ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΠΜΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Υπολογισμός της ηλεκτρικής αντίστασης πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κατερίνα Γ. Πετράκη

Επιβλέπων : Βασίλειος Σπιτάς
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2018

Copyright © Κατερίνα Γ. Πετράκη, 2018

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αφιερώνεται,

στην οικογένειά μου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία έχει ως αντικείμενο να μελετήσει την αντίσταση ενός συμπαγούς αγωγού αξιοποιώντας μοντέλα που χρησιμοποιούνται ήδη για τον υπολογισμό των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών των καλωδίων. Για το σκοπό αυτό έγινε προσπάθεια με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) να προσομοιωθεί ένας συμπαγής αγωγός ώστε να γίνει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων FEM και των θεωρητικών και εμπειρικών μεθόδων.

Συγκεκριμένα, στα πλαίσια της μελέτης που πραγματοποιήθηκε εξετάστηκαν δύο διαφορετικής διατομής συμπαγείς αγωγοί, οι οποίοι σχεδιαστήκαν με διαφορετικό τρόπο στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Solidworks. Για το σχεδιασμό των αγωγών χρησιμοποιήθηκαν δείγματα που δόθηκαν από το εργοστάσιο των Ελληνικών Καλωδίων.

Τα θεωρητικά μοντέλα υπολογισμού των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών του καλωδίου, τα οποία αναλύονται εκτενώς στο δεύτερο κεφάλαιο, υλοποιήθηκαν για απλοποίηση και διευκόλυνση των υπολογισμών στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB.

Για την προσομοίωση μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων έγινε χρήση του εμπορικού λογισμικού ANSYS. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε το πακέτο ANSYS Maxwell.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν, μετά από μια σύντομη εισαγωγή στο πεδίο των αγωγών ηλεκτρικής ενέργειας, αναλύονται με λεπτομέρεια όλα τα βήματα της μοντελοποίησης των αγωγών και τέλος παρουσιάζονται, σχολιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα των διαφορετικών μεθοδολογιών που εξετάστηκαν.

ABSTRACT

The present thesis aims to study the resistance of a compacted stranded conductor by utilizing models already used to calculate the electrical characteristics of the cables. For this purpose, a Finite Element Method (FEM) was attempted to simulate a compacted stranded conductor in order to compare FEM results with theoretical and empirical methods.

Specifically, in the framework of the study, two different cross-sectional compressed conductor, which were designed differently in the Solidworks design program, were examined. Samples and images from the manufacturer were used for conductor design.

The theoretical models for calculating the electrical characteristics of the cable, which are extensively analyzed in the second chapter, were implemented to simplify and facilitate computations in the programming environment of MATLAB.

For simulation using the finite element method, commercial ANSYS software was used. More specifically, the Maxwell ANSYS package was used.

In the forthcoming chapters, following a brief introduction to the field of power lines, all the steps of pipeline modeling are analyzed in detail and finally, the results of the different methodologies examined are presented, commented and compared.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Το παρόν κείμενο αποτελεί το τελευταίο στάδιο της εκπόνησης της μεταπτυχιακής μου εργασίας, η οποία συνοδεύτηκε με προσωπικό κόπο και αφοσίωση.

Πρώτα από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διατριβής καθηγητή κ. Σπιτά Βασίλειο για την καθοδήγηση και βοήθεια που μου προσέφερε. Ήταν πάντα διαθέσιμος και πρόθυμος να με συμβουλέψει για οποιοδήποτε πρόβλημα, καθώς και μου έδωσε πολλές ευκαιρίες να επεκτείνω τη γνώση και την εμπειρία μου, ενώ παράλληλα με βοήθησε να αναθεωρήσω τη στάση μου απέναντι σε πολλά πράγματα της καθημερινής ζωής. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους δύο υποψήφιους διδάκτορες Γεώργιο Βασιλείου και Νικόλαο Ρόγκα του Εργαστηρίου Στοιχείων Μηχανών ΕΜΠ για την στήριξη τους και τη βοήθεια τους στη εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Η εκπόνηση της παρούσας εργασίας έλαβε χώρα στις παραγωγικές μονάδες της Fulgor και Hellenic Cables SA, και χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά ANSYS , Solidworks και Minitab του τμήματος μελετών καλωδίων. Γι’ αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τα Ελληνικά Καλώδια και τον διευθυντή ερευνάς και ανάπτυξης εργασίας Δρ. Κων/νος Παύλου και τους συναδέλφους μου και διδάκτορες Δημήτριο Κοσσυβάκη, Αντρέα Χρυσοχό και Χριστοδούλου Χρήστο, καθώς η γνώση τους και η βοήθεια τους ήταν καθοριστικής σημασίας για αυτή την εργασία. Δεν μπορώ βεβαία να μην ευχαριστήσω και τους υπόλοιπους συναδέλφους μου, τους υπευθύνους του τμήματος μου και τον υπεύθυνο της ομάδας μου, οι οποίοι ήταν πάντα πρόθυμοι να με στηρίξουν τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πρακτικό επίπεδο.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτωρ και φίλο μου Νεοκλή Χατζηγεωργίου, που με ενθάρρυνε και με στήριξε καθ’ όλη τη διάρκεια της εργασίας μου.

Τελευταίους, αλλά πιο σημαντικούς αναφέρω τους γονείς μου και τις δύο αδερφές μου, οι οποίοι με στήριξαν απόλυτα στην πορεία αυτή και πίστεψαν σε μένα χωρίς κανένα δισταγμό.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Αγωγοί καλωδίων 1

1.1 Εισαγωγή 1

1.2 Ηλεκτρικοί Αγωγοί 1

1.3 Ιδιότητες αγωγών 2

1.4 Δομές αγωγών 4

1.5 Πλεονεκτήματα συνεστραμμένου συμπαγούς αγωγού και παραγωγική διαδικασία 7

Σύγχρονοι μέθοδοι υπολογισμού ηλεκτρικών παραμέτρων 9

2.1 Εισαγωγή 9

2.2 Το πρότυπο IEC 60287-1-1 10

2.3 Η αναλυτική μέθοδος του Ametani 11

2.4 Η αναλυτική μέθοδος του Morgan 13

Το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS 15

3.1 Εισαγωγή 15

3.2 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων 15

3.3 Βασικές έννοιες πεπερασμένων στοιχείων και προσομοίωση 16

3.4 Επίλυση προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων με χρήση του λογισμικού ANSYS 17

3.5 Το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ANSYS-Maxwell 19

Μελέτη της αντίστασης πολύκλωνων συμπαγών αγωγών χαλκού – Σχεδιαστικά μοντέλα 23

4.1 Εισαγωγή 23

4.2 Σχεδιασμός αγωγού με ονομαστική διατομή 185 mm² 23

4.2.1 Εισαγωγή στις στατιστικές μεθόδους 24

4.2.2 Έλεγχος κανονικότητας στα δείγματα του αγωγού 27

4.2.3 Γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών - μέθοδοι Monte Carlo 43
4.2.4 Σχεδιασμός του αγωγού στο πρόγραμμα του Solidworks 44
4.3 Σχεδιασμός αγωγού με ονομαστική διατομή 300 mm² 46

Μοντελοποίηση των αγωγών χαλκού με χρήση του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ANSYS – Maxwell 50

5.1 Εισαγωγή 50
5.2 Μοντελοποίηση μοντέλων στο λογισμικό ANSYS - Maxwell 50
5.3 Μοντελοποίηση αγωγού 185mm² 51
5.3.1 Εύρεση αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος 51
5.3.2 Εύρεση αντίστασης συνεχούς ρεύματος 57
5.3.3 Εύρεση του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου. 58
5.4 Μοντελοποίηση αγωγού 300 mm² 58
5.4.1 Εύρεση αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος 58
5.4.2 Εύρεση αντίστασης συνεχούς ρεύματος 64
5.4.3 Εύρεση του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου. 65

Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων – Σύγκριση αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα - Μελλοντικές μελέτες 66

6.1 Εισαγωγή 66
6.2 Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων 66
6.2.1 Αποτελέσματα θεωρητικών υπολογισμών για τον αγωγό με ονομαστική διατομή 185mm² ... 66
6.2.2 Αποτελέσματα θεωρητικών υπολογισμών για τον αγωγό με ονομαστική διατομή 300 mm² . 67
6.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων 68
6.4 Μελλοντικές μελέτες 74

Παραρτήματα 76

Παράρτημα Α 76
Παράρτημα Β 77
Παράρτημα Γ 78
Παράρτημα Δ 79

Βιβλιογραφία 80

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Αγωγοί καλωδίων

1.1 Εισαγωγή

Η μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος για την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με αγωγούς. Ο αγωγός είναι ένα αγώγιμο σύρμα, γυμνό ή μονωμένο, μέσα από το οποίο διοχετεύεται ηλεκτρικό ρεύμα. Κατασκευάζεται από χαλκό ή αλουμίνιο καθώς και κράματα αυτών και μπορεί να είναι μονόκλωνος ή πολύκλωνος. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μία αναφορά στους αγωγούς ηλεκτρικής ενέργειας και στις διάφορες δομές που ακολουθούνται συνήθως κατά την κατασκευή τους.

1.2 Ηλεκτρικοί Αγωγοί

Ως αγωγός αναφέρεται ένα αντικείμενο ή ένα υλικό που επιτρέπει την ροή ηλεκτρικού ρεύματος από μια πηγή σε έναν προορισμό. Το κλειδί για την κατανόηση των αγωγών είναι η κίνηση των ηλεκτρονίων.

Όλα τα μέταλλα έχουν ηλεκτρόνια τα οποία μπορούν να κινούνται ελεύθερα. Η ιδιότητα αυτή των μετάλλων ονομάζεται ηλεκτρική αγωγιμότητα. Η αγωγιμότητα προσδιορίζεται από το είδος του ατόμου στο υλικό και από το πώς αυτά τα άτομα συνδέονται μεταξύ τους. Το υλικό που επιτρέπει την υψηλή κίνηση των ηλεκτρονίων καλείται αγωγός. Αντιθέτως, τα υλικά που έχουν χαμηλή κινητικότητα ηλεκτρονίων ονομάζονται μονωτές.

Τα μέταλλα ανήκουν στους καλούς αγωγούς, καθώς επιτρέπουν την ελεύθερη κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στη μάζα τους. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται άτακτα μέσα στον αγωγό με αποτέλεσμα ο αγωγός να είναι ηλεκτρικά αφόρτιστος. Όταν όμως εφαρμόσουμε ηλεκτρική τάση στα άκρα του αγωγού, τα ηλεκτρόνια αρχίζουν να κινούνται συντονισμένα, δηλαδή διολισθαίνουν προς μία κατεύθυνση (ταχύτητα διολίσθησης της τάξεως mm/s) και δημιουργείται έτσι ροή ηλεκτρικών φορτίων. Αυτή η προσανατολισμένη κίνηση είναι και η αιτία της δημιουργίας του ηλεκτρικού ρεύματος [1].

Από τους μεταλλικούς αγωγούς πιο συχνά κατασκευάζονται αγωγοί από χαλκό (Cu) και αλουμίνιο (Al), λόγω του ότι έχουν τη μικρότερη ειδική αντίσταση από όλα τα υλικά, μετά τον άργυρο, ο οποίος δεν χρησιμοποιείται στα καλώδια ενέργειας, καθώς είναι πολύ ακριβό υλικό. Ο χαλκός είναι τουλάχιστον κατά 50% ακριβότερος από το αλουμίνιο και έτσι θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι η επιλογή του αλουμινίου θα μπορούσε να οδηγήσει σε μια μείωση του κόστους. Ωστόσο, η μείωση αυτή δεν είναι αξιόλογη, αφού το κόστος του αγωγού είναι μόνο ένα κλάσμα του συνολικού κόστους εγκατάστασης του συστήματος. Συγκεκριμένα, το μειωμένο κόστος του αγωγού αντισταθμίζεται από το κόστος της επιπρόσθετης μόνωσης και των εξαρτημάτων που χρειάζονται. Αυτό οφείλεται στην μεγαλύτερη διάμετρο του αγωγού αλουμινίου έναντι του

χάλκινου, δεδομένου ότι η διατομή ενός αγωγού αλουμινίου είναι περίπου 1.5 φορά μεγαλύτερη σε σχέση με αυτήν ενός χάλκινου αγωγού ίδιας ικανότητας [2].

Γενικά, τα μέταλλα αυτά είναι κατεργασμένα θερμικά ώστε να είναι εύκαμπτα. Ο χαλκός έχει υψηλή αγωγιμότητα και όταν είναι σκληρής ολκής, εμφανίζει μεγάλη μηχανική αντοχή. Όμως, ο χαλκός είναι πολύ βαρύτερο σαν μέταλλο σε σχέση με το αλουμίνιο. Από την άλλη μεριά, το αλουμίνιο παρουσιάζει χαμηλότερη αγωγιμότητα και αντοχή και το βασικό του μειονέκτημά είναι ότι δε συγκολλάται με μαλακή κόλληση χαμηλού σημείου τήξεως (π.χ. κασσιτεροκόλληση) και ότι διαβρώνεται ευκολότερα λόγω ηλεκτροχημικών δράσεων [3].

1.3 Ιδιότητες αγωγών

Σε κατάσταση ισορροπίας ο αγωγός εμφανίζει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Αντίσταση
- Επαγωγή
- Το ηλεκτρικό ρεύμα που βρίσκεται εντός του αγωγού είναι μηδέν
- Η πυκνότητα φόρτισης μέσα στον αγωγό είναι μηδέν
- Το ελεύθερο φορτίο υπάρχει μόνο στην επιφάνεια του αγωγού

Αντίσταση ηλεκτρικού αγωγού

Οι αγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας διαθέτουν γενικά πολύ χαμηλή αντίσταση, κατάλληλη για τη ροή ηλεκτρισμού εντός αυτών. Ιδανικά η αντίσταση ενός τέλειου αγωγού είναι μηδέν. Ωστόσο, η αντίσταση των αγωγών ποικίλλει από χαμηλή σε υψηλή ανάλογα με το υλικό και τη δομή του αγωγού. Ο αγωγός με χαμηλή ειδική αντίσταση (υψηλή αγωγιμότητα) χρησιμοποιείται ως αγωγός για περιέλιξη ηλεκτρικών μηχανών, γραμμές μεταφοράς, ηλεκτρική επαφή, σύρμα γείωσης κλπ. Αντιθέτως, τα υλικά με χαμηλή αγωγιμότητα χρησιμοποιούνται για την κατασκευή νημάτων λαμπτήρα πυρακτώσεως και θερμαντικών στοιχείων, για ηλεκτρικούς θερμοσίφωνες, φούρνους κλπ. [5], [23].

Επαγωγή του ηλεκτρικού αγωγού

Όταν ένας αγωγός χρησιμοποιείται σε τροφοδοσία εναλλασσόμενου ρεύματος παράγεται μαγνητική ροή, η οποία αποτελείται από δύο μέρη, την εσωτερική και την εξωτερική ροή. Η τιμή της εσωτερικής ροής είναι πολύ χαμηλή σε σύγκριση με την εξωτερική ροή. Λόγω αυτού του συνδέσμου ροής με τον ίδιο τον αγωγό εμφανίζεται μια επαγωγή. Η επαγωγή έχει ως αποτέλεσμα την επιπλέον πτώση τάσης στον αγωγό, καθώς επίσης και την κατανομή του ρεύματος στην εξωτερική περιοχή της διατομής του αγωγού, δηλαδή το ρεύμα προτιμά να ρέει μέσω του εξωτερικού τμήματος της δια τομεακής περιοχής. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται επιδερμικό φαινόμενο. Από την άλλη, η κατανομή ρεύματος σε περιοχή εγκάρσιας τομής που πραγματοποιείται από τη σύνδεση ροής προς τον αγωγό λόγω ρεύματος που ακολουθεί μέσω κοντινού αγωγού ονομάζεται φαινόμενο γειτνίασης. Αυτά τα δύο φαινόμενα δεν υπάρχουν κατά την τροφοδοσία συνεχούς ρεύματος, καθώς η ροή που παράγεται από παροχή συνεχούς ρεύματος παραμένει σταθερή με την πάροδο του χρόνου [5], [23].

Πιο αναλυτικά γι’ αυτά τα δύο φαινόμενα:

Επιδερμικό φαινόμενο

Δεδομένου ότι η μαγνητική ροή που οφείλεται στο ρεύμα κοντά στο κέντρο ενός ομογενούς αγωγού δεν τέμνει όλον τον αγωγό, η επαγωγή ανά μονάδα επιφάνειας μειώνεται καθώς προχωράμε προς την επιφάνεια του αγωγού. Συνεπώς, το ρεύμα ανά μονάδα επιφάνειας αυξάνεται καθώς πλησιάζουμε την επιφάνεια [4].

Φαινόμενο γειτνίασης

Όταν δύο αγωγοί διαρρέονται από εναλλασσόμενο ρεύμα και βρίσκονται παράλληλα και σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, οι πυκνότητες ρεύματος στις πλευρές που είναι πλησιέστερα μειώνονται ενώ στις απομακρυσμένες πλευρές αυξάνονται. Αυτό οφείλεται στην διαφορά των πυκνοτήτων της μαγνητικής ροής και έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασής του εναλλασσόμενου ρεύματος του αγωγού. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται φαινόμενο γειτνίασης [4].

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι μηδέν

Το ηλεκτρικό πεδίο μέσα σε έναν τέλειο αγωγό είναι μηδέν. Εάν το ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει μέσα στον αγωγό, θα επάγει μια δύναμη πάνω στα ηλεκτρόνια και θα τα επιταχύνει. Σε κατάσταση ισορροπίας η καθαρή δύναμη στο ηλεκτρόνιο είναι μηδέν. Ως εκ τούτου, το ηλεκτρικό πεδίο δεν υπάρχει μέσα στον αγωγό και εμφανίζεται μόνο στο εξωτερικό του αγωγού. Αυτή η ιδιότητα του αγωγού το καθιστά κατάλληλο για ηλεκτροστατική θωράκιση ηλεκτρικού εξοπλισμού [5].

Η πυκνότητα φόρτισης στο εσωτερικό του αγωγού είναι μηδέν

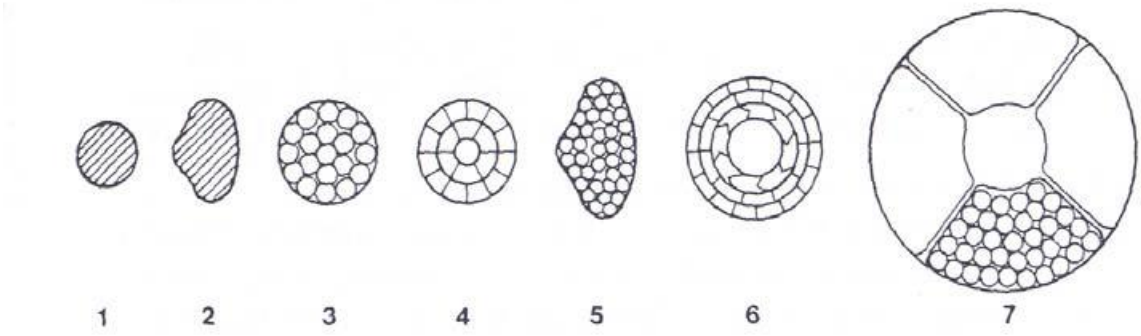
Το ηλεκτρικό πεδίο, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω είναι μηδενικό στο εσωτερικό του αγωγού. Η αμοιβαία ηλεκτροστατική δύναμη απόρριψης μεταξύ παρόμοιων φορτίων, δηλαδή ηλεκτρονίων, απαιτεί τα ηλεκτρόνια να είναι όσο το δυνατόν πιο μακριά. Αυτή η ηλεκτροστατική δύναμη απωθήσεως ωθεί τα ηλεκτρόνια στην επιφάνεια του αγωγού. Λόγω του γεγονότος ότι δεν υπάρχει ηλεκτρικό φορτίο εντός του αγωγού, προκύπτει πυκνότητα μηδενικού φορτίου. [5], [23].

Το ελεύθερο φορτίο υπάρχει μόνο στην επιφάνεια του αγωγού

Δεν υπάρχουν ελεύθερα φορτία στο εσωτερικό του αγωγού. Λόγω της ηλεκτροστατικής δύναμης απωθήσεως, τα ηλεκτρόνια κινούνται προς την εξωτερική επιφάνεια του αγωγού, καθώς δεν υπάρχει ηλεκτρικό φορτίο εντός του αγωγού. Ως εκ τούτου, το ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο εξέρχεται μόνο στην επιφάνεια του αγωγού [5], [23].

1.4 Δομές αγωγών

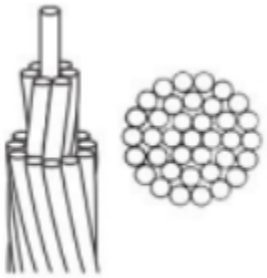
Ένας αγωγός είναι ένα σύρμα ή μια ομάδα συρμάτων, χωρίς μόνωση, για τη μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος. Ως προς τη μορφή της διατομής του, αυτή μπορεί να είναι κυκλική ή να αποτελείται από περισσότερους κυκλικούς τομείς. Οι κυκλικές διατομές μπορεί να είναι συμπαγείς για μικρές σχετικά διατομές. Για μεγαλύτερες διατομές οι αγωγοί γίνονται συνεστραμμένοι - πολύκλωνοι για λόγους ευκαμψίας. Για πολύκλωνα καλώδια μεγάλων διατομών χρησιμοποιούνται διατομές κυκλικού τομέα. Αν τα συρματίδια πολύκλωνων αγωγών συμπιεστούν (συμπιεσμένοι αγωγοί), εξοικονομείται όγκος, μειώνοντας τη γεωμετρική διατομή του αγωγού. Πάνω από 35mm^2 πολύκλωνοι αγωγοί συμπιέζονται. Κοίλες και ελλειπτικές διατομές συναντώνται σε καλώδια με μόνωση χαρτιού-λαδιού και εξωτερικής πίεσης αντίστοιχα, για να κυκλοφορεί το λάδι και να μεταδίδεται καλύτερα η πίεση. Σε μεγάλες διατομές μπορεί ο αγωγός κάθε φάσης να διαμοιρασθεί σε πολλούς αγωγούς παράλληλους, με διατομή μορφής κυκλικού τομέα, όπου οι τομείς είναι μεμονωμένοι μεταξύ τους και οι επί μέρους αγωγοί είναι συνεστραμμένοι. Έτσι μειώνεται η αντίσταση στο εναλλασσόμενο ρεύμα σε σχέση με αγωγούς όπου δεν έχουμε μονωμένους τομείς. Αυτό προκύπτει λόγω του περιορισμού του επιδερμικού φαινομένου. Γενικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διατομή του αγωγού, τόσο μεγαλύτερη είναι η ικανότητα μεταφοράς ρεύματος [6]. Στην παρακάτω εικόνα φαίνονται διάφορες δομές αγωγών.



Εικόνα 1 1) πλήρης στρογγυλή διατομή, 2) πλήρης κυκλικός τομέας, 3) πολύκλωνη στρογγυλή διατομή – συνεστραμμένος αγωγός, 4) πολύκλωνη στρογγυλή συμπαγής διατομή, 5) πολύκλωνος κυκλικός τομέας, 6) πολύκλωνη στρογγυλή διατομή συμπιεσμένη με κανάλι ψύξης, 7) διατομή με επιμέρους τομείς μονωμένους, για μείωση του επιδερμικού φαινομένου, με κανάλι ψύξης στο κέντρο.

Συνεστραμμένος αγωγός

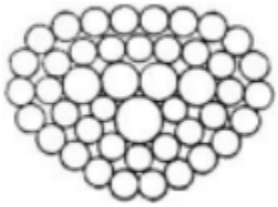
Ένας συνεστραμμένος αγωγός αποτελείται από ένα κεντρικό σύρμα ή πυρήνα περιβαλλόμενο από μία ή περισσότερες στρώσεις ελικοειδώς τοποθετημένων συρμάτων. Κάθε στρώμα μετά το πρώτο έχει έξι ακόμη σύρματα από το προηγούμενο στρώμα. Οι φορές των στρωμάτων μπορεί να είναι ομόρροπες ή αντίρροπες.



Εικόνα 2 Συνεστραμμένος αγωγός

Κυκλικός τομέας

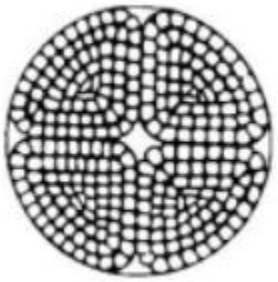
Ένας κυκλικός τομέας είναι ένας αγωγός του οποίου η διατομή είναι περίπου το σχήμα ενός τομέα ενός κύκλου. Ένα μονωμένο καλώδιο πολλαπλών αγωγών με τομεακούς αγωγούς έχει μικρότερη διάμετρο από το αντίστοιχο καλώδιο με στρογγυλό αγωγό.



Εικόνα 3 Κυκλικός τομέας

Τμηματικός αγωγός

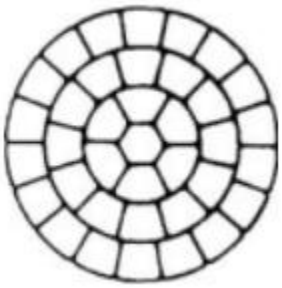
Ο τμηματικός αγωγός είναι ένας στρογγυλός αγωγός αποτελούμενος από τρεις ή τέσσερις τομείς ελαφρώς μονωμένους ο ένας από τον άλλο. Αυτή η κατασκευή έχει το πλεονέκτημα της χαμηλότερης αντίστασης AC, λόγω της αυξημένης επιφάνειας και τη μειωμένη επίδραση του επιδερμικού φαινομένου.



Εικόνα 4 τμηματικός αγωγός με μονωμένους τομείς

Συμπαγής αγωγός

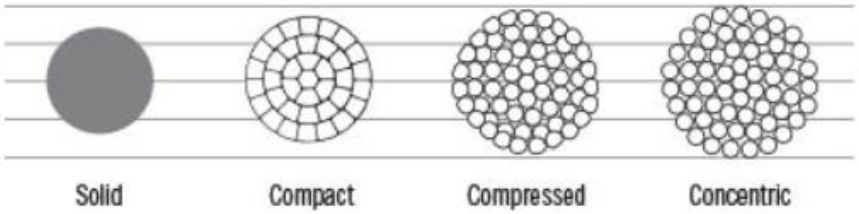
Ένας συμπαγής αγωγός είναι ένας στρογγυλός αγωγός, του οποίου τα σύρματα έχουν υποστεί τέτοια συμπίεση, ώστε να μην περιέχουν πρακτικά διάκενα ή χώρους αέρα μεταξύ τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μικρότερη εξωτερική διάμετρο.



Εικόνα 5 Συμπαγής αγωγός

Συμπιεσμένος αγωγός

Οι συμπιεσμένοι αγωγοί έχουν ένα ενδιάμεσο μέγεθος μεταξύ των τυποποιημένων ομοκεντρικών αγωγών και των συμπαγών αγωγών. Μια σύγκριση φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 6 Σύγκριση των τύπων των αγωγών

Σε έναν συνεστραμμένο αγωγό, κάθε μεμονωμένο σύρμα είναι στρογγυλό και υπάρχει σημαντικό διάστημα μεταξύ των συρμάτων. Σε ένα συμπιεσμένο αγωγό, ο αγωγός με όλα τα στρώματα του περνάει στην τελική φάση από μία μήτρα που συμπιέζει μέρος του χώρου μεταξύ των καλωδίων. Σε ένα συμπαγή αγωγό, κάθε στρώμα του αγωγού περνάει από μία μήτρα και συμπιέζεται με αποτέλεσμα ο τελικό αγωγός να έχει υποστεί αρκετά μεγαλύτερη συμπίεση σε σχέση με έναν συμπιεσμένο αγωγό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ακόμη λιγότερο χώρο μεταξύ των συρματιδίων. Ένας συμπαγής αγωγός είναι επομένως μικρότερος σε διάμετρο (εκτός από έναν στερεό αγωγό, φυσικά) [7].

