



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ  
ΚΕΝΤΡΟ ΔΟΡΥΦΟΡΩΝ ΔΙΟΝΥΣΟΥ

---

Διπλωματική εργασία

ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ  
ΔΙΕΘΝΩΝ ΣΥΜΒΑΣΕΩΝ ΙΑΥ 2000/2006 ΓΙΑ ΤΑ ΧΩΡΟ-ΧΡΟΝΙΚΑ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Δημήτρης Κατσικάρης

επιβλέπων: Ρωμύλος Κορακίτης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

---

2018



## *Ευχαριστίες*

Η παρούσα εργασία μου ανατέθηκε από τον κ. Ρωμόλο Κορακίτη, Καθηγητή της σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά για την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχε και τη μεγάλη υπομονή και στήριξή του, παρά τις δυσκολίες, σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω τις ιδιαίτερες ευχαριστίες και την αγάπη μου στην οικογένειά μου για την τεράστια στήριξη και τα εφόδια που μου παρείχε όλα αυτά τα χρόνια, καθώς και για τη δύναμη που μου έδωσε ώστε να ξεπεράσω όλες τις δυσκολίες που συνάντησα σε αυτή τη διαδρομή.



## Περιεχόμενα

Περιεχόμενα .....	iii
Ευρετήριο σχημάτων .....	vi
Ευρετήριο πινάκων .....	vi
Ευρετήριο εικόνων .....	vi
Κατάλογος Αρκτικόλεξων .....	vii
Κατάλογος Συμβόλων.....	ix
Περίληψη.....	xvii
Abstract .....	xxi
<u>Κεφάλαιο 1</u> – Εισαγωγή.....	1
1.1 Γενικά .....	1
1.2 Στόχος .....	2
1.3 Διάρθρωση της εργασίας .....	2
<u>Κεφάλαιο 2</u> – Ουρανογραφικά Συστήματα και Πλαίσια Αναφοράς και Κλίμακες Χρόνου .....	5
2.1 Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα και Πλαίσιο Αναφοράς (ICRS, ICRF) .....	6
2.1.1 Η υλοποίηση του ICRS .....	7
2.1.1.1 ICRF-ICRF2 .....	7
2.1.1.2 HRFC .....	7
2.1.2 Συσχέτιση ICRS και άλλων συστημάτων .....	8
2.1.3 Βαρυκεντρικό και Γεωκεντρικό Σύστημα Αναφοράς (BCRS, GCRS) .....	8
2.2 Ενδιάμεσο Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (CIRS) .....	9
2.3 Κλίμακες Χρόνου .....	9
2.3.1 Κλίμακες χρόνου και Θεωρία της Σχετικότητας .....	10
2.3.2 Κλίμακες χρόνου με βάση το δευτερόλεπτο SI .....	11
2.3.2.1 Βαρυκεντρικός Συντεταγμένος Χρόνος (TCB) .....	11
2.3.2.2 Γεωκεντρικός Συντεταγμένος Χρόνος (TCG) .....	12
2.3.2.3 Ατομικός Χρόνος (TAI) .....	12
2.3.2.4 Βαρυκεντρικός Δυναμικός Χρόνος (TDB) .....	13
2.3.2.5 Γήινος Χρόνος (TT) .....	14
2.3.3 Κλίμακες χρόνου με βάση την περιστροφή της Γης .....	14
2.3.3.1 Αστρικός Χρόνος (Sidereal Time) .....	14
2.3.3.2 Παγκόσμιος Χρόνος (UT) .....	16
2.3.3.3 Παγκόσμιος Συντονισμένος Χρόνος (UTC) .....	17
2.3.4. Ιουλιανή Ημερομηνία (JD) .....	17
<u>Κεφάλαιο 3</u> – Μετάπτωση και Κλόνηση του άξονα της Γης .....	19
3.1 Εισαγωγή .....	19
3.1.1 Περιστροφή και σχήμα της Γης .....	19
3.1.2 Τροχιά της Γης .....	19
3.1.3 Προσανατολισμός της Γης .....	20
3.1.4 Κύριες αιτίες της μετάπτωσης και της κλόνησης .....	20
3.1.5 Κλόνηση της μη συμπαγούς Γης (non-rigid Earth) .....	21
3.1.6 Μοντέλα του εσωτερικού της Γης .....	22
3.1.7 Μετάπτωση, Κλόνηση και Γεωδυναμική .....	23
3.1.8 Κανονικές αρμονικές της Γης (Earth's normal modes) .....	24
3.1.9 Μοντέλα μετάπτωσης – κλόνησης .....	25

3.2 Μετάπτωση .....	25
3.2.1 Εισαγωγή .....	25
3.2.2 Παραμετροποίηση .....	27
3.2.2.1 Παραμετροποίηση κατά Lieske .....	28
3.2.2.2 Παραμετροποίηση κατά Capitaine et. al. ....	32
3.2.2.3 Παραμετροποίηση κατά Fukushima .....	34
3.3 Κλόνηση .....	37
3.4. Περιγραφή του μοντέλου μετάπτωσης – κλόνησης IAU 2006/2000A.....	40
3.4.1 Περιγραφή του μοντέλου μετάπτωσης IAU 2006 .....	40
3.4.1.1 Προσαρμογή του μοντέλου IAU 2006 στο μοντέλο κλόνησης IAU 2000A .	41
3.4.1.2 Οι συμβατές με το μοντέλο IAU 2006/2000A σχέσεις της μετάπτωσης .....	42
3.4.2 Τα μοντέλα κλόνησης IAU 2000A και IAU2000B .....	43
3.4.3 Θεμελιώδη Γωνιακά Ορίσματα .....	45
3.4.3.1 Ορίσματα σεληνοηλιακών όρων κλόνησης .....	46
3.4.3.2 Ορίσματα πλανητικών όρων κλόνησης .....	47
<u>Κεφάλαιο 4 – Ενδιάμεσος Ουράνιος Πόλος και Ενδιάμεσες Αφητηρίες .....</u>	<u>49</u>
4.1 Άξονας και Ουράνιος Πόλος αναφοράς .....	49
4.1.1 Σχηματική αναπαράσταση της κίνησης του CIP .....	50
4.1.2 Πίνακας μετασχηματισμού της ουράνιας κίνησης του CIP .....	50
4.1.3 Κίνηση του Ουράνιου Ενδιάμεσου Πόλου CIP στο GCRS .....	52
4.2 Μη περιστρεφόμενη αφητηρία (Non Rotating Origin – NRO) .....	56
4.2.1 Αναγκαιότητα της NRO .....	56
4.2.2 Ορισμός της NRO .....	57
4.2.3 Ενδιάμεσες Αφητηρίες (CIO – TIO) .....	57
4.2.3.1 Η κίνηση της CIO στην ουράνια σφαίρα .....	59
4.2.3.2 Θέση της CIO μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης .....	61
4.2.3.3 Θέση της CIO βάσει της διαφοράς τόξων s .....	63
4.2.3.4 Θέση της CIO ως προς το εαρινό ισημερινό σημείο .....	67
4.2.4 Γωνία περιστροφής της Γης (Earth Rotation Angle – ERA) .....	68
<u>Κεφάλαιο 5 – Αναγωγές των συντεταγμένων .....</u>	<u>71</u>
5.1 Ιδία κίνηση των άστρων .....	71
5.2 Παράλλαξη .....	73
5.2.1 Ετήσια Παράλλαξη .....	74
5.2.2 Γεωκεντρική Παράλλαξη .....	76
5.3 Απόκλιση του φωτός (Gravitational Light Deflection) .....	77
5.4 Αποπλάνηση του φωτός (Light Aberration) .....	78
5.4.1 Αιώνια Αποπλάνηση (Secular Aberration) .....	78
5.4.2 Ετήσια Αποπλάνηση (Annual Aberration) .....	78
5.4.3 Αποπλάνηση και Θεωρία της Σχετικότητας .....	80
5.4.4 Ημερήσια Αποπλάνηση (Diurnal Aberration) .....	82
<u>Κεφάλαιο 6 – Κατάλογοι άστρων .....</u>	<u>85</u>
6.1 Θεμελιώδεις κατάλογοι (Fundamental Catalogs) .....	85
6.2 Κατάλογοι Αναφοράς (Reference Catalogs) .....	86
6.3 Κατάλογοι βασισμένοι στη διαστημική αποστολή Hipparcos .....	87
6.3.1 Κατάλογος Hipparcos .....	87
6.3.2 Κατάλογος Tycho .....	88
6.3.3 Κατάλογος Tycho-2 .....	88

6.3.4 Κατάλογος TYC2+HIP .....	90
6.4 Διαστημική αποστολή Gaia .....	90
6.4.1 Κατάλογος GaiaDR1 .....	90
6.4.2 Κατάλογος GaiaDR2 .....	90
<u>Κεφάλαιο 7</u> – Ανάπτυξη εφαρμογής λογισμικού .....	93
7.1 Περιγραφή της εφαρμογής λογισμικού που αναπτύχθηκε .....	93
7.1.1 Λογισμικό SOFA .....	93
7.1.2 Κατάλογος άστρων .....	94
7.1.3 Αρχεία Εισόδου .....	96
7.1.3.1 Αρχείο καταλόγου άστρων (Star Catalogue File) .....	96
7.1.3.2 Αρχείο εμβόλιμων δευτερολέπτων (Leap Seconds File) .....	96
7.1.3.3 Αρχείο δεδομένων εισόδου (Input File) .....	98
7.1.4 Αρχεία Εξόδου .....	99
7.1.4.1 Αρχείο φαινόμενων συντεταγμένων .....	99
7.1.4.2 Αρχείο αστρομετρικών παραμέτρων .....	99
7.2 Υπολογισμός φαινόμενων συντεταγμένων .....	100
7.2.1 Υπολογισμοί χρόνου παρατήρησης.....	101
7.2.2 Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το σύστημα ICRS στο GCRS .....	102
7.2.3 Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το σύστημα GCRS στο CIRS .....	103
7.2.3.1 Εισαγωγή .....	103
7.2.3.2 Προσδιορισμός θέσης του CIP και της CIO .....	107
7.2.3.3 Μετασχηματισμός GCRS-CIRS της εφαρμογής .....	111
7.3 Παράδειγμα υλοποίησης και έλεγχος αξιοπιστίας εφαρμογής λογισμικού.....	111
7.3.1 Επιλογή και δεδομένα άστρων.....	111
7.3.2 Αρχεία Εισόδου παραδείγματος.....	113
7.3.3 Αποτελέσματα.....	113
7.3.4 Έλεγχος αξιοπιστίας.....	116
<u>Κεφάλαιο 8</u> – Συμπεράσματα .....	119
8.1 Συνοπτικά.....	119
8.2 Εφαρμογή λογισμικού.....	119
8.3 Σημασία νέων συμβάσεων.....	119
8.4 Προοπτικές.....	120
Βιβλιογραφία.....	123

## Ευρετήριο σχημάτων

Σχήμα 3.1 .....	21
Σχήμα 3.2 .....	22
Σχήμα 3.3 .....	28
Σχήμα 3.4 .....	32
Σχήμα 3.5 .....	33
Σχήμα 3.6 .....	34
Σχήμα 3.7 .....	35
Σχήμα 3.8 .....	38
Σχήμα 3.9 .....	43
Σχήμα 4.1.....	51
Σχήμα 4.2 .....	58
Σχήμα 4.3 .....	60
Σχήμα 4.4 .....	62
Σχήμα 4.5 .....	63
Σχήμα 4.6 .....	64
Σχήμα 4.7 .....	64
Σχήμα 4.8 .....	65
Σχήμα 5.1 .....	74
Σχήμα 5.2 .....	75
Σχήμα 5.3 .....	79
Σχήμα 7.1 .....	101
Σχήμα 7.2 .....	112

## Ευρετήριο πινάκων

Πίνακας 3.1 .....	29
Πίνακας 3.2 .....	45
Πίνακας 3.3 .....	46
Πίνακας 4.1 .....	53
Πίνακας 4.2 .....	53
Πίνακας 6.1 .....	88
Πίνακας 6.2 .....	89
Πίνακας 6.3 .....	89
Πίνακας 6.4 .....	91
Πίνακας 7.1.....	113

## Ευρετήριο εικόνων

Εικόνα 7.1 .....	94
------------------	----



## **Κατάλογος Αρκτικόλεξων**

**BCRS: Barycentric Celestial Reference System**  
**CEO: Celestial Ephemeris Origin**  
**CEP: Celestial Ephemeris Pole**  
**CHAMP: CHAllenging Minisatellite Payload**  
**CIO: Celestial Intermediate Origin**  
**CIP: Celestial Intermediate Pole**  
**CIRS: Celestial Intermediate Reference System**  
**CMB: Core Mantle Boundary**  
**CW: Chandler Wobble**  
**EMB: Earth Moon Barycenter**  
**EOP: Earth Orientation Parameters**  
**ERA: Earth Rotation Angle**  
**ESA: European Space Agency**  
**ET: Ephemeris Time**  
**FCN: Free Core Nutation**  
**FICN: Free Inner Core Nutation**  
**FK3: Fundamental Katalog 3**  
**FK4: Fundamental Katalog 4**  
**FK5: Fundamental Katalog 5**  
**GCRS: Geocentric Celestial Reference System**  
**GMST: Greenwich Mean Sidereal Time**  
**GOCE: Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer**  
**GPS: Global Positioning System**  
**GRACE: Gravity Recovery And Climate Experiment**  
**GST: Greenwich Sidereal Time**  
**ICB: Inner Core Boundary**  
**HCRF: Hipparcos Celestial Reference Frame**  
**Hipparcos: High precision parallax collecting satellite**  
**IAU: International Astronomical Union**  
**ICRF: International Celestial Reference Frame**  
**ICRS: International Celestial Reference System**  
**ICW: Inner Core Wobble**  
**ITRS: International Terrestrial Reference System**  
**IERS: International Earth Rotation and Reference Systems Service**  
**JD: Julian Date**  
**JDN: Julian Day Number**  
**JPL: Jet Propulsion Laboratory**  
**LMST: Local Mean Sidereal Time**  
**LAST: Local Apparent Sidereal Time**  
**LLR: Lunar Laser Ranging**  
**MJD: Modified Julian Date**  
**NASA: National Aeronautics and Space Administration**  
**NDFW: Nearly Diurnal Free Wobble**  
**NFK: Neuer Fundamental Katalog**  
**NRO: Non Rotating Origin**  
**PFCN: Prograde Free Core Nutation**  
**SI: International System of Units**  
**SIC: Solid Inner Core**

**SLR: Satellite Laser Ranging**  
**SOFA: Standards Of Fundamental Astronomy**  
**TAI: International Atomic Time**  
**TCB: Barycentric Coordinate Time**  
**TCG: Geocentric Coordinate Time**  
**TDB: Barycentric Dynamical Time**  
**TDT: Terrestrial Dynamical Time**  
**TEO: Terrestrial Ephemeris Origin**  
**TIO: Terrestrial Intermediate Origin**  
**TIRS: Terrestrial Intermediate Reference System**  
**TT: Terrestrial Time**  
**UT: Universal Time**  
**UTC: Coordinated Universal Time**  
**VLBI: Very Long Baseline Interferometry**

## Κατάλογος Συμβόλων

$A$	αστρονομικό αξιμούθιο
$\alpha$	ορθή αναφορά άστρου
$\alpha_0$	ορθή αναφορά άστρου καταλόγου
$\alpha_{app}$	φαινόμενη ορθή αναφορά άστρου
$\alpha_E$	ορθή αναφορά γεωκεντρικής θέσης άστρου
$\alpha_k$	όροι αναπτύγματος του μεγέθους $s(t)$
$\alpha_T$	ορθή αναφορά διορθωμένη για γεωκεντρική παράλλαξη
$\gamma$	- γωνία ανάμεσα στο τόξο που ορίζει ο ουράνιος πόλος $P_0$ της εποχής αναφοράς με τον εκλειπτικό πόλο $C_0$ της εποχής αναφοράς - τόξο $\varphi$ μεταξύ του ουράνιου πόλου $P_0$ της εποχής αναφοράς και του εκλειπτικού πόλου $C$ της εποχής ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\gamma_{GCRS}$	γωνία $\gamma$ που προκύπτει αφού εφαρμοστεί η γωνία στροφής $\delta\gamma$
$\Delta AT$	TAI – UTC
$\Delta UT$	UT1 – UTC
$\Delta E$	κλόνιση στη λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας $t$
$\Delta E_1$	γωνία κλόνισης στη λόξωση ως προς την εκλειπτική J2000.0
$\Delta E_{2000A}$	κλόνιση στο λόξωση της εκλειπτικής σύμφωνα με το μοντέλο κλόνισης IAU2000A
$\Delta E_g$	συνεισφορά θεωρητικής γεωδαισιακής κλόνισης μοντέλου MHB2000 στην κλόνιση στη λόξωση της εκλειπτικής
$\Delta \psi$	κλόνιση στο εκλειπτικό μήκος της ημερομηνίας $t$
$\Delta \psi_1$	γωνία κλόνισης στο εκλειπτικό μήκος ως προς την εκλειπτική J2000.0
$\Delta \psi_{2000A}$	κλόνιση στο εκλειπτικό μήκος σύμφωνα με το μοντέλο κλόνισης IAU2000A
$\Delta \psi_g$	συνεισφορά θεωρητικής γεωδαισιακής κλόνισης μοντέλου MHB2000 στην κλόνιση στο εκλειπτικό μήκος
$\Delta J_2$	μεταβολή της τιμής του συντελεστή $J_2$
$\delta$	απόκλιση άστρου
$\delta$	γωνία ανάμεσα στον μέσο πόλο $P_0$ της εποχής αναφοράς J2000.0 και τον πόλο $P_{GCRS}$ του συστήματος GCRS ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\delta\gamma$	γωνία στροφής γύρω από τον άξονα $z$ του συστήματος GCRS ώστε να ταυτιστεί η αφετηρία του GCRS με το σημείο τομής της εκλειπτικής της εποχής αναφοράς J2000.0 και του ισημερινού του GCRS κατά ορθή αναφορά (-0.052928") ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\delta e$	μετάθεση ουράνιου πόλου της ημερομηνίας $t$ ως προς το σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου κατά μήκος της εκλειπτικής της ημερομηνίας $t$
$\delta e_0, \Delta E_{GCRS}$	διαφορά ανάμεσα στη μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 και το μήκος τόξου από το σημείο $C_0$ ως τον πόλο $P_{GCRS}$ του συστήματος GCRS
$\delta\psi$	- γωνία ανάμεσα στα τόξα $P_1C$ (μέσος πόλος της ημερομηνίας – εκλειπτικός πόλος της ημερομηνίας) και $P_{GCRS}C$ (ουράνιος πόλος του GCRS – εκλειπτικός πόλος της ημερομηνίας) ( <i>Fukushima, 2003</i> ) - μετάθεση ουράνιου πόλου της ημερομηνίας $t$ ως προς το σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου κατά τη λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας $t$

$\delta\psi_0, \Delta\psi_{GCRS}$	γωνία ανάμεσα στα τόξα $P_0C_0$ (μέσος πόλος της εποχής αναφοράς J2000.0 – εκλειπτικός πόλος εποχής J2000.0) και $P_{GCRS}C_0$ (πόλος του GCRS – εκλειπτικός πόλος J2000.0)
$\delta\psi_A$	διόρθωση στη γωνία $\psi_A$ του μοντέλου μετάπτωσης IAU 1976 από το μοντέλο μετάπτωσης IAU 2000A ( $-0.29965 \pm 0.00040''/\text{century}$ )
$\delta\omega_A$	διόρθωση στη γωνία $\omega_A$ του μοντέλου μετάπτωσης IAU 1976 από το μοντέλο μετάπτωσης IAU 2000A ( $-0.02524 \pm 0.00010''/\text{century}$ ) (Fukushima, 2003)
$\delta_0$	απόκλιση άστρου καταλόγου
$\delta_{app}$	φαινόμενη απόκλιση άστρου
$\delta_E$	απόκλιση γεωκεντρικής θέσης άστρου
$\delta_T$	απόκλιση άστρου διορθωμένη για γεωκεντρική παράλλαξη
$\delta X, \delta Y$	διορθώσεις των συντεταγμένων $X, Y$ του ουράνιου πόλου CIP ως προς το GCRS, που εκδίδονται από την IERS
$\epsilon$	λόξωση της εκλειπτικής, τόξο από τον εκλειπτικό πόλο ως το μέσο ουράνιο πόλο ορισμένης εποχής
$\epsilon_0, \epsilon_{IAU2006}$	μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 βάσει μοντέλου μετάπτωσης IAU 2006 (84381.406'')
$\epsilon_A$	μέση λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας $t$
$\epsilon_{IAU2000}$	μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 βάσει του μοντέλου μετάπτωσης IAU 1980 που χρησιμοποιήθηκε στον υπολογισμό των πλατών κλόνησης του μοντέλου κλόνησης IAU 2000 (84381.448'')
$\epsilon_T$	αληθής λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας $t$
$\epsilon_0$	εξίσωση των αφετηριών (equation of the origins)
$\epsilon_{\gamma}$	εξίσωση των ισημεριών (equation of the equinoxes)
$\zeta_A$	γωνία ανάμεσα στον ωριαίο κύκλο του εαρινού ισημερινού σημείου $\mathcal{V}_0$ της εποχής αναφοράς $T_0$ και στον ωριαίο κύκλο του ουράνιου πόλου $P_T$ της εποχής $T$ , με κορυφή τον ουράνιο πόλο $P_0$ της εποχής αναφοράς $T_0$
$\eta_0, \xi_0$	μεταθέσεις της κατεύθυνσης του CIP της εποχής J2000.0 ως προς την κατεύθυνση του πόλου του συστήματος GCRS
$\theta$	γωνία περιστροφής της Γης (ERA)
$\theta_A$	- γωνία ανάμεσα στο μέσο ισημερινό επίπεδο $E_{q_0}$ της εποχής αναφοράς $T_0$ και στο μέσο ισημερινό επίπεδο $E_{q_T}$ της εποχής αναφοράς $T$ , με κορυφή το σημείο $S$ - τόξο που ορίζει ο μέσος πόλος $P_0$ της εποχής J2000.0 με τον μέσο πόλο της ημερομηνίας $P_t$
$\Lambda$	αστρονομικό μήκος
$\lambda$	γεωδαιτικό μήκος
$\mu$	ιδία κίνηση
$\mu as$	εκατομμυριοστό δευτερολέπτου τόξου (microarcsecond)
$\mu_\alpha, \mu_\delta$	ιδία κίνηση κατά ορθή αναφορά και ιδία κίνηση κατά απόκλιση
$N$	αριθμός εμβόλιμων δευτερολέπτων
$N$	σημείο τομής στο οποίο ο στιγμιαίος ισημερινός ανέρχεται (κίνηση προς βορρά) ως προς τον ισημερινό του συστήματος GCRS
$N_0$	το ανιόν σημείο τομής του ισημερινού J2000.0 με τον ισημερινό του GCRS
$N_{GCRS}$	θέση του σημείου $N$ εκφρασμένη στο σύστημα GCRS
$\Pi_A$	- το εκλειπτικό μήκος του σημείου τομής της εκλειπτικής της ημερομηνίας με την εκλειπτική της εποχής J2000.0 εκφρασμένο στο σύστημα της εκλειπτικής της εποχής J2000.0. (δηλαδή με αφετηρία το εαρινό ισημερινό σημείο $\mathcal{V}_0$ )

	- γωνία από το εαρινό σημείο της εποχής J2000.0 ως το σημείο τομής των εκλειπτικών
$\pi$	αστρική παράλλαξη
$\pi$	αριθμός $\pi$
$\pi_A$	- λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας ως προς την εκλειπτική της εποχής αναφοράς J2000.0
	- γωνία ανάμεσα στον εκλειπτικό πόλο $C_0$ της εποχής αναφοράς J2000.0 και τον εκλειπτικό πόλο $C$ της ημερομηνίας
$\Sigma_0$	αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς στο σύστημα GCRS - κατεύθυνση του άξονα $x$ του GCRS
$\Sigma'_0$	σημείο που απέχει από το σημείο $N$ , επί του ισημερινού της ημερομηνίας $t$ , όσο απέχει η αφετηρία του GCRS, από το ίδιο σημείο $N$ , επί του ισημερινού του συστήματος GCRS
$\sigma, \sigma$	- ενδιάμεση ουράνια αφετηρία (CIO) - διάνυσμα θέσης της CIO
$\overline{\sigma N}, \sigma N$	τόξο ανάμεσα στα σημεία $\sigma$ και $N$
$\sigma_0$	η θέση της CIO την εποχή J2000.0
$\sigma_{GCRS}$	διάνυσμα θέση της ενδιάμεσης ουράνιας αφετηρίας (CIO) ως προς το GCRS
$\dot{\sigma}$	ταχύτητα της ενδιάμεσης ουράνιας αφετηρίας (CIO)
$\Phi$	αστρονομικό Πλάτος
$\varphi$	γεωδαιτικό Πλάτος
$\varphi$	τόξο ανάμεσα στο μέσο ουράνιο πόλο $P_0$ και τον εκλειπτικό πόλο $C$ της ημερομηνίας $t$ ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\varphi_{GCRS}$	τόξο ανάμεσα στον ουράνιο πόλο $P_{GCRS}$ και τον εκλειπτικό πόλο $C$ της ημερομηνίας $t$ ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\chi_A$	- γωνία ανάμεσα στα τόξα $\varepsilon_A$ και $\omega_A$ - γωνία μεταξύ του εκλειπτικού πόλου $C_0$ της εποχής J2000.0 και του εκλειπτικού πόλου $C$ της ημερομηνίας $t$ - μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας $t$
$\psi$	γωνία ανάμεσα στο τόξο $\varphi$ και το τόξο της μέσης λόξωσης της εκλειπτικής της ημερομηνίας $\varepsilon_A$ , με κορυφή τον εκλειπτικό πόλο $C$ της ημερομηνίας $t$ ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\psi_A$	- γωνία ανάμεσα στο τόξο της μέσης λόξωσης $\varepsilon_0$ και το τόξο $\omega_A$ ( <i>Capitaine et al., 2003a</i> ) - γωνία που περιγράφει τη μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας $t$ ως προς την εκλειπτική της εποχής J2000.0
$\bar{\psi}$	άθροισμα της γωνίας $\psi$ με την κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος $\Delta\psi$ της ημερομηνίας $t$ , $\bar{\psi} = \psi + \Delta\psi$ ( <i>Fukushima, 2003</i> )
$\Omega$	εκλειπτικό μήκος του μέσου ανιόντος δεσμού της σεληνιακής τροχιάς στην εκλειπτική, μετρημένο από το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας
$\omega$	γωνιακή συχνότητα της κλόνησης
$\omega_A$	- τόξο από τον εκλειπτικό πόλο $C_0$ της εποχής αναφοράς J2000.0 ως το μέσο ουράνιο πόλο $P_t$ της ημερομηνίας $t$ - λόξωση του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας $t$ ως προς την εκλειπτική της εποχής αναφοράς J2000.0

<i>ARGUMENT<sub>i</sub></i>	όρισμα κλόνησης
AU	Astronomical Unit (149 597 870 700 m)
$A_i$	πλάτος “σε φάση” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος
$A_i'$	ρυθμός μεταβολής πλάτους “σε φάση” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος
$A_i''$	πλάτος “εκτός φάσης” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος
$A_i'''$	ρυθμός μεταβολής πλάτους “εκτός φάσης” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος
$(\alpha_{c,j})_i, (\alpha_{s,j})_i$	πλάτη όρων μη πολυωνυμικού μέρους του αναπτύγματος της συντεταγμένης $X(t)$ του CIP στο σύστημα GCRS
$(b_{c,j})_i, (b_{s,j})_i$	πλάτη όρων μη πολυωνυμικού μέρους του αναπτύγματος της συντεταγμένης $Y(t)$ του CIP στο σύστημα GCRS
<b>B, B</b>	πίνακας μετάθεσης πλαισίου
$B_i$	πλάτος “σε φάση” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στη λόξωση
$B_i'$	ρυθμός μεταβολής πλάτους “σε φάση” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στη λόξωση
$B_i''$	πλάτος “εκτός φάσης” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στη λόξωση
$B_i'''$	ρυθμός μεταβολής πλάτους “εκτός φάσης” όρου κλόνησης $i$ , για την κλόνηση στη λόξωση
C	εκλειπτικός πόλος της ημερομηνίας $t$
$C_0$	εκλειπτικός πόλος της εποχής J2000.0 πάνω στην ουράνια σφαίρα
$C_k$	πλάτος όρων του αναπτύγματος της ποσότητας $s(t)$
$c$	ταχύτητα του φωτός (299 792 458 km/s)
century	Ιουλιανός αιώνας (36525 ημέρες)
cp <sub>sd</sub>	κύκλοι ανά αστρική ημέρα (cycles per sidereal day)
D	ημέρα αναφοράς JD
$D$	μέση αποχή της Σελήνης από τον Ήλιο
DAT	TAI – UTC
$d$	σφαιρική συντεταγμένη του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου CIP, γωνία από τον ουράνιο πόλο του συστήματος GCRS ως τον CIP της ημερομηνίας $t$ , πάνω στον ωριαίο κύκλο του
$d\alpha_0$	ορθή αναφορά του μέσου εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 στο GCRS, δηλ. η μετάθεση πλαισίου κατά ορθή αναφορά (-0.01460±0.00050)''
$dX, dY$	μεταβολή στις συντεταγμένες $X, Y$ του CIP στο GCRS λόγω μετάθεσης πλαισίου
$dX_p, dY_p$	μεταβολή στις συντεταγμένες $X, Y$ του CIP στο GCRS λόγω αλλαγής μοντέλου μετάπτωσης από το IAU 2000 στο νέο μοντέλο IAU 2006
$dX_{J2d}, dY_{J2d}$	μέγιστη μεταβολή στις συντεταγμένες $X, Y$ του CIP στο GCRS λόγω επίδρασης του ρυθμού του συντελεστή $J_2$
$d_\epsilon\psi$	μέγιστοι όροι στη διόρθωση που εφαρμόζεται στην κλόνηση στο μήκος $\Delta\psi$ του μοντέλου IAU 2000A λόγω διαφορετικών τιμών της λόξωσης στην εκλειπτική μεταξύ των μοντέλων μετάπτωσης IAU 1980 και IAU 2006.
$dE_{J2d}$	μέγιστη μεταβολή στην κλόνηση στη λόξωση λόγω επίδρασης του ρυθμού του συντελεστή $J_2$
$d\psi_{J2d}$	μέγιστη μεταβολή στην κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος λόγω επίδρασης του ρυθμού του συντελεστή $J_2$

$E$	σφαιρική συντεταγμένη του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου CIP, γωνία από την αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς του $\Sigma_0$ του συστήματος GCRS ως τον ωριαίο κύκλο CIP της ημερομηνίας $t$
EO	εξίσωση των αφετηριών (equation of the origins)
$\vec{E}_B$	βαρυκεντρική θέση της Γης
Eq <sub>0</sub>	μέσο ισημερινό επίπεδο εποχής αναφοράς T <sub>0</sub>
Eq <sub>T</sub>	μέσο ισημερινό επίπεδο εποχής T
$F$	$L - \Omega$
$F_{1-5}$	ορίσματα σεληνοηλιακών όρων κλόνησης
$F_{6-14}$	ορίσματα πλανητικών όρων κλόνησης
$g$	η μέση ανωμαλία της Γης στην τροχιά της
$h$	ώρα
$i$	συντελεστές θεμελιωδών ορισμάτων κλόνησης
J2000.0	1 <sup>η</sup> Ιανουαρίου 2000, 12h 00m 00s στο Ιουλιανό ημερολόγιο
$J_2$	δυναμικός συντελεστής επιπλάτυνσης της Γης
$\dot{J}_2$	ρυθμός μεταβολής του δυναμικού συντελεστή $J_2$ ( $-3 \times 10^{-9}/\text{century}$ )
JD <sub>TCB</sub>	Ιουλιανή ημερομηνία στην κλίμακα χρόνου TCB
JD <sub>TDB</sub>	Ιουλιανή ημερομηνία στην κλίμακα χρόνου TDB
$L$	μέσο εκλειπτικό μήκος της Σελήνης
$L'$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Ήλιου
$L_B$	$1 - d(\text{TDB})/d(\text{TCB})$ καθορισμένη σταθερά ( $1.550519768 \times 10^{-8}$ )
$L_E$	μέσο εκλειπτικό μήκος της Γης
$L_G$	$1 - d(\text{TT})/d(\text{TCG})$ καθορισμένη σταθερά ( $6.969290134 \times 10^{-10}$ )
$L_J$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Δία
$L_{Ma}$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Άρη
$L_{Me}$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Ερμή
$L_N$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Ποσειδώνα
$L_{Sa}$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Κρόνου
$L_U$	μέσο εκλειπτικό μήκος του Ουρανού
$L_{Ve}$	μέσο εκλειπτικό μήκος της Αφροδίτης
$l$	μέση ανωμαλία της Σελήνης
$l'$	μέση ανωμαλία του Ήλιου
$M$	μήνας αναφοράς JD
$M_{CIO}$	πίνακας περιστροφής από το σύστημα GCRS στο σύστημα CIRS
$M_{class}$	κλασσικός πίνακας μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης-κλόνησης
$m$	λεπτό
$m$	μέτρο
$\vec{m}$	διάνυσμα ίδιας κίνησης άστρου
mas	χιλιοστό δευτερολέπτου τόξου (milliarcsecond)
$N$	πίνακας κλόνησης
NPB	κλασσικός πίνακας μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης-κλόνησης
$N_{1-14}$	συντελεστές θεμελιωδών ορισμάτων κλόνησης
$n$	μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το γεώκεντρο προς τον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο (CIP)
$n_{GCRS}$	μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το γεώκεντρο προς τον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο (CIP) ως προς το GCRS
$n_{ITRS}$	μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το γεώκεντρο προς τον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο (CIP) ως προς το ITRS
$n_{ij}$	στοιχείο πίνακα κλόνησης
$\dot{n}$	διάνυσμα ταχύτητα του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου (CIP)

$\dot{n}_{GCRS}$	διάνυσμα ταχύτητα του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου (CIP) ως προς το GCRS
$\dot{n}_{ITRS}$	διάνυσμα ταχύτητας του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου (CIP) ως προς το ITRS
P	πίνακας μετάπτωσης
$\vec{P}$	διάνυσμα γεωκεντρικής θέσης άστρου για την ημερομηνία $t$
P03	θεωρία μετάπτωσης μοντέλου IAU 2006 ( <i>Capitaine et al., Astron. Astrophys., 412, 2003a</i> )
P <sub>0</sub>	μέσος ουράνιος πόλος εποχής αναφοράς T <sub>0</sub>
P <sub>A</sub>	κανονική μεταβλητή μετάπτωσης (= $\sin\pi_A \sin\Pi_A$ )
P <sub>GCRS</sub>	ουράνιος πόλος του συστήματος GCRS
P <sub>ij</sub>	στοιχείο πίνακα μετάπτωσης
P <sub>T</sub> , P <sub>t</sub>	ουράνιος πόλος εποχής T
p <sub>A</sub>	γενική μετάπτωση στο εκλειπτικό μήκος
p <sub>g</sub>	γεωδαισιακή μετάπτωση (1.92"/century)
Q	σημείο τομής μέγιστου κύκλου P <sub>0</sub> P <sub>T</sub> και Eq <sub>T</sub> (μέσου ισημερινού επιπέδου εποχής T)
$\tilde{Q}$	πίνακας μετασχηματισμού από το GCRS στο CIRS συμπεριλαμβανομένων των διορθώσεων $\delta X$ , $\delta Y$
Q <sub>A</sub>	κανονική μεταβλητή μετάπτωσης (= $\sin\pi_A \cos\Pi_A$ )
Q(t), Q <sub>IAU</sub>	πίνακας μετασχηματισμού από το GCRS στο CIRS βάση του μοντέλου μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000
$\vec{q}$	διάνυσμα βαρυκεντρικής θέσης άστρου για την ημερομηνία $t$
$\vec{q}_0$	διάνυσμα βαρυκεντρικής θέσης άστρου για την εποχή J2000.0
R	σημείο τομής μέγιστου κύκλου P <sub>0</sub> P <sub>T</sub> με το μέσο ισημερινό επίπεδο Eq <sub>T</sub>
R <sub>1</sub>	πίνακας στροφής γύρω από τον άξονα x
R <sub>2</sub>	πίνακας στροφής γύρω από τον άξονα y
R <sub>3</sub>	πίνακας στροφής γύρω από τον άξονα z
r, q	διάνυσμα θέσης άστρου στην ουράνια σφαίρα
r <sub>CIRS</sub>	διάνυσμα θέσης άστρου στο CIRS
r <sub>GCRS</sub>	διάνυσμα θέσης άστρου στο GCRS
r <sub>true</sub>	διάνυσμα θέσης άστρου στο σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας $t$
rad	ακτίνιο
Γ <sub>M</sub>	μέσο εαρινό ισημερινό σύστημα της ημερομηνίας $t$
Γ <sub>T</sub>	αληθές εαρινό ισημερινό σύστημα της ημερομηνίας $t$
Γ <sub>v</sub>	ακτινική ταχύτητα άστρου
S	σημείο τομής επιπέδων Eq <sub>0</sub> και Eq <sub>T</sub>
$\vec{S}$	βαρυκεντρική θέση του Ήλιου
s	δευτερόλεπτο
s, s(t)	- μέγεθος που δίνει τη θέση της Ενδιάμεσης Ουράνιας Αφεταιρίας (CIO) πάνω στον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας - διαφορά ανάμεσα στο μήκος του τόξου από το σημείο $N$ και προς τα δυτικά ως την CIO, πάνω στο στιγμιαίο ισημερινό και στο μήκος του τόξου από το σημείο $N$ και προς τα δυτικά ως την αφεταιρία του συστήματος GCRS, πάνω στον ισημερινό του συστήματος (CIO locator)
s <sub>0</sub>	τιμή του $s$ την εποχή J2000.0, αυθαίρετη σταθερά (94μ <sub>as</sub> )
T	εποχή ημερομηνίας $t$ , αριθμός Ιουλιανών αιώνων από την εποχή J2000.0
TDB <sub>0</sub>	TDB – TCB την εποχή JD 2443144.5 TAI (-6.55 × 10 <sup>-5</sup> )
T <sub>0</sub>	εποχή αναφοράς (συνηθ. η εποχή J2000.0)



$T_{\text{eph}}$	κλίμακα χρόνου εφημερίδων ουράνιων σωμάτων (JPL)
$T_u$	Julian UT1 date – 2451545.0
$t$	ημερομηνία και ώρα χρονικής στιγμής
$U_0^{\text{ext}}$	βαρυτικό δυναμικό σημείου
$\bar{V}$	μέση ταχύτητα κίνησης της Γης στην τροχιά της γύρω από τον Ήλιο
$\bar{V}/c$	σταθερά της ετήσιας αποπλάνησης (20".49552)
$v_{\text{CIO}}$	μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του CIO στο CIRS
$v_{\text{CIP}}$	μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του CIP στο CIRS
$v_{\text{eqx}}$	μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας $t$
$v_e$	βαρυκεντρική ταχύτητα του κέντρου μάζας της Γης
$v_r$	ακτινική ταχύτητα
$W$	η γωνιακή ταχύτητα της κίνησης της ενδιάμεσης ουράνιας αφετηρίας (CIO)
$X, Y, Z$	καρτεσιανές συντεταγμένες Ενδιάμεσου Ουράνιου Πόλου (CIP) στο GCRS
$X_B, Y_B, Z_B$	βαρυκεντρικές καρτεσιανές συντεταγμένες της Γης βάσει εφημερίδων
$\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$	ορθογώνιες συνιστώσες της βαρυκεντρικής τροχιακής ταχύτητας της Γης
$\bar{X}, \bar{Y}$	καρτεσιανές συντεταγμένες Ενδιάμεσου Ουράνιου Πόλου (CIP) στο σύστημα μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0
$x$	βαρυκεντρική θέση του παρατηρητή
$x_e$	βαρυκεντρική θέση του κέντρου μάζας της Γης
$x_M$	μέσο εαρινό ισημερινό σύστημα της ημερομηνίας $t$
$x_P, y_P$	παράμετροι προσανατολισμού της Γης (EOP)
$x, y, z$	άξονες ορθογώνιων συντεταγμένων ελεύθερου μοναδιαίου διανύσματος
$x_0, y_0, z_0$	άξονες ορθογώνιων συντεταγμένων του συστήματος μέσου ισημερινού και μέσου εαρινού ισημερινού σημείου εποχής αναφοράς $T_0$
$x_T, y_T, z_T$	άξονες ορθογώνιων συντεταγμένων του συστήματος μέσου ισημερινού και μέσου εαρινού ισημερινού σημείου εποχής $T$
$Y$	έτος αναφοράς JD
$y_T$	Ιουλιανό έτος
$z$	ζενίθια γωνία
$z_A$	γωνία ανάμεσα στον ωριαίο κύκλο του σημείου R και τον ωριαίο του εαρινού ισημερινού σημείου $\mathcal{V}_T$ της εποχής T, με κορυφή τον ουράνιο πόλο $P_T$ της εποχής T
$\mathcal{V}$	εαρινό ισημερινό σημείο
$\mathcal{V}_0$	μέσο εαρινό ισημερινό σημείο εποχής αναφοράς $T_0$ (J2000.0)
$\mathcal{V}_{\text{GCRS}}$	διάνυσμα θέσης του εαρινού ισημερινού σημείου στο σύστημα GCRS
$\mathcal{V}_M$	μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας $t$
$\mathcal{V}_T$	- μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας $t$ , εποχή T (κεφ. 3.2) - αληθές εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας $t$ (κεφ. 3.3)
$\omega$	μέσο εκλειπτικό μήκος του περιγείου της Σελήνης
$\omega'$	μέσο εκλειπτικό μήκος του περιγείου του Ήλιου
$\omega_{\text{ITRS}}$	διάνυσμα θέση της γήινης ενδιάμεσης αφετηρίας (TIO) ως προς το ITRS
$^{\circ}$	μοίρες
'	λεπτά τόξου
"	δευτερόλεπτα τόξου



## Περίληψη

Η Γεωδαισία είναι μία επιστήμη που έχει ως στόχο τον προσδιορισμό του σχήματος και του μεγέθους της Γης. Για το σκοπό αυτό απαιτείται η συλλογή πληροφορίας μέσω παρατηρήσεων από διάφορα σημεία πάνω στην φυσική επιφάνεια. Μεταξύ άλλων, χρησιμοποιούνται και μέθοδοι της Γεωδαιτικής Αστρονομίας. Η Γεωδαιτική Αστρονομία έχει ως αντικείμενο μελέτης τον προσδιορισμό του αστρονομικού πλάτους  $\Phi$ , του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$ , καθώς και του αστρονομικού αζιμούθιου  $A$ , μέσω αστρονομικών παρατηρήσεων. Οι σχετικές μετρήσεις συνδέονται με σαφώς οριζόμενα συστήματα αναφοράς και επηρεάζονται από την περιστροφή της Γης, απαιτώντας συνεπώς τη χρήση κατάλληλων συστημάτων μέτρησης του χρόνου.

Τα συστήματα αναφοράς ορίζουν σταθερές, συμβάσεις, μοντέλα και παραμέτρους, που χρησιμοποιούνται ως η αναγκαία βάση για τη μαθηματική αναπαράσταση γεωμετρικών και φυσικών μεγεθών. Τα πλαίσια αναφοράς υλοποιούν πρακτικά τα συστήματα, δηλαδή μέσω της υλοποίησης σταθερών σημείων, αλλά και μαθηματικά, μέσω από τον προσδιορισμό των παραμέτρων (π.χ. γεωμετρικών συντεταγμένων). Δύο βασικές κατηγορίες συστημάτων αναφοράς είναι τα ουρανογραφικά και τα γήινα συστήματα αναφοράς.

Στο παρελθόν, τα ουρανογραφικά συστήματα αναφοράς βασιζόταν σε επίπεδα αναφοράς που σχετίζονταν με το τροχιακό επίπεδο της Γης – την εκλειπτική – και το ισημερινό επίπεδο της Γης, αμφότερα σε διαρκή κίνηση. Η τομή αυτών των επιπέδων, το εαρινό ισημερινό σημείο, ήταν η αφετηρία μέτρησης μίας εκ των ουρανογραφικών συντεταγμένων, της ορθής αναφοράς ( $\alpha$ ), και το ισημερινό επίπεδο η αφετηρία της δεύτερης, της απόκλισης ( $\delta$ ). Το ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς βασιζόταν στη Νευτώνεια δυναμική του ηλιακού συστήματος, οι κατάλογοι των άστρων στις παρατηρήσεις κοντινών άστρων και στις κινήσεις αυτών, καθώς και στο δυναμικό μέσο ισημερινό και μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της Ιουλιανής ημερομηνίας J2000.0. Ωστόσο, οι κινήσεις της Γης έχουν ως αποτέλεσμα τη μετακίνηση του ισημερινού και του εαρινού ισημερινού σημείου, μεταβολές στη θέση του πόλου και μεταβολές στο ρυθμό περιστροφής της Γης. Το εαρινό ισημερινό σημείο μετακινείται με το χρόνο, λόγω των φαινομένων μετάπτωσης και κλόνησης. Οι αστρικοί κατάλογοι χρησιμοποιούσαν αυτό το σημείο ως αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς, όμως το εαρινό ισημερινό σημείο των καταλόγων δεν ήταν απαραίτητα σύμφωνο με το δυναμικό εαρινό ισημερινό σημείο και μπορεί να διέφερε κατά απόκλιση. Τα παραπάνω προβλήματα αντιμετωπίστηκαν με τη χρήση των σύγχρονων συστημάτων αναφοράς, που βασίστηκαν σε εξελιγμένες τεχνικές αστρονομικών παρατηρήσεων.

Σήμερα, το Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (ICRS) βασίζεται στη θεωρία της σχετικότητας, σε παρατηρήσεις μακρινών εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών και σε μία σταθερή αφετηρία. Το ICRS είναι κατ' ορισμό ακίνητο στο διάστημα, προσδιορίζεται βάσει πολύ μακρινών ουράνιων σωμάτων που δεν εμφανίζουν φαινόμενη κίνηση και συνεπώς δεν εξαρτάται από καμία εποχή αναφοράς. Επιπλέον, ορίζεται ένα Βαρυκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (BCRS), του οποίου κέντρο θεωρείται το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος και ένα Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS), του οποίου κέντρο θεωρείται το γεώκεντρο και ορίζεται ως κινηματικά μη περιστρεφόμενο ως προς το BCRS. Τα δύο αυτά συστήματα έχουν καθοριστεί με αποφάσεις της Διεθνούς Αστρονομικής Ένωσης (IAU).

Δύο βασικές κατηγορίες κλιμάκων χρόνου χρησιμοποιούνται στην Αστρονομία. Η πρώτη βασίζεται στο ατομικό δευτερόλεπτο SI και η δεύτερη στην περιστροφή της Γης. Το δευτερόλεπτο SI έχει έναν απλό ορισμό που επιτρέπει τη χρήση του εντός οποιουδήποτε συστήματος αναφοράς. Οι κλίμακες χρόνου που βασίζονται στο δευτερόλεπτο SI περιλαμβάνουν τις κλίμακες TAI και TT για τις πρακτικές εφαρμογές, και τις κλίμακες TCG και TCB για το θεωρητικό υπόβαθρο. Οι δύο

τελευταίες χρησιμοποιούνται στη ανάπτυξη δυναμικών θεωριών, στο πλαίσιο της θεωρίας της σχετικότητας, στο γεωκεντρικό και στο βαρυκεντρικό σύστημα αναφοράς. Στενά συνδεδεμένη με αυτές είναι η παρόμοια κλίμακα TDB, που χρησιμοποιείται στη δημιουργία των εφημερίδων των ουράνιων σωμάτων. Οι κλίμακες χρόνου που βασίζονται στην περιστροφή της Γης περιλαμβάνουν το μέσο και φαινόμενο αστρικό χρόνο και την κλίμακα UT1. Εξαιτίας των ανωμαλιών του ρυθμού περιστροφής της Γης και της επιβράδυνσή της λόγω παλιρροϊκών δυνάμεων, οι κλίμακες χρόνου που βασίζονται στην περιστροφή της δεν έχουν σταθερό ρυθμό και υπολείπονται, όλο και περισσότερο, των κλιμάκων χρόνου SI. Η κλίμακα UT1 ορίζεται πλέον ως μία γραμμική συνάρτηση ενός μεγέθους που ονομάζεται Γωνία Περιστροφής της Γης,  $\theta$ . Η ευρέως χρησιμοποιούμενη κλίμακα χρόνου UTC είναι μία υβριδική κλίμακα που χρησιμοποιεί το δευτερόλεπτο SI, αλλά υπόκειται σε προσαρμογές ενός δευτερολέπτου (εμβόλιμα δευτερόλεπτα) ώστε να διατηρείται σε μέγιστη απόκλιση 0.9s από το χρόνο UT1.

Ο ορισμός των συστημάτων αναφοράς επηρεάζεται από τις κινήσεις που εκτελεί η Γη, αφού, λόγω αυτών, μεταβάλλονται οι θέσεις των βασικών τους διευθύνσεων. Η μετάπτωση και η κλόνηση είναι δύο, ιδιαίτερης σημασίας, κινήσεις του άξονα περιστροφής της Γης. Η μετάπτωση είναι αποτέλεσμα των ροπών που ασκούνται από τη Σελήνη, τον Ήλιο και τους πλανήτες στο ισημερινό εξόγκωμα της Γης και έχει περίοδο περίπου 25780 έτη. Η κλόνηση συντίθεται από μεταβολές, μικρότερων περιόδων, της θέσης του άξονα περιστροφής, που οφείλονται κυρίως στην εκκεντρότητα της γήινης τροχιάς και στην κλίση της σεληνιακής τροχιάς ως προς την εκλειπτική. Εξαιτίας της κλόνησης, ο αληθής ουράνιος πόλος κινείται περίπου κατά μήκος μία μικρής έλλειψης γύρω από τον κινούμενο μέσο ουράνιο πόλο, η θέση του οποίου προκύπτει λαμβάνοντας υπόψιν μόνο την μεταπτωτική κίνηση.

Οι μετασχηματισμοί ανάμεσα στα γήινα και ουρανογραφικά συστήματα αναφοράς είναι ένα αναγκαίο μέρος των μεθόδων που χρησιμοποιούνται όταν αντιμετωπίζεται το ζήτημα της περιστροφής της Γης ή όταν υπολογίζονται οι συντεταγμένες ουράνιων σωμάτων σε διάφορα συστήματα. Οι αποφάσεις IAU 2000 και IAU 2006 σχετικά με τα συστήματα αναφοράς έχουν αλλάξει τον τρόπο που εκφράζεται ο προσανατολισμός της Γης και έχουν υιοθετήσει μοντέλα υψηλής ακρίβειας για την έκφραση των μεγεθών που σχετίζονται με τους μετασχηματισμούς ανάμεσα σε γήινα και ουρανογραφικά συστήματα. Αρχικά, οι αποφάσεις IAU 2000 βελτίωσαν τους ορισμούς των αστρονομικών συστημάτων αναφοράς και των μεταξύ τους μετασχηματισμών και υιοθέτησαν το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2000. Ακολούθως, οι αποφάσεις IAU 2006 υιοθέτησαν ένα νέο μοντέλο μετάπτωσης που είναι συμβατό με τις δυναμικές θεωρίες και έθεσαν ορισμούς, ορολογία και ζητήματα προσανατολισμού σχετικά με συστήματα αναφοράς, καθώς και κλίμακες χρόνου, που έπρεπε να καθοριστούν λεπτομερώς μετά την υιοθέτηση των αποφάσεων IAU 2000. Συγκεκριμένα, οι νέες αποφάσεις παρέχουν ένα βελτιωμένο ορισμό του πόλου (Ενδιάμεσος Ουράνιος Πόλος, CIP) και της αφετηρίας (Ουράνια Ενδιάμεση Αφετηρία, CIO) του αντίστοιχου ισημερινού, καθώς και ένα αυστηρό ορισμό της ημερήσιας περιστροφής της Γης. Τα παραπάνω επιτρέπουν μία ακριβή υλοποίηση του ενδιάμεσου ουρανογραφικού συστήματος αναφοράς που συνδέεται με τον CIP και την CIO και αντικαθιστά το κλασσικό ουρανογραφικό σύστημα που βασίζεται στον αληθή ισημερινό και στο αληθές εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας. Κατά σύμβαση, ως φαινόμενη θέση (apparent position) ενός άστρου αναφέρεται η ορθή θέση του (proper place), η οποία έχει μετασχηματιστεί και αναφέρεται στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς.

Ο υπολογισμός της ορθής θέσης ενός άστρου γίνεται με βάση την πληροφορία που περιέχεται σε έναν αστρικό κατάλογο. Ένας αστρικός κατάλογος παρέχει τη θέση (ορθή αναφορά και απόκλιση) του άστρου σε ένα σαφώς ορισμένο σύστημα αναφοράς και για μία συγκεκριμένη εποχή αναφοράς, την παράλλαξή του, αν είναι μετρήσιμη, φωτομετρική πληροφορία και σε περίπτωση που ο

κατάλογος βασίζεται σε παρατηρήσεις αρκετών ετών, περιέχει την ίδια κίνηση του άστρου. Ανάλογα με τη μέθοδο που χρησιμοποιείται για τη σύνθεσή τους, οι αστρικοί κατάλογοι χωρίζονται σε καταλόγους παρατήρησης, θεμελιώδεις καταλόγους και καταλόγους αναφοράς. Έως πρόσφατα, σημείο αναφοράς ήταν η αποστολή Hipparcos, από την οποία προέκυψε ο αντίστοιχος κατάλογος που αποτέλεσε βάση για υλοποίηση του πλαισίου αναφοράς του ICRS στο οπτικό φάσμα. Σήμερα, ο κατάλογος Gaia DR2, της διαστημικής αποστολής Gaia, είναι ο μεγαλύτερος και πιο ακριβής αστρικός κατάλογος που έχει δημιουργηθεί ποτέ, παρέχοντας αστρομετρική πληροφορία για δισεκατομμύρια άστρα.

Ο υπολογισμός της ορθής θέσης ενός άστρου περιλαμβάνει την προσαρμογή της θέσης καταλόγου (catalog place) ενός άστρου για ίδια κίνηση, παράλλαξη, βαρυτική απόκλιση του φωτός εντός του ηλιακού συστήματος και αποπλάνηση λόγω κίνησης της Γης. Η παράλλαξη και η αποπλάνηση απαιτούν την επιλογή ενός σημείου αναφοράς, συνήθως το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Για αυτό το λόγο, για τον υπολογισμό της παράλλαξης και της αποπλάνησης χρειάζεται να είναι γνωστές οι εφημερίδες σωμάτων του ηλιακού συστήματος.

Πολλά άστρα φαίνεται να κινούνται αργά στην ουράνια σφαίρα, κατά μία διεύθυνση η οποία δε μεταβάλλεται με το χρόνο. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην αυτόνομη κίνηση των άστρων εντός του σύμπαντος. Η ταχύτητα ενός άστρου ως προς το ηλιακό μας σύστημα μπορεί να διαχωριστεί σε δύο συνιστώσες, μία κατά μήκος της διεύθυνσης παρατήρησης, η οποία ονομάζεται ακτινική ταχύτητα, και μία κάθετη σε αυτή (η εφαπτομενική συνιστώσα) η οποία ονομάζεται ίδια κίνηση του άστρου. Η ίδια κίνηση ενός άστρου μπορεί να καταγραφεί με παρατηρήσεις της θέσης του σε διάστημα πολλών ετών.

Οποιαδήποτε αντικείμενο σε πεπερασμένη απόσταση εμφανίζεται σε διαφορετικές διευθύνσεις, ανάλογα με το σημείο από το οποίο παρατηρείται. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται παράλλαξη. Η αστρονομική παράλλαξη αναφέρεται ως προς ένα συγκεκριμένο σημείο αναφοράς. Συνήθως, αυτό το σημείο είναι το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Η αναγωγή από το γεώκεντρο στο βαρύκεντρο ονομάζεται ετήσια παράλλαξη, επειδή η περίοδος κατά την οποία εμφανίζονται φαινομενικές αλλαγές στη θέση του άστρου έχει διάρκεια ενός έτους.

Η αποπλάνηση του φωτός είναι συνάρτηση της ταχύτητας του παρατηρητή ως προς κάποιο σημείο αναφοράς και της πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός στο κενό. Η περιγραφή της αποπλάνησης απαιτεί ένα μη κινούμενο σημείο αναφοράς, συνήθως το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Η ετήσια αποπλάνηση οφείλεται την τροχιακή κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο.

Το φως κάθε άστρου διασχίζει το χώρο ακολουθώντας μία γεωδαισιακή γραμμή, η οποία καθορίζεται από την κατανομή του βαρυτικού δυναμικού κατά μήκος της πορείας του φωτός, κυρίως εξαιτίας της παρουσίας του Ήλιου. Το αποτέλεσμα είναι το φαινόμενο της βαρυτικής απόκλισης του φωτός, καθώς η δέσμη φωτός αποκλίνει της αρχικής πορείας και απαιτείται η γνώση της θέσης και κίνησης των σωμάτων του ηλιακού συστήματος, για τον καθορισμό της ακριβούς διεύθυνσης του άστρου.

Οι νέες συμβάσεις της IAU εφαρμόστηκαν για την ανάπτυξη ενός προγράμματος λογισμικού που μετασχηματίζει τις συντεταγμένες καταλόγου άστρων, που αναφέρονται στο Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (ICRS), σε συντεταγμένες του Ενδιάμεσου Ουρανογραφικού Συστήματος Αναφοράς (GCRS), δηλαδή σε σφαιρικές συντεταγμένες ως προς τον αληθινό ουράνιο πόλο και ισημερινό, επιθυμητής εποχής και για παρατηρητή που βρίσκεται στο γεώκεντρο. Για την αναγωγή, χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000A αφού

πραγματοποιήθηκαν όλες οι απαραίτητες αναγωγές για τον υπολογισμό της ορθής θέσης του άστρου.

## Abstract

Geodesy is the science that aims at determining the shape and size of the Earth. To determine Earth's positioning, information has to be obtained through observations at several points on Earth's physical surface. Methods of Geodetic Astronomy are used, among others, for this purpose. Geodetic astronomy is concerned with the determination of the astronomical latitude  $\Phi$  and longitude  $\Lambda$ , as well as the astronomical azimuth  $A$ , from observations of fixed stars. These measurements are related to quasi-inertial celestial reference systems and depend on the Earth's rotation, hence time systems are required along with the observations.

Reference systems define constants, conventions, models, and parameters, which serve as the necessary basis for the mathematical representation of geometric and physical quantities. Reference frames realize the reference systems physically, i.e., by a clear materialization of points, and mathematically, i.e., by the determination of parameters (e.g., geometric coordinates). There are celestial and terrestrial reference systems.

In the past, the celestial reference system was based on reference planes aligned with the orbital plane of the Earth – the ecliptic – and the Earth's equatorial plane, both of which are in motion. An intersection of these planes, the vernal equinox, was the origin of one of the celestial coordinates, the right ascension, and the equatorial plane the origin for the other, the declination. The celestial reference system used to be based on the Newtonian dynamics of the solar system, star catalogs based on observations of nearby stars with proper motions, and the dynamical mean equator and equinox of the Julian date J2000.0. The kinematics of the Earth result in motions of the equator and equinox, variations in the pole of rotation and variations in the rotation rate of the Earth. The equinox moves with time, due to precession and nutation. Star catalogs used the equinox as the origin of right ascensions, but the catalog equinox did not necessarily agree with the dynamical equinox and could also differ in declination.

Now, the International Celestial Reference System (ICRS) is based on the theory of relativity, observations of distant extragalactic radio sources and a fixed origin. The ICRS is basically fixed in space, determined from very distant sources, which do not have apparent motion, and, thus, it is not epoch dependent. There are a Barycentric Celestial Reference System (BCRS), centered at the barycenter of the solar system, and a Geocentric Celestial Reference System (GCRS), centered at the geocenter, both defined by the International Astronomical Union (IAU) 2000 resolutions. The GCRS is defined such that its spatial coordinates are not kinematically rotating with respect to the BCRS.

Time measurement is essential for astrometry and geodesy. There are two classes of time scales used in astronomy, one based on the SI (atomic) second, the other based on the rotation of the Earth. The SI second has a simple definition that allows it to be used in any reference system. Time Scales based on the SI second include TAI and TT for practical applications, and TCG and TCB for theoretical developments. The latter are to be used for relativistically correct dynamical theories in the geocentric and barycentric reference systems, respectively. Closely related to these is the similar scale TDB, used in the generation of celestial bodies' ephemerides. Time scales based on the rotation of the Earth include mean and apparent sidereal time and UT1. Because of irregularities in the Earth's rotation, and its secular deceleration, Earth-rotation-based time scales do not advance at a uniform rate, and they increasingly lag behind the SI-second-based time scales. UT1 is now defined to be a linear function of a quantity called the Earth Rotation Angle,  $\theta$ . The widely used time scale UTC is a hybrid: it advances by SI seconds but is subject to one-second corrections (leap seconds) to keep it within 0.9s of UT1.

Orientation of reference systems is influenced by the motions of the Earth in space. Precession and Nutation are two important motions of the Earth's rotational axis. Precession results from the torques which the Moon, Sun, and planets exert on the equatorial bulge of the Earth and has a period of about 25780 years. Nutation is the sum of variations of the Earth's rotation axis with shorter periods, caused mainly by the eccentricity of the Earth orbit and the inclination of the lunar orbit with respect to the ecliptic. Due to nutation, the true celestial pole moves along a small ellipse about the moving mean celestial pole that is described solely by the precessional motion.

The transformations between the terrestrial and the celestial reference systems is an essential part of the methods to be used when dealing with Earth's rotation or when computing directions of celestial objects in various systems. The 2000 and 2006 IAU resolutions on reference systems have modified the way the Earth orientation is expressed and adopted highly accurate models for expressing the relevant quantities for the transformation between terrestrial and celestial systems. First, the IAU 2000 Resolutions have refined the definition of the astronomical reference systems and the transformations between them and adopted the IAU 2000 precession-nutation theory. Then, the IAU 2006 Resolutions have adopted a new precession model that is consistent with dynamical theories and have addressed definition, terminology or orientation issues relative to reference systems and time scales that needed to be specified after the adoption of the IAU 2000 resolutions. In particular, these provide a refined definition of the pole (the Celestial Intermediate Pole, CIP) and the origin (the Celestial Intermediate Origin, CIO) on the CIP equator, as well as a rigorous definition of the sidereal rotation of the Earth. These also allow an accurate realization of the celestial intermediate system linked to the CIP and the CIO that replaces the classical celestial system based on the true equator and equinox of date. In conventional usage, an apparent place of a star can be considered to be its proper place that has been transformed to the celestial intermediate system.

Computing the proper place of a star involves adjusting the catalog place of a star. Generally, a star catalog contains the position (right ascension and declination) in a specified reference system referred at a specific instant, called epoch. When a catalog is built from many years of observations, it also contains the proper motions and might include parallaxes and photometric data. Depending upon the way they are obtained, one may distinguish between observational catalogs, fundamental catalogs and reference catalogs. Until recently, the great turning-point of stellar astrometry was the success of the Hipparcos mission and the release of the resulting catalog, which officially became the optical reference frame, representing the ICRS. Today, the Gaia DR2 data release is the largest and more accurate catalog of stars ever composed, with unmatched accuracy and precision, listing over 1.7 billion stars and other celestial objects.

The catalog place of a star is adjusted for proper motion and parallax (when known), gravitational light deflection within the solar system, and aberration due to the Earth's motion, yielding its proper place. Parallax and aberration require the selection of a reference point that usually is chosen as the barycenter of the solar system. For that reason, the computation of parallax and aberration requires solar system ephemerides.

Many stars seem to move slowly in a direction that does not change with time. This effect is caused by the relative motion of the stars through space. It is called the proper motion. The velocity of a star with respect to the Sun can be divided into two components, one of which is directed along the line of sight (the radial component or the radial velocity), and the other perpendicular to it (the tangential component). The tangential velocity results in the proper motion, which can be measured by observations at intervals of several years or decades.



An object at finite distance appears in different directions if seen from two different observational points. This phenomenon is called parallax. Usually astronomical parallaxes are related with a chosen reference point. This reference point usually is the barycenter of the solar system. The reduction from the geocenter to the barycenter is called annual parallax because the induced period of angular changes is one year.

Aberration results from the velocity of the observer with respect to some reference point and the finite value of the speed of light. A description of aberration requires a non-moving reference (rest) point that usually is chosen as the barycenter of our solar system. The annual aberration results from the orbital motion of the Earth around the solar system barycenter.

Light crosses the Solar System on a geodesic line, defined by the distribution of gravity potentials due to the Sun and the planets, resulting in its bending, called light deflection. One should, therefore, know the positions of the bodies of the Solar System and their motions during the travel of the light beam, to define the actual position of the star.

The new IAU conventions were implemented in a software developed to perform reduction of star catalog coordinates, from the International Celestial Reference System to the Celestial Intermediate Reference System of date, that is, to compute the apparent coordinates with reference to the true celestial pole and equator of a chosen epoch, for an observer at the geocenter. For this reduction, the IAU 2006/2000A precession-nutation model was used and proper place computations were taken into account.



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Γενικά

Η Γεωδαισία είναι η επιστήμη που έχει ως κύριο στόχο τον προσδιορισμό του σχήματος και του μεγέθους της Γης. Για τον προσδιορισμό τους σχήματός της και για την απόδοση συντεταγμένων σε σημεία αυτής απαιτείται η συλλογή πληροφορίας μέσω παρατηρήσεων σε κατάλληλα επιλεγμένα σημεία που βρίσκονται πάνω στην φυσική της επιφάνεια. Μέρος της πληροφορίας που απαιτείται προέρχεται από αστρονομικές παρατηρήσεις ουράνιων σωμάτων.

