



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

**Προσέγγιση της ελεύθερης επιφάνειας
κυματισμών στην παράκτια ζώνη.
Παράδειγμα εφαρμογής στην ακτή Αρμενιστής
της Ικαρίας.**



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Σπανός

Επιβλέπων: Σαμψών Αζοράκος

Λέκτορας Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

**Προσέγγιση της ελεύθερης επιφάνειας
κυματισμών στην παράκτια ζώνη.
Παράδειγμα εφαρμογής στην ακτή Αρμενιστής
της Ικαρίας.**

**Assessing the free surface profile
of waves in coastal zone.
Case study of Armenistis shore
of Ikaria**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Κωνσταντίνος Σπανός**

**Επιβλέπων: Σαμψών Αζοράκος
Λέκτορας Ε.Μ.Π**

Το περιεχόμενο της ανά χείρας διπλωματικής εργασίας αποτελεί προϊόν της δικής μου πνευματικής προσπάθειας. Η ενσωμάτωση σε αυτήν υλικού τρίτων, δημοσιευμένου ή μη, γίνεται με δόκιμη αναφορά στις πηγές, που δεν επιτρέπει ασάφειες ή παρερμηνείες.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα της εργασίας, κύριο Αζοράκο, για τη βοήθεια και τις συμβουλές του. Εδειξε ιδιαίτερη προθυμία και αφιέρωσε χρόνο για να λύσει τις απορίες μου και μου παρείχε όλο το απαραίτητο υλικό.

Ευχαριστώ επίσης την οικογένειά μου, που με στήριξε με κάθε τρόπο καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, όπως και τους φίλους και συναδέλφους μου.

Με εκτίμηση,
Κωνσταντίνος Σπανός
Αθήνα, Οκτώβριος 2018

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	3
ABSTRACT.....	5
Παράρτημα Πινάκων.....	7
Παράρτημα Σχημάτων.....	9
Παράρτημα Εικόνων.....	13
ΣΥΜΒΟΛΑ-ΟΡΙΣΜΟΙ.....	17
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	19
1.1 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας.....	19
1.2 Δομή εργασίας-περιγραφή κάθε κεφαλαίου.....	20
2. ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ.....	21
2.1 Προσέγγιση με επαλληλία από απλά αρμονικά κύματα.....	23
2.2 Ανάλυση επί τόπου μετρήσεων.....	25
2.2.1 Ανάλυση στην περιοχή του χρόνου.....	26
2.2.1α Στατιστικός προσδιορισμός κυματικών παραμέτρων.....	27
2.2.1β Προσδιορισμός κυματικών παραμέτρων με τη μέθοδο RMS.....	28
2.2.2 Ανάλυση στην περιοχή των συχνοτήτων.....	30
2.2.2α Φάσμα JONSWAP	33
2.2.2β Κατανομές Rayleigh- Weibull	34
3. ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ ΟΡΙΩΝ.....	35
3.1 Ρήχωση.....	35
3.2 Διάθλαση.....	37
3.3 Θραύση.....	39
3.4 Περίθλαση.....	41
3.5 Ανάκλαση.....	42
3.6 Φάσμα TMA.....	43
4. ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ.....	44
4.1 Κύματα Stokes 2ης τάξης.....	45
4.2 Κύματα Stokes 3ης τάξης.....	46

4.3	Κύματα Stokes 5ης τάξης.....	46
4.4	Κύματα ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves).....	48
4.5	Μοναχικό κύμα (solitary wave).....	50
5.	ΠΡΟΓΝΩΣΗ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ ΑΠΟ ΑΝΕΜΟΛΟΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	52
5.1	Υπολογισμός αναπτυγμάτων.....	52
5.2	Υπολογισμός ταχυτήτων.....	54
5.3	Υπολογισμός ύψους κύματος, περιόδου και ελάχιστης διάρκειας πνοής....	57
6.	ΜΟΡΦΗ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΑ ΒΑΘΗ.....	59
6.1	Υπολογισμός φάσματος στα βαθιά νερά κατά JONSWAP.....	59
6.2	Υπολογισμός φάσματος στα ρηχά νερά (TMA) με χρήση $\Phi(\omega_d)$	60
6.3	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας με χρήση θεωρίας Airy και Stokes.....	65
6.3.1	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=20m$	66
6.3.2	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=10m$	69
6.3.3	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=7,5m$	72
6.3.4	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=5m$	75
6.3.5	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=2,5m$	78
6.4	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας σε μικρά βάθη με χρήση θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave).....	81
6.4.1	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=7,5m$	81
6.4.2	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=5m$	84
6.4.3	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=2,5m$	85
6.4.4	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=1m$	87
6.4.5	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=0,5m$	90
6.5	Οπτική εικόνα ακτής Αρμενιστή Ικαρίας-Αξιολόγηση αποτελεσμάτων ακτομηχανικής μελέτης.....	93
7.	Συμπεράσματα.....	116
	Βιβλιογραφικές αναφορές.....	120

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η μορφή των κυματισμών στην ακτή του Αρμενιστή Ικαρίας, γνωστή και ως παραλία Μεσακτής. Η Μεσακτή είναι από τις πιο δημοφιλείς παραλίες της Ικαρίας διότι έχει ψιλή χρυσαφένια άμμο, αμμουδιά μεγάλου μήκους, πεντακάθαρα νερά, ενώ είναι οργανωμένη με ομπρέλλες, ξαπλώστρες και beach bar. Ένας επιπλέον λόγος που την καθιστά εξαιρετικά ελκυστική είναι τα κύματα τύπου surf, προσελκύοντας έτσι αρκετούς ανθρώπους που επιδίδονται στο σέρφινγκ ή κυματοδρομία (surfing ή σερφάρισμα). Πέρα όλων των παραπάνω λόγων, υπάρχει ένα παραπάνω ενδιαφέρον για τη συγκεκριμένη παραλία λόγω εντοπιότητας.

Η προσέγγιση της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών που φθάνουν στην παράκτια ζώνη του Αρμενιστή, γίνεται με εφαρμογή τόσο της γραμμικής (Airy) όσο και της μη γραμμικής θεωρίας κυματισμών (Stokes, Cnoidal, Solitary). Σκοπός αυτής της εργασίας είναι ο έλεγχος καταλληλότητας εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών για τα διάφορα βάθη μελέτης (για βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m). Τα χαρακτηριστικά των κυματισμών στα ανοιχτά υπολογίστηκαν από τα διαθέσιμα ανεμολογικά δεδομένα της Εθνικής Μετεωρολογικής Υπηρεσίας (EMY) με την παραδοχή φάσματος JONSWAP, με παραμέτρους $\gamma=3,2$, $\sigma_a=0,07$ και $\sigma_b=0,09$. Τα αναπτύγματα πελάγους εκτιμήθηκαν από τους χάρτες της Υδρογραφικής Υπηρεσίας και του GoogleEarth. Για τα ρηχά νερά σε κάθε εξεταζόμενη θέση χρησιμοποιήθηκε το χαρακτηριστικό ύψος κύματος (H_s), που προέκυψε από το φάσμα TMA, σαν ύψος κύματος στις αντίστοιχες θέσεις και περίοδος κύματος ίση με την περίοδο αιχμής (T_p). Γνωρίζοντας το ύψος κύματος για κάθε βάθος, υπολογίστηκε η ιδιαίτερη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών που προσβάλλουν τη Μεσακτή.

Εφαρμόζοντας τις διάφορες κυματικές θεωρίες, το κύριο συμπέρασμα που προέκυψε είναι ότι για τα μεγάλα βάθη η γραμμική θεωρία (Airy) και η μη γραμμική θεωρία του Stokes μπορούν να περιγράψουν ρεαλιστικά τους κυματισμούς της ακτής μελέτης, ενώ για τα μικρότερα βάθη η θεωρία του μοναχικού κύματος (Solitary wave) είναι η καταλληλότερη. Η θεωρία του κύματος ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal wave) δίνει ομαλές μορφές για την ελεύθερη επιφάνεια των κυματισμών, αλλά όπως αποδεικνύεται από φωτογραφικό υλικό της ακτής μελέτης, δεν ανταποκρίνεται στην πραγματική εικόνα των κυματισμών. Τέλος, παρουσιάζεται ένα χαρακτηριστικό έργο στην Καλιφόρνια, όπου σε μια τεχνητή λίμνη θεωρήθηκαν (έπειτα από πειράματα) καταλληλότερα τα μοναχικά κύματα για την δημιουργία κυματισμών τύπου surf, επιβεβαιώνοντας τα αποτελέσματα της μελέτης.

Λέξεις κλειδιά: Airy, Stokes, Cnoidal, Solitary, surf, Αρμενιστής

ABSTRACT

This diploma thesis examines the form of the waves on the coast of Armenistis of Ikaria, also known as Mesakti beach. Mesakti is one of the most popular beaches of Ikaria because it has fine golden sand, big sandy beach, clean water and organized with umbrellas, sun loungers and beach bar. A further reason that makes it extremely attractive is surf waves, providing a number of people who are surfing . Apart from all the above, there is a particular interest in the particular beach due to my origin.

An examination of the shape of the free surface of the ripples affecting Messak is done by applying both linear (Airy) and non-linear wave theory (Stokes, Cnoidal, Solitary). The purpose of this thesis is the check of suitability of the different wave theories for different depths of study (depths of 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m and 0,5m). The wave characteristics in deep water were estimated by using the wind data of the National Meteorological Service by applying the spectrum by JONSWAP considering $\gamma=3,2$, $\sigma_a=0,07$ και $\sigma_b=0,09$. The fetch length were estimated by the maps of Ydrographic Service and GoogleEarth. For shallow waters and specific points TMA spectrum was found, so as to be calculated the characteristic wave height (Hs) for corresponding depth and the peak period (Tp) was considered as wave period. Knowing the wave height for every depth, the particular shape of the free surface of the waves that attack the Mesakti beach was described.

Applying the different wave theories, the main conclusion that was emerged is that for deep water the linear theory (Airy) and non-linear theory of Stokes can describe realistically the waves of the shore of study, while the Solitary wave theory is more appropriate for shallow water. The Cnoidal wave theory gives smooth shape of free surface profile, but according to the photos of shore of study, this shape is not compatible with the real image of the waves. Finally, an artificial lake in California is presented, where (after experiments) the solitary waves were considered more appropriate for creation of surf waves, confirming the results of the study.

Keywords: Airy, Stokes, Cnoidal, Solitary, surf, Armenistis

Παράρτημα Πινάκων

Πίνακας 1	Χαρακτηριστικά διαστάσεων κύματος. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009 (μερικώς τροποποιημένα όσον αφορά τους συμβολισμούς).....	17
Πίνακας 2	Ορισμοί και τύποι που αναφέρονται στην εργασία.....	18
Πίνακας 2.1	Λόγοι διαφόρων υψών προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος. Πηγή: U.S. Army corps of engineers, Coastal engineering manual: Water Wave Mechanics, August 2008.....	29
Πίνακας 2.2	Μέσες και πιο πιθανές τιμές του λόγου H_{max}/H_{rms} . Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009	29
Πίνακας 3.1	Τύποι μεταξύ ύψους κύματος στα βαθιά (H_0) και ύψους στη ζώνη θραύσης (H_b) Πηγή: Παπάζογλου Κωνσταντίνος, Η επίδραση της ρήξης στα χαρακτηριστικά ανεμογενών κυματισμών, 2015.....	40
Πίνακας 5.1	Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Σκύρου. Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία.....	54
Πίνακας 5.2	Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Ικαρίας. Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία.....	55
Πίνακας 5.3	Κλίμακα Beaufort. Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία.....	55
Πίνακας 5.4	Τύποι μετατροπής φυσικών μεγεθών σε αδιάστατα.....	57
Πίνακας 6.1	Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=20m$	66
Πίνακας 6.2	Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=10m$	69
Πίνακας 6.3	Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=10m$	72
Πίνακας 6.4	Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$	75
Πίνακας 6.5	Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$	78
Πίνακας 6.6	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$	81
Πίνακας 6.7	Συγκεντρωτικά χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$	82
Πίνακας 6.8	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$	83
Πίνακας 6.9	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$	84
Πίνακας 6.10	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$	84
Πίνακας 6.11	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$	85
Πίνακας 6.12	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$	86
Πίνακας 6.13	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=1m$	87
Πίνακας 6.14	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=1m$	89

Πίνακας 6.15	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5m$	90
Πίνακας 6.16	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5m$	92
Πίνακας 6.17	Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Σκύρου. Με έντονο κόκκινο χρώμα διακρίνεται η μέγιστη ένταση (8 beaufort) των βορειοδυτικών (NW) ανέμων. Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία.....	94
Πίνακας 6.18	Μήκη κύματος (L) για διάφορα βάθη μελέτης ($d=20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$).....	95
Πίνακας 6.19	Υψη κύματος (H) για διάφορα βάθη μελέτης ($d=20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$).....	97
Πίνακας 6.20	Χαρακτηριστικά κυματισμών βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$ και περιόδους $T_1=9sec$ και $T_2= 11sec$	100
Πίνακας 6.21	Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για διάφορα βάθη μελέτης ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$).....	106
Πίνακας 6.22	Χαρακτηριστικά κυματισμών βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5m$ και περιόδους $T_1=9sec$ και $T_2= 11sec$	108
Πίνακας 6.23	Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για διάφορα βάθη μελέτης ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$).....	114
Πίνακας 7.1	Βάθος εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών στην ακτή Αρμενιστή Ικαρίας.....	117

Παράρτημα Σχημάτων

Σχήμα 6.1	Φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης.....	60
Σχήμα 6.2	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 20m.....	62
Σχήμα 6.3	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 10m.....	62
Σχήμα 6.4	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 7,5m.....	62
Σχήμα 6.5	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 5m.....	63
Σχήμα 6.6	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 2,5m.....	63
Σχήμα 6.7	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 1m.....	63
Σχήμα 6.8	Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 0,5m.....	64
Σχήμα 6.9	Φάσματα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε βάθος με διαφορετικό χρώμα).....	64
Σχήμα 6.10	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=20m$	66
Σχήμα 6.11	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=20m$	66
Σχήμα 6.12	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=20m$	67
Σχήμα 6.13	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=20m$	67
Σχήμα 6.14	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=20m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	68
Σχήμα 6.15	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=10m$	69
Σχήμα 6.16	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=10m$	69
Σχήμα 6.17	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=10m$	70
Σχήμα 6.18	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=10m$	70
Σχήμα 6.19	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=10m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	71
Σχήμα 6.20	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=7,5m$	72
Σχήμα 6.21	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=7,5m$	72
Σχήμα 6.22	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=7,5m$	73
Σχήμα 6.23	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=7,5m$	73
Σχήμα 6.24	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=7,5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	74
Σχήμα 6.25	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=5m$	75

Σχήμα 6.26	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=5m$	75
Σχήμα 6.27	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=5m$	76
Σχήμα 6.28	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=5m$	76
Σχήμα 6.29	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	77
Σχήμα 6.30	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=2,5m$	78
Σχήμα 6.31	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=2,5m$	78
Σχήμα 6.32	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=2,5m$	79
Σχήμα 6.33	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=2,5m$	79
Σχήμα 6.34	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=2,5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	80
Σχήμα 6.35	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=7,5m$	82
Σχήμα 6.36	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=7,5m$	83
Σχήμα 6.37	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=5m$	84
Σχήμα 6.38	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=5m$	84
Σχήμα 6.39	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=2,5m$	85
Σχήμα 6.40	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m$).....	85
Σχήμα 6.41	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=2,5m$	86
Σχήμα 6.42	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m$).....	86
Σχήμα 6.43	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=1m$	87
Σχήμα 6.44	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m$).....	87
Σχήμα 6.45	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=1m$	89
Σχήμα 6.46	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m$).....	89
Σχήμα 6.47	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=0,5m$	90
Σχήμα 6.48	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=0,5m$	92

Σχήμα 6.49	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη (d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m).....	92
Σχήμα 6.50	Φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης.....	95
Σχήμα 6.51	Φάσματα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε βάθος με διαφορετικό χρώμα).....	96
Σχήμα 6.52	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος d=20m.....	97
Σχήμα 6.53	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος d=20m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	98
Σχήμα 6.54	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος d=10m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα και με το έντονο κόκκινο η διαφοροποιημένη κοιλία του κύματος Airy).....	98
Σχήμα 6.55	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος d=7,5m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	99
Σχήμα 6.56	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2 ^{ης} , 3 ^{ης} και 5 ^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος d=7,5m και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο T=T _p =9,8sec.....	100
Σχήμα 6.57	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2 ^{ης} , 3 ^{ης} και 5 ^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος d=7,5m και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο T=T ₁ =9sec.....	101
Σχήμα 6.58	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2 ^{ης} , 3 ^{ης} και 5 ^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος d=7,5m και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο T=T ₂ =11sec.....	102
Σχήμα 6.59	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος d=5m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	104
Σχήμα 6.60	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος d=2,5m. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα).....	105
Σχήμα 6.61	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη (d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m).....	106
Σχήμα 6.62	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος d=0,5m.....	107
Σχήμα 6.63	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος d=0,5m και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο T=T _p =9,8sec.....	109
Σχήμα 6.64	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος d=0,5m και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο T=T ₁ =9sec.....	110

Σχήμα 6.65	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_2=11\text{sec}$	111
Σχήμα 6.66	Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5\text{m}, 5\text{m}, 2,5\text{m}, 1\text{m}, 0,5\text{m}$).....	115

Παράρτημα Εικόνων

Εικόνα 1	Τυπική διατομή απλού αρμονικού κύματος. Πηγή: U.S. Army corps of engineers, Coastal engineering manual: Water Wave Mechanics, August 2008.....	18
Εικόνα 2.1	Μέτρηση κυμάτων με ραντάρ. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	21
Εικόνα 2.2	Μετρητής κυμάτων τύπου πλωτήρα. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	22
Εικόνα 2.3	Μετρητής κύματος τύπου πλωτήρα με προσδιορισμό και της διεύθυνσης μετάδοσης του κύματος. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	22
Εικόνα 2.4	Σύνθεση της θαλάσσιας επιφάνειας. Πηγή: Turekian K.K., Oceans, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1968.....	23
Εικόνα 2.5	Ανάλυση τυπικής καταγραφής. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	26
Εικόνα 2.6	Προσδιορισμός διαδοχικών κυμάτων. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	27
Εικόνα 2.7	Ιστόγραμμα υψών κύματος και αθροιστική καμπύλη. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	27
Εικόνα 2.8	Ψηφιοποίηση καταγραφής. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	28
Εικόνα 2.9	(a) διάγραμμα της καταγραφής (b) συνάρτηση εξομάλυνσης (c) τελικό διάγραμμα της καταγραφής μετά από πολλαπλασιασμό με τη συνάρτηση (b) Πηγή: ΕΑΚ 2002.....	30
Εικόνα 2.10	Φάσμα ενέργειας κυμάτων από μετρήσεις του Kinsman. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	33
Εικόνα 2.11	Συνάρτηση πυκνότητας φάσματος JONSWAP. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	33
Εικόνα 2.12	Κατανομή Rayleigh. Πηγή: Droste W. et al., Handbuch der Werften, Schiffarts-verlag "Hansa", Hamburg, 1982.....	34
Εικόνα 3.1	Μεταβολές του μήκους και ύψους κύματος σε συνάρτηση με το βάθος. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	35
Εικόνα 3.2	Διάθλαση κυματισμών. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015.....	37
Εικόνα 3.3	Σχήμα ορισμού διάθλασης κυματισμών. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015.....	38
Εικόνα 3.4	Βασικοί τύποι θραύσης. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Εισαγωγή στην Ακτομηχανική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2005.....	39
Εικόνα 3.5	Περίθλαση γύρω από μεμονωμένη επιμήκη κατασκευή. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015.....	41

Εικόνα 3.6	Φαινόμενο της ανάκλασης και φάσεις στιγμιαίας ανύψωσης της στάθμης της θάλασσας και κατανομή των ταχυτήτων των υλικών σημείων σε έναν στάσιμο κυματισμό. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, 2015, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών.....	42
Εικόνα 4.1	Κυματισμός γραμμικής (διακεκομμένη γραμμή) και μη γραμμικής θεωρίας (συνεχής γραμμή). Πηγή: Κουτίτας, 1994.....	44
Εικόνα 4.2	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου. Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research.....	48
Εικόνα 4.3	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου k . Πηγή: S.K. Chakrabarti, Hydrodynamics of Offshore Structures.....	49
Εικόνα 4.4	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας και τροχιά μορίου νερού στη θεωρία μοναχικού κύματος. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015.....	50
Εικόνα 4.5	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας κύματος με βάση τις διάφορες θεωρίες. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015.....	51
Εικόνα 5.1	Δορυφορική λήψη ακτής μελέτης (Μεσακτή) και επισήμανση σημείου μέτρησης αναπτυγμάτων. Πηγή: https://www.google.gr/maps?hl=en	52
Εικόνα 5.2	Σύνολο αναπτυγμάτων για την ακτή μελέτης (Μεσακτή). Πηγή: https://www.google.gr/maps?hl=en	53
Εικόνα 6.1	Πεδίο εφαρμογής διάφορων κυματικών θεωριών. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.....	65
Εικόνα 6.2	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου. Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research, 2018.....	82
Εικόνα 6.3	Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5m, 5m, 2,5m$ και $1m$ και κυματισμό μελέτης με περίοδο $T=T_p=9,8sec$).....	88
Εικόνα 6.4	Πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών. Πηγή: John D. Fenton, The Cnoidal Theory of Water Waves, 1998.....	91
Εικόνα 6.5	Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή (διακρίνονται ευκρινώς οι κυματισμοί τύπου surf) Πηγή: Icaria Surf School.....	93
Εικόνα 6.6	Σύνολο αναπτυγμάτων για την ακτή μελέτης (Μεσακτή). Διακρίνεται με έντονο κόκκινο χρώμα η διεύθυνση κυματισμού από το τρίτο πόδι της Χαλκιδικής. Πηγή: https://www.google.gr/maps?hl=en	94
Εικόνα 6.7	Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5m$ και κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με διαφορετική περίοδο).....	103
Εικόνα 6.8	Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου. Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research, 2018.....	106

Εικόνα 6.9	Πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών. Με έντονο κόκκινο χρώμα φαίνεται ο περιορισμός του Nelson, καθώς και η σταδιακή μετάβαση από τη θεωρία του κύματος ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal wave) στη θεωρία του μοναχικού κύματος (Solitary wave). Πηγή: John D. Fenton, <i>The Cnoidal Theory of Water Waves</i> , 1998.....	108
Εικόνα 6.10	Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5m$ και κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με διαφορετική περίοδο).....	112
Εικόνα 6.11	Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή (διακρίνονται ευκρινώς οι κυματισμοί τύπου surf με πλατιές κοιλίες) Πηγή: http://www.ikariasurfschool.com/el/	113
Εικόνα 6.12	Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή (με έντονο κόκκινο χρώμα η πλατιά κοιλία και οι οξείες κορυφές) Πηγή: http://www.ikariasurfschool.com/el/	113
Εικόνα 7.1	Τεχνητή πισίνα “ Kelly Slater” (αριστερά οι μεταλλικές βυθισμένες λεπίδες που δημιουργούν τους κυματισμούς τύπου surf). Πηγή: http://www.sciencemag.org/news/2017/11/surfer-and-scientist-teamed-create-perfect-wave	118
Εικόνα 7.2	Τεχνητή πισίνα “ Kelly Slater” (διακρίνονται ευκρινώς οι τεχνητοί κυματισμοί τύπου surf). Πηγή: http://www.theriderpost.com/disciplines/water/surf/8000-surf-vague-surf-ranch-kelly-slater/	119

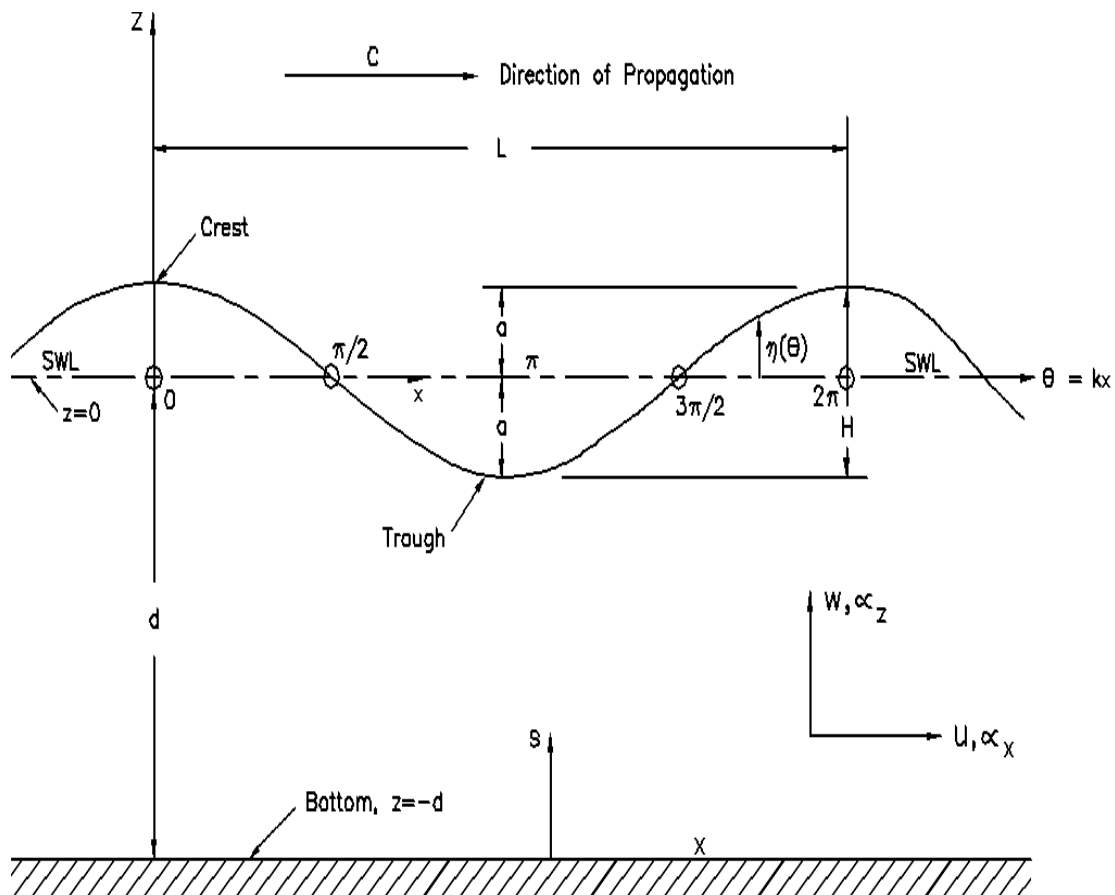
ΣΥΜΒΟΛΑ-ΟΡΙΣΜΟΙ

Ύψος κύματος H [m]: η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ της κορυφής και της κοιλίας του κύματος. Ισούται με το διπλάσιο του εύρους ταλάντωσης των σωματιδίων.
Μήκος Κύματος L ή λ [m]: η οριζόντια απόσταση μεταξύ δύο σωματιδίων που βρίσκονται στην ίδια φάση ταλαντώσεως. Μετράται κατά μήκος της διεύθυνσης μετάδοσης.
Καμπυλότητα ή κυρτότητα κύματος γ: ο λόγος του ύψους κύματος προς το μήκος κύματος. $\gamma = H/L$
Περίοδος κύματος T [sec]: ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης των σωματιδίων. Ορίζεται σαν το χρονικό διάστημα μεταξύ της διελεύσεως δύο διαφορετικών κορυφών κύματος από ένα ορισμένο σημείο.
Κυκλική συχνότητα ω [sec⁻¹]: $\omega = \frac{2\pi}{T}$
Συχνότητα f [sec⁻¹]: $f = \frac{1}{T}$
Ταχύτητα κύματος C (ή ταχύτητα φάσεως) [m/sec]: η απόσταση που διανύεται από το μέτωπο του κύματος στη μονάδα του χρόνου. Εξ ορισμού είναι: $C = \frac{L}{T} \quad \text{και} \quad C = \frac{L\omega}{T}$
Βάθος νερού d [m]: η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας σε ηρεμία πάνω από τον πυθμένα.
Σχετικό βάθος νερού: $\frac{d}{L}$
Αριθμός κύματος k: $k = \frac{2\pi}{L}$
Άνοδος της ελεύθερης επιφάνειας z=η(x,y,t) [m]: η απόσταση της επιφάνειας του κύματος από τη στάθμη ηρεμούντος ύδατος. Δίνεται από την κατάλληλη συνάρτηση ανάλογα με τη θεωρία που εφαρμόζεται.
Μέτωπο κύματος: ένα επίπεδο κάθετο προς τη διεύθυνση διάδοσης και εφαιπτόμενο στη διατομή του κύματος.
Διεύθυνση μεταδόσεως (ή ακτίνα κύματος): η κάθετη γραμμή προς το μέτωπο του κύματος (κείται στο επίπεδο της ταλάντωσης).
Ανάπτυγμα κύματος F (fetch) [m]: το χωρίς εμπόδια ευθύγραμμο και κατά τη διεύθυνση μετάδοσης του κύματος μέγιστο μήκος της θάλασσας εκείνης περιοχής πάνω στην οποία δρα ο άνεμος. Το πλάτος της περιοχής αυτής δεν είναι μικρότερο από το 1/4 του αναπτύγματος.
Διατομή κύματος: η κατακόρυφη διατομή του κατά τη διεύθυνση μετάδοσης.
Κορυφή κύματος: το ψηλότερο σημείο του πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας σε ηρεμία.
Κοιλία κύματος: το χαμηλότερο σημείο του κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας σε ηρεμία.
ΣΗΥ: η ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας σε ηρεμία (Στάθμη Ηρεμούντος Ύδατος)

Πίνακας 1 Χαρακτηριστικά διαστάσεων κύματος. Πηγή: Μουτζούρης, 2009 (μερικώς τροποποιημένα όσον αφορά τους συμβολισμούς)

H₀ [m]: χαρακτηριστικό ύψος κύματος στα βαθιά. Ισούται με το H _s ή το H _{1/3} .
H_s [m]: χαρακτηριστικό ύψος κύματος. Ισούται με $4\sqrt{m_0}$.
H_{1/n}: ο μέσος όρος των $\frac{1}{n}$ μεγαλύτερων υψών κύματος από μία καταγραφή.
H_{rms} [m]: μέσο τετραγωνικό ύψος κύματος. Ισούται με: $H_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_1^n H_i^2}{n}}$, όπου n ο συνολικός αριθμός υψών κύματος που έχουν καταγραφεί
S(ω) ή S(f) [rad/sec] ή [m²*sec]: Φάσμα ενέργειας κυματισμού
m₀: ροπή μηδενικής τάξης, ισούται με το εμβαδόν του φάσματος και είναι ίση με τη διασπορά (σ) της κατανομής.
T_p [sec]: περίοδος κορυφής (peak period), αντιστοιχεί στη συχνότητα (f _p) που δίνει το μέγιστο του φάσματος ενέργειας
θ: φάση κυμάτος. Ισούται με: $\theta = kx - \omega t$ ή $\theta = k(x - ct)$

Πίνακας 2 Ορισμοί και τύποι που αναφέρονται στην εργασία



Εικόνα 1 Τυπική διατομή απλού αρμονικού κύματος.

Πηγή: U.S. Army corps of engineers, Coastal engineering manual: Water Wave Mechanics, August 2008

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο σχεδιασμός έργων στη θάλασσα αποτελεί μία πρόκληση για τον πολιτικό μηχανικό, διότι το υγρό στοιχείο παρουσιάζει ποικίλα προβλήματα. Για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί πολλά μοντέλα και χρειάζονται συχνά δύσκολες προσομοιώσεις σε κατάλληλα εργαστήρια. Για το σχεδιασμό των θαλάσσιων έργων λαμβάνονται υπόψιν τα φορτία και οι πιέσεις από τα ρεύματα και τους κυματισμούς. Κυρίαρχη θέση έχουν οι ανεμογενείς κυματισμοί, που είναι αυτοί που θα μας απασχολήσουν και στη συνέχεια.

1.1 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας

Στην παρούσα εργασία γίνεται μελέτη της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών που φθάνουν στην ακτή του Αρμενιστή Ικαρίας, γνωστή και ως παραλία Μεσακτή. Τα κύματα θα προσεγγιστούν με τη χρήση της γραμμικής θεωρίας του Airy, της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes (2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης), της θεωρίας των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave) με ύψος $H=H_s$ και περίοδο $T=T_p$. Η ρήχωση του πυθμένα επιδρά στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών, οπότε τελικά έχουμε αυτή την ιδιαιτερότητα. Με τις μη γραμμικές θεωρίες του Stokes θα λάβουμε υπόψιν αυτή την επίδραση. Για τα μικρότερα βάθη θα χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave).

1.2 Δομή εργασίας-περιγραφή κάθε κεφαλαίου

Η εργασία διαρθρώνεται σε κεφάλαια και υποενότητες.

Στο **κεφάλαιο 2** αναφέρονται βασικές πληροφορίες για τους ανεμογενείς κυματισμούς, τα μέσα που χρησιμοποιούνται για την καταγραφή τους, τον τρόπο ανάλυσης των μετρήσεων και περιγράφεται το απλό αρμονικό κύμα. Στη συνέχεια γίνεται μια εισαγωγή στα φάσματα.

Στο **κεφάλαιο 3** μελετάται η επίδραση των στερεών ορίων στους κυματισμούς. Περιγράφονται οι μηχανισμοί ρήχωσης, διάθλασης, θραύσης, περίθλασης και ανάκλασης. Τέλος, παρουσιάζεται το φάσμα TMA που λαμβάνει υπόψιν τη ρήχωση του πυθμένα.

Στο **κεφάλαιο 4** περιγράφονται η μη γραμμικές θεωρίες του Stokes, των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και του μοναχικού κύματος (solitary wave). Δίνονται οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή των αρμονικών συνιστωσών και μια σύντομη περιγραφή της θεωρίας μικρών διαταραχών για τη θεωρία του Stokes. Στη συνέχεια παρατίθενται οι τύποι για τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών κατά Stokes. Οι τύποι αυτοί αντιστοιχούν στον Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης.

Στο **κεφάλαιο 5** γίνεται η πρόγνωση των κυματικών χαρακτηριστικών στα ανοιχτά μέσα από τα ανεμολογικά στοιχεία που παρέχει η Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία (EMY) και τη χρήση των χαρτών του GoogleEarth.

Στο **κεφάλαιο 6** βρίσκουμε το νέο ύψος των κυματισμών για τα πιο ρηχά νερά, χρησιμοποιώντας το φάσμα του JONSWAP στα βαθιά, το οποίο πολλαπλασιάζοντας με μία κατάλληλη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, θα μας δώσει το φάσμα στα ρηχά (TMA). Από το ολοκλήρωμα του τελευταίου φάσματος θα υπολογίσουμε το ζητούμενο ύψος κύματος για καθένα από τα 7 βάθη που θα εξετάσουμε (20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m). Γνωρίζοντας το ύψος κύματος ($H=H_s$) και την περίοδο ($T=T_p$) για καθένα από τα προηγούμενα βάθη, θα βρούμε τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας με τη χρήση της γραμμικής θεωρίας του Airy, της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, της θεωρίας των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και της θεωρίας του μοναχικού κύματος (solitary wave). Η επιφάνεια που προκύπτει θα συγκριθεί με την “οπτική εικόνα” της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών που φθάνουν στην παράκτια ζώνη της περιοχής μελέτης και θα εξαχθούν συμπεράσματα για την καταλληλότητα εφαρμογής των παραπάνω κυματικών θεωριών ανάλογα με το βάθος μελέτης.

Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας και παρατίθεται ένα χαρακτηριστικό έργο που κατασκευάστηκε στην Καλιφόρνια, προς επιβεβαίωση των παραπάνω.

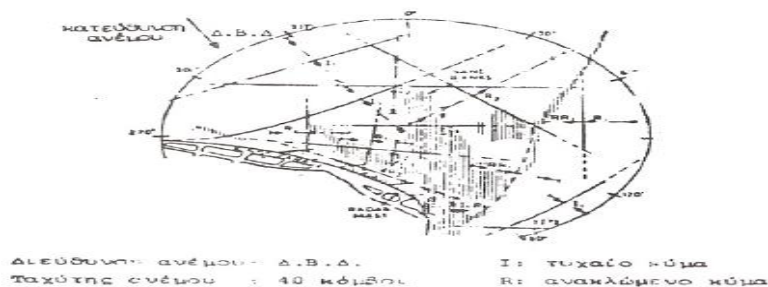
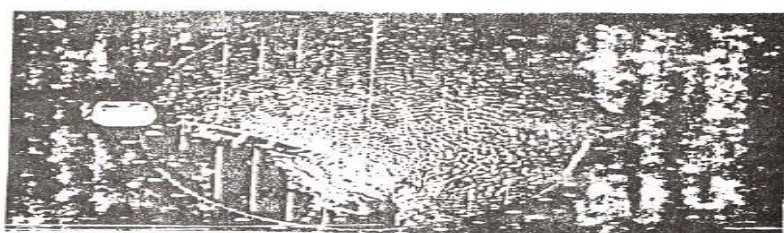
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΚΥΜΑΤΙΣΜΟΙ

Η κίνηση των μαζών νερού μπορεί να προκαλείται από διάφορες αιτίες με κυρίαρχες την παλίρροια και τους κυματισμούς. Η αστρονομική παλίρροια, δηλαδή η περιοδική άνοδος και ταπείνωση της θαλάσσιας επιφάνειας, προκαλείται από την επίδραση κατά κύριο λόγο της σελήνης στη θαλάσσια μάζα. Οι κυματισμοί προκαλούνται από τους ανέμους (ανεμογενείς κυματισμοί), τις σεισμικές δονήσεις (τσουνάμια), γρήγορες μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης (seiches) κτλ.

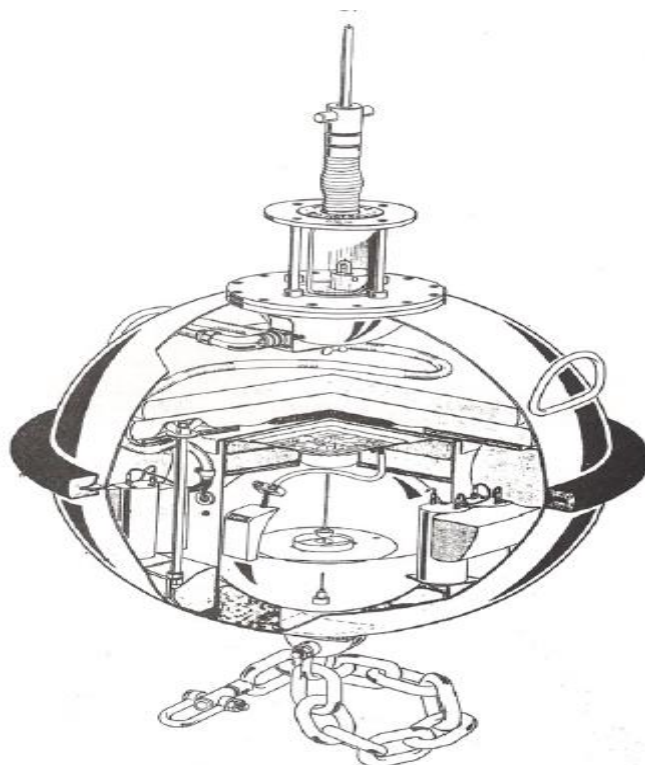
Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με τους κυματισμούς και πιο συγκεκριμένα με τους ανεμογενείς κυματισμούς. Τα χαρακτηριστικά τους, όπως το ύψος κύματος και η περίοδος, είναι ανάλογα της έντασης του ανέμου και του αναπτύγματος πελάγους (fetch). Ανάπτυγμα πελάγους είναι η απόσταση που διανύεται από τον άνεμο, άρα και από τον κυματισμό, σε μία ορισμένη διεύθυνση από την πλησιέστερη ακτή έως την εξεταζόμενη θέση (χωρίς την παρεμβολή κάποιου φυσικού εμποδίου).

Για τον προσδιορισμό της έντασης του ανέμου, καθώς και για την διάρκεια πνοής και τη συχνότητα της εμφάνισης του σε κάθε διεύθυνση αξιοποιούνται οι πληροφορίες που παρέχονται από τα ανεμολογικά δεδομένα των σταθμών της Εθνικής Μετεωρολογικής Υπηρεσίας (ΕΜΥ) και αποτελούν τη μοναδική πηγή δεδομένων για την εξαγωγή του κυματικού κλίματος για τις περιοχές όπου δεν υπάρχουν απευθείας μετρήσεις κυματισμών.

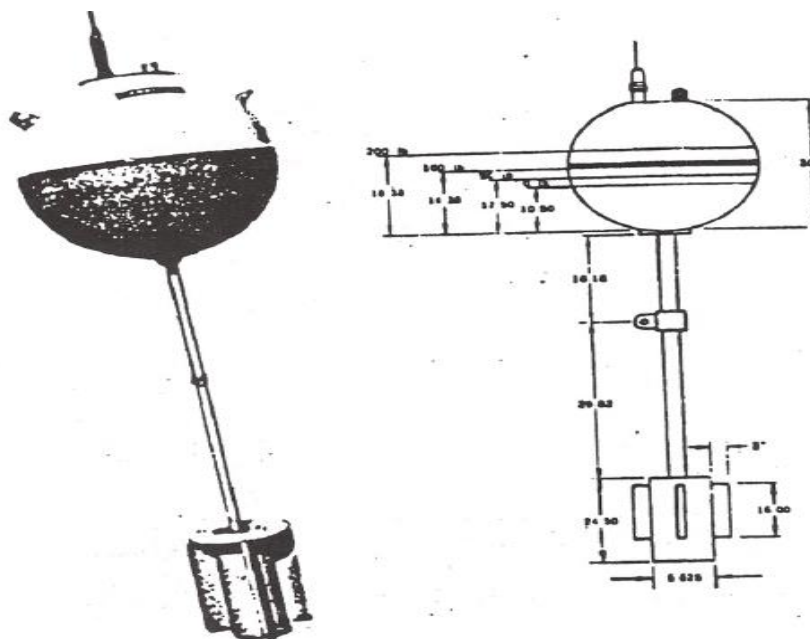
Για τη μέτρηση των κυματισμών στη φύση, η ανάλυση των κυματικών διαταραχών σε ένα ορισμένο σημείο βασίζεται στις καταγραφές των διαταραχών με κατάλληλα όργανα (κατακόρυφη σταδία, μετρητές τοποθετημένους στα ύφαλα πλοίων, φωτογράφιση/στερεογράφιση/κινηματογράφιση με εναέρια μέσα ή ραντάρ μικρού μήκους κύματος, μετρητές με υπερήχους, μετρητές τύπου πλωτήρα).



