

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΝΩΣΗΣ
ΤΩΝ ΝΗΟΓΝΩΜΩΝΩΝ (ΙΑCS) ΓΙΑ ΠΛΟΙΑ ΠΟΥ ΠΛΕΟΥΝ ΣΕ ΠΟΛΙΚΕΣ
ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΥΤΩΝ**

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΨΥΧΑΡΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ: ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΣΑΜΟΥΗΛΙΔΗΣ

ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018

Πρόλογος

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Μανόλη Σ. Σαμουηλίδη, για την ανάθεση της εργασίας αυτής και την καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια της μελέτης.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Claude G. Daley για τις πολύτιμες συμβουλές και την καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τον αδερφό μου για τη συνεχή στήριξή τους σε όλη τη διάρκεια των προπτυχιακών σπουδών μου.

Περίληψη

Η κίνηση των πλοίων στην Αρκτική τις τελευταίες δεκαετίες αυξάνεται συνεχώς και αυτό οφείλεται στο σταδιακό λιώσιμο των πάγων. Όλο και περισσότερα πλοία διασχίζουν τη Βόρεια Θαλάσσια Οδό (*Northern Sea Route* ή *NSR*) καθώς αποτελεί ένα συντομότερο δίαυλο, που ενώνει την Ευρώπη με την Ασία.

Προκειμένου να μπορούν τα πλοία να πλεύσουν στις πολικές συνθήκες με ασφάλεια, αναπτύχθηκαν οι Πολικοί Κανόνες (*IACS Polar Rules*) της Διεθνούς Ένωσης των Νηογνομόνων (*International Association of Classification Societies* ή *IACS*). Περιεχόμενο των κανόνων αποτελεί κατά κύριο λόγο η αντοχή και τα υλικά κατασκευής των τμημάτων του πλοίου που έρχονται σε επαφή με το χαμηλής θερμοκρασίας περιβάλλον καθώς και η επιλογή κατάλληλης προωστήριας εγκατάστασης.

Στους κανόνες της IACS ορίζονται επτά Πολικές Κλάσεις (*Polar Class* ή *PC*), με ανώτερη, την Πολική Κλάση 1 (*PC 1*) και κατώτερη την Πολική Κλάση 7 (*PC 7*). Την κλάση ενός πλοίου την επιλέγει ο πλοιοκτήτης ανάλογα με τις αντιξοότητες των συνθηκών που θέλει να αντιμετωπίσει το πλοίο του.

Στο πρώτο κομμάτι της παρούσας εργασίας πραγματοποιείται για πρώτη φορά η θεωρητική ανάλυση των κανόνων τοπικής αντοχής των Πολικών Κανόνων της IACS. Το ουσιαστικό έργο του θεωρητικού αυτού μέρους είναι η λεπτομερής απόδειξη των εν λόγω κανόνων τοπικής αντοχής ξεκινώντας από πολύ βασικές αρχές και η διατύπωση όλων των μαθηματικών εξισώσεων που είναι αναγκαίες για να προκύψουν οι κανόνες αυτοί, καθώς σε παρόμοιες αποδεικτικές εργασίες και δημοσιεύσεις υπάρχουν παραλείψεις, ασάφειες ή ακόμα και λάθη. Στα πλαίσια αυτής της εξέτασης παρουσιάζονται για πρώτη φορά συγκεντρωμένοι με λεπτομέρεια όλοι οι υπολογισμοί σε μια διαδοχική αλληλουχία.

Η θεωρητική εξέταση των Πολικών Κανόνων που πραγματοποιείται στην εργασία, ξεκινά με την ανάλυση της κρούσης του πλοίου με ένα κομμάτι πάγου σχετικά μεγάλων διαστάσεων, που αποτελεί το σενάριο μέσω του οποίου προκύπτουν οι φορτίσεις του πάγου στη γάστρα του πλοίου. Στη συνέχεια πραγματοποιείται ανάλυση των μεθόδων πλαστικής σχεδίασης, στις οποίες βασίζονται οι απαιτήσεις αντοχής των ελασμάτων και των ενισχυτικών της γάστρας των πλοίων που είναι κατασκευασμένα με βάση τους Πολικούς Κανόνες. Στο τέλος του θεωρητικού μέρους παρουσιάζονται οι ποιότητες χάλυβα που πρέπει να έχουν τα κατασκευαστικά στοιχεία της γάστρας προκειμένου να ανταπεξέλθουν στο χαμηλής θερμοκρασίας περιβάλλον.

Το δεύτερο κομμάτι της εργασίας περιλαμβάνει την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων σε ένα Suezmax Tanker και τη σύγκρισή τους με τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες (*Common Structural Rules* ή *CSR*) της IACS.

Abstract

The cause of the continuously increasing traffic of ships in the Arctic during the last few decades, is the gradual melting of ice. The number of ships that use the Northern Sea Route (*NSR*) is constantly rising due to the fact that it is a faster means of transit connecting Europe to Asia.

In order for ships to be capable of sailing in polar weather and icy conditions safely, the IACS Polar Rules were developed. The rules define the structural and material requirements for all sea and weather exposed parts of the ships, i.e. the hull and machinery, as well as the main propulsion machinery requirements.

Seven Polar Classes (*PC*) are defined in the IACS Polar Rules, with the top being Polar Class 1 (*PC 1*) while the lowest is Polar Class 7 (*PC 7*). The ship owners select the class of a ship according to the severity of the ice conditions that they want the ship to sail against.

In the first part of this project, a detailed theoretical analysis of the local strength rules of the IACS Polar Rules is being made for the first time. The importance of the theoretical part is the detailed derivation of the local strength rules from basic physics principles and the presentation of all the mathematical equations that are necessary for the derivation of the rules, due to the fact that similar projects and papers have omitted steps in the derivations, contain ambiguities and sometimes even mistakes. In this project, all the necessary calculations needed for the derivation of the rules are presented successively in sequence for the first time.

The theoretical analysis of the Polar Rules that is accomplished in this project starts with the analysis of a collision of the ship with an ice edge with relatively big dimensions, which is the design scenario for the derivation of the ice pressures in the ship hull. Subsequently the theory of plastic analysis is presented, in which the strength requirements of the Polar Rules ship's stiffeners and plates is based. In the last part of the theoretical analysis of the Polar Rules the steel qualities that the hull plates and stiffeners must have in order to endure the low temperature conditions are presented.

The second part of the project includes the implementation of the Polar Rules in a Suezmax Tanker and the comparison of the Polar Rules with the IACS Common Structural Rules (*CSR*).

Περιεχόμενα

Πρόλογος	iii
Περίληψη	v
Abstract.....	vii
Περιεχόμενα.....	ix
Λίστα σχημάτων	xi
Λίστα πινάκων.....	xv
1. Εισαγωγή	1
2. Πολικές Κλάσεις και Κλάσεις Πάγου.....	3
3. Ενισχυμένο τμήμα της γάστρας των Πολικών Κλάσεων της IACS.....	7
3.1 Ανώτερη και κατώτερη ίσαλος πλεύσης σε πάγο.....	7
3.2 Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας.....	7
4. Φορτία που ασκούνται στο πλοίο κατά την κρούση του με τον πάγο.....	11
4.1 Η σύγκρουση Ρορον.....	12
4.2 Η δύναμη που δέχεται το πλοίο κατά την κρούση	20
4.3 Απλοποίηση του σχήματος της επιφάνειας φόρτισης του πλοίου	25
4.4 Υπολογισμός της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας στην περιοχή της πλώρης	28
4.5 Συντελεστές Πολικών Κλάσεων	30
4.6 Υπολογισμός της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας εκτός της πρωραίας περιοχής του πλοίου	31
4.7 Εξαιρέσεις υπολογισμού της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας στην περιοχή της πλώρης	33
4.8 Συντελεστής κατανομής πιέσεων	34
5. Μελέτη αντοχής ενισχυτικών γάστρας με μεθόδους πλαστικής ανάλυσης.....	37
5.1 Ελαστοπλαστική περιοχή και υπολογισμός πλαστικής ροπής	38
5.2 Τρόποι υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης	46
5.3 Υπολογισμός της πλαστικής ροπής αντίστασης στους κανόνες της IACS.....	54
5.4 Ελάττωση της πλαστικής ροπής αντίστασης λόγω διάτμησης	55
5.5 Απαιτήσεις αντοχής εγκάρσιων ενισχυτικών στους κανόνες της IACS	58

5.6	Απαιτήσεις αντοχής διαμήκων ενισχυτικών στους κανόνες της IACS.....	68
6.	Μελέτη αντοχής ελασμάτων γάστρας με μεθόδους πλαστικής ανάλυσης.....	69
6.1	Απαιτήσεις πάχους εγκάρσια ενισχυμένων ελασμάτων στους κανόνες της IACS.....	69
6.2	Απαιτήσεις πάχους ελασμάτων ενισχυμένων κατά το διάμηκες, στους κανόνες της IACS	78
7.	Διάβρωση, τριβή και υλικά κατασκευαστικών στοιχείων πλοίων Πολικών Κλάσεων	79
8.	Εφαρμογή των Πολικών Κανόνων τοπικής αντοχής της IACS και σύγκριση με τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες της IACS	83
8.1	Σύγκριση Πολικών Κανόνων και CSR στη μέση τομή	83
8.2	Εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στην πλήρη.....	94
	Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	105
	Βιβλιογραφία	109
	Παράρτημα 1.....	111
	Παράρτημα 2.....	113
	Παράρτημα 3.....	115
	Παράρτημα 4.....	119
	Παράρτημα 5.....	121
	Παράρτημα 6.....	123
	Παράρτημα 7.....	125

Λίστα σχημάτων

Σχήμα 1. Σύγκριση διαδρομών μέσω NSR και SCR (Furuichi and Otsuka, 2013).....	1
Σχήμα 2. Ισοδυναμίες Κλάσεων (Daley, 2014).....	5
Σχήμα 3. Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας (El Jaaba, 2013)	8
Σχήμα 4. Κάτοψη “σύγκρουσης Ρορον” (Poron et al., 1969).....	12
Σχήμα 5. Διεύθυνση της δύναμης που δέχεται το πλοίο από τον πάγο κατά την σύγκρουσή τους (Daley, 2000)	13
Σχήμα 6. Γωνίες της γάστρας α , β και β' (IACS UR I2, 2016)	19
Σχήμα 7. Σχήμα κομματιού πάγου (Daley, 2000).....	21
Σχήμα 8. Γεωμετρία του πάγου στο σημείο σύγκρουσης (El Jaaba, 2013)	21
Σχήμα 9. Αστοχία του πάγου σε κάμψη (Sazidy, 2015).....	24
Σχήμα 10. Περιμετρική θραύση μεγάλων κομματιών πάγου κατά την σύγκρουση του με το πλοίο (Zou et al., 1996)	26
Σχήμα 11. Απλοποίηση της επιφάνειας φόρτισης του πλοίου (Daley, 2000).....	27
Σχήμα 12. Υπολογισμός μέγιστης δύναμης, γραμμικού φορτίου και πίεσης στην περιοχή της πλώρης (El Jaaba, 2013)	29
Σχήμα 13. Γωνίες της γάστρας β' και γ (IACS UR I2, 2016).....	29
Σχήμα 14. Σχηματική παρουσίαση συντελεστή κατανομής πιέσεων (Daley, 2000).....	34
Σχήμα 15. Δοκός σε καθαρή κάμψη (Hibbeler, 2013).....	39
Σχήμα 16. Γραμμικό ελαστικό – πλαστικό υλικό (Neal, 1977)	39
Σχήμα 17. Ελαστική κάμψη διατομής “τύπου I” (Neal, 1977).....	40
Σχήμα 18. Ελαστοπλαστική κάμψη διατομής “τύπου I” 1 (Neal, 1977).....	41
Σχήμα 19. Ελαστοπλαστική κάμψη διατομής “τύπου I” 2 (Neal, 1977).....	43

Σχήμα 20. Σχέση καμπτικής ροπής – καμπυλότητας σε δοκό διατομής “τύπου I” (Neal, 1977)	43
Σχήμα 21. Πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή “τύπου I” (Neal, 1977).....	44
Σχήμα 22. Κατανομή τάσεων σε διατομή με ένα άξονα συμμετρίας (Neal, 1977)	44
Σχήμα 23. Πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή με ένα άξονα συμμετρίας (Neal, 1977)	45
Σχήμα 24. Απλοποιημένη σχέση καμπτικής ροπής – καμπυλότητας (Neal, 1977)	46
Σχήμα 25. Αμφίπακτη δοκός φορτιζόμενη από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο (Neal, 1977)	47
Σχήμα 26. Βύθιση της δοκού και διάγραμμα καμπτικών ροπών όταν $Q = Q_y$ (Neal, 1977) ...	50
Σχήμα 27. Βύθιση της δοκού και διάγραμμα καμπτικών ροπών όταν $Q = Q_C$ (Neal, 1977) ...	52
Σχήμα 28. Βύθιση κατά την κατάρρευση και μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού (Neal, 1977)	52
Σχήμα 29. Διαστάσεις ελάσματος – ενισχυτικού “τύπου I” (IACS UR I2, 2016).....	54
Σχήμα 30. Κατανομή τάσεων πλήρως πλαστικοποιημένης διατομής “τύπου I” που υπόκειται σε κάμψη και διάτμηση (Bruneau et al., 2011)	56
Σχήμα 31. Φόρτιση εγκάρσια ενισχυμένης γάστρας από την πίεση του πάγου (Daley, 2002).58	
Σχήμα 32. Κεντρική φόρτιση αμφίπακτου ενισχυτικού και μηχανισμός κατάρρευσης (El Jaaba, 2013)	59
Σχήμα 33. Ασύμμετρη φόρτιση αμφίπακτου ενισχυτικού και μηχανισμός κατάρρευσης (El Jaaba, 2013).....	62
Σχήμα 34. Σύγκριση ακριβών και προσεγγιστικών τιμών aL (Daley, 2002)	65
Σχήμα 35. Σύγκριση ακριβών και προσεγγιστικών τιμών fZ (Daley, 2002)	66
Σχήμα 36. Γραμμές διαρροής σε πακτωμένο ορθογώνιο έλασμα (Καρύδης, 2000)	70

Σχήμα 37. Κεντρική φόρτιση πακτωμένου ελάσματος και μηχανισμός κατάρρευσης (Appolonon, 2000)	71
Σχήμα 38. Όψεις τετραέδρου <i>ABGF</i> (Appolonon, 2000)	72
Σχήμα 39. Όψεις τετραέδρου <i>BGHF</i> (Appolonon, 2000)	73
Σχήμα 40. Όψεις πεντάεδρου <i>CDGHEF</i> (Appolonon, 2000).....	74
Σχήμα 41. Γωνίες περιστροφής τμήματος <i>BF</i> (Søreide, 1981)	76
Σχήμα 42. Κριτήριο επιλογής ποιότητας χάλυβα (IACS UR I2, 2016)	80
Σχήμα 43. Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας, <i>UIWL</i> και <i>LIWL</i>	84
Σχήμα 44. Σημεία υπολογισμού πιέσεων CSR στη μέση τομή του Suezmax Tanker	87
Σχήμα 45. Σύγκριση μέσης τομής πριν και μετά την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων	90
Σχήμα 46. Μέση τομή μετά την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών	93
Σχήμα 47. Διαχωρισμός της περιοχής της πλώρης σε τέσσερα ισομήκη τμήματα	94
Σχήμα 48. Εγκάρσια τομή στην περιοχή της πλώρης	98
Σχήμα 49. Εγκάρσια τομή στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων.....	103
Σχήμα 50. Πλώρη με γεωμετρία προτεινόμενη για την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων (Riska, 2013)	107

Λίστα πινάκων

Πίνακας 1. Περιγραφή Πολικών Κλάσεων (IACS UR I1, 2016)	3
Πίνακας 2. Περιγραφή φιλανδικών – σουηδικών Κλάσεων Πάγου (Trafi, 2017)	4
Πίνακας 3. Πάχος του πάγου ανάλογα με την ηλικία του (Bushuyev, 1970).....	4
Πίνακας 4. Συντελεστές Πολικών Κλάσεων (IACS UR I2, 2016).....	31
Πίνακας 5. Συντελεστής Πολικών Κλάσεων <i>CFDIS</i> (IACS UR I2, 2016)	32
Πίνακας 6. Συντελεστές περιοχής γάστρας (IACS UR I2, 2016)	33
Πίνακας 7. Συντελεστές <i>CFCV</i> , <i>CFQV</i> και <i>CFPV</i> Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7 (IACS UR I2, 2016)	34
Πίνακας 8. Συντελεστές κατανομής πιέσεων (IACS UR I2, 2016)	35
Πίνακας 9. Αυξήσεις πάχους ελασμάτων λόγω διάβρωσης και τριβής με τον πάγο (IACS UR I2, 2016)	79
Πίνακας 10. Κλάσεις υλικών ελασμάτων γάστρας και ενισχυτικών (IACS UR I2, 2016) (IACS UR S6, 2015).....	79
Πίνακας 11. Ποιότητες χάλυβα για το βυθισμένο τμήμα της γάστρας του πλοίου (IACS UR I2, 2016)	80
Πίνακας 12. Ποιότητες χάλυβα για το εκτεθειμένο στην ατμόσφαιρα τμήμα της γάστρας του πλοίου (IACS UR S6, 2015).....	81
Πίνακας 13. Τάσεις διαρροής χαλύβων (CSR, 2015)	81
Πίνακας 14. Βασικές διαστάσεις και άλλα μεγέθη που χρειάστηκαν στους υπολογισμούς ...	83
Πίνακας 15. Σύγκριση τελικών πιέσεων των Πολικών Κανόνων με CSR	86
Πίνακας 16. Σύγκριση απαιτούμενου πάχους ελασμάτων των Πολικών Κανόνων με CSR.....	88
Πίνακας 17. Σύγκριση απαιτούμενης ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων με CSR	89

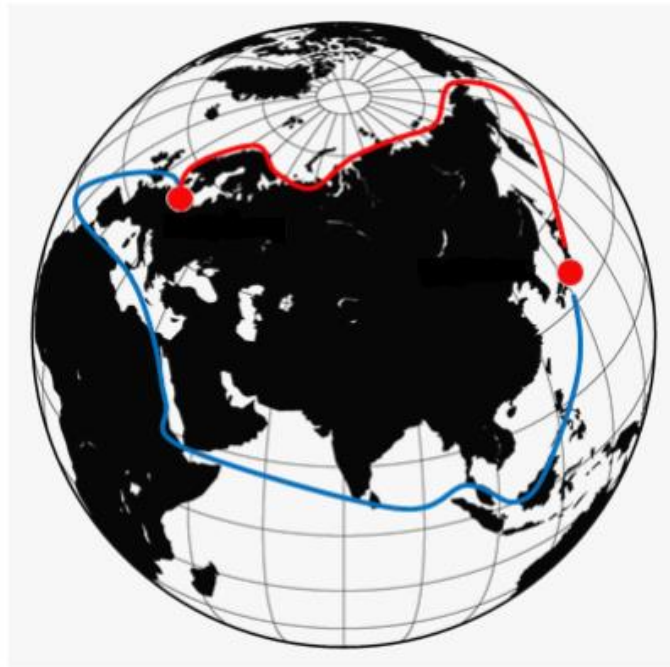
Πίνακας 18 Σύγκριση ελασμάτων και ενισχυτικών των Πολικών Κανόνων με τα αντίστοιχα του Suezmax Tanker.....	89
Πίνακας 19. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών	91
Πίνακας 20. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών	91
Πίνακας 21. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών	92
Πίνακας 22. Ελάσματα και ενισχυτικά στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών	92
Πίνακας 23. Δυνάμεις, γραμμικά φορτία και πιέσεις στην περιοχή της πλώρης.....	95
Πίνακας 24. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης.....	96
Πίνακας 25. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης.....	96
Πίνακας 26. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης.....	97
Πίνακας 27. Ελάσματα και ενισχυτικά στην περιοχή της πλώρης.....	97
Πίνακας 28. Ελάσματα και ενισχυτικά που αντιστοιχούν στα κεκλιμένα τμήματα της εγκάρσιας τομής στην πλώρη με τις πραγματικές ισαποστάσεις ενισχυτικών	99
Πίνακας 29. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων	100
Πίνακας 30. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων	101
Πίνακας 31. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων.....	102

Πίνακας 32. Ελάσματα και ενισχυτικά στην περιοχή της πλήρης με μισές υποδιπλασιασμένες νομέων.....	102
Πίνακας 33. Ενδεικτικές πιέσεις στην πλήρη πλοίου εκτοπίσματος 50 <i>KT</i> (Sazidy, 2015) ...	106

1. Εισαγωγή

Μια από τις συνέπειες της υπερθέρμανσης, που έχει παρατηρηθεί τις τελευταίες δεκαετίες στην ατμόσφαιρα του πλανήτη, είναι το λιώσιμο των πάγων στην περιοχή της Αρκτικής. Οι ειδικοί επί του θέματος ισχυρίζονται ότι ο ρυθμός που λιώνουν οι βόρειοι πάγοι είναι τόσο φρενήρης που ενδέχεται στα μέσα του αιώνα να συμβεί για πρώτη φορά αυτό που ονομάζουν “ice – free Arctic summer”, δηλαδή ένα καλοκαίρι χωρίς πάγο στην περιοχή της Αρκτικής.

Το αποτέλεσμα αυτής της κλιματικής αλλαγής στο χώρο της ναυτιλίας, είναι ότι ο αριθμός των εμπορικών πλοίων που ταξιδεύουν από την βορειοδυτική Ευρώπη στην ανατολική Ασία, χρησιμοποιώντας την Βόρεια Θαλάσσια Οδό (*Northern Sea Route* ή *NSR*), αυξάνεται συνεχώς. Η πραγματοποίηση ενός ταξιδιού (από την βορειοδυτική Ευρώπη στην ανατολική Ασία) μέσω της Βόρειας Θαλάσσιας Οδού (Σχήμα 1, κόκκινη διαδρομή) υπερτερεί σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά από την αντίστοιχη διαδρομή μέσω του καναλιού του Suez (*Suez Canal Route* ή *SCR*) (Σχήμα 1, μπλε διαδρομή). Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα της Βόρειας Θαλάσσιας Οδού είναι η μείωση της συνολικής απόστασης κατά περίπου 40%, που συνεπάγεται μειωμένη κατανάλωση καυσίμων και διάρκεια ταξιδιού.



Σχήμα 1. Σύγκριση διαδρομών μέσω NSR και SCR (Furuichi and Otsuka, 2013)

Παρά το γεγονός ότι τα εμπορικά πλοία που ταξιδεύουν μέσω της Βόρειας Θαλάσσιας Οδού, είναι όλο και περισσότερα, ένα τέτοιου είδους ταξίδι είναι αρκετά δύσκολο να πραγματοποιηθεί. Ο λόγος είναι ότι ακόμα

και τους καλοκαιρινούς μήνες, οι πάγοι στην Αρκτική δεν λιώνουν σε τέτοιο βαθμό, ώστε να μπορεί ένα συμβατικό πλοίο να τους διασχίσει.

Προκειμένου να μπορούν τα πλοία να πραγματοποιήσουν τέτοια ταξίδια με ασφάλεια, οι Αρκτικές χώρες, σε συνεργασία με τους νηογνώμονες και τη Διεθνή Ένωση Νηογνωμόνων (*International Association of Classification Societies* ή *IACS*), δημιούργησαν σύνολα κανόνων, για την αλληλεπίδραση του πλοίου με τον πάγο. Οι κανόνες αυτοί, εφαρμόζονται επιπρόσθετα στους κανόνες του εκάστοτε νηογνώμονα, με βάση τους οποίους έχει κατασκευαστεί το πλοίο. Το περιεχόμενο αυτών των κανόνων σχετίζεται κατά κύριο λόγο με την αντοχή της γάστρας και του πηδαλίου (έτσι ώστε να μπορούν να αντέξουν τα φορτία του πάγου), με την κατασκευή της προπέλας και του άξονα της, με την ύπαρξη κατάλληλης προωστήριας εγκατάστασης καθώς και με την επιλογή κατάλληλων υλικών για οποιαδήποτε εξαρτήματα του πλοίου αλληλοεπιδρούν με το χαμηλής θερμοκρασίας θαλάσσιο περιβάλλον καθώς και με τον παγωμένο αέρα.

Ιστορικά, οι πρώτοι κανόνες για ασφαλή πλεύση σε πάγο, δημιουργήθηκαν από το τέλος του 19^{ου} αιώνα μέχρι και τα μέσα του 20^{ου} αιώνα (*Daley, 2014*) από τις φιλανδικές και σουηδικές θαλάσσιες αρχές σε συνεργασία με τους νηογνώμονες. Οι κανόνες αυτοί ονομάζονται φιλανδικοί – σουηδικοί (*Finnish Swedish Ice Class Rules*) και εφαρμόζονται κυρίως σε πλοία που πραγματοποιούν ταξίδια στη Βαλτική Θάλασσα, όπου οι καιρικές συνθήκες είναι λιγότερο δυσμενείς συγκριτικά με αυτές τις Αρκτικής.

Τα επόμενα χρόνια δημιουργήθηκαν σύνολα κανόνων για πλοία που πλέουν στην περιοχή της Αρκτικής αλλά και σε περιοχές της Υποαρκτικής (περιοχή του βόρειου ημισφαιρίου, νότια της Αρκτικής), από τους πιο γνωστούς νηογνώμονες, πιο συγκεκριμένα τον αμερικάνικο (*ABS*), το ρωσικό (*RS*), το γερμανικό (*GL*), το νορβηγικό (*DNV*) και τον αγγλικό (*LR*) καθώς και από τις канаδέζικες αρχές (*Arctic Shipping Pollution Prevention Regulations* ή *ASPPR*).

Την τελευταία δεκαετία του 20^{ου} αιώνα, οι δημιουργοί όλων των προαναφερθέντων κανόνων και πιο συγκεκριμένα οι φιλανδικές, σουηδικές και канаδέζικες αρχές, σε συνεργασία με την *IACS* ανέπτυξαν ένα ακόμα σύνολο κανόνων για πλοία που ταξιδεύουν στην Αρκτική, που ονομάζονται Πολικοί Κανόνες (*IACS Polar Rules*).

Σήμερα οι Αρκτικές χώρες καθώς και οι νηογνώμονες (με εξαίρεση το ρωσικό) έχουν υιοθετήσει την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων για πλοία που πρόκειται να πλεύσουν στην Αρκτική. Αντίστοιχα οι κανόνες που εφαρμόζονται κατά κύριο λόγο σε πλοία που πλέουν σε περιοχές της Υποαρκτικής, είναι οι φιλανδικοί – σουηδικοί.

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας αναλύεται η θεωρία στην οποία είναι βασισμένοι οι Πολικοί Κανόνες που αφορούν αντοχή της γάστρας του πλοίου και στη συνέχεια ακολουθεί πρακτική εφαρμογή των κανόνων αυτών.

2. Πολικές Κλάσεις και Κλάσεις Πάγου

Σε κάθε σύνολο κανόνων που διέπει την ασφαλή πλεύση πλοίων σε παγωμένα νερά, ορίζεται ένας αριθμός διαφορετικών κλάσεων. Η κάθε κλάση είναι χαρακτηριστική της κατασκευής του πλοίου και καθορίζει τις αντιξοότητες των συνθηκών που το πλοίο μπορεί να αντιμετωπίσει. Την κλάση καλείται να την επιλέξει ο πλοιοκτήτης, πριν την κατασκευή του πλοίου. Τα βασικά κριτήρια που επηρεάζουν την επιλογή κλάσης είναι:

- Οι συνθήκες πάγου που το πλοίο πρόκειται να αντιμετωπίσει
- Το αν το πλοίο πρόκειται να πλεύσει αυτόνομο ή με συνοδεία παγοθραυστικού
- Το αν το πλοίο πρόκειται να ταξιδεύει σε παγωμένα νερά καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου ή μόνο τους “ζεστούς” μήνες

Στους κανόνες της IACS ορίζονται επτά Πολικές Κλάσεις (*Polar Class* ή *PC*) με ανώτερη την Πολική Κλάση 1 (*PC 1*) και κατώτερη την Πολική Κλάση 7 (*PC 7*). Τα πλοία αυτών των κλάσεων έχουν την ικανότητα να ταξιδεύουν αυτόνομα στην Αρκτική, χωρίς συνοδεία παγοθραυστικού (*IACS UR I1, 2016*). Στον Πίνακα 1, παρουσιάζονται οι Πολικές Κλάσεις, οι συνθήκες πάγου και η περίοδος ασφαλούς πλεύσης που αντιστοιχεί σε κάθε μια από αυτές:

Κλάση	Συνθήκες πάγου και περίοδος ασφαλούς πλεύσης
PC 1	Πλεύση καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου και υπό οποιοσδήποτε συνθήκες πάγου
PC 2	Πλεύση καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου υπό μέτριες συνθήκες πάγου πολλών ετών
PC 3	Πλεύση καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου υπό συνθήκες πάγου δύο ετών
PC 4	Πλεύση καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου υπό συνθήκες παχύ πάγου ενός έτους
PC 5	Πλεύση καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου υπό συνθήκες πάγου μεσαίου πάχους ενός έτους
PC 6	Πλεύση κατά τη διάρκεια καλοκαιριού και φθινόπωρου υπό συνθήκες πάγου μεσαίου πάχους ενός έτους
PC 7	Πλεύση κατά τη διάρκεια καλοκαιριού και φθινόπωρου υπό συνθήκες λεπτού πάγου ενός έτους

Πίνακας 1. Περιγραφή Πολικών Κλάσεων (*IACS UR I1, 2016*)

Οι κανόνες των Πολικών Κλάσεων επιδρούν στη σχεδίαση της πλήρης των πλοίων. Πιο συγκεκριμένα τα πλοία Πολικών Κλάσεων PC 1 έως PC 5 δεν σχεδιάζονται με βολβοειδή πλήρη ή με πλήρη που είναι κάθετη στην επιφάνεια της θάλασσας, διότι τα φορτία που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση με τον πάγο σε τέτοιου τύπου πλώρες είναι αρκετά υψηλά. Όσον αφορά τα πλοία Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7, οι κανόνες προβλέπουν την κατασκευή τους με βολβοειδή ή με κάθετη στην επιφάνεια της θάλασσας πλήρη, λόγω του περιορισμού της πλεύσης τους μόνο κατά τη διάρκεια των ζεστών μηνών του χρόνου, όπου τα φορτία που ασκούνται κατά τη σύγκρουση πλοίου και πάγου είναι σημαντικά χαμηλότερα.

Ενδεικτικά αναφέρεται ότι οι αντίστοιχοι φιλανδικοί – σουηδικοί κανόνες απαρτίζονται από τέσσερις Κλάσεις Πάγου (*Ice Class*) με ανώτερη την κλάση *IAS (IA Super)* και κατώτερη την κλάση *IC*. Με εξαίρεση τα πλοία κλάσης *IAS*, τα οποία έχουν τη δυνατότητα αυτόνομης πλεύσης, πλοία των τριών άλλων κλάσεων ενδέχεται να χρειαστούν βοήθεια παγοθραυστικού στο ταξίδι τους, όταν οι συνθήκες πάγου γίνουν αρκετά δυσμενείς (*Trafi, 2017*). Ένα ακόμα χαρακτηριστικό των κλάσεων των φιλανδικών – σουηδικών κανόνων είναι ότι έχουν σχεδιαστεί

για πλοία που πλέουν υπό συνθήκες πάγου ενός έτους με πάχος μικρότερο του ενός μέτρου (Trafti, 2017). Οι Κλάσεις Πάγου παρουσιάζονται στον Πίνακα 2:

Κλάση	Συνθήκες πάγου και ικανότητα αυτόνομης πλεύσης
IAS	Πλεύση υπό δύσκολες συνθήκες πάγου ενός έτους χωρίς συνοδεία παγοθραυστικού
IA	Πλεύση υπό δύσκολες συνθήκες πάγου ενός έτους με συνοδεία παγοθραυστικού αν χρειαστεί
IB	Πλεύση υπό συνθήκες πάγου μέτριας δυσκολίας ενός έτους με συνοδεία παγοθραυστικού αν χρειαστεί
IC	Πλεύση υπό συνθήκες πάγου χαμηλής δυσκολίας ενός έτους με συνοδεία παγοθραυστικού αν χρειαστεί

Πίνακας 2. Περιγραφή φιλανδικών – σουηδικών Κλάσεων Πάγου (Trafti, 2017)

Όπως είναι εμφανές από τους δύο προηγούμενους πίνακες, οι συνθήκες πάγου που καλείται να αντιμετωπίσει το πλοίο σε ένα ταξίδι του, εξαρτώνται από την ηλικία του πάγου. Η ηλικία του πάγου συνδέεται άμεσα με το πάχος του. Με βάση την ηλικία, ο πάγος αναλύεται σε πάγο ενός έτους (*First Year Ice*), πάγο δύο ετών (*Second Year Ice*) και πάγο περισσότερων ετών (*Multi Year Ice*) (Bushuyev, 1970). Ο πάγος ενός έτους είναι πάγος που έχει σχηματιστεί κατά τη διάρκεια του χειμώνα και υποδιαιρείται σε λεπτού πάχους, μεσαίου πάχους και παχύς. Αν ο πάγος αυτός επιβιώσει κατά τη διάρκεια των ζεστών μηνών του χρόνου, τότε από την 1^η Ιανουαρίου ονομάζεται πάγος δύο ετών (για το νότιο ημισφαίριο αυτό ισχύει από την 1^η Ιουλίου). Ο πάγος που έχει αντέξει περισσότερα από δύο καλοκαίρια ονομάζεται πάγος πολλών ετών. Στον επόμενο πίνακα (Πίνακας 3) παρουσιάζεται το πάχος του πάγου ανάλογα με την ηλικία του, σύμφωνα με τον Παγκόσμιο Μετεωρολογικό Οργανισμό (*World Meteorological Organization* ή *WMO*):

Ηλικία Πάγου	Πάχος (cm)
Λεπτός πάγος ενός έτους	30 – 70
Πάγος μεσαίου πάχους ενός έτους	70 – 120
Παχύς πάγος ενός έτους	120 – 200
Πάγος δύο ετών	200 – 250
Πάγος πολλών ετών	300

Πίνακας 3. Πάχος του πάγου ανάλογα με την ηλικία του (Bushuyev, 1970)

Εξετάζοντας τα δεδομένα των Πινάκων 1, 2 και 3, μπορεί κανείς να δει ότι οι συνθήκες πάγου τις οποίες μπορεί να αντιμετωπίσει ένα πλοίο Πολικής Κλάσης PC 7 είναι παρόμοιες με αυτές που μπορεί να αντιμετωπίσει ένα πλοίο Κλάσης Πάγου IA και αυτό αντίστοιχα ισχύει για ένα πλοίο Πολικής Κλάσης PC 6 και ένα πλοίο Κλάσης Πάγου IAS. Οι παραπάνω κλάσεις παρά το γεγονός ότι ανήκουν σε διαφορετικά σύνολα κανόνων καλούνται “ισοδύναμες” μεταξύ τους.

Λόγω της ύπαρξης πολλών συνόλων κανόνων και αντίστοιχα πολλών κλάσεων, έχει συμφωνηθεί μεταξύ των νηογνομώνων, των Αρκτικών χωρών και της IACS να υπάρχουν ισοδυναμίες κλάσεων, όταν αυτές προορίζονται για παρόμοιες συνθήκες πάγου. Ο κύριος λόγος ύπαρξης των ισοδυναμιών αυτών, είναι για περιπτώσεις όπου ένα πλοίο πρόκειται να διασχίσει τα ύδατα μιας χώρας και απαιτείται από τις αρμόδιες αρχές

το πλοίο να έχει συγκεκριμένη κλάση, έτσι ώστε να μπορεί να ταξιδέψει με ασφάλεια. Η απαιτούμενη κλάση στις περιπτώσεις αυτές, εξαρτάται από την περίοδο του χρόνου που το πλοίο πρόκειται να ταξιδέψει μέσω της εκάστοτε χώρας. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται η ισοδυναμία των Πολικών Κλάσεων της IACS, των φιλανδικών – σουηδικών Κλάσεων Πάγου και των Ρωσικών Πολικών Κλάσεων (Arc 9 έως Arc 4) και Κλάσεων Πάγου (Ice 3 έως Ice 1):

		RRS	IACS	
		Arc9 Arc8 Arc7 Arc6	PC1 PC2 PC3 PC4 PC5	Year-Round Navigation in <u>Arctic</u> Waters
Winter Navigation in <u>Sub- Arctic</u> Waters	1AS 1A	Arc5 Arc4	PC6 PC7	
	1B 1C	Ice3 Ice2 Ice1		
		TRAFI	RRS	

Σχήμα 2. Ισοδυναμίες Κλάσεων (Daley, 2014)

3. Ενισχυμένο τμήμα της γάστρας των Πολικών Κλάσεων της IACS

Το τμήμα της γάστρας του πλοίου που είναι ενισχυμένο έναντι των φορτίων του πάγου δεν είναι κοινό σε όλα τα σύνολα κανόνων. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για τους φιλανδικούς – σουηδικούς κανόνες το τμήμα αυτό αποτελεί μια “ζώνη” η οποία οριοθετείται από την ανώτερη και κατώτερη ίσαλο πλεύσης σε πάγο. Στους κανόνες της IACS, το τμήμα αυτό είναι το σύνολο της γάστρας του πλοίου που βρίσκεται κάτω από την ανώτερη ίσαλο πλεύσης σε πάγο. Αν εξαιρεθεί το τμήμα που ενισχύεται ενάντια στα φορτία του πάγου, η ενίσχυση της υπόλοιπης γάστρας γίνεται σύμφωνα με τους κανόνες του νηογνώμονα κατασκευής του εκάστοτε πλοίου.

Το κομμάτι αυτό της γάστρας που είναι ενισχυμένο ενάντια στον πάγο χωρίζεται σε περιοχές. Ο βασικός λόγος που γίνεται η τμηματοποίηση σε περιοχές είναι ότι ο υπολογισμός των φορτίων που ασκούνται στο πλοίο από τον πάγο δεν πραγματοποιείται με τον ίδιο τρόπο σε όλο το μήκος και ύψος του πλοίου.

Στη συνέχεια θα αναλυθούν οι περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας σύμφωνα με τους κανόνες της IACS.

3.1 Ανώτερη και κατώτερη ίσαλος πλεύσης σε πάγο

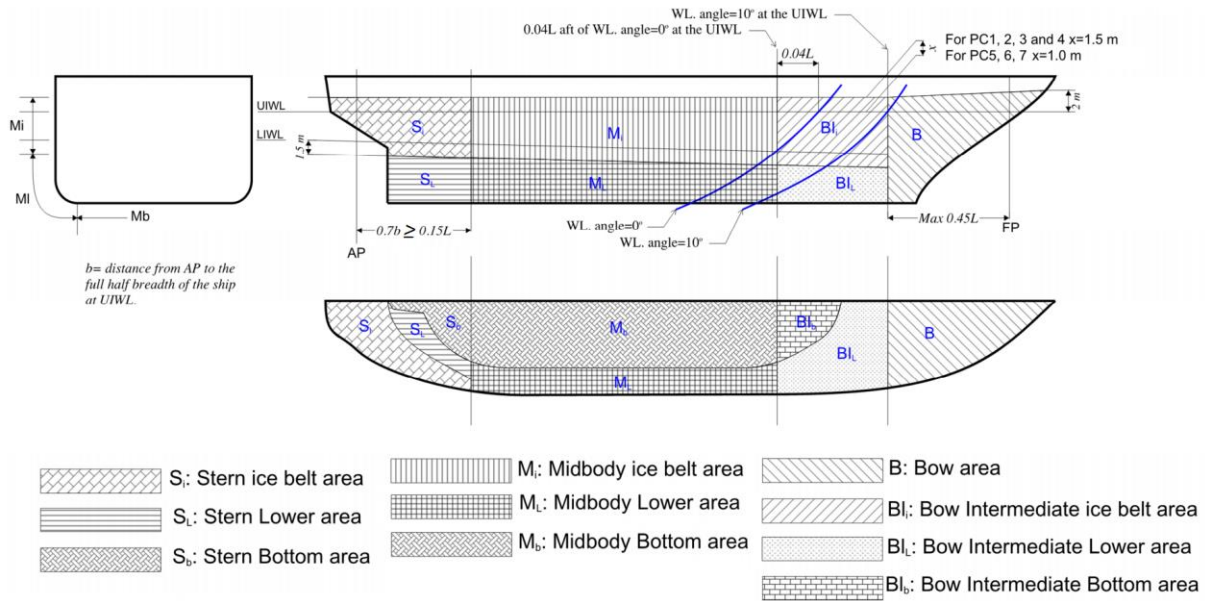
Η υποδιαίρεση της γάστρας σε περιοχές γίνεται αφού προσδιοριστούν η ανώτερη ίσαλος πλεύσης σε πάγο (*Upper Ice Waterline* ή *UIWL*) και η κατώτερη ίσαλος πλεύσης σε πάγο (*Lower Ice Waterline* ή *LIWL*). Η *UIWL* ορίζεται από τα μέγιστα βυθίσματα σε τρία διαμήκη σημεία του πλοίου, την πρωραία κάθετο, το μέσο του και την πρυμναία κάθετο. Η *LIWL* αντίστοιχα ορίζεται από τα ελάχιστα βυθίσματα του πλοίου στα παραπάνω σημεία. Για τον προσδιορισμό της *LIWL* πρέπει να ληφθούν υπόψη τα βυθίσματα στις ερματισμένες καταστάσεις φόρτωσης αλλά και η πλήρης βύθιση της προπέλας, όταν το πλοίο πλέει σε αυτή την ίσαλο (*IACS UR 11, 2016*).

3.2 Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας

Στους κανόνες της IACS η γάστρα υποδιαιρείται σε δέκα περιοχές. Κατά το διάμηκες οι υποδιαιρέσεις είναι τέσσερις και πιο συγκεκριμένα από πλώρα προς τα πρύμα είναι η περιοχή της πλώρης (*Bow Area*), η περιοχή ενδιάμεσα της πλώρης και του μέσου τμήματος του πλοίου (*Bow Intermediate Area*), η μεσαία περιοχή του πλοίου (*Midbody Area*) και η περιοχή της πρύμνης (*Stern Area*). Στην κατακόρυφη διεύθυνση, οι υποδιαιρέσεις είναι τρεις και από το επάνω μέρος του πλοίου προς τον πυθμένα είναι η περιοχή της “ζώνης πάγου” (*Ice Belt Area*), η περιοχή του κατωτέρου τμήματος της γάστρας πριν τον πυθμένα (*Lower Area*) και η περιοχή του πυθμένα (*Bottom Area*). Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται η υποδιαίρεση της γάστρας σε περιοχές και στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος οριοθέτησης της κάθε περιοχής.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, η περιοχή της πλώρης κατά το διάμηκες, ορίζεται ως η περιοχή πλώραθεν της κατακόρυφης που περνάει από το σημείο στο οποίο η *UIWL* σχηματίζει γωνία 10 μοιρών με το διαμήκη άξονα (πρυμναία κατακόρυφη της περιοχής της πλώρης). Η απόσταση της κατακόρυφης αυτής από την πρωραία κάθετο (*Fore Peak* ή *FP*) δεν πρέπει σε καμία περίπτωση να ξεπερνάει την τιμή $0.45 \cdot L$, όπου L το μήκος μεταξύ καθέτων.

Επιπρόσθετα δεν πρέπει σε καμία περίπτωση η κατακόρυφη αυτή να βρίσκεται πρῶραθεν του σημείου τομής του πυθμένα του πλοίου και του περιγράμματος της πλώρης (IACS UR 12, 2016). Στην κατακόρυφη διεύθυνση, η περιοχή της πλώρης δεν διαμερισματοποιείται αλλά ξεκινάει από τον πυθμένα και εκτείνεται μέχρι μια νοητή γραμμή. Η νοητή αυτή γραμμή, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3, είναι κεκλιμένη και το πρῶραίο σημείο της απέχει 2 μέτρα κατακόρυφη απόσταση από την UIWL ενώ το πρυμναίο σημείο της βρίσκεται επάνω στην πρυμναία κατακόρυφη της περιοχής της πλώρης και απέχει x μέτρα κατακόρυφη απόσταση από την UIWL. Η απόσταση x παίρνει τις τιμές που αναγράφονται στο Σχήμα 3 ανάλογα με την Πολική Κλάση του πλοίου.



Σχήμα 3. Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας (El Jaaba, 2013)

Η περιοχή ενδιάμεσα της πλώρης και του μέσου τμήματος του πλοίου, οριοθετείται κατά το διάμηκες από την πρυμναία κατακόρυφη της περιοχής της πλώρης και από την κατακόρυφη που περνάει από ένα σημείο που απέχει απόσταση $0.04 \cdot L$ προς τα πρύμα από το σημείο στο οποίο η UIWL σχηματίζει γωνία 0 μοιρών με το διαμήκη άξονα (πρυμναία κατακόρυφη της περιοχής ενδιάμεσα της πλώρης και του μέσου τμήματος του πλοίου). Στον κατακόρυφο άξονα, η εν λόγω διαμήκης περιοχή, χωρίζεται σε τρεις επιμέρους περιοχές. Η ανώτερη είναι η περιοχή της “ζώνης πάγου”, η οποία οριοθετείται από μια νοητή γραμμή που απέχει σταθερή κατακόρυφη απόσταση x μέτρα από την UIWL και από μια νοητή γραμμή που απέχει σταθερή κατακόρυφη απόσταση 1.5 μέτρα από την LIWL (Σχήμα 3). Η αμέσως επόμενη περιοχή κατά τον κατακόρυφο άξονα είναι αυτή του κατώτερου τμήματος της γάστρας πριν τον πυθμένα και εκτείνεται από το κάτω μέρος της περιοχής της “ζώνης πάγου” μέχρι το σημείο που το κέλυφος του πλοίου σχηματίζει γωνία 7 μοιρών με το οριζόντιο επίπεδο (IACS UR 12, 2016). Το υπόλοιπο τμήμα που εκτείνεται κάτω από το κατώτερο τμήμα της γάστρας, είναι η περιοχή του πυθμένα.