Οι γεωγραφικές θέσεις σημείων της Γης μπορούν να εξαχθούν με αστρονομικές και γεωδαιτικές μεθόδους. Τα αστρονομικά πλάτη και μήκη ( $\Phi, \Lambda$ ) προκύπτουν από αστρονομικές παρατηρήσεις ουράνιων σωμάτων. Τα γεωδαιτικά πλάτη και μήκη ( $\varphi, \lambda$ ) σχετίζονται με ένα επιλεγέν ελλειψοειδές και σήμερα μπορούν να υπολογιστούν εύκολα με χρήση της τεχνολογίας GNSS. Ο προσδιορισμός θέσης με χρήση τεχνικών GNSS και μετρήσεις προς τους αντίστοιχους δορυφόρους χρησιμοποιείται ευρέως στις μετρήσεις του Τοπογράφου μηχανικού και στις πρακτικές γεωδαιτικές εφαρμογές.

Η Αστρονομία μελετά το σύνολο του σύμπαντος και αναφέρεται στην παρατήρηση, στους υπολογισμούς και τη θεωρητική ερμηνεία των θέσεων, των διαστάσεων, της κίνησης, της σύνθεσης και της εξέλιξης των ουράνιων σωμάτων και φαινομένων (*Morris, 1975*). Η Αστρονομία είναι η αρχαιότερη από τις φυσικές επιστήμες, με απαρχές στους προϊστορικούς και στους πρώτους ιστορικούς πολιτισμούς. Πριν το 1609, έτος αστρονομικής χρήσης του πρώτου τηλεσκοπίου, όλες οι παρατηρήσεις πραγματοποιούνταν με γυμνό μάτι στο ορατό φάσμα του φωτός. Πλέον υπάρχουν σύγχρονες μέθοδοι και τεχνικές που αξιοποιούν όλο το φάσμα του φωτός, μεταξύ αυτών και αυτό των ραδιοκυμάτων για τον υψηλής ακρίβειας υπολογισμό της θέσης και της κίνησης σωμάτων πέρα από τα όρια του γαλαξία μας.

Η Γεωδαιτική Αστρονομία είναι ένας κλάδος της Αστρονομίας που συνδέεται στενά με την επιστήμη της Γεωδαισίας και της Χαρτογραφίας. Η Γεωδαιτική Αστρονομία μελετά τις μεθόδους προσδιορισμού του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$  και αστρονομικούς πλάτους  $\Phi$  ενός τόπου, του αστρονομικού αζιμούθιου  $A$  μίας διεύθυνσης στην επιφάνεια της Γης, καθώς και του τοπικού αστρικού χρόνου LST (Local Sidereal Time), μέσω αστρονομικών παρατηρήσεων. Οι θεμελιώδεις έννοιες και οι βασικές αρχές της σφαιρικής αστρονομίας, η οποία είναι η βάση της Γεωδαιτικής Αστρονομίας, αναπτύχθηκαν κατά κύριο λόγο στην Ελλάδα και είχαν εδραιωθεί ως το τέλος του 2ου αιώνα μ.Χ.

Η εφαρμογή των αρχών της σφαιρικής αστρονομίας για τους σκοπούς της Γεωδαιτικής Αστρονομίας πραγματοποιείται με βάση συστήματα αναφοράς που ορίζονται σε μια ιδεατή σφαίρα (ουράνια σφαίρα), που μπορεί να τοποθετηθεί σε ένα σημείο της γήινης επιφάνειας ή σε άλλο σημείο αναφοράς (π.χ. τον Ήλιο). Μία οικογένεια τέτοιων συστημάτων είναι και τα ουρανογραφικά συστήματα αναφοράς, τα οποία ορίζονται στην ουράνια σφαίρα και χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της θέσης των ουράνιων σωμάτων. Η βασική διεύθυνση που τα ορίζει είναι η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της Γης.

Ο ορισμός, η διατήρηση των συστημάτων συντεταγμένων και ο προσδιορισμός των μεταβολών τους είναι αντικείμενο μελέτης διεθνών οργανισμών. Οι οργανισμοί αυτοί προβαίνουν τακτικά σε

ανακοινώσεις νέων ορισμών καθώς και νέων μεθόδων μετασχηματισμού από το ένα σύστημα στο άλλο.

## 1.2 Στόχος

Το 2006 η Διεθνής Αστρονομική Ένωση (International Astronomical Union, IAU) υιοθέτησε νέες συμβάσεις που σχετίζονται με το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης (βλέπε Κεφ. 3), τα συστήματα αναφοράς και χαρακτηριστικά σημεία αυτών. Στις συμβάσεις αυτές συνιστάται η αντικατάσταση του τμήματος μετάπτωσης στο εν ισχύ μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης με μία νέα θεωρία μετάπτωσης, η οποία βελτιώνει το μοντέλο, δίνεται ο προτεινόμενος ορισμός για διευθύνσεις αξόνων συστημάτων και χαρακτηριστικών διανυσμάτων και προτείνεται η χρήση νέων όρων προς αντικατάσταση παλαιότερων.

Στόχος αυτής της εργασίας είναι η παρουσίαση των νέων συμβάσεων και συγκεκριμένα του βελτιωμένου μοντέλου μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000A, η περιγραφή των χαρακτηριστικών σημείων του ενδιάμεσου ουρανογραφικού συστήματος αναφοράς (ουράνιος ενδιάμεσος πόλος και ουράνια ενδιάμεση αφετηρία) και η ανάπτυξη εφαρμογής λογισμικού, η οποία θα πραγματοποιεί τον μετασχηματισμό αστρικών συντεταγμένων καταλόγου στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα ζητούμενης ημερομηνίας. Το ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς έχει ως αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς των άστρων την ουράνια ενδιάμεση αφετηρία. Η χρήση αυτού του συστήματος και της αφετηρίας είναι η προτεινόμενη και συμβατή με τις αποφάσεις της IAU, καθώς μέσω αυτών γίνεται σαφής διαχωρισμός της περιστροφής της Γης από το φαινόμενο μετάπτωσης- κλόνησης του άξονά της. Η μέθοδος που βασίζεται στο εαρινό ισημερινό σημείο και ενέπλεκε δύο φορές το φαινόμενο μετάπτωσης-κλόνησης, τόσο στον υπολογισμό του αστρικού χρόνου όσο και σε αυτόν των φαινόμενων συντεταγμένων των άστρων, προβλέπεται να καταργηθεί σταδιακά.

## 1.3 Διάρθρωση της Εργασίας

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η έννοια του συστήματος και πλαισίου αναφοράς, τα εν ισχύει και ευρέως χρησιμοποιούμενα ουρανογραφικά συστήματα και πλαίσια αναφοράς καθώς και οι σχετικές κλίμακες χρόνου.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το φαινόμενο της μετάπτωσης και κλόνησης του άξονα της Γης και τα αντίστοιχα σε ισχύ μοντέλα της IAU που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του στιγμιαίου προσανατολισμού της Γης στο χώρο.

Στο κεφάλαιο 4 περιγράφεται η έννοια του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου (CIP) και η αρχή της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας πάνω στην οποία στηρίζονται οι ενδιάμεσες αφετηρίες (CIO – TIO).

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται οι αναγωγές των ουρανογραφικών συντεταγμένων των άστρων που απαιτούνται ώστε να υπολογιστεί η σωστή διεύθυνση εκπομπής του φωτός τους για δεδομένο σημείο παρατήρησης.

Στο κεφάλαιο 6 γίνεται σύντομη αναφορά στις βασικές κατηγορίες αστρικών καταλόγων και δίνονται οι κύριες πληροφορίες για σύγχρονους αστρικούς καταλόγους.

Στο κεφάλαιο 7 περιγράφεται ο τρόπος λειτουργίας της εφαρμογής λογισμικού που αναπτύχθηκε και η μέθοδος μετασχηματισμού των συντεταγμένων από το παγκόσμιο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς του αστρικού καταλόγου στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς της ημερομηνίας.



## Κεφάλαιο 2

# Ουρανογραφικά Συστήματα και Πλαίσια Αναφοράς και Κλίμακες Χρόνου

Σύστημα Αναφοράς (Reference System) ονομάζεται ένα σύνολο συμβάσεων και μοντέλων, με βάση το οποίο είναι δυνατός ο προσδιορισμός της αρχής και του προσανατολισμού των αξόνων ενός συστήματος συντεταγμένων σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Το σύστημα αναφοράς, για να είναι πρακτικά αξιοποιήσιμο, πρέπει να υλοποιηθεί. Η υλοποίηση αυτή εκφράζεται από τις συντεταγμένες ενός συνόλου θεμελιωδών σημείων οι οποίες ορίζουν το λεγόμενο Πλαίσιο Αναφοράς (Reference Frame). Όλα τα συστήματα και τα πλαίσια αναφοράς είναι συμβατικά.

Ένα σύστημα αναφοράς αποτελεί την πλήρη περιγραφή του τρόπου με τον οποίο πρέπει να σχηματιστεί ένα σύστημα συντεταγμένων. Σύμφωνα με αυτή καθορίζονται η αφετηρία και τα θεμελιώδη επίπεδα (ή άξονες) του συστήματος. Επίσης, ο ορισμός ενός συστήματος αναφοράς περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των θεμελιωδών μοντέλων που απαιτούνται για την κατασκευή του, δηλαδή τη βάση για τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για τη συσχέτιση των παρατηρήσεων και των σταθερών ποσοτήτων του συστήματος. Από την άλλη πλευρά, το πλαίσιο αναφοράς αποτελείται από ένα σύνολο γνωστών πρότυπων σημείων με καθορισμένες συντεταγμένες και καθιστά πρακτική την υλοποίηση ενός συστήματος αναφοράς.

Ένα σύστημα αναφοράς στην αστρονομία ή στη γεωδαισία είναι ένα αναγκαίο προαπαιτούμενο για τον καθορισμό της θέσης και την περιγραφή της κίνησης σημείων στην επιφάνεια της Γης, της ίδιας της Γης ως αστρονομικού σώματος, ενός τεχνητού δορυφόρου ή ολόκληρου του ηλιακού συστήματος. Ένα τέτοιο σύστημα αποδίδει τρεις χωρικές συντεταγμένες σε κάθε επακριβώς καθορισμένο σημείο. Στο πλαίσιο της θεωρίας της σχετικότητας, όπου οι αναγνώσεις ενός ρολογιού εξαρτώνται από την ταχύτητά του ως προς τον παρατηρητή και από το βαρυτικό πεδίο στη θέση του ρολογιού, γίνεται αναφορά και σε μία τέταρτη συντεταγμένη, αυτή του χρόνου. Υπό αυτό το πρίσμα γίνεται λόγος για συντεταγμένες ενός γεγονότος που συμβαίνει μία συγκεκριμένη στιγμή σε ένα συγκεκριμένο σημείο στο χώρο. Συνεπώς, στην αστρονομία και στη γεωδαισία, ένα σύστημα αναφοράς είναι μία απολύτως μαθηματική κατασκευή που αποδίδει τέσσερις αριθμούς ως αναγνωριστικά σε γεγονότα του χωροχρόνου.

Ο ορισμός ενός συστήματος αναφοράς μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους οι οποίοι εξαρτώνται από τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί ώστε να υλοποιηθεί το αντίστοιχο πλαίσιο. Το ίδιο το σύστημα αποτελείται από ένα σύνολο κανόνων που περιγράφουν το πώς θα δίδονται χωροχρονικές συντεταγμένες σε σημεία μέσω των παρατηρήσεων και πώς τελικά αυτές θα διαμορφώνουν το πλαίσιο, το οποίο επί παραδείγματι μπορεί να έχει τη μορφή ενός καταλόγου ή μιας εφημερίδας που περιέχει τις θέσεις ουράνιων σωμάτων. Επιπλέον, από τη στιγμή που κάθε σύστημα έχει τη δική του συντεταγμένη κλίμακα χρόνου, απαιτούνται κανόνες που να συσχετίζουν αυτή την κλίμακα με τις αναγνώσεις ενός ακριβούς ατομικού ρολογιού.

Ένας τρόπος δημιουργίας ενός συστήματος αναφοράς είναι μέσω των θέσεων και της δυναμικής της κίνησης ενός συνόλου αστρονομικών σωμάτων που αλληλεπιδρούν. Κατά αυτόν τον τρόπο, σχηματίζονται οι αντίστοιχες δυναμικές εξισώσεις κίνησης στο σύστημα αναφοράς και μέσω παρατηρήσεων των θέσεων αυτών των σωμάτων ως συνάρτηση του χρόνου προκύπτει το αντίστοιχο πλαίσιο αναφοράς. Ένα σύστημα που δημιουργείται με την παραπάνω μέθοδο ονομάζεται δυναμικό σύστημα αναφοράς. Ένας τέτοιος ορισμός αναφέρεται μόνο στον τρόπο κατασκευής του συστήματος και δεν υποδηλώνει τίποτα όσον αφορά την εμφάνιση αδρανειακών δυνάμεων, όπως οι δυνάμεις Coriolis ή φυγόκεντρες δυνάμεις, στο σύστημα. Ανάλογα με το πώς

αντιμετωπίζονται τέτοιες δυνάμεις από τις δυναμικές εξισώσεις κίνησης, ένα δυναμικό σύστημα αναφοράς μπορεί να είναι δυναμικά ή κινηματικά μη περιστρεφόμενο ως προς ένα άλλο σύστημα αναφοράς.

Ένας άλλος τρόπος δημιουργίας ενός συστήματος αναφοράς είναι η χρήση της πληροφορίας θέσης (διεύθυνσης) προς κάποια πολύ απομακρυσμένα αστρονομικά σώματα, όπως τα κβάζαρ (quasars), για την κατασκευή ενός ψευδο-αδρανειακού συστήματος αναφοράς. Ένα τέτοιο ουράνιο σύστημα αναφοράς θεωρείται κινηματικά μη περιστρεφόμενο.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται το Βαρυκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (BCRS) και το Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS) που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία. Το BCRS είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς οι αστρομετρικές παρατηρήσεις μακρινών αστρονομικών σωμάτων ανάγονται στο βαρύκεντρο και οι θέσεις αυτών εκφράζονται καταρχάς στο σύστημα αυτό. Το BCRS θεωρείται δυναμικά και κινηματικά μη περιστρεφόμενο και το GCRS θεωρείται κινηματικά μη περιστρεφόμενο ως προς το BCRS.

## 2.1 Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα και Πλαίσιο Αναφοράς (ICRS, ICRF)

Το θεμελιώδες ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς για αστρονομικές εφαρμογές είναι το Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (International Celestial Reference System – ICRS). Το ICRS είναι ένα σύστημα αναφοράς που η αφετηρία του ταυτίζεται με το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος και οι διευθύνσεις των τριών αξόνων του είναι σταθερές ως προς πολύ μακρινά αντικείμενα του σύμπαντος. Στο σύστημα αυτό εκφράζονται η θέση και η κίνηση άστρων, πλανητών και άλλων ουράνιων σωμάτων. Το ICRS είναι ένα ιδεατό κινηματικό σύστημα αναφοράς για το οποίο γίνεται η υπόθεση πως το σύμπαν δεν εμφανίζει περιστροφή. Για την εγκαθίδρυση του ICRS ως ένα πρακτικό σύστημα, η Διεθνής Αστρονομική Ένωση (International Astronomical Union – IAU) καθόρισε επακριβώς ένα σύνολο ουράνιων σημείων αναφοράς, των οποίων οι συντεταγμένες ορίζουν τις διευθύνσεις των αξόνων του ICRS. Αυτή η υλοποίηση του ICRS, που ονομάζεται Διεθνές Ουρανογραφικό Πλαίσιο Αναφοράς (International Celestial Reference Frame – ICRF), είναι ένα σύνολο θέσεων εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών, οι οποίες έχουν μετρηθεί με υψηλή ακρίβεια με χρήση της μεθόδου συμβολομετρίας πολύ μεγάλης βάσης (Very Long Baseline Interferometry – VLBI). Οι αποστάσεις των εξωγαλαξιακών πηγών είναι τόσο μεγάλες ώστε η κίνηση των επιλεγμένων αντικειμένων και οι αλλαγές στη φυσική τους δομή να μη συμβάλλουν σε φαινόμενες μετατοπίσεις θέσης μεγαλύτερες από μερικά εκατομμυριοστά του δευτερολέπτου τόξου (mas). Συνεπώς, οι θέσεις των πηγών αυτών είναι κατάλληλες ώστε να ορίσουν ένα κινηματικά αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Οι ορισμοί του Διεθνούς Ουρανογραφικού Συστήματος και Πλαισίου Αναφοράς σύμφωνα με την IAU είναι οι εξής:

Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (ICRS): Ορίζεται ως το εξιδανικευμένο βαρυκεντρικό σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο αναφέρονται οι θέσεις των ουράνιων σωμάτων. Το ICRS είναι κινηματικά μη περιστρεφόμενο (kinematically non-rotating) ως προς ένα σύνολο εξωγαλαξιακών σωμάτων. Επίσης, δεν έχει εγγενή προσανατολισμό αλλά τοποθετήθηκε κοντά στον μέσο ισημερινό και το μέσο δυναμικό εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 (12:00:00 της 1<sup>ης</sup> Ιανουαρίου 2000) ώστε να υπάρχει συνέχεια με τα προηγούμενα θεμελιώδη συστήματα αναφοράς. Ο προσανατολισμός του είναι ανεξάρτητος εποχής, εκλειπτικής και ισημερινού και υλοποιείται από έναν κατάλογο συντεταγμένων εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών.



Διεθνές Ουρανογραφικό Πλαίσιο Αναφοράς (ICRF): Ορίζεται από ένα σύνολο εξωγαλαξιακών αντικειμένων των οποίων οι θέσεις και οι ακρίβειές τους υλοποιούν τους άξονες του ICRS και από τις οποίες προκύπτουν και οι αβεβαιότητες των θέσεων των αξόνων. Επιπλέον, ICRF2 είναι το όνομα του καταλόγου του οποίου οι 295 ραδιοπηγές αποτελούν αυτή τη στιγμή την πιο ακριβή υλοποίηση του ICRS. Οι διαδοχικές αναθεωρήσεις του καταλόγου ICRF στοχεύουν στο να μειωθεί η περιστροφή του συστήματος ως προς τον αρχικό προσανατολισμό.

## 2.1.1 Η υλοποίηση του ICRS

### 2.1.1.1 ICRF - ICRF2

Το ICRF ή ICRF1 είναι ένας κατάλογος θέσεων 608 εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών που προέκυψαν από μετρήσεις συμβολομετρίας πολύ μεγάλης βάσης (VLBI) στις ζώνες S και X των ραδιοκυμάτων (μήκη κύματος 13 και 3.6 cm αντίστοιχα). Οι περισσότερες από αυτές είναι κβάζαρ και 212 από τις συνολικές 608 αποτελούσαν πηγές ορισμού του συστήματος, καθώς βάσει αυτών υλοποιούταν ο προσανατολισμός των αξόνων του ICRS, με αφετηρία το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Οι τυπικές αβεβαιότητες θέσης για τις 212 πηγές είναι της τάξης των 0.5 mas. Ο προσανατολισμός των αξόνων καθορίζεται από το σύνολο αυτών με μία ακρίβεια περίπου 0.02 mas. Οι άξονες αυτοί αντιστοιχούν με μεγάλη ακρίβεια στον μέσο ισημερινό και το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.

Το 2009, λόγω της ανάγκης να διατηρηθεί η ακρίβεια και ο σταθερός προσανατολισμός του πλαισίου, η IAU υιοθέτησε μία νέα λίστα πηγών και συντεταγμένων, αντικαθιστώντας την αρχική ως πλαίσιο ορισμού του ICRS στις ζώνες S και X των ραδιοκυμάτων. Το ICRF2 περιέχει τις θέσεις 295 πηγών ορισμού του συστήματος, οι οποίες προέκυψαν από μία επίλυση για τις θέσεις 3414 εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών. Οι αβεβαιότητες θέσης έχουν μειωθεί αρκετά και η νέα λίστα περιέχει πηγές με ευρύτερη κατανομή στην ουράνια σφαίρα, ειδικά στο νότιο τμήμα αυτής. Οι τυπικές αβεβαιότητες θέσης για τις 295 πηγές είναι της τάξης των 0.1 mas. Ο προσανατολισμός των αξόνων καθορίζεται από το σύνολο αυτών με μία ακρίβεια περίπου 0.01 mas και είναι σύμφωνος με αυτόν του ICRF1.

Μία τρίτη έκδοση του ICRF, το ICRF3, πρόκειται να προταθεί προς υιοθέτηση από την IAU τον Αύγουστο του 2018. Το ICRF3 έχει ακόμα καλύτερη κάλυψη του νοτίου ημισφαιρίου του ουρανού μέσω αντίστοιχων ραδιοπηγών. Οι τυπικές αβεβαιότητες θέσης για όλες τις πηγές κυμαίνονται στο εύρος 70-100 mas (0.07 - 0.1 mas).

Το Διεθνές Κέντρο Περιστροφής της Γης και Συστημάτων Αναφοράς (International Earth Rotation and Reference Systems Service – IERS) παρακολουθεί και ελέγχει διαρκώς τις ραδιοπηγές που συνθέτουν το ICRF. Η παρακολούθηση είναι απαραίτητη επειδή, ως ένα βαθμό, οι περισσότερες από τις πηγές μεταβάλλονται τόσο σε ισχύ ακτινοβολίας όσο και σε δομή και για αυτό το λόγο μπορεί να εμφανίζουν μεταβολές στη θέση. Σε αυτή την περίπτωση, ίσως κρίνεται αναγκαίο να τροποποιείται η λίστα των ραδιοπηγών ώστε να διατηρείται ο σταθερός προσανατολισμός του πλαισίου.

### 2.1.1.2 HRFC

Το ICRS υλοποιείται στο ορατό φάσμα του φωτός από ένα σύνολο 118218 άστρων του καταλόγου Hipparcos, με τα πιο αμυδρά από αυτά να είναι μεγέθους 12 και το οποίο αναφέρεται ως Hipparcos

Celestial Reference Frame (HCRF). Για την υλοποίηση αυτή χρησιμοποιούνται μόνο άστρα τα οποία έχουν σαφώς και καλά προσδιορισμένη ίδια κίνηση. Το υποσύνολο αυτό αποτελείται από το 85% των άστρων του καταλόγου Hipparcos. Οι ουρανογραφικές συντεταγμένες και οι ίδιες κινήσεις των άστρων του Hipparcos δίνονται στο σύστημα αναφοράς ICRS και για την εποχή J1991.25. Για την ακρίβεια, ο κατάλογος αναπαριστά ένα στιγμιότυπο των θέσεων και των κινήσεων των άστρων στις αρχές Απρίλη του 1991, χρονική στιγμή που ταυτίζεται με τη μέση εποχή των παρατηρήσεων του δορυφόρου Hipparcos. Στην εποχή του καταλόγου, για άστρα μεγέθους 9 και φωτεινότερα, η ακρίβεια θέσης είναι περίπου 1 mas και ίδιας κίνησης περίπου 1 mas/έτος. Για αυτό το λόγο, με αναγωγή στην εποχή J2000.0 η μέση ακρίβεια θέσης για ένα άστρο είναι 5-10 mas.

### 2.1.2 Συσχέτιση ICRS και άλλων συστημάτων

Ο προσανατολισμός των αξόνων του ICRS είναι σύμφωνα με τον ισημερινό και το εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 που υλοποιείται από το πλαίσιο αναφοράς του καταλόγου FK5, εντός των ορίων ακρίβειας του τελευταίου. Συγκεκριμένα, ο ισημερινός του FK5 έχει κλίση 22 mas και η αφετηρία του (για τη μέτρηση της ορθής αναφοράς) έχει μετατόπιση 23 mas ως προς τα αντίστοιχα του ICRS. Ωστόσο, οι αβεβαιότητες του ισημερινού και της αφετηρίας του FK5 ως προς τον δυναμικό μέσο ισημερινό και εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 είναι 50mas και 80 mas αντίστοιχα. Συνοπτικά, από τη στιγμή που η ακρίβεια του FK5 για την εποχή J2000.0 είναι σημαντικά χειρότερη από αυτή του Hipparcos, το ICRS, όπως αυτό υλοποιείται από το HCRF, αποτελεί μία βελτίωση του συστήματος FK5.

### 2.1.3 Βαρυκεντρικό και Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (BCRS, GCRS)

Σύμφωνα με την απόφαση B1.3 2000 της IAU ορίζονται δύο ουρανογραφικά συστήματα αναφοράς για χρήση στις εφαρμογές της αστρονομίας και των κλάδων της, ένα με την αφετηρία του στο βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος και ένα με την αφετηρία του στο γεώκεντρο. Τα δύο αυτά συστήματα είναι το Βαρυκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (Barycentric Celestial Reference System – BCRS) και το Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (Geocentric Celestial Reference System – GCRS). Η απόφαση παρέχει σαφώς τη μορφή των μετρικών τανυστών για τα δύο συστήματα και τον τετραδιάστατο μετασχηματισμό μεταξύ αυτών. Επίσης, περιέχει τη γενική μορφή των βαρυτικών δυναμικών που εμφανίζονται στους μετρικούς τανυστές.

Το BCRS είναι ένα παγκόσμιο σύστημα αναφοράς στο οποίο εκφράζονται η θέση και η κίνηση των σωμάτων που βρίσκονται έξω από το εγγύς περιβάλλον της Γης. Το BCRS είναι το κατάλληλο σύστημα για τη επίλυση των εξισώσεων κίνησης των σωμάτων του ηλιακού συστήματος και εντός αυτού εκφράζονται με τον πιο απλό τρόπο οι θέσεις και οι κινήσεις γαλαξιακών και εξωγαλαξιακών σωμάτων. Το GCRS είναι ένα “τοπικό” σύστημα αναφοράς, κατάλληλο για παρατηρήσεις ουράνιων σωμάτων που πραγματοποιούνται από τη Γη, αλλά και για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης σωμάτων που βρίσκονται στο άμεσο περιβάλλον της, όπως οι τεχνητοί δορυφόροι. Επίσης, η μεταβαλλόμενη με το χρόνο θέση του ουράνιου πόλου της Γης καθορίζεται σε αυτό το σύστημα. Κάθε σύνολο ακριβών αστρονομικών παρατηρήσεων εμπλέκει και τα δύο συστήματα και τα διανύσματα αυτών συνδέονται μέσω σχετικιστικών παραγόντων.

Σύμφωνα με τις αποφάσεις της IAU του 2000, οι άξονες των δύο παραπάνω συστημάτων δεν έχουν καθορισμένο προσανατολισμό και περιγράφονται ως κινηματικά μη περιστρεφόμενοι, το

οποίο σημαίνει ότι οι άξονες δεν έχουν συστηματική περιστροφή ως προς μακρινές εξωγαλαξιακές ραδιοπηγές του σύμπαντος. Από τη στιγμή που δεν προσδιορίζονται οι άξονες των δύο συστημάτων, μπορεί να θεωρηθεί ότι αυτά ορίζουν δύο οικογένειες ουρανογραφικών συστημάτων αναφοράς, τα μέλη των οποίων απλά διαφέρουν ως προς τον συνολικό τους προσανατολισμό. Ωστόσο, σύμφωνα με τις αποφάσεις του 2006 συνιστάται για όλες τις πρακτικές εφαρμογές, να θεωρείται το BCRS με προσανατολισμό σύμφωνο με αυτό τον αξόνων του ICRS. Επίσης συνιστάται ο προσανατολισμός του GCRS να απορρέει από αυτόν του BCRS, όπου το τελευταίο ταυτίζεται με το ICRS.

Οι ορισμοί του Βαρυκεντρικού και του Γεωκεντρικού Συστήματος Αναφοράς σύμφωνα με την IAU είναι οι εξής:

Βαρυκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (BCRS): Αποτελεί ένα σύστημα βαρυκεντρικών συντεταγμένων χώρου-χρόνου για το ηλιακό σύστημα εντός του πλαισίου της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας και με μετρικό τανυστή που καθορίζεται από την απόφαση IAU 2000 B1.3. Συμβατικά, ο μετρικός τανυστής του BCRS δεν αποφέρει τις συντεταγμένες ως προς συγκεκριμένη αφετηρία, αφήνοντας έτσι τον προσανατολισμό των αξόνων απροσδιόριστο. Ωστόσο, για όλες τις πρακτικές εφαρμογές, το BCRS θεωρείται προσανατολισμένο σύμφωνα με τους άξονες του ICRS, εκτός εάν δηλώνεται διαφορετικά.

Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS): Αποτελεί ένα σύστημα γεωκεντρικών συντεταγμένων χώρου-χρόνου εντός του πλαισίου της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας και με μετρικό τανυστή που καθορίζεται από την απόφαση IAU 2000 B1.3. Το GCRS ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε ο μετασχηματισμός μεταξύ των χωρικών συντεταγμένων του BCRS και του GCRS να μην περιέχει όρους περιστροφής και έτσι το GCRS να είναι κινηματικά μη περιστρεφόμενο ως προς το BCRS. Ο προσανατολισμός του GCRS στο χώρο προκύπτει από εκείνον του BCRS και συνεπώς από αυτόν του ICRS, εκτός εάν δηλώνεται διαφορετικά.

Η τελευταία πρόταση δεν υπονοεί ότι ο χωρικός προσανατολισμός του GCRS ταυτίζεται με αυτόν του BCRS (και συνεπώς του ICRS). Ο σχετικός προσανατολισμός των δύο αυτών συστημάτων ενσωματώνεται στον τετραδιάστατο μετασχηματισμό που δίνεται στην απόφαση IAU 2000 B1.3. Ο μετασχηματισμός αυτός ενσωματώνεται στον αλγόριθμο που χρησιμοποιείται ώστε οι ποσότητες που παρατηρούνται να υπολογιστούν από τα δεδομένα αναφοράς του BCRS.

## 2.2. Ενδιάμεσο Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (CIRS)

Το Ενδιάμεσο Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (Celestial Intermediate Reference System – CIRS) είναι ένα γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς που συνδέεται με το GCRS μέσω μίας παραμέτρου στροφής, η οποία μεταβάλλεται με το χρόνο εξαιτίας των φαινομένων μετάπτωσης και κλόνησης. Το σύστημα ορίζεται από τον ενδιάμεσο ισημερινό του Ενδιάμεσου Ουράνιου Πόλου (Celestial Intermediate Pole – CIP) και από την Ουράνια Ενδιάμεση Αφετηρία (Celestial Intermediate Origin – CIO) μίας συγκεκριμένης ημερομηνίας. Το CIRS είναι παρόμοιο με το σύστημα που βασίζεται στον αληθή ισημερινό μίας ημερομηνίας και το αληθές εαρινό ισημερινό σημείο αυτής, με τη μόνη διαφορά ότι η αφετηρία σε αυτό είναι η CIO.

## 2.3 Κλίμακες Χρόνου

Μία κλίμακα χρόνου είναι ένας σαφώς καθορισμένος τρόπος μέτρησης του χρόνου, ο οποίος

στηρίζεται σε ένα συγκεκριμένο περιοδικό φυσικό φαινόμενο. Ο ορισμός μίας κλίμακας χρόνου πρέπει να παρέχει μία περιγραφή του φαινομένου που χρησιμοποιείται (τι ακριβώς ορίζει την περίοδο του και υπό ποιες συνθήκες), το ρυθμό αύξησης του χρόνου (πόσες μονάδες χρόνου αντιστοιχούν στη φυσική περίοδο) και μία αρχική εποχή (την ανάγνωση του χρόνου για κάποιο συγκεκριμένο και σαφώς καθορισμένο γεγονός).

Στην αστρονομία οι κλίμακες χρόνου αποτελούν εξιδανικεύσεις, δηλαδή ένα σύνολο ακριβώς διατυπωμένων συμβάσεων. Τα ρολόγια, τα όργανα μέτρησης του χρόνου, όσο εξεζητημένη κατασκευή και να έχουν, παρέχουν μία προσέγγιση της κλίμακας χρόνου που καλούνται να εκφράσουν. Υπό αυτές τις συνθήκες, οι κλίμακες χρόνου είναι παρόμοιες με τα χωρικά συστήματα αναφοράς, τα οποία έχουν ακριβείς ορισμούς αλλά διάφορες ατελείς υλοποιήσεις. Η σύγκριση δεν είναι τυχαία καθώς για τις σύγχρονες εφαρμογές υψηλής ακρίβειας απαιτείται η χρήση συστημάτων αναφοράς χώρου-χρόνου. Όλες οι κλίμακες χρόνου λοιπόν σχετίζονται με συγκεκριμένα συστήματα αναφοράς.

Δύο διαφορετικά σύνολα κλιμάκων χρόνου χρησιμοποιούνται στην αστρονομία. Το πρώτο σύνολο βασίζεται στο δευτερόλεπτο, το “ατομικό” δευτερόλεπτο, που ορίζεται από το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (International System of Units – SI) και το δεύτερο σύνολο βασίζεται στην περιστροφή της Γης. Το δευτερόλεπτο SI ορίζεται ως η διάρκεια 9 129 631 770 περιόδων της H/M ακτινοβολίας από μετάπτωση μεταξύ των δύο επιπέδων ενέργειας του ατόμου του Καισίου 133 και παρέχει έναν πολύ ακριβή και σταθερό ρυθμό μέτρησης χρόνου. Από την άλλη πλευρά, η περιστροφή της Γης (διάρκεια της ημέρας) είναι μεταβλητή και περιλαμβάνει μη προβλέψιμες συνιστώσες και για αυτό το λόγο πρέπει να καταγράφεται συνεχώς μέσω αστρονομικών παρατηρήσεων. Οι παρατηρήσεις αυτές πραγματοποιούνται κατά κύριο λόγο με τη μέθοδο της συμβολομετρίας πολύ μεγάλης βάσης (VLBI).

### **2.3.1 Κλίμακες χρόνου και Θεωρία της Σχετικότητας**

Ένας σημαντικός διαχωρισμός του χρόνου είναι αυτός που γίνεται στο πλαίσιο της θεωρίας της σχετικότητας. Στην ειδική θεωρία της σχετικότητας, η νευτώνεια ιδέα ενός απόλυτου χρόνου σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς αντικαθίσταται από την αρχή ότι ο χρόνος κυλά διαφορετικά σε ξεχωριστά αδρανειακά συστήματα, με τέτοιο τρόπο που η ταχύτητα του φωτός να έχει την ίδια τιμή σε όλα. Όπως στη νευτώνεια φυσική, έτσι και στην ειδική θεωρία της σχετικότητας προτιμώνται τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς, καθώς οι νόμοι της φυσικής είναι απλοί όταν διατυπώνονται με χρήση συντεταγμένων τέτοιων συστημάτων. Στη γενική θεωρία της σχετικότητας ωστόσο, ο χρόνος δεν επηρεάζεται μόνο από την ταχύτητα αλλά και από τα βαρυτικά πεδία και δεν υπάρχουν προτιμώμενα συστήματα αναφοράς. Έτσι, για την μοντελοποίηση φυσικών φαινομένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε σύστημα. Για μία απείρως ελάχιστη περιοχή του χωροχρόνου γύρω από έναν παρατηρητή σημειακής μάζας, μπορεί να εισαχθεί ένα τοπικά αδρανειακό σύστημα αναφοράς όπου, σύμφωνα με την αρχή ισοδυναμίας, όλοι οι νόμοι της φυσικής έχουν την ίδια μορφή όπως σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας. Αυτού του είδους τα τοπικά αδρανειακά συστήματα αναφοράς χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των παρατηρήσεων που γίνονται από έναν σημειακό παρατηρητή. Σε συστήματα αναφοράς που έχουν ένα πεπερασμένο χώρο αναφοράς, η γεωμετρία του χωροχρόνου ορίζεται από έναν μετρικό ταυστή, έναν πίνακα διαστάσεων  $4 \times 4$ . Ο πίνακας αυτός λειτουργεί ως ένας τελεστής ανάμεσα σε δύο τετραδιάστατα διανύσματα του συστήματος. Στην πιο απλή του εφαρμογή, ο μετρικός ταυστής υπολογίζει την απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών γεγονότων του χωροχρόνου. Ουσιαστικά, ο μετρικός ταυστής ορίζει τις εξισώσεις μέσω των οποίων περιγράφονται οι φυσικοί νόμοι στο σύστημα αναφοράς.

Δεδομένων των παραπάνω, ο χρόνος στο πλαίσιο της γενικής θεωρία της σχετικότητας μπορεί να περιγραφεί με τον παρακάτω τρόπο: κατά την κίνηση ενός σωματιδίου στοιχειώδους μάζας στο χωροχρόνο, κάθε σημείο στη διαδρομή που ακολουθεί -το οποίο αναφέρεται και ως ένα γεγονός του χωροχρόνου- μπορεί να χαρακτηριστεί από ένα σύνολο τεσσάρων αριθμών. Αυτοί οι τέσσερις αριθμοί είναι οι τιμές των τεσσάρων συντεταγμένων στον τετραδιάστατο χωροχρόνο για ένα δεδομένο σύστημα συντεταγμένων. Για την ίδια διαδρομή σε ένα διαφορετικό σύστημα συντεταγμένων, οι τέσσερις αυτοί αριθμοί θα είναι διαφορετικοί. Ο ιδιοχρόνος (proper time) είναι ο χρόνος ο οποίος μετράται από ένα ρολόι που κινείται μαζί με το σωματίδιο, σε οποιαδήποτε τροχιά και βαρυτικό πεδίο βρεθεί αυτό. Αντιθέτως, ως συντεταγμένος χρόνος (coordinate time) ορίζεται η μία από τις τέσσερις ανεξάρτητες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίζουν ένα γεγονός στο χωροχρόνο. Ο συντεταγμένος χρόνος ενός συστήματος αναφοράς δεν είναι μετρήσιμος αλλά αποτελεί την ανεξάρτητη μεταβλητή των εξισώσεων κίνησης των σωμάτων αυτού του συστήματος.

### 2.3.2 Κλίμακες χρόνου με βάση το δευτερόλεπτο SI

Το δευτερόλεπτο SI, οριζόμενο ως μία μέτρηση περιόδων ακτινοβολίας από τη μετάπτωση των ενεργειακών επιπέδων του ατόμου ενός στοιχείου, μπορεί να υλοποιηθεί οπουδήποτε από έναν παρατηρητή. Συνεπώς, κλίμακες χρόνου βασισμένες στο SI μπορούν να κατασκευαστούν ή να θεωρηθούν πάνω στην επιφάνεια της Γης, σε άλλα ουράνια σώματα, σε ένα διαστημικό όχημα ή ακόμα και σε περιοχές του σύμπαντος με θεωρητικό ενδιαφέρον όπως το βαρύκεντρο του ηλιακού μας συστήματος. Σύμφωνα με τη θεωρία της σχετικότητας, ένα ρολόι που μετράει χρόνο σε δευτερόλεπτο SI ενδέχεται να μην φαίνεται να λειτουργεί με το ίδιο βήμα όταν παρατηρείται από μία διαφορετική θέση ή τροχιά του χωροχρόνου. Γενικά, θα υπάρχει διαφορά στον παρατηρούμενο ρυθμό προόδου του χρόνου και πιθανές επιπλέον περιοδικές διαφορές που εξαρτώνται από τη σχετική θέση και κίνηση του ρολογιού και του παρατηρητή και από τα εμπλεκόμενα βαρυτικά πεδία. Οι ακριβείς σχέσεις μετασχηματισμού μπορεί να είναι μαθηματικά περίπλοκες, περιλαμβάνοντας όχι μόνο τις θέσεις και τις ταχύτητες του ρολογιού και του παρατηρητή αλλά και αυτές ενός συνόλου ουράνιων σωμάτων, όπως της Γης, του Ήλιου, της Σελήνης ή των πλανητών. Τα παραπάνω ισχύουν φυσικά και για τις συντεταγμένες κλίμακες χρόνου που συνοδεύουν τα διάφορα ουράνια και γήινα συστήματα αναφοράς. Οι μετατροπές μεταξύ των κλιμάκων αυτών λαμβάνονται από τους μετασχηματισμούς τεσσάρων διαστάσεων που επιβάλει η θεωρία της σχετικότητας.

Οι κλίμακες χρόνου που βασίζονται στο δευτερόλεπτο SI και χρησιμοποιούνται στη Γεωδαιτική Αστρονομία είναι ο βαρυκεντρικός συντεταγμένος χρόνος (TCB), ο γεωκεντρικός συντεταγμένος χρόνος (TCG), ο βαρυκεντρικός δυναμικός χρόνος (TDB), ο γήινος χρόνος (TT) και ο ατομικός χρόνος (TAI). Οι κλίμακες TCB και TCG χρησιμοποιούνται κατά βάση στη θεωρία, ενώ οι κλίμακες TDB, TT και TAI χρησιμοποιούνται σε πρακτικές εφαρμογές.

#### 2.3.2.1 Βαρυκεντρικός Συντεταγμένος Χρόνος (TCB)

Ο βαρυκεντρικός συντεταγμένος χρόνος (Barycentric Coordinate Time – TCB) είναι η συντεταγμένη χρόνου για το βαρυκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς (BCRS). Ως κέντρο του βαρυκεντρικού συστήματος αναφοράς θεωρείται το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Το σημείο αυτό επιλέγεται έτσι ώστε, αμελώντας το βαρυτικό δυναμικό του γαλαξία, η κίνησή του να είναι γραμμική. Ιδιαίτερη δυσκολία συναντάται στην αναγωγή παρατηρήσεων στο βαρυκεντρικό σύστημα, του οποίου η συντεταγμένη κλίμακα χρόνου είναι ο TCB. Η δυσκολία στον υπολογισμό

του TCB για οποιοδήποτε γεγονός στο ηλιακό σύστημα, έγκειται στα μεταβαλλόμενο βαρυτικό δυναμικό εντός αυτού, το οποίο πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν και εξαρτάται από τις θέσεις των πλανητών.

Η σχέση που συνδέει τον TCB με το γεωκεντρικό συντεταγμένο χρόνο TCG δίνεται από τον τετραδιάστατο μετασχηματισμό:

$$TCB - TCG = c^{-2} \left[ \int_{t_0}^t \left( \frac{v_e^2}{2} + U_0^{ext}(x_e) \right) dt + v_e \cdot (x - x_e) \right] + O(c^{-4}) \quad (2.1)$$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός,  
 $x_e$  και  $v_e$  η βαρυκεντρική θέση και ταχύτητα του κέντρου μάζας της Γης,  
 $x$  η βαρυκεντρική θέση του παρατηρητή,  
 $t = TCB$ ,  
 $t_0$  επιλεγμένο να ταυτίζεται με την εποχή του γήινου χρόνου TT,  
 $U_0^{ext}$  το βαρυτικό δυναμικό στο επιλεγέν σημείο που εξαρτάται από την κατανομή των ουράνιων σωμάτων γύρω από αυτό και  
 $O(c^{-4})$  οι επιπλέον όροι τάξης  $c^{-4}$ .

### 2.3.2.2 Γεωκεντρικός Συντεταγμένος Χρόνος (TCG)

Σύμφωνα με τις συμβάσεις τις IAU, ο γεωκεντρικός συντεταγμένος χρόνος (Geocentric Coordinate Time – TCG) είναι η συντεταγμένη χρόνου για το γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς (GCRS). Όπως και η TCB, η TCG είναι κλίμακα συντεταγμένου χρόνου. Η TCG ορίστηκε να ταυτίζεται με τον γήινο χρόνο TT την 1η Ιανουαρίου 1977 0<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> 32<sup>s</sup>.184 (JD 2443144.5003725). Οι δύο κλίμακες διαφέρουν μόνο κατά ένα παράγοντα κλίμακας τέτοιο ώστε:

$$TCG = TT + L_G \times (JD - 2443144.5) \times 86\,400 \text{ s} \quad (2.2)$$

όπου  $L_G = 6.969290134 \times 10^{-10}$  καθορισμένη σταθερά που δεν θα αλλάξει από μελλοντικά βελτιωμένα μοντέλα της Γης.

### 2.3.2.3 Ατομικός Χρόνος (TAI)

Ο διεθνής ατομικός χρόνος (International Atomic Time - TAI) είναι η κοινά χρησιμοποιούμενη κλίμακα χρόνου που βασίζεται στο δευτερόλεπτο SI στο επίπεδο της θάλασσας στην επιφάνεια της Γης (αναφέρεται δηλαδή στο περιστρεφόμενο γεωειδές). Η κλίμακα TAI είναι η κλίμακα χρόνου που έχει καθοριστεί με τη μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με όλες τις άλλες και αποτελεί βάση για τον υπολογισμό του συντονισμένου παγκόσμιου χρόνου (UTC), καθώς και του γήινου χρόνου (TT). Συγκεκριμένα, ο TAI είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των δεδομένων που προέρχονται από περισσότερα από τετρακόσια ατομικά ρολόγια τα οποία λειτουργούν σε πάνω από πενήντα εργαστήρια σε όλο τον κόσμο. Η πλειοψηφία των ατομικών ρολογιών είναι ρολόγια καισίου, κάθε ένα από αυτά υλοποιεί συνεπώς τον ορισμό του δευτερολέπτου του SI. Η τιμή μίας χρονικής στιγμής στην κλίμακα ατομικού χρόνου συνδέεται άμεσα με το γήινο χρόνο (TT) σύμφωνα με την

παρακάτω σχέση:

$$TAI = TT - 32.184s \quad (2.3)$$

### 2.3.2.4 Βαρυκεντρικός Δυναμικός Χρόνος (TDB)

Στη γεωδαισία και την αστρονομία, με τον όρο “εφημερίδες” γίνεται αναφορά σε πίνακες που καταγράφουν τις θέσεις των ουράνιων σωμάτων για συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Για πάρα πολλά χρόνια, ως μεταβλητή χρόνου για τις θέσεις των εφημερίδων χρησιμοποιούταν μία ομοιόμορφη κλίμακα χρόνου, ο χρόνος εφημερίδων (Ephemeris Time). Ωστόσο, η βελτιωμένη ακρίβεια που επέφεραν νέες τεχνικές παρατήρησης της κίνησης των ουράνιων σωμάτων, οδήγησε στην ανάγκη αντικατάστασης του χρόνου εφημερίδων με άλλες κλίμακες χρόνου που θα βασίζονταν τόσο στις αρχές δυναμικής του ηλιακού συστήματος όσο και στην θεωρία της σχετικότητας. Επίσης, υπήρχε η απαίτηση για επέκταση των ήδη εν ισχύ κλιμάκων χρόνου προς τα πίσω, πριν το έτος 1955 κατά το οποίο εισήχθη ο ατομικός χρόνος TAI. Συνεπώς, στα τέλη της δεκαετίας του '70 εισήχθησαν δύο νέες κλίμακες χρόνου. Αυτές ήταν ο γήινος δυναμικός χρόνος (Terrestrial Dynamical Time – TDT), ο οποίος δεν είναι πλέον σε χρήση έχοντας αντικατασταθεί από τον γήινο χρόνο TT και ο βαρυκεντρικός δυναμικός χρόνος (Barycentric Dynamical Time – TDB). Οι κλίμακες αυτές δημιουργήθηκαν ώστε να αποτελέσουν τη συνέχιση του χρόνου εφημερίδων και ορίστηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να αναφέρονται στα πλαίσια αναφοράς ως προς το γεώκεντρο και το βαρύκεντρο αντίστοιχα. Για να επιτευχθεί η συνέχεια, η κλίμακα TDT ορίστηκε με αναφορά τον ατομικό χρόνο TAI και με χρονική μετατόπιση και ρυθμό ώστε να ταιριάζει με το χρόνο εφημερίδων ET. Επιπλέον, ορίστηκε ότι ο TDB θα αποκλίνει από τον TDT μόνο κατά περιοδικούς όρους (με τη μεγαλύτερη απόκλιση να είναι 0.0016s για περίοδο ενός έτους), έτσι ώστε να ταυτίζεται η εποχή και ο ρυθμός των δύο, αν και αποδείχθηκε στη συνέχεια ότι η συνθήκη αυτή δεν ήταν δυνατόν να επιτευχθεί με ακρίβεια.

Σύμφωνα με τις αποφάσεις της Διεθνούς Αστρονομικής Ένωσης (IAU) του 1979 ο βαρυκεντρικός δυναμικός χρόνος (TDB) ορίστηκε ως η ανεξάρτητη μεταβλητή των εξισώσεων κίνησης των σωμάτων του ηλιακού συστήματος ως προς το βαρύκεντρο αυτού. Στην πράξη ο TDB καθορίστηκε να υπολογίζεται από τον γήινο δυναμικό χρόνο TDT (πρόδρομο του γήινου χρόνου TT), από μία μαθηματική σχέση που εξαρτάται από την εν χρήσει βαρυτική θεωρία, τις αστρονομικές σταθερές και τις θέσεις και κινήσεις των σωμάτων του ηλιακού συστήματος. Συγκεκριμένα (Kaplan,1981):

$$\begin{aligned} TDB \approx TDT + 0.001658s \sin(g + 0.0167\text{sing}) \\ + \text{σεληνιακοί και πλανητικοί όροι τάξης } 10^{-5} s \\ + \text{ημερήσιοι όροι τάξης } 10^{-6} s \end{aligned} \quad (2.4)$$

όπου  $g$  = η μέση ανωμαλία της Γης στην τροχιά της  
 $= (357.528^\circ + 35\,999.050^\circ T) 2\pi/360^\circ$  και  
 $T = (t_{TDB} - 2451545.0)/36525$ .

Το 2006 η IAU αποφάσισε να επαναπροσδιορίσει τον TDB εξαιτίας των προβλημάτων που ανέκυπταν από τον αρχικό ορισμό του, αλλά και λόγω της διαδεδομένης χρήσης της κλίμακας χρόνου  $T_{eph}$  που είχε εισαχθεί από το Jet Propulsion Laboratory της NASA. Σύμφωνα με τις αποφάσεις του 2006, σε όποιες περιπτώσεις απαιτείται η χρήση μίας κλίμακας συντεταγμένου χρόνου που να συνδέεται γραμμικά με τον βαρυκεντρικό συντεταγμένο χρόνο (TCB) και να παραμένει κοντά σε ρυθμό με τον γήινο χρόνο (TT) στο γεώκεντρο για εκτεταμένο χρονικό διάστημα, ο TDB ορίζεται ως γραμμικός μετασχηματισμός του TCB ως εξής:

$$TDB = TCB - L_B \times (JD_{TCB} - T_0) \times 86400 + TDB_0 \quad (2.5)$$

όπου  $T_0 = 2443144.5003725$ ,  
 $L_B = 1.550519768 \times 10^{-8}$  και  
 $TDB_0 = -6.55 \times 10^{-5}$  καθορισμένες σταθερές και  
 $JD_{TCB}$  η Ιουλιανή ημερομηνία στην κλίμακα χρόνου TCB.

Η τιμή της  $JD_{TCB}$  είναι  $T_0 = 2443144.5003725$  για την 1η Ιανουαρίου 1977 και τη στιγμή 00h 00m 00s TAI στο γεώκεντρο και αυξάνεται κατά μία μονάδα κάθε 86400s χρόνου της κλίμακας TCB.

### 2.3.2.5 Γήινος Χρόνος (TT)

Ο συντεταγμένος χρόνος που ορίζεται στην επιφάνεια της Γης ονομάζεται γήινος χρόνος (Terrestrial Time – TT) και διαφέρει από τον χρόνο TCG μόνο κατά ένα σταθερό ρυθμό. Η μονάδα της κλίμακας TT είναι το δευτερόλεπτο SI όπως αυτή ορίζεται στο γεωειδές. Για τη χρονική στιγμή της 1ης Ιανουαρίου 1977 0<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> 0<sup>s</sup> TAI, ο γήινος χρόνος είχε τιμή 1η Ιανουαρίου 1977 0<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> 32<sup>s</sup>.184.

Η κλίμακα χρόνου TT είναι κλίμακα συντεταγμένου χρόνου αλλά όχι δυναμικού και λειτουργεί ως συνδετικός κρίκος της κλίμακας ατομικού χρόνου TAI και των υπόλοιπων κλιμάκων συντεταγμένου χρόνου. Ο TAI αποτελεί την πρακτική υλοποίηση του γήινου χρόνου και συνδέεται με αυτόν μέσω της σχέσης:

$$TT = TAI + 32.184s \quad (2.6)$$

Η σταθερά 32.184s οφείλεται στο γεγονός ότι, κατά την εισαγωγή του το 1958, ο TAI ορίστηκε να είναι ίσος με τον παγκόσμιο χρόνο UT αντί με το χρόνο εφημερίδων (Ephemeris Time - ET), επειδή ο τελευταίος είχε πολύ χαμηλή ακρίβεια. Ωστόσο, αργότερα αποφασίστηκε ότι θα ήταν προτιμότερο η κλίμακα χρόνου TAI να είναι σε συνέχεια με την κλίμακα ET. Συνεπώς, η σταθερά 32.184s υιοθετήθηκε ως η καλύτερη τιμή της συσσωρευμένης διαφοράς μεταξύ των κλιμάκων TAI και ET μέχρι την 1η Ιανουαρίου 1977.

## 2.3.3 Κλίμακες χρόνου με βάση την περιστροφή της Γης

### 2.3.3.1 Αστρικός Χρόνος (Sidereal Time)

Ο χρόνος που ισοδυναμεί με την ωριαία γωνία του εαρινού ισημερινού σημείου ονομάζεται αστρικός χρόνος. Παρόλο που ο αστρικός χρόνος αποτελεί έναν εύκολο και πρακτικό τρόπο μέτρησης της περιστροφής της Γης στο ουράνιο σύστημα, δεν αποτελεί ένα πραγματικό μέτρο της, εξαιτίας της συνεχούς κίνησης του εαρινού ισημερινού σημείου λόγω μετάπτωσης και κλόνησης. Ο αληθής αστρικός χρόνος (apparent sidereal time - AST) μετράται ως προς το αληθές ισημερινό σημείο, το οποίο είναι το σημείο τομής του αληθούς ισημερινού και της αληθούς εκλειπτικής της ημερομηνίας. Το αληθές ισημερινό σημείο επηρεάζεται τόσο από το φαινόμενο της μετάπτωσης όσο και από της κλόνησης, τα οποία εισάγουν περιοδικές μεταβολές στον αληθή αστρικό χρόνο. Ο μέσος αστρικός χρόνος (mean sidereal time – MST) μετράται ως προς το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο, η θέση του οποίου καθορίζεται λαμβάνοντας υπόψιν μόνο το φαινόμενο της μετάπτωσης. Η διαφορά μεταξύ αληθούς και μέσου αστρικού χρόνου ονομάζεται εξίσωση των ισημεριών (equation of equinoxes). Ο αστρικός χρόνος ενός τόπου εξαρτάται από το αστρονομικό μήκος αυτού. Για το μεσημβρινό που διέρχεται από το αστεροσκοπείο του Greenwich ορίζεται ο αστρικός χρόνος Greenwich (Greenwich sidereal time – GST). Ο τοπικός αστρικός χρόνος (local sidereal



time – LST) ενός σημείου προκύπτει προσθέτοντας το αστρονομικό μήκος αυτού στον αστρικό χρόνο Greenwich. Βάσει του αστρικού χρόνου ορίζεται και η αστρική ημέρα ως η περίοδος μεταξύ δύο διαδοχικών μεσημβρινών διαβάσεων του εαρινού ισημερινού σημείου. Εξαιτίας του φαινομένου της μετάπτωσης, η μέση αστρική ημέρα των 24 ωρών μέσου αστρικού χρόνου είναι μικρότερη από την περίοδο περιστροφής της Γης, ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, περίπου κατά 0.0084s.

Ο μέσος αστρικός χρόνος Greenwich (Greenwich Mean Sidereal Time – GMST) σε δευτερόλεπτα της ώρας είναι:

$$\text{GMST} = 86400 \cdot \theta + (0.014506 + 4612.156534T + 1.3915817T^2 - 0.00000044T^3 - 0.000029956T^4 - 0.0000000368T^5) / 15 \quad (2.7)$$

όπου  $\theta$  η γωνία περιστροφής της Γης

$T$  ο αριθμός των αιώνων από την εποχή J2000.0 στην κλίμακα χρόνου TDB (δηλαδή,  $T = (JD_{\text{TDB}} - 2451545.0) / 36525$ ).

Η γωνία  $\theta$  είναι ο όρος της σχέσης που μεταβάλλεται ταχέως και αφορά στην περιστροφή της Γης, ενώ το πολυώνυμο εντός της παρένθεσης είναι η συσσωρευμένη μετάπτωση του εαρινού ισημερινού σημείου κατά την ορθή αναφορά σε δευτερόλεπτα τόξου (arcsec), όπως δίνεται στη λύση P03 των Capitaine et al. (2003).

Για τον υπολογισμό του αληθούς αστρικού χρόνου Greenwich (Greenwich Apparent Sidereal Time – GAST) σε ώρες πρέπει να προστεθεί στον GMST (h) η εξίσωση των ισημεριών (equation of the equinoxes -  $\mathcal{E}_\gamma$ ):

$$\text{GAST} = \text{GMST} + (\mathcal{E}_\gamma / 3600) / 15 \quad (2.8)$$

η οποία περιγράφει την κίνηση του εαρινού ισημερινού σημείου λόγω του φαινομένου της κλόνησης. Η εξίσωση των ισημεριών υπολογίζεται μέσω μίας εκτεταμένης σειράς που είναι εκφρασμένη σε δευτερόλεπτα τόξου (arcsec):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\gamma = & \Delta\psi \cos \varepsilon_A \\ & + 0.00264096 \sin(\Omega) \\ & + 0.00006352 \sin(2\Omega) \\ & + 0.00001175 \sin(2F - 2D + 3\Omega) \\ & + 0.00001121 \sin(2F - 2D + \Omega) \\ & - 0.00000455 \sin(2F - 2D + 2\Omega) \\ & + 0.00000202 \sin(2F + 3\Omega) \\ & + 0.00000198 \sin(2F + \Omega) \\ & - 0.00000172 \sin(3\Omega) \\ & - 0.00000087 T \sin(\Omega) + \dots \end{aligned} \quad (2.9)$$

όπου  $\Delta\psi$  η κλόνηση κατά μήκος της εκλειπτικής της ημερομηνίας σε arcsec

$\varepsilon_A$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής και

$F, D, \Omega$  θεμελιώδη σεληνογλιακά ορίσματα της κλόνησης.

Όλες οι παραπάνω ποσότητες είναι συναρτήσεις του βαρυκεντρικού δυναμικού χρόνου TDB.

Η σειρά αυτή είναι τμήμα μίας εκτεταμένης σειράς, που περιλαμβάνεται στις συμβάσεις της Διεθνούς Υπηρεσίας Περιστροφής της Γης και Συστημάτων Αναφοράς (*IERS Conventions 2010*) αλλά είναι επαρκής για χρήση στο μεγαλύτερο μέρος των πρακτικών εφαρμογών.

Ο μέσος τοπικός αστρικός χρόνος (Local Mean Sidereal Time – LMST) και ο αληθής τοπικός αστρικός χρόνος (Local Mean Apparent Time – LAST) μπορούν να υπολογιστούν, σε ώρες, από τις σχέσεις:

$$LMST = GMST + \frac{\Lambda}{15} \quad (2.10)$$

$$LAST = GAST + \frac{\Lambda}{15} \quad (2.11)$$

όπου  $\Lambda$  το αστρονομικό μήκος του τόπου αναφοράς σε μοίρες.

### 2.3.3.2 Παγκόσμιος Χρόνος (UT)

Ο όρος παγκόσμιος χρόνος (Universal Time – UT) αναφέρεται σε ένα σύνολο κλιμάκων χρόνου που σχετίζονται με τη μέση ημερήσια κίνηση του Ήλιου. Μία από αυτές είναι η κλίμακα χρόνου UT1 η οποία απορρέει από άμεσες παρατηρήσεις της περιστροφής της Γης. Μέσω αστρονομικών παρατηρήσεων προσδιορίζεται η γωνία περιστροφής της Γης ως προς ένα ουράνιο σύστημα αναφοράς και κατόπιν συνδέεται με το μέσο ηλιακό χρόνο μέσω της χρήσης μιας μαθηματικής σχέσης η οποία αναπτύσσεται για αυτόν ακριβώς το σκοπό.

Ο μέσος ηλιακός χρόνος (mean solar time) είναι η ωριαία γωνία ενός φανταστικού σημείου που κινείται πάνω στον ουράνιο ισημερινό και ονομάζεται φανταστικός μέσος Ήλιος (fictitious mean Sun). Το σημείο αυτό επιλέγεται ώστε, μέσα σε ένα έτος, η κίνηση του Ήλιου κατά μήκος της εκλειπτικής να είναι ισοδύναμη με την κίνηση αυτού του σημείου κατά μήκος του ουράνιου ισημερινού. Με χρήση αυτής της συνθήκης, υπερσκελίζεται η μη ομοιόμορφη κλίμακα χρόνου που προκύπτει αν μετράται ο χρόνος μέσω της ημερήσιας κίνησης του αληθούς Ήλιου και η οποία οφείλεται στη λόξωση της εκλειπτικής και στην εκκεντρότητα της τροχιάς της Γης.

Από το 1900 έως και το 2000 ο παγκόσμιος χρόνος προέκυπτε από μία συμβατική σχέση που τον συνέδεε με τον μέσο αστρικό χρόνο Greenwich (GMST), η οποία είχε αναθεωρηθεί το 1984 μετά την εισαγωγή βελτιωμένων αστρονομικών σταθερών στα μοντέλα που χρησιμοποιούνταν. Από το 2000 και σύμφωνα με τις αποφάσεις της IAU, ο χρόνος UT1 συνδέεται μέσω μιας συμβατικής σχέσης με τη γωνία περιστροφής της Γης (Earth Rotation Angle – ERA ή  $\theta$ ):

$$ERA(T_u) = \theta = 2\pi(0.7790572732640 + 1.00273781191135448T_u) \quad (2.12)$$

όπου  $T_u = (\text{Julian UT1 date} - 2451545.0)$ .

Η παραπάνω εξίσωση βασίζεται αυστηρά στην περιστροφή της Γης και είναι μία γραμμική σχέση μεταξύ της ERA και του χρόνου UT1. Από τη στιγμή που οι δύο ποσότητες συνδέονται με μία μαθηματική σχέση που βασίζεται στην περιστροφή της Γης, επηρεάζονται και οι δύο από μεταβολές του ρυθμού περιστροφής της Γης, οι οποίες είναι απρόβλεπτες και πρέπει να παρατηρούνται διαρκώς. Η παρατήρηση των μεταβολών επιτυγχάνεται με χρήση μετρήσεων VLBI ως προς μακρινές ραδιοπηγές. Τέλος, αν και ο παγκόσμιος χρόνος δεν συνδέεται πλέον με την ωριαία γωνία ενός φανταστικού Ήλιου, αποτελεί αρκετά ικανοποιητικά τη συνέχιση του μέσου ηλιακού χρόνου, χωρίς βέβαια να ταυτίζεται με αυτόν.

### 2.3.3.3 Παγκόσμιος Συντονισμένος Χρόνος (UTC)

Η κλίμακα χρόνου που χρησιμοποιείται στην καθημερινότητα από τους ανθρώπους σε όλο τον κόσμο βασίζεται στον παγκόσμιο συντονισμένο χρόνο (Coordinated Universal Time – UTC). Η κλίμακα χρόνου UTC είναι μία υβριδική κλίμακα χρόνου που χρησιμοποιεί ως θεμελιώδη μονάδα το δευτερόλεπτο SI, όπως αυτό ορίζεται στην επιφάνεια του γεωειδούς. Επομένως, ταυτίζεται απόλυτα σε ρυθμό με την κλίμακα ατομικού χρόνου, με τη διαφορά ότι υπόκειται σε συχνές προσαρμογές μεγέθους ενός δευτερολέπτου, ώστε να διαφέρει το πολύ 0.9s από τον UT1. Οι προσαρμογές αυτές ονομάζονται εμβόλιμα δευτερόλεπτα (leap seconds) και εισάγονται στο τέλος του Ιουνίου ή του Δεκεμβρίου ενός έτους, όποτε αυτό κρίνεται απαραίτητο και έπειτα από διεθνή συμφωνία. Η σχέση που συνδέει τις κλίμακες UTC και TAI είναι:

$$\text{TAI} = \text{UTC} + \text{DAT} = \text{UTC} + N \text{ s} \quad (2.13)$$

όπου  $N$  ο αριθμός των εμβόλιμων δευτερολέπτων που ισχύουν για μία δεδομένη χρονική περίοδο.

Λόγω της αιώνιας επιβράδυνσης της Γης, δηλαδή της διαρκούς μείωσης της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της Γης ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η διάρκεια της ημέρας σε δευτερόλεπτα TAI διαρκώς αυξάνεται. Συνεπώς, η χρήση των εμβόλιμων δευτερολέπτων και η διατήρηση της διαφοράς των UTC και UT1 εντός 0.9s καθιστά τον UTC κατάλληλο για χρήση στην οργάνωση της ζωής των ανθρώπων, αφού τον διατηρεί κοντά με τον UT1 που αντανακλά την ημερήσια περιστροφή της Γης και συνεπώς την εναλλαγή ημέρας και νύχτας.

Η Διεθνής Υπηρεσία Περιστροφής της Γης και Συστημάτων Αναφοράς (IERS) εκδίδει τόσο ακριβείς τιμές όσο και προβλέψεις για την υπολειπόμενη διαφορά  $\Delta\text{UT} = \text{UT1} - \text{UTC}$  για κάθε ημέρα. Αυτές βασίζονται σε παρατηρήσεις εξωγαλαξιακών πηγών με τη μέθοδο VLBI.

