεγγισθεί ως μέτρο της απόκρισης της (π.χ. το μέγιστο drift που εμφανίζεται μεταξύ των ορόφων). Για να προβλεφθεί αποτελεσματικά αυτή η απόκριση, χρειαζόμαστε το μέτρο έντασης *IM* (Intensity Measure) για κάθε σεισμό. Ο πιο διαδεδομένος μέτρο έντασης ήταν η μέγιστη εδαφική επιτάχυνση (Peak Ground Acceleration – *PGA*). Πρόσφαρα άρχισε να χρησιμοποιείται και η φασματική επιτάχυνση της πρώτης ιδιοπεριόδου της κατασκευής, αλλά και άλλα μέτρα, όπως οι μέγιστη εδαφική ταχύτητα (Peak Ground Velocity – *PGV*), η μέγιστη εδαφική μετακίνηση (Peak Ground Displacement – *PGD*) κι άλλοι.

Τα προαναφερθέντα μέτρα έντασης είναι γενικώς μονοπαραμετρικά κι γι' αυτόν το λόγο αποκαλούνται βαθμωτά. Αντιστοίχως, υπάρχουν και μέτρα εντάσεως που

λαμβάνουν υπόψιν δύο και παραπάνω παραμέτρους, τα οποία αποκαλούνται διανυσματικά. Εφόσον τα διανυσματικά μέτρα έντασης διαθέτουν περισσότερες πληροφορίες για την εδαφική κίνηση, είναι αναμενόμενο να προβλέπουν με περισσότερη επιτυχία την απόκριση της κατασκευής. Παρ'όλα αυτά οι τρισδιάστατες επιφάνειες που προκύπτουν ερμηνεύονται πολύ δυσκολότερα από τις αντίστοιχες δισδιάστατες των βαθμωτών μέτρων έντασης και ταυτόχρονα καθιστούν δυσκολότερη τη διαχείριση των εδαφικών σεισμικών καταγραφών.

Στην παρούσα διπλωματική εξετάστηκαν δύο ειδών βαθμωτά μέτρα έντασης: το πρώτο αφορά στη μέγιστη εδαφική επιτάχυνση (*PGA*) κι το δεύτερο στη μέγιστη εδαφική ταχύτητα (*PGV*). Και στις δύο περιπτώσεις, έγινε κανονικοποίηση των εδαφικών καταγραφών με βάση την τιμή του μέτρου εντάσεως *IM*, προκειμένου να υπολογιστούν οι δεσμευμένες πιθανότητες.

### 5.3 Ανάλυση της τρωτότητας

#### 5.3.1 Πιθανολογικό μοντέλο σεισμικής τρωτότητας

Η ανάλυση της τρωτότητας απαιτεί τον υπολογισμό των πιθανοτήτων υπέρβασης μίας μονοτονικά αυξανόμενης οριακής κατάστασης. Αυτό σημαίνει πως για να εκτιμηθεί η τρωτότητα μίας κατασκευής, πρέπει να υπολογισθεί η δεσμευμένη πιθανότητα  $F_R$ , όπου η σεισμική απαίτηση, εκφρασμένη ως μία παράμετρος (Engineering Demand Parameter – *EDP*) υπερβαίνει την ικανότητά της, *edp*, για δεδομένη τιμή του μέτρου έντασης *IM*, δηλαδή:

$$F_R = P(EDP \geq edp | IM) \quad (5.1)$$

Η ικανότητα υπολογίζεται με βάση τις προτεινόμενες οριακές καταστάσεις, ενώ η σεισμική απαίτηση υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη σχέση μεταξύ της μέσης τιμής της κατασκευαστικής απαίτησης,  $S_d$ , και κάθε μέτρο έντασης *IM*:

$$S_d = aIM^b \quad (5.2)$$

όπου:

a,b είναι οι γραμμικοί συντελεστές παλινδρόμησης για τη λογαριθμική έκφραση του νόμου

Θεωρώντας ότι ισχύει η λογαριθμοκανονική κατανομή και για την ικανότητα και για την απαίτηση της κατασκευής και λαμβάνοντας υπόψιν μόνο τις αβεβαιότητες της σεισμικής απαίτησης,  $\beta_{\ln EDP}$ , η εξίσωση (5.1) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$F_R (EDP \geq edp | IM) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln(edp) - \mu_{\ln EDP}}{\beta_{\ln EDP}} \right) \quad (5.3)$$

όπου:

$\Phi$  είναι η τυπική συνάρτηση κανονικής αθροιστικής κατανομής

$\mu_{\ln EDP}$  η μέση τιμή της απαίτησης

$\beta_{\ln EDP}$  είναι η διασπορά ή η λογαριθμική κανονική απόκλιση της απαίτησης, συναρτήσει του μέτρου έντασης IM

Εναλλακτικά, μία καλή προσέγγιση της εξίσωσης (5.3) προκύπτει, εάν διαιρέσουμε τον αριθμό των επιτυχών προσομοιώσεων με τον συνολικό αριθμό των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν. Οι δύο αυτές εξισώσεις μας δίνουν παρόμοια αποτελέσματα κι εξετάζονται εξίσου.

### 5.3.2 Παραμέτρος σεισμικής απαίτησης EDP

Για τα ελευθέρως εδραζόμενα σώματα ή κατασκευές ως καλύτερη προσέγγιση της παραμέτρου σεισμικής απαίτησης,  $EDP$ , θεωρείται αυτή που βασίζεται στην περιστροφή που οφείλεται στο λικνισμό, καθώς ο λικνισμός θεωρείται ο κυρίαρχος τρόπος απόκρισης του σώματος. Έτσι, στην παρούσα διπλωματική εργασία ως παράμετρος  $EDP$  χρησιμοποιήθηκε η μέγιστη τιμή της γωνίας περιστροφής,  $|\theta_{\max}|$ , δια την κρίσιμη γωνία περιστροφής, δηλαδή τη ραδινότητα  $\alpha$  του σώματος, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$EDP = \frac{|\theta_{\max}|}{\alpha} \quad (5.4)$$

### 5.3.3 Θεώρημα ολικής πιθανότητας

Έστω  $A_1, A_2, \dots, A_n$   $n$  ξένα ανά δύο ενδεχόμενα των οποίων η ένωση ισούται με το  $\Omega$ , δηλαδή αποτελούν μία διαμέριση του  $\Omega$ . Αν το  $B$  είναι ένα ενδεχόμενο του  $\Omega$ , θα ισχύει:

$$B = B \cap \left( \bigcup_{k=1}^n A_k \right) = \bigcup_{k=1}^n (B \cap A_k) \quad (5.5)$$

Επομένως, η προσεταιριστική ιδιότητα μας δίνει:

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(B \cap A_k) \quad (5.6)$$

Όμως  $P(B \cap A_k) = P(B | A_k)P(A_k)$ . Επομένως, παίρνουμε:

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(B / A_k)P(A_k) \quad (5.7)$$

Η σχέση (5.7) ονομάζεται θεώρημα ολικής πιθανότητας κι αποτελεί πολύ χρήσιμη σχέση για τον υπολογισμό των καμπυλών τρωτότητας.

### 5.3.4 Καμπύλες τρωτότητας λικνιζόμενων σωμάτων

Στην περίπτωση που θέλουμε να υπολογίσουμε τις καμπύλες τρωτότητας ενός σώματος το οποίο υποβάλλεται σε διάφορες σεισμικές καταγραφές μεταβαλλόμενης έντασης, οι παραπάνω εξισώσεις πρέπει να τροποποιηθούν καταλλήλως. Συγκεκριμένα, όταν ένα ελευθέρως εδραζόμενο σώμα υποβληθεί σε μία σεισμική διέγερση, διακρίνουμε τρία ενδεχόμενα απόκρισής του:

A: το σώμα ανετράπη

B: το σώμα λικνίστηκε

Γ: το σώμα δεν ξεκίνησε λικνισμό

Εφόσον αναζητούμε την πιθανότητα  $P(\theta/\alpha > EDP)$ , σύμφωνα με το θεώρημα ολικής πιθανότητας για τα προαναφερθέντα ενδεχόμενα, ισχύει:

$$P(\theta/\alpha > EDP) = P(A)P(\theta/\alpha > EDP | A) + P(B)P(\theta/\alpha > EDP | B) + P(\Gamma)P(\theta/\alpha > EDP | \Gamma), \quad (5.8)$$

όπου:

$$P(\theta/\alpha > EDP | A) = 1 \text{ και}$$

$$P(\theta/\alpha > EDP | \Gamma) = 0$$

Επιπλέον, πολλές φορές η αύξηση της έντασης της εδαφικής κίνησης συνεπάγεται ανατροπή του σώματος. Αυτό σημαίνει πως η παράμετρος  $EDP$  λαμβάνει υπερβολικά μεγάλες τιμές ή ακόμη κι άπειρες, γεγονός που καθιστά αδύνατον τον υπολογισμό των μεγεθών  $\mu_{\ln EDP}$  και  $\beta_{\ln EDP}$ . Το πρόβλημα αυτό απεμπολείται με μία απλή μετατροπή της εξίσωσης (5.3), αφού διαχωρίσουμε τα δεδομένα σε δύο κατηγορίες: αυτά που ανετράπησαν κι αυτά που δεν ανετράπησαν. Έτσι, η δεσμευμένη πιθανότητα ανατροπής είναι:

$$P(C) = \frac{\text{αριθμός προσομοιώσεων που ανετράπησαν}}{\text{συνολικός αριθμός προσομοιώσεων}} \quad (5.9)$$

Λαμβάνοντας ως  $\mu_{\ln EDP}$  και  $\beta_{\ln EDP}$  τη μέση τιμή και τη διασπορά των δεδομένων που δεν ανετράπησαν, η εξίσωση (5.3) μετατρέπεται ως εξής:

$$F_R(EDP \geq edp | IM) = P(C) + (1 - P(C)) \left( 1 - \Phi \left( \frac{\ln(edp) - \mu_{\ln EDP}}{\beta_{\ln EDP}} \right) \right) \quad (5.10)$$

### 5.3.5 Προτεινόμενες οριακές καταστάσεις

Προηγουμένως, αναφέρθηκε η έννοια των οριακών καταστάσεων κατά τον υπολογισμό των δεσμευμένων πιθανοτήτων. Συνεπώς, είναι απαραίτητος ο επακριβής

καθορισμός των οριακών καταστάσεων που χρησιμοποιούνται σε κάθε περίπτωση. Η αντοχή θα πρέπει να μετράται με τις μετρήσεις του *EDP*. Στην παρούσα εργασία προτάθηκαν τρεις οριακές καταστάσεις, βλ. Πίν. 5.1. Η πρώτη οριακή κατάσταση (I) αντιστοιχεί σε καθόλου ή ελαφρύ λικνισμό της κατασκευής κατά την οποία επιτρέπονται ελαφρές μόνο βλάβες, η δεύτερη (II) σε μέτριο λικνισμό που μπορεί να επιφέρει εμφανείς τοπικές βλάβες κατά την πρόσκρουση και η τρίτη (III) σε έντονο λικνισμό, πλησιάζοντας τα όρια της ανατροπής του σώματος. Συνήθως, όμως, η ανατροπή επέρχεται αφού ξεπεραστεί αυτή η οριακή κατάσταση.

**Πίν. 5.1:** Προτεινόμενες οριακές καταστάσεις

Οριακή κατάσταση	$ \theta_{\max}/\alpha $	Στάδιο	Περιγραφή
I	0.2	Περιορισμός βλαβών	Κατασκευή με ελαφρές βλάβες
II	0.4	Μέτριες βλάβες	Υψηλή πιθανότητα τοπικών βλαβών εξαιτίας της πρόσκρουσης
III	1.0	Οιονεί κατάρρευση	Ανατροπή λόγω λικνισμού

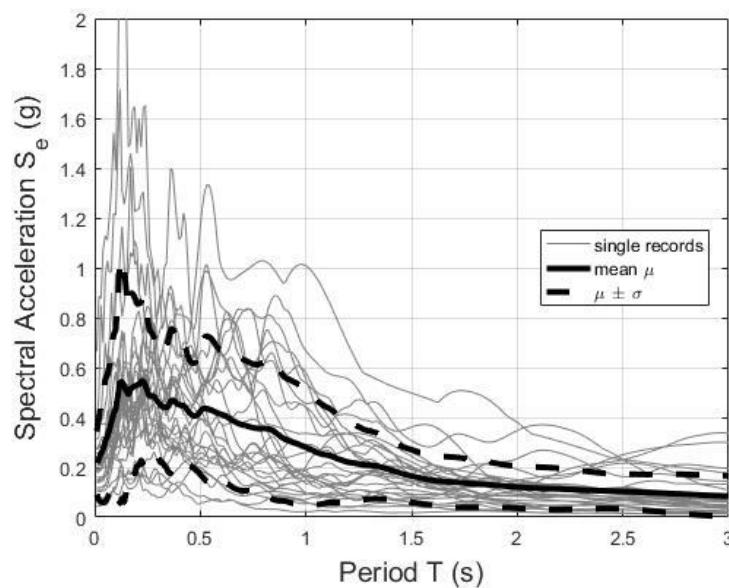
#### 5.4 Σεισμικές καταγραφές

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκαν για όλους τους υπολογισμούς 28 διαφορετικές σεισμικές καταγραφές. Τα αρχεία που χρησιμοποιήθηκαν κι οι ιδιότητές τους παρατίθενται στον Πίν. 5.2. Επιλέχθηκαν σεισμικές καταγραφές σχετικά μεγάλου μεγέθους  $M_w$  με τιμές  $6.5 \div 6.9$ , τα οποία κατεγράφησαν σε πυκνό έδαφος και δεν παρουσιάζουν φαινόμενα κατευθυντικότητας. Στο Σχ. 5.2 παρουσιάζονται τα φάσματα απόκρισης της επιτάχυνσης του συνόλου των σεισμικών καταγραφών, αλλά και το μέσο φάσμα.

**Πίν. 5.2:** Οι χρησιμοποιούμενες σεισμικές καταγραφές κι οι ιδιότητές τους

No	Event	Station	$\varphi^\circ$	Soil	M	R (km)	PGA (g)
1	Loma Prieta, 1989	Agnews State Hospital	090	C,D	6.9	28.2	0.159
2	Northridge, 1994	LA, Baldwin Hills	090	B,B	6.7	31.3	0.239
3	Imperial Valley, 1979	Compuertas	285	C,D	6.5	32.6	0.147
4	Imperial Valley, 1979	Plaster City	135	C,D	6.5	31.7	0.057
5	Loma Prieta, 1989	Hollister Diff. Array	255	-,D	6.9	25.8	0.279
6	San Fernando, 1971	LA, Hollywood Stor. Lot	180	C,D	6.6	21.2	0.174
7	Loma Prieta, 1989	Coyote Lake Dam Downstrm	285	B,D	6.9	22.3	0.179
8	Imperial Valley, 1979	El Centro Array #12	140	C,D	6.5	18.2	0.143
9	Imperial Valley, 1979	Cucapah	085	C,D	6.5	23.6	0.309
10	Northridge, 1994	LA Hollywood Storage FF	360	C,D	6.7	25.5	0.358
11	Loma Prieta, 1989	Sunnyvale Colton Ave	270	C,D	6.9	28.8	0.207
12	Loma Prieta, 1989	Anderson Dam Downstrm	360	B,D	6.9	21.4	0.24
13	Imperial Valley, 1979	Chihuahua	012	C,D	6.5	28.7	0.27

