



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

**Χρήση υποφορέων στη σεισμική
συμπεριφορά κατασκευών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

της

ΠΑΝΑΓΟΠΟΥΛΟΥ ΟΛΓΑΣ

Επιβλέπων : Μουζάκης Χάρης, Επ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Αντισεισμικής Τεχνολογίας της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και σηματοδοτεί την ολοκλήρωση του κύκλου των προπτυχιακών μου σπουδών. Η ολοκλήρωση αυτής της εργασίας θα ήταν αδύνατη χωρίς τη συμβολή πολλών ακαδημαϊκών προσώπων και μη.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επ. καθηγητή ΕΜΠ, κ. Χάρη Μουζάκη για την προτροπή ενασχόλησης με το παρόν θέμα, την καθοδήγηση και την επίβλεψη της εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το μέλος ΕΔΙΠ της σχολής, κ. Λουτσία Καραπίπτα για την υποστήριξη, τις συμβουλές και την βοήθεια της καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας. Ιδιαίτερες ευχαριστίες ακόμα οφείλω να δώσω και στον κοσμήτορα της σχολής κ. Νικόλαο Λαγαρό.

Τέλος, οφείλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τα αγαπημένα μου πρόσωπα, για την στήριξη, την υπομονή και την εμπιστοσύνη τους όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

Περίληψη	7
Abstract.....	9
<i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	11
1.1 Δυναμική Ανάλυση	11
1.2 Αντικείμενο Διπλωματικής	12
1.3 Οργάνωση κειμένου	13
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΥΚΝΩΣΗ.....	15
2.1 Σκοπός.....	15
2.2 Πλεονεκτήματα.....	15
2.3 Μέθοδοι Συμπύκνωσης.....	17
2.4 Υπολογισμός σφάλματος.....	25
ΠΕΝΤΑΩΡΟΦΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ 2 ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ	27
3.1 Ανάλυση ολόκληρου φορέα	27
3.2 Δοκιμή 1 ^η – Δοκιμή Guyan.....	29
3.3 Δοκιμή 2 ^η – CMS (mode addition)	31
3.4 Δοκιμή 3 ^η – CMS (mode addition)	32
3.5 Δοκιμή 4 ^η – CMS (retained eigenfrequencies)	33
3.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	36
ΣΥΓΚΡΟΤΗΜΑ ΠΕΝΤΑΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ.....	39
4.1 Ολικός Φορέας	39
4.2 Δοκιμή 1 ^η – Δοκιμή Guyan.....	42
4.3 Δοκιμή 2 ^η – CMS(retained eigenfrequencies – mixed or fixed interface)	44
ΔΙΩΡΟΦΟ ΚΤΗΡΙΟ ΤΟΙΧΟΠΟΙΑΣ ΜΕ ΠΑΤΩΜΑ ΑΠΟ Ο.Σ.	50
5.1 Ολικός φορέας.....	50
5.2 Δοκιμή 1 ^η – Δοκιμή Guyan	53
5.3 Δοκιμή 3 ^η – CMS (mode addition)	55
5.4 Δοκιμή 3 ^η – CMS(retained eigenfrequencies)	56
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4 ^ο	61
ΥΠΟΓΕΙΑ ΣΗΡΑΓΓΑ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ ΑΜΑΞΟΣΤΟΙΧΙΑΣ	61
6.1 Ολικός φορέας.....	61
6.2 Δοκιμή 1 ^η – Δοκιμή Guyan.....	65
6.3 Δοκιμή 2 ^η – CMS (free interface)	66

6.4 Δοκιμή 3 ^η – CMS (fixed interface).....	67
6.5 Δοκιμή 4 ^η – CMS (fixed interface - mode addition)	68
6.6 AMS	72
ΤΕΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΝΟΨΗ.....	73
7.1 Σύνοψη διπλωματικής.....	73
7.2 Συμπεράσματα	73
7.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα	75
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	77

Περίληψη

Ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας ήταν η διερεύνηση της αποτελεσματικότητας διαφόρων διαδικασιών συμπύκνωσης κόμβων και βαθμών ελευθερίας, στη μέθοδο των υποφορέων, στη δυναμική και σεισμική απόκριση των κατασκευών με τη χρήση του προγράμματος Abaqus. Μελετήθηκαν, μέσω υποφορέων, οι μέθοδοι Guyan Reduction και Component Mode Synthesis, σε κατασκευές διαφόρων υλικών σε 2D ή 3D σχεδιασμό και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με αυτά των κλασσικών διαδικασιών δυναμικής ανάλυσης.

Συγκεκριμένα, μελετήθηκε πεντάωροφο μεταλλικό πλαίσιο σε 2D και 3D σχεδιασμό σε δυναμική ανάλυση συχνοτήτων, διώροφο κτήριο από οπλισμένο σκυρόδεμα σε δυναμική ανάλυση συχνοτήτων και τριαξονικό σεισμό και υπόγεια σήραγγα διέλευσης ηλεκτρικής αμαξοστοιχίας σε δυναμική ανάλυση συχνοτήτων και κρουστικό φορτίο, με τουλάχιστον 4 διαφορετικές δοκιμές- ανά περίπτωση- συμπύκνωσης δευτερευόντων βαθμών ελευθερίας. Τα αποτελέσματα που εξάχθηκαν, συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα των ολικών μοντέλων και ελέγχθηκε η ακρίβεια των μεθόδων μέσω του υπολογιστικού σφάλματος NRFD(normalized relative frequency difference).

Το συμπέρασμα που εξάγεται από την συγκεκριμένη μελέτη είναι ότι, η μέθοδος των υποφορέων, κάτω από κατάλληλες προϋποθέσεις, μπορεί να είναι αποτελεσματική σε προβλήματα δυναμικής ανάλυσης. Παρόλα αυτά, δεδομένης της πολυπλοκότητας των κατασκευών και της ιδιαίτερης φύσης των δυναμικών τους χαρακτηριστικών, είναι πολλοί οι παράγοντες που επηρεάζουν την ακρίβεια αυτών των μεθόδων, γεγονός που καθιστά αδύνατη την μοντελοποίηση τους. Στο μέλλον, ενδεχόμενες επόμενες μελέτες των συνθηκών αυτών των μελετών ίσως καταφέρουν να τους ορίσουν μερικά πιο συγκεκριμένα χαρακτηριστικά.

Abstract

The aim of this diploma Thesis was to investigate the effectiveness of various processes, concerning the condensation of nodes and degrees of freedom in the substructure method, in the dynamic and seismic response of structures using the Abaqus program. Guyan Reduction and Component Mode Synthesis methods were studied through structures of various materials in 2D and 3D designs and the results were compared to those of classical dynamic analyses procedures.

Specifically, a five-story metal frame was studied in 2D and 3D design, a two-story building of reinforced concrete and an underground tunnel, with at least 4 different tests – each case – of condensation of the secondary degrees of freedom. The results which were obtained from the tests were compared with those of the full models and the accuracy of the methods was checked in terms of the NRFD(normalized relative frequency difference).

The conclusion drawn from this study is that the substructure method, under specific conditions, may be effective in problems of dynamic nature. However, given the complexity of the structures and the particular nature of their dynamic characteristics, there are many factors that influence the accuracy of these methods, making it impossible, for the time being, to model them. It is not impossible that eventual future studies of the conditions of these specific methods may be able to put more concrete features into these methods.

1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Δυναμική Ανάλυση

Η δυναμική ανάλυση των κατασκευών αποτελεί σημαντικό κομμάτι της μελέτης της συμπεριφοράς των φορέων που απασχολούν έναν μηχανικό. Τα αποτελέσματα και οι επιπτώσεις που έχουν στις διάφορες κατασκευές τα ταχέως επιβαλλόμενα φόρτια – σεισμοί, κρουστικά φορτία κλπ – δεν είναι πάντα εύκολο να προβλεφθούν, με αποτέλεσμα η ακριβής μελέτη της δυναμικής απόκρισης ενός φορέα να μην είναι πάντα δυνατή. Στη διαχρονική εξέλιξη της Μηχανικής πολλές είναι οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί στην προσπάθεια να επιτευχθεί μια πιο ασφαλής προσέγγιση των δυναμικών αποκρίσεων. Παράλληλα η πολυπλοκότητα των υπό μελέτη συστημάτων καθώς και ο παράγοντας του χρόνου καθιστούν αναγκαία την χρήση μεθόδων που δίνουν τη δυνατότητα απλούστευσης των μοντέλων και περιορισμού του χρόνου υπολογισμού τους.

Η μελέτη μιας κατασκευής σε ελεύθερη κίνηση είναι αυτή που τελικά δίνει τα σημαντικότερα αποτελέσματα σε ό,τι αφορά τα δυναμικά χαρακτηριστικά της εν λόγω κατασκευής. Στη δυναμική ανάλυση σημαντικό ρόλο παίζουν οι αρχικές συνθήκες κι αυτές είναι που καθορίζουν τις φυσικές ιδιοσυχνότητες της κατασκευής καθώς και τις ιδιομορφές. Λόγω του μεγάλου μεγέθους και της πολυπλοκότητας των κατασκευών πολλές φορές υπάρχει δυσκολία στο να υπολογιστούν αυτές

οι παράμετροι και κατ' επέκταση να μελετηθεί η δυναμική του συστήματος. Ως εκ τούτου αναπτύχθηκαν μέθοδοι οι οποίες προσπαθούν μέσω δυναμικής συμπίκνωσης των δευτερευόντων βαθμών ελευθερίας – αυτών δηλαδή που έχουν αμελητέα συνεισφορά στη δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής – να μειώσουν το υπολογιστικό μέγεθος του προς μελέτη μοντέλου.

1.2 Αντικείμενο Διπλωματικής

Στη παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρείται να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα των διαφόρων μεθόδων συμπίκνωσης και κατά πόσο είναι εφικτό, μέσω μιας διαδικασίας περιορισμού των «ανενεργών» βαθμών ελευθερίας, να διατηρηθούν τα αποτελέσματα όσο το δυνατόν αναλλοίωτα. Για το σκοπό αυτό θα μελετηθούν, μέσω του προγράμματος Abaqus, διάφορα μοντέλα κατασκευών, καλύπτοντας ένα σχετικά ευρύ φάσμα ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών, όσον αφορά τόσο σε γεωμετρία και υλικά όσο και σε δυναμικές φορτίσεις. Κάθε φορέας θα μελετάται αρχικά ενιαίως, και τα αποτελέσματα αυτά θα χρησιμοποιηθούν σαν βάση για την σύγκριση των μεθόδων. Εν συνεχεία κάθε μοντέλο θα δοκιμαστεί να επιλυθεί με κάθε μία από τις ελεγχόμενες μεθόδους συμπίκνωσης και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από κάθε δοκιμή θα ελεγχθούν με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από τα αρχικά μοντέλα για να αξιολογηθούν και να εξαχθούν τα απαραίτητα συμπεράσματα.

1.2.1 Η συνεισφορά της διπλωματικής συνοψίζεται ως εξής :

1. Μελετήσαμε πλαίσια από χάλυβα και κτήρια από οπλισμένο σκυρόδεμα σε 2D και 3D σχεδιασμό, σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων και σεισμό, καθώς και υπόγειες σήραγγες αμαξοστοιχίας σε 2D σχεδιασμό, σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων και κρουστικά φορτία.

2. Υλοποιήσαμε τέσσερις αλγόριθμους υπολογισμού οι οποίοι είναι : οι μέθοδοι συμπίκνωσης Gyuan Reduction, Component Mode Addition, και Retained Eigenfrequencies καθώς και ο αλγόριθμος AMS.
3. Μέσω των παραπάνω εφαρμογών αξιολογήσαμε την επάρκεια των αλγορίθμων και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι, η ακρίβεια τους εξαρτάται από πολλούς διαφορετικούς παράγοντες και η εφαρμογή τους μεταβάλλεται ανάλογα με τις συνθήκες του προβλήματος.
4. Για τους παραπάνω λόγους η διαδικασία που ακολουθήθηκε δεν μπορεί να ενταχθεί σε κάποιο γενικό πρότυπο αλλά εξάγονται ενδιαφέροντα συμπεράσματα που μπορεί σε μελλοντικές μελέτες να οδηγήσουν σε μια πιο σαφή εικόνα αυτών των προβλημάτων.

1.3 Οργάνωση κειμένου

- Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της έρευνας καθώς και η αναλυτική περιγραφή των αλγορίθμων και των μεθόδων που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Τα παραδείγματα που υλοποιούνται μέσω των μεθόδων αυτών αναλύονται στα Κεφάλαια 3 έως 6. Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 3 μελετάται μεταλλικό πενταώροφο πλαίσιο 2D σχεδιασμού σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων. Στο Κεφάλαιο 4, μελετάται συγκρότημα μεταλλικών πενταώροφων πλαισίων σε 3D σχεδιασμό σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων και τριαξονικό σεισμό. Στο Κεφάλαιο 5 πραγματοποιείται φασματική ανάλυση συχνοτήτων και τριαξονικός σεισμός σε διώροφο κτήριο από οπλισμένο σκυρόδεμα. Και τέλος στο κεφάλαιο 6, υλοποιείται φασματική ανάλυση συχνοτήτων καθώς και επιβολή κρουστικού συνεχούς φορτίου σε υπόγεια σήραγγα διέλευσης αμαξοστοιχίας.

- Η τελική αξιολόγηση για τα εξαχθέντα αποτελέσματα παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 7 όπου και παρατίθενται αναλυτικά τα συμπεράσματα και οι μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας έρευνας.

2

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΥΚΝΩΣΗ

2.1 Σκοπός

Η κατασκευή χωρίζεται σε υποφορείς, δηλαδή μικρότερα τμήματα, οι οποίοι μελετώνται ξεχωριστά, υπολογίζονται οι αρχικές συνθήκες, οι ιδιομορφές και οι ιδιοσυχνότητες τους και εν συνεχεία μέσω μεθόδων σύζευξης όλα τα επί μέρους αποτελέσματα συνδυάζονται στο τελικό μοντέλο. Σκοπός της δυναμικής συμπίκνωσης είναι να βρεθούν οι βαθμοί ελευθερίας οι οποίοι είναι κυρίως υπεύθυνοι για την δυναμική συμπεριφορά του συστήματος-αριθμός αρκετά μικρότερος από τους συνολικούς βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου- και οι υπόλοιποι να συμπτυκνωθούν και να αποκλειστούν από τον υπολογισμό του μοντέλου. Στόχος επίσης είναι τα αποτελέσματα του τελικού μοντέλου να έχουν μικρή απόκλιση από τα αντίστοιχα που θα προέκυπταν αν επεξεργαζόμασταν ολόκληρο το μοντέλο.

2.2 Πλεονεκτήματα

2.2.1 Υπολογιστικά Πλεονεκτήματα

- Τα μητρώα του συστήματος (δυσκαμψίας, μάζας) είναι πολύ μικρότερα ως αποτέλεσμα της συμπίκνωσης. Μετά τη δημιουργία του υποφορέα, μόνο οι δεσμευμένοι βαθμοί ελευθερίας και τα αντίστοιχα συμπτυκνωμένα μητρώα δυσκαμψίας και μάζας

χρησιμοποιούνται στην ανάλυση μέχρις ότου είναι απαραίτητο να ανακτηθεί η λύση στο εσωτερικό του υποφορέα.

- Η αποδοτικότητα βελτιώνεται όταν ο ίδιος υποφορέας χρησιμοποιείται πολλές φορές. Ο υπολογισμός της δυσκαμψίας και η συμπύκνωση του υποφορέα γίνονται μόνο μία φορά. Παρόλα αυτά ο ίδιος ο υποφορέας μπορεί να χρησιμοποιηθεί πολλές φορές, οδηγώντας σε σημαντική μείωση της υπολογιστικής προσπάθειας.
- Η μέθοδος αυτή μπορεί να απομονώσει πιθανές αλλαγές εκτός του περιβάλλοντος του υποφορέα για να γλυτώσει χρόνο κατά τη διάρκεια μιας επαναληπτικής ανάλυσης. Κατά τη διαδικασία σχεδιασμού μεγάλα τμήματα του φορέα συχνά μένουν αμετάβλητα. Αυτά τα τμήματα μπορούν να απομονωθούν σε έναν υποφορέα ώστε να αποφευχθεί η υπολογιστική προσπάθεια που απαιτείται για να μορφωθεί το μητρώο δυσκαμψίας του συγκεκριμένου τμήματος της κατασκευής.
- Σε προβλήματα με τοπικές μη γραμμικότητες, όπως ένα μοντέλο που περιλαμβάνει διεπιφάνειες με πιθανό χωρισμό ή επαφή, οι επαναλήψεις που απαιτούνται για να αναλυθούν αυτές οι μη γραμμικότητες μπορούν να επιτευχθούν σε ένα πολύ περιορισμένο αριθμό βαθμών ελευθερίας, αν η ικανότητα του υποφορέα χρησιμοποιηθεί για να συμπυκνωθεί το μοντέλο σε αυτούς ακριβώς τους βαθμούς ελευθερίας που εμπλέκονται στη τοπική μη γραμμικότητα.

2.2.2 Οργανωτικά Πλεονεκτήματα

- Η μέθοδος των υποφορέων παρέχει μια συστηματική προσέγγιση στις περίπλοκες αναλύσεις. Η διαδικασία σχεδιασμού συχνά ξεκινά με ανεξάρτητες αναλύσεις φυσικώς δημιουργούμενων υποφορέων. Συνεπώς, είναι επαρκές να εκτελεστεί η τελική σχεδιαστική ανάλυση με τη χρήση των δεδομένων των υποφορέων που ανακτήθηκαν κατά τη διάρκεια αυτών των ανεξάρτητων αναλύσεων.
- Οι βιβλιοθήκες των υποφορέων δίνουν τη δυνατότητα στους αναλυτές να μοιράζονται τους υποφορείς. Σε κατασκευές μεγάλης κλίμακας, μεγάλες ομάδες μηχανικών πρέπει να πραγματοποιήσουν αναλύσεις χρησιμοποιώντας τους ίδιους

υποφορείς. Οι βιβλιοθήκες των υποφορέων προσφέρουν έναν απλό τρόπο κατανομής κατασκευαστικών πληροφοριών.

- Πολλές πρακτικές κατασκευές είναι τόσο μεγάλες και περίπλοκες, που ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων θέτει υπερβολικές απαιτήσεις στους διαθέσιμους πόρους. Γραμμικά προβλήματα τέτοιας κλίμακας μπορούν να επιλυθούν «χτίζοντας» το μοντέλο, υποφορέα με υποφορέα, τοποθετώντας τους σε κάθε επίπεδο μέχρις ότου ολοκληρωθεί η κατασκευή να ολοκληρωθεί και εν συνεχεία να ανακτηθούν οι μετακινήσεις και οι τάσεις όπως απαιτείται.

Η μέθοδος των υποφορέων επιτυγχάνεται με διάφορες διαδικασίες συμπίκνωσης η αποτελεσματικότητα πολλών από των οποίων ακόμα διερευνάται και μερικές βασικές από τις οποίες παρατίθενται παρακάτω.

2.3 Μέθοδοι Συμπύκνωσης

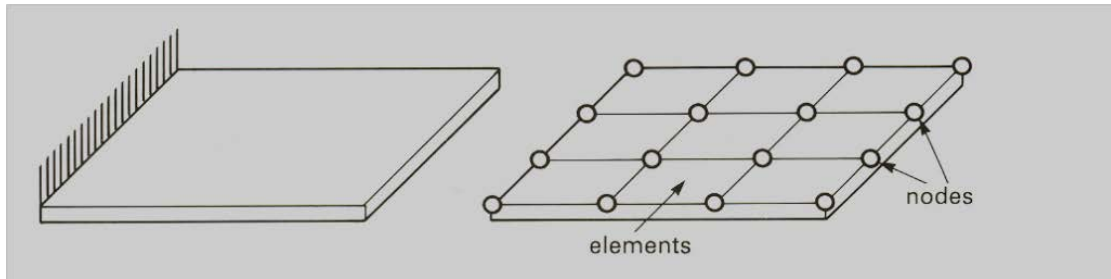
2.3.1 Γενικά στοιχεία

Η βασική εξίσωση που διέπει την δυναμική συμπεριφορά των κατασκευών είναι η εξίσωση κίνησης :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t) \quad (2.3.1.1)$$

όπου $m, c, k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ είναι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας αντίστοιχα και $f_R \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ είναι το μητρώο της εξωτερικής δύναμης.