### 2.3.4 Ιουλιανή Ημερομηνία (JD)

Μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή μπορεί να χαρακτηριστεί από έναν αριθμό που ονομάζεται Ιουλιανή Ημερομηνία (Julian Date – JD) ή Αριθμός Ιουλιανής Ημέρας (Julian Day Number - JDN). Η Ιουλιανή ημερομηνία είναι μία συνεχής καταμέτρηση των ημερών και των υποδιαϊρέσεων αυτών από τις 12<sup>h</sup> της πρώτης μέρας του έτους 4713 π.Χ. Ο ορισμός αυτός είναι αρκετά γενικός ώστε να μπορεί να αναφέρεται σε οποιαδήποτε συνεχή κλίμακα χρόνου. Ωστόσο, για μία χρονική στιγμή που καταγράφεται με υψηλή ακρίβεια πρέπει να γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των JD κάθε ξεχωριστής κλίμακας χρόνου.

Η ορολογία «Ιουλιανή» προέρχεται από την Ιουλιανή Περίοδο 7980 ετών, που είναι το πολλαπλάσιο τριών βασικών αστρονομικών περιόδων: του 15ετούς κύκλου της Ινδίκτου, του 19ετούς κύκλου του Μέτωνος και του 28ετούς ηλιακού κύκλου.

Για τον υπολογισμό της Ιουλιανής ημερομηνίας θεωρούνται οι μεταβλητές  $Y$  για το έτος αναφοράς,  $M$  για τον αριθμό του μήνα και  $D$  για τον αριθμό της ημέρας, όπου αυτή αναφέρεται είτε στο Ιουλιανό ημερολόγιο είτε στο Γρηγοριανό. Η ακριβής χρονική στιγμή μέσα στην ημέρα υπολογίζεται προσθέτοντας αθροιστικά τις ώρες, τα λεπτά και τα δευτερόλεπτα της ημέρας ως δεκαδικό τμήμα στην τιμή  $D$ . Ο αλγόριθμος υπολογισμού έχει ως εξής:

1. Για  $M > 2$ , οι τιμές  $Y$  και  $M$  δεν μεταβάλλονται.

Για  $M = 1$  ή  $2$ , η τιμή του  $Y$  αντικαθίσταται από την τιμή  $Y - 1$  και η τιμή  $M$  από την τιμή  $M + 12$ .

2. Για το Γρηγοριανό ημερολόγιο υπολογίζονται οι μεταβλητές:

$$A = \text{INT}(Y/100) \quad B = 2 - A + \text{INT}(A/4)$$

όπου το INT συμβολίζει το ακέραιο μέρος του αριθμού.

Για το Ιουλιανό ημερολόγιο,  $B = 0$ .

3. Ο αριθμός Ιουλιανής ημερομηνίας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$JD = \text{INT}(365.25 (Y + 4716)) + \text{INT}(30.6001 (M+1)) + D + B - 1524.5 \quad (2.14)$$

Ιδιαίτερη σημασία και χρήση έχει η ημερομηνία J2000.0 για την οποία ισχύει:

$$J2000.0 = 12^{\text{h}} \text{ 1ης Ιανουαρίου 2000} = JD \ 2\ 451\ 545.0 \quad (2.15)$$

Συχνά γίνεται χρήση και της τροποποιημένης Ιουλιανής ημερομηνίας (Modified Julian Date – MJD) που ορίζεται ως:

$$MJD = JD - 2\ 400\ 000.5 \quad (2.16)$$

## **Κεφάλαιο 3**

### **Μετάπτωση και Κλόνηση του άξονα της Γης**

Η μετάπτωση και η κλόνηση είναι δύο όψεις του ίδιου φαινομένου, αυτού της συνολικής απόκρισης της περιστρεφόμενης, πεπλατυσμένης, ελαστικής Γης στις εξωτερικές βαρυτικές ροπές από τη Σελήνη, τον Ήλιο και τους άλλους πλανήτες. Ως συνέπεια των παραπάνω ροπών, ο προσανατολισμός του άξονα περιστροφής της Γης μεταβάλλεται συνεχώς ως προς ένα τοπικό αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Η κίνηση του άξονα περιγράφεται συμβατικά από μία ομαλή, μεγάλης περιόδου κίνηση που ονομάζεται μετάπτωση, πάνω στην οποία υπερτίθεται μία σειρά μικρών περιοδικών κινήσεων που ονομάζεται κλόνηση.

#### **3.1 Εισαγωγή**

##### **3.1.1 Περιστροφή και σχήμα της Γης**

Με μία απλοϊκή προσέγγιση, η Γη θεωρείται ως ένα αξονικά συμμετρικό ελλειψοειδές, που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από τον άξονα συμμετρίας του, ο οποίος είναι ο πολικός άξονας που διέρχεται από το κέντρο της Γης και το βόρειο και νότιο πόλο της. Θεωρώντας σταθερή την περιστροφή της Γης, η διεύθυνση αυτού του άξονα παραμένει σταθερή στο διάστημα, δηλαδή σταθερή ως προς τις θέσεις συγκεκριμένων, φαινομενικά ακίνητων, ουράνιων σωμάτων (“fixed stars”). Τα ουράνια σώματα που ικανοποιούν στο μέγιστο δυνατό βαθμό την απαίτηση για σταθερή θέση στο διάστημα είναι τα κβάζαρ (quasars), τα πιο μακρινά εξωγαλαξιακά ουράνια σώματα. Ως κβάζαρ στην Αστρονομία εννοείται κάθε εξαιρετικά λαμπρό και μακρινός ενεργός γαλαξιακός πυρήνας, που εμφανίζεται στο ορατό φως ως σημειακή πηγή (σαν άστρο), παρά ως εκτεταμένο σώμα (όπως οι γαλαξίες). Η διεύθυνση του άξονα συμμετρίας της Γης έχει μία κλίση περίπου  $23.5^\circ$  ως προς τη διεύθυνση διανύσματος που είναι κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο (για την ακρίβεια, γύρω από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος, δηλαδή το κέντρο μάζας του ηλιακού συστήματος).

Η ελλειψοειδής μορφή της Γης αντανακλά και στην εσωτερική της δομή. Θεωρώντας ότι η ύλη του περιστρεφόμενου σώματος συμπεριφέρεται σαν υγρό υπό την αδιάλειπτη επίδραση δυνάμεων που δρουν εκατομμύρια έτη (δηλαδή, υπό συνθήκες που καταβάλλεται ακόμα και η αντίσταση των στερεών περιοχών του εσωτερικού της Γης στην διατμητική παραμόρφωση) προκύπτει το σχήμα που ονομάζεται ελλειψοειδές υδροστατικής ισορροπίας (“hydrostatic equilibrium ellipsoid”). Το σχήμα της Γης προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό, αν και όχι απόλυτα, αυτό το ελλειψοειδές. Η ισημερινή ακτίνα της Γης υπερβαίνει την πολική της ακτίνα κατά περίπου 21 km. Αυτή η μορφή που παίρνει η Γη στον ισημερινό περιγράφεται με τον όρο “ισημερινό εξόγκωμα” ή “διόγκωση του ισημερινού”.

##### **3.1.2 Τροχιά της Γης**

Η δύναμη της βαρυτικής έλξης του Ήλιου στο σύνολο της μάζας της Γης διατηρεί τη Γη σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Ομοίως, η γήινη βαρυτική έλξη διατηρεί την τροχιακή κίνηση της Σελήνης γύρω από τη Γη. Καθεμία από τις δύο αυτές τροχιές στο σύστημα Ήλιος-Γη-Σελήνη θα ήταν ελλειπτική, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Κέπλερ, αν το τρίτο ουράνιο σώμα απουσίαζε. Στην πραγματικότητα, εμφανίζονται μικρές αποκλίσεις από την ιδεατή θεωρητική τροχιά ως αποτέλεσμα

της βαρυτικής έλξης των δύο σωμάτων από το τρίτο σώμα, καθώς και από τις πολύ μικρότερες βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται από τους λοιπούς πλανήτες.

### 3.1.3 Προσανατολισμός της Γης

Η περιστροφή της Γης είναι σύνθεση μιας καθαρά περιστροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα συμμετρίας της (άξονας του σχήματος – figure axis) και του μεταβαλλόμενου προσανατολισμού αυτού του άξονα στο διάστημα.

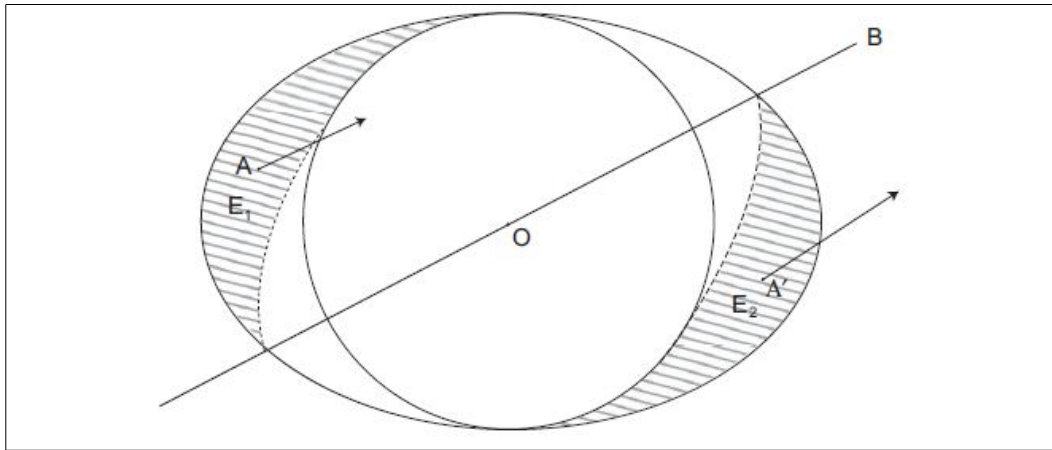
Η κίνηση του άξονα του σχήματος στο χώρο είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο ειδών κίνησης. Η πρώτη είναι μία αέναη κίνηση που ονομάζεται μετάπτωση, κατά την οποία ο (Βόρειος) πόλος, απεικονιζόμενος ως σημείο πάνω στην ουράνια σφαίρα (δηλαδή σε μία σφαίρα μοναδιαίας ακτίνας σε ένα σταθερό στο χώρο - “space-fixed” - πλαίσιο αναφοράς), διαγράφει μία κυκλική πορεία με σταθερό ρυθμό στην ουράνια σφαίρα, γύρω από το κάθετο στην εκλειπτική διάνυσμα. Ως εκλειπτική ή επίπεδο της εκλειπτικής θεωρείται το επίπεδο της τροχιάς του βαρύκεντρου Γης-Σελήνης (EMB – Earth Moon Barycenter) γύρω από τον Ήλιο. Ο άξονας του σχήματος διατηρεί μία σχεδόν σταθερή γωνία, περίπου  $23.5^\circ$ , ως προς το κάθετο στο επίπεδο της εκλειπτικής διάνυσμα και κατ’ αυτόν τον τρόπο διαγράφει έναν κώνο με την ίδια γωνία, ο άξονας του οποίου ταυτίζεται με το κάθετο προς την εκλειπτική διάνυσμα.

Η δεύτερη κίνηση είναι μία σύνθεση πολυάριθμων περιοδικών κινήσεων, καθεμία από τις οποίες εκδηλώνεται ως μία έλλειψη πάνω στην ουράνια σφαίρα, με κέντρο της το μέσο πόλο (mean pole), δηλαδή το σημείο στο οποίο θα βρισκόταν ο πόλος του άξονα αν οι μικρές περιοδικές κινήσεις δεν υπήρχαν και συνεπώς η κίνησή του επηρεαζόταν μόνο από την μετάπτωση. Αυτή η ελλειπτική κίνηση μπορεί να περιγραφεί ως σύνθεση δυο ταλαντώσεων, σε δύο ορθογώνιες διευθύνσεις πάνω στην ουράνια σφαίρα: μία πάνω στην κυκλική τροχιά που διαγράφει ο άξονας κατά την μετάπτωση του και μία στην κάθετη στην τροχιά διεύθυνση. Η σύνθεση όλων των περιοδικών κινήσεων αποτελεί την κλόνηση. Η κλόνηση μετακινεί τον πόλο κατά μέγιστο  $10''$  από τη θέση του μέσου πόλου.

### 3.1.4 Κύριες αιτίες της μετάπτωσης και της κλόνησης

Καθώς ο άξονας περιστροφής της Γης εμφανίζει κλίση ως προς το τροχιακό της επίπεδο, το ισημερινό εξόγκωμα βρίσκεται εκτός του ισημερινού επιπέδου κατά τη διάρκεια της τροχιακής κίνησης. Δεδομένου ότι η βαρυτική έλξη είναι ισχυρότερη στα σημεία ενός ουράνιου σώματος (Γη) που είναι πιο κοντά στο ουράνιο σώμα που την ασκεί (Ήλιος ή Σελήνη κατά κύριο λόγο), το τμήμα του ισημερινού εξογκώματος της Γης που είναι πλησιέστερα στον Ήλιο ή τη Σελήνη έλκεται με μεγαλύτερη δύναμη σε σχέση με το τμήμα στην αντίθετη πλευρά. Ως αποτέλεσμα, η Γη υφίσταται μία συνισταμένη ροπή που τείνει να επιφέρει κλίση στον άξονα της Γης. Το κύριο αποτέλεσμα είναι η μετάπτωση, η οποία είναι η αργή κίνηση του άξονα περιστροφής της Γης γύρω από την κάθετο στο τροχιακό της επίπεδο, και η κλόνηση. Συνεπώς, οι κινήσεις του άξονα περιστροφής της Γης που περιγράφονται από τη μετάπτωση και την κλόνηση οφείλονται κατά κύριο λόγο στις ροπές που προκύπτουν από τις ελκτικές δυνάμεις της Σελήνης και του Ήλιου (και των πλανητών σε μικρότερο βαθμό) πάνω στο ισημερινό εξόγκωμα της Γης. Οι συνθήκες αυτές απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα για ένα απλοποιημένο μοντέλο μίας ομογενούς και αξονικά συμμετρικής ελλειψοειδούς Γης.

Στο σχήμα φαίνεται η διατομή μίας υποθετικής ομογενούς ελλειψοειδούς Γης με την εγγεγραμμένη σφαίρα και ένα ουράνιο σώμα προς τη διεύθυνση B. Οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκεί το σώμα B,



Σχήμα 3.1 - Βαρυτική έλξη που ασκείται στη Γη (Dehant V., Mathews P.M., 2015)

σε τμήματα ίσης μάζας που βρίσκονται συμμετρικά της γραμμής που διέρχεται του κέντρου  $O$  και έχει κατεύθυνση προς το σώμα  $B$ , είναι ίσου μεγέθους και δεν προκαλούν ροπή. Ωστόσο, τα τμήματα  $E_1$  και  $E_2$  εκτός της σφαίρας δεν είναι συμμετρικά κατανομημένα ως προς την γραμμή που έχει κατεύθυνση το σώμα  $B$ . Συνεπώς, οι δυνάμεις  $A$  και  $A'$  δεν αντισταθμίζονται. Η δύναμη από το τμήμα  $E_2$  είναι ισχυρότερη από αυτή στο τμήμα  $E_1$ , καθώς η πρώτη είναι εγγύτερα στο σώμα  $B$ . Η συνισταμένη ροπή έχει ως αποτέλεσμα η περιστρεφόμενη Γη να συμπεριφέρεται ως γυροσκόπιο.

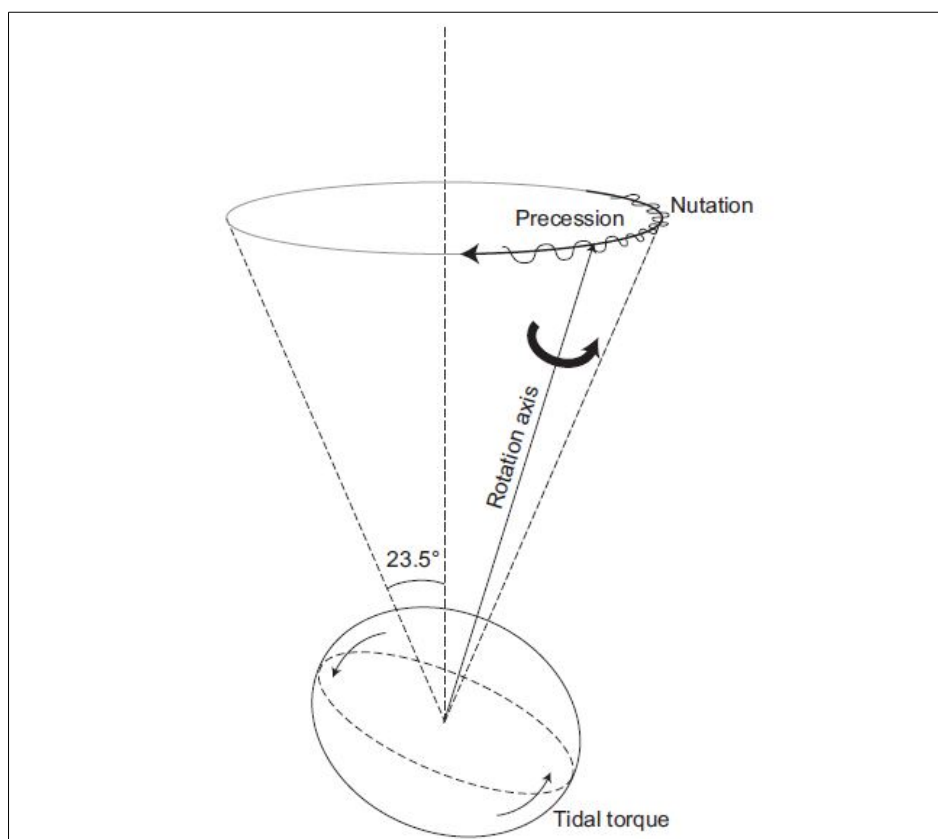
Οι ροπές που ασκούνται από κάθε ουράνιο σώμα (Ήλιος, Σελήνη, πλανήτες) πάνω στη Γη έχουν ένα τμήμα που είναι ανεξάρτητο του χρόνου. Το άθροισμα αυτών των σταθερών ροπών γεννά την μεταπτωτική κίνηση, η οποία έχει ένα σταθερό ρυθμό περίπου  $50''$  ανά χρόνο και περιγράφει την κίνηση του μέσου πόλου.

Οι ροπές που ασκούνται από τα ουράνια σώματα του ηλιακού συστήματος προκαλούν επίσης ένα μεγάλο αριθμό συνιστωσών, με συχνότητες που σχετίζονται με τις συχνότητες των τροχιακών κινήσεων αυτών των σωμάτων ως προς τη Γη. Καθεμία από αυτές τις συνιστώσες προκαλεί μία ελλειπτική κίνηση του αληθινού (στιγμιαίου) πόλου γύρω από τον μέσο πόλο. Η υπέρθεση αυτών των κινήσεων συνθέτει την κλόνηση του άξονα.

Η μέγιστη γωνιακή μετατόπιση λόγω της κλόνησης είναι περίπου  $10''$  ( $10000$  mas). Η κύρια συνιστώσα της κλόνησης είναι η αποκαλούμενη κλόνηση Bradley, με περίοδο  $18.6$  έτη (Bradley, 1748). Η μεγάλη και ο μικρός ημιάξονας της αντίστοιχης έλλειψης κίνησης είναι περίπου  $9200$  mas και  $6800$  mas αντίστοιχα. Οι υπόλοιπες βασικές συνιστώσες της κλόνησης έχουν κατά πολύ μικρότερες περιόδους:  $9.3$  ετών, ενός έτους, έξι μηνών, δύο εβδομάδων κτλ.. Το φαινόμενο μετάπτωσης – κλόνησης απεικονίζεται συνδυαστικά στο σχήμα (3.2).

### 3.1.5 Κλόνηση της μη συμπαγούς Γης (non-rigid Earth)

Στην περίπτωση που η Γη θεωρηθεί συμπαγής, η κλόνηση μπορεί να υπολογιστεί εύκολα αφού προσδιοριστεί η χρονική σχέση της συνισταμένης ροπής που της ασκείται με τις εφημερίδες, οι οποίες δίνουν τις σχετικές θέσεις των ουράνιων σωμάτων ως συνάρτηση του χρόνου. Ωστόσο, οι θεωρητικές τιμές που προκύπτουν δεν αναπαριστούν επακριβώς τις παρατηρούμενες τιμές, καθώς εσωτερικά η Γη δεν είναι συμπαγής και επιπλέον περιέχει στρώμα ρευστής ύλης, αυτό του εξωτερικού της πυρήνα. Έτσι, το σχήμα και η εσωτερική κατανομή της μάζας της μεταβάλλονται διαρκώς.



Σχήμα 3.2 - Μετάπτωση και κλόνηση (Dehant V., Mathews P.M., 2015)

Χάρη στην υψηλή ακρίβεια των παρατηρήσεων που γίνονται με τη μέθοδο της Συμβολομετρίας πολύ μεγάλων Βάσεων (Very Long Baseline Interferometry – VLBI), είναι εφικτή η εξαγωγή πληροφορίας για το εσωτερικό της Γης μέσω των κατάλληλων θεωρητικών αναλύσεων των VLBI δεδομένων. Για να επιτευχθεί αυτό, έχουν αναπτυχθεί μοντέλα για την μετάπτωση και την κλόνηση ενός μη συμπαγούς σώματος. Τα μοντέλα αυτά βασίζονται στην γνώση που υπάρχει για το εσωτερικό της Γης από σεισμικές μελέτες. Βάσει των παραπάνω, υπολογίζεται η απόκριση της Γης στην ενιαία βαρυτική έλξη που της ασκείται ανά χρονική στιγμή. Κατόπιν, εξάγονται τα πλάτη των συνιστωσών της κλόνησης χρησιμοποιώντας τα μεγέθη των ροπών που ασκούνται στη Γη και η απόκριση της μη συμπαγούς Γης σε αυτά.

### 3.1.6 Μοντέλα του εσωτερικού της Γης

Η Γη συμβατικά χωρίζεται σε δύο βασικά τμήματα, στο εσωτερικό της τμήμα το οποίο συχνά αντιμετωπίζεται ως συμπαγές και την επιφάνεια της που αποτελείται από την υδρόσφαιρα (ωκεανοί) και την ατμόσφαιρα. Στην πραγματικότητα, το εσωτερικό της Γης απέχει κατά πολύ από το να είναι συμπαγές. Αποτελείται από τρεις κύριες περιοχές ή στρώματα. Το στερεό εξωτερικό περίβλημα ονομάζεται μανδύας (τμήμα του οποίου είναι και ο στερεός φλοιός της Γης, που αποτελεί το όριο του εσωτερικού της και της επιφάνειάς της) και εκτείνεται σε μέση ακτίνα 3480 km, από τα συνολικά περίπου 6371 km της ακτίνας της Γης. Η στερεή περιοχή με μέση ακτίνα περίπου 1220 km γύρω από το κέντρο της Γης ονομάζεται εσωτερικός πυρήνας (solid inner core – SIC) και η ρευστή περιοχή ανάμεσα τους ονομάζεται εξωτερικός πυρήνας (fluid outer core – FOC). Κατά τη δημιουργία μοντέλων για τη δομή και τα χαρακτηριστικά του εσωτερικού της Γης (πυκνότητα, ελαστική συμπεριφορά κτλ. συναρτήσεως της θέσης) οι παραμορφώσεις όλων των ειδών που είναι συναρτήσεως του χρόνου παραβλέπονται.



Η πληροφορία που εξάγεται από δεδομένα χρόνων ταξιδιού σεισμικών κυμάτων, τα οποία καταγράφονται σε σταθμούς παρακολούθησης σε όλο το εύρος της επιφάνειας της Γης, καθώς και από δεδομένα συχνοτήτων σεισμικών κανονικών αρμονικών (seismic normal modes) χρησιμοποιείται για την κατασκευή σφαιρικά συμμετρικών μοντέλων μεταβολής της πυκνότητας και των ελαστικών παραμέτρων της ύλης από το κέντρο της Γης ως την επιφάνεια. Η διαδικασία αυτή εμπεριέχει τη χρήση μίας κατάλληλης διαδικασίας για την αφαίρεση των επιδράσεων της ελλειπτικότητας των επιφανειών ίσης πυκνότητας που βρίσκονται στο εσωτερικό της Γης από τα δεδομένα. Από τα πολλά σφαιρικά συμμετρικά μοντέλα που δημιουργήθηκαν βάσει των παραπάνω, το Preliminary Reference Earth Model (*PREM*, *Dziewonski and Anderson, 1981*) είναι το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο έχοντας εκτοπίσει αρκετά παλαιότερα (π.χ. *1066A των Gilbert και Dziewonski, 1975*). Τα μοντέλα αυτά παρουσιάζονται σε μορφή πινάκων με τιμές πυκνότητας, ελαστικών παραμέτρων, βαρύτητας κτλ., σε διάφορες ακτινικές αποστάσεις από το γεώκεντρο. Δεδομένων των μοντέλων αυτών, αναπτύσσεται η θεωρία υδροστατικής ισορροπίας ώστε να εξαχθεί το αντίστοιχο αξονικά συμμετρικό ελλειψοειδές μοντέλο. Στο μοντέλο αυτό, οι επιφάνειες ίσης πυκνότητας και ίσων ελαστικών παραμέτρων (συμπεριλαμβανόμενων συγκεκριμένα, της εξωτερικής επιφάνειας της Γης και των εσωτερικών ορίων, όπως το όριο πυρήνα – μανδύα (Core Mantle Boundary – CMB) και το εσωτερικό όριο του πυρήνα (Inner Core Boundary – ICB) ) είναι αξονικά συμμετρικές και ελλειψοειδείς.

Τα μοντέλα υδροστατικής ισορροπίας της Γης έχουν σπουδαία σημασία για τη θεωρία κλόνησης, αν και οι αποκλίσεις από την πραγματική δομή της υδροστατικής ισορροπίας δεν είναι αμελητέες και έχουν ληφθεί υπόψη σε πρόσφατες θεωρητικές μελέτες. Οι αποκλίσεις είναι δύο ειδών. Οι πρώτες οφείλονται σε μία ελαφρώς υψηλότερη τιμή της δυναμικής ελλειπτικότητας της Γης, όπως αυτή εξάγεται από μελέτες του φαινομένου μετάπτωσης – κλόνησης, σε σχέση με την τιμή στην οποία οδηγεί η θεωρία υδροστατικής ισορροπίας. Αυτή η αυξημένη τιμή ίσως μπορεί να εξηγηθεί από την επίδραση ιξωδών δυνάμεων, αποτέλεσμα των μεταγωγικών ροών θερμότητας εντός του μανδύα ως συνέπεια της θερμοκρασιακής διαφοράς ανάμεσα στα ανώτερα και τα κατώτερα στρώματα του μανδύα, με τα τελευταία (CMB) να βρίσκονται σε πολύ υψηλότερες θερμοκρασίες από τα πρώτα. Η ύλη που συνθέτει το μανδύα υπόκειται σε αυτές τις δυνάμεις, οι οποίες υφίστανται εδώ και εκατομμύρια χρόνια, και συμπεριφέρεται ως ένα υγρό υψηλού ιξώδους. Οι αποκλίσεις του άλλου είδους οφείλονται στο ότι η Γη δεν αποτελεί ένα τέλειο ελλειψοειδές. Η απόκλιση από τη δομή ενός ελλειψοειδούς αντικατοπτρίζεται στις μεταβολές του εξωτερικού βαρυτικού δυναμικού της Γης, το οποίο δεν εμφανίζει απόλυτη ελλειψοειδή συμμετρία. Οι μεταβολές αυτές φανερώνονται μέσω των επιδράσεών τους στις τροχιακές κινήσεις των δορυφόρων της Γης. Οι μεταβολές αυτές ποσοτικοποιούνται μέσω ανάλυσης (1) δεδομένων δορυφορικών συστημάτων τηλεμετρίας λέιζερ (SLR), (2) δεδομένων μετρήσεων μικροκυμάτων που προκύπτουν από τις σχετικές μεταβολές θέσεις δίδυμων δορυφόρων (διαστημική αποστολή GRACE), (3) δεδομένων από επιταχυνσιόμετρα που φέρονται σε δορυφόρους (διαστημική αποστολή CHAMP), (4) δεδομένων του συστήματος εντοπισμού θέσης GPS μέσω μετρήσεων από δορυφόρο σε δορυφόρο και (5) δεδομένων βαρυτικών κλισιμέτρων που προκύπτουν από τις διαφορές επιτάχυνσης σε μικρές αποστάσεις ανάμεσα σε ένα σύνολο δοκιμαστικών μαζών εντός ενός δορυφόρου (διαστημική αποστολή GOCE).

### 3.1.7 Μετάπτωση, Κλόνηση και Γεωδυναμική

Τα τρία κύρια στρώματα του εσωτερικού της Γης δεν εμφανίζουν ενιαία περιστροφική κίνηση αλλά αντιθέτως περιστρέφονται ελεύθερα γύρω από άξονες που μεταβάλλονται με διαφορετικούς ρυθμούς. Το διάνυσμα περιστροφής της Γης που ταυτίζεται με το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητάς της όπως αυτό παρατηρείται στην επιφάνειά της αντανακλά κατά ένα μεγάλο βαθμό την

περιστροφή του συνόλου του μανδύα της Γης. Στην περιστροφή των τμημάτων του ρευστού πυρήνα και του εσωτερικού πυρήνα (SIC) αντιστοιχούν διαφορετικά διανύσματα γωνιακής ταχύτητας που δεν ταυτίζονται με το παραπάνω. Επιπλέον ανάλυση της έννοιας του διανύσματος περιστροφής απαιτείται στην περίπτωση του ρευστού πυρήνα όπου η ροή της ρευστής ύλης αποκλίνει από το να είναι καθαρά περιστροφική, κυρίως λόγω του ότι τα όρια της περιοχής αυτής είναι κατ' ουσίαν ελλειψοειδούς σχήματος αντί σφαιρικού.

### 3.1.8 Κανονικές αρμονικές της Γης (Earth's normal modes)

Οι ελεύθερες κινήσεις (free motions) δεν οφείλονται στην ύπαρξη κάποιας εξωτερικής ροπής αλλά εξαρτώνται από την εσωτερική σύσταση της Γης. Οι ελεύθερες κανονικές αρμονικές (free normal modes) που ενδιαφέρουν τη θεωρία της κλόνησης αποτυπώνονται στις μεταβολές εξισορρόπησης (compensatory variations) των διανυσμάτων περιστροφής των διαφορετικών στρωμάτων του εσωτερικού της Γης και σχετίζονται με τη φυσική αυτού.

Η Γη έχει τέσσερις κανονικές αρμονικές αυτού του είδους. Η μία από αυτές είναι η ταλάντωση Chandler (Chandler wobble – CW) με περίοδο περίπου -435 ημερών ως προς ένα Earth-fixed πλαίσιο αναφοράς (το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η ταλάντωση έχει φορά αντίθετη της φοράς περιστροφής της Γης). Η δεύτερη είναι η κλόνηση ελεύθερου πυρήνα (free core nutation – FCN) με περίοδο περίπου -430 ημερών στο ουράνιο πλαίσιο αναφοράς, μαζί με μία συνδεδεμένη ταλάντωση, την σχεδόν ημερήσια ελεύθερη ταλάντωση (nearly diurnal free wobble - NDFW), η οποία έχει σχεδόν ημερήσια συχνότητα στο γήινο πεδίο αναφοράς, όπως υποδηλώνει και το όνομά της. Η έννοια ταλάντωση (wobble) χρησιμοποιείται ως ευρεία έννοια για κάθε περιοδική ή σχεδόν περιοδική κίνηση του άξονα περιστροφής της Γης ως προς ένα Earth-fixed πλαίσιο αναφοράς, ασχέτως συχνότητας ή της φυσικής αφετηρίας της κίνησης. Για τον υπολογισμό της κλόνησης είναι επιπλέον απαραίτητο να ληφθούν υπόψη οι, λιγότερο επιφανείς, κλόνηση ελεύθερου εσωτερικού πυρήνα (free inner core nutation – FICN) και ταλάντωση εσωτερικού πυρήνα (inner core wobble – ICW).

Γενικά, υπάρχουν πολλοί μηχανισμοί μέσω των οποίων η περιστροφή ενός τμήματος του εσωτερικού της Γης επιδρά στις περιστροφές των υπολοίπων: η πίεση που αναπτύσσεται στην ρευστή ύλη στα ελλειψοειδούς σχήματος όρια ανάμεσα στα τμήματα, η ροπή που γεννάται λόγω της δράσης του βαρυτικού πεδίου του μανδύα (ο οποίος έχει ελλειψοειδές σχήμα) στον ελλειψοειδή εσωτερικό πυρήνα όταν οι άξονες συμμετρίας των δύο δεν είναι ευθυγραμμισμένοι, οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις που προκαλούνται από την περιστροφή παρακείμενων περιοχών υπό την παρουσία μαγνητικών πεδίων στα όρια τους, η αντίσταση που ασκείται από τον ρευστό πυρήνα στα στερεά τμήματα λόγω του ιξώδους του κ.ά.. Η σύζευξη των τριών κύριων τμημάτων του εσωτερικού της Γης με αυτόν τον τρόπο είναι μία σημαντική παράμετρος τόσο της περιστροφικής απόκρισης της Γης στις εξωτερικές ροπές όσο και των ελεύθερων περιστροφικών κινήσεων του εσωτερικού της, απουσία εξωτερικών ροπών. Συγκεκριμένα, ενώ μία εξολοκλήρου στερεή Γη (solid Earth) έχει μόνο μία κανονική αρμονική, η Γη των τριών κύριων στρωμάτων έχει τέσσερις: την ταλάντωση Chandler (CW), την κλόνηση ελεύθερου πυρήνα (FCN), την κλόνηση ελεύθερου εσωτερικού πυρήνα (FICN) η οποία καλείται επίσης ομόρροπη κλόνηση ελεύθερου πυρήνα (prograde free core nutation – PFCN) και την ταλάντωση εσωτερικού πυρήνα (ICW). Η FCN επιφέρει ιδιαίτερος σημαντική επίδραση στις συνιστώσες χαμηλής συχνότητας της κλόνησης, ενώ και η επίδραση των FICN και PFCN δεν είναι ασήμαντη.

### 3.1.9 Μοντέλα μετάπτωσης – κλόνησης

Οι αλγόριθμοι για τον υπολογισμό της μετάπτωσης που ήταν σε χρήση από τη δεκαετία του 1980 ως το 2000 βασίζονταν στην τιμή του ρυθμού της γενικής μετάπτωσης (general precession) στο εκλειπτικό μήκος (5029.0966" / Julian century την εποχή J2000.0) που είχε δοθεί από την IAU (1976). Η κλόνηση για την ίδια περίοδο υπολογιζόταν από τη θεωρία κλόνησης 1980 IAU. Ωστόσο, σε σύντομο διάστημα από την υιοθέτηση των παραπάνω μοντέλων, έγινε αντιληπτό ότι ο ρυθμός μετάπτωσης του μοντέλου IAU 1976 είχε υπερεκτιμηθεί κατά σχεδόν 3 mas ανά χρόνο. Επιπλέον, νέες παρατηρήσεις φανέρωσαν περιοδικά σφάλματα μερικών mas στη θεωρία κλόνησης IAU 1980. Για αρκετές εφαρμογές τα παραπάνω σφάλματα είναι αμελητέα, ωστόσο παραμένουν σημαντικά για εφαρμογές υψηλής ακριβείας στην Αστρομετρία και τη Γεωδαισία.

Ως μέρος των ψηφισμάτων της IAU το 2000, εισήχθη το μοντέλο μετάπτωσης – κλόνησης IAU2000A, το οποίο βασιζόταν σε μία νέα τιμή του ρυθμού μετάπτωσης και μία εντελώς νέα θεωρία κλόνησης. Ως διόρθωση σε μεταγενέστερο χρόνο, το τμήμα του μοντέλου που αφορά τη μετάπτωση αντικαταστάθηκε από τη θεωρία μετάπτωσης P03 (IAU 2006 Resolution B1). Όπως και προηγουμένως, το μοντέλο μετάπτωσης – κλόνησης αποτελείτο από δύο μέρη, έναν αλγόριθμο υπολογισμού της μετάπτωσης που περιγράφει την ομαλή κίνηση του ουράνιου πόλου και έναν αλγόριθμο υπολογισμού της κλόνησης που περιγράφει τις μικρές, υψηλής συχνότητας, περιοδικές μεταβολές στη θέση του πόλου. Ο αλγόριθμος για τη μετάπτωση αποτελείται από μικρές πολυωνμικές σειρές των τιμών συγκεκριμένων γωνιών. Τα ημίτονα και τα συνημίτονα των γωνιών αυτών σχηματίζουν, όταν συνδυαστούν, τα στοιχεία του πίνακα μετάπτωσης P. Ο αλγόριθμος για την κλόνηση αποτελείται από εκτεταμένα αναπτύγματα σειρών Fourier των γωνιακών διαφορών, κατά εκλειπτικό μήκος και πλάτος, μεταξύ της θέσης του αληθούς από το μέσο πόλο, ο οποίος προκύπτει από τον υπολογισμό της μετάπτωσης. Τα ημίτονα και τα συνημίτονα των γωνιακών αυτών διαφορών ορίζουν, αφού συνδυαστούν, τα στοιχεία του πίνακα κλόνησης N. Οι πίνακες P και N εφαρμόζονται στις τρισδιάστατες συντεταγμένες ουράνιων σωμάτων ώστε να μετασχηματιστούν οι θέσεις τους από μία εποχή αναφοράς σε μία άλλη.

## 3.2 Μετάπτωση

### 3.2.1 Εισαγωγή

Το φαινόμενο της μετάπτωσης είναι το αποτέλεσμα της κίνησης δύο επιπέδων. Το πρώτο επίπεδο είναι αυτό του ισημερινού της Γης. Το δεύτερο είναι η εκλειπτική, το μέσο επίπεδο της τροχιάς του βαρύκεντρου του συστήματος Γης-Σελήνης γύρω από τον Ήλιο.

Στο παρελθόν, η κίνηση του ισημερινού της Γης ονομαζόταν σεληνοηλιακή μετάπτωση, ενώ η κίνηση της εκλειπτικής ονομαζόταν πλανητική μετάπτωση. Τα ονόματα των δύο αυτών συνιστώσων της μετάπτωσης βασίζονται στις κυρίαρχες δυνάμεις που επιδρούν στην καθεμία κίνηση. Ωστόσο, η ακρίβεια με την οποία μπορεί να υπολογιστεί η μετάπτωση έχει φτάσει σε τέτοιο μέγεθος ώστε δεν μπορεί να αμεληθεί η συνεισφορά των δυνάμεων που ασκούν οι πλανήτες στον καθορισμό και της κίνησης του ισημερινού. Έτσι, η ονομασία “σεληνοηλιακή μετάπτωση” θεωρείται πλέον ελλιπής. Ο Fukushima (2003) πρότεινε τη μετονομασία της σεληνοηλιακής μετάπτωσης σε “ισημερινή μετάπτωση” (equator precession) και της πλανητικής μετάπτωσης σε “εκλειπτική μετάπτωση” (ecliptic precession), ώστε να περιγραφούν πιο ορθά αυτές οι δύο συνιστώσες της μετάπτωσης.

Ομοίως, οι Capitaine et al. (2003a) πρότειναν τους όρους “μετάπτωση του ισημερινού” (precession of the equator”) και “μετάπτωση της εκλειπτικής” (precession of the ecliptic). Η IAU μέσω της απόφασής της IAU 2006 Resolution B1, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο όρος “ισημερινή μετάπτωση” δεν διαχωρίζει την κίνηση του ισημερινού από την κίνηση κατά μήκος του ισημερινού, συνιστά την αντικατάσταση των όρων “σεληνοηλιακή μετάπτωση” και “πλανητική μετάπτωση” με τους όρους “μετάπτωση του ισημερινού” και “μετάπτωση της εκλειπτικής” αντίστοιχα.

Η μετάπτωση του ισημερινού είναι αποτέλεσμα των ροπών που ασκούν η Σελήνη, ο Ήλιος και οι πλανήτες στην πεπλατυσμένη Γη. Η περίοδος της μετάπτωσης είναι περίπου 25780 χρόνια (ένα διάστημα αποκαλούμενο ως Πλατωνικό έτος) και αντιστοιχεί σε μία ετήσια κίνηση περίπου 50".

Η μετάπτωση της εκλειπτικής είναι απόρροια των βαρυτικών διαταραχών που προκαλούν οι πλανήτες του ηλιακού συστήματος στην τροχιά του βαρύκεντρου Γης-Σελήνης γύρω από τον Ήλιο, δηλαδή στην εκλειπτική. Εξαιτίας αυτών των διαταραχών η λόξωση της εκλειπτικής μεταβάλλεται μεταξύ 21° 55" και 24° 18".

Για αρκετά χρόνια, η ευρέως διαδεδομένη και σε χρήση θεωρία μετάπτωσης ήταν η θεωρία της γενικής μετάπτωσης IAU 1976 (Lieske et al., 1977). Ωστόσο από τη στιγμή που υιοθετήθηκε είχε γίνει φανερό ότι εμφανίζει σφάλμα σχεδόν 300 mas/century (0.3"/century), με τον αιώνα να αποτελείται από 36525 Ιουλιανές ημέρες Γήινου χρόνου (TT). Ο Williams (1994) απέδειξε ότι, επιπρόσθετα στην μετάπτωση στο μήκος (precession in longitude), θα έπρεπε να συμπεριληφθεί μία αιώνια κίνηση στην λόξωση του άξονα της Γης την τιμή της οποίας εκτίμησε στα -24 mas/century. Αυτή η κατά πλάτος κίνηση προκαλείται από την μικρή κλίση της σεληνιακής τροχιάς ως προς την εκλειπτική.

Η μετάπτωση και η κλόνηση της Γης υπολογίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια με χρήση παρατηρήσεων της συμβολομετρίας πολύ μεγάλων βάσεων (VLBI). Οι παρατηρήσεις αυτές είναι ευαίσθητες μόνο στο γραμμικό μέρος της μετάπτωσης και είναι ανεξάρτητες της κίνησης της εκλειπτικής. Επομένως, οι συντελεστές μεγαλύτερου βαθμού της θεωρίας μετάπτωσης, μαζί με τον προσανατολισμό της εκλειπτικής, πρέπει να προκύψουν από τη δυναμική θεωρία. Όταν υιοθετήθηκε η θεωρία μετάπτωσης – κλόνησης IAU 2000 (IERS, 2004) από την IAU (2001), η έμφαση της ανάλυσης είχε δοθεί στους περιοδικούς όρους της κλόνησης και στη διόρθωση του γραμμικού μέρους των VLBI παρατηρήσεων της μετάπτωσης. Η επίδραση των αλλαγών αυτών στους όρους μεγαλύτερου βαθμού της θεωρίας μετάπτωσης είχε αγνοηθεί. Η παράλειψη αυτή οδηγεί σε σφάλμα στη μετάπτωση ίσο με περίπου 6.4 mas/century<sup>2</sup> στο μήκος και 0.01 mas/century<sup>2</sup> στη λόξωση. Συνεπώς, η θεωρία μετάπτωσης δεν ήταν συμβατή με τη δυναμική θεωρία.

Ο Fukushima (2003) απέδειξε ότι οι τιμές των γωνιών  $\zeta_A$  και  $z_A$ , δύο από τις κλασσικές γωνίες παραμετροποίησης της μετάπτωσης, είναι αλληλένδετες και εξαρτώνται κατά μεγάλο βαθμό από τις ακριβείς τιμές που υιοθετούνται για τη μετάθεση ανάμεσα στο δυναμικό πλαίσιο αναφοράς και το σύστημα GCRS, για την εποχή J2000.0. Άρα, είναι ακατάλληλες για να διατυπωθούν ως πολυώνυμα.

Η εκλειπτική που είναι σε χρήση αυτήν την εποχή ορίστηκε από τον Lieske (1977) με χρήση μίας μεθόδου παρόμοιας με αυτή που είχε χρησιμοποιήσει ο Newcomb (1894). Βάσει αυτής προκύπτει ο ορισμός της εκλειπτικής σύμφωνα με τη γεωμετρική τροχιά του βαρύκεντρου του συστήματος Γης – Σελήνης. Ωστόσο, αρκετές εφαρμογές έχουν χρησιμοποιήσει, αντί αυτής, την εκλειπτική που ορίζεται βάσει του διανύσματος στροφορμής του βαρύκεντρου του συστήματος Γης – Σελήνης στο σύστημα BCRS. Ο ορισμός αυτός επιφέρει μία ελαφρώς διαφοροποιούμενη εκλειπτική, εξαιτίας

μία μικρής συμβολής από την περιστροφή της ίδιας της εκλειπτικής, η οποία περιέχεται στον παλαιότερο ορισμό (*Standish, 1981*). Συνεπώς, χρησιμοποιούνται τόσο ο γεωμετρικός όσο και ο αδρανειακός ορισμός της εκλειπτικής, επιφέροντας σύγχυση πάνω στο ζήτημα ορισμού της εκλειπτικής.

Η ομάδα εργασίας της Διεθνούς Αστρονομικής Ένωσης (IAU) επί της μετάπτωσης και του εαρινού ισημερινού σημείου (XXVI International Astronomical Union General Assembly) εξέτασε διάφορες επιλογές για την αντικατάσταση του τμήματος που αφορά την περιγραφή της μετάπτωσης στο μοντέλο μετάπτωσης – κλόνησης IAU 2000A, το οποίο δεν είναι συμβατό με τη δυναμική θεωρία. Τελικά αποφάσισε (IAU 2006 Resolution B1) ότι η θεωρία μετάπτωσης P03 (*Capitaine et al., Astron. Astrophys., 412, 2003a*) είναι συμβατή με τη δυναμική θεωρία και η πλέον συμβατή με το μοντέλο κλόνησης IAU 2000A. Οι δύο μεγαλύτερες πηγές αβεβαιότητας στη θεωρία μετάπτωσης είναι ο ρυθμός αλλαγής του δυναμικού συντελεστή που καθορίζει την επιπλάτυνση της Γης  $\Delta J_2$  και οι ρυθμοί της μετάπτωσης (δηλαδή οι σταθερές της ολοκλήρωσης που χρησιμοποιούνται για να προκύψει το μοντέλο της μετάπτωσης). Οι δύο αυτές πηγές αβεβαιότητας περιορίζουν την ακρίβεια της θεωρίας μετάπτωσης σε περίπου  $2 \text{ mas/century}^2$ .

Επιπροσθέτως, με την απόφαση IAU 2006 Resolution B1, προτείνεται ο υπολογισμός της μετάπτωσης στην εκλειπτική βάσει της θεωρίας μετάπτωσης P03. Συγκεκριμένα, συνιστάται ο σαφής ορισμός του εκλειπτικού πόλου με βάση το μέσο τροχιακό διάνυσμα στροφορμής του βαρύκεντρου του συστήματος Γης – Σελήνης στο σύστημα BCRS.

### 3.2.2 Παραμετροποίηση

Το φαινόμενο της μετάπτωσης στο σύνολό του (μετάπτωση ισημερινού και εκλειπτικής) από μία εποχή αναφοράς  $T_0$  σε μία άλλη εποχή  $T$  μπορεί να περιγραφεί με διάφορους τρόπους και με χρήση διαφόρων συνόλων γωνιών. Παρακάτω παρουσιάζονται τρεις διαδεδομένοι τρόποι παραμετροποίησης:

- Η παραμετροποίηση που χρησιμοποιήθηκε από τους Newcomb και Lieske (1979).
- Η παραμετροποίηση που προτείνεται από τους Capitaine et al. (2003a) η οποία διαχωρίζει σαφώς την μετάπτωση στον ισημερινό από την μετάπτωση στην εκλειπτική.
- Η παραμετροποίηση που αναπτύχθηκε από τον Fukushima (2003) η οποία επιτρέπει την εύκολη εναλλαγή μεταξύ δύο επιλογών αρχικού συστήματος αναφοράς, του συστήματος μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 και του γεωκεντρικού ουρανογραφικού συστήματος αναφοράς GCRS.

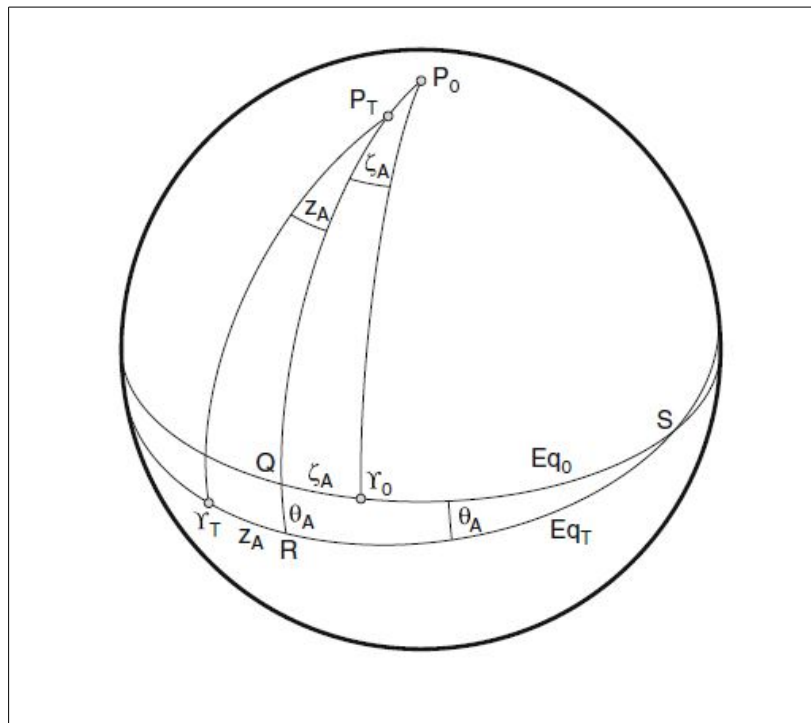
Οι δύο πρώτες παραμετροποιήσεις χρησιμοποιούν ως αρχικό σύστημα αναφοράς τη θέση του μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 (η θέση που αντιστοιχεί στον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο CIP της εποχής J2000.0 χωρίς να υπολογίζεται η κλόνηση). Ωστόσο, πολλές εφαρμογές πλέον χρησιμοποιούν το σύστημα GCRS ως αρχικό σύστημα αναφοράς. Για να χρησιμοποιηθεί το σύστημα GCRS ως αρχικό σύστημα, οι συντεταγμένες που χρησιμοποιούνται στις δύο πρώτες παραμετροποιήσεις πρέπει να περιστραφούν αρχικά βάσει ενός σταθερού πίνακα μετάθεσης (*bias matrix*). Η τρίτη παραμετροποίηση μπορεί να έχει ως αφετηρία είτε το μέσο ισημερινό και εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 είτε το σύστημα GCRS. Στην περιγραφή παρακάτω, δίνονται λεπτομέρειες για το πως μεταβάλλονται οι παράμετροι στην κάθε περίπτωση.

Οι πολυωνυμικοί συντελεστές όλων των γωνιών για τις τρεις αυτές παραμετροποιήσεις, όπως περιέχονται στη θεωρία μετάπτωσης P03, φαίνονται στον Πίνακα 3.1 (όπου *cent* συμβολίζει τον

Ιουλιανό αιώνα – Julian century). Οι συντελεστές για τις δεκαπέντε πρώτες γωνίες είναι βάσει των Capitaine et al. (2003a). Για τις υπόλοιπες έξι, οι συντελεστές προκύπτουν εφαρμόζοντας τη θεωρία μετάπτωσης P03 στις γωνίες που ορίζονται από τον Fukushima (2003).

### 3.2.2.1 Παραμετροποίηση κατά Lieske

Ένας τρόπος παραμετροποίησης είναι αυτός των Newcomb και Lieske (1979) με χρήση των τριών γωνιών μετάπτωσης  $\zeta_A$ ,  $z_A$  και  $\theta_A$  όπως αυτές φαίνονται στο σχήμα 3.3. Θεωρούνται δύο συστήματα αναφοράς, ένα για κάθε μία από τις δύο εποχές  $T_0$  και  $T$ . Ο άξονας  $z$  κάθε συστήματος έχει την κατεύθυνση του αντίστοιχου ουράνιου πόλου  $P_0$  (για την εποχή  $T_0$ ) και  $P_T$  (για την εποχή  $T$ ). Τα αντίστοιχα  $x$ - $y$  επίπεδα συμβολίζονται ως  $Eq_0$  (μέσο ισημερινό επίπεδο της εποχής  $T_0$ ) και  $Eq_T$  (μέσο ισημερινό επίπεδο της εποχής  $T$ ). Η διεύθυνση του άξονα  $x$  δίνεται από το σημείο  $\gamma_0$  στο  $Eq_0$  και από το  $\gamma_T$  στο  $Eq_T$ . Για την μετάβαση στην θέση της εποχής  $T$  αρχικά περιστρέφεται το σύστημα της εποχής αναφοράς γύρω από τον άξονα  $z_0$  κατά γωνία  $-\zeta_A$ . Πλέον, ο μέγιστος κύκλος των σημείων  $P_0$  και  $\gamma_0$  διέρχεται από το σημείο  $P_T$  και τέμνει το επίπεδο  $Eq_0$  στο σημείο  $Q$  και ο άξονας  $y_0$  διέρχεται πλέον από το σημείο  $S$ , σημείο τομής των δύο επιπέδων. Κατόπιν το αρχικό σύστημα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα  $y_0$  κατά γωνία  $\theta_A$  έτσι ώστε το επίπεδο  $Eq_0$  να ταυτιστεί με το επίπεδο  $Eq_T$ . Ο άξονας  $x_0$  διέρχεται πλέον από το σημείο  $R$ , ο άξονας  $y_0$  από το σημείο  $S$  και ο  $z_0$  από το  $P_T$ . Τέλος, περιστρέφεται ο άξονας  $z_0$  κατά γωνία  $-z_A$  και επέρχεται ταύτιση των αξόνων  $x_0$  και  $x_T$ .



Σχήμα 3.3 - Οι γωνίες μετάπτωσης  $\zeta_A$ ,  $z_A$  και  $\theta_A$   
(Soffel M., Langhans R., 2013)

TABLE I

The polynomial coefficients for the precession angles.

Angle	(arcsec.)	Coefficients* ( $\frac{\text{arcsec.}}{\text{cent.}}$ )	( $\frac{\text{arcsec.}}{\text{cent.}^2}$ )	( $\frac{\text{arcsec.}}{\text{cent.}^3}$ )	( $\frac{\text{arcsec.}}{\text{cent.}^4}$ )	( $\frac{\text{arcsec.}}{\text{cent.}^5}$ )
$\psi_A$		5038.481507	-1.0790069	-0.00114045	0.000132851	$-9.51 \times 10^{-8}$
$\omega_A$	84381.406000	-0.025754	0.0512623	-0.00772503	$-4.67 \times 10^{-7}$	$3.337 \times 10^{-7}$
$P_A$		4.199094	0.1939873	-0.00022466	$-9.12 \times 10^{-7}$	$1.20 \times 10^{-8}$
$Q_A$		-46.811015	0.0510283	0.00052413	$-6.46 \times 10^{-7}$	$-1.72 \times 10^{-8}$
$\pi_A$		46.998973	-0.0334926	-0.00012559	$1.13 \times 10^{-7}$	$-2.2 \times 10^{-9}$
$\Pi_A$	629546.7936	-867.95758	0.157992	-0.0005371	-0.00004797	$7.2 \times 10^{-8}$
$\epsilon_A^\dagger$	84381.406000	-46.836769	-0.0001831	0.00200340	$-5.76 \times 10^{-7}$	$-4.34 \times 10^{-8}$
$\chi_A$		10.556403	-2.3814292	-0.00121197	0.000170663	$-5.60 \times 10^{-8}$
$z_A$	-2.650545	2306.077181	1.0927348	0.01826837	-0.000028596	$-2.904 \times 10^{-7}$
$\zeta_A$	2.650545	2306.083227	0.2988499	0.01801828	$-5.971 \times 10^{-6}$	$-3.173 \times 10^{-7}$
$\theta_A$		2004.191903	-0.4294934	-0.04182264	$-7.089 \times 10^{-6}$	$-1.274 \times 10^{-7}$
$p_A$		5028.796195	1.1054348	0.00007964	-0.000023857	$3.83 \times 10^{-8}$
$X$	-0.016617	2004.191898	-0.4297829	-0.19861834	$7.578 \times 10^{-6}$	$5.9285 \times 10^{-6}$
$Y$	-0.006951	-0.025896	-22.4072747	0.00190059	0.001112526	$1.358 \times 10^{-7}$
$s + \frac{1}{2}XY$	0.0000940	0.00380865	-0.00012268	-0.07257411	0.00002798	0.00001562
$\gamma_{2000}$		10.556403	0.4932044	-0.00031238	$-2.788 \times 10^{-6}$	$2.60 \times 10^{-8}$
$\phi_{2000}$	84381.406000	-46.811015	0.0511269	0.00053289	$-4.40 \times 10^{-7}$	$-1.76 \times 10^{-8}$
$\psi_{2000}$		5038.481507	1.5584176	-0.00018522	-0.000026452	$-1.48 \times 10^{-8}$
$\gamma_{\text{GCRS}}$	-0.052928	10.556378	0.4932044	-0.00031238	$-2.788 \times 10^{-6}$	$2.60 \times 10^{-8}$
$\phi_{\text{GCRS}}$	84381.412819	-46.811016	0.0511268	0.00053289	$-4.40 \times 10^{-7}$	$-1.76 \times 10^{-8}$
$\psi_{\text{GCRS}}$	-0.041775	5038.481484	1.5584175	-0.00018522	-0.000026452	$-1.48 \times 10^{-8}$

\*Centuries (cent.) are Julian centuries of 36,525 days TT.

 $^\dagger$ The angle  $\epsilon_0 \equiv \epsilon_A(t=0)$ .Πίνακας 3.1 - Πολυωνομικοί συντελεστές γωνιών μετάπτωσης  
(Hilton J. L., Capitaine N., Chapront J., et al., 2006)

Συνεπώς, ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων από το σύστημα της εποχής αναφοράς στο σύστημα της εποχής T περιγράφεται από τον πίνακα μετάπτωσης P:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_T = P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_0 \quad (3.1)$$

όπου:

$$P = R_3(-z_A) R_2(+\theta_A) R_3(-\zeta_A) \quad (3.2)$$

Συγκεκριμένα τα στοιχεία του πίνακα P είναι τα εξής:

$$\begin{aligned} P_{11} &= \cos z_A \cos \theta_A \cos \zeta_A - \sin z_A \sin \zeta_A \\ P_{12} &= -\cos z_A \cos \theta_A \sin \zeta_A - \sin z_A \cos \zeta_A \\ P_{13} &= -\cos z_A \sin \theta_A \\ P_{21} &= \sin z_A \cos \theta_A \cos \zeta_A + \cos z_A \sin \zeta_A \\ P_{22} &= -\sin z_A \cos \theta_A \sin \zeta_A + \cos z_A \cos \zeta_A \\ P_{23} &= -\sin z_A \sin \theta_A \\ P_{31} &= \sin \theta_A \cos \zeta_A \\ P_{32} &= -\sin \theta_A \sin \zeta_A \\ P_{33} &= \cos \theta_A \end{aligned} \quad (3.3)$$

Στο σχήμα 3.4 απεικονίζονται οι γωνίες  $\zeta_A$ ,  $\theta_A$  και  $z_A$  όπως αυτές συνδέουν το μέσο ουράνιο πόλο  $P_0$  της εποχής J2000.0, τον μέσο πόλο της ημερομηνίας  $P_t$ , τον εκλειπτικό πόλο  $C_0$  της εποχής J2000.0, τον εκλειπτικό πόλο της ημερομηνίας C, το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο  $\mathcal{V}_0$  της εποχής J2000.0 και το μέσο ισημερινό σημείο  $\mathcal{V}_T$  της ημερομηνίας που χρησιμοποιούνται στις παραμετροποιήσεις κατά Lieske και Capitaine et al.(2003).

Οι γωνίες αυτές, που παραμετροποιούν τον πίνακα στροφής της μετάπτωσης (3.2), είναι:

- $\theta_A$  το τόξο που ενώνει το μέσο πόλο  $P_0$  της εποχής J2000.0 με το μέσο πόλο της ημερομηνίας  $P_t$
- $\zeta_A$  η γωνία με κορυφή στο σημείο  $P_0$  από τον ωριαίο κύκλο του εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 ως την πλευρά  $\theta_A$  και
- $z_A$  η γωνία με κορυφή το σημείο  $P_t$  από τον ωριαίο κύκλο του σημείου R ως τον ωριαίο κύκλο του εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας

Οι γωνίες  $\zeta_A$ ,  $\theta_A$  και  $z_A$  μπορούν να προσδιοριστούν από:

- το τόξο  $\omega_A$  από τον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0 ως το μέσο ουράνιο πόλο της ημερομηνίας
- τη γωνία  $\psi_A$  ανάμεσα στο τόξο  $\varepsilon_0$  (το τόξο από τον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0 ως το μέσο ουράνιο πόλο της εποχής J2000.0, δηλαδή τη λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0) και το τόξο  $\omega_A$



- το τόξο  $\pi_A$  της λόξωσης της εκλειπτικής της ημερομηνίας ως προς την εκλειπτική της εποχής J2000.0
- και τη γωνία  $\Pi_A$  η οποία είναι το εκλειπτικό μήκος του σημείου τομής της εκλειπτικής της ημερομηνίας με την εκλειπτική της εποχής J2000.0 εκφρασμένο στο σύστημα της εκλειπτικής της εποχής J2000.0. Με άλλα λόγια, η γωνία από το εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 ως το σημείο τομής των εκλειπτικών.

Οι δύο τελευταίες ποσότητες,  $\pi_A$  και  $\Pi_A$ , υπεισέρχονται στους υπολογισμούς μέσω των κανονικών μεταβλητών:

$$P_A = \sin \pi_A \sin \Pi_A \quad (3.4)$$

$$Q_A = \sin \pi_A \cos \Pi_A \quad (3.5)$$

Οι σχέσεις μεταξύ των γωνιών  $\varepsilon_0$ ,  $\omega_A$ ,  $\psi_A$  και των γωνιών  $\zeta_A$ ,  $\theta_A$  και  $z_A$  είναι:

$$\cos \theta_A = \cos \varepsilon_0 \cos \omega_A + \sin \varepsilon_0 \sin \omega_A \cos \psi_A \quad (3.6)$$

$$\cos \zeta_A = \frac{\sin \omega_A \sin \psi_A}{\sin \theta_A} \quad (3.7)$$

$$\cos(z_A - \chi_A) = \frac{\sin \varepsilon_0 \sin \psi_A}{\sin \theta_A} \quad (3.8)$$

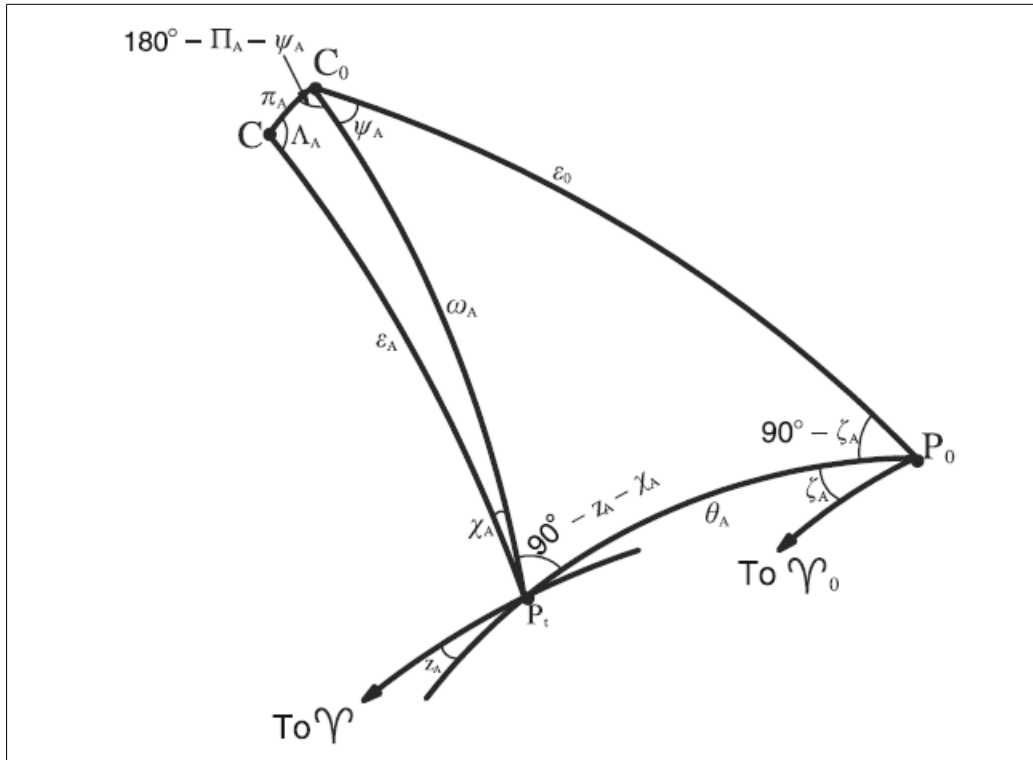
όπου  $\varepsilon_0 \equiv \omega_A$  (για την εποχή J2000.0) και για τη γωνία  $\chi_A$  μεταξύ των τόξων  $\varepsilon_A$  και  $\omega_A$ , ισχύει:

$$\sin \chi_A = \frac{\sin(180^\circ - \Pi_A - \psi_A) \sin \pi_A}{\sin \varepsilon_A} \quad (3.9)$$

όπου  $\varepsilon_A$  είναι το τόξο ανάμεσα στον εκλειπτικό πόλο της ημερομηνίας και το μέσο ουράνιο πόλο της ημερομηνίας, δηλαδή ισούται με το μέγεθος της γωνίας που ορίζουν τα δύο αντίστοιχα επίπεδα και είναι η λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας και τέλος:

$$\cos \varepsilon_A = \cos \omega_A \cos \pi_A + \sin \omega_A \sin \pi_A \cos(180^\circ - \Pi_A - \psi_A) \quad (3.10)$$

Η παραμετροποίηση κατά Lieske δεν είναι πλέον ιδιαίτερα εύχρηστη, καθώς ως αφετηρία των υπολογισμών σε πολλές εφαρμογές πλέον λαμβάνεται το σύστημα GCRS αντί του συστήματος του μέσου ισημερινού και μέσου εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0. Αν και είναι εφικτή η προσαρμογή των κλασσικών γωνιών στις νέες απαιτήσεις, οι Fukushima και Capitaine et al. (2003a) έχουν δείξει ότι οι τιμές των γωνιών  $z_A$  και  $\zeta_A$  κοντά στην εποχή J2000.0 είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες, με έναν αλληλένδετο τρόπο, στις τιμές που έχουν υιοθετηθεί για τη μετάθεση ανάμεσα στο σύστημα μέσου ισημερινού και μέσου εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 και το GCRS. Για αυτό το λόγο, κρίνεται ότι δεν μπορούν να αναπαρασταθούν σε ικανοποιητικό βαθμό από πολυώνυμα της μεταβλητής χρόνου  $t$ . Συνεπώς, σε περίπτωση που η ακρίβεια της εφαρμογής που απαιτείται δεν μπορεί να αμελήσει τη μετάθεση μεταξύ των δύο παραπάνω συστημάτων (περίπου 23 mas), η μετάθεση πλαισίου πρέπει να εισαχθεί ως μία επιπλέον στροφή ή πρέπει να χρησιμοποιηθεί μία διαφορετική απεικόνιση του φαινομένου που δεν εμφανίζει το συγκεκριμένο πρόβλημα.



