



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής

Μελέτη της Εξέλιξης Στρατηγικής της Διάχυσης Πληροφορίας σε Γενικευμένα Δίκτυα με Χρονομεταβλητή Συμπεριφορά Χρηστών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μπιτσάκη Αντωνία Χρυσάνθη

Επιβλέπων: Συμεών Χρ. Παπαβασιλείου
Καθηγητής, ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2018



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής

Μελέτη της Εξέλιξης Στρατηγικής της Διάχυσης Πληροφορίας σε Γενικευμένα Δίκτυα με Χρονομεταβλητή Συμπεριφορά Χρηστών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μπιτσάκη Αντωνία Χρυσάνθη

Επιβλέπων: Συμεών Χρ. Παπαβασιλείου
Καθηγητής, ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή :
Συμεών Χρ. Παπαβασιλείου, Καθηγητής, ΕΜΠ
Θεοδώρα Βαρβαρίγου, Καθηγήτρια ΕΜΠ
Ιωάννα Ρουσσάκη, Επίκουρος Καθηγήτρια ΕΜΠ

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας εξ' ολοκλήρου ή τμήματηστής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απηχζονται προς το συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι απηχζονται τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η διάχυση της πληροφορίας σε γενικευμένα δίκτυα. Ο όρος γενικευμένα δίκτυα περιλαμβάνει τα δίκτυα εκείνα στα οποία η επικοινωνία των χρηστών μπορεί να γίνει με δύο τρόπους: είτε μέσω φυσικού στρώματος, είτε μέσω κοινωνικών δικτύων. Όταν λέμε ότι δύο χρήστες μπορούν να επικοινωνούν στο φυσικό στρώμα εννοούμε πως ικανοποιούνται οι απαιτήσεις υλικού του δικτύου για να καταστεί δυνατή η απευθείας επιτυχής μετάδοση δεδομένων (π.χ., ασύρματο δίκτυο Wi-Fi/Bluetooth). Τα γενικευμένα δίκτυα έχουν πρωτεύοντα πλέον ρόλο στην καθημερινή μας επικοινωνία καθώς η τεχνολογία που έχει αναπτυχθεί επιτρέπει σε χρήστες που ανήκουν στην ίδια ή σε διαφορετικές κοινωνικές ομάδες να ανταλλάσσουν τις πληροφορίες μεταξύ τους. Τα γενικευμένα δίκτυα όπου το φυσικό στρώμα και τα διαδικτυακά κοινωνικά δίκτυα (π.χ., facebook, twitter) συνδυάζονται για να υποστηρίξουν αδιάλειπτες και περισσότερο ευέλικτες υπηρεσίες, καθορίζονται σε μεγάλο βαθμό από τη συμπεριφορά του χρήστη και την εξέλιξή της.

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μοντελοποίηση της διάχυσης της πληροφορίας στα γενικευμένα δίκτυα μέσω της γραφοθεωρητικής εξελικτικής θεωρίας παιγνίων. Επικεντρωνόμαστε στους χρήστες τέτοιων δικτύων και της επιλογή εξελικτικής στρατηγικής από μεριάς τους, σε σχέση με τη διάχυση πληροφορίας. Μελετάμε τη δυναμική αυτής της διαδικασίας, καθώς με τον χρόνο αλλάζουν τα ενδιαφέροντα και η συμπεριφορά των χρηστών και κατά συνέπεια και τα οφέλη που έχουν από αυτή.

Με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab γίνεται προσομοίωση της διάδοσης σε ένα δίκτυο που αποτελείται από χρήστες με διαφορετική συμπεριφορά. Παράλληλα, αναπτύσσεται και αναλύεται θεωρητικά ένα επιδημιολογικό μοντέλο διάχυσης της πληροφορίας, ώστε να υπολογιστεί ο αριθμός των χρηστών που ενδιαφέρονται και ενημερώνονται για συγκεκριμένα θέματα. Τα αποτελέσματα από την προσομοίωση συγκρίνονται με τα αποτελέσματα από το θεωρητικό μοντέλο. Τέλος, συνοψίζονται τα αποτελέσματα της διπλωματικής και δίνονται κατευθύνσεις για μελλοντική μελέτη.

Λέξεις Κλειδιά: γενικευμένα δίκτυα, σύνθετα δίκτυα, διάχυση πληροφορίας, επιδημιολογικό μμοντέλο, χρήστες με χρονομεταβλητό ενδιαφέρον

Abstract

This diploma thesis deals with information diffusion in generalized networks. The term "generalized networks" includes those networks where users can communicate in two ways: either through a physical layer or through social networks. When we say that two users can communicate on the physical layer we understand that the network hardware requirements are met to allow a successful direct (point-to-point) data transmission (e.g., Wi-Fi/Bluetooth wireless network). Generalized networks have a primary role in our day-to-day communication as the technology that has been developed enables users of the same or different social groups to constantly exchange information with each other. Generalized networks where the physical layer and online social networks (e.g., facebook, twitter) are combined to support seamless and more flexible services, are largely determined by user behavior and evolution.

The aim of the present work is to model the diffusion of information in the generalized networks through graphical evolutionary game theory. We focus on the users of such networks and on their choice of evolutionary strategy in relation to the dissemination of information. We are studying the dynamics of this process, as the interests and behavior of users change with time and consequently the benefits from it.

With the help of the Matlab program, we construct a simulation of the diffusion that takes place in a network of users with different behavior. At the same time, an epidemiological model of information diffusion is developed and analyzed in order to calculate the number of users who are interested and informed about specific issues. The results from the simulation are compared with the results from the theoretical model. Finally, the results of the diploma are summarized and directions for future study are given.

Keywords: generalized networks, complex networks, information diffusion, epidemiological model, users with a time-varying interest

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Συμβολή.....	7
1.2 Διάρθρωση.....	9

Κεφάλαιο 2

Γράφοι

2.1 Ορισμοί και Χαρακτηριστικά.....	11
2.2 Μη Κατευθυνόμενοι και Χωρίς Βάρη Γράφοι.....	11
2.3 Τυχαίοι Γράφοι	13
2.4 Πίνακας γειτνίασης, Συνδεσιμότητα, Μονοπάτι και κύκλος, Γειτονιά , Κλίκα.....	15

Κεφάλαιο 3

Δίκτυα

3.1 Ασύρματα Δίκτυα.....	18
3.2 Κοινωνικά/Σύνθετα Δίκτυα.....	20
3.3 Γενικευμένα Δίκτυα.....	30

Κεφάλαιο 4

Θεωρητικό Υπόβαθρο στο Επιδημιολογικό Μοντέλο

4.1 Διάχυση Πληροφορίας και Επιδημιολογικά Μοντέλα.....	33
4.2 Ομογενές Μοντέλο Συνεχούς Χρόνου.....	33
4.3 Κατηγορίες Επιδημιολογικών μοντέλων.....	34

Κεφάλαιο 5

Γενικό υπόβαθρο πάνω στην Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων

5.1 Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων.....	38
5.2. Υπάρχουσα Βιβλιογραφία & Συμβάλλουσες Μελέτες.....	40

Κεφάλαιο 6

Μελέτη Διάχυσης Πληροφορίας σε Κόμβους με Χρονομεταβλητά Ενδιαφέροντα με χρήση Εξελικτικής Θεωρίας Παιγνίων

6.1 Εξελικτικό παίγνιο σε γενικευμένα γραφήματα με χρονομεταβλητή καταλληλότητα: Θεωρητική Μελέτη.....	44
6.2 Εξελικτικό Παιχνίδι πάνω σε Γενικευμένους Γράφους με Χρονομεταβλητή καταλληλότητα: Πειραματική Μελέτη.....	53
6.2.1.Μελέτη Περίπτωσης 1: Περιοδικές / Ημιτονοειδείς Τιμές Καταλληλότητας.....	54
6.2.2 Αριθμητική Αξιολόγηση.....	56
6.2.3 Σύγκριση των Αριθμητικών Αποτελεσμάτων και των Αποτελεσμάτων της Προσομοίωσης..	57
6.2.4 .Μελέτη Περίπτωσης 2 : Λογαριθμικές/ Εκθετικές Τιμές Καταλληλότητας.....	59
6.2.5 Αριθμητική Αξιολόγηση.....	59
6.2.6 Σύγκριση των Αριθμητικών Αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.....	61
6.3 Μελέτη της ύπαρξης και του αριθμού των σημείων ΕΕΚ.....	62

Κεφάλαιο 7

Κριτική Ανάλυση και συμπεράσματα

7.1 Κριτική Ανάλυση στη Σχέση Μεταξύ Μελετών Διάχυσης Πληροφορίας, βασισμένες στην ΕΘΠ και την Επιδημιολογική Ανάλυση.....	68
7.2 Συμπεράσματα.....	70
Αναφορές	71

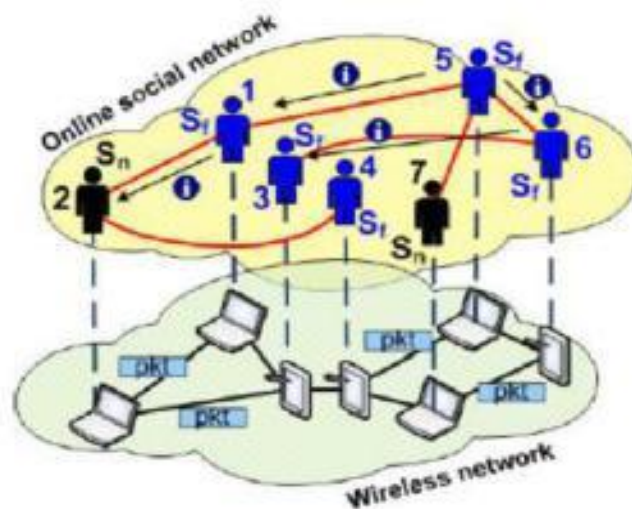
Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Συμβολή

Τα διαδικτυακά κοινωνικά δίκτυα (Facebook/Twitter) και οι υπηρεσίες που έχουν δημιουργηθεί με βάση αυτά την τελευταία δεκαετία έχουν αλλάξει ραγδαία το σκηνικό των μοντέρνων επικοινωνιών και τα πρότυπα συμπεριφοράς χρηστών. Μαζί με τις τεχνολογικές εξελίξεις στις συσκευές, στο λογισμικό και στην υποδομή δικτύου έχουν δημιουργήσει μία πιο περίπλοκη αλληλεπίδραση χρηστών και πιο περίπλοκο περιβάλλον μεταφοράς και μεταβίβασης δεδομένων, το οποίο ονομάζεται μοντέλο Γενικευμένου Δικτυού.

Ένα Γενικευμένο Δίκτυο αποτελείται από ένα φυσικό υπόστρωμα διασυνδεδεμένων συσκευών (WiFi/Bluetooth) και ένα κοινωνικό υπερκείμενο δίκτυο, όπου οι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν απευθείας γνωριμίες ακόμα και αν οι συσκευές τους δεν είναι απευθείας συνδεδεμένες (Σχήμα 1). Ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά αυτού του καινούριου προτύπου είναι ότι η σύντηξη του κοινωνικού και του φυσικού στρώματος κάνει τη συμπεριφορά των χρηστών έναν καθοριστικό παράγοντα της λειτουργίας και της εξέλιξης της διάδοσης πληροφορίας. Γενικευμένα δίκτυα που παρουσιάζουν ενδιαφέρον μπορεί να διαχωρίζονται περαιτέρω ανάλογα με τη φυσική τοπολογία, όπως π.χ., σε ένα Ασύρματο Γενικευμένο Δίκτυο (Σχήμα 1) η φυσική τοπολογία αποτελείται καθαρά από ασύρματους δεσμούς.



Σχήμα 1. Παράδειγμα διάχυσης πληροφορίας σε ένα WGN (Wireless Generalized Network). Οι χρήστες που έχουν επισημανθεί με S_i προωθούν περαιτέρω τις πληροφορίες που λαμβάνουν, ενώ οι χρήστες με σήμανση S_n δεν το κάνουν.

Η αρχιτεκτονική δύο συνδεδεμένων στρώματων των γενικευμένων δικτύων τους επιτρέπει να περιγράψουν καλύτερα τον αντίκτυπο που μπορεί να έχει η συμπεριφορά χρηστών στην εξέλιξη των διαφόρων διαδικασιών, π.χ., ανταλλαγή πληροφοριών που λαμβάνει χώρα και στα δύο στρώματα εναλλάξ. Για παράδειγμα, οι χρήστες μπορούν να αλλάξουν συσκευές, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι διαφορετικές δυνατότητες επικοινωνίας στο φυσικό στρώμα μπορούν να ακολουθήσουν άλλα πρότυπα κίνησης και έτσι να επηρεάσουν μόνο τη φυσική τοπολογία, ή μπορεί να παρουσιάσουν διαφορετικές συνήθειες στην προώθηση πληροφοριών που λαμβάνουν, π.χ. περιοδικό ενδιαφέρον για συγκεκριμένους τύπους πληροφοριών. Επιπλέον, τέτοια δίκτυα συνήθως παρουσιάζουν εξελικτικά χαρακτηριστικά σε διάφορα επίπεδα, ειδικά στα κοινωνικά επίπεδα όπου η συμπεριφορά του χρήστη εξελίσσεται ακολουθώντας τη συμπεριφορά και την κοινωνική μεταμόρφωση κάθε ατόμου. Όντως, δύο πηγές εξέλιξης μπορούν να αναγνωριστούν, ονομαστικά, αφενός η εξέλιξη που χαρακτηρίζει τις ίδιες τις διαδικασίες, αφετέρου η εξέλιξη που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του χρήστη, η οποία επηρεάζει και την προηγούμενη. Σε αυτή τη μελέτη επικεντρωνόμαστε στη διάδοση πληροφορίας διαμέσου και των δύο επιπέδων. Αρχικά μέσω μόνο φυσικού στρώματος, έπειτα μόνο μέσω κοινωνικού και τέλος και με τους δύο τρόπους, με ίση πιθανότητα.

Με βάση τα αντίστοιχα μοντέλα στον τομέα της επιδημιολογίας δημιουργείται ένα μοντέλο για τη διάδοση της πληροφορίας από «μολυσμένους» σε «υγιείς» χρήστες λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά του δικτύου και των χρηστών που το απαρτίζουν. «Μολυσμένοι» χρήστες θεωρούνται εκείνοι που έχουν ενημερωθεί για κάποια πληροφορία, κάποιο θέμα, το οποίο αποτελεί και την «ασθένεια». Αντίστοιχα, οι υγιείς χρήστες αποτελούνται από το κομμάτι του πληθυσμού που παραμένει ανενημέρωτο τη στιγμή που μελετάται το φαινόμενο. Για την ανάπτυξη του μοντέλου θεωρείται ότι οι χρήστες έχουν χρονομεταβλητά ενδιαφέροντα στη διάρκεια ενός έτους και διαφορετικά για κάθε πληροφορία.

Η μελέτη κάποιων εξελικτικών διαδικασιών πάνω σε γενικευμένα δίκτυα (π.χ., διάχυση πληροφορίας, διανομή πηγών, κλπ.) λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη τα χαρακτηριστικά και τη συμπεριφορά τους είναι ένα πολύ ενδιαφέρον πρόβλημα με πρακτική σημασία για διάφορους τομείς (π.χ., μάρκετινγκ, διαχείριση ενέργειας, κλπ.). Σε πολλά έργα στο παρελθόν έχουν προκύψει και αναφερθεί προβλήματα που αφορούν εξελικτικές δικτυακές διαδικασίες και μερικές φορές συνδυάζονταν με εξελικτική δικτυακή συμπεριφορά. Έργα όπως το [2] μας παρείχαν τα μαθηματικά εργαλεία για τέτοιου είδους μελέτες μέσω εξελικτικής θεωρίας παιγνίων, ενώ έργα όπως το 3 αναφέρονται σε πιο ομαλές περιπτώσεις εξελικτικής θεωρίας παιγνίων, όπως π.χ. με

πίνακες περιοδικής καταλληλότητας. Στο [4] οι συγγραφείς επικεντρώνονται στη γραφική εξελικτική θεωρία παιγνίων και εισάγουν κανόνες συγχρονισμού για τις στρατηγικές (συμπεριφορές) που υιοθετούν οι παίκτες, που μπορούν να χαρτογραφηθούν σε στρατηγικές προώθησης των χρηστών των δικτύων επικοινωνίας. Ένα πιο γενικό πρόβλημα διανεμημένου προσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος πάνω σε δίκτυα τίθεται σαν πρόβλημα εξελικτικής θεωρίας παιγνίων στο 5, όπου χρήστες χαρτογραφούνται ως παίκτες και οι διαφορετικές στρατηγικές (συμπεριφορές χρηστών) χαρτογραφούνται στην εφαρμογή ή μη τοπικής εκτίμησης/συνδυασμού πληροφοριών από διαφορετικού γείτονες. Τα [6,7] είναι πιο σχετικά έργα με την παρούσα μελέτη, ονομαστικά η εξέλιξη της δυναμικής της διάχυσης πληροφοριών, όπου η διάδοση πληροφορίας τίθεται σαν γραφικό εξελικτικό παίγνιο. Στα τελευταία τρία έργα, τα προβλήματα μελετούνται για μονοεπίπεδα δίκτυα με σταθερές τιμές καταλληλότητας, ενώ στην παρούσα μελέτη ερευνούμε σε διεπίπεδα WGN και χρονομεταβλητές αμοιβές καταλληλότητας/συμπεριφορές (ενδιαφέροντα) χρηστών. Όπως θα αναφερθεί εκτενέστερα στο κεφάλαιο 2.2.

Πιο συγκεκριμένα, στο παρόν έργο επικεντρωνόμαστε στη μελέτη της εξελικτικής συμπεριφοράς σε ΑΓΔ(Ασύρματα Γενικευμένα Δίκτυα) σε αντιστοιχία με την διάδοση πληροφορίας και ειδικά στην προθυμία των χρηστών να προωθήσουν περαιτέρω την πληροφορία την οποία λαμβάνουν. Επομένως εξελίσσεται ένα πρόβλημα διάδοσης πληροφορίας. Οι χρήστες στα διαδικτυακά κοινωνικά δίκτυα, συχνά λαμβάνουν διάφορα κομμάτια πληροφορίας, αλλά το εάν ή όχι αυτή η πληροφορία θα προωθηθεί, εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, συμπεριλαμβανομένου της συμπεριφοράς του χρήστη. Όντως η συμπεριφορά και τα ενδιαφέροντα ενός χρήστη παίζουν σημαντικό ρόλο στον καθορισμό του εάν ο χρήστης θα ακολουθήσει προωθητική στρατηγική ή το αντίθετο. Θα χρησιμοποιήσουμε γραφοθεωρητική εξελικτική θεωρία παιγνίων και θα αναλύσουμε τον αντίκτυπο μιας εξελικτικής συμπεριφοράς χρήστη στη διάδοση πληροφορίας και συγκεκριμένα στη δυναμική της επιλογής στρατηγικής των χρηστών σε αναλογία με τη διάχυση πληροφορίας. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω και όπως θα δειχθεί παρακάτω με μεγαλύτερη λεπτομέρεια, η εξελικτική θεωρία παιγνίων είναι μία από τις πλέον κατάλληλες μεθοδολογίες ανάλυσης αυτού του είδους προβλημάτων, και άρα υιοθετούμε αυτό το σύνολο εργαλείων με σκοπό να μας βοηθήσει στη μελέτη μας.

1.2 Διάρθρωση

Η παρούσα διπλωματική εργασία ακολουθεί την εξής δομή :

Στο Κεφάλαιο 2 παρατίθεται μία μικρή εισαγωγή στη Θεωρία Γραφημάτων (Graph Theory), ώστε να υπάρχει γνώση και κατανόηση των βασικών εννοιών που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα μελέτη για την ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς των δικτύων (dynamic network behavior).

Αρχικά δίνονται οι ορισμοί και τα χαρακτηριστικά στοιχεία των γράφων, η διαδικασία μελέτης τους και εξετάζονται πιο συγκεκριμένα τα είδη των γραφημάτων που απασχολούν το επιστημονικό πεδίο που ανήκει η παρούσα μελέτη, τα απλά, οι τυχαίοι γράφοι, τα μη κατευθυνόμενα και τα δίκτυα χωρίς βάρη. Τέλος αναφέρεται ο τρόπος αναπαράστασης των γραφημάτων που θα χρησιμοποιήσουμε, δηλαδή οι πίνακες γειτνίασης καθώς και κάποια άλλα βασικά χαρακτηριστικά τους.

Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια εισαγωγή στα Σύνθετα Δίκτυα (Complex Networks). Περιγράφονται εκτενώς τα Ασύρματα Δίκτυα και τα Κοινωνικά, καταλήγοντας στα Γενικευμένα Δίκτυα. Επίσης γίνεται περιγραφή των δικτύων Μικρού-Κόσμου (Small-World Networks), καθώς και των δικτύων Χωρίς-Κλίμακα (Scale-free Networks). Γίνεται αναφορά επίσης σε εργασία σχετική με τη διάχυση της πληροφορίας σε γενικευμένα δίκτυα. Εφόσον η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στη μελέτη της διάχυσης στα γενικευμένα δίκτυα, είναι απαραίτητη η εισαγωγή σε αυτά τα δίκτυα και η κατανόηση ορισμένων στοιχείων τους.

Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται η έννοια της διάχυσης της πληροφορίας στα δίκτυα και το επιδημιολογικό μοντέλο για την μελέτη της. Επιπρόσθετα περιγράφονται εκτενώς διάφορα είδη του επιδημιολογικού μοντέλου και δίνεται περισσότερο έμφαση στο επιδημιολογικό μοντέλο SIS το οποίο χρησιμοποιείται τελικά στο μοντέλο που αναπτύσσεται στη συνέχεια.

Ακολουθεί το Κεφάλαιο 5, που γίνεται η παρουσίαση του προβλήματος στο οποίο επικεντρώνεται η παρούσα εργασία. Παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε για τη μελέτη της διάδοσης της πληροφορίας στο δίκτυο με τους χρήστες με τα διαφορετικά και χρονομεταβλητά ενδιαφέροντα για κάθε πληροφορία και η επίλυσή του, ενώ πραγματοποιείται η αξιολόγηση του με βάση τα αποτελέσματα που συλλέχθηκαν μετά την προσομοίωση του μοντέλου αυτού.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 6 γίνεται μια σύνοψη αυτών που παρουσιάστηκαν στα παραπάνω κεφάλαια, των αποτελεσμάτων που προέκυψαν καθώς και μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Γράφοι

2.1 Ορισμοί και Χαρακτηριστικά

Η Θεωρία Γράφων/Γραφημάτων (graph theory) είναι ένα γνωστικό πεδίο των διακριτών μαθηματικών, με εφαρμογές στην πληροφορική, στις επιστήμες μηχανικών, στη χημεία, στην κοινωνιολογία, στη μηχανική, στις οικονομικές και ανθρωπιστικές επιστήμες. Χρησιμοποιείται κατά τη μοντελοποίηση πολλών προβλημάτων όπως στα Τηλεπικοινωνιακά και Οδικά Δίκτυα, Ηλεκτρονικά Κυκλώματα, Αεροπορικές Πτήσεις, κλπ. Μελετά τις σχέσεις αντικείμενων τα οποία έχουν κάποια συνάφεια μεταξύ τους ή συνδέονται με κάποιο ορισμένο τρόπο [48].

Ένας γράφος (ή γράφημα) $G = (V, E)$ είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος $G = (V, E)$. Αποτελείται από ένα σύνολο κορυφών (vertices) ή κόμβων (nodes) που συμβολίζονται με V και ένα σύνολο συνδέσμων μεταξύ των στοιχείων του V , που ονομάζονται ακμές ή γραμμές (edges) του γράφου και συμβολίζονται με E . Μία ακμή είναι υποσύνολο δύο στοιχείων V , δηλαδή, σχετίζεται με δύο κορυφές και η σχέση αυτή απεικονίζεται ως διατεταγμένο ζεύγος των κορυφών αναφορικά με τη συγκεκριμένη ακμή. Οι κορυφές αυτές λέμε ότι ανήκουν στην ακμή και ονομάζονται άκρα της ακμής αυτής. Μια κορυφή μπορεί να υπάρχει σε ένα γράφημα και να μην ανήκει σε ακμή [48].

Τάξη και μέγεθος ενός γραφήματος είναι ο $|V|$ (ο αριθμός των κορυφών) και ο $|E|$ (ο αριθμός των ακμών) αντίστοιχα. Βαθμός κόμβου ορίζεται ο αριθμός των ακμών που συνδέονται με αυτόν. Κάθε κόμβος του γράφου χαρακτηρίζεται από το βαθμό του. Μία ακμή η οποία συνδέεται με μία συγκεκριμένη κορυφή και στα δύο άκρα συνυπολογίζεται δύο φορές στην εύρεση του βαθμού κόμβου (κεφάλαιο 2 της αναφοράς [43]) και ονομάζεται βρόχος.

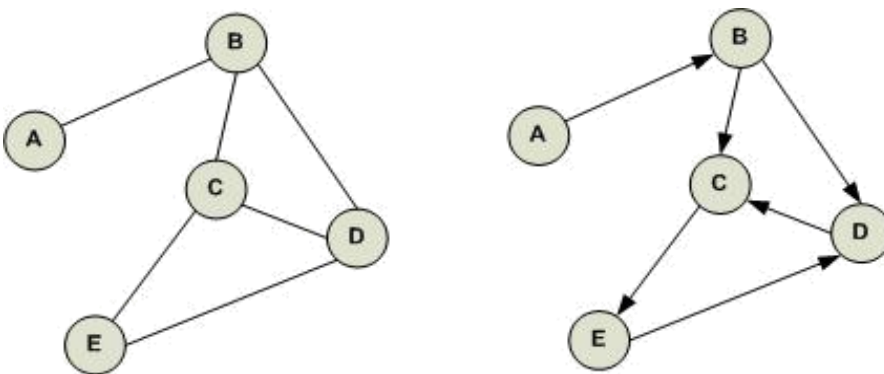
2.2 Μη Κατευθυνόμενοι και Χωρίς Βάρη Γράφοι

Ένας γράφος είναι κατευθυνόμενος αν οι ακμές του είναι προσανατολισμένες προς μία κατεύθυνση και αντίστοιχα μη κατευθυνόμενος, αν οι ακμές του δεν είναι προσανατολισμένες προς μία κατεύθυνση. ([43] και Σχήμα 2). Στους κατευθυνόμενους γράφους ο προσανατολισμός της ακμής συμβολίζεται με ένα βέλος. Στο μη κατευθυνόμενο γράφο τα ζεύγη των κορυφών που ορίζουν τις ακμές του δεν έχουν διάταξη. Για παράδειγμα, μεταξύ δύο κορυφών u και v τα βέλη από τη u στη v και από τη v στη u , θεωρούνται μία ακμή και όχι δύο. Στους κατευθυνόμενους γράφους

θεωρούνται δύο ξεχωριστές ακμές ανάλογα με την κατεύθυνση τους. Για κατεύθυνση από τη u στη v , το u είναι η ουρά (tail) και το v η κεφαλή (head) και αντίστροφα για κατεύθυνση από τη v στη u . Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ένας μη κατευθυνόμενος γράφος μπορεί να θεωρηθεί και ως συμμετρικός κατευθυνόμενος γράφος (δηλαδή για κάθε ακμή να υπάρχει και η αντίρροπή της) [43].

Ο μέγιστος αριθμός ακμών για ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με n κορυφές είναι $n(n-1)/2$, ενώ ο αντίστοιχος αριθμός σε κατευθυνόμενο γράφο είναι $n(n-1)$. Ένας γράφος (κατευθυνόμενος ή μη), με τον μέγιστο αριθμό ακμών ονομάζεται πλήρης. Μη κατευθυνόμενος γράφος είναι μια ειδική περίπτωση του κυρίου ορισμού του γράφου. Ως μαθηματική έκφραση, ο ορισμός του μη κατευθυνόμενου γράφου έχει ως εξής: Ο γράφος G είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος $G = \langle V(G), E(G) \rangle$ όπου: $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} = n$, το πεπερασμένο και μη κενό σύνολο των κορυφών, $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} = m$, το μη διατεταγμένο σύνολο των ακμών.

Στην προκειμένη περίπτωση κάθε ακμή είναι ένα διμελές σύνολο αποτελούμενο από δύο κορυφές, οι οποίες αποκαλούνται τερματικές κορυφές (κόμβοι) και δεν είναι απαραίτητα διαφορετικές μεταξύ τους. Μία ακμή $x = (i, j)$ μπορεί να αναπαρασταθεί και ως $x = ij$ και λέμε ότι οι κόμβοι i και j είναι γειτονικοί και ο κόμβος i και η ακμή προσπίπτουν. Αν δύο διαφορετικές ακμές x και y προσπίπτουν σε κοινό κόμβο ονομάζονται γειτονικές ακμές. Με τον όρο γράφημα θα αναφερόμαστε σε ένα απλό, μη κατευθυνόμενο γράφο [49].



Σχήμα 2: Αριστερά μη κατευθυνόμενος γράφος και δεξιά κατευθυνόμενος γράφος

Ακόμα μια ειδική περίπτωση στο γενικό ορισμό του γράφου είναι ο μη σταθμισμένος γράφος (κεφάλαιο 2 της αναφοράς [43]). Συγκεκριμένα ένας γράφος G ονομάζεται μη σταθμισμένος αν στις

ακμές του δεν έχει οριστεί μια συνάρτηση κόστους ή βάρους $w: E \rightarrow \mathbb{R}$. Η συνάρτηση βάρους w μπορεί να μοντελοποιεί κόστος, απόσταση, χρόνο ή το ενδιαφέρον στα κοινωνικά δίκτυα και το πεδίο τιμών της είναι το \mathbb{R}^+ ή το \mathbb{N} .

Δίκτυο ή σταθμισμένος γράφος ονομάζεται το γράφημα όπου η κάθε ακμή του χαρακτηρίζεται από κάποιο αριθμό (έχει κάποια τιμή) που ονομάζεται βάρος ή βαρύτητα της ακμής. Υποθέτουμε ότι ο $G(V,E)$ είναι γράφος. Τότε κάθε γράφος με τη συνάρτηση βάρους του $w: E \rightarrow \mathbb{N}$ καλείται γράφος με βάρη.