Η μεσαία περιοχή του πλοίου στο διαμήκη άξονα ορίζεται ως η περιοχή από την πρυμναία κατακόρυφη της περιοχής, ενδιάμεσα της πλώρης και του μέσου τμήματος του πλοίου, έως την κατακόρυφη που περνάει από

ένα σημείο που απέχει $0.7 \cdot b$ από την πρυμναία κάθετο (*After Peak* ή *AP*) (Σχήμα 3). Η απόσταση b είναι αυτή μεταξύ της πρυμναίας καθέτου και του σημείου της UIWL στο οποίο εμφανίζεται το μέγιστο ημιπλάτος. Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 3 ισχύει ότι η ελάχιστη τιμή της απόστασης $0.7 \cdot b$ είναι ή $0.15 \cdot L$. Στον κατακόρυφο άξονα η μεσαία περιοχή του πλοίου χωρίζεται σε τρεις περιοχές, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που χωρίζεται και η περιοχή ενδιάμεσα της πλώρης και του μεσαίου τμήματος.

Η τελευταία περιοχή κατά το διάμηκες είναι η περιοχή της πρύμνης, η οποία ορίζεται ως η περιοχή πρύμνηθεν της μεσαία περιοχής του πλοίου. Η κατακόρυφη διαμερισματοποίηση της περιοχής της πρύμνης γίνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που γίνεται και στην μεσαία περιοχή του πλοίου και στην περιοχή ενδιάμεσα της πλώρης και του μεσαίου τμήματος του πλοίου.

4. Φορτία που ασκούνται στο πλοίο κατά την κρούση του με τον πάγο

Το τμήμα της γάστρας που είναι ειδικά ενισχυμένο ενάντια στον πάγο πρέπει να αντέχει τα φορτία που αναπτύσσονται στις κρούσεις του πλοίου με τα κομμάτια πάγου που συναντά.

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται αρχικά το σενάριο κρούσης του πλοίου με τον πάγο που χρησιμοποιείται στους κανόνες της IACS, το οποίο είναι βασισμένο στη “σύγκρουση Ρορον”. Στη “σύγκρουση Ρορον”, το πλοίο συγκρούεται υπό γωνία με ένα κυκλικό κομμάτι πάγου το οποίο έχει πολύ μικρό πάχος συγκριτικά με τις άλλες διαστάσεις του και είναι αρχικά ακίνητο. Για την κρούση των δύο σωμάτων θεωρείται ότι είναι ανελαστική, οι δυνάμεις τριβής αγνοούνται και η ενέργεια που χάνεται μετατρέπεται σε ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου. Επιλύοντας τις εξισώσεις της ορμής στη διεύθυνση της κρούσης και χρησιμοποιώντας τη συνθήκη ότι στο τέλος μιας ανελαστικής κρούσης τα διανύσματα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων είναι ίσα, υπολογίζεται η διαφορά της ορμής του πλοίου (διαφορά της τελικής μείον την αρχική ορμή). Ο Ρορον έδειξε ότι η διαφορά της ορμής του πλοίου που προκύπτει επιλύοντας το σύνθετο πρόβλημα της κρούσης του πλοίου με τον πάγο στις τρεις διαστάσεις, τελικά υπολογίζεται από μια σχέση που παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με τη διαφορά της ορμής που προκύπτει από ένα ισοδύναμο πρόβλημα κρούσης δύο σωμάτων σε μία διάσταση. Απλοποιώντας το πρόβλημα των τριών διαστάσεων σε πρόβλημα μιας διάστασης, η μορφή της εξίσωσης της αρχής διατήρησης της ενέργειας από την οποία προκύπτει η ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου, απλοποιείται ουσιαστικά.

Το σενάριο κρούσης πλοίου και πάγου στους κανόνες της IACS διαφέρει από την κρούση Ρορον στο ότι το σχήμα του κομματιού του πάγου θεωρείται ένας κυκλικός τομέας 150 μοιρών, η ακτίνα του οποίου είναι αρκετά μεγαλύτερη από τις διαστάσεις του πλοίου (θεωρείται άπειρη στους υπολογισμούς). Επειδή η μάζα του πάγου θεωρείται άπειρη, η συνιστώσα της ταχύτητας του στη διεύθυνση της κρούσης μηδενίζεται στο τέλος της κρούσης. Η συνιστώσα της ταχύτητας του πλοίου στο τέλος της κρούσης είναι επίσης μηδενική. Το αποτέλεσμα είναι η αρχική κινητική ενέργεια του πλοίου που εξαρτάται από τη συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας του πλοίου στη διεύθυνση της κρούσης, να μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου αναλύεται ο τρόπος υπολογισμού των πιέσεων που λαμβάνονται υπόψη για τον σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής, οι οποίες διαφέρουν ανά περιοχή υποδιαίρεσης της γάστρας του πλοίου (Κεφάλαιο 3).

Η διαδικασία υπολογισμού των πιέσεων που χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής των διάφορων περιοχών του πλοίου, ξεκινάει με τον υπολογισμό της δύναμης που ασκείται στο πλοίο κατά την κρούση του με τον πάγο. Λόγω μιας εμπειρικής σχέσης που συνδέει την πίεση με την επιφάνεια, η δύναμη μπορεί να γραφτεί ως συνάρτηση αποκλειστικά της επιφάνειας. Η επιφάνεια της κρούσης, το σχήμα της οποίας είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο, είναι η επιφάνεια με την οποία ο πάγος εφάπτεται στο πλοίο στο τέλος της κρούσης, δηλαδή όταν η διείδυση του πλοίου στον πάγο έχει μέγιστη τιμή και εξαρτάται από τη γεωμετρία του πλοίου, του πάγου και του βάθους της διείδυσης. Το βάθος διείδυσης, που αποτελεί τη μόνη άγνωστη μεταβλητή, καθώς η γεωμετρία του πλοίου και του πάγου είναι γνωστή, προκύπτει από την εξίσωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας καθώς η ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου υπολογίζεται ολοκληρώνοντας τη δύναμη κατά το βάθος της διείδυσης του πλοίου στον πάγο. Στον υπολογισμό της δύναμης λαμβάνεται υπόψη και το ενδεχόμενο θραύσης του πάγου λόγω κάμψης, αν η δύναμη ξεπεράσει μια οριακή τιμή.

Για απλοποίηση των υπολογισμών, η επιφάνεια επαφής του πλοίου και του πάγου από τριγωνική προσεγγίζεται με ορθογώνια επιφάνεια ίδιου εμβαδού. Η τελική επιφάνεια επαφής που λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς είναι μικρότερη εξαιτίας του φαινομένου “*spalling*”, δηλαδή της θραύσης κομματιών πάγου περιμετρικά της επιφάνειας επαφής του πλοίου με τον πάγο.

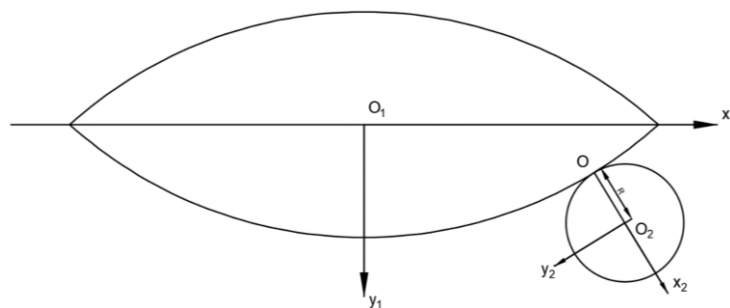
Προκειμένου να υπολογιστεί η πίεση που λαμβάνεται υπόψη για τη σχεδίαση των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην περιοχή της πλώρης του πλοίου (Κεφάλαιο 3), πρέπει να υπολογισθούν οι δυνάμεις, τα γραμμικά φορτία και οι πιέσεις σε τέσσερα σημεία της πλώρης του πλοίου. Τα γραμμικά φορτία και οι πιέσεις στα τμήματα αυτά υπολογίζονται με χρήση των διαστάσεων της προσεγγιστικής ορθογώνιας επιφάνειας κρούσης. Από τις μέγιστες τιμές των δυνάμεων, των γραμμικών φορτίων και των πιέσεων υπολογίζεται η πίεση που λαμβάνεται υπόψη για τη σχεδίαση της περιοχής της πλώρης του πλοίου.

Η πίεση που λαμβάνεται υπόψη για τη σχεδίαση των στοιχείων της τοπικής αντοχής στις περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας του πλοίου εκτός της πλώρης, υπολογίζεται σαν ένα ποσοστό της πίεσης που αναπτύσσεται σε μια πλήρη συγκεκριμένης γεωμετρίας.

4.1 Η σύγκρουση Ρορον

Στο σενάριο που χρησιμοποιείται στους κανόνες της IACS, το πλοίο πλέει με σταθερή ταχύτητα και συγκρούεται στην περιοχή της πλώρης, με το αρχικά ακίνητο κομμάτι πάγου, υπό γωνία. Η κρούση αυτή μελετήθηκε πρώτη φορά από τον Ρορον (*Roron et al., 1969*), και για το λόγο αυτό αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία ως “*σύγκρουση Ρορον*”. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η αρχική εκδοχή της “*σύγκρουσης Ρορον*” και οι παραδοχές που έχουν γίνει σε αυτή και έπειτα αναφέρονται οι διαφορές που παρουσιάζει το σενάριο του Ρορον με το αντίστοιχο σενάριο που έχει υιοθετηθεί και χρησιμοποιείται σήμερα από την IACS.

Στη “*σύγκρουση Ρορον*” ο διαμήκης άξονας συμμετρίας του πλοίου είναι ο O_1x_1 (Σχήμα 4) με θετική φορά την έμπροση, ο εγκάρσιος άξονας συμμετρίας του είναι ο O_1y_1 με θετική φορά τη δεξιά μεριά του πλοίου (*Starboard Side*) και ο κατακόρυφος άξονας συμμετρίας του είναι ο O_1z_1 με θετική φορά προς τον πυθμένα του πλοίου, όπου με O_1 συμβολίζεται το κέντρο βάρους του πλοίου. Όσον αφορά το κομμάτι πάγου, θεωρείται ότι είναι κυκλικό, ακτίνας R , με άξονες συμμετρίας τους O_2x_2 , O_2y_2 και O_2z_2 , όπου με O_2 συμβολίζεται το κέντρο βάρους του πάγου. Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται η κάτοψη της “*σύγκρουσης Ρορον*”.



Σχήμα 4. Κάτοψη “*σύγκρουσης Ρορον*” (Ρορον et al., 1969)

Για την κρούση του πλοίου με τον πάγο ισχύουν τα παρακάτω:

- Οι δυνάμεις τριβής θεωρούνται αμελητέες
- Η κρούση θεωρείται ανελαστική
- Η ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση μετατρέπεται σε ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου
- Το πλοίο κινείται αρχικά με ταχύτητα v_0 , με φορά τη θετική του άξονα O_1x_1 , η οποία εξαρτάται από την Πολική Κλάση του πλοίου
- Ο πάγος είναι αρχικά ακίνητος

Η σύγκρουση των δύο σωμάτων θεωρείται ότι πραγματοποιείται στο σημείο επαφής των δύο σωμάτων, που είναι το σημείο O του προηγούμενου σχήματος (Σχήμα 4). Η διεύθυνση της κρούσης (*Line of Impact*), είναι η διεύθυνση ενός διανύσματος που είναι κάθετο στο επίπεδο που εφάπτεται στη επιφάνεια του πλοίου στο σημείο O . Κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων, αν εφαρμοστεί ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα, στο σημείο O του πλοίου, προκύπτει ότι αναπτύσσονται δύο δυνάμεις ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης στη διεύθυνση της κρούσης. Αν συμβολιστεί με F_1 η δύναμη που δέχεται το πλοίο από τον πάγο (Σχήμα 5) και με F_2 η δύναμη που δέχεται ο πάγος από το πλοίο κατά τη σύγκρουσή τους, τότε ισχύει:

$$F_1 = -F_2 \quad (4.1)$$

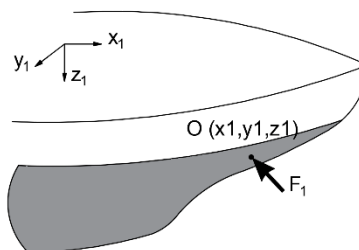
Θεωρώντας ότι ο χρόνος δράσης των δυνάμεων F_1 και F_2 σε κάθε ένα από τα δύο σώματα είναι ίσος με t , προκύπτει ότι και η ώθηση των δύο σωμάτων είναι ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης (*):

$$F_1 \cdot t = -F_2 \cdot t \quad (4.2)$$

Αποτέλεσμα της τελευταίας σχέσης είναι ότι και η διαφορά της ορμής (διαφορά της τελικής μείον την αρχική ορμή) του ενός σώματος έχει ίσο μέτρο αλλά διαφορετική κατεύθυνση στη διεύθυνση της κρούσης από τη διαφορά της ορμής του άλλου σώματος:

$$M_1 \cdot \Delta v_1 = -M_2 \cdot \Delta v_2 \Rightarrow \Delta P_1 = -\Delta P_2 \quad (4.3)$$

Στην τελευταία εξίσωση (4.3) με M_1 και M_2 συμβολίζονται η μάζα του πλοίου και του πάγου αντίστοιχα, με Δv_1 και Δv_2 η διαφορά της ταχύτητας του πλοίου και του πάγου αντίστοιχα και με ΔP_1 και ΔP_2 η διαφορά της ορμής του πλοίου και του πάγου αντίστοιχα.



Σχήμα 5. Διεύθυνση της δύναμης που δέχεται το πλοίο από τον πάγο κατά την σύγκρουσή τους (Daley, 2000)

(*) Υποθέτουμε για σύμβολο πολλαπλασιασμού απλών αριθμητικών μεγεθών την τελεία (·) όπως συνηθίζεται και στους κανόνες. Στην περίπτωση του εσωτερικού γινομένου τα μεγέθη είναι διανυσματικά.

Συμβολίζοντας με:

- l_1 , m_1 και n_1 τα κατευθύνοντα συνημίτονα ως προς τους O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 αντίστοιχα, ενός διανύσματος που είναι κάθετο στο επίπεδο που εφάπτεται στο σημείο O του πλοίου
- v_1 , u_1 και w_1 τις συνιστώσες της ταχύτητας του κέντρου βάρους του πλοίου ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 μετά την κρούση
- AM_{x1} , AM_{y1} και AM_{z1} τους συντελεστές πρόσθετης μάζας νερού στις κινήσεις Surge, Sway και Heave

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις ορμής:

$$M_1 \cdot (1 + AM_{x1}) \cdot (v_1 - v_0) = \Delta P_{x1} = l_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.4)$$

$$M_1 \cdot (1 + AM_{y1}) \cdot u_1 = \Delta P_{y1} = m_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.5)$$

$$M_1 \cdot (1 + AM_{z1}) \cdot w_1 = \Delta P_{z1} = n_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.6)$$

Όσον αφορά τη στροφορμή, η οποία συμβολίζεται με L , αν I είναι η ροπή αδράνειας ενός σώματος και ω η γωνιακή ταχύτητα με την οποία περιστρέφεται γύρω από το κέντρο βάρους του, τότε ισχύει:

$$L = I \cdot \omega \quad (4.7)$$

Ισχύει επίσης για τη στροφορμή ενός τυχαίου σημείου O ενός σώματος:

$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{P} \quad (4.8)$$

Όπου με \bar{r} συμβολίζεται το διάνυσμα θέσης με αρχή το κέντρο βάρους του σώματος και πέρας το τυχαίο σημείο O και με \bar{P} συμβολίζεται το διάνυσμα της ορμής του σώματος. Συμβολίζοντας με x_1 , y_1 και z_1 τις συντεταγμένες του σημείου κρούσης O , προκύπτει ότι:

$$\bar{L} = (L_{x1}, L_{y1}, L_{z1}) = \bar{r} \times \bar{P} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ P_{x1} & P_{y1} & P_{z1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Από την τελευταία σχέση (4.9) προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$L_{x1} = y_1 \cdot P_{z1} - z_1 \cdot P_{y1} \quad (4.10)$$

$$L_{y1} = z_1 \cdot P_{x1} - x_1 \cdot P_{z1} \quad (4.11)$$

$$L_{z1} = x_1 \cdot P_{y1} - y_1 \cdot P_{x1} \quad (4.12)$$

Επειδή το πλοίο δεν έχει αρχικά στροφορμή οι συνιστώσες της ορμής P_{x1} , P_{y1} , P_{z1} είναι ίσες με τις διαφορές των ορμών ΔP_{x1} , ΔP_{y1} , ΔP_{z1} και οι σχέσεις (4.10), (4.11) και (4.12) σε συνδυασμό και τις σχέσεις (4.4), (4.5) και (4.6) γράφονται:

$$L_{x1} = y_1 \cdot \Delta P_{z1} - z_1 \cdot \Delta P_{y1} \Rightarrow L_{x1} = (y_1 \cdot n_1 - z_1 \cdot m_1) \cdot \Delta P_1 \quad (4.13)$$

$$L_{y1} = z_1 \cdot \Delta P_{x1} - x_1 \cdot \Delta P_{z1} \Rightarrow L_{y1} = (z_1 \cdot l_1 - x_1 \cdot n_1) \cdot \Delta P_1 \quad (4.14)$$

$$L_{z1} = x_1 \cdot \Delta P_{y1} - y_1 \cdot \Delta P_{x1} \Rightarrow L_{z1} = (x_1 \cdot m_1 - y_1 \cdot l_1) \cdot \Delta P_1 \quad (4.15)$$

Αν συμβολιστούν με:

- I_{x1} , I_{y1} και I_{z1} οι ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 αντίστοιχα
- AM_{Roll1} , AM_{Pitch1} και AM_{Yaw1} οι συντελεστές πρόσθετης μάζας νερού στις περιστροφικές κινήσεις Roll, Pitch και Yaw αντίστοιχα
- p_1 , q_1 και r_1 οι συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας του πλοίου στους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 μετά την κρούση
- λ_1 , μ_1 και ν_1 οι μοχλοβραχίονες για τις περιστροφικές κινήσεις Roll, Pitch και Yaw αντίστοιχα

τότε με βάση τον τύπο (4.7) προκύπτουν οι σχέσεις:

$$I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1}) \cdot p_1 = \lambda_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.16)$$

$$I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1}) \cdot q_1 = \mu_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.17)$$

$$I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1}) \cdot r_1 = \nu_1 \cdot \Delta P_1 \quad (4.18)$$

Συγκρίνοντας τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (4.13), (4.14) και (4.15), με τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (4.16), (4.17) και (4.18), είναι φανερό ότι οι σχέσεις από τις οποίες υπολογίζονται οι μοχλοβραχίονες λ_1 , μ_1 και ν_1 , είναι οι:

$$\lambda_1 = y_1 \cdot n_1 - z_1 \cdot m_1 \quad (4.19)$$

$$\mu_1 = z_1 \cdot l_1 - x_1 \cdot n_1 \quad (4.20)$$

$$\nu_1 = x_1 \cdot m_1 - y_1 \cdot l_1 \quad (4.21)$$

Οι παραπάνω μοχλοβραχίονες των περιστροφικών κινήσεων Roll, Pitch και Yaw είναι πιο συγκεκριμένα, οι ελάχιστες αποστάσεις που απέχει ένα διάνυσμα στη διεύθυνση της κρούσης, από τους άξονες περιστροφής των κινήσεων Roll, Pitch και Yaw αντίστοιχα.

Όσον αφορά το κομμάτι πάγου, στη “σύγκρουση Poron”, θεωρείται ότι η κίνησή του μετά την κρούση περιορίζεται στο επίπεδο x_2z_2 και συνεπώς οι εξισώσεις ορμής του είναι οι:

$$M_2 \cdot (1 + AM_{x2}) \cdot v_2 = \Delta P_{x2} = l_2 \cdot \Delta P_2 \quad (4.22)$$

$$M_2 \cdot (1 + AM_{z2}) \cdot w_2 = \Delta P_{z2} = n_2 \cdot \Delta P_2 \quad (4.23)$$

Όπου με AM_{x2} και AM_{z2} συμβολίζονται οι συντελεστές πρόσθετης μάζας νερού για τον πάγο στις κινήσεις Surge και Heave, με v_2 και w_2 συμβολίζονται οι ταχύτητες του κέντρου βάρους του πάγου στους άξονες O_2x_2 και O_2z_2 μετά την κρούση και με l_2 και n_2 συμβολίζονται οι συνιστώσες στους άξονες O_2x_2 και O_2z_2 ενός διανύσματος που είναι κάθετο στο επίπεδο που εφάπτεται στο σημείο O του πλοίου.

Αντίστοιχα η εξίσωση της στροφορμής στο επίπεδο x_2z_2 για το κομμάτι πάγου είναι η:

$$I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2}) \cdot q_2 = \mu_2 \cdot \Delta P_2 = R \cdot n_2 \cdot \Delta P_2 \quad (4.24)$$

Όπου με I_{y2} συμβολίζεται η ροπή αδράνειας του πάγου ως προς τον άξονα O_2y_2 , με AM_{Pitch2} συμβολίζεται ο συντελεστής πρόσθετης μάζας νερού στην κίνηση Pitch του πάγου, με q_2 η συνιστώσα της γωνιακής ταχύτητας στον άξονα O_2y_2 και με μ_2 ο μοχλοβραχίονας της περιστροφικής κίνησης Pitch ο οποίος

ισούται με $R \cdot n_2$. Ο λόγος που ισχύει η δεύτερη ισότητα της τελευταίας εξίσωσης (4.24) είναι ότι το κομμάτι πάγου της “σύγκρουσης Ρορον”, θεωρείται ότι έχει πολύ μικρό πάχος συγκριτικά με τις άλλες διαστάσεις του, με αποτέλεσμα ο μοχλοβραχίονας της κίνησης Pitch να περιορίζεται μόνο στην κατακόρυφη συνιστώσα, η οποία απέχει απόσταση $R \cdot n_2$ από το κέντρο βάρους του πάγου.

Για την ανελαστική κρούση θεωρείται ότι, τα διανύσματα των ταχυτήτων του πλοίου και του πάγου στη διεύθυνση της κρούσης, στο τέλος της κρούσης θα είναι ίσα. Με βάση αυτή τη συνθήκη προκύπτει η εξίσωση:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow v_1 \cdot l_1 + u_1 \cdot m_1 + w_1 \cdot n_1 + \underline{(q_1 \cdot z_1 - r_1 \cdot y_1)} \cdot l_1 + \underline{(r_1 \cdot x_1 - p_1 \cdot z_1)} \cdot m_1 + \underline{(p_1 \cdot y_1 - q_1 \cdot x_1)} \cdot n_1 = v_2 \cdot l_2 + w_2 \cdot n_2 - \underline{q_2 \cdot x_2 \cdot n_2} \quad (4.25)$$

Στην τελευταία εξίσωση (4.25) οι όροι που είναι υπογραμμισμένοι μια φορά είναι οι συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας του πλοίου στους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 αντίστοιχα, οι οποίες προκύπτουν από τη σχέση:

$$V_1(\text{γραμμική}) = \left(V_{x_1}(\text{γραμμική}), V_{y_1}(\text{γραμμική}), V_{z_1}(\text{γραμμική}) \right) = \bar{\omega} \times \bar{r} \Rightarrow$$

$$V_1(\text{γραμμική}) = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Από την τελευταία σχέση (4.26) προκύπτουν οι συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας του πλοίου που χρησιμοποιήθηκαν στη σχέση (4.25):

$$V_{x_1}(\text{γραμμική}) = q_1 \cdot z_1 - r_1 \cdot y_1 \quad (4.27)$$

$$V_{y_1}(\text{γραμμική}) = r_1 \cdot x_1 - p_1 \cdot z_1 \quad (4.28)$$

$$V_{z_1}(\text{γραμμική}) = p_1 \cdot y_1 - q_1 \cdot x_1 \quad (4.29)$$

Ο όρος που είναι υπογραμμισμένος δύο φορές στη σχέση (4.25) είναι η συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας του κομματιού του πάγου στον κατακόρυφο άξονα O_2z_2 . Επειδή όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως το πάχος του κομματιού του πάγου είναι πολύ μικρότερο συγκριτικά με τις άλλες διαστάσεις του, η συνιστώσα της γραμμικής ταχύτητας $q_2 \cdot z_2$ στον άξονα O_2x_2 δεν λαμβάνεται υπόψη. Επίσης το σημείο x_2 του κομματιού του πάγου βρίσκεται σε απόσταση $-R$ από το κέντρο βάρους του οπότε ο όρος αυτός μπορεί και να γραφτεί ως $q_2 \cdot R \cdot n_2$.

Όπως φαίνεται και από τη σχέση (4.3) η διαφορά της ορμής του πλοίου έχει διαφορετικό πρόσημο από τη διαφορά της ορμής του πάγου. Αυτό συμβαίνει επειδή η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή και επομένως, κατά την κρούση, το πλοίο χάνει ορμή την οποία αποκτά ο πάγος. Αν η ορμή που μεταφέρεται από το ένα σώμα στο άλλο συμβολιστεί με ΔP τότε ισχύει:

$$\Delta P_1 = -\Delta P \text{ και } \Delta P_2 = \Delta P \quad (4.30)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.4) – (4.6) και (4.16) – (4.24) στην εξίσωση (4.25) και επιλύοντας ως προς $v_0 \cdot l_1$ προκύπτει:

$$v_0 \cdot l_1 = \left(\frac{l_1^2}{(1 + AM_{x1})} + \frac{m_1^2}{(1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2}{(1 + AM_{z1})} \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_1} + \left(\left(\frac{\mu_1^2}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} + \frac{v_1^2}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} + \frac{\lambda_1^2}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} \right) \cdot M_1 \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_1} + \left(\frac{l_2^2}{(1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2}{(1 + AM_{z2})} \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_2} + \left(\left(\frac{R^2 \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \right) \cdot M_2 \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_2} \quad (4.31)$$

Συμβολίζοντας με C_1 την ποσότητα:

$$C_1 = \frac{l_1^2}{(1 + AM_{x1})} + \frac{m_1^2}{(1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2}{(1 + AM_{z1})} + \left(\frac{\mu_1^2}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} + \frac{v_1^2}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} + \frac{\lambda_1^2}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} \right) \cdot M_1 \quad (4.32)$$

Και με C_2 την ποσότητα:

$$C_2 = \frac{l_2^2}{(1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2}{(1 + AM_{z2})} + \left(\frac{R^2 \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \right) \cdot M_2 \quad (4.33)$$

Η σχέση (4.31) γράφεται:

$$v_0 \cdot l_1 = C_1 \cdot \frac{\Delta P}{M_1} + C_2 \cdot \frac{\Delta P}{M_2} \Rightarrow \Delta P = \frac{v_0 \cdot l_1 \cdot M_1 \cdot M_2}{C_1 \cdot M_2 + C_2 \cdot M_1} = \frac{v_0 \cdot l_1 \cdot M_1 \cdot M_2}{\frac{C_1 \cdot M_2}{C_1 \cdot M_2} + \frac{C_2 \cdot M_1}{C_1 \cdot M_2}} \Rightarrow \Delta P = \frac{M_1}{C_1} \cdot \frac{v_0 \cdot l_1}{1 + \frac{M_1 \cdot C_2}{C_1 \cdot M_2}} \quad (4.34)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της σχέσης (4.31) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 1.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής σε μία κεντρική, ανελαστική κρούση, δύο σωμάτων μάζας M' και M'' , όπου το σώμα μάζας M' κινείται με αρχική ταχύτητα V_1 , το σώμα μάζας M'' βρίσκεται αρχικά σε ακινησία και V_2 είναι η από κοινού ταχύτητα των δύο σωμάτων μετά την κρούση, προκύπτει η σχέση:

$$V_1 \cdot M' = V_2 \cdot (M' + M'') \quad (4.35)$$

Αν η διαφορά της ορμής του σώματος που βρίσκεται αρχικά σε ακινησία συμβολιστεί με ΔP , προκύπτει για το σώμα αυτό:

$$\Delta P = V_2 \cdot M'' = \frac{V_1 \cdot M' \cdot M''}{M' + M''} \Rightarrow \Delta P = \frac{V_1 \cdot M'}{1 + \frac{M'}{M''}} \quad (4.36)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (4.34) και (4.36) προκύπτει ότι:

$$V_1 = v_0 \cdot l_1 \quad (4.37)$$

$$M' = \frac{M_1}{C_1} \quad (4.38)$$

$$M'' = \frac{M_2}{C_2} \quad (4.39)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω απόδειξη, ο Ρορον έδειξε ότι η σύνθετη επίλυση του προβλήματος της κρούσης του πλοίου με τον πάγο στις τρεις διαστάσεις, μπορεί να απλοποιηθεί επιλύοντας ένα ισοδύναμο πρόβλημα κρούσης των δύο σωμάτων σε μία διάσταση (διεύθυνση της κρούσης) αρκεί οι ταχύτητες και οι μάζες των δύο σωμάτων να αντικατασταθούν από αυτές των τύπων (4.37) – (4.39).

Με αυτή την απλοποίηση του προβλήματος η εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στην κρούση παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{1}{2} \cdot M' \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot (M' + M'') \cdot V_2^2 + E_{Crush} \quad (4.40)$$

Όπου με E_{Crush} συμβολίζεται η ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου. Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.35) στην σχέση (4.40) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot M' \cdot V_1^2 &= \frac{1}{2} \cdot (M' + M'') \cdot \left(\frac{V_1 \cdot M'}{M' + M''} \right)^2 + E_{Crush} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(M' \cdot V_1^2 - \frac{(V_1 \cdot M')^2}{M' + M''} \right) = E_{Crush} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(M' + M'') \cdot M' \cdot V_1^2}{M' + M''} - \frac{(V_1 \cdot M')^2}{M' + M''} \right) &= E_{Crush} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{M'' \cdot M' \cdot V_1^2}{M' + M''} \right) = E_{Crush} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{M'} + \frac{1}{M''}} \right) \cdot V_1^2 &= E_{Crush} \quad (4.41) \end{aligned}$$

Η κύρια διαφορά που παρουσιάζει το σενάριο κρούσης πλοίου και πάγου του Ρορον με το σενάριο που χρησιμοποιείται στους κανόνες της IACS σχετίζεται με το κομμάτι πάγου. Στους κανόνες της IACS, θεωρείται ότι οι διαστάσεις του πάγου είναι πολύ μεγάλες (θεωρούνται άπειρες στις πράξεις που ακολουθούν) και το σχήμα του μη κυκλικό, με ιδιαίτερη μορφή, η οποία αναλύεται στην Παράγραφο 4.2 που ακολουθεί. Με βάση τα παραπάνω η εξίσωση (4.41) απλοποιείται και παίρνει τη μορφή:

$$\frac{1}{2} \cdot M' \cdot V_1^2 = E_{Crush} \quad (4.42)$$

Τα μεγέθη V_1 και M' υπολογίζονται από τις εξισώσεις (4.37) και (4.38) αντίστοιχα. Όπως φαίνεται από τις εξισώσεις αυτές η ταχύτητα V_1 υπολογίζεται από το γινόμενο της αρχικής ταχύτητας του πλοίου v_0 επί το κατευθύνον συνημίτονο ως προς τον άξονα O_1x_1 , που είναι το l_1 , ενώ η μάζα M' είναι το πηλίκο της μάζας του πλοίου M_1 προς τη σταθερά C_1 . Η σταθερά αυτή υπολογίζεται από την σχέση (4.32) και εξαρτάται από τα κατευθύνοντα συνημίτονα ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 , τους συντελεστές πρόσθετης μάζας νερού των γραμμικών και περιστροφικών κινήσεων του πλοίου, τους μοχλοβραχίονες των περιστροφικών κινήσεων λ_1 , μ_1 και ν_1 καθώς και τις ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 .

Οι τύποι υπολογισμού των κατευθυνόντων συνημιτόνων ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 προκύπτουν από τη γεωμετρία του πλοίου και συγκεκριμένα από τις γωνίες της γάστρας. Στο σημείο της κρούσης (Σχήμα 6) είναι οι παρακάτω:

$$l_1 = \sin(a) \cdot \cos(\beta') \quad (4.43)$$

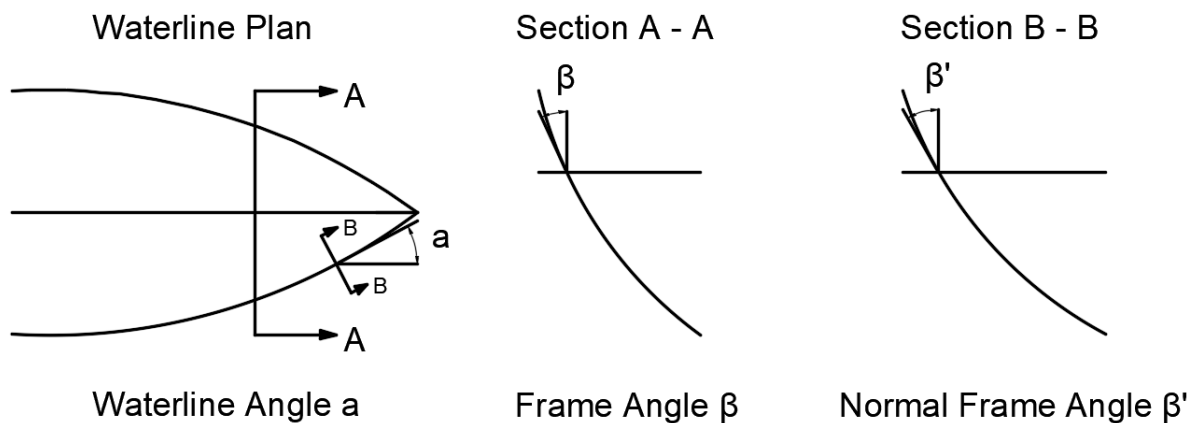
$$m_1 = \cos(a) \cdot \cos(\beta') \quad (4.44)$$

$$n_1 = \sin(\beta') \quad (4.45)$$

Όπου οι γωνίες a , β' και β ορίζονται στο Σχήμα 6. Με a συμβολίζεται η γωνία της ισάλου στο σημείο της κρούσης, ενώ με β' συμβολίζεται η γωνία που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tan(\beta') = \cos(a) \cdot \tan(\beta) \quad (4.46)$$

Όπου β είναι η γωνία της εγκάρσιας τομής στο σημείο της κρούσης.



Σχήμα 6. Γωνίες της γάστρας a , β και β' (IACS UR I2, 2016)

Οι τύποι που χρησιμοποιεί ο Ρορον για τον υπολογισμό των συντελεστών πρόσθετης μάζας νερού και των ροπών αδράνειας, έχουν προκύψει είτε πειραματικά, είτε προσεγγιστικά, θεωρώντας ότι το σχήμα του πλοίου είναι ελλειψοειδές ή παραλληλεπίπεδο. Οι τύποι υπολογισμού των συντελεστών πρόσθετης μάζας νερού των γραμμικών κινήσεων, που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι οι:

$$AM_{x1} = 0 \quad (4.47)$$

$$AM_{y1} = 2 \cdot \frac{T}{B} \quad (4.48)$$

$$AM_{z1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{B \cdot C_{WP}^2}{C_B \cdot T \cdot (1 + C_{WP})} \quad (4.49)$$

Και αντίστοιχα οι τύποι υπολογισμού των συντελεστών πρόσθετης μάζας νερού των περιστροφικών κινήσεων είναι οι:

$$AM_{Roll1} = 0.25 \quad (4.50)$$

$$AM_{Pitch1} = \frac{B}{T \cdot (3 - 2 \cdot C_{WP}) \cdot (3 - C_{WP})} \quad (4.51)$$

$$AM_{Yaw1} = 0.3 + 0.05 \cdot \frac{L}{B} \quad (4.52)$$

Όσον αφορά τις ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες O_1x_1 , O_1y_1 και O_1z_1 , υπολογίζονται αντίστοιχα από τους τύπους:

$$I_{x1} = M_1 \cdot \left(\frac{C_{WP} \cdot B^2}{11.4 \cdot C_M} + \frac{D^2}{12} \right) \quad (4.53)$$

$$I_{y1} = M_1 \cdot (0.07 \cdot C_{WP} \cdot L^2) \quad (4.54)$$

$$I_{z1} = M_1 \cdot \left(\frac{L^2}{16} \right) \quad (4.55)$$

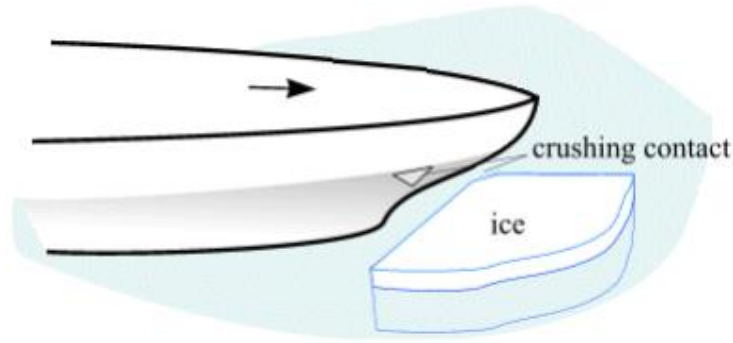
Στις παραπάνω σχέσεις με L , T , B και D συμβολίζονται το μήκος, το βύθισμα, το πλάτος και το κοίλο του πλοίου αντίστοιχα ενώ με C_B , C_M και C_{WP} συμβολίζονται ο συντελεστής γάστρας, ο συντελεστής μέσης τομής και ο συντελεστής ισάλου αντίστοιχα.

4.2 Η δύναμη που δέχεται το πλοίο κατά την κρούση

Κατά την κρούση του πλοίου με τον πάγο, το πλοίο δέχεται μια δύναμη από τον πάγο F_1 στην διεύθυνση της κρούσης και με κατεύθυνση από τον πάγο προς το πλοίο (Σχήμα 5). Αντίστοιχα ο πάγος δέχεται μια δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης, F_2 , στη διεύθυνση αυτή. Η δύναμη αυτή υπολογίζεται από τον τύπο:

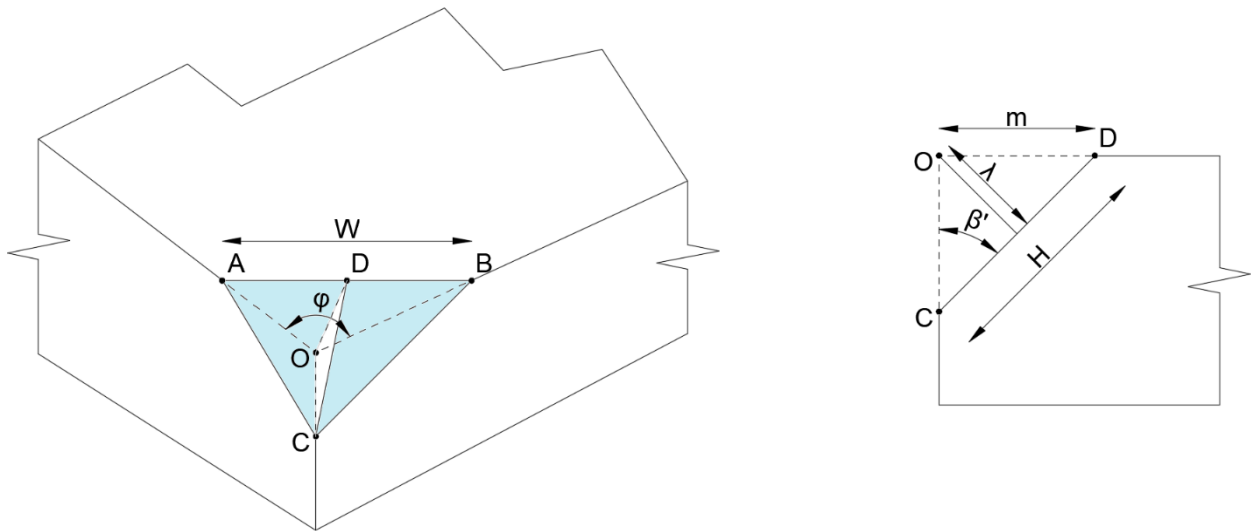
$$F = P \cdot A \quad (4.56)$$

Το εμβαδό A αντιστοιχεί στο εμβαδό επαφής του πλοίου με τον πάγο στο τέλος της κρούσης (Σχήμα 7, crushing contact), όπου το βάθος της διείσδυσης του πλοίου στον πάγο είναι μέγιστο, ενώ με P συμβολίζεται η πίεση που δημιουργείται λόγω της δύναμης F . Το εμβαδό A προκύπτει από την γεωμετρία του πλοίου αλλά και του πάγου στο σημείο σύγκρουσής τους. Η γεωμετρία του πλοίου στο σημείο της κρούσης είναι αυτή του Σχήματος 6. Όσον αφορά το κομμάτι πάγου, το σχήμα του δεν είναι κυκλικό, αλλά είναι ένας κυκλικός τομέας μικρότερος του ημικυκλίου, απείρων διαστάσεων και με μικρό σχετικά πάχος (Σχήμα 7).



Σχήμα 7. Σχήμα κομματιού πάγου (Daley, 2000)

Το σημείο του πάγου στο οποίο συγκρούεται το πλοίο είναι η κορυφή του κυκλικού τομέα (Σχήμα 8, σημείο O) η γεωμετρία της οποίας γίνεται ευκολότερα κατανοητή στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 8. Γεωμετρία του πάγου στο σημείο σύγκρουσης (El Jaaba, 2013)

Όπως φαίνεται από τα Σχήματα 7 και 8 η επιφάνεια επαφής του πλοίου και του πάγου στο τέλος της κρούσης είναι ένα ισοσκελές τρίγωνο βάσης W και ύψους H. Αν με λ συμβολιστεί το βάθος της διείσδυσης του πλοίου στον πάγο στη διεύθυνση της κρούσης και με φ συμβολιστεί η γωνία του κυκλικού τομέα (Σχήμα 8), τότε προκύπτει:

$$\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{W}{2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{W}{2} \cdot \frac{\cos(\beta')}{\lambda} \Rightarrow$$

$$W = \frac{2 \cdot \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda}{\cos(\beta')} \quad (4.57)$$

$$\sin(\beta') = \frac{m}{H} = \frac{\lambda}{H \cdot \cos(\beta')} \Rightarrow$$

$$H = \frac{\lambda}{\sin(\beta') \cdot \cos(\beta')} \quad (4.58)$$

Το εμβαδό επαφής του πλοίου με το κομμάτι πάγου στο τέλος της κρούσης, μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των σχέσεων (4.57) και (4.58) και είναι ίσο με:

$$A = \frac{W \cdot H}{2} = \frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \quad (4.59)$$

Όσον αφορά την πίεση P , που αναπτύσσεται στην αλληλεπίδραση του πλοίου με τον πάγο, συνδέεται μέσω μιας εμπειρικής σχέσης με την επιφάνεια A . Η σχέση αυτή είναι η:

$$P = C \cdot A^q \quad (4.60)$$

Στην τελευταία σχέση (4.60) η σταθερά C είναι θετική, ενώ η σταθερά q είναι αρνητική και κυμαίνεται μεταξύ των τιμών -0.7 έως 0 (Kim and Schulson, 2015). Στους κανόνες της IACS η σταθερά C συμβολίζεται με P_0 ενώ η σταθερά q συμβολίζεται με ex και συνεπώς η σχέση (4.60) παίρνει τη μορφή (Daley, 2000):

$$P = P_0 \cdot A^{ex} \quad (4.61)$$

Η σταθερά P_0 αντιπροσωπεύει την πίεση που αναπτύσσεται σε ένα τετραγωνικό μέτρο, εξαρτάται από την Πολική Κλάση του πλοίου και παίρνει τιμές από 1.25 έως 6 MPa. Αντίστοιχα η σταθερά ex είναι ίση με -0.1 . Επειδή στην παραπάνω σχέση (4.61) οι μονάδες του ενός μέλους είναι διαφορετικές από του άλλου, κάτι που δημιουργεί διαστατική σύγχυση, στη συνέχεια των υπολογισμών η σχέση αυτή θα πάρει την μορφή:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^{ex} \quad (4.62)$$

Όπου με A_0 συμβολίζεται η επιφάνεια εμβαδού ενός τετραγωνικού μέτρου. Με την αλλαγή αυτή δεν προκαλείται κάποια ποσοτική αλλοίωση της πίεσης P και η σχέση είναι διαστατικά σωστή.

Αντικαθιστώντας την τελευταία σχέση (4.62) στην σχέση (4.56) προκύπτει:

$$F = P \cdot A = P_0 \cdot \left(\frac{A}{A_0}\right)^{ex} \cdot A = P_0 \cdot \frac{A^{ex+1}}{A_0^{ex}} \Rightarrow$$

$$F = P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')}\right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} \quad (4.63)$$

Το μέγιστο βάθος διείσδυσης λ , στην παραπάνω σχέση (4.63), υπολογίζεται με τη βοήθεια της εξίσωσης (4.42). Το δεύτερο μέλος της εξίσωσης αυτής, E_{Crush} , είναι η κινητική ενέργεια που χάνεται κατά την ανελαστική κρούση και μετατρέπεται σε ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου. Η ενέργεια αυτή, υπολογίζεται ολοκληρώνοντας τη σχέση (4.63), δηλαδή τη δύναμη F , ως προς το βάθος διείσδυσης. Άρα ισχύει:

$$E_{crush} = \int_0^{\lambda(max)} F(\lambda) d\lambda \quad (4.64)$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση (4.64), τις σχέσεις (4.63) και (4.42), προκύπτει:

$$\frac{1}{2} \cdot M' \cdot V_1^2 = \int_0^{\lambda(max)} P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} d\lambda \quad (4.65)$$

Αντικαθιστώντας και τα μεγέθη M' και V_1 , από τις σχέσεις (4.37), (4.38) και (4.43), στην τελευταία σχέση (4.65) προκύπτει ότι το μέγιστο βάθος διείδυσης, $\lambda(max)$, είναι ίσο με:

$$\lambda(max) = \left((2 \cdot ex + 3) \cdot \left(\frac{M_1 \cdot v_0^2 \cdot \sin^{ex+1}(\beta') \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^{2 \cdot ex+4}(\beta') \cdot A_0^{ex}}{2 \cdot C_1 \cdot P_0 \cdot \tan^{ex+1}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^{\frac{1}{2 \cdot ex+3}} \right) \quad (4.66)$$

Η μέγιστη δύναμη προκύπτει αντικαθιστώντας το μέγιστο βάθος διείδυσης, $\lambda(max)$, που υπολογίστηκε από τη σχέση (4.66), στη σχέση (4.63), και είναι ίση με:

$$F = \frac{P_0^{\frac{1}{2 \cdot ex+3}} \cdot \tan^{\frac{ex+1}{2 \cdot ex+3}}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot ex + 3}{2}\right)^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}} \cdot M_1^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}} \cdot v_0^{\frac{4 \cdot ex+4}{2 \cdot ex+3}} \cdot \sin^{\frac{4 \cdot ex+4}{2 \cdot ex+3}}(a) \cdot \cos^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}}(\beta')}{A_0^{\frac{ex}{2 \cdot ex+3}} \cdot \sin^{\frac{ex+1}{2 \cdot ex+3}}(\beta') \cdot C_1^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}}} \quad (4.67)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των σχέσεων (4.66) και (4.67) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 2.