Εικόνα 2.1 Μέτρηση κυμάτων με ραντάρ. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009



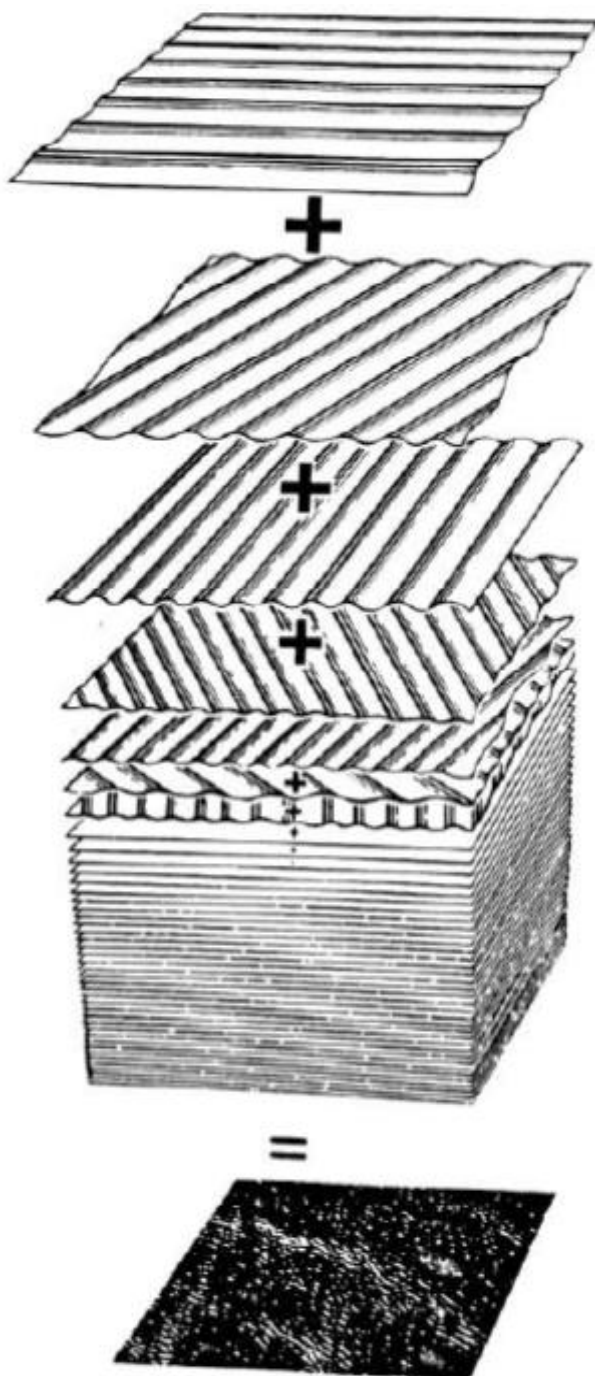
Εικόνα 2.2 Μετρητής κυμάτων τύπου πλωτήρα. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009



Εικόνα 2.3 Μετρητής κύματος τύπου πλωτήρα με προσδιορισμό και της διεύθυνσης μετάδοσης του κύματος. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

2.1 Προσέγγιση με επαλληλία από απλά αρμονικά κύματα

Η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των πραγματικών κυματισμών μπορεί να προσεγγισθεί με επαλληλία απλούστερων αρμονικών κυματισμών με διαφορετικές διευθύνσεις μετάδοσης και χαρακτηριστικά (ύψη, περίοδοι), συνεπώς και διαφορετική μεταφερόμενη ενέργεια.



Εικόνα 2.4 Σύνθεση της θαλάσσιας επιφάνειας. Πηγή: Turekian K.K., *Oceans*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1968

Για κάθε απλό αρμονικό κύμα με μία θεμελιώδη συχνότητα η ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να περιγραφεί από τον παρακάτω τύπο:

$$\eta(x,t) = c \cdot \cos(kx - \omega t + \varepsilon)$$

Όπου c : εύρος

k : αριθμός κύματος

ω : θεμελιώδης κυκλική συχνότητα

ε : διαφορά φάσης

Με την **παραδοχή της αστρόβιλης ροής**, $\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, η ταχύτητα περιγράφεται με συνάρτηση δυναμικού ροής $\varphi(x, z, t)$, $\vec{V} = \text{grad } \varphi$, που σχετίζεται με την ταχύτητα ροής μέσω της οριζόντιας συνιστώσας u και της κατακόρυφης συνιστώσας w ως εξής:

$$u = \frac{d\varphi}{dx} \quad \text{και} \quad w = \frac{d\varphi}{dz}$$

Βέβαια λόγω της εξίσωσης συνέχειας για ασυμπιεστο ρευστό που εκφράζεται από τη σχέση $\text{div } \vec{V} = 0$, το δυναμικό ροής ικανοποιεί την **εξίσωση Laplace** σε όρους φ και σε όρους ταχύτητας u αντίστοιχα, έχοντας ως αποτέλεσμα να ικανοποιείται η εξίσωση διατήρησης του όγκου.

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0$$

Σε ότι αφορά τον **πυθμένα της θάλασσας**, θεωρείται **αδιαπέραστος** και το όριο της ταχύτητας ροής είναι μηδενικό για $z \rightarrow -d$, όπου d το βάθος. Λαμβάνοντας επομένως υπόψιν την συνθήκη αυτή, καταλήγουμε στην κινηματική συνοριακή συνθήκη πυθμένα $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$.

Στην **ελεύθερη επιφάνεια** η ταχύτητα ροής πρέπει να είναι ίση με την ταχύτητα στην επιφάνεια στην κατακόρυφη διεύθυνση. Αυτό επιτυγχάνεται με την γραμμικοποιημένη κινηματική συνοριακή συνθήκη επιφάνειας $\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$.

Η **πίεση επάνω από την ελεύθερη επιφάνεια** θεωρείται **σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική**, και θεωρείται **μηδενική** επομένως η μεταβολή της, καθώς το επίπεδο αυτής της συνεχόμενης πίεσης δεν μεταβάλλει την ροή. Με τη **συνθήκη Bernoulli** προκύπτει η δυναμική γραμμικοποιημένη συνοριακή συνθήκη επιφάνειας $\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\eta = 0$.

Με τον καθορισμό του μαθηματικού υπόβαθρου οδηγούμαστε και στον καθορισμό των χαρακτηριστικών του κύματος. Συνδυάζοντας την εξίσωση Laplace σε όρους ϕ με την κινηματική συνοριακή συνθήκη πυθμένα, προκύπτει η αναλυτική λύση για την συνάρτηση δυναμικού (ϕ) για ένα κύμα αποτελούμενο από μια συχνότητα διάδοσης :

$$\phi = \frac{\omega H}{k^2} \frac{\cosh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$$

Με τη χρήση της γραμμικοποιημένης συνοριακής συνθήκης επιφάνειας, θα έχω τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας (η) :

$$\eta(t) = c \cdot \cos(kx - \omega t + \varepsilon), \text{ όπου } c = -\frac{1}{g} \frac{\omega H}{k^2} \coth(kd) \quad (z=0 \text{ για στάθμη ηρεμίας})$$

Για $x=0$, θα έχω:

$$\eta(t) = c \cdot \cos(-\omega t + \varepsilon)$$

$$\text{Δηλαδή } \eta(t) = c \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\varepsilon) + c \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\varepsilon)$$

$$\text{Θέτω } a = c \cdot \cos(\varepsilon) \text{ και } b = c \cdot \sin(\varepsilon)$$

Έχω τελικά :

$$\eta(t) = a \cdot \cos(\omega t) + b \cdot \sin(\omega t)$$

2.2 Ανάλυση επί τόπου μετρήσεων

Η ανάλυση των κυματικών καταγραφών σε ένα ορισμένο σημείο βασίζεται στις καταγραφές των διαταραχών με κατάλληλα όργανα. Οι καταγραφές γίνονται επί 15 – 20 λεπτά ανά 2 – 4 ώρες. Η ανάλυση των καταγραφών των κινήσεων ενός σημείου της θαλάσσιας επιφάνειας αποσκοπεί στον προσδιορισμό χαρακτηριστικών παραμέτρων των κυμάτων και εν γένει των καταστάσεων διαταραχής στην περιοχή, όπως περιγράφονται σε προηγούμενο απόσπασμα. Ο προσδιορισμός γίνεται :

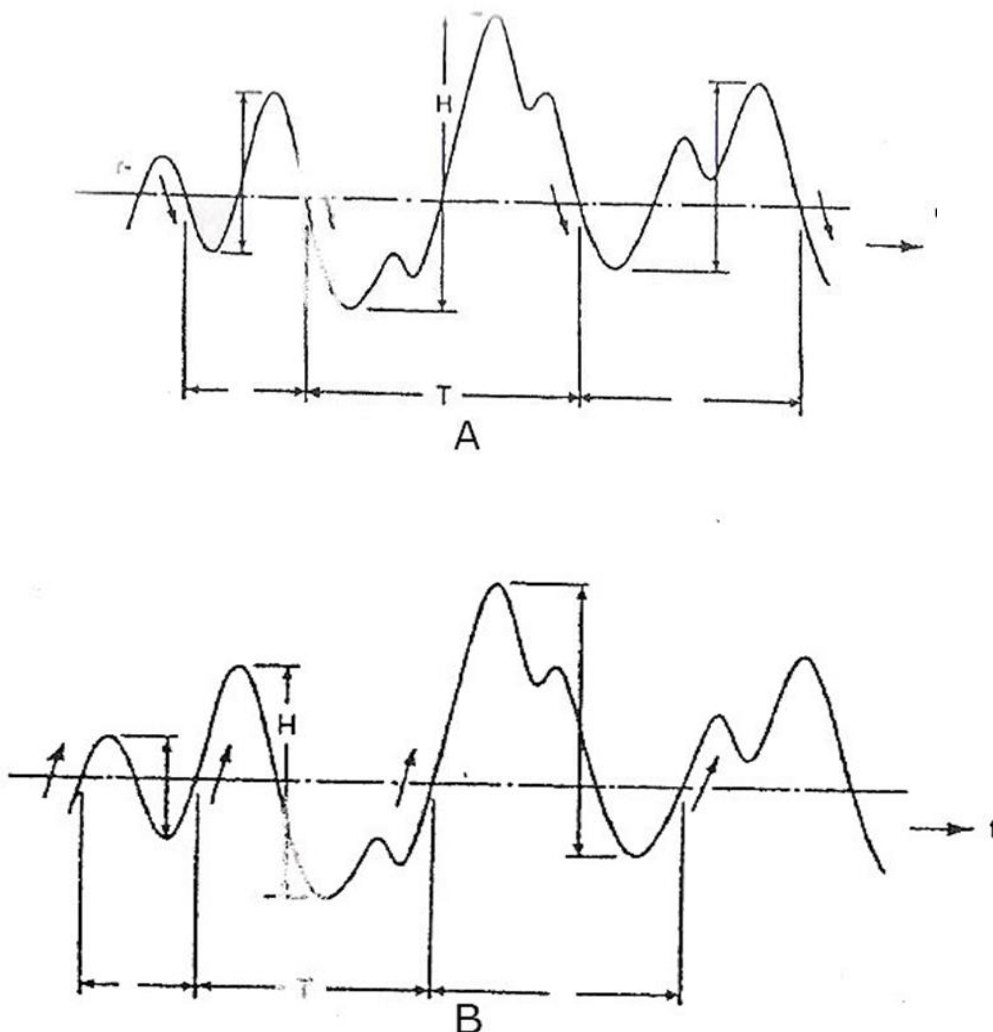
- για τη θαλάσσια διαταραχή από την πνοή ενός ορισμένου ανέμου σε κάποιο περιορισμένο χρονικό διάστημα
- για τις θαλάσσιες διαταραχές στην περιοχή από το σύνολο – κατά το δυνατόν βέβαια – των εμφανιζόμενων ανέμων σε ευρέα χρονικά διαστήματα

Στην πρώτη περίπτωση επιτυγχάνεται η περιγραφή της διαταραχής σε συνάρτηση με τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου ανέμου. Στη δεύτερη περίπτωση επιδιώκεται η περιγραφή της περιβάλλουσας των ανέμων. Η περιγραφή της περιβάλλουσας βασίζεται σε χρονοσειρά περιγραφών των μεμονομένων ανέμων και επιδιώκει τον προσδιορισμό ακραίων τιμών. Ο προσδιορισμός από τις απλές αρμονικές συνιστώσες των φυσικών κυματισμών, γίνεται είτε με ανάλυση στην περιοχή του χρόνου, είτε με ανάλυση στην περιοχή των συχνοτήτων.

2.2.1 Ανάλυση στην περιοχή του χρόνου

Στην ανάλυση στην περιοχή χρόνου προσδιορίζονται οι χρονικές μεταβολές της θαλάσσιας επιφάνειας, όπως είναι το ύψος και την περίοδο κύματος, με τη βασική παραδοχή, ότι το ένα ορισμένο κύμα είναι ανεξάρτητο από οποιοδήποτε άλλο. Η ανάλυση μιας καταγραφής αρχίζει με τον προσδιορισμό των περιεχομένων διαδοχικών κυμάτων. Ο προσδιορισμός γίνεται :

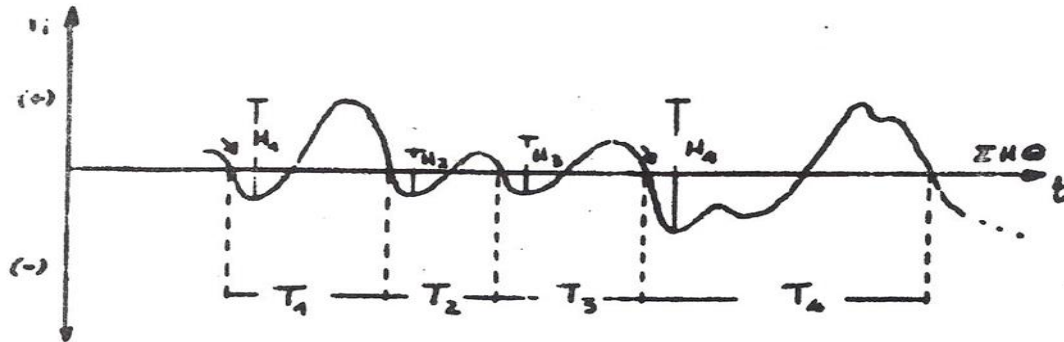
- Είτε με τη “μέθοδο τομής της μέσης στάθμης προς τα πάνω” ή απλούστερα “μέθοδο ανοδικού μηδενισμού” (zero up-crossing method)
- Είτε με τη “μέθοδο τομής της μέσης στάθμης προς τα κάτω” ή απλούστερα “μέθοδο καθοδικού μηδενισμού” (zero down-crossing method)



Εικόνα 2.5 Ανάλυση τυπικής καταγραφής. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

2.2.1α Στατιστικός προσδιορισμός κυματικών παραμέτρων

Ο ορισμός των διαδοχικών κυμάτων στην καταγραφή γίνεται με τη μέθοδο του καθοδικού μηδενισμού. (βλ. σχήμα 2.7)

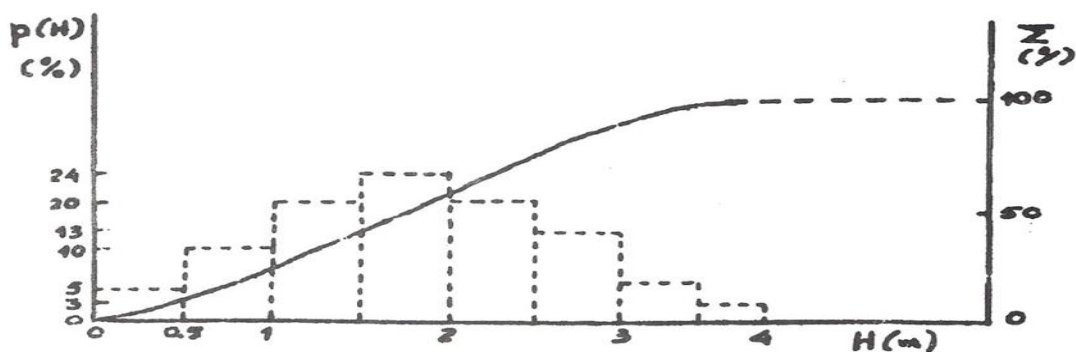


Εικόνα 2.6 Προσδιορισμός διαδοχικών κυμάτων. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

Αφού μετρηθούν τα περιεχόμενα N κύματα στην καταγραφή και καταταχθούν σε φθίνουσα σειρά (H_1 το υψηλότερο, H_N το χαμηλότερο), προκύπτουν οι διαφορές παράμετροι της περιγραφόμενης θαλάσσιας διαταραχής ως εξής :

$$\begin{aligned}
 H_{\max} &= H_1 & \text{και} & & H_{\min} &= H_N \\
 H_{1/3} &= \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} H_i \\
 T_{1/3} &= \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} T_i \\
 T_{H1/3} &= \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} T H_i
 \end{aligned}$$

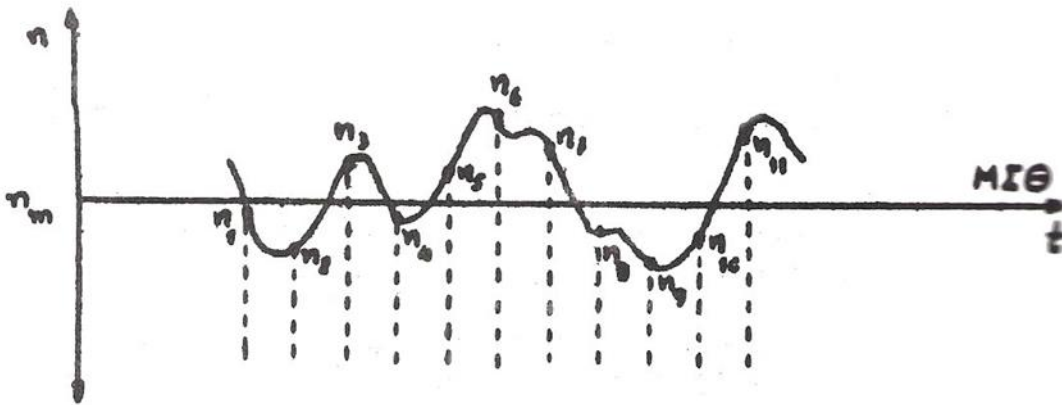
Από την κατάταξη σε φθίνουσα σειρά προκύπτουν και το ιστόγραμμα και η αθροιστική καμπύλη κύματος (βλέπε σχήμα 2.8). Συνήθεις θεωρητικές καμπύλες κατανομής των υψών είναι οι Rayleigh και Weibull.



Εικόνα 2.7 Ιστόγραμμα υψών κύματος και αθροιστική καμπύλη. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

2.2.1β Προσδιορισμός κυματικών παραμέτρων με τη μέθοδο RMS

Η μέθοδος RMS (Root-Mean-Squares) ή μέθοδος τετραγωνικής ρίζας μέσω των τετραγώνων βασίζεται στην ερευνητική εργασία για τη στατιστική θαλασσιών κυμάτων των Longuet-Higgins and Cartwright (1956), η οποία δέχεται ότι ισχύει η κατανομή των υψών κατά Reyleigh(1978). Οι βασικές παράμετροι προσδιορίζονται σε συνάρτηση με την τιμή n_{rms} των K τιμών των απομακρύνσεων n_i της θαλάσσιας επιφάνειας $n(t)$. Οι τιμές n_i από τη λήψη των τιμών της $n(t)$ με ένα σταθερό χρονικό βήμα (βλέπε σχήμα 2.9).



Εικόνα 2.8 Ψηφιοποίηση καταγραφής. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

Η μέση στάθμη n_m της ΜΣΘ προκύπτει :

$$n_m = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K n_i$$

Η τιμή n_{rms} ορίζεται ίση με :

$$n_{rms} = (\bar{n})^{1/2}$$

όπου :

$$\bar{n} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K n_i^2$$

Από την τιμή n_{rms} προκύπτουν ως εξής οι βασικές παράμετροι ύψους :

$$H_{1/3} = 4n_{rms}$$

$$H_m = 2.5n_{rms}$$

Η μέθοδος RMS δεν επιτρέπει τον υπολογισμό των περιόδων κύματος.

Στον Πίνακα 2.1 δίνονται σχέσεις μεταξύ του $H_{1/3}$ και διάφορων άλλων υψών κύματος σε μία καταγραφή για μία ορισμένη ταχύτητα ανέμου :

*Πίνακας 2.1 Λόγοι διαφόρων υψών προς το χαρακτηριστικό ύψος κύματος.
Πηγή: Engineer Manual EM 1110-2-2904. Dept. of the army, 1983*

Χαρακτηριστικό ύψος κύματος	1
Ύψος ημιτονοειδών κυμάτων με την ίδια ενέργεια	0.8
Ύψος κύματος ανυπέρβλητο κατά το 20% του χρόνου	0.9
Ύψος κύματος ανυπέρβλητο κατά το 10% του χρόνου	1.1
Ύψος κύματος ανυπέρβλητο κατά το 5% του χρόνου	1.2
Ύψος κύματος ανυπέρβλητο κατά το 3% του χρόνου	1.3
Ύψος κύματος ανυπέρβλητο κατά το 1% του χρόνου	1.6

Το πιο πιθανό μέγιστο ύψος H_{max} μεταξύ N κυμάτων δίνεται από τον τύπο :

$$H_{max} = H_{1/3} * 0.707 * \sqrt{\ln(N)}$$

Συχνά το ύψος $H_{1/3}$ εκφράζεται και σαν συνάρτηση του H_{rms} από τις παρακάτω σχέσεις:

$$H_{1/n} = H_{rms} \left[\sqrt{\ln N} + \frac{n}{2} \sqrt{\pi} (1 - \text{erf} \sqrt{\ln N}) \right]$$

Ετσι π.χ.

$$H_{1/3} = 1.41 H_{rms}$$

$$H_{1/10} = 1.80 H_{rms}$$

Ο Longuet-Higgins συνέταξε πίνακες για των υπολογισμό των μέσων τιμών E των πιο πιθανών τιμών μ λόγω H_{max} / H_{rms} σε συνάρτηση με τον αριθμό κυμάτων N (βλέπε πίνακα 2.2) σε μία καταγραφή για μία ορισμένη ταχύτητα ανέμου.

Πίνακας 2.2 Μέσες και πιο πιθανές τιμές του λόγου H_{max}/H_{rms} . Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

N	$E [H_{max} / H_{rms}]$	$\mu [H_{max} / H_{rms}]$
10	1.676	1.583
100	2.280	2.172
1000	2.738	2.642
10000	3.130	3.014
100000	3.478	3.400

2.2.2 Ανάλυση στην περιοχή των συχνοτήτων

Η πιο πρόσφατη τάση στις μεθοδολογίες περιγραφής μιας κατάστασης διαταραχής της θαλάσσιας επιφάνειας χρησιμοποιεί τη φασματική ανάλυση. Φάσμα κυματισμού (wave spectrum) είναι η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας της κατακόρυφης μετατόπισης της θαλάσσιας επιφάνειας $\eta(t)$ ως προς τη συχνότητα.

Θεωρώντας μία επαλληλία πολλών απλών αρμονικών κυμάτων, θα υπολογίσω την ελεύθερη επιφάνεια του πραγματικού κύματος. Χρησιμοποιώντας μια σειρά Fourier, θα έχω:

$$\eta(t) = \sum_{n=0}^N a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

όπου a_n και b_n : συντελεστές της σειράς Fourier
N: ο αριθμός των συνιστωσών Fourier
 ω_0 : θεμελιώδης κυκλική συχνότητα

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \eta(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

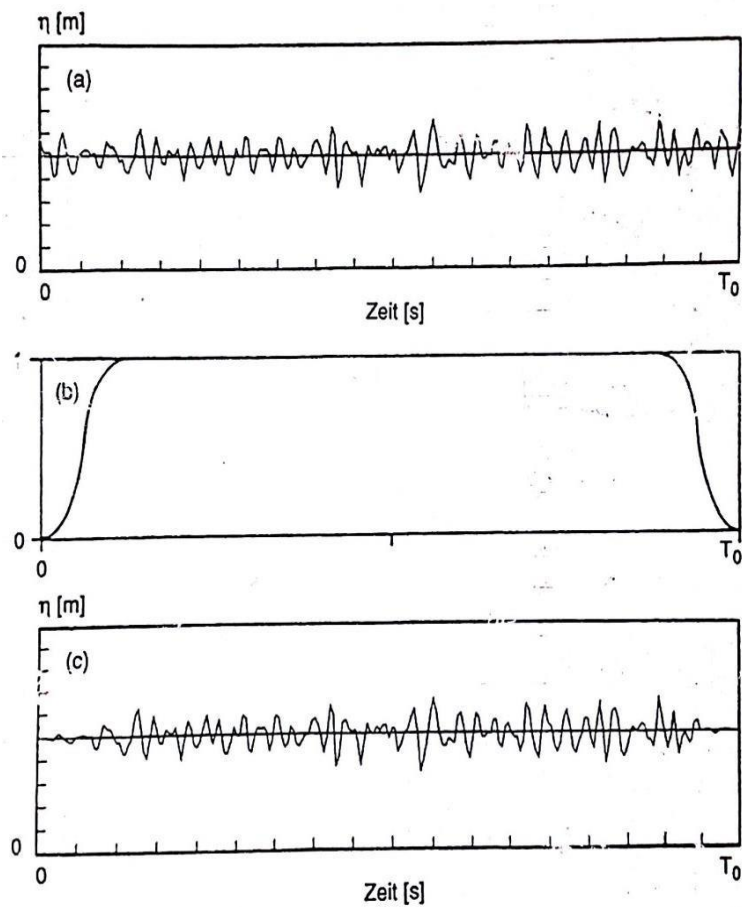
$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \eta(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

Με το T_0 να είναι ο συνολικός χρόνος της καταγραφής.

Πολλαπλασιάζουμε την καταγραφή με μια συνάρτηση εξομάλυνσης, ώστε να αρχίζει και να τελειώνει με μηδενική τιμή. Η συνάρτηση αυτή ξεκινάει με την τιμή 0 και με κλίση εφαπτομένης 0 και σταδιακά αυξάνεται μέχρι να πάρει την τιμή 1. Ομοίως συμπεριφέρεται και στο τέλος, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.

Από την καταγραφή της ελεύθερης επιφάνειας με μετασχηματισμό Fourier προκύπτει το φάσμα της καταγραφής $S(f)$, ενώ ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier θα δώσει μια χρονοσειρά $\eta(t)$ με τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά που είχε η αρχική καταγραφή. Το αποτέλεσμα του αντίστροφου μετασχηματισμού είναι μια χρονοσειρά που αποτελεί μία πιθανή εκδοχή της πραγματικότητας.

Η συνάρτηση φάσματος που προκύπτει είναι: $S(f) = (a^2 + b^2)/2\Delta f$



Εικόνα 2.9 (α) διάγραμμα της καταγραφής (β) συνάρτηση εξομάλυνσης (γ) τελικό διάγραμμα της καταγραφής μετά από πολλαπλασιασμό με τη συνάρτηση (β)
 Πηγή: EAK 2002

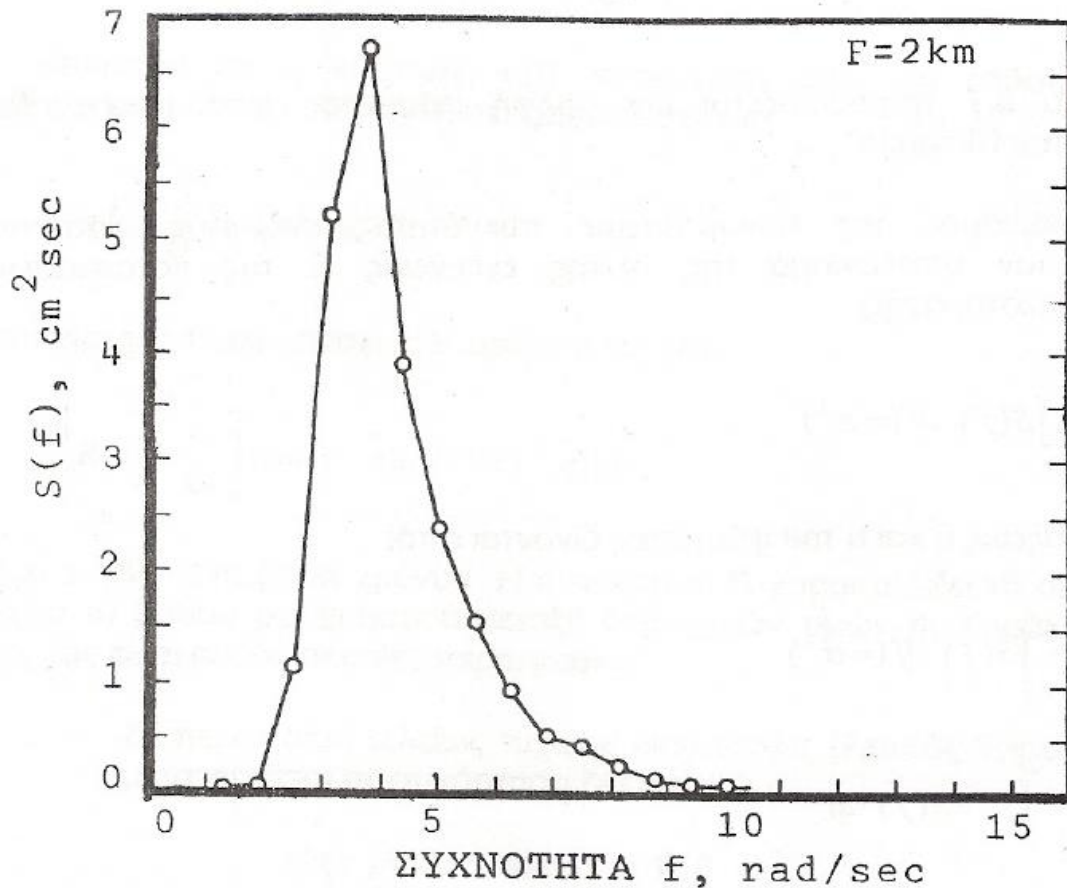
Πρόκειται, ουσιαστικά, για την κατανομή της ενέργειας του κυματισμού μεταξύ των διαφόρων συχνοτήτων. Εκτός από $S(f)$ συμβολίζεται και με $S(\omega)$. Μεταξύ των δυο ισοδύναμων τρόπων έκφρασης του φάσματος, ως προς την απλή συχνότητα ή την κυκλική, ισχύει η σχέση: $S(\omega) = S(f)/2\pi$.

Το φάσμα εκφράζεται σε μονάδες επιφάνειας επί χρόνο ($m^2 \cdot s$).

$$\text{Δίνεται από τον τύπο : } S(\omega) = \frac{A(\omega)^2}{2 \Delta f}$$

Όπου: $A(\omega)$ το εύρος ταλάντωσης

Δf το στοιχειώδες διάστημα στον άξονα των συχνοτήτων



Εικόνα 2.10 Φάσμα ενέργειας κυμάτων από μετρήσεις του Kinsman.
 Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

Ο προσδιορισμός της συνάρτησης πυκνότητας ενέργειας φάσματος επιτρέπει τον υπολογισμό της ολικής ενέργειας E της κατάστασης θαλάσσιας διαταραχής:

$$E = \int_0^{\infty} S(f) df \quad (= \sigma^2)$$

Το ύψος του χαρακτηριστικού κύματος του φάσματος υπολογίζεται κατά Longuet – Higgins από την ολική ενέργεια E του φάσματος :

$$H_s = 4 \left[\int_0^{\infty} S(f) dt \right]^{1/2} = 4\sqrt{E}$$

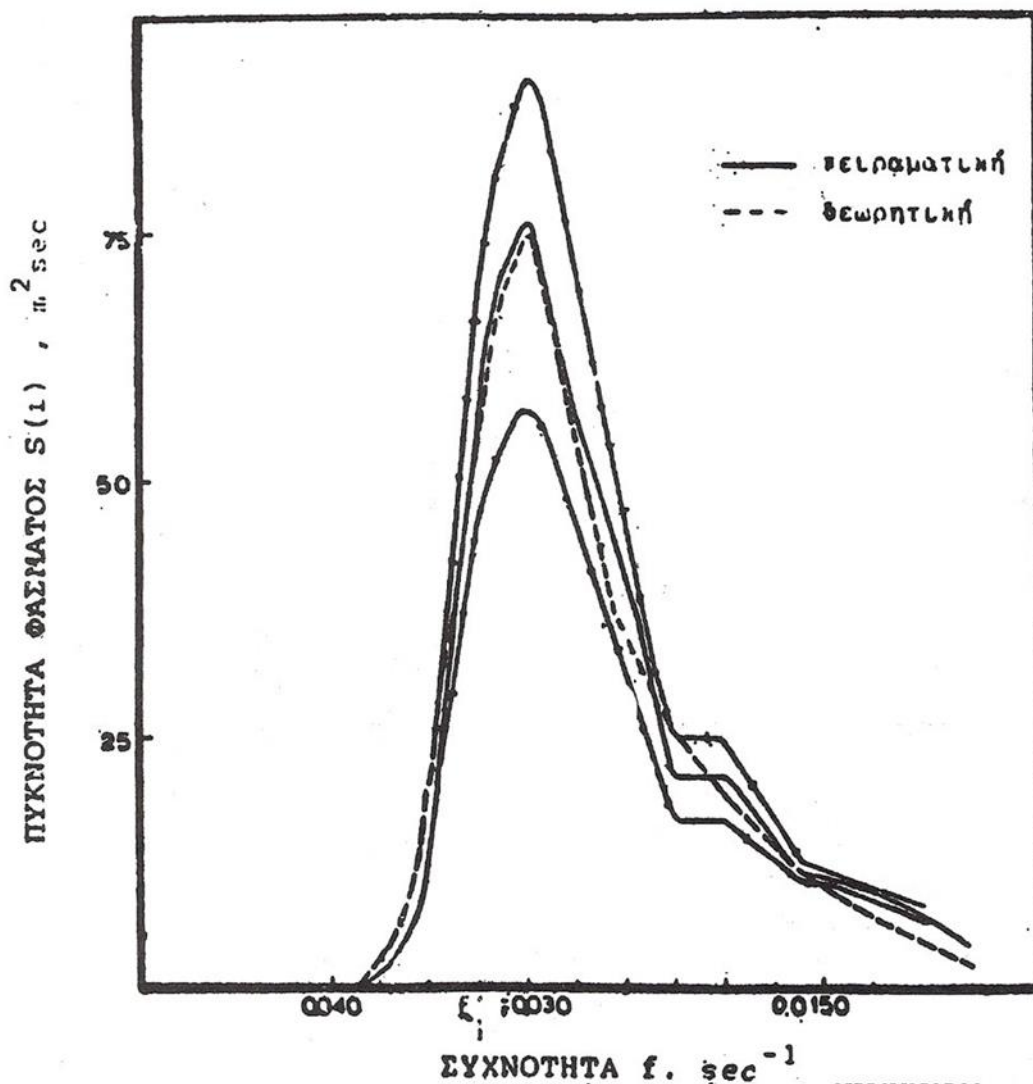
Οπότε $H_s = 4\sigma$

Υπάρχουν διάφορα φασματικά μοντέλα, καθένα από αυτά κατάλληλο για διαφορετική περίπτωση. Εμείς αφού επιλέξουμε το πιο κατάλληλο μοντέλο, θα χρησιμοποιήσουμε μετρήσεις πεδίου προκειμένου να καθορίσουμε κάποιες από τις παραμέτρους του. Τελικά θα έχουμε ένα μοντέλο που θα μας δώσει τις πλέον ρεαλιστικές τιμές για την κατανομή ενέργειας στη συγκεκριμένη περίπτωση.

Εκτεταμένες μετρήσεις και αναλύσεις κατά τη διάρκεια της δεκαετίας 1970-80 στη Βόρεια Θάλασσα έδειξαν ότι για ανάπτυξη κυματισμών με περιορισμό μήκους (πιο συνηθισμένη κατάσταση για παράκτιες λεκάνες), το ενεργειακό φάσμα είναι δυνατό να παραμετροποιηθεί σε μία ενιαία μορφή, γνωστή ως φάσμα JONSWAP.

2.2.α Φάσμα JONSWAP

Το φάσμα JONSWAP προτάθηκε από τους Hasselmann et al., 1973, με βάση τα δεδομένα από το Joint North Sea Wave Program (JONSWAP) του 1969 στα δυτικά των ακτών της Δανίας. Πρόκειται για μία επέκταση του φάσματος Pierson – Moskowitz προς τις μερικά αναπτυγμένες θαλάσσιες διαταραχές, που εισάγονται με μία νέα παράμετρο – συνάρτηση του αναπτύγματος πελάγους X και της ταχύτητας U_{10} . Η νέα παράμετρος παρέχει τη δυνατότητα για στενότερα και πιο απότομα φάσματα, χαρακτηριστικά αύξουσας θαλάσσιας διαταραχής. Το φάσμα JONSWAP είναι σήμερα το πιο διαδεδομένο και χρησιμοποιούμενο.



Εικόνα 2.11 Συνάρτηση πυκνότητας φάσματος JONSWAP
Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

Για το φάσμα JONSWAP έχω:

$$S_j(\omega) = A_\gamma S_{\text{pm}}(\omega) \gamma^{\exp\left[-0,5 \left(\frac{\omega - \omega_p}{\sigma \omega_p}\right)^2\right]}$$

Όπου γ : παράμετρος κορυφής (peakedness parameter)

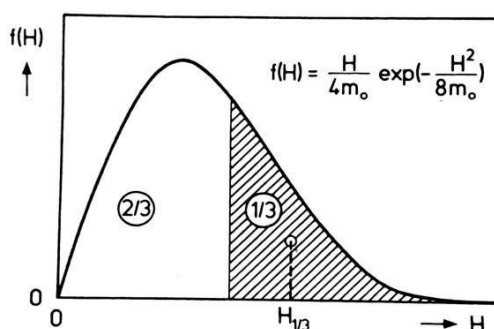
Για το A_γ θα έχω $A_\gamma = 1 - 0,287 \cdot \ln(3,3) = 0,657$

Ο συντελεστής σ θα είναι $\sigma = 0,07$ για $\omega \leq \omega_p$ και $\sigma = 0,09$ για $\omega \geq \omega_p$.

Για τον παράγοντα S_{pm} , έχω : $S_{\text{pm}}(\omega) = \frac{5}{16} H_s^2 \omega_p^4 \omega^{-5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) - 4\right]$

2.2.β Κατανομές Rayleigh-Weibull

Μετά τον υπολογισμό του φάσματος είναι απαραίτητος ο σχεδιασμός της καμπύλης κατανομής για τα διάφορα ύψη κύματος, ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για τα χαρακτηριστικά που μας ενδιαφέρουν. Θα χρησιμοποιήσουμε την **κατανομή Rayleigh**.



Εικόνα 2.12 Κατανομή Rayleigh. Πηγή: Droste W. et al., *Handbuch der Werften, Schiffsverlag "Hansa", Hamburg, 1982*

Στο σχήμα 2.11 παρουσιάζεται η γενική μορφή της κατανομής Rayleigh, όπως προτάθηκε από τον Kokkinowrachos. Όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα, το χαρακτηριστικό ύψος κύματος $H_{1/3}$ αντιστοιχεί στην τετμημένη του κέντρου βάρους του γραμμοσκιασμένου τμήματος, που ισούται με το $1/3$ της συνολικής επιφάνειας του διαγράμματος. Αντίστοιχα μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των υπολοίπων χαρακτηριστικών υψών.

Όσο το βάθος μειώνεται, έχει αποδειχθεί ότι η **κατανομή Weibull** απεικονίζει την τιμή του ύψους H πιο ρεαλιστικά, ενώ η κατανομή Rayleigh, παρόλο που χρησιμοποιείται ευρέως και στα ρηγά, οδηγεί σε υπερδιαστασιολόγηση των κατασκευών. Αυτό συμβαίνει διότι η κατανομή Rayleigh σε μικρότερα βάθη υποεκτιμά τα μικρά ύψη κύματος ενώ υπερεκτιμά τα μεγαλύτερα.

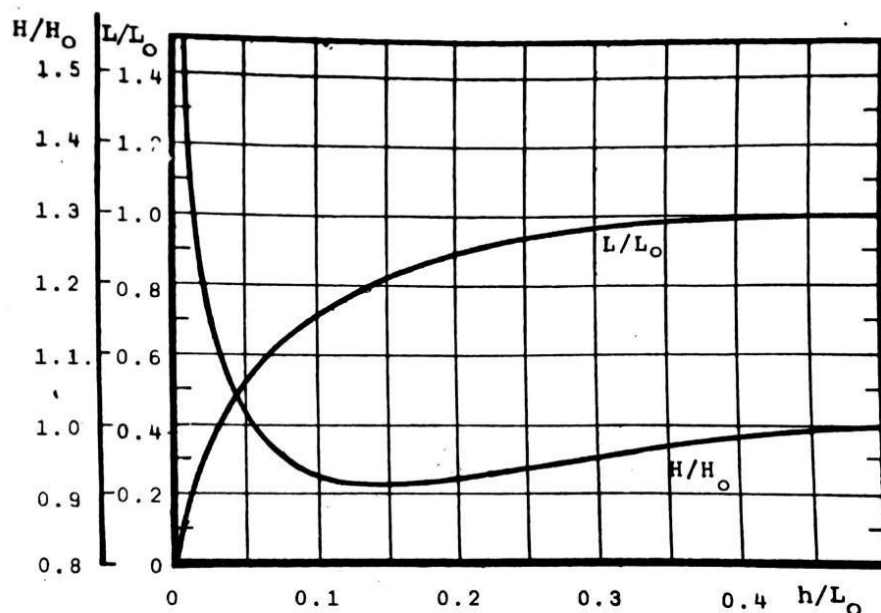
3 Επίδραση στερεών ορίων

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι μηχανισμοί μετασχηματισμού των κυματισμών όταν αυτοί πλησιάζουν τις ακτές. Περιλαμβάνονται τα παρακάτω φαινόμενα: επίδραση της ρήξης, διάθλαση, θραύση, περίθλαση και ανάκλαση. Τέλος, περιγράφεται και η επίδραση της ρήξης στο φάσμα των κυματισμών, μέσω του φάσματος TMA.

Όταν οι κυματισμοί πλησιάζουν την ακτή, σε βάθη μικρότερα του $L/2$ ($d < L/2$) το βάθος της θάλασσας επιδρά στο χαρακτηριστικό ύψος του κύματος. Στους μονοχρωματικούς κυματισμούς που εξετάζουμε η περίοδος του κυματισμού παραμένει σταθερή, οι μεταβολές του βάθους d συνεπάγονται μεταβολές στην ταχύτητα διάδοσης c , στο μήκος L , και στη γωνία πρόσπτωσης β .

3.1 Ρήξηση

Κατά το φαινόμενο αυτό, παρατηρείται μείωση του μήκους κύματος L με το βάθος, ενώ όσον αφορά το ύψος κύματος H , αυτό αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια όσο πλησιάζουμε στα ρηγά αυξάνεται. Οι μεταβολές αυτές απεικονίζονται στο διάγραμμα που δίνεται στο σχήμα 3.1. Στη συνέχεια δίνονται τύποι που δίνουν τα μεγέθη που αναφέρθηκαν μετά την επίδραση της ρήξης.



Εικόνα 3.1 Μεταβολές του μήκους και ύψους κύματος σε συνάρτηση με το βάθος
Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

Εξίσωση διασποράς από τη θεωρία απειροστού ύψους : $\omega^2 = kg \cdot \tanh(kd)$

Από όπου αντικαθιστώντας τον αριθμό κύματος $k=2\pi/L$, το $\omega=2\pi/T$ και λύνοντας ως προς L προκύπτει η εξίσωση του μήκους κύματος:

$$L=L_0 \tanh \frac{2\pi d}{L}$$

Ο υπολογισμός του L σε συνάρτηση με τα d και L_0 γίνεται με διαδοχικές προσεγγίσεις.