Ακόμα ένας ορισμός για τους σταθμισμένους γράφους είναι η δύναμη του κόμβου. Η δύναμη του κόμβου είναι ο συνολικός αριθμός του βάρους των ακμών που εισέρχονται ή εξέρχονται από έναν κόμβο. Έστω ότι με i συμβολίζεται ένας κόμβος τότε με s_i^{in} συμβολίζεται η δύναμη που εισέρχεται και s_i^{out} η δύναμη που εξέρχεται από τον κόμβο i (κεφάλαιο 4 της αναφοράς [43]).

$$s_i^{out} = \sum_{j=1}^N w_{ij} \quad (1)$$

$$s_i^{in} = \sum_{j=1}^N w_{ji} \quad (2)$$

Στην περίπτωση μη σταθμισμένου γράφου ισχύει ότι η δύναμη που εισέρχεται στο γράφο θα είναι ίση με αυτή που εξέρχεται, δηλαδή:

$$s_i^{out} = s_i^{in} = s_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} \quad (3)$$

2.3 Τυχαίοι Γράφοι (Random Graphs)

Η Θεωρία των Τυχαίων Γράφων έχει προκύψει ως συνδυασμός εννοιών από την παραδοσιακή Θεωρία Γράφων και της Θεωρίας Πιθανοτήτων. Η προέλευσή της αυτή την καθιστά ένα από τα βασικά μαθηματικά εργαλεία για τη μελέτη των δικτύων επικοινωνιών (κεφάλαιο 2 της [43]) και προσφέρει ένα εναλλακτικό μοντέλο για τη μελέτη δικτύων με στοχαστική συμπεριφορά. Το καινούριο που μας προσφέρει το μοντέλο αυτό, είναι ότι επιτρέπει τη χρήση πολλών βαθμών τυχειότητας (στοχαστικότητα) στο σχηματισμό και εξέλιξη των δικτύων, το οποίο δεν επιτρεπόταν με τη χρήση της κλασικής Θεωρίας Γράφων.

Ένας τυχαίος γράφος έχει δύο παραμέτρους [43]: μια παράμετρο n που ελέγχει το πλήθος των κόμβων στο γράφο και μια δεύτερη m που ελέγχει την πυκνότητα του γράφου δηλαδή το πλήθος των ακμών. Η κατανομή βαθμού των κόμβων είναι αυθαίρετη. Στην πιο κοινή εκδοχή ο τυχαίος γράφος $G(n, m)$ αντιστοιχεί στο σύνολο των γράφων με n κόμβους όπου επιλέγονται m ακμές από το σύνολο των $n(n-1)/2$ και τοποθετούνται στο γράφο. Στην περίπτωση αυτή η κατανομή βαθμών μπορεί να προκύψει από ομοιόμορφη δειγματοληψία. Εναλλακτικά οι ακμές επιλέγονται με πιθανότητα p οπότε προκύπτει το μοντέλο $G(n, p)$. Στην περίπτωση αυτή η κατανομή των βαθμών ακολουθεί την διωνυμική κατανομή.

Η απλότητα και οι ιδιότητες του τυχαίου γράφου τον καθιστούν ιδιαίτερα δημοφιλή ως μαθηματικό μοντέλο, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιείται ευρέως στη μοντελοποίηση συστημάτων για να μελετηθεί η συμπεριφορά τους (π.χ., p2p δίκτυα). Το κατά πόσο, όμως, το παραγόμενο μοντέλο ταιριάζει στα δίκτυα του πραγματικού κόσμου εξαρτάται από τον τρόπο που ο κάθε κόμβος επιλέγει τους γείτονές του κατά το σχηματισμό του δικτύου. Αν η επιλογή αυτή είναι τυχαία τότε και το δίκτυο που θα προκύψει θα είναι τυχαίο [58].

Κάποια ακόμα βασικά μοντέλα τυχαίων γράφων είναι :

- Το $G_{n,p}$ ή αλλιώς πιθανοτικό μοντέλο (probabilistic model), που αποτελείται από όλους τους γράφους με n κορυφές, όπου κάθε μια από τις $\binom{n}{2}$ δυνατές ακμές υπάρχει με πιθανότητα p και είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Η πιθανότητα $p = p(n)$ είναι μια συνάρτηση του αριθμού n των κορυφών.
- Το $G_{n,M}$ που ονομάζεται και στατικό (static) , αποτελείται από όλους τους γράφους n κορυφών που έχουν M ακμές. Υπάρχουν $N = \binom{n}{2}$ δυνατές ακμές και επομένως $\binom{N}{M}$ δυνατοί γράφοι με M ακμές. Θεωρώντας τους γράφους ισοπίθανους καθένας έχει πιθανότητα ίση με $\binom{N}{M}^{-1}$.
- Το δυναμικό μοντέλο (dynamic model) ή διαφορετικά διεργασία τυχαίων γράφων (random graph process) G^* . Αυτή είναι ουσιαστικά μία Μαρκοβιανή αλυσίδα (Markov chain) $G^* = \{G_t\}_{t=0}^{\infty}$ στο $V = \{1,2,\dots,n\}$ που οι καταστάσεις της είναι γράφοι με σύνολο κορυφών V . Η διεργασία ξεκινάει από τον κενό γράφο και για κάθε $1 \leq t \leq \binom{n}{2}$ ο γράφος G_t προκύπτει από τον G_{t-1} προσθέτοντας μία ακμή. Όλες οι ακμές θεωρούνται ισοπίθανες. [43]

Αξίζει να σημειωθεί στο παρόν σημείο ότι κανένα από τρία μοντέλα δεν θεωρείται περισσότερο αποδεκτό από τα υπόλοιπα. Ανάλογα με την περίπτωση που μελετάμε κάθε φορά, τα διαφορετικά χαρακτηριστικά που μπορεί να έχει κάποιο σε σχέση με τα υπόλοιπα το καθιστούν καταλληλότερο ή βολικότερο. Για παράδειγμα, η πλήρης στατική ανεξαρτησία του μοντέλου $G_{n,p}$ το καθιστά πιο εύκολο στη χρήση από τεχνική άποψη σε σχέση με το $G_{n,M}$. Το $G_{n,M}$ από τεχνικής απόψεως, αντίθετα, λόγω της ύπαρξης συγκεκριμένου αριθμού ακμών, εμφανίζει προβλήματα στατιστικών εξαρτήσεων γεγονός που δεν το καθιστά τόσο εύκολο στη χρήση. Προφανώς πολλές φορές μπορούμε να μεταβούμε από το ένα μοντέλο στο άλλο. Για παράδειγμα τα μοντέλα $G_{n,p}$ και $G_{n,M}$ είναι ταυτόσημα όταν $M = p \binom{n}{2}$.

2.4 Πίνακας Γειτνίασης (*adjacency matrix*), Συνδεσιμότητα (*connectivity*), Περίπατος και Κύκλος (*paths and cycles*), Γειτονιά (*neighborhood*), Κλίκα (*clique*)

Ο πίνακας γειτνίασης χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει τις ακμές ενός γράφου. Ο πίνακας γειτνίασης A ενός γραφήματος $G(V,E)$ είναι ένας τετραγωνικός πίνακας διάστασης $|V| \times |V|$ οι γραμμές και οι στήλες του οποίου αριθμούνται με βάση τις κορυφές του [43]. Τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης ορίζονται με βάση τις ακμές του γραφήματος από τη σχέση:

$$A[i, j] = \begin{cases} 1 & \text{αν } \{u_i, v_j\} \in E \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4)$$

όπου με i συμβολίζουμε τις γραμμές του πίνακα και με j τις στήλες του. Αν υπάρχει ακμή που ενώνει την κορυφή u_i με την κορυφή v_j τότε το στοιχείο a_{ij} του πίνακα γειτνίασης θα ισούται με 1, διαφορετικά με 0.

Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι για το ίδιο γράφημα μπορεί να προκύψουν διαφορετικοί πίνακες γειτνίασης αν χρησιμοποιηθεί διαφορετική αρίθμηση κορυφών.

Στη συνέχεια αναλύονται οι ιδιότητες του πίνακα γειτνίασης ενός απλού γράφου. Με τον όρο απλό γράφημα χαρακτηρίζεται ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα που δεν έχει βρόχους και έχει το πολύ μια ακμή ανάμεσα σε δύο διαφορετικές κορυφές [49]. Σε ένα απλό γράφημα οι ακμές του γραφήματος αποτελούν ένα σύνολο και κάθε ακμή είναι ένα ξεχωριστό ζευγάρι κορυφών. Σε ένα απλό γράφημα με n κορυφές κάθε κορυφή έχει ένα βαθμό που είναι μικρότερο από n (το αντίστροφο, όμως, δεν είναι αλήθεια - υπάρχουν και μη-απλά γραφήματα με n κορυφές στα οποία κάθε κορυφή έχει βαθμό μικρότερο από το n).

Οι βασικές ιδιότητες ενός πίνακα γειτνίασης του είναι [43]:

1. Τα διαγώνια στοιχεία του είναι 0 (επειδή δεν υπάρχουν ανακυκλώσεις) και ο πίνακας είναι συμμετρικός ως προς τη διαγώνιο (επειδή οι ακμές δεν έχουν κατεύθυνση).
2. Το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής ή της στήλης που αντιστοιχεί σε κάθε κορυφή v_i είναι ίσο με το βαθμό της κορυφής, δηλαδή

$$\sum_{v_j \in V} A[v_i, v_j] = \sum_{v_j \in V} A[v_j, v_i] = \text{deg}(v_i) \quad (5)$$

3. Το συνολικό άθροισμα των στοιχείων του πίνακα γειτνίασης είναι ίσο με το διπλάσιο του αριθμού των ακμών του γραφήματος, δηλαδή

$$\sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} A[v_i, v_j] = 2|E| \quad (6)$$

Το σύνολο των ιδιοτιμών ενός γράφου αποτελεί το φάσμα του γράφου.

Μονοπάτι ενός γραφήματος, από έναν κόμβο σε έναν άλλο, ορίζεται ως μια ακολουθία συνεχόμενων κόμβων, όπου κάθε κόμβος της ακολουθίας συνδέεται με τον επόμενο του μέσω ακμής [43]. Δηλαδή είναι μια ακολουθία ακμών (e_1, \dots, e_k) όπου για κάθε i , $1 \leq i \leq k-1$, το ένα άκρο (το τέλος για κατευθυνόμενο γράφημα) της ακμής e_i συμπίπτει με το άλλο άκρο (την αρχή) της ακμής e_{i+1} . Το μήκος ενός μονοπατιού, είναι το πλήθος των ακμών της ακολουθίας. Ένα μονοπάτι που αποτελείται από έναν μη επαναλαμβανόμενο κόμβο και δεν περιέχει καμία ακμή, είναι ένα τετριμμένο μονοπάτι μηδενικού μήκους. Ένα μονοπάτι είναι κατευθυνόμενο αν μπορούμε να πάμε από το ένα άκρο του στο άλλο και όχι το ανάποδο. Ενώ είναι μη κατευθυνόμενο όταν και οι δύο κατευθύνσεις του είναι δυνατές. Δύο μονοπάτια λέγονται ξένα ως προς τις ακμές, αν δεν έχουν καμία κοινή ακμή (παρότι μπορεί να τέμνονται).

Η απόσταση $d(u,v)$ μεταξύ δύο κόμβων (u,v) ενός γράφου G είναι το μικρότερο μονοπάτι που ενώνει αυτούς τους δύο κόμβους (κεφάλαιο 2 της αναφοράς [43]). Η απόσταση για κάθε κόμβο u,v που ενώνονται μεταξύ τους με κάποιο μονοπάτι έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

$$d(u,v) \geq 0, \text{ με } d(u,v)=0, \text{ αν και μόνο αν } u=v$$

$$d(u,v)=d(v,u)$$

Ένα μονοπάτι θα ονομάζεται κύκλος, αν καταλήγει στον ίδιο κόμβο από τον οποίο ξεκινά [43]. Όταν δηλαδή η αρχική και η τελική κορυφή συμπίπτουν. Ένας κύκλος λέγεται απλός αν κανένας κόμβος δεν επαναλαμβάνεται, ενώ λέγεται σύνθετος αν υπάρχει τουλάχιστον ένας κόμβος που επαναλαμβάνεται (δηλαδή, ο σύνθετος κύκλος αποτελείται από πολλούς απλούς). Επίσης, ένας κύκλος ονομάζεται κατευθυνόμενος αν η διάτρεξη του κύκλου γίνεται μόνο κατά μία κατεύθυνση. Αλλιώς, λέγεται μη κατευθυνόμενος. Ένας κύκλος μήκους k λέγεται άρτιος ή περιττός αν το k είναι άρτιο ή περιττό αντίστοιχα.

Ένα γράφημα ονομάζεται κλίκια ή πλήρες γράφημα αν κάθε ζευγάρι κορυφών του συνδέεται με ακμή [43]. Η κλίκια n κορυφών συμβολίζεται με K_n και έχει ακριβώς $\frac{n(n-1)}{2}$ ακμές. Ένα σύνολο κορυφών χωρίς καμία ακμή μεταξύ τους ονομάζεται σύνολο ανεξαρτησίας.

Συνεπώς το συμπληρωματικό γράφημα μιας κλίκιας είναι ένα σύνολο ανεξαρτησίας (στο ίδιο σύνολο κορυφών).

Η συνδεσιμότητα αποτελεί μια πολύ βασική έννοια στη Θεωρία Γράφων, την οποία χρησιμοποιούμε για να μπορούμε να ποσοτικοποιούμε τις σχέσεις στα δίκτυα [43]. Η συνδεσιμότητα $\kappa=\kappa(G)$ ενός γράφου G είναι ο ελάχιστος αριθμός των κόμβων τους οποίους αν

τους αφαιρέσουμε θα έχουμε ένα μη συνδεδεμένο ή trivial (τετριμμένο) γράφο. Η συνδεσιμότητα-ακμών (line-connectivity) $\lambda = \lambda(G)$ ενός γράφου G είναι ο ελάχιστος αριθμός ακμών τις οποίες αν αφαιρέσουμε θα καταλήξουμε σε ένα μη συνδεδεμένο ή trivial γράφο επίσης. Ο trivial γράφος είναι ένας γράφος που αποτελείται από έναν απομονωμένο κόμβο. Ένα γράφημα ονομάζεται συνδεδεμένο αν κάθε ζεύγος διακριτών κορυφών στο γράφημα είναι συνδεδεμένο. Αλλιώς, το γράφημα ονομάζεται μη συνδεδεμένο. Για ένα μη συνδεδεμένο γράφημα ισχύει $\kappa(G) = 0$ και για ένα γράφο τάξης p ισχύει $\kappa(K_p) = p-1$ αφού θα πρέπει να αφαιρέσουμε $p-1$ κόμβους για να καταλήξουμε σε trivial γράφο τάξης 1.

Έστω G γράφημα και έστω $S \subseteq V(G)$. Σύμφωνα με τον ορισμό στο κεφάλαιο 4 της αναφοράς [43] γειτονιά του S στο G ονομάζεται το σύνολο $NG(S) = \{u \in V(G) \mid \exists v \in S : \{v, u\} \in E(G)\}$, δηλ. το σύνολο όλων των κορυφών του G που είναι συνδεδεμένες με την v και δεν ανήκουν στο S . Αν $v \in V(G)$, ορίζουμε $NG(v) = NG(\{v\})$. Αν για μια κορυφή $x \in V(G)$ ισχύει ότι $NG(x) = \emptyset$ τότε λέμε ότι η x είναι απομονωμένη κορυφή.

Κεφάλαιο 3

Δίκτυα

3.1 Ασύρματα Δίκτυα

Ως ασύρματο δίκτυο χαρακτηρίζεται το τηλεπικοινωνιακό δίκτυο, συνήθως τηλεφωνικό ή δίκτυο υπολογιστών, το οποίο χρησιμοποιεί ραδιοκύματα ως φορείς πληροφορίας [51].

Τα δεδομένα μεταφέρονται μέσω ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, με συχνότητα φέροντος η οποία εξαρτάται κάθε φορά από τον ρυθμό μετάδοσης δεδομένων που απαιτείται να υποστηρίξει το δίκτυο. Η ασύρματη επικοινωνία, σε αντίθεση με την ενσύρματη, δεν χρησιμοποιεί ως μέσο μετάδοσης κάποιο τύπο καλωδίου. Σε παλαιότερες εποχές τα τηλεφωνικά δίκτυα ήταν αναλογικά, αλλά σήμερα όλα τα ασύρματα δίκτυα βασίζονται σε ψηφιακή τεχνολογία και, επομένως, κατά μία έννοια, είναι ουσιαστικώς δίκτυα υπολογιστών.

Στα ασύρματα δίκτυα εντάσσονται τα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας, οι δορυφορικές επικοινωνίες, τα ασύρματα δίκτυα ευρείας περιοχής (WWAN), τα ασύρματα μητροπολιτικά δίκτυα (WMAN), τα ασύρματα τοπικά δίκτυα (WLAN) και τα ασύρματα προσωπικά δίκτυα (WPAN) [51].

Ο βασικός διαχωρισμός των ασύρματων δικτύων γίνεται με κριτήριο το αν έχουν ή όχι κάποιο κεντρικό σημείο πρόσβασης. Υπάρχουν τα δίκτυα που έχουν ως σημείο πρόσβασης ένα σταθμό βάσης όπως για παράδειγμα τα κυψελωτά δίκτυα που χρησιμοποιούνται στην κινητή τηλεφωνία. Στα δίκτυα αυτά η απευθείας επικοινωνία μεταξύ τερματικών δεν είναι δυνατή και εξαρτάται από την ύπαρξη υποδομής (infrastructure). Στα δίκτυα με υποδομή όπως τα κυψελωτά υπάρχουν κάποια σταθερά σημεία πρόσβασης (access points-AP) μέσω των οποίων μπορούν οι διάφορες συσκευές να επικοινωνούν. Οι συσκευές έχουν ενσωματωμένους μηχανισμούς πρόσβασης στο ασύρματο μέσο μετάδοσης και επικοινωνούν με τα AP μέσω ραδιοκυμάτων. Τα AP μαζί με τις συσκευές που βρίσκονται στην δική τους κάλυψη, σχηματίζουν ένα βασικό σύνολο υπηρεσιών (Basic Service Set -BSS). Η σύνθεση των διαφόρων BSS, γίνεται μέσω των AP με ένα κατανομημένο σύστημα και έτσι σχηματίζεται ένα δίκτυο. Οι συσκευές μπορούν να επιλέξουν ένα AP και να συσχετιστούν μαζί του. Τα AP παρέχουν συγχρονισμό μέσα στα BSS, υποστηρίζουν διαχείριση ενέργειας και μπορούν να ελέγχουν το μέσο πρόσβασης για υποστήριξη υπηρεσιών με χρονικούς περιορισμούς [51].

Από την άλλη πλευρά υπάρχουν τα ασύρματα Ad Hoc δίκτυα στα οποία οι κόμβοι επικοινωνούν μεταξύ τους, πιθανότατα μέσω πολλαπλών αναμεταδόσεων, χωρίς να υπάρχει συγκεκριμένη σταθερή υποδομή. Τα Ad Hoc δίκτυα είναι αυτόνομα συστήματα των οποίων η οργάνωση αποτελεί εσωτερική διαδικασία που επιτυγχάνεται χωρίς την ύπαρξη ενός αρχηγού, κεντρικού διαχειριστή ή συντονιστή του δικτύου.

Κάθε κόμβος μπορεί να στείλει σε οποιονδήποτε άλλο κόμβο άμεσα, είτε στην περίπτωση που ο παραλήπτης του μηνύματος βρίσκεται εντός της εμβέλειάς του, είτε στην περίπτωση που βρίσκεται εκτός αυτής, όπου η επικοινωνία θα πραγματοποιηθεί πολυβηματικά μέσω άλλων κόμβων. Αυτοί οι κόμβοι σχηματίζουν ένα δίκτυο το οποίο δεν παρουσιάζει κεντρική οργάνωση. Οι όροι Ad Hoc δίκτυα και αυτοοργανούμενα δίκτυα χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν ακριβώς τον ίδιο τύπο δικτύων [51].

Η χρήση ασύρματου μέσου μετάδοσης έχει μία σειρά από πλεονεκτήματα:

- i) **Κινητικότητα χρήστη:** Οι χρήστες μπορούν να μετακινούνται εντός της εμβέλειας του ασύρματου δικτύου, δηλαδή σε χώρο που θα έχουν επαρκές σήμα, διατηρώντας την συνδεσιμότητα τους με αυτό. Η κίνηση των κόμβων μπορεί να έχει πολλά χαρακτηριστικά, αναλόγως του περιβάλλοντος που το δίκτυο καλείται να λειτουργήσει. Έτσι είναι δυνατό να υπάρχει ατομική τυχαία κίνηση, ομαδική κίνηση, κίνηση μέσω προδιαγεγραμμένων οδών, κ.α. Το μοντέλο κινητικότητας των κόμβων μπορεί να έχει σημαντικό αντίκτυπο στην επιλογή των προδιαγραφών του δικτύου.
- ii) **Ευκολία, ευελιξία και απλότητα εγκατάστασης:** Δεν χρειάζεται να εγκαταστήσουμε καλωδιώσεις μέσα από τοίχους και ταβάνια. Μπορεί να γίνει η δικτύωση σε μέρη όπου η καλωδίωση θα ήταν αδύνατη, ή μη επιθυμητή, όπως η δικτύωση γραφείων τα οποία βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους. Η εγκατάσταση στις περισσότερες περιπτώσεις μπορεί να γίνει εύκολα αν ακολουθηθούν κάποιοι βασικοί κανόνες εγκατάστασης.
- iii) **Κλιμάκωση, δυνατότητα επέκτασης:** Τα ασύρματα δίκτυα μπορούν να διαρθρωθούν σε ένα πλήθος από τοπολογίες, ώστε να ταιριάζουν στις απαιτήσεις των εφαρμογών. Οι τοπολογίες αλλάζουν εύκολα και επεκτείνονται από απλά δίκτυα με μικρό αριθμό χρηστών, ως μεγάλες δομές δικτύων με εκατοντάδες χρήστες και δυνατότητα περιαγωγής (roaming).
- iv) **Αυτοδιάρθρωση:** Ένα ad hoc δίκτυο πρέπει να έχει τη δυνατότητα να καθορίζει αυτόνομα τα χαρακτηριστικά της διάρθρωσης του όπως την διευθυνσιοδότηση, τη δρομολόγηση, τη δημιουργία ομάδων, τον έλεγχο ισχύος, κ.α. Σε πολλές περιπτώσεις είναι δυνατό να υπάρχουν ειδικοί κόμβοι στους οποίους να ανατίθενται κάποιες αρμοδιότητες ελέγχου. Η επιλογή των κόμβων αυτών θα πρέπει να γίνεται αυτόνομα από το δίκτυο όπως αυτόνομα θα πρέπει να λαμβάνονται και τα μέτρα που απαιτούνται όταν αυτοί αποσυνδέονται από το δίκτυο.
- v) **Ταχύτητες μετάδοσης:** Όσο αναπτύσσεται η τεχνολογία γίνεται δυνατή η μετάδοση μεγαλύτερων ρυθμών δεδομένων. Ήδη ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης δεδομένων, από τα

2Mbps που μπορούσαν να επιτευχθούν αρχικά, έφτασε σήμερα σε ταχύτητες πάνω από 100Mbps ενώ ήδη έχουν εξαγγελθεί ακόμα μεγαλύτερες ταχύτητες.

- vi) Αξιοπιστία – ανεξαρτησία: Ένα ασύρματο δίκτυο κατάλληλα διαμορφωμένο μπορεί να έχει μεγάλη αξιοπιστία. Έτσι μπορεί να σχεδιαστεί έτσι ώστε να μπορεί να εργάζεται όταν συμβαίνουν διακοπές ρεύματος και να περιλαμβάνει πολλές εναλλακτικές διαδρομές.
- vii) Εμβέλεια: Η εμβέλεια ενός ασύρματου δικτύου σε περιβάλλον γραφείου μπορεί να είναι μερικές δεκάδες μέτρα. Τα ραδιοκύματα σε εσωτερικό χώρο έχουν να διαπεράσουν τοίχους και οροφές οπότε υφίστανται σημαντική απόσβεση. Σε ανοικτό χώρο όπου υπάρχει οπτική επαφή ανάμεσα στις ασύρματες συσκευές, οι αποστάσεις που μπορεί να καλυφθούν είναι μεγαλύτερες.
- viii) Συμβατότητα με το υπάρχον δίκτυο: Τα περισσότερα ασύρματα δίκτυα έχουν προτυποποιημένο τρόπο σύνδεσης με τα υπάρχοντα ενσύρματα δίκτυα. Έτσι, η προσθήκη ασύρματης δικτύωσης σε υπάρχουσες δομές δικτύων μπορεί να γίνει με τον ευκολότερο τρόπο. Πολλές φορές, αποτελούν επέκταση ενός ενσύρματου δικτύου.

Έχει αναπτυχθεί ένας αριθμός από ασύρματες τεχνολογίες. Οι πιο διαδεδομένες είναι: Bluetooth, HomeRF, Openair, IEEE 802.11, IEEE 802.16, HyperLan I & II. Κάθε μία έχει διαφορετική εφαρμογή, άρα μπορεί να ειπωθεί ότι είναι συμπληρωματικές μεταξύ τους παρά ανταγωνιστικές. Το Bluetooth και το HomeRF για παράδειγμα είναι σχεδιασμένα για ζεύξεις μικρών αποστάσεων για σύνδεση μεταξύ συσκευών και των περιφερειακών τους, τα IEEE 802.11 για την υλοποίηση ασύρματων τοπικών δικτύων, ενώ το IEEE 802.16 για την υλοποίηση ευρύτερων ασύρματων μητροπολιτικών δικτύων.

3.2 Κοινωνικά / Σύνθετα Δίκτυα

Στην εργασία αυτή μελετάται η διάχυση πληροφορίας σε συνδυασμό κοινωνικών και ασύρματων δικτύων. Για το λόγο αυτό στη συνέχεια παρατίθενται οι ορισμοί για τα κοινωνικά και σύνθετα δίκτυα και αναλύονται κάποιες από τις χαρακτηριστικές δομές τους.

Ένα κοινωνικό δίκτυο είναι μία κοινωνική δομή που συμπεριλαμβάνει κόμβους (που γενικά είναι φυσικά πρόσωπα ή οργανισμοί) οι οποίοι συνδέονται με έναν ή περισσότερους παρόμοιου τύπου δεσμούς ή σχέσεις, όπως αξίες, οράματα, στόχοι, ιδέες, οικονομικές συναλλαγές, εμπορικές συναλλαγές, φιλία [52]. Τα κοινωνικά δίκτυα εκφράζουν την ανάγκη των ανθρώπων να δημιουργούν δεσμούς με άλλα άτομα με τα οποία μοιράζονται κάποιο κοινό χαρακτηριστικό. Ο όρος «social network» αναφέρεται στη δημιουργία και την αξιοποίηση κοινοτήτων για τη

διασύνδεση ανθρώπων με κοινά ενδιαφέροντα. Σήμερα, υπάρχουν πολλοί ιστότοποι κοινωνικής δικτύωσης. Οι ιστότοποι διακρίνονται σε κατηγορίες ανάλογα με:

- το αντικείμενό τους, δηλαδή το στόχο της δικτύωσης,
- τον τρόπο εγγραφής και συμμετοχής μελών (ελεύθερη ή περιορισμένη), τον τρόπο επικοινωνίας μεταξύ των μελών τους και
- το είδος του περιεχομένου που ανταλλάσσουν οι χρήστες μεταξύ τους.

Τα περισσότερα κοινωνικά δίκτυα εμφανίζουν «δομές κοινοτήτων», δηλαδή ομάδες κόμβων οι οποίες έχουν υψηλή πυκνότητα πλευρών μεταξύ των μελών τους και σχετικά χαμηλή πυκνότητα μεταξύ ομάδων. Οι κοινότητες αυτές δημιουργούνται βάσει κάποιου κοινού χαρακτηριστικού και έχουν την τάση να παρουσιάζουν κοινή συμπεριφορά σε εξωτερικά ερεθίσματα.

Ο κλασικός τρόπος για την εύρεση κοινοτήτων είναι η ανάλυση ομάδων (cluster analysis) [53]. Η μέθοδος αυτή προϋποθέτει ότι οι ακμές έχουν κάποιο βάρος το οποίο υποδηλώνει τη σημαντικότητα της σύνδεσης. Ο αλγόριθμος ξεκινά με ένα σύνολο n κόμβων χωρίς ακμές και διαδοχικά προστίθενται οι ακμές κατά σειρά μεγαλύτερου βάρους.

Μια ακόμη μέθοδος η οποία έχει προταθεί από τους Girvan και Newman βασίζεται στην «ενδιαμεσική κεντρικότητα» (betweenness centrality) των ακμών, η οποία ορίζεται ως ο αριθμός των συντομότερων μονοπατιών που περνούν από μια ακμή [59]. Η κεντρική ιδέα είναι ότι σε ένα δίκτυο με ισχυρό το χαρακτηριστικό των κοινοτήτων θα υπάρχουν κάποιες ακμές οι οποίες θα συνδέουν τις διάφορες ομάδες. Λογικό είναι οι ακμές αυτές να έχουν υψηλή τιμή betweenness centrality. Με το να βρούμε και να αφαιρέσουμε αυτές τις ακμές το δίκτυο μπορεί να χωριστεί σε κοινότητες. Η ποσότητα αυτή μπορεί να υπολογιστεί σε $O(nm)$ χρόνο για ένα δίκτυο με n κόμβους και m ακμές. Ο αλγόριθμος υπολογίζει την ενδιαμεσική κεντρικότητα κάθε ακμής σε κάθε βήμα και αφαιρεί από το δίκτυο την ακμή με την υψηλότερη τιμή, έως ότου αφαιρεθούν όλες οι ακμές. Ο αλγόριθμος μπορεί, όπως και προηγούμενα, να σταματήσει σε οποιοδήποτε σημείο, στο οποίο και μπορεί κανείς να διακρίνει τις διαφορετικές κοινότητες. Είναι λοιπόν σημαντικό να βρεθεί κάποιος τρόπος ο οποίος να δείχνει αν ο χωρισμός που έχει επιτευχθεί είναι ικανοποιητικός ώστε να σταματάει ο αλγόριθμος. Για το λόγο αυτό οι Girvan και Newman πρότειναν το μέτρο της τμηματικότητας (modularity). Για μια διαίρεση του δικτύου που αποτελείται από g ομάδες ορίζεται ένας πίνακας e μεγέθους $g \times g$ όπου κάθε στοιχείο e_{ij} είναι το ποσοστό των ακμών του αρχικού δικτύου που συνδέουν τους κόμβους της ομάδας i με αυτούς της ομάδας j . Σε αυτή την περίπτωση η τμηματικότητα ορίζεται ως :

$$Q = \sum_i e_{ii} - \sum_{ijk} e_{ij}e_{ki} = Tre - ||e^2|| \quad (7)$$

Όπου $||\chi||$ είναι το άθροισμα όλων των στοιχείων του χ . Πρακτικά το Q είναι το ποσοστό των ακμών που βρίσκονται ανάμεσα σε κοινότητες μείον την αναμενόμενη τιμή της ίδιας ποσότητας για ένα δίκτυο με τα ίδια χαρακτηριστικά με τη διαφορά ότι οι ακμές είναι τυχαίες. Μία τιμή $Q=0$ δείχνει ότι η εκτιμώμενη δομή κοινοτήτων δεν είναι καλύτερη από ένα τυχαίο γράφο. Τοπικά μέγιστα του μέτρου δείχνουν μία καλή εκτίμηση για τις ομάδες. Έτσι λοιπόν με χρήση του μέτρου της τμηματικότητας είναι δυνατό να γίνεται μια εκτίμηση για την ποιότητα των ομάδων σε κάθε βήμα και ο αλγόριθμος να σταματάει όταν βρεθεί μια ικανοποιητική διαίρεση του δικτύου. Σοβαρό μειονέκτημα του αλγορίθμου είναι ότι απαιτεί στη χειρότερη περίπτωση $O(m^2n)$, αν και έχουν προταθεί παραλλαγές που έχουν πολυπλοκότητα $O(n^2)$ [60].