Η τελευταία σχέση (4.67) απλοποιείται αρκετά με αντικατάσταση της σταθεράς ex , η οποία όπως έχει προαναφερθεί είναι ίση με -0.1 καθώς και της γωνίας φ , η οποία θεωρείται ίση με 150 μοίρες. Ο λόγος που η γωνία φ θεωρείται ίση με 150, είναι επειδή η συνάρτηση $\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ είναι γνησίως αύξουσα μεταξύ των 0 και των 180 μοιρών και για το ζητούμενο που είναι η μέγιστη δύναμη προκύπτουν ρεαλιστικές τιμές. Πραγματοποιώντας τις αντικαταστάσεις αυτές η σχέση (4.67) απλοποιείται όπως παρακάτω:

$$F = 1.9 \cdot \frac{P_0^{0.36} \cdot M_1^{0.64} \cdot v_0^{1.28} \cdot \sin^{1.28}(a) \cdot A_0^{0.036} \cdot \cos^{0.64}(\beta')}{\sin^{0.32}(\beta') \cdot C_1^{0.64}} \quad (4.68)$$

Ο παραπάνω τύπος παίρνει και τη μορφή (Daley, 2000):

$$F = fa \cdot P_0^{0.36} \cdot M_1^{0.64} \cdot v_0^{1.28} \cdot A_0^{0.036} \quad (4.69)$$

Αν θεωρηθεί ότι η αδιάστατη σταθερά fa της σχέσης (4.69) ισούται με:

$$fa = 1.9 \cdot \frac{\sin^{1.28}(a) \cdot \cos^{0.64}(\beta')}{\sin^{0.32}(\beta') \cdot C_1^{0.64}} \quad (4.70)$$

Λόγω της πολυπλοκότητας υπολογισμού της σταθεράς fa , η οποία οφείλεται στην σταθερά C_1 , ο τελευταίος τύπος υπολογισμού της σταθεράς fa (4.70) αντικαθίσταται από τον απλοποιημένο τύπο που ακολουθεί (4.71), καθώς οι τιμές που προκύπτουν από τους δύο τύπους έχουν πολύ μικρή απόκλιση μεταξύ τους (Daley, 2000):

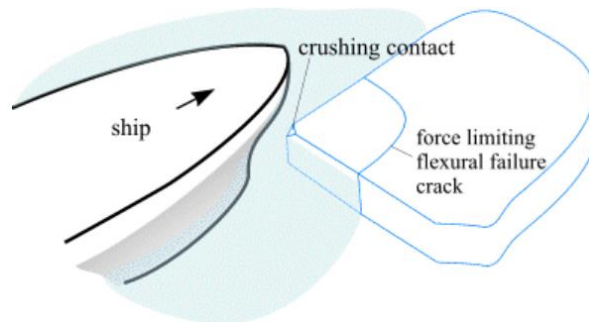
$$fa = \frac{\left(0.097 - 0.68 \cdot \left(\frac{x}{L} - 0.15\right)^2\right) \cdot a}{\sqrt{\beta'}} \leq 0.6 \quad (4.71)$$

Ο τελευταίος τύπος (4.71), είναι έγκυρος για τιμές του fa μικρότερες ή ίσες του 0.6. Αν προκύψουν τιμές μεγαλύτερες από 0.6, η τιμή του fa λαμβάνεται ίση με 0.6. Οι γωνίες της γάστρας του πλοίου a και β' εισάγονται στον τύπο (4.71) σε μοίρες. Όσον αφορά το μέγεθος x , είναι η διαμήκης απόσταση της πρωραίας καθέτου από το σημείο της κρούσης, ενώ με L συμβολίζεται το μήκος “Rule Length”, υπολογισμένο στην UIWL (IACS UR 12, 2016). Το “Rule Length”, είναι το μήκος μεταξύ καθέτων του πλοίου, η τιμή του οποίου πρέπει να είναι μεταξύ των ορίων $0,96 \cdot LOA$ και $0,97 \cdot LOA$, όπου LOA είναι το ολικό μήκος του πλοίου στην UIWL (IACS UR s2, 2010). Σε περίπτωση που το “Rule Length” υπολογιστεί εκτός των ορίων, αν είναι μικρότερο, η τιμή θεωρείται ως $0,96 \cdot LOA$, ενώ αν είναι μεγαλύτερο, θεωρείται ως $0,97 \cdot LOA$.

Πέρα από την παραμόρφωση που προκαλείται στον πάγο όταν το πλοίο διεισδύει σε αυτόν, υπάρχει και το ενδεχόμενο θραύσης του πάγου λόγω κάμψης. Η δύναμη που ενδεχομένως να προκαλέσει την κάμψη του πάγου είναι η κατακόρυφη συνιστώσα F_V της δύναμης F . Όταν η κατακόρυφη συνιστώσα F_V ξεπεράσει μια συγκεκριμένη τιμή, αρχικά διαδίδονται ακτινικές ρωγμές στο κομμάτι πάγου και στη συνέχεια δημιουργείται μια περιφερειακή ρωγμή (Σχήμα 9), η οποία προκαλεί την κάμψη του πάγου. Η τιμή αυτή της κατακόρυφης συνιστώσας F_V υπολογίζεται από τον εμπειρικό τύπο (Sazidy, 2015):

$$F_V = 0.46 \cdot \sigma_f \cdot h_{ice}^2 \cdot \varphi \quad (4.72)$$

Όπου σ_f είναι η αντοχή στην κάμψη του πάγου και h_{ice} είναι το πάχος του, μεγέθη που εξαρτώνται από την Πολική Κλάση του πλοίου, ενώ με φ συμβολίζεται η γωνία του κυκλικού τομέα.



Σχήμα 9. Αστοχία του πάγου σε κάμψη (Sazidy, 2015)

Αν στην τελευταία σχέση (4.72) η γωνία φ αντικατασταθεί από την τιμή 2.618 rad, που αντιστοιχεί σε γωνία 150 μοιρών και η δύναμη F_V γραφτεί στη μορφή $F_{Limit} \cdot \sin(\beta')$, προκύπτει:

$$F_{Limit} = \frac{1.2 \cdot \sigma_f \cdot h_{ice}^2}{\sin(\beta')} \quad (4.73)$$

Αν η τιμή F_{Limit} που προκύπτει από τη σχέση (4.73) είναι μικρότερη από την τιμή της δύναμης F που προκύπτει από τη σχέση (4.69), τότε η δύναμη F περιορίζεται στην τιμή F_{Limit} .

4.3 Απλοποίηση του σχήματος της επιφάνειας φόρτισης του πλοίου

Η επιφάνεια που φορτίζεται το πλοίο κατά τη σύγκρουσή του με τον πάγο, είναι η ισοσκελής τριγωνική επιφάνεια βάσης W , ύψους H και εμβαδού A . Πρακτικά στο τμήμα αυτό του πλοίου ασκείται η πίεση P κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων. Για το εν λόγω τμήμα φόρτισης, γίνεται η παραδοχή, ότι έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το πλάτος και το ύψος του οποίου συμβολίζονται με W_{Nom} και H_{Nom} αντίστοιχα. Το ορθογώνιο αυτό έχει εμβαδό ίσο με αυτό του τριγώνου, δηλαδή A , και αναλογία πλάτους προς ύψος (*Aspect Ratio* ή *AR*), ίση με αυτήν ενός ορθογωνίου με πλάτος W και ύψος H (Daley, 2000). Κατά συνέπεια, για την αναλογία αυτή ισχύει:

$$AR = \frac{W}{H} = \frac{W_{Nom}}{H_{Nom}} \quad (4.74)$$

Ο λόγος που γίνεται η απλοποίηση του σχήματος της επιφάνειας φόρτισης είναι για τη διευκόλυνση των υπολογισμών που σχετίζονται με την τοπική αντοχή του πλοίου η αναλυτική παρουσίαση των οποίων ακολουθεί στα Κεφάλαια 5 και 6.

Η αναλογία πλάτους προς ύψος, AR , προκύπτει αντικαθιστώντας τα μεγέθη W και H , τα οποία υπολογίστηκαν από τους τύπους (4.57) και (4.58), στη σχέση (4.74) και θεωρώντας ότι η γωνία φ είναι ίση με 150 μοίρες:

$$AR = \frac{W}{H} = \frac{\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda}{\cos(\beta')}}{\frac{\lambda}{\sin(\beta') \cdot \cos(\beta')}} = 2 \cdot \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin(\beta') \Rightarrow$$

$$AR = 7.46 \cdot \sin(\beta') \quad (4.75)$$

Για το εμβαδό του ορθογωνίου ισχύει ότι:

$$A = W_{Nom} \cdot H_{Nom} \quad (4.76)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.56) και (4.62) το εμβαδό A υπολογίζεται από τον τύπο:

$$A = \frac{F}{P} = \frac{F}{P_0 \cdot \left(\frac{A}{A_0}\right)^{ex}} \Rightarrow A^{ex+1} = \frac{F \cdot A_0^{ex}}{P_0} \Rightarrow$$

$$A = \left(\frac{F \cdot A_0^{ex}}{P_0} \right)^{\frac{1}{ex+1}} \quad (4.77)$$

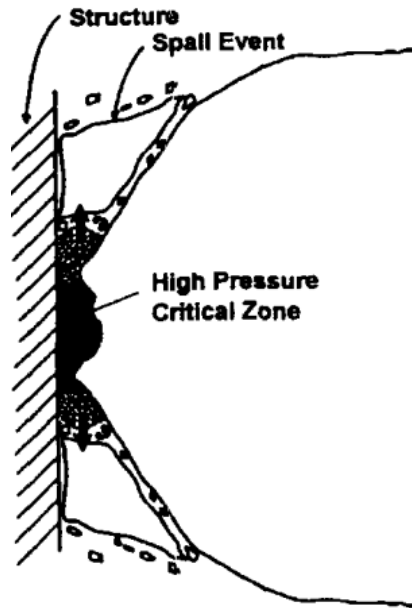
Από τις σχέσεις (4.74), (4.76) και (4.77) προκύπτουν τα μεγέθη H_{Nom} και W_{Nom} :

$$H_{Nom} = \frac{A}{W_{Nom}} = \frac{A}{AR \cdot H_{Nom}} \Rightarrow H_{Nom} = \left(\frac{A}{AR} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{AR^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{F \cdot A_0^{ex}}{P_0} \right)^{\frac{1}{2 \cdot (ex+1)}} \Rightarrow$$

$$H_{Nom} = \left(\frac{F \cdot A_0^{ex}}{AR^{ex+1} \cdot P_0} \right)^{\frac{1}{2 \cdot (ex+1)}} \quad (4.78)$$

$$W_{Nom} = \left(\frac{F \cdot A_0^{ex}}{AR^{ex+1} \cdot P_0} \right)^{\frac{1}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR \quad (4.79)$$

Στην επιφάνεια φόρτισης του πλοίου από τον πάγο πραγματοποιείται μια ακόμα αλλαγή. Το φορτιζόμενο τμήμα, από ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ύψους H_{Nom} και πλάτους W_{Nom} , μετατρέπεται σε ένα ορθογώνιο μικρότερων διαστάσεων, ύψους b και πλάτους w . Ο λόγος που πραγματοποιείται η αλλαγή αυτή είναι διότι κατά τη σύγκρουση του πλοίου με την άκρη ενός κομματιού πάγου, παρατηρείται θραύση μεγάλων τμημάτων του πάγου στην περίμετρο της επιφάνειας επαφής των δύο σωμάτων (*spalling*), με αποτέλεσμα τη μείωση της επιφάνειας αυτής. Λόγω της μείωσης της επιφάνειας στην οποία ασκείται η δύναμη F , η πίεση P αυξάνεται. Η καινούρια επιφάνεια φόρτισης, στην οποία η πίεση είναι αυξημένη, ονομάζεται κρίσιμη ζώνη (*Zou et al., 1996*). Το εν λόγω φαινόμενο παρουσιάζεται στο Σχήμα 10.



Σχήμα 10. Περιμετρική θραύση μεγάλων κομματιών πάγου κατά την σύγκρουση του με το πλοίο (Zou et al., 1996)

Για τον υπολογισμό των διαστάσεων της μειωμένης επιφάνειας, θεωρείται ότι η αναλογία πλάτους προς ύψος, AR , παραμένει σταθερή και ότι το πλάτος της καινούριας επιφάνειας υπολογίζεται από τον εμπειρικό τύπο (Daley, 2000):

$$w = W_{Nom}^{wex} \quad (4.80)$$

Επειδή στη σχέση (4.80) οι μονάδες των δύο μελών δεν είναι διαστατικά σωστές και δημιουργείται σύγχυση, στη συνέχεια των υπολογισμών η εν λόγω σχέση θα πάρει τη μορφή:

$$\frac{w}{w_0} = \left(\frac{W_{Nom}}{w_0} \right)^{wex} \quad (4.81)$$

Όπου με w_0 συμβολίζεται το μήκος ενός μέτρου. Αντικαθιστώντας στον τελευταίο τύπο (4.81) το μέγεθος W_{Nom} από τον τύπο (4.79), προκύπτει:

$$w = F^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR^{\frac{wex}{2}} \cdot P_0^{-\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{1-wex} \quad (4.82)$$

Επειδή η αναλογία πλάτους προς ύψος παραμένει σταθερή, το ύψος της μειωμένης επιφάνειας b , προκύπτει από τη σχέση:

$$AR = \frac{w}{b} \Rightarrow$$

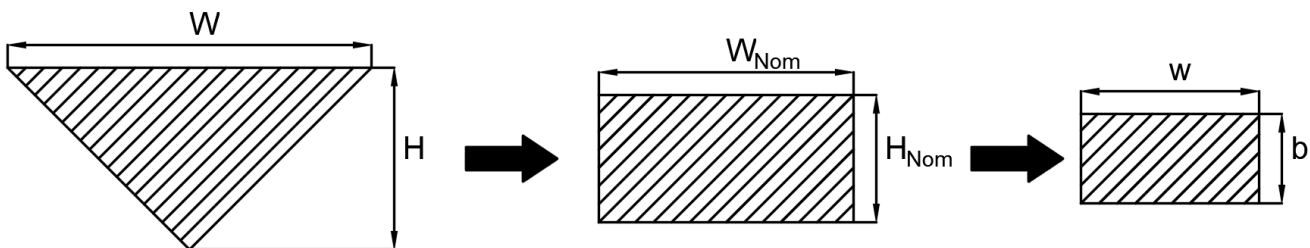
$$b = F^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR^{\frac{wex}{2}-1} \cdot P_0^{-\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{1-wex} \quad (4.83)$$

Αντικαθιστώντας τις σταθερές ex και wex με τους αριθμούς -0.1 και 0.7 στις σχέσεις (4.82) και (4.83), προκύπτει:

$$w = F^{0.389} \cdot AR^{0.35} \cdot P_0^{-0.389} \cdot A_0^{-0.0389} \cdot w_0^{0.3} \quad (4.84)$$

$$b = F^{0.389} \cdot AR^{-0.65} \cdot P_0^{-0.389} \cdot A_0^{-0.0389} \cdot w_0^{0.3} \quad (4.85)$$

Η απλοποίηση της επιφάνειας φόρτισης του πλοίου, από επιφάνεια τριγωνικού σχήματος σε ορθογωνική επιφάνεια και έπειτα η αλλαγή σε ορθογωνική επιφάνεια μικρότερων διαστάσεων, παρουσιάζεται στο Σχήμα 11:



Σχήμα 11. Απλοποίηση της επιφάνειας φόρτισης του πλοίου (Daley, 2000)

4.4 Υπολογισμός της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας στην περιοχή της πλώρης

Για να υπολογιστεί η πίεση στην περιοχή της πλώρης του πλοίου (Κεφάλαιο 3), πρέπει αρχικά το τμήμα της UIWL που αντιστοιχεί στην περιοχή αυτή, να χωριστεί σε τέσσερα κομμάτια ίδιου μήκους. Στο μέσο του κάθε ενός από τα τέσσερα αυτά ισομήκη τμήματα, πρέπει να υπολογιστούν η δύναμη F_i , το γραμμικό φορτίο Q_i και η πίεση P_i , όπου ο δείκτης i αντιπροσωπεύει το τμήμα υπολογισμού των παραπάνω μεγεθών (IACS UR 12, 2016). Η δύναμη F_i υπολογίζεται όπως έχει προαναφερθεί από τη σχέση (4.67) και μπορεί να απλοποιηθεί στη σχέση (4.69) στην οποία ο συντελεστής $f a_i$ υπολογίζεται από τον προσεγγιστικό τύπο (4.71). Τα μεγέθη Q_i και P_i υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$Q_i = \frac{F_i}{w_i} \quad (4.86)$$

$$P_i = \frac{Q_i}{b_i} \quad (4.87)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (4.82) και (4.83) στις σχέσεις (4.86) και (4.87) αντίστοιχα, προκύπτουν οι τύποι υπολογισμού των Q_i και P_i :

$$Q_i = \frac{F_i}{F_i^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR_i^{\frac{wex}{2}} \cdot P_0^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{1-wex}} \Rightarrow$$

$$Q_i = F_i^{1-\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR_i^{-\frac{wex}{2}} \cdot P_0^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{-1+wex} \quad (4.88)$$

$$P_i = \frac{F_i^{1-\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR_i^{-\frac{wex}{2}} \cdot P_0^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{-1+wex}}{F_i^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot AR_i^{\frac{wex}{2}-1} \cdot P_0^{\frac{wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{2 \cdot (ex+1)}} \cdot w_0^{1-wex}} \Rightarrow$$

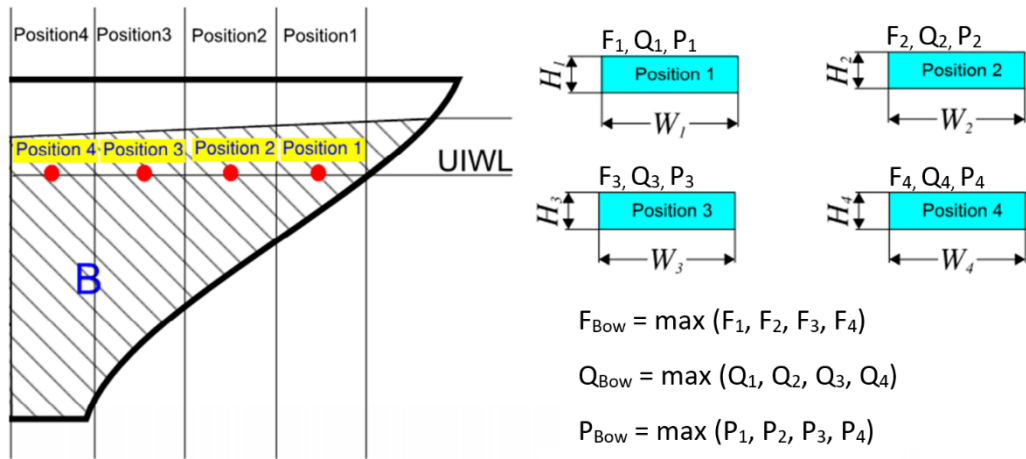
$$P_i = F_i^{1-\frac{wex}{(ex+1)}} \cdot AR_i^{1-wex} \cdot P_0^{\frac{wex}{(ex+1)}} \cdot A_0^{\frac{ex \cdot wex}{(ex+1)}} \cdot w_0^{-2 \cdot (1-wex)} \quad (4.89)$$

Αντικαθιστώντας τις σταθερές ex και wex με τους αριθμούς -0.1 και 0.7 στις σχέσεις (4.88) και (4.89), προκύπτει:

$$Q_i = F_i^{0.611} \cdot AR_i^{-0.35} \cdot P_0^{0.389} \cdot A_0^{0.0389} \cdot w_0^{-0.3} \quad (4.90)$$

$$P_i = F_i^{0.222} \cdot AR_i^{0.3} \cdot P_0^{0.778} \cdot A_0^{0.0778} \cdot w_0^{-0.6} \quad (4.91)$$

Αφού υπολογιστούν οι τιμές των F_i , Q_i και P_i που αντιστοιχούν στο μέσο του κάθε ενός από τα τέσσερα ισομήκη τμήματα διαχωρισμού της UIWL στην περιοχή της πλώρης, ορίζονται τα μεγέθη F_{Bow} , Q_{Bow} και P_{Bow} , οι τιμές των οποίων είναι ίσες με τις μέγιστες τιμές των F_i , Q_i και P_i (Σχήμα 12).



Σχήμα 12. Υπολογισμός μέγιστης δύναμης, γραμμικού φορτίου και πίεσης στην περιοχή της πλήρης (El Jaaba, 2013)

Χρησιμοποιώντας τις τιμές των F_{Bow} , Q_{Bow} και P_{Bow} , υπολογίζεται η φορτιζόμενη επιφάνεια, οι διαστάσεις της οποίας είναι ίσες με:

$$w_{Bow} = \frac{F_{Bow}}{Q_{Bow}} \quad (4.92)$$

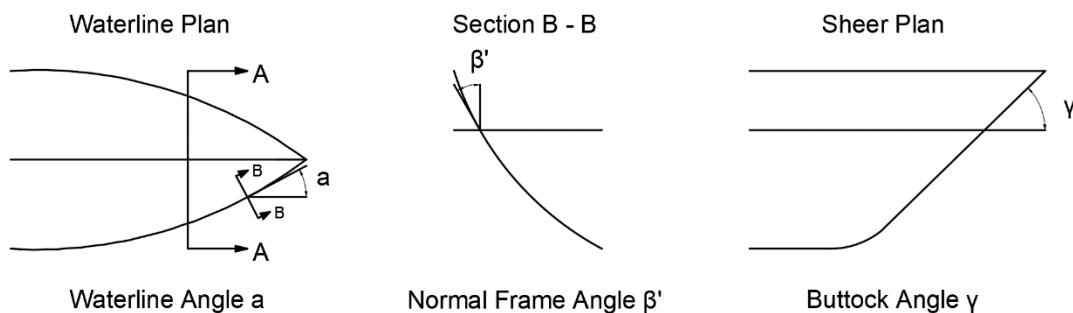
$$b_{Bow} = \frac{Q_{Bow}}{P_{Bow}} \quad (4.93)$$

Καθώς και η πίεση από τη σχέση:

$$P_{Average} = \frac{F_{Bow}}{b_{Bow} \cdot w_{Bow}} = P_{Bow} \quad (4.94)$$

Τα παραπάνω μεγέθη, που υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.92) – (4.94) λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην περιοχή της πλήρης του πλοίου.

Η παραπάνω διαδικασία υπολογισμού της πίεσης, ισχύει για πλοία για τα οποία η τιμή της γωνίας β' στο μέσο του τμήματος 1 του Σχήματος 12, είναι μεγαλύτερη από 10 μοίρες και η γωνία της κάθετου (*Buttock*) στην πλήρη, υπολογισμένη στην UIWL είναι θετική και μικρότερη από 80 μοίρες (Σχήμα 13).



Σχήμα 13. Γωνίες της γάστρας β' και γ (IACS UR I2, 2016)

4.5 Συντελεστές Πολικών Κλάσεων

Οι τύποι υπολογισμού των F_i , Q_i και P_i , (4.69), (4.90) και (4.91) μπορούν να πάρουν την απλοποιημένη μορφή (**):

$$F_i = f a_i \cdot CF_C \cdot D^{0.64} \quad (4.95)$$

$$Q_i = F_i^{0.611} \cdot CF_D \cdot AR_i^{-0.35} \quad (4.96)$$

$$P_i = F_i^{0.222} \cdot CF_D^2 \cdot AR_i^{0.3} \quad (4.97)$$

Όπου το σύμβολο της μάζας του πλοίου M_1 στον τύπο (4.69) έχει αντικατασταθεί από το σύμβολο D , ενώ ο συντελεστής CF_C αντικατέστησε στον τύπο (4.96) την ποσότητα:

$$CF_C = P_0^{0.36} \cdot v_0^{1.28} \cdot A_0^{0.036} \quad (4.98)$$

και ο συντελεστής CF_D αντικατέστησε στους τύπους (4.90) και (4.91) την ποσότητα:

$$CF_D = P_0^{0.389} \cdot A_0^{0.0389} \cdot w_0^{-0.3} \quad (4.99)$$

Όσον αφορά την οριακή τιμή της δύναμης F_{iLimit} , που υπολογίζεται από τον τύπο (4.73), μπορεί να γραφτεί στην απλοποιημένη μορφή:

$$F_{iLimit} = \frac{1.2 \cdot CF_F}{\sin(\beta_i')} \quad (4.100)$$

Όπου με CF_F έχει αντικατασταθεί η ποσότητα:

$$CF_F = \sigma_f \cdot h_{ice}^2 \quad (4.101)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (4.95) και (4.100) προκύπτει ο συντελεστής $f a_{iLimit}$, ο οποίος σχετίζεται με τη θραύση του πάγου λόγω κάμψης:

$$f a_{iLimit} \cdot CF_C \cdot D^{0.64} = \frac{1.2 \cdot CF_F}{\sin(\beta_i')} \Rightarrow$$

$$f a_{iLimit} = \frac{1.2 \cdot CF_F}{CF_C \cdot D^{0.64} \cdot \sin(\beta_i')} \quad (4.102)$$

(**) Προκειμένου οι τύποι στους οποίους χρησιμοποιούνται οι Συντελεστές Πολικών Κλάσεων να δίνουν έγκυρα αποτελέσματα, πρέπει το εκτόπισμα D του πλοίου να εισαχθεί σε KT . Τότε οι δυνάμεις F και Q προκύπτουν σε μονάδες MN και $\frac{MN}{m}$ αντίστοιχα, ενώ η πίεση P προκύπτει σε MPa .

Συμπεριλαμβάνοντας στο συντελεστή fa_i που υπολογίζεται από τη σχέση (4.71) και το συντελεστή fa_{iLimit} που υπολογίζεται από τη σχέση (4.102) προκύπτει για το συντελεστή fa_i ότι η τιμή του είναι η ελάχιστη από τις τρεις δυνατές τιμές:

$$fa_i = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\left(0.097 - 0.68 \cdot \left(\frac{x}{L} - 0.15\right)^2\right) \cdot a_i}{\sqrt{\beta_i'}} \\ \frac{1.2 \cdot CF_F}{CF_C \cdot D^{0.64} \cdot \sin(\beta_i')} \\ 0.6 \end{array} \right. \quad (4.103)$$

Η μορφή που είναι γραμμένοι οι τύποι (4.95) – (4.97) και (4.103) είναι η τελική μορφή παρουσίασης των τύπων υπολογισμού της δύναμης, του γραμμικού φορτίου, της πίεσης και του συντελεστή fa_i αντίστοιχα, στους κανόνες της IACS. Οι συντελεστές CF_C , CF_D και CF_F , ονομάζονται συντελεστές Πολικών Κλάσεων και χρησιμοποιούνται προκειμένου να παρουσιάζονται οι κανόνες σε απλή μορφή. Όπως φαίνεται από τους τύπους υπολογισμού τους, οι συντελεστές είναι συναρτήσεις των μεγεθών v_0 , P_0 , σ_f και h_{ice} . Τα μεγέθη αυτά όπως έχει προαναφερθεί έχουν σταθερές τιμές οι οποίες εξαρτώνται από την Πολική Κλάση του πλοίου. Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται οι τιμές των εν λόγω μεγεθών ανά Πολική Κλάση καθώς και οι τιμές των Συντελεστών Πολικών Κλάσεων.

Κλάση	V_{Ship} (m/sec)	P_0 (MPa)	h_{ice} (m)	σ_f (MPa)	CF_C	CF_F	CF_D
PC 1	5.70	6.00	7.00	1.40	17.69	68.60	2.01
PC 2	4.00	4.20	6.00	1.30	9.89	46.80	1.75
PC 3	3.00	3.00	4.20	1.20	6.06	21.17	1.53
PC 4	2.51	2.48	3.50	1.10	4.50	13.48	1.42
PC 5	1.99	2.00	3.00	1.00	3.10	9.00	1.31
PC 6	1.77	1.50	2.80	0.70	2.40	5.49	1.17
PC 7	1.47	1.30	2.50	0.65	1.80	4.06	1.11

Πίνακας 4. Συντελεστές Πολικών Κλάσεων (IACS UR I2, 2016)

4.6 Υπολογισμός της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας εκτός της πρωραίας περιοχής του πλοίου

Η πίεση στις περιοχές του πλοίου εκτός της πλήρης, υπολογίζεται σαν ένα ποσοστό της πίεσης που αναπτύσσεται σε μια πλήρη συγκεκριμένης γεωμετρίας (Daley, 2000). Πιο συγκεκριμένα θεωρείται μια πλήρη με τέτοια γεωμετρία, έτσι ώστε στο σημείο υπολογισμού της μέγιστης δύναμης, ο συντελεστής fa να είναι ίσος με 0.36 και άρα ο τύπος υπολογισμού της δύναμης είναι:

$$F_{Non\ Bow} = 0.36 \cdot CF_C \cdot DF \quad (4.104)$$

Όσον αφορά το μέγεθος DF , ονομάζεται συντελεστής εκτοπίσματος και ισούται με:

$$DF = \begin{cases} D^{0.64} & D \leq CF_{DIS} \\ CF_{DIS}^{0.64} + 0.10 \cdot (D - CF_{DIS}) & D > CF_{DIS} \end{cases} \quad (4.105)$$

Όπου ο συντελεστής CF_{DIS} είναι ένας ακόμα συντελεστής Πολικών Κλάσεων, ο οποίος μετριέται σε κιλτόνους (KT) και παίρνει τις τιμές που αναγράφονται στον Πίνακα 5:

Κλάση	CF_{DIS} (KT)
PC 1	250.00
PC 2	210.00
PC 3	180.00
PC 4	130.00
PC 5	70.00
PC 6	40.00
PC 7	22.00

Πίνακας 5. Συντελεστής Πολικών Κλάσεων CF_{DIS} (IACS UR I2, 2016)

Η αναλογία πλάτους προς ύψος της επιφάνειας φόρτισης, AR , λόγω της συγκεκριμένης γεωμετρίας της πλήρης θεωρείται ίση με 3.6 και ως αποτέλεσμα ο τύπος υπολογισμού του γραμμικού φορτίου είναι:

$$Q_{Non\ Bow} = F_{Non\ Bow}^{0.611} \cdot CF_D \cdot 0.639 \quad (4.106)$$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές των $F_{Non\ Bow}$, $Q_{Non\ Bow}$ και AR , υπολογίζεται η φορτιζόμενη επιφάνεια, οι διαστάσεις της οποίας είναι ίσες με:

$$w_{Non\ Bow} = \frac{F_{Non\ Bow}}{Q_{Non\ Bow}} \quad (4.107)$$

$$b_{Non\ Bow} = \frac{w_{Non\ Bow}}{3.6} \quad (4.108)$$

Η πίεση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_{Average} = \frac{F_{Non\ Bow}}{b_{Non\ Bow} \cdot w_{Non\ Bow}} \quad (4.109)$$

Τα παραπάνω μεγέθη, που υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.107) – (4.109) λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής των περιοχών εκτός της πλήρης του πλοίου.

Η πίεση για περιοχές εκτός της πλήρης προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το αποτέλεσμα του τύπου (4.109) με έναν συντελεστή ο οποίος ονομάζεται συντελεστής περιοχής γάστρας (*Hull Area Factor* ή AF), και εξαρτάται από την περιοχή υπολογισμού της πίεσης σχεδίασης και την Πολική Κλάση του πλοίου. Στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών περιοχής γάστρας.

HULL AREA		AREA	POLAR CLASS						
			PC 1	PC 2	PC 3	PC 4	PC 5	PC 6	PC 7
BOW (B)	ALL	B	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
BOW INTERMEDIATE (BI)	ICEBELT	BI _i	0.90	0.85	0.85	0.80	0.80	1.00	1.00
	LOWER	BI _l	0.70	0.65	0.65	0.60	0.55	0.55	0.50
	BOTTOM	BI _b	0.55	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25
MIDBODY (M)	ICEBELT	M _i	0.70	0.65	0.55	0.55	0.50	0.45	0.45
	LOWER	M _l	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.25
	BOTTOM	M _b	0.30	0.30	0.25	-	-	-	-
STERN (S)	ICEBELT	S _i	0.75	0.70	0.65	0.60	0.50	0.40	0.35
	LOWER	S _l	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.25	0.25
	BOTTOM	S _b	0.35	0.30	0.30	0.25	0.15	-	-

Πίνακας 6. Συντελεστές περιοχής γάστρας (IACS UR I2, 2016)

Οι περιοχές που είναι κενές στον Πίνακα 6 δεν χρειάζονται επιπλέον ενίσχυση έναντι των φορτίων του πάγου. Όσον αφορά την κατακόρυφη υποδιαίρεση της “ζώνης πάγου” (Ice Belt Area), της περιοχής ενδιάμεσα της πλώρης και του μεσαίου τμήματος του πλοίου (Bow Intermediate Area), για πλοία Πολικής Κλάσης PC 6 και PC 7, ο λόγος που ο συντελεστής περιοχής γάστρας είναι ίσος με 1, είναι διότι για την συγκεκριμένη περιοχή στα πλοία αυτών των κλάσεων, η πίεση υπολογίζεται από τον τύπο (4.94), είναι ίδια δηλαδή με την πίεση στην περιοχή της πλώρης. Στην περίπτωση που πρέπει να υπολογιστεί η πίεση σε κάποιο κατασκευαστικό στοιχείο που εκτείνεται σε δύο περιοχές, ο συντελεστής που χρησιμοποιείται είναι ο μεγαλύτερος.

Ο λόγος που η πίεση στις περιοχές εκτός της πλώρης δεν είναι ποσοστό της πίεσης της πλώρης του εκάστοτε πλοίου, αλλά χρησιμοποιείται η πίεση που αναλογεί σε μια πλώρη με συγκεκριμένη γεωμετρία, είναι επειδή οι πιέσεις στις διάφορες περιοχές του πλοίου, δεν πρέπει να εξαρτώνται από την εκάστοτε γεωμετρία της πλώρης (Daley, 2000).

4.7 Εξαιρέσεις υπολογισμού της πίεσης και των διαστάσεων φορτιζόμενης επιφάνειας στην περιοχή της πλώρης

Για πλοία Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7 με βολβοειδή ή με κάθετη στην επιφάνεια της θάλασσας πλώρη, η διαδικασία υπολογισμού της πίεσης σχεδίασης είναι η ίδια ακριβώς με αυτή που αναλύθηκε στην Παράγραφο 4.4 με τη διαφορά ότι τα μεγέθη fa_i , F_i , Q_i και P_i υπολογίζονται από τους τύπους:

$$fa_i = \frac{a_i}{30} \quad (4.110)$$

$$F_i = fa_i \cdot CF_{CV} \cdot D^{0.47} \quad (4.111)$$

$$Q_i = F_i^{0.22} \cdot CF_{QV} \quad (4.112)$$

$$P_i = F_i^{0.56} \cdot CF_{PV} \quad (4.113)$$

Όπου οι συντελεστές CF_{CV} , CF_{QV} και CF_{PV} είναι οι συντελεστές Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7 για πλοία με πλώρες τέτοιας μορφής και οι τιμές τους είναι αυτές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 7:

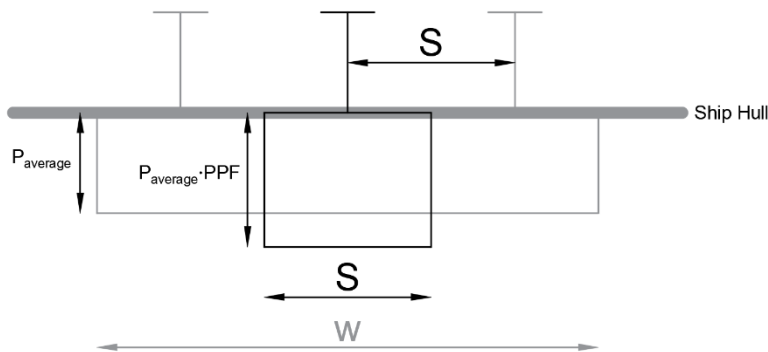
Κλάση	CF_{CV}	CF_{QV}	CF_{PV}
PC 6	3.43	2.82	0.65
PC 7	2.60	2.33	0.65

Πίνακας 7. Συντελεστές CF_{CV} , CF_{QV} και CF_{PV} Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7 (IACS UR I2, 2016)

Ειδικότερα, για πλοία Πολικών Κλάσεων PC 6 και PC 7 με βολβοειδή πλώρη τα μέγιστα αποτελέσματα των τύπων (4.111) – (4.113) πρέπει να είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τους τύπους (4.95) – (4.97) για fa_i ίσο με 0.6 και AR_i ίσο με 1.3, διότι οι πλώρες που είναι διαμορφωμένες κατά αυτό τον τρόπο απαιτούν αυστηρότερες προδιαγραφές.

4.8 Συντελεστής κατανομής πιέσεων

Η πίεση $P_{Average}$, δεν ασκείται ομοιόμορφα στην φορτιζόμενη επιφάνεια του πλοίου. Η κατανομή της πίεσης στη φορτιζόμενη περιοχή παρουσιάζει αρκετές διακυμάνσεις και συνεπώς πολλές “κορυφές”. Προκειμένου να συμπεριληφθεί ο παράγοντας αυτός στους υπολογισμούς αντοχής των κατασκευαστικών στοιχείων, η πίεση θεωρείται ότι αυξάνεται και πολλαπλασιάζεται με τον συντελεστή κατανομής πιέσεων (*Peak Pressure Factor* ή *PPF*) ο οποίος είναι μεγαλύτερος ή ίσος της μονάδας (Daley, 2000). Το αποτέλεσμα είναι το κάθε κατασκευαστικό στοιχείο να δέχεται πιέσεις μεγαλύτερες της $P_{Average}$. Στο Σχήμα 14 φαίνεται μια κάτοψη της φορτιζόμενης επιφάνειας (η δεύτερη διάσταση b της επιφάνειας είναι κάθετη στο σχήμα) και δεδομένου ότι η ισαπόσταση των κατασκευαστικών στοιχείων είναι S , η πίεση που ασκείται σε κάθε κατασκευαστικό στοιχείο, υπολογίζεται από τη σχέση $PPF \cdot P_{Average}$, όπου οι τιμές των συντελεστών κατανομής πιέσεων παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.



Σχήμα 14. Σχηματική παρουσίαση συντελεστή κατανομής πιέσεων (Daley, 2000)

Structural member		Peak Pressure Factor PPF
Plating	Transversely framed	$PPF_p = (1.8 - s) \geq 1.2$
	Longitudinally framed	$PPF_p = (2.2 - 1.2 \cdot s) \geq 1.5$
Frames in transverse framing systems	With load distributing stringers	$PPF_t = (1.6 - s) \geq 1.0$
	With no load distributing stringers	$PPF_t = (1.8 - s) \geq 1.2$
Frames in bottom structures		$PPF_s = 1.0$
Load carrying stringers Side longitudinals Web frames		$PPF_s = 1.0 \quad S_w \geq 0.5 \cdot w$ $PPF_s = 2.0 - 2.0 \cdot \frac{S_w}{w} \quad S_w \leq 0.5 \cdot w$
<p>s = frame or longitudinal spacing [m] S_w = web frame spacing [m] w = ice load patch width [m]</p>		

Πίνακας 8. Συντελεστές κατανομής πιέσεων (IACS UR I2, 2016)

5. Μελέτη αντοχής ενισχυτικών γάστρας με μεθόδους πλαστικής ανάλυσης

Τα ενισχυτικά της γάστρας του πλοίου πρέπει να έχουν την αντοχή που απαιτείται προκειμένου να μπορούν να αντέξουν τα φορτία που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση του πλοίου με τον πάγο, όπως αυτά αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επειδή τα φορτία του πάγου είναι αρκετά υψηλά, οι υπολογισμοί αντοχής των ενισχυτικών της γάστρας πραγματοποιούνται με μεθόδους πλαστικής σχεδίασης. Μια κατασκευή που έχει μελετηθεί με πλαστική σχεδίαση έχει σημαντικά μικρότερο βάρος συγκριτικά με μια αντίστοιχη κατασκευή που έχει μελετηθεί ελαστικά (El Jaaba, 2013). Προκειμένου μια κατασκευή να μελετηθεί πλαστικά, πρέπει να υπολογιστεί το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης. Όταν το φορτίο που ασκείται στην κατασκευή πάρει την τιμή του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης, θα προκληθούν πολύ μεγάλες παραμορφώσεις, με αποτέλεσμα την πλαστική κατάρρευση της κατασκευής.

Ο υπολογισμός του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης προϋποθέτει τον υπολογισμό της πλαστικής ροπής, η οποία αποτελεί χαρακτηριστικό της γεωμετρίας της διατομής και του υλικού κατασκευής της δοκού. Στο Κεφάλαιο 5 αναλύεται αρχικά η διαδικασία που ακολουθείται για να υπολογιστεί η πλαστική ροπή μιας διατομής “τύπου I” η οποία είναι συμμετρική ως προς τους δύο άξονες που περνούν από το κέντρο βάρους της. Οι παραδοχές που προϋποθέτει η εν λόγω διαδικασία είναι ότι τα άκρα της δοκού υποβάλλονται σε ίσες ροπές κάμψης, ότι οι παραμορφώσεις θεωρούνται μικρές και γραμμικές (παραδοχές της καθαρής κάμψης) καθώς και ότι το μοντέλο συμπεριφοράς του χάλυβα είναι αυτό του γραμμικά ελαστικού – πλαστικού υλικού. Στην Παράγραφο 5.1 αναλύεται η μετάβαση της διατομής “τύπου I” από την ελαστική στην ελαστοπλαστική περιοχή και έπειτα στην πλήρως πλαστική περιοχή. Η πλαστική ροπή υπολογίζεται όταν η διατομή είναι πλήρως πλαστικοποιημένη. Στην ίδια παράγραφο αναλύεται και η διαδικασία υπολογισμού της πλαστικής ροπής για διατομές με έναν άξονα συμμετρίας.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται οι διαφορετικές μέθοδοι υπολογισμού του φορτίου κατάρρευσης μιας ομογενούς δοκού που καταπονείται σε όλο το μήκος της από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο και τα άκρα της είναι πακτωμένα, αλλά επιτρέπουν μικρές αξονικές κινήσεις. Βασική προϋπόθεση για τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης είναι να θεωρηθεί ότι η διατομή συμπεριφέρεται τελείως ελαστικά μέχρι η ροπή να πάρει την τιμή της πλαστικής ροπής. Όταν η ροπή στη διατομή φτάσει την πλαστική ροπή τότε στο σημείο της δοκού που βρίσκεται η συγκεκριμένη διατομή δημιουργείται μια πλαστική άρθρωση. Όταν δημιουργηθούν πλαστικές αρθρώσεις στα σημεία που το διάγραμμα καμπτικών ροπών εμφανίζει μη μηδενικά ακρότατα, τότε ενεργοποιείται ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης του φορέα και ο φορέας καταρρέει πλαστικά. Οι μέθοδοι υπολογισμού του φορτίου κατάρρευσης που αναλύονται είναι η “*step – by – step analysis*”, η στατική μέθοδος και η κινηματική μέθοδος.

Στις επόμενες παραγράφους του κεφαλαίου ακολουθούν οι διαδικασίες υπολογισμού της πλαστικής ροπής και του φορτίου κατάρρευσης, που χρησιμοποιούνται στους κανόνες της IACS, οι οποίες βασίζονται στη θεωρία της πλαστικής ανάλυσης των προηγούμενων παραγράφων. Για τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης χρησιμοποιείται η κινηματική μέθοδος, κατά την οποία πρέπει πρώτα να απεικονιστεί ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού και έπειτα το εσωτερικό έργο του συστήματος να εξισωθεί με το εξωτερικό. Από τη διαδικασία υπολογισμού του φορτίου κατάρρευσης προκύπτουν οι απαιτήσεις αντοχής του ενισχυτικού, δηλαδή η ελάχιστη πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής του ενισχυτικού, καθώς και το ελάχιστο

εμβαδό του κορμού (και μέρους της φλάντζας) του ενισχυτικού, που απαιτούνται προκειμένου αυτό να μην καταρρεύσει πλαστικά.

Οι κανόνες προτείνουν την χρήση ενισχυτικών διατομής “τύπου T ”, έτσι ώστε η διατομή ενισχυτικού και ελάσματος να είναι “τύπου I ”. Σε περιπτώσεις που το εμβαδό της διατομής του ελάσματος είναι μεγαλύτερο από το εμβαδό του ενισχυτικού, γίνεται η υπόθεση ότι ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σημείο τομής του ελάσματος με το ενισχυτικό και η πλαστική ροπή υπολογίζεται με βάση αυτή την υπόθεση. Αν το εμβαδό της διατομής του ελάσματος είναι μικρότερο από του ενισχυτικού, τότε η θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα είναι το σημείο που η διατομή χωρίζεται σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού και με βάση αυτή τη θέση υπολογίζεται η πλαστική ροπή. Στους υπολογισμούς λαμβάνεται υπόψη η ελάττωση της πλαστικής ροπής από τις διατμητικές δυνάμεις που καταπονούν τη διατομή. Στους εν λόγω υπολογισμούς, οι διατμητικές τάσεις θεωρείται ότι αναπτύσσονται στον κορμό του ενισχυτικού αλλά και σε περιοχή της φλάντζας.