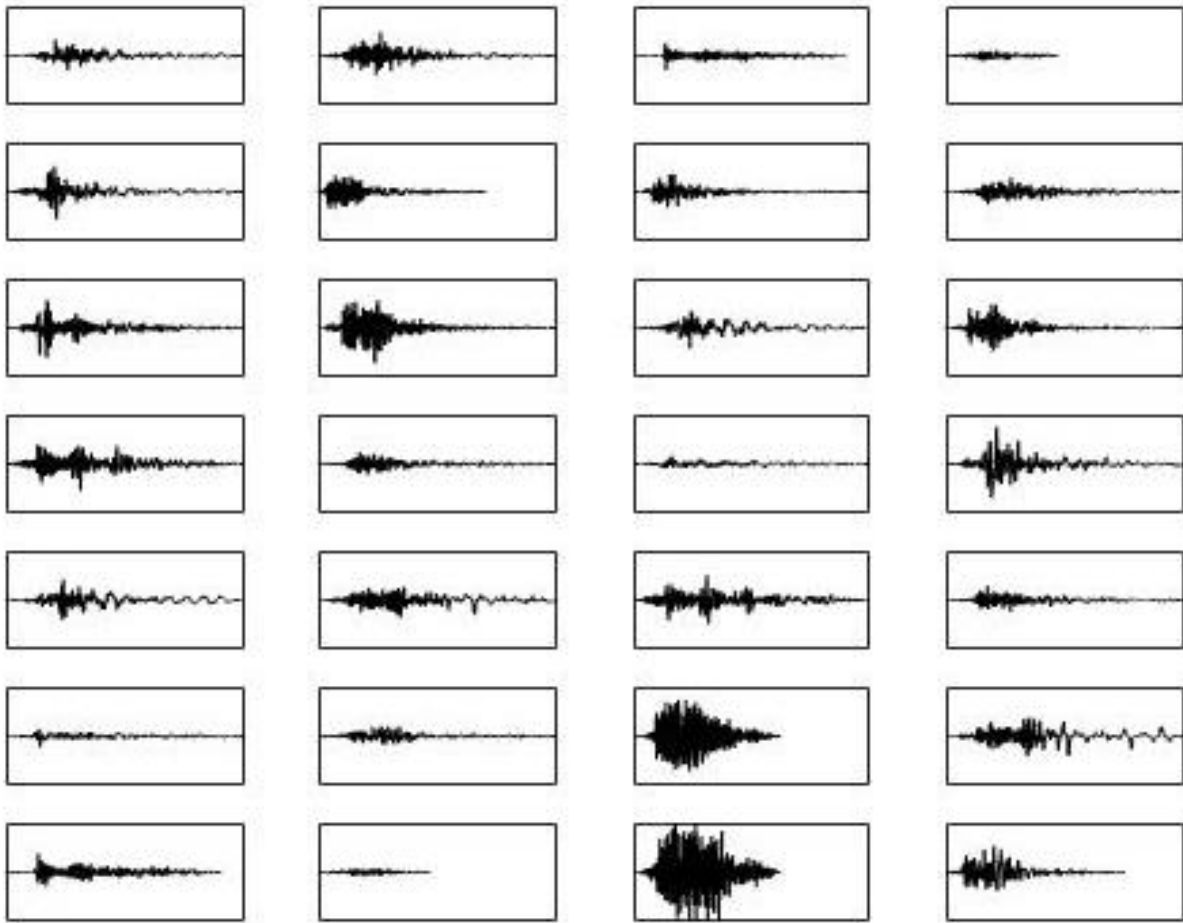
14	Imperial Valley, 1979	El Centro Array #13	140	C,D	6.5	21.9	0.117
15	Imperial Valley, 1979	Westmoreland Fire Station	090	C,D	6.5	15.1	0.074
16	Loma Prieta, 1989	Hollister South & Pine	000	-,D	6.9	28.8	0.371
17	Loma Prieta, 1989	Sunnyvale Colton Ave	360	C,D	6.9	28.8	0.209
18	Superstition Hills, 1987	Wildlife Liquefaction Array	090	C,D	6.7	24.4	0.180
19	Imperial Valley, 1979	Chihuahua	282	C,D	6.5	28.7	0.254
20	Imperial Valley, 1979	El Centro Array #13	230	C,D	6.5	21.9	0.139
21	Imperial Valley, 1979	Westmoreland Fire Station	180	C,D	6.5	15.1	0.11
22	Loma Prieta, 1989	Halls Valley	090	C,D	6.9	31.6	0.103
23	Loma Prieta, 1989	WAHO	000	C,D	6.9	16.9	0.37
24	Superstition Hills, 1987	Wildlife Liquefaction Array	360	C,D	6.7	24.4	0.20
25	Imperial Valley, 1979	Compuertas	015	C,D	6.5	32.6	0.186
26	Imperial Valley, 1979	Plaster City	045	C,D	6.5	31.7	0.042
27	Loma Prieta, 1989	WAHO	090	C,D	6.9	16.9	0.638
28	Northridge, 1994	Canyon Country–W Lost Cany			6.7		0.167



Σχ. 5.2: Φάσμα απόκρισης των 28 σεισμικών καταγραφών. Η έντονη γραμμή αναφέρεται στο μέσο φάσμα απόκρισης

Τα επιταχυνσιογραφήματα των σεισμικών καταγραφών παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα. Ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στη διάρκεια του σεισμικού γεγονότος κι ο κατακόρυφος άξονας αφορά στις τιμές της επιτάχυνσης. Τα σεισμικά γεγονότα έχουν κανονικοποιηθεί, έτσι ώστε να αναφέρονται σε χρονική διάρκεια 40 s και σε εύρος επιτάχυνσης από  $-0.5^g$  μέχρι  $0.5^g$ .





Σχ. 5.3: Οι χρησιμοποιούμενες είκοσι-οκτώ σεισμικές καταγραφές (αρίθμηση κατά γραμμή με βάση τον Πίνακα 5.2)

### 5.5 Καμπύλες τρωτότητας λικνιζόμενων σωμάτων: αριθμητικά αποτελέσματα

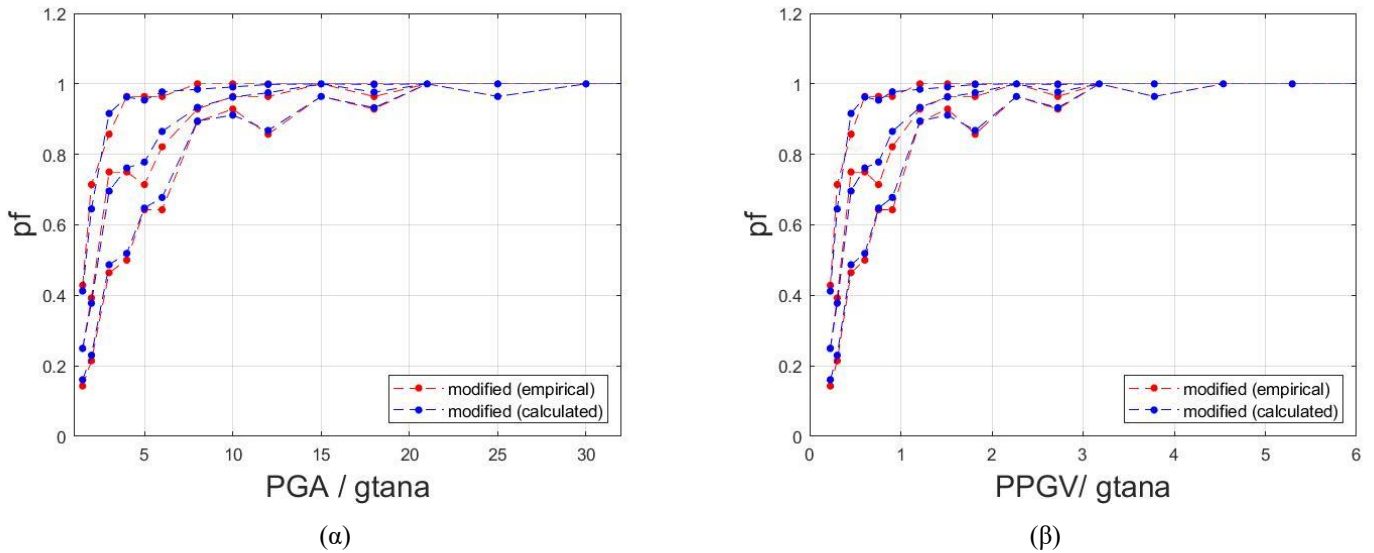
Παρακάτω απεικονίζονται οι καμπύλες τρωτότητας που έχουν υπολογιστεί για δύο διαφορετικά μέτρα έντασης ( $IMs$ ), τη μέγιστη εδαφική επιτάχυνση ( $PGA$ ) και το γινόμενο της χαρακτηριστικής συχνότητας επί τη μέγιστη εδαφική ταχύτητα ( $pPGV$ ).

Για τους υπολογισμούς εξετάστηκαν τα τρία ορθογωνικά σώματα που είχαν εξεταστεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο, καθώς και τα ισοδύναμα λικνιζόμενα σώματα των σωμάτων τυχαίας γεωμετρίας, με τη χρήση της μεθόδου Wittich & Hutchinson (2015).

Όπως ήταν αναμενόμενο, τα λικνιζόμενα σώματα εμφανίζουν αυξημένη σταθερότητα, γεγονός που απεικονίζεται και στις καμπύλες τρωτότητας. Πράγματι, η

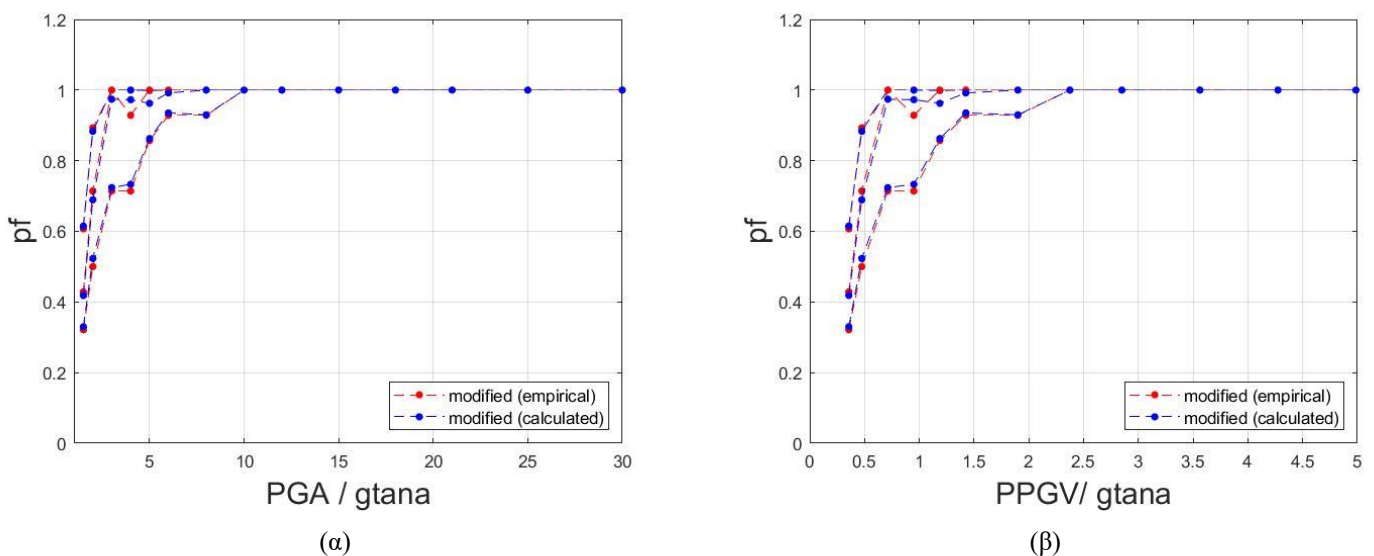
πιθανότητα υπέρβασης της οριακής κατάστασης ΙΙΙ που αντιστοιχεί στην ανατροπή λόγω λικνισμού λαμβάνει μικρή τιμή για τα μέτρα έντασης (*IMs*) που αντιστοιχούν στις περισσότερες σεισμικές καταγραφές.

- Ορθογωνικό σώμα με  $h=5\text{m}$  και  $b=0.5\text{m}$



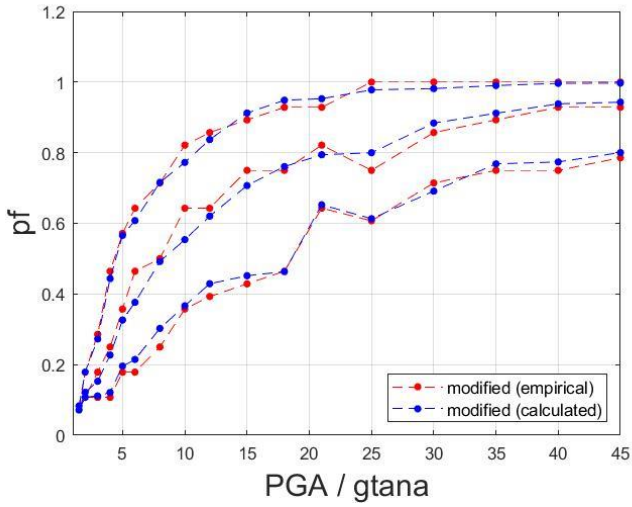
Σχ. 5.4: Καμπύλες τρωτότητας ορθογωνικού σώματος με  $h=5\text{m}$  και  $b=0.5\text{m}$  (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

- Ορθογωνικό σώμα με  $h=2\text{m}$  και  $b=0.4\text{m}$

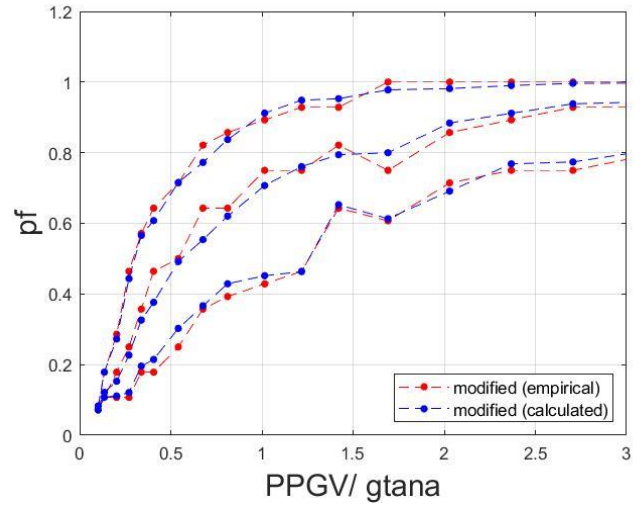


Σχ. 5.5: Καμπύλες τρωτότητας ορθογωνικού σώματος με  $h=2\text{m}$  και  $b=0.4\text{m}$  (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

- Ορθογωνικό σώμα με  $h=25m$  και  $b=2.5m$



(α)

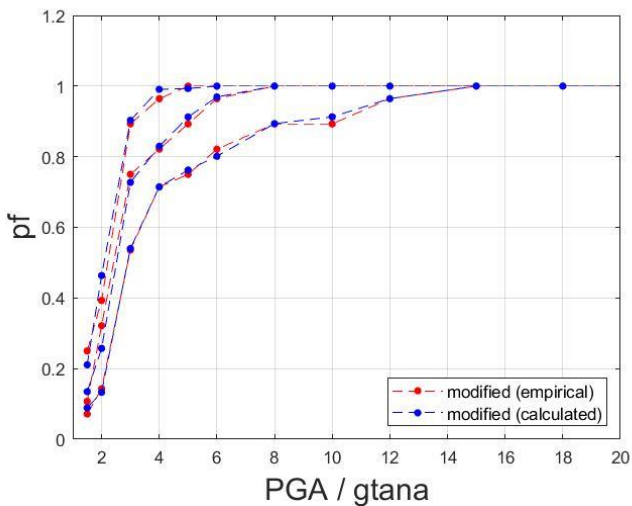


(β)

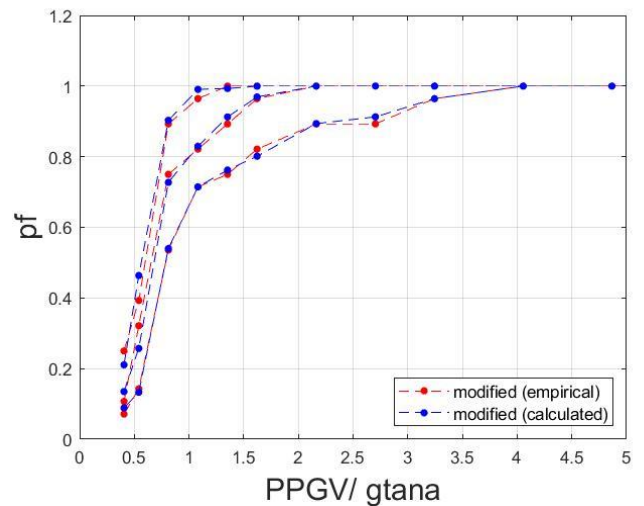
Σχ. 5.4: Καμπύλες τρωτότητας ορθογωνικού σώματος με  $h=25m$  και  $b=2.5m$  (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

Παράλληλα κατασκευάστηκαν και οι καμπύλες τρωτότητας για τα σώματα τυχαίας γεωμετρίας, κάνοντας χρήση της θεωρίας των Wittich & Hutchinson για το ισοδύναμο λικνιζόμενο σώμα.