Σε πολλές περιπτώσεις λόγω της πολυπλοκότητας του συστήματος μελέτης η μόρφωση των παραπάνω μητρώων αποτελεί ένα βασικό εμπόδιο για την επίλυση της εξίσωσης. Τα μητρώα αυτά μορφώνονται με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method=FEM) με βάση την οποία το προς υπολογισμό μοντέλο χωρίζεται σε επιμέρους τμήματα (πεπερασμένα στοιχεία), τα οποία συνδέονται μεταξύ τους μέσω κόμβων, καθένας από τους οποίους έχει τους δικούς του βαθμούς ελευθερίας(BE).



Σχήμα 2.3.1.1 : Διακριτοποίηση πλάκας-προβόλου με εννέα επιφανειακά στοιχεία

Οι ΒΕ των κόμβων – μετατόπιση και στροφή – δίνουν στους αντίστοιχους κόμβους τη δυνατότητα κίνησης, η οποία προσομοιάζει την κίνηση της πραγματικής κατασκευής. Οι κόμβοι και η εκάστοτε δυνατότητα κίνησης τους είναι αυτά που καθορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας ολόκληρης της κατασκευής, ενώ παράλληλα η μάζα του συστήματος θεωρείται ότι διαιρείται στα επιμέρους τμήματα του μοντέλου. Το κάθε τμήμα έχει τα δικά του δυναμικά χαρακτηριστικά, τα οποία υπεισέρχονται στα μητρώα και μελετώνται ξεχωριστά. Όσο πυκνότερη είναι η διακριτοποίηση τόσο ακριβέστερη είναι η προσέγγιση του μοντέλου και συνεπώς τόσο πιο ακριβή είναι τα αποτελέσματα. Η προσπάθεια όμως ακριβούς προσέγγισης οδηγεί τελικώς σε έναν τεράστιο όγκο δεδομένων, ο οποίος είναι πολύ δύσκολα διαχειρίσιμος. Ακόμα και με την ευρεία χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην επίλυση των εξισώσεων κίνησης, ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται σημαντικά με τη χρήση αναλυτικών μοντέλων με μεγάλο αριθμό πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι προκύπτει η ανάγκη απλούστευσης των μοντέλων μελέτης, με σκοπό την μείωση του υπολογιστικού χρόνου και παράλληλα τη διατήρηση όσο το δυνατόν μεγαλύτερης ακρίβειας αποτελεσμάτων. Η ανάγκη αυτή οδήγησε στην ανάπτυξη διαφόρων μεθόδων απλούστευσης, τη βάση των οποίων αποτελεί η μέθοδος της συμπύκνωσης που αναφέρθηκε παραπάνω.

Για το συμπυκνωμένο μοντέλο m , όπου $m \ll n$ ισχύει

$$\mathbf{u}=\mathbf{T}_R\mathbf{u}_R \quad (2.3.1.2)$$

και συνεπώς η εξίσωση κίνησης μετατρέπεται σε :

$$\mathbf{M}_R\ddot{\mathbf{u}}_R+\mathbf{C}_R\dot{\mathbf{u}}_R+\mathbf{K}_R\mathbf{u}=\mathbf{f}_R \quad (2.3.1.3)$$

όπου,

$\mathbf{M}_R=\mathbf{T}^T\mathbf{M}\mathbf{T}$, $\mathbf{C}_R=\mathbf{T}^T\mathbf{C}\mathbf{T}$, $\mathbf{K}_R=\mathbf{T}^T\mathbf{K}\mathbf{T}$, $\mathbf{f}_R=\mathbf{T}^T\mathbf{f}$ $\in \mathbf{R}^{m \times m}$ είναι τα συμπυκνωμένα μητρώα μάζας, απόσβεσης, δυσκαμψίας και εξωτερικής διέγερσης αντίστοιχα.

Οι βασικές μέθοδοι δυναμικής συμπύκνωσης είναι οι παρακάτω:

❖ Μέθοδοι Συμπύκνωσης :

- Gyuan Reduction
- Dynamic Reduction
- Improved Reduction System
- System equivalent expansion reduction process (SEREP)

❖ Γενικευμένες Μέθοδοι Συντονισμού:

- Modal truncation
- Component mode synthesis by Craig-Chang
- Krylov Subspace Methods
- Balanced truncation

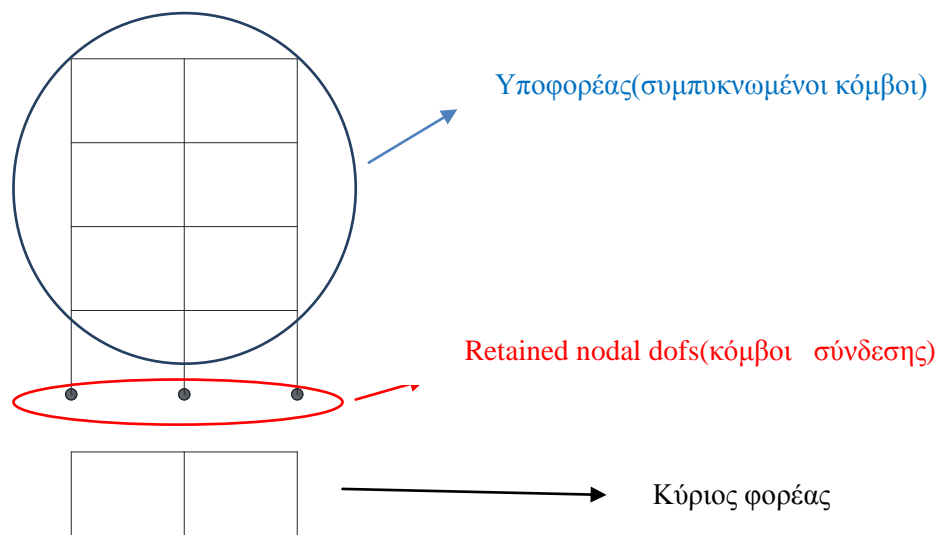
❖ Υβριδικές μέθοδοι:

- Component Mode Synthesis by Craig-Bampton
- Component mode synthesis by MacNeal
- Component mode synthesis by Rubin

2.3.2 Guyan Reduction

Η μέθοδος αυτή συχνά χαρακτηρίζεται ως στατική δεδομένου ότι τα αποτελέσματα της είναι πολύ ακριβή στην στατική ανάλυση. Βασική

θεωρία της μεθόδου είναι ότι δεν επιδρά κανένα από τα φορτία της κατασκευής πάνω στους δευτερεύοντες βαθμούς ελευθερίας. Σκοπός είναι η δημιουργία ενός μητρώου μετασχηματισμού μέσω του οποίου το μοντέλο με τους ολικούς βαθμούς ελευθερίας μετατρέπεται σε ένα μοντέλο το οποίο αποτελείται μόνο από τους κύριους βαθμούς ελευθερίας και είναι υπολογιστικά πολύ πιο διαχειρίσιμο. Για την μέθοδο Guyan κύριοι βαθμοί ελευθερίας είναι αυτοί που είναι απαραίτητοι για την σύνδεση του υποφορέα με το κυρίως μοντέλο ή το έδαφος. Όλοι οι υπόλοιποι συμπυκνώνονται.



Σχήμα 2: Χωρισμός υποφορέα-retained nodal dofs

Χωρίζοντας τους βαθμούς ελευθερίας σε κύριους (master) και δευτερεύοντες (slave) η εξίσωση κίνησης που προκύπτει έχει την μορφή :

$$\begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_m \\ \ddot{u}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_m \\ f_s \end{bmatrix} \quad (2.3.2.1)$$

Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι να λύσουμε την εξίσωση ως προς τους δευτερεύοντες βαθμούς ελευθερίας, λύνουμε δηλαδή ως προς τη δεύτερη σειρά και υποθέτοντας ότι το $f_s=0$ (δεν επιδρούν φορτία στους δευτερεύοντες βαθμούς ελευθερίας) προκύπτει μια εξίσωση της μορφής :

$$\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_{SS}^{-1} (\mathbf{M}_{sm} \ddot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{M}_{ss} \ddot{\mathbf{u}}_s + \mathbf{K}_{sm} \mathbf{u}_m) \quad (2.3.2.2)$$

Στη μέθοδο Guyan οι αδρανειακοί όροι των δευτερευόντων βαθμών ελευθερίας της εξίσωσης αγνοούνται και στη συνέχεια συσχετίζονται με τους κυρίους οπότε καταλήγει στο παρακάτω μητρώο μετασχηματισμού :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \end{bmatrix} \mathbf{u}_m = \mathbf{T}_{Guyan} * \mathbf{u}_m \quad (2.3.2.3)$$

Όπου το μητρώο μετασχηματισμού \mathbf{T}_{Guyan}

Μέσω αυτού του μητρώου μετατρέπονται οι εξισώσεις και καταλήγουν στη μορφή που περιέχουν μόνο τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας (κύριοι βαθμοί ελευθερίας) και εφαρμόζονται στο μοντέλο με τη σχέση :

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} \quad (2.3.2.4)$$

Όπου \mathbf{K}_r το συμπυκνωμένο μητρώο και \mathbf{T} το μητρώο μετασχηματισμού.

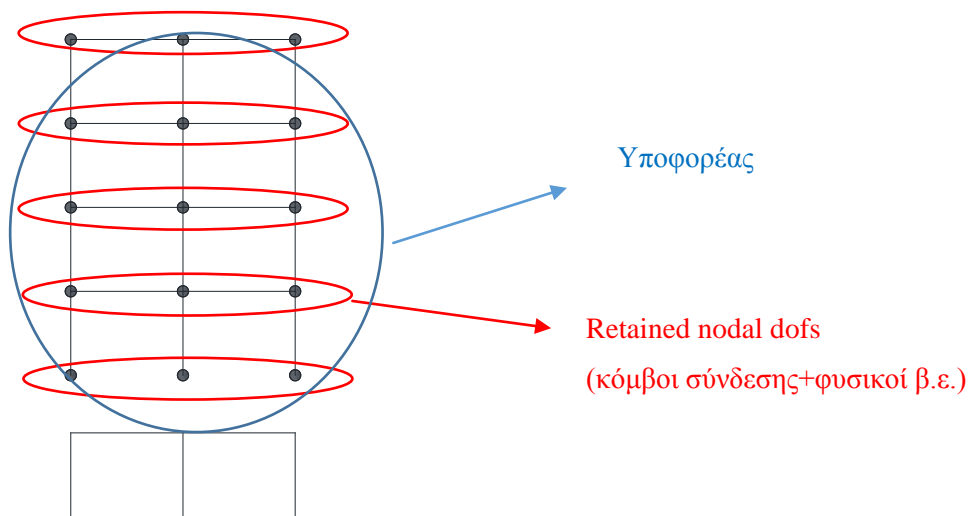
Η στατική φύση της μεθόδου έχει ως συνέπεια η ακρίβεια των αποτελεσμάτων στα στατικά φορτία να είναι πολύ μεγάλη με ελάχιστη απόκλιση από τα αντίστοιχα του ολικού μοντέλου. Αυτό όμως πρακτικά σημαίνει ότι η ακρίβεια αυτή διατηρείται μόνο για συχνότητες οι οποίες είναι πολύ κοντά στις χαμηλότερες ιδιοσυχνότητες του συστήματος, σε περιοχές δηλαδή όπου η συνεισφορά της μάζας εξακολουθεί να είναι αμελητέα. Όσο όμως οι συχνότητες απομακρύνονται από το φάσμα των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος η μέθοδος αρχίζει να γίνεται αναξιόπιστη καθώς η επιρροή της μάζας σταματά να είναι αμελητέα. Η απόδοση της μεθόδου εξαρτάται απόλυτα από την προσέγγιση επιλογής των κύριων βαθμών ελευθερίας.

2.3.3 Component Mode Synthesis

Μια αποτελεσματική τεχνική για μοντελοποίηση της δυναμικής συμπεριφοράς των υποφορέων είναι η λεγόμενη «Dynamic mode

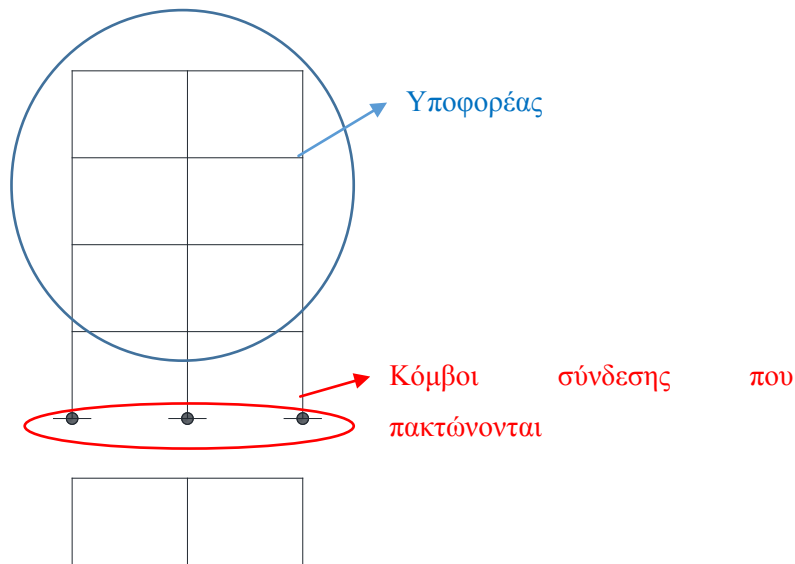
addition», μια βελτιωμένη εναλλακτική της Gyuan Reduction. Η δυναμική αναπαράσταση της μεθόδου Gyuan βελτιώνεται δεσμεύοντας της επιπλέον γενικευμένους βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι δεν είναι απαραίτητοι για την σύνδεση του υποφορέα με το υπόλοιπο μοντέλο αλλά σχετίζονται με της ιδιομορφές του. Η μέθοδος αυτή υλοποιείται με δύο ξεχωριστούς τρόπους.

- ❖ Στη μία περίπτωση επιλέγονται ως retained μερικοί επιπλέον φυσικοί βαθμοί ελευθερίας, οι οποίοι δεν είναι απαραίτητοι για την σύνδεση του υποφορέα με το έδαφος ή την υπόλοιπη κατασκευή. Αυτό δίνει τη δυνατότητα στον μελετητή να συμπεριλάβει στην ανάλυση και κάποιους πρόσθετους βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι συμμετέχουν σημαντικά στην δυναμική απόκριση της κατασκευής (σε μάζα και δυσκαμψία) και δεν είναι αμελητέοι.



Σχήμα 3: Πρόσθετοι φυσικοί βαθμοί ελευθερίας

- ❖ Στη δεύτερη περίπτωση ο υποφορέας αναλύεται σε δύο βήματα, ένα στατικό κι ένα βήμα ιδιομορφών. Αυτό εφαρμόζεται στην λεγόμενη «Component Mode Synthesis», στην οποία ο υποφορέας απαρτίζεται από έναν συνδυασμό των στατικών του παραμορφώσεων και των φυσικών του ιδιομορφών, οι οποίες προκύπτουν δεσμεύοντας πλήρως της βαθμούς ελευθερίας που διατηρούνται στον υποφορέα.



Σχήμα 4: Πάκτωση κόμβων σύνδεσης υποφορέα

Σε πρώτη φάση δηλαδή ο υποφορέας πακτώνεται στους κόμβους σύνδεσης του και επιλύεται στατικά, ενώ στο επόμενο βήμα ζητούνται και δεσμεύονται οι ιδιομορφές του. Αυτές οι γενικευμένες συντεταγμένες στην εξίσωση κίνησης αντιπροσωπεύουν ουσιαστικά το εύρος της συνόλου ιδιοτιμών για την δευτερεύουσα υποδομή, οι οποίες υπολογίζονται από την δέσμευση των κύριων βαθμών ελευθερίας. Θέτοντας $u_m=0$ και $f_s=0$ στην βασική εξίσωση κίνησης και υποθέτοντας ότι έχουμε αρμονική απόκριση προκύπτει το παρακάτω πρόβλημα ιδιοτιμών :

$$\mathbf{K}_{ss}\Phi = \lambda \mathbf{M}_{ss}\Phi \quad (2.3.3.1)$$

το οποίο μπορεί να επιλυθεί με $\lambda = \omega^2$ και τις ιδιοτιμές Φ . Ο αριθμός των ιδιοτιμών της παραπάνω εξίσωσης, θεωρούμενες ως «retained», επιλέγονται ως επιπλέον παράμετροι της προσέγγισης των δευτερευόντων βαθμών ελευθερίας καταλήγοντας στο:

$$u_s = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm}u_m + \sum \Phi_i \xi_i = \Psi u_m + \Phi \xi \quad (2.3.3.2)$$

Με τον τρόπο αυτό παίρνουμε το μητρώο μετασχηματισμού της μεθόδου CMS :

$$\begin{bmatrix} u_m \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \Psi & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ \xi \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{CMS} \begin{bmatrix} u_m \\ \xi \end{bmatrix} \quad (2.3.3.3)$$

Η ακρίβεια της συγκεκριμένης μεθόδου εξαρτάται από την επιλογή των γενικευμένων κύριων βαθμών ελευθερίας, ως της τη θέση αλλά και τον αριθμό της, κάτι που αφορά τόσο της στατικές παραμορφώσεις όσο και της ιδιομορφές. Γενικός κανόνας είναι ότι ως retained χαρακτηρίζονται όσοι κόμβοι συμμετέχουν σε συνοριακές συνθήκες, φορτίζονται ή ζητείται εκεί κάποιο φυσικό μέγεθος (μετακίνηση, επιτάχυνση κλπ.) Η ακρίβεια της, εξαρτάται και από την επιλογή των ιδιομορφών που θα χαρακτηρισθούν ως «retained», καθώς της ιδιομορφές έχουν μεγαλύτερη επιρροή στην επίλυση της συγκεκριμένου προβλήματος απ ότι της. Για να μπορεί ο μελετητής να επιλέξει ποιες ιδιομορφές θα συμπεριλάβει στην ανάλυση, πρέπει οι ιδιομορφές του υποφορέα να έχουν ήδη υπολογισθεί σε προηγούμενο χρόνο σε ένα frequency extraction step.

- Αν στο frequency extraction step όλοι οι διατηρητέοι βαθμοί ελευθερίας είναι πλήρως δεσμευμένοι, η διαδικασία αναφέρεται ως Craig-Bampton method. Εδώ οι ιδιομορφές του υποφορέα καλούνται σταθερής διεπαφής(fixed interface).
- Αν στο frequency extraction step όλοι οι διατηρητέοι βαθμοί ελευθερίας δεν είναι δεσμευμένοι, η διαδικασία αναφέρεται ως Craig-Chang method. Εδώ οι ιδιομορφές του υποφορέα καλούνται ελεύθερης διεπαφής(free interface).
- Σε περίπτωση που στο frequency extraction step άλλοι βαθμοί ελευθερίας είναι δεσμευμένοι και άλλοι όχι, οι ιδιομορφές καλούνται μεικτής διεπαφής(mixed interface). Σε τελική ανάλυση καλύτερα αποτελέσματα προσφέρει της συνδυασμός δεσμευμένων και μη βαθμών ελευθερίας απ' ότι μια κατάσταση πλήρως δεσμευμένων βαθμών ελευθερίας. Το πώς τελικά επιλέγουμε ποιοι βαθμοί ελευθερίας θα δεσμευτούν και ποιοι θα παραμείνουν ελεύθεροι είναι θέμα μοντέλου φόρτισης αλλά και εμπειρίας. Ανάλογα με τις συνθήκες της εκάστοτε μελέτης ορίζεται ποιος συνδυασμός είναι συμφερότερος, ώστε να προκύψει η μικρότερη δυνατή απόκλιση αποτελεσμάτων.

2.3.4 AMS

Η μέθοδος αυτή είναι διαφορετική από αυτές που μελετήσαμε μέχρι τώρα. Η AMS είναι ένας αλγόριθμος που εφαρμόζεται στα ολικά μοντέλα. Στην ουσία «σπάει», εσωτερικά του προγράμματος την κατασκευή σε υποφορείς, τους λύνει και στην συνέχεια συνδυάζει τα αποτελέσματα για να πραγματοποιήσει την τελική ανάλυση. Παρότι προσφέρει μεγάλη μείωση του υπολογιστικού χρόνου, σε έργα μεγάλης κλίμακας που διαφορετικές ομάδες μηχανικών μελετούν ίδια κομμάτια της κατασκευής η μέθοδος αυτή δεν εξυπηρετεί καθώς το μοντέλο είναι ενιαίο.

2.4 Υπολογισμός σφάλματος

Η τελική επιλογή της μεθόδου που εξυπηρετεί κάθε μελέτη έγκειται τόσο στην εμπειρία και την κρίση του μελετητή όσο και στο ποσοστό σφάλματος που προκύπτει μεταξύ των αποτελεσμάτων των μεθόδων συμπίκνωσης σε σχέση με την ανάλυση του απλού φορέα.