1.5 Πλεονεκτήματα συνεστραμμένου συμπαγούς αγωγού και παραγωγική διαδικασία

Σήμερα όταν χρησιμοποιούνται συνεστραμμένα αγωγοί αυτοί είναι συνήθως πολύκλωνοι συμπαγείς αγωγοί, καθώς εξοικονομούν όγκο, αφού μειώνουν τη γεωμετρική διατομή του αγωγού. Επιπλέον, οι αγωγοί αυτής της δομής έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζουν [8]:

- Υψηλή ευελιξία
- Μεγαλύτερη μεταλλική επιφάνεια σε σχέση με τον μη συμπαγή συνεστραμμένο αγωγό
- Μεγαλύτερο φορτίο θραύσης, επιτρέποντας έτσι μικρότερη διάμετρο 15-20%
- Μεγαλύτερη επιφάνεια επαφής
- Χαμηλότερη πίεση επαφής
- Αυξημένη αντίσταση στην τριβή
- Αυξημένη αντίσταση στη διάβρωση (λόγω εξωτερικής σφράγισης του κλώνου)
- Αυξημένη αντίσταση στις μηχανικές βλάβες / δονήσεις
- Αυξημένη αντοχή στη φόρτιση και στα χτυπήματα

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι οι πολύκλωνοι συμπαγείς αγωγοί λόγω της μικρότερης διαμέτρου συμβάλουν στη συνολική μείωση του κόστους του καλωδίου, καθώς καταναλώνονται λιγότερες ύλες από τα επόμενα στρώματα.

Όσο αφορά την παραγωγική διαδικασία του πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού, η διαδικασία της στρέψης και της συμπίεσης των συρμάτων είναι μια πολύπλοκη λειτουργία που συνδυάζει δύο ταυτόχρονες μετατοπίσεις: τη μεταφορά και την περιστροφή. Από αυτά δρουν τρεις διαφορετικές δυνάμεις στα σύρματα:

- η έλξη
- η στρέψη και
- η συμπίεση

Η κατασκευή του αγωγού ξεκινάει από τον υποβιβασμό του σύρματος και έπειτα ακολουθεί η στρέψη και η συμπίεσή των συρμάτων.

Για την κατασκευή αγωγών χαλκού ή αλουμινίου απαιτούνται συρματίδια μικρών διαμέτρων. Αυτά παράγονται από τον υποβιβασμό ράβδου χαλκού ή αλουμινίου διαμέτρου Φ8mm και Φ9.5mm αντίστοιχα. Η ράβδος περνά μέσα από κατάλληλη διάταξη μητρών διαφόρων διαμέτρων. Δηλαδή η πρώτη μήτρα έχει διάμετρο οπής αυτής της ράβδου και η τελευταία μήτρα τη διάμετρο οπής που απαιτείται για την κατασκευή του αγωγού. Πάντα λαμβάνεται υπ' όψη κατά την μείωση της διαμέτρου και η τάση (τραβηχτικό) της μηχανής, καθώς και η λίπανση και η ψύξη από σαπουνέλαια για την προστασία του συστήματος από τριβές και ελαχιστοποίηση της καταπόνησης του συρματιδίου. Μετά τον υποβιβασμό για να αποκτηθούν οι απαιτούμενες ιδιότητες (ειδική αντίσταση-επιμήκυνση) η μηχανή διαθέτει σύστημα ανόπτησης. Το σύρμα περνάει από τρία ράουλα τα οποία το θερμαίνουν με επαγωγική τάση για να αποκτήσει τις προδιαγραφόμενες ιδιότητες (να μαλακώσει). Στη συνέχεια περνά από το κανάλι στο οποίο διαχέεται ατμός για να

αποκτήσει την καθαρότητα και το γυαλιστερό του χρώμα. Μετά από αυτή την επεξεργασία το συρματίδιο τυλίγεται σε στροφεία ή σε καλάθια [9].

Έπειτα ακολουθεί η στρέψη και η συμπίεση στους αγωγούς των καλωδίων που αποτελούνται από επτά ή περισσότερα σύρματα χαλκού ή αλουμινίου. Αυτοί κατασκευάζονται από τις στρεπτικές μηχανές των αγωγών, όπου στρίβοντας κατάλληλης διαμέτρου σύρματα τα οποία περνούν από μήτρες, επιτυγχάνονται η ζητούμενη διατομή, καθώς και οι ηλεκτρικές και μηχανικές ιδιότητες του αγωγού. Οι μήτρες που χρησιμοποιούνται, οι οποίες πετυχαίνουν τη συμπίεση των συρμάτων, σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε φορά να λαμβάνουν υπόψη τους το υπολογιζόμενο και επιθυμητό επίπεδο κομπακταρίσματος.

Η πρακτική δόμησης βασίζεται σε ένα στρώμα έξι συρμάτων που τοποθετούνται άνω του ενός και με αντιστροφή ή ομόρροπη φορά για κάθε στρώμα επιπλέον, δίνεται ο συνολικός αριθμός συρματιδίων και επιτυγχάνεται η κατάλληλη διατομή. Ο αριθμός των συρμάτων του αγωγού αυξάνεται κατά 1....7.....19....37....61....127....169.

Σύγχρονοι μέθοδοι υπολογισμού ηλεκτρικών παραμέτρων

2.1 Εισαγωγή

Μία σημαντική παράμετρος που χαρακτηρίζει ένα μέταλλο είναι η ηλεκτρική αντίσταση. Όπως είναι γνωστό η αντίσταση είναι ένα μέγεθος που είναι ανάλογο της ειδικής αντίστασης του μετάλλου και του μήκους της ράβδου, καθώς και αντιστρόφως ανάλογο της διατομής του μετάλλου. Πιο συγκεκριμένα, όσο αφορά την αντίσταση του αγωγού ενός καλωδίου, η σχέση μεταξύ της αντίστασης συνεχούς ρεύματος (DC) ανά μονάδα μήκους στους 20° C και της διατομής S ενός συμπαγούς αγωγού δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$R_{20} = \frac{\rho_{20} L}{S} \qquad (2.1.1)$$

όπου ρ_{20} είναι η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του υλικού που συνθέτει τον αγωγό, στους 20° C. Οι μεταβολές της θερμοκρασίας έχουν ως αποτέλεσμα μεταβολές στις διαστάσεις και την αντίσταση του χαλκού και του αλουμινίου. Συνεπώς, το γεγονός αυτό επηρεάζει τον θερμικό σχεδιασμό των καλωδίων. Για τυπικές θερμοκρασίες μεταξύ -40° C και 125° C, ισχύει μια γραμμική σχέση μεταξύ της αντίστασης και της θερμοκρασίας:

$$R = R_o[1 + \alpha_{20}(\theta - 20)] \qquad (2.1.2)$$

Όπου R_o είναι η DC αντίσταση του αγωγού στους 20 °C (Ω/m), α_{20} είναι η θερμοκρασιακή σταθερά στους 20 °C, ανά Κέλβιν και θ είναι η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας σε βαθμούς κελσίου (°C) του αγωγού.

Στα καλώδια όμως ηλεκτρικής ενέργειας που διαρρέονται από εναλλασσόμενο ρεύμα μας ενδιαφέρει και η αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος (AC), η οποία είναι μεγαλύτερη από εκείνη που έχει όταν διαρρέεται από συνεχές ρεύμα. Οι βασικοί λόγοι είναι το επιδερμικό φαινόμενο, το φαινόμενο γειτνίασης και οι απώλειες λόγω δινορρευμάτων στα γειτονικά σιδηρομαγνητικά υλικά, καθώς και οι επαγόμενες απώλειες σε βραχυκυκλωμένα μη-σιδηρομαγνητικά υλικά που βρίσκονται πλησίον του αγωγού. Λόγω της πολυπλοκότητας του υπολογισμού της αντίστασης έχουν γίνει κατά καιρούς πολλές πειραματικές μετρήσεις, καθώς και έχουν εφαρμοστεί αρκετές θεωρητικές προσεγγίσεις. Στα κεφάλαια που θα ακολουθήσουν θα γίνει αναφορά σε μία από τις πιο γνωστές προδιαγραφές υπολογισμού της αντίστασης ενός αγωγού, το πρότυπο IEC 60287-1-1, καθώς και στις αναλυτικές μεθόδους Ametani και Morgan, οι οποίες θα αξιολογηθούν αργότερα κατά πόσο μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της αντίστασης ενός συμπαγούς αγωγού.

2.2 Το πρότυπο IEC 60287-1-1

Αντίσταση αγωγού εναλλασσόμενου ρεύματος

Σύμφωνα με το πρότυπο IEC 60287-1-1 [10], η αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος (AC) ανά μονάδα μήκους του αγωγού στην μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο, εκτός από τις περιπτώσεις όπου έχουμε καλώδια τύπου σωλήνα :

$$R = R'(1 + y_s + y_p) \qquad (2.2.1)$$

Όπου:

- *R είναι η εν λόγω αντίσταση AC του αγωγού στην μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας*
- *R' είναι η αντίσταση συνεχούς ρεύματος του αγωγού στην μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας*
- y_s *είναι ο συντελεστής επιδερμικού φαινομένου*
- y_p *είναι ο συντελεστής γειτνίασης*

Αντίσταση αγωγού συνεχούς ρεύματος

Σύμφωνα με το πρότυπο IEC 60287-1-1, η αντίσταση συνεχούς ρεύματος (DC) ανά μονάδα μήκους του αγωγού στη μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας θ δίνεται από τον τύπο :

$$R = R_o[1 + \alpha_{20}(\theta - 20)] \qquad (2.2.2)$$

όπου

- R_o *είναι η DC αντίσταση του αγωγού στους 20 °C (Ω/m).*
- α_{20} *είναι η θερμοκρασιακή σταθερά στους 20 °C, ανά Κέλβιν*
- θ *είναι η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας σε βαθμούς*

Για την τιμή της αντίστασης DC στους 20 ºC, χρησιμοποιούνται οι τιμές που αναφέρονται στο πρότυπο IEC 60228 [11]. Στο πρότυπο αυτό δίνονται οι αντιστάσεις για ένα σχετικά μεγάλο εύρος ονομαστικών διατομών. Όταν όμως το μέγεθος του αγωγού είναι εκτός του διαστήματος που καλύπτει το πρότυπο, η τιμή που λαμβάνεται προκύπτει μετά από συμφωνία του κατασκευαστή και του αγοραστή.

Συντελεστής επιδερμικού φαινομένου y_s

Σύμφωνα με το πρότυπο IEC 60287-1-1, ο συντελεστής επιδερμικού φαινομένου ys δίνεται από την σχέση :

$$y_s = \frac{{x_s}^4}{192 + 0.8{x_s}^4} \qquad (2.2.3)$$

Όπου

$$x_s = \frac{8\pi f}{R'} 10^{-7} k_s \qquad (2.2.4)$$

- *f είναι η συχνότητα της πηγής σε Hertz.*

Ο παραπάνω τύπος είναι ακριβής με την προϋπόθεση ότι το x_s δεν είναι μεγαλύτερο του 2.8 που αποτελεί και τη συνηθέστερη εκδοχή και για αυτό εφαρμόζεται στην πλειονότητα των περιπτώσεων.

Συντελεστής γειτνίασης y_p για τριπολικά καλώδια και για τρία μονοπολικά καλώδια

Σύμφωνα με το πρότυπο IEC 60287-1-1, ο συντελεστής γειτνίασης για καλώδια με κυκλικούς αγωγούς δίνεται από την σχέση :

$$y_p = \frac{{x_p}^4}{192+0.8{x_p}^4}\left(\frac{d_c}{s}\right)^2\left[0.312\left(\frac{d_c}{s}\right)^2 + \frac{1.18}{\frac{{x_p}^4}{192+0.8{x_p}^4}+0.27}\right] \qquad (2.2.5)$$

Όπου

$${x_p}^2 = \frac{8\pi f}{R'} 10^{-7} k_p \qquad (2.2.6)$$

- *dc είναι η διάμετρος του αγωγού (mm)*
- *s είναι η απόσταση μεταξύ των αξόνων των αγωγών (mm)*

Για τα καλώδια σε οριζόντια διάταξη , η παράμετρος s είναι η απόσταση μεταξύ των διαδοχικών φάσεων. Όταν αυτή η απόσταση δεν είναι σταθερή, τότε λαμβάνεται ίση με $s = \sqrt{s_1 s_2}$.

Σημείωση: οι αναλυτικοί υπολογισμοί διατυπώνονται στο παράρτημα Α.

2.3 Η αναλυτική μέθοδος του Ametani

Αντίσταση αγωγού εναλλασσόμενου ρεύματος

Η αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος (AC) ισούται με το πραγματικό μέρος της σύνθετης αντίστασης του αγωγού. Οπότε σύμφωνα με τη προσέγγιση του Ametani [12] χρειάζεται πρώτα να υπολογιστεί η σύνθετη αντίσταση του αγωγού. Η σύνθετη αντίσταση του αγωγού ισούται με:

$$z_1 = \left(\frac{1i\omega u_{rel} u_o}{2\pi}\right)\left(\frac{1}{x_2 D_1}\right)\{I_o(x_2)K_1(x_1) + K_0(x_2)I_1(x_1)\} \qquad (2.3.1)$$

Όπου:

- $1i = 0.0 + 1.0i$ *για τη συμπερίληψη των φανταστικών αριθμών*
- $u_{rel} = 1$ *η σχετική διαπερατότητά του αγωγού, όπου είναι ίση με 1, λόγω του ότι ο αγωγός είναι μη μαγνητικό υλικό*
- $u_o = 4\pi 10^{-7}$ *η διαπερατότητά του ελεύθερου χώρου*
- $D_1 = I_1(x_2)K_1(x_1) - I_1(x_1)K_1(x_2)$
- I_n *και* K_n *οι τροποποιημένες διαφορικές εξισώσεις Bessel πρώτου και δεύτερου είδους αντίστοιχα, τάξεως n.*
- $x_1 = mr_{in}$
- $x_2 = mr_{out}$
- $m = \sqrt{\frac{1i\omega u_{rel} u_o}{rho_{temp_corr}}}$
- rho_{temp_corr} *η διορθωμένη ειδική αντίσταση του αγωγού*

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω η AC αντίσταση ισούται με:

$$R = Real\,(z_1) \qquad (2.3.2)$$

Αντίσταση αγωγού συνεχούς ρεύματος

Για την αντίσταση συνεχούς ρεύματος δε λαμβάνονται υπόψη οι τυποποιημένες αντιστάσεις του προτύπου IEC 60228, αλλά για κάθε διατομή υπολογίζεται νέα αντίσταση. Συγκεκριμένα υπολογίζεται η πραγματική διατομή του αγωγού και έπειτα η διορθωμένη ειδική αντίσταση. Πιο συγκεκριμένα:

$$rho_{temp_corr} = rho_{temp}\pi\frac{{r_{out}}^2}{A_{tot}} \qquad (2.3.3)$$

Όπου:

- rho_{temp} *η ειδική αντίσταση του μετάλλου στη θερμοκρασία λειτουργίας*
- r_{out} *η εξωτερική διάμετρος του αγωγού*
- A_{tot} *η πραγματική διατομή του αγωγού, που λαμβάνει υπόψη της τη διάμετρος του σύρματος κάθε στρώματος, καθώς και τον αριθμό των συρμάτων*

Επομένως η αντίσταση συνεχούς ρεύματος ισούται με:

$$R_{DC} = \frac{rho_{temp_corr}}{\pi {r_{out}}^2} \qquad (2.3.4)$$

Συντελεστής επιδερμικού φαινομένου y_s

Ο συντελεστής επιδερμικού φαινομένου μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την παρακάτω σχέση:

$$y_s = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} - 1 \qquad (2.3.5)$$

Στην περίπτωση ενός αγωγού δεν έχουμε φαινόμενο γειτνίασης $y_p = 0$.

Σημείωση: οι αναλυτικοί υπολογισμοί διατυπώνονται στο παράρτημα Β.

2.4 Η αναλυτική μέθοδος του Morgan

Αντίσταση αγωγού εναλλασσόμενου ρεύματος

Η αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος (AC) ισούται [13] με το γινόμενο της διορθωμένης DC αντίστασης, η οποία δεν είναι πινακοποιημένη (όπως συμβαίνει στην περίπτωση της IEC 60287-1-1), και έναν παράγοντα που οφείλεται στο επιδερμικό φαινόμενο.

$$R = R_{DC} k_{skin} \qquad (2.4.1)$$

Όπου:

- R_{DC} *η αντίσταση συνεχούς ρεύματος*
- k_{skin} *ο παράγοντας επιδερμικού φαινομένου*

Ο παράγοντας k_{skin} ισούται με το πραγματικό μέρος του παρακάτω κλάσματος:

$$k_{skin} = Real(\frac{mr_{out} I_0(x_2)}{2 I_1(x_2)}) \qquad (2.4.2)$$

Όπου:

- I_0 *και* I_1 *διαφορικές εξισώσεις Bessel πρώτου βαθμού τάξεως 0 και 1*
- $x_2 = mr_{out}$
- $m = \sqrt{\frac{1i\omega u_{rel} u_o}{rho_{temp}}}$
- $1i = 0.0 + 1.0i$ *για τη συμπερίληψη των φανταστικών αριθμών*
- $u_{rel} = 1$ *η σχετική διαπερατότητά του αγωγού, όπου είναι ίση με 1, λόγω του ότι ο αγωγός είναι μη μαγνητικό υλικό*
- $u_o = 4\pi 10^{-7}$ *η διαπερατότητά του ελεύθερου χώρου*
- rho_{temp} *η ειδική αντίσταση του αγωγού*

Αντίσταση αγωγού συνεχούς ρεύματος

Για την αντίσταση συνεχούς ρεύματος, όπως και στην προσέγγιση του Ametani δε λαμβάνονται υπόψη οι τυποποιημένες αντιστάσεις του προτύπου IEC 60228, αλλά για κάθε διατομή υπολογίζεται νέα αντίσταση. Πιο συγκεκριμένα στη προσέγγιση αυτή, σε αντίθεση με την προηγούμενη, υπολογίζεται μια συνολική ειδική αγωγιμότητα από όλα τα στρώματα, η οποία αν αντιστραφεί δίνει την τιμή της DC αντίστασης.

$$R_{DC} = \frac{1}{G_{DC}} \qquad (2.4.3)$$

Η ειδική αγωγιμότητα υπολογίζεται ξεχωριστά για κάθε στρώμα και κάθε φορά προστίθεται στην επόμενη, έως ότου υπολογιστεί η συνολική αγωγιμότητα του αγωγού. Για κάθε στρώμα η αγωγιμότητα λαμβάνει υπόψη στον υπολογισμό της τη μέση διάμετρο, καθώς και το βήμα φοράς των συρμάτων.

Συντελεστής επιδερμικού φαινομένου y_s

Ο συντελεστής επιδερμικού φαινομένου μπορεί εύκολα να υπολογιστεί και εδώ από την παρακάτω σχέση:

$$y_s = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} - 1 \qquad (2.4.4)$$

Στην περίπτωση ενός αγωγού δεν έχουμε φαινόμενο γειτνίασης $y_p = 0$.

Σημείωση: οι αναλυτικοί υπολογισμοί διατυπώνονται στο παράρτημα Γ.

Το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS

3.1 Εισαγωγή

Το ANSYS είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων γενικού σκοπού. Έχει τη δυνατότητα να επιλύει τόσο στατικά όσο και δυναμικά προβλήματα ροής ρευστών, ανάλυσης κατασκευών, μετάδοσης θερμότητας, ακουστικής, ηλεκτρισμού και ηλεκτρομαγνητισμού. Έχει ευρεία χρήση σε πολλούς τομείς, αλλά για να χρησιμοποιηθεί θα πρέπει να είναι απόλυτά κατανοητές οι βασικές έννοιες των πεπερασμένων στοιχείων. Στο κεφάλαιο αυτό επομένως, θα γίνει μια εισαγωγή στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method-FEM), το λογισμικό ANSYS και πιο συγκεκριμένα στο πακέτο ANSYS - Maxwell που θα απασχολήσει τη συγκεκριμένη εργασία.

3.2 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων θεωρείται η προσεγγιστική και αριθμητική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων, συνεχούς μέσου αυθαίρετης γεωμετρίας, οριακών συνθηκών και φορτίων. Βασίζεται στον συνδυασμό μεταβλητών μεθόδων και τοπικών προσεγγίσεων που ισχύουν σε περιορισμένη περιοχή του πεπερασμένου στοιχείου για την διακριτοποίηση του προβλήματος. Επανάληψη της τοπικής διακριτοποίησης στον υπόλοιπο χώρο του μέσου, καταλήγει στη διακριτοποίηση του προβλήματος και την προσεγγιστική λύση. Τα περισσότερα συστήματα μπορούν να χωριστούν σε διακριτά και συνεχή. Επομένως, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων καθίσταται ως μια υπολογιστική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων, με την οποία πολύπλοκα συστήματα χωρίζονται σε μικρότερα απλούστερα χωρία έτσι ώστε να είναι ευκολότερη η επίλυση τους. Αυτό επιτρέπει σε συστήματα που αντιπροσωπεύονται από εξισώσεις να λυθούν με τη βοήθεια ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ένα βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων για την προσομοίωση συνεχών μέσων.

Τα πεπερασμένα στοιχεία ορίζονται τόσο από τη γεωμετρία τους όσο και από τις ιδιότητές τους. Επιπλέον, η γεωμετρία και οι ιδιότητες εξαρτώνται από το πρόγραμμα ανάλυσης που χρησιμοποιείται. Άλλες ιδιότητες, όπως το υλικό, το πάχος και η συμπεριφορά μπορούν να καθοριστούν στις ιδιότητες του καθενός στοιχείου ή μέλους της κατασκευής. Τα πεπερασμένα στοιχεία διακρίνονται σε μονοδιάστατα, δισδιάστατα και τρισδιάστατα. Τα δισδιάστατα στοιχεία

διακρίνονται σε τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία, ενώ τα τρισδιάστατα διακρίνονται σε τετραεδρικά, κυβικά και σφηνοειδή στοιχεία [14].

3.3 Βασικές έννοιες πεπερασμένων στοιχείων και προσομοίωση

Η βασική έννοια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι, όπως και στη μητρωική ανάλυση, η δυνατότητα προσομοίωσης της πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να αποτελεί φυσιολογική προσομοίωση των πλαισίων, παρόλα αυτά σε μία συνεχή κατασκευή δεν υπάρχουν φυσικοί διαχωρισμοί και συνεπώς απαιτείται να γίνει τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία, τα οποία να συνδέονται κατά μήκος των άκρων (πλευρών) τους. Τα τεχνητά αυτά στοιχεία, ή πεπερασμένα στοιχεία είναι συνήθως τετράπλευρα ή τριγωνικά και οι κόμβοι συνήθως βρίσκονται στα άκρα.

Για να γίνει χρήση μητρωικών μεθόδων απαιτείται να προσομοιωθεί η συνεχής κατασκευή με ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων και σε ορισμένες περιπτώσεις και οι παράγωγοί τους. Εάν περιλαμβάνονται και οι παράγωγοι γίνεται λόγος για βαθμούς ελευθερίας αντί για μετατοπίσεις κόμβων. Οι μετατοπίσεις στο εσωτερικό των στοιχείων πρέπει να είναι συμβατές με τις μετατοπίσεις των κόμβων και όλες οι αλληλεπιδράσεις των στοιχείων να εκφράζονται σε σχέση με τις κομβικές μετατοπίσεις.

Με αυτό τον τρόπο οι μόνοι άγνωστοι είναι οι μετατοπίσεις στους κόμβους και το πρόβλημα μετατρέπεται από συνεχές σε διακριτό. Παρ' όλο που μπορεί να υπάρχει μεγάλος αριθμός κομβικών μετατοπίσεων, ο αριθμός τους είναι πεπερασμένος. Το πρόβλημα εκφράζεται τότε ως ένα σύνολο (σύστημα) γραμμικών εξισώσεων οι οποίες επιλύονται με αριθμητικές (μητρωικές) μεθόδους[14].

Για να μπορέσει να επιλυθεί επομένως ένα πρόβλημα με την μέθοδο που περιεγράφηκε παραπάνω τα βήματα τα οποία θα πρέπει να ακολουθούνται για την επίλυση του σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων είναι:

1. Κατανόηση του προβλήματος
2. Απλοποίηση του προβλήματος με εργαλεία εκεί που αυτό είναι δυνατόν, όπως επαναλήψεις της γεωμετρίας, συμμετρικότητες κ.α.
3. Γνώση των φυσικών εξισώσεων που σχετίζονται με το πρόβλημα
4. Κατάστρωση του προβλήματος σε προ-επεξεργαστή (pre-processor)
    - Γεωμετρία
    - Υλικά χρήσεως και ιδιότητες τους
    - Δημιουργία βέλτιστου πλέγματος (Meshing)
    - Inputs εξισώσεων
5. Γνώση και διατύπωση του κατάλληλου ερωτήματος ώστε να ληφθούν τα επιθυμητά αποτελέσματα

6. Λύση του προβλήματος από τον επιλεγμένο επιλύτη (solver)
7. Λήψη αποτελεσμάτων και προβολή τους στο μετά-επεξεργαστή (post-processor)
8. Ανάλυση αποτελεσμάτων, προτάσεις βελτιστοποίησης κατασκευής

3.4 Επίλυση προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων με χρήση του λογισμικού ANSYS

Για τη μοντελοποίησή μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία είναι αναγκαίος ο διαχωρισμός των εργασιών σε διακεκριμένα στάδια. Τα στάδια αυτά είναι:

1^0 Στάδιο → Κατασκευή της γεωμετρίας
$2^ο$ Στάδιο → Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων
$3^ο$ Στάδιο → Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία και επιβολή των οριακών συνθηκών.
$4^ο$ Στάδιο → Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος (γραμμικό – μη γραμμικό – μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.
$5^ο$ Στάδιο → Ανάγνωση και γραφική αναπαράστασή των αποτελεσμάτων.

Το λογισμικό ANSYS δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα υλοποίησης όλων των παραπάνω σταδίων, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι κάποια από τα προαναφερθέντα στάδια δε μπορούν να υλοποιηθούν σε άλλα περιβάλλοντα και τα αποτελέσματά τους να εισαχθούν, στη συνέχεια, στο ANSYS. Τα στάδια μπορούν να υλοποιηθούν με πολλές μεθοδολογίες εντός του περιβάλλοντος του ANSYS. Πιο αναλυτικά:

Κατασκευή γεωμετρίας

Η κατασκευή της γεωμετρίας μέσα στο περιβάλλον του ANSYS μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι να δημιουργηθούν διαδοχικά σημεία (keypoints), γραμμές (lines), επιφάνειες (areas) και τέλος, όγκοι (volumes). Ο δεύτερος τρόπος είναι να κατασκευαστούν όγκοι ή επιφάνειες είτε από σημεία, χωρίς τη δημιουργία γραμμών, είτε απευθείας ορίζοντας τις διαστάσεις τους. Το τελευταίο μπορεί να φανεί πολύ εύχρηστο σε περιπτώσεις που ο χρήστης θέλει να κατασκευάσει γνωστά γεωμετρικά σχήματα, όπως κύκλους, κυλίνδρους, ορθογώνια, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα κ.α. Στην περίπτωση που η γεωμετρία δημιουργηθεί σε άλλο σχεδιαστικό περιβάλλον η εισαγωγή της στο ANSYS γίνεται με τη μορφή κατάλληλου αρχείου. Τέλος η κατασκευή της γεωμετρίας μπορεί να γίνει στον προ επεξεργαστή κάποιου άλλου προγράμματος που δίνει αρχείο εισόδου για περιβάλλον ANSYS. Το αρχείο αυτό ονομάζεται ουδέτερο αρχείο. Η επιλογή της κατασκευής της γεωμετρίας σε άλλο περιβάλλον μπορεί να είναι πολύ ελκυστική, ιδιαίτερα για όσους γνωρίζουν κάποιο σχεδιαστικό πρόγραμμα. Αυτό όμως απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή κατά την επιλογή της παραμέτρου της ανοχής (tolerance), όταν πρόκειται για εισαγωγή αρχείου, καθώς πρέπει να επιβεβαιώνεται ότι όλα τα στοιχεία έχουν

εισαχθεί σωστά. Διαφορετικά είναι απαραίτητη η επιδιόρθωση της γεωμετρίας. Ένα συνηθισμένο πρόβλημα κατά την εισαγωγή γεωμετρίας στο ANSYS από εξωτερικό πρόγραμμα είναι ότι το μοντέλο μπορεί να εμφανίζει το φαινόμενο ύπαρξης διπλών γραμμών ή σημείων. Τέλος, παρότι στο ουδέτερο αρχείο η γεωμετρία μπορεί να είναι με τη μορφή όγκου, όταν γίνει εισαγωγή μπορεί αυτή να μην είναι σωστή ή να λείπουν επιφάνειες, και τότε θα πρέπει να γίνει επιδιόρθωση.

Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων

Οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες των υλικών είναι μονοσήμαντα ορισμένες αλλά θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή όσον αφορά τις μονάδες. Πρέπει να είναι γνωστό ότι όλες οι μονάδες είναι στο SI εκτός αν έχουν οριστεί διαφορετικά. Δε συνιστάται να γίνει αλλαγή μονάδων γιατί υπάρχει σημαντικός κίνδυνος λάθους. Οι ιδιότητες που πρέπει να οριστούν εξαρτώνται από την ιδιαιτερότητα των υλικών αλλά και από το είδος της επίλυσης που είναι να γίνει. Η επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από την επίλυση που θα γίνει, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχει δυνατότητα αλλαγής τους στη συνέχεια.

Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία και επιβολή των οριακών συνθηκών.

Αφού έχει γίνει η επιλογή του στοιχείου μένει να γίνει η διακριτοποίηση της γεωμετρίας. Η πιο απλή δυνατότητα είναι να γίνει χρησιμοποιώντας τις επιλογές που προσφέρει το πρόγραμμα. Οι επιλογές αυτές είναι αυτόματη δημιουργία πλέγματος, ορισμός διαμερίσεων σε γραμμές ή ορισμός μεγέθους στοιχείων (μέγιστο μέγεθος πλευράς ή ακμής). Επιπλέον υπάρχει και η επιλογή της προσαρμογής του πλέγματος στη γεωμετρία, δηλαδή σμίκρυνση των στοιχείων σε περιοχές απότομής αλλαγής της γεωμετρίας και αραίωση στο εσωτερικό των επιφανειών και των όγκων στα σημεία που δεν υπάρχει ιδιαίτερα ανάγκη για λεπτή διαμέριση. Αφού ο χρήστης καταλήξει στις παραπάνω επιλογές ακολουθεί η δημιουργία του πλέγματος. Γενικά οι δυνατότητες του προγράμματος είναι πάρα πολλές και μπορούν να δώσουν πάρα πολλά και πολύ διαφορετικά μεταξύ τους αποτελέσματα ανάλογα με τις παραμέτρους που θα οριστούν. Αυτό σημαίνει ότι δε μπορεί το πρόγραμμα να γνωρίζει τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος που ο χρήστης επιθυμεί να επιλύσει, την ακρίβεια ή και το χρόνο επίλυσης που επιθυμεί, άρα πρέπει να επέμβει στις προεπιλογές που έχει. Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι στο ANSYS υπάρχει η δυνατότητα να μην οριστούν γεωμετρικά στοιχεία του μοντέλου και στη συνέχεια να γίνει η διακριτοποίηση, αλλά να κατασκευαστούν απευθείας κόμβοι και πεπερασμένα στοιχεία ή να εισαχθούν αφού έχουν υπολογιστεί με κάποιο άλλο προ επεξεργαστή – π.χ. είναι εφικτό να χρησιμοποιηθεί το πλέγμα που κατασκευάστηκε για την ίδια γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε σε άλλη προσομοίωση (αυτό συνιστά παράκαμψη του 1^{ου} σταδίου). Η επιβολή οριακών συνθηκών μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Οι διαφοροποιήσεις εντοπίζονται στα σημεία όπου μπορούν αυτές να επιβληθούν είτε σε γεωμετρικά στοιχεία (σημεία, γραμμές, επιφάνειες) είτε σε στοιχεία του πλέγματος (κόμβους, στοιχεία). Όταν επιβάλλονται σε γεωμετρικά στοιχεία γίνεται αυτόματα η μεταφορά τους σε στοιχεία του πλέγματος πριν από την επίλυση.

Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος και επίλυση.

Η επιλογή του τρόπου επίλυσης έχει να κάνει με τις απαιτήσεις του προβλήματος. Συνήθως μία γραμμική στατική ανάλυση μικρών μετατοπίσεων καλύπτει τις περισσότερες ανάγκες. Παρόλα αυτά είναι δυνατό ο χρήστης να θέλει να διερευνήσει κάποιο μεταβατικό φαινόμενο ή τα υλικά που χρησιμοποιούνται να έχουν μη γραμμική συμπεριφορά. Όσον αφορά την επίλυση προσφέρονται πολλές δυνατότητες οι οποίες έχουν να κάνουν με διαφορετικούς αλγόριθμους επίλυσης, που δεν θα δώσουν διαφορετικό αποτέλεσμα, αλλά θα έχουν διαφορετικό χρόνο επίλυσης. Υπάρχουν επιλύτες που χρησιμοποιούν περισσότερο τον σκληρό δίσκο για ενδιάμεσα αρχεία ή τη φυσική μνήμη. Είναι προφανές ότι αφού η ταχύτητα της μνήμης είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του σκληρού δίσκου αυτή η μέθοδος είναι και πιο γρήγορη. Υπάρχει όμως περίπτωση να μην είναι διαθέσιμη η απαιτούμενη για το πρόβλημα φυσική μνήμη ή για ορισμένες ειδικές περιπτώσεις να μην είναι όλοι οι επιλύτες ικανοί να αντιμετωπίσουν τη φύση του προβλήματος.

Ανάγνωση και γραφική αναπαράστασή των αποτελεσμάτων.

Τα αποτελέσματα μετά από την επίλυση καταγράφονται σε ένα αρχείο. Η ανάγνωσή τους είναι ένα ζήτημα που χρήζει ιδιαίτερης προσοχής. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να δει κάποιος τα αποτελέσματα. Ενδεικτικά αναφέρονται τα αποτελέσματα στους κόμβους και τα αποτελέσματα στα στοιχεία. Στους κόμβους δίνεται η τιμή του μέσου όρου που προκύπτει από τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία είναι κοινός και έχει συνεχή τιμή, ενώ στα πεπερασμένα στοιχεία υπάρχει μία τιμή ανά στοιχείο. Ακόμα, υπάρχει και η επιλογή του Element Table μέσω του οποίου μπορεί ο χρήστης να κάνει ομαλοποίηση των αποτελεσμάτων βγάζοντας μέσους όρους (Element Table Average). Η τελευταία επιλογή προτείνεται σε περιπτώσεις όπου υπάρχουν συγκεντρωμένα φορτία και μπορεί να δημιουργηθούν τοπικά μέγιστα που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα [15].

3.5 Το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ANSYS-Maxwell

Το ANSYS [16] είναι ένα κατανοητό και γενικής χρήσης πρόγραμμα υπολογιστή που στηρίζεται στην θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων. Είναι ικανό να εκτελέσει στατικές και δυναμικές αναλύσεις ή αναλύσεις μεταφοράς θερμότητας, ροής υγρού καθώς και ηλεκτρομαγνητισμού. Το ANSYS υπήρξε ένα πρωτοποριακό FEA πρόγραμμα, το οποίο χρησιμοποιείται σε πολλούς τομείς, όπως:

- Της μηχανικής
- Της αεροναυπηγικής
- Της ναυπηγικής
- Του ηλεκτρομαγνητισμού
- Της θερμότητας
- Της βιομηχανίας αυτοκινήτων

Όπως φαίνεται και παραπάνω το λογισμικό εκτείνεται σε όλο το φάσμα της φυσικής και για κάθε ανάλυση που απαιτείται υπάρχει και το αντίστοιχο κατάλληλο πρόγραμμα. Συγκεκριμένα για:

τη δομική ανάλυση υπάρχει:

- ANSYS autodyne
- ANSYS mechanical

την υπολογιστική ρευστομηχανική υπάρχει:

- ANSYS Fluent, CDF, CFX

την ηλεκτρονική ανάλυση υπάρχει:

- ANSYS HFSS
- ANSYS Maxwell
- ANSYS Siware

Για τη συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιήθηκε το πακέτο ANSYS Maxwell.

Το ANSYS Maxwell είναι ένα πακέτο ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, κυρίως για μηχανικούς που έχουν επιφορτιστεί με το σχεδιασμό και την ανάλυση των ηλεκτρομαγνητικών και ηλεκτρομηχανικών συσκευών, συμπεριλαμβανομένων κινητήρων, ενεργοποιητών, μετασχηματιστών, αισθητήρων και πηνίων. Το ANSYS Maxwell ενσωματώνει τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση στατικών, πεδίου συχνότητας και χρονικά μεταβαλλόμενων ηλεκτρομαγνητικών και ηλεκτρικών πεδίων. Τέλος, το πακέτο αυτό στηρίζει την επίλυση του προβλήματος στην επίλυση των εξισώσεων Maxwell [17].

Οι εξισώσεις αυτές είναι οι ακόλουθες:

Νόμος του Gauss για το Ηλεκτρικό πεδίο.

Αν θεωρηθεί κλειστή επιφάνεια S που περικλείει φορτίο q και $\overrightarrow{D'} = \varepsilon\bar{E}$ είναι το διάνυσμα της διηλεκτρικής μετατόπισης πάνω στην επιφάνεια S, τότε ισχύει η ακόλουθη σχέση μεταξύ των προαναφερόμενων μεγεθών:

$$\oint_S \overrightarrow{D'}\, dS = q \qquad (3.5.1)$$

με ε δηλώνεται η διηλεκτρική διαπερατότητα του χώρου και με $\bar{E}$ η ένταση του Ηλεκτρικού Πεδίου.

Ο N. Gauss γράφεται ισοδύναμα, σε σημειακή μορφή, συνδέοντας την διηλεκτρική μετατόπιση $\overline{D}$ σε ένα σημείο με την πυκνότητα του φορτίου σε αυτό το σημείο:

$$\nabla\overline{D'} = \rho \qquad (3.5.2)$$

Ο N.Gauss επιβεβαιώνει την ύπαρξη Ηλεκτρικού Πεδίου που οφείλεται στην ύπαρξη στατικών φορτίων. Στη στατική περίπτωση, το Ηλεκτρικό πεδίο υπάρχει ανεξάρτητα από το μαγνητικό, κάτι που επιβεβαιώνεται και από την απουσία της μαγνητικής επαγωγής $\overline{B'}$ ή της έντασης του μαγνητικού πεδίου $\overline{H'}$ στις προαναφερόμενες εξισώσεις.

Νόμος του Gauss για το Μαγνητικό Πεδίο

Αν θεωρηθεί κλειστή επιφάνεια S και $\overline{B'} = \mu\overline{H'}$ είναι το διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής πάνω στην επιφάνεια S, τότε ισχύει η ακόλουθη σχέση μεταξύ των προαναφερόμενων μεγεθών:

$$\oint_S \overrightarrow{B'}\, dS = 0 \qquad (3.5.3)$$

με μ δηλώνεται η μαγνητική διαπερατότητα χώρου και με $\overline{H}$ ή ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Ο N. Gauss γράφεται ισοδύναμα σε σημειακή μορφή ως εξής:

$$\nabla\overline{D'} = \rho \qquad (3.5.4)$$

Ο N.Gauss για το μαγνητικό πεδίο επιβεβαιώνει την ύπαρξη (στατικού) Μαγνητικού πεδίου, που οφείλεται στην ύπαρξη μαγνητικών δίπολων. Η έννοια του δίπολου αποκλείει την ύπαρξη «μαγνητικού φορτίου» με πολικότητα, και για αυτό το λόγο το δεξιό τμήμα της εξίσωσης, είναι ίσο με το μηδέν (ενώ για το ηλεκτρικό πεδίο ισχύει ακριβώς το αντίθετο). Στη στατική περίπτωση, το Μαγνητικό πεδίο υπάρχει ανεξάρτητα από το Ηλεκτρικό, κάτι που επιβεβαιώνεται και από την απουσία της Διηλεκτρικής Μετατόπισης $\overline{H}$ ή της έντασης του Ηλεκτρικού Πεδίου $\overline{E'}$ στις προαναφερόμενες εξισώσεις.

Νόμος του Ampere

Αν θεωρηθεί ανοικτή επιφάνεια S, που καταλήγει σε μια κλειστή γραμμή C, τότε ή ένταση του μαγνητικού πεδίου $\overline{H'}$ πάνω στην κλειστή γραμμή C, το ρεύμα I που περικλείεται από την γραμμή C και η διηλεκτρική μετατόπιση $\overline{D'}$ πάνω στην επιφάνεια S, συνδέονται με την ακόλουθη σχέση:

$$\oint_C \overrightarrow{H'}\, \overline{dl} = I + \frac{d}{dt}\oint_C \overrightarrow{D'}\, \overline{dS} \qquad (3.5.5)$$

Ο N. Ampere στη σημειακή του μορφή γράφεται ως εξής:

$$\nabla \mathrm{x} \overline{H'} = \bar{J} + \frac{\overline{dD\prime}}{dt} \qquad (3.5.6)$$

Ο Νόμος του Ampere επιβεβαιώνει ότι μια ρευματική κατανομή ή και ένα χρονικά μεταβαλλόμενο Ηλεκτρικό Πεδίο δημιουργούν Μαγνητικό Πεδίο.

Νόμος του Faraday για την επαγωγή

Αν θεωρηθεί ανοικτή επιφάνεια S, που καταλήγει σε μια κλειστή γραμμή C, τότε ή ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\overline{E'}$ πάνω στην κλειστή γραμμή C, και η μαγνητική επαγωγή $\overline{B'}$ πάνω στην επιφάνεια S, συνδέονται με την ακόλουθη σχέση:

$$\oint_C \overrightarrow{E'}\,\overline{dl} = -\frac{d}{dt}\oint_S \overrightarrow{B'}\,\overline{dS} \qquad (3.5.7)$$

Ο N. Faraday της Επαγωγής στη σημειακή του μορφή γράφεται ως εξής:

$$\nabla \mathrm{x}\overline{E'} = -\frac{\overline{dB\prime}}{dt} \qquad (3.5.8)$$

Ο Νόμος της Μαγνητικής Επαγωγής επιβεβαιώνει, ότι ένα χρονικά μεταβαλλόμενο Μαγνητικό Πεδίο δημιουργεί Ηλεκτρικό Πεδίο.

Η γενική μορφή των εξισώσεων του Maxwell φαίνονται συνοπτικά στο πιο κάτω πίνακα όπου δείχνουμε και τη διαφορική αλλά και την ολοκληρωματική μορφή.

Όνομα	Διαφορική μορφή	Ολοκληρωτική μορφή
Νόμος του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο	$\nabla E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\oint_s E\,dA = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_o}$
Νόμος του Gauss για το μαγνητικό πεδίο	$\nabla B = 0$	$\oint_s B\,dA = 0$
Νόμος του Ampere	$\nabla xB = \mu_0 j + \mu_0\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$	$\oint_c B\,dl = \mu_0 I + \mu_o\varepsilon_o\frac{d\Phi_E}{dt}$
Νόμος του Faraday για την επαγωγή	$\nabla xE = -\frac{dB}{dt}$	$\oint_c E\,dl = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Πίνακας 1 Οι εξισώσεις του Maxwell

Μελέτη της αντίστασης πολύκλωνων συμπαγών αγωγών χαλκού - Σχεδιαστικά μοντέλα

4.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, για τον υπολογισμό των ηλεκτρικών χαρακτηριστικών ενός αγωγού έχουν διατυπωθεί αρκετές θεωρητικές μέθοδοι, καθώς και προδιαγραφές. Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι να εξεταστεί κατά πόσο τα αποτελέσματα από τις αναλυτικές προσεγγίσεις που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο συγκλίνουν με αυτά της προσομοίωση των πεπερασμένων στοιχείων που υλοποιήθηκε σε δύο διαφορετικής διατομής αγωγούς. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν στη προσομοίωση, καθώς και ο τρόπος προσέγγισής τους. Τα μοντέλα αυτά είναι διατομής 185mm^2 και 300mm^2.

4.2 Σχεδιασμός αγωγού με ονομαστική διατομή 185 mm^2

Από το τμήμα συρματουργικής του εργοστασίου των Ελληνικών Καλωδίων δόθηκε αρχικά για επεξεργασία μία τομή από τον αγωγό ονομαστικής διατομής 185mm^2. Σκοπός ήταν με τη βοήθεια μιας μικροκάμερας (μοντέλο DinoCapture 2.0) να μετρηθεί η διατομή και έπειτα η διάμετρος κάθε συρματιδίου στα στρώματα του αγωγού (κεντρικό, πρώτο, δεύτερο και τρίτο στρώμα). Παρατηρήθηκε όμως, όπως ήταν αναμενόμενο, ότι τα σύρματα δεν έχουν υποστεί ακριβώς την ίδια συμπίεση σε κάθε στρώμα, γι' αυτό ζητήθηκε να μετρηθούν οι διατομές των συρμάτων και σε άλλες δύο τομές από τον αγωγό διατομής 185mm^2. Στόχος ήταν να γίνει έλεγχος προσαρμογής των δειγμάτων σε κάθε στρώμα και έπειτα με μία γεννήτρια παραγωγής τιμών που ακολουθεί την κατανομή των δειγμάτων να βρεθούν τα υποψήφια σύρματα τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στο σχεδιασμό.

Για τη στατιστική ανάλυση χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο Minitab και για την παραγωγή υποψήφιων συρμάτων εφαρμόστηκε η μέθοδος Monte Carlo.

4.2.1 Εισαγωγή στις στατιστικές μεθόδους

Στο κεφάλαια που ακολουθούν γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στις στατικές μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση και επεξεργασία των μετρήσεων [18], [19].

Έλεγχος στατιστικών υποθέσεων

Γενικά

Έλεγχος υποθέσεων είναι μια στατιστική διαδικασία που επιτρέπει στο μελετητή να χρησιμοποιεί τα δεδομένα ενός δείγματος για να εξάγει συμπεράσματα για τον πληθυσμό από τον οποίο προήλθε το δείγμα. Πιο συγκεκριμένα, είναι μια συμπερασματική διαδικασία που χρησιμοποιεί τα δεδομένα ενός δείγματος για να εκτιμήσει την αξιοπιστία μιας υπόθεσης που έγινε για τον πληθυσμό.

Υπάρχουν δύο είδη στατιστικών υποθέσεων, οι μηδενικές υποθέσεις (null Hypothesis) ή H_o και οι εναλλακτικές υποθέσεις (alternative Hypothesis) ή H_1.

Την υπόθεση την οποία θέλουμε να ελέγξουμε ονομάζουμε μηδενική υπόθεση (H_0).

Η μηδενική υπόθεση συνοδεύεται συμβατικά μόνο από το σύμβολο της ισότητας (=). Οι άλλες συμπληρωματικές υποθέσεις είναι λογικό να γίνονται σχετικά με τα υπόψη πιθανοσύνολα και να συνοψίζονται συμβατικά σε μία και μόνον μία εναλλακτική υπόθεση (H_1).

Η αρχική υπόθεση H_o

Αντιπροσωπεύει την αντίληψη μας για το τι επικρατεί στον πληθυσμό. Θεωρείται ότι η υπόθεση είναι αληθινή μέχρι να αποδείξουμε το αντίθετο χρησιμοποιώντας μία στατιστική συνάρτηση (συνάρτηση ελέγχου) που θα μας οδηγήσει να την απορρίψουμε ή όχι.

Η στατιστική συνάρτηση ελέγχου (test statistic) είναι απλώς μία συνάρτηση που υπολογίζεται από τα δεδομένα. Με βάση την τιμή που λαμβάνει, αποφασίζουμε αν θα απορρίψουμε ή όχι την αρχική υπόθεση.

Ο κανόνας απόφασης (decision rule) μιας στατιστικής υπόθεσης είναι ένας κανόνας που καθορίζει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες η αρχική υπόθεση μπορεί να απορριφθεί. Υπάρχουν δύο πιθανές αποφάσεις:

- Απορρίπτω την H_0
- Δεν απορρίπτω H_0

Μια απόφαση μπορεί να είναι σωστή με δύο τρόπους:
Δεν απορρίπτω μία αληθινή H_0 και απορρίπτω μία λανθασμένη H_0

Μια απόφαση μπορεί να είναι λανθασμένη με δύο τρόπους :

Σφάλμα τύπου I: απορρίπτω τη μηδενική υπόθεση ενώ είναι αληθής : P(σφάλμα τύπου I)= α
Σφάλμα τύπου II: Δέχομαι τη μηδενική υπόθεση ενώ είναι ψευδής : P(σφάλμα τύπου II)= β

Σημασία έχει τα κριτήρια ελέγχου να ελαχιστοποιούν την πιθανότητα εμφάνισης σφαλμάτων και των δύο τύπων. Αρχικά προσπαθούμε να αποφύγουμε σφάλμα τύπου I, δηλαδή να απορρίψουμε την H_0 όταν είναι σωστή. Για να το πετύχουμε αυτό επιλέγουμε σταθερή τιμή για το α (συνήθως 0.01 ή 0.05 ή 0.1) και στη συνέχεια προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε την τιμή της πιθανότητας για το σφάλμα τύπου II, δηλαδή την τιμή του β. Η τιμή του α ονομάζεται επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας.

Τιμή p-value, επίπεδο σημαντικότητας α και διάστημα εμπιστοσύνης

Επίπεδο σημαντικότητας ή *α-επίπεδο* ενός στατιστικού ελέγχου είναι η πιθανότητα που αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο απόρριψης μιας μηδενικής υπόθεσης, η οποία είναι αληθής, υπέρ της εναλλακτικής υπόθεσης.

Η τιμή *p-value* (επίπεδο εμπιστοσύνης) είναι η πιθανότητα, η στατιστική συνάρτηση να λάβει μία ακραία τιμή, ή μεγαλύτερη από αυτήν, όταν η αρχική υπόθεση είναι αληθινή.

Αν η τιμή της p-value είναι μικρότερη του α, τότε λέμε ότι η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, ενώ αν η τιμή της είναι μεγαλύτερη του α, λέμε ότι η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται.

Με καθορισμένη την τιμή σημαντικότητας α, ο βαθμός εμπιστοσύνης 1-α καθορίζει το διάστημα εμπιστοσύνης ενός δείγματος. Το (1-α)*100% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο του πληθυσμού μ είναι:

$$X \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{v}} \qquad (4.2.1.1)$$

Έλεγχοι καλής προσαρμογής (Goodness of fit tests)

Το σημαντικό πρόβλημα στη στατιστική είναι η εξεύρεση πληροφορίας σχετικά με τη μορφή της κατανομής από την οποία προέρχεται ένα τυχαίο δείγμα. Είναι π.χ. γνωστό ότι οι περισσότεροι έλεγχοι γίνονται με την προϋπόθεση ότι (υπό την H_0) το τυχαίο δείγμα προέρχεται από μία συγκεκριμένη κατανομή. Μία τέτοια περίπτωση είναι τα t test τα οποία για μικρά δείγματα προϋποθέτουν ότι το δείγμα προέρχεται από κανονικής κατανομής πληθυσμό. Εάν το τυχαίο δείγμα δεν προέρχεται από την κατανομή κάτω από την οποία έχει κατασκευαστεί κάποιος έλεγχος, τότε προφανώς το αντίστοιχο p-value που λαμβάνεται δεν είναι ακριβές. Συνεπώς είναι αρκετά χρήσιμη η δυνατότητα να ελέγχουμε αν κάποια δεδομένα προέρχονται από μια συγκεκριμένη κατανομή ή όχι. Έλεγχοι αυτής της μορφής καλούνται έλεγχοι καλής προσαρμογής των δεδομένων σε μια συγκεκριμένη κατανομή. Ο έλεγχος κανονικότητας επάγεται σε μια ευρύτερη οικογένεια ελέγχων, τη λεγόμενη έλεγχοι υποθέσεων, που αναφέρθηκε παραπάνω. Οι υποθέσεις εδώ αφορούν αν το δείγμα ακολουθεί μια συγκεκριμένη κατανομή, δηλαδή την κανονική κατανομή. Ειδικότερα έχουμε:

- Μηδενική υπόθεση H_0: Η κατανομή των δεδομένων δε διαφέρει από την κανονική κατανομή
- Εναλλακτική υπόθεση H_1: Η κατανομή των δεδομένων διαφέρει από την κανονική κατανομή.

Για τη διεξαγωγή των ελέγχων υποθέσεων χρησιμοποιούνται ελεγχοσυναρτήσεις, το αποτέλεσμα των οποίων καθορίζει αν αποδεχόμαστε ή απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση.

Παραμετρικοί και μη παραμετρικοί έλεγχοι

Οι στατιστικοί έλεγχοι διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: τους παραμετρικούς και τους μη παραμετρικούς.

Παραμετρικοί έλεγχοι

Υποθέτουμε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n που προέρχεται από μια συνάρτηση πυκνότητας γνωστής συναρτησιακής μορφής και εξαρτάται από μια r-διάστατη άγνωστη παράμετρο, η οποία παίρνει τιμές σε έναν παραμετρικό χώρο **Ω**. Με βάση το τυχαίο δείγμα επιδιώκεται η κατασκευή μιας κατάλληλης ελεγχοσυνάρτησης για τον έλεγχο της υπόθεσης ότι η εν λόγω παράμετρος βρίσκεται σε κάποιο ορισμένο υποσύνολο του παραμετρικού χώρου **Ω**. Οι έλεγχοι αυτοί καλούνται παραμετρικοί έλεγχοι.

Μη παραμετρικοί έλεγχοι

Θεωρούμε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n που προέρχεται από μια συνάρτηση κατανομής F, για την οποία δε δεχόμαστε ορισμένη συναρτησιακή μορφή. Με βάση αυτό το τυχαίο δείγμα και υπό ορισμένες συνθήκες κανονικότητας, ελέγχονται διάφορες υποθέσεις για τη συνάρτηση κατανομής F. Από το γεγονός ότι δεν καθορίζεται ορισμένη συναρτησιακή μορφή για την συνάρτηση κατανομής F, οι σχετικές υποθέσεις ονομάζονται μη παραμετρικές και οι αντίστοιχοι έλεγχοι μη παραμετρικοί. Τέτοιοι έλεγχοι είναι οι έλεγχοι Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises, Kuiper, Watson και Anderson Darling.

Έλεγχος κανονικότητας

Ο έλεγχος κανονικότητας μπορεί να είναι:

- Οπτικός έλεγχος
- Στατιστικός έλεγχος

Γραφικά, ο έλεγχος κανονικότητας πραγματοποιείται με τη χρήση ιστογράμματος ή διαγραμμάτων P-P (probability-probability plot). Στην πράξη, τα διαγράμματα πυκνότητας πιθανότητας και οι συντελεστές ασσυμετρίας και κύρτωσης χρησιμοποιούνται για μια αρχική επισκόπηση της κατανομής του δείγματος. Από την ανάγνωση, όμως, των αποτελεσμάτων των συντελεστών δεν προκύπτει καθαρό αποτέλεσμα. Για περισσότερη ακρίβεια, χρησιμοποιούνται

κριτήρια ελέγχου κανονικότητας (στατιστικός έλεγχος) σχετικά με το αν τα δεδομένα ακολουθούν κανονική κατανομή. Τα κριτήρια τεστ ελέγχου είναι μη παραμετρικοί έλεγχοι.

Συνοπτικά τα στάδια ενός στατιστικού ελέγχου είναι:

1. Ορίζεται η μηδενική υπόθεση H_0.
2. Ορίζεται η εναλλακτική υπόθεση H_1.
3. Ορίζεται το επίπεδο σημαντικότητας α.
4. Επιλέγεται η κατάλληλη ελεγχοσυνάρτηση.
5. Ορίζεται η περιοχή απόρριψης R της H_0

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η υπόθεση που εξετάζεται είναι εάν η κατανομή των δεδομένων είναι η κανονική κατανομή, ή όχι.

H_0: $f(x) = N(\mu,\sigma^2)$
H_1: $f(x) \neq N(\mu,\sigma^2)$

Με επίπεδο σημαντικότητας α = 0.05, ανάλογα με το αποτέλεσμα της ελεγχοσυνάρτησης αποδεχόμαστε ή απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση. Συγκεκριμένα:

- Αν p –value > 0.05, τότε λέμε ότι η μηδενική υπόθεση είναι αποδεχτή, διαφορετικά
- Αν p –value ≤ 0.05, τότε λέμε η μηδενική υπόθεση δεν είναι αποδεχτή.