Η εύρεση κοινοτήτων σε δίκτυα δίνει τη δυνατότητα δημιουργίας ιεραρχικών δομών οι οποίες παρέχουν μια μορφή αφαίρεσης σε πολλά προβλήματα μειώνοντας πρακτικά το μέγεθος του δικτύου. Για παράδειγμα, στα ad hoc δίκτυα, όπου η κινητικότητα των κόμβων δημιουργεί αρκετά προβλήματα, είναι δυνατό μέσω της ανακάλυψης ισχυρών κοινοτήτων, πολλές λειτουργίες να γίνονται σε επίπεδο ομάδων, οι οποίες είναι συνήθως αρκετά πιο στατικές από ότι οι μεμονωμένοι κόμβοι.

Ως σύνθετο ή πολύπλοκο δίκτυο (complex networks) ορίζεται ένα δίκτυο ή γράφος το οποίο έχει μη τετριμμένα τοπολογικά χαρακτηριστικά. Τα περισσότερα δίκτυα τα οποία εμφανίζονται στη φύση μπορούν να χαρακτηριστούν πολύπλοκα καθώς παρουσιάζουν χαρακτηριστικά που δεν εμφανίζονται στα απλά δίκτυα [53]. Παραδείγματα τέτοιων δικτύων είναι ο παγκόσμιος ιστός, τα κοινωνικά δίκτυα που δημιουργούνται μεταξύ ανθρώπων ή ακόμα και τα βιολογικά δίκτυα που δημιουργούνται μέσα σε οργανισμούς. Γίνεται προσπάθεια κατανόησης των στατιστικών ιδιοτήτων των πραγματικών δικτύων για να δοθούν απαντήσεις για τον τρόπο δημιουργίας των δικτύων καθώς και για τη γενικότερη συμπεριφορά τους. Για αυτό το λόγο έχουν προταθεί αρκετά μοντέλα που περιγράφουν τις γενικότερες μακροσκοπικές ιδιότητες πραγματικών δικτύων. Οι δύο βασικές κατηγορίες είναι τα δίκτυα χωρίς-κλίμακα (scale-free networks) και τα δίκτυα μικρού κόσμου (small-world networks) τα οποία παρουσιάζουν κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά σε σχέση με τα απλά δίκτυα. Αυτά τα χαρακτηριστικά, τα οποία θα αναλυθούν παρακάτω, είναι η κατανομή βαθμού που ακολουθεί κατανομή power-law, ο υψηλός βαθμός του συντελεστή συσσώρευσης (clustering coefficient) και η ύπαρξη κοινοτήτων και ιεραρχικής δομής.

Για να συνεχιστεί η ανάλυση χαρακτηριστικών δομών ενός σύνθετου δικτύου χρειάζονται οι παρακάτω ορισμοί.

Ως μέσο μήκος μονοπατιού ορίζεται ο μέσος όρος των συντομότερων σε μήκος μονοπατιών μεταξύ όλων των ζευγών των κόμβων σε ένα δίκτυο (κεφάλαιο 4 της αναφοράς [43]). Η μέτρηση αυτή υποδεικνύει την απόσταση που περιμένουμε να έχουν δύο τυχαία επιλεγμένοι κόμβοι ενός

ζευγαριού στο δίκτυο. Η απόσταση αυτή τις περισσότερες φορές μετριέται σε βήματα (hops), δηλαδή στον ελάχιστο αριθμό συνδέσεων που χωρίζουν αυτούς τους κόμβους. Εναλλακτικά η απόσταση αυτή μπορεί να είναι άθροισμα ή γινόμενο του βάρους των συνδέσεων σε ένα μονοπάτι, αν μελετάμε δίκτυα με βάρη. Εξ' ορισμού λοιπόν ο υπολογισμός του μέσου μήκους μονοπατιού απαιτεί τη γνώση όλων των συντομότερων μονοπατιών σε ένα δίκτυο και άρα θα πρέπει να έχουν αρχικά προσδιοριστεί όλα τα ζεύγη κόμβων ενός δικτύου (το πολύ δηλαδή $\binom{|V|}{2}$). Το μέσο μήκος μονοπατιού χαρακτηρίζει την έκταση του δικτύου. Είναι μια μέτρηση που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της επίδοσης ενός παραδοσιακού επικοινωνιακού δικτύου και είναι μια παράμετρος που ορίζεται για όλο το δίκτυο.

Ο συντελεστής ομαδοποίησης – $C(i)$ ενός κόμβου χρησιμοποιείται στα σύνθετα δίκτυα για να χαρακτηρίσει τη δομή ενός δικτύου τοπικά, δηλαδή σε επίπεδο κόμβου και παγκόσμια, δηλαδή σε επίπεδο δικτύου (κεφάλαιο 4 της αναφοράς [43]). Ο συντελεστής αυτός εκφράζει την τριαδική διαδικασία σε ένα δίκτυο. Με τον όρο τριαδική διαδικασία εννοούμε τη διαδικασία κατά την οποία δύο γείτονες ενός κόμβου γίνονται και μεταξύ τους γείτονες. Ο συντελεστής ομαδοποίησης εκφράζει την πιθανότητα οι κόμβοι με κοινό γείτονα, να έχουν επίσης γείτονα έναν ακόμη κόμβο. Δηλαδή υπολογίζει την απευθείας σύνδεση μεταξύ των γειτόνων του κόμβου i . Αυτό συμβαίνει αρκετά συχνά στα κοινωνικά δίκτυα. Ο συντελεστής ομαδοποίησης ορίζεται ως:

$$C_i = \frac{\text{αριθμός ακμών μεταξύ των γειτόνων του κόμβου } i}{\text{αριθμός όλων των δυνατών ακμών μεταξύ των γειτόνων του κόμβου } i}. \quad (8)$$

και μία άλλη εξίσωση για να βρεθεί είναι:

$$C(i) = \frac{2E_i}{d_i(d_i-1)} \quad (9)$$

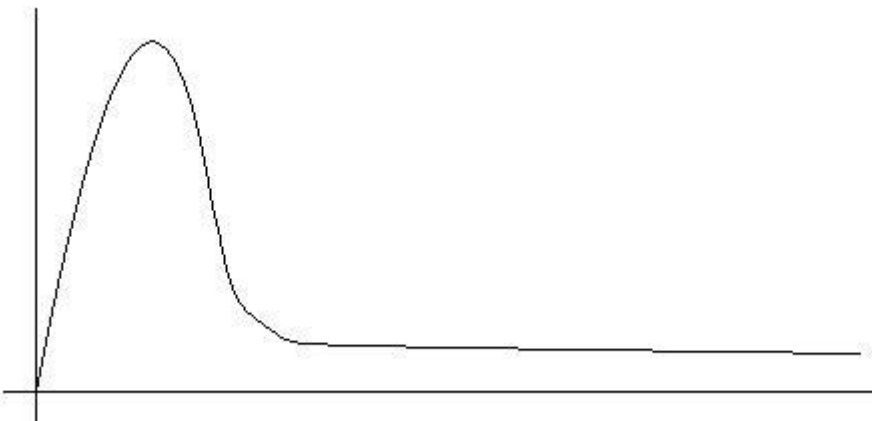
όπου d_i ο βαθμός του κόμβου i και E_i ο αριθμός των συνδέσεων μεταξύ των γειτόνων του κόμβου i . Αν ο βαθμός του κόμβου είναι ένα, τότε ο συντελεστής ομαδοποίησης δεν ορίζεται από την εξίσωση αυτή.

Ενώ πιο λεπτομερής εξίσωση είναι η παρακάτω. Θεωρώντας ότι ο κόμβος i έχει k_i γείτονες και $A=[a_{ij}]$ είναι ο $N \times N$ πίνακας γειτνίασης του δικτύου τότε ο συντελεστής ομαδοποίησης ενός τυχαίου γράφου ισούται με:

$$C_i = \frac{\sum_{j,k} a_{ij} a_{jk} a_{ki}}{(\sum_j a_{ij})^2 - \sum_j a_{ij}}. \quad (10)$$

Ο συντελεστής ομαδοποίησης ενός γράφου με βάρη υπολογίζεται με βάση τα βάρη κάθε ακμής ενώ για τον υπολογισμό του συντελεστή σε ένα κατευθυνόμενο, ο οποίος χρησιμοποιείται για την καλύτερη μοντελοποίηση των σύνθετων δικτύων λαμβάνονται υπόψη η κατανομή της εισερχόμενης ροής καθώς και της εξερχόμενης κάθε φορά [43].

Κατανομή βαθμών (degree distribution): Κατά την άφιξη ενός νέου κόμβου στο κατανεμημένο σύστημα και για να συνδεθεί (join) σε αυτό ανταλλάσσει μηνύματα με κόμβους που ήδη μετέχουν στο δίκτυο [43]. Στη συνέχεια, επιλέγει κάποιους από αυτούς για να συνδεθεί άμεσα (σε ένα hop) και στο εξής τους θεωρεί γείτονες. Το πλήθος των γειτόνων ενός κόμβου είναι ο βαθμός του. Η ακολουθία βαθμών του δικτύου που προκύπτει εξαρτάται από τον τρόπο που ο κόμβος επιλέγει τους γείτονές του. Η κατανομή των βαθμών των κόμβων διαμορφώνει την τοπολογία του δικτύου. Η κατανομή βαθμών μπορεί να έχει ντετερμινιστική ή πιθανοτική μορφή ανάλογα με το πλαίσιο ανάλυσης του δικτύου και το πεδίο εφαρμογής του. Σε περιπτώσεις όπου οι σχέσεις γειτνίασης δεν ποικίλουν, όπως σε ένα χάρτη, η κατανομή βαθμών περιλαμβάνει όλο το φάσμα των τιμών των βαθμών κόμβων. Σε περιπτώσεις όμως που οι συνδέσεις του δικτύου αλλάζουν με το χρόνο ή εξαρτώνται από άλλες παραμέτρους τότε η κατανομή βαθμών γίνεται στοχαστική. Σε αυτές τις περιπτώσεις η κατανομή βαθμών είναι η πιθανότητα $P(k)$ δηλαδή η πιθανότητα ότι ένας κόμβος έχει k γείτονες. Αυτός ο ορισμός όμως καλύπτει μόνο τα μη κατευθυνόμενα δίκτυα. Στα κατευθυνόμενα δίκτυα θα πρέπει να είναι γνωστά τόσο η (in-degree) μέσα κατανομή βαθμών για την εισερχόμενη ροή όσο και η (out-degree) έξω κατανομή βαθμών για την εξερχόμενη. Όπως και στα μη κατευθυνόμενα δίκτυα έτσι και στα κατευθυνόμενα και οι δύο αυτές κατανομές μπορεί να είναι ντετερμινιστικές ή πιθανολογικές. Η κατανομή βαθμών είναι χαρακτηριστικό μιας τοπολογίας δικτύου. Στην ανάλυση σύνθετων δικτύων η κατανομή βαθμών χρησιμοποιείται για ταξινόμηση των δικτύων. Δηλαδή προκύπτουν διάφοροι τύποι δικτύων σύμφωνα με τις σχέσεις διασύνδεσης τους, το οποίο φαίνεται από την κατανομή βαθμού των κόμβων, όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 4 της αναφοράς [43]. Στα κοινωνικά δίκτυα, η κατανομή βαθμών είναι συνήθως μια heavy tail κατανομή, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3 παρακάτω.



Σχήμα 3: Κατανομή heavy tail, ο άξονας y αναπαριστά τον αριθμό των κόμβων και ο x το βαθμό κατανομής

Η κατανομή αυτή μοιάζει με την κατανομή power-law σε γραμμική κλίμακα όπου η καμπύλη παρουσιάζει μια μακριά ουρά κατά μήκος του άξονα του βαθμού κόμβων, αποδεικνύοντας με αυτό τον τρόπο ότι ένας μεγάλος αριθμός κόμβων έχει μικρό βαθμό [43].

Τέλος η κατανομή power-law συνοπτικά μπορεί να οριστεί ως εξής: Μια τυχαία μεταβλητή X λέγεται ότι έχει power law κατανομή αν:

$$P_r(X \geq x) = cx^{-\alpha} \quad (11)$$

όπου c θετική σταθερά ($c > 0$) και $\alpha > 0$. Η Εξίσωση (11) εκφράζει την πιθανότητα ο κόμβος r να έχει τουλάχιστον x γείτονες όπου η τυχαία μεταβλητή X αντιστοιχεί στο βαθμό του κόμβου. Η πιθανότητα αυτή ελέγχεται από τις δύο παραμέτρους (α , c). Η παράμετρος c είναι παράγοντας κανονικοποίησης που ελέγχει το μέγιστο βαθμό k_{\max} και η παράμετρος α καλείται εκθέτης της power-law (power-law exponent).

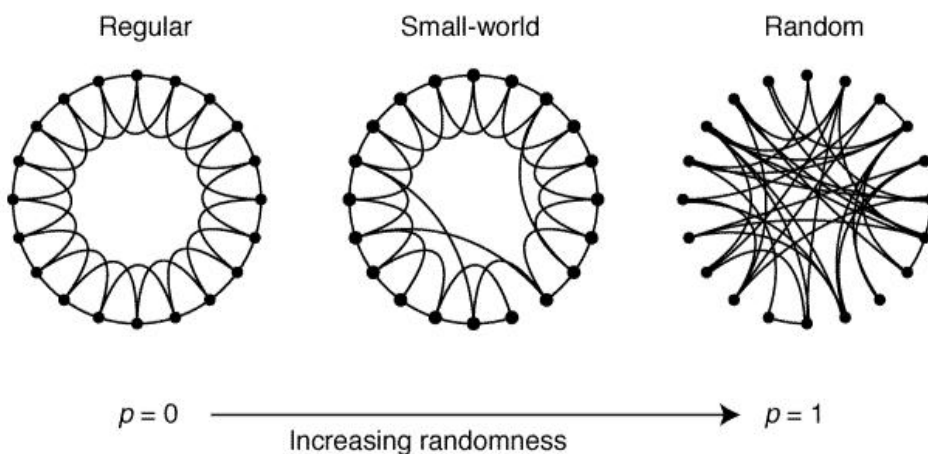
Μετά τους παραπάνω ορισμούς θα περιγραφούν ορισμένες χαρακτηριστικές δομές. Οι διάφορες χαρακτηριστικές δομές δικτύων αναπτύχθηκαν για την κατανόηση των σύνθετων δικτύων, ώστε να μοντελοποιηθούν με αυτά φαινόμενα της καθημερινότητας μας. Από τις χαρακτηριστικές δομές, για την παρούσα εργασία, θα χρειαστούν δύο, οι οποίες και αναλύονται παρακάτω.

Μια σημαντική χαρακτηριστική δομή δικτύου είναι τα δίκτυα μικρού κόσμου [50]. Ως «δίκτυα τύπου μικρού κόσμου» ή «(Small-world networks)» ορίζονται τα δίκτυα τα οποία έχουν υψηλό βαθμό ομαδοποίησης αλλά το μήκος μονοπατιού είναι μικρό ενώ η κλιμάκωση του ως προς τον αριθμό των κόμβων του δικτύου είναι όμοια με την αντίστοιχη των τυχαίων γράφων. Στα δίκτυα αυτά τα περισσότερα ζεύγη κόμβων συνδέονται μεταξύ τους με ένα μονοπάτι λίγων ακμών (έχουν δηλαδή μικρό μέσο μήκος διαδρομής), σε σχέση με το μέγεθος n του δικτύου. Τα δίκτυα αυτά τα όρισαν αρχικά οι Watts και Strogatz για να περιγράψουν δίκτυα που μπορεί να είναι σε μεγάλο βαθμό ομαδοποιημένα και έχουν μικρό μέσο μήκος μονοπατιού, ενώ δεν είναι ούτε κανονικά ούτε τυχαία. Το μέσο μήκος μονοπατιού ενός τέτοιου δικτύου είναι:

$$l = \frac{1}{2} \frac{1}{n(n+1)} \sum_{i \geq j} d_{ij} \quad (12)$$

Όπου d_{ij} είναι η ελάχιστη απόσταση από τον κόμβο i στον κόμβο j και n ο αριθμός των κόμβων του δικτύου. Στο άθροισμα προστίθεται και η απόσταση από τον κάθε κόμβο στον εαυτό του, το οποίο θεωρείται μηδενικό. Από μαθηματική άποψη τα δίκτυα θεωρείται ότι εμφανίζουν το φαινόμενο του μικρού κόσμου αν το l αυξάνει λογαριθμικά (ή και πιο αργά) συγκριτικά με την αύξηση του μεγέθους του δικτύου, δηλαδή με την προσθήκη νέων κόμβων. Το μέσο μήκος του μονοπατιού αυτού είναι περίπου έξι βήματα (hops) γι' αυτό στα δίκτυα αυτά αποδίδεται συχνά το φαινόμενο των έξι βαθμών διαχωρισμού. Το μοντέλο των Watts και Strogatz περιγράφει τη διαδικασία με την οποία γίνεται η μετάβαση σε δίκτυο τύπου μικρού κόσμου ξεκινώντας από ένα απλό πλέγμα, δηλαδή η μετάβαση από απλό δίκτυο σε τυχαίο γράφο (κεφάλαιο 5 της αναφοράς

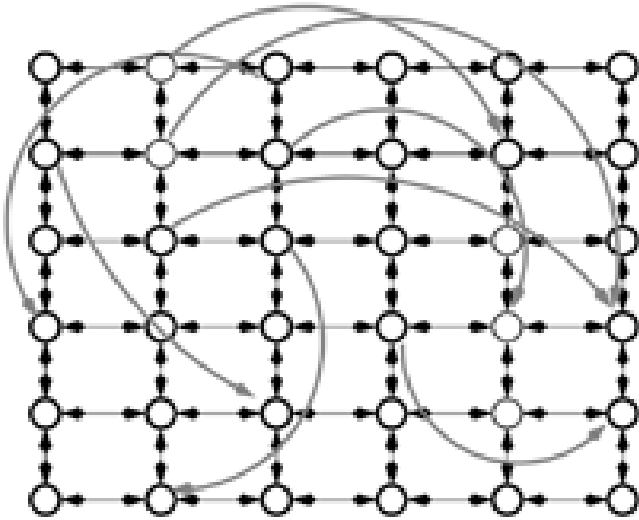
[43]). Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό αλλάζοντας τις τιμές βασικών παραμέτρων οι οποίες εκφράζουν την πιθανότητα να προστεθούν επιπλέον συντομεύσεις, ελέγχεται ο βαθμός της τυχαιότητας και αλλάζει τελικά το δίκτυο. Συγκεκριμένα, ξεκινώντας από ένα απλό κυκλικό πλέγμα και προσθέτοντας τυχαία ακμές που ενώνουν κόμβους οι οποίοι είναι μακριά σε απόσταση βημάτων (hop distance) θα επιτευχθεί υψηλός συντελεστής ομαδοποίησης, ενώ οι επιπλέον συντομεύσεις (shortcuts), όπως ονομάζονται οι τυχαία αυτές προστιθέμενες ακμές, μπορούν να μειώσουν το μέσο μήκος μονοπατιού τόσο ώστε το δίκτυο αυτό να θεωρείται πλέον δίκτυο μικρού κόσμου. Γενικά σε ένα δίκτυο μικρού κόσμου με n κορυφές και k ακμές σε κάθε κορυφή ισχύει $L \approx L_{\text{random}}(n,k)$ και $\gamma \geq \gamma_{\text{random}}(n,k)$ όπου L_{random} είναι το μέσο μήκος μονοπατιού ενός τυχαίου γράφου και γ_{random} ο συντελεστής ομαδοποίησης ενός τυχαίου γράφου. Πιο συγκεκριμένα για $p=0$ ο γράφος παραμένει ένα κυκλικό πλέγμα ενώ για $p=1$ το κυκλικό πλέγμα μετατρέπεται σε τυχαίο γράφο. Για τιμές $0 < p < 1$, όπως φαίνεται και παρακάτω στο Σχήμα 4, το δίκτυο βρίσκεται σε μια ενδιάμεση κατάσταση.



Σχήμα 4 : Μετατροπή κυκλικού πλέγματος σε τυχαίο γράφο

Εκτός των Watts και Strogatz τα δίκτυα μικρού κόσμου μελετήθηκαν και από τον Kleinberg (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]). Σύμφωνα με το μοντέλο του Kleinberg δίκτυα μικρού κόσμου θεωρούνται τα δίκτυα στα οποία υπάρχουν μικρού μήκους μονοπάτια που χωρίζουν τους κόμβους και οι κόμβοι έχουν την ικανότητα να βρουν αυτά τα μονοπάτια χρησιμοποιώντας μόνο τοπικές σε αυτούς πληροφορίες. Ο όρος τοπικές πληροφορίες αναφέρεται στο γεγονός ότι σε κάθε βήμα του αλγορίθμου ο κάθε κόμβος γνωρίζει μόνο τους γείτονες του, τη θέση του κόμβου για τον οποίο προορίζεται το μήνυμα και τη θέση των κόμβων από τους οποίους έχει περάσει το μήνυμα μέχρι να φτάσει σε αυτόν.

Ο Kleinberg στο μοντέλο του θεωρεί ότι το δίκτυο μοντελοποιείται από ένα τετράγωνο πλέγμα δύο διαστάσεων με n^2 κόμβους στο οποίο προστίθενται επιπλέον συνδέσεις μεγάλης εμβέλειας, σε αντίθεση με το μοντέλο των Watts και Strogatz το οποίο ξεκινά με ένα κυκλικό πλέγμα όπου μερικές ακμές «επαναδιατάσσονται». Το μοντέλο του Kleinberg μπορεί να αποτυπωθεί στο παρακάτω Σχήμα 5:



Σχήμα 5: Το μοντέλο του Kleinberg για Small Word δίκτυα

Τα δίκτυα μικρού κόσμου θεωρούνται σημαντικά από την άποψη ότι η διάδοση της πληροφορίας σε αυτά γίνεται πιο γρήγορα σε σχέση με τα άλλα, αφού το ελάχιστο μονοπάτι είναι σχετικά μικρό και άρα η απόσταση που πρέπει να διανυθεί είναι μικρότερη από τη διάμετρο του δικτύου [43].

Η επόμενη χαρακτηριστική δομή η οποία θα αναλυθεί είναι τα scale-free δίκτυα ή αλλιώς δίκτυα χωρίς κλίμακα τα οποία χρησιμοποιούνται, επίσης, για τη μοντελοποίηση των κοινωνικών δικτύων. Σύμφωνα με την αναφορά [62] τα δίκτυα χωρίς κλίμακα μοιάζουν με τα δίκτυα μικρού κόσμου στο γεγονός ότι είναι πολύ πιθανό το μέσο μήκος διαδρομής να είναι μικρό. Ο όρος χωρίς κλίμακα χρησιμοποιείται εξ' αιτίας της έλλειψης κλιμάκωσης του βαθμού του κόμβου, δηλαδή την έλλειψη ομοιομορφίας στην κατανομή των βαθμών. Παρατηρούνται λοιπόν σχηματικές διαφορές στη συνδεσιμότητα των γειτονικών κόμβων εξ' αιτίας της υψηλής δημοτικότητας ορισμένων κόμβων και γενικότερα της κατανομής βαθμού των κόμβων. Συγκεκριμένα, στα δίκτυα χωρίς κλίμακα, οι διαφορετικές ομάδες κόμβων παρουσιάζουν διαφορετικούς βαθμούς κόμβου το οποίο μεταφράζεται σε διαφορετική κλίμακα συνδεσιμότητας και αριθμού γειτόνων.

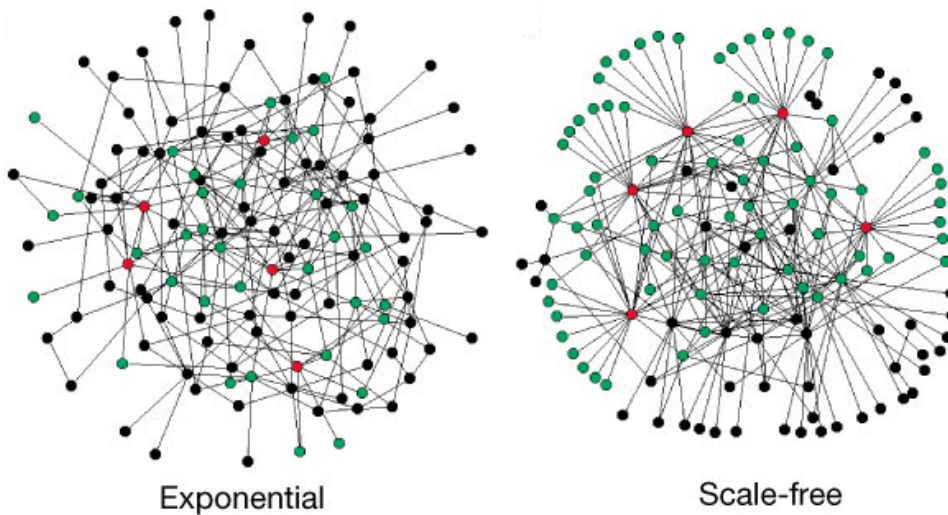
Αρχικά όλα τα σύνθετα δίκτυα θεωρούνταν τυχαία. Στα τυχαία δίκτυα η κατανομή του βαθμού διανομής ακολουθεί κατανομή Poisson με σχήμα καμπάνας [63]. Σύμφωνα με την κατανομή Poisson, η πιθανότητα ένας κόμβος να έχει k συνδέσεις μειώνεται εκθετικά για μεγάλο αριθμό k . Επίσης στα τυχαία δίκτυα δεν συναντάς συχνά κόμβους με συνδέσεις παραπάνω ή λιγότερες από το μέσο όρο συνδέσεων του δικτύου. Σε πολλά όμως σύνθετα δίκτυα η δομή και η αρχιτεκτονική είναι πιο πολύπλοκη. Πρώτον, τα δίκτυα αναπτύσσονται με τη συνεχή προσθήκη κόμβων σε αυτά και δεύτερον, όταν οι κόμβοι δημιουργούν νέες συνδέσεις τείνουν να συνδέονται με άλλους κόμβους με πιθανότητα που εξαρτάται από τη δημοτικότητα των άλλων κόμβων, δηλαδή από τον αριθμό των ακμών που έχει ήδη ο κόμβος αυτός. Αυτό είναι γνωστό ως προσάρτηση κατά προτίμηση (preferential attachment). Στα σύνθετα δίκτυα δεν είναι όλοι οι κόμβοι το ίδιο δημοφιλείς. Ένας νέος κόμβος έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να συνδεθεί σε έναν υπάρχοντα με μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με κάποιον άλλο με λιγότερες συνδέσεις. Οι κόμβοι που έχουν εξαιρετικά μεγάλο αριθμό συνδέσεων ονομάζονται hubs. Στα δίκτυα αυτά δεν υπάρχει καμία μορφή κλίμακας και επικρατούν οι λίγοι κόμβοι με μεγάλο αριθμό συνδέσεων (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]).

Οι Barabasi και Albert πρότειναν ένα μοντέλο το οποίο οδηγεί σε δίκτυα χωρίς κλίμακα [54]. Το μοντέλο τους προσπαθεί να αναπαράγει την προσάρτηση κατά προτίμηση των νέων κόμβων. Το δίκτυο που παράγεται μέσω των μοντέλων αυτών παρουσιάζει κατανομή βαθμού κόμβου power-law. Η κατανομή power-law είναι μια φθίνουσα συνάρτηση χωρίς κορυφή, σε αντίθεση με την κατανομή Poisson που παρατηρείται στα τυχαία δίκτυα. Η κατανομή των συνδέσεων δηλαδή δεν είναι δημοκρατική, αφού υπάρχουν λίγοι κόμβοι οι οποίοι κυριαρχούν στο δίκτυο και πολλοί άλλοι με μικρό αριθμό συνδέσεων. Ο αλγόριθμος των Barabasi και Albert ξεκινάει με ένα μικρό αριθμό κόμβων, m_0 , και σε κάθε βήμα προστίθεται ένας κόμβος με m ακμές που τον συνδέουν με ήδη υπάρχοντες κόμβους. Η πιθανότητα P με την οποία ο καινούριος κόμβος θα συνδεθεί με ένα κόμβο i εξαρτάται από τις ήδη υπάρχουσες συνδέσεις του i . Αν k_i είναι ο αριθμός των ακμών του i τότε $P(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$. Μετά από t βήματα ο αλγόριθμος οδηγεί σε ένα τυχαίο δίκτυο αποτελούμενο από $t+m_0$ κόμβους και mt ακμές. Η μελέτη του μοντέλου οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το παραγόμενο δίκτυο παρουσιάζει κατανομή power-law με εκθέτη $\gamma=2.9\pm 0.1$ που είναι ανεξάρτητος του m , της μοναδικής παραμέτρου του μοντέλου.

Αν και το μοντέλο των Barabasi και Albert αναπαράγει δίκτυα χωρίς κλίμακα, δεν παρέχει κάποια εξήγηση για τους εκθέτες των κατανομών των πραγματικών δικτύων, οι οποίοι κυμαίνονται μεταξύ 1 και 3. Επιπλέον, δεν ενσωματώνει μηχανισμούς δημιουργίας ακμών που έχουν παρατηρηθεί σε διάφορα δίκτυα (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]). Για αυτό το λόγο πολλοί ερευνητές προσπάθησαν

να προσδιορίσουν την εξάρτηση του εκθέτη από διάφορες διαδικασίες που παρουσιάζουν πραγματικά δίκτυα. Οι Krapivsky, Render και Leynraz μελέτησαν την επιρροή μη γραμμικής προσάρτησης κατά προτίμησης στη δυναμική του συστήματος αντικαθιστώντας την πιθανότητα με την οποία ένας κόμβος συνδέεται σε ένα κόμβο i με βαθμό k_i με k_i^a . Βρήκαν ότι για μη γραμμική προσάρτηση κατά προτίμηση ($a \neq 1$) δεν προκύπτει δίκτυο χωρίς κλίμακα και ότι αυτό συμβαίνει μόνο για ασυμπτωτικά γραμμική προσάρτηση κατά προτίμηση. Οι Drogovtsev, Mendes και Samukhin μελέτησαν την επιρροή της αρχικής ελκυστικότητας (initial attractiveness) στην προσάρτηση κατά προτίμηση αντικαθιστώντας την πιθανότητα με την οποία ένας κόμβος αποκτάει μια καινούρια εισερχόμενη ακμή με $P(k_i) \approx A + k_i$ όπου A είναι η αρχική ελκυστικότητα και περιγράφει την πιθανότητα ενός απομονωμένου κόμβου να αποκτήσει μια εισερχόμενη ακμή. Στο μοντέλο των Barabasi και Albert η πιθανότητα ενός κόμβου χωρίς ακμές να αποκτήσει μια καινούρια είναι μηδενική, πράγμα το οποίο δεν ισχύει σε πραγματικά δίκτυα. Οι Dorogovtsev, Mendes και Samukhin υπολόγισαν ότι στο μοντέλο που προτείνουν η κατανομή του βαθμού των κόμβων ακολουθεί νόμο δύναμης με εκθέτη $\gamma = 2 + A/m$ και άρα δημιουργείται όντως ένα δίκτυο χωρίς κλίμακα στο οποίο η αρχική ελκυστικότητα επηρεάζει μόνο την τιμή του εκθέτη. Επιπλέον το μοντέλο των Barabasi και Albert αδυνατεί να προσομοιώσει το χαρακτηριστικό ότι ο ρυθμός με τον οποίο οι κόμβοι αυξάνουν τις ακμές τους δεν είναι ο ίδιος. Στο μοντέλο τους όλοι οι κόμβοι αυξάνουν τις ακμές τους με τον ίδιο ρυθμό και επομένως οι μεγαλύτεροι σε ηλικία κόμβοι έχουν το μεγαλύτερο αριθμό ακμών, το οποίο δεν ισχύει στα σύνθετα δίκτυα (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]).