Το ύψος κύματος στα βαθιά H_0 πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή ρήχωσης K_s και προκύπτει το ύψος στο βάθος που εξετάζουμε H .

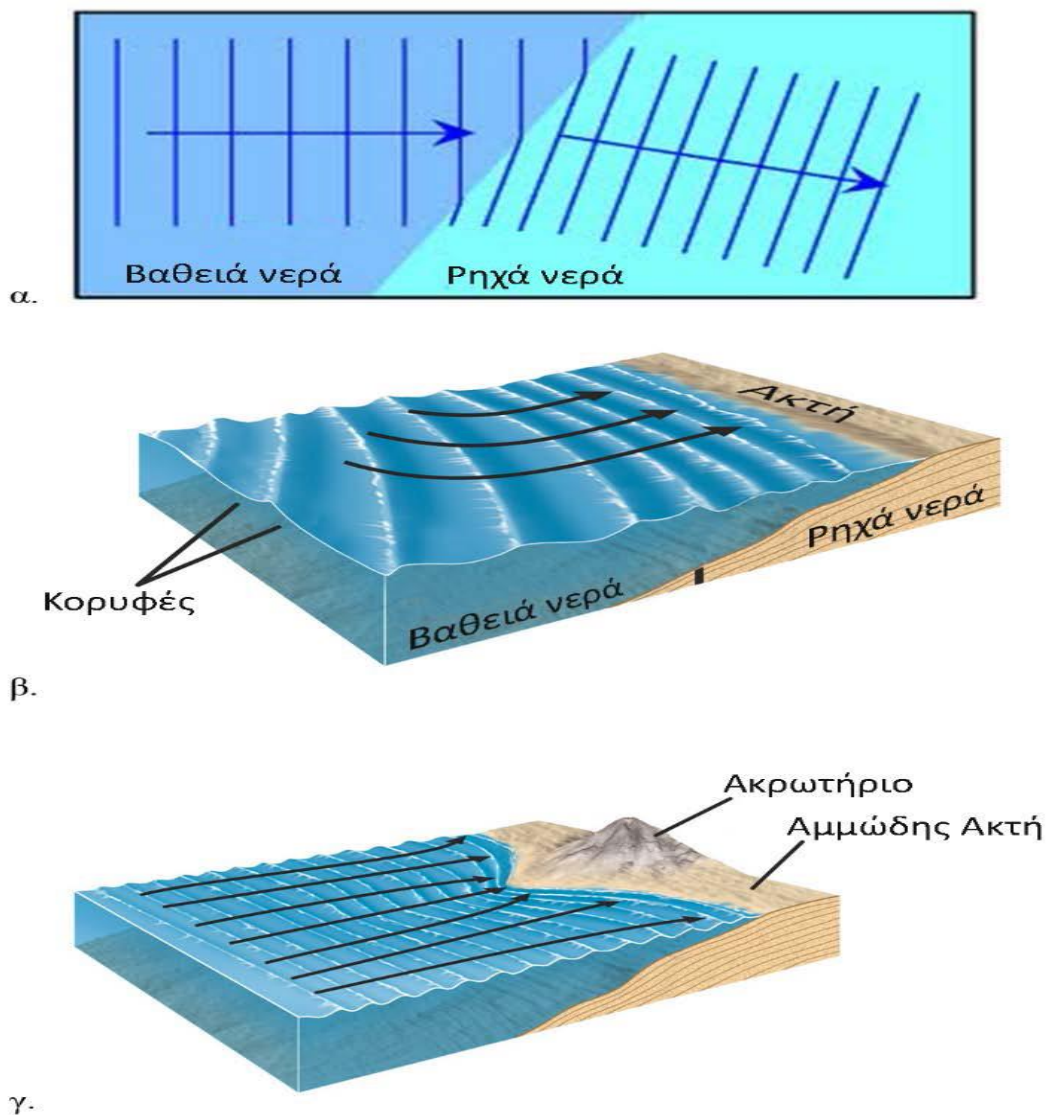
$K_s = (c_{g,0}/c_g)^{0,5} = (c_0/2nc)^{0,5}$ όπου:

$$c \text{ η ταχύτητα κύματος, } c_g \text{ η ταχύτητα ομάδας κύματος και } n = c_g/c = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right]$$

Η προηγούμενη εξίσωση εξάγεται διότι η ενέργεια ή πυκνότητα ενέργειας, δηλαδή η συνολική ενέργεια -δυναμική και κινητική- ανά μονάδα μήκους της κορυφογραμμής του κύματος ισούται με $\bar{E} = \frac{1}{8}\rho g H^2$

3.2 Διάθλαση

Η διάθλαση είναι το φαινόμενο της αλλαγής της κατεύθυνσης των κυματισμών, όταν αυτοί μεταδίδονται από ένα βάθος σε ένα άλλο, διαφορετικό (Σχήμα 3.2α). Αυτό γίνεται γιατί τα σημεία της κορυφογραμμής ενός κυματισμού που βρίσκονται σε μικρότερο βάθος μεταδίδονται με μικρότερη ταχύτητα από αυτά που βρίσκονται σε μεγαλύτερο και άρα στο ίδιο χρονικό διάστημα διανύουν μικρότερη απόσταση. Όσο οι κυματισμοί πλησιάζουν την ακτή και μεταδίδονται σε ολοένα και μικρότερα βάθη, μεταβάλλεται η κατεύθυνσή τους και τείνουν να προσπίπτουν κάθετα στην ακτή, ενώ οι κορυφές τείνουν να γίνουν παράλληλες προς τις ισοβαθείς (Σχήμα 3.2β). Η γωνία πρόσπτωσης μειώνεται τείνοντας στο μηδέν στα πάρα πολύ μικρά βάθη. Ως γωνία πρόσπτωσης ορίζεται η γωνία που σχηματίζεται από την κάθετη στην κορυφογραμμή του κύματος με την κάθετη στην ακτογραμμή ή ομοίως ως η γωνία που σχηματίζεται από την κορυφογραμμή και την ακτογραμμή.



Εικόνα 3.2 Διάθλαση κυματισμών. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, *Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών*, 2015

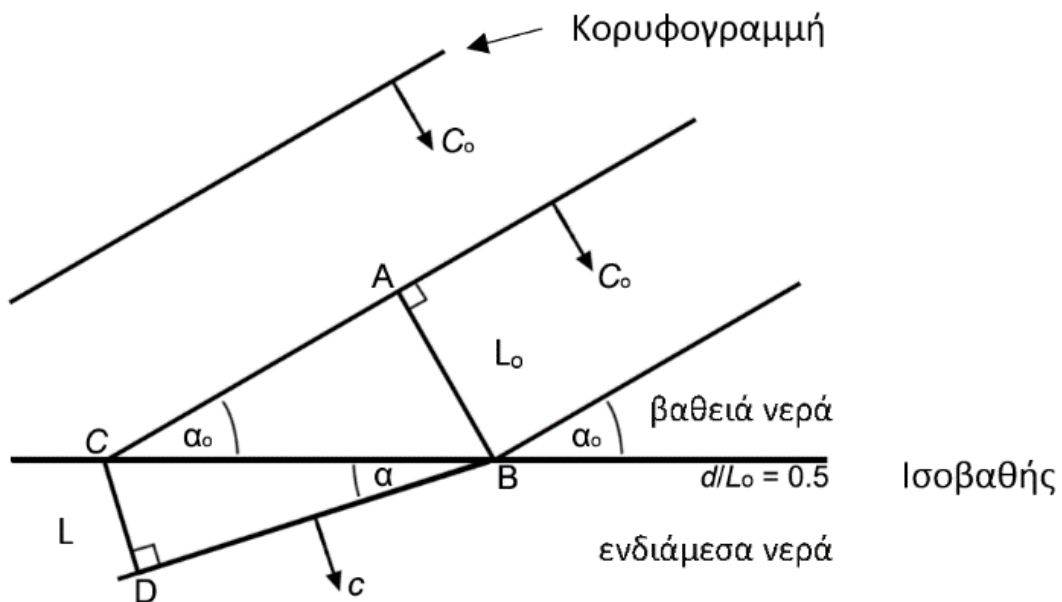
Εφόσον οι γραμμές των κορυφών των κυματισμών τείνουν να παραλληλιστούν με τις ισοβαθείς του πυθμένα, ανάλογα με την περίπτωση μπορεί να αποκλίνουν, π.χ. σε έναν κόλπο, ή να συγκλίνουν, π.χ. σε ένα ακρωτήριο (Σχήμα 3.2γ). Στην πρώτη περίπτωση θα έχουμε μείωση του ύψους του κύματος, ενώ στη δεύτερη αύξηση.

Θεωρούμε έναν κυματισμό στα βαθιά νερά μήκους L_0 ο οποίος εισέρχεται στα ενδιάμεσα νερά όπου το μήκος του μειώνεται σε L (Σχήμα 3.3). Η γωνία πρόσπτωσης στα βαθιά νερά είναι α_0 και στα ενδιάμεσα και ρηγά νερά α . Στη διάρκεια μιας περιόδου ο κυματισμός διανύει την απόσταση $AB=L_0$ στα βαθιά νερά και την απόσταση $CD=L$ στα ενδιάμεσα. Εύκολα εξάγεται ότι:

$$BC = L_0 / \sin \alpha_0 = L / \sin \alpha$$

$$\text{ή } \sin \alpha / \sin \alpha_0 = L / L_0$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως «νόμος του Snell».

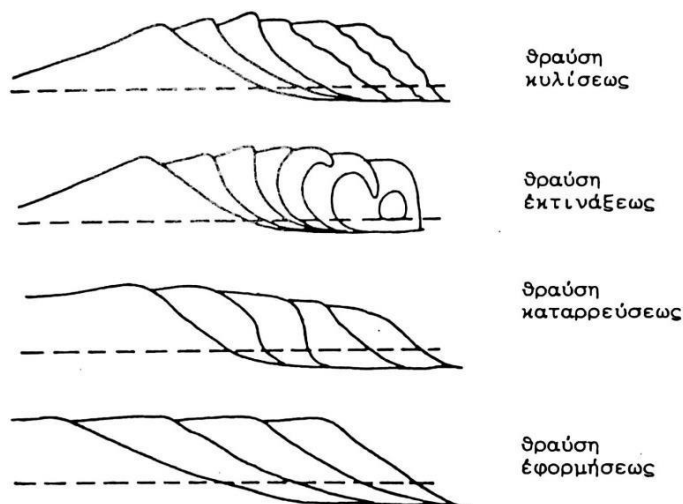


Εικόνα 3.3 Σχήμα ορισμού διάθλασης κυματισμών. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015

3.3 Θραύση

Το φαινόμενο της θραύσης έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον όχι μόνο όσον αφορά την εκτίμηση του κυματικού πεδίου, αλλά και γιατί σχετίζεται με ποικίλες διεργασίες της παράκτιας ζώνης όπως κυματογενή ρεύματα, αναρρίχηση, αύξηση μέσης στάθμης θάλασσας, στερεομεταφορά και παράκτια μορφοδυναμική.

Η θραύση οφείλεται είτε στην αύξηση της καμπυλότητας H/L πέρα από ένα επιτρεπόμενο όριο (θραύση στην ανοιχτή θάλασσα, whitewater) είτε στην επίδραση του πυθμένα που επίσης οδηγεί τον κυματισμό σε κατάσταση υδροδυναμικής αστάθειας, επειδή η κορυφή του διαδίδεται με μεγαλύτερη ταχύτητα από την κοιλιά του.



Εικόνα 3.4 Βασικοί τύποι θραύσης. Πηγή: Μουτζούρης Κ.Ι., Εισαγωγή στην Ακτομηχανική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2005

Στα βαθιά νερά εξακριβώθηκε ότι η ελάχιστη γωνία μεταξύ των παρειών του κυματισμού είναι 120° . Το κριτήριο θραύσης λόγω της κλίσης του κύματος στα βαθιά νερά γράφεται:

$$H_0/L_0 = 0,142$$

ή στη γενική περίπτωση:

$$H/L = 0,142 \tanh(2\pi d/L)$$

Πέραν του ανώτερου αυτού ορίου, δηλ. για μεγαλύτερες τιμές του λόγου H/L , ο κυματισμός καθίσταται ασταθής και θραύεται.

Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν και ένα ανώτερο όριο του ύψους κύματος H , δηλαδή ύψος κύματος μεγαλύτερο του $0,142 L \tanh(kd)$, δεν υφίσταται.

Στα ρηχά νερά, όσο ο κυματισμός πλησιάζει την ακτή, λόγω της επίδρασης της ρήχωσης, το ύψος του κύματος και οι ταχύτητες των υλικών σημείων συνεχώς αυξάνονται. Όταν η μέγιστη οριζόντια ταχύτητα στην κορυφή του κύματος u_s τείνει να γίνει μεγαλύτερη από την ίδια την ταχύτητα διάδοσης c ($u_s > c$), τότε τα μόρια του νερού στο ανώτατο μέρος του κύματος αποσπώνται, καταδύονται εμπρός και ξεκινά το φαινόμενο της θραύσης. Η θραύση συνοδεύεται από βίαιες αναταραχές και στροβίλους, έντονα τυρβώδη ροή, ανάμιξη με αέρα, μεγάλη απώλεια ενέργειας (και συνεπώς μείωση του ύψους H), δημιουργία κινούμενου υδραυλικού άλματος (θραυόμενος κυματισμός). Επειδή συνήθως το βάθος συνεχώς ελαττώνεται, η θραύση δεν σταματά, αντίθετα συνεχίζεται έως την αναρρίχσή του κυματισμού στην ακτή. Η ζώνη που πραγματοποιείται η διεργασία αυτή ονομάζεται ζώνη θραύσης.

Υπάρχουν αρκετοί τύποι και διαγράμματα που συσχετίζουν την καμπυλότητα του κύματος ή/και την κλίση του πυθμένα με το ύψος κύματος στα βαθιά για την εξαγωγή κάποιας τιμής για το H_b και έχουν προκύψει είτε θεωρητικά είτε πειραματικά. Μερικοί τύποι είναι οι ακόλουθοι:

*Πίνακας 3.1 Τύποι μεταξύ ύψους κύματος στα βαθιά (H_0) και ύψους στη ζώνη θραύσης (H_b)
Πηγή: Παπάζογλου Κωνσταντίνα, Η επίδραση της ρήχωσης στα χαρακτηριστικά ανεμογενών κυματισμών, 2015*

Τύποι που προέκυψαν θεωρητικά	
$H_b/H_0 = 0,3\gamma_0^{-0,33}$	Munk, 1949
$H_b/H_0 = 0,56\gamma_0^{-0,2}$	Komar and Gaughan, 1973
Τύποι που προέκυψαν πειραματικά	
Για κλίση πυθμένα: $1/50 \leq \tan\alpha \leq 1/5$ και καμπυλότητα: $0,2\% \leq \gamma_0 \leq 9\%$ $H_b/H_0 = 0,76(\tan\alpha)^{1/7} \gamma_0^{-1/4}$	LeMéhauté and Koh, 1967
$H_b/H_0 = 1,8\gamma_0^{-\delta}$ όπου $\delta = -0.5(d_0/L_0)^{0.7}$	Moutzouris et Marcou, 1978

Για τον προσδιορισμό του βάθους νερού έχουν αναπτυχθεί πολλά κριτήρια θραύσης, όπως:

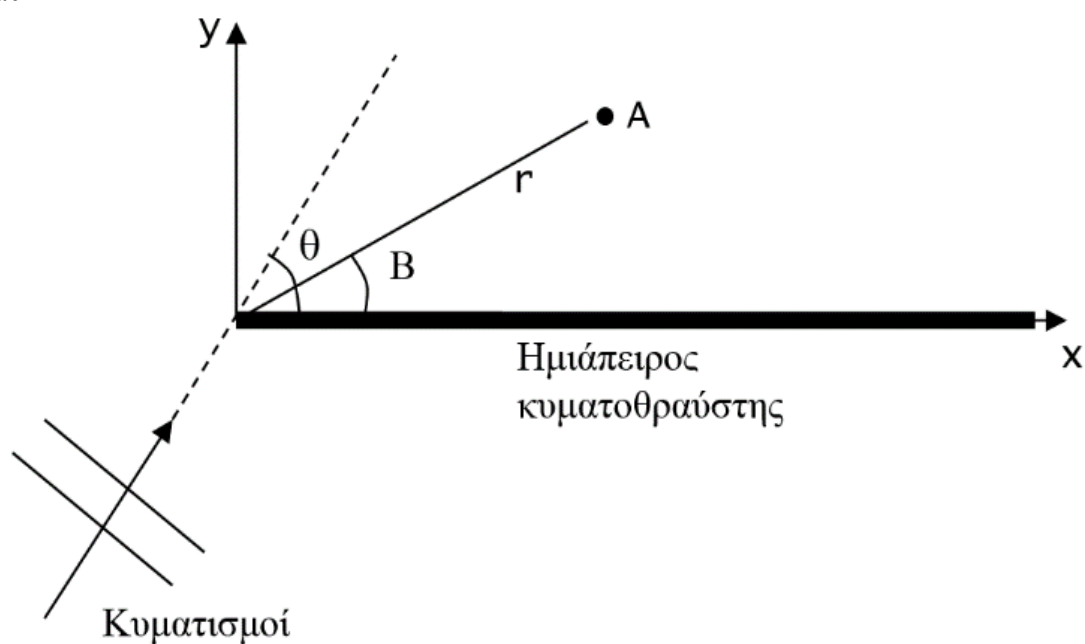
$$d_b/H_0 = (32\pi)^{1/3} \gamma_0^{1/3} (\tan\alpha)^{-4/3} \quad \text{Mei, 1966}$$

$$\text{ή } H_b/d_b = \xi^{0,17} + 0,08 \quad \text{όπου } \xi \text{ η παράμετρος Irribaren } \xi = \tan\beta / (H_0/L_0)^{1/2}$$

($\tan\beta$ η κλίση του πυθμένα) Κουτίτας, 1994

3.4 Περίθλαση

Η περίθλαση των κυματισμών είναι φυσικός μηχανισμός, στον οποίο λαμβάνει χώρα μετάδοση ενέργειας κατά μήκος κορυφογραμμών του προσπίπτοντος κύματος. Χαρακτηριστικό αποτέλεσμα της περιθλάσεως είναι οι κυματισμοί, που εμφανίζονται σε θαλάσσια περιοχή προστατευμένη από θαλάσσιο έργο και η οποία θα ηρεμούσε, εφ' όσον δε θα εμφανιζόταν τέτοια μετάδοση ενέργειας. Η περίθλαση των θαλάσσιων κυματισμών δημιουργείται από την επίδραση του μετώπου μιας κατασκευής και είναι ανάλογη της περίθλασης του φωτός και του ήχου.



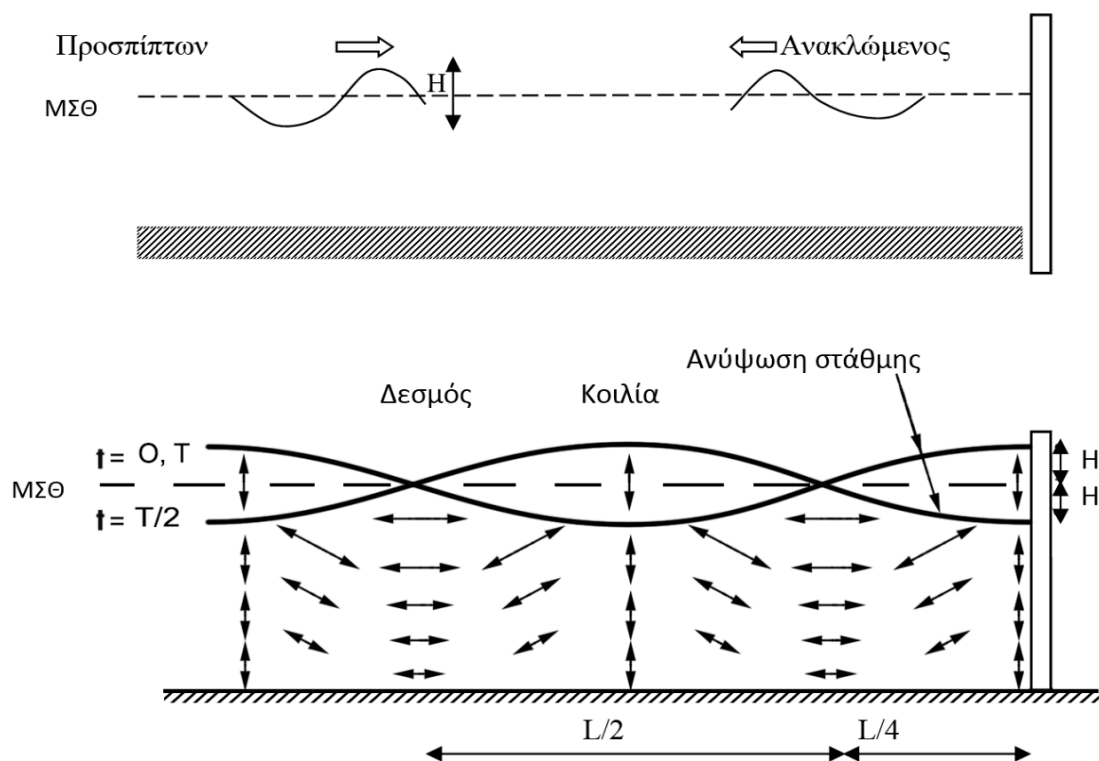
Εικόνα 3.5 Περίθλαση γύρω από μεμονωμένη επιμήκη κατασκευή. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015

Στην παράκτια ζώνη του Αρμενιστή Ικαρίας (παραλία Μεσακτής) δεν υπάρχει κάποιο τεχνικό έργο (π.χ. μώλος, κυματοθραύστης) που θα μπορούσε να προκαλέσει περίθλαση των κυματισμών, οπότε ο συγκεκριμένος μηχανισμός δε θα μας απασχολήσει σε αυτήν την εργασία.

3.5 Ανάκλαση

Όταν οι κυματισμοί προσπίπτουν σε παράκτιες κατασκευές, όπως κατακόρυφα μέτωπα και κυματοθραύστες, ανακλώνται από αυτές. Κατά το φαινόμενο της ανάκλασης, ο ανακλώμενος κυματισμός μεταδίδεται προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του προσπίπτοντος, με τον οποίο και αλληλεπιδρά. Η επαλληλία του προσπίπτοντος κυματισμού με τον ανακλώμενο δημιουργεί έναν στάσιμο κυματισμό.

Η ανάκλαση είναι ολική ή μερική ανάλογα με το αν το μέτωπο καλύπτει κατακόρυφα όλο ή μέρος του πεδίου ροής, αν το μέτωπο είναι κατακόρυφο ή κεκλιμένο και τέλος αν είναι αμελητέες ή σημαντικές οι απώλειες ενέργειας κατά την πρόσπτωση.



Εικόνα 3.6 Φαινόμενο της ανάκλασης και φάσεις στιγμιαίας ανύψωσης της στάθμης της θάλασσας και κατανομή των ταχυτήτων των υλικών σημείων σε έναν στάσιμο κυματισμό. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015

Στην παράκτια ζώνη του Αρμενιστή Ικαρίας (παραλία Μεσακτής) δεν υπάρχει κάποιο επίπεδο μέτωπο που θα μπορούσε να προκαλέσει ανάκλαση των κυματισμών, όμως λόγω της ρήξης του πυθμένα θα θεωρήσουμε ότι πραγματοποιείται μια ήπια ανάκλαση των κυματισμών όσο πλησιάζουμε στην ακτή. Για το λόγο αυτόν θα δεχτούμε ένα μικρό συντελεστή ανάκλασης (R). Ο συντελεστής ανάκλασης (R) είναι ο λόγος του ύψους του ανακλώμενου κύματος (H_r) προς το ύψος του προσπίπτοντος κύματος (H_i), δηλαδή : $R = \frac{H_r}{H_i}$

3.6 Φάσμα TMA

Στα βαθιά, όπου δεν υπάρχει η επίδραση του πυθμένα, υπάρχουν αρκετά φάσματα, όμως στα ρηχά το μοναδικό μοντέλο που δίνει το φάσμα υπό συνθήκες πεπερασμένου βάθους και για μη θραυόμενο κυματισμό είναι το TMA. Το TMA βασίζεται στο μοντέλο JONSWAP και το μετατρέπει σε μοντέλο ρηχών νερών πολλαπλασιάζοντάς το με μία συνάρτηση βάθους $\Phi(\omega_d)$, σύμφωνα με τον γερμανικό νηογνώμονα.

Για το φάσμα JONSWAP έχω (από κεφάλαιο 2.2) :

$$S_j(\omega) = A_j S_{pm}(\omega) \gamma^{\exp\left[-0,5 \left(\frac{\omega - \omega_p}{\sigma \omega_p}\right)^2\right]}$$

Και για τη συνάρτηση βάθους $\Phi(\omega_d)$ έχω :

$$\Phi(\omega_d) = \begin{cases} 0,5 \omega_d^2 & \text{για } \omega_d \leq 1 \\ 1 - 0,5 (2 - \omega_d)^2 & \text{για } 1 < \omega_d < 2 \\ 1 & \text{για } \omega_d \geq 2 \end{cases}$$

Για το ω_d έχω : $\omega_d = \omega \sqrt{\frac{d}{g}}$

όπου d : βάθος πυθμένα

g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($= 9,81 \frac{m}{s^2}$)

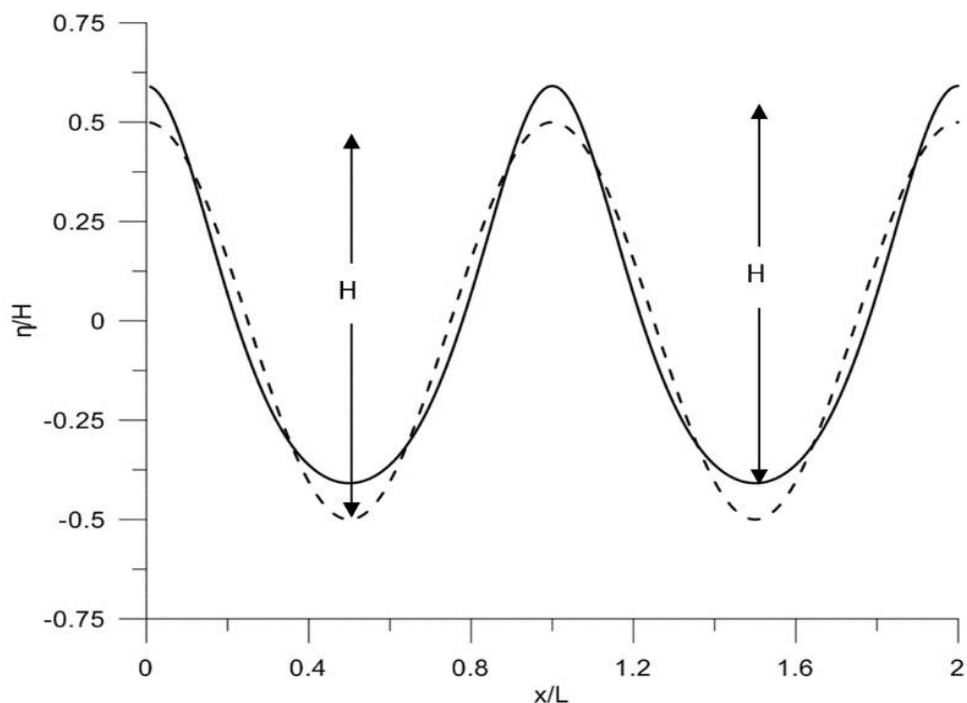
Το νέο φάσμα θα είναι λοιπόν:

$$S_{TMA}(\omega) = S_j(\omega) \Phi(\omega_d)$$

4 Μη γραμμικοί κυματισμοί

Η γραμμική θεωρία κυματισμών είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον Μηχανικό δεδομένου ότι αποτελεί ακριβή αναλυτική λύση των βασικών εξισώσεων της ρευστομηχανικής, κάτω βέβαια από παραδοχές και απλοποιήσεις. Η βασικότερη απλοποίηση είναι η απαλοιφή των μη γραμμικών όρων, δηλαδή η γραμμικοποίηση των εξισώσεων. Ωστόσο, όταν ο λόγος του ύψους κύματος προς το βάθος (H/d) ή/και ο λόγος του ύψους κύματος προς το μήκος (H/L) λάβει υψηλές τιμές (π.χ. στα ρηχά νερά ή για μεγάλες τιμές του H), οι μη γραμμικοί όροι γίνονται σημαντικοί και η θεωρία παύει να ισχύει.

Στους μη γραμμικούς κυματισμούς η συνάρτηση της ελεύθερης επιφάνειας δεν είναι ημιτονοειδής. Οι κυματισμοί παρουσιάζουν οριζόντια ασυμμετρία: οι κορυφές είναι πιο οξείες και η στάθμη τους μεγαλύτερη του $H/2$, ενώ οι κοιλές είναι πιο πλατιές και η στάθμη τους μικρότερη του $H/2$. Παρόμοια και οι ταχύτητες διαφέρουν από αυτές της γραμμικής θεωρίας: κάτω από τις κορυφές είναι αυξημένες, ενώ κάτω από τις κοιλές μειωμένες. Επίσης στις οριζόντιες ταχύτητες η κατανομή ως προς το βάθος z ($u(z)$) στα ρηχά νερά είναι πιο ομοιόμορφη στη γραμμική θεωρία από ό,τι στη μη γραμμική. Στη φύση προφανώς οι κυματισμοί είναι μη γραμμικοί.



Εικόνα 4.1 Κυματισμός γραμμικής (διακεκομμένη γραμμή) και μη γραμμικής θεωρίας (συνεχής γραμμή). Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, *Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών*, 2015

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες μη γραμμικών κυματισμών με διαφορετικό πεδίο εφαρμογής. Εδώ θα ασχοληθούμε με τη θεωρία Stokes (2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης), τη θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave).

4.1 Κύματα Stokes 2^{ης} τάξης

Η θεωρία του Stokes αναφέρεται σε κύματα μικρής αλλά πεπερασμένης καμπυλότητας H/L . Οι τροχιές των σωματιδίων δεν είναι κλειστές σε μία περίοδο και υπάρχει μια οριζόντια μετατόπιση των σωματιδίων.

Γίνονται οι **ίδιες παραδοχές με τη γραμμική θεωρία**. Η συνιστώσα του δυναμικού της ταχύτητας $u = (\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z})$ στην ελεύθερη επιφάνεια ισούται με την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας κατά την κίνηση στην ελεύθερη επιφάνεια $z = \eta(x, y, t)$. Δηλαδή :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

Στην περίπτωση της γραμμικής θεωρίας οι μη γραμμικοί όροι $\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y}$ αγνοούνται.

Η πίεση επάνω από την ελεύθερη επιφάνεια θεωρείται σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική, και θεωρείται μηδενική επομένως η μεταβολή της, καθώς το επίπεδο αυτής της συνεχόμενης πίεσης δεν μεταβάλλει την ροή. Άρα, με σωστή γραμμικοποίηση προκύπτει η δυναμική συνοριακή συνθήκη επιφάνειας $\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0$ και το αποτέλεσμα που προκύπτει βάσει της παραπάνω παραδοχής για σταθερή ατμοσφαιρική πίεση είναι :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 + g\eta = 0$$

Ο μη γραμμικός όρος $|\vec{u}|^2$ διατηρείται, ενώ στον Airy παραλείπεται.

Επίσης, εφόσον ο πυθμένας θεωρείται αδιαπέραστος, άρα και $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$, για την κινηματική συνθήκη στον πυθμένα έχω :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

Για τη θεωρία του Stokes εφαρμόζεται η μέθοδος των μικρών διαταραχών (perturbation method). Το δυναμικό Φ αναπτύσσεται σε μία δυναμοσειρά μιας μικρής αδιάστατης παραμέτρου. Για την παράμετρο αυτή (ϵ) επιλέγω τον λόγο του ύψους κύματος (H) προς το μήκος κύματος (L), δηλαδή $\epsilon = \frac{H}{L}$.

Για το δυναμοσειρά θα έχω $\Phi = \Phi_0 + \sum_{i=1}^n \epsilon^i \Phi_i$

Θα πρέπει να ικανοποιείται η εξίσωση Laplace : $\Delta\Phi=0$

Για την ελεύθερη επιφάνεια κατά Stokes 2^{ης} τάξης, έχω:

$$n=n_t + \frac{\pi H^2}{8\lambda} \frac{\cosh kd}{\sinh 3kd} (2 + \cosh 2kd) \cos 2\theta$$

όπου $n_t = \frac{H}{2} \cos \theta$ και $\theta = k(x - ct)$

k : αριθμός κύματος ($= \frac{2\pi}{L}$)

x : οριζόντια θέση αντίστοιχου βάθους

c : φασματική ταχύτητα

t : χρόνος από 0 έως περίοδο (T) κύματος

4.2 Κύματα Stokes 3^{ης} τάξης

Για την ελεύθερη επιφάνεια κατά Stokes 3^{ης} τάξης, έχω:

$$n = a \cos \theta + \frac{k}{4} a^2 \frac{\cosh(kd)[2 + \cosh(2kd)]}{\sinh^3(kd)} \cos(2\theta) + \frac{3}{64} k^2 a^3 \frac{1 + 8 \cosh^6(kd)}{\sinh^6(kd)} \cos(3\theta)$$

όπου a παράμετρος που υπολογίζεται με διαδοχικές δοκιμές μέσω του παρακάτω τύπου που δίνει το ύψος κύματος (H) :

$$H = 2a + \frac{3}{32} k^2 a^3 \frac{1 + 8 \cosh^6(kd)}{\sinh^6(kd)}$$

4.3 Κύματα Stokes 5^{ης} τάξης

Καθώς το βάθος μειώνεται και πλησιάζουμε τη ζώνη πριν τη θραύση, οι κυματισμοί εμφανίζουν μεγάλες ασυμμετρίες, οπότε είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται η θεωρία Stokes υψηλότερης τάξης. Αυτό συμβαίνει διότι εισάγοντας περισσότερες αρμονικές λαμβάνεται υπόψη η ολοένα και μεγαλύτερη παραμόρφωση της διατομής. Το πεδίο ισχύος της θεωρίας Stokes V είναι η περιοχή όπου $Ur < 40$.

Για την ελεύθερη επιφάνεια κατά Stokes 5^{ης} τάξης, έχω:

$$n = \frac{1}{k} \left[\sum_{i=1}^5 A_i \cos i(kx - \omega t) \right]$$

όπου :

$$A_1 = \varepsilon + \varepsilon^3 \frac{3(-9ct^6 + 3ct^4 - 3ct^2 + 1)}{64} + \varepsilon^5 \frac{188325ct^{16} + 203310ct^{14} - 764046ct^{12} - 340410ct^{10} + 53932ct^8 - 6070ct^6 + 14622ct^4 + 2370ct^2 - 225}{12288(5ct^2 + 1)(5ct^2 + 3)}$$

$$A_2 = \varepsilon^2 \frac{ct(3ct^2-1)}{4} + \varepsilon^4 \frac{ct(-324ct^8+792ct^4-352ct^2+12)}{384}$$

$$A_3 = \varepsilon^3 \frac{3(9ct^6-3ct^4+3ct^2-1)}{64}$$

$$+ \varepsilon^5 \frac{-14580ct^{14} + -7776ct^{12} + 46980ct^{10} - 5328ct^8 + 900ct^6 - 1008ct^4 - 180ct^2}{4096(5ct^2+1)}$$

$$A_4 = \varepsilon^4 \frac{ct(405ct^{10}+81ct^8+522ct^6-262ct^4+ct^2+21)}{384(5ct^2+1)}$$

$$A_5 = 5\varepsilon^5 \frac{6075ct^{16}+8910ct^{14}+25866ct^{12}-498ct^{10}-3896ct^8+2618ct^6-570ct^4-150ct^2+45}{12288(5ct^2+1)(5ct^2+3)}$$

Για τις παραμέτρους ε και ct , έχω :

$$\varepsilon = k \frac{H}{2}$$

$$ct = \coth(kd)$$

για την παράμετρο k θα κάνω διαδοχικές δοκιμές μέσω του παρακάτω τύπου που δίνει την κυκλική συχνότητα (ω) :

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \left[1 + \varepsilon^2 \left(\frac{9ct^4 - 10ct^2 + 9}{16} - \frac{ct}{2kd} \right) + \varepsilon^4 \left(\frac{-405ct^{10} - 117ct^8 + 2454ct^6 - 2194ct^4 + 351ct^2 + 39}{1024} - \frac{ct(-9ct^6 - 3ct^4 - 7ct^2 + 3)}{64} \right) \right]^2$$

4.4 Κύματα ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal waves)

Η διαμόρφωση στα ρηχά νερά μακρών κυματισμών πεπερασμένου πλάτους και σταθερής μορφής με εξισορρόπηση της τάσης για θραύση (από τους μη γραμμικούς όρους) και της διασποράς πλάτους πρωτοερευνήθηκε από τους Boussinesq (1877) και Korteweg και De Vries (1895). Σύμφωνα με τους Keulegan (1950) και De (1955), η θεωρία Stokes μπορεί να εφαρμοστεί επιτυχώς για λόγους $\frac{d}{L} \geq \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{10}\right)$. Για πιο ρηχά νερά πιο ικανοποιητική είναι η θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων. Τα κύματα αυτά έχουν τη μοναδική ιδιότητα να μεταπίπτουν σε μοναχικούς κυματισμούς στη μία ακραία τους περίπτωση και στην άλλη σε προφίλ ελεύθερης επιφάνειας που εκφράζεται με συνημιτονοειδείς όρους. Η ιδιότητά τους αυτή γεφυρώνει το χάσμα μεταξύ της γραμμικής θεωρίας και της θεωρίας μοναχικού κύματος. Το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας αναπτύσσεται σε όρους ενός Ιακωβιανού ελλειπτικού ολοκληρώματος, $cn(u)$, εξ' ου και η διεθνής ονομασία "cnoidal" των κυματισμών αυτών. Οι cnoidal κυματισμοί μελετήθηκαν εκτενώς από διάφορους ερευνητές (Patterson και Keulegan 1940, Laitone 1963, Keller 1948, Littman 1957 κλπ.).

Τα ελλειπτικά κύματα προκύπτουν από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης :

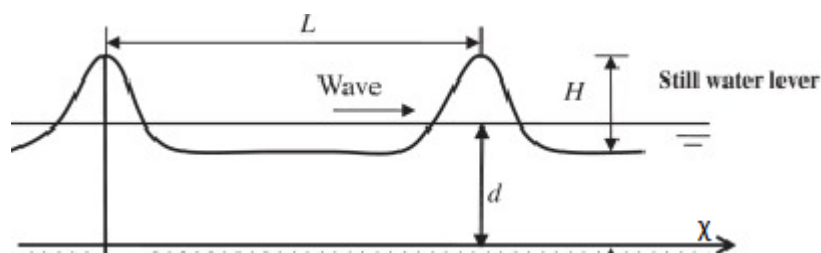
$$\frac{d^3 F}{dx^3} + \alpha F \frac{dF}{dx} - \beta F \frac{dF}{dx} = 0$$

Όπου :

- α και β είναι σταθερές
- F είναι συνάρτηση του $X=(x-ct)/l$
- l είναι μήκος στη διεύθυνση x , το οποίο είναι της ίδια τάξης μεγέθους με το μήκος κύματος

Αυτή η εξίσωση έχει περιοδική λύση σε όρους Ιακωβιανής ελλειπτικής συνάρτησης $cn(q, k)$, όπου q είναι το ζητούμενο και k είναι η παράμετρος της συνάρτησης. Τελικά, για τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου, έχουμε τον τύπο του Wiegel(1960):

$\psi_s = \psi_t + H \cdot cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right]$, όπου το ψ_s μετρήθηκε από το επίπεδο του πυθμένα, όπως φαίνεται και από το παρακάτω σκαρίφημα.

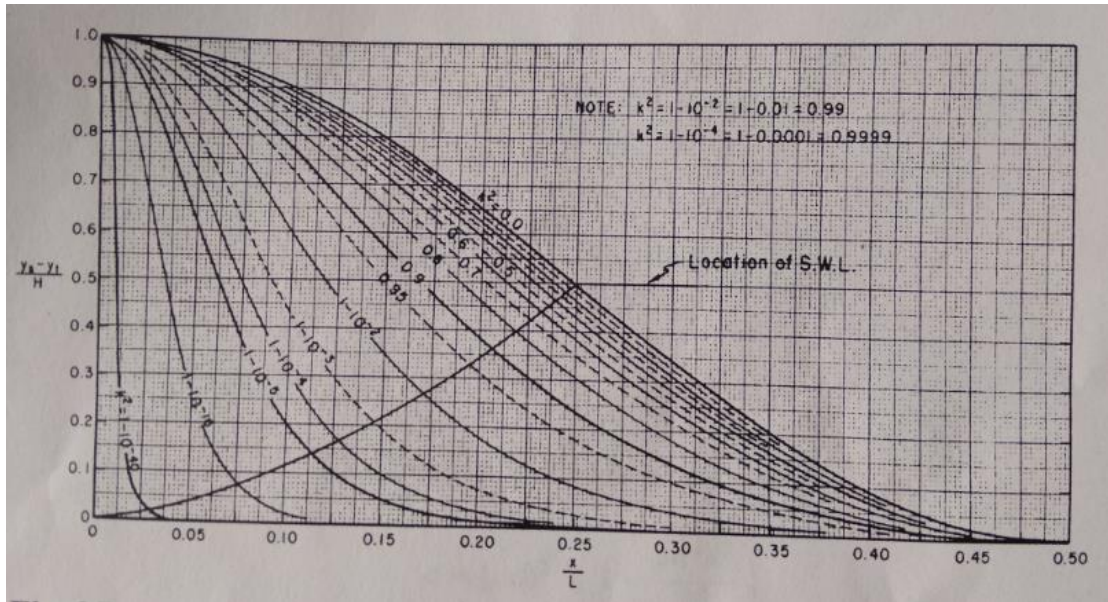


Εικόνα 4.2 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου.
Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research, 2018

Με τη χρήση της παραμέτρου k υπολογίζονται τα πλήρη ελλειπτικά ολοκληρώματα K και E , πρώτης και δεύτερης τάξης αντίστοιχα. Έτσι για $m=k^2$, έχω :

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta$$

$$E(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta$$



Εικόνα 4.3 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου k .