Σχήμα 3.4 – Οι γωνίες μετάπτωσης κατά Lieske και Capitaine et. al. (Hilton J. L., Capitaine N., Chapront J., et al., 2006)

### 3.2.2.2 Παραμετροποίηση κατά Capitaine et. al.

Οι Capitaine et. al. (2003a) έκαναν καθαρή διάκριση μεταξύ της μετάπτωσης του ισημερινού και της μετάπτωσης της εκλειπτικής παρέχοντας τη μετάπτωση του ισημερινού της ημερομηνίας ως προς τον ισημερινό και το εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 (γωνίες  $\psi_A$  και  $\omega_A$ ) και τη μετάπτωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας ως προς την εκλειπτική και το εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 (ποσότητες  $P_A$  και  $Q_A$ ). Για τον σχηματισμό του πίνακα μετάπτωσης πρέπει αρχικά να υπολογιστούν:

- η γωνία  $\chi_A$  μεταξύ του εκλειπτικού πόλου της εποχής J2000.0 και του εκλειπτικού πόλου της ημερομηνίας  $t$  ή ισοδύναμα η μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας,
- η γωνία  $\omega_A$  που εκφράζει τη λόξωση του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας  $t$  ως προς την εκλειπτική της εποχής αναφοράς J2000.0 ,
- η γωνία  $\psi_A$  που περιγράφει την μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας  $t$

και να είναι γνωστή η γωνία  $\varepsilon_0$  που ισούται με τη μέση λόξωση της εποχής αναφοράς J2000.0 .

Τότε ο πίνακας μετάπτωσης είναι:

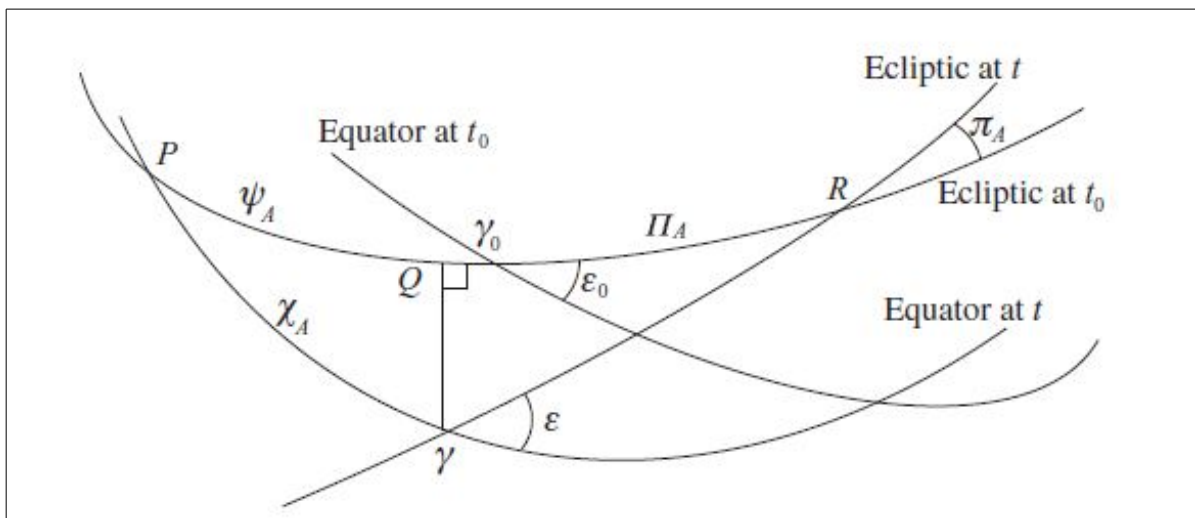
$$P(\chi_A, \omega_A, \psi_A) = R_3(\chi_A)R_1(-\omega_A)R_3(-\psi_A)R_1(\varepsilon_0) \quad (3.11)$$

όπου  $R_1$  και  $R_3$  στροφές γύρω από τους άξονες  $x$  και  $z$  αντίστοιχα.

Τα στοιχεία του πίνακα  $P(\chi_A, \omega_A, \psi_A) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$  είναι:

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \cos\chi_A \cos\psi_A + \sin\chi_A \cos\omega_A \sin\psi_A \\
 P_{12} &= (-\cos\chi_A \sin\psi_A + \sin\chi_A \cos\omega_A \cos\psi_A) \cos\varepsilon_0 + \sin\chi_A \sin\omega_A \sin\varepsilon_0 \\
 P_{13} &= (-\cos\chi_A \sin\psi_A + \sin\chi_A \cos\omega_A \cos\psi_A) \sin\varepsilon_0 - \sin\chi_A \sin\omega_A \cos\varepsilon_0 \\
 P_{21} &= -\sin\chi_A \cos\psi_A + \cos\chi_A \cos\omega_A \sin\psi_A \\
 P_{22} &= (\sin\chi_A \sin\psi_A + \cos\chi_A \cos\omega_A \cos\psi_A) \cos\varepsilon_0 + \cos\chi_A \sin\omega_A \sin\varepsilon_0 \\
 P_{23} &= (\sin\chi_A \sin\psi_A + \cos\chi_A \cos\omega_A \cos\psi_A) \sin\varepsilon_0 - \cos\chi_A \sin\omega_A \cos\varepsilon_0 \\
 P_{31} &= \sin\omega_A \sin\psi_A \\
 P_{32} &= \sin\omega_A \cos\psi_A \cos\varepsilon_0 - \cos\omega_A \sin\varepsilon_0 \\
 P_{33} &= \sin\omega_A \cos\psi_A \sin\varepsilon_0 + \cos\omega_A \cos\varepsilon_0
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Για την εφαρμογή των παραπάνω στροφών θεωρείται αρχικό σύστημα αξόνων με τον άξονα  $x$  να διέρχεται από το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής αναφοράς J2000.0 και τον άξονα  $z$  να διέρχεται από τον αντίστοιχο μέσο ουράνιο πόλο. Αρχικά εφαρμόζεται μία στροφή γύρω από τον άξονα  $x$  κατά γωνία  $\varepsilon_0$  ώστε να ταυτιστεί ο μέσος ισημερινός της εποχής αναφοράς με τη μέση εκλειπτική της ίδιας εποχής. Στη συνέχεια εφαρμόζεται στροφή  $-\psi_A$  γύρω από τον νέο άξονα  $z$  που έχει κατεύθυνση προς τον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0. Έπειτα στρέφεται ο άξονας  $x$  (ο οποίος έχει κατεύθυνση προς το σημείο τομής του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας  $t$  με την εκλειπτική της εποχής J2000.0) κατά γωνία  $-\omega_A$ . Μετά τη στροφή αυτή το επίπεδο αναφοράς είναι αυτό του μέσου ισημερινού της εποχής  $t$ . Τέλος, υλοποιείται στροφή κατά γωνία  $\chi_A$  γύρω από τον άξονα  $z$  (ο οποίος έχει κατεύθυνση το μέσο ουράνιο πόλο της ημερομηνίας  $t$ ). Μετά τη στροφή αυτή ο άξονας  $x$  έχει κατεύθυνση προς το εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας  $t$ .

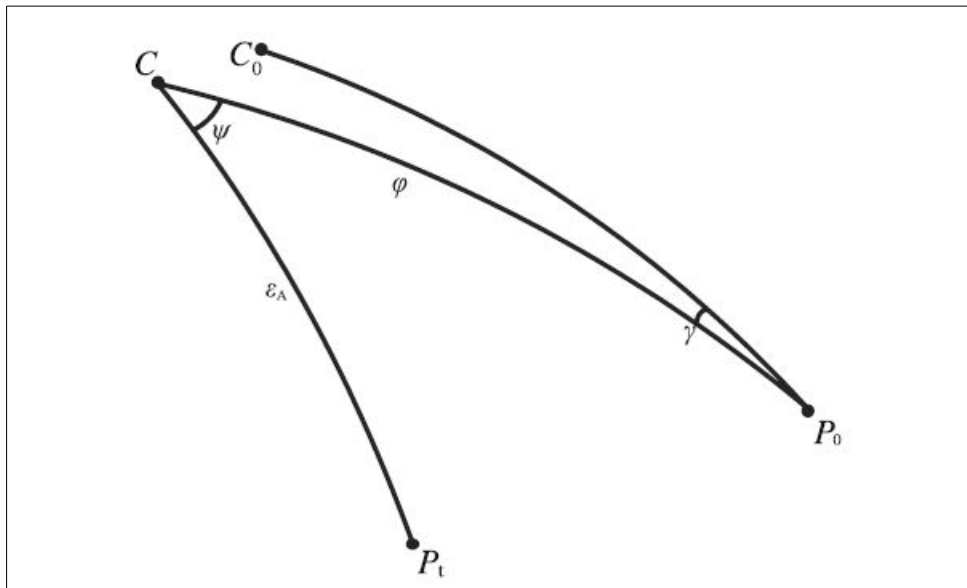


Σχήμα 3.5 - Η εκλειπτική και ο ισημερινός της εποχής αναφοράς  $t_0$  και της ημερομηνίας  $t$  (Kovalevsky J., Seidelmann K., 2004)

### 3.2.2.3 Παραμετροποίηση κατά Fukushima

Ο Fukushima (2003) παρέχει μία εναλλακτική παραμετροποίηση που έχει ιδιαίτερα πλεονεκτήματα σε σχέση με την παραμετροποίηση κατά Lieske (1979) ή το διαχωρισμό μετάπτωσης στην ισημερινή και μετάπτωσης στην εκλειπτική που δίνεται από τους Capitaine et al. (2003a).

Η παραμετροποίηση αυτή έχει ως αφετηρία το μέσο ουράνιο πόλο  $P_0$  της εποχής J2000.0 και το τόξο προς τον εκλειπτικό πόλο  $C_0$  της εποχής J2000.0 πάνω στην ουράνια σφαίρα. Βάσει αυτών, η θέση του εκλειπτικού πόλου  $C$  της ημερομηνίας  $t$  προσδιορίζεται από το τόξο  $\varphi$ , μεταξύ του μέσου ουράνιου πόλου  $P_0$  και του  $C$ , και από τη γωνία  $\gamma$ , που σχηματίζεται από το τόξο  $\varphi$  και το τόξο μεταξύ των σημείων  $P_0$  και  $C_0$  (με κορυφή της γωνίας  $\gamma$  το σημείο  $P_0$ ). Κατόπιν, η θέση του μέσου ουράνιου πόλου  $P_t$  της ημερομηνίας καθορίζεται από το τόξο  $\varepsilon_A$  και τη γωνία  $\psi$ , η οποία είναι η γωνία ανάμεσα στο τόξο  $\varphi$  και το τόξο  $\varepsilon_A$ , με κορυφή της γωνίας το σημείο  $C$ . Επισημαίνεται ότι η γωνία  $\psi$  δεν είναι η ίδια με τη γωνία  $\psi_A$  που εμφανίζεται στην παραμετροποίηση κατά Capitaine et al. (2003a). Η γωνία  $\psi$  μετράται από το τόξο  $\varphi$  προς το τόξο  $\varepsilon_A$  με την κορυφή της στον εκλειπτικό πόλο της ημερομηνίας, ενώ η γωνία  $\psi_A$  μετράται από το τόξο  $\varepsilon_0$  προς το τόξο  $\omega_A$  με κορυφή τον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0.



Σχήμα 3.6 - Οι γωνίες μετάπτωσης  $\varphi$ ,  $\gamma$ ,  $\psi$ ,  $\varepsilon_A$   
(Hilton J. L., Capitaine N., Chapront J., et al., 2006)

Οι γωνίες  $\varphi$ ,  $\gamma$  και  $\psi$  συνδέονται με τις γωνίες που αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραμετροποιήσεις με τις σχέσεις:

$$\cos\varphi = \cos\pi_A \cos\varepsilon_0 - \sin\pi_A \sin\varepsilon_0 \cos\Pi_A \quad (3.13)$$

$$\sin\gamma = \frac{\sin\pi_A \sin\Pi_A}{\sin\varphi} = \frac{P_A}{\sin\varphi} \quad (3.14)$$

$$\sin\psi = \frac{\sin\theta_A \cos z_A}{\sin\varphi} \quad (3.15)$$

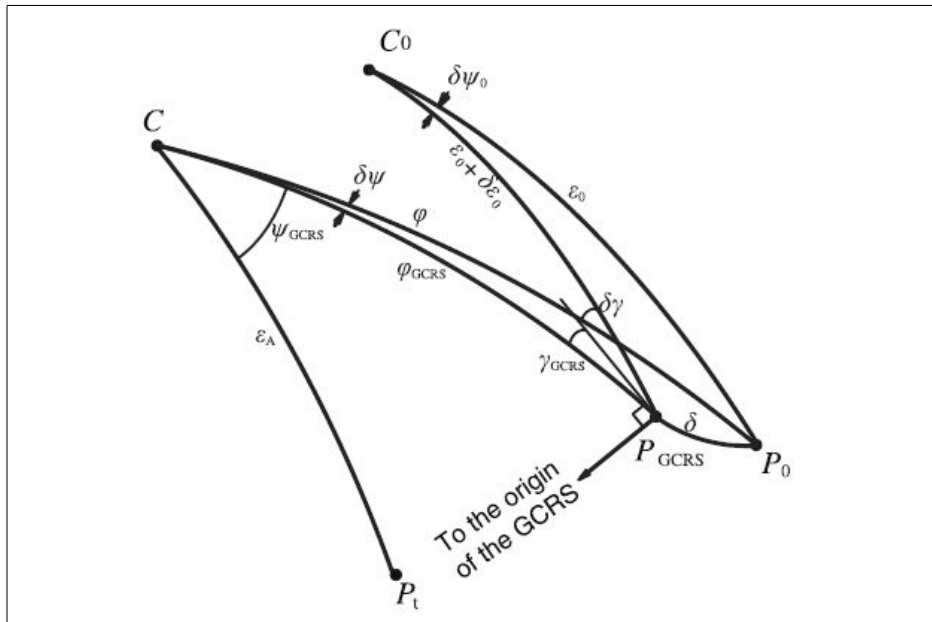
Ο πίνακας μετάπτωσης που προκύπτει είναι:

$$P(\varepsilon_A, \psi, \varphi, \gamma) = R_1(-\varepsilon_A)R_3(-\psi)R_1(\varphi)R_3(\gamma) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

όπου τα στοιχεία του πίνακα είναι:

$$\begin{aligned} P_{11} &= \cos\psi \cos\gamma + \sin\psi \cos\varphi \sin\gamma \\ P_{12} &= \cos\psi \sin\gamma - \sin\psi \cos\varphi \cos\gamma \\ P_{13} &= -\sin\psi \sin\varphi \\ P_{21} &= \cos\varepsilon_A \sin\psi \cos\gamma - (\cos\varepsilon_A \cos\psi \cos\varphi + \sin\varepsilon_A \sin\varphi) \sin\gamma \\ P_{22} &= \cos\varepsilon_A \sin\psi \sin\gamma + (\cos\varepsilon_A \cos\psi \cos\varphi + \sin\varepsilon_A \sin\varphi) \cos\gamma \\ P_{23} &= \cos\varepsilon_A \cos\psi \sin\varphi - \sin\varepsilon_A \cos\varphi \\ P_{31} &= \sin\varepsilon_A \sin\psi \cos\gamma - (\sin\varepsilon_A \cos\psi \cos\varphi + \cos\varepsilon_A \sin\varphi) \sin\gamma \\ P_{32} &= \sin\varepsilon_A \sin\psi \sin\gamma + (\sin\varepsilon_A \cos\psi \cos\varphi - \cos\varepsilon_A \sin\varphi) \cos\gamma \\ P_{33} &= \sin\varepsilon_A \cos\psi \sin\varphi + \cos\varepsilon_A \cos\varphi \end{aligned} \quad (3.17)$$

Για συγκεκριμένες εφαρμογές, το αρχικό σύστημα είναι το γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς (GCRS) αντί του μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0. Η χρήση του GCRS ως αρχικό σύστημα αναφοράς, απαιτεί τρεις αλλαγές. Οι σχετικές γωνίες φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.7 - Οι γωνίες μετάπτωσης ως προς το GCRS  
(Hilton J. L., Capitaine N., Chapront J., et al., 2006)

Αρχικά, στην εξίσωση (3.13), το τόξο  $\varepsilon_0$  αντικαθίσταται από την τιμή  $\varepsilon_0 + \delta\varepsilon_0$ , όπου  $\delta\varepsilon_0$  είναι η διαφορά ανάμεσα στη μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 και το μήκος τόξου από το σημείο  $C_0$  ως τον πόλο  $P_{GCRS}$  του συστήματος GCRS. Συνεπώς:

$$\cos\varphi_{GCRS} = \cos\pi_A \cos(\varepsilon_0 + \delta\varepsilon_0) - \sin\pi_A \sin(\varepsilon_0 + \delta\varepsilon_0) \cos\Pi_A \quad (3.18)$$

Κατά δεύτερον, σε αντίθεση με τον μέσο ισημερινό και εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0, η τομή της εκλειπτικής της εποχής J2000.0 με τον ισημερινό του GCRS έχει μία μετάθεση 0.052928" κατά ορθή αναφορά. Για αυτό το λόγο, απαιτείται μία επιπλέον αρχική στροφή,  $\delta\gamma = 0.052928''$ , γύρω από τον άξονα z ώστε να ταυτιστεί αρχικά η αφετηρία του GCRS με το σημείο τομής εκλειπτικής και ισημερινού του GCRS. Η γωνία  $\gamma$  γίνεται τότε:

$$\gamma_{GCRS} = \sin^{-1}\left(\frac{P_A}{\sin\varphi_{GCRS}}\right) + \delta\gamma \quad (3.19)$$

Τέλος, έστω  $\delta\psi$  η γωνία ανάμεσα στα τόξα  $P_1C$  (μέσο πόλος της ημερομηνίας – εκλειπτικός πόλος της ημερομηνίας) και  $P_{GCRS}C$  (πόλος του GCRS – εκλειπτικός πόλος της ημερομηνίας) και  $\delta\psi_0$  η γωνία ανάμεσα στα τόξα  $P_0C_0$  (μέσος πόλος της εποχής J2000.0 – εκλειπτικός πόλος J2000.0) και  $P_{GCRS}C_0$  (πόλος του GCRS – εκλειπτικός πόλος J2000.0). Οι γωνίες  $\delta$  ( $P_0P_{GCRS}$ , γωνία ανάμεσα στον μέσο πόλο J2000.0 και τον πόλο του GCRS) και  $\delta\psi$  είναι πολύ μικρές σε μέγεθος, άρα τα συνημίτονά τους είναι τάξης μεγέθους περίπου  $1-5 \times 10^{-17}$ . Ο ορθός υπολογισμός των γωνιών με χρήση συνημιτόνων απαιτεί υψηλή ακρίβεια προσέγγισης. Αντί αυτού, είναι προτιμότερος ο υπολογισμός με χρήση τετραγώνων του ημιτόνου της μισής γωνίας (*Equation C3, Fukushima, 2003*). Τότε, το μήκος του τόξου  $\delta$ , από το σημείο  $P_0$  ως το  $P_{GCRS}$ , είναι:

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \approx \left(\frac{\delta\psi_0}{2}\right)^2 \sin^2 \varepsilon_0 + \left(\frac{\delta\varepsilon_0}{2}\right)^2 \quad (3.20)$$

Αντίστοιχα για τον υπολογισμό του  $\delta\psi$ :

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \approx \sin\varphi \sin(\varphi_{GCRS}) \sin^2\left(\frac{\delta\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi_{GCRS}}{2}\right) \quad (3.21)$$

Όπως και προηγουμένως, οι γωνίες  $\delta\psi$  και  $\varphi - \varphi_{GCRS}$  είναι πολύ μικρές. Συνεπώς, τα ημίτονα των γωνιών αυτών μπορούν να αντικατασταθούν με αντίστοιχη προσέγγιση πρώτου βαθμού, χωρίς την απώλεια ακρίβειας. Επίσης, η ποσότητα  $\sin\varphi_{GCRS}$  μπορεί να αντικατασταθεί με την  $\sin\varphi$  ή το αντίστροφο χωρίς απώλεια ακρίβειας. Άρα, με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις, η εξίσωση (3.21) γίνεται:

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \approx \left(\frac{\delta\psi}{2}\right)^2 \sin^2 \varphi + \left(\frac{\varphi - \varphi_{GCRS}}{2}\right)^2 \quad (3.22)$$

Η τιμή του  $\delta\psi$  καθορίζεται εξισώνοντας το δεξί μέρος της εξίσωσης (3.20) με το δεξί μέρος της εξίσωσης (3.22) και λύνοντας ως προς  $\delta\psi$ . Το αποτέλεσμα είναι:

$$\delta\psi \approx \frac{-\sqrt{\sin^2 \varepsilon_0 \delta\psi_0^2 + \delta\varepsilon_0^2 - (\varphi - \varphi_{GCRS})^2}}{\sin\varphi} \quad (3.23)$$

Το αρνητικό πρόσημο μπροστά από τη ρίζα επιλέγεται επειδή η στροφή, γύρω από τον εκλειπτικό πόλο της ημερομηνίας, από τον πόλο του GCRS προς τον ουράνιο ενδιάμεσο πόλο CIP πραγματοποιείται κατά την ανάδρομη φορά, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.7. Για την εποχή J2000.0 ισχύει  $\varphi = \varepsilon_0$  και  $\varphi - \varphi_{GCRS} = \delta\varepsilon_0$ . Επομένως,  $\delta\psi = \delta\psi_0$  την εποχή J2000.0 και ο πίνακας

περιστροφής ανάγεται στον πίνακα μετάθεσης ανάμεσα στο σύστημα GCRS και το μέσο ισημερινό και εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0.

Με τη χρήση των παραπάνω μετασχηματισμών, ο πόλος του GCRS μπορεί να αντικαταστήσει το μέσο πόλο της εποχής J2000.0 με χρήση των σχέσεων  $\delta\varepsilon_0 = \Delta\varepsilon_{GCRS}$  και  $\delta\psi_0 = \Delta\psi_{GCRS}$  (Mathews et al., 2002). Άρα, ο πίνακας μετάθεσης για την περιστροφή από το σύστημα GCRS στο μέσο ισημερινό και μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 ενσωματώνεται σε αυτόν της μετάπτωσης. Οι γωνίες  $\delta\varepsilon_0$  και  $\delta\psi_0$  είναι αρκετά μικρές έτσι ώστε, για αυτόν το συγκεκριμένο μετασχηματισμό, οι μόνες σημαντικές διαφορές να είναι στους πολυωνυμικούς συντελεστές μηδενικής και πρώτης τάξης για τις γωνίες  $\gamma$ ,  $\varphi$  και  $\psi$ .

Ένα δεύτερο πλεονέκτημα αυτής της παραμετροποίησης είναι ότι το ενδιάμεσο σύστημα που προκύπτει μετά τη δεύτερη στροφή,  $R_1(\varphi)$ , είναι ως προς την εκλειπτική της ημερομηνίας. Συνεπώς, η κλόνηση μπορεί να συμπεριληφθεί απλά μέσω άθροισης της κλόνησης στο μήκος,  $\Delta\psi$ , στην τρίτη περιστροφή και της κλόνησης στη λόξωση,  $\Delta\varepsilon$ , στην τέταρτη περιστροφή. Δηλαδή η περιστροφή προς τον αληθί πόλο της ημερομηνίας είναι:

$$N P(\varepsilon_A, \Delta\varepsilon, \psi, \Delta\psi, \varphi, \gamma) = R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon) R_3(-\psi - \Delta\psi) R_1(\varphi) R_3(\gamma) \quad (3.24)$$

Ενώ αυτή η παραμετροποίηση επιτρέπει την απευθείας εφαρμογή της μετάπτωσης και της κλόνησης, οι δύο προηγούμενες παραμετροποιήσεις απαιτούν η εφαρμογή της κλόνησης να γίνεται με ένα επιπλέον βήμα:

$$N P = N(\varepsilon_A, \Delta\varepsilon, \Delta\psi) P = R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon) R_3(\Delta\psi) R_1(\varepsilon_A) P \quad (3.25)$$

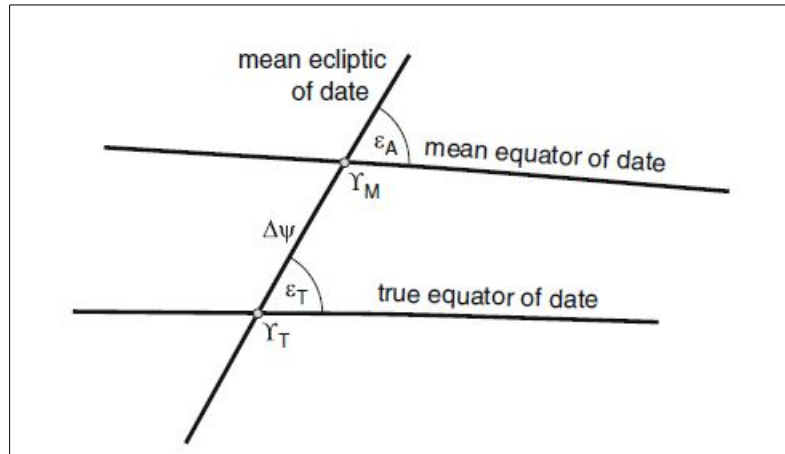
Σημειώνεται ότι στις παραμετροποιήσεις κατά Lieske και κατά Capitaine et al. ο πίνακας κλόνησης πρέπει να είναι ξεχωριστός από αυτόν της μετάπτωσης επειδή η μετάπτωση αναφέρεται στον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0 ενώ η κλόνηση αναφέρεται στον εκλειπτικό πόλο της ημερομηνίας. Στην περίπτωση που η κλόνηση αναφερόταν στον εκλειπτικό πόλο της εποχής J2000.0 αντί του εκλειπτικού πόλου της ημερομηνίας, η κλόνηση θα μπορούσε να ενσωματωθεί στις παραμετροποιήσεις κατά Lieske και κατά Capitaine et al. χρησιμοποιώντας μία μέθοδο παρόμοια με αυτή της παραμετροποίησης κατά Fukushima.

### 3.3 Κλόνηση

Η κλόνηση είναι ένα φαινόμενο που οφείλεται κυρίως στην κλίση του επιπέδου της σεληνιακής τροχιάς κατά περίπου  $5^\circ$ , ως προς το επίπεδο της εκλειπτικής και στην κίνηση των σημείων τομής των δύο επιπέδων. Ως αποτέλεσμα, προκύπτουν περιοδικές μεταβολές της θέσης του ουράνιου ισημερινού ως προς την εκλειπτική που ονομάζονται κλόνηση στη λόξωση και συμβολίζονται ως  $\Delta\varepsilon$ . Ένας επιπλέον λόγος που προκαλεί το φαινόμενο της κλόνησης είναι η εκκεντρότητα της γήινης τροχιάς γύρω από τον Ήλιο και έχει ως συνέπεια την κλόνηση στο (εκλειπτικό) μήκος  $\Delta\psi$ .

Σε ένα σύστημα συντεταγμένων το οποίο επηρεάζεται μόνο από την μετάπτωση ορίζονται μέσα μεγέθη (πχ. μέσος ισημερινός), ενώ όταν λαμβάνεται υπόψιν και η κλόνηση ορίζονται αληθί μεγέθη (πχ. αληθές εαρινό ισημερινό σημείο). Η επίδραση της κλόνησης περιγράφεται με τον πίνακα κλόνησης  $N$ . Όταν έχει ληφθεί υπόψιν η μετάπτωση προκύπτουν δύο επίπεδα. Το επίπεδο της μέσης εκλειπτικής της ημερομηνίας και το επίπεδο του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας. Η κλόνηση δεν επηρεάζει τη θέση της εκλειπτικής αλλά τη θέση του ισημερινού. Μέσω του πίνακα

κλόνησης γίνεται η μετάβαση από τον μέσο ισημερινό στον αληθί ισημερινό της ημερομηνίας, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.8.



Σχήμα 3.8 - Οι γωνίες κλόνησης  $\Delta\psi$  και  $\Delta\epsilon = \epsilon_T - \epsilon_A$   
(Soffel M., Langhans R., 2013)

Η κλόνηση στην λόξωση  $\Delta\epsilon$  ορίζεται ως:

$$\epsilon_T = \epsilon_A + \Delta\epsilon \quad (3.18)$$

όπου η μέση λόξωση της εκλειπτικής  $\epsilon_A$  δίνεται από τη σχέση:

$$\epsilon_A = \epsilon_0 - 46.836769''t - 0.0001831''t^2 + 0.00200340''t^3 - 0.000000576''t^4 - 0.0000000434''t^5$$

όπου  $\epsilon_0 = 84381.406''$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0

και  $t = (\text{JD}_{\text{TDB}} - \text{J2000.0})/36525$  το χρονικό διάστημα σε Ιουλιανούς αιώνες από την εποχή J2000.0.

Ο πίνακας κλόνησης είναι:

$$\mathbf{N} = \mathbf{R}_1(-\epsilon_T) \mathbf{R}_3(-\Delta\psi) \mathbf{R}_1(\epsilon_A) \quad (3.19)$$

Οι στροφές που εφαρμόζονται και απεικονίζονται στο σχήμα 3.8 είναι οι ακόλουθες:

- Με στροφή γύρω από τον άξονα x κατά γωνία  $\epsilon_A$ , μετακινείται το επίπεδο xy του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας στη θέση της μέσης εκλειπτικής της ημερομηνίας.
- Με στροφή γύρω από τον άξονα z κατά γωνία  $-\Delta\psi$ , μετακινείται ο άξονας x από το μέσο ισημερινό σημείο της ημερομηνίας ( $\mathcal{V}_M$ ) στο αληθές ισημερινό σημείο της ημερομηνίας ( $\mathcal{V}_T$ ).
- Τέλος, με στροφή γύρω από τον άξονα x κατά γωνία  $-\epsilon_T$  μετακινείται το επίπεδο xy στη θέση του αληθούς ισημερινού της ημερομηνίας.

Συνεπώς, ο πίνακας κλόνησης  $\mathbf{N}$  μετασχηματίζει το μέσο σύστημα της ημερομηνίας  $r_M$  στο αληθές σύστημα της ημερομηνίας  $r_T$ :

$$r_T = \mathbf{N} r_M \quad (3.20)$$



Οι γωνίες  $\Delta\epsilon$  και  $\Delta\psi$  ονομάζονται κλόνηση στη λόξωση και στο μήκος αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, τα στοιχεία του πίνακα κλόνησης είναι:

$$\begin{aligned}
 n_{11} &= \cos \Delta\psi \\
 n_{12} &= -\sin \Delta\psi \cos \epsilon_A \\
 n_{13} &= -\sin \Delta\psi \sin \epsilon_A \\
 n_{21} &= \sin \Delta\psi \cos \epsilon \\
 n_{22} &= \cos \Delta\psi \cos \epsilon \cos \epsilon_A + \sin \epsilon \sin \epsilon_A \\
 n_{23} &= \cos \Delta\psi \cos \epsilon \sin \epsilon_A - \sin \epsilon \cos \epsilon_A \\
 n_{31} &= \sin \Delta\psi \sin \epsilon \\
 n_{32} &= \cos \Delta\psi \sin \epsilon \cos \epsilon_A - \cos \epsilon \cos \epsilon_A \\
 n_{33} &= \cos \Delta\psi \sin \epsilon \sin \epsilon_A + \cos \epsilon \cos \epsilon_A
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Οι γωνίες κλόνησης  $\Delta\psi$  και  $\Delta\epsilon$  κατά κανόνα υπολογίζονται από τριγωνομετρικές σειρές κλόνησης που έχουν την μορφή:

$$\Delta\psi = \sum_i [(A_i + A_i' t) \sin(\text{ARGUMENT}_i) + (A_i'' + A_i''' t) \cos(\text{ARGUMENT}_i)] \tag{3.22}$$

$$\Delta\epsilon = \sum_i [(B_i + B_i' t) \cos(\text{ARGUMENT}_i) + (B_i'' + B_i''' t) \sin(\text{ARGUMENT}_i)] \tag{3.23}$$

Τα αθροίσματα αποτελούνται από ένα σύνολο μερικών όρων κλόνησης. Οι ποσότητες  $A_i, B_i, \dots$  είναι τα πλάτη των όρων κλόνησης. Οι ποσότητες  $\text{ARGUMENT}_i$  υποδηλώνουν τα ορίσματα ή φάσεις. Τα πλάτη  $A_i$  και  $B_i$  έχουν τη μεγαλύτερη συμβολή στη διαμόρφωση των τιμών των  $\Delta\psi$  και  $\Delta\epsilon$  και μαζί με τα  $\sin(\text{ARGUMENT}_i)$  και  $\cos(\text{ARGUMENT}_i)$  αντίστοιχα αποτελούν τους “σε φάση” όρους της κλόνησης. Με τα πλάτη  $A_i''$  και  $B_i''$  σχηματίζονται οι “εκτός φάσης” όροι. Σε αντίθεση με το προηγούμενο μοντέλο, το οποίο περιείχε μόνο τους πρώτους, το τελευταίο μοντέλο κλόνησης IAU 2000 περιλαμβάνει και τους “εκτός φάσης” όρους.

Τα ορίσματα ή φάσεις  $\text{ARGUMENT}_i$  υπολογίζονται από τα θεμελιώδη γωνιακά ορίσματα. Σειρές κλόνησης χαμηλής ακρίβειας λαμβάνουν υπόψιν μόνο τα σεληνοηλιακά γωνιακά ορίσματα  $l, l', F, D, \Omega$ . Κάθε όρισμα δίνεται από τον τύπο:

$$\text{ARGUMENT}_i = i_l l + i_{l'} l' + i_F F + i_D D + i_\Omega \Omega \tag{3.24}$$

όπου κάθε ένας από τους παράγοντες  $i_l, i_{l'}, \dots$  λαμβάνει ακέραιες τιμές. Για τα σεληνοηλιακά ορίσματα ισχύουν:

$$l = L - \varpi \tag{3.25}$$

$$l' = L' - \varpi' \tag{3.26}$$

$$F = L - \Omega \tag{3.27}$$

$$D = L - L' \tag{3.28}$$

$$\Omega$$

όπου:  $l$  μέση ανωμαλία της Σελήνης  
 $l'$  μέση ανωμαλία του Ήλιου  
 $\Omega$  το μήκος του μέσου ανιόντος δεσμού της σεληνιακής τροχιάς στην εκλειπτική, μετρημένο από το μέσο Εαρινό σημείο της ημερομηνίας

- $L$  το μέσο μήκος της Σελήνης
- $L'$  το μέσο μήκος του Ήλιου
- $\omega$  το μέσο μήκος του περιγείου της Σελήνης
- $\omega'$  το μέσο μήκος του περιγείου του Ήλιου.

Οι πιο ακριβείς σειρές κλόνησης, όπως αυτές του μοντέλου IAU2000, περιλαμβάνουν επιπλέον θεμελιώδη ορίσματα που περιγράφουν τα μέσα μήκη των πλανητών.

### 3.4. Περιγραφή του μοντέλου μετάπτωσης - κλόνησης IAU 2006/2000

#### 3.4.1 Περιγραφή του μοντέλου μετάπτωσης IAU 2006

Η μετάπτωση και η κλόνηση του άξονα της Γης παρατηρούνται και υπολογίζονται με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια με χρήση της μεθόδου συμβολομετρίας πολύ μεγάλης βάσης VLBI. Όπως αναφέρθηκε ήδη, οι παρατηρήσεις με αυτή τη μέθοδο είναι "ευαίσθητες" μόνο στο γραμμικό κομμάτι της μετάπτωσης και καθόλου "ευαίσθητες" στην εκλειπτική. Για αυτό το λόγο, οι συντελεστές μεγαλύτερου βαθμού της θεωρία κλόνησης καθώς και ο προσανατολισμός της εκλειπτικής πρέπει να αντλούνται από τη δυναμική θεωρία.

Σύμφωνα με την απόφαση IAU 2006 B1, το προτεινόμενο για χρήση μοντέλο μετάπτωσης από την 1η Ιανουαρίου 2009 είναι η θεωρία μετάπτωσης P03 των Capitaine et. al. (2003c). Η θεωρία αυτή αντικαθιστά το κομμάτι της μετάπτωσης στο μοντέλο μετάπτωσης - κλόνησης IAU2000A, ώστε το μοντέλο της μετάπτωσης να είναι συμβατό με τις δυναμικές θεωρίες και με το μοντέλο κλόνησης IAU2000. Το μοντέλο μετάπτωσης IAU 2006 παρέχει βελτιωμένες πολυωνυμικές σχέσεις, με πολυωνυμικούς όρους του χρόνου  $t$  μέχρι και 5ου βαθμού, τόσο για την μετάπτωση της εκλειπτικής όσο και για τη μετάπτωση του ισημερινού. Η μετάπτωση του ισημερινού είναι συμβατή με τη δυναμική θεωρία και ταιριάζει με τον ρυθμό μετάπτωσης του μοντέλου IAU2000A για λόγους συνέχειας των μοντέλων.

Ενώ το κομμάτι του μοντέλου IAU2000A που αφορά τη μετάπτωση αποτελείται μόνο από διορθώσεις ( $\delta\psi_A = (-0.29965 \pm 0.00040)''/\text{century}$ ,  $\delta\omega_A = (-0.02524 \pm 0.00010)''/\text{century}$ ) των ρυθμών μετάπτωσης του μοντέλου IAU 1976, η μετάπτωση του ισημερινού του μοντέλου IAU 2006 προέκυψε από δυναμικές εξισώσεις που εκφράζουν την κίνηση του μέσου πόλου γύρω από τον εκλειπτικό πόλο, με μέση λόξωση της εκλειπτικής για την εποχή J2000.0,  $\epsilon_0 = 84381.406''$  (ενώ η τιμή στο μοντέλο IAU 2000 ήταν  $84381.448''$ ). Η τιμή για τη δυναμική επιπλάτυνση της Γης στο νέο μοντέλο είναι σε μεγάλο βαθμό σύμφωνη με εκείνη του μοντέλου IAU 2000. Επίσης, το νέο μοντέλο IAU 2006 περιλαμβάνει την επίδραση του ρυθμού μεταβολής του συντελεστή επιπλάτυνσης της Γης  $J_2$  ( $J_2$  rate effect), όπου:

$$J_2 = -3 \times 10^{-9} / \text{century} \quad (3.29)$$

η οποία δεν είχε ληφθεί υπόψιν στο προηγούμενο μοντέλο. Η επίδραση αυτή οφείλεται κυρίως σε ένα φαινόμενο που είναι γνωστό ως μεταπαγετώδης άνοδος (post-glacial rebound) και περιγράφει την ανύψωση του εδάφους, κατά μερικά χιλιοστά το χρόνο, σε περιοχές που κάποτε ήταν καλυμμένες με πάγο κατά την εποχή των παγετώνων. Οι υπόλοιπες συνεισφορές στους ρυθμούς μετάπτωσης του νέου μοντέλου είναι από τον Williams (1994) και από τις σειρές κλόνησης MHB2000. Η γεωδαιτική μετάπτωση (geodesic precession) προέρχεται από τον Brumberg (1991).

### 3.4.1.1 Προσαρμογή του μοντέλου IAU 2006 στο μοντέλο κλόνησης IAU 2000A

Η διαφορά μεταξύ του μοντέλου IAU 2006 και του μοντέλου IAU 2000 στην ουσία έγκειται στο κομμάτι που αφορά τη μετάπτωση. Εντούτοις απαιτούνται κάποιες πολύ μικρές αλλαγές σε ελάχιστα από τα πλάτη του μοντέλου κλόνησης IAU 2000A, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η συμβατότητα με τις τιμές του IAU 2006 για τις ποσότητες  $\varepsilon_0$  και  $J_2$ .

Οι εξισώσεις κίνησης ενός ουράνιου σώματος είναι αρκετά πιο περίπλοκες από μία απλή κεπλεριανή τροχιά και για την ακριβή περιγραφή τους πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν επιπλέον επιδράσεις. Μία από αυτές είναι και η επίδραση του συντελεστή  $J_2$  στην τροχιά της Σελήνης εξαιτίας της διαταραχής της από ένα μέρος του βαρυτικού δυναμικού της Γης. Το τμήμα αυτό του γήινου βαρυτικού δυναμικού που προκαλεί τη διαταραχή προέρχεται από την ισημερινή διόγκωση (equatorial bulge) της Γης. Ως αποτέλεσμα, η επίδραση αυτή συμβάλει αντιδραστικά στις δυνάμεις και τις ροπές που ασκούνται στη Γη και συνεπώς στον προσανατολισμό της. Τα παραπάνω αποτυπώνονται στο φαινόμενο της μετάπτωσης και στα αντίστοιχα μοντέλα μέσω του ρυθμού  $J_2$ .

Η εισαγωγή του ρυθμού του συντελεστή  $J_2$  στο μοντέλο μετάπτωσης IAU 2006 επιφέρει την εμφάνιση επιπλέον όρων στο μοντέλο της κλόνησης, οι συντελεστές των οποίων είναι ανάλογοι του λόγου  $\dot{J}_2/J_2 = (-2.7774 \times 10^{-6} / \text{century})$ . Συγκεκριμένα, η κλόνηση στη λόξωση  $\Delta\varepsilon$  της και η κλόνηση στο εκλειπτικό μήκος  $\Delta\psi$  της ημερομηνίας  $t$  γίνονται:

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= \Delta\psi_{2000A} + (0.4697 \times 10^{-6} + f) \Delta\psi_{2000A} \\ \Delta\varepsilon &= \Delta\varepsilon_{2000A} + f \Delta\varepsilon_{2000A}\end{aligned}\quad (3.30)$$

όπου  $f = (\dot{J}_2/J_2)t = -2.7774 \times 10^{-6} t$

και  $t$  το χρονικό διάστημα από την εποχή J2000.0 σε Ιουλιανούς αιώνες στην κλίμακα χρόνου TT.

Οι μέγιστες μεταβολές σε μας στην κλόνηση στο μήκος και στη λόξωση είναι σε μας (Capitaine and Wallace, 2006):

$$d\psi_{J2d} = +47.8t \sin \Omega + 3.7t \sin 2(F - D + \Omega) + 0.6t \sin 2(F + \Omega) - 0.6t \sin 2\Omega \quad (3.31)$$

$$d\varepsilon_{J2d} = -25.6t \cos \Omega - 1.6t \cos 2(F - D + \Omega) \quad (3.32)$$

Η προσαρμογή του μοντέλου κλόνησης στην τιμή της  $\varepsilon_0$  για το μοντέλο IAU 2006 ( $\varepsilon_0 = 84381.406''$ ) επιβάλλεται καθώς η λόξωση του μοντέλου IAU 2006 είναι διαφορετική από τη λόξωση του μοντέλου IAU 1980 η οποία είχε χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των πλατών του μοντέλου κλόνησης IAU 2000A. Για να αντισταθμιστεί η διαφορά αυτή είναι απαραίτητο να πολλαπλασιαστούν τα πλάτη της κλόνησης στο μήκος με  $\sin \varepsilon_{IAU2000} / \sin \varepsilon_{IAU2006} = 1.000000470$ .

Οι μέγιστοι όροι στη διόρθωση που εφαρμόζεται στην κλόνηση στο μήκος  $\psi$  του μοντέλου IAU 2000A λόγω των παραπάνω είναι (σε μας):

$$d_\varepsilon \psi = -8.1 \sin \Omega - 0.6 \sin 2(F - D + \Omega) \quad (3.33)$$

### 3.4.1.2 Οι συμβατές με το μοντέλο IAU 2006/2000 σχέσεις της μετάπτωσης

Τα πολυωνυμικά αναπτύγματα του μοντέλου μετάπτωσης IAU 2006 (*Capitaine et al., 2003c*) παρέχουν ξεχωριστά τις σχέσεις για τις βασικές γωνίες που αναφέρονται στην εκλειπτική και τον ισημερινό, οι οποίες και απορρέουν από τις δυναμικές εξισώσεις και ξεχωριστά τις τιμές ορισμένων παραγόμενων ποσοτήτων, που χρησιμοποιούνται στις σχέσεις των συντεταγμένων  $X, Y$  του CIP και στη σχέση του αστρικού χρόνου.

Οι βασικές σχέσεις για την μετάπτωση της εκλειπτικής και του ισημερινού είναι:

$$P_A = +4.199094''t + 0.1939873''t^2 - 0.00022466''t^3 - 0.000000912''t^4 + 0.0000000120''t^5 \quad (3.34)$$

$$Q_A = -46.811015''t + 0.0510283''t^2 + 0.00052413''t^3 - 0.000000646''t^4 - 0.0000000172''t^5 \quad (3.35)$$

$$\psi_A = 5038.481507''t - 1.0790069''t^2 - 0.00114045''t^3 + 0.000132851''t^4 - 0.0000000951''t^5 \quad (3.36)$$

$$\omega_A = \varepsilon_0 - 0.025754''t + 0.0512623''t^2 - 0.00772503''t^3 - 0.000000467''t^4 + 0.0000003337''t^5 \quad (3.37)$$

όπου  $\varepsilon_0 = 84381.406''$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 και  $t$  ο αριθμός Ιουλιανών αιώνων Βαρυκεντρικού Δυναμικού Χρόνου TDB από την 1η Ιανουαρίου 2000, 12<sup>h</sup> TDB.

Για τις ποσότητες  $P_A$  και  $Q_A$  ισχύουν οι σχέσεις:

$$P_A = \sin \pi_A \sin \Pi_A \quad (3.38)$$

$$Q_A = \sin \pi_A \cos \Pi_A \quad (3.39)$$

όπου  $\pi_A$  η γωνία μεταξύ της μέσης εκλειπτικής της εποχής αναφοράς J2000.0 και της μέσης εκλειπτικής της ημερομηνίας  $t$   
και  $\Pi_A$  η γωνιακή απόσταση ανάμεσα στο εαρινό ισημερινό σημείο  $\mathcal{V}_0$  της εποχής αναφοράς J2000.0 και στο ανερχόμενο σημείο όπου η εκλειπτική της ημερομηνίας  $t$  τέμνει την εκλειπτική της εποχής αναφοράς.

Οι ποσότητες  $\psi_A$  και  $\omega_A$  είναι λύσεις των δυναμικών εξισώσεων που εκφράζουν την κίνηση του μέσου πόλου γύρω από τον εκλειπτικό πόλο. Συγκεκριμένα, η ποσότητα  $\psi_A$  εκφράζει το μέγεθος της μετάπτωσης του ισημερινού πάνω στην εκλειπτική από την εποχή αναφοράς J2000.0 στην ημερομηνία  $t$  και η ποσότητα  $\omega_A$  εκφράζει τη λόξωση του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας  $t$  ως προς την εκλειπτική της εποχής J2000.0.

Από τη θεωρία μετάπτωσης P03 εξάγονται και οι παρακάτω σχέσεις για άλλες χαρακτηριστικές ποσότητες:

$$\chi_A = 10.556403''t - 2.3814292''t^2 - 0.00121197''t^3 + 0.000170663''t^4 - 0.0000000520''t^5 \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_A = \varepsilon_0 - 46.836769''t - 0.0001831''t^2 + 0.00200340''t^3 - 0.000000576''t^4 - 0.0000000434''t^5 \quad (3.41)$$

$$\gamma = -0.052928'' + 10.556378''t + 0.4932044''t^2 - 0.00031238''t^3 - 0.000002788''t^4 + 0.0000000260''t^5 \quad (3.42)$$

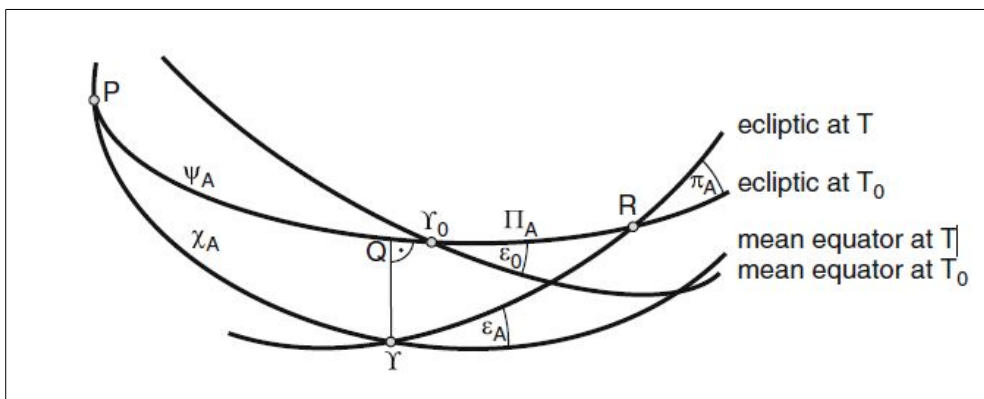
$$\varphi = +84381.412819'' - 46.811016''t + 0.0511268''t^2 + 0.00053289''t^3 - 0.000000440''t^4 - 0.0000000176''t^5 \quad (3.43)$$

$$\psi = -0.041775'' + 5038.481484''t + 1.5584175''t^2 - 0.00018522''t^3 - 0.000026452''t^4 - 0.0000000148''t^5 \quad (3.44)$$

όπου  $\chi_A$  η μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του μέσου ισημερινού της ημερομηνίας  $t$   
 $\varepsilon_A$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας  $t$   
 $t$  ο αριθμός Ιουλιανών αιώνων Βαρυκεντρικού Δυναμικού Χρόνου TDB από την 1η Ιανουαρίου 2000, 12<sup>h</sup> TDB

και  $\gamma, \varphi, \psi$  οι γωνίες (Williams 1994, Fukushima 2003) ως προς το σύστημα GCRS  
 όπου  $\gamma$  η ορθή αναφορά στο GCRS της τομής της εκλειπτικής της ημερομηνίας  $t$  με τον ισημερινό του GCRS  
 $\varphi$  η λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας στον ισημερινό του GCRS  
 $\psi$  η γωνία μετάπτωσης συν τη μετάθεση στο μήκος επί της εκλειπτικής της ημερομηνίας.

Εξαιτίας της θεωρητικής τους βάσης, οι παραπάνω σχέσεις των όρων της μετάπτωσης διατυπώνονται ως συναρτήσεις του Βαρυκεντρικού Δυναμικού Χρόνου TDB. Ωστόσο στην πράξη, στις παραπάνω σχέσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ο Γήινος Χρόνος TT αντί του TDB. Ο μεγαλύτερος όρος στη διαφορά TDB-TT είναι  $1.7 \text{ ms} \times \sin l'$  (όπου  $l'$  η μέση ανωμαλία του Ήλιου) και το τελικό σφάλμα στην ποσότητα  $\psi_A$  είναι περιοδικό με ετήσια περίοδο και με πλάτος  $2.7'' \times 10^{-9}$ , που είναι αρκετά χαμηλότερο από τη συνήθως επιθυμητή ακρίβεια (μας).



Σχήμα 3.9 - Οι γωνίες μετάπτωσης (Soffel M., Langhans R., 2013)

### 3.4.2 Τα μοντέλα κλόνησης IAU 2000A και IAU2000B

Το μοντέλο IAU 2000A, που αναπτύχθηκε από τον Mathews (Mathews et al., 2002) και αναφέρεται ως MHB2000, βασίζεται στις σειρές κλόνησης συμπαγούς γης REN2000 του Souchay (Souchay et al. 1999) που αναφέρονται στον άξονα του σχήματος (figure axis) της Γης. Το μοντέλο MHB2000 βελτιώνει το μοντέλο κλόνησης IAU 1980, καθώς λαμβάνει υπόψιν την επίδραση της ανελαστικότητας του μανδύα, τις ωκεάνιες παλίρροιες, τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις που δημιουργούνται τόσο μεταξύ του υγρού εξωτερικού πυρήνα και του μανδύα όσο και μεταξύ του στερεού εσωτερικού πυρήνα και του υγρού εξωτερικού, καθώς και μη γραμμικούς όρους που παλαιότερα αγνοούνταν.

Οι τελικές σειρές κλόνησης περιλαμβάνουν 678 σεληνοηλιακούς όρους και 687 πλανητικούς οι οποίοι εκφράζονται ως συντελεστές “σε φάση” (in-phase) και “εκτός φάσης” (out of phase) με τις δικές τους μεταβολές. Το μοντέλο έχει ακρίβεια περίπου 10 mas για τους περισσότερους από τους όρους αυτούς. Επιπλέον, περιλαμβάνεται η συνεισφορά της γεωδαισιακής κλόνησης (geodesic nutation) σε επίπεδο ετήσιο, ημιετήσιο και 18.6 ετών και της γεωδαισιακής μετάπτωσης (geodesic precession)  $p_g$  στο μοντέλο μετάπτωσης, έτσι ώστε τα BCRS και GCRS να μην εμφανίζουν περιστροφή εξαρτώμενη από το χρόνο. Η τιμή της γεωδαισιακής μετάπτωσης είναι  $p_g = 1.92'' / \text{century}$  και η συνεισφορά της θεωρητικής γεωδαισιακής κλόνησης που χρησιμοποιείται στο μοντέλο MHB2000 (Mathews et al., 2002) για την κλόνηση στο μήκος  $\Delta\psi_g$  και στη λόξωση  $\Delta\epsilon_g$  δίνεται, σε mas, από τις σχέσεις:

$$\Delta\psi_g = -153\sin l' - 2\sin 2l' + 3\sin\Omega \quad (3.45)$$

$$\Delta\epsilon_g = 1 \cos\Omega \quad (3.46)$$

όπου  $l'$  η μέση ανωμαλία του Ήλιου

$\Omega$  το μήκος του μέσου ανιόντος δεσμού της σεληνιακής τροχιάς στην εκλειπτική, μετρημένο από το μέσο εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας

Επίσης, οι σειρές κλόνησης IAU 2000A σχετίζονται με τις ακόλουθες μεταθέσεις της κατεύθυνσης του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP (οι οποίες δίνονται υπό τη μορφή συστηματικής μετάθεσης του πλαισίου - frame bias) της εποχής J2000.0 από την κατεύθυνση του πόλου GCRS:

$$\xi_0 = (-0.0166170 \pm 0.0000100)'' \quad (3.47)$$

$$\eta_0 = (-0.0068192 \pm 0.0000100)'' \quad (3.48)$$

Ο όρος κλόνησης ελεύθερου πυρήνα (FCN) δεν είναι μέρος του σε ισχύ μοντέλου, καθώς είναι μία ελεύθερη κίνηση που δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια.

Το μοντέλο κλόνησης IAU 2000 δίνεται από σειρές για την κλόνηση στο μήκος  $\Delta\psi$  και στη λόξωση  $\Delta\epsilon$  ως προς τη μέση εκλειπτική της ημερομηνίας, με το χρόνο  $t$  να μετράται σε Ιουλιανούς αιώνες της κλίμακας TDB από την εποχή J2000.0.

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^N [(A_i + A_i' t) \sin(\text{ARGUMENT}) + (A_i'' + A_i''' t) \cos(\text{ARGUMENT})] \quad (3.49)$$

$$\Delta\epsilon = \sum_{i=1}^N [(B_i + B_i' t) \cos(\text{ARGUMENT}) + (B_i'' + B_i''' t) \sin(\text{ARGUMENT})] \quad (3.50)$$

Σύμφωνα με την απόφαση IAU 2000 B1.6, διατίθεται επιπλέον το μοντέλο κλόνησης IAU 2000B ακρίβειας 1 mas για χρήση σε εφαρμογές που δεν απαιτείται η υψηλή ακρίβεια του βασικού μοντέλου. Το μοντέλο αυτό διατυπώθηκε από τους McCarthy και Luzum (2003) και περιλαμβάνει λιγότερους από 80 σεληνοηλιακούς όρους και έναν διορθωτικό όρο για τον υπολογισμό της επίδρασης των πλανητικών όρων στο εκάστοτε χρονικό διάστημα θεώρησης. Επιπλέον, παρέχει την κίνηση του ουράνιου πόλου με ακρίβεια η οποία δεν διαφέρει περισσότερο από 1 mas από αυτή του μοντέλου IAU 2000A για το διάστημα 1995-2050.

### 3.4.3 Θεμελιώδη Γωνιακά Ορίσματα

Κάθε ένας από τους σεληνοηλιακούς όρους στις σειρές της κλόνησης χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο πέντε ακέραιων  $N_j$  που καθορίζουν το όρισμα του όρου ως έναν γραμμικό συνδυασμό των πέντε θεμελιωδών ορισμάτων  $F_j$ , γνωστές και ως μεταβλητές του Delaunay ( $l, l', F, D, \Omega$ ). Συγκεκριμένα:

$$\text{ARGUMENT} = \sum_{j=1}^5 N_j F_j \quad (3.51)$$

όπου οι τιμές ( $N_1, \dots, N_5$ ) των συντελεστών καθορίζουν τον όρο.

Οι τιμές  $F_j$  είναι συναρτήσεις του χρόνου και η γωνιακή συχνότητα της κλόνησης  $\omega$  που περιγράφεται από τον όρο δίνεται από τη σχέση:

$$\omega \equiv d(\text{ARGUMENT})/dt \quad (3.52)$$

Η συχνότητα ορισμένη με αυτόν τον τρόπο είναι θετική για τους περισσότερους όρους και αρνητική για μερικούς. Για τους πλανητικούς όρους της κλόνησης ισχύει:

$$\text{ARGUMENT} = \sum_{j=1}^{14} N'_j F'_j \quad (3.53)$$

όπου  $F_6$  έως  $F_{13}$  είναι τα μέσα μήκη των οκτώ πλανητών και  $F_{14}$  η γενική μετάπτωση στο μήκος  $p_A$ .

Για τις χρονικές περιόδους που αφορούν την περιγραφή του φαινομένου της κλόνησης, η συχνότητα  $\omega$  είναι ουσιαστικά ανεξάρτητη χρόνου και συνεπώς για τον  $k$  όρο στις σειρές κλόνησης μπορεί γραφεί η σχέση:

$$\text{ARGUMENT} = \omega_k t + \beta_k \quad (3.54)$$

Οι πίνακες του μοντέλου κλόνησης IAU2000A παρέχουν για κάθε όρισμα (ARGUMENT) τους συντελεστές των “σε φάση” και “εκτός φάσης” συνιστωσών στο μήκος  $\Delta\psi$  και στη λόξωση  $\Delta\epsilon$ , συν τη μεταβολή τους στο χρόνο για την περίπτωση των σεληνοηλιακών όρων.

$i$	$A_i$	$A_i''$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1	-17206424.18	3338.60	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1317091.22	-1369.60	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-227641.81	279.60	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	207455.50	-69.80	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	147587.77	1181.70	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
$i$	$A_i'$	$A_i'''$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1321	-17418.82	2.89	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1322	-363.71	-1.50	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1323	-163.84	1.20	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Πίνακας 3.2 - Απόσπασμα πίνακα μοντέλου κλόνησης IAU2000A – κλόνηση στο μήκος (IERS Conventions 2010)

$i$	$B_i''$	$B_i$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1	1537.70	9205233.10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-458.70	573033.60	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	137.40	97846.10	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-29.10	-89749.20	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-17.40	22438.60	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
$i$	$B_i'''$	$B_i'$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1038	0.20	883.03	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1039	-0.30	-303.09	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1040	0.00	-67.76	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Πίνακας 3.3 - Απόσπασμα πίνακα μοντέλου κλόνηση IAU2000A – κλόνηση στη λόξωση (IERS Conventions 2010)

Οι τιμές για τα πλάτη των όρων κλόνησης  $A_i, A_i'', B_i, B_i''$ , τους ρυθμούς μεταβολής τους  $A_i', A_i''', B_i', B_i'''$  και τους συντελεστές  $N_j, N_j'$  των θεμελιωδών ορισμάτων δίνονται από πίνακες του μοντέλου κλόνησης IAU 2000A.

Τα πλάτη δίνονται σε mas και οι ρυθμοί μεταβολής τους δίνονται σε mas/century.

Οι τιμές των  $A_i, A_i', B_i, B_i'$  αφορούν τους “σε φάση” όρους της κλόνησης στο μήκος  $\Delta\psi$  και στη λόξωση  $\Delta\epsilon$  αντίστοιχα, ενώ οι τιμές των  $A_i'', A_i''', B_i'', B_i'''$  αφορούν τους “εκτός φάσης” όρους.

Στις σχέσεις για τον υπολογισμό των σεληνοηλιακών και πλανητικών ορισμάτων ως συναρτήσεις του χρόνου, ο χρόνος  $t$  μετριέται στην κλίμακα TDB. Ωστόσο, οι μεταβολές στα πλάτη των όρων της κλόνησης εξαιτίας της διαφοράς μεταξύ των δύο κλιμάκων TDB-TT, οδηγούν σε διαφοροποίηση της θέσης του CIP κατά τιμή μικρότερη των 0.01 mas, η οποία είναι σημαντικά χαμηλότερη από την απαιτούμενη ακρίβεια mas. Συνεπώς, στον υπολογισμό των θεμελιωδών όρων της κλόνησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο Γήινος Χρόνος TT αντί του Βαρυκεντρικού Δυναμικού Χρόνου TDB, όπως και στην περίπτωση των σχέσεων του μοντέλου της μετάπτωσης.

### 3.4.3.1 Ορίσματα σεληνοηλιακών όρων κλόνησης

Οι σχέσεις για τα θεμελιώδη γωνιακά ορίσματα της κλόνησης, σύμφωνα με το μοντέλο IAU 2000, είναι (IERS 1992, Williams et al., 1991):

$$\begin{aligned}
 F_1 = l &= \text{Mean Anomaly of the Moon} \\
 &= 134.96340251^\circ + 1717915923.2178''t + 31.8792''t^2 \\
 &\quad + 0.051635''t^3 - 0.00024470''t^4
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 = l' &= \text{Mean Anomaly of the Sun} \\
 &= 357.52910918^\circ + 129596581.0481''t - 0.5532''t^2 \\
 &\quad + 0.000136''t^3 - 0.00001149''t^4
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
 F_3 = F = L - \Omega \\
 &= 93.27209062^\circ + 1739527262.8478''t - 12.7512''t^2 \\
 &\quad - 0.001037''t^3 + 0.00000417''t^4
 \end{aligned} \tag{3.57}$$



$$\begin{aligned}
F_4 = D &= \text{Mean Elongation of the Moon from the Sun} \\
&= 297.85019547^\circ + 1602961601.2090''t - 6.3706''t^2 \\
&\quad + 0.006593''t^3 - 0.00003169''t^4
\end{aligned} \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}
F_5 = \Omega &= \text{Mean Longitude of the Ascending Node of the Moon} \\
&= 125.04455501^\circ - 6962890.5431''t + 7.4722''t^2 \\
&\quad + 0.007702''t^3 - 0.00005939''t^4
\end{aligned} \tag{3.59}$$

όπου  $t = (\text{JD}_{\text{TDB}} - \text{J2000.0}) / 36525$  το διάστημα σε Ιουλιανούς αιώνες από την εποχή J2000.0 .  
 $L = \text{Mean Longitude of the Moon}$

### 3.4.3.2 Ορίσματα πλανητικών όρων κλόνησης

Τα μέσα εκλειπτικά μήκη (mean longitudes) των πλανητών που χρησιμοποιούνται στα ορίσματα των πλανητικών όρων της κλόνησης παρέχονται από τον Souchay (*Souchay et al., 1999*), βασισμένα στις σταθερές της θεωρίας κίνησης των πλανητών VSOP82 (*Bretagnon, 1982*), στη θεωρία κίνησης της Σελήνης ELP2000 (*Chapront - Touze and Chapront, 1983*) και στις εργασίες του Simon (*Simon et al., 1994*). Τα ορίσματα  $F_6$  έως  $F_{13}$  είναι τα μέσα εκλειπτικά μήκη των πλανητών από τον Ερμή ως και τον Ποσειδώνα, συμπεριλαμβανομένης και της Γης και το όρισμα  $F_{14}$  είναι η γενική μετάπτωση στο μήκος  $p_A$  (*Kinoshita and Souchay, 1990*).

$$\begin{aligned}
F_6 = L_{Me} &= 4.402608842 + 2608.7903141574 \times t \\
F_7 = L_{Ve} &= 3.176146697 + 1021.3285546211 \times t \\
F_8 = L_E &= 1.753470314 + 628.3075849991 \times t \\
F_9 = L_{Ma} &= 6.203480913 + 334.0612426700 \times t \\
F_{10} = L_J &= 0.599546497 + 52.9690962641 \times t \\
F_{11} = L_{Sa} &= 0.874016757 + 21.3299104960 \times t \\
F_{12} = L_U &= 5.481293872 + 7.4781598567 \times t \\
F_{13} = L_{Ne} &= 5.311886287 + 3.8133035638 \times t \\
F_{14} = p_A &= 0.02438175 \times t + 0.00000538691 \times t^2
\end{aligned} \tag{3.60}$$

όπου  $t = (\text{JD}_{\text{TDB}} - \text{J2000.0}) / 36525$  το διάστημα σε Ιουλιανούς αιώνες από την εποχή J2000.0.