Τόσο οι ιδιοσυχνότητες όσο και οι ιδιομορφές του συμπτυκνωμένου μοντέλου μελετώνται στην ανάλυση ιδιοτιμών. Οι ιδιομορφές του υποφορέα συγκρίνονται με αυτές του ολικού (μη συμπτυκνωμένου) μοντέλου με βάση την κανονικοποιημένη, σχετική διαφορά συχνότητας (Normalised Relative Frequency Difference – NRFD).

Για να βρεθεί ένα μέτρο για το φάσμα μετακίνησης όλου του μοντέλου σε μια steady-state ανάλυση, όπως αυτή που συζητάμε, υπολογίστηκε μια μέση, τετραγωνική τιμή ρίζας (Root Mean Square – RMS) για τα μεγέθη μετατόπισης σε όλους τους κόμβους για κάθε ένα βήμα συχνότητας (frequency increment).

Normalised Relative Frequency Difference

Η NRFD της i ιδιοσυχνότητας ορίζεται ως :

$$\text{NRFD} = \frac{|f_i^{\text{red}} - f_i^{\text{full}}|}{f_i^{\text{full}}} * 100 \quad (2.4.1)$$

όπου f_i^{full} είναι η ιδιοσυχνότητα του ολικού μοντέλου και f_i^{red} είναι η ιδιοσυχνότητα του συμπυκνωμένου μοντέλου. Η ποσότητα αυτή πολλαπλασιάζεται με το 100 ώστε το αποτέλεσμα να προκύψει ως ποσοστό επί της εκατό (%).

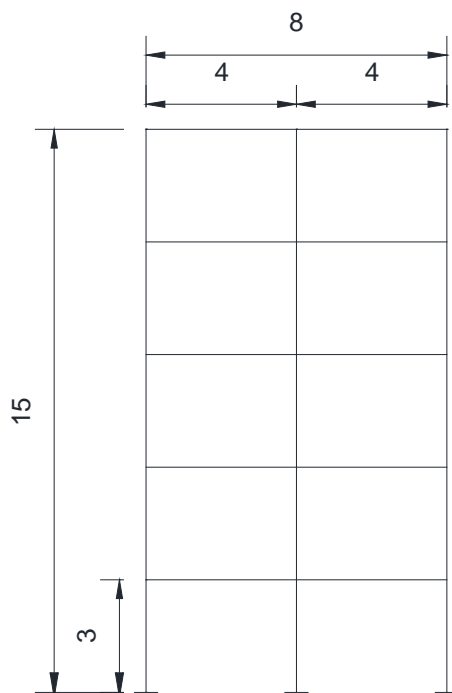
3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1^ο

ΠΕΝΤΑΩΡΟΦΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ 2 ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ

3.1 Ανάλυση ολόκληρου φορέα

3.1.1 Δεδομένα προβλήματος



- Πενταώροφο Μεταλλικό Πλαίσιο δύο ανοιγμάτων: ύψος ορόφου 3m, άνοιγμα 4m.
- Υλικά: $E=210\text{GPa}$
 $\rho=7.8\text{Mgr/m}^3$ για τα υποστυλώματα,
 $\rho=150\text{Mgr/m}^3$ για τα δοκάρια

- Διατομή δοκών υποστυλωμάτων: SHS250 (profile box, height: 0.25m, weight: 0.25m, t=0.01m).
- Πλαίσιο πακτωμένο στη βάση ($U_1=0, U_2=0, U_3=0$)
- Δίκτυο: seed 0.5
- Εύρεση 10 πρώτων ιδιομορφών. Από αυτές θα προκύψουν οι σημαντικές ιδιομορφές δηλαδή αυτές που θα μας δώσουν το 90% της δρώσας μάζας του φορέα που είναι και το ζητούμενο.

3.1.2 Επίλυση Abaqus

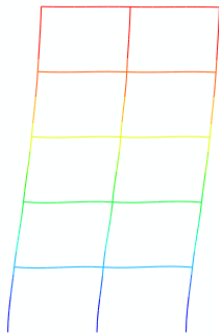
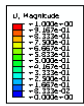
Το πλαίσιο σχεδιάζεται σε part 2D – wire, ορίζονται οι διατομές και τα υλικά του και μπαίνουν οι συνοριακές συνθήκες ($U_1=U_2=U_3=0$). Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται στο mesh, με 0.5 και στην εντολή Step ορίζονται οι τύποι φόρτισης. Το μοντέλο υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών. Επιλύεται με τον αλγόριθμο Lanczos, όπου ζητήθηκε η εύρεση των 10 πρώτων ιδιομορφών του συστήματος. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης προέκυψε ότι σημαντικές για το μοντέλο αυτό είναι οι 2 πρώτες ιδιομορφές. Παρακάτω τίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν τα γενικά στοιχεία της ανάλυσης και τις σημαντικές αυτές ιδιομορφές μαζί με τα αντίστοιχα σχήματα.

- Μάζα : 60.9696
- Αριθμός κόμβων : 503
- Αριθμός στοιχείων : 170
- Βαθμοί ελευθερίας : 489
- Σημαντικές ιδιομορφές :

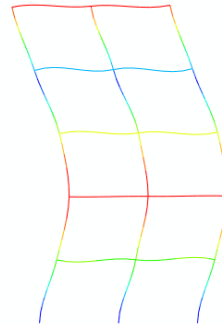
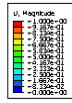
ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ		
i	f(i)	m_x
1	1,2519	50,4160
2	3,9340	6,3695
3	7,0253	2,4273

Πίνακας 3.1.1: Αποτελέσματα ολικού φορέα.

➤ Σχήματα σημαντικών ιδιομορφών :



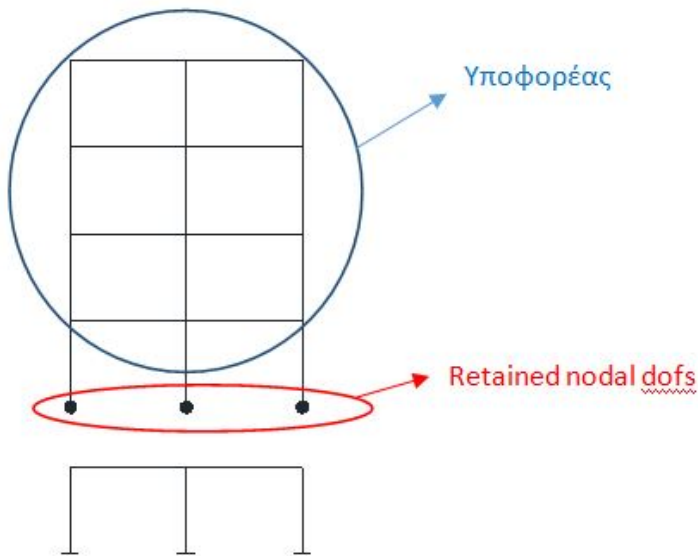
Εικόνα 3.1.1 : Ιδιομορφή 1^η



Εικόνα 3.1.2: Ιδιομορφή 2^η

3.2 Δοκιμή 1^η - Δοκιμή Guyan

3.2.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 3.2.1.1 : Υποφορέας - Δοκιμή 1^η

Ως υποφορέας θεωρείται το κομμάτι των 4 ορόφων όπως φαίνεται στο σχήμα. Για αυτή την δοκιμή κατά Guyan, ως retained θεωρούνται οι κόμβοι σύνδεσης του υποφορέα με τον κανονικό φορέα (πρώτος όροφος). Αυτό σημαίνει ότι, από το κομμάτι του υποφορέα όλοι οι κόμβοι θα συμπτυκνωθούν και θα παραμείνουν ενεργοί μόνο οι κόμβοι σύνδεσης που επιλέξαμε. Όταν ο υποφορέας κληθεί μέσα στο τελικό μοντέλο αυτοί

θα είναι και οι μόνοι κόμβοι που θα μπορούμε να επεξεργαστούμε. Οι υπόλοιποι απαλείφονται.

Διατομές, υλικά και δικαριτοποίηση όπως και στο αρχικό μοντέλο.

3.2.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Σε πρώτο στάδιο κατασκευάζεται ο υποφορέας. Η γεωμετρία και τα χαρακτηριστικά του μπαίνουν όπως και στο αρχικό μοντέλο. Στην εντολή Step που δίνονται οι φορτίσεις, επιλέγουμε το ‘Substructure generation’ και στις συνοριακές συνθήκες ορίζουμε τους κόμβους σύνδεσης ως retained. Μετά την ανάλυση του υποφορέα τα αποτελέσματα του αποθηκεύονται σε αρχείο .odb από όπου θα μπορέσουμε να τα ανακτήσουμε όταν χρειαστεί.

Σε δεύτερο στάδιο κατασκευάζεται ο κύριος φορέας. Για την ολοκλήρωση του, καλείται μέσα από το αρχείο αποτελεσμάτων και ο υποφορέας και συνδέεται με τον κύριο φορέα μέσω των ενεργών του κόμβων με την εντολή tie. Το ολοκληρωμένο μοντέλο υπόκειται όπως και ο ολικός φορέας σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα και τα σχήματα σε αντιστοιχία με του ολικού φορέα(με κόκκινο χρώμα). Σχολιάζονται με το ποσοστό λάθους οι σημαντικές ιδιομορφές.

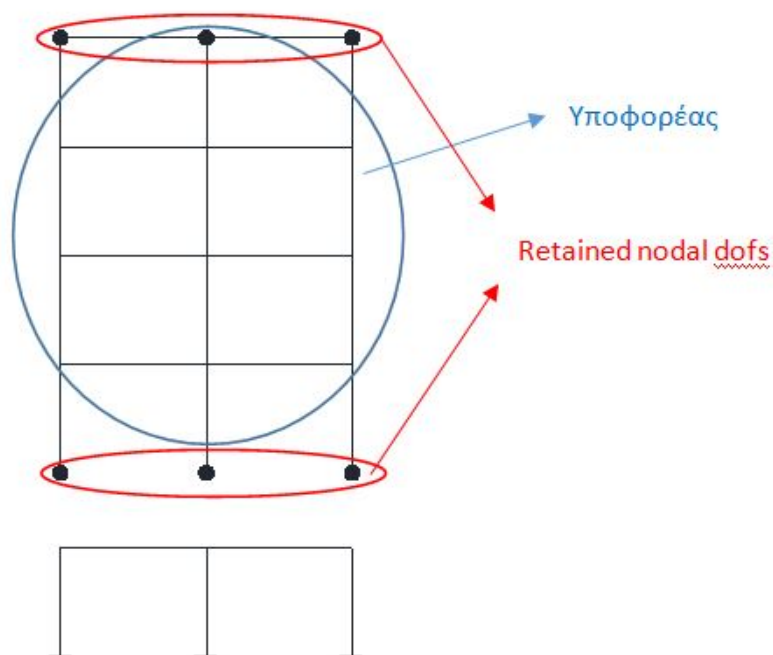
- Μάζα : 60.9696 – **60.9696**
- Αριθμός κόμβων : 106 - **503**
- Αριθμός στοιχείων : 35 - **170**
- Βαθμοί ελευθερίας : 114 - **489**
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 1 ⁿ		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,9291	59,0520	54.0%
2	3,9340	6,3695	14,8510	1,5876	
3	7,0253	2,4273	17,1850	0,0039	

Πίνακας 3.2.2.1 : Αποτελέσματα Δοκιμής 1

3.3 Δοκιμή 2^η - CMS (mode addition)

3.3.1 Δεδομένα προβήματος



Σχήμα 3.3.1.1 : Υποφορέας - Δοκιμή 2

Τα δεδομένα είναι ακριβώς ίδια με την πρώτη δοκιμή. Η μόνη διαφορά είναι ότι τώρα πέραν των κόμβων σύνδεσης κρατήσαμε ενεργούς (retained) και τους κόμβους οροφής του υποφορέα. Τα υπόλοιπα μένουν ως έχουν.

3.3.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Η διαδικασία μένει ακριβώς η ίδια με τη μόνη διαφορά να βρίσκεται στις συνοριακές συνθήκες. Εκεί ορίζονται ως retained οι κόμβοι σύνδεσης και οι κόμβοι κορυφής.

Μετά την ολοκλήρωση του μοντέλου ζητούνται κι εδώ οι 10 πρώτες ιδιομορφές και προκύπτουν τα αποτελέσματα που φαίνονται παρακάτω. Οι τιμές είναι σε σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του ολικού φορέα (κόκκινο χρώμα).

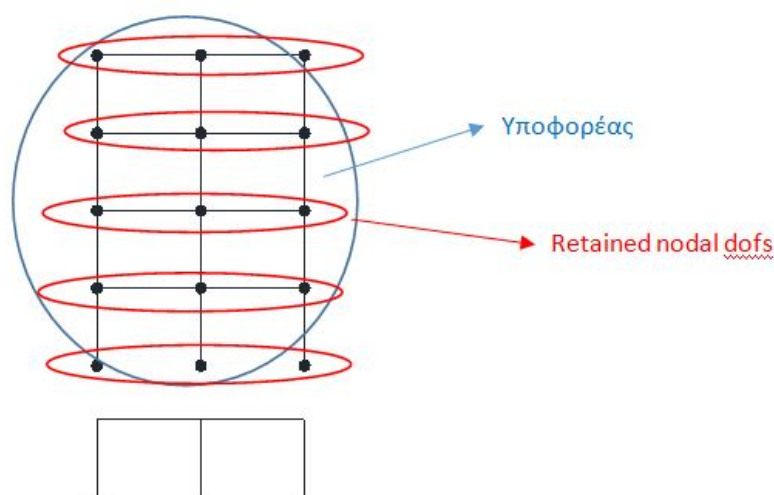
- Μάζα : 60.9696 – 60.9696
- Αριθμός κόμβων : 109 – 503
- Αριθμός στοιχείων : 35 - 170
- Βαθμοί ελευθερίας : 123 - 489
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 2 ^η		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,2826	49,6400	2,45%
2	3,9340	6,3695	4,6150	10,1360	
3	7,0253	2,4273	13,4750	0,5372	

Πίνακας 3.3.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 2

3.4 Δοκιμή 3^η – CMS (mode addition)

3.4.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 3.4.1.1 : Υποφορέας Δοκιμή 3

Τα δεδομένα παραμένουν ίδια με τις προηγούμενες δοκιμές. Σε αυτή τη δοκιμή προσθέτουμε ενεργούς κόμβους, όλους τους κόμβους σύνδεσης δοκών – υποστυλωμάτων.

3.4.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Ομοίως με τις προηγούμενες δοκιμές. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω.

- Μάζα : 60.9696 – 60.9696

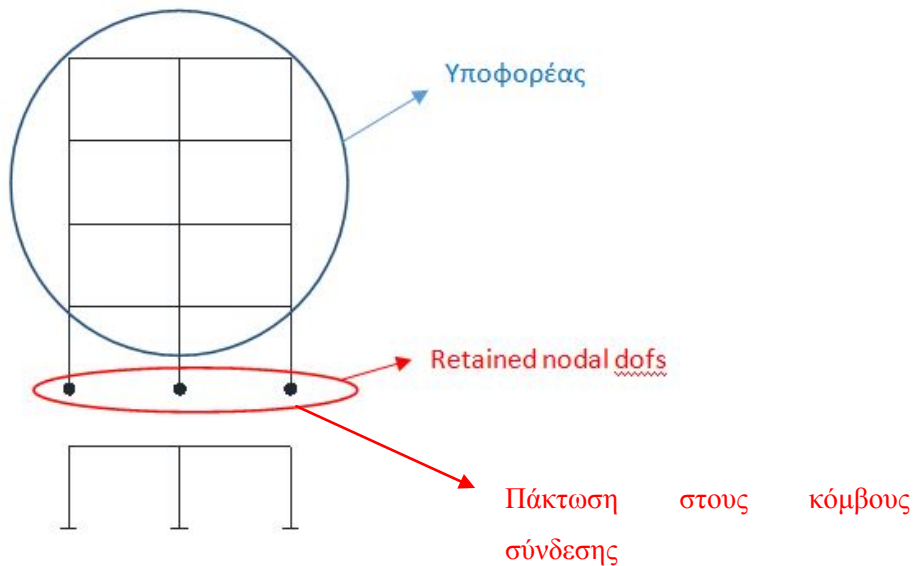
- Αριθμός κόμβων : 118 - 503
- Αριθμός στοιχείων : 35 - 170
- Βαθμοί ελευθερίας : 150 - 489
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 3 ^η		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,2519	50,4170	0,00%
2	3,9340	6,3695	3,9350	6,3717	0,03%
3	7,0253	2,4273	7,0305	2,4314	0,07%

Πίνακας 3.4.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 3

3.5 Δοκιμή 4^η - CMS (*retained eigenfrequencies*)

3.5.1 Δεδομένα προβήματος



Εικόνα 3.5.1.1 : Υποφορέας Δοκιμή 4η

Τα δεδομένα είναι ίδια με αυτά της πρώτης δοκιμής. Αλλάζει όμως η επίλυση.

3.5.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Σ αυτή τη δοκιμή η διαδικασία είναι διαφορετική. Ο υποφορέας παραμένει ο ίδιος αλλά ο τρόπος προσέγγισης αλλάζει. Η επίλυση του γίνεται σε δύο βήματα με στόχο οι ιδιομορφές του να βρεθούν και να

εξαχθούν εξ αρχής, ώστε στην επίλυση του ολικού μοντέλου να τις πάρουμε έτοιμες.

3.5.2.1 Παραλλαγή 1 – Δέσμευση 10 ιδιομορφών

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας λύνεται ως κανονικός φορέας με πάκτωση στους κόμβους σύνδεσης του με τον κύριο φορέα και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Κρατάμε τις ιδιομορφές (τιμές και σχήματα)
 - Μάζα : 48.77568
 - Αριθμός κόμβων : 403
 - Αριθμός στοιχείων : 136
 - Βαθμοί ελευθερίας : 393
 - Ιδιομορφές υποφορέα :

ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ		
i	f(i)	m _x
1	1,5703	40,7570
2	4,9927	5,2434
3	8,9341	1,9014
4	12,5680	0,5760
5	14,7640	0,0060
6	15,3230	1,99E-28
7	16,4450	4,99E-03
8	17,1270	1,02E-03
9	17,8000	1,15E-03
10	19,2980	2,314E-25

Πίνακας 3.5.2.1.1 : Αποτελέσματα Υποφορέα Δοκιμής 4

- STEP 2 : Στο βήμα αυτό ο φορέας λύνεται ως υποφορέας (Substructure generation) με ενεργούς τους βαθμούς ελευθερίας των κόμβων σύνδεσης με τον υπόλοιπο φορέα. Η διαφορά εδώ είναι ότι επιπλέον σ αυτή τη δοκιμή δεσμεύονται και οι ιδιομορφές του υποφορέα που έχουν υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα. Στην εντολή Step – ‘Substructure generation’ επιλέγεται και το

retained eigenfrequencies ορίζοντας ότι επιθυμούμε την δέσμευση και των 10 ιδιομορφών του φορέα.

- STEP 3 : Ο υποφορέας καλείται μέσα όπως και στις προηγούμενες διατομές και συνδέεται με τον κύριο φορέα. Η κατασκευή υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα.
 - Μάζα : 60.9696 – **60.9696**
 - Αριθμός κόμβων : 116 - **503**
 - Αριθμός στοιχείων : 35 - **170**
 - Βαθμοί ελευθερίας : 124 - **489**
 - Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 4 ^η		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,2519	50,4160	0,00%
2	3,9340	6,3695	3,9340	6,3694	0,00%
3	7,0253	2,4273	7,0254	2,4273	0,00%

Πίνακας 3.5.2.1.2 : Αποτελέσματα Δοκιμής 4

3.5.2.2 Παραλλαγή 2^η – Δέσμευση μόνο της 1^{ης} Ιδιομορφής

Ακριβώς η ίδια διαδικασία με πριν. Απλά σε αυτή τη δοκιμή δεσμεύεται μόνο η πρώτη ιδιομορφή από αυτές που υπολογίσαμε στον υποφορέα. Τα αποτελέσματα δίνονται παρακάτω.

- Μάζα : 60.9696 – **60.9696**
- Αριθμός κόμβων : 107 - **503**
- Αριθμός στοιχείων : 35 – **170**
- Βαθμοί ελευθερίας : 115 - **489**
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 5 ^η		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,2525	50,2200	0,05%
2	3,9340	6,3695	5,0067	9,8677	
3	7,0253	2,4273	17,1820	0,0057	

Πίνακας 5.2.2.1 : Αποτελέσματα Δοκιμής 5

3.5.2.3 Παραλλαγή 3^η – Δέσμευση 3 πρώτων Ιδιομορφών

Ομοίως με πριν. Η διαφορά είναι ότι εδώ δεσμεύουμε μόνο τις 3 πρώτες ιδιομορφές που υπολογίστηκαν στον υποφορέα. Δίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα.