Τα δίκτυα χωρίς κλίμακα παρουσιάζουν δύο σημαντικά χαρακτηριστικά, αρχικά, είναι αρκετά ανθεκτικά σε τυχαίες βλάβες, αλλά από την άλλη είναι πολύ ευάλωτα σε οργανωμένες επιθέσεις. Το πρώτο χαρακτηριστικό οφείλεται στο γεγονός ότι η πλειοψηφία των κόμβων σε ένα δίκτυο χωρίς κλίμακα έχει μικρό αριθμό συνδέσεων για αυτό μια βλάβη σε ένα τυχαίο δίκτυο θα ήταν πιο πιθανό να καταστρέψει έναν κόμβο με μικρό βαθμό ο οποίος δεν είναι και πολύ σημαντικός στο δίκτυο. Με αυτό τον τρόπο εγγυάται η συνεκτικότητα του δικτύου. Είναι όμως κατανοητό ότι η κατάργηση μεγάλου αριθμού κεντρικών κόμβων θα οδηγήσει σε σημαντικές διαταράξεις του δικτύου. Για αυτό το λόγο όταν κάποιος οργανώσει επίθεση σε ένα δίκτυο χωρίς κλίμακα τότε θα χτυπήσει έναν hub ο οποίος παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο δίκτυο ώστε να απειλήσει την ισορροπία του δικτύου. Όταν ένας κεντρικός hub μολυνθεί τότε θα μολυνθούν με μεγάλη πιθανότητα και οι συνδέσεις του και ο ιός-πληροφορία τελικά θα μεταδοθεί σε μεγάλο αριθμό κόμβων τείνοντας να μολυνθεί όλο το δίκτυο. Ένας αποτελεσματικός τρόπος για να αντιμετωπιστεί αυτό είναι ο προσδιορισμός και εντοπισμός των κόμβων hubs ενός δικτύου το οποίο όμως είναι δύσκολο για τα σύνθετα δίκτυα (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]).



Σχήμα 6: a) Δίκτυα που ακολουθούν την Εκθετική Κατανομή b) Δίκτυα χωρίς κλίμακα

3.3 Γενικευμένα Δίκτυα

Στα δίκτυα πραγματικού κόσμου, όπως στα κοινωνικά δίκτυα ή στον παγκόσμιο ιστό (World Wide Web) μπορεί να συμβεί κάποια πρόσθεση, διαγραφή ή ένας επαναπροσδιορισμός ακμής ή κάποια πρόσθεση ή διαγραφή κόμβου (κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43]). Επίσης η όλο και πιο διαδεδομένη χρήση των έξυπνων κινητών συσκευών οδηγεί στην ανάπτυξη διάφορων τρόπων για την κοινωνική αλληλεπίδραση των χρηστών. Αρχικά, η επικοινωνία μεταξύ ενός ατόμου και των φίλων του μπορούσε να γίνει μέσω προσωπικού κοινωνικού δικτύου, δηλαδή μέσω τηλεφωνικών κλήσεων οι οποίες εξαρτώνται από τη φορητότητα της συσκευής. Επειδή όμως τα έξυπνα τηλέφωνα διαθέτουν και τεχνολογία μικρής κλίμακας ασύρματης επικοινωνίας, δηλαδή το WiFi και το Bluetooth, υπάρχει και η επικοινωνία μεταξύ ομότιμων η οποία βασίζεται στην γεωγραφική εγγύτητα τους [52]. Η γεωγραφική αυτή αλληλεξάρτηση των ατόμων επιβάλλει τη δημιουργία ενός δικτύου το οποίο θα ενώνει τα προσωπικά κοινωνικά δίκτυα με τα χωρικά κοινωνικά δίκτυα. Άρα για τη μελέτη των πραγματικών δικτύων χρειάζεται ένα πιο γενικό πλαίσιο το οποίο θα μιμείται την εξέλιξη των πραγματικών δικτύων. Αυτά τα δίκτυα είναι τα γενικευμένα δίκτυα. Οι παραπάνω αναφερόμενες διεργασίες που μπορεί να συμβούν κατά τη διάρκεια της εξέλιξης ενός πραγματικού δικτύου διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες, γνωστές ως «Μεταβολή Ακμών» (“Edge Churn”) και «Μεταβολή Κόμβων» (“Node Churn”). Οι Μεταβολές Ακμών περιλαμβάνουν όλες τις πιθανές διεργασίες που μπορεί να γίνουν στις ακμές ενός δικτύου, ενώ οι Μεταβολές Κόμβων όλες αυτές που μπορεί να γίνουν στους κόμβους ενός δικτύου. Στα γραφήματα που μελετώνται στην παρούσα εργασία όλα τα ζευγάρια κόμβων μπορεί να είναι γείτονες. Συμβολίζονται με $N(i)$ οι απευθείας γείτονες του κόμβου i και με N_i ο

αριθμός των κόμβων τη χρονική στιγμή t . Πιο αναλυτικά, στις διεργασίες Μεταβολής Ακμών περιλαμβάνονται οι [43]:

Προσθήκη ακμής: όπου με πιθανότητα p_1 προστίθενται m_1 νέες ακμές μεταξύ υπαρχόντων κόμβων και για κάθε νέα ακμή από τον κόμβο i στον κόμβο j ο i διαλέγεται με πιθανότητα $P_1^a(k_i)$ και ο j με πιθανότητα $P_1^b(k_j)$.

Επαναπροσδιορισμός ακμής: όπου με πιθανότητα p_2 επαναπροσδιορίζονται m_2 υπάρχουσες ακμές. Ο κόμβος i από τον οποίο διαγράφεται η ακμή και ο κόμβος j στον οποίο προστίθεται διαλέγονται με πιθανότητα $P_2^a(k_i)$ και $P_2^b(k_j)$ αντίστοιχα.

Διαγραφή ακμής: με πιθανότητα p_3 διαγράφονται m_3 υπάρχουσες ακμές. Ένας κόμβος i επιλέγεται με πιθανότητα $P_3(k_i)$ και τυχαία διαγράφει κάποια από τις συνδέσεις του.

Στις διαδικασίες Μεταβολής Κορυφών περιλαμβάνονται [43]:

Πρόσθεση κόμβου: όπου με πιθανότητα q_1 προστίθενται n_1 νέοι κόμβοι από τους οποίους ο καθένας δημιουργεί M νέες συνδέσεις με παλιότερους κόμβους που διαλέγονται με πιθανότητα $P_a(k_i)$

Διαγραφή κόμβου: όπου με πιθανότητα q_2 διαγράφονται n_2 κόμβοι μαζί με όλες τις ακμές τους. Οι κόμβοι που θα διαγραφούν επιλέγονται με πιθανότητα $P_b(k_i)$. Έχει υπολογιστεί λοιπόν ότι ο ρυθμός της αλλαγής του μέσου βαθμού κόμβου k_i $\forall i$ ισούται με :

$$\frac{dk_i}{dt} = p_1 m_1 [P_1^a(k_i) + P_1^b(k_i)] + p_2 m_2 [P_2^b(k_i) - P_2^a(k_i)] - p_3 m_3 \left[P_3(k_i) + \sum_{j \in N(i)} \frac{P_3(k_j)}{k_j} \right] + q_1 n_1 M P_a(k_i) - q_2 n_2 \sum_{j \in N(i)} P_b(k_j) . \quad (13)$$

Αν θεωρηθεί ότι συμβαίνει μόνο πρόσθεση κάποιου κόμβου τότε η παραπάνω εξίσωση θα καταλήξει στο μοντέλο των Barabasi και Albert όπου $M=m$, $q_1=p$, $P_a(k_i)=\Pi(k_i)$, $n_1=n$ και $P_1=P_2=P_3=q_2=0$.

Στα κατευθυνόμενα και με βάρη γραφήματα δικτύων το παραπάνω μοντέλο θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη σύμφωνα με τα κεφάλαιο 5 της αναφοράς [43] και άλλες παραμέτρους όπως:

- Τα βάρη στην προσάρτηση κατά προτίμηση: ότι δηλαδή σε κάθε χρονική στιγμή t ένας καινούριος κόμβος προστίθεται και συνδέεται με άλλους m υπάρχοντες από τους οποίους ο καθένας επιλέγεται με βάση την προνομιακή προσάρτηση, δηλαδή με πιθανότητα

$$\Pi(s_i) = \frac{s_i(t)}{\sum_{\forall j} s_j(t)} \quad (14)$$

όπου $s_i(t) = \sum_j w_{ij}(t) = \sum_j w_{ji}(t)$ και με w_{ij} συμβολίζεται το βάρος της ακμής που συνδέει τον κόμβο i με τον κόμβο j ενώ με s συμβολίζεται η δύναμη του. Το βάρος κάθε νέας ακμής θεωρείται ίσο με w_0 .

- Την εξέλιξη του βάρους: η προσθήκη μιας νέας ακμής στον κόμβο i , τη χρονική στιγμή t , η οποία θα έχει βάρος w_0 θα δημιουργήσει διαταραχές στα βάρη των άλλων ακμών του κόμβου i . Η διαταραχή αυτή για την ακμή που ενώνει τους κόμβους i και j μπορεί να θεωρηθεί ίση με $w_{ij}(t)$ και περιγράφεται από τον κανόνα: $w_{ij}(t) \leftarrow w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}(t)$. Στο προτεινόμενο μοντέλο θεωρείται ότι για κάθε νέα ζεύξη που προστίθεται στον κόμβο i επάγεται μια αύξηση ίση με δ_i στο s_i η οποία κατανέμεται σε όλα τα βάρη $w_{ij}(t)$ αναλογικά με τις τιμές τους, δηλαδή
$$\Delta w_{ij}(t) = \delta_i \frac{w_{ij}(t)}{s_i(t)}.$$

Οπότε τελικά μεταβάλλεται η αρχική εξίσωση του ρυθμού μεταβολής του δικτύου.

Κεφάλαιο 4

Θεωρητικό Υπόβαθρο στο Επιδημιολογικό Μοντέλο

4.1 Διάχυση Πληροφορίας και Επιδημιολογικά Μοντέλα

Για τη μελέτη της διάχυση της πληροφορίας μέσα σε ένα δίκτυο συχνά γίνεται χρήση επιδημιολογικών μοντέλων. Χρησιμοποιώντας τον όρο διάχυση της πληροφορίας, ουσιαστικά παρομοιάζουμε την διαδικασία κατά την οποία διαδίδεται μία πληροφορία σε ένα δίκτυο χρηστών με τον τρόπο που διαδίδεται μία ασθένεια σε μία ομάδα ατόμων. Θα θεωρήσουμε ότι μια συμπεριφορά (πληροφορία ή ασθένεια) διαδίδεται σε ένα περιβάλλον το οποίο μπορεί να μοντελοποιηθεί και να μελετηθεί με τη χρήση απλών δομών γραφημάτων. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει «μολυσμένοι» χρήστες (κόμβοι) θεωρούνται εκείνοι που έχουν ενημερωθεί για κάποια πληροφορία, κάποιο θέμα, το οποίο αποτελεί και την «ασθένεια». Αντίστοιχα οι «υγιείς»-«ευάλωτοι» χρήστες αποτελούνται από το κομμάτι του πληθυσμού που παραμένει ανενημέρωτο τη στιγμή που μελετάται το φαινόμενο αλλά μπορεί να «κολλήσουν την ασθένεια». Δυστυχώς στα δίκτυα πραγματικού κόσμου η διάχυση πληροφορίας είναι δύσκολο να προσεγγισθεί με μεγάλη ακρίβεια με τα μοντέλα που διαθέτουμε. Για τη διάχυση συμπεριφορών σε ένα πληθυσμό χρησιμοποιούνται μοντέλα από την επιδημιολογία.

4.2 Ομογενές Μοντέλο Συνεχούς Χρόνου

Στα δίκτυα υπολογιστών και τηλεπικοινωνιών, τα επιδημιολογικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται, αναφέρονται σε ένα κλειστό ομογενή πληθυσμό ατόμων που εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά και συμπεριφορές [55]. Το ομογενές μοντέλο βασίζεται στο ότι κάθε «μολυσμένος» κόμβος - άτομο/χρήστης έχει ίδια πιθανότητα να διαδώσει τη συμπεριφορά σε έναν «ευάλωτο». Οι σύνδεσμοι μεταξύ των ατόμων παρουσιάζονται ως ένας μη κατευθυνόμενος γράφος G , ο οποίος θεωρείται σταθερός κατά τη διάρκεια του φαινομένου της διάδοσης της συμπεριφοράς. Το ομογενές μοντέλο χωρίζεται επίσης σε μοντέλο συνεχούς και διακριτού χρόνου. Για την παρούσα εργασία μας ενδιαφέρει το μοντέλο συνεχούς χρόνου. Ένα μοντέλο συνεχούς χρόνου αναλύεται με χρήση ενός συνόλου διαφορικών εξισώσεων. Τη στιγμή $t=0$ θεωρείται ότι υπάρχει ένας συγκεκριμένος αριθμός «μολυσμένων» χρηστών στο δίκτυο που συμβολίζεται με I_0 και βάση των οποίων γίνεται και η εξέλιξη του φαινομένου.

4.3 Κατηγορίες επιδημιολογικών μοντέλων

Υγιής – Μολυσμένος (Susceptible – Infected) μοντέλο

Πρόκειται για το πιο κλασικό επιδημιολογικό μοντέλο [64], στο υπάρχουν δύο κατηγορίες χρηστών, οι υγιείς (susceptible) και οι μολυσμένοι (infected). Όταν ένας κόμβος χαρακτηρίζεται από την κατάσταση “υγιής” συμβολίζεται με S (σύνολο υγιών), ενώ όταν ένας κόμβος χαρακτηρίζεται από την κατάσταση “μολυσμένος” συμβολίζεται με I (σύνολο των μολυσμένων). Στο μοντέλο αυτό υπάρχει μόνο μία δυνατή μετάβαση, από S σε I. Θεωρείται ότι μόλις ένας κόμβος μεταβεί στην κατάσταση I από εκεί και ύστερα θα παραμείνει για πάντα στην κατάσταση αυτή. Για το λόγο αυτό, το μοντέλο ονομάζεται S-I. Συμβολίζουμε με $S(t)$ το πλήθος των υγιών χρηστών τη χρονική στιγμή t , $I(t)$ το σύνολο των μολυσμένων χρηστών τη χρονική στιγμή t και $N(t)$ το σύνολο των χρηστών τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή στο δίκτυο [65]. Προφανώς κάθε χρονική στιγμή θα ισχύει:

$$N(t) = S(t) + I(t) \quad (15)$$

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη της διάχυσης της συμπεριφοράς είναι η εξής:

$$\frac{dS}{dt} = -\gamma * S(t) * I(t) \quad (16)$$

Όπου η σταθερά γ είναι η πιθανότητα να μολύνει ένας μολυσμένος κόμβος, έναν ευάλωτο-υγιή.

Η παραπάνω εξίσωση μας δείχνει ότι ο ρυθμός με τον οποίο μειώνονται (-) οι υγιείς χρήστες ενός δικτύου στο χρόνο εξαρτάται από την πιθανότητα ένας ευάλωτος-υγιής να μολυνθεί από έναν μολυσμένο καθώς και από τον αριθμό των μολυσμένων και υγιών χρηστών του δικτύου. Μακροπρόθεσμα, στο υπό συζήτηση μοντέλο, όλοι οι χρήστες του πληθυσμού θα μολυνθούν καθώς δεν υπάρχει μηχανισμός ανάρρωσης.

Μοντέλο Υγιής – Μολυσμένος - Απομακρυσμένος (Susceptible – Infected – Removed model)

Το μοντέλο αυτό είναι γνωστό και ως μοντέλο των Kermack και McKendrick [57]. Αυτό που μας προσφέρει το μοντέλο αυτό, συγκριτικά με το προηγούμενο, είναι ότι εισάγει μία επιπλέον κατάσταση

(τώρα συνολικά τρεις καταστάσεις), των απομακρυσμένων χρηστών (Recovered-κατάσταση R). Σε αυτήν την κατάσταση μπορεί να οδηγηθεί κάποιος μολυσμένος χρήστης είτε λόγω θανάτου ή λόγω ανάρρωσης. Συγκεκριμένα, το $S(t)$ αντιπροσωπεύει τον αριθμό των υγιών χρηστών τη χρονική στιγμή t που είναι ευάλωτοι και μπορεί δηλαδή να μολυνθούν από κάποιο μολυσμένο. Με $I(t)$ συμβολίζονται οι μολυσμένοι χρήστες του δικτύου τη χρονική στιγμή t οι οποίοι μπορεί να διαδώσουν την πληροφορία ή ασθένεια και σε άλλους κόμβους του δικτύου. Και τέλος με $R(t)$ συμβολίζονται οι χρήστες οι οποίοι μολύνθηκαν και στη συνέχεια απομακρύνθηκαν από το σύνολο των μολυσμένων είτε γιατί ανάρρωσαν ή λόγω θανάτου, τη χρονική στιγμή t . Οι χρήστες αυτοί δεν είναι δυνατό να μολυνθούν ξανά ή να διαδώσουν την ασθένεια σε άλλους χρήστες, θεωρείται πως έχουν ανοσία πλέον σε αυτή την ασθένεια ή πληροφορία. Τώρα υπάρχουν δύο συνολικά μεταβάσεις, S-I και I-R.

Για αυτό το μοντέλο σε κάθε χρονική στιγμή ο συνολικός αριθμός κόμβων ισούται με $N(t)$, επομένως:

$$N(t) = S(t) + I(t) + R(t) \quad (17)$$

Αν επιπλέον θεωρήσουμε ότι με πιθανότητα β ένας μολυσμένος κόμβος μπορεί να μολύνει έναν υγιή-ευάλωτο τότε ο αριθμός των μολύνσεων θα είναι:

$$\beta * S(t) * I(t) \quad (18)$$

Όπου $\beta * S(t)$ είναι ο αριθμός των νέων μολυσμένων κόμβων. Σε αυτό το μοντέλο, όπως και στο κλασικό επιδημιολογικό S-I μοντέλο ο ρυθμός με τον οποίο ένας ευάλωτος-υγιής κόμβος μολύνεται θα ισούται με:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta * I(t) * S(t) \quad (19)$$

Αλλά σε αυτό το μοντέλο υπάρχει επίσης η πιθανότητα ένας μολυσμένος κόμβος να πεθάνει ή να αναρρώσει. Έστω ότι ένας μολυσμένος κόμβος μπορεί να αναρρώσει με ρυθμό γ τότε ο ρυθμός με τον οποίο ένας μολυσμένος κόμβος αναρρώνει θα ισούται με:

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma * I(t) \quad (20)$$

Άρα ο αριθμός των μολυσμένων κόμβων θα αλλάζει με ρυθμό:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta * I(t) * S(t) - \gamma * I(t) \quad (21)$$

Δηλαδή από το ρυθμό μολύνσεων των ευάλωτων κόμβων καθώς και από το ρυθμό ανάρρωσης των μολυσμένων.

Μοντέλο Υγιής-Μολυσμένος-Υγιής (Susceptible-Infected-Susceptible model)

Στο μοντέλο αυτό οι υγιείς κόμβοι περιμένουν την άφιξη κάποιας πληροφορίας για να μεταβούν στην κατάσταση του «μολυσμένου» [66]. Εφόσον μεταβούν σε αυτή την κατάσταση είναι δυνατό να αναρρώσουν, πετώντας την πληροφορία-ασθένεια από αυτούς και να μεταβούν ξανά στην κατάσταση του υγιούς-ευάλωτου χρήστη. Η διαφορά με το προηγούμενο μοντέλο (SIR) είναι ότι από τη στιγμή που αναρρώσουν μπορεί να επαναμολυνθούν από την ίδια ασθένεια ή πληροφορία, δεν έχουν δηλαδή ανοσία. Οπότε σε αυτό το μοντέλο οι κόμβοι μπορούν να διαχωριστούν κάθε χρονική στιγμή σε δύο ειδών, τους μολυσμένους και τους υγιείς-ευάλωτους. Άρα κάθε χρονική στιγμή t ο συνολικός αριθμός των κόμβων του δικτύου θα ισούται με $N(t)$:

$$N(t) = S(t) + I(t) \quad (22)$$

Όπου τώρα στο σύνολο των υγιών κόμβων ανήκουν και αυτοί που μπορεί να είχαν μολυνθεί αλλά πλέον έχουν αναρρώσει. Αν επιπλέον θεωρήσουμε β την πιθανότητα ένας μολυσμένος να μολύνει έναν υγιή τότε ο ρυθμός αύξησης των μολυσμένων θα είναι $\beta * S(t) * I(t)$ ενώ αν θεωρήσουμε ίσο με α το μέρος των μολυσμένων χρηστών οι οποίοι ανάρρωσαν και επανεπεντάσσονται στο σύνολο των υγιών τότε ο αριθμός των υγιών χρηστών θα αλλάζει με ρυθμό:

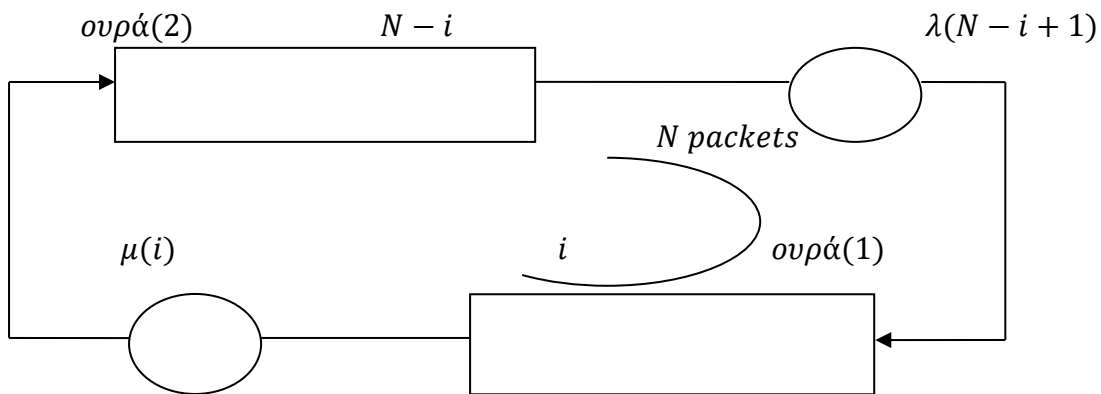
$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta * S(t) * I(t) + \alpha * I(t) \quad (23)$$

Ενώ ο αριθμός των μολυσμένων θα μεταβάλλεται με ρυθμό:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta * S(t) * I(t) - \alpha * I(t) \quad (24)$$

Επειδή κάθε φορά οι χρήστες μπορεί να είναι σε μια από τις δύο καταστάσεις το δίκτυο αυτό μπορεί να μοντελοποιηθεί και σαν ένα κλειστό σύστημα αποτελούμενο από δύο ουρές όπου κυκλοφορούν τα N συνολικά πακέτα [67-70]. Αυτό το κλειστό σύστημα ανάδρασης μοντελοποιεί τη μετάβαση ενός χρήστη από τη μια κατάσταση στην άλλη δηλαδή την διαδικασία μόλυνσης και ανάρρωσης. Κάθε χρονική στιγμή αν θεωρήσουμε ότι I χρήστες είναι μολυσμένοι τότε $N-i$ θα είναι υγιείς. Θεωρούμε ότι η ουρά (1) αντιπροσωπεύει το σύνολο των μολυσμένων κόμβων ενώ η ουρά (2) το σύνολο των υγιών κόμβων. Ο ρυθμός εξυπηρέτησης της ουράς των υγιών-ευάλωτων κόμβων θα είναι $\lambda(N-i+1)$ και $\mu(i)$ ο ρυθμός εξυπηρέτησης των μολυσμένων [67-70]. Αν λ είναι ο ρυθμός μόλυνσης στη μονάδα του χρόνου των υγιών κόμβων και μ ο ρυθμός γεννήσεων, δηλαδή ο ρυθμός

με τον οποίο γίνονται και πάλι υγιείς. Για τη μελέτη της διάδοσης της πληροφορίας στη συγκεκριμένη εργασία θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του Υγιούς-Μολυσμένου-Υγιούς. Θεωρούμε αρχικά ότι υπάρχει ένας συγκεκριμένος αριθμός μολυσμένων κόμβων και στη συνέχεια μολύνονται και άλλοι από τους οποίους μερικοί επανεντάσσονται στους υγιείς ενώ άλλοι παραμένουν μολυσμένοι.



Σχήμα 7: Προσομοίωση ρυθμού εξυπηρέτησης υγιών και μολυσμένων κόμβων

Κεφάλαιο 5

Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων - Υπόβαθρο

5.1 Εξελικτική Θεωρία Παιγνίων

Προσεχώς θα παρέχουμε ένα συνοπτικό υπόβαθρο όσον αφορά τη μεθοδολογία που θα εφαρμόσουμε, εισάγοντας την απαραίτητη ορολογία και σημειογραφία που θα χρησιμοποιήσουμε. Σε σύγκριση με την κλασική θεωρία παιγνίων, η εξελικτική θεωρία παιγνίων (ΕΘΠ) επικεντρώνεται πιο πολύ στη δυναμική της αλλαγής στρατηγικής. Αυτή θεωρείται ότι επηρεάζεται όχι μόνο από την ποιότητα των διαφόρων ανταγωνιζομένων στρατηγικών αλλά από τον αντίκτυπο της συχνότητας με την οποία αυτές οι στρατηγικές βρίσκονται στον πληθυσμό. Στην ΕΘΠ ένα παίγνιο συμβαίνει ξανά και ξανά υπό την μορφή ενός επαναληπτικού παιχνιδιού [5,3] και μελετάται η εξέλιξη στρατηγικής του πληθυσμού και η μετατόπιση από τον αντίκτυπο μεταλλακτών, δηλαδή κόμβων που εισάγουν μία νέα στρατηγική επηρεάζοντας τους άλλους κόμβους. Η ΕΘΠ δίνει έμφαση στη δυναμική και στη σταθερότητα των στρατηγικών του πληθυσμού.

Ένα εξελικτικό παίγνιο χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο παικτών (κόμβοι), ένα σύνολο στρατηγικών $X = \{1, 2, \dots, m\}$ και έναν $m \times m$ πίνακα αμοιβών U , κάθε στοιχείο u_{ij} του οποίου υποδηλώνει την ανταμοιβή της στρατηγικής i ενάντια στην στρατηγική j . Ο πίνακας U ονομάζεται πίνακας καταλληλότητας (fitness matrix), και η κατάσταση του συστήματος μπορεί να οριστεί μέσω του διανύσματος $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_m]^T$ όπου το p_i είναι η σχετική συχνότητα εμφάνισης της στρατηγικής i , δηλαδή το μέρος του πληθυσμού που χρησιμοποιεί τη στρατηγική. Άρα $\sum_{i=1}^m p_i = 1$. Η καταλληλότητα της στρατηγικής, μπορεί να ληφθεί από τη σχέση $f_i = \sum_{j=1}^m u_{ij} p_j = \mathbf{e}_i \mathbf{U} \mathbf{p}$ όπου το \mathbf{e}_i είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα με 1 στη θέση i και 0 παντού αλλού), ενώ η μέση καταλληλότητα του πληθυσμού είναι $\varphi = \sum_{i=1}^m p_i f_i = \mathbf{p} \mathbf{U} \mathbf{p}$.

Υποθέτοντας ένα απείρως μεγάλο (με την έννοια του ντετερμινιστικού ορίου), καλά αναμεμειγμένο πληθυσμό (δηλαδή ότι όλα τα άτομα είναι εξίσου πιθανό να αλληλεπιδράσουν το ένα με το άλλο), οι δυναμικές της ΕΘΠ περιγράφονται από την θεμελιώδη εξίσωση αντιγραφέα:

$$\frac{dp_i}{dt} = p_i(f_i - \varphi), i = 1, \dots, m \quad (25)$$

η οποία υπαγορεύει ότι η κατανομή του πληθυσμού εκείνων των τύπων στρατηγικών που έχουν καλύτερες επιδόσεις από το μέσο όρο, θα αυξηθεί περαιτέρω, ενώ εκείνες που αποδίδουν λιγότερο

θα εξαφανιστούν. Μια κατάσταση \mathbf{p}^* είναι μια εξελικτικά σταθερή στρατηγική/κατάσταση (EEK), αν για όλες τις στρατηγικές $\mathbf{p} \neq \mathbf{p}^*$ έχουμε:

$$\mathbf{p}U\mathbf{p}^T \leq \mathbf{p}^*U\mathbf{p}^T \quad (26)$$

$$\mathbf{p}U\mathbf{p}^T = \mathbf{p}^*U\mathbf{p}^T \Rightarrow \mathbf{p}U\mathbf{p}^T < \mathbf{p}^*U\mathbf{p}^T \quad (27)$$

Η πρώτη κατάσταση είναι ισοδύναμη με την κατάσταση ισορροπίας Nash, ενώ η δεύτερη εγγυάται περαιτέρω τη σταθερότητα της EEK \mathbf{p}^* . Έτσι, η EEK είναι βελτίωση της ισορροπίας Nash για συμμετρικά παίγνια, όπου τώρα, ακόμη και αν ένα μικρό κλάσμα παικτών δεν συμπεριφέρεται ορθολογικά και αποκλίνει από τις στρατηγικές ισορροπίας, η EEK θα είναι ακόμα, μια τοπικά σταθερή κατάσταση. Διαισθητικά, μια EEK είναι μια σταθερή ισορροπία μετά από μια περίοδο στρατηγικών αλληλεπιδράσεων.