## Κεφάλαιο 4

# Ενδιάμεσος Ουράνιος Πόλος και Ενδιάμεσες Αφετηρίες

### 4.1 Άξονας και Ουράνιος Πόλος αναφοράς

Για την ανάπτυξη των θεωριών περιγραφής της περιστροφής της Γης, πρέπει να είναι σαφές σε ποιον άξονα της Γης, επομένως σε ποιον ουράνιο πόλο (το ίχνος του άξονα στην ουράνια σφαίρα) γίνεται αναφορά. Αν η Γη ήταν ένα συμπαγές πεπλατυσμένο σφαιροειδές σώμα, θα υπήρχαν τρεις πιθανοί άξονες και αντίστοιχοι πόλοι προς επιλογή: ο άξονας της στροφορμής (angular momentum axis), που αναφέρεται στο αντίστοιχο διάνυσμα του σώματος της Γης, ο άξονας περιστροφής (rotation axis), που καθορίζεται από το στιγμιαίο διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας και ο άξονας του σχήματος (axis of figure), ο οποίος είναι ο άξονας του σώματος, κάθετος στον γεωμετρικό ισημερινό και κατά μήκος του χαρακτηριστικού διανύσματος του τανυστή ροπής αδράνειας της Γης. Οι διαφορές μεταξύ των παραπάνω αξόνων προκύπτουν από την ανάλυση της περιστρεφόμενης κίνησης ενός συμπαγούς σώματος.

Οι τρεις παραπάνω άξονες δεν συμπίπτουν, εξαιτίας της επίδρασης των εξωτερικών σεληνοηλιακών κυρίως και πλανητικών, σε μικρότερο βαθμό, ροπών. Μέχρι τα μέσα του 20ου αιώνα οι παρατηρήσεις δεν ήταν αρκετά ακριβείς ώστε να μπορεί να γίνει διάκριση μεταξύ των τριών αξόνων και συνεπώς η επιλογή του καταλληλότερου άξονα για τη θεωρία δεν ήταν σημαντική. Ωστόσο, με τη βελτίωση της ακρίβειας των παρατηρήσεων και την χρήση νέων τεχνολογιών από τη δεκαετία του '60 και μετά, το ζήτημα της επιλογής κατάλληλου άξονα απέκτησε σημασία. Μετά από σειρά διαβουλεύσεων αποφασίστηκε ότι ο άξονας μέγιστης αδράνειας της Γης, γνωστός ως άξονας του σχήματος (axis of figure) είναι ο πλέον κατάλληλος ως άξονας αναφοράς, τόσο για τη θεωρία όσο και για τις παρατηρήσεις.

Την ίδια σχεδόν περίοδο πραγματοποιούνταν νέες θεωρητικές μελέτες, βασισμένες σε τριαξονικά μοντέλα της Γης, λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη ρευστού πυρήνα και ελαστικού μανδύα. Οι μελέτες αυτές έθεσαν νέα ερωτήματα επειδή, σύμφωνα με αυτές, ο τανυστής αδράνειας της Γης μεταβάλλεται με το χρόνο, καθώς το σχήμα της επηρεάζεται από τις παλιρροϊκές δυνάμεις. Οι παραμορφώσεις λόγω των δυνάμεων αυτών επιφέρουν με τη σειρά τους μεταβολή του άξονα του σχήματος με ημερήσια περίοδο. Ωστόσο, η μεταβολή αυτή δεν επηρεάζει γενικά τον προσανατολισμό του φλοιού της Γης στο χώρο, ο οποίος και σχετίζεται με τις αστρονομικές παρατηρήσεις. Συνεπώς, για μία ελαστική Γη ο άξονας του σχήματος, όπως αυτός ορίζεται κλασσικά, δεν είναι χρήσιμος για αστρονομικές παρατηρήσεις.

Η λύση είναι η επιλογή ενός περιστρεφόμενου καρτεσιανού συστήματος, προσδεμένο στην ελαστική Γη με τέτοιο τρόπο ώστε: 1) η στροφορμή λόγω των παλιρροϊκών παραμορφώσεων ως προς αυτό το σύστημα να είναι μηδενική και 2) για μηδενικές παλιρροϊκές παραμορφώσεις, οι άξονες να αντιστοιχούν στους κύριους άξονες του μανδύα της Γης. Αυτοί οι άξονες είναι οι μέσοι άξονες Tisserand του σώματος (*Munk & MacDonald 1960*) και ο άξονας Tisserand της μέγιστης ροπής αδράνειας αναφέρεται, στο ψήφισμα B1.7 του 2000 της IAU, ως ο γεωγραφικός άξονας μέσης επιφάνειας (mean surface geographic axis). Σχεδόν όλες οι σύγχρονες θεωρίες κλόνησης αναφέρονται στον πρωτεύοντα άξονα Tisserand. Στην παλιά θεωρία κλόνησης του 1980 αναφερόταν ως άξονας B και ο αντίστοιχος πόλος ονομαζόταν ουράνιος πόλος εφημερίδας (Celestial Ephemeris Pole – CEP).

Παρόλα αυτά, ακόμα και αν έχει επιλεχθεί ένας άξονας που αντανακλά πληρέστερα τη συνολική περιστροφή των σημείων παρατήρησης στην επιφάνεια της Γης, αναδύεται ένα επιπλέον πρόβλημα

καθώς οι παρατηρήσεις και τα θεωρητικά μοντέλα που αναπτύσσονται γίνονται πιο ευαίσθητα στις μεταβολές μικρής περιόδου. Το πρόβλημα είναι οι μικρές, αλλά μη αμελητέες, συνιστώσες της κλόνησης ή της κίνησης του πόλου με σχεδόν ημερήσιες περιόδους. Στην ουσία, σε αυτή την περίπτωση είναι δύσκολο να διαχωριστούν οι διάφορες επιρροές των μικρών αυτών συνιστωσών και οι συμβατικές έννοιες περιπλέκονται. Για παράδειγμα, κάθε ημερήσια κλόνηση του άξονα ομόρροπη με την περιστροφή της Γης ισοδυναμεί με μία μεταβολή μακράς περιόδου στην κίνηση του πόλου και κάθε αντίρροπη ημερήσια κίνηση του πόλου εμφανίζεται ως μία μακράς περιόδου συνιστώσα της κλόνησης (*Capitaine 2000*). Στην πράξη, αυτό σημαίνει μία επικάλυψη των εννοιών των παραμέτρων προσανατολισμού της Γης (EOP)  $x_p$ ,  $y_p$  και των όρων κλόνησης  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\epsilon$ . Η μόνη πρακτική λύση είναι ένας σαφής, αν και αυθαίρετος, διαχωρισμός των περιόδων που θα αντιμετωπίζονται ως μετάπτωση και κλόνηση και που θα ενσωματώνονται στον ορισμό του ουράνιου πόλου.

Συνεπώς, ο νέος ορισμός του ουράνιου πόλου που χρησιμοποιείται στο νέο μοντέλο μετάπτωσης - κλόνησης καθορίζεται από την κίνηση του μέσου άξονα Tisserand της Γης, με περιόδους μεγαλύτερες των δύο ημερών στο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς. Ο πόλος αυτός ονομάζεται Ουράνιος Ενδιάμεσος Πόλος (Celestial Intermediate Pole – CIP). Η θέση του προκύπτει από τα ισχύοντα μοντέλα μετάπτωσης και κλόνησης, με την προσθήκη διορθώσεων που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις. Η χρήση της λέξης ενδιάμεσος δηλώνει ότι ο ορισμός του πόλου είναι μία σύμβαση που επιβάλλεται ώστε να διαχωριστεί η μετάπτωση και η κλόνηση (δηλαδή ο προσανατολισμός του άξονα της Γης στο ουρανογραφικό σύστημα) από την κίνηση του πόλου (τον προσανατολισμό του άξονα στο γήινο σύστημα αναφοράς). Ο Ουράνιος Ενδιάμεσος Πόλος είναι ο αληθής πόλος, κάθετος στον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας. Η κίνηση του καθορίζεται στο Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS), οι άξονες του οποίου θεωρούνται ουσιαστικά ταυτόσημοι με του ICRS.

#### 4.1.1 Σχηματική αναπαράσταση της κίνησης του CIP

Σύμφωνα με την IAU 2000 Resolution B1.7, ο ενδιάμεσος ουράνιος πόλος (CIP) είναι ένας πόλος που διαχωρίζει, κατά σύμβαση, την κίνηση του στιγμιαίου πόλου της γης σε δύο μέρη, σε ένα ουράνιο και σε ένα γήινο.

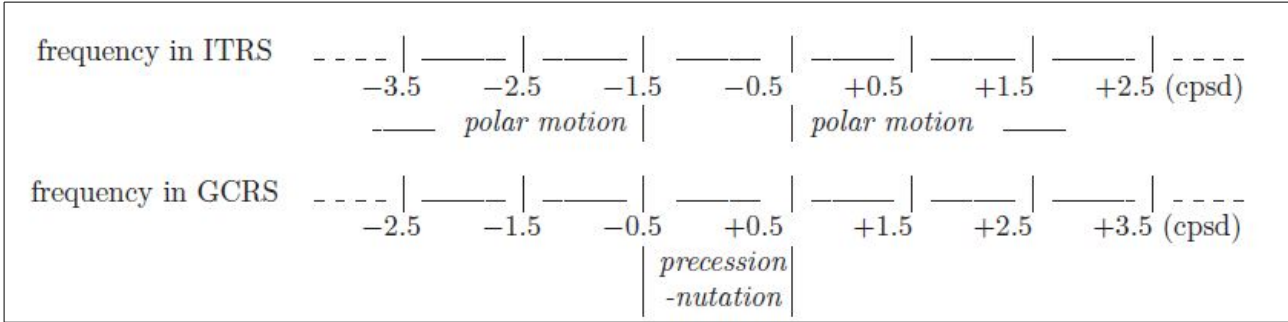
Η ουράνια κίνηση του CIP, που εκφράζεται μέσω της μετάπτωσης και της κλόνησης του άξονα, περιλαμβάνει όλους τους όρους με περίοδο μεγαλύτερη των 2 ημερών στο GCRS, δηλαδή συχνότητες μεταξύ  $-0.5$  cpsd (κύκλοι/αστρική ημέρα) και  $+0.5$  cpsd.

Η γήινη κίνηση του CIP, που εκφράζεται μέσω της κίνησης του πόλου, περιλαμβάνει όλους τους όρους εκτός των παραπάνω, δηλαδή συχνότητες χαμηλότερες των  $-1.5$  cpsd ή μεγαλύτερες των  $-0.5$  cpsd.

Στο σχήμα 4.1 απεικονίζεται ο συμβατικός διαχωρισμός των συχνοτήτων της μετάπτωσης -κλόνησης και της γήινης κίνησης του πόλου. Μεταξύ των συχνοτήτων των δύο κινήσεων εμφανίζεται μία μετάθεση κατά  $1$  cpsd εξαιτίας της περιστροφής του ITRS ως προς το GCRS.

#### 4.1.2 Πίνακας μετασχηματισμού της ουράνιας κίνησης του CIP

Ο πίνακας μετασχηματισμού από το Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS) στο Ενδιάμεσο Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (CIRS) είναι:



Σχήμα 4.1 – Συμβατικός διαχωρισμός συχνοτήτων (IERS Conventions 2010)

$$Q(t) = R_3(-s) R_3(-E) R_2(d) R_3(E) \quad (4.1)$$

όπου  $d, E$  οι σφαιρικές συντεταγμένες του Ενδιάμεσου Ουράνιου Πόλου (CIP) στο σύστημα GCRS.

Οι καρτεσιανές συντεταγμένες  $X, Y, Z$  του CIP στο GCRS ισούνται με τα διευθύνοντα συνημίτονα του διανύσματος με κατεύθυνση τον CIP. Συνεπώς:

$$\begin{aligned} X &= \sin d \cos E \\ Y &= \sin d \sin E \\ Z &= \cos d \end{aligned} \quad (4.2)$$

Η ποσότητα  $s$  δίνει τη θέση της Ουράνιας Ενδιάμεσης Αφητηρίας (CIO) πάνω στον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας και προκύπτει σύμφωνα με τον κινηματικό ορισμό της Μη Περιστρεφόμενης Αφητηρίας (NRO) στο σύστημα GCRS. Βάσει αυτού, ο CIP κινείται ως προς το σύστημα GCRS, μεταξύ της εποχής αναφοράς και της ζητούμενης ημερομηνίας  $t$ , εξαιτίας των φαινομένων της μετάπτωσης και της κλόνησης. Η σχέση που δίνει την τιμή της ποσότητας  $s$  ως συνάρτηση των συντεταγμένων  $X$  και  $Y$  είναι (Capitaine et. al., 2000):

$$s(t) = - \int_{t_0}^t \frac{X(t)\dot{Y}(t) - Y(t)\dot{X}(t)}{1+Z(t)} dt - s_0 = \int_{t_0}^t \frac{X(t)\dot{Y}(t) - Y(t)\dot{X}(t)}{1+Z(t)} dt - (\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0) \quad (4.3)$$

όπου:  $\sigma_0$  η θέση της CIO την εποχή J2000.0

$\Sigma_0$  η αφητηρία του άξονα x του GCRS

$N_0$  το ανιόν σημείο τομής του ισημερινού J2000.0 με τον ισημερινό του GCRS

$s_0$  αυθαίρετη σταθερά.

Η παραπάνω σχέση, με ακρίβεια 1 μασ για έναν αιώνα, γράφεται ισοδύναμα:

$$s(t) = -\frac{1}{2} [X(t)Y(t) - X(t_0)Y(t_0)] + \int_{t_0}^t \dot{X}(t)Y(t) dt - (\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0) \quad (4.4)$$

Ο πίνακας  $Q(t)$  ως συνάρτηση των συντεταγμένων  $X, Y$  λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$Q(t) = R_3(-s) \begin{pmatrix} 1 - \alpha X^2 & -\alpha XY & -X \\ -\alpha XY & 1 - \alpha Y^2 & -Y \\ X & Y & 1 - \alpha(X^2 + Y^2) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

όπου  $\alpha = \frac{1}{1 + \cos d}$  ή με ακρίβεια 1 mas,  $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(X^2 + Y^2)$ .

#### 4.1.3 Κίνηση του Ουράνιου Ενδιάμεσου Πόλου CIP στο GCRS

Οι συντεταγμένες  $X, Y$  του CIP στο GCRS, που θα χρησιμοποιηθούν ως παράμετροι στην εξίσωση (4.5), δίνονται μέσω αναπτύξεων και συναρτήσεων του χρόνου. Βάσει των μοντέλων μετάπτωσης και κλόνησης IAU2006 και IAU2000A και των αποχών του αληθούς πόλου και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 από τον πόλο και την αφετηρία του GCRS έχουν υπολογιστεί αναπτύγματα που δίνουν τις τιμές των  $X$  και  $Y$  σε επίπεδο ακρίβειας 1 mas (*Capitaine and Wallace, 2006*). Τα αναπτύγματα αυτά αντικαθιστούν τα προηγούμενα που ήταν βασισμένα στο μοντέλο μετάπτωσης, κλόνησης και μετάθεσης πλαισίου IAU2000 και είχαν διατυπωθεί από τους Capitaine et al. (2003a) και τις συμβάσεις IERS Conventions (2003).

Τα αναπτύγματα βάσει των μοντέλων 2006/2000A είναι:

$$\begin{aligned} X = & -0.016617'' + 2004.191898''t - 0.4297829''t^2 \\ & - 0.19861834''t^3 + 0.000007578''t^4 + 0.0000059285''t^5 \\ & + \sum_i [(\alpha_{s,0})_i \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_{c,0})_i \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(\alpha_{s,1})_i t \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_{c,1})_i t \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(\alpha_{s,2})_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_{c,2})_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} Y = & -0.006951'' - 0.025896''t - 22.4072747''t^2 \\ & + 0.00190059''t^3 + 0.001112526''t^4 + 0.0000001358''t^5 \\ & + \sum_i [(b_{c,0})_i \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,0})_i \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(b_{c,1})_i t \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,1})_i t \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(b_{c,2})_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,2})_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (4.7)$$

όπου  $t = (\text{TT} - 2000 \text{ January } 1\text{d } 12\text{h TT})$  σε ημέρες / 36525 και  $\text{ARGUMENT}$  συνάρτηση των θεμελιωδών ορισμάτων της θεωρίας κλόνησης, οι τιμές των οποίων δίνονται από τις σχέσεις (3.55) – (3.59) για τα σεληνοηλιακά ορίσματα και από τις σχέσεις (3.60) για τα πλανητικά.

Τα παραπάνω αναπτύγματα αποτελούνται από ένα πολυωνυμικό και ένα μη-πολυωνυμικό μέρος. Οι αριθμητικοί συντελεστές του πολυωνυμικού μέρους των  $X$  και  $Y$  προέρχονται από το ανάπτυγμα, ως συνάρτηση του χρόνου, της μετάπτωσης στο μήκος και στη λόξωση της εκλειπτικής και από τη μετάθεση του πόλου την εποχή J2000.0. Οι αριθμητικοί συντελεστές του μη-πολυωνυμικού μέρους

δίνονται αναλυτικά στους πίνακες 5.2a και 5.2.b των συμβάσεων IERS Conventions 2010. Παρακάτω δίνονται αποσπάσματα των πινάκων αυτών, με τις τιμές των μεγαλύτερων μη-πολυωνυμικών όρων.

$i$	$(a_{s,0})_i$	$(a_{c,0})_i$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1	-6844318.44	1328.67	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-523908.04	-544.75	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-90552.22	111.23	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	82168.76	-27.64	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	58707.02	470.05	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
$i$	$(a_{s,1})_i$	$(a_{c,1})_i$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1307	-3309.73	205833.11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1308	198.97	12814.01	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1309	41.44	2187.91	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Πίνακας 4.1 - Απόσπασμα πίνακα 5.2a - IERS Conventions Center

$i$	$(b_{s,0})_i$	$(b_{c,0})_i$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
1	1538.18	9205236.26	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-458.66	573033.42	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	137.41	97846.69	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-29.05	-89618.24	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-17.40	22438.42	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
$i$	$(b_{s,1})_i$	$(b_{c,1})_i$	$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Omega$	$L_{Me}$	$L_{Ve}$	$L_E$	$L_{Ma}$	$L_J$	$L_{Sa}$	$L_U$	$L_{Ne}$	$p_A$
963	153041.79	853.32	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
964	11714.49	-290.91	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
965	2024.68	-51.26	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Πίνακας 4.2 - Απόσπασμα πίνακα 5.2b - IERS Conventions Center

Οι όροι  $(\alpha_{s,j})_i$ ,  $(\alpha_{c,j})_i$ ,  $(b_{c,j})_i$ ,  $(b_{s,j})_i$  για  $j=0,1,2,\dots$  της δεύτερης και τρίτης στήλης των πινάκων προκύπτουν από τα πλάτη των όρων μετάπτωσης και κλόνησης. Τα πλάτη  $(\alpha_{s,0})_i$ ,  $(b_{c,0})_i$  στο ανάπτυγμα του  $X$  και του  $Y$  αντίστοιχα είναι ίσα με τα πλάτη  $A_i \sin \epsilon_0$  και  $B_i$  των όρων για την κλόνηση στο μήκος  $\Delta\psi$  και την λόξωση  $\Delta\epsilon$ . Οι συντεταγμένες  $X$  και  $Y$  περιέχουν επίσης όρους Poisson στα  $t \sin$ ,  $t \cos$ ,  $t^2 \sin$ ,  $t^2 \cos, \dots$  οι οποίοι προέρχονται από συσχετιζόμενους όρους των μοντέλων μετάπτωσης και κλόνησης.

Η συμβολή στις συντεταγμένες  $X, Y$  λόγω μετάθεσης πλαισίου είναι, σε μας:

$$dX = -16617.0 - 1.6t^2 + 0.7 \cos\Omega \quad (4.8)$$

$$dY = -6819.2 - 141.9t + 0.5 \sin\Omega \quad (4.9)$$

Ο πρώτος όρος σε κάθε συντεταγμένη οφείλεται στη μετάθεση του ουράνιου πόλου την εποχή J2000.0 ως προς τον πόλο του GCRS και οι ακόλουθοι όροι οφείλονται στη μετάθεση του εαρινού ισημερινού σημείου την εποχή J2000.0 ως προς την αφετηρία του GCRS, γνωστή και ως “μετάθεση πλαισίου κατά ορθή αναφορά”.

Οι μεταβολές στο πολυωνυμικό μέρος των συντεταγμένων  $X, Y$  εξαιτίας της αλλαγής από το μοντέλο μετάπτωσης IAU 2000 στο μοντέλο IAU 2006 είναι, σε μας (*Capitaine and Wallace, 2006*) :

$$dX_p = 155t - 2564t^2 + 2t^3 + 54t^4 \quad (4.10)$$

$$dY_p = -514t - 24t^2 + 58t^3 - 1t^4 - 1t^5 \quad (4.11)$$

Επιπλέον, υπάρχουν μικρές αλλαγές σε λίγους περιοδικούς όρους των σειρών για τις συντεταγμένες  $X, Y$  βάσει του μοντέλου IAU 2006, σε σχέση με τις ίδιες σχέσεις του IAU 2000. Οι διαφορές αυτές οφείλονται σε επιπλέον όρους Poisson στην κλόνηση, οι οποίοι προέκυψαν από την συμπερίληψη του ρυθμού μεταβολής του συντελεστή  $J_2$  στο μοντέλο μετάπτωσης IAU 2006. Οι μεγαλύτερες διαφορές είναι, σε μας (*Capitaine and Wallace, 2006*) :

$$dX_{J2d} = 18.8t \sin \Omega + 1.4t \sin 2(F - D + \Omega) \quad (4.12)$$

$$dY_{J2d} = -25.6t \cos \Omega - 1.6t \cos 2(F - D + \Omega) \quad (4.13)$$

Οι περιοδικοί όροι των παραπάνω σχέσεων συμπεριλαμβάνονται στην έκδοση IAU 2006/2000A των σειρών για τα  $X, Y$ .

Οι σχέσεις μεταξύ των συντεταγμένων  $X, Y$  και των συντεταγμένων  $\bar{X}, \bar{Y}$  του CIP στο σύστημα του μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 που εξαρτώνται από τους όρους μετάπτωσης και κλόνησης είναι:

$$\begin{aligned} X &= \bar{X} + \xi_0 - d\alpha_0 \bar{Y} \\ Y &= \bar{Y} + \eta_0 + d\alpha_0 \bar{X} \end{aligned} \quad (4.14)$$

όπου  $\xi_0$  και  $\eta_0$  οι συνιστώσες της μετάθεσης του πόλου την εποχή αναφοράς J2000.0 και  $d\alpha_0$  η ορθή αναφορά του μέσου εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 στο GCRS (η μετάθεση πλαισίου κατά ορθή αναφορά).

Το μέσο ισημερινό σημείο της εποχής J2000.0 που αναφέρεται, δεν είναι το περιστρεφόμενο δυναμικό μέσο ισημερινό σημείο που χρησιμοποιείται στο παρελθόν αλλά το αδρανειακό δυναμικό ισημερινό σημείο στο οποίο αναφέρονται και οι πρόσφατες αριθμητικές και αναλυτικές λύσεις των μοντέλων. Το αδρανειακό δυναμικό μέσο ισημερινό σημείο σχετίζεται με την εκλειπτική σύμφωνα με την αδρανειακή φύση αυτής, δηλαδή σχετίζεται με το κάθετο επίπεδο στο διάνυσμα στροφορμής της τροχιακής κίνησης του βαρύκεντρου Γης-Σελήνης, όπως υπολογίζεται από την ταχύτητα του βαρύκεντρου ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Το περιστρεφόμενο ισημερινό σημείο σχετίζεται με την εκλειπτική σύμφωνα με την περιστροφή αυτής και συνεπώς ταυτίζεται με το κάθετο επίπεδο στο διάνυσμα στροφορμής, το οποίο υπολογίζεται από την ταχύτητα που αναφέρεται στον περιστρεφόμενο τροχιακό επίπεδο του βαρύκεντρου Γης-Σελήνης. Επί της ουσίας, τα δύο παραπάνω διανύσματα στροφορμής διαφέρουν κατά ποσότητα που οφείλεται στην περιστροφή του τροχιακού επιπέδου.

Η αριθμητική τιμή για την ορθή αναφορά του μέσου εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 στο GCRS είναι (*Chapront et al. 2002*) :

$$d\alpha_0 = (-0.01460 \pm 0.00050)'' \quad (4.15)$$



Οι τιμές των συντεταγμένων  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  του CIP στο σύστημα του μέσου ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \sin\omega \sin\psi \\ \bar{Y} &= -\sin\varepsilon_0 \cos\omega + \cos\varepsilon_0 \sin\omega \cos\psi\end{aligned}\quad (4.16)$$

όπου  $\varepsilon_0 = 84381.406''$  η τιμή του μοντέλου IAU 2006 για τη μέση λόξωση της εκλειπτικής την εποχή J2000.0 (Chapront et al. 2002).

Οι τιμές των  $\omega$  και  $\psi$  δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_A + \Delta\varepsilon_1 \\ \psi &= \psi_A + \Delta\psi_1\end{aligned}\quad (4.17)$$

όπου  $\psi_A$ ,  $\omega_A$  η μετάπτωση στο μήκος και τη λόξωση (Lieske et al. 1977) ως προς την εκλειπτική της εποχής J2000.0 και  $\Delta\psi_1$ ,  $\Delta\varepsilon_1$  οι γωνίες κλόνησης στο μήκος και τη λόξωση ως προς την εκλειπτική J2000.0.

Οι τιμές των  $\Delta\psi_1$  και  $\Delta\varepsilon_1$  λαμβάνονται συναρτήσει των γωνιών κλόνησης  $\Delta\psi$  και  $\Delta\varepsilon$  που αναφέρονται στην εκλειπτική της ημερομηνίας. Οι παρακάτω σχέσεις (Aoki, Kinoshita 1983) ισχύουν με ακρίβεια καλύτερη του ενός μας για έναν αιώνα:

$$\begin{aligned}\Delta\psi_1 \sin\omega_A &= \Delta\psi \sin\varepsilon_A \cos\chi_A - \Delta\varepsilon \sin\chi_A \\ \Delta\varepsilon_1 &= \Delta\psi \sin\varepsilon_A \sin\chi_A + \Delta\varepsilon \cos\chi_A\end{aligned}\quad (4.18)$$

όπου  $\varepsilon_A$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής της ημερομηνίας  $t$  και  $\chi_A$  η μετάπτωση της εκλειπτικής κατά μήκος του ισημερινού της ημερομηνίας  $t$ .

Οι παρατηρήσεις με τη μέθοδο της συμβολομετρίας μεγάλης βάσης VLBI έχουν δείξει ατέλειες στο μοντέλο μετάπτωσης - κλόνησης IAU 2006/2000A της τάξης των 0.2 mas, κυρίως εξαιτίας της μη συμπερίληψης της κλόνησης ελεύθερου πυρήνα (FCN) σε αυτό. Η Διεθνής Υπηρεσία Περιστροφής της Γης και Συστημάτων Αναφοράς (IERS) εκδίδει διορθώσεις του ισχύοντος μοντέλου που προέρχονται από συνεχείς παρατηρήσεις. Οι διορθώσεις της θέσης του ουράνιου πόλου που προκύπτει από την εφαρμογή του μοντέλου εκδίδονται από την IERS ως “μεταθέσεις του ουράνιου πόλου” (celestial pole offsets). Οι μεταθέσεις αυτές, που μεταβάλλονται με το χρόνο και δίνονται ως προς τον πόλο του GCRS, παρέχονται ως διορθώσεις  $\delta X$  και  $\delta Y$  στις συντεταγμένες  $X, Y$ . Οι διορθώσεις μπορούν να συσχετιστούν με τις μεταθέσεις  $\delta\psi$  (κατά μήκος της εκλειπτικής της ημερομηνίας) και  $\delta\varepsilon$  (στη λόξωση της ημερομηνίας) του ουράνιου πόλου, με βάση το σύστημα του εαρινού ισημερινού σημείου, χρησιμοποιώντας τη σχέση (4.16) που συνδέει τις  $X, Y$  με τις γωνίες  $\omega$ ,  $\psi$ ,  $\varepsilon_0$  και τη σχέση (4.18) για το μετασχηματισμό από την εκλειπτική της ημερομηνίας στην εκλειπτική της εποχής J2000.0.

Οι παρακάτω σχέσεις ισχύουν με ακρίβεια 1 mas για έναν αιώνα, για τιμές των  $\delta\psi$  και  $\delta\varepsilon$  μικρότερες του 1 mas.

$$\begin{aligned}\delta X &= \delta\psi \sin\varepsilon_A + (\psi_A \cos\varepsilon_0 - \chi_A) \delta\varepsilon \\ \delta Y &= \delta\varepsilon - (\psi_A \cos\varepsilon_0 - \chi_A) \delta\psi \sin\varepsilon_A\end{aligned}\quad (4.19)$$

Οι παραπάνω μεταθέσεις που προκύπτουν από παρατηρήσεις περιλαμβάνουν τη συμβολή της κλόνησης ελεύθερου πυρήνα FCN. Με χρήση αυτών των μεταθέσεων, η διορθωμένη θέση του CIP δίνεται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} X &= X(\text{IAU } 2006/2000) + \delta X \\ Y &= Y(\text{IAU } 2006/2000) + \delta Y \end{aligned} \quad (4.20)$$

Η εφαρμογή αυτών των σχέσεων είναι ισοδύναμη με την αντικατάσταση του πίνακα μετασχηματισμού  $Q$  με τον πίνακα στροφής:

$$\tilde{Q} = Q_{\text{IAU}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\delta X \\ 0 & 1 & -\delta Y \\ \delta X & \delta Y & 1 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

όπου  $Q_{\text{IAU}}$  ο πίνακας  $Q(t)$  που βασίζεται στο μοντέλο μετάπτωσης - κλόνησης IAU 2006/2000.

## 4.2 Μη περιστρεφόμενη αφετηρία (Non Rotating Origin – NRO)

### 4.2.1 Αναγκαιότητα της NRO

Κατά τον υπολογισμό των θέσεων των ουράνιων σωμάτων ως προς ένα γήινο σύστημα αναφοράς ή ισοδύναμα κατά τον μετασχηματισμό μεταξύ ενός γήινου και ενός ουράνιου συστήματος αναφοράς, ο αστρικός χρόνος αναπαριστά, κατά σύμβαση, την περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της. Για παράδειγμα, η ωριαία γωνία ενός ουράνιου σώματος είναι ο τοπικός αληθής αστρικός χρόνος μείον την ορθή αναφορά του σώματος, η οποία μετράται ως προς τον αληθή ισημερινό και το αληθές ισημερινό σημείο της ημερομηνίας. Έτσι, δεδομένων της ωριαίας γωνίας και της απόκλισης του σώματος είναι εφικτός ο υπολογισμός των οριζόντιων συντεταγμένων του  $(A, z)$  σε ένα τοπικό σύστημα. Το ίδιο αποτέλεσμα είναι εφικτό με έναν άμεσο μετασχηματισμό μεταξύ των δύο συστημάτων, ο οποίος αναπαριστάται με μία σειρά πινάκων στροφής για τη μετάπτωση, την κλόνηση, την περιστροφή της Γης και την κίνηση του πόλου.

Ωστόσο υπάρχει ένα σημαντικό πρόβλημα στην παραπάνω διαδικασία. Ο υπολογισμός του αληθούς αστρικού χρόνου εμπλέκει ποσότητες που σχετίζονται με την περιστροφή της Γης, τη μετάπτωση και την κλόνηση. Εξαιτίας του ότι ο αστρικός χρόνος ορίζεται ως η ωριαία γωνία του εαρινού ισημερινού σημείου, η μετάπτωση του σημείου κατά την ορθή αναφορά πρέπει συμπεριληφθεί στη σχέση για τον αστρικό χρόνο. Κατά συνέπεια, η μέση αστρική ημέρα είναι μικρότερη από μία περίοδο περιστροφής της Γης κατά ένα μικρό διάστημα περίπου 0.008s. Στη σχέση που δίνει τον αληθή αστρικό χρόνο λαμβάνεται επίσης υπόψιν το φαινόμενο της κλόνησης. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω, κατά τον υπολογισμό της ωριαίας γωνίας ενός άστρου, η μετάπτωση και η κλόνηση εισέρχονται δύο φορές στη σχέση. Μία φορά κατά τον υπολογισμό του αληθούς αστρικού χρόνου και μία φορά κατά τον υπολογισμό της φαινόμενης ορθής αναφοράς του άστρου. Ομοίως, στο μετασχηματισμό ανάμεσα στο ουράνιο και το γήινο σύστημα αναφοράς, οι όροι της μετάπτωσης και της κλόνησης λαμβάνονται υπόψιν τόσο στον υπολογισμό του πίνακα για την περιστροφή της Γης όσο και στους πίνακες περιγραφής των δύο φαινομένων.

Συνεπώς, κάθε φορά που υπήρχαν βελτιώσεις στη θεωρία της μετάπτωσης έπρεπε να αλλάζουν οι αριθμητικοί συντελεστές και στη σχέση του αστρικού χρόνου. Κατά το μεγαλύτερο διάστημα του εικοστού αιώνα δεν προέκυψαν αλλαγές στον αλγόριθμο υπολογισμού του φαινομένου της

μετάπτωσης. Στα μέσα της δεκαετίας του 70, η αναθεώρηση του μοντέλου της μετάπτωσης, καθώς και η εισαγωγή νέων τεχνικών παρατήρησης (VLBI, LLR) της περιστροφής της Γης ώθησε στην αναζήτηση ενός νέου μοντέλου περιγραφής των φαινομένων και μίας νέας διαδικασίας υπολογισμών. Συγκεκριμένα, κρίθηκε απαραίτητη η χρήση μιας ακολουθίας μετασχηματισμών που θα αντιμετώπιζε εντελώς ανεξάρτητα το φαινόμενο της περιστροφής της Γης από τα φαινόμενα μετάπτωσης και κλόνησης. Επιπλέον, δεδομένου ότι η τεχνική παρατήρησης VLBI δεν εμπλέκει καθόλου το εαρινό ισημερινό σημείο, έπρεπε να δημιουργηθεί μία διαδικασία που θα χρησιμοποιεί ένα διαφορετικό σημείο αναφοράς.

Για να εκφραστεί ρητά και ανεξάρτητα η περίοδος περιστροφής της Γης μέσα σε ένα μετασχηματισμό μεταξύ ουράνιων και γήινων συστημάτων αναφοράς, πρέπει να οριστεί μία γωνία περιστροφής γύρω από τον άξονα της Γης. Ως άξονας της Γης θεωρείται ο άξονας που διέρχεται από το γεώκεντρο και με διεύθυνση προς τον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο CIP. Η γωνία περιστροφής γύρω από αυτόν τον άξονα πρέπει να μετράται ως προς μία συγκεκριμένη και σαφώς καθορισμένη διεύθυνση στο χώρο. Από τη στιγμή που ο CIP κινείται κατά μικρές ποσότητες κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής της Γης ( $\sim 0.1''$  ως προς τα άστρα και  $\sim 0.005''$  ως προς το φλοιό της Γης), η διεύθυνση αναφοράς δεν μπορεί να είναι απλά ένα σταθερό διάνυσμα ή επίπεδο στον αδρανειακό χώρο. Αυτό που χρειάζεται είναι η χρήση μίας αφετηρίας πάνω στο κινούμενο ισημερινό επίπεδο, η οποία θα είναι κάθετη στον CIP.

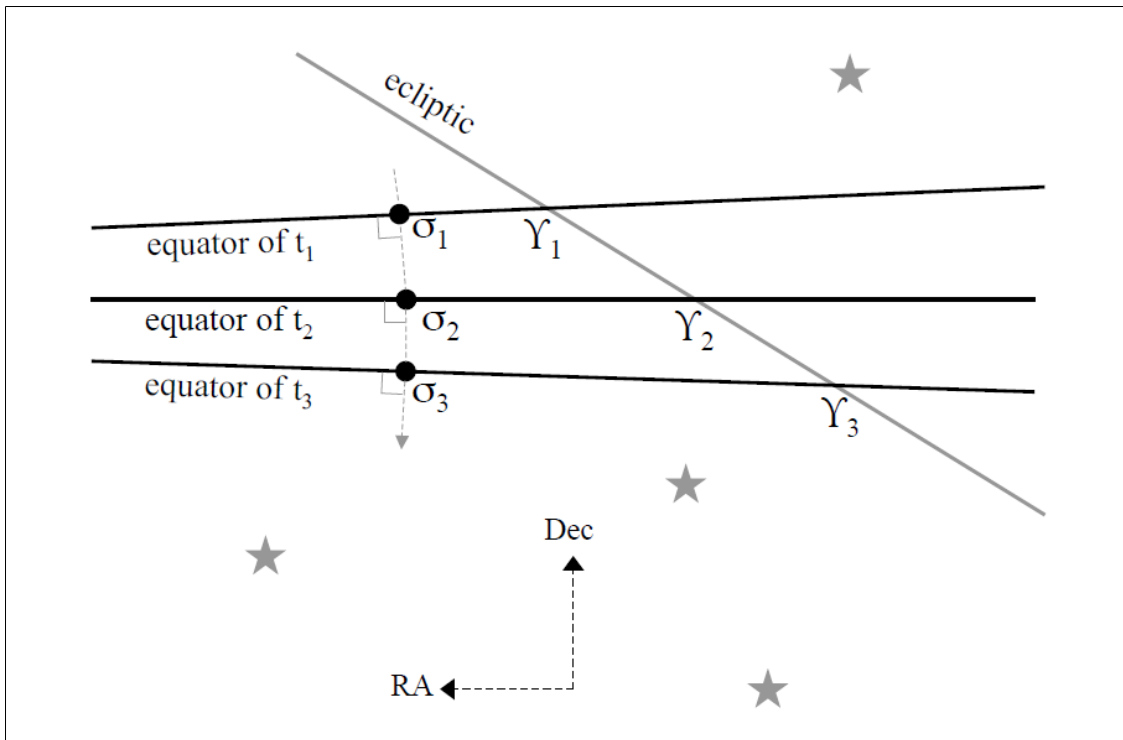
#### 4.2.2 Ορισμός της NRO

Η αυστηρή μέτρηση του χρόνου βάσει της περιστροφής της Γης προϋποθέτει τον καθορισμό μιας αφετηρίας στον αληθινό ισημερινό που δεν εμφανίζει κίνηση κατά μήκος αυτού ή ισοδύναμα δεν περιστρέφεται ως προς τον πόλο του στιγμιαίου άξονα περιστροφής. Επίσης, η αφετηρία αυτή πρέπει να είναι τέτοια ώστε ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας περιστροφής της Γης ως προς αυτή να ταυτίζεται με την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης γύρω από τον στιγμιαίο άξονά της. Η αφετηρία με αυτά τα χαρακτηριστικά είναι η Μη Περιστρεφόμενη Αφετηρία (Non Rotating Origin – NRO). Η αρχή της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε περιστρεφόμενο σώμα. Η ιδέα της NRO περιγράφηκε πρώτη φορά από τον Bernard Guinot (*Guinot 1979, 1980*) και αναπτύχθηκε αναλυτικά από την Nicole Capitaine και τους συνεργάτες της (*Capitaine et al. 1986, Capitaine 1990, Capitaine & Chollet 1991, Capitaine et al. 2000, Capitaine 2000*).

Η συνθήκη κίνησης της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας είναι απλή. Καθώς ο ισημερινός κινείται, η στιγμιαία κίνησή της πρέπει να είναι πάντα κάθετη στον ισημερινό, δηλαδή πάντα να κινείται προς τον πόλο ή αντίθετα από αυτόν κατά μέγιστο κύκλο. Κάθε διαφορετική κίνηση του σημείου της NRO θα είχε μία συνιστώσα στροφής γύρω από τον στιγμιαίο πόλο και θα παραποιούσε την αληθινή γωνία περιστροφής της Γης συναρτήσει του χρόνου. Το σημείο αυτό δεν χρειάζεται να πληροί κάποια άλλη προϋπόθεση και συνεπώς οποιοδήποτε σημείο πάνω στον ισημερινό θα μπορούσε να επιλεγεί για να ακολουθεί τη συγκεκριμένη κίνηση.

#### 4.2.3 Ενδιάμεσες Αφετηρίες (CIO – TIO)

Η απόφαση IAU 2006 B2 εισάγει δύο νέα σημεία αναφοράς στο επίπεδο του κινούμενου (στιγμιαίου) ισημερινού, δηλαδή στον ισημερινό που αντιστοιχεί στον πόλο του στιγμιαίου άξονα περιστροφής της Γης. Το σημείο πάνω στη γεωκεντρική ουράνια σφαίρα ονομάζεται Ουράνια



Σχήμα 4.2 – Η κίνηση της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας  $\sigma$ , σε σχέση με την κίνηση του εαρινού ισημερινού σημείου (G. H. Kaplan, 2005)

Ενδιάμεση Αφετηρία (Celestial Intermediate Origin – CIO) και το σημείο πάνω στην επιφάνεια της Γης ονομάζεται Γήινη Ενδιάμεση Αφετηρία (Terrestrial Intermediate Origin – TIO). Η CIO αποτελεί την αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς στον ισημερινό του Ενδιάμεσου Ουρανογραφικού Συστήματος Αναφοράς (CIRS) και η TIO την αφετηρία μέτρησης του γεωδαιτικού μήκους στο Ενδιάμεσο Γήινο Σύστημα Αναφοράς (TIRS). Τα δύο αυτά σημεία είναι συγκεκριμένες εφαρμογές της αρχής της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας (NRO) και αποτελούν μετονομασίες των σημείων Celestial Ephemeris Origin (CEO) και Terrestrial Ephemeris Origin (TEO) που είχαν εισαχθεί με την απόφαση IAU 2000 B1.8. Μέσω της χρήσης των CIO και TIO καθίσταται εφικτός ο σαφής διαχωρισμός της “καθαρής” περιστροφής της Γης στο χώρο από τα φαινόμενα κίνησης του πόλου, μετάπτωσης και κλόνησης.

Η θέση της CIO (στη βιβλιογραφία συμβολίζεται και με το γράμμα  $\sigma$ ) μπορεί να καθοριστεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους και δεδομένης μίας αρχικής θέσης της πάνω στον ισημερινό. Στην πιο απλή περίπτωση, μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης προκύπτει η ορθή αναφορά του σημείου στο γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα (GCRS). Εναλλακτικά, η θέση της μπορεί να οριστεί από την ποσότητα  $s$  η οποία είναι η διαφορά ανάμεσα στα μήκη δύο τόξων της ουράνιας σφαίρας. Τέλος, η θέση της CIO μπορεί να υπολογιστεί ως προς το εαρινό ισημερινό σημείο  $\Upsilon$ . Το ισημερινό τόξο  $\Upsilon$ -CIO ονομάζεται εξίσωση των αφετηριών (equation of the origins). Οποιαδήποτε από τις παραπάνω μεθόδους και αν χρησιμοποιηθεί, η θέση της CIO εξαρτάται ουσιαστικά από ένα ολοκλήρωμα στο χρόνο, αφού το καθοριστικό χαρακτηριστικό της CIO είναι η κίνησή της και όχι μία γεωμετρική σχέση με άλλα σημεία ή επίπεδα. Το ολοκλήρωμα που χρησιμοποιείται είναι αρκετά απλό και εξαρτάται μόνο από τις συντεταγμένες του ουράνιου πόλου (CIP) και τις παραγώγους αυτών ως προς τον χρόνο. Η αρχική θέση της CIO που απαιτείται μπορεί να είναι οποιοδήποτε σημείο του ισημερινού και για οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t_0$ .

Η κίνηση του ουράνιου πόλου (CIP) στην ουράνια σφαίρα ουσιαστικά ταυτίζεται με τη μετάπτωση

και την κλόνηση του άξονα της Γης και η χρήση της CIO αντί του εαρινού ισημερινού σημείου συμβάλλει στον διαχωρισμό της αυτούσιας περιστροφής της Γης από τα παραπάνω φαινόμενα. Αντίστοιχα, η κίνηση του ουράνιου πόλου στο γήινο σύστημα αναφοράς ταυτίζεται με την κίνηση του πόλου (polar motion). Από την οπτική γωνία ενός συμβατικού γεωδαιτικού συστήματος αναφοράς προσκολλημένου στην επιφάνεια της Γης (μέσω μίας αντίστοιχης υλοποίησης), ο ενδιάμεσος ουράνιος πόλος κινείται γύρω από τον γεωδαιτικό πόλο σε μία ψευδο-κυκλική κίνηση με ένα πλάτος περίπου  $10\text{ m}$  ( $0.3\text{ arcsec}$ ) και δύο βασικές περιόδους 12 και 14 μηνών. Συνεπώς ο στιγμιαίος ισημερινός που αντιστοιχεί στον CIP έχει μία μικρή, περίπου ετήσια, ταλάντωση γύρω από τον γεωδαιτικό ισημερινό. Το φαινόμενο αυτό προκαλεί λιγότερα προβλήματα, λόγω τάξης μεγέθους, από την αντίστοιχη περίπτωση στην ουράνια σφαίρα, ωστόσο για πληρότητα και ειδικά για εφαρμογές υψηλής ακρίβειας, απαιτείται ο ορισμός μίας γήινης μη περιστρεφόμενης αφετηρίας. Το ρόλο αυτό αναλαμβάνει η γήινη ενδιάμεση αφετηρία (TIO) η οποία συμβολίζεται και ως  $\omega$ . Το σημείο αυτό θεωρείται πάνω στον ισημερινό και υποθέτοντας ότι το πλάτος της κίνησης του πόλου παραμένει σχετικά σταθερό, η TIO ταλαντεύεται βόρεια και νότια κατά 10 μέτρα σε γεωδαιτικό πλάτος σε διάστημα περίπου ενός έτους. Επιπλέον, υπόκειται σε μία αιώνια κίνηση προς την ανατολή, κατά γεωδαιτικό μήκος, περίπου ίση με  $1.5\text{mm/century}$ . Βέβαια, η απόλυτα ακριβής κίνηση της TIO εξαρτάται από την απρόβλεπτη -παρά τα όποια βασικά της γνωρίσματα- συμπεριφορά της κίνησης του πόλου (polar motion).

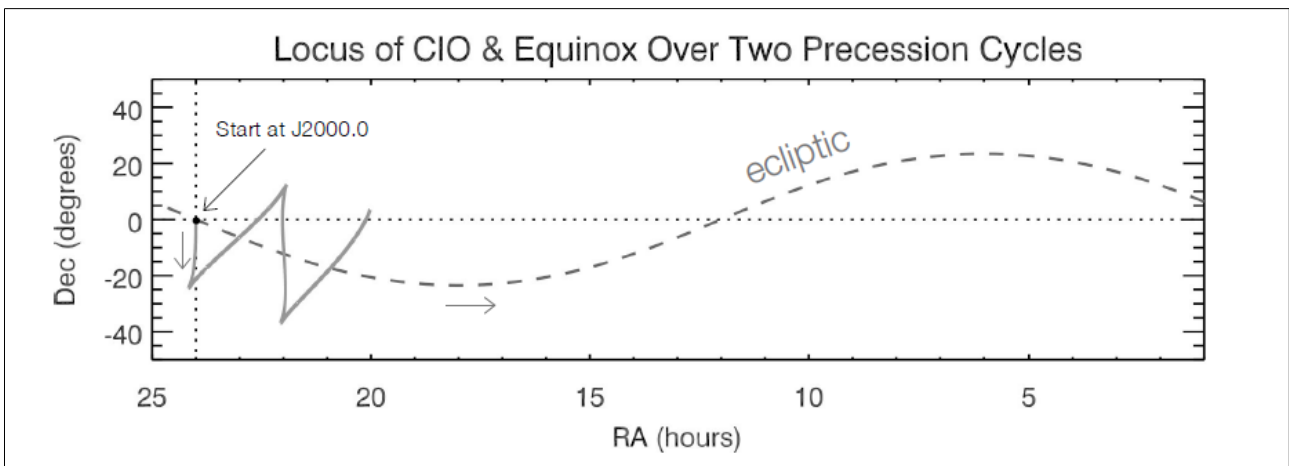
Το επίπεδο που ορίζεται από το γεώκεντρο, τον ουράνιο πόλο και την γήινη ενδιάμεση αφετηρία ονομάζεται μεσημβρινός της γήινης ενδιάμεσης αφετηρίας (TIO meridian). Για τις πιο συνηθισμένες αστρονομικές εφαρμογές, ο μεσημβρινός αυτός μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζεται με το μεσημβρινό του Greenwich. Η κίνηση του μεσημβρινού της γήινης ενδιάμεσης αφετηρίας ως προς ένα συμβατικό γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς είναι άξια λόγου μόνο για τις αστρονομικές και γεωδαιτικές εφαρμογές στις οποίες απαιτείται υψηλή ακρίβεια υπολογισμών.

#### 4.2.3.1 Η κίνηση της CIO στην ουράνια σφαίρα

Αν ληφθεί η εποχή J2000.0 ως αρχική εποχή για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος που υπολογίζει τη θέση της CIO, η μόνη μαθηματική απαίτηση για το αρχικό σημείο είναι να βρίσκεται πάνω στον στιγμιαίο, αληθή ισημερινό της ημερομηνίας. Η επιλογή της θέσης του αρχικού σημείου πάνω στον ισημερινό είναι αυθαίρετη, δηλαδή μπορεί να είναι οποιοδήποτε σημείο πάνω στον ισημερινό. Κατά σύμβαση ωστόσο, η αρχική θέση της CIO πάνω στον αληθή ισημερινό της εποχής J2000.0 ορίζεται ώστε οι υπολογισμοί για την περιστροφή της να αποφέρουν τα ίδια αποτελέσματα, είτε γίνονται βάσει του εαρινού ισημερινού σημείου είτε βάσει της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας CIO. Για παράδειγμα, είναι επιθυμητό η ωριαία γωνία ενός ουράνιου σώματος να είναι η ίδια ως συνάρτηση του παγκόσμιου χρόνου UT1 (ή του συντεταγμένου παγκόσμιου χρόνου UTC), ανεξαρτήτως του τρόπου που γίνονται οι υπολογισμοί. Για να είναι αυτό εφικτό, η θέση της CIO της εποχής αναφοράς J2000.0 πρέπει να έχει ορθή αναφορά  $0^\circ\ 0'\ 00.002012''$  στο γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα GCRS. Η θέση αυτή είναι περίπου  $12.8\text{ arcsec}$  δυτικά του αληθούς εαρινού ισημερινού σημείου της εποχής J2000.0.

Δεδομένου ότι η CIO βρίσκεται διαρκώς πάνω στον στιγμιαίο ισημερινό, η κυρίαρχη κίνησή της για τις επόμενες χιλιετίες είναι προς το νότο, με ρυθμό ίσο με αυτό της μετάπτωσης κατά απόκλιση, αρχικά ίσο με  $2004\text{ arcsec/century}$ . Ο ρυθμός αυτής της κατά το νότο κίνησης διαμορφώνεται (αλλά δεν αντιστρέφεται ποτέ) σύμφωνα με τις περιοδικότητες της κλόνησης. Η κίνηση της CIO κατά ορθή αναφορά στο σύστημα GCRS είναι τάξεις μεγέθους πιο αργή, καθώς η CIO δεν κινείται κατά μήκος του στιγμιαίου ισημερινού και ο στιγμιαίος-αληθής ισημερινός της εποχής J2000.0 είναι σχεδόν συνεπίπεδος με τον ισημερινό του GCRS. Η κίνηση της CIO κατά ορθή αναφορά στο

σύστημα GCRS για τις επόμενες χιλιετίες κυριαρχείται από έναν όρο ανάλογο του  $t^3$ . Η ορθή αναφορά της CIO στο GCRS στις αρχές του έτους 2100 είναι μόνο 0.068", στις αρχές του έτους 2200 μόλις 0.573" και στις αρχές του έτους 2300 είναι 1.941". Η κλόνηση προξενεί μία πολύ μικρή ταλάντωση στην ορθή αναφορά της CIO αλλά αυτή η επίδραση των όρων της κλόνησης υπολείπεται κατά πολλές τάξεις μεγέθους της σημαντικής επιρροής που έχουν στον προσδιορισμό της θέσης του ουράνιου πόλου. Μπορεί να ειπωθεί συνεπώς ότι με σφάλμα λίγων arcsec, η τροχιά της CIO στην ουράνια σφαίρα για τους επόμενους αιώνες είναι μία σχεδόν ευθεία γραμμή προς νότο και κατά μήκος του ωριαίου κύκλου μηδενικής ορθής αναφοράς ( $\alpha=0$ ) του συστήματος GCRS.



Σχήμα 4.3 – Θέσεις της CIO και του εαρινού ισημερινού σημείου στην ουράνια σφαίρα σε συντεταγμένες του GCRS (G. H. Kaplan, 2005)

Η συνεχής γραμμή στην αριστερή πλευρά του σχήματος 4.3 υποδεικνύει τη θέση της CIO στο σύστημα GCRS για ένα διάστημα περίπου 50000 ετών, όσο διαρκούν δηλαδή δύο κύκλοι του φαινομένου της μετάπτωσης. Η εκλειπτική εμφανίζεται στο σχήμα ως μία διακεκομμένη γραμμή. Επίσης, είναι εμφανής η αρχική, σχεδόν ευθύγραμμη, προς νότο κίνηση της CIO από την αρχική της θέση την εποχή J2000.0. Η αέναη κίνησή της χαρακτηρίζεται από περιοδικές αιχμές κατά τις οποίες παύεται προσωρινά και ακολούθως αντιστρέφεται. Το πρώτο από αυτά τα σημεία προσωρινής παύσης συμβαίνει λίγο μετά το πρώτο τέταρτο ενός κύκλου μετάπτωσης. Αυτή ακριβώς τη χρονική περίοδο, η CIO θα υπόκειται μόνο σε περιοδικές ταλαντώσεις λόγω κλόνησης γύρω από ένα σημείο το οποίο θα παραμένει σταθερό στην ουράνια σφαίρα, εντός 10 mas, για σχεδόν μία δεκαετία. Στη συνέχεια η κίνησή της ξαναρχίζει, αυτή τη φορά με κίνηση προς βορρά και δυσμάς. Πρέπει να τονιστεί πως τα σημεία (η ορθή αναφορά αυτών) και οι ημερομηνίες που εμφανίζονται αυτές οι προσωρινές παύσεις στην κίνηση της CIO εξαρτώνται καθαρά από την αρχική της θέση και συνεπώς δεν υπάρχει κάτι ουσιώδες που να τα διέπει. Σε περίπτωση που ως αρχική θέση της CIO την εποχή J2000.0 είχε θεωρηθεί το σημείο με ορθή αναφορά 6 ή 18 ωρών στο GCRS, η κίνησή της θα ήταν η ίδια, απλά θα μεταβαλλόταν κατά ορθή αναφορά και χρονική στιγμή, η εμφάνιση των αντίστοιχων χαρακτηριστικών σημείων. Η κίνηση του εαρινού ισημερινού σημείου για την ίδια περίοδο διάρκειας 50000 ετών, ξεκινά σχεδόν στο ίδιο σημείο με της CIO, αλλά ακολουθεί ομαλά τη διακεκομμένη γραμμή της εκλειπτικής προς τα δυτικά, “τυλίγεται” δις γύρω από τον ισημερινό του συστήματος GCRS και καταλήγει επί της ουσίας στο αρχικό σημείο (δηλαδή κοντά στην αφετηρία  $\alpha=0$  του GCRS).

### 4.2.3.2 Θέση της CIO μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης

Έστω  $\mathbf{n}$  το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το γεώκεντρο προς τον ενδιάμεσο ουράνιο πόλο (CIP) και  $\mathbf{W}$  η γωνιακή ταχύτητα κίνησης της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας (CIO). Η συνθήκη που πρέπει να πληρεί η NRO (*Capitaine et al., 1986*), σύμφωνα με την οποία η CIO δεν πρέπει να στρέφεται γύρω από το CIP είναι:

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (4.22)$$

Ένας ισοδύναμος τρόπος διατύπωσης της παραπάνω συνθήκης είναι ότι η ταχύτητα  $\dot{\sigma}$  της CIO πρέπει να είναι παράλληλη στη στιγμιαία διεύθυνση του CIP, δηλαδή:  $\dot{\sigma} = k \mathbf{n}$ . Επίσης, αφού η θέση  $\sigma$  της CIO είναι πάντα πάνω στον ισημερινό του διανύσματος  $\mathbf{n}$  που αναπαριστά τη διεύθυνση του CIP, συνεπάγεται ότι  $\sigma \cdot \mathbf{n} = 0$  για κάθε χρονική στιγμή, άρα και η παράγωγός του είναι μηδενική. Επομένως,  $\sigma \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{n} \cdot \dot{\sigma} = -k$ .

Μία απλή γεωμετρική κατασκευή βασισμένη στα παραπάνω αποφέρει την ακόλουθη διαφορική εξίσωση για την κίνηση της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας που εισήχθη από τον Kaplan (2005) και αποτελεί καθοριστική συνθήκη που πρέπει να ισχύει για την CIO:

$$\dot{\sigma}(t) = -(\sigma(t) \cdot \dot{\mathbf{n}}(t)) \mathbf{n}(t) \quad (4.23)$$

Συνεπώς, αν υπάρχει διαθέσιμο ένα μοντέλο για την κίνηση του ουράνιου πόλου  $\mathbf{n}(t)$ , η διαδρομή της μη περιστρεφόμενης αφετηρίας περιγράφεται από το διάνυσμα  $\sigma(t)$  αφού προηγουμένως έχει επιλεγεί μία αρχική θέση  $\sigma(t_0)$  πάνω στον ισημερινό. Θεωρητικά και πρακτικά, είναι απλή η ολοκλήρωση αυτής της εξίσωσης με χρήση, για παράδειγμα, της μεθόδου Runge-Kutta 4ης τάξης. Για τις κινήσεις της Γης, σταθερό μέγεθος βήματος τάξης μισής ημέρας αποφέρει πολύ καλά αποτελέσματα κατά την ολοκλήρωση. Συνεπώς, το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται είναι στην ουσία ένα πρόβλημα που ανάγεται από τις τρεις διαστάσεις σε μία, δεδομένου ότι η μη περιστρεφόμενη αφετηρία παραμένει διαρκώς πάνω στον ισημερινό. Το μόνο που στην πράξη πρέπει να υπολογιστεί είναι το που ακριβώς πάνω στον ισημερινό είναι η θέση της. Επομένως, σε κάθε βήμα δύναται να εφαρμοστούν δύο δεσμεύσεις (*Kaplan, 2005*):

$$|\sigma| = 1 \quad \text{και} \quad \sigma \cdot \mathbf{n} = 0$$

Η εξίσωση (4.23) είναι αρκετά γενική και για να προκύψει ειδικά η κίνηση της CIO κάθε ένα από τα διανύσματα που περιέχει πρέπει να εκφραστούν ως προς το γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς GCRS, δηλαδή:

$$\sigma(t) \rightarrow \sigma_{GCRS}(t), \quad \mathbf{n}(t) \rightarrow \mathbf{n}_{GCRS}(t) \quad \text{και} \quad \dot{\mathbf{n}}(t) \rightarrow \dot{\mathbf{n}}_{GCRS}(t).$$

Η θέση του ουράνιου πόλου  $\mathbf{n}_{GCRS}(t)$  δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{n}_{GCRS}(t) = \mathbf{B}^T \mathbf{P}^T(t) \mathbf{N}^T(t) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Η κίνηση του ουράνιου πόλου  $\dot{\mathbf{n}}_{GCRS}(t)$  μπορεί να ληφθεί από τη διαφορίση της θέσης του πόλου. Μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης της εξίσωσης (4.23) προκύπτει μία χρονολογική σειρά μοναδιαίων διανυσμάτων  $\sigma_{GCRS}(t_i)$ , όπου  $i$  το βήμα ολοκλήρωσης. Το γεγονός ότι το πρόβλημα

ανάγεται στην ουσία σε μονοδιάστατο σημαίνει ότι αρκεί να κρατούνται ως αποτέλεσμα οι ορθές αναφορές της CIO ως προς το GCRS. Κατά αυτόν τον τρόπο, η ολοκλήρωση καταλήγει σε μία πινακοποίηση των ορθών αναφορών της CIO κατά διακριτά χρονικά διαστήματα.

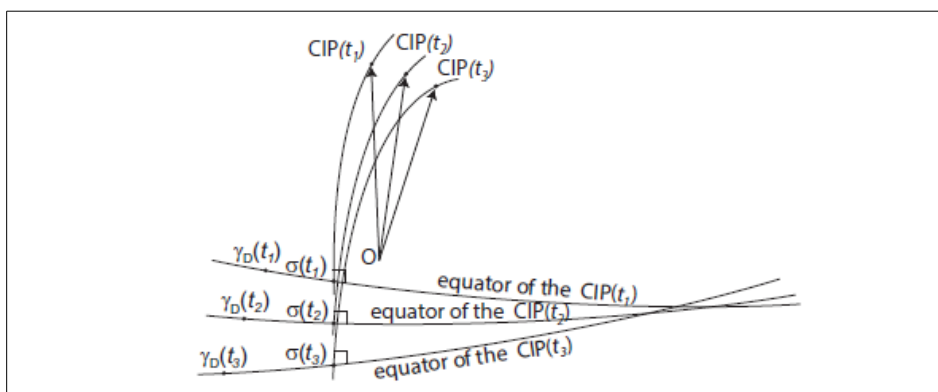
Όταν πλέον χρειάζεται η ανάκτηση της θέσης της CIO για κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή γίνεται μία κατάλληλη παρεμβολή στις τιμές ορθής αναφοράς της CIO που περιέχει ο συγκεκριμένος πίνακας τιμών. Αν απαιτείται, το μοναδιαίο διάνυσμα της CIO μπορεί να υπολογιστεί εύκολα: γενικά, δεδομένου ενός σταθερού συστήματος συντεταγμένων εντός του οποίου ένας πόλος και ο ισημερινός του κινούνται, ένα σημείο ενδιαφέροντος πάνω στον ισημερινό έχει ένα διάνυσμα θέσης, ως προς το σταθερό σύστημα, που δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} Z \cos \alpha \\ Z \sin \alpha \\ -X \cos \alpha - Y \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

όπου  $\alpha$  είναι η ορθή αναφορά του σημείου και  $X, Y, Z$  οι συνιστώσες του στιγμιαίου μοναδιαίου διανύσματος θέσης του πόλου.

Όλα τα παραπάνω μεγέθη μετρώνται ως προς το σταθερό σύστημα συντεταγμένων. Το διάνυσμα  $\mathbf{r}$  δεν είναι γενικά μοναδιαίου μήκους, ωστόσο μπορεί εύκολα να κανονικοποιηθεί. Η παραπάνω σχέση επιτρέπει τον προσδιορισμό του μοναδιαίου διανύσματος που έχει την κατεύθυνση της CIO μόνο από την ορθή αναφορά αυτής στο σύστημα GCRS για την εποχή που ενδιαφέρει, έχοντας ήδη δεδομένο βέβαια τον τρόπο υπολογισμού του διανύσματος θέσης του ουράνιου πόλου στο GCRS για την ίδια εποχή (βλ. Κεφάλαιο 4.1).

Στο σχήμα 4.4 φαίνεται πώς η CIO μετακινείται στις θέσεις  $\sigma(t_1), \sigma(t_2), \sigma(t_3)...$  καθώς ο CIP μετακινείται στις διαδοχικές θέσεις  $CIP(t_1), CIP(t_2), CIP(t_3), \dots$ . Όπως φαίνεται στο σχήμα, με αρχική θέση αυτή του  $CIP(t_1)$  και αντίστοιχη αφητηρία την  $\sigma(t_1)$ , τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο CIP έχει μετακινηθεί στη θέση  $CIP(t_2)$  και η CIO στη θέση  $\sigma(t_2)$ . Οι κύκλοι που διέρχονται από το  $CIP(t_1)$  και το  $CIP(t_2)$  είναι κάθετοι στους αντίστοιχους ισημερινούς. Η αρχική θέση του σημείου  $\sigma(t_1)$  επιλέγεται αυθαίρετα πάνω στον ισημερινό του  $CIP(t_1)$ .