- Άγαλμα «Ανδρική Προτομή»



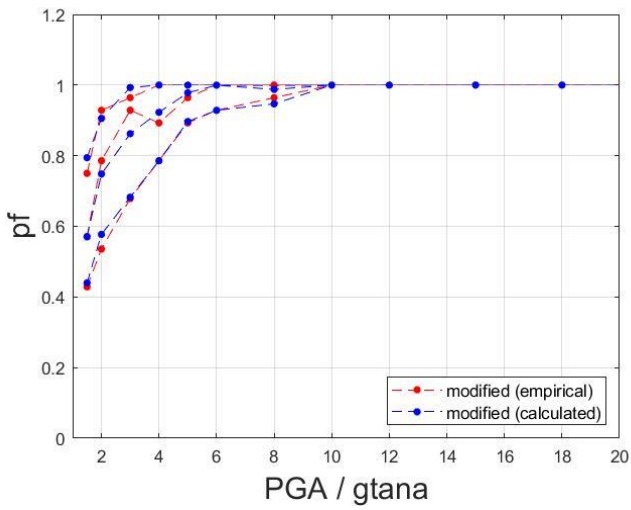
(α)



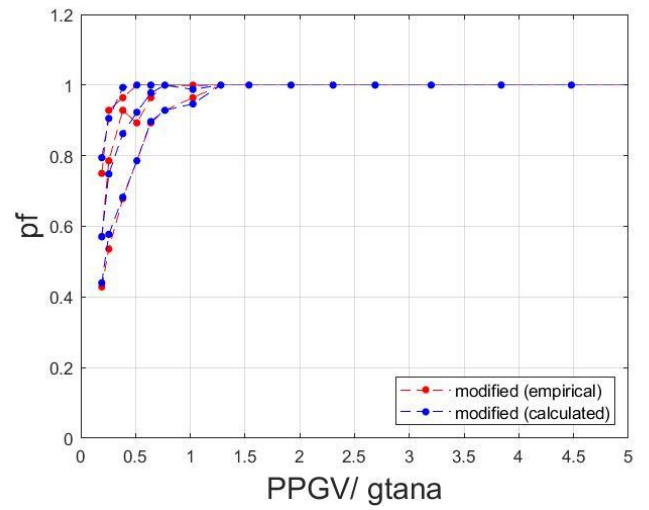
(β)

Σχ. 5.5: Καμπύλες τρωτότητας αγάλματος ανδρικής προτομής (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

- Σώμα σχήματος «T»



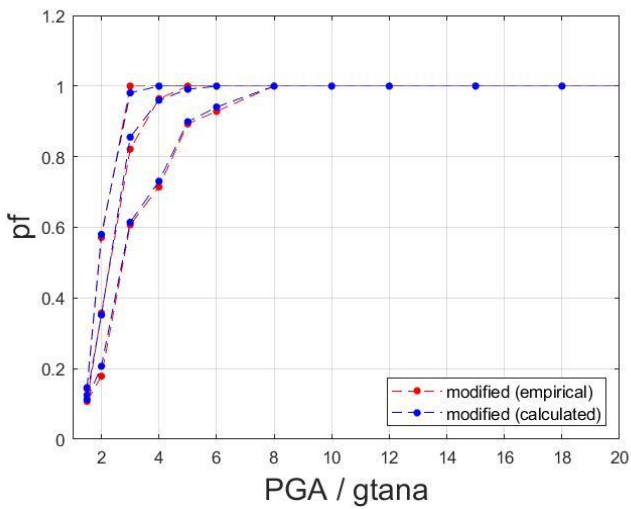
(α)



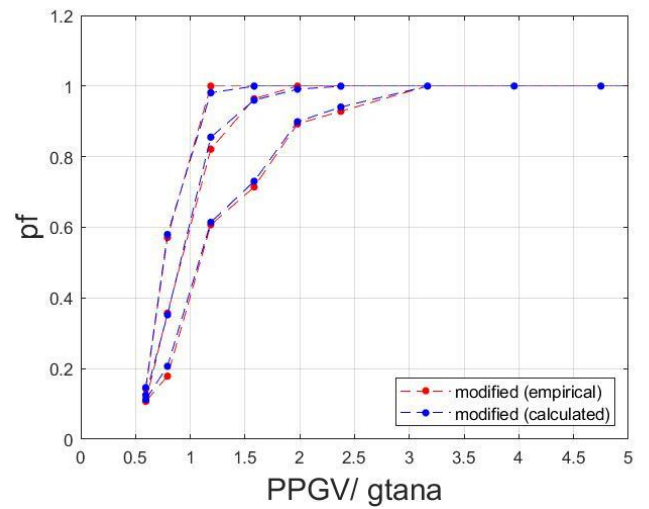
(β)

Σχ. 5.6: Καμπύλες τρωτότητας σώματος «T» (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

- Τραπεζίιο σώμα Αα



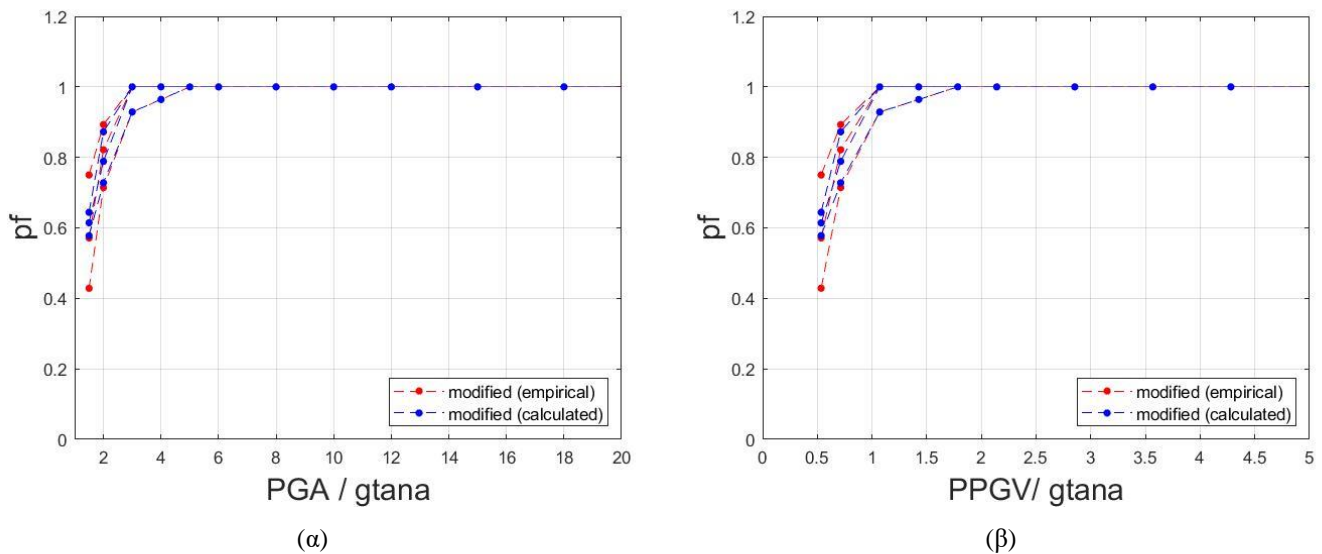
(α)



(β)

Σχ. 5.7: Καμπύλες τρωτότητας του (α) τραπέζιου σώματος, (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

- Τραπεζίιο σώμα Β



Σχ. 5.8: Καμπύλες τρωτότητας του (β) τραπέζιου σώματος, (α) για IM PGA και (β) για IM pPGV

## 5.6 Συμπεράσματα-Παραμετρική Διερεύνηση

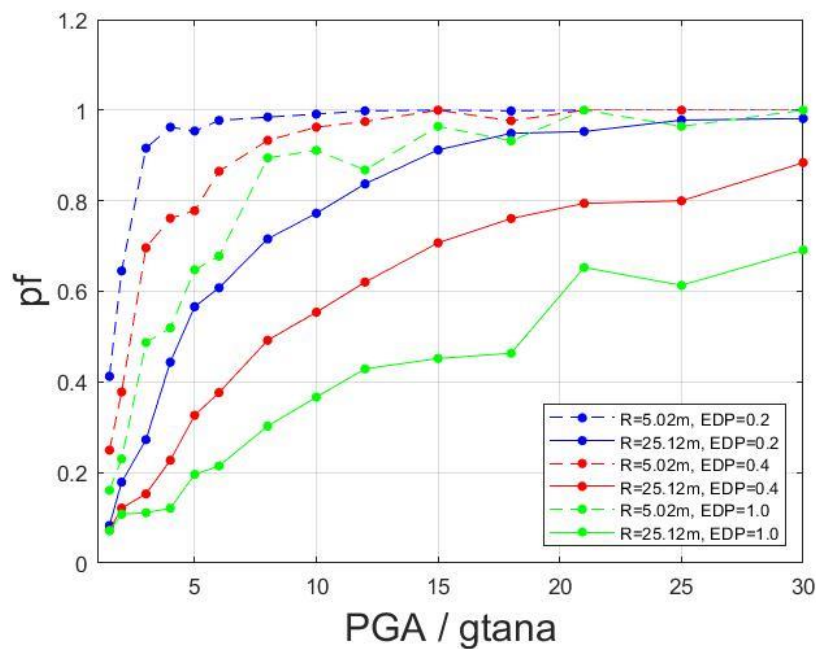
Έχοντας κατασκευάσει τις παραπάνω καμπύλες τρωτότητας για σώματα διάφορης γεωμετρίας, μπορούμε να εξάγουμε ενδιαφέροντα συμπεράσματα για την ευστάθεια των λικνιζόμενων σωμάτων.

### 5.6.1 Επιρροή μεγέθους $R$

Στο πρώτο κεφάλαιο έχουμε συμπεράνει πως, όταν ένα ελευθέρως εδραζόμενο λυγηρό σώμα που έχει τεθεί σε λικνισμό είναι αρκούντως μεγάλο, η σεισμική απαίτηση είναι μικρότερη από τη σεισμική αντοχή του, ανεξαρτήτως της μέγιστης εδαφικής επιτάχυνσης ή της λυγηρότητας του σώματος. Αυτό σημαίνει πως ένα μικρότερο λικνιζόμενο σώμα είναι πιο ευάλωτο από ένα μεγαλύτερο ίδιας ραδιότητας  $a$ .

Πράγματι, το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται πολύ εύκολα στην πράξη. Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζονται οι καμπύλες τρωτότητας για ένα σώμα ίδιας λυγηρότητας ( $h=10b$ ), αλλά διαφορετικού μεγέθους. Στην πρώτη περίπτωση έχει ακτίνα  $R=5.02m$  (αριστερά), ενώ ακτίνα  $R=25.12m$  (δεξιά). Η διαφορά στην απόκριση των δύο σωμάτων και στη συνεπαγόμενη τρωτότητά τους είναι ιδιαίτερα

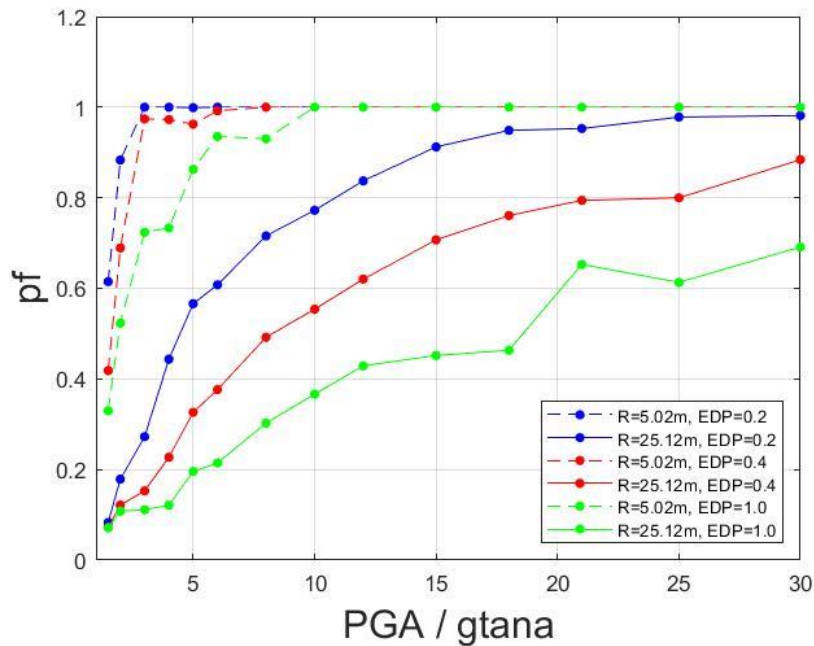
εμφανής, καθώς το μεγαλύτερο σώμα έχει πολύ μικρότερη πιθανότητα ανατροπής για σεισμούς μεγαλύτερης έντασης. Μάλιστα, αν υποθέσουμε πως για συνήθεις σεισμικές φορτίσεις ισχύει  $PGA/gtana=10$ , είναι βέβαιο πως το σώμα μικρότερης ακτίνας θα ανατραπεί, σε αντίθεση με το σώμα μεγαλύτερης ακτίνας που εμφανίζει μεγαλύτερη σταθερότητα και άρα μικρότερη πιθανότητα αστοχίας.



Σχ. 5.9: Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας δύο σωμάτων ίδιας λυγηρότητας αλλά ακτίνας  $R=5.02m$  και  $R=25.12m$ .

Επιπλέον, η λυγηρότητα του σώματος δε φαίνεται να επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό το παραπάνω συμπέρασμα. Ένα αρκετά μεγάλο αλλά πολύ λυγηρό σώμα παραμένει λιγότερο ευάλωτο στις σεισμικές φορτίσεις από ένα πολύ μικρότερο και στιβαρότερο σώμα. Αυτό εξηγείται σύμφωνα με την αρχή πως ένας όρος υψωμένος στο τετράγωνο (στην προκειμένη περίπτωση το μέγεθος  $R$ ) κυριαρχεί έναντι του ίδιου όρου υψωμένου στην πρώτη δύναμη, ανεξάρτητα από τις τιμές των άλλων συντελεστών (παραδείγματος χάριν της ραδιότητας  $a$ ).

Στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις συγκρίνονται οι καμπύλες τρωτότητας δύο διαφορετικών σωμάτων. Το πρώτο έχει μέγεθος  $R=2.04m$  και λόγο πλευρών  $h=5b$ , ενώ το δεύτερο έχει μέγεθος  $R=25.12$  που αντιστοιχεί σε λόγο πλευρών  $h=10b$ .



**Σχ. 5.10:** Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας ενός σώματος με λόγο πλευρών  $h=5b$  και ακτίνας  $R=2.04m$  κι ενός σώματος με λόγο πλευρών  $h=10b$  κι ακτίνας  $R=25.12m$

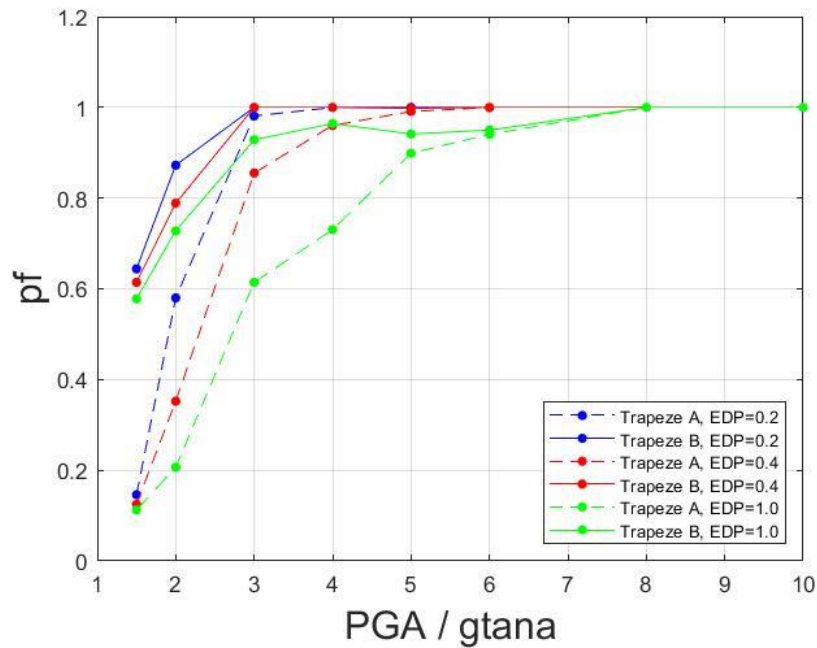
Με βάση τις παραπάνω καμπύλες τρωτότητας, επιβεβαιώνουμε το συμπέρασμα πως το πόσο λυγρό ή στιβαρό είναι ένα σώμα που υπόκειται σε λυγισμό δε μπορεί να επηρεάσει τη σεισμική του απόκριση, όταν το σώμα έχει πολύ μεγάλο μέγεθος. Έτσι, όσο λυγρό και να είναι ένα σώμα, αν οι διαστάσεις του είναι πολύ μεγάλες, θα εμφανίσει αυξημένη σεισμική αντοχή και συνεπώς μικρότερη πιθανότητα ανατροπής.

### 5.6.2 Επιρροή κατανομής μάζας - ροπής αδρανείας

Το πλάτος της επιφάνειας εδράσεως σε συνδυασμό με την ανισοκατανομή της μάζας, άρα και τη ροπή αδρανείας, παίζει πολύ σημαντικό ρόλο σε ένα λικνιζόμενο σώμα. Χαρακτηριστικά παρουσιάζονται οι καμπύλες τρωτότητας για τα τραπέζια σώματα Α και Β τα οποία έχουν τις ίδιες γεωμετρικές διαστάσεις, αλλά το τραπέζιο σώμα Α εδράζεται στην μεγάλη εκ των παράλληλων πλευρών του, ενώ το τραπέζιο σώμα Β στη μικρή πλευρά του. Έτσι, τα δύο σώματα έχουν την ίδια μάζα αλλά αυτή είναι διαφορετικά κατανεμημένη, παρουσιάζοντας διαφορά στη ροπή αδρανείας τους.

Παρατηρώντας τις καμπύλες τρωτότητας των δύο σωμάτων γίνεται σαφές πως η κατανομή της μάζας και η συνεπαγόμενη διαφορά στη ροπή αδρανείας των σωμάτων διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην ευστάθεια των δύο σωμάτων.