4.2.2 Έλεγχος κανονικότητας στα δείγματα του αγωγού

Ο έλεγχος κανονικότητας και η στατιστική ανάλυση των δειγμάτων του αγωγού έγινε με τη χρήση του στατιστικού πακέτου minitab [20].

Συγκεκριμένα σε κάθε στρώμα (layer) εφαρμόζεται έλεγχος κανονικότητας. Όπως έχει αναφερθεί και πιο πάνω γίνεται η υπόθεση ότι το H_o ακολουθεί κανονική κατανομή.

Τα κριτήρια που θα εφαρμοστούν για τον έλεγχο κανονικότητας είναι: το Kolmogorov-Smirnov test και το Anderson-Darling test.

Ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov

Το κριτήριο K-S είναι ένας μη παραμετρικός έλεγχος που χρησιμοποιείται για να εξετάσει την καλή προσαρμογή ενός τυχαίου δείγματος σε μία δεδομένη κατανομή, και βασίζεται στη διαφορά της εμπειρικής συνάρτησης κατανομής που προέρχεται από το δείγμα, και της αναμενόμενης συνάρτησης κατανομής υπό την υπόθεση της κανονικότητας, ή της οποιαδήποτε μηδενικής υπόθεσης H_0 η οποία μπορεί να είναι Κανονική, Ομοιόμορφη, Poisson ή Exponential.

Το στατιστικό του Kolmogorov-Smirnov τεστ ορίζεται ως εξής:

$$D_n = \max |F_n(x) - F(x)| \qquad (4.2.2.1)$$

Όπου

- $F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Ix_i \leq x$ *η αθροιστική συνάρτηση του δείγματος*
- *Και* Ix_i *είναι η δείκτρια συνάρτηση, ίση με 1 εάν* $x_i \leq x$ *και ίση με 0 διαφορετικά.*
- $F(x)$ *η αθροιστική συνάρτηση της κατανομής*

Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α εάν

$$\sqrt{n}\, D_n > K_a \qquad (4.2.2.2)$$

Όπου το K_a προέρχεται από $P_r(K \leq K_a) = 1 - a$

Ο έλεγχος Anderson-Darling

Ο έλεγχος Anderson – Darling είναι και αυτός ένας μη παραμετρικός έλεγχος καλής προσαρμογής και αποτελεί μια παραλλαγή του κριτηρίου K-S. Η δοκιμή Anderson-Darling κάνει χρήση της ειδικής κατανομής για τον υπολογισμό των κρίσιμων τιμών. Αυτό έχει το πλεονέκτημα ότι επιτρέπει μια πιο ευαίσθητη δοκιμή και το μειονέκτημα ότι κρίσιμες τιμές πρέπει να υπολογίζονται για κάθε κατανομή.

Οι κρίσιμες τιμές για τη δοκιμή Anderson-Darling εξαρτώνται από τη συγκεκριμένη κατανομή που δοκιμάζεται. Οι πίνακες τιμών και τύποι έχουν δημοσιευθεί για μερικές συγκεκριμένες κατανομές (κανονική, λογαριθμική, εκθετική, Weibull). Η δοκιμή είναι μια μονόπλευρη δοκιμή και η υπόθεση ότι η κατανομή είναι μια ειδική μορφή απορρίπτεται εάν το στατιστικό αποτέλεσμα της δοκιμής, AD, είναι μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή.

Το στατιστικό για το κριτήριο Anderson-Darling ορίζεται ως

$$AD = -n - S \qquad (4.2.2.3)$$

Όπου

$$S = \sum_{i=1}^{n} \frac{2i-1}{n} [\ln F(x_i)] + \ln(1 - F(x_{n+1-i})) \qquad (4.2.2.4)$$

Τιμή p-value για τον έλεγχο της κανονικότητάς

Λαμβάνοντας το επίπεδο σημαντικότητας α ίσο με 5 % , καθώς και όσα έχουν αναφερθεί μέχρι τώρα για να αποδεχτούμε την μηδενική υπόθεση στα δείγματά και για τα δυο τεστ θα πρέπει για την τιμή του p –value να ισχύει **p –value > 0.05.**

Έλεγχος σε κάθε στρώμα του αγωγού και για τα τρία δείγματα

Ο έλεγχος που πραγματοποιήθηκε σε κάθε στρώμα παρουσιάζεται παρακάτω:

Κεντρικό στρώμα (Central)

Αρχικά, οι τιμές των διαμέτρων για το κεντρικό στρώμα εισάγονται στο Minitab:

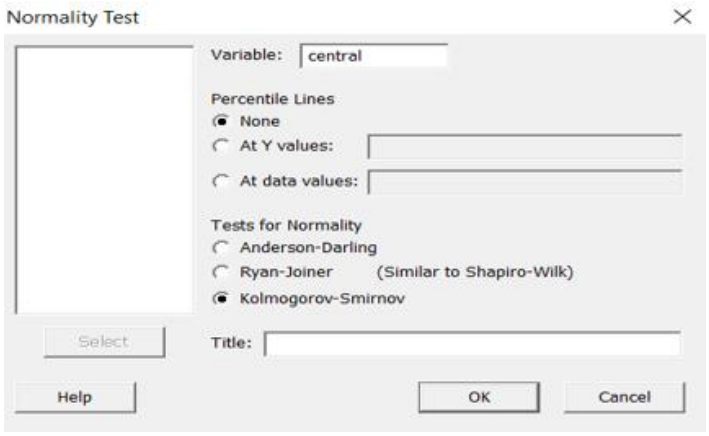
→	C1	C2
	central	sample
1	2,656	1
2	2,639	2
3	2,647	3

Εικόνα 7 Τιμές διαμέτρων κεντρικού στρώματος για κάθε δείγμα

Ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα έγινε ο έλεγχος κανονικότητας:

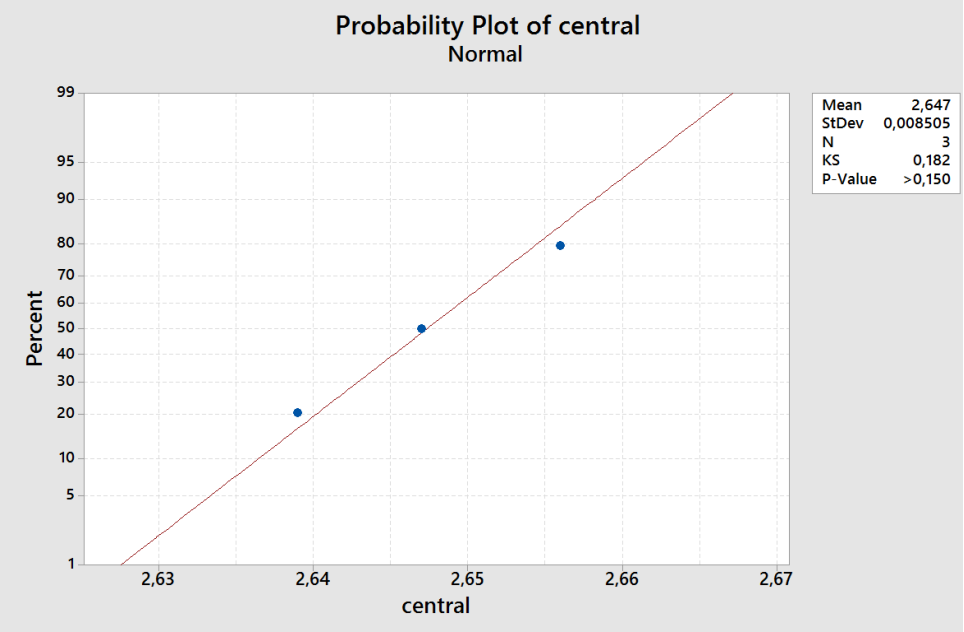
Stat→ Basic Statistics → Normality test

Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στην εικόνα 8 υπάρχουν τρεις επιλογές για τον έλεγχο κανονικότητας. Στην παρούσα εργασία έγινε πρώτα τεστ κανονικότητας σύμφωνα με τον έλεγχο Kolmogorov –Smirnov και έπειτα με τον έλεγχο Anderson – Darling.



Εικόνα 8 Έλεγχος κανονικότητας στο με τη χρήση του προγράμματος Minitab

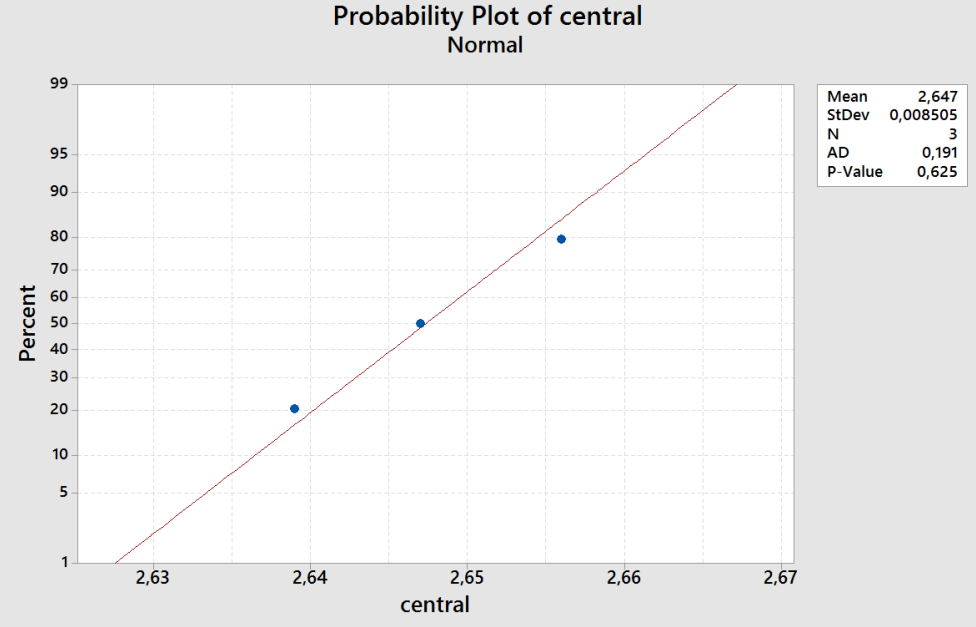
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov παρουσιάζονται παρακάτω:



Εικόνα 9 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov

Ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στις παρατηρήσεις και ο κάθετος άξονας στις αντίστοιχες πιθανότητες. Στην πάνω δεξιά γωνία αποτυπώνεται ο δειγματικός μέσος (Mean), η τυπική απόκλιση (Std Dev), ο αριθμό των δεδομένων (N of data), η τιμή του στατιστικού (KS) και το αντίστοιχο p-value. Η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.150 και συνεπώς μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Anderson -Darling είναι:

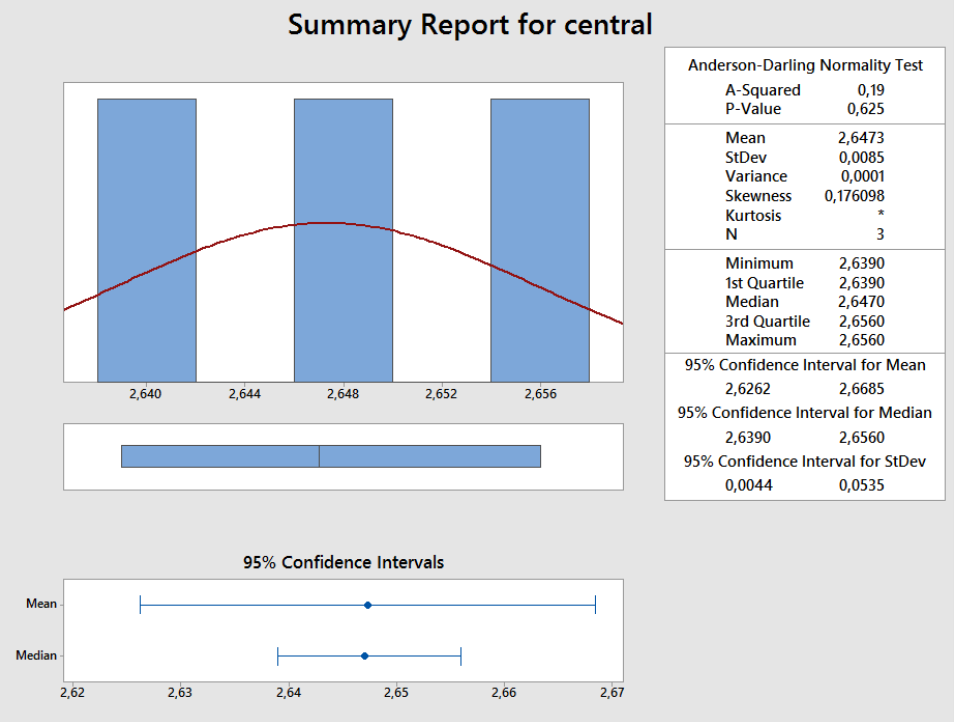


Εικόνα 10 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Anderson –Darling

Όπως φαίνεται από την εικόνα 10 η τιμή του p-value είναι ίση με 0.625 και συνεπώς μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Και από τους δύο παραπάνω ελέγχους είναι φανερό ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Εάν επιπρόσθετά στο Minitab επιλεχθεί Stat→ Basic Statistics → Graphical summary και ληφθεί υπόψη για τα δείγματα ένας βαθμός εμπιστοσύνης της τάξεως 95%, τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από το πρόγραμμα είναι η μέση τιμή, η σκέδαση, η κύρτωσης, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή, όπως και το διάστημα εμπιστοσύνης για το συγκεκριμένο layer. Επιπλέον, φαίνεται και πάλι η τιμή p-value (που επιβεβαιώνει την υπόθεση) από το στατιστικό έλεγχο Anderson Darling.



Εικόνα 11 Σύνοψη των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του κεντρικού στρώματος του αγωγού

Συνοψίζοντας, από την παραπάνω εικόνα οι πληροφορίες που λαμβάνονται από τη στατιστική ανάλυση είναι:

- Μέση τιμή: 2.6473
- Τυπική απόκλιση: 0.0085
- Διάστημα εμπιστοσύνης (Β.Ε 95%): [2.6262,2.6685]

Ακριβώς τα ίδια βήματα εφαρμόζονται και στα επόμενα στρώματα.

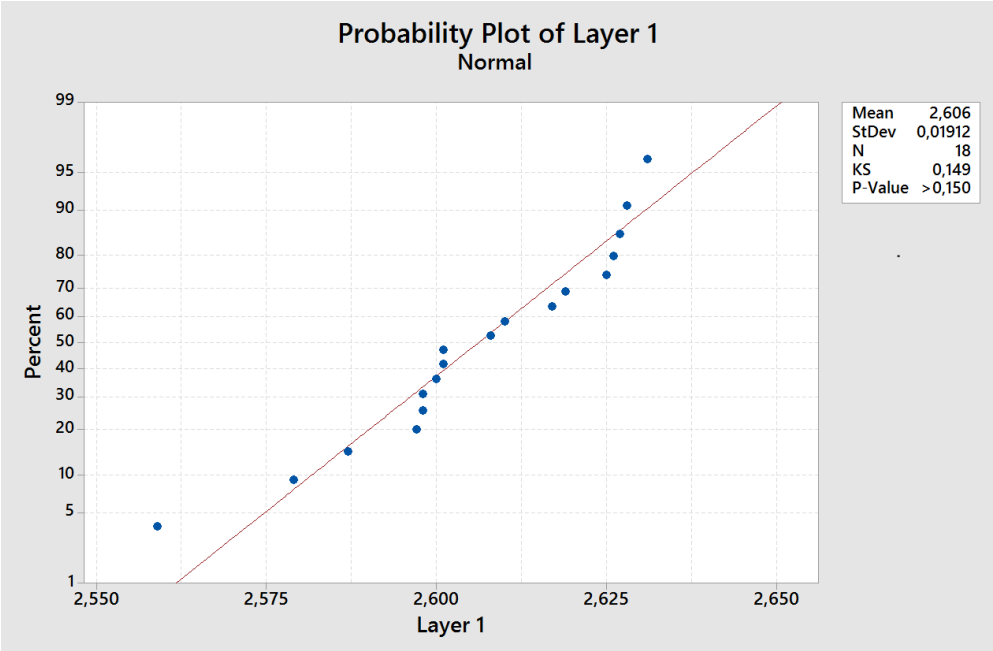
Στρώμα πρώτο (Layer 1)

Οι τιμές των διαμέτρων για το πρώτο στρώμα εισάγονται στο Minitab:

C1	C2	C3	C4	C5
Layer 1	sample	sample 1	sample 2	sample3
2,619	1	2,619	2,559	2,598
2,598	1	2,598	2,610	2,631
2,617	1	2,617	2,625	2,608
2,628	1	2,628	2,579	2,597
2,626	1	2,626	2,601	2,627
2,601	1	2,601	2,587	2,600
2,559	2			
2,610	2			
2,625	2			
2,579	2			
2,601	2			
2,587	2			
2,598	3			
2,631	3			
2,608	3			
2,597	3			
2,627	3			
2,600	3			

Εικόνα 12 Τιμές διαμέτρων πρώτου στρώματος για κάθε δείγμα

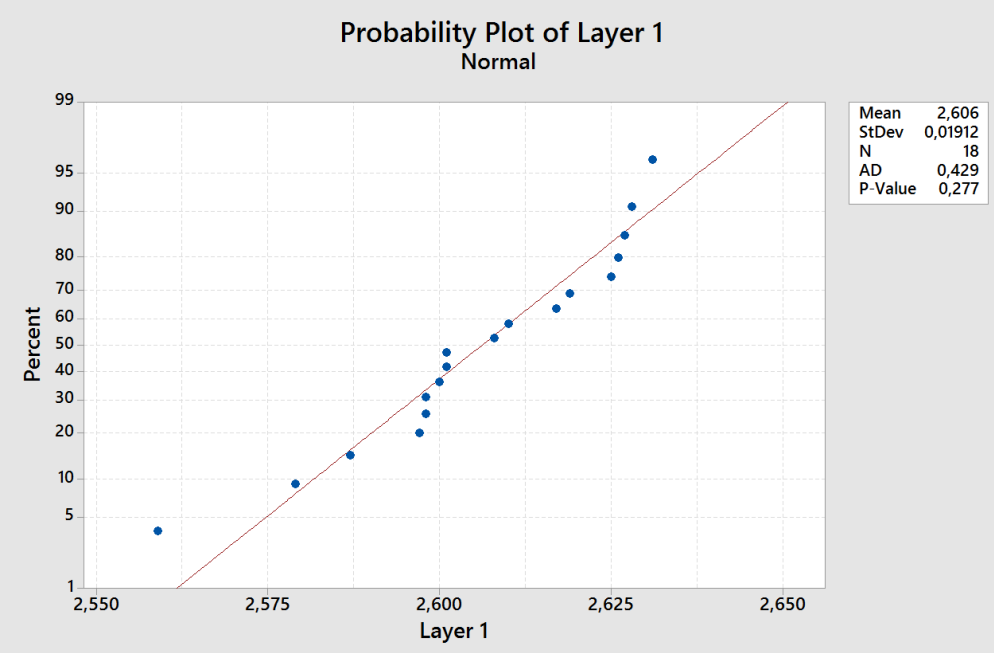
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov είναι:



Εικόνα 13 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

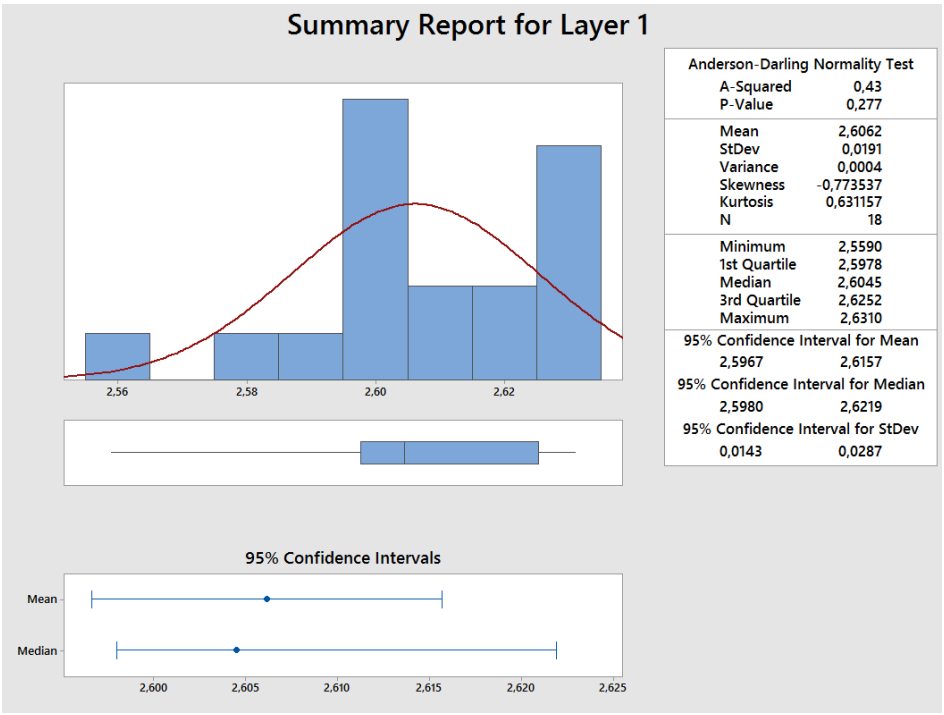
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Anderson Darling είναι:



Εικόνα 14 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Anderson –Darling

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται και εδώ ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Επιπρόσθετά, η εικόνα 15 που εξάγεται από το Minitab δίνει πληροφορίες και για άλλα σημαντικά στατιστικά χαρακτηριστικά.



Εικόνα 15 Σύνοψη των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του πρώτου στρώματος του αγωγού

Συγκεκριμένα, για το Layer 1 οι πληροφορίες που λαμβάνονται από τη στατιστική ανάλυση είναι:

- Μέση τιμή: 2.6062
- Τυπική απόκλιση: 0.0191
- Διάστημα εμπιστοσύνης (Β.Ε 95%): [2.5967,2.6157]

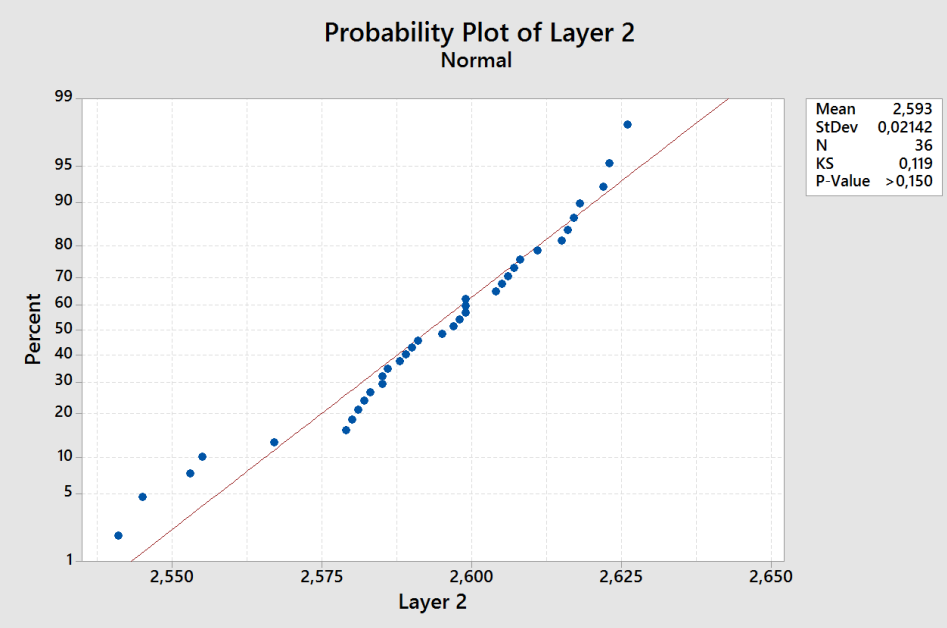
Στρώμα δεύτερο (Layer 2)

Οι τιμές των διαμέτρων για το δεύτερο στρώμα εισάγονται στο Minitab:

C1	C2	C3	C4
Layer 2	sample 1	sample 2	sample 3
2,585	2,585	2,591	2,607
2,597	2,597	2,586	2,611
2,599	2,599	2,615	2,541
2,605	2,605	2,585	2,622
2,579	2,579	2,545	2,581
2,599	2,599	2,588	2,583
2,598	2,598	2,604	2,580
2,608	2,608	2,599	2,582
2,623	2,623	2,553	2,590
2,589	2,589	2,595	2,617
2,606	2,606	2,567	2,618
2,626	2,626	2,555	2,616
2,591			
2,586			
2,615			
2,585			
2,545			
2,588			
2,604			
2,599			
2,553			
2,595			
2,567			
2,555			
2,607			
2,611			
2,541			
2,622			
2,581			
2,583			
2,580			
2,582			
2,590			
2,617			
2,618			
2,616			

Εικόνα 16 Τιμές διαμέτρων δεύτερου στρώματος για κάθε δείγμα

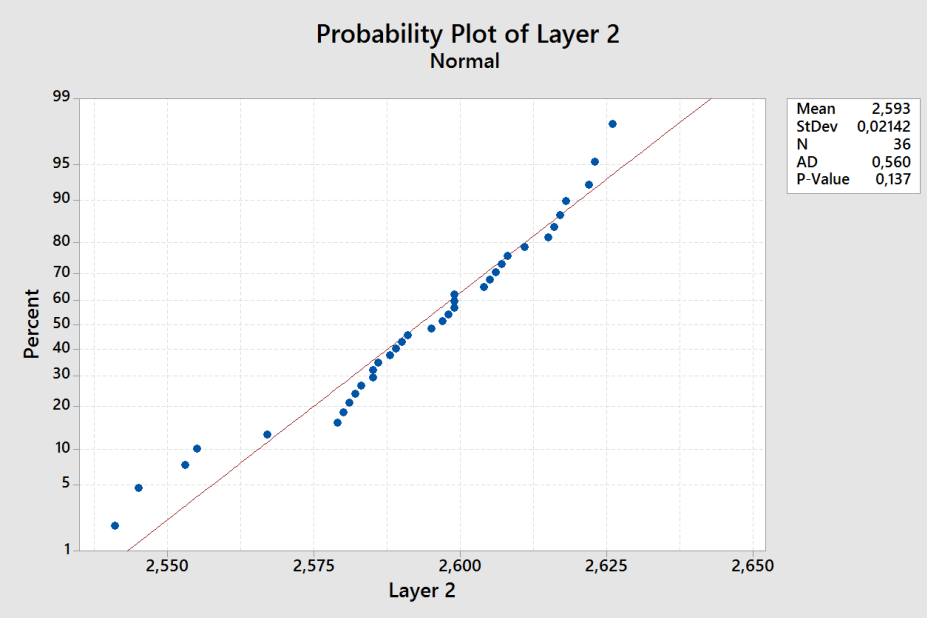
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov είναι:



Εικόνα 17 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται και εδώ ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

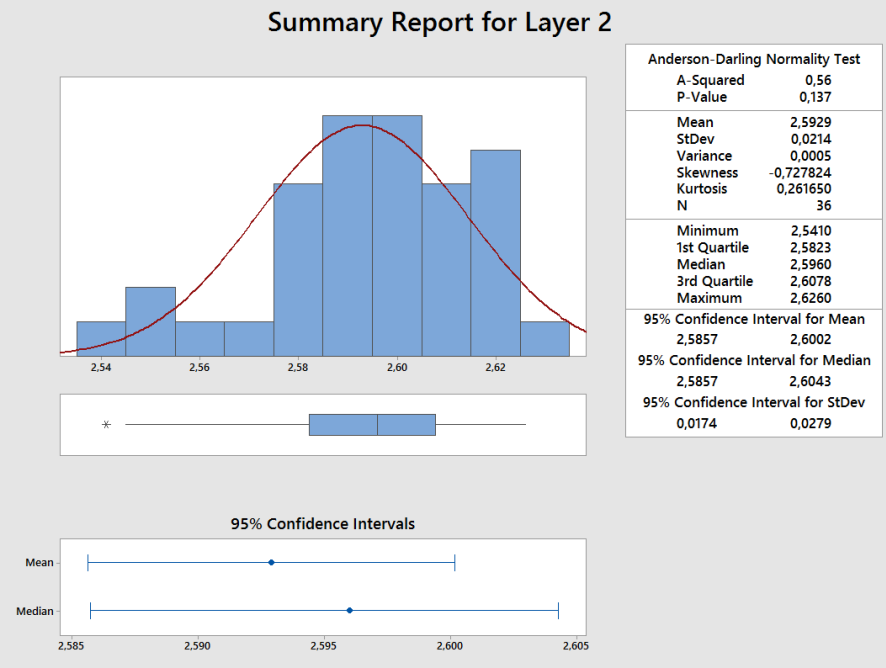
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Anderson Darling είναι:



Εικόνα 18 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Anderson –Darling

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται και εδώ ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Επιπρόσθετά, η εικόνα 19 που εξάγεται από το Minitab δίνει πληροφορίες και για άλλα σημαντικά στατιστικά χαρακτηριστικά.