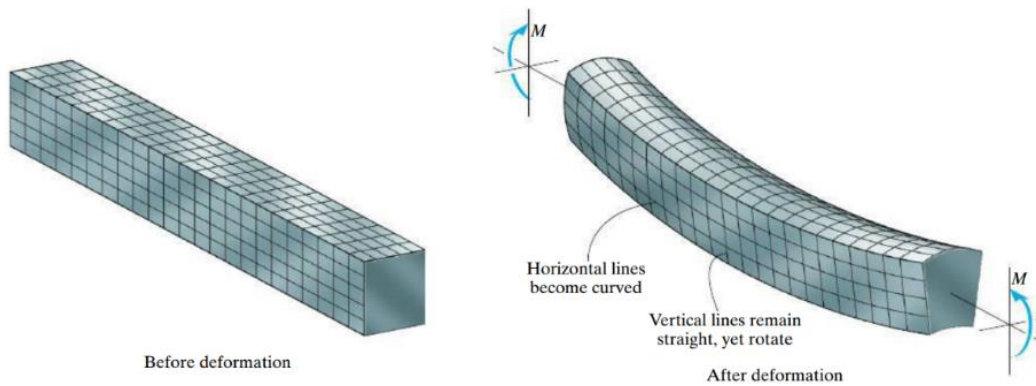
Η ελάχιστη ροπή αντίστασης για εγκάρσια ενίσχυση της γάστρας, προκύπτει από τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης μιας αμφίπακτης δοκού, για δύο διαφορετικές περιπτώσεις φόρτισης. Στην πρώτη περίπτωση η δοκός φορτίζεται στο κέντρο της από το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο που υπολογίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ενώ στη δεύτερη φορτίζεται από το ίδιο φορτίο σε τυχαίο σημείο. Η ελάχιστη ροπή αντίστασης επιλέγεται με βάση τη δυσμενέστερη από τις δύο περιπτώσεις φόρτισης.

Για διαμήκη ενίσχυση, η ελάχιστη ροπή αντίστασης προκύπτει από τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης μιας δοκού, η οποία φορτίζεται σε όλο το μήκος της από το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο που υπολογίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

5.1 Ελαστοπλαστική περιοχή και υπολογισμός πλαστικής ροπής

Το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης, ο τρόπος υπολογισμού του οποίου πρόκειται να αναλυθεί στην Παράγραφο 5.2, εξαρτάται από την πλαστική ροπή, η οποία αποτελεί χαρακτηριστικό της διατομής και του υλικού κατασκευής της δοκού. Στη συνέχεια ακολουθεί ο αναλυτικός υπολογισμός της πλαστικής ροπής μιας διατομής “τύπου I ”. Προκειμένου να γίνει ο εν λόγω υπολογισμός, πραγματοποιείται αρχικά μια ανάλυση της διατομής στην ελαστοπλαστική περιοχή. Η μελέτη μίας διατομής στην ελαστοπλαστική περιοχή, προϋποθέτει την ισχύ των παραδοχών της καθαρής κάμψης, οι οποίες είναι οι εξής (Σχήμα 15):

- Τα άκρα της δοκού υποβάλλονται σε ίσες ροπές κάμψης M
- Οι παραμορφώσεις είναι μικρές
- Οι διατομές παραμένουν επίπεδες και κάθετες στον καμπυλωμένο άξονα της δοκού (γραμμικές παραμορφώσεις)



Σχήμα 15. Δοκός σε καθαρή κάμψη (Hibbeler, 2013)

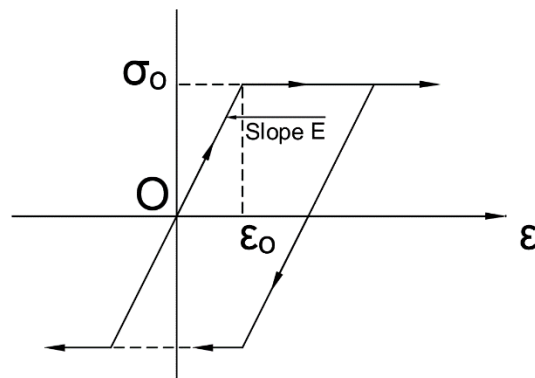
Οι γραμμικές παραμορφώσεις υπολογίζονται από τον τύπο:

$$\varepsilon = \kappa \cdot y \quad (5.1)$$

Θεωρώντας ότι η δοκός είναι αρχικά ευθεία και στη συνέχεια κάμπτεται και αποκτά σχήμα τόξου ακτίνας R , τότε για την καμπυλότητα κ ισχύει:

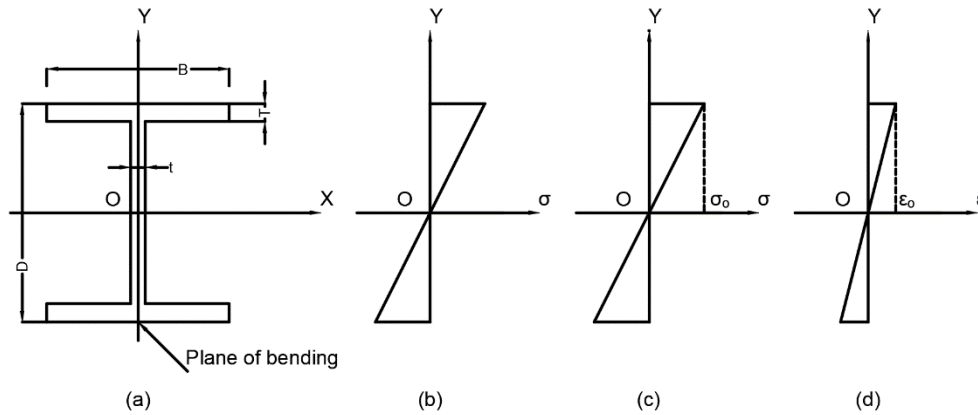
$$\kappa = \frac{1}{R} \quad (5.2)$$

Μια επιπλέον παραδοχή είναι ότι το μοντέλο συμπεριφοράς του χάλυβα θεωρείται ότι είναι αυτό του γραμμικά ελαστικού – πλαστικού υλικού, το οποίο χαρακτηρίζεται από τη σχέση τάσεων – παραμορφώσεων του Σχήματος 16:



Σχήμα 16. Γραμμικό ελαστικό – πλαστικό υλικό (Neal, 1977)

Η διατομή “τύπου I”, η οποία είναι συμμετρική ως προς τους άξονες X και Y , θεωρείται ότι έχει όμοια πέλματα πλάτους B και πάχους T . Το συνολικό της ύψος, συμπεριλαμβανομένων των πελμάτων είναι D και συνεπώς ο κορμός της έχει ύψος $D - 2 \cdot T$ και πάχος t , όπως φαίνεται στο Σχήμα 17a.



Σχήμα 17. Ελαστική κάμψη διατομής “τύπου I” (Neal, 1977)

Η ροπή M δρα γύρω από τον άξονα OX της διατομής (Σχήμα 17a), ο οποίος είναι παράλληλος στις πλευρές πλάτους B . Το επίπεδο της κάμψης συνεπώς είναι το επίπεδο YZ όπου Z είναι ο άξονας που περνάει από το O και είναι κάθετος στους άξονες X και Y .

Όταν το σώμα βρίσκεται σε αφόρτιστη κατάσταση, αν αρχίσει να αυξάνεται σταδιακά η ροπή M , θα αναπτυχθούν τάσεις κάθετες στο επίπεδο XY , παράλληλες στον άξονα Z (Σχήμα 17b). Σε αυτό το στάδιο η διατομή βρίσκεται στην ελαστική περιοχή και οι τάσεις είναι γραμμικές και μηδενικές στον ουδέτερο άξονα. Ο ουδέτερος άξονας είναι ο άξονας που περνάει από το κέντρο βάρους της διατομής και είναι κάθετος στο επίπεδο της κάμψης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση που το επίπεδο της κάμψης είναι το YZ , ο ουδέτερος άξονας είναι ο άξονας X , καθώς αποτελεί τον άξονα συμμετρίας της διατομής. Συνεχίζοντας την αύξηση της ροπής, κάποια στιγμή οι τάσεις, στα πιο απομακρυσμένα σημεία της διατομής από τον ουδέτερο άξονα, θα πάρουν την τιμή σ_0 , η οποία είναι η τάση διαρροής και αποτελεί χαρακτηριστικό του υλικού (Σχήμα 17c).

Όταν η τάση στις ίνες της διατομής που είναι οι πιο απομακρυσμένες από τον ουδέτερο άξονα πάρουν την τιμή σ_0 , η ροπή συμβολίζεται με M_y και υπολογίζεται από τη ροπή του “φανταστικού” όγκου που δημιουργούν οι τάσεις του Σχήματος 17c στη διατομή του Σχήματος 17a, ως προς τον ουδέτερο άξονα. Για την ελαστική ροπή M_y προκύπτει:

$$M_y = \sigma_0 \cdot \left(\frac{T \cdot B}{D} \cdot \left((D - T)^2 + \frac{T^2}{3} \right) + \frac{t}{6 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 \right) \quad (5.3)$$

Αν συμβολιστεί με ϵ_0 η παραμόρφωση που αντιστοιχεί στην πιο απομακρυσμένη ίνα της διατομής όταν η τάση σε αυτή είναι σ_0 (Σχήμα 17d) και αν η καμπυλότητα που αντιστοιχεί σε αυτή την περίπτωση είναι η κ_y , τότε ισχύει:

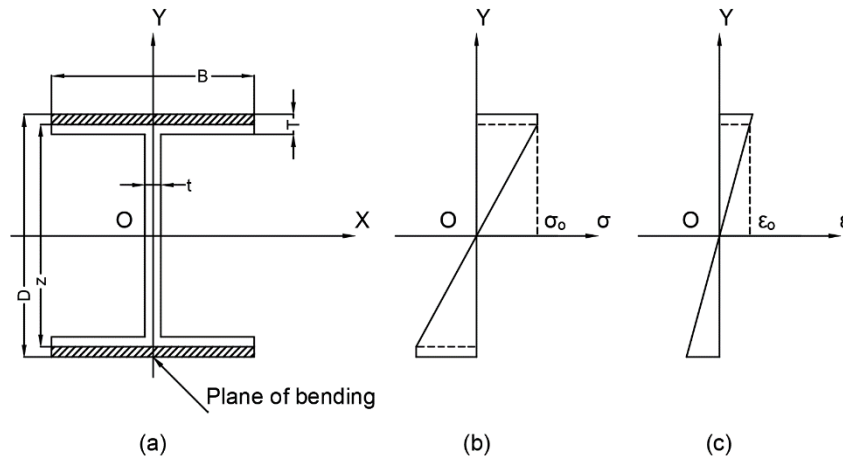
$$\epsilon_0 = \kappa_y \cdot \frac{D}{2} \quad (5.4)$$

Γενικά ισχύει ότι στην ελαστική περιοχή η ροπή M υπολογίζεται από το γινόμενο $\kappa \cdot E \cdot I$. Επομένως για το λόγο $\frac{M}{M_y}$ ισχύει:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\kappa \cdot E \cdot I}{\kappa_y \cdot E \cdot I} \Rightarrow$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\kappa}{\kappa_y} \quad (5.5)$$

Αν η ροπή αυξηθεί περαιτέρω, αν πάρει δηλαδή τιμές μεγαλύτερες της M_y , τότε ξεκινάει η ελαστοπλαστική κάμψη της διατομής. Σε αυτό το στάδιο η διατομή αρχίζει να πλαστικοποιείται από τις πιο απομακρυσμένες ίνες της προς τον ουδέτερο άξονα (Σχήμα 18a). Το μη πλαστικοποιημένο τμήμα της διατομής ονομάζεται ελαστικός πυρήνας και συμβολίζεται με z . Όσον αφορά τις τάσεις, στο πλαστικοποιημένο τμήμα της διατομής έχουν σταθερή τιμή σ_o , ενώ στο ελαστικό τμήμα η κατανομή τους παραμένει γραμμική (σχήμα 18b).



Σχήμα 18. Ελαστοπλαστική κάμψη διατομής "τύπου I" 1 (Neal, 1977)

Η ροπή M σε αυτό το στάδιο, περιγράφεται από την ελαστοπλαστική ροπή $M_{(1)}$, η οποία υπολογίζεται με την ίδια λογική που υπολογίστηκε και η M_y , δηλαδή από την ροπή του όγκου που περικλείεται από τις τάσεις του Σχήματος 18b και τη διατομή του Σχήματος 18a. Ο τύπος υπολογισμού της για $D - 2 \cdot T < z < D$ είναι ο:

$$M_{(1)} = \sigma_o \cdot B \left(\frac{(D^2 - z^2)}{4} + \frac{t}{6 \cdot z} \cdot \frac{(D - 2 \cdot T)^3}{B} + \left(\left(\frac{z}{2} \right)^2 - \left(\frac{D - T}{2} \right)^2 \right) - \left(T - \frac{D}{2} + \frac{z}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot D - 4 \cdot T + z}{3 \cdot z} \right) \right)$$

$$(5.6)$$

Όπως ήταν αναμενόμενο, αντικαθιστώντας στην ροπή $M_{(1)}$ με $z = D$, προκύπτει η ροπή M_y , που υπολογίζεται από τη σχέση (5.3).

Όσον αφορά τις παραμορφώσεις, ισχύει (Σχήμα 18c):

$$\varepsilon_o = \kappa \cdot \frac{z}{2} \quad (5.7)$$

Συνδυάζοντας τους τύπους (5.4) και (5.7) προκύπτει:

$$\begin{aligned} \varepsilon_o = \kappa \cdot \frac{z}{2} = \kappa_y \cdot \frac{D}{2} \Rightarrow \\ z = \frac{\kappa_y}{\kappa} \cdot D \quad (5.8) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας το z από τη σχέση (5.8) στην (5.6), και διαιρώντας την ισότητα που προκύπτει κατά μέλη με την ισότητα (5.3), προκύπτει ο λόγος $\frac{M_{(1)}}{M_y}$ ο οποίος για τιμές M στα όρια $M_y < M < M_{(1)}(D - 2 \cdot T)$, παίρνει τη γενική μορφή:

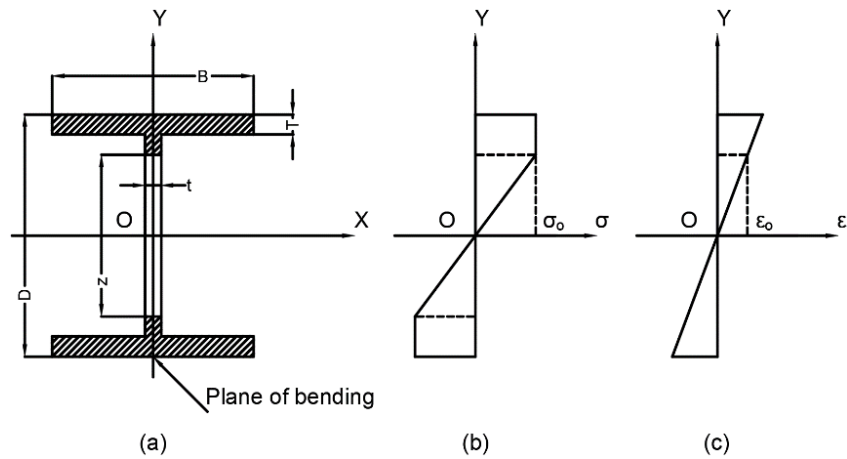
$$\frac{M}{M_y} = \frac{B \cdot \left(\frac{\left(D^2 - \left(\frac{\kappa_y}{\kappa} \right)^2 \cdot D^2 \right)}{4} + \frac{t \cdot (D - 2 \cdot T)^3}{6 \cdot \frac{\kappa_y}{\kappa} \cdot B \cdot D} + \left(\left(\frac{\kappa_y}{\kappa} \cdot \frac{D}{2} \right)^2 - (D - T)^2 \right) - \left(T - \frac{D}{2} + \frac{\kappa_y}{\kappa} \cdot \frac{D}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot D - 4 \cdot T}{3 \cdot \frac{\kappa_y}{\kappa} \cdot D} + \frac{1}{3} \right) \right)}{\left(\frac{T \cdot B}{D} \cdot (D - T)^2 + \frac{T^2}{3} \right) + \frac{t}{6 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T)^3}$$

(5.9)

Ο λόγος ύπαρξης του δείκτη (1) στην ελαστοπλαστική ροπή $M_{(1)}$, οφείλεται στην πολυπλοκότητα της γεωμετρίας του όγκου που περικλείεται από τις τάσεις και τη διατομή, όταν η διατομή είναι “τύπου I”. Ο υπολογισμός της ροπής του όγκου αυτού, πραγματοποιείται με διαφορετικό τρόπο ανάλογα με το βάθος του ελαστικού πυρήνα, δηλαδή την τιμή του z . Πιο συγκεκριμένα, αν η τιμή του z είναι μεγαλύτερη από το ύψος του κορμού της διατομής (μεγαλύτερη από $D - 2 \cdot T$), κάτι που συμβαίνει στο Σχήμα 18 τότε η ελαστοπλαστική ροπή υπολογίζεται από τον τύπο (5.6). Αν αυξηθεί περισσότερο η ροπή και ξεκινήσει η πλαστικοποίηση του κορμού της διατομής (Σχήμα 19a), τότε οι τάσεις έχουν την κατανομή του Σχήματος 19b και η ελαστοπλαστική ροπή $M_{(2)}$ για $0 < z < D - 2 \cdot T$ υπολογίζεται από τον τύπο:

$$M_{(2)} = \sigma_o \cdot \left(B \cdot T \cdot (D - T) + \frac{t}{4} \cdot (D - 2 \cdot T)^2 - \frac{t \cdot z^2}{12} \right) \quad (5.10)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των σχέσεων (5.3), (5.6) και (5.10) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 3.

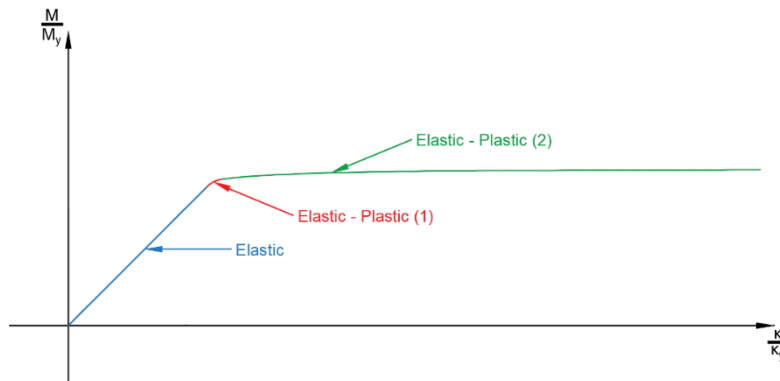


Σχήμα 19. Ελαστοπλαστική κάμψη διατομής “τύπου I” 2 (Neal, 1977)

Από το Σχήμα 19c φαίνεται ότι για τις παραμορφώσεις ισχύει η σχέση (5.7) άρα και για το βάθος του ελαστικού πυρήνα z , ισχύει η σχέση (5.8). Αντικαθιστώντας το z από τη σχέση (5.8) στην (5.10), και διαιρώντας την ισότητα που προκύπτει κατά μέλη με την ισότητα (5.3) προκύπτει ο λόγος $\frac{M_{(2)}}{M_y}$ ο οποίος για τιμές M στα όρια $M_{(1)}(D - 2 \cdot T) < M < M_{(2)}(0)$, παίρνει τη γενική μορφή:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\left(B \cdot T \cdot (D - T) + \frac{t}{4} \cdot (D - 2 \cdot T)^2 - \frac{t \cdot \left(\frac{\kappa_y \cdot D}{12}\right)^2}{12} \right)}{\left(\frac{T \cdot B}{D} \cdot \left((D - T)^2 + \frac{T^2}{3} \right) + \frac{t}{6 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 \right)} \quad (5.11)$$

Η γραφική παράσταση του λόγου $\frac{M}{M_y}$ που προκύπτει από τις σχέσεις (5.5), (5.9) και (5.11), συναρτήσει του $\frac{\kappa}{\kappa_y}$, παρουσιάζεται στο Σχήμα 20:

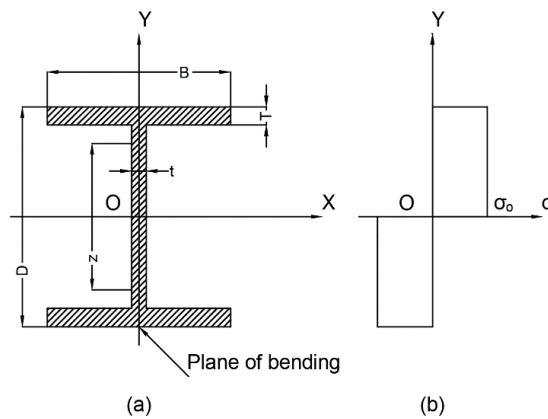


Σχήμα 20. Σχέση καμπτικής ροπής – καμπυλότητας σε δοκό διατομής “τύπου I” (Neal, 1977)

Στο Σχήμα 20 το μπλε τμήμα αντιστοιχεί στην ελαστική περιοχή. Όταν ξεκινήσει η πλαστικοποίηση της διατομής και ο ελαστικός πυρήνας έχει βάθος μεγαλύτερο από το ύψος του κορμού, η σχέση καμπτικής ροπής – καμπυλότητας περιγράφεται από το κόκκινο τμήμα. Όταν αρχίσει η πλαστικοποίηση του κορμού η σχέση καμπτικής ροπής – καμπυλότητας περιγράφεται από το πράσινο τμήμα του σχήματος. Με βάση το Σχήμα 20, υπάρχει μια τιμή της ροπής M για την οποία η καμπυλότητα τείνει στο άπειρο. Η τιμή αυτή είναι η πλαστική ροπή. Όταν η καμπυλότητα τείνει στο άπειρο, σύμφωνα με τη σχέση (5.8), το βάθος του ελαστικού πυρήνα τείνει να μηδενιστεί. Για μηδενικό βάθος ελαστικού πυρήνα, προκύπτει η πλαστική ροπή από τη σχέση (5.10):

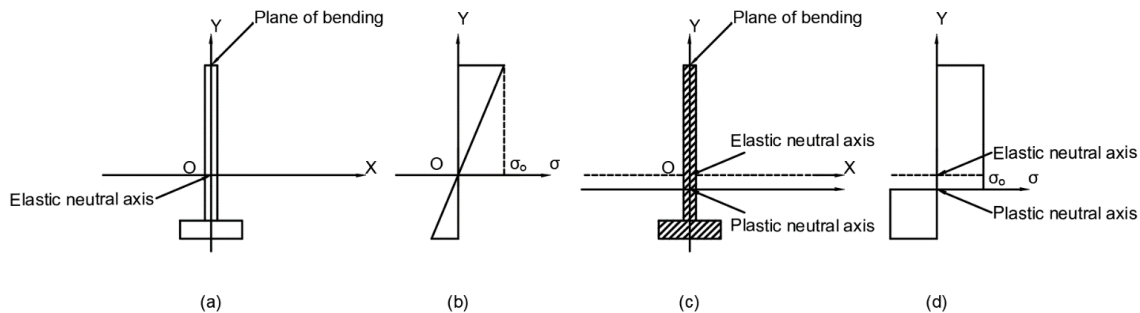
$$M_p = \sigma_o \cdot \left(B \cdot T \cdot (D - T) + \frac{t}{4} \cdot (D - 2 \cdot T)^2 \right) \quad (5.12)$$

Όταν η ροπή M πάρει την τιμή M_p , τότε η διατομή είναι πλήρως πλαστικοποιημένη (Σχήμα 21a) και η κατανομή των τάσεων φαίνεται στο Σχήμα 21b:



Σχήμα 21. Πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή “τύπου I” (Neal, 1977)

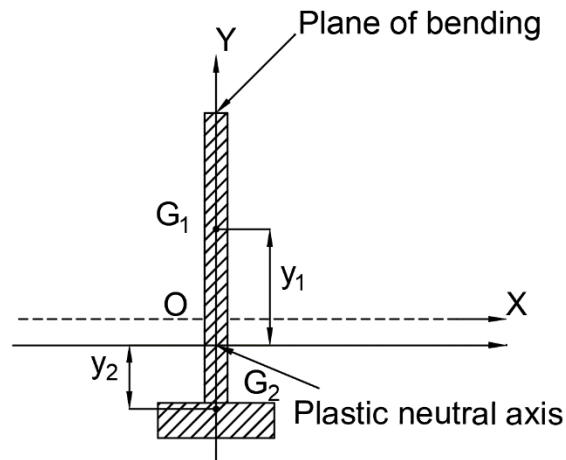
Ο ουδέτερος άξονας παραμένει σταθερός καθ’ όλη τη διάρκεια της πλαστικοποίησης της διατομής “τύπου I”, λόγω των δύο επιπέδων συμμετρίας της. Αυτό δεν συμβαίνει απαραίτητα σε διατομές με έναν άξονα συμμετρίας, όπως αυτή του επόμενου σχήματος (Σχήμα 22a).



Σχήμα 22. Κατανομή τάσεων σε διατομή με ένα άξονα συμμετρίας (Neal, 1977)

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 22b, στην ελαστική περιοχή οι τάσεις παραμένουν γραμμικές και μηδενίζονται στον ελαστικό ουδέτερο άξονα. Στην πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής όμως (Σχήμα 22c), που η κατανομή των τάσεων περιγράφεται από το Σχήμα 22d, ο πλαστικός ουδέτερος άξονας δεν βρίσκεται στην ίδια θέση με τον ελαστικό. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι διότι πρέπει σε κάθε στάδιο της πλαστικοποίησης η αξονική εφελκυστική δύναμη να είναι ίση με την αξονική θλιπτική δύναμη. Αυτό σημαίνει ότι στην πλήρη πλαστικοποίηση, ο όγκος που περικλείεται από τις τάσεις του Σχήματος 22d και τη διατομή του Σχήματος 22c, πρέπει να είναι ίσος επάνω από τον πλαστικό ουδέτερο άξονα και κάτω από αυτόν. Από αυτή τη συνθήκη προκύπτει ότι ο πλαστικός ουδέτερος άξονας χωρίζει τη διατομή σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού. Αν A είναι το συνολικό εμβαδό της διατομής, G_1 και G_2 είναι τα κέντρα βάρους του κάθε ενός από τα δύο τμήματα και y_1 και y_2 είναι οι αποστάσεις που απέχουν τα κέντρα βάρους από τον πλαστικό ουδέτερο άξονα (Σχήμα 23), τότε η πλαστική ροπή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$M_p = \frac{1}{2} \cdot A \cdot (y_1 + y_2) \cdot \sigma_o \quad (5.13)$$



Σχήμα 23. Πλήρως πλαστικοποιημένη διατομή με ένα άξονα συμμετρίας (Neal, 1977)

Η σχέση (5.13) μπορεί να γραφτεί και ως:

$$M_p = Z_p \cdot \sigma_o \quad (5.14)$$

Όπου το Z_p ορίζεται από τη σχέση:

$$Z_p = \frac{1}{2} \cdot A \cdot (y_1 + y_2) \quad (5.15)$$

Το μέγεθος Z_p ονομάζεται πλαστική ροπή αντίστασης της διατομής και όπως φαίνεται από την τελευταία σχέση (5.15) εξαρτάται αποκλειστικά από την γεωμετρία της διατομής. Αντίστοιχα με την πλαστική ροπή αντίστασης ορίζεται και η ελαστική ροπή αντίστασης Z_y , η οποία συνδέεται με τη ροπή M_y με τη σχέση:

$$M_y = Z_y \cdot \sigma_o \quad (5.16)$$

Ο τύπος υπολογισμού της ελαστικής ροπής αντίστασης, Z_y , είναι ο:

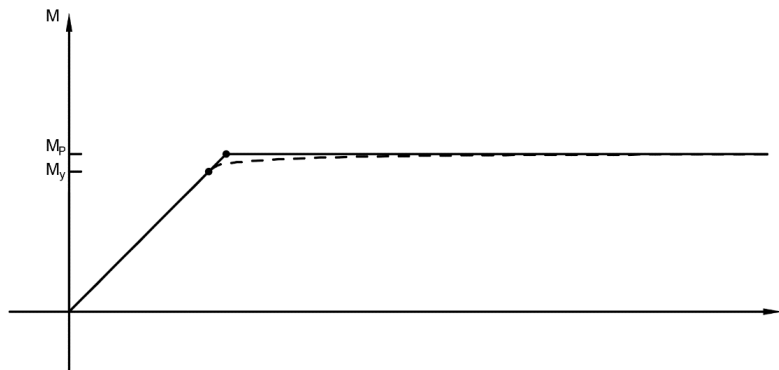
$$Z_y = \frac{I}{y_{max}} \quad (5.17)$$

Όπου με y_{max} συμβολίζεται η απόσταση της πιο απομακρυσμένης ίνας της διατομής από τον ουδέτερο άξονα και με I η ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον ουδέτερο άξονα. Ο λόγος της πλαστικής ροπής M_P προς την ελαστική ροπή M_y ονομάζεται συντελεστής σχήματος και συμβολίζεται με v . Για το συντελεστή σχήματος v ισχύει:

$$v = \frac{M_P}{M_y} = \frac{Z_P}{Z_y} \quad (5.18)$$

5.2 Τρόποι υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης

Στην Παράγραφο 5.1 παρουσιάστηκε η σχέση που συνδέει την καμπτική ροπή με την καμψυλότητα, η οποία είχε τη μορφή της διακεκομμένης καμπύλης του Σχήματος 24. Προκειμένου να απλοποιηθεί η διαδικασία υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης, η εν λόγω σχέση θεωρείται ότι περιγράφεται από την συμπαγή γραμμή του Σχήματος 24.



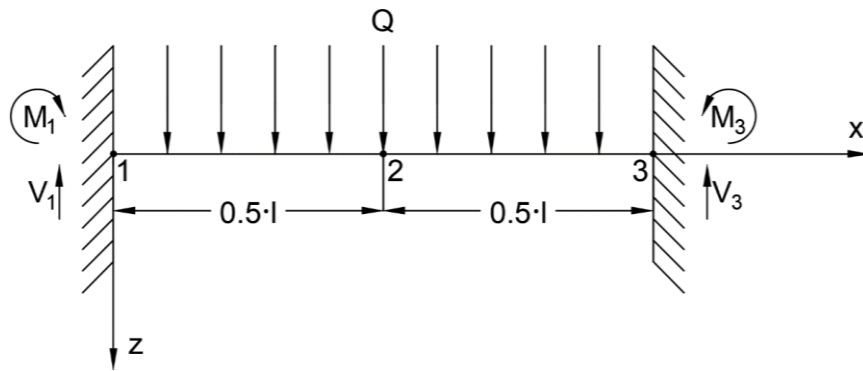
Σχήμα 24. Απλοποιημένη σχέση καμπτικής ροπής – καμψυλότητας (Neal, 1977)

Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ότι η διατομή συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι η ροπή να πάρει την τιμή M_P . Όταν η ροπή στη διατομή γίνει ίση με την πλαστική ροπή M_P , η διατομή δεν μπορεί να παραλάβει επιπλέον ροπή και η καμψυλότητα μπορεί να πάρει πολύ μεγάλες τιμές (Neal, 1977). Το αποτέλεσμα είναι στο συγκεκριμένο σημείο του φορέα (δοκός), όπου η διατομή έχει πλαστικοποιηθεί πλήρως, να σχηματιστεί μια πλαστική άρθρωση.

Όταν σχηματιστεί ένας συγκεκριμένος αριθμός πλαστικών αρθρώσεων σε έναν φορέα, τότε ενεργοποιείται ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης του φορέα. Στο στάδιο αυτό ο φορέας δεν μπορεί να παραλάβει άλλα φορτία και καταρρέει πλαστικά. Σε ισοστατικούς φορείς, ο σχηματισμός μιας πλαστικής

άρθρωσης, είναι αρκετός για να ενεργοποιήσει το μηχανισμό πλαστικής κατάρρευσης του φορέα (Neal, 1977). Όσον αφορά τους υπερστατικούς φορείς, όπως η καταπονούμενη από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο αμφίπακτη δοκός που θα μελετηθεί στη συνέχεια, προκειμένου να ενεργοποιηθεί ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσής τους, πρέπει να δημιουργηθούν πλαστικές αρθρώσεις στα σημεία που τα διαγράμματα καμπτικών ροπών τους εμφανίζουν μη μηδενικά ακρότατα (Τσαμασφύρος, 1991).

Η πρώτη μέθοδος υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης ονομάζεται “step – by – step analysis” και παρουσιάζεται στη συνέχεια. Έστω η ομογενής, αμφίπακτη δοκός, σταθερής διατομής, μήκους l που καταπονείται από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο Q σε όλο το μήκος της (Σχήμα 25). Για τις αντιδράσεις στήριξης γίνεται η υπόθεση ότι εμποδίζουν την περιστροφή των άκρων αλλά επιτρέπουν μικρές αξονικές κινήσεις.



Σχήμα 25. Αμφίπακτη δοκός φορτιζόμενη από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο (Neal, 1977)

Το πρώτο βήμα της ανάλυσης είναι η ελαστική ανάλυση της δοκού, που στην προκειμένη περίπτωση θα γίνει με τη μέθοδο της ελαστικής γραμμής. Εφαρμόζοντας ισορροπία δυνάμεων προκύπτει:

$$V_1 + V_3 = Q \cdot l \quad (5.19)$$

Λόγω της συμμετρίας της φόρτισης ισχύει:

$$V_1 = V_3 = \frac{Q \cdot l}{2} \quad (5.20)$$

Η ροπή κατά μήκος της δοκού περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\begin{aligned} M(x) &= M_1 + V_1 \cdot x - \frac{Q \cdot x^2}{2} \Rightarrow \\ M(x) &= M_1 + \frac{Q \cdot l \cdot x}{2} - \frac{Q \cdot x^2}{2} \quad (5.21) \end{aligned}$$

Από τη σχέση (5.21) προκύπτει ότι οι ροπές M_1 , M_2 και M_3 , συνδέονται μεταξύ τους από τις σχέσεις:

$$M_2 = M\left(\frac{l}{2}\right) = M_1 + \frac{Q \cdot l^2}{8} \quad (5.22)$$

$$M_3 = M(l) = M_1 \quad (5.23)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ελαστικής γραμμής προκύπτει για την καμπυλότητα ($z''(x) = \kappa$):

$$\begin{aligned} z''(x) \cdot E \cdot I &= -M(x) = -M_1 - \frac{Q \cdot l \cdot x}{2} + \frac{Q \cdot x^2}{2} \Rightarrow \\ z''(x) &= \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-M_1 - \frac{Q \cdot l \cdot x}{2} + \frac{Q \cdot x^2}{2} \right) \quad (5.24) \end{aligned}$$

Στη σχέση (5.24) με I συμβολίζεται η ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον ουδέτερο άξονα και με E το μέτρο ελαστικότητας. Ολοκληρώνοντας την εξίσωση της καμπυλότητας προκύπτει η εξίσωση της κλίσης της δοκού ($z'(x) = \theta$):

$$z'(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-M_1 \cdot x - \frac{Q \cdot l \cdot x^2}{4} + \frac{Q \cdot x^3}{6} + c_1 \right) \quad (5.25)$$

Από τη συμμετρία της φόρτισης προκύπτει:

$$\begin{aligned} z'(0) = -z'(l) &\Rightarrow c_1 = M_1 \cdot l + \frac{Q \cdot l^3}{4} - \frac{Q \cdot l^3}{6} - c_1 \Rightarrow \\ c_1 &= \frac{M_1 \cdot l}{2} + \frac{Q \cdot l^3}{24} \quad (5.26) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (5.25) στην (5.26), η τελευταία παίρνει τη μορφή:

$$z'(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-M_1 \cdot x - \frac{Q \cdot l \cdot x^2}{4} + \frac{Q \cdot x^3}{6} + \frac{M_1 \cdot l}{2} + \frac{Q \cdot l^3}{24} \right) \quad (5.27)$$

Αν η κλίση της δοκού στο σημείο (1) (Σχήμα 25) συμβολιστεί με φ_1 , τότε προκύπτει:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = z'(0) &= \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{M_1 \cdot l}{2} + \frac{Q \cdot l^3}{24} \right) \Rightarrow \frac{2 \cdot \varphi_1 \cdot E \cdot I}{l} = M_1 + \frac{Q \cdot l^2}{12} \\ M_1 &= -\frac{Q \cdot l^2}{12} + \frac{2 \cdot \varphi_1 \cdot E \cdot I}{l} \quad (5.28) \end{aligned}$$

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση της κλίσης προκύπτει η εξίσωση της βύθισης της δοκού ($z(x) = w$):

$$z(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-M_1 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{Q \cdot l \cdot x^3}{12} + \frac{Q \cdot x^4}{24} + \frac{M_1 \cdot l \cdot x}{2} + \frac{Q \cdot l^3 \cdot x}{24} + c_2 \right) \quad (5.29)$$

Λόγω των πακτώσεων στα άκρα ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} z(0) = z(l) &= 0 \Rightarrow \\ c_2 &= 0 \quad (5.30) \end{aligned}$$

Η εξίσωση (5.29) γράφεται ισοδύναμα:

$$z(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-M_1 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{Q \cdot l \cdot x^3}{12} + \frac{Q \cdot x^4}{24} + \frac{M_1 \cdot l \cdot x}{2} + \frac{Q \cdot l^3 \cdot x}{24} \right) \quad (5.31)$$

Αν η βύθιση στο μέσο της δοκού, $z = \frac{l}{2}$, συμβολιστεί με δ και αντικατασταθεί η ροπή M_1 που υπολογίζεται από τη σχέση (5.28) στην (5.31), προκύπτει:

$$\delta = z\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\left(-\frac{Q \cdot l^2}{12} + \frac{2 \cdot \varphi_1 \cdot E \cdot I}{l} \right) \cdot \frac{l^2}{8} + \frac{5 \cdot Q \cdot l^4}{384} \right) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{\varphi_1 \cdot E \cdot I \cdot l}{4} + \frac{Q \cdot l^4}{384} \right) \Rightarrow$$

$$\delta = \frac{Q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{\varphi_1 \cdot l}{4} \quad (5.32)$$

Όσο αυξάνεται σταθερά η τιμή του κατανεμημένου φορτίου Q , ξεκινώντας από το μηδέν, η συμπεριφορά της δοκού είναι ελαστική και συνεπώς η κλίση της δοκού φ_1 είναι μηδέν. Η ροπή M_1 για $\varphi_1 = 0$ από τη σχέση (5.28) παίρνει την τιμή:

$$M_1 = -\frac{Q \cdot l^2}{12} \quad (5.33)$$

Όσον αφορά τις ροπές M_2 και M_3 στο μέσο της δοκού (σημείο 2) και στο σημείο (3) αντίστοιχα (Σχήμα 25), προκύπτει από τις σχέσεις (5.22), (5.23) και (5.33):

$$M_2 = \frac{Q \cdot l^2}{24} \quad (5.34)$$

$$M_1 = M_3 = -\frac{Q \cdot l^2}{12} \quad (5.35)$$

Για τη βύθιση δ στο μέσο της δοκού και για $\varphi_1 = 0$ από τη σχέση (5.32) προκύπτει:

$$\delta = \frac{Q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (5.36)$$

Λόγω της παραδοχής που έγινε στην αρχή της Παραγράφου, η ελαστική συμπεριφορά σταματάει όταν η ροπή σε κάποιο σημείο της δοκού γίνει ίση με την πλαστική ροπή M_p . Τα ακρότατα του διαγράμματος των καμπτικών ροπών αντιστοιχούν στα σημεία (1), (2) και (3) και παίρνουν τις τιμές M_1 , M_2 και M_3 που υπολογίζονται από τις σχέσεις (5.34) και (5.35). Αυτό σημαίνει ότι για να καταρρεύσει η δοκός πρέπει να δημιουργηθούν τρεις πλαστικές αρθρώσεις, δηλαδή η ροπή να πάρει την τιμή της πλαστικής ροπής M_p σε αυτά τα τρία σημεία. Επειδή όμως οι ροπές στα σημεία (1) και (3), είναι μεγαλύτερες από τη ροπή στο σημείο (2), οι δύο πρώτες πλαστικές αρθρώσεις θα δημιουργηθούν στα σημεία (1) και (3). Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

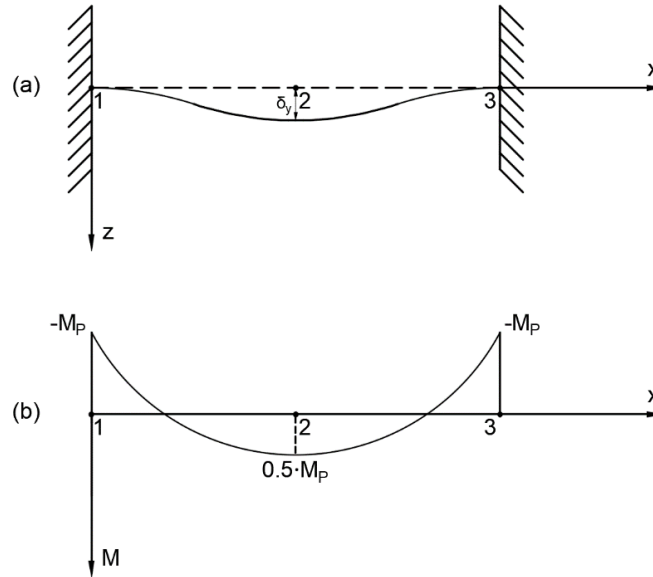
$$M_1 = -M_p \Rightarrow -\frac{Q_y \cdot l^2}{12} = -M_p \Rightarrow$$

$$Q_y = \frac{12 \cdot M_p}{l^2} \quad (5.37)$$

Για $Q = Q_y$, προκύπτει η βύθιση δ_y από τη σχέση:

$$\delta_y = \frac{M_P \cdot l^2}{32 \cdot E \cdot I} \quad (5.38)$$

Όταν το φορτίο πάρει την τιμή Q_y , τελειώνει το πρώτο βήμα. Η κατάσταση της δοκού στο τέλος του πρώτου βήματος καθώς και το διάγραμμα καμπτικών ροπών παρουσιάζονται αντίστοιχα στα Σχήματα 26a και 26b που ακολουθούν:



Σχήμα 26. Βύθιση της δοκού και διάγραμμα καμπτικών ροπών όταν $Q = Q_y$ (Neal, 1977)

Όταν το φορτίο πάρει τιμές μεγαλύτερες της Q_y , δηλαδή $Q_y + \Delta Q$, ξεκινάει το δεύτερο βήμα. Σε αυτό το βήμα όλα τα μεγέθη θα συμβολίζονται με πρόθεμα το Δ . Οι πλαστικές αρθρώσεις που έχουν σχηματιστεί στα άκρα της δοκού (1) και (3) δεν μπορούν να παραλάβουν ροπή μεγαλύτερη της M_P και αρχίζουν να περιστρέφονται (Neal, 1977). Έτσι για τη ροπή M_1 ισχύει:

$$\Delta M_1 = 0 \quad (5.39)$$

Αντικαθιστώντας με $\Delta M_1 = 0$ στις σχέσεις (5.22), (5.28) και (5.32) προκύπτει:

$$\Delta M_2 = \frac{\Delta Q \cdot l^2}{8} \quad (5.40)$$

$$0 = -\frac{\Delta Q \cdot l^2}{12} + \frac{2 \cdot \Delta \varphi_1 \cdot E \cdot I}{l} \Rightarrow$$

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\Delta Q \cdot l^3}{24 \cdot E \cdot I} \quad (5.41)$$

$$\Delta\delta = \frac{\Delta Q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{\Delta\varphi_1 \cdot l}{4} \Rightarrow \Delta\delta = \frac{\Delta Q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{\Delta Q \cdot l^4}{96 \cdot E \cdot I} \Rightarrow$$

$$\Delta\delta = \frac{5 \cdot \Delta Q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (5.42)$$

Οι εξισώσεις (5.40) – (5.42) είναι ίδιες με τις εξισώσεις που θα προέκυπταν από ελαστική ανάλυση σε μια αμφιέριστη δοκό. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι επειδή στα άκρα έχουν σχηματιστεί πλέον πλαστικές αρθρώσεις. Στην πράξη, στο δεύτερο βήμα πραγματοποιείται η μελέτη μιας δοκού που στηρίζεται σε αρθρώσεις και καταπονείται σε όλο το μήκος της από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο ΔQ .