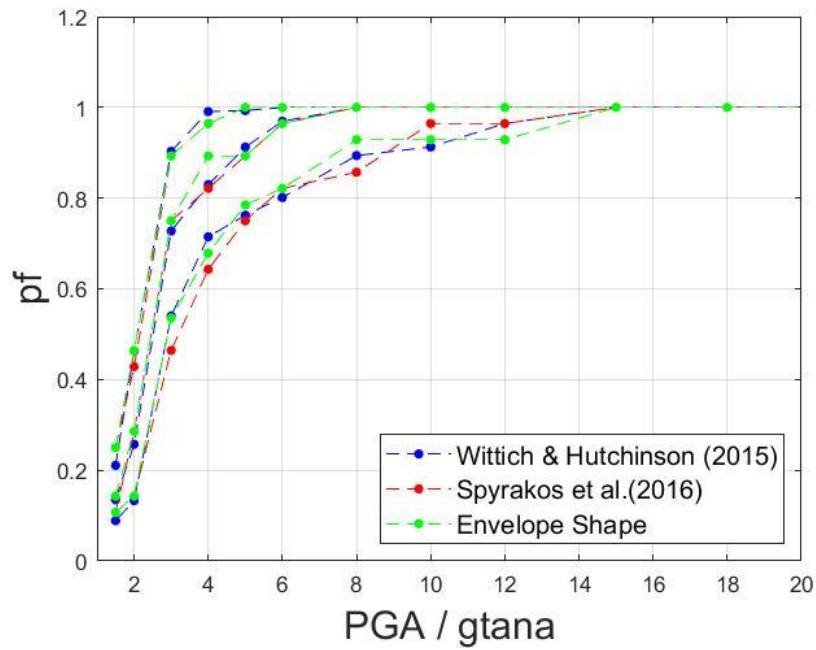
Σχ. 5.12: Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας: του τραπέζιου σώματος A και του τραπέζιου σώματος B.

### 5.6.3 Επιρροή μεθόδου ισοδύναμου ορθογωνικού σώματος

Μέσω των καμπύλων τρωτότητας μας δίνεται επίσης η δυνατότητα να μελετήσουμε την επιρροή της κάθε μεθόδου υπολογισμού του ισοδύναμου ορθογωνικού σώματος και επίλυσης της απόκρισής του, στην ευστάθειά του. Για το σκοπό αυτό κατασκευάστηκαν οι καμπύλες τρωτότητας για διάφορα σώματα κάνοντας χρήση παραπάνω από μίας μεθόδου υπολογισμού του ισοδύναμου ορθογωνικού σώματος.

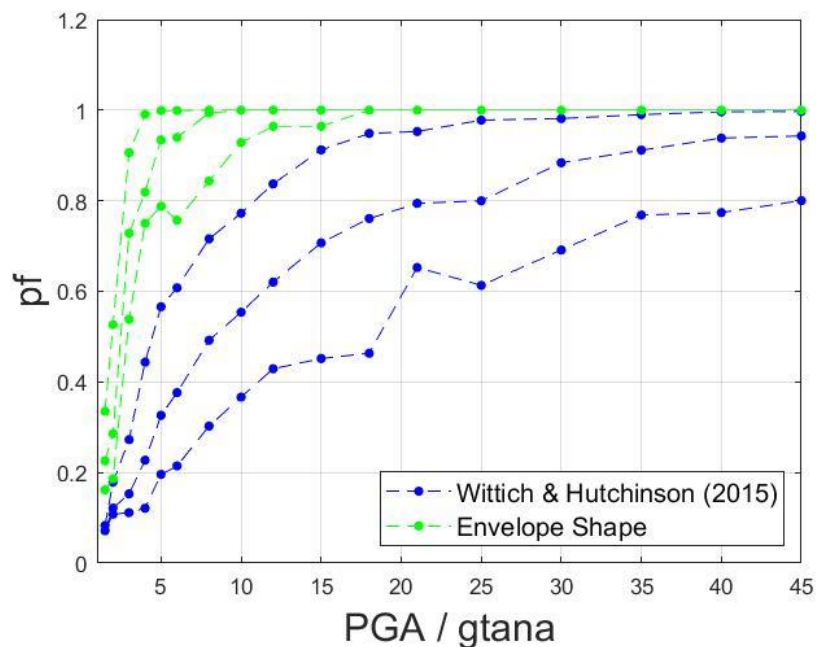
Αρχικά, παρουσιάζονται παρακάτω οι καμπύλες τρωτότητας που υπολογίστηκαν για το άγαλμα της ανδρικής προτομής με τη χρήση των μεθόδων Wittich and Hutchinson (2015), Spyarakos *et al.* (2016) και Envelope Shape που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4.



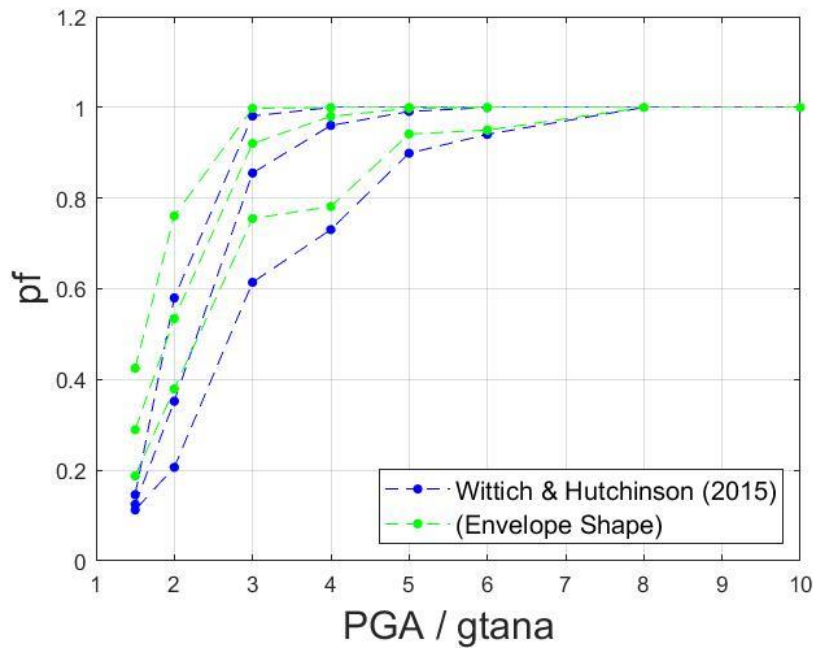


Σχ. 5.13: Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας του αγάλματος Ανδρικής Προτομής με χρήση των μεθόδων Wittich and Hutchinson (2015), Spyrakos *et al.* (2016) και Envelope Shape

Παρακάτω παρουσιάζονται οι καμπύλες τρωτότητας του σώματος σχήματος «Τ» με τη χρήση των μεθόδων Wittich and Hutchinson (2015) και Envelope Shape.



Σχ. 5.14: Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας του σώματος σχήματος «Τ» με χρήση των μεθόδων Wittich and Hutchinson και Envelope Shape



Σχ. 5.15: Σύγκριση καμπύλων τρωτότητας του τραπέζιου σώματος Α» με χρήση των μεθόδων Wittich and Hutchinson και Envelope Shape

Παρατηρώντας τις καμπύλες τρωτότητας που υπολογίστηκαν για το άγαλμα της ανδρικής προτομής, μπορούμε να συμπεράνουμε πως και οι τρεις προσεγγιστικές μέθοδοι δίνουν πολύ κοντινές τιμές και άρα υπολογίζουν την ίδια ευστάθεια για το σώμα. Αντιθέτως, από τη σύγκριση των καμπύλων τρωτότητας για το σώμα σχήματος «Τ» και το τραπέζιο σώμα Α, παρατηρούμε ότι υπάρχουν αρκετές διαφορές ως προς την ευστάθεια του σώματος. Συγκεκριμένα, βλέπουμε ότι η μέθοδος Wittich & Hutchinson (2015) δείχνει πως το σώμα είναι αρκετά πιο ευσταθές, ενώ η μέθοδος του Envelope Shape δείχνει πως είναι αρκετά πιο ασταθές. Βλέπουμε λοιπόν πως η ανισοκατανομή της μάζας παίζει μεγάλο ρόλο, καθώς δεν είναι όλες οι προσεγγιστικές μέθοδοι που εξετάσαμε σε θέση να τη λάβουν υπόψιν κατά τον υπολογισμό της απόκρισης του σώματος. Έτσι, για το άγαλμα της ανδρικής προτομής που δεν παρουσιάζει τόσο έντονη ανισοκατανομή της μάζας όσο το σώμα σχήματος «Τ» οι προσεγγιστικές μέθοδοι δίνουν κοντινά αποτελέσματα, ενώ δε συμβαίνει το ίδιο για το δεύτερο σώμα, σχήματος «Τ».

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτέλεσε η μελέτη της απόκρισης αγαλμάτων όταν υπόκεινται σε σεισμική φόρτιση. Η προστασία των αγαλμάτων αποτελεί ζήτημα τεράστιας σημασίας, καθώς η ιστορική, πολιτιστική και οικονομική τους αξία είναι ανυπολόγιστη, ωστόσο ενδέχεται να καταστραφούν κατά τη διάρκεια ενός σεισμού.

Μελετήθηκε εκτενώς το φαινόμενο του λικνισμού ενός άκαμπτου σώματος υπό αρμονικό παλμό ή σεισμική διέγερση και δημιουργήθηκε ένας κώδικας σε Matlab ο οποίος είναι σε θέση να εξάγει αποτελέσματα σχετικά με την απόκριση σωμάτων, των οποίων τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως και τα χαρακτηριστικά του παλμού, εισάγονται από τον χρήστη. Εξετάζεται η επιρροή που έχουν διάφορες παράμετροι στην απόκριση του σώματος. Επιπλέον, γίνεται αναφορά στα λικνιζόμενα πλαίσια, των οποίων παρουσιάζονται οι εξισώσεις απόκρισης. Τέλος, εξετάζεται η περίπτωση όπου έχουμε ένα σύστημα δύο λικνιζόμενων σωμάτων, όπου το ένα εδράζεται απλά επάνω στο άλλο, χωρίς να έχει τη δυνατότητα να ολισθήσει.

Επιπλέον, δημιουργήθηκαν προσομοιώματα ορθογωνικών, άκαμπτων, λικνιζόμενων σωμάτων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων Abaqus, ταυτόχρονα με έναν κώδικα στην προγραμματιστική γλώσσα Matlab, προκειμένου να επαληθεύσουμε την ορθότητα των δύο τρόπων προσομοίωσης των λικνιζόμενων σωμάτων. Με βάση αυτά τα αρχικά προσομοιώματα, δημιουργήθηκαν τα προσομοιώματα σωμάτων τυχαίας γεωμετρίας, τα οποία αντιστοιχούν σε αγάλματα. Μελετήθηκαν διάφορα γεωμετρικά σχήματα, αλλά και ένα πραγματικό άγαλμα υπό αρμονικές και σεισμικές διεγέρσεις. Επιπλέον, μελετήθηκε το σύστημα δύο λικνιζόμενων σωμάτων όπου το ένα εδράζεται επάνω στο άλλο, εφαρμόζοντας τη γεωμετρία ενός πραγματικού αγάλματος.

Ωστόσο, η διαδικασία αποτύπωσης και προσομοίωσης της τυχαίας γεωμετρίας είναι πολύπλοκη διαδικασία και γι'αυτό κρίθηκε ορθό να βρεθεί ένας ισοδύναμο, απλοποιημένο προσομοίωμα. Εξετάστηκαν τρεις διαφορετικές μέθοδοι. Πρώτον, η μέθοδος του “envelope shape” είναι πολύ απλή στην εφαρμογή της κι εφαρμόζεται

αρκετά συχνά στη βιβλιογραφία, ωστόσο απορρίπτεται ως τρόπος προσομοίωσης πολύπλοκης γεωμετρίας, καθώς δεν είναι σε θέση να λάβει υπόψιν την ανισοκατανομή της μάζας και συνεπώς δεν είναι σε θέση να προβλέψει ορθά την απόκριση του σώματος, άλλοτε υποεκτιμώντας κι άλλοτε υπερεκτιμώντας την απόκριση του. Η μέθοδος των Wittich & Hutchinson (2015) παρουσιάζει αρκετά καλύτερα αποτελέσματα, προβλέποντας αποτελεσματικά την απόκριση του σώματος με την πολύπλοκη γεωμετρία, αλλά και την απώλεια ενέργειας κατά την πρόσκρουση του σώματος με τη βάση εδράσεως. Φυσικά, πρόκειται για μία προσεγγιστική μέθοδο, η οποία παρουσιάζει αποκλίσεις από την πραγματική απόκριση του σώματος. Τέλος, εξετάστηκε και η προσεγγιστική μέθοδος των Spyarakos *et al.* (2016), η οποία πρόκειται για μία γρήγορη κι εύκολη στην εφαρμογή της προσέγγιση, η οποία έχει στόχο να απαντήσει πώς θα αποκριθεί το σώμα (αν θα παραμείνει ακίνητο, αν θα λικνιστεί ή αν θα ανατραπεί) κι όχι να υπολογίσει ακριβώς τις τιμές της απόκρισης του σώματος.

Τέλος, για τα ισοδύναμα σώματα δημιουργήθηκαν οι καμπύλες τρωτότητας. Προηγουμένως εξετάστηκε το μαθηματικό υπόβαθρο των καμπυλών τρωτότητας, οι οποίες απεικονίζουν την πιθανότητα υπέρβασης μίας καθορισμένης οριακής κατάστασης της ικανότητας, συναρτήσει της έντασης της εδαφικής κίνησης. Η ένταση της εδαφικής κίνησης εκφράστηκε ως παράμετρος της επιτάχυνσης και της ταχύτητας. Οι οριακές καταστάσεις που προτάθηκαν ήταν τρεις (καθόλου ή ελαφρύς λικνισμός, μέτριος λικνισμός κι έντονος λικνισμός).

Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ευρύ και συνεπώς απαιτείται περαιτέρω έρευνα για την ορθή κι αποτελεσματική προσέγγιση του θέματος. Η αξία των αγαλμάτων είναι ανυπολόγιστη και γι' αυτό απαιτείται η διερεύνηση της απόκρισης των αγαλμάτων συγκρινόμενη με την πραγματική τους απόκριση σε πρόσφατους σεισμούς. Επιπλέον, η θέση των αγαλμάτων στο κτίριο και καθ' ύψος αυτού μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την απόκρισή τους και συνεπώς θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν και η επιρροή του κτιρίου. Επιπλέον, είναι σημαντικό να μελετηθούν πιο σύνθετα συστήματα λικνιζόμενων σωμάτων, καθώς σημαντικός αριθμός αγαλμάτων εδράζονται πάνω βάσεις, ίδιου ή διαφορετικού υλικού και είναι καθόλου ή άκαμπτα συνδεδεμένα με αυτές. Τέλος, είναι σημαντική η διερεύνηση της

σεισμικής μόνωσης των αγαλμάτων, προκειμένου να προστατευτούν από τις σεισμικές φορτίσεις.



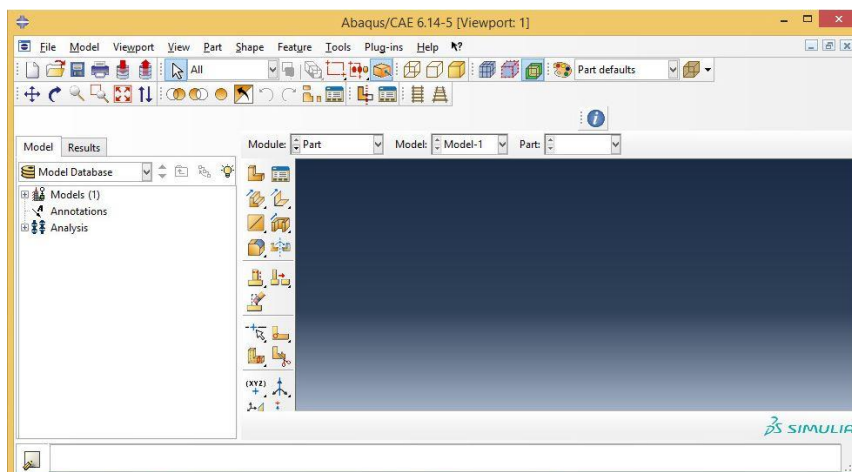
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ABAQUS

#### A.1 Εισαγωγή

Στο παρόν παράρτημα, περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθείται, προκειμένου να προσομοιωθεί η απόκριση ενός δισδιάστατου, ελευθέρως εδραζόμενου, άκαμπτου σώματος (rigid block), του οποίου η βάση υπόκειται είτε σε αρμονικό παλμό είτε σε σεισμική διέγερση.

Ανοίγουμε το Abaqus CAE κι εμφανίζεται η αρχική επιφάνεια εργασίας του προγράμματος. Αυτή χωρίζεται σε τρία μέρη. Στο επάνω μέρος βρίσκεται η γραμμή εντολών. Αριστερά βλέπουμε το δέντρο εργασιών, όπου εισάγονται, μεταβάλλονται κι ελέγχονται όλες οι παράμετροι του προσομοιώματος. Κεντρικά και δεξιά βρίσκεται η περιοχή σχεδίασης του προγράμματος. Εκεί εμφανίζεται γραφικά το προσομοίωμα, καθώς και τα αιτούμενα αποτελέσματα. Αξίζει να σημειωθεί πως ανάμεσα στη γραμμή εντολών και την περιοχή σχεδίασης υπάρχει μία γραμμή που μας υποδεικνύει σε ποίο module (ενότητα) και σε ποίο προσομοίωμα (model) εργαζόμαστε ανά πάσα στιγμή.