Σχήμα 4.4 – Κίνηση της CIO για διαδοχικές θέσεις του CIP (Dehant V., Mathews P.M., 2015)

Η εξίσωση (4.23) μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να αποφέρει τη θέση της γήινης ενδιάμεσης αφητηρίας (TIO), απλά χρησιμοποιώντας ως σύστημα αναφοράς των διανυσμάτων το ITRS (International Terrestrial Reference System), ένα γεωδαιτικό δηλαδή σύστημα αναφοράς. Στην προκειμένη περίπτωση τα αντίστοιχα διανύσματα είναι:



$$\sigma(t) \rightarrow \omega_{ITRS}(t) \text{ , } \mathbf{n}(t) \rightarrow \mathbf{n}_{ITRS}(t) \text{ και } \dot{\mathbf{n}}(t) \rightarrow \dot{\mathbf{n}}_{ITRS}(t) \text{ .}$$

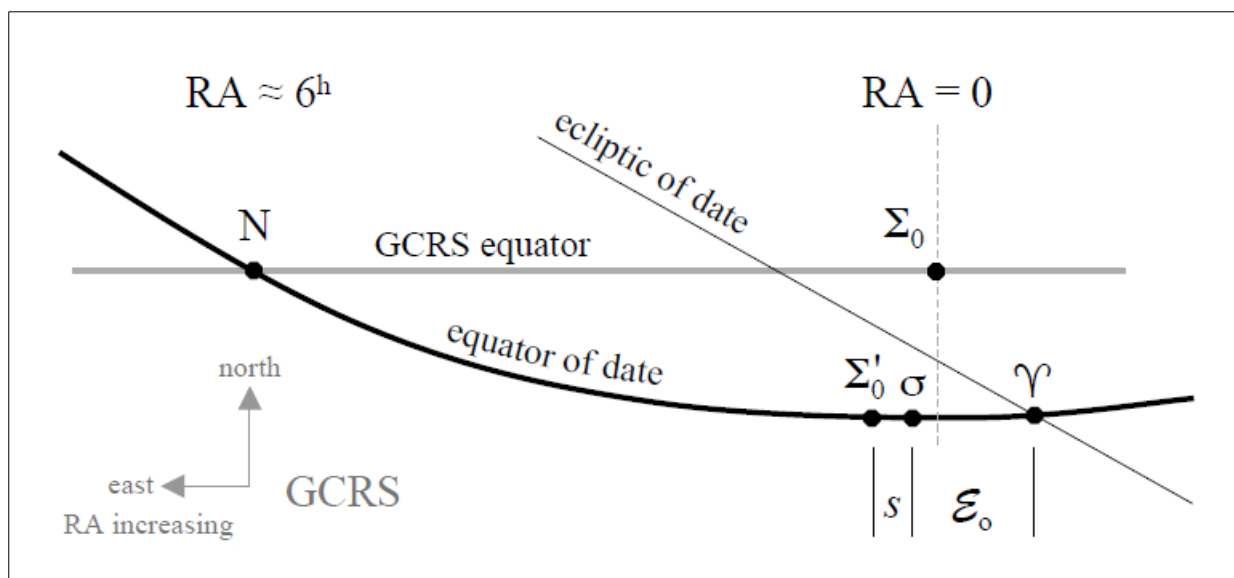
Η κίνηση  $\mathbf{n}_{ITRS}(t)$  του ουράνιου πόλου CIP στο σύστημα ITRS είναι αυτό που ονομάζεται κίνηση του πόλου (polar motion), προσδιορίζεται συνήθως από δύο παραμέτρους  $x_p$ ,  $y_p$  και είναι κατά βάση απρόβλεπτη. Επομένως, η ολοκλήρωση μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο για χρονικές στιγμές του παρελθόντος, με χρήση των θέσεων του πόλου που έχουν παρατηρηθεί. Ο υπολογισμός της θέσης της ΤΙΟ για μία μελλοντική χρονική στιγμή προϋποθέτει ότι οι δύο βασικές περιοδικότητες που έχουν παρατηρηθεί στην κίνηση του πόλου θα συνεχίσουν με περίπου τα ίδια τρέχοντα πλάτη.

#### 4.2.3.3 Θέση της CIO βάσει της διαφοράς τόξων $s$

Επί της ουράνιας σφαίρας, ο στιγμιαίος (κινούμενος) ισημερινός της Γης τέμνει τον ισημερινό του συστήματος GCRS σε δύο σημεία. Έστω  $N$  το σημείο τομής στο οποίο ο στιγμιαίος ισημερινός ανέρχεται (κινείται προς βορρά) ως προς τον ισημερινό του συστήματος GCRS. Βάσει των παραπάνω, μπορεί να οριστεί μία βαθμωτή ποσότητα  $s(t)$  η οποία αναπαριστά τη διαφορά ανάμεσα στο μήκος του τόξου από το σημείο  $N$  και προς τα δυτικά ως την αφετηρία CIO πάνω στο στιγμιαίο ισημερινό, και στο μήκος του τόξου από το σημείο  $N$  και προς τα δυτικά ως την αφετηρία του συστήματος GCRS, πάνω στον ισημερινό του συστήματος. Η ποσότητα  $s$  ονομάζεται CIO locator. Αν  $\sigma$  συμβολίζει την CIO και  $\Sigma_0$  η αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς στο σύστημα GCRS (η κατεύθυνση δηλαδή του άξονα  $x$  στο GCRS) τότε:

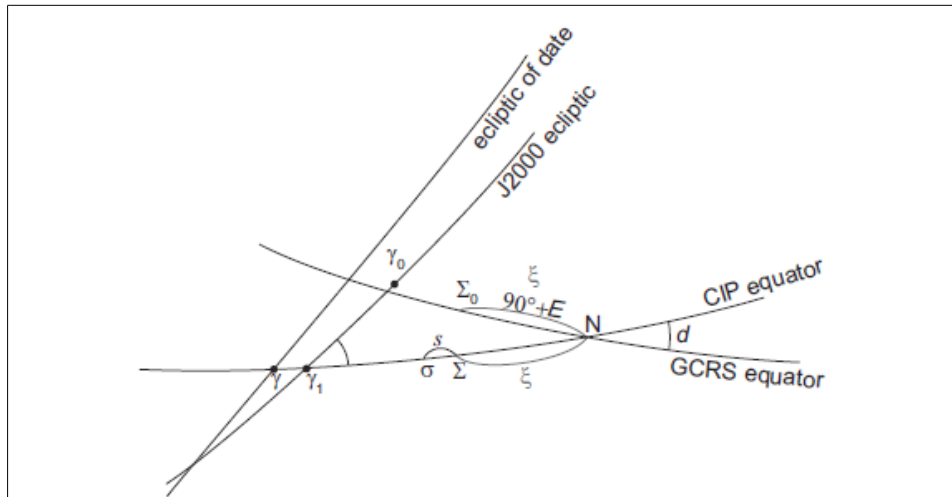
$$s = \sigma N - \Sigma_0 N \quad (4.26)$$

Η ποσότητα  $s$  ορίζει τη θέση της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας CIO (που ταυτίζεται με το σημείο  $\sigma$ ) στον ισημερινό του Ενδιάμεσου Ουρανογραφικού Συστήματος CIRS. Στο σχήμα 4.5 τα σημεία  $\Sigma_0$  και  $\Sigma'_0$  βρίσκονται σε ίση απόσταση από το σημείο  $N$ , το πρώτο πάνω στον ισημερινό του συστήματος GCRS και το δεύτερο επί του στιγμιαίου ισημερινού της ημερομηνίας. Η ποσότητα  $s$  αποτελεί το επιπλέον μήκος του τόξου από το σημείο  $\Sigma'_0$  ως το  $\sigma$  (θέση της αφετηρίας CIO).

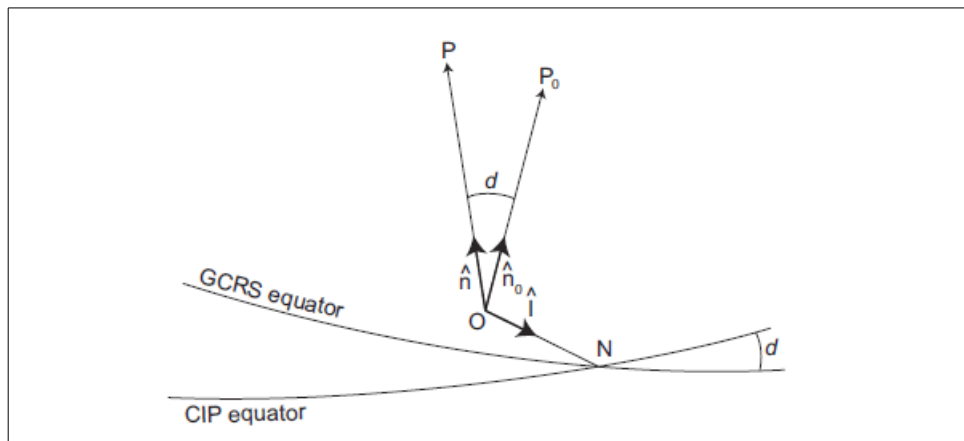


Σχήμα 4.5– Σχέσεις μεταξύ των σημείων που εμπλέκονται στον προσδιορισμό της θέσης της αφετηρίας CIO (G. H. Kaplan, 2005)

Στο σχήμα 4.7 το σημείο P ταυτίζεται με τον CIP, το σημείο P<sub>0</sub> ταυτίζεται με τον άξονα z του συστήματος GCRS, το διάνυσμα  $\hat{n}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που δείχνει στον CIP, το διάνυσμα  $\hat{n}_0$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που δείχνει στον πόλο P<sub>0</sub> και το διάνυσμα  $\hat{I}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση το σημείο N.



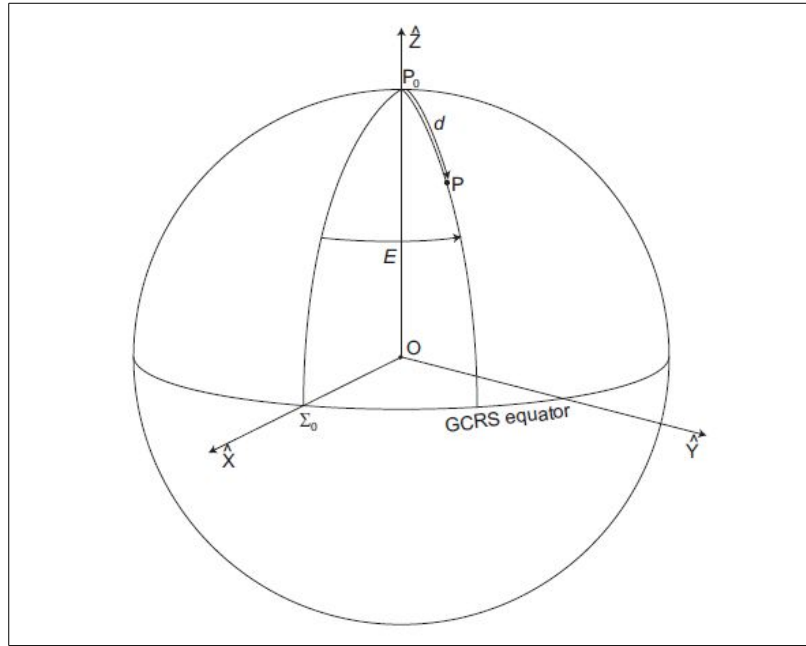
Σχήμα 4.6 – Σχέσεις ανάμεσα στα σημεία  $\sigma$ ,  $\Sigma_0$ , και  $\Sigma$  (Dehant V., Mathews P.M., 2015)



Σχήμα 4.7 – Τα μοναδιαία διανύσματα  $\hat{I}$ ,  $\hat{n}$  και  $\hat{n}_0$  (Dehant V., Mathews P.M., 2015)

Σύμφωνα με τα σχήματα 4.6 και 4.7, το σημείο  $\Sigma_0$  μπορεί να ταυτιστεί με το σημείο  $\sigma$  βάσει της εξής ακολουθίας στροφών: μία στροφή γύρω από το διάνυσμα  $\hat{n}_0$  κατά γωνία  $\xi = 90^\circ + E$ , η οποία φέρνει το  $\Sigma_0$  στη θέση του σημείου N, στη συνέχεια μία στροφή γύρω από τον άξονα  $\hat{I}$  κατά γωνία  $d$ , ώστε το επίπεδο του συστήματος GCRS να ταυτιστεί με το ισημερινό επίπεδο του CIP της ημερομηνίας και τέλος μία στροφή κατά γωνία  $(-\xi - s)$  ώστε να έρθει το σημείο N στη θέση του  $\sigma$ .

Οι γωνίες  $d$  και  $E$  φαίνονται στο σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8 – Σημεία  $P$ ,  $\Sigma_0$  και γωνίες  $d$ ,  $E$  στην ουράνια σφαίρα  
(Dehant V., Mathews P.M., 2015)

Το σημείο  $\sigma$  μετακινείται με το πέρασμα του χρόνου λόγω των φαινομένων μετάπτωσης και κλόνησης. Η γωνιακή του ταχύτητα  $\mathbf{W}$  μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα των γωνιακών ταχυτήτων που σχετίζονται με τις τρεις παραπάνω στροφές:

$$\mathbf{W} = \dot{\xi} \hat{\mathbf{n}}_0 + \dot{d} \hat{\mathbf{I}} - (\dot{\xi} + \dot{s}) \hat{\mathbf{n}} \quad (4.27)$$

Έτσι η σχέση  $\mathbf{W} \cdot \mathbf{n} = 0$  που συνδέει το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση τον CIP και τη γωνιακή ταχύτητα της CIO γίνεται:  $(\cos d - 1) \dot{\xi} - \dot{s} = 0$

Άρα

$$s = \int_{t_0}^t (\cos d - 1) \dot{\xi} dt + s_0 \quad (4.28)$$

Η σταθερά  $s_0$  η οποία είναι η τιμή του  $s$  στην αρχική εποχή J2000 δίνεται από τη σχέση:

$$s_0 = \sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0 \quad (4.29)$$

όπου  $N_0$  είναι το ανιόν σημείο τομής του ισημερινού του CIP την εποχή J2000 με τον ισημερινό του συστήματος GCRS και  $\sigma_0$  η CIO της ίδιας εποχής. Η τιμή της σταθεράς ολοκλήρωσης αρχικά είχε επιλεγεί ώστε  $s_{(J2000,0)} = 0$ . Ακολούθως προσαρμόστηκε στην τιμή  $s_0 = 94$  mas (*IERS Conventions 2010*) ώστε να υπάρχει συνέχεια της κλίμακας UT1 με τη νέα σχέση για τη γωνία περιστροφής της Γης (ERA) και τις συμβάσεις για τον προσδιορισμό του UT1 που τέθηκαν σε ισχύ από 1 Ιανουαρίου 2003. Να εξασφαλίζει δηλαδή ότι ο υπολογισμός της περιστροφής της Γης βάσει της μεθόδου του εαρινού ισημερινού σημείου και ο υπολογισμός βάσει της αφετηρίας CIO θα

αποφέρουν τα ίδια αποτελέσματα. Πρακτικά, η σταθερά προσαρμόζει τη θέση της CIO πάνω στον ισημερινό και συνεπώς είναι τμήμα του τόξου  $\sigma N$ .

Η σχέση  $s = \int_{t_0}^t (\cos d - 1) \dot{\xi} dt + s_0$  για την ποσότητα  $s$  μπορεί να γραφεί απευθείας με τις καρτεσιανές συντεταγμένες  $(X, Y, Z)$  του CIP στο GCRS. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες προκύπτουν από τις γωνίες  $E$  και  $d$  μέσω των σχέσεων:

$$\begin{aligned} X &= \sin d \cos E \\ Y &= \sin d \sin E \\ Z &= \cos d \end{aligned} \quad (4.30)$$

Βάσει των παραπάνω προκύπτει ότι

$$(Y \dot{X} - X \dot{Y}) = -\dot{E} \sin^2 d = -\dot{\xi} \sin^2 d \quad (4.31)$$

Επιπλέον, δεδομένου ότι  $1+Z=1+\cos d$ , η εξίσωση  $s = \int_{t_0}^t (\cos d - 1) \dot{\xi} dt + s_0$  παίρνει την εναλλακτική μορφή:

$$s = \int_{t_0}^t \frac{Y \dot{X} - X \dot{Y}}{1+Z} dt + s_0 \quad (4.32)$$

Το ανάπτυγμα της ποσότητας  $s$  προκύπτει από τη σχέση (4.32) με χρήση των αναπτυγμάτων για τις συντεταγμένες  $X$  και  $Y$  του CIP στο σύστημα GCRS. Το ανάπτυγμα δίνεται για την ποσότητα  $s + XY/2$  και απαιτεί λιγότερους όρους για να επιτύχει την ίδια ακρίβεια με ένα ανάπτυγμα που θα έδινε απευθείας την ποσότητα  $s$ .

Το συμβατό με το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000A ανάπτυγμα του  $s(t)$  είναι:

$$\begin{aligned} s(t) = & -XY/2 + 94 + 3808.65t - 122.68t^2 - 72547.11t^3 + \sum_k C_k \sin \alpha_k \\ & + 1.73t \sin \Omega + 3.57t \cos 2\Omega + 743.52t^2 \sin \Omega + 56.91t^2 \sin(2F - 2D + 2\Omega) \\ & + 9.84t^2 \sin(2F + 2\Omega) - 8.85t^2 \sin 2\Omega \end{aligned} \quad (4.33)$$

Argument  $\alpha_k$                       Amplitude  $C_k$  (σε mas)

$\Omega$	-2640.73
$2\Omega$	-63.53
$2F - 2D + 3\Omega$	-11.75
$2F - 2D + \Omega$	-11.21
$2F - 2D + 2\Omega$	+4.57
$2F + 3\Omega$	-2.02
$2F + \Omega$	-1.98
$3\Omega$	+1.72
$I' + \Omega$	+1.41
$I' - \Omega$	+1.26
$I + \Omega$	+0.63
$I - \Omega$	+0.63

Το παραπάνω ανάπτυγμα περιέχει μόνο τους όρους με μέγεθος  $C_k$  μεγαλύτερο από 0.5 mas. Οι εκφράσεις για τα θεμελιώδη ορίσματα της πρώτης στήλης δίνονται μέσω των αντίστοιχων αναπτυγμάτων τους για ζητούμενη ημερομηνία  $t$ .

Έχοντας υπολογίσει την ποσότητα  $s$ , η θέση  $\sigma$  της CIO υπολογίζεται από τη σχέση (4.26). Κάθε χρονική στιγμή  $t$  το μοναδιαίο διάνυσμα προς το σημείο  $N$  είναι:

$$N_{GCRS} = \frac{(-Y, X, 0)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad (4.34)$$

Με αναδιάταξη της σχέσης (4.26) το μήκος του τόξου  $\sigma N$  είναι:

$$\sigma N = s + \Sigma_0 N = s + \arctan\left(\frac{X}{-Y}\right) \quad (4.35)$$

Κατόπιν, η θέση της CIO προκύπτει εκκινώντας από το σημείο  $N$  και κινούμενοι πάνω στο στιγμιαίο ισημερινό της ημερομηνίας κατά μήκος του τόξου  $\sigma N$ . Συνεπώς, η θέση  $\sigma_{GCRS}$  της CIO στο σύστημα GCRS μπορεί να ληφθεί περιστρέφοντας το διάνυσμα θέσης  $N_{GCRS}$  του σημείου  $N$  στο GCRS, κατά την ορθή φορά και γωνία  $-\sigma N$ , γύρω από τον άξονα  $n_{GCRS}$  του GCRS. Ισοδύναμα:

$$\sigma_{GCRS} = N_{GCRS} \cos(\sigma N) - (n_{GCRS} \times N_{GCRS}) \sin(\sigma N) \quad (4.36)$$

#### 4.2.3.4 Θέση της CIO ως προς το εαρινό ισημερινό σημείο

Το τόξο επί του στιγμιαίου, αληθούς ισημερινού της ημερομηνίας  $t$  από την CIO ως το αληθές εαρινό ισημερινό σημείο ονομάζεται εξίσωση των αφετηριών  $\mathcal{E}_0$  (equation of the origins) και ισούται με την ορθή αναφορά του αληθούς εαρινού ισημερινού σημείου ως προς την CIO ή αντίστροφα είναι ίσο με μείον την αληθή ορθή αναφορά της CIO ως προς το αληθές εαρινό ισημερινό σημείο. Η εξίσωση των αφετηριών ισούται επίσης με τη διαφορά  $\theta$ -GAST του αληθούς αστρικού χρόνου Greenwich (GAST) από τη γωνία περιστροφής της Γης (ERA ή  $\theta$ ). Συνεπώς, ισούται με τη συσσωρευμένη μετάπτωση και κλόνηση του εαρινού ισημερινού σημείου κατά ορθή αναφορά, η οποία δίνεται από το άθροισμα των όρων εντός της παρένθεσης της σχέσης (2.7) με αυτούς της εξίσωσης των ισημεριών της σχέσης (2.9). Συνεπώς η εξίσωση των αφετηριών σε δευτερόλεπτα τόξου (arcsec) είναι:

$$\mathcal{E}_0 = -0.014506'' - 4612.156534''t - 1.3915817''t^2 + 0.00000044''t^3 - \Delta\psi \cos \varepsilon_A - \sum_k C'_k \sin \alpha_k \quad (4.37)$$

όπου  $t$  ο αριθμός των αιώνων στην κλίμακα χρόνου TDB από την εποχή J2000.0  
 $\Delta\psi$  η κλόνηση στο μήκος σε arcsec  
 $\varepsilon_A$  η μέση λόξωση της εκλειπτικής

Οι συντελεστές  $C'_k$  είναι παρόμοιοι με τους συντελεστές  $C_k$  που παρατέθηκαν παραπάνω και περιέχονται στο ανάπτυγμα της ποσότητας  $s$ , και είναι ίσοι με αυτούς σε επίπεδο ακρίβειας 1 mas. Ο τελευταίος όρος της σχέσης (4.37) περιλαμβάνει τους συμπληρωματικούς όρους,  $\Delta\psi \cos \varepsilon_A$ , που πρέπει να αφαιρεθούν από την κλασσική σχέση της εξίσωσης των ισημεριών (2.9), ώστε να

προκύψει η σχέση ανάμεσα στον αστρικό χρόνο Greenwich (GST) και τη γωνία περιστροφής της Γης (ERA) με ακρίβεια 1 mas.

Ο μετασχηματισμός των ουρανογραφικών συντεταγμένων ενός σημείου από το σύστημα του αληθούς ισημερινού και αληθούς εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας  $t$  στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα (CIRS) απαιτεί μία απλή πρόσθεση της  $\mathcal{E}_0$  στην αληθή ορθή αναφορά του σημείου. Αντίστοιχα, για το μετασχηματισμό ενός διάνυσματος θέσης εφαρμόζεται μία στροφή  $\mathbf{R}_3(-\mathcal{E}_0)$ . Δεδομένου ότι πάρα πολλές εφαρμογές λογισμικού υπολογίζουν τις φαινόμενες συντεταγμένες σωμάτων ως προς τον αληθή ισημερινό και εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας, ο παραπάνω τρόπος είναι σχετικά εύκολος για τη μετατροπή των σχέσεων στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς. Στην περίπτωση αυτή, κατά τον υπολογισμό της ωριαίας γωνίας ενός αντικειμένου δεν υπάρχει υπολογιστική διαφορά ανάμεσα στις μεθόδους που βασίζονται στο εαρινό ισημερινό σημείο και σε αυτές που βασίζονται στην CIO. Και στις δύο περιπτώσεις υπολογίζεται η εξίσωση των αφετηριών  $\mathcal{E}_0$  και απλά κάθε φορά εφαρμόζεται σε διαφορετικές ποσότητες. Στη μέθοδο του εαρινού ισημερινού σημείου, η  $\mathcal{E}_0$  αφαιρείται από την γωνία περιστροφής της Γης  $\theta$  ώστε να προκύψει ο αστρικός χρόνος, ενώ στη μέθοδο της CIO η  $\mathcal{E}_0$  προστίθεται στην ορθή αναφορά του αντικειμένου ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί η  $\theta$  αντί του αστρικού χρόνου.

Η θέση  $\sigma_{\text{GCRS}}$  της CIO στο σύστημα GCRS δύναται να προκύψει εφαρμόζοντας στροφή κατά την ορθή φορά και κατά γωνία  $-\mathcal{E}_0$  στο διάνυσμα θέσης  $\mathcal{V}_{\text{GCRS}}$  του εαρινού ισημερινού σημείου στο GCRS, γύρω από το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης  $\mathbf{n}_{\text{GCRS}}$  του ουράνιου πόλου του GCRS.

Οι τρεις μέθοδοι για τον προσδιορισμό της θέσης της CIO στο σύστημα GCRS αποφέρουν αριθμητικά τα ίδια αποτελέσματα, με ακρίβεια μερικών mas και για διάστημα έξι αιώνων με μέσο την εποχή J2000.0.

#### 4.2.4 Γωνία περιστροφής της Γης (Earth Rotation Angle - ERA)

Η γωνία περιστροφής της Γης (Earth Rotation Angle - ERA ή  $\theta$ ) είναι η γεωκεντρική γωνία που μετράται κατά μήκος του ενδιάμεσου ισημερινού (ο ισημερινός που αντιστοιχεί στον ουράνιο ενδιάμεσο πόλο CIP) και ανάμεσα στην ουράνια ενδιάμεση αφετηρία CIO και την γήινη ενδιάμεση αφετηρία TIO. Η γωνία αυτή μετράται θετικά κατά την ανάδρομη φορά. Η ERA ορίστηκε σύμφωνα με την απόφαση IAU 2000 B1.8 και αποτελεί συνέχεια της αστρικής γωνίας (stellar angle). Επίσης, συνδέεται με τον παγκόσμιο χρόνο UT1 μέσω μίας συμβατικής σχέσης σύμφωνα με την οποία αποτελεί γραμμική συνάρτηση του παγκόσμιου χρόνου UT1. Η παράγωγος της ERA στο χρόνο αποτελεί τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης.

Παραδοσιακά, ο αστρικός χρόνος Greenwich (GST), δηλαδή η ωριαία γωνία του εαρινού ισημερινού σημείου ως προς τον μεσημβρινό του Greenwich, αποτελούσε το μέσο αναπαράστασης της περιστροφής της Γης κατά τον μετασχηματισμό από το ουράνιο στο γήινο σύστημα αναφοράς και το αντίστροφο. Οι αφετηρίες CIO και TIO ορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε η γωνία ERA να είναι γραμμική συνάρτηση του παγκόσμιου χρόνου UT1 και ανεξάρτητη από τη μετάπτωση και την κλόνηση της Γης. Συγκεκριμένα, η ERA είναι ένας άμεσος τρόπος μέτρησης της περιστροφής της Γης γύρω από τον ουράνιο ενδιάμεσο πόλο (CIP). Η σχέση που συνδέει τη γωνία περιστροφής της Γης με τον παγκόσμιο χρόνο θεωρεί μία σταθερή γωνιακή ταχύτητα για τη Γη: σε καμία περίπτωση δεν μοντελοποιεί την αιώνια επιβράδυνση της Γης εξαιτίας των παλιρροϊκών τριβών, τις μηνιαίες παλιρροϊκές μεταβολές, τις αλλαγές που προκαλούνται στην περιστροφή της Γης λόγω της ανταλλαγής στροφορμής μεταξύ ατμόσφαιρας και συμπαγούς Γης και άλλα παρόμοια φαινόμενα.

Η επίδραση όλων των παραπάνω αντανακλά στις σειρές  $\Delta UT = UT1-UTC$  που εκδίδονται έπειτα από ακριβείς παρατηρήσεις της περιστροφής της Γης.

Μέσω τις εισαγωγής και χρήσης της ERA, οποιοσδήποτε μετασχηματισμός ανάμεσα σε ένα γήινο σύστημα αναφοράς και σε ένα ουράνιο σύστημα μπορεί να χωριστεί σε τρεις πίνακες στροφής καθένας από τους οποίους είναι ανεξάρτητος από τον άλλο: ένας πίνακας για την κίνηση του πόλου, ένας για αυτή καθαυτή την περιστροφή της Γης και ένας για τα φαινόμενα μετάπτωσης και κλόνησης.

Η συμβατική σχέση που καθορίζει τον παγκόσμιο χρόνο UT1 από τη γωνία περιστροφής της Γης (ERA) είναι:

$$ERA(T_u) = 2\pi (0.7790572732640 + 1.00273781191135448T_u) \quad (4.38)$$

όπου  $T_u = (\text{Julian UT1 date} - 2451545.0)$  και  
 $UT1 = UTC + (UT1 - UTC)$ .





## Κεφάλαιο 5

### **Αναγωγές των συντεταγμένων**

Η φαινομενική διεύθυνση στην οποία παρατηρείται ένα άστρο ή ουράνιο σώμα στον ουρανό δεν είναι η πραγματική διεύθυνση από την οποία εκπέμφθηκε το φως του. Αυτό που παρατηρείται είναι η παρεκκλίνουσα διεύθυνση του φωτός όταν αυτή φτάνει στον παρατηρητή. Για τους λόγους που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο, η διαδρομή του φωτός δεν είναι ευθύγραμμη και απαιτείται η εφαρμογή διαφόρων διορθώσεων στη διεύθυνση παρατήρησης ώστε να προσδιοριστεί η αληθής διεύθυνση εκπομπής τους φωτός. Για τις διορθώσεις αυτές πρέπει να ληφθούν υπόψη η αλλαγή της διεύθυνσης του φωτός λόγω του συνδυασμού της ταχύτητας του φωτός και της κίνησης του παρατηρητή, φαινόμενο που ονομάζεται αποπλάνηση του φωτός, καθώς και η απόκλιση του φωτός εξαιτίας της παρουσίας βαρυτικών πεδίων. Επιπλέον, όταν απαιτείται ο προσδιορισμός της διεύθυνσης παρατήρησης ενός σώματος στην ουράνια σφαίρα για διαφορετικά σημεία παρατήρησης, υπαρκτά ή θεωρητικά, όπως είναι ένας σταθμός παρατήρησης πάνω στην επιφάνεια της Γης, το κέντρο της Γης ή το βαρύκεντρο του Ηλιακού μας συστήματος είναι απαραίτητη η διόρθωση της θέσης του άστρου για το φαινόμενο της παράλλαξης. Στις παραπάνω αναγωγές προστίθεται και η αναγωγή, λόγω ίδιας κίνησης, της θέσης καταλόγου του παρατηρούμενου σώματος στην πραγματική θέση που έχει αυτό την επιθυμητή χρονική στιγμή της παρατήρησης.

Όλες οι παραπάνω αναγωγές, θεωρώντας ως σημείο παρατήρησης το γεώκεντρο, αναφέρονται συχνά ως αλγόριθμοι υπολογισμού της ορθής θέσης ενός άστρου. Η ορθή θέση (proper place) ενός άστρου (ή γενικότερα ενός ουράνιου σώματος) είναι η διεύθυνσή του σε ένα γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς έχοντας λάβει υπόψη την κίνηση του άστρου στο διάστημα (πραγματική μεταβολή θέσης), την ταχύτητα του φωτός και της Γης, την απόκλιση του φωτός και την ετήσια παράλλαξη. Η θέση αυτή ταυτίζεται με τη θέση (γεωκεντρική ορθή αναφορά και απόκλιση) στην οποία θα παρατηρείτο το άστρο από το κέντρο της Γης, αν η Γη ήταν “διάφανη”, χωρίς ατμόσφαιρα και συνεπώς απουσία του φαινομένου της αστρονομικής διάθλασης και χωρίς μάζα. Συνήθως, οι συντεταγμένες αυτής της χαρακτηριστικής θέσης εκφράζονται στο σύστημα GCRS.

Ο υπολογισμός της ορθής θέσης ενός άστρου περιλαμβάνει την προσαρμογή της θέσης καταλόγου αυτού (catalog place) λαμβάνοντας υπόψη την ίδια κίνηση, την παράλλαξη, τη βαρυτική απόκλιση του φωτός εντός του ηλιακού συστήματος και την αποπλάνηση λόγω της κίνησης της Γης. Η φαινόμενη θέση (apparent place) του άστρου μπορεί να θεωρηθεί η ορθή θέση του η οποία έχει μετασχηματιστεί σε συντεταγμένες ως προς τον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας και το αληθές ισημερινό σημείο αυτής (ή την αφετηρία CIO), λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα μετάπτωσης και κλόνησης.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται όλες οι αναγωγές που απαιτείται να γίνουν στις συντεταγμένες καταλόγου ενός άστρου, οι οποίες αναφέρονται συνήθως στο διεθνές ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς ICRS και για την εποχή J2000.0, ώστε αυτές να αναφέρονται στο γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς GCRS για μία επιθυμητή εποχή παρατήρησης.

#### **5.1 Ιδία κίνηση των άστρων**

Η θέση ενός άστρου μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από δύο σφαιρικές συντεταγμένες. Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται ευρέως είναι το ουρανογραφικό σύστημα

αναφοράς (celestial ή equatorial reference system), σύμφωνα με το οποίο η θέση ενός άστρου στην ουράνια σφαίρα δίνεται από:

την ορθή αναφορά  $\alpha$  (right ascension) και την απόκλιση  $\delta$  (declination).

Το μοναδιαίο διάνυσμα της διεύθυνσης ενός άστρου στο σύστημα αυτό είναι:

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} \cos\delta \cos\alpha \\ \cos\delta \sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \text{ (rad)} \quad (5.1)$$

Στο πέρασμα του χρόνου, τα άστρα φαίνονται να παραμένουν σε σχεδόν σταθερές θέσεις το ένα ως προς το άλλο. Ωστόσο, μακροχρόνιες ακριβείς παρατηρήσεις δείχνουν ότι κάθε ένα άστρο εμφανίζει μία ξεχωριστή μετατόπιση στην ουράνια σφαίρα ως συνέπεια της πραγματικής κίνησής του στο χώρο. Η κίνηση κάθε άστρου στο χώρο αναλύεται σε δύο συνιστώσες ως προς την ουράνια σφαίρα. Η κίνηση από και προς τον παρατηρητή (και πρακτικά το κέντρο του ηλιακού συστήματος) μετράται μέσω του φαινομένου Doppler, από τις μεταβολές στο φάσμα του άστρου που προκαλούνται από αυτό. Η συνιστώσα αυτή ονομάζεται ακτινική ταχύτητα  $v_r$  και θεωρείται θετική αν το άστρο απομακρύνεται και αρνητική αν πλησιάζει. Η κίνηση αυτή μετράται συνήθως σε km/s. Η ακτινική ταχύτητα μπορεί να μετρηθεί για κάθε άστρο, όσο μακριά και αν είναι αυτό, από τη στιγμή που είναι αρκετά λαμπερό ώστε να αναλυθεί το φάσμα του φωτός που εκπέμπει.

Η άλλη συνιστώσα της κίνησης του άστρου, που είναι εφαπτομενική στην ουράνια σφαίρα και κάθετη στην ακτινική ταχύτητα ονομάζεται ιδία κίνηση  $\mu$  (proper motion). Η κίνηση αυτή μετράται συνήθως σε "/yr ή mas/yr. Αν το άστρο είναι σε μεγάλη απόσταση ή εμφανίζει ελάχιστη ίδια κίνηση, χρειάζονται εκατοντάδες χρόνια ώστε να παρατηρηθεί αλλαγή στη θέση του. Αντίθετα, για κοντινά άστρα ή άστρα τα οποία κινούνται με μεγαλύτερη ταχύτητα, ο υπολογισμός γίνεται με παρατηρήσεις ελάχιστων ετών.

Η ίδια κίνηση παρέχεται από τους αστρονομικούς καταλόγους για όποια άστρα έχει μετρηθεί και στην ουσία αποτελεί την παράγωγο της θέσης κάθε άστρου ως προς το χρόνο, για την εποχή αναφοράς  $t$  του καταλόγου. Η ίδια κίνηση αναλύεται σε δύο συνιστώσες:

την ίδια κίνηση κατά ορθή αναφορά  $\mu_\alpha$  και την ίδια κίνηση κατά απόκλιση  $\mu_\delta$ .

Ενώ η  $\mu_\delta$  αντιστοιχεί σε μία πραγματική γωνία στον ουρανό, η  $\mu_\alpha$  υπολογίζεται στον ισημερινό, ώστε η πραγματική γωνία κατά μήκος του μικρού κύκλου απόκλισης να είναι  $\mu_\alpha \cos\delta$ . Η συνολική ίδια κίνηση είναι ένα διάνυσμα στο εφαπτόμενο επίπεδο της ουράνιας σφαίρας στη θέση  $\alpha, \delta$  του άστρου και έχει μέτρο:

$$\mu = \sqrt{(\mu_\alpha \cos\delta)^2 + \mu_\delta^2} \quad (5.2)$$

Η βαρυκεντρική θέση ενός άστρου  $q_0$  ως προς το ICRS για την εποχή J2000 δίνεται από το διάνυσμα:

$$\vec{q}_0 = r \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos\delta_0 \cos\alpha_0 \\ \cos\delta_0 \sin\alpha_0 \\ \sin\delta_0 \end{pmatrix} \text{ (rad)} \quad (5.3)$$

όπου  $\alpha_0$  και  $\delta_0$  είναι οι ουρανογραφικές συντεταγμένες του άστρου στον κατάλογο.

Η βαρυκεντρική απόσταση του άστρου (απόσταση από το κέντρο βάρους του ηλιακού συστήματος) μπορεί να υπολογιστεί από την ετήσια παράλλαξη του ( $\pi$ ) σε αστρονομικές μονάδες σύμφωνα με τον τύπο:

$$r = \frac{1}{\sin \pi} \text{ (AU)} \quad (5.4)$$

Έστω λοιπόν:

$\mu_\alpha = d\alpha / dt$  η ίδια κίνηση κατά ορθή αναφορά σε rad/century,

$\mu_\delta = d\delta / dt$  η ίδια κίνηση κατά απόκλιση σε rad/century και

$v_r = dr / dt$  η ακτινική ταχύτητα σε AU/century

Με παραγώγιση της σχέσης (5.3) προκύπτει:

$$\frac{d\vec{q}_0}{dt} = r \begin{pmatrix} -\cos\delta_0 \sin\alpha_0 & -\sin\delta_0 \cos\alpha_0 & \cos\delta_0 \cos\alpha_0 \\ \cos\delta_0 \cos\alpha_0 & -\sin\delta_0 \sin\alpha_0 & \cos\delta_0 \sin\alpha_0 \\ 0 & \cos\delta_0 & \sin\delta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_\delta \\ v_r/r \end{pmatrix} \text{ (rad/century)} \quad (5.5)$$

Με  $r = \frac{1}{\sin \pi} \simeq \frac{1}{\pi}$  προκύπτει το διάνυσμα ίδιας κίνησης του άστρου την εποχή του καταλόγου ως προς το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος:

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mu_\alpha \cos\delta_0 \sin\alpha_0 - \mu_\delta \sin\delta_0 \cos\alpha_0 + v_r \pi \cos\delta_0 \cos\alpha_0 \\ \mu_\alpha \cos\delta_0 \cos\alpha_0 - \mu_\delta \sin\delta_0 \sin\alpha_0 + v_r \pi \cos\delta_0 \sin\alpha_0 \\ \mu_\delta \cos\delta_0 + v_r \pi \sin\delta_0 \end{pmatrix} \text{ (rad/century)} \quad (5.6)$$

όπου  $\alpha_0$  και  $\delta_0$  οι ουρανογραφικές συντεταγμένες του άστρου στον κατάλογο (rad)

$\mu_\alpha$  και  $\mu_\delta$  η ίδια κίνηση στην ορθή αναφορά και την απόκλιση (rad/century)

$\pi$  η ετήσια παράλλαξη του άστρου (rad)

$v_r$  η ακτινική ταχύτητα του άστρου (AU/century).

Συνεπώς το διάνυσμα της βαρυκεντρικής θέσης του άστρου για κάποια εποχή  $t$  είναι:

$$\vec{q} = \vec{q}_0 + \vec{m}t \quad (5.7)$$

όπου  $t = (JD - 2451545.0)/36525$  ο αριθμός Ιουλιανών αιώνων από την εποχή J2000.0 TDB.

## 5.2 Παράλλαξη

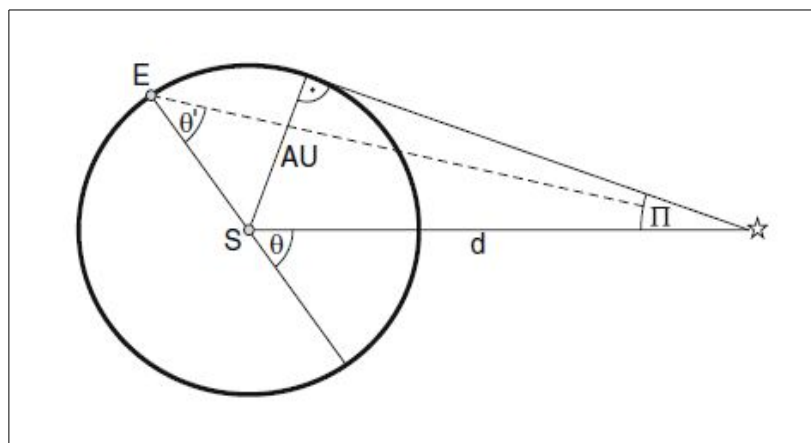
Κάθε αντικείμενο το οποίο βρίσκεται σε πεπερασμένη απόσταση φαίνεται σε διαφορετική διεύθυνση από δύο διαφορετικά σημεία παρατήρησης. Η φαινόμενη μετακίνηση ενός αντικειμένου

εξαιτίας της αλλαγής του σημείου παρατήρησης ονομάζεται παράλλαξη. Αυτό ακριβώς το φαινόμενο εμφανίζεται και κατά την παρατήρηση των άστρων. Αν τα άστρα ήταν σε άπειρη απόσταση, η μεταφορά του σημείου παρατήρησης από τη Γη στο βαρύκεντρο του ηλιακού μας συστήματος (και το αντίστροφο), δεν θα επηρέαζε τη φαινόμενη θέση τους στην ουράνια σφαίρα. Ωστόσο, τα άστρα βρίσκονται σε πεπερασμένες αποστάσεις και συνεπώς η μετακίνηση του παρατηρητή επιφέρει μία φαινόμενη μετατόπιση των άστρων ως προς ένα σταθερό σύστημα αναφοράς. Η κίνηση του παρατηρητή που βρίσκεται σε ένα σημείο της Γης κατά σύμβαση διαχωρίζεται σε τρία μέρη:

- Σε μία γραμμική ενιαία κίνηση που αντιστοιχεί στην συνολική κίνηση του ηλιακού συστήματος.
- Στην κίνηση του κέντρου μάζας της Γης γύρω από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Αποτελεί τη συνδυαστική κίνηση της κίνησης του βαρύκεντρο του συστήματος Γη-Σελήνη γύρω από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος και την κίνηση του κέντρου μάζας της Γης γύρω από το βαρύκεντρο του συστήματος Γη-Σελήνη. Αποτέλεσμα είναι μία ετήσια περιοδική μετάθεση στις θέσεις των άστρων που ονομάζεται ετήσια παράλλαξη (annual parallax).
- Τέλος, στην κίνηση του παρατηρητή γύρω από το κέντρο μάζας της Γης, λόγω της ημερήσιας περιστροφής της Γης. Το φαινόμενο που προκαλείται εξαιτίας αυτής ονομάζεται γεωκεντρική ή ημερήσια παράλλαξη (geocentric or diurnal parallax). Στην περίπτωση ενός σώματος σε τροχιά γύρω από τη Γη γίνεται λόγος για τροχιακή παράλλαξη (orbital parallax).

### 5.2.1 Ετήσια Παράλλαξη

Εξαιτίας της ετήσιας κίνησης της Γης γύρω από τον Ήλιο, η γεωκεντρική διεύθυνση προς ένα άστρο μεταβάλλεται μέσα στο έτος ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Η γεωμετρία του φαινομένου της ετήσιας παράλλαξης φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 5.1 - Ετήσια παράλλαξη (Soffel M., Langhans R., 2013)

Οι γωνίες  $\theta$  και  $\theta'$  είναι οι γωνίες διεύθυνσης του άστρου ως προς την ευθεία που συνδέει τη Γη (E) με τον Ήλιο (S). Αν το τρίγωνο που σχηματίζεται από το άστρο, τη Γη και τον Ήλιο είναι ορθογώνιο, τότε η γωνία  $\pi$  ονομάζεται ετήσια παράλλαξη. Ουσιαστικά, η ετήσια παράλλαξη είναι η γωνία υπό την οποία φαίνεται, από το άστρο, ο μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο. Αμελώντας τις μεταβολές στην απόσταση Γης-Ήλιου ισχύει:

$$\sin \pi \approx \pi = \frac{1 \text{ AU}}{d} \quad (5.8)$$

όπου  $1 \text{ AU} = 149\,597\,870\,700 \text{ m}$ , η αστρονομική μονάδα, η οποία αντιστοιχεί περίπου στη μέση απόσταση της Γης από τον Ήλιο.

Συνεπώς η ετήσια παράλλαξη ισούται με τον αντίστροφο της απόστασης  $d$  ενός άστρου από το βαρύκεντρο σε αστρονομικές μονάδες και ισχύει:

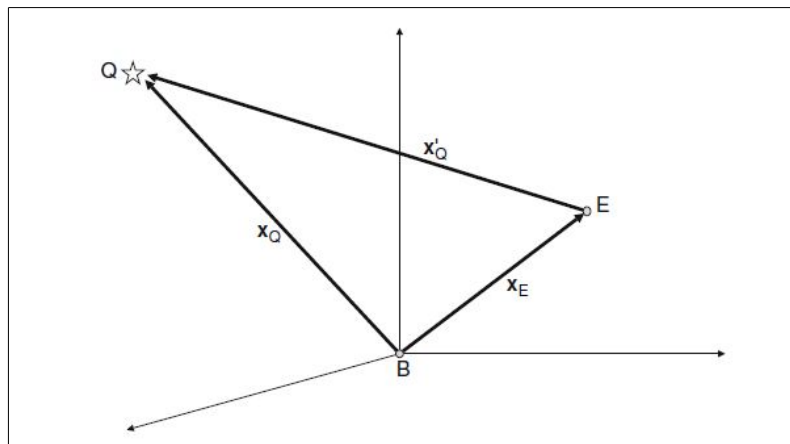
$$\pi [\text{rad}] \approx \frac{1}{d [\text{AU}]} \quad (5.9)$$

Από την παραπάνω σχέση εξάγεται και η αστρονομική κλίμακα μέτρησης αποστάσεων στο Σύμπαν που ονομάζεται parsec (pc) και ισούται με την απόσταση που πρέπει να βρίσκεται ένα σώμα ώστε να έχει ετήσια παράλλαξη ίση με 1 δευτερόλεπτο του τόξου (1 arcsec). Έτσι:

$$\begin{aligned} 1 \text{ pc} &= \frac{1 \text{ AU}}{(1'')_{\text{rad}}} = 1 \text{ AU} \frac{3600 \cdot 180}{\pi} = 206264.8 \text{ AU} \\ &\approx 3.0856 \times 10^{13} \text{ km} \\ &\approx 3.2615 \text{ ly} \end{aligned} \quad (5.10)$$

όπου ly: light-years (έτη φωτός).

Τα διανύσματα του φαινομένου της ετήσιας παράλλαξης φαίνονται στο σχήμα (5.2).



Σχήμα 5.2 - Διανύσματα ετήσιας παράλλαξης  
(Soffel M., Langhans R., 2013)

Στο παραπάνω σχήμα με  $x_Q$  σημειώνεται το διάνυσμα από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος προς ένα άστρο, με  $x_E$  το διάνυσμα από το βαρύκεντρο προς το γεώκεντρο και με  $x'_Q$  το διάνυσμα από το γεώκεντρο προς το άστρο. Για τα διανύσματα αυτά ισχύει:

$$\begin{aligned} \vec{x}_Q &= \vec{x}_E + \vec{x}'_Q \Leftrightarrow \\ \vec{x}'_Q &= \vec{x}_Q - \vec{x}_E \end{aligned} \quad (5.11)$$

Συνεπώς ισχύει:

$$\vec{P} = \vec{q} - \pi \vec{E}_B \quad (5.12)$$

όπου  $\vec{P}$  η γεωκεντρική θέση του άστρου για χρονική στιγμή  $t$ ,  
 $\vec{q}$  η βαρυκεντρική θέση του άστρου τη χρονική στιγμή  $t$ , διορθωμένη για ίδια κίνηση και  
 $\vec{E}_B$  η βαρυκεντρική θέση της Γης σε αστρονομικές μονάδες (AU).

Οι συνιστώσες  $X_B, Y_B, Z_B$  του διανύσματος  $\vec{E}_B$  της βαρυκεντρικής θέσης της Γης προκύπτουν από τις εφημερίδες κίνησης της Γης και οι τιμές τους είναι συναρτήσεις του χρόνου  $t$ . Οι ουρανογραφικές συντεταγμένες της γεωκεντρικής θέσης του άστρου ( $\alpha_E, \delta_E$ ) και η γεωκεντρική απόσταση  $r_E$  σχετίζονται με τις ουρανογραφικές συντεταγμένες της βαρυκεντρικής θέσης του άστρου ( $\alpha, \delta$ ) και τη βαρυκεντρική του απόσταση  $r$ , σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} r_E \cos \delta_E \cos \alpha_E &= r \cos \delta \cos \alpha - X_B \\ r_E \cos \delta_E \sin \alpha_E &= r \cos \delta \sin \alpha - Y_B \quad (\text{rad}) \\ r_E \sin \delta_E &= r \sin \delta - Z_B \end{aligned} \quad (5.13)$$

Διαφορίζοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \alpha_E - \alpha = \frac{\left(\frac{X_B}{r} \sin \alpha - \frac{Y_B}{r} \cos \alpha\right)}{\cos \delta} \quad (\text{rad}) \\ \Delta \delta &= \delta_E - \delta = \left(\frac{X_B}{r} \cos \alpha + \frac{Y_B}{r} \sin \alpha\right) \sin \delta - \frac{Z_B}{r} \cos \delta \end{aligned} \quad (5.14)$$

και δεδομένου ότι  $r = \frac{1}{\sin \pi} \simeq \frac{1}{\pi}$  οι ισοδύναμες:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \alpha_E - \alpha = \pi \frac{(X_B \sin \alpha - Y_B \cos \alpha)}{\cos \delta} \quad (\text{rad}) \\ \Delta \delta &= \delta_E - \delta = \pi (X_B \cos \alpha \sin \delta + Y_B \sin \alpha \sin \delta - Z_B \cos \delta) \end{aligned} \quad (5.15)$$

όπου  $X_B, Y_B, Z_B$  οι βαρυκεντρικές συντεταγμένες της Γης σε AU.

## 5.2.2 Γεωκεντρική Παράλλαξη

Η γεωκεντρική παράλλαξη (diurnal ή geocentric parallax) ενός άστρου είναι η γωνιακή μετατόπιση ενός άστρου στην ουράνια σφαίρα εξαιτίας του διανύσματος GP, όπου P είναι το σημείο παρατήρησης πάνω στη Γη και G το γεώκεντρο. Ουσιαστικά εμφανίζεται επειδή οι παρατηρήσεις προς κάποιο ουράνιο σώμα γίνονται στην επιφάνεια της Γης ενώ οι ουρανογραφικές συντεταγμένες του σώματος αναφέρονται στο γεώκεντρο, και ταυτίζεται με τη γωνία υπό την οποία φαίνεται η ακτίνα της Γης από το άστρο. Οι συνιστώσες του διανύσματος GP είναι:

$$\begin{aligned} x' &= R \cos \Phi \cos(T + \Lambda) \\ y' &= R \cos \Phi \sin(T + \Lambda) \\ z' &= R \sin \Phi \end{aligned} \quad (5.16)$$

όπου:  $\Lambda, \Phi$  οι αστρονομικές συντεταγμένες του σημείου παρατήρησης  
 $R$  η απόσταση από το σημείο παρατήρησης ως το γεώκεντρο και  
 $T$  ο αστρικός χρόνος Greenwich ή η γωνία περιστροφής της Γης (ERA).

Οι διορθωμένες, από γεωκεντρική παράλλαξη, ουρανογραφικές συντεταγμένες ενός άστρου ( $\alpha_T, \delta_T$ ) δίνονται από τις σχέσεις:

$$\Delta\alpha = \alpha_T - \alpha_E = \frac{\left(\frac{x'}{r_E} \sin\alpha_E - \frac{y'}{r_E} \cos\alpha_E\right)}{\cos\delta_E} \quad (\text{rad}) \quad (5.17)$$

$$\Delta\delta = \delta_T - \delta_E = \left(\frac{x'}{r_E} \cos\alpha_E + \frac{y'}{r_E} \sin\alpha_E\right) \sin\delta_E - \frac{z'}{r_E} \cos\delta_E$$

όπου  $\alpha_E, \delta_E$  οι ουρανογραφικές συντεταγμένες της γεωκεντρικής θέσης του άστρου και  $r_E$  η γεωκεντρική απόσταση του άστρου.

Η γεωκεντρική παράλλαξη είναι αμελητέα για παρατηρήσεις άστρων, αλλά σημαντική για παρατηρήσεις της Σελήνης και των πλανητών.

### 5.3 Απόκλιση του φωτός (Gravitational Light Deflection)

Σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, το φως κάθε άστρου διασχίζει το χώρο ακολουθώντας μία γεωδαισιακή γραμμή, η οποία καθορίζεται από την κατανομή του βαρυτικού δυναμικού κατά μήκος της πορείας του φωτός. Η κατανομή των μαζών του Ήλιου και των πλανητών κάθε χρονική στιγμή εντός του ηλιακού μας συστήματος διαμορφώνει το βαρυτικό πεδίο σε κάθε σημείο του. Η δέσμη φωτός που προέρχεται από κάθε άστρο αποκλίνει της αρχικής της πορείας εξαιτίας των βαρυτικών δυνάμεων που ασκούνται σε αυτή τόσο από τους πλανήτες όσο κυρίως από τον Ήλιο, και καταλήγει να παρατηρείται σε φαινόμενη διεύθυνση διαφορετική από τη γεωμετρική διεύθυνση του άστρου. Συνεπώς, για τον καθορισμό της ακριβούς διεύθυνσης κάθε άστρου θα πρέπει να είναι γνωστές οι θέσεις των σωμάτων του ηλιακού συστήματος και οι κινήσεις τους κατά τη διάρκεια του ταξιδιού της δέσμης φωτός που προέρχεται από αυτό. Στις συνήθεις εφαρμογές της Αστρονομίας λαμβάνεται υπόψιν μόνο η βαρυτική απόκλιση λόγω του Ήλιου, καθώς η επίδραση των άλλων πλανητών επιφέρει ασήμαντη μεταβολή στην πορεία του φωτός.

Για τον υπολογισμό της βαρυτικής απόκλισης του φωτός του άστρου αρχικά υπολογίζεται η ηλιοκεντρική θέση της Γης:

$$\vec{E} = \vec{E}_B - \vec{S} \quad (5.18)$$

όπου  $\vec{E}_B$  η βαρυκεντρική θέση της Γης τη χρονική στιγμή  $t$  και  $\vec{S}$  η βαρυκεντρική θέση του Ήλιου τη χρονική στιγμή  $t$ .

Επίσης, υπολογίζονται η γεωκεντρική διεύθυνση του άστρου (μοναδιαίο διάνυσμα) και το μοναδιαίο διάνυσμα της ηλιοκεντρικής θέσης της Γης:

$$\hat{p} = \frac{\vec{P}}{|\vec{P}|} \quad (5.19)$$

$$\hat{e} = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad (5.20)$$

όπου  $\vec{P}$  το γεωκεντρικό διάνυσμα του άστρου τη χρονική στιγμή  $t$ .

Η γεωκεντρική διεύθυνση  $p_1$  του άστρου διορθωμένη για την απόκλιση του φωτός στο πεδίο βαρύτητας του ήλιου είναι:

$$\hat{p}_1 = \hat{p} + \frac{2\mu}{c^2 E} \frac{\hat{e} - (\hat{p} \cdot \hat{e}) \hat{p}}{1 + \hat{p} \cdot \hat{e}} \quad (5.21)$$

όπου  $\frac{2\mu}{c^2} = \frac{2GM_s}{c^2} = 19.74126 \cdot 10^{-9} AU$  η βαρυτική ακτίνα ή ακτίνα Schwarzschild του Ήλιου,  $G, M_s$  η παγκόσμια βαρυτική σταθερά και η μάζα του Ήλιου αντίστοιχα και  $E = |\vec{E}|$  το μέτρο της ηλιοκεντρικής θέσης της Γης, δηλαδή η απόσταση του γεώκεντρο από το κέντρο του Ήλιου.

## 5.4 Αποπλάνηση του φωτός (Light Aberration)

Λόγω της πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός, η φαινόμενη θέση ενός αντικειμένου επηρεάζεται από τη σχετική κίνηση του αντικειμένου ως προς τον παρατηρητή. Το φαινόμενο αυτό, που ονομάζεται αποπλάνηση του φωτός (light aberration), εμφανίζεται και στην παρατήρηση των άστρων (stellar aberration), εξαιτίας της ταχύτητας κίνησης του παρατηρητή. Η κίνηση του παρατηρητή τη στιγμή της παρατήρησης του άστρου επιφέρει μία μεταβολή στις φαινόμενες ουρανογραφικές συντεταγμένες του άστρου. Η κίνηση ενός παρατηρητή στη Γη μπορεί να διαχωριστεί σε τρία μέρη: στην ημερήσια περιστροφή της Γης, στην τροχιακή κίνηση της Γης γύρω από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος και στην κίνηση του ίδιου του βαρύκεντρο στο χώρο. Συνεπώς, η αποπλάνηση αποτελείται από τρεις συνιστώσες οι οποίες αναφέρονται ως ημερήσια (diurnal), ετήσια (annual) και αιώνια (secular) αποπλάνηση. Για ένα φυσικό ή τεχνητό σώμα σε τροχιά γύρω από τη Γη, η ημερήσια αποπλάνηση αντικαθίσταται από την τροχιακή (orbital) αποπλάνηση.

Στην περίπτωση που το σώμα που παρατηρείται βρίσκεται εντός του ηλιακού συστήματος γίνεται λόγος για πλανητική αποπλάνηση (planetary aberration). Σε αυτήν την περίπτωση όμως, η αποπλάνηση αντιστοιχεί στην μεταβολή της θέσης ενός πλανήτη μεταξύ της στιγμής που ανακλάστηκε φως από αυτόν και της χρονικής στιγμής που λήφθηκε αυτό από τον παρατηρητή.

### 5.4.1 Αιώνια Αποπλάνηση (Secular Aberration)

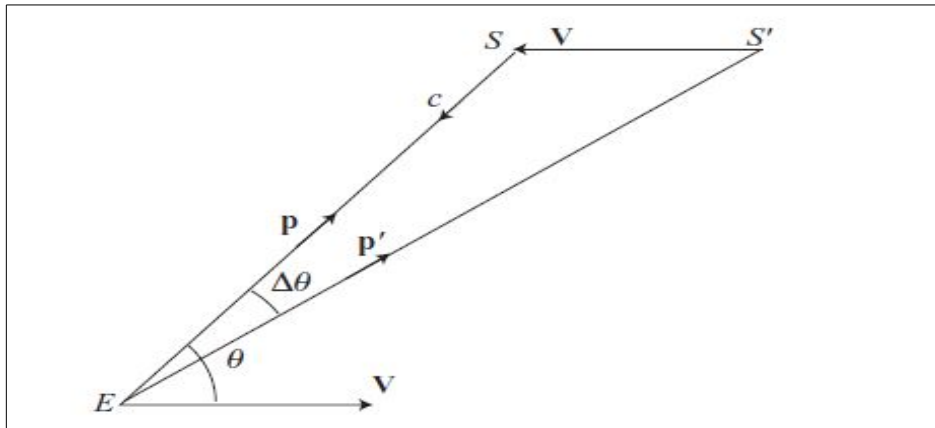
Ο Ήλιος και το ηλιακό σύστημα περιστρέφονται γύρω από το κέντρο του Γαλαξία. Η αποπλάνηση εξαιτίας αυτής της κίνησης ονομάζεται αιώνια αποπλάνηση (secular aberration) και επηρεάζει τις φαινόμενες θέσεις μακρινών άστρων και εξωγαλαξιακών αντικειμένων. Ωστόσο, από τη στιγμή που το γαλαξιακό έτος έχει διάρκεια γύρω στα 230 εκατομμύρια χρόνια, η αποπλάνηση αυτή είναι εξαιρετικά δύσκολο να παρατηρηθεί. Συνεπώς, η αιώνια αποπλάνηση συνήθως αγνοείται σε εφαρμογές που απαιτούν παρατήρηση και αναγωγή της θέσης ενός άστρου.

### 5.4.2 Ετήσια Αποπλάνηση (Annual Aberration)

Η τροχιακή κίνηση της Γης γύρω από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος πραγματοποιείται με ταχύτητα περίπου 30 km/s. Η φαινόμενη γωνιακή μετατόπιση της γεωμετρικής διεύθυνσης ενός



ουράνιου αντικειμένου εξαιτίας αυτής της κίνησης ονομάζεται ετήσια αποπλάνηση (annual aberration).



Σχήμα 5.3 - Ετήσια αποπλάνηση (Kovalevsky J., Seidelmann K., 2004)

Στο σχήμα 5.3 ο παρατηρητής E κινείται με ταχύτητα  $\vec{V}$  ως προς ένα σταθερό σύστημα αναφοράς. Το διάνυσμα  $\hat{p}$  είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα επί της γεωμετρικής διεύθυνσης του άστρου ES για μία χρονική στιγμή  $t$  στο σταθερό σύστημα αναφοράς. Το διάνυσμα ταχύτητας του φωτός του άστρου είναι  $-c \hat{p}$ . Τη χρονική στιγμή  $t$  ο παρατηρητής θα δει το άστρο στη θέση  $S'$ , η διεύθυνση της οποίας εξαρτάται από τις δύο παραπάνω ταχύτητες. Το μοναδιαίο διάνυσμα αυτής της διεύθυνσης είναι  $\hat{p}'$ . Επιπλέον,  $(S'E, V) = \theta$  είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης κίνησης του παρατηρητή και της γεωμετρικής διεύθυνσης  $\hat{p}$  του άστρου και  $SES' = \Delta\theta$  η μετατόπιση της διεύθυνσης παρατήρησης εξαιτίας της αποπλάνησης του κινούμενου συστήματος αναφοράς. Η μετατόπιση αυτή είναι πάντα προς την κατεύθυνση κίνησης του παρατηρητή.

Η κλασική νευτώνεια σχέση για τη διεύθυνση του άστρου, όπως αυτή φαίνεται στον κινούμενο παρατηρητή είναι:

$$\hat{p}' = \frac{\hat{p} + \vec{V}/c}{|\hat{p} + \vec{V}/c|} \quad (5.22)$$

Λαμβάνοντας το μέτρο του εξωτερικού γινομένου των διανυσμάτων  $\hat{p}$  και  $\hat{p}'$  ισχύει:

$$\begin{aligned} \sin \Delta\theta &= \frac{(\bar{V}/c) \sin\theta}{\sqrt{(1 + 2(\bar{V}/c) \cos\theta + (\bar{V}/c)^2)}} \\ &= \frac{\bar{V}}{c} \sin\theta - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^2 \sin 2\theta + \dots \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\text{με } |\hat{p} \times \hat{p}'| = \sin \Delta\theta, \quad |\hat{p} \times \hat{p}| = 0 \quad \text{και} \quad \left| \hat{p} \times \frac{\vec{V}}{c} \right| = \frac{\bar{V}}{c} \sin\theta$$

Ο λόγος  $\bar{V}/c$  είναι η σταθερά της ετήσιας αποπλάνησης (constant of annual aberration) και στην περίπτωση ενός παρατηρητή στη Γη και ενός άστρου ισχύει:

$$\kappa = \frac{\bar{V}}{c} = 20'' .49552 \quad (5.24)$$

όπου  $\bar{V}$  η μέση ταχύτητα κίνησης της Γης στην τροχιά της γύρω από τον Ήλιο και  $c = 299\,792\,458$  m/s η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Ο όρος πρώτης τάξης  $\bar{V}/c$  έχει τιμή περίπου ίση με 0.0001 rad, δηλαδή περίπου 20". Παρομοίως, ο όρος  $(\bar{V}/c)^2$  έχει μέγιστη τιμή περίπου 0".001. Οι όροι τρίτης τάξης της σχέσης (5.23) δεν είναι σημαντικοί, κυρίως επειδή είναι μικρότεροι από την επίδραση της γενικής σχετικότητας.

Η ετήσια αποπλάνηση υπολογίζεται από την κίνηση της Γης ως προς ένα αδρανειακό πλαίσιο αναφοράς και ως προς το κέντρο μάζας του ηλιακού συστήματος. Η μετατόπιση λόγω ετήσιας αποπλάνησης  $\Delta\theta$  δίνεται και ως διορθώσεις στις ουρανογραφικές συντεταγμένες του άστρου. Με ακρίβεια τάξης 1 mas, οι διορθωμένες από ετήσια αποπλάνηση ουρανογραφικές συντεταγμένες  $\alpha'$  και  $\delta'$  ενός άστρου δίνονται από τις σχέσεις (Seidelmann, 1992):

$$\begin{aligned} \Delta\alpha \cos\delta = \alpha' - \alpha = & \frac{1}{c}(-\dot{X} \sin\alpha + \dot{Y} \cos\alpha) + \\ & + \frac{1}{c^2}(\dot{X} \sin\alpha - \dot{Y} \cos\alpha) \times (\dot{X} \cos\alpha + \dot{Y} \sin\alpha) \sec\delta + \dots \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta\delta = \delta' - \delta = & \frac{1}{c}(-\dot{X} \cos\alpha \sin\delta - \dot{Y} \sin\alpha \sin\delta + \dot{Z} \cos\delta) - \\ & - \frac{1}{2c^2}(\dot{X} \sin\alpha - \dot{Y} \cos\alpha)^2 \tan\delta + \dots \end{aligned} \quad (5.26)$$

όπου  $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$  οι ορθογώνιες συνιστώσες της βαρυκεντρικής τροχιακής ταχύτητας της Γης,  $c$  η ταχύτητα του φωτός και  $(\alpha, \delta)$  οι αρχικές ουρανογραφικές συντεταγμένες του άστρου.

### 5.4.3 Αποπλάνηση και Θεωρία της Σχετικότητας

Σύμφωνα με την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή σε όλα τα συστήματα αναφοράς. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει η εξίσωση του Lorentz για τη συσχέτιση της ταχύτητας ενός σημείου στο σταθερό σύστημα αναφοράς, της ταχύτητάς του στο κινούμενο σύστημα αναφοράς και της ταχύτητας του κινούμενου συστήματος ως προς το σταθερό. Η εξίσωση είναι:

$$\vec{U} = \frac{\vec{U}' + \gamma \vec{V} + (\gamma - 1)(\vec{V} \cdot \vec{U}') \vec{V} / V^2}{\gamma(1 + \vec{V} \cdot \vec{U}' / c^2)} \quad (5.27)$$

όπου  $\vec{U}$  η ταχύτητα του σημείου στο σταθερό σύστημα αναφοράς,  
 $\vec{U}'$  η ταχύτητα του σημείου στο κινούμενο σύστημα αναφοράς,  
 $\vec{V}$  η σταθερή ταχύτητα του κινούμενου συστήματος ως προς το σταθερό,  
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$  ο παράγοντας Lorentz και  
 $c$  η ταχύτητα του φωτός.