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, προκειμένου να καταρρεύσει πλαστικά η δοκός, πρέπει να δημιουργηθούν τρεις πλαστικές αρθρώσεις. Στο τέλος του πρώτου βήματος δημιουργήθηκαν πλαστικές αρθρώσεις στα σημεία (1) και (3), ενώ η ροπή στο σημείο (2) προέκυπτε από την σχέση (5.34):

$$M_2 = \frac{Q_y \cdot l^2}{24} = \frac{M_P}{2} \quad (5.43)$$

Προκειμένου να δημιουργηθεί πλαστική άρθρωση στο σημείο (2), πρέπει η ροπή στο σημείο αυτό να γίνει ίση με M_P . Άρα ισχύει:

$$\frac{M_P}{2} + \Delta M_2 = M_P \Rightarrow \frac{\Delta Q_y \cdot l^2}{8} = \frac{M_P}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta Q_y = \frac{4 \cdot M_P}{l^2} \quad (5.44)$$

Για $\Delta Q = \Delta Q_y$, η κλίση στα άκρα της δοκού $\Delta\varphi_{1y}$ και η βύθιση στο μέσο της $\Delta\delta_y$, προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$\Delta\varphi_{1y} = \frac{M_P \cdot l}{6 \cdot E \cdot I} \quad (5.45)$$

$$\Delta\delta_y = \frac{5 \cdot M_P \cdot l^2}{96 \cdot E \cdot I} \quad (5.46)$$

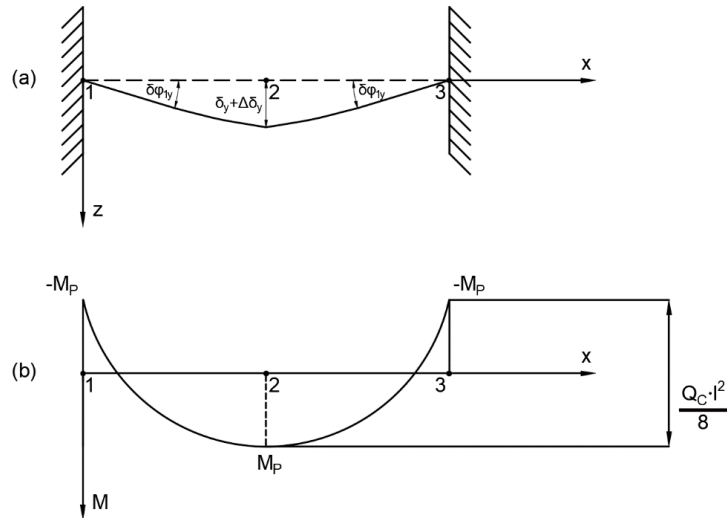
Όταν δημιουργηθεί η τρίτη πλαστική άρθρωση ενεργοποιείται ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού και αυτή καταρρέει πλαστικά. Το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης είναι το άθροισμα των Q_y και ΔQ_y και είναι ίσο με:

$$Q_C = \frac{16 \cdot M_P}{l^2} \quad (5.47)$$

Όταν το κατανεμημένο φορτίο Q πάρει την τιμή Q_C , πριν αρχίσει η κεντρική πλαστική άρθρωση να περιστρέφεται, η δοκός βρίσκεται στο σημείο κατάρρευσης. Η κατάσταση της δοκού στο σημείο κατάρρευσης καθώς και το διάγραμμα καμπτικών ροπών παρουσιάζονται αντίστοιχα στα Σχήματα 27a και 27b. Η συνολική βύθιση της δοκού στο μέσο της είναι ίση με:

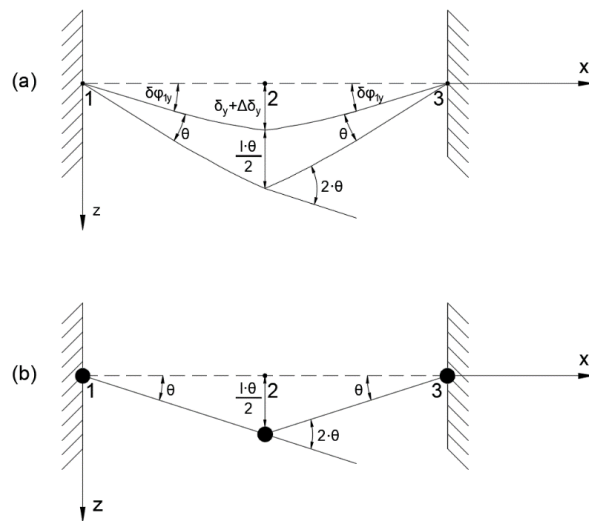
$$\delta_y + \Delta\delta_y = \frac{5 \cdot M_P \cdot l^2}{96 \cdot E \cdot I} + \frac{M_P \cdot l^2}{32 \cdot E \cdot I} \Rightarrow$$

$$\delta_y + \Delta\delta_y = \frac{M_P \cdot l^2}{12 \cdot E \cdot I} \quad (5.48)$$



Σχήμα 27. Βύθιση της δοκού και διάγραμμα καμπτικών ροπών όταν $Q = Q_C$ (Neal, 1977)

Υπό σταθερό φορτίο Q_C , η κεντρική πλαστική άρθρωση αρχίζει να περιστρέφεται και ενεργοποιείται ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού. Στο Σχήμα 28a που ακολουθεί, φαίνεται η συνολική βύθιση στο μέσο της δοκού και οι συνολικές περιστροφές των πλαστικών αρθρώσεων. Στο Σχήμα 28b φαίνεται η βύθιση στο μέσο της δοκού και οι περιστροφές των πλαστικών αρθρώσεων (Σχήμα 28b, μαύρες τελείες) μετά το σημείο κατάρρευσης. Το δεύτερο, απλοποιημένο σχήμα (Σχήμα 28b), είναι η απεικόνιση του μηχανισμού πλαστικής κατάρρευσης της δοκού.



Σχήμα 28. Βύθιση κατά την κατάρρευση και μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού (Neal, 1977)

Πέρα από την παραπάνω αναλυτική μέθοδο υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης (*step – by – step analysis*), υπάρχουν δύο ακόμα τρόποι υπολογισμού του εν λόγω φορτίου, οι οποίοι είναι αρκετά πιο σύντομοι. Ο πρώτος τρόπος είναι η στατική μέθοδος υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης, για την εφαρμογή της οποίας αρκεί ο σχεδιασμός του διαγράμματος των καμπτικών ροπών στο σημείο κατάρρευσης (Σχήμα 27b). Από το διάγραμμα φαίνεται ότι ισχύει:

$$M_P - (-M_P) = \frac{Q_C \cdot l^2}{8} \Rightarrow Q_C = \frac{16 \cdot M_P}{l^2}$$

Ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης είναι η κινηματική μέθοδος. Για την εφαρμογή της κινηματικής μεθόδου αρκεί να απεικονιστεί ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης της δοκού (Σχήμα 28b). Ο υπολογισμός του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης με αυτόν τον τρόπο, γίνεται εξισώνοντας το εσωτερικό με το εξωτερικό έργο του συστήματος. Στον υπολογισμό των έργων αγνοείται το ελαστικό έργο, δηλαδή το έργο πριν το σημείο κατάρρευσης.

Το εξωτερικό έργο του συστήματος είναι το έργο των εξωτερικών δυνάμεων, δηλαδή στην συγκεκριμένη περίπτωση, το έργο του κατανεμημένου φορτίου Q . Για το κατανεμημένο φορτίο Q , το έργο είναι ίσο με το γινόμενο του φορτίου Q επί το εμβαδό του τριγώνου του Σχήματος 28b. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 28b, επειδή οι γωνίες περιστροφής των πλαστικών αρθρώσεων, θ , θεωρούνται μικρές η βύθιση στο κέντρο, δηλαδή το ύψος του τριγώνου, είναι ίσο με $\frac{l \cdot \theta}{2}$. Προκύπτει άρα για το εξωτερικό έργο:

$$W_{external} = Q_C \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l \cdot \theta}{2} \Rightarrow$$

$$W_{external} = Q_C \cdot \frac{l^2 \cdot \theta}{4} \quad (5.49)$$

Όσον αφορά το εσωτερικό έργο του συστήματος είναι ίσο με το έργο των ροπών των πλαστικών αρθρώσεων. Το έργο των ροπών στις πλαστικές αρθρώσεις είναι ίσο με το γινόμενο των πλαστικών ροπών M_P επί τη γωνία περιστροφής τους. Από τη γεωμετρία του σχήματος είναι εμφανές ότι η περιστροφή της κεντρικής πλαστικής άρθρωσης είναι ίση με $2 \cdot \theta$ ενώ των ακριανών πλαστικών αρθρώσεων είναι ίσες με θ . Προκύπτει άρα για το εσωτερικό έργο:

$$W_{internal} = M_P \cdot \theta + M_P \cdot 2 \cdot \theta + M_P \cdot \theta \Rightarrow$$

$$W_{internal} = 4 \cdot M_P \cdot \theta \quad (5.50)$$

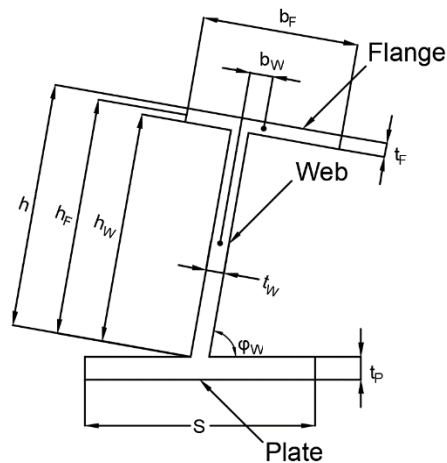
Εξισώνοντας το εξωτερικό με το εσωτερικό έργο προκύπτει το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης:

$$W_{external} = W_{internal} \Rightarrow Q_C \cdot \frac{l^2 \cdot \theta}{4} = 4 \cdot M_P \cdot \theta \Rightarrow Q_C = \frac{16 \cdot M_P}{l^2}$$

Στη συνέχεια της εργασίας για τον υπολογισμό του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης θα χρησιμοποιείται η τελευταία μέθοδος, δηλαδή η κινηματική.

5.3 Υπολογισμός της πλαστικής ροπής αντίστασης στους κανόνες της IACS

Σε αυτή την Παράγραφο παρουσιάζεται ο τρόπος που υπολογίζεται η πλαστική ροπή αντίστασης στους κανόνες της IACS, ο οποίος βασίζεται στη θεωρία της Παραγράφου 5.1. Οι κανόνες προτείνουν τη χρήση ενισχυτικών που αποτελούνται από κορμό και φλάντζα, δηλαδή διατομής “τύπου T”. Ο συνδυασμός της διατομής του ενισχυτικού “τύπου T”, μαζί με το αντίστοιχο έλασμα στην εκάστοτε περιοχή της γάστρας, αποτελεί μια διατομή “τύπου I”, η γενική μορφή της οποίας φαίνεται στο Σχήμα 29:



Σχήμα 29. Διαστάσεις ελάσματος – ενισχυτικού “τύπου I” (IACS UR I2, 2016)

Προκειμένου να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντίστασης μιας τέτοιας διατομής πρέπει να βρεθεί η θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα. Όπως αναφέρθηκε στην Παράγραφο 5.1 ο πλαστικός ουδέτερος άξονας χωρίζει τη διατομή σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού. Πολλές φορές το εμβαδό του ελάσματος είναι μεγαλύτερο από το εμβαδό του ενισχυτικού, δηλαδή το άθροισμα των εμβαδών της φλάντζας και του κορμού. Κατά συνέπεια ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται “μέσα” στο έλασμα, δηλαδή κάτω από το σημείο τομής του κορμού με το έλασμα. Όταν συμβαίνει αυτό, προκειμένου να απλοποιηθούν οι υπολογισμοί, γίνεται η υπόθεση ότι ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σημείο τομής του κορμού με το έλασμα (Daley, 2002). Η πλαστική ροπή αντίστασης υπολογίζεται σε αυτή την περίπτωση, με τη βοήθεια του Σχήματος 29 και δίνεται από τον τύπο:

$$Z_P = \frac{S \cdot t_P^2}{2} + \frac{t_W \cdot h_W^2 \cdot \sin(\varphi_W)}{2} + b_F \cdot t_F \cdot (h_F \cdot \sin(\varphi_W) - b_W \cdot \cos(\varphi_W)) \quad (5.51)$$

Αν το εμβαδό του ελάσματος είναι μικρότερο από το άθροισμα των εμβαδών της φλάντζας και του κορμού, τότε η θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα βρίσκεται κάπου “μέσα” στην περιοχή του κορμού. Σε αυτή την περίπτωση, ο υπολογισμός της ακριβούς θέσης του πλαστικού ουδέτερου άξονα προκύπτει χωρίζοντας τη διατομή σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού.

Αν με z_{PNA} συμβολίζεται η απόσταση του πλαστικού ουδέτερου άξονα κατά μήκος της διεύθυνσης του κορμού, από το σημείο τομής του κορμού με το έλασμα, τότε ισχύει:

$$S \cdot t_P + z_{PNA} \cdot t_W = b_F \cdot t_F + (h_W - z_{PNA}) \cdot t_W \Rightarrow$$

$$z_{PNA} = \frac{b_F \cdot t_F + h_W \cdot t_W - S \cdot t_P}{2 \cdot t_W} \quad (5.52)$$

Σε αυτή την περίπτωση η πλαστική ροπή αντίστασης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Z_P = S \cdot t_P \cdot \left(z_{PNA} + \frac{t_P}{2} \right) \cdot \sin(\varphi_W) + \frac{t_W \cdot (z_{PNA}^2 + (h_W - z_{PNA})^2) \cdot \sin(\varphi_W)}{2} \quad (5.53)$$

$$+ b_F \cdot t_F \cdot ((h_F - z_{PNA}) \cdot \sin(\varphi_W) - b_W \cdot \cos(\varphi_W))$$

Αν η γωνία φ_W είναι μεγαλύτερη των 75 μοιρών, τότε θεωρείται προσεγγιστικά ίση με 90 μοίρες και οι τύποι (5.51) και (5.53) παίρνουν την απλούστερη μορφή:

$$Z_P = \frac{S \cdot t_P^2}{2} + \frac{t_W \cdot h_W^2}{2} + b_F \cdot t_F \cdot h_F \quad (5.54)$$

$$Z_P = S \cdot t_P \cdot \left(z_{PNA} + \frac{t_P}{2} \right) + \frac{t_W \cdot (z_{PNA}^2 + (h_W - z_{PNA})^2)}{2} + b_F \cdot t_F \cdot (h_F - z_{PNA}) \quad (5.55)$$

Όταν ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σημείο τομής του κορμού με το έλασμα, τότε η διατομή χωρίζεται σε δύο τμήματα ίσου εμβαδού και ισχύει:

$$S \cdot t_P = t_W \cdot h_W + b_F \cdot t_F \quad (5.56)$$

Με αντικατάσταση της τελευταίας σχέσης (5.56) στη σχέση (5.54), η πλαστική ροπή αντίστασης δίνεται από τη σχέση:

$$Z_P = \frac{t_P \cdot (t_W \cdot h_W + b_F \cdot t_F)}{2} + \frac{t_W \cdot h_W^2}{2} + b_F \cdot t_F \cdot h_F \Rightarrow$$

$$Z_P = t_W \cdot h_W \cdot \frac{(t_P + h_W)}{2} + b_F \cdot t_F \cdot \left(h_F + \frac{t_P}{2} \right) \quad (5.57)$$

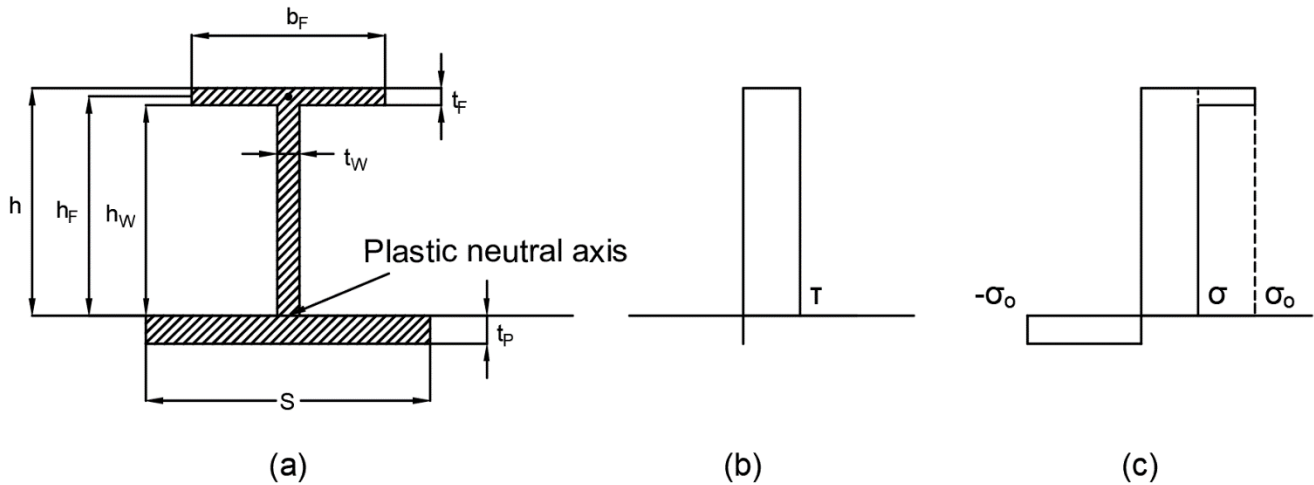
5.4 Ελάττωση της πλαστικής ροπής αντίστασης λόγω διάτμησης

Στους κανόνες της IACS λαμβάνεται υπόψη η ελάττωση της πλαστικής ροπής της διατομής και κατά συνέπεια της πλαστικής ροπής αντίστασης, σε περίπτωση που η διατομή καταπονείται από διατμητικές δυνάμεις. Η ενεργή επιφάνεια της διατομής στην οποία αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις, θεωρείται ότι περιέχει και μέρος της φλάντζας (IACS UR 12, 2016) και ο τύπος υπολογισμού της είναι ο:

$$A_W = h \cdot t_W \cdot \sin(\varphi_W) \quad (5.58)$$

Στη σχέση (5.58) το ύψος h περιλαμβάνει το ύψος του κορμού h_W και το πάχος της φλάντζας t_f (Σχήμα 29).

Στη συνέχεια, για τον υπολογισμό της μειωμένης πλαστικής ροπής, θεωρείται ότι η γωνία φ_W είναι ίση με 90 μοίρες καθώς και ότι ο πλαστικός ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σημείο τομής του κορμού με το έλασμα (Σχήμα 30a). Όσον αφορά τις διατμητικές τάσεις τ , θεωρείται ότι η κατανομή τους είναι ομοιόμορφη και από τη σχέση (5.58), προκύπτει ότι ασκούνται στην περιοχή εμβαδού $h \cdot t_W$ (Σχήμα 30b). Εξαιτίας της ύπαρξης διατμητικών τάσεων, η κατανομή των καμπτικών τάσεων στην πλήρη πλαστικοποίηση, είναι αυτή του Σχήματος 30c. Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτό (Σχήμα 30c), όταν η διατομή είναι πλήρως πλαστικοποιημένη, η μέγιστη τιμή των καμπτικών τάσεων στην περιοχή που ασκούνται οι διατμητικές τάσεις, είναι μικρότερη της σ_o και συμβολίζεται με σ .



Σχήμα 30. Κατανομή τάσεων πλήρως πλαστικοποιημένης διατομής “τύπου I” που υπόκειται σε κάμψη και διάτμηση (Bruneau et al., 2011)

Ο υπολογισμός της τάσης σ γίνεται με τη χρήση του κριτηρίου Von Mises:

$$\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2 = \sigma_o^2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma_o^2 - 3 \cdot \tau^2} \Rightarrow \sigma = \sigma_o \cdot \sqrt{1 - \frac{3 \cdot \tau^2}{\sigma_o^2}} \Rightarrow \sigma = \sigma_o \cdot \sqrt{1 - \frac{3 \cdot \tau^2}{3 \cdot \tau_{max}^2}} \Rightarrow$$

$$\sigma = \sigma_o \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}}\right)^2} \quad (5.59)$$

Όσον αφορά τη μειωμένη πλαστική ροπή ($M_{P\text{ Reduced}}$ ή M_{PR}), με βάση το Σχήμα 30c, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$M_{PR} = M_P - t_W \cdot \frac{h^2}{2} \cdot (\sigma_o - \sigma) \quad (5.60)$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (5.59) στη σχέση (5.60) προκύπτει:

$$M_{PR} = M_P - t_W \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \left(\sigma_o - \sigma_o \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} \right) \quad (5.61)$$

Επομένως η μειωμένη πλαστική ροπή αντίστασης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Z_{PR} = Z_P - t_W \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} \right) \quad (5.62)$$

Η σχέση (5.62), βγάζοντας κοινό παράγοντα το Z_P και ορίζοντας το k_W με το λόγο $t_W \cdot \frac{h^2}{2}$ προς Z_P , γράφεται ισοδύναμα:

$$Z_{PR} = Z_P \cdot \left(1 - k_W \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} \right) \right) \quad (5.63)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του Z_P από τη σχέση (5.57), το k_W παίρνει τη μορφή:

$$k_W = \frac{t_W \cdot \frac{h^2}{2}}{t_W \cdot h_W \cdot \frac{(t_P + h_W)}{2} + b_F \cdot t_F \cdot \left(h_F + \frac{t_P}{2} \right)} \quad (5.64)$$

Από το Σχήμα 30α προκύπτει για τα μεγέθη h και h_F ότι:

$$h = h_W + t_F \quad (5.65)$$

$$h_F = h_W + \frac{t_F}{2} \quad (5.66)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (5.65) και (5.66) στη σχέση (5.64), ο συντελεστής k_W μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$k_W = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot A_F}{A_W}} \quad (5.67)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της σχέσης (5.67) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 4.

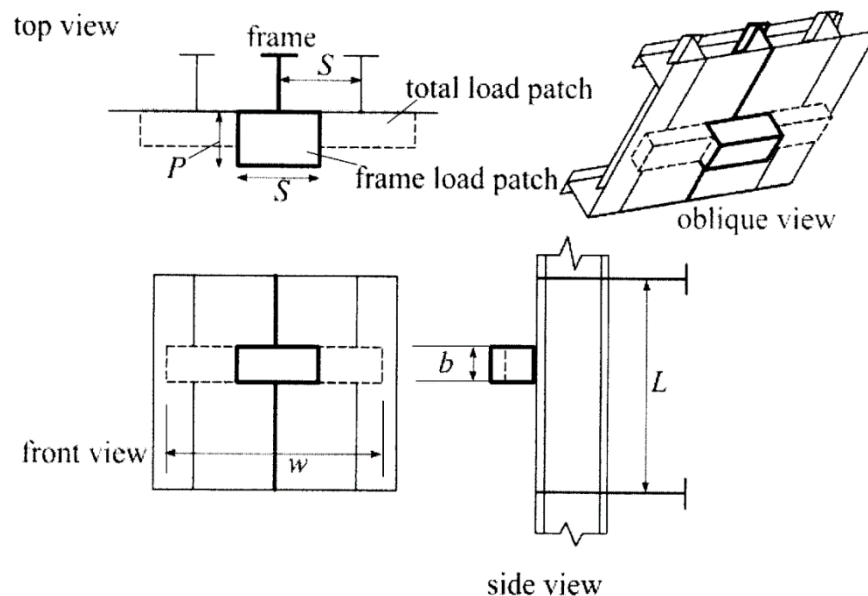
5.5 Απαιτήσεις αντοχής εγκάρσιων ενισχυτικών στους κανόνες της IACS

Σε αυτή την Παράγραφο αναλύεται ο τρόπος υπολογισμού των απαιτούμενων χαρακτηριστικών αντοχής των εγκάρσιων ενισχυτικών. Αυτά είναι η ελάχιστη ροπή αντίστασης που πρέπει να έχει η διατομή των ενισχυτικών καθώς και το ελάχιστο εμβαδό που πρέπει να έχει ο κορμός τους. Όσον αφορά τον υπολογισμό της ροπής αντίστασης, όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του κεφαλαίου, βασίζεται στη διαδικασία υπολογισμού του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης.

Στο Σχήμα 31 παρουσιάζεται η διάταξη των ενισχυτικών και της φόρτισης που αυτά δέχονται από τον πάγο. Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, εξαιτίας του συντελεστή κατανομής πιέσεων, PPF , η πίεση που δέχεται ένα ενισχυτικό σε οποιαδήποτε περιοχή του πλοίου, υπολογίζεται από τον τύπο:

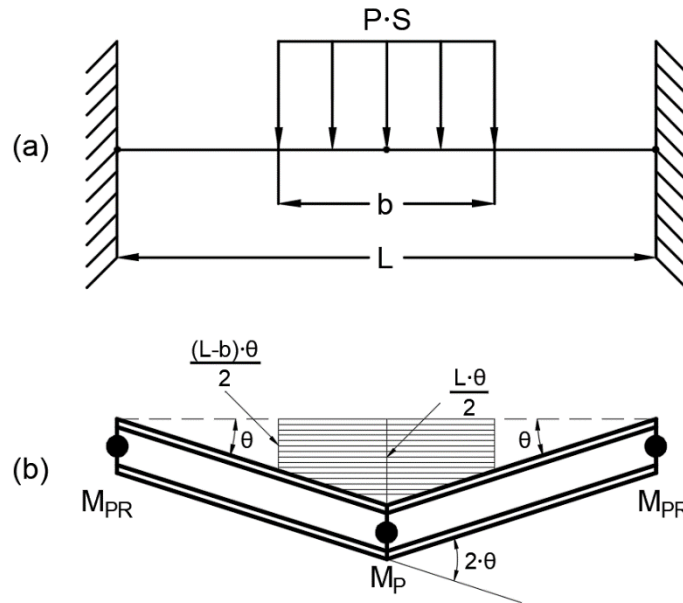
$$P = P_{Average} \cdot PPF \cdot AF \quad (5.68)$$

Η παραπάνω πίεση ασκείται σε εμβαδό $S \cdot b$, όπου το S είναι η ισαπόσταση των ενισχυτικών και b το ύψος της επιφάνειας φόρτισης που υπολογίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το ύψος b υπολογίζεται από τον τύπο (4.93) για την περιοχή της πλώρης και από τον τύπο (4.108) για τις υπόλοιπες περιοχές. Η πίεση P αρχικά θα θεωρηθεί ότι ασκείται στο μεσαίο τμήμα του ενισχυτικού ενώ στη συνέχεια θα μελετηθεί και τυχαίο τμήμα επάνω στο ενισχυτικό. Όσον αφορά τις αντιδράσεις στήριξης, θεωρούνται πακτώσεις εντός της ενισχυμένης έναντι του πάγου περιοχής και αρθρώσεις στις μη ενισχυμένες περιοχές. Θεωρείται επίσης ότι το μήκος του ενισχυτικού L , είναι μεγαλύτερο από το ύψος της επιφάνειας φόρτισης b (Σχήμα 31).



Σχήμα 31. Φόρτιση εγκάρσια ενισχυμένης γάστρας από την πίεση του πάγου (Daley, 2002)

Όταν η πίεση ασκείται στο μεσαίο τμήμα του ενισχυτικού και τα δύο άκρα του είναι πακτωμένα (Σχήμα 32a), ο μηχανισμός κατάρρευσης του ενισχυτικού είναι αυτός του Σχήματος 32b.



Σχήμα 32. Κεντρική φόρτιση αμφίπακτου ενισχυτικού και μηχανισμός κατάρρευσης (El Jaaba, 2013)

Όπως αναφέρθηκε και στην Παράγραφο 5.2, ο υπολογισμός του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης με την κινηματική μέθοδο, γίνεται εξισώνοντας το εσωτερικό με το εξωτερικό έργο του συστήματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, το εξωτερικό έργο, είναι το έργο του κατανεμημένου φορτίου $P \cdot S$, δηλαδή το γινόμενο του φορτίου $P \cdot S$ επί το εμβαδό της οριζόντια γραμμοσκιασμένης επιφάνειας του Σχήματος 32b. Από το Σχήμα 32b θεωρώντας τη γωνία θ μικρή, η βύθιση στο κέντρο, είναι ίση με $\frac{L \cdot \theta}{2}$. Επίσης από όμοια τρίγωνα προκύπτει ότι οι μικρές πλευρές του κάθε τραπεζιού που απαρτίζει τη γραμμοσκιασμένη επιφάνεια είναι ίσες με $\frac{(L-b) \cdot \theta}{2}$. Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει για το εξωτερικό έργο:

$$W_{external} = P \cdot S \cdot \frac{\left(\frac{(L-b) \cdot \theta}{2} + \frac{L \cdot \theta}{2}\right) \cdot b}{2} \cdot 2 \Rightarrow$$

$$W_{external} = P \cdot S \cdot \left(\frac{2 \cdot L \cdot \theta - b \cdot \theta}{2}\right) \cdot \frac{b}{2} \quad (5.69)$$

Όσον αφορά το εσωτερικό έργο του συστήματος είναι ίσο με το έργο των ροπών των πλαστικών αρθρώσεων. Στο Σχήμα 32b φαίνεται ότι η περιστροφή της κεντρικής πλαστικής άρθρωσης είναι ίση με $2 \cdot \theta$ ενώ των ακριανών πλαστικών αρθρώσεων είναι ίσες με θ . Προκύπτει άρα για το εσωτερικό έργο:

$$W_{internal} = M_P \cdot \theta + M_P \cdot 2 \cdot \theta + M_P \cdot \theta \Rightarrow$$

$$W_{internal} = 2 \cdot M_P \cdot \theta + 2 \cdot M_{PR} \cdot \theta \quad (5.70)$$

Εξισώνοντας το εξωτερικό με το εσωτερικό έργο προκύπτει:

$$W_{external} = W_{internal} \Rightarrow P \cdot S \cdot \left(\frac{2 \cdot L \cdot \theta - b \cdot \theta}{2} \right) \cdot \frac{b}{2} = 2 \cdot M_P \cdot \theta + 2 \cdot M_{PR} \cdot \theta \Rightarrow$$

$$\frac{P \cdot S \cdot b \cdot L}{4} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) = M_P + M_{PR} \quad (5.71)$$

Εισάγοντας στη σχέση (5.71) τις σχέσεις (5.63) και (5.68) προκύπτει η ελάχιστη η ροπή αντίστασης για το κεντρικά φορτιζόμενο, αμφίπακτο ενισχυτικό:

$$\frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L}{4} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) = Z_P \cdot \left(1 + \left(1 - k_W \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} \right) \right) \right) \cdot \sigma_o \Rightarrow$$

$$Z_P = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot \left(1 + \left(1 + k_W \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} - 1 \right) \right) \right)} \quad (5.72)$$

Στην περίπτωση που ένα από τα δύο άκρα βρίσκεται εκτός της ενισχυμένης έναντι του πάγου περιοχής, η διαφορά στους παραπάνω υπολογισμούς έγκειται στη σχέση (5.70), η οποία παίρνει τη μορφή:

$$W_{internal} = 2 \cdot M_P \cdot \theta + M_{PR} \cdot \theta \quad (5.73)$$

Προκύπτει σε αυτή την περίπτωση η ελάχιστη ροπή αντίστασης:

$$Z_P = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{k_W}{2} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} - 1 \right) \right) \right)} \quad (5.74)$$

Οι τύποι (5.72) και (5.74) μπορούν να συνδυαστούν σε ένα τύπο με τη μορφή:

$$Z_{P \text{ Transverse } 1} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot \left(1 + \left(\frac{j}{2} + \frac{j \cdot k_W}{2} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}} \right)^2} - 1 \right) \right) \right)} \quad (5.75)$$

Όπου με j συμβολίζεται ο αριθμός των πακτώσεων.

Η ποσότητα που βρίσκεται σε ρίζα στη σχέση (5.75) πρέπει να είναι μη αρνητική. Για να ισχύει αυτό πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη:

$$\tau \leq \tau_{max} \quad (5.76)$$

Όπου για τη μέγιστη διατμητική τάση ισχύει:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \quad (5.77)$$

Οι διατμητικές δυνάμεις είναι ίδιες σε κάθε ένα από τα δύο άκρα του ενισχυτικού και υπολογίζονται από τη σχέση:

$$V = \frac{P \cdot S \cdot b}{2} \quad (5.78)$$

Επομένως οι διατμητικές τάσεις τ σε κάθε άκρο, λόγω της σχέσης (5.78), είναι ίσες με:

$$\tau = \frac{V}{A_W} = \frac{P \cdot S \cdot b}{2 \cdot A_W} \quad (5.79)$$

Αν με $A_{Transverse}$ συμβολιστεί η ελάχιστη επιφάνεια που αντιστοιχεί στην ανάπτυξη μέγιστων διατμητικών τάσεων, δηλαδή όταν $\tau = \tau_{max}$, τότε ισχύει:

$$\tau = \tau_{max} = \frac{P \cdot S \cdot b}{2 \cdot A_{Transverse}} \quad (5.80)$$

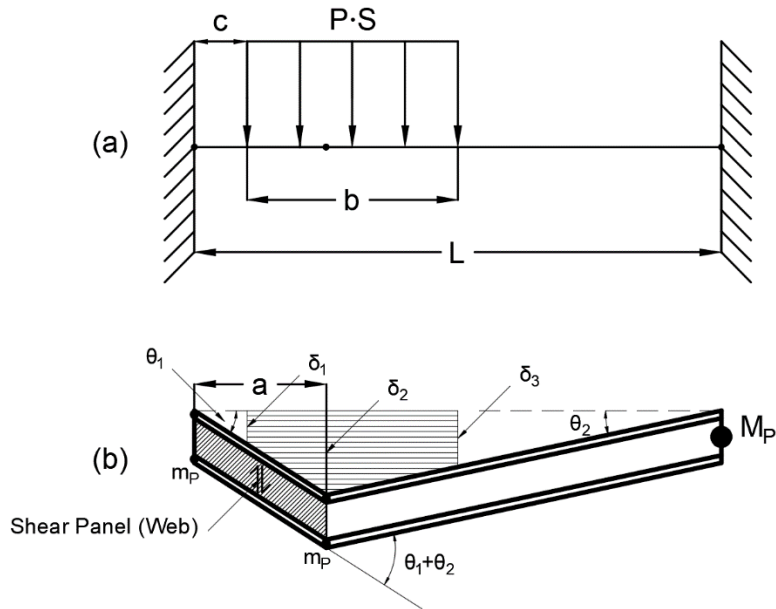
Συνδυάζοντας τις σχέσεις (5.68), (5.77) και (5.80) προκύπτει ότι το ελάχιστο εμβαδό που απαιτείται να έχει ο κορμός των ενισχυτικών (μαζί με το αντίστοιχο μέρος της φλάντζας που αναφέρθηκε στην Παράγραφο 5.4), έτσι ώστε να μην υπάρξει αστοχία ως προς τη διάτμηση, είναι ίσο με:

$$A_{Transverse} = \frac{0.5 \cdot S \cdot b \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o} \quad (5.81)$$

Από τις σχέσεις (5.79) και (5.80) η σχέση (5.75) μπορεί να γραφτεί στη μορφή:

$$Z_{P Transverse 1} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot \left(1 + \left(\frac{j}{2} + \frac{j \cdot k_W}{2} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Transverse}}{A_W}\right)^2} - 1\right)\right)\right)} \quad (5.82)$$

Στην περίπτωση που η πίεση ασκείται σε τυχαίο τμήμα του ενισχυτικού και τα δύο άκρα του είναι πακτωμένα (Σχήμα 33a), ο μηχανισμός κατάρρευσης του ενισχυτικού είναι αυτός του Σχήματος 33b.



Σχήμα 33. Ασύμμετρη φόρτιση αμφίπακτου ενισχυτικού και μηχανισμός κατάρρευσης (El Jaaba, 2013)

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 33b, ο μηχανισμός κατάρρευσης στην περίπτωση της ασύμμετρης φόρτισης είναι αρκετά διαφορετικός. Επειδή οι διατμητικές δυνάμεις που ασκούνται στο τμήμα μήκους a της δοκού είναι αρκετά υψηλές, οι διατμητικές παραμορφώσεις που προκαλούνται από αυτές δεν μπορούν να αγνοηθούν και αποτελούν την αιτία αστοχίας του κορμού του ενισχυτικού του εν λόγω τμήματος (Σχήμα 33b, διαγώνια γραμμοσκιασμένη επιφάνεια). Στο τμήμα αυτό, δημιουργείται ένα διατμητικό πλαίσιο (*Shear Panel*), δηλαδή μια περιοχή πλήρως πλαστικοποιημένη εξαιτίας των διατμητικών δυνάμεων. Αυτό σημαίνει ότι αν με N_p συμβολιστεί η διατμητική δύναμη που προκαλεί πλαστικοποίηση του κορμού, τότε σε κάθε κατακόρυφη διατομή του διατμητικού πλαισίου η δύναμη είναι ίση με N_p . Όσον αφορά τα σημεία που δημιουργούνται πλαστικές αρθρώσεις, όπως αναφέρθηκε στην Παράγραφο 5.2, είναι τα σημεία που το διάγραμμα καμπτικών ροπών εμφανίζει ακρότατα. Αυτά είναι τα δύο άκρα της δοκού και το σημείο μέγιστης βύθισης της δοκού (Σχήμα 33b, βύθιση δ_2). Επειδή οι διατομές του αριστερού άκρου της δοκού και του σημείου μέγιστης βύθισης της δοκού βρίσκονται εκατέρωθεν του διατμητικού πλαισίου, δημιουργούνται μικρές πλαστικές αρθρώσεις μόνο στα τμήματα της φλάντζας και του ελάσματος αυτών, η πλαστική ροπή των οποίων συμβολίζεται με m_p (Σχήμα 33b). Στο δεξί άκρο της δοκού, δημιουργείται κανονική πλαστική άρθρωση και η πλαστική ροπή στο άκρο αυτό είναι ίση με M_p .

Το εξωτερικό έργο, υπολογίζεται από το γινόμενο του φορτίου $P \cdot S$ επί το εμβαδό της οριζόντια γραμμοσκιασμένης επιφάνειας του Σχήματος 33b. Επομένως προκύπτει για το εξωτερικό έργο:

$$\begin{aligned}
 W_{external} &= P \cdot S \cdot \left((\delta_1 + \delta_2) \cdot \frac{(a - c)}{2} + (\delta_2 + \delta_3) \cdot \frac{(b - a + c)}{2} \right) \Rightarrow \\
 W_{external} &= P \cdot S \cdot \left(\left(\delta_2 \cdot \frac{c}{a} + \delta_2 \right) \cdot \frac{(a - c)}{2} + \left(\delta_2 + \delta_2 \cdot \frac{(L - b - c)}{(L - a)} \right) \cdot \frac{(b - a + c)}{2} \right) \Rightarrow \\
 W_{external} &= P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{(c + a) \cdot (a - c)}{2 \cdot a} + \frac{(2 \cdot L - a - c - b) \cdot (b - a + c)}{2 \cdot (L - a)} \right) \quad (5.83)
 \end{aligned}$$

Όσον αφορά το εσωτερικό έργο του συστήματος ισχύει:

$$W_{internal} = m_P \cdot \theta_1 + m_P \cdot (\theta_1 + \theta_2) + M_P \cdot \theta_2 + W_{internal (Shear)} \quad (5.84)$$

Για τον υπολογισμό του εσωτερικού έργου του διατμητικού πλαισίου $W_{internal (Shear)}$ θεωρείται ένα στοιχειώδες τμήμα μήκους dx της δοκού, στο οποίο αναλογεί βύθιση $d\delta$. Ισχύει:

$$dW_{internal (Shear)} = N_P \cdot d\delta \quad (5.85)$$

Λόγω της γεωμετρίας του αριστερού τριγώνου του Σχήματος 33b, ισχύει:

$$\frac{dx}{d\delta} = \frac{a}{\delta_2} \quad (5.86)$$

Το εσωτερικό έργο $W_{internal (Shear)}$ προκύπτει από ολοκλήρωση της ποσότητας $dW_{internal (Shear)}$ στο τμήμα μήκους a της δοκού. Εισάγοντας τη σχέση (5.86) στην σχέση (5.85) και ολοκληρώνοντας στο τμήμα μήκους a , προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 W_{internal (Shear)} &= \int_0^a N_P \cdot \frac{\delta_2}{a} dx \Rightarrow \\
 W_{internal (Shear)} &= N_P \cdot \delta_2 \quad (5.87)
 \end{aligned}$$

Εισάγοντας τη σχέση (5.87) στην σχέση (5.84) προκύπτει ο τύπος υπολογισμού του εσωτερικού έργου του συστήματος:

$$W_{internal} = \delta_2 \cdot \left(m_P \cdot \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{L - a} \right) + \frac{M_P}{L - a} + N_P \right) \quad (5.88)$$

Όπου για τα μεγέθη N_P και m_P ισχύει:

$$N_P = \frac{A_W \cdot \sigma_o}{\sqrt{3}} \quad (5.89)$$

$$m_P = z_P \cdot \sigma_o = \left(\frac{S \cdot t_P^2}{4} + b_F \cdot \frac{t_F^2}{4} \right) \cdot \sigma_o \quad (5.90)$$

Το εμβαδό A_W υπολογίζεται από τη σχέση (5.58) ενώ τα μεγέθη S , t_P , b_F και t_F παρουσιάζονται αναλυτικά στο Σχήμα 29 της Παραγράφου 5.3.

Για τον υπολογισμό των σχέσεων (5.83) και (5.88) χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω ισότητες:

$$\theta_1 = \frac{\delta_1}{c} = \frac{\delta_2}{a} \quad (5.91)$$

$$\theta_2 = \frac{\delta_3}{L - b - c} = \frac{\delta_2}{L - a} \quad (5.92)$$

Οι ισότητες αυτές προκύπτουν από τα όμοια τρίγωνα του Σχήματος 33b, θεωρώντας ότι οι γωνίες θ_1 και θ_2 είναι μικρές.

Επειδή οι τύποι υπολογισμού του εξωτερικού έργου (5.83) και του εσωτερικού έργου (5.88) είναι αρκετά σύνθετοι, πριν εξισωθούν μεταξύ τους τα έργα, πραγματοποιούνται κάποιες απλοποιήσεις σε αυτούς. Πιο συγκεκριμένα ο τύπος (5.83) παραγωγίζεται αρχικά ως προς c και έπειτα μηδενίζεται η παράγωγος $\frac{d(W_{external})}{dc}$, προκειμένου να βρεθεί η θέση c για την οποία το εξωτερικό έργο είναι μέγιστο. Αντίστοιχα στη συνέχεια παραγωγίζεται ο τύπος (5.88) ως προς a , και έπειτα μηδενίζεται η παράγωγος $\frac{d(W_{internal})}{da}$, προκειμένου να βρεθεί η θέση a για την οποία το εσωτερικό έργο είναι ελάχιστο. Εξισώνοντας το μέγιστο εξωτερικό έργο και το ελάχιστο εσωτερικό προκύπτει η ελάχιστη ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει η διατομή του ενισχυτικού στην περίπτωση της ασύμμετρης φόρτισης.

Παραγωγίζοντας το εξωτερικό έργο ως προς c και έπειτα μηδενίζοντας την παράγωγο, προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{d(W_{external})}{dc} &= P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{-c}{a} + \frac{L - c - b}{(L - a)} \right) = 0 \Rightarrow \\ \frac{c}{a} &= \frac{L - c - b}{(L - a)} \Rightarrow c \cdot L = a \cdot L - a \cdot b \Rightarrow \\ c &= a \left(1 - \frac{b}{L} \right) \quad (5.93) \end{aligned}$$

Εισάγοντας την τελευταία σχέση (5.93) στη σχέση (5.83) προκύπτει:

$$W_{external} = P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) \quad (5.94)$$

Παραγωγίζοντας το εσωτερικό έργο ως προς a και έπειτα μηδενίζοντας την παράγωγο, προκύπτει:

$$a = L \cdot \left(\frac{2 \cdot k_Z - \sqrt{2 \cdot k_Z^2 + 2 \cdot k_Z}}{(k_Z - 1)} \right) \quad (5.95)$$

Όπου με k_Z συμβολίζεται ο λόγος:

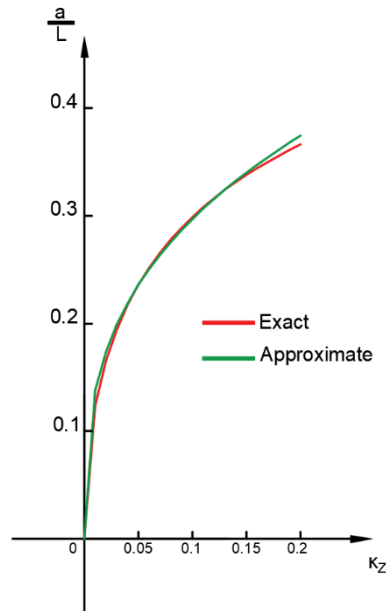
$$k_Z = \frac{m_P}{M_P} = \frac{Z_P}{Z_P} \quad (5.96)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των σχέσεων (5.94) και (5.95) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 5.

Η σχέση (5.95) για μικρές τιμές του k_Z , είναι ισοδύναμη με τη σχέση:

$$a = L \cdot 0.64 \cdot k_Z^{0.3333} \quad (5.97)$$

Για k_Z μικρότερο του 0.2 η ισοδυναμία των σχέσεων (5.95) και (5.97) φαίνεται στο επόμενο σχήμα (Σχήμα 34):



Σχήμα 34. Σύγκριση ακριβών και προσεγγιστικών τιμών $\frac{a}{L}$ (Daley, 2002)

Εισάγοντας τη σχέση (5.97) στον τύπο υπολογισμού του εσωτερικού έργου (5.88), προκύπτει:

$$W_{internal} = \delta_2 \cdot \left(\frac{M_P}{L} \cdot \left(k_Z \cdot \left(\frac{2}{0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} + \frac{1}{1 - 0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} \right) + \frac{1}{1 - 0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} \right) + N_P \right) \quad (5.98)$$

Η σχέση (5.98) γράφεται ισοδύναμα:

$$W_{internal} = \delta_2 \cdot \left(\frac{M_P \cdot f_Z}{L} + N_P \right) \quad (5.99)$$

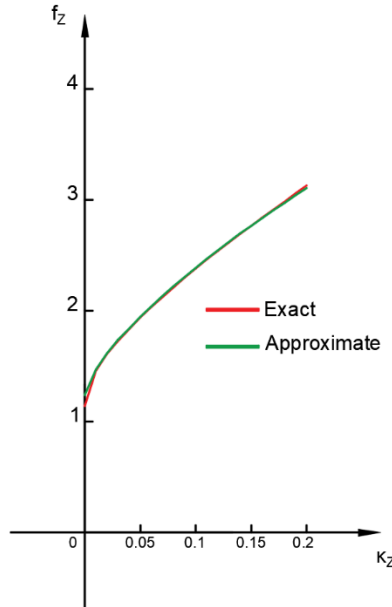
Όπου με f_Z συμβολίζεται η ποσότητα:

$$f_Z = k_Z \cdot \left(\frac{2}{0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} + \frac{1}{1 - 0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} \right) + \frac{1}{1 - 0.64 \cdot k_Z^{0.3333}} \quad (5.100)$$

Η σχέση (5.100) για μικρές τιμές του k_Z , είναι ισοδύναμη με τη σχέση:

$$f_Z = 1.1 + 5.75 \cdot k_Z^{0.7} \quad (5.101)$$

Για k_Z μικρότερο του 0.2 η ισοδυναμία των σχέσεων (5.100) και (5.101) φαίνεται στο Σχήμα 35:



Σχήμα 35. Σύγκριση ακριβών και προσεγγιστικών τιμών f_Z (Daley, 2002)

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5.14), (5.89) και (5.101) στη σχέση (5.99) προκύπτει ο απλοποιημένος τύπος υπολογισμού του εσωτερικού έργου:

$$W_{internal} = \delta_2 \cdot \left(\frac{Z_P \cdot \sigma_o \cdot (1.1 + 5.75 \cdot k_Z^{0.7})}{L} + \frac{A_W \cdot \sigma_o}{\sqrt{3}} \right) \quad (5.102)$$

Η ελάχιστη ροπή αντίστασης για την περίπτωση της ασύμμετρης φόρτισης προκύπτει εξισώνοντας το εξωτερικό με το εσωτερικό έργο, δηλαδή τις σχέσεις (5.94) και (5.102):

$$W_{external} = W_{internal} \Rightarrow P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) = \delta_2 \cdot \left(\frac{Z_P \cdot \sigma_o \cdot (1.1 + 5.75 \cdot k_Z^{0.7})}{L} + \frac{A_W \cdot \sigma_o}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow$$

$$Z_P = \frac{L}{\sigma_o \cdot (1.1 + 5.75 \cdot k_Z^{0.7})} \cdot \left(P \cdot S \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) - \frac{A_W \cdot \sigma_o}{\sqrt{3}} \right) \quad (5.103)$$

Η σχέση (5.103) με χρήση των σχέσεων (5.77) και (5.80) μπορεί πάρει τη μορφή:

$$Z_P = \frac{L}{\sigma_o \cdot (1.1 + 5.75 \cdot k_Z^{0.7})} \cdot \left(P \cdot S \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) - A_W \cdot \frac{P \cdot S \cdot b}{2 \cdot A_{Transverse}} \right) \Rightarrow$$

$$Z_P = \frac{P \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot (0.275 + 1.44 \cdot k_Z^{0.7})} \cdot \left(1 - \frac{A_W}{2 \cdot A_{Transverse} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}\right) \quad (5.104)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (5.68) στην τελευταία σχέση (5.104) προκύπτει η τελική μορφή του τύπου υπολογισμού της ελάχιστης ροπής αντίστασης στην περίπτωση της ασύμμετρης φόρτισης, $Z_{P Transverse 2}$:

$$Z_{P Transverse 2} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}{4 \cdot \sigma_o \cdot (0.275 + 1.44 \cdot k_Z^{0.7})} \cdot \left(1 - \frac{A_W}{2 \cdot A_{Transverse} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}\right) \quad (5.105)$$

Η ελάχιστη ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει ένα εγκάρσιο ενισχυτικό στους κανόνες της IACS υπολογίζεται από τη σχέση (5.106) η οποία περιλαμβάνει και τις δύο περιπτώσεις φόρτισης που αναλύθηκαν στην Παράγραφο 5.5, δηλαδή της κεντρικής και της ασύμμετρης:

$$Z_{P Transverse} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot S \cdot b \cdot L \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right) \cdot C}{4 \cdot \sigma_o} \quad (5.106)$$

Όπου το C παίρνει τη μέγιστη τιμή από τις δύο παρακάτω:

$$C = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{j}{2} + \frac{j \cdot k_W}{2} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Transverse}}{A_W}\right)^2} - 1\right)\right)\right)} \\ \frac{1}{(0.275 + 1.44 \cdot k_Z^{0.7})} \cdot \left(1 - \frac{A_W}{2 \cdot A_{Transverse} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)}\right) \end{array} \right. \quad (5.107)$$

έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη η δυσμενέστερη από τις δύο περιπτώσεις φόρτισης.