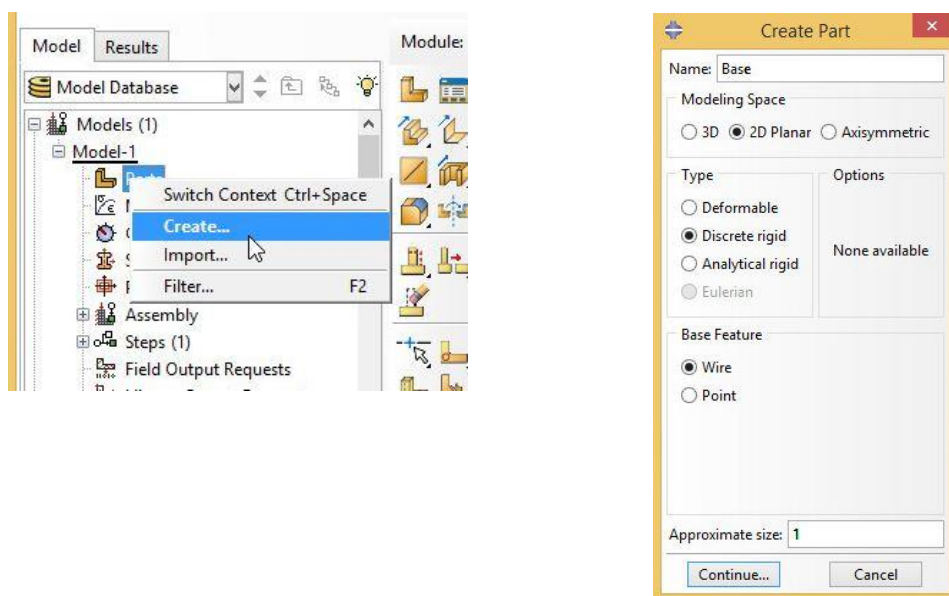
**Εικ. Α.1:** Περιοχή σχεδίασης του Abaqus

Ο χρήστης πρέπει να έχει επίσης υπόψιν το γεγονός πως στο Abaqus δεν υπάρχουν μονάδες μέτρησης των μεγεθών. Ως εκ τούτου, θα πρέπει ο χρήστης να εισάγει στο

πρόγραμμα τιμές οι οποίες είναι συμβατές μεταξύ τους, ώστε να προκύψουν σωστά αποτελέσματα.

## A.2 Δημιουργία σωμάτων

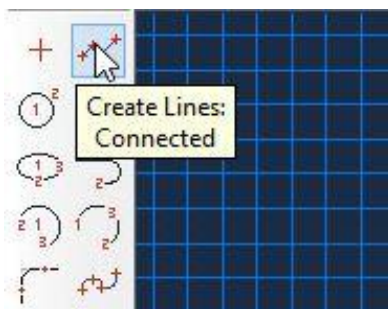
Αρχικά θα δημιουργήσουμε τη βάση έδρασης του σώματος, η οποία θα είναι εντελώς άκαμπτη. Για το σκοπό αυτό, μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών, πατάμε δεξί κλικ στην επιλογή “Parts” και μετά “Create...”. Εφόσον πρόκειται για δισδιάστατο προσομοίωμα, επιλέγουμε ως Modeling Space “2D Planar” κι αφού η βάση έδρασης είναι εντελώς άκαμπτη, επιλέγεται τύπος (Type) “Discrete Rigid” κι αναπαρίσταται από μία δοκό “Wire”.



Εικ. A.2 – A.3: Δημιουργία δισδιάστατης βάσης

Στη συνέχεια πατάμε Continue κι επιστρέφουμε στην περιοχή σχεδίασης του προγράμματος. Θέλουμε η βάση να έχει μήκος 10 μέτρα, γι'αυτό επιλέγουμε το εικονίδιο “Create Lines: Connected” και στο πλαίσιο που εμφανίζεται στο κάτω μέρος, εισάγουμε τις συντεταγμένες των δύο άκρων, δηλαδή (-5,0) και (5,0). Πατώντας δύο φορές το μεσαίο κλικ του ποντικιού οριστικοποιείται η γεωμετρία που δώσαμε.

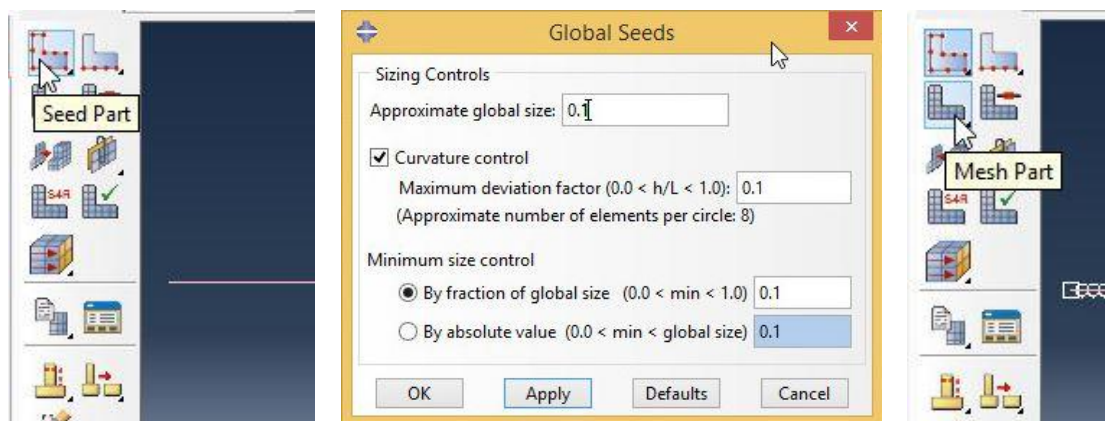




Εικ. Α.4: Εργαλείο σχεδίασης “Create Lines: Connected”

Θα πρέπει να οριστεί ένα σημείο αναφοράς της βάσης. Μεταβαίνουμε στο “Tools” της γραμμής εργασιών, επιλέγουμε το “Reference point” και ορίζουμε τις συντεταγμένες του σημείου, δηλαδή (0,0), στο πλαίσιο που εμφανίζεται στο κάτω μέρος της οθόνης.

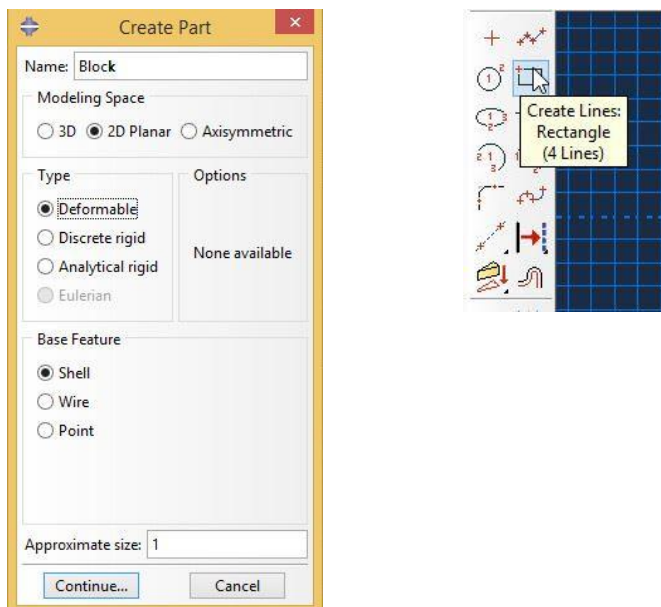
Από το δέντρο εργασιών, επιλέγουμε τον κλάδο “Parts”, έπειτα τον κλάδο “Base” και κάνουμε διπλό κλικ στο “Mesh (Empty)”. Έτσι θα ορίσουμε τη διακριτοποίηση της βάσης. Επιλέγουμε το “Seed Part” κι ορίζουμε για το στοιχείο το μέγεθος που επιθυμούμε (εδώ τίθεται ίσο με 0.1). Μετά επιλέγουμε το εργαλείο “Mesh Part” κι επιβεβαιώνουμε πατώντας την επιλογή Yes.



Εικ. Α.5-Α.7: Διακριτοποίηση βάσης

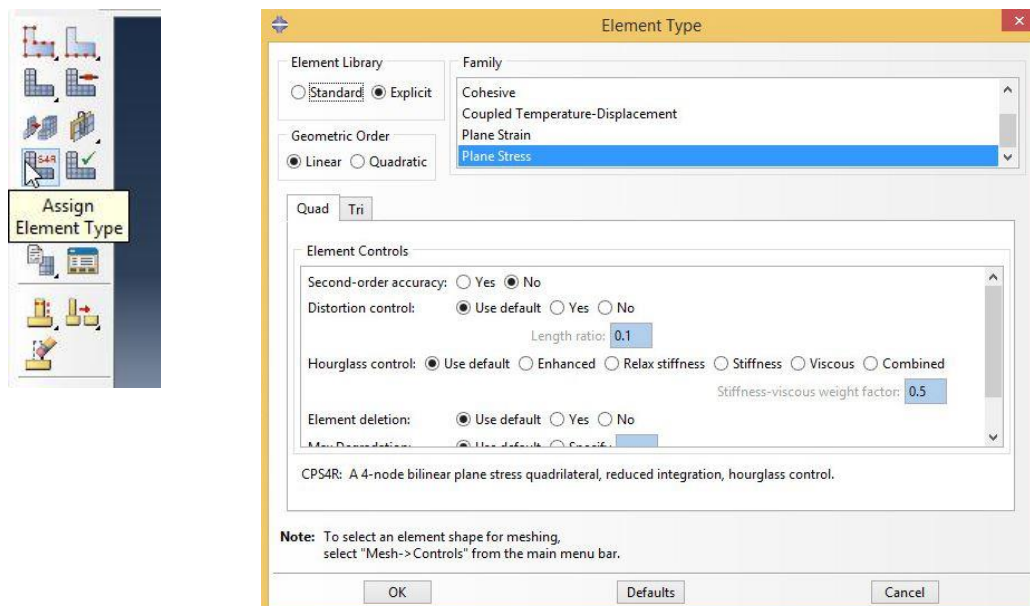
Τώρα θα δημιουργήσουμε το άκαμπτο σώμα. Ομοίως με προηγουμένως, πατάμε δεξί κλικ στο “Parts” κι επιλέγουμε “Create...”. Και πάλι πρόκειται για δισδιάστατο προσομοίωμα, άρα επιλέγουμε ως Modeling Space “2D Planar”. Ωστόσο, τώρα επιλέγουμε ως τύπο “Deformable” και ως Base Feature “Shell” με μέγεθος 1. Αν

θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα ορθογωνικό σώμα, επιλέγουμε το εργαλείο “Create Lines: Rectangle (4 Lines)”, και δίνουμε τις συντεταγμένες δύο απέναντι γωνιών. Εάν θέλουμε να δημιουργήσουμε πιο πολύπλοκη γεωμετρία, υπάρχουν κι άλλα εργαλεία, όπως το “Create Circle”, “Create Lines: Connected”, “Create Arc” κτλ. Πατώντας μεσαίο κλικ επιβεβαιώνεται η γεωμετρία.



Εικ. Α.8-Α.9: Δημιουργία δισδιάστατου ανελαστικού σώματος

Από το δέντρο εργασιών, επιλέγουμε τον κλάδο “Parts”, έπειτα τον κλάδο “Block” και κάνουμε διπλό κλικ στο “Mesh (Empty)”. Έτσι θα ορίσουμε τη διακριτοποίηση του σώματος. Επιλέγουμε το “Seed Part” κι ορίζουμε για το στοιχείο το μέγεθος των πεπερασμένων στοιχείων που επιθυμούμε (εδώ τίθεται ίσο με 0.01). Μετά επιλέγουμε το εργαλείο “Mesh Part” κι επιβεβαιώνουμε πατώντας την επιλογή Yes. Εφόσον το σώμα είναι παραμορφώσιμο, θα πρέπει να επιλέξουμε και το εργαλείο “Assign Element Type”. Ως Element Library τίθεται “Explicit” και ως Family “Plane Stress”. Αλλάζουμε επίσης το Hourglass control από Default σε Enhanced και πατάμε OK.

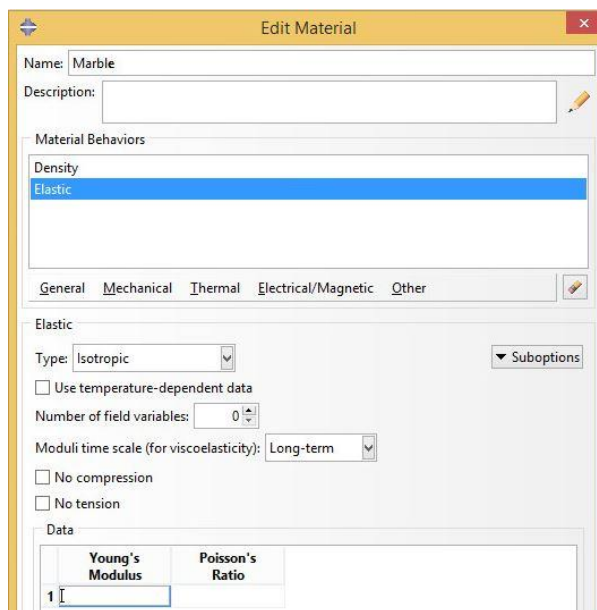


Εικ. Α.10: Διακριτοποίηση ανελαστικού σώματος

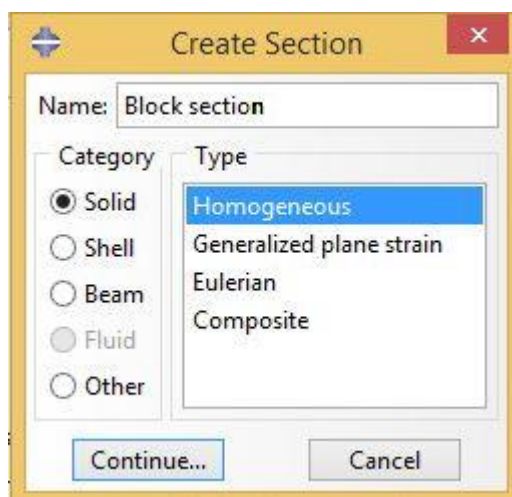
### Α.3 Δημιουργία υλικών και διατομών

Μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών, πατάμε δεξί κλικ στο “Materials” και στη συνέχεια “Create...”. Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιήθηκαν σώματα φτιαγμένα από μάρμαρο, γ’αυτό ονομάζουμε το νέο υλικό “Marble”. Από την επιλογή “General” επιλέγουμε “Density” και ορίζουμε ως Mass Density αυτή του μαρμάρου, δηλαδή  $2.8 \text{ tn/m}^3$ . Από την επιλογή “Mechanical” επιλέγουμε “Elasticity” κι έπειτα “Elastic”. Ορίζουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και το λόγο Poisson. Σημειώνεται πως δίνοντας μία πολύ μεγάλη τιμή του μέτρου ελαστικότητας, το σώμα είναι πρακτικώς άκαμπτο.

Από το δέντρο εργασιών, πατάμε δεξί κλικ και “Create...” στο “Sections”, για να δημιουργήσουμε τη διατομή του σώματος, την οποία ονομάζουμε Block section και της δίνουμε τύπο “Homogenous”. Πατάμε Continue και στη συνέχεια ορίζουμε το πάχος της διατομής ίσο με το πλάτος του άκαμπτου σώματος.

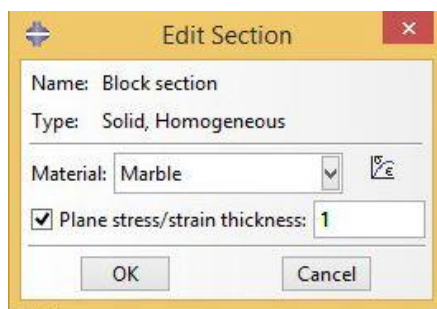


Εικ. Α.11: Δημιουργία υλικού



Εικ. Α.12: Δημιουργία διατομής

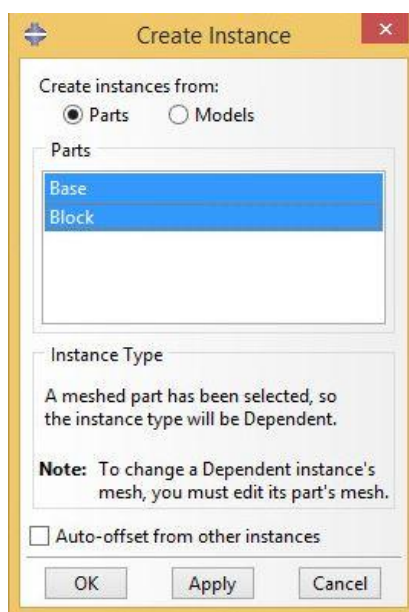
Από το δέντρο εργασιών, επιλέγουμε διαδοχικά τα “Parts” και “Block” και πατάμε δεξί κλικ και “Create...” στο “Section Assignments”. Από την περιοχή σχεδίασης, επιλέγουμε το σώμα κι πατάμε την επιλογή Done ή πατάμε το μεσαίο κλικ του ποντικιού. Εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο, όπου η διατομή που δημιουργήσαμε προηγουμένως (Block section) είναι ήδη επιλεγμένη. Ενεργοποιούμε την επιλογή “Plane stress/strain thickness” και στο αντίστοιχο κελί εισάγουμε τη διάσταση της βάσης του σώματος. Στη συνέχεια πατάμε OK.