Πηγή: S.K. Chakrabarti, *Hydrodynamics of Offshore Structures*, 1987

4.5 Μοναχικό κύμα (solitary wave)

Η θεωρία μοναχικού κύματος διερευνήθηκε αρχικά από τον Russell (1844) και στη συνέχεια από τον Boussinesq (1872). Το μοναχικό κύμα είναι οριακή μορφή του ελλειπτικού κύματος. Τα μοναχικά κύματα προκύπτουν από την επίλυση της εξίσωσης Korteweg- De Vries.

$$(gd)^{-1/2} \frac{dn}{dt} + \frac{dn}{dx} + \frac{3n}{2d} \frac{dn}{dx} + \frac{d^2}{6} \frac{d^3n}{dx^3} = 0$$

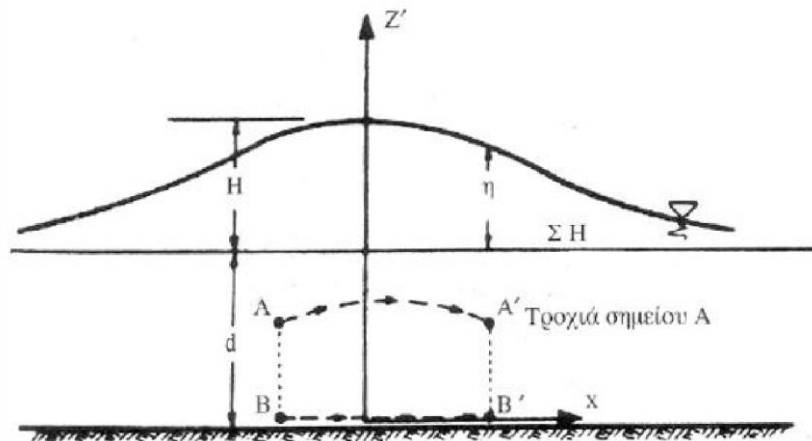
Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση προκύπτει :

$$n = n_{\min} + H \operatorname{cn}^2(d, m)$$

Όπου n_{\min} είναι η μέγιστη αρνητική μετατόπιση της ελεύθερης επιφάνειας κάτω από τη μέση στάθμη, H το ύψος κύματος και cn η Ιακωβιανή ελλειπτική συνάρτηση. Έτσι για $m=1$ (όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, το μοναχικό κύμα είναι οριακή περίπτωση του ελλειπτικού κύματος), έχω :

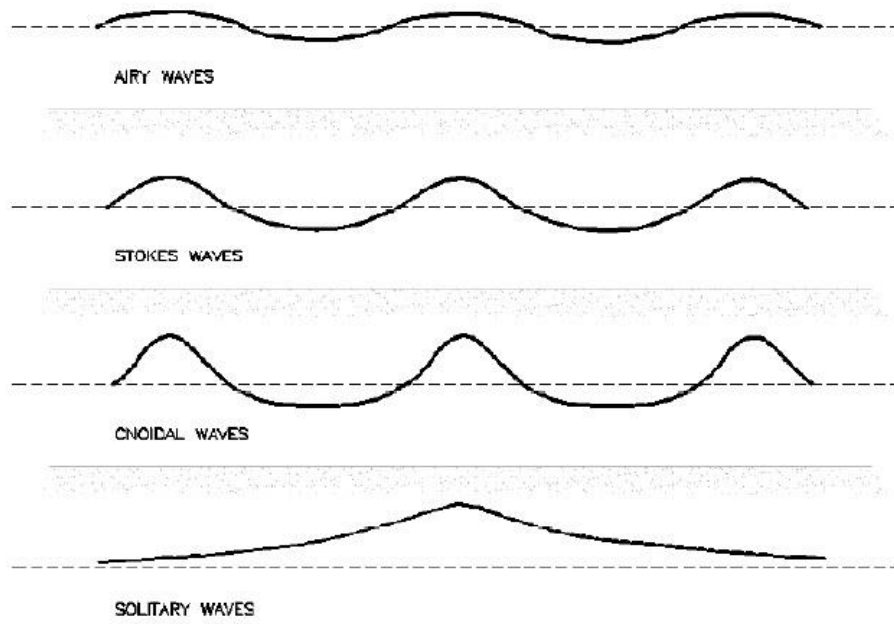
$$n = H \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{0,5} (x - Ct) \right]$$

Η μόνιμη πλευρική μετατόπιση ενός στερεού ορίου κατά ένα πεπερασμένο διάστημα προκαλεί μια ύψωση της ελεύθερης επιφάνειας και τη διαμόρφωση ενός μοναχικού κύματος με όλα τα σημεία της επιφάνειας πάνω από τη στάθμη ηρεμίας και θεωρητικά άπειρο μήκος.



Εικόνα 4.4 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας και τροχιά μορίου νερού στη θεωρία μοναχικού κύματος. Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, *Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών*, 2015

Στη φύση σπάνια εμφανίζονται καθαρά μοναχικά κύματα. Η πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι μακροί κυματισμοί (π.χ. tsunamis) που δημιουργούνται από μετατοπίσεις μεγάλων υδάτινων μαζών, οφειλόμενοι σε φαινόμενα όπως σεισμούς ή κατολισθήσεις, να συμπεριφέρονται σαν μοναχικοί. Θεωρητικά η περίοδος και το μήκος ενός μοναχικού κύματος τείνουν στο άπειρο. Συνεπώς, χρησιμοποιείται μόνο μία παράμετρος H/d για να προσδιορίσει το κύμα.



*Εικόνα 4.5 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας κύματος με βάση τις διάφορες θεωρίες.
 Πηγή: Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών, 2015*

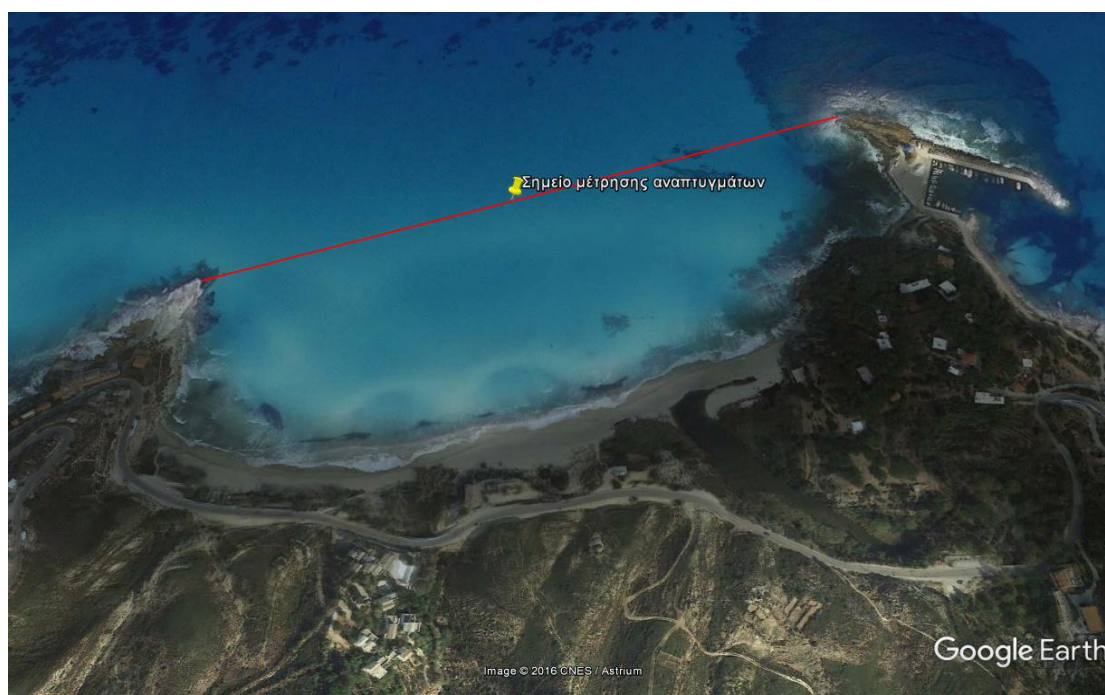
5 Πρόγνωση κυματισμών από ανεμολογικά στοιχεία

Από τα διαθέσιμα ανεμολογικά στοιχεία (πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία) θα υπολογίσω το ύψος κύματος (H) και την περίοδο αιχμής (T_p) για κάθε διεύθυνση κυματισμού που προσβάλλει την ακτή μελέτης. Αρχικά, όμως, θα πρέπει να υπολογίσω το ανάπτυγμα πελάγους F (fetch) για κάθε διεύθυνση. Ανάπτυγμα πελάγους είναι το, χωρίς εμπόδια ευθύγραμμο και κατά τη διεύθυνση μετάδοσης του κύματος, μέγιστο μήκος της θαλάσσιας εκείνης περιοχής πάνω στην οποία δρα ο άνεμος.

5.1 Υπολογισμός αναπτυγμάτων

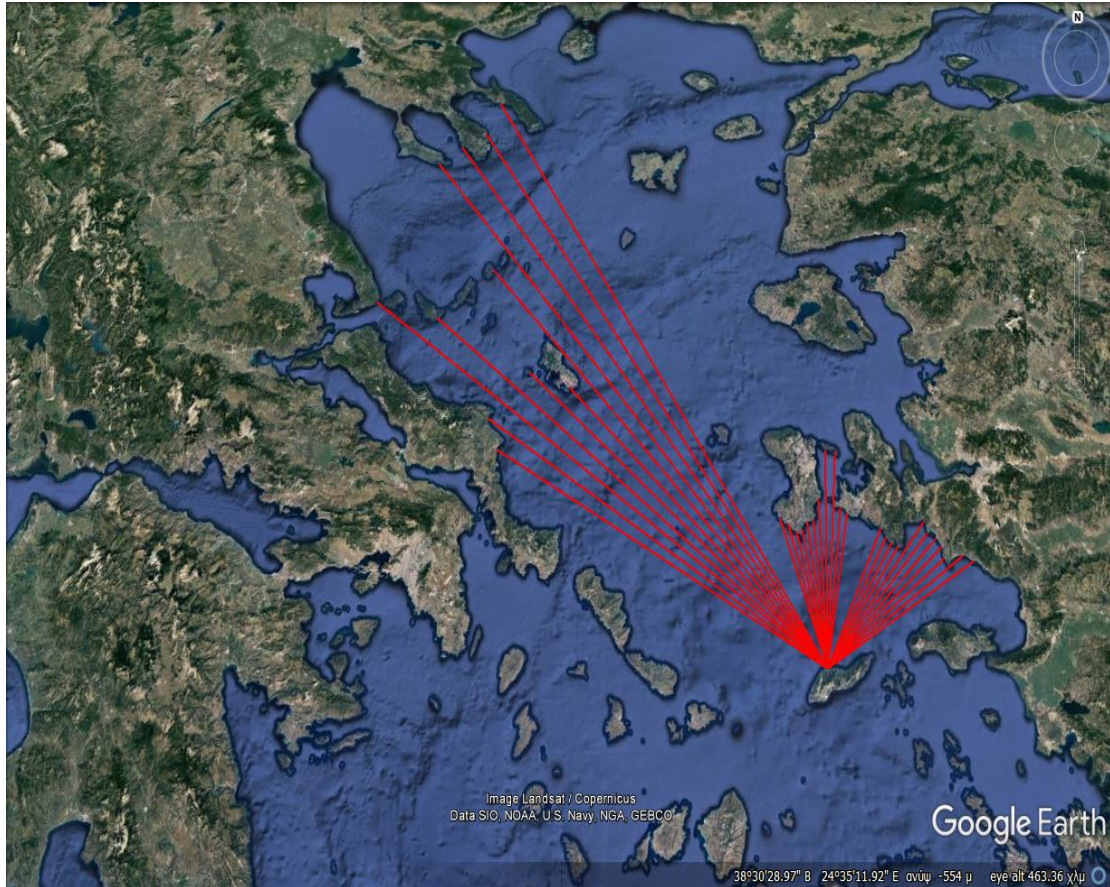
Η Μεσακτή προσβάλλεται από κυματισμούς βόρειας, βορειοανατολικής και βορειοδυτικής διεύθυνσης. Θα εκτιμηθεί το ανάπτυγμα αυτών των κυματισμών με τη βοήθεια των χαρτών του Google Earth. Στη συνέχεια θα αξιοποιηθούν τα ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Ικαρίας και της Σκύρου, ώστε να υπολογιστούν οι ζητούμενες ταχύτητες.

Για τα αναπτύγματα των κυματισμών θεωρώ τρεις κυρίαρχες/κύριες διευθύνσεις (όπως προαναφέρθηκε βόρεια, βορειοανατολική και βορειοδυτική). Σαν σημείο έναρξης μέτρησης των αναπτυγμάτων, θεωρώ κατάλληλο σημείο που βρίσκεται ανοιχτά της ακτής μελέτης και στη μέση αυτής.



Εικόνα 5.1 Δορυφορική λήψη ακτής μελέτης (Μεσακτή) και επισήμανση σημείου μέτρησης αναπτυγμάτων. Πηγή: <https://www.google.gr/maps?hl=en>

Για κάθε μία απο αυτές τις διευθύνσεις θα υπολογίσω το αντίστοιχο ανάπτυγμα ως το μέσο όρο των αναπτυγμάτων που αναφέρονται σε ένα τομέα 15 μοιρών εκατέρωθεν της κυρίαρχης διεύθυνσης πνοής του ανέμου. Η ανάλυση αυτή θα πραγματοποιηθεί με επιμέρους διαδοχικές διευθύνσεις, κάθε μία από τις οποίες θα διαφέρει από την επόμενη 3 μοίρες (βλέπε σχήμα 5.2).



Εικόνα 5.2 Σύνολο αναπτυγμάτων για την ακτή μελέτης (Μεσακτή).

Πηγή: <https://www.google.gr/maps?hl=en>

Από τις μετρήσεις προέκυψαν οι παρακάτω τιμές αναπτυγμάτων για κάθε διεύθυνση:

Βόρεια διεύθυνση		Βορειοανατολική διεύθυνση		Βορειοδυτική διεύθυνση	
345°	67,407 km	30°	70,150 km	300°	191,985 km
348°	63,818 km	33°	67,883 km	303°	204,881 km
351°	59,377 km	36°	67,234 km	306°	294,545 km
354°	60,259 km	39°	67,714 km	309°	260,998 km
357°	63,602 km	42°	87,205 km	312°	200,971 km
0°	63,525 km	45°	83,547 km	315°	179,549 km
3°	74,035 km	48°	85,044 km	318°	257,242 km
6°	98,259 km	51°	84,392 km	321°	329,770 km
9°	97,767 km	54°	81,734 km	324°	330,117 km
12°	72,174 km	57°	90,689 km	327°	329,652 km
15°	69,878 km	60°	93,924 km	330°	342,232 km

Τελικά, για την κάθε διεύθυνση έχω:

- Ανάπτυγμα **βόρεια διεύθυνσης**
 $F=(67,407+63,818+59,377+60,259+63,602+63,525+74,035+98,259+97,767+72,174+69,878)/11$
 Άρα $F=71,827$ km
- Ανάπτυγμα **βορειοανατολικής διεύθυνσης**
 $F=(70,150+67,883+67,234+67,714+87,205+83,547+85,044+84,392+81,734+90,689+93,924)/11$
 Άρα $F=79,956$ km
- Ανάπτυγμα **βορειοδυτικής διεύθυνσης**
 $F=(191,985+204,881+294,545+260,998+200,971+179,549+257,242+329,770+330,117+329,652+342,232)/11$
 Άρα $F=265,631$ km

5.2 Υπολογισμός ταχυτήτων

Τα ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Ικαρίας και της Σκύρου είναι τα παρακάτω.

Πίνακας 5.1 Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Σκύρου.

Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία

HELLENIC NATIONAL METEOROLOGICAL SERVICE
 DIRECTION OF CLIMATOLOGY
 SECTION OF STATISTICAL CLIMATOLOGY

CLIMATOLOGICAL DATA BASE D A T C L I M

STATION ΣΚΥΡΟΣ 684
 LATITUDE 38° 54' N LONGITUDE 24° 33' E ALTIITUDE OF BAROMETER 17.9 METERS

PERIOD 1955-1997

ANNUAL FREQUENCY (PER CENT) OF WIND DIRECTION AND FORCES IN BEAUFORT SCALE
 FROM OBSERVATIONS 06H, 12H, 18H GMT
 MONTH =00 YEAR =00

BEAUF	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALM	SUM
0									16.678	16.678
1	.384	.395	.219	.351	.307	.823	.198	.549		3.226
2	3.764	2.897	1.503	1.295	1.229	2.458	1.042	2.820		17.008
3	5.816	3.764	1.317	.999	1.470	1.964	1.064	3.830		20.224
4	5.136	4.236	.604	.768	1.833	1.865	.691	3.413		18.546
5	3.435	3.588	.208	.472	1.350	1.053	.351	2.337		12.794
6	1.876	2.436	.066	.230	.823	.461	.121	.724		6.737
7	.801	1.613	.022	.165	.472	.219	.022	.176		3.490
8	.165	.571	.011	.055	.154	.055	.011	.044		1.066
9	.033	.066	.011	.011	.011	.011	.000	.000		.143
10	.022	.022	.000	.011	.011	.000	.000	.000		.066
>11	.011	.011	.000	.000	.000	.000	.000	.000		.022
=										
SUM	21.443	19.599	3.961	4.357	7.660	8.909	3.500	13.893	16.678	100.000

Πίνακας 5.2 Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Ικαρίας.
Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία

HELLENIC NATIONAL METEOROLOGICAL SERVICE
DIRECTION OF CLIMATOLOGY
SECTION OF STATISTICAL CLIMATOLOGY

CLIMATOLOGICAL DATA BASE D A T C L I M

STATION IKARIA 720
LATITUDE 37° 37' N LONGITUDE 26° 18' E ALTITUDE OF BAROMETER 20.0 METERS
PERIOD 1980-1994

ANNUAL FREQUENCY (PER CENT) OF WIND DIRECTION AND FORCES IN BEAUFORT SCALE
FROM OBSERVATIONS 06H, 12H, 18H GMT
MONTH =00 YEAR =00

BEAUF	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALM	SUM
0									9.388	9.388
1	1.248	.011	.100	.033	1.103	.011	.234	.045		2.785
2	4.311	.045	.613	.089	3.988	.045	1.203	.189		10.483
3	9.970	.189	.680	.356	5.592	.880	2.941	.947		21.555
4	9.981	1.727	.323	.702	2.629	2.150	.802	3.398		21.712
5	3.554	4.812	.123	1.459	1.047	1.693	.212	3.754		16.654
6	1.047	4.623	.045	1.159	.290	1.181	.033	1.571		9.949
7	.334	2.707	.011	.735	.089	.590	.000	.568		5.034
8	.056	1.392	.011	.423	.067	.201	.011	.178		2.339
9	.000	.045	.000	.045	.011	.000	.000	.000		.101
10	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000		.000
>11	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000		.000
=										
SUM	30.501	15.551	1.906	5.001	14.816	6.751	5.436	10.650	9.388	100.000

Γνωρίζοντας τη δύναμη πνοής των ανέμων σε Beaufort από τους παραπάνω πίνακες μπορώ να βρω την ταχύτητα των δέκα λεπτών (10 min) για κάθε διεύθυνση σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 5.3 Κλίμακα Beaufort. Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία

Beaufort wind scale	Mean Wind Speed		Limits of wind speed	
	Knots	m/s	Knots	m/s
0	0	0	<1	0-0.2
1	2	0.8	1-3	0.3-1.5
2	5	2.4	4-6	1.6-3.3
3	9	4.3	7-10	3.4-5.4
4	13	6.7	11-16	5.5-7.9
5	19	9.3	17-21	8.0-10.7
6	24	12.3	22-27	10.8-13.8
7	30	15.5	28-33	13.9-17.1
8	37	18.9	34-40	17.2-20.7
9	44	22.6	41-47	20.8-24.4
10	52	26.4	48-55	24.5-28.4
11	60	30.5	56-63	28.5-32.6
12	-	-	64+	32.7+

Από τους πίνακες :

- Για τη **βόρεια διεύθυνση** έχω (από τον πίνακα που αναφέρεται στην Ικαρία)
beaufort=8, άρα ταχύτητα (10 min) $u_{10min}=20,7$ m/s
- Για τη **βορειοανατολική διεύθυνση** έχω (από τον πίνακα που αναφέρεται στην Ικαρία)
beaufort=9, άρα ταχύτητα (10 min) $u_{10min}=24,4$ m/s
- Για τη **βορειοδυτική διεύθυνση** έχω (από τον πίνακα που αναφέρεται στη Σκύρο)
beaufort=8, άρα ταχύτητα (10 min) $u_{10min}=20,7$ m/s

5.3 Υπολογισμός ύψους κύματος, περιόδου και ελάχιστης διάρκειας πνοής

Θα υπολογίσω το ύψος κύματος (H), την περίοδο (T) και την ελάχιστη διάρκεια πνοής (t_{\min}). Αυτό θα γίνει μετατρέποντας μεταξύ άλλων το ανάπτυσμα πελάγους και τα κυματικά χαρακτηριστικά σε αδιάστατα μεγέθη με χρήση κατάλληλων τύπων.

Πριν από αυτό όμως θα υπολογίσω την **ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})**, όπου :

$$u_{1h} = 0,91 * u_{10\min}$$

Άλλοι χρήσιμοι τύποι είναι οι παρακάτω :

αδιάστατη διάρκεια πνοής t'_{\min} : $t'_{\min} = 63,8 * \chi'^{0,7}$

όπου χ' : αδιάστατο ανάπτυσμα πελάγους

αδιάστατη συχνότητα κύματος f'_p : $f'_p = 2,84 * \chi'^{-0,3}$

όπου χ' : αδιάστατο ανάπτυσμα πελάγους

αδιάστατο ύψος κύματος H' : $H' = 1,65 * 10^{-3} * \chi'^{1/2}$

όπου χ' : αδιάστατο ανάπτυσμα πελάγους

Πίνακας 5.4 Τύποι μετατροπής φυσικών μεγεθών σε αδιάστατα

Φυσικά μεγέθη	Αντίστοιχα αδιάστατα μεγέθη
ανάπτυσμα πελάγους F (fetch)	$\chi' = \frac{gX}{U^2}$ g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$) χ : ανάπτυσμα πελάγους F (fetch) για κάθε διεύθυνση U: ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})
συχνότητα αιχμής (f_p)	$f'_p = \frac{U f_p}{g}$ g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$) U: ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})
ύψος κύματος (H)	$H' = \frac{gH}{U^2}$ g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$) U: ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})
ελάχιστη διάρκεια πνοής (t_{\min})	$t'_{\min} = \frac{g t_{\min}}{U}$ g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$) U: ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})
περίοδος αιχμής (T_p)	$T'_p = \frac{g T_p}{U}$ g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$) U: ταχύτητα της μίας ώρας (u_{1h})

Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα, θα βρω για κάθε διεύθυνση κυματισμού που προσβάλλει την ακτή μελέτης (Μεσακτή), την ελάχιστη διάρκεια πνοής (t_{\min}), την περίοδο αιχμής (T_p) και το ύψος κύματος (H).

Από τα ανεμολογικά δεδομένα :

- Για τη **βόρεια διεύθυνση** έχω ταχύτητα (10 min) $u_{10\min} = 20,7$ m/s
Αρα ταχύτητα (1 h) $u_{1h} = 0,91 * 20,7 = 18,84$ m/s
 $\chi' = 9,81 * 71,827 / 18,84^2 = 1985$
 $t'_{\min} = 63,8 * 1985^{0,7} = 12980$ άρα $t_{\min} = 12980 * 18,84 / 9,81 = 6,92$ h
 $f'_p = 2,84 * 1985^{-0,3} = 0,291$ άρα $f_p = 0,291 * 9,81 / 18,84 = 0,152$ δηλαδή $T_p = 6,6$ s
 $H' = 1.65 * 10^{-3} * 1985^{1/2} = 0,074$ άρα $H = 0,074 * 18,84^2 / 9,81 = 2,66$ m
- Για τη **βορειοανατολική διεύθυνση** έχω ταχύτητα (10 min) $u_{10\min} = 24,4$ m/s
Αρα ταχύτητα (1 h) $u_{1h} = 0,91 * 24,4 = 22,2$ m/s
 $\chi' = 9,81 * 79,956 / 22,2^2 = 1592$
 $t'_{\min} = 63,8 * 1592^{0,7} = 11120$ άρα $t_{\min} = 11120 * 22,2 / 9,81 = 7$ h
 $f'_p = 2,84 * 1592^{-0,3} = 0,311$ άρα $f_p = 0,311 * 9,81 / 22,2 = 0,137$ δηλαδή $T_p = 7,3$ s
 $H' = 1.65 * 10^{-3} * 1592^{1/2} = 0,066$ άρα $H = 0,066 * 22,2^2 / 9,81 = 3,31$ m
- Για τη **βορειοδυτική διεύθυνση** έχω ταχύτητα (10 min) $u_{10\min} = 20,7$ m/s
Αρα ταχύτητα (1 h) $u_{1h} = 0,91 * 20,7 = 18,84$ m/s
 $\chi' = 9,81 * 265,631 / 18,84^2 = 7342$
 $t'_{\min} = 63,8 * 7342^{0,7} = 32424$ άρα $t_{\min} = 32424 * 18,84 / 9,81 = 17,3$ h
 $f'_p = 2,84 * 7342^{-0,3} = 0,197$ άρα $f_p = 0,197 * 9,81 / 18,84 = 0,103$ δηλαδή $T_p = 9,8$ s
 $H' = 1.65 * 10^{-3} * 7342^{1/2} = 0,141$ άρα $H = 0,141 * 18,84^2 / 9,81 = 5,12$ m

6 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας σε διάφορα βάθη

Για τον υπολογισμό της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας θα χρησιμοποιήσω τις μη γραμμικές θεωρίες του Stokes δεύτερης, τρίτης και πέμπτης τάξης, τη γραμμική θεωρία του Airy, τη θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave). Τα βάθη που θα εξετάσω είναι τα 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m.

Για να βρω την μορφή της ελεύθερης επιφάνειας, με τις παραπάνω θεωρίες, θα πρέπει να υπολογίσω πρώτα τα ύψη του κύματος στα διάφορα βάθη. Για το λόγο αυτό θα βρω το φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP και στη συνέχεια θα το πολλαπλασιάσω με τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, για να υπολογίσω το αντίστοιχο φάσμα στα ρηχά νερά (TMA). Το ύψος κύματος θα προκύψει από το ολοκλήρωμα του φάσματος TMA ($H_s=4\sqrt{m}$, όπου m το ολοκλήρωμα).

Για την μόνρφωση της ελεύθερης επιφάνειας θα χρησιμοποιήσω τους κυματισμούς της επικρατέστερης διεύθυνσης.

Από το προηγούμενο κεφάλαιο έχω :

- Για τη **βόρεια διεύθυνση** $H=2,66$ m.
- Για τη **βορειοανατολική διεύθυνση** $H=3,31$ m.
- Για τη **βορειοδυτική διεύθυνση** $H=5,12$ m.

Συμπεραίνω ότι **επικρατέστερη διεύθυνση** (διεύθυνση με μεγαλύτερους κυματισμούς) είναι η **βορειοδυτική**.

6.1 Υπολογισμός φάσματος στα βαθιά νερά κατά JONSWAP

Θα υπολογίσω το φάσμα στα βαθιά νερά για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης. Θα χρησιμοποιήσω τον τύπο του Jonswap :

$$S_j(\omega) = A_\gamma S_{pm}(\omega) \gamma^{\exp[-0,5 \left(\frac{\omega - \omega_p}{\sigma \omega_p}\right)^2]}$$

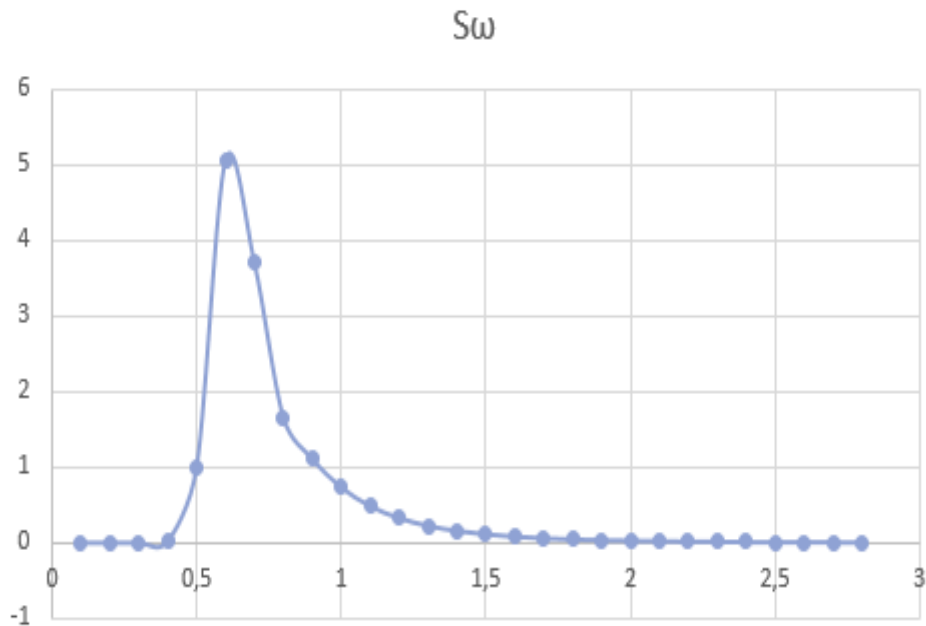
Για τον συντελεστή γ θα πάρω μια μέση τιμή $\gamma=3,3$ και για το A_γ θα έχω $A_\gamma=1-0,287 \cdot \ln(3,3)=0,657$.

Ο συντελεστής σ θα είναι $\sigma=0,07$ για $\omega \leq \omega_p$ και $\sigma=0,09$ για $\omega \geq \omega_p$.

Για τον παράγοντα S_{pm} , έχω :

$$S_{pm}(\omega) = \frac{5}{16} H_s^2 \omega_p^4 \omega^{-5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4}\right]$$

Για $H_s=5,12$ m και $\omega_p=0,6408$ έχω το παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.1 Φάσμα στα βαθειά νερά κατά JONSWAP για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης.

6.2 Υπολογισμός φάσματος στα ρηχά νερά (TMA) με χρήση $\Phi(\omega_d)$

Θα υπολογίσω το φάσμα στα ρηχά για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m. Θα βρω το νέο μήκος κύματος για κάθε βάθος μέσω διαδοχικών δοκιμών χρησιμοποιώντας τον τύπο :

Μήκος κύματος(L)=Ταχύτητα φάσματος(c) * Περίοδος κύματος(T)

Οπου $c = \sqrt{\frac{g \tanh(kd)}{k}}$, $T = T_p$ και $L = \frac{2\pi}{k}$

- Για τη βορειοδυτική διεύθυνση και **βάθος 20m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(20k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,053.$$

Άρα $L=118,49$ m.

- Αντίστοιχα για **βάθος 10m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(10k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,07.$$

Άρα $L=89,71$ m.

- Για **βάθος 7,5m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(7,5k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,079.$$

Αρα $L=79,49 \text{ m}$.

- Για **βάθος 5m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(5k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,095.$$

Αρα $L=66,11 \text{ m}$.

- Για **βάθος 2,5m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(2,5k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,132.$$

Αρα $L=47,58 \text{ m}$.

- Για **βάθος 1m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,309.$$

Αρα $L=20,32 \text{ m}$.

- Για **βάθος 0,5m**, έχω :

$$\frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{9,81 \tanh(0,5k)}{k}} * 9,8 \text{ όπου με διαδοχικές δοκιμές βρίσκω } k=0,433.$$

Αρα $L=14,51 \text{ m}$.

Ο υπολογισμός των νέων φασμάτων θα γίνει πολλαπλασιάζοντας το προηγούμενο διάγραμμα με τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, η οποία θα λάβει υπόψη την επίδραση των ρηχών νερών στο φάσμα του κάθε κυματισμού. Για τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, έχω:

$$\Phi(\omega_d) = \begin{cases} 0,5 \omega_d^2 & \text{για } \omega_d \leq 1 \\ 1 - 0,5 (2 - \omega_d)^2 & \text{για } 1 < \omega_d < 2 \\ 1 & \text{για } \omega_d \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Για το } \omega_d \text{ έχω : } \omega_d = \omega \sqrt{\frac{d}{g}}$$

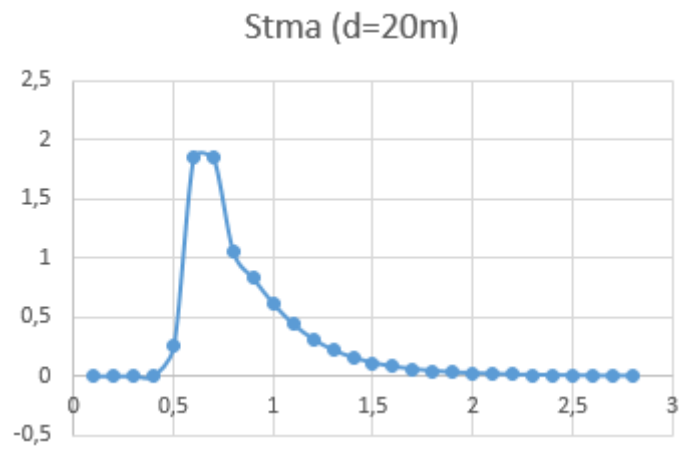
όπου d : βάθος πυθμένα

g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$)

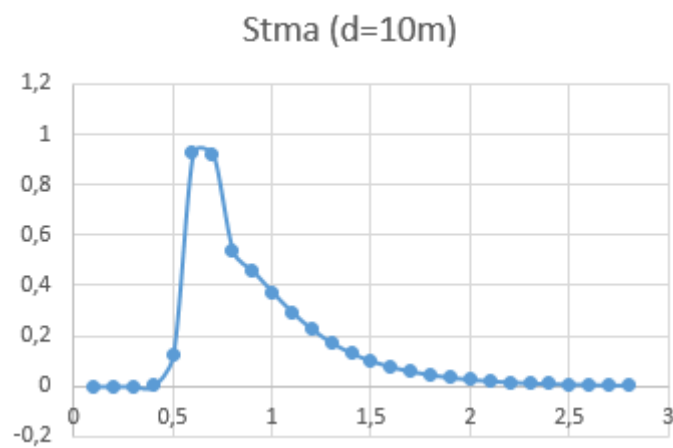
Το νέο φάσμα θα είναι λοιπόν:

$$S_{TMA}(\omega) = S_j(\omega) \Phi(\omega_d)$$

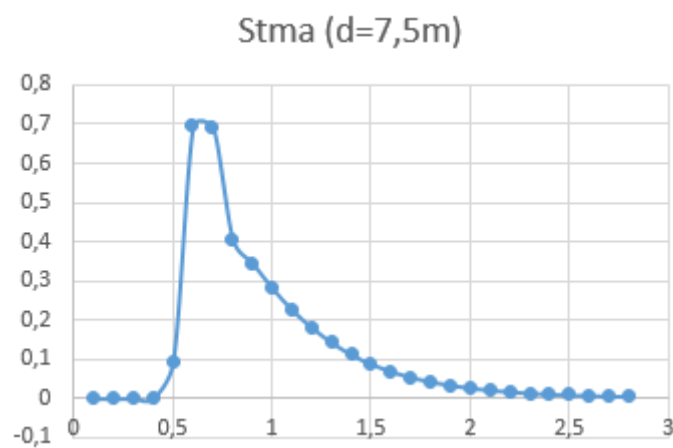
Εφαρμόζω, για κάθε βάθος, την προηγούμενη διαδικασία.
Για τα αντίστοιχα φάσματα έχω :



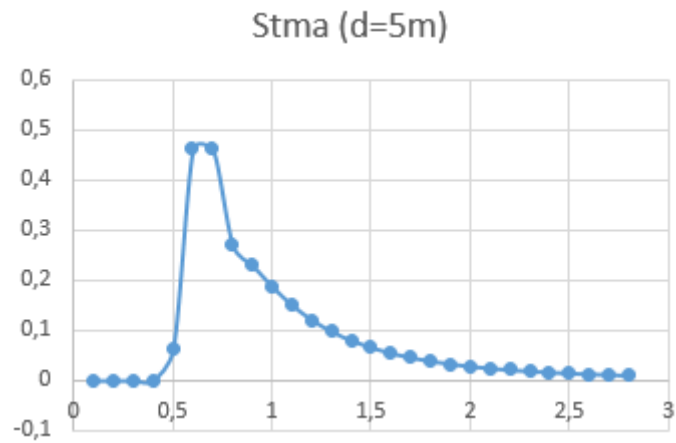
Σχήμα 6.2 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 20m.



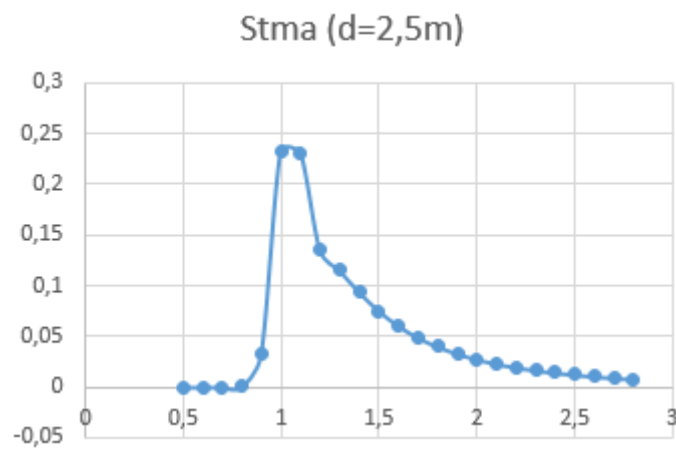
Σχήμα 6.3 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 10m.



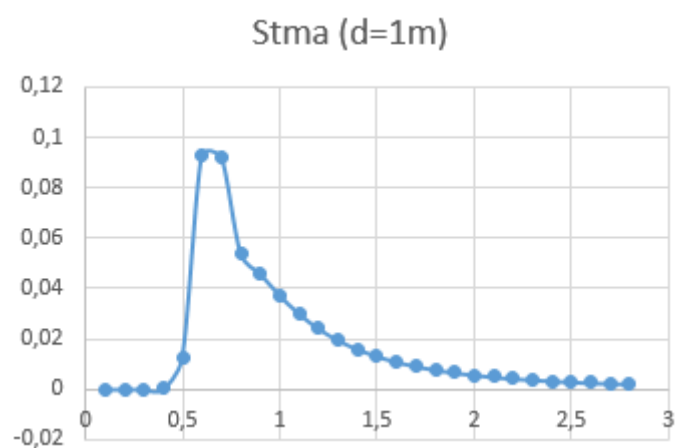
Σχήμα 6.4 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 7,5m.



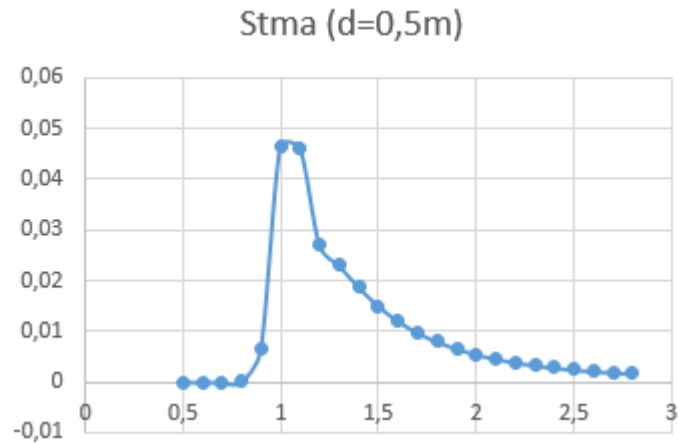
Σχήμα 6.5 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 5m.



Σχήμα 6.6 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 2,5m.



Σχήμα 6.7 Φάσμα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 1m.

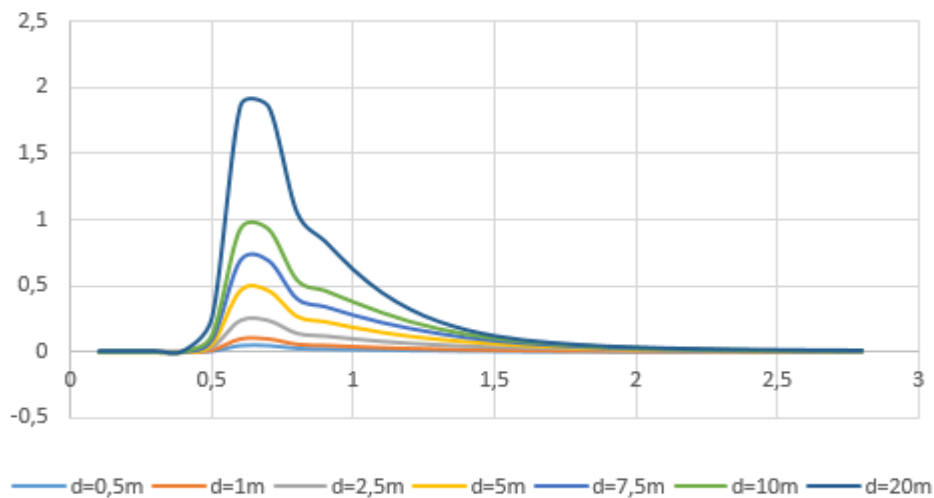


Σχήμα 6.8 Φάσμα στα ρηγά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος 0,5m.

Τα νέα ύψη κύματος θα είναι $H_s=4\sqrt{m}$, όπου m είναι το εμβαδόν των αντίστοιχων φασμάτων στα ρηγά.

- Για **βάθος d= 20 m** έχω : $m=0,8069$, άρα $H_s=4\sqrt{0,8069}=3,59$ m
- Για **βάθος d= 10 m** έχω : $m=0,4629$, άρα $H_s=4\sqrt{0,4629}=2,72$ m
- Για **βάθος d= 7,5 m** έχω : $m=0,3587$, άρα $H_s=4\sqrt{0,3587}=2,4$ m
- Για **βάθος d= 5 m** έχω : $m=0,2528$, άρα $H_s=4\sqrt{0,2528}=2,01$ m
- Για **βάθος d= 2,5 m** έχω : $m=0,126$, άρα $H_s=4\sqrt{0,126}=1,42$ m
- Για **βάθος d= 1 m** έχω : $m=0,0506$, άρα $H_s=4\sqrt{0,0506}=0,9$ m
- Για **βάθος d= 0,5 m** έχω : $m=0,0253$, άρα $H_s=4\sqrt{0,0253}=0,64$ m

Παρατηρώ ότι όσο μειώνεται το βάθος μειώνεται και το ύψος κύματος. Από το παρακάτω σχήμα φαίνεται ότι και το ολοκλήρωμα του φάσματος στα ρηγά (TMA) για μικρότερο βάθος είναι μικρότερο.