5.6 Απαιτήσεις αντοχής διαμήκων ενισχυτικών στους κανόνες της IACS

Για διαμήκη ενίσχυση της γάστρας, η ελάχιστη ροπή αντίστασης προκύπτει από τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης μιας αμφίπακτης δοκού, που φορτίζεται σε όλο το μήκος της από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο. Ο τύπος υπολογισμού της ελάχιστης ροπής αντίστασης είναι ο:

$$Z_{P Longitudinal} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot b_1 \cdot L^2}{8 \cdot \sigma_o \cdot \left(2 + k_W \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Longitudinal}}{A_W} \right)^2} - 1 \right) \right)} \quad (5.108)$$

Όπου το $A_{Longitudinal}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A_{Longitudinal} = \frac{0.5 \cdot b_1 \cdot L \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o} \quad (5.109)$$

Στις σχέσεις (5.108) και (5.109) το μέγεθος b_1 υπολογίζεται από τη σχέση (5.110):

$$b_1 = \begin{cases} \left(1 - 0.3 \cdot \frac{S}{b} \right) \cdot b \cdot \left(1 - 0.25 \cdot \frac{b}{S} \right) & \frac{b}{S} < 2 \\ \left(1 - 0.3 \cdot \frac{S}{b} \right) \cdot S & \frac{b}{S} \geq 2 \end{cases} \quad (5.110)$$

6. Μελέτη αντοχής ελασμάτων γάστρας με μεθόδους πλαστικής ανάλυσης

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται η μέθοδος υπολογισμού του απαιτούμενου πάχους των ελασμάτων της γάστρας του πλοίου, έτσι ώστε να μπορούν να αντέξουν τα φορτία που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση του πλοίου με τον πάγο. Ο υπολογισμός του πάχους των ελασμάτων γίνεται με μεθόδους πλαστικής σχεδίασης.

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, προκειμένου να μελετηθεί μια κατασκευή πλαστικά, πρέπει να υπολογιστεί το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης. Πρώτα όμως πρέπει να υπολογιστεί η πλαστική ροπή ανά μονάδα μήκους.

Ο υπολογισμός του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης γίνεται με την κινηματική μέθοδο. Για να εφαρμοστεί αυτή πρέπει πρώτα να απεικονιστεί ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης του ελάσματος και έπειτα το εσωτερικό έργο του συστήματος να εξισωθεί με το εξωτερικό. Ο μηχανισμός πλαστικής κατάρρευσης του ελάσματος ενεργοποιείται όταν δημιουργηθούν γραμμικές πλαστικές ζώνες στην φορτιζόμενη περιοχή του ελάσματος, οι οποίες ονομάζονται "γραμμές διαρροής". Οι γραμμές διαρροής έχουν το σχήμα της σκεπής ενός σπιτιού για αυτό και ο μηχανισμός ονομάζεται "roof-top collapse mechanism". Επειδή οι αντιδράσεις στήριξης θεωρούνται πακτώσεις, οι "γραμμές διαρροής" σχηματίζονται και στην περίμετρο του ελάσματος.

6.1 Απαιτήσεις πάχους εγκάρσια ενισχυμένων ελασμάτων στους κανόνες της IACS

Στην Παράγραφο 5.1 του προηγούμενου κεφαλαίου, αναλύθηκε η διαδικασία υπολογισμού της πλαστικής ροπής μιας δοκού, η οποία είναι απαραίτητη για να υπολογιστεί το φορτίο πλαστικής κατάρρευσής της. Το αντίστοιχο μέγεθος που απαιτείται προκειμένου να υπολογιστεί το φορτίο πλαστικής κατάρρευσης ενός ελάσματος είναι η πλαστική ροπή ανά μονάδα μήκους. Με βάση τον τρόπο υπολογισμού της πλαστικής ροπής που αναλύθηκε στην Παράγραφο 5.1, η πλαστική ροπή ανά μονάδα μήκους ενός ελάσματος πάχους t_p , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$M_P \text{ (Per Unit Length)} = \frac{t_p^2 \cdot \sigma_o}{4} \quad (6.1)$$

Όπως ήταν αναμενόμενο η σχέση (6.1) συμπίπτει με την πλαστική ροπή μιας ορθογωνικής διατομής πάχους t_p διαιρεμένη με την οριζόντια πλευρά της, καθώς όλες οι διατομές του ελάσματος που είναι κάθετες στο οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας του, έχουν πάχος t_p και είναι ορθογωνικές.

Ο μηχανισμός κατάρρευσης του ελάσματος είναι αρκετά διαφορετικός από αυτόν μιας δοκού. Αντί των πλαστικών αρθρώσεων που δημιουργούνται στην δοκό, στα ελάσματα δημιουργούνται οι λεγόμενες "γραμμές διαρροής" (Σχήμα 36).

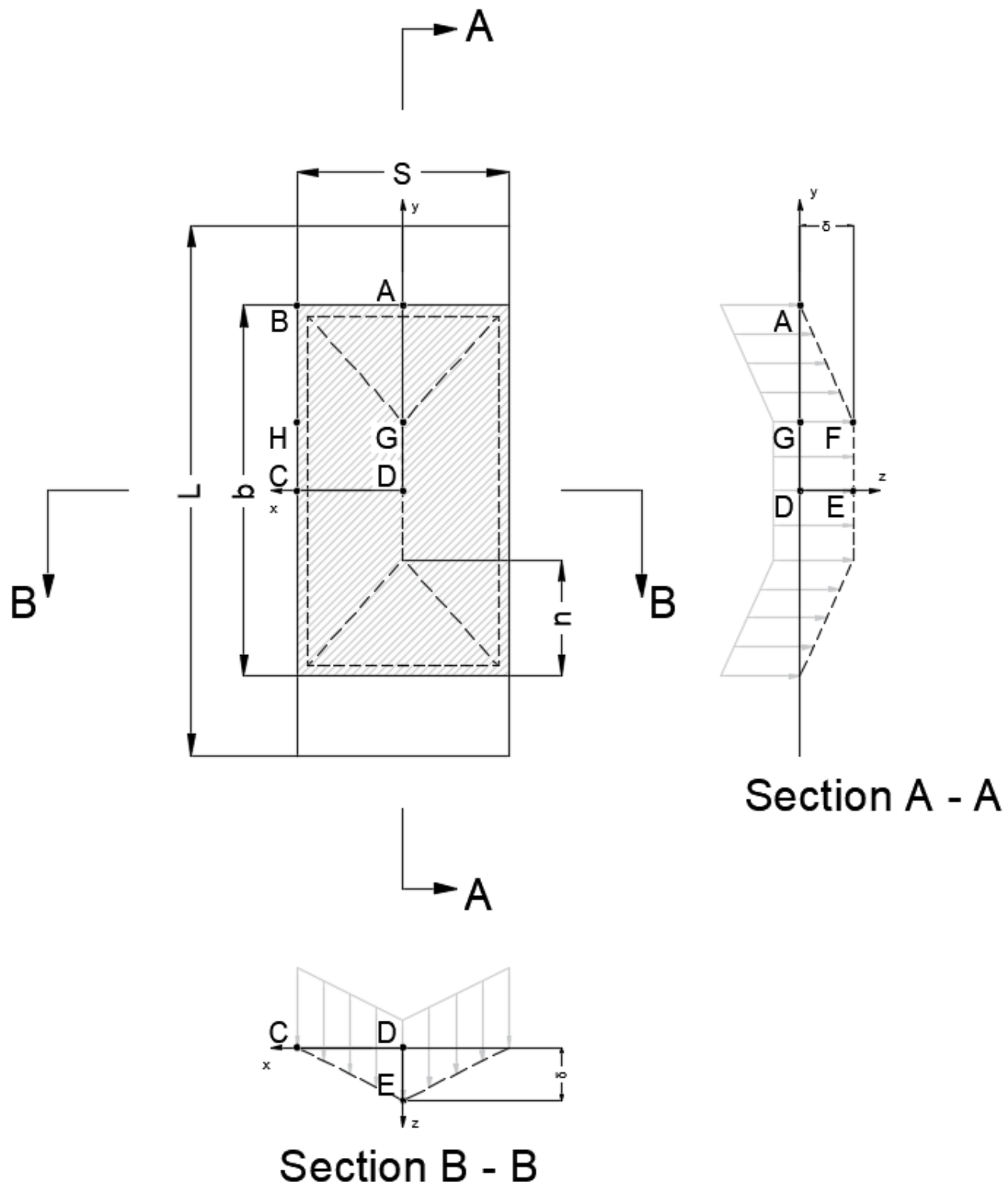


Σχήμα 36. Γραμμές διαρροής σε πακτωμένο ορθογώνιο έλασμα (Καρύδης, 2000)

Οι “γραμμές διαρροής” αποτελούν γραμμικές πλαστικές ζώνες που σχηματίζονται στην περιοχή που φορτίζεται το έλασμα, όταν το φορτίο που ασκείται σε αυτό έχει τιμή που πλησιάζει το φορτίο κατάρρευσης (Καρύδης, 2000). Σε ένα πακτωμένο ορθογώνιο έλασμα που φορτίζεται σε όλο το εμβαδό του, οι “γραμμές διαρροής” έχουν τη μορφή του Σχήματος 36.

Η διάταξη της φόρτισης της γάστρας του πλοίου από τον πάγο στους κανόνες της IACS, είναι ακριβώς αυτή του Σχήματος 31 του προηγούμενου κεφαλαίου. Όπως τα ενισχυτικά, έτσι και τα ελάσματα, δέχονται πίεση P σε περιοχή εμβαδού $S \cdot b$ (Σχήμα 37, διαγώνια γραμμοσκιασμένη επιφάνεια), το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τη σχέση (5.68). Όπως έχει αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, με S συμβολίζεται η ισαπόσταση των ελασμάτων (ή ενισχυτικών) και με b το ύψος της επιφάνειας φόρτισης. Όσον αφορά τις αντιδράσεις στήριξης περιμετρικά του ελάσματος, θεωρούνται πακτώσεις. Θεωρείται ότι το μήκος του ελάσματος L , είναι μεγαλύτερο από το ύψος της επιφάνειας φόρτισης b .

Όταν η πίεση ασκείται στο μεσαίο τμήμα του πακτωμένου ελάσματος, οι “γραμμές διαρροής” και ο μηχανισμός κατάρρευσης του ελάσματος έχουν την απεικόνιση του Σχήματος 37.



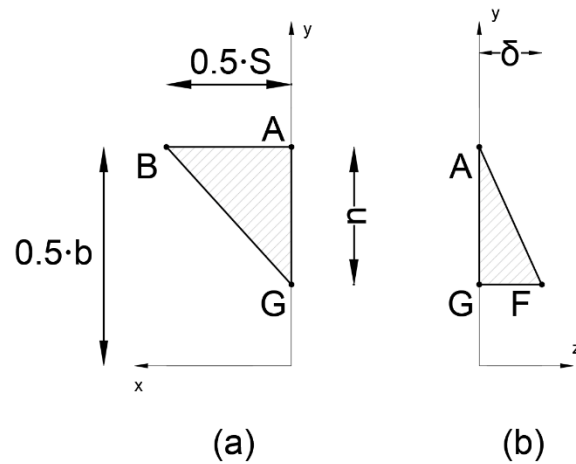
Σχήμα 37. Κεντρική φόρτιση πακτωμένου ελάσματος και μηχανισμός κατάρρευσης (Αρρολιον, 2000)

Ο υπολογισμός του φορτίου πλαστικής κατάρρευσης με την κινηματική μέθοδο, γίνεται εξισώνοντας το εσωτερικό με το εξωτερικό έργο του συστήματος.

Στην περίπτωση του ελάσματος, το εξωτερικό έργο υπολογίζεται από το γινόμενο της πίεσης P επί τον όγκο που περικλείεται μεταξύ του παραμορφωμένου και του μη παραμορφωμένου ελάσματος (Σχήμα 37).

Επειδή το έλασμα του Σχήματος 37 είναι ορθογώνιο και είναι συμμετρικό ως προς τους άξονές του x και y , αρκεί να υπολογιστεί το εξωτερικό έργο σε ένα τεταρτημόριο του ορθογωνίου, στην συγκεκριμένη περίπτωση το $ABCD$. Προκειμένου να υπολογιστεί το εξωτερικό έργο στο τεταρτημόριο $ABCD$, αρκεί να υπολογιστούν τα επιμέρους εξωτερικά έργα που αναλογούν στα τμήματα ABG , BGH και $CDGH$ και έπειτα να αθροιστούν.

Το εξωτερικό έργο του τμήματος ABG είναι ίσο με το γινόμενο της πίεσης P επί τον όγκο του τετράεδρου $ABGF$ (Σχήμα 37). Στο Σχήμα 38a, παρουσιάζεται η κάτοψη του τετράεδρου $ABGF$ και στο Σχήμα 38b παρουσιάζεται η όψη του τετράεδρου $ABGF$ επάνω στο επίπεδο yz :



Σχήμα 38. Όψεις τετράεδρου $ABGF$ (Αρρολιον, 2000)

Ο όγκος του τετράεδρου $ABGF$ υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

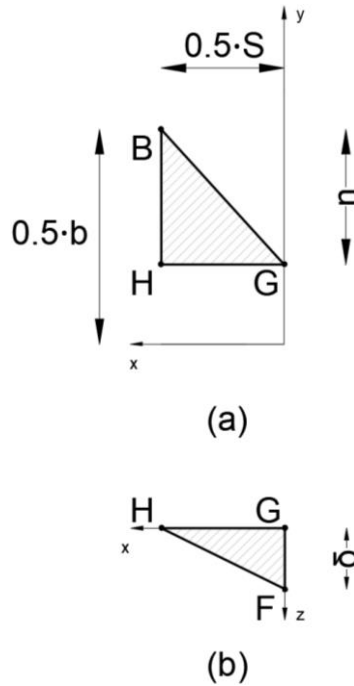
$$V_{ABGF} = \int_0^{0.5 \cdot S} \left(\int_{\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} + 0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \frac{\delta}{n} \cdot (0.5 \cdot b - y) dy \right) dx \Rightarrow$$

$$V_{ABGF} = \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} \quad (6.2)$$

Το εξωτερικό έργο του τμήματος ABG δίνεται από τη σχέση:

$$W_{external (ABG)} = P \cdot V_{ABGF} = P \cdot \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} \quad (6.3)$$

Για το τμήμα BGH το εσωτερικό έργο είναι ίσο με το γινόμενο της πίεσης P επί τον όγκο του τετράεδρου $BGHF$ (Σχήμα 37). Στο Σχήμα 39α, παρουσιάζεται η άποψη του τετράεδρου $BGHF$ και στο Σχήμα 39β παρουσιάζεται η όψη του τετράεδρου $BGHF$ επάνω σε επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο xz που περνάει από το σημείο G :



Σχήμα 39. Όψεις τετράεδρου $BGHF$ (Αρρολιον, 2000)

Ο όγκος του τετράεδρου $BGHF$ υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$V_{BGHF} = \int_{0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \left(\int_{(y - 0.5 \cdot b + n) \cdot \frac{0.5 \cdot S}{n}}^{0.5 \cdot S} \delta \cdot \left(1 - \frac{x}{0.5 \cdot S}\right) dx \right) dy \Rightarrow$$

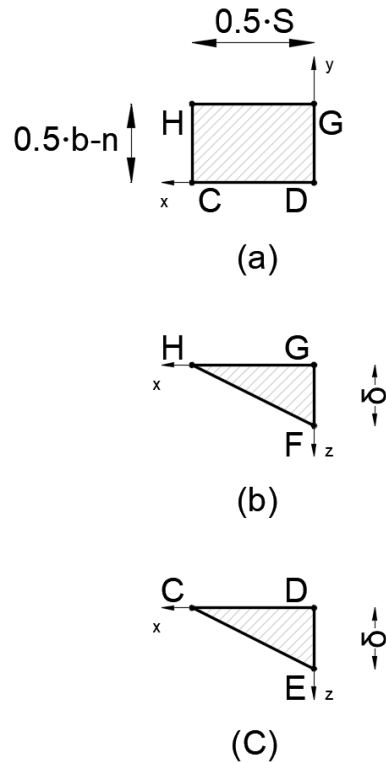
$$V_{BGHF} = \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} \quad (6.4)$$

Το εξωτερικό έργο του τμήματος BGH δίνεται από τη σχέση:

$$W_{external (BGH)} = P \cdot V_{BGHF} = P \cdot \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} \quad (6.5)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των σχέσεων (6.2) και (6.4) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 6.

Τέλος, στο τμήμα $CDGH$ το εσωτερικό έργο είναι ίσο με το γινόμενο της πίεσης P επί τον όγκο του πεντάεδρου $CDGHEF$ (Σχήμα 37). Στο Σχήμα 39α, παρουσιάζεται η κάτοψη του πεντάεδρου $CDGHEF$ και στα Σχήματα 39b και 39c παρουσιάζονται η όψη του πεντάεδρου $CDGHEF$ επάνω σε επίπεδο παράλληλο στο επίπεδο xz που περνάει από το σημείο G και η όψη του επάνω στο επίπεδο xz :



Σχήμα 40. Όψεις πεντάεδρου $CDGHEF$ (Αρρολιον, 2000)

Ο όγκος του πεντάεδρου $CDGHEF$ υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$V_{CDGHEF} = \int_0^{0.5 \cdot b - n} \left(\int_0^{0.5 \cdot S} \delta \cdot \left(1 - \frac{x}{0.5 \cdot S}\right) dx \right) dy = \delta \cdot \int_0^{0.5 \cdot b - n} \frac{S}{4} dy \Rightarrow$$

$$V_{CDGHEF} = \frac{\delta \cdot b \cdot S}{8} - \frac{\delta \cdot n \cdot S}{4} \quad (6.6)$$

Το εξωτερικό έργο του τμήματος $CDGH$ δίνεται από τη σχέση:

$$W_{external (CDGH)} = P \cdot V_{CDGHEF} = P \cdot \left(\frac{\delta \cdot b \cdot S}{8} - \frac{\delta \cdot n \cdot S}{4} \right) \quad (6.7)$$

Το συνολικό εξωτερικό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{external} = 4 \cdot W_{external (ABCD)} \Rightarrow$$

$$W_{external} = 4 \cdot (W_{external (ABG)} + W_{external (BGH)} + W_{external (CDGH)}) \quad (6.8)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (6.3), (6.5) και (6.7) στη σχέση (6.8) προκύπτει:

$$W_{external} = 4 \cdot \left(P \cdot \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} + P \cdot \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12} + P \cdot \frac{\delta \cdot b \cdot S}{8} - P \cdot \frac{\delta \cdot n \cdot S}{4} \right) \Rightarrow$$

$$W_{external} = P \cdot \delta \cdot S \left(\frac{b}{2} - \frac{n}{3} \right) \quad (6.9)$$

Όσον αφορά το εσωτερικό έργο του συστήματος σε ένα έλασμα, είναι ίσο με το έργο των γραμμικών πλαστικών ζωνών που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Το έργο αυτών των πλαστικών ζωνών είναι ίσο με το γινόμενο της πλαστικής ροπής ανά μονάδα μήκους M_P (Per Unit Length) που υπολογίζεται από τη σχέση (6.1), επί το μήκος της πλαστικής ζώνης, επί την γωνία περιστροφής της πλαστικής ζώνης.

Επειδή όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το έλασμα του Σχήματος 37 είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και είναι συμμετρικό ως προς τους άξονές του x και y , αρκεί να υπολογιστεί το εσωτερικό έργο στο τεταρτημόριο $ABCD$, δηλαδή να υπολογιστούν τα επιμέρους εσωτερικά έργα που αναλογούν στα τμήματα AB , BC , FE και BF και έπειτα να αθροιστούν.

Το εσωτερικό έργο του τμήματος AB υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{internal (AB)} = M_P \text{ (Per Unit Length)} \cdot AB \cdot \theta_{AB} \Rightarrow$$

$$W_{internal (AB)} = \frac{t_P^2 \cdot \sigma_o}{4} \cdot \frac{S}{2} \cdot \frac{\delta}{n} \quad (6.10)$$

Το εσωτερικό έργο του τμήματος BC υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{internal (BC)} = M_P \text{ (Per Unit Length)} \cdot BC \cdot \theta_{BC} \Rightarrow$$

$$W_{internal (BC)} = \frac{t_P^2 \cdot \sigma_o}{4} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{2 \cdot \delta}{S} \quad (6.11)$$

Το εσωτερικό έργο του τμήματος FE που αναλογεί στο τεταρτημόριο $ABCD$ είναι το μισό του συνολικού εσωτερικού έργου του τμήματος FE και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{internal (FE)} = \frac{1}{2} \cdot M_P \text{ (Per Unit Length)} \cdot FE \cdot 2 \cdot \theta_{FE} \Rightarrow$$

$$W_{internal (FE)} = \frac{t_P^2 \cdot \sigma_o}{4} \cdot (0.5 \cdot b - n) \cdot \frac{2 \cdot \delta}{S} \quad (6.12)$$

Το εσωτερικό έργο του τμήματος BF υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{internal (BF)} = M_P \text{ (Per Unit Length)} \cdot BF \cdot (\theta_{BF (1)} + \theta_{BF (2)}) \quad (6.13)$$

Ο υπολογισμός του $W_{internal (BF)}$ είναι πιο σύνθετος από τους υπολογισμούς των εσωτερικών έργων που πραγματοποιήθηκαν προηγουμένως. Αυτό οφείλεται στην πολυπλοκότητα των υπολογισμών των γωνιών $\theta_{BF (1)}$ και $\theta_{BF (2)}$. Οι εν λόγω γωνίες είναι οι γωνίες περιστροφής του τμήματος BF , οι οποίες βρίσκονται στο

επίπεδο που είναι κάθετο στην ευθεία BG (Σχήμα 37). Για τον υπολογισμό των γωνιών αυτών, γίνεται η υπόθεση ότι το μήκος BF είναι ίσο με το μήκος BG , που προσεγγιστικά ισχύει καθώς οι παραμορφώσεις του ελάσματος θεωρούνται μικρές.

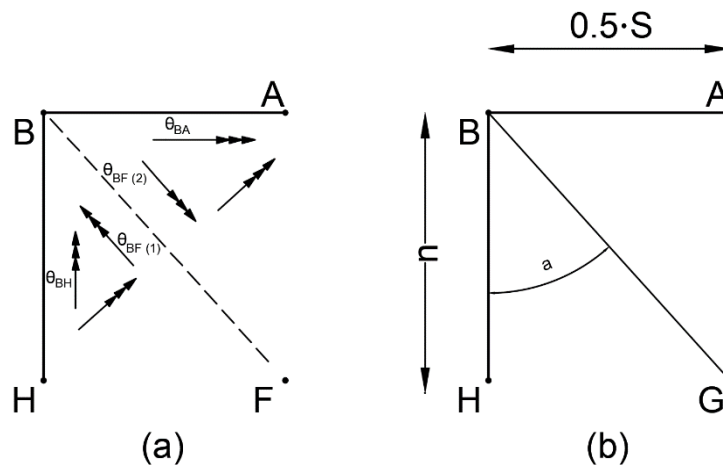
Η γωνία $\theta_{BF(1)}$ υπολογίζεται από τη σχέση (Σχήμα 41a):

$$\begin{aligned}\theta_{BF(1)} &= \theta_{BH} \cdot \cos(a) \Rightarrow \\ \theta_{BF(1)} &= \theta_{BC} \cdot \frac{n}{BG} \Rightarrow \\ \theta_{BF(1)} &= \frac{2 \cdot \delta}{S} \cdot \frac{n}{BG} \quad (6.14)\end{aligned}$$

Η γωνία $\theta_{BF(2)}$ υπολογίζεται από τη σχέση (Σχήμα 41a):

$$\begin{aligned}\theta_{BF(2)} &= \theta_{AB} \cdot \cos(90 - a) \Rightarrow \\ \theta_{BF(2)} &= \frac{\delta}{n} \cdot \sin(a) \Rightarrow \\ \theta_{BF(2)} &= \frac{\delta}{n} \cdot \frac{S}{2 \cdot BG} \quad (6.15)\end{aligned}$$

Η γωνία a που χρησιμοποιείται στις παραπάνω σχέσεις είναι η γωνία μεταξύ των ευθύγραμμων τμημάτων BG και BH (Σχήμα 41b).



Σχήμα 41. Γωνίες περιστροφής τμήματος BF (Søreide, 1981)

Εισάγοντας τις σχέσεις (6.14) και (6.15) στη σχέση (6.13) και χρησιμοποιώντας την υπόθεση $BF = BG$, προκύπτει:

$$W_{internal(BF)} = \frac{t_p^2 \cdot \sigma_o}{4} \cdot BG \cdot \left(\frac{2 \cdot \delta}{S} \cdot \frac{n}{BG} + \frac{\delta}{n} \cdot \frac{S}{2 \cdot BG} \right) \Rightarrow$$

$$W_{internal (BF)} = \frac{t_p^2 \cdot \sigma_o}{4} \left(\frac{2 \cdot \delta \cdot n}{S} + \frac{\delta \cdot S}{n \cdot 2} \right) \quad (6.16)$$

Το συνολικό εσωτερικό έργο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{internal} = 4 \cdot W_{internal (ABCD)} \Rightarrow$$

$$W_{internal} = 4 \cdot (W_{internal (AB)} + W_{internal (BC)} + W_{internal (FE)} + W_{internal (BF)}) \quad (6.17)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (6.10), (6.11), (6.12) και (6.16) στη σχέση (6.17) προκύπτει:

$$W_{internal} = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \delta \cdot \left(\frac{S}{2 \cdot n} + \frac{b}{2} \cdot \frac{2}{S} + \frac{b}{2} \cdot \frac{2}{S} - \frac{n \cdot 2}{S} + \frac{2 \cdot n}{S} + \frac{S}{n \cdot 2} \right) \Rightarrow$$

$$W_{internal} = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \delta \cdot \left(\frac{S}{n} + \frac{2 \cdot b}{S} \right) \quad (6.18)$$

Οι τύποι υπολογισμού του εξωτερικού έργου (6.9) και του εσωτερικού έργου (6.18) εξαρτώνται από την απόσταση n . Πριν εξισωθούν μεταξύ τους τα έργα, υπολογίζεται η απόσταση n για την οποία το εξωτερικό έργο είναι μέγιστο και το εσωτερικό έργο είναι ελάχιστο. Η συνθήκη που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της είναι:

$$\frac{d(W_{external} - W_{internal})}{dn} = 0 \quad (6.19)$$

Με βάση την παραπάνω συνθήκη υπολογίζεται η απόσταση n για την οποία η διαφορά του εξωτερικού έργου από το εσωτερικό είναι η μέγιστη. Από τη σχέση (6.19) προκύπτει:

$$\frac{P \cdot \delta \cdot S}{3} = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \delta \cdot \frac{S}{n^2} \Rightarrow$$

$$n = \sqrt{\frac{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}{P}} \quad (6.20)$$

Εξισώνοντας το εξωτερικό και το εσωτερικό έργο, δηλαδή τις σχέσεις (6.9) και (6.18) και εισάγοντας την απόσταση n που υπολογίστηκε από τη σχέση (6.20) προκύπτει το φορτίο κατάρρευσης:

$$W_{external} = W_{internal} \Rightarrow$$

$$P = 4 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2 \cdot \left(\frac{1}{b \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{S} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{3 \cdot b^2} + 1} \right)^2 \quad (6.21)$$

Οι πράξεις που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της σχέσης (6.21) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα 7.

Η σχέση (6.21) απλοποιείται στη σχέση (6.22) θεωρώντας ότι ισχύει $\frac{S^2}{3 \cdot b^2} \ll 1$ (Arrolonon, 2000):

$$P = 4 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2 \cdot \left(\frac{1}{b \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{S} \right)^2 \quad (6.22)$$

Το ελάχιστο πάχος προκύπτει επιλύοντας την σχέση (6.22) ως προς t_p , και είναι ίσο με:

$$t_p = \sqrt{\frac{P}{\sigma_o}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{1}{b \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{S} \right)} \Rightarrow$$

$$t_p = \sqrt{\frac{P}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.577 \cdot S}{b} \right)} \quad (6.23)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (5.68) στη σχέση (6.23) προκύπτει:

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.577 \cdot S}{b} \right)} \quad (6.24)$$

Η απαίτηση του πάχους των εγκάρσιων ελασμάτων στους κανόνες της IACS είναι λίγο διαφορετική από τη σχέση (6.24). Πιο συγκεκριμένα το ελάχιστο πάχος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{b} \right)} \quad (6.25)$$

Η μικρή αυτή διαφορά των σχέσεων (6.24) και (6.25) οφείλεται στο ότι η κινηματική μέθοδος τείνει να υπερεκτιμά την αντοχή των κατασκευαστικών στοιχείων. Κατά συνέπεια κρίθηκε σκόπιμο το απαιτούμενο ελάχιστο πάχος να αυξηθεί κατά ένα μικρό βαθμό. Η αύξηση αυτή επιτεύχθηκε με την μείωση του παρονομαστή της σχέσης (6.24) στον παρονομαστή της σχέσης (6.25) (Arrolonon, 2000).

6.2 Απαιτήσεις πάχους ελασμάτων ενισχυμένων κατά το διάμικτες, στους κανόνες της IACS

Αν θεωρηθεί ότι το ύψος της φορτιζόμενης επιφάνειας b είναι μεγαλύτερο από την ισαπόσταση των διαμήκων ελασμάτων S , η απαίτηση πάχους για διαμήκη ελάσματα προκύπτει από τη σχέση:

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{L} \right)} \quad (6.26)$$

7. Διάβρωση, τριβή και υλικά κατασκευαστικών στοιχείων πλοίων Πολικών Κλάσεων

Τα πάχη των ελασμάτων t_p , των κορμών των ενισχυτικών t_w και των φλαντζών των ενισχυτικών t_f που υπολογίσθηκαν στα Κεφάλαια 5 και 6 πρέπει να αυξηθούν κατά πάχος t_s προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο παράγοντας της διάβρωσης και της τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο. Το πάχος t_s κατά το οποίο πρέπει να αυξηθούν τα ήδη υπολογισθέντα πάχη των κορμών και των φλαντζών των ενισχυτικών είναι ίσο με 1 mm (IACS UR I2, 2016). Όσον αφορά το πάχος t_s κατά το οποίο πρέπει να αυξηθεί το πάχος των ελασμάτων, οι τιμές του παρουσιάζονται στον Πίνακα 9 και εξαρτώνται από την Πολική Κλάση του πλοίου και από την περιοχή υποδιαίρεσης της γάστρας.

HULL AREA	t_s (mm)		
	PC 1 – PC 3	PC 4 – PC 5	PC 6 – PC 7
BOW (B) BOW INTERMEDIATE ICEBELT (BI_i)	7.0	5.0	4.0
BOW INTERMEDIATE LOWER (BI_l) MIDBODY (MI_i) & STERN ICEBELT (SI_i)	5.0	4.0	3.0
MIDBODY (MI_i) & STERN LOWER (SI_l) BOTTOM (BI_b) (MB_b) (SB_b)	4.0	3.0	2.5

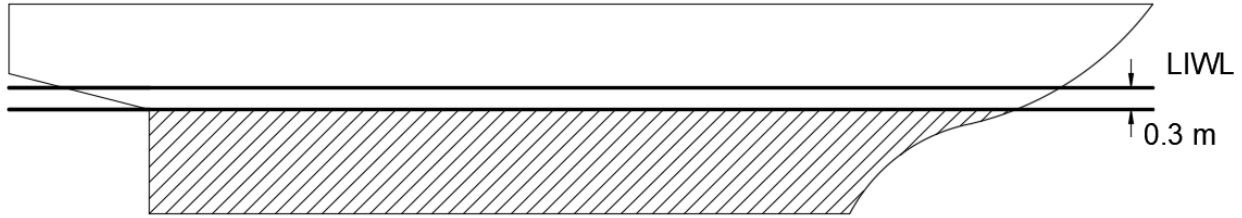
Πίνακας 9. Αυξήσεις πάχους ελασμάτων λόγω διάβρωσης και τριβής με τον πάγο (IACS UR I2, 2016)

Όσον αφορά τα υλικά κατασκευής των ελασμάτων της γάστρας και των ενισχυτικών, οι κλάσεις που απαιτείται να έχουν, παρουσιάζονται στον Πίνακα 10.

Structural members	Material class
Shell plating within the bow and bow intermediate icebelt hull areas (B), (BI_i)	II
Shell plating in other hull areas	I
Bottom plating including keel plate	Class II within $0.4 \cdot L$ amidships Class I outside $0.4 \cdot L$ amidships
All inboard framing members attached to weather and sea exposed plating	I
Sheer strake at strength deck	Class III within $0.4 \cdot L$ amidships Class II outside $0.4 \cdot L$ amidships Class I outside $0.6 \cdot L$ amidships Class II within $0.2 \cdot L$ from FP
Bilge strake in ships with double bottom over the full breadth and length and less than 150 m	Class II within $0.6 \cdot L$ amidships Class I outside $0.6 \cdot L$ amidships Class II within $0.2 \cdot L$ from FP
Bilge strake in other ships	Class III within $0.4 \cdot L$ amidships Class II outside $0.4 \cdot L$ amidships Class I outside $0.6 \cdot L$ amidships Class II within $0.2 \cdot L$ from FP

Πίνακας 10. Κλάσεις υλικών ελασμάτων γάστρας και ενισχυτικών (IACS UR I2, 2016) (IACS UR S6, 2015)

Η ποιότητα του χάλυβα των ελασμάτων και των ενισχυτικών, εξαρτάται από την κλάση του υλικού η οποία επιλέγεται με βάση τον Πίνακα 10, αλλά και από το ύψος που βρίσκεται το έλασμα ή το ενισχυτικό στη γάστρα του πλοίου (Σχήμα 42).



Σχήμα 42. Κριτήριο επιλογής ποιότητας χάλυβα (IACS UR 12, 2016)

Για οποιοδήποτε έλασμα ή ενισχυτικό βρίσκεται κάτω από την γραμμή που είναι 0.3 μέτρα κάτω από την LIWL (Σχήμα 42, διαγώνια γραμμοσκιασμένη επιφάνεια), δηλαδή στο τμήμα που αναφέρεται ως βυθισμένο τμήμα της γάστρας του πλοίου, η ποιότητα του χάλυβα επιλέγεται από τον Πίνακα 11 ανεξάρτητα από την Πολική Κλάση του πλοίου. Για οποιοδήποτε έλασμα ή ενισχυτικό βρίσκεται πάνω από την εν λόγω γραμμή, δηλαδή στο τμήμα που αναφέρεται ως εκτεθειμένο στην ατμόσφαιρα τμήμα της γάστρας του πλοίου, η ποιότητα του χάλυβα επιλέγεται από τον Πίνακα 12 και εξαρτάται από την Πολική Κλάση του πλοίου.

Thickness t (mm)	Material class I		Material class II		Material class III	
	MS	HT	MS	HT	MS	HT
t ≤ 15	A	AH	A	AH	A	AH
15 ≤ t ≤ 20	A	AH	A	AH	B	AH
20 ≤ t ≤ 25	A	AH	B	AH	D	DH
25 ≤ t ≤ 30	A	AH	D	DH	D	DH
30 ≤ t ≤ 35	B	AH	D	DH	E	EH
35 ≤ t ≤ 40	B	AH	D	DH	E	EH
40 ≤ t ≤ 50	D	DH	E	EH	E	EH

Πίνακας 11. Ποιότητες χάλυβα για το βυθισμένο τμήμα της γάστρας του πλοίου (IACS UR 12, 2016)

Για το βυθισμένο τμήμα της γάστρας του πλοίου τα ελάσματα δεν πρέπει να είναι κατασκευασμένα από υλικό χαμηλότερης ποιότητας από B / AH.

Thickness t (mm)	Material class I				Material class II				Material class III					
	PC 1 – 5		PC 6 – 7		PC 1 – 5		PC 6 – 7		PC 1 – 3		PC 4 – 5		PC 6 – 7	
	MS	HT	MS	HT	MS	HT	MS	HT	MS	HT	MS	HT	MS	HT
t ≤ 10	B	AH	B	AH	B	AH	B	AH	E	EH	E	EH	B	AH
10 ≤ t ≤ 15	B	AH	B	AH	D	DH	B	AH	E	EH	E	EH	D	DH
15 ≤ t ≤ 20	D	DH	B	AH	D	DH	B	AH	E	EH	E	EH	D	DH
20 ≤ t ≤ 25	D	DH	B	AH	D	DH	B	AH	E	EH	E	EH	D	DH
25 ≤ t ≤ 30	D	DH	B	AH	E	EH	D	DH	E	EH	E	EH	E	EH
30 ≤ t ≤ 35	D	DH	B	AH	E	EH	D	DH	E	EH	E	EH	E	EH
35 ≤ t ≤ 40	D	DH	D	DH	E	EH	D	DH	F	FH	E	EH	E	EH
40 ≤ t ≤ 45	E	EH	D	DH	E	EH	D	DH	F	FH	E	EH	E	EH
45 ≤ t ≤ 50	E	EH	D	DH	E	EH	D	DH	F	FH	F	FH	E	EH

Πίνακας 12. Ποιότητες χάλυβα για το εκτεθειμένο στην ατμόσφαιρα τμήμα της γάστρας του πλοίου (IACS UR S6, 2015)

Στους Πίνακες 11 και 12 οι συντομογραφίες MS και HT συμβολίζουν αντίστοιχα χάλυβες κανονικής αντοχής (*Mild Steel*) και υψηλής αντοχής (*High Tensile*). Οι τάσεις διαρροής σ_0 των χαλύβων των Πινάκων 11 και 12 παρουσιάζονται στον Πίνακα 13:

Steel grades	Specified minimum yield stress in MPa
A B D E F	235
AH32 DH32 EH32 FH32	315
AH36 DH36 EH36 FH36	355
AH40 DH40 EH40 FH40	390

Πίνακας 13. Τάσεις διαρροής χαλύβων (CSR, 2015)

8. Εφαρμογή των Πολικών Κανόνων τοπικής αντοχής της IACS και σύγκριση με τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες της IACS

Στο κεφάλαιο αυτό οι κανόνες τοπικής αντοχής των Πολικών Κανόνων της IACS, που αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, εφαρμόζονται αρχικά σε ένα Suezmax Tanker νεκρού βάρους (*Deadweight*) 166700 τόνων και συγκρίνονται ενδεικτικά με τους αντίστοιχους κανόνες τοπικής αντοχής των Κοινών Κατασκευαστικών Κανόνων (*Common Structural Rules ή CSR*) της IACS. Η σύγκριση των κανόνων τοπικής αντοχής γίνεται στη μέση τομή του πλοίου. Στη συνέχεια ακολουθεί ενδεικτικά, εφαρμογή των κανόνων τοπικής αντοχής των Πολικών Κανόνων της IACS σε μια εγκάρσια τομή της πλήρης του Suezmax Tanker, καθώς εκεί τα φορτία του πάγου είναι μέγιστα. Η εφαρμογή των Πολικών Κανόνων και η σύγκρισή τους με τους CSR θα γίνει για την Πολική Κλάση PC 6, καθώς αυτή είναι η ισχυρότερη κλάση που μπορεί να κατασκευαστεί ένα πλοίο με βολβοειδή πλήρη, όπως το συγκεκριμένο.

Οι βασικές διαστάσεις του πλοίου, οι συντελεστές της Πολικής Κλάσης PC 6 καθώς και άλλα μεγέθη που χρειάστηκαν στους υπολογισμούς παρουσιάζονται στον Πίνακα 14.

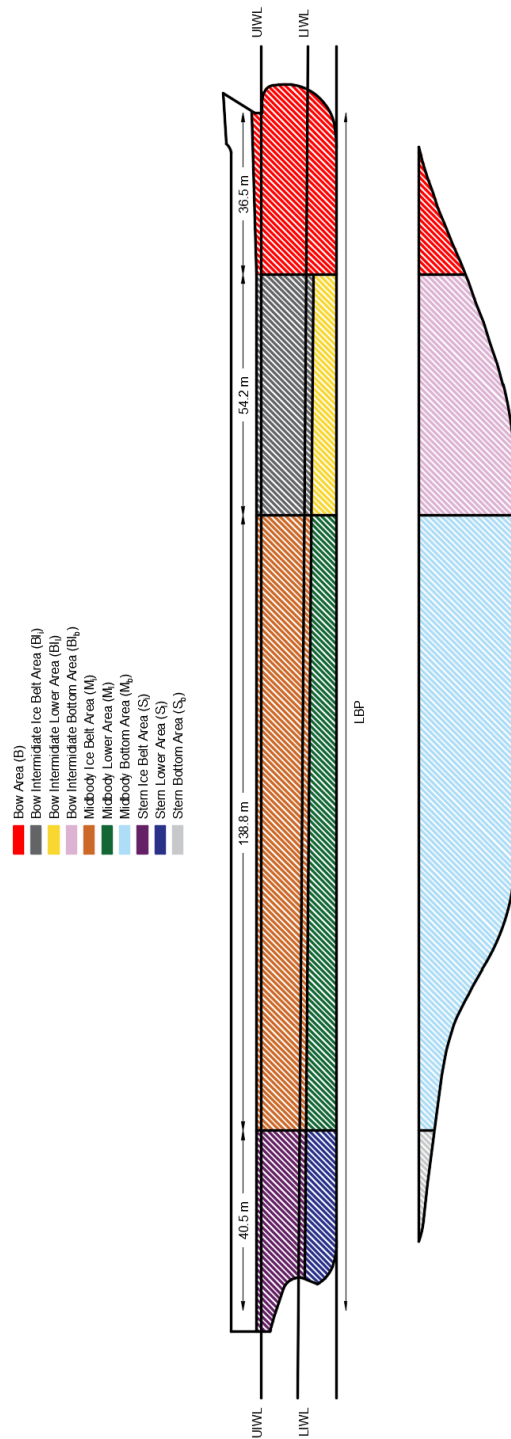
Principal Dimensions		
Length Between Perpendiculars (LBP)	m	270
Rule Length (L)	m	266.6
Moulded Breadth	m	48.2
Moulded Depth	m	23
Design Draught	m	16
Scantling Draught	m	17.1
Polar Class Factors PC 6		
CF _C	-	2.40
CF _D	-	1.17
CF _{DIS} (KT)	-	40
CF _{CV}	-	3.43
CF _{QV}	-	2.82
CF _{PV}	-	0.65
Other Data		
Ship Displacement at Scantling Draught	KT	190.039
Web Frame Spacing	m	4.41

Πίνακας 14. Βασικές διαστάσεις και άλλα μεγέθη που χρειάστηκαν στους υπολογισμούς

8.1 Σύγκριση Πολικών Κανόνων και CSR στη μέση τομή

Για την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων, προσδιορίστηκαν αρχικά οι UIWL και LIWL (Σχήμα 43). Η UIWL προκύπτει από την ίσαλο που αντιστοιχεί σε ισοβύθιστη κατάσταση με βύθισμα 17.1 m ενώ η LIWL προκύπτει από την κεκλιμένη ίσαλο που αντιστοιχεί σε βύθισμα 7.62 m στο μέσο του πλοίου, 8.69 m στην πρύμνη του

πλοίου και 6.55 m στην πλώρη του, δηλαδή σε έμπρυμνη διαγωγή ίση με 2.14 m. Έπειτα χωρίστηκε η γάστρα στις δέκα περιοχές υποδιαίρεσης (τέσσερις κατά το διάμηκες και τρεις κατά την κατακόρυφη διεύθυνση) που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 3 (Σχήμα 43). Στην κάθε περιοχή υποδιαίρεσης αντιστοιχεί διαφορετικό χρώμα.