Η Κλασική ΕΘΠ (δυναμική του πληθυσμού), που συζητήθηκε παραπάνω, θεωρεί ένα πλήρες γράφημα για τις συνδέσεις του πληθυσμού. Η Γραφική ΕΘΠ, από την άλλη, μελετά την εξέλιξη των στρατηγικών σε ένα δομημένο πληθυσμό, όπου οι αλληλεπιδράσεις περιγράφονται από μη πλήρες γράφημα του δικτύου.[71] Στη γραφική ΕΘΠ, η καταλληλότητα ενός παίκτη που ακολουθεί τη στρατηγική i , που συμβολίζεται ως π_i , προσδιορίζεται τοπικά από αλληλεπιδράσεις με όλους τις παρακείμενους παίκτες και δίνεται από την εξίσωση:

$$\pi_i = (1 - \alpha)b_i + \alpha U_i \quad (28)$$

όπου b_i είναι η βασική καταλληλότητα που αντιπροσωπεύει εγγενείς ιδιότητες των παικτών (σε σχέση με τη στρατηγική i) και U_i είναι η αμοιβή του παίκτη που προέρχεται μέσω του πίνακα αμοιβών και τη δομή του γράφου U (δηλαδή, τις γειτονικές σχέσεις). Θεωρούμε \mathbf{B} το διάνυσμα που εκφράζει συλλογικά τις τιμές b_i για όλες τις στρατηγικές. Η παράμετρος α αντιπροσωπεύει την ένταση επιλογής, όπου η περίπτωση $\alpha \rightarrow 0$ αντιπροσωπεύει το όριο της αδύναμης επιλογής και $\alpha \rightarrow 1$ το καθεστώς της ισχυρής επιλογής όπου η καταλληλότητα ισούται με την αμοιβή.

Στη γραφική ΕΘΠ, η δυναμική της εξελικτικής στρατηγικής (δηλαδή, παρόμοια με την εξίσωση αναπαράστασης, Εξ.(25)) εξαρτάται από τον κανόνα που εφαρμόζεται για την ανανέωση της στρατηγικής από τους παίκτες δεδομένης της τιμής καταλληλότητας τους (δηλαδή, η Εξ. (28)). Μερικοί χαρακτηριστικοί κανόνες επικαιροποίησης της στρατηγικής είναι οι εξής[5]:

* **Κανόνας Γέννησης-Θανάτου (ΓΘ):** Ένας παίκτης διαλέγεται για αναπαραγωγή με πιθανότητες ανάλογες στην καταλληλότητα (Διαδικασία Γέννησης). Κατόπιν, η επιλεγμένη στρατηγική του παίκτη αντικαθιστά μια γειτονικού κόμβου στρατηγική με ενιαία πιθανότητα (Διαδικασία Θανάτου).

* **Κανόνας Θανάτου-Γέννησης (ΘΓ):** Ένας τυχαίος παίκτης διαλέγει να αφήσει την υπάρχουσα στρατηγική του (Διαδικασία Θανάτου). Κατόπιν, ο επιλεγμένος παίκτης υιοθετεί μια στρατηγική γειτονικού κόμβου με πιθανότητα ανάλογη με την καταλληλότητα της (Διαδικασία Γέννησης).

* **Κανόνας Μίμησης (ΜΙ):** Κάθε παίκτης, είτε υιοθετεί μια στρατηγική γειτονικού κόμβου, είτε διατηρεί την υπάρχουσα στρατηγική του, με πιθανότητες ανάλογες της καταλληλότητας της.

Αναλύοντας τη δυναμική του συστήματος βάσει ενός συγκριμένου κανόνα ανανέωσης στρατηγικής, οι τελικές ΕΕΚ βρίσκονται σε σταθερά μέρη της δυναμικής. Η εξίσωση προσομοίωσης στα γραφήματα έχει μελετηθεί στο [5], όπου μία γενικευμένη εξίσωση προσομοίωσης ορίζεται και προσαρμόζεται κατάλληλα για κάθε έναν από τους παραπάνω κανόνες. Σε αυτήν την μελέτη, εφαρμόζουμε τον κανόνα ενημέρωσης στρατηγικής ΓΘ, χωρίς βλάβη της γενικότητας, (πάνω σε αυτόν τον κανόνα εφαρμόζουμε και κάποιες αλλαγές, όπως θα δούμε και αργότερα) καθώς πιστεύουμε πως είναι ο καταλληλότερος να αναδείξει την κύρια συμβολή αυτής της μελέτης, δηλαδή την εξέλιξη της στρατηγικής διάδοσης πληροφοριών σε ένα γενικευμένο δίκτυο, λαμβάνοντας υπόψη τα εξελισσόμενα ενδιαφέροντα των χρηστών στα κοινωνικά στρώματα.

5.2. Υπάρχουσα Βιβλιογραφία & Συμβάλλουσες Μελέτες

Υπάρχει πληθώρα ερευνών που μελετούν τις ιδιότητες (λ.χ., δυναμική) της διάδοσης πληροφοριών σε διάφορα είδη δικτύων. Έχει δοθεί σημαντική έμφαση στις ιδιότητες της διάδοσης πληροφοριών λ.χ., Twitter [16,17,18,19], αναλύοντας το πρόβλημα ελαχιστοποίησης διάχυσης που εντοπίζει έναν αριθμό ατόμων μέσα από τα οποία η ταχύτητα διάδοσης πληροφοριών μεγιστοποιείται ή μοντελοποίηση και μελέτη της δυναμικής διάχυσης πληροφοριών, λ.χ., μέσα από επιδημιολογικά μοντέλα [20,21]. Ειδικότερα, επιδημιολογικά μοντέλα εφαρμόζονται εκτενώς στην μελέτη δυναμικής διάχυσης πληροφοριών (λ.χ. διάδοση κακόβουλου λογισμικού ή άλλης μορφής πληροφοριών, όπως hashtags στο Twitter) σε αρκετούς τύπους δικτύων, όπως τα κοινωνικά δίκτυα [22,21] και γενικευμένα δίκτυα [1]. Στην επιδημιολογική θεωρία, λαμβάνοντας υπόψη τη «διάχυση χρήσιμων πληροφοριών», ένας χρήστης ενημερωμένος για ένα συγκριμένο θέμα θεωρείται «μολυσμένος», ενώ κάθε μη ενημερωμένος χρήστης που είναι όμως πιθανόν να ενημερωθεί θεωρείται «ύποπτος» [23]. Οι επιδημιολογικές δυναμικές, όπως στο [23], μελετούν μέσα από διαφορετικά μοντέλα εξισώσεων τον αριθμό των κόμβων που ενημερώνονται για κάθε συγκριμένο θέμα. Αυτό το πρόβλημα έχει επίσης αντιμετωπιστεί από μία πιο πρακτική οπτική γωνία στο [24] και [25], όπου η εξάπλωση των συμπεριφορών σε διαδικτυακά (online) κοινωνικά και καθαρά

κοινωνικά δίκτυα αντίστοιχα, μελετάται πειραματικά. Επιπλέον η διάχυση πληροφορίας σε περίπλοκα αληθινά δίκτυα μοιάζει με την εξάπλωση επιδημιών σε γράφους χωρίς κλίμακα (scale-free) [21], καθώς πολλά κοινωνικά/ανθρώπινα δίκτυα επιδεικνύουν αυτήν τη τοπολογία.

Μέρος της υπάρχουσας βιβλιογραφίας εφαρμόζει τις αρχές της ΕΘΠ αντί της επιδημιολογίας προκειμένου να μελετήσει την συμπεριφορά ατόμων η δικτυακών κόμβων, σε σχέση με την διάδοση πληροφοριών, δηλαδή την απόφαση να προωθήσει πληροφορίες ή όχι (όπως στο [26]). Ειδικότερα, αυτές οι μελέτες θεωρούν την ύπαρξη δύο στρατηγικών, στον πληθυσμό ή στο δικτυακό γράφημα (Σχήμα.1 και Section 5.1), συγκριμένα να προωθήσουν ή να μην προωθήσουν την πληροφορία και μελετούν, είτε την δυναμική της εξέλιξης αυτών των δυναμικών στον πληθυσμό ή στο δικτυακό γράφημα, λ.χ. [7], είτε επεκτείνονται στην μελέτη της σταθερότητας αυτών των δυναμικών, όπως στις εργασίες [6], [28], [29]. Επίσης η ΕΘΠ εφαρμόζεται σε όμοια προβλήματα δικτύωσης διάδοσης πληροφοριών, όπως στο μοίρασμα φάσματος σε επιγνωστικά ασύρματα δίκτυα [27] ή στη διανομή προσαρμοστικού φιλτραρίσματος για την επεξεργασία και την εκτίμηση των δεδομένων [30] ή στον έλεγχο πρόσβασης στο μέσο σε ασύρματα δίκτυα [31].

Καμία όμως από τις προαναφερθείσες μελέτες δεν αναφέρεται στο φαινόμενο της εξέλιξης, λ.χ., χρονικά μεταβαλλόμενη συμπεριφορά χρηστών σχετικά με την επιλογή στρατηγικών. Αντ' αυτού θεωρούν μια σταθερή βάση κατάλληλων τιμών και «μήτρες ανταμοιβής» (Section 5.1). Σε ρεαλιστικά σενάρια, η διάδοση πληροφοριών σε κοινωνικά ή γενικευμένα δίκτυα βασίζεται σημαντικά στο ενδιαφέρον που έχει ο χρήστης στην πληροφορία που διαδίδεται, ενώ το τελευταίο μπορεί να είναι χρονικά μεταβαλλόμενο. Για παράδειγμα, το ενδιαφέρον των χρηστών για ένα κοινωνικό δίκτυο σχετικά με διαφημίσεις που αφορούν διακοπές ακολουθεί περιοδική συμπεριφορά, με κορύφωση τους καλοκαιρινούς μήνες και εμφανή πτώση τους χειμερινούς. Σε προηγούμενη μελέτη μας [23], μοντελοποιήσαμε και μελετήσαμε τον αντίκτυπο των εξελισσόμενων ενδιαφερόντων των χρηστών στη δυναμική διάχυσης πληροφοριών στα πλαίσια της επιδημιολογίας, όπου βρέθηκε πως ο αριθμός των κόμβων που «κρατούν» ένα μήνυμα ποικίλλει ανάλογα με το ενδιαφέρον των χρηστών σε κάθε θέμα. Παρόλα αυτά, θεωρούμε πως η ΕΘΠ είναι ένα πολύ κατάλληλο εργαλείο για την μελέτη αυτών των προβλημάτων, επιτρέποντας ίσως μεγαλύτερη ευελιξία, ενώ μέσω της ΕΘΠ επεκτείνουμε την προηγούμενη έρευνά μας ώστε να συμπεριλάβουμε σταθερά σημεία της δυναμικής διάχυσης πληροφοριών. Σε αυτή τη μελέτη, παρέχουμε ερμηνευτική ανάλυση στη σχέση μεταξύ ερευνών διάχυσης πληροφοριών βασισμένες στην ΕΘΠ και την επιδημιολογική θεωρία.

Όσον αφορά το πρόβλημα ενσωμάτωσης της χρονικά μεταβλητής συμπεριφοράς των χρηστών στην ΕΘΠ, δείχνει να υπάρχει μόνο μία μελέτη που εφαρμόζει χρονικά μεταβλητούς και κατάλληλους πίνακες U στην περίπτωση της δυναμικής πληθυσμού [4]. Η χρονική μεταβλητή του πίνακα καταλληλότητας που αναφέρεται στο [4] είναι μια περιοδική μορφή και οι συγγραφείς

μελετάνε τις συνθήκες για την ύπαρξη μιας σταθερής περιοδικής τροχιάς των δυναμικών στρατηγικής.

Η επίδραση της τοπολογίας του δικτύου στη διάδοση της επιδημίας/των πληροφοριών έχει εντοπιστεί και μελετηθεί στο παρελθόν [32, 33, 34]. Η κύρια εστίαση στα περισσότερα από τα αυτά τα έργα, και άρα στις αναφορές τους, είναι ο υπολογισμός του ορίου της υποκείμενης δυναμικής της επιδημίας. Τον τελευταίο καιρό, έχει παρατηρηθεί μια τάση προς τη μελέτη πιο συγκεκριμένων πτυχών της επιδημίας/διάδοσης πληροφοριών σε πολύπλοκα και αλληλοσυνδεόμενα δίκτυα ή "δίκτυα δικτύων" [35]. Αρκετά τέτοια έργα όπως τα [36, 37, 38] ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία. Άλλα έργα έχουν μελετήσει την εξελικτική δυναμική των παιχνιδιών σε δίκτυα πολλαπλών επιπέδων, όπως [39, 40] και οι αναφορές σε αυτά. Τέλος, παρατηρήθηκε επίσης μετατόπιση στον έλεγχο επιδημιών, π.χ. στο [41] και τις παραπομπές σε αυτό.

Σε αυτή την εργασία θα εφαρμοστεί μια φόρμουλα γραφοθεωρητικής ΕΘΠ μέσω ανάλυσης, αριθμητικών αποτελεσμάτων και προσομοιώσεων, επαναστατικές στρατηγικές αναφερόμενες στην διάχυση πληροφοριών σε ένα σύστημα ΑΓΔ με το ενδιαφέρον των χρονικά διαφοροποιημένων χρηστών στην διάδοση πληροφοριών. Η συμβολές μας μπορούν να συνοψισθούν στα παρακάτω:

- Αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα εξέλιξης της στρατηγικής διάχυσης πληροφορίας μέσω γραφικής Εξελικτικής Θεωρίας Παιγνίων σε γενικά χρονικά μεταβαλλόμενες τιμές καταλληλότητας (fitness) (όχι απαραίτητα περιοδικής μορφής όπως στο [4]), δηλαδή οι παράμετροι που θα καθορίζουν την καταλληλότητα (fitness) ενός παίκτη (καταλληλότητα βάσης/αναφοράς (baseline fitness) και ο πίνακας U) μπορούν να λάβουν χρονικά μεταβαλλόμενες μορφές. Μέσω ανάλυσης, αριθμητικών αξιολογήσεων και προσομοιώσεων, εξετάζουμε τις εξελισσόμενες συμπεριφορές των σημείων ΕΕΚ με την πάροδο του χρόνου (καμπύλες ΕΕΚ). Αυτές οι καμπύλες μερικές φορές υιοθετούν ποικίλες μορφές, π.χ., περιοδικές, λογαριθμικές, λόγω των χρονικά εξαρτώμενων ενδιαφερόντων των χρηστών που επηρεάζουν τις στρατηγικές τους.
- Ορμώμενοι από τις εξελίξεις στα διαδικτυακά κοινωνικά δίκτυα και την τεχνολογική πρόοδο σε συσκευές, θεωρούμε ΑΓΔ, δηλαδή δίκτυα που αναπτύσσονται σε διάφορα (π.χ., δύο) στρώματα, και το καθένα χαρτογραφεί διαφορετικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των οντοτήτων του. Για ευκολία παρουσίασης επικεντρωνόμαστε σε ένα ΑΓΔ δύο επιπέδων/στρωμάτων, ενός φυσικού και ενός κοινωνικού, ενώ μέσω αριθμητικών αξιολογήσεων μελετάμε την επίδραση κάθε στρώματος στην δυναμική εξέλιξης στρατηγικής και στην ύπαρξη ΕΕΚ. Συγκεκριμένα θεωρούμε ένα φυσικό στρώμα που αποτελείται από

ένα ασύρματο πολυβηματικό (multihop) δίκτυο όπου γειτονικές σχέσεις και αλληλεπιδράσεις καθορίζονται με βάση την ισχύ μετάδοσης των κόμβων και μια χαρτογράφηση των κοινωνικών σχέσεων μεταξύ των χρηστών στο κοινωνικό στρώμα. Ο κανόνας ΓΘ ενημερώνεται κατάλληλα για την κάλυψη των αλληλεπιδράσεων των χρηστών σε μια τέτοια γενικευμένη, πολυεπίπεδη και αλληλοεξαρτόμενη (πιο ρεαλιστική) ρύθμιση.

- Εφαρμόζουμε μία πιο γενικευμένη ρύθμιση από τις προηγούμενες έρευνες [6,4], όσον αφορά τη βασική τιμή καταλληλότητας, B , τα στοιχεία του πίνακα payoff (αμοιβής) $U(Eξ. (4))$ και την ένταση επιλογής α . Πιο συγκεκριμένα, επιτρέπουμε στα B, U να πάρουν μία γενική χρονομεταβλητή συνεχή μορφή και ειδικά για τον U όλα τα στοιχεία του μπορεί να είναι ανά ζευγάρια διαφορετικά. Θεωρούμε τη γενική περίπτωση σε σχέση με την ένταση επιλογής α , δηλαδή δεν εξετάζω την ειδική περίπτωση της αδύναμης επιλογής, όπως συνήθως γίνεται στη βιβλιογραφία [7], [6]. Αυτή η θεώρηση μπορεί να επηρεάσει την ύπαρξη ή μη σημείων ΕΕΚ για συγκεκριμένες τιμές B, U . Επιπλέον, για να επιτραπούν αυτές τις γενικές μορφές των B, U και α θα χρειαστεί περεταίρω αναλυτική υπολογιστική πολυπλοκότητα, κάνοντας απαραίτητη την εκτενή χρήση αριθμητικών αξιολογήσεων.
- Παρέχουμε μια διαισθητική συζήτηση πάνω στην υπάρχουσα σχέση μεταξύ της μελέτης της δυναμικής της διάχυσης πληροφοριών σε ΓΔ βασισμένης στην επιδημιολογία και στη μελέτη που βασίζεται στην ΕΘΠ.

Κεφάλαιο 6

Μελέτη Διάχυσης Πληροφορίας σε Κόμβους με Χρονομεταβλητά Ενδιαφέροντα με χρήση Εξελικτικής Θεωρίας Παιγνίων

6.1 Εξελικτικό παίγνιο σε γενικευμένα γραφήματα με χρονομεταβλητή καταλληλότητα:

Θεωρητική Μελέτη

Σε αυτό το κεφάλαιο, εξετάζουμε τη δυναμική των στρατηγικών σε σχέση με την διάχυση της πληροφορίας στα ασύρματα γενικευμένα δίκτυα. Θεωρούμε δύο διαφορετικών τύπων στρατηγικές, ονομαστικά την S_f , που μεταφράζεται σε “προώθηση πληροφορίας/μηνύματος” και την S_n που μεταφράζεται σε “μη προώθηση πληροφορίας/μηνύματος”. Καθώς η πληροφορία κινείται μες στο δίκτυο, οι κόμβοι αποφασίζουν αν θα την προωθήσουν ή όχι, βασιζόμενοι στο ενδιαφέρον τους για αυτήν και στις αλληλεπιδράσεις τους με τους γείτονές τους. Στις μοντέρνες κοινωνίες, η διάχυση της πληροφορίας εξαρτάται από τη θεματολογία της, μέσω του ενδιαφέροντος που δείχνουν οι παραλήπτες της πληροφορίας για αυτήν. Το ενδιαφέρον αυτό είναι μεταβλητό με το χρόνο στη γενική περίπτωση, [23] όπως εξηγείται και στην εισαγωγή.

Πίνακας 1: Πίνακας με σημαντικές σημειώσεις

Σύμβολο	Σημασία
U	πίνακας payoff (αποπληρωμής)
u_{ij}	αποπληρωμή της στρατηγικής i ενάντια στη στρατηγική j (i, j γίνονται ή S_n ή S_f)
π_f, π_n	καταλληλότητα ενός παίκτη με στρατηγική S_f/S_n αντίστοιχα (συνάρτηση καταλληλότητας)
b_f, b_n	καταλληλότητα βάσης/αναφοράς στρατηγικής S_f/S_n αντίστοιχα (συνάρτηση)
a	ένταση επιλογής (αδύναμη / δυνατή)
S_f/S_n	στρατηγικές μη-προώθησης/προώθησης
p_f, p_n	ποσοστό των κόμβων που υιοθετούν την στρατηγική S_f/S_n αντίστοιχα
p_{ff}, p_{nn}	ποσοστό των ακμών που και οι δύο άκρες τους αντίστοιχα υιοθετούν

	στρατηγική S_f/S_n
p_{fn}, p_{nf}	στρατηγική των ακμών που η μία άκρη υιοθετεί στρατηγική S_f και η άλλη στρατηγική S_n
$p_{x/y}$	ποσοστό των γειτόνων ενός χρήστη που υιοθετούν την S_x δεδομένου ότι ο χρήστης υιοθετεί την $S_y, x, y \in \{f, n\}$
λ_p, λ_s	κατανομή βαθμών στο φυσικό (p) ή στο κοινωνικό (s) στρώμα/επίπεδο αντίστοιχα
$\theta^{(f)}(k, k_f)$ $\theta^{(n)}(k, k_f)$	πιθανότητα ένας χρήστης με στρατηγική S_f/S_n αντίστοιχα να έχει k γείτονες, μεταξύ των οποίων k_f ακολουθούν την S_f
p_1, p_2	πιθανότητα να επιλεχτεί το επίπεδο 1, 2 αντίστοιχα
$P_{S_n \rightarrow S_f}(k, k_f, t)$ $P_{S_f \rightarrow S_n}(k, k_f, t)$	Πιθανότητα, σε μία χρονική στιγμή t που ο χρήστης εφαρμόζει την S_f να αλλάξει σε S_n ή αντίστοιχα το αντίθετο

Σε αυτή τη γενική περίπτωση, εξετάζεται ένας αριθμός χρηστών (παίχτες), καθένας από αυτούς με μια δοσμένη στρατηγική που θεωρείται ως συμπεριφορικό πρόγραμμα. Κάθε άτομο σε έναν πληθυσμό είναι μη διαχωρίσιμο, εκτός από τις χρησιμοποιούμενες στρατηγικές τους, δηλαδή οι στρατηγικές/συμπεριφορές διαφέρουν αλλά υπάγονται σε ένα συγκεκριμένο σύνολο στρατηγικών/συμπεριφορών. Αυτά τα παίγνια ονομάζονται συμμετρικά στη βάση όπου οι παίχτες έχουν την ίδια βαρύτητα, δηλαδή το αποτέλεσμα δεν μεταβάλλεται εάν οι παίχτες μετατεθούν. Το αποτέλεσμα της κάθε αναμέτρησης ζευγών του πληθυσμού αποδίδει αμοιβές που περιγράφονται στον πίνακα καταλληλότητας (section 5). Το συμμετρικό παίγνιο λοιπόν ορίζεται από το ζεύγος (U, U^T) . Εφόσον θεωρήσαμε χρονικά μεταβαλλόμενη την εξέλιξη των ενδιαφερόντων/αναγκών των χρηστών, υιοθετούμε ένα επίσης χρονικά μεταβαλλόμενο μητρώο αμοιβής (καταλληλότητας), που ορίζεται όπως ακολουθεί:

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_{ff}(t) & u_{fn}(t) \\ u_{nf}(t) & u_{nn}(t) \end{bmatrix} \quad (29)$$

όπου όλα τα στοιχεία λαμβάνονται κανονικοποιημένα στο (0,1). Αυτό σημαίνει ότι ανάλογα με το ενδιαφέρον των χρηστών τη χρονική στιγμή t, η αμοιβή της στρατηγικής S_f έναντι της στρατηγικής S_n για παράδειγμα, γίνεται $u_{fn}(t)$ και το αντίστοιχο συμβαίνει για όλα διαφορετικά τα ζευγάρια στρατηγικών. Να σημειωθεί ότι αντίθετα με την προσέγγιση [6], στο δικό μας μοντέλο το

στοιχείο $u_{fn}(t)$ μπορεί να διαφέρει από το $u_{nf}(t)$ για την ίδια τιμή του χρόνου t . Ας σημειωθεί εδώ ότι στην ανάλυση που ακολουθεί, όλες οι χρονικά μεταβαλλόμενες ποσότητες, εκφράζονται στην ίδια επιθυμητή κλίμακα χρόνου.

Όταν οι χρήστες (παίχτες) δεν αποτελούν ένα καλά αναμεμιγμένο πληθυσμό (αντιπροσωπευτικό δείγμα), αλλά υπάρχουν συγκεκριμένες διασυνδέσεις ή γειτονιές ανάμεσά τους (δηλαδή συγκροτούν δίκτυο), χρησιμοποιούμε γραφική ΕΘΠ (Section 5.1) για να λάβουμε την δυναμική εξέλιξη της στρατηγικής της διάχυσης της πληροφορίας. Όπως και στα στοιχεία του πίνακα καταλληλότητας U (Εξ. (29)), τα στοιχεία του βασικού διανύσματος καταλληλότητας B (Section 5.1) λαμβάνουν χρονομεταβλητές μορφές, όπως υπαγορεύονται από την εξέλιξη των ενδιαφερόντων και των αναγκών των χρηστών. Επιπρόσθετα, η στρατηγική που υιοθετείται από κάθε παίχτη εξαρτάται όχι μόνο από τα προσωπικά του ενδιαφέροντα, αλλά και από την αλληλεπίδρασή του με τους γείτονες.[71] Πιο συγκεκριμένα, στην (Εξ. (28)) θεωρούμε χρονομεταβλητά την βασική καταλληλότητα, δηλαδή την $B_i(t)$ αλλά και τον πίνακα αμοιβής της $U(t)$ που δίνεται από την (29), όπου t ο χρόνος, και έτσι γίνεται χρονομεταβλητή η αμοιβή $U_i(t)$ του κάθε παίχτη όταν υιοθετούμε την στρατηγική i , όπου $i = S_f$ ή $i = S_n$.

Εάν $R^{avg}(t)$ είναι το αναμενόμενο ενδιαφέρον των χρηστών σε έναν πληθυσμό στη διαχυμένη πληροφορία τη χρονική στιγμή t , τότε μία πιθανή διάταξη του πίνακα αμοιβής $U(t)$ θα ήταν η παρακάτω:

$$U(t) = \begin{bmatrix} f_1(R^{avg}(t)) & f_2(R^{avg}(t)) \\ f_3(R^{avg}(t)) & f_4(R^{avg}(t)) \end{bmatrix}$$

όπου διαισθητικά f είναι μια αύξουσα συνάρτηση της $R^{avg}(t)$ και f_4 είναι μια φθίνουσα συνάρτηση της $R^{avg}(t)$, δηλαδή για όλα τα t όπου η $R^{avg}(t)$ είναι υψηλή, η αμοιβή για δύο κόμβους που αλληλεπιδρούν με τη στρατηγική S_f είναι υψηλή, ενώ η αμοιβή για δύο που αλληλεπιδρούν με την S_n είναι χαμηλή.[71] Οι f_2, f_3 μπορούν να οριστούν σε αντίστοιχο πλαίσιο, ανάλογα με την εφαρμογή τους.

Η κατάσταση του δικτύου δίνεται από τις παρακάτω μεταβλητές:

- * p_f, p_n : το ποσοστό των κόμβων που υιοθετούν τις στρατηγικές S_f, S_n αντίστοιχα.
- * p_{ff}, p_{nn} : το ποσοστό των πλευρών, και τα 2 άκρα των οποίων υιοθετούν την στρατηγική S_f, S_n αντίστοιχα.

* p_{nf}, p_{fn} : το ποσοστό των πλευρών, ένα άκρο των οποίων υιοθετεί την S_n , και ένα άκρο την S_f αντίστοιχα.

Επιπλέον ορίζουμε ως $p_{f|n}$, το ποσοστό των γειτόνων ενός χρήστη που υιοθετούν την S_f , δεδομένου ότι ο χρήστης χρησιμοποιεί την S_n . Αντίστοιχα ορίζονται και τα ως $p_{f|f}, p_{n|f}, p_{nn}$.

Οι μεταβλητές της κατάστασης του δικτύου πρέπει να ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις[6]:

$$p_f + p_n = 1, \quad (30)$$

$$p_{ff} = p_f p_{f|f}, p_{nn} = p_n p_{n|n}, p_{fn} = p_f p_{n|f} + p_n p_{f|n}, \quad (31)$$

$$p_{f|f} + p_{n|f} = 1, p_{f|n} + p_{n|n} = 1, p_f p_{n|f} = p_n p_{f|n}. \quad (32)$$

Ο στόχος μας είναι να συμπεράνουμε τα σημεία EEK της δυναμικής εξέλιξης στρατηγικής στο γράφημα δικτύου. Ενώ άλλες μελέτες στη βιβλιογραφία [6], που εφαρμόζουν μη χρονομεταβλητό βασικό διάνυμα καταλληλότητας B και μη χρονομεταβλητό πίνακα U , παίρνουν συγκεκριμένες τιμές του p_f ως σημεία του EEK, εμείς θα λάβουμε χρονομεταβλητά σημεία EEK, δηλαδή διαφορετικά σημεία για κάθε χρονική στιγμή t , εξαιτίας της θεώρησης χρονομεταβλητών B, U . Θα προμηθεύσουμε το σύστημα με εξισώσεις υπολογισμού των σημείων EEK για όλες τις χρονικές στιγμές παράλληλα με εκτενείς αριθμητικές αξιολογήσεις και προσομοίωση αποτελεσμάτων για να επικυρώσουμε την θεωρητική μας ανάλυση και να εξετάσουμε την επίδραση διαφόρων παραμέτρων πάνω του. Να σημειωθεί ότι εξαιτίας του συστήματος εξισώσεων (30)-(32), χρειαζόμαστε μόνο δύο μεταβλητές για να περιγράψουμε την κατάσταση του δικτύου. Για παράδειγμα, επαρκούν οι p_f, p_{ff} . Για να υπολογίσουμε τα σημεία EEK για κάθε χρονική στιγμή t , πρώτα πρέπει να βρούμε τις δυναμικές των p_f, p_{ff} ως διαφορικές εξισώσεις, ακολουθώντας μία προσέγγιση ίδια με το [6] και μετά να λάβουμε τα σταθερά σημεία του μη γραμμικού δυναμικού συστήματός τους, που να ικανοποιεί τις προϋποθέσεις που θα ορίσουμε στη συνέχεια.