Σχήμα 6.9 Φάσματα στα ρηγά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m.
(στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε βάθος με διαφορετικό χρώμα)

6.3 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας

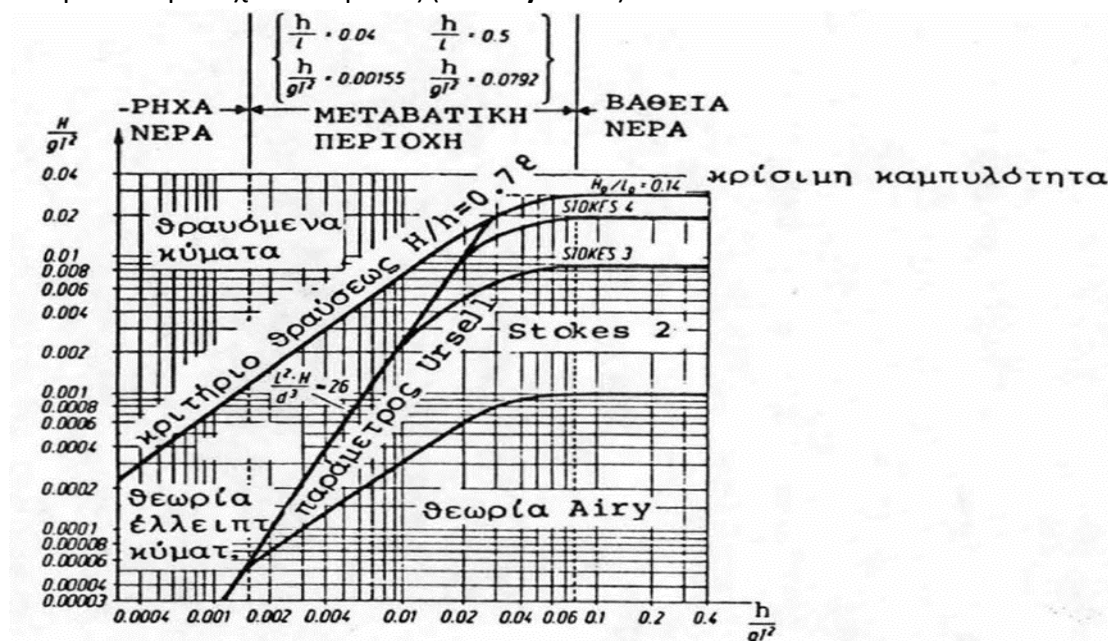
Ξέροντας τα νέα ύψη κύματος, θα υπολογίσουμε τη μορφή επιφάνειας για καθένα από τα 7 βάθη ($d=20\text{m}$, $d=10\text{m}$, $d=7,5\text{m}$, $d=5\text{m}$, $d=2,5\text{m}$, $d=1\text{m}$ και $d=0,5\text{m}$).

Για τη μόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του **Stokes δεύτερης, τρίτης και πέμπτης τάξης** καθώς και τον τύπο του **Airy**, για **κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης** με ύψος κύματος ($H=H_s$) και περίοδο ($T=T_p$).

Για καθένα από τα βάθη θα εφαρμόσουμε όλες τις παραπάνω θεωρίες, ώστε να αποτυπώσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας στην ακτή μελέτης (Μεσακτή). Εφαρμόζοντας όλα τα παραπάνω θα παρατηρήσουμε κάποιες διαφορές στην μορφή της ελεύθερης επιφάνειας μεταξύ των διάφορων θεωριών, για το ίδιο πάντα βάθος.

Θα παρατηρήσουμε ότι για μικρά βάθη η μη γραμμική θεωρία του Stokes δίνει μία ανώμαλη μορφή για την ελεύθερη επιφάνεια των κυματισμών. Αυτό συμβαίνει διότι η θεωρία του Stokes έχει ένα συγκεκριμένο πεδίο εφαρμογής, πέραν του οποίου οι μεγάλες τιμές των μη γραμμικών όρων της αλλοιώνουν τη μορφή των κυματισμών. Η γραμμική θεωρία του Airy δεν παρουσιάζει κάποιο τέτοιο πρόβλημα, αλλά η ομαλή επιφάνεια που δίνει δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, με δεδομένο ότι το ολόένα και μικρότερο βάθος σίγουρα επηρεάζει τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών (οπότε με την απουσία των μη γραμμικών όρων δεν λαμβάνεται υπόψιν αυτή η επίδραση).

Εξαιτίας των παραπάνω προβλημάτων, για τα μικρότερα βάθη θα χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων (**cnoidal wave**) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (**solitary wave**).



Εικόνα 6.1 Πεδίο εφαρμογής διάφορων κυματικών θεωριών. Πηγή : Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009

6.3.1 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=20\text{m}$

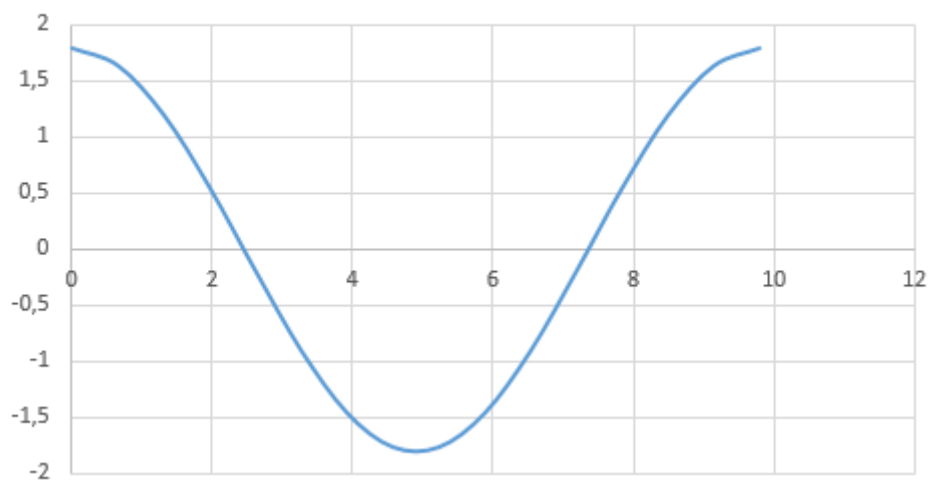
Για βάθος $d=20\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης έχω τα εξής χαρακτηριστικά :

Πίνακας 6.1 Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=20\text{m}$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
9,8	3,59	118,49	0,053

Airy

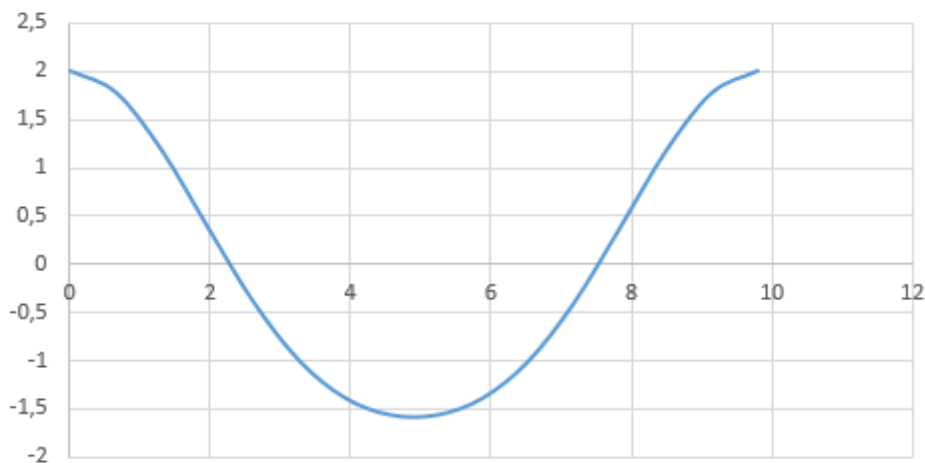
$d=20\text{m}$



Σχήμα 6.10 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=20\text{m}$.

Stokes 2^{ης} τάξης

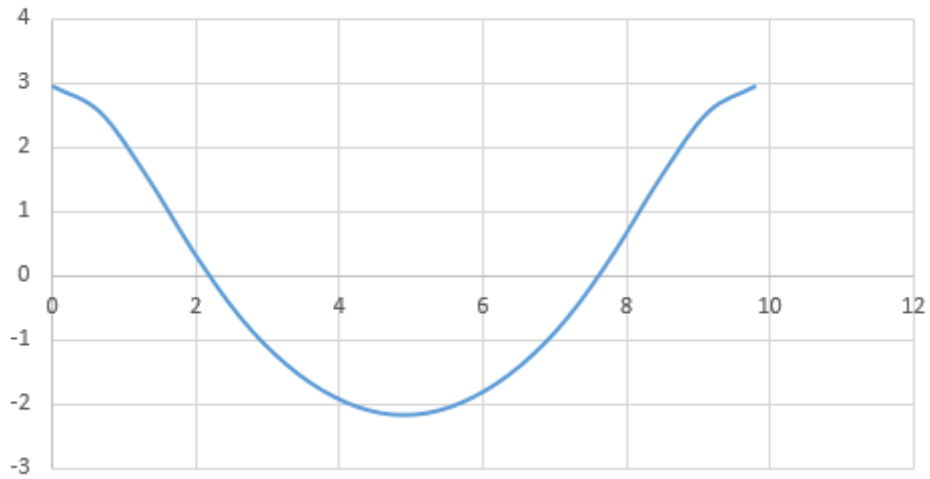
$d=20\text{m}$



Σχήμα 6.11 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=20\text{m}$.

Stokes 3^{ης} τάξης

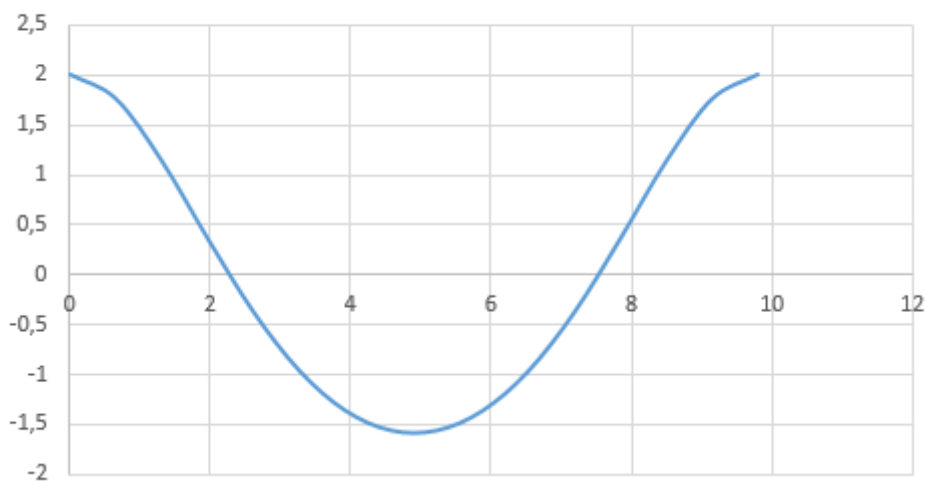
d=20m



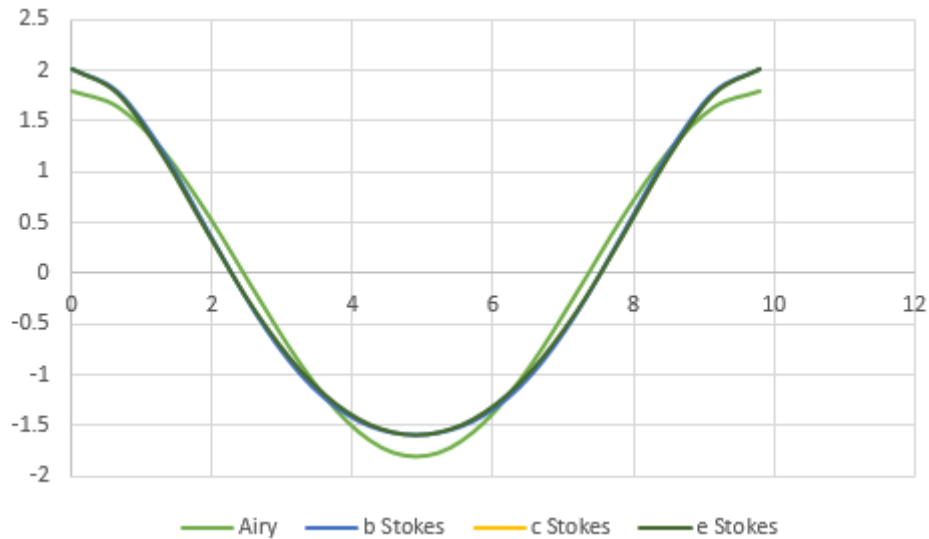
Σχήμα 6.12 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος d=20m.

Stokes 5^{ης} τάξης

d=20m



Σχήμα 6.13 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος d=20m.



Σχήμα 6.14 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=20m$.
(στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Παρατηρούμε ότι λαμβάνοντας υπόψιν τους μη γραμμικούς όρους της θεωρίας Stokes (Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης) έχουμε έναν κυματισμό με πιο πλατιά/ομαλή κοιλία και περισσότερο οξείες κορυφές σε σύγκριση με αυτόν που δίνει η γραμμική θεωρία Airy. Αυτές οι διαφορές ωφείλονται στην επίδραση του βάθους στη μορφή του κύματος που λαμβάνουν υπόψιν οι μη γραμμικοί όροι. Βέβαια αυτές οι διαφορές είναι πολύ μικρές, διότι το βάθος $d=20m$ είναι αρκετά μεγάλο ώστε να επιδράσει καθοριστικά στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού.

6.3.2 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=10m$

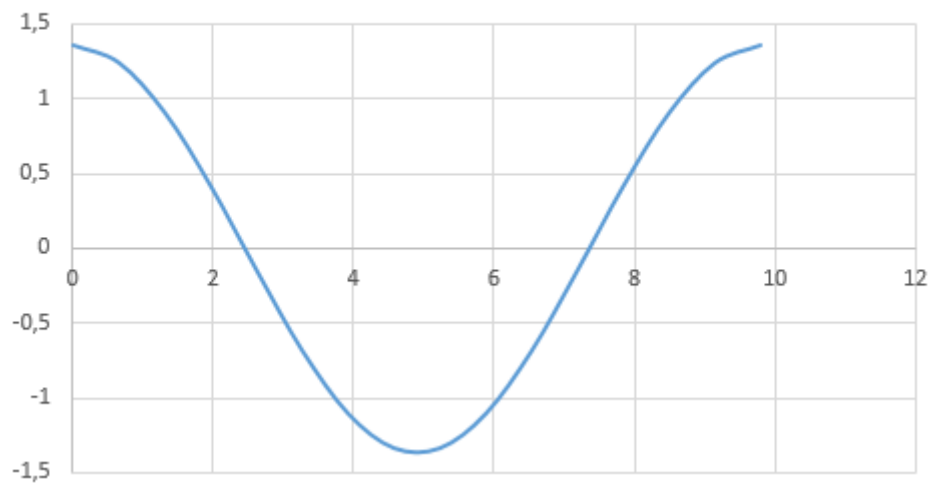
Για βάθος $d=10m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης έχω τα εξής χαρακτηριστικά :

Πίνακας 6.2 Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=10m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
9,8	2,72	89,71	0,07

Airy

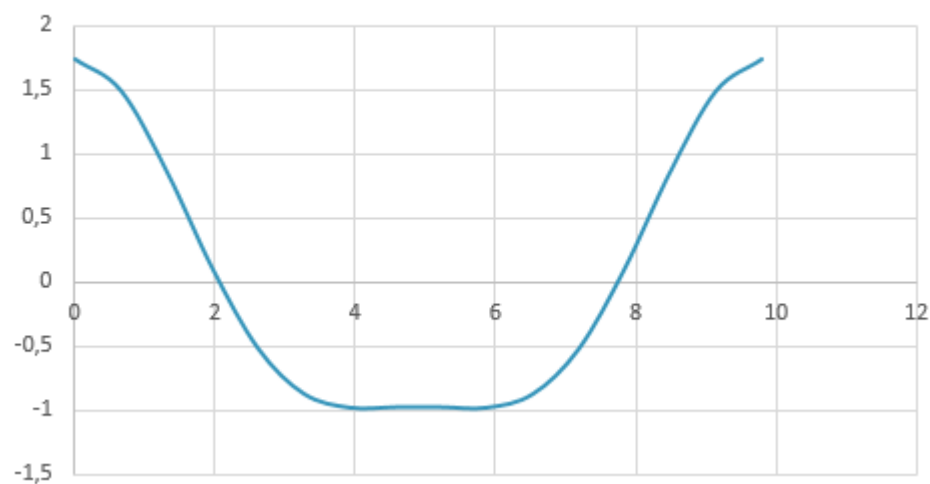
$d=10m$



Σχήμα 6.15 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=10m$.

Stokes 2^{ης} τάξης

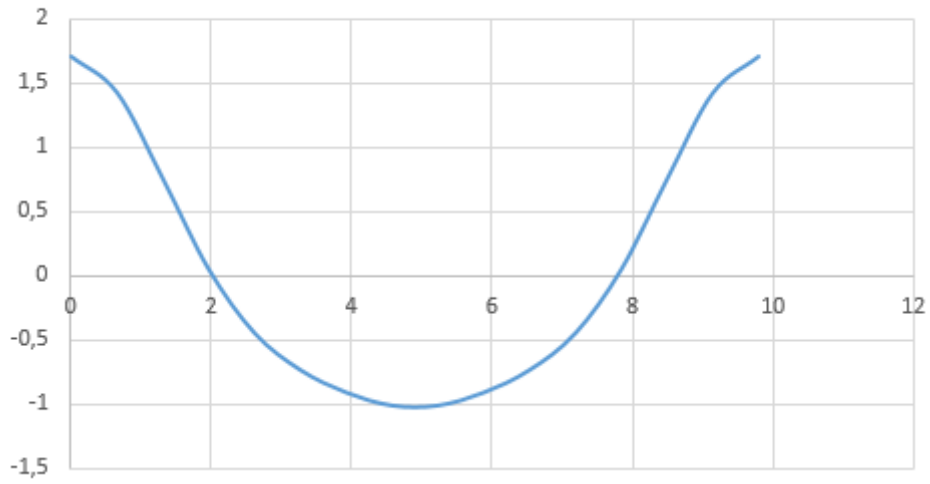
$d=10m$



Σχήμα 6.16 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=10m$.

Stokes 3^{ης} τάξης

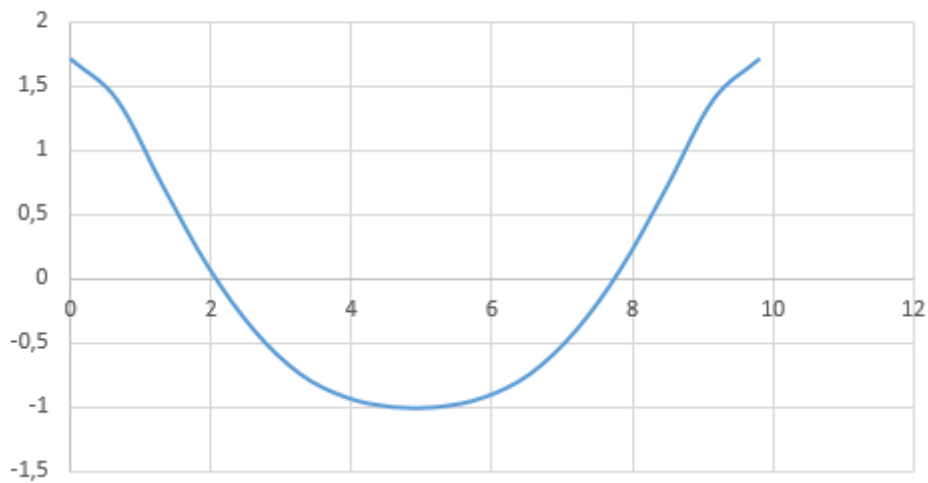
d=10m



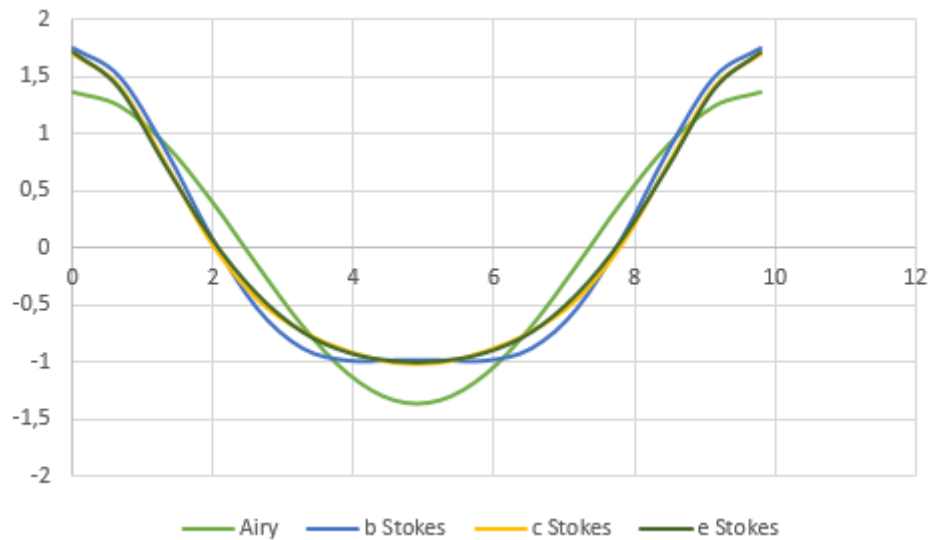
Σχήμα 6.17 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος $d=10m$.

Stokes 5^{ης} τάξης

d=10m



Σχήμα 6.18 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος $d=10m$.



Σχήμα 6.19 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=10m$.
(στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Παρατηρούμε ότι τώρα με την περαιτέρω ρήχωση (από βάθος $d=20m \rightarrow d=10m$) οι διαφορές μεταξύ των μη γραμμικών θεωριών του Stokes και της γραμμικής θεωρίας του Airy γίνονται πιο αισθητές. Οι μη γραμμικοί παράγοντες επιδρούν πλέον πιο έντονα στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών, δίνοντας πλατύτερη κοιλία και οξείτερες κορυφές. Επίσης έχει ξεκινήσει να φαίνεται και μια μικρή διαφοροποίηση μεταξύ των ίδιων των μη γραμμικών θεωριών του Stokes. Πλέον για διαφορετικές τάξεις του Stokes έχω και μερικώς τροποποιημένες μορφές ελεύθερης επιφάνειας.

6.3.3 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=7,5m$

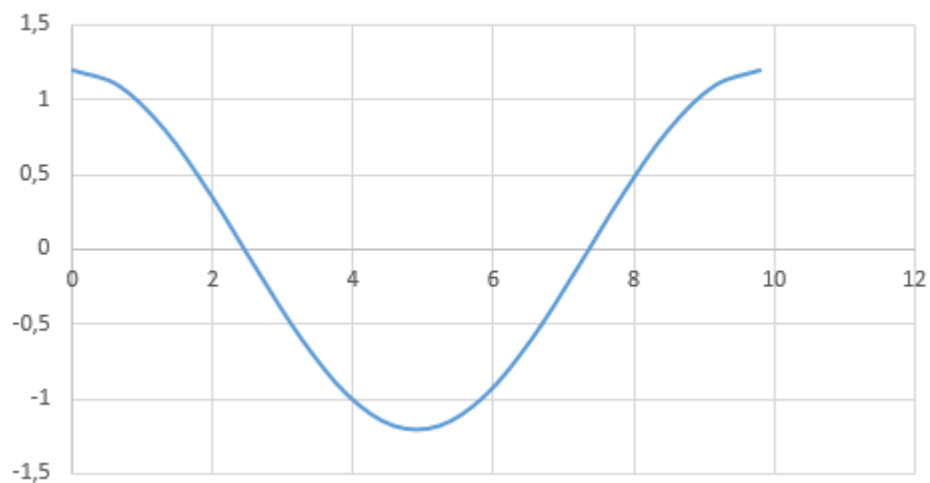
Για βάθος $d=7,5m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης έχω τα εξής χαρακτηριστικά :

Πίνακας 6.3 Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=10m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
9,8	2,4	79,49	0,079

Airy

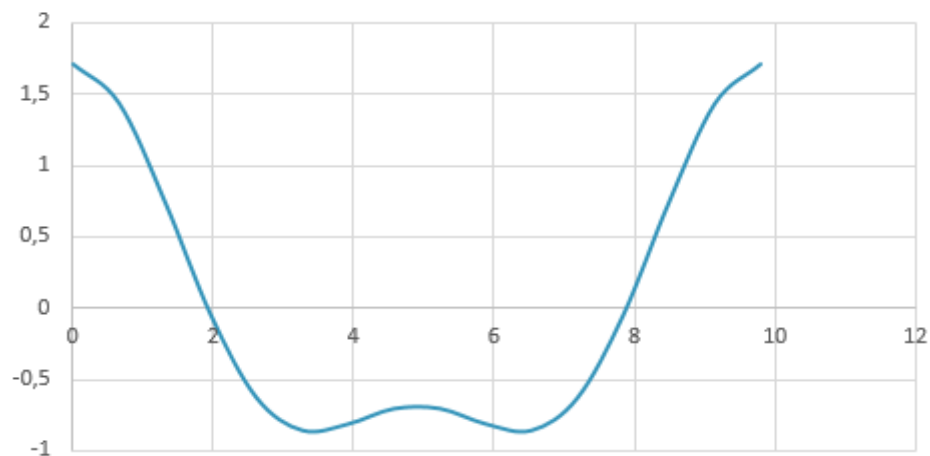
$d=7,5m$



Σχήμα 6.20 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=7,5m$.

Stokes 2^{ης} τάξης

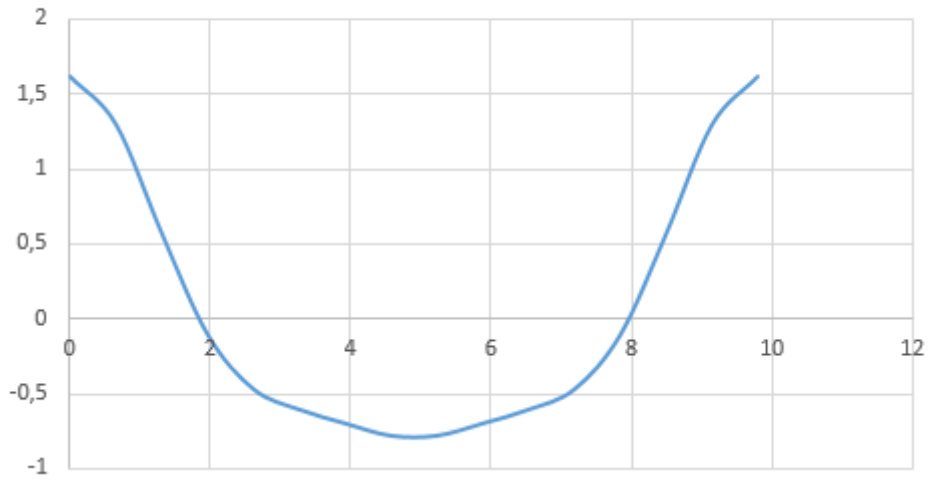
$d=7,5m$



Σχήμα 6.21 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=7,5m$.

Stokes 3^{ης} τάξης

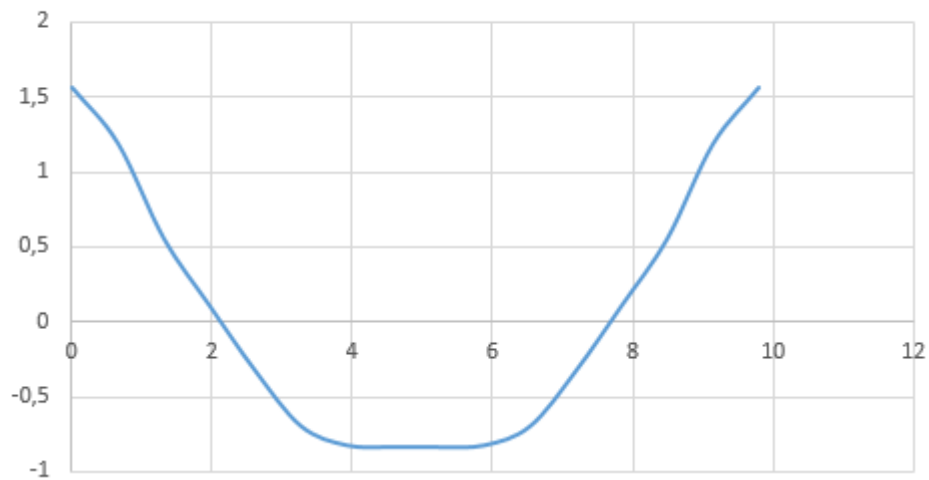
d=7,5m



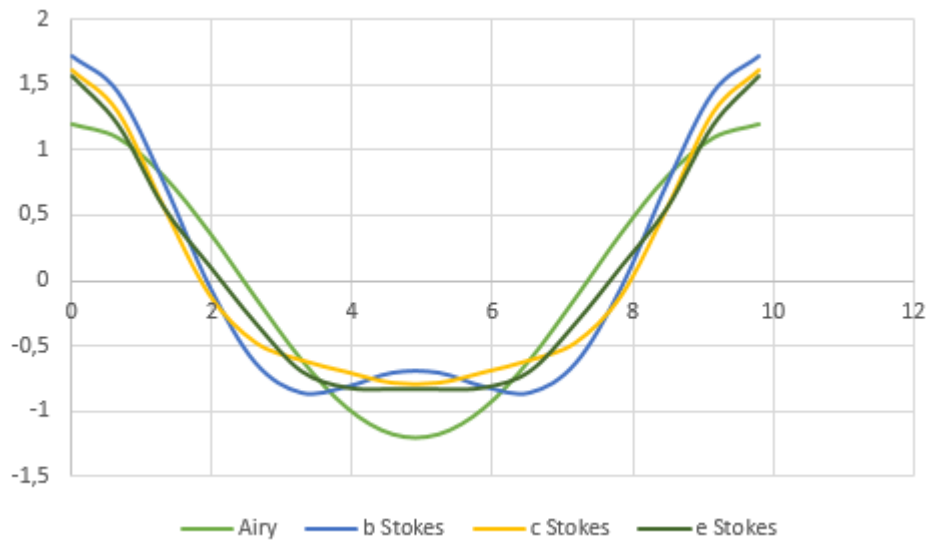
Σχήμα 6.22 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος d=7,5m.

Stokes 5^{ης} τάξης

d=7,5m



Σχήμα 6.23 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος d=7,5m.



Σχήμα 6.24 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=7,5m$.
(στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Παρατηρούμε ότι στο βάθος $d=7,5m$ οι διαφορές μεταξύ όλων των θεωριών (μη γραμμικών Stokes και γραμμικής Airy) είναι αρκετά εμφανής. Δηλαδή πλέον οι τιμές των μη γραμμικών όρων έχουν αυξηθεί σημαντικά, διαφοροποιώντας τόσο τις μη γραμμικές θεωρίες του Stokes με τη γραμμική θεωρία του Airy, όσο και τις ίδιες τις μη γραμμικές θεωρίες μεταξύ τους. Οι μη γραμμικοί όροι των μεγαλύτερων τάξεων δίνουν πλατύτερη κοιλία στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών, αλλά και πιο οξείτερες κορυφές. Μάλιστα όσο πιο μεγάλη είναι η τάξη της θεωρίας του Stokes, τόσο πιο πλατιά και ομαλή γίνεται η κοιλία και εμφανίζονται ακόμα πιο οξείς κορυφές. Παρατηρούμε, επίσης, ότι έχουν αρχίσει να παρουσιάζονται προβλήματα με τη μη γραμμική θεωρία του Stokes. Αυτό συμβαίνει διότι απομακρυνόμαστε από τα όρια του πεδίου εφαρμογής της θεωρίας του Stokes.

6.3.4 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=5m$

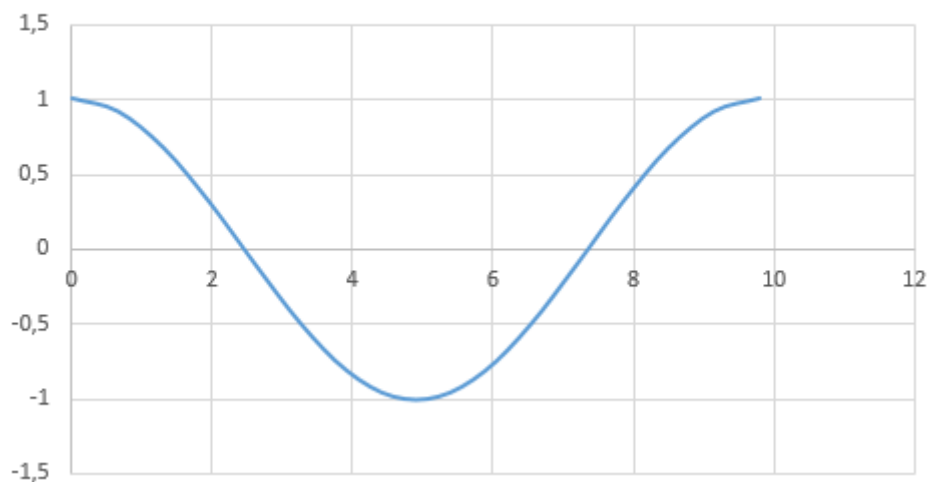
Για βάθος $d=5m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης έχω τα εξής χαρακτηριστικά :

Πίνακας 6.4 Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
9,8	2,01	66,11	0,095

Airy

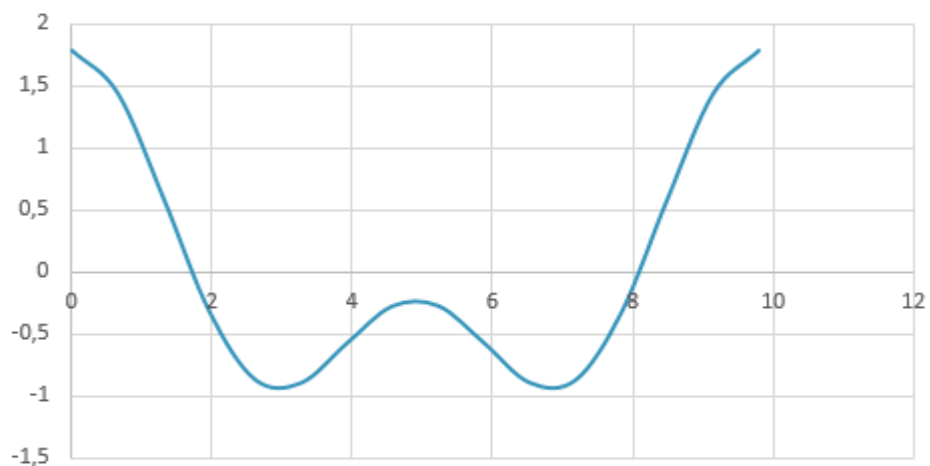
$d=5m$



Σχήμα 6.25 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=5m$.

Stokes 2^{ης} τάξης

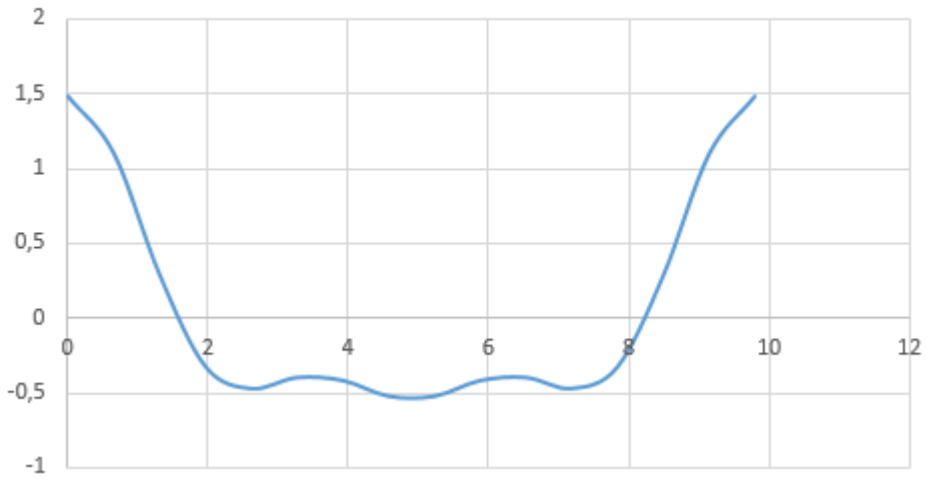
$d=5m$



Σχήμα 6.26 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=5m$.

Stokes 3^{ης} τάξης

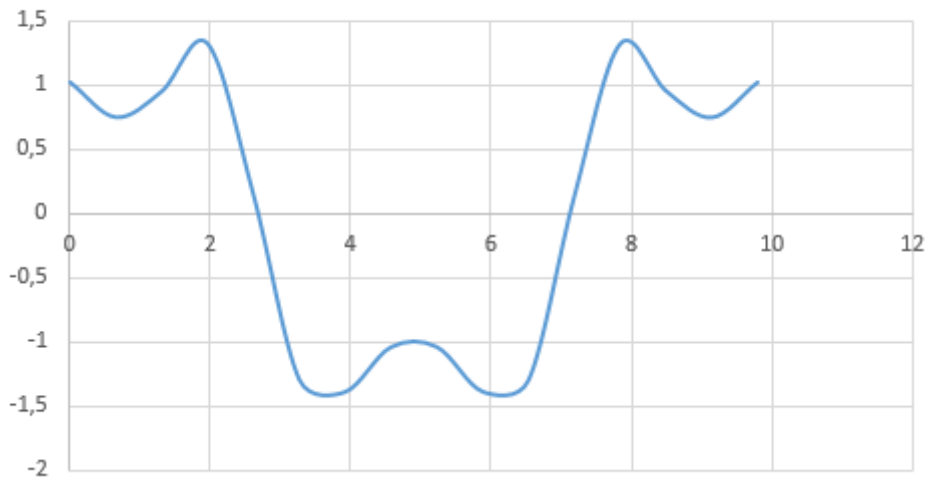
d=5m



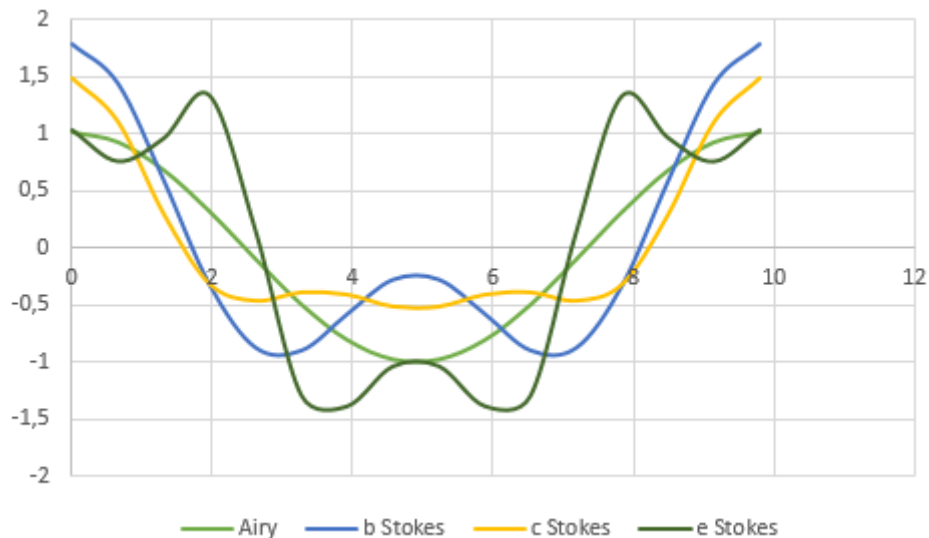
Σχήμα 6.27 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος d=5m.

Stokes 5^{ης} τάξης

d=5m



Σχήμα 6.28 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος d=5m.



Σχήμα 6.29 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Στο βάθος $d=5m$ παρουσιάζονται ακόμα πιο έντονα προβλήματα με τις μη γραμμικές θεωρίες του Stokes. Προφανώς η γραμμική θεωρία του Airy δεν παρουσιάζει κάποια ανωμαλία, ωστόσο η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας που δίνει δεν είναι ρεαλιστική. Το πολύ μικρό βάθος $d=5m$ είναι σίγουρο ότι επιδρά στη μορφή των κυματισμών, οπότε η γραμμική θεωρία του Airy μη λαμβάνοντας υπόψιν αυτή την επίδραση, δίνει μία ομαλή εικόνα αλλά και ψευδή ταυτόχρονα. Παρατηρούμε μάλιστα ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη των μη γραμμικών θεωριών Stokes, τόσο πιο ανώμαλη είναι η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας. Αυτό το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο, με δεδομένο ότι το αρκετά μικρό βάθος $d=5m$ αυξάνει πολύ την τιμή των μη γραμμικών όρων, αλλοιώνοντας την ομαλή επιφάνεια που δίνουν οι γραμμικοί όροι της θεωρίας του Stokes (ουσιαστικά η ίδια η γραμμική θεωρία του Airy). Εξάλλου οι Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεσενίτης στο σύγγραμά τους "Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών" (2015), περιορίζουν το πεδίο εφαρμογής της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes για τιμές παραμέτρου $Urshell < 40$. Η παραμέτρος $Urshell$ προκύπτει από τον τύπο :

$$U_r = \frac{HL^2}{d^3} \quad \text{Όπου } H : \text{ ύψος κύματος, } L : \text{ μήκος κύματος, } d : \text{ βάθος πυθμένα}$$

Ετσι για βάθος $d=5m$, έχω κύμα ύψους $H=2,01m$ και μήκος $L=66,11m$, δηλαδή :

$$U_r = \frac{2,01 \cdot 66,11^2}{5^3} = 70,27 > 40$$

Αποτέλεσμα αυτής της υπέρβασης σύμφωνα με τους Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεσενίτης είναι η εμφάνιση δευτερεύουσων κορυφών στην κοιλία του κυματισμού. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα και στα παραπάνω αποτελέσματα, όπου ο Stokes όλων των τάξεων εμφανίζει χαρακτηριστικές ανωμαλίες στην κοιλία.

6.3.5 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=2,5m$

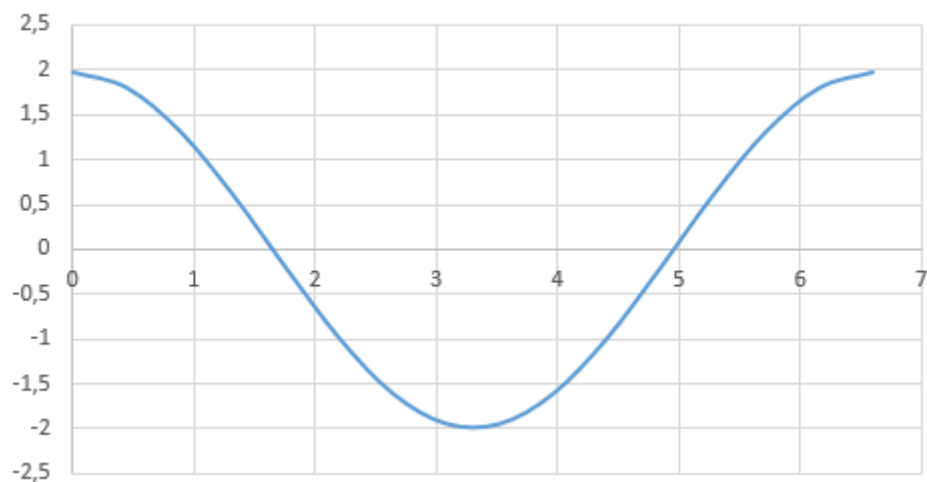
Για βάθος $d=2,5m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης έχω τα εξής χαρακτηριστικά :

Πίνακας 6.5 Χαρακτηριστικά κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
6,6	3,96	31,4	0,2

Airy

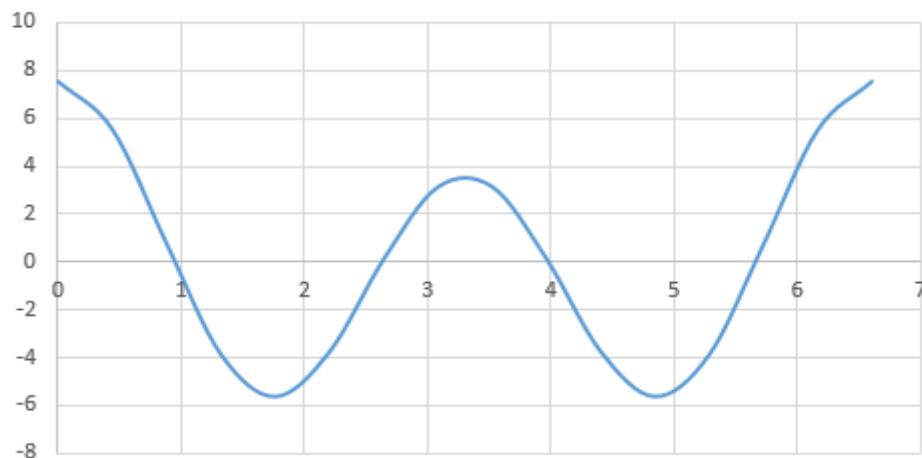
$d=2,5m$



Σχήμα 6.30 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος $d=2,5m$.