Σχήμα 43. Περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας, UIWL και LIWL

Για να υπολογιστούν η πίεση και οι διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας του πλοίου, που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην μέση τομή, η οποία βρίσκεται στην μεσαία περιοχή υποδιαίρεσης της γάστρας του πλοίου (*Midbody Area*), όπως και για τις υπόλοιπες περιοχές εκτός της πλώρης του πλοίου, πρέπει αρχικά να υπολογιστεί η πίεση που αναπτύσσεται σε μια πλήρη με συγκεκριμένη γεωμετρία (Παράγραφος 4.6). Η γεωμετρία της πλώρης είναι τέτοια, ώστε η δύναμη να υπολογίζεται από τη σχέση (4.104):

$$F_{Non\ Bow} = 0.36 \cdot CF_C \cdot DF$$

Το μέγεθος DF υπολογίζεται από τη σχέση (4.105) για $D > CF_{DIS}$, διότι το εκτόπισμα του πλοίου είναι ίσο με 190.039 KT ενώ ο συντελεστής CF_{DIS} που μετριέται σε KT είναι ίσος με 40. Ισχύει:

$$DF = CF_{DIS}^{0.64} + 0.10 \cdot (D - CF_{DIS}) = 25.60$$

Η δύναμη $F_{Non\ Bow}$ προκύπτει ίση με:

$$F_{Non\ Bow} = 22.12\ MN$$

Το γραμμικό φορτίο υπολογίζεται από τη σχέση (4.106):

$$Q_{Non\ Bow} = F_{Non\ Bow}^{0.611} \cdot CF_D \cdot 0.639 = 4.96 \frac{MN}{m}$$

Η πίεση $P_{Average}$ και οι διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας του πλοίου $w_{Non\ Bow}$ και $b_{Non\ Bow}$ που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στις περιοχές εκτός της πλώρης του πλοίου υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.107) – (4.109):

$$w_{Non\ Bow} = \frac{F_{Non\ Bow}}{Q_{Non\ Bow}} = 4.46\ m$$

$$b_{Non\ Bow} = \frac{w_{Non\ Bow}}{3.6} = 1.24\ m$$

$$P_{Average} = \frac{F_{Non\ Bow}}{b_{Non\ Bow} \cdot w_{Non\ Bow}} = 4\ MPa$$

Οι τελικές πιέσεις που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στις περιοχές υποδιαίρεσης της γάστρας, είναι οι πιέσεις $P_{Average}$ πολλαπλασιασμένες με τους συντελεστές PPF και AF , οι οποίοι παρουσιάζονται στους Πίνακες 6 και 8 και υπολογίζονται από τη σχέση (5.68):

$$P = P_{Average} \cdot PPF \cdot AF$$

Στον Πίνακα 15 παρουσιάζονται οι συντελεστές PPF , οι συντελεστές AF της μεσαίας περιοχής υποδιαίρεσης της γάστρας του πλοίου (*Midbody Area*), οι ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην μεσαία περιοχή του πλοίου και οι τελικές πιέσεις που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό των παραπάνω συντελεστών με την πίεση $P_{Average}$ και λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των ελασμάτων και των ενισχυτικών στην μέση τομή. Στον Πίνακα 15 συγκρίνονται επίσης οι τελικές πιέσεις με τις αντίστοιχες πιέσεις που ασκούνται σε ένα πλοίο που πλέει σε θάλασσα με κυματισμούς (κατάσταση BSP των κανόνων CSR).

Area	Area Factor	Frame Spacing s (m)	Plating PPF_p	Framing PPF_s	P (MPa) Plating	P (MPa) Framing	P (MPa) CSR
M_i (1)	0.45	0.75	1.5	1	2.7	1.8	0.14
M_i (2)	0.45	0.8	1.5	1	2.7	1.8	0.21
M_i (3)	0.25	0.84	1.5	1	1.5	1	0.24

Πίνακας 15. Σύγκριση τελικών πιέσεων των Πολικών Κανόνων με CSR

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 15 οι πιέσεις δεν υπολογίστηκαν στην περιοχή του πυθμένα καθώς για πλοία Πολικής Κλάσης PC 6, ο πυθμένας της μεσαίας περιοχής υποδιαίρεσης της γάστρας δεν απαιτείται να ενισχυθεί επιπλέον (Πίνακας 6).

Στον Πίνακα 15 οι συντελεστές PPF_p είναι ίσοι με 1.5 εξαιτίας των ισαποστάσεων των ενισχυτικών s , καθώς υπολογίζονται από τη σχέση του Πίνακα 8:

$$PPF_p = (2.2 - 1.2 \cdot s) \geq 1.5 \Rightarrow PPF_p = 1.5$$

Όσον αφορά τους συντελεστές PPF_s του Πίνακα 15 είναι ίσοι με 1 σύμφωνα με τον Πίνακα 8, αν ισχύει:

$$S_w \geq 0.5 \cdot w \Rightarrow 4.41 \text{ m} \geq 2.23 \text{ m}$$

Οι πιέσεις των CSR υπολογίστηκαν στα σημεία (1), (2) και (3), δηλαδή στα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στον πυθμένα, για κάθε ένα από τα τρία τμήματα όπου οι ισαποστάσεις των ενισχυτικών s είναι ίδιες (Σχήμα 44). Τα χρώματα αντιστοιχούν στις περιοχές υποδιαίρεσης του Σχήματος 43.

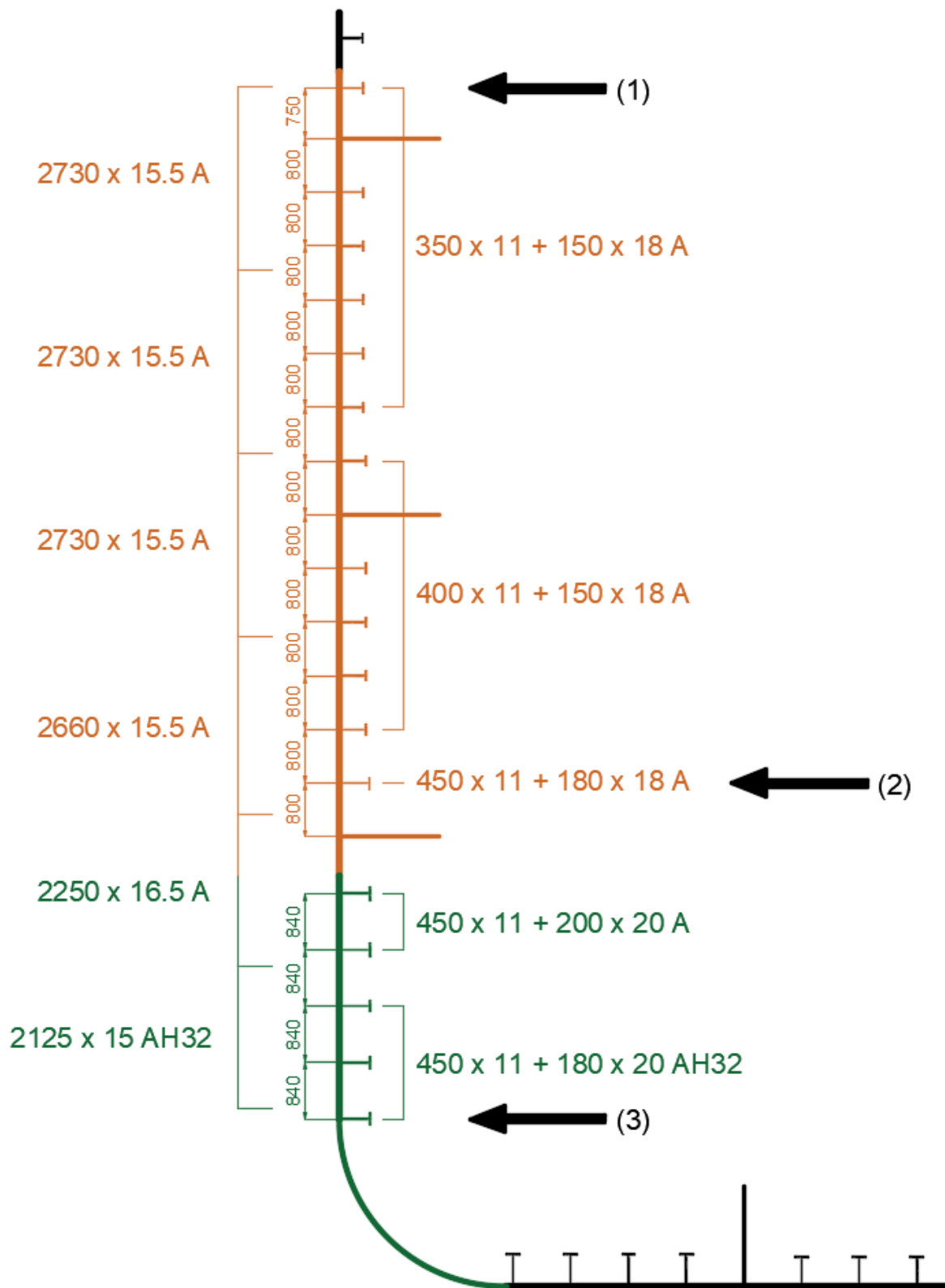
Το απαιτούμενο πάχος που πρέπει να έχουν τα ελάσματα της γάστρας προκειμένου να αντέξουν τις πιέσεις του πάγου υπολογίζεται από τη σχέση (6.26):

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{L}\right)}$$

Η αντίστοιχη σχέση υπολογισμού του απαιτούμενου πάχους στους CSR είναι η:

$$t_p = 0.0158 \cdot \left(1.2 - \frac{S}{2.1 \cdot L}\right) \cdot S \cdot \sqrt{\frac{P}{C_a \cdot \sigma_o}} \quad (8.1)$$

Όπου C_a είναι σταθερά που παίρνει τιμές μικρότερες του 1.



Σχήμα 44. Σημεία υπολογισμού πιέσεων CSR στη μέση τομή του Suezmax Tanker

Στον Πίνακα 16 παρουσιάζονται τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη που πρέπει να έχουν τα ελάσματα της γάστρας στις θέσεις (1), (2) και (3) προκειμένου να αντέξουν τις πιέσεις του πάγου και συγκρίνονται με τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη των κανόνων CSR. Οι ποιότητες του χάλυβα που χρησιμοποιήθηκαν στους υπολογισμούς των παχών είναι ποιότητες χάλυβα με ίδια τάση διαρροής με αυτή που αντιστοιχεί στα σημεία υπολογισμού των πιέσεων της μέσης τομής του Suezmax Tanker, προκειμένου να γίνει σωστά η σύγκριση.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	t _p (mm) Polar Rules	t _p (mm) CSR
M _i (1)	0.75	MS	37.05	13.5
M _i (2)	0.8	MS	39.32	14
M _i (3)	0.84	HT (32)	26.47	13.5

Πίνακας 16. Σύγκριση απαιτούμενου πάχους ελασμάτων των Πολικών Κανόνων με CSR

Το ελάχιστο εμβαδό που απαιτείται να έχει ο κορμός των ενισχυτικών (μαζί με το αντίστοιχο μέρος της φλάντζας) υπολογίζεται από τη σχέση (5.109):

$$A_{Longitudinal} = \frac{0.5 \cdot b_1 \cdot L \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o}$$

Το b_1 για $\frac{b}{s} < 2$ υπολογίζεται από τη σχέση (5.110):

$$b_1 = \left(1 - 0.3 \cdot \frac{S}{b}\right) \cdot b \cdot \left(1 - 0.25 \cdot \frac{b}{S}\right)$$

Η ελάχιστη πλαστική ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει η διατομή ενισχυτικών και ελασμάτων υπολογίζεται από τη σχέση (5.108):

$$Z_{P Longitudinal} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot b_1 \cdot L^2}{8 \cdot \sigma_o \cdot \left(2 + k_W \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Longitudinal}}{A_W}\right)^2} - 1\right)\right)}$$

Η αντίστοιχη σχέση υπολογισμού της απαιτούμενης ελαστικής ροπής αντίστασης στους CSR είναι η:

$$Z = \frac{P \cdot S \cdot L^2}{12 \cdot C_S \cdot \sigma_o} \quad (8.2)$$

Όπου C_S είναι σταθερά που παίρνει τιμές μικρότερες του 0.9.

Στον Πίνακα 17 παρουσιάζονται οι αποστάσεις b_1 , τα ελάχιστα εμβαδά $A_{Longitudinal}$, οι ελάχιστες πλαστικές ροπές αντίστασης $Z_{P Longitudinal}$ που υπολογίζονται από τις παραπάνω σχέσεις στις θέσεις (1), (2) και (3) και οι ελάχιστες ελαστικές ροπές αντίστασης στις θέσεις αυτές που υπολογίζονται από τους κανόνες CSR.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	b_1 (m)	$A_{Longitudinal}$ (cm ²)	$Z_{P Longitudinal}$ (cm ³)	$Z_E CSR$ (cm ³)
M_i (1)	0.75	MS	0.6	174.31	7367.10	913.78
M_i (2)	0.8	MS	0.61	179.29	7510.81	1458.04
M_i (3)	0.84	HT (32)	0.62	75.62	2853.23	1305.74

Πίνακας 17. Σύγκριση απαιτούμενης ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων με CSR

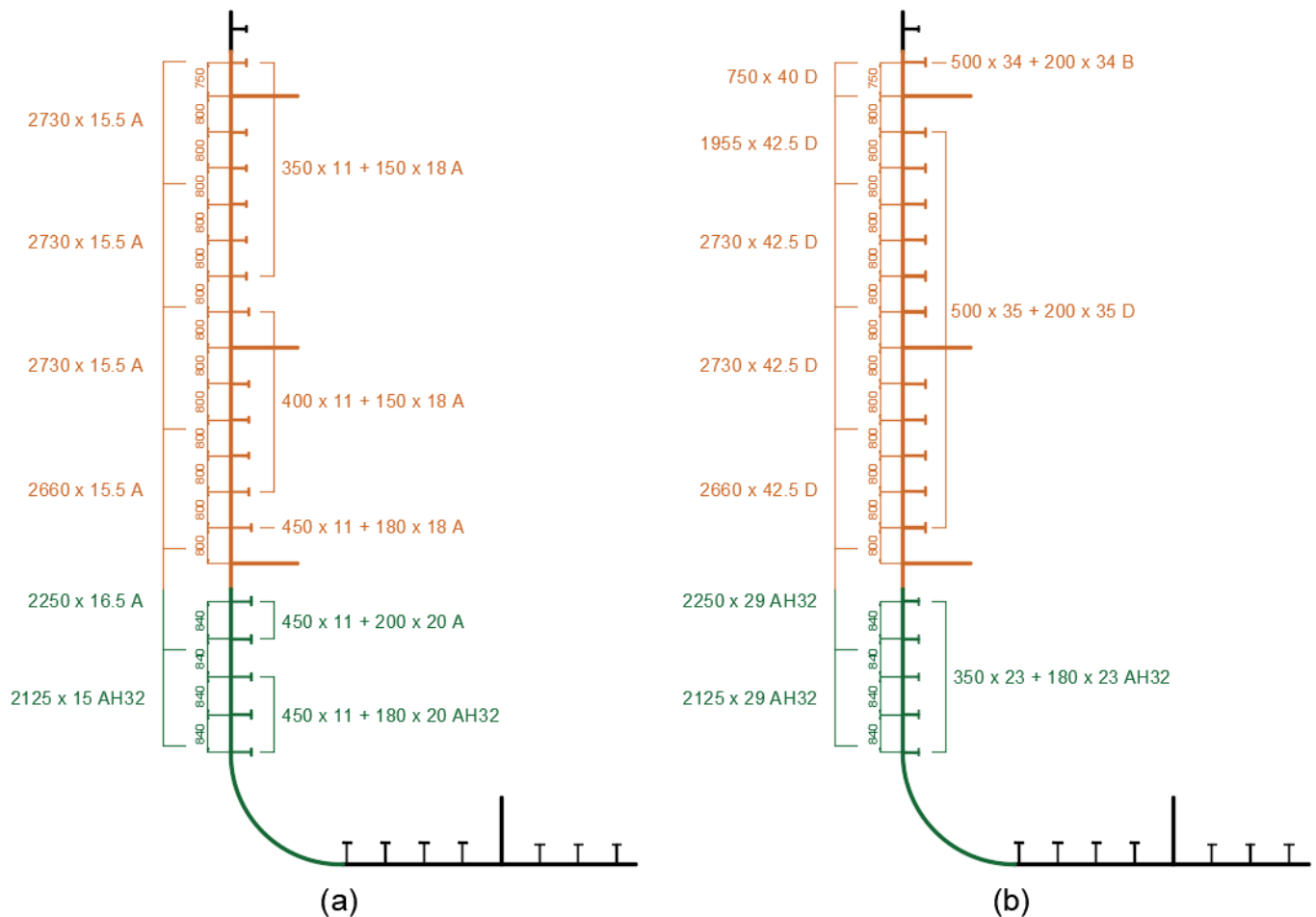
Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για διατομές “τύπου I” η πλαστική ροπή αντίστασης είναι 1.1 έως 1.18 φορές μεγαλύτερη από την ελαστική ροπή αντίστασης (Sørensen, 1981).

Τα τελικά πάχη των ελασμάτων και οι διαστάσεις των ενισχυτικών που επιλέχθηκαν (περιλαμβάνονται και οι αυξήσεις πάχους προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο παράγοντας της διάβρωσης και της τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο), παρουσιάζονται στον Πίνακα 18 μαζί με τα αντίστοιχα πάχη και τις αντίστοιχες διαστάσεις ενισχυτικών της μέσης τομής του Suezmax Tanker. Στον Πίνακα 18 παρουσιάζονται επίσης και οι ποιότητες χάλυβα των κατασκευαστικών στοιχείων (Η πρώτη ποιότητα χάλυβα αντιστοιχεί στο έλασμα και η δεύτερη στο ενισχυτικό).

Plates and Stiffeners	M_i (1)		M_i (2)		M_i (3)	
	Polar (D) & (B)	Actual (A) & (A)	Polar (D) & (D)	Actual (A) & (A)	Polar (AH32) & (AH32)	Actual (AH32) & (AH32)
t_p (mm)	40	15.5	42.5	15.5	29	15
s (mm)	750	750	800	800	840	840
h_w (mm)	500	350	500	450	350	450
t_w (mm)	34	11	35	11	23	11
b_F (mm)	200	150	200	180	180	180
t_F (mm)	34	18	35	18	23	20

Πίνακας 18 Σύγκριση ελασμάτων και ενισχυτικών των Πολικών Κανόνων με τα αντίστοιχα του Suezmax Tanker

Η σύγκριση της μέσης τομής πριν (Σχήμα 45a) και μετά την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων (Σχήμα 45b) φαίνεται στο Σχήμα 45.



Σχήμα 45. Σύγκριση μέσης τομής πριν και μετά την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων

Η παραπάνω εφαρμογή πραγματοποιήθηκε προκειμένου να γίνει σύγκριση των Πολικών Κανόνων με τους CSR της IACS. Για το λόγο αυτό, όπως προαναφέρθηκε, χρησιμοποιήθηκαν για τα κατασκευαστικά στοιχεία που προέκυψαν από την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων χάλυβες ίδιας ποιότητας με αυτούς της μέσης τομής του Suezmax Tanker. Για την κατασκευή της μέσης τομής με τους Πολικούς Κανόνες θα χρησιμοποιούνταν κανονικά υψηλότερες ποιότητες χάλυβα στα σημεία που απέχουν μεγαλύτερες κατακόρυφες αποστάσεις από τον πυθμένα, αντίθετα με τους κανόνες CSR. Αυτό συμβαίνει διότι στους κανόνες CSR οι μεγάλες πιέσεις ασκούνται στον πυθμένα, λόγω των μεγάλων υδροστατικών πιέσεων, ενώ αντίθετα στους Πολικούς Κανόνες ασκούνται στην περιοχή της “ζώνης πάγου” (*Ice Belt Area*), η οποία είναι η πιο απομακρυσμένη από τον πυθμένα.

Στη συνέχεια ακολουθεί μια ακόμα εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στη μέση τομή, με μισές ισαποστάσεις ενισχυτικών συγκριτικά με τις αρχικές και με επιλογή χάλυβα υψηλής αντοχής τύπου 32 για όλα τα στοιχεία τοπικής αντοχής, προκειμένου να μειωθούν οι απαιτήσεις τους.

Στον Πίνακα 19 παρουσιάζονται οι συντελεστές PPF , οι συντελεστές AF της μεσαίας περιοχής υποδιαίρεσης της γάστρας του πλοίου (*Midbody Area*), οι υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην μεσαία περιοχή του πλοίου και οι τελικές πιέσεις που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό των παραπάνω συντελεστών με την πίεση $P_{Average}$ και λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των ελασμάτων και των ενισχυτικών στην μέση τομή.

Area	Area Factor	Frame Spacing s (m)	Plating PPF_p	Framing PPF_s	P (MPa) Plating	P (MPa) Framing
M_i (1)	0.45	0.38	1.75	1	3.15	1.8
M_i (2)	0.45	0.40	1.72	1	3.10	1.8
M_i (3)	0.25	0.42	1.70	1	1.70	1

Πίνακας 19. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών

Στον Πίνακα 19 οι συντελεστές PPF_p υπολογίζονται από τη σχέση του Πίνακα 8:

$$PPF_p = (2.2 - 1.2 \cdot s) \geq 1.5$$

Όσον αφορά τους συντελεστές PPF_s του Πίνακα 19 είναι ίσοι με 1 σύμφωνα με τον Πίνακα 8, αν ισχύει:

$$S_w \geq 0.5 \cdot w \Rightarrow 4.41 \text{ m} \geq 2.23 \text{ m}$$

Το απαιτούμενο πάχος που πρέπει να έχουν τα ελάσματα της γάστρας προκειμένου να αντέξουν τις πιέσεις του πάγου υπολογίζεται από τη σχέση (6.26):

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{L}\right)}$$

Τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη παρουσιάζονται στον Πίνακα 20.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	t_p (mm) Polar Rules
M_i (1)	0.38	HT (32)	17.99
M_i (2)	0.40	HT (32)	18.97
M_i (3)	0.42	HT (32)	14.71

Πίνακας 20. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών

Το ελάχιστο εμβαδό που απαιτείται να έχει ο κορμός των ενισχυτικών (μαζί με το αντίστοιχο μέρος της φλάντζας) υπολογίζεται από τη σχέση (5.109):

$$A_{Longitudinal} = \frac{0.5 \cdot b_1 \cdot L \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o}$$

Το b_1 για $\frac{b}{s} > 2$ υπολογίζεται από τη σχέση (5.110):

$$b_1 = \left(1 - 0.3 \cdot \frac{s}{b}\right) \cdot s$$

Η ελάχιστη πλαστική ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει η διατομή ενισχυτικών και ελασμάτων υπολογίζεται από τη σχέση (5.108):

$$Z_{P \text{ Longitudinal}} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot b_1 \cdot L^2}{8 \cdot \sigma_o \cdot \left(2 + k_w \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Longitudinal}}{A_w}\right)^2} - 1\right)\right)}$$

Στον Πίνακα 21 παρουσιάζονται οι αποστάσεις b_1 , τα ελάχιστα εμβαδά $A_{Longitudinal}$ και οι ελάχιστες πλαστικές ροπές αντίστασης $Z_{P \text{ Longitudinal}}$.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	b_1 (m)	$A_{Longitudinal}$ (cm ²)	$Z_{P \text{ Longitudinal}}$ (cm ³)
M_i (1)	0.38	HT (32)	0.34	74.48	2828.30
M_i (2)	0.40	HT (32)	0.36	78.92	3000.30
M_i (3)	0.42	HT (32)	0.38	45.79	1643.36

Πίνακας 21. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών

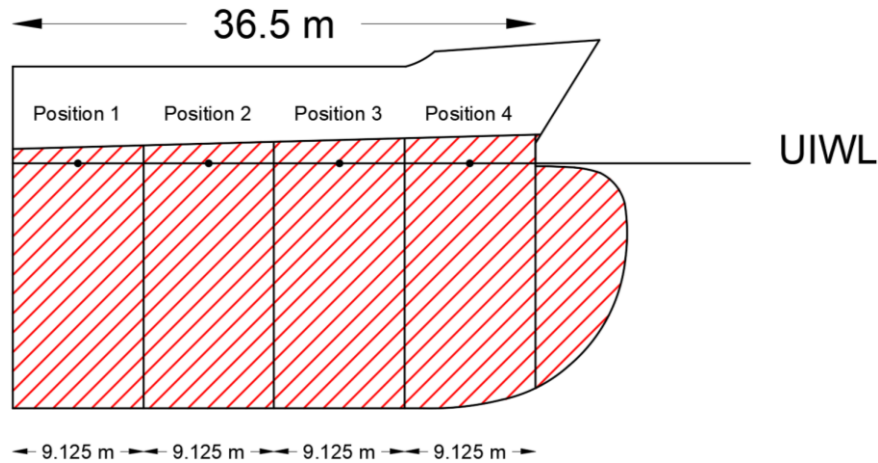
Τα τελικά πάχη των ελασμάτων και οι διαστάσεις των ενισχυτικών που επιλέχθηκαν (περιλαμβάνονται και οι αυξήσεις πάχους προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο παράγοντας της διάβρωσης και της τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο), παρουσιάζονται στον Πίνακα 22. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και οι ποιότητες χάλυβα των κατασκευαστικών στοιχείων (η πρώτη ποιότητα χάλυβα αντιστοιχεί στο έλασμα και η δεύτερη στο ενισχυτικό).

Plates and Stiffeners	M _i (1)	M _i (2)	M _i (3)
	Polar (AH32) & (AH32)	Polar (AH32) & (AH32)	Polar (AH32) & (AH32)
t_p (mm)	21	22	17
s (mm)	380	400	420
h_w (mm)	450	450	350
t_w (mm)	19	20	17
b_f (mm)	150	150	120
t_f (mm)	19	20	17

Πίνακας 22. Ελάσματα και ενισχυτικά στην μεσαία περιοχή για υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις ενισχυτικών

8.2 Εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στην πλώρη

Για να υπολογιστούν η πίεση και οι διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας του πλοίου που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην περιοχή της πλώρης του πλοίου, πρέπει αρχικά η UIWL στην περιοχή αυτή να χωριστεί σε τέσσερα ισομήκη τμήματα. Ο διαχωρισμός της εν λόγω περιοχής φαίνεται στο Σχήμα 47.



Σχήμα 47. Διαχωρισμός της περιοχής της πλώρης σε τέσσερα ισομήκη τμήματα

Στο μέσο του κάθε ενός από τα ισομήκη τμήματα του Σχήματος 47 υπολογίζονται ο συντελεστής fa_i , η δύναμη F_i , το γραμμικό φορτίο Q_i και η πίεση P_i από τις σχέσεις (4.110) – (4.113):

$$fa_i = \frac{a_i}{30}$$

$$F_i = fa_i \cdot CF_{CV} \cdot D^{0.47}$$

$$Q_i = F_i^{0.22} \cdot CF_{QV}$$

$$P_i = F_i^{0.56} \cdot CF_{PV}$$

Επειδή το πλοίο έχει βολβοειδή πλώρη, τα παραπάνω μεγέθη υπολογίζονται και από τις σχέσεις (4.95) – (4.97) και (4.103) θεωρώντας ότι ο συντελεστής fa_i είναι ίσος με 0.6 και η αναλογία πλάτους προς ύψος AR_i είναι ίση με 1.3. Οι σχέσεις (4.95) – (4.97) και η σχέση (4.103) είναι οι:

$$fa_i = 0.6$$

$$F_i = fa_i \cdot CF_C \cdot D^{0.64}$$

$$Q_i = F_i^{0.611} \cdot CF_D \cdot AR_i^{-0.35}$$

$$P_i = F_i^{0.222} \cdot CF_D^2 \cdot AR_i^{0.3}$$

Τα μεγέθη AR_i , a_i , fa_i , F_i , Q_i και P_i που προκύπτουν από την εφαρμογή των σχέσεων (4.110) – (4.113) στα μέσα των ισομηκών τμημάτων του Σχήματος 47 και από την εφαρμογή των σχέσεων (4.95) – (4.97) και (4.103) με σταθερά fa_i και AR_i ίσα με 0.6 και 1.3 αντίστοιχα, στο Suezmax Tanker, παρουσιάζονται στον Πίνακα 23. Στον πίνακα αυτό τα αποτελέσματα της εφαρμογής των σχέσεων (4.95) – (4.97) και (4.103) με σταθερά fa_i και AR_i , παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη, με όνομα “Position 5”.

Quantities	Units	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4	Position 5
AR_i	-	-	-	-	-	1.3
a_i	Degrees	12	21	27	45	-
fa_i	-	0.4	0.7	0.9	1.5	0.6
F_i	MN	16.16	28.28	36.36	60.60	41.38
Q_i	MN / m	5.20	5.88	6.22	6.96	10.38
P_i	MPa	3.09	4.22	4.86	6.47	3.38

Πίνακας 23. Δυνάμεις, γραμμικά φορτία και πιέσεις στην περιοχή της πλώρης

Οι τιμές των μεγεθών F_{Bow} , Q_{Bow} και P_{Bow} είναι οι μέγιστες τιμές των F_i , Q_i και P_i (Πίνακας 23, κόκκινη επισήμανση). Η πίεση $P_{Average}$ και οι διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας του πλοίου w_{Bow} και b_{Bow} που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην περιοχή της πλώρης του πλοίου, υπολογίζονται από τις σχέσεις (4.92) – (4.94):

$$w_{Bow} = \frac{F_{Bow}}{Q_{Bow}} = 5.84 \text{ m}$$

$$b_{Bow} = \frac{Q_{Bow}}{P_{Bow}} = 1.6 \text{ m}$$

$$P_{Average} = \frac{F_{Bow}}{b_{Bow} \cdot w_{Bow}} = 6.47 \text{ MPa}$$

Οι τελικές πιέσεις που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην πλώρη, είναι οι πιέσεις $P_{Average}$ πολλαπλασιασμένες με τους συντελεστές PPF , οι οποίοι παρουσιάζονται στον Πίνακα 8 και υπολογίζονται από τη σχέση (5.68) για $AF = 1$:

$$P = P_{Average} \cdot PPF$$

Στον Πίνακα 24 παρουσιάζονται οι συντελεστές PPF , οι ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην προωρία περιοχή του πλοίου και οι τελικές πιέσεις που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό των συντελεστών PPF με την πίεση $P_{Average}$ και λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των ελασμάτων και των ενισχυτικών στην περιοχή της πλώρης.

Area	Area Factor	Frame Spacing s (m)	Plating PPF _p	Framing PPF _s	P (MPa) Plating	P (MPa) Framing
B (1)	1	0.38	1.75	1	11.33	6.47
B (2)	1	0.4	1.72	1	11.13	6.47
B (3)	1	0.35	1.78	1	11.52	6.47
B (4)	1	0.42	1.70	1	10.98	6.47

Πίνακας 24. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης

Στον Πίνακα 24 οι συντελεστές PPF_p υπολογίζονται από τη σχέση του Πίνακα 8:

$$PPF_p = (2.2 - 1.2 \cdot s) \geq 1.5$$

Όσον αφορά τους συντελεστές PPF_s του Πίνακα 24 είναι ίσοι με 1 σύμφωνα με τον Πίνακα 8, αν ισχύει:

$$S_w \geq 0.5 \cdot w \Rightarrow 4.41 \text{ m} \geq 2.92 \text{ m}$$

Τα νούμερα (1), (2), (3) και (4) στον Πίνακα 24 αντιστοιχούν στα τμήματα διαφορετικών ισαποστάσεων ενισχυτικών στην περιοχή της πλώρης. Οι ισαποστάσεις του Πίνακα 24 είναι τόσο μικρές επειδή είναι οι μισές από τις αρχικές ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην πλώρη του Suezmax Tanker. Ο υποδιπλασιασμός των ισαποστάσεων έγινε διότι με τις αρχικές ισαποστάσεις οι απαιτήσεις ήταν υπερβολικά υψηλές.

Το απαιτούμενο πάχος που πρέπει να έχουν τα ελάσματα της γάστρας προκειμένου να αντέξουν τις πιέσεις του πάγου υπολογίζεται από τη σχέση (6.26):

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{L}\right)}$$

Τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη παρουσιάζονται στον Πίνακα 25.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	t _p (mm) Polar Rules
B (1)	0.38	HT (32)	34.11
B (2)	0.4	HT (32)	35.97
B (3)	0.35	HT (32)	32.19
B (4)	0.42	HT (32)	37.42

Πίνακας 25. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης

Το ελάχιστο εμβαδό που απαιτείται να έχει ο κορμός των ενισχυτικών (μαζί με το αντίστοιχο μέρος της φλάντζας) υπολογίζεται από τη σχέση (5.109):

$$A_{Longitudinal} = \frac{0.5 \cdot b_1 \cdot L \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o}$$

Το b_1 για $\frac{b}{s} > 2$ υπολογίζεται από τη σχέση (5.110):

$$b_1 = \left(1 - 0.3 \cdot \frac{s}{b}\right) \cdot s$$

Η ελάχιστη πλαστική ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει η διατομή ενισχυτικών και ελασμάτων υπολογίζεται από τη σχέση (5.108):

$$Z_{P \text{ Longitudinal}} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot b_1 \cdot L^2}{8 \cdot \sigma_o \cdot \left(2 + k_W \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Longitudinal}}{A_W}\right)^2} - 1\right)\right)}$$

Στον Πίνακα 26 παρουσιάζονται οι αποστάσεις b_1 , τα ελάχιστα εμβαδά $A_{Longitudinal}$ και οι ελάχιστες πλαστικές ροπές αντίστασης $Z_{P \text{ Longitudinal}}$.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	b_1 (m)	$A_{Longitudinal}$ (cm ²)	$Z_{P \text{ Longitudinal}}$ (cm ³)
B (1)	0.38	HT (40)	0.35	221.15	9435.17
B (2)	0.4	HT (40)	0.37	234.71	10379.40
B (3)	0.35	HT (40)	0.33	207.45	8875.39
B (4)	0.42	HT (40)	0.39	245.45	10857.25

Πίνακας 26. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης

Τα τελικά πάχη των ελασμάτων και οι διαστάσεις των ενισχυτικών που επιλέχθηκαν (περιλαμβάνονται και οι αυξήσεις πάχους προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο παράγοντας της διάβρωσης και της τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο), παρουσιάζονται στον Πίνακα 27. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται οι ποιότητες χάλυβα των κατασκευαστικών στοιχείων (η πρώτη ποιότητα χάλυβα αντιστοιχεί στο έλασμα και η δεύτερη στο ενισχυτικό) καθώς και οι γωνίες ϕ_W που σχηματίζουν τα ενισχυτικά με το έλασμα στα τμήματα (3) και (4).

Plates and Stiffeners	B (1)	B (2)	B (3)			B (4)		
	(DH32) & (AH40)	(DH32) & (DH40)	(DH32)			(DH32)		
			(AH40)	(DH40)	(DH40)	(AH40)	(DH40)	(DH40)
ϕ_W (Degrees)	90 – 75	90 – 75	60	52.5	45	90 – 75	67.5	60
t_P (mm)	38	40	36	36	36	41.5	41.5	41.5
s (mm)	380	400	350	350	350	420	420	420
h_W (mm)	650	650	650	650	650	650	650	650
t_W (mm)	34	35.5	37.5	41	44.5	37	40	42.5
b_F (mm)	200	200	200	200	250	200	200	220
t_F (mm)	34	35.5	37.5	41	44.5	37	40	42.5

Πίνακας 27. Ελάσματα και ενισχυτικά στην περιοχή της πλώρης

Οι ισαποστάσεις των ενισχυτικών για τους υπολογισμούς στην περιοχή της πλώρης, θεωρήθηκαν οι οριζόντιες και κατακόρυφες ισαποστάσεις του Σχήματος 48. Οι πραγματικές ισαποστάσεις και κατά συνέπεια οι απαιτήσεις είναι μεγαλύτερες από τις υπολογισθείσες στα σημεία που τα ελάσματα δεν είναι κατακόρυφα ή οριζόντια (Σχήμα 48, μπλε αγκύλες). Στον Πίνακα 28 παρουσιάζονται ενδεικτικά τα ελάσματα και τα ενισχυτικά που θα αντιστοιχούσαν στα εν λόγω σημεία αν δεν είχε πραγματοποιηθεί η παραπάνω θεώρηση.

Plates and Stiffeners	B (3)			B (4)	
	(EH32)			(DH32)	
	(DH40)	(DH40)	(DH40)	(DH40)	(DH40)
ϕ_w (Degrees)	60	52.5	45	67.5	60
t_p (mm)	40.5	43	46.5	44	48
s (mm)	400	440	490	450	480
h_w (mm)	650	700	800	650	700
t_w (mm)	41	45	49	42.5	44.5
b_F (mm)	220	220	250	220	220
t_F (mm)	41	45	49	42.5	44.5

Πίνακας 28. Ελάσματα και ενισχυτικά που αντιστοιχούν στα κεκλιμένα τμήματα της εγκάρσιας τομής στην πλώρη με τις πραγματικές ισαποστάσεις ενισχυτικών

Λόγω των πολύ υψηλών φορτίσεων που ασκούνται σε βολβοειδείς πλώρες, οι απαιτήσεις ελασμάτων και ειδικότερα οι απαιτήσεις των ενισχυτικών είναι πολύ υψηλές, ακόμα και αν οι ισαποστάσεις ενισχυτικών υποδιπλασιαστούν. Για το λόγο αυτό στη συνέχεια ακολουθεί μια ακόμα εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στην εγκάρσια τομή στην περιοχή της πλώρης, θεωρώντας ότι οι ισαπόσταση των νομέων (*Web Frame Spacing*) είναι υποδιπλασιασμένη. Για τους υπολογισμούς που ακολουθούν ισχύει:

$$S_w = \frac{4.41}{2} = 2.205 \text{ m}$$

Ο υποδιπλασιασμός της ισαπόστασης νομέων δεν προκαλεί κάποια αλλαγή στη διαδικασία υπολογισμού της πίεσης $P_{Average}$ στην περιοχή της πλώρης, άρα ισχύει:

$$P_{Average} = 6.47 \text{ MPa}$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως οι τελικές πιέσεις που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των στοιχείων της τοπικής αντοχής στην πλώρη, είναι οι πιέσεις $P_{Average}$ πολλαπλασιασμένες με τους συντελεστές PPF , οι οποίοι παρουσιάζονται στον Πίνακα 8 και υπολογίζονται από τη σχέση (5.68) για $AF = 1$:

$$P = P_{Average} \cdot PPF$$

Στον Πίνακα 29 παρουσιάζονται οι συντελεστές PPF , οι ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην πρωραία περιοχή του πλοίου και οι τελικές πιέσεις που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό των συντελεστών PPF με την πίεση $P_{Average}$ και λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των ελασμάτων και των ενισχυτικών στην περιοχή της πλώρης.

Area	Area Factor	Frame Spacing s (m)	Plating PPF _p	Framing PPF _s	P (MPa) Plating	P (MPa) Framing
B (1)	1	0.38	1.75	1.24	11.33	8.06
B (2)	1	0.40	1.72	1.24	11.13	8.06
B (3.1)	1	0.40	1.72	1.24	11.10	8.06
B (3.2)	1	0.44	1.67	1.24	10.81	8.06
B (3.3)	1	0.49	1.61	1.24	10.40	8.06
B (4.1)	1	0.48	1.62	1.24	10.47	8.06
B (4.2)	1	0.45	1.65	1.24	10.71	8.06
B (4.3)	1	0.42	1.70	1.24	10.98	8.06

Πίνακας 29. Τελικές πιέσεις των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων

Στον Πίνακα 29 οι συντελεστές PPF_p υπολογίζονται από τη σχέση του Πίνακα 8:

$$PPF_p = (2.2 - 1.2 \cdot s) \geq 1.5$$

Όσον αφορά τους συντελεστές PPF_s του Πίνακα 29 υπολογίζονται από τη σχέση του Πίνακα 8:

$$PPF_s = 2 - 2 \cdot \frac{S_w}{w}$$

Τα νούμερα (1), (2), (3.1) – (3.3) και (4.1) – (4.3) στην πρώτη στήλη του Πίνακα 29 αντιστοιχούν στα τμήματα διαφορετικών ισαποστάσεων ενισχυτικών στην περιοχή της πλώρης. Επειδή όπως αναφέρθηκε προηγουμένως οι ισαποστάσεις νομέων θεωρούνται υποδιπλασιασμένες, οι απαιτήσεις θα είναι αρκετά μειωμένες. Για το λόγο αυτό στον Πίνακα 29 ως ισαποστάσεις ενισχυτικών έχουν θεωρηθεί οι πραγματικές, κεκλιμένες ισαποστάσεις (Δεν έχει θεωρηθεί καμία κεκλιμένη ισαπόσταση ως κατακόρυφη ή οριζόντια, όπως έγινε στην προηγούμενη εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλώρης).

Το απαιτούμενο πάχος που πρέπει να έχουν τα ελάσματα της γάστρας προκειμένου να αντέξουν τις πιέσεις του πάγου υπολογίζεται από τη σχέση (6.26):

$$t_p = \sqrt{\frac{P_{Average} \cdot PPF \cdot AF}{\sigma_o}} \cdot \frac{0.5 \cdot S}{\left(1 + \frac{0.5 \cdot S}{L}\right)}$$

Τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη παρουσιάζονται στον Πίνακα 30.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	t _p (mm) Polar Rules
B (1)	0.38	HT (32)	32.77
B (2)	0.40	HT (32)	34.47
B (3.1)	0.40	HT (32)	34.75
B (3.2)	0.44	HT (32)	37.15
B (3.3)	0.49	HT (32)	40.42
B (4.1)	0.48	HT (32)	39.83
B (4.2)	0.45	HT (32)	37.99
B (4.3)	0.42	HT (32)	35.79

Πίνακας 30. Απαίτηση πάχους Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλήρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων

Το ελάχιστο εμβαδό που απαιτείται να έχει ο κορμός των ενισχυτικών (μαζί με το αντίστοιχο μέρος της φλάντζας) υπολογίζεται από τη σχέση (5.109):

$$A_{Longitudinal} = \frac{0.5 \cdot b_1 \cdot L \cdot (P_{Average} \cdot PPF \cdot AF)}{0.577 \cdot \sigma_o}$$

Το b_1 για $\frac{b}{s} > 2$ υπολογίζεται από τη σχέση (5.110):

$$b_1 = \left(1 - 0.3 \cdot \frac{s}{b}\right) \cdot s$$

Η ελάχιστη πλαστική ροπή αντίστασης που απαιτείται να έχει η διατομή ενισχυτικών και ελασμάτων υπολογίζεται από τη σχέση (5.108):

$$Z_{P Longitudinal} = \frac{(P_{Average} \cdot PPF \cdot AF) \cdot b_1 \cdot L^2}{8 \cdot \sigma_o \cdot \left(2 + k_W \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{A_{Longitudinal}}{A_W}\right)^2} - 1\right)\right)}$$

Στον Πίνακα 31 παρουσιάζονται οι αποστάσεις b_1 , τα ελάχιστα εμβαδά $A_{Longitudinal}$ και οι ελάχιστες πλαστικές ροπές αντίστασης $Z_{P Longitudinal}$.

Area	Frame Spacing s (m)	Steel	b_1 (m)	$A_{Longitudinal}$ (cm ²)	Z_P Longitudinal (cm ³)
B (1)	0.38	HT (40)	0.35	137.62	2965.80
B (2)	0.40	HT (40)	0.37	146.06	3178.06
B (3.1)	0.40	HT (40)	0.37	147.45	3134.77
B (3.2)	0.44	HT (40)	0.40	159.75	3498.48
B (3.3)	0.49	HT (40)	0.45	177.27	3809.25
B (4.1)	0.48	HT (40)	0.44	174.04	3764.23
B (4.2)	0.45	HT (40)	0.42	164.16	3457.41
B (4.3)	0.42	HT (40)	0.39	152.74	3355.48

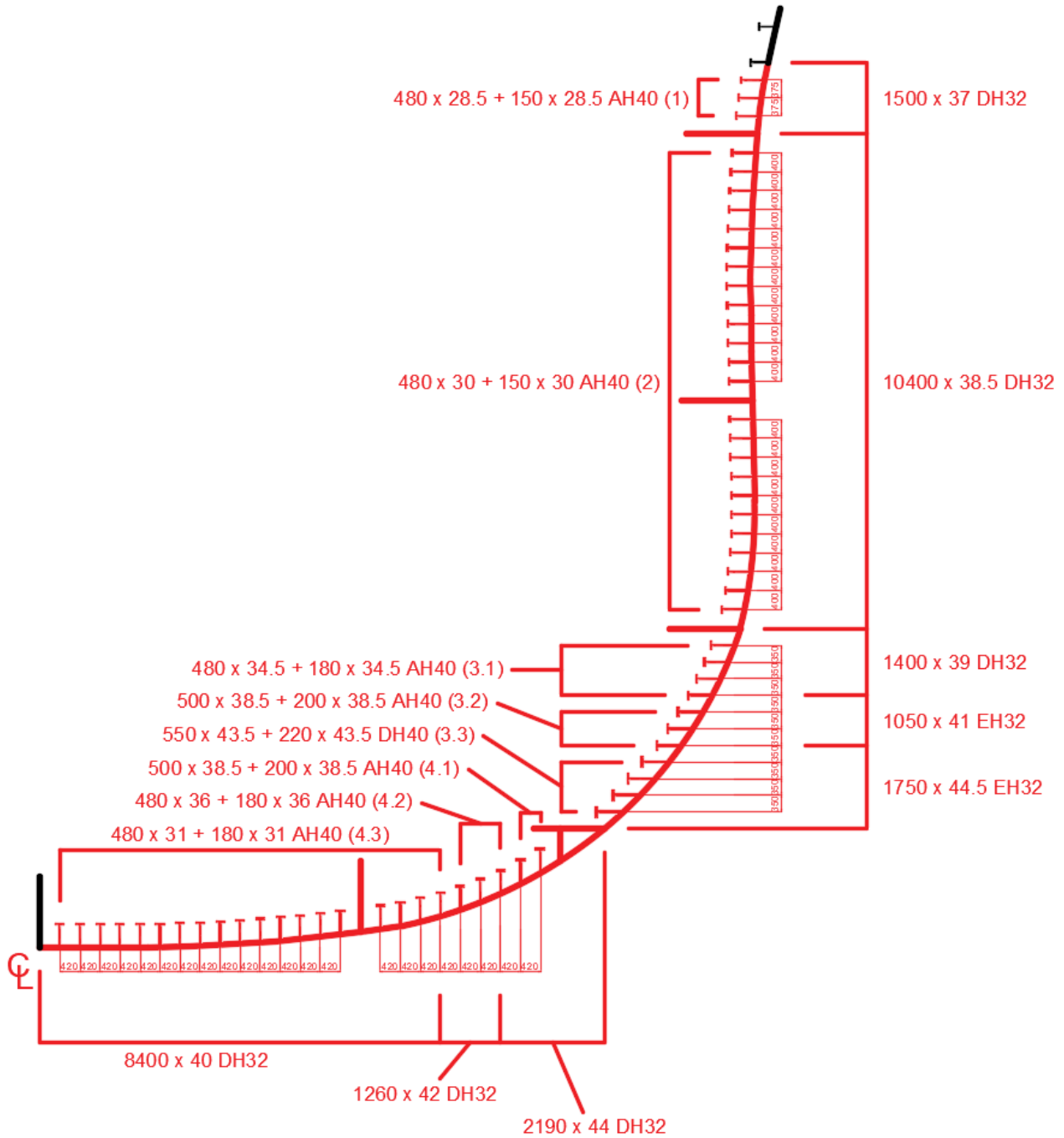
Πίνακας 31. Απαιτήσεις εμβαδού κορμού και πλαστικής ροπής αντίστασης των Πολικών Κανόνων στην περιοχή της πλήρης με υποδυλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων

Τα τελικά πάχη των ελασμάτων και οι διαστάσεις των ενισχυτικών που επιλέχθηκαν (περιλαμβάνονται και οι αυξήσεις πάχους προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο παράγοντας της διάβρωσης και της τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο), παρουσιάζονται στον Πίνακα 32. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται οι ποιότητες χάλυβα των κατασκευαστικών στοιχείων (η πρώτη ποιότητα χάλυβα αντιστοιχεί στο έλασμα και η δεύτερη στο ενισχυτικό) καθώς και οι γωνίες ϕ_w που σχηματίζουν τα ενισχυτικά με το έλασμα στα σημεία (3.1) – (3.3) και (4.1) – (4.3).