Εικ. Α.13: Ορισμός διατομής σώματος βάσει της δημιουργηθείσας διατομής

#### Α.4 Σύνθεση προσομοιώματος

Από το δέντρο εργασιών ανοίγουμε την επιλογή “Assembly” και πατάμε δεξί κλικ στο “Instances” και “Create...”. Κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Control, επιλέγουμε τα δύο parts που έχουμε δημιουργήσει (δηλαδή Base και Block) και επιλέγουμε OK. Παρατηρούμε πως τα δύο σώματα βρίσκονται στη σωστή θέση τους, επομένως δε χρειάζεται κάποια άλλη ενέργεια.



Εικ. Α.14: Ορισμός διατομής σώματος βάσει της δημιουργηθείσας διατομής

Έπειτα πρέπει να ορίσουμε κάποιες ομάδες στοιχείων (sets), για τα οποία θα αιτηθούμε αποτελέσματα κατά την ανάλυση της απόκρισης του block. Τα sets θα είναι δύο: το πρώτο set θα αποτελείται από το σημείο αναφοράς της βάσης (reference point) και το δεύτερο θα αποτελείται από δύο κορυφές του block, οι οποίες θα

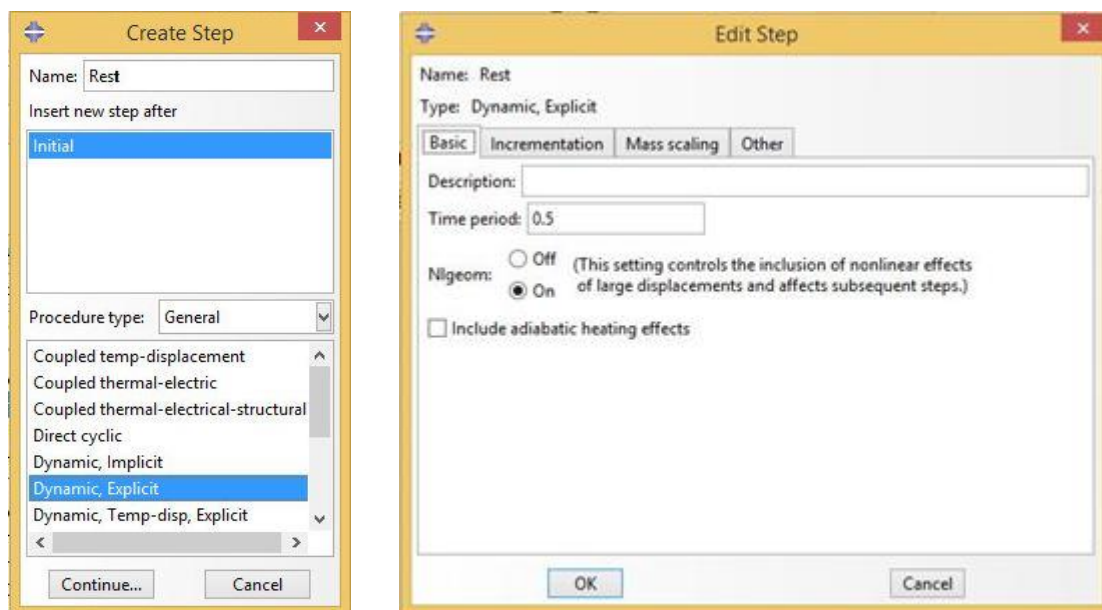
βρίσκονται στην ίδια ακμή (δηλαδή σε μία “άνω” και μία “κάτω” κορυφή). Σε περίπτωση που έχουμε πιο πολύπλοκη γεωμετρία, μπορούμε να ορίσουμε όσα σημεία θεωρούμε ότι απαιτούνται, προκειμένου να λάβουμε την απόκριση του σώματος.

Η διαδικασία είναι η εξής: Στην επιλογή “Assembly” επιλέγουμε με δεξί κλικ το “Sets” και πατάμε “Create...”. Δίνουμε στο πρώτο set το όνομα “Base, επιλέγουμε “Continue...” και μετά από την περιοχή σχεδίασης επιλέγουμε το σημείο αναφοράς της βάσης κι οριστικοποιούμε με μεσαίο κλικ του ποντικιού ή πατώντας στην επιλογή Done. Με ακριβώς τον ίδιο τρόπο, δημιουργούμε το set των κορυφών του σώματος. Αξίζει, ωστόσο, να σημειωθεί πως, όταν βρεθούμε στην περιοχή σχεδίασης, επιλέγουμε όσα σημεία μας ενδιαφέρουν κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Shift.

### **A.5 Ορισμός βημάτων ανάλυσης**

Το Abaqus έχει δημιουργήσει αυτόματα ένα βήμα που ονομάζεται Initial. Εμείς στη συνέχεια θέλουμε να δημιουργήσουμε άλλα δύο βήματα της ανάλυσης. Το πρώτο θα ονομαστεί “Rest” και πρόκειται ουσιαστικά για το βήμα όπου θα ασκηθούν τα φορτία βαρύτητας στα σώματα και το block θα βρίσκεται σε ηρεμία, καθώς του ασκείται ταυτόχρονα και η αντίδραση της βάσης. Το βήμα αυτό δεν απαιτεί μεγάλη διάρκεια, επομένως την ορίζουμε 0.5 sec.

Στο δέντρο εργασιών, κάνουμε δεξί κλικ στην επιλογή “Steps” και πατάμε “Create...”. Στο παράθυρο που αναδύεται, ορίζουμε όνομα “Rest”, Procedure Type “General” και είδος ανάλυσης “Dynamic, Explicit”. Συνεχίζουμε και στο νέο παράθυρο ορίζουμε ως Time period διάρκεια 0.5 sec κι ελέγχουμε πως είναι επιλεγμένο το κουμπί On στην επιλογή “Nlgeom”. Στο tab “Incrementation” του ίδιου παραθύρου, παρατηρούμε πως το βήμα ολοκλήρωσης υπολογίζεται αυτόματα από το πρόγραμμα.



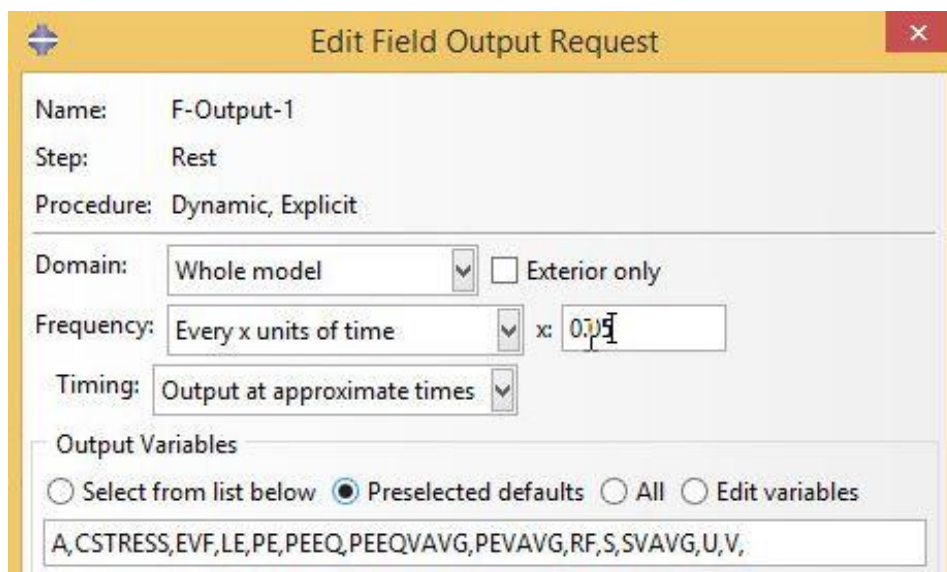
Εικ. Α.15-Α.16: Δημιουργία νέων βημάτων ανάλυσης

Το δεύτερο βήμα της ανάλυσης ονομάζεται “Excitation” και πρόκειται για το βήμα όπου θα εφαρμοστεί η διέγερση (Αρμονικός παλμός ή σεισμική διέγερση) στη βάση. Η διαδικασία είναι η ίδια με αυτήν που περιγράφεται παραπάνω. Οφείλουμε να προσέξουμε πως αυτό το βήμα έπεται του βήματος “Rest”. Επίσης, είναι σκόπιμο να ορίζουμε τη διάρκειά του λίγο μεγαλύτερη από την πραγματική διάρκεια της διέγερσης, ώστε να πάρουμε την απόκριση του σώματος και μετά το πέρας της διέγερσης της βάσης.

## Α.6 Ορισμός αποτελεσμάτων ανάλυσης

Προκειμένου να ορίσουμε τον τρόπο με τον οποίο θα καταγράφονται τα αιτούμενα αποτελέσματα, μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών κι ανοίγουμε διαδοχικά τις επιλογές “Field Output Requests”, “F-Output-1”, “States” και κάνουμε δεξί κλικ στο βήμα “Rest” κι επιλέγουμε το “Edit...”. Στο παράθυρο που εμφανίζεται, επιλέγουμε τα αποτελέσματα να εμφανίζονται ανά 0.05 sec, επιλέγοντας ως Frequency “Every x units of time”, με x ίσο με 0.05 sec.



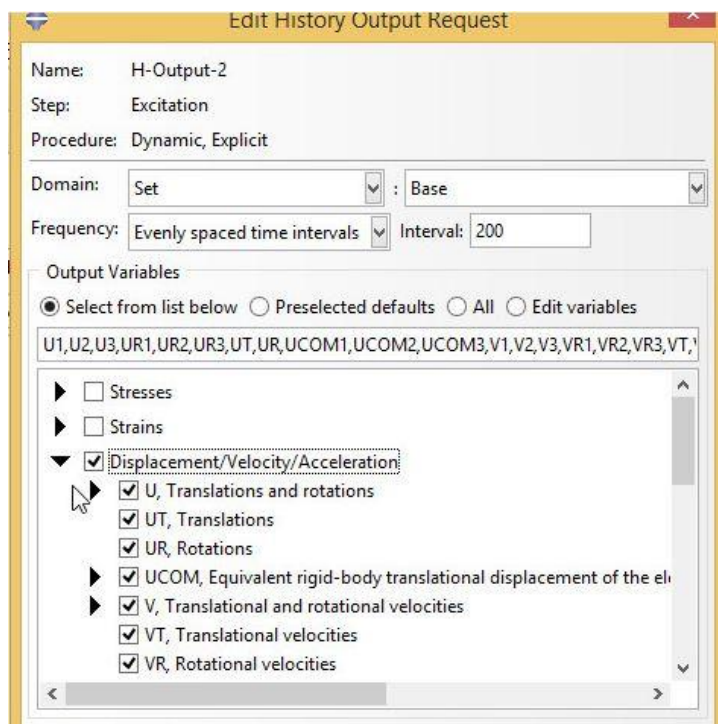


Εικ. Α.17: Αλλαγή ρυθμίσεων αιτούμενων αποτελεσμάτων ανάλυσης

Με παρόμοιο τρόπο, μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών κι ανοίγουμε διαδοχικά τις επιλογές “History Output Requests”, “H-Output-1”, “States” και κάνουμε δεξί κλικ στο βήμα “Rest” κι επιλέγουμε το “Edit...”. Στο παράθυρο που εμφανίζεται, επιλέγουμε τα αποτελέσματα που αντιστοιχούν σε διάφορα είδη ενέργειας, να εμφανίζονται ανά 0.05 sec, επιλέγοντας ως Frequency “Every x units of time”, με x ίσο με 0.05 sec.

Για να δημιουργήσουμε νέα αιτούμενα αποτελέσματα, μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών κι ανοίγουμε διαδοχικά τις επιλογές “History Output Requests”, και με δεξί κλικ επιλέγουμε “Create...”. Ορίζουμε ως βήμα καταγραφής το “Excitation” κι συνεχίζουμε πατώντας Continue. Ως Domain ορίζουμε Set: Base, αιτούμαστε τα αποτελέσματα να εμφανίζονται ανά 0.025 sec κι από τη λίστα που εμφανίζεται επιλέγουμε τις μετατοπίσεις/ταχύτητες/επιταχύνσεις που επιθυμούμε. Ομοίως, δημιουργούμε ένα νέο History Output Request, όπου θα καταγράφονται οι μετατοπίσεις/ταχύτητες/επιταχύνσεις του set των κορυφών του σώματος.

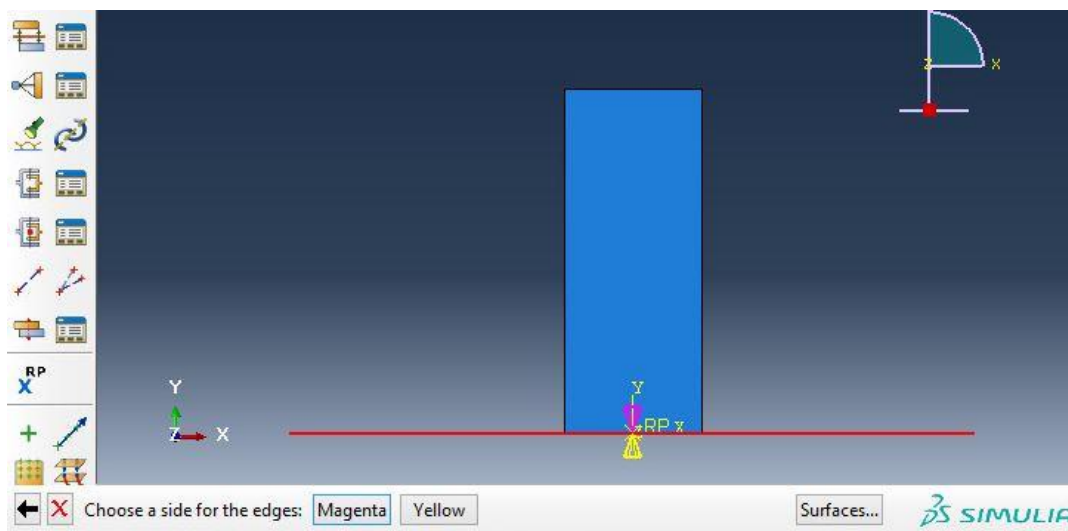
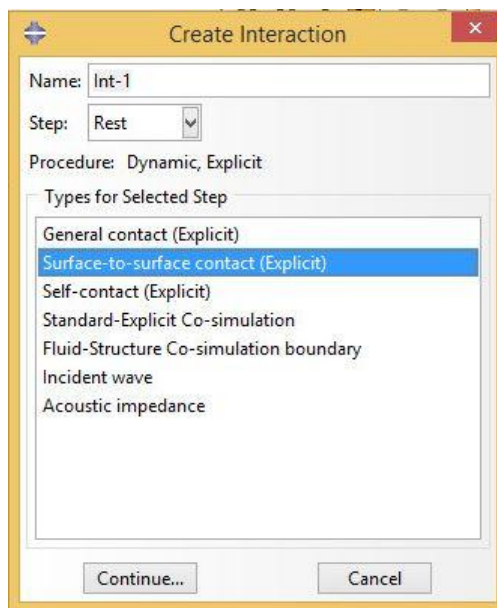




Εικ. Α.18: Ορισμός αιτούμενων αποτελεσμάτων

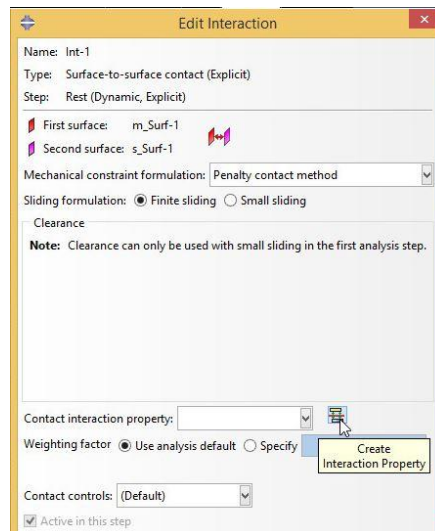
### A.7 Δημιουργία επαφών βάσης-σώματος

Θα πρέπει τώρα να ορίσουμε τον τρόπο με τον οποίο θα αλληλεπιδράσουν η βάση και το σώμα κατά τη διάρκεια της ανάλυσης. Από το δέντρο εργασιών, επιλέγουμε με δεξί κλικ την επιλογή “Interactions” και επιλέγουμε το “Create...”. Ως πρώτο βήμα της αλληλεπίδρασης αυτής ορίζουμε το βήμα “Rest” και επιλέγουμε τύπο επαφής “Surface-to-surface contact (Explicit)”. Πατώντας Continue μεταφερόμαστε στην περιοχή σχεδίασης. Επιλέγουμε τη βάση ως πρώτη επιφάνεια αλληλεπίδρασης, πατάμε μεσαίο κλικ ή Done, επιλέγουμε την επάνω πλευρά της επιφάνειας αυτής, δηλαδή “Magenta”. Έπειτα επιλέγουμε “Surface” και ως δεύτερη επιφάνεια αλληλεπίδρασης επιλέγουμε τη βάση του σώματος κι οριστικοποιούμε με μεσαίο κλικ ή Done.