Εικόνα 19 Σύνοψη των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του δεύτερου στρώματος του αγωγού

Συγκεκριμένα, για το Layer 2 οι πληροφορίες που λαμβάνονται από τη στατιστική ανάλυση είναι:

- Μέση τιμή: 2.5929
- Τυπική απόκλιση: 0.0214
- Διάστημα εμπιστοσύνης (Β.Ε 95%): [2.5857,2.6002]

Στρώμα τρίτο (Layer 3)

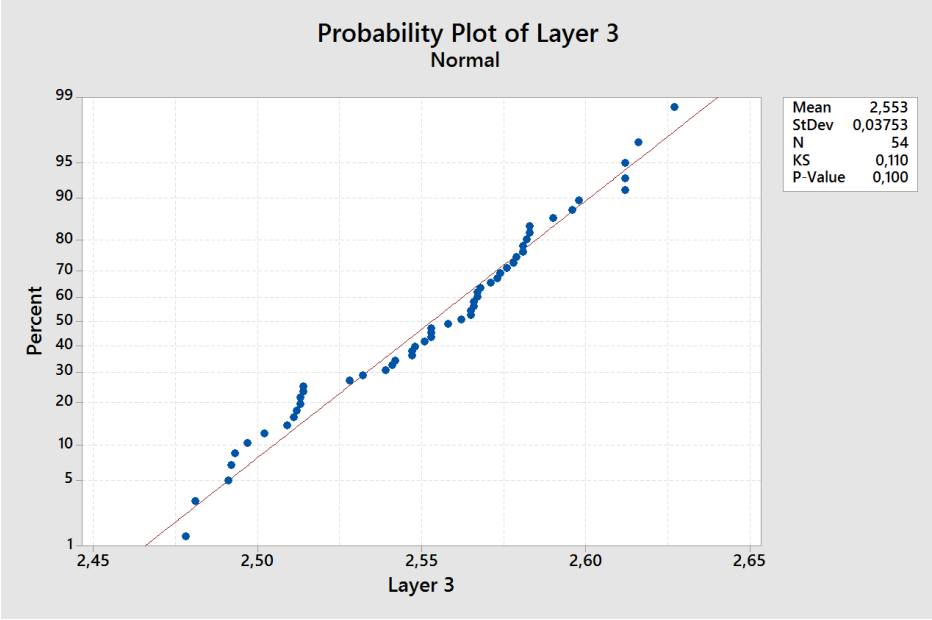
Οι τιμές των διαμέτρων για το τρίτο στρώμα εισάγονται στο Minitab:

C1	C2	C3	C4
Layer 3	sample 1	sample 2	sample 3
2,502	2,502	2,566	2,616
2,492	2,492	2,553	2,571
2,567	2,567	2,541	2,558
2,478	2,478	2,548	2,565
2,493	2,493	2,576	2,583
2,542	2,542	2,596	2,553
2,553	2,553	2,481	2,612
2,491	2,491	2,612	2,539
2,513	2,513	2,578	2,612
2,627	2,627	2,590	2,547
2,532	2,532	2,551	2,583
2,562	2,562	2,509	2,511
2,514	2,514	2,547	2,582
2,512	2,512	2,579	2,566
2,573	2,573	2,581	2,574
2,581	2,581	2,513	2,528
2,514	2,514	2,598	2,497
2,568	2,568	2,565	2,567
2,566			
2,553			
2,541			
2,548			
2,576			
2,596			
2,481			
2,612			
2,578			
2,590			
2,551			
2,509			
2,547			
2,579			
2,581			
2,513			
2,598			
2,565			
2,616			
2,571			
2,558			
2,565			

2,583			
2,553			
2,612			
2,539			
2,612			
2,547			
2,583			
2,511			
2,582			
2,566			
2,574			
2,528			
2,497			
2,567			

Εικόνα 20 Τιμές διαμέτρων τρίτου στρώματος για κάθε δείγμα

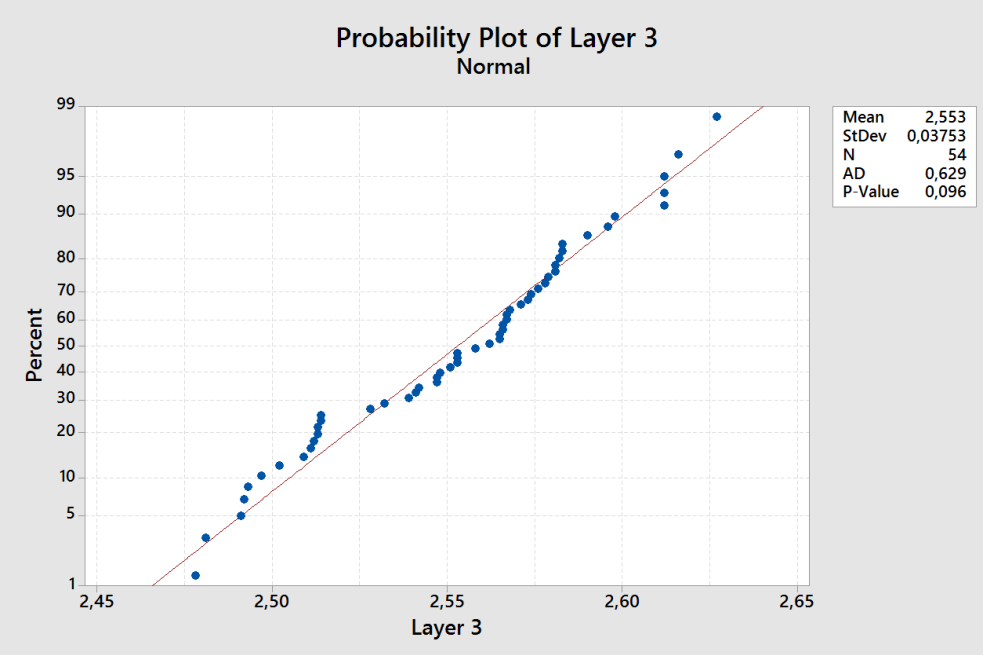
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov είναι:



Εικόνα 21 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Kolmogorov – Smirnov

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται και εδώ ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

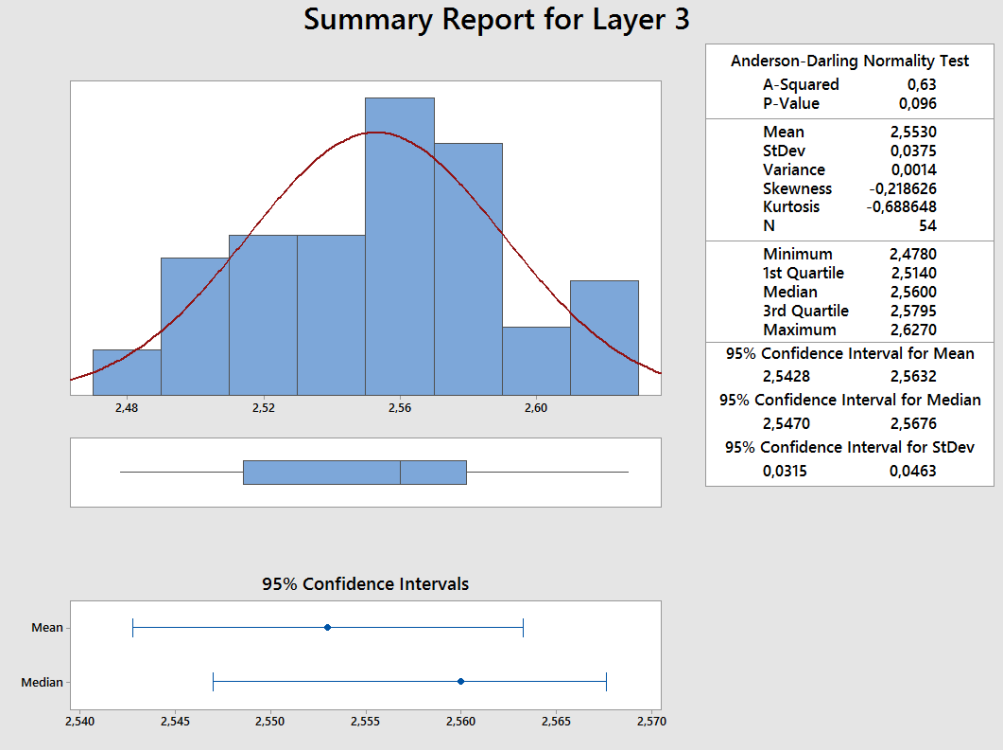
Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο Anderson Darling είναι:



Εικόνα 22 Γραφική παράσταση πιθανότητας με τον έλεγχο Anderson –Darling

Από την παραπάνω εικόνα φαίνεται και εδώ ότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05 γεγονός που οδηγεί στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι τα δεδομένα που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Επιπρόσθετά, η εικόνα 23 που εξάγεται από το Minitab δίνει πληροφορίες και για άλλα σημαντικά στατιστικά χαρακτηριστικά.



Εικόνα 23 Σύνοψη των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών του τρίτου στρώματος του αγωγού

Συγκεκριμένα, για το Layer 3 οι πληροφορίες που λαμβάνονται από τη στατιστική ανάλυση είναι:

- Μέση τιμή: 2.5530
- Τυπική απόκλιση: 0.0375
- Διάστημα εμπιστοσύνης (B.E 95%): [2.5428,2.5632]

4.2.3 Γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών - μέθοδοι Monte Carlo

Οι μέθοδοι Monte Carlo είναι ένας πολύ γενικός όρος που αναφέρεται σε στοχαστικές τεχνικές, δηλαδή σε αλγορίθμους που βασίζονται σε τυχαίες δειγματοληψίες για να συγκλίνουν σε μία λύση.

Είναι μία κλάση από υπολογιστικούς αλγόριθμους που βασίζονται στην επαναλαμβανόμενη τυχαία δειγματοληψία για τον υπολογισμό αποτελεσμάτων. Συχνά χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση φυσικών και μαθηματικών συστημάτων και προβλημάτων. Επειδή τέτοιοι αλγόριθμοι εξαρτώνται από τη χρήση τυχαίων ή ψευδοτυχαίων αριθμών, οι αλγόριθμοι Monte Carlo ονομάζονται και στοχαστικοί αλγόριθμοι και πρακτικά χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που το μοντέλο για κάποιο σύστημα είναι τόσο πολύπλοκο που η παραγωγή αναλυτικών λύσεων, είτε η χρήση ντετερμινιστικών αλγορίθμων είναι αδύνατη.

Στην ουσία με την χρήση στοχαστικών αλγορίθμων αναπαρίσταται ένα στοχαστικό φαινόμενο στον υπολογιστή όσο πολύπλοκο και αν είναι, κάνοντας τον μικρότερο δυνατό αριθμό απλουστεύσεων, δημιουργώντας έτσι ρεαλιστικά μοντέλα.

Αν δημιουργηθεί ένα υπολογιστικό μοντέλο που είναι πολύ κοντά στο αντίστοιχο φυσικό σύστημα, δε χρειάζεται το φαινόμενο να πραγματοποιηθεί με φυσικό τρόπο, είτε γιατί μπορεί να απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα για την επανάληψη του, είτε λόγω έλλειψής μεγάλου αριθμού από πραγματικές εργαστηριακές μετρήσεις.

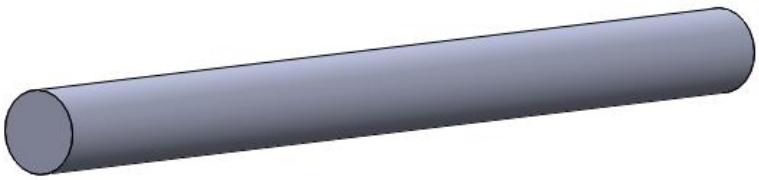
Στη συγκεκριμένη εργασία, όπου οι πειραματικές μετρήσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή, η μέθοδος της γεννήτριας τυχαίων αριθμών μπορεί να βοηθήσει στη καλύτερη προσέγγιση του σχεδιαστικού μοντέλου [24]. Ο κώδικάς που δημιουργήθηκε για την υλοποίηση της μεθόδου παρουσιάζεται στο παράρτημα Δ.

4.2.4 Σχεδιασμός του αγωγού στο πρόγραμμα του Solidworks

Όλες οι πληροφορίες από τη στατιστική ανάλυση και από τη μέθοδο παραγωγής τυχαίων αριθμών χρησιμοποιήθηκαν για το σχεδιασμό του αγωγού. Η μέθοδος Monte Carlo εφαρμόστηκε 37 φορές, όσες και ο αριθμός των συρματιδίων του αγωγού. Έπειτα για τα στρώματα 1, 2 και 3 βρέθηκε η διατομή στην οποία αντιστοιχεί η διάμετρος κάθε συρματιδίου, ώστε να χρησιμοποιηθεί στο σχεδιασμό του συνεστραμμένου πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού.

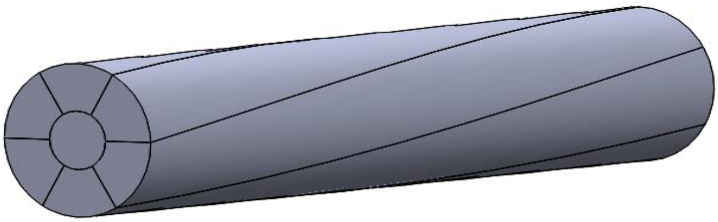
Το μοντέλο λοιπόν που σχεδιάστηκε στο Solidworks [21] παρουσιάζεται παρακάτω:

1. Δημιουργήθηκε η καρδιά του αγωγού με διάμετρο ίση με αυτή που υπολογίστηκε από τις παραπάνω μεθόδους (στατιστική ανάλυση - μέθοδο Monte Carlo).



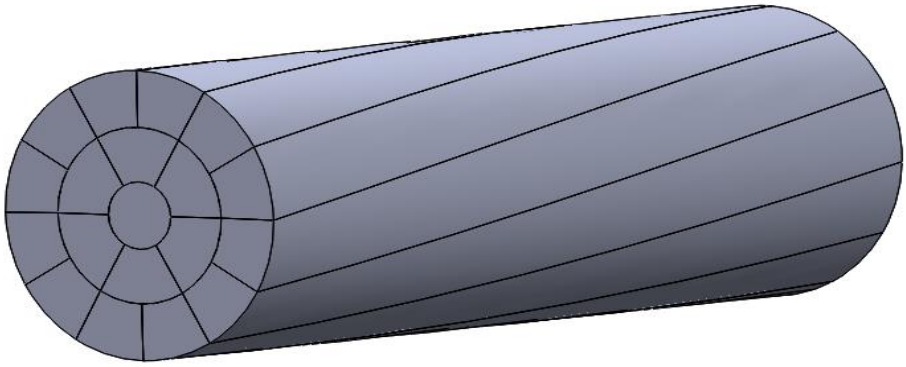
Εικόνα 24 Κεντρικό συρματίδιο

2. Δημιουργήθηκε το πρώτο layer με βήμα στρέψης 140 mm (πληροφορία που δόθηκε από τον κατασκευαστή του αγωγού)



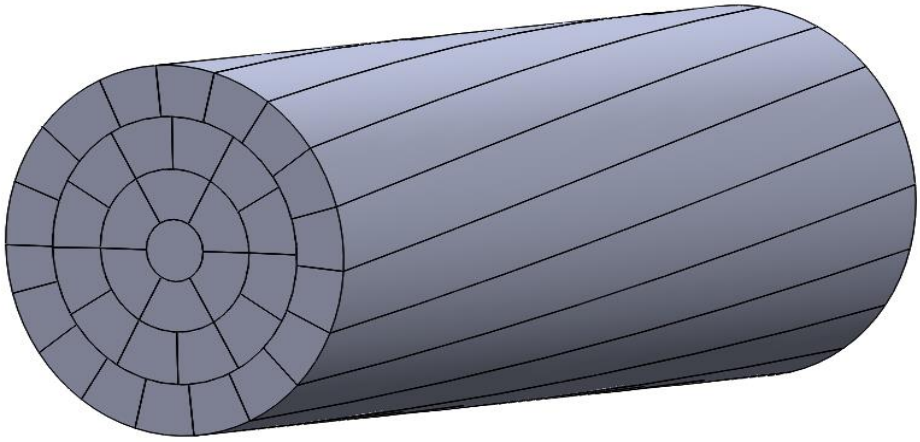
Εικόνα 25 Πρώτο στρώμα αγωγού

3. Ακολούθησε το δεύτερο layer με βήμα στρέψης 220mm (πληροφορία που δόθηκε από τον κατασκευαστή του αγωγού)



Εικόνα 26 Δεύτερο στρώμα αγωγού

4. Τέλος, ακολούθησε το τρίτο layer με βήμα στρέψης 260mm (πληροφορία που δόθηκε από τον κατασκευαστή του αγωγού)

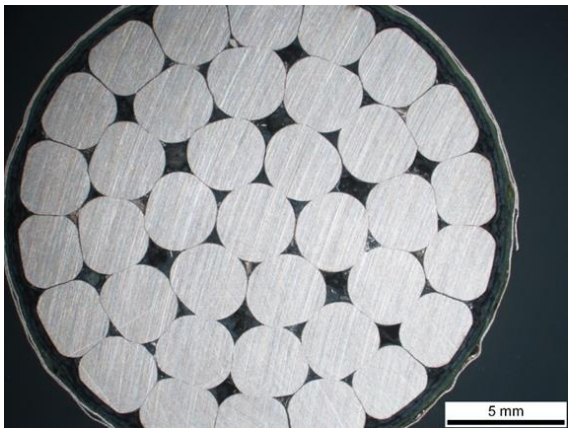


Εικόνα 27 Τρίτο στρώμα αγωγού

Πρέπει να σημειωθεί ότι η τελική μετρούμενη διατομή του παραπάνω αγωγού και αυτή που θα μοντελοποιηθεί είναι 192mm^2. Αυτό οφείλεται σε σφάλματα ανάγνωσης της διατομής από τη μικροκάμερα, καθώς και στη διαδικασία βαθμονόμησης της κάμερας σε κάθε μέτρηση.

4.3 Σχεδιασμός αγωγού με ονομαστική διατομή 300 mm^2

Ο σχεδιασμός του αγωγού χαλκού διατομής 300mm^2 πραγματοποιήθηκε με διαφορετική λογική από αυτή που εφαρμόστηκε για τον σχεδιασμό του αγωγού χαλκού διατομής 185 mm^2. Πιο συγκεκριμένα, ο σχεδιασμός βασίστηκε στην αποτύπωση και αντιγραφή πραγματικής φωτογραφίας πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού που δόθηκε από τον κατασκευαστή (Ελληνικά Καλώδια). Για την αποτύπωση της τομής του αγωγού χρησιμοποιήθηκε ένα μηχάνημα laser scanner, το οποίο έδωσε την παρακάτω φωτογραφία.



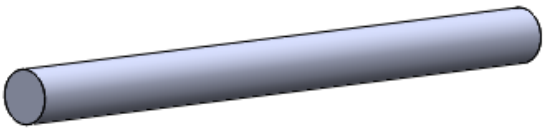
Εικόνα 28 Συμπαγής αγωγός 300mm²

Μέσω του σχεδιαστικού προγράμματος του Solidworks [21] έγινε προσπάθεια, ώστε να σχεδιαστεί και να αναπαρασταθεί ο παραπάνω αγωγός σε τρισδιάστατο μοντέλο.

Λόγω περιορισμών σχετικά με τις δύσκολες γεωμετρίες των προγραμμάτων Solidworks και ANSYS, σε κάθε βήμα το σχέδιο ελεγχόταν και στα δύο προγράμματα για θέματα διασταυρώσεων, όπως ακριβώς έγινε και στον αγωγό διατομής 185mm^2.

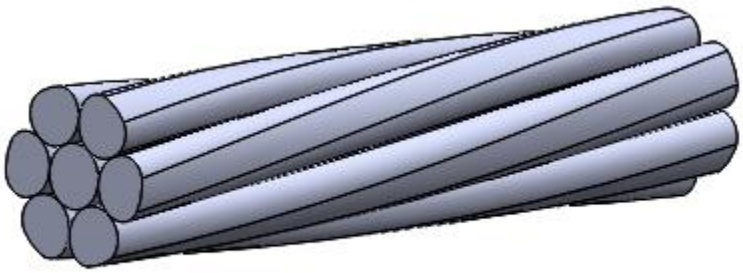
Τα βήματα που ακολουθήθηκαν στο πρόγραμμα Solidworks για τον σχεδιασμό του τρισδιάστατου μοντέλου παρουσιάζονται παρακάτω:

1. Δημιουργήθηκε το sketch από την αντιγραφή της τομής του αγωγού, όπως αυτή απεικονίζεται στην παραπάνω εικόνα
2. Δημιουργήθηκε η καρδιά του αγωγού.



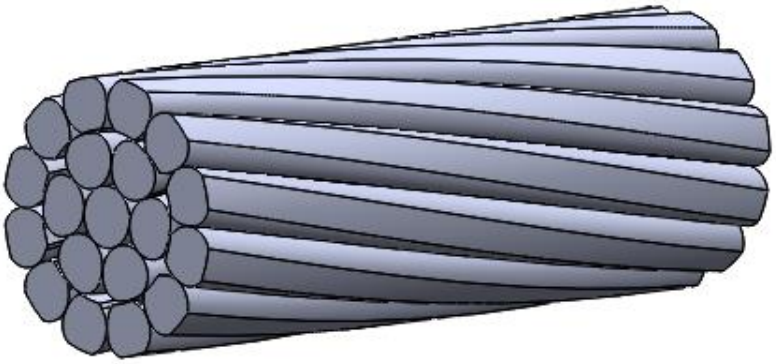
Εικόνα 29 Κεντρικό συρματίδιο

3. Δημιουργήθηκε το πρώτο layer με βήμα στρέψης 166mm



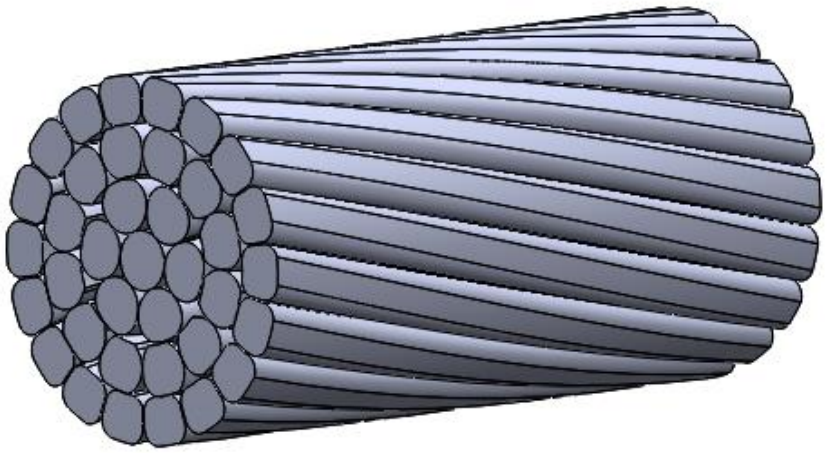
Εικόνα 30 Πρώτο στρώμα αγωγού

4. Ακολούθησε το δεύτερο layer με βήμα στρέψης 242mm



Εικόνα 31 Δεύτερο στρώμα αγωγού

5. Τέλος, ακολούθησε το τρίτο layer με βήμα στρέψης 275mm



Εικόνα 32 Τρίτο στρώμα αγωγού

Και σε αυτή την περίπτωση πρέπει να σημειωθεί ότι η τελική μετρούμενη διατομή του αγωγού και αυτή που θα μοντελοποιηθεί είναι 281 mm^2. Στη συγκεκριμένη περίπτωση αυτό οφείλεται στη δυσκολία ακριβής αποτύπωσης του σχήματος κάθε συρματιδίου, καθώς και στο γεγονός ότι το πρόγραμμα του Solidworks δεν επέτρεπε την απόλυτη επαφή των συρμάτων και έπρεπε να ληφθεί υπόψη μια απειροελάχιστη απόσταση μεταξύ τους. Η εξωτερική διάμετρος διατηρήθηκε ίδια με της εικόνας, γι' αυτό και παρατηρήθηκε μείωση της πραγματικής διατομής.

Να σημειωθεί ότι στις προσομοιώσεις που ακολουθούν στο επόμενο κεφάλαιο, καθώς και στους αναλυτικούς υπολογισμούς, λήφθηκαν υπόψη οι πραγματικές διατομές των αγωγών, αυτές δηλαδή που μετρήθηκαν στα σχεδιαστικά μοντέλα.

Μοντελοποίηση των αγωγών χαλκού με χρήση του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ANSYS – Maxwell

5.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα υπολογιστεί με το πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων η αντίσταση συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος των δύο μοντέλων που σχεδιάστηκαν στο κεφάλαιο 4. Λόγω της δύσκολης και περίπλοκης γεωμετρίας των δύο αγωγών με ονομαστική διατομή 185mm^2 και 300mm^2, τα μοντέλα cad σχεδιάστηκαν, όπως παρουσιάστηκε παραπάνω στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Solidworks και έπειτα χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδος στο λογισμικό ANSYS. Αρχικά, θα παρουσιαστούν τα βήματα της προσομοίωσης και έπειτα θα ακολουθήσουν τα αποτελέσματα.

5.2 Μοντελοποίηση μοντέλων στο λογισμικό ANSYS - Maxwell

Τα βήματα για να υπολογιστεί η αντίσταση ρεύματος (AC & DC) είναι ίδια και για τα δύο μοντέλα και περιγράφονται παρακάτω:

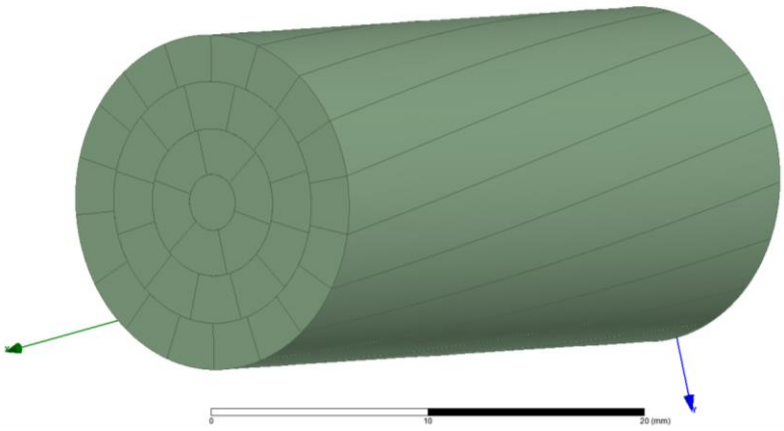
1. *Κατασκευή της γεωμετρίας*. Στην περίπτωση των δύο αγωγών αυτό έγινε στο σχεδιαστικό πρόγραμμα Solidworks.
2. *Επιλογή τύπου πεπερασμένων στοιχείων*. Αυτό εξαρτάται από το πρόβλημα που μοντελοποιείται, δηλαδή από την επίλυση που πρέπει να γίνει. Το πρόβλημα της αντίστασης λύθηκε με την ηλεκτρονική ανάλυση Maxwell ANSYS.
3. *Γένεση πλέγματος*. Αυτό ακολουθεί τη διακριτοποίηση της γεωμετρίας και είναι πιο απλό να γίνει χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες που προσφέρει το πρόγραμμα. Στο λογισμικό ANSYS- Maxwell δε χρειάζεται ο χρήστης να διαμορφώσει το πλέγμα, καθώς το κάνει το πρόγραμμα αυτόματα. Παρόλα αυτά, για το πλέγμα της συγκεκριμένης προσομοίωσης έγινε ανάλυση ευαισθησίας για τη σωστή επιλογή του πλέγματος.
4. *Ορισμός υλικών*. Τα δύο σχεδιαστικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν είναι αγωγοί χαλκού, γι’ αυτό και επιλέχτηκε από τη βιβλιοθήκη των υλικών ο χαλκός. Στις ιδιότητες αλλάχτηκε η αγωγιμότητα (conductivity) που έχει το υλικό και ενημερώθηκε μ’ αυτή που αντιστοιχεί στους 90°C, καθώς αυτή είναι η θερμοκρασία λειτουργίας του αγωγού.
5. *Επιβολή οριακών συνθηκών*. Ως οριακή συνθήκη στην περίπτωση της επίλυσης με δινορεύματα επιλέχτηκε μετά από πολλές δοκιμές εκείνη η απόσταση όπου το μαγνητικό πεδίο γύρω από κάθε σημείο είναι ομοιόμορφο και πολύ κοντά στο μηδέν. Το μαγνητικό πεδίο μειώνεται με το τετράγωνο της απόστασης γι’ αυτό το λόγο και ποτέ δε μηδενίζεται, αλλά μειώνεται πολύ γρήγορα.