- Μάζα : 60.9696 – **60.9696**
- Αριθμός κόμβων : 109 - **503**
- Αριθμός στοιχείων : 35 - **170**
- Βαθμοί ελευθερίας : 117 - **489**
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 6 ^η		ERROR
i	f(i)	m _x	f(i)	m _x	f(i)
1	1,2519	50,4160	1,2519	50,4130	0,00%
2	3,9340	6,3695	3,9363	6,3512	0,06%
3	7,0253	2,4273	7,0576	2,4330	0,46%

Πίνακας 3.5.2.3.1 : Αποτελέσματα Δοκιμής 6

3.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων - Συμπεράσματα

Από τις παραπάνω δοκιμές καταλήγουμε να διαχωρίσουμε την έρευνα σε δύο στάδια. Ο έλεγχος των υποφορέων μπορεί να επιτευχθεί είτε τοποθετώντας περισσότερους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας πέραν αυτών των κόμβων σύνδεσης, είτε υπολογίζοντας και δεσμεύοντας τις ιδιομορφές του ίδιου του υποφορέα.

Περιπτώσεις 1-3 :

Στα τρία αυτά παραδείγματα εξετάστηκε κατά πόσο βοηθάει στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων η τοποθέτηση επιπλέον ενεργών βαθμών ελευθερίας στον υποφορέα ανεξαρτήτως από τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας στους κόμβους σύνδεσης του υποφορέα με τον κύριο φορέα. Από τα ποσοστά απόκλισης που υπολογίστηκαν αναλυτικά σε κάθε παράδειγμα καταλήξαμε ότι στη περίπτωση 3, όπου δεσμεύσαμε όλους τους διαθέσιμους κόμβους του υποφορέα – πλαισίου, τα αποτελέσματα

είναι σχεδόν απόλυτα ακριβή. Το ποσοστό λάθους είναι ελάχιστο γεγονός που επιβεβαιώνει τη θεωρία ότι η μέθοδος Gyuan βελτιώνεται σημαντικά όταν προστεθούν στο μοντέλο μερικοί πρόσθετοι, γενικευμένοι βαθμοί ελευθερίας.

Περιπτώσεις 4-6 :

Στις περιπτώσεις αυτές εξετάστηκε πως βελτιώνεται ο υπολογισμός των ιδιομορφών του φορέα με την εύρεση και δέσμευση των ιδιομορφών του. Υπολογίζοντας τα ποσοστά απόκλισης στις τρεις δοκιμές που κάναμε, καταλήξαμε ότι ζητώντας και δεσμεύοντας τον ίδιο αριθμό ιδιομορφών υποφορέα με αυτόν που έχει ζητηθεί στο προηγούμενο βήμα τα αποτελέσματα είναι απολύτως ακριβή. Η απόκλιση βρίσκεται στο 0%, γεγονός που καθιστά την μέθοδο αποτελεσματική. Παρόλα αυτά, ικανοποιητικά αποτελέσματα προκύπτουν και στην περίπτωση που δεσμεύσαμε τις σημαντικές ιδιομορφές. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ο υπολογιστικός φόρτος είναι μικρότερος αλλά υπάρχει ένα ελάχιστο ποσοστό λάθους. Η περίπτωση δηλαδή αυτή υπερέχει υπολογιστικά αλλά παρουσιάζει μια μικρή απόκλιση ακρίβειας.

Σύγκριση δυο περιπτώσεων :

Μεταξύ των δύο περιπτώσεων σαφώς προτιμητέα είναι η δεύτερη. Τα στοιχεία υπολογισμού (κόμβοι, βαθμοί ελευθερίας) είναι λιγότερα αλλά και τα αποτελέσματα απόλυτα ακριβή. Συγκριτικά είναι ίσως λίγο πιο χρονοβόρα σχεδιαστικά καθώς απαιτεί ένα επιπλέον βήμα υπολογισμού αλλά η διαφορά χρονικά είναι αμελητέα. Συνεπώς και στα επόμενα παραδείγματα που θα εξεταστούν, θα ελεγχθεί μόνο η τελευταία περίπτωση.

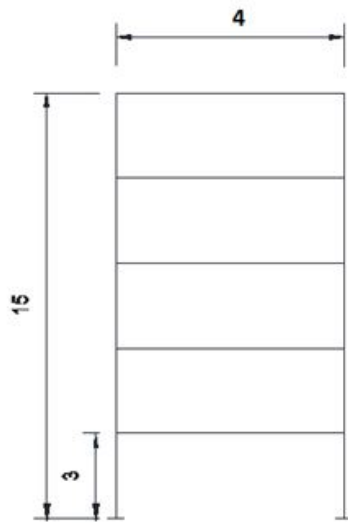
4

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2^ο

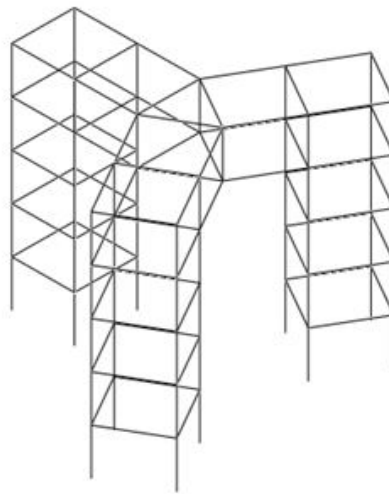
ΣΥΓΚΡΟΤΗΜΑ ΠΕΝΤΑΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

4.1 Ολικός Φορέας

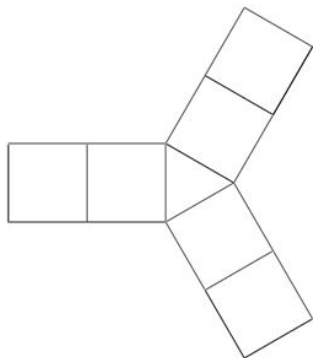
4.1.1 Δεδομένα προβλήματος



Εικόνα 4.1.1.1 : 2D Όψη



Εικόνα 4.1.1.2 : 3D Όψη



Εικόνα 4.1.1.3 : Κάτοψη

- Πενταώροφο Μεταλλικό Πλαίσιο ενός ανοίγματος: ύψος ορόφου 3m, άνοιγμα 4m.
- Υλικά: $E=210\text{GPa}$
 $\rho=7.8\text{Mgr/m}^3$ για τα υποστυλώματα,
 $\rho=150\text{Mgr/m}^3$ για τα δοκάρια
- Διατομή δοκών υποστυλωμάτων: SHS250 (profile box, height: 0.25m, weight: 0.25m, $t=0.01\text{m}$).
- Πλαίσιο πακτωμένο στη βάση ($U_1=0, U_2=0, U_3=0$)
- Δίκτυο: seed 0.5
- Εύρεση 10 πρώτων ιδιομορφών. Από αυτές θα προκύψουν οι σημαντικές ιδιομορφές δηλαδή αυτές που θα μας δώσουν το 90% της δρώσας μάζας του φορέα που είναι και το ζητούμενο.

4.1.2 Επίλυση Abaqus

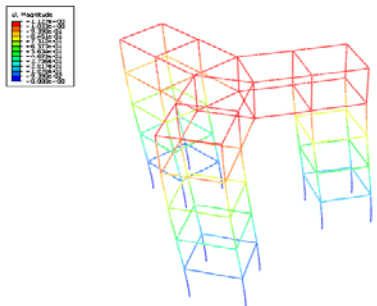
Το πλαίσιο σχεδιάζεται σε part 3D – wire, ορίζονται οι διατομές και τα υλικά του και μπαίνουν οι συνοριακές συνθήκες ($U_1=U_2=U_3=0$). Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται στο mesh, με 0.5 και στην εντολή Step ορίζονται οι τύποι φόρτισης. Το μοντέλο υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών. Επιλύεται με τον αλγόριθμο Lanczos, όπου ζητήθηκε η εύρεση των 20 πρώτων ιδιομορφών του συστήματος. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης προέκυψε ότι σημαντικές για το μοντέλο αυτό είναι οι 8 πρώτες ιδιομορφές και για τις δύο οριζόντιες διευθύνσεις. Παρακάτω τίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν τα γενικά στοιχεία της ανάλυσης και τις σημαντικές αυτές ιδιομορφές μαζί με 2 ενδεικτικά σχήματα.

- Μάζα : 463.4323
- Αριθμός κόμβων : 2943
- Αριθμός στοιχείων : 1002
- Βαθμοί ελευθερίας : 5634
- Σημαντικές ιδιομορφές :

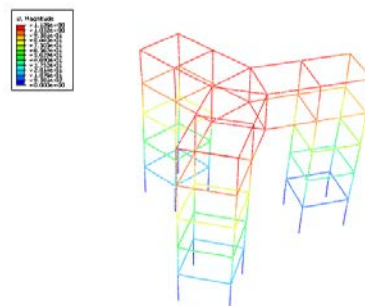
ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			
i	f(i)	m _x	m _y
1	0,7789	83,2690	308,9200
2	0,7789	308,9200	83,2690
3	0,9485	0,0000	0,0000
4	1,8865	2,7203	1,4433
5	1,8865	1,4433	2,7203
6	2,9708	0,0000	0,0000
7	3,0125	10,6360	30,6690
8	3,0125	30,6690	10,6360

Πίνακας 4.1.2.1 : Αποτελέσματα Ολικού φορέα

- Σχήματα σημαντικών ιδιομορφών :



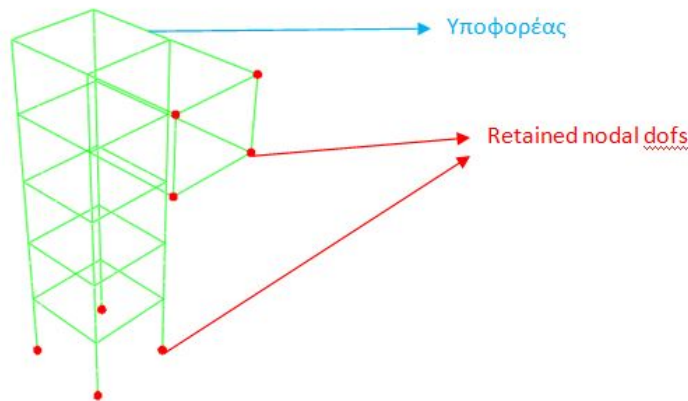
Εικόνα 4.1.2.1 : Ιδιομορφή 1 ολικού φορέα



Εικόνα 4.1.2.2 : Ιδιομορφή 1 υποφορέα

4.2 Δοκιμή Iⁿ – Δοκιμή Gyuan

4.2.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 4.2.1.1 : Υποφορέας Δοκιμή 1

Ως υποφορέας θεωρείται το ένα συγκρότημα κτηρίων όπως φαίνεται στο σχήμα. Ως retained θα θεωρηθούν οι τέσσερις κόμβοι σύνδεσης του τελευταίου ορόφου με τον αντίστοιχο του άλλου κτηρίου, καθώς και οι τέσσερις κόμβοι σύνδεσης με το έδαφος.

Διατομές, υλικά και διακριτοποίηση όπως ακριβώς και στον ολικό φορέα.

4.2.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Ακολουθείται η γνωστή διαδικασία. Ο υποφορέας κατασκευάζεται με υλικά, διατομές και γεωμετρία όπως στο αρχικό μοντέλο και επιλύεται με retained τους πάνω και κάτω κόμβους σύνδεσης.

Για την μόρφωση του τελικού μοντέλου ο λυμένος υποφορέας καλείται μέσα 3 φορές και κάθε υποφορέας τοποθετείται κατάλληλα ώστε να έρθει στη σωστή θέση ως προς το αρχικό μοντέλο. Η σύνδεση μεταξύ των υποφορέων θα γίνει μέσω της εντολής tie στα σημεία των ενεργών βαθμών ελευθερίας. Το ολοκληρωμένο μοντέλο υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Παρακάτω δίνονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης, οι σημαντικές

ιδιομορφές καθώς και η σύγκριση των σχημάτων τους με τις αντίστοιχες του ολικού φορέα (ενδεικτικά παρουσιάζονται 3).

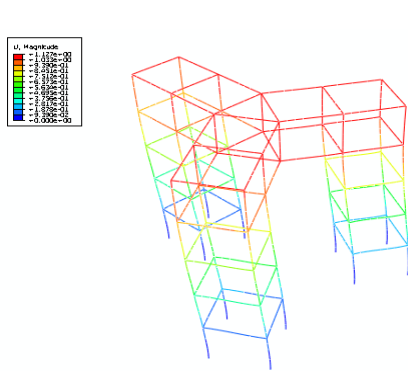
- Μάζα : 463.4323 – 463.4323
- Αριθμός κόμβων : 24 - 2943
- Αριθμός στοιχείων : 3 - 1002
- Βαθμοί ελευθερίας : 144 - 5634
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 1 ⁿ				ERROR
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i)
1	0,7789	83,2690	308,9200	1	0,8051	0,0000	375,6600	
2	0,7789	308,9200	83,2690	2	0,8051	375,6600	0,0000	
SUM		392,189	392,189	SUM		375,6600	375,6600	3,36%
3	0,9485	0,0000	0,0000	3	1,1179	0,0000	0,0000	
4	1,8865	2,7203	1,4433	4	3,3368	0,0000	0,0000	
5	1,8865	1,4433	2,7203	5	4,5413	0,0000	5,4119	
6	2,9708	0,0000	0,0000	6	4,5413	5,4119	0,0000	
SUM	4,5873	4,1636	4,1636	SUM		5,4119	5,4119	1,002%
7	3,0125	10,6360	30,6690	7	6,4051	0,0016	0,0000	
8	3,0125	30,6690	10,6360	8	6,4051	0,0000	0,0016	

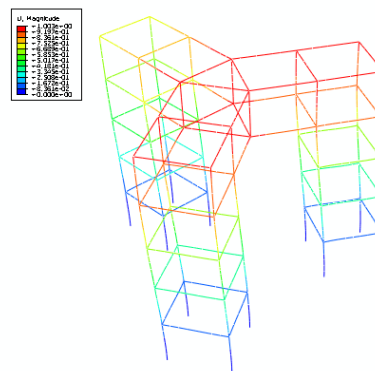
Πίνακας 4.2.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 1

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι μερικές ιδιομορφές προστίθενται. Αυτό συμβαίνει γιατί οι άξονες με τους οποίους εισήλθαν τα διάφορα τμήματα στην ανάλυση παρουσιάζουν μια μικρή γωνία ως προς το ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Αυτό δεν αλλοιώνει τα τελικά αποτελέσματα απλά διαφοροποιεί λίγο τον τρόπο ανάγνωσης τους. Στη συγκεκριμένη ανάλυση έτυχε να ταυτίζεται και στα δύο μοντέλα ο αριθμός ιδιομορφής με την αντίστοιχη μάζα. Αυτό δεν συμβαίνει πάντα κι επίσης δεν επηρεάζει τα τελικά αποτελέσματα.

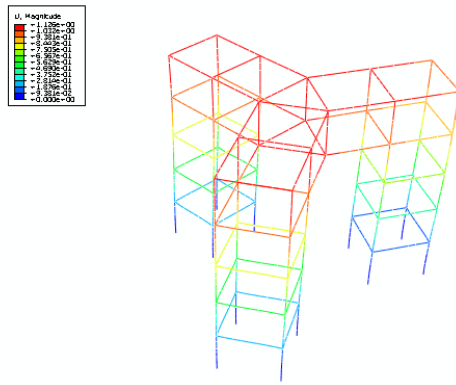
➤ Σύγκριση σχημάτων σημαντικών ιδιομορφών



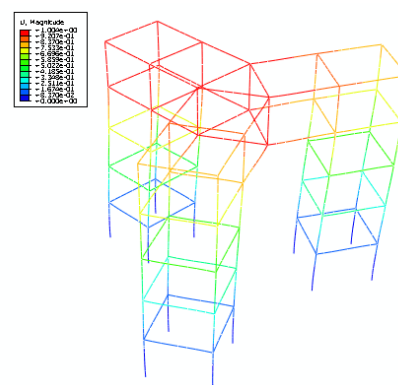
Εικόνα 4.2.2.1 : Ιδιομορφή 1 ολικού φορέα



Εικόνα 4.2.2.2 : Ιδιομορφή 1 υποφορέα



Εικόνα 4.2.2.3 : Ιδιομορφή 2 ολικού φορέα



Εικόνα 4.2.2.4 : Ιδιομορφή 2 υποφορέα

4.3 Δοκιμή 2^η – CMS(*retained eigenfrequencies – mixed or fixed interface*)

4.3.1 Δεδομένα προβλήματος

Ίδιος υποφορέας με τα ήδη γνωστά γεωμετρικά χαρακτηριστικά, διατομές, διακριτοποίηση και υλικά. Στη συγκεκριμένη δοκιμή ο υποφορέας θα επιλυθεί σε 2 βήματα 2 φορές. Στην πρώτη παραλλαγή η δέσμευση των κόμβων σύνδεσης θα είναι του τύπου mixed interface (βλ. 2.2.3) ενώ στη δεύτερη fixed interface (βλ. 2.2.3).

4.3.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

4.3.2.1 Παραλαγή 1^η – Mixed interface

Αυτές οι δοκιμές πραγματοποιούνται με επίλυση του υποφορέα σε 2 βήματα.

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας λύνεται ως κανονικός φορέας με πάκτωση στους κόμβους σύνδεσης του μόνο με το έδαφος και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Κρατάμε τις ιδιομορφές (τιμές και σχήματα). Η διαδικασία αυτή κατατάσσεται στις mixed interface γιατί από τους β.ε. που θα διατηρήσουμε στο επόμενο βήμα ενεργούς, σ αυτό το βήμα δεσμεύσαμε μόνο αυτούς της κάτω σύνδεσης με το έδαφος κι όχι όλους. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν τον υποφορέα μόνο.
 - Μάζα : 154.4774
 - Αριθμός κόμβων : 983
 - Αριθμός στοιχείων : 334
 - Βαθμοί ελευθερίας : 1890
 - Σημαντικές ιδιομορφές :

ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ			
i	f(i)	m _x	m _y
1	0,6124	0,0001	77,17
2	0,7665	129,0000	0,00053
3	0,9984	0,0005	54,313
4	2,0804	5,9817	0,046
5	2,7728	1,0877	9,5428
6	3,1343	7,5986	2,7226
7	3,4409	0,3315	0,11228
8	3,6162	2,3936	2,235
9	3,8028	0,0014	0,14842
10	5,0823	0,4662	0,17843

Πίνακας 4.3.2.1.1 : Αποτελέσματα υποφορέα δοκιμή 2

- STEP 2 : Σ αυτό το βήμα ο φορέας λύνεται κανονικά σαν υποφορέας και ορίζονται retained οι πάνω και κάτω κόμβοι

σύνδεσης του καθώς και οι 10 ιδιομορφές του, που ζητήθηκαν στο προηγούμενο βήμα.

Η υπόλοιπη διαδικασία σύνθεσης και ανάλυσης του τελικού μοντέλου μένει ως έχει. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

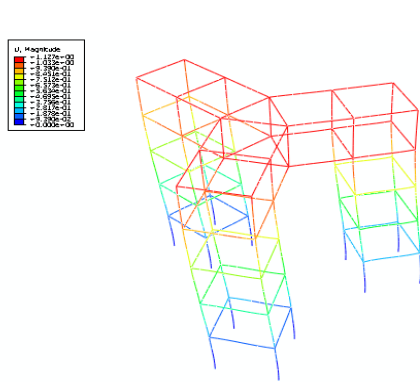
- Μάζα : 433.4323 – 463.4323
- Αριθμός κόμβων : 53 - 2943
- Αριθμός στοιχείων : 3 - 1002
- Βαθμοί ελευθερίας : 168 - 5634
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 2 ^η				ERROR
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i)
1	0,7789	83,2690	308,9200	1	0,7802	202,0800	187,6700	
2	0,7789	308,9200	83,2690	2	0,7837	188,8600	204,0200	
SUM		392,1890	392,1890	SUM		390,9400	390,9400	0,62%
3	0,9485	0,0000	0,0000	3	1,1703	2,3967	1,4169	
4	1,8865	2,7203	1,4433	4	1,7891	3,9640	1,4347	
5	1,8865	1,4433	2,7203	5	1,9046	0,4889	3,4263	
6	2,9708	0,0000	0,0000	6	2,8773	1,1263	2,2875	
7	3,0125	10,6360	30,6690	7	2,9808	1,2255	9,2000	1,05%
8	3,0125	30,6690	10,6360	8	3,0451	27,5630	1,2035	1,08%

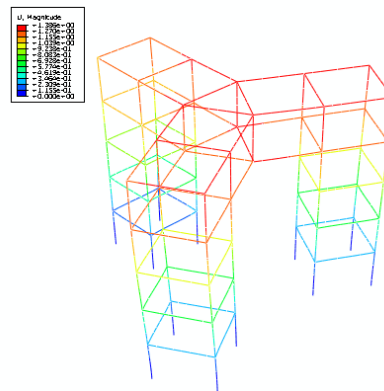
Πίνακας 4.3.2.2 : Αποτελέσματα δοκιμής 2

Εδώ παρατηρούμε ότι δεν είναι απαραίτητο ότι οι αντίστοιχες ιδιομορφές των δύο μοντέλων θα βρίσκονται στην ίδια θέση. Για παράδειγμα εδώ, η 8^η ιδιομορφή κατά y του ολικού μοντέλου αντιστοιχεί με την 7^η ιδιομορφή του μοντέλου με υποφορείς. Αυτό συμβαίνει γενικά συχνά, και κυρίως όσο μεγαλώνουν τα προς μελέτην μοντέλα όπου αυξάνονται και οι προκύπτουσες ιδιομορφές.