Plates and Stiffeners	B (1)	B (2)	B (3.1)	B (3.2)	B (3.3)	B (4.1)	B (4.2)	B (4.3)
	(DH32) & (AH40)	(DH32) & (AH40)	(DH32)	(EH32)	(EH32)	(DH32)	(DH32)	(DH32)
			(AH40)	(AH40)	(DH40)	(AH40)	(AH40)	(AH40)
ϕ_w (Degrees)	90 – 75	90 – 75	60	52.5	45	90 – 75	67.5	60
t_p (mm)	37	38.5	39	41	44.5	44	42	40
s (mm)	380	400	400	440	490	480	450	420
h_w (mm)	480	480	480	500	550	500	480	480
t_w (mm)	28.5	30	34.5	38.5	43.5	38.5	36	31
b_F (mm)	150	150	180	200	220	200	180	180
t_F (mm)	28.5	30	34.5	38.5	43.5	38.5	36	31

Πίνακας 32. Ελάσματα και ενισχυτικά στην περιοχή της πλήρης με μισές υποδυλασιασμένες νομέων

Η εγκάρσια τομή της περιοχής της πλώρης φαίνεται στο Σχήμα 49.



Σχήμα 49. Εγκάρσια τομή στην περιοχή της πλώρης με υποδιπλασιασμένες ισαποστάσεις νομέων

Σε όλα τα ελάσματα και ενισχυτικά που επιλέχθηκαν στο κεφάλαιο αυτό έγινε έλεγχος διαστάσεων (πριν προστεθούν οι αυξήσεις των παχών λόγω διάβρωσης και τριβής της γάστρας του πλοίου με τον πάγο) προκειμένου να αποφευχθεί το φαινόμενο του λυγισμού με βάση τις σχέσεις (*IACS UR 12, 2016*):

$$\frac{h_W}{t_W} \leq \frac{805}{\sqrt{\sigma_o}} \quad (8.3)$$

$$\frac{t_W}{t_P} \geq 0.35 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_o}{235}} \quad (8.4)$$

$$\frac{b_F}{t_F} \leq \frac{155}{\sqrt{\sigma_o}} \quad (8.5)$$

Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η γάστρα των πλοίων που έχουν κατασκευαστεί με τους Πολικούς Κανόνες (*IACS Polar Rules*) πρέπει να είναι ειδικά ενισχυμένη, ώστε να αντέχει τα φορτία που αναπτύσσονται στις κρούσεις του πλοίου με τα κομμάτια πάγου που συναντά κατά την πλεύση του. Στο σενάριο της κρούσης που χρησιμοποιούν οι Πολικοί Κανόνες, το πλοίο συγκρούεται με ένα κομμάτι πάγου. Το σχήμα του πάγου είναι ένας κυκλικός τομέας, μικρότερος του ημικυκλίου, με άπειρη ακτίνα και μικρό σχετικά πάχος. Η πλώρη του πλοίου συγκρούεται με την κορυφή του κυκλικού τομέα. Επειδή η μάζα του πάγου θεωρείται άπειρη, η συνιστώσα της ταχύτητας του στη διεύθυνση της κρούσης μηδενίζεται στο τέλος της κρούσης. Η συνιστώσα της ταχύτητας του πλοίου στο τέλος της κρούσης είναι επίσης μηδενική. Το αποτέλεσμα είναι η αρχική κινητική ενέργεια του πλοίου που εξαρτάται από τη συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας του πλοίου στη διεύθυνση της κρούσης, να μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου. Κατά συνέπεια η ενέργεια παραμόρφωσης του πάγου είναι μέγιστη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η δύναμη που δέχεται το πλοίο κατά την κρούση, σύμφωνα με το μοντέλο υπολογισμού της δύναμης που ακολουθείται, να είναι και αυτή μέγιστη. Οι πιέσεις που ασκούνται στα ελάσματα και τα ενισχυτικά της γάστρας εξαρτώνται από τις δυνάμεις. Κατά συνέπεια, επειδή για το συγκεκριμένο μοντέλο προκύπτουν μέγιστες δυνάμεις και μέγιστες πιέσεις, η μελέτη αφορά τις δυσμενέστερες περιπτώσεις φορτίσεων.

Στο τέλος της σύγκρουσης του πλοίου με τον πάγο, η επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων είναι τριγωνική. Προκειμένου να απλοποιηθούν οι υπολογισμοί, μια ικανοποιητική προσέγγιση είναι να προσεγγιστεί η τριγωνική επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων με μια ορθογώνια επιφάνεια ίσου εμβαδού.

Η μελέτη αντοχής των ενισχυτικών και των ελασμάτων γίνεται με μεθόδους πλαστικής σχεδίασης. Ο λόγος που τα κατασκευαστικά στοιχεία μελετώνται πλαστικά είναι διότι οι φορτίσεις του πάγου στη γάστρα είναι πολύ υψηλές. Με την πλαστική ανάλυση γίνεται πλήρης εκμετάλλευση της απόκρισης της κατασκευής στην ελαστοπλαστική περιοχή.

Στην πλαστική ανάλυση των ενισχυτικών και των ελασμάτων, θεωρείται ότι το μοντέλο συμπεριφοράς του χάλυβα είναι αυτό του γραμμικά ελαστικού - πλαστικού υλικού. Κατά συνέπεια αγνοείται το φαινόμενο της σκλήρυνσης. Αγνοούνται επίσης οι αξονικές δυνάμεις που δημιουργούνται από τα γειτονικά κατασκευαστικά στοιχεία. Με τις θεωρήσεις αυτές να μην απλοποιείται η διαδικασία υπολογισμού του φορτίου κατάρρευσης αλλά ταυτόχρονα η τιμή του φορτίου κατάρρευσης που υπολογίζεται είναι μικρότερη της πραγματικής και κατά συνέπεια η πραγματική αντοχή των κατασκευαστικών στοιχείων υποτιμάται. Απλοποιώντας τη διαδικασία υπολογισμού του φορτίου κατάρρευσης κατά αυτό τον τρόπο, προκύπτουν ασφαλή αποτελέσματα καθώς οι απαιτήσεις αντοχής των ενισχυτικών και των ελασμάτων που υπολογίζονται είναι πιο αυστηρές από αυτές που θα προέκυπταν χωρίς τις εν λόγω θεωρήσεις.

Από την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων στο Suezmax Tanker βολβοειδούς πλώρης, προκειμένου αυτό να μετασκευαστεί στην κλάση PC 6, προέκυψαν πολύ υψηλές φορτίσεις στην περιοχή της πλώρης. Οι δυνάμεις, παίρνουν τόσο υψηλές τιμές, επειδή εξαρτώνται γραμμικά από τον συντελεστή fa_i . Ο συντελεστής fa_i παίρνει αρκετά υψηλές τιμές στα συμβατικά εμπορικά πλοία με βολβοειδείς πλώρες καθώς οι πρωραίες γωνίες ισάλων είναι αρκετά μεγάλες (περίπου 45 μοίρες) και κατά συνέπεια και οι τιμές του συντελεστή fa_i που εξαρτάται γραμμικά από αυτές. Επειδή οι δυνάμεις είναι πολύ υψηλές, οι πιέσεις που εξαρτώνται από τις δυνάμεις, παίρνουν και αυτές υψηλές τιμές. Ενδεικτικά η μέγιστη τιμή του συντελεστή fa_i στους υπολογισμούς που έγιναν

στην πλώρη του Suezmax Tanker είχε την τιμή 1.5, όταν η μέγιστη τιμή του εν λόγω συντελεστή σε πλώρες με την γεωμετρία που προτείνουν οι Πολικοί Κανόνες για την εφαρμογή τους είναι ίση με 0.6.

Προκειμένου να μειωθούν οι πιέσεις στην πλώρη του Suezmax Tanker, πρέπει η πλώρη να μετασκευαστεί σε πλώρη γεωμετρίας σαν αυτή που προτείνουν οι Πολικοί κανόνες (Παράγραφος 4.4). Πιο συγκεκριμένα πρέπει η πλώρη να μην έχει βολβό, η τιμή της γωνίας β' (Σχήμα 13, β' είναι η γωνία της επιφάνειας του πλοίου με τον κατακόρυφο άξονα στο κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από τη διεύθυνση της κρούσης), υπολογισμένη στην UIWL (*Upper Ice Waterline* ή *UIWL*), να είναι μεγαλύτερη από 10 μοίρες και η γωνία της κάθετου (*Buttock*) στην πλώρη, υπολογισμένη στην UIWL να είναι θετική και μικρότερη από 80 μοίρες.

Πέρα από τη λύση που μόλις αναφέρθηκε, δηλαδή μόνο την μετασκευή της βολβοειδούς πλώρης του Suezmax Tanker, όπως αποδείχθηκε από την εφαρμογή του Κεφαλαίου 8, η συνολική μετασκευή του Suezmax Tanker με βολβοειδή πλώρη σε πλοίο Πολικής Κλάσης PC 6 είναι δύσκολο να πραγματοποιηθεί λόγω των πολύ υψηλών απαιτήσεων ενίσχυσης της γάστρας. Σημαντική μείωση των απαιτήσεων μπορεί να πραγματοποιηθεί όπως φάνηκε και στο Κεφάλαιο 8, υποδιπλασιάζοντας τις ισαποστάσεις των ενισχυτικών στην περιοχή που είναι ειδικά ενισχυμένη έναντι των φορτίων του πάγου, σε όλο το μήκος του πλοίου, και υποδιπλασιάζοντας τις ισαποστάσεις νομέων στην περιοχή της πλώρης.

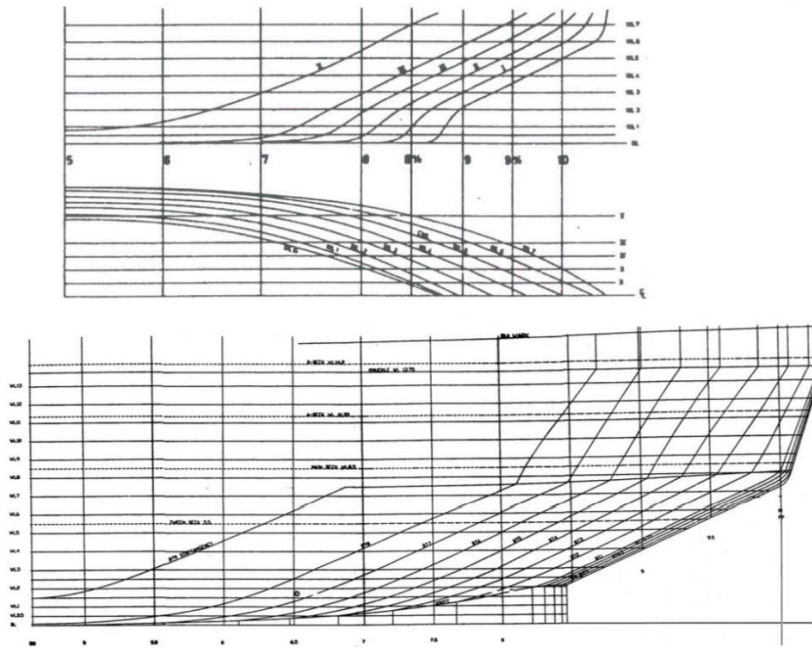
Ο υποδιπλασιασμός των ισαποστάσεων των ενισχυτικών σε όλο το μήκος του πλοίου μειώνει σημαντικά τις απαιτήσεις πάχους των ελασμάτων καθώς και τις απαιτήσεις ροπής αντίστασης της διατομής των ενισχυτικών και των ελασμάτων. Ο λόγος είναι ότι οι απαιτήσεις αυτές εξαρτώνται περίπου γραμμικά από τις ισαποστάσεις των ενισχυτικών και ο υποδιπλασιασμός των ισαποστάσεων σχεδόν τις υποδιπλασιάζει. Ο υποδιπλασιασμός των ισαποστάσεων νομέων πραγματοποιείται μόνο στην περιοχή της πλώρης, καθώς εκεί απαιτούνταν η μεγάλη μείωση της ροπής αντίστασης των ελασμάτων και των ενισχυτικών. Με τον υποδιπλασιασμό των ισαποστάσεων νομέων οι απαιτούμενες ροπές αντίστασης περίπου υποτετραπλασιάζονται καθώς εξαρτώνται από το τετράγωνο των ισαποστάσεων νομέων. Ο υποδιπλασιασμός των ισαποστάσεων νομέων δεν προκαλεί κάποια ουσιαστική μείωση στις απαιτήσεις πάχους των ελασμάτων.

Οι πιέσεις που προκαλεί ο πάγος στο πλοίο είναι πολύ υψηλές ακόμα και σε ένα μικρό πλοίο, εκτοπίσματος 50 *KT*, με πλώρη που έχει μορφή σαν αυτή που προτείνουν οι Πολικοί Κανόνες. Οι πιέσεις $P_{Average}$ που λαμβάνονται υπόψη για το σχεδιασμό των κατασκευαστικών στοιχείων στην περιοχή της πλώρης, πριν δηλαδή τον πολλαπλασιασμό με τους συντελεστές PPF και AF , παρουσιάζονται ενδεικτικά στον Πίνακα 33, για τις τρεις χαμηλότερες Πολικές Κλάσεις (Sazidy, 2015):

Polar Class	Pressure (MPa)
PC 5	5.139
PC 6	3.730
PC 7	3.115

Πίνακας 33. Ενδεικτικές πιέσεις στην πλώρη πλοίου εκτοπίσματος 50 *KT* (Sazidy, 2015)

Στο Σχήμα 50 φαίνεται μια ενδεικτική μορφή πλώρης με γεωμετρία σαν αυτή που προτείνεται για την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων. Σε μια τέτοια πλώρη, οι γωνίες που σχηματίζουν οι ίσαλοι με το κατακόρυφο διάμηκες επίπεδο και τα Buttocks με το οριζόντιο διάμηκες επίπεδο είναι σχετικά μικρές (στην πρώτη περίπτωση είναι περίπου 30 μοίρες και στη δεύτερη περίπτωση είναι περίπου 70 μοίρες).



Σχήμα 50. Πλώρη με γεωμετρία προτεινόμενη για την εφαρμογή των Πολικών Κανόνων (Riska, 2013)

Πρόταση για μελλοντική έρευνα αποτελεί η εφαρμογή των Πολικών Κανόνων σε μια πλώρη με την προτεινόμενη από τους κανόνες γεωμετρία και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με πλοίο που έχει παραπλήσιες κύριες διαστάσεις και βολβοειδή πλώρη.

Βιβλιογραφία

- Appolonov, E. (2000), Background Notes to Shell Plating Thickness, Prepared for IACS Ad – Hoc Group on Polar Class Ships.
- Bruneau, M., Uang, C. M., Sabelli, R. (2011), Ductile Design of Steel Structures, Second Edition, McGrawHil.
- Bushuyev, A. V. (1970), World Meteorological Organization (WMO) Sea Ice Nomenclature.
- Daley, C. G. (2014), Ice Class Rules Description and Comparison, PPT, Memorial University Canada.
- Daley, C. G. (2000), Background Notes to Design Ice Loads, Prepared for IACS Ad – Hoc Group on Polar Class Ships.
- Daley, C. G. (2002), Derivation of plastic framing requirements for polar ships, Marine Structures, 15, 543 – 559.
- El Jaaba, M. (2013), Structural resistance of polar ships to ice loading, Master Thesis, Supervisor Professor Jørgen Amdahl, NTNU.
- Furuichi, M., Otsuka, N., Cost Analysis of the Northern Sea Route (NSR) and the Conventional Route Shipping, Proceedings of IAME 2013 Conference July 3 – 5 – Marseille, France Paper ID 10.
- Hibbeler, R. C. (2013), Mechanics of Materials NINTH EDITION, PEARSON.
- Kim, E., Schulson, E. M. (2015), A phenomenological explanation of the pressure – area relationship for the indentation of ice: Two size effects in spherical indentation experiments, Cold Regions Science and Technology, 115, 48 – 55.
- Neal, B. G. (1977), The Plastic Methods of Structural Analysis, LONDON CHAPMAN AND HALL.
- Popov, Yu. N., Faddeyev, O. V., Kheysin, D. Ye., Yakovlev, A. A. (1969), Strength of Ships Sailing in Ice (Translation) U.S. Army Foreign Science and Technology Center, Memorial University of Newfoundland.
- Sazidy, M. S. (2015), Development of Velocity Dependent Ice Flexural Failure Model and Application to Safe Speed Methodology for Polar Ships, PhD Thesis, Supervisor Professor Claude Gerard Daley.
- IACS Unified Requirements for Polar Ships (2006), I1, (Rev. April 2016).
- IACS Unified Requirements for Polar Ships (2006), I2, (Rev. April 2016).
- IACS Unified Requirements (2010), S2.
- IACS Unified Requirements (2015), S6.
- IACS Common Structural Rules for Bulk Carriers and Oil Tankers (2015), CSR.
- TRAFI (Finnish Transport Safety Agency), Guidelines for the Application of the 2017 Finnish – Swedish Ice Class Rules, TRAFI / 410118 / 03.04.01.01 / 2017, Helsinki.
- TRAFI (Finnish Transport Safety Agency), Ice Class Regulations and the Application Thereof, TRAFI / 494131 / 03.04.01.00 / 2016.

Riska, K. (2013), Design of Icebreaking Ships, ILS Oy, Helsinki, FINLAND and University of Science and Technology, Trondheim, NORAWY.

Søreide, T. S. (1981), ULTIMATE LOAD ANALYSIS OF MARINE STRUCTURES, Tapir.

Zou, B., Xiao, J., Jordaan, I. J. (1996), Ice fracture and spalling in ice – structure interaction, Cold Regions Science and Technology, 24, 213 – 220.

Καρύδης, Π. Α. (2000), Η Μεταλλική Κατασκευή του Πλοίου, Γ. Αργυρόπουλος Ε.Π.Ε.

Τσαμασφύρος, Γ. Ι. (1991), Μηχανική Παραμορφώσιμων Σωμάτων ΙΙ, Συμμετρία.

Παράρτημα 1

Η αντικατάσταση των εξισώσεων (4.4) – (4.6) και (4.16) – (4.24) στην σχέση (4.25) και η επίλυση ως προς ΔP για να προκύψει η εξίσωση (4.31) παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$M_1 \cdot (1 + AM_{x1}) \cdot (v_1 - v_0) = l_1 \cdot \Delta P_1$$

$$M_1 \cdot (1 + AM_{y1}) \cdot u_1 = m_1 \cdot \Delta P_1$$

$$M_1 \cdot (1 + AM_{z1}) \cdot w_1 = n_1 \cdot \Delta P_1$$

$$I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1}) \cdot p_1 = \lambda_1 \cdot \Delta P_1$$

$$I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1}) \cdot q_1 = \mu_1 \cdot \Delta P_1$$

$$I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1}) \cdot r_1 = \nu_1 \cdot \Delta P_1$$

$$\lambda_1 = y_1 \cdot n_1 - z_1 \cdot m_1$$

$$\mu_1 = z_1 \cdot l_1 - x_1 \cdot n_1$$

$$\nu_1 = x_1 \cdot m_1 - y_1 \cdot l_1$$

$$M_2 \cdot (1 + AM_{x2}) \cdot v_2 = l_2 \cdot \Delta P_2$$

$$M_2 \cdot (1 + AM_{z2}) \cdot w_2 = n_2 \cdot \Delta P_2$$

$$I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2}) \cdot q_2 = R \cdot n_2 \cdot \Delta P_2$$

$$\begin{aligned} V_1 = V_2 \Rightarrow v_1 \cdot l_1 + u_1 \cdot m_1 + w_1 \cdot n_1 + (q_1 \cdot z_1 - r_1 \cdot y_1) \cdot l_1 + (r_1 \cdot x_1 - p_1 \cdot z_1) \cdot m_1 \\ + (p_1 \cdot y_1 - q_1 \cdot x_1) \cdot n_1 = v_2 \cdot l_2 + w_2 \cdot n_2 - q_2 \cdot x_2 \cdot n_2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{x1})} + v_0 \cdot l_1 + \frac{m_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{z1})} + \frac{\mu_1 \cdot (-\Delta P) \cdot z_1 \cdot l_1}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} - \frac{v_1 \cdot (-\Delta P) \cdot y_1 \cdot l_1}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} \\
& + \frac{v_1 \cdot (-\Delta P) \cdot x_1 \cdot m_1}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} - \frac{\lambda_1 \cdot (-\Delta P) \cdot z_1 \cdot m_1}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} + \frac{\lambda_1 \cdot (-\Delta P) \cdot y_1 \cdot n_1}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} - \frac{\mu_1 \cdot (-\Delta P) \cdot x_1 \cdot n_1}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} = \\
& \frac{l_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{z2})} + \frac{R^2 \cdot (\Delta P) \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{x1})} + v_0 \cdot l_1 + \frac{m_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{z1})} + \frac{(z_1 \cdot l_1 - x_1 \cdot n_1) \cdot (-\Delta P) \cdot z_1 \cdot l_1}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} \\
& - \frac{(x_1 \cdot m_1 - y_1 \cdot l_1) \cdot (-\Delta P) \cdot y_1 \cdot l_1}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} + \frac{(x_1 \cdot m_1 - y_1 \cdot l_1) \cdot (-\Delta P) \cdot x_1 \cdot m_1}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} \\
& - \frac{(y_1 \cdot n_1 - z_1 \cdot m_1) \cdot (-\Delta P) \cdot z_1 \cdot m_1}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} + \frac{(y_1 \cdot n_1 - z_1 \cdot m_1) \cdot (-\Delta P) \cdot y_1 \cdot n_1}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} \\
& - \frac{(z_1 \cdot l_1 - x_1 \cdot n_1) \cdot (-\Delta P) \cdot x_1 \cdot n_1}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} = \frac{l_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{z2})} + \frac{R^2 \cdot (\Delta P) \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{x1})} + v_0 \cdot l_1 + \frac{m_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2 \cdot (-\Delta P)}{M_1 \cdot (1 + AM_{z1})} \\
& + \frac{(z_1^2 \cdot l_1^2 - 2 \cdot x_1 \cdot n_1 \cdot z_1 \cdot l_1 + x_1^2 \cdot n_1^2) \cdot (-\Delta P)}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} + \frac{(x_1^2 \cdot m_1^2 - 2 \cdot x_1 \cdot m_1 \cdot y_1 \cdot l_1 + y_1^2 \cdot l_1^2) \cdot (-\Delta P)}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} \\
& + \frac{(y_1^2 \cdot n_1^2 - 2 \cdot y_1 \cdot n_1 \cdot z_1 \cdot m_1 + z_1^2 \cdot m_1^2) \cdot (-\Delta P)}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} \\
& = \frac{l_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2 \cdot (\Delta P)}{M_2 \cdot (1 + AM_{z2})} + \frac{R^2 \cdot (\Delta P) \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_0 \cdot l_1 &= \left(\frac{l_1^2}{(1 + AM_{x1})} + \frac{m_1^2}{(1 + AM_{y1})} + \frac{n_1^2}{(1 + AM_{z1})} \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_1} \\
& \left(\left(\frac{\mu_1^2}{I_{y1} \cdot (1 + AM_{Pitch1})} + \frac{v_1^2}{I_{z1} \cdot (1 + AM_{Yaw1})} + \frac{\lambda_1^2}{I_{x1} \cdot (1 + AM_{Roll1})} \right) \cdot M_1 \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_1} + \\
& \left(\frac{l_2^2}{(1 + AM_{x2})} + \frac{n_2^2}{(1 + AM_{z2})} \right) \cdot \frac{\Delta P}{M_2} + \left(\frac{R^2 \cdot n_2^2}{I_{y2} \cdot (1 + AM_{Pitch2})} \right) \cdot M_2 \cdot \frac{\Delta P}{M_2}
\end{aligned}$$

Παράρτημα 2

Η αντικατάσταση των εξισώσεων (4.37), (4.38) και (4.43) στη σχέση (4.65) και η επίλυση ως προς $\lambda(\max)$ για να προκύψει η εξίσωση (4.66) παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$V_1 = v_0 \cdot l_1$$

$$M' = \frac{M_1}{C_1}$$

$$l_1 = \sin(a) \cdot \cos(\beta')$$

$$\frac{1}{2} \cdot M' \cdot V_1^2 = \int_0^{\lambda(\max)} P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} d\lambda \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{M_1}{C_1} \cdot (v_0 \cdot \sin(a) \cdot \cos(\beta'))^2 = \int_0^{\lambda(\max)} P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} d\lambda \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{M_1}{C_1} \cdot v_0^2 \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^2(\beta') = P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} \cdot \int_0^{\lambda(\max)} (\lambda^2)^{ex+1} d\lambda \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{M_1}{C_1} \cdot v_0^2 \cdot \sin^{ex+1}(\beta') \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^{2 \cdot ex+4}(\beta') \cdot A_0^{ex}}{P_0 \cdot \tan^{ex+1}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{\lambda(\max)^{2 \cdot ex+3}}{2 \cdot ex+3} \Rightarrow$$

$$\lambda(\max) = \left((2 \cdot ex + 3) \cdot \left(\frac{M_1 \cdot v_0^2 \cdot \sin^{ex+1}(\beta') \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^{2 \cdot ex+4}(\beta') \cdot A_0^{ex}}{2 \cdot C_1 \cdot P_0 \cdot \tan^{ex+1}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^{\frac{1}{2 \cdot ex+3}} \right)$$

Η αντικατάσταση του $\lambda(\max)$ στην εξίσωση (4.63) για να προκύψει η F παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$F = P_0 \cdot \frac{\left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \lambda(\max)^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}}{A_0^{ex}} =$$

$$\frac{P_0}{A_0^{ex}} \cdot \left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\left((2 \cdot ex + 3) \cdot \left(\frac{M_1 \cdot v_0^2 \cdot \sin^{ex+1}(\beta') \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^{2 \cdot ex+4}(\beta') \cdot A_0^{ex}}{2 \cdot C_1 \cdot P_0 \cdot \tan^{ex+1}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right) \right)^{\frac{1}{2 \cdot ex+3}} \right)^2}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1}$$

$$= \frac{P_0}{A_0^{ex}} \cdot \left(\frac{\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\frac{(2 \cdot ex + 3) \cdot M_1 \cdot v_0^2 \cdot \sin^{ex+1}(\beta') \cdot \sin^2(a) \cdot \cos^{2 \cdot ex+4}(\beta') \cdot A_0^{ex}}{2 \cdot C_1 \cdot P_0 \cdot \tan^{ex+1}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^{\frac{2}{2 \cdot ex+3}}}{\sin(\beta') \cdot \cos^2(\beta')} \right)^{ex+1} \Rightarrow$$

$$F = \frac{P_0^{\frac{1}{2 \cdot ex+3}} \cdot \tan^{\frac{ex+1}{2 \cdot ex+3}}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot ex + 3}{2}\right)^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}} \cdot M_1^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}} \cdot v_0^{\frac{4 \cdot ex+4}{2 \cdot ex+3}} \cdot \sin^{\frac{4 \cdot ex+4}{2 \cdot ex+3}}(a) \cdot \cos^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}}(\beta')}{A_0^{\frac{ex}{2 \cdot ex+3}} \cdot \sin^{\frac{ex+1}{2 \cdot ex+3}}(\beta') \cdot C_1^{\frac{2 \cdot ex+2}{2 \cdot ex+3}}}$$

Παράρτημα 3

Ο υπολογισμός της ροπής M_y παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\frac{M_y}{2} = \left(\sigma_o + \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right) \right) \cdot \frac{T}{2} \cdot B \cdot \left(\frac{D}{2} - T \cdot \frac{2 \cdot \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right) + \sigma_o}{3 \cdot \left(\sigma_o + \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right) \right)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot t \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right)^3 \Rightarrow$$

$$M_y = \left(\sigma_o + \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right) \right) \cdot T \cdot B \cdot \frac{D}{2} - B \cdot \frac{T^2}{3} \cdot \left(2 \cdot \frac{2 \cdot \sigma_o}{D} \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right) + \sigma_o \right) + \frac{4 \cdot \sigma_o}{3 \cdot D} \cdot t \cdot \left(\frac{D}{2} - T \right)^3 =$$

$$\frac{\sigma_o}{2} \cdot (D - 2 \cdot T) \cdot T \cdot B + \sigma_o \cdot T \cdot B \cdot \frac{D}{2} - \frac{2 \cdot T^2 \cdot B \cdot \sigma_o}{3 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T) - \frac{B \cdot T^2 \cdot \sigma_o}{3} + \frac{\sigma_o}{6 \cdot D} \cdot t \cdot (D - 2 \cdot T)^3 =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_o}{2} \cdot D \cdot T \cdot B - \sigma_o \cdot T^2 \cdot B + \sigma_o \cdot T \cdot B \cdot \frac{D}{2} - \frac{2 \cdot T^2 \cdot B \cdot \sigma_o}{3} = \\ & + \frac{4 \cdot T^3 \cdot B \cdot \sigma_o}{3 \cdot D} - \frac{B \cdot T^2 \cdot \sigma_o}{3} + \frac{\sigma_o}{6 \cdot D} \cdot t \cdot (D - 2 \cdot T)^3 \end{aligned}$$

$$\sigma_o \cdot D \cdot T \cdot B - 2 \cdot \sigma_o \cdot T^2 \cdot B + \frac{4 \cdot T^3 \cdot B \cdot \sigma_o}{3 \cdot D} + \frac{\sigma_o}{6 \cdot D} \cdot t \cdot (D - 2 \cdot T)^3 =$$

$$\sigma_o \cdot \left(\frac{T \cdot B}{D} \cdot \left(D^2 - 2 \cdot T \cdot D + \frac{4}{3} \cdot T^2 \right) + \frac{t}{6 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 \right) \Rightarrow$$

$$M_y = \sigma_o \cdot \left(\frac{T \cdot B}{D} \cdot \left((D - T)^2 + \frac{T^2}{3} \right) + \frac{t}{6 \cdot D} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 \right)$$

Ο υπολογισμός της ροπή $M_{(1)}$ παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\frac{M_{(1)}}{2} = \sigma_o \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right) \cdot B \cdot \left(\frac{z}{2} + \frac{\left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right)}{2}\right) + \left(\frac{D}{2} - T\right) \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right) \cdot t \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{D}{2} - T\right) +$$

$$\left(\left(\sigma_o + 2 \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right) \right) \cdot \frac{\left(T - \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right)\right)}{2} \cdot B \cdot \left(\frac{z}{2} - \left(T - \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right)\right)\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right) + \sigma_o}{3 \cdot \left(\sigma_o + 2 \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right)\right)} \right) \right) \Rightarrow$$

$$M_{(1)} = \frac{\sigma_o}{4} \cdot B \cdot (D^2 - z^2) + \frac{\sigma_o \cdot t}{6 \cdot z} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 +$$

$$\left(\sigma_o + 2 \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right) \right) \cdot \left(T - \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right)\right) \cdot B \cdot \frac{z}{2} - \left(T - \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2}\right)\right)^2 \cdot B \cdot \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\frac{D}{2} - T}{z}\right) + \sigma_o}{3} \right) \Rightarrow$$

$$M_{(1)} = \frac{\sigma_o}{4} \cdot B \cdot (D^2 - z^2) + \frac{\sigma_o \cdot t}{6 \cdot z} \cdot (D - 2 \cdot T)^3 +$$

$$\sigma_o \cdot \left(\left(\frac{z}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - T\right)^2 \right) \cdot B - \left(T - \frac{D}{2} + \frac{z}{2}\right)^2 \cdot B \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{2 \cdot D - 4 \cdot T + z}{3 \cdot z} \right) \Rightarrow$$

$$M_{(1)} = \sigma_o \cdot B \left(\frac{(D^2 - z^2)}{4} + \frac{t}{6 \cdot z} \cdot \frac{(D - 2 \cdot T)^3}{B} + \left(\left(\frac{z}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - T\right)^2 \right) - \left(T - \frac{D}{2} + \frac{z}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot D - 4 \cdot T + z}{3 \cdot z} \right) \right)$$

Ο υπολογισμός της ροπή $M_{(2)}$ παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\frac{M_{(2)}}{2} = \sigma_o \cdot B \cdot T \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{T}{2}\right) + \sigma_o \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2} - T\right) \cdot t \cdot \left(\frac{z}{2} + \frac{\left(\frac{D}{2} - \frac{z}{2} - T\right)}{2}\right) + \frac{\sigma_o}{2} \cdot \frac{z}{2} \cdot t \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{z}{2} \Rightarrow$$

$$M_{(2)} = \sigma_o \cdot B \cdot T \cdot (D - T) + \sigma_o \cdot (D - z - 2 \cdot T) \cdot t \cdot \left(\frac{z}{2} + \frac{D}{4} - \frac{z}{4} - \frac{T}{2}\right) + \frac{\sigma_o}{6} \cdot t \cdot z^2 \Rightarrow$$

$$M_{(2)} = \sigma_o \cdot \left(B \cdot T \cdot (D - T) + \frac{t}{4} \cdot ((D - 2 \cdot T)^2 - z^2) + \frac{t \cdot z^2}{6} \right) \Rightarrow$$

$$M_{(2)} = \sigma_o \cdot \left(B \cdot T \cdot (D - T) + \frac{t}{4} \cdot (D - 2 \cdot T)^2 - \frac{t \cdot z^2}{12} \right)$$

Παράρτημα 4

Ο υπολογισμός του συντελεστή k_W παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$k_W = \frac{t_W \cdot \frac{(h_W + t_F)^2}{2}}{t_W \cdot h_W \cdot \frac{(t_P + h_W)}{2} + b_F \cdot t_F \cdot \left(h_W + \frac{t_F}{2} + \frac{t_P}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{t_W \cdot h_W \cdot \frac{(t_P + h_W)}{2}}{t_W \cdot \frac{(h_W + t_F)^2}{2}} + \frac{b_F \cdot t_F \cdot \left(h_W + \frac{t_F}{2} + \frac{t_P}{2}\right)}{t_W \cdot \frac{(h_W + t_F)^2}{2}}} \Rightarrow$$

$$k_W \sim \frac{1}{\frac{t_W \cdot h_W \cdot \frac{(t_F + h_W)}{2}}{t_W \cdot \frac{(h_W + t_F)^2}{2}} + \frac{b_F \cdot t_F \cdot \left(h_W + \frac{t_F}{2} + \frac{t_F}{2}\right)}{t_W \cdot \frac{(h_W + t_F)^2}{2}}} \sim \frac{1}{\frac{h_W}{(h_W + t_F)} + \frac{2 \cdot b_F \cdot t_F}{t_W \cdot (h_W + t_F)}} \Rightarrow$$

$$k_W \sim \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot A_F}{A_W}}$$

Παράρτημα 5

Ο υπολογισμός του μέγιστου εξωτερικού έργου $W_{external}$, που προκύπτει με αντικατάσταση στον τύπο (5.83) του c που υπολογίζεται από τη σχέση (5.93) παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$W_{external} = P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{\left(a^2 - a^2 \left(1 - \frac{b}{L} \right)^2 \right)}{2 \cdot a} + \frac{\left(2 \cdot L - a - a \left(1 - \frac{b}{L} \right) - b \right) \cdot \left(b - a + a \left(1 - \frac{b}{L} \right) \right)}{2 \cdot (L - a)} \right) =$$

$$P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{\left(a^2 - a^2 + \frac{2 \cdot a^2 \cdot b}{L} - \frac{a^2 \cdot b^2}{L^2} \right)}{2 \cdot a} + \frac{\left(2 \cdot L - a - a + a \cdot \frac{b}{L} - b \right) \cdot \left(b - a + a - a \cdot \frac{b}{L} \right)}{2 \cdot (L - a)} \right) =$$

$$P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot a^2 \cdot b \cdot L - a^2 \cdot b^2}{2 \cdot a \cdot L^2} + \frac{(2 \cdot L^2 - 2 \cdot a \cdot L + a \cdot b - b \cdot L) \cdot b}{2 \cdot L^2} \right) =$$

$$P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot a^2 \cdot b \cdot L - a^2 \cdot b^2 + 2 \cdot L^2 \cdot a \cdot b - 2 \cdot a^2 \cdot b \cdot L + a^2 \cdot b^2 - a \cdot b^2 \cdot L}{2 \cdot a \cdot L^2} \right) =$$

$$P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot L^2 \cdot a \cdot b - a \cdot b^2 \cdot L}{2 \cdot a \cdot L^2} \right) = P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right) \Rightarrow$$

$$W_{external} = P \cdot S \cdot \delta_2 \cdot b \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L} \right)$$

Ο υπολογισμός της απόστασης a που ελαχιστοποιεί το εσωτερικό έργο $W_{internal}$, παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\frac{d(W_{internal})}{da} = \delta_2 \cdot \left(m_P \cdot \left(-\frac{2}{a^2} + \frac{1}{(L-a)^2} \right) + \frac{M_P}{(L-a)^2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$m_P \cdot \left(-\frac{2}{a^2} + \frac{1}{(L-a)^2} \right) + \frac{M_P}{(L-a)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot k_Z}{a^2} = \frac{1 + k_Z}{(L-a)^2} \Rightarrow$$

$$a^2 + a^2 \cdot k_Z = 2 \cdot k_Z \cdot L^2 - 4 \cdot k_Z \cdot L \cdot a + 2 \cdot k_Z \cdot a^2 \Rightarrow$$

$$a^2 \cdot (1 - k_Z) + 4 \cdot k_Z \cdot L \cdot a - 2 \cdot k_Z \cdot L^2 = 0$$

$$a = \frac{-4 \cdot k_Z \cdot L \pm \sqrt{16 \cdot k_Z^2 \cdot L^2 + 8 \cdot (1 - k_Z) \cdot k_Z \cdot L^2}}{2 \cdot (1 - k_Z)} \Rightarrow$$

$$a = \frac{-4 \cdot k_Z \cdot L + \sqrt{8 \cdot k_Z^2 \cdot L^2 + 8 \cdot k_Z \cdot L^2}}{2 \cdot (1 - k_Z)} \Rightarrow$$

$$a = L \cdot \left(\frac{2 \cdot k_Z - \sqrt{2 \cdot k_Z^2 + 2 \cdot k_Z}}{(k_Z - 1)} \right)$$

Ο λόγος που απορρίπτεται το αρνητικό πρόσημο είναι επειδή η απόσταση a είναι μη αρνητική.

Παράρτημα 6

Ο υπολογισμός του όγκου του τετραέδρου $ABGF$ παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\begin{aligned}
 V_{ABGF} &= \int_0^{0.5 \cdot S} \left(\int_{\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} + 0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \frac{\delta}{n} \cdot (0.5 \cdot b - y) dy \right) dx = \\
 &= \int_0^{0.5 \cdot S} \left(\int_{0.5 \cdot b}^{\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} + 0.5 \cdot b - n} \frac{\delta}{n} \cdot (0.5 \cdot b - y) dy \right) dx = \\
 &= -\frac{\delta}{n} \cdot \int_0^{0.5 \cdot S} \left(0.5 \cdot b \cdot \left(\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} - n \right) - \frac{\left(\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} + 0.5 \cdot b - n \right)^2}{2} + \frac{(0.5 \cdot b)^2}{2} \right) dx = \\
 &= -\frac{\delta}{n} \cdot \int_0^{0.5 \cdot S} \left(n \cdot b \cdot \frac{x}{S} - 0.5 \cdot n \cdot b - \frac{2 \cdot n^2 \cdot x^2}{S^2} - \left(\frac{n \cdot x}{0.5 \cdot S} \right) \cdot (0.5 \cdot b - n) - \frac{(0.5 \cdot b - n)^2}{2} + \frac{b^2}{8} \right) dx = \\
 &= -\frac{\delta}{n} \cdot \left(n \cdot b \cdot \frac{S^2}{8 \cdot S} - n \cdot b \cdot \frac{S}{4} - \frac{n^2 \cdot S^3}{12 \cdot S^2} - \left(\frac{n \cdot S^2}{4 \cdot S} \right) \cdot (0.5 \cdot b - n) - \frac{(0.5 \cdot b - n)^2}{2} \cdot \frac{S}{2} + \frac{b^2 \cdot S}{8 \cdot 2} \right) = \\
 &= -\frac{\delta}{n} \cdot \left(\frac{n \cdot b \cdot S}{8} - \frac{n \cdot b \cdot S}{4} - \frac{n^2 \cdot S}{12} - \frac{n \cdot b \cdot S}{8} + \frac{n^2 \cdot S}{4} - \frac{b^2 \cdot S}{16} + \frac{b \cdot n \cdot S}{4} - \frac{n^2 \cdot S}{4} + \frac{b^2 \cdot S}{16} \right) \Rightarrow \\
 &= V_{ABGF} = \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12}
 \end{aligned}$$

Ο υπολογισμός του όγκου του τετραέδρου $BGHF$ παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$\begin{aligned}
 V_{BGHF} &= \int_{0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \left(\int_{(y - 0.5 \cdot b + n) \cdot \frac{0.5 \cdot S}{n}}^{0.5 \cdot S} \delta \cdot \left(1 - \frac{x}{0.5 \cdot S} \right) dx \right) dy = \\
 &= \int_{0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \left(\int_{0.5 \cdot S}^{(y - 0.5 \cdot b + n) \cdot \frac{0.5 \cdot S}{n}} \delta \cdot \left(1 - \frac{x}{0.5 \cdot S} \right) dx \right) dy = \\
 &= -\delta \cdot \int_{0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \left((y - 0.5 \cdot b + n) \cdot \frac{0.5 \cdot S}{n} - \frac{S}{2} - \frac{(y - 0.5 \cdot b + n)^2 \cdot S}{4 \cdot n^2} + \frac{S}{4} \right) dy = \\
 &= -\delta \cdot \int_{0.5 \cdot b - n}^{0.5 \cdot b} \left(\frac{y \cdot S}{2 \cdot n} - \frac{b \cdot S}{4 \cdot n} - \frac{(y - 0.5 \cdot b + n)^2 \cdot S}{4 \cdot n^2} + \frac{S}{4} \right) dy = \\
 &= -\delta \cdot \left(\left(\frac{(0.5 \cdot b)^2}{2} - \frac{(0.5 \cdot b - n)^2}{2} \right) \cdot \frac{S}{2 \cdot n} - \frac{b \cdot S}{4} - \frac{n \cdot S}{12} + \frac{S \cdot n}{4} \right) = \\
 &= -\delta \cdot \left(\left(-\frac{n^2}{2} + \frac{b \cdot n}{2} \right) \cdot \frac{S}{2 \cdot n} - \frac{b \cdot S}{4} + \frac{S \cdot n}{6} \right) \Rightarrow \\
 &= V_{BGHF} = \frac{\delta \cdot n \cdot S}{12}
 \end{aligned}$$

Παράρτημα 7

Εξισώνοντας τις σχέσεις (6.9) και (6.18) και αντικαθιστώντας την απόσταση η από τη σχέση (6.20) προκύπτει το φορτίο κατάρρευσης, έπειτα από πράξεις που παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια:

$$W_{external} = W_{internal} \Rightarrow$$

$$P \cdot \delta \cdot S \left(\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}}{3} \right) = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \delta \cdot \left(\frac{S}{\sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}} + \frac{2 \cdot b}{S} \right) \Rightarrow$$

$$P \cdot S \cdot \frac{b}{2} - P \cdot S \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}}{3} = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{S}{\sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}} + t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{2 \cdot b}{S} \Rightarrow$$

$$P \cdot S \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}{P}} - S \cdot \sigma_o \cdot t_p^2 = t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot S + t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{2 \cdot b}{S} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}{P}} \Rightarrow$$

$$S \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2} \cdot P = 2 \cdot \sigma_o \cdot S \cdot t_p^2 \cdot \sqrt{P} + t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{2 \cdot b}{S} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2} \Rightarrow$$

$$\left(S \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2} \right) \cdot P + (-2 \cdot \sigma_o \cdot S \cdot t_p^2) \cdot \sqrt{P} + \left(-t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{2 \cdot b}{S} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{P} = \frac{2 \cdot \sigma_o \cdot S \cdot t_p^2 \pm \sqrt{4 \cdot \sigma_o^2 \cdot S^2 \cdot t_p^4 + 4 \cdot S \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2} \cdot t_p^2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{2 \cdot b}{S} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}}}{2 \cdot S \cdot \frac{b}{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{P} = \frac{2 \cdot \sigma_o \cdot S \cdot t_p^2 \pm 2 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2 \cdot \sqrt{S^2 + 3 \cdot b^2}}{S \cdot b \cdot \sqrt{3 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{P} = 2 \cdot \sqrt{\sigma_o} \cdot t_p \cdot \left(\frac{S}{S \cdot b \cdot \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{S^2 + 3 \cdot b^2}}{S \cdot b \cdot \sqrt{3}} \right) \Rightarrow$$

$$\sqrt{P} = 2 \cdot \sqrt{\sigma_o} \cdot t_p \cdot \left(\frac{1}{b \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{S} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{3 \cdot b^2} + 1} \right) \Rightarrow$$

$$P = 4 \cdot \sigma_o \cdot t_p^2 \cdot \left(\frac{1}{b \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{S} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{3 \cdot b^2} + 1} \right)^2$$

Ο λόγος που απορρίπτεται το αρνητικό πρόσημο είναι επειδή η ποσότητα \sqrt{P} είναι μη αρνητική.