Εικ. Α.19-Α.20: Δημιουργία τρόπου αλληλεπίδρασης βάσης-σώματος (1)

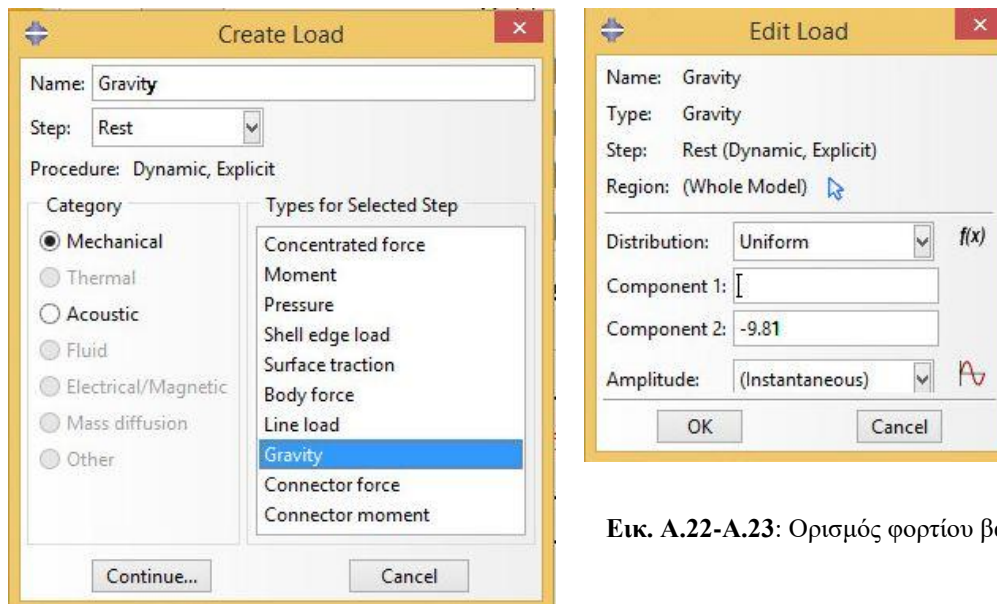
Στο αναδυόμενο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε ως Mechanical constraint formulation την “Penalty contact method”. Δεξιά του Contact interaction property επιλέγουμε στο εικονίδιο “Create Interaction Property”. Επιλέγουμε τύπο “Contact” και συνεχίζουμε. Για να ορίσουμε τις ιδιότητες, επιλέγουμε διαδοχικά “Mechanical” και “Tangential Behavior”. Ως friction formulation επιλέγουμε “Penalty” κι στο συντελεστή τριβής (friction coefficient) δίνουμε την τιμή 0.70. Πατάμε δύο φορές OK, για να επιβεβαιώσουμε τις επιλογές μας.



Εικ. Α.21: Δημιουργία τρόπου αλληλεπίδρασης βάσης-σώματος (2)

## Α.8 Ορισμός φορτίου βαρύτητας

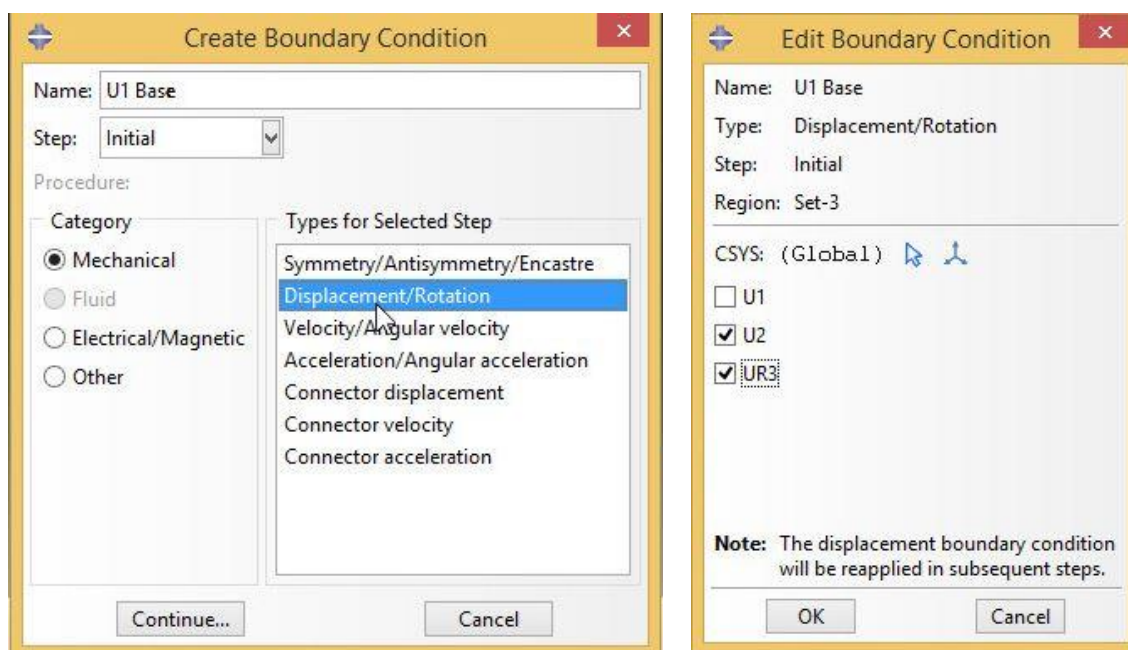
Προκειμένου να ορίσουμε το φορτίο βαρύτητας, πατάμε δεξί κλικ στην επιλογή “Loads” και πατάμε “Create...”. Ονομάζουμε το νέο φορτίο “Gravity”, επιλέγουμε να εφαρμοστεί στο βήμα “Rest” και από τη λίστα επιλέγουμε ως τύπο “Gravity”. Πατάμε Continue και ορίζουμε την τιμή της συνιστώσας στον άξονα y ίση με  $-9.81 \text{ m/sec}^2$ .



Εικ. Α.22-Α.23: Ορισμός φορτίου βαρύτητας

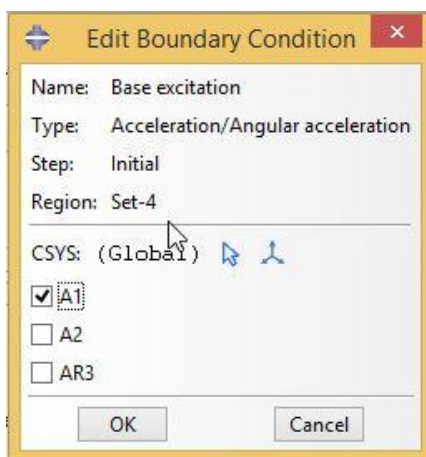
### A.9 Ορισμός δεσμεύσεων προσομοιώματος και διέγερσης βάσης

Θα δημιουργήσουμε δύο δεσμεύσεις στο προσομοίωμα που έχουμε φτιάξει. Μεταβαίνουμε στο δέντρο εργασιών κι επιλέγουμε με δεξί κλικ την επιλογή “BCs” και πατάμε “Create...”. Ονομάζουμε την πρώτη δέσμευση “U1 Base”, ορίζουμε ως βήμα εφαρμογής το “Initial” και τύπο “Displacement/Rotation”. Έπειτα, επιλέγουμε το σημείο αναφοράς της βάσης από το γραφικό περιβάλλον και πατάμε μεσαίο κλικ ή Done. Στο αναδυόμενο παράθυρο, δεσμεύουμε το σημείο αναφοράς της βάσης κατά τις U2 και UR3.



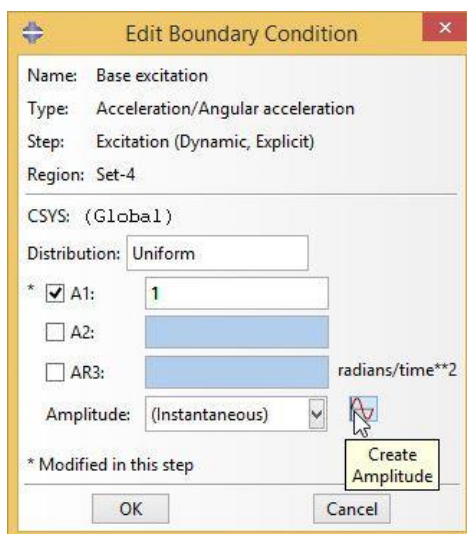
Εικ. A.24-A.25: Ορισμός δεσμεύσεων μετακινήσεων βάσης

Όπως και προηγουμένως, δημιουργούμε μία νέα δέσμευση, η οποία ονομάζεται “Base excitation” κι έχει βήμα εφαρμογής “Initial” και τύπο “Acceleration/Angular acceleration”. Επιλέγουμε και πάλι το σημείο αναφοράς της βάσης και οριστικοποιούμε με μεσαίο κλικ ή Done. Στο παράθυρο που εμφανίζεται, δεσμεύουμε το σημείο αναφοράς της βάσης κατά A1.



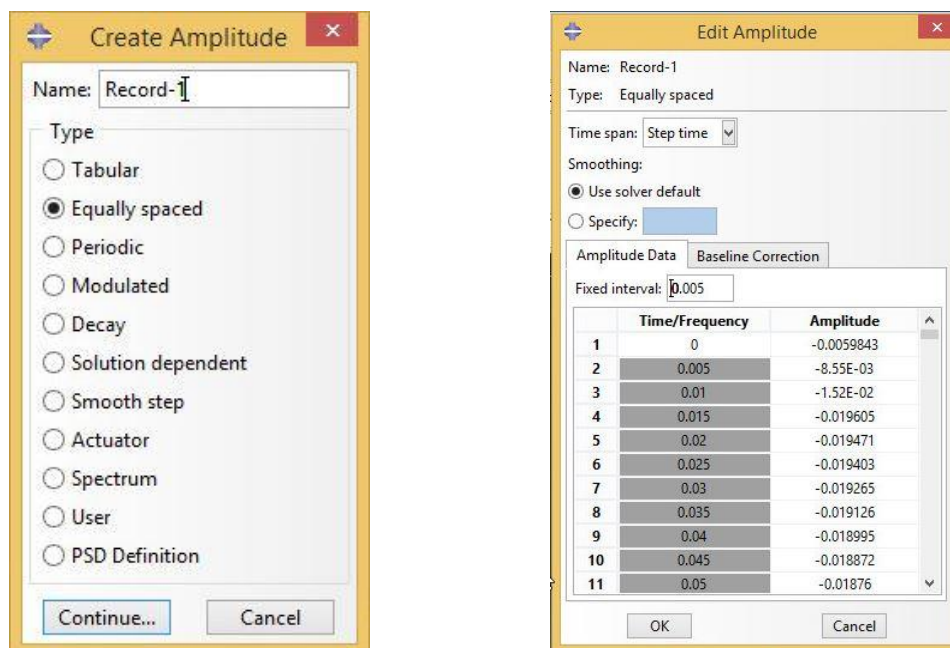
Εικ. Α.26: Ορισμός δεσμεύσεως επιτάχυνσης βάσης

Για να ορίσουμε τη διέγερση της βάσης, ανοίγουμε διαδοχικά τα “BCs”, “Base excitation”, “States” και με δεξιά κλικ στο “Excitation” επιλέγουμε το “Edit...”. Ορίζουμε τιμή της επιτάχυνσης A1 ίση με 1. Δεξιά της επιλογής Amplitude, επιλέγουμε το εικονίδιο “Create Amplitude”.



Εικ. Α.27: Ορισμός δεσμεύσεων μετακινήσεων βάσης

Ονομάζουμε τη διέγερση (π.χ. Record-1) κι επιλέγουμε τύπο “Equally spaced”. Στη συνέχεια, στο πεδίο Fixed Interval δίνουμε το χρονικό βήμα της διέγερσης και στον παρακάτω πίνακα, ορίζουμε το μέγεθος της επιτάχυνσης για κάθε χρονική στιγμή. Πατάμε OK. Στο πεδίο του Amplitude του αρχικού παραθύρου επιλέγουμε τη διέγερση που μόλις δημιουργήσαμε και πατάμε OK.



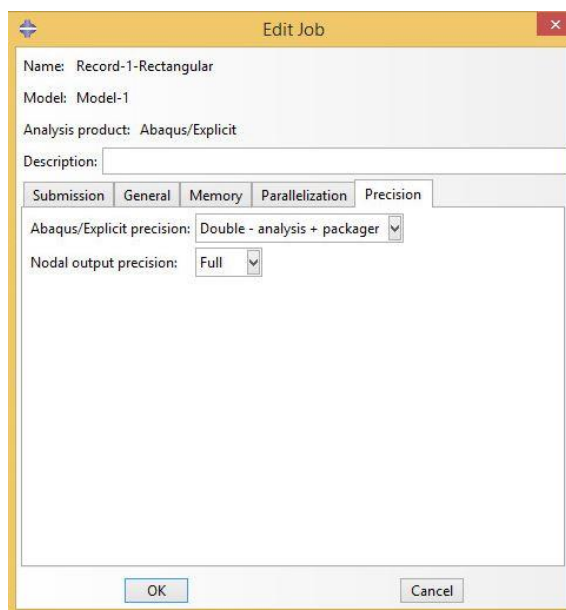
Εικ. Α.28: Ορισμός διέγερσης βάσης

### A.10 Επίλυση προσομοιώματος

Για να εκτελέσουμε την ανάλυση του προσομοιώματος, επιλέγουμε με δεξί κλικ την επιλογή “Jobs” του δέντρου εργασιών και πατάμε “Create...”. Δίνουμε ένα αντιπροσωπευτικό όνομα και πατάμε Continue. Εάν επιθυμούμε, μπορούμε να προσθέσουμε μία σύντομη περιγραφή. Στην καρτέλα “Precision” επιλέγουμε Abaqus/Explicit precision “Double – analysis + packager” και Nodal output precision “Full”.

Εν συνεχεία, ανοίγουμε την επιλογή “Jobs” και μπορούμε να υποβάλουμε το προσομοίωμα για ανάλυση πατώντας δεξί κλικ στο αντίστοιχο Job που δημιουργήσαμε κι επιλέγοντας “Submit”. Για να παρακολουθούμε την πορεία της επίλυσης, μπορούμε με δεξί κλικ να επιλέξουμε “Monitor”. Σε περίπτωση που υπάρχουν λάθη στο προσομοίωμα, θα εμφανιστούν τα αντίστοιχα μηνύματα λάθους στην καρτέλα “Errors”.

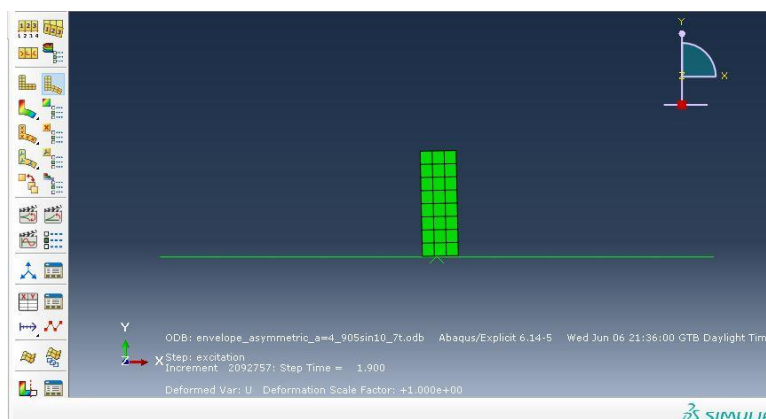




Εικ. Α.29: Ορισμός ακριβείας κατά την επίλυση του προσμοιώματος

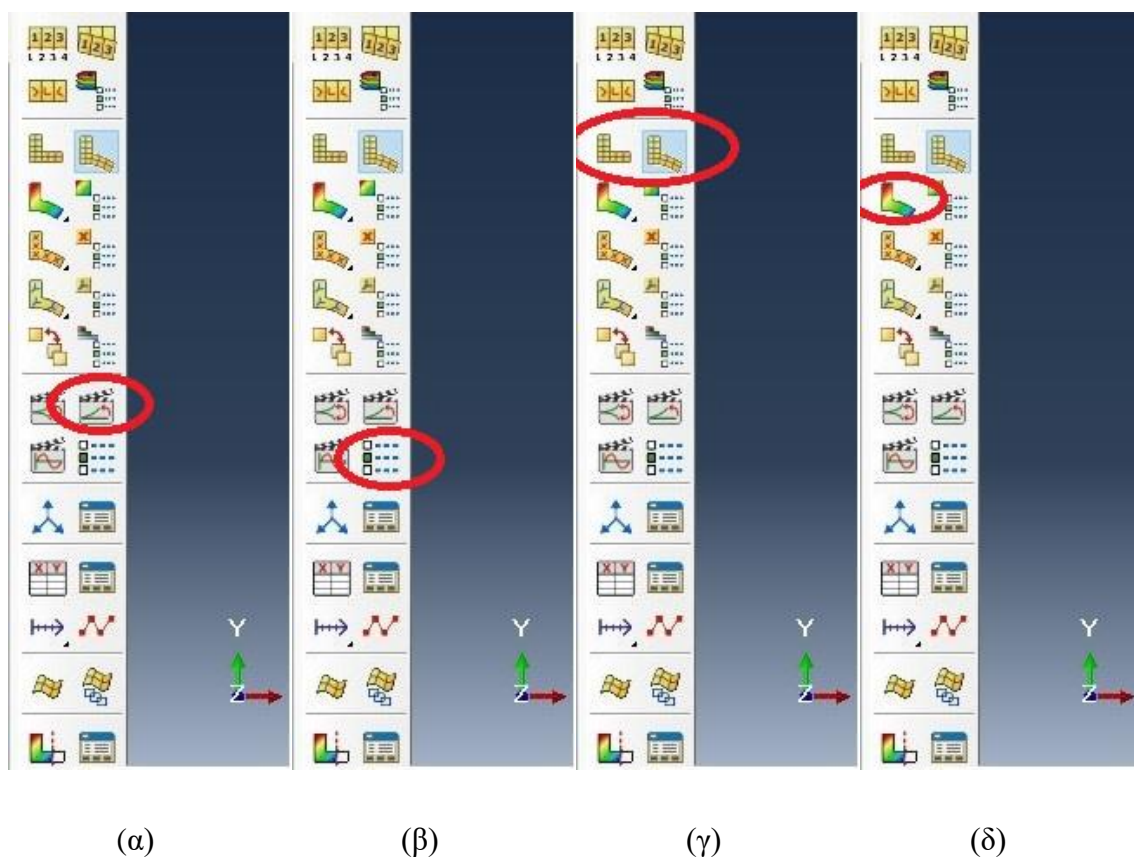
### Α.11 Επεξεργασία αποτελεσμάτων

Για να δούμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης, ανοίγουμε το αντίστοιχο ODB αρχείο που έχει δημιουργηθεί. Το περιβάλλον εργασίας μοιάζει αρκετά με το περιβάλλον του Abaqus CAE. Αυτή χωρίζεται σε τρία μέρη. Στο επάνω μέρος βρίσκεται η γραμμή εντολών. Κεντρικά και δεξιά βρίσκεται η περιοχή σχεδίασης του προγράμματος. Εκεί εμφανίζεται γραφικά το προσομοίωμα που δημιουργήσαμε. Χρησιμοποιώντας τους άξονες X, Y, Z μπορούμε να περιστρέψουμε ή να μετακινήσουμε το προσομοίωμά μας, όπως επιθυμούμε.