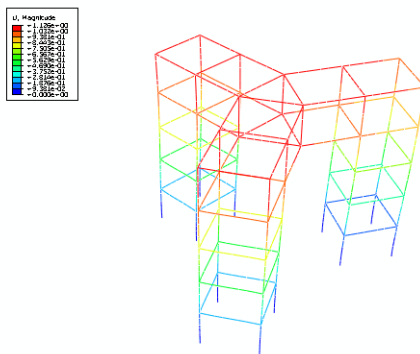
➤ Σύγκριση σχημάτων σημαντικών ιδιομορφών (σε αντιστοιχία)



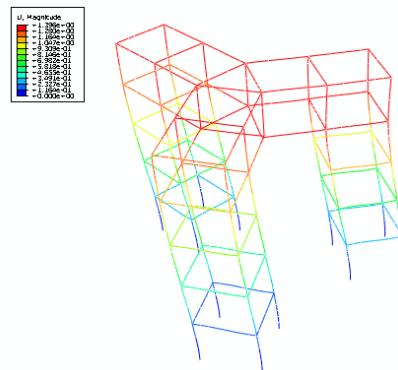
Εικόνα 4.3.2.1 : Ιδιομορφή 1 ολικού φορέα



Εικόνα 4.3.2.2 : Ιδιομορφή 1 υποφορέα



Εικόνα 4.3.2.3 : Ιδιομορφή 2 ολικού φορέα



Εικόνα 4.3.2.4 : Ιδιομορφή 2 υποφορέα

4.3.2.2 Παραλλαγή 2^η – Fixed interface

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας λύνεται ως κανονικός φορέας με πάκτωση στους κόμβους σύνδεσης του με το έδαφος αλλά και με τους άλλους υποφορείς και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Κρατάμε τις ιδιομορφές (τιμές και σχήματα). Η διαδικασία αυτή κατατάσσεται στις fixed interface γιατί από τους β.ε. που θα διατηρήσουμε στο επόμενο βήμα ενεργούς, σ αυτό το βήμα τους δεσμεύσαμε όλους. Τα αποτελέσματα που αφορούν τον υποφορέα φαίνονται παρακάτω.

- Μάζα : 154.4774
- Αριθμός κόμβων : 983
- Αριθμός στοιχείων : 334
- Βαθμοί ελευθερίας : 1890
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ			
i	f(i)	m _x	m _y
1	1,6821	0,0000	114,23
2	3,1359	68,7870	1,73E-23
3	3,1571	0,0000	4,9394
4	3,8343	0,0000	1,5735
5	5,4930	0,0000	3,8608
6	5,7697	0,0000	5,207
7	6,6247	0,0399	2,50E-29
8	7,1226	0,0000	5,74E-02
9	7,8394	0,0000	1,9402
10	8,0123	0,0000	1,0581

Πίνακας 4.3.1.1 : Αποτελέσματα υποφορέα δοκιμής 2

- STEP 2 : Σ αυτό το βήμα ο φορέας λύνεται κανονικά σαν υποφορέας και ορίζονται retained οι πάνω και κάτω κόμβοι σύνδεσης του καθώς και οι 10 ιδιομορφές του, που ζητήθηκαν στο προηγούμενο βήμα.

Η υπόλοιπη διαδικασία σύνθεσης και ανάλυσης του τελικού μοντέλου μένει ως έχει. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

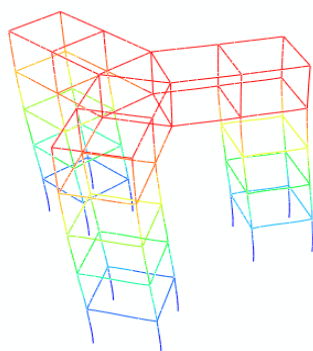
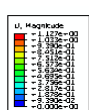
- Μάζα : 463.4323 – **463.4323**
- Αριθμός κόμβων : 53 - **2943**
- Αριθμός στοιχείων : 3 - **1002**
- Βαθμοί ελευθερίας : 168 - **5634**

➤ Σημαντικές ιδιομορφές :

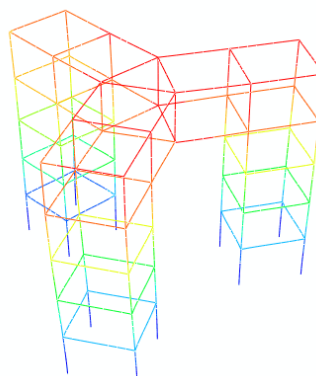
ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 3 ^η				ERROR
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i)
1	0,7789	83,2690	308,9200	1	0,7802	202,0800	187,8800	
2	0,7789	308,9200	83,2690	2	0,7837	188,8600	203,8600	
SUM		392,189	392,189	SUM		390,94	390,94	0,32%
3	0,9485	0,0000	0,0000	3	1,1703	2,3967	1,4185	
4	1,8865	2,7203	1,4433	4	1,7891	3,9640	1,4272	
5	1,8865	1,4433	2,7203	5	1,9046	0,4889	3,3882	
6	2,9708	0,0000	0,0000	6	2,8773	1,1263	2,2626	
7	3,0125	10,6360	30,6690	7	2,9808	1,2255	9,2012	1,05%
8	3,0125	30,6690	10,6360	8	3,0451	27,5630	1,2213	1,08%

Πίνακας 4.3.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 2

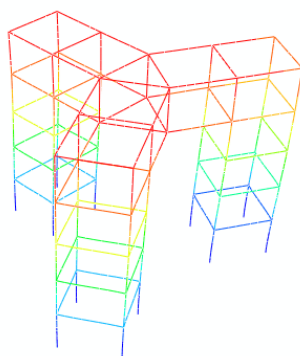
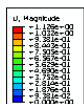
➤ Σύγκριση σχημάτων σημαντικών ιδιομορφών (κατ'αντιστοιχία)



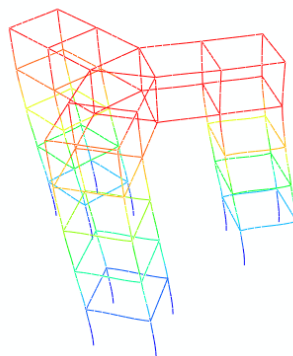
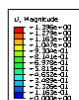
Εικόνα 4.3.2.1 : Ιδιομορφή 1 ολικού φορέα



Εικόνα 4.3.2.2 : Ιδιομορφή 1 υποφορέα



Εικόνα 4.3.2.3 : Ιδιομορφή 2 ολικού φορέα



Εικόνα 4.3.2.4 : Ιδιομορφή 2 υποφορέα

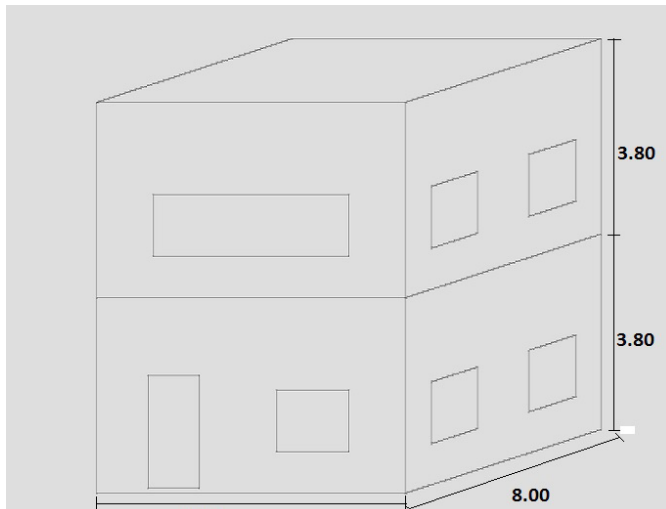
5

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3⁰

ΔΙΩΡΟΦΟ ΚΤΗΡΙΟ ΤΟΙΧΟΠΟΙΑΣ ΜΕ ΠΑΤΩΜΑ ΑΠΟ Ο.Σ.

5.1 Ολικός φορέας

5.1.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 5.1.1.1 : Ολικός φορέας

- Διώροφο κτήριο από τοιχοποιία με πάτωμα Ο.Σ. : ύψος ορόφου 3.80m, κάτοψη 6x8m
- Υλικά: Τοιχοποιία : $E=1.2\text{GPa}$, $\rho=2,2\text{Mgr/m}^3$
Πάτωμα : $E=21\text{GPa}$, $\rho=2.5\text{Mgr/m}^3$
Διατομή: Τοιχοποιίας: 3D shell, $t= 0.5\text{m}$
Πατώματος: 3D shell, $t= 0.15\text{m}$

- Κτήριο πακτωμένο στη βάση ($U_1=0, U_2=0, U_3=0$)
- Δίκτυο: seed 0.3
- Εύρεση 10 πρώτων ιδιομορφών, τριαξονικός σεισμός.

5.1.2 Επίλυση με Abaqus

5.1.2.1 Φασματική ανάλυση ιδιομορφών

Το κτήριο σχεδιάζεται σε part 3D – shell, ορίζονται οι διατομές και τα υλικά του και μπαίνουν οι συνοριακές συνθήκες ($U_1=U_2=U_3=0$). Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται στο mesh, με 0.3 και στην εντολή Step ορίζονται οι τύποι φόρτισης. Το μοντέλο υποβάλλεται σε πρώτη φάση σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών. Επιλύεται με τον αλγόριθμο Lanczos, όπου ζητήθηκε η εύρεση των ιδιομορφών του συστήματος μέχρι 25Hz. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης προέκυψε ότι σημαντικές για το μοντέλο αυτό είναι οι 16 πρώτες ιδιομορφές και για τις δύο οριζόντιες διευθύνσεις . Παρακάτω τίθενται τα αποτελέσματα που αφορούν τα γενικά στοιχεία της ανάλυσης και τις σημαντικές αυτές ιδιομορφές μαζί με 3 ενδεικτικά σχήματα.

- Μάζα : 246.1880
- Αριθμός κόμβων : 3690
- Αριθμός στοιχείων : 3631
- Βαθμοί ελευθερίας : 22140
- Σημαντικές ιδιομορφές :

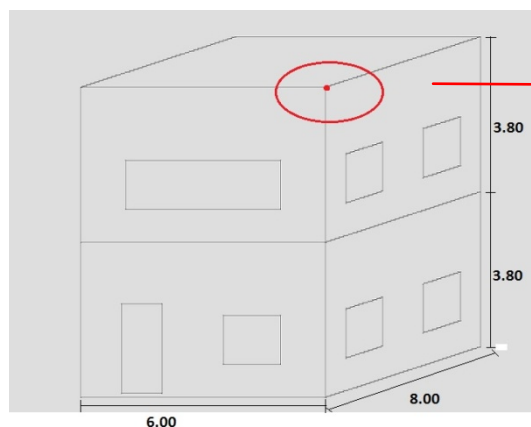
ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			
i	f(i)	m _x	m _y
1	6,2134	173,8800	0,0005
2	7,3171	0,0140	0,0522
3	10,5120	6,3269	0,0002
4	12,1570	0,0002	11,5080
5	13,8270	0,0002	42,4790
6	16,2510	32,3650	0,0007
7	18,2880	0,0024	0,9231

8	18,8380	0,3178	0,0002
9	19,0840	0,0004	0,0796
10	20,5410	0,0017	2,6429
11	21,5160	0,0001	17,1680
12	21,8900	0,0015	13,9920
13	22,3590	0,0000	100,0100
14	22,7760	0,5452	0,1147
15	24,1090	0,0000	0,5509
16	24,4200	0,0091	4,5011

Πίνακας 5.1.2.1.1 : Αποτελέσματα ολικού φορέα

5.1.2.2 Τριαξονικός Σεισμός

Σε αυτό το βήμα επιβάλλεται στο κτήριο ένας τριαξονικός σεισμός (modal dynamic). Με την επιλογή amplitude ορίζουμε τις χρονοιστορίες του σεισμού στις τρεις διευθύνσεις και ζητάμε επιτάχυνση και μετακίνηση. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ορίσαμε ένα σημεία μελέτης, στο άκρο της πλάκας της ψηλότερης οροφής.



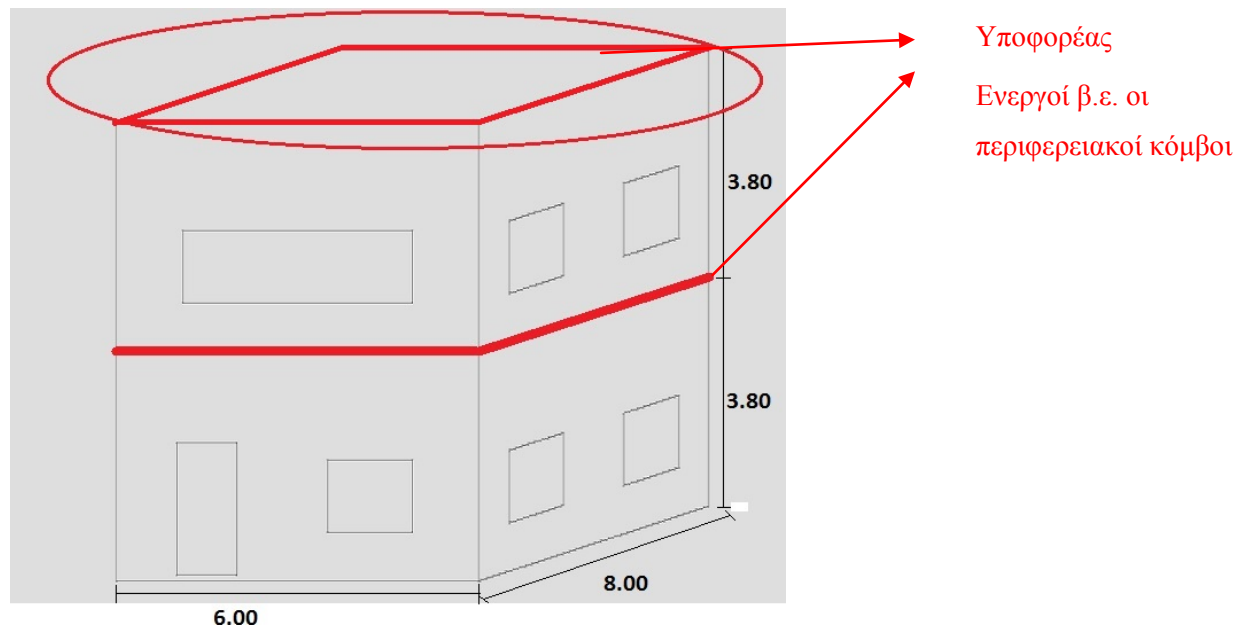
Σημείο μελέτης
Εύρεση A_1, A_2, U_1

Σχήμα 5.1.2.2.1 : Σημείο εύρεσης επιτάχυνσης και μετακίνησης

Τα αποτελέσματα θα ελεγχθούν παρακάτω με τα αντίστοιχα της μεθόδου των υποφορέων. Ο σεισμός θα ελεγχθεί μόνο στη δοκιμή που έβγαλε τα καλύτερα αποτελέσματα στη φασματική ανάλυση.

5.2 Δοκιμή 1^η – Δοκιμή Gyuan

5.2.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 5.2.1.1 : Υποφορέας δοκιμή 1

Ως υποφορείς θεωρούνται οι δύο πλάκες, ορόφου και ισογείου. Στην πρώτη δοκιμή ως retained θεωρούνται οι περιμετρικοί βαθμοί ελευθερίας και όλη η υπόλοιπη πλάκα συμπυκνώνεται. Ο υποφορέας μορφώνεται με διατομές, υλικά και διακριτοποίηση όπως και ο ολικός φορέας.

5.2.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Ακολουθείται η γνωστή διαδικασία. Ο υποφορέας κατασκευάζεται στο ‘Substructure generation’ με διατομές, υλικά και διακριτοποίηση όπως ο ολικός φορέας.

Για την μόρφωση του τελικού μοντέλου ο υποφορέας καλείται μέσα δύο φορές (μία για κάθε όροφο), και συνδέεται με την το υπόλοιπο μοντέλο με την εντολή tie. Η κατασκευή υπόκειται σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών όπου ζητούνται οι ιδιομορφές μέχρι 25Hz. Τα αποτελέσματα

της ανάλυσης φαίνονται παρακάτω και δίνεται κ εδώ ενδεικτικά η σύγκριση 3 σχημάτων.

- Μάζα : 246.1880
- Αριθμός κόμβων : 2828
- Αριθμός στοιχείων : 2551
- Βαθμοί ελευθερίας : 16968
- Σημαντικές ιδιομορφές :

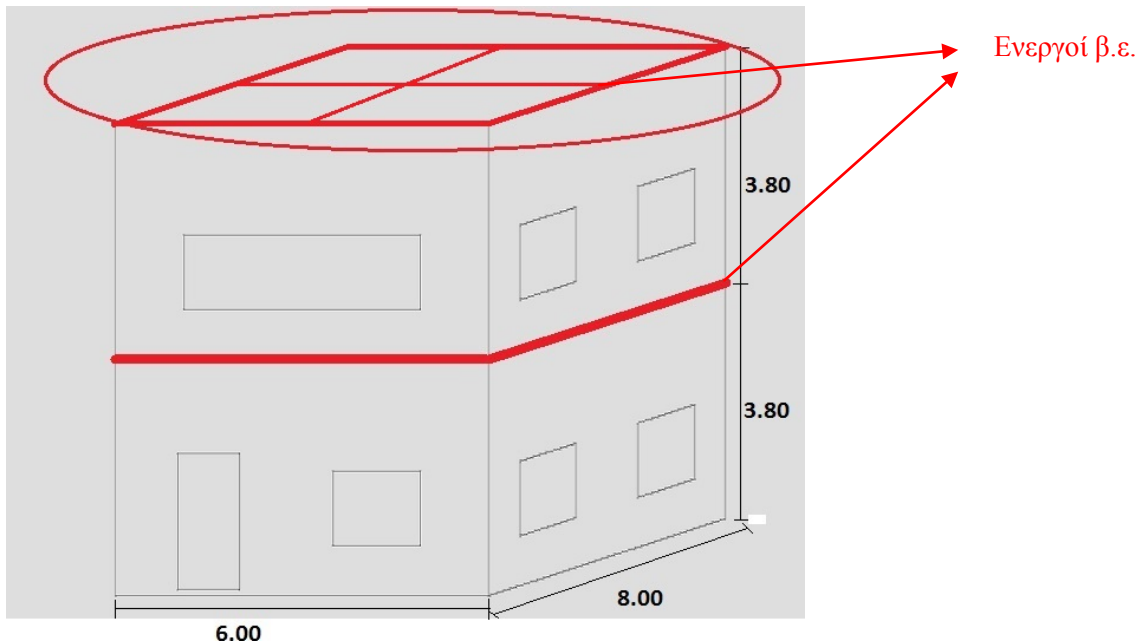
ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 1 ^η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	6,2134	173,8800	0,0005	1	6,5344	14,8540	0,0137		
2	7,3171	0,0140	0,0522	2	11,4170	0,2669	0,0520		
3	10,5120	6,3269	0,0002	3	15,0560	0,3008	0,0242		
4	12,1570	0,0002	11,5080	4	19,4630	20,9910	4,0874		
5	13,8270	0,0002	42,4790	5	19,9790	0,6206	0,0000		
6	16,2510	32,3650	0,0007	6	21,4260	0,0639	18,0790		
7	18,2880	0,0024	0,9231	7	22,6670	1,2140	2,6020		
8	18,8380	0,3178	0,0002	8	23,4620	1,0490	14,6690		
9	19,0840	0,0004	0,0796	9	24,2950	3,3209	64,7400		
10	20,5410	0,0017	2,6429	10	24,6720	61,3360	0,0322		
11	21,5160	0,0001	17,1680	11					
12	21,8900	0,0015	13,9920	12					
13	22,3590	0,0000	100,0100	13					
14	22,7760	0,5452	0,1147	14					
15	24,1090	0,0000	0,5509	15					
16	24,4200	0,0091	4,5011	16					

Πίνακας 5.2.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 1

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα έχουν τεράστια απόκλιση οπότε κ ο υπολογισμός σφάλματος δεν έχει νόημα.