Stokes 2^{ης} τάξης

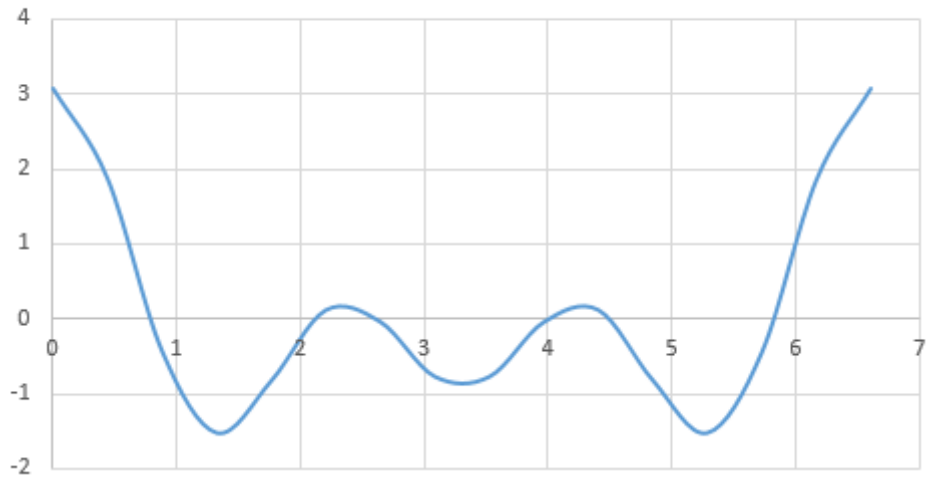
$d=2,5m$



Σχήμα 6.31 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2ης τάξης για βάθος $d=2,5m$.

Stokes 3^{ης} τάξης

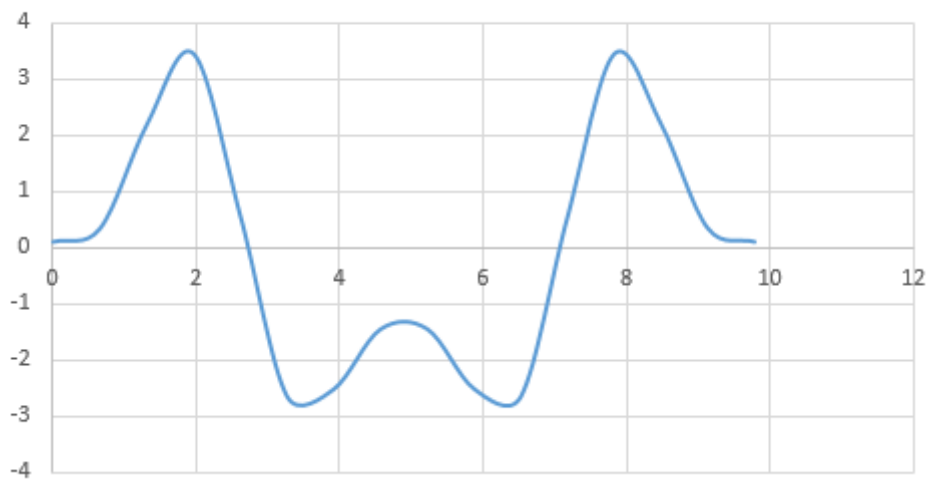
d=2,5m



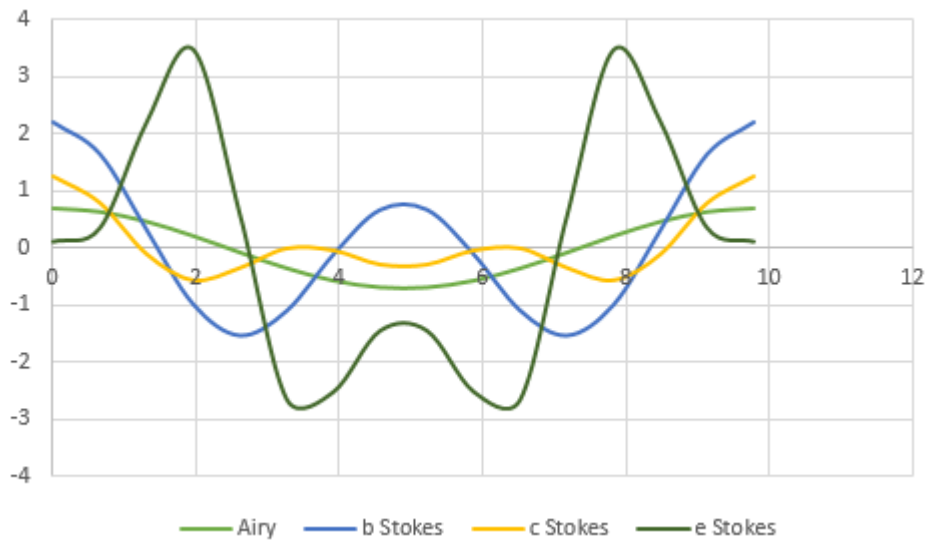
Σχήμα 6.32 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 3ης τάξης για βάθος d=2,5m.

Stokes 5^{ης} τάξης

d=2,5m



Σχήμα 6.33 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 5ης τάξης για βάθος d=2,5m.



Σχήμα 6.34 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=2,5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Όπως ήταν αναμενόμενο, για το πολύ μικρό βάθος $d=2,5m$, οι ανωμαλίες της ελεύθερης επιφάνειας έχουν αλλοιώσει πλήρως τη μορφή των κυμάτων. Οι μη γραμμικοί όροι παίρνουν τιμές πολύ μεγαλύτερες από αυτές των γραμμικών με αποτέλεσμα να έχουμε σκαριφήματα με πολλές κορυφές και κοιλίες. Πλέον είμαστε πολύ μακριά από το πεδίο εφαρμογής της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes. Ενδεικτικά, ακολουθώντας τον περιορισμό που θέτουν οι Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης για την παράμετρο $Urshell$, όπου πρέπει $Ur < 40$, έχω :

Για βάθος $d=2,5m$, έχω κύμα με ύψος $H=1,42m$ και μήκος $L=47,58m$, άρα :

$$Ur = \frac{1,42 \cdot 47,58^2}{2,5^3} = 205,74 \gg 40$$

6.4 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας σε μικρά βάθη με χρήση θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave)

Όπως παρατηρήσαμε στις προηγούμενες παραγράφους, όσο μειώνεται το βάθος η μη γραμμική θεωρία του Stokes μας δίνει μια ολοένα και παραμορφωμένη μορφή κύματος, ενώ η γραμμική θεωρία του Airy δίνει μια ομαλή μορφή που όμως δεν είναι ρεαλιστική, καθώς δεν λαμβάνει υπόψη την επίδραση του μικρού βάθους. Για τους παραπάνω λόγους κρίνεται αναγκαία η χρήση άλλων κυματικών θεωριών για τα μικρά βάθη. Θα εφαρμόσουμε, λοιπόν, τη θεωρία του ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary waves), που στην ουσία πρόκειται για μια οριακή περίπτωση του ελλειπτικού συνημιτόνου. Για την εφαρμογή, θεωρούμε πάλι κυματισμό μελέτης βορειοδυτικής διεύθυνσης με ύψος κύματος $H=H_s$ και περίοδο $T=T_p$.

6.4.1 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=7,5m$

Για την εφαρμογή της θεωρίας του ελλειπτικού συνημιτόνου, πρέπει αρχικά να βρούμε την παράμετρο k για κάθε βάθος μελέτης. Αυτό θα γίνει με διαδοχικές δοκιμές μέσω του γνωστού τύπου:

Μήκος κύματος(L)=Ταχύτητα φάσματος(c) * Περίοδος κύματος(T)

όπου σύμφωνα με τους Korteweg και De Vries (1895) :

$$L = \left(\frac{16d^3}{3H} \right)^{1/2} * k * K(k) \quad \text{και} \quad c = (gd)^{1/2} * \left[1 + \frac{H}{d} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right) \right]$$

Για τον υπολογισμό του πλήρους ελλειπτικού ολοκληρώματος πρώτης τάξης $K(k)$ και δεύτερης τάξης $E(k)$, θα χρησιμοποιήσουμε το διαδικτυακό υπολογιστή τσέπης που παρέχει η εταιρεία casio (<https://keisan.casio.com>).

Έτσι για βάθος πυθμένα $d=7,5m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με ύψος κύματος $H=2,4m$ και περίοδο $T=9,8sec$, βρίσκουμε μετά από διαδοχικές δοκιμές:

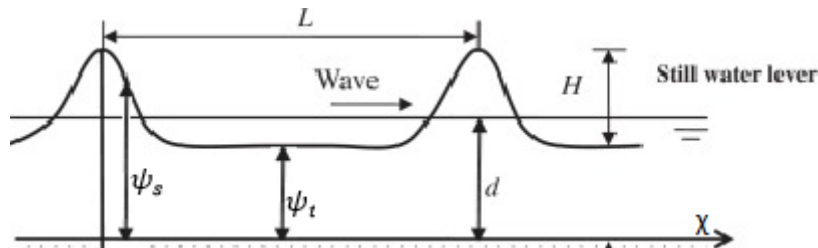
Πίνακας 6.6 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$.

Παράμετρος (k)	$K(k)$	$E(k)$	Μήκος κύματος (L)
-0,25	1,596242	1,545957	12,22

Ξέροντας όλα τα απαραίτητα στοιχεία για τον κυματισμό, θα υπολογίσουμε τη μορφή επιφάνειας για βάθος πυθμένα $d=7,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με τα παραπάνω χαρακτηριστικά, όπου σύμφωνα με τον Wiegell (1960), μπορεί να περιγραφεί με τον παρακάτω τύπο:

$$\psi_s = \psi_t + H \cdot cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right]$$

όπου το ψ_s μετράται από το επίπεδο του πυθμένα, όπως φαίνεται και από το επόμενο σκαρίφημα.



Εικόνα 6.2 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου.
Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research, 2018

Για τον υπολογισμό του ελλειπτικού ολοκληρώματος cn , θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι το διαδικτυακό υπολογιστή τσέπης που παρέχει η εταιρεία casio (<https://keisan.casio.com>)

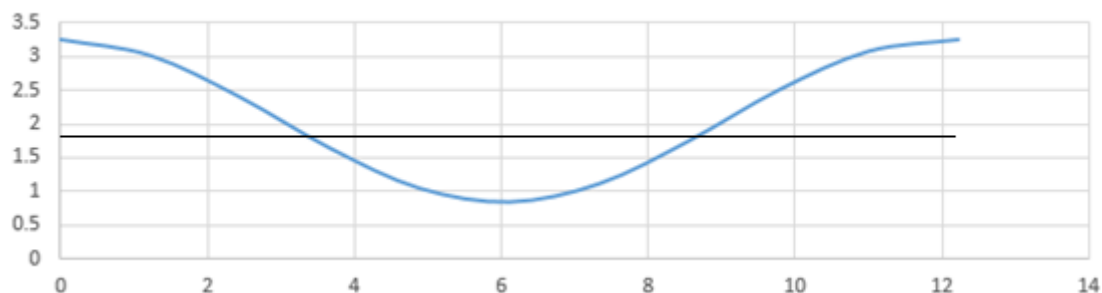
Τελικά, για βάθος πυθμένα $d=7,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Πίνακας 6.7 Συγκεντρωτικά χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5\text{m}$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Παράμετρος (k)	K(k)	E(k)
9,8	2,4	12,22	-0,25	1,596242	1,545957

Cnoidal wave

$d=7,5\text{m}$



Σχήμα 6.35 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=7,5\text{m}$.

Για την περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού με την εφαρμογή της θεωρίας του μοναχικού κύματος (solitary waves), θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο σύμφωνα με τον Boussinesq (1872):

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{0,5} (x - Ct) \right]$$

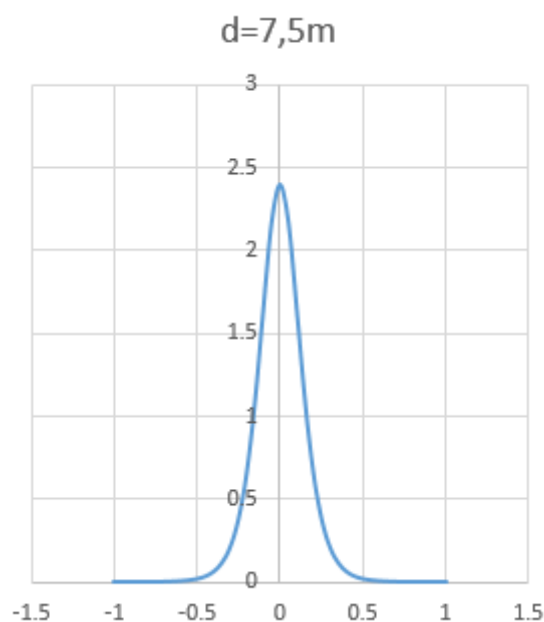
όπου sech είναι η υπερβολική τέμνουσα, δηλαδή $\frac{1}{\cosh}$

Έτσι, για βάθος πυθμένα $d=7,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Πίνακας 6.8 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5\text{m}$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)
9,8	2,4	1,01

Solitary wave



Σχήμα 6.36 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=7,5\text{m}$.

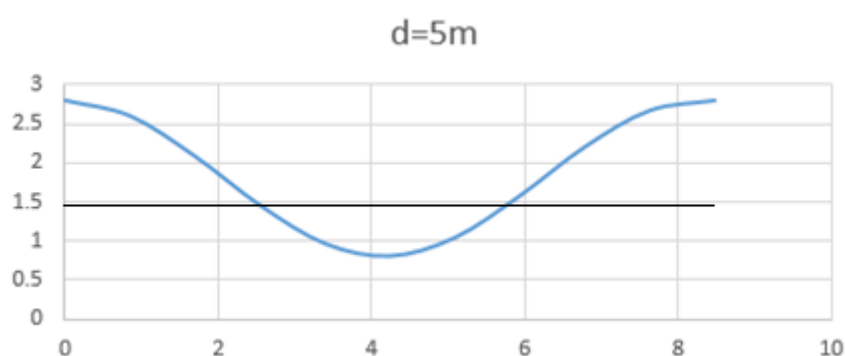
6.4.2 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=5m$

Ακολουθώντας πάλι την προηγούμενη διαδικασία, βρίσκουμε μέσω διαδοχικών δοκιμών $k=-0,29$, οπότε έχουμε συγκεντρωτικά:

Πίνακας 6.9 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Παράμετρος (k)	K(k)	E(k)
9,8	2,01	8,48	-0,29	1,605482	1,53723

Cnoidal wave

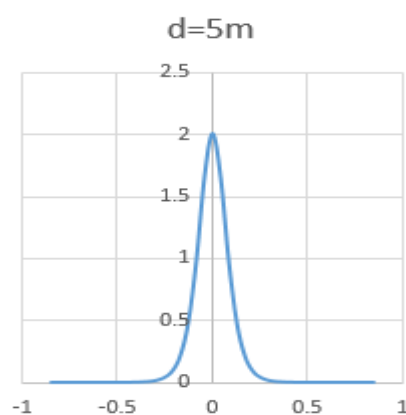


Σχήμα 6.37 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=5m$.

Πίνακας 6.10 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=5m$.

Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)
9,8	2,01	0,85

Solitary wave



Σχήμα 6.38 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=5m$.

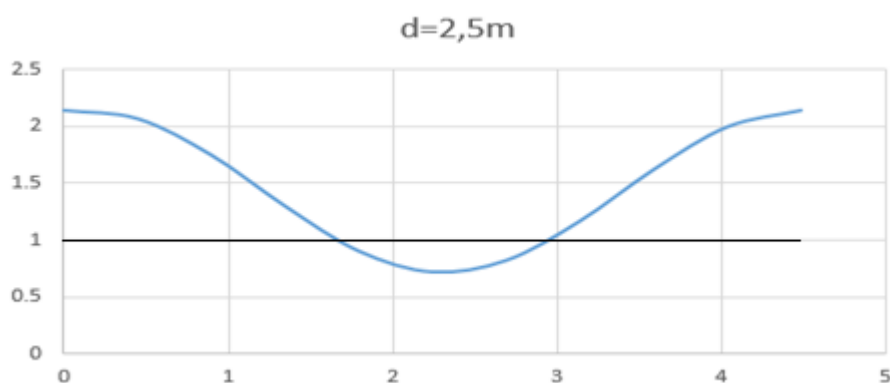
6.4.3 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=2,5m$

Ακολουθώντας πάλι τη γνωστή διαδικασία, βρίσκουμε μέσω διαδοχικών δοκιμών $k=-0,36$, οπότε έχουμε συγκεντρωτικά:

Πίνακας 6.11 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$.

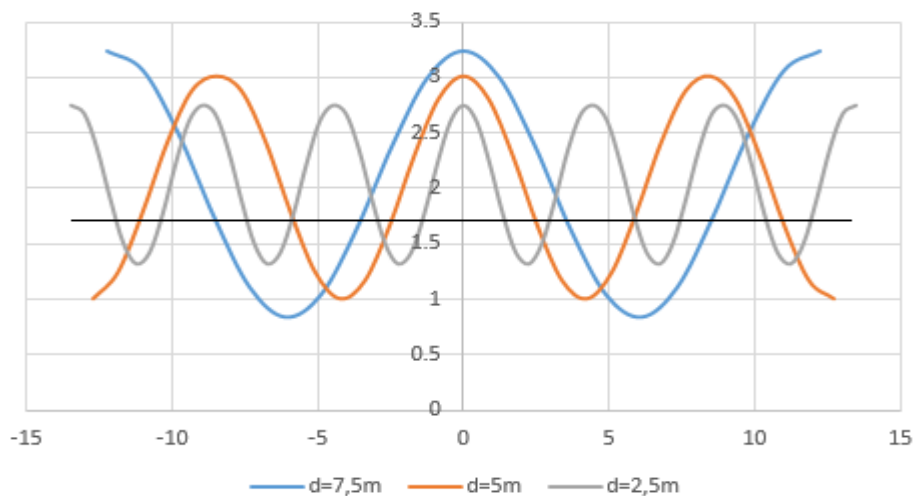
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Παράμετρος (k)	K(k)	E(k)
9,8	1,42	4,48	-0,36	1,625771	1,518594

Cnoidal wave



Σχήμα 6.39 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=2,5m$.

Καθως προχωράμε σε όλο και πιο ρηχά νερά, παρατηρούμε ότι τα ελλειπτικά κύματα αποκτούν όλο και πιο απότομη μορφή με λιγότερο πλατείς κοιλίες και οξείτερες κορυφές. Στα επόμενα και χαμηλότερα βάθη μελέτης αναμένουμε πιο ανώμαλες μορφές ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται αυτή η σταδιακή ανωμαλία της ελεύθερης επιφάνειας.

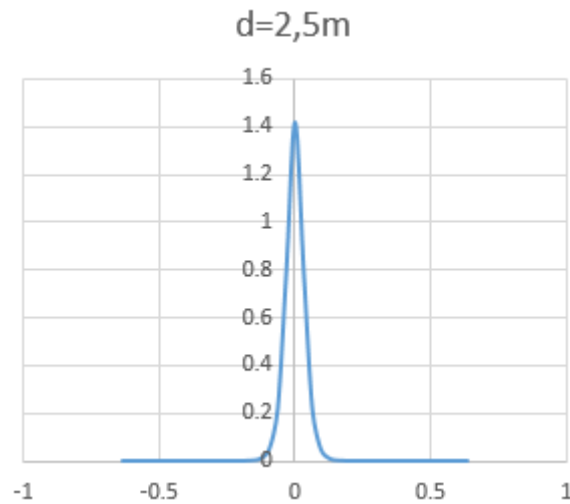


Σχήμα 6.40 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m$)

Πίνακας 6.12 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=2,5m$.

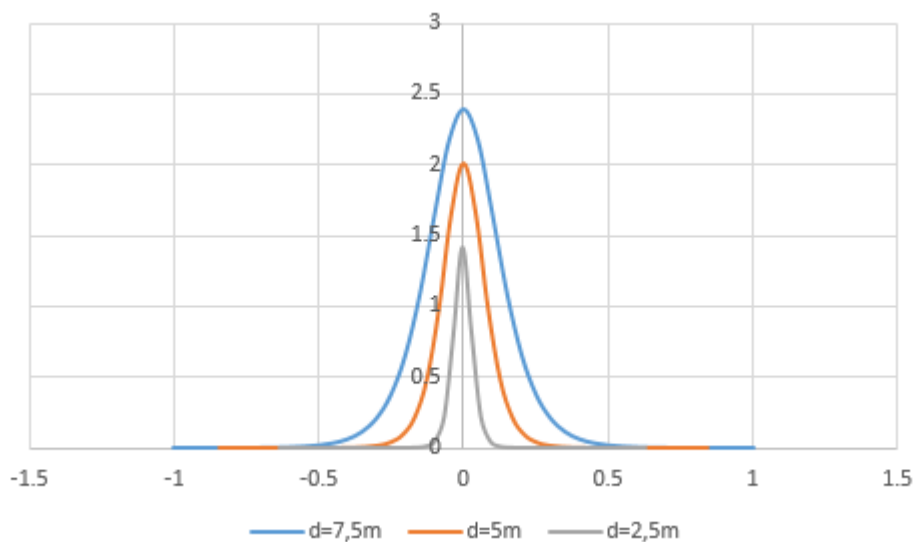
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)
9,8	1,42	0,63

Solitary wave



Σχήμα 6.41 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=2,5m$.

Όσο μειώνεται το βάθος πυθμένα, παρατηρούμε ότι οι κορυφές των μοναχικών κυμάτων γίνονται όλο και πιο οξείες. Για βάθος μελέτης $d=2,5m$, αυτή η διαφορά γίνεται ακόμα πιο διακριτή. Στο σχήμα 6.44 η παραπάνω παρατήρηση είναι αρκετά εμφανής.



Σχήμα 6.42 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m$)

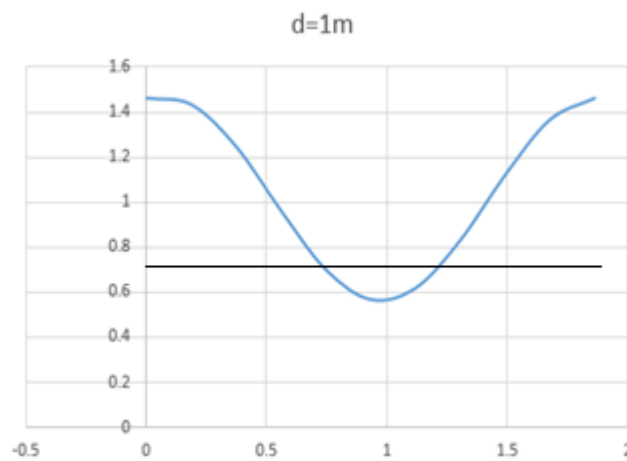
6.4.4 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=1m$

Βρίσκουμε μέσω διαδοχικών δοκιμών $k=-0,46$, οπότε έχουμε συγκεντρωτικά:

Πίνακας 6.13 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=1m$.

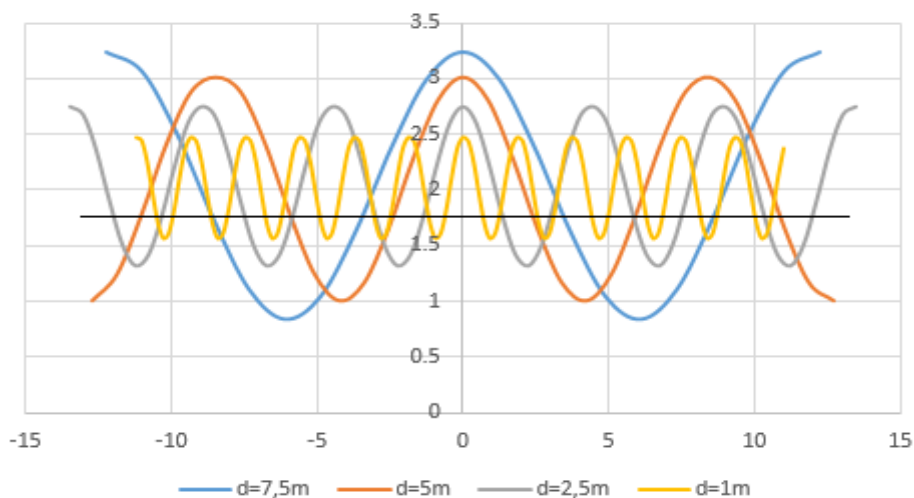
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Παράμετρος (k)	K(k)	E(k)
9,8	0,9	1,87	-0,46	1,66552	1,484075

Cnoidal wave



Σχήμα 6.43 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=1m$.

Ηδη από το βάθος $d=2,5m$ η ολοένα και πιο οξεία μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών είναι εμφανής. Για το ακόμα πιο χαμηλό βάθος πυθμένα $d=1m$, η παραπάνω παρατήρηση επαληθεύεται εντονότερα (Σχήμα 6.46).

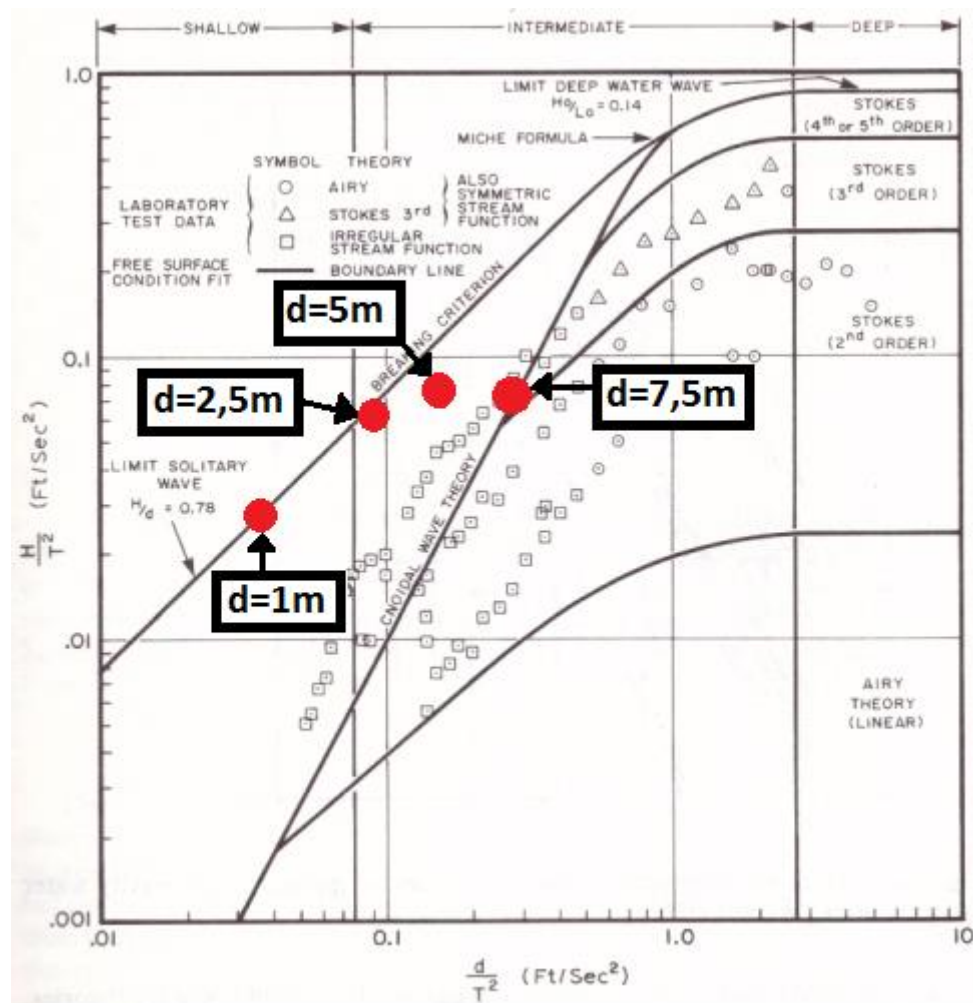


Σχήμα 6.44 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m$)

Η προηγούμενη παραμόρφωση της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας των ελλειπτικών κυμάτων, για το βάθος $d=1\text{m}$, είναι λογική εφόσον αγγίζουμε τα όρια εφαρμογής της θεωρίας των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου.

Ενδεικτικά (για τη μετατροπή $\text{m} \rightarrow \text{Ft}$, χρησιμοποιώ την αναλογία $1\text{m}=3,2808\text{Ft}$):

- Για $d=7,5\text{m}$: $\frac{d}{T^2} = \frac{7,5 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,256$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{2,4 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,082$
- Για $d=5\text{m}$: $\frac{d}{T^2} = \frac{5 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,171$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{2,01 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,069$
- Για $d=2,5\text{m}$: $\frac{d}{T^2} = \frac{2,5 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,085$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{1,42 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,049$
- Για $d=1\text{m}$: $\frac{d}{T^2} = \frac{1 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,034$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{0,9 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,031$



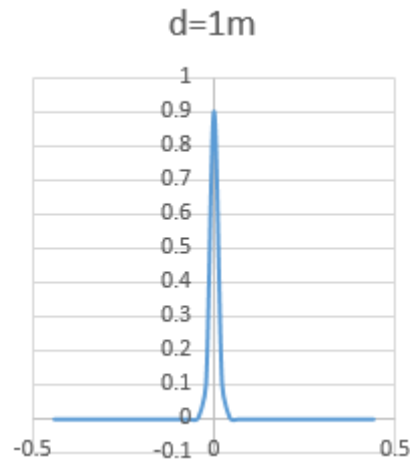
Εικόνα 6.3 Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5\text{m}$, 5m , $2,5\text{m}$ και 1m και κυματισμό μελέτης με περίοδο $T=T_p=9,8\text{sec}$)

Από την παραπάνω εφαρμογή φαίνεται ξεκάθαρα ότι όσο μειώνεται το βάθος πυθμένα, κινούμαστε σταδιακά εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου. Μάλιστα για τα μικρότερα βάθη πυθμένα $d=2,5\text{m}$ και $d=1\text{m}$, αγγίζουμε το όριο μεταξύ της θεωρίας των ελλειπτικών κυμάτων και του μοναχικού κύματος.

Πίνακας 6.14 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=1m$.

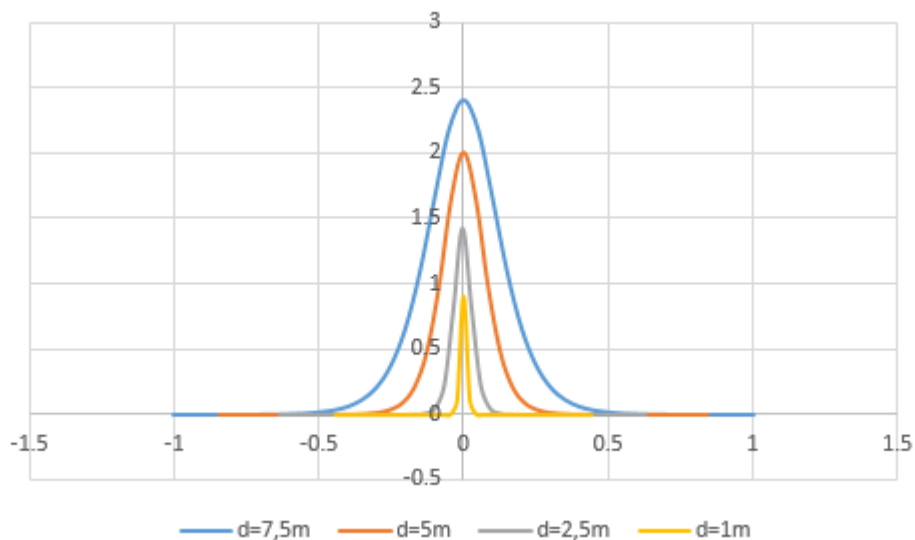
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)
9,8	0,9	0,44

Solitary wave



Σχήμα 6.45 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=1m$.

Για το ακόμα χαμηλότερο βάθος $d=1m$, έχουμε ακόμα πιο οξεία μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του μοναχικού κύματος. Αυτό ήταν αναμενόμενο και φαίνεται καθαρά στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.46 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m$)

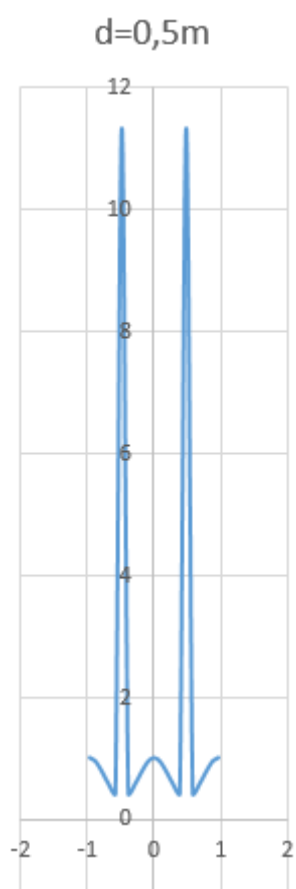
6.4.5 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας για βάθος $d=0,5m$

Βρίσκουμε μέσω διαδοχικών δοκιμών $k=-0,55$, οπότε έχουμε συγκεντρωτικά:

Πίνακας 6.15 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5m$.

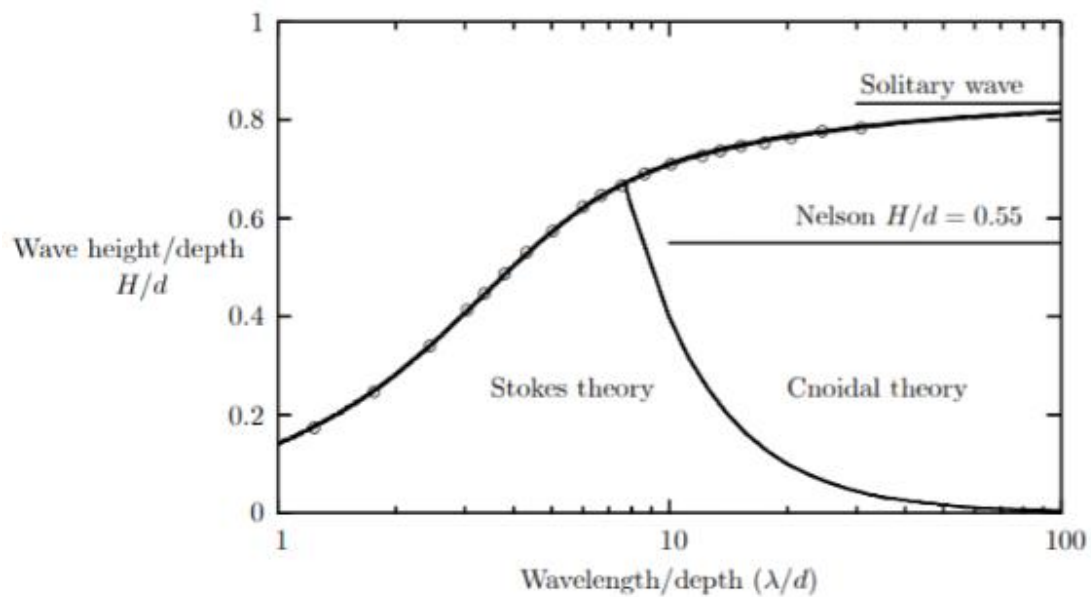
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Παράμετρος (k)	K(k)	E(k)
9,8	0,64	0,96	-0,55	1,715354	1,444243

Cnoidal wave



Σχήμα 6.47 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=0,5m$.

Όπως αναμέναμε, η ελεύθερη επιφάνεια έχει μια εντελώς παραμορφωμένη μορφή, η οποία προφανώς δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αυτό συμβαίνει διότι πλέον είμαστε εκτός των ορίων εφαρμογής της θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου.



Εικόνα 6.4 Πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών.
 Πηγή: John D. Fenton, *The Cnoidal Theory of Water Waves*, 1998

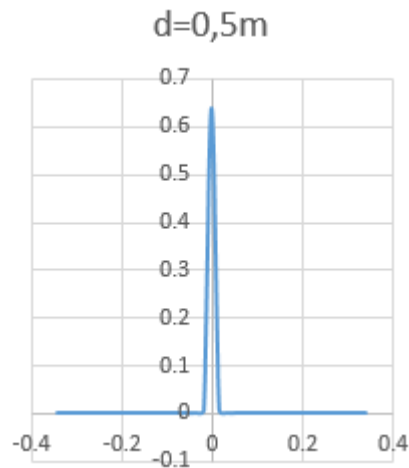
Από το παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι ο Nelson εισήγαγε έναν επιπλέον περιορισμό στη εφαρμογή της θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal theory). Αυτός είναι ότι ο λόγος του ύψους κύματος (H) προς το βάθος πυθμένα (d), δεν πρέπει να ξεπερνά το 0,55. Ενδεικτικά για ύψος κύματος H=0,64m και βάθος πυθμένα d=0,5m έχω: $\frac{H}{d} = \frac{0,64}{0,5} = 1,16 > 0,55$

Το παραπάνω αποδείχτηκε από τον Fenton το 1979, όπου δείχτηκε ότι στο μικρό όριο εύρους τα κύματα τείνουν να γίνονται ημιτονοειδή. Αναμένουμε, λοιπόν, η μορφή των κυμάτων να περιγράφεται καλύτερα από τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave), η οποία εξάλλου είναι μια οριακή περίπτωση του ελλειπτικού κύματος κατάλληλη για τα πιο μικρά βάθη.

Πίνακας 6.16 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5m$.

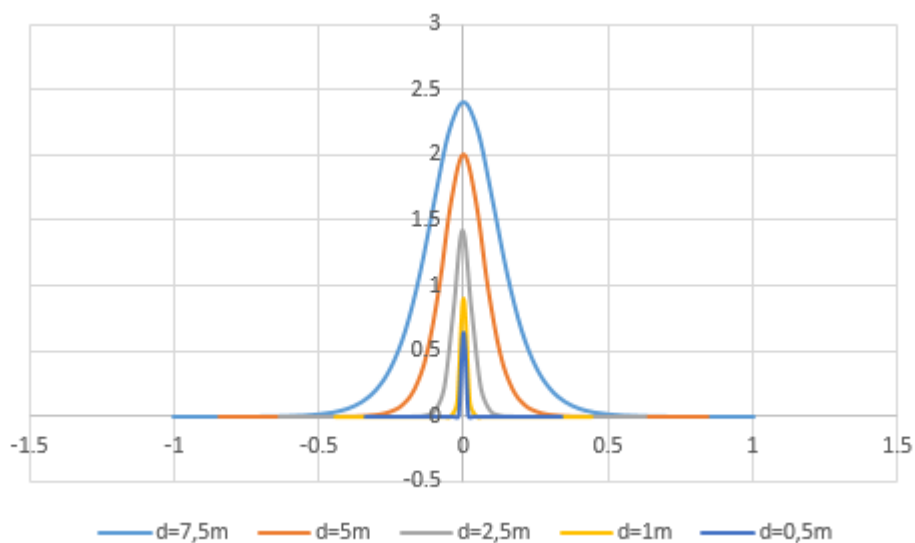
Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)
9,8	0,64	0,34

Solitary wave



Σχήμα 6.48 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία μοναχικού κύματος (solitary waves) για βάθος $d=0,5m$.

Όπως περιμέναμε, η θεωρία του μοναχικού κύματος είναι πλέον η μόνη κατάλληλη για τη μελέτη των κυματισμών στα πιο μικρά βάθη. Η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας που δίνει, βέβαια, είναι πολύ οξεία. Μάλιστα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, είναι ακόμα πιο απότομη σε σχέση με τα μεγαλύτερα βάθη.



Σχήμα 6.49 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$)

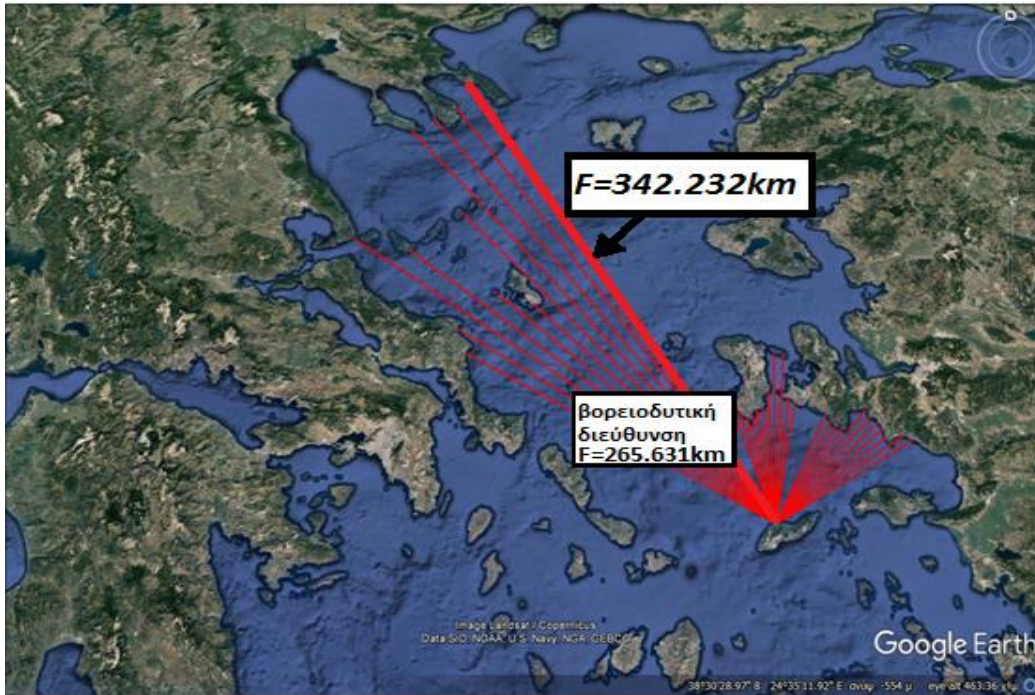
6.5 Οπτική εικόνα ακτής Αρμενιστή Ικαρίας-Αξιολόγηση αποτελεσμάτων ακτομηχανικής μελέτης



*Εικόνα 6.5 Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή
(διακρίνονται ευκρινώς οι κυματισμοί τύπου surf)
Πηγή: <http://www.ikariasurfschool.com/el/>*

Για την προσέγγιση της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών στην ακτή Αρμενιστή Ικαρίας (παραλία Μεσακτή), χρησιμοποιήσαμε αρκετές κυματικές θεωρίες (Airy, Stokes 2^{ης} τάξης, 3^{ης} τάξης, 5^{ης} τάξης, ελλειπτικού συνημιτόνου και μοναχικά) με εφαρμογή σε διάφορα βάθη ($d=20\text{m}$, 10m , $7,5\text{m}$, 5m , $2,5\text{m}$, 1m , $0,5\text{m}$). Όλες αυτές οι θεωρίες έχουν περιορισμούς στην εφαρμογή τους (όπως δείχτηκε αναλυτικά στις προηγούμενες ενότητες) και κάποιες φορές δεν αποτυπώνουν με ακρίβεια την πραγματική εικόνα της ακτής μελέτης. Για την εφαρμογή θεωρήσαμε κυματισμό μελέτης βορειοδυτικής διεύθυνσης, με ύψος κύματος ίσο με το χαρακτηριστικό ύψος κύματος ($H=H_s$) και περίοδο ίση με την περίοδο αιχμής ($T=Tr$).