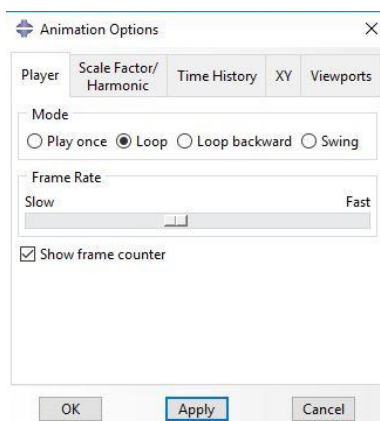
Εικ. Α.30: Περιβάλλον εργασίας Abaqus ODB

Έχουμε τη δυνατότητα να δούμε τη χροοϊστορία της απόκρισης σε Animation, πατώντας στο κουμπί “Animate: Time History”. Από το κουμπί “Animation Options” μπορούμε να αλλάξουμε τις ρυθμίσεις του Animation, όπως την ταχύτητα προβολής της χροοϊστορίας. Επίσης, υπάρχει η επιλογή να εμφανίζεται το σώμα χωρίς παραμορφώσεις (“Plot Undeformed Shape”) ή με παραμορφώσεις (“Plot Deformed Shape”). Τέλος, μπορούμε να επιλέξουμε να εμφανίζονται με χρωματική διαφοροποίηση οι τάσεις που ασκούνται στο σώμα, επιλέγοντας το κουμπί “Plot Contours on Deformed Shape”.



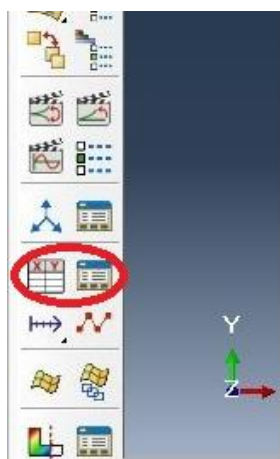
**Εικ. Α.31-Α.34:** (α) Επιλογή “Animate: Time History”, (β) Επιλογή “Animation Options”, (γ) Επιλογή “Plot Undeformed Shape” στα αριστερά και “Plot Deformed Shape” στα δεξιά, (δ) Επιλογή “Plot Contours on Deformed Shape”



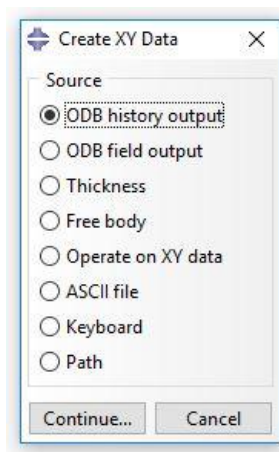


Εικ. Α.35: Επιλογή “Animation Options”

Για να δούμε τα αποτελέσματα τα οποία έχουμε αιτηθεί κατά τη δημιουργία του προσομοιώματος, επιλέγουμε το κουμπί “Create XY Data”. Στη συνέχεια επιλέγουμε “ODB history output” και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα που ζητήσαμε (μετατοπίσεις σε διάφορους κόμβους, χρονοϊστορία κινητικής ενέργειας κτλ). Επιλέγοντας κάποιο και πατώντας την επιλογή “Plot” εμφανίζεται η γραφική παράσταση του αντίστοιχου μεγέθους σε συνάρτηση με το χρόνο. Για να δούμε και τις αριθμητικές τιμές, επιλέγουμε το αντίστοιχο μέγεθος και μετά το κουμπί “Save As...”, έπειτα “as is” και τέλος πατάμε OK.

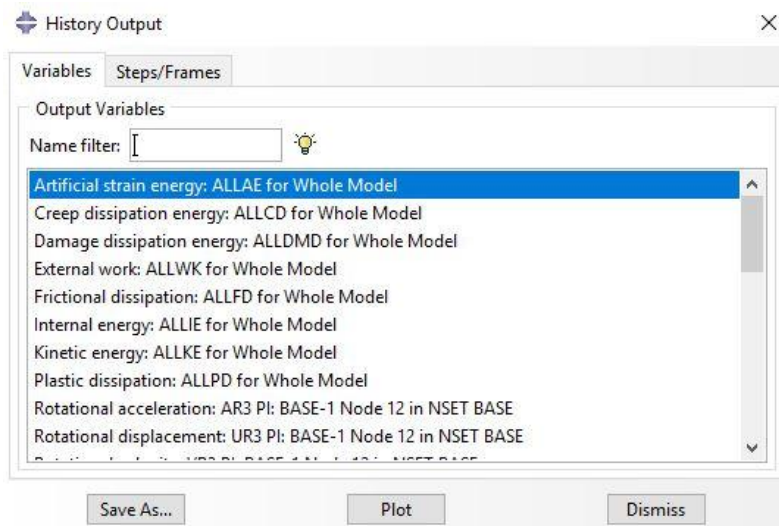


(α)

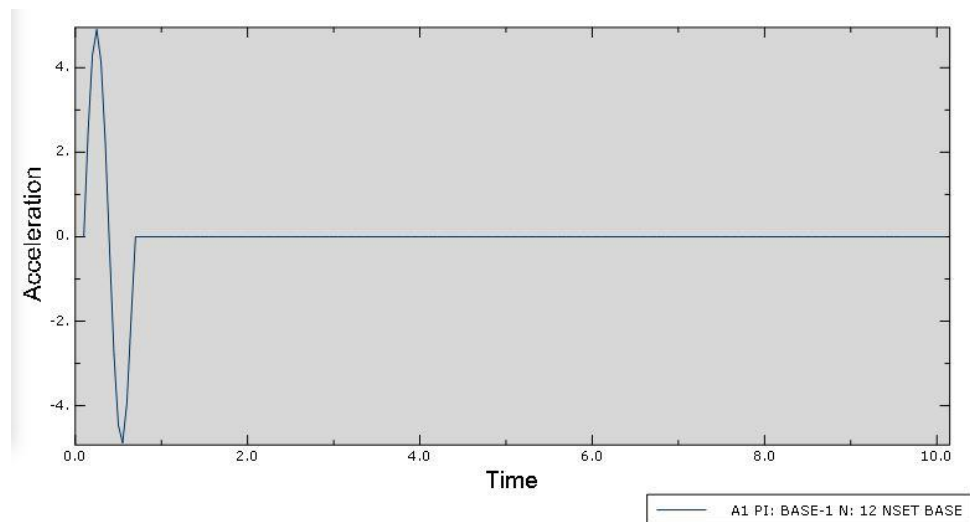


(β)

Εικ. Α.36-Α.37: (α) Επιλογή “Create XY Data” στα αριστερά και “ODB History Output” στα δεξιά,  
(β) Εμφανιζόμενο παράθυρο κατά την επιλογή “Create XY Data”



**Εικ. Α.38:** Κατάλογος αποτελεσμάτων που αιτηθήκαμε κατά την δημιουργία του προσομοιώματος



**Εικ. Α.39:** Δημιουργία γραφικής παράστασης στο Abaqus ODB

Στη συνέχεια μεταβαίνουμε στην επιλογή “XY Data Manager”. Εκεί εμφανίζονται μόνο τα αποτελέσματα για τα οποία κάναμε τη διαδικασία που περιγράφεται στην προηγούμενη παράγραφο. Πατώντας το κουμπί “Edit...” εμφανίζονται οι αριθμητικές τιμές της χρονοϊστορίας κάθε αιτούμενου μεγέθους.

	X	Y
1	0.1	0
2	0.15	2.50122
3	0.20	4.30339
4	0.25	4.90293
5	0.3	4.1323
6	0.35	2.20685
7	0.4	-0.335334
8	0.45	-2.78381
9	0.50	-4.45432
10	0.55	-4.87999

**Εικ. Α.40:** Αριθμητικές τιμές αιτούμενης ιστορίας μεγέθους

Το λογισμικό Abaqus δεν υπολογίζει απευθείας τη γωνία στροφής  $\theta$ , αλλά τις μετακινήσεις, ταχύτητες κι επιταχύνσεις των κόμβων του ορθογωνικού λικνιζόμενου σώματος στους άξονες 1 και 2. Έχοντας τη ιστορία των μετακινήσεων και των ταχυτήτων του πόλου περιστροφής (έστω του πόλου O) και της αντίστοιχης κορυφής του ορθογωνικού σώματος (σημειωμένη στο παραπάνω σχήμα ως «TOP»), η γωνία στροφής  $\theta$  μπορεί να υπολογισθεί εύκολα στο Microsoft Excel κάθε χρονική στιγμή από τη σχέση:

$$\theta(t) = \arcsin\left(\frac{u_1^{TOP}(t) - u_1^O(t)}{2h}\right) \quad (\text{A.1})$$

όπου:

$u_1^{TOP}(t)$  είναι η μετακίνηση της κορυφής «TOP» στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

$u_1^O(t)$  είναι η μετακίνηση του πόλου περιστροφής O στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

Προφανώς, η παράγωγος της γωνίας  $\theta$ ,  $d\theta$ , υπολογίζεται παραγωγίζοντας τη σχέση (A.1) ως προς το χρόνο, ήτοι:

$$d\theta(t) = \frac{v_1^{TOP}(t) - v_1^o(t)}{2h} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{u_1^{TOP}(t) - u_1^o(t)}{2h} \right)^2}} \right) \quad (A.2)$$

όπου:

$v_1^{TOP}(t)$  είναι η ταχύτητα της κορυφής «TOP» στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

$u_1^o(t)$  είναι η ταχύτητα του πόλου περιστροφής O στον άξονα 1 κάθε χρονική στιγμή

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abaqus Unified FEA, Computer Software, Dassault Systemes.
- Adam C., Furtmuller T., Moschen L., Papadrakakis et al. Floor response spectra for moderately heavy nonstructural elements attached to ductile frame structures. *Computational Methods in Earthquake Engineering, Computational Methods in Applied Sciences*, 10.1007/978-94-007-6573-3\_4; 2013.
- Ambraseys N., Psycharis I. Earthquake stability of columns and statues. *Journal of Earthquake Engineering*; 15, 685-710; 2011.
- Baker J., Cornell A. Choice of a vector of ground motion intensity measures for seismic demand hazard analysis. In: *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada. No 3384; 2004.
- Berto L., Favaretto T., Sietta A., Antonelli F., Lazzarini L. Assessment of seismic vulnerability of art objects: The “Galleria dei Prigioni” sculptures at the Academia Gallery in Florence. *Journal of Cultural Heritage*, 13, 7-21; 2012.
- Berto L., Favaretto T., Sietta A. Seismic risk mitigation technique for art objects: experimental evaluation and numerical modelling of double concave curved surface sliders. *Bulleting of Earthquake Engineering*, 11, 1817-1840; 2013.
- Cosenza E., Di Sarno L., Maddaloni G., Magliulo G., Petrone C., Prota A. Shake table tests for the seismic fragility evaluation of hospital rooms. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, DOI 10.1002/2456; 2014.
- Deveci M. Seismic restraint and bracing for non-structural building components. *The Society for Earthquake and Civil Engineering Dynamics*, Volume 26, No. 3; 2015.
- Di Sarno L., Petrone C., Magliulo G., Manfredi G. Dynamic properties of typical consultation room medical components. *Engineering Structures* 100, 442-454; 2015.
- Dimitrakopoulos E., DeJong M. Revisiting the rocking block: closed-form solutions similarity laws. *Proceedings of Royal Society* 468, 2294; 2012.
- FEMA, “Seismic performance assessment of buildings, Volume 1- Methology”, *FEMA P-58-1*, September 2012.
- Fragiadakis M., Papadrakakis M. Performance-based optimum seismic design of reinforced concrete structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 37:825-844; 2008.
- Fragiadakis M., Psycharis I., Cao Y., Mavroeidis G. Parametric investigation of the dynamic response of rigid blocks subjected to synthetic near-source ground motion records. ECCOMAS Congress 2016, *VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete Island, Greece; 2016.
- Housner G. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 53, No. 2, pp 403-417; 1963.
- Ishiyama Y. Motions of rigid bodies and criteria for overturning by overturning by earthquake excitations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 635-650; 1982.

- Makris N., Vassiliou M. The dynamics of the rocking frame. Psycharis et al. Seismic assessment, behaviour and retrofit of heritage buildings and monuments, *Computational methods in applied sciences* 37, DOI 10.1007/978-3-319-16130-3\_2. Springer International Publishing Switzerland; 2015.
- MATLAB, version R2018a, Computer Software. Natick, MA, MathWorks.
- Medina R., Sankaranarayanan R., Kingston K. Floor response spectra for light components mounted on regular moment-resisting frame structures. *Engineering Structures* 28; 2006.
- Psycharis I., Fragiadakis M., Stefanou I. Seismic reliability assessment of classical columns subjected to near-fault ground motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 10.1002/2312; 2013.
- Psycharis I. Dynamic behavior of rocking two-block assemblies. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. Vol.19, 555-575; 1990.
- Schau H., Johannes M. Numerical analysis of rocking of unanchored bodies subjected to seismic load using Finite Element analyses. *EURODYN, Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics*; 2014.
- Sextos A., Da Porto F., Modena C. Efficiency of alternative intensity measures for the seismic assessment of monolithic free-standing columns. *Bulleting of Earthquake Engineering*; 2016.
- Shinozuka M., Feng M., Kim H., Uzawa T., Ueda T. Statistical analysis of fragility curves. *Technical Report MCEER*; 2001.
- Spyrakos C. et al. Application of predictive models to assess failure of museum artifacts under seismic loads. *Journal of Cultural Heritage*; 2016.
- US Department of Homeland Security. FEMA P-58-1. *Seismic performance assessment of buildings*. Volume 1; 2012
- Vassiliou M., Makris N. Analysis of the rocking response of rigid blocks standing free on a seismically isolated base. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 41, 177-196; 2012.
- Wittich C., Hutchinson T., Wood R., Seracini M., Kuester F. Characterization of full-scale, human-form, culturally important statues: Case study. *Journal of Computing in Civil Engineering*; DOI: 10.1061; 2015.
- Wittich C., Hutchinson T. Shake table tests of stiff, unattached, asymmetric structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. DOI: 10.1002; 2015.
- Wittich C., Hutchinson T. Experimental modal analysis and seismic mitigation of statue-pedestal systems. *Journal of Cultural Heritage*. 20, 641-648; 2016.
- Wittich C., Hutchinson T. Shake table tests of unattached, asymmetric, dual-body systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 46, 1391-1410. DOI: 10.1002; 2015.
- Zacharenaki A., Fragiadakis M., Assimaki D., Papadrakakis M. Bias assessment in incremental dynamic analysis due to record scaling. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 67, 158-168; 2014.
- Yim C., Chopra A., Penzien J. Rocking response of rigid blocks to earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 8, 565-587; 1980.

- Zhang J., Makris N. Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, No. 5; 2001.
- Πεταλάς Α. Αριθμητική διερεύνηση της λικνιστικής απόκρισης συμπαγών σωμάτων. *Διπλωματική Εργασία, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης*; 2012.
- Diamantopoulos S. Seismic response assessment of rigid and flexible rocking bodies using simple finite element models. *Msc Dissertation, National Technical University of Athens*; 2017.