5.3 Δοκιμή 3^η – CMS (mode addition)

5.3.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 5.3.1.1 : Υποφορέας δοκιμής 2

Στον υποφορέα προστίθενται μερικοί επιπλέον φυσικοί βαθμοί ελευθερίας, οι οποίοι δεν είναι απαραίτητοι για την σύνδεση του με το υπόλοιπο κτήριο. Διατομές, υλικά και διακριτοποίηση μένουν ως έχουν.

5.3.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι ακριβώς η ίδια. Ορίζονται ως retained οι περιφερειακοί κόμβοι σύνδεσης συν τους πρόσθετους που επιλέξαμε στο κέντρο της πλάκας.

Όπως και πριν ο υποφορέας θα κληθεί μέσα 2 φορές και η σύνδεση του θα γίνει μέσω της εντολής tie. Στην κατασκευή επιβάλλουμε φασματική ανάλυση ιδιομορφών, για την εύρεση των ιδιομορφών μέχρι 25Hz. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται παρακάτω, καθώς και η σύγκριση των σχημάτων με τα αντίστοιχα του ολικού φορέα.

- Μάζα : 246.1880
- Αριθμός κόμβων : 1134
- Αριθμός στοιχείων : 877
- Βαθμοί ελευθερίας : 6804

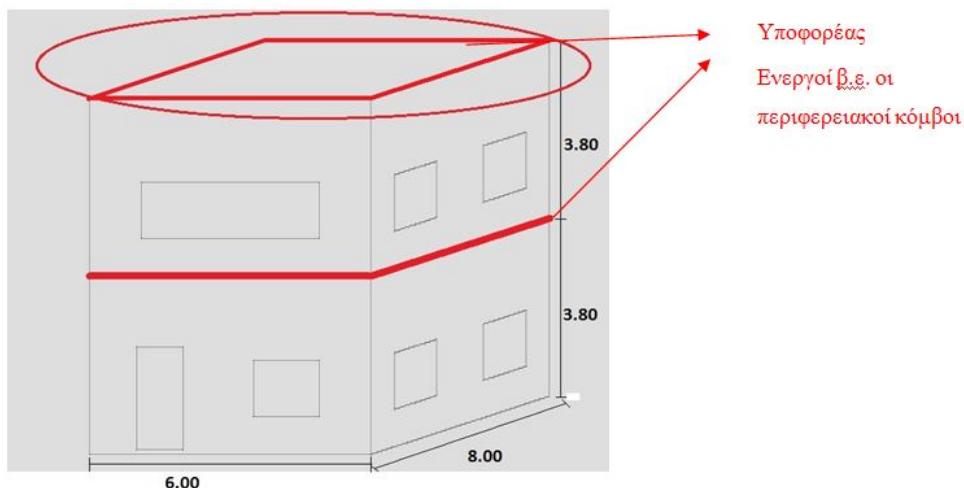
➤ Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 2 ^η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	6,2134	173,8800	0,0005	1	8,1683	207,9700	0,0017	31,46%	
2	7,3171	0,0140	0,0522	2	8,6827	0,1364	0,0033		
3	10,5120	6,3269	0,0002	3	14,8160	0,1606	28,0380		
4	12,1570	0,0002	11,5080	4	16,9160	1,0930	0,0261		
5	13,8270	0,0002	42,4790	5	20,1860	0,5999	11,8360		
6	16,2510	32,3650	0,0007	6	20,2850	2,6527	10,4770		
7	18,2880	0,0024	0,9231	7	21,7380	0,0379	16,0970		
8	18,8380	0,3178	0,0002	8	22,0480	0,3608	136,2100		
9	19,0840	0,0004	0,0796	9	24,2050	1,0994	1,5522		
10	20,5410	0,0017	2,6429	10					
11	21,5160	0,0001	17,1680	11					
12	21,8900	0,0015	13,9920	12					
13	22,3590	0,0000	100,0100	13					
14	22,7760	0,5452	0,1147	14					
15	24,1090	0,0000	0,5509	15					
16	24,4200	0,0091	4,5011	16					

Πίνακας 5.3.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 2

5.4 Δοκιμή 3^η - CMS(retained eigenfrequencies)

5.4.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 5.4.1.1 : Υποφρέας δοκιμή 3

Εδώ έχουμε τον ίδιο υποφρέα με την πρώτη δοκιμή, με τη διαφορά ότι εδώ θα επιλυθεί σε 2 βήματα. Διατομές, υλικά και διακριτοποίηση όπως και στον ολικό φορέα.

5.4.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

5.4.2.1 Φασματική ανάλυση ιδιομορφών

Πραγματοποιείται ανάλυση του υποφορέα σε 2 βήματα.

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας λύνεται ως κανονικός φορέας με πάκτωση στους κόμβους σύνδεσης του με το κτήριο και ζητούνται οι 10 πρώτες ιδιομορφές. Κρατάμε τις ιδιομορφές (τιμές και σχήματα). Η διαδικασία αυτή κατατάσσεται στις fixed interface γιατί από τους β.ε. που θα διατηρήσουμε στο επόμενο βήμα ενεργούς, σ αυτό το βήμα τους δεσμεύσαμε όλους.
- STEP 2 : Σ αυτό το βήμα ο φορέας λύνεται κανονικά σαν υποφορέας και ορίζονται retained οι περιφερειακοί κόμβοι σύνδεσης του καθώς και οι 10 ιδιομορφές του, που ζητήθηκαν στο προηγούμενο βήμα.

Η υπόλοιπη διαδικασία σύνθεσης και ανάλυσης του τελικού μοντέλου μένει ως έχει. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

- Μάζα : 246.1880
- Αριθμός κόμβων : 1144
- Αριθμός στοιχείων : 878
- Βαθμοί ελευθερίας : 6664
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΟΚΛΗΡΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ-ΔΟΚΙΜΗ 3 ⁿ					
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	6,2134	173,8800	0,0005	1	7,8944	202,1600	0,0020		
2	7,3171	0,0140	0,0522	2	8,2622	4,0208	0,0016		
3	10,5120	6,3269	0,0002	3	12,4390	0,1893	0,2618		
4	12,1570	0,0002	11,5080	4	13,6620	0,0188	36,7300		
5	13,8270	0,0002	42,4790	5	14,3370	0,0498	14,2320		
6	16,2510	32,3650	0,0007	6	15,3330	0,0154	1,3218		
7	18,2880	0,0024	0,9231	7	19,5680	4,3563	1,0400		
8	18,8380	0,3178	0,0002	8	22,0200	0,0186	2,0964		
9	19,0840	0,0004	0,0796	9	22,3090	0,7422	7,7297		
10	20,5410	0,0017	2,6429	10	22,5640	0,0380	129,9200		
11	21,5160	0,0001	17,1680	11	23,1720	1,1386	3,4118		

12	21,8900	0,0015	13,9920	12	24,0180	0,5216	0,6176		
13	22,3590	0,0000	100,0100	13	24,7720	0,0164	0,0080		
14	22,7760	0,5452	0,1147	14					
15	24,1090	0,0000	0,5509	15					
16	24,4200	0,0091	4,5011	16					

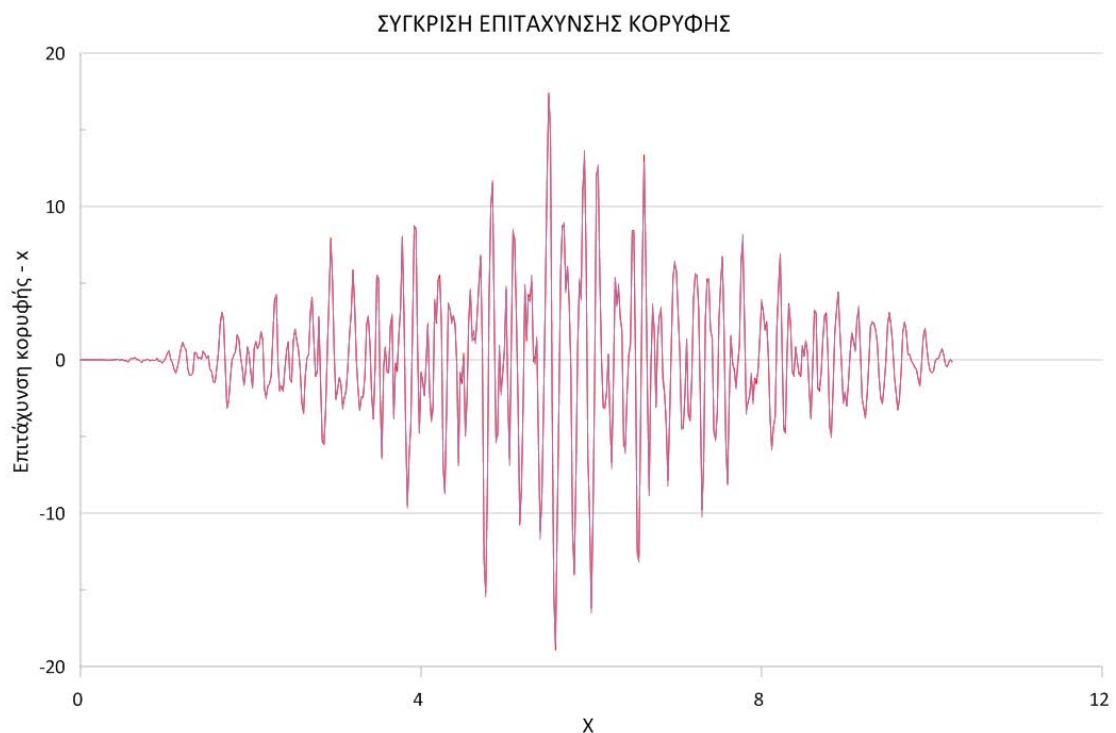
Πίνακας 5.4.2.1.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 3

5.4.2.2 Τριαξονικός σεισμός

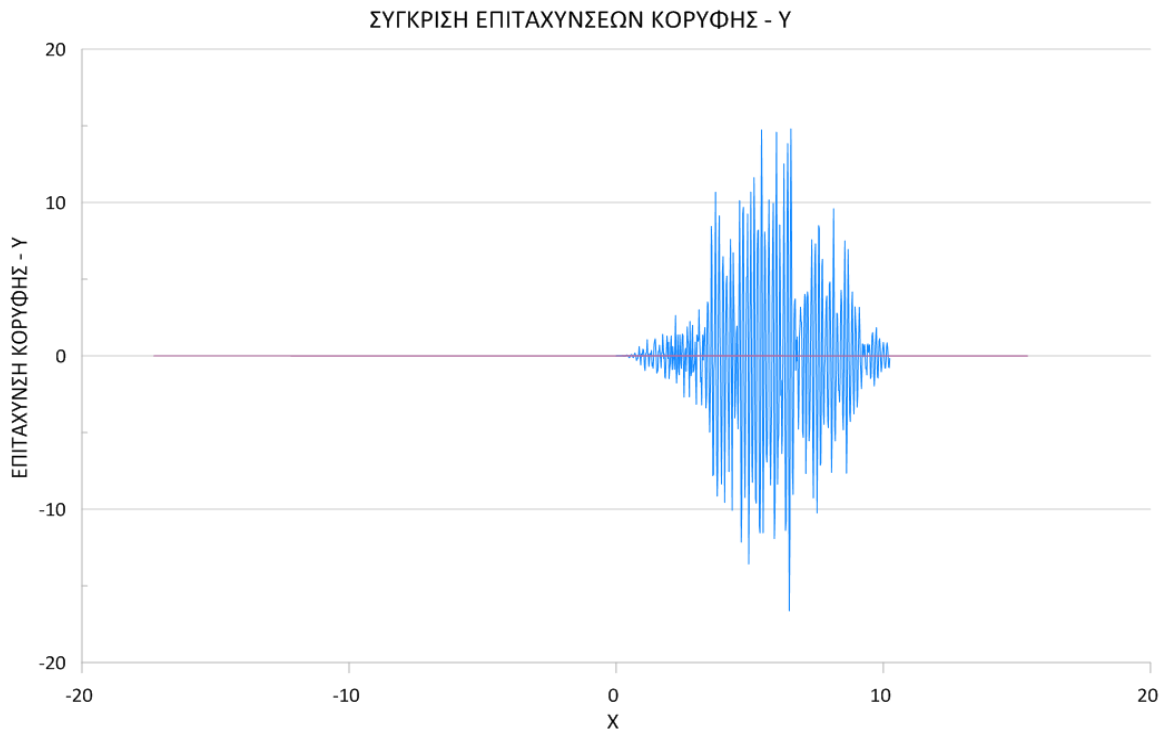
Η τελευταία δοκιμή είναι αυτή που έβγαλε τα καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τα αντίστοιχα του ολικού φορέα. Για αυτό και η σύγκριση των αποτελεσμάτων του σεισμού σε όρους επιτάχυνσης και μετακίνησης του κόμβου κορυφής θα γίνουν σε αυτή τη δοκιμή.

Η χρονιοιστορία του σεισμού επιβάλλεται κι εδώ ανά διεύθυνση και ζητούνται στον ίδιο κόμβο κορυφής οι επιταχύνσεις A_1 , A_2 των οριζόντιων διευθύνσεων και η μετακίνηση U_1 .

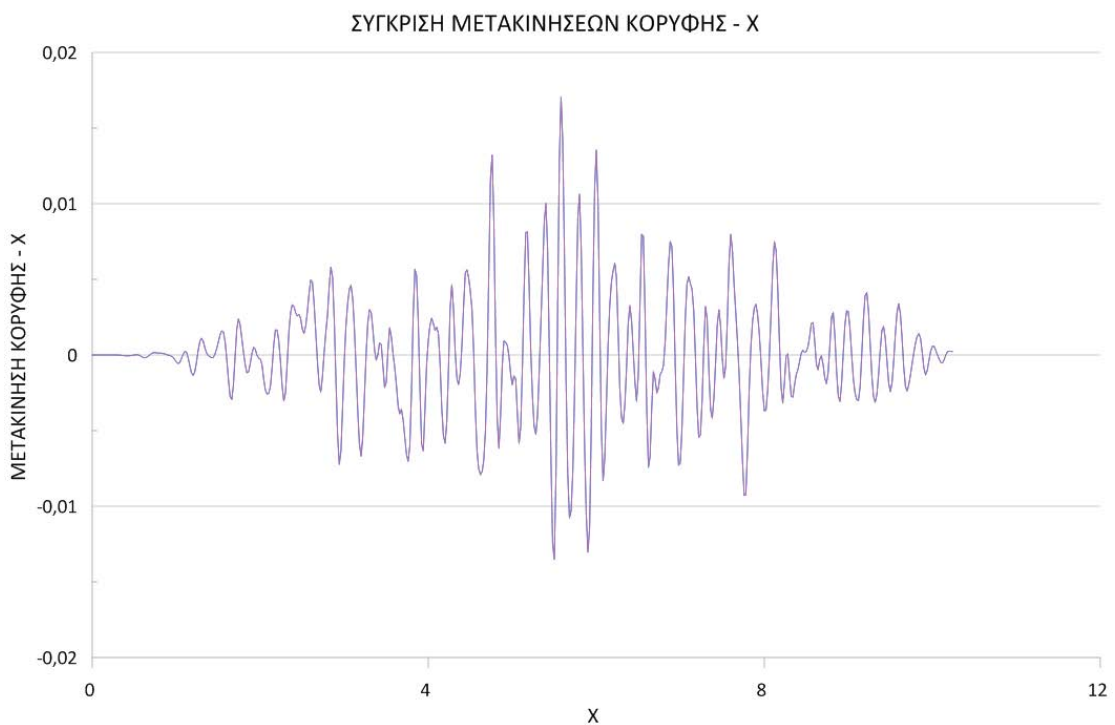
Η σύγκριση των αποτελεσμάτων γίνεται στα διαγράμματα παρακάτω. Σε κάθε διάγραμμα απεικονίζονται τα αποτελέσματα και των δύο δοκιμών, για αυτό το μέγεθος, με παραλληλία γραμμών.



Σχήμα 5.4.2.2.1 : Σύγκριση επιτάχυνσης κορυφής κατά x



Σχήμα 5.4.2.2 : Σύγκριση επιτάχυνσης κορυφής κατά y

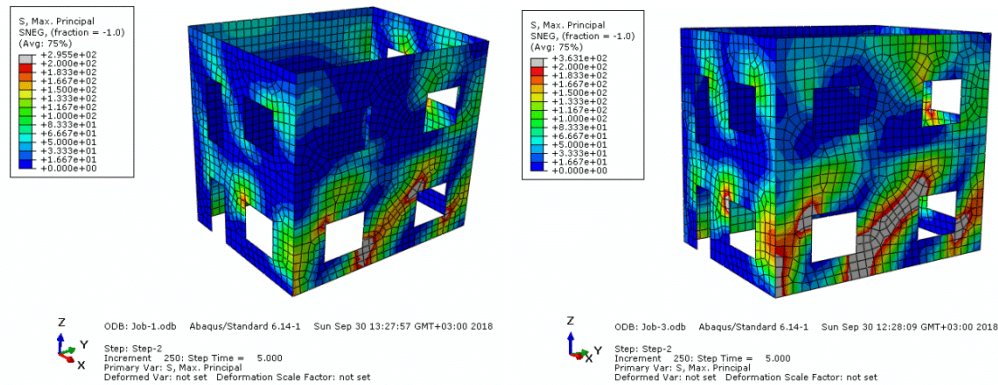


Σχήμα 5.4.2.3 : Σύγκριση μετακινήσεων κορυφής κατά x

Κάτι άλλο που επίσης αξίζει να σημειωθεί είναι η απεικόνιση τάσεων που έχει η κατασκευή σε δύο χρονικές στιγμές. Στα σχήματα παρακάτω φαίνεται η κατανομή των κυρίων τάσεων τη χρονική στιγμή $t=5\text{sec}$ και $t=5.2\text{sec}$. Ως άνω όριο ορίζεται η εφελκυστική αντοχή 0.2MPa

(200 kN/m²). Με γκρι χρώμα φαίνονται οι περιοχές όπου η κύρια εφελκυστική τάση ξεπερνά την εφελκυστική αντοχή. Από τα σχήματα παρατηρείται ότι η κατανομή των κυρίων τάσεων είναι αντίστοιχη αλλά όχι όμοια συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο επιλύσεων.