Όπως προαναφέρθηκε στις προηγούμενες ενότητες, τα υπό εξέταση ΓΔ (Γενικευμένα Δίκτυα) αποτελούνται από δύο στρώματα αλληλεπιδράσεων (πλευρές) στο ίδιο σύνολο κόμβων, όπου το γράφημα σε κάθε στρώμα μπορεί να είναι οποιουδήποτε τύπου (random, scale-free, κλπ). Ορίζουμε $\lambda_s(k)$ ως την κατανομή του βαθμού των κόμβων στο κοινωνικό επίπεδο και $\lambda_p(k)$ ως την κατανομή του βαθμού των κόμβων στο φυσικό στρώμα. Συγκεκριμένα, $\lambda_s(k)$ είναι η πιθανότητα ένας κόμβος να έχει βαθμό k στο κοινωνικό επίπεδο και όμοια ορίζουμε την $\lambda_p(k)$ για το κοινωνικό στρώμα. Ο μέσος βαθμός κόμβων στο κοινωνικό στρώμα δίνεται από το $\bar{k}_s = \sum_{k=0}^{\infty} k \lambda_s(k)$ και στο φυσικό στρώμα από το $\bar{k}_p = \sum_{k=0}^{\infty} k \lambda_p(k)$. Η κατανομή του βαθμού

αναπαριστά την αντίστοιχη αυθαίρετη τοπολογία του δικτύου που διαμορφώνεται σε κάθε στρώμα, συνήθως χαρακτηρίζοντας τον αντίστοιχο τύπο δικτύου (random, scale-free, κλπ). Θεωρούμε k_f τον αριθμό των γειτόνων ενός κόμβου που χρησιμοποιούν στρατηγική S_f . Εάν ο χρήστης υιοθετήσει την S_f τότε $k_f = kp_{f|f}$ αλλιώς $k_f = kp_{f|n}$. Η πιθανότητα της διαμόρφωσης περίπτωσης “ένας χρήστης με στρατηγική S_f έχει k γείτονες μεταξύ των οποίων k_f ακολουθούν τη στρατηγική S_f ” είναι ίση με :

$$\theta^{(f)}(k, k_f) = \binom{k}{k_f} p_{f|f}^{k_f} (1 - p_{f|f})^{(k-k_f)}.$$

Παρομοίως, η πιθανότητα της διαμόρφωσης “ένας χρήστης με στρατηγική S_n έχει k γείτονες μεταξύ των οποίων k_f ακολουθούν τη στρατηγική S_f ” είναι ίση με :

$$\theta^{(n)}(k, k_f) = \binom{k}{k_f} p_{f|n}^{k_f} (1 - p_{f|n})^{(k-k_f)}.$$

Οι δυναμικές της κατάστασης p_f, p_{ff} του δικτύου, εξαρτώνται από τον επιλεγμένο κανόνα αναβάθμισης. (Section 5.1) Χωρίς απώλεια γενικότητας και για ευκολότερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων μας, εφαρμόζουμε τον ΓΘ (Γέννησης-Θανάτου) κανόνα αναβάθμισης (Section 5.1). Επιπλέον, επεκτείνουμε τον ΓΘ κανόνα αναβάθμισης στην περίπτωση του γενικευμένου δικτύου γραφημάτων. Συγκεκριμένα, προτείνουμε τον παρακάτω τροποποιημένο ΓΘ κανόνα:

Κανόνας αναβάθμισης ΓΘ για γραφήματα γενικευμένων δικτύων

*Ένα στρώμα του γενικευμένου δικτύου επιλέγεται. Ειδικά για τα δύο στρώματα που εξετάζουμε σε αυτό το δίκτυο, το κοινωνικό δίκτυο επιλέγεται με πιθανότητα p_1 ή το φυσικό στρώμα επιλέγεται με πιθανότητα p_2 , όπου $p_1 + p_2 \leq 1$.

* (Γέννηση) Ένας χρήστης επιλέγεται με πιθανότητα ανάλογη της καταλληλότητάς του, δοσμένη σε γενική μορφή από την Εξ. (28) ανάλογα με τη στρατηγική του. Χρήστες με υψηλότερες τιμές καταλληλότητας είναι πιο πιθανό να επιλεγούν αρχικά, όπου η καταλληλότητα ενός χρήστη μπορεί να διαφέρει σε διαφορετικά στρώματα. Το γράφημα διασύνδεσης στο επιλεγμένο επίπεδο καθορίζει την ενημέρωση των συναρτήσεων καταλληλότητας (Εξ. (28)), συμπεριλαμβάνοντας συνεπώς εμμέσως την αλληλεπίδραση γειτονικών κόμβων στη λήψη αποφάσεων.

* (Θάνατος) Ο επιλεγμένος χρήστης αλληλεπιδρά με έναν τυχαία επιλεγμένο γείτονα από το επιλεγμένο στρώμα. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζεται η αντικατάσταση της στρατηγικής του τυχαία επιλεγμένου γείτονα με αυτή του επιλεγμένου χρήστη.

Η τετριμμένη περίπτωση θα ήταν αυτή που ο κάθε κόμβος θα είχε διαφορετική συμπεριφορά σε κάθε στρώμα του ΓΔ σε όρους της επιλεγμένης από αυτόν στρατηγικής. Σε αυτήν την περίπτωση, οι

δυναμικές της κατάστασης του δικτύου p_f, p_{ff} θα εξετάζονταν χωριστά σε κάθε στρώμα, με δοσμένες τις κατανομές του βαθμού των κόμβων για το κοινωνικό και το φυσικό στρώμα αντίστοιχα. Όμως, σε αυτή τη μελέτη θεωρούμε ότι ο κάθε κόμβος υιοθετεί την ίδια στρατηγική και στα δύο επίπεδα. Σαν αποτέλεσμα αυτού, ένας χρήστης μπορεί να επηρεαστεί από κάθε στρώμα και μπορεί να εξασκήσει τη στρατηγική του και στο άλλο. Σε αυτήν την περίπτωση, οι δυναμικές της κατάστασης του δικτύου p_f, p_{ff} θα μελετηθούν από κοινού με μία διαφορική εξίσωση και για τα δύο στρώματα με δοσμένη την κατανομή βαθμού

$$\lambda(k) = p_1 \lambda_s(k) + p_2 \lambda_p(k), \quad (33)$$

καθώς από τον προτεινόμενο κανόνα ΓΘ, με πιθανότητα p_1 η κατανομή πιθανότητας θα ήταν ίση με $\lambda_s(k)$ και με πιθανότητα p_2 θα ήταν ίση με $\lambda_p(k)$. Ο θεωρούμενος μέσος βαθμός κόμβων στην ανάλυση που ακολουθεί γίνεται ίσος με $\bar{k} = \sum_{k=0}^{\infty} k \lambda(k) = p_1 \bar{k}_s + p_2 \bar{k}_p$.

Μία άλλη περίπτωση θα ήταν αυτή που κάθε κόμβος έχει ξεχωριστή συμπεριφορά σε κάθε στρώμα του ΓΔ σε σχέση με την επιλεγμένη από αυτόν στρατηγική. Σε αυτήν την περίπτωση η δυναμικές της κατάστασης του δικτύου p_f, p_{ff} , θα πρέπει να μελετηθούν ξεχωριστά σε κάθε στρώμα (π.χ. με διαφορετικές διαφορικές εξισώσεις) δεδομένου των κατανομών βαθμού κόμβων $p_1 \lambda_s(k)$, $p_2 \lambda_p(k)$ για το κοινωνικό και το φυσικό στρώμα αντίστοιχα, όπως εννοείται από το εισαχθέντα κανόνα ΓΘ για τα γενικευμένα γραφήματα. Κατά συνέπεια, σε αυτήν την περίπτωση οι πράξεις ενός χρήστη σε ένα στρώμα δεν επηρεάζονται από τις πράξεις του ίδιου σε ένα άλλο στρώμα. Ας σημειωθεί ότι η περίπτωση κάθε χρήστη να έχει μία ξεχωριστή συμπεριφορά σε κάθε στρώμα μπορεί να αναλυθεί με τον ίδιο τρόπο με την περίπτωση που οι χρήστες υιοθετούν την ίδια στρατηγική και στα δύο στρώματα, με τη διαφορά ότι η κατάσταση δικτύου θα εξελισσόταν με ένα ανεξάρτητο τρόπο σε κάθε στρώμα, π.χ., $p_f^s, p_f^p, p_{ff}^s, p_{ff}^p$, όπου s υποδηλώνει το κοινωνικό στρώμα με βαθμό κατανομής λ_s και p το φυσικό με βαθμό κατανομής λ_p .

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μοντελοποίηση και η ανάλυσή μας μπορεί να επεκταθεί στην περίπτωση που το ΓΔ αποτελείται από περισσότερα από δύο στρώματα, προσαρμόζοντας με κατάλληλο τρόπο το συνδυασμένο βαθμό κατανομής (Εξ. (33)) και κατά συνέπεια το πρώτο

βήμα του κανόνα ενημέρωσης ΓΘ για ΓΔ. Συγκεκριμένα, η Εξ. (9) θα λάβει τη μορφή $\lambda(k) = \sum_i p_i \lambda_i(k)$, όπου το i υποδηλώνει το στρώμα του ΓΔ, p_i την πιθανότητα μίας αναβάθμισης στρατηγικής ΓΘ στο στρώμα i ($\sum_i p_i \leq 1$) και $\lambda_i(k)$ ο βαθμός κατανομής του στρώματος i .

Ορισμός των τιμών καταλληλότητας(fitness) των παιχτών

Με βάση όλα τα παραπάνω, η καταλληλότητα ενός παίκτη που υιοθετεί τη στρατηγική S_f γίνεται ίση με:

$$\pi_f(k, k_f, t) = (1 - a)b_f(t) + a[k_f u_{ff}(t) + (k - k_f)u_{fn}(t)], \quad (34)$$

και έχει οριστεί στο επιλεγμένο στρώμα του ΓΔ, όπου θα ισχύει ο κανόνας του θανάτου. Ομοίως, η καταλληλότητα ενός παίκτη που υιοθετεί τη στρατηγική S_n γίνεται:

$$\pi_n(k, k_f, t) = (1 - a)b_n(t) + a[(k - k_f)u_{nn}(t) + k_f u_{nf}(t)]. \quad (35)$$

Σε αυτό το σημείο ορίζουμε την πιθανότητα $P_{S_n \rightarrow S_f}(k, k_f, t)$ ως την πιθανότητα ο χρήστης που υιοθετεί τη στρατηγική S_n στο χρόνο t να την αλλάξει σε S_f , ανάλογα με τον κανόνα ΓΘ που περιγράφηκε παραπάνω.

$$P_{S_n \rightarrow S_f}(k, k_f, t) = p_f \theta^{(f)}(k, k_f) \frac{\pi_f(k, k_f, t) k - k_f}{\Pi(t)}, \quad (36)$$

όπου $\Pi(t)$ είναι το άθροισμα των τιμών της καταλληλότητας όλων των κόμβων σε μία χρονική στιγμή t . Ας σημειωθεί ότι έχει οριστεί στο επιλεγμένο επίπεδο του ΓΔ όπου μπορεί να εφαρμοστεί ο κανόνας ΓΘ.

Μοντελοποίηση των Δυναμικών της κατάστασης δικτύου μέσω διαφορικών εξισώσεων

Η δυναμική της κατάστασης δικτύου, παίρνει τη μορφή της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης:

$$\frac{dp_f}{dt} = \frac{1}{N} p^{(t)} \left(\Delta p_f = \frac{1}{N} \right) - \frac{1}{N} p^{(t)} \left(\Delta p_f = -\frac{1}{N} \right) \quad (37)$$

όπου ο εκθέτης t δηλώνει την εξάρτηση από το χρόνο και

$$\begin{aligned} & p^{(t)} \left(\Delta p_f = \frac{1}{N} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(k) \sum_{k_f=0}^k P_{S_n \rightarrow S_f}(k, k_f, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(k) \sum_{k_f=0}^k p_f \theta^{(f)}(k, k_f) \frac{\pi_f(k, k_f, t) k - k_f}{\Pi(t)} \end{aligned} \quad (38)$$

Είναι η πιθανότητα η p_f να αυξηθεί κατά $\frac{1}{N}$ και επίσης

$$\begin{aligned} & p^{(t)} \left(\Delta p_f = -\frac{1}{N} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(k) \sum_{k_f=0}^k P_{S_f \rightarrow S_n}(k, k_f, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(k) \sum_{k_f=0}^k (1 - p_f) \theta^{(n)}(k, k_f) \frac{\pi_n(k, k_f, t) k_f}{\Pi(t)} \end{aligned}$$

(39)

Είναι η πιθανότητα p_f να μειωθεί κατά $\frac{1}{N}$.

Η δυναμική της κατάστασης δικτύου p_{ff} , παίρνει τη μορφή της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης, η σημασία της οποίας εξηγείται στο [6]:

$$\frac{dp_{ff}}{dt} = \frac{(\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1}{\bar{k} \frac{N}{2}} p^{(t)} \left(\Delta p_f = \frac{1}{N} \right) - \frac{(\bar{\mu} - 1)p_{f|f}}{\bar{k} \frac{N}{2}} p^{(t)} \left(\Delta p_f = -\frac{1}{N} \right)$$

(40)

όπου τα $\bar{l}, \bar{\mu}$ αναπαριστούν τους μέσους βαθμούς των χρηστών που έχουν αντικατασταθεί και διαφέρουν από το μέσο βαθμό όλου του δικτύου, δηλ [6]. Επίσης σύμφωνα με την [6], $\bar{l} = \bar{\mu} = \frac{\bar{k}^2}{k}$

Μετά από κάποιους αλγεβρικούς υπολογισμούς η εξίσωση (37) παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{ff}}{dt} = & \frac{1}{N} \left(\frac{p_{nf}(1-a)}{2\Pi(t)} b_f(t) + a\bar{k} \frac{u_{fn}(t)p_{nf}}{2\Pi(t)} + a(\bar{k} - 1) \frac{p_{ff}}{\Pi(t)} (u_{ff}(t) - u_{nn}(t)) \right) (1 - p_{f|f}) \\ & - \frac{1}{N} \left(a\bar{k} \frac{p_{nf}(t)}{2\Pi(t)} u_{nn}(t) + \frac{p_{nf}(1-a)}{2\Pi(t)} b_n(t) + a \frac{p_{nf}}{2\Pi(t)} (u_{nf}(t) - u_{nn}(t)) (1 \right. \\ & \left. + p_{f|n}(\bar{k} - 1)) \right) \end{aligned}$$

(41)

Αφότου γίνουν οι απαραίτητες αντικαταστάσεις από την Εξ. (41) στην Εξ. (40), παίρνουμε μία παρόμοια διαφορική εξίσωση με την Εξ. (17) για την κατάσταση δικτύου p_{ff} . Εδώ ας σημειωθεί ότι αντίθετα με την ανάλυση της [6], δεν θεωρούμε μόνο μοναδιαίες αρχικές τιμές καταλληλότητας. Στην ειδική περίπτωση που $u_{nf}(t) = u_{fn}(t) = u(t), \forall t$ (το οποίο προϋποθέεται στην [6]), οι εξ.(37), (40) παίρνουν τις απλούστερες μορφές:

$$\frac{dp_{ff}}{dt} = \frac{(1-a)p_{fn}}{2N\Pi(t)} (b_f(t) - b_n(t)) + \frac{ap_{fn}(\bar{k}-1)}{2N\Pi(t)} ((u_{ff}(t) - u(t))p_{f|f} - (u_{nn}(t) - u(t))p_{n|n}) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_{ff}}{dt} = & \frac{(1-a)p_{fn}}{\bar{k}N\Pi(t)} \left[((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1) b_f(t) - (\bar{\mu} - 1)p_{f|f} b_n(t) \right] \\ & + a \frac{p_{fn}u(t)}{N\Pi(t)} \left[((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1) - (\bar{\mu} - 1)p_{f|f} \right] \\ & + \frac{p_{fn}(\bar{k} - 1)p_{f|f}a}{\bar{k}N\Pi(t)} \left[((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1) (u_{ff}(t) - u(t)) \right. \\ & \left. - (\bar{\mu} - 1)p_{n|n} (u_{nn}(t) - u(t)) \right] \end{aligned}$$

(43)

Αποκτώντας τις καμπύλες EEK της Δυναμικής της Εξελικτικής Στρατηγικής

Για να πάρουμε τις καμπύλες EEK, λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\frac{dp_f}{dt} = 0, \frac{dp_{ff}}{dt} = 0,$$

(44)

για κάθε χρονική στιγμή, καθώς οι παράμετροι είναι χρονικά εξαρτώμενες. Για κάθε t , αυτό το σύστημα είναι τρίτου βαθμού όσον αφορά το p_f , αλλά η μία από τις λύσεις έχει τη γενική μορφή $p_f = p_{ff} = z \in [0,1]$, άρα μόνο οι άλλες δύο είναι πιθανά σημεία EEK. Μπορεί και οι δύο, μόνο μία ή και καμία από τις λύσεις να είναι σημεία EEK για κάθε χρονική στιγμή. Μία λύση (σημείο χαλάρωσης) μπορεί να είναι ένα σημείο EEK του συστημάτων των (μη γραμμικών) εξισώσεων Εξ.(44), αν για το ιακωβιανό πίνακα J , του συστήματος έχουμε ότι $\det(J) > 0$ και $\text{tr}(J) < 0$, όπου \det, tr είναι οι ορίζουσα και το ίχνος του ιακωβιανού πίνακα αντίστοιχα. Η γενικής μορφής λύση, z , παίρνεται από τις εξ. (30)-(32) ως:

$$p_{fn} = 0 \Rightarrow 2p_f p_{n|f} = 0 \Rightarrow 2p_f(1 - p_{f|f}) = 0 \Rightarrow p_f(1 - \frac{p_{ff}}{p_f}) = 0 \Rightarrow p_f - p_{ff} = 0.$$

Παρακάτω παρουσιάζουμε με αλγοριθμικό τρόπο τη μεθοδολογία με την οποία πήραμε τα σημεία EEK για όλες τις χρονικές στιγμές. Επιπλέον θεωρούμε ότι $u_{nf}(t) = u_{fn}(t) = u(t), \forall t$ και άρα χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (42) και (43).

Μέθοδος Υπολογισμού σημείων EEK για κάθε χρονική στιγμή

Για κάθε t

- Υπολογίζουμε τις τιμές του πίνακα αμοιβών $U(t)$ και τις αρχικές τιμές καταλληλότητας $b_f(t), b_n(t)$ για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.
- Επιλύουμε το παρακάτω σύστημα εξισώσεων για να πάρουμε τις τιμές $p_f, p_{f|f}$ που είναι πιθανά σημεία EEK για τη χρονική στιγμή t . Αυτό το σύστημα εξισώσεων το παίρνουμε από τον συνδυασμό των Εξ.(44) και (30)-(32).

$$(1 - a)(b_f(t) - b_n(t)) + a(\bar{k} - 1)((u_{ff}(t) - u(t))p_{f|f} - (u_{nn}(t) - u(t))p_{n|n}) = 0, \quad (45)$$

$$(1 - a) \left[((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1)b_f(t) - (\bar{\mu} - 1)p_{f|f}b_n(t) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + a\bar{k}u(t) \left[\left((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1 \right) - (\bar{\mu} - 1)p_{f|f} \right] \\
& + (\bar{k} - 1)p_{ff}a \left[\left((\bar{l} - 1)p_{f|n} + 1 \right) (u_{ff}(t) - u(t)) \right. \\
& \left. - (\bar{\mu} - 1)p_{nn}(u_{nn}(t) - u(t)) \right] = 0, \tag{46}
\end{aligned}$$

$$p_{f|n} = 1 - p_{n|n}, \tag{47}$$

$$\frac{p_f(1 - p_{f|f})}{1 - p_f} - p_{f|n} = 0, \tag{48}$$

$$0 \leq p_f, p_{f|f} \leq 1. \tag{49}$$

- Κρατάμε ως σημεία ΕΕΚ για τη χρονική στιγμή t , μόνο εκείνες τις τιμές $p_f, p_{f|f}$ που αντιστοιχούν σε λύσεις του συστήματος των εξ. (45)-(49) οδηγώντας σε ικανοποίηση των συνθηκών $\det(J) > 0$ και $\text{tr}(J) < 0$.

Το σύνολο των σημείων ΕΕΚ, για όλες τις τιμές t , μας δίνει τις καμπύλες ΕΕΚ. Ας σημειωθεί ότι στην περίπτωση που οι παράμετροι των διαφορικών εξισώσεων είναι ομογενείς με το χρόνο, υπάρχει μόνο ένα instance (στιγμιότυπο) του συστήματος των εξισώσεων (45)-(49), άρα η παραπάνω αλγοριθμική λύση εύρεσης των σημείων ΕΕΚ πρέπει να εφαρμοσθεί μία φορά.

6.2 Εξελικτικό Παιχνίδι πάνω σε Γενικευμένους Γράφους με Χρονομεταβλητή καταλληλότητα: Πειραματική Μελέτη

Στην ενότητα αυτή, θα προβούμε σε ενδελεχή μελέτη και αξιολόγηση της μεθόδου για τον υπολογισμό των χρονομεταβλητών σημείων ΕΕΚ μέσω αριθμητικών αποτελεσμάτων, προσομοιώσεων και συγκρίσεων. Για να είμαστε σε θέση να προβούμε σε τέτοιες αξιολογήσεις πρέπει να προσδιορίσουμε τον πίνακα καταλληλότητας $U(t)$, και τη βάση των τιμών καταλληλότητας $B(t)$. Συγκεκριμένα, εξετάζουμε δύο συναρτησιακές μορφές των χρονομεταβαλλόμενων τιμών καταλληλότητας, μία περιοδική / ημιτονοειδή και μία λογαριθμική / εκθετική, ενδεικτικές των συμπεριφορών των χρηστών σε συγκεκριμένες περιπτώσεις. Για παράδειγμα, όπως αναφέρεται παραπάνω, το ενδιαφέρον των χρηστών ενός κοινωνικού δικτύου σχετικά με τις διαφημίσεις για διακοπές έχει μια περιοδική μορφή λειτουργίας, παρουσιάζοντας κορυφή κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών μηνών και πτώση το χειμώνα. Παρομοίως, μια συνάρτηση λογαριθμικού ενδιαφέροντος χρήστη, περιγράφει τις περιπτώσεις όπου κάποιος είναι αρχικά πρόθυμος για ένα συγκεκριμένο είδος πληροφοριών, αλλά καθώς ο χρήστης γίνεται πολύ πληροφορημένος, το ενδιαφέρον/συμφέρον του γίνεται κορεσμένο, αλλά ακόμα αυξάνεται πολύ αργά. Σε αυτή την ενότητα, για κάθε μία από τις ανωτέρω επιλογές, εξετάζουμε μέσω αριθμητικών αποτελεσμάτων την επίδραση της έντασης επιλογής a , των τιμών των πιθανοτήτων p_1, p_2 δηλαδή,

την επίδραση του κάθε στρώματος, και του μέσου βαθμού κόμβων στο κοινωνικό στρώμα, σχετικά με τη δυναμική εξέλιξης της στρατηγικής.

Το γενικευμένο δίκτυο (κάθε στρώμα) αποτελείται από $N = 500$ κόμβους. Το κοινωνικό στρώμα θεωρείται ότι έχει μια δομή χωρίς κλίμακα (scale-free), δηλαδή, μια power-law κατανομή βαθμού, όπως παρατηρείται σε πολλά κοινωνικά δίκτυα στην πραγματική ζωή [42]. Ο αναμενόμενος βαθμός στο κοινωνικό στρώμα, \bar{k}_s , θα παρέχεται σε κάθε πείραμα ξεχωριστά. Συγκεκριμένα, το γράφημα του δικτύου του κοινωνικού στρώματος κατασκευάστηκε με βάση το Barabasi-Albert μοντέλο (BA) για τη δημιουργία γραφημάτων χωρίς κλίμακα [42]. Έτσι, σε κάθε πείραμα θα παρέχουμε την παράμετρο m του μοντέλου BA, δηλαδή, τον αριθμό των συνδέσεων που επισυνάπτονται σε κάθε νέο κόμβο, ενώ ο αναμενόμενος βαθμός κόμβου θα είναι ίσος με $\bar{k}_s = 2m$ (όπως προκύπτει από την κατανομή Pareto). Επίσης, η δεύτερη στιγμή κοντά στο μηδέν για τις κατανομές power-law είναι ίση με $\bar{k}_s^2 = \bar{k}_s^2 \frac{\log N}{4}$ [6]. Για το φυσικό (ασύρματο/wireless) στρώμα θεωρούμε ένα τυχαίο γεωμετρικό μοντέλο γραφήματος, όπου οι κόμβοι είναι τυχαία και ομοιόμορφα κατανεμημένοι σε ένα τετράγωνο πεδίο δράσης με πλευρά $L = 580\text{m}$. Η ακτίνα μετάδοσης όλων των κόμβων είναι ίση με $H = 50\text{ m}$. Η κατανομή πιθανοτήτων του βαθμού κόμβων σε αυτή την περίπτωση είναι διωνυμικής μορφής: $\lambda_p(k) = \binom{N}{k} \left(\frac{\pi H^2}{L^2}\right)^k \left(1 - \frac{\pi H^2}{L^2}\right)^{N-k}$ με μέσο όρο ίσο με $\bar{k}_p = \frac{\pi H^2 N}{L^2}$ και δεύτερη στιγμή γύρω από το μηδέν ίση με $\bar{k}_p^2 = N \frac{\pi H^2}{L^2} \left(1 - \frac{\pi H^2}{L^2} + N \frac{\pi H^2}{L^2}\right)$. Άρα $\bar{k} = p_1 \bar{k}_s + p_2 \bar{k}_p$ και $\bar{k}^2 = p_1 \bar{k}_s^2 + p_2 \bar{k}_p^2$. Αυτές οι ποσότητες είναι απαραίτητες στα επόμενα για να πάρουμε τα $\bar{l}, \bar{\mu}$ για τους αριθμητικούς υπολογισμούς του συστήματος των εξισώσεων (45)-(49).

6.2.1. Μελέτη Περίπτωσης 1: Περιοδικές / Ημιτονοειδείς Τιμές Καταλληλότητας

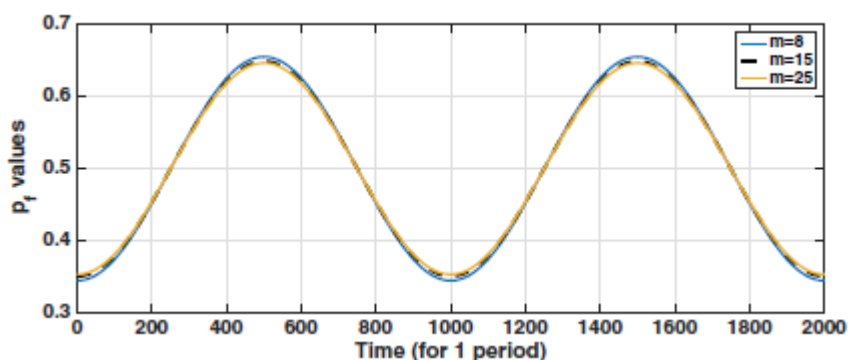
Σε αυτήν την περίπτωση μελέτης, θεωρούμε τον παρακάτω πίνακα καταλληλότητας:

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_{ff}(t) = 0.45 + 0.2 \sin^2(2\pi \frac{t}{T} + \theta) & u_{fn}(t) = 0.9 \\ u_{nf}(t) = 0.9 & u_{nn}(t) = 0.45 + 0.2 \cos^2(2\pi \frac{t}{T} + \theta) \end{bmatrix}$$

((50))

όπου $\tau > 0$ είναι η περίοδος της επανάληψης των τιμών του $U(t)$ και $\theta \geq 0$ είναι μία ρυθμισμένη τιμή, όπου στους υπολογισμούς μας $\tau = 2000$, $\theta = 0$. Σε αυτή την μελέτη περίπτωσης, οι αρχικές τιμές καταλληλότητας θα θεωρούνται σταθερές και ίσες με τη μονάδα, δηλαδή $b_n(t) = b_f(t) = 1, \forall t$. Η περιοδική εξάρτηση από το χρόνο εκφράζει την περιοδική εξέλιξη των συμφερόντων/ενδιαφερόντων των χρηστών, όπως εξηγείται στο Κεφάλαιο 5. Περιοδικότητα στον

πίνακα καταλληλότητας έχει επίσης εξεταστεί στο [4], όπου οι συγγραφείς μελετούν την περιοδική σταθερότητα της δυναμικής της εξέλιξης της στρατηγικής, δηλαδή, οι συνθήκες που οδηγούν σε μια περιοδική σταθερή τροχιά της δυναμικής στρατηγικής. Τα αποτελέσματά μας υποδεικνύουν επίσης μια τέτοια περιοδική σταθερή τροχιά της δυναμικής της εξέλιξης της στρατηγικής λαμβανομένου υπόψη του ανωτέρω $U(t)$. Στην Ενότητα 6.2.1 εκτελούμε αριθμητική αξιολόγηση μέσω επίλυσης του συστήματος των Εξ. (21) - (25) και μελετούμε την επίπτωση των a, p_1, p_2 και \bar{k}_s στη δυναμική της εξέλιξης της στρατηγικής, ενώ στο τμήμα 6.2.2, θα εξετάσουμε αν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης που λαμβάνονται μέσω της εκτέλεσης του προσαρμοσμένου κανόνα ενημέρωσης $\Gamma\Theta$ (τμήμα 6) στα ασύρματα $\Gamma\Delta$ συμφωνούν με τις θεωρητικές τιμές (που λαμβάνονται με την επίλυση του συστήματος των Εξ.(21) – (25)).

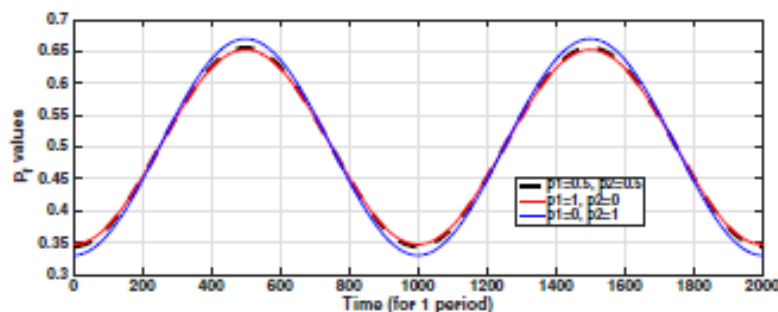


Σχήμα 8: Σύγκριση καμπύλων ΕΕΚ της δυναμικής εξέλιξης της στρατηγικής της διάχυσης πληροφορίας για διαφορετικό μέσο βαθμό κόμβων στο κοινωνικό στρώμα (τιμές του m). Επίσης, $p_1 = 1, p_2 = 0, a = 0.01, b_n(t) = b_f(t) = 1, \forall t$.

6.2.2 Αριθμητική Αξιολόγηση

Το Σχήμα 8 παρουσιάζει τα χρονικά μεταβαλλόμενα σημεία της ΕΕΚ (καμπύλη ΕΣΣ) που λαμβάνονται μέσω επίλυσης του συστήματος των Εξ. (45) - (49) για διάφορες τιμές του μέσου βαθμού στο κοινωνικό στρώμα, \bar{k}_s , που αντιστοιχεί στο βαθμό ενός νεοφερμένου κόμβου στο μοντέλο BA, δηλαδή, στην παράμετρο m . Μόνο οι αλληλεπιδράσεις του κοινωνικού στρώματος λαμβάνονται υπόψη, δηλαδή, $p_1 = 1, p_2 = 0$. Παρατηρούμε ότι το p_f (δηλαδή, το ποσοστό των κόμβων που υιοθετούν τη στρατηγική S_f) έχει ημιτονοειδή μορφή την πάροδο του χρόνου, ενώ η αύξηση του μέσου βαθμού οδηγεί σε μείωση του ποσοστού p_f για όλες τις στιγμές όταν $u(t) > u_{ff}(t) > u_{nn}(t)$ και το αντίθετο ισχύει για όλες τις στιγμές, όταν $u(t) > u_{nn}(t) > u_{ff}(t)$. Το τελευταίο είναι σύμφωνα με τα (χρονικά αμετάβλητα) αποτελέσματα του [6]. Ακριβώς παρόμοια αποτελέσματα λαμβάνονται για άλλες εξεταζόμενες τιμές του α (π.χ., $\alpha = 0.5, \alpha = 0.9$), δεδομένης της επιλογής του πίνακα αμοιβών της Εξ. (50).