Τα παραπάνω ισχύουν και στη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, με την προσθήκη όμως επιπλέον όρων λόγω καμπύλωσης του χωροχρόνου.

Με προσαρμογή της παραπάνω σχέσης στην περίπτωση παρατήρησης άστρου από έναν παρατηρητή που κινείται μαζί με τη Γη στην τροχιά της, ισχύει:

$$c \hat{p}' = \frac{c \hat{p} + \gamma \vec{V} + (\gamma - 1)(\vec{V} \cdot c \hat{p}) \vec{V} / \bar{V}^2}{\gamma(1 + c \hat{p} \cdot \vec{V} / c^2)} \quad (5.28)$$

όπου  $c \hat{p}$  η ταχύτητα του φωτός στη γεωμετρική διεύθυνση,  
 $c \hat{p}'$  η ταχύτητα του φωτός στη φαινόμενη διεύθυνση,  
 $\vec{V}$  η μέση ταχύτητα του παρατηρητή και

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\bar{V}^2}{c^2}}} \text{ ο παράγοντας Lorentz.}$$

Διαιρώντας και τους δύο όρους του κλάσματος με  $\gamma$  προκύπτει:

$$\hat{p}' = \frac{\hat{p} \gamma^{-1} + \vec{V} / c + (1 - \gamma^{-1})(\vec{V} \cdot \hat{p}) \vec{V} / \bar{V}^2}{1 + \hat{p} \cdot \vec{V} / c} \quad (5.29)$$

Από τον ορισμό του  $\gamma$  ισχύει:

$$(1 - \gamma^{-1})(1 + \gamma^{-1}) = \bar{V}^2 / c^2 \quad (5.30)$$

Συνεπώς

$$\hat{p}' = \frac{\gamma^{-1} \hat{p} + (\vec{V} / c) + (\hat{p} \cdot \vec{V} / c)(\vec{V} / c) / (1 + \gamma^{-1})}{1 + \hat{p} \cdot \vec{V} / c} \quad (5.31)$$

όπου  $\hat{p}'$  το μοναδιαίο διάνυσμα της φαινόμενης διεύθυνσης του άστρου,  
 $\hat{p}$  το μοναδιαίο διάνυσμα της γεωμετρικής διεύθυνσης του άστρου,  
 $\vec{V} \equiv \dot{E}_B$  η μέση βαρυκεντρική ταχύτητα της Γης και

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\dot{E}_B^2}{c^2}}} \text{ ο παράγοντας Lorentz.}$$

Επίσης, λαμβάνοντας το μέτρο του εξωτερικού γινομένου των διανυσμάτων  $\hat{p}$  και  $\hat{p}'$  προκύπτει:

$$\begin{aligned} \sin \Delta \theta &= \frac{(\bar{V} / c) \sin \theta + 1/2 (\bar{V} / c)^2 \sin 2\theta / (1 + \gamma^{-1})}{1 + (\bar{V} / c) \cos \theta} \\ &= \frac{\bar{V}}{c} \sin \theta - \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{V}}{c} \right)^2 \sin 2\theta + \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{V}}{c} \right)^3 \sin 2\theta \cos \theta + \dots \end{aligned} \quad (5.32)$$

και

$$\Delta\theta = \frac{\bar{V}}{c} \sin\theta - \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^2 \sin 2\theta + \frac{1}{6} \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^3 \sin(1+2\sin^2\theta) + \dots \quad (5.33)$$

Συγκρίνοντας την παραπάνω σχέση της σχετικιστικής αποπλάνησης με αυτή της κλασσικής Νευτώνειας αποπλάνησης προκύπτει ταύτιση μόνο στον πρώτο όρο  $\bar{V}/c$  (ακρίβεια mas). Η διαφορά μεταξύ των όρων δεύτερου βαθμού είναι  $\frac{1}{4} \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^2 \sin 2\theta$ , που οδηγεί σε διαφορά έως και 0.5 mas στον υπολογισμό της φαινόμενης θέσης. Για αυτό το λόγο, σε εφαρμογές που απαιτείται υψηλή ακρίβεια, συνιστάται η χρήση των εξισώσεων της σχετικιστικής αποπλάνησης.

#### 5.4.4 Ημερήσια Αποπλάνηση (Diurnal Aberration)

Η ημερήσια αποπλάνηση (diurnal aberration) ενός άστρου οφείλεται στην ημερήσια περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της και συναρτάται με την τοποκεντρική ταχύτητα  $v_T$  του σημείου παρατήρησης ως προς το γεώκεντρο. Η ταχύτητα αυτή “μετακινεί” τον παρατηρητή προς την Ανατολή και ισούται με:

$$v_T = \omega \rho \cos \Phi \quad (5.34)$$

όπου  $\omega$  η μέση γωνιακή ταχύτητα της Γης στον ισημερινό ( $7.292115 \times 10^{-5}$  rad/s),  
 $\rho$  η απόσταση του σημείου παρατήρησης από το γεώκεντρο και  
 $\Phi$  το αστρονομικό πλάτος του παρατηρητή.

Αν  $\rho_E$  είναι η μέση ακτίνα της Γης στον ισημερινό, τότε η γραμμική ταχύτητα περιστροφής στον ισημερινό είναι  $\rho_E \omega = 0.464$  km/s .

Άρα, η σταθερά της ημερήσια αποπλάνησης είναι:

$$\frac{\rho_E \omega}{c} \frac{\rho}{\rho_E} \cos \Phi = 0'' .3200 \frac{\rho}{\rho_E} \cos \Phi \quad (5.35)$$

Η ημερήσια αποπλάνηση ενός άστρου μπορεί να διατυπωθεί ως διορθώσεις κατά ορθή αναφορά  $\alpha$  και κατά απόκλιση  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= 0'' .3200 \frac{\rho}{\rho_E} \cos \Phi \cos h \sec \delta \\ \Delta\delta &= 0'' .3200 \frac{\rho}{\rho_E} \cos \Phi \sin h \sin \delta \end{aligned} \quad (5.36)$$

όπου  $h$  η ωριαία γωνία του άστρου.

Η επίδραση της ημερήσιας αποπλάνησης είναι μικρή αλλά σημαντική σε ακριβείς παρατηρήσεις. Για ένα άστρο που μεσουρανήει, δηλαδή για  $h=0^\circ$  ή  $h=180^\circ$ , ισχύει:

$$\Delta\delta=0$$

$$\Delta\alpha=\pm 0''.3200 \frac{\rho}{\rho_E} \cos \Phi \quad (5.37)$$

όπου + και - χρησιμοποιούνται για άνω και κάτω μεσουράνηση του άστρου αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι κατά την παρατήρηση της άνω μεσημβρινής διάβασης ενός άστρου, αυτό φαίνεται να μεσουρανεύει αργότερα από την ώρα που πραγματικά αυτό συμβαίνει. Αντίθετα, σε περίπτωση κάτω μεσουράνησης, το άστρο παρατηρείται να μεσουρανεύει νωρίτερα από την πραγματική χρονική στιγμή της μεσουράνησης. Για αυτό το λόγο, η επίδραση της ημερήσιας αποπλάνησης συνήθως αντιμετωπίζεται ως μία διόρθωση στη χρονική στιγμή της μεσουράνησης.

Εναλλακτικά, η επίδραση του φαινομένου μπορεί να υπολογιστεί σε ορθογώνιες συντεταγμένες με χρήση της παρακάτω σχέσης για το διάνυσμα της γεωκεντρικής ταχύτητας  $d\vec{r}/dt$  του παρατηρητή ως προς το γεωκεντρικό ουράνιο σύστημα αναφοράς της ημερομηνίας  $t$ :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} -\omega\rho \cos \Phi \sin(\theta+\Lambda) \\ \omega\rho \cos \Phi \cos(\theta+\Lambda) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

όπου  $\theta$  ο αστρικός χρόνος Greenwich και  
 $\Lambda$  το αστρονομικό μήκος του παρατηρητή.

Το παραπάνω γεωκεντρικό διάνυσμα ταχύτητας του παρατηρητή μπορεί να προστεθεί στη βαρυκεντρική ταχύτητα του κέντρου της Γης ώστε να προκύψει το αντίστοιχο βαρυκεντρικό διάνυσμα ταχύτητας του παρατηρητή, σε περίπτωση που είναι επιθυμητό το τελευταίο. Ο υπολογισμός αυτός αρκεί όταν η απαιτούμενη ακρίβεια είναι χαμηλή και γίνεται χρήση των νόμων της κλασσικής μηχανικής περί σχετικών ταχυτήτων. Ωστόσο, για ακρίβεια επιπέδου μας πρέπει να εφαρμόζεται η εξίσωση του Lorentz που επιβάλλει η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας.



## **Κεφάλαιο 6**

### **Κατάλογοι άστρων**

Ένας κατάλογος άστρων είναι ένας κατάλογος στον οποίο καταγράφονται με συγκεκριμένη ονομασία ή κωδικό αριθμό ένα σύνολο άστρων, για τα οποία παρέχονται τιμές συγκεκριμένων ιδιοτήτων αυτών, όπως η θέση, η κίνηση, η απόσταση, η λαμπρότητα κτλ. Η κατάρτιση των καταλόγων γίνεται με αστρονομικές παρατηρήσεις με χρήση των κατάλληλων οργάνων. Συνήθως, ένας κατάλογος άστρων περιέχει τη θέση κάθε άστρου (ορθή αναφορά και απόκλιση) σε ένα συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς, η οποία έχει αναχθεί σε μία συγκεκριμένη ημερομηνία που ονομάζεται εποχή. Αν ο κατάλογος έχει σχηματιστεί από παρατηρήσεις πολλών ετών, περιέχει επίσης την ίδια κίνηση κάθε άστρου, δηλαδή την κίνηση του στην ουράνια σφαίρα που οφείλεται στην πραγματική του κίνηση στο χώρο. Επιπλέον, ορισμένοι κατάλογοι παρέχουν την τιμή της παράλλαξης κάθε άστρου και φωτομετρική πληροφορία.

Ένας κατάλογος άστρων μπορεί να περιέχει τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων ενός συγκεκριμένου οργάνου παρατήρησης, μέσω μίας ορισμένης μεθόδου και για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα (observational catalog). Αυτός ο κατάλογος αποτελεί μία λίστα παρατηρούμενων θέσεων, ωστόσο συχνά εκδίδεται έπειτα από μία αναγωγή, η οποία μετασχηματίζει τις παρατηρούμενες θέσεις σε συντεταγμένες ενός συγκεκριμένου συστήματος αναφοράς για την εποχή των παρατηρήσεων. Τέτοιου είδους κατάλογοι μπορούν να διακριθούν σε σχετικούς (relative catalogs) και απόλυτους καταλόγους (absolute catalogs).

Στους σχετικούς καταλόγους, μεταξύ των παρατηρούμενων άστρων υπάρχει ένα συγκεκριμένος αριθμός άστρων, οι θέσεις των οποίων λαμβάνονται από έναν κατάλογο ο οποίος προϋπάρχει και αναφέρεται σε δεδομένο σύστημα αναφοράς. Ένας τέτοιος κατάλογος είναι ένας θεμελιώδης κατάλογος άστρων (fundamental catalog) ή ένας κατάλογος αναφοράς (reference catalog). Οι θέσεις των άστρων αναφοράς, που περιέχονται σε αυτού του είδους τους καταλόγους, χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό διαφόρων παραμέτρων του οργάνου παρατήρησης. Με διόρθωση των ανεπεξέργαστων παρατηρήσεων των υπόλοιπων άστρων, χρησιμοποιώντας τις τιμές αυτών των παραμέτρων και συνήθως για ένα περιορισμένο τμήμα του ουρανού, προκύπτουν οι συντεταγμένες τους στο σύστημα των άστρων αναφοράς.

Για τη δημιουργία ενός απόλυτου καταλόγου, η αναγωγή στο επιθυμητό σύστημα αναφοράς γίνεται με χρήση παρατηρήσεων του Ήλιου και πλανητών, οι οποίες επιτρέπουν, μέσω της θεωρίας κίνησής τους στο σύστημα αναφοράς, τη σύνδεση των θέσεων των παρατηρούμενων άστρων με το εαρινό ισημερινό σημείο, δηλαδή την αφετηρία μέτρησης της ορθής αναφοράς, και τον ισημερινό, δηλαδή την αφετηρία μέτρησης της απόκλισης. Η ιδέα της κατασκευής ενός απόλυτου καταλόγου βασισμένου σε παρατηρήσεις του Ήλιου θεωρείται πλέον ξεπερασμένη και συγκεκριμένα από τη στιγμή που εισήχθη το Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς ICRS, το οποίο θεωρείται κινηματικά αδρανειακό ως προς μακρινές εξωγαλαξιακές ραδιοπηγές. Αντίθετα, οι σχετικοί κατάλογοι αποτελούν πια τον πιο συνηθισμένο τρόπο έκδοσης θέσεων άστρων που έχουν παρατηρηθεί. Αρκετές εκατοντάδες κατάλογοι αυτού του είδους έχουν εκδοθεί από τις αρχές του 19ου αιώνα.

#### **6.1 Θεμελιώδεις κατάλογοι (Fundamental Catalogs)**

Πέρα από τους καταλόγους που δημιουργούνται από τις παρατηρήσεις ενός συγκεκριμένου οργάνου, υπάρχουν και οι θεμελιώδεις κατάλογοι άστρων οι οποίοι συντίθενται με πληροφορίες

από έναν μεγάλο αριθμό τέτοιων καταλόγων. Συγκεκριμένα, προκύπτουν από διαθέσιμους απόλυτους καταλόγους, ώστε να ορίσουν το πλαίσιο αναφοράς και να αποτελέσουν ένα σύνολο αστρικών θέσεων και ιδίων κινήσεων του ισχύοντος συστήματος αναφοράς. Κατά αυτόν τον τρόπο, ένας θεμελιώδης κατάλογος γίνεται ένα πλαίσιο αναφοράς συμβατό όχι μόνο με τον ορισμό του συμβατικού συστήματος αναφοράς που χρησιμοποιείται, αλλά και με τις τιμές των θεμελιωδών αστρονομικών σταθερών που έχουν υιοθετηθεί την εκάστοτε εποχή αναφοράς (σταθερές μετάπτωσης, κλόνησης, αποπλάνησης κτλ.). Η κατασκευή ενός θεμελιώδους καταλόγου είναι μία περίπλοκη και απαιτητική εργασία που δεν πραγματοποιείται συχνά και συνήθως ολοκληρώνεται σε διάστημα αρκετών ετών.

Οι δύο σημαντικότερες σειρές θεμελιωδών καταλόγων δημιουργήθηκαν κατά τη διάρκεια του εικοστού αιώνα, μία από τις γερμανικές αστρονομικές υπηρεσίες και μία από τις αμερικάνικες. Η γερμανική σειρά θεμελιωδών καταλόγων άρχισε τον 19ο αιώνα και περιλαμβάνει τους εξής καταλόγους:

Neuer Fundamental Katalog – NFK (*J. Peters, 1907*)  
Fundamental Catalog for the Zone Observations (*Auwers, 1919*)  
Fundamental Katalog 3 – FK3 (*Kopff, 1937*)  
Fundamental Katalog 4 – FK4 (*Fricke et al., 1963*)  
Fundamental Katalog 5 – FK5 (*Fricke et al., 1988*).

Για εκατό και πλέον χρόνια, οι παραπάνω κατάλογοι υλοποιούσαν το κλασικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιούταν ευρέως. Ο πέμπτος κατάλογος αυτής της σειράς, ο FK5, ήταν ο επίσημος κατάλογος που είχε υιοθετήσει ως υλοποίηση για το ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς η IAU, μέχρι την εισαγωγή του ICRS και του καταλόγου Hipparcos ως υλοποίησή του στο ορατό φάσμα του φωτός. Οι παραπάνω κατάλογοι της γερμανικής σειράς είναι απόλυτοι κατάλογοι και συνεπώς για τη δημιουργία τους χρησιμοποιήθηκαν αρκετές αστρονομικές παράμετροι, όπως παράμετροι της περιστροφής της Γης, μετάπτωσης, κλόνησης και στοιχεία της δυναμικής σωμάτων του ηλιακού συστήματος.

Το μεγαλύτερο μέρος της αμερικάνικης σειράς θεμελιωδών καταλόγων δημιουργήθηκε από το Αμερικάνικο Ναυτικό Αστεροσκοπείο (US Naval Observatory) και περιελάμβανε τους εξής καταλόγους:

Catalogue of Fundamental Stars (*S. Newcomb, 1899*)  
Preliminary General Catalogue – PGC (*L. Boss, 1910*)  
General Catalogue – GC (*B. Boss et al., 1937*)  
N30 Catalogue (*Morgan, 1952*)

## 6.2 Κατάλογοι Αναφοράς (Reference Catalogs)

Οι θεμελιώδεις κατάλογοι παρέχουν τις θέσεις μόνο για έναν περιορισμένο αριθμό άστρων (μερικές χιλιάδες). Ωστόσο, γενικά είναι αναγκαίο να είναι διαθέσιμες οι ουρανογραφικές συντεταγμένες όσο περισσότερων άστρων είναι εφικτό, με μία χαμηλότερη αλλά ικανοποιητική για αρκετές εφαρμογές ακρίβεια. Η ανάγκη αυτή αναγνωρίστηκε για πρώτη φορά γύρω στο 1880 με την έναρξη ενός έργου παγκόσμιας κλίμακας που ονομάστηκε Carte du Ciel (χάρτης του ουρανού). Το συγκεκριμένο εγχείρημα οργανώθηκε με τη συνεργασία 20 αστεροσκοπειών, εξοπλισμένων με διπλά διαθλαστικά τηλεσκόπια και περιελάμβανε την καταγραφή των θέσεων των άστρων με χρήση φωτογραφικών πλακών. Το μεγαλύτερο τμήμα του ουρανού καταγράφηκε μέσα σε 35



χρόνια και προσδιορίστηκαν θέσεις άστρων έως και 15ου μεγέθους. Αποτέλεσμα του έργου αυτού ήταν ο Αστρογραφικός Κατάλογος (Astrographic Catalogue) που περιελάμβανε άστρα μέχρι και μεγέθους 11.5. Συνολικά προέκυψαν μετρήσεις για πάνω από 4 εκατομμύρια άστρα, με ακρίβεια θέσης έως και 1", οι οποίες για πολλά χρόνια παρέμειναν αναξιοποίητες. Ωστόσο, ο Αστρογραφικός Κατάλογος αποτέλεσε μία σημαντική βάση για την επεξεργασία των μετρήσεων της αποστολής Hipparcos και τη δημιουργία των σχετικών με αυτή καταλόγων. Ειδικότερα, ο Αστρογραφικός Κατάλογος, σε συνδυασμό με άλλους 140 καταλόγους, συνέβαλε στον υπολογισμό των ιδίων κινήσεων των άστρων ενός σύγχρονου καταλόγου αναφοράς, του Tycho-2.

Επίσης, για τις ανάγκες της αποστολής του διαστημικού τηλεσκοπίου Hubble το 1990 δημιουργήθηκε ο κατάλογος αναφοράς Guide Star Catalog (*Russell et al., 1990*). Τα άστρα του καταλόγου χρησιμοποιήθηκαν ως άστρα-οδηγοί στον ουρανό για τις παρατηρήσεις του τηλεσκοπίου Hubble. Ο Guide Star Catalog περιέχει σχεδόν 18.5 εκατομμύρια αντικείμενα και περιλαμβάνει άστρα μεγέθους 9 έως 15. Η ακρίβεια θέσης των άστρων κυμαίνεται μεταξύ 0.5" και 2".

### 6.3 Κατάλογοι βασισμένοι στη διαστημική αποστολή Hipparcos

Σημείο αναφοράς για την Αστρομετρία και την κατασκευή αστρικών καταλόγων αποτέλεσε η διαστημική αποστολή Hipparcos (High precision parallax collecting satellite). Ο Hipparcos αποτέλεσε τον πρώτο αστρομετρικό δορυφόρο της Γης και τέθηκε σε λειτουργία από τον Ευρωπαϊκό Οργανισμό Διαστήματος (European Space Agency – ESA) το 1989. Παρόλο που ο δορυφόρος δεν έφτασε στην προγραμματισμένη γεωστατική τροχιά, λειτούργησε με επιτυχία μετρώντας τις ακριβείς θέσεις για πάνω από εκατό χιλιάδες άστρα. Ο κατάλογος Hipparcos (Hipparcos Catalogue) που προέκυψε, εκδόθηκε το 1997 προς γενική χρήση. Το 1998 έγινε επισήμως το πλαίσιο αναφοράς του ICRS που αφορά το ορατό μέρος του φάσματος του φωτός, αντικαθιστώντας ως θεμελιώδης κατάλογος τον κατάλογο FK5. Πλέον, οι νέοι κατάλογοι άστρων που δημιουργούνται, αναφέρονται στο ICRS και κάνουν χρήση του καταλόγου Hipparcos ή των επεκτάσεων αυτού καταλόγων Tycho, ως ενδιάμεσο βήμα σύνδεσης με το ICRS.

#### 6.3.1 Κατάλογος Hipparcos

Ο κατάλογος Hipparcos περιέχει αστρομετρικά και φωτομετρικά δεδομένα για 118218 άστρα (περίπου τρία άστρα ανά τετραγωνική μοίρα) με μέγεθος έως και  $V=12.4$ . Για την εποχή αναφοράς του καταλόγου (J1991.25) παρέχονται, σχεδόν για το σύνολο των εν λόγω άστρων, βαρυκεντρικές ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha, \delta$ ), ετήσια παράλλαξη ( $\pi$ ), καθώς και ρυθμοί μεταβολής των συντεταγμένων ( $\alpha, \delta$ ) εκφρασμένοι ως συνιστώσες ίδιας κίνησης  $\mu_{\alpha^*} = \mu_{\alpha} \cos \delta$  και  $\mu_{\delta}$ . Επιπλέον, για σχεδόν κάθε άστρο, παρέχεται και φωτομετρική πληροφορία.

Οι μέσες τυπικές αποκλίσεις των αστρομετρικών μεγεθών για τα πιο φωτεινά άστρα (μεγέθους  $H_p < 9$ ) είναι:

0.77 mas για την ορθή αναφορά ( $\alpha \cos \delta$ ) την εποχή του καταλόγου J1991.25

0.64 mas για την απόκλιση ( $\delta$ ) την εποχή του καταλόγου J1991.25

0.88 mas/έτος για την ίδια κίνηση κατά ορθή αναφορά ( $\mu_{\alpha} \cos \delta$ )

0.74 mas/έτος για την ίδια κίνηση κατά απόκλιση ( $\mu_{\delta}$ )

0.97 mas για την παράλλαξη.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του καταλόγου είναι τα εξής:

Περίοδος παρατηρήσεων	1989.85-1993.21
Εποχή καταλόγου	J1991.25
Σύστημα αναφοράς	ICRS
σύμπτωση με το ICRS και στους τρεις άξονες	$\pm 0.6$ mas
εκτροπή από ICRS	$\pm 0.25$ mas/έτος
Αριθμός εγγραφών	118 218
με αστρομετρική πληροφορία	117 955
με φωτομετρική πληροφορία	118 204
Μέση κατανομή στον ουρανό	$\sim 3$ άστρα/μοίρα <sup>2</sup>
Μέγιστο μέγεθος άστρου	$V \sim 12.4$

Πίνακας 6.1 – Χαρακτηριστικά καταλόγου *Hipparcos*

Οι παραπάνω αβεβαιότητες εξαρτώνται από το μέγεθος *Hipparcos* (*Hipparcos magnitude*)  $H_p$  κάθε άστρου και από το εκλειπτικό πλάτος του  $b$ .

### 6.3.2 Κατάλογος Tycho

Ο δορυφόρος *Hipparcos*, πέραν του βασικού τηλεσκοπίου που έφερε, από το οποίο και προέκυψαν τα δεδομένα για τη σύνθεση του ομώνυμου καταλόγου, διέθετε και ένα επιπλέον όργανο χαρτογράφησης των άστρων (*star-mapper*). Βασικός σκοπός αυτού του οργάνου ήταν να προσδιορίζει τον προσανατολισμό του δορυφόρου κάθε χρονική στιγμή σαρώνοντας διαρκώς των ουρανό. Κατά αυτόν τον τρόπο, γινόταν καταγραφή όλων των άστρων που διέρχονταν από το οπτικό του πεδίο. Επιπλέον, δεδομένου του προσανατολισμού του δορυφόρου και του χρόνου καταγραφής των άστρων από το συγκεκριμένο όργανο, ήταν εφικτός ο προσδιορισμός των θέσεων τους για τις συγκεκριμένες χρονικές στιγμές. Από όλες τις παραπάνω παρατηρήσεις για κάθε άστρο κατέστη δυνατός ο προσδιορισμός της θέσης και άλλων αστρομετρικών και φωτομετρικών παραμέτρων για πάνω από ένα εκατομμύριο άστρα, μεγέθους έως και 11.5 mag. Τα δεδομένα αυτά συνέθεσαν τον αστρικό κατάλογο *Tycho*. Η μέση τυπική απόκλιση θέσης για όλα τα άστρα την εποχή αναφοράς J1991.25 είναι 25 mas και για το σύνολο των πιο φωτεινών άστρων ( $V < 9$  mag) είναι 7 mas. Το σύστημα αναφοράς του καταλόγου είναι το ICRS. Τα βασικά χαρακτηριστικά του καταλόγου δίνονται στον πίνακα 6.2.

### 6.3.3 Κατάλογος Tycho-2

Με χρήση μίας πιο σύνθετης μεθόδου ανάλυσης και αναγωγής των δεδομένων του αστρικού χαρτογράφου (*star-mapper*) και επιτρέποντας τη χρήση δεδομένων για επιπλέον άστρα, τα οποία είχαν αποκλειστεί κατά την κατασκευή του *Tycho* λόγω αυστηρότερων προδιαγραφών, δημιουργήθηκε ο κατάλογος *Tycho-2* (*Hog et al., 2000a*). Ο κατάλογος *Tycho-2* είναι ένας αστρομετρικός κατάλογος αναφοράς (*reference catalog*) που περιέχει αστρομετρική και φωτομετρική πληροφορία για 2 538 913 άστρα μεγέθους έως και 11.5 mag, για την εποχή αναφοράς J2000.0.

Περίοδος παρατηρήσεων	1998.85-1993.21
Εποχή καταλόγου	J1991.25
Σύστημα αναφοράς	ICRS
σύμπτωση με το ICRS και στους τρεις άξονες	$\pm 0.6$ mas
εκτροπή από ICRS	$\pm 0.25$ mas/έτος
Αριθμός εγγραφών	1 058 332
από δεδομένα Tycho	1 052 031
από δεδομένα Hipparcos	6301
Μέση κατανομή στον ουρανό	$\sim 25$ άστρα/μοίρα <sup>2</sup>
Μέγιστο μέγεθος άστρου	$V \sim 11.5$
Μέση τυπική απόκλιση αστρομετρικών μεγεθών	
για άστρα $V < 9$ mag	7 mas
για άστρα $V \sim 10.5$ mag	25 mas

Πίνακας 6.2 - Χαρακτηριστικά καταλόγου Tycho

Οι θέσεις των άστρων δίνονται με μέση ακρίβεια 60 mas, ενώ η ίδια κίνηση καθενός με ακρίβεια 1-3 mas/έτος. Η ίδια κίνηση κάθε άστρου προέκυψε από τη σύνθεση 143 παλαιότερων αστρικών καταλόγων που είχαν δημιουργηθεί βάσει επίγειων παρατηρήσεων. Με τη χρήση των παραπάνω δεδομένων έγινε και η αναγωγή της θέσης κάθε άστρου ( $\alpha, \delta$ ) στην εποχή αναφοράς J2000.0.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του καταλόγου Tycho-2 είναι τα εξής:

Μέση εποχή παρατηρήσεων	$\sim J1991.5$
Εποχή καταλόγου	J2000.0
Σύστημα αναφοράς	ICRS
σύμπτωση με το ICRS και στους τρεις άξονες	$\pm 0.6$ mas
εκτροπή από ICRS	$\pm 0.25$ mas/έτος
Αριθμός εγγραφών	2 539 913
Μέση κατανομή στον ουρανό	$\sim 150$ άστρα/μοίρα <sup>2</sup>
Μέγιστο μέγεθος άστρου	$V \sim 11.5$
Μέση τυπική απόκλιση	
θέσης για άστρα $V < 9$ mag	7 mas
θέσης για όλα τα άστρα	60 mas
ιδίας κίνησης για όλα τα άστρα	2.5 mas/έτος

Πίνακας 6.3 – Χαρακτηριστικά καταλόγου Tycho-2

### 6.3.4 Κατάλογος TYC2+HIP

Ο κατάλογος TYC2+HIP είναι ένας συνδυασμός των αποτελεσμάτων του αστρομετρικού δορυφόρου Hipparcos με δεδομένα επίγειων παρατηρήσεων που συνοψίζονται στον κατάλογο Tycho-2 (Hog *et al.* 2000). Συνεπώς, η πληροφορία θέσης δίνεται κατά βάση από τον κατάλογο Hipparcos, ενώ οι ιδίες κινήσεις των άστρων από τον κατάλογο Tycho-2. Ο κατάλογος TYC2+HIP περιέχει 89908 άστρα άμεσων επιλύσεων (direct solutions). Από αυτά, τα 72943 θεωρούνται ως άστρα εξαιρετικής αστρομετρικής πληροφορίας, καθώς η στιγμιαία ίδια κίνηση του καθενός έχει ελάχιστη διαφορά με τη μέση ίδια κίνηση (ανηγμένη στον χρόνο). Για αυτό το λόγο, τα περισσότερα από αυτά θεωρούνται σε ικανοποιητικό βαθμό “υποψήφια” απλά άστρα με καλή αστρομετρική πληροφορία. Τα άστρα αυτά είναι τα πλέον κατάλληλα για αστρομετρικούς υπολογισμούς υψηλής ακρίβειας. Το τυπικό μέσο σφάλμα για την ίδια κίνηση ενός άστρου του καταλόγου (“single-star mode”) είναι 0.83 mas/έτος. Αυτό το σφάλμα είναι κατά 1.3 καλύτερο από το αντίστοιχο του καταλόγου Hipparcos (1.08 mas/έτος).

## 6.4 Διαστημική αποστολή Gaia

Ο αστρομετρικός δορυφόρος Gaia της ESA αποτελεί τον διάδοχο της αποστολής Hipparcos. Σχεδιασμένος για αστρομετρικές παρατηρήσεις, καταγράφει θέσεις και αποστάσεις άστρων με τη μεγαλύτερη ακρίβεια που έχει επιτευχθεί ποτέ. Ο δορυφόρος εκτοξεύτηκε στα τέλη του 2013 και ξεκίνησε τις παρατηρήσεις, πενταετούς διάρκειας, το 2014. Σκοπός της αποστολής Gaia είναι να κατασκευάσει τον μεγαλύτερο και πιο ακριβή αστρικό κατάλογο που έχει δημιουργηθεί ως σήμερα, αριθμώντας περισσότερα από ένα δισεκατομμύρια ουράνια σώματα, κυρίως άστρα αλλά και πλανήτες, κομήτες, αστεροειδείς γαλαξίες και κβάζαρς. Μεταξύ των βασικών στόχων είναι και ο προσδιορισμός των θέσεων των άστρων με ακρίβεια 7 mas για άστρα μεγέθους έως 10, 12-25 mas για άστρα μεγέθους έως 15 και 100-300 mas για άστρα μεγέθους έως 20.

### 6.4.1 Κατάλογος GaiaDR1

Ο αστρικός κατάλογος Gaia θα εκδίδεται σε διαδοχικά στάδια και κάθε νέα έκδοσή του θα περιέχει ολοένα και περισσότερη πληροφορία σε σχέση με την προηγούμενη. Το πρώτο τμήμα του καταλόγου, ο κατάλογος GaiaDR1 (Gaia Data Release 1), εκδόθηκε το Σεπτέμβριο του 2016 και βασίζεται στις παρατηρήσεις των πρώτων δεκαεπταετών μηνών έως το Σεπτέμβριο του 2015. Η συγκεκριμένη έκδοση περιέχει αστρομετρική και φασματική πληροφορία για 1.1 δισεκατομμύρια άστρα, χρησιμοποιώντας δεδομένα μόνο από τις παρατηρήσεις της αποστολής Gaia. Επιπλέον, παρέχει πληροφορία θέσης, παράλλαξης και ίδιας κίνησης για περισσότερα από 2 εκατομμύρια άστρα, ως αποτέλεσμα συνδυασμού των δεδομένων της αποστολής Gaia και του καταλόγου Tycho-2, φασματική πληροφορία για περίπου 3000 μεταβλητά άστρα και πληροφορία θέσης και φάσματος για περισσότερες από 2000 εξωγαλαξιακές πηγές.

### 6.4.2 Κατάλογος GaiaDR2

Η δεύτερη έκδοση του αστρικού καταλόγου Gaia, ο κατάλογος GaiaDR2 (Gaia Data Release 2), εκδόθηκε τον Απρίλιο του 2018 και βασίζεται σε παρατηρήσεις εικοσιδύο μηνών, από τον Ιούλιο του 2014 ως τον Μάιο του 2016. Η εποχή αναφοράς του καταλόγου GaiaDR2 είναι η J2015.5. Οι θέσεις και οι ιδίες κινήσεις αναφέρονται στο σύστημα ICRS, με το οποίο ευθυγραμμίζεται το

πλαίσιο αναφοράς που ορίζεται από τον GaiaDR2 στο ορατό φάσμα. Η συντεταγμένη χρόνου των αποτελεσμάτων του καταλόγου είναι ο βαρυκεντρικός δυναμικός χρόνος (TDB).

Η συγκεκριμένη έκδοση περιέχει αστρομετρικές λύσεις πέντε παραμέτρων – θέσεις στην ουράνια σφαίρα σε ορθή αναφορά και απόκλιση ( $\alpha, \delta$ ), παραλλάξεις και ιδίες κινήσεις – για περισσότερες από 1.3 δισεκατομμύρια πηγές μεγέθους έως 21 G (GaiaDR2 G band), με τις φωτεινότερες να είναι μεγέθους περίπου 3 G. Οι αβεβαιότητες στην παράλλαξη είναι έως 0.04 mas για πηγές μεγέθους  $G < 15$ , περίπου 0.1 mas για πηγές μεγέθους  $G = 17$  και 0.7 mas για πηγές με  $G = 20$ . Οι αντίστοιχες αβεβαιότητες στις συνιστώσες της ίδιας κίνησης είναι έως 0.06 mas/έτος ( $G < 15$  mag), 0.2 mas/έτος ( $G = 17$  mag) και 1.2 mas/έτος ( $G = 20$  mag). Οι παραλλάξεις και οι ιδίες κινήσεις του καταλόγου GaiaDR2 βασίζονται πλέον μόνο σε δεδομένα της αποστολής Gaia και δεν εξαρτώνται καθόλου από τον κατάλογο Tycho-2.

Επιπλέον, παρέχονται διάμεσες τιμές της ακτινικής ταχύτητας (η διάμεση τιμή των διαδοχικών εποχών) για περισσότερα από 6 εκατομμύρια άστρα με μέσο μέγεθος G μεταξύ 4 και 13 και ενεργή θερμοκρασία ( $T_{\text{eff}}$ ) στο εύρος 3550-6900 K. Συνεπώς, προκύπτει αντίστοιχη λύση 6 παραμέτρων: θέσεων και κινήσεων στην ουράνια σφαίρα με παραλλάξεις και ακτινικές ταχύτητες, όλες σε συνδυασμό με μέσες τιμές του μεγέθους G. Η μέση ακρίβεια των ακτινικών ταχυτήτων των πιο λαμπρών πηγών είναι της τάξης των 200-300 m/s, ενώ για τις πιο αμυδρές περίπου 1.2 km/s για πηγές με  $T_{\text{eff}} = 4750$  K και περίπου 2.5 km/s για πηγές με  $T_{\text{eff}} = 6500$  K.

Επίσης, η έκδοση περιέχει ένα επιπλέον σύνολο πάνω από 200 εκατομμυρίων πηγών για τις οποίες διατίθεται μία λύση δύο παραμέτρων: οι θέσεις ( $\alpha, \delta$ ) στην ουράνια σφαίρα σε συνδυασμό με τις μέσες τιμές του μεγέθους G, οι οποίες είναι στο εύρος 3-21. Οι πηγές έχουν αβεβαιότητα θέσης περίπου 2 mas, για μέγεθος  $G = 20$  και την εποχή J2015.5.

Παρακάτω παρατίθεται ένας περιληπτικός πίνακας του μεγέθους της έκδοσης GaiaDR2 σε αριθμούς:

	<b>Αριθμός πηγών καταλόγου Gaia DR2</b>	<b>Αριθμός πηγών καταλόγου Gaia DR1</b>
<b>Συνολικός αριθμός πηγών</b>	<b>1 692 919 135</b>	<b>1 142 679 769</b>
Αριθμός πηγών με επίλυση 5 παραμέτρων	1 331 909 727	2 057 050
Αριθμός πηγών με επίλυση 2 παραμέτρων	361 009 408	1 140 622 719
Πηγές με μέσο μέγεθος G (GaiaDR2 G magnitude)	1 692 919 135	1 142 679 769
Πηγές με ακτινικές ταχύτητες	7 224 631	-

Πίνακας 6.4 – Μέγεθος καταλόγων Gaia



## Κεφάλαιο 7

### Ανάπτυξη εφαρμογής λογισμικού

#### 7.1 Περιγραφή της εφαρμογής λογισμικού που αναπτύχθηκε

Στο πλαίσιο της εργασίας αναπτύχθηκε πρόγραμμα σε γλώσσα προγραμματισμού C++ στο ολοκληρωμένο περιβάλλον ανάπτυξης (IDE – integrated development environment) Qt Creator. Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε εκτελεί το μετασχηματισμό συντεταγμένων αστρικού καταλόγου (catalog coordinates), οι οποίες αναφέρονται στο παγκόσμιο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς ICRS και στην εποχή J2000.0, σε φαινόμενες συντεταγμένες (apparent coordinates) οι οποίες αναφέρονται στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς CIRS, για ζητούμενη χρονική στιγμή στην κλίμακα χρόνου UTC. Οι συντεταγμένες αυτές είναι η φαινόμενη ορθή αναφορά ( $\alpha_{app}$ ) του άστρου ως προς την ουράνια ενδιάμεση αφετηρία CIO του συστήματος CIRS και η φαινόμενη απόκλιση του ( $\delta_{app}$ ) ως προς τον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας, ο οποίος ταυτίζεται με τον ισημερινό του συστήματος CIRS.

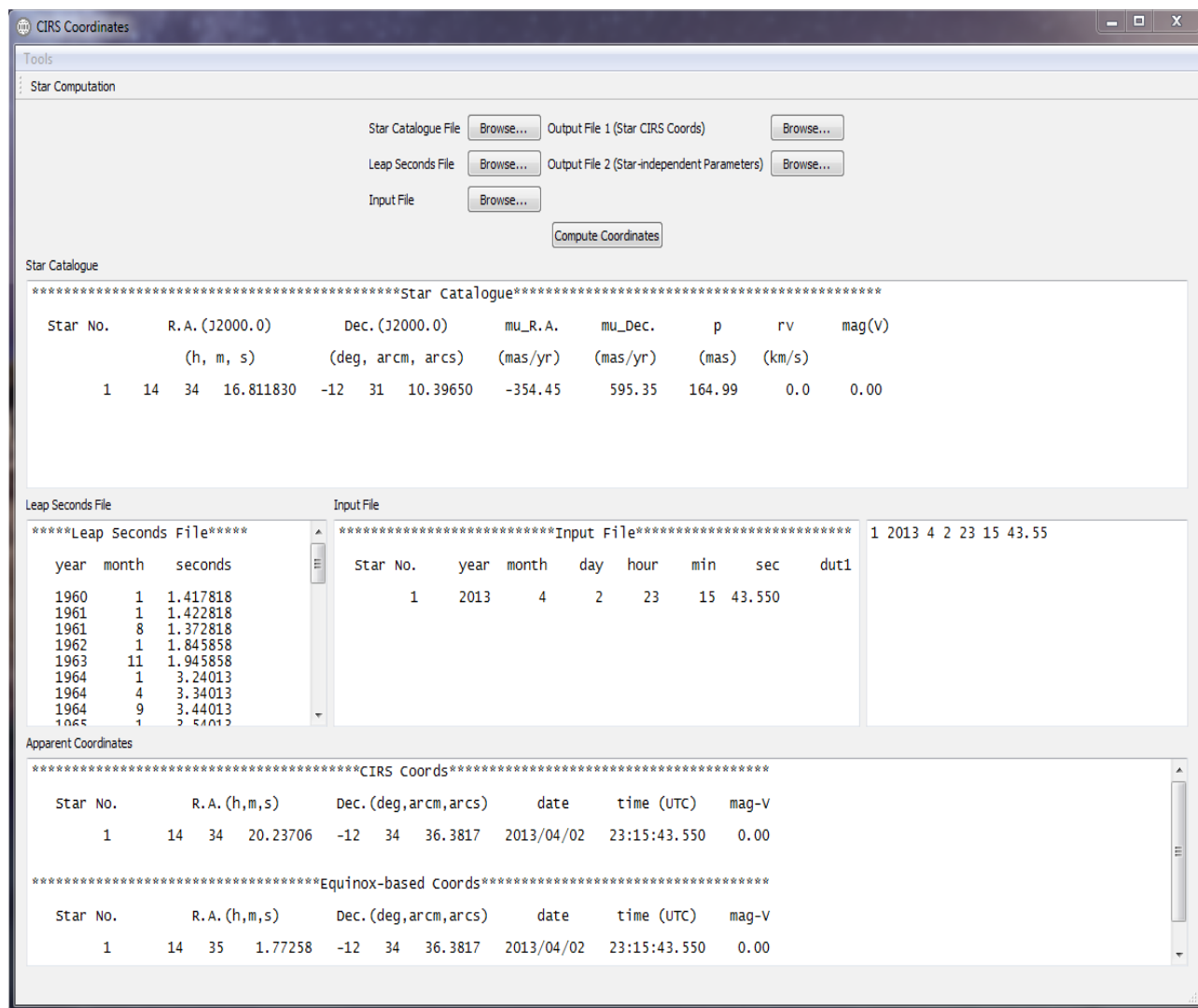
Για την πραγματοποίηση των υπολογισμών απαιτούνται τρία αρχεία κειμένου (.txt) ως αρχεία εισόδου. Το πρώτο αρχείο αποτελεί έναν κατάλογο άστρων με κωδικούς και συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τους στοιχεία. Το δεύτερο αρχείο περιέχει τη διαφορά TAI-UTC του παγκόσμιου συντεταγμένου χρόνου από τον ατομικό χρόνο, ανά έτος και μήνα εισαγωγής εμβόλιμου δευτερολέπτου. Το τρίτο αρχείο περιέχει λίστα με τον κωδικό κάθε άστρου προς μετασχηματισμό και την αντίστοιχη επιθυμητή ημερομηνία και ώρα στην κλίμακα χρόνου UTC. Μετά την εισαγωγή τους το περιεχόμενο των αρχείων εμφανίζεται στους αντίστοιχους πλοηγούς κειμένου.

Στη συνέχεια ορίζονται δύο αρχεία στα οποία θα εγγραφούν τα αποτελέσματα. Στο πρώτο αρχείο εγγράφονται οι φαινόμενες συντεταγμένες κάθε άστρου στο σύστημα CIRS και στο κλασικό σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου. Στο δεύτερο αρχείο εγγράφονται οι ανεξάρτητες από κάθε άστρο αστρομετρικές παράμετροι για κάθε ζητούμενη εποχή. Αφού εισαχθούν τα τρία πρώτα αρχεία και οριστούν οι θέσεις αποθήκευσης και οι ονομασίες των δύο τελευταίων, επιλέγοντας “Compute Coordinates” πραγματοποιείται ο μετασχηματισμός. Για να γίνει ένας νέος υπολογισμός μπορεί να γίνει προαιρετικά εκ νέου ορισμός των δύο αρχείων εξόδου και εισαγωγή νέου αρχείου εισόδου ή αλλαγή του υπάρχοντος μέσω του αντίστοιχου πλοηγού κειμένου. Η εφαρμογή δίνει επιπλέον τη δυνατότητα πραγματοποίησης του μετασχηματισμού για ένα μόνο άστρο, μέσω της επιλογής “Star Computation”. Σε αυτήν την περίπτωση, αφού εισαχθεί το αρχείο των εμβόλιμων δευτερολέπτων, ανοίγει ένα νέο παράθυρο στο οποίο είναι δυνατή η εισαγωγή, στις αντίστοιχες φόρμες, των στοιχείων του άστρου και της επιθυμητής ημερομηνίας και ώρας UTC, για τις οποίες θα γίνει η αναγωγή.

##### 7.1.1 Λογισμικό SOFA

Το λογισμικό SOFA (Standards Of Fundamental Astronomy) είναι μία συλλογή υποπρογραμμάτων στις γλώσσες προγραμματισμού Fortran 77 και ANSI C που υλοποιεί επίσημους αλγόριθμους της Διεθνούς Αστρονομικής Ένωσης (IAU) για θεμελιώδεις αστρομετρικούς υπολογισμούς. Η υπηρεσία SOFA, που είναι υπεύθυνη για την ανάπτυξη του λογισμικού, δημιουργήθηκε από την IAU το 1994 με σκοπό να παρέχει επίσημα και με ανοιχτή πρόσβαση ένα σύνολο θεμελιωδών αλγορίθμων της αστρονομίας. Σήμερα, το λογισμικό SOFA αποτελείται από 164 συναρτήσεις αστρομετρικών υπολογισμών, οι οποίες υποστηρίζονται από 55 συναρτήσεις γενικής χρήσης (κυρίως συναρτήσεις που αφορούν πράξεις διανυσμάτων/πινάκων).

Ένα μεγάλο μέρος των συναρτήσεων της SOFA υλοποιεί παλαιά και πρόσφατα μοντέλα της IAU για τη μετάπτωση και την κλόνιση. Επιπλέον, υποστηρίζονται υπολογισμοί που αφορούν τομείς όπως οι κλίμακες χρόνου και τα ημερολόγια, εφημερίδες πλανητών (χαμηλής ακρίβειας), η περιστροφή της Γης, η κίνηση του πόλου, η κίνηση των άστρων στο χώρο και μετατροπές μεταξύ ορισμένων αστρικών καταλόγων.



Εικόνα 7.1 – Το περιβάλλον της εφαρμογής λογισμικού

### 7.1.2 Κατάλογος άστρων

Για τις ανάγκες της εφαρμογής συμπεριλήφθηκε ένας κατάλογος 7987 άστρων. Τα άστρα αυτά προέκυψαν από τον κατάλογο TYC2+HIP (*Wielen et al. 2001b*). Ο κατάλογος TYC2+HIP είναι ένας συνδυασμός των αποτελεσμάτων των παρατηρήσεων του αστρομετρικού δορυφόρου Hipparcos με δεδομένα που βασίζονται σε επίγειες παρατηρήσεις, τα οποία περιλαμβάνονται στον κατάλογο Tycho-2 (*Hog et al. 2000*).

Από τον αρχικό κατάλογο επιλέχθηκαν μόνο τα άστρα για τα οποία υπάρχει πληροφορία για την ακτινική τους ταχύτητα και έχουν φαινόμενο μέγεθος  $\leq 8$ . Στη συνέχεια αποκλείστηκαν τα άστρα για τα οποία υπάρχει ένδειξη πιθανής ύπαρξης διπλού άστρου. Το διπλό άστρο μπορεί να είναι οπτικά διπλό (visual double star), δηλαδή δύο αστέρια που μπορεί να απέχουν μεταξύ τους μεγάλες



αποστάσεις αλλά εμφανίζονται κοντά λόγω της γωνίας από την οποία παρατηρούνται, ή δυαδικό (binary star), δηλαδή ένα αστρικό σύστημα με δύο άστρα τα οποία περιστρέφονται γύρω από ένα κοινό κέντρο μάζας. Σε κάθε περίπτωση, η πληροφορία που παρέχεται από τον κατάλογο για αυτούς τους είδους τα άστρα ενέχει αμφιβολία για το αν αναφέρεται σε παρατηρήσεις ενός ή δύο άστρων. Τέλος, για τα 7987 άστρα που προέκυψαν διατηρήθηκαν μόνο τα παρακάτω πεδία, τα οποία είναι απαραίτητα για την πραγματοποίηση του μετασχηματισμού:

1) Κωδικός αριθμός άστρου (HIP number)

Ο κωδικός αριθμός κάθε άστρου του καταλόγου είναι ο μοναδικός αριθμός του άστρου στον κατάλογο Hipparcos (ESA 1997). Η σειρά αρίθμησης των άστρων ακολουθεί γενικά την αύξουσα ορθή αναφορά των άστρων για την εποχή J1991.25 (μέση εποχή παρατήρησης).

2) Ορθή Αναφορά (alpha 2000)

Η ορθή αναφορά ( $\alpha$ ) του άστρου για την εποχή και το εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 στο σύστημα ICRS. Η ορθή αναφορά δίνεται σε εξηταδική μορφή σε ώρες, λεπτά και δευτερόλεπτα της ώρας (h, m, s), με ακρίβεια εκατομμυριοστού του δευτερολέπτου ( $10^{-6}$  s).

3) Απόκλιση (delta 2000)

Η απόκλιση ( $\delta$ ) του άστρου για την εποχή και το εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 στο σύστημα ICRS. Η απόκλιση δίνεται σε εξηταδική μορφή σε μοίρες, λεπτά και δευτερόλεπτα τόξου (deg, arcmin, arcsec), με ακρίβεια 0.01 mas ( $10^{-5}$  arcsec).

4) Ιδία κίνηση κατά ορθή αναφορά ( $\mu_{\alpha}^* 2000$ )

Η ίδια κίνηση κατά ορθή αναφορά ( $\mu_{\alpha}^*$ ) του άστρου για την εποχή και το εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 στο σύστημα ICRS. Αντί για το συμβατικό τρόπο της ίδιας κίνησης κατά ορθή αναφορά  $\mu_{\alpha}$  που αναφέρεται στον ουράνιο ισημερινό, ο κατάλογος περιέχει την τιμή της ίδιας κίνησης  $\mu_{\alpha}^* = \mu_{\alpha} \cos \delta$ , αφού δηλαδή έχει αναχθεί στον παράλληλο κύκλο του άστρου. Η ίδια κίνηση  $\mu_{\alpha}^*$  δίνεται σε mas/yr με ακρίβεια εκατοστού του mas ( $10^{-2}$  mas/yr).

5) Ιδία κίνηση κατά απόκλιση ( $\mu_{\delta} 2000$ )

Η ίδια κίνηση κατά απόκλιση ( $\mu_{\delta}$ ) του άστρου για την εποχή και το εαρινό ισημερινό σημείο J2000.0 στο σύστημα ICRS. Η ίδια κίνηση  $\mu_{\delta}$  δίνεται σε mas/yr με ακρίβεια εκατοστού του mas ( $10^{-2}$  mas/yr).

6) Παράλλαξη ( $p_H$ )

Η παράλλαξη ( $\pi$ ) του άστρου όπως δίνεται στον κατάλογο Hipparcos (HIP Field H11), σε mas και με ακρίβεια εκατοστού ( $10^{-2}$  mas).

7) Ακτινική ταχύτητα ( $v_{rad}$ )

Η ακτινική ταχύτητα ( $v_r$ ) του άστρου σε km/s με μέγιστη ακρίβεια δεκάτου του km/s ( $10^{-1}$  km/s).

8) Φαινόμενο μέγεθος άστρου  $m_v$  στο ορατό φάσμα του φωτός

### 7.1.3 Αρχεία Εισόδου

#### 7.1.3.1 Αρχείο καταλόγου άστρων (Star Catalogue File)

Η εφαρμογή συνοδεύεται από τον κατάλογο άστρων που αναφέρθηκε παραπάνω, ωστόσο είναι δυνατή η εισαγωγή ενός οποιουδήποτε αρχείου κειμένου με αστρομετρική πληροφορία για άστρα, που θα πρέπει να έχει συγκεκριμένη δομή. Κάθε σειρά του αρχείου θα πρέπει να περιέχει για κάθε άστρο, χωρισμένα με κενά, τα εξής δώδεκα στοιχεία:

- διακριτό αριθμό καταλόγου
- ορθή αναφορά στο σύστημα ICRS για την εποχή J2000.0, σε εξηνταδική μορφή (h,m,s)
- απόκλιση στο σύστημα ICRS για την εποχή J2000.0, σε εξηνταδική μορφή (°, ', ")
- ιδία κίνηση κατά ορθή αναφορά σε mas/yr
- ιδία κίνηση κατά απόκλιση σε mas/yr
- αστρική παράλλαξη σε mas
- ακτινική ταχύτητα σε km/s
- φαινόμενο μέγεθος άστρου στο οπτικό φάσμα

Για παράδειγμα:

1 14 34 16.81183 -12 31 10.3965 -354.45 +595.35 164.99 0 4

όπου κωδικός άστρου: 1  
ορθή αναφορά: 14h 34m 16.81183s  
απόκλιση: -12° 31' 10.3965"  
ιδία κίνηση κατά ορθή αναφορά: -354.45 mas/yr  
ιδία κίνηση κατά απόκλιση: +595.35 mas/yr  
αστρική παράλλαξη: 164.99 mas  
ακτινική ταχύτητα: 0 km/s  
φαινόμενο μέγεθος: 4

Οποιαδήποτε άλλη μορφή του αρχείου δεν γίνεται δεκτή.

#### 7.1.3.2 Αρχείο εμβόλιμων δευτερολέπτων (Leap Seconds File)

Για τη διατήρηση της μέγιστης διαφοράς των 0.9 δευτερολέπτων μεταξύ του παγκόσμιου συντονισμένου χρόνου (Coordinated Universal Time – UTC) και του παγκόσμιου χρόνου (Universal Time – UT1), εμβόλιμα δευτερόλεπτα έχουν εισαχθεί όποτε χρειαζόταν, από το 1972. Ένα εμβόλιμο δευτερόλεπτο μπορεί να είναι το τελευταίο δευτερόλεπτο οποιουδήποτε μήνα, ωστόσο προτιμώνται, σύμφωνα με τον ορισμό του UTC, η τελευταία μέρα του Δεκεμβρη ή του Ιουνίου, ή κατά δεύτερη σειρά προτίμησης η τελευταία μέρα του Μάρτη ή του Σεπτεμβρη για την εισαγωγή αυτού. Ένα εμβόλιμο δευτερόλεπτο που προστίθεται ξεκινά στις 23:59:60 της τελευταίας μέρας του μήνα και λήγει στις 00:00:00 τις πρώτης μέρας του ακόλουθου μήνα. Βάσει των παραπάνω η ακολουθία των δευτερολέπτων θα ήταν:

23h 59m 58s  
23h 59m 59s  
23h 59m 60s  
24h 00m 00s

Η IERS είναι υπεύθυνη για την ανακοίνωση και την εισαγωγή ενός εμβόλιμου δευτερολέπτου. Η υπηρεσία αποφασίζει την εισαγωγή ενός εμβόλιμου δευτερολέπτου όταν η διαφορά UT1-UTC τείνει να γίνει μεγαλύτερη από 0.9s . Το πρώτο εμβόλιμο δευτερόλεπτο εισήχθη στις 30 Ιουνίου 1972. Την τρέχουσα εποχή, η εισαγωγή εμβόλιμου δευτερολέπτου γίνεται, κατά μέσο όρο, κάθε 18 μήνες. Ωστόσο, λόγω του απρόβλεπτου των μεταβολών στην περιστροφή της Γης, η ημερομηνία εισαγωγής δεν δύναται να προβλεφθεί για μακροπρόθεσμα διαστήματα. Για να προσδιοριστεί το πότε πρέπει να εισαχθεί ένα εμβόλιμο δευτερόλεπτο, απαιτούνται αστρονομικές παρατηρήσεις της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της Γης.

Παρακάτω παρατίθεται η σχέση μεταξύ του ατομικού χρόνου (TAI) και του παγκόσμιου συντονισμένου χρόνου (UTC) από το 1961 ως το 2017:

1961	JAN	1	=JD	2437300.5	TAI-UTC=	1.4228180
1961	AUG	1	=JD	2437512.5	TAI-UTC=	1.3728180
1962	JAN	1	=JD	2437665.5	TAI-UTC=	1.8458580
1963	NOV	1	=JD	2438334.5	TAI-UTC=	1.9458580
1964	JAN	1	=JD	2438395.5	TAI-UTC=	3.2401300
1964	APR	1	=JD	2438486.5	TAI-UTC=	3.3401300
1964	SEP	1	=JD	2438639.5	TAI-UTC=	3.4401300
1965	JAN	1	=JD	2438761.5	TAI-UTC=	3.5401300
1965	MAR	1	=JD	2438820.5	TAI-UTC=	3.6401300
1965	JUL	1	=JD	2438942.5	TAI-UTC=	3.7401300
1965	SEP	1	=JD	2439004.5	TAI-UTC=	3.8401300
1966	JAN	1	=JD	2439126.5	TAI-UTC=	4.3131700
1968	FEB	1	=JD	2439887.5	TAI-UTC=	4.2131700
1972	JAN	1	=JD	2441317.5	TAI-UTC=	10.0
1972	JUL	1	=JD	2441499.5	TAI-UTC=	11.0
1973	JAN	1	=JD	2441683.5	TAI-UTC=	12.0
1974	JAN	1	=JD	2442048.5	TAI-UTC=	13.0
1975	JAN	1	=JD	2442413.5	TAI-UTC=	14.0
1976	JAN	1	=JD	2442778.5	TAI-UTC=	15.0
1977	JAN	1	=JD	2443144.5	TAI-UTC=	16.0
1978	JAN	1	=JD	2443509.5	TAI-UTC=	17.0
1979	JAN	1	=JD	2443874.5	TAI-UTC=	18.0
1980	JAN	1	=JD	2444239.5	TAI-UTC=	19.0
1981	JUL	1	=JD	2444786.5	TAI-UTC=	20.0
1982	JUL	1	=JD	2445151.5	TAI-UTC=	21.0
1983	JUL	1	=JD	2445516.5	TAI-UTC=	22.0
1985	JUL	1	=JD	2446247.5	TAI-UTC=	23.0
1988	JAN	1	=JD	2447161.5	TAI-UTC=	24.0
1990	JAN	1	=JD	2447892.5	TAI-UTC=	25.0
1991	JAN	1	=JD	2448257.5	TAI-UTC=	26.0
1992	JUL	1	=JD	2448804.5	TAI-UTC=	27.0
1993	JUL	1	=JD	2449169.5	TAI-UTC=	28.0
1994	JUL	1	=JD	2449534.5	TAI-UTC=	29.0
1996	JAN	1	=JD	2450083.5	TAI-UTC=	30.0
1997	JUL	1	=JD	2450630.5	TAI-UTC=	31.0
1999	JAN	1	=JD	2451179.5	TAI-UTC=	32.0
2006	JAN	1	=JD	2453736.5	TAI-UTC=	33.0
2009	JAN	1	=JD	2454832.5	TAI-UTC=	34.0
2012	JUL	1	=JD	2456109.5	TAI-UTC=	35.0
2015	JUL	1	=JD	2457204.5	TAI-UTC=	36.0
2017	JAN	1	=JD	2457754.5	TAI-UTC=	37.0

Η IERS ενημερώνει την παραπάνω λίστα ([www.iers.org](http://www.iers.org)).

Το προς εισαγωγή αρχείο πρέπει να περιέχει, ανά σειρά, το έτος εισαγωγής εμβόλιμου δευτερολέπτου, το μήνα εισαγωγής και την αντίστοιχη διαφορά του παγκόσμιου συντεταγμένου χρόνου από τον ατομικό (TAI-UTC). Τα στοιχεία αυτά πρέπει να είναι διαχωρισμένα με κενό χαρακτήρα. Τα στοιχεία που θα συμπεριληφθούν στο αρχείο Leap Seconds File πρέπει να είναι τέτοια ώστε να είναι δυνατός ο ορθός υπολογισμός του ατομικού χρόνου TAI (και στη συνέχεια του χρόνου TDB) για τις επιθυμητές ημερομηνίες υπολογισμού των συντεταγμένων των άστρων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που είναι επιθυμητός ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων ενός άστρου την ημερομηνία 15/07/2011 και ώρα 12:00:00 UTC, στο αρχείο πρέπει οπωσδήποτε να συμπεριληφθεί η διαφορά TAI-UTC η οποία ίσχυε εκείνη την εποχή και η οποία είχε διαμορφωθεί από την τελευταία εισαγωγή εμβόλιμου δευτερολέπτου. Συνεπώς, το αρχείο πρέπει να περιέχει τη σειρά:

2009 1 34.0

Σε αντίθετη περίπτωση ο υπολογισμός του μετασχηματισμού θα είναι εσφαλμένος.

### 7.1.3.3 Αρχείο δεδομένων εισόδου (Input File)

Το τρίτο αρχείο εισόδου πρέπει να περιέχει επτά ή οκτώ στοιχεία ανά σειρά, όλα αριθμητικές τιμές, διαχωρισμένα με το χαρακτήρα του κενού. Το πρώτο στοιχείο είναι ο κωδικός του άστρου στον κατάλογο που εισήχθη στο πρόγραμμα. Τα επόμενα τρία στοιχεία είναι το έτος, ο μήνας και η μέρα της ζητούμενης ημερομηνίας στο Γρηγοριανό Ημερολόγιο και τα τελευταία τρία, η ώρα, το λεπτό και το δευτερόλεπτο της ζητούμενης χρονικής στιγμής στην κλίμακα χρόνου UTC. Ως όγδοο στοιχείο μπορεί να προστεθεί προαιρετικά η ποσότητα  $\Delta UT$ , η διαφορά δηλαδή UTC και UT1, η οποία θα χρησιμοποιηθεί για τον ακριβή υπολογισμό επιπλέον παραμέτρων.

Δηλαδή, κάθε σειρά του αρχείου πρέπει να είναι στη μορφή:

1402 2015 11 12 13 45 15.28

ή σε περίπτωση που παρέχεται και η διαφορά  $\Delta UT$  :

1402 2015 11 12 13 45 15.28 0.7

όπου κωδικός άστρου: 1402  
έτος: 2015  
μήνας: 11  
ημέρα: 12  
ώρα: 13h  
λεπτά: 45m  
δευτερόλεπτα: 15.28s  
 $\Delta UT$ : 0.7s

Σε περίπτωση που μία σειρά του αρχείου δεν περιέχει ακριβώς αυτές τις επτά ή οκτώ διακριτές τιμές ή σε περίπτωση που τα στοιχεία της ημερομηνίας και της ώρας δεν ανήκουν στα παρακάτω εύρη τιμών, ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων δεν πραγματοποιείται για τα δεδομένα της συγκεκριμένης σειράς του αρχείου. Επίσης, ο μετασχηματισμός δεν πραγματοποιείται αν δοθεί κωδικός άστρου που δεν υπάρχει στον κατάλογο άστρων που έχει εισαχθεί στο πρόγραμμα.

Τα αποδεκτά εύρη τιμών για καθένα από τα στοιχεία της ημερομηνίας και ώρας μίας σειράς του αρχείου είναι τα εξής:

$$1923 \leq \text{έτος} \leq 2100$$

$$1 \leq \text{μήνας} \leq 12$$

$$1 \leq \text{ημέρα} \leq 31$$

$$0 \leq \text{ώρα} \leq 23$$

$$0 \leq \text{λεπτά} \leq 59$$

$$0.0 \leq \text{δευτερόλεπτα} < 60.0$$

#### 7.1.4 Αρχεία Εξόδου

Αφού πραγματοποιηθεί η σειρά των μετασχηματισμών από το σύστημα ICRS στο CIRS προκύπτουν η φαινόμενη ορθή αναφορά ( $\alpha_{app}$ ) και φαινόμενη απόκλιση ( $\delta_{app}$ ) για κάθε άστρο και για την αντίστοιχη επιθυμητή ημερομηνία. Η εφαρμογή παράγει δύο αρχεία εξόδου, ένα αρχείο με τις φαινόμενες συντεταγμένες και ένα αρχείο με τις ανεξάρτητες από άστρο αστρομετρικές παραμέτρους για κάθε ξεχωριστή ζητούμενη εποχή. Ταυτόχρονα, στον αντίστοιχο πλοηγό κειμένου της εφαρμογής εμφανίζονται, σε εξηναδική μορφή, οι φαινόμενες συντεταγμένες των άστρων υπολογισμένες ως προς το σύστημα CIRS αλλά και ως προς το κλασικό σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου.

##### 7.1.4.1 Αρχείο φαινόμενων συντεταγμένων

Το πρώτο αρχείο εξόδου περιέχει ανά σειρά και για κάθε άστρο:

- τον κωδικό του άστρου που δόθηκε στο αρχείο εισόδου (βάσει του καταλόγου που εισήχθη στην εφαρμογή)
- τη φαινόμενη ορθή αναφορά του άστρου στο σύστημα CIRS και ως προς την αφετηρία CIO σε ώρες
- τη φαινόμενη απόκλιση του στο σύστημα CIRS ως προς τον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας σε μοίρες
- την επιθυμητή ημερομηνία και
- την επιθυμητή ώρα στην κλίμακα χρόνου UTC.