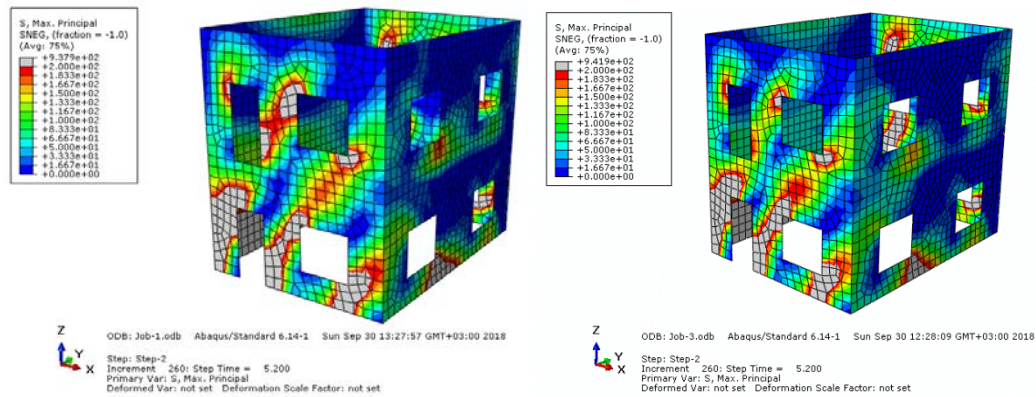
- Για t=5sec



Σχήμα 5.4.2.4 : Ολικός φορέας

Σχήμα 5.4.2.5 : Υποφορέας

- Για t=5.2sec



Σχήμα 5.4.2.6 : Ολικός φορέας

Σχήμα 5.4.2.7 : Υποφορέας

Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι δεν αρκεί οι ιδιοτιμές και οι ιδιομορφές να βγουν παραπλήσιες. Ακόμα και σε αυτή την περίπτωση μπορεί να υπάρχουν παρεκκλίσεις στα τελικά αποτελέσματα της κατασκευής. Συνεπώς σκοπός είναι να βρεθεί η κατάλληλη μέθοδος που να εξασφαλίζει ακρίβεια σε όλα τα αποτελέσματα

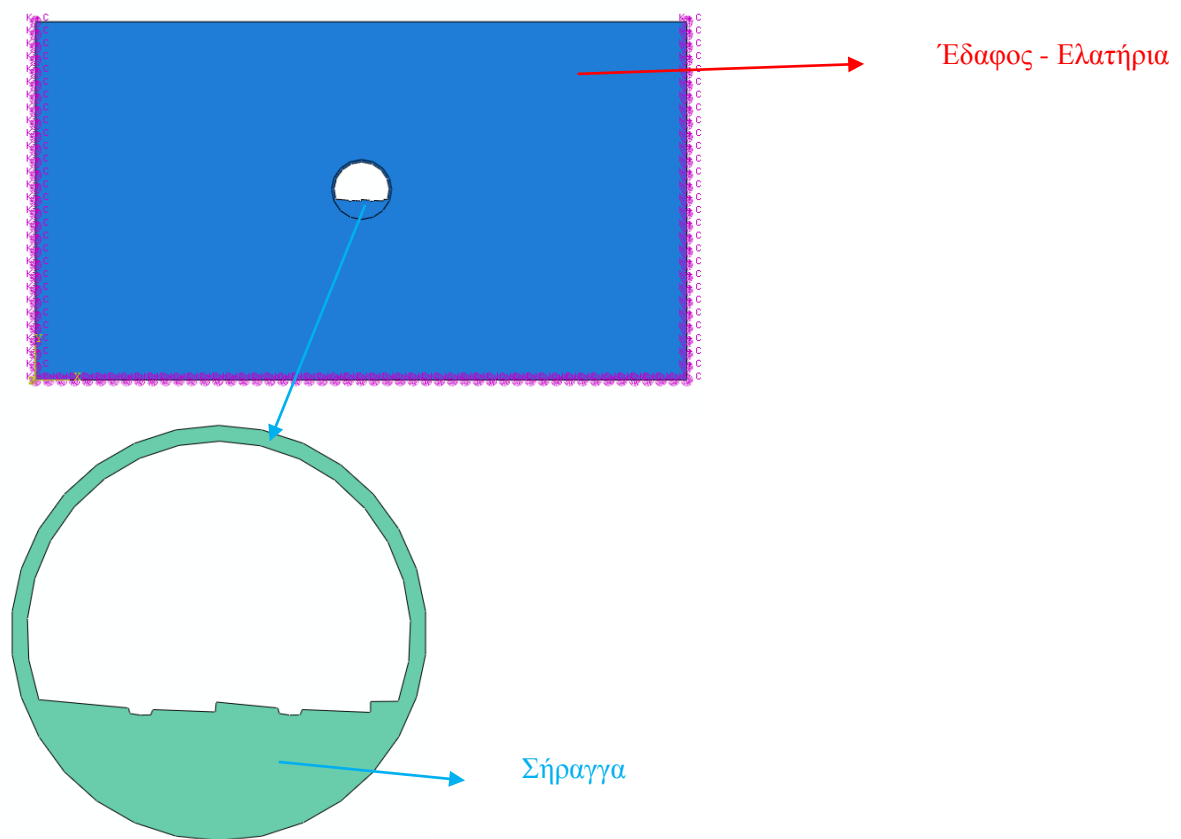
6

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4^ο

ΥΠΟΓΕΙΑ ΣΗΡΑΓΓΑ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ ΑΜΑΞΟΣΤΟΙΧΙΑΣ

6.1 Ολικός φορέας

6.1.1 Δεδομένα προβλήματος



Σχήμα 6.1.1.1 : Ολικός φορέας

- Φορέας 2D, επίπεδης έντασης
 - Διατομή : solid, t=0.7m
 - Υλικά : Έδαφος E=89GPa , $\rho =2.2\text{Mgr/m}^3$
Σήραγγα E=32GPa, $\rho=2.5\text{Mgr/m}^3$
 - Δίκτυο : 2 για το έδαφος και 0.2 για τη σήραγγα
 - Το έδαφος προσομοιώνεται με ελατήρια
- Διατμητικά S : K=500000, C=2000
- Κατακόρυφα P : K=800000, C=3740
- Εύρεση ιδιομορφών σε εύρος 9-225Hz.
 - Επιβολή κρουστικού φορτίου ανά συχνότητα

6.1.2 Επίλυση Abaqus

6.1.2.1 Φασματική ανάλυση ιδιομορφών

Το προσομοίωμα σχεδιάζεται σε part 2D – shell, ορίζονται οι διατομές και τα υλικά του και μπαίνουν οι συνοριακές συνθήκες (ελατήρια). Η διακριτοποίηση πραγματοποιείται στο mesh, με 2 για το έδαφος και 0.2 για τη σήραγγα και στην εντολή Step ορίζονται οι τύποι φόρτισης. Το μοντέλο υποβάλλεται σε πρώτη φάση σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών. Επιλύεται με τον αλγόριθμο Lanczos, όπου ζητήθηκε η εύρεση των ιδιομορφών του σε εύρος 9-225Hz. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν έδωσαν ένα πολύ μεγάλο πλήθος ιδιομορφών, γεγονός που περιμέναμε δεδομένου του φορέα. Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά οι 10 πρώτες ιδιομορφές του καθώς και το σχήμα της δεσπόζουσας ιδιομορφής ανά διεύθυνση.

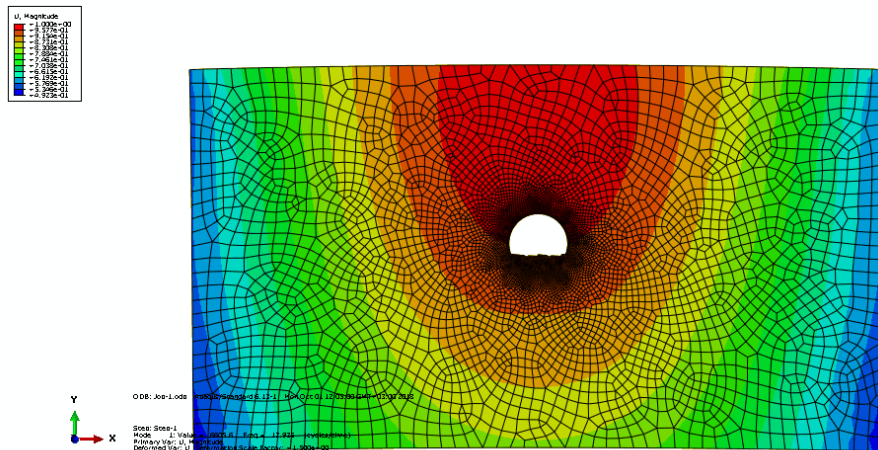
- Μάζα : 8410.569
- Αριθμός κόμβων : 6147
- Αριθμός στοιχείων : 6546

- Βαθμοί ελευθερίας : 12294
- Σημαντικές ιδιομορφές :

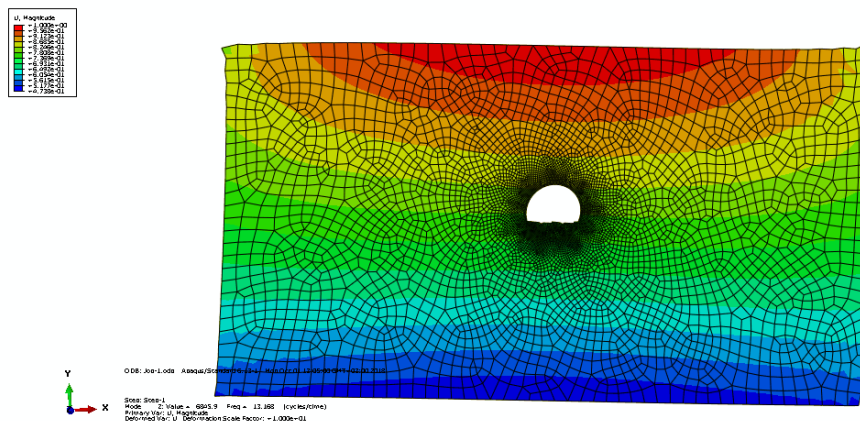
ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ			
i	f(i)	m_x	m_y
1	12,935	0,0007	8134,9000
2	13,168	7572,1000	0,0009
3	18,214	767,2200	0,0001
4	29,723	0,0000	234,4200
5	34,94	0,0009	15,0080
6	35,78	37,7800	0,0007
7	52,757	0,0010	1,2636
8	52,823	2,2673	0,0007
9	53,422	0,0000	0,1372
10	56,201	12,0620	0,0000

Πίνακας 6.1.2.1 : Αποτελέσματα ολικού φορέα

- Σχήματα σημαντικών ιδιομορφών :

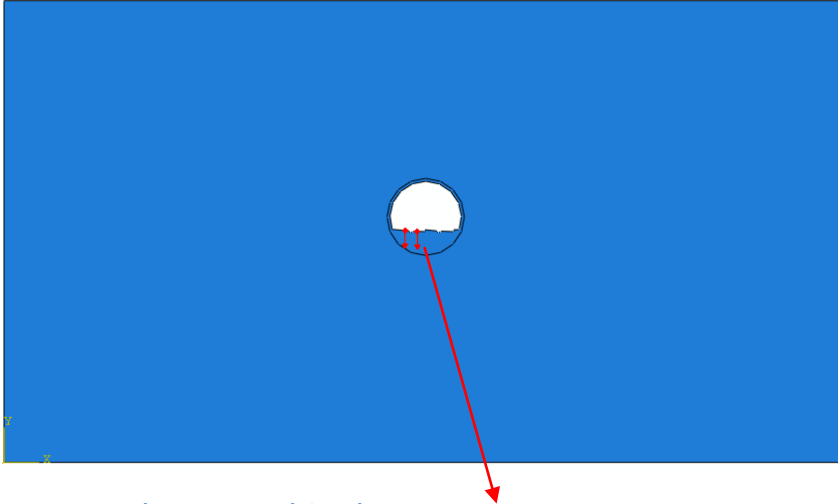


Εικόνα 6.1.2.1.1 : Ιδιομορφή 1



Εικόνα 6.1.2.2 : Ιδιομορφή 2

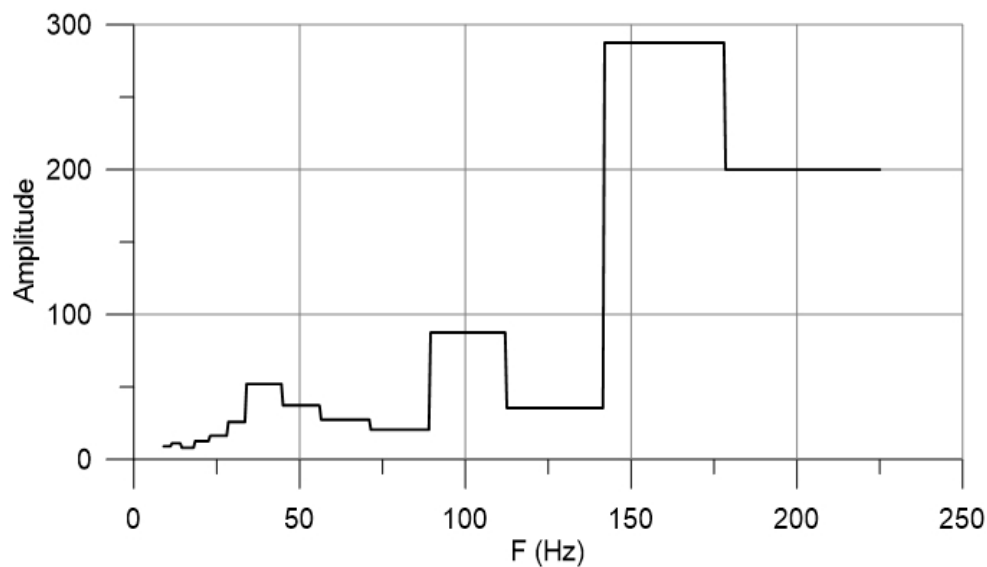
6.1.2.2 Κρουστικό φορτίο αμαξοστοιχίας ανά συχνότητα



Σχήμα 6.1.2.2.1 : Θέση κρουστικού φορτίου

Θέση κρουστικού φορτίου

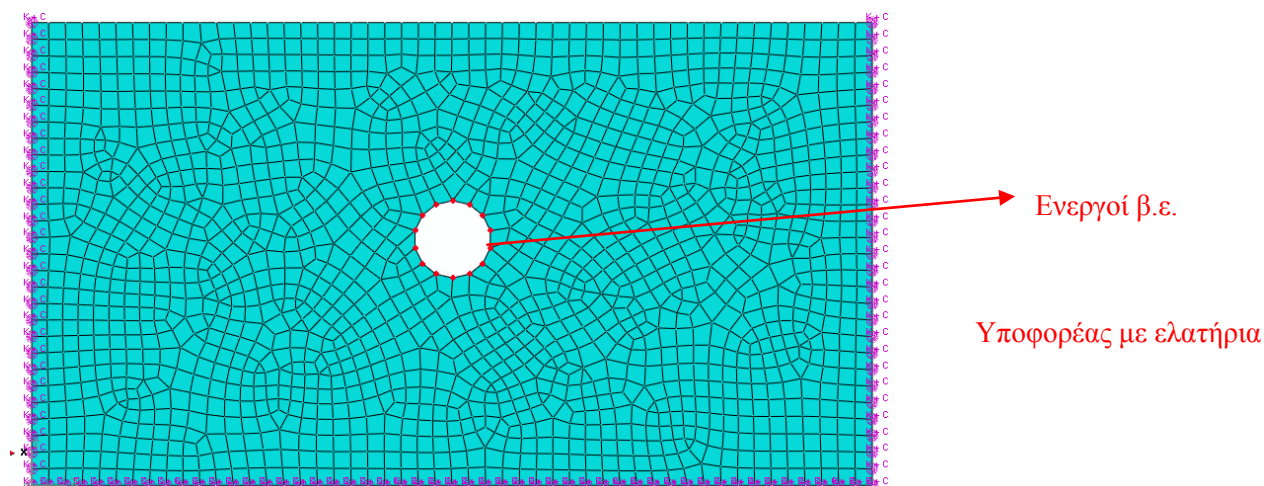
Στον φορέα επιβάλλεται μια κρουστική φόρτωση η οποία προσομοιάζει την δύναμη που ασκεί η αμαξοστοιχία όταν διέρχεται από το συγκεκριμένο σημείο. Το φορτίο είναι steady-state dynamics, modal και ορίζεται σε εύρος συχνοτήτων 9-225Hz και εύρος (amplitude) που δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.1.2.2.2 : Εύρος κρουστικού φορτίου

Το φορτίο δρα κατακόρυφα όπως φαίνεται στο σχήμα με σταθερά 0.001. Το ζητούμενο είναι η εύρεση της ταχύτητας V_2 κατά τον άξονα των y , γιατί σε αυτό τον άξονα δρα ουσιαστικά το φορτίο. Το σημείο μελέτης που μας ενδιαφέρει είναι το κέντρο των γραμμών της διερχόμενης αμαξοστοιχίας όπου και μελετήσαμε. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν θα τα δούμε συγκριτικά με τα αντίστοιχα που προέκυψαν από την δοκιμή με τους υποφορείς. Η φόρτιση αυτή επιλύθηκε μόνο στην δοκιμή που έδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα στη φασματική ανάλυση των ιδιομορφών.

6.2 Δοκιμή 1^η - Δοκιμή Gyuan



Σχήμα 6.2.1 : Υποφορέας δοκιμή 1

Ως υποφορέας θεωρείται το έδαφος μαζί με τα ελατήρια. Ενεργοί βαθμοί ελευθερίας παραμένουν οι κόμβοι σύνδεσης του εδάφους με την σήραγγα και ορίζονται ως retained. Ο υποφορέας καλείται μέσα και συνδέεται με την σήραγγα μέσω της εντολής tie. Το προσομοίωμα υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση ιδιομορφών της οποίας τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

- Μάζα : 8410.569
- Αριθμός κόμβων : 883
- Αριθμός στοιχείων : 744
- Βαθμοί ελευθερίας : 1766

➤ Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ - ΔΟΚΙΜΗ 1η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	12,935	0,0007	8134,9000	1	14,7690	0,0193	3480,3000		14,17%
2	13,168	7572,1000	0,0009	2	15,2950	4168,0000	0,0185	16,15%	
3	18,214	767,2200	0,0001	3	57,2250	1,0504	0,0000		
4	29,723	0,0000	234,4200	4	73,6940	1,4352	0,0000		
5	34,94	0,0009	15,0080	5	76,0350	0,0001	0,2769		
6	35,78	37,7800	0,0007	6	116,5500	0,0000	0,1429		
7	52,757	0,0010	1,2636	7	155,7700	0,0000	0,0000		
8	52,823	2,2673	0,0007	8	170,3200	0,0000	0,0000		
9	53,422	0,0000	0,1372	9	189,3700	0,0000	0,0000		
10	56,201	12,0620	0,0000	10	209,1100	0,0000	0,0003		

Πίνακας 6.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 1

6.3 Δοκιμή 2^η - CMS (free interface)

6.3.1 Δεδομένα προβλήματος

Ο ίδιος υποφορέας με την προηγούμενη δοκιμή. Η διαφορά εδώ είναι ότι επιλέγουμε και τις ιδιομορφές του υποφορέα σε εύρος 9-225 Hz ως retained. Διατομές, υλικά και διακριτοποίηση όπως και στα προηγούμενα.

6.3.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Ο υποφορέας επιλύεται σε δύο βήματα. Συγκεκριμένα :

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Σε πρώτο βήμα ο υποφορέας επιλύεται ως κανονικός φορέας χωρίς όμως συνοριακές συνθήκες. Για αρχή, δηλαδή, αρκούμαστε στα ελατήρια που υπολογίζονται μαζί με τον υποφορέα. Γίνεται ανάλυση για την εύρεση των ιδιομορφών στο επιθυμητό εύρος 9-225Hz και τα αποτελέσματα κρατούνται.

- STEP 2 : Σε δεύτερο στάδιο το έδαφος επιλύεται σαν υποφορέας και ορίζουμε ως retained όλες τις ιδιομορφές που ζητήσαμε στο προηγούμενο βήμα.

Στο τελικό μοντέλο ο υποφορέας εισάγεται και συνδέεται με τη σήραγγα μέσω του tie και η ολοκληρωμένη κατασκευή υποβάλλεται σε φασματική ανάλυση συχνοτήτων της οποίας τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

- Μάζα : 8410.569
- Αριθμός κόμβων : 1067
- Αριθμός στοιχείων : 744
- Βαθμοί ελευθερίας : 1950
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ - ΔΟΚΙΜΗ 2η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	12,935	0,0007	8134,9000	1	12,9360	0,0003	3389,4000		0,00%
2	13,168	7572,1000	0,0009	2	13,1680	4024,3000	0,0005	0,00%	
3	18,214	767,2200	0,0001	3	18,2120	114,2700	0,0081	0,00%	0,00%
4	29,723	0,0000	234,4200	4	29,7150	0,0001	77,0870		
5	34,94	0,0009	15,0080	5	34,9550	0,0010	1,1571	0,00%	
6	35,78	37,7800	0,0007	6	35,8280	0,1620	0,0015		0,00%
7	52,757	0,0010	1,2636	7	52,7740	0,0001	0,1646	0,00%	
8	52,823	2,2673	0,0007	8	52,7980	0,0002	0,0055		
9	53,422	0,0000	0,1372	9	53,4040	0,0000	6,5064		
10	56,201	12,0620	0,0000	10	56,1700	17,3770	0,0000	0,00%	

Πίνακας 6.3.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 2

6.4 Δοκιμή 3^η - CMS (fixed interface)

6.4.1 Δεδομένα προβλήματος

Υποφορέας παραμένει το έδαφος μαζί με τα ελατήρια και επιλύεται πάλι σε 2 βήματα με δέσμευση ιδιομορφών. Στη συγκεκριμένη δοκιμή, όμως, θα μούνε στο πρώτο βήμα και συνοριακές συνθήκες.

6.4.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

Ο υποφορέας λύνεται σε 2 βήματα με υπολογισμό και δέσμευση ιδιομορφών. Συγκεκριμένα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας επιλύεται ως κανονικός φορέας, αυτή τη φορά με συννοριακές συνθήκες τη πλήρη δέσμευση ($U_1=U_2=0$) των κόμβων σύνδεσης σήραγγας και εδάφους. Ζητούνται οι ιδιομορφές σε εύρος 9-225Hz και τα αποτελέσματα της ανάλυσης διατηρούνται για μετά.
- STEP 2 : Ο φορέας λύνεται κανονικά ως υποφορέας και ορίζονται ως retained οι κόμβοι σύνδεσης του με τη σήραγγα και οι όλες οι ιδιομορφές που ζητήθηκαν σε προηγούμενο βήμα.