Το Σχήμα 9 συγκρίνει τα σημεία ΕΕΚ για όλες τις τιμές των p_1, p_2 που αντιστοιχούν σε μόνο κοινωνικές, σε μόνο φυσικές (ασύρματα) ή σε κοινωνικές και φυσικές αλληλεπιδράσεις. Παρατηρούμε ότι οι τιμές ΕΕΚ του p_f διαφέρουν σε σχέση με τα p_1, p_2 εξαρτόμενες επίσης και από τις τιμές των $u_{ff}(t), u_{nn}(t)$. Όταν $u(t) > u_{ff}(t) > u_{nn}(t)$, το φυσικό στρώμα ενδυναμώνει τις τιμές ΕΕΚ του p_f , ενώ το κοινωνικό στρώμα ενδυναμώνει τις τιμές ΕΕΚ του p_f για όλες τις τιμές όταν $u(t) > u_{nn}(t) > u_{ff}(t)$. Με άλλα λόγια, η ημιτονοειδής καμπύλη του p_f που αντιστοιχεί στο κοινωνικό στρώμα έχει λιγότερες παραλλαγές σε σχέση με τον άξονα y . Παρόμοια αλλά λιγότερο γενικά συμπεράσματα σχετικά με τον αντίκτυπο των φυσικών και κοινωνικών αλληλεπιδράσεων στη δυναμική του αριθμού των μολυσμένων κόμβων (που διαισθητικά είναι σε αντιστοιχία με τη δυναμική εξέλιξης της στρατηγικής) βγαίνουν και σε προηγούμενη σχετική εργασία [23], χρησιμοποιώντας τη θεωρία των επιδημιολογικών μοντέλων.



Σχήμα 9: Σύγκριση καμπύλων ΕΕΚ της δυναμικής εξέλιξης της στρατηγικής της διάχυσης πληροφορίας για διαφορετικές τιμές των p_1, p_2 . Επίσης $\alpha = 0.5, b_n(t) = b_f(t) = 1, m = 10$.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η ταλαντευόμενη συμπεριφορά που παρατηρείται στα Σχ.2, 3 μοιάζει με αυτό των Σχ. 4-6 του [31], όπου το τελευταίο μελετά την εξίσωση αντιγραφέα υπό καθυστερήσεις που εισάγονται από την επίδραση της καταλληλότητας των στρατηγικών στην

δυναμική της κατάστασης του συστήματος. Ωστόσο, στα αποτελέσματά μας η ταλαντευτική συμπεριφορά αναφέρεται στα σημεία ΕΕΚ, δηλ. τα ίδια τα σταθερά σημεία ταλαντεύονται στο χρόνο λόγω των χρονικά μη-ομοιογενών παράμετροι της δυναμικής, ενώ αντίθετα στο [31] υπάρχει μια στάσιμη κατάσταση και η ταλάντωση οφείλεται είτε σε αστάθεια είτε σε μεταβατικό φαινόμενο πριν φθάσουν στη σταθερότητα.

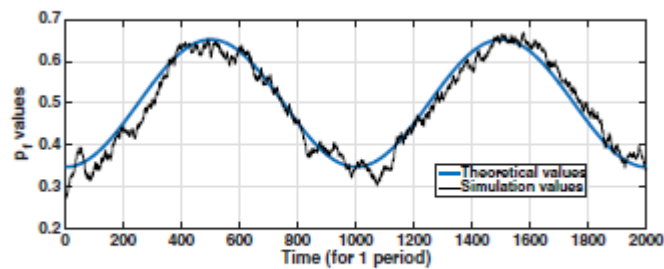
6.2.3 Σύγκριση των Αριθμητικών Αποτελεσμάτων και των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης

Σε αυτό το σημείο, συγκρίνουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα (που λαμβάνονται μέσω της επίλυσης του συστήματος εξισώσεων (45) - (49)) και τα αποτελέσματα προσομοίωσης που προκύπτουν από την εκτέλεση των προσαρμοσμένων αλληλεπιδράσεων $\Gamma\Theta$ πάνω στο $\Gamma\Delta$ όπως περιγράφεται στην Ενότητα 6. Συγκεκριμένα, ο κανόνας ενημέρωσης $\Gamma\Theta$ για γραφήματα $\Gamma\Delta$ (τμήμα 6), προτείνεται ως μοντέλο εκπρόσωπος της εξέλιξης (ενημέρωσης) των στρατηγικών σε ένα γενικευμένο γράφημα. Με βάση αυτόν τον κανόνα ενημέρωσης στρατηγικής, έχουμε κατασκευάσει τις διαφορικές εξισώσεις

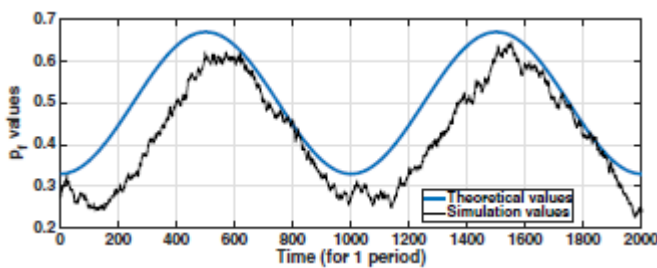
Εξ. (18), (19) που τελικά οδηγούν στο σύστημα των εξισώσεων (45) - (49) για την εύρεση των σημείων ΕΕΚ της δυναμικής της εξέλιξης της στρατηγικής. Ως αποτέλεσμα, σύμφωνα με το [45], εάν προσομοιωθεί ο προτεινόμενος τυχαιοποιημένος κανόνας ενημέρωσης $\Gamma\Theta$ σε ένα γράφημα γενικευμένου δικτύου, η κατά μέσο όρο συμπεριφορά της δυναμικής της στρατηγικής έναντι των πολλαπλών προσομοιώσεων πρέπει να συμφωνεί με αυτή που προβλέπεται από τις εξισώσεις. (42), (43). Σε αυτό το τμήμα της μελέτης εξετάζουμε την παραπάνω αναμενόμενη συμφωνία αποτελέσματος, συγκρίνοντας τα σημεία ΕΕΚ που επιτυγχάνονται μέσω των προσομοιώσεων και αυτών που προέκυψαν από το σύστημα των εξισώσεων (45) - (49) με το πέρασμα του χρόνου. Ας σημειωθεί επιπλέον, ότι όπως μελετήθηκε στην Ενότητα 6, για κάθε t , έχουμε διαφορετική μήτρα αποπληρωμής $U(t)$, και έτσι ένα διαφορετικό σημείο ΕΕΚ. Κατά συνέπεια, πρέπει να αφήσουμε κάθε προσομοίωση να εκτελέσει πολλές αλληλεπιδράσεις $\Gamma\Theta$ σε μικρότερη χρονική κλίμακα από t πριν εξετάσουμε τη σύγκλιση της κατάστασης με ένα συγκεκριμένο σύνολο παραμέτρων (δηλ., για ένα συγκεκριμένο t). Επιπλέον, εξετάζουμε τον τρόπο με τον οποίο ο συνδυασμός των στρωμάτων στο γενικευμένο γράφημα επηρεάζει τις παραπάνω συγκρίσεις, γεγονός που συνδέεται στενά με τις

κατανομές βαθμού που εξετάζονται σε κάθε στρώμα και στην αναπαράστασή τους από τις στιγμές πρώτης και δεύτερης τάξης στις διαφορικές εξισώσεις (42), (43).

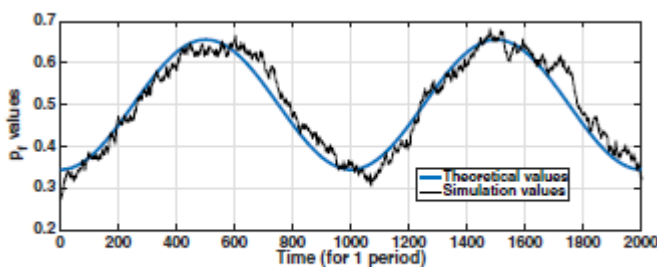
Συγκεκριμένα, για κάθε χρόνο t , εκτελούμε 100 αλληλεπιδράσεις $\Gamma\Theta$ και στη συνέχεια αυξάνουμε το χρόνο σε $t + 1$. Τα σχήματα 10 (α), 10(β), και 10(γ) απεικονίζουν τέτοιες συγκρίσεις όταν $b_n(t) = b_f(t) = 1, \forall t$ για διαφορετικά ζεύγη τιμών p_1, p_2 . Οι υπόλοιπες παράμετροι προσδιορίζονται στους υπότιτλους των εικόνων. Τα αποτελέσματα προσομοίωσης παράγονται ως μέσοι όροι δέκα επαναλήψεων του πειράματος σε διαφορετικές τυχαίες τοπολογίες (με τις ίδιες παραμέτρους που δίνονται παραπάνω).



(a) $p_1 = 1, p_2 = 0.$



(b) $p_1 = 0, p_2 = 1$



(c) $p_1 = 0.5, p_2 = 0.5.$

Σχήμα 10 . Σύγκριση θεωρητικών τιμών και τιμών από τις προσομοιώσεις όταν $b_n(t) = b_f(t) = 1, \forall t, a = 0.5$, Μέσος βαθμός/Average Degree=10.

Παρατηρούμε ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Ωστόσο, η αντιστοίχιση είναι καλύτερη όταν εξετάζονται μόνο

κοινωνικές αλληλεπιδράσεις (δηλ., $p_1 = 1, p_2 = 0$), πράγμα που υποδηλώνει ότι η δομή ελεύθερης κλίμακας (scale-free) του κοινωνικού στρώματος εκφράζεται καλύτερα μέσω των αντίστοιχων στιγμών των βαθμών κόμβων στις διαφορικές εξισώσεις (εξισώσεις (42), (43)) της δυναμικής της εξέλιξης της στρατηγικής. Ας σημειωθεί ότι για τις προσομοιώσεις, οι στρατηγικές των κόμβων αρχικοποιούνται τυχαία. Το δίκτυο φθάνει σε μια περιοδικά σταθερή τροχιά σε σχέση με την εξέλιξη της στρατηγικής, η οποία συμπίπτει με τη θεωρητική ημιτονοειδή καμπύλη ΕΕΚ που φαίνεται αμετάβλητη με το α , όπως εξηγείται στην ενότητα 4.1.1 παραπάνω. Αυτός είναι ο λόγος που θεωρούμε μόνο μία τιμή του α , δηλαδή $\alpha = 0,5$.

6.2.4 Μελέτη Περίπτωσης 2: Λογαριθμικές/ Εκθετικές Τιμές Καταλληλότητας

Στη μελέτη της δεύτερης περίπτωσης, θεωρούμε τον παρακάτω πίνακα καταλληλότητας:

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_{ff}(t) = 0.5 \frac{\log(t+2)}{\log T + 1} & u_{fn}(t) = 0.9 \\ u_{nf}(t) = 0.9 & u_{nn}(t) = 0.5e^{-(t+2)} \end{bmatrix}$$

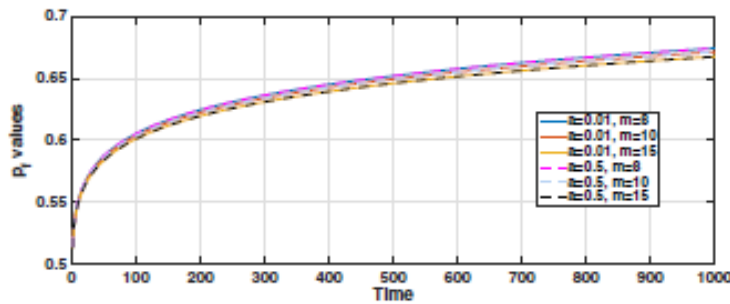
(51)

όπου $T > 0$ αντιπροσωπεύει ολόκληρο το εξεταζόμενο χρονικό διάστημα το οποίο παίρνει την τιμή $T = 1000$ στα πειράματά μας. Οι τιμές βάσης (αναφοράς) της καταλληλότητας είτε θα θεωρηθούν σταθερές και ίσες με την μονάδα, δηλ. $b_n(t) = b_f(t) = 1, \forall t$ είτε χρονικά μεταβλλόμενες της μορφής $b_n(t) = u_{nn}(t), b_f(t) = u_{ff}(t)$. Η λογαριθμική / εκθετική εξάρτηση από το χρόνο των στοιχείων του $U(t)$ και της βάσης της καταλληλότητας εκφράζουν την αύξηση /μείωση των ενδιαφερόντων και αναγκών των χρηστών, αντίστοιχα, που μειώνονται με την πάροδο του χρόνου. Όπως στην παράγραφο 6.2.1, στο σημείο 6.2.4 πραγματοποιούμε αριθμητική αξιολόγηση μέσω της επίλυσης του συστήματος των εξισώσεων (45) - (49) και μελετούμε την επίδραση των $\alpha, p_1, p_2, \bar{k}_s$ στη δυναμική εξέλιξης της στρατηγικής, ενώ στο σημείο 6.2.5, εξετάζουμε εάν τα αποτελέσματα προσομοίωσης που λαμβάνουμε μέσω της εκτέλεσης του προσαρμοσμένου κανόνα ενημέρωσης $\Gamma\Theta$ (ενότητα 6) στο ΓN ταιριάζει με τα θεωρητικά αποτελέσματα (που λαμβάνονται μέσω της επίλυσης του συστήματος εξισώσεων. (45)-(49)).

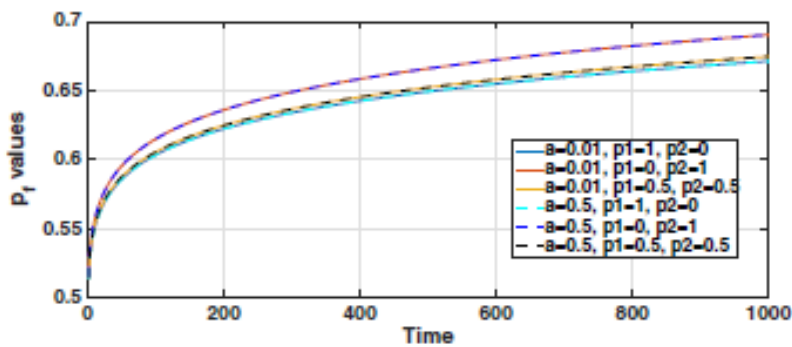
6.2.5 Αριθμητική Αξιολόγηση

Το σχήμα 11(a) παρουσιάζει τα σημεία ΕΕΚ για κάθε χρονική στιγμή t που λαμβάνεται μέσω της επίλυσης του συστήματος εξισώσεων (45)-(49) για διαφορετικές τιμές μέσου βαθμού στο κοινωνικό στρώμα και διαφορετικές τιμές του α , όταν λαμβάνονται υπόψη μόνο οι αλληλεπιδράσεις του κοινωνικού στρώματος. Παρατηρούμε ότι το p_f (δηλ. το ποσοστό των

κόμβων που υιοθετούν την στρατηγική S_f) έχει λογαριθμική μορφή με το χρόνο να ακολουθεί τη χρονική συμπεριφορά του $u_{ff}(t)$.



(a) $p_1 = 1, p_2 = 0$



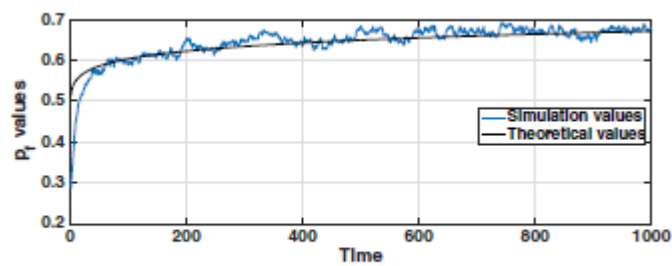
(b) Μέσος όρος (average degree) = 10.

Σχήμα 11: Σύγκριση των καμπυλών EEK των δυναμικών εξέλιξης στρατηγικής διάχυσης πληροφορίας χρησιμοποιώντας λογαριθμικά/εκθετικά στοιχεία των $U(t), b_n(t) = b_f(t) = \mathbf{1}, \forall t$.

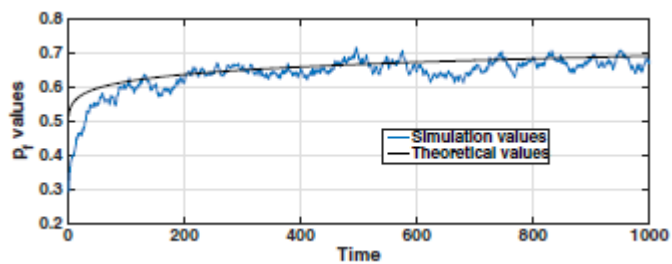
Η αξία του a , δηλαδή ενός αδύναμου ή ισχυρού σχεδίου επιλογής, δεν φαίνεται να επηρεάζει καθόλου τα αποτελέσματα, όπως συνέβη και στην παράγραφο 6.2.1. Αυτό είναι μία πολύ σημαντική παρατήρηση που δείχνει την επικράτηση των στοιχείων του $U(t)$ και της χρονικά εξελισσόμενης συμπεριφοράς τους έναντι των σταθερών τιμών βάσης καταλληλότητας, ακόμη και στην περίπτωση αδύναμης επιλογή, όπου οι τιμές καταλληλότητας των χρηστών πρέπει να καθορίζονται ως επί το πλείστον από την τιμή βάσης/αναφοράς καταλληλότητας. Τέλος, το Σχήμα 11 (b) δείχνει τα σημεία EEK σε κάθε στιγμή για διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών των p_1, p_2 . Παρατηρείται ότι οι αλληλεπιδράσεις του φυσικού στρώματος αυξάνουν τις τιμές EEK του p_f για όλες τις στιγμές σε σύγκριση με το κοινωνικό στρώμα. Αυτό είναι σύμφωνο με τις αντίστοιχες παρατηρήσεις του τμήματος 6.2.1, δεδομένου ότι $u(t) > u_{ff}(t) > u_{nn}(t), \forall t$. Λόγω της τελευταίας αυτής σχέσης, ο υψηλότερος μέσος βαθμός στο κοινωνικό στρώμα συνεπάγεται χαμηλότερες τιμές p_f , όπως παρατηρείται στο Σχ.11 (α).

6.2.6 Σύγκριση των Αριθμητικών Αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης

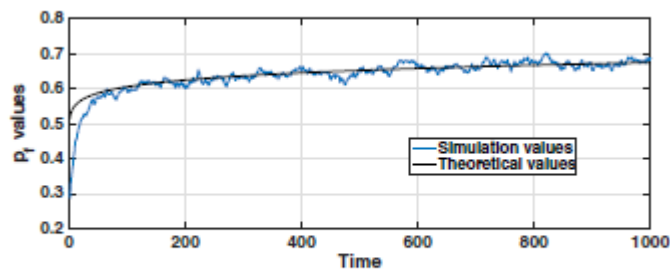
Τα αποτελέσματα προσομοίωσης σε αυτό το τμήμα λαμβάνονται με τον ίδιο τρόπο όπως στο τμήμα 6.2.3. Ομοίως με την Ενότητα 6.2.3 παρατηρούμε ότι τα θεωρητικά αποτελέσματα προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αποτελέσματα προσομοίωσης, ενώ όμως η αντιστοίχιση είναι καλύτερη όταν εξετάζουμε μόνο κοινωνικές αλληλεπιδράσεις ($p_1 = 1, p_2 = 0$). Αυτά τα συγκριτικά αποτελέσματα φαίνονται στα Σχ.12,13 για σταθερές και χρονικά μεταβαλλόμενες τιμές καταλληλότητας, αντίστοιχα.



(a) $p_1 = 1, p_2 = 0$.

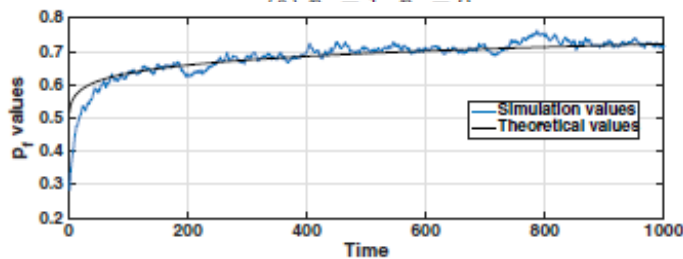
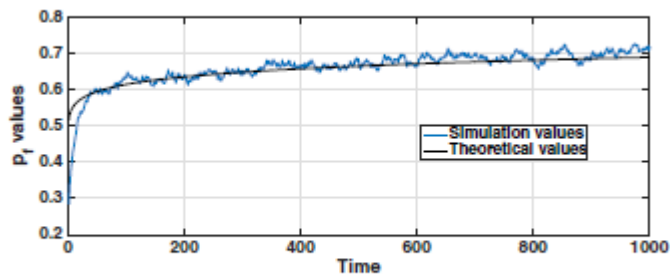


(b) $p_1 = 0, p_2 = 1$

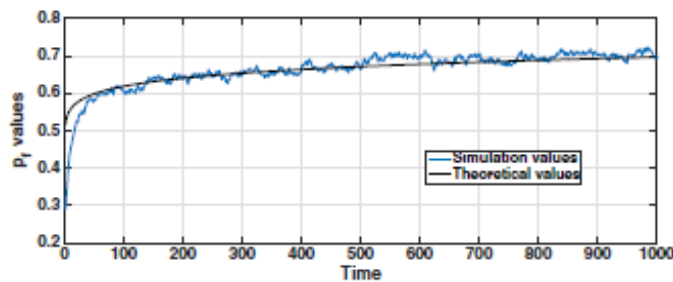


(c) $p_1 = 0.5, p_2 = 0.5$.

Σχήμα 12: Σύγκριση θεωρητικών τιμών και τιμών από τις προσομοιώσεις όταν $b_n(t) = 1, b_f(t) = 1, \forall t, a = 0.5$, Μέσος βαθμός/Average Degree=10.



(b) $p_1 = 0, p_2 = 1$



(c) $p_1 = 0.5, p_2 = 0.5$.

Σχήμα 13: Σύγκριση θεωρητικών τιμών και τιμών από τις προσομοιώσεις όταν $b_n(t) = u_{nn}(t)$, $b_f(t) = u_{nn}(t)$, $a = 0.5$, Μέσος βαθμός/Average Degree=10.

6.3 Μελέτη της ύπαρξης και του αριθμού των σημείων EEK

Σε αυτή την ενότητα διερευνάμε την ύπαρξη και τον αριθμό των σημείων EEK μέσω εκτεταμένων αριθμητικών αξιολογήσεων. Σύμφωνα με τη μελέτη του Τμήματος 6.1, μπορεί να υπάρχουν έως και δύο σημεία EEK για κάθε t , για το σύστημα των εξισώσεων (45)-(49). Οι αριθμητικές αξιολογήσεις εκτελούνται για διάφορες τιμές των εμπλεκόμενων παραμέτρων, π.χ. οι τιμές του a που προσδιορίζουν τις περιπτώσεις ασθενούς ή ισχυρής επιλογής, οι τιμές των πιθανοτήτων της ενημέρωσης της στρατηγικής μέσω των κοινωνικών και φυσικών στρωμάτων p_1, p_2 αντίστοιχα, και οι τιμές των στοιχείων της μήτρας αποπλήρωσης U . Αν και πραγματοποιήθηκαν εκτεταμένες πειραματικές μελέτες, μόνο μερικά πολύ αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα φαίνονται στα Σχ. 14-18 υποστηρίζοντας τις παρατηρήσεις που ακολουθούν.

Οι πίνακες που περιλαμβάνονται στα Σχ. 14, 15, υποδεικνύουν την ύπαρξη και τον αριθμό των σημείων ΕΕΚ για κάθε εξεταζόμενο ζεύγος τιμών u_{ff} (σειρές) και u_{nn} (columns). Το κάθε σχήμα αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή του $u_{nf} = u_{fn} = u$. Πραγματοποιήσαμε τις αριθμητικές εξετάσεις για τις διαφορετικές τιμές των p_1, p_2 δύο τιμές του α που αντιστοιχούν σε αδύναμη ($\alpha = 0,01$) και ισχυρή ($\alpha = 0,5$) επιλογή, αλλά όλες οι επιλογές οδήγησαν στους ίδιους πίνακες για το ίδιο u και $b_f = b_n = 1$ (ενιαίες τιμές βάσης καταλληλότητας). Επίσης, $m = 10$. Εξετάσαμε ένα ευρύ φάσμα τιμών για το u , ωστόσο δείχνουμε ενδεικτικά μόνο δύο, καθώς παρατηρήθηκαν οι ίδιες τάσεις σε όλες τις περιπτώσεις.

$$u_{fn} = u_{nf} = u = 0.2$$

u_{ff} / u_{nn}	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.01	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0.05	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0.1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Σχήμα 14: Αριθμός των σημείων ΕΕΚ στην περίπτωση $u=0.2$ και ίδιων τιμών αναφοράς/βάσης καταλληλότητας και για τις δύο στρατηγικές.

Συγκεκριμένα, όταν $u_{ff} > u$ και $u_{nn} > u$ δεν υπάρχει σημείο ΕΕΚ. Αυτό μπορεί διαισθητικά να δικαιολογηθεί εάν πιστέψουμε ότι αν $u_{ff} > u_{nn} > u$, τότε οι αλληλεπιδράσεις ενός χρήστη που υιοθετεί τη στρατηγική προώθησης με έναν παρόμοιο χρήστη του παρέχουν μεγαλύτερο κέρδος από ένα χρήστη που υιοθετεί τη στρατηγική μη προώθησης. Επίσης οι αλληλεπιδράσεις ενός χρήστη που υιοθετεί τη στρατηγική μη προώθησης με έναν παρόμοιο χρήστη, του παρέχουν περισσότερο όφελος σε σχέση με ένα χρήστη που υιοθετεί την στρατηγική προώθησης. Έτσι, δεν υπάρχει τάση σε ενημερώσεις στρατηγικής, σύμφωνα με το παράδειγμα θα προκύψει ο κανόνας ενημέρωσης ΓΘ, γεγονός που οδηγεί σε αστάθειες. Το ίδιο ισχύει όταν $u_{nn} > u_{ff} > u$. Αυτή η εικασία επίσης, εν μέρει υπονοείται από τα αριθμητικά αποτελέσματα στο [6]. Η ύπαρξη ενός σημείου ΕΕΚ γίνεται τετριμμένη όταν $u_{ff} > u > u_{nn}$ ή $u_{nn} > u > u_{ff}$, όπου υπάρχει μόνο ένα

σημείο EEK ίσο με $p_f = 1$ ή $p_f = 0$, αντίστοιχα. Σε καθεμία από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις, είτε η προώθηση (πρώτη περίπτωση) ή η στρατηγική που δεν αφορά τη διαβίβαση (τελευταία περίπτωση) υπερισχύει. Επιπλέον, σε κάθε πίνακα εξετάζουμε τις μη-τετριμμένες περιπτώσεις όταν $u_{ff} \leq u$ και $u_{nn} \leq u$. Βασικά, αυτές οι περιπτώσεις μπορούν να χαρακτηριστούν ως μη τετριμμένες, καθώς οι χρήστες θα προτιμούσαν αλληλεπιδράσεις με μη παρόμοια άτομα.

$$u_{fn} = u_{nf} = u = 0.6$$

u_f / u_n	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.01	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.05	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.3	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.4	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.7	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.9	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

Σχήμα 15: Αριθμός των σημείων EEK στην περίπτωση $u=0.6$ και ίδιων τιμών αναφοράς/βάσης καταλληλότητας και για τις δύο στρατηγικές.

Σημειώστε ότι η επίλυση, σε κλειστή μορφή, των εξισώσεων (45)-(49) και η μελέτη της συμπεριφοράς EEK για διαφορετικές επιλογές των u_{ff}, u_{nn}, u μπορεί να γίνει φορτική για γενικές τιμές βάσης καταλληλότητας και τιμές έντασης επιλογής (σε αντίθεση με το [6] η οποία επιλύεται αποκλειστικά για τις περιπτώσεις ασθενούς επιλογής και ενιαίες τιμές καταλληλότητας). Για το λόγο αυτό, έχουμε εκτελέσει εκτεταμένες αριθμητικές προσομοιώσεις, όπως εξηγείται παραπάνω. Πιστεύουμε ότι εξετάσαμε ένα ευρύ φάσμα τιμών και πολλούς συνδυασμούς παραμέτρων, ώστε να μπορούσαμε να κάνουμε τη γενικότερη παρατήρηση ότι υπάρχει πάντα ένα σημείο EEK όταν $u_{ff} < u$ ή / και $u_{nn} < u$ και δεν υπάρχει σημείο EEK όταν $u_{ff} = u$ ή $u_{nn} = u$, για ενιαίες τιμές βάσης καταλληλότητας. Παρόμοια αποτελέσματα με τα Σχ. 14, 15 λαμβάνονται όταν οι τιμές βάσης/αναφοράς καταλληλότητας παίρνουν ίσες τιμές αλλά όχι ενιαίες.

$$p_1 = 0, p_2 = 1$$

u_{nn}	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$u = u_{ff}$											
0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0.4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0.5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0.6	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.7	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0.8	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
0.9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0

Σχήμα 16: Αριθμός των σημείων ΕΕΚ στην περίπτωση $u = u_{ff}$ (γραμμές), $b_f < b_n$ και διάχυσης στο φυσικό επίπεδο.

$$p_1 = 0.5, p_2 = 0.5$$

u_{nn}	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$u = u_{ff}$											
0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0.4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0.5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0.6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0.8	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0.9	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0

Σχήμα 17: Αριθμός των σημείων ΕΕΚ στην περίπτωση $u = u_{ff}$ (γραμμές), $b_f < b_n$ και διάχυσης συνδυαστικά στο φυσικό και στο κοινωνικό επίπεδο.

$$p_1 = 1, p_2 = 0$$

u_{nn}	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$u = u_{ff}$											
0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0.4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0.5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0.6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0.7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0.8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0.9	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0

Σχήμα 18: Αριθμός των σημείων EEK στην περίπτωση $u = u_{ff}$ ((γραμμές), $b_f < b_n$ και διάχυσης στο κοινωνικό επίπεδο.