6. *Επιλογή του τρόπου επίλυσης*. Ο τρόπος επίλυσης που επιλέχτηκε για τον υπολογισμό της αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος είναι με δινορεύματα. Ο έλεγχος με δινορεύματα (Eddy Current Inspection) είναι μία ακόμα από τις μεθόδους που χρησιμοποιούν τις αρχές του ηλεκτρομαγνητισμού. Δινορεύματα δημιουργούνται μέσω της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής. Εφαρμόζοντας εναλλασσόμενο ρεύμα σε έναν αγωγό δημιουργείται ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο γύρω του. Αντιθέτως, για τον υπολογισμό της αντίστασης συνεχούς ρεύματος επιλέχτηκε ο τρόπος επίλυσης με συνεχή αγωγή (dc conduction).
7. *Επεξεργασία αποτελεσμάτων*. Είναι το τελευταίο βήμα, στο οποίο ακολουθεί ανάλυση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

5.3 Μοντελοποίηση αγωγού 185mm^2

5.3.1 Εύρεση αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος

Σύμφωνα με τα βήματα που περιγράφονται παραπάνω, πρώτα από όλα θα πρέπει να εισαχθεί η γεωμετρία cad από το πρόγραμμα του Solidworks σε μορφή κατάλληλη για προσομοίωση στο περιβάλλον του ANSYS [22]. Το αρχείο επιλέχθηκε να είναι σε μορφή parasolid (.xt).



Εικόνα 33 Αγωγός 185 mm² στο περιβάλλον του ANSYS

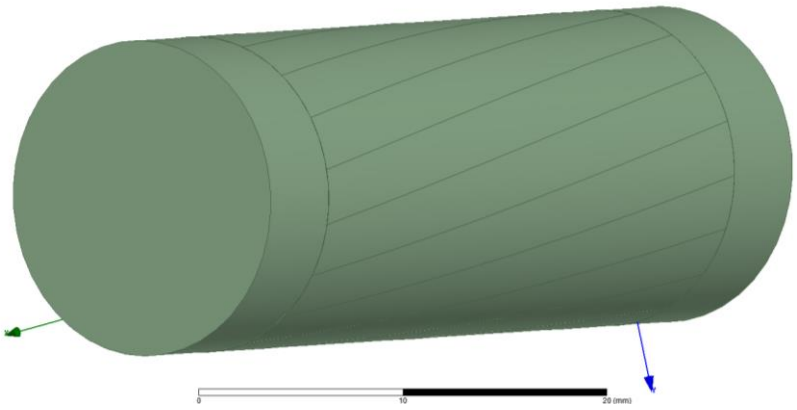
Για να ξεκινήσει η προσομοίωση είναι σημαντικό να δηλωθεί μια διέγερση, όπως παραδείγματος χάρη διέγερση ρεύματος. Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Kirchhoff ή αλλιώς κανόνα των εντάσεων, το σύνολο των εντάσεων που εισέρχονται σε ένα σημείο - κόμβο (node) του κυκλώματος ισούται με το σύνολο των εντάσεων που εξέρχονται από αυτό (αφού ο κόμβος δε μπορεί να αποθηκεύσει φορτία). Δηλαδή:

$$\sum I_{κόμβου} = 0 \qquad (5.3.1.1)$$

Αν ως θετική φορά της έντασης θεωρηθεί η εισερχόμενη στον κόμβο, τότε για την εξερχόμενη θα ισχύει σύμφωνα με τον παραπάνω νόμο ότι:

$$I_{in} = I_{out} \qquad (5.3.1.2)$$

Συνεπώς, για να ολοκληρωθεί η προσομοίωση χρειάζεται να δηλωθεί για διέγερση, ρεύμα εισόδου I_{in} και εξόδου I_{out}, τα οποία πρέπει να είναι ίσα μεταξύ τους. Το ρεύμα αυτό δηλώθηκε 1Α. Λόγω του γεγονότος ότι τα σύρματα έχουν μοντελοποιηθεί σαν ξεχωριστά σώματα, για να γίνει η κατανομή του ρεύματος σε όλα τα σύρματα χρειάζεται για βοήθημα να σχεδιαστεί ένα ενιαίο συμπαγή σώμα στο μπροστινό και στο πίσω μέρος, ίσο με την εξωτερική διάμετρο του αγωγού, όπου και θα δηλωθεί η διέγερση ρεύματος.



Εικόνα 34 Ενιαία συμπαγή σώματα στο μπροστινό και το πίσω μέρος του αγωγού

Το πάχος των δύο συμπαγή σωμάτων είναι τέτοιο, ώστε να επιτευχθεί η σωστή κατανομή των ρευμάτων.

Σε όλο το μοντέλο συμπεριλαμβανομένων και των δύο έξτρα σωμάτων δηλώθηκε ως υλικό ο χαλκός, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Η αγωγιμότητα υπολογίστηκε στους 90 ^{o}C (μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας) από τη σχέση:

$$\rho = \rho_o[1 + \alpha_{20}(\theta - 20)] \qquad (5.3.1.3)$$

όπου

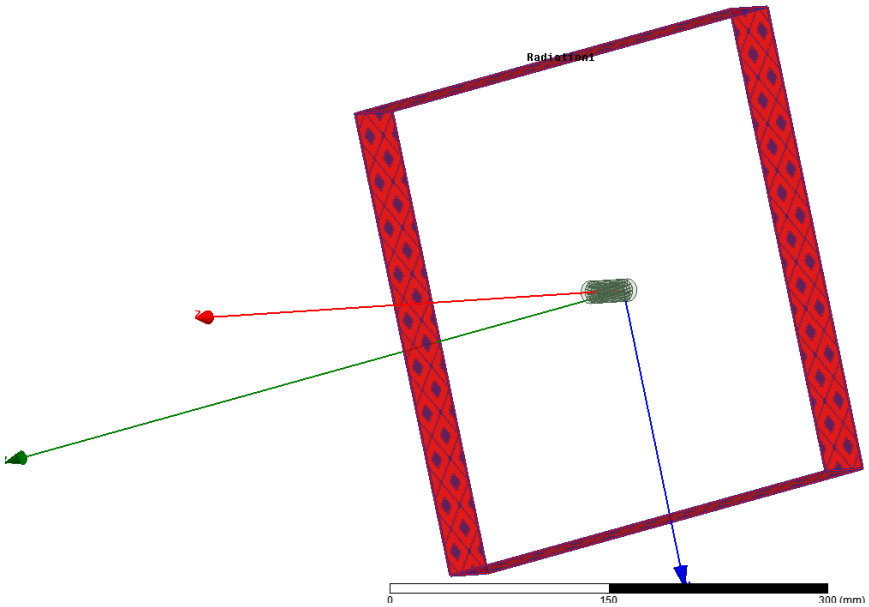
- ρ_o*=1.7241 Ohm*m είναι η ειδική αντίσταση του χαλκού στους 20 ^{o}C (Ω/m).*
- a_{20}*=0.00393 είναι η θερμοκρασιακή σταθερά στους 20 ^{o}C ανά Κέλβιν*

- *θ είναι η μέγιστη θερμοκρασία λειτουργίας σε βαθμούς*

Η τιμή της βρέθηκε ίση με $G = \frac{1}{\rho} = 45.5\ 10^6 Siemens/m$

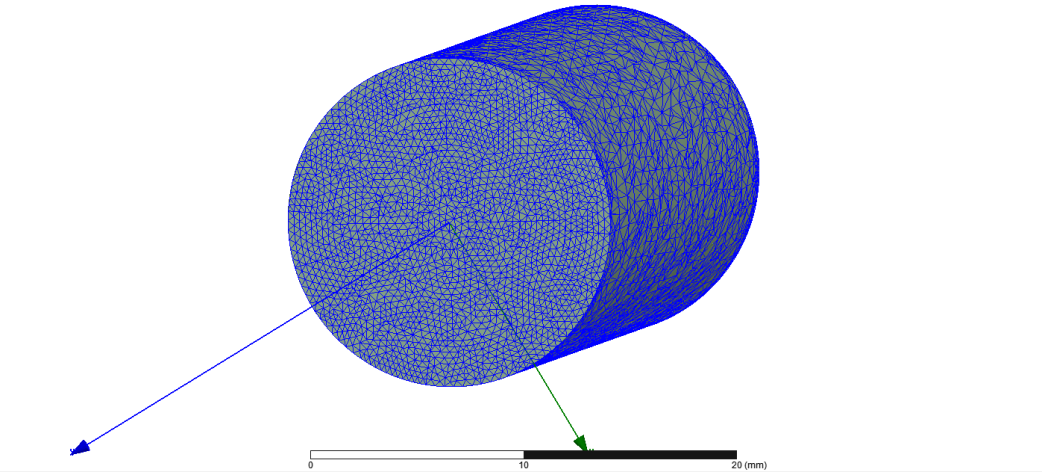
Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω η συνοριακή συνθήκη επιλέχτηκε σε τέτοια απόσταση (2m), όπου πέρα από αυτό το σημείο (>2m) το πεδίο δεν παρουσιάζει μεταβολή.

Η οριακή συνθήκη που επιλέχτηκε στο προσομοιωτή eddy current ονομάζεται ακτινοβολία (radiation), και χρησιμοποιείται όταν το πεδίο εκτείνεται ακτινικά στο άπειρο.



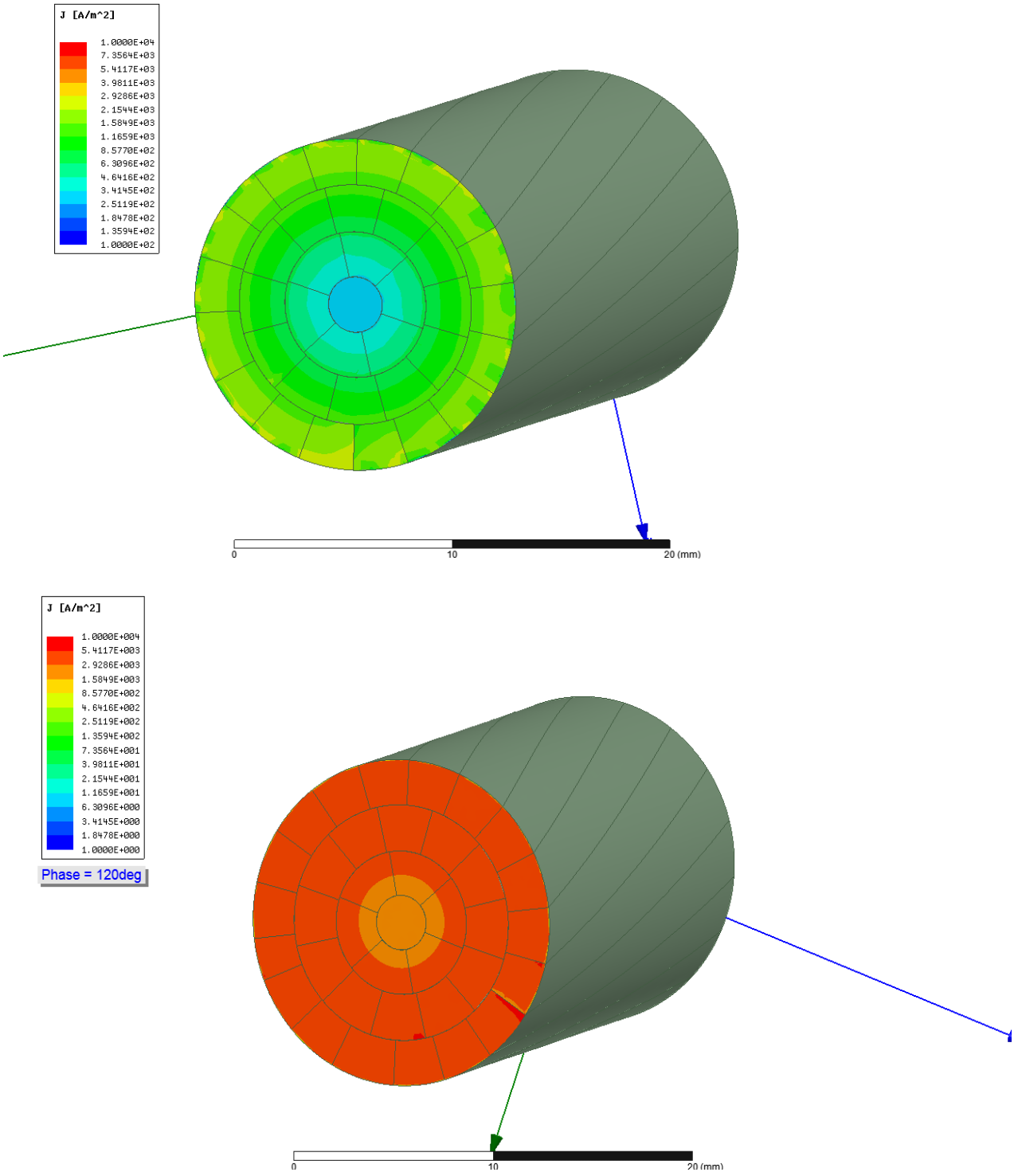
Εικόνα 35 Συνοριακή συνθήκη στον αγωγό των 185 mm²

Για την κατασκευή του πλέγματος πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας του μεγέθους των στοιχείων προκειμένου για τη βελτιστοποίηση αυτού σε σχέση με την ακρίβεια του αποτελέσματος και τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο. Η ανάλυση ευαισθησίας πραγματοποιήθηκε αρχικά στο προφίλ (μπροστινό μέρος) του αγωγού εκκινώντας με στοιχεία μεγέθους 1.5 mm και μειώνοντας σταδιακά το μέγεθος με βήμα 0.1 mm. Διαπιστώθηκε ότι το βέλτιστο μέγεθος στοιχείου ήταν 0.5 mm (καταγράφηκε διαφορά στην αντίσταση του αγωγού μικρότερη από 0.1% σε σχέση με στοιχεία μεγέθους 0.6 mm). Η ίδια διαδικασία πραγματοποιήθηκε για τα στοιχεία κατά μήκος του αγωγού, καταλήγοντας σε μέγεθος στοιχείου 0.8 mm. Παρακάτω φαίνεται η απεικόνιση του πλέγματος στον αγωγό.



Εικόνα 36 Επιβολή πλέγματος στον αγωγό των 185 mm²

Με αυτές τις συνθήκες υπολογίστηκε η πυκνότητα ρεύματος, η οποία και παρουσιάζεται παρακάτω:



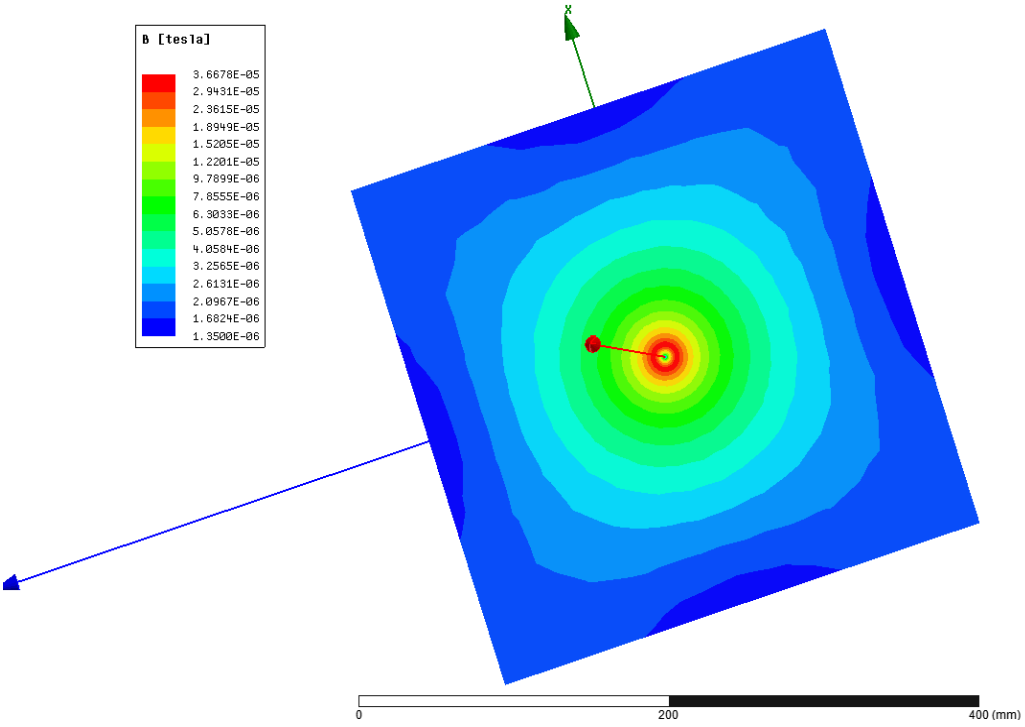
Εικόνα 37 Πυκνότητα ρεύματος αγωγού 185mm² φάση 0° και φάση 120°

Φάση (°)	Μέγιστη τιμή πυκνότητας ρεύματος (A/m²)
0	10^4
120	10^4

Πίνακας 2 Μέγιστες τιμές της χρωματικής κλίμακας για την πυκνότητα ρεύματος

Από την παραπάνω κατανομή της πυκνότητας ρεύματος είναι εμφανές το επιδερμικό φαινόμενο. Όπως φαίνεται το ρεύμα δε μπορεί να εκμεταλλευτεί όλη την ωφέλιμη διατομή του αγωγού για τη διέλευσή του, αλλά ένα μικρό μόνο μέρος στην εξωτερική επιφάνεια.

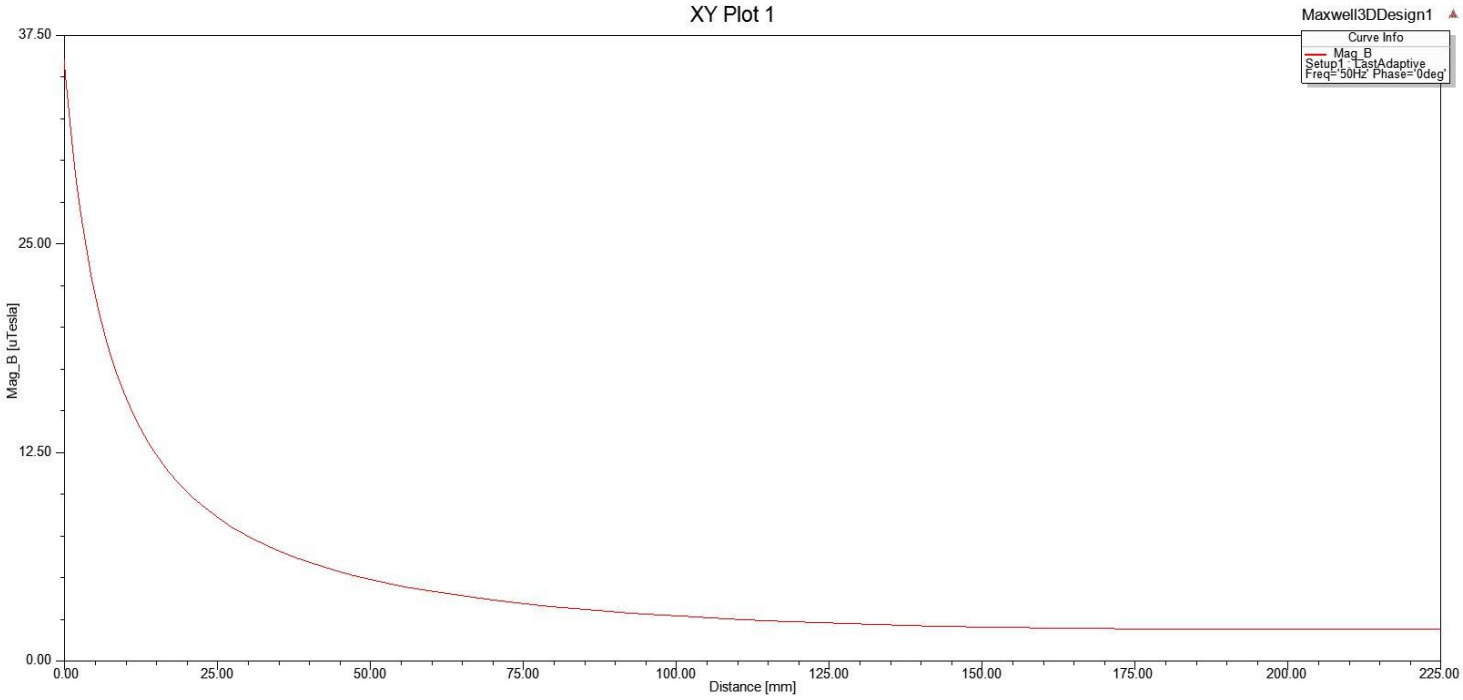
Το μαγνητικό πεδίο παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα:



Εικόνα 38 Μαγνητικό πεδίο αγωγού 185 mm²

Φάση (°)	Μέγιστη τιμή μαγνητικού πεδίου (tesla)
0	$3.67\ 10^{-5}$

Πίνακας 3 Μέγιστη τιμή της χρωματικής κλίμακας για το μαγνητικό πεδίο



Εικόνα 39 Συμπεριφορά μαγνητικού πεδίου από την εξωτερική επιφάνεια του αγωγού και σε σχέση με την απόσταση στο χώρο

Από την εικόνα 38 φαίνεται καθαρά το μαγνητικό πεδίο στο χώρο, το οποίο γύρω από τον αγωγό παρουσιάζει ομοιόμορφη συμπεριφορά. Ίσως αναμένεται μια κυκλική ομοιόμορφη συμπεριφορά παντού στο χώρο, αλλά αυτό δε συμβαίνει καθώς η συνοριακή συνθήκη έχει μοντελοποιηθεί σαν τετράγωνο και αυτό δημιουργεί το παραπάνω φαινόμενο. Αυτό όμως δεν αποτελεί πρόβλημα στην επίλυση, καθώς το πεδίο είναι πάρα πολύ μικρό αφού η διέγερση ρεύματος είναι και αυτή μικρή (1 A).

Καθώς ελέγχθηκαν όλα τα παραπάνω, στον προσομοιωτή eddy current, υπολογίστηκε η αντίσταση του αγωγού σε εναλλασσόμενο ρεύμα συχνότητας 50Hz.

Συγκεκριμένα, μέσω του field calculator υπολογίστηκαν οι ωμικές απώλειες των συρματιδίων του αγωγού. Οι ωμικές απώλειες δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$W = I^2 \cdot R \qquad (5.3.1.4)$$

Γνωρίζοντας τις ωμικές απώλειες και την RMS τιμή του ρεύματος, βρέθηκε ότι η αντίσταση του πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού πραγματικής διατομής 192 mm^2 ισούται με: 115.66 mΩ/km.

5.3.2 Εύρεση αντίστασης συνεχούς ρεύματος

Η αντίσταση συνεχούς ρεύματος υπολογίστηκε αλλάζονται τον τρόπο επίλυσης από eddy current σε dc conduction. Η γεωμετρία και το πλέγμα είναι τα μόνο που διατηρήθηκαν ίδια και στην προσομοίωση αυτή.

Ως διέγερση δηλώθηκε στα δύο συμπαγή μέρη τάση με διαφορά δυναμικού 1V ($V_{in} = 1V$ και $V_{out} = 0V$).

Έπειτα, αφού τελείωσε η προσομοίωση, μέσω του field calculator υπολογίστηκε το συνεχές ρεύμα και μέσω του νόμου το Ohm βρέθηκε η αντίσταση συνεχούς ρεύματος ίση με 114.70 mΩ/km.

5.3.3 Εύρεση του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου.

Όπως αναφέρθηκε και στο δεύτερο κεφάλαιο η αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με την αντίσταση συνεχούς ρεύματος και από δύο συντελεστές, τον συντελεστή γειτνίασης και το συντελεστή επιδερμικού φαινομένου.

$$R_{ac} = R_{dc}(1 + y_s + y_p) \qquad (5.3.3.1)$$

Όταν τα καλώδια που τροφοδοτούν διάφορα φορτία οδεύουν σε κοντινές μεταξύ τους αποστάσεις, τα ρεύματα που τα διαρρέουν παράγουν ηλεκτρομαγνητικά πεδία που αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους. Αυτά τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία δημιουργούν μια ανομοιόμορφη κατανομή πυκνότητας ρεύματος στην τομή του αγωγού. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται φαινόμενο γειτνίασης και στην περίπτωσή αυτή, όπου εξετάζεται μόνο ένας αγωγό στο χώρο, ο συντελεστής y_p αγνοείται. Επομένως ο παραπάνω τύπος γίνεται:

$$R_{ac} = R_{dc}(1 + y_s) \qquad (5.3.3.2)$$

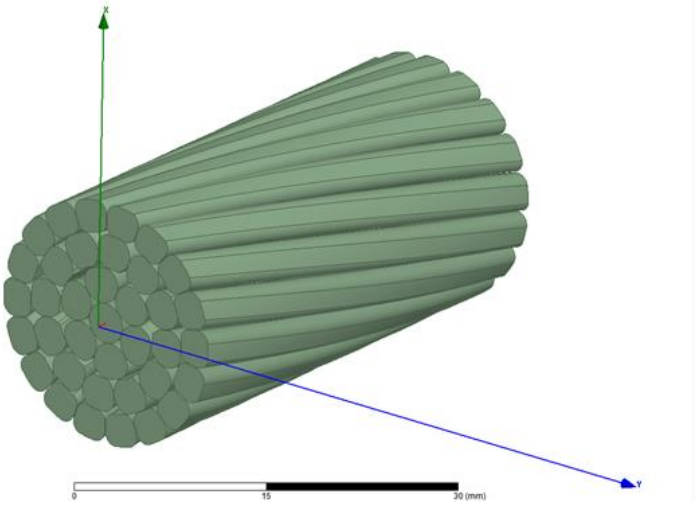
Και ο παράγοντας $1 + y_s = \frac{R_{ac}}{R_{dc}}$ ονομάζεται παράγοντας επιδερμικού φαινομένου και στην περίπτωση αυτή ισούται με 1.008.

5.4 Μοντελοποίηση αγωγού 300 mm^2

Για την μοντελοποίησή του αγωγού των 185mm^2, εφαρμόστηκαν τα ίδια βήματα με την παραπάνω προσομοίωση, καθώς και η ίδια διέγερση και οι ίδιες συνοριακές συνθήκες.