Η σύνδεση υποφορέα με τον τελικό φορέα γίνεται μέσω του tie όπως σε όλες τις δοκιμές. Η τελική κατασκευή υπόκειται στην ίδια φόρτιση με πριν και προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα :

- Μάζα : 8410.569
- Αριθμός κόμβων : 1039
- Αριθμός στοιχείων : 722
- Βαθμοί ελευθερίας : 1898
- Σημαντικές ιδιομορφές :

ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ - ΔΟΚΙΜΗ 3η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	12,935	0,0007	8134,9000	1	12,9360	0,0003	3389,4000		0,00%
2	13,168	7572,1000	0,0009	2	13,1680	4024,3000	0,0005	0,00%	
3	18,214	767,2200	0,0001	3	18,2120	114,2700	0,0081		0,00%
4	29,723	0,0000	234,4200	4	29,7150	0,0001	77,0870		
5	34,94	0,0009	15,0080	5	34,9550	0,0010	1,1571	0,00%	
6	35,78	37,7800	0,0007	6	35,8280	0,1620	0,0015		
7	52,757	0,0010	1,2636	7	52,7740	0,0001	0,1646		
8	52,823	2,2673	0,0007	8	52,7980	0,0002	0,0055		
9	53,422	0,0000	0,1372	9	53,4040	0,0000	6,5064		
10	56,201	12,0620	0,0000	10	56,1700	17,3770	0,0000	0,00%	

Πίνακας 6.4.2.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 3

6.5 Δοκιμή 4^η - CMS (fixed interface - mode addition)

6.5.1 Δεδομένα προβλήματος

Κρατάμε τον ίδιο υποφορέα αλλά σε αυτή τη δοκιμή προσθέτουμε ως ενεργούς μερικούς επιπλέον φυσικούς βαθμούς ελευθερίας. Η επίλυση γίνεται πάλι σε 2 βήματα.

6.5.2 Επίλυση Abaqus με υποφορείς

6.5.2.1 Φασματική ανάλυση ιδιομορφών

Εδώ έχουμε έναν συνδυασμό των μεθόδων fixed interface και component mode addition).

Για τον υποφορέα :

- STEP 1 : Ο υποφορέας λύνεται ως κανονικός φορέας με πλήρη δέσμευση των βαθμών ελευθερίας των κόμβων σύνδεσης. Συγκεκριμένα ορίζουμε $U_1=U_2=0$ και πραγματοποιούμε φασματική ανάλυση συχνοτήτων με εύρος 9-225Hz.
- STEP 2 : Σε αυτό το βήμα, ο φορέας επιλύεται σαν υποφορέας αλλά στον ορισμό των retained βαθμών ελευθερίας προσθέτουμε μερικούς επιπλέον φυσικούς βαθμούς ελευθερίας, και συγκεκριμένα αυτούς που ορίζονται από τους περιφερειακούς κόμβους του εδάφους.

Η υπόλοιπη διαδικασία μένει ως έχει με τα παρακάτω αποτελέσματα.

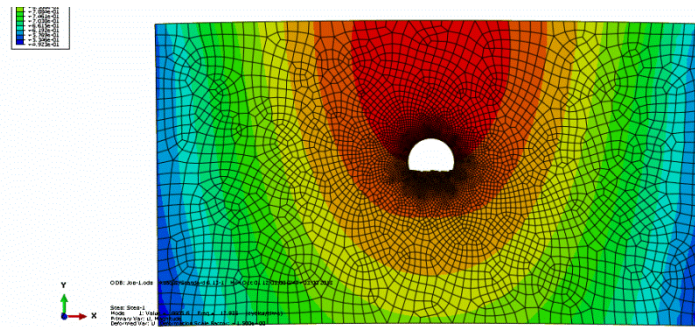
ΟΛΙΚΟΣ ΦΟΡΕΑΣ				ΥΠΟΦΟΡΕΑΣ - ΔΟΚΙΜΗ 4η				ERROR	
i	f(i)	m _x	m _y	i	f(i)	m _x	m _y	f(i) _x	f(i) _y
1	12,935	0,0007	8134,9000	1	12,9360	0,0000	8134,4000		0,00%
2	13,168	7572,1000	0,0009	2	13,1680	7569,9000	0,0000	0,00%	
3	18,214	767,2200	0,0001	3	18,2120	769,1300	0,0000	0,00%	
4	29,723	0,0000	234,4200	4	29,7160	0,0000	234,5400		0,00%
5	34,94	0,0009	15,0080	5	34,9550	0,0008	14,9060		0,00%
6	35,78	37,7800	0,0007	6	35,8290	37,6010	0,0009	0,00%	
7	52,757	0,0010	1,2636	7	52,7790	0,0567	1,1867		
8	52,823	2,2673	0,0007	8	52,7980	2,2115	0,0324		
9	53,422	0,0000	0,1372	9	53,4070	0,0000	0,1432		
10	56,201	12,0620	0,0000	10	56,1770	11,9390	0,0000		

Πίνακας 6.5.2.1.1 : Αποτελέσματα δοκιμής 4

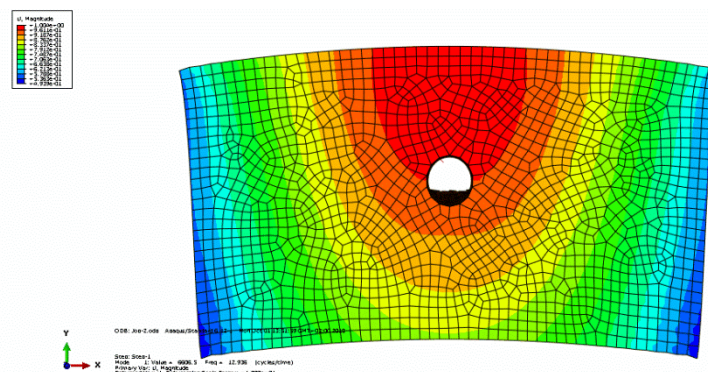
Στα αποτελέσματα αυτά διαπιστώνουμε ότι οι τιμές των δύο επιλύσεων είναι σχεδόν πανομοιότυπες. Αυτό σημαίνει ότι καταφέραμε να προσεγγίσουμε σε ικανοποιητικό βαθμό τις ιδιομορφές του ολικού μας φορέα.

➤ Σχήματα σημαντικών ιδιομορφών

Ιδιομορφή 1 :



Σχήμα 2 : 5.2.2.1 : Ολικός φορέας

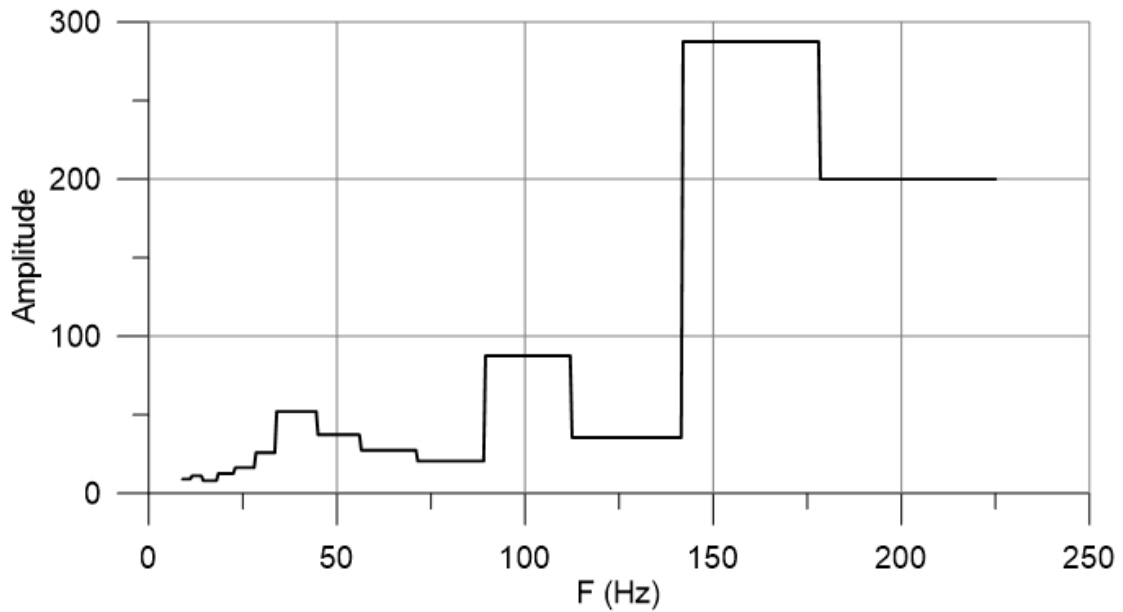


Σχήμα 5.2.2.2 : Υποφορέας

6.5.2.2 Κρουστικό φορτίο αμαξοστοιχίας

Τα αποτελέσματα της τελευταίας αυτής δοκιμής έχουν ελάχιστη απόκλιση από τα αντίστοιχα του ολικού φορέα. Για τον λόγο αυτό σε αυτό το μοντέλο κάναμε και μια ανάλυση του κρουστικού φορτίου της αμαξοστοιχίας.

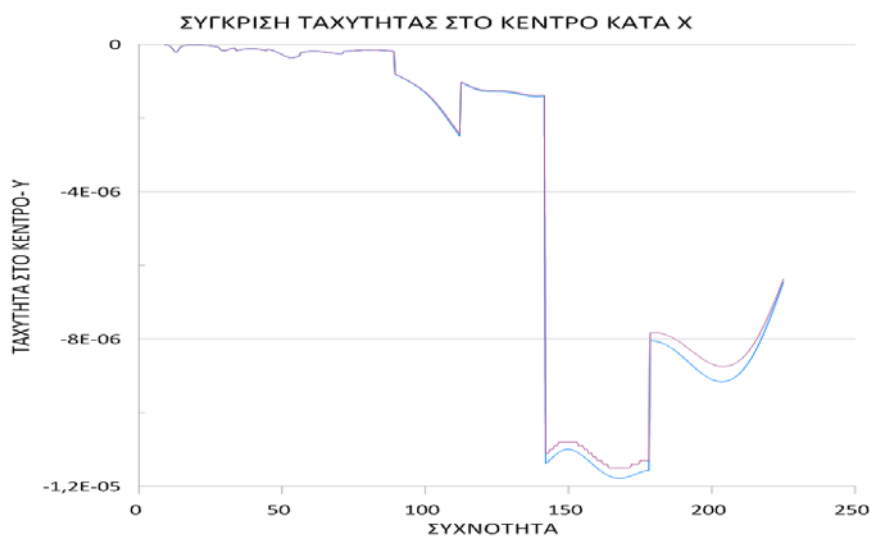
Όπως και στο αρχικό μοντέλο, στον ολοκληρωμένο φορέα επιβάλλεται μια κρουστική φόρτιση η οποία προσομοιάζει την δύναμη που ασκεί η αμαξοστοιχία όταν διέρχεται από το συγκεκριμένο σημείο. Το φορτίο είναι steady-state dynamics, modal και ορίζεται σε εύρος συχνοτήτων 9-225Hz και εύρος (amplitude) που δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 6.5.2.2.3 : Εύρος κρουστικού φορτίου

Το φορτίο δρα κατακόρυφα με σταθερά 0.001. Το ζητούμενο είναι η εύρεση της ταχύτητας V_2 κατά τον άξονα των y , γιατί σε αυτό τον άξονα δρα ουσιαστικά το φορτίο. Το σημείο μελέτης που μας ενδιαφέρει είναι το κέντρο των γραμμών της διερχόμενης αμαξοστοιχίας όπου και μελετήσαμε, στο ίδιο σημείο ακριβώς με τον ολικό φορέα.

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται συνολικά και από τις δύο επιλύσεις στο παρακάτω διάγραμμα και στο επόμενο εμφανίζεται το επι τοις εκατό ποσοστό του λάθους.



Σχήμα 6.5.2.4 : Σύγκριση ταχύτητας στο κέντρο



Σχήμα 6.5.2.5 : Ποσοστό λάθους ταχύτητας κορυφής

6.6 AMS

Όλα τα παραδείγματα τρέχουν τις φασματικές αναλύσεις με τον αλγόριθμο Lanczos. Στο ολικό μοντέλο αυτού του παραδείγματος πραγματοποιήθηκε και μια ανάλυση με τον αλγόριθμο AMS.

Εντοπίστηκε αισθητή διαφορά στον χρόνο επίλυσης. Με τον αλγόριθμο Lanczos η επίλυση διήρκεσε 8 λεπτά ενώ με τον αλγόριθμο AMS 3.5.

Τα αποτελέσματα δεν έχουν καμία διαφορά αφού πρόκειται για το ίδιο μοντέλο αλλά ο χρόνος επίλυσης αλλάζει σημαντικά. Σε κατασκευές μεγαλύτερης κλίμακας η διαφορά θα ήταν ακόμα σημαντικότερη.

7

ΤΕΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΝΟΨΗ

7.1 Σύνοψη διπλωματικής

Στη σύγχρονη εποχή, η μοντελοποίηση και η επίλυση μεγάλων κατασκευών πολλές φορές αποτελεί σημαντικό πρόβλημα για τους μελετητές-μηχανικούς καθώς απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό φόρτο και, τις περισσότερες φορές, πολύ χρόνο. Με την πάροδο των χρόνων έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι για τη βελτίωση της διαχείρισης αυτού του μεγάλου όγκου δεδομένων που προκύπτουν από τα έργα μεγάλης κλίμακας. Μία από αυτές είναι και η μέθοδος των υποφορέων, η οποία κερδίζει όλο και περισσότερη προσοχή τα τελευταία χρόνια. Στη παρούσα διπλωματική εργασία, προσπαθήσαμε να διερευνήσουμε και να αξιολογήσουμε αυτή τη μέθοδο σε κατασκευαστικά έργα που υποβάλλονται σε δυναμικές αναλύσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας μελετήθηκαν και αξιολογήθηκαν και τα συμπεράσματα που εξάχθηκαν συνοψίζονται παρακάτω.

7.2 Συμπεράσματα

Μελετήθηκαν τέσσερις μέθοδοι δυναμικής συμπίκνωσης.

- Μέθοδος Gyuan

Η συγκεκριμένη μέθοδος αποδείχθηκε ανεπαρκής για μελέτες δυναμικής ανάλυσης. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ιδιοσυχνότητες του συμπυκνωμένου συστήματος είναι πιο μεγάλες από αυτές του αρχικού. Αυτό έχει ως

αποτελέσματα τα αποτελέσματα που προκύπτουν μετά από μια δυναμική ανάλυση να εμφανίζουν μεγάλο ποσοστό απόκλισης και συνεπώς δεν είναι αποδεκτά. Βελτιώνεται με τη σωστή επιλογή των ενεργών κόμβων, σε συστήματα με χαμηλές ιδιοσυχνότητες, αλλά η ακρίβεια των ιδιοτιμών της πέφτει όσο αυξάνεται το πλήθος των ιδιοτιμών. Συνεπώς δεν είναι αποδεκτή για μεγάλα κατασκευαστικά έργα που υπόκεινται σε δυναμικά φορτία. Παρόλα αυτά αποτελεί μια πολύ ακριβή μέθοδο σε μελέτες στατικών φορτίων, καθώς η φύση του μητρώου μετασχηματισμού της είναι στατική.

- Επιλογή πρόσθετων φυσικών βαθμών ελευθερίας (mode addition)

Η μέθοδος Guyan βελτιώνεται αρκετά, αν εκτός από τους κόμβους σύνδεσης, διατηρηθούν ενεργοί και κάποιοι επιπλέον βαθμοί ελευθερίας, οι οποίοι δεν είναι απαραίτητοι για τη σύνδεση του υποφορέα με τον κύριο φορέα. Η εφαρμογή της μεθόδου στα διάφορα μοντέλα που μελετήσαμε έδειξε ότι μπορεί να βελτιώσει σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό τα αποτελέσματα των δοκιμών. Στα περισσότερα οι αποκλίσεις ήταν πολύ μικρές και τα αποτελέσματα αποδεκτά. Παρόλα αυτά στη συγκεκριμένη μέθοδο υπάρχει η δυσκολία επιλογής των σωστών βαθμών ελευθερίας που θα μείνουν ενεργοί. Αυτό σημαίνει ότι, σε κάθε κατασκευή η επιλογή αυτών των πρόσθετων βαθμών ελευθερίας διαφέρει ανάλογα με τα φορτία και τη γεωμετρία της. Συνεπώς, είναι δύσκολο να υπάρξει κάποιος κανόνας για την επιλογή αυτών των πρόσθετων βαθμών ελευθερίας, που συνιστούν την επιτυχία της μεθόδου.

- Δεσμευμένες Ιδιομορφές (retained eigenfrequencies)

Από τις τρεις μεθόδους αυτή είναι η πιο αποτελεσματική. Τα αποτελέσματα των δοκιμών έβγαζαν ελάχιστα έως μηδενικά ποσοστά λάθους όχι μόνο στις ιδιοτιμές αλλά και στα σχήματα των ιδιομορφών, καθώς και στο σεισμικό και κρουστικό φορτίο. Το πρόβλημα εδώ είναι

ότι η μέθοδος αυτή είναι αρκετά πιο χρονοβόρα υπολογιστικά, καθώς η εύρεση των ιδιομορφών του υποφορέα απαιτεί αρκετό υπολογιστικό χρόνο και χώρο. Επίσης πρέπει να ξέρουμε ποιες ιδιομορφές του υποφορέα επηρεάζουν τη συνολική δυναμική απόκριση της ολικής κατασκευής για να μπορέσουμε να αποφασίσουμε ποιες ιδιομορφές θα δεσμεύσουμε. Συνεπώς, παρότι είναι πολύ αποτελεσματική σε μέθοδος παρουσιάζει κι αυτή δυσκολίες στην εφαρμογή της που την καθιστούν δύσχρηστη.

- **Automatic Multilevel Substructuring (AMS)**

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος εφαρμόστηκε στο τελευταίο προσομοίωμα, που είχε και την μεγαλύτερη υπολογιστικά απαίτηση. Τα αποτελέσματα είναι θεαματικά ακριβή ενώ ο υπολογιστικός χρόνος μειώνεται περίπου στο 1/3. Από τις υπόλοιπες μεθόδους αυτή μόνο συνδυάζει ακρίβεια στα αποτελέσματα και σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου. Παρόλα αυτά δεν δίνει τη δυνατότητα απομόνωσης των επί μέρους κομματιών μιας κατασκευής πράγμα που δεν είναι εύχρηστο για κατασκευές μεγάλης κλίμακας, που απαιτούν ταυτόχρονες μελέτες από πολλές ομάδες μηχανικών.

Καταλήγουμε, λοιπόν, πως στον τομέα της δυναμικής ανάλυσης, προς το παρόν, η μέθοδος των υποφορέων δεν είναι αξιόπιστα εφαρμόσιμη καθώς υπάρχουν ακόμα πολλοί παράγοντες, που δεν έχουν διευκρινιστεί, που επηρεάζουν την εφαρμογή της.

7.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, η δυναμική συμπύκνωση με τη μέθοδο των υποφορέων, αποτελεί μέχρι στιγμής μια όχι και τόσο διαδεδομένη μέθοδο. Αποτελεί μια μέθοδο προσέγγισης των δυναμικών προβλημάτων, που ακόμα όμως παρουσιάζει αρκετά κενά.

Πριν μπορέσουμε να πούμε ότι αποτελεί εργαλείο για τις μελέτες δυναμικών συστημάτων, υπάρχουν θέματα που χρήζουν περαιτέρω μελέτης και έρευνας. Θα πρέπει να μελετηθεί εις βάθος η απόκριση των κατασκευών στα δυναμικά φορτία και των παραγόντων που την επηρεάζουν, ώστε να δοθεί μια πιο ασφαλής προσέγγιση. Η επίτευξη του παραπάνω θα αποσκοπούσε σε πολλά οφέλη στο τομέα της μηχανικής, ειδικά σε μια εποχή που η τεχνολογία συνεχώς εξελίσσεται., και είναι ένα πεδίο έρευνας, για το οποίο ήδη διαδραματίζονται έρευνες και μελέτες ακόμα και σήμερα, ωστόσο απαιτείται χρόνος για την ολοκλήρωση τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Leung -1979, International Journal for Numerical Methods in Engineering
- Flodén, Ola; Persson, Kent; Sandberg, Göran (2014), Reduction methods for the dynamic analysis of lightweight building structures
- Γεώργιος Δ. Μανώλης, Παναγιώτης Κ. Κολιόπουλος, Χρήστος Γ. Παναγιωτόπουλος, Δυναμική των κατασκευών
- Shun Weng, Wei Tian, Honping Zhu, Yong Xia, Fei Gao, Yaoting Zhang, Jiajing Li (2007), Dynamic condensation approach to calculation of structural responses and response sensitivities
- C.T.Dyka, R.P.Ingel, L.D.Flappen (1996), A new approach to dynamic condensation of FEM
- Paz Mario, Structural Dynamic Theory
- Abaqus 6.13 Manual