Στα βαθιά νερά, οι κυρίαρχοι κυματισμοί βορειοδυτικής διεύθυνσης προσβάλλουν την ακτή Αρμενιστή. Όπως είδαμε, έχουν μεγάλο ανάπτυγμα ($F=265.631\text{ km}$), καθώς οι κυματισμοί αυτοί ξεκινούν τη γένεσή τους από τις ακτές της Εύβοιας και τα νησιά των Σποράδων, ακόμα και από την μακρινή Χαλκιδική ($F=342.232\text{ km}$), όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα.



Εικόνα 6.6 Σύνολο αναπτυγμάτων για την ακτή μελέτης (Μεσακτή). Διακρίνεται με έντονο κόκκινο χρώμα η διεύθυνση κυματισμού από το τρίτο πόδι της Χαλκιδικής.
 Πηγή: <https://www.google.gr/maps?hl=en>

Από τον μετεωρολογικό σταθμό της Σκύρου, βρήκαμε ότι η ένταση των βορειοδυτικών ανέμων στην ευρύτερη περιοχή φτάνει μέχρι και τα 8 beaufort.
 Πίνακας 6.17 Ανεμολογικά δεδομένα για την περιοχή της Σκύρου. Με έντονο κόκκινο χρώμα διακρίνεται η μέγιστη ένταση (8 beaufort) των βορειοδυτικών (NW) ανέμων.
 Πηγή: Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία

HELLENIC NATIONAL METEOROLOGICAL SERVICE
 DIRECTION OF CLIMATOLOGY
 SECTION OF STATISTICAL CLIMATOLOGY

CLIMATOLOGICAL DATA BASE **D A T C L I M**

STATION ΣΚΥΡΟΣ 684
 LATITUDE 38° 54' N LONGITUDE 24° 33' E ALTITUDE OF BAROMETER 17.9 METERS
 PERIOD 1955-1997

ANNUAL FREQUENCY (PER CENT) OF WIND DIRECTION AND FORCES IN BEAUFORT SCALE
 FROM OBSERVATIONS 06H, 12H, 18H GMT
 MONTH -00 YEAR -00

BEAUF	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALM	SUM
0									16.678	16.678
1	.384	.395	.219	.351	.307	.823	.198	.49		3.226
2	3.764	2.897	1.503	1.295	1.229	2.458	1.042	2.220		17.008
3	5.816	3.764	1.317	.999	1.470	1.964	1.064	3.330		20.224
4	5.136	4.236	.604	.768	1.833	1.865	.691	3.113		18.546
5	3.435	3.588	.208	.472	1.350	1.053	.351	2.37		12.794
6	1.876	2.436	.066	.230	.823	.461	.121	.24		6.737
7	.801	1.613	.022	.165	.472	.219	.022	.06		3.490
8	.055	.091	.004	.055	.154	.055	.004	.044		1.066
9	.033	.066	.011	.011	.011	.011	.000	.000		.143
10	.022	.022	.000	.011	.011	.000	.000	.000		.066
>11	.011	.011	.000	.000	.000	.000	.000	.000		.022
=										
SUM	21.443	19.599	3.961	4.357	7.660	8.909	3.500	13.893	16.678	100.000

Το μεγάλο ανάπτυσμα ($F=265.631 \text{ km}$) των βορειοδυτικών κυματισμών, καθώς και οι ιδιαίτερα έντονοι άνεμοι αυτής της διεύθυνσης (8 beaufort), μας δίνουν κύματα στα βαθιά νερά με μεγάλο ύψος ($H=5,12 \text{ m}$) και περίοδο $T_p=9,8 \text{ sec}$. Με δεδομένα αυτά τα κυματικά χαρακτηριστικά στα ανοιχτά της ακτής Αρμενιστή, προσεγγίσαμε την μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών σε διαδοχικά βάρη ($d=20\text{m}, 10\text{m}, 7,5\text{m}, 5\text{m}, 2,5\text{m}, 1\text{m}, 0,5\text{m}$).

Για την εύρεση του μήκους κύματος στα διάφορα βάρη μελέτης, κάναμε διαδοχικές δοκιμές στον γνωστό τύπο:

$$\text{Μήκος κύματος}(L) = \text{Ταχύτητα φάσματος}(c) * \text{Περίοδος κύματος}(T)$$

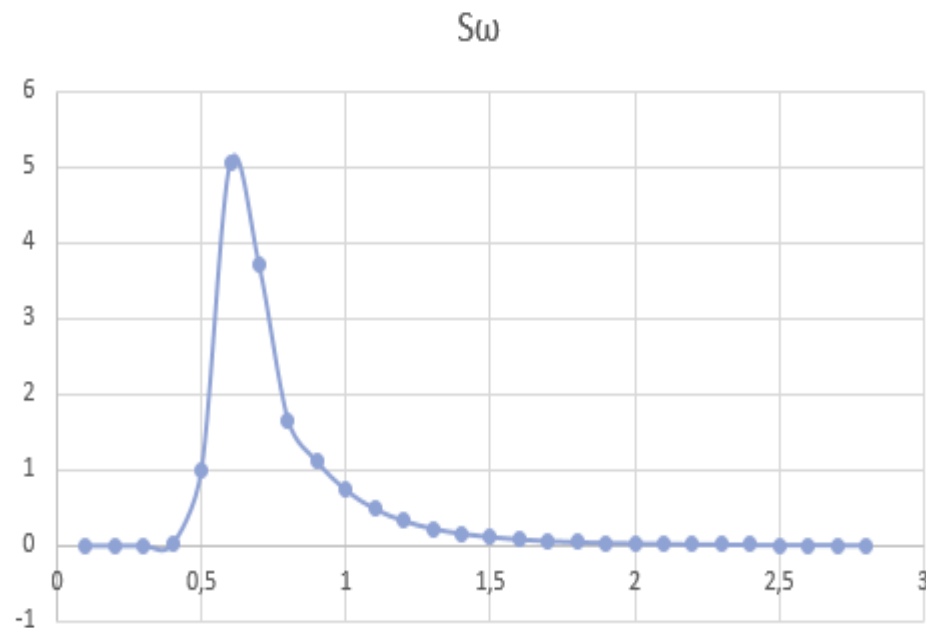
Έτσι, βρήκαμε τα παρακάτω μήκη κύματος.

Πίνακας 6.18 Μήκη κύματος (L) για διάφορα βάρη μελέτης (d=20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m)

Βάρη μελέτης(m)	20	10	7,5	5	2,5	1	0,5
Μήκος κύματος(m)	118,49	89,71	79,49	66,11	47,58	20,32	14,51

Για την εύρεση του ύψους κύματος στα διάφορα βάρη μελέτης βρήκαμε το φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP και στη συνέχεια το πολλαπλασιάσαμε με τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, για να υπολογίσουμε το αντίστοιχο φάσμα στα ρηχά νερά (TMA). Το ύψος κύματος προέκυψε, τελικά, από το ολοκλήρωμα του φάσματος TMA ($H_s=4\sqrt{m}$, όπου m το ολοκλήρωμα).

Έτσι για την κυρίαρχη βορειοδυτική διεύθυνση με $H_s=5,12 \text{ m}$ και $\omega_p=0,6408$, είχαμε το παρακάτω φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP.



Σχήμα 6.50 Φάσμα στα βαθιά νερά κατά JONSWAP για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης.

Στη συνέχεια υπολογίσαμε το φάσμα στα ρηχά για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m. Ο υπολογισμός των νέων φασμάτων έγινε πολλαπλασιάζοντας το προηγούμενο διάγραμμα με τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, από τον γερμανικό νηογνώμονα, η οποία έλαβε υπόψιν την επίδραση των ρηχών νερών στο φάσμα του κάθε κυματισμού.

Για τη συνάρτηση $\Phi(\omega_d)$, έχω:

$$\Phi(\omega_d) = \begin{cases} 0,5 \omega_d^2 & \text{για } \omega_d \leq 1 \\ 1 - 0,5 (2 - \omega_d)^2 & \text{για } 1 < \omega_d < 2 \\ 1 & \text{για } \omega_d \geq 2 \end{cases}$$

Για το ω_d έχω : $\omega_d = \omega \sqrt{\frac{d}{g}}$

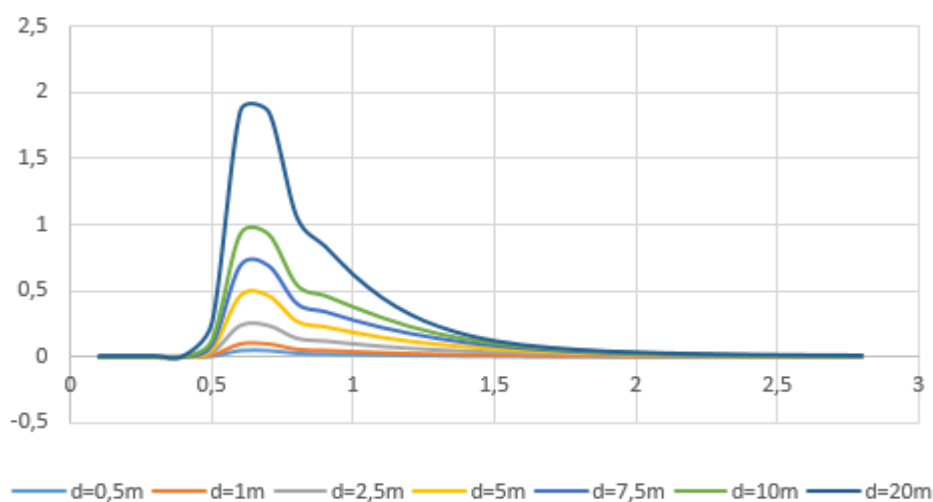
όπου d : βάθος πυθμένα

g : επιτάχυνση της βαρύτητας ($=9,81 \frac{m}{s^2}$)

Το νέο φάσμα είναι λοιπόν:

$$S_{TMA}(\omega) = S_j(\omega) \Phi(\omega_d)$$

Εφαρμόσαμε, για κάθε βάθος μελέτης, την προηγούμενη διαδικασία και είχαμε τα παρακάτω φάσματα στα ρηχά νερα.



Σχήμα 6.51 Φάσματα στα ρηχά νερά (TMA) για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθη 20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m και 0,5m.
(στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε βάθος με διαφορετικό χρώμα)

Τα νέα ύψη κύματος είναι, λοιπόν, $H_s=4\sqrt{m}$, όπου m είναι το εμβαδόν των αντίστοιχων φασμάτων στα ρηχά.

Πίνακας 6.19 Υψη κύματος (H) για διάφορα βάθη μελέτης (d=20m, 10m, 7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m)

Βάθος μελέτης(m)	20	10	7,5	5	2,5	1	0,5
Ολοκλήρωμα φάσματος	0,8069	0,4629	0,3587	0,2528	0,126	0,0506	0,0253
Υψος κύματος(m)	3,59	2,72	2,4	2,01	1,42	0,9	0,64

Γνωρίζοντας, πλέον, όλα τα απαραίτητα κυματικά χαρακτηριστικά, εφαρμόσαμε τις διάφορες κυματικές θεωρίες, δηλαδή τη γραμμική θεωρία του Airy, τη μη γραμμική θεωρία του Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, τη θεωρία των ελλειπτικών κυμάτων (cnoidal wave) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave).

Για τα μεγάλα βάθη μελέτης χρησιμοποιήσαμε τη κυματική θεωρία του Airy, καθώς και του Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης. Ο Airy για τη μελέτη λαμβάνει υπόψιν επαλληλία απλούστερων αρμονικών κυματισμών με διαφορετικές διευθύνσεις μετάδοσης και χαρακτηριστικά (ύψη, περίοδοι), που οδηγούν σε ένα αρμονικό κύμα της μορφής:

$$\eta(x,t)=c*\cos(kx-\omega t+\varepsilon)$$

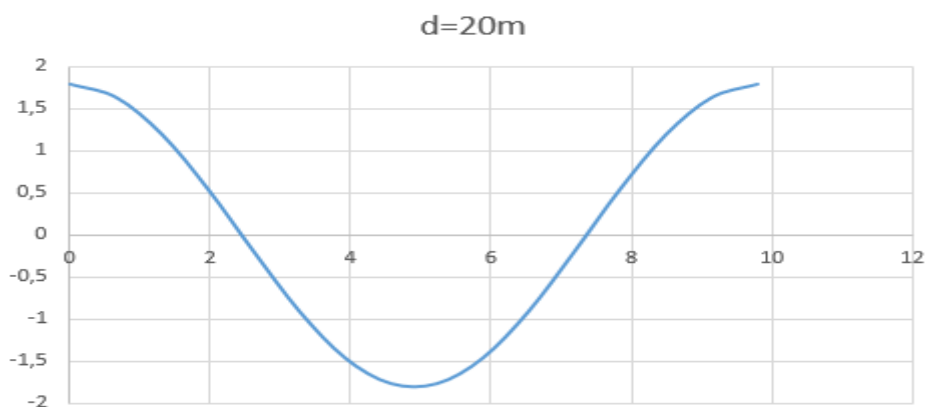
Όπου c: εύρος

k: αριθμός κύματος

ω : θεμελιώδης κυκλική συχνότητα

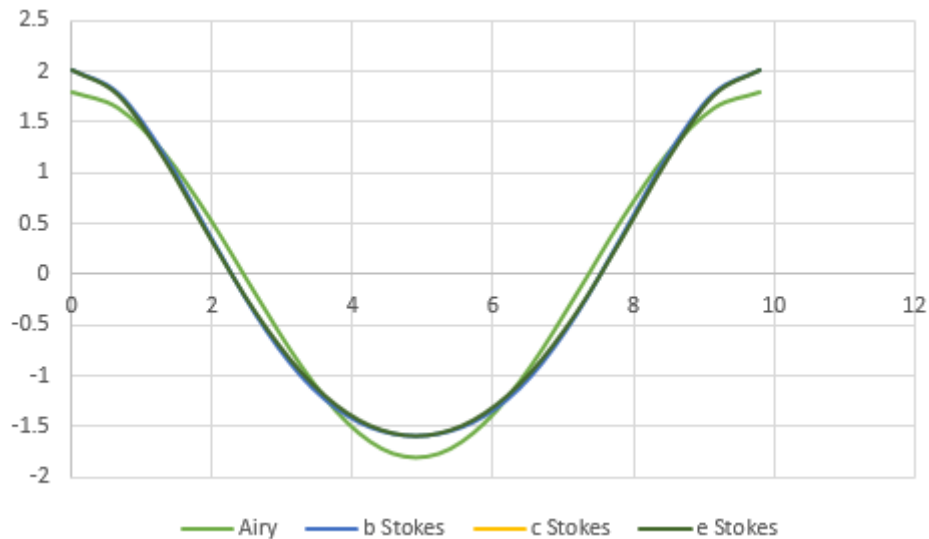
ε : διαφορά φάσης

Η εικόνα που μας δίνει η θεωρία του Airy, είναι συμμετρική και ομαλή για όλα τα βάθη μελέτης. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι τα αποτελέσματα ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, διότι η γραμμική θεωρία του Airy δε λαμβάνει υπόψιν την επίδραση που έχει η ρήγωση του πυθμένα στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Συμπερασματικά, για τα μικρότερα βάθη που είναι βέβαιη αυτή η επίδραση, ο Airy δεν πρέπει να εφαρμόζεται. Για το βάθος των 20m η εικόνα που μας δίνει κρίνεται ικανοποιητική.



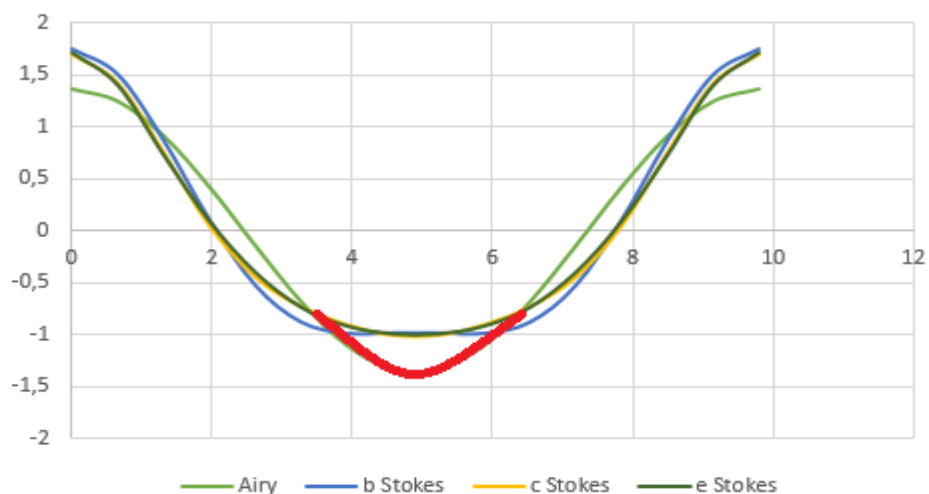
Σχήμα 6.52 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy για βάθος d=20m.

Εξάλλου, οι διαφορές στη μορφή που δίνει ο Airy, είναι ελάχιστες σε σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, που λαμβάνει υπόψιν τη ρήγωση του πυθμένα. Ενδεικτικά παρατίθεται το παρακάτω συγκεντρωτικό σκαρίφημα.



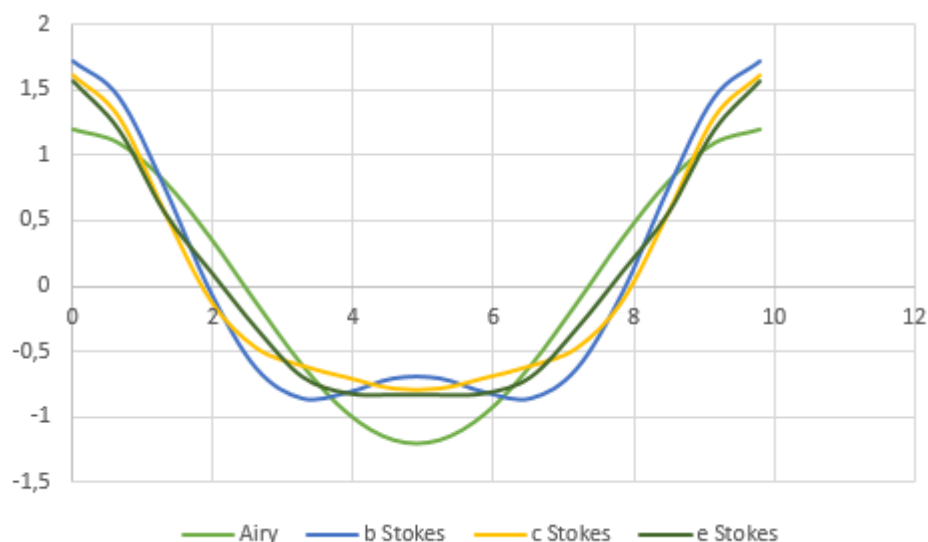
Σχήμα 6.53 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=20m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Για τα μικρότερα βάθη, οι διαφορές μεταξύ της θεωρίας του Airy και του Stokes είναι πλέον αρκετά διακριτές. Ετσι για βάθος πυθμένα $d=10m$, έχουμε το επόμενο συγκεντρωτικό σκαρίφημα, όπου φαίνεται η μεγάλη διαφοροποίηση στην κοιλία του απλού αρμονικού κύματος Airy, σε σχέση με τις κοιλίες που δίνει η μη γραμμική θεωρία του Stokes των διαφόρων τάξεων. Είναι προφανές ότι η ομαλή μορφή που μας δίνει ο Airy δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.



Σχήμα 6.54 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=10m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα και με το έντονο κόκκινο η διαφοροποιημένη κοιλία του κύματος Airy)

Στο ακόμα μικρότερο βάθος πυθμένα $d=7,5m$, η μη γραμμική θεωρία του Stokes παρουσιάζει μεγάλη διαφοροποίηση μεταξύ των μορφών που μας δίνουν οι διάφορες τάξεις της θεωρίας (2^η, 3^η και 5^η τάξη).



Σχήμα 6.55 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=7,5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Προφανώς και πάλι η γραμμική θεωρία του Airy μας δίνει μια μορφή κύματος ομαλή μεν, μη ρεαλιστική δε. Όσον αφορά τη θεωρία του Stokes, οι μη γραμμικοί όροι των μεγαλύτερων τάξεων δίνουν πλατύτερη κοιλία στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών, αλλά και οξείτερες κορυφές. Μάλιστα, όσο πιο μεγάλη είναι η τάξη της θεωρίας του Stokes, τόσο πιο πλατιά και ομαλή γίνεται η κοιλία και εμφανίζονται ακόμα πιο οξείς κορυφές. Παρατηρούμε, επίσης, ότι έχουν αρχίσει να παρουσιάζονται προβλήματα με τη μη γραμμική θεωρία του Stokes. Ο Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης δε μπορεί, πλέον, να αποδώσει μια ομαλή εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού μελέτης. Αντίθετα, ο Stokes 5^{ης} τάξης αποδίδει καλύτερα τη μορφή του κυματισμού. Αυτό συμβαίνει διότι οι περισσότεροι μη γραμμικοί όροι που διαθέτει ο Stokes μεγαλύτερης τάξης, λαμβάνουν πιο αποτελεσματικά υπόψιν τη ρήχωση του πυθμένα. Έχουμε, δηλαδή μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση, καθώς η επίδραση του βάθους $d=7,5m$ είναι εντονότερη, αυξάνοντας περισσότερο τις τιμές των μη γραμμικών όρων. Όμως, αναμένεται αδυναμία αποτύπωσης της μορφής των κυματισμών για τα μικρότερα βάθη, ακόμα και για τον Stokes 5^{ης} τάξης, εφόσον απομακρυνόμαστε από το πεδίο εφαρμογής της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes.

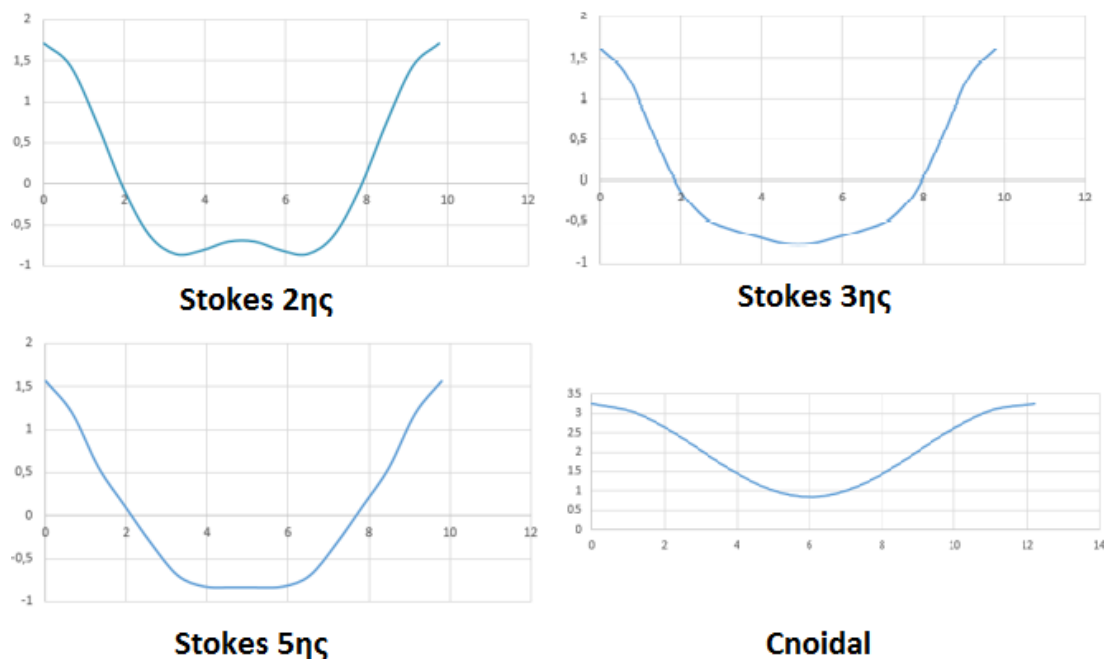
Θα προσπαθησούμε να εξετάσουμε καλύτερα τι συμβαίνει με τη θεωρία του Stokes για βάθος πυθμένα $d=7,5m$, μέσω δοκιμών με κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με ίδιο ύψος στα βαθιά νερά ($H=5,12m$), αλλά διαφορετική περίοδο από αυτήν του κυματισμού μελέτης. Για τον κυματισμό μελέτης έχουμε περίοδο $T=T_p=9,8sec$. Εμείς θα θεωρήσουμε δύο νέους κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με ύψος στα βαθιά $H=5,12m$ και περιόδους $T_1=9sec$ και $T_2=11sec$.

Για τους νέους κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης έχουμε τα παρακάτω κυματικά χαρακτηριστικά.

Πίνακας 6.20 Χαρακτηριστικά κυματισμών βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=7,5m$ και περιόδους $T_1=9sec$ και $T_2=11sec$.

κυματισμός	Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
No1	9	2,67	72,18	0,087
No2	11	2,19	91,01	0,069

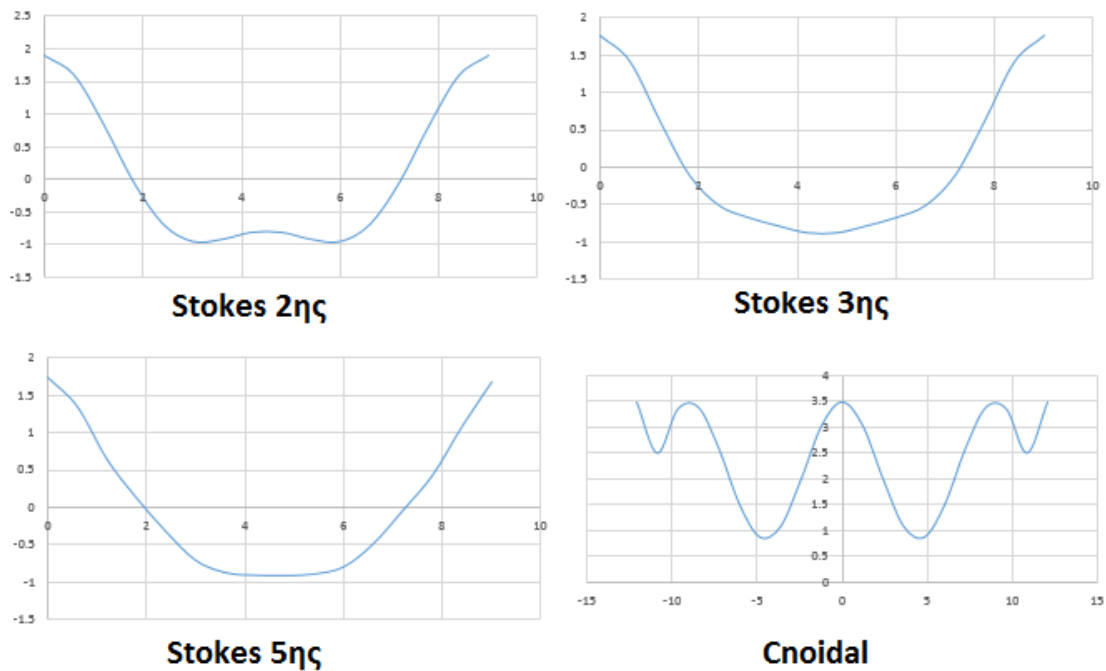
- Για τον κυματισμό μελέτης ($T=T_p=9,8sec$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις κυματικές θεωρίες Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) είναι η ακόλουθη.



Σχήμα 6.56 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος $d=7,5m$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_p=9,8sec$.

Παρατηρούμε ότι ο Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης, καθώς και το ελλειπτικό κύμα, δίνουν μία πιο ρεαλιστική αποτύπωση της πραγματικής μορφής της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Ο Stokes 5^{ης} τάξης δίνει μία αρκετά οξεία μορφή, η οποία δεν μπορεί να προσεγγίσει την πραγματικότητα. Προφανώς, είμαστε μεταξύ των πεδίων εφαρμογής των θεωριών Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης και του ελλειπτικού κύματος.

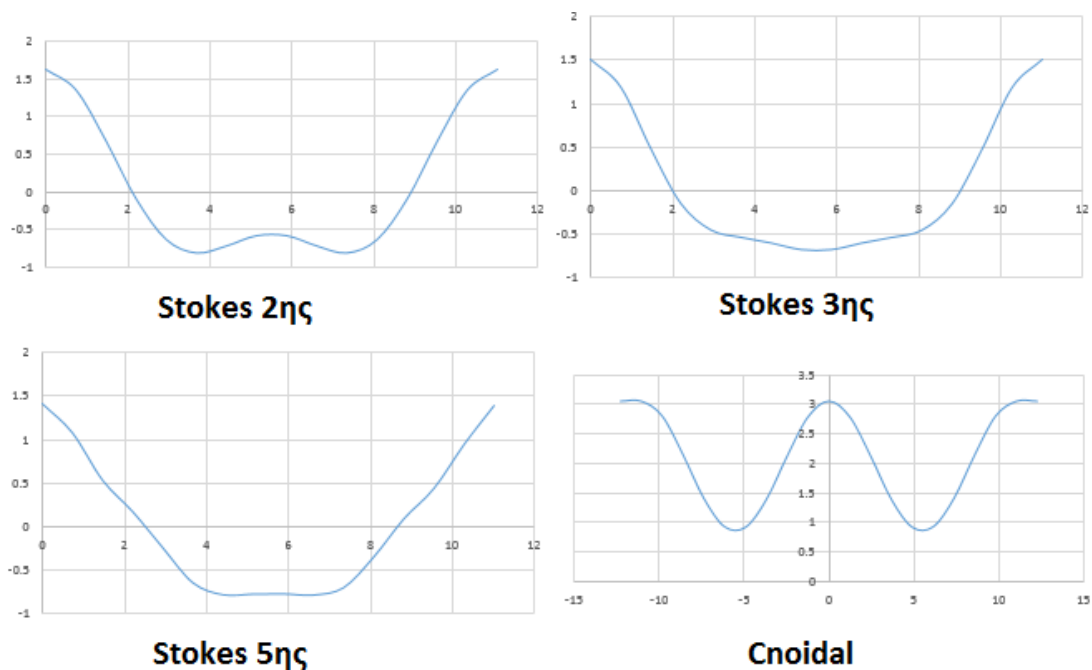
- Για τον κυματισμό No1 ($T=T_1=9\text{sec}$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις κυματικές θεωρίες Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) είναι η ακόλουθη.



Σχήμα 6.57 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος $d=7,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_1=9\text{sec}$.

Παρατηρούμε ότι ο Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης δίνουν μία πιο ρεαλιστική αποτύπωση της πραγματικής μορφής της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Μάλιστα ο Stokes 3^{ης} τάξης δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα. Ο Stokes 5^{ης} τάξης δίνει πάλι μία οξεία μορφή, αν και λίγο πιο ομαλή από την προηγούμενη εφαρμογή. Το ελλειπτικό κύμα αποτυγχάνει πλήρως να δώσει μία συμμετρική μορφή. Προφανώς, είμαστε εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου και κάπου ανάμεσα στα όρια εφαρμογής του Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης. Επίσης φαίνεται να πλησιάζουμε τα όρια εφαρμογής του Stokes 5^{ης} τάξης.

- Για τον κυματισμό No2 ($T=T_2=11\text{sec}$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις κυματικές θεωρίες Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) είναι η ακόλουθη.



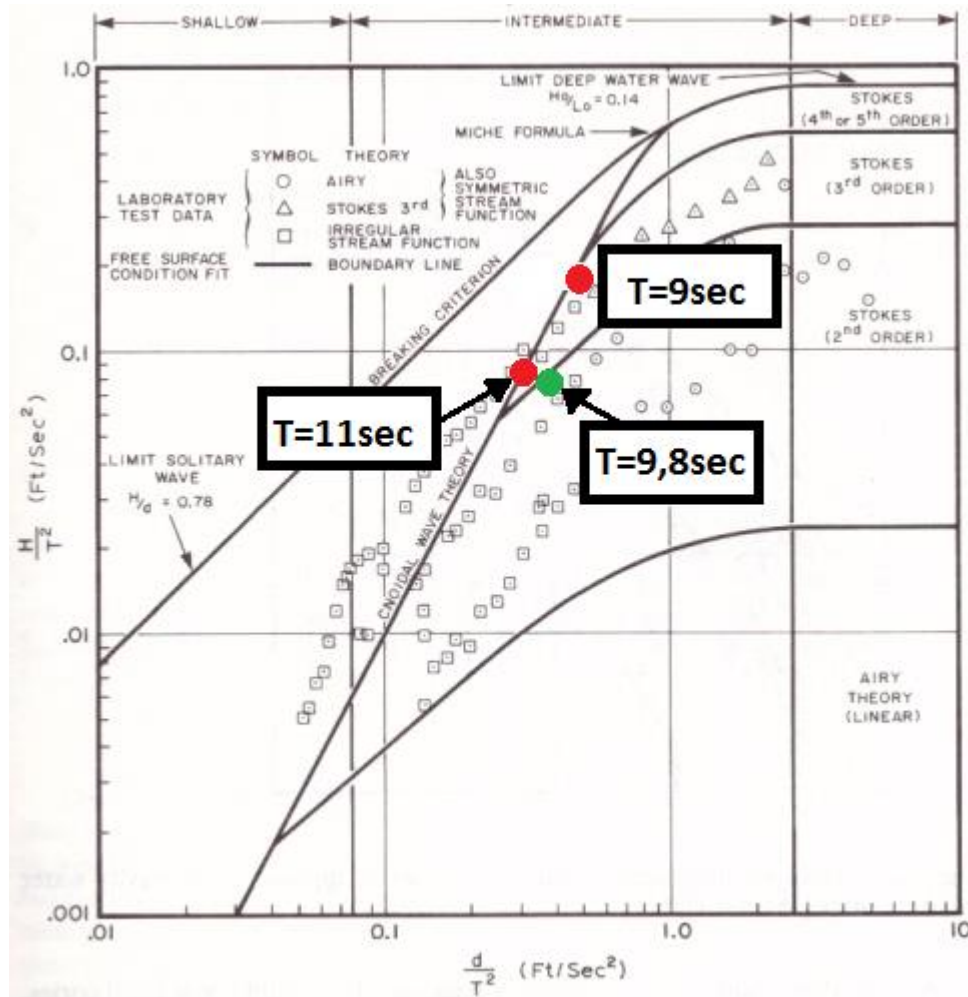
Σχήμα 6.58 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης, καθώς και ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves), για βάθος $d=7,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_2=11\text{sec}$.

Παρατηρούμε ότι ο Stokes 3^{ης} τάξης και το ελλειπτικό κύμα δίνουν μία πιο ρεαλιστική αποτύπωση της πραγματικής μορφής της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Είμαστε εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας Stokes 2^{ης} τάξης και έχουμε απομακρυνθεί από τα όρια εφαρμογής του Stokes 5^{ης} τάξης. Τελικά, βρισκόμαστε κάπου ανάμεσα στα όρια της θεωρίας Stokes 3^{ης} τάξης και του ελλειπτικού κύματος.

Θα ελέγξουμε τα προηγούμενα συμπεράσματα, σε σχέση με το πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών για κάθε κυματισμό, με τη βοήθεια κατάλληλου διαγράμματος.

Ενδεικτικά (για τη μετατροπή $m \rightarrow Ft$, χρησιμοποιώ την αναλογία $1m=3,2808Ft$):

- Για $T=T_p=9,8sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{7,5 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,256$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{2,4 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,082$
- Για $T=T_1=9sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{7,5 \cdot 3,2808}{9^2} = 0,304$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{2,67 \cdot 3,2808}{9^2} = 0,108$
- Για $T=T_2=11sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{7,5 \cdot 3,2808}{11^2} = 0,203$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{2,19 \cdot 3,2808}{11^2} = 0,089$

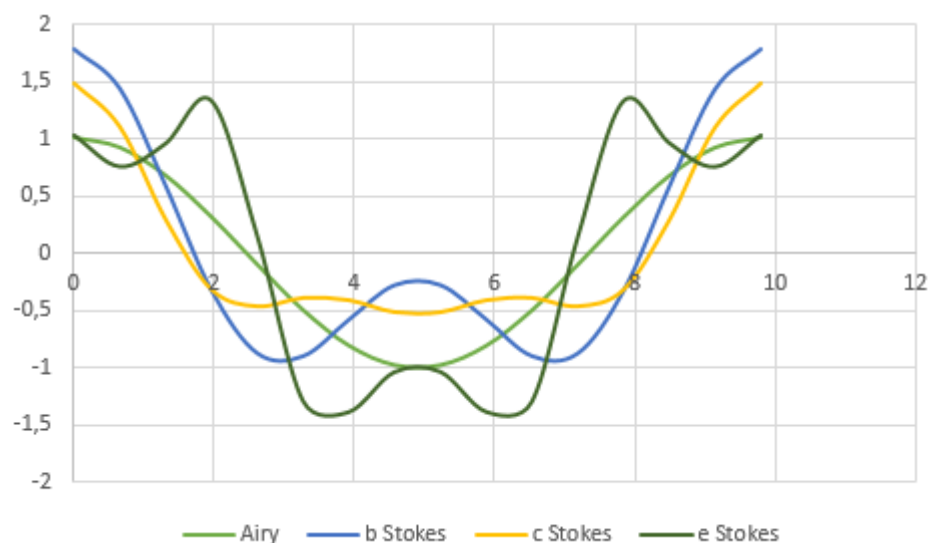


Εικόνα 6.7 Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5m$ και κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με διαφορετική περίοδο)

Παρατηρούμε ότι τα προηγούμενα συμπεράσματα επαληθεύονται. Ο κυματισμός μελέτης ($T=T_p=9,8sec$) βρίσκεται στο όριο μεταξύ των θεωριών Stokes 2^{ης} και 3^{ης} τάξης, πολύ κοντά στο πεδίο εφαρμογής του ελλειπτικού κύματος και ξεκάθαρα μακριά από τον Stokes 5^{ης} τάξης. Ο κυματισμός No1 ($T=T_1=9sec$) είναι στο πεδίο εφαρμογής της θεωρίας Stokes 3^{ης} τάξης και πιο κοντά στον Stokes 5^{ης} τάξης, σε σχέση με τον κυματισμό μελέτης. Τέλος ο κυματισμός No2 ($T=T_2=11sec$) βρίσκεται στο όριο μεταξύ της θεωρίας Stokes 3^{ης} τάξης και του ελλειπτικού κύματος και απομακρυσμένος αρκετά από το πεδίο εφαρμογής του Stokes 5^{ης} τάξης.

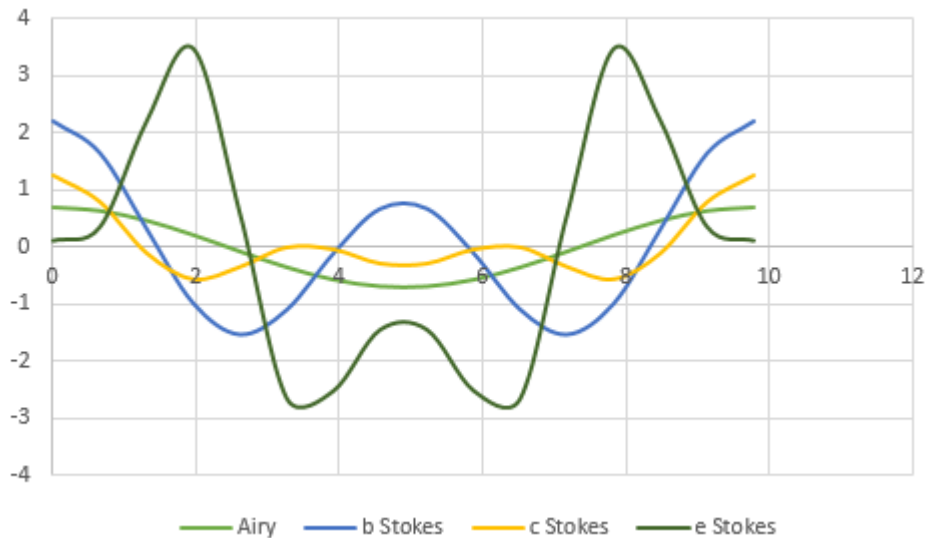
Συμπεραίνουμε ότι και οι τρεις κυματισμοί για το ίδιο βάθος πυθμένα ($d=7,5m$) κινούνται στα όρια των θεωριών Stokes 2^{ης}, 3^{ης} και 5^{ης} τάξης και πολύ κοντά στο πεδίο εφαρμογής της θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι η θεωρία του Stokes βρίσκεται στο όριο εφαρμογής της για το βάθος πυθμένα $d=7,5m$ και, προφανώς, αναμένεται ολική αδυναμία εξαγωγής ρεαλιστικών και ομαλών σκαριφημάτων της ελεύθερης επιφάνειας για τα πιο ρηχά νερά.

Προχωρώντας στο μικρότερο βάθος πυθμένα $d=5m$, η αδυναμία αποτύπωσης μιας ομαλής μορφής του κυματισμού μελέτης με τη μη γραμμική θεωρία του Stokes, είναι πλέον εμφανής. Μάλιστα όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη του Stokes, τόσο πιο αλλοιωμένη παρουσιάζεται η μορφή του κυματισμού. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς οι αυξημένες τιμές των μη γραμμικών όρων των μεγαλύτερων τάξεων, παραμορφώνουν ακόμα περισσότερο την εικόνα της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Εξάλλου, όπως έχει αποδειχτεί σε προηγούμενη ενότητα για βάθος $d=5m$, ο αριθμός Urshell είναι $U_r=70,27 > 40$, όπου 40 είναι ένα όριο που θέτουν οι Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεσενίτης στο σύγγραμά τους “Ακτομηχανική-Εργα Προστασίας Ακτών” (2015), για τον περιορισμό του πεδίου εφαρμογής της θεωρίας του Stokes. Δηλαδή, πλέον, είμαστε εκτός πεδίου εφαρμογής της μη γραμμικής θεωρίας του Stokes.



Σχήμα 6.59 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Συνεχίζοντας, για βάθος πυθμένα $d=2,5m$, προσπαθήσαμε να αποτυπώσουμε τη μορφή του κυματισμού μελέτης, πάλι με τη μη γραμμική θεωρία του Stokes διαφόρων τάξεων. Προφανώς, η εικόνα που μας έδωσε ήταν ακόμα περισσότερο παραμορφωμένη.