Επιπλέον, εξετάσαμε την περίπτωση όπου οι τιμές βάσης καταλληλότητας δεν είναι ίσες, η οποία αποδίδει πιο πολύπλοκες τάσεις στην ύπαρξη σημείων EEK, που εξαρτώνται από τις τιμές των a, p_1, p_2 και u_{ff}, u_{nn}, u . Αυτή η περίπτωση είναι σημαντική όταν οι τιμές καταλληλότητας παίρνουν χρονικά μεταβαλλόμενες μορφές που εξαρτώνται από τις προτιμήσεις των χρηστών για τους τύπους των διαδεδομένων πληροφοριών όπως αυτούς που εξετάζονται στην παρούσα εργασία, ενώ αυτό δεν εξετάζεται στο [6]. Συγκεκριμένα, έχουμε εκτελέσει εκτενείς προσομοιώσεις παρόμοιες με τις προηγούμενες με τη διαφορά ότι η τιμές βάσης της καταλληλότητας δεν είναι πλέον ίσες. Καταρχάς, διαπιστώσαμε ότι δεν υπάρχουν σημεία EEK για το $a = 0,01$, δηλαδή για την περίπτωση ασθενούς επιλογής. Για την περίπτωση ισχυρής επιλογής, δηλαδή για $a = 0,5$, όταν $u_{ff} < u$ και $u_{nn} < u$ υπάρχει πάντα ένα σημείο EEK. Ωστόσο, αντίθετα με την περίπτωση ίσων τιμών καταλληλότητας, μπορεί να υπάρξει υπάρχουν σημεία EEK όταν $u_{ff} = u$ ή $u_{nn} = u$. Πιο συγκεκριμένα, έχουμε βρει ότι αν $b_f > b_n$, μπορεί να υπάρχουν σημεία EEK όταν $u_{nn} = u$, και ομοίως εάν $b_f < b_n$ μπορεί να υπάρχουν σημεία EEK όταν $u_{ff} = u$. Σε αυτή την περίπτωση, την ύπαρξη των σημείων EEK εξαρτάται περαιτέρω από τις τιμές των a, p_1, p_2 .

Παρουσιάζουμε παραδείγματα τέτοιων αποτελεσμάτων στα Σχ. 16, 17, 18, για την περίπτωση όπου $b_f = 0.5 < b_n = 1$, ενώ ακριβώς ανάλογα αποτελέσματα προκύπτουν όταν $b_f = 1 > b_n = 0.5$. Κάθε σχήμα αναφέρεται σε έναν συγκεκριμένο συνδυασμό τιμών p_1, p_2 και όλα μαζί αναφέρονται

σε ένα ισχυρό σχήμα επιλογής. Σε αυτά τα σχήματα εξετάζουμε συγκεκριμένα την ύπαρξη σημείων EEK όταν $u_{ff} = u$ (γραμμές) για διαφορετικές τιμές u . Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση αυτή μπορεί να υπάρχουν σημεία EEK μόνο όταν $u_{nn} < u$, ενώ η ύπαρξή τους εξαρτάται περαιτέρω από τις τιμές των p_1, p_2 . Παρόμοια αποτελέσματα λαμβάνονται για άλλες επιλογές b_f, b_n με $b_f < b_n$.

Οι προσομοιώσεις μας σε αυτή την ενότητα καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα περιπτώσεων που μπορεί να προκύψουν λόγω των χρονικά μεταβαλλόμενων τιμών καταλληλότητας, ωστόσο δεν είναι εξαντλητικές. Έτσι, τα συμπεράσματά μας είναι αρκετά γενικά αλλά δεν μπορούμε να αποκλείσουμε

την ύπαρξη αντιπαραδειγμάτων, για παράδειγμα κατά την εξέταση διαφορετικών κατανομών για κάθε στρώμα ή διαφορετικών παραμέτρων για τις κατανομές. Καθώς οι αριθμητικές μας αξιολογήσεις δεν είναι εξαντλητικές, συζητούμε πώς να συγκρίνουμε δύο σημεία EEK εάν αυτά προκύπτουν για μια επιλογή παραμέτρων. Σε αυτή την περίπτωση, μπορεί να υπολογιστεί κάποιο κόστος για κάθε EEK που βασίζεται στις τιμές καταλληλότητας των χρηστών (Εξισώσεις (34), (35)), δεδομένου της σταθερής (EEK) κατάστασης δικτύου ακολουθώντας τις έννοιες της τιμής της αναρχίας και της τιμής της σταθερότητας που υπολογίζονται σε διάφορες EEK [44]. Σε αυτή τη μελέτη, δεδομένου ενός σημείου EEK $p_f, p_{f|f}$ μια συνάρτηση κόστους μπορεί να υπολογιστεί όπως θα δειχτεί στη συνέχεια. Οι αναμενόμενες τιμές καταλληλότητας χρηστών όπως υποδηλώνουν οι Εξισώσεις. (10), (11) είναι:

$$\bar{\pi}_f = (1 - 1)b_f(t) + a[\bar{k}p_{f|f}u_{ff}(t) + \bar{k}(1 - p_{f|f})u_{fn}(t)],$$

και

$$\bar{\pi}_n = (1 - 1)b_n(t) + a[\bar{k}(1 - p_{f|n})u_{nn}(t) + \bar{k}p_{f|n}u_{nf}(t)].$$

Στη συνέχεια, το κόστος που αποδίδεται στην EEK μπορεί να εκφραστεί ως εξής: $p_f \frac{1}{\pi_f} + p_n \frac{1}{\pi_n}$ και οι δύο ΕΣΣ θα συγκριθούν με βάση τις έννοιες της τιμής της αναρχίας και της τιμής σταθερότητας.

Κεφάλαιο 7

Κριτική Ανάλυση και Συμπεράσματα

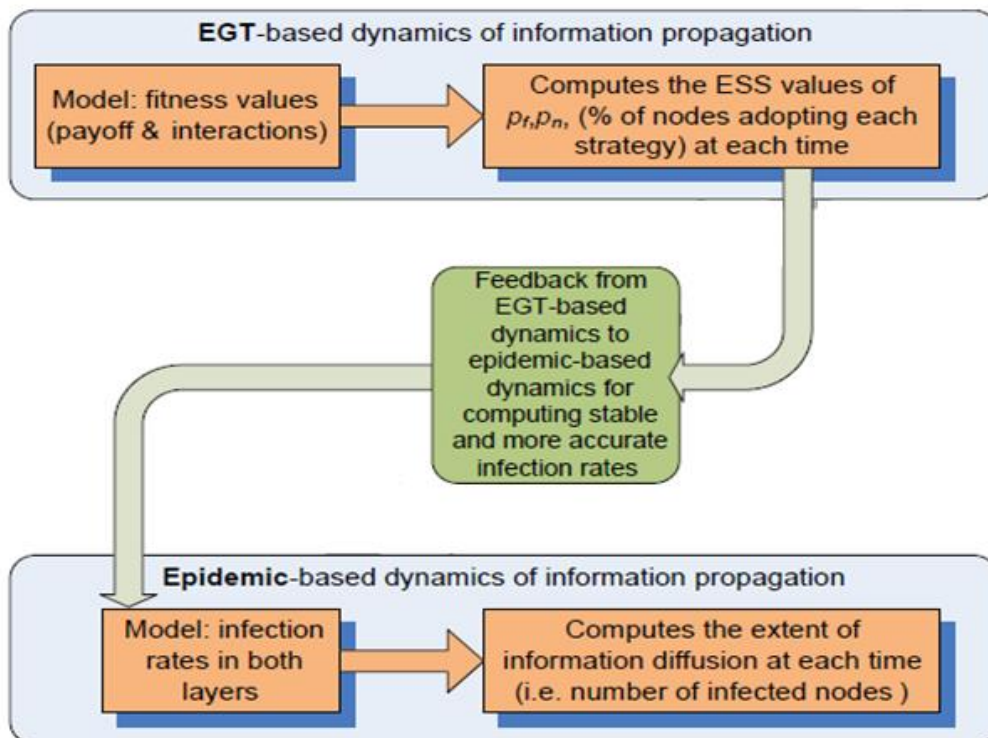
7.1 Κριτική ανάλυση στη Σχέση Μεταξύ Μελετών Διάχυσης πληροφορίας, βασισμένες στην ΕΘΠ και την Επιδημιολογική ανάλυση.

Από την πλευρά μας, υπάρχει μια σχέση μεταξύ της επιδημιολογικά βασισμένης δυναμικής [23] και της δυναμικής βασισμένη στην ΕΘΠ (τμήμα 3), όπου και οι δύο που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη διάχυσης πληροφορίας. Αυτή η σχέση μπορεί να εκληφθεί ως «διαδοχική» όπως φαίνεται στο Σχ. 19. Ειδικότερα, η επιδημιολογική δυναμική υπολογίζει τον αριθμό των «μολυσμένων» κόμβων στην τοπολογία του δικτύου σε κάθε χρονική στιγμή, όπου ένας «μολυσμένος» κόμβος είναι ένας πληροφορημένος/ενήμερος για την διάδοση πληροφοριών (Σχ.19). Η δυναμική βασισμένη σε ΕΘΠ οδηγεί στο ποσοστό των κόμβων που υιοθετούν κάθε στρατηγική (Ενότητα 5.1) σε σταθερή κατάσταση ή ΕΕΚ (Σχ.19). Αυτή η σταθερή διανομή των στρατηγικών μεταξύ των κόμβων (που προσδιορίζεται με ΕΘΠ) είναι καθοριστική για τον αριθμό των μολυσμένων κόμβων στην τοπολογία του δικτύου ή για την ταχύτητα εξάπλωσης των πληροφοριών στο σύνολο του δικτύου καθώς μεταφέρεται μέσω των κόμβων του δικτύου. Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις, τα σταθερά σημεία της δυναμικής βασισμένης στην ΕΘΠ μπορεί να τροφοδοτούν τη δυναμική με επιδημιολογική βάση, στον υπολογισμό της έκτασης της εξάπλωσης πληροφοριών κατά την σταθερή επιλογή της στρατηγικής, όπως υποδεικνύεται στο Σχ. 19. Για να κάνουμε τα πράγματα πιο σαφή, στη συνέχεια παρέχουμε την αλληλεπίδραση των δύο μοντέλων (δυναμική με βάση την ΕΘΠ και δυναμική με βάση την επιδημιολογία) με ποσοτικό τρόπο.

Έχουμε δύο στρατηγικές, την S_f , δηλαδή, «ο κόμβος διαβιβάζει τις πληροφορίες, αν αυτές φτάσουν σε αυτόν», και την S_n , δηλαδή, «ο κόμβος δεν διαβιβάζει τις πληροφορίες, αν αυτές φτάσουν σε αυτόν». Η γνώση του ποσοστού των κόμβων (π.χ., η ΕΕΚ που λαμβάνεται σταθεροποιώντας τη δυναμική ΕΘΠ) υιοθετώντας το καθένα μια στρατηγική δεν συνεπάγεται άμεσα την χρονική εξέλιξη του αριθμού των μολυσμένων / ενημερωμένων κόμβων. Ας υποθέσουμε ότι με την σταθεροποίηση της δυναμικής βασισμένης στην ΕΘΠ, υπολογίζεται ότι ένα ποσοστό των κόμβων ισούται με το $p_f(t)$ και κατά το χρόνο t υιοθετεί τη στρατηγική S_f , ενώ ένα ποσοστό των κόμβων ισούται προς $p_n(t)$ κατά το χρόνο t υιοθετεί τη στρατηγική S_n . Στη συνέχεια, η χρονική εξέλιξη του αριθμού των επηρεασμένων/ενημερωμένων κόμβων, $I(t)$, σε ένα γενικευμένο δίκτυο, όπως περιγράφεται στο τμήμα 3, μπορεί να υπολογιστεί μέσω της επιδημιολογικής δυναμικής ως ακολούθως.

$$\frac{dI(t)}{dt} = p_1 p_f(t) I(t) \frac{S(t)}{N} \bar{k}_s + p_2 p_f(t) I(t) \frac{S(t)}{N} \bar{k}_p, \quad (52)$$

δηλαδή, η $p_f(t)$ μπορεί να καθορίσει τον ρυθμό μόλυνσης, όπου $p_1 p_f(t)$ είναι ο ρυθμός μόλυνσης στο φυσικό επίπεδο και $p_2 p_f(t)$ είναι ο ρυθμός μόλυνσης στο κοινωνικό επίπεδο. Έτσι, μετά τον υπολογισμό των σταθερών ποσοστών μόλυνσης, με βάση $p_f(t)$, μέσω της δυναμικής βασισμένης σε ΕΘΠ, μπορούμε να υπολογίσουμε το $I(t)$, μέσω επιδημιολογικής μοντελοποίησης (Εικ. 13). Σε αυτήν την περίπτωση, το $I(t)$, θα είναι πιο αντιπροσωπευτικό της διαδικασίας διάχυσης πληροφορίας που λαμβάνει χώρα υπό ρεαλιστικές προϋποθέσεις δικτύου, σε σχέση με την περίπτωση υπόθεσης των μορφών του ρυθμού μόλυνσης (ο οποίος θα είναι μη-σταθερός), όπως στο [23]. Στις δυναμικές βασισμένες σε ΕΘΠ, οι παραδοχές που γίνονται αφορούν τα κέρδη στις περιπτώσεις που αλληλοεπιδρούν ζευγάρια στρατηγικών, όπου μπορεί να είναι απεικονισμένες διαισθητικά και με βάση τα ενδιαφέροντα των χρηστών με έναν τρόπο πιο αντιπροσωπευτικό από την άμεση μοντελοποίηση των ποσοστών μόλυνσης όπως στην δυναμική που βασίζεται στην επιδημιολογία.



Σχήμα 13: Η σχέση ακολουθίας μεταξύ της βασισμένης σε ΕΘΠ και της βασισμένης σε επιδημιολογία μελέτης της δυναμικής πληροφορίας. Τα ποσοστά των σταθεροποιημένων στρα-

τηγικών που έχουν υπολογιστεί μέσω του μοντέλου της ΕΘΠ μπορούν να τροφοδοτήσουν ένα επιδημιολογικό μοντέλο με το να καθορίσουν το ρυθμό μόλυνσης, και τελικά να υπολογίσουν τις δυναμικές του αριθμού των μολυσμένων κόμβων.

Γενικά, όσο το ποσοστό των κόμβων που υιοθετεί τη στρατηγική της προώθησης πληροφοριών (S_f) αυξάνει, ο αριθμός των μολυσμένων κόμβων σε μια συγκεκριμένη στιγμή θα πρέπει να αυξηθεί αναλόγως. Σημειώνεται ότι το μοντέλο που περιγράφεται στο [23] δημιουργεί την ανάγκη ορισμού μίας ακόμη στρατηγικής, δηλαδή τη στρατηγική της «διαγραφής των πληροφοριών».

Στην περίπτωση αυτή, το υποκείμενο μοντέλο επιδημίας θα ήταν τύπου SIR, όπως στο [47], όπου η επιδημική δρομολόγηση αναλύεται μέσω Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων (ΣΔΕ) ως όρια στα μαρκοβιανά μοντέλα. Ομοίως με αυτό το έργο, η προσέγγισή μας προσφέρει αριθμητική απόδοση λύσης που δεν αυξάνεται με τον αριθμό των κόμβων και επιτρέπει τη μελέτη της δυναμικής προώθησής του δίκτυο. Η χρήση ΣΔΕ για την παρακολούθηση της εξέλιξης των επιδημιών έχει αποδειχθεί μια λογική προσέγγιση στην εξέλιξη της επιδημίας [46, 47] και ακολουθήσαμε το ίδιο μοτίβο, συνδυάζοντας μια τέτοια προσέγγιση με την ΕΘΠ.

7.2 Συμπεράσματα

Σε αυτή την εργασία, εστίασαμε στη μελέτη της εξελικτικής συμπεριφοράς των χρηστών μέσα σε ένα ευρύτερο περιβάλλον γενικευμένων δικτύων και σε σχέση με τη διάχυση πληροφοριών. Θέσαμε το πρόβλημα της εξέλιξης της στρατηγικής επιλογής προώθησης/μη προώθησης της πληροφορίας από χρήστες σε τέτοια δίκτυα μέσω γραφοθεωρητικής εξελικτικής θεωρίας παιγνίων και αναλύσαμε και μελετήσαμε τη δυναμική αυτής της συμπεριφοράς, όπως τα ενδιαφέροντα των χρηστών και άρα τα οφέλη (καταλληλότητα αποπληρωμής) μέσα στην πάροδο του χρόνου. Μέσω αριθμητικών αποτελεσμάτων και προσομοιώσεων, αξιολογήσαμε μια τέτοια προσέγγιση μοντελοποίησης και εξετάσαμε την επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στην δυναμικά εξελισσόμενη στρατηγική διάδοσης πληροφοριών. Η προτεινόμενη προσέγγιση, επιτρέπει την πρόβλεψη της εξέλιξης της συσσωρευμένης συμπεριφοράς, με τη μορφή της Εξελικτικά Ευσταθούς κατάστασης (στρατηγικές) (EEK), επιτρέποντας τον αποδοτικό σχεδιασμό και έλεγχο των ‘εκστρατειών πληροφόρησης’ σε γενικευμένα δίκτυα. Επόμενα βήματα περιλαμβάνουν την επικύρωση των εν λόγω μοντέλων που ενσωματώνουν χρονικά μεταβαλλόμενη συμπεριφορά του χρήστη και των ενδιαφερόντων του, χρησιμοποιώντας σύνολα πραγματικών δεδομένων.

Αναφορές

- [1] S.-M. Cheng, W.C. Ao, P.-Y. Chen, and K.C. Chen, “On Modeling Malware Propagation in Generalized Social Networks”, *IEEE Communications Letters*, Vol. 15, No. 1, pp. 25-27, Jan. 2011.
- [2] E. Stai, V. Karyotis, S. Papavassiliou, “Exploiting Socio-Physical Network Interactions via a Utility-based Framework for Resource Management in Mobile Social Networks”, *IEEE Wireless Communications Magazine*, Vol.21, No. 1, pp. 10-17, February 2014.
- [3] K. Sigmund, “Introduction to Evolutionary Game Theory”, In *Proc. Of Symposia in Applied Mathematics*, pp. 1-25, 2011.
- [4] P. Uyttendaele, F. Thuijsman, P. Collins, R. Peeters, G. Schoenmakers and R. Westra, “Evolutionary Games and Periodic Fitness”, *Dyn. Games Appl.*, Vol. 2, pp. 335-345, 2012.
- [5] H. Ohtsuki and M.A. Novak, “The Replicator Equation on Graphs”, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 243, pp. 86-97, 2006.
- [6] C. Jiang, Y. Chen and K.J. Ray Liu, “Graphical Evolutionary Game for Information Diffusion Over Social Networks”, *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, Vol. 8, No. 4, pp. 524-536, Aug. 2014.
- [7] C. Jiang, Y. Chen and K.J. Ray Liu, “Modeling Evolutionary Information Diffusion Dynamics over Social Networks”, In *Proc. of IEEE Int’l Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 1095-1099, May 2014.
- [8] C. Jiang, Y. Chen, and K.J. Ray Liu, “Evolutionary Information Diffusion over Social Networks”, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 62, No. 17, pp. 4573-4586, Sept. 2014.
- [9] D. Niyato, and E. Hossain, “Dynamics of Network Selection in Heterogeneous Wireless Networks: An Evolutionary Game Approach”, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol. 58, No. 4, pp. 2008-2017, May 2009.
- [10] C. Jiang, Y. Chen, and Y. Gao, “Joint Spectrum Sensing and Access Evolutionary Game in Cognitive Radio Networks”, *IEEE Trans. Wireless Communications*, Vol. 12, No. 5, pp. 2470-2483, 2013.
- [11] S. Lin, W. Ni, and H. Tian, “An Evolutionary Game Theoretic Framework for Femtocell Radio Resource Management”, *IEEE Trans. Wireless Communications*, Vol. 14, No. 11, pp. 6365-6376, 2015.
- [12] C. Peng, X. Jin and M. Shi, “Epidemic Threshold and Immunization on Generalized Networks”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 389, No. 3, pp. 549-560, Feb. 2010.
- [13] J. Gao, S. V. Buldyrev, H.E. Stanley and S. Havlin, “Networks Formed from Interdependent Networks”, *Nature Physics*, Vol. 8, pp. 4048, 2012.

- [14] J. Gao, S.V. Buldyrev, S. Havlin and H.E. Stanley, “Robustness of a Network of Networks”, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 107, 2011.
- [15] M. Kivela, A. Arenas, M. Barthelemy, J.P. Gleeson, Y. Moreno, and M.A. Porter, “Multilayer Networks”, *Journal of Complex Networks*, Vol.2, No.3, pp. 203-271, 2014.
- [16] C. Remy, N. Pervin, F. Toriumi and H. Takeda, “Information Diffusion on Twitter: Everyone Has Its Chance, But All Chances Are Not Equal, In Proc. of International Conference on Signal-Image Technology & Internet-Based Systems (SITIS), pp. 483-490, Dec. 2013.
- [17] E. Bakshy, J.M. Hofman, W.A. Mason and D.J. Watts, “Everyone’s an Influencer: Quantifying Influence on Twitter”, In Proc. of the 4th ACM International conference on Web Search and Data Mining (WSDM), pp. 65-74, 2011.
- [18] Y. Wang and B. Zheng, “On Macro and Micro Exploration of Hashtag Diffusion in Twitter”, In Proc. of IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining (ASONAM), pp.285-288, Aug. 2014.
- [19] Y. Zhang, X. Ruan and H. Wang, “What Scale of Audience a Campaign Can Reach in What Price on Twitter?”, In Proc. of INFOCOM, pp. 1168-1176, April-May 2014.
- [20] D.J. Daley and J. Gani, “Epidemic Modeling: An Introduction”, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2001.
- [21] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, “Epidemic Spreading in Scale-Free Networks”, *Physical Review Letters*, Vol. 86, No. 14, pp. 3200-3203, Apr.2001.
- [22] H.W. Hethcote, “The Mathematics of Infectious Diseases”, *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Review*, Vol. 42, No. 4, pp.599-653, 2000.
- [23] E. Stai, V. Karyotis and S. Papavassiliou, “Analysis and Control of Information Diffusion Dictated by User Interest in Generalized Networks”, *Springer Journal of Computational Social Networks*, Vol. 2, Article 18, December 2015.
- [24] D. Centola, “The Spread of Behavior in an Online Social Network Experiment”, *Science*, Vol. 329, pp. 1194-1197, Sept. 2010.
- [25] L.Weng, F. Menczer and Y.-Y. Ahn, “Virality Prediction and Community Structure in Social Networks”, *Nature Scientific*, Vol. 3, No. 2522, Aug. 2013.
- [26] F.C. Santos, J.M. Pacheco and T. Lanaerts, “Evolutionary Dynamics of Social Dilemmas in Structured Heterogeneous Populations”, *PNAS*, Vol.103, No. 9, pp. 3490-3494, Feb. 2008.
- [27] M.F. Amjad, M. Chatterjee, O. Nakhila and C.C. Zou, “An Evolutionary Game Theoretic Framework for Coexistence in Cognitive Radio Networks”, In Proc. of IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), pp.278-282, Dec. 2014.

- [28] H. Ohtsuki and M.A. Nowak, “Evolutionary Stability on Graphs”, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 251, pp. 698-707, 2008.
- [29] P. Shakarian, P. Roos and A. Johnson, “A Review of Evolutionary Graph Theory with Applications to Game Theory”, *Biosystems*, Vol. 107, No. 2, pp. 66-80, Feb. 2012.
- [30] C. Jiang, Y. Chen and K.J. Ray Liu, “Distributed Adaptive Networks: A Graphical Evolutionary Game-Theoretic View”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 61, No. 22, pp. 5675-5688, Nov. 2013.
- [31] H. Tembine, E. Altman and R. El-Azouzi, “Delayed Evolutionary Game Dynamics applied to Medium Access Control”, *IEEE Int’l Conference on Mobile Adhoc and Sensor Systems*, pp. 1-6, 2007.
- [32] H. Wang, Q. Li, G. D’Agostino, S. Havlin, H.E. Stanley, and P. Van Mieghem, “Effect of the Interconnected Network Structure on the Epidemic Threshold”, *Phys. Rev. E*, Vol. 88, No. 2, Aug. 2013.
- [33] M. Dickison, S. Havlin, and H.E. Stanley, “Epidemics on Interconnected Networks”, *Physical Review E*, Vol. 85, No. 6, pp. 066109 1-6, 2012.
- [34] A. Saumell-Mendiola, M.A. Serrano, and M. Boguna, “Epidemic Spreading on Interconnected Networks”, *Physical Review E*, Vol. 86, No. 2, pp. 026106 1-4, Aug. 2012.
- [35] G. D’Agostino and A. Scala, “Networks of Networks: The Last Frontier of Complexity”, Springer, Berlin/Heidelberg, 2014.
- [36] N. Madar, T. Kalisky, R. Cohen, D. Ben-Avraham, and S. Havlin, “Immunization and Epidemic Dynamics in Complex Networks”, *Eur. Phys. J. B*, Vol. 38, No. 38, pp. 269-276, May 2004.
- [37] X. Fu, M. Small, and G. Chen, “Propagation Dynamics on Complex Networks: Models, Methods and Stability Analysis”, Wiley, Jan. 2014.
- [38] L.G. Alvarez Zuzek, H.E. Stanley and L.A. Braunstein, “Epidemic Model with Isolation in Multilayer Networks”, *Scientific Reports*, Vol. 5, No.12151, 2015.
- [39] Z. Wang, A. Szolnoki and M. Perc, “Interdependent Network Reciprocity in Evolutionary Games”, *Nature Scientific Reports* 3, Article No. 1183, Jan. 2012.
- [40] Z. Wang, L. Wang, A. Szolnoki and M. Perc, “Evolutionary Games on Multilayer Networks: A Colloquium”, *Eur. Phys. J. B*, Vol. 88, No. 124, 2015.
- [41] C. M.J. Kochenderfer, V. Mehta and R.S. Caceres, “Control of Epidemics on Graphs”, *Proc. of 54th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC)*, pp. 4202-4207, Dec. 2015.
- [42] R. Albert and A.-L. Barabasi, “Statistical Mechanics of Complex Networks”, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 74, No. 1, pp. 47-97, Jan. 2002.

- [43] V. Karyotis, E. Stai, S. Papavassiliou, "Evolutionary Dynamics of Complex Communications Networks", CRC Press - Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, USA, 2013.
- [44] S. Lasaulce and H. Tembine, "Game Theory and Learning for Wireless Networks", 1st Edition, Elsevier, August 2011.
- [45] H. Gintis, "Game Theory Evolving: A Problem-Centered Introduction to Modeling Strategic Interaction", Princeton University Press, 2nd edition 2009.
- [46] P. Van Mieghem, J. Omic, R.E. Kooij, "Virus Spread in Networks", IEEE/ACM Transaction on Networking, Vol. 17, No. 1, pp. 1-14, 2009.
- [47] X. Zhang, G. Neglia, J. Kurose and D. Towsley, "Performance Modeling of Epidemic Routing", Elsevier Computer Networks, Vol. 51, No. 10, pp. 2867-2891, 2007.
- [48] R. Diestel, "Graph Theory" , Springer, 4th edition, 2010.
- [49] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest and C. Stein, "Introduction to Algorithms", The MIT Press, 2009.
- [50] Steven H. Strogatz , "Collective dynamics of 'small-world' networks" , Nature, Vol. 393, pp. 440-442, 1998.
- [51] M. G. Rubinstein and I. M. Moraes, M. E. M. Campista, L. H. M. K. Costa, O. C. M. B. Duarte, "A Survey on Wireless Ad Hoc Networks" , Mobile and Wireless Communications Networks, Springer Verlag, pp. 1-34, 2006.
- [52] N. Kayastha, D. Niyato, P. Wang and Hossain E., "Applications, Architectures, and Protocol Design Issues for Mobile Social Networks: A Survey", Vol. 99, Issue 12, pp. 2130 - 2158 , 2011
- [53] [53]Steven H. Strogatz , "Exploring Complex Network", Nature, Vol. 410, pp. 268-276, 2001.
- [54] R. Albert and A.-L. Barabasi, "Emergence of Scaling in Random Networks", Science, Vol.286 ,No. 5439, pp. 509-512, 1999.
- [55] S. Papavassileiou and J. Zhu, "A Continuum Theory-Based Approach to the Modeling of Dynamic Wireless Sensor Networks" , IEEE Communication Letters, Vol.9 , No.4 , pp.337-339, 2005.
- [56] H. Trottiera and P. Philippe, "Deterministic Modeling Of Infectious Diseases: Theory And Methods" ,The Internet Journal of Infectious Diseases, Vol. 1, 2000.
- [57] K. Matt, "The Mathematics of Diseases" , Plus Magazine: Living Mathematics, 2001.
- [58] Steven H. Strogatz , "Exploring Complex Network", Nature, Vol. 410, pp. 268-276, 2001.
- [59] Girvan M. and Newman M. E. J., Community structure in social and biological networks, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 99, 7821 – 7826 (2002)
- [60] F. Radicchi, C. Castellano, F. Cecconi, V. Loreto and D. Parisi, Defining and identifying communities in networks, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 101, 2658-2663 (2004)

- [61] Jon Kleinberg, The Small-World Phenomenon and Decentralized Search, SIAM News, Volume 37, Number 3, April 2004
- [62] R. Albert and A.-L. Barabasi, "Emergence of Scaling in Random Networks", Science, Vol.286 ,No. 5439, pp. 509-512, 1999.
- [63] B. Bollobas, O. Riordan, J. Spencer and G. Tusnady, "The degree sequence of a scale-free random graph process" , Random Structures and Algorithms, Vol. 18, pp. 279-290, 2001.
- [64] M. Deijfen, "Epidemics on social network graphs", 2000.
- [65] H. Trottiera and P. Philippe, "Deterministic Modeling Of Infectious Diseases: Theory And Methods" ,The Internet Journal of Infectious Diseases, Vol. 1, 2000
- [66] V. Karyotis, S.-M. Cheng, P.-Y. Chen, K. -C. Chen, and S. Papavasileiou, "Diffusion Models for Information Dissemination Dynamics in Wireless Complex Communication Networks",Journal of Complex Systems, Vol. 2013, pp. 1-13, 2013.
- [67] V. Karyotis, A. Kakalis and S. Papavassiliou, "Malware-Propagative Mobile Ad Hoc Networks: Asymptotic Behavior Analysis" , Journal of Computer Science and Technology (JCST), Vol. 23, No. 3, pp. 389-399, May 2008.
- [68] V. Karyotis, S. Papavassiliou, M. Grammatikou and V. Maglaris, "A Novel Framework for Mobile Attack Strategy Modeling and Vulnerability Analysis in Wireless Ad Hoc Networks" , International Journal of Security and Networks (IJSN), Vol. 1, No. 3/4, pp. 255-265, 4th Quarter 2006.
- [69]V. Karyotis, M. Grammatikou and S. Papavassiliou, "On the Asymptotic Behavior of Malware-Propagative Mobile Ad Hoc Networks" , Proc. of 4th IEEE International Conference on Mobile Ad Hoc and Sensor Networks (MASS), pp. 1-9, Pisa, Italy, October 2007.
- [70] V. Karyotis, M. Grammatikou and S. Papavassiliou, "A Closed Queueing Network Model for Malware Spreading over Non-Propagative Ad Hoc Networks" , Proc. of Mediterranean Ad Hoc Networking Workshop (Med-Hoc-Net), pp. 129-136, Corfu, Greece, June 2007.
- [71] Eleni Stai, Vasileios Karyotis, Antonia Chrysanthi Bitsaki, Symeon Papavassiliou, " Strategy Evolution of Information Diffusion under Time-Varying User Behavior in Generalized Networks", Σχήματα/Figures