Επιπλέον, για κάθε άστρο δίνεται η φαινόμενη ορθή αναφορά του στο σύστημα του αληθούς ισημερινού της ημερομηνίας και ως προς την αφετηρία  $\mathcal{V}$ , δηλαδή το αληθές εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας.

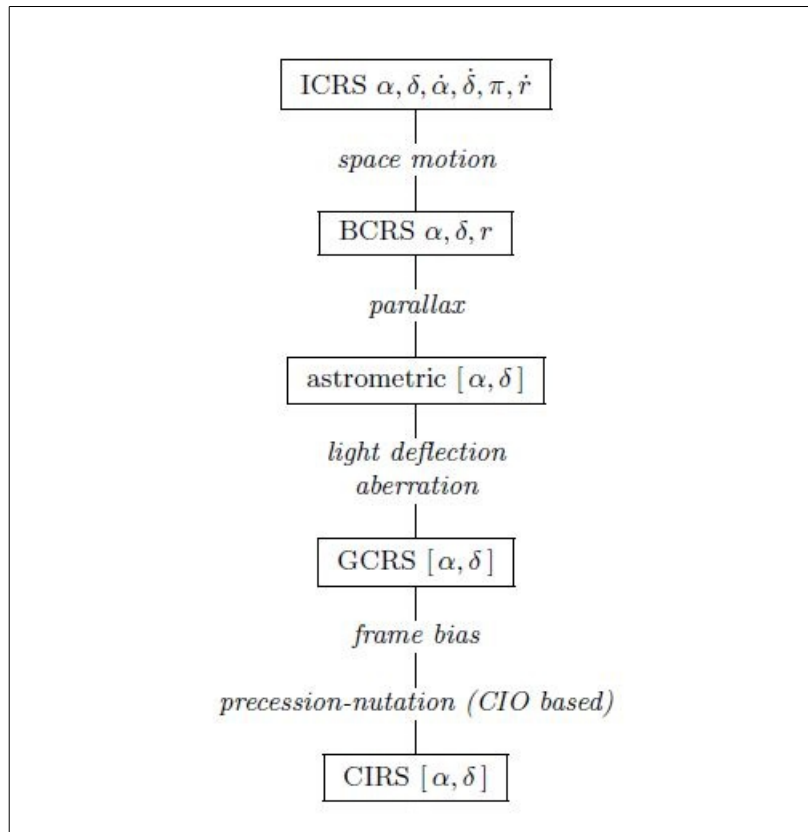
##### 7.1.4.2 Αρχείο αστρομετρικών παραμέτρων

Το δεύτερο αρχείο εξόδου περιέχει για κάθε ξεχωριστή ημερομηνία και ώρα του αρχείου εισόδου τις εξής, κατά σειρά, αστρομετρικές παραμέτρους:

- την επιθυμητή ημερομηνία
- την επιθυμητή ώρα στις κλίμακες χρόνου UTC, UT1, TAI, TT και TDB
- το διάστημα από την εποχή J2000.0 ως τη ζητούμενη εποχή σε Ιουλιανά έτη στην κλίμακα χρόνου TDB
- το διάνυσμα ( $X_{SSB}$ ,  $Y_{SSB}$ ,  $Z_{SSB}$ ) της βαρυκεντρικής θέσης της Γης σε αστρονομικές μονάδες (AU)
- το μοναδιαίο διάνυσμα ( $\bar{X}_s$ ,  $\bar{Y}_s$ ,  $\bar{Z}_s$ ) της ηλιοκεντρικής θέσης της Γης
- την απόσταση Γης-Ήλιου σε αστρονομικές μονάδες
- τη βαρυκεντρική ταχύτητα της Γης ( $X'_{SSB}$ ,  $Y'_{SSB}$ ,  $Z'_{SSB}$ ) σε αστρονομικές μονάδες ανά ημέρα (AU/day)
- τον κλασικό πίνακα μετάθεσης πλαισίου - μετάπτωσης - κλόνησης NPB
- τον πίνακα στροφής από το σύστημα GCRS στο σύστημα CIRS
- τη γωνία περιστροφής της Γης, ERA σε ώρες (h)
- την τιμή της εξίσωσης των αφετηριών σε δευτερόλεπτα της ώρας (s)
- τον μέσο αστρικό χρόνο Greenwich, GMST σε ώρες
- τον αληθή αστρικό χρόνο Greenwich, GAST σε ώρες
- την τιμή της εξίσωσης των ισημεριών, GAST-GMST σε δευτερόλεπτα της ώρας
- τον αριθμό ιουλιανής ημερομηνίας (Julian Date Number – JDN) στις κλίμακες χρόνου UTC, UT1, TAI, TT και TDB.

## 7.2 Υπολογισμός φαινόμενων συντεταγμένων

Οι συντεταγμένες των άστρων στους σύγχρονους αστρικούς καταλόγους (Hipparcos, Tycho-1, Tycho-2) δίνονται στο Διεθνές Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (International Celestial Reference System), ως προς το κέντρο βάρους του ηλιακού συστήματος και για την εποχή J2000.0 (12<sup>h</sup> TT, 1 January 2000). Συνεπώς είναι απαραίτητη μία σειρά μετασχηματισμών ώστε να προκύψουν οι φαινόμενες ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha_{app}$ ,  $\delta_{app}$ ) των άστρων τη στιγμή της παρατήρησης. Οι συντεταγμένες αυτές αναφέρονται στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς CIRS και συνεπώς στον αληθή ισημερινό της ημερομηνίας και στην αφετηρία CIO.



Σχήμα 7.1 – Σειρά μετασχηματισμών των συντεταγμένων (IAU, *Sofa Astrometry Tools*, 2017)

### 7.2.1 Υπολογισμοί χρόνου παρατήρησης

Από την επιθυμητή ημερομηνία και χρονική στιγμή στην κλίμακα Παγκόσμιου Συντονισμένου Χρόνου  $t_{UTC}$  υπολογίζεται η αντίστοιχη εποχή στην κλίμακα ατομικού χρόνου TAI από τη σχέση:

$$t_{TAI} = t_{UTC} + \Delta AT \quad (7.1)$$

όπου  $\Delta AT$  ο αριθμός δευτερολέπτων που δίνεται στο αρχείο εμβόλιμων δευτερολέπτων.

Στη συνέχεια υπολογίζεται η χρονική στιγμή  $t_{TT}$  στην κλίμακα του Γήινου Χρόνου TT. Η διαφορά μεταξύ TT και TAI είναι σταθερή και ίση με 32.184 s :

$$t_{TT} = t_{TAI} + 32.184 \text{ s} \quad (7.2)$$

Λόγω της θεωρητικής τους βάσης, η ανάπτυξη των ποσοτήτων και των γωνιών της μετάπτωσης ως συναρτήσεις του χρόνου πρέπει να γίνεται χρησιμοποιώντας την κλίμακα του βαρυκεντρικού δυναμικού χρόνου TDB. Επιπλέον, στις σχέσεις των θεμελιωδών ορισμάτων της κλόνησης, σεληνοηλιακών και πλανητικών, και σε όλες τις σχέσεις που αφορούν το φαινόμενο της κλόνησης η μεταβλητή του χρόνου μετράται επίσης στην κλίμακα TDB.

Η ίδια κλίμακα χρόνου χρησιμοποιείται και στον υπολογισμό της ηλιοκεντρικής και βαρυκεντρικής θέσης και ταχύτητας της Γης και συνεπώς σε όλες τις αρχικές αναγωγές που γίνονται για την ίδια

κίνηση του άστρου, για την παράλλαξη, για τη βαρυτική απόκλιση του φωτός και την ετήσια αποπλάνηση του φωτός.

Εντούτοις, παρόλο που κανονικά απαιτείται η χρήση του βαρυκεντρικού δυναμικού χρόνου (TDB) στις σχέσεις μετασχηματισμού των συντεταγμένων, στην πράξη πολύ συχνά χρησιμοποιείται αντί αυτού ο Γήινος Χρόνος TT καθώς η διαφορά τους είναι πολύ μικρή.

Στην εφαρμογή που αναπτύχθηκε, η εποχή παρατήρησης UTC (ημερομηνία και ώρα), που συνοδεύει των κωδικό κάθε άστρου στο αρχείο εισόδου, εκφράστηκε στην κλίμακα χρόνου TDB και η χρονική στιγμή που προέκυψε χρησιμοποιήθηκε σε όλους τις απαραίτητες αναγωγές των συντεταγμένων.

Ο υψηλής ακρίβειας υπολογισμός του μετασχηματισμού της χρονικής στιγμής από την κλίμακα TT στην κλίμακα TDB απαιτεί τη χρήση λεπτομερούς μοντέλου με εκατοντάδες όρους, τη γνώση της χρονικής στιγμής στην κλίμακα παγκόσμιου χρόνου UT1 και τη θέση του παρατηρητή.

Σε εφαρμογές όπου η διαφορά μεταξύ των κλιμάκων TT και TDB είναι σημαντική, αλλά η ακρίβεια 50  $\mu$ s είναι επαρκής και η εποχή ενδιαφέροντος είναι μεταξύ των ετών 1980-2100, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη απλοποιημένη σχέση:

$$TDB \simeq TT + 0^s .001657 \text{ sing} \quad (7.3)$$

όπου η τιμή

$$g = 6.24 + 0.017202 \times (JD_{TT} - 2451545) \quad (7.4)$$

προσεγγίζει τη μέση ανωμαλία της Γης σε rad.

Στην εφαρμογή που αναπτύχθηκε, ο μετασχηματισμός της χρονικής στιγμής από την κλίμακα TT στην κλίμακα TDB υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας τη σχέση (7.3).

## 7.2.2 Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το σύστημα ICRS στο GCRS

Με αφετηρία τις συντεταγμένες καταλόγου στο σύστημα ICRS, την ίδια κίνηση κατά ορθή αναφορά και κατά απόκλιση, την παράλλαξη και την ακτινική ταχύτητα γίνεται ο υπολογισμός της γεωκεντρικής θέσης του άστρου τη ζητούμενη εποχή στο σύστημα GCRS. Η θέση αυτή είναι διορθωμένη για την ίδια κίνηση του άστρου, για την παράλλαξη, για τη βαρυτική απόκλιση του φωτός και την ετήσια αποπλάνηση του φωτός σύμφωνα με τις σχέσεις που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 5.

Ο υπολογισμός των παραπάνω αναγωγών απαιτεί τα εξής στοιχεία τα οποία είναι παράμετροι ανεξάρτητες άστρου και υπολογίζονται βάσει της ζητούμενης εποχής (ημερομηνίας και ώρας):

- το χρονικό διάστημα από την εποχή του καταλόγου, J2000.0, ως τη ζητούμενη εποχή
- τη βαρυκεντρική θέση της Γης (συντεταγμένες διανύσματος από το βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος προς τον παρατηρητή)
- τη βαρυκεντρική ταχύτητα της Γης



- τη ηλιοκεντρική θέση της Γης (μοναδιαίο διάνυσμα από τον Ήλιο προς τον παρατηρητή)
- τη απόσταση Ήλιου-παρατηρητή και
- τον αντίστροφο του παράγοντα Lorentz, που εξαρτάται από τη βαρυκεντρική ταχύτητα της Γης.

Στο σύνολο των υπολογισμών των φαινομένων συντεταγμένων κάθε άστρου, ως παρατηρητής θεωρείται ένας υποθετικός παρατηρητής που βρίσκεται στο γεώκεντρο και η Γη θεωρείται “διάφανη”, χωρίς μάζα, χωρίς ατμόσφαιρα και συνεπώς απουσία του φαινομένου της αστρονομικής διάθλασης.

Ο υπολογισμός της ηλιοκεντρικής και βαρυκεντρικής θέσης και ταχύτητας της Γης γίνεται σύμφωνα με μία απλοποιημένη διαδικασία επίλυσης που βασίζεται στην πλανητική θεωρία VSOP2000 (*X. Moisson, P. Bretagnon, 2001, Celes. Mechanics & Dyn. Astron., 80, 3/4, 205-213*).

Για την αναγωγή των συντεταγμένων καταλόγου ενός άστρου για ίδια κίνηση και παράλλαξη, ως δεδομένα απαιτούνται: η ορθή αναφορά και απόκλιση του άστρου στο σύστημα ICRS του καταλόγου, η ίδια του κίνηση κατά ορθή αναφορά και απόκλιση, η παράλλαξή του, η ακτινική του ταχύτητα, το χρονικό διάστημα σε Ιουλιανούς αιώνες από την εποχή του καταλόγου, J2000.0, έως τη ζητούμενη εποχή και η βαρυκεντρική θέση της Γης.

Στο μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του άστρου που προκύπτει εφαρμόζεται η αναγωγή για τη βαρυτική απόκλιση του φωτός δεδομένης της ηλιοκεντρικής θέσης της Γης και της απόστασης Ήλιου-Γης.

Τέλος, στο νέο διάνυσμα θέσης εφαρμόζεται η αναγωγή για την ετήσια αποπλάνηση του φωτός έχοντας ως δεδομένα τη βαρυκεντρική ταχύτητα της Γης (ταχύτητα του γεώκεντρο ως προς το βαρύκεντρο), την απόσταση Ήλιου-Γης και τον αντίστροφο του παράγοντα Lorentz.

Το τελικό διάνυσμα που προκύπτει είναι το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του άστρου στο γεωκεντρικό ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς GCRS για την αντίστοιχη ζητούμενη εποχή παρατήρησης.

## 7.2.3 Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το σύστημα GCRS στο CIRS

### 7.2.3.1 Εισαγωγή

Αφού έχουν ολοκληρωθεί οι αρχικές αναγωγές, ο υπολογισμός του διανύσματος διεύθυνσης κάθε άστρου στο ενδιάμεσο ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς CIRS για την αντίστοιχη εποχή, απαιτεί τον μετασχηματισμό των συντεταγμένων ώστε να ληφθούν υπόψη η μετάθεση μεταξύ των συστημάτων και τα φαινόμενα μετάπτωσης και κλόνησης του άξονα της Γης.

Η σύνθεση του πίνακα στροφής  $M_{C10}$  του διανύσματος διεύθυνσης κάθε άστρου από το σύστημα GCRS στο CIRS, δηλαδή στο σύστημα που αναφέρεται στον αληθή ουράνιο πόλο και ισημερινό της ημερομηνίας, μπορεί να πραγματοποιηθεί με αρκετούς διαφορετικούς τρόπους. Επισημαίνεται πως η ορθή αναφορά ενός άστρου στο σύστημα CIRS δίνεται πάντα ως προς την ουράνια ενδιάμεση αφετηρία CIO, η οποία είναι η συμβατική αφετηρία πάνω στον ισημερινό του συστήματος.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι δύο πιο συνηθισμένοι τρόποι σχηματισμού του ζητούμενου πίνακα  $M_{CIO}$  :

- i. Η μέθοδος που βασίζεται στον υπολογισμό των συντεταγμένων  $X, Y$  του CIP και της ποσότητας  $s$  που εντοπίζει τη θέση της αφετηρίας CIO. Η μέθοδος αυτή υλοποιήθηκε στην εφαρμογή λογισμικού που αναπτύχθηκε.
- ii. Η μέθοδος που στηρίζεται στον κλασικό πίνακα μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης-κλόνησης NPB και στην εξίσωση των αφετηριών  $E_0$ .

Μέσω της παρουσίασης αυτών των μεθόδων και της μεταξύ τους σχέσης, γίνεται πιο ξεκάθαρος ο τρόπος που συνδέονται οι παλιές διαδικασίες υπολογισμού, που βασίζονταν μόνο στο εαρινό ισημερινό σημείο και τον κλασικό πίνακα NPB, με τις νέες και προτεινόμενες από την IAU διαδικασίες, που χρησιμοποιούν το σύστημα CIRS και τις θέσεις του ουράνιου πόλου CIP και της αφετηρίας CIO.

i. Μέθοδος που βασίζεται στις σχέσεις για τα μεγέθη  $X, Y$  και  $s$

Ο πίνακας στροφής από το Γεωκεντρικό Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (GCRS) στο Ενδιάμεσο Ουρανογραφικό Σύστημα Αναφοράς (CIRS), ο οποίος καθορίζεται βάσει των χαρακτηριστικών σημείων CIP και CIO, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$M_{CIO} = R_3(-E-s) R_2(d) R_3(E) \quad (7.5)$$

όπου  $s$  η τιμή της ποσότητας που “εντοπίζει” την CIO στο σύστημα GCRS και  $d, E$  οι πολικές συντεταγμένες του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου CIP στο σύστημα GCRS που ορίζονται από τις σχέσεις:

$$E = \arctan(Y/X) \quad (7.6)$$

$$d = \arcsin(\sqrt{X^2+Y^2}) = \arctan\left(\sqrt{\frac{X^2+Y^2}{1-X^2-Y^2}}\right) \quad (7.7)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ισοδύναμα:

$$M_{CIO} = R_3(-s) M_{\Sigma} \quad (7.8)$$

όπου  $\Sigma$  το σημείο πάνω στον ισημερινό του GCRS, τέτοιο ώστε  $\Sigma_0 N = \Sigma N$   
 $\Sigma_0$  η αφετηρία του συστήματος GCRS και  
 $N$  το σημείο τομής του ισημερινού που αντιστοιχεί στον CIP (ισημερινός CIRS)  
 και του ισημερινού του GCRS

και

$$\begin{aligned} M_{\Sigma} &= R_3(-E) R_2(d) R_3(E) \\ &= \begin{pmatrix} 1-\alpha X^2 & -\alpha XY & -X \\ -\alpha XY & 1-\alpha Y^2 & -Y \\ X & Y & 1-\alpha(X^2+Y^2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.9)$$

με

$$\alpha = 1/(1 + \cos d) = 1/(1 + Z) = 1/[1 + (1 - X^2 - Y^2)^{1/2}] \quad (7.10)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί με ακρίβεια 0.1 mas ως:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(X^2 + Y^2) + \frac{1}{16}(X^4 + Y^4 + 2X^2Y^2) \quad (7.11)$$

Συνεπώς για το σχηματισμό του πίνακα  $\mathbf{M}_{C10}$  απαιτείται η γνώση των ποσοτήτων  $X, Y$  και  $s$ .

## ii. Μέθοδος που βασίζεται στον κλασικό πίνακα βάσει εαρινού ισημερινού σημείου

Παρόλο που η εκλειπτική δεν εμπλέκεται πουθενά στον ορισμό είτε του Γεωκεντρικού Ουρανογραφικού Συστήματος Αναφοράς (GCRS) είτε του Ενδιάμεσου Ουρανογραφικού Συστήματος Αναφοράς (CIRS), αποτελεί μια βασική συνιστώσα των σε ισχύ θεωριών μετάπτωσης. Επί πλέον, οι υπάρχουσες θεωρίες κλόνησης βασίζονται στην εκλειπτική και το εαρινό ισημερινό σημείο της ημερομηνίας. Ο πίνακας μετάπτωσης-κλόνησης που σχηματίζεται από διαδοχικές στροφές με χρήση των συμβατικών γωνιών περιέχει τόσο τον ουράνιο ενδιάμεσο πόλο CIP όσο και το εαρινό ισημερινό σημείο. Ο πίνακας αυτός, έστω  $\mathbf{M}_{class}$ , περιστρέφει διανύσματα εκφρασμένα στο σύστημα GCRS στις αντίστοιχες θέσεις τους στο ουρανογραφικό σύστημα του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας. Σε μία τέτοια περίπτωση για τον υπολογισμό συντεταγμένων στο Γήινο Ενδιάμεσο Σύστημα Αναφοράς (TIRS) ή για τον υπολογισμό ωριαίων γωνιών απαιτείται η χρήση του αστρικού χρόνου Greenwich (GST). Ο πίνακας  $\mathbf{M}_{class}$  μπορεί να πάρει διάφορες μορφές, ανάλογα με τις γωνίες που θα χρησιμοποιηθούν για την παραμετροποίηση των φαινομένων.

Για τη δημιουργία του πίνακα μετασχηματισμού μεταξύ των συστημάτων GCRS και CIRS, απαιτείται μία συμπληρωματική στροφή  $R_3$  ώστε να μετακινηθεί η αφετηρία από το εαρινό ισημερινό σημείο στην ουράνια ενδιάμεση αφετηρία. Η γωνία αυτή είναι η εξίσωση των αφετηριών και ισούται με ERA-GST, δηλαδή με τη διαφορά του αστρικού χρόνου Greenwich (GST) από τη γωνία περιστροφής της Γης (ERA):

$$\mathbf{M}_{C10} = R_3(-EO) \mathbf{M}_{class} \quad (7.12)$$

όπου EO η εξίσωση των αφετηριών (equation of origins).

Επομένως, για το σχηματισμό του πίνακα  $\mathbf{M}_{C10}$  απαιτείται η γνώση του κλασικού NPB πίνακα  $\mathbf{M}_{class}$  και η τιμή της εξίσωσης των αφετηριών EO.

## iii. Σχέση μεταξύ των δύο μεθόδων

Ένα διάνυσμα  $\mathbf{r}_{GCRS}$ , εκφρασμένο στο σύστημα GCRS, μετασχηματίζεται στο διάνυσμα  $\mathbf{r}_{CIRS}$  ως εξής:

$$\mathbf{r}_{CIRS} = \mathbf{M}_{C10} \mathbf{r}_{GCRS} \quad (7.13)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{M}_{C10}$ , έχοντας ως σειρές μοναδιαία διανύσματα, είναι:

$$\mathbf{M}_{CIO} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{CIO} \\ \mathbf{v}_{CIP} \times \mathbf{v}_{CIO} \\ \mathbf{v}_{CIP} \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, η πρώτη σειρά του πίνακα μετασχηματισμού από το GCRS στο CIRS είναι το διάνυσμα θέσης της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας CIO, η τρίτη σειρά είναι το διάνυσμα θέσης του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP και η μεσαία σειρά το διάνυσμα θέσης του άξονα  $y$  του συστήματος CIRS.

Οι ισοδύναμες σχέσεις στην κλασική περίπτωση (πίνακας βάσει εαρινού ισημερινού σημείου) είναι:

$$\mathbf{r}_{true} = \mathbf{M}_{class} \mathbf{r}_{GCRS} \quad (7.15)$$

και:

$$\mathbf{M}_{class} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{eqx} \\ \mathbf{v}_{CIP} \times \mathbf{v}_{eqx} \\ \mathbf{v}_{CIP} \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

όπου η πρώτη σειρά ( $\mathbf{v}_{eqx}$ ) είναι το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του αληθούς εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας, η τρίτη σειρά είναι το διάνυσμα θέσης του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP και η μεσαία σειρά το διάνυσμα θέσης του άξονα  $y$  του ουρανογραφικού συστήματος του αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας.

Επισημαίνεται ότι και στις δύο περιπτώσεις, η τελευταία σειρά του πίνακα μετασχηματισμού είναι το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP, γεγονός από το οποίο προκύπτουν οι χρήσιμες σχέσεις των συντεταγμένων της διεύθυνσης του CIP στο σύστημα GCRS:

$$X_{CIP} = \mathbf{M}(3,1) \quad (7.17)$$

$$Y_{CIP} = \mathbf{M}(3,2) \quad (7.18)$$

Καθεμία από τις μορφές που μπορεί να πάρει ο πίνακας μετασχηματισμού, αναλόγως της επιλεγείσης αφετηρίας στον ισημερινό του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP μπορεί να γραφεί με πανομοιότυπο τρόπο ως εξής:

$$\mathbf{M}_{\beta} = \mathbf{R}_3(-\beta) \mathbf{M}_{\Sigma} \quad (7.19)$$

όπου  $\mathbf{M}_{\Sigma}$  δίνεται από την σχέση (7.9) και

$\beta$  η γωνία ανάμεσα στο σημείο  $\Sigma$  και την αφετηρία που έχει επιλεγθεί πάνω στον ισημερινό του CIP, έτσι ώστε:

$\beta = 0$  για το ίδιο το σημείο  $\Sigma$

$\beta = s$  για τον πίνακα που βασίζεται στην ουράνια ενδιάμεση αφετηρία CIO και

$\beta = -EO + s$  για τον πίνακα που βασίζεται στο εαρινό ισημερινό σημείο.

Τα στοιχεία  $\mathbf{M}(i,j)$  του πίνακα μετασχηματισμού  $\mathbf{M}_\beta$  ως συνάρτηση των συντεταγμένων  $X,Y$  και της γωνίας  $\beta$  προκύπτουν από τις σχέσεις (7.9) και (7.19) ως ακολούθως:

$$\mathbf{M}(1,1) = (1 - \alpha X^2) \cos\beta + \alpha XY \sin\beta \quad (7.20)$$

$$\mathbf{M}(1,2) = -\alpha XY \cos\beta - \sin\beta (1 - \alpha Y^2) \quad (7.21)$$

$$\mathbf{M}(1,3) = -\cos\beta X + \sin\beta Y \quad (7.22)$$

$$\mathbf{M}(2,1) = (1 - \alpha X^2) \sin\beta - \alpha XY \cos\beta \quad (7.23)$$

$$\mathbf{M}(2,2) = -\alpha XY \sin\beta - \cos\beta (1 - \alpha Y^2) \quad (7.24)$$

$$\mathbf{M}(2,3) = -\sin\beta X - \cos\beta Y \quad (7.25)$$

$$\mathbf{M}(3,1) = X \quad (7.26)$$

$$\mathbf{M}(3,2) = Y \quad (7.27)$$

$$\mathbf{M}(3,3) = 1 - \alpha (X^2 + Y^2) \quad (7.28)$$

Οι παραπάνω σχέσεις φανερώνουν ότι ο προσδιορισμός του ουράνιου πόλου και της αφετηρίας της ορθής αναφοράς είναι στην ουσία δύο ζητήματα που αντιμετωπίζονται ξεχωριστά.

### 7.2.3.2 Προσδιορισμός θέσης του CIP και της CIO

Ο υπολογισμός του διανύσματος διεύθυνσης του ενδιάμεσου ουράνιου πόλου CIP και της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας CIO, με ακρίβεια mas, μπορεί να πραγματοποιηθεί με διάφορους τρόπους.

Το λογισμικό SOFA παρέχει συναρτήσεις ώστε ο προσδιορισμός των συντεταγμένων του CIP, σύμφωνα πάντα με το ισχύον μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000A, να μπορεί να γίνει μέσω δύο εναλλακτικών επιλογών:

- 1) μέσω της σύνθεσης του πίνακα μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης-κλόνησης NPB βάσει των γωνιών μετάπτωσης Fukushima-Williams και των κλασικών γωνιών κλόνησης. Αφού σχηματιστεί ο πίνακας οι συντεταγμένες  $X,Y$  του ουράνιου πόλου ταυτίζονται με τα στοιχεία [3,1] και [3,2] του πίνακα αυτού.
- 2) μέσω των αναλυτικών σειρών της IERS για τις συντεταγμένες  $X,Y$ .

Για τον προσδιορισμό της θέσης της αφετηρίας CIO, το λογισμικό SOFA παρέχει συνάρτηση υπολογισμού του αναπτύγματος σειρών για την ποσότητα  $s + XY/2$ .

(1) Μέθοδος που βασίζεται στις γωνίες μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης και κλόνησης

➤ Υπολογισμός βασικών μεγεθών

Βασικές συνιστώσες τις μεθόδου αποτελούν:

1. Ένα μοντέλο μετάπτωσης, σε αυτήν την περίπτωση το IAU 2006.
2. Ένα μοντέλο κλόνησης, σε αυτήν την περίπτωση το IAU 2000A και μικρές διορθώσεις ώστε να γίνει συμβατό με τη θεωρία μετάπτωσης IAU 2006.
3. Ένα μοντέλο βάσει του οποίου να υπολογίζεται το μέγεθος  $s$ , το οποίο δίνει τη θέση της ουράνιας ενδιάμεσης αφετηρίας CIO πάνω στον ισημερινού που αντιστοιχεί στον ουράνιο ενδιάμεσο πόλο CIP (ισημερινό του CIRS), και είναι συμβατό με το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης που χρησιμοποιείται.

Με βάση τα παραπάνω, εξάγεται ο πίνακας μετάπτωσης-κλόνησης που στρέφει τις συντεταγμένες του άστρου από το σύστημα GCRS στο σύστημα CIRS.

Για το μοντέλο μετάπτωσης IAU 2006 η συνιστώμενη παραμετροποίηση είναι η μέθοδος των τεσσάρων στροφών των Fukushima-Williams (*Fukushima 2003*). Η μέθοδος αυτή είναι περιεκτική και ευέλικτη καθώς μπορεί να ανάγει κατευθείαν ως προς τον πόλο και την αφετηρία του συστήματος GCRS, χωρίς να απαιτείται η εφαρμογή της μετάθεσης πλαισίου ξεχωριστά.

Οι γωνίες Fukushima-Williams ως προς το σύστημα GCRS υπολογίζονται βάσει των παρακάτω σχέσεων:

$$\gamma = -0.052928'' + 10.556378''t + 0.4932044''t^2 - 0.00031238''t^3 - 0.000002788''t^4 - 0.0000000260''t^5 \quad (7.29)$$

$$\varphi = +84381.412819'' - 46.811016''t + 0.0511268''t^2 + 0.00053289''t^3 - 0.000000440''t^4 - 0.0000000176''t^5 \quad (7.30)$$

$$\psi = -0.041775'' + 5038.481484''t + 1.5584175''t^2 - 0.00018522''t^3 - 0.000026452''t^4 + 0.0000000148''t^5 \quad (7.31)$$

$$\varepsilon_A = +84381.406'' - 46.836769''t + 0.0001831''t^2 + 0.00200340''t^3 - 0.000000576''t^4 + 0.0000000434''t^5 \quad (7.32)$$

Οι γωνίες  $\Delta\psi_{2000A}$  και  $\Delta\varepsilon_{2000A}$  της θεωρίας κλόνησης IAU 2000A υπολογίζονται από τους σεληνοηλιακούς και πλανητικούς όρους των σειρών κλόνησης που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3.

Οι μικρές διορθώσεις που εφαρμόζονται στη θεωρία κλόνησης IAU 2000A ώστε να είναι συμβατή με τη θεωρία μετάπτωσης IAU 2006 (*Capitaine et al. 2005, Sect. 3.6*) είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \Delta\psi_{2000A} + (0.4697 \times 10^{-6} + f) \Delta\psi_{2000A} \\ \Delta\varepsilon &= \Delta\varepsilon_{2000A} + f \Delta\varepsilon_{2000A} \end{aligned} \quad (7.32)$$

όπου

$$f = (\dot{J}_2/J_2)t = -2.7774 \times 10^{-6} t \quad (7.33)$$

και  $t$  το χρονικό διάστημα από την εποχή J2000.0 σε Ιουλιανούς αιώνες στην κλίμακα χρόνου TT.

Τα άλλο βασικό μέγεθος που απαιτείται είναι η ποσότητα  $s$ , που μπορεί να υπολογιστεί από τις σειρές της ποσότητας  $s + XY/2$ , δεδομένων των συντεταγμένων  $X, Y$  του CIP στο σύστημα GCRS.

➤ Υπολογισμός του πίνακα NPB

Οι συμβατές με τη θεωρία μετάπτωσης IAU 2006 γωνίες κλόνησης  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\epsilon$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να μετασχηματιστούν οι γωνίες μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\epsilon_A$  που δόθηκαν παραπάνω στις γωνίες μετάθεσης πλαισίου-μετάπτωσης-κλόνησης  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\varphi}$ ,  $\bar{\psi}$ ,  $\epsilon$  με απλή πρόσθεση στις αντίστοιχες γωνίες:

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \psi + \Delta\psi \\ \epsilon &= \epsilon_A + \Delta\epsilon \end{aligned} \quad (7.34)$$

Οι γωνίες αυτές χρησιμοποιούνται ακολούθως για τον σχηματισμό του κλασικού πίνακα NPB, η πρώτη σειρά του οποίου ταυτίζεται με το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του εαρινού ισημερινού σημείου της ημερομηνίας στο σύστημα GCRS. Ο πίνακας είναι:

$$\mathbf{M}_{class} = R_1(-\epsilon) R_3(-\bar{\psi}) R_1(\varphi) R_3(\gamma) \quad (7.35)$$

Ωστόσο, για να σχηματιστεί ο πίνακας  $\mathbf{M}_{CIO}$  που βασίζεται στην ουράνια ενδιάμεση αφετηρία CIO δεν απαιτείται ολόκληρος ο πίνακας  $\mathbf{M}_{class}$ . Η τελευταία, τρίτη, σειρά του πίνακα  $\mathbf{M}_{class}$  ταυτίζεται με το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης του ουράνιου ενδιάμεσου πόλου CIP της ημερομηνίας στο σύστημα GCRS και συνεπώς οι συντεταγμένες  $X, Y$  του CIP υπολογίζονται με χρήση των στοιχείων [3,1] και [3,2] του πίνακα  $\mathbf{M}_{class}$ :

$$\begin{aligned} X &= \sin\epsilon \sin\bar{\psi} \cos\gamma - (\sin\epsilon \cos\bar{\psi} \cos\varphi - \cos\epsilon \sin\varphi) \sin\gamma \\ Y &= \sin\epsilon \sin\bar{\psi} \sin\gamma + (\sin\epsilon \cos\bar{\psi} \cos\varphi - \cos\epsilon \sin\varphi) \cos\gamma \end{aligned} \quad (7.36)$$

Σε εφαρμογές που απαιτείται υψηλή ακρίβεια, οι προβλέψεις των  $X, Y$  που βασίζονται στα μοντέλα δύναται να συμπληρωθούν με τις διορθώσεις  $\delta X$ ,  $\delta Y$  που εκδίδει η IERS ώστε να ληφθούν υπόψη οι παρατηρήσεις VLBI της ζητούμενης ημερομηνίας και κατά αυτόν τον τρόπο να συμπεριληφθεί στις τιμές η επίδραση της κλόνησης ελεύθερου πυρήνα ( $\sim 0.3$  mas).

Με γνωστές τις συντεταγμένες  $X, Y$  του CIP και σύμφωνα με το ανάπτυγμα των σειρών υπολογισμού της ποσότητας  $s + XY/2$  υπολογίζεται το μέγεθος  $s$  (βλ. Κεφάλαιο 4):

$$\begin{aligned} s(t) &= -XY/2 + 94 + 3808.65 t - 122.68 t^2 - 72547.11 t^3 + \sum_k C_k \sin\alpha_k \\ &+ 1.73 t \sin\Omega + 3.57 t \cos 2\Omega + 743.52 t^2 \sin\Omega + 56.91 t^2 \sin(2F - 2D + 2\Omega) \\ &+ 9.84 t^2 \sin(2F + 2\Omega) - 8.85 t^2 \sin 2\Omega \end{aligned} \quad (7.37)$$

## (2) Μέθοδος που βασίζεται στα αναπτύγματα σειρών των συντεταγμένων $X, Y$ του CIP

### ➤ Υπολογισμός βασικών μεγεθών

Δύο βασικά στοιχεία απαιτούνται αρχικά για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου, ο υπολογισμός των οποίων προκύπτει από αναπτύγματα τριγωνομετρικών σειρών:

- ◆ Οι συντεταγμένες  $X, Y$  του μοναδιαίου διανύσματος του CIP στο σύστημα GCRS για τη ζητούμενη ημερομηνία. Τα αναπτύγματα των σειρών ενσωματώνουν το σύνολο των στροφών που απαιτούνται για την αναγωγή από το σύστημα GCRS στο CIRS, περιλαμβάνοντας τη μετάθεση πλαισίου, τη θεωρία μετάπτωσης P03 (IAU 2006), το μοντέλο κλόνησης IAU2000A και τις διορθώσεις P03 που απαιτούνται για τη συμβατότητα των μοντέλων μετάπτωσης-κλόνησης.
- ◆ Η ποσότητα  $s$  που “εντοπίζει” την αφετηρία CIO πάνω στον ισημερινό της ζητούμενης ημερομηνίας.

Αρχικά υπολογίζονται οι συντεταγμένες  $X, Y$  βάσει των σειρών (βλ. Κεφάλαιο 4) :

$$\begin{aligned} X = & -0.016617'' + 2004.191898''t - 0.4297829''t^2 \\ & - 0.19861834''t^3 + 0.000007578''t^4 + 0.0000059285''t^5 \\ & + \sum_i [(\alpha_s, 0)_i \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_c, 0)_i \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(\alpha_s, 1)_i t \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_c, 1)_i t \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(\alpha_s, 2)_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT}) + (\alpha_c, 2)_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT})] \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (7.38)$$

$$\begin{aligned} Y = & -0.006951'' - 0.025896''t - 22.4072747''t^2 \\ & + 0.00190059''t^3 + 0.001112526''t^4 + 0.0000001358''t^5 \\ & + \sum_i [(b_c, 0)_i \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_s, 0)_i \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(b_c, 1)_i t \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_s, 1)_i t \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \sum_i [(b_c, 2)_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_s, 2)_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT})] \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (7.39)$$

Έπειτα υπολογίζεται και η τιμή της ποσότητας  $s$  βάση της σχέσης (7.37).

## (3) Σύγκριση των μεθόδων

Η μέθοδος που βασίζεται στις κλασικές γωνίες και τον πίνακα NPB για τον υπολογισμό των συντεταγμένων  $X, Y$  του CIP και η μέθοδος που υπολογίζει τις συντεταγμένες απευθείας από τις σειρές είναι σύμφωνες με ακρίβεια 1 mas (Wallace, P.T. & Capitaine, N., 2006, *Astron.Astrophys.* 459, 981). Δοκιμές των δύο μεθόδων έχουν δείξει ότι ακόμα και μετά από δύο αιώνες οι διαφορές των θέσεων  $X, Y$  που προκύπτουν από κάθε μέθοδο είναι της τάξης των 5 mas (Capitaine, N. & Wallace, P.T., 2006, *Astron.Astrophys.* 450, 855).



### 7.2.3.3 Μετασχηματισμός GCRS-CIRS της εφαρμογής

Στο πλαίσιο της εφαρμογής, για τον υπολογισμό των συντεταγμένων  $X, Y$  του CIP υλοποιήθηκε η πρώτη μέθοδος που παρουσιάστηκε παραπάνω, η οποία κάνει χρήση του κλασικού πίνακα NPB και των αντίστοιχων γωνιών. Η ποσότητα  $s$  υπολογίστηκε από το ανάπτυγμα των σειρών  $s + XY/2$ .

Με γνωστά πλέον τα μεγέθη  $X, Y$  υπολογίστηκαν οι πολικές συντεταγμένες  $d, E$  του ενδιαμέσου ουράνιου πόλου CIP στο σύστημα GCRS:

$$E = \arctan(Y/X) \quad (7.40)$$

$$d = \arcsin(\sqrt{X^2 + Y^2}) = \arctan\left(\sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{1 - X^2 - Y^2}}\right) \quad (7.41)$$

Τέλος με δεδομένες τις γωνίες  $E, d$  και  $s$  προκύπτει ο πίνακας  $\mathbf{M}_{C10}$ :

$$\mathbf{M}_{C10} = R_3(-E - s) R_2(d) R_3(E) \quad (7.42)$$

Με γνωστό πλέον τον πίνακα  $\mathbf{M}_{C10}$  υπολογίζεται το διάνυσμα θέσης του άστρου της ημερομηνίας και βάσει αυτού οι φαινόμενες ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha_{app}, \delta_{app}$ ) αυτού στο σύστημα CIRS.

Στο σχήμα 7.2 παρουσιάζονται με μορφή διαγράμματος οι συναρτήσεις της βιβλιοθήκης SOFA που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση του ζητούμενου μετασχηματισμού.

## 7.3 Παράδειγμα υλοποίησης και έλεγχος αξιοπιστίας εφαρμογής λογισμικού

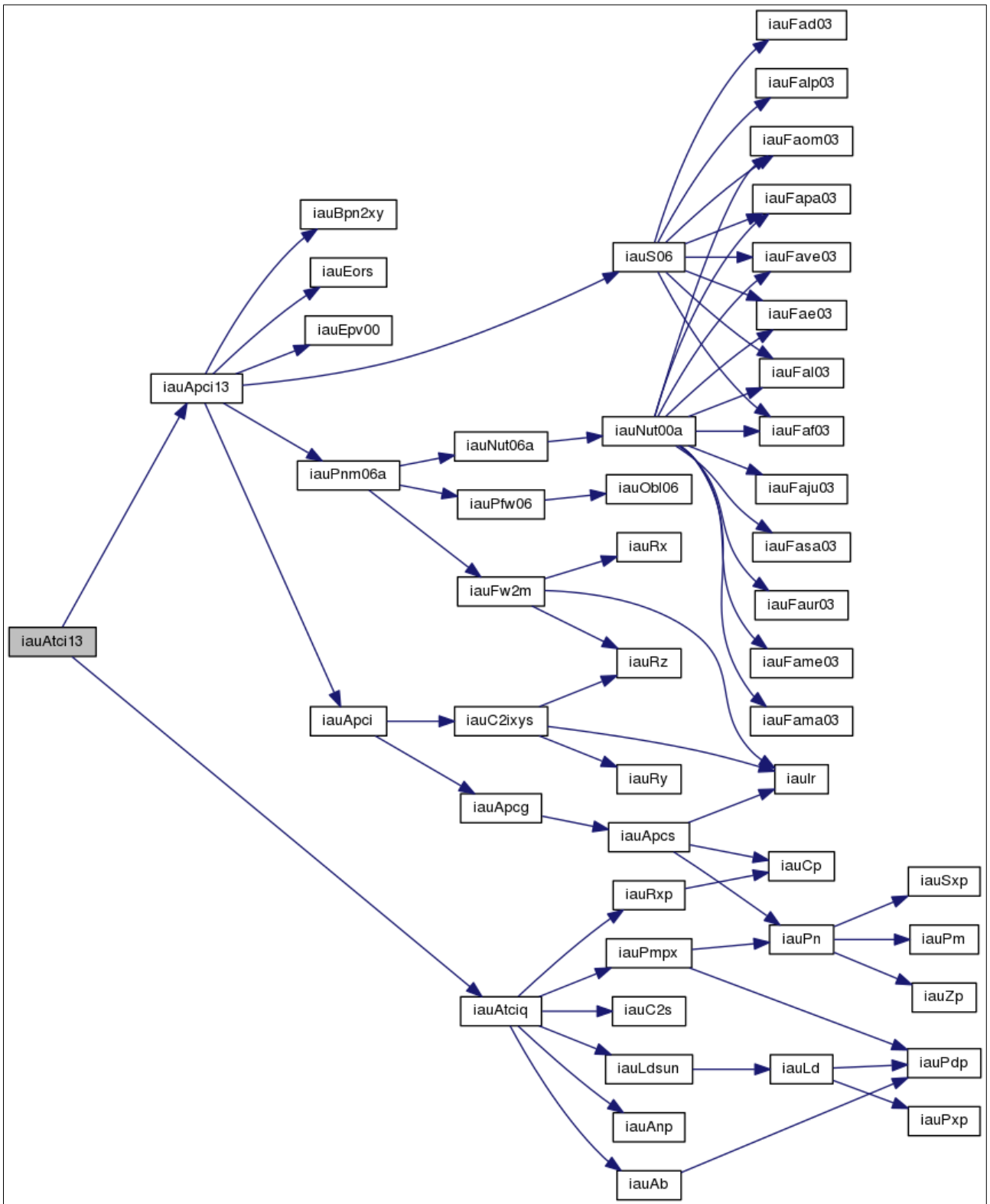
### 7.3.1 Επιλογή και δεδομένα άστρων

Για να εφαρμοστεί στην πράξη ο μετασχηματισμός από το σύστημα ICRS στο CIRS που βασίζεται στα νέα μοντέλα, επιλέχθηκαν τρία άστρα από τον κατάλογο που συνοδεύει την εφαρμογή. Συγκεκριμένα επιλέχθηκαν τα άστρα με αριθμούς καταλόγου Hipparcos 476, 1402 και 39938.

Οι συντεταγμένες των άστρων στο σύστημα αναφοράς ICRS, για την εποχή αναφοράς J2000.0, καθώς και τα υπόλοιπα αστρομετρικά στοιχεία τους (ιδία κίνηση, παράλλαξη και ακτινική ταχύτητα) φαίνονται στον πίνακα 7.1.

Το αρχείο κειμένου του μικρού αυτού καταλόγου είχε το εξής περιεχόμενο:

```
476 0 5 41.961103 13 23 46.55591 42.24 -6.89 8.75 1.7 5.55
1402 0 17 32.703156 -19 3 3.92938 20.65 -2.32 20.47 -3.0 6.46
39938 8 9 23.052721 42 25 50.18932 -11.00 -73.92 5.32 41.7 6.26
```



Σχήμα 7.2 - Διάγραμμα κλήσεων συναρτήσεων ([www.mpia.de](http://www.mpia.de))

HIP No.	$\alpha$	$\delta$	$\mu_{\alpha}$ (mas/yr)	$\mu_{\delta}$ (mas/yr)	$\pi$ (mas)	$r_v$ (km/s)	mag(V)
476	0h	13°	42.24	-6.89	8.75	1.7	5.55
	5m	23'					
	41.961103s	46.55591"					
1402	0h	-19°	20.65	-2.32	20.47	-3.0	6.46
	17m	3'					
	32.703156s	3.92938"					
39938	8h	42°	-11.00	-73.92	5.32	41.7	6.26
	9m	25'					
	23.052721s	50.18932"					

Πίνακας 7.1 – Αστρομετρική πληροφορία άστρων

### 7.3.2 Αρχεία Εισόδου παραδείγματος

Αρχικά εισήχθησαν στο πρόγραμμα τα αρχεία του καταλόγου και των εμβόλιμων δευτερολέπτων. Στη συνέχεια έγινε εισαγωγή του αρχείου που περιλαμβάνει τους κωδικούς των άστρων και την ημερομηνία και ώρα για τις οποίες υπολογιστήκαν οι φαινόμενες συντεταγμένες τους. Η εποχή που επιλέχθηκε και για τα τρία άστρα ήταν η 2015/10/15 12:00:00 UTC και το αρχείο κειμένου είχε την παρακάτω μορφή:

```
476 2015 10 15 12 0 0
1402 2015 10 15 12 0 0
39938 2015 10 15 12 0 0
```

Στη συνέχεια ορίστηκαν τα αρχεία στα οποία εγγράφηκαν τα αποτελέσματα και πραγματοποιήθηκε ο μετασχηματισμός.

### 7.3.3 Αποτελέσματα

Τα αρχεία εξόδου περιείχαν τα εξής αποτελέσματα:

#### Αρχείο φαινόμενων συντεταγμένων

- CIRS Coordinates

Star No.	R.A.(h)	Dec.(deg)	date	time(UTC)	mag-V
476	0.0954140793	13.486379667	2015/10/15	12:00:00.000	5.55

1402	0.2925619010	-18.962453896	2015/10/15	12:00:00.000	6.46
39938	8.1607570853	42.379093131	2015/10/15	12:00:00.000	6.26

- Equinox-based Coordinates

Star No.	R.A.(h)	Dec.(deg)	date	time(UTC)	mag-V
476	0.1088746909	13.486379667	2015/10/15	12:00:00.000	5.55
1402	0.3060225126	-18.962453896	2015/10/15	12:00:00.000	6.46
39938	8.1607570853	42.379093131	2015/10/15	12:00:00.000	6.26

Αρχείο αστρομετρικών παραμέτρων

Date

2015/10/15

Time (dut1 was not given, dut1=0)

12:00:00.000 (UTC)

12:00:00.000 (UT1)

12:00:36.000 (TAI)

12:01:08.1840 (TT)

12:01:08.1824 (TDB)

PM time interval (SSB, Julian years)

15.786449799173

SSB to observer (vector, au)

[ 0.930862074420, 0.337684441285, 0.146209966988 ]

Sun to observer (unit vector)

[ 0.929781281281, 0.337744470304, 0.146408475705 ]

distance from Sun to observer (au)

0.997246597290

barycentric observer velocity (vector, au/day)

[ -0.006616773084, 0.014627925148, 0.006340898882 ]

bias-precession-nutation matrix (rotation matrix from GCRS to CIP and equinox of date system)

0.999992618646172	-0.003523974625317	-0.001531096343315
0.003524040653291	0.999993789732203	0.000040428944161
0.001530944364223	-0.000045824291499	0.999998827054056

celestial to intermediate matrix (rotation matrix from GCRS to CIRS)

0.999998828103988	-0.000000002046129	-0.001530944365924
0.000000072200567	0.99999998950067	0.000045824234665
0.001530944364223	-0.000045824291499	0.999998827054056

Earth Rotation Angle

13.5667380992h

13h 34m 00.2572s

Equation of the Origins

-48.4582017646s

Greenwich Mean Sidereal Time - GMST

13.5802222652h

13h 34m 48.8002s

Greenwich Apparent Sidereal Time - GAST

13.5801987108h

13h 34m 48.7154s

## Equation of the Equinoxes (GAST-GMST)

-0.0847956864s

## Julian Date Number

2457311.0000000000 (UTC)

2457311.0000000000 (UT1)

2457311.0004166667 (TAI)

2457311.0007891669 (TT)

2457311.0007891478 (TDB)

### 7.3.4 Έλεγχος αξιοπιστίας

Για ελεγχθεί η ορθότητα της αναγωγής και των υπολογισμών που πραγματοποιεί η εφαρμογή συγκρίθηκαν οι υπολογισμένες φαινόμενες συντεταγμένες συγκεκριμένου άστρου, οι οποίες παρατίθενται στο παράδειγμα του έντυπου τεκμηρίωσης της IAU (*SOFA Astrometry Tools, 2017, p.15-20*) που συνοδεύει το λογισμικό SOFA, με τις φαινόμενες συντεταγμένες στο σύστημα CIRS που εξάγονται από αυτή.

Τα δεδομένα καταλόγου για το άστρο ελέγχου που περιέχονται στο έντυπο είναι:

ICRS  $[\alpha, \delta] = 14^{\text{h}} 34^{\text{m}} 16^{\text{s}}.81183 \quad 12^{\circ} 31' 10''.3965$

proper motions:  $\mu_{\alpha} = -354.45 \text{ mas/yr}$ ,  $\mu_{\delta} = +595.35 \text{ mas/yr}$

parallax =  $0''.16499$

radial velocity (recession speed) =  $0 \text{ km/s}$

(IAU, *SOFA Astrometry Tools, p.15*)

Οι επιλεγθείσες ημερομηνία και ώρα είναι:

2013 April 2,  $23^{\text{h}} 15^{\text{m}} 43^{\text{s}}.55 \text{ UTC}$

(IAU, *SOFA Astrometry Tools, p.16*)

Οι φαινόμενες συντεταγμένες του άστρου στο σύστημα CIRS που υπολογίζονται είναι:

catalog -> CIRS: 14 34 20.2370587 -12 34 36.381654

(IAU, *SOFA Astrometry Tools, p.20*)

Οι αντίστοιχες φαινόμενες συντεταγμένες που υπολογίστηκαν από την εφαρμογή λογισμικού είναι:

- CIRS Coordinates

Star No.	R.A.(h,m,s)	Dec.(deg,arcm,arcs)	date	time (UTC)
1	14 34 20.2370587	-12 34 36.381654	2013/04/02	23:15:43.550

Συνεπώς, μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος επιβεβαιώνεται η ορθότητα των υπολογισμών και συνολικά του μετασχηματισμού που πραγματοποιεί η εφαρμογή λογισμικού που δημιουργήθηκε.





## **Κεφάλαιο 8**

### **Συμπεράσματα**

#### **8.1 Συνοπτικά**

Οι αποφάσεις της IAU που υιοθετήθηκαν από την 26η Γενική Συνέλευσή της τον Αύγουστο του 2006 και επικυρώθηκαν από την 26η Γενική Συνέλευση της Διεθνούς Ένωσης Γεωδαισίας και Γεωφυσικής (IUGG) τον Ιούλιο του 2007, συμπληρώνουν τις αποφάσεις IAU 2000 αναφορικά με τα ουρανογραφικά και γήινα συστήματα αναφοράς.

Η απόφαση IAU 2006 B1 συστήνει ένα νέο μοντέλο μετάπτωσης ως αντικατάσταση του μοντέλου μετάπτωσης IAU 2000, ώστε να καταστεί συμβατό τόσο με τη δυναμική θεωρία όσο και με το μοντέλο κλόνησης IAU 2000A. Η απόφαση IAU 2006 B2 επεξεργάζεται ορισμούς, ορολογία και ζητήματα προσανατολισμού των συστημάτων αναφοράς ως αποσαφήνιση των αποφάσεων IAU 2000. Συγκεκριμένα, παρέχονται βελτιωμένοι ορισμοί για τον ουράνιο πόλο (CIP) και τις αφετηρίες (CIO – TIO) που αντιστοιχούν στον ισημερινό της ημερομηνίας, καθώς και ακριβής ορισμός της ημερήσιας περιστροφής της Γης. Τα παραπάνω δίνουν τη δυνατότητα για έναν ορθό προσδιορισμό του ενδιάμεσου ουρανογραφικού συστήματος αναφοράς (CIRS) που συνδέεται με τον CIP και την CIO και που αντικαθιστά το κλασικό ουρανογραφικό σύστημα που βασίζεται στον αληθινό ισημερινό και το αληθές ισημερινό σημείο της ημερομηνίας.

#### **8.2 Εφαρμογή λογισμικού**

Η εφαρμογή λογισμικού που δημιουργήθηκε υλοποιεί το μετασχηματισμό των συντεταγμένων καταλόγου ενός άστρου, εκφρασμένες στο σύστημα ICRS, σε φαινόμενες συντεταγμένες στο σύστημα CIRS, εξασφαλίζοντας την ορθότητα των υπολογισμών και λαμβάνοντας υπόψη όλες τις απαραίτητες αναγωγές των συντεταγμένων (ιδία κίνηση, παράλλαξη, αποπλάνηση και απόκλιση του φωτός). Μέσω του μετασχηματισμού υλοποιείται το νέο μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης IAU 2006/2000A και η χρήση της νέας αφετηρίας μέτρησης της φαινόμενης ορθής αναφοράς (CIO) των ουράνιων σωμάτων. Κατά αυτόν τον τρόπο είναι σαφής ο διαχωρισμός της περιστροφής της Γης από τα φαινόμενα μετάπτωσης και κλόνησης κατά τον υπολογισμό των ωριαίων γωνιών των σωμάτων και της ακριβούς θέσης που παρατηρούνται αυτά στην ουράνια σφαίρα.

#### **8.3 Σημασία νέων συμβάσεων**

Οι αποφάσεις IAU 2000 και IAU 2006 σχετικά με τα συστήματα αναφοράς βελτίωσαν κατά πολύ μεγάλο βαθμό τα υπάρχοντα αριθμητικά μοντέλα και εισήγαγαν ένα νέο πρότυπο, με μία αντίστοιχη ορολογία, για την περιγραφή του ουράνιου πόλου, της γωνίας περιστροφής της Γης, των αφετηριών αναφοράς και των σχετιζόμενων συστημάτων. Επίσης, βελτίωσαν τον ορισμό και την υλοποίηση των συστημάτων αυτών και των αντίστοιχων κλιμάκων χρόνου, άλλαξαν τον τρόπο που εκφράζεται ο προσανατολισμός της Γης και υιοθέτησαν μοντέλα υψηλής ακρίβειας για τη διατύπωση των ποσοτήτων που συμμετέχουν στους μετασχηματισμούς ανάμεσα σε ουρανογραφικά και γήινα συστήματα αναφοράς.

Οι έννοιες, η ονοματολογία και τα μοντέλα της θεμελιώδους αστρονομίας που βασίζονται στις νέες συμβάσεις είναι κατάλληλα για τις σύγχρονες και τις μελλοντικές υλοποιήσεις των σχετιζόμενων

συστημάτων. Το γεγονός αυτό επιτρέπει μία υψηλής ακρίβειας υλοποίηση του ενδιάμεσου ουρανογραφικού συστήματος αναφοράς και των ουράνιων πόλου και αφετηρίας, που αντικαθιστά το κλασικό σύστημα αληθούς ισημερινού και εαρινού ισημερινού σημείου. Ο ορισμός και η υλοποίηση του συστήματος αυτού, βάσει του νέου μοντέλου μετάπτωσης-κλόνησης, έχει ακρίβεια τάξης εκατομμυριοστού του δευτερολέπτου τόξου (mas).

Η σημαντική βελτίωση των αστρονομικών συμβάσεων της IAU, μέσω των αποφάσεων που αφορούν τα συστήματα αναφοράς και το μοντέλο μετάπτωσης-κλόνησης όπως αυτά περιγράφηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, συμβάλει στην επίτευξη καλύτερης ακρίβειας στον υπολογισμό της θέσης και κίνησης ουράνιων σωμάτων (π.χ. της Γης, σωμάτων του ηλιακού συστήματος, άστρων). Το γεγονός αυτό δημιουργεί νέες προοπτικές για την καλύτερη κατανόηση των φυσικών διεργασιών, όπως αυτές που επηρεάζουν τον προσανατολισμό της Γης στο διάστημα ή αυτές που είναι ευαίσθητες σε πιθανές μεταβολές φυσικών σταθερών, επί παραδείγματι της βαρυτικής σταθεράς  $G$  ή της μάζας του Ήλιου. Επιπλέον, πρέπει να σημειωθεί ότι ο ρόλος των αστρονομικών συστημάτων αναφοράς είναι θεμελιώδης και για ένα μεγάλο αριθμό πρακτικών εφαρμογών, π.χ. η εκτόξευση τεχνητών δορυφόρων και η πλοήγηση διαστημικών οχημάτων.

## 8.4 Προοπτικές

Έπειτα από δέκα και πλέον έτη από τη δημοσίευση του μοντέλου μετάπτωσης IAU 2006, έχει σημειωθεί πρόοδος στην ακρίβεια των εφημερίδων του ηλιακού συστήματος και στα διαθέσιμα γεωφυσικά δεδομένα, τα οποία δύναται να χρησιμοποιηθούν για τη βελτίωση του μοντέλου. Μία επιπλέον πρόοδος είναι η αύξηση, κατά 30% από το 2003, του μήκους των βάσεων των παρατηρήσεων VLBI. Στη βάση των παραπάνω έχουν γίνει εκτιμήσεις για μία πιθανή βελτίωση του ισχύοντος μοντέλου που να βασίζεται σε νέες λύσεις των εξισώσεων κίνησης του βαρύκεντρου Γης-Σελήνης (EMB), νέες θεωρητικές μελέτες των ρυθμών του φαινομένου της μετάπτωσης (precession rates) και την αναθεωρημένη μακροπρόθεσμη μεταβολή του ρυθμού του συντελεστή  $J_2$ , που έχει προκύψει από παρατηρήσεις SLR. Το αναβαθμισμένο μοντέλο που προέκυψε εμφάνισε ορισμένα πλεονεκτήματα σε σχέση με το ισχύον μοντέλο. Ωστόσο, λόγω των αμελητέων μεταβολών στη μετάπτωση της εκλειπτικής και τις υψηλές αβεβαιότητες στη μεταβολή του ρυθμού του συντελεστή  $J_2$ , συνιστάται για πρακτικούς λόγους, η διατήρηση του ισχύοντος μοντέλου (Liu and Capitaine, 2016).

Σχετικά με το μέλλον των θεωριών περιστροφής της Γης, το κομμάτι που αφορά τις μεταβολές μεγάλης περιόδου, δηλαδή της μετάπτωσης, και αυτό που αφορά τις μεταβολές μικρής περιόδου, δηλαδή της κλόνησης, θα πρέπει να λύνονται ταυτόχρονα ώστε να προκύπτει ένα ενιαίο και συνεκτικό μοντέλο. Επίσης, η τεχνική παρατήρησης VLBI θα συνεχίσει να αποτελεί την κυρίαρχη τεχνική παρατήρησης για τη βελτίωση του μοντέλου περιστροφής της Γης. Τέλος, η χρήση των δεδομένων του καταλόγου Gaia και του νέου πλαισίου αναφοράς που θα δημιουργηθεί με την έκδοση του τελικού καταλόγου, θα δώσει την ευκαιρία να συγκριθεί το φαινόμενο μετάπτωσης-κλόνησης στο ορατό κομμάτι του φάσματος με αυτό που προσδιορίζεται από τη μέθοδο VLBI σε ενιαίο επίπεδο ακρίβειας, κάτι που ήταν ανέφικτο στο παρελθόν.

## Βιβλιογραφία :

Aoki S. and Kinoshita H., 1983, *Note on the relation between the equinox and Guinot's non-rotating origin*, *Celest. Mech.*, 29(4), pp. 335–360

Capitaine N., 1990, *The celestial pole coordinates*, *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 48(2), pp. 127–143

Capitaine N., 2000, in IAU Colloq. 180, *Towards Models and Constants for Sub-Microarcsecond Astrometry*, ed. K. J. Johnston, D. D. McCarthy, B. J. Luzum, & G. H. Kaplan (Washington: USNO), 153

Capitaine N., 2012, *Micro-arcsecond Celestial Reference Frames: definition and realization – Impact of the recent IAU Resolutions*, *Astron. Astrophys.*, 2012 Vol.12 No. 8, 1162-1184

Capitaine N., Chapront J., Lambert S. and Wallace P., 2003a, *Expressions for the Celestial Intermediate Pole and Celestial Ephemeris Origin consistent with the IAU 2000A precession-nutation model*, *Astron. Astrophys.*, 400(3), pp. 1145–1154

Capitaine N. & Chollet F., 1991, in IAU Colloq. 127, *Reference Systems*, ed. J. A. Hughes, C. A. Smith & G. H. Kaplan (Washington: USNO), 224

Capitaine N., Guinot B. and McCarthy D.D., 2000, *Definition of the Celestial Ephemeris origin and of UT1 in the International Celestial Reference Frame*, *Astron. Astrophys.*, 355(1), pp. 398–405.

Capitaine N., Guinot B. and Souchay J., 1986, *A Non-rotating Origin on the Instantaneous Equator: Definition, Properties and Use*, *Celest. Mech.*, 39(3), pp. 283–307

Capitaine N. and Wallace P.T., 2006, *High precision methods for locating the celestial intermediate pole and origin*, *Astron. Astrophys.*, 450, pp. 855– 872

Chapront J., Chapront-Touze M. and Francou G., 2002, *A new determination of lunar orbital parameters, precession constant and tidal acceleration from LLR measurements*, *Astron. Astrophys.*, 387(2), pp. 700–709

Dehant V., Mathews P.M., 2015, *Precession, Nutation and Wobble of the Earth*, Cambridge University Press

Dennis D. McCarthy, P. Kenneth Seidelmann, 2009, *TIME From Earth Rotation to Atomic Physics*, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Dziewonski, A.M and Anderson, D.L, 1981, *Preliminary reference Earth model*, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25: 297-356

Guinot B., 1979, in IAU Symp. 82, *Time and the Earth's Rotation*, ed. D. D. McCarthy & J. D. H. Pilkington (Dordrecht: Reidel), 7

Guinot B., 1981, in IAU Colloq. 56, *Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics*, ed. E. M. Gaposchkin & B. Kolacek (Dordrecht: Reidel), 125

Gurfli P., Seidelmann K., 2016, *Celestial Mechanics and Astrodynamics: Theory and Practice*, Springer–Verlag Berlin Heidelberg

Hilton J.L., Capitaine N., Chapront J. et al., 2006, *Report of the International Astronomical Union Division I Working Group on Precession and the Ecliptic*, *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, 94, 3, 351-367

IAU 2001, *Proceedings of the Twenty-Fourth General Assembly*, Manchester 2000, Trans. IAU, XXIV B (San Francisco: ASP) (resolutions, pp. 33 ff.)

Kaplan G. H., 2005, in IAU XXV Joint Discussion 16, *The International Celestial Reference System: Maintenance and Future Realizations*, ed. R. Gaume, D. D. McCarthy, & J. Souchay (Washington: USNO), 196

Kaplan G. H., 2005, *The IAU Resolutions on Astronomical Reference Systems, Time Scales, and Earth Rotation Models: Explanation and Implementation*, U.S. Naval Observatory Circular 179

Karttunen H., Kröger P., Oja H., Poutanen M., Donner K.J., 2007, *Fundamental Astronomy*, Springer–Verlag Berlin Heidelberg

Kovalevsky J., Seidelmann K., 2004, *Fundamentals of Astrometry*, Cambridge University Press

Lieske J. H., Lederle T., Fricke W. and Morando B., 1977, *Expressions for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants*, *Astron. Astrophys.*, 58(1-2), pp. 1–16

Liu J.-C. and Capitaine N., 2016, *Evaluation of a possible upgrade of the IAU 2006 precession*, *Astron. Astrophys.*, 597, A83 (2017)

Munk W.H. & MacDonald G.J.F., 1960, *The Rotation of the Earth: A Geophysical Discussion* (Cambridge: Cambridge Univ. Press)

Petit G. & Luzum B., 2010, *IERS Conventions 2010*, IERS Technical Note No. 36 eds., Frankfurt am Main: Verlag des Bundesmats für Kartographie und Geodäsie

Soffel M., Langhans R., 2013, *Space-Time Reference Systems*, Springer–Verlag Berlin Heidelberg

Wallace P.T., Capitaine N., 2006, *Precession-nutation procedures consistent with IAU 2006 resolutions*, *Astron. Astrophys.*, 459(3), pp. 981–985

IAU 2006/2000A series for X, Y coordinates:

[http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010\\_official/chapter5/additional\\_info/tab5.2a.txt](http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010_official/chapter5/additional_info/tab5.2a.txt)

[http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010\\_official/chapter5/additional\\_info/tab5.2b.txt](http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010_official/chapter5/additional_info/tab5.2b.txt)

IAU 2006/2000A series corresponding to the revised nutation model IAU 2000A<sub>R06</sub>:

[http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010\\_official/chapter5/additional\\_info/tab5.3a.txt](http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010_official/chapter5/additional_info/tab5.3a.txt)

[http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010\\_official/chapter5/additional\\_info/tab5.3b.txt](http://iers-conventions.obspm.fr/2010/2010_official/chapter5/additional_info/tab5.3b.txt)

[http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/ICRS\\_doc.php](http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/ICRS_doc.php)