Σχήμα 6.60 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά Airy, Stokes 2ης τάξης, Stokes 3ης τάξης και Stokes 5ης τάξης για κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης και βάθος $d=2,5m$. (στο σχήμα αντιστοιχίζεται κάθε μορφή με διαφορετικό χρώμα)

Ήταν πλέον αναγκαίο να βρούμε άλλες κυματικές θεωρίες για τα μικρά βάθη, που θα μας έδιναν μια ομαλή και ρεαλιστική εικόνα, λαμβάνοντας υπόψιν βέβαια την επίδραση της ρήχωσης του πυθμένα. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιήσαμε τη θεωρία του ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary waves), που στην ουσία πρόκειται για μια οριακή περίπτωση του ελλειπτικού συνημιτόνου.

Για την εφαρμογή της θεωρίας του ελλειπτικού συνημιτόνου, αρχικά βρήκαμε την παράμετρο k για κάθε βάθος μελέτης. Αυτό έγινε με διαδοχικές δοκιμές μέσω του γνωστού τύπου:

$$\text{Μήκος κύματος}(L) = \text{Ταχύτητα φάσματος}(c) * \text{Περίοδος κύματος}(T)$$

όπου σύμφωνα με τους Korteweg και De Vries (1895) :

$$L = \left(\frac{16d^3}{3H}\right)^{1/2} * k * K(k) \quad \text{και} \quad c = (gd)^{1/2} * \left[1 + \frac{H}{d} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)}\right)\right]$$

Για τον υπολογισμό του πλήρους ελλειπτικού ολοκληρώματος πρώτης τάξης $K(k)$ και δεύτερης τάξης $E(k)$, χρησιμοποιήσαμε το διαδικτυακό υπολογιστή τσέπης που παρέχει η εταιρεία casio (<https://keisan.casio.com>). Τα αποτελέσματα για τα διάφορα βάθη μελέτης παρατίθενται στον επόμενο συγκεντρωτικό πίνακα.

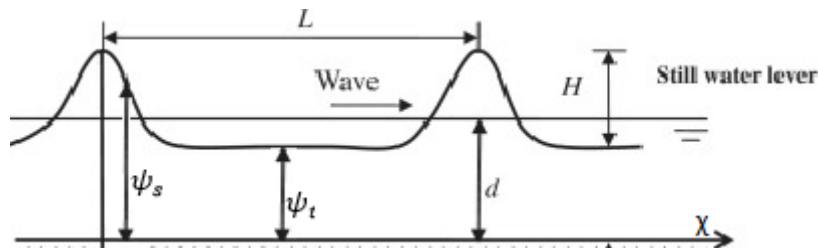
Πίνακας 6.21 Χαρακτηριστικά ελλειπτικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για διάφορα βάθη μελέτης ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m$)

Βάθος μελέτης d (m)	Περίοδος T (sec)	Υψος H (m)	Μήκος L (m)	Παράμετρος k	$K(k)$	$E(k)$
7,5	9,8	2,4	12,22	-0,25	1,596242	1,545957
5	9,8	2,01	8,48	-0,29	1,605482	1,53723
2,5	9,8	1,42	4,48	-0,36	1,625771	1,518594
1	9,8	0,9	1,87	-0,46	1,66552	1,484075
0,5	9,8	0,64	0,96	-0,55	1,715354	1,444243

Για την αποτύπωση της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου χρησιμοποιήσαμε τον τύπο του Wiegel(1960):

$$\psi_s = \psi_t + H \cdot c n^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right]$$

όπου το ψ_s μετρήθηκε από το επίπεδο του πυθμένα, όπως φαίνεται και από το παρακάτω σκαρίφημα.



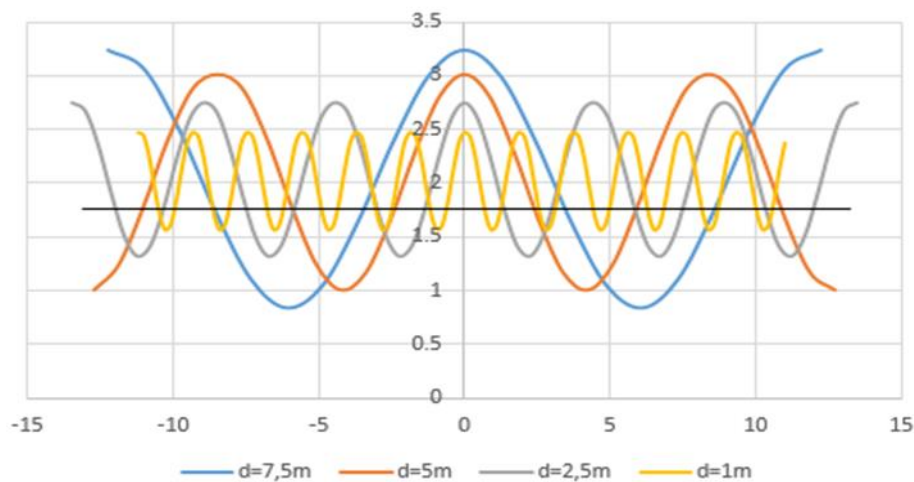
Εικόνα 6.8 Προφίλ ελεύθερης επιφάνειας στη θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου.

Πηγή: M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, *Applied Ocean Research*, 2018

Για τον υπολογισμό του ελλειπτικού ολοκληρώματος cn , χρησιμοποιήσαμε και πάλι το διαδικτυακό υπολογιστή τσέπης που παρέχει η εταιρεία casio

(<https://keisan.casio.com>)

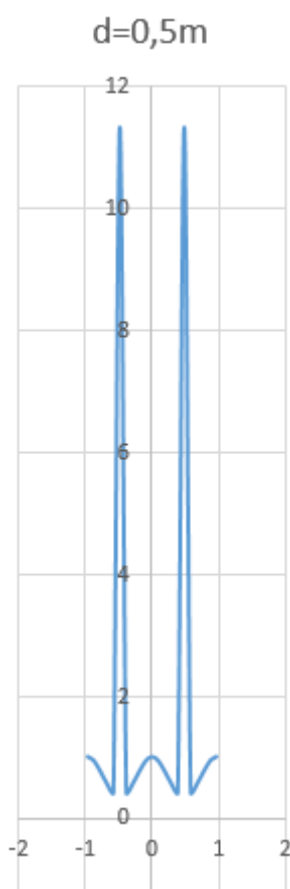
Για τα βάθη μελέτης $d=7,5m, 5m, 2,5m$ και $1m$, εφαρμόζοντας τον παραπάνω τύπο, είχαμε την ακόλουθη εικόνα.



Σχήμα 6.61 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας ελλειπτικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m$)

Παρατηρούμε ότι όσο μειώνεται το βάθος μελέτης (d), έχουμε κυματισμούς με ολοένα και μικρότερο μήκος (L) και ύψος (H). Η μορφή των κυματισμών μάλιστα γίνεται όλο και πιο οξεία με απότομες κορυφές, όσο πλησιάζουμε στην ακτή. Αυτή η σταδιακή παραμόρφωση της εικόνας των κυματισμών, μας δείχνει ότι αγγίζουμε τα όρια εφαρμογής της θεωρίας του ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves).

Στη συνέχεια, προσπαθήσαμε να αποτυπώσουμε τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του ελλειπτικού κύματος, για το ακόμα μικρότερο βάθος πυθμένα $d=0,5m$. Όπως περιμέναμε, η εικόνα που πήραμε ήταν πλήρως παραμορφωμένη. Το παρακάτω σκαρίφημα είναι ενδεικτικό.

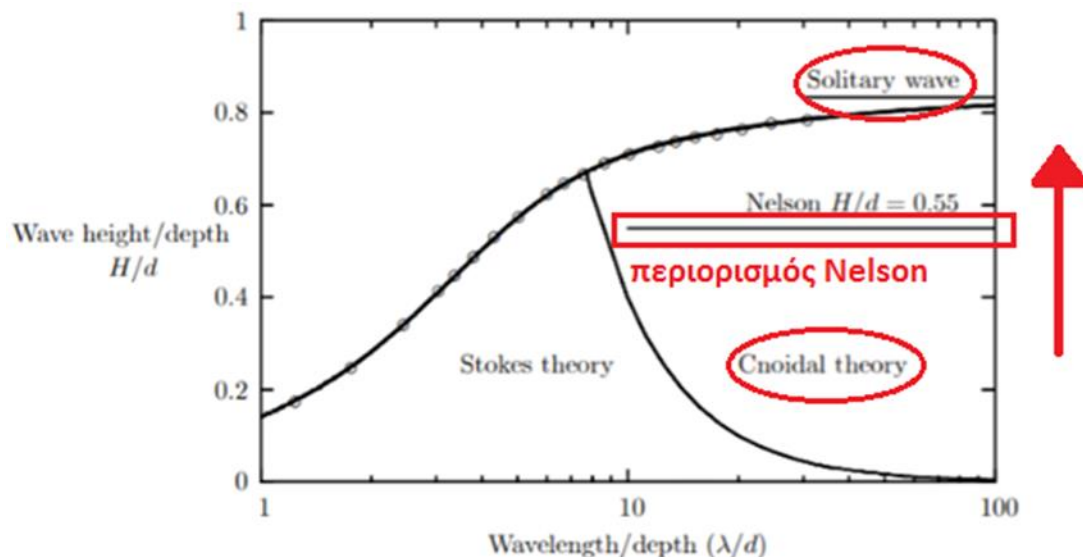


Σχήμα 6.62 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) για βάθος $d=0,5m$.

Αυτό, προφανώς, συμβαίνει διότι είμαστε πλέον εκτός του πεδίου εφαρμογής της θεωρίας του ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves), όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα, με τον περιορισμό που εισήγαγε ο Nelson. Αυτός είναι ότι ο λόγος του ύψους κύματος (H) προς το βάθος πυθμένα (d), δεν πρέπει να ξεπερνά το 0,55.

Ενδεικτικά για ύψος κύματος $H=0,64m$ και βάθος πυθμένα $d=0,5m$ έχω:

$$\frac{H}{d} = \frac{0,64}{0,55} = 1,16 > 0,55$$



Εικόνα 6.9 Πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών. Με έντονο κόκκινο χρώμα φαίνεται ο περιορισμός του Nelson, καθώς και η σταδιακή μετάβαση από τη θεωρία του κύματος ελλειπτικού συνημιτόνου (Cnoidal wave) στη θεωρία του μοναχικού κύματος (Solitary wave). Πηγή: John D. Fenton, *The Cnoidal Theory of Water Waves*, 1998

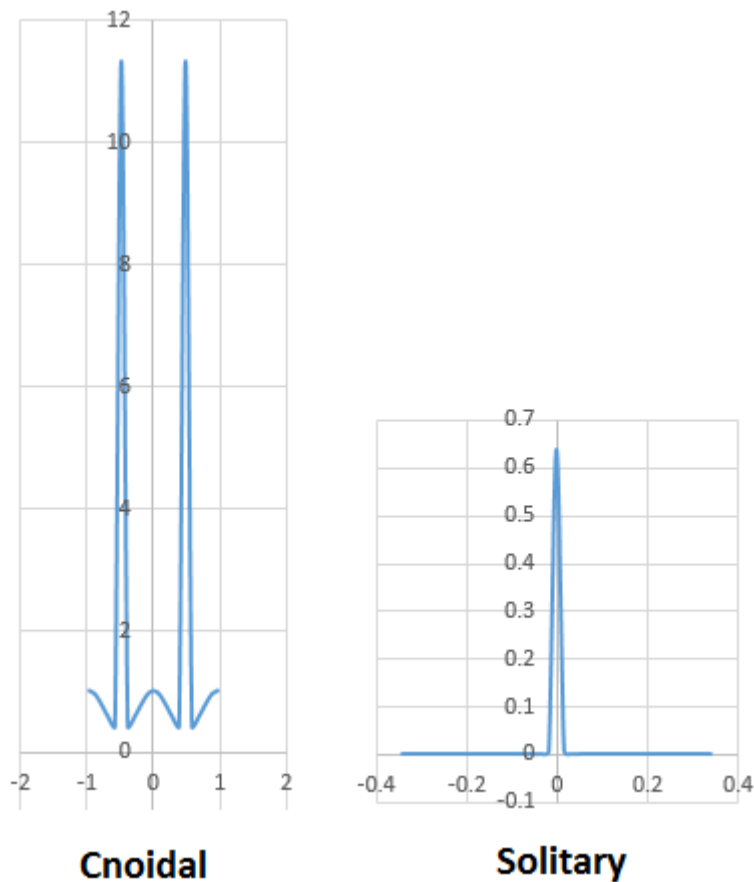
Θα προσπαθήσουμε, πάλι, να προσδιορίσουμε την κατάλληλη κυματική θεωρία για βάθος πυθμένα $d=0,5\text{m}$, με τη βοήθεια διαγράμματος. Θα κάνουμε, όπως και πριν, δοκιμές με κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με ίδιο ύψος στα βαθιά νερά ($H=5,12\text{m}$), αλλά διαφορετική περίοδο από αυτήν του κυματισμού μελέτης. Για τον κυματισμό μελέτης έχουμε περίοδο $T=T_p=9,8\text{sec}$. Εμείς θα θεωρήσουμε δύο νέους κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με ύψος στα βαθιά $H=5,12\text{m}$ και περιόδους $T_1=9\text{sec}$ και $T_2=11\text{sec}$.

Για τους νέους κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης έχουμε τα παρακάτω κυματικά χαρακτηριστικά.

Πίνακας 6.22 Χαρακτηριστικά κυματισμών βορειοδυτικής διεύθυνσης για βάθος $d=0,5\text{m}$ και περιόδους $T_1=9\text{sec}$ και $T_2=11\text{sec}$.

κυματισμός	Περίοδος (T)	Υψος (H)	Μήκος (L)	Αριθμός κύματος (k)
No1	9	2,67	72,18	0,087
No2	11	2,19	91,01	0,069

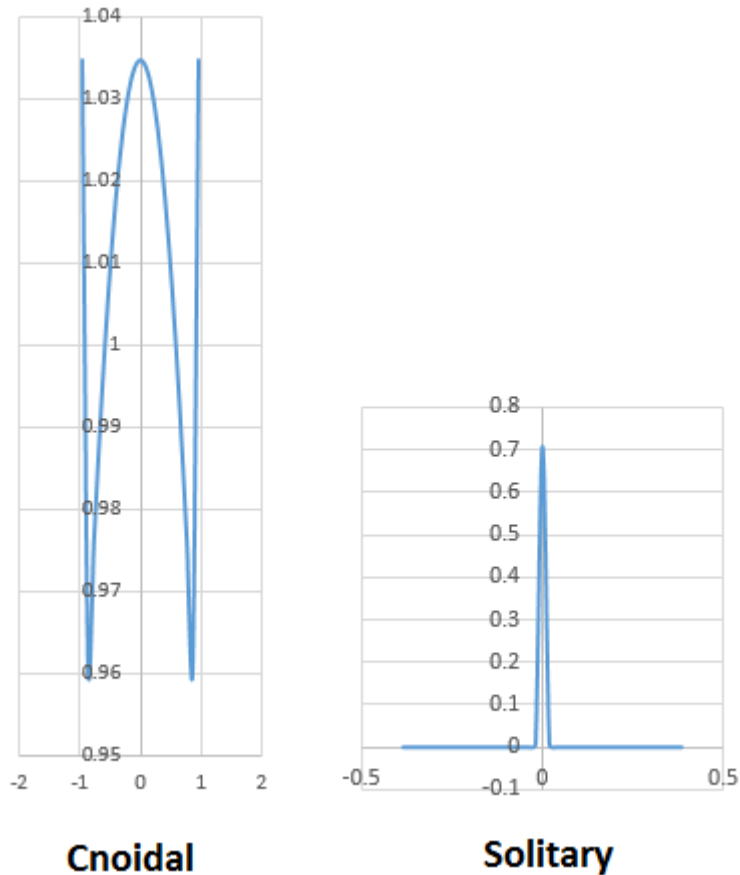
- Για τον κυματισμό μελέτης ($T=T_p=9,8\text{sec}$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις θεωρίες των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) είναι η ακόλουθη.



Σχήμα 6.63 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_p=9,8\text{sec}$.

Παρατηρούμε ότι το μοναχικό κύμα για βάθος πυθμένα $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό μελέτης με περίοδο $T=T_p=9,8\text{sec}$ έχει μία οξεία μορφή, αλλά είναι πιο ομαλή από την αρκετά πιο ανώμαλη μορφή που μας δίνει το ελλειπτικό κύμα. Είμαστε εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου και εντός των ορίων εφαρμογής της θεωρίας του μοναχικού κύματος.

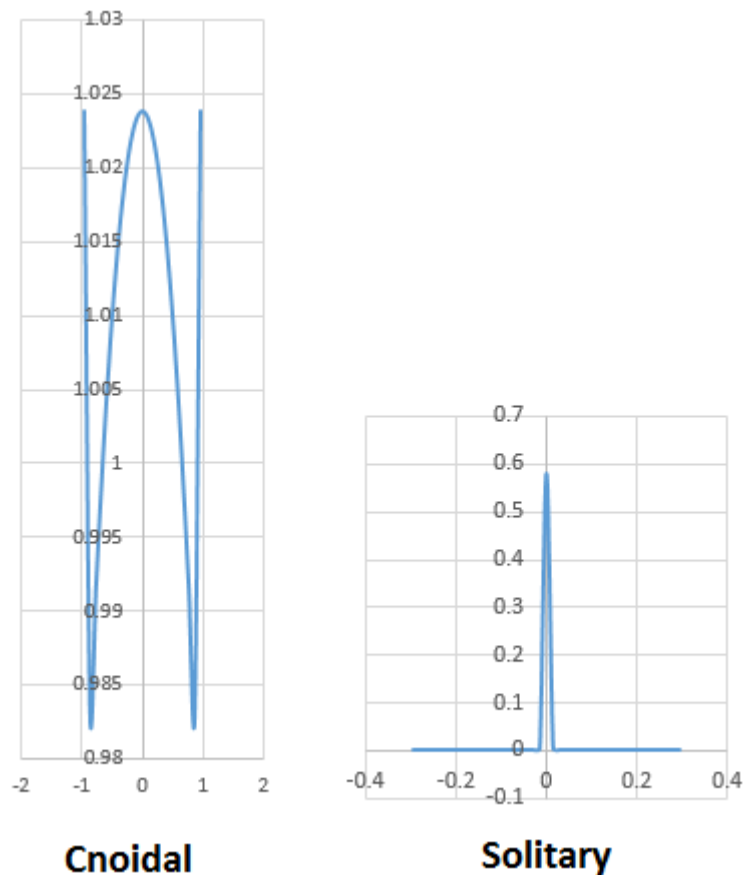
- Για τον κυματισμό Νο1 ($T=T_1=9,8\text{sec}$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις θεωρίες των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) είναι η ακόλουθη.



Σχήμα 6.64 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_1=9\text{sec}$.

Παρατηρούμε, πάλι, ότι το μοναχικό κύμα για βάθος πυθμένα $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό μελέτης με περίοδο $T=T_1=9\text{sec}$ έχει μία οξεία μορφή, η οποία όμως είναι πιο ομαλή από την αρκετά πιο ανώμαλη μορφή που μας δίνει το ελλειπτικό κύμα. Είμαστε, όπως και πριν, εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου και εντός των ορίων εφαρμογής της θεωρίας του μοναχικού κύματος.

- Για τον κυματισμό No2 ($T=T_2=11\text{sec}$) η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας σύμφωνα με τις θεωρίες των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) είναι η ακόλουθη.



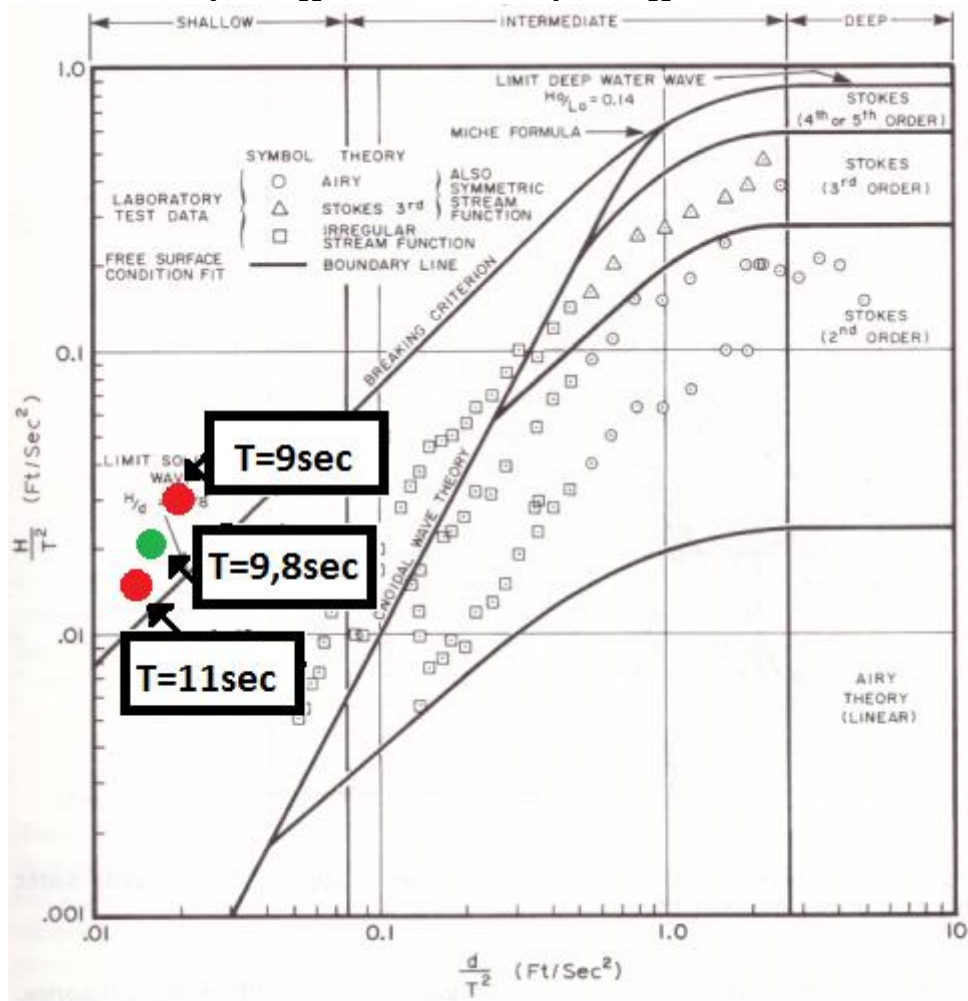
Σχήμα 6.65 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας κατά θεωρία ελλειπτικού κύματος (cnoidal waves) και μοναχικού κύματος (solitary wave) για βάθος $d=0,5\text{m}$ και κυματισμό βορειοδυτικής διεύθυνσης με περίοδο $T=T_2=11\text{sec}$.

Όπως και για τους δύο προηγούμενους κυματισμούς, έτσι και για τον κυματισμό μελέτης με περίοδο $T=T_2=11\text{sec}$, η θεωρία του μοναχικού κύματος αποτυπώνει καλύτερα τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού. Είμαστε, πάλι, εκτός πεδίου εφαρμογής της θεωρίας κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου.

Θα ελέγξουμε τα προηγούμενα συμπεράσματα, σε σχέση με το πεδίο εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών για κάθε κυματισμό, με τη βοήθεια του διαγράμματος.

Ενδεικτικά (για τη μετατροπή $m \rightarrow Ft$, χρησιμοποιώ την αναλογία $1m=3,2808Ft$):

- Για $T=T_p=9,8sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{7,5 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,017$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{0,64 \cdot 3,2808}{9,8^2} = 0,022$
- Για $T=T_1=9sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{0,5 \cdot 3,2808}{9^2} = 0,02$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{0,71 \cdot 3,2808}{9^2} = 0,029$
- Για $T=T_2=11sec$: $\frac{d}{T^2} = \frac{0,5 \cdot 3,2808}{11^2} = 0,014$ και $\frac{H}{T^2} = \frac{0,58 \cdot 3,2808}{11^2} = 0,016$



Εικόνα 6.10 Πεδία εφαρμογής κυματικών θεωριών (διακρίνονται σημεία που αντιστοιχούν σε βάθος $d=7,5m$ και κυματισμούς βορειοδυτικής διεύθυνσης με διαφορετική περίοδο)

Παρατηρούμε ότι τα προηγούμενα συμπεράσματα επαληθεύονται. Ο κυματισμός μελέτης ($T=T_p=9,8sec$) βρίσκεται στο πεδίο εφαρμογής της θεωρίας του μοναχικού κύματος, όπως και οι κυματισμοί No1 ($T=T_1=9sec$) και No2 ($T=T_2=11sec$). Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι για το βάθος πυθμένα $d=0,5m$ η θεωρία του μοναχικού κύματος είναι η μόνη κατάλληλη για την περιγραφή της μορφής της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών.

Ακόμα, όμως, και για βάρη πυθμένα $d=7,5\text{m}$, 5m , $2,5\text{m}$ και 1m , όπου η θεωρία του κύματος ελλειπτικού συνημιτόνου είναι εντός πεδίου εφαρμογής, αντιμετωπίζουμε πρόβλημα. Μπορεί η εικόνα που μας δίνει να είναι ομαλή, αλλά δεν είναι ρεαλιστική. Τα ελλειπτικά κύματα προκύπτουν με μικρές σε πλάτος κοιλίες και έντονα οξεία μορφή όσο πλησιάζουμε στην ακτή, κάτι το οποίο δε συμβαίνει όπως φαίνεται στην παρακάτω φωτογραφία.



Εικόνα 6.11 Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή
(διακρίνονται ευκρινώς οι κυματισμοί τύπου surf με πλατιές κοιλίες) Πηγή:
<http://www.ikariasurfschool.com/el/>

Για ακόμα καλύτερη αποτύπωση των κυματισμών στην ακτή μελέτης παρατίθεται πιο κοντινή φωτογραφική λήψη.



Εικόνα 6.12 Φωτογραφική αποτύπωση της ακτής Αρμενιστή
(με έντονο κόκκινο χρώμα η πλατιά κοιλία και οι οξείες κορυφές) Πηγή:
<http://www.ikariasurfschool.com/el/>

Όπως και πριν, λόγω της αδυναμίας της θεωρίας του Stokes να αποτυπώσει τη μορφή των κυματισμών σε μικρότερα βάθη, εφαρμόσαμε τη θεωρία του κύματος ελλειπτικού συνημιτόνου, έτσι και τώρα λόγω της αντίστοιχης αδυναμίας της τελευταίας θεωρίας, για τα ακόμα μικρότερα βάθη έπρεπε να χρησιμοποιήσουμε μια νέα κυματική θεωρία. Για το λόγο αυτό εφαρμόσαμε τη θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave), η οποία στην ούσια είναι οριακή μορφή της θεωρίας του ελλειπτικού συνημιτόνου, πιο κατάλληλη για μικρά βάθη.

Για την περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας του κυματισμού με την εφαρμογή της θεωρίας του μοναχικού κύματος (solitary waves), χρησιμοποιήσαμε τον παρακάτω τύπο σύμφωνα με τον Boussinesq (1872):

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{0,5} (x - Ct) \right]$$

όπου sech είναι η υπερβολική τέμνουσα, δηλαδή $\frac{1}{\cosh}$

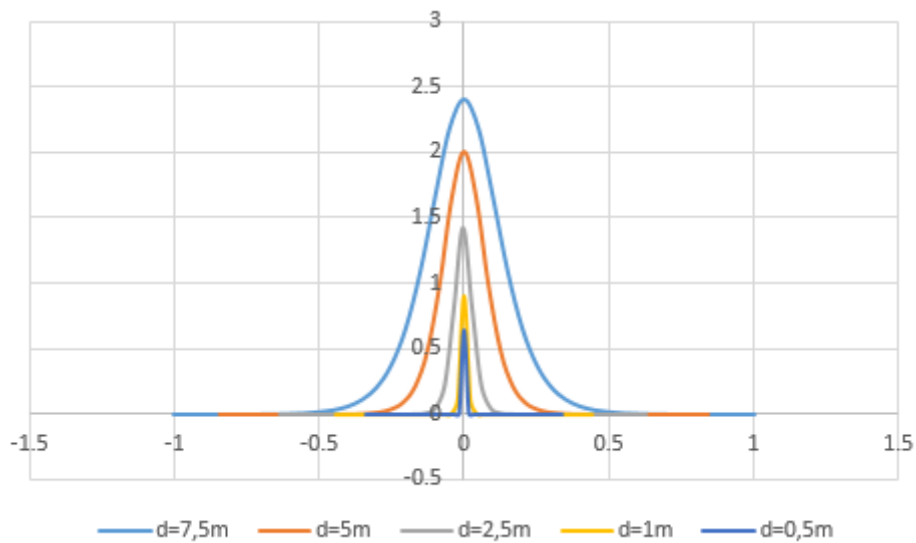
$$\text{Για την ταχύτητα } c, \text{ έχω: } c = \left[\left(1 + \frac{H}{d} \right) * g * d \right]^{1/2}$$

Εφαρμόζοντας τα παραπάνω για κάθε βάθος μελέτης, βρήκαμε τα ακόλουθα κυματικά χαρακτηριστικά.

Πίνακας 6.23 Χαρακτηριστικά μοναχικού κυματισμού βορειοδυτικής διεύθυνσης για διάφορα βάθη μελέτης (d=7,5m, 5m, 2,5m, 1m, 0,5m)

Βάθος μελέτης d (m)	Περίοδος T (sec)	Υψος H (m)	Μήκος L (m)
7,5	9,8	2,4	1,01
5	9,8	2,01	0,85
2,5	9,8	1,42	0,63
1	9,8	0,9	0,44
0,5	9,8	0,64	0,34

Γνωρίζοντας τα απαραίτητα κυματικά χαρακτηριστικά, υπολογίσαμε τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας μοναχικού κύματος για τα διάφορα βάθη μελέτης ($d=7,5m$, $5m$, $2,5m$, $1m$, $0,5m$). Έτσι, έχω την παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 6.66 Μορφή ελεύθερης επιφάνειας μοναχικών κυμάτων για διάφορα βάθη ($d=7,5m$, $5m$, $2,5m$, $1m$, $0,5m$)

Παρατηρούμε ότι όσο ελατώνεται το βάθος πυθμένα, μειώνεται το μήκος (L) και ύψος (H) των κυματισμών. Μάλιστα, όσο πάμε σε μικρότερα βάθη, η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών γίνεται πιο οξεία. Όμως, φαίνεται ότι η θεωρία του μοναχικού κύματος είναι η πλέον κατάλληλη για την αποτύπωση της εικόνας των κυματισμών στα πιο μικρά βάθη.

Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας, για βάθος πυθμένα $d=20\text{m}$, η γραμμική θεωρία του Airy φαίνεται ότι αποτυπώνει αρκετά καλά την εικόνα του κυματισμού μελέτης (εξάλλου ελάχιστες διαφορές παρουσιάζει με τη μη γραμμική θεωρία του Stokes στο συγκεκριμένο βάθος).

Για βάθος πυθμένα $d=10\text{m}$, είδαμε ότι η μη γραμμική θεωρία του Stokes μας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, έχοντα λάβει επιτυχώς την επίδραση της ρήχωσης του πυθμένα στη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας των κυματισμών (η γραμμική θεωρία του Airy μπορεί να δίνει μια ομαλή εικόνα, αλλά δεν είναι ρεαλιστική)

Προχωρώντας στο μικρότερο βάθος πυθμένα $d=7,5\text{m}$, παρατηρήσαμε ότι η θεωρία του Stokes αρχίζει και παρουσιάζει προβλήματα. Είμαστε πλέον στο όριο εφαρμογής της θεωρίας του Stokes με τη θεωρία των κυμάτων ελλειπτικού συνημιτόνου. Όμως αν και η θεωρία ελλειπτικού κύματος δίνει πιο ομαλά αποτελέσματα, η μορφή των κυματισμών δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Τα κύματα τύπου surf της ακτής Αρμενιστή, έχουν πλατιές κοιλίες και απότομες κορυφές, όσο πλησιάζουμε στην ακτή. Αντίθετα, τα ελλειπτικά κύματα που προέκυψαν είχαν λιγότερο πλατιές κοιλίες. Τελικά, χρησιμοποιήσαμε τη θεωρία του μοναχικού κύματος, η οποία φάνηκε καταλληλότερη, δίνοντας κύματα με πιο απότομες κορυφές και πιο πλατιές κοιλίες. Αυτή η εικόνα, με τη βοήθεια κατάλληλου φωτογραφικού υλικού των κυματισμών της ακτής μελέτης, κρίθηκε ικανοποιητική και πολύ κοντά στην πραγματικότητα.

Για βάθος πυθμένα $d=5\text{m}$, η μη γραμμική θεωρία του Stokes αποτυγχάνει πλήρως να δώσει μια ομαλή εικόνα. Εξάλλου, βρισκόμαστε πλέον εκτός πεδίου εφαρμογής της. Για το λόγο αυτό εφαρμόσαμε τη θεωρία των κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου. Η θεωρία αυτή μας έδωσε πάλι μια ομαλή εικόνα, η οποία όμως δεν ήταν ρεαλιστική. Έτσι και για το βάθος πυθμένα $d=5\text{m}$, καταλληλότερη κρίθηκε η θεωρία του μοναχικού κύματος.

Πηγαίνοντας στα πιο ρηχά νερά, για βάθος πυθμένα $d=2,5\text{m}$, τα ελλειπτικά κύματα απέκτησαν ακόμα λιγότερο πλατιές κοιλίες, παραμορφώνοντας περισσότερο τη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας. Πλέον, ήταν σαφές ότι η θεωρία των κυματισμών ελλειπτικού συνημιτόνου δεν μπορούσε να αποτυπώσει την πραγματική εικόνα των κυματισμών. Από την άλλη, χρησιμοποιώντας τη θεωρία του μοναχικού κύματος, είχαμε πάλι μια εικόνα πιο κοντά στην πραγματικότητα, με κυματισμούς τύπου surf.

Για το μικρό βάθος πυθμένα $d=1\text{m}$, τα ελλειπτικά κύματα, όπως ήταν αναμενόμενο, απέκτησαν μια υπερβολικά οξεία μορφή. Εφαρμόζοντας, πάλι, τη θεωρία του μοναχικού κύματος, όμως, είχαμε κύματα με πλατιές κοιλίες και απότομες κορυφές.

Φθάνοντας στο ελάχιστο βάθος πυθμένα $d=0,5\text{m}$, μόνο η θεωρία του μοναχικού κύματος μπορεί να αποτυπώσει την εικόνα του κυματισμού. Εξαλλου, η θεωρία του ελλειπτικού κύματος είναι πλέον εκτός πεδίου εφαρμογής, δίνοντας μια τελείως ανώμαλη μορφή της ελεύθερης επιφάνειας.

Παρατίθεται ο παρακάτω συγκεντρωτικός πίνακας.

Πίνακας 7.1 Βάθος εφαρμογής των διάφορων κυματικών θεωριών στην ακτή Αρμενιστή Ικαρίας.

Βάθος d (m)	Airy	Stokes	Cnoidal	Solitary
20	×	Ελάχιστες διαφορές με Airy		
10	ΔΕΝ λαμβάνει υπόψιν τη ρήχωση πυθμένα	×		
7,5	— —	Στο όριο εφαρμογής	Ομαλή αλλά ΜΗ ρεαλιστική μορφή	×
5	— —	Εκτός πεδίου εφαρμογής	— —	×
2,5	— —	— —	— —	×
1	— —	— —	— —	×
0,5	— —	— —	Εκτός πεδίου εφαρμογής	×

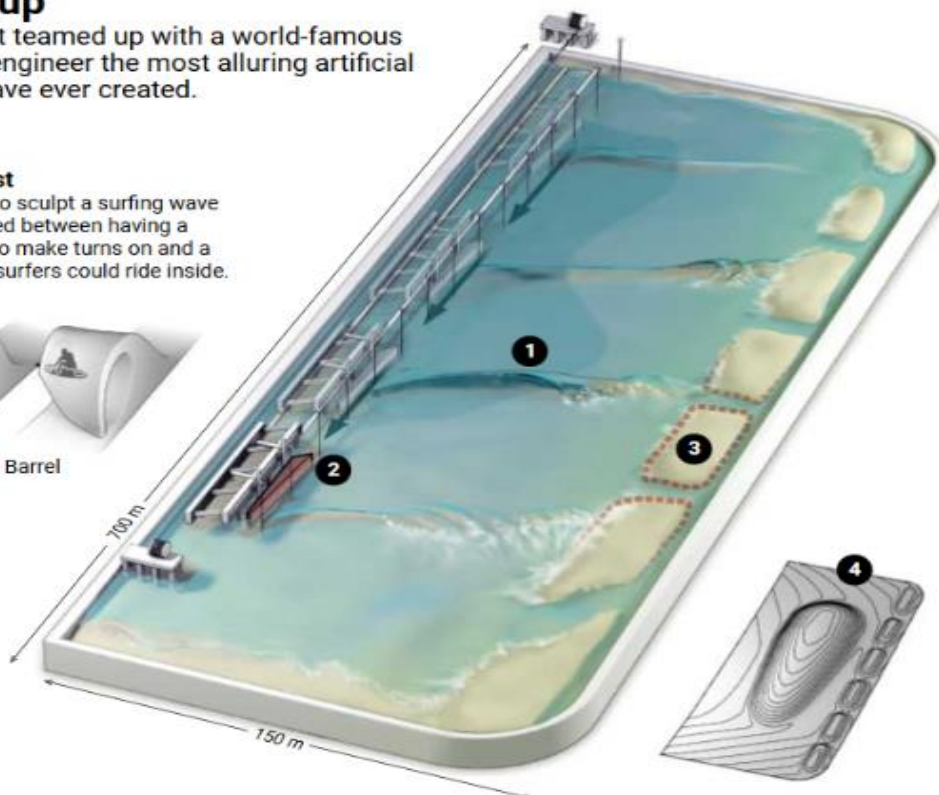
Τελικά, φαίνεται ότι μόνο η θεωρία του μοναχικού κύματος μπορεί να προσωμοιάσει επαρκώς έναν κυματισμό τύπου surf στα ρηχά. Για την έμπρακτη απόδειξη των παραπάνω, παρατίθεται ένα πολύ ενδιαφέρον έργο (πηγή: sciencemag). Μέσα από την αποτελεσματική συνεργασία του ερευνητή Adam Fincham (ειδικού σε θέματα μηχανικής των κυμάτων στο Πανεπιστημίο της Νότιας Καρολίνας USC, Λος Αντζελες) και ενός παγκόσμιου πρωταθλήτη του surf Kelly Slater, κατασκευάστηκε μία λίμνη στην ενδοχώρα της Καλιφόρνια (175km από την πλησιέστερη ακτή), στην οποία με κατάλληλους μηχανισμούς δημιούργησαν τεχνητά κύματα τύπου surf. Η τεχνητή λίμνη έχει μήκος 700m και με την κίνηση μεταλλικών λεπίδων, βυθισμένων στο νερό, δημιουργούνται οι επιθυμητοί κυματισμοί τύπου surf. Ο πυθμένας της και τα στερεά όρια είναι κατάλληλα διαμορφωμένα για την ομαλή εξέλιξη και απόσβεση των κυματισμών, όπως φαίνεται και στην επόμενη εικόνα.

Surf's up

A scientist teamed up with a world-famous surfer to engineer the most alluring artificial surfing wave ever created.

1. The quest

They aimed to sculpt a surfing wave that alternated between having a large "face" to make turns on and a "barrel" that surfers could ride inside.



2. The hydrofoil

A huge metal contraption pulled along a track that runs the length of the pool both pushes and pulls the water to form a swell.

3. The dampers

The making and breaking of each wave cause the entire pool to oscillate. Water also bounces off the sides. Gulleys serve as dampers to calm the water before a new wave is made.

4. The reefs

The pool's bottom has carefully calculated contours of different depths and dimensions that give the wave its shape.

Εικόνα 7.1 Τεχνητή πισίνα " Kelly Slater" (αριστερά οι μεταλλικές βυθισμένες λεπίδες που δημιουργούν τους κυματισμούς τύπου surf).

Πηγή: <http://www.sciencemag.org/news/2017/11/surfer-and-scientist-teamed-create-perfect-wave>

Σύμφωνα με τον ερευνητή και συνδημιουργό Adam Fincham, για τη δημιουργία των κυματισμών τύπου surf χρησιμοποιήθηκε η μη γραμμική θεωρία ("Nonlinearity is everywhere", όπως χαρακτηριστικά αναφέρει και ο ίδιος) και ειδικότερα η θεωρία του μοναχικού κύματος (solitary wave). Για να οδηγηθούν στη παραπάνω λύση, η ομάδα του Fincham σχεδίασε ένα υδροπτερυγο στην πειραματική δεξαμενή (σε αντίθεση με άλλους ερευνητές που χρησιμοποιούν κουπιά ή έμβολα), που είναι εν μέρει βυθισμένο στο νερό. Καθώς περνά μέσα από την πισίνα, το υδροπτερυγο μετακινεί το νερό στο πλάι (αλλά όχι προς τα πάνω) και στη συνέχεια τραβάει πίσω το κύμα που δημιουργήθηκε για να «ανακτήσει» κάποιο από το νερό που έσπρωξε. Το αποτέλεσμα είναι ένα μοναχικό κύμα (solitary wave), όπως φαίνεται και στην επομένη εικόνα.



Εικόνα 7.2 Τεχνητή πισίνα " Kelly Slater" (διακρίνονται ευκρινώς οι τεχνητοί κυματισμοί τύπου surf). Πηγή: <http://www.theriderpost.com/disciplines/water/surf/8000-surf-vague-surf-ranch-kelly-slater/>

Βιβλιογραφικές αναφορές

1. Μουτζούρης Κ.Ι., Θαλάσσια Υδραυλική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2009
2. Μουτζούρης Κ.Ι., Εισαγωγή στην Ακτομηχανική, Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα, 2005
3. Κουτίτας, Καραμπάς και Κρεστενίτης, Ακτομηχανική-Έργα Προστασίας Ακτών, 2015
4. Παπάζογλου Κωνσταντίνα, Η επίδραση της ρήχωσης στα χαρακτηριστικά ανεμογενών κυματισμών, 2015
5. Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία
6. U.S. Army corps of engineers, Coastal engineering manual: Water Wave Mechanics, August 2008
7. Turekian K.K., Oceans, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1968
8. ΕΑΚ 2002
9. Droste W. et al., Handbuch der Werften, Schiffarts-verlag "Hansa", Hamburg, 1982
10. M. Kashiwagi, P. Lin, B. Molin, Applied Ocean Research, 2018
11. S.K. Chakrabarti, Hydrodynamics of Offshore Structures, 1987
12. John D. Fenton, The Cnoidal Theory of Water Waves, 1998
13. Engineer Manual EM 1110-2-2904. Dept. of the army, 1983
14. <http://www.ikariasurfschool.com/el/>
15. <https://www.google.gr/maps?hl=en>
16. <http://www.sciencemag.org/news/2017/11/surfer-and-scientist-teamed-create-perfect-wave>
17. <http://www.theriderpost.com/disciplines/water/surf/8000-surf-vague-surf-ranch-kelly-slater/>