5.4.1 Εύρεση αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος

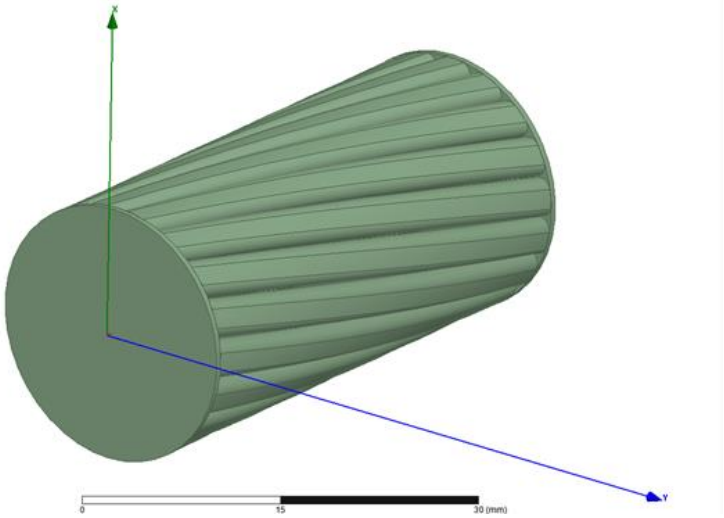
Πρώτα έγινε η εισαγωγή της γεωμετρίας cad στο ANSYS από το πρόγραμμα του Solidworks σε μορφή parasolid (.xt).



Εικόνα 40 Αγωγός 300 mm² στο περιβάλλον του ANSYS

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο για να είναι εφικτή η κατανομή του ρεύματος σε όλα τα συρματίδια, σχεδιάστηκαν στο σχεδιαστικό περιβάλλον του ANSYS δύο συμπαγή σώματα στο μπροστινό και το πίσω μέρος του αγωγού.

Το ρεύμα εισόδου I_{in} και εξόδου I_{out} δηλώθηκε ίσα με 1A.



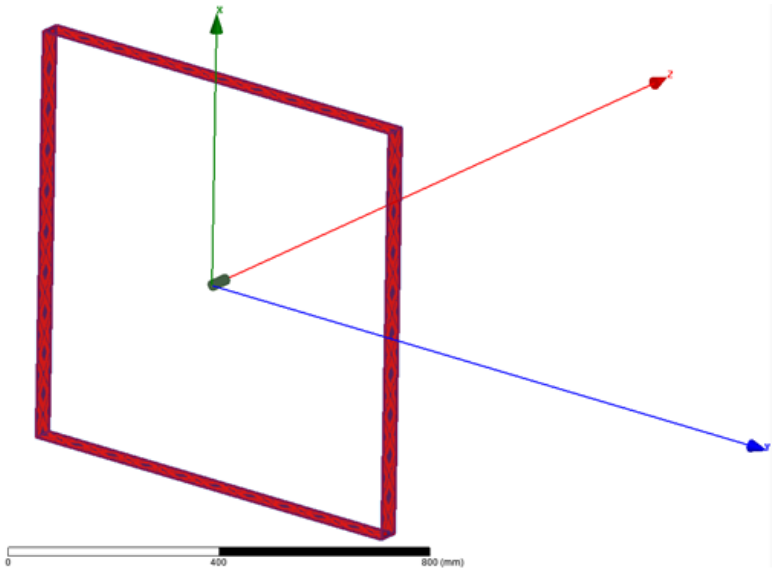
Εικόνα 41 Ενιαία συμπαγή σώματα στο μπροστινό και το πίσω μέρος του αγωγού

Το πάχος των δύο σωμάτων που προστέθηκαν είναι τέτοιο, ώστε να επιτευχθεί η σωστή κατανομή των ρευμάτων.

Σε όλο το μοντέλο συμπεριλαμβανομένων και των δύο έξτρα σωμάτων δηλώθηκε και εδώ, ως υλικό, ο χαλκός με τιμή της αγωγιμότητας στη θερμοκρασία λειτουργίας του ίση με:

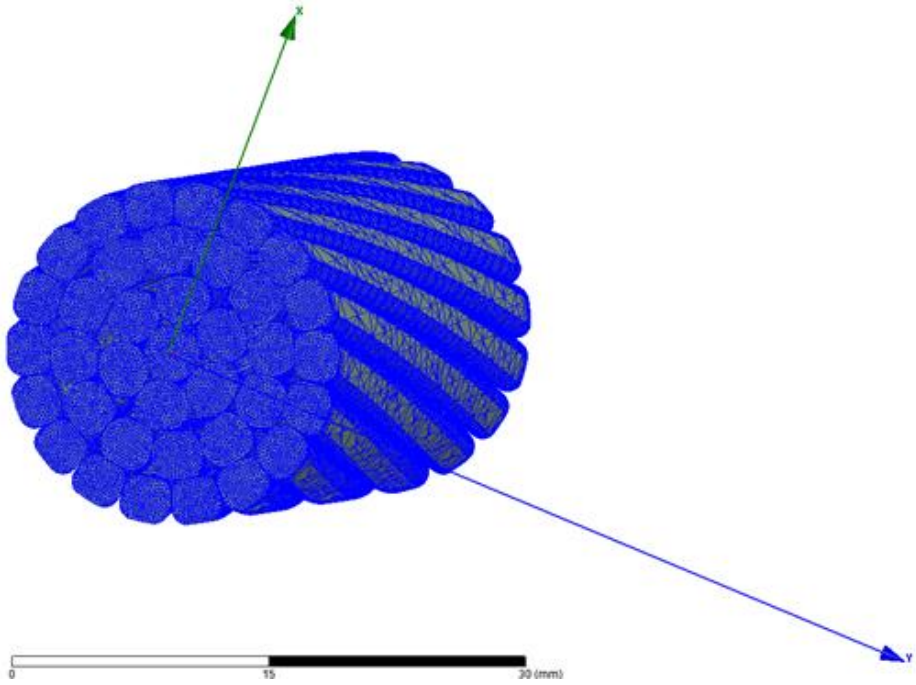
$45.5\ 10^6 Siemens/m$

Η συνοριακή συνθήκη επιλέχτηκε και αυτή σε τέτοια απόσταση (2m), όπου πέρα από αυτό το σημείο (>2m) το πεδίο δεν παρουσιάζει μεταβολή.



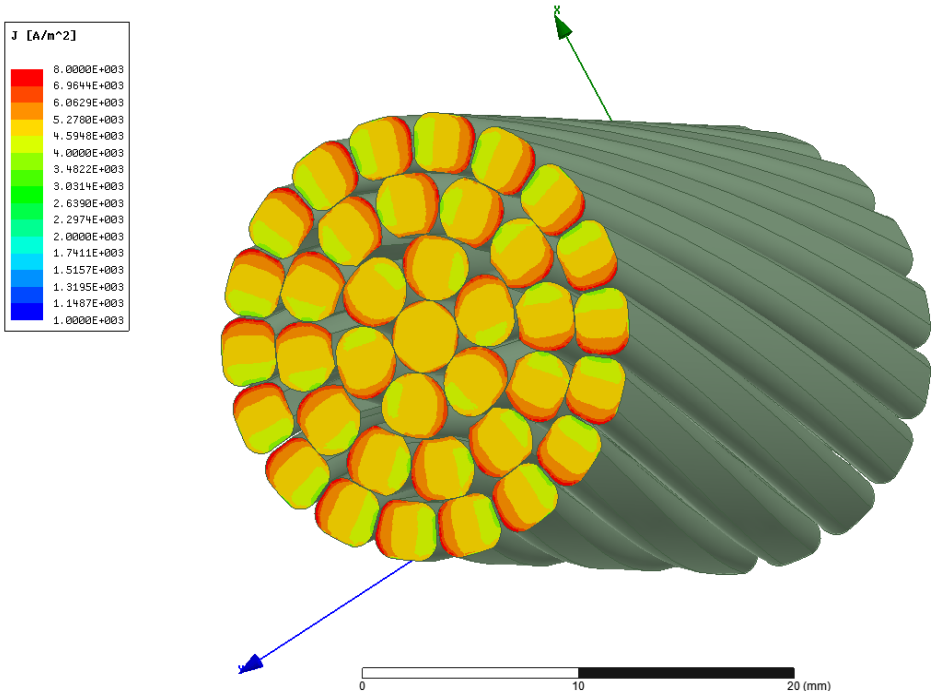
Εικόνα 42 Συνοριακή συνθήκη στον αγωγό των 300 mm²

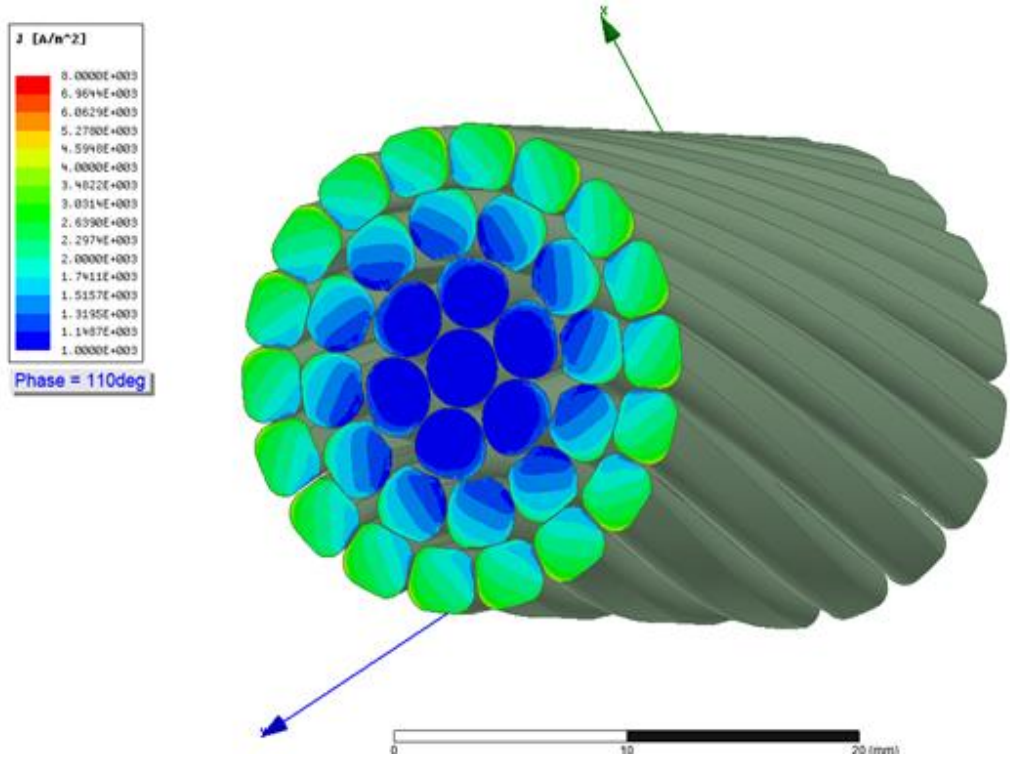
Όσο αφορά το πλέγμα και εδώ εφαρμόστηκε η ίδια διαδικασία που περιεγράφηκε για τον αγωγό των 185mm^2. Διαπιστώθηκε ότι το βέλτιστο μέγεθος στοιχείου στο προφίλ (μπροστινό μέρος) του αγωγού ήταν 0.4 mm, ενώ κατά μήκος του αγωγού το στοιχείο ήταν 0.4mm και 1mm όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 43 Επιβολή πλέγματος στον αγωγό των 300 mm²

Με αυτές τις συνθήκες υπολογίστηκε η πυκνότητα ρεύματος, η οποία και παρουσιάζεται παρακάτω:





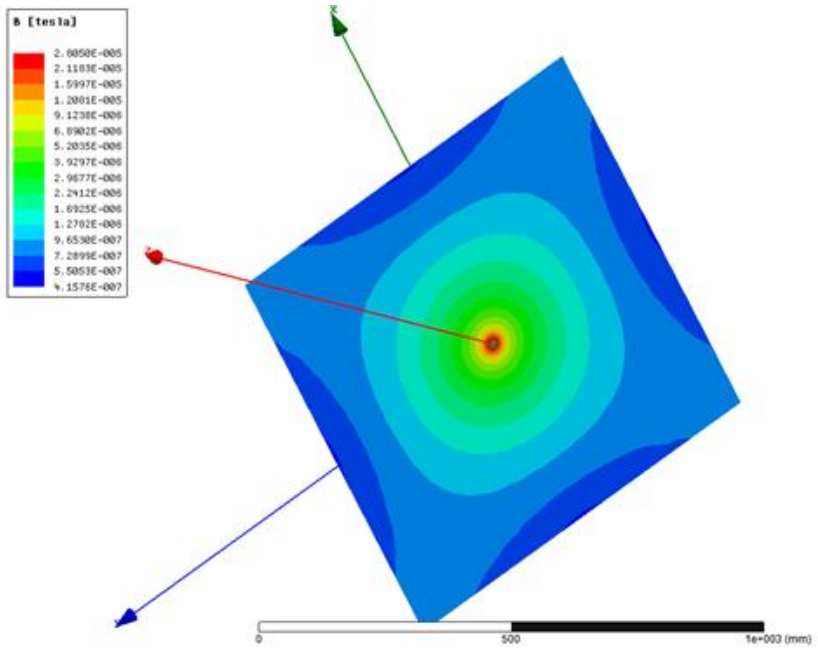
Εικόνα 44 Πυκνότητα ρεύματος αγωγού 300 mm² φάση 0° και φάση 110°

Φάση (°)	Μέγιστη τιμή πυκνότητας ρεύματος (A/m²)
0	8 10^3
110	8 10^3

Πίνακας 4 Μέγιστες τιμές της χρωματικής κλίμακας για την πυκνότητα ρεύματος

Από την παραπάνω κατανομή της πυκνότητας ρεύματος είναι εμφανές το επιδερμικό φαινόμενο. Όπως φαίνεται το ρεύμα δε μπορεί να εκμεταλλευτεί όλη την ωφέλιμη διατομή του αγωγού για τη διέλευσή του, αλλά ένα μικρό μόνο μέρος στην εξωτερική επιφάνεια.

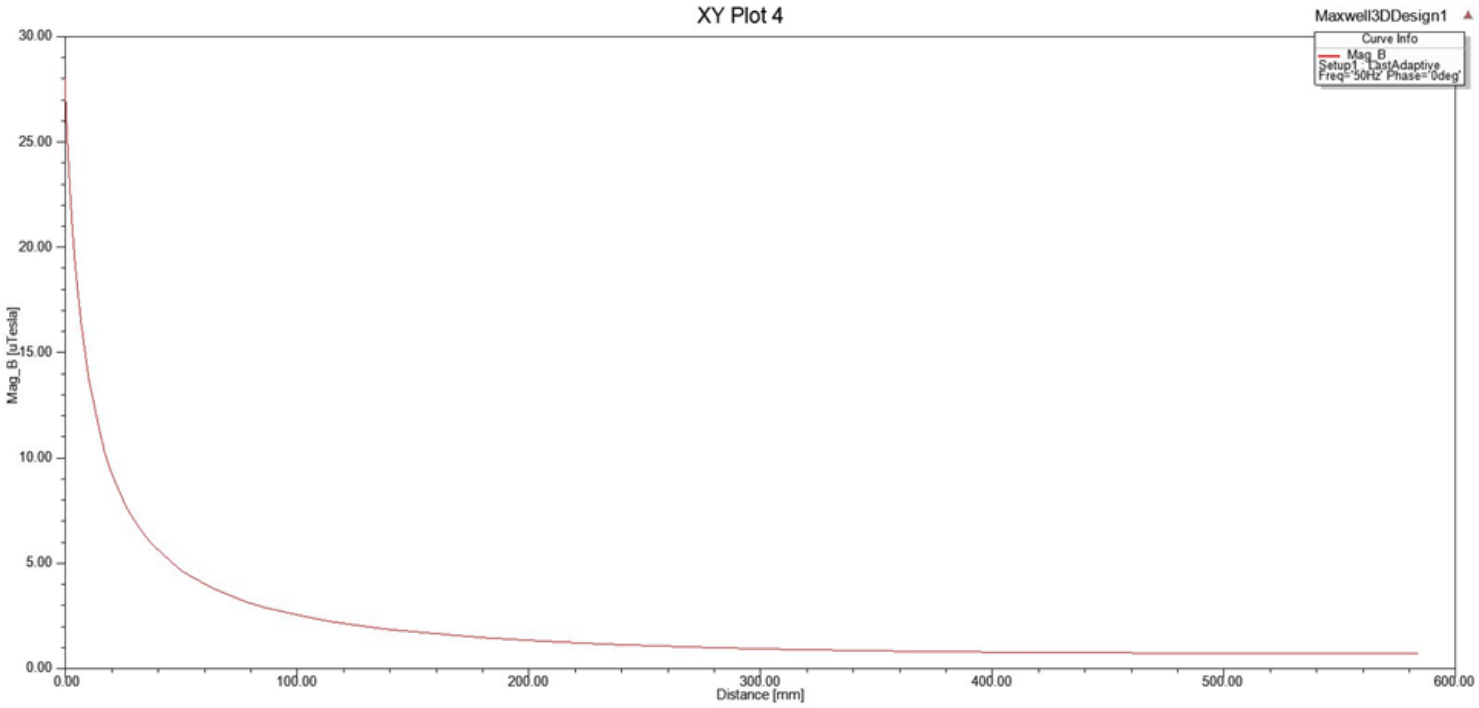
Το μαγνητικό πεδίο παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα:



Εικόνα 45 Μαγνητικό πεδίο αγωγού 300 mm²

Φάση (°)	Μέγιστη τιμή μαγνητικού πεδίου (tesla)
0	2.8 10^{-5}

Πίνακας 5 Μέγιστη τιμή της χρωματικής κλίμακας για το μαγνητικό πεδίο



Εικόνα 46 Συμπεριφορά μαγνητικού πεδίου από την εξωτερική επιφάνεια του αγωγού και σε σχέση με την απόσταση στο χώρο

Από την εικόνα 45 φαίνεται καθαρά το μαγνητικό πεδίο στο χώρο, το οποίο γύρω από τον αγωγό παρουσιάζει ομοιόμορφη συμπεριφορά. Και εδώ η μη κυκλική ομοιόμορφη συμπεριφορά παντού στο χώρο οφείλεται στο γεγονός ότι η συνοριακή συνθήκη έχει μοντελοποιηθεί σαν τετράγωνο. Αυτό όμως δεν αποτελεί πρόβλημα στην επίλυση, καθώς το πεδίο είναι πάρα πολύ μικρό αφού η διέγερση ρεύματος είναι και αυτή μικρή (1 A).

Καθώς ελέγχθηκαν όλα τα παραπάνω, στον προσομοιωτή eddy current, υπολογίστηκε η αντίσταση του αγωγού σε εναλλασσόμενο ρεύμα συχνότητας 50Hz.

Συγκεκριμένα, μέσω του field calculator υπολογίστηκαν οι ωμικές απώλειες των συρματιδίων του αγωγού. Γνωρίζοντας τις ωμικές απώλειες και την RMS τιμή του ρεύματος, βρέθηκε ότι η αντίσταση του πολύκλωνου συμπαγούς αγωγού πραγματικής διατομής 286 mm^2 ισούται με: 81.71 mΩ/km.

5.4.2 Εύρεση αντίστασης συνεχούς ρεύματος

Η αντίσταση συνεχούς ρεύματος υπολογίστηκε αλλάζονται τον τρόπο επίλυσης από eddy current σε dc conduction. Η γεωμετρία και το πλέγμα είναι τα μόνο που διατηρήθηκαν ίδια και στην προσομοίωση αυτή.

Ως διέγερση δηλώθηκε στα δύο συμπαγή μέρη τάση με διαφορά δυναμικού 1V ($V_{in} = 1V$ και $V_{out} = 0V$).

Έπειτα, αφού τελείωσε η προσομοίωση, μέσω του field calculator υπολογίστηκε το συνεχές ρεύμα και μέσω του νόμου το Ohm βρέθηκε η αντίσταση συνεχούς ρεύματος ίση με 81.08 mΩ/km.

5.4.3 Εύρεση του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου.

Ο παράγοντας του επιδερμικού φαινομένου, όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο ισούται με $1 + y_s = \frac{R_{ac}}{R_{dc}} = 1.008$

Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων – Σύγκριση αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα - Μελλοντικές μελέτες

6.1 Εισαγωγή

Όπως έχει ξανά αναφερθεί, σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η σύγκριση και η επαλήθευση των θεωρητικών μοντέλων υπολογισμού της αντίστασης αγωγού με αυτή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Αρχικά, τα αποτελέσματα από τα θεωρητικά μοντέλα που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 2 θα παρουσιαστούν και στη συνέχεια θα συγκριθούν με αυτά που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις στο πρόγραμμα ANSYS. Έπειτα θα ακολουθήσουν τα συμπεράσματα, καθώς και θα παρουσιαστούν περαιτέρω ενέργειες που θα μπορούσαν να εφαρμοστούν μελλοντικά για την καλύτερη εξακρίβωση των αποτελεσμάτων.

6.2 Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων

Τα αποτελέσματα των θεωρητικών μοντέλων που αναλύθηκαν εκτενώς στο κεφάλαιο 2 και οι τύποι τους παρουσιάζονται στα παρατήματα Α, Β και Γ, θα παρουσιαστούν για κάθε περίπτωση και για κάθε αγωγό στο παρόν κεφάλαιο.

Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μοντέλα αυτά αντιλαμβάνονται μόνο στρογγυλά συρματίδια και μόνο μία τιμή ανά στρώμα. Γι' αυτό το σκοπό έγινε προσπάθεια τα διαστασιακά από τα σχεδιαστικά μοντέλα να περαστούν με τέτοιο τρόπο στα μοντέλα (Ametani και Morgan) ώστε να ανταποκρίνονται απόλυτα στην αντίστοιχη πραγματική τιμή της διατομής κάθε αγωγού.

6.2.1 Αποτελέσματα θεωρητικών υπολογισμών για τον αγωγό με ονομαστική διατομή 185mm^2

Για την εφαρμογή των υπολογισμών με τη μέθοδο Ametani χρειάστηκε να δηλωθεί για είσοδο στο Matlab η εξωτερική διάμετρο του αγωγού και η αντίστοιχη διάμετρος του συρματιδίου ανά στρώμα. Για την μέθοδο Morgan χρειάστηκε επιπλέον και το βήμα των συρματιδίων ανά στρώμα, ενώ για τη μέθοδο IEC χρειάστηκε μόνο η εξωτερική διάμετρος του αγωγού και η ονομαστική διατομή του.

Στην περίπτωση του αγωγού ονομαστικής διατομής 185mm^2 επιλέχτηκε για τους υπολογισμούς μία διάμετρος ανά στρώμα, μέσω της μεθόδου Monte Carlo που περιγράφεται στο παράτημα Δ. Οι τιμές που δηλώθηκαν στην είσοδο είναι:

- Ονομαστική διατομή: 185 mm^2
- Εξωτερική διάμετρος: 15.659 mm
- Αριθμός συρματιδίων: 37
- Αριθμός στρωμάτων: 4
- Διάμετρος συρματιδίου για το κεντρικό στρώμα: 2.63 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 1ο στρώμα: 2.60 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 2ο στρώμα: 2.59 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 3ο στρώμα: 2.55 mm
- Βήμα κεντρικού, 1ου, 2ου και 3ου στρώματος: inf, 140mm, 220mm ,260mm

Τα αποτελέσματα της αντίστασης συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και ο παράγοντας επιδερμικού φαινομένου παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα:

Μέθοδος	Αντίσταση DC (mΩ/km)	Αντίσταση AC (mΩ/km)	Παράγοντας επιδερμικού φαινομένου
IEC	126.36	127.01	1.0051
Ametani	114.24	114.96	1.0063
Morgan	115.74	116.41	1.0058

Πίνακας 6 Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων για τον αγωγό 185 mm²

6.2.2 Αποτελέσματα θεωρητικών υπολογισμών για τον αγωγό με ονομαστική διατομή 300 mm^2

Στην περίπτωση του αγωγού ονομαστικής διατομής 300mm^2 για τη διάμετρο κάθε layer επιλέχτηκε η μέση διάμετρος των συρματιδίων του κάθε στρώματος . Οι τιμές που δηλώθηκαν στην είσοδο είναι:

- Ονομαστική διατομή: 300 mm^2
- Εξωτερική διάμετρος: 18.9 mm
- Αριθμός συρματιδίων: 37
- Αριθμός στρωμάτων: 4
- Διάμετρος συρματιδίου για το κεντρικό στρώμα: 3.34 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 1ο στρώμα: 3.17 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 2ο στρώμα: 3.13 mm
- Διάμετρος συρματιδίου για το 3ο στρώμα: 3.06 mm
- Βήμα κεντρικού, 1ου, 2ου και 3ου στρώματος: inf, 166mm, 242mm, 275mm

Τα αποτελέσματα της αντίστασης συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος, καθώς και ο παράγοντας επιδερμικού φαινομένου παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα:

Μέθοδος	Αντίσταση DC (mΩ/km)	Αντίσταση AC (mΩ/km)	Παράγοντας επιδερμικού φαινομένου
IEC	76.63	77.69	1.0138
Ametani	78.36	79.39	1.0133
Morgan	79.67	80.87	1.0151

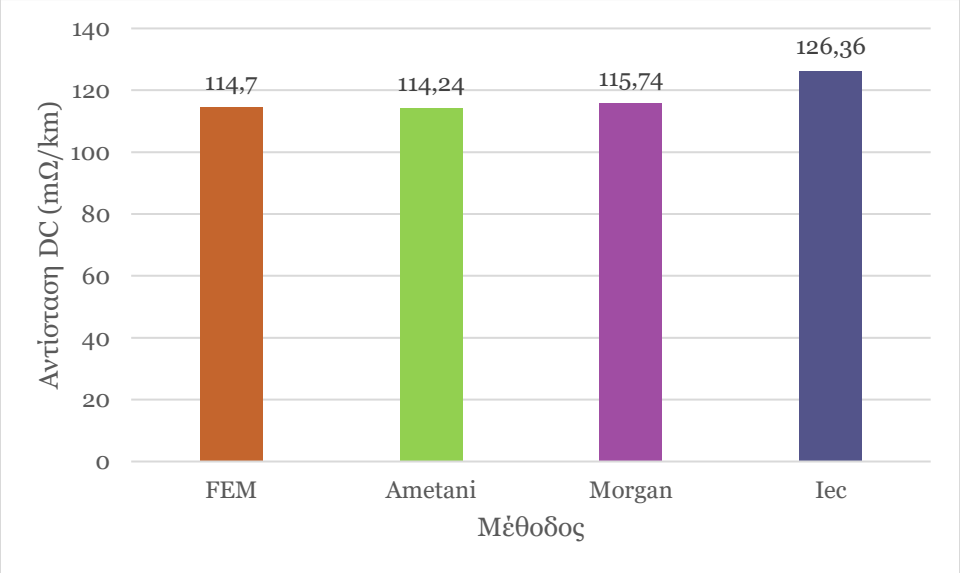
Πίνακας 7 Αποτελέσματα θεωρητικών μοντέλων για τον αγωγό 300 mm²

6.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί η σύγκριση των μαθηματικών μοντέλων με το μοντέλο της προσομοίωσης. Είναι απίθανο γενικά ένα μαθηματικό μοντέλο να προβλέψει ακριβώς το μοντέλο προσομοίωσης, διαφορετικά δε θα υπήρχε η ανάγκη της ίδιας της προσομοίωσης. Ωστόσο, για λόγους σύγκρισής ένα μαθηματικό μοντέλο μπορεί να είναι σε θέση να δώσει μια πολύ καλή προσέγγιση των αποτελεσμάτων του συστήματος. Στα παρακάτω ιστογράμματα αποτυπώνονται για κάθε αγωγό τα αποτελέσματα από όλα τα μοντέλα (μαθηματικά-θεωρητικά και πεπερασμένων στοιχείων (FEM)).

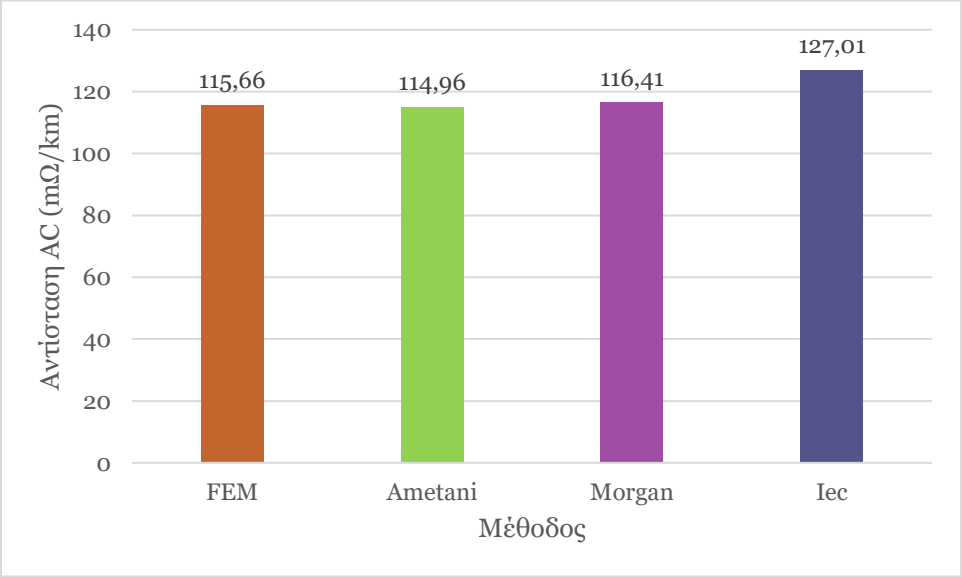
Αποτελέσματα τιμών για τον αγωγό με ονομαστική διατομή 185 mm^2

- DC αντίσταση



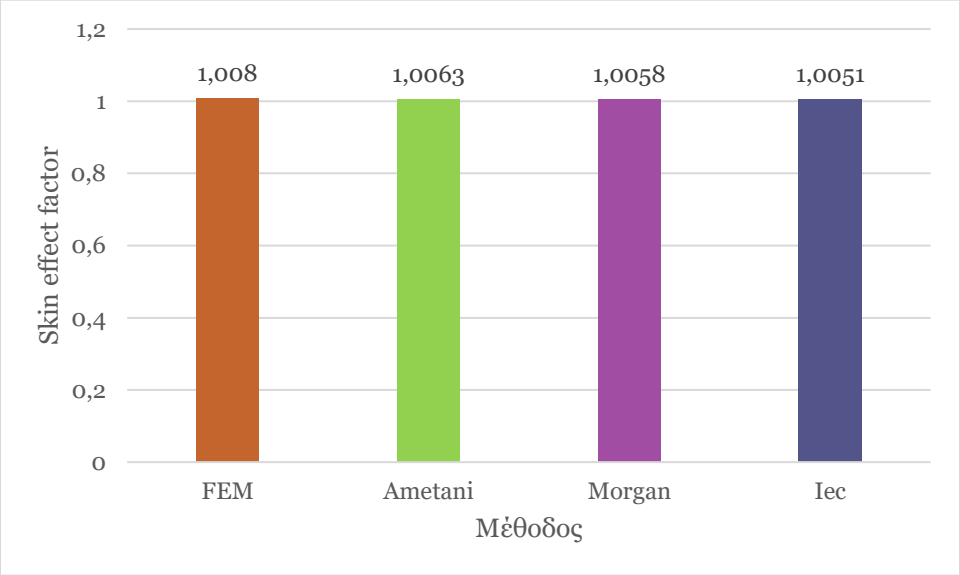
Διάγραμμα 1 Αποτελέσματα τιμών της αντίστασης DC από όλες τις μεθόδους

- AC αντίσταση



Διάγραμμα 2 Αποτελέσματα τιμών της αντίστασης AC από όλες τις μεθόδους

- Παράγοντας επιδερμικού φαινομένου



Διάγραμμα 3 Αποτελέσματα τιμών του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου από όλες τις μεθόδους

Από τα παραπάνω ιστογράμματα φαίνεται ότι η απόκλιση μεταξύ της προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία (FEM) και των θεωρητικών μοντέλων είναι επί της 100%:

- FEM – Ametani

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{ametani}}}{R_{dc_{ametani}}} * 100 = 0.40\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{ametani}}}{R_{ac_{ametani}}} * 100 = 0.61\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{ametani}}}{R_{sk_{ametani}}} * 100\% = 0.17\%$$

- FEM – Morgan

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{morgan}}}{R_{dc_{morgan}}} * 100 = -0.90\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{morgan}}}{R_{ac_{morgan}}} * 100 = -0.64\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{morgan}}}{R_{sk_{morgan}}} * 100\% = 0.22\%$$

- FEM – IEC

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{iec}}}{R_{dc_{iec}}} * 100 = -9.23\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{iec}}}{R_{ac_{iec}}} * 100 = -8.94\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{iec}}}{R_{sk_{iec}}} * 100\% = 0.29\%$$

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα στο παρακάτω πίνακα φαίνεται ότι η εκατοστιαία απόκλιση της κάθε αναλυτικής μεθόδου με αυτής της προσομοίωσης είναι:

Μέθοδος	Διαφορά αναλυτικής μεθόδου με αυτή της προσομοίωσης (%)		
	R_{dc}	R_{ac}	$Skin_{effect}$
Ametani	0.40	0.61	0.17
Morgan	-0.90	-0.64	0.22
IEC	-9.23	-8.94	0.29

Πίνακας 8 Εκατοστιαία απόκλιση μεταξύ των θεωρητικών μοντέλων και του μοντέλου της προσομοίωσης

Συγκρίνοντας επιπλέον τις μεθόδους Ametani και Morgan, που εφαρμόζουν παρόμοια λογική στον τρόπο προσέγγισης της αντίστασης προκύπτει:

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{ametani}} - R_{dc_{morgan}}}{R_{dc_{morgan}}} * 100 = -1.25\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{ametani}} - R_{ac_{morgan}}}{R_{ac_{morgan}}} * 100 = -1.29\%$$

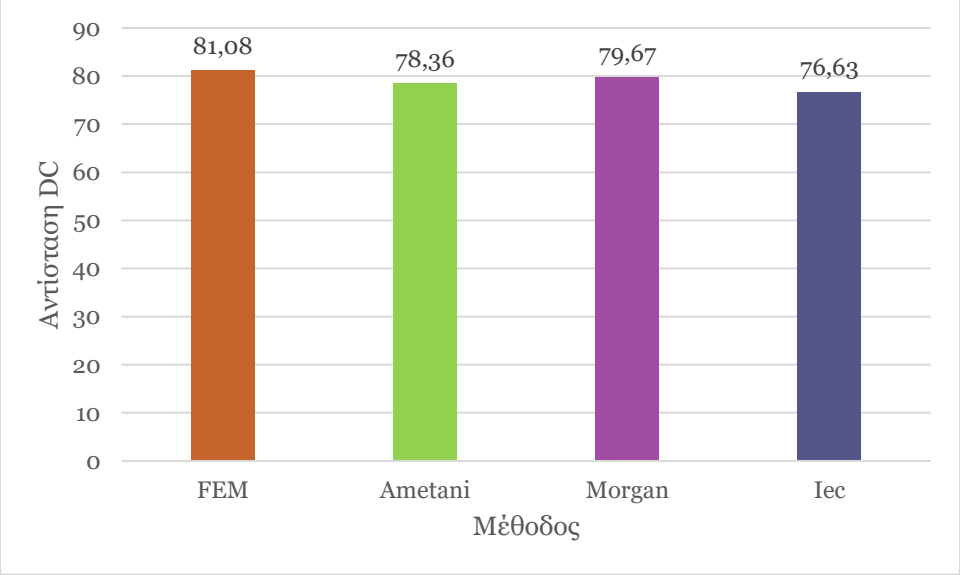
$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{ametani}} - R_{sk_{morgan}}}{R_{sk_{morgan}}} * 100\% = 0.05\%$$

Παρατηρώντας τις παραπάνω τιμές είναι εμφανές ότι οι τιμές των μαθηματικών μοντέλων προσεγγίζουν με πάρα πολύ μικρές αποκλίσεις τις τιμές της προσομοίωσης. Μεγάλη διαφορά, παρόλα αυτά, παρατηρείται στη μέθοδο IEC, καθώς ο υπολογισμός της εναλλασσόμενης αντίστασης λαμβάνει στον υπολογισμό της την προδιαγραφόμενη από το πρότυπο IEC 60228 DC αντίσταση, που εξαρτάται από την ονομαστική τιμή της διατομής του αγωγού. Οι άλλες τρεις μέθοδοι λαμβάνουν υπόψη τους τη DC αντίσταση που προκύπτει από την πραγματική διατομή του αγωγού, που στη συγκεκριμένη περίπτωση, εξαιτίας του σχεδιασμού cad αυτή είναι 192mm^2. Επομένως, είναι λογικό η αντίσταση που υπολογίζεται από τη μέθοδο IEC να είναι αρκετά μεγαλύτερη από την αντίσταση που υπολογίζεται από τις άλλες μεθόδους, καθώς η ονομαστική διατομή είναι μικρότερη (185 mm^2 <192 mm^2).

Οι μικρές διαφορές της τάξεως 1% μεταξύ των θεωρητικών μοντέλων οφείλονται στο διαφορετικό τρόπο υπολογισμού της αντίστασης συνεχούς ρεύματος, καθώς και στο γεγονός ότι η μέθοδος Morgan λαμβάνει υπόψη της το βήμα στρέψης κάθε στρώματος.

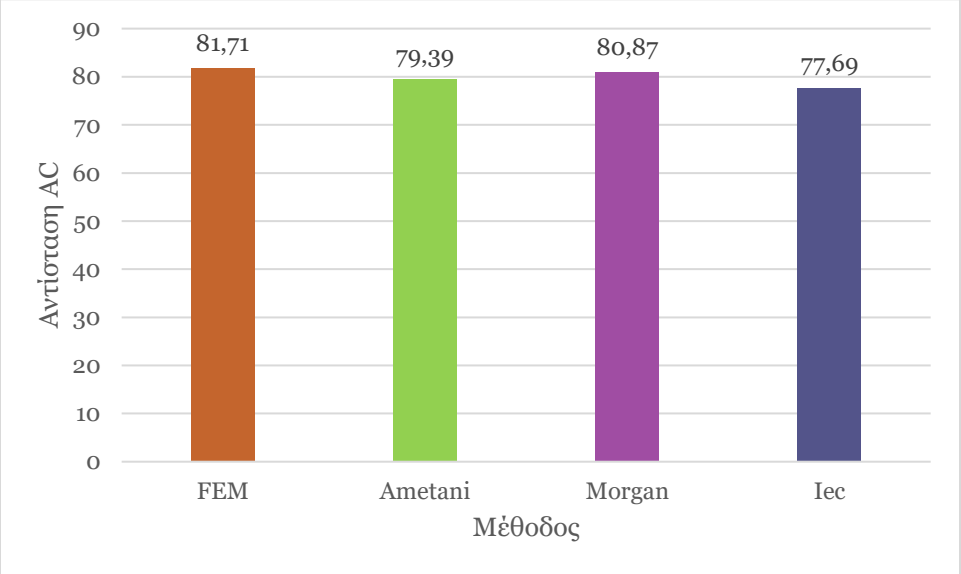
Αντίστοιχες αποκλίσεις παρατηρούμε και στον αγωγό ονομαστικής διατομής 300mm^2.

- DC αντίσταση



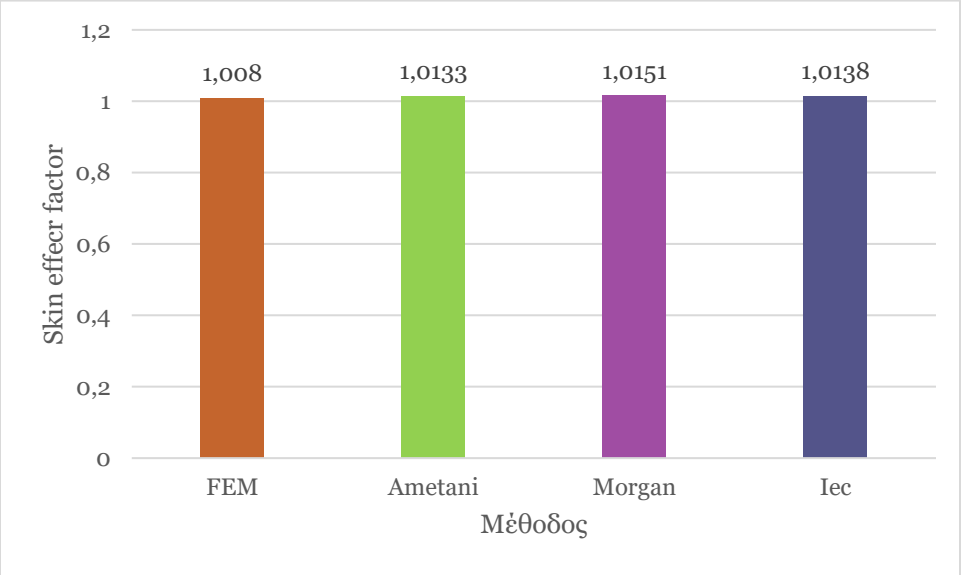
Διάγραμμα 4 Αποτελέσματα τιμών της αντίστασης DC από όλες τις μεθόδους

- AC αντίσταση



Διάγραμμα 5 Αποτελέσματα τιμών της αντίστασης AC από όλες τις μεθόδους

- Παράγοντας επιδερμικού φαινομένου



Διάγραμμα 6 Αποτελέσματα τιμών του παράγοντα επιδερμικού φαινομένου από όλες τις μεθόδους

Από τα παραπάνω ιστογράμματα φαίνεται ότι η απόκλιση μεταξύ της προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία (FEM) και των θεωρητικών μοντέλων είναι επί της 100%:

- FEM – Ametani

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{ametani}}}{R_{dc_{ametani}}} * 100 = 3.47\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{ametani}}}{R_{ac_{ametani}}} * 100 = 2.92\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{ametani}}}{R_{sk_{ametani}}} * 100\% = -0.52\%$$

- FEM – Morgan

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{morgan}}}{R_{dc_{morgan}}} * 100 = 1.77\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{morgan}}}{R_{ac_{morgan}}} * 100 = 1.04\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{morgan}}}{R_{sk_{morgan}}} * 100\% = -0.70\%$$

- FEM – IEC

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{FEM}} - R_{dc_{iec}}}{R_{dc_{iec}}} * 100 = 5.81\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{FEM}} - R_{ac_{iec}}}{R_{ac_{iec}}} * 100 = 5.17\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{FEM}} - R_{sk_{iec}}}{R_{sk_{iec}}} * 100\% = -0.57\%$$

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα στο παρακάτω πίνακα φαίνεται ότι η εκατοστιαία απόκλιση της κάθε αναλυτικής μεθόδου με αυτής της προσομοίωσης είναι:

Μέθοδος	Διαφορά αναλυτικής μεθόδου με αυτή της προσομοίωσης (%)		
	R_{dc}	R_{ac}	$Skin_{effect}$
Ametani	3.47	2.92	-0.52
Morgan	1.77	1.04	-0.70
IEC	5.81	5.16	-0.57

Πίνακας 9 Εκατοστιαία απόκλιση μεταξύ των θεωρητικών μοντέλων και του μοντέλου της προσομοίωσης

Συγκρίνοντας επιπλέον τις μεθόδου Ametani και Morgan, που εφαρμόζουν παρόμοια λογική στον τρόπο προσέγγισης της αντίστασης προκύπτει:

$$Απόκλιση\ R_{dc}\ (\%) = \frac{R_{dc_{ametani}} - R_{dc_{morgan}}}{R_{dc_{morgan}}} * 100 = -1.64\%$$

$$Απόκλιση\ R_{ac}(\%) = \frac{R_{ac_{ametani}} - R_{ac_{morgan}}}{R_{ac_{morgan}}} * 100 = -1.83\%$$

$$Απόκλιση\ Skin_{effect(\%)} = \frac{R_{sk_{ametani}} - R_{sk_{morgan}}}{R_{sk_{morgan}}} * 100\% = -0.17\%$$

Παρατηρείται ότι και εδώ η μεγάλη απόκλιση συναντάται στη μέθοδο IEC, που όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, λαμβάνει υπόψη της την ονομαστική διατομή του αγωγού, που σ ’αυτή την περίπτωση είναι μεγαλύτερη από την πραγματική (300 mm^2 >281 mm^2).

Παρόλα αυτά, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα και από τους δύο αγωγούς, φαίνεται ότι στην περίπτωση του αγωγού ονομαστικής διατομής 185 mm^2 οι αποκλίσεις μεταξύ των αριθμητικών μοντέλων και της προσομοίωσης είναι μικρότερες του 1%. Αντίθετα, στην περίπτωση του αγωγού ονομαστικής διατομής 300mm^2 οι αποκλίσεις είναι μικρότερες του 3.5%. Αυτό οφείλεται στο διαφορετικό τρόπο προσέγγισης των δύο γεωμετριών, που όπως περιεγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, τα σύρματα σχεδιάστηκαν με διαφορετικό τρόπο. Συγκεκριμένα, στη μικρή διατομή τα σύρματα μοντελοποιήθηκαν με απόλυτη επαφή μεταξύ τους, ενώ στη μεγάλη διατομή, λήφθηκε υπόψη μια μικρή απόσταση μεταξύ τους. Τα αριθμητικά μοντέλα θεωρούν τα σύρματα σε επαφή μεταξύ τους, γι’ αυτό και τα αποτελέσματα είναι πιο κοντά στην πρώτη προσομοίωση.

6.4 Μελλοντικές μελέτες

Από την ανάλυση και τη σύγκριση μεταξύ των μεθόδων που πραγματοποιήθηκε προκύπτει ότι οι θεωρητικοί υπολογισμοί Ametani και Morgan μπορούν να χρησιμοποιηθούν για υπολογισμό της αντίστασης συμπαγών αγωγών μη τυποποιημένων διατομών και να παρέχουν μία λογική προσέγγιση αυτής. Τα αποτελέσματα ακόμα και σε σύγκριση με την μέθοδο IEC κρίνονται πολύ λογικά λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά της ονομαστικής τιμής με την πραγματική τιμή της διατομής που χρησιμοποιήθηκε στις άλλες μεθόδους. Παρόλα αυτά είναι απαραίτητο να γίνει σύγκριση όλων των μοντέλων με χρήση ίδιας διατομής αγωγού (ονομαστικής και πραγματικής), γι’ αυτό και τα σχεδιαστικά μοντέλα θα πρέπει να ανταποκρίνονται με μεγαλύτερη ακρίβεια στην πραγματική διατομή του αγωγού, όπως αυτή κατασκευάζεται. Επιπλέον, ένα από τα πιο σημαντικά βήματα που πρέπει να πραγματοποιηθούν μελλοντικά είναι η σύγκριση και επαλήθευση όλων των παραπάνω μοντέλων με πειραματικές μεθόδους.

Με βάση τα παραπάνω τίθενται σαν μελλοντικοί στόχοι:

- Βελτιστοποίηση των αριθμητικών μοντέλων με βάση αυτά που ήδη αναπτύχθηκαν.
    - Τα μοντέλα θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τη διατομή κάθε συρματιδίου ξεχωριστά και όχι ανά στρώμα.
- Βελτιστοποίηση του σχεδιασμού του αγωγού στο σχεδιαστικό πρόγραμμα

- Ανάλυση περισσότερων τομών αγωγού για καλύτερη αξιοποίηση και σύγκριση των αποτελεσμάτων
- Πειραματική επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων

Παραρτήματα

Παράρτημα Α

```
function [R_dc_temp,R_ac_Arn] = calc_IEC(u_0,freq,cond,mat,A_nom,d_cond,alpha,temp)

load('IEC_auxil_data.mat')
omega = 2*pi*freq;
s_axis = inf;

index = find(DC(:,1)==A_nom*1e6);

if strcmp(mat,'Cu') && strcmp(cond,'stranded')
    R_dc = DC(index,2)/1000; % Ω/m
    ks = 1;
    kp = 1; elseif strcmp(mat,'Al') && strcmp(cond,'stranded')
    R_dc = DC(index,3)/1000; % Ω/m
    ks = 1;
    kp = 0.8;
end

R_dc_temp = R_dc*(1+alpha*(temp-20));

xs = sqrt((omega*u_0*ks)/(pi*R_dc_temp));
xp = sqrt((omega*u_0*kp)/(pi*R_dc_temp));

if xs < 2.8
    ys = xs^4/(192+0.8*xs^4);
elseif 2.8 < xs && xs < 3.8
    ys = -0.136-0.0177*xs+0.0563*xs^2;
elseif xs > 3.8
    ys = xs/(2*sqrt(2))-11/15;
end

yp =
xp^4/(192+0.8*xp^4))*((d_cond/s_axis)^2)*((0.312*(d_cond/s_axis)^2)+(1.18/(xp^4/(192+0.8*xp^4)+0.
27)));

R_ac_Arn = R_dc_temp*(1+ys+yp);
```

Παράρτημα Β

```
function [R_dc_temp_corr,R_ac,L_ac] =
calc_ametani_modified(u_0,u_rel,freq,rho_temp,d_cond,d_wire,num_layer)

r_in = 1e-24;
r_out = d_cond/2;
r_wire = d_wire/2;

A_tot = 0;
for i = 1:num_layer
    if i == 1
        A_tot = pi*r_wire(i)^2;
    else
        A_tot = A_tot+6*(i-1)*pi*r_wire(i)^2;
    end
end

rho_temp_corr = (rho_temp*pi*(r_out^2))/A_tot;

R_dc_temp_corr = rho_temp_corr/(pi*(r_out)^2); % Ω/m

omega = 2*pi*freq;
m = sqrt(1i*omega*u_rel*u_0/rho_temp_corr);

I1_mr2 = besseli(1,m*r_out);
K1_mr1 = besselk(1,m*r_in);
I1_mr1 = besseli(1,m*r_in);
K1_mr2 = besselk(1,m*r_out);
D = I1_mr2*K1_mr1-I1_mr1*K1_mr2;

I0_mr2 = besseli(0,m*r_out);
K1_mr1 = besselk(1,m*r_in);
K0_mr2 = besselk(0,m*r_out);
I1_mr1 = besseli(1,m*r_in);

Z = (1i*omega*u_0*u_rel/(2*pi))/(r_out*m*D)*(I0_mr2*K1_mr1-K0_mr2*I1_mr1);

R_ac = real(Z); % Ω/m
```

Παράρτημα Γ

```
function [R_dc_temp,R_ac,L_ac] =
calc_morgan(u_0,u_rel,freq,rho_temp,d_cond,num_wire,d_wire,num_layer,lay_length)

r_in = 1e-24;
r_out = d_cond/2;
r_wire = d_wire/2;

omega = 2*pi*freq;

if num_layer == 2 && num_wire == 7
    mean_D = [d_wire(1) 2*(r_wire(1)+r_wire(2))];
elseif num_layer == 3 && num_wire == 19
    mean_D = [d_wire(1) 2*(r_wire(1)+r_wire(2)) 2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+r_wire(3))];
elseif num_layer == 4 && num_wire == 37
    mean_D = [d_wire(1) 2*(r_wire(1)+r_wire(2)) 2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+r_wire(3))
2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+r_wire(4))];
elseif num_layer == 5 && num_wire == 61
    mean_D = [d_wire(1) 2*(r_wire(1)+r_wire(2)) 2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+r_wire(3))
2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+r_wire(4))
2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+2*r_wire(4)+r_wire(5))];
elseif num_layer == 6 && num_wire == 91
    mean_D = [d_wire(1) 2*(r_wire(1)+r_wire(2)) 2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+r_wire(3))
2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+r_wire(4))
2*(r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+2*r_wire(4)+r_wire(5))
r_wire(1)+2*r_wire(2)+2*r_wire(3)+2*r_wire(4)+2*r_wire(5)+r_wire(6)];
end

G_dc = 0;
for i = 1:num_layer
    if i == 1
        G_dc = (pi*(d_wire(i)^2))/(4*rho_temp);
    else
        G_dc = G_dc+((pi*(d_wire(i)^2))/(4*rho_temp))*((6*(i-
1))/sqrt(1+((pi*mean_D(i))/lay_length(i))^2));
    end
end

R_dc_temp = 1/G_dc;

m = sqrt(1i*omega*u_0*u_rel/rho_temp);
k_sk = real((m*r_out*besseli(0,m*r_out))/(2*besseli(1,m*r_out)));

R_ac = k_sk*R_dc_temp;
```

Παράρτημα Δ

```
clc
clear


number_of_iterations=1000;%iterations of monte carlo
N=1000;
%inputs
m_u = 2.5530; %mesh timh stromatos n
sigma = 0.0375; %tupiki apoklisi stromatos n


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
       min_value = 2.5428;
       max_value = 2.5632;
       step = (max_value-min_value)/(N-1);
       x = min_value:step:max_value;
       trials.x = x;
       trials.pdf = normpdf(trials.x,m_u,sigma);
       trials.cdf = normcdf(trials.x,m_u,sigma);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for iteration=1:number_of_iterations
    iteration

    %%%%%%%%%%%%%%%%paragogi tixaion arithmon gia monde carlo

  arbitrary_numbers_x = trials.x(randi(N,1,1)); %paragei tyxaious arithmous sto diasthma trials.x
  arbitary_numbers_y = trials.pdf(trials.x == arbitrary_numbers_x); %vriskei thn pithanothta na
sumbei o tuxaios arithmos sth kanoniki sunarthsh puknothtas pithanothtas
  finals_monte_carlo(iteration)=arbitary_numbers_y;%tuxaies pithanothtes


    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

end

%% H megalyterh pithanothta na vrethei mia timi vrisekte sth sthlh r. Gia ayth th sthlh dinei thn
pithanoterh diametro
[v,r] = max(finals_monte_carlo)
Layer_arbitrary_diameter = trials.x(r)
```

Βιβλιογραφία

[1]: Leonard L. Grigsby, 'Electric Power Engineering Handbook', Second edition, 2007

[2]: George J. Anders 'Rating of Electric Power Cables, Ampacity Computations for Transmission, Distribution, and Industrial Applications', IEEE Press, McGraw-Hill, 1997

[3]: Χρήστος Αθ. Χριστοδούλου, 'Ηλεκτρικές δοκιμές σε καλώδια μέσης τάσης – Διαδικασίες επαλήθευσης και υπολογισμού αβεβαιότητας', ΕΜΠ, Αθήνα 2008

[4]: G. F. Moore, 'Electric Cables Handbook', Third edition, BICC Cables Limited, Royal Academy of Engineering Visiting Professor, University of Liverpool, 1997

[5]: Hans C. Ohanian, John T. Markert, 'Physics for Engineers and Scientists',Third Edition, W. W. Norton & Company,2006

[6]: Ζουραράκη Σ. Μαρία, 'Υπολογισμός μεταφερόμενης ισχύος σε υπόγειο καλώδιο μέσης τάσης', ΕΜΠ, Αθήνα 2012

[7]: 'Technical Information Handbook Wire and Cable', Anixter, 2013

[8]: www.katradis.com/wire-ropes/compacted-wire-ropes/advantages-of-compacted-wire-ropes

[9]: Δεμερτζής Χρήστος, 'Τεχνολογία κατασκευής καλωδίων και μέθοδοι δοκίμων', ΕΜΠ, Αθήνα 2005

[10]: IEC 60287-1-1, Edition 2.1 2014-11, 'Electric cables – Calculation of the current rating – Part 1-1: Current rating equations (100% load factor) and calculation of losses– General', IEC 2014

[11]: IEC 60228:2004, 'Conductor of Insulated cables', IEC 2004

[12]: Akihiro Ametani, 'CABLE SYSTEM TRANSIENTS THEORY, MODELING AND SIMULATION', IEEE Press, Wiley, 2015

[13]: Vincent T. Morgan, 'The Current Distribution, Resistance and Internal Inductance of Linear Power System Conductors—A Review of Explicit Equations', IEEE, transactions on power delivery, 2013

[14]: Πέτρος Α. Καρύδης, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π 'Υπολογιστικές Μέθοδοι και Εφαρμογές σε Λεπτότοιχες Κατασκευές'

[15]: Σχολή μηχανολόγων μηχανικών ΕΜΠ, μάθημα: 'Υπολογιστικές μέθοδοι στις κατασκευές', 8ο εξάμηνο

[16]: https://www.ansys.com/

[17]: Βομβορίδης Ιωάννης, ‘Ηλεκτρομαγνητικά πεδία’, Συμεών, 2009

[18]: www.aua.gr/gpapadopoulos/shmeiwseis.php

[19]: Σίμος Σιμόπουλος, ‘Μετρήσεις τεχνικών μεγεθών’, εκδόσεις ΕΜΠ

[20]: Minitab® 17.1.0

[21]: Solidworks 17

[22]: ANSYS

[23]: Hans C. Ohanian, John T. Markert, ‘Classical Electrodynamics (Physics)’, 2 Edition, Jones & Bartlett Learning, 2006

[24]: K. Binder and D.W. Heermann, Monte Carlo Methods in Statistical Physics, Springer, 2002